CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Cinvestav

Unidad Zacatenco
Departamento de Matemática Educativa

La enseñanza de la trigonometría en diferentes contextos. Un estudio socioepistemológico.

Tesis que presenta
Laura Carbajal Sánchez

Para obtener el Grado de
Maestra en Ciencias en la especialidad
de Matemática Educativa

Directora de la tesis
Dra. Rosa María Farfán Márquez

Ciudad de México Agosto, 2017


El saber es la acción deliberada para hacer del conocimiento un objeto útil, y dar sentido a lo que nuestros alumnos merecen como parte de su aprendizaje, será nuestro propósito en la Matemática Educativa.

Agradezco al Consejo Nacional de
Ciencia y Tecnología (Conacyt) por el
apoyo brindado en mi formación de maestría.
Espero que este apoyo continúe para las generaciones
venideras.

Becaria 598503

RESUMEN

La presente investigación centró su interés en diseñar actividades contextualizadas, para que los estudiantes desarrollaran sus propias estrategias de aprendizaje. Por medio de la resolución de éstas tuvieron la oportunidad de trabajar fuera del salón de clases y de propiciar el desarrollo del pensamiento matemático. Participaron en la investigación estudiantes de nivel básico de tres escuelas secundarias del Estado de San Luis Potosí, México. Una ubicada en la capital de este estado, otra en la comunidad de Portezuelo y otra en el municipio de Cerritos. Las tres escuelas trabajan bajo las normatividades que indican los planes y programas de estudio de educación básica de la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2011), en el eje temático “forma, espacio y medida” (FEM), del bloque IV, donde se enmarca el estudio de la *trigonometría.*

Esta experiencia se abordó en lo referente a la práctica de lo trigonométrico, que desde la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini (2014), proponen la problematización de la matemática de forma tal, que el empoderamiento forme parte del aprendizaje, es decir, que los ciudadanos disfruten y participen de compartir la cultura matemática enraizada en sus propias vidas. En el caso de esta investigación los estudiantes pasaron de la trigonometría a lo trigonométrico, por las prácticas de campo que realizaron fuera del salón de clases.

El marco teórico que sustentó esta investigación, fue la *Teoría de Situaciones Didácticas (TSD)*, considerada desde la *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa* ya que partimos de la premisa de que las prácticas sociales, como Cantoral y Cordero (2006) definen, son las generadoras del conocimiento matemático a través de los diversos procesos de institucionalización.

La metodología implementada, se sustentó en las observaciones hechas durante las actividades que realizaron los estudiantes, donde la interacción, formulación, validación e institucionalización con dichas actividades nos permitió evidenciar las

capacidades cognitivas, y de liderazgo que tienen. Se hace mención de lo anterior ya que los procesos cognitivos son el procedimiento que lleva a cabo el ser humano donde intervienen facultades muy diversas como *la inteligencia, la atención, el lenguaje,* entre otras. Con respecto al liderazgo, nos referimos a éste en las situaciones institucionales donde los estudiantes pudieron formular epistemologías del conocimiento centradas en su construcción social.

Los resultados de esta investigación muestran evidencia del logro del objetivo planteado ya que los estudiantes fueron capaces de desarrollar estrategias de aprendizaje sobre lo trigonométrico, se evidenció también una actitud de trabajo colaborativo en los estudiantes al resolver las actividades propuestas fuera del salón de clases, donde las acciones de interacción, formulación, validación e institucionalización delimitadas por la TSD se pusieron en juego para evidenciar su pensamiento matemático.

Abstract

The present research focused its interest in designing contextualized activities, for the students to be able to develop their own learning strategies. Through their resolution they had the opportunity to work outside the classroom and to foster the development of mathematical thinking. Students of elementary level from three secondary schools of the State of San Luis Potosí, Mexico participated within the investigation. One located in the state's capital, another in the community of Portezuelo and the last one in the municipality of Cerritos. The three institutions work under the regulations indicated in the plans and curricula of basic education of the Ministry of Public Education (SEP, 2011), in the thematic axis "Form, space and measure" (FEM) of block IV, where the study of trigonometry is framed.

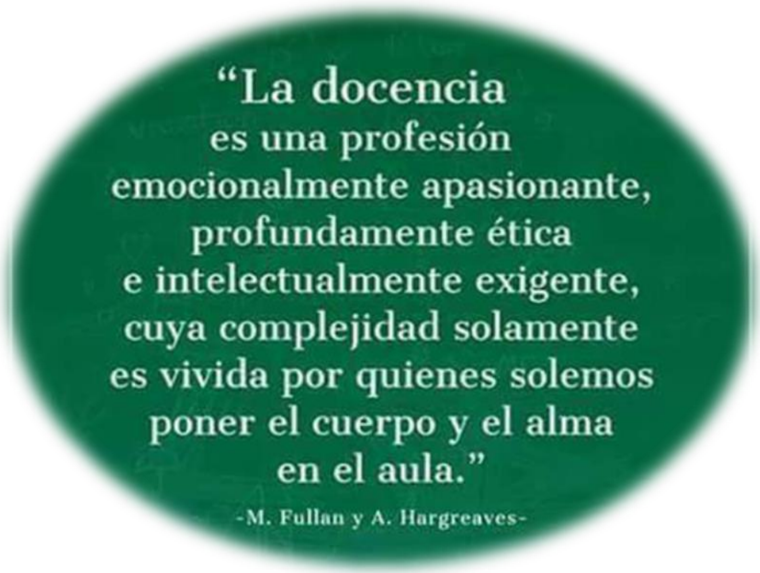
This experience was approached in regards to the practice of the trigonometric matter, which from the Socioepistemological Theory of Educational Mathematics (TSME) Cantoral, Montiel and Reyes-Gasperini (2014), propose the problematization of mathematics in such a way that the empowerment become part of learning, in other words, for citizens to enjoy and participate in sharing the mathematical culture rooted in their own lives. In the case of this research, the students moved from trigonometry to trigonometric, because of the field practices they performed outside the classroom.

The theoretical framework on which this research is built up was the Theory of Didactic Situations (TSD), considered from the Socioepistemological Theory of Educational Mathematics since we start from the premise that social practices, such as Cantoral and Cordero (2006) define, are the starters for mathematical knowledge through the various processes of institutionalization.

The implemented methodology was based on the observations made during the activities carried out by the students, where interaction, formulation, validation and

institutionalization of these activities allowed us to demonstrate the cognitive and leadership capacities they have. Quoting the above is necessary due to the fact that the cognitive processes are the procedure human beings make where different faculties like intelligence, attention, language, among others intervene. In regards to leadership, we refer to it in institutional situations where students were able to formulate epistemologies of knowledge centered on their social construction.

This research's results show evidence on the achievement of the proposed objective as the students were able to develop learning strategies on the trigonometric matter, in addition, a team collaboration attitude in the students when solving the proposed activities outside the classroom was shown, where the actions of interaction, formulation, validation and institutionalization delimited by the TSD were applied to evidence their mathematical thinking.



Esta tesis la dedico a dos damas:

Rosa María Farfán, por creer en mí y darme la oportunidad de conocerla como excelente maestra investigadora y amiga, un ejemplo de mujer en todos los aspectos.

Altagracia S. de Carbajal, por el amor incondicional que me regalaste y ser un ejemplo de amor y bondad.

Agradecimientos

Agradezco mi sentir y manifiesto mi gratitud a familiares, amigos, compañeros y todas las personas que me apoyaron para salir adelante, en este reto académico. Dios los llene de bendiciones.

Chela, Marín y Héctor, gracias por apoyarme para dejar mis grupos y seguir creciendo profesionalmente.

Edy, gracias por atender a mis llamadas y hacer las traducciones al inglés, hijo muchas gracias.

Nena y Efraín, por recibirme en su casa cuando realicé mi trabajo de campo, llenarme de atenciones para que yo solo me dedicara a escribir.

Alejandra, querida sobrina gracias por tu apoyo siempre etabas cuando necesite tu ayuda.

Israel, Lalo, Bruno, gracias por perdonarme el no estar en momentos de convivencia familiar.

Francisco compañero y amigo, gracias porque siempre atendiste a mis preguntas, siendo incondicional en lo académico, y lo mejor tu apoyo moral. *¡Amigo te Aprecio!*

Fabián y Rodolfo, gracias por sus enseñanzas el apoyo que me brindaron los voy extrañar cuando grafique desigualdades.

Diana y Eduardo, gracias por su amistad y la ayuda que fue una luz que dio brillo a mi trabajo.

Agradezco al personal del Departo de Matemática Educativa, Adriana, Gaby, Juan, gracias por atender a mis peticiones.

Luisa, gracias por sus oraciones el apoyo moral que me mantuvo de pie con la frente en alto, enseñarme que Dios conduce nuestro camino.

Doctora Montiel, gracias por sus enseñanzas y su paciencia para entender mi forma de ver la Matemática Educativa.

Doctora María, compañera académica, gracias por decirme cual era el camino que tenía que tomar para empezar mi análisis.

Doctora Acuña, gracias por compartir sus enseñanzas y ayudarme a ser prudente.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS, GRÁFICOS Y TABLAS

Motivación de esta investigación

Iniciar el estudio de la asignatura de matemáticas en el adolescente es difícil, ya que la mayoría de ellos viene con la predisposición de que son difíciles y aburridas. Por esta situación, la tarea del profesor consiste en buscar alternativas y estrategias para mejorar la enseñanza-aprendizaje de dicha asignatura, en pocas palabras hacer eficaz las clases.

El Programa de Estudios 2011 para la Educación Secundaria establece los contenidos a desarrollar en cada año escolar, sin embargo, es labor del docente buscar escenarios para involucrar a los estudiantes en la solución del problema, donde sean ellos mismos quienes determinen estrategias para encontrar los cuestionamientos de un tema de estudio.

El estudio del conocimiento trigonométrico, es introducido por primera vez en el tercer grado de secundaria, en el bloque IV a finales del ciclo escolar. Consideramos que, si el alumno es inmerso en actividades relacionadas en la práctica de lo trigonométrico, se propiciará un escenario en el que ellos puedan formular interrogantes del contexto sociocultural en el que se desenvuelvan, dando evidencia de un pensamiento matemático. Al respecto, Cantoral ha señalado que:

> La matemática escolar es rediseñada con fines de aprendizaje. El matemático educativo no sólo discute cómo enseñar, sino qué enseñar, a quién enseñar y cuándo enseñar. Un profesor que tome como saber teórico de referencia a la matemática educativa, no en el sentido de contenidos curriculares, sino que ante ciertos contenidos curriculares tome decisiones sobre argumentos y procedimientos que podrían en juego sus estudiantes. Atendiendo sus racionalidades contextualizadas y el relativismo epistemológico (Cantoral, 2013, p. 137).

Por nuestra parte consideramos que las actividades a desarrollar fuera del salón de clases establecidas en un contexto nos permitirían realizar un análisis dentro del programa escolar bajo el esquema tradicional del discurso Matemático Escolar (*dME),* pretendiendo determinar cuál es el pensamiento matemático que desarrollan los alumnos. Esto con base en el uso establecido de las actividades programadas con el objetivo de determinar la apropiación de un saber matemático, en particular nuestro interés radicó en contestar la siguiente pregunta:

¿Es posible que los alumnos desarrollen sus capacidades cognitivas y de liderazgo para convencer a los demás de sus afirmaciones matemáticas sobre lo trigonométrico mediante la práctica “un sueño por alcanzar”?

Para ello Fue fundamental dialogar con los directivos de las instituciones donde se manejan el desarrollo integral de los estudiantes, para que nos permitieran aplicar las actividades fuera del salón de clases, dentro de la infraestructura de la misma institución. A partir de las observaciones, videograbaciones, fotografías, bitácoras obtuvimos evidencia de lo que se fue dando a lo largo de la práctica de campo en esta investigación.

El escenario donde trabajamos fueron las escuelas secundarias generales: “Justo A Zamudio” ubicada en el Estado de San Luis Potosí; “Valentín Gómez Farías” comunidad ubicada en el Municipio de Cerro de San Pedro, S.L.P.; y Manuel José Othón ubicada en el municipio de Ceritos, S.L.P. (Ver imágenes 1-3).

Imagen 1. Portezuelo

Imagen 2. San Luis Potosí

Imagen 3. Cerritos

Capítulo 1. Introducción

1.1 Consideraciones Iniciales

Las y los estudiantes deben tener la experiencia del trabajo autónomo, el trabajo colaborativo y la discusión, así como también, la reflexión y la argumentación grupal, con el fin de propiciar un espacio en el cual, el respeto a la participación, al trabajo y a la opinión de las y los compañeros, sean fomentados por las y los propios estudiantes, bajo la intervención de la o el docente; dando así la oportunidad de reconocer como válidas otras formas de pensamiento. En las clases de matemáticas esto se evidencia cuando, por ejemplo, los argumentos se presentan sobre como relacionar un cociente de una razón trigonométrica de formas diversas, pero convergen en una misma idea.,

1.2 Antecedentes

El interés por conocer a profundidad el pensamiento de los estudiantes que se inician en el aprendizaje de las razones trigonométricas ha llevado a muchos investigadores a analizar las situaciones didácticas para que los profesores sean profesionales reflexivos que decidan, diseñen, implementen y experimenten estrategias de acción para lograr el aprendizaje en sus alumnos.

> Los fenómenos didácticos y sus efectos en la sociedad no encontrarán una única explicación que dote de solución a los problemas que se presentan. Es tarea de la Investigación Educativa entender el fenómeno en su totalidad y atender a sus particularidades. Este es el caso de la Matemática Educativa, como disciplina que se encarga de los fenómenos de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, pero las distintas escuelas de pensamiento han desarrollado investigación en varias direcciones: cómo se aprenden, cómo se enseñan, cómo se convirtieron los saberes teóricos en saberes escolares, cuáles son las restricciones institucionales y escolares para la actividad didáctica, qué se enseña, etc. Y es sólo con base en estos resultados que puede pensarse en reformar un currículo que beneficie efectivamente el aprendizaje del estudiante (Montiel, 2005, p. 3)

Por lo anterior consideramos que desde la Matemática Educativa entendida como una disciplina encargada de estudiar los fenómenos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, desde los resultados de investigación y atendiendo las particularidades de los fenómenos y sus efectos en la sociedad, se pensaría en reformar un currículo que beneficie el aprendizaje de los estudiantes.

Teniendo como antecedente lo escrito por Montiel (2013) sobre los Planes y Programas de Estudio refiriendo específicamente al contenido en donde se aborda la trigonometría se toma lo siguiente:

> En el sistema educativo mexicano el primer acercamiento del estudiante con la Trigonometría se ubica en el tercer grado de la educación básica-secundaria (entre los 14 y 15 años de edad). Los programas y planes de estudio de este nivel están regulados centralmente por la Secretaría de Educación Pública, que establece que los alumnos de este nivel deben saber sobre la razón trigonométrica (p. 13).

Tercer Grado. Bloque IV

- Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma, Comunicar información matemática, Validar procedimientos y resultados, Manejar técnicas eficientemente.
- Aprendizajes esperados: Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.

Eje “Forma, Espacio y Medida”:

- Análisis de las relaciones entre el valor de la pendiente de una recta, el valor del ángulo que se forma con la abscisa y el cociente del cateto opuesto sobre el cateto adyacente.
- Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo.
- Explicitación y uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.

Figura 1. Competencias, aprendizajes esperados y estándares curriculares donde se enmarca la Trigonometría de la educación secundaria. SEP (2011, Montiel 2013, p. 13).

Este bloque está ubicado en la segunda mitad del ciclo escolar, es decir, casi al final de la educación básica-secundaria y encontrará vinculación directa con contenidos del nivel medio superior, ubicados según el subsistema educativo.

1.3 Construcción social del conocimiento

Los alumnos llegan a los niveles superiores con muchas falencias en las competencias matemáticas, debido a los numerosos obstáculos y dificultades que se presentan para que el proceso de adquisición de competencias pueda ser exitoso. Una de las dificultades a las que se enfrentan docentes y estudiantes es la enseñanza y aprendizaje de la trigonometría.

Tomando la explicación teórica de Montiel (2005) sobre sus antecedentes de investigación ella menciona que su trabajo muestra cortes cognitivos, didácticos y epistemológicos. Retomado lo anterior esta investigación la respaldamos bajo el mismo corte, resaltando bajo una *construcción social del conocimiento* asociada a un conjunto de actividades prácticas sobre el uso de las razones trigonométricas.

Consideramos que lo presentado hasta el momento permite percibir la intencionalidad de cada una de las investigaciones realizadas en torno a las razones trigonométricas. Esto a su vez nos otorga una visión más amplia de la problemática a abordar en nuestro trabajo. En lo general, observamos que dichas investigaciones reportan que los conceptos básicos de trigonometría no están bien cimentados en los estudiantes. Por ejemplo, Jácome (2011) señala que los estudiantes de nivel básico no dominan las situaciones conceptuales desde los conocimientos previos. Ya que no están fundamentados en la *práctica.*

El señalamiento anterior ha sido evidenciado en nuestra investigación, pues encontramos por medio de un cuestionario exploratorio sobre el teorema de Pitágoras, que a los estudiantes se les dificulta identificar cuáles son los catetos y la hipotenusa en un triángulo rectángulo, además al cambiar la posición del triángulo rectángulo no visualizan que el ángulo recto puede estar en otra posición cuando se les presenta el trazado en el pizarrón, por consecuencia cometen errores al escribir los nombres de los lados del triángulo rectángulo en términos de catetos e hipotenusa.

1.4 Un comparativo de secuencias contextualizadas

Respecto a secuencias contextualizadas De Moura (2000, citado en Jácome,2011), en un trabajo de intervención didáctica, diseña y analiza una propuesta para la construcción de los conceptos básicos de trigonometría a partir de modelos, introduciendo de manera significativa los conceptos de las razones trigonométricas seno, coseno, tangente con maquetas, figuras, construcciones geométricas y triángulos de madera esto sirve como mediadores entre las prácticas cotidianas y su representación matemática.

Al igual que la investigación antes mencionada, diseñamos una actividad que titulamos "un sueño por alcanzar" donde la triangulación salió fuera del salón de clase para que sirviera como intermediaria entre la actividad práctica y la significación socialmente compartida de un saber trigonométrico. En esta actividad se utilizó una escuadra de madera como triángulo rectángulo para modelar las diferentes posiciones en las que se puede presentar el triángulo rectángulo. La interacción de los estudiantes con la triangulación se dio en diferentes escenarios, desde un árbol, un pino, una portería y un pórtico de una escuela. Estas actividades realizadas fuera de la explicación tradicional mostraron una mayor participación por parte de los estudiantes.

Capítulo 2. Planteamiento de investigación

2.1 Programas de estudio de Secundaria 2011

Para efectos del currículo hemos optado por poner una etiqueta a cada contenido que se corresponde con las orientaciones didácticas y con las situaciones didácticas. El primer dígito se refiere al grado, en orden progresivo de 1 a 9, incluyendo los seis grados de primaria y tres de secundaria. El segundo dígito corresponde al bloque y el tercero al lugar en el que aparece el contenido en el programa. Así, por ejemplo, el contenido 7.3.2 es el segundo del bloque 3 de primero de secundaria. El uso de las etiquetas nos ha permitido agilizar la comunicación.

Las secuencias didácticas se desglosan en planes de clase, que constituyen una propuesta básica para que los docentes puedan realizar, cotidianamente, un trabajo planificado con actividades diseñadas en función del contenido que se va a estudiar y con intenciones didácticas premeditadas en las que se describe el tipo de recursos, ideas o instrumentos que se pretende pongan en juego los alumnos. Además, incluyen una reflexión anticipada sobre lo que puede ocurrir durante la gestión de la actividad y algunos elementos con los que el maestro pueda apoyar a los alumnos en el análisis de lo que éstos producen.

Los planes de clase NO son recetas para seguir al pie de la letra. Los docentes de grupo que utilicen estos recursos deben resolverlos y analizarlos previamente para apropiarse de ellos, en caso necesario, pueden hacer las modificaciones o adecuaciones que consideren pertinentes. La tarea de diseñar situaciones, para estudiar matemáticas encierra una gran complejidad y otro tanto la de animar la discusión para que los alumnos produzcan conocimiento a partir de esos problemas. Basándonos en lo escrito en la *orientación didáctica* del Programa de Estudios de tercer grado de nivel básico se hizo una adecuación en coordinación con directivos y maestros encargados de los grupos en los que se aplicaron las actividades de esta investigación en las diferentes Escuelas Secundarias.

El tema de estudio de esta investigación no se había abordado, ya que se encuentra ubicado al final del año escolar, así que se llegó a las escuelas con la actividad previamente rediseñada con la finalidad de aterrizar en lo que se planea para el estudio en cuestión.

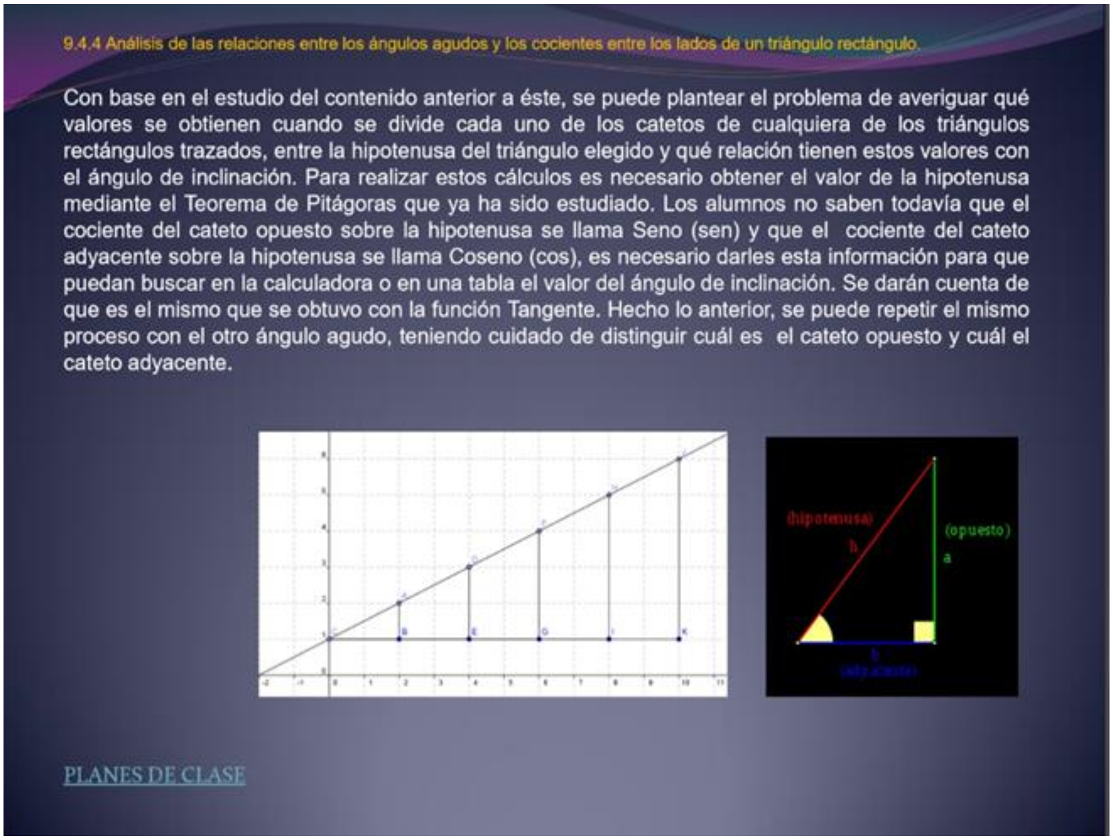
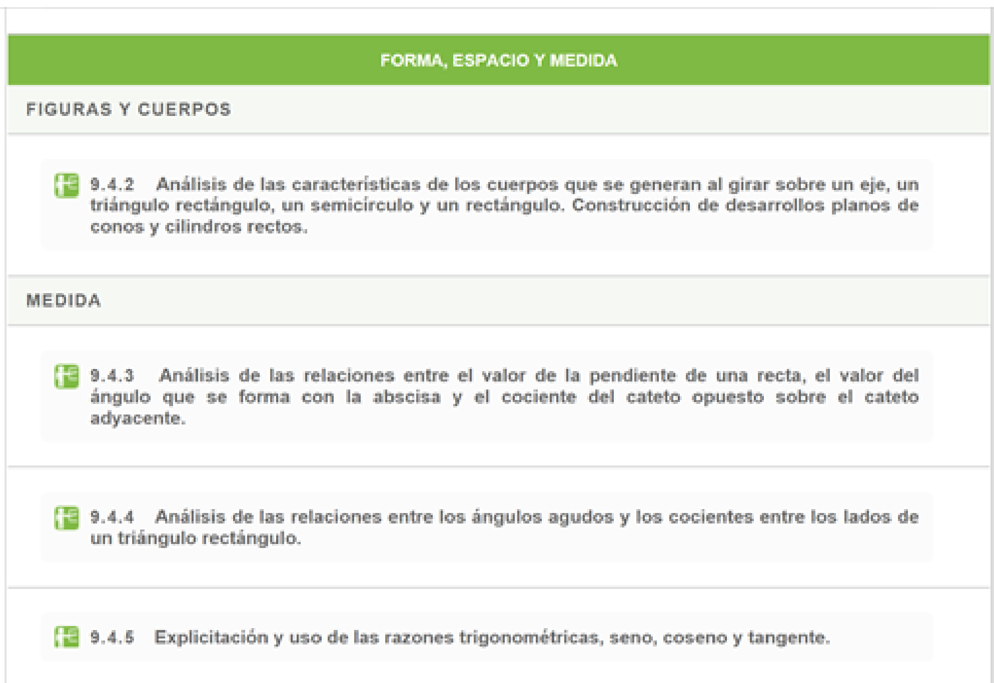


Figura 2. Orientación Didáctica y Planes de clase. SEP (2011).

En la Figura 2 se muestra de acuerdo a los Planes y Programas de Estudio lo que los estudiantes deben conocer, pero a diferencia de todo lo anterior y por el *tiempo* en que se llegó aplicar la actividad de esta investigación comenzamos con un cuestionario exploratorio del teorema de Pitágoras ya que este es conocimiento *previo* al tema de investigación. Posteriormente se planteó una retroalimentación del teorema de Pitágoras haciendo uso de una escuadra de madera donde los estudiantes visualizaron las diferentes posiciones en las que se puede colocar un triángulo rectángulo y tomaron como referencia el ángulo recto para ubicar los catetos. También construyeron un triángulo rectángulo con solo hacer doblar una hoja de papel en las partes que se requiera para la construcción del triángulo rectángulo, la finalidad de esto fue dejar claro lo que es un triángulo rectángulo. Se trabajó un problema dentro del salón de clases y de ahí partimos para la aplicación de nuestro diseño; la triangulación fuera del salón de clases y diferentes escenarios donde sus actividades socioculturales les permitieron apropiarse de un saber matemático elaborado por ellos, mediante la práctica encontrando la altura de un árbol, un pino, la distancia de la hipotenusa que es la cuerda que divide a una portería en dos triángulos rectángulos.

Esta investigación llevada a cabo en un marco *socioepistemológico* y retomando el planteamiento que se menciona anteriormente articula las cuatro dimensiones del *saber* (construcción social del conocimiento): *su naturaleza epistemológica* (sobre la forma en la que lo conocemos), *su tesitura sociocultural* (él énfasis puesto en el valor de uso), los *planos cognitivos* (las funciones adaptativas) *y* los *modos de transmisión vía la enseñanza* (la herencia cultural).



FORMA, ESPACIO Y MEDIDA

FIGURAS Y CUERPOS

9.4.2 Análisis de las características de los cuerpos que se generan al girar sobre un eje, un triángulo rectángulo, un semicírculo y un rectángulo. Construcción de desarrollos planos de conos y cilindros rectos.

MEDIDA

9.4.3 Análisis de las relaciones entre el valor de la pendiente de una recta, el valor del ángulo que se forma con la abscisa y el cociente del cateto opuesto sobre el cateto adyacente.

9.4.4 Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo.

9.4.5 Explicitación y uso de las razones trigonométricas, seno, coseno y tangente.

Figura 3. Orientaciones Didácticas y planes de clase. SEP (2011).

Nuestra investigación centró sus actividades atendiendo la orientación didáctica de los planes de clase 2011 en los contenidos 9.4.4 (ver Figura 3); de la siguiente manera: se implementa el uso de la escuadra como material manipulable para que los estudiantes visualicen el ángulo de referencia que se les marca y se les pregunta quién es el cateto opuesto, cuál el adyacente y quién la hipotenusa pasado al lado de cada estudiante y cambiando la posición de la escuadra y el ángulo de referencia continuamente, para después pasar a relacionar los cocientes de razones trigonométricas dependiendo del ángulo de referencia que se trabaja.

Atendiendo el contenido 9.4.5 de la orientación didáctica de los planes de clase 2011, se aborda un problema donde los estudiantes tienen que realizar la estructuración de los objetos que menciona el problema y colocar correctamente los datos para después relacionar una razón trigonométrica que les ayude a resolver el problema.

2.2 Dimensiones del saber

La Socioepistemología es la teoría donde su naturaleza armónica permite tratar con los *fenómenos de construcción social del conocimiento y su expansión institucional* partiendo de una representación múltiple de naturaleza sistémica al unir a su estudio la acción que se ejerce entre los fundamentos del conocimiento científico, su dimensión sociocultural, y los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización camino a la enseñanza.

El saber matemático, entendido como la *construcción social del conocimiento matemático* donde las interacciones de sus dimensiones entre sí no pueden analizarse una sin la otra. Y por cuestiones de régimen se separan temporal e intencionalmente. En la teoría se mencionan cuatro dimensiones que se entretejen en una sola unidad de análisis, estas dimensiones son: cognitiva, didáctica, epistemológica y social.

En esta investigación, en términos generales hablando de una construcción social del saber matemático donde están presentes las cuatro dimensiones del saber ya que las actividades que se pusieron en juego permiten el análisis en los resultados que los estudiantes presentaron al resolver de manera práctica, triangulando para encontrar la altura de un pino, la distancia de la cuerda que divide a una portería en dos triángulos rectángulos, lo alto de un árbol, el poste del pórtico de la escuela, mostrando los procesos de adaptabilidad, empíricamente comprobables.

2.3 Situaciones de Aprendizaje

Para efectos de los objetivos del programa, consideramos que para fundamentar sus diseños pueden tomarse en cuenta las siguientes preguntas guías para lograr un primer acercamiento a la problematización respecto a un saber específico que se desee abordar: -PIDPDM- (Secretaria de Educación Pública, Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel, 2014)

Dimensión didáctica

- ¿Qué definiciones respecto al saber son las que se presentan en los libros de texto que trabajo?
- ¿Cómo lo explico?
- ¿Son las únicas definiciones y formas de explicar que conozco?
- ¿Cómo podría promover diversidad de estrategias para dar respuesta a una misma situación?
- ¿Cómo lo explican otros?

Dimensión cognitiva

- ¿Qué dificultades he observado en mis estudiantes cuando se aborda ese conocimiento matemático?
- ¿Qué dificultades se reportan en la literatura sobre el saber o conocimiento, según la bibliografía?
- *¿Qué conocimientos previos tiene el estudiante que se relacionan con el saber?*
- ¿Qué representaciones promueven la aprehensión del saber?
- ¿Reconozco algún orden de complejidad en cuanto a las nociones que conforman el saber?
- ¿Todos los estudiantes aprenden igual?

Dimensiones Epistemológicas

- ¿Cómo aprendí ese saber?
- ¿Cómo considero que se construye ese saber?
- ¿En alguna fuente de información mencionan como se construye ese saber?
- Una relación intrínseca con la dimensión didáctica es: ¿Cómo se construye ese saber?

Dimensión Social

- ¿Bajo qué contextos surge ese saber?
- ¿En qué tipo de situaciones se usa ese saber?
- ¿En qué otras disciplinas el saber permite resolver situaciones

2.4 Problema

Einstein dijo:

> El enunciar un problema es por lo general más esencial que su solución, la cual puede ser simplemente una cuestión matemática o bien, una habilidad experimental. El hacer nuevas preguntas o el considerar anteriores desde otro punto de vista requiere creatividad y da como resultado un avance para la ciencia (Hernández, Fernández, Baptista, 2010, p. 36).

Nos tomamos la libertad de desarrollar nuestro problema de investigación sin *limitantes,* es verdaderamente necesario escribir sobre la realidad donde las debilidades que presenta nuestro país en educación básica son de origen social, político, económico. Reformas van y reformas vienen, pero ahí no radica el problema es como lo menciona Cantoral (2013, pp.137-138):

> Rediseñar con fines de aprendizaje será cuando el matemático educativo tome decisiones sobre argumentos y procedimientos que podrían en juego sus estudiantes. El docente no debe conformarse con lo que marcan los planes y programas de estudio, él debe tomar las decisiones pertinentes según los tiempos, sus grupos, el contexto donde trabaja.

Como lo menciona el autor antes citado, no basta con solo tomar los contenidos curriculares, hay que salir a un *mundo de imaginación y creatividad* para lograr que los estudiantes encuentren sentido a lo que estudian, relacionarlo y aplicarlo en su vida. Es decir, se precisa de un rediseño del dME, no basta con el rediseño de sus estructuras objetivas (libros de texto, currículos, programas de estudio, evaluaciones nacionales, entre otros), sino se requiere de un cambio de concepción profundo sobre la acción de la educación en matemáticas, se demanda el tránsito del programa clásico a un programa alternativo (Cantoral, 2013). Es necesario que las personas que se enfrentan al conocimiento matemático puedan hacer uso de la experimentación y manipulación en actividades que sumerjan al individuo a la necesidad del uso, para construir conjeturas que culminen en la institucionalización de saberes matemáticos. La organización de la matemática escolar ha antepuesto la utilidad del conocimiento a cualquiera de sus restantes cualidades. Se busca que el conocimiento tenga un carácter funcional, en el sentido que logre integrarse a la vida para transformarla (Soto, 2010 citado en Cantoral, 2013).

A partir del análisis sistémico de los elementos didácticos, cognitivos y socioepistemológicos referentes a la noción de razón trigonométrica, la intención es proveer evidencia empírica sobre la construcción de significados alrededor de la noción a tratar. En este sentido, con base en las implicaciones didácticas reportadas en Montiel (2005; 2008) se propone una secuencia para el nivel secundaria incluida en Cantoral et. Al 2008 libro de texto evaluado y aprobado por la Secretaría de Educación Pública. La secuencia busca que el estudiante enfrente situaciones de medición en una realidad macro no manipulable. La intencionalidad de la secuencia es construir la noción de razón trigonométrica con un significado proporcional, como aquello que permite entender lo que no es proporcional. Se parte de trabajar con nociones geométricas conocidas por el estudiante (triángulo semejante, triángulo rectángulo y teorema de Pitágoras), a través de la manipulación de materiales como cinta métrica, tubo de cartón, regla y transportador para medir distancias inaccesibles por medio de la triangulación.

2.5 Propósito de la situación problema y pregunta de investigación

¿Es posible que los alumnos desarrollen sus capacidades cognitivas y de liderazgo para convencer a los demás de sus afirmaciones matemáticas sobre lo trigonométrico mediante la práctica “un sueño por alcanzar”?

Se busca que el alumnado enfrente situaciones de medición de una realidad, y utilice nociones geométricas conocidas, que manipule materiales para calcular por medio de la triangulación distancias y alturas que pueda comprobar, para acercar a los estudiantes a un aprendizaje significativo. La situación provocará en ellos motivación, comunicación, competencia por trabajar en esta vía la construcción de modelos geométricos y no a partir de la definición de razón trigonométrica. Esto es, que las significaciones geométricas y contextuales enriquezcan la noción de razón trigonométrica y no sea vista exclusivamente como el cociente de las longitudes de los lados de un triángulo.

- **Material para la manipular la triangulación:** el medio físico dentro de la institución, rafia, trasportador, cinta métrica, libreta de apuntes y tablas trigonométricas.

Medición de alturas y distancias.

La actividad consiste en medir la altura de un árbol, un poste, lo alto del tubo del pórtico de la escuela, la distancia de la cuerda que atraviesa una portería, la altura de un pino o lo que los alumnos decidan mediante la triangulación con el material que se les pidió con anticipación. Para realizarlo se formarán equipos de 4 a 5 integrantes, los pasos a seguir son:

Localiza el objetivo. Los alumnos dentro de la infraestructura de la misma escuela se ubicarán en el sitio de su elección, con la rafia amarrada al punto más alto del objeto que eligen y sosteniendo en el piso la otra punta de la diagonal a cierta distancia, marcando el ángulo de inclinación para medirlo con el trasportador (ver figura 4).

Figura 4. Estudiantes de 3° grado en Cerritos, San Luis Potosí

Paso 1. Como se observa en la imagen anterior, un integrante sostiene en el punto más alto del poste la rafia y el otro mide el ángulo de inclinación y otras dos miden la distancia del punto donde se termina la diagonal al poste en el piso lo anotan en sus cuadernos, tanto la medida del ángulo como la distancia, lo mencionado se puede ilustrar mediante la figura 5.

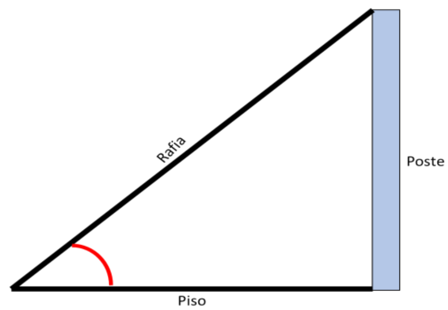


Figura 5. Triangulación, manipulación de materiales.

Paso 2. Los alumnos deben deliberar la razón trigonométrica que les ayude a encontrar la altura del poste, hacer las operaciones en su libreta y después comprobar la medida que tiene el poste con la que ellos obtienen en su libreta.

Paso 3. Después con la altura del poste y la medida del mismo ángulo, encontrar la distancia de la diagonal donde nuevamente los alumnos deben deliberar que razón trigonométrica les ayuda a resolver la situación lo realizan en su cuaderno y después comparan la distancia de la diagonal con la que ellos obtienen en su libreta.

Paso 4. Ahora con la distancia de la diagonal y medida del mismo ángulo encontrar la distancia que hay desde el pie del poste a la punta de la diagonal sobre el piso, medida que ya tienen anotada desde el paso número dos y comprobar su resultado que tienen en su cuaderno.

Paso 5. Hacemos notar que desde el primer paso los equipos resolverán lo mismo sólo que cada equipo lo hará en el lugar de su elección, dentro de la institución, la triangulación puede ser con un árbol, con diferentes tipos de postes, la portería, la estructura de las escaleras, etc.

Capítulo 3. Elementos teóricos y metodológicos

3.1 Teoría de Situaciones Didácticas

La Teoría de Situaciones Didácticas está sustentada en una concepción constructivista, en el sentido piagetiano- del aprendizaje, concepción que es caracterizada por Brousseau (1986) de esta manera:

> El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje (p. 3).

Nuestra investigación está diseñada desde la *Teoría de Situaciones Didácticas*, realizando actividades que propicien en los estudiantes la motivación para elegir sus propias estrategias y encontrar la solución al problema que se le presente mediante la interacción, comunicación, validación, e institucionalización.

Se distinguen, entre las actividades que se producen para su estudio experimental, cuatro tipos, cuya secuencia en los procesos didácticos que se organizan es la siguiente. Abreviamos (PSD) “propuesta de situaciones didácticas”.

1. *Interacción* es la *acción* que se genera entre los alumnos y el medio físico. Los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problema planteado.
2. *Formulación* cuyo objetivo es la *comunicación* en informaciones entre alumnos. Para esto deben modifican el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándola y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar
3. *Validación* etapa en la que se trata de *convencer* a uno o a varios interlocutores de la validez de las propias afirmaciones matemáticas.
4. La situación de *institucionalización*, destinada a establecer convenciones sociales, en donde un equipo de alumnos en una clase asume socialmente un saber que ha sido construido por ellos.

3.2 La teoría de Situaciones Didácticas vista desde la Socioepistemología

Se mencionó anteriormente la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau desde la cual se analizarán los datos obtenidos en el trabajo de nuestra investigación, considerando las prácticas sociales como base del conocimiento matemático. Como se menciona en el resumen de esta investigación desde la teoría de situaciones didácticas y bajo el enfoque de la Socioepistemología se establece el marco teórico, al manejar nuestro diseño de actividades en situaciones contextuales, donde los estudiantes hacen uso de las razones trigonométricas, como una herramienta y no como un objeto matemático.

El apartado que se escribe a continuación es el sustento de esta investigación al saber que lo pragmático es una doctrina filosófica que solo acepta como verdad los efectos *prácticos* de un conocimiento. La teoría Socioepistemológica tiene por objeto de estudio la construcción social del conocimiento matemático y su difusión sociocultural, se caracteriza por ser una teoría contextualizada, y relativista, pragmática y funcional (Cantoral, 2013, p. 139).

3.3 Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa

La expresión coloquial "hacer Socioepistemología", como la de "hacer matemáticas", precisa de una relación distinta con el saber matemático puesto en juego, una forma de retar al conocimiento, una puesta en duda que reconstruye, una manera de promover una significación de los objetos matemáticos que provenga del uso del conocimiento matemático (esto es acuñado bajo el término de normatividad de las prácticas sociales o principio normativo de la práctica social); también exige del reconocimiento de una gran diversidad de racionalidades que desde el contexto (principio de la racionalidad contextualizada) emergen para dar sentido, para aprehender; así mismo se requiere de la aceptación de la validez, es decir, aceptar que la construcción del conocimiento depende de la coherencia de las argumentaciones que la sustenten (el denominado relativismo epistemológico) y no de una verdad absoluta; y de propiciar, finalmente, la significación a partir de prácticas de referencias diversas (principio de resignificación progresiva). Todo ello, permite ofrecer nuevas formas para el entendimiento de la construcción social del conocimiento matemático, en tanto, que ésta se basa en lo que hemos denominado teóricamente anidación de prácticas.

Figura 6. Modelo de anidación de prácticas. Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini (2015).

El modelo de anidación de prácticas (Figura 6) articula los siguientes momentos: de la *acción* directa del sujeto ante el medio, a su organización como una *actividad humana* situada socioculturalmente, para perfilar una *práctica socialmente compartida,* que cae bajo la regulación de una o varias *prácticas de referencia* –la expresión material e ideológica de un paradigma– que a la vez son normadas por la *práctica social* (Cantoral, 2013).

En esta investigación atendemos al modelo de *anidación de prácticas* de Cantoral, por las dos formas en las que se puede construir; de la *acción,* a la *actividad,* a la *práctica socialmente compartida,* a la *práctica de referencia* y finalmente a la *práctica social* o “viceversa”, con ello se quiere decir que se opera simultáneamente. Así sustentaríamos que los alumnos por medio de la acción buscan el uso del conocimiento, o mediante las prácticas sociales las acciones se ven modificadas o bajo una norma para poder construir ese conocimiento del saber trigonométrico.

El saber matemático en forma de retar al conocimiento y bajo las prácticas sociales, las diversidades de racionalidad del contexto emergen para dar sentido al aprendizaje que requiere de la aceptación y validez, donde se acepta la coherencia de argumentaciones que sustenten la significación a partir de la práctica.

Retomando lo anterior en el trabajo de campo las actividades prácticas en las que trabajamos y los contextos diversos dan un sentido especial a esta investigación donde se hizo presente la aceptación de los estudiantes para realizar las actividades propuestas sobre el tema en cuestión, poniendo en juego sus argumentaciones donde ellos dieron validez a sus propuestas matemáticas.

3.4 La epistemología de prácticas de lo trigonométrico

La trigonometría es lo que conocemos actualmente organizado por contenidos y centrado en los objetos matemáticos, es decir cuando pensamos en el objeto y no en las prácticas que conducen al sujeto a usar la trigonometría. La práctica social construye a los objetos matemáticos como son las razones trigonométricas, cuando sucede esto es que hablamos de lo trigonométrico.

Al respecto, Montiel (2013) ha señalado que:

> Con esta epistemología de práctica no se pretende una reproducción de lo sucedido en la historia, sino una construcción de condiciones tales como el contexto, el lenguaje, la racionalidad y, principalmente, el manejo adecuado de la escala de tiempo; reconociendo que las actividades estarán matizadas por el escenario, el planteamiento de situaciones-problema y los participantes (edad, conocimientos previos, tradición escolar) (p. 26 y 27).

3.5 ¿Cómo producir las condiciones para "estar en situación de aprendizaje"?

Para que un estudiante esté en situación de aprender, se debe partir de una "buena pregunta", buena en el sentido de que sea simultáneamente de interés para él/ella y que lo induzca a la acción. Por ello la importancia de que la pregunta parta del contexto real del estudiante (contexto personal, contexto laboral o contexto institucional), pero sin reducirlo a "los diez metros que le circundan", pues lo real para un estudiante tiene una doble acepción: lo propiamente real o tangible y lo que es capaz de imaginar. La particularidad de las situaciones de aprendizaje sustentadas en una visión

Socioepistemológica es que parten de las prácticas asociadas a los objetos matemáticos, con el fin de significar a dichos objetos a partir del uso.

Una situación de aprendizaje es un dispositivo que vincula al diseñador con quien ejecuta la acción mediante tareas específicas. Se forma por dos elementos principales: una buena pregunta y una secuencia que la articule intencionalmente a otras preguntas menos “complejas”, es decir, permite que se forme una secuencia de preguntas con indicaciones y sugerencias, de ahí proviene el nombre de “situación didáctica”.

Este dispositivo es justamente el que permite la articulación, mediante variables de control que considere el diseñador, entre el conocimiento y el saber (considerado como el conocimiento puesto en uso). Este es quizá el paso más importante en el aprendizaje. La variable de control es entonces, lo que permite al diseñador favorecer o impedir una acción (cortar o no cortar, doblar o no doblar, calcular o no calcular, estimar o no estimar, rotar o no rotar, clasificar o no clasificar, mover la mano o no moverla, adelantarse o no adelantarse, ..., etc.).

> Las denominadas buenas preguntas son enunciados que provocan un reto que se basa en la duda, la sorpresa o el conflicto de quien la interpreta. Digamos que su carácter sorpresivo radica en que confronta un escenario nuevo con un conocimiento viejo (Cantoral, 2014).

3.6 Elementos Metodológicos

La metodología utilizada consistió en realizar un estudio cualitativo donde se aplicó un cuestionario exploratorio, la observación de la respuesta de los estudiantes cuando se cambia la posición del triángulo rectángulo, el manejo de la papiroflexia para formar un triángulo rectángulo y finalmente la triangulación fuera del salón de clases, encontrando la relación de los cocientes entre los lados y el ángulo de referencia para dar solución al problema puesto en la escena. Se busca que el alumnado enfrente situaciones de medición de una realidad, y utilice nociones geométricas conocidas, que manipule materiales para medir por medio de la triangulación distancias y alturas que pueda comprobar, para acercar a los estudiantes a un aprendizaje significativo. La situación provocará en ellos motivación, comunicación, competencia por trabajar en esta vía la construcción de modelos geométricos y no a partir de la definición de razón trigonométrica. Esto es, que las significaciones geométricas y contextuales enriquezcan la noción de razón trigonométrica y no sea vista exclusivamente como el cociente de las longitudes de los lados de un triángulo.

3.7 Dificultades reportadas en la introducción de razones trigonométricas

Las dificultades que se presentan en esta investigación están ligadas a una serie de cuestiones de tiempos, la adecuación de los planes y programas de estudio. El desarrollo sociocultural de cada escuela.

Jácome (2011) en el capítulo tres de su trabajo de investigación reporta las dificultades del discurso matemático escolar asociadas a la introducción de la razón trigonométrica en el nivel básico (la secundaria en el sistema educativo mexicano). Mientras que Montiel (2005) reconoció la naturaleza epistemológica y cognitiva de la noción matemática como la fuente de las interpretaciones erróneas de dicha noción. En ese sentido Jácome busca articular los elementos didácticos, cognitivos y socioepistemológicos de su investigación y proveer evidencias empíricas sobre la construcción de significado de los profesores alrededor de las razones trigonométricas.

Retomando lo escrito en la investigación realizada por Jácome con los profesores de nivel básico. En nuestra investigación se busca articular la trigonometría con las prácticas sociales que construye lo trigonométrico y proveer a los estudiantes mediante actividades empíricas de un significado al uso de las razones trigonométricas.

3.8 Un sueño por alcanzar

El diseño de la actividad implementada para realizar en esta investigación su título nace del concepto que se maneja en los libros de texto, sobre trigonometría en educación básica definiendo a la trigonometría como la rama de las matemáticas para medir distancias inalcanzables. Y situaciones de reflexión que he manejado como docente.

Retomando de la investigación realizada por Jácome y del libro “construcción de conocimiento trigonométrico un estudio socioepistemológico” donde a pesar de los años que han trascurrido y los planes y programas de estudio han sido cambiantes, el problema sigue existiendo para la enseñanza-aprendizaje de la razón trigonométrica. En nuestra investigación se articulan los elementos didácticos, cognitivos y socioepistemológicos; para proveer evidencia empírica sobre la construcción de significados a los *alumnos* alrededor de la razón trigonométrica, en las actividades propuestas de “un sueño por alcanzar” donde los alumnos manejaron la triangulación con material manipulable para encontrar el significado de medir distancias, en donde la situación didáctica, cognitiva y social, definieron la actividad, la responsabilidad, actitudes y los derechos de los participantes.

Capítulo 4. Puesta en escena

En este capítulo analizaremos los diversos escenarios donde fue aplicada nuestra situación de aprendizaje; las condiciones e impresiones generales obtenidas, así como también se observa la necesidad de aplicar un cuestionario exploratorio además de una retroalimentación del tema previo, a nuestro tema de estudio.

Nuestra intención es proveer evidencia sobre los resultados que los estudiantes presentan al trabajar dentro y fuera del salón de clases; sus actitudes y aptitudes presentadas ante las actividades que se les propone sobre la triangulación y materiales manipulables para esta investigación.

4.1 Población

Nuestra población fueron 24 hombres y 17 mujeres, en la secundaria "Justo A Zamudio". 18 hombres y 15 mujeres, en la secundaria "Manuel José Othón". Y; 12 mujeres y 9 hombres, en la secundaria "Valentín Gómez Farías" alumnos y alumnas de tercer grado de secundaria con edades comprendidas entre los 14 y 15 años de edad. Dentro del subsistema de Secundarias Generales.

4.1.1 Escenarios:

Se eligen tres diferentes escenarios para poder analizar un comparativo de contextos, específicamente en el estado de San Luis Potosí, investigando el comportamiento sociocultural de los estudiantes en las diferentes instituciones.

- Capital del Estado de San Luis Potosí escuela secundaria general "Justo A Zamudio Vargas" No. 4.
- Comunidad. En la escuela secundaria general "Valentín Gómez Farías" ubicada en Cerro de San Pedro, San Luis Potosí.
- Municipio. En la escuela secundaria general "Manuel José Othón" No. 10 ubicada en Cerritos, San Luis Potosí.

4.1.2 En el municipio de Cerritos

La escuela secundaria Manuel José Othón se encuentra ubicada en una zona de confort por estar ubicada en las orillas del municipio, el terreno que la circunda cuenta con 12721.50 metros cuadrados, sus jardines son amplios, cuenta con 17 grupos todos equipados con proyectores, pantallas deslizables, un patío cívico, dos pórticos, una cancha techada, tres aulas telemáticas, un salón de computo, aula de medios. En un 60% sus estudiantes cuentan con un nivel socioeconómico medio, el 30% medio alto y 10% bajo.

El trabajo de campo en este municipio se realizó del 9 al 13 de enero del 2017, en las instalaciones de la escuela secundaria general “Manuel José Othón “con estudiantes del tercer grado, grupo E. Para la recolección de datos se usaron videograbaciones.

Una vez diseñado nuestra situación problema mencionada capítulos atrás, y dadas las condiciones de los conocimientos previos del tema en esta investigación, se hicieron las adecuaciones necesarias, para desarrolla la experiencia en la Sec. Gral. “Manuel José Othón”. Al obtener los resultados del cuestionario exploratorio, donde la mayoría de los estudiantes confunden cómo llamar a los lados de un triángulo rectángulo la investigadora decide retroalimentar haciendo uso de la escuadra, para manipular el triángulo rectángulo en diferentes posiciones.

Nota: en los siguientes apartados se muestra la evidencia de los datos recolectados, aclaramos al lector las consideraciones tipográficas que empleamos para hacer referencia al participante:

P.1. Se refiere a las preguntas de los cuestionarios exploratorios, donde solo son cinco preguntas en cada escenario así que llegamos a P.5. en los tres escenarios.

M1: Se refiere a las mujeres que dieron respuesta en las actividades de los tres escenarios.

H1: Se refiere los hombres que dieron respuesta en las actividades de los tres escenarios.

V1 #00:00:16:09 Se refiere a las videograbaciones que se analizaron en los tres escenarios, el número de videos es diferente por las necesidades propias de los contextos.

4.1.3 Análisis del cuestionario exploratorio aplicado en la secundaria "Manuel José Othón".

El objetivo general del cuestionario fue investigar los conocimientos previos de los estudiantes con cinco preguntas respecto al teorema de Pitágoras. El cuestionario se aplicó a 33 estudiantes, 18 hombres y 14 mujeres

Enseguida se muestra por pregunta el objetivo perseguido y los resultados obtenidos.

P.1.- ¿Recuerdas lo que dice el teorema de Pitágoras?

- **Objetivo:** Conocer el número de alumnos que recuerdan lo que dice el Teorema de Pitágoras, por ser un conocimiento previo al tema en cuestión.
- **Resultados:** 27 estudiantes respondieron esta pregunta y 6 la dejaron en blanco.
- **Evidencias:** Para presentar la evidencia usamos la siguiente convención, M y H representan el sexo de los participantes, los números corresponden a un orden de identificación respecto al total de los participantes.

M1:

1. ¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras? si, el teorema de pitágoras nos dice como descubrir la medida de cualquier lado de un triángulo rectángulo ya sea sumando dos de sus lados o restándolos depende de la situación.

2. ¿Existe una fórmula que cumpla con lo que nos dice el teorema? Si tú respuesta es sí, favor de

H2:

1. ¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras?

Con la suma del cateto a mas cateto lo da la hipotenusa.

M3:

1. ¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras? si, el teorema de pitágoras nos dice como descubrir la medida de cualquier lado de un triángulo rectángulo ya sea sumando dos de sus lados o restándolos depende de la situación.

P.2.- ¿Existe una fórmula que cumpla con lo que dice el teorema de Pitágoras? Si tu respuesta es sí, favor de anotarla.

- **Objetivo:** Saber si los alumnos manejan en el lenguaje algebraico: "la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa"
- **Resultados:** 32 estudiantes respondieron esta pregunta, uno la dejó en blanco.
- **Evidencias:**

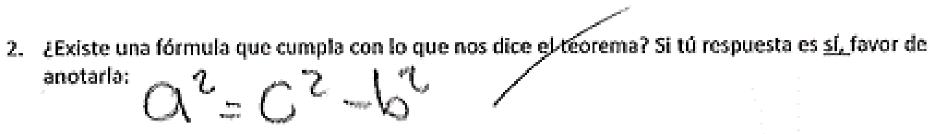
M1:

2. ¿Existe una fórmula que cumpla con lo que nos dice el teorema? Si tú respuesta es sí, favor de anotarla: si, $c^2=a^2+b^2$

$b^2=c^2-a^2$

$a^2=c^2-b^2$

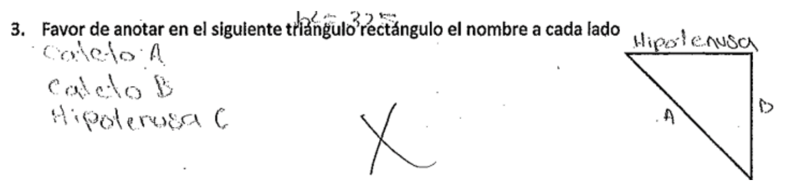
H1



2. ¿Existe una fórmula que cumpla con lo que nos dice el teorema? Si tú respuesta es sí, favor de anotarla: $a^2 = c^2 - b^2$

P.3.- Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

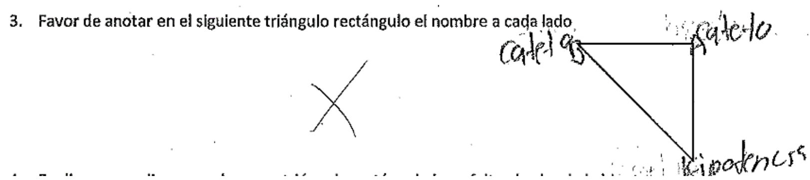
- **Objetivo:** Saber cuántos alumnos distinguen cuales son los catetos y cuál la hipotenusa en un triángulo rectángulo.
- **De 33 estudiantes, 18 alumnos responden identificando los lados del triángulo**
  M1:



3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

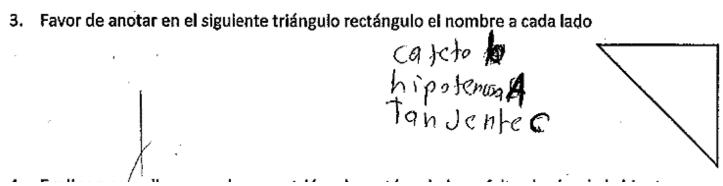
Cateto A
Cateto B
Hipotenusa C

H2:



3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

H3:



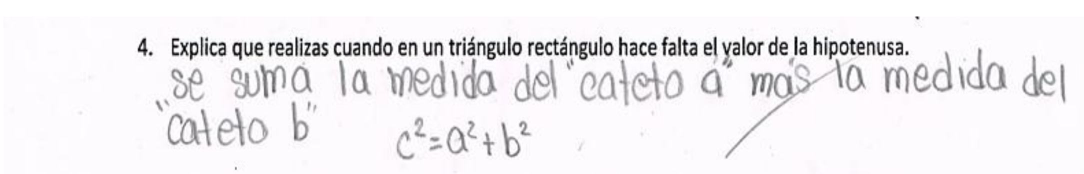
3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

cateto b
hipotenusa A
TanJente C

P.4.- Explica, que realizas cuando en un triángulo rectángulo hace falta el valor de la hipotenusa.

- **Objetivo:** La habilidad en cada alumno de redactar los pasos al faltar un valor del triángulo rectángulo.
- **Resultados:** Son muy variados y sorprende la manera tan peculiar de explicar en cada alumno, hay más de la mitad del grupo que no logra escribir con claridad sobre la pregunta, el resto lo hace a su manera acercándose a lo correcto.
- **Evidencias:**

M1:



4. Explica que realizas cuando en un triángulo rectángulo hace falta el valor de la hipotenusa.

"se suma la medida del "cateto a" más la medida del "cateto b" $c^2 = a^2 + b^2$

M2:

4. Explica que realizas cuando en un triángulo rectángulo hace falta el valor de la hipotenusa.

$C^2 = a^2 + b^2$ Mido los lados y los pongo al cuadrado luego se suman (ya que esten al cuadrado) despues se saca raíz cuadrada y ese es el resultado

H3:

4. Explica que realizas cuando en un triángulo rectángulo hace falta el valor de la hipotenusa.

Negativa

Multiplicas por si mismos los catetos y los restas y lo que te salga le sacas la raíz cuadrada

H4:

4. Explica que realizas cuando en un triángulo rectángulo hace falta el valor de la hipotenusa.

hacer la formula $a+b=c$ me dara el resultado

P.5.- Explica, que realizas para encontrar el valor de uno de los catetos en un triángulo rectángulo

- **Objetivo:** La habilidad en cada alumno de redactar los pasos al faltar un valor del triángulo rectángulo y observar si ya identifican la diferencia entre cateto e hipotenusa.
- **Resultados:** En esta pregunta termina el cuestionario exploratorio y se observa que los alumnos no están preparados para empezar el tema de razones trigonométricas. La mayor parte de alumnos no repodrieron de manera correcta a los conocimientos previos.
- **Evidencias:**

M1:

5. Explica que realizas para encontrar el valor de uno de los catetos en un triángulo rectángulo.

$a^2 = c^2 - b^2$

$b^2 = c^2 - a^2$

Mido los lados y los pongo al cuadrado, luego se restan (ya que esten al cuadrado) se saca raíz cuadrada y ese es el resultado.

H2:

5. **Explica que realizas para encontrar el valor de uno de los catetos en un triángulo rectángulo.**

hacer la formula b-C=a y me da el resultado

H3:

5. **Explica que realizas para encontrar el valor de uno de los catetos en un triángulo rectángulo.**

Se resta la Hipotenusa (c) - El cateto que tiene valor

4.1.4 Análisis de las videograbaciones en la Esc. Sec. Gral. "Manuel José Othón"

V1 #00:00:16:09

El objetivo General en esta sección es atraer la atención de los estudiantes, y despertar en ellos su pensamiento lógico, donde el investigador se mantuvo al margen. Esperando la primera respuesta.

Actividad del investigador: Desarrollar la capacidad lógica-matemática del estudiante de manera introductoria.

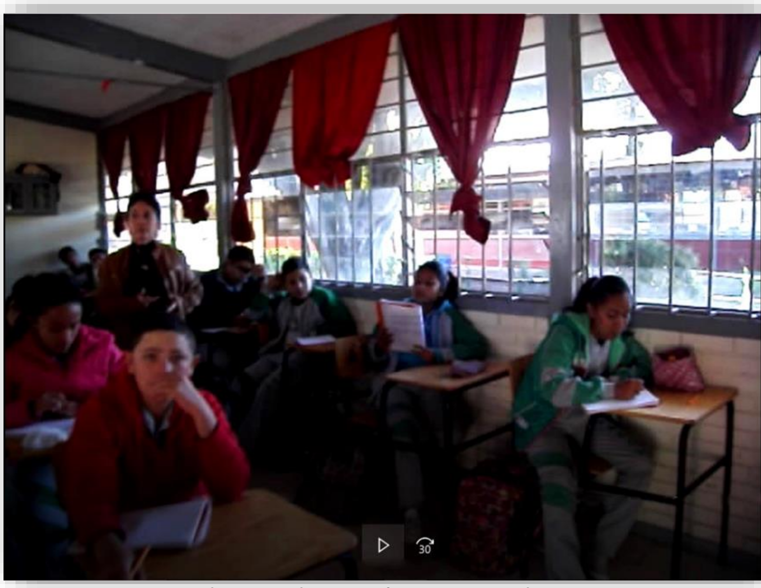
Objetivo: Conocer la capacidad analítica de los alumnos mediante una frase desordenada.

Desarrollo: Se colocan en el pizarrón palabras sin orden alguno para que los estudiantes formen una frase.

Evidencias: Se logra captar la atención del grupo.

Los estudiantes trabajan concentrados en las palabras colocadas en el pizarrón.
M1 pregunta: ¿Puedo anotar todas las palabras y después ordenarlas?

H2 pide permiso para sentarse adelante y lo hace en el piso, concentrando la atención en las palabras colocadas en el pizarrón.



M4 En dos minutos con 10 segundos se dirige al investigador para comentar que ya terminó. Se le pide leer su frase, y es correcta.

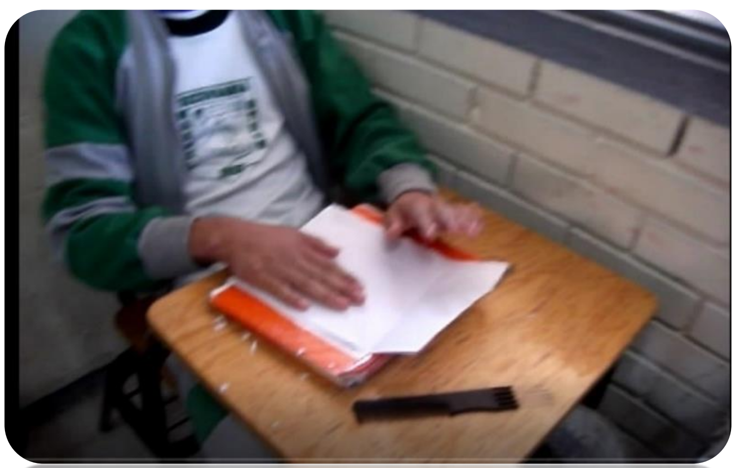
V2#00:27:13

La investigadora Retroalimenta.

Objetivo: Sustentar y nutrir el conocimiento del teorema de Pitágoras

Desarrollo: Se pide a los estudiantes cortar una hoja de papel y con solo doblar, formen un triángulo rectángulo.

Evidencias: Se observa en la actividad las diferentes estrategias que aplican los estudiantes para lograr formar un triángulo rectángulo.



H2 saca un peine para marcar en su hoja y formar el triángulo

M1 Termina su triangulo rectángulo en 3 segundos.

Aproximadamente en dos minutos 23 alumnos muestran sus triángulos.

V2 # 00:27:13

Actividad de la escuadra

Objetivo: Modelación de un triángulo rectángulo en diferentes posiciones al igual que sus tres ángulos.

Desarrollo: Con una escuadra de madera en mano la investigadora a lado de cada estudiante, pide señalar el lado de acuerdo al nombre que ella menciona, al caminar hacia otro alumno cambia la posición de la escuadra al igual pide otro nombre de un lado del triángulo o señalar el ángulo recto o agudos**,** así se continua estudiante a estudiante sin que se quede uno solo sin realizar la actividad.

Evidencias: Con escuadra en mano empieza la actividad.

H1 señala el ángulo recto.

Se hacen varias rotaciones. H2 señala los catetos.

M3 señala el ángulo de 90°.

V3#00:14:26

Conocimiento de razones trigonométricas.

Objetivo: Dar a conocer la secuencia didáctica sobre razones trigonométricas.

Desarrollo: El profesor encargado del grupo comienza su clase en el pizarrón explicando las nociones sobre el uso de razones trigonométricas.

Evidencias: Se observa que son pocos los estudiantes que atienden la explicación del profesor.

El Profesor explicando razones trigonométricas

La introducción del tema sobre razones trigonométricas se hace compleja para los alumnos. El profesor da su explicación de manera *tradicional,* se observa el comportamiento de algunos estudiantes, *su indiferencia*, no ponen atención, ante dicha situación.

El profesor continuó con su explicación, haciendo uso de la escuadra dando a conocer que el nombre de los catetos dependerá de la referencia del ángulo.

El profesor con la escuadra señalando el ángulo de referencia. Donde los estudiantes conocen que ahora existe un cateto adyacente y otro opuesto.

4.1.5 La triangulación e interacción con el medio físico

V4#00:07:40

Objetivo: La *interacción* de los estudiantes con el medio físico, la *comunicación* entre ellos para formular con su propio lenguaje las situaciones del problema.

Desarrollo: Los equipos se fueron formando con los primeros alumnos que resolvieron dentro del salón de clase un problema que trata el tema en cuestión, la investigadora revisó y los mandó con el profesor a trabajar para encontrar la altura de un poste y un árbol haciendo uso de las razones trigonométricas. A la par, la investigadora trabaja con el resto del grupo dentro del salón resolviendo problemas donde se usen las razones trigonométricas.

Evidencias: Como se menciona en el desarrollo, el jueves 12 de enero del 2017, maestro e investigadora se coordinaron para trabajar, dentro del salón donde a 33 estudiantes se les dicta un problema para encontrar la altura de un árbol donde aplicando el uso de las razones trigonométricas, la investigadora revisa; mientras el maestro espera afuera a los alumnos que terminan el problema. Saliendo 12 estudiantes el resto se queda a seguir resolviendo el problema que se dictó, donde el investigador guía la situación dentro del salón.

Diferentes maneras de razonar, actuar y comportamiento de los estudiantes. Ante la situación de un nuevo tema.

Los fundamentos son los elementos básicos para la ciencia. Con base en este principio al vivir la experiencia arriba evidenciada; donde predominan los errores de aprendizaje en cada estudiante, además del tiempo que resta a la hora-clase. Se decidió e indicó a los estudiantes formar parejas para terminar el problema. Y finalmente se explicó tratando que los estudiantes respondieran de manera grupal cuál era el cociente de las razones trigonométricas que nos conduce a la solución del problema.

H1 y H2 en pareja, su participación es más activa, que trabajado individualmente.

Investigadora conduce para llegar a encontrar la solución del problema.

M1 pregunta ¿cómo saber cuándo un cateto es opuesto o adyacente?

4.1.6 Fuera del salón de clases

De los 34 alumnos 12 terminaron el problema paulatinamente; la investigadora les indicó salir a trabajar fuera del salón, con su material que les encargó con anticipación, donde el profesor les espera. Ahí un equipo decidió calcular la altura de un árbol, el equipo dos la altura de un poste de luz y el tercer equipo la distancia de una cuerda que divide a una portería.

El profesor conduce la actividad del E2. Los estudiantes miden la sombra del poste de luz y él sugiere que tomen en cuenta el metro que está del otro lado de la barda que impide medir a la base del poste. M1 hace una colocación equivocada del trasportador para medir el ángulo, el profesor coloca un lápiz dando una inclinación por aproximación a lo más alto de la mampara y pide que midan ese ángulo.

E3 calculando la distancia de la cuerda de una portería que divide a la misma en dos triángulos rectángulos, cabe mencionar que este problema causó polémica. M1 se le dificulta colocar el trasportador y M2 interviene, pero finalmente el profesor les dice que mide 45°. Los estudiantes midieron la cuerda y sus resultados variaban por más de un metro. H1 propone que trabajando con un ángulo de 35° da el resultado de lo que mide la cuerda. Profesor y estudiantes se hacen una pregunta ¿Se supone que entre los lados de la portería se forma un ángulo recto que al dividirlo por la cuerda mide 45°? Pero el problema no da la longitud esperada con esa medida de ángulo.

El quinto día en la escuela secundaria “Manuel José Othón”

El viernes 13 de enero del 2017 se acordó con anticipación que salieran los 34 estudiantes a realizar la triangulación en los mismos lugares del día anterior y como monitores los 12 estudiantes para apoyar a sus compañeros, así es como trascurre la hora-clase dando evidencia a las observaciones vividas el último día en este plantel escolar. Así como se muestra en la figura donde realizan la práctica de triangulación para calcular la altura del poste que sostiene una mampara de luz.

El profesor dando Indicaciones para dar inicio a la práctica de campo

M1 y M2 midiendo la sombra que proyecta el poste de luz

M1 mide el ángulo de elevación

Los estudiantes deliberando sus resultados

Calculando la altura del poste de la mampara de luz.

4.2La Comunidad

La secundaria “Valentín Gómez Farías” se encuentra ubicada en el centro de la comunidad, cuenta con 6 aulas, una sala de música, una oficina de USAER, un laboratorio, un aula telemática, una biblioteca, un espacio pequeño para prefectura, tres canchas sin techar, el 100% de los estudiantes cuentan con un nivel sociocultural bajo.

En Portezuelo comunidad del Cerro de San Pedro, San Luis Potosí, del día 13 al 17 de febrero del 2017 se realizó el trabajo de campo en la escuela secundaria general “Valentín Gómez Farías” con un grupo de tercer grado grupo “B” y un total de 21 estudiantes. Ahora cambia el contexto sociocultural e institucional donde damos evidencia de los resultados de nuestra experiencia.

4.2.1 Análisis al cuestionario exploratorio que se aplicó en la escuela secundaria general “Valentín Gómez Farías”

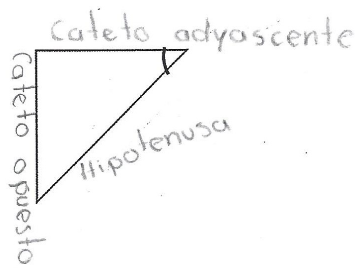
El cuestionario exploratorio es diferente a las otras dos escuelas, el antecedente fue que los alumnos ya tenían tres días con el tema de estudio de esta investigación.

Objetivo General: Investigar el conocimiento adquirido sobre *razones trigonométricas*, el cuestionario contiene 5 preguntas básicas a un conocimiento previo de la actividad de la triangulación. Fue conveniente hacer este cuestionario previo al diseño de la actividad de esta investigación, para conocer si en una mayoría de alumnos dominaban situaciones básicas de la trigonometría.

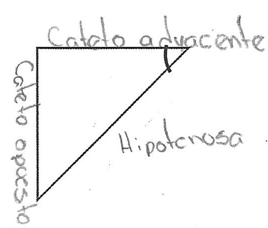
P.1.- Con referencia al ángulo que se te marca escribe el nombre a cada lado del triángulo rectángulo.

- **Objetivo:** Saber el número de alumnos que dominan el nombre de lados con relación al ángulo que se les marca.
- **Resultados:** Se reporta que son 18 estudiantes que asistieron de un total de 21, algunas de sus respuestas a esta pregunta.
- **Evidencias:**

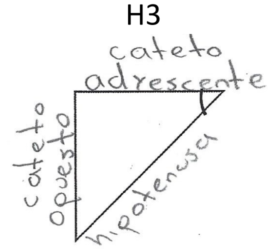
M1



M2

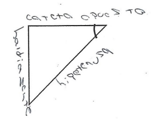


H3



H1

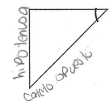
1.- Con referencia al ángulo qué se te marca escribe el nombre a cada lado del triángulo rectángulo.



X

M3

1.- Con referencia al ángulo qué se te marca escribe el nombre a cada lado del triángulo rectángulo.



X

P.2.- ¿Al cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa se le llama?

Objetivo: Saber si los estudiantes relacionan el cociente con el nombre de la razón trigonométrica.

Resultados: De los 18 estudiantes nueve responden que es el seno y nueve dan diferentes nombres, algunos tangente, otro coseno; pero todos contestan.

Evidencias:

M1

2.- ¿Al cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa se le llama?

seno

M2

2.- ¿Al cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa se le llama?

Seno

H1

2.- ¿Al cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa se le llama?

hal diasente X

M2

2.- ¿Al cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa se le llama?

coseno X

P.3.- ¿Cuál es la razón trigonométrica que recibe el nombre de coseno?

Objetivo: Que los estudiantes relacionen el nombre de la Razón trigonométrica con su cociente.

Resultados: De 18 estudiantes 17 contestan, solo uno no da respuesta a esta pregunta.

Evidencias:

M1

3.- ¿Cuál es la razón trigonométrica que recibe el nombre de coseno?

$$\frac{\text{Cateto advacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

M2

3.- ¿Cuál es la razón trigonométrica que recibe el nombre de coseno?

$$\cos = \frac{c.ad}{hip}$$

H1

3.- ¿Cuál es la razón trigonométrica que recibe el nombre de coseno?

H2

3.- ¿Cuál es la razón trigonométrica que recibe el nombre de coseno?

a lado de un triangulo X

P.4.- ¿Qué nombre le das a esta razón?

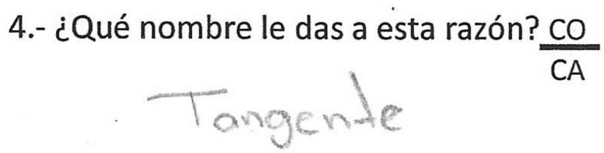
$$\frac{CO}{CA}$$

Objetivo: Que los estudiantes relacionen el cociente con el nombre de la razón trigonométrica.

Resultados: De 18 estudiantes nueve responden tangente y nueve dan otras respuestas

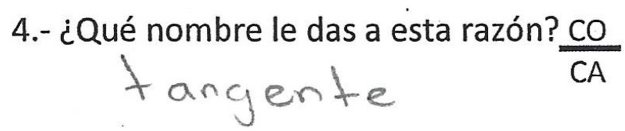
Evidencias:

M1


4.- ¿Qué nombre le das a esta razón? $\frac{CO}{CA}$

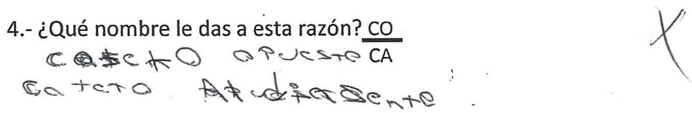
Tangente

M2


4.- ¿Qué nombre le das a esta razón? $\frac{CO}{CA}$

tangente

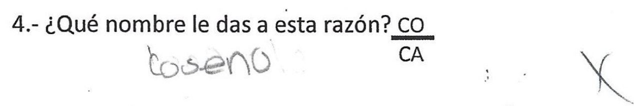
H1


4.- ¿Qué nombre le das a esta razón? $\frac{CO}{CA}$

cateto opuesto

cateto adyacente

M1


4.- ¿Qué nombre le das a esta razón? $\frac{CO}{CA}$

coseno

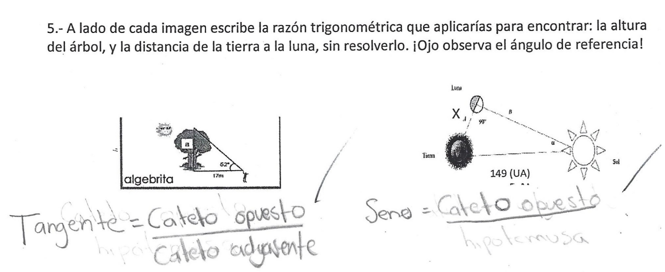
P.5.- A lado de cada imagen escribe la razón trigonométrica que aplicarías para encontrar: la altura del árbol, y la distancia de la tierra a la luna, sin resolverlo. ¡Ojo observa el ángulo de referencia!

Objetivo: Saber si los estudiantes están listos para resolver un problema haciendo uso de las razones trigonométricas.

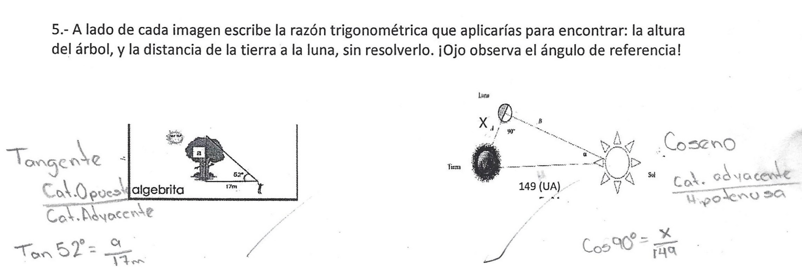
Resultado: De los 18 presentes nueve contestan correcto y nueve lo responden de manera incorrecta. *Es importante mencionar que en la segunda imagen los estudiantes que hacen todo de manera correcta se confunden, ya que el ángulo agudo se les marca con una letra.*

Evidencias:

M1


5.- A lado de cada imagen escribe la razón trigonométrica que aplicarías para encontrar: la altura del árbol, y la distancia de la tierra a la luna, sin resolverlo. ¡Ojo observa el ángulo de referencia!

M2


5.- A lado de cada imagen escribe la razón trigonométrica que aplicarías para encontrar: la altura del árbol, y la distancia de la tierra a la luna, sin resolverlo. ¡Ojo observa el ángulo de referencia!

4.2.2 Análisis de las videograbaciones en la Escuela Secundaria "Valentín Gómez Farías"

V1 00:33:20

Actividad de la investigadora: Desarrollar la capacidad lógica-matemática del estudiante de manera introductoria.

Objetivo: Conocer la capacidad analítica de los alumnos mediante una frase desordenada.

Desarrollo: Se pide a los estudiantes se coloquen en equipos de cuatro integrantes y se instalen en el piso en círculo, rápidamente los alumnos se integran y en menos de dos minutos ellos están listos. Se les entrega 12 palabras enmarcadas con mica y unidas a una liga para que formen una frase.

Evidencias: La actividad nos permite desde un principio observar que los estudiantes en este contexto trabajan en equipo, no hay problema al integrarse. De 21 estudiantes asistieron 17. Así es como se desarrolló la primera actividad. Se formaron tres equipos de 4 integrantes y uno de 5 se juntan por afinidad, permaneciendo así toda la semana para trabajar los 5 días designados a nuestro trabajo de campo.

En la siguiente imagen integrada por los equipos antes mencionados se observa coordinación, colaboración, participación, y atención entre los estudiantes. En donde de los cuatro equipos, tres terminaron formando la frase esperada, y en uno hay palabras colocadas en diferente orden. El tiempo en formar la frase fue menor a un minuto y de segundos entre cada equipo.

V2 00:18:41

Actividad de la escuadra haciendo referencia a los ángulos agudos

Objetivo: Modelación de un triángulo rectángulo en diferentes posiciones haciendo referencia a los ángulos agudos.

Desarrollo: Con una escuadra de madera y una liga en un ángulo agudo en la mano la investigadora pasa a lado de cada estudiante, pide señalar el lado de acuerdo al nombre que ella menciona con respecto al ángulo de referencia, al caminar hacia otro alumno cambia la posición de la escuadra**,** así se continua estudiante a estudiante sin que se quede uno solo sin realizar la actividad.

Evidencias: Esta actividad se *caracteriza* por hacer perceptible el material, donde los estudiantes visualizan, tocan e interactúan. Permitiéndoles que la actividad sea de todos y no solo de pocos alumnos, logrando identificar quién es el cateto opuesto y cuál el cateto adyacente de maneara práctica, sustituyendo el trazado tradicional en la pizarra plasmado en un plano. La *característica* de esta actividad mantiene en expectativa a los estudiantes y hay exclamaciones de admiración.

Investigador donde la liga marca el ángulo de referencia

H1 señala el cateto opuesto

Al rotar la escuadra y cambiar la liga al otro ángulo eso provoca en los estudiantes una especie de diversión

Al pasar con H2 se observa que todos sus compañeros esperan su respuesta

H1 señala el cateto opuesto.

V3 00:18:41

Actividad de la investigadora: Retroalimentar.

Objetivo: Sustentar y nutrir el tema de razones trigonométricas.

Desarrollo: Se pide a los estudiantes cortar una hoja de papel y formen un triángulo rectángulo, marquen con un corazón el ángulo agudo a su elección y escriban el nombre de los lados del triángulo rectángulo con relación al ángulo que marcaron.

Evidencias: El segundo día en este plantel, el martes 14 de febrero 2017, se observó que los alumnos no portaban el uniforme, había globos con corazones y al comenzar solo estaban presentes 12 alumnos sin útiles escolares; poco a poco se integraron más alumnos dentro del salón de clase y en 5 minutos estaban presentes 4 estudiantes más, con 16 alumnos en total trascurrió este día.

Se describe todo lo anterior para dar paso al análisis de esta actividad en donde se *caracteriza* precisamente que todo lo anterior no es obstáculo para que los estudiantes realicen la actividad propuesta, sin traer su libreta al pedir una hoja después de un par de segundos H1 se para junto a un mueble, sacando una libreta empieza a repartir hojas para ponerse a trabajar, mientras que M1 solo le reparte a su equipo.

Trabajar con material manipulable caracteriza esta actividad como un proceso donde el estudiante trabaja papiroflexia, pero a su vez relacionan con más precisión la forma de un triángulo rectángulo y marcan con un corazón el ángulo de referencia, debido a que fue el día del amor y la amistad, para después escribir los nombres a cada lado del triángulo rectángulo.

H1 de un escritorio saca una libreta y reparte hojas a sus compañeros

M1 toma una libreta de su bolso y reparte solo a sus compañeras.

Actividad resuelta

4.2.3 La triangulación e interacción con el medio físico

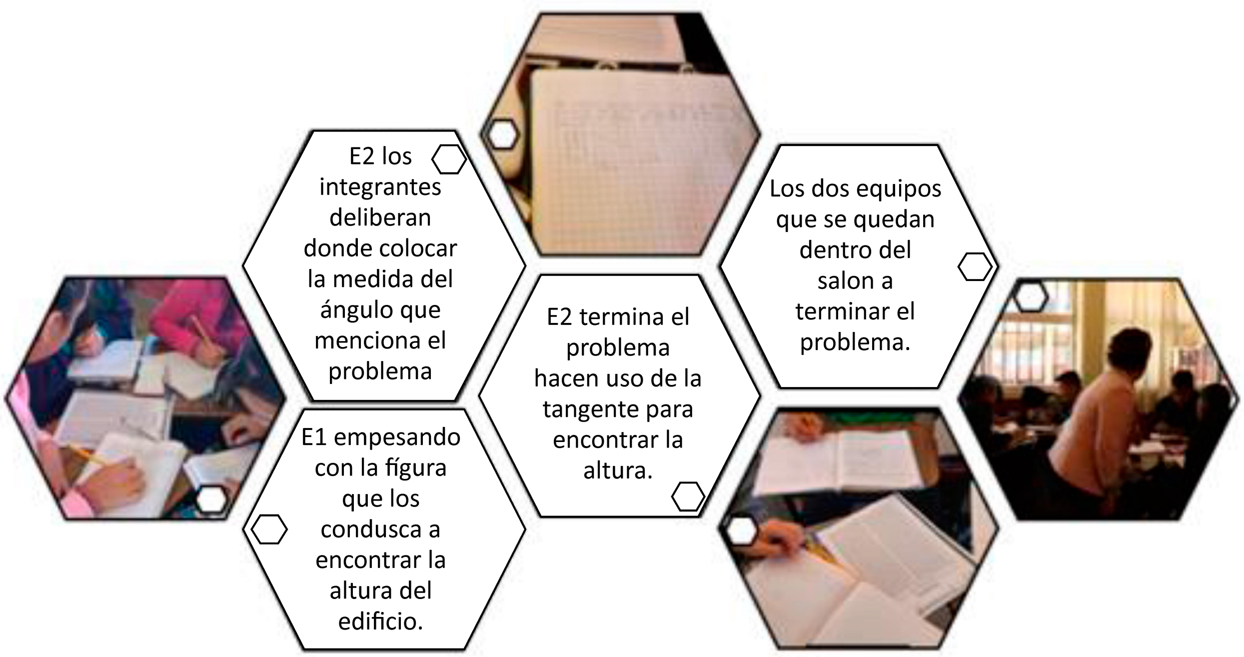
V4 00:11:11

Actividad: Resolver un problema dentro del salón de clases.

Objetivo: Equilibrar la situación de conocimiento y hacer una selección de alumnos que continuaran con la dinámica de campo.

Desarrollo: El profesor dicta un problema a 18 alumnos presentes que se integraron de la siguiente manera, tres equipos de 4 integrantes, y dos de 3. El problema a resolver dice: "Un edificio que proyecta una sombra de 18 metros en el momento que los rayos del sol forman con el horizonte un ángulo de 45° ¿Qué altura alcanza el edificio? Dejando a la imaginación de los estudiantes la figura y colocación de los datos del problema.

Evidencias: Se observa y escucha en la videograbación que los equipos trabajan en la figura y colocación de los datos, se les dificulta ubicar el ángulo al que hace referencia el problema que se dictó, es ahí donde se evidencia el trabajo colaborativo entre los integrantes de cada equipo al deliberar donde colocar la medida del ángulo. Al trascurso de 15 minutos se escucha que E1 termina de resolver el problema, se le revisa y se les indica salir a trabajar con su profesor afuera del salón, así paulatinamente salen el E1, Y E2 quedando dos equipos para trabajar dentro del salón con la investigadora.



Actividad de los equipos en acción.

4.2.4 Fuera del salón de clases

VS 00:21:013

Actividad: La triangulación fuera del salón.

Objetivo. Que los alumnos trabajen de manera dinámica para que pueda haber una mayor comprensión del tema expuesto en el salón, encontrando la altura de un pino y la distancia de una cuerda que atraviesa una portería a través de razones trigonométricas.

Desarrollo: El profesor dirige y controla la actividad supervisando el trabajo de cada equipo.

Evidencias: Se puede lograr identificar mediante fotografías como los alumnos al trabajar en equipo son capaces de aplicar los conocimientos teóricos expuestos en esta investigación, mientras unos midieron la sombra y el ángulo que proyectaba el pino en el caso 1, los demás anotaban las mediciones resultantes, para así calcular la altura del pino. Esta misma dinámica se repetía con los otros equipos en el caso 2.

Caso 1

Caso 2

V6 00:18:36

Actividad: Triangulación fuera del salón.

Objetivo: Complementar con la dinámica de campo a los alumnos que por sus condiciones de inasistencias se quedaron en el aula para entender mejor el análisis teórico del uso de las razones trigonométricas.

Desarrollo: la investigadora sale a triangular con los estudiantes que se quedaron un día anterior, ahora siendo solamente dos equipos.

Evidencias: Se puede lograr identificar mediante fotografías como los alumnos al trabajar en equipo son capaces de aplicar los conocimientos teóricos expuestos en esta investigación, mientras unos midieron la sombra y el ángulo que proyectaba el pino en el caso 1, los demás anotaban las mediciones resultantes, para así calcular la altura del pino. Esta misma dinámica se repetía con los otros equipos, en el caso 2 se dio una confrontación de resultados, llamando a los equipos se les piden que mencionen sus respuestas y la razón trigonométrica que emplean, sus resultados son diferentes, miden lo largo de la cuerda al igual no coinciden las medidas encontradas. Pero sus procedimientos son correctos.

Caso 1. Medición.

Caso 2. Confrontación de resultados.

4.2 Capital del estado

La escuela secundaria “Justo A Zamudio” se encuentra situada cerca de la periferia norte de la Ciudad, cuenta con 18 grupos en el turno matutino, tres canchas techadas, dos aulas telemáticas, dos aulas de computo, dos laboratorios, tres pórticos, un patio cívico, tres áreas grandes de jardines, cinco más pequeñas, su nivel sociocultural en su mayoría es medio.

En el Estado de San Luis Potosí, se nos permitió entrar a la escuela secundaria “Justo A Zamudio” siendo este plantel uno de los más grandes en la capital del estado, cuenta con dos turnos. Nuestro trabajo de campo se realizó en el turno matutino en tercer grado grupo “B” con un total de 44 alumnos.

4.3.1 Análisis del cuestionario exploratorio en la secundaria “Justo A Zamudio”

Objetivo general: Investigar los conocimientos previos de los estudiantes con cinco preguntas sobre el teorema de Pitágoras.

P.1.- ¿Recuerdas lo que dice el teorema de Pitágoras?

Objetivo: Conocer los fundamentos que tienen sobre el teorema de Pitágoras.

Evidencias: La mayoría de los alumnos no responden a la pregunta antes mencionada y solamente unos cuantos responden acertadamente.

H1 responde:


1. ¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras?
la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa

P.2.- Anota la fórmula que cumple el teorema de Pitágoras

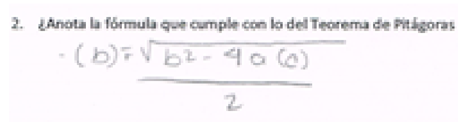
Objetivo: Saber el número de estudiantes que manejan el lenguaje algebraico.

Evidencias: Dos estudiantes de 33 anotan: $c^2=a^2+b^2$ uno anota la fórmula general para resolver una ecuación de segundo grado, el resto la deja en blanco

H1 M1


2. ¿Anota la fórmula que cumple con lo del Teorema de Pitágoras

$C^2 = a^2 + b^2$


2. ¿Anota la fórmula que cumple con lo del Teorema de Pitágoras

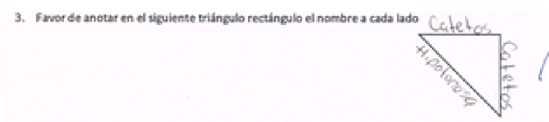
$\frac{-(b) \mp \sqrt{b^2 - 4a(c)}}{2}$

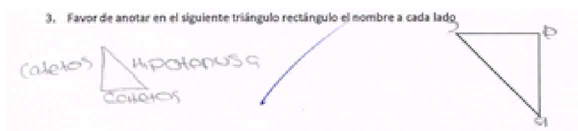
P.3.- Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

Objetivo: Saber cuántos alumnos distinguen cuales son los catetos y cuál la hipotenusa.

Evidencias: De 33 estudiantes, 28 escriben catetos a los lados que forman el ángulo recto e hipotenusa al lado más largo y 5 dejan la pregunta sin contestar.

H1 H2


3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

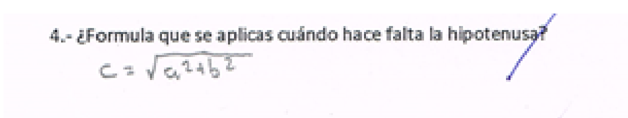

3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

P.4.- ¿Fórmula que aplicas cuándo hace falta la hipotenusa?

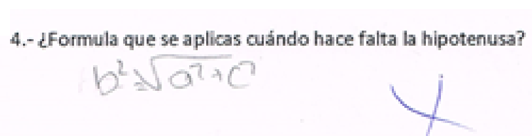
Objetivo: El número de estudiantes que saben la fórmula.

Evidencias: Dos estudiantes anotan: c igual raíz de $a^2 + b^2$, otros estudiantes lo hacen muy variado. Refiriéndome que cambian el orden de las letras y no escriben el radical, otros no colocan el exponente, y algunos no contestan.

H1 H2


4.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta la hipotenusa?

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$


4.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta la hipotenusa?

$b^2 \sqrt{a^2 + c^2}$

P.5- ¿Fórmula que aplicas cuando hace falta uno de los catetos?

Objetivo: Conocer el número de estudiantes que saben la fórmula del teorema de Pitágoras.

Evidencias: Tres estudiantes anotan la fórmula como: a igual raíz de $c^2 - b^2$; otros no escriben el radical, otros cambian el orden de las letras, otros no colocan el exponente, y algunos no contestan.

H1 H2


5.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta uno de los catetos?

$a = \sqrt{c^2 - b^2}$


5.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta uno de los catetos?

$a^2 = \sqrt{b^2 - c^2}$

4.3.2 Análisis de las videograbaciones en la Esc. Sec. Gral. “A Zamudio”

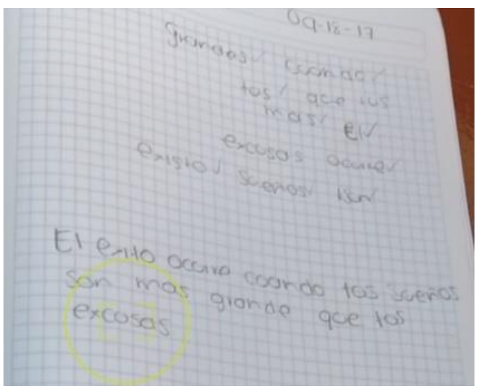
V1 #00:00:44

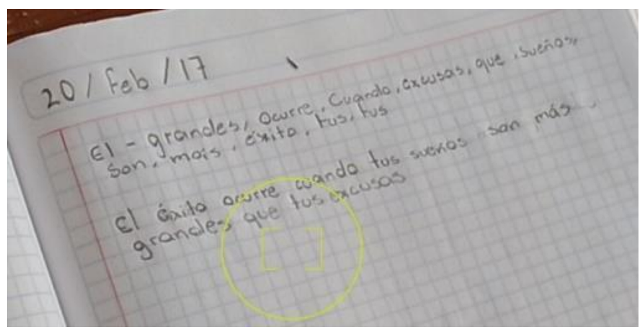
Actividad de la investigadora: Desarrollar la capacidad lógica-matemática del estudiante de manera introductoria.

Objetivo: Conocer la capacidad analítica de los alumnos mediante una frase desordenada.

Desarrollo: Se colocan en el pizarrón palabras sin orden alguno para que los estudiantes formen una frase.

Evidencias: Los estudiantes, en su mayoría hombres, el investigador le pide a M1 pase y coloque las 12 palabras mientras se dirige al grupo para dar indicaciones y formen la frase, en un minuto varios hombres a la vez que alzan la mano y hablan al mismo tiempo piden intervenir, además de observar que entre H1 y H2 se cuestionan que la palabra éxito está con mayúscula y no puede ir al final. la investigadora escucha a la participación de algunos alumnos.





V2 #00:18:53

El Investigador Retroalimenta.

Objetivo: Sustentar y nutrir el conocimiento del teorema de Pitágoras

Desarrollo: Se pide a los estudiantes cortar una hoja de papel y con solo doblar, formen un triángulo rectángulo.

Evidencias: Se observa en la actividad que todos los estudiantes lo hacen (primera fotografía) con rapidez varios de ellos en menos de 50 segundos lo alzan y lo muestran ya terminado. H1 que se encuentra al fondo del salón lo sube en su mano (segunda fotografía) y con voz segura dice aquí ya lo tengo, pero as su vez otros lo hacen al mismo tiempo.

Actividad de la escuadra

Objetivo: Modelación de un triángulo rectángulo en diferentes posiciones al igual que sus tres ángulos.

Desarrollo: Con una escuadra de un alumno en mano la investigadora pasa a lado de cada estudiante, pide señalar el lado de acuerdo al nombre que ella menciona, al caminar hacia otro alumno cambia la posición de la escuadra al igual pide otro nombre de un lado del triángulo o señalar el ángulo recto o agudos**,** así se continua estudiante a estudiante sin que se quede uno solo sin realizar la actividad.

Evidencias: Se observa que la escuadra es pequeña y no permite ver a los estudiantes al señalar el lado que pide la investigadora a diferencia de la de madera y hay alumnas que tratan de ver qué sucede con cada uno de sus compañeros. Las filas son estrechas, la actividad continua y todos los estudiantes responden correctamente. H1 se escucha que comenta a su maestra en voz alta si aprendimos afirmando lo que el grupo está contestando en la actividad.

M1 señala correctamente el lado que se le indica.

M1 y M2 buscan la manera de ver la escuadra.

H1 señala los catetos, pero se le menciona que *no.* Él defiende su posición, seguro de su respuesta.
V3 #00:08:58

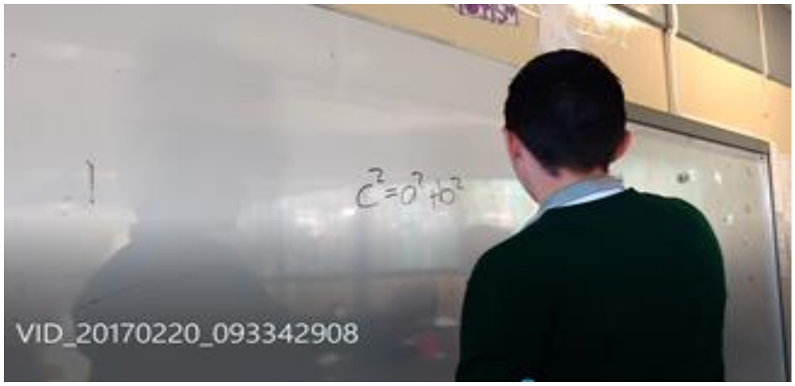
Actividad: En la capital se realiza una actividad más a diferencia del municipio por los resultados del cuestionario exploratorio, la mayoría de alumnos no recordaban las preguntas básicas aplicadas. Así que fue necesario retroalimentar lo más básico del teorema de Pitágoras, para poder continuar con el estudio de las razones trigonométricas.

Objetivo: Conocer cuántos alumnos recuerdan de manera correcta las fórmulas del Teorema de Pitágoras además de la participación del estudiantado, para conectar una interacción entre la investigadora y los alumnos.

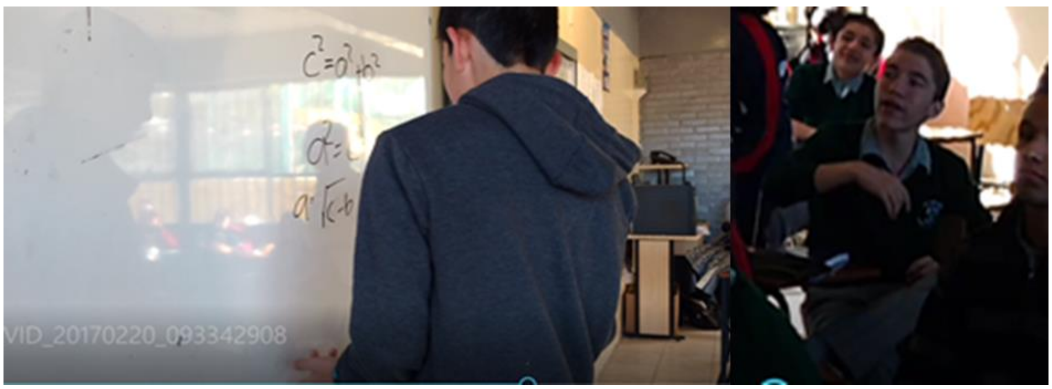
Desarrollo: Se pide a quien guste, pasar al pizarrón a escribir la fórmula de lo que menciona el teorema de Pitágoras, la fórmula cuando hace falta un cateto y cuando hace falta la hipotenusa. Después se les pide encontrar el valor del lado de un triángulo que se ilustra en el pizarrón.

Evidencias: Se observa en las fotos que varios estudiantes hombres, al mismo tiempo que alzan la mano en voz alta dicen, ¡yo!

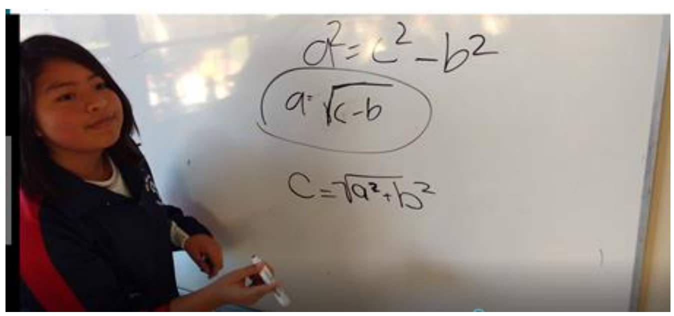
Algunos estudiantes H alzan la mano, hablan, se paran de su asiento para participar.



H1 escribe la fórmula del teorema de Pitágoras.



H2 escribe la fórmula cuando hace falta un cateto, y H3 dice que falta los cuadrados.



M1 pasa y escribe la fórmula cuando hace falta la hipotenusa.

V4 #00:23:24

Actividad de la escuadra haciendo referencia a los ángulos *agudos*. No es repetición de actividad, aclaremos que aquí se marca el ángulo de referencia para que los alumnos señalen el cateto opuesto y el cateto adyacente.

Objetivo: Modelación de un triángulo rectángulo en diferentes posiciones haciendo referencia a los ángulos agudos.

Desarrollo: Con una escuadra en la mano del investigador, mostrando a los estudiantes, pide señalar el lado de acuerdo al nombre que ella menciona con respecto al ángulo de referencia, al caminar hacia otro alumno cambia la posición de la escuadra**,** continuando así de estudiante a estudiante, sin que se quede uno solo sin realizar la actividad.

Evidencias: Esta actividad se *caracteriza* por hacer perceptible el material, donde a los estudiantes visualizan, tocan e interactúan. Permitiéndoles que la actividad sea de todos y no solo de pocos alumnos. Logrando identificar quién es el cateto opuesto y cual el cateto adyacente de maneara práctica, sustituyendo el trazado tradicional en la pizarra plasmado en un plano. Otra *característica* de esta actividad mantiene en expectativa a los estudiantes y hay exclamaciones de admiración.

En diferente posición el triángulo y haciendo referencia al ángulo marcado con rojo M1 señala el cateto adyacente.

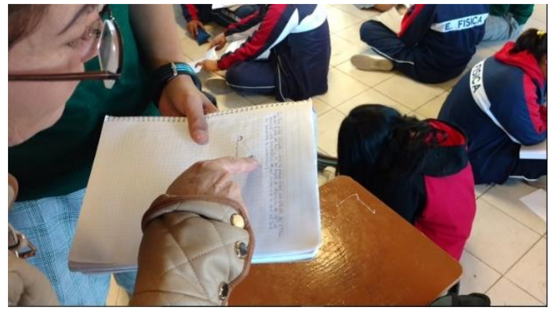
V5 #00:02:44

Actividad: Resolver un problema dentro del salón de clases.

Objetivo: Equilibrar la situación de conocimiento.

Desarrollo: La profesora dicta el siguiente problema para que los alumnos lo resuelvan: Un faro está ubicado sobre la playa tiene una altura de 65 metros desde lo alto del faro con un ángulo de depresión de 16 grados se observa una embarcación. ¿A qué distancia de la base del faro se encuentra la embarcación?

Evidencias: En la videograbación se puede escuchar como el investigador dirige la actividad (fotografías 1 y 2), mencionándoles que imaginen la situación del problema para que puedan trazar la figura (fotografía 3) correspondiente con los datos del problema y puedan llegar al resultado.



4.3.3 La triangulación e interacción con el medio físico

V7 #00:08:46

Actividad: La triangulación fuera del salón.

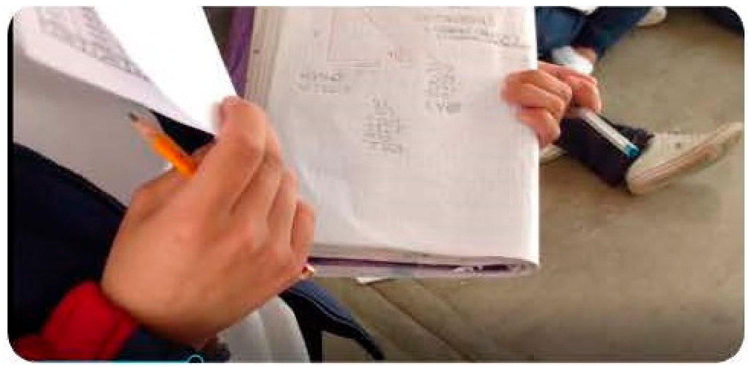
Objetivo: Que los alumnos trabajen de manera dinámica para que pueda haber una mayor comprensión del tema expuesto en el salón, encontrando la altura de un tubo del pórtico ubicado frente a los sanitarios.

Desarrollo: la investigadora dirige y controla la actividad supervisando el trabajo de cada equipo.

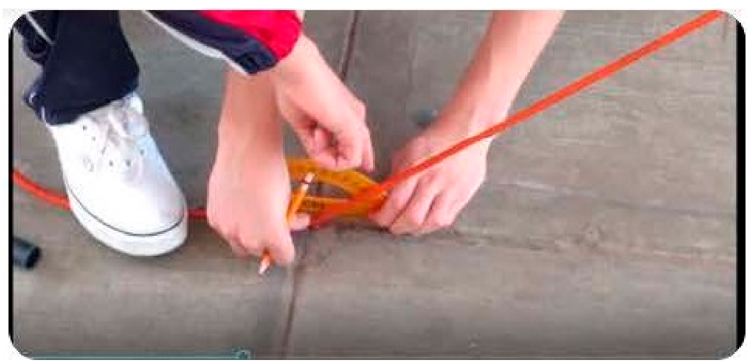
Evidencias: La práctica propuesta en este contexto fue prevista observando la infraestructura de la escuela. Los estudiantes trabajaron donde tuvieron la oportunidad de desplazarse sin limitantes (fotografía 1), logrando desarrollar sus habilidades de medir, calcular, imaginar y comparar sus resultados. Se puede observar en la videograbación como la investigadora conduce la actividad. Primero los alumnos dibujaron (fotografía 2) el triángulo rectángulo formado entre un poste del pórtico y una cuerda que amarran desde el extremo de lo alto del poste hasta el piso. Después miden el ángulo (fotografía 3) que se forma entre la punta de la cuerda y el piso junto con la distancia que hay de la base del poste a la punta (fotografía 4) de la cuerda para poder calcular la altura del poste, utilizando la razón trigonométrica correspondiente.

Fotografía 1

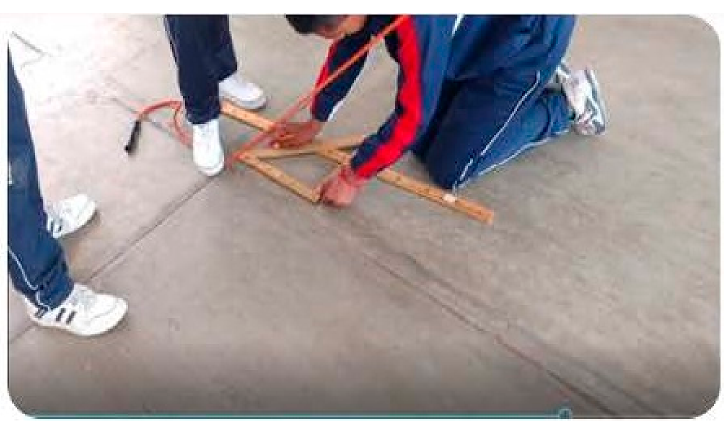
Fotografía 2



Fotografía 3



Fotografía 4



Capítulo 5. Resultados

5.1 Comparativo en el cuestionario exploratorio

En el capítulo anterior se analizó cada actividad puesta en escena en los tres contextos vividos dentro de las escuelas donde se nos permitió entrar para realizar nuestro trabajo de campo. El diseño de las actividades consistió en conducir a los alumnos al uso en la práctica de las razones trigonométricas**,** para que esto fuera posible primero se comienza por un cuestionario de exploración de los conocimientos previos, donde el teorema de Pitágoras es nuestro punto de partida en dos secundarias (ver Tabla 1). En la comunidad de Portezuelo el profesor le comunica la investigadora que él ya tenía tres días con el tema sobre el uso de las razones trigonométricas, así que en esta escuela se aplicó un cuestionario exploratorio sobre situaciones básicas de razones trigonométricas (ver Gráfico 2).

Tabla 1. Condensado de respuestas de conocimientos previos dos secundarias.

Respuestas de los estudiantes					
Contexto	**Pregunta**	**N° de alumnos**	**Correcto**	**Erróneo**	**Sin contestar**
Municipio Cerritos	1	33	21	6	6
	2	33	20	12	1
	3	33	29	3	1
	4	33	18	14	1
	5	33	20	11	2
Capital San Luis Potosí	1	33	3	0	30
	2	33	2	2	29
	3	33	28	0	5
	4	33	2	27	4
	5	33	3	26	4

5.1.1 El comparativo a un conocimiento previo

Después de tener los resultados a las 5 preguntas del cuestionario exploratorio en las dos escuelas, Cerritos y San Luis Potosí, se realizó un comparativo entre ambas escuelas debido a que los cuestionarios previos fueron los mismos, con el objetivo de indagar sobre los conocimientos previos de los estudiantes. Los resultados observados fueron:

- Cerritos, Hay *108 respuestas correctas,* mientras en San Luis Potosí el total son *38 respuestas correctas*.
- Cerritos, Existen *36 respuestas erróneas,* mientras en San Luis Potosí el total es *de 55 respuestas erróneas*.
- Cerritos, *11 estudiantes dejan en blanco las preguntas,* mientras en San Luis Potosí el total es *de 72 respuestas que dejan en blanco.*

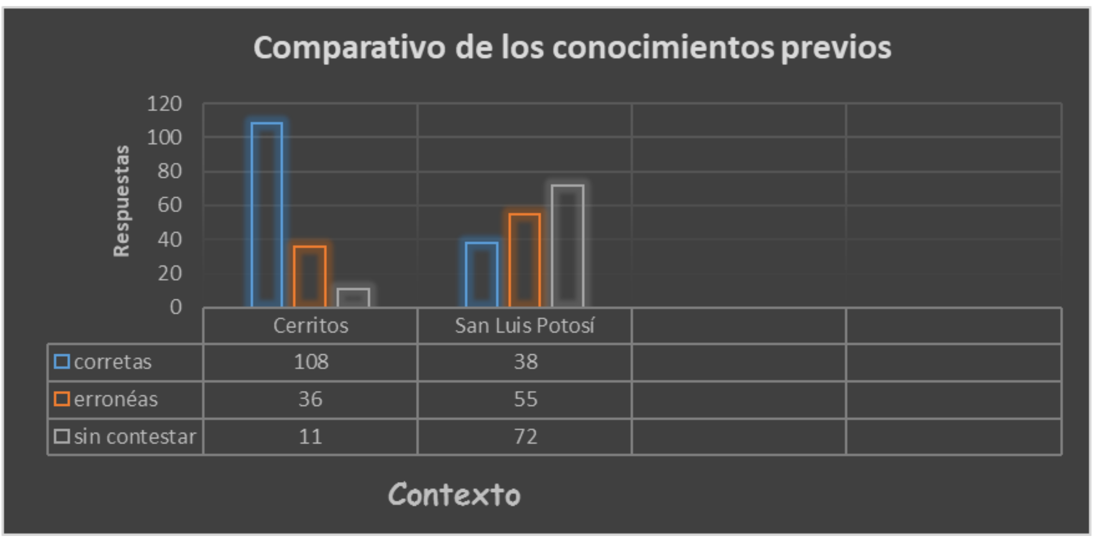


Gráfico 2. Comparativo de conocimientos previos de dos secundarias.

5.2 Cuestionario de razones trigonométricas en la comunidad

En este apartado se hace un comparativo de resultados sólo entre los estudiantes del grupo, donde se les aplicó un cuestionario sobre el uso de razones trigonométricas (ver Tabla 2 y Gráfico 2).

Tabla 2. Respuestas del cuestionario de razones trigonométricas

Respuestas de los estudiantes					
Contexto	**Pregunta**	**N° de alumnos**	**Correcto**	**Erróneo**	**Sin contestar**
Comunidad Portezuelo	**1**	**18**	**9**	**9**	**0**
	2	**18**	**9**	**9**	**0**
	3	**18**	**9**	**8**	**1**
	4	**18**	**9**	**9**	**0**
	5	**18**	**9**	**9**	**0**

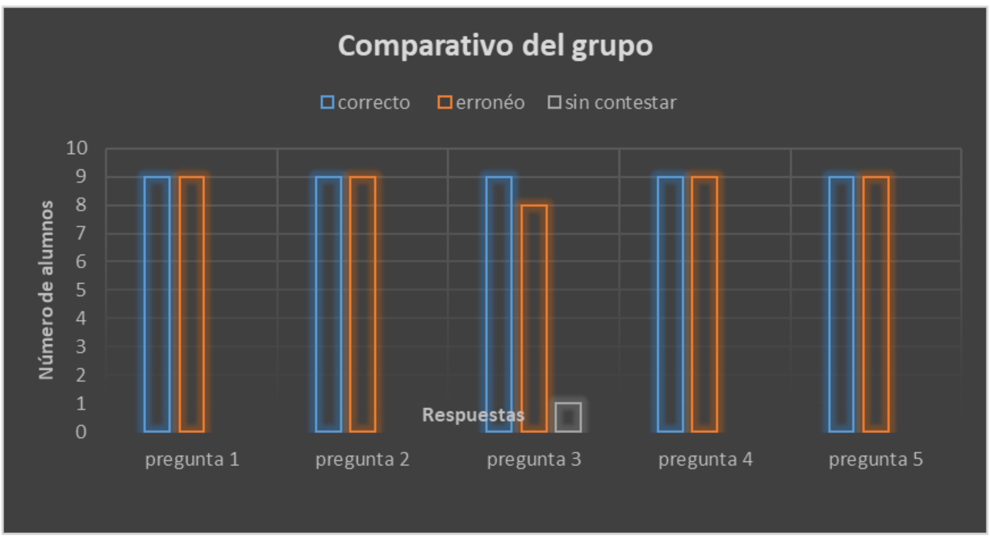


Gráfico 2. Comparativo de razones trigonométricas entre estudiantes del grupo.

5.2.1 El tipo de herramienta matemática empleada en la retroalimentación

Después de los resultados obtenidos de los cuestionarios es necesario retroalimentar los conocimientos previos de los estudiantes. Como se ha mencionado en nuestra investigación las actividades aplicadas son manipulables y de manera práctica, donde se permite al estudiante interactuar con el material, el uso de la escuadra de madera fue una herramienta matemática que les permitió visualizar y palpar con más claridad los lados de un triángulo rectángulo al hacer movimientos constantes de la escuadra y modelar las diferentes posiciones en que se puede presentar el triángulo. Logrando una participación más activa en cada estudiante, en los tres contextos los alumnos señalan sin equivocación el nombre de los lados de un triángulo rectángulo en las diferentes posiciones que se les maneja.


Estudiantes de la capital del estado


Estudiantes del municipio


Estudiantes de comunidad

5.3. Resultados de los estudiantes ante un discurso matemático tradicional.

El tercer día de nuestra actividad es conducida por el profesor, donde explicó de manera *tradicional* el uso de razones trigonométricas tema desconocido por los alumnos de tercer grado, grupo "E" dentro del salón de clases y en la hora clase establecida por la dirección de la escuela. Se observa la dificultad de algunos estudiantes al escuchar la explicación y la participación de otros, *dentro del salón de clases.*

Participación activa en los estudiantes

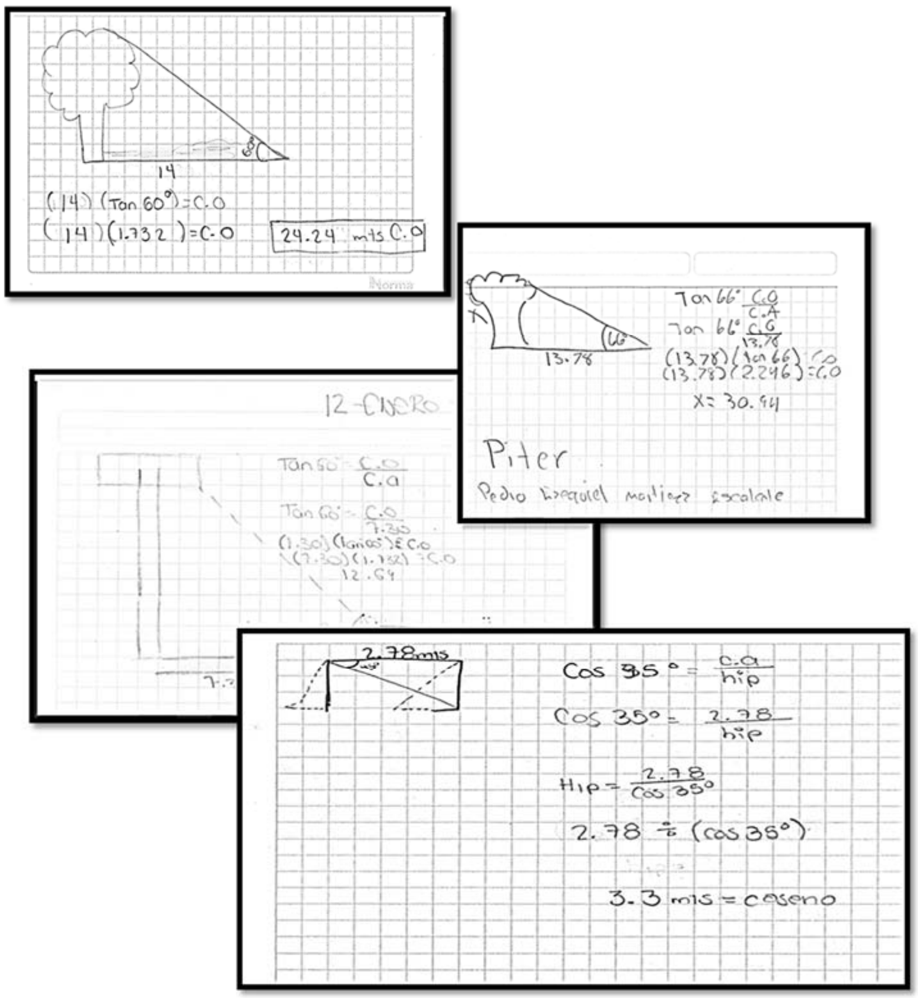
Algunos estudiantes

5.4 En San Luis Potosí

Los resultados que presentan 44 estudiantes de tercer grado, grupo “B” en el segundo día dentro del salón de clases, participaron en la actividad que conduce la investigadora primero sobre el conocimiento del teorema de Pitágoras, para después dirigirlos a construir las nociones sobre el uso de las razones trigonométricas y en el horario establecido por la dirección de la escuela. Donde los estudiantes muestran que son más participativos dentro del salón ante las actividades que se le proponen.

5.4.1 Resultados en el municipio de cerritos

En la secundaria “Manuel José Othón” se trabajó en una de las áreas más amplias donde se proyectan la sombra de un árbol, el poste que sostiene una mampara de luz, una portería donde colocan una cuerda que la divide en dos triángulos rectángulos calculando la distancia de la cuerda, la altura del árbol, la altura del poste.

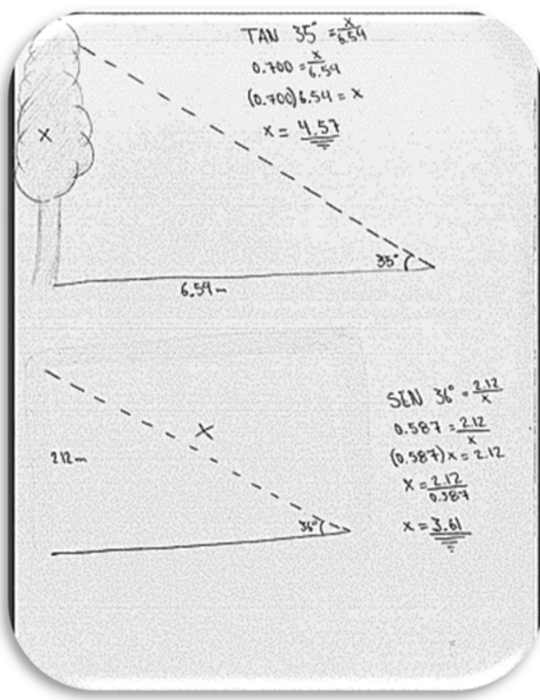


- ➢ Observaciones: en la altura del árbol un alumno trabaja con un ángulo de 60° y el otro con 66° a pesar de sus resultados y algoritmia con falta de símbolos matemáticos, si logran identificar la razón trigonométrica para calcular la altura del árbol.
- ➢ En el poste de luz que sostiene una mampara y se encuentra detrás de una barda que les impide medir a la base del poste lo toman en cuenta aumentando con aproximación esa distancia, todos trabajan con la misma medida de ángulo, logrando identificar la razón trigonométrica para calcular la altura del poste.

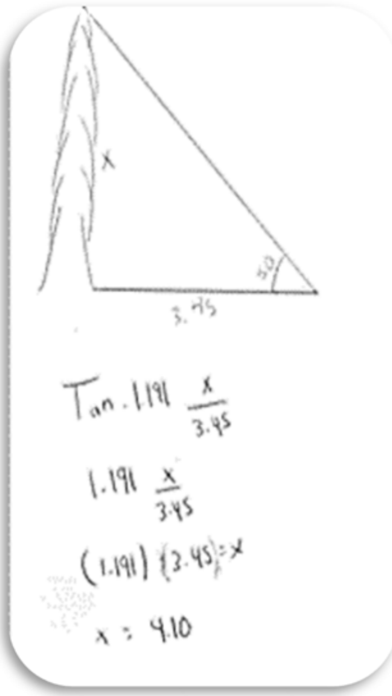
➢ En la portería al medir la cuerda con la que atraviesan de un extremo a otro en diagonal, que viene siendo la hipotenusa y es la distancia que calculan. Trabajan primero con la medida en el ángulo de 45° pero como ellos saben cuánto mide la cuerda el resultado varío por más de un metro. Un alumno dice que se cambie la medida del ángulo a 35° y es como da el resultado de lo que en realidad mide la cuerda.

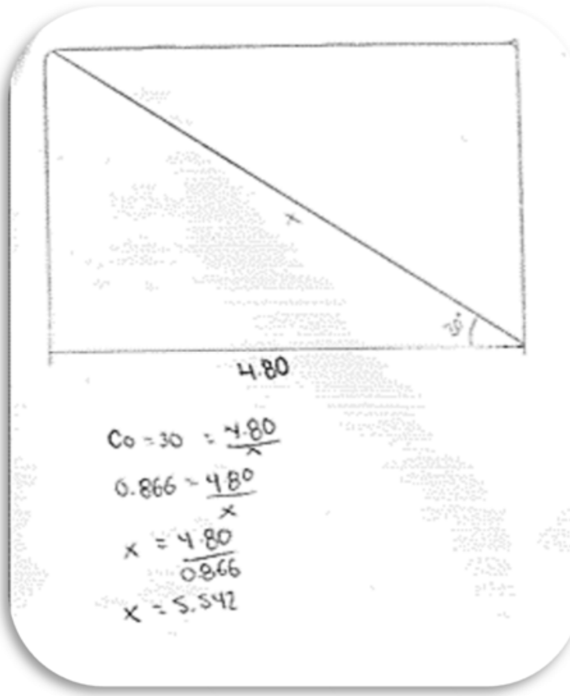
5.4.2 Resultados en la comunidad de Portezuelo

En la secundaria "Valentín Gómez Farías" se trabajó en las canchas de este plantel escolar, ahí hay varios pinos donde los alumnos subieron a una escalera y amarraron una rafia de una de la parte más alta de un pino para calcular la altura del mismo, también hacen uso de la portería donde atravesaron una cuerda de un extremo a otro formando una diagonal, siendo esta la hipotenusa que divide a la portería en dos triángulos rectángulos y calcularon su distancia. Los estudiantes de este contexto trabajan siempre en equipo se comunican para deliberar sus resultados, manteniendo el orden y respeto entre ellos atendiendo las indicaciones en cada actividad. Se reportan los resultados por equipos.

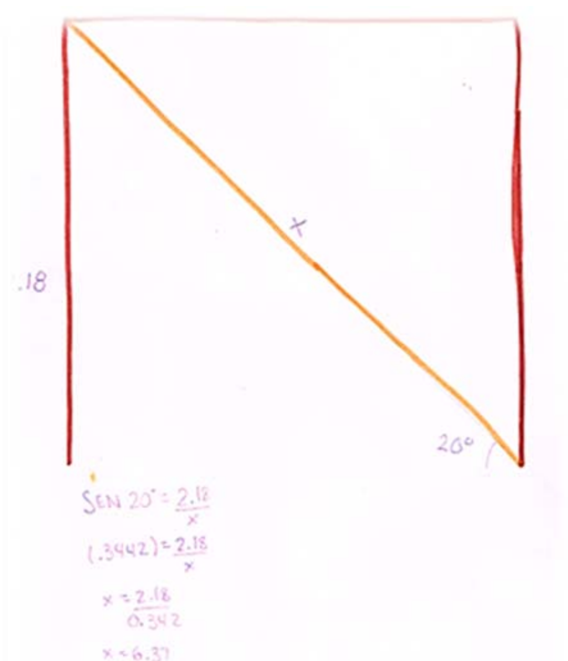


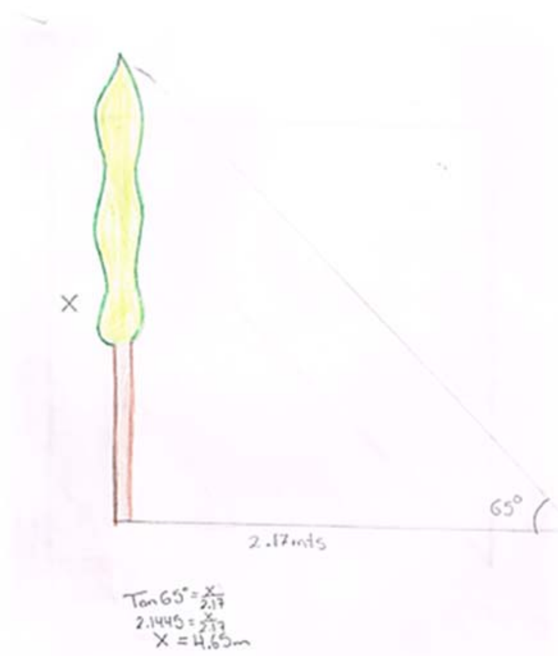
Equipo. 1



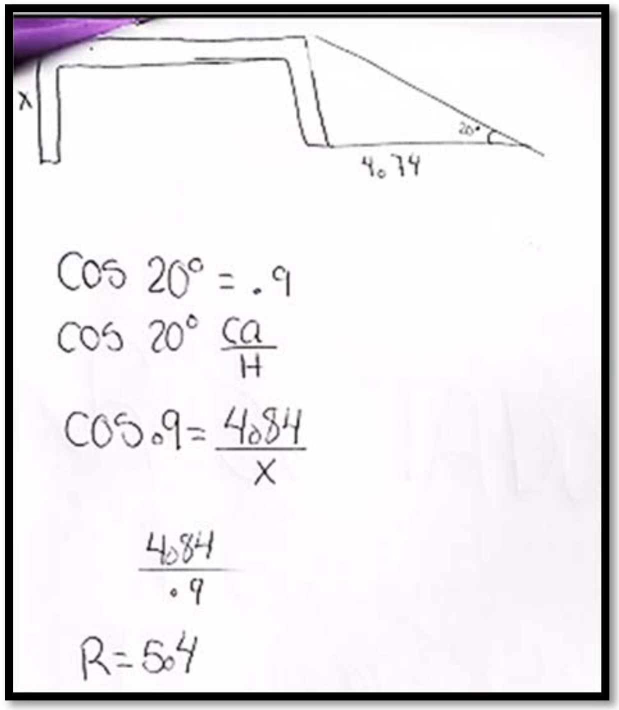


Equipo. 2





Equipo. 3



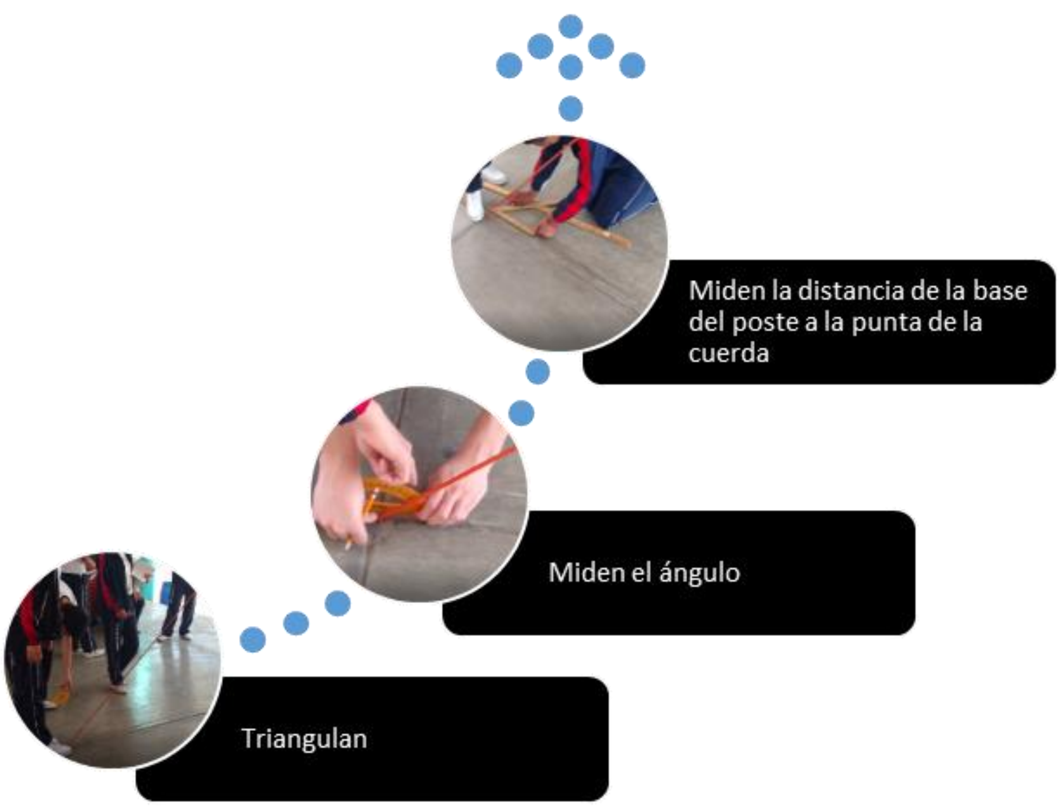
Equipo. 4

- Observaciones: los tres equipos trabajan con diferentes medidas tanto del ángulo y la distancia de la base del pino a la punta de la rafia, esta situación se presentó ya que los estudiantes deciden cuanto retiran del pino la cuerda que es amarrada de la punta del pino a donde cada equipo decide, pero todos utilizan la razón *tangente* para encontrar la altura del mismo pino así que sus resultados varían por decimales, el equipo cuatro se olvidó de entregar su hoja de respuesta para la altura del pino.
- En cuanto a la distancia en la cuerda que atraviesa la portería se presenta una variación, los integrantes del equipo uno utiliza la razón *seno* y la medida de su ángulo es de 36°. Los integrantes del equipo dos deciden trabajar con la razón *coseno* la medida de su ángulo es de 30°. Los integrantes del equipo tres utilizan la razón *seno* la medida de su ángulo es de 20° así que sus resultados son muy variados. Cabe mencionar que el equipo *dos y cuatro* coinciden en los resultados usando la *razón seno* los alumnos miden la cuerda después de calcular su resultado y comprueban que los

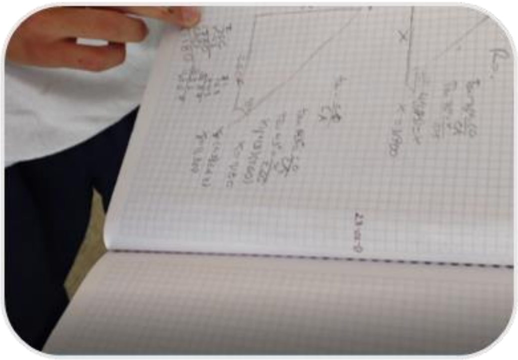
equipos *dos y cuatro* les da la medida esperada, donde la cuerda fue la hipotenusa en la portería.

5.4.3 Resultados en San Luis Potosí

En la capital del estado dentro de las instalaciones de la escuela secundaria “Justo A Zamudio” en el último día se comenzó el diseño de “un sueño por alcanzar” el 27 de febrero del 2017, usando uno de los pórticos frente a los sanitarios de esta escuela se desarrolla la actividad de la triangulación, donde los estudiantes utilizan el tubo que da al techo del pórtico para calcular su altura, por la premura de tiempo el material para trabajar no se les encargó ya que la junta de los viernes de fin de mes nos restó un día en esta escuela, pero eso no fue impedimento para los estudiantes en cuanto se les saca fuera del salón unos corren con el maestro de educación física consiguen cuerdas para brincar las amaran a lo alto del tubo, otros van a la dirección por un metro y una escuadra midiendo las distancia que va de la base del tuvo a la punta de la cuerda y el ángulo que se forma entre la punta de la misma y el piso.



Los resultados en este contexto se presentan con algunas fotografías, el factor tiempo no permitió tomar las hojas de su libreta, los alumnos usan la razón tangente para encontrar la altura del poste y el ángulo que miden fue de 43°.



H1 se da cuenta que su error está en el valor del ángulo y busca nuevamente sus tablas trigonométricas

M1 no realiza los algoritmos, pero lo resuelve haciendo el uso de la razón tangente

Realizan operaciones sin la calculadora

- Observaciones: los estudiantes muestran en general gran rapidez para realizar la actividad, cabe mencionar que el grupo no tenía clases de matemáticas por más de 4 meses, tenían cerca de tres semanas con su nueva maestra, el grupo lo forman 24 hombres y 17 mujeres. Esta última actividad sobre la triangulación es conducida por la investigadora y el 80% de alumnos resuelven la situación con rapidez haciendo uso de las razones trigonométricas que se emplean para encontrar la altura del poste, donde los alumnos comprueban midiendo con el metro la atura del poste, encontrando que su resultado es el mismo.

Capítulo 6. Conclusiones

6.1 Adecuaciones del diseño a la situación problema

Las fechas en las que se realizó esta investigación, no favoreció nuestro diseño de la *situación problema.* Como se mencionó en los *antecedentes* el tema de razones trigonométricas se ubica en el bloque IV casi al final del ciclo escolar, donde es necesario realizar adecuaciones a las actividades programadas, atendiendo los conocimientos previos de los estudiantes en los diferentes planteles educativos.

Retomando la pregunta de Investigación: ¿Es posible que los alumnos desarrollen sus capacidades cognitivas y de liderazgo para convencer a los demás de sus afirmaciones matemáticas sobre lo trigonométrico mediante la práctica un sueño por alcanzar"?

Mi conclusión es afirmativa, el diseño fue propositivo donde se observó en los tres escenarios al salir fuera de las cuatro paredes que circundan un salón de clase. Nuestros estudiantes son capaces de diseñar sus propias estrategias para encontrar que razón trigonométrica resuelve la altura, la distancia donde triangularon.

Las limitantes de mi diseño Teórico no son muy profundas, los estudiantes de secundaria son moldeables, ellos a pesar de quien enseña, que aprende, y cuando lo aprende. Se adapta cuando se le conduce con verdadera ética.

Los resultados en esta investigación comprueban lo que como docente me ha tocado vivir, el diseño que se aplicó fue de las experiencias que he vivido con mis estudiantes y dan resultados favorables a la enseñanza de las razones trigonométricas. El aporte que me dio la Socioepistemología es que se trata de un constructo epistemológico.

6.2 Fortalezas y dificultades en los tres contextos

1) Considerando algunas de las dificultades que se presentan en la capital del estado, donde la situación social es un fenómeno vivido dentro de la organización sindical y todo un sistema educativo de nuestro país que afecta directamente a los estudiantes. Por no dar solución inmediata para cubrir las horas dentro del grupo, circunstancias de origen social, políticas y económicas interfieren para que el burocratismo se haga presente dañando de manera *alarmante* a la educación por truncar el seguimiento a los planes y programas en donde hace falta un profesor que conduzca la clase, a pesar del fenómeno

social mencionado, la falta de los conocimientos previos, los estudiantes se adaptaron rápidamente a comprender y realizar cada actividad propuesta en esta investigación. Menciono lo anterior la situación al llegar a este escenario se presenta con la mayor dificultad, los estudiantes duraron más de 5 meses sin clases de matemáticas.
A pesar de la situación mencionada se logra nuestro objetivo de hacer que los estudiantes interactúen con el medio físico, se comuniquen para dar validez a sus resultados, asumiendo la significación socialmente establecida de un saber que fue elaborada por ellos en situaciones de acción.

2) En el municipio de cerritos los estudiantes *no tienen la disposición* para trabajar de manera *colaborativa,* ellos se reúnen por equipos solo para anotar datos, pero sus operaciones las realizan solos, sin comparar ni comunicar sus resultados entre ellos. Esto se evidencia en las hojas de trabajo sobre los resultados de la triangulación para encontrar alturas, y distancias las mismas que se encuentran en el capítulo cinco de esta investigación y en las observaciones vividas en este contexto.
3) En la comunidad de portezuelo nuestro trabajo de investigación se llevó con más fluidez, los estudiantes de este contexto tenían el conocimiento básico sobre razones trigonométricas, el grupo es pequeño en población, trabajan en un 100% de manera colaborativa, comunican sus ideas y estrategias comparando sus resultados, al resolver cada actividad propuesta lo realizan con rapidez y ordenadamente sin poner pretextos buscando siempre la solución a sus actividades. El inconveniente es las inasistencias frecuentes en algunos alumnos a pesar de esto, el día que asisten se integran con facilidad a la actividad apoyados por sus compañeros de equipo. *Logrando en este contexto la significación socialmente compartida de un saber.*

En esta escuela, el tiempo empleado y el avance del grupo permitió aplicar al final una encuesta sobre las actividades que se les presentó en el tiempo que duró este trabajo de investigación, se agrega en anexos. Los resultados de la encuesta en un 100% dan evidencia que los estudiantes opinan que la actividad fuera del salón de clases deja en ellos un conocimiento más significativo. Así que el diseño de “un sueño por alcanzar” aportó al trabajo de investigación en los tres contextos, situaciones de aprendizaje que dejaron evidencia en donde la trigonometría se facilita más en la práctica de e lo trigonométrico.

6.3 Para finalizar

La participación novedosa en la que se involucra a los estudiantes en actividades manipulables y saliendo de lo habitual, despierta en ellos el cuestionamiento, debates y reflexiones; esto a su vez hace brotar los distintos significados de un saber matemático. Todo ello, como un componente didáctico que fue emergiendo de los resultados observados en los estudiantes día a día y así lograr potenciar el aprendizaje basado en la construcción social del conocimiento.

Referencias

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics. Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Gran Bretaña: Kluwer Academic Publishers.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.* España: Gedisa.

Cantoral, R. (2014). Programa Interdisciplinario para el Desarrollo Profesional Docente en Matemáticas. México: Secretaría de Educación Pública.

Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2012). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Editorial Trillas.

Cantoral, R., Montiel G. y Reyes-Gasperini, D. (2014). Socioepistemología, matemática y realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, *7*(3), 91-116.

Cantoral, R., Montiel G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemática Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de investigación en educación matemática*, 8, 9-28.

González-Macías, J. (2014). *El Conocimiento en uso. Las Matemáticas como un saber transversal.* Tesis de Maestría no publicada, CINVESTAV-IPN. México.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación.* México: McGraw-Hill Interamericana.

Jácome, G. (2011). *Estudio socioepistemológico de Las Relaciones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo Un Acercamiento a Los significados construidos por el profesor*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN. México.

Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica*. Tesis de doctorado no publicada, Instituto Politécnico Nacional. México.

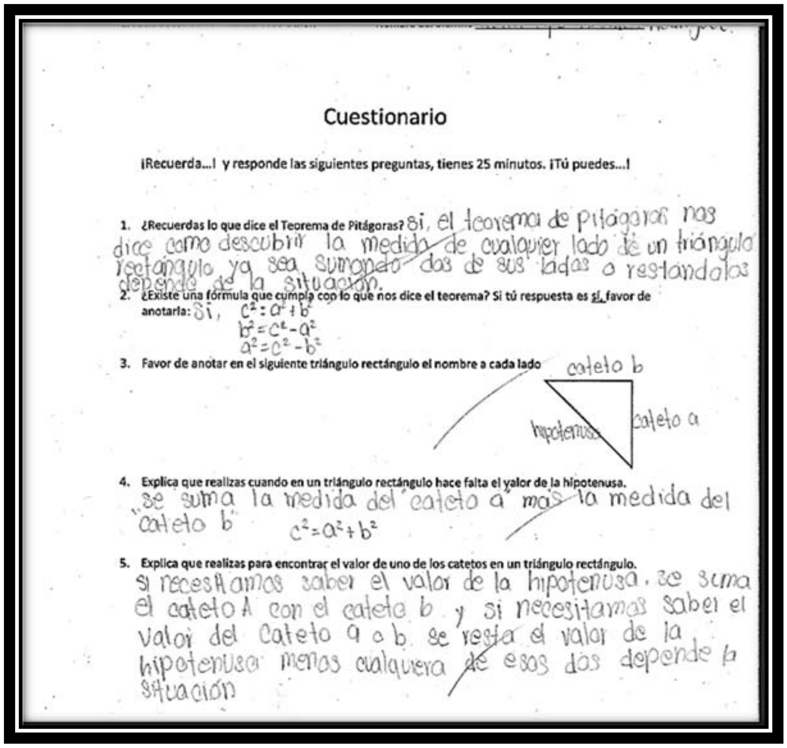
Montiel, G. (2013). *Desarrollo del pensamiento Trigonométrico*. México: Secretaría de Educación Pública.

Reyes-Gasperini, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica: estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas.* Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav – IPN. México.

SEP (2011). *Programas de Estudio. Guía para el maestro. Educación Básica Secundaria, Matemáticas*. México: SEP.

Anexos

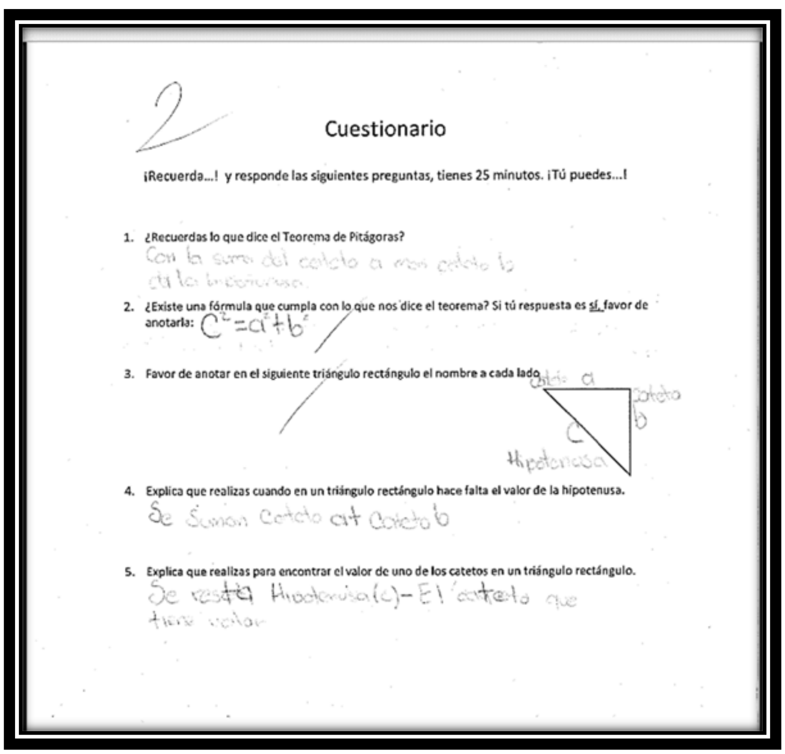
Anexo 1. Cuestionario exploratorio en el municipio, escuela secundaria "Manuel José Othón"



Cuestionario

¡Recuerda...! y responde las siguientes preguntas, tienes 25 minutos. ¡Tú puedes...!

1. **¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras?** Si, el teorema de pitágoras nos dice como descubrir la medida de cualquier lado de un triángulo rectángulo ya sea sumando dos de sus lados o restandolos depende de la situación.
2. **¿Existe una fórmula que cumpla con lo que nos dice el teorema? Si tú respuesta es <u>sí</u>, favor de anotarla:** Si, $c^2 = a^2 + b^2$
   $b^2 = c^2 - a^2$
   $a^2 = c^2 - b^2$
3. **Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado** cateto b, cateto a, hipotenusa
4. **Explica que realizas cuando en un triángulo rectángulo hace falta el valor de la hipotenusa.**
   se suma la medida del "cateto a" mas la medida del "cateto b" $c^2 = a^2 + b^2$
5. **Explica que realizas para encontrar el valor de uno de los catetos en un triángulo rectángulo.**
   si necesitamos saber el valor de la hipotenusa, se suma el cateto A con el cateto b y si necesitamos saber el valor del Cateto a o b se resta el valor de la hipotenusa menos cualquiera de esos dos depende la situación

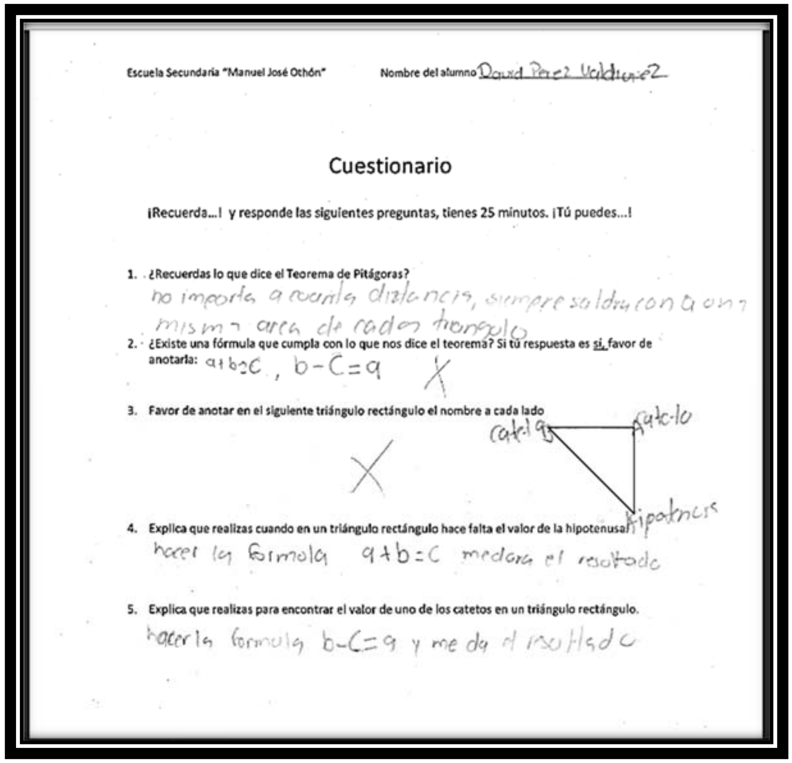


2

Cuestionario

¡Recuerda...! y responde las siguientes preguntas, tienes 25 minutos. ¡Tú puedes...!

1. **¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras?**
   Con la suma del cateto a mas cateto b da la hipotenusa
2. **¿Existe una fórmula que cumpla con lo que nos dice el teorema? Si tú respuesta es <u>sí</u>, favor de anotarla:** $C^2 = a^2 + b^2$
3. **Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado** cateto a, cateto b, C Hipotenusa
4. **Explica que realizas cuando en un triángulo rectángulo hace falta el valor de la hipotenusa.**
   Se Suman Cateto a + Cateto b
5. **Explica que realizas para encontrar el valor de uno de los catetos en un triángulo rectángulo.**
   Se resta Hipotenusa(c) - El cateto que tiene valor



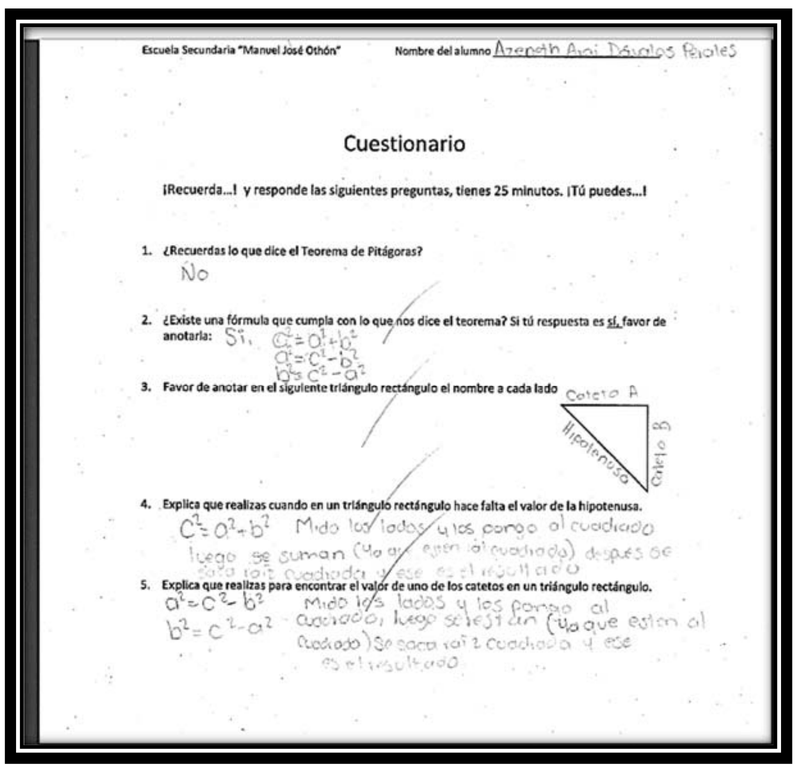
Escuela Secundaria "Manuel José Othón" Nombre del alumno David Perez Valdivez

Cuestionario

¡Recuerda...! y responde las siguientes preguntas, tienes 25 minutos. ¡Tú puedes...!

1. ¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras?
   no importa a cuanta distancia, siempre saldra con a un mismo area de cada triangulo
2. ¿Existe una fórmula que cumpla con lo que nos dice el teorema? Si tú respuesta es sí, favor de anotarla: $a+b=c$, $b-C=a$ X
3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado X

4. Explica que realizas cuando en un triángulo rectángulo hace falta el valor de la hipotenusa.
   hacer la formula $a+b=C$ me dara el resultado
5. Explica que realizas para encontrar el valor de uno de los catetos en un triángulo rectángulo.
   hacer la formula $b-C=a$ y me da el resultado



Escuela Secundaria "Manuel José Othón" Nombre del alumno Azeneth Anai Dávalos Perales

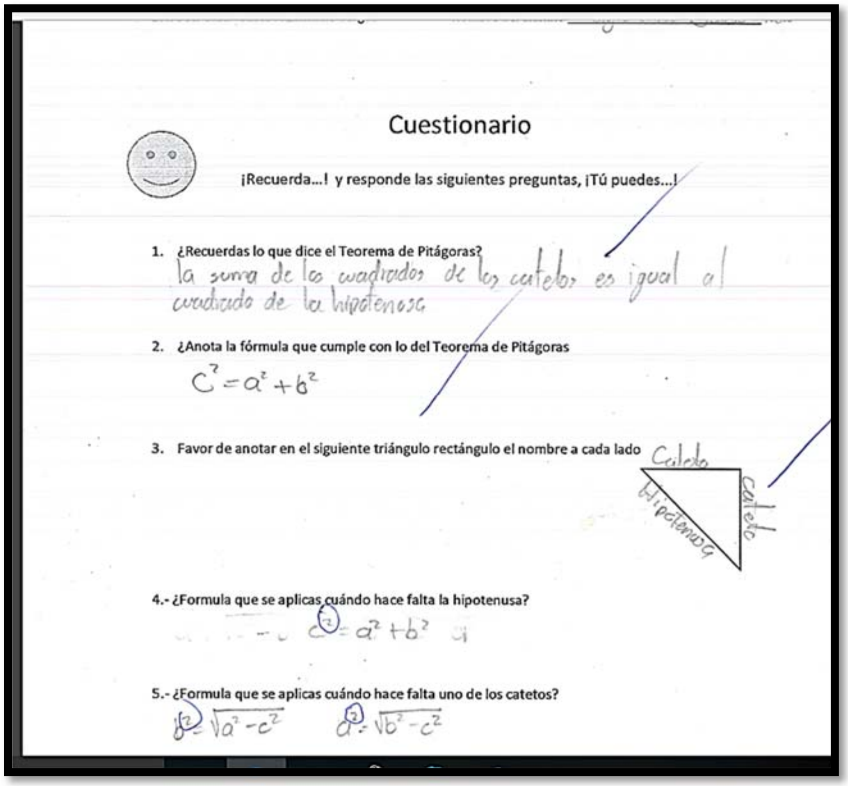
Cuestionario

¡Recuerda...! y responde las siguientes preguntas, tienes 25 minutos. ¡Tú puedes...!

1. ¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras?
   No
2. ¿Existe una fórmula que cumpla con lo que nos dice el teorema? Si tú respuesta es sí, favor de anotarla: Si, $c^2=a^2+b^2$
   $a^2=c^2-b^2$
   $b^2=c^2-a^2$
3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

4. Explica que realizas cuando en un triángulo rectángulo hace falta el valor de la hipotenusa.
   $c^2=a^2+b^2$ Mido los lados y los pongo al cuadrado luego se suman (ya que esten al cuadrado) despues se saca raiz cuadrada y ese es el resultado
5. Explica que realizas para encontrar el valor de uno de los catetos en un triángulo rectángulo.
   $a^2=c^2-b^2$
   $b^2=c^2-a^2$ Mido los lados y los pongo al cuadrado, luego se restan (ya que esten al cuadrado) se saca raiz cuadrada y ese es el resultado

Anexo 2. Cuestionario exploratorio de la capital del estado, escuela secundaria "Justo A Zamudio"



Cuestionario

¡Recuerda...! y responde las siguientes preguntas, ¡Tú puedes...!

1. ¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras?

   la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa

2. ¿Anota la fórmula que cumple con lo del Teorema de Pitágoras

   $c^2 = a^2 + b^2$

3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

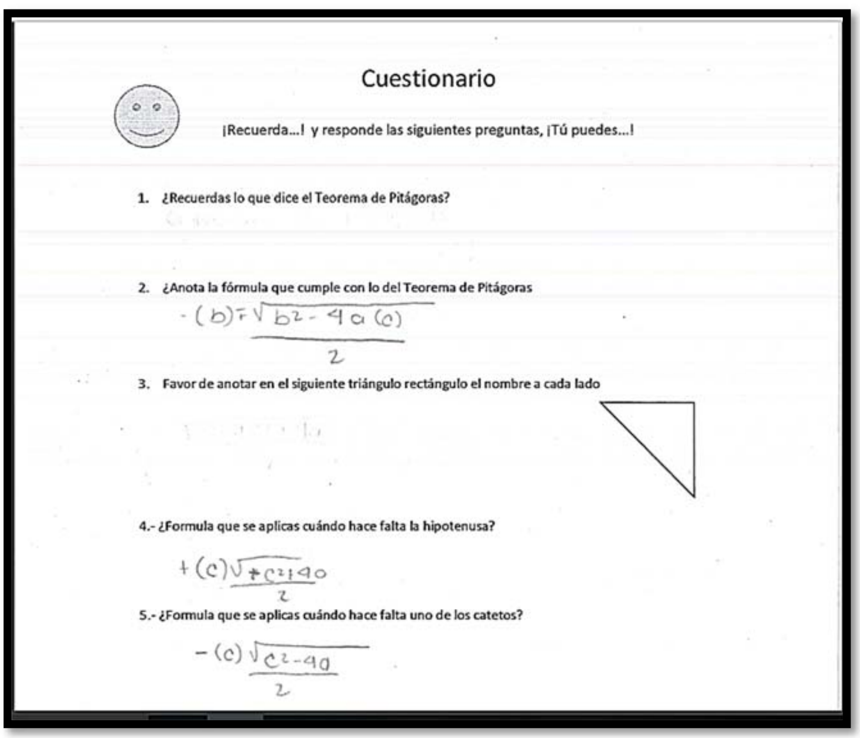
   Cateto — Cateto — hipotenusa

4.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta la hipotenusa?

   $c^2 = a^2 + b^2$

5.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta uno de los catetos?

   $b^2 = \sqrt{a^2 - c^2}$ $a^2 = \sqrt{b^2 - c^2}$



Cuestionario

¡Recuerda...! y responde las siguientes preguntas, ¡Tú puedes...!

1. ¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras?

2. ¿Anota la fórmula que cumple con lo del Teorema de Pitágoras

   $\frac{-(b) \mp \sqrt{b^2 - 4a(c)}}{2}$

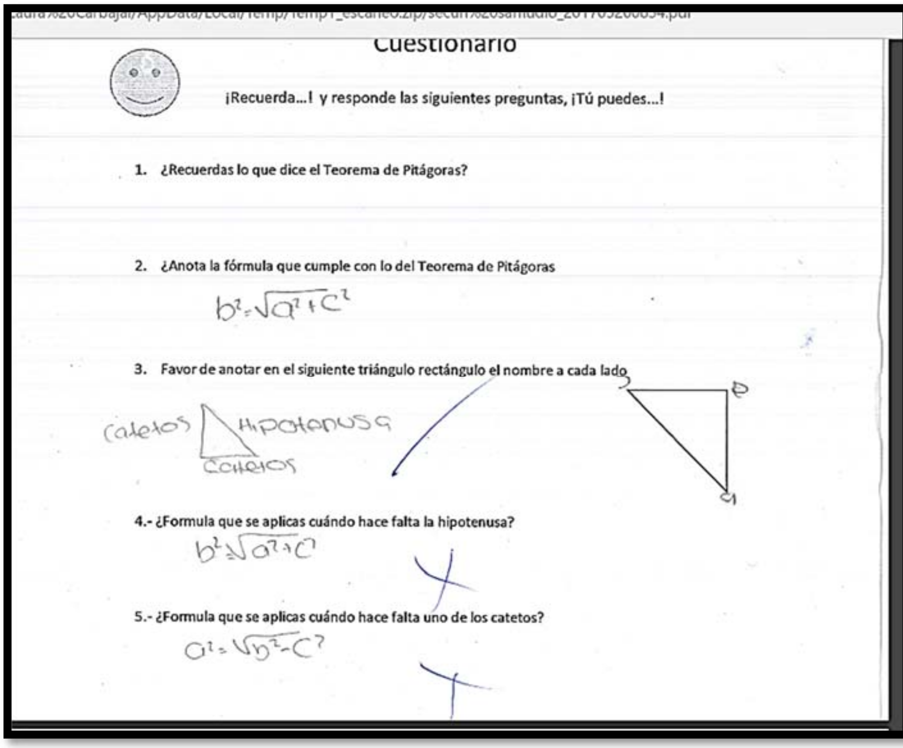
3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

4.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta la hipotenusa?

   $\frac{+(c)\sqrt{+c^2+4a}}{2}$

5.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta uno de los catetos?

   $\frac{-(c)\sqrt{c^2-4a}}{2}$



Cuestionario

¡Recuerda…! y responde las siguientes preguntas, ¡Tú puedes…!

1. ¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras?

2. ¿Anota la fórmula que cumple con lo del Teorema de Pitágoras

   $b^2 = \sqrt{a^2 + c^2}$

3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

   Catetos Hipotenusa Catetos

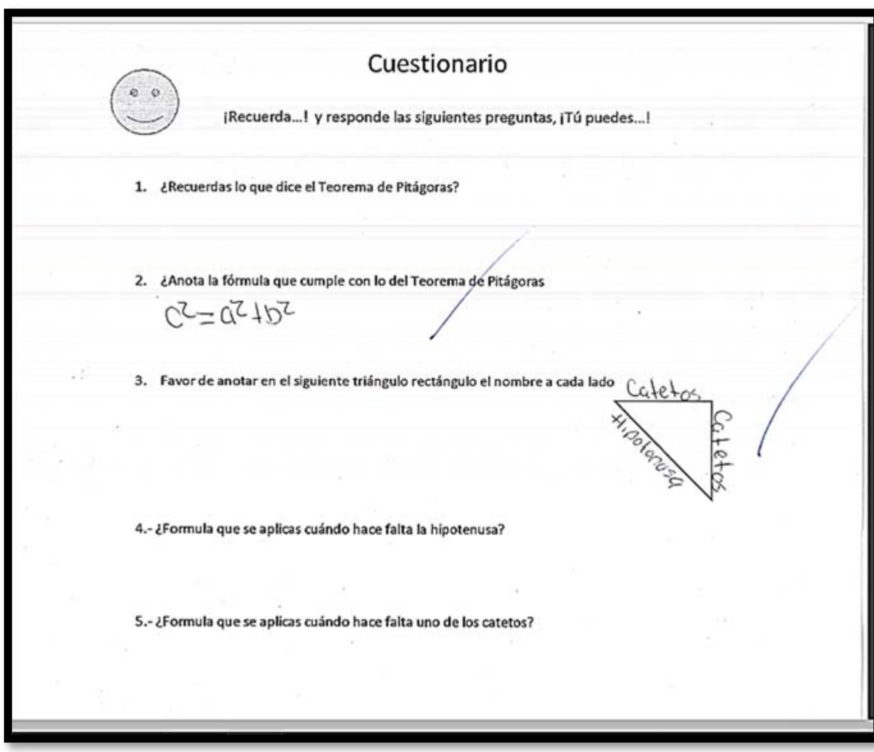
   b a

4.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta la hipotenusa?

   $b^2 = \sqrt{a^2 + c^2}$

5.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta uno de los catetos?

   $a^2 = \sqrt{b^2 - c^2}$



Cuestionario

¡Recuerda…! y responde las siguientes preguntas, ¡Tú puedes…!

1. ¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras?

2. ¿Anota la fórmula que cumple con lo del Teorema de Pitágoras

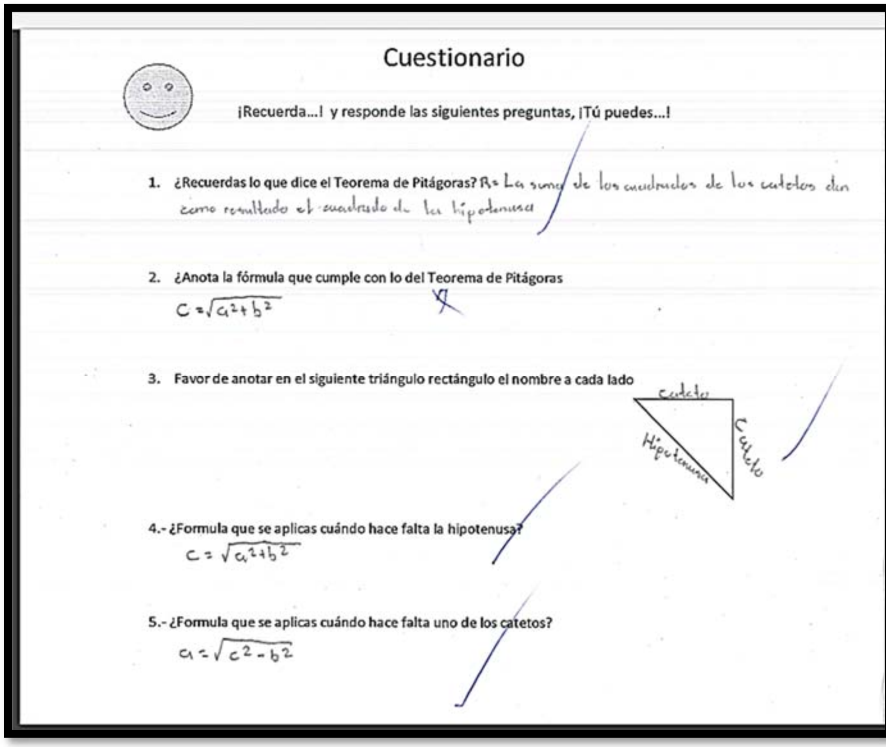
   $c^2 = a^2 + b^2$

3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

   Catetos Hipotenusa Catetos

4.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta la hipotenusa?

5.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta uno de los catetos?



Cuestionario

¡Recuerda...! y responde las siguientes preguntas, ¡Tú puedes...!

1. ¿Recuerdas lo que dice el Teorema de Pitágoras? R= La suma de los cuadrados de los catetos dan como resultado el cuadrado de la hipotenusa

2. ¿Anota la fórmula que cumple con lo del Teorema de Pitágoras

$C = \sqrt{a^2+b^2}$

3. Favor de anotar en el siguiente triángulo rectángulo el nombre a cada lado

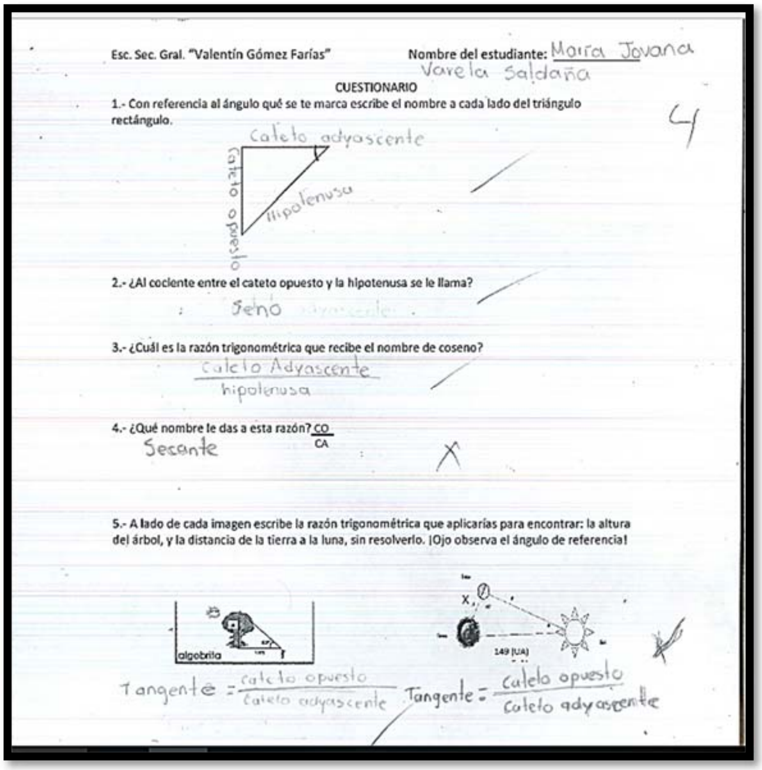
4.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta la hipotenusa?

$c = \sqrt{a^2+b^2}$

5.- ¿Formula que se aplicas cuándo hace falta uno de los catetos?

$a = \sqrt{c^2-b^2}$

Anexo 3. Cuestionario exploratorio en la comunidad, escuela secundaria "Valentín Gómez Farías"



Esc. Sec. Gral. "Valentín Gómez Farías" Nombre del estudiante: Maira Jovana Varela Saldaña

CUESTIONARIO

4

1.- Con referencia al ángulo qué se te marca escribe el nombre a cada lado del triángulo rectángulo.

cateto adyascente

cateto opuesto

hipotenusa

2.- ¿Al cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa se le llama?

Seno

3.- ¿Cuál es la razón trigonométrica que recibe el nombre de coseno?

$\frac{\text{Cateto Adyascente}}{\text{hipotenusa}}$

4.- ¿Qué nombre le das a esta razón? $\frac{CO}{CA}$

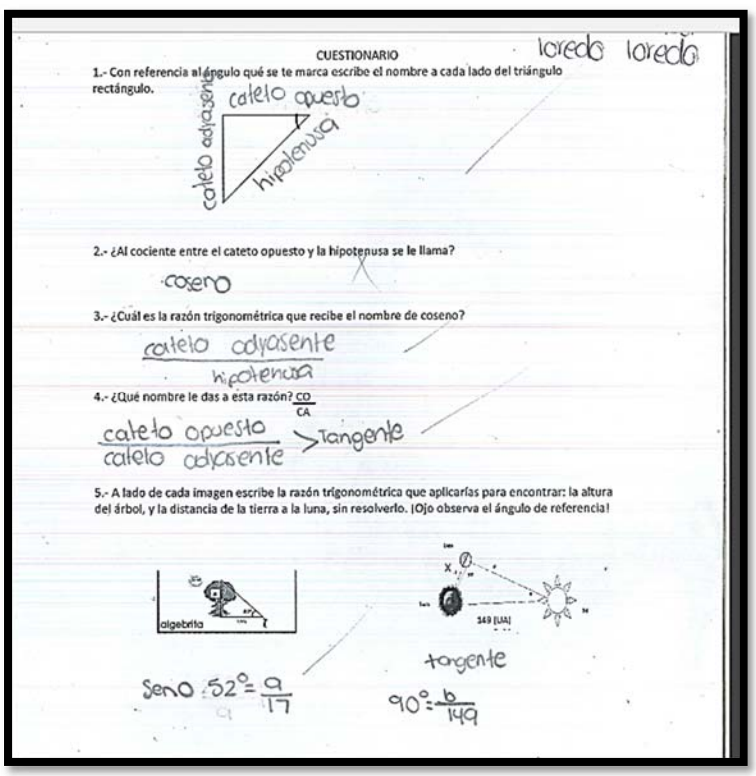
Secante

5.- A lado de cada imagen escribe la razón trigonométrica que aplicarías para encontrar: la altura del árbol, y la distancia de la tierra a la luna, sin resolverlo. ¡Ojo observa el ángulo de referencia!

algebrita

149 [UA]

Tangente = $\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{Cateto adyascente}}$ Tangente = $\frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyascente}}$



CUESTIONARIO loredo loredo

1.- Con referencia al ángulo qué se te marca escribe el nombre a cada lado del triángulo rectángulo.

cateto opuesto

cateto adyasente

hipotenusa

2.- ¿Al cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa se le llama?

coseno

3.- ¿Cuál es la razón trigonométrica que recibe el nombre de coseno?

$\frac{\text{cateto adyasente}}{\text{hipotenusa}}$

4.- ¿Qué nombre le das a esta razón? $\frac{CO}{CA}$

$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyasente}}$ > Tangente

5.- A lado de cada imagen escribe la razón trigonométrica que aplicarías para encontrar: la altura del árbol, y la distancia de la tierra a la luna, sin resolverlo. ¡Ojo observa el ángulo de referencia!

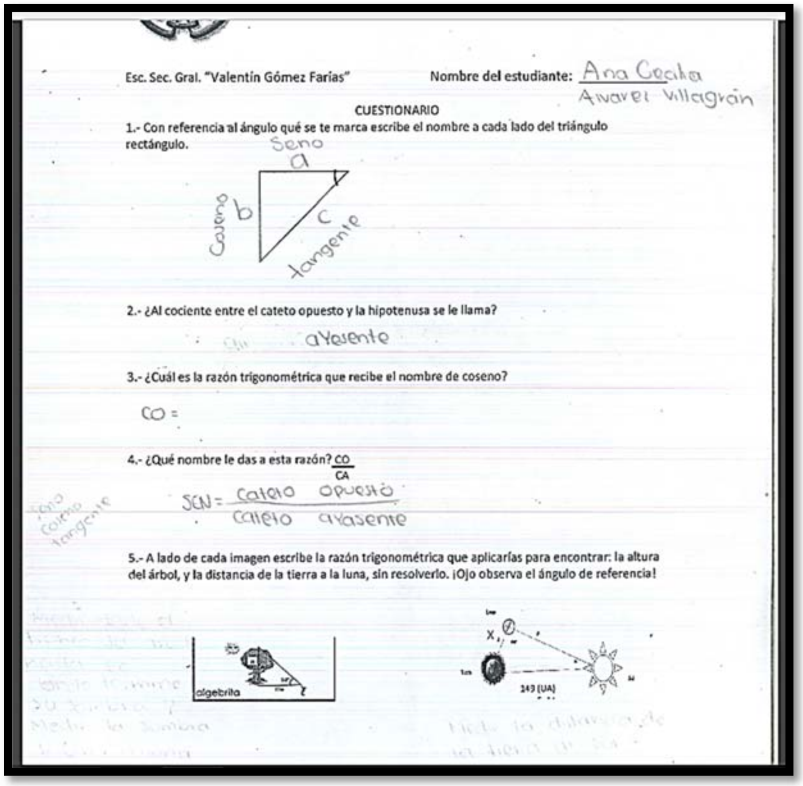
algebrita

149 [UA]

Seno $52° = \frac{a}{17}$

tangente

$90° = \frac{b}{149}$



Esc. Sec. Gral. "Valentín Gómez Farías" Nombre del estudiante: Ana Cecilia Alvarez Villagrán

CUESTIONARIO

1.- Con referencia al ángulo qué se te marca escribe el nombre a cada lado del triángulo rectángulo.

Seno
a
b Coseno
c tangente

2.- ¿Al cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa se le llama?

aYasente

3.- ¿Cuál es la razón trigonométrica que recibe el nombre de coseno?

CO =

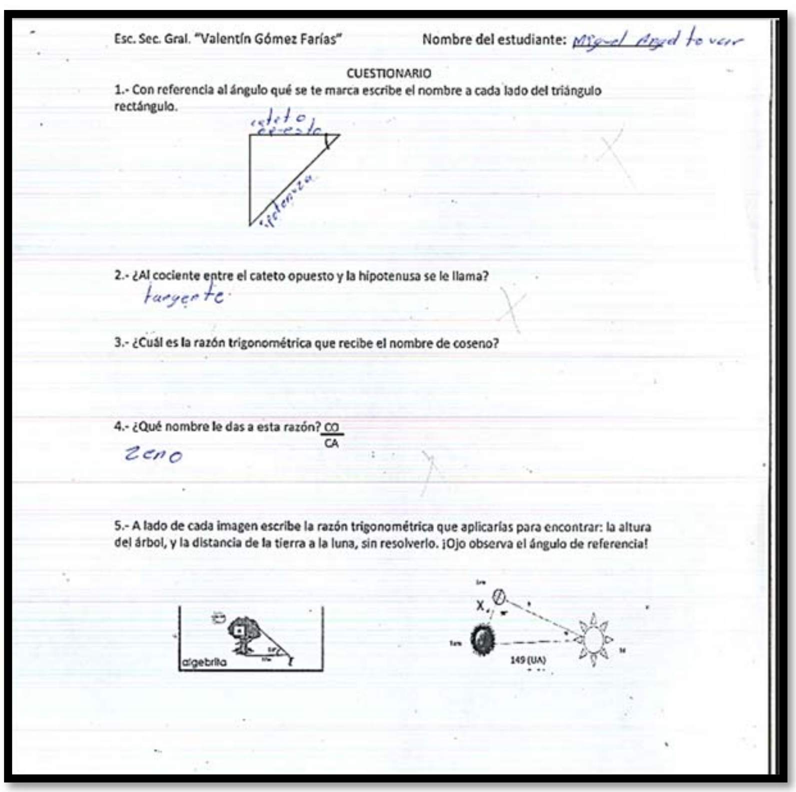
4.- ¿Qué nombre le das a esta razón? $\frac{CO}{CA}$

$SEN = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto ayasente}}$

5.- A lado de cada imagen escribe la razón trigonométrica que aplicarías para encontrar: la altura del árbol, y la distancia de la tierra a la luna, sin resolverlo. ¡Ojo observa el ángulo de referencia!

algebrita

149 (UA)



Esc. Sec. Gral. "Valentín Gómez Farías" Nombre del estudiante: Miguel Angel tovar

CUESTIONARIO

1.- Con referencia al ángulo qué se te marca escribe el nombre a cada lado del triángulo rectángulo.

cateto opuesto

hipotenusa

2.- ¿Al cociente entre el cateto opuesto y la hipotenusa se le llama?

tangente

3.- ¿Cuál es la razón trigonométrica que recibe el nombre de coseno?

4.- ¿Qué nombre le das a esta razón? $\frac{CO}{CA}$

zeno

5.- A lado de cada imagen escribe la razón trigonométrica que aplicarías para encontrar: la altura del árbol, y la distancia de la tierra a la luna, sin resolverlo. ¡Ojo observa el ángulo de referencia!

algebrita

149 (UA)

Anexo 4. Muestra de encuestas

Se anexan una muestra de 5 encuestas a las que responden los 18 estudiantes que asistieron el 17 de febrero, último día de trabajo de nuestra investigación, en este contexto.

1.- ¿Cuál fue el motivo principal para resolver lo propuesto por el investigador?
a) Por miedo
b) Por obligación
c) Me gustó la actividad

2.- ¿Cuál de los siguientes incisos pones en práctica al trabajar en equipo?
a) Para copiar
b) Para jugar
c) El trabajo colaborativo

3.- El formar un triángulo rectángulo con doblar una hoja fue para ti
a) Aburrido
b) Novedoso
c) Interesante

4.- Describe con tus propias palabras si te agrada salir del salón a trabajar.
Si Porque nos aburrimos menos &
le entiendo más ala actividad
aparte de que tenemos un mejor
ambiente

5.- Cuál es tu propuesta para mejorar tu enseñanza-aprendizaje en la materia de Matemáticas.
Pues que el maestro nos Ponga actividades
Para comprender las actividades.

1.- ¿Cuál fue el motivo principal para resolver lo propuesto por el investigador?
a) Por miedo
b) Por obligación
c) Me gustó la actividad

2.- ¿Cuál de los siguientes incisos pones en práctica al trabajar en equipo?
a) Para copiar
b) Para jugar
c) El trabajo colaborativo

3.- El formar un triángulo rectángulo con doblar una hoja fue para ti
a) Aburrido
b) Novedoso
c) Interesante

4.- Describe con tus propias palabras si te agrada salir del salón a trabajar.
Es mas divertido, pues experimentamos de
otra manera el resolver problemas, y
asi nos damos cuenta que en la vida diario
se pueden ocupar otros problemas que no
son solo suma, restas o multiplicación y division.

5.- Cuál es tu propuesta para mejorar tu enseñanza-aprendizaje en la materia de Matemáticas.
Tener actividades divertidas, que sean
interesantes y no solo sea escribir.

1.- ¿Cuál fue el motivo principal para resolver lo propuesto por el Investigador?
a) Por miedo
b) Por obligación
c) Me gustó la actividad

2.- ¿Cuál de los siguientes incisos pones en práctica al trabajar en equipo?
a) Para copiar
b) Para jugar
c) El trabajo colaborativo

3.- El formar un triángulo rectángulo con doblar una hoja fue para ti
a) Aburrido
b) Novedoso
c) Interesante

4.- Describe con tus propias palabras si te agrada salir del salón a trabajar.

Si Porque nos distiaemos y Podemos tomar en Practica lo que nos enseñaron dentro del Salon

5.- Cuál es tu propuesta para mejorar tu enseñanza-aprendizaje en la materia de Matemáticas.

Pues creo que esta bien Pero si ubiera mas dinamicas seria mejor.

1.- ¿Cuál fue el motivo principal para resolver lo propuesto por el Investigador?
a) Por miedo
b) Por obligación
c) Me gustó la actividad

2.- ¿Cuál de los siguientes incisos pones en práctica al trabajar en equipo?
a) Para copiar
b) Para jugar
c) El trabajo colaborativo

3.- El formar un triángulo rectángulo con doblar una hoja fue para ti
a) Aburrido
b) Novedoso
c) Interesante

4.- Describe con tus propias palabras si te agrada salir del salón a trabajar.

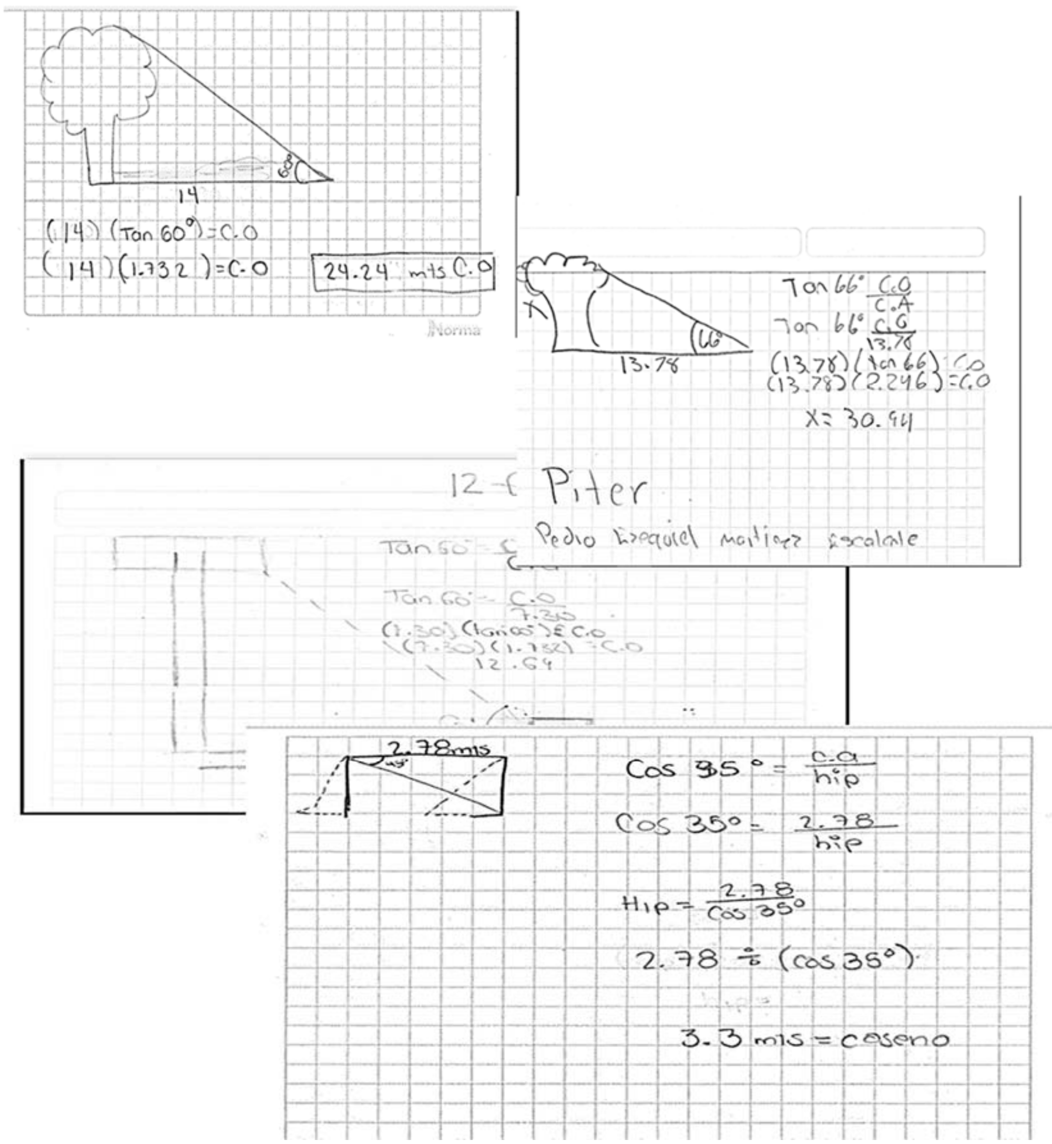
me gusto salir a trabajar en equipo Para salir algo de la rutina del salón

5.- Cuál es tu propuesta para mejorar tu enseñanza-aprendizaje en la materia de Matemáticas.

que algunas trabajos fueran fuera del salón de clases y un poco más divertidas.

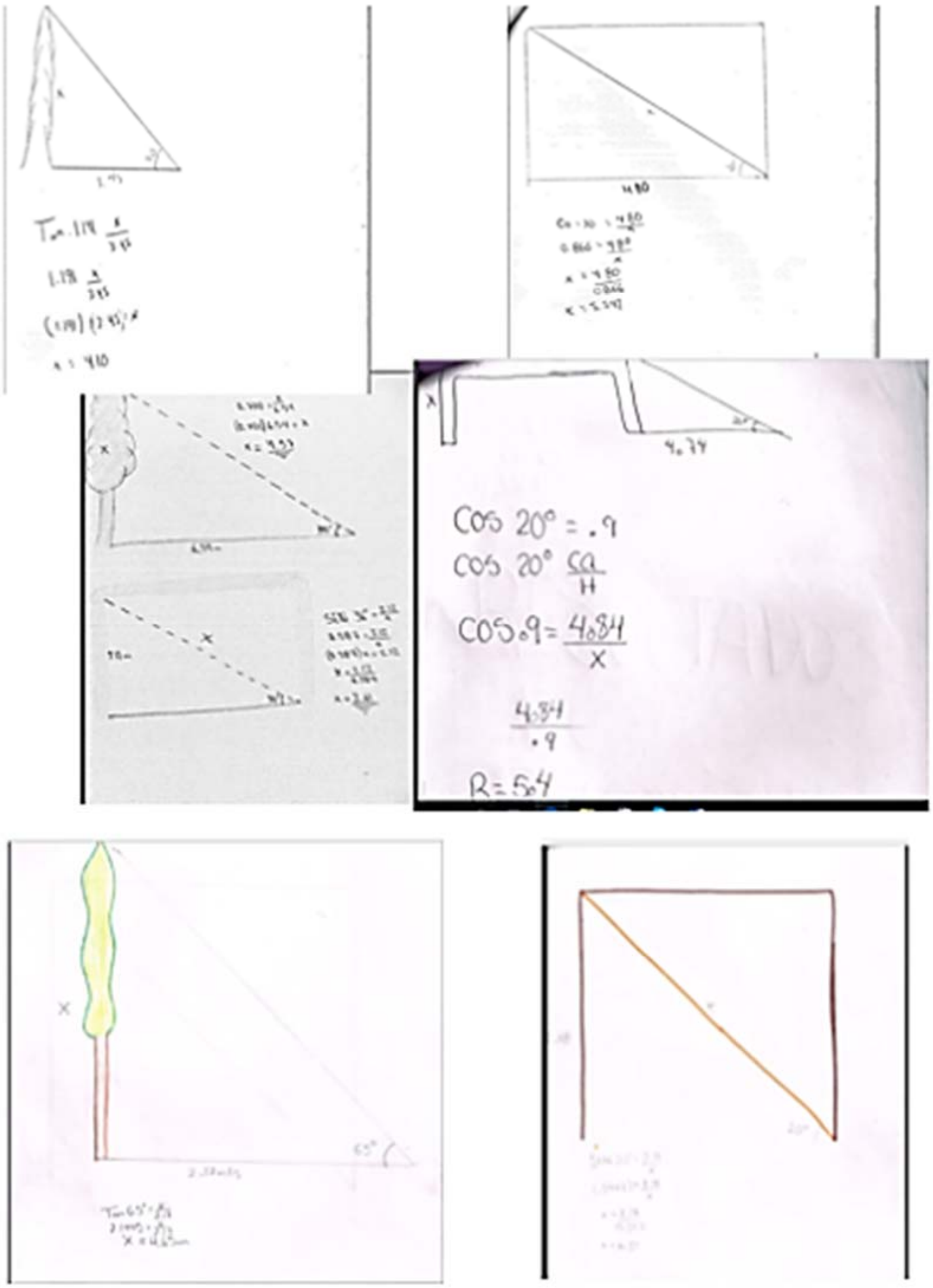
Anexo 5. Resultados de las hojas de trabajo

Se muestran los resultados de las hojas de trabajo de las fases de triangulación e interacción con el medio físico en el municipio de cerritos, escuela secundaria “Manuel José Othón”.



__Anexo 6. Condensado de resultados__

Resultados de los 4 equipos que se formaron para realizas las actividades propuestas en la comunidad de portezuelo, escuela secundaria "Valentín Gómez Farías" sobre la triangulación e interacción con el medio físico.



Anexo 7. Resultados en fotografías en capital del estado

Tomadas en la escuela secundaria “Justo A Zamudio “sobre la triangulación e interacción con el medio físico.