



Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del  
Instituto Politécnico Nacional

Unidad Zacatenco

Departamento de Matemática Educativa

# **Una caracterización del proceso de comprensión de lectura de textos matemáticos.**

Tesis que presenta

**Karina Flores Medrano**

para obtener el Grado de

**Maestra en Ciencias**

en la especialidad de

**Matemática Educativa**

Director de la Tesis:

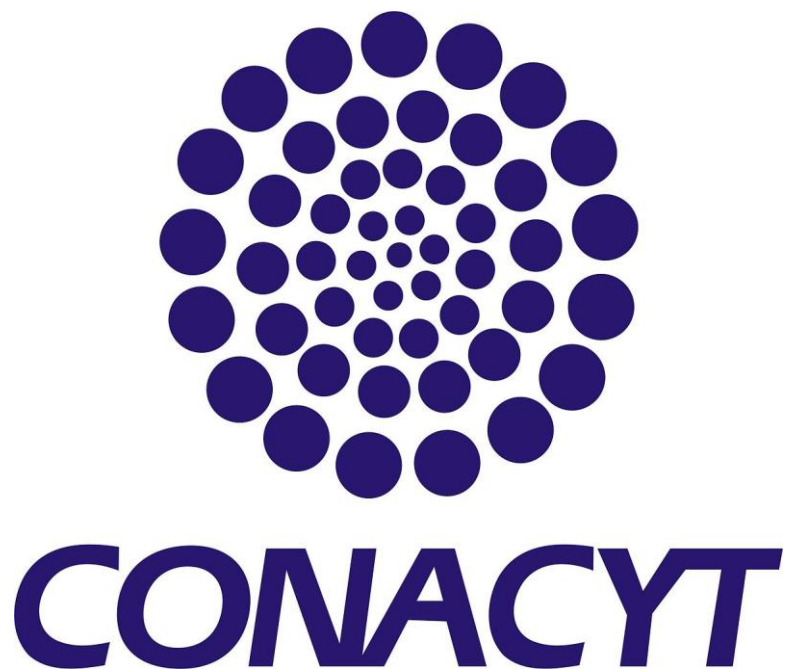
**Dr. Ricardo Arnoldo Cantoral Uriza**

Ciudad de México,

Enero, 2018

Agradezco de manera especial al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) por el apoyo económico brindado, sin el cual no hubiese sido posible realizar este posgrado.

BECARIO: 592687



## AGRADECIMIENTOS

A mi director de tesis, el Dr. Ricardo Cantoral, por sus invaluable enseñanzas y consejos, dando oportunidad a tener un crecimiento significativo en los ámbitos profesional y personal.

A mis sinodales, la Dra. Gisela Montiel y el Dr. Lorenzo Gómez, por aceptar evaluar este trabajo, brindando observaciones que enriquecieron el mismo.

A mis padres, quienes me enseñaron a mirar hacia adelante y confiar en que puedo lograr lo que me proponga; por su apoyo moral, anímico y económico.

A mis hermanos, cuñadas, sobrinos, por ser un motor de dopamina. Gracias por su apoyo y sus consejos. Especialmente, Eric y Dina, en quienes he encontrado además, colegas con los cuales se disfruta charlar y debatir temas de nuestra profesión; gracias por su orientación y sugerencias.

A las personas cercanas, quienes me han brindado una palabra de aliento en momentos difíciles, y han buscado motivarme a alcanzar mis objetivos.

A mis compañeros de generación, por el tiempo que compartimos en los seminarios y fuera de ellos, pero además, por su apoyo escuchándome en la construcción de este trabajo.

## ÍNDICE

	<b>Pág.</b>
Resumen	9
Abstract	10
Introducción	11
<b>Capítulo 1</b>	<b>13</b>
1.1 Identificación de una necesidad	13
1.1.1 Dos áreas. Resultados en pruebas estandarizadas	13
1.1.2 Dificultad asociada a la falta de comprensión en la lectura de textos en Matemáticas	18
1.2 Objetivos	23
1.2.1 Objetivos generales	23
1.2.2 Objetivos particulares	24
1.3 Preguntas de investigación	24
<b>Capítulo 2</b>	<b>25</b>
2.1 Proceso de lectura	25
2.1.1 Texto	30
2.1.1.1 Concepto de Texto	30
2.1.1.2 Tipos de texto. Texto expositivo	32
2.1.1.3 Estructura del texto	35
2.1.1.3.1 Gramática en Matemáticas	35
2.1.1.3.2 Variables textuales	37
2.1.2 Factores asociados con el lector	43



2.1.2.1	Conocimientos previos	43
2.1.2.2	Estrategias de lectura	44
2.1.2.3	Intereses del lector	46
2.1.2.4	Coherencia	47
2.1.2.5	Inferencias	48
2.2	Comprensión de lectura	54
2.2.1	Definición	54
2.2.2	Representación en la memoria	57
2.2.2.1	Formulación superficial del texto	57
2.2.2.2	Base de texto	58
2.2.2.2.1	Microestructura	59
2.2.2.2.2	Macroestructura	60
2.2.2.3	Modelo situacional	62
2.2.2.4	Comentarios con base en los tres niveles	63
2.3	Nuestra postura sobre el proceso de lectura	65
2.3.1	Un acercamiento con visión Socioepistemológica	67
2.4	Demandas cognitivas	72
	<b>Capítulo 3</b>	<b>76</b>
3.1	Paradigma y tipo de investigación	76
3.2	Enunciados de ítems de pruebas estandarizadas	78
3.2.1	Planea MS	78
3.2.2	PISA	83
3.2.3	Selección de ítems	90

3.2.3.1	Ítems seleccionados de la prueba Planea MS	90
3.2.3.2	Ítem seleccionado de la prueba PISA 2012	92
3.3	Descripción del diseño de cuestionarios	93
3.4	Protocolos de verbalización	94
3.5	Descripción de los informantes	98
<b>Capítulo 4</b>		<b>101</b>
4.1	Resultados	101
4.1.1	Alejandro	103
4.1.1.1	Resultados en C1	103
4.1.1.2	Resultados en C2	105
4.1.1.2.1	Resultados en primer ítem Planea	105
4.1.1.2.2	Resultados en segundo ítem Planea	106
4.1.1.2.3	Resultados en tercer ítem Planea	106
4.1.1.2.4	Resultados en cuarto ítem Planea	110
4.1.1.2.5	Resultados en ítem de PISA	112
4.1.2	Juan Pablo	116
4.1.2.1	Resultados en C1	116
4.1.2.2	Resultados en C2	116
4.1.2.2.1	Resultados en primer ítem Planea	116
4.1.2.2.2	Resultados en segundo ítem Planea	117
4.1.2.2.3	Resultados en tercer ítem Planea	117
4.1.2.2.4	Resultados en cuarto ítem Planea	121
4.1.2.2.5	Resultados en ítem de PISA	123

4.1.3 Mariana	126
4.1.3.1 Resultados en C1	126
4.1.3.2 Resultados en C2	127
4.1.3.2.1 Resultados en primer ítem Planea	127
4.1.3.2.2 Resultados en segundo ítem Planea	127
4.1.3.2.3 Resultados en tercer ítem Planea	128
4.1.3.2.4 Resultados en cuarto ítem Planea	133
4.1.3.2.5 Resultados en ítem de PISA	136
4.1.4 Roberto	138
4.1.4.1 Resultados en C1	138
4.1.4.2 Resultados en C2	140
4.1.4.2.1 Resultados en primer ítem Planea	140
4.1.4.2.2 Resultados en segundo ítem Planea	141
4.1.4.2.3 Resultados en tercer ítem Planea	141
4.1.4.2.4 Resultados en cuarto ítem Planea	146
4.1.4.2.4 Resultados en ítem de PISA	148
4.1.5 Síntesis	151
4.1.5.1 Cuestionario 1	152
4.1.5.2 Cuestionario 2	153
<b>Capítulo 5</b>	<b>160</b>
5.1 Reflexiones finales	160
5.2 Conclusiones	163
5.3 Perspectivas	165

5.3.1 Del fenómeno texto-lector al fenómeno texto-lectores	165
5.3.2 Exploración con otros <i>textos matemáticos</i>	166
5.3.3 Profundización en el análisis con base en la anidación de prácticas	166
Referencias	168
Anexos	188

## RESUMEN

El presente trabajo es un estudio exploratorio donde se construye y propone una caracterización del proceso de comprensión de lectura de textos matemáticos. Se reconoce que es un proceso evolutivo y situado al contexto sociocultural del lector y del autor. En el marco teórico, se declara lo que entenderemos por lectura, comprensión de lectura, así como la propuesta de definición para el término de texto matemático. Para asentar esta caracterización, se diseñaron cuestionarios en los que se incluyen ítems de pruebas estandarizadas; dichos ítems se encuentran en su versión original, y en una versión modificada por los autores de esta investigación, basada en las variables textuales. La interacción con los lectores es personal, y se cuenta con el apoyo de protocolos de verbalización, para tener mayor cercanía al proceso de cada lector. Entre los resultados obtenidos, destaca el siguiente: un texto más cohesivo puede permitir enfocar las inferencias a aspectos más profundos en vez del nivel estructural y de redacción del mismo.

## **ABSTRACT**

The following thesis is an exploratory study where is built and proposed a characterization of the reading understanding process of mathematics text. It is recognized that it is an evolutionary process situated into the sociocultural context of the reader and the author. In a theory frame, the concepts of reading, reading understanding are defined, as the proposal of the definition for the term of mathematical text. For settling this characterization, several quizzes were designed that includes standardize test's items; this items can be found on their original version, and it is a modified version made by the authors of this research, based on the textual variables. The interaction is personal, and it counts with the verbalization protocols support, this is done for having a closer approach to each reader's process. Among the obtain results, the following is highlighted: a more cohesive text can allow focusing on the inferences to deeper aspects otherwise from the structural lever and redaction of itself.

## Introducción

El estudio de la comprensión de lectura es ahora tema de interés no únicamente de asociados a la lingüística y disciplinas aledañas, sino también de otras disciplinas. En la actualidad, es posible encontrar investigación donde se busca averiguar, observar y asociar factores inmersos en la comprensión de lectura de textos científicos, los cuales pueden pertenecer a la ciencia conocida como Física, en Química, y algunos se enfocan en el entendimiento de problemas matemáticos.

Santiesteban y Velázquez (2012) reconocen a la enseñanza de la lectura y su comprensión como base para el resto de las asignaturas. Es decir, se detecta una necesidad de comprender lo que se lee, en el aula de Física, de Matemáticas, de Química, de Biología, y seguramente en más. Los estudiantes se enfrentan constantemente a leer -un libro de texto, las notas del profesor, información que utilizará para realizar una tarea propuesta en clase, al ser evaluado mediante exámenes-. Y se puede extender la lista de ejemplos a contextos fuera del aula: por ejemplo, una persona que lee en una tienda de autoservicio que hay una oferta de 50% de descuento sobre lo ya rebajado del 50% en una prenda; ¿se le está regalando la prenda?

En este trabajo presentamos una caracterización del fenómeno de comprender la lectura de textos matemáticos, en particular, en ítems de pruebas estandarizadas. En el primer capítulo se desarrolla el punto de partida de esta investigación en la identificación de una necesidad por comprender lo que se lee en Matemáticas, reconociendo que representa cierta dificultad entre los estudiantes -y nos atrevemos a afirmar que al nivel de la sociedad en general-; además, se citan trabajos con intereses afines a nosotros, para posteriormente finalizar el capítulo declarando los objetivos y preguntas de investigación. Lo que refiere al capítulo dos, se concentra el marco teórico en el que nos sustentamos, en el cual se habla de qué se entenderá por leer, los factores y actores que identificamos en este fenómeno, así como nuestra propuesta de definición de texto matemático; se habla también sobre la noción de comprender la lectura de un texto desde la postura de distintos autores y desde la nuestra.

En este capítulo también se cita una propuesta de estratificación de los textos matemáticos, utilizando el constructo de Demandas Cognitivas.

El capítulo 3 contiene aspectos metodológicos, desde nuestra declarativa sobre el paradigma en el que nos situamos, así como el desglose de los instrumentos que diseñamos y utilizamos en la recolección de datos, el método que nos permitió llevarlo a cabo, así como una breve descripción

de las pruebas estandarizadas de las que tomamos los ítems que presentaríamos a los estudiantes para que dieran lectura de estos. En el capítulo 4 se describen los resultados que obtuvimos en la interacción con los informantes, así como el análisis de esta información. En el capítulo 5 se realizan comentarios finales y conclusiones.



## Capítulo 1

### 1.1 Identificación de una necesidad

Se reconoce que la comprensión del discurso, ya sea éste narrativo, periodístico o científico, es un proceso esencial y necesario que, de hecho, ocupa buena parte de nuestro tiempo y de nuestra actividad cognitiva (León, 2001).

Santiesteban y Velázquez (2012) consideran que la enseñanza de la lectura y su comprensión ocupa un lugar preponderante dentro de los planes de estudios por ser la base del resto de las asignaturas. Más adelante, ellos mismos mencionan que la lectura es un instrumento de capital importancia en todas las esferas de la vida social y cita a Fay (1956) quien menciona que el 75% de lo que se aprende llega por vía de la letra impresa; compartimos en un porcentaje lo mencionado por Fay, sobre todo si lo situamos en un escenario escolar -y en algunos otros-, aunque en nuestra postura, hay otras maneras y medios de transmisión de conocimiento.

Por su parte, instituciones y organismos preocupados por la educación de la población, conforman pruebas a fin de evaluar el desempeño que muestran los estudiantes, lo que permite tener, de alguna manera, un acercamiento con la realidad promedio.

#### 1.1.1 Dos áreas. Resultados en pruebas estandarizadas.

En México se utilizan varias pruebas estandarizadas, dos de ellas - Planea y PISA- que permiten tener un panorama sobre el desempeño (logro y aprendizaje) de los estudiantes en distintas áreas del conocimiento. En lo que sigue, nos concentraremos en las siguientes dos: i) Comprensión de Lectura, y ii) Matemáticas.

En lo que respecta al proyecto de PISA, permite extender y enriquecer el panorama nacional sobre el sistema educativo, no sólo en términos de la calidad en los resultados educativos, sino además, en la equidad en la distribución de oportunidades de aprendizaje -por ejemplo, respecto al género (hombre/mujer) y al alcance económico del país y de sus subgrupos demográficos-; esto con una visión de compartir y permitir crear propuestas de mejora a cada nación, reflexionando sobre el objetivo de preparar a los estudiantes para situaciones de la vida real. De esta manera, PISA proporciona ideas dentro de los factores que influyen el desarrollo de habilidades y actitudes en casa y en la escuela, y examina cómo esos factores interactúan y qué

implicaciones tiene para el desarrollo político. En particular, para el área de las Matemáticas, ayuda al individuo a reconocer el rol que juegan las matemáticas en el mundo y a hacer juicios bien fundamentados y decisiones necesarias para ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos (OECD, 2013).

En los resultados que se reportan de la aplicación en el 2015, se puede observar que en México el desempeño se encuentra por debajo del promedio OCDE en lectura (423 de 493 puntos) y en Matemáticas (408 de 490 puntos), y que menos del 1% de los estudiantes alcanzan niveles de competencia de excelencia (OCDE, 2015).

En los resultados sobre el desempeño en México en las áreas de ciencias, matemáticas y lectura (<http://www.compareyourcountry.org/pisa/country/MEX?lg=en>), se encuentra lo siguiente:

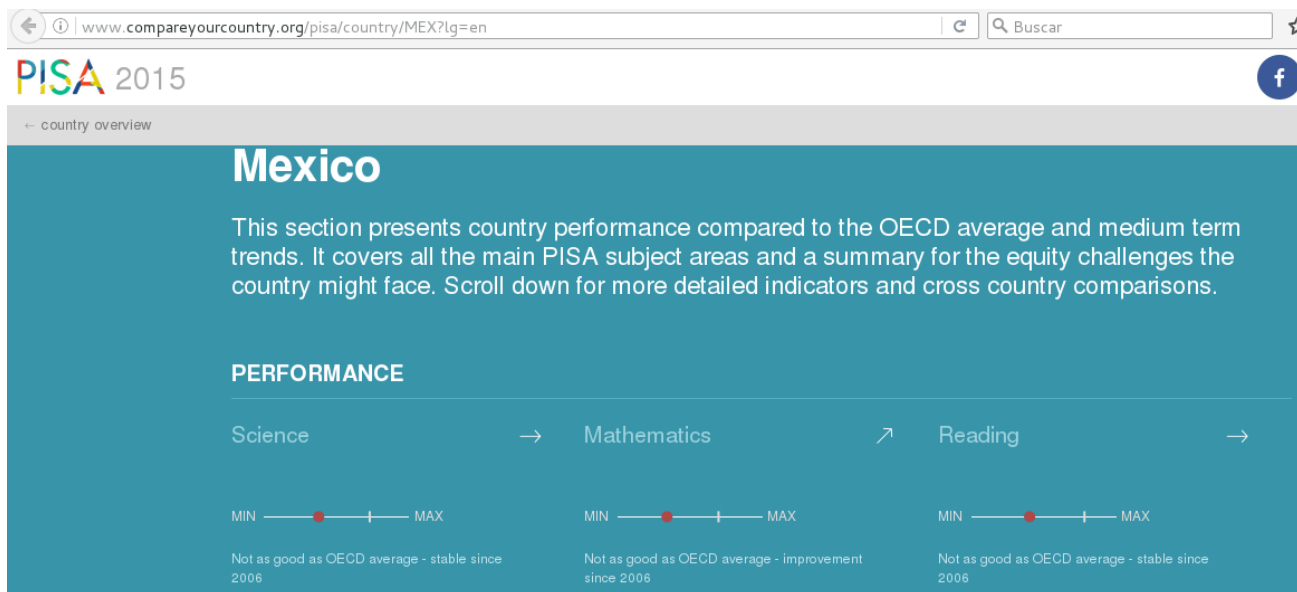


Imagen 1.2.1.a. Resultados en México en la evaluación de Lectura, Matemáticas y Ciencia. (Extraído de <http://www.compareyourcountry.org/pisa/country/MEX?lg=en>)

Puede notarse un incremento en el desempeño en matemáticas, mientras que en Lectura se mantuvo con respecto a resultados de otros años. Sin embargo, cabe mencionar que en las tres áreas se mantiene en niveles bajos de desempeño, respecto del promedio de OCDE.

Son minoría los estudiantes mexicanos que muestran un desempeño cercano al más alto. Estos alumnos, respecto al área de la Lectura, pueden recuperar información que requieren localizar, y organizar varias piezas de información profundamente incrustada de un texto o gráfica. Además, en Matemáticas son capaces de pensar y razonar matemáticamente avanzado (ver imagen 1.2.1.b).

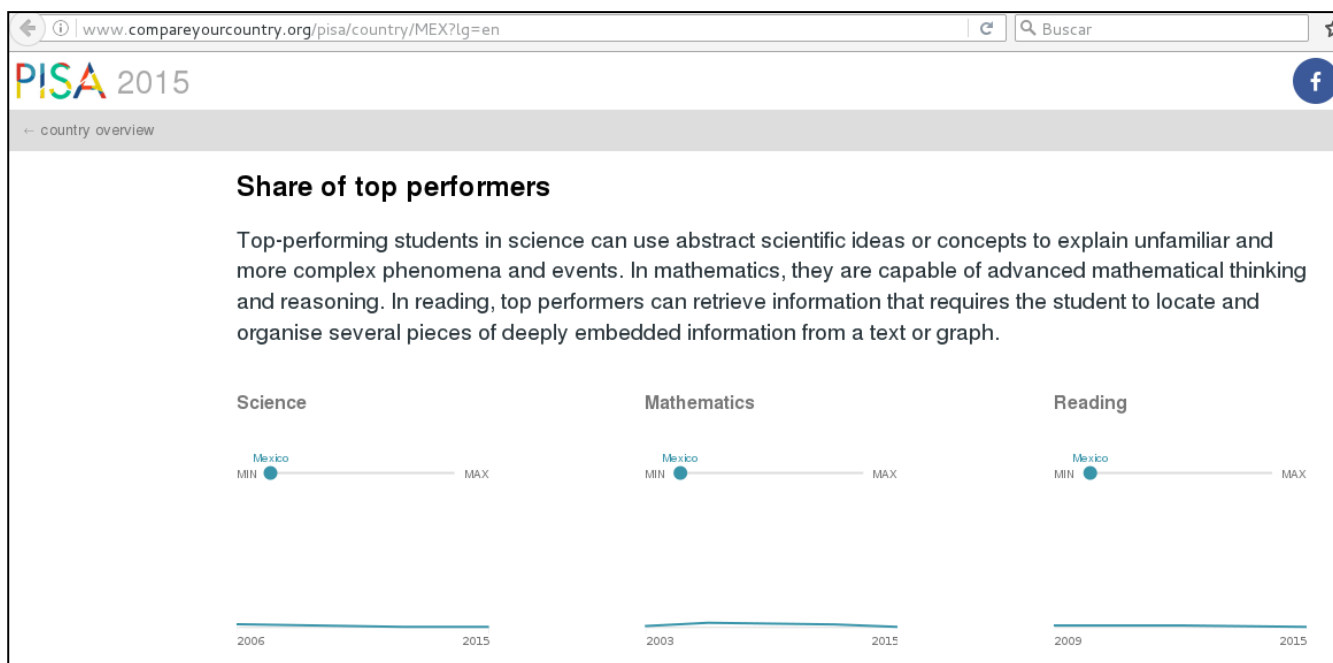


Imagen 1.2.1.b. Participación de los estudiantes con mejor desempeño. (Extraído de <http://www.compareyourcountry.org/pisa/country/MEX?lg=en> )

En contraste, es la mayoría de los estudiantes que se encuentran en niveles bajos de desempeño, los cuales, en la Lectura, luchan por reconocer la idea principal en un texto. En Matemáticas, no pueden calcular el precio aproximado de un objeto en una moneda diferente o comparar la distancia total a través de dos rutas alternativas. (Ver imagen 1.2.1.c.)

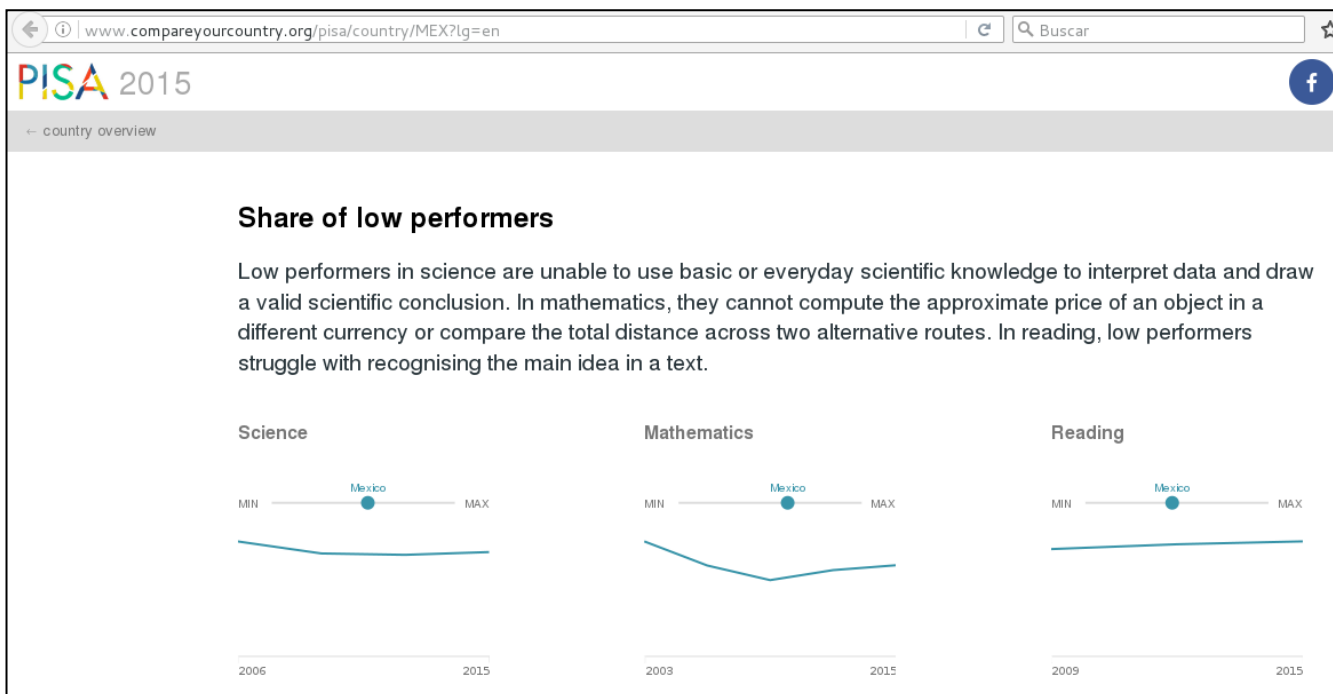


Imagen 1.2.1.c. Participación de los estudiantes con desempeño bajo. (Extraído de <http://www.compareyourcountry.org/pisa/country/MEX?lg=en> )

Como se mencionó anteriormente, en esta prueba se toman en consideración factores sociales-culturales y económicos, donde se busca conocer los niveles de desempeño reconociendo que estos factores afectan en los resultados.

Lo que respecta a la prueba Planea –aplicada en México-, esta se propone informar el desempeño a fin de mejorar en las áreas que se evalúan, desde el docente en relación con sus estudiantes, hasta el sistema nacional. También hablaremos únicamente de resultados en Matemáticas y en Comprensión de Lectura.

En la aplicación de Planea MS en el año 2016, participaron 579, 923 alumnos del último grado de educación media superior en 14, 784 instituciones educativas públicas, autónomas y privadas de todo el país de México.

En los resultados correspondientes al 2016, se puede observar estadísticamente la tendencia en la población a encontrarse en los niveles más bajos de desempeño, tanto en el área de Matemáticas, como en la de Comprensión de Lectura (Secretaría de Educación Pública, 2016).

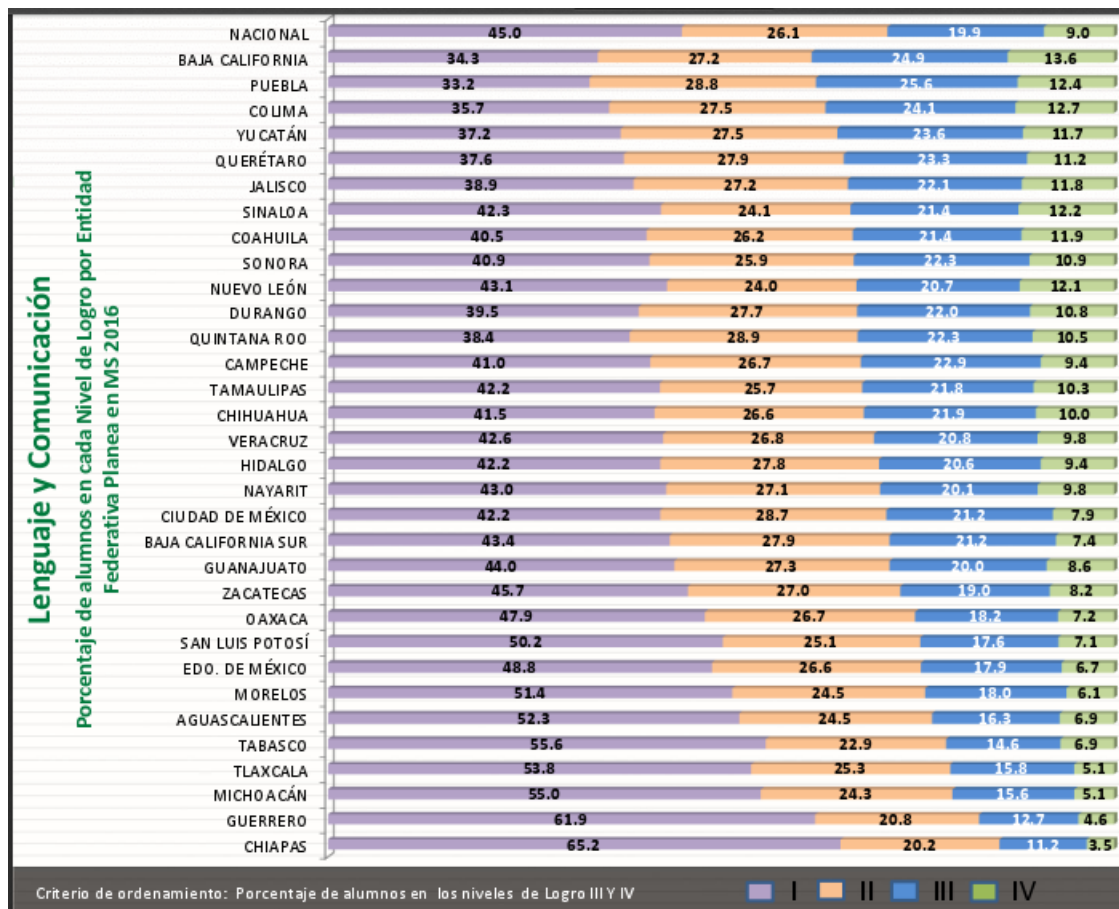


Imagen 1.2.1.d. Porcentaje de estudiantes en cada uno de los niveles de dominio en Comprensión de Lectura.

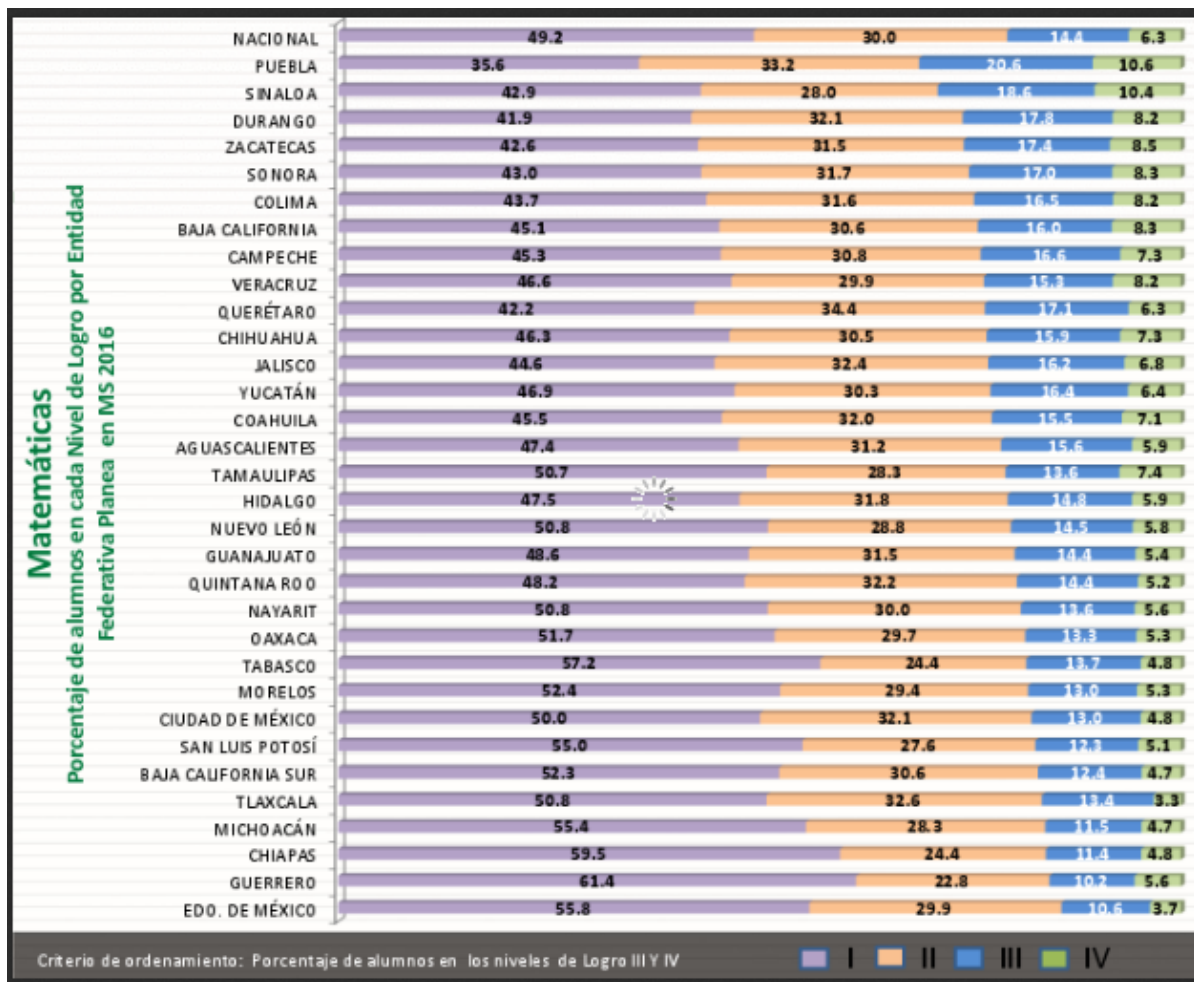


Imagen 1.2.1.e. Porcentaje de estudiantes en cada uno de los niveles de dominio en Matemáticas.

(Extraído de [http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2016/DifusionPLANEA EMS.pdf](http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2016/DifusionPLANEA_EMS.pdf) )

Estos resultados permiten tener mayor sensibilización sobre una necesidad nacional que se tiene de desarrollar y mejorar en estas dos áreas, dada la deficiencia que se muestra en promedio. No cabe duda que ya hay especialistas enfocados en ello, así como investigaciones en las que se documenta sobre los posibles factores causales.

En este apartado se muestran dos áreas que se evalúan por separado (Comprensión de lectura y Matemáticas), sin embargo, los autores de este trabajo reconocemos que hay una necesidad en el fenómeno propiamente de la *comprensión de lectura en textos matemáticos*.

Parte de nuestro argumento es que, no obstante con las dificultades a las que se enfrentan los estudiantes en significar conceptos y objetos matemáticos, como lo documentan por ejemplo Mayén, Díaz y Batanero (2009) acerca de estudiantes que confunden la media y la mediana; se

enfrentan además con la dificultad propia del proceso de comprender un texto -donde está implicada esta significación-.

En lo siguiente, buscaremos asentar lo referente a dificultades que se han detectado entorno a la comprensión de lectura, y en particular, de trabajos con interés en estudiar este fenómeno en matemáticas.

### **1.1.2 Dificultad asociada a la comprensión en la lectura de textos en matemáticas.**

En la comunidad científica ha emergido una particular preocupación por observar y entender qué ocurre cuando los estudiantes se enfrentan a resolver problemas matemáticos, desde el hecho de que no logra llegar a una solución correcta. Algunos, lo asocian con la necesidad de comprender primero lo que se pide en el enunciado. Coleoni, Otero, Gangoso y Hamity (2001) hacen mención de que los *errores en las resoluciones escritas* pueden estar de algún modo vinculados a fallos en la representación en la memoria sobre el enunciado del problema al momento del proceso de resolución.

Por su parte, Cummins, Kintsch, Reusser y Weimer (1988) y Kintsch y Greeno (1985) (citados en Juárez, Mejía, González y Slisko, 2014), buscan conocer con mayor profundidad los diferentes factores que afectan la comprensión de problemas matemáticos verbales; y en este mismo artículo de Juárez y sus colaboradores, se cita a Galbraith y Stillman (2006), quienes consideran que las dificultades para los alumnos aumentan bastante cuando los problemas implican un proceso de modelización matemática; y es a Borromeo-Ferri (2006) a quien citan para hablar sobre la existencia en la propuesta de un proceso de modelización, en el cual la primera fase es la construcción de un modelo mental de la situación (“modelo situacional”) a la que se refiere el problema y es necesaria para la comprensión de un problema matemático y su posterior resolución (Reusser, 1988; Mayer y Heagarty, 1996; citados en Juárez et al., 2014).

Se percibe una postura en la que se considera que es necesario “*comprender lo que se lee para...*”, y estos estudios se han enfocado a enunciados de problemas matemáticos. Sin embargo, el interés de este trabajo es tener un acercamiento al estudio del proceso de comprensión de lectura, de manera genérica, en lo que reconoceremos como textos matemáticos.

Diversos trabajos han centrado su atención en estudiar el proceso de lectura. Por ejemplo, Kucan y Beck (1997) mencionan que desde finales de 1950s hasta inicios de 1970s, un número de trabajos y estudios exploratorios, mayormente de estudiantes de la Universidad de Chicago,

extendieron los esfuerzos de McCallister por entender cómo interactúan los estudiantes con el texto, y que esos estudios usaron nuevas metodologías para acercarse más al proceso de los estudiantes durante la lectura. A continuación se mencionan algunos de ellos.

- Piekarz (1956) y Fareed (1971) trataron de revelar el proceso de los sujetos usando un método nuevo retrospectivo con alumnos de 6to quienes leyeron una selección en silencio y después releieron la selección en segmentos cortos verbalizando sus pensamientos.
- Smith (1976) usó una técnica de entrevista estructurada para guiar a estudiantes de 12vo en describir cómo un propósito asignado influyó su lectura.
- Extendiendo la aproximación de la entrevista estructurada, Cafone (como es citado en Strang, 1967) usó múltiples medidas como fuentes de evidencia convergente para comparar lo que decían los estudiantes mientras leían, con lo que parecía que estaban haciendo al contestar preguntas, leer en voz alta, y completar enunciados. (cloze passages).
- En contraste con Piekarz, Smith, Fareed, y Cafone, quienes confiaron en las explicaciones provistas por los estudiantes después de la lectura o durante la relectura, Squire (1964) intentó encontrar lo que lectores estaban haciendo mientras leían dividiendo historias cortas en segmentos y solicitando a los estudiantes leer cada segmento para después verbalizar sus pensamientos. Para analizar los protocolos resultantes, Squire los puso en categorías como juicios literarios, respuestas interpretativas, reacciones narrativas, y respuestas asociativas. Él también relacionó la experiencia previa de los sujetos, su habilidad, y personalidad a sus respuestas durante la lectura. (Kucan y Beck, 1997).
- Olshavsky (1977; citado en Kucan y Beck, 1997) diseñó su investigación para tomar en cuenta las restricciones y habilidades del lector usadas por los buenos lectores y los lectores pobres; las características del ambiente de la tarea, o la situación de lectura, usando textos de mayor y menos complejidad; y los objetivos del lector, o motivación.

Kucan y Beck (1997) citan a Waern (1978) quien observa que en una orientación, los sujetos “se ocuparon más en procesar su conocimiento previo que en la construcción de significado del texto”. Tales sujetos frecuentemente no eran conscientes que no habían comprendido el texto. En la otra orientación, los sujetos hicieron un “esfuerzo consciente para interpretar el texto, usando su propio conocimiento previo como punto de partida”. Para tales lectores, la comprensión fue mejor.

Gracias a estas y más investigaciones, se han encontrado distintos factores que influyen en el proceso de comprender un texto, así como documentar lo observado en el lector durante dicho proceso.

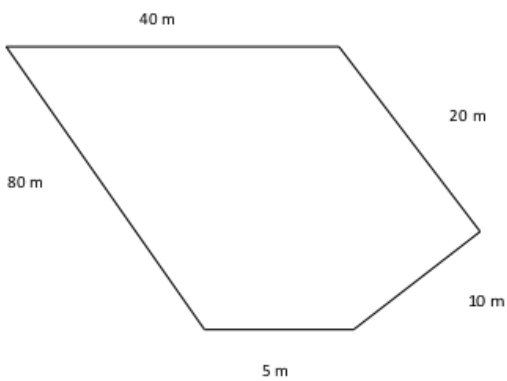
Ahora bien, si situamos esta problemática en textos cuyo tópico central es la Matemática, encontramos que hay también una necesidad en estudiar la comprensión de estos textos.

De acuerdo con Cordero (2008; citado en Cordero y Silva-Crocci, 2012), se concibe que en la matemática escolar se presenta un conocimiento acabado, legitimado por una justificación razonada que difícilmente muestra una construcción del conocimiento matemático. En este contexto, dicen Cordero y Silva-Crocci (2012), un estudiante podrá repetir proposiciones o definiciones y sacar buenas notas sin entender lo que está haciendo. Pensamos que no se exenta como causa de ello, la falta de comprensión de la lectura de estas proposiciones, definiciones, que mencionan los autores recién citados, al hecho de que los estudiantes sólo las repitan -o memoricen-.

Algunos investigadores en Matemática Educativa han presentado evidencia de parte de las construcciones mentales de los estudiantes al leer un problema matemático, y que a veces suele no estar en congruencia con lo esperado en tanto soluciones matemáticamente correctas. Muestra de ello se encuentra en el trabajo de Hernández, Juárez y Slisko (2014), donde se les presenta a profesores el siguiente problema extraído de un libro de matemáticas de quinto año de primaria en México (Secretaría de Educación Pública, 2011), solicitando que argumenten sobre la posibilidad de que este terreno exista en la vida real:

“El Terreno del Señor Javier”

La siguiente figura muestra la forma que tiene el terreno del señor Javier. Si lo quiere cercar con malla y cada rollo contiene 20m, ¿cuántos rollos se emplearán para cercar dicho terreno?



El diagrama muestra un terreno en forma de un polígono con los siguientes lados etiquetados: 40 m (parte superior), 20 m (lado derecho superior), 10 m (lado derecho inferior), 5 m (parte inferior), y 80 m (lado izquierdo).

Imagen 1.2.2.a. Problema extraído de un libro de texto de quinto de primaria. Se busca averiguar los argumentos para la existencia o no del terreno descrito. (Hernández et al., 2014)



Juárez y sus colegas proporcionan los argumentos que llevarían a la conclusión de que este terreno no puede existir en la vida real:

1. Las longitudes de los lados no corresponden con los números o medidas proporcionadas. El lado más largo tiene la etiqueta de 80 m, el segundo en longitud se dice que mide 40 m. Sin embargo, se aprecia en el dibujo que el segundo no cabe dos veces en el primero. El resto de los lados están marcados con 20, 10 y 5 metros, pero igual que los dos primeros el lado que “mide” 5 m no cabe dos veces en el que “mide” 10 m y así sucesivamente.

2. Este terreno tiene un lado cuya medida es mayor que la suma de los demás lados, relación que no puede ocurrir en los polígonos. El lado que tiene la etiqueta de 80 m mide más que la suma del resto de los lados, que es de 75 m, lo cual es imposible. Tal imposibilidad se demuestra aplicando la desigualdad del triángulo, sucesivamente, en los triángulos cuyo vértice común es el punto que une a los lados de 80 y 40 metros. (Hernández et al., 2014)

Es decir, si una persona no se percató de los argumentos anteriores, puede decidir tomar los datos, realizar algunas operaciones aritméticas, y proporcionar un número como respuesta; sin embargo, esto no se encontraría en armonía con una aplicación directa a la realidad.

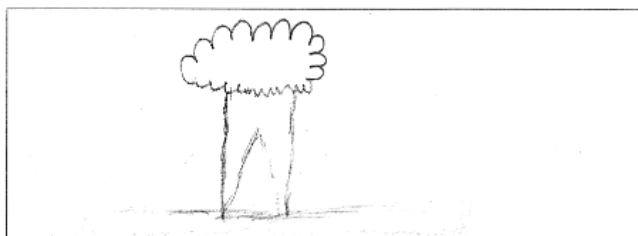
Otro ejemplo se encuentra en Juárez y Slisko (2013), donde se les pide a estudiantes de nivel medio superior (bachillerato), que dibujen la situación que se presenta en el siguiente problema:

El viento ha roto el tronco de un árbol de tal modo que dos de sus partes forman un triángulo recto con el suelo. La parte superior forma un ángulo de  $35^\circ$  con el suelo, y la distancia, medida sobre el suelo, desde el tronco hasta la parte caída del árbol, son 5m. Encuentra la altura del árbol. (Mancera, 2008, p. 333; citado en Juárez, Slisko, Hernández y Monroy, 2015).

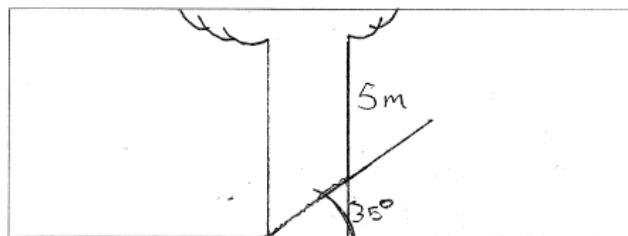
Lo que muestran en este trabajo es que sólo algunos alumnos pueden representar lo que se describe en el enunciado. En Juárez et al. (2015) se menciona que una dificultad para muchos de ellos, es la imagen mental que tienen de un “árbol” (el espesor del tronco y la copa del árbol formada por las ramas y las hojas), en tanto que es difícil para ellos “deshacerse” de la copa del árbol, considerando que esta puede estorbar en las medidas. La propuesta de Juárez y sus colegas en el año 2015, fue cambiar ese árbol a uno más simple, mencionando que se trata de un bambú,

el cual tiene una estructura más recta, lo cual llevaría a que las ramas no obstaculizaran el soporte en el piso.

Dentro de sus resultados, se encuentran casos en los que los estudiantes dibujan un triángulo sin aparente conexión con la situación completa del enunciado (ver imagen 1.2.2.b). Cabe mencionar que la versión que se les entregó a los estudiantes de estos resultados, no fue donde se menciona al bamboo, sino la versión original.



**Figure 1:** SM drawn by Victor (arbitrary triangle related to the situation)



**Figure 2:** SM drawn by Daniel (arbitrary triangle not related to the situation)

Imagen 1.2.2.b. Casos de estudiantes cuya representación de la situación en un dibujo no va acorde con lo descrito en el enunciado. (Extraído de Juárez et al., 2015)

Esto muestra que algo ocurre dentro de la lectura de enunciados como este, y que no es trivial ni inmediata su comprensión, lo cual se refleja en la construcción mental de la situación, en este caso, del triángulo formado por un árbol caído y roto en dos partes, y el suelo.

Presentan también casos en donde los estudiantes logran establecer un dibujo coherente con el enunciado del problema. En sus conclusiones, estos autores mencionan que notan diferencias significativas al presentar la versión del enunciado cambiando “árbol” por “bamboo”, permitiendo a los estudiantes tener menos obstáculos para crear la imagen de la situación del problema, pues pareciera que para algunos un árbol puede ser más complicado de quebrar si las raíces son más fuertes y el tronco es más grueso.

Por su parte, Juárez et al. (2014) resaltan la importancia de que el estudiante sea un actor principal en la situación que se presente en los enunciados de problemas matemáticos, en el sentido que señala Zwaan (2004) en su aportación con el Marco del Experimentador Inmerso (MEI), el cual consiste básicamente en que el comprendedor construya una simulación experiencial (percepción más acción) de la situación descrita en el texto. Es decir, que el lector logre interactuar con el texto de tal modo que se adentre en lo que lee.

Lo que observan es que el diseño del instrumento de investigación bajo el MEI resultó ser de utilidad para averiguar con mayor detalle la construcción del modelo situacional ante un problema matemático simple en el que el lector se asume inmerso en la situación y trata de comprender el texto a partir de la perspectiva adoptada por el mismo (Juárez et al., 2014).

Así pues, se han desarrollado investigaciones en torno a la resolución de problemas matemáticos verbales, las estrategias que emplean los estudiantes para resolverlos, así como las diferencias que se obtienen en el rendimiento de los alumnos cuando se les presentan situaciones problemáticas en contextos menos artificiales (Juárez et al., 2014). Estos y otros trabajos centran su atención en problemas matemáticos verbales, y aun cuando son parte de nuestro referente sobre los estudios que se han realizado cuyo interés está en el proceso de comprender un enunciado -en este caso de problemas matemáticos-, no pretendemos tomar una postura en insinuar que los problemas verbales son clave para aprender matemáticas.

Nuestra intención es proponer una mirada sobre el proceso de comprender un *texto matemático*, dado que identificamos una peculiar dificultad que caracteriza a dicho proceso, dada la naturaleza de los objetos y conceptos matemáticos en sí mismos. A partir de ello, nos proponemos los siguientes objetivos.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo general.**

Nos proponemos como objetivo general, tener un acercamiento con el estudio de comprensión de lectura de textos matemáticos. Consideramos que es un acercamiento, dado que se reconoce que hay mucho por desarrollar y profundizar para llevar a cabo un estudio completo, dada la extensión que puede tener el fenómeno. Además, reconocemos que puede haber distintas posturas o perspectivas para mirar dicho fenómeno; intentaremos conformar la nuestra.

### **1.2.2 Objetivos particulares.**

Nuestros objetivos particulares son:

- Proponer una caracterización del proceso de comprender un texto en matemáticas, desde una mirada Socioepistemológica.
- Asentar dicha caracterización en datos concretos, interactuando con estudiantes que se enfrenten a leer un texto matemático. En particular, nos enfocaremos a enunciados de ítems en pruebas estandarizadas -sin razón particular, sólo por comenzar con un tipo de texto-.

### **1.3 Preguntas de investigación**

Tomando en cuenta estos objetivos, nos planteamos las siguientes preguntas de investigación para este trabajo en particular:

*¿Cuáles son los elementos que se encuentran en el proceso de comprender la lectura de ítems extraídos de las pruebas estandarizadas Planea MS y PISA?*

*¿Qué inferencias tienen los estudiantes al leer ítems extraídos de las pruebas estandarizadas Planea MS y PISA?*

De esta manera, la investigación que se reporta en esta tesis buscará dar respuesta a estas preguntas, guiados por los objetivos que nos planteamos. Es necesario tener un sustento teórico, por lo que el siguiente capítulo lo destinamos a presentar los constructos principales que conforman nuestro marco, así como declarar nuestra postura sobre la perspectiva que construimos del proceso de *comprender la lectura de un texto matemático*.

## Capítulo 2

Para hablar de lo que entenderemos por *comprensión de lectura*, en nuestro caso, de textos cuyo tópico esencial está dentro o en relación con la matemática, dedicaremos un espacio previo a ello (sección 2.1) para hablar sobre lo que puede significar *leer*, los factores y actores inmersos en ese proceso de lectura, así como declarar qué entenderemos por *texto matemático*. Posteriormente, en la sección 2.2 se define *comprensión de lectura*, y se presentan los niveles de representación del texto en la memoria como principal enfoque. En la sección 2.3 se hace una descripción de nuestra propuesta de caracterización del *proceso de comprensión de lectura*. Finalmente, en la sección 2.4 se propone una estratificación de los *textos matemáticos*.

### 2.1 Proceso de lectura

Para algunos, *leer* puede implicar el recorrido de las letras con la mirada y extraer información del enunciado, aun cuando no se encuentre un significado.

Santesteban y Velázquez (2012) mencionan que la comunidad científica del área de la lingüística clasifica en tres grupos fundamentales el estudio de la lectura:

- Los que explican el proceso como la ejecución de un conjunto de pasos que se inician con la percepción de los estímulos visuales que aparecen sobre la página y que culmina con la reconstrucción en la mente del lector, del significado que el autor del texto pretende transmitir. (Modelos ascendentes).
- Los que lo explican como una serie de pasos que se inician con la formulación de la hipótesis que realiza el lector sobre el significado del texto y que luego, va confirmando o rechazando como resultado de las inspecciones sucesivas hechas a la información aportada en el texto. (Modelos descendentes).
- Los que asumen una posición ecléctica, al plantear que el proceso de lectura se cumple mediante la interacción analítica y dinámica de la información que posee el lector sobre el lenguaje y el contenido del texto, con la información aportada por el mismo. (Modelos interactivos).

Para Pellicer (2015), una buena lectura consiste de:

1. Aprender a organizar la información contenida en el texto (*¿qué dice?, ¿cuáles son las ideas?, ¿cuáles son los argumentos?, ¿cuál es el tema?, ¿de quién habla?*). Se refiere a lo semántico (los significados).
2. Organizar la información propiamente lingüística.
3. Aprender a buscar materiales de lectura que reorganicen la información semántica y la lingüística, para cerrar un ciclo sobre el tema que estamos trabajando.

Es decir, *leer* implica establecer relaciones entre la información lingüística y la semántica, conocidas como relaciones endofóricas (relaciones entre información que se encuentra dentro del texto).

En su momento, Thorndike (1971) se propuso mostrar que *leer* es un proceso muy elaborado, en el cual se envuelven muchos elementos, cada uno con cierto peso en un enunciado, así como la organización en las relaciones de uno con otro, y la cooperación de muchas fuerzas para determinar la respuesta final. Así, para Thorndike (1971), una lectura correcta implica reconocer lo siguiente:

1. Cada palabra produce un significado correcto.
2. A cada uno de dichos elementos de significado, es dado un peso correcto en comparación con los otros.
3. Las ideas resultantes son examinadas y validadas para asegurar que satisfacen el conjunto mental, o ajuste o propósito para el cual la lectura fue hecha.

Por lo que, una lectura puede ser mala o inadecuada

1. Debido a malas conexiones con las palabras por separado.
2. Debido a una sobre-potencia o una baja-potencia de los elementos.
3. Debido al fracaso de tratar las ideas producidas por la lectura como provisional, y así inspeccionar y recibir o rechazarlas conforme aparecen.

La importancia del peso correcto de cada elemento es poco apreciado, y un gran porcentaje de errores se debe a la sobre-potencia de ciertos elementos o la baja-potencia de otros (Thorndike, 1971).

Para ejemplificar a qué se refiere con lo anterior, el autor de esta teoría presenta el siguiente párrafo:

En Franklin, la asistencia escolar es requerida para cada niño entre las edades de siete y catorce todos los días cuando la escuela está en clases, a menos que el niño esté muy enfermo que sea incapaz de ir a la escuela o alguna persona en casa esté enferma con una enfermedad contagiosa o las calles son intransitables.

Ante la pregunta *¿En qué día se esperaría que una niña de diez años no asista a la escuela?*, se puede encontrar sobre-potencia a la palabra *día* si contestan “Lunes”, “Miércoles”; y bajo-potencia cuando contestan por ejemplo “Ella puede ir a la escuela cuando tenga 6 años”, “Edad de 11 años”, “14 años”.

Otro ejemplo se encuentra en la expresión *diez años*, que tiene sobre-potencia, al haber un gran número de respuestas de “En su cumpleaños” (Thorndike, 1971). Es decir, el peso o potencia adecuada a cada palabra estará en función del contexto en que se encuentre dentro del enunciado o párrafo que la contiene, y vemos que esto es importante no sólo en la potencia que represente en sí misma, sino también en relación con la potencia de las otras palabras (como en el ejemplo de la sobre-potencia de *diez años*, pues se le dio mayor peso a esas palabras que al centro de la pregunta *no asistir a la escuela*). De esta manera, para Thorndike (1971), entender un párrafo implica guardar los pesos respectivos en correcta proporción desde el inicio, o ir variando sus proporciones hasta que todos los pesos evoquen una respuesta que satisfaga el propósito de la lectura.

Por su parte, Goodman (1982) narra que al inicio del siglo XX, se estaba conformando una tecnología sistemática para enseñar a leer, cuya teoría de los procesos de lectura que estaba implícita era: *leer es identificar palabras y ponerlas juntas para lograr textos significativos*.

Y agrega que: aprender a leer fue considerado como el dominio de la habilidad para reconocer palabras y adquirir un vocabulario de palabras visualizadas, palabras conocidas a la vista.

Sin embargo, él mismo reconoce una necesidad de comprender el proceso de lectura y su desarrollo desde una perspectiva psicolingüística, donde se busca vincular la psicología cognitiva y la lingüística. Es decir, al parecer no era suficiente adquirir un vocabulario para aprender a leer

-asociado a lo lingüístico-, sino que se sostiene de procesos psicológicos-cognitivos. De este modo, Goodman reconoce que *hablar, escribir, escuchar y leer* son procesos psicolingüísticos, siendo los primeros dos, procesos productivos (o expresivos), y los otros dos, procesos receptivos; y, en ambos tipos de procesos se intercambia activamente significado.

Otra afirmación que nos pareció interesante citar de este mismo autor, es que utilizamos la lengua oral sobre todo para la comunicación inmediata cara a cara, y la lengua escrita para comunicarnos a través del tiempo y del espacio; ligando esto al tema de nuestro interés, podemos pensar en los escritos que se tienen en la humanidad con conocimiento matemático -por ejemplo, *Principia* de Newton, *Los postulados de Euclides*- que, de alguna manera, guardan significado a través del tiempo y del espacio, y por lo mismo, que es necesario tomar en cuenta la época en que se escribió y el contexto de la misma al momento de leerlo.

Goodman busca conformar una teoría sobre el proceso de lectura, y plantea la hipótesis de que este proceso es único, independientemente de las diferencias ortográficas -que varían dependiendo la lengua-, del nivel de capacidad con que es utilizado este proceso -diferencia entre lector principiante y experto-, y del tipo de texto, de su estructura y del propósito que tenga el lector en el momento de leer; pero que debe ser un proceso suficientemente flexible ante estos factores que se involucran en la lectura.

Para clarificar esto último, toma el ejemplo de *conducir un automóvil*. Dice:

Hay automóviles pequeños, grandes, viejos, nuevos; camiones, ómnibus; tráfico pesado, tráfico fluido. Todas estas diferencias requieren flexibilidad de parte del conductor. Y sin embargo hay solamente una manera de conducir. Se puede conducir bien o mal pero no se puede conducir sin utilizar el acelerador, los frenos y el volante. De alguna manera hay que hacer que el automóvil avance, se detenga y vaya allí donde queremos ir. (Goodman, 1982)

Y sintetiza: Aunque se necesita flexibilidad en la lectura, el proceso tiene características esenciales que no pueden variar. Debe comenzar con un texto con alguna forma gráfica; el texto debe ser procesado como lenguaje, y el proceso debe terminar con la construcción de significado (Goodman, 1982).



De hecho, considera que la lectura es un proceso compuesto por cuatro ciclos:

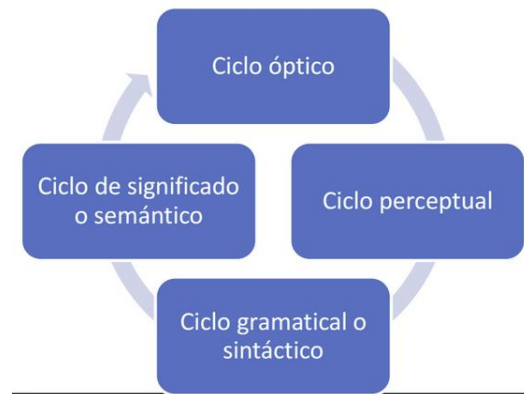


Imagen 2.1.a. Proceso cíclico en la lectura según Goodman (1982)

Ciclo óptico: El cerebro controla al ojo y lo dirige para que busque aquello que espera encontrar. El ojo humano...tiene un lente con una distancia focal que solamente puede recoger información clara de una parte pequeña del texto...y tiene un campo periférico menos claro y el cerebro puede hacer uso de lo que ha sido visto borrosamente si tiene expectativas que lo guíen.

Ciclo perceptual: En medida en que lo que vemos es suficientemente consistente con nuestras predicciones y en la medida en que tenga sentido, estamos satisfechos. Una vez que hemos obtenido sentido del texto tenemos la ilusión de que hemos visto todos los detalles gráficos del texto.

Ciclo sintáctico: Requiere fuertemente el uso de estrategias de predicción y de inferencia. Tiene que ver con utilizar elementos claves de las pautas de oración, nexos y sufijos gramaticales y puntuación para predecir pautas sintácticas cuando comienzan a procesarlas. De otro modo no pueden dar su valor correcto a cada elemento sintáctico y saber dónde buscar la información más útil.

Ciclo semántico: Se refiere a la búsqueda del significado. El significado es construido mientras leemos, pero también es reconstruido ya que debemos acomodar continuamente nueva información y adaptar nuestro sentido de significado en formación.

Y agrega que cada ciclo es tentativo y que puede no ser completado si el lector va directamente hacia el significado (Goodman, 1982). En síntesis, este autor declara que la lectura es como un “juego psicolingüístico de adivinanzas” donde el lector, a partir de la información visual y de la

información no visual, va anticipando, prediciendo, elaborando y corrigiendo hipótesis para comprender el texto, conformando transacciones -un *diálogo*- entre el autor y el lector.

Similarmente, Muñoz-Catalán (2010) habla sobre el dialogismo, donde se representa a los hablantes (también a los oyentes, escritores y lectores) ‘en diálogo con’ sus interlocutores y los diferentes contextos, tanto locales (situaciones concretas) como globales y abstractos (contexto cultural y sociohistórico) en los que participa.

Esta idea de que leer lleva consigo un diálogo del lector con el autor del texto, también la menciona Beck, et al. (1996) e incluso han desarrollado lo que nombraron *Questioning the Author*, que es una aproximación en atraer a los estudiantes con las ideas del texto en donde un autor es representado como alguien quien está tratando de comunicar un mensaje, un esfuerzo que a veces es exitoso y a veces no. Así, los lectores necesitan trabajar en entender lo que el autor quiere comunicar.

En resumen sobre lo expuesto en esta sección:

Reconocemos que la lectura es un diálogo entre el lector y el autor -a través del texto-, que parte de una decodificación de los signos que lo conforman, atravesando por los ciclos descritos por Goodman (1982), y que desemboca en un intercambio de significados, teniendo especial relevancia el conocimiento previo propio del lector. Cabe aclarar que, aun cuando damos mayor peso a *lo semántico*, también se considera que el análisis lingüístico y las estrategias de quien lee, así como el peso adecuado que se le asigne a cada palabra o conjunto de signos, actuarán durante la lectura.

## **2.1.1 Texto.**

### ***2.1.1.1 Concepto de texto.***

Hay distintas concepciones de lo que es un texto. Por ejemplo, según Angulo (1996), en Britton y Black (1985) se considera que el texto es una técnica antigua para transmitir información; similar a la idea que se citó con anterioridad de Goodman (1982), quien considera que la lengua escrita permite comunicarnos a través del tiempo y del espacio, además de que reconoce que el texto tiene dimensiones espaciales, tales como tamaño y direccionalidad -el español, por ejemplo, se escribe de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, pero el árabe y el hebreo se escriben de

derecha a izquierda; sin embargo no menciona si considera que se respeta esta direccionalidad al momento de leer (en principio, creemos que no necesariamente)-.

Por su parte, Pellicer y Vernon (1993) consideran que un texto es una unidad semántica que funciona como un todo ya que sus distintos elementos están relacionados cohesivamente entre sí a través de varios mecanismos (referencia, sustitución, elipsis, conjunción, cohesión léxica, etc.); además, mencionan que la lingüística del texto, desde sus diferentes enfoques, ha dejado en claro que **un texto no es una yuxtaposición de palabras u oraciones** (De Beaugrande, 1980; De Beaugrande y Dressler, 1981; Halliday y Hasan, 1976; Van Dijk, 1983 y 1988; Koch, 1989; citados en Pellicer y Vernon, 1993) [resaltado en **negritas** por nosotros].

En una conferencia que impartió Alejandra Pellicer en la Reunión Nacional DGECYTM (Dirección General de Educación en Ciencia y Tecnología del Mar) del año 2015, mencionó algunas caracterizaciones del texto a considerar al momento de analizar la comprensión lectora sobre éste (Pellicer, 2015). Por ejemplo, reconoce que existe un contexto lingüístico y un contexto extralingüístico. En el primero, se encuentra la gramática y ortografía; es toda la información lingüística que rodea al conjunto de palabras que constituyen un texto, sin la cual, no podríamos leer.

Un contexto extralingüístico se refiere al entorno histórico-sociocultural en que fue producido el texto, y encierra tres aspectos:

- Un contorno histórico- sociocultural al que pertenece el autor del texto. Al momento de escribir, se encontraba en una época, una historia para producir el texto, en un espacio y momento particular.
- Un entorno social al que pertenece el lector, a través del cual, y en el cual, ha conformado una experiencia o conocimiento previo a la lectura.
- Un contexto de la enunciación dentro del texto, que define de alguna manera, un diálogo entre el autor y el lector, lo cual está enmarcado por lo que se conoce como variantes discursivas, tales como la narración, descripción, exposición, argumentación, justificación, etc.

Notamos entonces, que contemplar el contexto extralingüístico que tiene el texto es tomar en cuenta aspectos sociales tanto del escritor como del lector, así como lo que implícitamente permite el intercambio entre estos dos.

Además, reconoce que el texto tiene dimensiones, las cuales son:

- Personal (*¿quiénes aparecen en el texto?*)
- Temporal
  - Tiempos verbales (presente, pasado, futuro, etc.)
  - Fechas
  - Adverbios de tiempo (*durante, mientras, antes, después, hoy, pronto, todavía, temprano, etc.*)
- Inferencial
  - Anáforas (relaciones con elementos presentes previamente en el texto)
  - Catáforas (anticipaciones sobre ítems referenciales aún no leídos)
  - Preposiciones (*hasta, desde, de, para, etc.*)
  - Deícticos: Palabra o frase que no puede entenderse completamente sin más información textual (*ese, aquél, allí, ahora, él, ella, yo, ...*)
  - Causa-efecto
- Espacial (*lugares que aparecen en el texto*)

Angulo (1996) menciona algunos puntos de vista que se tienen sobre el texto, tales como: unidad comunicativa, producto de una actividad, sucesión de oraciones, signo lingüístico; y que dependiendo de la perspectiva que se opte, se tendrán definiciones diferentes de este.

Por nuestra parte, en efecto, consideramos que el texto es un mediador cultural que además permite comunicarnos a través del tiempo y del espacio, que tiene una direccionalidad (Goodman, 1982), y que se requiere tomar en consideración no sólo su contexto lingüístico sino además su contexto extralingüístico (Pellicer, 2015).

#### ***2.1.1.2 Tipos de texto. Texto expositivo.***

Especialistas han propuesto clasificar los textos de acuerdo a ciertas características que los distinguen, entre los cuales se tienen: *narrativo, retórico, apelativo, argumentativo y expositivo*. Por lo general, se relaciona al *texto expositivo* con el *texto científico*.

Angulo (1996) considera a los textos expositivos como: textos con *pretensión de explicar o exponer información o conocimientos* en los diferentes campos del saber y su aplicación.

A propósito, él mismo menciona:

Creemos también que es de gran interés el estudio de estos textos porque se encuadran dentro del tipo textual al que más frecuentemente deben acudir los estudiantes (manuales, obras de divulgación, textos científicos especializados, artículos periodísticos, **exámenes**, trabajos, etc.) [Resaltado en **negritas** por nosotros].

En este mismo artículo, se hacen otras citas con respecto al texto expositivo: Kintsch (1982) dice que se trata de instrumentos de adquisición de conocimiento, mientras que Black (1985) considera los textos expositivos como la esencia del universo textual, en cuanto que transmiten información nueva y explican nuevos temas; Boscolo (1990) define el texto expositivo como todo texto cuyo objetivo principal es expresar información o ideas y, dice Angulo, que este autor añade a continuación que el ejemplo más fidedigno son los libros de texto escolares.

Angulo (1996) cita también a Kintsch (1982) y a Meyer (1985), para evidenciar la propuesta de estos autores al considerar que el texto expositivo tiene a su vez varios subtipos. En la Imagen 2.1.1.2.a, se puede ver la clasificación que propone cada uno, y la relación que encuentra Angulo (1996) entre estas.

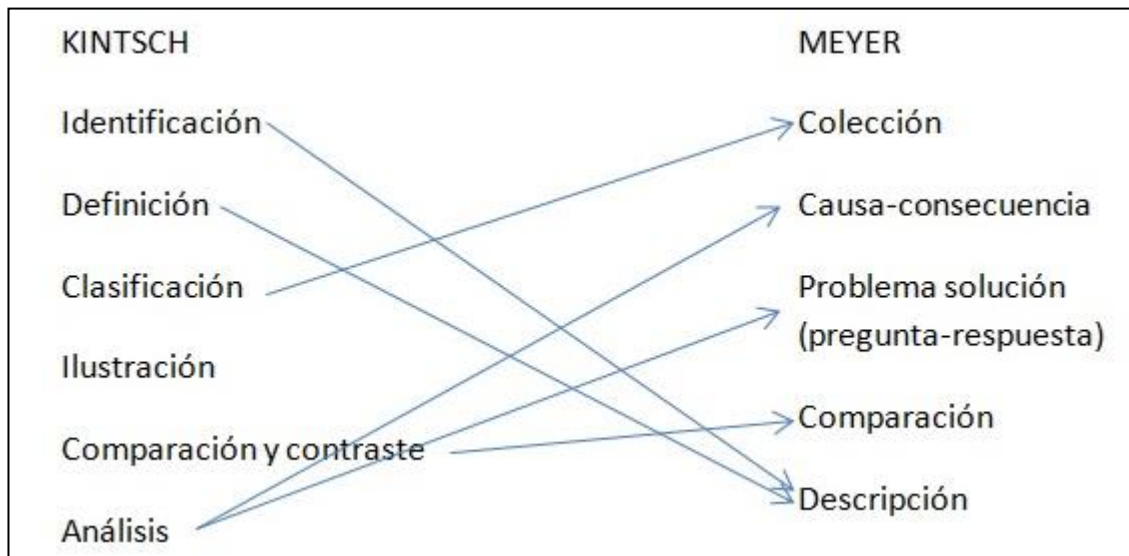


Imagen 2.1.1.2.a. Subtipos de textos expositivos propuestos por Kintsch y Meyer; y relación establecida por Angulo (1996).

Campanario y Otero (2000) consideran que la descripción y colección corresponden a las estructuras de más bajo nivel, mientras las estructuras de causación y problema/solución tienen una organización más compleja.

Dada esta relación que establece Angulo (1996) entre la clasificación de Kintsch y la de Meyer, este autor propone una reestructurada:

- Definición-descripción
- Clasificación-colección
- Comparación y contraste
- Problema-solución
- Pregunta-respuesta
- Causa-consecuencia

Después de reflexionar en las definiciones y clasificaciones presentadas, proponemos una definición para *texto matemático*:

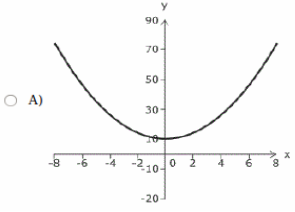
**Conjunto de signos lingüísticos** -propios de la matemática o no- **que conforman significados** de naturaleza matemática.

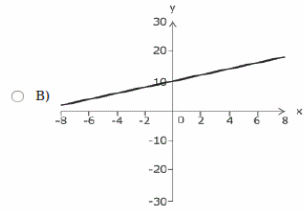
De esta manera, consideramos como ejemplos de estos textos: la definición de algún *concepto matemático*, el enunciado de un problema extraído de un libro de texto o de una prueba estandarizada, el enunciado de un teorema y de su demostración, un artículo de divulgación matemática o el reporte de investigación, entre otros. Además, consideramos que es posible identificar estos ejemplos en la clasificación propuesta por Angulo (1996), y que el texto matemático sería considerado también como texto expositivo.

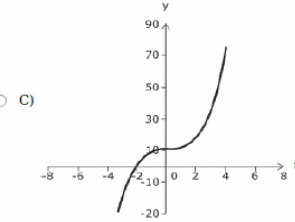
Los *textos matemáticos* estarán clasificados de acuerdo a su intencionalidad; es decir, no será la misma intención de lectura en un problema matemático –donde se requerirá la comprensión, parcial o total, para resolverlo-, o en una definición.

Si nos enfrentamos entonces a leer, por ejemplo, el siguiente enunciado,

67. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función  $f(x) = x^2 + 10$ ?

A) 

B) 

C) 

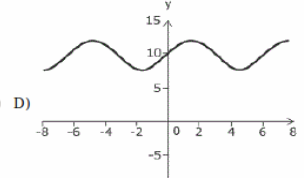
D) 

Imagen 2.1.1.2.b. Ítem extraído de la prueba estandarizada Planea MS, aplicada en México en el 2015.

reconocemos que hay signos lingüísticos desde las letras que conforman palabras, los que forman parte de la expresión  $f(x)$ ,  $x^2$ ,  $+$ ,  $10$ , así como el lenguaje propio de las gráficas y los elementos que las conforman. Cabe destacar entonces que, para comprender la lectura de este ítem, exige de cierto reconocimiento del significado de cada uno de estos signos, así como del significado global de todo en conjunto.

### 2.1.1.3 Estructura del texto.

#### 2.1.1.3.1 Gramática en Matemáticas.

Goodman (1982) habla sobre la ortografía que consiste en un sistema de grafemas, habitualmente llamados letras, que tienen una variedad de formas y estilos. La ortografía también incluye las reglas ortográficas y de puntuación mediante las cuales las letras pueden combinarse para representar los sistemas fonéticos (sonidos de una lengua), morfofonémicos (forma de variación y derivación en los fonemas -los fonemas son la articulación mínima de un sonido vocálico y consonántico-), morféminos (unidad con significado gramatical), sintácticos (orden y relación de las palabras) y pragmáticos del lenguaje (referente a la práctica).

Así mismo, Goodman (1982) reconoce al sistema numérico como un sistema ideográfico, en tanto que puede reconocerse el significado de, por ejemplo, “ $3+3=6$ ” a través de distintas

lenguas, independientemente de que un hablante del inglés lo lea como “three and three are six” y un hispanohablante lo lea como “tres y tres son seis”; el significado de ver el conjunto de esos símbolos numéricos y relacionales es el mismo -en el sentido estricto de la definición, en este caso, de adición; es decir, no se habla del significado situado-.

Un grupo de investigadores en Brasil buscan explicitar la *gramática en Matemáticas*, y mencionan que en el área de educación en Matemáticas, hay muchos trabajos sobre Alfabetización Matemática, donde es reconocida la dificultad en *leer, escribir y entender un Lenguaje Matemático*; lo anterior, se refleja a plantearse el objetivo:

Nuestro principal objetivo es precisar los elementos de la *Gramática del Lenguaje Matemático*; en otros términos, identificar las características del Lenguaje Matemático como verdaderamente un *lenguaje*, con su *alfabeto*, sus *reglas de sintaxis*, una necesidad de *puntuación*, entre otras características. (<http://mategramatica.ime.uerj.br/home>)

Este grupo de investigadores en el sur de América (Brasil) están haciendo una caracterización de lo que le llaman *Lenguaje matemáticos*, en donde reconocen que hay dialectos: algebrés, geometrés, logiqués. Reconocen un alfabeto, el cual está compuesto por dígitos, letras, diacríticos y símbolos; estos últimos pueden ser operadores aritméticos (+, \*, /), lógicos ( $\forall$ ,  $\exists$ ,  $\exists!$ ) o relacionales (<, >,  $\geq$ ,  $\leq$ , =). Considero que con esta declaración e identificación de alfabeto, clasifican gran parte de los signos que se utilizan en matemáticas.

Faltaría identificar, por ejemplo, los elementos asociados en una gráfica, el signo (o símbolo) de la integral, el que identifica a una derivada parcial; es decir, lenguaje principalmente utilizado en la *matemática avanzada*.

También mencionan que en este lenguaje existe una puntuación (asociada principalmente a la fonética con que se lee). Para ilustrar ello, muestran la diferencia de entonación al leer  $a + \frac{b}{c}$  y  $\frac{(a+b)}{c}$ ; la primera se lee “a, más b entre c”, y la segunda sería “a más b, entre c”. Otro ejemplo que mencionaron es relacionado con los prefijos y los sufijos, cuando se lee por ejemplo  $\sum_{i=1}^5 (i + 1)$ , “sumatoria desde i=1 hasta 5, de i más 1”; i=1 sería un prefijo y 5 sería un sufijo.

Este trabajo en torno a definir una gramática en el lenguaje de la matemática, nos da un avance en la caracterización de la *comprensión de lectura de textos matemáticos*, pues al tener una



clasificación de los símbolos utilizados en estos textos, se puede acoplar un orden descriptivo al momento de representar un texto en la memoria. En otras palabras, da sustento y profundidad a la descripción del fenómeno que nos interesa.

#### *2.1.1.3.2 Variables textuales.*

En el interés por mejorar la efectividad instruccional del texto educativo en ciencias, Sanjosé, Solaz y Vidal-Abarca (1993), ofrecen una clasificación de las variables textuales que consideran que intervienen en los procesos de comprensión en el aprendizaje de las ciencias, buscando la mejora del libro de texto de ciencias.

Estas, las organizan bajo cuatro aspectos:

1. Contenido.
2. Estructura organizativa
3. Cohesión
4. Estructura superficial

#### Contenido

Se refiere a las proposiciones contenidas en el texto. Se trata de una dimensión textual que, según Sanjosé et al. (1993), cobra vital importancia en los textos científicos, pues la adquisición de conceptos no va a llenar un vacío de ignorancia sino a integrarse en un cuerpo organizado de ideas y concepciones previas. Por otra parte, citan a diferentes autores, quienes señalan que no es menos importante la redundancia en la presentación y desarrollo de ideas claves o problemáticas (Mayer 1985, Merrill 1983,1987, Reigeluth y Stein 1983, Reigeluth 1987, Roth y Anderson 1986).

Otro punto que se considera en este aspecto del contenido, es sobre el uso de lenguaje figurativo -analogías sobre todo- el cual resulta muy positivo en la enseñanza de las ciencias (Dupin y Joshua 1989,1990), porque es de gran utilidad al estudiante para construir esquemas en tópicos desconocidos (Bean et al. 1985).

Mencionan también que una característica frecuente de la ciencia de los textos escolares, es la de limitarse a «enunciados declarativos» sin referirse a problemas concretos y sin mostrar su carácter predictivo o sus límites de validez (Astolfi, 1988), además de soslayar casi por completo el contexto de indagación que condujo a la formulación de conceptos, leyes y teorías (Stinner 1989).

De este modo, Sanjosé et al. (1993) proponen:

1. Tener en cuenta las **preconcepciones** del lector e introducir los conceptos a partir de su **conocimiento previo**.
2. Ser **redundantes** en la presentación y desarrollo de ideas importantes o problemáticas.
3. Proporcionar explicaciones que **relacionen** la información textual con el **mundo real** del lector.
4. Usar **analogías**.
5. Exponer el concepto de **modelo científico** y sus virtualidades.
6. Presentar el contenido conceptual como respuesta a problemas concretos y no como meros <<enunciados declarativos>>.

### Estructura organizativa

La premisa es que dado que los lectores procuran una representación global del contenido del texto, es lógico que cuanto mayor sea la organización del texto más fácilmente se lleven a cabo dichos macroprocesos (Sanjosé et al., 1993). Un aspecto de la estructura organizativa, que pese a ser de público conocimiento no por ello suele ser menos descuidado, es el de utilizar párrafos distintos para unidades de información diferente (Mayer, 1985). Ello aumenta la coherencia del discurso y demanda menos esfuerzo cognitivo por parte del alumno en este nivel de procesamiento (Craik y Lockhart 1972; citados en Sanjosé et al., 1993).

Además de esto, Sanjosé y sus colaboradores mencionan otros aspectos como los beneficios de aquellos tipos de organización textual que subrayan los principios conceptuales situándolos al comienzo de los textos o párrafos, frente a otros tipos de organización que resaltan las reglas formales y los hechos (Dee-Lucas y Larkin, 1990); o como los trabajos de Sari y Reigeluth (1982), Reigeluth y Stein (1983) y Reigeluth (1987), en los que se plantea una secuencia organizativa que se inicia con las ideas más simples, las mejor conocidas por el alumno, o las

más familiares, para después elaborar cada una de ellas, y volver al final de la secuencia a sintetizar las ideas con un mayor grado de precisión, complejidad y abstracción.

Y proponen:

1. Subrayar los **principios conceptuales** situándolos al comienzo del texto, apartados o párrafos.
2. **Partir de lo más conocido**, sencillo o familiar.
3. Dar a conocer los distintos tópicos a traer en **títulos, encabezamientos o frases**.
4. Utilizar **párrafos distintos** para unidades de información diferente.

### Cohesión

Para hablar sobre la cohesión, Sanjosé et al., (1993) inician mencionando:

Puesto que ya conocemos algunos de los procedimientos para mejorar la organización general de un texto, hemos de plantearnos la necesidad de que el lector procese el texto en un nivel adecuado para poder beneficiarse de dicha organización. Esto es, el discurso textual tiene que poseer una cohesión intraproposicional e interproposicional tal que permita una descripción coherente del contenido semántico (Kintsch y van Dijk 1978, van Dijk y Kintsch 1983).

Para Mayer (1985; citado en Sanjosé et al., 1983), la dimensión de cohesión hace referencia al conjunto de procedimientos que mantienen la conexión conceptual entre las diversas ideas que se encuentran en las frases y párrafos (Mayer 1985).

Por ejemplo, para mejorar la cohesión intraproposicional o microestructural se recomienda especialmente reducir la complejidad léxica y sintáctica (Britton et al. 1989, Santelices 1990, Williams y Yore 1985; citados en Sanjosé et al., 1993).

Se ha comprobado que una de las características del lenguaje de los libros de texto de ciencias es su proximidad al utilizado por la literatura científica, donde aparecen oraciones estructuralmente complejas, con gran cantidad de palabras que el lector debe inferir, y de formas verbales en pasiva (Santelices 1990, Strube 1989a). Uno de los modos en que podemos paliar esta complejidad sintáctica es mediante la disminución del tamaño de la frase, que suele tener dos

efectos: una mayor integración de ideas por su menor número, y evitar construcciones sintácticas menos usuales y más complejas como es el caso de la voz pasiva (Britton et al. 1982; citado en Sanjosé et al., 1993).

Además de lo anterior, estos autores mencionan que la cohesión textual no queda solucionada concibiendo el texto como un simple conjunto de oraciones sintácticamente sencillas que exponen los contenidos en una secuencia más o menos lógica; sino que se requiere proporcionar una buena red informativa de manera que el aprendiz pueda establecer las oportunas interrelaciones entre conceptos (Duffy et al. 1989, Staver y Bay 1989). Es aquí, en consecuencia, donde desempeña un papel crucial la cohesión interproposicional o macroestructural. Sanjosé et al. (1993) señalan algunas técnicas en pro de dicha cohesión macroestructural:

1. Establecer explícitamente las relaciones entre ideas; a saber: el sujeto lector tiene que poder construir redes semánticas con un mínimo de inferencias textuales. El uso de frases cortas y simples puede impedir la formación de estas redes (Anderson y Armbruster 1984), por tanto, se debe llegar a una situación de compromiso en el tamaño tal de frase que no impida la cohesión microestructural, pero que a su vez, favorezca la macroestructural. Interpretamos esto último como una propuesta de evitar contener en pocas líneas varias ideas complejas que se busquen comunicar en el texto -para favorecer lo microestructural-, y, desarrollar con claridad cada una de ellas -para favorecer lo macroestructural-.
2. Evitar las ideas irrelevantes para el contenido tratado. Cada idea presentada ha de contribuir a la integración de las proposiciones en la red semántica iniciada (Anderson y Armbruster 1984, Duffy et al. 1989). Se ha comprobado que, adicionando detalles de bajo nivel, se reduce el recuerdo de las ideas principales porque se distrae la atención del lector de la estructura central (Meyer 1984).
3. Facilitar la unión entre los referentes y los referidos (o antecedentes) en el texto (Bernárdez 1982). A título de ejemplo, veamos un caso de desunión referente referido: «La energía se utiliza para producir calor y electricidad. Por medio de ella funcionan las calefacciones, las máquinas y los motores.» Existe un referente, el pronombre ella, que hace alusión a un referido citado con anterioridad, la energía. Sin embargo, se puede apreciar cómo, en este caso, podría haber confusión entre «energía» y «electricidad». Es decir, el texto hubiera tenido poca cohesión debido a la ambigüedad de la unión referente/referido. En cualquier caso, para que la unión referente/referido sea adecuada, se

ha de evitar cualquier tipo de ambigüedad, así como que haya una gran distancia entre ambos, ya que en este caso se dificulta la comprensión tal y como predice el modelo de comprensión de Kintsch y van Dijk (1978), debido a los procesos adicionales de búsqueda de información en la memoria a largo plazo que el lector tiene que realizar. Estos procedimientos de cohesión textual son particularmente importantes cuando los lectores son niños o adolescentes, a causa de su dificultad para inferir los contenidos y las relaciones ausentes (Anderson y Armbruster 1986).

4. Aumentar la conectividad entre frases. Esto se puede hacer mediante conjunciones, expresiones conjuntivas u otras expresiones (Anderson y Armbruster 1986, Mayer 1985). Por ejemplo: «Como ya hemos estudiado, las leyes de la Mecánica Clásica permiten conocer la velocidad y la posición de cualquier cuerpo macroscópico. Sin embargo, ello no es posible si nos estamos refiriendo al mundo microscópico, como es el electrón en el átomo.»
5. Utilizar partículas que permitan al lector dirigir su atención y le faciliten las inferencias a efectuar en la lectura (Lizcano, Iñigo, Mediano y Tejero, 1987). Así, en el ejemplo anterior, la conectiva adversativa *sin embargo* cumple ambas funciones.

Sanjosé et al., (1993) señalan que una explicación psicológica, menciona la posibilidad de que la cohesión permita la elaboración de una representación altamente integrada o interconectada en la memoria y, por ende, una recuperación más eficiente.

Se sintetizan estos puntos a continuación:

1. **Reducir la complejidad** léxica y sintáctica.
2. Establecer relaciones explícitas entre ideas de tal manera que **se reduzcan las inferencias textuales**.
3. **Eliminar ideas irrelevantes** para el contenido tratado.
4. Facilitar la **unión entre referentes y referidos**.
5. Aumentar la **conectividad** entre frases
6. Emplear partículas que **dirijan la atención** del lector y le **faciliten las inferencias** durante la lectura.

Al respecto, Pellicer y Vernon (1993) consideran que para que el lector pueda dar cohesión y coherencia a un texto, es indispensable que pueda relacionar las distintas partes (oraciones o proposiciones) entre sí, y a su vez relacionarlas con su propio conocimiento del mundo.

McNamara (2004) habla sobre la *cohesión de un texto* y dice que los elementos cohesivos de un texto están basados en elementos lingüísticos explícitos (es decir, palabras, rasgos, claves, señales, constituyentes) y sus combinaciones.

Cuando las oraciones consecutivas se superponen conceptualmente, el lector puede procesarlas más rápido y hay mayores probabilidades de que recuerde su contenido. De igual forma, cuando las relaciones entre las ideas se explicitan mediante el uso de conectores tales como *porque, en consecuencia, por lo tanto, y asimismo*, es más probable que el lector entienda y recuerde esas relaciones (McNamara, 2004).

### Estructura superficial

Por último, Sanjosé et al. (1993) incluyen aquí a aquellos procedimientos que no alteran la estructura del texto al que van dirigidos, y que sirven de estímulo o indicio para un procesamiento del texto por parte del lector que le conduzca a su macroestructura, a saber:

1. Destacar las ideas principales contenidas en el texto (Duffy et al. 1989, Meyer 1984, Rossi 1990) mediante **tipos en negrita**.
2. Emplear frases introductorias que anuncien el contenido del texto (preview statements), así como **frases-resumen** (Britton, Glynn, Meyer y Penland, 1982).
3. Utilizar **títulos y encabezamientos que suministren más información estructural** y que **estén colocados adecuadamente**; de este modo se prepara al lector para adentrarse de un modo rápido en la idea principal (Anderson y Armbruster 1984, García Madruga y Martín Cordero 1987, Lizcano et al., 1987).
4. **Ajustar el estilo lingüístico** del texto al estudiante. Normalmente el estilo de los textos escolares de ciencias es el derivado del modelo «correcto» de escribir literatura científica: rígido, ausente de vividez y de lenguaje figurativo, y que pone el acento en exceso en las argumentaciones lógicas, las definiciones y el razonamiento formal (Strube 1989).

En su apartado *Otras características*, Sanjosé et al. (1993), citan a Leonard (1984,1987), quien en sus trabajos sobre el efecto de las cuestiones insertadas en textos de ciencias recoge abundante bibliografía que confirma la mayor productividad de las cuestiones cuando están colocadas después de los pasajes a los que se refieren, y la mayor eficacia de las cuestiones de alto nivel cognitivo (de comprensión, de inferencia y de aplicación) frente a las factuales. Este último resultado, junto con el obtenido por Pedersen y colaboradores (1988) que indica que los estudiantes que justifican las respuestas de las cuestiones recuerdan significativamente más el contenido textual, constatan el hecho de que cuantas más operaciones cognitivas se requieren al lector tanta más información recuerda posteriormente.

Otro aspecto está en relación con los resultados obtenidos por Mayer (1989,1990) donde confirman que la efectividad de las ilustraciones en tareas de comprensión y de recuerdo se halla ligada, entre otras cosas, a la explicación de la figura y a una buena conexión con el discurso textual. Con ello, el lector concentra sus esfuerzos sobre la información relevante y la organiza de un modo más coherente.

El uso de las variables instruccionales que presentan Sanjosé et al. (1993), se observa en concreto en su trabajo publicado en el año 2007 (Solaz-Portolés y Sanjosé, 2007), en el cual muestran cuatro versiones de un mismo texto, extraído de un libro de texto en el currículo de Física y Química de Primero de bachillerato.

La relevancia de poner atención en estas características del texto, es que son utilizadas, como menciona Goodman (1982), por el lector, al hacer predicciones en inferencias en la construcción de significado.

### **2.1.2 Factores asociados con el lector.**

Como se ha mencionado anteriormente, consideramos, con apoyo en los trabajos que citamos, la importancia de reconocer que el lector tiene un rol relevante en el proceso de lectura, pues dependerá de cada uno el diálogo que se construya con el autor.

Goodman (1982) menciona algunos factores asociados al lector, tales como la relativa capacidad de un lector, el propósito del lector, la cultura social, el conocimiento previo, el control lingüístico, las actitudes y los esquemas conceptuales.

A continuación, se describirán algunos de ellos.

### ***2.1.2.1 Conocimientos previos.***

Goodman (1982) afirma que toda lectura es interpretación y lo que el lector es capaz de comprender y de aprender a través de la lectura depende fuertemente de lo que el lector conoce y cree antes de la lectura; y añade que diferentes personas leyendo el mismo texto variarán en lo que comprendan de él, según sean sus contribuciones personales al significado.

Similarmente, León (2001) dice que no debemos olvidar que los discursos se comprenden e interpretan porque se accede a un conjunto de conocimientos universales y compartidos sobre el mundo, sobre las acciones humanas, que está altamente organizado y almacenado en la memoria. Estas ideas que supuestamente posee el lector, son conectadas con la información extraída del texto, a través de inferencias y posibilitan el que elabore un referente de la situación muy rico en ideas y le permiten generar el contexto social o las intenciones del personaje en este párrafo (León, 2001).

Por su parte, Bodner y Domin (2000), exponen que una posible explicación en la diferencia entre el éxito o no de quienes resuelven problemas, puede ser encontrada en el esquema de la teoría de estructuras cognitivas. El esquema de la teoría visualiza a la estructura cognitiva como una estructura de conocimiento general usada para comprender. El esquema, también denominado como marcos o guiones, se relaciona con el conocimiento general de una persona sobre el mundo. Los esquemas son activados o provocados desde una percepción individual de su entorno y ellos [las personas] proveen el contexto sobre el cual están basados los conocimientos generales. Debido a que las personas no incluyen información sobre alguna situación exacta, la comprensión de la situación que ellos generan es incompleta. Pero, incluyendo ambos hechos sobre el tipo de situación y la relación entre esos hechos, ellos proveen una estructura que les permite hacer inferencias.

Sin duda, el lector realiza aportaciones importantes al texto gracias a su conocimiento previo, a partir del cual puede llevar a cabo algunas inferencias. Pero también el texto aporta al lector, emergiendo otras inferencias a partir de la información que se encuentra en sus párrafos, lo cual puede acrecentar el bagaje en el conocimiento previo de quien lee. Así, nuevamente llegamos a la conclusión que hay un intercambio entre el lector y el texto.

### ***2.1.2.2 Estrategias de lectura.***



Goodman (1982) define una *estrategia de lectura* como un amplio esquema para obtener, evaluar y utilizar información. Por ejemplo, los lectores pueden utilizar estrategias de predicción para predecir el final de una historia, la lógica de una explicación, la estructura de una oración compleja y el final de una palabra, así como, en nuestro caso con los *textos matemáticos*, lo que se preguntará en un problema matemático, por ejemplo. Pero esta predicción se lleva a cabo visualizando ciertos índices que aparecen en el texto, pues, este mismo autor hace ver que los lectores no podrían trabajar con tanta información tan eficientemente si tuvieran que procesar toda la información.

Así por ejemplo, si una persona se enfrenta a leer el siguiente enunciado:

92. En el siguiente sólido se hace un corte que pasa por todos los vértices A. Señale la cantidad de caras que tendrá el poliedro resultante más próximo a usted.

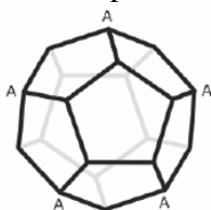


Imagen 2.1.2.2.a. Ítem extraído de la prueba estandarizada Planea MS, aplicada en México en el 2015.

Es posible que seleccione cierta información al momento de leer, y con ello, elabore predicciones e inferencias sobre el posible resultado, como se propone un ejemplo a continuación, donde las palabras resaltadas en **negrita**, son la información elegida por el lector.

92. En el siguiente **sólido** se hace un **corte** que **pasa por todos** los vértices **A**. Señale la **cantidad de caras** que tendrá el **poliedro resultante más próximo a usted**.

Por supuesto, estas predicciones e inferencias varían también de acuerdo a la experiencia y al conocimiento previo del lector; como puede darse en la lectura del siguiente enunciado:

**3.1.10 Teorema** Sea  $(x_n)$  una sucesión de números reales y sea  $x \in \mathbb{R}$ . Si  $(a_n)$  es una sucesión de números reales positivos con  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = 0$  y si para alguna constante  $C > 0$  y alguna  $m \in \mathbb{N}$  se tiene

$$x_n - x \forall \leq C a_n \quad \text{para toda } n \geq m$$

entonces se sigue que  $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n) = x$ .

Para un lector que ha leído la primera parte del capítulo de este libro, puede no ser necesario leer “una sucesión de números reales”, pues eso quizá lo infirió al leer “ $(x_n)$ ”.

Otra estrategia que utilizan los lectores es la *inferencia* -que detallaremos en la sección 2.1.2.5-, y que Goodman (1982) la considera como un medio poderoso por el cual las personas complementan la información disponible utilizando el conocimiento conceptual y lingüístico y los esquemas que ya poseen. Se infiere tanto *lo que no está explícito* en el texto, como *lo que se hará explícito más adelante*.

Además de estas estrategias de lectura, el lector va teniendo un autocontrol al leer, pues va evaluando, por ejemplo, la veracidad de las predicciones que realizó en algún momento previo durante la lectura.

Lo que respecta al trabajo de García-Madruga, Martín, Luque y Santamaría (1995; citados en Campanario y Otero, 2000), definen una estrategia como “la utilización óptima de una serie de acciones que conducen a la consecución de una meta”. Este es un ejemplo de las varias estrategias que se ponen en juego en el procesamiento de un texto: el repaso de fragmentos del texto previamente leídos o lectura anticipada de fragmentos posteriores (Paris y Jacobs, 1984), la utilización del contexto para descubrir el significado de palabras desconocidas (Jacobs y Paris, 1987), la identificación y uso de señalizadores, por ejemplo de la estructura de alto nivel del texto (“En primer lugar...en segundo lugar...“), la identificación de palabras que indican o resaltan la perspectiva del autor (“lo más importante es...“).

Por último, citamos nuevamente a Goodman (1982), quien menciona:

La lectura efectiva da sentido a los textos escritos. Pero la lectura eficiente utiliza el menor tiempo, esfuerzo y energía que sea posible para ser efectiva.

De ahí, la relevancia de las estrategias de lectura.

### **2.1.2.3 Intereses del lector.**

Como dice Goodman (1982), leer es buscar significado y el lector debe tener un propósito para buscar significado en el texto.

Campanario y Otero (2000) exponen que el lector tiene sus propias metas de lectura que influyen en las estrategias de procesamiento que va a desarrollar; y citan a Graesser y Kreuz (1993), quienes encontraron que los sujetos hacían preguntas muy diferentes cuando leían un mismo texto, dependiendo de la meta que perseguían. Y más adelante mencionan que además, los lectores tienen diferentes intereses por distintos contenidos. Este mayor o menor interés va a influir en el tipo de estrategias que desarrolla y en el esfuerzo que decida aplicar en la tarea de comprensión (Campanario et al. 1998; citado en Campanario y Otero, 2000).

### **2.1.2.4 Coherencia**

Otro aspecto importante al momento de que el lector da lectura al texto, es que este intenta establecer una coherencia al texto, y es en este mismo trabajo de Campanario y Otero (2000) donde se menciona que hay dos tipos de coherencia: local y global. La coherencia local se refiere a la conexión entre proposiciones contiguas. Puede establecerse mediante superposición de argumentos (dos proposiciones estarían relacionadas si comparten uno o más argumentos), u otras relaciones semánticas como la relación causal; mientras que la coherencia global depende de las conexiones entre cada proposición y el tema del discurso (Van Dijk y Kintsch, 1983, p. 189). Para ejemplificarlo, invitan a considerar la siguiente colección de frases: “Se aplica una fuerza sobre un bloque. El bloque es verde. La luz verde tiene mayor frecuencia que la roja. El color rojo de la sangre depende del grado de oxigenación, etc.”. Las proposiciones en este conjunto están conectadas localmente, y sin embargo no existe relación alguna entre ellas y un tema del discurso: existe coherencia local pero no coherencia global.

Mientras más cohesivo sea el texto, el lector tendrá mayor posibilidad de establecer coherencia al texto. Por supuesto, no descartamos que algunas personas no requieran de *mayor* cohesión, o quienes sigan sin comprender el texto aún con el cuidado que pudo tener el escritor de que su texto fuera más cohesivo –esto dependerá de la familiaridad que tenga el lector con el contenido del texto, es decir, de sus conocimientos previo, así como de su motivación e interés-; fenómenos como los que presenta McNamara (2004), en los que se demuestra que para personas *desfavorecidas*, es decir, los que tienen poca familiaridad con el contenido del texto, les ayuda

que el texto tenga mayor cohesión para comprenderlo al momento de leerlo, y sin embargo, ese mismo grado de cohesión puede afectar a los lectores con mayor familiaridad en el tema, pues procesan superficialmente un texto con marcadores que aumentan la coherencia del mismo.

#### ***2.1.2.5 Inferencias.***

León (2001) expresa la necesidad de tener un modelo en el que se asiente cómo y de qué manera se generan las inferencias, donde se tenga una clasificación de estas, y que permita predecir inferencias en otros contextos distintos al narrativo, como son el periodístico y el científico, y que además permita explicar mejor la interconectividad entre los procesos de comprensión e inferencias; sin embargo, él mismo reconoce que no es un trabajo sencillo dada la complejidad de la noción de *inferir* en un proceso de *comprender* la lectura de un texto.

En palabras de León (2001), el estudio de inferencias permite dilucidar qué hacemos cuando tratamos de dotar de coherencia a lo que percibimos, y menciona que las inferencias se consideran tan esenciales que nos mueven a creer que forman el núcleo de la comprensión, de la interpretación y de la explicación humana.

El papel de las inferencias durante la búsqueda de darle coherencia a un texto y comprenderlo, se observa desde lo local a lo global; León (2001) lo describe diciendo que desde el recinto más local y dado el carácter lineal de la lectura, las oraciones constituyen el paso obligado por el que se identifica, retiene y relaciona aquella información considerada clave para seguir la pista de ideas más globales.

Sin embargo, esto no es sencillo, en tanto que además de procesar la información explícita en el texto, los conocimientos previos del lector influirán directamente en esta conformación de inferencias. Es precisamente el conocimiento del que dispone el lector y su relación con lo que se lee, el motor que induce a la realización de inferencias (León, 2001). El resultado final es que siempre acabamos procesando más información de la que leemos de manera explícita (Schank, 1975; citado en León, 2001).

León (2001) presenta a manera de ejemplo el siguiente texto:

*Rosa llevaba dos años trabajando intensamente en un guion, pero no acababa de redondearlo. Por fin, después de un último esfuerzo, se lo entregó a su editor. Recuperó*

*el crédito de sus lectores y obtuvo, tres años más tarde, un premio al mejor guion original.* (Tomado de León, 1996; citado en León, 2001).

Para ilustrar de qué manera se reflejan las inferencias que ha de realizar un lector sobre este párrafo, en este mismo trabajo León hace ver que se requeriría considerar las siguientes para comprender ese texto: que *Rosa* es presumiblemente el nombre de una escritora y no el de una flor; que el *guion* se refiere más en este contexto a un escrito y no a un signo lingüístico; que *redondear* no implica necesariamente la acción de dar forma circular al escrito, como de acabarlo; que el *crédito* no obedece en este caso a una transacción bancaria, como de recuperar la confianza de sus adeptos. Y agrega que la acepción correcta de cada una de estas palabras es asignada en función del contexto por medio de la elaboración de inferencias. Aun cuando en *textos matemáticos*, aflora quizá en mayor proporción lenguaje propio de la Matemática y que lo ilustrado con el párrafo de *Rosa* se observe menos, no descartamos que se presenta también, por ejemplo, cuando nos encontramos con la palabra *función, cuerda, serie*.

Además, León (2001) menciona que hay una cierta comunicación entre el lector y el autor mediante las inferencias -lo cual nos recuerda a lo ya mencionado de Goodman (1982) con las transacciones-, y para que esta situación de comunicación se desarrolle con éxito exige, al menos, dos requisitos imprescindibles: que el lector posea conocimientos previos necesarios y relacionados con lo que lee; y el segundo, que además ese conocimiento, o al menos parte de él, debe compartirse con el autor del escrito.

Otero, Papini y Elichiribehety (1998), describen el fenómeno alrededor de las inferencias de la siguiente manera:

Al parecer las personas construyen modelos mentales de lo que escuchan y de lo que hablan porque el contenido explícito del discurso se basa en un esquema de un estado dado de hechos, en el cual ***el lector completa las relaciones entre los datos que faltan***, este proceso de establecer inferencias es tan rápido y automático que no lo percibimos. El principio básico de la interpretación del discurso se basaría según esta teoría en el hecho de que ***las personas construyen modelos mentales basados en lo que conocen sobre los significados de las palabras y en lo que saben que no saben***. Si el discurso lleva a una situación indeterminada, esto es, si no es posible construir un modelo no ambiguo de la situación descrita por él, las personas tenderán a recordar su forma proposicional sin hacer representaciones [subrayado en ***negrita*** por nosotros].

Consideramos que en esta cita figura de alguna manera la noción de *modelo situacional* y *los niveles de representación en la memoria* que tratamos en la sección 2.2.2.

León (2001) cita varios trabajos para dar a notar distintas propuestas que han surgido en la búsqueda de clasificar las inferencias:

- Por su contenido ( Graesser, 1981):
  - *por qué*
  - *cómo*
- Por su función (Reder, 1980):
  - obligatorias
  - elaborativas
- Por su forma lógica:
  - Inductivas
  - Deductivas
  - analógicas
- Por su dirección ( Singer y Ferreira, 1983; Just y Carpenter, 1987):
  - hacia adelante
  - hacia atrás (también conocidas como *punteo*, *integrativas* o *conectivas*)

Más aún, León (2001) reconoce que el tipo de clasificación suele estar avalado por una teoría o hipótesis.

A continuación organizamos esta información.

- Postura Minimalista (ninguna inferencia acompaña la comprensión)
  - Inferencias automáticas (durante la lectura, en ausencia de procesos estratégicos y en los primeros milisegundos). Por ejemplo, las inferencias **elaborativas**.
    - Las que establecen coherencia local
      - Inferencias **punteo** que establecen unidad proposicional y conexión entre anáfora y su referente
        - Inferencias **referenciales**
    - Las que establecen conexión extraordinariamente rápida entre información del texto y conocimientos previos
      - Inferencias **causales-antecedentes**

- Inferencias estratégicas (se orientan mediante metas, exigen mayor demora en su procesamiento y son posteriores a las automáticas). Sólo se producirán ante una ruptura en la coherencia local.
  - Inferencias **semánticas**
  - Inferencias **instrumentales**
  - Inferencias **predictivas**
  - Inferencias dirigidas a mantener la coherencia global
- Postura Maximalista (todas las conexiones de un mensaje son legítimas)

Al pedir que reconstruyan lo leído

- Inferencias durante la comprensión
- Inferencias reconstruidas posteriormente
- Teoría de la Modularidad de la mente (inferencias y conocimiento previo son independientes)
- Interaccionismo-Contextual (inferencias y conocimiento previo, interactúan)

Respecto a los componentes o factores que desencadenan la elaboración de inferencias

- Centrada en características del texto (inferencias basadas en la palabra se generan sólo en el caso en el que se necesite establecer coherencia en texto)
- Centrada en lector (la meta principal del sujeto consiste en elaborar un “modelo situacional”). Teoría construccionista
  - Inferencias producidas *on-line* (durante la lectura o durante la comprensión)
    - Inferencias relacionadas con metas superordinadas de los personajes, Inferencias **causales-antecedentes**, Inferencias **temáticas globales**
      - Inferencias **referenciales** e inferencias **antecedentes causales**
        - Coherencia local
      - Inferencias que proporcionan metas superordinadas
      - Inferencias **temáticas**
      - Inferencias que configuran reacción emocional del personaje
  - Inferencias producidas *off-line* (durante una tarea de recuperación)
    - Inferencias **consecuentes-causales**

- Inferencias **pragmáticas**
- Inferencias **instrumentales** o **predictivas**

Campanario y Otero (2000) dicen que las inferencias puente son las que se utilizan para establecer coherencia local, mientras que las inferencias elaborativas consisten en información que aporta el sujeto y que sirven para complementar el contenido del texto pero que no son necesarias para establecer coherencia. Estos mismos autores mencionan que cuando el contenido de un texto es poco familiar resulta difícil formular inferencias elaborativas.

Santiesteban y Velázquez (2012) reconocen distintas inferencias en el proceso de lectura dirigido a la comprensión:

1. **Inferir detalles de apoyo:** inferir hechos adicionales que el autor podría haber incluido que lo haría más informativo, interesante o apelativo.
2. **Inferir la clave semántica:** determinar la idea central, el tema, la moraleja que no está explícita.
3. **Inferir consecuencia:** predecir lo que sucederá en la relación causa-efecto, o hipotetizar acerca de comienzos alternativos para el texto, si el autor no hubiese proporcionado uno, o predecir el final del texto antes de leerlo.
4. **Inferir relación causa-efecto:** inferir que provocó determinado evento y explicación racional.
5. **Inferir características de los personajes:** hipotetizar acerca de la naturaleza de los personajes sobre la base de las pistas explícitas presentes en el texto.
6. **Inferir lenguaje figurativo:** diferenciar el significado literal del significado figurativo empleado por el autor.

Y continúan diciendo: Lo anteriormente expuesto presupone un proceso de evaluación donde los estudiantes/lectores demuestran evaluación cuando realiza juicios acerca del contenido del texto al compararlo con otra información.

Es decir, hasta el momento puede percibirse que *hacer inferencias es una acción* presente en todo momento de significación en la lectura, ya sea sobre información que aparece en el texto (sobre lo que ya se leyó y sobre lo que aparece más adelante), o sobre información que no aparece en el texto. Estas inferencias están ligadas inevitablemente, al conocimiento previo del lector.



Llama especialmente nuestra atención el comentario de León (2001):

Prácticamente *la totalidad de los modelos de inferencias propuestos son sólo aplicables al género narrativo*. Existen razones que justifican este sesgo; quizás la más convincente sea la estrecha relación existente entre el discurso narrativo y las experiencias cotidianas contextualizadas en situaciones específicas.

Por lo cual, consideramos que es una oportunidad este trabajo para averiguar si se identifican algunas de las inferencias mencionadas anteriormente dentro de las que afloran en el proceso de comprensión de lectura de textos matemáticos.

En opinión de estos mismos autores citados: “Actualmente no se puede concebir una teoría sobre la comprensión de un texto que se considere adecuada si es que ésta pasa por alto la riqueza de inferencias que se generan cuando el lector elabora un *modelo mental o modelo de la situación* sobre el contenido de dicho texto.”

Otra cuestión que se han planteado, por ejemplo León y Van Den Broek (2000) es evaluar si la lectura de diferentes tipos de textos (narrativos, expositivos y periodísticos) genera o no patrones distintos en el tipo de inferencias que el lector realiza cuando intenta comprender el mensaje escrito; y lo que encontraron es que en los textos expositivos, estudiantes universitarios de Norteamérica y de España, evocaron un mayor número de inferencias explicativas (o expositivos) y problemas de comprensión que en textos narrativos.

Por otro lado, en este mismo trabajo se propusieron conocer hasta qué punto estos procesos de inferencias se generaban de manera independiente a una cultura y/o lengua determinada; y observaron que al parecer no influyen, lo que les lleva a suponer que estos mecanismos de inferencias son universales. Es probable que esto empate con la hipótesis de Goodman (1982) en tanto que considera que el proceso de lectura es único, independiente la cultura. Esto no significa que el contexto socio-cultural sea completamente ajeno en el proceso de comprender un texto, al contrario, hemos buscado enfatizar en la importancia de tomarlo en consideración para la caracterización que proponemos sobre el fenómeno en cuestión. Más bien, interpretamos la hipótesis de León y Van Den Broek (2000) en el sentido que menciona Goodman (1982) al hacer la analogía de la conducción de un vehículo.

Respecto a las inferencias en textos expositivos, León (2001) pone en sus conclusiones que en estos, el lector no suele tener un conocimiento previo muy amplio acerca de los temas que se tratan en ellos y, por este motivo, generan muy pocas inferencias durante la comprensión.

A través de lo que se ha plasmado en esta sección 2.1.2 *Factores asociados con el lector*, y basándonos en lo reflexionado a partir del trabajo de Goodman (1982), consideramos que se puede extraer lo siguiente:

Las inferencias realizadas por diferentes personas leyendo el mismo texto, variarán en función de lo que comprendan de él, según sean sus contribuciones personales al significado. Pueden interpretar solamente sobre la base de lo que conocen.

Así mismo, que el lector está en búsqueda de significado durante la lectura; y al respecto, Goodman (1982) dice que la atención está focalizada en el significado, y todo lo demás (tal como letras, palabras o gramática) sólo recibe atención plena cuando el lector tiene dificultades en obtener significado.

## **2.2 Comprensión de lectura**

### **2.2.1 Definición.**

Hay distintas concepciones y definiciones sobre lo que se entiende por *comprensión de lectura*. Por ejemplo, Pellicer & Vernon (1993) hacen énfasis en que la comprensión lectora va más allá de sólo decodificar unidades gráficas a sonoras y reconocimiento de letras, sílabas y palabras, sino que hay un intercambio -un *diálogo*- entre el escritor y el lector a través del texto, y que es a través de la identificación de relaciones entre los elementos -tanto en el contexto lingüístico como en el extralingüístico-, que en otro momento nombra *pistas lingüísticas*, que se puede establecer una buena comprensión lectora. De esta manera, la sensibilidad del escritor hacia su público y la manera en la que ha logrado representar significado para este público influirán la comprensibilidad, pues, el escritor busca comunicar algo, y el lector busca interpretarlo.

Santiesteban y Velázquez (2012) citan varios trabajos, de los cuales mencionamos a los siguientes:

- Collado y García (1997, pp 88) comprender un texto es *crear una representación de la situación* o mundo que el texto evoca.
- González (1998, pp 11) un lector comprende un texto cuando puede *darle un significado y lo pone en relación con sus saberes previos e intereses*.
- González (1998, pp 12) la comprensión de texto es relativa a cada lector, porque cada persona posee *diferentes experiencias de la vida* y otorga a lo leído distintos significados.
- Antich, (1986, pp 291) la comprensión se efectúa *cuando se leen ideas*, no en palabras. La comprensión es un proceso, y como tal, se debe guiar de un paso a otro.
- Paradiso (1998, pp 57) la comprensión es un proceso de decodificación, pero más aún, una *construcción que realiza el lector*. [Subrayado en *negritas* por nosotros.]

Observamos que en estas definiciones hay similitudes, en tanto que consideran que la comprensión de lectura es un proceso en el que se crea una representación del texto, esto en función de la experiencia o el conocimiento previo que cada lector tenga, y que por lo tanto, aporte a dicha construcción.

Algunos investigadores como Campanario y Otero (2000), buscan explicar algunos de los componentes que consideran más importantes del proceso de comprensión de un texto; por ejemplo, estos autores consideran dos rasgos dentro de dicha comprensión: por un lado, el procesamiento de un texto como una representación en la memoria, y por otro, propiamente los procesos que tienen lugar durante la comprensión de un texto de ciencias.

Respecto a la primera, Campanario y Otero (2000) citan a Van Dijk y Kintsch (1983), quienes consideran que hay distintos niveles de representación en la memoria al leer y buscar comprender un texto, a saber:

1. **Formulación superficial.** Corresponde a la identificación de caracteres y al procesamiento literal de las palabras y las frases
2. **Base de texto.** Captura el significado del texto. Aquí, se pueden distinguir dos subniveles de representación del texto:
  - a. **Microestructura.** Es el conjunto de proposiciones del texto relacionadas localmente, cuando éste se considera frase a frase.

- b. Macroestructura. Es el conjunto de proposiciones que sintetizan su significado y se construye a partir de la microestructura
3. **Modelo situacional.** Tiene una complejidad mayor que los dos niveles anteriores. Incorpora todas las *elaboraciones e inferencias* necesarias para establecer *coherencia* en la base de texto y se define como “*la representación cognitiva de los acontecimientos, acciones, personas, y, en general, de la situación sobre la que trata el texto*” (Van Dijk y Kintsch, 1983, pp 12). ***En este nivel intervienen estructuras que representan el conocimiento del lector relevante para entender la información del texto.*** La información procedente del texto se integra con dicho conocimiento dando como resultado una representación más rica que la base de texto. Dado lo anterior, se tiene que en el modelo situacional la organización del conocimiento puede tener poca relación con la estructura original del texto. En palabras de Campanario y Otero (2000), la representación del texto en la memoria resulta de la interacción entre el contenido del texto y el conocimiento del lector.

Así pues, Campanario y Otero (2000) consideran que la comprensión de un texto puede definirse *como la construcción de un modelo situacional a partir de la representación superficial de dicho texto y de los conocimientos previos del lector.* Además, mencionan que la comprensión de un texto es un proceso interactivo en el que el lector realiza múltiples tareas en paralelo, tales como:

- a) Decodificación y acceso léxico. El lector identifica los rasgos que componen los caracteres y los significados de las palabras que se forman con éstos.
- b) Representación del significado del texto en forma de proposiciones. Algunos modelos de comprensión de textos incluyen un subsistema (“parser”) que realiza esta tarea.
- c) Activación de conocimiento relevante para entender la información. El lector construye un modelo situacional relativo a la información que aparece en el texto. Para ello utiliza sus conocimientos. Ello implica la formulación de inferencias necesarias para establecer coherencia en la representación del texto.

Al ver algunos de los factores que se encuentran en el fenómeno de *comprensión de lectura* -y que se expusieron anteriormente-, coincidimos con Santiesteban y Velázquez (2012), quienes afirman que *comprender* es un proceso psicológico complejo y que incluye factores no solo

lingüísticos, tales como: fonológicos, morfológicos, sintácticos y semánticos; sino además motivacionales y cognitivos.

Sanjosé et al. (1993) reflexionan que en la actualidad existe un acuerdo bastante generalizado en afirmar que el proceso de comprensión lectora es de tipo interactivo. Ello implica que el significado no es algo que está en el texto, sino que, el sujeto lector lo va construyendo progresivamente (Spiro, 1980). En este proceso de construcción de significado son esenciales tanto los esquemas de conocimiento previo del sujeto (Anderson y Pearson 1984, Wilson y Anderson 1986, Otero 1990), como sus estrategias lectoras (Brown, Day y Jones, 1983; Scardamalia y Bereiter 1984). Además, un tercer aspecto a considerar en la lectura proviene de los objetivos que se persiguen con ella, pues se ha constatado que las estrategias que se desarrollan son diferentes según sean aquéllos (Aaronson y Ferres 1984; Wandersee 1988).

Es decir, se coincide en que factores importantes en la comprensión de lectura son las estrategias de lectura, la intención del texto, así como reconocer que el significado del texto lo va construyendo el lector progresivamente, pero también lo es la utilidad que se le dé al texto.

León (2001), por su parte, sintetiza que la comprensión del discurso supone, un flujo inferencial muy complejo. Partiendo de unos contenidos descritos en un texto, el lector elabora un conjunto de proposiciones explícitas o inferidas y, al mismo tiempo, construye un modelo situacional a partir de las ideas o proposiciones disponibles.

A continuación, profundizaremos en la idea de la representación del texto en la memoria que proponen Van Dijk y Kintsch.

## **2.2.2 Representación en la memoria.**

Hay varios investigadores que consideran en el proceso de comprender un texto, la representación que el lector va creando mientras lee; en este trabajo tomaremos como principal referencia el desarrollo hecho por Kintsch y Van Dijk (Van Dijk y Kintsch, 1983; Van Dijk, 1994; Kintsch, 1998).

### ***2.2.2.1 Formulación superficial del texto.***

La idea básica es que la persona reconoce símbolos (p.e. letras) al enfrentarse a leer un texto. Como lo citamos anteriormente, este nivel corresponde a la identificación de caracteres y al procesamiento literal de las palabras y las frases, y el procesamiento se centra en las reglas para

combinar las palabras de forma que cumplan las restricciones sintácticas del lenguaje (Campanario y otero, 2000). Es decir, en este nivel, se ocupan los conocimientos sintácticos.

Coleoni et al. (2001) lo describen como la formulación exacta del texto con las mismas palabras y estructura sintáctica de éste.

Entender desde los símbolos en sí, es tan importante como entender su significado individualmente y en conjunto con otros símbolos. Pensemos por ejemplo en el siguiente ejercicio: cuando leemos un texto literario, los símbolos son letras, cada letra tiene su significado y al formar sílabas, palabras, frases, tienen un significado en colectivo. ¿Qué sucede si miramos fijamente al texto y desenfocamos intencionalmente el lente de nuestra pupila? En efecto, no reconoceremos los símbolos, por lo que, aunque estemos viendo fijamente al texto, el no reconocer los símbolos de las letras nos hará incapaces de conocer el contenido del texto. Algo parecido sucede cuando nos encontramos con un texto en un idioma distinto al que conocemos, en el que no reconocemos los símbolos (p.e. en un texto árabe).

Si se observa a un niño (o en general a una persona) que está aprendiendo a leer, puede verse de manera notoria que en lo primero en lo que se concentran es en reconocer precisamente los símbolos de las letras, las juntan -de alguna manera-, y van formando sílabas y palabras. Probablemente conocen el significado de algunas palabras, pero difícilmente tendrán presente el significado en la macroestructura, o incluso en el enunciado -microestructuralmente hablando-.

Sin embargo, como hemos tratado de hacer énfasis, el proceso de comprensión de lectura va más allá de decodificar, pues el *significado* es primordial en dicho proceso.

#### **2.2.2.2 Base de texto.**

Solaz-Portolés y Sanjosé (2007) citan trabajos de Kintsch y Van Dijk y mencionan de manera simplificada que la Base de Texto se elabora a partir de las proposiciones del texto y expresa su contenido semántico tanto a nivel global como local; además, dicen que esta representación [la Base del Texto] refleja sobre todo las relaciones de coherencia interna entre las proposiciones, así como su organización.

Coleoni et al. (2001) consideran también que consiste, en esencia, en la representación del significado del texto en forma de proposiciones y que refleja las relaciones semánticas expresadas

en el texto mediante el lenguaje; agregan que la base de texto corresponde al significado ligado directamente al texto, con mínima participación de los conocimientos del lector.

Campanario y Otero (2000) desglosan esta idea de la Base de Texto, haciendo notar que dos frases pueden tener el mismo significado aunque la formulación superficial sea diferente; así, con el fin de evitar las complicaciones derivadas de las múltiples representaciones superficiales que pueden estar asociadas a un mismo significado, se utilizan unidades de significado o ideas elementales llamadas proposiciones (una proposición consta de un predicado y uno o más argumentos). A manera de ilustrar lo anterior, presentan el siguiente ejemplo:

El significado de las dos frases siguientes puede representarse mediante el mismo conjunto de ideas elementales o proposiciones.

*Se añadió ácido concentrado sobre la disolución*

*El ácido concentrado fue añadido sobre la disolución*

P1: Añadir (ácido, disolución)

P2: Cualificador (concentrado, ácido)

La proposición P1, por ejemplo, se compone de un predicado (añadir) y unos argumentos (ácido, disolución).

El conjunto estructurado de proposiciones que representa el significado de un texto se denomina **base de texto** (Campanario y Otero, 2000). Ya se mencionó anteriormente que hay a su vez dos subniveles de representación en la base de texto. A continuación se detallará sobre estos.

#### *2.2.2.2.1 Microestructura.*

La microestructura es el conjunto de proposiciones del texto relacionadas localmente, cuando éste se considera frase a frase (Campanario y Otero, 2000). Es decir, en este subnivel el lector toma las proposiciones cercanas y las significa.

Así por ejemplo, una persona que lea el siguiente enunciado,

**70.** Un auto se mueve obedeciendo a la siguiente regla  $d = 5t^2$ , donde la variable  $d$  representa la distancia recorrida y la variable  $t$  el tiempo utilizado durante este recorrido. ¿Cuántos metros habrá recorrido el auto al final de los 12 segundos?

construirá su microestructura a partir de leer, digamos, la primer proposición “*Un auto se mueve*”, y le asociará significado a cada palabra, pero además, a la proposición completa, teniendo por entendido que en el enunciado hay un vehículo que se está moviendo. El lector puede proceder a la siguiente parte del texto “*obedeciendo a la siguiente regla  $d = 5t^2$* ”, y ahora sabe que el auto no se mueve arbitrariamente, sino que sigue una regla, que por el momento involucra símbolos que faltarán significar.

A partir de la microestructura, se puede construir la macroestructura.

#### 2.2.2.2.2 *Macroestructura.*

La macroestructura de un texto es el conjunto de proposiciones que sintetizan su significado y se construye a partir de la microestructura aplicando ciertos operadores (Sánchez-Miguel, 1993, citado en Campanario y Otero, 2000):

- a) Omisión: se suprimen las proposiciones menos importantes.
- b) Generalización: una secuencia de proposiciones se sustituye por otra que incluye algún concepto superordinado.
- c) Construcción: se sustituye una secuencia de proposiciones por otra que incluye a las anteriores o tiene el mismo significado o abarca la secuencia de acciones descrita en las proposiciones anteriores.

Por su parte, Sanjosé et al., (1993) citan a Perfetti (1986) quien distingue dos niveles de comprensión en la lectura:

- a) Nivel intraproposicional o microestructural, donde el lector recodifica, de manera habitualmente automática, la información de las proposiciones o unidades de significado del texto.
- b) Nivel interproposicional o macroestructural, donde el lector integra conscientemente la información.

Y concuerdan con García Madruga y Martín Cordero (1987, citado en Sanjosé et al., 1993) en que para llegar al nivel macroestructural se tiene que haber superado el microestructural, y que esto significa, por ejemplo, que si el discurso textual presenta gran complejidad léxico-sintáctica, el lector se queda en la formación de la microestructura y no accede a la macroestructura textual.



En otras palabras, diríamos que mientras más cohesivo sea el texto, mayor oportunidad tendrá el lector de acceder al nivel de macroestructura de manera más profunda.

Santiesteban y Velázquez (2012) reconocen distintos niveles de estructuras en el texto dentro del análisis semántico:

- Nivel superficial. El significado se puede taxomizar en dos categorías:
  - Significado denotativo. Es el significado de la palabra proporcionado por el diccionario y es integral al funcionamiento esencial de la lengua.
  - Significado connotativo. Es el valor comunicativo de una expresión por virtud de lo que se refiere. Refleja la experiencia real de la cual uno asocia una expresión.
- Nivel profundo. El significado también se puede taxomizar en dos categorías:
  - Significado contextual. No lo determina la palabra, sino el texto en su contexto como máxima unidad lingüística de sentido completo. Se subdivide en:
    - Significación literal
    - Significación complementaria
    - Significación inferencial
  - Significado pragmático. Se expresa en los sentimientos y actitudes del escritor, en la intencionalidad. En el proceso de lectura, la comprensión de este tipo de significado es de conspicua importancia, por cuanto se encuentra fuera de la organización del lenguaje. No se puede deducir desde el sistema lingüístico solamente, se lleva a cabo en el nivel funcional.

Ambos significados, contextualizado y pragmático, requieren de habilidades cognitivas y socioculturales por parte del lector. Por tanto, la distinción entre las estructuras superficiales del significado y las estructuras profundas del significado, está dada en que la primera es literal y la segunda complementaria o inferencial (Santiesteban y Velázquez, 2012).

Ahora bien, si retomamos el ejemplo de la persona que comienza a aprender a leer, quizá podemos percatarnos que en una etapa temprana de lectura, se está mayormente en un nivel de Formulación Superficial del Texto (FST), con indicios a pasar a un nivel de Base de Texto (BT). Y esto puede ser relativamente apreciable y se puede percibir la diferencia de estar en un nivel u otro.

Consideramos que esto no es igual para lectores con mayor dominio en la decodificación simbólica -dominio logrado por la práctica y cada vez mayor familiaridad al trabajar con los mismos símbolos-, los cuales ya son capaces de decodificar con mayor rapidez. Por ejemplo, una persona que lleva años desde que aprendió a leer, conoce el significado de muchas palabras y es capaz de unirlos en enunciados -y significar a estos-, y si además está familiarizado en cierto grado con el tópico del texto, trabaja los tres niveles (o al menos la FST y la BT) con mayor agilidad, dando como resultado tener mayor dificultad para discernir en qué Nivel de representación del texto se encuentra una persona en cierto momento de la lectura.

Buteler, Gangoso, Brincones y González (2001) citan a Chi, Feltovich y Glaser (1981), quienes estudian el tipo de estructura del problema percibido por novatos y expertos. Los especialistas atienden a la estructura profunda del problema, mientras que los novatos los clasifican por los aspectos superficiales.

Brown y Day (1983) documentan que los lectores expertos usan en sus estrategias el buscar significar el texto en la macroestructura.

### *2.2.2.3 Modelo situacional.*

Un modelo situacional es una estructura integrada de información que recoge información episódica previa acerca de alguna situación, así como información general instantánea de la memoria semántica (van Dijk y Kintsch, 1983; citados en Juárez et al, 2014).

Solaz-Portolés y Sanjosé (2007) consideran, con base en las referencias de los trabajos de Kintsch y Van Dijk, que el Modelo Situacional se construye mediante la integración del contenido textual en los esquemas de conocimiento previo que el lector ha desarrollado en sus experiencias anteriores con el Mundo, y puede incluir imágenes, contextos espacio-temporales, modelos analógicos de fenómenos, cadenas causales, etc.

Por su parte, Coleoni et al. (2001) mencionan que este nivel de representación incorpora otras proposiciones provenientes de la memoria del lector, es decir, de su base de conocimientos y que esta es una representación de la situación a la que se refiere el texto – razón por la que se denomina modelo de la situación-. Consiste “en la representación que hace el lector del mundo al que se refiere el texto (Just y Carpenter, 1987; citado en Coleoni et al., 2001)”.

Lo más importante sobre los modelos de situación es que son resultado de la información que se deriva del conocimiento previo del lector. En otras palabras, el lector genera proposiciones puente, inferencias, fragmentos de su propio conocimiento previo y fragmentos del conocimiento previo social (Juárez et al, 2014).

#### *2.2.2.4 Comentarios con base en los tres niveles*

Es posible ver en trabajos con interés en la comprensión de lectura, que hacen referencia a los autores de estos tres niveles de representación; o que, en su defecto, coinciden en ideas similares sobre dicho proceso de representación.

Ejemplo de ello lo encontramos en Santiesteban y Velázquez (2012), quienes mencionan que la comprensión de lectura abarca el empleo de estrategias conscientes que conducen en primer término a decodificar el texto; luego, presupone que el lector capte el significado no solo literal de las palabras y las frases, o el sentido literal de las oraciones, de las unidades supraoracionales o del párrafo, o del contenido literal del texto; sino que debe captar el significado, el sentido y el contenido complementario lo cual significa, entre otras cosas, el procesamiento dinámico por parte de ese receptor/lector, quien lo desarrolla estableciendo conexiones coherentes entre sus conocimientos y la nueva información que le suministra el texto.

También en León (2001), donde se habla de las inferencias al construir un modelo situacional, se asocia a este con una perspectiva construccionista, y dicen:

La teoría construccionista propone que la representación mental de un texto es un modelo de la situación descrita por él. La construcción de dicha representación supone muchas inferencias no mínimas que incluyen elaboraciones de partes explícitas de la información y conexiones globales entre las proposiciones. De esta manera, cuando leemos una novela, construimos potencialmente varios tipos de inferencias basadas en el conocimiento durante la comprensión del contenido. Los planes y las metas que motivan las acciones de los personajes, sus rasgos, conocimientos, creencias y emociones, las causas de los sucesos, las propiedades de los objetos, las relaciones espaciales entre objetos y entidades, diversas expectativas sobre futuros acontecimientos del argumento. Según esta concepción, muchas inferencias de carácter global son elaboradas para conectar información muy separada en el texto. El problema sobre el que se ha debatido y

se debate actualmente es precisar cuáles de estas posibles inferencias son generadas durante la lectura y la comprensión.

Es decir, vemos que en estos dos trabajos -y en otros más que se mencionaron en la sección 2.2.1-, se concibe un proceso evolutivo cognitivo al momento de *buscar* comprender lo que se está leyendo. Puede ser que ocurra todo en fracción de segundos, o puede ser que una persona se quede en el Nivel de Formulación superficial del texto, esto dependerá en gran proporción del conocimiento previo del lector (como se ha venido mencionando en este capítulo). Por ejemplo, para una persona que desconoce el significado de los cuantificadores en la lógica formal (existe, para todo, existe un único, no existe ningún), es muy seguro que al leer el siguiente enunciado quede en el primer nivel de representación:

$$\forall a \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R} : a < x < (a + 1)$$

Alguien que conozca el significado de cada símbolo que pueda decodificar de este enunciado, podrá leer “para todo  $a$  que pertenece a los números reales, existe un  $x$  en los reales tal que  $a$  es menor que  $x$ , y  $x$  es menor que  $a$  más 1”. En esta lectura ya va entrando en juego el significado que se le asocie a cada símbolo, y a conjuntos de símbolos. Por ejemplo, consideramos que la microestructura se vería en cada una de las partes del enunciado si lo dividimos de la siguiente manera:


$$\forall a \in \mathbb{R}, \quad \exists x \in \mathbb{R} : \quad a < x < (a + 1)$$

León (2001) lo menciona de esta manera: Partiendo de unos contenidos descritos en un texto, el lector elabora un conjunto de proposiciones explícitas o inferidas y, al mismo tiempo, construye un modelo situacional a partir de las ideas o proposiciones disponibles.

Collins, Brown, and Larkin (1980; citados en Kucan y Beck, 1997) teorizaron que el conocimiento previo de un lector en la forma de esquemas activados es usado para construir un modelo inicial de la información del texto y que el modelo es progresivamente refinado conforme más texto se lee.

### 2.3 Nuestra postura sobre el proceso de lectura

Hasta el momento, se han identificado varios verbos que están en el proceso de comprensión de lectura, tales como *decodificar*, *significar*, *inferir*, *interpretar*, *predecir*, y el mismo verbo de *comprender*; pero, ¿hay algún orden en el que emergen durante dicho proceso? Consideramos que no es sencillo separarlos y proponer un orden secuenciado y estricto, sin embargo, construimos una propuesta de secuenciación de estos verbos durante el proceso de *comprensión de lectura*, el cual se presenta a continuación.

Reconocerem  
es decir, la pe  
cuando ocurra  
puede observa  
el proceso de  
*justificar, res*

De esta manera, la comprensión de lectura es un proceso evolutivo y regresivo, en el cual identificamos dos momentos:

Momento 1 (**M1**). La persona *lee* por primera vez el texto. En este momento se decodifican los signos lingüísticos -propios de la matemática o no- que se encuentran en el texto. Es posible que se hagan algunas **inferencias** sobre lo que se está leyendo, y que se inicie un **diálogo** con el autor a través del texto.

Momento 2 (**M2**). La persona *busca significar* lo leído. Se trata de **encontrar el significado** a lo que se está leyendo, y para ello es posible que se requiera leer nuevamente el texto. Para el caso de las palabras, la semántica es la que se asocia con el significado de éstas; y se pueden encontrar distintas implicaciones en esto, por ejemplo, conocer el significado de cada palabra -o en su defecto inferirlo-, reconocer el contexto de la situación descrita en el enunciado para elegir el significado de la palabra cuando esta tiene más de un significado (por ejemplo, con la palabra *reflexión*, en algún contexto tomará el significado de *un pensamiento o consideración de algo con atención y detenimiento para estudiarlo o comprenderlo bien*, mientras en otro, el de *cambio de dirección o de sentido de la luz, del calor o del sonido cuando se les interpone un obstáculo*, o más abstracto en el desarrollo de un tema matemático, la *reflexión de vectores*. Es en este segundo momento en donde los verbos de **resolver, argumentar, justificar, entre otros**, se hacen presentes. La significación asociada a los signos lingüísticos propios de la matemática, es diferente, en tanto que requiere de conocimiento (escolar y no escolarmente) construido en dicha ciencia; y las palabras como *gráfica* tendrán un significado lingüístico, pero además se asociarán con un significado matemático que se relacionará con dicho significado lingüístico (semántico).

Notamos similitud con lo que expresan Bodner y Domin (2000) sobre el proceso en la resolución de problemas apoyándose en la teoría esquema de las estructuras cognitivas (schema theory of cognitive structures), dividiéndolo en dos partes: el enunciado y el momento de resolver.

Ahora bien, retomando la idea de Goodman (1982) sobre la direccionalidad del texto, si pensamos por ejemplo en los textos en los que nos enfocamos en nuestro tema, identificamos que en Matemáticas no se lleva siempre una única dirección al momento de leer. Por ejemplo, al enfrentarnos a la siguiente expresión:

$$\int_{-1}^1 \int_0^y (x + y) dx dy$$

Uno puede leerlo de derecha a izquierda. Sin embargo, cuando se tiene la intención de resolver la integral (M2), es posible que siga el siguiente proceso:

- Leer primero lo que se encuentra entre paréntesis: **(x+y)**,
- seguido de leer que primero se integrará con respecto a la variable **x: dx**,
- posterior se leerán los límites de integración correspondientes a dicha variable: **de cero a “y”**,
- luego, en la expresión resultante de esta primer integral, se integrará con respecto a la variable **y: dy**,
- para finalmente sustituir los límites de integración con respecto a esta variable, que son los primeros que leímos de izquierda a derecha: **de -1 a 1**

De esta manera, no hay una dirección uniforme -de derecha a izquierda o de izquierda a derecha-, sino que hay saltos en dónde se enfoca la pupila para seleccionar los símbolos a decodificar -y significar, como en el caso de los límites de integración-, de acuerdo con los requerimientos del proceso de solución.

### 2.3.1 Un acercamiento con visión Socioepistemológica.

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), permite sustentar una perspectiva en la que se realza la importancia en tomar en cuenta *lo social y lo cultural*. Cordero y Silva-Crocci (2012) hacen referencia de esta escuela de pensamiento, mencionando que en ella se reconoce la necesidad de elaborar estudios que articulen y reconozcan la *parte social* en la *construcción de la Matemática*.

Cabe precisar en lo que Cantoral y sus colegas se refieren por **entorno del aprendiz**, ya que este no se reduce a la medida de metros cuadrados en los que se mueve, sino que en su entorno se

conciben cuestiones profundas como su cultura, sus conocimientos [y nosotros precisaríamos para este estudio, que no sólo se ven implicados los conocimientos matemáticos, sino además el conocimiento que encierra cada palabra, frase, párrafo en significados no propiamente de la matemática, hablando de *textos matemáticos*], sus saberes, su historia, su presente y la propia historia que permitió la emergencia de los saberes matemáticos (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015). Como puede verse, lo anterior está en armonía con el planteamiento que mencionamos anteriormente sobre los factores que influyen en la lectura de un texto, reconociendo la parte social y cultural de los actores principales: autor, lector, texto.

Por ejemplo, en investigaciones de corte socioepistemológico, la forma en que el análisis del libro de texto es llevado a cabo no se enfoca solamente al contenido, sino que se busca precisar el juego de prácticas explícitas o implícitas en la obra. Se contrastan los libros con los originales de otras épocas y *se toma en cuenta el contexto de la producción de la obra* (Cantoral et al., 2015).

Así, uno de los aportes importantes de la TSME es la denominada “**descentración del objeto**”, es decir, en vez de poner el foco en analizar los conceptos matemáticos, se centra la **atención en las prácticas** que acompañan su producción. Cantoral et al. (2015) hablan de la descentración del objeto como elección metodológica que enriquece el entendimiento del concepto matemático y de sus propiedades mediante la exploración de prácticas sociales, prácticas de referencia, actividades, prácticas y acciones que acompañan al objeto.

Cabe mencionar que, si bien tomamos una postura en la que se considera importante la descentración del objeto, consideramos también que en este estudio se busca atender la situación puesta en el aula, en donde se presenta un conocimiento acabado, legitimado, secuenciado. Es decir, en lo que sigue nuestro discurso dará evidencia de la atención que hemos puesto en los conceptos y objetos matemáticos como se les concibe escolarmente.

Cantoral (2013), propone un esquema de anidación de prácticas en la construcción social del conocimiento matemático, en el que se puede partir de acciones, seguido están las actividades, prácticas, etc. (Ver imagen 2.3.1.1)



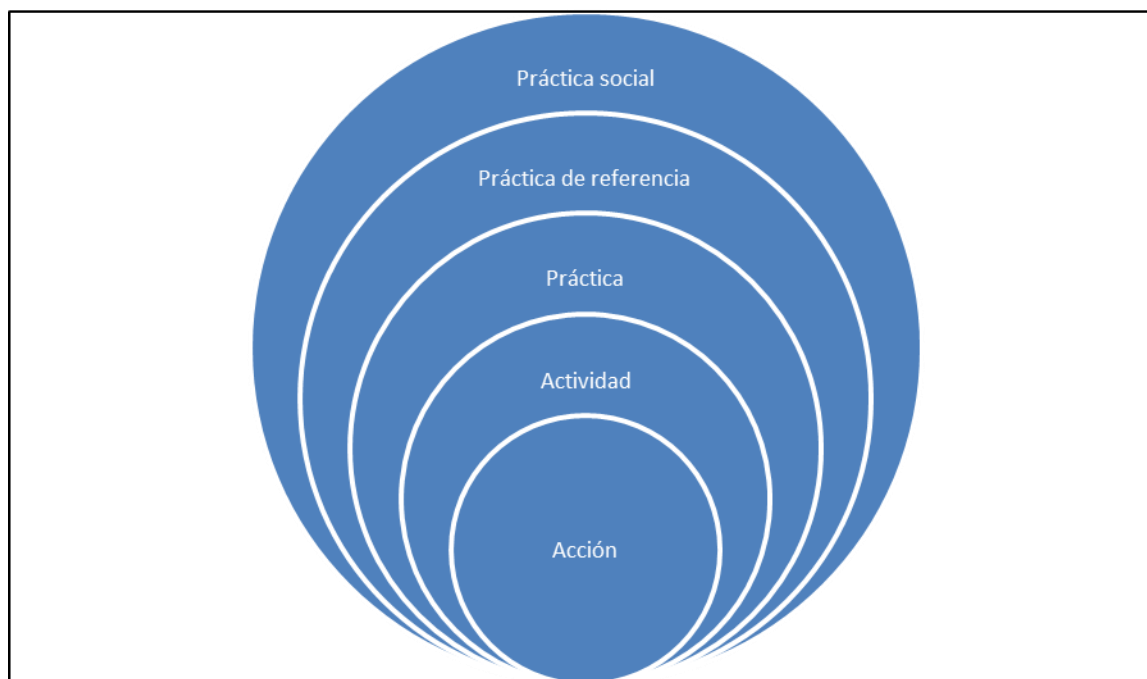


Imagen 2.3.1.1. Esquema de anidación de prácticas (Cantoral, 2013).

Las **prácticas sociales** son las *generadoras del conocimiento matemático* a través de los diversos procesos de institucionalización (Cordero y Silva-Crocci, 2012). En otras palabras, son aquellas que norman lo que hacemos.

En la Socioepistemología se establece una filiación entre la naturaleza del conocimiento que los seres humanos producen con las **actividades** mediante las cuales, y en razón de las cuales, dichos conocimientos son producidos (Cantoral et al., 2015). Cantoral (2013), menciona que, dado que la actividad humana involucra procesos de razonamiento y factores de experiencia cuando se desempeña cualquier clase de funciones, interesa que al hablar de pensamiento matemático nos localicemos propiamente en el sentido de la *actividad matemática como una forma especial de actividad humana*.

Y más adelante:

De modo que debemos interesarnos por entender las razones, los procedimientos, las explicaciones, las escrituras o las formulaciones verbales que el alumno construye para responder a una tarea matemática, **del mismo modo que nos ocupamos por descifrar los mecanismos mediante los cuales la cultura y el medio contribuyen en la formación de pensamiento matemático**. Nos interesa entender, aun en el caso de que su respuesta a una pregunta no corresponda con nuestro conocimiento, lo que consideramos una

respuesta matemáticamente correcta, las razones por las que su pensamiento matemático opera como lo hace (Cantoral, 2013, p. 55). [Subrayado en **negritas** por nosotros.]

Entonces, se concibe que el conocimiento matemático se produce mediante y en razón de actividades. En particular, en esta tesis se reconoce a la lectura como una **actividad humana**, y más aún, de acuerdo con la cita anterior, diríamos que es una **actividad matemática**, para el caso de los textos matemáticos. El texto, es un **mediador cultural**, el cual permite en la cultura actual, construir conocimiento matemático -visto tanto desde la postura del escritor que comunica, como del lector que recibe y aporta (construyendo su Modelo situacional)-.

Nuestro trabajo se concentra en esta comunicación o diálogo que se entabla entre el lector y el mediador cultural que es el texto -aunque de manera implícita, es un diálogo con el escritor-. Nos interesa **identificar acciones** que emerjan en este proceso, mismo que, como hemos declarado anteriormente, se encamina a la comprensión sobre lo que se lee.



Asociado con la afirmación de que el texto es un mediador cultural, Goodman (1982) por ejemplo, considera que la escritura es una invención social para comunicar a través del tiempo y del espacio, para recordar su herencia de ideas y de conocimientos, y que esto ocurre cuando las sociedades alcanzan un cierto nivel de complejidad y de tamaño.

Ahora bien, en la TSME, el **significado** deviene del uso situado que se dé al objeto y a sus procesos asociados a través de la práctica donde el niño, el joven o el adulto dotan de significación relativa, situada y contextualizada a los objetos formales; planteando de esta manera cuatro principios fundamentales:

- Las prácticas sociales son los cimientos de la construcción del conocimiento (*principio de normatividad de las prácticas sociales*).
- El contexto determinará el tipo de racionalidad con la cual un individuo o grupo -como miembro de una cultura- construye conocimiento en tanto lo signifique y ponga en uso (*principio de racionalidad contextualizada*).
- Una vez que este conocimiento es puesto en uso, es decir, se consolida como un saber, su validez será relativa al individuo o al grupo ya que de ellos emergió su construcción y sus respectivas argumentaciones, lo cual dota a ese saber de un *relativismo epistemológico* (principio).
- Así, a causa de la propia evolución de la vida del individuo o grupo y su interacción con los diversos contextos, se resignificarán esos saberes enriqueciéndolos de nuevos significados hasta el momento construidos (*principio de resignificación progresiva*). (Cantoral et al., 2015)

Por su parte, en la perspectiva dialógica se habla en un conjunto de asunciones teóricas sobre cómo adquirimos el conocimiento sobre el mundo y cómo le atribuimos significado (Linell, 2005; citado en Muñoz-Catalán, 2010). Así, decimos que el proceso de lectura es relativo y situado para cada lector, y que este irá construyendo y evocando significados -tanto matemáticos como de uso común-, así como resignificaciones de la herencia sobre estos acoplados a su propio contexto. Van Dijk y Kintsch (1983) tienen una postura similar al decir que los modelos situacionales serían subjetivos, por lo que implicaría que la comprensión es personal, ad hoc y única, y definiría una interpretación específica de un texto específico en un momento específico.

En Juárez et al. (2014) se menciona que Zwaan asume, junto con Kintsch (1988), que las primeras palabras entrantes resultan en un patrón difuso de activación, el cual es subsecuentemente reducido por un mecanismo restrictivo de satisfacción que toma información contextual en consideración. En este sentido, nos proponemos describir el proceso de comprensión de lectura en el que hay una praxis inmersa, en particular, en la transición de las acciones a la lectura como actividad, esto, por medio del texto -mediado cultural- que permite establecer un diálogo entre el escritor y el lector.

Por último, de acuerdo a lo descrito en esta última sección, consideramos que el proceso de lectura es una combinación de los modelos que mencionan Santiesteban y Velázquez (2012) en la clasificación de dichos procesos (ver inicio de este capítulo).

## 2.4 Demandas cognitivas

En este apartado se describirá la manera en la que optamos estratificar los enunciados matemáticos, utilizando el constructo de las Demandas Cognitivas.

Stein, Grover y Henningsen (1996) definen una tarea matemática como una actividad en el salón de clases cuyo propósito es enfocar la atención de los estudiantes en una idea matemática particular. Estas tareas las dividen en *task set up* y *task implementation*, y se interesan por la relación entre estas dos.

*Task set up* es definida como la tarea que es anunciada por el profesor. Puede ser muy elaborada, incluso las indicaciones verbales, la distribución de varios materiales y herramientas, y las largas discusiones de qué se espera. Puede ser también tan corta y simple como decirle a los estudiantes que comiencen a trabajar un conjunto de problemas desplegados en el pizarrón.

*Task implementation*, por otro lado, es definida por la manera en la cual los estudiantes realmente trabajan sobre la tarea. ¿Llevan a cabo la tarea como fue preparada? ¿O de algún modo alteran la tarea en el proceso de trabajarla?

En la Imagen 2.4.a se puede ver el esquema que proponen estos autores en el proceso de llevar al aula una Tarea, el cual abarca desde la propuesta en el currículo, la manera en que el profesor la comunica en el aula, y la forma en que los estudiantes la llevan a cabo, el cual culminaría en el aprendizaje de los estudiantes.

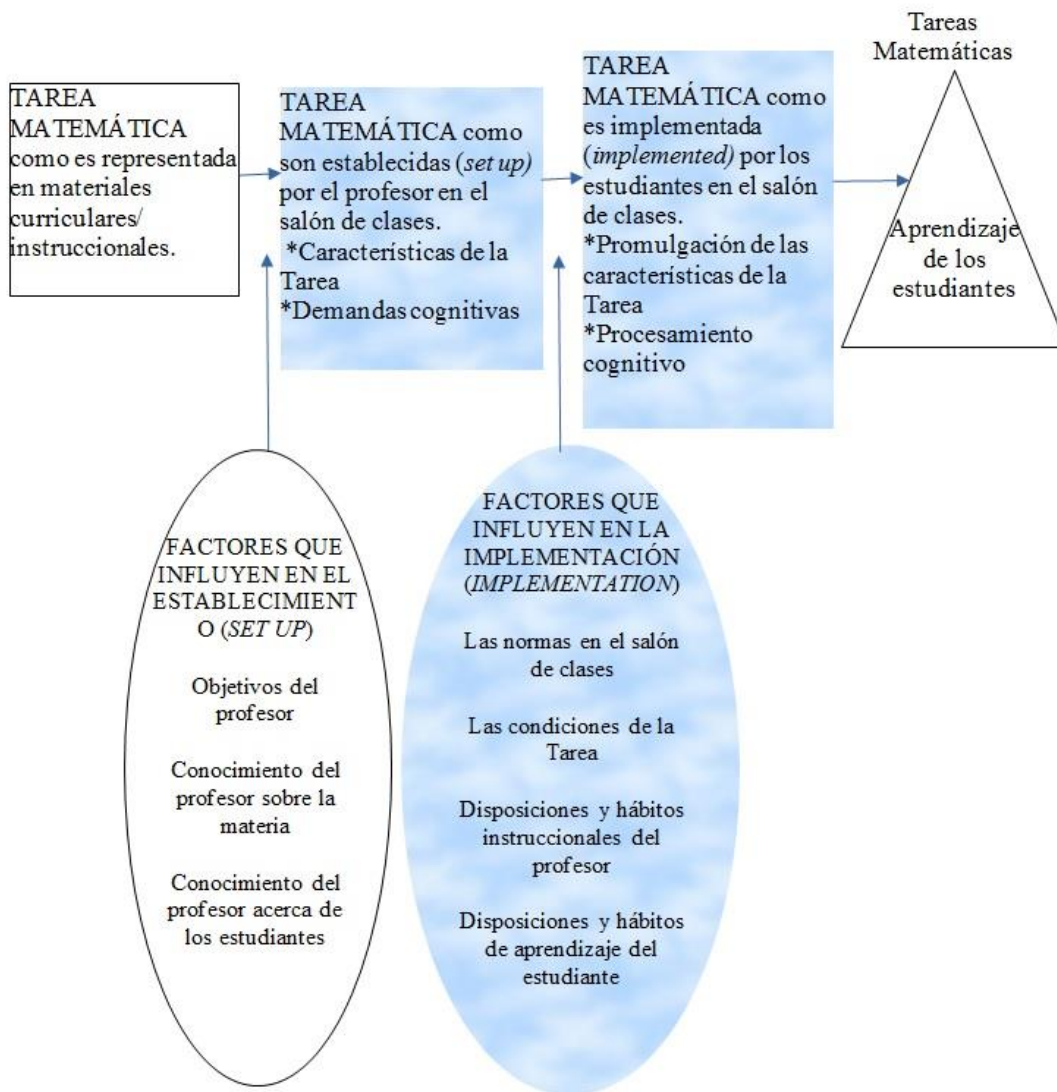


Imagen 2.4.a. Relación entre varias variables relacionadas con la tarea y el aprendizaje del estudiante. Las partes sombreadas representan áreas bajo investigación. [Extraído de Stein, Grover y Henningsen (1996); traducción propia.]

En Stein, Schwan, Henningsen y Silver (2000), definen a las demandas cognitivas como el tipo y nivel de pensamiento requerido de los estudiantes para comprometerse con y resolver exitosamente la tarea.

Las demandas cognitivas fueron clasificadas de acuerdo a lo siguiente:

- Memorización
- El uso de fórmulas, algoritmos, o procedimientos *sin conexión* a los conceptos, comprensión, o significado

- El uso de fórmulas, algoritmos, o procedimientos *con conexión* a los conceptos, comprensión, o significado
- Actividad cognitiva que pueda ser caracterizada como “*haciendo matemáticas*”, incluyendo pensamiento matemático complejo y actividades de razonamiento tales como hacer y probar conjeturas, *framing problems*, búsqueda de patrones, etcétera.

Stein, Grover y Henningsen (1996) mencionan que las *demandas cognitivas* se pueden analizar tanto en el establecimiento de las tareas como en la implementación de estas.

Las demandas cognitivas de la tarea durante la fase *task set up* se refiere al tipo de procesos de pensamiento implicado en la resolución de la tarea como lo anunció el profesor. Pueden ser desde la memorización, el uso de procedimientos y algoritmos (con o sin atención a los conceptos o su entendimiento), a el empleo de pensamiento complejo y estrategias de razonamiento que serían típicas de “*haciendo matemáticas*” (e.g., conjeturas, justificaciones, interpretaciones, etc.).

En la tarea durante la fase *implementation*, las demandas cognitivas son analizadas como los procesos cognitivos que los estudiantes ejercen realmente conforme van trabajando sobre la tarea. ¿Los estudiantes realmente memorizan hechos y fórmulas? ¿Los estudiantes realmente engranan en un pensamiento de alto-nivel y razonamiento sobre las matemáticas?

Ante el autocuestionamiento de Stein et al. (2000), sobre la importancia de las Demandas Cognitivas, expresan:

...es el nivel y tipo de pensamiento en el cual los estudiantes se acoplan el que determina qué aprenderán. Las tareas que requieren los estudiantes para mejorar un procedimiento memorizado de manera rutinaria lleva a un tipo de oportunidad para el pensamiento del estudiante; las tareas que demandan compromiso con los conceptos y que estimula a los estudiantes a hacer conexiones útiles de significado o ideas matemáticas relevantes permite un conjunto de oportunidades diferentes para el pensamiento del estudiante... el efecto acumulativo en las experiencias de los estudiantes con tareas instruccionales es el desarrollo implícito de los estudiantes de las ideas sobre la naturaleza de las matemáticas - acerca de si las matemáticas son algo que ellos personalmente pueden darle sentido y qué tan largo y duradero ellos deberán trabajar para ello. (Stein et al., 2000; pp. 11)

Y ejemplifican diciendo que si un profesor quiere que sus estudiantes aprendan cómo justificar o explicar sus procesos de solución, entonces debería seleccionar una tarea que es lo suficientemente rica y profunda para permitir tales oportunidades.

En el siguiente capítulo, abordaremos aspectos metodológicos de esta investigación.

### Capítulo 3

Se destina este capítulo para hacer mención del paradigma en el que nos situamos, así como el tipo de investigación que se realizó durante este trabajo de tesis. Dado que nuestro interés es observar -en lo que es posible- el proceso que compete en la comprensión de lectura de textos matemáticos, decidimos enfocarnos en enunciados de ítems de pruebas estandarizadas; de este modo, se hace una breve descripción de las pruebas Planea MS y PISA. Así mismo, se presenta el diseño de los cuestionarios en los que nos apoyamos para indagar sobre dicho proceso. Finalmente, se habla sobre los informantes que colaboraron en la solución de estos.

#### 3.1 Paradigma y tipo de investigación

Motivados por lo que se observa en Muñoz-Catalán (2010), quien hace hincapié en la importancia de la coherencia en una investigación sobre el paradigma en que se base -entendiendo por *paradigma*, a un esquema teórico, un modo de percibir y comprender el mundo, que nos lleva a identificar determinadas áreas problemáticas e implica también una cierta forma de acercarse a ella, para analizarla e interpretarla-; decidimos destinar un espacio en esta tesis para hacer mención en cuál se sitúa nuestra investigación. Como hace referencia Muñoz-Catalán (2010), un paradigma incluye tres elementos: una perspectiva ontológica (interpretación particular de la realidad), una perspectiva epistemológica (el conocimiento teórico que se produzca) y las perspectivas metodológicas (conjunto de modelos, reglas, técnicas y métodos de investigación).

Al revisar algunos paradigmas que se reconocen hasta el momento, identificamos que esta investigación se sitúa en un paradigma interpretativo, el cual, Escudero (2015) considera que encaja con la perspectiva de una realidad construida por los humanos y que depende de la visión de cada uno de ellos, evitando así la posibilidad de establecer reglas generales; y se apoya de Basse (1999) donde se dice que *interpretación* es una búsqueda de perspectivas profundas en eventos particulares y de conocimientos teóricos. En nuestro caso, estamos en la búsqueda de estudiar y caracterizar la *comprensión de lectura de textos matemáticos*, y aunque no se aborda por completo en esta tesis, la prospectiva es llegar a generar conocimientos teóricos entorno a ello. Así mismo, se dará muestra de la interpretación que los investigadores involucrados en la construcción de este trabajo, hemos realizado sobre dicho fenómeno. Reconocemos que, dado que se involucra el verbo *comprender*, y que parte de este es cognitivo e interno en el lector, el investigador tiene acceso sólo a parte de lo que abarca en verdad estudiar el proceso de



*comprender lo que se lee*, y es precisamente la interpretación del investigador sobre lo que se puede observar, lo que se asentará en el análisis de los resultados -por supuesto, de la mano del marco teórico que sustenta esta tesis. Consideramos también que las perspectivas profundas que menciona Bassey(1999) -ver la cita al inicio de este párrafo-, en nuestro caso, son precisamente las que pretendemos expresar al mirar el fenómeno como investigadores; y el evento particular es justamente el proceso de comprensión de lectura de textos matemáticos, para llegar, en un futuro quizá, a caracterizaciones teóricas sobre este fenómeno.

Aun cuando el foco de atención en el trabajo de Escudero (2015) no es un desarrollo o aporte teórico a constructos de metodología, realiza, a nuestra consideración, una descripción clara sobre el tema. Por ejemplo, respecto a la *perspectiva ontológica*, ella cita a Santos (2002) quien afirma que, de acuerdo al paradigma que se elija, la realidad puede ser vista como: objetiva, es decir, que existe independientemente de los humanos con el objetivo de conocer esa realidad preexistente, a pesar de que siempre puede accederse a ella de forma limitada (corriente Realista), o, por otro lado, puede reconocerse la existencia de múltiples realidades situadas, que son producto de la actividad humana (corriente Relativista), a las cuales puede accederse a través de la investigación. Así, nuestra postura en el paradigma interpretativo estaría en concordancia con la corriente relativista, pues como se mencionó, se tiene la convicción de que la lectura como actividad humana resulta en distintas realidades, según el lector y su contexto sociocultural.

Esto, a su vez, está en armonía con la TSME (Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa) que se describió en el capítulo anterior y en la cual basamos también parte de nuestra perspectiva sobre el fenómeno que se estudia en este trabajo.

Lo que respecta a la *perspectiva epistemológica*, coincidimos con la cita que realiza Muñoz-Catalán (2010) de Carr y Kemmis (1986), que hablan sobre cómo ha evolucionado la ciencia, donde lo subjetivo y los factores sociales juegan un rol crucial en la producción de conocimiento. En este sentido, Muñoz-Catalan (2010) enmarca en esta perspectiva el asumir que conocer no consiste en la interiorización de una copia de la realidad exterior, sino que implica una interacción entre el sujeto y el objeto de conocimiento a través de la cual se interpretan y reconstruyen los significados implicados en dicho proceso; en este caso, el sujeto es el investigador, y el objeto de estudio es el fenómeno que emerge en el lector en el proceso de comprender un texto matemático, y se realizan interpretaciones sobre ello, dando oportunidad a la posibilidad de construir significados sobre dicho fenómeno.

Reiteramos entonces, que esta investigación se basa en un paradigma interpretativo. El tipo de estudio que se realiza es exploratorio, en tanto que buscamos caracterizar al proceso de comprensión de lectura de textos matemáticos, visto como un fenómeno social en el que se considera al texto como mediador cultural, y se busca indagar qué elementos pueden asociarse a los niveles de representación en lo que expresan los estudiantes al leer un texto matemático.

### **3.2 Enunciados de ítems de pruebas estandarizadas**

Como se mencionó anteriormente, se considera como *texto matemático* a definiciones de conceptos matemáticos, enunciados de ítems en pruebas estandarizadas, un teorema y su demostración, artículos de divulgación o de investigación, por mencionar algunos ejemplos. En este caso, se tomaron ítems de las pruebas estandarizadas Planea MS -la cual se aplica en México-, y de la prueba internacional PISA.

#### **3.2.1 Planea MS.**

La prueba Planea MS, que de hecho comenzó a aplicarse en el año 2015, está adscrita al Plan Nacional para las Evaluaciones de los Aprendizajes (Planea) diseñado por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) para conocer en qué medida los estudiantes logran el dominio de un conjunto de aprendizajes esenciales al término de la educación en el nivel Medio Superior -aunque Planea abarca también la Educación Básica-.

Para ello, retoma las fortalezas conceptuales y operacionales de la prueba ENLACE MS, que comenzó su desarrollo en 2008 después de que la SEMS [Secretaría de Educación Media Superior] y la Dirección General de Evaluación (DGEP) de la SEP solicitaran el apoyo del Ceneval para la elaboración de una prueba que permitiera conocer la capacidad alcanzada por los estudiantes del último ciclo de bachillerato para responder a exigencias de la vida cotidiana. Su diseño y construcción se centra únicamente en proveer un diagnóstico general del nivel de dominio de los sustentantes en dos áreas de competencia: Lenguaje y Comunicación (Comprensión Lectora) y Matemáticas.

Para conocer más sobre esta prueba, consultamos el Manual para usuarios que proporcionan en la página de Planea (<http://planea.sep.gob.mx/ms/>), donde se menciona que en acuerdo con los documentos normativos de la RIEMS (Reforma Integral de la Educación Media Superior), se espera que los esfuerzos docentes y las modificaciones curriculares impacten en el desempeño de los estudiantes a lo largo de las aplicaciones de Planea MS, y se refleje una modificación en las

actividades de enseñanza-aprendizaje encaminadas a la formación de alumnos auto-dirigidos que posean las herramientas mínimas para aplicar conocimientos, habilidades, valores y actitudes que les permitan ser competentes ante las exigencias de la vida cotidiana, así como prepararse para el mundo laboral. De este modo, las acciones de evaluación en el sistema educativo del bachillerato deben contribuir a la consolidación de la Reforma y, en particular, fortificar el tránsito hacia una educación por competencias. Para ser consecuentes con ello, la prueba Planea MS se alinea a la normativa establecida en el Marco Curricular Común (MCC), lo que implicó el establecimiento de una nueva escala de calificación alineada a las competencias disciplinares básicas establecidas en el perfil de egreso de la educación media superior (EMS). El MCC establece, por un lado, una serie de competencias genéricas y disciplinares básicas que son metas de todos los subsistemas, y por otro, un conjunto de competencias disciplinares extendidas y profesionales que pueden adaptarse a las modalidades y características de la gran diversidad de opciones que ofrece el sistema educativo mexicano a los bachilleres. Debido a que las competencias disciplinares básicas son objetivos comunes de todos los bachilleratos, y a que están asociadas a campos delimitados de conocimiento fácilmente ubicables en los planes y programas de estudio, algunos de sus indicadores se consideran susceptibles de ser evaluadas de manera estandarizada mediante la prueba Planea MS.

Se explicita también en este Manual que, aunque el perfil de egreso establecido en el MCC determina que los alumnos deben dominar en total 12 competencias comunicativas básicas, la definición operacional de Lenguaje y Comunicación en el que se basa la prueba, se centra únicamente en la medición de indicadores relacionados con la Comprensión Lectora que pueden evaluarse con reactivos de opción múltiple. Esto implica dejar fuera la medición de indicadores relacionados con el lenguaje oral, escrito y las tecnologías de la comunicación que, si bien son esenciales, para el campo disciplinar en el MCC, requieren de otras estrategias de medición. En el caso de Matemáticas, el perfil de egreso determina la promoción de 8 competencias básicas, sin embargo, la estrategia de evaluación del constructo que retoma Planea MS considera únicamente los indicadores relacionados con contenidos que aprenden todos los estudiantes de bachillerato, sin importar la especialidad o área de término, y que pueden ser evaluados mediante ejercicios que no requieren del uso de calculadoras o instrumentos de medición especializados.

Se declaran los siguientes objetivos en este mismo Manual:

- Conocer la medida en que los estudiantes logran el dominio de un conjunto de aprendizajes esenciales al término de la educación obligatoria.
- Ofrecer información contextualizada para la mejora de los procesos de enseñanza en los centros escolares.
- Aportar a las autoridades educativas información relevante y utilizable para el monitoreo, la planeación, programación y operación del sistema educativo y sus centros escolares.

En la distribución de los reactivos de acuerdo con los procesos cognitivos, los especialistas tomaron en cuenta que la intención de la RIEMS es fortalecer el dominio de competencias, de ahí que la prueba incluya una mayor cantidad de reactivos de los niveles relacionados con la reflexión y aplicación de los saberes, y menor, relacionados con habilidades de extracción de información o reproducción de procedimientos.

Aun cuando ya declaramos nuestra postura sobre lo que concebimos como parte del *proceso de comprensión de lectura de un texto matemático*, en tanto que es un fenómeno particular, con su propia complejidad y caracterización, aprovechamos este apartado donde se describe la prueba Planea MS y el hecho de que evalúa la Comprensión lectora, para asentar algunos aspectos que llaman nuestra atención.

En el Manual para usuarios de Planea MS, se asienta que la prueba evalúa Lenguaje y Comunicación (Comprensión Lectora) como un área de competencia referida a la capacidad de un individuo para comprender, analizar, interpretar, reflexionar, evaluar y utilizar textos escritos, mediante la identificación de su estructura, sus funciones y sus elementos, con el fin de desarrollar una competencia comunicativa y construir nuevos conocimientos que le permitan intervenir activamente en la sociedad. Ligado a ello, también se menciona más adelante en el Manual que, al evaluar el campo de Lenguaje y Comunicación (Comprensión Lectora) se espera que los estudiantes demuestren capacidad para obtener información, comprender los textos de manera general, interpretarlos y reflexionar sobre su contenido y su forma. Aun cuando no es el objetivo de esta investigación hacer un análisis comparativo de las concepciones sobre el tópico de *comprensión de lectura* en Planea MS y nuestra perspectiva, no nos gustaría pasar desapercibido que observamos algunos aspectos en su discurso. Por ejemplo, quizá podría parecer en lo que se cita al inicio de este párrafo, que están considerando por separado *comprender los textos e interpretarlos*; sin embargo, más adelante mencionan que los procesos

cognitivos *extracción, interpretación, y reflexión y evaluación* incluyen las tareas cognitivas mínimas que un sustentante con buena comprensión de lectura debe poner en práctica para aprovechar el contenido de cada uno de los textos. Dada la similitud que encontramos con los Niveles de representación del texto en la memoria (ver capítulo 2, sección 2.2.2), decidimos colocar en este espacio dichos procesos cognitivos con sus tareas cognitivas. La razón de no haberlo escrito en el capítulo 2 es que es hasta este capítulo que declaramos qué es la prueba *Planea MS*. Así, en el Manual para usuarios presentan los siguientes procesos con sus respectivas tareas:

**Extracción:** implica buscar, identificar y seleccionar información explícita de un fragmento o de la totalidad del texto.

**Interpretación:** implica identificar el tema central del texto, así como información implícita relacionada con este; atribuir significado y sentido a palabras, oraciones, conceptos o a la totalidad del texto, de acuerdo con su propósito comunicativo y su contexto.

**Reflexión y evaluación:** implica valorar la información que contiene un texto, relacionarla o contrastarla con los conocimientos previos; además, supone identificar la correspondencia entre el contenido y la estructura del texto, y juzgar su pertinencia con el propósito comunicativo con que fue escrito.

Como puede verse, parece haber una similitud entre estos procesos y los Niveles de representación del texto en la memoria; al hacer corresponder los niveles de representación en orden ascendente (Formulación superficial del texto, Base de texto y Modelo situacional), con el orden en que se han presentado los procesos descritos para *Planea MS*, respectivamente.

Pues esto no está distante de lo que plantean para el área de matemáticas, por lo que consideramos. Cuando leemos en el Manual “los estudiantes deben razonar matemáticamente, y no simplemente responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos” y luego, las 6 competencias que toman del MCC (Marco Curricular Común):

- **Interpreta** modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, **para la comprensión y análisis** de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- **Resuelve** problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

- **Interpreta** los datos obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- **Analiza** las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o aproximar su comportamiento.
- Cuantifica y representa matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
- **Lee** tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Identificamos aquí indicios -quizá de manera implícita- de una relación entre la matemática y la comprensión de lectura. Nos apoyamos del resaltado en **negrita** para enfatizar que se menciona a la comprensión, y el resaltado con **negrita y cursiva** para los verbos que identificamos en el Momento 2 (ver capítulo 2, sección 2.3). Lo que se encuentra subrayado nos interesa en tanto que se reconoce a la matemática en contextos sociales fuera del aula escolar también. Y también vemos en **subrayado y negrita** la palabra *lee*, y nos preguntamos, ¿qué estarán entendiendo por *leer tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos*? ¿Y cómo son esos *textos con símbolos matemáticos*?

Respecto al área de matemáticas, retoman la organización de los contenidos matemáticos de la prueba PISA, pero adaptados a los objetivos y características de Planea MS, según lo declaran en el Manual, que son: Cantidad, Espacio y forma, y Cambios y relaciones. También mencionan que para el diseño de la prueba se tomaron en cuenta las teorías de aprendizaje matemático que ponen énfasis en la progresión de dificultad (Freudenthal, 1983; Treffers, 1987; Giménez, 2006) como herramienta para el desarrollo de habilidades y competencias en el área de las Matemáticas; y que esto se ve reflejado en la definición de los grupos de procesos cognitivos que evalúan los reactivos de la prueba:

**Reproducción:** Incluye tareas que permiten determinar si el sustentante **conoce y aplica** la técnica matemática. Implica esencialmente aplicar conocimientos y procedimientos matemáticos a problemas directos, reconocer equivalencias, utilizar objetos y propiedades matemáticas, así como extraer información de representaciones numéricas, simbólicas y gráficas.

**Conexión:** Incluye problemas que se presentan a partir del planteamiento de situaciones sencillas, académicas o de la vida cotidiana. Los problemas de este tipo plantean exigencias en su interpretación y requieren que el sustentante **reconozca la técnica**

*matemática* que hay que utilizar, con el fin de solucionar problemas que impliquen equivalencias, *uso de propiedades* representaciones numéricas, simbólicas y gráficas. Matemáticas y empleo de representaciones numéricas, simbólicas y gráficas.

**Reflexión:** Incluye problemas que NO son directos y se presentan a partir de *situaciones complejas* retomadas de la vida real en las que se utilice más de una forma de representación de información (textual, numérica, simbólica y gráfica). Los problemas de este tipo plantean exigencias en su interpretación y requieren que el sustentante reconozca la técnica matemática que hay que utilizar, establezca relaciones, combine e integre información entre distintas formas de representación o entre diferentes aspectos de una situación y utilice más de un paso o proceso, con el fin de solucionar un problema.

Por lo visto, sí hay cierta similitud con las Demandas Cognitivas (DC) de Stein et al. (2000); pensamos que quizá el *Nivel uno* de DC está asociado con el nivel de Reproducción, el *Nivel dos* y *tres* de DC con el de Conexión, y el *Nivel cuatro* de DC con el nivel de Reflexión (ver capítulo 2, sección 2.4 para recordar cuáles son los niveles de Demanda Cognitiva). Resaltamos en *negrita y cursiva* las palabras que pueden ser clave para identificar esta asociación entre estratificaciones. Por supuesto, esta asociación no es directa, pues se requiere de un análisis detallado en el sustento de cada una; superficialmente parece haber armonía, sin embargo, habrá que cuidar los elementos *finos* que puedan aparecer en una, pero no en la otra.

### 3.2.2 PISA.

En respuesta a la pregunta “¿qué es importante que los ciudadanos sepan y sean capaces de hacer?”, y a la necesidad de evidencia comparable entre nacionalidades sobre el desempeño de los estudiantes, la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OECD por sus siglas en inglés), lanzó el Programme for International Student Assessment (PISA), creado en 1997, el cual representa un compromiso por los gobiernos de los países en la OECD para monitorear los resultados de los sistemas educativos, en términos de los logros de los estudiantes, dentro de un marco acordado internacionalmente (OECD, 2016). Piscoya (2004) lo describió en su momento como un proyecto en el que se propone definir cada área de evaluación (matemáticas, ciencias, comprensión de lectura y solución de problemas) en términos de los conocimientos y habilidades que se requieren para lograr una participación plena en la cada vez más compleja sociedad del siglo XXI.

En OECD (2016) se menciona que PISA es un programa en marcha que, a largo plazo, permitirá el desarrollo de un cuerpo de información para monitorear las tendencias en el conocimiento y habilidades de estudiantes en varios países así como en diferentes subgrupos demográficos de cada país; y que en cada ronda de PISA, uno de los dominios principales es probado en detalle, tomando cerca de dos terceras partes del tiempo total de la prueba.

En el año 2000 y 2009, la prueba PISA estuvo orientada a evaluar la comprensión de lectura en lo que le llaman *reading literacy*, término que Piscoya (2004) interpreta y explica que se refiere a “leer para aprender” y no sólo "aprender a leer", y que no se limita al texto literario sino que incorpora de manera equilibrada la lectura de diagramas y curvas en el plano cartesiano, la comprensión de diagramas de flujo, organigramas, mapas, tablas de doble entrada y signos icónicos. En el 2003 y 2012, se orientó a evaluar matemática (*mathematics literacy*); y en el 2006 y 2015 se centró en las ciencias básicas (*science literacy*). En el documento de OECD (2016), se encuentran las siguientes definiciones:

***Reading literacy.*** Una capacidad del individuo para entender, usar, reflexionar sobre y comprometerse con textos escritos, para lograr sus metas, para desarrollar su conocimiento y potencial, y para participar en sociedad.

***Mathematical literacy.*** Una capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar matemáticas en una variedad de contextos. Eso incluye razonar matemáticamente y el uso de conceptos matemáticos, procedimientos, hechos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Eso ayuda al individuo a reconocer el rol que juegan las matemáticas en el mundo y a hacer juicios bien fundamentados y decisiones necesarias para ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

Piscoya (2004) hace relucir que en PISA se definen las preguntas de las pruebas en términos de tareas, que miden las habilidades y destrezas necesarias para utilizar la comprensión de lectura como herramienta para aprender e incrementar el conocimiento, y la matemática y las ciencias como herramientas para ser empleadas en el mundo real, poniéndolas en funcionamiento en la solución de necesidades presentes y en la previsión de futuras, más que en la elaboración de respuestas exitosas a las preguntas del currículum escolar. Esto último nos hace pensar que, en general, los ítems de esta prueba los podemos ubicar en un nivel cuatro de Demanda Cognitiva.



Como Piscoya (2004) explica, las pruebas PISA de comprensión de lectura se proponen medir cinco niveles de desempeño, en sentido decreciente, del más complejo al más simple, los mismos que combinan en diversos grados de complejidad las siguientes habilidades: a) recuperación de información; b) interpretación de textos; y c) razonamiento y evaluación. Este autor presenta una versión al castellano del cuadro que se encuentra en el capítulo II, página 42 del informe PISA 2000 (ver tabla 3.2.2.a).

Habilidades Niveles	Recuperación de información	Interpretación de textos	Razonamiento de textos
5°	Localiza y posiblemente secuencia o combina múltiples piezas con información implícita, parte de la cual puede encontrarse fuera del cuerpo principal del texto. Infiere qué información del texto es relevante para la tarea. Trata con información altamente plausible o con alternativas en conflicto.	Construye el significado de un lenguaje con matices sutiles y demuestra una comprensión plena y detallada de un texto.	Evalúa críticamente o hipotetiza recurriendo a conocimiento especializado, maneja conceptos poco comunes y muestra una comprensión profunda de textos largos complejos.
4°	Localiza y posiblemente secuencia o combina múltiples piezas con información, cada una de las cuales puede incluir criterios diversos dentro de un texto con forma o contexto poco común. Infiere qué información del texto es relevante para la tarea.	Hace inferencias en base a un contexto complejo para comprender y aplicar categorías en un contexto poco común y para construir el significado de un segmento del texto teniendo en cuenta el texto como un todo. Trata con ambigüedades, ideas poco comunes e ideas expresadas negativamente.	Usa conocimiento público o formal para hipotetizar sobre un texto o evaluarlo críticamente. Muestra comprensión cuidadosa de un texto largo o complejo.

3°	Localiza y en algunos casos reconoce las relaciones entre piezas de información, cada una de las cuales puede incluir una diversidad de criterios. Trata con información alternativa.	Integra varias partes de un texto para identificar la idea principal, comprender una relación o construye el significado de una palabra o frase. Compara, contrasta o categoriza teniendo en cuenta varios criterios. Trata con información alternativa.	Hace conexiones o comparaciones, da explicaciones o evalúa una característica de un texto. Demuestra una comprensión detallada del texto con respecto al conocimiento cotidiano o recurre al conocimiento menos común.
2°	Localiza una o más piezas de información cada una de las cuales puede incluir diversos criterios. Trata con información alternativa.	Identifica la idea principal de un texto, comprende relaciones, construye o aplica categorías simples o construye el significado de una parte limitada de texto que contiene información no-obvia y que requiere referentes de bajo nivel.	Hace comparaciones o conexiones entre el texto y el conocimiento exterior al mismo o explica una característica del texto recurriendo a la experiencia personal y actitudes.
1°	Localiza una o más piezas independientes con información explícita que satisface típicamente un solo criterio, con escasa o ninguna información en conflicto.	Reconoce el tema principal o el propósito del autor en un texto sobre un tópico familiar cuando la información requerida por el texto es muy visible.	Hace una conexión simple entre el texto y el conocimiento cotidiano o común.

Tabla 3.2.2.a. Niveles de desempeño y habilidades en el área de Reading Literacy. Extraído de Piscoya (2004).

El nivel de desempeño más bajo no corresponde a un estándar mínimo aceptable sino a un estándar mínimo registrado en los países de la OECD. Además, encontramos nuevamente similitud entre las *habilidades* que aparecen en esta tabla, y los Niveles de representación del texto en la memoria.

Como se mencionó anteriormente, las pruebas PISA 2003 se destinaron a las matemáticas, en la que se midió el desempeño de los escolares en cuatro áreas: espacio y figura, cambio y relaciones, cantidad e incertidumbre. Estas áreas no están planteadas en el nivel del conocimiento del formalismo matemático sino en el nivel de la identificación y manejo de situaciones problemáticas que se expresan en estados fenoménicos, las mismas que deben ser manejadas utilizando herramientas matemáticas. Las habilidades requeridas para utilizar los conocimientos incluidos en las cuatro áreas antes mencionadas no se entienden como entidades sino como conjuntos de destrezas que se clasifican en tres conglomerados distinguibles aunque generalmente operen en conjunto:

**Habilidades para la reproducción de información.** Referentes a la reproducción del conocimiento así como al reconocimiento de tipos de problemas y procesos matemáticos realizando operaciones rutinarias. Estas habilidades se aplican a las tareas más simples.

**Habilidades de conexión o ligaduras.** Exigen ir más allá de los problemas de rutina para hacer interpretaciones y vincular situaciones diferentes, pero todo ello en contextos relativamente familiares. Estas habilidades se usan en la solución de problemas de mediana dificultad.

**Habilidades de razonamiento.** Requiere intuición y razonamiento tanto como creatividad en la identificación de los elementos que constituyen un problema matemático. Estos problemas a menudo son complejos, requieren hacer conexiones y tienden a ser los más difíciles de las pruebas PISA.

La calificación de las prueba PISA de Matemática incluye seis niveles de desempeño, en sentido decreciente, del más complejo al más simple. Cada uno de estos niveles combina por grado de complejidad cada una de los conjunto de habilidades antes descritos. En la tabla 3.2.2.b se presenta una versión en castellano del cuadro contenido en la página 5 del sumario ejecutivo del informe PISA 2003, la cual es proporcionada por Piscoya (2004).

6	<p>Los estudiantes pueden conceptualizar, generalizar y utilizar información basada en sus investigaciones y el modelamiento de situaciones problemáticas complejas. Pueden vincular diferentes fuentes de información y representaciones y hacer traducciones flexibles entre ellas. Son capaces de alcanzar el razonamiento y el pensamiento matemático avanzado. Aplican la intuición y comprensión acompañadas de un manejo diestro de las relaciones y operaciones matemáticas en el nivel formal y simbólico para desarrollar estrategias y aproximaciones nuevas para manejar situaciones novedosas. Pueden comunicar y formular con precisión sus acciones y razonamientos considerando sus hallazgos, interpretaciones, argumentos, y la adecuación de estos a la situación original.</p>
5	<p>Los estudiantes pueden desarrollar y trabajar con modelos aplicables a situaciones complejas identificando restricciones y especificando presuposiciones. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias apropiadas de solución para tratar problemas complejos relativos a estos modelos. Pueden trabajar estratégicamente usando habilidades de razonamiento y de pensamiento bien desarrollado, representaciones adecuadamente vinculadas, caracterizaciones formales y simbólicas e intuiciones propias de las situaciones complejas. Pueden razonar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.</p>
4	<p>Los estudiantes pueden trabajar eficientemente con modelos explícitos a situaciones concretas, pero complejas que pueden incluir restricciones y demandar presuposiciones. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, para ligarlas directamente a situaciones problemáticas del mundo real. En este nivel los estudiantes pueden utilizar habilidades bien desarrolladas y razonamiento flexible junto con algunas intuiciones. Pueden construir y comunicar explicaciones y argumentaciones basadas en sus interpretaciones, argumentos y acciones.</p>

3	Los estudiantes pueden ejecutar procedimientos previamente descritos incluyendo aquellos que requiere decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias simples de solución de problemas. Pueden interpretar y usar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente sobre ellas. Pueden desarrollar comunicaciones cortas informando sus interpretaciones, resultados y razonamientos.
2	Los estudiantes pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren sólo inferencias directas. Pueden extraer información relevante de una sola fuente y hacer uso de un modo específico de elaborar representaciones. Pueden utilizar algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones. Pueden hacer uso del razonamiento directo y de interpretaciones literales de los resultados.
1	Los estudiantes pueden responder preguntas dentro de contextos familiares en los que toda la información relevante está presente y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar información y de realizar procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas. Puede realizar actividades que son obvias y que se siguen inmediatamente del estímulo dado.

Tabla 3.2.2.b. Niveles de desempeño y habilidades en el área de *Mathematical Literacy*.  
Extraído de Piscoya (2004).

Las tareas más simples requieren conectar e integrar material. Exigen al estudiante aplicar una representación simple o una técnica aplicable a una pieza simple de información. Las tareas menos simples requieren que el estudiante integre más de una pieza de información usando diferentes representaciones, o diferentes herramientas matemáticas, o conocimientos en una secuencia simple de pasos. Hay tareas que requieren representar e interpretar un material para razonar sobre la situación y los métodos. Tales tareas varían en un rango que va desde el reconocimiento de una fórmula usual a la formulación, traducción o creación de un modelo adecuado dentro de un contexto inusual y demandan el uso de la intuición, el razonamiento y la generalización (Piscoya, 2004). Esto último nos lleva a comprender que dentro de los items de

PISA se encuentran tareas de los distintos niveles de demanda cognitiva, a diferencia de cómo se pensó anteriormente.

### 3.2.3 Selección de ítems.

Para la selección de los ítems con los que trabajaríamos para observar la *comprensión de lectura* estos, tomamos en cuenta dos aspectos: por una parte, tener por lo menos un ítem asociado a cada uno de los Niveles de Demanda Cognitiva; y por otro, que tuvieran en común los conceptos matemáticos que involucran (en este caso son los de *fracción, porcentaje y decimal*; los cuales, desde el marco de la TSME identificamos en el sentido numérico), pues nos interesaba indagar sobre el conocimiento previo de los informantes, y centrarse en los mismos conceptos para todos los ítems seleccionados, simplificaría el proceso en esta indagación.

A continuación se presenta cada uno de los enunciados seleccionados y el Nivel de Demanda cognitiva que se asoció a cada uno.

#### 3.2.3.1 Ítems seleccionados de la prueba Planea MS.

Se eligieron cuatro ítems de Planea MS 2015, uno de cada Nivel de Demanda Cognitiva.

Ítem 21:

¿Qué fracción es equivalente a  $18/24$ ?

- a)  $3/12$
- b)  $6/12$
- c)  $6/8$
- d)  $9/6$

**Nivel de demanda cognitiva: 1**

Se identifica con el Nivel 1, e intencionalmente presentamos las opciones que aparecen en el ítem, pues consideramos que el estudiante puede tener memorizada alguna de estas fracciones como equivalente a la fracción que aparece en la pregunta.

**Ítem 22:**

¿Cuál es el resultado de  $5/6 + 2/4 + 9/10$ ?

**Nivel de demanda cognitiva: 2**

El estudiante puede requerir únicamente recordar el procedimiento para resolver una suma de fracciones, sin que necesariamente conecte los significados de, por ejemplo, fracción, m.c.m, suma.

**Ítem 35:**

El señor Tello tiene un terreno de 30,000 m<sup>2</sup> que repartirá de la siguiente forma: 25% será para sembrar,  $2/5$  partes del terreno sobrante serán para su hijo Darío. De lo que resta, su hija Mirna heredará 40%, el porcentaje restante lo designará a su esposa. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

**Nivel de demanda cognitiva: 3**

Consideramos que es de este nivel de demanda cognitiva dado que aquí, además de requerir recordar fórmulas y procedimientos para calcular y conocer las cantidades involucradas en el enunciado, el estudiante necesita conectar los significados de fracción y porcentaje como parte de un entero, para seccionar este de manera adecuada.

**Ítem 34:**

Un campesino tiene en el granero un total de 450kg de maíz que distribuirá en tres camionetas de acuerdo con los siguientes requerimientos:

Camión	Cantidad de maíz
1	12% del total
2	$11/25$ del total
3	restante

Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo. ¿En qué orden deberían de salir los camiones del ganadero? Explica tu respuesta.

#### Nivel de demanda cognitiva: 4

“Hacer matemáticas” es lo que caracteriza al nivel 4; consideramos que, aunque quizá no sea complejo el proceso que se requiere para resolver este ítem, el contexto que se narra en el enunciado se asocia con esta noción de *hacer matemáticas*. Cabe mencionar que esta no es la versión literal del ítem en la prueba, pues consideramos que, modificando la pregunta podría ajustarse mejor al Nivel de demanda cognitiva que le asociamos.

#### 3.2.3.2 Ítem seleccionado de la prueba PISA 2012.

De esta prueba se eligió únicamente un ítem, el cual se conforma de cuatro preguntas; sin embargo, elegimos las primeras dos, considerando que no fuera extenso el tiempo necesario que los informantes pudieran necesitar para leerlo y pensarlo, y así poder centrarnos en la lectura más que en la solución del ítem.

Se presenta la versión traducida al español:

**PINGÜINOS**

El fotógrafo de animales Jean Baptiste fue a una expedición que duró un año y tomó varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento en tamaño de diferentes colonias de pingüinos.

**Pregunta 1.**

Normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año. Usualmente la cría del huevo más grande de los dos es el único que sobrevive.

Con los pingüinos Rockhooper, el primer huevo pesa aproximadamente 78 g y el segundo huevo pesa aproximadamente 110 g

¿Aproximadamente en qué porcentaje el segundo huevo es más pesado que el primer huevo?

**Pregunta 2.**

Jean se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones.

Al comienzo del año, la colonia consiste de 10 000 pingüinos (5 000 parejas).

Cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año.

Al final del año 20% de todos los pingüinos (adultos y crías) morirán.

Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y crías) hay en la colonia?



#### **Nivel de demanda cognitiva: 4**

Consideramos que el ítem se encuentra en este nivel, dado que requerirá de hacer y probar conjeturas para dar respuesta a las preguntas planteadas.

Ahora bien, estos enunciados se reestructuraron basándonos en lo que se encontró en Sanjosé et al. (1993), acerca de las variables textuales (véase Capítulo 2, sección 2.1.1.3.2). En el Anexo 1 se podrán ver ambas versiones (original y modificada) para cada uno de los ítems seleccionados.

La finalidad es observar qué respuesta hay en la comprensión de lectura ante esta modificación del texto. Ya hay colegas interesados en este asunto, por ejemplo, Solaz-Portolés y Sanjosé (2007), claramente declaran que su objetivo es analizar la influencia de las variables instruccionales en la formación de los modelos mentales necesarios para la resolución de los problemas.

### **3.3 Descripción del diseño de cuestionarios**

Cabe hacer mención que, aunque elegimos ítems de pruebas estandarizadas para llevar a cabo el estudio sobre el proceso de comprensión de lectura, nuestro foco no será, por lo mismo, la resolución de éstos, aun cuando puede ser parte del proceso mencionado.

Se diseñaron dos instrumentos (cuestionarios). En el primero (C1) se busca indagar sobre el conocimiento previo que tenían los estudiantes acerca de los conceptos matemáticos que se involucran principalmente en los ítems seleccionados, solicitando que escribieran lo que venía a su mente al escuchar o leer las palabras *fracción*, *porcentaje* y *decimal*; la intención es que plasmen desde definiciones, ejemplos, símbolos, dibujos, alguna experiencia personal incluso, pues consideramos que todo ello forma parte de su conocimiento previo (ver Anexo 2). Se les pregunta también qué relación ven entre estos conceptos, en caso de haberla; la idea es indagar sobre el significado que tienen de estos conceptos, en la significación del objeto matemático. En este caso, se reconoce que el concepto de *fracción* tiene distintos significados, y que cada uno de estos conceptos pueden tener equivalencia en otro de ellos; por ejemplo, saber que  $\frac{1}{2}$  es equivalente a 0.5 y a 50%, y que además, el contexto del uso de estos conceptos es un factor presente.

En el segundo instrumento (C2) se plasman los dos Momentos que se mencionan en el capítulo 2: lectura antes de pensar en cómo resolver el problema (M1), y la lectura con mira a resolver el problema (M2).

En la primera parte -asociada con el M1-, se coloca el enunciado del ítem, indicando que lo lean *sin necesidad de resolverlo*; debajo de este, se formulan tres preguntas:

1. Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.
2. Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.
3. Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.

La intención de la primera pregunta es indagar sobre el Nivel de Formulación superficial del texto en transición al Nivel de Base de texto, pues en caso de contestar afirmativamente, detectaríamos en qué signos -matemáticos o no-, tuvo dificultad en la decodificación y asociación de significado. Las otras dos preguntas van dirigidas a indagar sobre parte del Modelo situacional que pueda estar formulando el estudiante al momento de leer el enunciado. Cabe mencionar que tomamos la idea de solicitar que realicen un dibujo que represente la situación del problema, del trabajo de Juárez, Mejía, González y Slisko (2014), y Juárez, Slisko, Hernández y Monroy (2015).

Respecto a la segunda parte -asociada con el M2-, se plantean preguntas de profundización a fin de continuar conociendo la evolución del Modelo situacional que construye cada uno de los estudiantes sobre el enunciado en cuestión, y por ende, la evolución en la comprensión del mismo. Para observar a detalle, en el Anexo 3 se muestran las preguntas propuestas para cada ítem en ambos momentos (M1 y M2), en particular, para la versión original de estos. En este Anexo se presenta el cuestionario completo (C1 y C2). En el otro caso -versión modificada- es exactamente el mismo cuestionario excepto por el cambio de la estructura de los ítems (de acuerdo a lo mencionado anteriormente).

### **3.4 Protocolos de verbalización**

Estudiar el proceso que implica comprender la lectura de un texto, sin duda requiere de un método que permita tener mayor cercanía con el desempeño del lector. En este caso, se decidió que es necesario tener un sustento adicional a los cuestionarios: se consideró importante tener diálogo con el lector mientras estaba en dicho proceso. Por supuesto, concordamos con Bassey

(1999) quien señala que el investigador que se describe interpretativo es consciente de que juega un papel clave en el proceso de interpretación de la realidad que observa, [y que] reconoce que haciendo preguntas o con la mera observación podría cambiar o influir en la situación que estudia, puesto que se convierte en parte de la realidad y el contexto que observa (citado en Escudero, 2015). De esta manera, al usar un método de diálogo con cada informante no contradice al paradigma en que nos hemos situado, reconociendo lo mencionado anteriormente.

Kucan y Beck (1997), mencionan al *pensamiento en voz alta en la comprensión de lectura*, y reconocen que puede verse como método de investigación, como un modo de instrucción y como significados para alentar la interacción social. Con la primera -método de investigación-, se refieren a que el análisis de reportes verbales provisto por el pensamiento en voz alta de los lectores revelado, flexible y dirigido a objetivos de lectores expertos. Respecto al modo de instrucción mencionan que el pensamiento en voz alta era utilizado primero por los profesores quienes modelaban su procesamiento durante la lectura, haciendo abiertas las estrategias que ellos utilizaban para comprender un texto; y que esto daba paso al desarrollo de aproximaciones instruccionales para atraer a que los estudiantes mismos pensarán en voz alta. Y, con respecto a la interacción social, mencionan que al parecer los constantes esfuerzos por alentar a los estudiantes en la construcción del significado de un texto en discusiones colaborativas, indica una nueva dirección para la investigación en el pensamiento en voz alta. Identificamos que este trabajo utiliza el *pensamiento en voz alta* como método de investigación.

Inicialmente, en la sección donde hablan sobre los protocolos de pensamiento en voz alta como método de investigación, Kucan y Beck (1997) hacen referencia sobre el cambio de una representación no especificada de la lectura como un proceso de pensamiento o razonamiento, a una representación con un foco más estrecho de la lectura como un proceso de solución de problemas. Este cambio de concepción sobre la *lectura* llama nuestra atención, en el hecho de que se acote la representación del proceso de lectura como una representación de solución de problemas, pues interpretamos que se busca conformar una heurística sobre este proceso, tomando en consideración variables asociadas con el texto, con el lector y con las tareas que se establezcan en relación con el texto.

Por otra parte, en esta misma sección, Kucan y Beck (1997) nos permiten ver una evolución en la herramienta de pensar en voz alta para la investigación de la comprensión de lectura, siendo la

introspección (o el reporte de lo que uno piensa) una herramienta importante en las primeras investigaciones sobre la lectura.

Más adelante estos mismos autores mencionan que hay distintos paradigmas de investigación sobre el procesamiento cognitivo durante la lectura, en particular aluden tres: introspección, o el análisis de reportes verbales que proveen los lectores durante la lectura (Huey, 1908/1968); renombrar, o hacer inferencias sobre el procesamiento durante la lectura por medio de un análisis de ideas en el texto que los lectores recuerdan después de la lectura (Henderson, 1903); y la detección del error, o el análisis de respuestas a preguntas sobre el texto para hacer inferencias sobre cómo los lectores han procesado la información del texto ((Thorndike, 1971) -más adelante, McCallister (1930), descubre que no era suficiente el análisis de las respuestas incorrectas, para saber en qué estaban pensando los estudiantes en el proceso de lectura-. Extendiendo el trabajo de McCallister, Cafone (citado en Strang, 1967), usó múltiples mediciones para comparar lo que los estudiantes decían que hacían conforme leían, con lo que parecía que ellos hacían al contestar preguntas, leer en voz alta, y al contestar enunciados a completar.

Posterior, Kucan y Beck (1997) citan a Kintsch y Van Dijk (1978) como uno de los primeros modelos que se enfocó en la comprensión de lectura.

En el diseño de los cuestionarios descritos en la sección 3.4 de este mismo capítulo, identificamos que hay preguntas relacionadas con el enfoque de Henderson, y otras con el enfoque de Thorndike.

Ericsson y Simon (1993) hablan sobre los protocolos verbales:

Los términos “reportes verbales” y “protocolos verbales” son usados casi indistintamente para referirse a las verbalizaciones de los sujetos o sus pensamientos y comportamientos sucesivos mientras ellos realizan tareas cognitivas. Los protocolos pueden ser tomados concurrentemente con la realización de la tarea, o retrospectivamente (traducción propia).

Para ilustrar el aporte que pueden proporcionar los protocolos verbales, y mostrar a su vez que la evidencia verbal puede aportar o confirmar los datos que se puedan tener en escrito, obsérvese el siguiente ejemplo que se presenta en Ericsson y Simon (1993):

I. Experimentador: ¿Tú usaste a X como una submeta en la solución de este problema?

Sujeto: Sí.

II. Experimentador: Dime todo lo que puedas recordar sobre lo que estabas pensando al resolver este problema.

Sujeto: ...Primero estaba tratando de dar una X y yo...cuando conseguí la X...]

Como puede observarse, en el segundo caso se puede tener una gran cantidad de posibles respuestas, y permite además tener mayor profundidad en lo que sucedió durante el proceso desde la perspectiva del sujeto; en este caso, desde el lector.

Según Ericsson y Simon (1993), dentro de este marco teórico, la suposición básica que subraya la interpretación de los protocolos verbales es que sólo la información que es escuchada, como resultado de llevarla a la memoria de corto plazo por los procesos cognitivos resultantes, puede ser procesada más y verbalizada directamente. Esta suposición tiene algunas implicaciones importantes para (1) los tipos de instrucciones para los sujetos que producirán verbalizaciones reveladoras de sus procesos cognitivos, y (2) los tipos de métodos que son efectivos para analizar e interpretar las verbalizaciones grabadas.

Respecto de las instrucciones para los reportes verbales, Ericsson y Simon (1993) mencionan que la instrucción ideal para conseguir información sobre los procesos de información de los sujetos es pedirles “pensar en voz alta” mientras ellos están trabajando en una tarea; y que, bajo esta instrucción, los sujetos verbalizarán sus pensamientos conforme entren en la conciencia, esto es, cuando son atendidos por primera vez. Y estos autores agregan que, los sujetos son capaces de seguir sus secuencias normales de pensamientos mientras los verbalizan concurrentemente.

La idea entonces es que los estudiantes piensen en voz alta mientras resuelven una tarea. Ericsson y Simon (1993) garantizan que no hay diferencia en la medida de los procesos cognitivos (como la tasa de éxito, los métodos empleados, o la rapidez de actuación), entre quienes resuelven la tarea en silencio y quienes lo hacen en voz alta, excepto en las tareas en las que los sujetos usan códigos no verbales en su pensamiento; ejemplifican esto último mencionando a las tareas con un componente visual perceptual largo -quizá esto se refleje en tareas donde se pida dibujar la gráfica de la derivada de una función, por ejemplo-. De esta manera, los sujetos son instruidos para verbalizar sus pensamientos como estos emergen, sin tratar de explicar, analizar, o interpretar esos pensamientos. Para el caso de nuestra investigación, se les invitó a los

informantes a que, además de leer en voz alta tanto las instrucciones, como el texto y las preguntas adicionales a este, verbalizaran lo que viniera a su mente en cada momento, incluyendo las dificultades con las que se encontraran, o las dudas que les surgiera.

Cabe mencionar que Ericsson y Simon (1993) declaran que están estudiando un rango amplio de diferentes instrucciones que se han estado usando para obtener reportes verbales, buscando identificar qué procesos cognitivos serían necesarios para que un sujeto genere reportes de razones y motivos para acciones, o reportes de estrategias generales.

A manera de síntesis, Ericsson y Simon (1993) dicen que los reportes verbales, especialmente los protocolos concurrentes de pensamiento en voz alta proveen una fuente valuable de datos sobre la secuencia de eventos que ocurren mientras el sujeto humano está resolviendo un problema o llevando a cabo alguna otra tarea cognitiva; y que aunque los protocolos de verbalización y grabaciones de los movimientos de los ojos no son completamente adecuados para obtener el grano fino de los procesos de pensamiento, han previsto datos en las más altas densidades que se habían alcanzado.

Es posible que esta idea de los protocolos verbales se refleje también en el trabajo de Sanjosé et al. (1993), quienes citan a García Madruga y Martín Cordero (1987), para hablar sobre el papel de las actividades o cuestiones [preguntas], y su influjo positivo en la comprensión y retención del texto y, el cual se debe a la focalización de la atención del aprendiz hacia determinadas partes del texto.

Cabe señalar que ellos se refieren a preguntas y actividades dentro del texto; así mismo, mencionan que una manera de medir la macroestructura con la que cuenta el lector es a través del recuerdo libre y de la resolución de problemas.

Dado lo presentado en esta sección, optamos en esta investigación, grabar el audio de la interacción que se tuvo con los estudiantes; por supuesto, con su previa autorización.

### **3.5 Descripción de los informantes**

Con “informantes” nos referimos a las personas que colaboraron en la solución de los cuestionarios diseñados. Para este trabajo, los informantes son conformados por cuatro estudiantes del último año de bachillerato (jóvenes, en promedio de 18 años), dos pertenecen a una preparatoria de la UNAM (sigla de Universidad Nacional Autónoma de México), y dos a una

preparatoria del IPN (siglas de Instituto Politécnico Nacional, también en México). Una de las razones por las que se trabajó con estudiantes de estas instituciones es la facilidad de tener acercamiento con ellos; pero además, según el portal *AméricaEconomía*, se encuentran en las primeras tres mejores universidades en México, según el Ranking de las Mejores Universidades de México en el año 2017, considerando distintas dimensiones de análisis tales como la calidad docente, investigación, prestigio, internacionalización, oferta de posgrado, acreditación, e inclusión y diversidad (<http://rankings.americaeconomia.com/universidades-mexico-2017/>).

Se tuvieron dos sesiones con cada uno. El trabajo fue individual, es decir, se buscó un espacio con el menor ruido posible dentro de las instalaciones de su escuela -con intención de que el informante se sintiera cómodo, pero además para favorecer las grabaciones en audio-, y se tuvo una interacción personalizada entre la investigadora y el/la informante.

En la primera, se trabajó con el cuestionario de conocimientos previos (C1), y los ítems 21, 22 y 35 de Planea MS -pertenecientes a lo que reconocemos como el segundo cuestionario (C2)-. La manera en la que se trabajó el C1 con cada uno, fue la siguiente: se le entregó la hoja con las preguntas y se le proporcionó un lapso de tiempo para que las leyera mentalmente y las contestaran también sin necesidad de verbalizar algo; posterior, se les invitó a compartir lo que resolvieron y razonaron. Respecto al trabajo en el C2, se les pidió que leyera en voz alta el ítem, para posterior preguntarles si hubo alguna palabra, concepto o símbolo que no comprendieran - esto aparece en las preguntas del M1 (ver sección 3.3), aunque para los ítems 21 y 22 no se les presenta en las hojas que se les da, se les pregunta durante el diálogo que se entabla-. Además, se les solicitó que leyera todo lo que aparecía en la hoja y verbalizaran si tenían alguna duda, así como el razonamiento que fueran llevando a cabo durante la lectura.

Durante la segunda sesión, se les presentó el ítem 34 de Planea MS y el ítem seleccionado de PISA-2012, llevando a cabo la misma dinámica: invitarle al informante a leer en voz alta y externar lo que pensarán en el transcurso y posterior a la lectura.

Por otra parte, consideramos necesario mencionar que tenemos la convicción de la importancia en respetar los derechos de los informantes y de actuar con ética, por lo que se les explicó en qué consiste esta investigación (esto se externó al final de las sesiones, pues también se procuró cuidar que, hacerles de su conocimiento que estudiamos el proceso de comprender la lectura de un texto matemático, no influyera en los datos, es decir, procurar que el ámbito fuera lo más natural posible). Se les explicó también cuál sería el proceso metodológico, grosso modo, que se

seguiría, tal como la posibilidad de compartir parte de la información recolectada a la comunidad de colegas investigadores; esto, por supuesto, en caso de que los informantes estuvieran de acuerdo. Así mismo, se les preguntó a los estudiantes si estaban de acuerdo en que se escribiera su nombre en el reporte de investigación, a lo que todos contestaron afirmativamente.

Alejandro y Juan Pablo son estudiantes en el bachillerato de la UNAM; Mariana y Roberto del bachillerato del IPN. Los cuatro estaban por concluir sus estudios de Nivel Medio Superior.

En el siguiente capítulo, se hace una descripción de esta experiencia con los informantes y se presentan los resultados obtenidos.



## Capítulo 4

En lo que refiere a este capítulo, presentamos los resultados que obtuvimos en la aplicación de los cuestionarios descritos en el capítulo anterior (sección 3.3, en conjunto con los ítems descritos en la sección 3.2.3). Como se mencionó, trabajamos con cuatro estudiantes de último grado de bachillerato. La descripción y análisis que se proporcionará con respecto a los resultados, se conformarán a partir de la evidencia en escrito -a través de los cuestionarios-, y de los protocolos de verbalización.

### 4.1 Resultados

Dada la naturaleza de este estudio, y conforme al paradigma en el que nos situamos, cabe reiterar que la mirada y el análisis sobre los resultados es una interpretación por parte de los investigadores que realizan este estudio, con base en el sustento teórico en el que nos apoyamos. Reconocemos como parte de las limitaciones de este trabajo, el hecho de que los informantes expresan sólo una parte de todo lo que quizá piensan. De esta manera, se presentará en los resultados la descripción de lo que los informantes dicen que comprendieron de la lectura, es eso a lo que tenemos acceso.

Tener atención en el ritmo de lectura que muestran los informantes, consideramos que es también importante. Como menciona Thorndike (1971), un alumno puede leer fluidamente y sentir que la serie de palabras están despertando pensamientos apropiados sin que realmente esté entendiendo el párrafo; además, pensamos que también pueden existir pausas *largas*, tartamudeo al decodificar una palabra, regresión en la lectura (verbalmente o con la mirada, aunque es más factible percibir lo verbal), que consideramos arrojan información sobre la seguridad o qué tanto parece estar comprendiendo el estudiante lo que va leyendo.

Por su parte, Goodman (1982) considera que la lectura con ritmo *veloz* está asociada con alta comprensión no solamente porque los buenos lectores pueden procesar el *input* perceptivo más rápido [lo que se percibe del texto mediante el ojo], sino también porque son eficientes en utilizar la menor cantidad necesaria de índices visuales. Es decir, no se distraen prestando atención a información irrelevante del texto; utilizan índices perceptivos mínimos para activar sus esquemas.

En nuestra postura, tienen cabida ambas perspectivas sobre el ritmo de lectura de los autores recién citados, donde un ritmo de lectura puede dar información sobre la comprensión que

muestra el lector; y que será necesario hacer la distinción de cuándo un ritmo *veloz* -en conjunto con otros factores que se observen en el momento de la lectura-, se asocia con una decodificación *sin* significado, y cuándo se trata de *eficacia* en la selección de los signos lingüísticos a decodificar para construir significado global sobre el texto.

En lo que sigue, presentamos una descripción de los resultados obtenidos en el diálogo que se entabló con cada uno de los estudiantes al momento de proporcionarles los ítems seleccionados, solicitarles que leyeran en voz alta y contestaran las preguntas propuestas en los cuestionarios. Cabe mencionar que en el Anexo 4 se puede consultar la interacción completa con cada uno de los informantes; y en el Anexo 5, se encuentran las respuestas a los cuestionarios por cada uno de ellos.

Para ello, en la siguiente tabla 4.1.1 se puede observar de qué manera ordenamos esta información.

C1	Conocimientos previos en el sentido numérico, en el manejo del <i>porcentaje, fracción y decimal</i>	
	Aspectos asociados con parte del entorno socio-cultural del lector	Son estudiantes de bachillerato, pertenecientes al IPN o la UNAM
		Indagar sobre su gusto por las Matemáticas
		Planes a futuro
	Experiencias anteriores	

C2					
Versión original			Versión modificada		
Ítem 1	M1	M2	Ítem 1	M1	M2
Ítem 2	M1	M2	Ítem 2	M1	M2
Ítem 3	M1	M2	Ítem 3	M1	M2
Ítem 4	M1	M2	Ítem 4	M1	M2
Ítem 5	M1	M2	Ítem 5	M1	M2
	Hablar sobre las transiciones <i>visibles</i> entre los Niveles de representación del texto en la memoria; así como de las acciones que emerjan.			Hablar sobre las transiciones <i>visibles</i> entre los Niveles de representación del texto en la memoria; así como de las acciones que emerjan.	

Tabla 4.1.1. Organización de información obtenida en los resultados con los informantes.

#### 4.1.1 Alejandro.

##### 4.1.1.1 Resultados en C1.

En el diálogo que se generó con Alejandro, nos permite ver parte de su conocimiento previo en relación con las nociones de *fracción*, *porcentaje* y *decimal*. Respecto a la primera, lo asoció con lo que le enseñaron en la primaria y secundaria, donde se les suele presentar el dibujo de un queso o de un pastel que se repartirá; en la hoja plasma la fracción de  $1/4$  y un dibujo -de un queso-, aunque este no parece representar la fracción de  $1/4$ . Escribe que la fracción es parte de algo o dividir una unidad. También nos comenta que vino a su mente que se trabaja la equivalencia de fracciones, aunque al parecer no recuerda en ese momento algún ejemplo:

... “un cuarto” es *equivalente* a...no sé...o dos medios es *equivalente* a ...a otra fracción...

Respecto al porcentaje, Alejandro lo considera como una medición de contenido entre 0 y 100, y lo asocia con la cocina:

*...cuando estás en cocina o algo así te piden cierto porcentaje de cierta cantidad de cierta comida para que quede o no, entonces yo más o menos lo relacioné eso... se me hace como una medida de un total, por ejemplo el 100% sería...como... el completo, el esencial, y ya de ahí se va derivando.*

Alusivo a esta ejemplificación con la comida, en algún momento Alejandro nos comparte que anteriormente trabajó como mesero; es posible entonces que evocara alguna experiencia en ese trabajo que asocie con el *porcentaje*.

Para el concepto de *decimal*, habla de la posición que ocupa un número después de un punto; es decir, este alumno confunde *decimal* con *décima*. Esto lo confirmamos al momento que verbaliza sobre su respuesta, mencionando:

*...no me acuerdo bien si es nada más por la **posición que obtiene después del punto**, porque ya después es centésima y todo eso...milésima...*

Consideramos que esta confusión se asociaría con la Formulación Superficial en transición a la Base de Texto, pues él asocia los signos lingüísticos *decimal* con otro significado, y lo apropia al contexto del enunciado. En su hoja, escribe el número “3.1416”, y ante la pregunta de cuál es el decimal en ese ejemplo, contesta:

*...tengo entendido que nada más es la posición, por ejemplo, en este caso...de 3.1416, el decimal sería ...este, cat... ¿el 4?...¿el 14?...o creo el 16 ya sería la centésima o algo así...eso es lo que yo más o menos entiendo.*

Aunque no es el objetivo de esta descripción subrayar las *dificultades* que parecen tener los estudiantes con los conceptos matemáticos, sí las tomaremos en cuenta como parte de aspectos asociados con su conocimiento previo. En este caso, observar que nuestro informante muestra una idea difusa sobre la *décima* -que es lo que concibe como *decimal*-, dudando sobre cuál sería en el ejemplo del número que propone.

Alejandro considera que la relación que hay entre estos conceptos -fracción, porcentaje y decimal-, es que son del mismo origen: “Matemáticas”.

Ahora bien, respecto a algunos aspectos asociados con parte del entorno socio-cultural del lector, como se mencionó anteriormente, Alejandro es estudiante -en el momento de la interacción con la investigadora- de un bachillerato aledaño a la UNAM, en el último grado. Comenta que tiene cierto gusto y facilidad con las Matemáticas. Su trabajo como mesero lo identificamos dentro de las experiencias anteriores, y de hecho, se refleja la influencia de ello en el transcurso del trabajo en las sesiones.

#### 4.1.1.2 Resultados en C2

A este estudiante se le hizo entrega de los ítems en su versión original -sin razón en particular-. En lo que sigue, se presentan los resultados en cada uno de estos enunciados de pruebas estandarizadas.

##### 4.1.1.2.1 Resultados en primer ítem (ítem 21, Planea MS 2015)

Al momento en que Alejandro lee el enunciado de este ítem, duda en cómo se pronuncia  $18/24$ , en la nomenclatura del denominador. Es decir, titubea en la correcta verbalización en la decodificación del símbolo  $\frac{18}{24}$ ; y lo asociamos en su nivel de representación del texto en la memoria *Formulación Superficial*. Inmediatamente procede a tratar de resolver el ítem, por lo que aquí culminaría el primer momento (M1) (ver sección 2.3 en el capítulo 2).


Se muestra parte del proceso de Alejandro para encontrar la respuesta a lo que le solicita la pregunta del ítem, lo cual es considerado ya de un segundo momento (M2). Aunque no nos centraremos en el análisis de razonamiento para resolverlo, sí mencionaremos algunos aspectos que asociamos con el interés de esta investigación.

Dentro de su conocimiento previo sobre la manera de hallar una fracción equivalente a otra, evoca que se puede simplificar buscando que el numerador y el denominador sean divisibles por un mismo número.

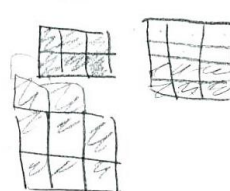
También se refleja parte de su conocimiento previo cuando este alumno utiliza el dibujo -en forma rectangular, que es como se suele representar en el aula, además de los círculos que suelen representar un queso o un pastel-, como herramienta para representar las fracciones, y percatarse así de cuáles son equivalentes. En este proceso, hace un dibujo para representar  $6/8$ , sin embargo, el rectángulo que dibuja lo divide en seis partes y busca sombrear ocho; vemos entonces que aun cuando en otras ocasiones decodifica *correctamente*  $a/b$ , en este caso lee de otra manera, o más

bien, se confunde al interpretar lo que decodifica, para representarlo en un dibujo. Nuevamente se asocia esto con la transición entre los niveles de representación de Formulación Superficial y Base de Texto, aunque a la par se vaya construyendo un Modelo Situacional del enunciado.

A continuación te presentamos dos ejercicios. Léelos en voz alta y resuelve.

1. ¿Qué fracción es equivalente a  $\frac{18}{24}$ ?  $\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} =$  

A)  $\frac{3}{12}$  >  
 B)  $\frac{6}{12}$  <math>= \frac{1}{2}</math>  
 C)  $\frac{6}{8}$  ✓  
 D)  $\frac{9}{6}$  ✓



En este caso, *dibujar* fue una acción que llevó a cabo Alejandro en el proceso de comprender este ítem -y buscar resolverlo-.

#### 4.1.1.2.2 Resultados en segundo ítem (ítem 22, Planea MS 2015)

Durante el M1, Alejandro no lee en voz alta lo que decodifica en la suma de fracciones, y procede a copiar los símbolos en lo que formará parte de su resolución en la hoja. Como en el ítem anterior, procede a tratar de solucionar lo que se pide en ese enunciado después de una primera lectura.

En el M2, el informante evoca en sus conocimientos previos cómo resolver una suma de fracciones, involucrando el concepto de *mínimo común múltiplo* y utiliza una herramienta o algoritmo de descomposición en primos para hallar el mcm -lo cual formaría también parte de su conocimiento previo-. Continuando con esa evocación, Alejandro muestra la manera en la que sabe resolver la suma de fracciones.

#### 4.1.1.2.3 Resultados en tercer ítem (ítem 35, Planea MS 2015)

Durante el M1, Alejandro realiza la lectura del enunciado en voz alta, y se perciben varias pausas y algunas modificaciones respecto a lo que aparece en el texto. Se presenta la transcripción de la grabación del audio, y el texto original, para clarificar lo que se acaba de mencionar.

**Texto original:**

El señor Tello tiene un terreno de 30,000 m<sup>2</sup> que repartirá de la siguiente forma: 25% será para sembrar; 2/5 partes del terreno sobrante serán para su hijo Darío. De lo que resta, su hija Mirna heredará 40%; el porcentaje restante lo designará a su esposa. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

**Transcripción de audio:**

“El señor Tello tiene un terreno de...treinta mil...metros cuadrados que repartirá *en*, de la siguiente forma 25 por ciento será para sembrar, *dos quintas partes* del terreno...sobrante, serán para...su hijo...Darío...de lo que re...de lo que resta, su hija **Mariana, no, Mirna**, heredará *el* 40 por ciento **de** porcentaje restante...lo...designará a su esposa, ¿cuántos metros cuadrados...del terreno heredará su esposa? [La escritura se busca corresponder lo más fiel posible a la grabación, siendo cuidadosos en las reglas de puntuación y gramaticales.]

Resaltamos en **negrita y cursiva** las palabras que el lector añadió a lo que se encontraba en el texto, lo cual nos parece natural en el sentido de que durante el proceso de lectura, algunas decodificaciones y algunas relaciones entre elementos del texto se hacen ya de manera *automatizada* -como *el* caso del artículo *el* antes de leer *40 por ciento*. También se coloca en **negrita** la parte en la que Alejandro cambia el nombre de *Mirna* a *Mariana*; y esto lo identificamos en su nivel de representación de Formulación Superficial. Finalmente, resaltar también el momento en el que ya no realiza una pausa que señalaría el “;” que se encuentra antes de leer *el porcentaje restante lo designará a su esposa*; pensamos que una posible causa es que el lector esperara dar por terminada la lectura.

El alumno ya iba a proceder a resolver el problema, sin embargo lo invitamos a contestar primero las preguntas que aparecen en el M1.

Pregunta: Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.

Alejandro: pues que...**muere un señor** que tenía un terreno de 30, 000 hectáreas...y...el 25 por ciento del terreno total lo de...lo va a designar para sembrar, de lo que sobre, debemos de dividir el terreno en cinco partes del sobrante de lo que...además del 25 por ciento...para que...dos partes de estas que van a quedar dividido entre 5 lo va a...ser de su

hijo Dario...de lo que resta, su hija Mariana heredará el 40 por ciento, entonces, su hija Mirna re..**heredará el 40% de tres quintas partes de lo que sobró de lo que no es de siembra...**[vuelve a leer] ”el porcentaje restante...lo designará a su esposa”, ¡ah ya! Ya, **ahorita ya entendí la pregunta** creo que...eh...pues su esposa va a heredar el 60 por ciento de tres quintas partes...pues ya. Eso es como lo que yo entendí con mis palabras.

En principio, se puede ver que Alejandro realiza una inferencia con información que no aparece explícitamente en el texto -la cual podríamos asociar quizá con el tipo *causales-antecedentes*, que menciona León (2001)-, acerca de la herencia asociada con la muerte de una persona, y que esto formaría también parte de su conocimiento previo. Durante el repaso en la lectura del enunciado, este estudiante muestra su proceso evolutivo en la comprensión del mismo -y que incluso Alejandro expresa al decir “ya entendí la pregunta”-; lo anterior se refleja cuando realiza una inferencia sobre la cantidad de terreno en la herencia de Mirna, lo cual consideramos parte de una macroestructura -dentro del Nivel de Base de Texto-, pues resume lo que heredará Mirna, operando (consciente o inconscientemente), y esto a su vez va modificando su Modelo Situacional.

Cuando se le solicita que dibuje la situación, Alejandro argumenta conforme realiza el trazo en el papel; presentamos esta argumentación de manera seccionada, adjunto a dibujos en simulación de lo que el informante iba representando en el papel.

Bueno, lo más fácil que se me hace es...hacer un intento de **cuadrado**...y...primero que nada, dividirlo en...así en tres, y cada una de estas representa 10 000...10 000, 10 000, 10 000 [Lo escribe en cada una de las partes]

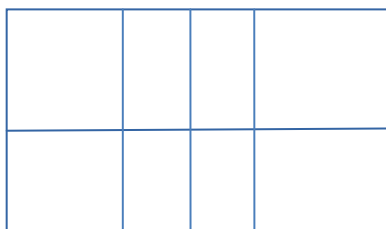
Consideramos que dentro de su conocimiento previo, se encuentra su experiencia en la forma que tienen los terrenos al mencionar que dibujará un *cuadrado*; esto se puede deber a que así se lo enseñaron escolarmente (representando en libros de texto o el docente, que un terreno tiene esa forma), o a que haya visto un terreno en un dibujo, imagen de televisión o internet, o porque lo ha visto físicamente, o porque lo relaciona con la forma del terreno donde se encuentra su casa.



También en su conocimiento previo se encuentra la manera de dividir un terreno, y en particular, asociado con el sistema decimal (pues divide 30 000 en tres partes, para que cada parte -o unidad de medida- tenga 10 000).

Continúa:

Entonces de este...el 25% lo va a hacer...lo va a hacer para...para siembra, entonces el **25% es equivalente a  $\frac{1}{4}$** , entonces sería otra vez como volverlo a dividir...entonces, toda esta área sombreada equivale al 25%...y esto es lo que no se va a tocar para nada...esto es lo que no se va a **tocar en el testamento**...esa área



No hace vínculo de la primera división del rectángulo con la segunda manera de seccionarlo; sin embargo, notamos que dentro de su conocimiento previo, se refleja la manera en la que divide un rectángulo en cuatro partes iguales. Además, en su construcción de Modelo Situacional, Alejandro concibe que hay un testamento de por medio en la *muerte* del señor Tello. Prosigue y decide comenzar a hacer cálculos con los datos que le proporciona el enunciado.

... y el 25 % de...no es..**de una vez creo que es conveniente sacarlo**...creo que usaré una **regla de tres**...para...30...**300 mil** [aunque en la hoja sí escribe el dato correcto de 30,000]...equivale al 100%...entonces el 25%, ¿cuántos metros cuadrados serían? Son, es 25 por...por 30 mil sería...75..750 mil entre cien...**que nada más sería quitar dos ceros**, ¿no?...es 7500 sería el 25%...

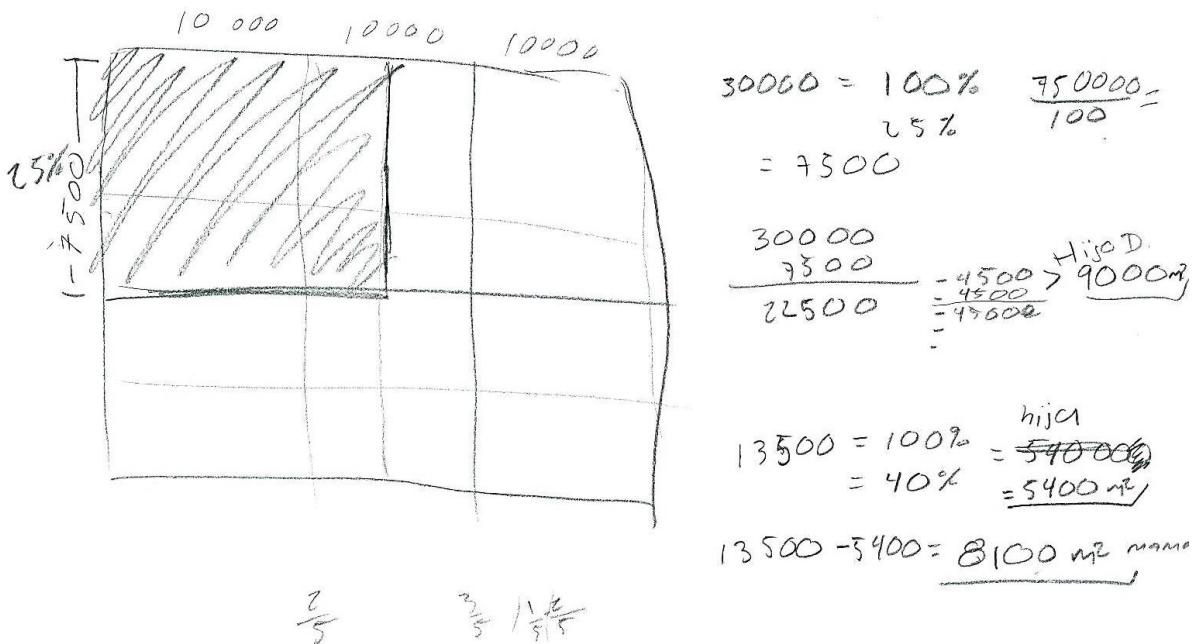
De acuerdo a nuestro planteamiento, esto ya pertenecería al segundo momento M2, y notamos también algunos aspectos relacionados con el conocimiento previo de Alejandro. Por una parte, utiliza el *método* de regla de tres para calcular la equivalencia en metros cuadrados del 25%; así como su experiencia en que al dividir un número que es múltiplo de 100, basta con quitar dos ceros a la cifra para obtener el resultado.

Continuando con lo que argumenta:

... después de esto, dice... [lee]...dos quintas partes del terreno...bueno, aquí creo que ya está más difícil...bueno, no más difícil, pero...**no sabría cómo representarlo gráficamente...**

Dado que no halla cómo representar en el dibujo esta nueva repartición ahora en quintos, procede a realizar únicamente los cálculos para responder a la pregunta. Cabe señalar que, aun cuando había razonado la situación del problema en su explicación verbal, no usa las inferencias hechas para su procedimiento de resolución, donde obtuvo que a la esposa del señor Tello le correspondería *el 40% de tres quintas partes de lo que sobró de lo que no es de siembra.*

Este es el dibujo y proceso de Alejandro:



#### 4.1.1.2.4 Resultados en cuarto ítem (ítem 34, Plana MS 2015)

Alejandro lee este ítem de la siguiente manera:

“Un campesino tiene...en el granero un total de 450 kg de maíz, que distribuirá en tres camiones de acuerdo a lo que... presenta en la siguiente tabla” Y viene la tabla, dos columnas, primer columna “camión, 1, 2, 3”...este... ”cantidad de maíz”... once veinticavos del total..doce por ciento del total...restante” “Es necesario que...llegue la

mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo, ¿en qué orden deberían de salir los camiones del...del ganadero?

Notamos nuevamente de qué manera asocia un nombre al símbolo 25 en el denominador de una fracción, reconociéndolo -en un Nivel de Formulación superficial, como *veinticicavo* en vez de *veinticincoavos*.

Al solicitarle que exprese con sus palabras cuál es la situación del enunciado, contesta:

Pues...el camp...el...dueño del maíz, tiene que...llevar sus...llevar su...mercancía de maíz, que son un total de 450 gramos...y...lo reparte en tres camiones...y te pregunta que cuál va a llegar primero...**bueno**, cuál debe de enviar primero para que...llegue la mayor cantidad de maíz posible...en lo antes posible...de tiempo...

Resaltamos dónde encontramos una precisión que el mismo informante hace en el momento, y relacionamos esto con su construcción de Modelo situacional. Para dibujar la situación, decide realizar cálculos con los datos que se proporcionan en el problema, para concretarlo.

The image shows handwritten mathematical work. At the top right, there is a calculation:  $18 \times 11 = 198$  with a small arrow pointing to the right. Below it, the number 450 is written with a horizontal line above it and a 25 written to its left, indicating a division. To the left of this, there are three small boxes, each containing a number and a fraction:  $\frac{198}{100}$ ,  $\frac{54}{100}$ , and  $\frac{198}{100}$ . Below these boxes, there are two more calculations:  $450 \rightarrow 100\%$  and  $\frac{54}{100} \leftarrow 12\%$ . To the right of these, there is a vertical subtraction:  $\begin{array}{r} 450 \\ - 252 \\ \hline 198 \end{array}$ . Finally, on the far right, there is a vertical list of numbers: 50, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 50.

Para obtener cuántas veces cabe el 25 en el 450, Alejandro descompone el 450 en las veces que cabe el 50, resultando ser 9 veces 50, y por lo tanto, el doble de veces (18) el 25 en el 450. Hasta aquí, estaría dentro del M1. Para el segundo momento M2 notamos que en su solución, el informante observa que dos camiones llevan la misma cantidad de maíz, a lo que infiere que cualquiera de esos dos sería el que saldría primero. Más adelante, en las preguntas del M2, decide que el camión cuyo conductor *maneje más rápido y tiene más experiencia en el camino*, será el primero que enviaría el campesino; quizá esta sería un ejemplo de inferir detalles de apoyo, según Santiesteban y Velázquez (2012). Evoca que en su trabajo como mesero, en algún momento le

tocó repartir pedidos; asociándolo en lo que recién subrayamos y que formaría parte de su Modelo situacional.

En este mismo sentido, se le preguntó a Alejandro si imaginaba cuánto espacio ocupaban los 450kg de maíz, a lo que contesta:

Pues... por maíz **no sé en qué forma venga**, si venga el elote...o venga ya desgranado; si es desgranado, ocuparía menos espacio, porque si es con el del elote, pues todavía tiene la mazorca...siento que ocuparía más...**sería como un kilo por ...¿elote?**...o más o menos así...

Luego, se le planteó el cuestionamiento sobre la necesidad de utilizar tres camiones para transportar el maíz, y si quedaría mucho espacio en cada camión; a lo que menciona:

Mm, es que también **no dice de qué dimensiones son los camiones**...y...pues yo *supongo que* si el...granjero trajo los tres camiones, es porque ya tiene la experiencia...y **sabe...cuánto le cabe a cada camión**, y **por eso dos quedaron hasta el tope**...y uno ya quedó con lo que sobró, sólo que en el problema lo plantearon de manera distinta.

Inferir que hay dos camiones que quedan hasta el tope dado que el resultado de cantidad de maíz coincide, cabría como una del tipo relación causa-efecto, según Santiesteban y Velázquez (2012).

#### 4.1.1.2.5 Resultados en ítem de PISA 2012

En el M1, Alejandro lee el enunciado con varias pausas:

“Jean”...ah, **no sé cómo se pronuncie**, “Jean Ba...Bapsti...Bastis...Baptise...Baptis...es un fotógrafo que...goza de observar y capturar...la vida de los animales...recientemente jean...fue a una...expedición que duró un año...y en el cual aprovechó para tomar varias fotos de pingüinos...y sus crías...él estaba particul...particularmente interesado en el...crecimiento del tamaño de diferentes colonias...de pingüinos. Pregunta 1, normalmente una pareja de pingüinos produce dos crías cada año, de...de estos dos huevos sólo el más grande es el único sobreviviente, por ejemplo...con la especie de pingüinos conocida como...**Rock...Rockhop...hop...hopper**...el primer huevo, pesa aproximadamente

78 g... y el segun...do huevo, pesa aproximadamente 110 g...aproximadamente, ¿en qué porcentaje del segundo huevo, pesa más que el primer huevo?... mmm...

Puede observarse que tiene complicación al *leer* los nombres del fotógrafo y de la especie del pingüino, y reafirma esta dificultad en el diálogo con la investigadora. Se asocia con el Nivel de Formulación Superficial.

Cuando se le invita a expresar con sus palabras la situación del texto, él dice:

Mmm... pues...un fotógrafo...analiza...se fue un año a vivir con unos pingüinos, se podría decir...**para...observarlos y tomarles foto**...él...saca unos...datos...que...nos dá la cantidad de...de cuántos pingüinos hay y de cuántas parejas hay...y nos da los datos de...la cifra aproximada de cuántos pingüinos mueren...al año...y cómo...cuántos nacen al año, también...

Alejandro infiere que el fotógrafo le tomará fotos a los pingüinos en su expedición que dura un año, y podemos asociarlo con una inferencia de las características de los personajes que plantean Santiesteban y Velázquez (2012).

Para realizar el dibujo, decide resolver el ítem mientras lo va leyendo nuevamente en distintos momentos de su solución; de esta manera, hay una transición al M2 durante el M1. En su análisis respecto a la *Pregunta 1* que aparece en el texto, realiza inferencias -que identificamos con el tipo de *clave semántica*, pero con significado en Matemáticas, de la clasificación de Santiesteban y Velázquez (2012)-. Se presenta la transcripción del audio sobre lo anterior:

...bueno, para la primer pregunta que dice [lee la Pregunta 1 del texto]...pues el 78 gramos es el primer huevo...eso sería el 100%...y el otro pesa 110...**supongo que** ...o algo así, no sé si lo estoy entendiendo bien el problema, pero bueno, así es como yo lo entiendo [escribe la *relación de regla de tres* y calcula el porcentaje correspondiente a 110g] pues aquí en esta pregunta sería que...la pregunta dice [vuelve a leer la Pregunta 1 del Texto]...pues...el, el primer huevo pesa 78 gramos, tomando eso como referencia, le dí...un total de...100%, y el segundo huevo pesa 110, esto se...daría como resultado que ese huevo tiene un 144% [lo obtiene con calculadora]...pesa más que el primero 44...**pesa 44% más**, entonces esa sería mi respuesta...más que el primero.

También se observa en esta parte de la conversación, que dentro de su conocimiento previo, utiliza la *regla de tres* para obtener la equivalencia en porcentaje, de una cantidad. Escribir esta relación entre los datos es otra acción que realiza el informante en su proceso de comprender el enunciado.

En su lectura y análisis a la *Pregunta 2*, Alejandro menciona:

Al comienzo de *cada año* la...al comienzo del año la colonia *tiene* 10 000 pingüinos...es decir, *que esto se divide en* 5000 parejas *cada uno*" [lo escribe en la hoja]...y nos dice al inicio que...por año tienen dos huevos pero sólo uno es el que...sobrevive, entonces...diría que tienen...las 5000 parejas tienen 10 000 huevos, pero la mitad se va a eliminar...o no van a sobrevivir, **entonces sólo nacen, 5000 huevos más** [lo escribe].

Vemos entonces otra inferencia de *clave semántica* y de *causa-efecto*, al realizar un razonamiento sobre la cantidad de crías que harían crecer la población de pingüinos en ese año. Subrayamos también las palabras que aumenta Alejandro, evidencia de que en su Base de Texto no necesariamente utiliza todos los signos que puede decodificar, sino que algunos los omite -y cambia por otros que no aparecen textualmente-.

Cuando termina de resolver el ítem, nos comparte:

Y pues...esto ya lo había visto en matemática.. 4, y **es algo de...crecimiento exponencial**...y ví problemas similares, por ejemplo, el de una bacteria ...que se reproducía...el doble cada...24 horas ...y el profe nos ponía...a hacer la gráfica y pues todo tendía...hacia..infinito...porque, técnicamente, **aunque murieran o algo así, siguen aumentando**, jamás bajan...

Lo cual forma parte de su conocimiento previo respecto al comportamiento en el crecimiento de poblaciones.

Se le planteó a Alejandro nuevamente realizar un dibujo de la situación -el cual se presenta a continuación-, narrando lo que vino a su mente:


Pues los pingüinos de Madagascar..y esas cosas...y **Happy Feet**, bueno, más Happy Feet...porque creo que ahí se muestran más...este, lo de las parejas y todo eso...Son...unos pingüinitos ..[dibuja un pingüino] creo que sí parece pingüino[dibuja dos huevos:uno completo, y otro roto, que es el que muere] **según está entre sus piernas** [el huevo que

sobrevive]...y este muere... en la película narran,...bueno, muestra gráficamente, creo que es el macho el que lo lleva entre...los pies en el recorrido...al..al huevo, entonces, pues obviamente...**sólo tienen un par de piernas**...entonces, sólo puede llevar un huevo...y por eso se...yo creo que es el motivo que el otro muera...**y se llevan al más pesado**...yo creo que...saben que **si es más grande tienen también más posibilidades de vida...sobreviven el frío...**

$78g \rightarrow 100\%$   
 $110 \rightarrow 144\%$     *44% más que el primero*  


---

Ring	Par	NACEN	
10 000	- 5 000	- 5 000	
$10\ 000 + 5\ 000 = 15\ 000 \rightarrow 100\%$			<i>mueren 3000 c/A y crías</i>
<u>3000</u> - 20%			

*17.000 ping. vivos*    

Aquí hay parte del conocimiento previo de Alejandro sobre la vida de los pingüinos y sus crías, pero también hay inferencias con base en la información que le proporcionó la película -y que resaltamos en **negrita y cursiva**.

En las preguntas que se proponen para el M2, aparece otra inferencia del informante:

La pregunta tres dice “¿por qué crees que...se pregunta el porcentaje...de la diferencia entre el peso...de los dos huevo?” Pues...**para saber qué tan...bueno fue el segundo huevo... a comparación del primero**...entonces, resultó ser...se podría decir que...que si fueran..como si fueran...o sea, el primer huevo fue uno, y el segundo, a comparación así..como ya redondeando **sería como uno y medio lo que va a ser...50 por ci...cerca del 50% más**...apto que el otro.

Y ante la pregunta 6 que se le plantea en este mismo momento M2, contesta:

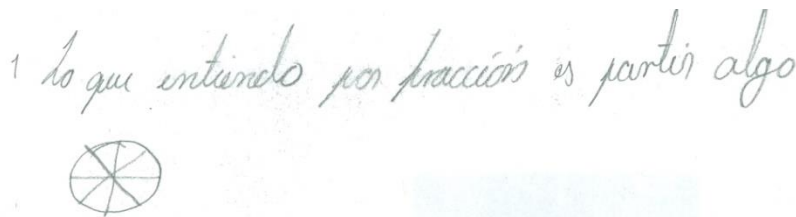
Pues esto es falso...ya que...**aumentan...en un...3%**..la población de pingüinos **cada año..en trein..ah no, en 30%**[lo escribe]...y esto es ya contando a los que...el 20% que murió...del total, contando crías y adultos.

Aunque confunde la cantidad de pingüinos que aumenta (2000) con la que muere (3000), Alejandro hace una inferencia del aumento porcentual en la población.

#### 4.1.2 Juan Pablo.

##### 4.1.2.1 Resultados en C1.

Comenzamos por describir sobre el conocimiento previo que expresa Juan Pablo respecto a los conceptos de *porcentaje*, *fracción* y *decimal*. Menciona que la *fracción* es *partir algo*, y coloca la imagen de un pastel partiéndose, según lo que explica.



Respecto al *porcentaje*, lo asocia con el descuento de productos, como la ropa. El *decimal* lo concibe como un número no entero.

En lo que se relaciona con parte de su entorno socio-cultural del lector, Juan Pablo también es estudiante -en el momento de la interacción con la investigadora- de un bachillerato aledaño a la UNAM, en el último grado. Comenta que tiene cierto gusto y facilidad con las Matemáticas, aún cuando expresa que le cuesta trabajo *pensar en dibujitos*. En su caso, nos comparte que tiene familiares cercanos que se dedican a la economía, lo cual se refleja en sus intervenciones durante las sesiones; por ejemplo, cuando expresa la relación que ve entre los conceptos *de fracción*, *porcentaje* y *decimal*, comenta que en esta área se utilizan los números *decimales* y *porcentajes*.

##### 4.1.2.2 Resultados en C2.

Juan Pablo trabajó con los enunciados modificados. A continuación se presentan los resultados en cada uno de los ítems.

###### 4.1.2.2.1 Resultados en primer ítem (ítem 21, Planea MS 2015)

Sobre el primer momento (M1), sólo podemos comentar que el informante no lee en voz alta la fracción, sin embargo deducimos que la decodifica mentalmente, dado que de manera inmediata procede a buscar la solución a lo que se pregunta en el ítem. Es de esta manera que en el momento M2, Juan Pablo muestra que dentro de su conocimiento previo, asocia la *equivalencia de fracciones* con los múltiplos, pues identifica que el múltiplo de alguna de las fracciones que aparecen en las opciones de respuesta, dará como resultado la fracción de  $18/24$ .



#### 4.1.2.2.2 Resultados en segundo ítem (ítem 22, Planea MS 2015)

En una primera lectura -relacionada con el M1-, Juan Pablo asigna un nombre distinto al convencional a los signos correspondientes al denominador de las fracciones involucradas:

“¿Cuál es el resultado de la suma de fracciones...cinco **sextavos**, dos **cuartavos** y nueve...¿cómo se dice? Diez...¿**diezavos**?...”

Esta manera de decodificar los números que aparecen en el denominador de cada una de las fracciones en la suma que se propone en el ítem, la asociamos con la Formulación superficial.

Como parte del segundo momento M2, menciona que se le dificulta resolver la suma, pues se encuentra acostumbrado a resolverlo con calculadora.

#### 4.1.2.2.3 Resultados en tercer ítem (ítem 35, Planea MS 2015)

En el momento M1, Juan Pablo lee en voz alta el enunciado, el cual transcribimos lo más fiel posible al audio grabado:

El señor Tello, tiene un terreno de...¿30 000?...metros cuadrados, que repartirá de la siguiente forma: **25**...será para sembrar...dos **quintas** partes que quede del terreno, serán para su hijo Darío...su hija Mirna, heredará, 40% de la parte del terreno que queda(,) aún sin repartir, finalmente su esposa se quedará con la parte del terreno que queda...¿cuántos me, cuántos metros cuadrados de terreno, heredará la esposa?”

Hay varios comentarios al respecto:

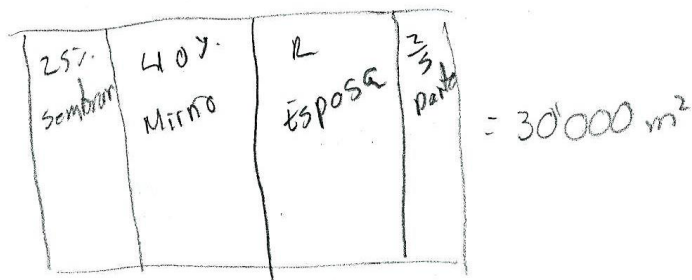
- Notamos que no verbaliza el símbolo de porcentaje (%), sin embargo no descartamos que lo decodificara mentalmente.
- Podemos fijarnos en el hecho de que se adapta en la lectura el nombre asignado a los símbolos “2/5”, pues lo lee en femenino, por tratarse de “partes” de un todo.
- Tiene un ritmo de lectura *rápido*, lo cual podría asociarse con una inclinación a un nivel de representación de Formulación Superficial, disminuyendo la posibilidad de desarrollar más ampliamente los otros dos niveles donde se significa el texto.
- La *coma* que se encuentra entre paréntesis (,) es una pausa que hace el lector y que no está señalada en el texto.

Ahora bien, cuando se le solicita al informante describir con sus palabras cuál es la situación del problema, menciona que *el señor Tello repartirá su terreno a su familia*; es decir, habla de la situación en general, sin dar detalles. Esto, lo asociamos con su macroestructura -en su nivel de representación de Base de texto-, al dar un tipo de síntesis; aunque no nos proporciona información suficiente sobre su microestructura hasta este momento.

Juan Pablo realiza el siguiente bosquejo sobre la situación del enunciado:

2) El señor Tello quien repartirá su terreno para su familia

3)



Y narra su construcción:

Ah, sí, bueno, aquí lo que...estoy haciendo, es como **pintar un cuadrado que es el terreno**...y igual le puse..igual a 30 000 metros cuadrados...y **poco a poco voy...viendo el párrafo** y...poniéndolo en el dibujo...ahorita acabo de poner 25...por ciento de...para sembrar...voy con lo de dos quintas partes del terreno que quede sin sembrar serán para su hijo Darío...yo creo que así..[se queda mirando el dibujo, supongo que reflexionando cómo lo haría] ...dos quintas partes...que quede sin repartir...ahorita ya estoy poniendo lo de el 40% de...para su hija...Mirna...y eso es lo que le queda a la esposa [escribe y dibuja]...y ya.

Vemos que se refleja su conocimiento previo sobre la forma de un terreno, al representarlo con un *cuadrado*. Él mismo externa que su manera de proceder es ver poco a poco el párrafo, a lo que nosotros llamaríamos que está analizando microestructuralmente el texto. Con ello, va construyendo su Modelo situacional.

Cuando se le preguntó cuál era la razón de la manera en la que dividió al terreno, surge el siguiente diálogo:

Investigadora [K]: La manera en la que lo pintas, es decir, decidir...dónde...marcar la línea, ¿no?

Juan Pablo [JP]: ¡Ah, sí! Bueno, es que...bueno, siempre me han dicho que...se divide con una lin...bueno, **el rectángulo siempre lo he dividido así**, en varias partecitas no es que...a fuerzas lo tenga que dividir de alguna manera...entonces, siempre lo he hecho así y así me acostumbré.

K: Ok, bien, y, **me imagino que haces como un aproximado** de...de dónde queda por ejemplo el ...25%...

JP: No, de hecho..o sea, así lo dividí, pero el aproximado **ya lo haría ya si hago los cálculos** y todo eso...pero ahorita...nada más lo hice así por..**por marcar el...el espacio nada más.**

K: Ok, va...insistiendo un poco en esta parte del dibujo, porque me llama la atención...veo que por ejemplo hay unos que son...más grandes que otros, ¿no?

J: Ah sí, es que veo los números de 25..y **no puede ser que un 25 sea más grande que un 40...**por eso...

En la construcción del Modelo situacional, no tiene en claro cómo sería la división del terreno en una representación en dibujo. Muestra que compara cantidades de *la misma naturaleza* (porcentaje con porcentaje), pero no de porcentaje con fracción, por ejemplo.

Lo que respecta al momento M2, en el que se llevarían a cabo acciones -entre ellas, posiblemente resolver el ítem-, se destaca lo siguiente:

- Juan Pablo considera (sin haber resuelto el ítem), que quien tenga el 40% se quedará con más parte del terreno, “*porque los demás serían 60% y se dividirían*”. Es decir, con esta primer lectura, al parecer no se ha comprendido el enunciado, pues en lo que muestra como Modelo situacional, sugiere que el terreno se divide en dos: 40% para Mirna (aunque no dice el nombre), y 60% para los demás.
- Argumenta que Mirna y Darío no tienen la misma cantidad de terreno: “*los dos quintos siempre los veo como en una regla...y como que el 40% lo veo como ya un número muy grande*”. En su experiencia (parte de su Conocimiento previo), tiene una imagen

dimensional de la medida de  $\frac{2}{5}$  y de 40%. No me queda claro si los está comparando a ambos dentro de una misma recta numérica y que esté leyendo “40” en vez de “40%”.

Para contestar cuántos metros cuadrados le corresponden a cada uno, realiza algunos cálculos, los cuales se presentan a continuación:

$$\begin{array}{r} 30 \\ \cdot 40 \\ \hline 120 \\ \hline 1200'000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30'000 \\ 12000 \\ \hline 18000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \cdot 25 \\ \hline 150 \\ \hline 750'000 \\ 30'000 \\ \hline 22500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22'500 \\ \cdot 40 \\ \hline 110000 \end{array}$$

Y narra:

Bueno ese...sí no...o sea, lo que se me viene es que tendría que hacer un montón de cálculos...y...serían...[realiza la multiplicación de 30 000 por .40 y el resultado se lo resta a 30 000] ..mmm...**12 000 para...su hija Mirna...**[hasta este momento no ha vuelto a leer en voz alta el ítem completo] ...creo que nada más 18...mhm..y...dos quintas partes del terreno...esto sí no lo sé...[creo que lee la pregunta del ítem]...Bueno, a uno le quedarían, en la tercera pregunta...al...a su hija Mirna...;**Ah! Pero es el 25 sin sembrar** [indicio de que vuelve a leer el enunciado]...[multiplica 30 000 por .25 y el resultado se lo resta a 30 000; luego, de lo que obtuvo, lo multiplica por .40]..al...el 25% de...300...serían...serían...serían 22 000, que son 25% para sembrar serían 22 500, creo...y... este, el 40% del terreno que no se reparte, serían...creo que serían mil...1 100 para...su hija Mirna, creo, no estoy seguro...**y ya las demás como que sí...es un poco tedioso porque son fracciones...**como me han dicho que, las fracciones son para la calculadora, pues...sí se me complica mucho hacer esta parte.

Cuando Juan Pablo se percató que el 40% lo calcularía de *un restante*, se refleja una evolución en la construcción de su Modelo situacional, sin embargo, aún hay indicios de que no ha comprendido la situación completa. Por la manera en la que estaba llevando a cabo la solución, la investigadora tuvo una primera interpretación en que la estructura del texto en enlistado, le sugirió al informante que podía leer en *desorden* los elementos de la misma, sin embargo, al preguntarle directamente, menciona que lo que le sugiere es ir paso a paso en forma descendente -aunque no respeta esto al hacer los cálculos-. Además, se le pregunta si considera que afecta a su solución el hecho de haberse *saltado* el cálculo de las dos quintas partes, a lo que responde que sí afectaría.

Por otra parte, se le hizo notar que en las indicaciones (del M2), se pide que vuelva a leer el enunciado. Juan Pablo reconoce que no lo hizo dado que suele tomar acciones muy rápidas; lo cual puede confirmar lo que en una opinión general se tiene acerca de que algunas personas no leen las instrucciones u omiten algunas partes del texto.

Se le mostró también la versión original del ítem para conocer su opinión sobre cuál le parecería más favorable al momento de leerlo y buscar comprenderlo, a lo que nos comparte que prefiere la versión modificada, pues le brinda más claridad y orden en el texto.

#### 4.1.2.2.4 Resultados en cuarto ítem (ítem 34, Planea MS 2015)

Nuevamente comenzaremos la descripción del M1. Juan Pablo lee de manera fluida el enunciado, y rescatamos que la tabla la lee por filas, a diferencia de Alejandro quién lee por columnas. Aparentemente no hay diferencia en lo que respecta a la comprensión de la situación, aunque considero que este orden en que se decodifica a los símbolos o elementos en la tabla, hace más explícito que en efecto se está considerando una relación entre cada par en cada fila. De manera inmediata posterior a terminar de leer el texto, el informante realiza inferencias al respecto:

Bueno, aquí lo que veo es... “*es necesario que llegue el mayor...la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo*”...Bueno, yo siento que primero debería de ser el...el 2, no, el... $\frac{11}{25}$ ...creo...porque es...**como más de la mitad**...y ya el 12% del total debería salir después...y en tercer lugar el restante...***así deberían de ir en..la manera de salir de los camiones.***

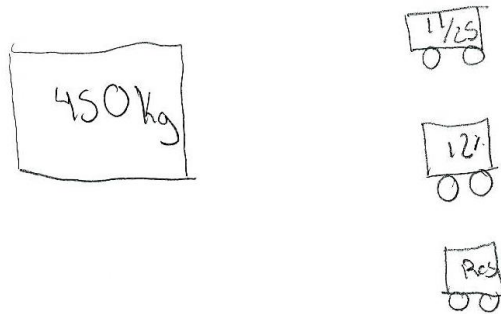
Puede verse que lee por segunda vez la última parte, que está asociada con lo que se le pregunta. Respecto al orden de salida de los camiones, interpretamos que sólo compara las cantidades que están explícitas, y no analiza respecto a la cantidad que no aparece.

A propósito de su Formulación superficial, el lector expresa que prefiere la presentación de la fracción en la forma  $\frac{a}{b}$ .

Nuevamente es conciso en su descripción sobre la situación del enunciado:

Bueno, este...la situación es..repartir en tres camiones el maíz, 450 kg, y...el que tenga mayor cantidad de maíz, deberá ir...bueno, deberá llegar más rápido...a su..lugar de destino.

Y realiza el siguiente dibujo:



En relación con el segundo momento (M2), se presenta lo que escribe el estudiante en su solución al ítem:

$$\begin{array}{r}
 18 \\
 25 \overline{) 450} \\
 \underline{50} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \frac{11}{25} = 275 \text{ kg} \\
 - \\
 20\% = +360 \\
 R = 85
 \end{array}$$

Su manera de obtener la cantidad de maíz que llevaría el primer camión fue dividir 450 entre 25, y el resultado multiplicarlo por 11 (sin embargo, su resultante es matemáticamente incorrecto). Nos pregunta si en la segunda fila “el total” se refiere también a los 450 kg o a los 275 kg que le resultó en su primer cálculo. Consideramos que esto se encuentra asociado con la Microestructura de la Base de texto, pues se refiere al significado asociado con “del total” y la relación de esto con lo cercano a ello (digamos, lo que está en el mismo tramo de enunciado). Decide que se refiere a los 450, y cuando le preguntamos cómo fue que tomó esa decisión, menciona:

*... si no, aquí te pondrían “del total que te dio la fracción”*

Al proponerle al estudiante que re-planteara el enunciado involucrándose a sí mismo, contesta lo siguiente:

Bueno, si yo fuera el señor del granjero, ¿no? Este, lo que haría es...primero, contratar una, bueno, **contratar a las personas...este...más responsables...y...que...o sea, que entreguen su...su...producto a tiempo...Este...y al más responsable, le daría la carga con mayor...con mayor porcentaje...**y después...y así, mientras más responsable seas, más te voy a dar la carga...

Es probable que su decisión esté influida por el contexto de su familia cercana que son empresarios. También respecto a su entorno sociocultural, menciona que no ha tenido alguna cercanía con una situación así. Se le preguntó también si tenía alguna idea de cuánto serían los 450kg, a lo que contesta que es mucho, y lo asocia con:

**...mi mamá compra el maíz para hacerlo palomitas...y sí, nada más compra una bolsita y dura mucho...**pero pues sí no sé cuánto sea, yo creo que sí es una cantidad...muy grande...

#### 4.1.2.2.5 Resultados en ítem de PISA 2012

Durante la lectura (correspondiente al M1), al igual que Alejandro, Juan Pablo se detiene a dudar sobre la correcta pronunciación del nombre *Jean Baptiste*, lo cual, como mencionamos, se encuentra asociado con la Formulación superficial.

Al terminar de leer la Pregunta 1 que aparece dentro del texto, externa una inferencia que realiza respecto a lo que se le pide:

Bueno...lo que yo haría aquí es una regla de tres...que, que **el 110 es el 100%..y...ver...cuál es el 78...de porcentaje...** [Más adelante, en el M2 argumenta que decide asignarle a 110 el 100% debido a que **el más pesado es el que tiene más posibilidades, “entonces si tiene más posibilidades, yo siento que es el 100”**].

Continúa la lectura:

“Pregunta 2. Con la exped, con la expedición que llevó a cabo...Jean se maravilla de...cómo una colonia de pingüinos, cambiaría en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes...suposiciones: al comienzo del año, la colonia consiste, de 10 000 pingüinos, es decir...de 5000 parejas; cada pareja de pingüinos, tiene una cría en primavera...cada año; al final del año, 20% de todos los pingüinos, adultos y crías, morirán.

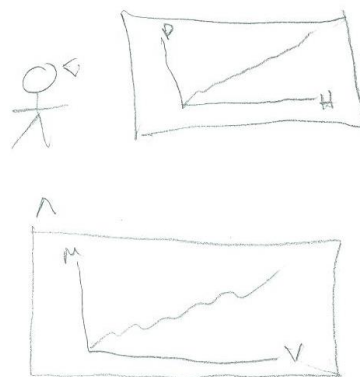
Los puntos suspensivos que se resaltan es una pausa que podría estar asociada con un momento de procesamiento de la información leída hasta el momento, antes de leer un enlistado (quizá el repasar de qué tratará el enlistado, y por qué lo menciona el autor).

Su descripción verbal sobre la situación se presenta a continuación:

Bueno...este...ya que...fue a una expedición **esta...bueno, este** fotógrafo, **quiere hacer como una estadística de lo que pasará dentro de un año...**y también...hizo como...una estadística de...de los huevos, de cuál va a nacer y cuál no...

En principio, podemos ver que hace una inferencia -asociado con las características de los personajes, según la identificación de inferencias de Santiesteban y Velázquez (2012)-, acerca del género del nombre *Jean Baptiste*. Así mismo, consideramos que se relaciona con su entorno sociocultural su inferencia donde menciona que el fotógrafo quiere hacer una *estadística*.

Representa la situación con el siguiente dibujo, y explica:



Bueno, aquí puse a **una persona**...bueno, no parece una persona, pero es una persona...**que...está pensando en una tablas**, que es **del huevo** y **el peso**...con lo que se hace la estadística...y **de...los pingüinos muertos y vivos [...]** para...**lo del...peso del**



**huevo...cuál tiene más probabilidad...y de...que al final...pues el 20% de todos los pingüinos... o sea, como que hace una aproximación, de cuántos morirán.**

Le preguntamos si había alguna razón para la forma de las gráficas, y contesta:

Siempre lo..**siempre lo he visualizado así**, como que... **mi tío tiene una empresa, y siempre ha hecho esas tablas, como que lo relaciono mucho con las estadísticas.**

Nuevamente se asocia con su conocimiento previo y su entorno sociocultural.

Cuando contesta a la primera pregunta del momento M2, se puede ver que adquiere un lenguaje con lo que ha construido en su Modelo situacional:

110, porque...pesa más, y **en su estadística decía** que lo que pesan más, tenían más probabilidad de que sobrevivieran.

Así, puede considerarse una acción del informante sobre el texto el acoplarlo a su contexto como lector.

En respuesta a lo que puede deducir al leer “cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año, Juan Pablo dice:

Que...este...al..al ver esa pregunta, bueno el punto, más bien...este, quiere decir que...**se duplican...las...los pingüinos...porque cada pareja tiene uno...entonces,** este...primero...cada, bueno...serían, cada pareja tiene una cría, bueno...veo que..bueno, **no se duplicaría si no, aumentaría el número de pingüinos...porque están haciendo una estadística, no creo que...este, cada pareja de pingüinos sólo tenga un huevo, tendrían más de un huevo, pero...sólo nace uno,** entonces, también ahí...este, vería las probabilidades de que cada pareja tuviera un hijo...

En su respuesta a las últimas dos preguntas del M2, se destaca que Juan Pablo también considera que los huevos que no llegan a nacer también formarían parte de las crías que menciona el texto y que no han de ser muchos los adultos que mueren al año.

Buscamos averiguar cuál sería su manera de proceder a resolverlo, y el razonamiento del informante es el siguiente:

No sé...a ver, es que dicen que son 10 000 pingüinos...o sea, 5000 parejas, pero...o sea, es que la cría se me hace un conflicto porque...yo...le llamo cría, al huevo también...o sea, no...a fuerzas a que nazca...entonces...**pues no sé... cuántos huevos... tenga cada pareja...por eso digo que el 20% serían más de los huevos...que de los adultos...no, la verdad no, sí...no sabría el número...**

Y agrega que el texto no le da la información suficiente. Hacer una crítica sobre la información que proporciona el texto, es una acción que lleva a cabo Juan Pablo en su proceso durante la comprensión de este enunciado.

#### 4.1.3 Mariana.

##### 4.1.3.1 Resultados en C1.

La manera en la que Mariana expresa lo que viene a su mente cuando lee o escucha las palabras *fracción*, *porcentaje* y *decimal*, no es en escritura de lenguaje natural -a diferencia de los dos casos anteriores-. Por ejemplo, respecto a la palabra *fracción*, escribe una representación de la forma simbólica, señalando dónde se encuentra el numerador y el denominador. Así mismo, para la palabra *decimal*.

$$\frac{\square}{\square} \quad \%$$

$$\square . \square$$

4. Sí, ya que son diversas formas de escribir y representar cifras.

Para la palabra *porcentaje*, dibuja el símbolo que le caracteriza: %.

Y agrega que la relación que encuentra entre estos tres conceptos es que son diversas formas de representar y escribir cifras.

Mariana es estudiante -hasta el momento de la interacción con ella- del último grado de bachillerato. Su escuela pertenece al Instituto Politécnico Nacional. Reconoce que estos conceptos los utiliza, además de en la escuela, en la vida cotidiana, y que en mayor ocasión ocupa los *decimales* y agrega que es algo que se debería de saber o conocer. No menciona tener gusto o disgusto por la Matemática, sin embargo parece que la considera útil.

A continuación detallamos lo que se trabajó con esta informante en los ítems seleccionados.

#### 4.1.3.2 Resultados en C2.

Se le proporcionaron los enunciados en su versión original; en lo que sigue, se describirán los resultados obtenidos.

##### 4.1.3.2.1 Resultados en primer ítem (ítem 21, Planea MS 2015)

En el primero momento (M1), la estudiante muestra dificultad al leer 18/24:

“¿Qué fracción es equivalente a..ocho..veinti..¿catravos? Vein...(ríe) dieciocho veinticuatravos?”

Como hemos mencionado anteriormente, asociamos este tipo de dificultades con la decodificación de los signos lingüísticos (en este caso, el número que se encuentra en el denominador de la fracción); y esto, se encuentra en el Nivel de representación en la memoria conocido como *Formulación superficial*.

Respecto al M2, Mariana evoca de su conocimiento previo que, para encontrar una fracción equivalente a otra, hay que *buscar un número que divida a los dos números por igual*.

##### 4.1.3.2.2 Resultados en segundo ítem (ítem 22, Planea MS 2015)

En el M1, Mariana lee de la siguiente manera el ítem:

¿Cuál es el resultado de cinco...sextos...más dos cuartos...más nueve...¿décimos??

Vemos que nuevamente duda en la manera de verbalizar el número 10 en el denominador; sin embargo, no se detiene mucho en ello y prosigue a resolver el ítem -pasando de este modo al M2-. Al inicio, expresa duda al recordar cómo resolver una suma de tres fracciones:

Eh bueno, se supone que los denominadores se multiplican...entre...entre sí. Y sería...6 por 4...24, por 10...240...entre...5 por...bueno, los...denom...lo numeradores se multiplican por los denominadores, y... sería...5 por...¿4? 20...y... 20 por 9...son...180...más...¡ay, no! Creo que no (ríe). Perdón.

2. ¿Cuál es el resultado de  $\frac{5}{6} + \frac{2}{4} + \frac{9}{10}$ ?

$$\frac{20+12}{240} = \frac{32}{240} + \frac{9}{10} = \frac{320+216}{240} = \frac{536}{240}$$

Es decir, al parecer no recuerda con claridad en su conocimiento previo, un procedimiento para realizar estas suma. Dado esto, decide sumar asociando a pares, es decir, suma primero  $\frac{5}{6}$  y  $\frac{2}{4}$ , y el resultado lo suma a  $\frac{9}{10}$ . Esta, es una acción sobre la suma de fracciones: aplicar la propiedad asociativa de la suma.

Es...primero las...dos primeras fracciones y después con ese resultado, lo sumas a la otra fracción. Entonces es 24...no, sí 24...entre 20...más...12, y te da...32...24, más...9...diezavos, no, décimos, este...y te da...240...más...320...más 24, son 6 y 3, 18...19, 20, 21...21 y esto te da...quinientos...treinta y...seis, creo, sobre 240, y..ya, el resultado es...ese, 536 do...ay, no sé cómo se lee la fracción, bueno, así ya.

#### 4.1.3.2.3 Resultados en tercer ítem (ítem 35, Planea MS 2015)

En la primera lectura (correspondiente al M1), se transcribe el audio de la siguiente manera:

“El señor Tello tiene...un terreno de ..treinta mi...treinta mil metros cuadrados que repartirá de la siguiente forma 25% será para sembrar, **dos quintos se, dos quintas partes** del terreno sobrante será para su hijo Dario, Darío, de lo que..resta, su hija, **Mirna here,**

**hede...;ah! He-re-dará 40%, el person, el porcentaje** restante lo...designará a su esposa...¿cuántos metros cuadrados de terreno he-heredará la esposa?”

Lo que se resalta en **negrita** corresponde al Nivel de Formulación superficial del texto.

Encontramos primero que replantea el género en la verbalización de 2/5 dado que lo que sigue en la lectura es la palabra “*partes*”; posterior, puede verse que tuvo dificultad para pronunciar la palabra “*heredará*”; y, finalmente, una decodificación de signos que no se encuentran en el texto, es decir, había cambiado unos signos por otros.

Notamos que Mariana tiene cierta dificultad al leer, y otro momento en donde puede ejemplificarse la afirmación anterior, es cuando lee la primera pregunta propuesta en el M1:

#### Versión original

- 1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.

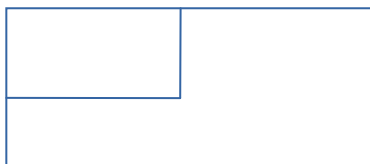
#### Versión del audio

Uno. Dentro del enunciado encuentras **la** palabra, conceptos o símbolos no...**que no** comprendas? En caso **de sí**, subráyalos.

Mariana describe la situación con sus palabras de la siguiente manera:

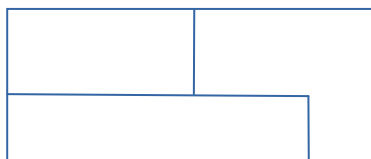
Ah...bueno, la situación es que...no se sabe...qué...dadas las...las partes ya repartidas...del terreno del señor Tello...no...,se quiere saber cuánto...cuántos metros cuadrados...emm...le corresponden a su esposa...ya que...no te lo dice en el enunciado...

Como puede verse, su atención se ve enfocada en la pregunta del ítem. Al momento de dibujar la situación, hace un rectángulo y toma una cuarta parte (parte por la mitad el ancho y el alto, formando una ventana imaginaria, pues sólo dibuja la cuarta parte).



Duda en cómo representar lo demás. Con la mirada repasa el texto, pero no verbaliza qué parte del enunciado está volviendo a leer. Le invitamos a que verbalice lo que está pasando por sus pensamientos, y dice:

Se supone que...si lo partes a...en cuartos, si partes el terreno en cuartos [traza la partición en el rectángulo] se...em...y la...amm...el terreno que...hereda su hija...se supone que...es 40%, entonces sería...amm...25 más...otro 15%? de...del terreno? Y, bueno, esto se supone que es del..de Mirna [pintó un rectángulo que abarca otro cuarto (25%) y un pedacito más (el 15%)].



Y si pasamos...la fracción a decimales...quedaría que...es...[escribe la división de 20 entre 5]...y..sería punto...4...que sería otro 40%...pasándolo a porcentaje...em...significa que...le tocaría...esto, más o menos [pinta un pequeño rectángulo en el área sobrante del dibujo]

...o...40 más...el otro 40%...más el 25%...son...8...5...10...40, 80 [hace la suma de los porcentajes y le da 105]...se supone que...según esto, el...el terreno, suponiendo...que lo estamos tomando como el 100%...eh, ya está repartido en su totalidad...entonces, no le tocaría nada a...a la esposa, ¿no?

Como puede verse, el Modelo situacional que construye Mariana no está en correspondencia con lo que matemáticamente sería correcto, pues no considera que, por ejemplo, las dos quintas partes son con respecto al terreno sobrante (en el que no habría siembra); y al no tomar en consideración eso, ella suma las cantidades que aparecen en el texto, lo que le resulta más del 100%. Le preguntamos si consideraba que esto se debía a que estaba mal planteado el problema, a lo que contesta que no, y argumenta:

Lo que tenías que deducir era que no le tocaba ninguna parte a la esposa porque...pues ya estaba repartido en su totalidad.

Durante el diálogo, permaneció con esta última idea, que a la esposa no le tocaría nada del terreno. Puede verse que esa afirmación contradice al dibujo, pues ahí pareciera que sí hay una pequeña área sobrante. Sin embargo, Mariana nos explica:

...cuando traté de hacer el dibujo, me di cuenta que...pues iba a ocupar todo lo que me restaba de...del rec, del rectángulo, que pues no le iba a tocar nada a la esposa, entonces...mejor preferí hacerlo...matemáticamente [se refiere a la suma de  $40+40+25$ ], por así decirlo, para...verificar que...pues, el dibujo estaba...correcto...

Incluso en las preguntas que propusimos para el momento M2, continúa con la misma idea, reafirmando incluso que Mirna y Darío quedarían con la misma cantidad de terreno -al hacer la equivalencia de  $2/5$  con  $40\%$ -; y, en la pregunta a cuál podría ser la razón de la pregunta del ítem, Mariana contesta que *para poder entender mejor las distintas formas de representar cantidades*.

Dado que aún no se mostraba comprensión por la situación del enunciado, se le hizo ver que no lo había leído por segunda vez (a lo que contesta que no lo consideró necesario); le invitamos a leerlo nuevamente. Posterior a que lo termina de leer por segunda vez, se le preguntó si cambió algo en su *Modelo situacional* -por supuesto usando otras palabras-, a lo que contesta que no.

Abordamos también la parte en la que asegura que Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno, generando el siguiente diálogo:

Investigadora [K]: Ok. Otra pregunta, Mariana: Tú...deduces que...Mirna y Darío tienen el mismo eh...cantidad de terreno porque Mirna tiene el  $40\%$  que mencionan ahí...

Mariana [M]: Mhm

K: ...y, eh...Darío, dos quintas partes...tú...haces la equivalencia de dos quintos en...porcentaje...y resulta que es el  $40\%$ ...Si lees esa parte del...del enunciado, **¿crees que se refiere al mismo... $40\%$ ?** O sea, quiero decir, que realmente tienen...la misma...dimensión ese terreno?

M: No...Bueno es que...dos quintas partes...bueno, ...son...bueno, **podría hacerlo de otra forma, para verificar si sí tienen... $40\%$ ...**¿puedo hacerlo?

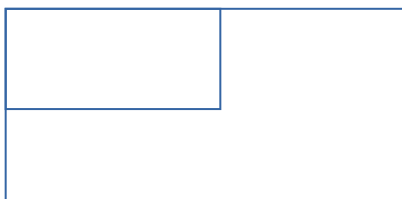
K: Claro, sí

M: Bueno, este...voy a dividir el terreno en...voy a, voy, **voy a sacar...cuánto equivale una quinta parte de...del terreno**...en...en un quinto...entonces sería...seis...cero, bueno, seis mil, **son seis mil metros cuadrados por un quinto...y como te dicen que son dos quintos**, pues **son...12 000 m<sup>2</sup>**...y Mirna tiene 40%, entonces voy a sacar el **40% de... 3000?** [pero escribe 30 000] ..eh...que es 4...entonces, sería...y sí, bueno, resulta que...sacando el 40% de 3000, **son dos...12000 m<sup>2</sup>**, y sacando dos...quintas partes de...de...del área, también resulta que son 12000 m<sup>2</sup>, **entonces sí, tienen la misma cantidad de...de terreno.**

Pensamos en compartirle la versión modificada de este enunciado, para averiguar si cambiaba en algo su Modelo situacional, lo cual resultó ser, aunque no como se esperaba.

Bueno, sí...sí veo algo diferente...en el en un...bueno, en la parte que dice “dos quintas partes del terreno **que queda sin sembrar**...será...para su hijo Darío” Entonces se supone que...ya no es...lo que hereda Darío, ya no va a ser parte de lo que no está repartido, sino, de lo, del 25%, dos quintas partes...van a ser para su hijo...

Mariana interpreta la parte del texto que dice **que queda sin sembrar**, como una parte del terreno destinado a la siembra que quedaría sin sembrar. A continuación ilustramos a qué se refiere -y que de hecho forma parte de la construcción de su nuevo dibujo-



Comenta que en su opinión, el texto modificado es más claro. Sin embargo, vemos que no lo comprendió por completo -desconocemos la(s) razón(es)-. Reconocemos que, siendo flexibles en cómo se puede interpretar el texto, es posible que la inferencia que hace Mariana sobre el significado de “*lo que queda sin sembrar*”, tenga coherencia.





#### 4.1.3.2.4 Resultados en cuarto ítem (ítem 34, Planea MS 2015)

Al momento de leer en voz alta este enunciado, Mariana cambia algunas palabras:

“Un campe, un campesino **tiene un grana...un granero...**” Ah, perdón. “Un campesino tiene en un granero un total de...450 kg de...maíz, [...], ¿en qué orden **deberán seguir** los camiones el...en qué orden, deberían de **llegar** lo camiones del gan...gana, del ganadero? Explica tu respuesta.”

Y persiste esto al leer las preguntas propuestas en este momento M1:

Dos. Con tus **respuestas** describe..con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.

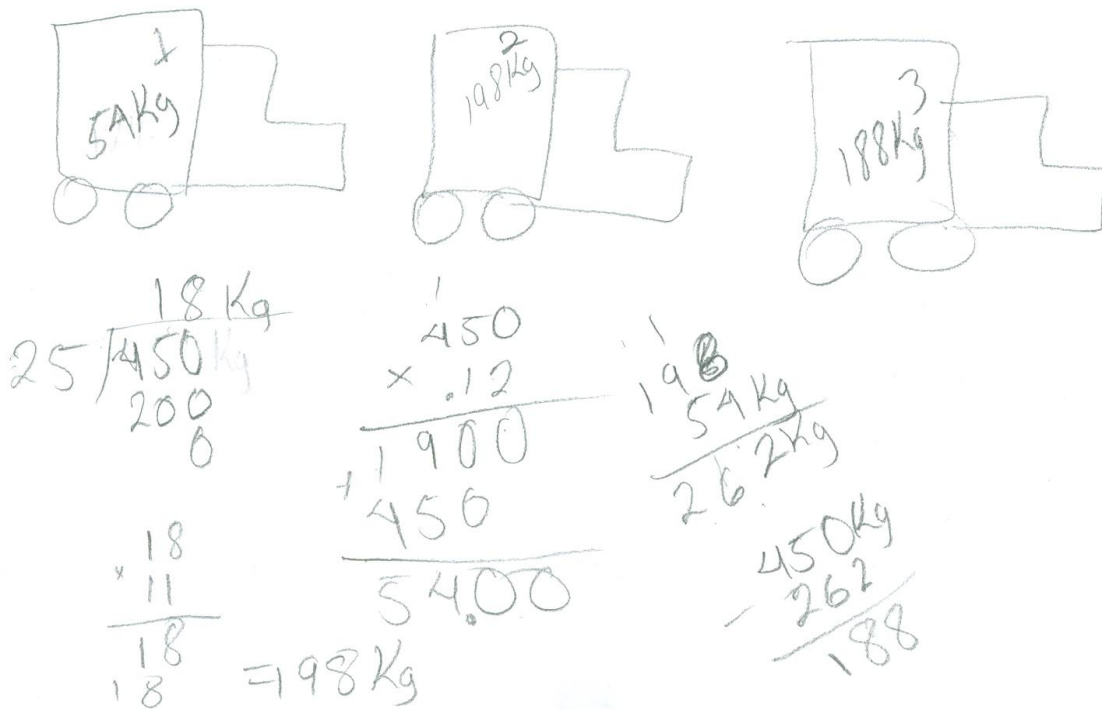
En lo que sigue, la lectora intenta dar respuesta a esta segunda pregunta, donde se le solicita que explique con sus palabras de qué trata la situación del enunciado.

Amm...el problema es saber..eh...bueno, a ver, es que dice, bueno, **lo voy a volver a leer...porque...dice...** “es neces...” Bueno, “un campesino tiene un gan, un gana” [hace exclamación de equivocación “¡dah!”] “Un campesino tiene un granero...” Ash, perdón. “Un campesino tiene en un granero un total de 450 kg de maíz, que distribuirá [...], ¿en qué orden deberían **llegar** los camiones del ganadero? Explica tu respuesta.” Ahmm...amm...es que...ahmm...no...no...**no comprendo** cuál es la...bueno, **es que te dice...** “es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz, en menor tiempo...” Pero...no tengo...**no entiendo** co, qué relación tiene...o sea, **cómo podría resolverlo con ...lo que te dicen...**

Y repasa nuevamente la pregunta del ítem. Le preguntamos de qué trata la primer parte del texto, a lo que responde:

Sólo te explica...cuánto maíz...tiene que..repartir...y en...cuántas camionetas...después te viene...don... cuánto va a repartir en camión uno.. el dos y el tres...pero... [vuelve a leer la última parte del texto del ítem]. [...] pues **al final todos van a llegar, ¿no?** Pero te dice que...quieren que llegue la mayor cantidad posible de maíz, en menor tiem..po... “en menor tiempo”... “¿En qué orden..deberían...?” Sólo que...te este...pidiendo que...pero...no, porque **ni siquiera te dice cuánto...cuánto tarda un camión, cuánto tarda otro [...] o si..afecte en algo la...cantidad de maíz que carga...**

Invitamos a la informante a que dibujara la situación del enunciado.



Al describirnos su dibujo, nos comenta que escribiría la cantidad correspondiente a cada camión, las cuales convertiría en porcentaje. Esto da paso al M2, en el que comienza a resolver el ítem y a hacer cálculos.

...para pasar el..la fracción..a...porcentaje...primero lo voy a pasar a..decimal...

Cuando realiza los cálculos, se percata que no era necesario este proceso. Sin embargo, de alguna manera se relaciona con su Conocimiento previo. En su verbalización, sigue cambiando algunos

símbolos de los que *lee*; por ejemplo, verbaliza *ciento ochen* y lo corrige de inmediato a *ciento noventa y ocho*.

Luego de haber realizado los cálculos, Mariana hace la siguiente inferencia sobre la última parte del texto:

y...la situación te dice...quizá para resolverlo...tendría...tendrías que...decir...cómo van..**que salgan primero los que tienen mayor cantidad, para...pues asegurar que...llegue...más maíz del que...se tiene que repartir...**

Sin embargo, no lo dice convencida, por lo que nos externa el argumento:

...no sé cómo...cómo saber...**cuál es el que se tarda menos tiempo**...para..poder saber...cómo ordenarlos...

Es decir, Mariana considera que no conoce la velocidad que lleva cada camión (independientemente de la cantidad de maíz que transporte), lo cual no le permite tomar una decisión convencida de qué camión debería salir primero.

Por último, la manera en que recrea la situación, involucrándose a ella y personas conocidas, es la que sigue:

Bueno, quizá...amm...si tuviera que...**suponiendo que yo voy a...ordenar..quién sale primero**..tomaría en cuenta...a la persona que...pues...no se...no se desvíe? O no sé cómo decirlo, porque... **pues hay diferentes personas**, y ... ah, **quizá algunas, toman más en serio el...trabajo**...o algo así, quizá esa fuera, sería la primera persona que mandaría...para que lo haga...y **a esa persona le daría el camión con mayor cantidad de...de maíz**...que a..las otras dos...mmm...y la...después mandaría a la...que tiene...la segunda mayor cantidad de...de maíz...y por último, al que tiene menor cantidad de maíz, para asegurar que...los dos primeros lleguen..mmm....en menor tiempo y con la mayor cantidad de maíz..

#### 4.1.3.2.5 Resultados en ítem de PISA 2012

La lectura en voz alta que realiza la informante, se registra de la siguiente manera:

“Un fotógrafo de animales...*yin...ba...baps...tis* ..fue a la expedición que du..fue a una expedición que duró...un año, y tomó varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento en tamaño...en el crecimiento en tamaño de diferentes...colonias de pingüinos...Pregunta uno: normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año...usualmente la cría **de los huev**, la cría del huevo más grande de los dos, es el único que sobrevive...con..los...con los pingüinos ...**Rocher**? ..el primer huevo pesa aproxi..madamente 78 gramos, y el segundo huevo pesa aproximadamente...110 gramos, ¿aproximadamente en qué porcentaje...el segundo..huevo es más pesado que el primer huevo? Pregunta dos: **Yin**, se **maravilla como**...se maravilla, de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos, **cambia**, cambiará en pocos años...para determinar **eso**, esto..él hace las siguientes suposiciones: al principio del año, la colonia consiste **en** diez mil pingüinos...cinco mil parejas... Cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año...Al final del año, 20% de los pingüinos adultos y crías, morirán...al final del primer año, ¿cuántos adultos y crías hay en la colonia?”

Como puede verse, nuevamente cambia algunas partes del texto -aunque la mayoría las corrige de inmediato-. Además, al igual que Alejandro y Juan Pablo, muestra tener dificultad al decodificar el nombre del fotógrafo y de la especie de pingüinos; sin embargo, no expresa esta dificultad al contestar si había palabras, conceptos o símbolos que no comprendía.

La manera que tuvo de explicar con sus palabras fue la siguiente:

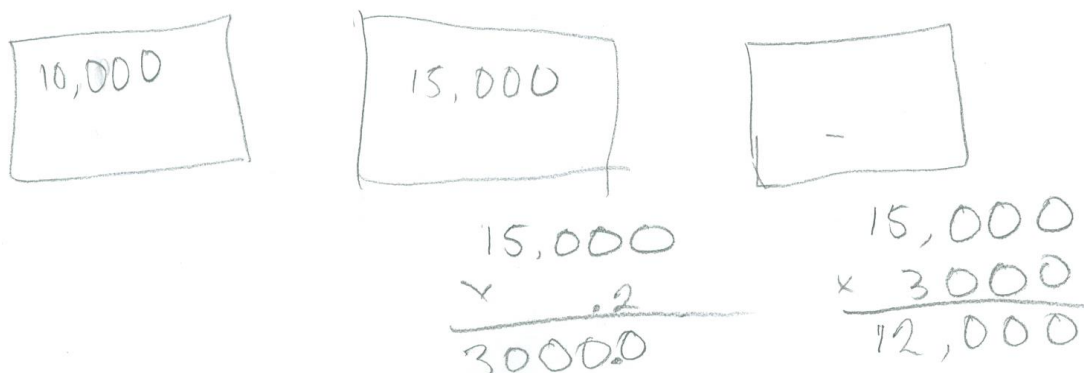
se quiere saber durante...qué, durante un año...tomando en cuenta las...condiciones que se plantean en el...en las...preguntas...cuántos pingüinos van a...haber al final del año.

Y cuando se le solicita que dibuje la situación del texto, Mariana comenta:

Mmm...bueno, eh...dibujaría...eh...quizá...bueno, es que son muchos. ¿no? (ríe) **Muchos pingüinos para dibujarlos**...Entonces...eh..quizá..pondría...un...mmm...mmm voy a volver a leer...la segunda parte..

Lee el texto a partir de la Pregunta 2 que aparece dentro del ítem, y construye su dibujo mientras argumenta:

Bueno...primero..pondría...un rectángulo...suponiendo que es la colonia de pingüinos...y pondría..la cantidad de pingüinos que...que hay...amm...que son 10 000, ¿no? Emm después dice que cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año...en..tonces...si hay...em...se, bueno, dibujaría..otro? Otro recuadro para...representar la segunda...condición..y...te dice que...son... cinco..mil parejas, y cada pareja tiene...tiene una cría, entonces...son...5 000, van a nacer 5 000 pingüinos, más los 10 000 que ya había, entonces serían...15 000 pingüinos ...y...al final..la tercera condición dice que la final del año, todos los pingüinos adultos y crías morirán ...entonces sería...otro recuadro, para representar la última situación...y..se sacaría, para saber cuántos pingüinos hay...pues se sacaría el 20% de... 5000 y se restaría...



Entonces, Mariana realiza la acción de representar una cantidad grande -en este caso, de pingüinos- en un rectángulo, lo cual modifica de cierta manera su modelo de la situación.

Para averiguar un poco más sobre su Modelo situacional, se le preguntó si conoce cómo son los pingüinos de la especie *Rockhooper*, a lo que contesta que no. Es decir, en principio puede tener una imagen arbitraria en su mente de un pingüino.

Lee nuevamente el texto completo -aún con algunas dificultades y cambios al texto-. Cuando lee la segunda pregunta del M2, vuelve a leer la Pregunta 1 del ítem (pues se relaciona con esta).

Y su respuesta es la siguiente:

**...te pregunta que...cuánto pesa, bueno, en porcentaje...eh...cuánto más pesa el...huevo más pesado que...el...primer huevo. Y...pues...ocuparía las, los dos pesos..para compararlos...y...mmm... no sé...creo que sería lo, bueno...lo único que ocuparía, porque lo resolvería como...mm... no sé, una...mmm...una...lo único que se me ocurre para resolverlo es una regla de tres, pero..no creo que se resuelva así...entonces...como lo**

resolvería yo, sólo ocuparía las dos...las dos cantidades de...de peso.. [Más adelante menciona que cuando *lee* la palabra *porcentaje*, piensa en que necesita ocupar la regla de tres para resolver lo que le piden.]

Cuando se le pregunta cuál cree que sea la razón por la que se pregunte el porcentaje de diferencia entre el peso de los dos huevos, Mariana contesta:

...bueno...**supongo que..cuando dice “el huevo más grande” se refiere al más pesado...**es el que sobrevive, y ya con las cantidades pues saber que el segundo huevo es el que va a sobrevivir...entonces...no encuentro la razón de la pregunta..**quizá...sólo para practicar el...cómo sacar los porcentajes de acuerdo al ..las cantidades y el...decimal...**

Aquí se encuentra una inferencia del tipo de clave semántica, de acuerdo con Santiesteban y Velázquez (2012): “*el huevo más grande*” se refiere al más pesado.

Le preguntamos a Mariana qué considera que hubiera contestado a la última pregunta del M2, si no hubiera realizado los cálculos con los datos que le proporcionan en el texto, a lo que responde:

[6. *Al final del año habrá menos pingüinos de los que había al inicio del año, ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué.*]

M: Eh..pues...lo hubiera contestado..pero hubiera dicho que eran..iban a ser menos pingüinos...K: ¿Por qué?

M: porque ...pues... generalmente cuando te dicen “van a morir”.. “alguien va” bueno, que hay..que se va a morir...pues...**entiendes que va a haber..que va a haber menos, menos cantidad, ¿no? ...**

#### **4.1.4 Roberto.**

##### **4.1.4.1 Resultados en C1.**

Como parte del conocimiento previo de Roberto respecto a los conceptos de *porcentaje*, *fracción* y *decimal*, al igual que Mariana, nos comparte respuestas concretas y enfocadas a la simbología y representación. Por ejemplo, en lo que respecta a la *fracción*, menciona que coloca el símbolo

que sale en la calculadora al considerar poner una fracción. En cuanto al *porcentaje*, coloca el símbolo que le caracteriza; y acerca del *decimal*, escribe un punto entre dos ceros.

$$^1 \frac{\square}{\square} \quad ^2 \% \quad ^3 0.0$$

\* Existe la relación dentro de la probabilidad para la representación de la misma, aunque la fracción permite representar cualquiera de los otros dos (2, 3) y por tanto estas representan cantidades fraccionadas.

Menciona que está estudiando Probabilidad -asumimos que se refiere a una asignatura, dado que el plan de estudios de la escuela lo propone así para el último semestre, que es en el que se encuentra al momento de la sesión con uno de los autores de esta investigación-. Roberto menciona que en Probabilidad, la respuesta siempre va en *porcentaje, fracción o punto decimal que no supere a 1*. Y agrega que, reconoce que una fracción se puede representar como un porcentaje o un decimal.

Como se dijo anteriormente, Roberto también es estudiante del último grado de bachillerato, el cual se encuentra adscrito al IPN. Nos menciona que se siente *bastante* familiarizado con los conceptos involucrados, ya que los ocupa seguido en su vida diaria -refiriéndose a la escuela-. Además, respecto a un gusto que declare por las Matemáticas, menciona:

...siento..gusto, cuando son problemas...como estos [se refiere al ítem de PISA]...que dan una idea..espacial, o al menos te dan una idea...de lo que estás calculando...en cambio cuando son...ejercicios...no sé cómo decirlo, ejercicios, ¿llanos? No sé, simplemente un...una...¿cómo llamarlo? Que te pongan dos fracciones para sumar sin ningún motivo, pues no se me hace tan...se me hace tedioso. En cambio aquí pues tiene uno que pensar de qué manera...organizas...la..as diferentes fracciones que te dan, para poder dar un resultado más complejo.

#### 4.1.4.2 Resultados en C2.

Con Roberto trabajamos los enunciados en su versión modificada. En lo que sigue, se presentan los resultados en cada uno de los ítems.

##### 4.1.4.2.1 Resultados en primer ítem (ítem 21, Planea MS 2015)

Lo que corresponde al primer momento M1, se transcribe el audio sobre la lectura que llevó a cabo el informante en este primer enunciado:

“De las siguientes opciones, ¿cuál corresponde a una fracción que equivale a **dieciocho sobre veinticuatro**?”

A diferencia de los casos anteriores, este alumno decodifica la fracción leyendo los nombres como números cardinales, agregando entre ellos la palabra *sobre* para leer el guion que separa al numerador y al denominador; lo cual formaría parte de su Nivel de representación del texto en su Formulación superficial.

De manera inmediata contesta con la respuesta matemáticamente correcta, y al pedirle que argumente su elección, menciona:

...porque el denominador y el numerador **son divisibles entre tres**...eh, bueno, es la división entre 3 del denominador y..numerador que está aquí [la fracción que se encuentra en la opción correcta]. [...] me fijé en los resultados primero, me dí cuenta que todos son múltiplos de 3, por lo tanto, esto debía ser divisible entre 3...6, o no'más porque...los numeradores no daban para más...entonces, lo primero que hice fue dividirlos entre 3, el de arriba da 6 y el de abajo da...8.

Así, en su conocimiento previo sobre el proceso por el cual se puede hallar una fracción equivalente a otra, se encuentra el concepto de *divisible*, y que este quiere decir que hay una división entre el número del que se dice *divisible* -sabemos que es necesario agregar que el residuo debe ser cero-.



#### 4.1.4.2.2 Resultados en segundo ítem (ítem 22, Planea MS 2015)

En el M1, Roberto lee de la siguiente manera el ítem:

“¿cuál es el resultado de la suma de fracciones...cinco **sextos**, dos **cuartos** y nueve **décimos**?”

En esta ocasión, sí decodifica los denominadores en su forma ordinaria. Otro aspecto que destacamos referente al Nivel de Formulación superficial, es que no verbaliza el símbolo “+”, no podemos decir que tampoco lo haga mentalmente, sin embargo no descartamos que en determinados casos, no sea necesario llevar a cabo tal decodificación conscientemente.

Ahora bien, en lo que formaría parte del M2, la manera de resolver la suma la relaciona con hallar un común denominador a las fracciones; para ello, en su conocimiento previo se halla el proceso de descomposición por factores primos, y que se suele representar de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r|l} 6910 & 2 \\ \hline 825 & 2 \\ 315 & 3 \\ 115 & 5 \\ 11 & \end{array}$$

#### 4.1.4.2.3 Resultados en tercer ítem (ítem 35, Planea MS 2015)

Roberto lee el enunciado de la siguiente manera:

“El señor **Telo**, Tello, tiene un terreno de **trescientos**, de treinta mil metros cuadrados que repartirá de la siguiente forma: veinticinco por ciento para sembrar...dos quintas partes del terreno sin sembrar, serán para su hijo Darío...su hija **Mirina** heredará el cuarenta por ciento de la parte del terreno que queda, aún sin repartir...finalmente su esposa quedará con la parte del terreno que queda. ¿Cuántos metros cuadrados...heredará la esposa?”  
Entonces, aquí voy a...pasar los porcentajes a fracciones..del terreno total...o al contrario, a ver ahorita qué es más fácil...mmm

Vemos que de manera inmediata procede a buscar la solución, sin embargo le invitamos a esperar, y más bien contestar las preguntas que proponemos en el M1. Así, para la primer pregunta -si hay alguna palabra, concepto o símbolo que no comprenda-, contesta que únicamente

los nombres, y que preferiría que fueran más sencillos. Esto se ubica en el Nivel de Formulación superficial. También dentro de este nivel, se encuentra la corrección en la decodificación de 30, 000, y aquí se observa un aspecto propiamente de la lectura de signos lingüísticos matemáticos, pues la cantidad de ceros que se identifiquen será lo que definirá el nombre al conjunto de signos asociados a un numeral (en este caso, cuatro *ceros* y el 3 al inicio, llevan a leer “treinta mil”).

Y el lector describe con sus palabras la situación en la siguiente manera:

Pues...la situación del problema es la repartición de un terreno...entre..partes que están estipuladas con diferentes cantidades...las cuales hay que...eh...a las cuales hay que sacar una equivalencia para poder..dar el resultado del terreno total...

Como se puede observar, quizá esta respuesta se encuentra enfocada al proceso o a la necesidad de resolver el *problema*.

Lo que aparece en el siguiente párrafo que citaremos de la transcripción de audio, es lo que Roberto verbaliza al realizar el dibujo sobre la situación, la cual seccionaremos para hacer algunos comentarios al respecto, y diferenciar algunos momentos:

Entonces, voy a regresar para ver cómo empie, eh...de qué manera voy a organizar esto...viene de manera...de las cantidades...eh...hablando del..terreno total, hacia las que ya vienen más particulares, como de lo que queda, ¿no? De lo de su esposa.

Notamos que la presentación en forma de lista puede prestarse a cierta libertad en el orden de leer los datos, aunque para Juan Pablo y para Roberto, la manera convencional es de arriba a abajo. Continuamos con su transcripción:

Entonces, lo primero es un 25%...**aproximadamente es un cuarto del terreno** [pinta en un rectángulo una línea vertical de lado a lado para señalar  $\frac{1}{4}$ ]



En lo que se resalta en **negrita**, identificamos una inferencia de clave semántica, de acuerdo con Santiesteban y Velázquez (2012). Continúa:

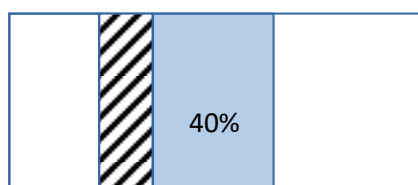
...eh...después dos quintas partes del terreno...del total, ¿verdad? Del terreno total...  
Bueno, aquí [...] Pues yo digo que sí, **porque no dice si del terreno que queda, ¡ah, no!**  
Espérame...[lee de nuevo, pero en voz baja] ¡Ah, no! **Perdón, sí dice...**(ríe)...entonces  
del...**después de quitar el...el 25%...**como dice que...el terreno que quede sin sembrar...es  
lo que queda de...quitando ese...25%..entonces, de lo que queda, más o menos **una quinta  
parte** [dibuja otra línea vertical para representar, al parecer, 1/5 del área que queda, y no  
2/5]



...después dice, su hija **Miriam** heredará el 40% de la parte del terreno...que queda aún sin  
repartir...entonces, **pues es casi la mitad**, ¿no? Del...terreno...[pinta otra línea vertical  
para representar el 40% que asocia con “casi la mitad”]...y...finalmente, su esposa quedará  
con la parte del terreno...que queda...



Encontramos aquí otra inferencia de clave semántica, asociada con que 40% es *casi la mitad*. Por otra parte, en caso de que la línea que pintó para representar la parte de terreno que le correspondería a Darío, si sean 2/5 según Roberto, parece entonces que no nota la equivalencia de 2/5 y 40%, pues la parte que corresponde a cada uno, tiene un tamaño notablemente distinto (sombreamos las áreas a las que nos referimos):



Del dibujo, el estudiante infiere que a la esposa (el terreno restante después de toda la repartición), le corresponderá aproximadamente el 30% del terreno. Es un estimado -el cual no explica cómo lo decide-; aún no realiza cálculos. Durante la interacción, Roberto cuestiona -a veces en forma de conseguir una confirmación- a la investigadora; de lo cual consideramos que una acción en búsqueda de la comprensión es dialogar con otras personas sobre el texto.

Al pasar al segundo momento (M2), en el caso de Roberto sí se percibe una evolución en su comprensión sobre la lectura del enunciado, a través de cada una de las preguntas:

1. ¿Quién se quedará con más parte del terreno?

Roberto [R]: Su esposa se queda con la mayor parte

2. Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno, ¿es falso o verdadero?

[R]: Voy a volver a recurrir al enunciado [...] mmm dos quintas partes del terreno sin sembrar, serán para Darío...eh...si para eso sí necesito...hacer operaciones [...] Entonces, **dos quintas partes del 75% que me queda**[1]...son...75 entre 5...que son...dos..trece [hace la operación mentalmente, aunque en la hoja sí escribe en la forma para hacer el algoritmo de división; y obtiene un resultado matemáticamente incorrecto]...mmm...**13% es cada...quinto, y como son dos, entonces son 26%** [2] lo que le toca a Darío [...] después de quitar el 26% **quedan...mmm...49** [1] [a 75 le resta 26]...entonces, del 49 dice que...heredará el 40%...el 40% de 49 [2]...es [...] voy a multiplicar 4.9 que sería el...el...no, perdón, **.49...que sería el 1% de... 49** [2], lo voy a multiplicar por el...40%...que se supone lo...bueno, lo voy a multiplicar por 40 para que me dé el 40%...m...entonces, ella se queda con el 19.6%, entonces no...**no se quedan con lo mismo**...[borra]. *Voy a cambiar la respuesta uno, porque al hacer el procedimiento que hice ahorita, me dí cuenta que..la esposa no se queda con la mayor parte [escribe que es Darío].*

En este párrafo se pueden identificar varias inferencias que va realizando sobre la información del texto, durante su proceso de resolución. Proponemos que, las que se etiquetan con el [1], son del tipo causa-efecto de la clasificación de Santiesteban y Velázquez (2012) en tanto que hay una explicación racional de por medio, o bien, se podrían considerar inferencias respecto del contenido, de acuerdo con la propuesta de Graesser (1981), pues responden a las preguntas por qué/ cómo. Las etiquetadas por el [2], pueden reconocerse como inferencias de clave semántica

(asociadas con el significado de). También, se observa un cambio en su respuesta a la primer pregunta, lo cual asociamos -sin tomar en cuenta, por el momento, lo matemáticamente correcto-, con una evolución en su comprensión sobre el texto, dadas las inferencias que realizó.

3. ¿Cuántos metros cuadrados le corresponden a cada uno?

Ok...[recurre al enunciado] Entonces, el porcentaje...lo...voy a multi, eh...voy a sacar la equivalencia del porcentaje, en el total, que son..30 000 m<sup>2</sup>...entonces **el...1% de 30 000 m<sup>2</sup>...es...** bueno, voy a dividirlo...*nada más voy a...eliminar los dos ceros del cien...entonces son 300*...ahora, esos 300 lo voy a multiplicar por el porcentaje del total que le toca a cada uno...en el caso del...del que es para sembrar, es por 25, que es el 25%...y me dio...7500 m<sup>2</sup>...para..sembrar [realiza el mismo proceso para el porcentaje que obtuvo para cada uno de los personajes involucrados].

Vemos nuevamente una inferencia de clave semántica acerca del 1% de alguna cantidad; y adopta esta como su estrategia de solución a esta pregunta. Además, resaltamos en cursiva parte de lo que asociamos con su conocimiento previo, por una parte, que para obtener el 1% de un número, se requiere dividir dicho número entre 100; y por otra, que para dividir un número entre 100, basta con “retirar dos ceros” (que en general, sería “recorrer” el punto decimal dos lugares a la izquierda) en la cifra.

Al obtener la cantidad de metros cuadrados para cada uno a los que se les reparte el terreno, Roberto decide cambiar nuevamente su respuesta a la primera pregunta, colocando a la esposa del señor Tello. Aun así, por un cálculo anterior que realizó sin cuidado, la solución al ítem sigue estando matemáticamente incorrecta.

Finalmente, se decidió mostrarle a Roberto la versión original del ítem, para que diera su opinión sobre cuál versión le parece más clara, a lo que contesta:

Me parece más clara la primera...porque vienen organizados..en...en diferentes puntos, de manera que es más fácil ubicar, rápido el porcentaje o la fracción que le corresponde a cada uno.

De esta manera, confirmamos lo que Sanjosé y sus colaboradores comunican en su trabajo de 1993, en tanto que la atención en las variables instruccionales en la estructura del texto pueden favorecer la coherencia que dé el lector al texto.

#### 4.1.4.2.4 Resultados en cuarto ítem (ítem 34, Planea MS 2015)

En M1, Roberto lee el enunciado de la siguiente manera:

Un campesino tiene...en el granero un total de 450 kilos de maíz, que distribuirá, en tres camiones de acuerdo con lo que se presenta en la siguiente tabla. Camión uno..eh...cantidad de maíz...once **veinticinco**...once **veinti..cin...**¿cómo se..? **Bueno, once sobre quince del total**...camión dos, doce por ciento del total...eh..el camión tres, eh...el restante. Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz, en el menor tiempo. ¿En qué orden debería de salir los camiones del granero? Explica tu respuesta.”

Mmm...**Voy a volver a leer la pregunta, porque no entendí muy bien**...”Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz, en menor tiempo, ¿en qué orden deberían de salir los camiones del granero?” **Entonces, debe ser el que lleve mayor cantidad de maíz**...mmm...

En el diálogo con el informante, él reconoce que se le dificulta *decodificar* (no es mención literal, sino que le acoplamos el lenguaje adquirido en esta tesis) el número 25 en e denominador.

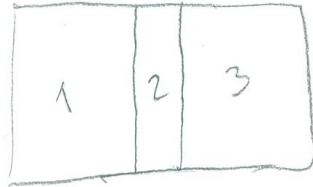
Aunque en el momento de la primera lectura al texto, lo llama sobre *quince*, en dicho diálogo posterior a ese momento, se percató que lo está cambiando, y corrige diciendo *sobre veinticinco*.

Por otra parte, subrayamos en ***negrita y cursiva*** una inferencia que realiza el lector cuando repasa la pregunta del ítem, la cual identificaríamos como una del tipo *causa-efecto* en la clasificación de Sanitesteaban y Velázquez (2012). Y en la explicación que da con sus propias palabras sobre la situación, se refleja su atención centrada en esta inferencia y lo que requiere resolver en el ítem:

La situación es ver...qué...fracción del camión es mayor...para que ese camión sea el que...sale primero..

Y en su narración sobre la construcción de su dibujo, nos comparte:

Entonces voy a dibujar un cuadrado [dibuja un rectángulo]...que representa...que representa el total de...el maíz...ok...entonces en el primero...son **once veinticinco del total, que es poco menos de la mitad...** [parte el rectángulo casi por la mitad, con una línea vertical]...y en el siguiente, es **doce por ciento del total, que sería casi una décima parte...**[hace otra línea vertical para representar casi un décimo en la parte restante]...mmm... ya



Notemos que el  $11/25$ , ya lo decodifica de distinta manera, como *once veinticinco*. Observamos también dos inferencias del tipo *clave semántica*. Le preguntamos a Roberto si el 12% que representa en el dibujo es del rectángulo grande (que sería el total del maíz), o del sobrante al quitar los  $11/25$ , a lo que contesta que es del rectángulo grande; es decir, sí está interpretando que lo que lee en la tabla como **12% del total**, *ese total* se refiere a los 450 kg.

Posterior, en lo que llamamos M2, Roberto nos explica su razonamiento para resolver el ítem:

Mmm, aquí lo que voy a hacer es pasar...una...equivalencia del doce por ciento a los quince veinticinco o al revés [interpretamos que se refiere a convertir de fracción a decimal, y de decimal a fracción]...en este caso se me hace más fácil pasar los once sobre veinticinco a...porcentaje, debido a que **si multiplico el veinticinco por cuatro, me da cien [2], entonces también multiplico por cuatro el denominador [1]**, que es once, y me da cuarenta y cuatro sobre 25...perdón, **me da 44 %...porque ya está sobre 100 [1, 2]**...entonces, a eso le sumo el 12%...y eso me resulta que el...tercer camión...eh...va a llevar la resta de...56%...entonces el tercer camión va a llevar...44%...del total...**entonces el primer camión que debería salir...sería el uno o el 2 [2]**.

Encontramos aquí nuevamente inferencias del tipo *causa-efecto* (etiquetadas por [1]), y del tipo *clave semántica* (etiquetadas por [2]), así como una combinación de ellas (y que le denotamos con [1, 2]).

Al contestar a la solicitud de replantear la situación en el enunciado, involucrándose a sí mismo y personas conocidas, Roberto menciona:

Pues...podría decir que...**una..compañía**...que tiene un granero de 450 kilos de maíz...**va..a repartir...todo lo que tiene en el granero**, en este caso son los 450...eh...tengo que darles nombres, ¿verdad? A..las personas...digamos que...**contrataron...a tres camioneros** eh...**el camión uno**, es de...**es grande**, ¿no? **El segundo es una camioneta y el tercero es otro camión**...de manera que *en el primer camión...eh...se subieron...quince sobre veinticinco del total, en el segundo...sólo le cupo el 12% y...en el tercero..eh...pudieron meter todo el restante*. Y, de..con las cantidades anteriores...responde cuál sería..el los camiones que tienes que salir, en qué orden tienen que salir los camiones de manera..que lleguen primero, los que tienen...mayor porcentaje del total de maíz.

Se resalta en **negrita** lo que consideramos clave en su narración; y en cursiva, destacamos que el informante respeta el orden que se presenta en la tabla, de lo cual inferimos que, al parecer, en la lectura es importante mantener ese orden y lo extrapola a la situación que describe desde su posición.

Le preguntamos si se imagina cuánto sería físicamente esa cantidad de maíz, a lo que el estudiante considera que es poco para un camión, y que quizá bastaría con que hubiera personas que cargaran costales de un lado a otro, o con una carreta. En cuanto a la distribución en cada camión, Roberto menciona que quizá la razón por la que dos de ellos llevan la misma cantidad puede deberse a que, dado que al segundo camión *sólo le cupo el 12%, el 88% restante* se repartiría igual en los otros dos camiones. Todo ello, conforma parte del Modelo situacional que construyó el lector sobre lo descrito y resuelto en relación a este ítem.

#### 4.1.4.2.5 Resultados en ítem de PISA 2012

La lectura en voz durante el M1, queda registrada de la siguiente manera:

**“Yon Balpistre ..un...Bap” ¿Cómo se pronuncia? [...]** **“¿Baptiste?** Es un fotógrafo que goza de observar y capturar la vida de los animales, recientemente..*yin*...fue a una expedición que duró un año, y en la cual aprovechó para tomar varias fotos de pingüinos y



sus crías...él estaba particularmente interesado en el crecimiento...del tamaño de diferentes colonias de pingüinos..Pregunta uno. Normalmente una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año...**estos dos huevos sólo**...de estos dos huevos, sólo el más grande...es el único que sobrevive..por ejemplo, con la esp, eh..con la especie de pingüinos conocida como *roc...roc-cuper...no.. ¿roc-cuper? Es el...primer huevo*..el primer huevo pesa aproximadamente 78 gramos..y el segundo huevo, el segundo huevo..presa...aproximadamente..ciento...diez gramos. **¿Aproximadamente qué porcentaje del segundo huevo...pesa más..que el primer huevo?**”

Roberto también expresa dificultad al momento de leer los nombres asignados al fotógrafo y a la especie de pingüinos durante la lectura en voz alta, lo cual está relacionado con el Nivel de formulación superficial del texto. También, asociado a este nivel, hay cambios de palabras, así como modificaciones en la decodificación del texto -quitar o poner palabras-.

La descripción que da sobre la situación del texto, alude a lo siguiente:

La..situación del problema es...con los datos que él...**supone**...se tiene que..hacer un cálculo de cuántos pingüinos adultos...y crías..hay en total en la colonia...al final del primer año.

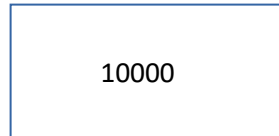
En el caso de la lectura que llevó a cabo Roberto, se puede apreciar que prestó atención al hecho de que los datos que aparecen en la sección de la Pregunta 2 del ítem, son *suposiciones* del fotógrafo.

Para realizar el dibujo de la situación, el informante vuelve a leer esta sección de la Pregunta 2, y posterior a ello, infiere lo siguiente:

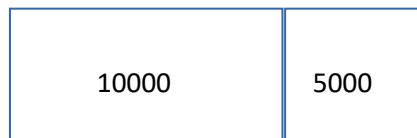
Entonces...**si cada pareja** de pingüinos..**tiene una cría**, quiere decir que **a los 10 000 pingüinos, se le sumará..5 000...y de estos..15 000..se les va...a restar el quince..por ciento**...de 15 000...que en este caso serían... eh,...va, voy a hacer el cálculo aquí...eh..*15 000 entre 100*, me da 15, no, perdón, *me da 150*...y *al multiplicarlo por 20*..me da el porcentaje que requiero [hace el cálculo]..mmm...el resultado que *me dió fueron 3000*...entonces, eh...al restarle a..15 000, tres mil...**obtengo 12 000... y ese es mi cálculo de...cuán-tos...pingüinos va a haber después del primer año.**

Nos comenta que los cálculos los hizo para poder realizar el dibujo en el que representaría las *magnitudes* de los pingüinos, y narra su construcción:

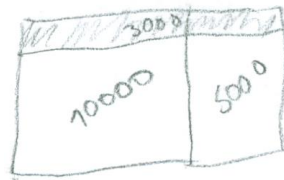
...lo voy a representar con un cuadro...[dibuja un cuadro] ...en el cual, eh...el 20% del, eh, perdón, el...los cien mil, diez mil pingüinos...ocupan un espacio...



... y, los cinco mil...no, perdón, los, no, sí, los 5000 huevos que tendrá cada pareja, ocupan otro espacio..[dibuja un rectángulo más pequeño pegado al primero]..



... ah...y de este total, se le va a restar un 20%...que **lo voy a poner..cruzado...más o menos es la..quinta parte**...[dibuja una línea horizontal que atraviesa las dos áreas]...y..le voy a poner a cada uno..la magnitud que le corresponde...



En **negrita**, resaltamos una inferencia que realiza del tipo clave semántica, pues menciona que el 20% es *más o menos la quinta parte*. Le preguntamos también de qué manera toma la decisión de pintar la última raya (correspondiente al porcentaje de los pingüinos que mueren al final del año), a lo que contesta que abarca el espacio de los pingüinos adultos y el de las crías:

...porque **aquí dice que**, al final del año el 20% de todos los pingüinos, y entre paréntesis especifica adultos y crías, morirán, *por lo tanto abarca los dos espacios*.

En lo que respecta al M2, se le solicita al estudiante que vuelva a leer el texto, sin embargo, Roberto decide leer sólo la última sección (a partir de la Pregunta 2 que aparece en el ítem). Al continuar con la actividad y leer la pregunta “¿Cuál es el peso del huevo que sobrevivirá?”, Roberto se percata que omitió leer la primer parte del texto. Más adelante nos comenta que para

él esa parte la considera como una introducción al problema, y que por ello no lo consideraba relevante. Así, al darse cuenta que en lo re-leído no había información que le permitiera contestar a este cuestionamiento sobre el huevo que sobrevivirá, retoma la lectura a partir de la Pregunta 1 del ítem -volviendo a omitir una parte inicial en el texto -la introducción-. Sin embargo, en la parte a la que dio lectura, halló la información para contestar a la pregunta en cursiva, argumentando:

...**como** aquí dice que...**el huevo más grande es el que va a sobrevivir...entonces** es el que pesa más, que..en este caso, **es el de 100 g**

Hay una inferencia del tipo *causa-efecto*.

Roberto considera que para contestar en qué porcentaje el segundo huevo pesa más que el primer huevo (Pregunta 1 del ítem), requiere solamente de las *magnitudes del peso*, y que la razón de la pregunta es calcular *cuál es el que tiene más probabilidades de sobrevivir*.

Para contestar a la última pregunta de si es falso o verdadero que al final del año habrá menos pingüinos de los que había al inicio, Roberto contesta que es falso, y nos compartes su razonamiento:

Eh..es falso porque...el incremento...es del 30...es aproximadamente un 50% más..y...del total, sólo se le resta un 20%...entonces..digamos que proporcionalmente, esto termina restando...un, 30% de la población...inicial, pero sumándole los 5000 de los pingüinos nuevos...

Adicionalmente, Roberto reconoce que no sabe cuál es la especie de pingüinos Rockhooper, pero que sí ha visto la imagen de pingüinos con las características que le describimos verbalmente sobre estos animales.

#### ***4.1.5 Síntesis de resultados.***

En esta sección buscaremos resumir lo que se observó y comentó acerca de los resultados obtenidos. Para ello, organizamos la información del cuestionario 1 (C1), en una tabla de doble entrada, en donde se asientan lo que resaltamos de la interacción con cada uno de los informantes. Para el segundo cuestionario (C2), identificamos algunas secciones, en las que se hablará de manera general, lo que se extrae de todas las interacciones.

4.1.5.1 Cuestionario 1.

<b>Cuestionario 1 (C1)</b>		
<b>Informante</b>	<b>Conocimientos previos en el sentido numérico, en el manejo del porcentaje, fracción y decimal</b>	<b>Aspectos asociados con parte del entorno socio-cultural del lector</b>
<b>Alejandro</b>	Concibe a la <i>fracción</i> como parte de una unidad, dibuja un queso que se repartirá, y los símbolos $\frac{1}{4}$ ; el <i>porcentaje</i> como una medida entre 0 y 100, y lo relaciona con la preparación de comida; y, el <i>decimal</i> lo confunde con la noción de <i>décima</i> . Considera que la relación entre estos conceptos es que se ven en Matemáticas.	Estudiante de bachillerato asociado a la UNAM, último grado. Expresa tener gusto y facilidad por la Matemática. Trabajó como mesero.
<b>Juan Pablo</b>	Menciona que <i>fracción</i> es partir algo y dibuja un <i>pastel</i> ; el <i>porcentaje</i> lo asocia con el descuento de productos (como la ropa); y el <i>decimal</i> lo concibe como un número no entero. Considera que la relación entre estos conceptos es que se utilizan en la economía.	Estudiante de bachillerato asociado a la UNAM, último grado. Expresa tener gusto y facilidad por la Matemática aunque le cuesta trabajo <i>pensar en dibujitos</i> . Tiene familiares cercanos que se dedican a la economía.
<b>Mariana</b>	Se enfoca en representaciones. La <i>fracción</i> la representa por $\frac{[ ]}{[ ]}$ y señala cuál es el numerador y cuál el denominador; el <i>porcentaje</i> con %; y el <i>decimal</i> , con [].[]. Considera que la relación entre estos conceptos es que son maneras distintas de representar cifras.	Estudiante de bachillerato asociado al IPN, último grado. No menciona tener gusto o disgusto por la Matemática, sin embargo parece que la considera útil, al reconocer que la ocupa en su vida cotidiana además de la escuela.
<b>Roberto</b>	Similar a Mariana, dibuja símbolos que representan a los conceptos involucrados: en la <i>fracción</i> , dibuja el símbolo que sale en la calculadora $\frac{[ ]}{[ ]}$ ; en el <i>porcentaje</i> , el símbolo %; y en el <i>decimal</i> , escribe 0.0. Considera que la relación entre estos conceptos es que aparecen en la Probabilidad.	Estudiante de bachillerato asociado al IPN, último grado. Menciona que se siente <i>bastante</i> familiarizado con los conceptos involucrados, y que los ocupa seguido.

Cabe mencionar que la interacción que se tuvo con Mariana fue el mismo día que con Roberto (pertenecen a la misma escuela), y de manera individual, asilada y secuenciada. Es decir, primero trabajamos la *sesión uno* con Mariana e inmediato a terminar, tuvimos la *sesión uno* con Roberto -en lugares aislados, donde sólo se encontraba el informante y la investigadora-, por lo que no tuvieron oportunidad de dialogar sobre el material del cuestionario. Así, puede estar asociada la coincidencia en sus respuestas a este primer cuestionario -y algunas similitudes en el cuestionario C2-, con un entorno socio-cultural que compartan (su escuela).

#### 4.1.5.1 Cuestionario 2

La información que obtuvimos con los informantes en este cuestionario, la organizamos en los siguientes puntos:

- Tipos de inferencias
- Niveles de representación del texto en la memoria
- Ritmo de lectura
- Conocimiento previo
- Evolución de comprensión
- Respecto a la versión del ítem (original/modificada)
- Acciones que emergieron en el proceso

A continuación se desglosa cada uno.

#### Tipos de inferencias

Parte del proceso de comprender lo que se lee, implica hacer inferencias -a partir de la información que proporciona el texto y de la experiencia o conocimiento previo del lector-. En el capítulo 2 se habló sobre la clasificación de distintos autores, y en las cuales nos basamos para etiquetar las inferencias que identificamos en lo que externaron los informantes durante el diálogo con uno de los autores de este trabajo; resultando las siguientes:

- Causales-antecedentes, de la clasificación de León (2001)
- Inferencias de detalles de apoyo, de la clasificación de Santiesteban y Velázquez (2012)
- Inferencias de relación causa-efecto, de la clasificación de Santiesteban y Velázquez (2012)
- Inferencias de las características de los personajes, de la clasificación de Santiesteban y Velázquez (2012)
- Inferencias de clave semántica, de la clasificación de Santiesteban y Velázquez (2012)
- Del tipo contenido, de la clasificación de Graesser (1981).

Consideramos que la mayoría de las inferencias que surgieron, se asocian con un nivel de microestructura.

### Niveles de representación del texto en la memoria

Hay algunos aspectos que asociamos con los tres niveles que proponen Van Dijk y Kintsch (ver capítulo 2, sección 2.2.2 de esta tesis).

Respecto a la **Formulación superficial**, notamos lo siguiente:

- Hay dudas en la pronunciación de algunas palabras o símbolos
- A veces se cambia la dirección u orden en la decodificación de los símbolos (p.e. cuando Alejandro resuelve el ítem 21, y quiere representar  $\frac{6}{8}$ , sin embargo decodifica  $\frac{8}{6}$ )
- Hay modificaciones sobre el texto: se agregan palabras, se cambia la palabra, se omiten palabras o símbolos
- Acoplan los signos lingüísticos matemáticos al género de la palabra sucesora
- Se expresa una preferencia por la forma de representar una fracción en  $\frac{a}{b}$  en vez de  $a/b$
- En la lectura del denominador de una fracción a veces se utiliza la nomenclatura cardinal y a veces la ordinal

Acerca de la **Base de texto**, se destaca lo siguiente:

- Hay evidencia de macroestructura cuando se verbaliza la situación, es decir, cuando los informantes explican la situación con sus propias palabras. Por ejemplo, en el ítem que habla de la repartición del terreno del señor Tello, Alejandro lo resume enfocando su

atención en la causa de la situación (la muerte de una persona que deja un testamento), Juan Pablo, realiza una síntesis muy concreta, mencionando que se trata de una repartición de terreno, Mariana se enfoca en la pregunta del ítem, mientras que Roberto se centra en los datos.

- Nos percatamos que, al parecer, cuando se omiten algunas palabras durante la Formulación superficial, no se afecta la microestructura y macroestructura del texto. Por supuesto, dependerá de qué se omita.
- Se le asigna un significado a cada palabra según la microestructura que se obtenga. Por ejemplo, cuando Juan Pablo lee y resuelve el ítem 34 de Planea, duda de a qué cantidad se refieren con “del total” en la segunda fila de la tabla, a lo que determina que es del dato del total de maíz, pues de lo contrario diría “*del total que te dio la fracción*”; de esta manera, es la construcción de la microestructura lo que permite tomar esta decisión.

Finalmente, acerca del **Modelo situacional**, notamos principalmente tres aspectos: el primero, es que se percibe una evolución en su construcción durante el proceso en el M1 y el M2, al explicar la situación con palabras propias, al dibujarla, en el momento en que se resuelve y se atiende a las preguntas del M2; en segundo, que se puede percibir la unicidad en la construcción de este, dependiendo de cada lector, pues emerge la influencia de su conocimiento previo -conceptual y socio-cultural-; y, tercero, que no siempre construye el lector un Modelo situacional matemáticamente correcto.

### Ritmo de lectura

En este caso, sí hablaremos de lo observado en cada uno de los informantes.

Alejandro, en general, tuvo varias pausas, y da evidencia de tener dificultades sobre la práctica de la lectura. Tener una segunda lectura más lenta, parece haber favorecido en su comprensión. Por su parte Juan Pablo tuvo en general un ritmo de lectura fluido -y relativamente apresurado-, aunque sí existieron algunas pausas, quizá para repasar la información leída o quizá a causa de una desconexión.

En el caso de Mariana, se percibe un ritmo pausado y con varias modificaciones al texto, lo que le lleva a tener regresiones continuas. Finalmente, Roberto muestra tener un ritmo fluido, aunque en ocasiones necesitó leer más de una vez para obtener cierta información del texto.

## Conocimiento previo

Pensamos en organizar el conocimiento previo que identificamos se involucra en cada uno de los ítems seleccionados.

En el ítem 21 de Planea MS 2015, están:

- Simplificación buscando divisor común
- Dibujando rectángulos divididos
- Múltiplos

En el ítem 22 de Planea MS 2015, están:

- Mcm
- descomposición por factores primos
- asociando a pares

En el ítem 35 de Planea MS 2015, están:

- Terreno en forma rectangular
- Manera de “fraccionar” un rectángulo
- Equivalencia de 25% y  $\frac{1}{4}$
- Dividir entre 100 equivale a quitar dos ceros
- Regla de tres para porcentajes
- Equivalencia de  $\frac{2}{5}$  y 40%
- “Las fracciones son tediosas”
- 40% es casi la mitad
- Obtener el 1% de una cantidad requiere de recorrer el punto decimal dos lugares a la izquierda.

En el ítem 34 de Planea MS 2015, están:

- Regla de tres para porcentajes
- Imagen de camión
- $\frac{11}{25}$  es casi la mitad
- 12% es casi una décima parte



- Factores que afectan la decisión de qué camión saldrá primero: cantidad de maíz, conductor responsable, veloz, y que conozca el camino
- Presentación del maíz: Elote (con mazorca), grano seco (palomero), desgranado
- Representación de masas grandes mediante rectángulos

En el ítem de PISA 2012, están:

- Regla de tres
- Crecimiento exponencial de poblaciones
- Imagen de pingüino
- Los pingüinos cargan entre sus piernas al más pesado de los huevos
- Representación de masas grandes mediante rectángulos
- Concepto de “muerte”

### Evolución de comprensión

Consideramos que hubo indicios en evolución del proceso hacia la comprensión, en los siguientes momentos:

- Al verbalizar la situación, es decir, cuando la explican con sus propias palabras [explicar]
- Cuando se les hace preguntas sobre cercanía de su experiencia sobre la situación [argumentar]
- Al leer dos o más veces [leer por segunda vez]
- Lectura de enunciado por enunciados [seccionar el texto]
- Al resolver el ítem y realizar los cálculos [resolver]
- Al dibujar -antes y durante la resolución de problemas- [dibujar]

Las acciones que asociamos con cada uno de estos momentos, los comentamos entre corchetes “[ ]”. Algunas de ellas, se ubican en el M2 del esquema que proponemos en la sección 2.3 (ver capítulo 2). A propósito de dicho esquema, notamos que por lo general los estudiantes realizan una transición del M1 al M2 casi inmediato a concluir la primera lectura; sin embargo, consideramos que es *natural* dado que se trata de *problemas matemáticos* que procedan a resolverlos seguido de dar una primer lectura.

### Respecto a la versión del ítem (original/modificada)

Parte de nuestro interés fue observar si, en efecto, la versión modificada favorecía de alguna manera el proceso de comprensión de lectura de los textos propuestos. En principio, tenemos la opinión de los estudiantes, al considerar que, en el ítem 21 de Planea MS 2015, la redacción en la versión modificada es más clara, y que la estructura en forma de lista permite tener mayor orden y permite distinguir un dato de otro.

### Acciones que emergieron en el proceso

Identificamos varias acciones durante el proceso de comprender los textos matemáticos presentados. Distinguimos dos grupos: acciones efectuadas sobre el texto (es decir, el objeto sobre el que realiza la acción el sujeto -lector-, es el texto); y las acciones efectuadas sobre objetos matemáticos.

Para las primeras -acciones efectuadas sobre el texto- destacamos:

- Decodificar
- Inferir
- Evocar significados
- Asociar experiencia vivencial
- Argumentar
- Justificar
- Explicar
- Hacer crítica sobre información del texto
- Acoplar la situación del texto a su contexto socio-cultural como lector
- Re-leer (que se suele considerar como estrategia de lectura)
- Desglosar el texto (también se suele considerar como estrategia de lectura)
- Resolver (aquí hay otras acciones como dibujar, escribir relaciones entre datos)
- Dialogar con otras personas sobre el texto (en este caso, con la investigadora)

Algunas se asociarían con el M1, mientras otras con el M2.

Respecto a las acciones efectuadas sobre objetos matemáticos, están:

- Simplificar fracciones
- Descomponer denominador en factores primos para hallar el m.c.m.
- Descomponer un número en números más pequeños (p.e. cuando Alejandro descompone  $450 = 50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50$ , para saber cuántas veces cabe el 25 en el 450; otro ejemplo es cuando Mariana descompone el 40% en: 25% más 15%).
- Aplicar la propiedad asociativa de la adición
- Representar cantidades grandes en un rectángulo (como el caso de Mariana, con el ítem de los pingüinos)

## Capítulo 5

Para culminar el escrito de esta tesis, se asientan en este capítulo algunos comentarios finales así como las conclusiones con base en las preguntas que nos planteamos para llevar a cabo esta investigación. Como se mencionó en algún momento, consideramos que este trabajo es exploratorio, en el que se propone una caracterización del fenómeno estudiado; sin embargo, queda un camino largo por estudiar, y de ello hablaremos en la sección de *perspectivas*.

### 5.1 Reflexiones finales

Durante los capítulos de esta tesis, se conformó un estudio exploratorio en el que se presenta una caracterización sobre el fenómeno emergente en el proceso de comprensión de lectura. Se reconoce que es un proceso individual -introspectivo y retrospectivo-, evolutivo y situado, en el cual se distinguen dos momentos: en el primero, la persona lee el texto y puede realizar algunas interpretaciones e inferencias; sin embargo, en el segundo, acciones como argumentar, resolver, cuestionar, justificar, serán fundamentales para la evolución de dicho proceso.

Aun cuando no se enfatiza en lo que se reporta en este escrito, coincidimos con Santiesteban y Velázquez (2012), al mencionar que *comprender* es un proceso psicológico complejo e incluye factores no solo lingüísticos, tales como: fonológicos, morfológicos, sintácticos y semánticos, sino además motivacionales y cognitivos.

Parte de lo que se buscó documentar en esta tesis, fue también evidenciar la dificultad propia de comprender un texto matemático; si bien, la Matemática tiene una dificultad por sí, comprender un texto matemático es un proceso no trivial, y de especial naturaleza.

Podemos pensar en la analogía cuando nos enfrentamos a leer un texto en un idioma nuevo; por ejemplo, un latinoamericano que se encuentra con un texto en árabe; su trabajo en comprender ese texto abarcará desde el reconocimiento y decodificación de los símbolos involucrados, así como el significado de éstos. Consideramos que no es lejano el proceso que pasa una persona al leer textos matemáticos, es decir, requiere de familiarizarse con los signos lingüísticos involucrados y su significado. En este caso, los lectores se encontraron con la necesidad de *significar* los signos asociados a una *fracción*, *porcentaje*, *decimal* y conceptos matemáticos involucrados en su proceso de solución al ítem.

De ahí la relevancia de la caracterización propia del fenómeno de comprensión de lectura en textos matemáticos, pues no sólo abarcará la significación y vínculo del conocimiento previo de las palabras pertenecientes a un contexto *cotidiano*, sino que además están en juego los signos lingüísticos propios de la matemática (que abarca las palabras cuyo significado se encuentra dentro de la Matemática así como el alfabeto que están construyendo y reconociendo los colegas de Brasil).

Por otra parte, aunque también en relación con el texto, observamos que las variables textuales - entre ellas, la cohesión-, pueden favorecer (o más ampliamente, influir) en el diálogo entre el lector y el texto que mencionan Pellicer y Vernon (1993) -inspirada en las transacciones de Goodman (1982)-. Por ejemplo, en el enunciado del ítem 35 de Planea MS 2015:

El señor Tello tiene un terreno de 30,000 m<sup>2</sup> que repartirá de la siguiente forma: 25% será para sembrar;  $\frac{2}{5}$  partes del terreno sobrante serán para su hijo Darío. De lo que resta, su hija Mirna heredará 40%; el porcentaje restante lo designará a su esposa. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

Si facilitamos la unión entre referentes y referidos, puede haber un cambio, de un diálogo del tipo:

*¿a quién/qué se refiere con “ese”?*

*¿de lo que resta de quién o de qué?*

a uno del tipo:

*Se refiere a  $\frac{2}{5}$  partes del terreno que queda sin sembrar, entonces es del 75% del terreno de 30,000 m<sup>2</sup>...*

De esta manera, planteamos que un texto, en particular, más cohesivo, permite al lector dar coherencia al texto de manera más ágil, y el tipo de inferencias que realice serían enfocadas a cuestiones más profundas y ya no de la redacción y organización textual. En este sentido, coincidimos con Sanjosé y sus colaboradores (1993) en que reducir la complejidad léxica y sintáctica, así como favorecer la unión entre referentes y referidos, permitirá tener mayor cohesión intraproposicional o microestructural, dando paso a una macroestructura enriquecida; en palabras de Mayer (1985), se tendría mayor conexión conceptual entre las diversas ideas que se encuentran en las frases y párrafos. Sin embargo, reconocemos también que puede haber no

sólo *significaciones* durante el proceso de comprender el texto que se lee, sino también *resignificaciones*. De ahí que no haya una única o una *mejor* manera de hacer cohesivo un texto - pues habrá más variables en relación con el lector-; para algunos, será comprensible leer “del terreno sobrante”, aunque para otros sea necesario leer “del terreno que queda sin sembrar”, y existir la posibilidad de resignificar “sobrante” como “el terreno que queda sin sembrar”. En esto entraría también reconocer que hay relativismo epistemológico -variado en cada lector, de acuerdo al contexto socio-cultural al que pertenece-.

En este sentido, se refirma la importancia de -en un escenario didáctico- tener noción del conocimiento previo del lector. Y, la propuesta de hacer más cohesivo un texto puede influir en el hecho de incluir a más población que pueda comprender el texto en juego.

Referente a la construcción de cada Modelo situacional que mostraron los informantes, surge lo mencionado por Buteler et al. (2001), acerca de que la representación [interna] -en nuestro caso, el modelo situacional- no parece guiar el proceso de solución, y que en algunos casos corresponde a «otras» situaciones físicas pero que aún con ello el estadio de generación de ecuaciones se desarrolla exitosamente, dado que los alumnos son capaces de seleccionar adecuadamente los datos necesarios para resolver el problema. Ejemplo de ello, se tiene en los resultados al ítem 35 de Planea MS, cuando los estudiantes dibujan algo distinto a un modelo acorde a la repartición del señor Tello según lo planteado en el enunciado; se percibe también en las verbalizaciones que realizan los informantes, al explicar con sus propias palabras la situación del ítem.

Y, lo que confiere al momento M2 de nuestro esquema, en efecto se pudo observar en algunos casos, una evolución en el Modelo situacional que construían los informantes respecto al momento M1. La acción que en general dio más paso a ello, fue la de *resolver*, lo cual consideramos natural, dado el texto del que se trataba: ítems de pruebas estandarizadas.

Por otra parte, la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), permitió dar sustento importante en la caracterización propuesta en este trabajo sobre el proceso de comprensión de lectura de textos matemáticos -particularmente, de enunciados de ítems extraídos de las pruebas estandarizadas Planea MS y PISA-. Aun cuando nos centramos en el conocimiento reconocido escolarmente, consideramos que la visión extendida de la propuesta, en la que tienen cabida otros textos matemáticos (definiciones, teoremas y su demostración, artículos de

divulgación, artículos de investigación, textos antiguos, entre otros), toma en consideración también los tres tipos de saberes que reconoce dicha teoría: cultural, técnico y popular.

Del modelo de anidación de prácticas que propone Cantoral (2013), este trabajo centra su atención en un fenómeno particular de transición de las acciones a las actividades, a través de un mediador cultural: el texto. Analizamos el diálogo entre el lector y el autor a través del texto, identificando acciones en el proceso de lectura (actividad humana) y la búsqueda de comprensión de lo leído, entre las cuales se destacan: decodificar, inferir, argumentar, resolver -dibujar, escribir-, justificar, cuestionar, entre otras presentadas en la sección 4.1.5.1. Reconocemos que estas acciones son efectuadas sobre el objeto *texto*, pero que se hacen presentes acciones sobre *objetos matemáticos* también.

Finalmente, consideramos pertinente mencionar que este trabajo tiene cabida en la disciplina de Matemática Educativa, en tanto que se preocupa por estudiar un fenómeno vinculado a la construcción social del saber matemático: el proceso de comprensión de lectura matemática, teniendo como mediador cultural al texto. Cantoral (2013) señala que la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa busca, entre otros asuntos, *intervenir* en el sistema didáctico para transformarlo, al tratar a los fenómenos de **producción, adquisición** y de **difusión del conocimiento matemático** desde una perspectiva múltiple, que incorpore al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía su enseñanza [subrayado en **negrita** por nosotros]. Es precisamente en lo recién subrayado donde el texto actúa como mediador para producir, adquirir y difundir conocimiento, en particular, conocimiento matemático en los *textos matemáticos*.

## 5.2 Conclusiones

En esta investigación se plantearon dos preguntas de investigación:

¿Cuáles son los elementos que se encuentran en el proceso de comprender la lectura de *ítems extraídos de las pruebas estandarizadas Planea MS y PISA?*

¿Qué inferencias tienen los estudiantes al leer *ítems extraídos de las pruebas estandarizadas Planea MS y PISA?*

La primera se puede contestar desde el bagaje consultado y la conformación de nuestra postura sobre el proceso de comprensión de lectura de textos matemáticos -particularmente, de ítems de las pruebas estandarizadas mencionadas-. Esto es, identificamos como actores principales al lector (con su entorno socio-cultural, sus intereses y motivación, estrategias de lectura), el texto (con su estructura) y el escritor (con su entorno socio-cultural, su intención); y reconocemos que el lector construye un modelo situacional en su proceso hacia la comprensión de lo que lee.

Para esta investigación, dimos evidencia del proceso que tuvieron estudiantes de bachillerato al leer ítems de las pruebas estandarizadas Planea MS y PISA, en la que emergieron inferencias (casuales-antecedentes, de clave semántica, entre otras). Es decir, parece que sí hay una tendencia al tipo de inferencias que surgen de acuerdo con el tipo de texto, en este caso, un texto expositivo del tipo pregunta-respuesta y problema-solución (según la clasificación propuesta por Angulo, 1996).

Desde el punto de vista de la TSME, hemos abordado en esta tesis un acercamiento a la interacción -diálogo- entre el lector y el texto -mediador cultural-, lo cual forma parte de nuestra caracterización de la comprensión de lectura de textos *matemáticos*. Cabe mencionar que, relacionado a los intereses de dicha teoría, este estudio permite dar cuenta de la importancia de comprender textos matemáticos -tanto en obras antiguas como en textos más recientes-, proporcionando quizá, herramientas para producir (cuidando la cohesión y variables textuales) y leer textos (reconociendo el contexto sociocultural del escritor, y haciéndose consciente del modelo situacional que construye el lector). Pero no sólo confiere a la aplicación en investigaciones dentro del programa, sino, más aún, en la construcción del conocimiento matemático y su difusión institucional, afectando de manera constructiva la relación entre los estudiantes y su profesor; por un lado, el profesor ahora puede reconocer que *comprender un texto matemático* juega en verdad un papel importante en la actividad dentro -y fuera- del aula, mientras que puede llevarse a otro plano la evolución en la comprensión de dichos textos, tanto de manera individual como de manera colectiva -como puede verse en la sección 5.3.1-.

En el título mencionamos “caracterización de”, dado que, como se menciona en Cantoral (2013, p. 151), en la TSME no se buscan verdades, sino que caracterizamos fenómenos didácticos en un sentido amplio, lo que dista de pretender definirlos. Este puede ser el inicio de caracterizar el fenómeno de *comprensión de lectura de textos matemáticos*.



## 5.3 Perspectivas

### *5.3.1 Del fenómeno texto-lector al fenómeno texto-lectores.*

Cabe mencionar también, que en esta tesis se ha realizado un estudio donde se concibe a la lectura como una actividad en la que se involucra un texto y un lector, siendo así el proceso de comprensión de lectura, un proceso individual. Sin embargo, autores como Kucan y Beck (1997), nos permiten reflexionar en una perspectiva más amplia este proceso, por ejemplo, en la enseñanza de la comprensión de lectura, considerando este como un proceso de interacción social, que abarca tanto a quien da la instrucción, como a los alumnos que leen e interactúan para significar el texto. Anderson y Roit (1993) y Beck, McKeown, Worthy, Sandora y Kucan (1996) han desarrollado aproximaciones a la enseñanza de la comprensión de lectura en donde los estudiantes y los profesores están envueltos colaborativamente en pensar en voz alta y en verbalizar. Almasi (1995) ha comparado los efectos de las discusiones donde el profesor es el que maneja todo, con las discusiones que se hacen entre pares, en cómo los estudiantes piensan sobre los textos. En general, muestran la conveniencia de trabajar de manera colaborativa y pensando en voz alta al buscar comprender un texto; y que hay un desempeño significativo cuando los estudiantes verbalizan junto con el profesor y/o con sus pares sobre el mensaje en un texto.

Con esto queremos decir que, dado que concebimos al texto como mediador cultural, y la construcción del conocimiento matemático como un fenómeno social, consideramos necesario para futuros trabajos en esta línea, adentrarse en el estudio del proceso de comprensión de lectura de textos matemáticos, inmiscuido en un entorno e interacción social. Esto no quiere decir, por supuesto, que se omita el hecho de que cada persona tiene un Modelo Situacional propio, pues como se hizo hincapié en este trabajo, este Modelo es influido por los conocimientos previos y la experiencia de cada lector. En síntesis, el proceso de comprensión de lectura es tanto individual como social -y es social incluso cuando el lector se encuentre aislado, pues éste tendrá un diálogo con el autor-.

De este modo, un primer escenario que planteamos después de lo que se reflexionó con esta tesis, es justamente la idea de profundizar en la comprensión de textos matemáticos de manera colaborativa en el aula, en donde los estudiantes y el profesor externen su comprensión sobre lo leído. El efecto que a priori esperaríamos es que la aportación y la discusión sobre el significado de los objetos matemáticos en todas sus representaciones, que se encuentren en determinado texto, con el aporte de los conocimientos previos de cada uno, tiene la posibilidad de llevar a

otros niveles la reflexión matemática dentro del aula, donde el texto es un mediador. Kucan y Beck (1997) mencionan que desde una perspectiva constructivista social, el potencial del resultado de participar en una situación social en la que se envuelven la lectura y el pensamiento sobre textos es que estudiantes individuales pueden aprovechar al profesor y a otros estudiantes para ayudarlos a construir no sólo un entendimiento de las ideas del texto sino un entendimiento de lo que significa leer y pensar acerca del texto.

Hatango e Inagaki (1991) también señalan que aunque el grupo de discusión a menudo induce actividad de comprensión individual, esto es, motiva a la gente a coleccionar más piezas de información acerca del problema de discusión y a entender el problema más profundamente, la comprensión es esencialmente un logro privado.

### ***5.3.2 Exploración con otros textos matemáticos.***

En el capítulo 2, donde declaramos nuestro sustento teórico, y asentamos la perspectiva que construimos respecto del proceso de comprensión de lectura, particularmente de *textos matemáticos*, se menciona justamente la definición que proponemos a este término de *texto matemático*, y se hacen explícitos ejemplos de este.

En el escrito que confiere esta tesis, se presentan resultados sobre la exploración en la lectura de ítems de pruebas estandarizadas, los cuales fueron proporcionados a informantes de nivel medio superior (bachillerato). De esta manera, queda abierta la oportunidad de indagar con otros textos, tales como *teoremas*, *demostraciones de teoremas*, *textos de divulgación*, *definición de algún concepto matemático*, entre otros.

### ***5.3.3 Profundización en el análisis con base en la anidación de prácticas.***

Este estudio es pionero en la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), el cual abre la oportunidad de una gama de investigaciones con intereses afines al estudio de la *comprensión de lectura de textos matemáticos*, que pueden ir en varias direcciones, pues, consideramos que hay varios aspectos que necesitan profundizarse.

Uno de ellos, es analizar de qué manera el entorno socio-cultural se refleja en dicho proceso, desde un estudio más hondo.

Otro, y que consideramos más cercano al corazón de la TSME, es en relación con el esquema de anidación de prácticas. Si bien, en este trabajo se declaró que la lectura en una actividad, e identificamos algunas acciones que emergieron durante el *diálogo entre el lector y el autor a través del texto* –en tanto mediador cultural-; reiteramos también que *son significados matemáticos* los que se encuentran en estos textos, es decir, hay de por medio conocimiento matemático.

De esta manera, estudiar cómo se relaciona lo que se conformó en esta investigación, con el esquema de anidación de prácticas que presenta Cantoral (2013), será un campo rico en reflexión. En esta tesis se distinguieron dos tipos de acciones: a) sobre el texto como objeto, y, b) sobre objetos matemáticos. Algunas investigaciones en el marco de la TSME, han aportado en dicho esquema considerando como objeto el saber matemático –en sus tres acepciones: cultural, técnico y popular-. Será importante evocarlos para mirar el fenómeno de comprender la lectura de textos matemáticos.

## Referencias

- Aaronson, D. y Ferres, S. (1984). The word-by-wordreading paradigm: an experimental and theoretical approach. En D.E. Kieras, M.A. Just (Eds.), *New Methods in reading comprehension research* (pp. 31-68). Hillsdale, EE.UU.: Erlbaum.
- Almasi, J. F. (1995). The nature of fourth graders' sociocognitive conflicts in peer-led and teacher-led discussions of literature. *Reading Research Quarterly*, 30(5), 314-351.
- Anderson, T.H. y Armbruster, B.B. (1984). Content area textbooks. En R.C. Anderson, J. Osborn y R.J. Tierney (Eds.), *Learning to read in American schools: Basal Readers and Content Texts* (pp. 193-226). Hillsdale, EE.UU.: Erlbaum.
- Anderson T.H. y Armbruster, B.B. (1986). Readable textbook, or selecting a textbook is not like buying a pair of shoes. En J. Orasanu (Ed.), *Reading Comprehension: from research to practice* (pp. 151-162). Hillsdale, EE.UU.: Erlbaum.
- Anderson, R.C. y Pearson, D.P. (1984). A schema theoretic view of basic processes in reading comprehension. En P.D. Pearson (Ed.), *Handbook of reading research* (pp. 255-291). Mahwah, EE.UU.: Erlbaum.
- Anderson, V. A., y Roit, M. (1993). Planning and implementing collaborative strategy instruction for delayed readers in Grades 6-10. *The Elementary School Journal*, 94(2), 121-137.
- Angulo, T. Á. (1996). El texto expositivo-explicativo: su superestructura y características textuales. *Didáctica. Lengua y Literatura*, 8, 29.

Antisch, R. (1986). Metodología de la Enseñanza de Lenguas Extranjeras. La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Astolfi, J.P., 1988. El aprendizaje de conceptos científicos: aspectos epistemológicos, cognitivos y lingüísticos. Enseñanza de las Ciencias, 6, 147-155.

Bassey, M. (1999). Case study research in educational settings. Philadelphia, EE.UU.: Open University Press.

Bean, T., Singer, H. y Cowan, S. (1985). Analogical study guides: Improving comprehension in Sciences. Journal of Reading, 29, 246-250.

Beck, I. L., McKeown, M. G., Worthy, J., Sandora, C. A., y Kucan, L. (1996). Questioning the author: A yearlong classroom implementation to engage students with text. The Elementary School Journal, 96(4), 385-414.

Bernárdez, E. (1982). Introducción a la lingüística del texto. Madrid, España: Espasa-Calpe.

Black, J. B. (1985). An Exposition on Understanding Expository Text. En B.K. Britton y J.B. Black (Eds), Understanding Expository Text Hillsdale (pp. 249-267). New Jersey, EE.UU.: Erlbaum.

Bodner G.M. y Domin, D.S. (2000). Mental models: The role of representations in problem solving in Chemistry. University Chemistry Education, 4(1), 24-30.  
doi=10.1.1.581.5257&rep=rep1&type=pdf.

Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 86-95.

Boscolo, P. (1990). The construction of expository text. *First Language*, 10, 217-230.  
doi:10.1177/014272379001003003

Britton, B. K. y Black, J. B. (Eds.) (1985). *Understanding Expository Text*. New Jersey, EE.UU.: Erlbaum

Britton, B. K., Glynn, S. M., Meyer, B.J. y Penland, M.J. (1982). Effects of text structure on use of cognitive capacity during reading. *Journal of Educational Psychology*, 74, 51-61.

Britton, B.K., Van Dusen, L., Gulgöz, S. y Glynn, S.M. (1989). Instructional texts rewritten by five experts teams: revisions and retention improvements. *Journal of Educational Psychology*, 81, 226-239.

Brown, A. L., y Day, J. D. (1983). Macrorules for summarizing texts: The development of expertise. *Journal of verbal learning and verbal behavior*, 22(1), 1-14.

Brown, A. L., Day, J.D. y Jones, R.S. (1983). The development of plans for summarizing texts. *Child Development*, 54, 968-979.

Buteler, L., Gangoso, Z., Calvo, I. B., y Martínez, M. G. (2001). La resolución de problemas en Física y su representación: un estudio en la escuela media. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 19(2), 285-295.

Cafone, H. (1966). Individual differences in the reading process of ninth grade retarded readers (Trabajo doctoral no publicado). Universidad de Arizona, EE. UU. Recuperado de <http://arizona.openrepository.com/arizona/handle/10150/284764> (consultado 27 de noviembre de 2017).

Campanario, J. M., Cuerva, J., Moya, A., y Otero, J. (1998). La metacognición y el aprendizaje de las ciencias. *Investigación e innovación en la enseñanza de las ciencias*, 1, 36-44.

Campanario, J. M., y Otero, J. (2000). La comprensión de los libros de texto. *Didáctica de las ciencias experimentales*, 18(2), 323-338.

Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona, España: Editorial Gedisa SA.

Cantoral, R., Montiel, G., y Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (8), 9-28.

Carr, W. y Kemmis, S. (1986). *Becoming Critical: Education, Knowledge and Action Research*. Londres, Inglaterra: Deakin University Press.

Chi, M., Feltovich, P. y Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 5(2), 121-152.

Coleoni, E. A., Otero, J. C., Gangoso, Z., y Hamity, V. H. (2001). La construcción de la representación en la resolución de un problema de física. *Investigações em Ensino de Ciências*, 6(3), 285-298.

Collado, I., y García, J. A. (1997). Comprensión de textos expositivos en escolares: un modelo de intervención. *Infancia y aprendizaje*, 20(78), 87-106.

Collins, A., Brown, J. S., y Larkin, K. M. (1980). Inference in text understanding. En R. J. Spiro, B. C. Bruce, y W. F. Brewer (Eds.), *Theoretical issues in reading comprehension: Perspectives from cognitive psychology, linguistics, artificial intelligence, and education* (pp. 385-407). New Jersey, EE.UU.: Erlbaum.

Cordero, F. (2008). La Matemática Educativa y su incidencia en Latinoamérica. En H. Hernández y G. Buendía, (Eds.), *Matemática Educativa en Chiapas* (pp 24-45). México: Universidad Autónoma de Chiapas.

Cordero, F. y Silva-Crocci, H. (2012). Matemática Educativa, Identidad y Latinoamérica: El quehacer y la usanza del conocimiento disciplinar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(3), 295-318.

Lizcano, E., Iñigo, A. C., Mediano, C. M., y Tejero, L. (1987). Consideraciones acerca de la realización de textos didácticos para la enseñanza a distancia. Universidad Nacional de Educación a Distancia.



Craik, F.I.M., y Lockhart, R.S. (1972). Levels of processing: a framework for memory research. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 11(6), 671-684.

Cummins, D., Kintsch, W., Reusser, K., Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20 (4), 405-438.

De Beaugrande, R. (1980) *Text, Discourse and Process: Toward a Multidisciplinary Science of Texts*. Nueva York, EE.UU.: Ablex.

De Beaugrande, R. y W. Dressier (1981). *Introduction to text linguistics*. Londres, Inglaterra: Longman.

Dee Lucas, D. y Larkin, J.H. (1990). Organization and comprehensibility in scientific proofs, or «Consider a particle p...». *Journal of Educational Psychology*, 82(4), 701-714.

Duffy, T.M., Higgins, L., Mehlembacher, B., Cochran, C., Wallace, D., Hill, C., ... y Smith, S. (1989). Models for design of instructional text. *Reading research quartely*, 24 (4), 434-457.

Dupin, J.J. y Joshua, S. (1989). Analogies and “modeling analogies” in teaching: Some examples in basic electricity. *Science Education*, 73(2), 207-224.

Duppin, J.J. y Joshua, S. (1990). Una analogía térmica para la enseñanza de la corriente continua en electricidad: descripción y evaluación. *Enseñanza de las Ciencias*, 8, 119-126.

Ericsson, K. A., y Simon, H. A. (1993). *Protocol analysis*. Cambridge, Inglaterra: MIT press.

Escudero, D. I. (2015). Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria (Tesis doctoral). Universidad de Huelva, España.

Fareed, A. A. (1971). Interpretive responses in reading history and biology: An exploratory study. *Reading Research Quarterly*, 6(4), 493-532.

Fay, L.C. (1956). Reading in the High School. What research says to the teacher (núm. 11). Recuperado de <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED033827.pdf>

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Chicago, EE. UU.: D. Reidel Publishing Company.

Galbraith, P. L., y Stillman, G. A. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 143 – 162.

García, J.A. y Martín, J.I. (1987). *Aprendizaje, comprensión y retención de textos*. Madrid, España: UNED

García, J.A., Martín, J.I., Luque, J.L., Santamaría, C. (1995). *Comprensión y adquisición de conocimientos a partir de textos*. Madrid, España: Siglo XXI de España.

Giménez, J. (2006). Matemática crítica y autoevaluación competencial. Departamento de Didàctica de les CC Experimentals i la Matemàtica, Universidad de Barcelona. Recuperado de: [http://www.academia.edu/186069/Matem%C3%A1tica\\_cr%C3%ADtica\\_y\\_autoevaluaci%C3%B3n\\_competencial](http://www.academia.edu/186069/Matem%C3%A1tica_cr%C3%ADtica_y_autoevaluaci%C3%B3n_competencial)

Goodman, K. (1982). El proceso de lectura: consideraciones a través de las lenguas y del desarrollo. En E. Ferreiro y M. Gómez (Eds.), *Nuevas perspectivas sobre los procesos de lectura y escritura* (pp. 13-28). México: Siglo XXI Editores.

Graesser, A.C. (1981). *Prose comprehension beyond the word*. New York, EE. UU.: Springer-Verlag.

Graesser, A. C., y Kreuz, R. J. (1993). A theory of inference generation during text comprehension. *Discourse Processes* 16(1-2), 145-160.

Halliday, M.A.K. y Hasan, R. (1976). *Cohesion in English*. Londres, Inglaterra: Longman.

Hatano, G., y Inagaki, K. (1991). Sharing cognition through collective comprehension activity. En L. B. Resnick, J. M. Levine, y S. T. Teasley (Eds.), *Perspectives on socially shared cognition* (pp. 331-348). Washington, EE. UU.: American Psychological Association.

Henderson, E. N. (1903). A study of memory for connected trains of thought. *The Psychological Review: Monographs*, 5(6), 1-94.

Hernández, L. A., Juárez, J. A., y Slisko, J. (2014). Aceptando la existencia de un terreno inexistente en un problema matemático: el uso prevalente de argumentos pragmáticos por docentes de primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 6, 45 – 61

Huey, E.B. (1968). *The psychology and pedagogy of reading: With a review of the history of reading and writing and of methods, texts, and hygiene in reading*. Cambridge, Inglaterra: MIT Press. (Original work published 1908).

Jacobs, J. E., y Paris, S. G. (1987). Children's metacognition about reading: Issues in definition, measurement, and instruction. *Educational psychologist*, 22(3-4), 255-278.

Juárez, J. A., Mejía, A., González, A., y Slisko, J. (2014). La construcción del modelo situacional de un problema matemático: El análisis basado en el Marco del Experimentador Inmerso. *NÚMEROS. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 87, 81-99.

Juárez, J. A., y Slisko, J. (2013). Constructing a situation model of a trigonometry problem: An exploratory study. In A. M. Lindmeier & A. Heinze (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, p. 81). Kiel, Germany: PME.

Juárez, J. A. J., Slisko, J., Hernández, L. A., y Monroy, M. (2015). Differences in the situation model construction for a textbook problem: The broken tree or the broken bamboo?. En K. Kreiner y N. Vondrová (Eds.) *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.(CERME 9, 4-8 Febrero 2015)* (pp. 897-903). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.

Just, M.A. y Carpenter, P.A. (1987). *The Psychology of Reading and Language Comprehension*. Massachusetts, EE. UU.: Allyn and Bacon.

Kintsch, W. (1982): *Text Representations*. En W, Otto y S. White (Eds.), *Reading Expository Material* (pp. 87-101). Londres, Inglaterra: Academic Press.

Kintsch, W. (1988). *The role of knowledge in discourse comprehension: A construction-integration model*. *Psychological Review*, 95(2), 162-182.

Kintsch, W. (1998). *Comprehension: A paradigm for cognition*. Cambridge, Inglaterra: Cambridge university press.

Kintsch, W. y Greeno, J. G. (1985). *Understanding and solving word arithmetic problems*. *Psychological Review*, 92(1), 109–129.

Kintsch, W. y Van Dijk, T.A. (1978). *Toward a model of text comprehension and production*. *Psychological review*, 85(5), 363-394.

Koch, I. (1989). *A coesao textual*. Sao Paulo, Brasil: Contexto.

Kucan, L. y Beck, I. (1997). *Thinking aloud and reading comprehension research: Inquiry, instruction, and social interaction*. *Review of Educational Research*, vol. 67, No. 3, pp. 271-299

León, J.A. (1996). *Prensa y Educación. Un enfoque cognitivo*. Buenos Aires, Argentina: AIQUE.

León, J. A. (2001). Las inferencias en la comprensión e interpretación del discurso: Un análisis para su estudio e investigación. *Revista signos*, 34(49-50), 113-125.

Leonard, W.H. (1987). Does the presentation style of questions inserted into text influence understanding and retention of science concepts? *Journal of Research in Science Teaching*, 24(1), 27-37. doi: 10.1002/tea.3660240104

Leonard, W.H., y Lowery, L.F. (1984). The effects of question types in textual reading upon retention of biology concepts. *Journal of Research in Science Teaching*, 21(4), 377-384. doi: 10.1002/tea.3660210405

Linell, P. (2005). *Essentials of dialogism. Aspects and elements of a dialogical approach to language, communication and cognition.*

Recuperado de:

[https://pdfs.semanticscholar.org/d945/ee907ac6c46f8ee1a2e1106ce9e60ac5d.pdf?\\_ga=2.253604041.1794374038.1510956058-1241097997.1510956058](https://pdfs.semanticscholar.org/d945/ee907ac6c46f8ee1a2e1106ce9e60ac5d.pdf?_ga=2.253604041.1794374038.1510956058-1241097997.1510956058)

Mancera, E. (2008). *Matemáticas 3. México, D.F.: Santillana.*

Mayén, S., Batanero, C. y Díaz, C. (2009). Conflictos semióticos de estudiantes mexicanos en un problema de comparación de datos ordinales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(2), 151-178

Mayer, R.E. (1985). Structural analysis of science prose: Can we increase problem-solving performance? En B.K.Britton y J.B. Black (Eds.), *Understanding Expository texts*. Hillsdale, EE.UU.: Erlbaum.

Mayer, R.E. (1989). Systematic thinking fostered by illustrations in scientific text. *Journal of Educational Psychology*, 81(2), 240-246.

Mayer, R.E. y Gallini, J.K. (1990). When is an illustration worth ten thousand words? *Journal of Educational Psychology*, 82(4), 715-726.

Mayer, R. E. y Heagarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. En R.J.Sternberg y T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 29–59). Mahwah, EE.UU.: Erlbaum.

McNamara, D. S. (2004). Aprender del texto: Efectos de la estructura textual y las estrategias del lector. *Revista signos*, 37(55), 19-30. doi: 10.4067/S0718-09342004005500002.

Merrill, M.D. (1983). Component Display Theory. En Ch.M. Reigeluth (Ed.), *Instructional Design Theories and Models: An overview of their current status* (pp 279-333). Hillsdale, EE.UU: Erlbaum.

Merrill, M.D. (1987). A lesson based on the component display theory. En Ch. M. Reigeluth (Ed.), *Instructional theories in action. Lessons Illustrating selected theories and models* (pp 201-244). Hillsdale, EE.UU: Erlbaum.

Meyer, B.J. (1984). Text dimensions and cognitive processing. En H. Mandl, N. Stein, y T. Trabasso (Eds.), *Learning and comprehension of text* (pp 3-51). Hillsdale, EE.UU: Erlbaum.

Meyer, B. 1. (1985). *Prose Analysis: Purposes, Procedures. and Problems*. En B.K. Britton y J.B. Black (Eds), *Understanding Expository Texts* (pp 11-64), Hillsdale, EE.UU: Erlbaum.

McCallister, J. M. (1930). Reading difficulties in studying content subjects. *The Elementary School Journal*, 31(3), 191-201.

Muñoz-Catalán, M.C. (2010). *El desarrollo profesional en un entorno colaborativo centrado en la enseñanza de las matemáticas: el caso de una maestra novel* (Tesis doctoral publicada en <http://goo.gl/OA4ydJ>). Huelva, España: Universidad de Huelva.

OCDE (2015). Programa para la evaluación internacional de alumnos (PISA): PISA 2015. Resultados. [formato pdf]. Obtenido de <http://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-Mexico-ESP.pdf>

OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing.

<http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>

OECD (2016). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*, PISA, OECD Publishing, Paris.

<http://dx.doi.org/10.1787/9789264255425-en>



Otero, J.C. (1990). Variables cognitivas y metacognitivas en la comprensión de textos científicos: el papel de los esquemas y el control de la propia comprensión. *Enseñanza de las Ciencias*, 8(1), 17-22

Otero, M. R., Papini, C., y Elichiribehety, I. (1998). Las representaciones mentales y la resolución de un problema: Un estudio exploratorio. *Investigações em Ensino de Ciências*, 3(1), 47-60.

Paradiso, J. C. (1998). Niveles y dificultades en la comprensión de un texto. En Redactado en base a ponencia presentada en I Congreso Internacional “Educación y Diversidad ante el Tercer Milenio” (Vol. 18, pp. 56-61). Universidad de Murcia, España.

Paris, S. G., y Jacobs, J. E. (1984). The benefits of informed instruction for children's reading awareness and comprehension skills. *Child development*, 55(6), 2083-2093.

Pedersen, J, Ronald, J., Bonnstetter, A., Corkill, J. y Glover, J.A. (1988). Learning Chemistry from text: The effect of decision making. *Journal of Research in Science Teaching*, 25(1), 15-21.

Pellicer, A. (2015, noviembre, 23). 20151123-CE1516/Reunión Nacional DGECYTM/Conferencia - Dra. Alejandra Pellicer Ugalde. [Archivo de vídeo]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=MJRUBtKXDHI>

Pellicer, A., y Vernon, S. (1993). Entre el texto y el lector: la creación de mundos posibles. *Lectura y Vida*, 14(2). Recuperado de: <http://www.lecturayvida.fahce.unlp.edu.ar/numeros/a14n2/sumario> (consultado el 17 de Noviembre de 2017).

Perfetti, Ch. A. (1986). Capacidad de lectura. En R.J. Sternberg (Ed.), *Las capacidades humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información*. Barcelona, España: Labor.

Piekartz, J. A. (1956). Getting meaning from reading. *The Elementary School Journal*, 56(7), 303-309.

Piscoya Hermoza, L. (2004). Pruebas Pisa: Niveles de desempeño y construcción de preguntas. *Educación*, 1(2), 21-34. Recuperado de:  
[http://sisbib.unmsm.edu.pe/BibVirtualdata/publicaciones/educacion/n2\\_2004/03.pdf](http://sisbib.unmsm.edu.pe/BibVirtualdata/publicaciones/educacion/n2_2004/03.pdf)

Reder, L.M. (1980). The role of elaboration in the comprehension and retention of prose: A critical review. *Review of Educational Research*, 50(1), 5-53.

Reigeluth, Ch. M. (1987). Lesson Blueprints based on the Elaboration Theory of instruction. En Ch. M. Reigeluth (Ed.), *Instructional theories in action: Lessons illustrating selected theories and models* (pp 245-288). Hillsdale, EE.UU: Erlbaum.

Reigeluth, Ch.M. y Stein, F.S. (1983). The Elaboration Theory of instruction. En Ch. M. Reigeluth (Ed.), *Instructional Design Theories and Models: An overview of their current status* (pp 335-382). Hillsdale, EE.UU: Erlbaum

Reusser, K. (1988). Problem solving beyond the logic of things: Contextual effects on understanding and solving word problems. *Instructional Science*, 17(4), 309-338.

Rossi, J.P. (1990). The function of frame in the comprehension of scientific text. *Journal of Educational Psychology*, 82(4), 727-732.

Roth, K. y Anderson, Ch. (1988). Promoting conceptual change learning from science textbooks. En P. Ramsden (Ed.), *Improving learning: New perspectives* (pp. 109-141). Londres, Inglaterra: Kogan.

Sanjosé, V., Solaz, J. J., y Vidal-Abarca, E. (1993). Mejorando la efectividad instruccional del texto educativo en ciencias: primeros resultados. *Enseñanza de las Ciencias*, 11(2), 137-148. Recuperado de <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21184> (consultado el 17 de Noviembre de 2017).

Santelices, L. (1990). La comprensión de lectura en textos de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 8(1), 59-64.

Santesteban, E. y Velázquez, K. M. (2012). La comprensión lectora desde una concepción didáctico-cognitiva. *Revista Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 3(1), 103-110.

Santos, L. (2002). A investigação e os seus implícitos: contributos para uma discussão. En J. Murillo, P.M. Arnal, R. Escolano, J. Gairín, y L. Blanco (Eds.), *Actas del VI Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 157-170). Logroño, España: SEIEM.

Sari, I.F. y Reigeluth, Ch.M. (1982). Writing and Evaluating textbooks: Contributions from instructional theory. En D.H. Jonassen (Ed.), *The technology of text. Principles for structuring, designing and displaying text* (pp 53-90). New Jersey, EE.UU.: Educational Technology Publications

Scardamalia, M. y Bereiter, C. (1984). Development of strategies in text processing. En H. Mandl, N.L. Stein y T. Trabasso (Eds.), *Learning and Comprehension Text*. Hillsdale, EE.UU: Erlbaum.

Schank, R.C. (1975). El papel de la memoria en el procesamiento del lenguaje. En Ch. Cofer (Ed.), *Estructura de la memoria humana*. Barcelona, España: Omega.

Secretaría de Educación Pública (2011). Plan de estudios 2011. Educación Básica. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (2016). Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes: Educación Media Superior 2016. Publicación de resultados 2016. [formato pdf]. Obtenido de [http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2016/DifusionPLANEA\\_EMS.pdf](http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2016/DifusionPLANEA_EMS.pdf)

Singer, M. y Ferreira, F. (1983). Inferring consequences in story comprehension. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 22(4), 437-448.

Solaz-Portolés, J. J., y Sanjosé, V. (2007). Resolución de problemas, modelos mentales e instrucción. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 6(1), 70-89.

Spiro, R. J. (1980). Constructive processes in prose comprehension and recall. En R.J. Spiro, B.C. Bruce y W.F. Brewer (Eds.), *Theoretical issues in reading comprehension. Perspectives from Cognitive Psychology Linguistics, Artificial Intelligence, and Education* (pp 245-278). Hillsdale, EE.UU: Erlbaum.

Squire, J. R. (1964). The responses of adolescents while reading four short stories (Research Rep. No. 2). Champaign, EE. UU.: National Council of Teachers of English.

Smith, H. K. (1967). The responses of good and poor readers when asked to read for different purposes. *Reading Research Quarterly* 3(1), 53-83.

Staver, J.R. y Bay, M. (1989). Analysis of the conceptual structure and reasoning demands of elementary science texts at the primary (K-3) level. *Journal of Research in Science Teaching*, 26(4), 329-349.

Stein, M. K., Grover, B. W., y Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, 33(2), 455-488.

Stein, M. K., Schwan, M., Henningsen, M. y Silver, E. (2000). *Implementing Standards-based Mathematics Instruction. A casebook for Professional Development*. New York, EE. UU.:Teachers College Press.

Stinner, A. (1989). The teaching of Physics and the contexts of inquiry: From Aristotle to Einstein. *Science Education*, 73(5), 591-605. doi: 10.1002/sce.3730730507

Strang, R. (1967). Exploration of the reading process. *Reading Research Quarterly*, 2(3), 33-45.

Strube, P. (1989). The notion of style in physics textbooks. *Journal of Research in Science Teaching*, 26(4), 291-299. doi: 10.1002/tea.3660260403

Thorndike, E. L. (1971). Reading as Reasoning: An Study of Mistakes in Paragraph Reading. *Reading Research Quarterly*, 6(4), 425-434. Recuperado de: <http://www.jstor.org/stable/pdf/746938.pdf> (consultado el 17 de Noviembre de 2017).

Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction: The Wiskobas Project*. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Van Dijk, T.A. (1983). *La ciencia del texto: un enfoque interdisciplinario*. Barcelona, España: Paidós.

Van Dijk, T.A. (1988). El discurso y la reproducción del racismo. *Lenguaje en contexto*, 1(1-2), 131-180.

Van Dijk, T.A. (1994). Modelos en la memoria. El papel de las representaciones de la situación en el procesamiento del discurso. *Revista latina de Pensamiento y Lenguaje*, 2(1), 39-55.

Van Dijk, T.A. y Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York, EE.UU.: Academic Press.

Waern, Y. (1978). *Thought processes during reading (Working Paper No. 2)*. Estocolmo, Suecia: University of Stockholm.

Wandersee, J.H. (1988). Ways students read texts. *Journal of Research in Science Teaching*, 25(1), 69-84. doi: 10.1002/tea.3660250107

Williams, R.L. y Yore, L.D. (1985). Content, format, gender, and grade level differences in elementary students' ability to read science materials as measured by the cloze procedure. *Journal of Research in Science Teaching*, 22(1), 81-88. doi: 10.1002/tea.3660220107

Wilson, P.T. y Anderson, R.C. (1986). What they don't know will hurt them: The role of prior knowledge in comprehension. En J. Orasanu (Ed.), Reading comprehension: from research to practice (pp 31-48). Hillsdale, EE.UU: Erlbaum.

Zwaan, R. (2004). The immersed experiencer: Toward an embodied theory of language comprehension. En B. H. Ross (Ed.), The psychology of learning and motivation (pp 35-62). New York, EE. UU.: Academic Press.

## Anexos

### Anexo 1

#### *Versiones original y modificada de ítems.*

*Ítem 21 Planea MS (2015).*

Versión original.

¿Qué fracción es equivalente a  $\frac{18}{24}$ ?

- A)  $\frac{3}{12}$
- B)  $\frac{6}{12}$
- C)  $\frac{6}{8}$
- D)  $\frac{9}{6}$

Versión modificada.

De las siguientes opciones, ¿cuál corresponde a una fracción que sea equivalente a  $\frac{18}{24}$ ?

- A)  $\frac{3}{12}$
- B)  $\frac{6}{12}$
- C)  $\frac{6}{8}$
- D)  $\frac{9}{6}$

*Ítem 22 Planea MS (2015).*

Versión original.

¿Cuál es el resultado de  $\frac{5}{6} + \frac{2}{4} + \frac{9}{10}$ ?



Versión modificada.

¿Cuál es el resultado de la suma de fracciones:

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{4} + \frac{9}{10}?$$

*Ítem 35 Planea MS (2015).*

Versión original.

El señor Tello tiene un terreno de 30,000 m<sup>2</sup> que repartirá de la siguiente forma: 25% será para sembrar; 2/5 partes del terreno sobrante serán para su hijo Darío. De lo que resta, su hija Mirna heredará 40%; el porcentaje restante lo designará a su esposa. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

Versión modificada.

El señor Tello tiene un terreno de 30,000 m<sup>2</sup> que repartirá de la siguiente forma:

- \* 25% será para sembrar
- \* 2/5 partes del terreno que quede sin sembrar, serán para su hijo Darío
- \* Su hija Mirna heredará 40% de la parte del terreno que queda aún sin repartir
- \* Finalmente, su esposa se quedará con la parte del terreno que queda

¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

*Ítem 34 Planea MS (2015).*

Versión "original".

Un campesino tiene en el granero un total de 450kg de maíz que distribuirá en tres camionetas de acuerdo con los siguientes requerimientos:

Camión	Cantidad de maíz
1	12% del total
2	11/25 del total
3	restante

Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo. ¿En qué orden deberían de salir los camiones del ganadero? Explica tu respuesta.

Versión modificada.

Un campesino tiene en el granero un total de 450kg de maíz que distribuirá en tres camiones de acuerdo con lo que se presenta en la siguiente tabla:

Camión	Cantidad de maíz
1	11/25 del total
2	12% del total
3	restante

Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo. ¿En qué orden deberían de salir los camiones del ganadero? Explica tu respuesta.

*Ítem PISA (2012).*

Versión original.

El fotógrafo de animales Jean Baptiste fue a una expedición que duró un año y tomó varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento en tamaño de diferentes colonias de pingüinos.

### **Pregunta 1.**

Normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año. Usualmente la cría del huevo más grande de los dos es el único que sobrevive.

Con los pingüinos Rockhooper, el primer huevo pesa aproximadamente 78 g y el segundo huevo pesa aproximadamente 110 g

¿Aproximadamente en qué porcentaje el segundo huevo es más pesado que el primer huevo?

### **Pregunta 2.**

Jean se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones.

- Al comienzo del año, la colonia consiste de 10 000 pingüinos (5 000 parejas).
- Cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año.

- Al final del año 20% de todos los pingüinos (adultos y crías) morirán.

Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y crías) hay en la colonia?

Versión modificada.

Jean Baptiste es un fotógrafo que goza de observar y capturar la vida de los animales. Recientemente, Jean fue a una expedición que duró un año y en la cual aprovechó para tomar varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento del tamaño de diferentes colonias de pingüinos.

### **Pregunta 1.**

Normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año; de estos dos huevos sólo el más grande es el único que sobrevive. Por ejemplo, con la especie de pingüinos conocida como Rockhooper, el primer huevo pesa aproximadamente 78 g y el segundo huevo pesa aproximadamente 110 g.

¿Aproximadamente en qué porcentaje el segundo huevo pesa más que el primer huevo?

### **Pregunta 2.**

Con la expedición que llevó a cabo, Jean se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones.

- Al comienzo del año, la colonia consiste de 10 000 pingüinos (es decir, de 5 000 parejas).
- Cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año.
- Al final del año 20% de todos los pingüinos (adultos y crías) morirán.

Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y crías) hay en la colonia?

## **Anexo 2**

### ***Cuestionario para indagar los conocimientos previos del lector sobre los conceptos involucrados.***

Agradecemos que contestes de manera sincera y lo más amplia posible a las siguientes peticiones.

1. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra fracción.
2. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra porcentaje.
3. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra decimal.
4. ¿Consideras que hay alguna relación entre el significado de los conceptos “fracción”, “decimal” y “porcentaje”? ¿Por qué? Y en caso de que sí, ¿cómo es esa relación?

### **Anexo 3**

#### ***Cuestionario 1.***

Agradecemos que contestes de manera sincera y lo más amplia posible a las siguientes peticiones.

1. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra fracción.
2. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra porcentaje.
3. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra decimal.
4. ¿Consideras que hay alguna relación entre estos conceptos “fracción”, “decimal” y “porcentaje”? ¿Por qué? Y en caso de que sí, ¿cómo es esa relación?

## **Cuestionario 2.**

A continuación te presentamos dos ejercicios. Léelos en voz alta y resuelve.

1. ¿Qué fracción es equivalente a  $\frac{18}{24}$ ?

2. ¿Cuál es el resultado de  $\frac{5}{6} + \frac{2}{4} + \frac{9}{10}$ ?

Lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas.

El señor Tello tiene un terreno de  $30,000 \text{ m}^2$  que repartirá de la siguiente forma: 25% será para sembrar;  $\frac{2}{5}$  partes del terreno sobrante serán para su hijo Darío. De lo que resta, su hija Mirna heredará 40%; el porcentaje restante lo designará a su esposa. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

- 1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.
- 2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.
- 3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.

Vuelve a leer el enunciado de la repartición del terreno del señor Tello.

1. ¿Quién se quedará con más parte del terreno?
2. Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno; ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué.
3. ¿Cuántos metros cuadrados le corresponden a cada uno?
4. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?
5. ¿Por qué crees que se pregunta eso en el problema?



S2

Lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas.

Un campesino tiene en el granero un total de 450kg de maíz que distribuirá en tres camionetas de acuerdo con los siguientes requerimientos:

Camión	Cantidad de maíz
1	12% del total
2	11/25 del total
3	restante

Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo. ¿En qué orden deberían de salir los camiones del ganadero? Explica tu respuesta.

1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.

2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.

3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.

4) Vuelve a leer el enunciado de la repartición de maíz y resuélvelo.

5) Expresa las dificultades con las que te encontraste (en caso de haberlas) al resolver este problema.

6) Imagina que estás en la situación que se plantea en el enunciado y re-créalala involucrando como personajes a gente que conozcas. Narra cómo sería la repartición y por qué se haría de esa manera. La propuesta es que el enunciado tenga una narrativa más acorde a la realidad.

Lee el siguiente texto. No es necesario que lo contestes.

El fotógrafo de animales Jean Baptiste fue a una expedición que duró un año y tomó varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento en tamaño de diferentes colonias de pingüinos.

**Pregunta 1.**

Normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año. Usualmente la cría del huevo más grande de los dos es el único que sobrevive.

Con los pingüinos Rockhooper, el primer huevo pesa aproximadamente 78 g y el segundo huevo pesa aproximadamente 110 g

¿Aproximadamente en qué porcentaje el segundo huevo es más pesado que el primer huevo?

**Pregunta 2.**

Jean se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones.

- Al comienzo del año, la colonia consiste de 10 000 pingüinos (5 000 parejas).
- Cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año.
- Al final del año 20% de todos los pingüinos (adultos y crías) morirán.

Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y crías) hay en la colonia?

1) Dentro de este texto, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.

2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.

3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.

Vuelve a leer el texto de los pingüinos.

1) ¿Cuál es el peso del huevo que sobrevivirá?

2) En la Pregunta 1 que aparece en el texto, ¿qué requieres para contestarla?

3) ¿Por qué crees que se pregunte el porcentaje de diferencia entre el peso de los dos huevos?

4) En la Pregunta 2, ¿qué puedes deducir al leer el segundo punto?

5) ¿Cómo puedes saber cuántos pingüinos morirán al final del año?

6) Al final del año habrá menos pingüinos de los que había al inicio del año, ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué.

## Anexo 4

### *Diálogos transcritos de audio con los informantes.*

*Alejandro. CCH Sur.*

K: Entonces, no sé si pudieras platicarme un poco sobre lo que pensaste en estas primeras preguntas...

A: Pues en la primera que dice qué entiendo cuando escucho la palabra fracción, automáticamente pensé en Matemáticas, en lo que todos aprendemos en secundaria, en primaria, que es “un cuarto” es equivalente a...no sé...o dos medios es equivalente a ...a otra fracción, y pues para plasmar el dibujito puse un queso que es como que lo más básico que te enseñan -o también te enseñan con pasteles en la primaria...y pues la segunda fue...la palabra fue porcentaje y pues lo primero que me llegó fue como que una...yo con lo que lo relacioné fue ya con una medida...por ejemplo, no sé, cuando estás en cocina o algo así te piden cierto porcentaje de cierta cantidad de cierta comida para que quede o no entonces yo más o menos lo relacioné eso se me hace como una medida de un total, por ejemplo el 100% sería...como... el completo, el esencial, y ya de ahí se va derivando...sería también como en fracciones que sería lo equivalente de, no sé, dos medios, sería 100%...1/2 sería el 50% y más o menos así creo que es la relación y pues lo de...donde tuve más o menos la duda fue la de decimal -que es la tercera pregunta- este porque sé que...bueno, no sé...no me acuerdo bien si es nada más por la posición que obtiene después del punto, porque ya después es centésima y todo eso...milésima...entonces...pues yo sólo puse que es la...una posición después del punto...y sé que muchos problemas sí tiene que ver por ejemplo para sacar los decimales...los porcentajes y las de esas, pero no supe cómo van de la mano así que todo lo aprendes en matemáticas y pues...ya...

K: Bien, entonces tú notas que hay cierta relación entre estos conceptos pero quizá no...no ves...

A: Algo concreto

K: ok. Una cosa que me llama la atención es, en esta parte del decimal tú me comentas que lo asocias, ¿no? con una primera posición después del punto y plasmas aquí un número...me imagino que a manera de ejemplo de un...número decimal...¿por qué...?...¿por qué...?. ¿o cuál sería el número de ejemplo de decimal aquí?

A: Es “Pi”...escogí Pi porque... no lo he estudiado bien a fondo pero creo que es un número infinito, ¿no?...o algo así...y bueno, lo que he entendido...tengo el conocimiento... es que es en base al círculo...algo así, por algo salió el número Pi...y pues la verdad es que yo luego le he preguntado a profesores y no me supieron contestar ...así, un conocimiento concreto de eso...y también luego yo digo que lo voy a estudiar pero se me olvida...se me hace muy interesante todo eso como de un número a otro hay milésimas de números o infinito de números

K: Sí, seguramente es algo muy interesante. Y tú pones entonces la cifra “3.1416”...entonces, ¿ahí el “decimal” sería todo el número “3.1416”?

A: No...el decimal... yo tengo entendido que nada más es la posición, por ejemplo, en este caso...de 3,1416, el decimal sería ...este, cat... ¿el 4?...¿el 14?...o creo el 16 ya sería la centésima o algo así...eso es lo que yo más o menos entiendo

[Se dan instrucciones de que lo lea en voz alta y externe todo lo que piense mientras lo lee y contesta a las preguntas.]

A: [Lee el enunciado del primer ítem] [Duda en cómo se pronuncia el denominador "24"] [Lee las opciones] Pues yo tengo entendido que ...aquí lo que podría hacer, para, sacar este...cuál es equivalente...podría simplificar este número...¿y cómo se simplifica esto? Tengo entendido que primero escribes el número otra vez, y luego ves si es divisible, por ejemplo, el 18 es divisible entre dos ...quedaría como un nueve, y el 24 también tiene mitad...quedaría como un 12...y a partir de aquí buscaría si tiene...si alguna de estas está aquí... [observa las opciones y se percata de que la fracción que halló, no está en las opciones del ítem] rayos...bueno, pero estas tienen tercera...porque el 9 ya no tiene mitad exacta...entonces, sería como...la tercera de 9 sería 3...y aquí sería 4...4, 8, 12...sí...y tampoco está...entonces...mmm...¿3/4 a qué es equivalente?...3/4 es equivalente a...bueno, dibujaría esto...un cuadrado lo partiría en 4, y de ahí me dice que tengo  $\frac{3}{4}$  entonces eso lo dibujaría así, y esto es lo que quiero encontrar, una equivalencia a esto con estos dos...y no sé, dibujaría las otras opciones, la más que se me hace... este... es la de...6/8 ...vamos a intentar la opción c...dividiría esto en 6... 2, 3, 6...ahí está...y intentaría, este, sombrear otra vez estos...lo de abajo...el divisor, o no me acuerdo qué sea...2, 3, 4, 5...no, aquí ya completamente se pasa, entonces tacharía esta opción...[Hace un dibujo para representar 6/8, sin embargo, el rectángulo que dibuja lo divide en seis partes y busca sombrear ocho] mmm no sé, ahora sería el cuadro en...¿12 partes? No... a ver...4, sí, ahora en 12...3, 6...ahora lo divido el mismo cuadro en 12 y ya trataría de sombrear 6 partes...1, 2, 3, 4, 5, 6, no, esto es equivalente a  $\frac{1}{2}$ , entonces tampoco quedaría...entonces la de 3... [observa el inciso a], tampoco quedaría esa, es como...¿1/4?...entonces, ya vería si es la opción d...6...hay que dividir en 6...[dibuja un rectángulo, lo divide en 6 y dado que la fracción cubre al entero y sobran, dibuja unos cuadros "del mismo tamaño" pegado al rectángulo dividido] 1, 2, 3, 4, 5, 6...7...8...¡Oh rayos, no me quedó!...no, bueno, aquí no me dio ninguna opción, así que no sabría qué poner...

K: Ok. Si gustas podemos pasar al otro o si quieres...

A: Sí, mejor al otro. ¿O no tenía que ser como sacar los enteros también?

K:¿Sacar los enteros? No sé, ¿a qué te refieres?

A: O sea, convertir los números también los podría convertir enteros?...

K: Si gustas hacerlo...eres completamente libre de hacer lo que...

A: O sea, ¿la respuesta sí está aquí?

K: Sí

A: ¡Ah, rayos! Mmm...

K: Bueno, te pregunto, te interrumpo... este...¿consideras que el enunciado de ese ejercicio o de ese problema es claro?...¿te permite o te lleva a...?

A: Sí, creo que es claro, pero yo tengo mucho tiempo sin ver fracciones, entonces creo que por eso tengo los conocimientos borrosos pero...sé que más o menos sí era así...pero ya no me acuerdo de cómo continuarlo...Y pues bueno, esto sería más o menos igual lo de fracciones...en la pregunta dos que dice [Lee el enunciado del segundo ítem] “¿Cuál es el resultado entre...entre esto?” [escribe la suma copiando tal cual] ...mmm...la multiplicación...me acuerdo que es directa, creo...y...este... la suma era...primero sacabas un mínimo común múltiplo que fuera de los tres, me parece...entonces...se sacaba...también acomodando los números...sí...6, 4, 10 [Utiliza una herramienta de descomposición en primos para hallar el mcm] y vas viendo si tienen mitad... y pues este tiene 3...2...5... y luego otra vez mitad, y este ya se quedó en 1... este no tiene, este no tiene, entonces se bajan igual...tercera...1,1,5... quedaría. Entonces esto creo que se multiplican para sacar el de abajo, ¿no?... el mcm del denominador...sería...2 por 2 es 4...luego 3 sería 12...12 por 5 serían...cincuenta y...no, sesenta...2,4,6, 8,10, sí, 60...y entonces ya veo cuántas veces cabe...el 6 en el 60, cabe 10...y 10...¡Ay! ¿Sí era por 5?...Sí, ¿verdad? Si...10 por 5, sería 50...más...¿cuántas veces cabe el 4 en el 60?---Este.. cabe...4 es 40...20...cabe 10...¿15 veces?...¿Puedo usar calculadora?

K: Sí, si gustas...

A: Gracias. Es 4 por 15, ¿dice? ¡Ah sí, 60! Y entonces 15 por 2 sería 30... aquí 50...30 más...¿Cuántas veces cabe el 10 en el 60? Cabe 6 veces, 6 por 9...9 por 6...treinta y...cincuenta y...¿cuatro?...[Verifica en la calculadora] ¡Ah, sí! Entonces ya, a partir de eso, ya nada más sería volverlo a dejar y sumar ya estos resultados...aquí abajito...30 más 50...aquí serían de entrada 100...134... entre 60... ese sería el resultado final, ¿no? Y pues ya...no sé si lo tenga que simplificar o no...pero pues ya sería más o menos lo mismo que el otro pero...este, este sí estoy seguro que es esto.

K: Ok, muchas gracias. Nuevamente, entonces, ¿los dos enunciados te han parecido claros...? ¿No han sido, digamos, un obstáculo para que...para entender lo que te piden, no, resolver?

A: Sí.

K: Te recibo, si gustas, esa hoja...

A: [Continúa meditando en el primer ítem]...1/4...es que...bueno yo hubiera escogido la b...

K: Vale...después me platicas por qué

A: Sí, porque se me hace como la más lógica, porque este es  $\frac{1}{2}$ , la b...este es como un...vendría siendo como  $\frac{1}{4}$ ... o menos de  $\frac{1}{4}$  ...y este...¡no!...¡Ay no, estaba entre la c y la d!...Entonces estas las iluminaría así de opción rápida... este si vendría siendo como lo que...8...8 entre 4 sería 2...2...¡Ay, es esta! Es esta, es la c, porque son  $\frac{3}{4}$ ...es la c...hasta ahorita ya que la voy viendo ya de regreso, la opción correcta de la primera era la c

K: Ok...¿cómo te diste cuenta que son  $\frac{3}{4}$ ?

A: Porque...repartí 8 cuatro veces...y entonces, aquí está tomando lo mismo que acá...Bueno, no sé cómo lo asoció mi cerebro, pero ahorita ya me dí cuenta.

K: Entonces, ¿seguimos? Te paso este otro...

A: Ajá. ¿Este igual lo tengo que leer en voz alta?

K: Sí, por favor.

A: "El señor Tello tiene un terreno de...treinta mil...metros cuadrados que repartirá en, de la siguiente forma 25 por ciento será para sembrar, dos quintas partes del terreno...sobrante, serán para...su hijo...Darío...de lo que re...de lo que resta, su hija Mariana, no, Mirna, heredará el 40 por ciento de porcentaje restante...lo...designará a su esposa, ¿cuánto metros cuadrados...del terreno heredará su esposa?" Pues...mmm...pues yo creo que lo primero sería dividir el terreno, bueno [lo dice en tono dubitativo], más o menos, ¿no?

K: Te voy a interrumpir, a propósito. La idea en esta primera lectura que has dado, no es necesario que respondas por el momento lo que te preguntan, sino más bien me interesaría que vieras las preguntas que están abajo. Por el momento no es necesario responderlo.

A: [Lee la primer pregunta]. Este...este, pues no, creo que sí entiendo todas las palabras...Este... [lee la segunda pregunta] pues que...muere un señor que tenía un terreno de 30, 000 hectáreas...y...el 25 por ciento del terreno total lo de...lo va a designar para sembrar, de lo que sobre, debemos de dividir el terreno en cinco partes del sobrante de lo que...además del 25 por ciento...para que...dos partes de estas que van a quedar dividido entre 5 lo va a...ser de su hijo Darío...de lo que resta, su hija Mariana heredará el 40 por ciento, entonces, su hija Mirna re..heredará el 40% de tres quintas partes de lo que sobró de lo que no es de siembra...[vuelve a leer] "el porcentaje restante...lo designará a su esposa", ¡ah ya! Ya, ahorita ya entendí la pregunta creo que...eh...pues su esposa va a heredar el 60 por ciento de tres quintas partes...pues ya. Eso es como lo que yo entendí con mis palabras. [Lee la tercer pregunta] ¿Ahora sí lo dibujo?

K: Mhm

A: Bueno, lo más fácil que se me hace es...hacer un intento de cuadrado...y...primero que nada, dividirlo en...así en tres, y cada una de estas representa 10 000...10 000, 10 000, 10 000 [Lo escribe en cada una de las partes] Entonces de este...el 25% lo va a hacer...lo va a hacer para...para siembra, entonces el 25% es equivalente a  $\frac{1}{4}$ , entonces sería otra vez como volverlo a dividir...entonces, toda esta área sombreada equivale al 25%...y esto es lo que no se va a tocar para nada...esto es lo que no se va a...tocar en el testamento...esa área, y el 25 % de...no es..de una vez creo que es conveniente sacarlo...creo que usaré una regla de tres...para...30...300 mil...equivale al 100%...entonces el 25%, ¿cuántos metros cuadrados serían? Son, es 25 por...por 30 mil sería...75..750 mil entre cien...que nada más sería quitar dos ceros, ¿no?...es 7500 sería el 25%...después de esto, dice...[lee]...dos quintas partes del terreno...bueno, aquí creo que ya está más difícil...bueno, no más difícil, pero...no sabría cómo representarlo gráficamente...pero pues la idea sería que de esto, le reste el 3000...el...la cantidad inicial...que era 30 000...le voy a restar el 7500...quedarían...doscientos...veinticinco mil...esa es la cantidad que queda de terreno sobrante...esta..hay que dividirlo entre cinco partes...vendría siendo de 4500 cada parte de esta...3, 4, 5...entonces dice que su hijo heredará dos quintas partes...esto va a ser para el hijo [subraya en sus



cálculos que hace en sus notas]...serían... 9000...9000 su hijo Da...su hijo...Darío...entonces...me queda que...van a sobrar...4500...4500 por 3...135 mil...¡ah no! 13 500...es lo que sobra del terreno...y de esto... le resta...su hija Marina heredará el 40%, sería otra vez usar la regla de tres, bueno, yo la usaría, el...13 500 equivale otra vez al 100%...y dice que su hija va a heredar 40%...entonces volvería a usar el mismo método de regla de tres, que sería...40...por...13 500...entre 100...quinientos cuarenta...cuarenta mil...es lo que heredó su hija...eso es lo equivalente al 40%, entonces el 60 % sería lo que sobre de esto, y volvería a hacer esto, ciento...bueno, 13 500...menos...algo hice mal [el cálculo anterior] ...13 500 por 40...entre 100...¡Ah sí! Ya decía yo...eran muchos ceros...5400 heredó su hija en metros cuadrados... a 13 000 le vamos a quitar otra vez 5400...y.. y el resultado sería 8100 metros cuadrados y eso es lo que va a heredar la mamá... y pues esta sería mi respuesta, eso es lo que hereda la esposa del...bueno, 8100 metros cuadrados.

K: Ok, gracias. Bueno, siguiendo con ese enunciado que acabas de leer...te paso estas preguntas [siguiente hoja]

A: [Lee primer pregunta] Pues aquí revisaría mis apuntes...y pues el hijo se quedó con 9000 metros cuadrados, la hija se quedó con 5400 y la mamá con 8100...pues, el hijo se quedó con más..este ¿Darío, se llama? Sí Darío...[Lee la segunda pregunta y sigue leyendo “Mariana” en vez de “Mirna”] Pues...es...falso...ya que...¡ah no! Marina y Darío, bueno sí, igual es falso...pues Marina es la hija, ¿no? La hija tiene...5400...de metros cuadrados, mientras que...el hijo tiene...este...dos mil...¿qué?...9000 de metros cuadrados, entonces, como podemos ver, esto no es un resultado igual, es completamente diferente, entonces por eso mi respuesta sería falso. [Lee la tercer pregunta] Pues nada más sería cuestión de...pasar esto...a...darío, le corresponde 900 m<sup>2</sup>...a Marin..Mirna, le corresponden 5400...m<sup>2</sup>, la esposa...8100 m<sup>2</sup>...[Lee la cuarta pregunta] A ver, voy a ponerlo...8100 m<sup>2</sup> ...[Lee la quinta pregunta] Pues yo creo que hacen la pregunta de la esposa para ver qué tan bien interpretas tú el problema y ver qué tan...de qué manera lo puedes representar para que tú mismo lo vayas entendiendo y lo vayas desglosando bien el problema y no te vayas confundiendo entre...porcentajes...y... fracciones...y ya.

K: Muchas gracias. Y por ejemplo, si tú no hubieras resuelto aún el problema y hubieras leído la pregunta dos donde se pregunta, o se afirma que Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno, tú no has...imagina que tú no has resuelto el problema y simplemente pues tienes el enunciado, ¿no? ¿Tú qué hubieras contestado? ¿Puedes imaginarlo?

A: Mmm... Pues igual hubiera dicho que falso...porque...para empezar, su hijo, bueno este Darío ya se quedó con dos quintas partes, y sobran tres quintas partes, de lo cual Marin...Mirna está heredando el 40%, lo cual viene siendo menos de la mitad ...ah bueno, sí...no sé, ahí hubiera dudado mucho...porque sí podría ser la...así por..¿cómo se llama? Por fracción...creo que sí pudo haber sido que me...que yo hubiera dudado y tal vez yo hubiera puesto verdadero...pero pues, la verdad, siendo yo, no me hubiera quedado con la duda y hubiera resuelto el problema.

K: ¿Por qué hubieras dudado?

A: Porque...empezamos que dos quintas partes se quedó el hijo...y quedaron tres quintas partes, entonces dice que ...Mirna heredó el 40% ...eh ...no es la mitad, pero es menos de la mitad...de esto, entonces...sí vendría siendo como un número entre uno y dos...lo que hereda, Mirna hereda entre 1/5 y

2/5 de ...está entre estas dos cantidades lo que hereda Mirna...entonces por eso yo...sí dudaría de que esta se pueda acercar a esta...

K: Y “acercarse”, ¿te da como indicios de pensar que puedan ser igual?

A: Este, tal vez sí...Si no tuviera tiempo para resolver el problema, y lo tuviera que decir así...mmm... a lo mejor sí pondría que sí son iguales...si no sé si es un examen de universidad que tengo un minuto para cada pregunta, mi manera rápida sí sería esa, no me daría el tiempo para hacer todo el problema otra vez

K: De acuerdo, gracias. Al leer este enunciado, ¿consideras que es claro...no tan claro...qué opinarías?

A: Considero que es muy claro pero eso se basa en mi experiencia porque...he tenido varios compañeros a los que le resulta muy complicado leer problemas de matemáticas porque no están acostumbrados a ejemplificarlos con dibujitos y eso es algo que me enseñaron a mí muchos maestros, que siempre que tenga problemas de matemáticas, deba hacer los...este...¿cómo se llaman? Los...diseños del problema?...es algo que hasta me reitera el de Física...y pues...¿y cuál era la pregunta?

K: Sí, bueno, me comentabas esto de que te...

A: ¡Ah! ¿Qué tan claro fue para mí? Pues...por eso se me hizo a mí claro, porque yo tuve este método de aprendizaje...en el que ejemplificar el problema de manera visual, ya sea haciéndolo con dibujitos o algo así, y de esa manera creo que también fue como resolví el de hace rato, de las fracciones, que ya me dí cuenta cuando iba a ...a entregarlo, que no era esa, que era la opción c, porque hice los dibujitos y me dí cuenta que eran  $\frac{3}{4}$  y la opción que equivalía a  $\frac{3}{4}$  era la c.

K: Y por ejemplo, a propósito de eso que mencionas de ...bueno, interpreto que me estás diciendo “para mí fue claro, o es claro, cuando uno puede dibujar, ¿no?, o plasmar un diseño” como decías, ¿y por ejemplo en este caso, en algún momento tú externaste al hacer el dibujo como que...eh...ya encontrabas dificultad para seguir plasmando lo que te...dice en el enunciado; entonces no sé si asocias por ejemplo eso de...o si asociarías la claridad del enunciado con este hecho de que...¿o a qué crees que se haya debido que no hayas completado el dibujo?

A: ¡Ah! Porque llegué a un punto en el que me dí cuenta que no me iba a servir para encontrar la respuesta...pero dejé el dibujo para...porque...para comprobarlo, podría ir sombreando las partes de cada uno, y ver si sí completan esto, y sería como rectificar mi respuesta, para ver si estoy bien o mal

K: Ok, ¿tienes alguna idea de cómo lo harías? Digo, no es necesario que lo hagas...

A: Pues, como ahorita ya lo tengo dividido el 75, usaría las cantidades enteras o las sumaría para ver si me da 30 000...y pues ya sumándolo, yo creo que sí

K: Ok...

[Aproveché para platicarle sobre mi trabajo y le mostré la modificación del enunciado del señor Tello más cohesivo] Me gustaría que tú me dieras tu opinión, ¿considerarías que sería más claro...menos claro...que te permitiría comprender...la situación o el enunciado cuando lo lees?

A: Mmm...creo que es más claro este segundo, ya que no viene tan abultado y pues ...es lo que , bueno lo que yo siento, cuando muchos hablan de matemáticas y ven el examen y ven un parrafote de una pregunta sienten...o se bloquean, solamente de eso , de que ven una pregunta muy larga, y dicen “no, pues va a estar muy difícil”, cuando en realidad si lo sabes desglosar es muy fácil, por ejemplo, aquí ya siento que alguien que no pudo haber contestado la primera vez, tal vez en esta hubiera tenido más posibilidades de haberla contestado bien...porque viene, no sé, más sencillo y menos cargado...también yo creo que lo visual influye mucho en cómo aprende uno en otras materias...que es comunicación y eso, lo visual afecta mucho en cómo entendemos o cómo nos bloqueamos nosotros.

...Nada, creo que están bien planteadas y tienen lógica las preguntas.

S2.

K: Te paso entonces la primera hoja...

A: [Lee las instrucciones, ya sabe cuál es la dinámica de trabajo en la sesión] “Un campesino tiene...en el granero un total de 450 kg de maíz, que distribuirá en tres camiones de acuerdo a lo que... presenta en la siguiente tabla” Y viene la tabla, dos columnas, primer columna “camión, 1, 2, 3”...este... ”cantidad de maíz”... once veinticavos del total..doce por ciento del total...restante” “Es necesario que...llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo, ¿en qué orden deberían de salir los camiones del...del ganadero?”...este... “explica tu respuesta”. Y las preguntas que hay, son tres preguntas...bueno tres incisos [lee la primer pregunta] Pues no, creo que sí comprendo...todo del problema... [lee la segunda pregunta] Pues...el camp...el...dueño del maíz, tiene que...llevar sus...llevar su...mercancía de maíz, que son un total de 450 gramos...y...lo reparte en tres camiones...y te pregunta que cuál va a llegar primero...bueno, cuál debe de enviar primero para que...llegue la mayor cantidad de maíz posible...en lo antes posible...de tiempo...[“Dibuja la situación que se te...que se presenta en el enunciado”] mmm... pues... 25...pues no sé, bueno, son tres camioncitos...el camión uno...el camión dos...y el camión tres...mmm...rayos [se hace una interrupción porque el estudiante solicita calculadora] mmm...bueno, creo que tenemos que dividir primero...para saber cuánta cantidad de maíz lleva el primer camión, tenemos que dividir...450...entre...entre 25...y ¿cuántas veces cabe el 25 en el...? No, primero, ¡Ay, ya se me olvidó cómo se hacía esto! ¡Dios mío, qué vergüenza! [lo dice sonriendo]

K: No te preocupes...

A: El...25...450...50...50...50...50...100, 200...400...100, doscien... 100, 200...200, 450...[escribe una lista de “50”s para hallar cuántas veces cabe el 25 en el 450]... pues dice que...lleva once veinticavos [cuenta en su lista que dibujó]...ya se me olvidó qué tengo que hacer...¿o puedo ir por mí, mi de esa cosa rápido? Es que...como que me bloqueo...

K: No te preocupes

[va por su calculadora]

A: Bueno, ahora sí voy a dividir 450 entre 25...¡Ah sí, 18! Sí estaba bien... serían 18...y esto ...representa que son 18 kilos por cada veinti...en cada veinticinco partes, entonces ahora voy a multiplicar ese 18 por 25...y... 198... kg...es lo que lleva el camión uno...ahora, el 12% del total otra vez...esto quiere decir que vamos a volver a agarrar la primera cantidad que fue 450... 450...entonces equivale al...equivale al

100%...lo que queremos saber es cuánto equivale el 12%, y vamos a aplicar otra vez una regla de tres...que sería 12...por...450...entre 100...54...kg...y pues...sólo tendríamos que sumar 198 más 54...entre el camión 1 y 2, llevan 252...kg...y el camión 3 lleva el restante del total, entonces tendríamos que restar otra vez 450...menos lo que ya llevan los dos otros camiones...que sería 450 menos...252...198...pues en este caso, hay dos camiones que llevan la misma cantidad de maíz...este, entonces,...para...responder este...la pregunta del ganadero, debería enviar al camión que quiera que sea el 1 y el 3, no habría diferencia, podría enviar al 1 al 3...y después, y por último dejar al 2...y pues ya.

K: Muy bien, gracias. ¿Te paso esta?...

A: Ajá. Dice, “vuelve a leer el enunciado del maíz y resuélvelo” Ya lo resolví [ríe]... este...número 4 “expresa las dificultades...con las que te encontraste...en caso de haberlas...al resolver este problema...” Pues...me encontré con la dificultad de que...me puse nervioso y no sabía cómo dividir...pero pues...sí estaba bien, sólo que no quería este... arriesgarme así, y pues mejor, opté por verlo en la calculadora, y pues sí estaba bien...

K: ¿Sería la única dificultad que detectas?

A: Mmm sí, creo que sí.

K: Vale.

A: “Imagina que estás en la situación que se plantea en el enunciado..Recálcala, inco...involucrando como...personajes...a gente que conozcas...narra cómo sería la repartición, y por qué se haría de esa manera la...propuesta...es que el enunciado tenga un una...narrativa...acorde a la realidad” ...Pues supongo que aquí tengo que ser yo el granjero...bueno...yo sería el granjero y tengo 450 gramos de maíz, kg de maíz, y tengo 3 camiones para llevarlos a la ciudad...en el primer camión reparto once veinti, once veinticincoavos del total, en el segundo camión reparto el 12% del total, y en el tercer camión reparto el restante. Pues en el primer ca...en el primer camión tengo a... mi compañero..a mi amigo Abad, en el segundo tengo a mi compañero...a mi amigo José Carlos, y en el tercer camión tengo a...mi amigo Diego. Este...ya que...el camión 1 y el camión 3 llevan la misma cantidad de ...de maíz...yo enviaría primero al 1 porque...sé que sería...el que conduce más rápido y tiene más experiencia en el camino...eso es lo que si yo como granjero, si fuera...ese...sabiendo eso, sería lo que yo haría, enviar al más rápido primero..ya que esos dos camiones tienen la misma cantidad, y ... después enviar al camión número 3 y después al número 2.

K: Una pregunta, Alejandro: ¿has tenido oportunidad de tener cercanía con una situación así? No sé, algún granjero... o...o quizá ver algún camión, en el que lleven, por ejemplo maíz o alguna otra carga...

A: Mmm...pues, no tan parecida, pero pues...yo llegué a trabajar en un restaurante de mesero, y pues...y después también teníamos pedidos...y a veces me tocaba irlos a dejar, entonces eso..sería no sé...algún ejemplo que se aproxime a este ☹...

K: Ok. Este, ¿tienes como alguna noción o te das alguna idea de cuánto puede ser esa cantidad, por ejemplo de los 450 kg de maíz?

A: O sea, ¿qué tanto es?

K: Ajá...¿te das alguna idea?

A: O sea, ¿de espacio? ¿O a qué te refieres?

K: Mmm...sí, no sé, como...¿cuánto imaginas que es? ¿O cuánto...crees que ocupa? Ajá...

A: Pues... por maíz no sé en qué forma venga, si venga el elote...o venga ya desgranado; si es desgranado, ocuparía menos espacio, porque si es con el del elote, pues todavía tiene la mazorca...siento que ocuparía más...sería como un kilo por ...¿elote?...o más o menos así...

K: Y, aprovechando eso...tú obtuviste ciertas cantidades, bueno al ver cuánto equivalía 11/25...el 12%...y cuánto llevaba el camión 3...eh..de acuerdo a esas cantidades que te resultaron, ¿crees que sería necesario ocupar 3 camiones?, O sea que...¿o quedaría mucho espacio en cada camión...? ¿Qué imaginas?

A: Mm, es que también no dice de qué dimensiones son los camiones...y...pues yo supongo que si el...granjero trajo los tres camiones, es porque ya tiene la experiencia...y sabe...cuánto le cabe a cada camión, y por eso dos quedaron hasta el tope...y uno ya quedó con lo que sobró, sólo que en el problema lo plantearon de manera distinta.

K: Ok, va. Una última pregunta respecto a este enunciado: ¿En algún momento te menciona que...la mayor cantidad de maíz en menos tiempo, eh...no sé, ¿qué vino a tu mente en ese momento, al leer esa parte antes de resolver el problema?

A: Este ver...qué camión llevaba la mayor cantidad de maíz..para...saber así cuál enviar primero; no sé, antes de resolverlo...podría ser que el camión 2 o 3 tuvieran más maíz que el 1, entonces así los enviarías en otro orden...

K: Ok. Y si no hubieras calculado cuánto ...qué cantidad de kg tenía cada camión, ¿tú hubieras podido deducir, con la información que te dan en la tabla, cuál enviar primero?

A: Este... sí, más o menos, bueno, yo hubiera puesto que el camión 1..debería de haber salido primero...ya que nos dice que...11/25 es el total, entonces yo dedujería que es un 40% o poquito...acercándose al 50...en cambio al...12%, y al tenerlo así, este...pues yo optaría por enviar primero al camión 1

K: Ok, muchas gracias...El otro enunciado es este...

A: [Lee las instrucciones "Lee el siguiente enunciado...digo, texto..." ] "Jean"...ah, no sé cómo se pronuncie, "Jean Ba...Bapsti...Bastis...Baptise...Baptis...es un fotógrafo que...goza de observar y capturar...la vida de los animales...recientemente jean...fue a una...expedición que duró un año...y en el cual aprovechó para tomar varias fotos de pingüinos...y sus crías...él estaba particul...particularmente interesado en el...crecimiento del tamaño de diferentes colonias...de pingüinos. Pregunta 1, normalmente una pareja de pingüinos produce dos crías cada año, de...de estos dos huevos sólo el más grande es el único sobreviviente, por ejemplo...con la especie de pingüinos conocida como...Rock...Rockhop...hop...hopper...el primer huevo, pesa aproximadamente 78 g... y el segun...do

huevo, pesa aproximadamente 110 g...aproximadamente, ¿en qué porcentaje del segundo huevo, pesa más que el primer huevo?... mmm...

K: Puedes continuar leyendo...

A: Ah ok. Pregunta 2, “con la expedición que llevó a cabo Jean, se...maravilla...de cómo el tamaño...de la colonia de pingüinos...cambiará ..en pocos años...Para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones...A comienzo del año, la colonia consiste de...10000 pingüinos...es decir, 5000 parejas...cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año...al final del año, 20% de todos los pingüinos, adultos y crías, morirían...al final del primer año, ¿cuántos pingüinos adultos y crías hay en la colonia? Dentro de este...pregunta, digo, inciso número uno [lee la primer pregunta] Mmm pues más que comprender, pues no sé, jamás había escuchado...lo de...la clase de pingüinos, nada más...ese el Rock...Rockhopper? Bueno...es que nunca me lo puse a investigar eso. [Lee la segunda pregunta] Mmm...pues...un fotógrafo...analiza...se fue un año a vivir con unos pingüinos, se podría decir...para...observarlos y tomarles foto...él...saca unos...datos...que...nos dá la cantidad de...de cuántos pingüinos hay y de cuántas parejas hay...y nos da los datos de...la cifra aproximada de cuántos pingüinos mueren...al año...y cómo...cuántos nacen al año, también...y entonces su pregunta es ¿cuántos adult...cuántos...pingüinos va a haber al final del año. [Lee la tercer pregunta] ...Pues...pues aquí nos dice que...una pareja de pingüinos produce...dos huevos cada año...pero...pues, sólo el más grande sobrevive. Y entonces estaríamos contando de que...para la pregunta...bueno, para la primer pregunta que dice [lee la Pregunta 1 del texto]...pues el 78 gramos es el primer huevo...eso sería el 100%...y el otro pesa 110...supongo que va a ser más del 100% que del primer huevo...o algo así, no sé si lo estoy entendiendo bien el problema, pero bueno, así es como yo lo entiendo [escribe la relación de regla de tres y calcula el porcentaje correspondiente a 110g] pues aquí en esta pregunta sería que...la pregunta dice [vuelve a leer la Pregunta 1 del Texto]...pues...el, el primer huevo pesa 78 gramos, tomando eso como referencia, le dí...un total de...100%, y el segundo huevo pesa 110, esto se...daría como resultado que ese huevo tiene un 144%...pesa más que el primero 44...pesa 44% más, entonces esa sería mi respuesta...más que el primero...este...después, para la pregunta 2, nos dice que con la expedición que...llevó a cabo...nos dice que “cambiará en pocos años; para determinar esto él hace las siguientes suposiciones: Al comienzo de cada año la...al comienzo del año la colonia tiene 10 000 pingüinos...es decir, que esto se divide en 5000 parejas cada uno” [lo escribe en la hoja]...y nos dice al inicio que...por año tienen dos huevo pero sólo uno es el que...sobrevive, entonces...diría que tienen...las 5000 parejas tienen 10 000 huevos, pero la mitad se va a eliminar...o no van a sobrevivir, entonces sólo nacen, 5000 huevos más [lo escribe]..y después dice “cada pingüino tiene...una cría al año” ..¡ah, pues era la misma! Dice, “al final el 20% de todos los pingüinos...” Pues tendríamos que sacar...el 20%...del total...sumar los pingüinos que ya había antes, que eran los 10 000...más, los que nacieron...ese año, que serían 5000...eso nos daría 15 000...pingüinos...eso sería el 100%...y, nos dice que mueren el 20%...entonces, tendríamos que multiplicar el 20%, bueno, 20...por...15 000... y dividir esto entre el 100%, aplica la regla de tres otra vez...entonces nos dice que...mueren 3000...pingüinos al año [lo escribe]...contando...este...adultos y crías...este...[vuelve a leer la Pregunta 2] Pues a 15 000 le tendríamos que restar 3000...y eso sería un total de 12 000...pingüinos...los que...viven, al año...y pues esto sería...mmm...sería mi respuesta [la escribe en el espacio debajo de la pregunta] Y pues...esto ya lo había visto en matemática.. 4, y es algo de...crecimiento exponencial...y ví problemas similares, por ejemplo, el de una bacteria ...que se reproducía...el doble cada...24 horas ...y el profe nos ponía...a hacer la gráfica y pues todo

tendía...hacia..infinito...porque, técnicamente, aunque murieran o algo así, siguen aumentando, jamás bajan...

K: Y..oye, y por ejemplo, cuando leíste la pregunta “Dibuja...”

A: ¡Ah, sí! Dibujaría un...pingüinito

K:Eso te iba a preguntar, ¿cómo qué...?

A: [Lee la tercer pregunta]

K: ¿Qué venía a tu mente?

A: Pues los pingüinos de Madagascar..y esas cosas...y Happy Feet, bueno, más Happy Feet...porque creo que ahí se muestran más...este, lo de las parejas y todo eso...no sé si has visto la película

K: No, no la he visto, la verdad...la voy a ver...

A: Son...unos pingüinitos ..[dibuja un pingüino] creo que sí parece pingüino[dibuja dos huevos:uno completo, y otro roto, que es el que muere] según está entre sus piernas [el huevo que sobrevive]...y este muere.

K: ¿Puedes imaginar, saliendo un poco de contexto, a qué se deba que solamente uno sobreviva?

A: ¡Ah, sí! Por eso mismo que..los llevan ...en la película narran, bueno, la que yo ví, que es la de Happy Feet...la ví hace algunos años ya...y...bueno, muestra gráficamente, creo que es el macho el que lo lleva entre...los pies en el recorrido...al..al huevo, entonces, pues obviamente...sólo tienen un par de piernas...entonces, sólo puede llevar un huevo...y por eso se...yo creo que es el motivo que el otro muera...y se llevan al más pesado...

K: Y es curioso, ¿no? Que se lleven al más pesado...

A: Ajá, porque pues van a tener un camino más difícil, ¿no? Pues sí y no, porque yo creo que..saben que si es más grande tienen también más posibilidades de vida...sobreviven el frío...

K: Ok. Te paso esta última hoja...

A:Ajá. ¿Cuál es el...peso del huevo que sobrevivirá? Este..110..gramos?...sí...[escribe la respuesta]. “En la pregunta 1, qué aparece en el texto...qué...requieres para contestarla?” Pues los datos...en el Texto 1 sólo requiero...bueno, en la pregunta 1...pues sólo requiero el peso de los dos huevos...y..hacer, este, una regla de tres...para sacar cuál...¡Ah no! La pregunta era ...distinta, pero pues..con los datos que te da la pregunta 1 se puede contestar fácil. La pregunta tres dice “¿por qué crees que...se pregunta el porcentaje...de la diferencia entre el peso...de los dos huevo?” Pues..para saber qué tan...bueno fue el segundo huevo... a comparación del primero...entonces, resultó ser...se podría decir que...que si fueran..como si fueran...o sea, el primer huevo fue uno, y el segundo, a comparación así..como ya redondeando sería como uno y medio lo que va a ser...50 por ci...cerca del 50% más...apto que el otro. Y..el inciso “en la pregunta 2, ¿qué puedes...deducir del...de leer el segundo punto? [Pasa la hoja a donde se encuentra ese segundo punto y lo lee] Dice “cada pareja de pingüinos..tiene una cría..en primavera cada año” ...mmm... pues deduzco que...sólo se reproducen en primavera...y...pues ya relacionándolo con

la pregunta anterior...que..pueden tener hasta dos huevos pero sólo escogen al más grande...Y el inciso 5 [lo lee]..pues esto sería...sumar los que ya teníamos al inicio, el del dato, con..sumar los que...los 5000 huevos que...de todas las parejas...eso nos daría un total de 15 000...y después nos dice que muere el 20%, que serían 3000, entonces nada más sería restar el total, menos el 20% que sacamos, del total...quedarían vivos 13 000 pingüinos... “Al final del año...¿habrá menos pingüinos de los que había al inicio del año? ¿Es falso o verdadero?” Pues esto es falso...ya que...aumentan...en un...3%..la población de pingüinos cada año..en trein..ah no, en 30%[lo escribe]...y esto es ya contando a los que...el 20% que murió...del total, contando crías y adultos.

K: ¿Cómo...haces..esa última inferencia?

A: ¡Ah! Porque...bueno, yo saqué, porque el total era...eh...10 000, entonces, creo que se me hace más fácil relacionarlo, porque aumentó tree...3000 al año...entonces eso vendría siendo un 30% si le calculara rápido

K: Y...si por ejemplo, hubieras leído esas preguntas antes de resolver el..el enunciado...sobre todo en esa última, eh...la información que está en el enunciado, ¿te hubiera bastado para contestarla, o qué crees que hubieras contestado? ¿Hubieras contestado lo mismo...algo diferente...?

A: O sea, ¿si nada más hubiera tenido estas [Hoja donde está el enunciado] y no estas[hoja de preguntas de profundización]?

K: Me refiero a que...si al leer estas últimas preguntas, tú aún no hubieras resuelto el problema

A: ¡Ah! Este...sí...ya que todas van como que de la mano...y pues más en la última, que te dice que si es falso o verdadero...por eso yo digo que sí tendrías que comprobar cuál..si es falso o verdadero

K: O sea requerirías...

A: resolver el problema, mhm.

[Ya casi para concluir...]

K: Si te fijas, en estas dos sesiones estuvimos tocando los conceptos de fracción..porcentaje...decimal, este...¿qué tan familiarizado te sientes con esos conceptos...qué tan cómodo...qué tan motivado?

A: Pues...me siento muy familiarizado...creo que...es...las matemáticas es algo que me guste, que me gusta este...ya que...después de...leer esto...este..sólo...puedo, este...notar que son cosas que he visto a lo largo de ...mi formación educativa...y pues ya...bueno, se me hacen familiares, y... tal vez son sencillos para mí, ya que los he practicado, o los he visto

K: Ok...y de los...enunciado o problemas que estuvimos trabajando, ¿notas que tengan diferente complejidad...digamos, diferente nivel de complejidad entre ellos?

A: No...creo que no hay complejidad más en una que en la otra...lo que noto es que...hay como que...un...ciertos problemas te piden...son más laboriosos que otros, como por ejemplo, el de las herencias del terreno, creo que fue el más laborioso, pero no el más complicado, ya que todos son los mismos conceptos



*Juan Pablo. CCH Sur.*

K: Entonces, tú has contestado estas preguntas, no sé si quieras comentarme algo de qué...

J: Ah no...de hecho ya me han tocado varios profesores que así...llegan a la clase y así...en dos sesiones hacen ese tipo de cosas.

K: Ah, ok, ya, entonces ya estás familiarizado con eso, ¿no?

J: Sí

K: De...estas primeras preguntas en las que te dicen que qué viene a tu mente con estas palabras

J: Pues...bueno, bueno, sí me cuesta un poco de trabajo, porque me cuesta mucho trabajo así pensar en dibujitos y todo eso, pero en lo demás no...todo está bien, escribir lo que pienso y todo eso.

K: Ok. Y por ejemplo, de fracción...

J: Mhm, de fracción...puse partir algo...y la imagen es un pastel partiéndose...en partes

K: Ok...de...porcentaje...

J: De porcentaje, se me vino a la mente luego, luego el descuento de las ropas, el porcentaje de eso, y ya...sí, el porcentaje es..un...número que...ajá...¿qué puse aquí? Ajá, el descuento de algún producto...un cierto porcentaje de ese producto te cuesta menos...todo eso.

K: Ok. ¿Y en el caso del decimal?

J: Del decimal, ese sí me costo un poquito de más trabajo, porque pues no pude visualizar algo que...no sea enteros, o sea, un decimal para mí, es un número que no sea entero...entonces, pues puse ahí un 3.25, que no es un número entero pero ya es decimal.

K: ¿El número 3.25 es el decimal?

J: Ajá. Sí, bueno, ese se me vino luego luego a la mente al escuchar decimal.

K: Va. Y, en cuanto a la relación de estos conceptos...

J: Luego, luego lo relacione con las matemáticas y la economía...que...en economía también, no te pueden dar números exactos...necesitas ver todas las posibilidades con decimales y porcentajes y todo eso...y en matemáticas pues porque lo he vivid...lo he visto desde la primaria, bueno no, desde la secundaria...pues, lo relacionó con eso...

K: Ok. ¿Tú tienes alguna cercanía con la economía...te interesa o..por qué lo asocias con eso?

J: Este, mi papá y mi hermano son economistas...Y también tengo una clase de economía, economía 1 y 2.

[continuamos con la otra parte de la sesión, y le platico cómo sería la dinámica de trabajo]

J: [Lee las instrucciones]. “De las siguientes opciones, ¿cuál corresponde a una fracción que sea equivalente? Bueno, lo que pienso ahorita es, un múltiplo de estas opciones que me dan, que es a, b, c, y d, y ver cuál coincide con...este, la que me dice, que es...dieciocho veinticuatroavos...y yo creo que es...[hace cálculos mentales] que es la c, que es seis...octavos, creo, por si lo multiplicas por 3 los dos te da en..6 es 18, y 8 es 24...¿la circulo o...?”

K: Sí, si gustas.

J: “¿Cuál es el resultado de la suma de fracciones...cinco sextavos, dos cuartavos y nueve...¿cómo se dice? Diez...¿diezavos?...¿nueve...?...aquí, aquí sí ya no me acuerdo...creo que...no sí, aquí ya no me acuerdo...no, no lo podría resolver...”

K: Ok. Eh..respecto de los enunciados, ¿te parece que son claros...?”

J: ¿Los enunciados?

K: Mhm.

J: Sí, sí son muy claros...te dice lo que tienes que hacer y...está todo...sí...

K: Ok. ¿A qué crees...o a qué asociarías el hecho de...eso que externas como que no, se te dificultaría resolver el dos?

J: ¿El 2? Bueno, se me dificulta porque, ya me he acostumbrado a hacerlo en calculadora...creo que, en esta parte del bachillerato ya te dicen “no, pues ya no te desgastes tanto en hacer ese tipo de cosas, ya que la calculadora los haga”...entonces, bueno creo que yo no he tenido ese seguimiento de seguir haciendo las fracciones a mano.

K: Bueno, sería más en cuanto al procedimiento...

J: Ajá

K: Entonces, repito, el enunciado...te ha parecido..claro

J: Ajá, sí

K: ...ok, lo que te solicitan...vale. Entonces, ¿te paso este otro?

J: [Lee las instrucciones] El señor Tello, tiene un terreno de...¿30 000?...metros cuadrados, que repartirá de la siguiente forma: 25...será para sembrar...dos quintas partes que quede del terreno, serán para su hijo Darío...su hija Mirna, heredará, 40% de la parte del terreno que queda, aún sin repartir, finalmente su esposa se quedará con la parte del terreno que queda...¿cuantos me, cuántos metros cuadrados de terreno, heredará la esposa?” “De..uno, dentro del enunciado ...” “segundo, con tus palabras describe

cuál es la situación del problema...” “y tres, dibuja la situación...” [Comienza a contestar a las preguntas sin verbalizar].

K: Te interrumpo un poco; estás en la parte de...la pregunta tres, ¿verdad?

J: Mhm

K: ¿Podrías ir...externando lo que...?

J: ¡Ah, sí! ¿Deel..3?

K: Ajá

J: Ah, sí, bueno, aquí lo que...estoy haciendo, es como pintar un cuadrado que es el terreno...y igual le puse..igual a 30 000 metros cuadrados...y poco a poco voy...viendo el párrafo y...poniéndolo en el dibujo...ahorita acabo de poner 25...por ciento de...para sembrar...voy con lo de dos quintas partes del terreno que quede sin sembrar serán para su hijo Darío...yo creo que así..[se queda mirando el dibujo, supongo que reflexionando cómo lo haría] ...dos quintas partes...que quede sin repartir...ahorita ya estoy poniendo lo de el 40% de...para su hija...Mirna...y eso es lo que le queda a la esposa [escribe y dibuja]...y ya.

K: Ok, entonces de la primera, eh...¿no encuentras alguna palabra o algún símbolo que te sea desconocido..?

J: No..no, de hecho no. Todo lo entiendo.

K: Vale...eh...¿cuál es la situación entonces que se plantea...?

J: Bueno, el señor Tello quiere repartir su terreno a su familia...eso fue lo que puse.

K: Va. Y, otra pregunta...con respecto a tu dibujo, tú, eh, divides ese rectángulo que pintas...

J: Ajá

K: La manera en la que lo pintas, es decir, decidir...dónde...marcar la línea, ¿no?

J: ¡Ah, sí! Bueno, es que...bueno, siempre me han dicho que...se divide con una lin..bueno, el rectángulo siempre lo he dividido así, en varias partecitas no es que...a fuerzas lo tenga que dividir de alguna manera...entonces, siempre lo he hecho así y así me acostumbré

K: Ok, bien, y, me imagino que haces como un aproximado de...de dónde queda por ejemplo el ...25%...

J: No, de hecho..o sea, así lo dividí, pero el aproximado ya lo haría ya si hago los cálculos y todo eso...pero ahorita...nada más lo hice así por..por marcar el...el espacio nada más.

K: Ok, va...insistiendo un poco en esta parte del dibujo, porque me llama la atención...veo que por ejemplo hay unos que son...más grandes que otros, ¿no?

J: Ah sí, es que veo los números de 25..y no puede ser que un 25 sea más grande que un 40...por eso...

K: Ok...eh...bueno, te paso esta otra...

J: Dice "vuelve a leer el enunciado de la repartición del terreno del señor Tello" "¿Quién se quedará con más parte del terreno?" "Segunda, Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno, ¿es verdadero o falso? Argumenta por qué" "¿Cuántos metros...?" "¿Cuántos metros cuadrados..de terreno...heredará la esposa?" "¿Por qué crees...que se pregunta eso en el problema?" ¿Lo respondo o...?

K: Igual si quieres verbalizarlo y...si necesitas plasmar algo en el papel...si no, quedaría registrado en el audio...

J: Ah, ok, entonces nada más lo puedo decir así?

K: Sí, si gustas.

J: Bueno... "¿quién se quedará ...?" Bueno, yo pienso ahorita...que...el que se queda con más parte del terreno es el que tiene el 40%...¿así dice? Sí, el que tenga el 40% porque los demás serían 60% y se dividirían. Este..."Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno..." [Busca los datos de Mirna y de Darío] Emm...no creo que sea...la misma cantidad...porque...este, no sé, siento que 40% no es lo mismo que...que dos...o, sea, los dos quintos no siento que sean igual a 40% del terreno...ahorita, ya...calculando, tal vez sí saque que es lo mismo, pero...ahorita lo pienso, y digo que no.

K: ¿Por qué...creerías..que no?

J: Porque...no sé, siempre...los dos quintos siempre los veo como en una regla...y como que el 40% lo veo como ya un número muy grande...por eso lo...por eso siento que no es lo mismo. Este..."¿cuántos metros...?" Bueno ese...sí no...o sea, lo que se me viene es que tendría que hacer un montón de cálculos...y..serían...[realiza la multiplicación de 30 000 por .40 y el resultado se lo resta a 30 000] ..mmm...12 000 para...su hija Mirna...creo que nada más 18...mhm..y...dos quintas partes del terreno...esto sí no lo sé...[creo que lee la pregunta del ítem]...Bueno, a uno le quedarían, en la tercera pregunta...al...a su hija Mirna...¡Ah! Pero es el 25 sin sembrar...[multiplica 30 000 por .25 y el resultado se lo resta a 30 000; luego, de lo que obtuvo, lo multiplica por .40]..al...el 25% de...300...serían...serían...serían 22 000, que son 25% para sembrar serían 22 500, creo...y... este, el 40% del terreno que no se reparte, serían...creo que serían mil...1 100 para...su hija Mirna, creo, no estoy seguro...y ya las demás como que sí...es un poco tedioso porque son fracciones...como me han dicho que, las fracciones son para la calculadora, pues...sí se me complica mucho hacer esta parte.

K: Ok. Emm...si quieres continuamos...

J: Ah, sí...ah, sí, este..."¿Por qué cree...por qué crees que se pregunta eso en el problema...?" Pues es como...para agregarle otro, otra variable al problema de la esposa...que es la pregunta 4 de ¿Cuántos metros...? Lo veo como...una variable más, para el problema, para que no sea tan...tan fácil resolverlo

K: Ok, gracias. Voy a retomar un poco de tu solución que...que planteas del enunciado...veo que...en algún momento calculas el 40% de 30 000, ¿no? Que es lo que mide el terreno...

J: Ajá, sí...

K: Y...en otro momento, haces el cálculo del 25%

J: 25% [lo menciona para afirmar lo que estoy diciendo]

K: Eh...y después del 40%, ¿no? Nuevamente de..de Mirna, o sea, es decir, primero lo calculaste del 30 000 y después de... del sobrante, ¿no?...

J: Ajá, del 25

K: Del sobrante de esto que calculaste del 25 %...eh, ¿esta manera en la que está estructurado el enunciado, digamos, de como un enlistado de cómo va siendo la repartición, eh..¿qué es lo que te dice a ti? O...

J: De...bueno..a mí lo que me dice es que primero haga lo del 25 para sembrar, y después, los 2.5 serán para su hijo Darío, así como paso a pasito... lo que tengo que ir haciendo..así, si por ejemplo aquí me dijera "40% lo heredaré su hija", pues primero hago lo del 40, pero..se me olvidó que había el 25 [haciendo referencia a su primer cálculo]...por eso lo hago

K: Ok, entonces eh..¿consideras que, el hecho de haberte saltado este enunciado de "2/5 partes serían para Darío", pueda afectar en la solución de ...de tu..?

J: Bueno, para mí, sí afectaría

K: Ok. Eh..otra pregunta: este...bueno, la indicación, o la propuesta era volver a leer el enunciado

J: Ah sí

K: Creo que no lo has leído antes de contestar estas preguntas...

J: No

K: ¿Cuál es...la razón?

J: Pues...creo que a veces...yo tomo...acciones muy rápidas...y...por eso lo hice, bueno por eso no leí el enunciado, porque me acostumbro a hacer todo rápido.

K: Ok. Ya nada más por último, Juan Pablo...para terminar...eh..me gustaría mostrarte el mismo enunciado del señor Tello, pero eh... con una estructura distinta en el enunciado...

J: Ah, sí... sí, sí, sí

K: Únicamente la idea, o lo que me gustaría es que me opinaras qué diferencia notas...si crees que puede ser más claro...o menos claro...

J: Bueno, lo que noto al principio es que no tiene los..apartados, como lo tiene este que es...y o sea, para mí sí sería más...complicado... que me lo pusieran así...porque, como te lo expliqué, o sea, prefiero que me los pongan así, paso a pasito... "25% será para sembrar" y todo eso..así [el texto menos cohesivo] lo siento como muy revuelto todo y ..a mí me revolvería con tanto número...

K: Ok, muchas gracias.

K: Entonces te paso la primera hoja, por favor.

J: Lee...lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas..."Un campesino tiene en el granero un total de 450 kilogramos de maíz, que distribuirá en tres camiones de acuerdo con lo que se presenta en la siguiente tabla: Camión uno, cantidad de maíz, once veinticincoavos del total, dos, el doce por ciento del total, tres, el restante. Es necesario que llegue...la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo, ¿en qué orden deberán salir los camiones del ganadero? Explica tu respuesta." Bueno, aquí lo que veo es..."es necesario que llegue el mayor...la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo"...Bueno, yo siento que primero debería de ser el...el 2, no, el...11/25...creo...porque es...como más de la mitad...y ya el 12% del total debería salir después...y en tercer lugar el restante...así deberían de ir en..la manera de salir de los camiones. "Dentro del enunciado..." Bueno no, todo me parece muy...entendible...bueno, la fracción sí me gustaría que fuera arribita y abajo [se refiere a la escritura], como siempre lo han hecho, pero...así le entiendo.

K: Ok.

J: Este, "con tus palabras..." Bueno, este...la situación es..repartir en tres camiones el maíz, 450 kg, y...el que tenga mayor cantidad de maíz, deberá ir...bueno, deberá llegar más rápido...a su..lugar de destino...y "dibuja la situación..." ... [dibuja] Bueno, dibujé un cuadro que dice 450 kg, y dibujé 3 camioncitos, uno que dice once veinticincoavos, doce por ciento y...de lo restante, y ya...

K: OK. Te...paso la siguiente hoja...

J: [Lee las instrucciones del número 4]..."Un campesino tiene el granero..." pero...aquí no...o sea, ¿cómo que "resuélvelo"? O sea, ¿tengo que resolver todo esto [señala la tabla]?

K: Ajá...

J: ¿Sí?... [comienza a escribir para realizar la división de 450 entre 25, pero parece que tiene complicaciones] ...¿lo puedo hacer con calculadora o...?

K: Si gustas, sí, no hay problema...

J: [realiza la operación con calculadora y escribe] Este...aquí del total es de...450, ¿no? [señala la primera fila de la tabla] ...¿y aquí también es de 450? [señala la segunda fila de la tabla]...¿o del total que me dio aquí [se refiere al resultado de 11/25 de 450]?

K: ¿Tú qué...qué pensarías?

J: Es que, como yo veo "del total" sí diría que es de 450..

K: Ok..

J: [sigue calculando y escribiendo]... Bueno, lo que hice nada más fue...igual, dividirlo entre 25 y después multiplicar la división... me dio 275, es el 11/25, el 20% lo multipliqué por .20, y entonces el restante ya nada más lo resté. Bueno, los sumé estos dos, y lo resté a 450...y me dio 85

K: Ok

J: bueno, "cinco, expresa las dificultades..." Bueno, lo del total nada más, del problema...este..que decía...11/25 del total, y el 20% del total..como que no sabía ...qué hacer ahí. Este..."imagina que estás en la situación que se plantea en el enunciado y recreala involucrando como personas a gente que conozcas, narra cómo sería la repartición, y por qué sería de esa manera. La propuesta es que el enunciado tenga una narrativa más.. acorde a la realidad" Bueno, si yo fuera el señor del granjero, ¿no? Este, lo que haría es...primero, contratar una, bueno, contratar a las personas...este...más responsables...y...que...o sea, que entreguen su...su..producto a tiempo...Este...y al más responsable, le daría la carga con mayor...con mayor porcentaje...y después...y así, mientras más responsable seas, más te voy a dar la carga... y después sigue el otro, que sería menor y así...y el más...el menos responsable le daría el que tenga menos cantidad de maíz...Y lo haría con...bueno, aquí dice que nombre a personas...pues...yo siento que el más responsable sería mi hermano... el menos eh..sería mi hermano Diego...este...el de la mitad, sería un amigo que tengo, que se llama Ulises... y el último sería...mi primo, mi primo...este, Alejandro, que no es tan responsable...

K: ok. Eh..¿has tenido tú cercanía con alguna situación así, en la que, no sé...en un granjero.. o...o quizá con camiones..que reparten, a lo mejor, si no maíz, otro tipo de carga...

J: No, la verdad es que no.

K: ¿No?

J: No, ahora sí no...

K: Ok. ¿Podrías imaginar como qué cantidad son esos eh...450 kg que te mencionan de maíz?

J: Pues sí es mucho...De por sí...bueno, es que mi mamá compra el maíz para hacerlo palomitas...y sí, nada más compra una bolsita y dura mucho...pero pues sí no sé cuánto sea, yo creo que sí es una cantidad...muy grande...como un tambo así...

K: ¿Y tu crees que...eh, quepa, esa cantidad que te resultó de cada camión...que...queden como vacíos...podrías imaginar?

J: Pues yo creo que sí podrían...bueno, el de resultante yo creo que es obvio que va a quedar vacío, porque tiene...menos cantidad de las que tienen las otras, pero...es que no sé, yo creo que sí...sí, sí puede que no...que sobre espacio.

K: Vale. Este...mencionabas algo, Juan Pablo de que...te causó dificultad esto del total...¿cómo fue que decidiste al final, por ejemplo, calcular el 12% de 450?

J: pues es que...hablaban, bueno, hablaban nada más de esta cantidad...y si no, aquí te pondrían "del total que te dió la fracción...entonces luego, luego pensé en el...en la cantidad que me dieron...y ya

K: Ok

K: Te paso entonces la siguiente hoja...

J: [Lee las instrucciones]. ¿Aquí es "jean"? ¿sí?

K: Mhm.

J: “yin Baptiste es un fotógrafo que goza de observar, y capturar la vida de los animales. Recientemente...recientemente, Jean fue a una expedición que duró un año, y en la cual aprovechó para tomar varias fotos de pingüinos y sus crías. [el siguiente enunciado también lo lee a ritmo constante y sin pausas]...Pregunta 1. Normalmente una pareja de pingüinos, produce dos huevos cada año, dos de estos huevos sólo el más grande es el único que sobrevive. Por ejemplo, con la especie de pingüinos conocida como Rockhooper, el primer huevo...pesa aproximadamente...78 gramos...el segundo huevo...pesa aproximadamente, 110. ¿Aproximadamente, en qué porcentaje, el primer huevo pesa más que el segundo huevo?” Bueno...lo que yo haría aquí es una regla de tres...que, que el 110 es el 100%...y...ver...cuál es el 78...de porcentaje...Este...¿lo resuelvo, o..?

K: Si quieres continuar leyendo y...

J: Ah, ok. ¿Y ya al final?

K: Mhm

J: Ah ok. “Pregunta 2. Con la expedición, con la expedición que llevó a cabo...Jean se maravilla de...cómo una colonia de pingüinos, cambiaría en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes...suposiciones: al comienzo del año, la colonia consiste, de 10 000 pingüinos, es decir...de 5000 parejas; cada pareja de pingüinos, tiene una cría en primavera...cada año; al final del año, 20% de todos los pingüinos, adultos y crías, morirán. [Lee la pregunta en este apartado]. [Lee la primer pregunta “dentro de este texto...”] No...la verdad sí entiendo todo. Este...” con tus palabras, describe cuál es la situación” Bueno...este...ya que...fue a una expedición esta...bueno, este fotógrafo, quiere hacer como una estadística de lo que pasará dentro de un año...y también...hizo como...una estadística de...de los huevos, de cuál va a nacer y cuál no... [Lee la tercer petición de dibujar] Los dos, ¿no? Supongo...

K: Mhm...

J: [Dibuja]...Ya. Bueno, aquí puse a una persona...bueno, no parece una persona, pero es una persona...que...está pensando en una tablas, que es del huevo y el peso...con lo que se hace la estadística...y de...los pingüinos muertos y vivos. Y ya.

K: Ok...Tú dibujaste ahorita unas como...¿gráficas?

J: Ajá, gráficas. Aunque también pensaba en dibujar tablas... como para irlo anotando...

K: Pensando en esto que mencionas, ¿no? Que consideras que Jean hizo como cierta estadística o un estudio estadístico..con los pingüinos...

J: Sí, para...lo del...peso del huevo...cuál tiene mas probabilidad...y de...que al final...pues el 20% de todos los pingüinos... o sea, como que hace una aproximación, de cuántos morirán

K: Ok. ¿Hay alguna razón de porqué...de la forma, digamos de la...

J: ¿De las tablas?

K: De las gra...ajá



J: Siempre lo..siempre lo he visualizado así, como que... mi tío tiene una empresa, y siempre ha hecho esas tablas, como que lo relaciono mucho con las estadísticas

K: Ah ok

J: Entonces, así es...

K: Ah, ok, bien. Bueno, te paso...la siguiente hoja...

J: Sí. [Lee las instrucciones] “¿Cuál es el..peso del huevo que sobrevivirá?” 110, creo...sí, 110, porque...pesa más, y en su estadística decía que lo que pesan más, tenían más probabilidad de que sobrevivieran. Este, “en la Pregunta 1 que aparece..en el texto, ¿qué requieres para contestarla?” Este..nada..nada más, este...pues, como lo dije, ahí una regla de tres... el 110 es el 100%...y el 78 g, ¿cuánto es el porcentaje? Pues...así sería la regla de 3, entonces no necesito nada para...nada más los datos, de los dos huevos...

K: Te interrumpo. ¿Cómo tomas la decisión de que el ciento...el que pese 110, sería el 100%...?

J: Porque...aquí dice que...este...el más pesado es el que tiene más posibilidades, entonces si tiene más posibilidades, yo siento que es el 100, y para ver qué posibilidades tiene el otro, pues ya sería...la regla de 3

K: Ok, va...

J: Este...”¿Por qué crees...?” Pues nada más para...como aproximación de...ajá de...¿cómo lo digo?...sí de...porcentaje de al nacer, o sea...¿a qué me refiero con eso? Si no que...a que...hay que saber, cuántas probabilidades tiene el de 78 g para nacer...sería eso...

K: ok.

J: “En la Pregunta 2, ¿qué puedes deducir al leer el segund...el segundo punto...?” Que...este...al..al ver esa pregunta, bueno el punto, más bien...este, quiere decir que...se duplican...las...los pingüinos...porque cada pareja tiene uno...entonces, este...primero...cada, bueno...serían, cada pareja tiene una cría, bueno...veo que..bueno, no se duplicaría si no, aumentaría el número de pingüinos...porque están haciendo una estadística, no creo que...este, cada pareja de pingüinos sólo tenga un huevo, tendrían más de un huevo, pero...sólo nace uno, entonces, también ahí...este, vería las probabilidades de que cada pareja tuviera un hijo...y ya...sería eso de la 4, y la 5 “¿Cómo puedes saber...cuántos pingüinos mari, morirán al final de año?” Pues...a principio de años cuentas...t todos los pingüinos que están...y al final cuántos mueren, y ya sabes la prob, bueno el porcentaje de cuántos mueren al año...ajá...también, no sé si aquí cuenten los huevos...o no...pero pues también deberían contar los huevos porque también puede que nazca un bebé ahí, bueno un...una cría ahí...Y, “¿al final del año habrá menos pingüinos de los que había al inicio de año? ¿Es verdadero o falso?” Pues creo que...yo creo que...es falso...porque...aquí, bueno en el último punto dice “al final del año, 20% de todos los pingüinos adultos y crías morirán” No creo que haya menos pingüinos que había al inicio del año... porque crías, yo supongo que son...también huevos...los que no llegan a nacer...y de los adultos no creo que...mueran muchos al año...siento que el mayor porcentaje serían de las crías...

K: Ah, ok, entiendo.. O sea, tú lo que estás eh..mencionando es que, de ese 20% que mencionan que..que son los que mueren, eh, como que la mayoría serían las crías...

J: Las crías... [decimos al mismo tiempo], y los adultos después. Mhm

K: ok.. ¿a qué te refieres con que “los adultos después”? ¿Después en prioridad...o?

J: Ajá en menor rango...ah, en menor rango, sí...menor número...

K: ¿Podrías imaginar, eh...?

J: ¿La cantidad?

K: Ajá...

J: No sé...a ver, es que dicen que son 10 000 pingüinos...o sea, 5000 parejas, pero...o sea, es que la cría se me hace un conflicto porque...yo...le llamo cría, al huevo también...o sea, no...a fuerzas a que nazca...entonces...pues no sé... cuántos huevos... tenga cada pareja...por eso digo que el 20% serían más de los huevos...que de los adultos...no, la verdad no, sí...no sabría el número...

K: ¿Consideras entonces que la información, o lo que eh...aparece..en este enunciado...no te da la información suficiente...como para...deducir...

J: Ajá. Eh para mí, sí, sí no me da la información suficiente

K: Ok. Entonces, quizá requeriría... especificar a qué se refiere con crías, si son los nacidos o...

J: Ajá, sí, exacto

K: Ok, muy bien, Juan Pablo. No sé si quieres agregar algo más...

J: No, de hecho todo está bien. O sea a mí...lo que me gusta es punto por punto...nada más que eso sí, lo de las crías, este...hay que especificarlo para...mí, porque la verdad yo no... yo no entendí eso...y ya...lo demás está bien.

K: Ok. Bien, gracias. Eh...en estas dos sesiones que tuvimos...oportunidad de trabajar...vimos algunos enunciados de problemas...eh...¿consideras que...tienen diferente nivel de complejidad...?

J: Est...mm...puede ser...bueno, es que no sé, o sea...lo métodos que yo utilicé tal vez fueron dependiendo de cada año...O sea, por ejemplo aquí utilicé regla de 3 que...no la había visto de hace...desde secundaria...y..pero pues, o sea...yo puedo decir que...para mi modo...que todas están en el mismo rango...pero no, o sea no...no cambian mucho..los problemas

K: Podría decirse que eso que mencionas, es respecto...a...cómo resolverlos

J: Ajá, exacto

K: ...y digamos...respecto a..la estructura propiamente del enunciado...

J: No, o sea...bueno, para mí no estuvo tan complicado el...el pasado ..el problema pasado que este, no...todos se me hicieron iguales

K: Ok. Y ya por último: en estos, estuvimos viendo los conceptos...o aparecieron los conceptos de fracción, porcentaje, decimal...eh, ¿qué tan familiarizado...o qué tan...motivado...qué tan...eh...pues sí,

motivado, te...sientes...respecto de estos conceptos?

J: Pues...o sea...no es que me sienta motivado, si no que...ya lo había visto...pero, como te lo expliqué...la sesión pasada...este..aquí, bueno, aquí en esta escuela ya no te dicen “sí, hazlo a mano” o algo así, sino que te dicen “eso déjasele a la calculadora” como que vas viendo cosas más...grandes que lo que puede ser una fracción y todo eso...o sea, no creo que...sea tan...problemático eso...

*Mariana. Cecyt 3.*

K: Ok, entonces no sé si pudieras platicarme...te presentan unas preguntas en las que...eh...se pide que dibujes o, o plasmes lo que viene a tu mente con...al leer, ¿no? O escuchar estas palabras. No sé si pudieras platicarme...

M: Bueno, en la primera, dice que dibuje lo que me viene a mi mente...lo que viene a mi mente cuando..se menciona la palabra fracción. Bueno, yo puse...la representación de...el numerador y el denominador...que es como se escribe una fracción...eh...después te pide eh..lo mismo pero con la palabra...porcentaje..y puse el signo, el símbolo, no sé cómo se llame (ríe), y...el decimal puse...pues la representación de cómo se escribe una...un número en decimal. Y en la cuarta pregunta te dicen que si encuentras una relación entre las tres anteriores, y bueno, mi, la relación que encontré es que son...diversas formas de escribir..un resultado o un... o representar cifras.

K: Ok. Eh..en tu representación que pones de decimal veo que pones dos cuadros separados por un punto...¿es para ti significativo ese punto, digamos, en la representación.

M: Pues sí, porque se supone que pues...va ordenado de decimal y...pues...es el número, y...el punto decimal para...la siguiente cifra.

K: Ok, eh, ¿todo eso... representaría un número decimal...?

M: Ajá.

K: Ok. De acuerdo...eh...ya, no sé si quieras agregar algo más...

M: No...

K: Vale. Eh, la siguiente parte, la idea es que, eh...leas todo en voz alta y vayas contestando o lo que vaya viniendo a tu mente lo vayas verbalizando, lo vayas externando en voz alta también. [Se le aclara que no se pretende evaluar si sabe o si es correcto lo que contesta.]

M: [Lee las instrucciones] “¿Qué fracción es equivalente a..ocho..veinti..¿catravos? Vein...(ríe) dieciocho veinticuatravos?” Eh...lo...lo primero que se me ocurre para resolver es buscar un número que...divida a los dos números... ¿por igual? O...sí, por igual. Entonces, el 18 se podría dividir a la mitad, que te da 9, y el 24 a la mitad te da...vein, te da 12, pero, ya no podrías...minimizarlo más, entonces, podría ser entre sei...entre. ¿seis? Y te...daría...que...6 entre...no! Ah!...3 por...6, te da 18, entonces sería un 3, y un 3, pero tampoco se puede con...el 24, entonces...creo que la más acertada es...seis doceavos, porque no, el 3 no es múltiplo de...el 24...creo...sí, creo que sí...¡el 6! no es...del 24.

K: El 6 no es múltiplo del 24, es lo que...

M: Ajá...

K: Ok.

M: Eh, “¿cuál es el resultado de cinco...sextos...más dos cuartos...más nueve...¿décimos?” Eh bueno, se supone que los denominadores se multiplican...entre...entre sí. Y sería...6 por 4...24, por 10...240...entre...5 por...bueno, los...denom...lo numeradores se multiplican por los denominadores, y... sería...5 por...¿4? 20...y... 20 por 9...son...180...más...¡ay, no!Creo que no (ríe) Perdón.

K: No te preocupes, no pasa nada.

M: Eh...Ay, creo se...se tiene que hacer por separado [borra lo que escribió]. Es...primero las...dos primeras fracciones y después con ese resultado, lo sumas a la otra fracción. Entonces es 24...no, sí 24...entre 20...más...12, y te da...32...24, más...9...diezavos, no, décimos, este...y te da...240...más...320...más 24, son 6 y 3, 18...19, 20, 21...21 y esto te da...quinientos...treinta y...seis, creo, sobre 240, y...ya, el resultado es...ese, 536 do...ay, no sé cómo se lee la fracción, bueno, así ya.

K: Ok, Gracias, Mariana. En..cuanto a lo enunciados, ¿te parece que son claros su redacción...lo que te..solicitan?

M: Sí.

K: ¿Algún símbolo o palabra que te sea desconocido?

M: No. No...

K: Ok. ¿Algo más que quieras externar sobre esto?

M: No.

K: Vale. Te paso la siguiente hoja entonces...

M: Am...dice: [lee las instrucciones] “El señor Tello tiene...un terreno de ..treinta mi...treinta mil metros cuadrados que repartirá de la siguiente forma 25% será para sembrar, dos quintos se, dos quintas partes del terreno sobrante será para su hijo Dario, Darío, de lo que..resta, su hija, Mirna here, hede...ah, he-re-dará 40%, el person, el porcentaje restante lo...designará a su esposa...¿cuántos metros cuadrados de terreno he-heredará la esposa?” “Uno. Dentro del enunciado encuentras la palabra, conceptos o símbolos no...que no comprendas? En caso de sí, subráyalos.” No, pues...creo que todas, todas las palabras lo entiendo... las entiendo y, sé a qué se refieren. Eh...” “Dos. Con tus palabras describe, describe cuál es la situación del problema.” Ah...bueno, la situación es que...no se sabe...qué...dadas las...las partes ya repartidas...del terreno del señor Tello...no...,se quiere saber cuánto...cuántos metros cuadrados...emm...le corresponden a su esposa...ya que...no te lo dice en el enunciado...” “Tres. Dibuja la situación que...se presenta en el enunciado.” Ok...[comienza a dibujar un rectángulo y toma una cuarta parte (parte por la mitad el ancho y el alto, formando una ventana imaginaria, pues sólo dibuja la cuarta parte). Duda en cómo representar lo demás. Con la mirada repasa el texto, pero no verbaliza qué parte del enunciado está volviendo a leer.]

K: Igual si pudieras, eh...me gustaría que en voz alta, compartieras...

M: Bueno, hice...hice un...rectángulo, eh...representando el terreno...puse el área que...se menciona el en el problema...y...ahorita sólo he puesto...el...el 25% que...se supone, es para la cosecha. Y es...mmm...estoy...tratando de...entender cómo...poner...las otras, las, las partes...se supone que...si lo partes a...en cuartos, si partes el terreno en cuartos [traza la partición en el rectángulo] se...em...y la...amm...el terreno que...hereda su hija...se supone que...es 40%, entonces sería...amm...25 más...otro 15%? de...del terreno? Y, bueno, esto se supone que es del..de Mirna [pintó un rectángulo que abarca otro cuarto (25%) y un pedacito más (el 15%)]. Y si pasamos...la fracción a decimales...quedaría que...es...[escribe la división de 20 entre 5]...y...sería punto...4...que sería otro 40%...pasándolo a porcentaje...em...significa que...le tocaría...esto, más o menos [pinta un pequeño rectángulo en el área sobrante del dibujo]...o...40 más...el otro 40%...más el 25%...son...8...5...10...40, 80 [hace la suma de los porcentajes y le da 105]...se supone que...según esto, el...el terreno, suponiendo...que lo estamos tomando como el 100%...eh, ya está repartido en su totalidad...entonces, no le tocaría nada a...a la esposa, ¿no?

K: ¿Cómo deduces eso?

M: Ya que...sumo...lo, bueno, el..la fracción, la pasé a decimales...y de decimal, lo pasé a porcentaje...entonces, se supone que el...terreno de su hijo, sería el 40% del terreno, más el 40% que le da a su hija, más el 25% que ya está...eh...dado para...sembrar, entonces...sumando todas te da un...105%...y, eh...suponiendo, bueno, diciendo que el terreno es un 100% hasta sobrepasa el terreno que...que tiene...

K: ¿Crees que eso, eh...tenga que ver con que esté mal planteado el problema...o...a qué se lo...qué, qué sacarías tú de conclusión de...eso que acabas de...?

M: Pues...no, no...no diría que está mal planteado, sino que...pues es como...ah... el...a lo que tenías que llegar a, a deducir? Lo que tenías que deducir era que no le tocaba ninguna parte a la esposa porque...pues ya estaba repartido en su totalidad.

K: Ok. Respecto al dibujo...iniciaste partiendo el rectángulo que...que entiendo que sería el terreno...

M: sí.

K: ...en 4 partes...eh...posteriormente, quisiste representar lo de Mirna...que son...am...25%?...sí?

M: No, 40%

K: Ah, sí, 40%, gracias. Ya. Eh...después ibas a representar...lo de Darío...o...ese era tu...procedimiento...

M: Sí, sí...Pero...bueno, eh, cuando traté de hacer el dibujo, me di cuenta que...pues iba a ocupar todo lo que me restaba de...del rec, del rectángulo, que pues no le iba a tocar nada a la esposa, entonces...mejor preferí hacerlo...matemáticamente, por así decirlo, para...verificar que...pues, el dibujo estaba...correcto...

K: Ok. Gracias, Mariana. ¿Quieres agregar algo sobre eso?

M: No. Creo que ya...

K: Te paso entonces la siguiente...hoja...Igual es leer en voz alta y...externar todo lo que...

M: Sí, “vuelve a leer el enunciado de la...repartición del señor Tello” “¿Quién se quedará con la...con más parte del terreno?” Amm...bueno, se supone...que...los dos hijos se quedan con...la misma cantidad, que es 40%, entonces...ellos dos se quedan con...la mayor parte del terreno?...” Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno? Es falso o verdaderamente, argumenta...por qué” Bueno, sí, tiene la misma cantidad, ya que...pasando la fracción a porcentaje, te da...la misma cantidad, que es 40%. “¿Cuántos metros cuadrados te corres, le corresponde a cada uno?” 40% (ríe). Eh...” ¿cuántos metros cuadrados del terreno, hede, here-dará la esposa?” Pues...ninguno, ya que todo está...repartido...entre...lo ya mencionado...” ¿Por qué crees que se pregunta eso en el problema?” ..mmm...pues, para...para...mmm...poder entender mejor..el... los...las distintas formas de representar...cantidades...

K: Ok...em...bueno, en esta última parte, que...te pasé, te invita, a que vuelvas a leer el enunciado, me parece que no lo has leído nuevamente...¿cuál crees que sea la razón?

M: Bueno, porque...pues...ah...creo que...ya está...entendido, bueno, creo que ya...no era necesario...porque...las preguntas que...seguían, ya...ya las había, ya se habían resuelto con...haber...hecho el...haberlo...hecho ya?

K: Ajá, ok...Va, esa sería tu razón...

M: [Asiente.]

K: Ahora, te invitaría...

M: [Ríe, parece que sabe qué le solicitaré.] Sí...

K:...a que lo vuelvas a leer...

M: [Lee las instrucciones “lee el siguiente enunciado...”.] “El señor Tello tiene un terreno de...30, 000 m<sup>2</sup>...que repartirá en la siguiente forma 25% será para sembrar...dos quintas partes del terreno...sobrante será para su hijo Darío, de lo que, de lo que resta, su hija Mirna heredará 40%, el porcentaje restante lo designará a su esposa...¿Cuántos metros cuadra, cuadrados del terreno...heredará la esposa?”

K: ¿Cambia algo de tu...concepción de la situación...ahora que lo has leído nuevamente?

M: Sí, porque...em, bueno, al principio di, te dice que no es necesario que lo resuelvas, y pues ya lo resolví...

K: Ajá...pero me refiero a la situación que te plantea el enunciado...eh, ¿tú sigues...eh...en tu...conclusión de que...la esposa no hereda...terreno...? O sea, tú has formado ahora una..una idea de la situación...

M: Eh...no pues no, creo que sigue sin heredar...el terreno..sin ninguna parte del terreno...

K: Ok...

M: Sí...creo que no, no, no hereda ninguna parte

K: Ok. Otra pregunta, Mariana: Tú...deduces que...Mirna y Darío tienen el mismo eh...cantidad de terreno porque Mirna tiene el 40% que mencionan ahí...

M: Mhm

K: ...y, eh...Darío, dos quintas partes...tú...haces la equivalencia de dos quintos en...porcentaje...y resulta que es el 40%...Si lees esa parte del...del enunciado, ¿crees que se refiere al mismo...40%?O sea, quiero decir, que realmente tienen...la misma...dimensión ese terreno?

M: No...Bueno es que...dos quintas partes...bueno, ...son...bueno, podría hacerlo de otra forma, para verificar si sí tienen...40%...¿puedo hacerlo?

K: Claro, sí

M: Bueno, este...voy a dividir el terreno en...voy a, voy, voy a sacar...cuánto equivale una quinta parte de...del terreno...en...en un quinto...entonces sería...seis...cero, bueno, seis mil, son seis mil metros cuadrados por un quinto...y como te dicen que son dos quintos, pues son...12 000 m<sup>2</sup>...y Mirna tiene 40%, entonces voy a sacar el 40% de... 3000? [pero escribe 30 000] ..eh...que es 4...entonces, sería...y sí, bueno, resulta que...sacando el 40% de 3000, son dos...12000 m<sup>2</sup>, y sacando dos...quintas partes de...de...del área, también resulta que son 12000 m<sup>2</sup>, entonces sí, tienen la misma cantidad de...de terreno.

K: Ok, gracias, Mariana. Eh...mira, me gustaría platicarte un poco más qué es lo que estoy trabajando...pero antes, eh...fíjate que pensé en reestructurar, o pensamos en reestructurar ese enunciado...entonces, me gustaría mostrártelo, que lo leyeras igual en voz alta, de ser posible...[Le entrego la versión con mayor cohesión]

M: [Lee las instrucciones] “El señor Tello tiene un terreno de 30000 m<sup>2</sup> que repartirá de la siguiente forma: 25% será para sembrar, dos quintas partes del terreno...que quede sin sembrar, será para...su hijo..Darío, su hija Mirna heredará el 40% de la parte del terreno que..queda aún sin repartir...finalmente su esposa quedará con la parte del terreno que queda...¿cuántos metros cuadrados del terreno heredará la esposa?” “Dentro del enunciado, encuentras palabras o concep. Conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de sí, subráyalos” Eh..no, bueno, todo lo sentí bien (ríe). Dice...”Dos. Con tus palabras describe, cuál sería la...situación del problema” Ah...bueno, creo que...a...comparación del otro...del otro enunciado, tiene...la misma situación, bueno, el mismo problema: saber cuántos metros...le corresponden a la esposa...según los...metros ya repartidos. Después dice...”Dibuja la situación que representa...en el enunciado”

K: Bueno, eso ya no sería necesario, eh...a menos que lo quieras hacer y que veas...algo diferente en este...

M: Bueno, sí...sí veo algo diferente...en el enun...bueno, en la parte que dice “dos quintas partes del terreno que queda sin sembrar...será...para su hijo Darío” Entonces se supone que...ya no es...lo que hereda Darío, ya no va a ser parte de lo que no está repartido, sino, de lo, del 25%, dos quintas partes...van a ser para su hijo...

K: Ya. Te propongo algo, eh...al reverso de tu otra hoja, si gustas eh..expresar de nuevo eso que estás mencionando...

M: ¿Escribirlo o dibujarlo?

K: Dibujarlo o...lo que te acomode...

M: Ok, este...bueno, estoy volviendo a hacer...otro rectángulo, para...simbolizar el terreno, que se va a repartir emm...y se supone que...el 25% del terreno, es para la...cosecha...[marca nuevamente una cuarta parte de un rectángulo], pero de ese 25%...dos quintas partes...eh, van a ser para su..hijo, porque..ya no va a formar parte del terreno... no...bueno, sí, del resto del terreno...entonces...se supone que son dos quintas partes..para su hijo [dibuja una línea dentro del rectángulo que representa  $\frac{1}{4}$  del terreno, simbolizando  $\frac{2}{5}$  de  $\frac{1}{4}$ ] eh...el 40% ...va a ser para...Mirna...[dibuja 40% similar a su primer dibujo] y...bueno, el resto, se supone que ya es para su esposa...

K: Ok, eh...¿qué parte de..de lo que lees aquí en el enunciado, te hace deducir que esas dos quintas partes...eh, estoy viendo que forman parte del 25% de...del terreno de cosecha...?

M: Ah, porque...en...en el enunciado dice que...dos quintas partes del terreno que quede sin sembrar, o sea...de, formando parte del...de..la siembra...eh..serán para su hijo Darío...o sea, ya no lo incluye como...en el otro enunciado...que lo menciona...a parte la...sí, en el otro enunciado dice...”dos quintas partes del terreno sobrante” o sea del so, del terreno que ya no, que todavía no...había repartido...y por eso..entendí que las dos quintas partes formaban parte del 25%...

K: Ok...va...emm...el enunciado que...te voy a voltear tu hojita...este enunciado [el menos cohesivo] te parece claro...no tan claro...?

M: Mmm...pues...ya volviéndolo a leer...eh...no, no queda...eso de “dos quintas partes del terreno sobrante” se puede entender también como que...es...el terreno sobrante de la siembra...pero...pues..yo lo entendí como que...son separados...

K: Ok...y...si...si compararas entre los dos enunciados, las dos estructuras del enunciado, ¿hay alguno que te parezca más claro...que el otro...?

M: Mmm el segundo, me parece más claro porque...bueno, para empezar, en la, en la estructura del...enunciado, te separan cada...cada parte repartida, y en este te lo juntan todo, entonces...creo que...quedaría mejor... de la segunda forma...

K: Bien, pues no sé si quieras agregar algo más...

M: No, creo que es todo.

S2.

K: Pues vamos a iniciar con esta sesión. Entonces, ah...te paso la primera hoja.

M: [Lee las instrucciones.] “Un campe, un campesino tiene un grana...un granero...” Ah, perdón. “Un campesino tiene en un granero un total de...450 kg de...maíz, que distribuirá en..tres camionetas de acuerdo con el siguien, los siguientes requerimientos...camión 1, cantidad de maíz doce por ciento de,



del total...camión dos, once...vein...ti...cincoavos? Del total..camión tres, restante. Es necesario que llegue la may, que llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo, en el menor tiempo, ¿en qué orden deberán seguir los camiones el...en qué orden, deberían de llegar lo camiones del gan...gana, del ganadero? Explica tu respuesta.” “Dentro del enunciado encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de sí, subráyalos” Eh...no, todos los entendí, todo se comprende.” Dos. Con tus respuestas describe..con tus palabras, describe cuál es la situación del problema”. Amm...el problema es saber..eh...bueno, a ver, es que dice, bueno, lo voy a volver a leer...porque...dice... “es neces...” Bueno, “un campesino tiene un gan, un gana” [hace exclamación de equivocación “¡dah!”] “Un campesino tiene un granero...” Ash, perdón. “Un campesino tiene en un granero un total de 450 kg de maíz, que distribuirá en tres camionetas de acuerdo con los siguientes requerimientos: camión uno, cantidad de maíz, 12% del total, camión dos, once vein...ti-cin...coavos del total...camión 3, restante. Es necesario que llegue...la mayor cantidad posible de maíz...en menor tiempo, ¿en qué orden deberían llegar los camiones del ganadero? Explica tu respuesta.” Ahmm...amm...es que...ahmm....no...no...no comprendo cuál es la...bueno, es que te dice... “es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz, en menor tiempo...” Pero...no tengo...no entiendo co, qué relación tiene...o sea, cómo podría resolverlo con ...lo que te dicen...

K: ok..

M: Amm... “en qué orden deberían salir los camiones..?” [suspira]

K: Digamos, al inicio del enunciado...eh...o bueno, la primera parte...¿qué...? ¿De qué trata...?

M: Sólo te explica...cuánto maíz...tiene que..repartir...y en...cuántas camionetas...después te viene...don... cuánto va a repartir en camión uno.. el dos y el tres...pero... “es necesario que llegue la mayor..cantidad posible de maíz en menor tiempo” “En qué orden deberían salir los camiones de...” Pues...ah... no, no le entiendo, porque no es como que...pues al final todos van a llegar, ¿no? Pero te dice que...quieren que llegue la mayor cantidad posible de maíz, en menor tiem..po... “en menor tiempo”... “¿En qué orden..deberían...?” Sólo que...te este...pidiendo que...pero...no, porque ni siquiera te dice cuánto...cuánto tarda un camión, cuánto tarda otro...

K: ¿Cuánto tarda qué perdón?

M: En llegar, cada camión, o si..afecte en algo la...cantidad de maíz que carga...

K: ok... Si..te pidieran dibujar la situación, como en...el número 3, ¿qué vendría a tu mente? ¿Qué dibujarías? Hasta el momento de lo que...

M: ...¿he entendido? Pues...quizá...dibujaría...amm...los tres...camiones? Y pues...ponía, pondría la cantidad...pasaría...eh, la...fracción...a... a porcentaje...bueno todo, bueno las tres cantidades las pondría en porcentaje, y...las...colocaría en los camiones...

K: Ok

M: pero...

K: Igual si quieres dibuja los camiones y ...después vemos eso de las cantidades...

M: [Dibuja los camiones] Ok, ya dibujé los tres camiones...y...eh...y...pasaría, el primer camión, el número uno...eh...lleva el 12% ...

K: Ajá...

M: ...de la cantidad...ah, el...para pasar el...la fracción...a...porcentaje...primero lo voy a pasar a..decimal, que serían... de los cuatrosientos...cincuenta...kilogramos...que...tiene el ganadero...el sí, bueno sí, que se va a repartir...eh...voy a sacar..el 25...entonces...se supone que el 25%...bueno el...sí...un veinti...cincoavo? Equivale a...sí...equivale a...4...2...8...a 18...kilogramos [hace la división de 450 entre 25]...son 18 kg, por uno, y te están diciendo que son 11, entonces voy a multiplicar los 18 por 11...y...son [realiza el cálculo]...ash, demonios! [No le cabe en el espacio de la hoja donde estaba haciendo la operación, y pone el resultado a un lado] 8...9...son... el...no [lo había escrito en el primer camión y lo borra], el...segundo camión...carga... ay!... carga...190...kg...y el...a ver [al parecer se percató que no era necesario el proceso que había propuesto, y se dedica a obtener las cantidades de kg en cada camión] , voy a sacar el 12% de...de lo...de..la cantidad que van a repartir...y...serían [Hace el cálculo]...eh...52...el 12% son cincuenta y...cuatro...kg? Del...total...y el tercero..si sumas...que...eh, el primer camión..carga 54 kilos...y el...segundo carga...eh...ciento ochenta y ocho...te da que...son [suma esas cantidades]...eh...esos dos camiones ya llevan...repartidos doscientos...sesenta y dos kg...y...se los restas a los 250...que tienen en total...[hace la resta de 450 menos 262]...mmm 8..y el tercer camión , reparte ciento ochenta y...ocho...kg...y, pues...ya...es lo único que se me ocurre para...dibujarlo...

K: Mhm...

M: Si...y...la situación te dice...quizá para resolverlo...tendría...tendrías que...decir...cómo van..que salgan primero los que tienen mayor cantidad, para...pues asegurar que...llegue...más maíz del que...se tiene que repartir...

K: Ok...¿por qué crees que no te convenza?

M: Porque...pues...no...el...no sé cómo...cómo saber...cuál es el que se tarda menos tiempo...para..poder saber...cómo ordenarlos...

K: Ok...eh, por lo que estoy...tratando de entender, qué es lo que..tú estás viendo...¿te refieres en cuanto a la velocidad de..de lo camiones, digamos...?

M: Ajá!

K: ...independientemente de la cantidad de maíz que...

M: Exacto

K: ...que llevaran?

M: Sí

K: Ok, ok, ya entiendo... Te paso esta hoja? Es sobre la misma situación...

M: Ok. Dice: "Vuelve a leer el enunciado...de la repartición de maíz y resuélvelo" Ok, eh...dice... lo voy a volver a leer...

K: Ok

M: “Un campesino tiene...en un granero, un total de 450kg de maíz que distribuirá en tres camionetas de acuerdo con los siguientes requerimientos: camión uno, cantidad de maíz, 12% del total...camión dos, once veinticincoavos del total, camión 3, restante. Es necesario llegar, que llegue la mayor cantidad posible de maíz en...menor tiempo, ¿en qué orden deberían salir los camiones del granero? Explica tu respuesta.” Pues...m...sigo con la misma...duda...Después, dice: “Expresa las dificultades con las que te encontraste, en caso de haberlas...al resolver el problema...” El...que no haya una...una...cifra que te diga la velocidad de los camiones...

K: [repito] Una cifra que te diga la velocidad de los camiones...ok.

M: Sí. Dice...”Seis. Imagina...que estás en una situación que se plantea...” perdón, “imagina que estás en la situación que se plantea en el enunciado y recréala, involucrando como personajes de gente, involucrando, ah...involucrando...como personajes, a gente que conozcas...narra cómo sería la repartición y por qué...se haría de esa manera...La propuesta es que el enunciado tenga una narrativa más acorde...a la realidad...” mmm...ok, eh...a ver, voy a volverlo a leer.. dice: “imagina que estás en una situación que se plantea, que se plantea en el enunciado...y recrea, recrea involucrando...como personajes...a gente que conozcas...narra cómo sería la repartición, y por qué se haría de esa manera...la propuesta es que el enunciado tenga una narrativa más acorde a la realidad” Bueno, quizá...amm...si tuviera que...suponiendo que yo voy a...ordenar..quién sale primero..tomaría en cuenta...a la persona que...pues...no se...no se desvíe? O no sé cómo decirlo, porque... pues hay diferentes personas, y ... ah, quizá algunas, toman más en serio el...trabajo...o algo así, quizá esa fuera, sería la primera persona que mandaría...para que lo haga...y a esa persona le daría el camión con mayor cantidad de...de maíz...que a...las otras dos...mmm...y la...después mandaría a la...que tiene...la segunda mayor cantidad de...de maíz...y por último, al que tiene menor cantidad de maíz, para asegurar que...los dos primeros lleguen..mmm...en menor tiempo y con la mayor cantidad de maíz..

K: Ok, va. Voy a pausar un momento el audio...[le pregunto si tiene disponibilidad de tiempo para el último enunciado y dice que sí]. Eh..no sé si quieras agregar algo más, de ese enunciado...

M: mmm no, ya...

K: Te voy a pasar este otro, entonces...

M: Ok..mm, dice: “Lee el siguiente texto, no es necesario que lo contestes..” “Un fotógrafo de animales...yin...ba...baps..tis ..fue a la expedición que duró...un año, y tomó varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento en tamaño...en el crecimiento en tamaño de diferentes..colonias de pingüinos...Pregunta uno: normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año...usualmente la cría de los huevos, la cría del huevo más grande de los dos, es el único que sobrevive...con...los...con los pingüinos ...Rocher? ..el primer huevo pesa aproximadamente 78 gramos, y el segundo huevo pesa aproximadamente...110 gramos, ¿aproximadamente en qué porcentaje...el segundo..huevo es más pesado que el primer huevo? Pregunta dos: Yin, se maravilla como...se maravilla, de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos, cambia, cambiará en pocos años...para determinar eso, esto..él hace las siguientes suposiciones: al principio del año, la colonia consiste en diez mil pingüinos...cinco mil parejas... Cada pareja de pingüinos

tiene una cría en primavera cada año...Al final del año, 20% de los pingüinos adultos y crías, morirán...al final del primer año, ¿cuántos adultos y crías hay en la colonia?" ... "Dentro del texto encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de sí, subráyalos." Ah... todos...bueno, sí, todos están ...claros... eh "Dos. Con tus palabras explica..eh, describe cuál es la situación del...problema." ah...bueno, se quiere saber durante...qué, durante un año...tomando en cuenta las...condiciones que se plantean en el...en las...preguntas...cuántos pingüinos van a...haber al final del año...eh "Tres. Dibuja la situación que se ...presenta en el enunciado." Mmm...bueno, eh...dibujaría...eh...quizá...bueno, es que son muchos. ¿no? (ríe) Muchos pingüinos para dibujarlos...Entonces...eh..quizá..pondría...un...mmm...mmm voy a volver a leer...la segunda parte..

K: Mhm

M: Dice: "Yin se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años...para de-terminar esto, él hace las siguientes suposiciones: En el...comienzo del año la cono, la colonia tiene...10 000 pingüinos...5 000 parejas...mmm...cada pareja de pingüinos, tiene una cría por primavera...al final del año el 20% de los pingüinos adultos y crías, morirán...Al final del..primer año, ¿cuántos pingüinos adultos y crías hay en la colonia?" Bueno...primero..pondría...un rectángulo...suponiendo que es la colonia de pingüinos...y pondría..la cantidad de pingüinos que...que hay...amm...que son 10 000, ¿no? Emm después dice que cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año...en..tonces...si hay...em...se, bueno, dibujaría..otro? Otro recuadro para...representar la segunda...condición..y...te dice que...son... cinco..mil parejas, y cada pareja tiene...tiene una cría, entonces...son...5 000, van a nacer 5 000 pingüinos, más los 10 000 que ya había, entonces serían...15 000 pingüinos ...y...al final..la tercera condición dice que la final del año, todos los pingüinos adultos y crías morirán ...entonces sería...otro recuadro, para representar la última situación...y..se sacaría, para saber cuántos pingüinos hay...pues se sacaría el 20% de... 5000 y se restaría...

K: Ok..

M: Ya.

K: Vale. Eh... Te mencionan, de unos pingüinos..Rocjoper, ¿tú conoces cómo son esos pingüinos?

M: No...

K: Ok.

M: No, no, no los...no los ubico..

K: Vale. Eh ...te paso la otra hoja?

M: Ok. Creo que...ya me la habías pasado. Ah no, no, perdón. Ok, dice: "Vuelve a leer el texto de los pingüinos..." Ok, dice..."El fotógrafo de animales.. yin bacstrit fue a una expedición que duró un año y tomó varias fotos de pingüinos y sus crías, él estaba particularmente interesado en el crecimiento ...en tamaño de diferentes colonias de pingüinos. Pregunta uno, normalmente una pareja de pingüinos , produce dos huevos cada año..usualmente las crías de huevo más grandes , de los dos, es el único que sobrevive...con el..." perdón, "con los pingüinos rocjper ...el primer huevo pesa aproximadam setenta y..ocho gramos, el segundo huevo pesa aproximadamente... 110 g. Aproximadamente qué porcentaje del...el segundo huevo es más pesado que el primer huevo?...Pregunta dos. Yin se maravilla...de

cómo...el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará...en pocos años, para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones: Al primer añ..al comienzo del año la colo, la colonia consiste... en 10 000 pingüinos...5000 parejas...cada pareja de pingüinos tiene una...una cría en primavera cada año...al final del año el 20% de todos los pingüinos, adultos y crías morirán. Al final del año, ¿cuántos adultos y crías hay en la colonia?” [Cambia de hoja] Eh..”Dos. En la Pregunta 1, ¿qué aparece en el texto...que requiera...que requieres conte?” Perdón. “En la Pregunta 1..que aparece en el texto...¿qué requieres para contestarla..?” Ah..ok. Voy a volver a leer la pregunta...uno.

K: Sí

M: Dice: “Normalmente una pareja de pingüinos produce... dos huevos cada año...usualmente...la cría de huevos..más grandes..más grande, de los dos...es el único que sobreviven...con...los pingüinos rocpjer, el ...primer huevo pesa...aproximadamente sesen, setenta y ocho gramos...y el segundo..huevo..pesa aproximadamente 110 g..aproximadamente, ¿en qué porcentaje el segundo huevo es más pesado que el primer huevo? 2 Ok, eh...bueno, ya te están dando los dos...pesos, de cada huevo...y... mmm... eh... te pregunta que...cuánto pesa, bueno, en porcentaje...eh...cuánto más pesa el...huevo más pesado que...el...primer huevo. Y...pues...ocuparía las, los dos pesos..para compararlos...y...mmm... no sé...creo que sería lo, bueno...lo único que ocuparía, porque lo resolvería como...mm... no sé, una...mmm...una...lo unico que se me ocurre para resolverlo es una regla de tres, pero..no creo que se resuelva así...entonces...como lo resolvería yo, sólo ocuparía las dos...las dos cantidades de...de peso...después dice... “Tres. ¿Por qué crees que..se pregunta el porcentaje de la diferencia entre el peso de los dos huevos?” ahmm...pues porque...mmm... mmm...no lo sé, bueno, eso no sé por qué lo preguntan , si bueno, al principio te dice que ...el huevo más...grande..o ...más pesad, bueno...supongo que..cuando dice “el huevo más grande” se refiere al mas pesado...es el que sobrevive, y ya con las cantidades pues saber que el segundo huevo es el que va a sobrevivir...entonces...no encuentro la razón de la pregunta..quizá...sólo para practicar el...cómo sacar los porcentajes de acuerdo al ..las cantidades y el...decimal...

K: Ok

M: Ok, dice “Dos. En la ..pregunta dos...” Ah, “Cuatro. En la Pregunta 2, ¿qué puedes..deducir...al leer...el segundo punto?” Mmm... “¿qué puedes..deducir..al leer el segundo punto?” Ok, el primer punto dice que “al comienzo del año, la colonia consiste en 10 000 pingüinos”...y entre paréntesis viene que son 5000 parejas...después dice “cada pareja, cada pareja de pingüinos tiene una cría...en primavera...cada año” ...entonces...con eso puedes deducir que...en primavera, ya van a haber...15 mil...pingüinos en total...porque cada pareja va a tener uno...un...un pingüino...

K: Ok

M: Despues... “Cinco. ¿Cómo puedes saber cuántos pingüinos morirán al final del año?” Eh...sacando el 20% de...de los...15 000 que hay..en primavera...y restándoselo...Y dice “Seis. Al final del año habrá..menos pingüinos de los que había al inicio del año...¿es verdadero o falso? Argumenta por qué.” Bueno, voy a hacer la..operación...son...5000 y...el 20%...mmm...el 20% de los 15000 son 3000...entonces, se lo voy a restar a los 5000 que hay al...en primavera...le voy a restar los..3000...pingüinos que se van a morir...y quedan que son 12000...12000 pingüinos...al final del año, entonces es...es verdadero...el que va a haber menos pingüinos que al inicio del año...Ah no, falso...es

falso, porque al inicio del año hay ..10 000 pingüinos...y al final hay 12 000 pingüinos ...entonces...es falso, va a haber más pingüinos.

K: Ok. Eh, si no hubieras hecho esa operación, ¿crees que..con lo que te mencionan en este texto hubieras podido contestar esa última pregunta..?

M: Eh..pues...lo hubiera contestado..pero hubiera dicho que eran..iban a ser menos pingüinos...

K: ¿Por qué?

M: porque ...pues... generalmente cuando te dicen “van a morir”.. “alguien va” bueno, que hay..que se va a morir...pues...entiendes que va a haber..que va a haber menos, menos cantidad, ¿no? ...

K: Ok. Eh, otra pregunta, Mariana. Eh...Del segundo punto, o sea, de lo que te preguntan en la Pregunta uno... “¿qué necesitarías para...contestar la pregunta uno? Eso...eh...tú mencionas que ocuparías una regla de tres

M: Sí

K: ¿Por qué...razón...o qué es lo que ....te mueve o te motivaría a hacer una regla de tres?

M: porque...bueno, el...porque...amm...el...porque si supones que...el...los 110 g equivale a un 100%... pues sacarías el..porcentaje que son los..75 g del..primer huevo...y...eso, eh..se lo restarías al 100% y sería...el porcentaje que..es más grande...bueno que es..sí que es más pesado....el segundo respecto del...el segundo, de acuerdo al primeros

K: Ok. Entonces, en otras palabras, cuando tu lees porcentaje te viene a mente que la manera de resolver..es con...regla de tres?

M: Sí

K: ¿Sí? Ok. Va. Eh..bueno, ya nada más algunas preguntas finales...este...En estas dos sesiones estuvimos trabajando enunciados de problemas..matemáticos y..emm...si.. te fijaste, los conceptos que estuvieron principalmente involucrados fueron porcentaje, decimal y fracción, eh...¿qué cercanía..tienes tú con esos conceptos o qué tan familiarizada te sientes...?

M: Eh...bueno, yo me siento...sí, creo que..los ocupo demasiado

K: los ocupas demasiado...

M: Sí, los ocupo demasiado, eh..no sólo para la escuela, sino para ...pues para la vida cotidiana...generalmente...el decimal es el que más...ocupo, pero los otros dos también tienen...relación...entonces...creo que ...es importante...conocerlos...

K: Ok, gracias. Eh...y más allá de qué tanto los utilices mmm, ¿un gusto que te...despierte...o no, simplemente...?

M: Pues no, o sea es... algo que...siento se debería... saber... o conocer...

K: Ok. Y, bueno, estuvimos trabajando con cinco...cinco enunciados...¿notaste diferencia en complejidad de esos enunciados?

M: Eh...sí, el...parece que el...los dos últimos, bueno, las...los dos últimos enunciados que...vimos...en esta sesión pues fueron más...complejos que los...de la vez pasada.

K: ¿En qué sentido?

M: En...como...entender...bueno, sí, entender..el...la problemática...

K: Ok, bueno. Pues no sé si quieras agregar algo más...

M: No, ya. Creo que...es todo.

*Roberto. Vocacional 3.*

K: Ok, Roberto, eh...no sé si pudieras platicarme qué es lo que...has plasmado con estas primeras preguntas...

R: Pues...ahí venía la pregunta...de...qué es lo que te viene a la mente con fracción, porcentaje y decimal...en el primero puse..el símbolo que sale en la calculadora cuando vas a poner una fracción, en el segundo pues es el símbolo de porcentaje, y en el siguiente nada más es un punto decimal con dos ceros. Eh...después pregunta...que cuál es la relación de estos tres...eh, quizá porque ahorita estoy estudiando...probabilidad, en probabilidad la respuesta siempre va o en una fracción, o un porcentaje o a un punto decimal que no supere a 1, eh...es la única relación que encontré dentro de las tres, aunque con una fracción se puede representar un porcentaje o un decimal.

K: De acuerdo. En decimal, eh...por ejemplo, en probabilidad mencionas que no rebasa a 1, pero, ¿tú concebirías alguno...o sea, que un decimal puede rebasar...

R: Sí

K: ...el uno?

R: En otro...en otra área de...matemáticas.

K: Ok...de acuerdo. Ah...no sé si quieras... agregar..algo más..¿es todo?

R: ¿De...sobre la actividad?

K: Ajá...

R: Pues...¿cuál es el fin de la actividad?

K; Ah, bueno, eso te lo voy a platicar al final, más bien me refiero a...eh...te dice lo que viene a tu mente cuando ves, escuchas estas palabras, ¿no?

R: Mhm

K: Entonces...imagino que, o deduzco que, lo que has plasmado es lo primero que ha venido a tu mente, pero...además de esos símbolos o esas...mmm representaciones que has puesto, no sé si...asocias esas palabras con algo más...quizá...en tu vida cotidiana...en...o en otros ámbitos...

R: Mmm...pues mi vida cotidiana está aquí, entonces...pues yo digo que...sería eso (ríe)



K: Ok...de acuerdo...va.

[Se le platica cuál es la dinámica de lo siguiente y se le aclara que la intención no es ver si sabe matemáticas o contesta correcto]

K: Entonces, te paso esta...hoja

R: ¿Lo tengo que..contestar rápido, o...es igual?

K: A tu..manera...pero sí, la idea es que todo, todo...en voz alta, por favor.

R: “De las siguientes opciones, ¿cuál corresponde a una fracción que equivale a dieciocho sobre veinticuatro?” ...mmm...la c, la c, ¿tengo que decir por qué?

K: Sí

R: Ok... porque el denominador y el numerador son divisibles entre tres...eh, bueno, es la división entre 3 del denominador y..numerador que está aquí.

K: De acuerdo

R: Mm, “¿cuál es el resultado de la suma de fracciones...cinco sextos, dos cuartos y nueve décimos?”..mmm... ¿también tengo que decir cómo...lo voy a sacar? [digo que sí] ah ok...

K: Sí por favor

R: Pues primero se busca el común denominador, que en este caso sería...mmm...240?...mmm...no, ¿o sí?... ¿tengo que narrar todo lo que hago?

K: si se pued...o sea, más bien, la idea sería que sí

R: Ah, ok...pues voy a...a hacer, este método que la verdad no sé cómo se llame, pero...consiste en poner estas dos líneas, para buscar el común denominador de los números que quiero...entonces, se busca primero los números que son divisibles entre dos...en este caso sería el 4...el 10...y el 6, ¿no? Los tres. Otra vez entre 2...hasta que todos me den 1, y los que no son divisibles entre dos, se bajan igual...son 3...mmm... y después multiplico todos los de aquí, 2 por 2, 4...por 3...12...por 5, 60...m...era más fácil...entonces, después divido el... el común denominador entre el denominador de la fracción que quiero y la multiplico por...el numerador...y me dio ciento treinta y cuatro sesentavos...se puede simplificar todavía...no...

K: Respecto del primer...del número 1, del primer ejercicio o problema, la respuesta tu la das...o más bien, para llegar a la respuesta que das, ¿realizaste alguna operación mental?

R: Sí. Dividí entre tres...eh, bueno, me fijé en los resultados primero, me dí cuenta que todos son múltiplos de 3, por lo tanto, esto debía ser divisible entre 3...6, o no'más porque...los numeradores no daban para más...entonces, lo primero que hice fue dividirlos entre 3, el de arriba da 6 y el de abajo da...8

K: Bien, ok, va. Eh, respecto de los enunciados, ¿te parece que son claros...en cuanto a su redacción, lo que te piden..?

R: [Asiente] Para mí están claros...

K: ¿Encuentras algún símbolo o palabra que no comprendas?

R: Mm no. Solamente en la...ah no...sí, todo está bien.

K: Ok. Bueno, te paso entonces la siguiente hoja...la misma dinámica, por favor.

R: Ok. "El señor Telo, Tello, tiene un terreno de trescientos, de treinta mil metros cuadrados que repartirá de la siguiente forma: veinticinco por ciento para sembrar...dos quintas partes del terreno sin sembrar, serán para su hijo Darío...su hija Mirina heredará el cuarenta por ciento de la parte del terreno que queda, aún sin repartir...finalmente su esposa quedará con la parte del terreno que queda. ¿Cuántos metros cuadrados...heredará la esposa?" Entonces, aquí voy a...pasar los porcentajes a fracciones..del terreno total...o al contrario, a ver ahorita qué es más fácil...mmm

K: Bueno, te interrumpo. En esta primera parte no es necesario que lo resuelvas...más bien interesaría que pasáramos a las preguntas que están abajo...

R: Ok. "¿Dentro del enunciado encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de ser así, subrayalos." ... mmm... no...si acaso los nombres, que sean más sencillos (ríe).

K: Ok...de acuerdo. La segunda...

R: ¿La segunda? Ah, perdón! "Con tus palabras...describe cuál es la situación del problema..." Pues...la situación del problema es la repartición de un terreno...entre..partes que están estipuladas con diferentes cantidades...las cuales hay que...eh...a las cuales hay que sacar una equivalencia para poder..dar el resultado del terreno total... "Dibuja...la situación que se te presenta en el enunciado." ...¿también la tengo que...describir?

K: Por favor...Incluso, bueno, sería importantes que si...recurre nuevamente al enunciado, al leer alguna parte, también lo hicieras en voz alta, o alguna dificultad con la que..

R: Ok. Entonces, voy a regresar para ver cómo empie, eh...de qué manera voy a organizar esto...viene de manera...de las cantidades...eh...hablando del..terreno total, hacia las que ya vienen más particulares, como de lo que queda, ¿no? De lo de su esposa. Entonces, lo primero es un 25%...aproximadamente es un cuarto del terreno [pinta en un rectángulo una línea vertical de lado a lado para señalar  $\frac{1}{4}$ ]...eh...después dos quintas partes del terreno...del total, ¿verdad? Del terreno total [me ve, como esperando que conteste su pregunta]...Bueno, aquí...

K: ¿Tú qué dirías? Ajá...

R: Pues yo digo que sí, porque no dice si del terreno que queda, ah, no, espérame...[lee de nuevo, pero en voz baja] ah, no, perdón, sí dice...(ríe)...entonces del...después de quitar el...el 25%...como dice que...el terreno que quede sin sembrar...es lo que queda de...quitando ese...25%..entonces, de lo que queda, más o menos una quinta parte [dibuja otra línea vertical para representar, al parecer,  $\frac{1}{5}$  del

área que queda, y no  $2/5$ ]...después dice, su hija Miriam heredará el 40% de la parte del terreno...que queda aún sin repartir...entonces, pues es casi la mitad, ¿no? Del...terreno...[pinta otra línea vertical para representar el 40% que asocia con “casi la mitad”, sin embargo, parece que no nota la equivalencia de  $2/5$  y 40%, pues la parte que corresponde a cada uno, tiene un tamaño notablemente distinto] ...y...finalmente, su esposa quedará con la parte del terreno...que queda...que sería...¿tengo que decir cuánto sería, o nada más dibujarlo?

K: Si..lo deduces del dibujo, o si lo...ves en el dibujo...con eso es suficiente.

R: Ok. Mmm...

K: O sea, quiero decir, no tienes que expresar ahora una cantidad exacta, si no...quizá señalarlo en el dibujo.

R: ok...pues... [no se distingue en el audio, creo que dice “supongo”] que es un 30%...¿lo pongo? [le digo que sí] ya.

K: Ok. ¿Quieres agregar algo en esta parte?

R: ¿No tengo que poner la respuesta?

K: No

R: Entonces no

K: Ok..de acuerdo. Te paso entonces esta hoja...

R: ... “¿Quién se quedará con más parte del terreno?” “Mirina...” También tengo que responder, ¿verdad?”

K: Sí, por fa...

R: En la...vuelvo a leer quién era la última?...¿Su esposa?...Su esposa se queda con la mayor parte [escribe]. “Mirina y Darío tienen la misma cantidad de terreno, ¿es falso o verdadero?” Voy a volver a recurrir al enunciado...

K: Ok.

R: mmm...mmm dos quintas partes del terreno sin sembrar, serán para Darío...eh...si para eso sí necesito...hacer operaciones, ¿puedo hacerlo?

K: Claro, sí.

R: Entonces, dos quintas partes del 75% que me queda...son...75 entre 5...que son...dos..trece...mmm...13% es cada...quinto, y como son dos, entonces son 26% lo que le toca a Darío, por lo tanto, es más...Ah, falta lo de su [“papá”?]...después de quitar el 26% quedan...mmm...49...entonces, del 49 dice que...heredará el 40%...el 40% de 49...es...¿tiene que ser exacto? ¿Sí?

K: Pues...más bien...lo que tú necesites..ahí es...lo que tú requieras para...contestar..lo que...lo que te plantean.

R: Ok. Mmm...voy a multiplicar 4.9 que sería el...el...no, perdón, .49...que sería el 1% de... 49, lo voy a multiplicar por el...40%...que se supone lo...bueno, lo voy a multiplicar por 40 para que me dé el 40%...m...entonces, ella se queda con el 19.6%, entonces no...no se quedan con lo mismo...[borra]. Voy a cambiar la respuesta uno, porque al hacer el procedimiento que hice ahorita, me dí cuenta que..la esposa no se queda con la mayor parte.

K: Pones a Darío entonces...[digo lo que está escribiendo en la hoja, para que quede registrado en el audio].

R: A Darío, mhm

K:Ok.

R: Em..la tercera dice: “¿Cuántos metros cuadrados le corresponden a cada uno...?” Ok...[recurre al enunciado] Entonces, el porcentaje...lo...voy a multi, eh...voy a sacar la equivalencia del porcentaje, en el total, que son..30 000 m<sup>2</sup>...entonces el...1% de 30 000 m<sup>2</sup>...es... bueno, voy a dividirlo...nada más voy a...eliminar los dos ceros del cien...entonces son 300...ahora, esos 300 lo voy a multiplicar por el porcentaje del total que le toca a cada uno...en el caso del...del que es para sembrar, es por 25, que es el 25%...y me dio...7500 m<sup>2</sup>...para..sembrar...Después sigue..Darío?A quien le toca el...26%, entonces nuevamente son 300...por 26...[hace la operación] me dio...7800 m<sup>2</sup>...ahora, dos quintas partes de lo que so..eh, no, perdón...[lee] su hija Mirina heredará el 40% de la parte del terreno...que le queda aún sin repartir, por lo tanto...el terreno que le toca a Mirina..era de...19.6%...mmm...entonces multiplico, otra vez, 300...por 19.6...y , a ella le tocan 5880...a Mirina...y, por último, a su esposa le toca...lo que resta, que sería...el equivalente a...mmm....bueno, más fácil, le voy a restar a...30 000, lo que ya tengo...de que es la cantidad de cada uno...para más fácil, todo lo voy a...a hacer nada más con dos números...para restarle sólo un número a 30 000 [estaba escribiendo 30 000 menos 15 200 menos 5880]

K: Ok.

R: Me dio...21080...entonces, 30 000 menos 21080...me da...ocho mil...8920, no, sí...ya..

K: Ok.

R: Eh... “¿Por qué crees que se pregunta eso en el problema?”... No, perdón, “¿cuántos metros cuadrados de terreno, heredará la esposa?” Era el número 4. Eh, y la respuesta era...ocho mil...novecientos...veinte. Nuevamente vuelvo a cambiar la...primer...respuesta...otra vez por su esposa...la cinco dice: “¿Por qué crees que se pregunta eso en el problema?” La respuesta es porque se necesitan hacer los demás cálculos para llegar al...al...la cantidad de metros que le tocan a su esposa...

K: ok...[él iba a escribir en el papel lo que dijo y le señalé que no era necesario, pues quedaba registrado en el audio]. [Se hizo una pausa en el audio porque iban a ocupar el salón en el que nos encontrábamos, y tuvimos que movernos de lugar]. Entonces, retomando el enunciado... bueno sí, una cosa, en las indicaciones te decía que...lo volvieras a leer..

R: Mhm

K: Eh...no sé si lo...lo has vuelto a leer y...

R: Lo volví a leer pero...cada vez que las preguntas...lo ameritaban

K: Ah, ok. Eh...respecto de la estructura del enunciado, te parece, o de su redacción, ¿te parece que es claro...que no es tan claro...?

R: ¿En cuanto...únicamente lo que es la redacción? Eh, para mí es clar...lo único es que..debería de estar junto con las preguntas de atrás para no tener que estar..[hace un gesto de cambiar las hojas] volteando la hoja.

K: Me comentas “debería estar..con las preguntas de atrás...porque..”?

R: Para..poder seguir la lectura más fácil, y...no estar...cambiando la hoja...

K: Ah ok, de acuerdo...Eh...No sé, ¿qué más?...Si...por ejemplo, ese mismo enunciado, tú te ...te lo hubiera presentado con esta estructura [le muestro el texto menos cohesivo]..no sé si lo puedas leer, igual en voz alta, por fa.

R: “El señor Tello tiene un terreno de trescientos, de...tres mil, treinta mil...metros cuadrados que repartirá de la siguiente forma: 25 metros serán para sembrar, dos quintas partes del terreno sobrante serán para su hijo Darío, de lo que resta, su hija Mirina...no, Mirna, heredará el 40%...el porcentaje restante se designará a su esposa...¿cuántos metros cuadrados de terreno, heredará su esposa?” “Uno. Dentro del enunciado encuentras palabras.....” ¿Eso también?

K: No, eso ya no sería necesario.

R: Ah ok.

K: Este...más bien lo que me interesa es...comparando esta estructura, con la otra estructura, ¿hay alguna que te parezca más clara...?

R: Me parece más clara la primera...porque vienen organizados..en...en diferentes puntos, de manera que es más fácil ubicar, rápido el porcentaje o la fracción que le corresponde a cada uno.

K: Ok, bueno. Eh...no sé si quieras agregar algo más...

R: Eh..pues eh...simplemente lo mismo, que sí, es mucho más fácil seguirlo en una lista que en un texto.

K: ok, de acuerdo.

S2.

K: Y, eh, te voy a pasar la primera hoja.

R: Ok. [Lee las instrucciones completas.] “Un campesino tiene...en el granero un total de 450 kilos de maíz, que distribuirá, en tres camiones de acuerdo con lo que se presenta en la siguiente tabla. Camión uno..eh...cantidad de maíz...once veinticinco...once veinti..cin...¿cómo se..? Bueno, once sobre quince del total...camión dos, doce por ciento del total...eh..el camión tres, eh...el restante. Es necesario que

llegue la mayor cantidad posible de maíz, en el menor tiempo. ¿En qué orden debería de salir los camiones del granero? Explica tu respuesta.” Mmm...Voy a volver a leer la pregunta, porque no entendí muy bien...” Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz, en menor tiempo, ¿en qué orden deberían de salir los camiones del granero?” Entonces, debe ser el que lleve mayor cantidad de maíz...mmm...

K: recuerda que por el momento no es...necesario resolverlo...

R: M..

K: ...y...si quieres pasamos a las preguntas que vienen abajo..

R: Ok. “Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En el caso de que sí, subráyalos.” Mmm no lo hay...simplemente no sé cómo pronunciar esta fracción de...once sobre quin, veinticinco.

K: Ok.

R: Mmm... “con tus palabras describe cuál es la...situación del problema” La situación es ver...qué...fracción del camión es mayor...para que ese camión sea el que...sale primero...” Dibuja la situación que se te presenta en el enunciado..” Entonces voy a dibujar un cuadrado [dibuja un rectángulo]...que representa...que representa el total de...el maíz...ok...entonces en el primero...son once veinticinco del total, que es poco menos de la mitad... [parte el rectángulo casi por la mitad, con una línea vertical]...y en el siguiente, es doce por ciento del total, que sería casi una décima parte...[hace otra línea vertical para representar casi un décimo en la parte restante]...mmm... ya...

K: Ok, eh...ese pedacito del camión dos, que sería el doce por ciento dices casi el...una décima parte, ¿no?

R: Mhm

K: Esa décima parte sería del rectángulo grande...o de..lo que no..se ha repartido...

R: Del..rectángulo grande, porque dice doce por ciento del total...

K: Ok, va... ¿Dibujarías algo más en tu...?

R: ¿En mi dibujo?

K: Ajá...

R: Mmm no...

K: vale....Te paso entonces la siguiente hoja...

R: Mhm. Dice: “Vuelve a leer el enunciado de la repartición del maíz y resuélvelo.” [Cambia de hoja] Amm...[me pregunta desde qué parte del enunciado vuelve a leer, y le contesto que desde el inicio.] Ok. “Un campesino tiene en el..granero, un total de 450 kilos de maíz, que distribuirá en tres camiones de acuerdo con lo que se te presenta en la siguiente tabla: camión uno, eh..quin sobre, once sobre

veinticinco del total, de la cantidad del maíz...eh...camión dos, doce por ciento del total del maíz...y el tercero, el restante. Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo...¿en qué orden deberían de salir los camiones del granero? Explica tu respuesta....” Mmm, aquí lo que voy a hacer es pasar...una...equivalencia del doce por ciento a los quince veinticinco o al revés...en este caso se me hace más fácil pasar los once sobre veinticinco a...porcentaje, debido a que si multiplico el veinticinco por cuatro, me da cien, entonces también multiplico por cuatro el denominador, que es once, y me da cuarenta y cuatro sobre 25...perdón, me da 44 %...porque ya está sobre 100...entonces, a eso le sumo el 12%...y eso me resulta que el...tercer camión...eh...va a llevar la resta de...56%...entonces el tercer camión va a llevar...44%...del total...entonces el primer camión que debería salir...sería el uno o el 2... eh...debo de...responder aquí mismo?

K: Eh...sí, si gustas...sí

R: Mi respuesta es que tiene que salir primero...el primero...después el...tercero...y el último el segundo

K: Ok, eh...¿conoces ahora la cantidad que lleva el tercer camión, o cómo es que tomas la decisión de que saldría en segundo lugar...

R: Sí, este, pasé a porcentaje...los 11 sobre 25...que me dió un 44%...se lo sumé al...12% del segundo, y me..resultó 56%... entonces al 100% le resté 56..y me resulta que el tercer camión...me da...44%

K: Ok, va. Ehmm...sí, si quieres continuar con...con las otras...

R: Ok. [Cambia de hoja.] “Expresa las dificultades que encontraste, en el caso de, de haberlas, al resolver este problema...” En...este caso no me encontré con ninguna dificultad. “Imagina que estás en la situación que se plantea en el enunciado..y recréala involu, involucrando personajes..a gente que conozcas...narra cómo sería la repartición..y por qué sería de esa manera la...propuesta...es que el enunciado tenga una narrativa más acorde a la realidad...” Mmm...¿tiene que ser también con camiones y maíz?

K: Eh...sí. O si...lo..cambiarías...pues

R: Ok...Pues...podría decir que...una..compañía...que tiene un granero de 450 kilos de maíz...va..a repartir...todo lo que tiene en el granero, en este caso son los 450...eh...tengo que darles nombres, ¿verdad? A..las personas...digamos que...contrataron...a tres camioneros eh...el camión uno, es de...es grande, ¿no? El segundo es una camioneta y el tercero es otro camión...de manera que en el primer camión...eh...se subieron..quince sobre veinticinco del total, en el segundo...sólo le cupo el 12% y...en el tercero..eh...pudieron meter todo el restante. Y, de..con las cantidades anteriores...responde cuál sería..el los camiones que tienes que salir, en qué orden tienen que salir los camiones de manera..que lleguen primero, los que tienen...mayor porcentaje del total de maíz...

K: Ok, eh...¿imaginas...cuánto es esa cantidad de maíz..que..mencionan...?

R: ¿La de 450...? mmm...pues es muy poca para un camión...pero...como en este caso mencionan los camiones y ..por eso pregunté si tenían que ser camiones...pues..de todas formas..tenían..que seguir usando los camiones, ¿no? A lo mejor ahí van palomitas (bromea)

K: En caso de que no fueran camiones...¿qué..más sería? [no se entiende bien el audio en esta última pregunta]

R: Pues ...podrían ser..personas carg, ah..cargando los...costales de maíz, de un lado a otro, o..con una carreta.

K: Ok...este...en ese caso que te plantea..o bueno, tú al resolver el enunciado, notas que...dos de los camiones, llevan la misma cantidad de maíz, ¿cierto?

R: Mhm

K: Ehm..en la situación, ¿a qué crees que..se, con qué crees que estaría relacionado o se asociaría?

R: ¿Qué tengan los dos la misma cantidad?

K: Mhm..

R: Mmm

K: ¿Crees que haya alguna razón, o..seguramente coincidió..?

R: ...pues, quizá la razón sería que, como al segundo..sólo le cupo el 12%...al quedar el 88 y ..con la primer fracción, nos da eso, pero fuera de..digamos, las cantidades que dan en el problema, no encuentro...una razón.

K: Ok...va. ¿Quieres agregar algo más de este..enunciado..?

R: Mmm no...

K: Ok. Te paso el..siguiente...

R: “Yon Balpistre ..un...Bap” ¿Cómo se pronuncia?

K: Pronúncialo como...como creas o..como consideres.

R: Mmm... “Baptiste? Es un fotógrafo que goza de observar y capturar la vida de los animales, recientemente..yin...fue a una expedición que duró un año, y en la cual aprovechó para tomar varias fotos de pingüinos y sus crías...él estaba particularmente interesado en el crecimiento...del tamaño de diferentes colonias de pingüinos..Pregunta uno. Normalmente una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año...estos dos huevos sólo...de estos dos huevos, sólo el más grande...es el único que sobrevive..por ejemplo, con la esp, eh..con la especie de pingüinos conocida como roc...roc-cuper...no..roc-cuper? Es el...primer huevo..el primer huevo pesa aproximadamente 78 gramos..y el segundo hueva, el segundo huevo..presa...aproximadamente..ciento...diez gramos. ¿Aproximadamente qué porcentaje del segundo huevo...pesa más..que el primer huevo?” Este...¿la res.pondo ahorita?

K: No es necesario...

R: Ok. “Pregunta dos. Con la...expedición que llevó a cabo yin..se...se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años...para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones...al cominezo del año del...la colonia de...cien, diez..mil pingüinos es decir, cinco mil parejas..cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera, cada año...al final del año, el 20% de



todos los pingüinos...adultos y crías, morirán. Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos adultos y crías, hay en la colonia..?" "Dentro de ese texto, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas..? En caso de ser así, subráyalos." Mmm, en el caso del texto..eh..en el caso de para leerlo en voz alta..los nombres son un poco raros por lo..que..cuesta un poco de trabajo..fuera de ello...creo que los demás términos se entienden bien.

K: Ok.

R: "Con tus palabras describe..cuál es la situación del problema." La..situación del problema es...con los datos que él...supone...se tiene que..hacer un cálculo de cuántos pingüinos adultos...y crías..hay en total en la colonia...al final del primer año. Eh... "Dibuja la situación que se te presenta en el enunciado." Voy a volver a leerlo.. [no se entiende el audio, habla algo de los puntos]...dice: "con la.." Dice: "con la expedición que llevó a cabo yin, se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos, cambiará en pocos años...para determinar esto, hace las siguientes suposiciones: al comienzo del año..la co-lonia consiste de diez mil pingüinos, es decir, cinco mil parejas...cada pareja de pingüinos..tiene una cría..en primavera..cada año...al final del año, 20% de todos los pingüinos, adultos y crías, morirán." Entonces...si cada pareja de pingüinos..tiene una cría, quiere decir que a los 10 000 pingüinos, se le sumará..5 000...y de estos..15 000..se les va...a restar el quince..por ciento...de 15 000...que en este caso serían... eh,...va, voy a hacer el cálculo aquí...eh..15 000 entre 100, me da 15, no, perdón, me da 150...y al multiplicarlo por 20..me da el porcentaje que requiero [hace el cálculo]..mmm...el resultado que me dió fueron 3000...entonces, eh...al restarle a..15 000, tres mil...obtengo 12 000... y ese es mi cálculo de...cuántos...pingüinos va a haber después del primer año...entonces, esto lo hice para poder...dibujarlo con...una idea de las magnitudes de los pingüinos...nuevamente lo voy a representar con un cuadro...[dibuja un cuadro] ...en el cual, eh...el 20% del, eh, perdón, el...los cien mil, diez mil pingüinos...ocupan un espacio...y, los cinco mil...no, perdón, los, no, sí, los 5000 huevos que tendrá cada pareja, ocupan otro espacio..[dibuja un rectángulo más pequeño pegado al primero]..ah...y de este total, se le va a restar un 20%...que lo voy a poner..cruzado...más o menos es la..quinta parte...[dibuja una línea horizontal que atraviesa las dos áreas]...y..le voy a poner a cada uno..la magnitud que le corresponde...mm... ya.

K: Ok, eh...¿cómo decides..pintar esa..última raya..cruzada?

R: Eh la..puse cruzada porque abarca...el espacio de los..10 000 pingüinos adultos, y de los..5 000 pingüinos...eh...de, de los pingüinos que son crías, porque aquí dice que, al final del año el 20% de todos los pingüinos, y entre paréntesis especifica adultos y crías, morirán, por lo tanto abarca los dos espacios.

K: Ok...eh...y..el hecho de que...mencionaste que, es como la quinta parte...

R: Mhm

K: Y eso, ¿por qué?..

R: ¿El 20%?

K: Ajá..

R: Pues porque...ah...al multiplicar...dos por 5, eh, 20 por 5, te da el 100%...entonces por lo tanto es un quinto de la..fracción total, que en este caso, como sería uno, es el equivalente al 20%...

K: Ok, va..Te paso entonces esta otra hoja...

R: Mhm. “Vuelve a leer el texto de los pingüinos...” “Con la...expedición que llevó a cabo yin, se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones, al comienzo del año la colonia consiste de 10 000 pingüinos, es decir, 5 000 parejas..cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año, al final del año 20% de todos los pingüinos adultos y crías morirán...[cambia de hoja] “¿cuál es el peso del huevo que sobrevivirá?” Me faltó leer la..primer parte del texto... “Normalmente una pareja de pingüinos produce huevos cada año...eh...dos huevos cada año, de estos dos huevos el más grande..es el único que sobrevive...por ejemplo, con la especie de pingüinos conocida como..roc-juper? El huevo...pesa aproximadamente 78 g, y el segundo pesa aproximadamente 110 g...” Vuelvo a leer la pregunta: “¿cuál es el peso del globo que sobrevivirá?” Entonces, como aquí dice que...el huevo más grande es el que va a sobrevivir...entonces es el que pesa más, que..en este caso,es el de 100 g... “En la pregunta uno..que aparece en el texto...en la pregunta uno que aparece en el texto, ¿qué requieres..qué requieres para contestarla?” La pregunta uno dice... “¿Aproximadamente, en qué porcentaje el segundo huevo pesa más que el primer huevo?”...Pues lo que requiero..simplemente son las dos magnitudes del peso...para..poder calcular un...un...una..similitud entre las dos, y poder sacar el porcentaje...de la más grande, en comparación a la primera. Amm... “¿Por qué crees que se te pregunta el porcentaje de diferencia en...entre peso de los dos huevos?” Pues..para calcular cuál es el más..el que tiene más probabilidades de sobrevivir... “En la pregunta dos, ¿qué puedes..deducir al leer el segundo punto?” ...El segundo punto dice: “cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año..” Eh, puedo deducir que el incremento de población, en cuanto a las crías de los pingüinos es de ...5000 porque...en el primer punto decían que eran...5000 parejas... “¿cómo puedes saber cuántos pingüinos morirán al final del añ, al final de cada año?” Pues al sumar los dos...al sumar los 5000 pingüinos...que acaban de nacer, y los...10 000 pingüinos que ya habían, obtengo un total, y de ese total calculo un 20% que es el que morirá al final del año...y de esa manera obtuve los 12 000 pingüinos que sobrevivirán al final del año... “Al final del año, habrá menos pingüinos de los que había al inicio del año, ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué.” Eh..es falso porque...el incremento...es del 30...es aproximadamente un 50% más..y...del total, sólo se le resta un 20%...entonces..digamos que proporcionalmente, esto termina restando...un, 30% de la población...inicial, pero sumándole los 5000 de los pingüinos nuevos...

K: Vale. Eh..en el texto te mencionan una especie de pingüinos, los Roc-joper

R: Mhm

K: ¿Tú..ubicás cómo es esa especie?

R: No

K: ...¿físicamente..?

R: No.

K: Eh..¿has llegado a ver, pingüinos que tienen como..una parte de su pelaje amarillo?

R: Mhm

K: En la cabeza?

R: Mhm

K: Pues resulta que son esos...

R: Ah ok..

K: Eh..bueno, como...dato..

R: Dato curioso

K: Dato curioso, exactamente..

R: Mhm...

K: Eh... no sé si quieras agregar algo más, sobre este..enunciado..

R: Mmm no..

K: Cuando...te pasé esta última hoja que decía “vuelve a leer el enunciado”, eh..tú leías..a partir de la pregunta dos, o sea, la última parte del texto..

R: Mhm...

K: Eh..¿crees que la primera parte, no tenía información..tan relevante...o, o cuál crees que haya sido la razón de que...la omitías...? ..digamos, entre comillas.

R: La omití porque..simplemente era una introducción al problema...entonces no...lo..consideraba relevante...

K: Vale. Y ya en cuanto a... las dos sesiones que, en las que estuvimos trabajando...pues..vimos, eh, enunciados de problemas matemáticos en los que sobre todo están los conceptos de fracción, porcentaje, decimal...¿tú qué tan familiarizado te sientes con estos conceptos?

R: mm bastante familiarizado...los ocupo..bastante seguido..en mi vida diaria

K: Tu vida diaria...

R: La escuela

K: Claro, lo que mencionabas hace..la sesión pasada...con tu vida cotidiana..y...en cuanto a motivado, ¿qué tan motivado te sientes...?

R: ¿En cuanto a qué?

K: Con...los conceptos, digamos, o..quizá en general con...cuestiones...de matemáticas, ¿sientes un gusto..rechazo...?

R: Mmm...siento..gusto, cuando son problemas...como estos...que dan una idea..espacial, o al menos te dan una idea...de lo que estás calculando...en cambio cuando son...ejercicios...no sé cómo decirlo, ejercicios llanos? No sé, simplemente un...una...¿cómo llamarlo? Que te pongan dos fracciones para sumar sin ningún motivo, pues no se me hace tan...se me hace tedioso. En cambio aquí pues tiene uno que pensar de qué manera...organizas...la..as diferentes fracciones que te dan, para poder dar un resultado más complejo

K: Ok. Y..y, hablando precisamente de los enunciados...eh...¿tú ves que tuvieran...alguna..diferencia en..complejidad..o en..dificultad?

R: ¿Con los de la sesión pasada?

K: Ajá.

R: Eh..este se me hizo un poco más..sencillo..

K: ¿Sí?

R: ..por las..cantidades que maneja..en este caso, por ejemplo utiliza...el número diez mil...el número 5000...o sea, diez, cinco...20% son...múltiplos sencillos..que cuando se utiliza un 22...un..treinta y..cuatro por ciento...es más difícil de..calcular..

K: Ok..y, digamos, en especial, estos últimos dos...eh...te parecieron..claros? O en algún momento te pareció...enredada la redacción...?

R: Eh...

K: O simplemente más complejos..? No sé...¿qué opinas?

R: Pues no, no me pareció enredada, debido a que está organizada en tres ...puntos..eh, distintos, cada...cada..concepto diferente, cada..información que se requiere del problema

## Anexo 5

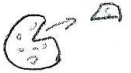
Alejandro.



Alejandro

Agradecemos que contestes de manera sincera y lo más amplia posible a las siguientes peticiones.

1. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *fracción*.
2. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *porcentaje*.
3. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *decimal*.
4. ¿Consideras que hay alguna relación entre estos conceptos "fracción", "decimal" y "porcentaje"? ¿Por qué? Y en caso de que sí, ¿cómo es esa relación?


1- Parte de algo o dividir una unidad,  $\frac{1}{4}$  

2- Medición de contenido normalmente de 0 a 100  
 $100\% = \text{||}$        $10\% = \frac{1}{10}$

3- Posición que ocupa un número después de un punto  
3.1416

4- Si ya que los pocos o vagos conocimientos que tengo de estos son del mismo origen "Matemáticas" suelen ser exactos, derivan de un valor absoluto

A continuación te presentamos dos ejercicios. Léelos en voz alta y resuelve.

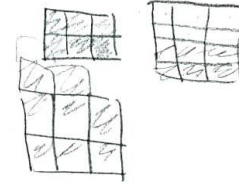
1. ¿Qué fracción es equivalente a  $\frac{18}{24}$ ?  $\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} =$  

A)  $\frac{3}{12}$  >

B)  $\frac{6}{12}$  > =  $\frac{1}{2}$

C)  $\frac{6}{8}$  >  $\frac{3}{4}$

D)  $\frac{9}{6}$



2. ¿Cuál es el resultado de  $\frac{5}{6} + \frac{2}{4} + \frac{9}{10}$ ?

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{4} + \frac{9}{10} = \frac{50+30+54}{60} =$$

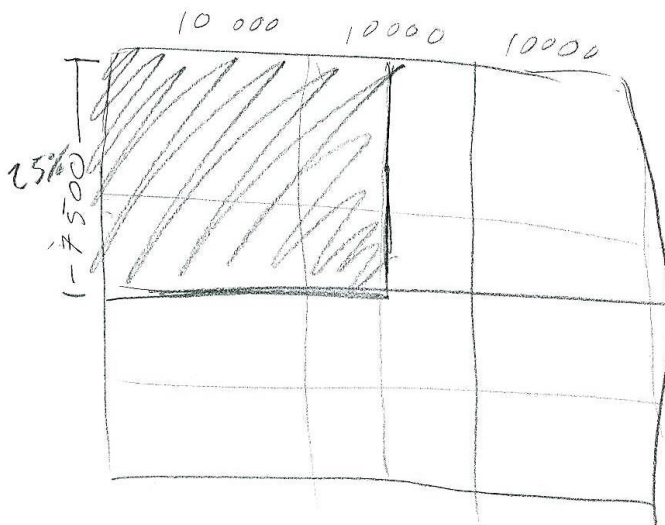
$$= \frac{134}{60}$$

64	10	2) 4	
32	5	2) 12	
31	5	5	
11	5	5	
	1	60	

Lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas.

El señor Tello tiene un terreno de 30,000 m<sup>2</sup> que repartirá de la siguiente forma: 25% será para sembrar;  $\frac{2}{5}$  partes del terreno sobrante serán para su hijo Darío. De lo que resta, su hija Mirna heredará 40%; el porcentaje restante lo designará a su esposa.  
¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

- 1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.
- 2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.
- 3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.



$$30000 = 100\% \quad \frac{75000}{100} =$$

$$= 7500 \quad 25\%$$

$$\frac{30000}{7500} = 4 \quad \text{Hijo D.}$$

$$\frac{22500}{4500} = 5 \quad \frac{4500}{4500} = 1 \quad \frac{4500}{4500} = 1$$

$$13500 = 100\% \quad \text{hija}$$

$$= 40\% \quad = 5400 \text{ m}^2$$

$$13500 - 5400 = 8100 \text{ m}^2 \text{ mamá}$$



Vuelve a leer el enunciado de la repartición del terreno del señor Tello.

1. ¿Quién se quedará con más parte del terreno? Darío
2. Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno; ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué. Falso (hija =  $5400\text{m}^2$ )  $\neq$  (hijo =  $9000$ )
3. ¿Cuántos metros cuadrados le corresponden a cada uno?  
Darío =  $9000\text{m}^2$     Mirna =  $5400\text{m}^2$     Esposa =  $8100\text{m}^2$
4. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?  
 $8100\text{m}^2$
5. ¿Por qué crees que se pregunta eso en el problema?





Lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas.

Un campesino tiene en el granero un total de 450kg de maíz que distribuirá en tres camiones de acuerdo con lo que se presenta en la siguiente tabla:

Camión	Cantidad de maíz
1	11/25 del total
2	12% del total
3	restante

Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo. ¿En qué orden deberían de salir los camiones del ganadero? Explica tu respuesta.

- 1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.
- 2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.
- 3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.

Handwritten calculations and diagrams:

$18 \times 11 = 198 \text{ kg}$

$25 \overline{) 450}$

Diagram of three trucks:

- Truck 1:  $\frac{198 \text{ kg}}{100}$
- Truck 2:  $\frac{54 \text{ kg}}{100}$
- Truck 3:  $\frac{198 \text{ kg}}{100}$

Percentage calculations:

- $450 \rightarrow 100\%$
- $54 \text{ kg} \leftarrow 12\%$

Subtraction:

$$\begin{array}{r} 450 \\ - 252 \\ \hline 198 \end{array}$$

Vertical list of numbers:

50  
30  
50  
30  
50  
30  
50  
30  
50



- 4) Vuelve a leer el enunciado de la repartición de maíz y resuélvelo.
- 5) Expresa las dificultades con las que te encontraste (en caso de haberlas) al resolver este problema.
- 6) Imagina que estás en la situación que se plantea en el enunciado y re-créalala involucrando como personajes a gente que conozcas. Narra cómo sería la repartición y por qué se haría de esa manera. La propuesta es que el enunciado tenga una narrativa más acorde a la realidad.



Lee el siguiente texto. No es necesario que lo contestes.

Jean Baptiste es un fotógrafo que goza de observar y capturar la vida de los animales. Recientemente, Jean fue a una expedición que duró un año y en la cual aprovechó para tomar varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento del tamaño de diferentes colonias de pingüinos.

**Pregunta 1.**

Normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año; de estos dos huevos sólo el más grande es el único que sobrevive. Por ejemplo, con la especie de pingüinos conocida como *Rockhooper*, el primer huevo pesa aproximadamente 78 g y el segundo huevo pesa aproximadamente 110 g.

¿Aproximadamente en qué porcentaje el segundo huevo pesa más que el primer huevo?

**Pregunta 2.**

Con la expedición que llevó a cabo, Jean se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones.

- Al comienzo del año, la colonia consiste de 10 000 pingüinos (es decir, de 5 000 parejas).
- Cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año.
- Al final del año 20% de todos los pingüinos (adultos y crías) morirán.

Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y crías) hay en la colonia?

12 000 p.

1) Dentro de este texto, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.

2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.


3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.

$78g \rightarrow 100\%$   
 $110 \rightarrow 144\%$      $44\%$  más que el primero

---

Ping	Pas	Nacen
10 000	- 5 000	- 5 000

$10\ 000 + 5\ 000 = 15\ 000 \rightarrow 100\%$     muere 3000 c/A y crías  
3000 - 20%

12.000 ping. vivos 



Vuelve a leer el texto de los pingüinos.

- 1) ¿Cuál es el peso del huevo que sobrevivirá? *110gr*
- 2) En la **Pregunta 1** que aparece en el texto, ¿qué requieres para contestarla?
- 3) ¿Por qué crees que se pregunte el porcentaje de diferencia entre el peso de los dos huevos?
- 4) En la **Pregunta 2**, ¿qué puedes deducir al leer el segundo punto?
- 5) ¿Cómo puedes saber cuántos pingüinos morirán al final del año?
- 6) Al final del año habrá menos pingüinos de los que había al inicio del año, ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué.

*F / es falso ya que aumenta un 30%  
la pob. cada año*



Agradecemos que contestes de manera sincera y lo más amplia posible a las siguientes peticiones.

1. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *fracción*.
2. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *porcentaje*.
3. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *decimal*.
4. ¿Consideras que hay alguna relación entre estos conceptos "fracción", "decimal" y "porcentaje"? ¿Por qué? Y en caso de que sí, ¿cómo es esa relación?

1 lo que entiendo por fracción es partir algo



2 lo que se me viene a la mente al escuchar porcentaje es un descuento de algún producto o algo así



3 decimal para mí son números no exactos

3.25

4 sí porque son temas de matemáticas o economía y la relación con los números y ecuaciones



Cinvestav

Juan Pablo

A continuación te presentamos dos ejercicios. Léelos en voz alta y resuelve.

1. De las siguientes opciones, ¿cuál corresponde a una fracción que sea equivalente a  $\frac{18}{24}$ ?

A)  $\frac{3}{12}$

B)  $\frac{6}{12}$

C)  $\frac{6}{8}$

D)  $\frac{9}{6}$

2. ¿Cuál es el resultado de la suma de fracciones:

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{4} + \frac{9}{10} ?$$



Lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas.

El señor Tello tiene un terreno de 30,000 m<sup>2</sup> que repartirá de la siguiente forma:

- \* 25% será para sembrar
- \*  $\frac{2}{5}$  partes del terreno que quede sin sembrar, serán para su hijo Darío
- \* Su hija Mirna heredará 40% de la parte del terreno que queda aún sin repartir
- \* Finalmente, su esposa se quedará con la parte del terreno que queda

¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

- 1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.
- 2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.
- 3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.

2) El señor Tello quien repartir su terreno para su familia

3)

25% sembrar	40% Mirna	2 esposa	$\frac{2}{5}$ parte
----------------	--------------	-------------	------------------------

= 30'000 m<sup>2</sup>



Vuelve a leer el enunciado de la repartición del terreno del señor Tello.

1. ¿Quién se quedará con más parte del terreno?
2. Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno; ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué.
3. ¿Cuántos metros cuadrados le corresponden a cada uno?
4. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?
5. ¿Por qué crees que se pregunta eso en el problema?

1)

$$\begin{array}{r} 30 \\ \cdot 40 \\ \hline 00 \\ 120 \\ \hline 1200'000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30'000 \\ 12000 \\ \hline 18000 \end{array}$$

18'000

$$\begin{array}{r} 30 \\ \cdot 25 \\ \hline 150 \\ 60 \\ \hline 750'000 \\ 30'000 \\ 7500 \\ \hline 22500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22'500 \\ \cdot 40 \\ \hline 110000 \end{array}$$



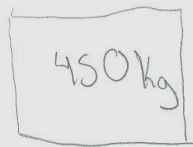
Lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas.

Un campesino tiene en el granero un total de 450kg de maíz que distribuirá en tres camiones de acuerdo con lo que se presenta en la siguiente tabla:

Camión	Cantidad de maíz
1	$1\frac{1}{25}$ del total
2	12% del total
3	restante

Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo. ¿En qué orden deberían de salir los camiones del ganadero? Explica tu respuesta.

- 1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.
- 2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.
- 3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.





Cinvestav

- 4) Vuelve a leer el enunciado de la repartición de maíz y resuélvelo.
- 5) Expresa las dificultades con las que te encontraste (en caso de haberlas) al resolver este problema.
- 6) Imagina que estás en la situación que se plantea en el enunciado y re-creala involucrando como personajes a gente que conozcas. Narra cómo sería la repartición y por qué se haría de esa manera. La propuesta es que el enunciado tenga una narrativa más acorde a la realidad.

$$25 \overline{) 450} \begin{array}{r} 18 \\ \underline{450} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{11}{25} = 275 \text{ kg}$$

$$20\% = +360$$

$$R = 85$$

Lee el siguiente texto. No es necesario que lo contestes.

Jean Baptiste es un fotógrafo que goza de observar y capturar la vida de los animales. Recientemente, Jean fue a una expedición que duró un año y en la cual aprovechó para tomar varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento del tamaño de diferentes colonias de pingüinos.

### Pregunta 1.

Normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año; de estos dos huevos sólo el más grande es el único que sobrevive. Por ejemplo, con la especie de pingüinos conocida como *Rockhooper*, el primer huevo pesa aproximadamente 78 g y el segundo huevo pesa aproximadamente 110 g.

¿Aproximadamente en qué porcentaje el segundo huevo pesa más que el primer huevo?

### Pregunta 2.

Con la expedición que llevó a cabo, Jean se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones.

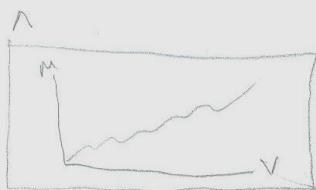
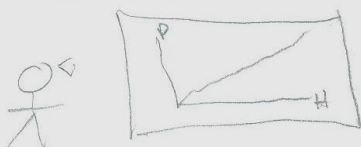
- Al comienzo del año, la colonia consiste de 10 000 pingüinos (es decir, de 5 000 parejas).
- Cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año.
- Al final del año 20% de todos los pingüinos (adultos y crías) morirán.

Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y crías) hay en la colonia?

1) Dentro de este texto, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.

2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.

3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.





Vuelve a leer el texto de los pingüinos.

- 1) ¿Cuál es el peso del huevo que sobrevivirá?
- 2) En la **Pregunta 1** que aparece en el texto, ¿qué requieres para contestarla?
- 3) ¿Por qué crees que se pregunte el porcentaje de diferencia entre el peso de los dos huevos?
- 4) En la **Pregunta 2**, ¿qué puedes deducir al leer el segundo punto?
- 5) ¿Cómo puedes saber cuántos pingüinos morirán al final del año?
- 6) Al final del año habrá menos pingüinos de los que había al inicio del año, ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué.

Mariana.



Cinvestav

Mariana

Agradecemos que contestes de manera sincera y lo más amplia posible a las siguientes peticiones.

1. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *fracción*.
2. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *porcentaje*.
3. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *decimal*.
4. ¿Consideras que hay alguna relación entre estos conceptos “fracción”, “decimal” y “porcentaje”? ¿Por qué? Y en caso de que sí, ¿cómo es esa relación?

$$\frac{\square}{\square} \quad \leftarrow \text{Numerador} \quad \quad \quad \%$$
$$\quad \quad \quad \leftarrow \text{Denominador}$$

$$\square . \square$$

4. Sí, ya que son diversas formas de escribir y representar cifras.



A continuación te presentamos dos ejercicios. Léelos en voz alta y resuelve.

1. ¿Qué fracción es equivalente a  $\frac{18}{24}$ ?

A)  $\frac{3}{12}$

B)  $\frac{6}{12}$

C)  $\frac{6}{8}$

D)  $\frac{9}{6}$

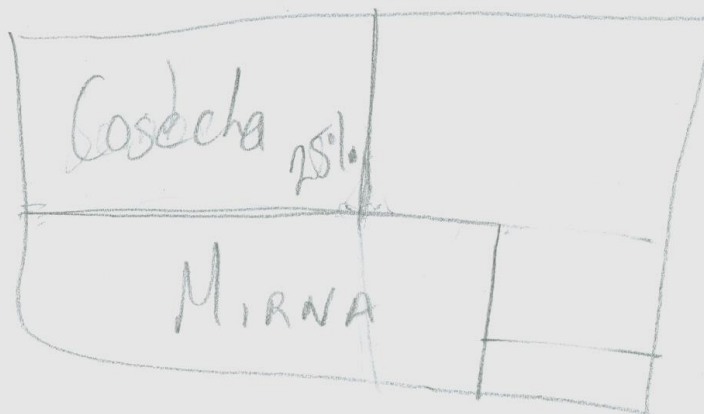
2. ¿Cuál es el resultado de  $\frac{5}{6} + \frac{2}{4} + \frac{9}{10}$ ?

$$\frac{20+12}{240} = \frac{32}{240} + \frac{9}{10} = \frac{320+90}{240} = \frac{410}{240}$$

Lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas.

El señor Tello tiene un terreno de 30,000 m<sup>2</sup> que repartirá de la siguiente forma: 25% será para sembrar;  $\frac{2}{5}$  partes del terreno sobrante serán para su hijo Darío. De lo que resta, su hija Mirna heredará 40%; el porcentaje restante lo designará a su esposa. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

- 1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.
- 2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.
- 3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.



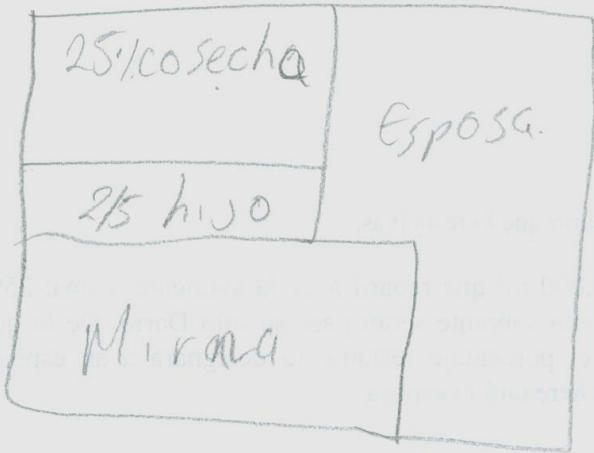
$$\begin{array}{r}
 0.8 \\
 5/20 \\
 40\% \\
 + 40\% \\
 25\% \\
 \hline
 105\%
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 30000 \\
 \times \quad .4 \\
 \hline
 12,000.00 \\
 12,000.00 \\
 \hline
 12,000.00
 \end{array}$$

$$A = 30,000 \text{ m}^2$$

$$12,000$$

$$100\%$$







Vuelve a leer el enunciado de la repartición del terreno del señor Tello.

1. ¿Quién se quedará con más parte del terreno?
2. Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno; ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué.
3. ¿Cuántos metros cuadrados le corresponden a cada uno?
4. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?
5. ¿Por qué crees que se pregunta eso en el problema?



Lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas.

Un campesino tiene en el granero un total de 450kg de maíz que distribuirá en tres camionetas de acuerdo con los siguientes requerimientos:

Camión	Cantidad de maíz
1	12% del total
2	11/25 del total
3	restante

Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo. ¿En qué orden deberían de salir los camiones del ganadero? Explica tu respuesta.

- 1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.
- 2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.
- 3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.

Handwritten calculations and diagrams illustrating the distribution of 450kg of corn:

- Truck 1: 54Kg
- Truck 2: 198Kg
- Truck 3: 188Kg

Calculations shown:

- $25 \overline{)450} \text{ kg}$   
200  
50  
0
- $450 \times 0.12 = 54.00$
- $450 \text{ kg} - 262 = 188$



- 4) Vuelve a leer el enunciado de la repartición de maíz y resuélvelo.
- 5) Expresa las dificultades con las que te encontraste (en caso de haberlas) al resolver este problema.
- 6) Imagina que estás en la situación que se plantea en el enunciado y re-créalala involucrando como personajes a gente que conozcas. Narra cómo sería la repartición y por qué se haría de esa manera. La propuesta es que el enunciado tenga una narrativa más acorde a la realidad.



Lee el siguiente texto. No es necesario que lo contestes.

El fotógrafo de animales Jean Baptiste fue a una expedición que duró un año y tomó varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento en tamaño de diferentes colonias de pingüinos.

**Pregunta 1.**

Normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año. Usualmente la cría del huevo más grande de los dos es el único que sobrevive.

Con los pingüinos Rockhooper, el primer huevo pesa aproximadamente 78 g y el segundo huevo pesa aproximadamente 110 g

¿Aproximadamente en qué porcentaje el segundo huevo es más pesado que el primer huevo?

**Pregunta 2.**

Jean se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones.

- Al comienzo del año, la colonia consiste de 10 000 pingüinos (5 000 parejas).
- Cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año.
- Al final del año 20% de todos los pingüinos (adultos y crías) morirán.

Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y crías) hay en la colonia?

1) Dentro de este texto, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.

2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.

3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.

10,000

15,000

-

$$\begin{array}{r} 15,000 \\ \times \quad .2 \\ \hline 3000.0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15,000 \\ \times 3000 \\ \hline 12,000 \end{array}$$



Vuelve a leer el texto de los pingüinos.

- 1) ¿Cuál es el peso del huevo que sobrevivirá?
- 2) En la **Pregunta 1** que aparece en el texto, ¿qué requieres para contestarla?
- 3) ¿Por qué crees que se pregunte el porcentaje de diferencia entre el peso de los dos huevos?
- 4) En la **Pregunta 2**, ¿qué puedes deducir al leer el segundo punto?
- 5) ¿Cómo puedes saber cuántos pingüinos morirán al final del año?
- 6) Al final del año habrá menos pingüinos de los que había al inicio del año, ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué.

**Roberto.**



Cinvestav

Roberto

Agradecemos que contestes de manera sincera y lo más amplia posible a las siguientes peticiones.

1. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *fracción*.
2. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *porcentaje*.
3. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *decimal*.
4. ¿Consideras que hay alguna relación entre estos conceptos “fracción”, “decimal” y “porcentaje”? ¿Por qué? Y en caso de que sí, ¿cómo es esa relación?

<sup>1</sup>  $\frac{\square}{\square}$       <sup>2</sup> %      <sup>3</sup> 0.0

\* Existe la relación dentro de la probabilidad para la representación de la misma, aunque la fracción permite representar cualquiera de los otros dos (2, 3) y por tanto estas representan cantidades fraccionadas.



A continuación te presentamos dos ejercicios. Léelos en voz alta y resuelve.

1. De las siguientes opciones, ¿cuál corresponde a una fracción que sea equivalente a  $\frac{18}{24}$ ?

- A)  $\frac{3}{12}$
- B)  $\frac{6}{12}$
- C)  $\frac{6}{8}$
- D)  $\frac{9}{6}$

2. ¿Cuál es el resultado de la suma de fracciones:

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{4} + \frac{9}{10} ? \frac{50+30+54}{60} = \frac{134}{60} =$$

6910 | 2  
825 | 2  
315 | 3  
115 | 5  
111



Lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas.

El señor Tello tiene un terreno de  $30,000 \text{ m}^2$  que repartirá de la siguiente forma:

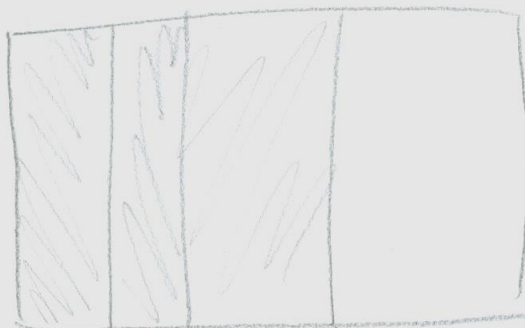
- \* 25% será para sembrar
- \*  $\frac{2}{5}$  partes del terreno que quede sin sembrar, serán para su hijo Darío
- \* Su hija Mirna heredará 40% de la parte del terreno que queda aún sin repartir
- \* Finalmente, su esposa se quedará con la parte del terreno que queda

¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.

2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.

3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.



$$\begin{array}{r} 300 \\ \times 25 \\ \hline 1500 \\ 600 \\ \hline 7500 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 300 \\ \times 146 \\ \hline 21800 \\ 30000 \\ \hline 58800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ \times 25 \\ \hline 1800 \\ 600 \\ \hline 7800 \end{array}$$

$$5 \overline{) 75}$$

$$\begin{array}{r} 21080 \\ + 15200 \\ \hline 58800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13\% \\ 7500 \\ - 2600 \\ \hline 4900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19.6 \\ \times 40 \\ \hline 21560 \end{array}$$





Vuelve a leer el enunciado de la repartición del terreno del señor Tello.

1. ¿Quién se quedará con más parte del terreno? *su esposa*
2. Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno; ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué. *No*
3. ¿Cuántos metros cuadrados le corresponden a cada uno?  
*señora = 7500m<sup>2</sup> Darío = 7800m<sup>2</sup> Mirna = 5880 esposa = 8920*
4. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?  
*8920*
5. ¿Por qué crees que se pregunta eso en el problema?

*Por y*



Lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas.

Un campesino tiene en el granero un total de 450kg de maíz que distribuirá en tres camiones de acuerdo con lo que se presenta en la siguiente tabla:

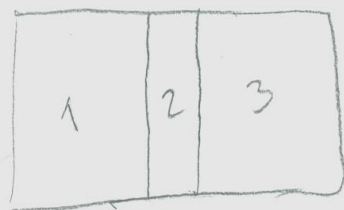
Camión	Cantidad de maíz
1	11/25 del total
2	12% del total
3	restante

Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo. ¿En qué orden deberían de salir los camiones del ganadero? Explica tu respuesta.

$$44\% + 12\% = 56\%$$
$$3er = 44\%$$

1, 3, 2

- 1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.
- 2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.
- 3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.





- 4) Vuelve a leer el enunciado de la repartición de maíz y resuélvelo.
- 5) Expresa las dificultades con las que te encontraste (en caso de haberlas) al resolver este problema.
- 6) Imagina que estás en la situación que se plantea en el enunciado y re-créalala involucrando como personajes a gente que conozcas. Narra cómo sería la repartición y por qué se haría de esa manera. La propuesta es que el enunciado tenga una narrativa más acorde a la realidad.

Lee el siguiente texto. No es necesario que lo contestes.

Jean Baptiste es un fotógrafo que goza de observar y capturar la vida de los animales. Recientemente, Jean fue a una expedición que duró un año y en la cual aprovechó para tomar varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento del tamaño de diferentes colonias de pingüinos.

**Pregunta 1.**

Normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año; de estos dos huevos sólo el más grande es el único que sobrevive. Por ejemplo, con la especie de pingüinos conocida como *Rockhooper*, el primer huevo pesa aproximadamente 78 g y el segundo huevo pesa aproximadamente 110 g.

¿Aproximadamente en qué porcentaje el segundo huevo pesa más que el primer huevo?

**Pregunta 2.**

Con la expedición que llevó a cabo, Jean se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones.

- Al comienzo del año, la colonia consiste de 10 000 pingüinos (es decir, de 5 000 parejas).
- Cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año.
- Al final del año 20% de todos los pingüinos (adultos y crías) morirán.

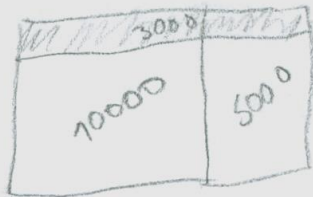
Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y crías) hay en la colonia?

$$\begin{array}{r} 15000 \\ - 3000 \\ \hline 12000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 150 \\ \times 20 \\ \hline 3000 \end{array}$$

1) Dentro de este texto, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.

2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.

3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.





Vuelve a leer el texto de los pingüinos.

- 1) ¿Cuál es el peso del huevo que sobrevivirá? 110g
- 2) En la **Pregunta 1** que aparece en el texto, ¿qué requieres para contestarla?
- 3) ¿Por qué crees que se pregunte el porcentaje de diferencia entre el peso de los dos huevos?
- 4) En la **Pregunta 2**, ¿qué puedes deducir al leer el segundo punto?
- 5) ¿Cómo puedes saber cuántos pingüinos morirán al final del año?
- 6) Al final del año habrá menos pingüinos de los que había al inicio del año, ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué.