

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Unidad Zacatenco

UMI-LAFMIA 3175 CNRS-CINVESTAV

Diseño y Construcción de un Avión Híbrido

TESIS:

Que presenta:

ING. ALAN SOLÍS QUIROZ

Para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS

En la especialidad de:

**SISTEMAS AUTÓNOMOS DE NAVEGACIÓN AÉREA Y
SUBMARINA (SANAS)**

Directores de Tesis:

Dr. Rogelio Lozano Leal

Dr. Eduardo Steed Espinoza Quesada

“Mark my word: A combination airplane and motorcar is coming. You may smile. But it will come—”

— Henry Ford, Chairman, Ford Motor Company, 1940.

Agradecimientos

A mi madre

María Leticia Quiroz Castillo, porque siempre ha estado apoyándome, aconsejándome, y brindándome valor para afrontar los duros retos en los que me he enfrentado y más en este trabajo por el peso de importancia tan grande que esto conlleva.

A mi familia

A mi abuelita *Reyna*, mi hermana *Lucero*, mis primos *Irving* y *Ximena*, mis tíos *Hugo* y *Elisa*, mi papá *Jorge* por su comprensión y motivación, y que fueron parte importante de mi desarrollo personal y profesional.

A mis amigos

Quisiera que tuvieran cabida aquí todos los amigos que he hecho durante estos años y que me han acompañado a lo largo de este periodo *Irving, Orlando, Donovan, Jorge*. Por supuesto no me olvido de lo más cercanos como *Saúl, Brenda, Priscilla, Mariana, Omar, Jorge, Ana, Iván* y *Armando*, que aunque pasen meses sin vernos, siempre recuerdo los buenos momentos que pasamos y que estuvieron siempre conmigo cuando los necesité.

A mis asesores

Al *Dr. Rogelio Lozano, Dr. Eduardo Steed Espinoza* y al *Dr. Sergio Salazar Cruz* por sus valiosos consejos y asesorías durante mi trabajo de investigación, y motivarme a continuar con mis estudios y mejorar cada día.

A la Unidad Mixta Internacional *UMI*

Por ofrecerme el espacio y los elementos requeridos para el desarrollo de este proyecto de tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (*CONACYT*)

Por el apoyo brindado al otorgarme la beca necesaria para cumplir con mi posgrado y tesis.

A todos aquellos

Quienes en algún momento de mi desarrollo educativo y personal me han tendido una mano sincera y amiga, y de los que he aprendido bastante a lo largo de este periodo.

A mi país

A esta bella y gran nación, que no hay parte de ella que no sea responsabilidad nuestra cuidar y mejorar.

Resumen

En este trabajo se presenta el modelo matemático, diseño, construcción y control de una configuración de UAV convertible de ala fija. Este avión híbrido combina las capacidades de crucero a bajas velocidades de un avión convencional con las capacidades de sustentación de un helicóptero al hacer uso de transición entre ambas dinámicas. Cambiar entre modos de vuelo estacionario y vuelo en crucero en el aire es lo que se conoce como *transición*. Se presenta el cálculo aerodinámico del ala, de las superficies de control que son empenaje horizontal y vertical, y en base a este estudio aerodinámico se hace el diseño de la aeronave.

Dentro del modelo dinámico se separó en modo vertical y modo horizontal mediante la obtención del modelo matemático utilizando las ecuaciones de Newton-Euler, las cuales incluyen los términos aerodinámicos, el efecto giroscópico, los actuadores, las fuerzas de propulsión y gravitacionales, con el fin de diseñar las leyes de control respectivas a cada etapa de funcionamiento del vehículo. Las leyes de control se basan en funciones de saturación propuestas para vuelo estacionario y vuelo en crucero, y los resultados se obtuvieron en simulación para los diferentes modos de vuelo, mientras que los resultados experimentales se realizaron para la etapa de vuelo estacionario.

Dos estrategias no-lineales de control se presentaron y evaluaron a nivel simulación para el control de la aeronave. Se utilizó la técnica de *backstepping* que permitió realizar

vuelo estacionario en simulación y de forma experimental, de tal manera que se realicen tareas reduciendo consumo de energía; mientras que para realizar la maniobra de transición y vuelo en crucero se utilizó la técnica de saturaciones anidadas con un modelo dinámico longitudinal reducido del modelo dinámico original. Los términos aerodinámicos se obtuvieron mediante simulaciones en programas de dinámica de fluidos considerando las hélices, el ala y las superficies de control.

Finalmente, se implementó un sistema embarcado para verificar las leyes de control propuestas. El sistema embebido de bajo costo está basado en un micro procesador **Rabbit Core 4300** junto con sensores específicos para el desempeño eficiente de la aeronave. La central inercial que se utilizó es un sensor de alto rendimiento que permitió dar la medición directa de la aceleración y velocidad angular, para el vuelo estacionario de la aeronave. Dicha central funciona a través de un algoritmo de filtro de estimación sofisticado que realiza una fusión tanto de acelerómetros como magnetómetros para estimar la posición angular y producir un comportamiento autónomos y estabilizado de vuelo.

Palabras Clave: Avión Híbrido, Cálculo Aerodinámico, Modelo Dinámico Longitudinal, Vuelo Estacionario, Función de Saturación, Sistema Embebido.

Abstract

In this thesis is presented the mathematical model, design, construction and control of a configuration of convertible fixed-wing UAV. This hybrid aircraft combines the low-speed cruise capabilities of a conventional airplane with the hovering capabilities of a helicopter to make use of transition between both dynamics. Switch between hovering and cruise flight modes in mid-air is referred as textit transition. All the aerodynamic calculation such as the wing, empennages and control surfaces are presented in this work, and based on the aerodynamic study, the estructural design of the aircraft is done.

The dynamic model was separated in vertical and horizontal modes by obtaining the mathematical model using the Newton-Euler formulation which include aerodynamic terms, gyroscopic effect, actuators, thrust and gravitational forces, in order to design the respective control laws for each stage in vehicle operation. Control laws based on saturation functions are proposed to hover and cruise flight, and the results were obtained in simulation for different flight modes, whereas the experimental results were performed for hover flight.

Two nonlinear control strategies are presented and evaluated at simulation level to control the aircraft. The *backstepping* technique allowed the steady flight simulation and also experimentally, while for the transition maneuver and cruise flight was used the nested saturations technique with a longitudinal dynamic model dynamic reduced from the

original model. The aerodynamic terms were obtained by simulations in dynamic fluid programs considering the propellers, wing and control surfaces.

Finally, an embedded control system was implemented to verify the proposed control laws. The embedded low-cost system is based on a **Rabbit Core 4300** microprocessor with specific sensors for the efficient performance of the aircraft. The inertial measurement unit used is a High Performance integrated sensor that enables direct measurement of acceleration and angular velocity, for the horizontal and vertical modes of the aircraft. This inertial measurement unit worked through a sophisticated estimation filter algorithm which performed a fusion between accelerometers and magnetometers in order to estimate the angular position and producing a stabilized flight autonomous behavior.

Keywords: Hybrid Aircraft, Aerodynamic Calculation, Longitudinal Dynamic Model, Hovering Flight, Saturation Function, Embedded System.

Lista de Símbolos

- a Pendiente de levantamiento
- a_o Pendiente del levantamiento del perfil
- \mathcal{AR} Aspect Ratio o Alargamiento
- \mathcal{B} Marco del cuerpo
- b Envergadura
- c Cuerda
- \bar{c} Cuerda promedio
- c_t Cuerda de punta
- c_r Cuerda de raíz
- C_D Coeficiente de resistencia al avance
- C_{D_o} Coeficiente de resistencia al avance del perfil
- C_{D_i} Coeficiente de resistencia al avance inducida
- C_L Coeficiente de levantamiento
- C_{L_o} Coeficiente de levantamiento del perfil
- C_{L_a} Coeficiente de levantamiento adicional
- C_{L_b} Coeficiente de levantamiento básico
- C_M Coeficiente de momento
- D Resistencia al avance (*drag*)
- e Eficiencia del ala, factor de *Oswald*
- F Fuerza total actuando en el vehículo.

g Constante de la aceleración debida a la gravedad [$9,81 \text{ m/s}^2$]
 CG Centro de gravedad
 \mathcal{I} Marco Inercial
 i Ángulo de incidencia
 J Factor de avance
 l Distancia entre centros aerodinámicos del ala y el estabilizador horizontal
 L Levantamiento (*lift*)
 L_a Coeficiente de carga adicional
 L_b Coeficiente de carga básico
 M Momento
 M_{ac} Cuerda aerodinámica media
 m Masa
 q Vector de coordenadas generalizadas
 \mathbb{R} Espacio de los reales
 R^ϕ Matriz de rotación sobre el eje x
 R^θ Matriz de rotación sobre el eje y
 R^ψ Matriz de rotación sobre el eje z
 S Superficie
 T_c Tracción o Fuerza de empuje de los motores
 V Velocidad traslacional en el marco inercial
 V_c Velocidad de crucero
 V_s Velocidad de desplome
 y Distancia
 \bar{Y} Fuerza aerodinámica lateral (*side force*)

α Ángulo de ataque
 β Ángulo de derrape (*sideslape angle*)
 ϵ Estación
 ε Torcimiento
 η Vector de ángulos de *Euler*
 θ Ángulo de *Euler* de cabeceo (*pitch*)
 λ Conicidad

μ Viscosidad absoluta o dinámica
 ν Viscosidad cinemática
 ξ Vector de coordenadas de traslación relativas
 π Constante pi [3,1416]
 ρ Densidad del aire
 ϕ Ángulo de *Euler* de alabeo (*roll*)
 ψ Ángulo de *Euler* de guiñada (*yaw*)
 Γ Vector de Momentos
 Λ Ángulo de flechado
 Λ_{LE} Ángulo de flechado del borde de ataque
 Λ_{TE} Ángulo de flechado del borde de salida
 Π Ángulo diedro
 ε Torcimiento
 ω Velocidad angular

Lista de Abreviaciones

BLDC	B rushless D C E lectric M otor
CAD	C omputer A ided D esign
CFD	C omputational F luid D ynamics
CUAV	C onvertible U nmanned A erial V ehicle
ECEF	E arth- C entered, E arth- F ixed
EFCS	E mbedded F light C ontrol S ystem
EKF	E xtended K alman F ilter
ESC	E lectronic S peed C ontroller
GPS	G lobal P ositioning S ystem
I²C	I nter- I ntegrated C ircuit
IMU	I nerial M easurement U nit
ISAE	I nstitut S upérieur de' A éronautique et de l' E space
LIDAR	L ight D etection A nd R anging
LQR	L inear- Q uadratic R egulator
MUAV	M iniature U nmanned A erial V ehicle
PWM	P ulse W idth M odulation
RPM	R evolutions P er M inute
SEDENA	S Ecretaría de la D Efensa N acional
UART	U niversal A synchronous R eceiver/ T ransmitter
UAV	U nmanned A erial V ehicle
VTOL	V ertical T ake- O ff L anding

Índice de figuras

1.1. Prototipo del Avión Híbrido.	2
1.2. <i>T-Wing</i> UAV.	8
1.3. <i>SkyTote</i> UAV.	9
1.4. <i>V-Bat</i> UAV.	10
1.5. Aeronaves de una hélice en pruebas.	11
1.6. <i>Vertigo</i> UAV.	12
1.7. <i>Vision'Air</i> UAV.	13
1.8. <i>Aerovel Flexrotor</i> UAV.	14
1.9. <i>Bell Sea Eagle Eye</i> UAV.	15
1.10. <i>IAI Panther</i> UAV.	16
1.11. Metodología de Diseño Propuesta (Diagrama de Flujo).	20
1.12. Metodología de Diseño Propuesta (Esquemático).	21
1.13. Diagrama de Gantt del proyecto.	23
2.1. Perfil Alar.	28
2.2. Perfil GOE 404 y su curva de levantamiento.	30
2.3. Forma del Ala.	32
2.4. Distribución de Levantamiento a lo largo de la Semi-envergadura.	34
2.5. Gráfica Polar.	35
2.6. Gráfica Polar expresada en <i>kg</i>	36
2.7. Diseño de los empenajes horizontal y vertical.	38
2.8. Gráfica Polar del Avión Limpio (flaps y tren de aterrizaje retraídos).	39
2.9. Gráfica Polar del Avión Sucio (flaps y tren de aterrizaje extendidos).	39
2.10. Gráfica Polar del Avión Limpio (flaps y tren de aterrizaje retraídos) en <i>kg</i>	40
2.11. Gráfica Polar del Avión Sucio (flaps y tren de aterrizaje extendidos) en <i>kg</i>	40

2.12. Diseño de Ala y superficies de control en CAD	41
2.13. Diseño de Prototipo de Avión Híbrido en CAD	41
2.14. Prototipo de UAV convertible “ <i>La Raie Manta</i> ”.	42
2.15. Superficies aerodinámicas del UAV híbrido elaborado.	43
2.16. Avión Híbrido desarrollado como plataforma experimental.	43
2.17. Prototipo del Avión Híbrido ensamblado.	44
3.1. Ejes Tierra.	46
3.2. Ejes Cuerpo.	47
3.3. Ejes Viento.	48
3.4. Desplazamiento del centro aerodinámico.	48
3.5. Orientación de ejes cuerpo, respecto a los ejes Tierra.	50
3.6. Fuerzas que actúan en la Aeronave.	55
3.7. Relación entre Ejes Viento y Ejes Cuerpo.	67
3.8. Fuerzas Aerodinámicas. Ejes Viento y de Estabilidad respecto al ángulo de ataque α y ángulo de derrape β	69
3.9. Momentos aerodinámicos.	71
3.10. Momentos generados por los actuadores de los motores.	72
3.11. Momentos giroscópicos de los motores.	74
3.12. Planta motriz en la Aeronave.	80
3.13. Fuerzas Aerodinámicas. Ejes Viento y de Estabilidad respecto al ángulo de ataque α y ángulo de derrape β	81
3.14. Momentos Aerodinámicos.	82
3.15. Momentos generados por el empuje de los motores.	83
3.16. Momentos giroscópicos de los motores.	84
4.1. Aviónica del Avión Híbrido.	88
4.2. Micro-procesador RCM4300	88
4.3. Comunicación RCM4300	89
4.4. IMU MicroStrain 3DM-GX3-35	91
4.5. Sensor Ultrasónico SRF10	92
4.6. Motor <i>Brushless Roxxy</i> BL-Outrunner 2830/12	93
4.7. ESCs YGE-18i	94
4.8. R/C Servomotor	94
4.9. Señales PWM para los servomotores.	95
4.10. Radio FUTABA T6EX con Receptor R617S	96
4.11. Ejemplo de Diagrama Eléctrico del Sistema Embebido.	98
4.12. Arquitectura interna del <i>software</i> del <i>Rabbit</i>	99
5.1. Orientación y Velocidades Angulares.	118

5.2. Posiciones y Velocidades Traslacionales.	118
5.3. Resultados de Simulación en Vuelo Estacionario.	118
5.4. Diseño del Avión en AVL.	119
5.5. Visualización de cargas con $\alpha = 0^\circ$	119
5.6. Visualización de cargas con $\alpha = 3^\circ$	119
5.7. Resultados de Simulación en Vuelo Estacionario (AVL).	119
5.8. Diseño del avión híbrido en DATCOM	120
5.9. Orientación y Velocidades Angulares.	122
5.10. Posiciones y Velocidades Traslacionales.	122
5.11. Resultados de Simulación en Vuelo Estacionario (AVL).	122
5.12. Orientación y Velocidades Angulares.	123
5.13. Posiciones y Velocidades Traslacionales.	123
5.14. Resultados de Simulación en Vuelo Estacionario (DATCOM).	123
5.15. Resultados Experimentales - Ángulo de <i>roll</i>	125
5.16. Resultados Experimentales - Velocidad Angular en <i>roll</i>	125
5.17. Resultados Experimentales - Ángulo de <i>pitch</i>	126
5.18. Resultados Experimentales - Velocidad Angular en <i>pitch</i>	126
5.19. Resultados Experimentales - Ángulo de <i>yaw</i>	127
5.20. Resultados Experimentales - Velocidad Angular en <i>yaw</i>	127
5.21. Resultados Experimentales - Control en <i>roll</i>	128
5.22. Resultados Experimentales - Control en <i>pitch</i>	128
5.23. Resultados Experimentales - Control en <i>yaw</i>	128
5.24. Pruebas Experimentales con la Aeronave Construida.	129
5.25. Pruebas Experimentales del Vuelo Autónomo de la Aeronave Construida.	129
5.26. Trayectoria deseada de la Maniobra de Transición.	134
5.27. Respuestas de las dinámicas de (x, \dot{x}) , $(\theta, \dot{\theta})$ y (z, \dot{z})	141
5.28. Ley de control $u_\theta(\delta)$ y Empuje generado T_c	141
5.29. Respuestas de las dinámicas de (x, \dot{x}) , $(\theta, \dot{\theta})$ y (z, \dot{z})	146
5.30. Ley de control $u_{\theta_H}(\delta)$ y Empuje generado T_c	147
6.1. Pruebas Aerodinámicas.	152
A.1. Conceptos Generados.	156
B.1. Sección del Túnel de Viento con un banco de pruebas instalado.	159
B.2. Aparato de pruebas sin carenado y con su transductor.	160
B.3. Empuje Dinámico.	161
B.4. Hélices APC tipo <i>Slow-Flyer</i> , <i>Sport</i> y <i>Thin Electric</i>	162
B.5. Hélices GRAUPNER tipo <i>CAM</i> , <i>CAM Slim</i> , <i>Slim</i> y <i>Super Nylon</i>	163
B.6. Hélices GWS tipo <i>Direct Drive</i> y <i>Slow-Flyer</i>	163

B.7. Hélice Master Aircrew tipo <i>G/F</i>	163
B.8. Vista Frontal y Lateral.	166
B.9. Características Geométricas de la Hélice APC Thin-Electric de 11×8.	166
B.10. Curvas de Eficiencia de la Hélice APC Thin-Electric de 11×8.	167
B.11. Características de Empuje de la Hélice APC Thin-Electric de 11×8.	167
B.12. Vista Frontal y Lateral.	169
B.13. Características Geométricas de la Hélice Graupner CAM Slim de 10×8.	169
B.14. Curvas de Eficiencia de la Hélice Graupner CAM Slim de 10×8.	170
B.15. Características de Empuje de la Hélice Graupner CAM Slim de 10×8.	170
B.16. Vista Frontal y Lateral.	172
B.17. Características Geométricas de la Hélice GWS Slow-Flyer de 11×4,7.	172
B.18. Curvas de Eficiencia de la Hélice GWS Slow-Flyer de 11×4,7.	173
B.19. Características de Empuje de la Hélice GWS Slow-Flyer de 11×4,7.	173
B.20. Vista Frontal y Lateral.	175
B.21. Características Geométricas de la Hélice Master Airscrew G/F de 10×8.	175
B.22. Curvas de Eficiencia de la Hélice Master Airscrew G/F de 10×8.	176
B.23. Características de Empuje de la Hélice Master Airscrew G/F de 10×8.	176
B.24. 10×3,8E Hélices de Fibra de Carbono <i>Multistar</i>	178

Índice de cuadros

2.1. Parámetros del perfil seleccionado.	30
2.2. Parámetros de vuelo del UAV.	31
2.3. Propiedades Geométricas del Ala.	32
2.4. Distribución de levantamiento a lo largo de la semi-envergadura.	33
2.5. Características aerodinámicas del Ala.	37
2.6. Propiedades Geométricas del Empenaje Horizontal.	37
2.7. Propiedades Geométricas del Empenaje Vertical.	38
4.1. Parámetros del Avión Híbrido.	96
4.2. Elementos utilizados para el avión híbrido.	97
4.3. Materiales utilizados en la construcción.	97
5.1. Coeficientes tomados de Tablas Espinoza <i>et al.</i> (2013).	117
5.2. Coeficientes obtenidos mediante AVL	120
5.3. Coeficientes obtenidos mediante DATCOM	121
A.1. Criterios de Diseño, Obligatorios y Deseables.	154
A.2. Escala Fundamental de Comparación.	154
A.3. Matriz Comparativa para la Importancia Relativa de los Criterios de Diseño Deseables.	155
A.4. Matriz Comparativa Normalizada.	155
A.5. Importancia Relativa de Criterios de Diseño Deseables.	155
A.6. Evaluación Conceptual	157
B.1. Potencia Mecánica obtenida para las Hélices seleccionadas.	178

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	IV
Abstract	VI
Lista de Símbolos	VIII
Lista de Abreviaciones	XI
Lista de Figuras	XII
Lista de Tablas	XVI
1. Introducción	1
1.1. Motivación	3
1.2. Objetivo General	5
1.2.1. Objetivos Particulares	5
1.3. Estado del Arte	6
1.3.1. T-Wing UAV	7
1.3.2. SkyTote UAV	8
1.3.3. V-Bat UAV	9
1.3.4. Monoplano	10
1.3.5. Vertigo UAV	11
1.3.6. Vision'Air UAV	12
1.3.7. Aerovel Flexrotor UAV	13
1.3.8. Bell Sea Eagle Eye UAV	14

1.3.9. IAI Panther UAV	15
1.4. Alcance	16
1.5. Estructura de la Tesis	17
1.6. Metodología de Diseño	18
1.6.1. Cronograma de Actividades	22
2. Diseño Aerodinámico	24
2.1. Información Preliminar	24
2.2. Geometría	25
2.2.1. Geometría Alar	26
2.2.2. Perfil Alar	28
2.2.3. Selección de un Perfil	29
2.2.4. Parámetros de Vuelo y Condiciones Dimensionales	31
2.2.5. Distribución de Levantamiento	32
2.2.6. Polar del Ala	35
2.2.7. Geometría de Empenajes	37
2.3. Polar del Avión	38
2.4. Modelo CAD	41
2.5. Construcción del Prototipo	42
2.6. Conclusiones	44
3. Modelo Matemático de la Aeronave	45
3.1. Modelo Matemático	45
3.1.1. Marcos Referenciales	46
3.1.2. Ecuaciones Cinemáticas de la Aeronave	49
3.1.3. Ecuaciones Dinámicas de la Aeronave	50
3.1.4. Ecuaciones de Movimiento	52
3.1.4.1. Modelo matemático Longitudinal	55
3.1.4.2. Modelo matemático Lateral	56
3.1.4.3. Modelo matemático Planta Motriz	57
3.1.4.4. Reacciones Aerodinámicas	58
3.2. Modo Vertical	63
3.2.1. Matrices de Rotación (Convención ZYX)	63
3.2.2. Movimiento Traslacional	65
3.2.2.1. Fuerzas	66
3.2.3. Movimiento Rotacional	69
3.2.3.1. Momentos	69
3.3. Modo Horizontal	76
3.3.1. Matrices de Rotación (Convención XYZ)	77
3.3.2. Movimiento Traslacional	79

3.3.2.1. Fuerzas	79
3.3.3. Movimiento Rotacional	81
3.3.3.1. Momentos	81
3.4. Conclusiones	86
4. Descripción de la Plataforma	87
4.1. Aviónica	87
4.1.1. Micro-Controlador	88
4.1.2. Sensores	90
4.1.2.1. Unidad de Medición Inercial (IMU)	90
4.1.2.2. Sensor Ultrasónico SRF10	91
4.1.3. Actuadores	92
4.1.4. Motores Brushless	92
4.1.5. Controlador de Velocidad Electrónico (ESC)	93
4.1.6. Servomotores	94
4.1.7. Transmisión de Datos	95
4.2. Plataforma Experimental	96
4.3. Sistema Embebido de Control de Vuelo (EFCS)	97
4.3.1. Hardware	97
4.3.2. Software	98
4.4. Conclusiones	99
5. Control	100
5.1. Introducción	100
5.1.1. Subsistema Longitudinal	101
5.1.2. Subsistema Lateral	104
5.1.3. Subsistema Direccional	106
5.2. Control en Vuelo Estacionario	107
5.2.1. Control utilizando <i>Backstepping</i>	107
5.2.1.1. Control Subsistema Longitudinal	107
5.2.1.2. Control Subsistema Lateral	113
5.2.1.3. Control Subsistema Direccional	114
5.2.1.4. Simulaciones de Vuelo Estacionario	116
5.2.1.5. Simulaciones Experimentales	124
5.3. Control de la Maniobra de Transición	130
5.3.1. Modo Transición	130
5.3.1.1. Control utilizando Saturaciones Anidadas	136
5.3.1.2. Simulaciones de Transición	140
5.4. Control en Crucero	142
5.4.0.3. Simulaciones de Crucero	146

5.5. Conclusiones	147
6. Conclusiones y Trabajo Futuro	148
6.1. Conclusiones	148
6.2. Trabajo Futuro	150
A. Diseño Conceptual	153
A.1. Generación Conceptual	153
A.2. Evaluación Conceptual	155
B. Elección de Hélices	158
B.1. Introducción	158
B.2. Experimentos	159
B.2.1. Túnel de Viento de la UIUC	159
B.2.2. Mediciones del Empuje y Torque	160
B.2.3. Medición de la Velocidad de la Hélice	161
B.2.4. Medición de la Velocidad de la Corriente de Flujo Libre	161
B.2.5. Motor, Controlador de Velocidad y Hélices	162
B.2.6. Adquisición de Información y Procedimiento Experimental	164
B.3. Tipos de Hélices y Resultados de Pruebas	164
B.3.1. Hélices APC	165
B.3.2. Hélices Graupner	168
B.3.3. Hélices GWS	171
B.3.4. Hélices Master Airscrew	174
B.4. Cálculo de Hélice	177
Bibliografía	179

CAPÍTULO 1

Introducción

En la actualidad, los **UAV's** (*Unmanned Aerial Vehicle*) o vehículos aéreos no tripulados, que son dispositivos inteligentes con capacidad de actuación autónoma, han sido diseñados para aplicaciones y usos en diversos ámbitos tanto en el civil como militar, pudiendo interactuar en misiones tales como vigilancia área y exploración para desastres naturales Beard *et al.* (2006), enlace de comunicaciones, fotografía aérea Gurtner *et al.* (2009), inspección y monitoreo de oleoductos y gasoductos Hausamann *et al.* (2005), supervisión de líneas de alta tensión Li *et al.* (2010), entre otras; han sido sujeto de gran investigación.

Por otro lado, los aviones convertibles o aviones híbridos tienen la ventaja de realizar ambas maniobras: despegue vertical, vuelo estacionario y aterrizaje como lo hacen los helicópteros convencionales, además de volar grandes distancias como aviones clásicos Escareño *et al.* (2006a), Öner *et al.* (2012). Este tipo de aeronaves no requieren amplios espacios para despegue y aterrizaje. Debido a que la configuración de estos vehículos no tienen diseño convencional, los grupos de investigación construyen sus propios vehículos híbridos a partir de la especificaciones técnicas y objetivos deseados.

Uno de los temas en el desarrollo de estos vehículos aéreos es el diseño de control. Con el fin de desarrollar los sistemas de control de vuelo para aeronaves autónomas, se

necesitan modelos dinámicos precisos para su envolvente de vuelo. El diseño, modelado y control de vehículos autónomos aéreos se ha vuelto un área de investigación desafiante desde la década de los 90's y algunos controladores diseñados para vehículos **VTOL** (*Vertical Take-Off and Landing*, por su siglas en inglés) con configuración de cuadricópteros existen en artículos e investigaciones científicas actuales.

El proyecto que se plantea, es el diseño, construcción y ensamblado de una plataforma aérea no tripulada, bajo peso y costo, capaz de despegar y aterrizar verticalmente con la ayuda de cuatro motores dados por la estructura del *cuadrirrotor* que va a soportar la estructura del avión coincidiendo su centro de gravedad con el de la aeronave, y al llegar a cierta altura previamente establecida, el quinto motor colocado en el avión se activará para proceder a la etapa de transición, mientras que dos motores del *cuadricóptero* se apagan, y así posteriormente desplazarse en modo crucero con la propulsión de la hélice del motor frontal y los dos motores restantes. (ver Figura 1.1).

Esta plataforma es un diseño especial que requerirá de la especialidades de aeronáutica, mecatrónica e informática, donde hizo mayor énfasis en el diseño conceptual y aerodinámico del vehículo para desarrollar un prototipo en el que se puedan probar diversas leyes de control y obtener una mejor evaluación de éstas, a partir de la complejidad de dicho modelo.



Figura 1.1: Prototipo del Avión Híbrido.

1.1. Motivación

En años recientes, ha existido un interés creciente en el desarrollo de **UAV's** convertibles, cuyas aplicaciones principales están destinadas a misiones peligrosas para el hombre. El número de víctimas se vería reducido si la información en el sitio se encontrara disponible antes de la intervención de los servicios de emergencia. Esta información podría ser obtenida mediante el uso de un avión no tripulado que debe ser capaz de navegar a una distancia segura al lugar de intervención y de vuelta a la estación de tierra de una manera discreta con corta distancia para despegue y aterrizaje. Sin embargo, la velocidad de funcionamiento relativamente baja de estos pequeños **UAV's** los afecta particularmente debido a la presencia del viento, el cual es cualquier movimiento de la masa de aire respecto a la superficie de la Tierra. Por lo tanto, la aeronave no tripulada en cuestión también debe ser capaz de superar el efecto de dicha perturbación con el fin de responder de manera segura los objetivos de la misión. Los *drones* miniatura (**MUAV's** por sus siglas en inglés "*Miniature UAV's*"), parecen ser los más adecuados para resolver este tipo de problemas debido a su discreción y portabilidad. Sin embargo, es necesario aumentar su tiempo de vuelo y que sean más tolerantes a los efectos del viento.

En México, se ha presentado en los últimos años un fuerte apoyo al sector aeroespacial bajo la premisa del Gobierno Federal para que incursione dentro de la industria aeroespacial, con la directriz de una dirección estratégica de desarrollo y motor tecnológico de la economía nacional. En el país existe un gran mercado para este tipo de productos; las labores de seguridad nacional y de reconocimiento realizadas por las agencias de seguridad nacional tales como el ejército, la marina y la policía federal y estatal son tan necesarias por la información que pueden aportar a la inteligencia de éstas, que en buena medida puede ser la diferencia entre un éxito y un fracaso que puede costar la vida de las personas implicadas en dichas operaciones.

La información básica para los sistemas de información geográfica, herramienta indispensable para el fortalecimiento, desarrollo y planeación de los municipios, es la toma de la fotografía aérea, vertical y oblicua, y de otros sensores remotos como la tecnología **LIDAR** (*Laser Imaging Detection and Ranging*) , así como también para estudios de im-

pacto ambiental, hidrológicos, de ingeniería para carreteras, presas, puertos marítimos y terrestres, así como otros estudios de obra civil. En reconocimiento aéreo tradicional, para poblaciones pequeñas, lo hace incostruable y por lo tanto quedan marginadas a esta tecnología más del 70 % de los centros urbanos en el territorio nacional y los que se encuentran en el mismo caso en países latinoamericanos y otras partes del mundo. Reutebuch *et al.* (2005)

Estos son algunos de los problemas y necesidades que han sido detectados en el desarrollo de trabajos que se llevan a cabo en empresas dentro del país, lo que cree que se resolverían de contar con un vehículo aéreo no tripulado, el cual puede trasladarse de manera rápida y efectiva sin necesidad de ocupar grandes espacios, lo cual resulta más barato que desplazar una aeronave con su tripulación y poder efectuar la misión en el momento en que las condiciones atmosféricas lo permitan.

El operador principal de **UAV**'s en México es la Policía Federal con equipos de origen mexicano e israelí, los de origen mexicano son a través de la empresa **Hydra Technologies** con sede en la ciudad de Guadalajara. Sus operaciones se mantienen confidenciales, así como su localización territorial, excepto por los anuncios oficiales de su uso en la ciudad fronteriza de Ciudad Juárez, Chihuahua, dentro de una estrategia del gobierno mexicano de lucha contra el crimen organizado.

La **SEDENA** (Secretaría de Defensa Nacional) adquirió por la Fuerza Aérea Mexicana (FAM) equipo Hermes 450 de *Elbit Systems* y Skylark II (Israel), por 25 millones de dólares aproximadamente, según datos de *Elbit Systems*. Ésta fue la segunda compra de su tipo en México. Sería interesante conocer el esquema de operaciones de estas aeronaves, dada la complejidad y escasa movilidad del sistema Hermes 450. Bromley & Guevara (2014)

Por otro lado, la Secretaría de Marina publicó en agosto de 2009, a través de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (**SHCP**), un interesante estudio costo-eficiencia de los sistemas tácticos pequeños de origen mexicano *S4 Ehécatl* Aguilar Razo & Romero González (2012), para la supervisión de las áreas costeras de la República Mexicana.

Se asume que esperarían resultados interesantes de uso en una posible combinación con los nuevos equipos de vigilancia tripulados CASA C-25 FITS de **EADS**. Sanchez (2014)

En conclusión, el desarrollo de los UAV's representa una gama de ventajas por las bondades y la misma naturaleza de este tipo de aeronaves. Por consiguiente, se ha considerado más que oportuna, necesaria la incursión en el proceso de diseño e instauración de una cadena productiva multidisciplinaria de este tipo de productos de alto valor agregado de innegable demanda en México y en el mundo.

1.2. Objetivo General

Basado en las consideraciones anteriores, el objetivo de este proyecto es el diseño conceptual y aerodinámico, construcción y ensamblado de un vehículo aéreo de despegue y aterrizaje vertical capaz de lograr la transición entre la dinámica de un helicóptero y un aeroplano, que sea ligero (peso menor a 2 kg), controlado por un sistema embarcado dentro del vehículo que permita la implementación de diferentes leyes de control con el fin de llevar a cabo diferentes etapas de operación del **UAV**.

1.2.1. Objetivos Particulares

- Identificar el estado de arte en relación a los diferentes **UAV**'s convertibles ya existentes a nivel nacional.
- Obtener el diseño conceptual de la aeronave no tripulada, entregando como resultado una aeronave híbrida de ala fija montada en una estructura con formación de *cuadrirotor*.
- Aplicar criterios de diseño aerodinámico con los mejores resultados posibles, para el diseño conceptual de un vehículo aéreo no tripulado convertible, y obtener por medio de métodos cuantitativos, valores que satisfagan el diseño de la aeronave para el dimensionado de los componentes.
- Construir y ensamblar un prototipo que despegue verticalmente, utilizando una estructura de cuadricóptero que permita realizar vuelo convencional mediante una

dinámica de transición dada por los requisitos aerodinámicos del avión que va junto a dicha estructura, para generar un vuelo en crucero estable.

- Obtención de modelo matemático de la aeronave mediante el formalismo de Newton-Euler, considerando los efectos aerodinámicos durante las diferentes etapas de operación.
- Diseñar la aviónica de la aeronave, con la utilización de 5 motores eléctricos, y así poder efectuar la transición de helicóptero a aeroplano, al utilizar 4 motores como un cuadricóptero y el quinto motor instalado en el avión para la propulsión de la aeronave en vuelo horizontal.
- Proponer y diseñar estrategias de control para implementarlas en sobre la aeronave mediante la utilización de un sistema embarcado a bordo del prototipo, con el objetivo de realizar las maniobras en cada fase de operación.

1.3. Estado del Arte

En años recientes, el interés en vehículos aéreos no tripulados convertibles (**CUAV's**) ha incrementado desde que se ha ampliado el alcance operacional dado por diseños convencionales. Estos vehículos combinan la maniobrabilidad de un helicóptero para lidiar en espacios confinados (vuelo estacionario, despegue y aterrizaje verticales) y las ventajas del vuelo en avance de una aeronave (velocidad y alcance). El perfil de vuelo de los **CUAV's** mejora el desarrollo de misiones tales como: búsqueda y rescate de personas en lugares peligrosos o circunstancias (terremotos, inundaciones e incendios) Doherty & Rudol (2007); y vigilancia o recoleta de información en instalaciones importantes ya sea en lugares realmente sensibles (fronteras, puertos y plantas de energía) o en lugares remotos o inhabitables (zonas polares, desiertos y áreas tóxicas). Casbeer *et al.* (2006)

Un inconveniente de las aeronaves con un solo propulsor es su vulnerabilidad al par reactivo y para contrarrestar este efecto se necesita una entrada complementaria del momento angular. Por lo tanto, los helicópteros consumen potencia para alimentar al rotor de cola, mientras que aviones de ala fija, en vuelo estacionario, usan diferentes superficies de control (elevadores o alerones). Una forma alternativa para afrontar el par reactivo, sin

utilizar los controles complementarios, es el uso de hélices contra-rotativas. Esta configuración aumenta el empuje y reduce el tamaño del vehículo, pero aumenta la complejidad mecánica. En el campo de **CUAV's**, la configuración *tail-sitter* destaca entre otras configuraciones de **CUAV's** (*tilt-rotor*, *tilt-wing*, etc.), ya que carece de plato oscilante o elementos de inclinación, en su lugar utiliza la hélice para reemplazar el uso de las superficies de la aeronave (elevador, alerones y timón) con tal de que la aeronave genere los pares para llevar a cabo el vuelo vertical . Sin embargo, en régimen de vuelo vertical, esta configuración es muy vulnerable a las ráfagas de viento, lo que revela la importancia de vuelo estacionario robusto para este tipo de vehículos.

Se han fusionado los conceptos anteriores para obtener un vehículo que ofrece la simplicidad mecánica del *tail-sitter* y la flexibilidad operativa de un cuadricóptero. El tema de **CUAV's** ha sido tratado por numerosos grupos de investigación, algunos de los ejemplos más conocidos de estos vehículos se presentan a continuación:

1.3.1. T-Wing UAV

El *T-Wing* se construyó en la Universidad de Sydney, Australia. Este vehículo es un **UAV VTOL** (*Despegue y Aterrizaje Verticales*, por sus siglas en inglés) capaz de realizar vuelo horizontal con el ala y con las hélices generar vuelo vertical incluyendo vuelo estacionario y descenso. Es un diseño novedoso por tratarse de un avión no convencional. En vuelo vertical a baja velocidad, el *T-Wing* usa las hélices para bañar a las superficies aerodinámicas y así efectuar el control. En el nivel más bajo, el vehículo utiliza una mezcla de control clásico y **LQR** para velocidad angular y control en velocidad traslacional. Stone & Clarke (2001) *Stone* analiza su prototipo desde un punto de vista más enfocado en el control del mismo. Plantea el uso de tres diferentes forma de representación angular dependiendo del trabajo que se trate. Realiza cinco tipos de pruebas experimentales sobre el prototipo que van desde el vuelo estacionario en modo semi-automático hasta el vuelo vertical completamente autónomo (ver Figura1.2).



Figura 1.2: *T-Wing* UAV.

1.3.2. SkyTote UAV

El *SkyTote*, desarrollado por la empresa **AeroVironment** es una aeronave de ala fija que monta un conjunto de hélices contra-rotativas en el morro. Su empenaje en forma de cruz cumple además con la función de tren de aterrizaje, sobre el cual se apoya la aeronave cuando se encuentra posada en tierra de forma vertical. El control de la aeronave durante el vuelo vertical se confía a un sistema de control diferencial del paso de las palas de los rotores. Una vez que el vehículo alcanza una altitud determinada, la transición de vuelo vertical a vuelo horizontal se realiza reduciendo paulatinamente el ángulo de ataque, lo cual tiene como resultado un aumento de velocidad. Cuando la velocidad aerodinámica excede la velocidad de pérdida, el control de vuelo se realiza como en cualquier avión de ala fija convencional. El aterrizaje requiere de realizar una maniobra inversa. Después de realizar varios vuelos de prueba, el proyecto fue abandonado en 2010 por causas no reveladas por el fabricante (ver Figura 1.3).



Figura 1.3: *SkyTote* UAV.

1.3.3. V-Bat UAV

La compañía **MLB** ha desarrollado una gran variedad de proyectos sobre UAV's. Estos proyectos incluyen el UAV innovador de despegue y aterrizaje vertical (**VTOL**) llamado *V-Bat*. El *V-Bat* es una aeronave **VTOL** tipo *tail-sitter* que puede despegar y aterrizar verticalmente, eliminando la necesidad de una pista o catapulta, así como vuelo estacionario autónomo. Depende de un motor de combustión interna que mueve a una hélice sencilla instalado en configuración propulsora. La hélice está rodeada por un ducto, que hace las veces de estabilizador y soporte de la aeronave cuando está en tierra. El ducto está soportado por estabilizadores, los cuales cuentan con aletas móviles, que son actuadas por el sistema de control de la aeronave para controlar la actitud durante las fases de vuelo vertical y horizontal. Dichas aletas de control están directamente en el flujo

de la hélice, lo cual aumenta su efectividad. El sistema de control es considerablemente más sencillo que el del *SkyTote*, pero requiere de un sistema de control más complejo para lograr realizar la transición de vuelo vertical a vuelo horizontal y viceversa. Para navegación de referencia autónoma, puede pasar sin problemas al modo horizontal para velocidades arriba de las 100 mph (ver Figura 1.4). Escárpita & Salinas (2014)



Figura 1.4: *V-Bat* UAV.

1.3.4. Monoplano

El monoplano es una aeronave autónoma de ala fija con la capacidad de despegue, vuelo estacionario, transición a y desde el nivel de vuelo, y posarse en una plataforma para aterrizaje vertical. Estas maniobras son todas demostradas en un entorno de espacio altamente limitado en tiempo real en el interior del *Autonomous Vehicle test ENvironment* (**RAVen**) en el MIT. **RAVen** promueve la creación rápida de prototipos de UAV, así como sus tecnologías de planificación y control, permitiendo el uso de modelo de aviones no modificados comercialmente disponibles para vuelo autónomo (ver Figura 1.5).



Figura 1.5: Aeronaves de una hélice en pruebas.

1.3.5. Vertigo UAV

El *Vertigo* es un UAV pequeño que fue diseñado por el centro aeronáutico y del espacio de la ISAE (*Instituto Superior de la Aeronáutica y el Espacio*, por sus siglas en francés, en Toulouse, Francia). Este vehículo aéreo tiene la habilidad de ejecutar modos en vuelo estacionario y vuelo horizontal. La configuración *Vertigo* usa hélices coaxiales como sistema de propulsión, y posee superficies de control para controlar los ángulos de roll, pitch y yaw. El peso y la autonomía del *Vertigo* son 160 gr y 12 min respectivamente (ver Figura 1.6). Bataillé *et al.* (2009) realizan pruebas interesantes del vehículo completo en un túnel de viento para investigar experimentalmente los coeficientes aerodinámicos del vehículo como un “todo”, y realizan las mismas pruebas con hélices en movimiento (a velocidades predeterminadas) a fin de investigar el efecto del flujo forzado de las hélices sobre los coeficientes aerodinámicos. Este mismo problema lo analizan teóricamente utilizando la teoría del disco para el flujo forzado de las hélices y llegan a la necesidad de resolver un polinomio de cuarto grado para poder encontrar la componente de aire forzado que en teoría disminuye el ángulo de ataque del viento relativo durante la transición del vehículo. Ellos proponen una ley de control de retro-alimentación clásica y validan sus resultados en la simulación y sobre el prototipo.



Figura 1.6: *Vertigo* UAV.

1.3.6. Vision'Air UAV

El centro aeronáutico y del espacio **ISAE** construyó un pequeño UAV llamado *Vision'Air*. Éste es capaz de lograr la maniobra de transición entre vuelo estacionario y vuelo horizontal, así como puede volar evitando obstáculos debido a su rendimiento robusto. El nivel de autonomía permite que este vehículo realice algunas misiones como observación del entorno urbano (ver Figura 1.7).

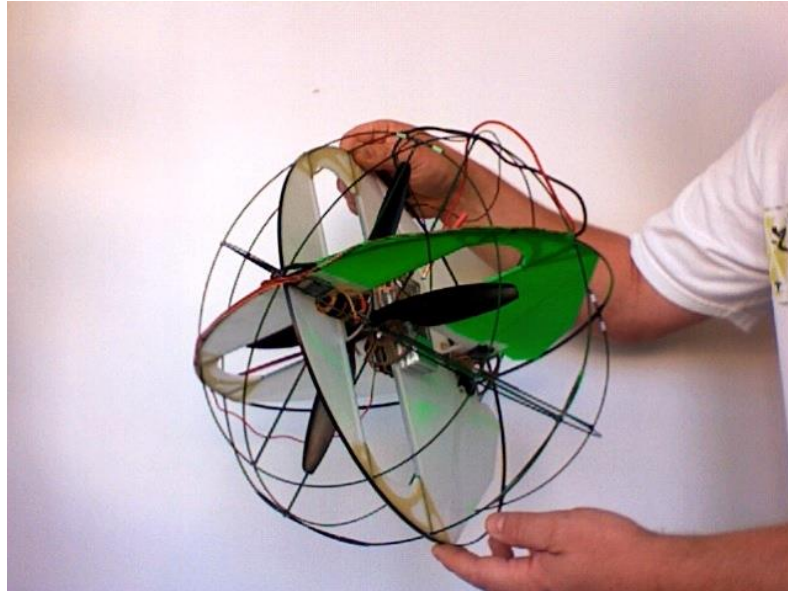


Figura 1.7: *Vision'Air* UAV.

1.3.7. Aerovel Flexrotor UAV

El *Aerovel Flexrotor* es un "tail-sitter" que confía en un sistema de rotor idéntico al de un helicóptero, con control cíclico y colectivo, montado en el morro del aparato para generar sustentación y control de cabeceo y guiñada. Para el control de alabeo, la función de rotor de cola del helicóptero se realiza mediante un par de pequeños motores eléctricos montados en las puntas de las alas. El *Flexrotor* cuenta con un empenaje en V de dimensiones reducidas, el cual no le permite mantener el equilibrio cuando hace contacto con el suelo. Por ello requiere de una estructura en tierra diseñada para su captura (ver Figura 1.8). Paduano *et al.* (2015)



Figura 1.8: *Aerovel Flexrotor* UAV.

Por otro lado, los **convertiplanos** o conocidos por su traducción del inglés en *tilt-rotors*, son aeronaves equipadas con rotores basculantes que se emplean para el despegue vertical y una vez en vuelo, se orientan a producir empuje horizontal. Dentro de este tipo de plataformas se presentan dos modelos que se basan en conceptos diferentes:

1.3.8. Bell Sea Eagle Eye UAV

El *Eagle Eye* depende de dos motores tipo turbo eje montados, en barquillas basculantes en los extremos del ala. Cada motor acciona un rotor, el cual cuenta con control de palas, colectivo y cíclico, similar al de un helicóptero, para el control del cabeceo y alabeo en vuelo vertical. Para el control de guiñada, las barquillas varían su inclinación diferencialmente. La transición al vuelo horizontal se logra orientando las barquillas desde una posición vertical a una posición horizontal. Este concepto es claramente más complejo que un helicóptero puro, lo cual implica costos de adquisición y operación mayor que un helicóptero puro (ver Figura 1.9). Escárpita & Salinas (2014)



Figura 1.9: *Bell Sea Eagle Eye* UAV.

1.3.9. IAI Panther UAV

El *IAI Panther* está equipado con tres motores eléctricos montados sobre soportes articulados. Los dos motores tractores pueden variar su ángulo, de modo que proporcionan empuje para el vuelo vertical y horizontal. Los motores están dispuestos de tal modo que el centro de gravedad de la aeronave se sitúa en el centro del triángulo formado por los motores. El control de cabeceo y alabeo se logra controlando diferencialmente la velocidad de rotación de los motores. El control de guiñada se logra mediante la orientación del motor trasero alrededor del eje longitudinal, como en el caso de los tri-cópteros comerciales. Un aspecto novedoso de este modelo es que la energía eléctrica que alimenta a los motores es provista por un sistema de celdas de combustible, con lo cual su autonomía es considerablemente mayor que otras aeronaves de propulsión eléctrica que dependen de baterías. El diámetro de las hélices, relativamente pequeño, sugiere que estas fueron optimizadas para vuelo estacionario (ver Figura 1.10). Katz (2010)



Figura 1.10: *IAI Panther* UAV.

Comparando la autonomía máxima de los diferentes sistemas de ala fija con capacidad **VTOL**, es evidente que, a excepción del *Aerovel Flexrotor*, ninguno de ellos supera considerablemente o ni siquiera se aproximan a la autonomía típica de un helicóptero puro.

A nivel nacional es importante seguir con la investigación y desarrollo de esta tecnología, sobre todo intercambiar información con diferentes universidades del país y de esta manera contar con una base sólida. Esto con la finalidad de desencadenar el conocimiento que fortalezca el desarrollo aeronáutico en México.

1.4. Alcance

Con el fin de lograr estos objetivos, se han abordado las siguientes áreas de investigación. Primero, se requiere el diseño de la aeronave en forma conceptual para profundizar posteriormente en el modelo aerodinámico de la aeronave basándose en una revisión en la literatura y artículos sobre el tema en cuestión.

En segundo lugar, el desarrollo de las estrategias de control se requiere para permitir una estabilización de la aeronave de tal manera que realice las maniobras necesarias para sus diferentes modos de operación. Para mejorar el desempeño en vuelo, las estrategias de control deben tomar en cuenta los efectos aerodinámicos y del viento que pueden llegar a

afectar el correcto funcionamiento de la estructura del avión, ya que dentro de la dinámica del modelo completo de la aeronave se toman en cuenta estos factores y que previamente han sido calculados con ayuda de software de **CFD** para aproximarlos al modelo diseñado.

En tercer lugar, el diseño e implementación de la aviónica, que consiste en el uso del micro-procesador **RabbitCore 4300**, que se utiliza para propósitos de control y como sistema embebido, que se colocó dentro de la estructura utilizada del *cuadricóptero*, abajo del fuselaje del avión, donde se colocaron la central inercial, el sensor ultrasónico, el receptor del radio, y dispositivos de comunicación, que son necesarios para validar la ley de control y la información de los sensores.

1.5. Estructura de la Tesis

El proyecto de tesis se divide en secciones como sigue:

- En el **Capítulo 1** se presenta una introducción y el estado del arte de vehículos **VTOL**, así como la principal contribución de la tesis en materia aerodinámica.
- En el **Capítulo 2** se desarrolla el diseño y cálculo aerodinámico del concepto elegido y se diseñan las partes sustentadoras del avión.
- El modelo dinámico de la aeronave en sus diferentes modos utilizando la formulación de Newton-Euler se presenta en el **Capítulo 3**, que también aborda la descripción operativa del vehículo.
- El **Capítulo 4** trata de la descripción de la plataforma utilizada así como de la implementación práctica del sistema embebido para ejecutar las leyes de control con el propósito de obtener los resultados de pruebas de vuelo.
- En el **Capítulo 5** se aborda el análisis estático en la dinámica longitudinal de la aeronave utilizado para el diseño de las leyes de control, así como el análisis de transición en los modelos simplificados de los presentados en el capítulo del modelado matemático.

- Finalmente, las conclusiones generales y futuro del proyecto se presentan en el **Capítulo 6**.
- En el **Apéndice A** se presenta proceso de diseño conceptual que se realizó para el diseño de la aeronave, cuyo cálculo aerodinámico se realizó posteriormente.
- En el **Apéndice B** contiene un análisis previo a la elección de hélices para los motores utilizados en el prototipo.

1.6. Metodología de Diseño

Para este trabajo se partió de una metodología propuesta en un diagrama de flujo, representado en la Figura 1.11 y un esquemático a seguir para el desarrollo del proyecto Figura 1.12. Considerando que ya se cuenta con un objetivo general claramente identificado, de acuerdo al diagrama de flujo (Figura 1.11), se parte del diseño de una aeronave que combine ambos modos, por lo que se empezó por el diseño y construcción del ala, para ello se requirió de un diseño conceptual en donde se obtiene el modelo conceptual (el cual es la idea general de lo que se pretende diseñar, desde su forma y características principales). Previo a la etapa siguiente (diseño aerodinámico), se deben definir las variables a partir de las cuales se iniciará, para el dimensionado de los componentes principales de la aeronave, además de los parámetros de vuelo (Figura 1.12) .

Una vez terminado el diseño aerodinámico, se construyó un primer prototipo utilizando *cellfoam*”, un material ligero y específico para diseños de *aeromodelismo*. Ya diseñado y armado el prototipo, la siguiente etapa consiste en colocar la aviónica de la aeronave, así como los motores del *cuadricóptero* y los servos-motores para controlar las superficies de control (que en su momento serán útiles, para la etapa crucero).

En la etapa **3** se obtiene la estabilidad de la aeronave, sin embargo, para ello se necesita modelar el sistema de nuestra aeronave, utilizando las ecuaciones de Newton-Euler, y ya obtenido un sistema dinámico, se puede predecir el comportamiento en vuelo de la misma así como el tiempo de respuesta debido a cualquier perturbación.

Después se diseña una ley de control para cada modo de operación y se realizan simulaciones en **MATLAB** para analizar su comportamiento en actitud y orientación, si cumple con lo previsto en la etapa **3** pasamos a la etapa **5** que la adaptación del algoritmo de control dentro del sistema embebido de la aeronave, con su debida instrumentación antes señalada; si no cumple nos regresamos a la etapa **3**, este proceso es iterativo hasta que cumpla o se aproxime a los datos teóricos comprobados en las simulaciones.

En la etapa **6** se realizan pruebas de vuelo, empezando por el primer modo y así sucesivamente, para ver si su estabilidad cambió debido a la instrumentación colocada y para saber si está mandando los parámetros de vuelo esperados al operador, si cumple con estos requisitos la aeronave está lista para realizar sus misiones encomendadas, si no regresamos a la etapa **5** para revisar que es lo que está fallando, este proceso también es iterativo hasta que cumpla con las expectativas de diseño.

La metodología aplicada al presente trabajo ataca esencialmente a la etapa de diseño aerodinámico, resolviéndolo por métodos numéricos; considerando ecuaciones ya establecidas, con el fin de armar el prototipo y que cumpla con los requerimientos establecidos. * Como trabajo futuro se propone realizar pruebas en túnel de viento para el prototipo para mejorar el cálculo de los coeficientes aerodinámicos y de esta manera implementarlos en las leyes de control y mejorar los resultados experimentales. (Figura 1.12)

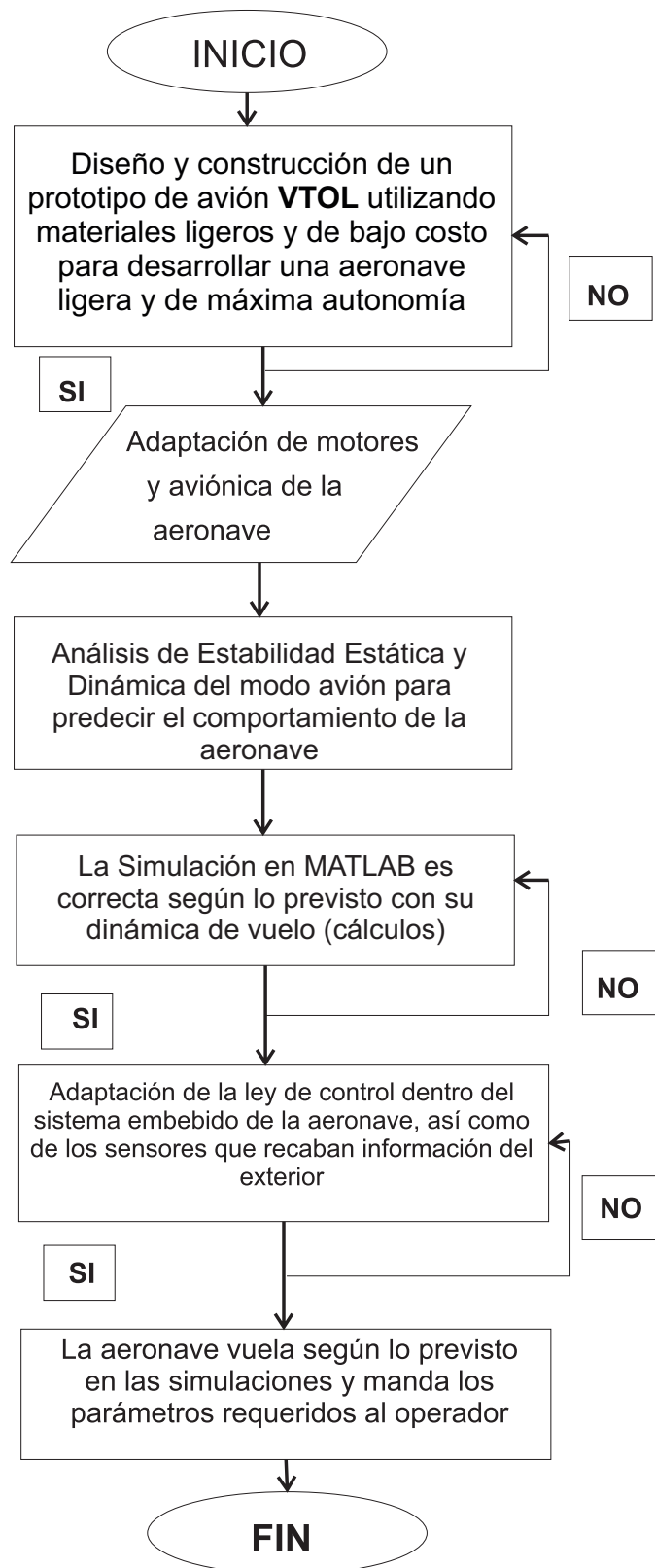


Figura 1.11: Metodología de Diseño Propuesta (Diagrama de Flujo).

Diseño y Modelado de un Avión Híbrido

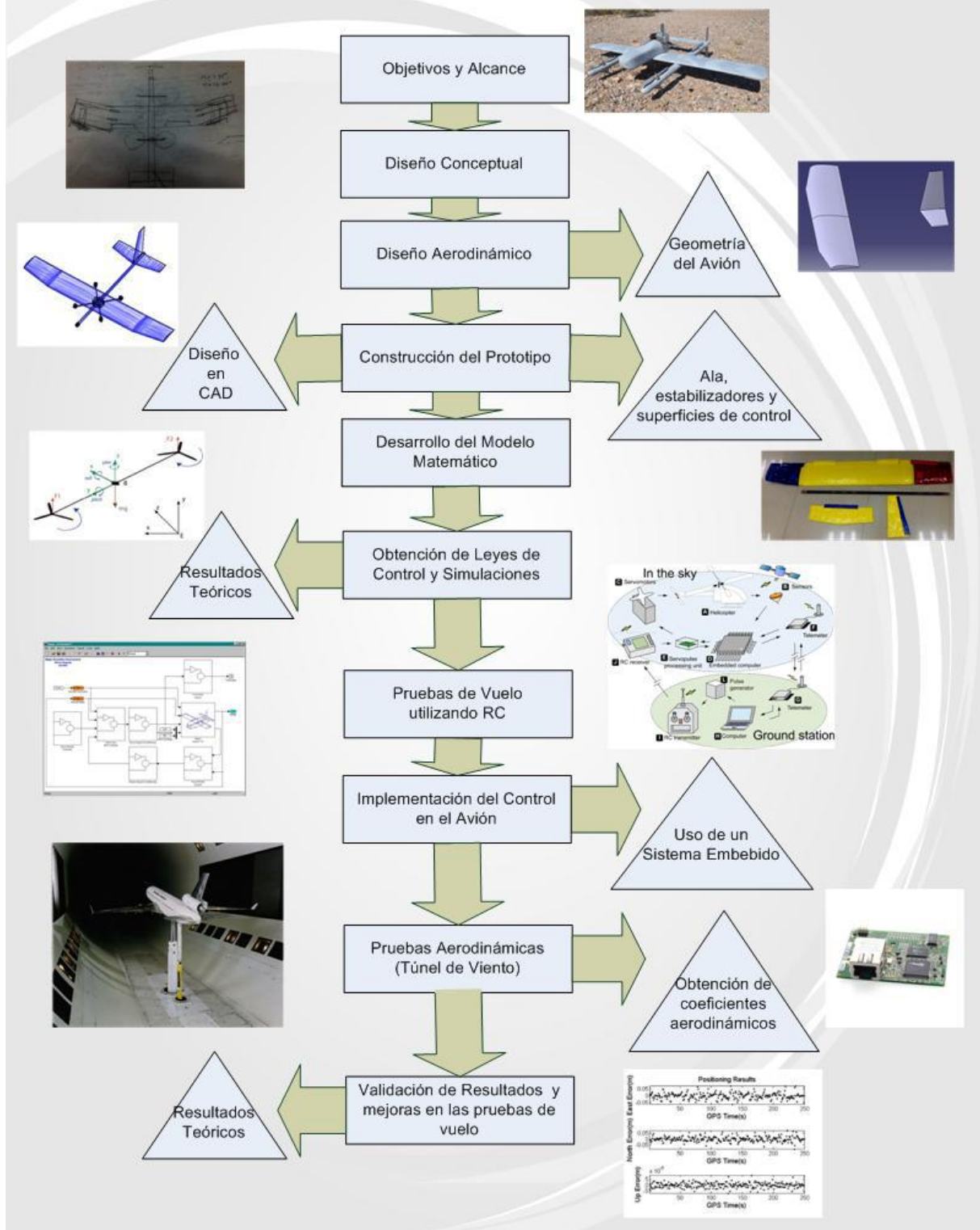


Figura 1.12: Metodología de Diseño Propuesta (Esquemático).

1.6.1. Cronograma de Actividades

En la Figura 1.13 se encuentra el **diagrama de Gantt** que describe las actividades a realizar durante el proyecto de tesis y el tiempo que abarcan cada una de ellas:

Actividades

1. Se especifican los objetivos, el alcance y la metodología necesarios llevar a cabo las tareas de la aeronave en sus diferentes modos de operación.
2. Se hace un diseño conceptual del prototipo a diseñar.
3. En base al diseño escogido, se hace un cálculo aerodinámico para el dimensionado del ala y superficies de control del avión.
4. Construcción del ala y superficies de control.
5. Diseño del modelo matemático para todos sus modos de operación.
6. Diseño de leyes de control y simulaciones.
7. Se arma el prototipo con ambas dinámicas para comprobar correcto ensamblaje.
8. Se soldan los componentes de la tarjeta de expansión y se configuran los puertos para utilizarlos dentro del micro-procesador.
9. Realizar pruebas de la aeronave con el sistema de control, empezando con el primer modo y así sucesivamente para obtener una mejor estabilidad y respuesta a la ley de control.
10. Interpretación y comparación de resultados tanto en simulaciones como en pruebas experimentales.



Figura 1.13: Diagrama de Gantt del proyecto.

2.1. Información Preliminar

El *ala* es el componente del aeronave que asegura la sustentación, y compensa el peso; esto hace que el vehículo pueda mantener un vuelo estable Von Mises (1959). El diseño del ala involucra varios criterios de objetividad del vuelo, es decir, el ala puede ser diseñada en base al coeficiente de planeo, la carga útil, maniobrabilidad y condiciones de velocidad de diseño.

Los objetivos del ala son:

- Provocar la sustentación y equilibrar el vuelo.
- Permite que la aeronave despegue y aterrice.
- Dar comandabilidad a la aeronave.
- En muchos casos sirve como reservorio de combustible o soporte para motores.

El diseño estará basado en los siguientes requisitos:

1. Peso máximo al despegue = $1,5 \text{ kg}$

2. Número de motores = 5
3. Envergadura máxima = 1,5 m

El primer paso será definir la configuración del avión empezando por el ala, para lo que se requiere una sencilla construcción y un peso ligero para un aeronave de despegue y aterrizaje vertical. Abbot (1959)

2.2. Geometría

Se definen las geometrías de los principales elementos que va a constituir el aeronave en base a los requerimientos del **UAV**: Von Mises (1959)

1. Ala. La función principal del aeronave es tener buen comportamiento a bajas velocidades, se eligió una configuración de ala con flechado y diedro, con un perfil de alto levantamiento a bajo número de **Reynolds**, la construcción y manufactura son sencillas y debido a la configuración y al tipo de material a utilizar se reducirá al máximo su peso.
2. Estabilizadores. Se optó la configuración de doble empenaje (horizontal y vertical), para así aprovechar la estructura que soporta los 4 motores, debido a que se tiene una configuración por pares, distribuyendo el peso y obteniendo una mejor respuesta de control al zigzaguear.
3. Superficies de Control. El control de cabeceo (o **pitch**) se controla por el elevador del estabilizador horizontal, el control de guiñada (o **yaw**) se efectúa por los empenajes verticales y el control de balanceo (o **roll**) se obtiene por medio de los alerones.
4. Propulsión. Se tienen 4 motores que realizarán el despegue y aterrizaje vertical, y un quinto motor en la punta del fuselaje para ayudar a la transición de vuelo del aeronave.
5. Fuselaje. La aeronave constará de un tubo cilíndrico el cuál servirá de fuselaje y cerca del centro de gravedad contendrá una bahía de carga para alojar los sistemas necesarios para su funcionamiento general, por lo que tendrá que ser de fácil acceso.

2.2.1. Geometría Alar

En la geometría del ala se tiene:

- **Perfil Aerodinámico:** Se define como cualquier sección del ala cortada por un plano paralelo a la cuerda de la misma según Ochoa Cruz (2012). Sin embargo, otra definición a considerar está dada por Flores (2009) lo llama como al cuerpo que puesto en una corriente de aire tiene una forma tal que le permite aprovechar al máximo las fuerzas que se originan por estas variaciones de presión y velocidad.
- **Extradós:** Curvatura superior que conforma a un perfil aerodinámico.
- **Intradós:** Curvatura inferior que conforma un perfil aerodinámico.
- **Máximo Espesor:** Es la distancia máxima entre el extradós e intradós.
- **Cuerda:** Es la longitud del perfil de inicio a fin (todas las dimensiones de los perfiles se miden en términos de la cuerda).
- **Cuerda Media Geométrica (\bar{c}_w):** Promedio geométrico de la cuerda en el ala. El cociente de la superficie alar y la envergadura del ala, es igual a la cuerda media geométrica. De acuerdo con la Ecuación 2.1 Bertin & Smith (1989):

$$\bar{c}_w = \frac{S_w}{b_w} \quad (2.1)$$

- **Cuerda Media Aerodinámica (Mac_w):** Es usada junto con la superficie alar para adimensionalizar los momentos de cabeceo. Puesto que, la cuerda media aerodinámica representa un promedio el cual, siendo multiplicado por el producto de la sección de coeficientes de momento promedio, la presión dinámica y el área del ala, da como resultado los momentos para el ala completa. La cuerda media aerodinámica está dada por la ecuación 2.2 Bertin & Smith (1989):

$$Mac_w = \frac{2}{S_w} \int_0^{b_w} \frac{b_w}{2} [c_{y_w}]^2 dy_w \quad (2.2)$$

- **Envergadura del Ala (b_w):** Distancia media de punta a punta en el ala.

- **Alargamiento del Ala (\mathcal{R}_w):** Para alas rectangulares es la relación entre la envergadura y la cuerda media geométrica, de acuerdo con la Ecuación 2.3 Bertin & Smith (1989), mientras que para alas cuyas geometrías sean distintas a las rectangulares, será el cuadrado de la envergadura entre la superficie, de acuerdo a la Ecuación 2.4 Bertin & Smith (1989). El alargamiento es una relación de la fineza del ala y es usada en determinadas características aerodinámicas y de peso estructural. Típicamente la relación del alargamiento varía desde 35 para alto desempeño en planeadores hasta 2 para jet de combate supersónico.

$$\mathcal{R}_w = \frac{b_w}{c_w} \quad (2.3)$$

$$\mathcal{R}_w = \frac{b_w^2}{S_w} \quad (2.4)$$

- **Ángulo de Flechado el Ala (Λ_w):** Se mide como el ángulo entre la línea de cuerda de punta y perpendicular a la cuerda de raíz, ambas al 25 %. Este ángulo causa definitivamente cambios en el máximo levantamiento (mejorando su distribución a lo largo de la envergadura del ala), incrementos de velocidad por sección del ala y ayuda a que la aeronave cuente con un mejor comportamiento estructural.
- **Conicidad en el Ala (λ_w):** Está dada por la relación entre la cuerda de punta y la cuerda de raíz, de acuerdo con la Ecuación 2.5 Bertin & Smith (1989). La conicidad afecta a la distribución de levantamiento y al peso estructural. Un ala rectangular tiene una relación de 1 mientras que un ala delta tendrá una relación de 0, al ser su cuerda de punta inexistente.

$$\lambda_w = \frac{c_{t_w}}{c_{r_w}} \quad (2.5)$$

- **Ángulo Diedro del Ala (\mathbf{II}_w):** Aquel ángulo formado entre un plano horizontal conteniendo la cuerda de raíz y un plano medio entre la superficie más alta y más baja del ala. Si el ala se encuentra por debajo del plano horizontal, su ángulo se conoce como **ángulo aniedro (\mathbf{II}'_w)**. El ángulo diedro afecta las características de estabilidad lateral de una aeronave.

- Torcimiento del Ala (ϵ_w):** Se define como la situación donde las secciones de cuerdas de raíz y de punta a lo largo de la semi-envergadura $\left(\frac{b_w}{w}\right)$ para la distribución de secciones del perfil no coinciden con respecto al eje longitudinal del vehículo Bertin & Smith (1989). La función del torcimiento es disminuir el ángulo de distribución de cargas y así evitar desplome en la sección que involucra el alerón y así aunque haya desplome en la sección del empote, no lo existirá en la sección del alerón.

2.2.2. Perfil Alar

El perfil del ala determina la distribución de presiones a lo largo del ala. La integral de esta distribución alrededor del ala es igual a la fuerza de levantamiento. La fuerza de levantamiento normalizada por la superficie alar y la presión dinámica es el coeficiente de levantamiento C_L (referido solo a un coeficiente de levantamiento para una sección $2D$). El levantamiento incrementa con el ángulo de ataque para un perfil determinado. Una representación genérica se muestra en la Figura 2.1. Abbot (1959)

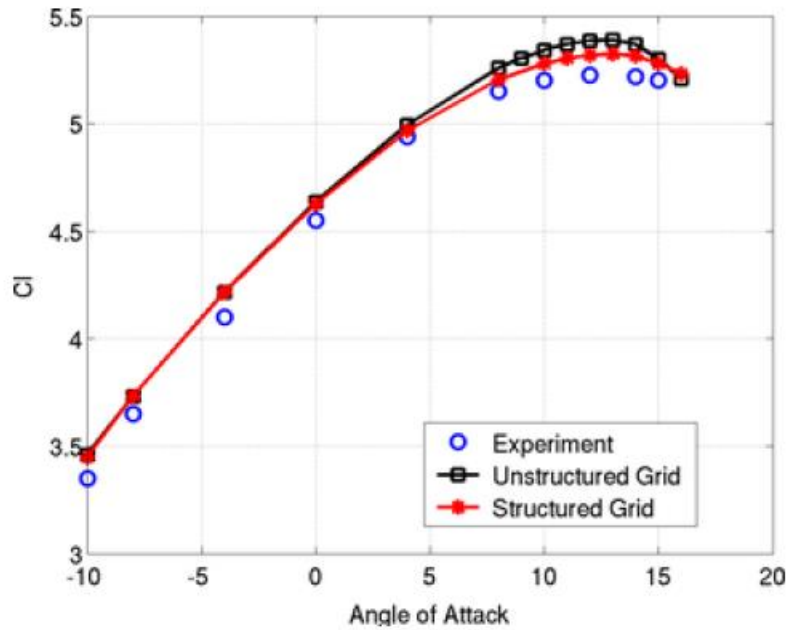


Figura 2.1: Perfil Alar.

Se puede observar que el levantamiento generado por el ala incrementará tantas veces incremente el ángulo de ataque hasta un máximo y después de éste el levantamiento comienza a decrecer. Esto es debido a que el flujo es separado del perfil, lo que ocasiona

una pérdida de levantamiento.

El coeficiente de levantamiento máximo se denota como $C_{l_{máx}}$ y que se da a un ángulo α_s . Éste se afecta por la relación $(t/c)_{máx}$, que tiene buena respuesta respecto al coeficiente, cuando el valor oscila alrededor del 14 %. Perfiles con un pequeño radio de borde de ataque, r_{LE} , pueden tener una tendencia de separación de flujo en ese borde lo que ocasionaría un bajo $C_{L_{máx}}$, por lo que es un punto importante de selección de un perfil.

2.2.3. Selección de un Perfil

Para la selección de perfil es necesario tomar en cuenta las consideraciones en vuelo recto y nivelado en crucero de la aeronave. Esto requerirá igualar el peso al levantamiento, a lo que se llama C_L de diseño, así la Ecuación 2.6 resulta:

$$(C_L)_{crucero} = \frac{1}{q} \left(\frac{W}{S_w} \right)_{crucero} \quad (2.6)$$

Para las condiciones propuestas y calculadas del diseño de la aeronave presentadas en la Tabla 2.1, se tiene que el $(C_L)_{crucero} = 0,396$.

Para obtener una máxima eficiencia en vuelo, la resistencia al avance tendría que ser mínima. El perfil es seleccionado en base a los criterios siguientes Rodríguez (1994):

1. El perfil debe cumplir con el C_L de diseño.
2. El rango de C_L al inicio y fin de crucero debe estar dentro del área “*drag bucket*”.
3. El perfil debe contener un bajo coeficiente de momento (C_{M0})

En base a los parámetros propuestos y calculados del **UAV** se escogió el perfil **GOE 404**, el cual tiene las propiedades mostradas en la Tabla 2.1:

GOE 404		
$C_{l_{máx}}$	1.1307	
$C_{l_{\alpha}}$	0.44	$1/^{\circ}$
α_{0L}	-2.516	$^{\circ}$
C_{D0}	0.0359	
$\%c$	30	c
$(t/c)_{máx}$	0.1316	c
C_{M0}	-0.10	
CL/CD	12	

Cuadro 2.1: Parámetros del perfil seleccionado.

La forma paramétrica del perfil **GOE 404** y la curva de levantamiento respectiva se muestran en la Figura 2.2:

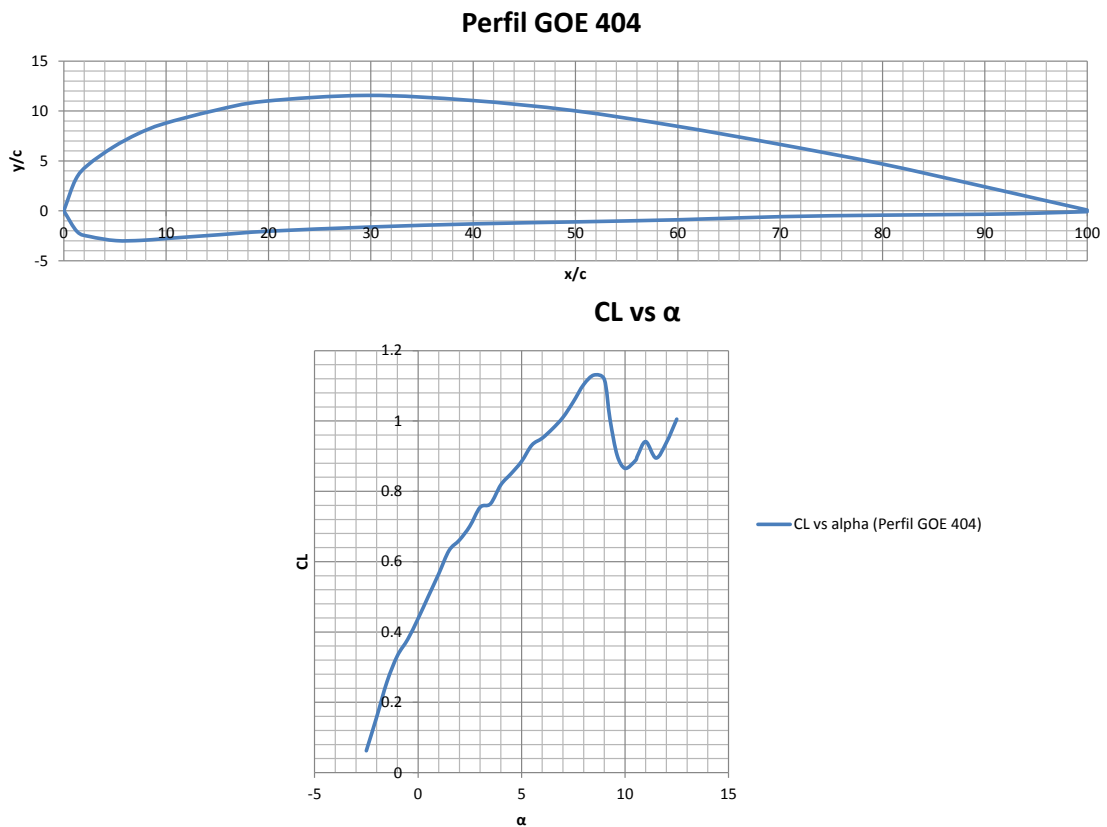


Figura 2.2: Perfil **GOE 404** y su curva de levantamiento.

2.2.4. Parámetros de Vuelo y Condiciones Dimensionales

El número de **Reynolds** (Re), para el cual son elaborados todos los cálculos es de 5×10^4 . Este valor es fundamental en la obtención de los coeficientes aerodinámicos de todos los componentes y el cual permitió escoger el perfil aerodinámico para el ala el cual ya fue descrito anteriormente.

Se consideraron condiciones ambientales a nivel de la Ciudad de México ($2,250\text{ m}$); obtenidas de las tablas de atmósfera estándar del libro *Introduction to Flight* de Anderson (2005). La velocidad de crucero (V_c) es igual a la velocidad de desplome (V_s) considerando un vuelo recto y nivelado, y esta velocidad a la cual volará la aeronave se obtiene mediante la Ecuación 2.7

$$L = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_s^2 S_w C_L \quad (2.7)$$

En la Tabla 2.2, se muestran los parámetros de vuelo de la aeronave, estas son condiciones ambientales y de uso normal, respecto a la altitud establecida de vuelo.

Parámetros del UAV	
Peso [W]	1.1 kg
Superficie Alar [S_w]	0.3143 m ²
Velocidad de Desplome [V_s]	13.41 m/s
Densidad [ρ]	0.9645 kg/m ³
Viscosidad [μ]	1.73×10^{-5} Ns/m ²
Presión Dinámica [q]	8.8375 N/m ²
Número de Reynolds [Re]	50,000
Coefficiente de Levantamiento [$(C_L)_{crucero}$]	0.396

Cuadro 2.2: Parámetros de vuelo del UAV.

En la Tabla 2.3, se muestran las propiedades geométricas del ala, a partir de las cuales se da inicio a los cálculos para obtener el ala flechada de la aeronave, acorde a las necesidades previamente planteadas, los valores iniciales propuestos para el ala son: la envergadura (b_w), el alargamiento (R_w) y las cuerdas e raíz (c_{rw}) y de punta (c_{tw}).

Propiedad	Valor	Unidades	Propiedad	Valor	Unidades
Superficie Alar [S_w]	3.38	ft^2	Cuerda en punta [C_t]	0.6069	ft
Alargamiento [\mathcal{R}]	7.15		Cuerda en raíz [C_r]	0.7874	ft
Λ_{LE}	17.40	$^\circ$	M.A.C.	0.9078	ft
Λ_{TE}	13.54	$^\circ$	b	4.9212	ft
λ	0.77		Ángulo de incidencia [i]	2	$^\circ$

Cuadro 2.3: Propiedades Geométricas del Ala.

La forma del ala diseñada en un software de **CAD** con los criterios de la Tabla 2.3 se representa en la Figura 2.3:

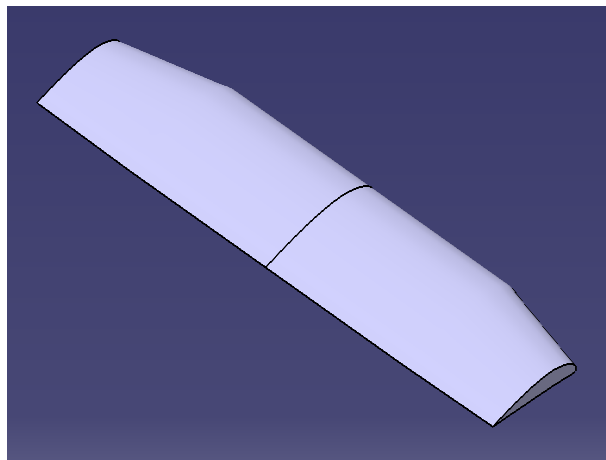


Figura 2.3: Forma del Ala.

2.2.5. Distribución de Levantamiento

El método que se utiliza para este cálculo, es el propuesto por Anderson (2005), con esto se tendrá ajuste del perfil (sección $2D$) a un ala (sección $3D$), así como la obtención del coeficiente máximo de levantamiento, el coeficiente mínimo de resistencia al avance, la pendiente de levantamiento y el ángulo de cero levantamiento.

El análisis comienza con una división de la semi-envergadura den estaciones, tal como se aconseja en la bibliografía, después se calcula el valor del coeficiente de carga adicional y carga básico, los cuáles se pueden encontrar en la referencia Abbot (1959); y después de ser encontrados estos valores, se procede a calcular el coeficiente de levantamiento básico con la Ecuación 2.8:

$$C_{l_b} = \frac{\epsilon a_e S}{cb} L_b \quad (2.8)$$

donde:

$$a_e = \frac{a_0}{E} \quad (2.9)$$

$$E = \frac{P}{2b} \quad (2.10)$$

Después se calcula el coeficiente de levantamiento adicional, mediante la Ecuación 2.11:

$$C_{l_{a_1}} = \frac{S}{cb} L_a \quad (2.11)$$

Al final, se obtiene el coeficiente de levantamiento para cada estación, manteniendo un valor constante de C_L , que es el coeficiente del ala completa de la sección. Al punto de tangencia con el $C_{l_{max}}$ del perfil, se detiene la iteración y ese valor corresponde al $C_{l_{max}}$ del ala; la fórmula del coeficiente de levantamiento está dado por la Ecuación 2.12:

$$C_l = C_{l_b} + C_L C_{l_{a_1}} \quad (2.12)$$

Los resultados se muestran en la Tabla 2.4:

Estación	y	c	L_a	L_b	C_{l_b}	$C_{l_{a_1}}$	$C_L = 0,8$	$C_L = 0,6$
0	0	0.7874	1.232	-0.268	0	1.0746	0.8597	0.6447
0.2	0.49212	0.7513	1.193	-0.191	0	1.0906	0.8724	0.6543
0.4	0.98424	0.7152	1.121	-0.022	0	1.0765	0.8612	0.6459
0.6	1.47636	0.6791	1.012	0.11	0	1.0235	0.8188	0.6141
0.8	1.96848	0.643	0.827	0.173	0	0.8833	0.7066	0.5300
0.9	2.21454	0.62495	0.646	0.172	0	0.7099	0.5679	0.4259
0.95	2.33757	0.615925	0.494	0.148	0	0.5508	0.4406	0.3305
0.975	2.399085	0.6114125	0.359	0.107	0	0.4032	0.3226	0.2419

Cuadro 2.4: Distribución de levantamiento a lo largo de la semi-envergadura.

La gráfica de distribución de sustentación, variando los C_L , resulta en la la Figura 2.4:

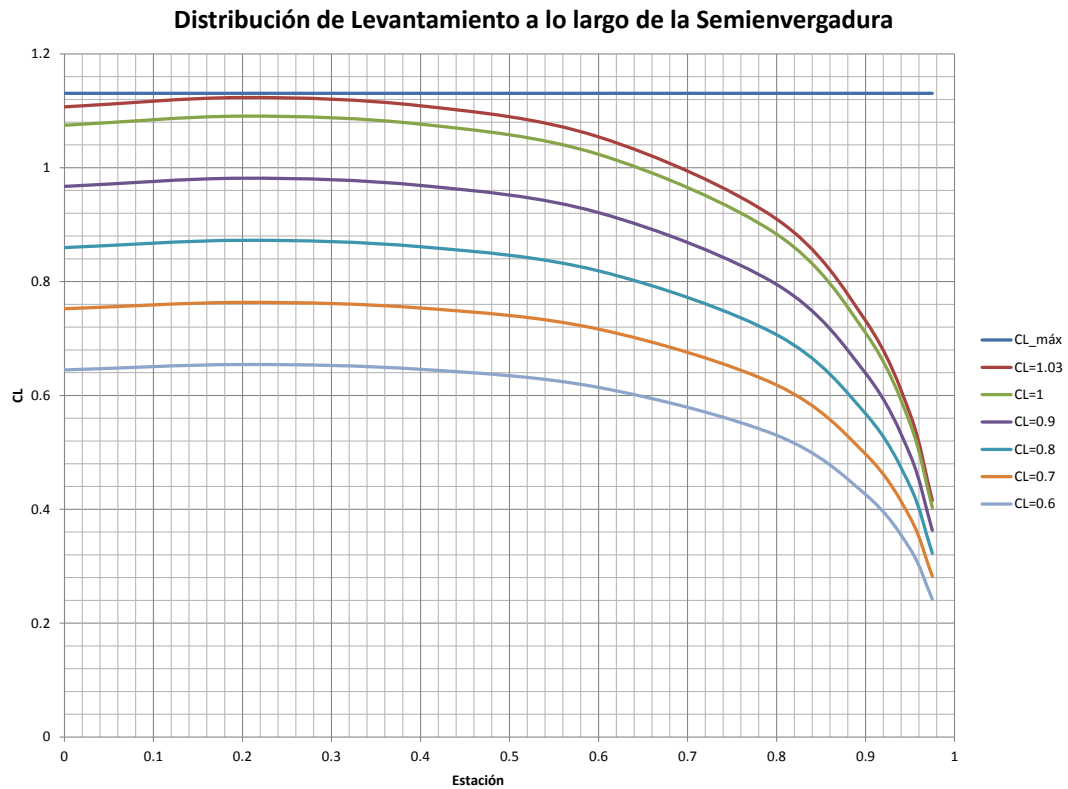


Figura 2.4: Distribución de Levantamiento a lo largo de la Semi-envergadura.

De la gráfica anterior, se obtienen:

- C_L , coeficiente máximo del ala = 1,03
- Localizado en la estación 0,2
- En la posición $y = 0,4921$ m
- En donde la cuerda es $c = 0,7513$ m

Para realizar el cálculo de la resistencia al avance del ala, se tiene la Ecuación 2.13:

$$C_D = C_{D0} + C_{Di} \quad (2.13)$$

donde:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A e} \quad (2.14)$$

El coeficiente de *Oswald* es calculado por el libro (Abbot, 1959), basado en la Ecuación 2.15:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi Au} + C_L \epsilon \alpha v + (\epsilon \alpha)^2 w \quad (2.15)$$

Debido a que no existe torcimiento se omiten los dos últimos términos, y la constante u se obtienen de gráficas de la referencia antes citada. Finalmente se procede a graficar la curva polar del ala.

2.2.6. Polar del Ala

La Figura 2.5, es la conocida como *gráfica polar*. Considerando a Anderson (2005) es posible determinar una ecuación propia que represente su comportamiento considerando los coeficientes totales de levantamiento y de resistencia al avance. La Ecuación 2.7, permite aproximar el comportamiento de la gráfica analizada. Todas las variables de la ecuación son conocidas, excepto r , este es un valor numérico constante, el cual se obtiene empíricamente y se considera ideal cuando los valores de la ecuación, se aproximen a los graficados.

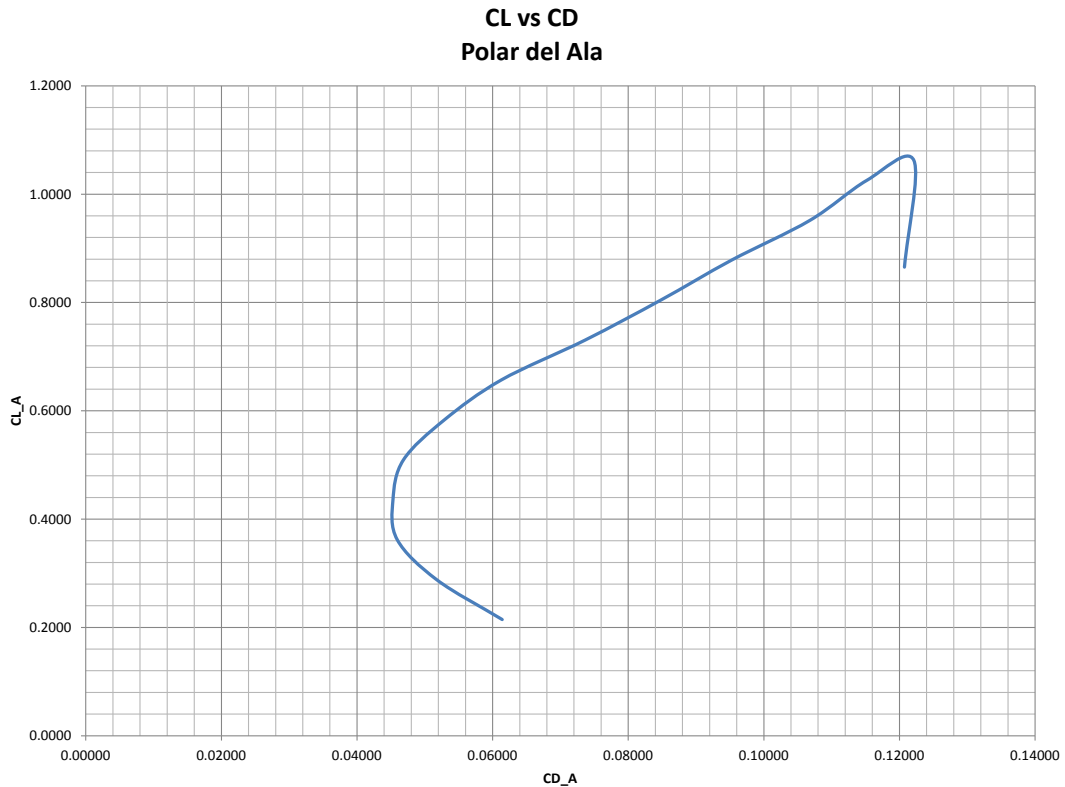


Figura 2.5: Gráfica Polar.

Por último, la Ecuación 2.16, es la ecuación propia de la gráfica polar de la aeronave

y es válida hasta el último valor antes del desplome:

$$C_{D_T} = C_{D_{T,min}} + \left(r + \frac{1}{\pi \epsilon_w R_w} \right) (C_{L_T} - C_{L_{T,min Drag}})^2 \quad (2.16)$$

$$C_{D_T} = 0,06141 + 0,1391(C_{L_T} - 0,2146)^2 \quad (2.17)$$

Considerando los parámetros de vuelo de la Tabla 2.1, es posible expresar los coeficientes de la Figura 2.5, en cantidades mensurables, es decir, determinar las fuerzas de levantamiento totales (L_T) y de resistencia al avance totales (D_T).

Para ello se emplean las Ecuaciones 3.27, donde se nota que V_∞ equivale a V_S . Además, la densidad de flujo libre (ρ_∞), debe estar expresada en $\frac{UTM}{m^3}$. Por lo tanto su valor equivale a $0,09832 \frac{UTM}{m^3}$. Los resultados de las fuerzas se presentan en la Figura 2.6 y son expresados en *kg*.

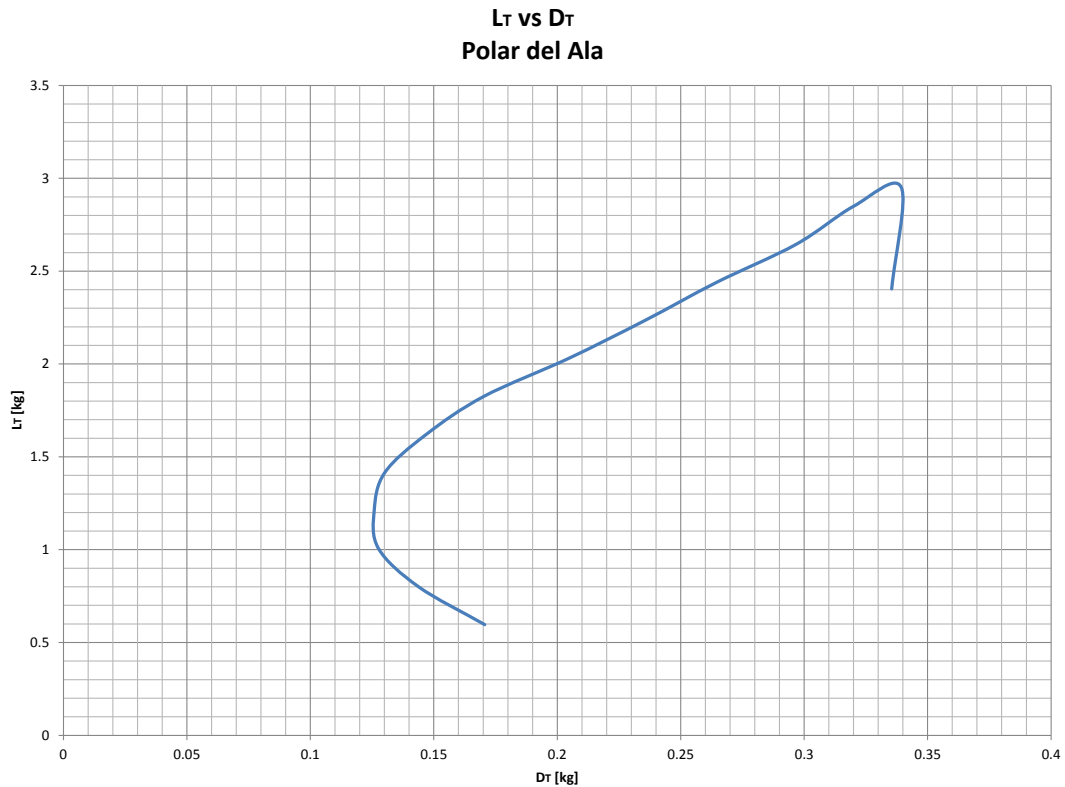


Figura 2.6: Gráfica Polar expresada en *kg*.

Como se puede apreciar en la Figura anterior, los resultados son muy aceptables, considerando que el peso total del UAV, se encontrara en un rango de los 1 a 2 *kg*. Mientras

que el UAV, puede cargar hasta un máximo de 3 kg, siendo esto antes del desplome. Las principales características del ala para este análisis se muestran en la Tabla 2.5:

Ala		
α_{ala}	0.054348	1/°
$C_{l\alpha=0}$	0.4357	
α_{0L}	-2.56562	°
$C_{lmáx}$	1.05	
$\alpha_{c_{lmáx}}$	8	°

Cuadro 2.5: Características aerodinámicas del Ala.

Para el caso de los empenajes, la configuración propuesta fue la forma convencional, ya que entre sus ventajas de diseño está el bajo peso del empenaje vertical, sin embargo, un inconveniente sería el aumento de masa en el estabilizador horizontal debido a la carga del empenaje vertical.

2.2.7. Geometría de Empenajes

En el caso del empenaje horizontal, se considera que su superficie es equivalente al 20 % de la superficie alar (S_w), de esta manera, sus propiedades geométricas se muestran en la Tabla 2.6:

Propiedad	Valor	Unidad	Propiedad	Valor	Unidades
Superficie E.H. [$S_{E.H.}$]	0.6766	ft^2	λ_H	0.66	
Alargamiento [\mathcal{R}_H]	4	$M.A.C.H$	0.5014		ft
Cuerda en punta [C_{tH}]	0.3609	ft	b_H	1.645	ft
Cuerda en raíz [C_{rH}]	0.5413	ft			

Cuadro 2.6: Propiedades Geométricas del Empenaje Horizontal.

Para determinar las condiciones dimensionales del empenaje vertical se sigue un procedimiento similar al presentado previamente. Se considera que la superficie del empenaje vertical (S_v) equivale al 16 % de la superficie alar (S_w), por lo que las propiedades geométricas del empenaje vertical se muestran en la Tabla 2.7:

Propiedad	Valor	Unidad	Propiedad	Valor	Unidades
Superficie E.V. [$S_{E.V.}$]	0.5413	ft^2	λ_V	0.5455	
Alargamiento [R_V]	2	$M.A.C.V$	0.346		ft
Cuerda en punta [C_{tV}]	0.2953	ft	b_V	1.04	ft
Cuerda en raíz [C_{rV}]	0.5413	ft			

Cuadro 2.7: Propiedades Geométricas del Empenaje Vertical.

La forma de los empenajes diseñada en **CAD** se muestra en la Figura 2.7:

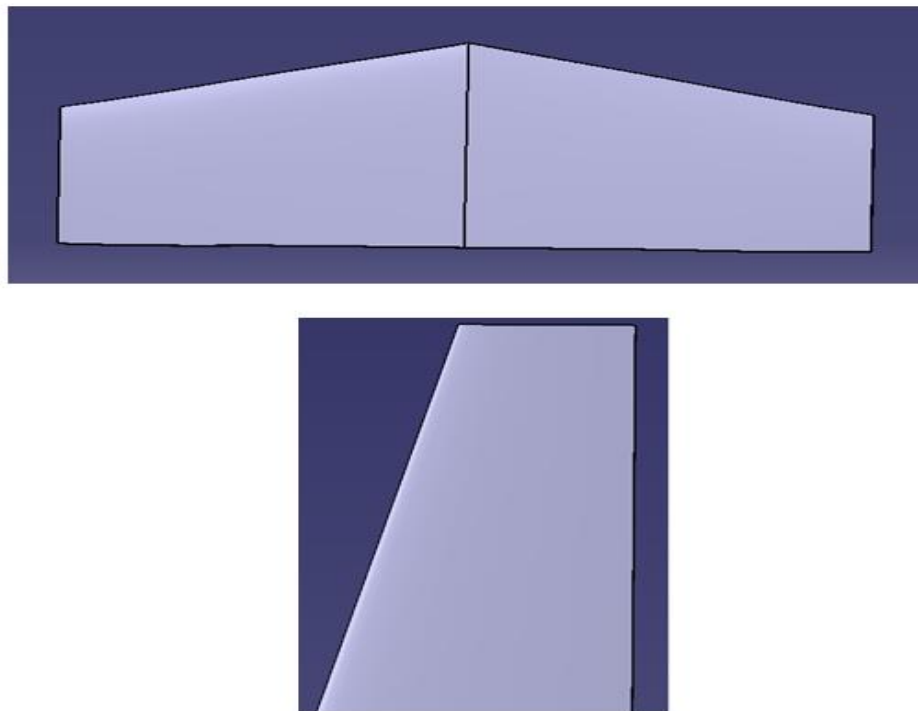


Figura 2.7: Diseño de los empenajes horizontal y vertical.

2.3. Polar del Avión

Una vez concluido el diseño de cada uno de los componentes que conforman al **UAV**, desde el punto de vista aerodinámico, se realiza el cálculo de la gráfica polar, quedando las polares del avión completo con flaps retraídos y extendidos en la Figura 2.8:

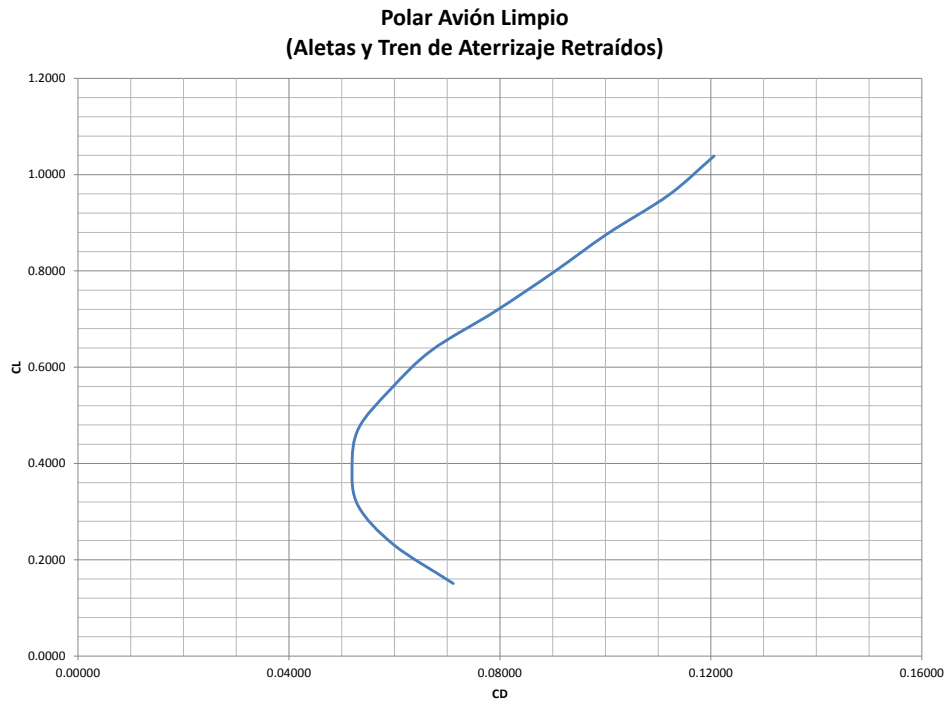


Figura 2.8: Gráfica Polar del Avión Limpio (flaps y tren de aterrizaje retraídos).

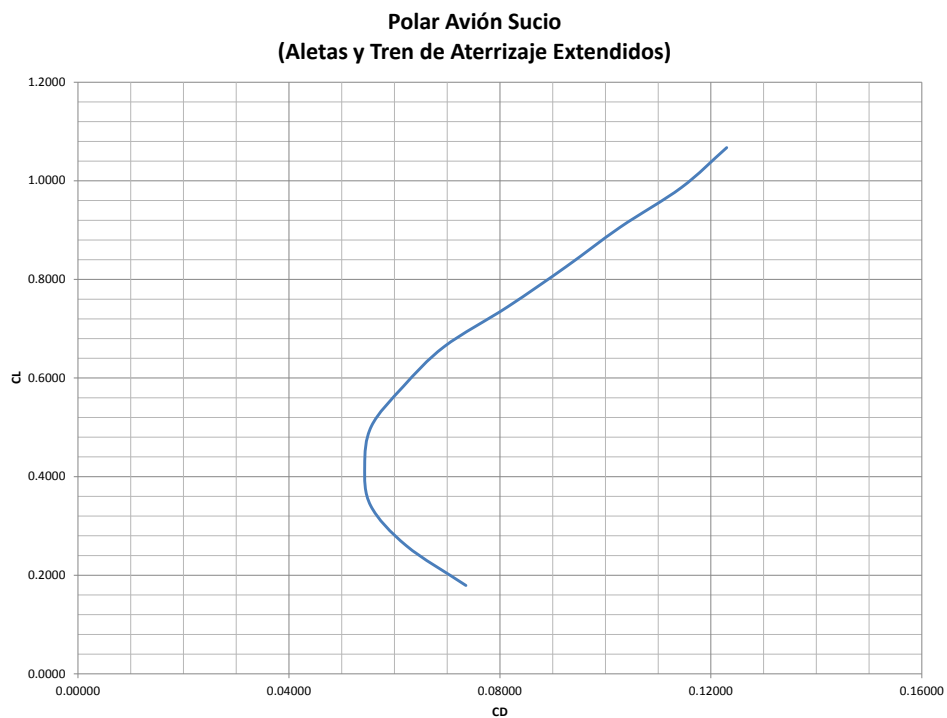


Figura 2.9: Gráfica Polar del Avión Sucio (flaps y tren de aterrizaje extendidos).

Al igual que en la gráfica polar del ala, se emplean las ecuaciones de las fuerzas aerodinámicas para obtener los resultados de sustentación y arrastre en kg , quedando las gráficas en la siguiente Figura 2.10:

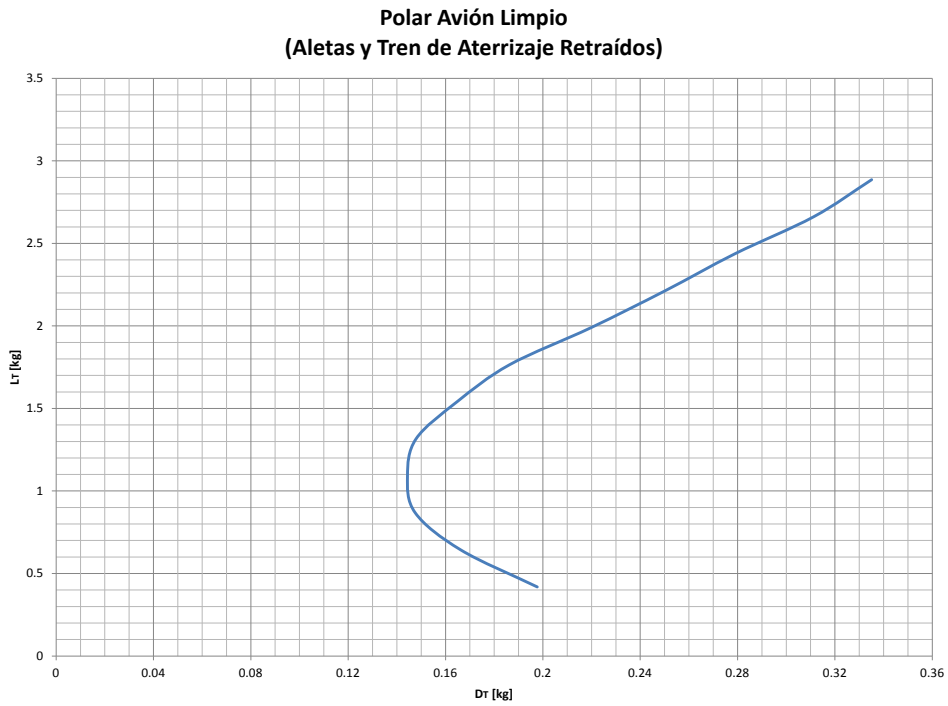


Figura 2.10: Gráfica Polar del Avión Limpio (flaps y tren de aterrizaje retraídos) en *kg*.

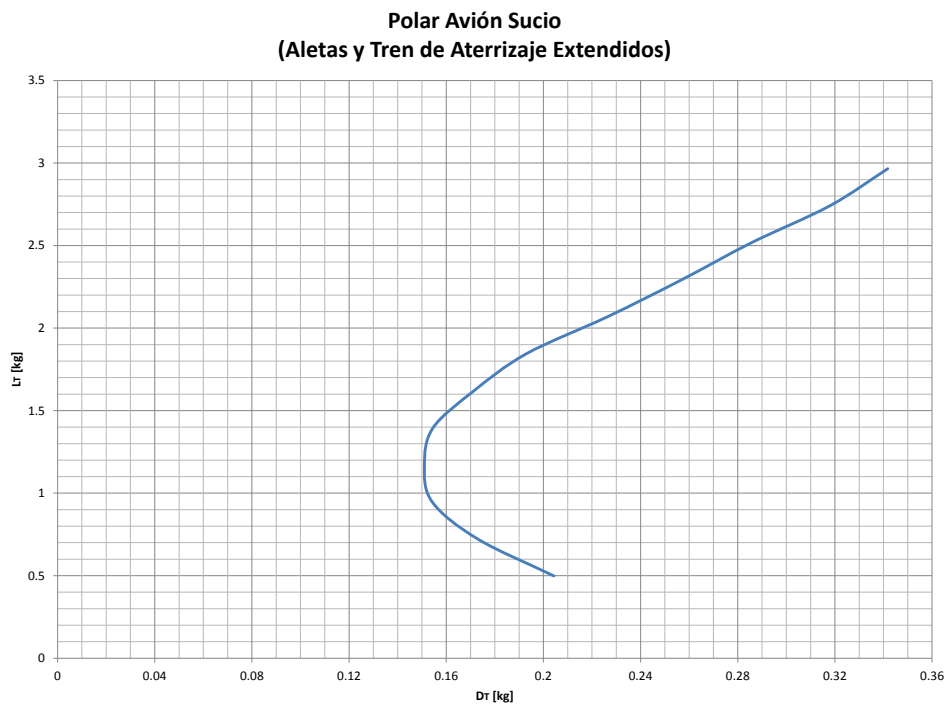


Figura 2.11: Gráfica Polar del Avión Sucio (flaps y tren de aterrizaje extendidos) en *kg*.

Como se aprecia en las figuras anteriores, los resultados son muy aceptables, al observar que la aeronave puede cargar hasta un máximo de 3 kg , siendo esto antes del desplome.

2.4. Modelo CAD

En la Figura 2.12 se presenta un modelo *CAD* del UAV, diseñado en **CATIA V5.20** Zamani (2010), el cual ha servido de apoyo durante el diseño del prototipo:

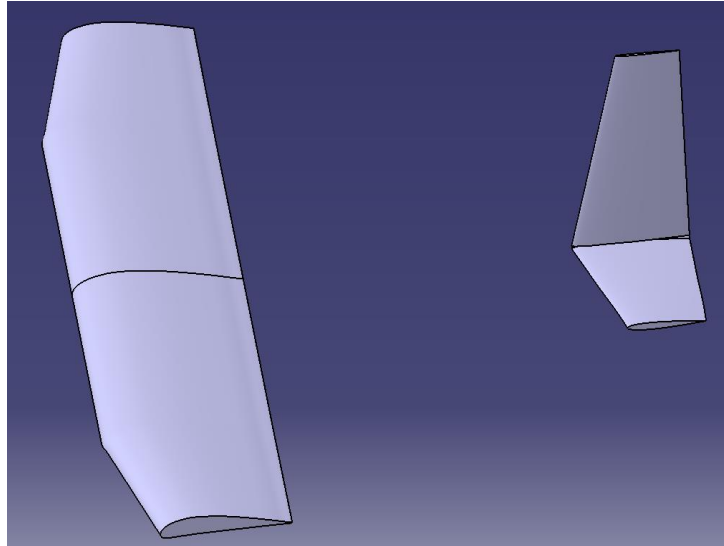


Figura 2.12: Diseño de Ala y superficies de control en **CAD**.

A partir del diseño establecido, se hizo un boceto de cómo se dispondría de los motores y el fuselaje en el UAV, sin embargo, sólo es un diseño preliminar de cómo quedaría finalmente el prototipo (ver Figura 2.13):

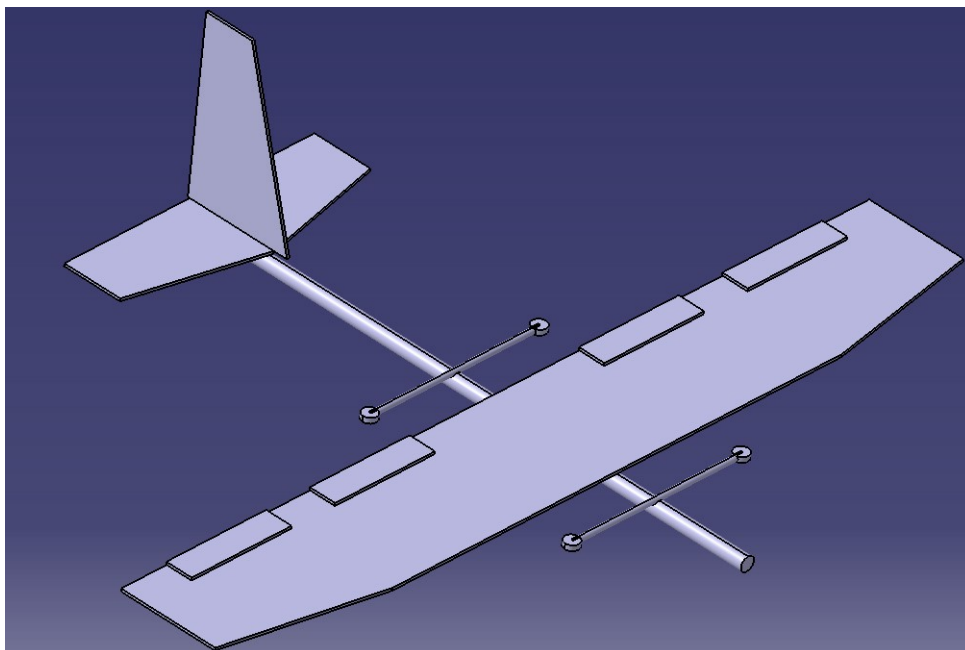


Figura 2.13: Diseño de Prototipo de Avión Híbrido en **CAD**.

El modelo mostrado sirve como una aproximación de la aeronave a realizar, el rango de peso estimado de este modelo va desde los 1,1 a 1,5 *kg*. Como referencia se puede consultar el trabajo desarrollado por Olvera Oliva (2011).

2.5. Construcción del Prototipo

El modelo en el que se basó el diseño de esta aeronave, fue el propuesto por el *Dr. Víctor José Rosas Vásquez* Rosas *et al.* (2012) llamado “*La Raie Manta*” mostrado en la Figura 2.14:



Figura 2.14: Prototipo de UAV convertible “*La Raie Manta*”.

Sin embargo, se modificaron ciertos parámetros y en vez de utilizar madera balsa para fabricar los perfiles del UAV se optó por elegir *cellfoam* por ser ligero y fácil de manejar para modelos de aeromodelismo. Se mandaron imprimir con láser los perfiles y posteriormente se unieron mediante tubos de fibra de carbono para darles mayor sujeción, finalmente se forraron de *monocote* para simular la piel de las superficies indicadas, como se muestra en la Figura 2.15:



Figura 2.15: Superficies aerodinámicas del UAV híbrido elaborado.

En la Figura 2.16 se ensamblaron las superficies del avión con las partes que se fabricaron del *cuadricóptero* y las barquillas de los motores a través de la impresora **CubeX 3D printer cub**, de tal forma que se asemejara al diseño conceptual escogido:

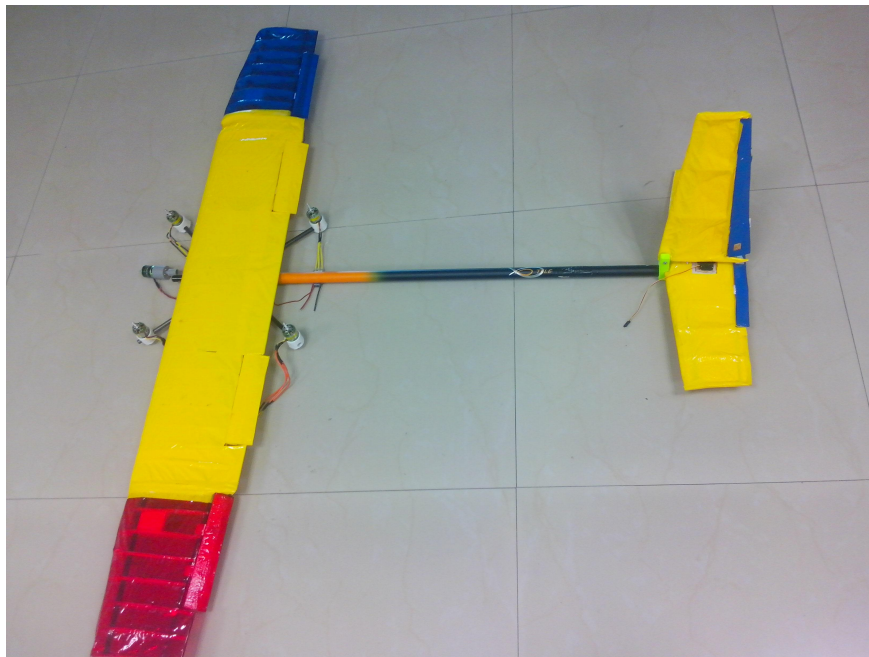


Figura 2.16: Avión Híbrido desarrollado como plataforma experimental.

A pesar de haber calculado las superficies sustentadoras del prototipo, el material era muy ligero y se optó por un segundo diseño, al ensamblar el *frame* o montura de un cuadricóptero y un avión fabricado en balsa, para después hacer una adaptación del

mismo y asemejarlo al diseño previamente establecido y calculado, como se muestra en la Figura 2.17:



Figura 2.17: Prototipo del Avión Híbrido ensamblado.

2.6. Conclusiones

En este capítulo se consideraron criterios de diseño aerodinámico mediante la implementación de las ecuaciones clásicas de la aerodinámica para el dimensionado de cada una de las superficies sustentadoras del prototipo de **UAV** híbrido, tomadas del modelo conceptual desarrollado y elegido previamente en el apéndice ???. Se implementó una metodología de diseño propuesta, a través de la cual los avances preliminares continuaban depurándose hasta alcanzar los resultados más óptimos, considerando durante todo el proceso de diseño al modelo conceptual seleccionado, los criterios de diseño y los parámetros de vuelo propuestos.

Al final se dio entrega de los coeficiente aerodinámicos del **UAV**; a través de los cuales se construyó la llamada *gráfica polar*. Todos los cálculos fueron hechos para un $Re = 5 \times 10^4$ y empleando los criterios de diseño, se elaboraron los componentes del **UAV** en software de **CAD**.

Modelo Matemático de la Aeronave

En este capítulo se presenta el desarrollo del modelo matemático del vehículo aéreo híbrido, que se obtuvo mediante el uso de ecuaciones de *Newton-Euler*, considerando los efectos aerodinámicos del aeronave durante las etapas de helicóptero y aeronave convencional, así como la transición de los mismos, además de las condiciones realizadas para simplificar el estudio del modelo.

3.1. Modelo Matemático

Con tal de realizar la estimación de parámetros aerodinámicos de una aeronave, es necesario desarrollar herramientas matemáticas que permitan describir a la aeronave en forma aproximada. Por lo que primero se van a establecer los sistemas de referencia necesarios para la obtención de las ecuaciones cinemáticas y dinámicas que describen el movimiento de la aeronave.

La aeronave cuenta con cinco motores contra-rotativos sin escobillas, con cuatro superficies de control aerodinámicas, para controlar los movimientos de alabeo (*roll*), cabeceo (*pitch*) y guiñada (*yaw*) del aeronave, mientras cuatro de los motores regulan el levantamiento de la aeronave, un quinto motor proporciona el empuje (*thrust*) al vehículo.

La contribución principal de este capítulo se centra en el modelo y control de la aeronave híbrida, cuyo principal objetivo es que puede operar en vuelo estacionario como un helicóptero y de forma horizontal durante la etapa de crucero.

3.1.1. Marcos Referenciales

Se consideran los siguientes marcos de referencia necesarios en el estudio del movimiento de la aeronave Alcocer Márquez (2013) Brezoescu (2013), se utiliza la convención de la mano derecha y tienen ejes ortogonales entre sí:

- **Marco Inercial fijo en la Tierra o Ejes Tierra**

Su origen es un punto arbitrario en la superficie de la Tierra, con el eje O_{X^e} positivo apuntando al norte geográfico, al eje O_{Y^e} positivo apuntando hacia el este y el eje O_{Z^e} apuntando hacia el centro de la Tierra. Este sistema se considera fijo en la Tierra, y para fines prácticos, se considera un sistema de referencia inercial. A este sistema también se le denomina Norte-Este-Abajo (**NED**). En la Figura 3.1 se muestra este sistema.

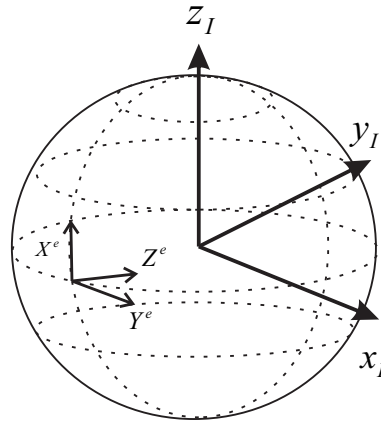


Figura 3.1: Ejes Tierra.

Una variación de este sistema y es el que se va a utilizar para esta dinámica es el Centrado en Tierra Fijo en Tierra $\mathcal{I} = \{x_I, y_I, z_I\}$ (del inglés Earth Centered Earth Fixed (**ECEF**)), el cual tiene por origen el centro de masa de la Tierra. El eje z_I

se alinea con el eje de rotación de la Tierra, su dirección es positiva hacia el norte, el eje x_I intersecta el globo en 0° latitud, 0° longitud. Al ser un sistema de mano derecha el eje y_I se alinea automáticamente.

- **Marco Fijo en el c.g. de la Aeronave o Ejes Cuerpo**

Este marco se encuentra fijo en la aeronave y tiene por origen el centro de gravedad (**c.g.**) de la aeronave $\mathcal{B} = \{x_B, y_B, z_B\}$, con el eje x_B positivo apuntando hacia la nariz de la aeronave, el eje y_B positivo apuntando hacia la semi-ala derecha y el eje z_B positivo hacia la parte inferior de la aeronave, se considera que el plano $x_B z_B$ es un plano de simetría de la aeronave. La Figura 3.2 muestra este marco:

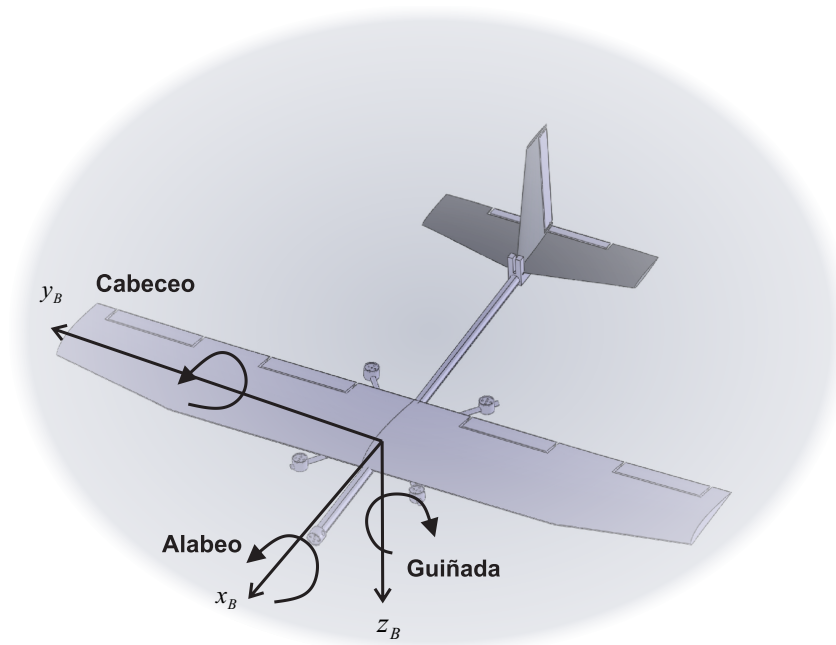


Figura 3.2: Ejes Cuerpo.

- **Marco respecto al c.a. de la Aeronave o Ejes Viento**

Este marco referencial tiene por origen el centro aerodinámico (**c.a.**) de la aeronave, con el eje x_W positivo alineado con el vector de velocidad del viento relativo, el eje z_W apunta siempre hacia abajo y el eje y_W se alinea de forma automática. Debido a lo anterior, la orientación de este marco cambia constantemente respecto a la aeronave, dependiendo de \mathbf{V} la velocidad del viento relativo de la aeronave, α el

ángulo de ataque y β el ángulo de derrape. En la Figura 3.3 se muestra este sistema, en la cual se ha considerado que el **c.g.** y el **c.a.** coinciden.

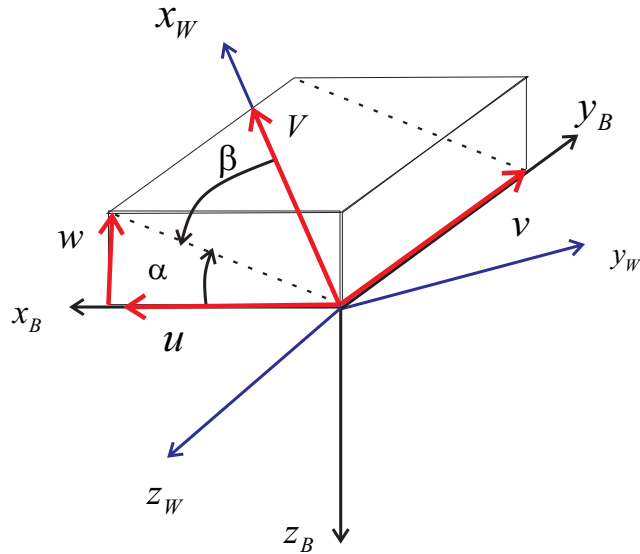


Figura 3.3: Ejes Viento.

Ya que el **c.g.** y el **c.a.** yacen en el mismo plano $x_B z_B$, la distancia entre estos dos puntos está descrita por $\hat{r} = r_{c.a.} - r_{c.g.} = [l_{c.a.x}, 0, l_{c.a.z}]^T$, lo anterior se muestra en la Figura 3.4 . Entonces para estudiar el movimiento de la aeronave, se debe considerar que este desplazamiento genera la aparición de momentos.

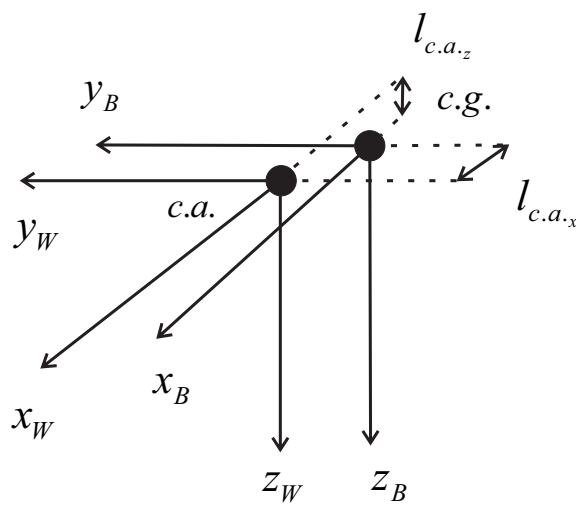


Figura 3.4: Desplazamiento del centro aerodinámico.

3.1.2. Ecuaciones Cinemáticas de la Aeronave

Ya establecidos los marcos de referencia que se van a utilizar con la aeronave, se procede a obtener su dinámica. Se supone que las coordenadas generalizadas de la aeronave están dadas como $\mathbf{q} = \{x, y, z, \psi, \theta, \phi\} \in \mathbb{R}^6$, donde $\boldsymbol{\xi} = (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3$ representa las coordenadas de traslación relativas al marco inercial, y $\boldsymbol{\eta} = (\psi, \theta, \phi)^T \in \mathbb{R}^3$ describe el vector de los tres ángulos de Euler con rotaciones alrededor de los ejes z, y, x . Donde ψ, θ , y ϕ son conocidos como los ángulos de guiñada, cabeceo y alabeo (*yaw, pitch* y *roll*) respectivamente. Espinoza *et al.* (2013) Stevens & Lewis (2003)

Se considera el vector de posición $\mathbf{r}_{c.g.}$ que representa la distancia entre el origen del marco inercial \mathcal{I} y el c.g. de la aeronave, el cual define las coordenadas de traslación mencionadas anteriormente:

$$\mathbf{r}_{c.g.} = \begin{pmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

donde la dependencia de $r_{c.g.}$ respecto al tiempo t , se ha omitido para simplificar la rotación. Ahora, si se deriva $r_{c.g.}$ respecto a t , se obtiene:

$$\mathbf{V}_{c.g.}^I = \dot{\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{z}_I \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

donde $\dot{\mathbf{r}}_{c.g.}$ indica la primera derivada de $r_{c.g.}$ respecto de t y $V_{c.g.}^I$ es la velocidad del c.g. de la aeronave en el marco inercial. La orientación de los ejes cuerpo y la velocidad representada en ejes Tierra está dada por (Figura 3.5):

$$\mathbf{V}_{c.g.}^B = \mathbf{R}_B^I \mathbf{V}_{c.g.}^I \quad (3.3)$$

con $\mathbf{V}_{c.g.}^B = (u, v, w)^T \in \mathbb{R}^3$ y $\boldsymbol{\Omega} = (p, q, r)^T \in \mathbb{R}^3$ es la velocidad angular en el marco del cuerpo.

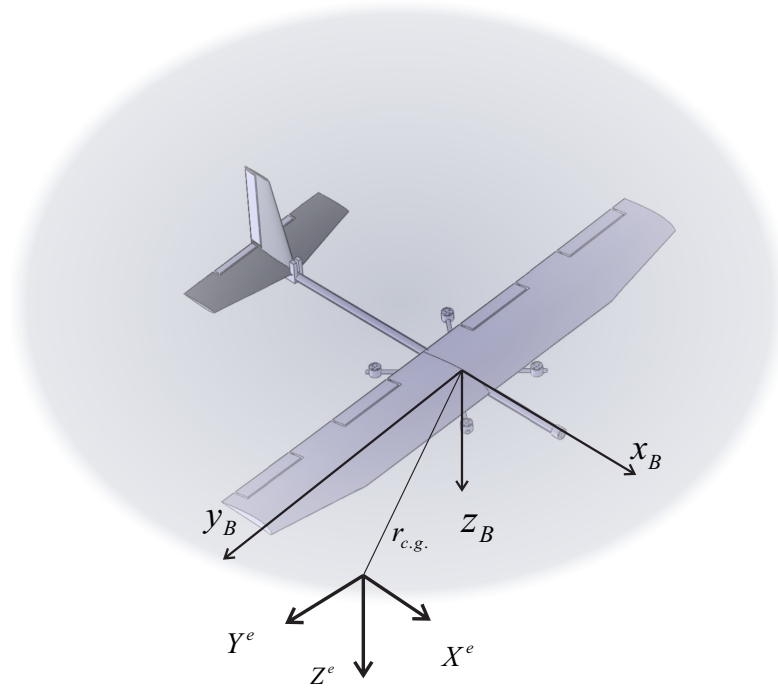


Figura 3.5: Orientación de ejes cuerpo, respecto a los ejes Tierra.

3.1.3. Ecuaciones Dinámicas de la Aeronave

Dado que la aeronave de este proyecto se modela como un cuerpo rígido, el modelo matemático que aquí se expone, es válido para cualquier configuración. La única condición es considerar los vectores de posición de cada una de las fuerzas y momentos que intervienen dentro del modelo. También se considera que la velocidad del viento en el marco inercial es nula $\mathbf{V}_W^I = 0$, por lo tanto:

$$\mathbf{V}_A^B = \mathbf{V}_{c.g.}^B \quad (3.4)$$

Las ecuaciones que describen el movimiento de un cuerpo rígido están dadas por: Espinoza *et al.* (2013) García Salazar (2009)

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\xi}} &= \mathbf{V}_{c.g.}^B \\ m\dot{\mathbf{V}}_{c.g.}^B &= \mathbf{R}\mathbf{F}_E^B \\ \dot{\mathbf{R}} &= \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\Omega}} \\ \mathcal{I}\dot{\boldsymbol{\Omega}} &= -\boldsymbol{\Omega} \times \mathcal{I}\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Gamma}_E^B \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde m es la masa del objeto rígido, $\dot{\mathbf{V}}_{c.g.}^B$ es la velocidad del c.g. en el marco del cuerpo,

$\boldsymbol{\Omega}$ es la velocidad angular, $\mathcal{I} \in \mathbb{R}^3$ representa la matriz de inercia constante (expresada en el marco del cuerpo \mathbb{B}), $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$ es una matriz anti-simétrica, tal que $\hat{\boldsymbol{\Omega}}\mathbf{a} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{a}$, \mathbf{F}_E^B representa las fuerzas aplicadas y $\boldsymbol{\Gamma}_E^B$ los momentos aplicados. La forma de la matriz de inercia es:

$$\mathcal{I} = \begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Se considera que la aeronave posee simetría respecto al eje z , por lo que se tiene:

$$\mathcal{I} = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Las fuerzas y momentos aplicados puede expresarse matemáticamente como:

$$\mathbf{F}_E^B = F_A^B + F_T^B + F_G^B \quad (3.8)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_E^B = \boldsymbol{\Gamma}_A^B + \boldsymbol{\Gamma}_T^B + \boldsymbol{\Gamma}_D^B + \boldsymbol{\Gamma}_{Gyro}^B$$

cuyo subíndice indica la naturaleza de la variable: **A** para aerodinámica, **T** para propulsiva, **D** de arrastre, **G** para gravitacional y **Gyro** giroscópicos. Las fuerzas y momentos aerodinámicos, expresados en ejes cuerpo, están dados por:

$$\mathbf{F}_A^B = \begin{pmatrix} X \\ \bar{Y} \\ Z \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Gamma}_A^B = \begin{pmatrix} \bar{L}^B \\ M^B \\ N^B \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

donde X, \bar{Y}, Z son las fuerzas aerodinámicas y \bar{L}^B, M^B, N^B los momentos aerodinámicos que actúan en los ejes cuerpo.

3.1.4. Ecuaciones de Movimiento

La forma escalar de las ecuaciones que describen la dinámica de una aeronave, en el marco del cuerpo, están dadas por las Ecuaciones 3.10: Bertin & Smith (1989) Fossen (2011) McCormick *et al.* (1995)

$$\begin{aligned}
 \dot{u} &= \frac{X + T \cos \epsilon}{m} + rv - qw - g \sin \theta \\
 \dot{v} &= \frac{\bar{Y}}{m} + pw - ru + g \sin \phi \cos \theta \\
 \dot{w} &= \frac{Z - T \sin \epsilon}{m} + qu - pv + g \cos \phi \cos \theta \\
 \dot{p} &= \frac{I_{zz} \bar{L}^B + I_{xz} N^B - \{I_{xz} (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) p + [I_{xz}^2 + I_{zz} (I_{zz} - I_{yy})] r\} q}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \\
 \dot{q} &= \frac{M^B - (I_{xx} - I_{zz}) pr - I_{xz} (p^2 - r^2) + T (l_{T_x} \sin \epsilon + l_{T_z} \cos \epsilon)}{I_{yy}} \\
 \dot{r} &= \frac{I_{xx} N^B + I_{xz} \bar{L}^B - \{I_{xz} (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) r + [I_{xz}^2 + I_{xx} (I_{xx} - I_{yy})] p\} q}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Para obtener las ecuaciones anteriores respecto al marco del viento, se deben de derivar las Ecuaciones 3.54 respecto al tiempo, es decir:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \frac{\dot{u}u + \dot{v}v + \dot{w}w}{V} \\
 \dot{\alpha} &= \frac{\dot{w}u - \dot{u}w}{u^2 + w^2} \\
 \dot{\beta} &= \frac{\dot{v}V - v\dot{V}}{V^2 \cos \beta}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Por lo que al sustituir la Ecuación 3.10 en la Ecuación 3.11 se obtienen las ecuaciones

en el marco del viento. Además se considera que (Ecuación 3.12):

$$F_A^B = -R_B^W F_A^W \quad (3.12)$$

donde $F_A^W = [D, Y, L]^T$, en la Figura 3.12 se muestra esta relación. Entonces la expresión matemática de F_A^W es:

$$F_A^W = -R_W^B F_A^B \quad (3.13)$$

Expandiendo la Ecuación 3.13 en forma escalar:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= -X \cos \alpha \cos \beta - \bar{Y} \sin \alpha - Z \sin \alpha \cos \beta \\ \mathbf{Y} &= X \cos \alpha \sin \beta - \bar{Y} \cos \beta + Z \sin \alpha \sin \beta \\ \mathbf{L} &= X \sin \alpha - Z \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.14)$$

Para el caso de M_A^W se tiene en cuenta que el **c.g.** y el **c.a.** no coinciden, por lo que:

$$M_A^W = M_A^B - (\Omega \times F_A^B) \hat{r} \quad (3.15)$$

En la Figura 3.12 se muestra esta relación.

La expansión en forma escalar de la Ecuación 3.15 es:

$$\begin{aligned}
\mathbf{L}^W &= \bar{L}^B + l_{c.a.z} (D \sin \alpha + Y \cos \beta) \\
\mathbf{M}^W &= M^B + l_{c.a.x} (D \sin \alpha \cos \beta - Y \sin \alpha \sin \beta + L \cos \alpha) \\
&\quad + l_{c.a.z} (-D \cos \alpha \cos \beta + Y \cos \alpha \sin \beta + L \sin \alpha)
\end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\mathbf{N}^W = M^B - l_{c.a.x} (D \sin \alpha + Y \cos \beta)$$

Por lo que las ecuaciones dinámicas en el marco del viento son: Araujo Estrada *et al.* (2010) Blakelock (1991)

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= g (\sin \beta \cos \theta \sin \phi - \cos \alpha \cos \beta \sin \theta + \sin \alpha \cos \beta \cos \theta \cos \phi) + \frac{T \cos \beta \cos (\alpha - \epsilon) - D}{m} \\
\dot{\alpha} &= \frac{mg (\cos \alpha \cos \theta \cos \phi + \sin \alpha \sin \theta) - mV \sin \beta (r \sin \alpha + p \cos \alpha) + mV q \cos \beta}{mV \cos \beta} \\
\dot{\beta} &= \frac{g (\cos \beta \cos \theta \sin \phi + \sin \beta \cos \alpha \sin \theta - \sin \alpha \sin \beta \cos \theta \cos \phi)}{V} \\
&\quad + \frac{mV (p \sin \alpha + r \cos \alpha) - T \sin \beta \cos (\alpha - \epsilon) - Y}{mV} \\
\dot{p} &= \frac{I_{zz} \bar{L}^W + I_{xz} N^W - \{I_{xz} (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) p + [I_{xz}^2 + I_{zz} (I_{zz} - I_{yy})] r\} q}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \\
\dot{q} &= \frac{M^W - (I_{xx} - I_{zz}) pr - I_{xz} (p^2 - r^2) + T (l_{T_x} \sin \epsilon + l_{T_z} \cos \epsilon)}{I_{yy}} \\
\dot{r} &= \frac{I_{xx} N^W + I_{xz} \bar{L}^W - \{I_{xz} (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) r + [I_{xz}^2 + I_{xx} (I_{xx} - I_{yy})] p\} q}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2}
\end{aligned} \tag{3.17}$$

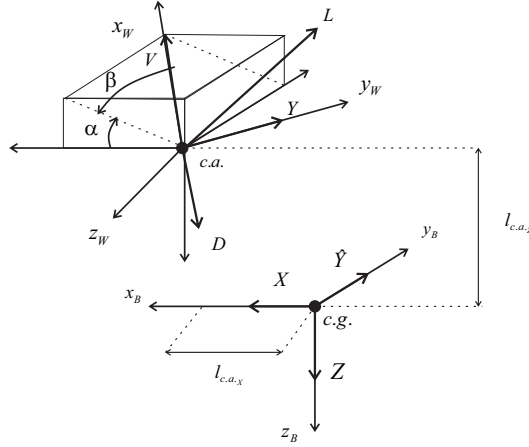


Figura 3.6: Fuerzas que actúan en la Aeronave.

Debido a las características de los perfiles de misión de las aeronaves, es común separar el movimiento de las aeronaves en dos: la dinámica longitudinal y la dinámica lateral. Ambos casos se presentan a continuación: Araujo Estrada *et al.* (2010) Espinoza *et al.* (2013)

3.1.4.1. Modelo matemático Longitudinal

Este modelo representa los movimientos que se desarrollan en el plano $x_B y_B$, por lo que se considera que $v = 0$, $\beta = 0$, $\phi = 0$, $\psi = 0$, $p = 0$ y $r = 0$, por lo tanto a partir de las Ecuaciones 3.10 y 3.85 se tiene:

$$\begin{aligned}
 \dot{u} &= \frac{X + T \cos \epsilon}{m} - qw - g \sin \theta \\
 \dot{w} &= \frac{Z + T \sin \epsilon}{m} + qu + g \cos \theta \\
 \dot{q} &= \frac{M^B + T (l_{T_x} \sin \epsilon + l_{T_z} \cos \epsilon)}{I_{yy}} \\
 \dot{\theta} &= q
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

La representación de este modelo en el marco del viento está dada por:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \frac{T \cos(\alpha - \epsilon) - D}{m} - g \sin(\alpha - \theta) \\
\dot{\alpha} &= \frac{-T \sin(\alpha - \epsilon) - L + mVq + mg \cos(\theta - \alpha)}{mV} \\
\dot{q} &= \frac{M^W + T(l_{T_x} \sin \epsilon + l_{T_z} \cos \epsilon)}{I_{yy}} \\
\dot{\theta} &= q
\end{aligned} \tag{3.19}$$

3.1.4.2. Modelo matemático Lateral

De la misma forma se consideran las Ecuaciones 3.10 y 3.85, y que $u = \text{cte.}$, $\alpha = \text{cte.}$, $\theta = \dot{\theta} = \text{cte.}$ y $q = 0$, así se tiene:

$$\begin{aligned}
\dot{v} &= \frac{Y}{m} + p\bar{w} - r\bar{u} + g \sin \phi \cos \bar{\theta} \\
\dot{p} &= \frac{I_{zz} \bar{L}^B + I_{xz} N^B}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \\
\dot{r} &= \frac{I_{zz} N^B + I_{xz} \bar{L}^B}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \\
\dot{\phi} &= p + r \tan \bar{\theta} \cos \phi \\
\dot{\psi} &= \frac{r \cos \phi}{\cos \bar{\theta}}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Expresándolas en el marco del viento, se tiene:

$$\begin{aligned}
\dot{\beta} &= \frac{g (\cos\beta\cos\bar{\theta}\sin\bar{\phi} + \sin\beta\cos\bar{\alpha}\sin\bar{\theta} - \sin\bar{\alpha}\sin\beta\cos\bar{\theta}\cos\phi)}{\bar{V}} \\
&\quad + \frac{m\bar{V} (p\sin\bar{\alpha} - r\cos\bar{\alpha}) - T\sin\beta\cos(\bar{\alpha} - \epsilon) - Y}{m\bar{V}} \\
\dot{p} &= \frac{I_{zz}\bar{L}^W + I_{xz}N^W}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\
\dot{r} &= \frac{I_{zz}N^W + I_{xz}\bar{L}^W}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\
\dot{\phi} &= p + r\tan\bar{\theta}\cos\phi \\
\dot{\psi} &= \frac{r\cos\phi}{\cos\bar{\theta}}
\end{aligned} \tag{3.21}$$

3.1.4.3. Modelo matemático Planta Motriz

Existe un método para calcular el empuje entregado por la planta motriz, debido a que es una entrada del sistema y que se debe medir, además de que el empuje influye directamente en las ecuaciones de movimiento. De tal manera que se describe como: Araujo Estrada *et al.* (2010)

$$T = \frac{\rho(h)}{\rho_0} \delta_{th} T_0 - T_V V \tag{3.22}$$

donde $\rho(h)$ es la densidad del aire a una determinada altitud de vuelo h , ρ_0 es la densidad del aire a nivel medio del mar en condiciones ISA, $\delta_{th} \in [0, 1]$ es la posición del acelerador, T_0 empuje máximo estático a N.M.M., T_V es la constante de proporcionalidad del empuje respecto a la velocidad de vuelo V .

Se puede obtener un modelo simplificado de la variación de empuje, considerando que es independiente a la velocidad de vuelo, por lo que queda:

$$T = \frac{\rho(h)}{\rho_0} \delta_{th} T_0 \quad (3.23)$$

Que es válido sólo para variaciones pequeñas de la velocidad respecto al punto de operación.

3.1.4.4. Reacciones Aerodinámicas

Las reacciones aerodinámicas son funciones complejas que surgen de la interacción de la aeronave con la atmósfera, dependen tanto de los parámetros del aire como de las variables dinámicas mencionadas anteriormente. La dependencia de dichas reacciones está en función del marco de referencia en el que se analicen, pero tienen la siguiente forma:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_F \quad (3.24)$$

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2} \rho V^2 S l C_M$$

donde S es la superficie alar de la aeronave, l es una longitud característica, C_F y C_M son coeficientes adimensionales. Por lo tanto, las fuerzas aerodinámicas expresadas en el marco del cuerpo están dadas por:

$$\mathbf{X} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_X$$

$$\bar{\mathbf{Y}} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{\bar{Y}} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_Z$$

y los momentos aerodinámicos:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{L}}^B &= \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_{\bar{L}} \\ \mathbf{M}^B &= \frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c} C_M\end{aligned}\tag{3.26}$$

$$\mathbf{N}^B = \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_N$$

donde b es la envergadura de la aeronave y \bar{c} es la cuerda media aerodinámica. Por su parte las fuerzas aerodinámicas, expresadas en el marco del viento están dadas por:

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D \\ \mathbf{Y} &= \frac{1}{2}\rho V^2 S C_Y\end{aligned}\tag{3.27}$$

$$\mathbf{L} = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L$$

y los momentos aerodinámicos:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{L}}^W &= \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_{\bar{L}} \\ \mathbf{M}^W &= \frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c} C_M\end{aligned}\tag{3.28}$$

$$\mathbf{N}^W = \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_N$$

Los coeficientes aerodinámicos expresados en el marco del viento se representan como:

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_D &= C_D(C_L) + \Delta C_D(\delta_e) + \Delta C_D(\beta) + \Delta C_D(\bar{M}) + \dots \\
\mathbf{C}_L &= C_L(\alpha, T) + \Delta C_D(\delta_e) + \Delta C_D(\bar{M}) + \Delta C_{L_{ST}} + \dots \\
\mathbf{C}_Y &= C_Y(\beta) + \Delta C_Y(\delta_r) + \dots \\
\mathbf{C}_{\bar{L}} &= C_{\bar{L}}(\beta) + \Delta C_{\bar{L}}(\delta_t) + \Delta C_{\bar{L}}(\delta_r) + \frac{b}{2V} [C_{\bar{L}_p} p + C_{\bar{L}_r} r] + \dots \\
\mathbf{C}_M &= C_M(C_L, T) + \Delta C_M(\delta_e) + \Delta C_{M_{ST}}(\alpha, T) \\
&\quad + \Delta C_{M_{ST}}(\bar{M}) + \frac{\bar{c}}{2V} [C_{M_q} q + C_{M_{\dot{\alpha}}} \dot{\alpha}] + \frac{x_R C_L}{\bar{c}} + \dots \\
\mathbf{C}_N &= C_N(\beta) + \Delta C_N(\delta_r) + \Delta C_N(\delta_t) + \frac{b}{2V_T} [C_{N_p} p + C_{N_r} r] + \dots
\end{aligned} \tag{3.29}$$

donde \bar{M} representa el número de Mach, δ_e representa la deflexión del elevador, δ_r representa la deflexión del timón de dirección y δ_t representa la deflexión de los alerones. Los coeficientes que son parte de la expansión de C_D , C_Y , C_L , $C_{\bar{L}}$, C_M y C_N se consideran constantes.

De forma convencional, la forma matemática de C_D , C_L y C_M es:

$$\mathbf{C}_D = C_{D_0} + C_{D_2}\alpha^2$$

$$\mathbf{C}_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha \quad (3.30)$$

$$\mathbf{C}_M = C_{M_0} + C_{M_\alpha}\alpha$$

donde C_{D_0} , C_{L_0} y C_{M_0} son los coeficientes de resistencia al avance, levantamiento y momento aerodinámico cuando $\alpha = 0$ respectivamente, C_{D_2} es el coeficiente de resistencia al avance relacionado a α^2 , C_{L_α} es la pendiente de la curva de levantamiento y por último C_{M_α} es la pendiente de la curva del momento aerodinámico. Estas expresiones son usadas normalmente en el diseño y análisis de desempeño de aeronaves. Araujo Estrada *et al.* (2010) Etkin & Reid (1996)

Para la estimación de parámetros, la expansión de los coeficientes de fuerza aerodinámicos convencional, expresados en el marco del cuerpo es:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_X &= C_{X_0} + C_{X_u} \frac{u}{u_0} + C_{X_w} \frac{w}{w_0} + C_{X_q} \frac{q\bar{c}}{2u_0} + C_{X_{\delta_e}} \delta_e \\ \mathbf{C}_Y &= C_{Y_v} \frac{v}{v_0} + C_{Y_p} \frac{pb}{2v_0} + C_{Y_r} \frac{rb}{2v_0} + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r + C_{Y_{\delta_t}} \delta_t \\ \mathbf{C}_Z &= C_{Z_0} + C_{Z_u} \frac{u}{u_0} + C_{Z_w} \frac{w}{w_0} + C_{Z_q} \frac{q\bar{c}}{2u_0} + C_{Z_{\delta_e}} \delta_e \end{aligned} \quad (3.31)$$

y los coeficientes de momento:

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{\bar{L}} &= C_{\bar{L}_v} \frac{v}{v_0} + C_{\bar{L}_p} \frac{pb}{2v_0} + C_{\bar{L}_r} \frac{rb}{2v_0} + C_{\bar{L}_{\delta_r}} \delta_r + C_{\bar{L}_{\delta_t}} \delta_t \\
\mathbf{C}_M &= C_{M_0} + C_{M_u} \frac{u}{u_0} + C_{M_w} \frac{w}{w_0} + C_{M_q} \frac{q\bar{c}}{2u_0} + C_{M_{\delta_e}} \delta_e \\
\mathbf{C}_N &= C_{N_v} \frac{v}{v_0} + C_{N_p} \frac{pb}{2V_0} + C_{N_r} \frac{rb}{2V_0} + C_{N_{\delta_r}} \delta_r + C_{N_{\delta_t}} \delta_t
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Por otro lado, la expansión de los coeficientes expresados en marco del viento es:

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_D &= C_{D_0} + C_{D_V} \frac{V}{V_0} + C_{D_\alpha} \alpha + C_{D_q} \frac{q\bar{c}}{2V_0} + C_{D_{\delta_e}} \delta_e \\
\mathbf{C}_Y &= C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_p} \frac{pb}{2V_0} + C_{Y_r} \frac{rb}{2V_0} + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r + C_{Y_{\delta_t}} \delta_t \\
\mathbf{C}_L &= C_{L_0} + C_{L_V} \frac{V}{V_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_q} \frac{q\bar{c}}{2V_0} + C_{L_{\delta_e}} \delta_e
\end{aligned} \tag{3.33}$$

y los coeficientes de momento:

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{\bar{L}} &= C_{\bar{L}_\beta} \beta + C_{\bar{L}_p} \frac{pb}{2V_0} + C_{\bar{L}_r} \frac{rb}{2V_0} + C_{\bar{L}_{\delta_r}} \delta_r + C_{\bar{L}_{\delta_t}} \delta_t \\
\mathbf{C}_M &= C_{M_0} + C_{M_V} \frac{V}{V_0} + C_{M_\alpha} \alpha + C_{M_q} \frac{q\bar{c}}{2V_0} + C_{M_{\delta_e}} \delta_e \\
\mathbf{C}_N &= C_{N_\beta} \beta + C_{N_p} \frac{pb}{2V_0} + C_{N_r} \frac{rb}{2V_0} + C_{N_{\delta_r}} \delta_r + C_{N_{\delta_t}} \delta_t
\end{aligned} \tag{3.34}$$

3.2. Modo Vertical

La orientación del cuerpo rígido está dada por la matriz R_B^I , la cual es modelada utilizando los ángulos de Euler en el orden $z - y - x$. Así, para pasar del marco inercial \mathcal{I} al marco del cuerpo \mathcal{B} , primero se debe rotar alrededor de z_1 un ángulo ψ (*yaw*). Después, se rota un ángulo θ (*pitch*) alrededor del eje y_1 y finalmente, se hace una tercera rotación de un ángulo ϕ (*roll*) alrededor del nuevo eje de x_2 : Espinoza *et al.* (2013)

3.2.1. Matrices de Rotación (Convención ZYX)

Las matrices utilizadas para pasar del marco del cuerpo al marco local inercial son: García Salazar (2009)

- Girando sobre el eje x_2 :

$$R^\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

- Para girar sobre el eje y_1 :

$$R^\theta = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

- Para girar sobre el eje z_1 :

$$R^\psi = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Por lo que la matriz de rotación ortogonal R_B^I que lleva del marco del cuerpo al marco local inercial está dada por:

$$\begin{bmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{bmatrix} = R^\psi R^\theta R^\phi \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Quedando \mathbf{R} representada por:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Donde $c_x = \cos(x)$ y $s_x = \sin(x)$. Dichos movimientos angulares se representan en la Figura 3.2.

Por otro lado, definiendo la velocidad angular $\boldsymbol{\Omega}$ en el marco del cuerpo, ésta última se relaciona con la velocidad de cambio de los ángulos de Euler, como sigue: Fossen (2011)

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = R^{\phi T} R^{\theta T} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + R^{\phi T} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Reorganizando términos se obtiene:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_\theta & 0 & 1 \\ s_\phi c_\theta & c_\phi & 0 \\ c_\phi c_\theta & -s_\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_\eta \dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (3.41)$$

Donde \mathbf{W}_η es la matriz de Euler, y la inversa de ésta permite obtener las ecuaciones para la cinemática rotacional en función de velocidades angulares como sigue:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W}_\eta^{-1} \boldsymbol{\Omega} \quad (3.42)$$

En forma matricial queda:

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \frac{1}{c_\theta} \begin{bmatrix} 0 & s_\phi & c_\phi \\ 0 & c_\phi c_\theta & -s_\phi c_\theta \\ c_\theta & s_\phi s_\theta & c_\phi s_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Que en forma escalar es:

$$\begin{aligned}\dot{\psi} &= q \frac{s_\phi}{c_\theta} + r \frac{c_\phi}{c_\theta} \\ \dot{\theta} &= qc_\phi - rs_\phi\end{aligned}\tag{3.44}$$

$$\dot{\phi} = p + \tan\theta (qs_\phi + rc_\phi)$$

La derivada del tiempo de la velocidad angular es $\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \dot{\mathbf{W}}_\eta \dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{W}_\eta \ddot{\boldsymbol{\eta}}$ que tiene la siguiente forma:

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \begin{pmatrix} -\dot{\theta}\dot{\psi}c_\theta - \ddot{\psi}s_\theta + \ddot{\phi} \\ -\dot{\theta}\dot{\psi}s_\theta s_\phi + \dot{\phi}\dot{\psi}c_\theta c_\phi + \ddot{\psi}c_\theta s_\phi - \dot{\phi}\dot{\theta}s_\phi + \ddot{\theta}c_\phi \\ -\dot{\theta}\dot{\psi}s_\theta c_\phi - \dot{\phi}\dot{\psi}c_\theta s_\phi + \ddot{\psi}c_\theta c_\phi - \dot{\phi}\dot{\theta}c_\phi + \ddot{\theta}s_\phi \end{pmatrix}\tag{3.45}$$

3.2.2. Movimiento Traslacional

El movimiento traslacional relativo al marco del cuerpo de la aeronave se describe por la siguiente ecuación vectorial:

$$m\dot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{R}\mathbf{F}_E^B\tag{3.46}$$

La dinámica traslacional respecto al marco inercial está dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\xi}} &= \mathbf{V}^I \\ m\dot{\mathbf{V}}^I &= \mathbf{R}\mathbf{F}_E^B\end{aligned}\tag{3.47}$$

Las ecuaciones mencionadas anteriormente (Ecuaciones 3.47) incluyen las fuerzas propulsivas, aerodinámicas y gravitacionales que actúan en la aeronave en este modo. Estas fuerzas son las siguientes: Espinoza *et al.* (2013)

3.2.2.1. Fuerzas

Fuerzas Propulsivas

Las fuerzas de empuje son generadas por los cuatro motores "brushless" de corriente directa para el modo helicóptero y el quinto motor queda inactivo en este modo hasta la transición:

$$\mathbf{F}_T^B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ T_c \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

donde T_c es la fuerza de empuje de los cuatro motores ($T_c = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$), y están orientadas paralelamente con el eje z_B del marco del cuerpo.

Fuerzas Aerodinámicas

Dado que se requiere determinar los coeficientes aerodinámicos, se debe establecer una relación entre $\mathbf{V}_{c.g.}^B$ y $\mathbf{V}_{c.g.}^W$, que es la velocidad del c.g. de la aeronave respecto a los ejes viento, (ver Fig. 3.3), dicha relación es:

$$\mathbf{V}_{c.g.}^W = \mathbf{R}_B^W \mathbf{V}_{c.g.}^B \quad (3.49)$$

con $\mathbf{V}_{c.g.}^W = [V, 0, 0]^T$ y

$$\mathbf{R}_B^W = \mathbf{R}_{x,\beta} \mathbf{R}_{y,\alpha} \quad (3.50)$$

donde las matrices $\mathbf{R}_{x,\beta}$ y $\mathbf{R}_{y,\alpha}$ son matrices de rotación que representan la transformación de las fuerzas aerodinámicas del marco del cuerpo al marco aerodinámico (marco de estabilidad y de viento) dadas por:

$$\mathbf{R}_{y,\alpha} = \begin{pmatrix} c_\alpha & 0 & s_\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\alpha & 0 & c_\alpha \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_{x,\beta} = \begin{pmatrix} c_\beta & s_\beta & 0 \\ -s_\beta & c_\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

Por lo que la matriz de transformación \mathbf{R}_B^W queda:

$$\mathbf{R}_B^W = \begin{pmatrix} c_\alpha c_\beta & -c_\alpha s_\beta & -s_\alpha \\ s_\beta & c_\beta & 0 \\ s_\alpha c_\beta & -s_\alpha s_\beta & c_\alpha \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

La forma escalar de la Ecuación 3.49 es:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= V \cos \alpha \cos \beta \\ \mathbf{v} &= V \sin \beta \\ \mathbf{w} &= V \sin \alpha \cos \beta \end{aligned} \quad (3.53)$$

Por lo tanto su relación inversa es:

$$\begin{aligned} V &= |V_{c.g.}^W| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\ \alpha &= \arctan\left(\frac{w}{u}\right) \\ \beta &= \arcsin\left(\frac{v}{V}\right) \end{aligned} \quad (3.54)$$

En la Figura 3.7 se muestra la relación entre los marcos del viento y del cuerpo:

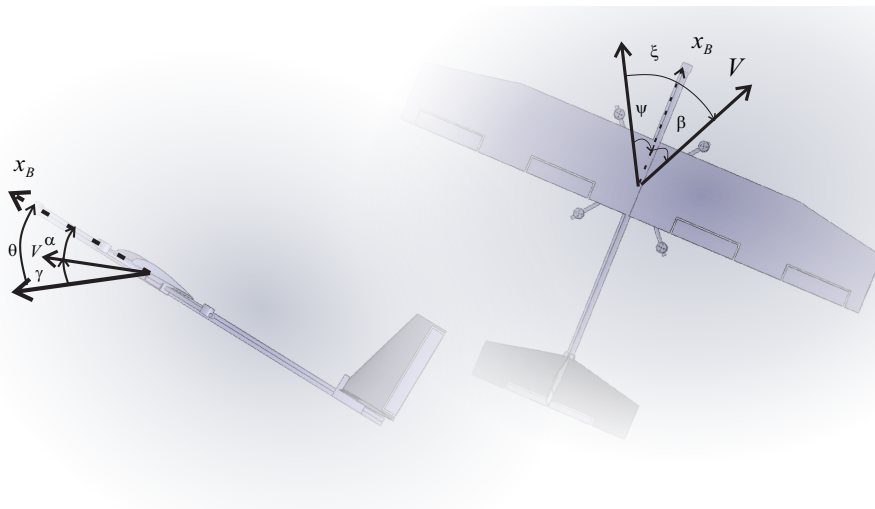


Figura 3.7: Relación entre Ejes Viento y Ejes Cuerpo.

Como se mencionó anteriormente, las fuerzas aerodinámicas en el marco del cuerpo están dadas por:

$$\mathbf{F}_A^B = \mathbf{R}_B^W \begin{pmatrix} X \\ \bar{Y} \\ Z \end{pmatrix} \quad (3.55)$$

donde X , \bar{Y} y Z son las fuerzas aerodinámicas de levantamiento, fuerza lateral y resistencia al avance (*lift*, *sideforce* y *drag*), respectivamente.

Analizando la Figura 3.8 se pueden obtener las fuerzas aerodinámicas de la aeronave como sigue:

$$\mathbf{F}_A^B = \left[\mathbf{R}_B^{W^T} F_{Awb}^S + \mathbf{R}_B^{W^T} F_{At}^S + \mathbf{R}_{x,\beta} F_{Ar}^S \right]^T \quad (3.56)$$

Desarrollando las fuerzas:

$$\mathbf{F}_A^B = \mathbf{R}_B^{W^T} \begin{bmatrix} -D_{wb_1}(\alpha, \delta_{a_1}, \delta_{a_2}) + D_{wb_2}(\alpha, \delta_{a_3}, \delta_{a_4}) + D_t(\alpha, \delta_e) \\ 0 \\ L_{wb_1}(\alpha, \delta_{a_1}, \delta_{a_2}) + L_{wb_2}(\alpha, \delta_{a_3}, \delta_{a_4}) + L_t(\alpha, \delta_e) \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{x,\beta} \begin{bmatrix} -D_r(\beta, \delta_r) \\ -L_r(\beta, \delta_r) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Quitando las dependencias de las fuerzas aerodinámicas, representándolas como: $L_{wb_1}(\cdot)$, $D_{wb_1}(\cdot)$, $L_{wb_2}(\cdot)$, $D_{wb_2}(\cdot)$, $L_t(\cdot)$, $D_t(\cdot)$, $L_r(\cdot)$ y $D_r(\cdot)$ de tal forma que se minimice la expresión, por lo que resultan en:

$$\mathbf{F}_A^B = \begin{pmatrix} X \\ \bar{Y} \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c_\alpha c_\beta [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] - s_\alpha [L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot)] - c_\beta D_r(\cdot) - s_\beta L_r(\cdot) \\ -s_\beta [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] + s_\beta D_r(\cdot) - c_\beta L_r(\cdot) \\ -s_\alpha c_\beta [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] + c_\alpha [L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot)] \end{pmatrix} \quad (3.58)$$

Fuerza Gravitacional

La fuerza debido al peso de la aeronave se describe como:

$$\mathbf{F}_G^B = \mathbf{R}^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

La aceleración debida a la gravedad se define como $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

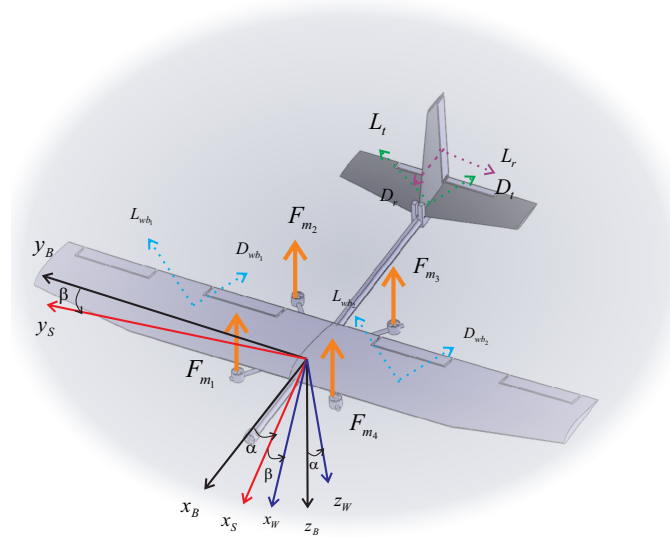


Figura 3.8: Fuerzas Aerodinámicas. Ejes Viento y de Estabilidad respecto al ángulo de ataque α y ángulo de derrape β .

3.2.3. Movimiento Rotacional

La dinámica rotacional en términos de coordenadas generalizadas está dada por:

$$\ddot{\eta} = (\mathcal{I}\mathbf{W}_\eta)^{-1} \left(-\mathcal{I}\dot{\mathbf{W}}_\eta\dot{\eta} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathcal{I}\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Gamma}^B \right) \quad (3.60)$$

Los momentos que actúan en esta dinámica están dados por:

3.2.3.1. Momentos

Los momentos que actúan en la aeronave son debido a los efectos aerodinámicos Γ_A^B , y a los actuadores (momento de empuje de los motores Γ_T^B , de los momentos de arrastre

Γ_D^B , opuestos al movimiento de las hélices y Γ_{Gyro}^B momentos giroscópicos.)

Así los momentos actuando en la aeronave son obtenidos de la siguiente forma:

Momentos Aerodinámicos

Los momentos aerodinámicos se definen según la Figura 3.10 y como se muestra a continuación:

$$\mathbf{\Gamma}_A^B = \begin{pmatrix} \bar{L}^B \\ M^B \\ N^B \end{pmatrix} = R_B^W \Gamma_{ac}^B + [d_{wb1} \times (R_B^W F_{A_{wb1}}^S)] + [d_{wb2} \times (R_B^W F_{A_{wb2}}^S)] + [d_t \times (R_B^W F_{A_t}^S)] + [d_r \times (R_B^W F_{A_r}^S)] \quad (3.61)$$

Desarrollando las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_A^B = R_B^W \begin{bmatrix} 0 \\ -\Gamma_{ac} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -y_{wb1} [c_\alpha L_{wb1}(\cdot) - c_\beta s_\alpha D_{wb1}(\cdot)] \\ 0 \\ y_{wb1} [s_\alpha L_{wb1}(\cdot) - c_\alpha c_\beta D_{wb1}(\cdot)] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -y_{wb2} [c_\alpha L_{wb2}(\cdot) - c_\beta s_\alpha D_{wb2}(\cdot)] \\ 0 \\ -y_{wb2} [s_\alpha L_{wb2}(\cdot) - c_\alpha c_\beta D_{wb2}(\cdot)] \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 \\ x_t [c_\alpha L_t(\cdot) - c_\beta s_\alpha D_t(\cdot)] \\ -x_t s_\beta D_t(\cdot) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ x_r [s_\beta D_r(\cdot) - c_\beta L_r(\cdot)] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.62)$$

Simplificando las matrices:

$$\mathbf{\Gamma}_A^B = \begin{bmatrix} \Gamma_{ac} c_\alpha s_\beta - y_{wb1} [c_\alpha L_{wb1}(\cdot) - c_\beta s_\alpha D_{wb1}(\cdot)] - y_{wb2} [c_\alpha L_{wb2}(\cdot) - c_\beta s_\alpha D_{wb2}(\cdot)] \\ -\Gamma_{ac} c_\beta + x_t [c_\alpha L_t(\cdot) - c_\beta s_\alpha D_t(\cdot)] \\ \Gamma_{ac} s_\alpha s_\beta + y_{wb1} [s_\alpha L_{wb1}(\cdot) + c_\alpha c_\beta D_{wb1}(\cdot)] - y_{wb2} [s_\alpha L_{wb2}(\cdot) - c_\alpha c_\beta D_{wb2}(\cdot)] - x_t s_\beta D_t(\cdot) \dots \\ \dots - x_r [s_\beta D_r(\cdot) - c_\beta L_r(\cdot)] \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

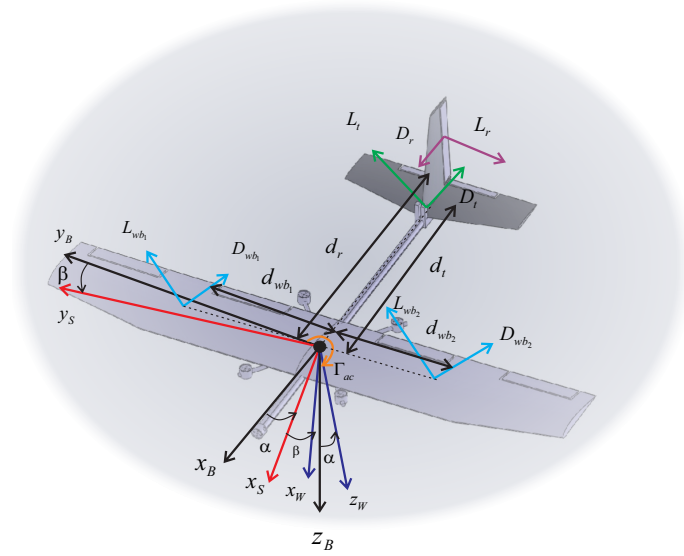


Figura 3.9: Momentos aerodinámicos.

Momentos de Actuadores de Motores

Los momentos debido al empuje generado en los motores son:

$$\mathbf{\Gamma}_T^B = \begin{pmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

Se pueden determinar a partir de la Figura 3.10, por lo que debido al momento generado por un superficie plana, está dado como:

$$\boldsymbol{\tau}_s = \mathbf{d} \times \mathbf{F} \quad (3.65)$$

Los momentos del empuje de motores se obtienen mediante:

$$\tau_\phi = \begin{bmatrix} 0 \\ y_{m_1} + y_{m_2} - (y_{m_3} + y_{m_4}) \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{m_1} + F_{m_2} + F_{m_3} + F_{m_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{m_1}y_{m_1} + F_{m_2}y_{m_2} - (F_{m_3}y_{m_3} + F_{m_4}y_{m_4}) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

$$\tau_\theta = \begin{bmatrix} x_{m_1} + x_{m_4} - (x_{m_2} + x_{m_3}) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{m_1} + F_{m_2} + F_{m_3} + F_{m_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{m_1}x_{m_1} + F_{m_4}x_{m_4} - (F_{m_2}x_{m_2} + F_{m_3}x_{m_3}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

Para τ_ψ no hay momentos respecto a este eje, por lo que es nulo ($\tau_\psi = \emptyset$). De esta forma los momentos debido al empuje en los motores queda:

$$\Gamma_T^B = \begin{pmatrix} F_{m_1}y_{m_1} + F_{m_2}y_{m_2} - (F_{m_3}y_{m_3} + F_{m_4}y_{m_4}) \\ F_{m_1}x_{m_1} + F_{m_4}x_{m_4} - (F_{m_2}x_{m_2} + F_{m_3}x_{m_3}) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.68)$$

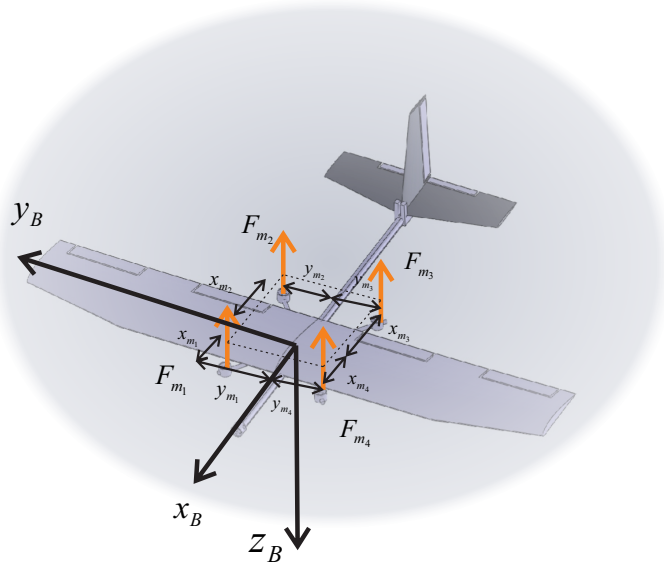


Figura 3.10: Momentos generados por los actuadores de los motores.

Momentos de Arrastre de Motores

Los momentos de arrastre de los motores de la aeronave, de acuerdo a la Figura 3.8 se definen como:

$$\mathbf{\Gamma}_D^B = \tau_{D_{m_1}} + \tau_{D_{m_2}} + \tau_{D_{m_3}} + \tau_{D_{m_4}} + \tau_{D_{m_5}} = \begin{pmatrix} \tau_{D_{m_5}} \\ 0 \\ \tau_{D_{m_2}} + \tau_{D_{m_4}} - (\tau_{D_{m_1}} + \tau_{D_{m_3}}) \end{pmatrix} \quad (3.69)$$

Cada motor genera una pareja de fuerzas de arrastre que es opuesta al movimiento de rotación de la hélice y es proporcional a la velocidad angular de cada motor ω_i , como sigue:

$$\tau_{D_{m_i}} = k_{D_i} \omega_i \quad (3.70)$$

donde k_{D_i} es una constante que incluye los aspectos físicos de la hélice (ángulo de ataque, diámetro, forma, etcétera).

Momentos Giroscópicos

Los momentos giroscópicos (Fig. 3.11) están dados por:

$$\mathbf{\Gamma}_G^B = \sum_{i=1}^5 I_{r_i} (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_{r_i}) \quad (3.71)$$

donde I_{r_i} es el momento de inercia de la hélice y ω_{r_i} es la velocidad angular de los motores, para $i = 1, \dots, 5$, por lo que:

$$\mathbf{\Gamma}_{Gyro}^B = \begin{bmatrix} qI_{r_1}\omega_{r_1} \\ -pI_{r_1}\omega_{r_1} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -qI_{r_2}\omega_{r_2} \\ pI_{r_2}\omega_{r_2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} qI_{r_3}\omega_{r_3} \\ -pI_{r_3}\omega_{r_3} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -qI_{r_4}\omega_{r_4} \\ pI_{r_4}\omega_{r_4} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Teniendo como resultado:

$$\mathbf{\Gamma}_{Gyro}^B = \begin{bmatrix} q [I_{r_1}\omega_{r_1} + I_{r_3}\omega_{r_3} - (I_{r_2}\omega_{r_2} + I_{r_4}\omega_{r_4})] \\ p [I_{r_2}\omega_{r_2} + I_{r_4}\omega_{r_4} - (I_{r_1}\omega_{r_1} + I_{r_3}\omega_{r_3})] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

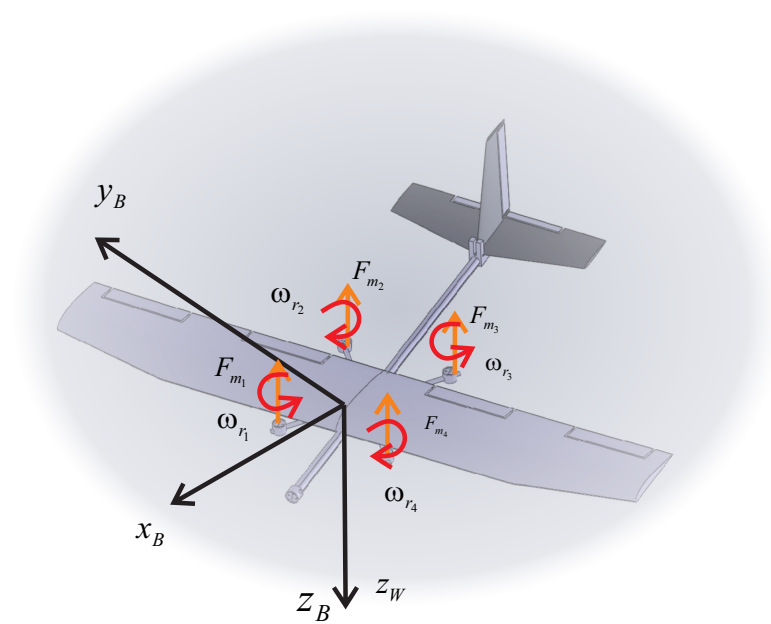


Figura 3.11: Momentos giroscópicos de los motores.

Finalmente el modelo no lineal obtenido mediante la formulación de *Newton-Euler* en vuelo estacionario ($\alpha = 0, \beta = 0$) para el modo vertical es:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= \frac{X}{m} c_\theta c_\psi + \frac{\bar{Y}}{m} (s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi) + \frac{Z + T_c}{m} (c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi) \\
\ddot{y} &= \frac{X}{m} c_\theta s_\psi + \frac{\bar{Y}}{m} (s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi) + \frac{Z + T_c}{m} (c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi) \\
\ddot{z} &= -\frac{X}{m} s_\theta + \frac{\bar{Y}}{m} s_\phi c_\theta + \frac{Z + T_c}{m} c_\phi c_\theta - g \\
\ddot{\psi} &= \frac{s_\phi}{I_{yy} c_\theta} \left\{ -I_{yy} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\phi} c_\theta c_\phi - \dot{\theta} s_\theta s_\phi \right) - \dot{\theta} \dot{\phi} s_\phi \right] + pr (I_{zz} - I_{xx}) + \Gamma_y^B \right\} \\
&\quad + \frac{c_\phi}{I_{zz} c_\theta} \left\{ I_{zz} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\theta} s_\theta c_\phi + \dot{\phi} c_\theta s_\phi \right) + \dot{\theta} \dot{\phi} c_\phi \right] + pq (I_{xx} - I_{yy}) + \Gamma_z^B \right\} \\
\ddot{\theta} &= \frac{c_\phi}{I_{yy}} \left\{ -I_{yy} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\phi} c_\theta c_\phi - \dot{\theta} s_\theta s_\phi \right) - \dot{\theta} \dot{\phi} s_\phi \right] + pr (I_{zz} - I_{xx}) + \Gamma_y^B \right\} \\
&\quad - \frac{s_\phi}{I_{zz}} \left\{ I_{zz} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\theta} s_\theta c_\phi + \dot{\phi} c_\theta s_\phi \right) + \dot{\theta} \dot{\phi} c_\phi \right] + pq (I_{xx} - I_{yy}) + \Gamma_z^B \right\} \\
\ddot{\phi} &= \frac{1}{I_{xx}} \left[I_{xx} \dot{\psi} \dot{\theta} c_\theta + qr (I_{yy} - I_{zz}) + \Gamma_x^B \right] \\
&\quad + \frac{s_\theta s_\phi}{I_{yy} c_\theta} \left\{ -I_{yy} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\phi} c_\theta c_\phi - \dot{\theta} s_\theta s_\phi \right) - \dot{\theta} \dot{\phi} s_\phi \right] + pr (I_{zz} - I_{xx}) + \Gamma_y^B \right\} \\
&\quad + \frac{s_\theta c_\phi}{I_{zz} c_\theta} \left\{ -I_{zz} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\theta} s_\theta c_\phi + \dot{\phi} c_\theta s_\phi \right) + \dot{\theta} \dot{\phi} c_\phi \right] + pq (I_{xx} - I_{yy}) + \Gamma_z^B \right\}
\end{aligned} \tag{3.74}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\mathbf{X} &= -(D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot) + D_r(\cdot)) \\
\bar{\mathbf{Y}} &= -L_r(\cdot) \\
\mathbf{Z} &= L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot) \\
\Gamma_{\mathbf{x}}^B &= \bar{\mathbf{L}} + F_{m_1}y_{m_1} + F_{m_2}y_{m_2} - (F_{m_3}y_{m_3} + F_{m_4}y_{m_4}) + \tau_{D_{m_5}} + q [I_{r_1}\omega_{r_1} + I_{r_3}\omega_{r_3} - (I_{r_2}\omega_{r_2} + I_{r_4}\omega_{r_4})] \\
\Gamma_{\mathbf{y}}^B &= \mathbf{M} + F_{m_1}x_{m_1} + F_{m_4}x_{m_4} - (F_{m_2}x_{m_2} + F_{m_3}x_{m_3}) + p [I_{r_2}\omega_{r_2} + I_{r_4}\omega_{r_4} - (I_{r_1}\omega_{r_1} + I_{r_3}\omega_{r_3})] \\
\Gamma_{\mathbf{z}}^B &= \mathbf{N} + \tau_{D_{m_2}} + \tau_{D_{m_4}} - (\tau_{D_{m_1}} + \tau_{D_{m_3}}) \\
\bar{\mathbf{L}} &= -y_{wb_1}L_{wb_1}(\cdot) - y_{wb_2}L_{wb_2}(\cdot) \\
\mathbf{M} &= -\mathbf{I}_{ac} + x_t L_t(\cdot) \\
\mathbf{N} &= y_{wb_1}D_{wb_1}(\cdot) - y_{wb_2}D_{wb_2}(\cdot) - x_r L_r(\cdot)
\end{aligned} \tag{3.75}$$

3.3. Modo Horizontal

Una segunda matriz de rotación para los ángulos de Euler horizontales se obtiene para la aeronave en el modo horizontal. La matriz de rotación H_B^I , la cual es modelada utilizando los ángulos de Euler en el orden $x - y - z$ (ϕ , θ y ψ). Así, para pasar del marco inercial \mathcal{I} al marco del cuerpo \mathcal{B} , primero se debe rotar alrededor de x_1 un ángulo ϕ (*yaw*). Después, se rota un ángulo θ (*pitch*) alrededor del eje y_1 y finalmente, se hace una tercera rotación de un ángulo ψ (*roll*) alrededor del nuevo eje de z_2 :

3.3.1. Matrices de Rotación (Convención XYZ)

Las matrices utilizadas para pasar del marco del cuerpo al marco local inercial son:
García Salazar (2009)

■ Girando sobre el eje z_2 :

$$R^\psi = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

■ Para girar sobre el eje y_1 :

$$R^\theta = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

■ Para girar sobre el eje x_1 :

$$R^\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Por lo que la matriz de rotación ortogonal H_B^I que lleva del marco del cuerpo al marco local inercial está dada por:

$$\begin{bmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{bmatrix} = R^\phi R^\theta R^\psi \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Quedando \mathbf{H} representada por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & -c_\theta s_\psi & s_\theta \\ c_\phi s_\psi + s_\phi s_\theta c_\psi & c_\phi c_\psi - s_\phi s_\theta s_\psi & -s_\phi c_\theta \\ s_\phi s_\psi - c_\phi s_\theta c_\psi & s_\phi c_\psi + c_\phi s_\theta s_\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

Por otro lado, definiendo la velocidad angular $\boldsymbol{\Omega}$ en el marco del cuerpo, ésta última se relaciona con la velocidad de cambio de los ángulos de Euler, como sigue:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = R^{\psi T} R^{\theta T} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + R^{\psi T} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Reorganizando términos se obtiene:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\theta}c_{\psi} & s_{\psi} & 0 \\ -c_{\theta}s_{\psi} & c_{\psi} & 0 \\ s_{\theta} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{\eta} \dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (3.82)$$

Donde \mathbf{W}_{η} es la matriz de Euler, y la inversa de ésta permite obtener las ecuaciones para la cinemática rotacional en función de velocidades angulares como sigue:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W}_{\eta}^{-1} \boldsymbol{\Omega} \quad (3.83)$$

En forma matricial queda:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \frac{1}{c_{\theta}} \begin{bmatrix} c_{\psi} & -s_{\psi} & 0 \\ c_{\theta}s_{\psi} & c_{\theta}c_{\psi} & 0 \\ -s_{\theta}c_{\psi} & s_{\theta}s_{\psi} & c_{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

Que en forma escalar es:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p \frac{c_{\psi}}{c_{\theta}} - q \frac{s_{\psi}}{c_{\theta}} \\ \dot{\theta} &= ps_{\psi} + qc_{\psi} \\ \dot{\psi} &= r + \tan\theta (qs_{\psi} - pc_{\psi}) \end{aligned} \quad (3.85)$$

La derivada del tiempo de la velocidad angular es $\dot{\Omega} = \dot{W}_\eta \dot{\eta} + W_\eta \ddot{\eta}$ que tiene la siguiente forma:

$$\dot{\Omega} = \begin{pmatrix} -\dot{\phi}\dot{\psi}c_\theta s_\psi - \dot{\phi}\dot{\theta}s_\theta c_\psi + \dot{\theta}\dot{\psi}c_\psi + \ddot{\phi}c_\theta c_\psi + \ddot{\theta}s_\psi \\ -\dot{\phi}\dot{\psi}c_\theta c_\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}s_\theta s_\psi - \dot{\theta}\dot{\psi}s_\psi - \ddot{\phi}c_\theta s_\psi + \ddot{\theta}c_\psi \\ \dot{\theta}\dot{\phi}c_\theta + \ddot{\phi}s_\theta + \ddot{\psi} \end{pmatrix} \quad (3.86)$$

3.3.2. Movimiento Traslacional

Al igual que en el modo vertical, la dinámica traslacional utilizada es la referente a las Ecuaciones 3.47, que ya incluyen las fuerzas propulsivas, aerodinámicas y gravitacionales que actúan en la aeronave. Por lo que a continuación se describen dichas fuerzas: Espinoza *et al.* (2013)

3.3.2.1. Fuerzas

Fuerzas Propulsivas

Las fuerzas de empuje son generadas por los cuatro motores "brushless" de corriente directa colocados de igual forma que un cuadorrotor y que aún estando en el modo horizontal van a generar cierto empuje, sin embargo, el quinto motor actúa como fuerza tractora del aeronave generando la propulsión de ésta :

$$F_T^B = \begin{pmatrix} T_5 \cos \epsilon \\ 0 \\ -T_5 \sin \epsilon + T_c \end{pmatrix} \quad (3.87)$$

donde T_c es la fuerza de empuje de los cuatro motores ($T_c = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$), ϵ es el ángulo que existe entre el eje x_B y el eje longitudinal del quinto motor, l_{T_x} y l_{T_z} son las componentes del vector de posición del empuje T_5 respecto al c.g. sobre el eje x_B y z_B , respectivamente. En este análisis, la fuerza T_c está orientada paralelamente con el eje z_B del marco del cuerpo (ver Figura 3.12).

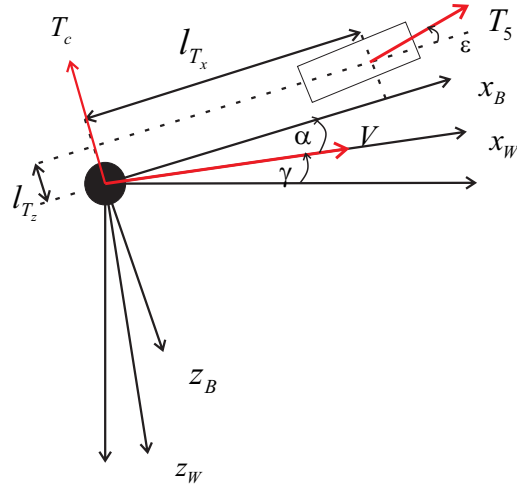


Figura 3.12: Planta motriz en la Aeronave.

Fuerzas Aerodinámicas

Al igual que en el modo vertical, las fuerzas aerodinámicas se obtienen a partir de la Figura 3.13 resultando en:

$$\mathbf{F}_A^B = \begin{pmatrix} X \\ \bar{Y} \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c_\alpha c_\beta [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] - s_\alpha [L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot)] - c_\beta D_r(\cdot) - s_\beta L_r(\cdot) \\ -s_\beta [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] + s_\beta D_r(\cdot) - c_\beta L_r(\cdot) \\ -s_\alpha c_\beta [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] + c_\alpha [L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot)] \end{pmatrix} \quad (3.88)$$

Fuerza Gravitacional

La fuerza debido al peso de la aeronave se describe como:

$$\mathbf{F}_G^B = \mathbf{H}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mg (s_\phi s_\psi - c_\phi s_\theta c_\psi) \\ mg (s_\phi c_\psi + c_\phi s_\theta s_\psi) \\ mg c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

La aceleración debida a la gravedad es $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

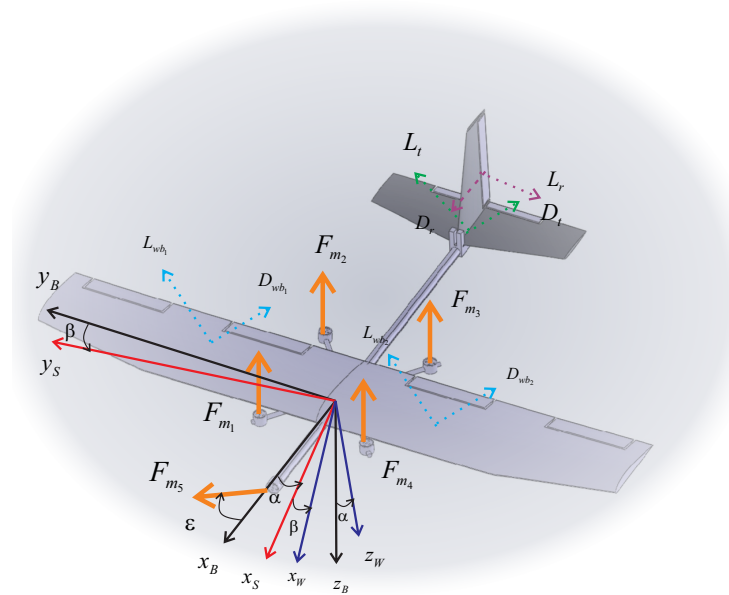


Figura 3.13: Fuerzas Aerodinámicas. Ejes Viento y de Estabilidad respecto al ángulo de ataque α y ángulo de derrape β .

3.3.3. Movimiento Rotacional

La dinámica rotacional es la misma que la presentada en las Ecuaciones 3.60 en el modo vertical, por lo que los momentos que actúan en esta dinámica son:

3.3.3.1. Momentos

De la misma manera, los momentos que actúan en la aeronave en este modo son aquellos a los efectos aerodinámicos Γ_A^B , y a los actuadores (momento de empuje de los motores Γ_T^B , de los momentos de arrastre Γ_D^B , opuestos al movimiento de las hélices y Γ_G^B momentos giroscópicos.)

Así los momentos actuando en la aeronave son obtenidos de la siguiente forma:

Momentos Aerodinámicos

Los momentos aerodinámicos se definen según la Figura 3.14 y resultan en:

$$\Gamma_A^B = \begin{bmatrix} \Gamma_{ac} c_\alpha s_\beta - y_{wb1} [c_\alpha L_{wb1}(\cdot) - c_\beta s_\alpha D_{wb1}(\cdot)] - y_{wb2} [c_\alpha L_{wb2}(\cdot) - c_\beta s_\alpha D_{wb2}(\cdot)] \\ -\Gamma_{ac} c_\beta + x_t [c_\alpha L_t(\cdot) - c_\beta s_\alpha D_t(\cdot)] \\ \Gamma_{ac} s_\alpha s_\beta + y_{wb1} [s_\alpha L_{wb1}(\cdot) + c_\alpha c_\beta D_{wb1}(\cdot)] - y_{wb2} [s_\alpha L_{wb2}(\cdot) - c_\alpha c_\beta D_{wb2}(\cdot)] - x_t s_\beta D_t(\cdot) \dots \\ \dots - x_r [s_\beta D_r(\cdot) - c_\beta L_r(\cdot)] \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

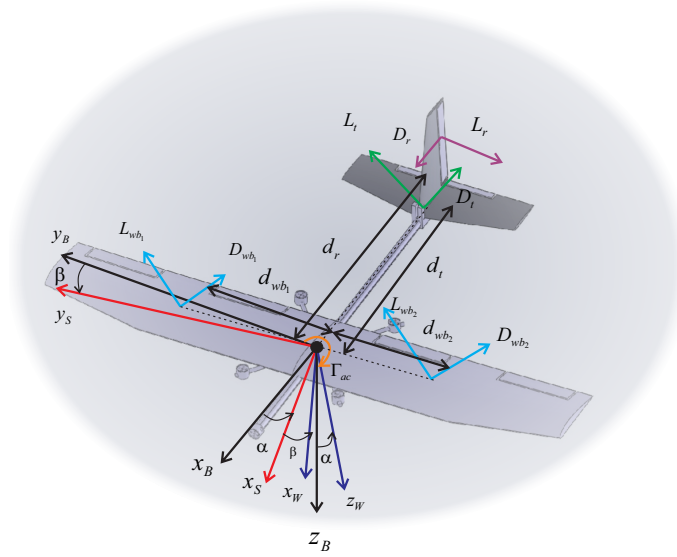


Figura 3.14: Momentos Aerodinámicos.

Momentos de Actuadores de Motores

Los momentos debido al empuje generado en los motores se pueden determinar a partir de la Figura 3.15 por lo que son:

$$\Gamma_T^B = \begin{pmatrix} F_{m1} y_{m1} + F_{m2} y_{m2} - (F_{m3} y_{m3} + F_{m4} y_{m4}) \\ F_{m1} x_{m1} + F_{m4} x_{m4} - (F_{m2} x_{m2} + F_{m3} x_{m3}) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.91)$$

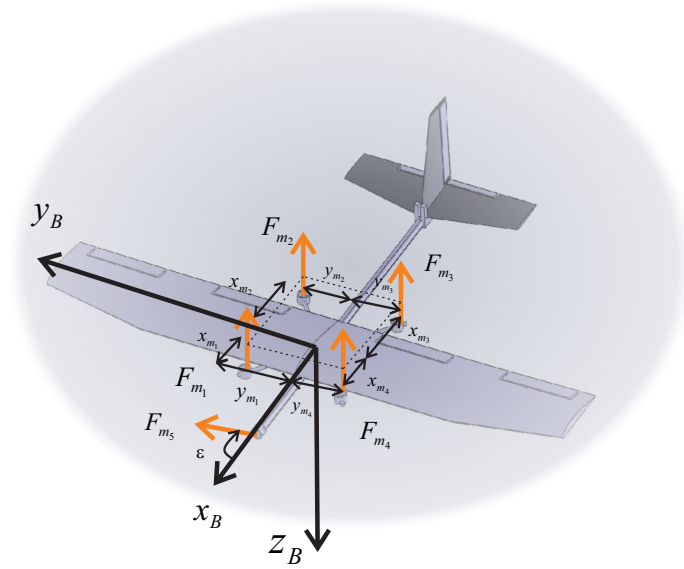


Figura 3.15: Momentos generados por el empuje de los motores.

Momentos de Arrastre de Motores

Los momentos de arrastre de los motores de la aeronave, de acuerdo a la Figura 3.3 se definen como:

$$\mathbf{\Gamma}_D^B = \tau_{D_{m_1}} + \tau_{D_{m_2}} + \tau_{D_{m_3}} + \tau_{D_{m_4}} + \tau_{D_{m_5}} = \begin{pmatrix} \tau_{D_{m_5}} \\ 0 \\ \tau_{D_{m_2}} + \tau_{D_{m_4}} - (\tau_{D_{m_1}} + \tau_{D_{m_3}}) \end{pmatrix} \quad (3.92)$$

Momentos Giroscópicos

Los momentos giroscópicos (Fig. 3.16) en este modo, están dados por:

$$\mathbf{\Gamma}_{Gyro}^B = \begin{bmatrix} qI_{r_1}\omega_{r_1} \\ -pI_{r_1}\omega_{r_1} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -qI_{r_2}\omega_{r_2} \\ pI_{r_2}\omega_{r_2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} qI_{r_3}\omega_{r_3} \\ -pI_{r_3}\omega_{r_3} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -qI_{r_4}\omega_{r_4} \\ pI_{r_4}\omega_{r_4} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -qI_{r_5}\omega_{r_5} \\ qI_{r_5}\omega_{r_5} \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

Teniendo como resultado:

$$\mathbf{\Gamma}_{Gyro}^B = \begin{bmatrix} q [I_{r_1}\omega_{r_1} + I_{r_3}\omega_{r_3} - (I_{r_2}\omega_{r_2} + I_{r_4}\omega_{r_4})] \\ p [I_{r_2}\omega_{r_2} + I_{r_4}\omega_{r_4} - (I_{r_1}\omega_{r_1} + I_{r_3}\omega_{r_3})] - qI_{r_5}\omega_{r_5} \\ qI_{r_5}\omega_{r_5} \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

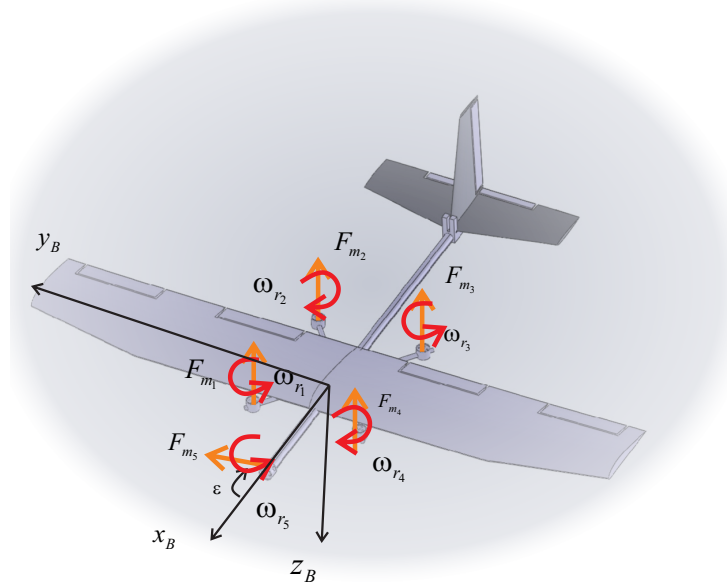


Figura 3.16: Momentos giroscópicos de los motores.

Finalmente el modelo no lineal obtenido mediante la formulación de *Newton-Euler* en vuelo estacionario ($\alpha = 0, \beta = 0$) para el modo horizontal es:

$$\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{x}} &= \frac{X + T_5 \cos \epsilon}{m} c_\theta c_\psi - \frac{\bar{Y}}{m} c_\theta s_\psi + \frac{Z - T_5 \sin \epsilon + T_c}{m} s_\theta \\
\ddot{\mathbf{y}} &= \frac{X + T_5 \cos \epsilon}{m} (c_\phi s_\psi + s_\phi s_\theta c_\psi) + \frac{\bar{Y}}{m} (c_\phi c_\psi - s_\phi s_\theta s_\psi) - \frac{Z - T_5 \sin \epsilon + T_c}{m} s_\phi s_\theta \\
\ddot{\mathbf{z}} &= \frac{X + T_5 \cos \epsilon}{m} (s_\phi s_\psi - c_\phi s_\theta c_\psi) + \frac{\bar{Y}}{m} (s_\phi c_\psi - c_\phi s_\theta s_\psi) + \frac{Z - T_5 \sin \epsilon}{m} c_\phi c_\theta - g \\
\ddot{\phi} &= \frac{c_\psi}{I_{xx} c_\theta} \left\{ I_{xx} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\theta} s_\theta c_\psi + \dot{\psi} c_\theta s_\psi \right) - \dot{\theta} \dot{\psi} c_\phi \right] + qr (I_{yy} - I_{zz}) + \mathbf{\Gamma}_x^B \right\} \\
&\quad - \frac{s_\psi}{I_{yy} c_\theta} \left\{ I_{yy} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\psi} c_\theta c_\psi - \dot{\theta} s_\theta s_\psi \right) + \dot{\theta} \dot{\psi} s_\phi \right] + pr (I_{zz} - I_{xx}) + \mathbf{\Gamma}_y^B \right\} \\
\ddot{\theta} &= \frac{s_\phi}{I_{xx}} \left\{ I_{xx} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\theta} s_\theta c_\psi + \dot{\psi} c_\theta s_\psi \right) - \dot{\theta} \dot{\psi} c_\phi \right] + qr (I_{yy} - I_{zz}) + \mathbf{\Gamma}_x^B \right\} \\
&\quad + \frac{c_\phi}{I_{yy}} \left\{ I_{yy} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\psi} c_\theta c_\psi - \dot{\theta} s_\theta s_\psi \right) + \dot{\theta} \dot{\psi} s_\phi \right] + pr (I_{zz} - I_{xx}) + \mathbf{\Gamma}_y^B \right\} \\
\ddot{\psi} &= - \frac{s_\theta c_\psi}{I_{xx} c_\theta} \left\{ I_{xx} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\theta} s_\theta c_\psi + \dot{\psi} c_\theta s_\psi \right) - \dot{\theta} \dot{\psi} c_\phi \right] + qr (I_{yy} - I_{zz}) + \mathbf{\Gamma}_x^B \right\} \\
&\quad + \frac{s_\theta s_\psi}{I_{yy} c_\theta} \left\{ I_{yy} \left[\dot{\psi} \left(\dot{\psi} c_\theta c_\psi - \dot{\theta} s_\theta s_\psi \right) + \dot{\theta} \dot{\psi} s_\phi \right] + pr (I_{zz} - I_{xx}) + \mathbf{\Gamma}_y^B \right\} \\
&\quad + \frac{1}{I_{zz}} \left[\dot{\theta} \dot{\psi} c_\theta + pq (I_{xx} - I_{yy}) + \mathbf{\Gamma}_z^B \right]
\end{aligned} \tag{3.95}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\mathbf{X} &= - (D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot) + D_r(\cdot)) \\
\bar{\mathbf{Y}} &= -L_r(\cdot) \\
\mathbf{Z} &= L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot) \\
\Gamma_x^B &= \bar{\mathbf{L}} + F_{m_1}y_{m_1} + F_{m_2}y_{m_2} - (F_{m_3}y_{m_3} + F_{m_4}y_{m_4}) + \tau_{D_{m_5}} + q [I_{r_1}\omega_{r_1} + I_{r_3}\omega_{r_3} - (I_{r_2}\omega_{r_2} + I_{r_4}\omega_{r_4})] \\
\Gamma_y^B &= \mathbf{M} + F_{m_1}x_{m_1} + F_{m_4}x_{m_4} - (F_{m_2}x_{m_2} + F_{m_3}x_{m_3}) + p [I_{r_2}\omega_{r_2} + I_{r_4}\omega_{r_4} - (I_{r_1}\omega_{r_1} + I_{r_3}\omega_{r_3})] - qI_{r_5}\omega_{r_5} \\
\Gamma_z^B &= \mathbf{N} + \tau_{D_{m_2}} + \tau_{D_{m_4}} - (\tau_{D_{m_1}} + \tau_{D_{m_3}}) + qI_{r_5}\omega_{r_5} \\
\bar{\mathbf{L}} &= -y_{wb_1}L_{wb_1}(\cdot) - y_{wb_2}L_{wb_2}(\cdot) \\
\mathbf{M} &= -\Gamma_{ac} + x_tL_t(\cdot) \\
\mathbf{N} &= y_{wb_1}D_{wb_1}(\cdot) - y_{wb_2}D_{wb_2}(\cdot) - x_rL_r(\cdot)
\end{aligned} \tag{3.96}$$

3.4. Conclusiones

En este capítulo se obtuvo el modelo dinámico que describe el movimiento traslacional y rotacional de la aeronave, utilizando el formalismo de *Newton-Euler*, tanto para el modo vertical como horizontal. Se consideraron los efectos aerodinámicos, las fuerzas de empuje, de actuación de motores, gravitacionales y efectos giroscópicos de los componentes que contribuyen de forma importante en el modelo del vehículo y que en el **Capítulo 5** son necesarios para el diseño de los controladores de orientación, altitud y posición y su respectiva validación mediante simulaciones.

Descripción de la Plataforma

Un sistema embebido o embarcado es un sistema computacional de propósito especial, diseñado para desempeñar una o más funciones específicas, por lo general, con restricciones computacionales en tiempo real. Por lo regular, está embebido como parte de un dispositivo completo incluyendo su *hardware* y partes mecánicas. Ya que los sistemas embebidos o embarcados se decidan a tareas específicas, los ingenieros de diseño pueden optimizarlas, reduciendo el tamaño y costo del producto, o incrementando la confiabilidad y desempeño. Algunos sistemas embarcados son producidos en masa, beneficiándose de las economías de escala.

4.1. Aviónica

Dentro de la aviónica de la aeronave, se explica la función principal del sistema de autopiloto usado para Aeronaves No Tripuladas (**UAV**) es proveer estabilidad y controlabilidad. El autopiloto utilizado en esta aeronave consiste de un micro-controlador, sensores y actuadores, como se muestra en la Figura 4.1.

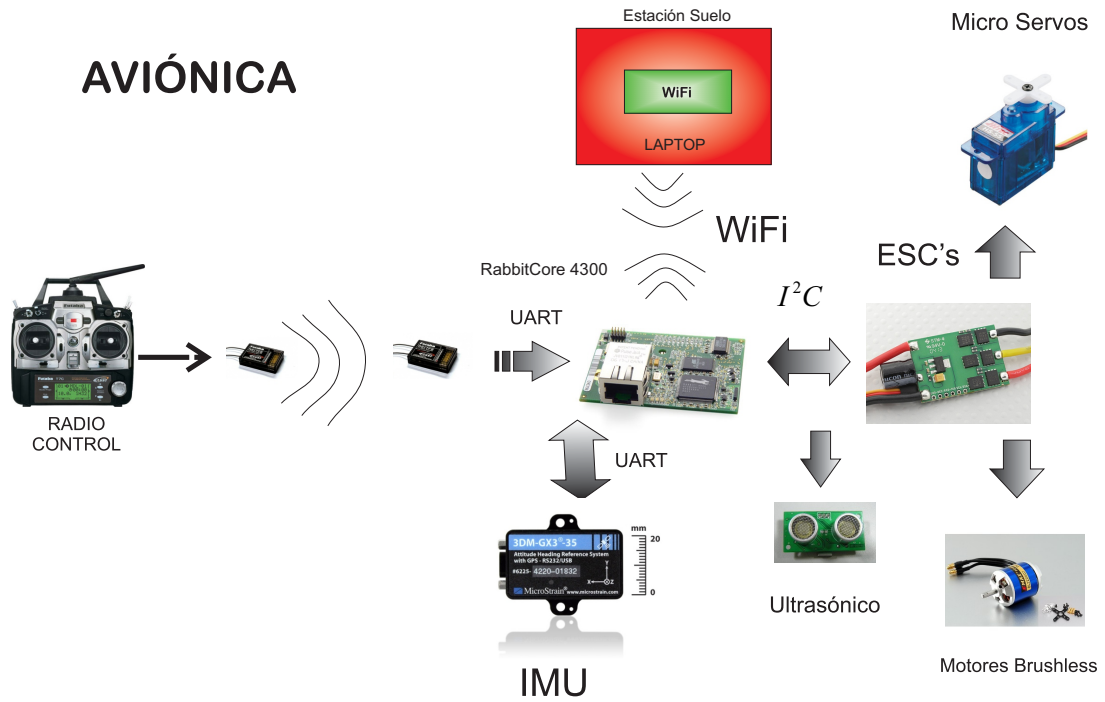


Figura 4.1: Aviónica del Avión Híbrido.

4.1.1. Micro-Controlador

La plataforma experimental diseñada se basó en la utilización del micro-controlador *RCM4300* (MCU), el cuál actúa como el microprocesador de un sistema embebido y está diseñado para montarse directamente en una tarjeta de expansión diseñada por el usuario, permitiendo que los dispositivos digitales **CMOS** compatibles para la interfaz con la plataforma. (Véase Figura 4.2) dig



Figura 4.2: Micro-procesador **RCM4300**.

El *RCM4300* ofrece características robustas que incluyen gran cantidad de memoria y *Ethernet* rápido, por lo que es ideal para comunicaciones intensivas y aplicaciones de registro de datos. El análogo opcional ayuda a diversificar sus opciones de conectividad. También ofrece mayor memoria para aplicaciones intensivas de memoria. La ranura para tarjetas *microSD* puede manejar tarjetas que almacenan hasta 2 GB de datos, haciendo de éste un módulo ideal para aplicaciones de registro de datos.

Este micro-controlador recibe y procesa la información de los sensores, de tal manera para obtener un control adecuado. Para obtener este control, el micro-controlador convierte la información de vuelo desde los sensores en valores utilizables que representan las señales de control para los actuadores. (Véase Figura 4.3)

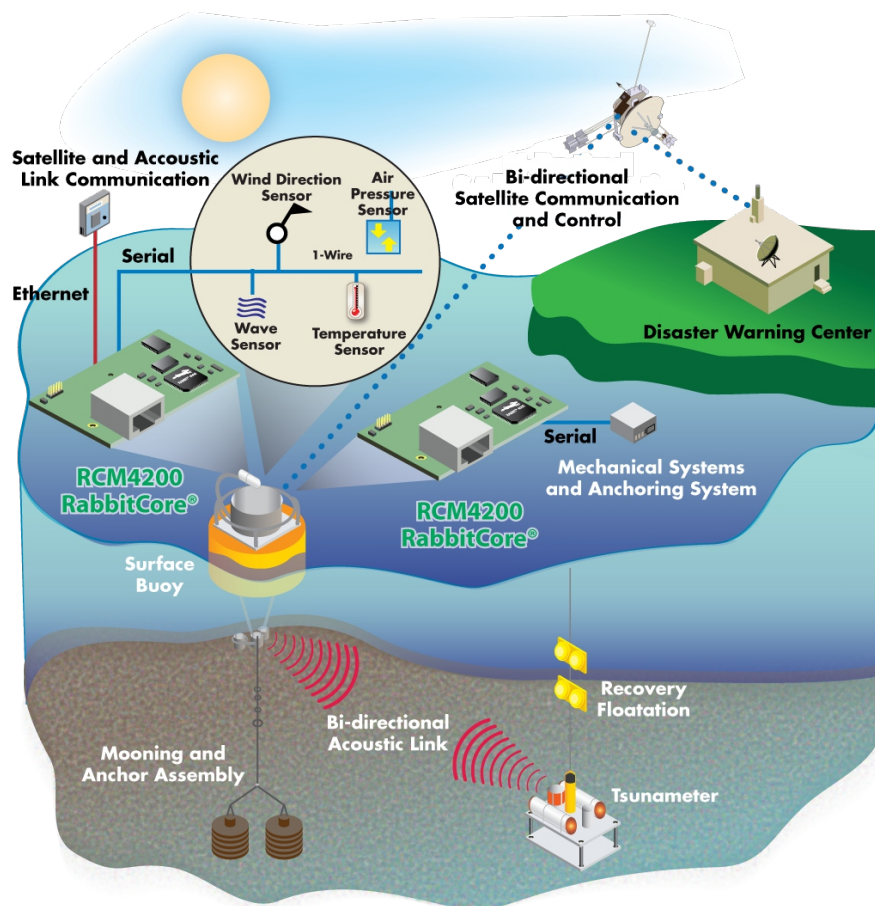


Figura 4.3: Comunicación **RCM4300**.

Algunas de las características del micro-procesador *RCM4300* son:

- Micro procesador *Rabbit 4000* con una velocidad de 58,98 MHz.
- Soporta hasta 2 GB de tarjeta de memoria *microSD*, con 1 de MB *SRAM* para código compartido, 512K de *SRAM* para respaldo de batería y organización de archivos tipo *FAT*.
- 10/100 Base-T Ethernet.
- 8-canales, resolución de 12-bit, sólo *RCM4300*.
- Hasta 36 puertos **GPIO** con funciones de pin alternadas.
- Hasta 6 puertos seriales.
- Servidor web incorporado.
- Seguro, la gestión de información es en cualquier lugar mediante el Administrador de Dispositivos.
- Optimizado para usarlo con el software *Dynamic C*, un poderoso ambiente de desarrollo integrado.

4.1.2. Sensores

Los sensores son parte importante de la aviónica que va a llevar la aeronave, y se utilizan para determinar varios parámetros de ésta, tales como posición, orientación, velocidad y altitud. Es importante que estas medidas sean tomadas y utilizadas para habilitar el control del vuelo de la aeronave. Sin el conocimiento de saber qué es lo que hace la aeronave, es imposible controlarlo. Se mencionan a continuación a detalles los sensores que se utilizaron para este sistema:

4.1.2.1. Unidad de Medición Inercial (IMU)

Un Unidad de Medición Inercial (**IMU**, por sus siglas en inglés) consiste de varios sensores tales como giróscopos de velocidad, acelerómetros y magnetómetros. Tienen hasta 6 grados de libertad para medir movimientos complejos. Más y más unidades de sistemas micro electro-mecánicos (**MEMS**) son usados para soportar sistemas de navegación en

automóviles, robots o aplicaciones de control.

La **IMU** utilizada en la aeronave es la **3DM-GX3-35** (Figura 4.4) es una solución todo en uno miniatura con navegación **GPS** integrada y magnetómetros, alta inmunidad al ruido y un rendimiento excepcional, fabricada por la empresa *MicroStrain* mic. Entre sus características más sobresalientes están:

- Receptor **GPS** integrado de alto rendimiento y la tecnología del sensor **MEMS** provee salidas **PVA** directas y calculadas en paquetes pequeños.
- Sensores triaxiales de acelerómetros, giróscopos, magnetómetros y de temperatura, así como un altímetro de presión para obtener la mejor combinación de cualidades de medición.
- Procesadores a bordo duales se ejecutan con un sofisticado *Filtro de Kalman Extendido* (**EKF**) para estimar posición, velocidad y orientación.



Figura 4.4: IMU *MicroStrain* 3DM-GX3-35.

4.1.2.2. Sensor Ultrasónico SRF10

El sensor ultrasónico utilizado en la aeronave es un sensor miniatura que ofrece una amplia gama de detección de 3 cm a 6 m (Véase Figura 4.5). La comunicación es a través del bus I^2C . act



Figura 4.5: Sensor Ultrasónico **SRF10**.

4.1.3. Actuadores

Los actuadores son dispositivos que producen acción o movimiento. La entrada es por lo general una señal eléctrica y la salida es movimiento lineal o rotacional. La señal eléctrica puede ser de baja o alta potencia. En caso de baja potencia de señal, un circuito adicional se requiere para controlar el actuador, de otra manera, se puede controlar directamente. La salida de los actuadores puede ser posición o velocidad, por ejemplo, desplazamiento lineal o velocidad.

4.1.4. Motores Brushless

Un motor (DC) sin escobillas (*brushless*) [**BLDC**] es un motor eléctrico síncrono que se energiza por corriente directa y tiene un sistemas de comunicación eléctricamente controlado, en vez de un sistema de conmutación mecánico basado en escobillas. Además, un motor *brushless* es una máquina eléctrica rotativa, donde el estator es un estator de 3-fases que funciona como un inductor, y el rotor tiene imanes permanentes montados en su superficie (Véase Figura 4.6).

En dichos motores, la corriente y el torque, el voltaje y las **RPM** (*Revoluciones Por Minuto*) están linealmente relacionadas, y estos motores sin escobillas proveen mayor torque y mayor eficiencia en la potencia que un motor con escobillas.



Figura 4.6: Motor *Brushless Roxxy BL-Outrunner* 2830/12.

4.1.5. Controlador de Velocidad Electrónico (ESC)

Un controlador de velocidad electrónico (**ESC**) es un circuito electrónico que varía la velocidad, dirección de rotación de un motor eléctrico, y también actúa como freno dinámico. Los **ESC**s son utilizados frecuentemente en un modelos radio controlados eléctricamente.

Los **ESC**'s de **DC** en el sentido más amplio pueden ser controladores **PWM** (*Modulación por Ancho de Pulso*) o por I^2C (*Inter-Circuitos Integrados*) para motores eléctricos. Los **ESC**'s generalmente una señal de entrada nominal de servos de 50 Hz de **PWM** cuyo ancho de pulso varía de 1 ms a 2 ms . Cuando se suple con 1 ms de ancho de pulso a 50 Hz , el **ESC** responde apagando el motor **DC** que está a su salida. Una señal de ancho de pulso de $1,5\text{ ms}$ resulta en una señal de salida con un ciclo de trabajo del 50% que controla el motor aproximadamente a media velocidad. Cuando se presenta con una señal de entrada de 2 ms , el motor corre a velocidad completa en un ciclo de trabajo al 100% (en constante) a la salida. Sin embargo, los **ESC**'s trabajando con I^2C tienen mayor ventaja con los **PWM**, ya que son bidireccionales; se puede obtener retro-alimentación de los **ESC**s, como lo son las **RPM**'s, torque y temperatura. Que son vitales para valoración de daño, por ejemplo, en la pérdida de una hélice (Véase Figura 4.7).

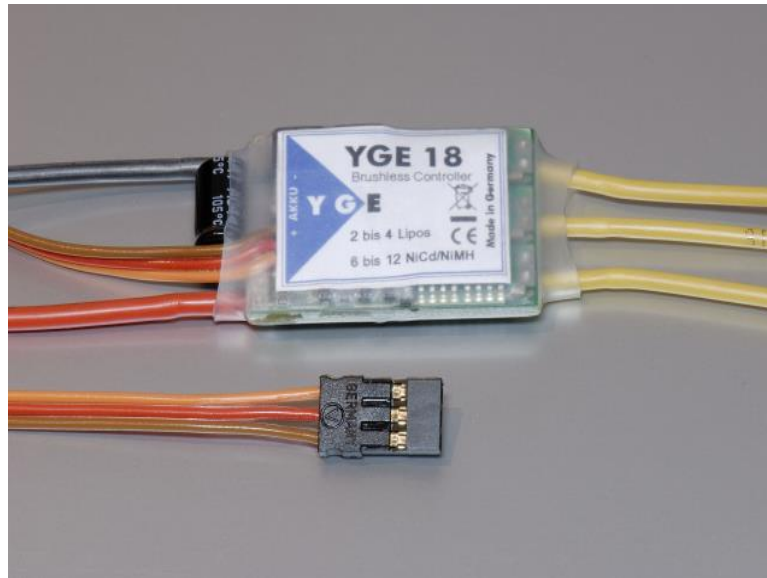


Figura 4.7: ESCs YGE-18*i*.

4.1.6. Servomotores

Los servomotores son diseñados para operar vía radio-control y comúnmente son referidos como radio-controlados. En la Figura 4.8 se observa un típico servomotor **R/C**, que se utiliza con aviones a escala radio-controlados y carros de carreras a escala por igual.



Figura 4.8: **R/C** Servomotor.

El servo consiste de un motor, una serie de engranes para reducir la velocidad del motor, un control a bordo y un potenciómetro. El motor y el potenciómetro están conectados al control a bordo. Ambos el control a bordo y el motor están energizados por un voltaje

DC constante (usualmente entre 4,8 y 7,2 volts).

El eje del motor en un **R/C** servo se posiciona utilizando el **PWM**. En este sistema, el servo responde a la duración de corriente estática de pulsos digitales. Específicamente, el control a bordo responde a una señal digital cuyos pulsos varían de de 1 ms a 2 ms (Véase Figura 4.9). La longitud exacta del pulso, en fracciones de milisegundo, determina la posición del servo.

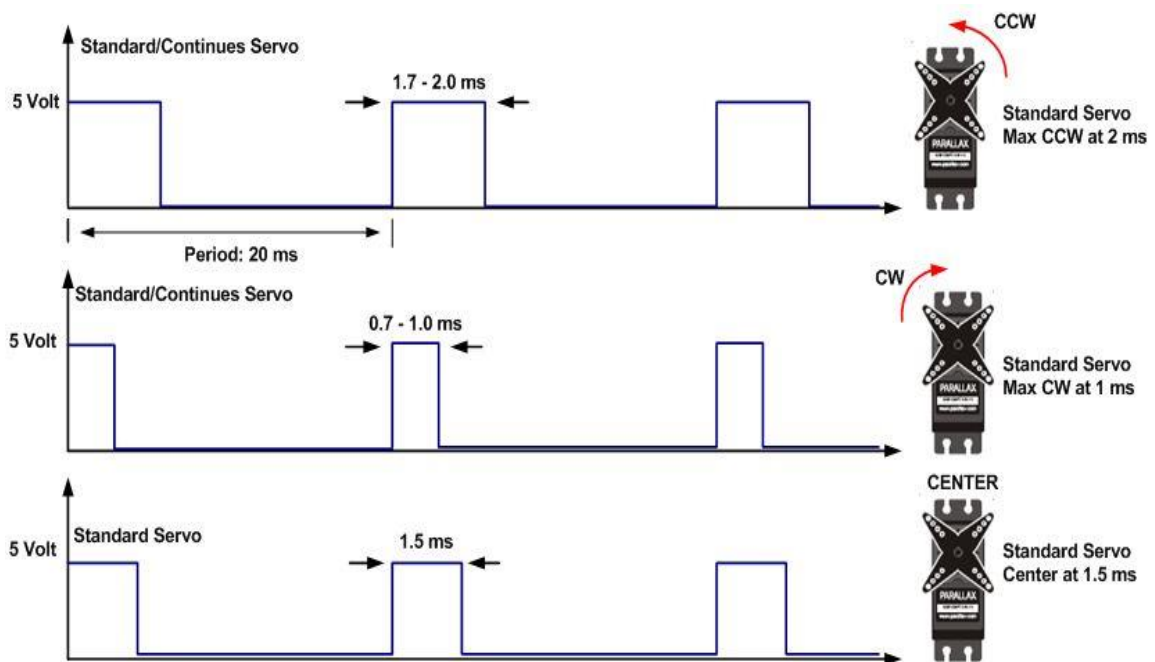


Figura 4.9: Señales **PWM** para los servomotores.

4.1.7. Transmisión de Datos

La transmisión de datos, transmisión digital o comunicación digital es la transferencia física de datos (flujo de bits digitales) sobre un medio de transmisión punto a punto o punto a multi-punto. Algunos ejemplos de estos medios, son los alambres de cobre, fibras ópticas, medios inalámbricos de comunicación y medios de almacenamiento. La información, por lo regular, se presenta como una señal electro-magnética, como una señal eléctrica de volaje, una onda radioeléctrica o una señal microonda o señal infrarroja.

Es necesario para las aeronaves (UAV's) que operen efectivamente la comunicación a una estación tierra. Las necesidades básicas para la comunicación son dar comandas, tal como un rumbo deseado, y recibir información desde la aeronave, tales como información de medidas o de vigilancia.

La comunicación entre la estación tierra y el autopiloto de la aeronave se consigue, utilizando un enlace de radio (Véase Figura 4.10). El autopiloto debe tener una antena de radio para mandar/recibir información de una antena a una estación de control en tierra.



Figura 4.10: Radio **FUTABA T6EX** con Receptor **R617S**.

4.2. Plataforma Experimental

El avión híbrido desarrollado para validar los resultados obtenidos por las simulaciones, se presenta en la Figura 2.17. La Tabla 4.1 muestra los parámetros y dimensiones de este modelo y en las Tablas 4.2 y 4.3 se muestra una lista de elementos y materiales utilizados para su construcción:

Parámetro	Valor
Superficie Alar (<i>Wing Area</i>) S	0.314 m^2
Envergadura (<i>Span</i>) b	1.5 m
Masa del Avión (<i>Mass Vehicle</i>)	1.1 kg
Cuerda Aerodinámica Media Alar (<i>Wing Mean Aerodynamic Chord</i>)	0.2095 m

Cuadro 4.1: Parámetros del Avión Híbrido.

Elemento	Marca	Modelo
Micro Procesador	Digi	Rabbit Core RCM4300
Central Inercial (IMU)	MicroStrain	3DM – GX3 – 35
Micro Servos	Robbe	Roxy BL-Outrunner 2830/12
Sensor Ultrasónico	Robo Electronics	SRF10

Cuadro 4.2: Elementos utilizados para el avión híbrido.

Elemento	Material	Características
Perfiles Alares y de Empenajes	Cellfoam	Espesor 5mm, Densidad 25 kg/m ³
Fuselaje	Fibra de carbón y madera	Fibra de carbón Quasi-Isotrópica de 1/4"
Soportes del <i>cuadrorrotor</i>	Fibra de carbón	Fibra de carbón Quasi-Isotrópica de 0,20"
Tornillos y Pijas	Acero Inoxidable	Acero Tipo 8,8 de 3/8"

Cuadro 4.3: Materiales utilizados en la construcción.

4.3. Sistema Embebido de Control de Vuelo (EFCS)

4.3.1. Hardware

Como se describió anteriormente, la aviónica del vehículo incluye principalmente al *RCM4300* y una tarjeta de expansión que permitirá hacer la interface con los actuadores y sensores (ver Figura 4.1). La tarjeta de comunicación contiene el puerto I^2C para enviar las señales de control de los motores eléctricos sin escobillas (*brushless*) y también para leer el sensor ultrasónico *SRF510*, 3 puertos de comunicación serial asíncrona UART que permiten realizar la comunicación de forma serial, la central inercial y el puerto de consola.

Un diagrama eléctrico del sistema embebido de control de vuelo, se muestra en la Figura 4.11, donde se muestra un ejemplo de las interconexiones entre los circuitos de la tarjeta de expansión, el micro-procesador y los actuadores y sensores del vehículo:

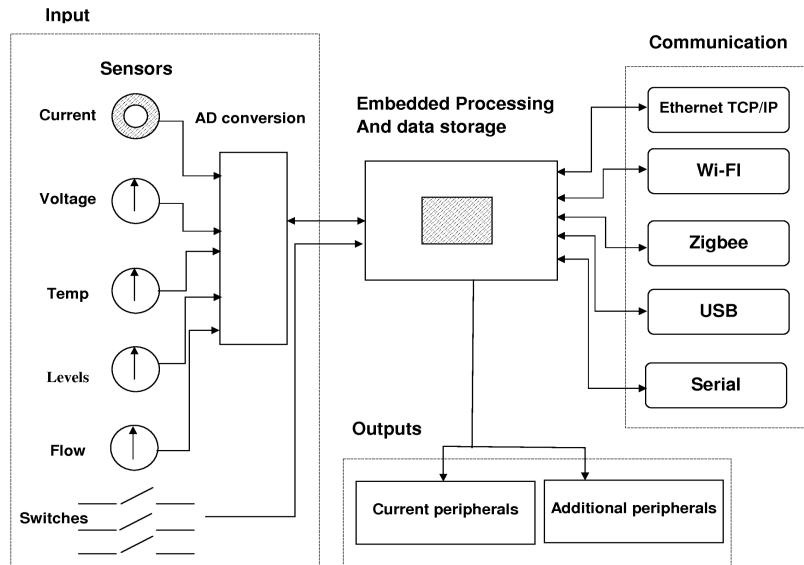


Figura 4.11: Ejemplo de Diagrama Eléctrico del Sistema Embebido.

4.3.2. Software

Dynamic C es un ambiente de desarrollo integrado que reduce tiempo y esfuerzo para escribir programas en tiempo real para sistemas embebidos que utilizan microprocesadores *Rabbit*[®] habilitando desarrollo fácil de una amplia gama de aplicaciones. dig

Rabbit integra edición, compilación, enlace, carga y depuración en un simple ambiente de desarrollo como una sola función. Todos los elementos trabajan juntos para ofrecer un ambiente sencillo, sin problemas de compatibilidad al moverse de una etapa a otra. Una vez que el diseño está completo, se puede depurar en el *hardware* objetivo y ver qué tal funciona el código. Ya que **Dynamic C** utiliza **C** como lenguaje, tiene todas las sentencias y construcciones del **C** tradicional, además de extensiones para hacer la escritura más segura en un *software* multi-tarea en tiempo real.

Algunas extensiones de características de **Dynamic C** son:

- Simplificar la implementación de máquinas de estado.
- Control de flujo del mecanismo que permite segmentos de código exigibles para ser embebidos dentro de una o más funciones.

- Permitir la cooperación de procesos para ser implementados en un programa simple.
- Habilitar procesos preferentes en un solo programa.

La arquitectura del *software* utilizado del *Rabbit* series 4000 se muestra en la Figura 4.12:

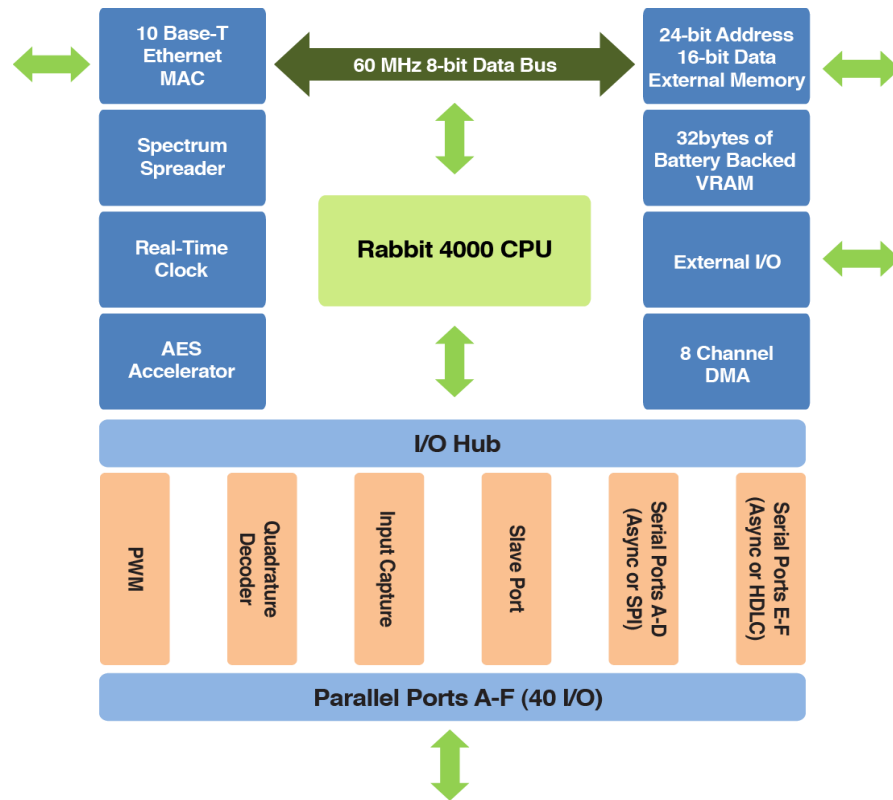


Figura 4.12: Arquitectura interna del *software* del *Rabbit*.

4.4. Conclusiones

En este capítulo, se describió la plataforma experimental y el sistema embebido desarrollado para validar las leyes de control propuestas en el Capítulo 5. Este sistema utilizó ciertos componentes electrónicos tales como el micro-controlador, receptor, transmisor, sensor y actuadores. Este sistema embebido se utilizó para lograr el rango operacional completo del vehículo (incluyendo modo vertical y horizontal). Para la orientación, se utilizó una **IMU** de gran capacidad que contiene giróscopos de velocidad, acelerómetros y un magnetómetro; además de ofrecer la información angular para vuelo vertical y horizontal, así como evitar singularidades cuando el vehículo esté en modo crucero.

5.1. Introducción

En este capítulo, se explican las estrategias de control para el vuelo vertical, de transición y horizontal de la aeronave. Además, se presentan simulaciones y resultados experimentales del vehículo en vuelo estacionario.

Las técnicas de control son aplicadas en la aeronave para su estabilización en cada una de sus etapas, se utilizan controladores basados en los procedimientos de *saturaciones anidadas* Escareño *et al.* (2006b) Tarbouriech *et al.* (2006) Teel (1992) y *backstepping* García *et al.* (2006) Khalil & Grizzle (1996) . En el primero se utiliza una versión lineal del modelo, pero para el segundo es más fácil utilizar el sistema no lineal, generar una estabilidad exponencial del sistema alrededor del origen. La finalidad que se propone con los controladores obtenidos es regular la orientación (*attitude*) de la aeronave ante diferentes condiciones iniciales. Se utilizó el controlador basado en *backstepping* ya que se considera el modelo no lineal para su diseño.

Para simplificar el diseño y análisis del controlador en modo vertical, el modelo completo no-lineal de 6 grados de libertad (3.16) se reduce siguiendo las siguientes suposiciones:

- a) La fuerza de levantamiento del ala se desprecia debido a la combinación de un perfil simétrico alar y la dirección del flujo de aire que coincide con la línea de cero levantamiento del ala.
- b) Las superficies de control de la aeronave están inmersas en la estela del flujo de aire producida por la hélice del motor delantero.
- c) La única fuerza aerodinámica es la generada por la deflexión de las superficies de control.

Considerando las suposiciones anteriores, el completo modelo no-lineal (3.16) se divide en 3 subsistemas: longitudinal, lateral y direccional, basados en Cook (2012), Etkin & Reid (1996), Stengel (2005) y Stevens & Lewis (2003). Este conjunto de ecuaciones están desacopladas uno del otro. Para obtener un modelo reducido alrededor del origen, se utiliza el principio de superposición.

5.1.1. Subsistema Longitudinal

El subsistema longitudinal se obtiene al controlar el ángulo de cabeceo (*pitch*), por lo que se considera que $\phi = 0$, $\psi = 0$ y como el movimiento en guiñada (*yaw*) es estable, el momento giroscópico Γ_{gyro} es cero. Por lo que el subsistema está dado por:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\mathbf{x}} &= \frac{X}{m}c_{\theta} + \frac{Z + T_c}{m}s_{\theta} \\
 \ddot{z} &= -\frac{X}{m}s_{\theta} + \frac{Z + T_c}{m}c_{\theta} - g \\
 \ddot{\theta} &= \frac{\Gamma_y^B}{I_{yy}}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\mathbf{X} &= & -D \\
\mathbf{Z} &= & L \\
\mathbf{u}_\theta &= & \frac{\Gamma_y^B}{I_{yy}} \\
\Gamma_y^B &= & \mathbf{M} + F_{m_1}x_{m_1} + F_{m_4}x_{m_4} - (F_{m_2}x_{m_2} + F_{m_3}x_{m_3}) \\
\mathbf{M} &= & -\Gamma_{ac} + x_t L_t(\cdot)
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Para la estabilización del sistema en la dinámica de z se propone la siguiente ley de control:

$$\mathbf{T}_c = \frac{m}{c_\theta} \left[-k_{z_1}(z - z_d) - k_{z_2}\dot{z} - \frac{D}{m}s_\theta - \frac{L}{m}c_\theta + g \right] \tag{5.3}$$

Entonces la dinámica en z del subsistema 5.1 se puede reescribir como:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= & -\frac{D}{m}c_\theta + \frac{L + T_c}{m}s_\theta \\
\ddot{z} &= & -k_{z_1}(z - z_d) - k_{z_2}\dot{z} \\
\ddot{\theta} &= & u_\theta
\end{aligned} \tag{5.4}$$

donde las constantes $k_{z_1}, k_{z_2} > 0$, de tal manera que sea *Hurwitz* estable, y garantiza que $z \rightarrow z_d, \dot{z} \rightarrow 0, \forall t > 0$.

Ahora sustituyendo \mathbf{T}_c en la dinámica de x queda:

$$\ddot{\mathbf{x}} = -\frac{D}{m}c_\theta - \frac{D}{m}t_\theta s_\theta + gt_\theta \quad (5.5)$$

$$\ddot{\theta} = u_\theta$$

Representando el subsistema longitudinal 5.5 utilizando las variables de estado: $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$, $x_3 = \theta$, $x_4 = \dot{\theta}$, queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= x_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= -\frac{D}{m}c_{x_3} - \frac{D}{m}t_{x_3}s_{x_3} + gt_{x_3} \\ \dot{\mathbf{x}}_3 &= x_4 \\ \dot{\mathbf{x}}_4 &= u_\theta \end{aligned} \quad (5.6)$$

Los puntos de equilibrio x^* del subsistema longitudinal 5.6 se obtienen al igualar a cero todos los estados y considerar que $u_\theta = 0$, quedando:

$$\begin{aligned} x_2 &= 0 \\ -\frac{D}{m}c_{x_3} - \frac{D}{m}t_{x_3}s_{x_3} + gt_{x_3} &= 0 \\ x_4 &= 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

mientras que $x_1 \in \mathcal{R}$ para x_3 se despeja:

$$\begin{aligned} -\frac{D}{m} \frac{c_{x_3}^2}{c_{x_3}} - \frac{D}{m} \frac{s_{x_3}^2}{c_{x_3}} + g \frac{s_{x_3}}{c_{x_3}} &= 0 \\ -D (c_{x_3}^2 + s_{x_3}^2) + mgs_{x_3} &= 0 \end{aligned}$$

$$x_3 = \sin^{-1} \left(\frac{D}{mg} \right) \quad (5.8)$$

Por lo que los puntos de equilibrio de este subsistema están dados por:

$$x^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin^{-1}\left(\frac{D}{mg}\right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

5.1.2. Subsistema Lateral

El subsistema lateral se obtiene al controlar el ángulo de alabeo (*roll*), por lo que se considera que $\theta = 0$, $\psi = 0$. El movimiento en cabeceo (*pitch*) es estable, por lo que el momento giroscópico Γ_{gyro} es cero. De esta forma el subsistema está descrito por:

$$\ddot{\mathbf{y}} = \frac{\bar{Y}}{m}c_\phi - \frac{Z + T_c}{m}s_\phi \quad (5.10)$$

$$\ddot{\phi} = u_\phi$$

donde:

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= -L_r(\cdot) \\ \mathbf{u}_\phi &= \frac{\Gamma_x^B}{I_{xx}} \\ \Gamma_x^B &= \bar{L} + F_{m_1}y_{m_1} + F_{m_2}y_{m_4} - (F_{m_3}y_{m_2} + F_{m_4}y_{m_3}) \\ \bar{L} &= -y_{wb_1}L_{wb_1}(\cdot) - y_{wb_2}L_{wb_2}(\cdot) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Representando el subsistema lateral 5.10 utilizando las variables de estado: $y_1 = y$, $y_2 = \dot{y}$, $y_3 = \phi$, $y_4 = \dot{\phi}$, queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{y}}_1 &= y_2 \\
\dot{\mathbf{y}}_2 &= \frac{\bar{Y}}{m}c_{y_3} - \frac{Z + T_c}{m}s_{y_3} \\
\dot{\mathbf{y}}_3 &= y_4 \\
\dot{\mathbf{y}}_4 &= u_\phi
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Los puntos de equilibrio y^* del subsistema lateral 5.12 se obtienen al igualar a cero todos los estados y considerar que $u_\phi = 0$, quedando:

$$\begin{aligned}
y_2 &= 0 \\
\frac{\bar{Y}}{m}c_{y_3} - \frac{Z + T_c}{m}s_{y_3} &= 0 \\
y_4 &= 0
\end{aligned} \tag{5.13}$$

mientras que $y_1 \in \mathcal{R}$ para y_3 se tienen dos puntos de equilibrio:

$$\begin{aligned}
\frac{\bar{Y}}{m}c_{y_3} &= \frac{Z + T_c}{m}s_{y_3} \\
\tan(y_3) &= \frac{\bar{Y}}{Z + T_c} \\
y_3 &= \tan^{-1}\left(\frac{\bar{Y}}{Z + T_c}\right)
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Si se tiene la ley de control para la estabilización del sistema en la dinámica de z (5.3) y se considera que $\theta = 0^\circ$ y que $z \rightarrow z_d, \dot{z} \rightarrow 0, \forall t > 0$ se tiene:

$$T_c = -Z + mg \tag{5.15}$$

Así:

$$y_3 = \tan^{-1}\left(\frac{\bar{Y}}{mg}\right) \tag{5.16}$$

Por lo que los puntos de equilibrio de este subsistema 5.10 están dados por:

$$\mathbf{y}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tan^{-1}\left(\frac{\bar{Y}}{mg}\right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

De esta manera el subsistema lateral queda representado en variables de estado como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{y}}_1 &= y_2 \\ \dot{\mathbf{y}}_2 &= \frac{\bar{Y}}{m} c_{y_3} - g s_{y_3} \\ \dot{\mathbf{y}}_3 &= y_4 \\ \dot{\mathbf{y}}_4 &= u_\phi \end{aligned} \quad (5.18)$$

5.1.3. Subsistema Direccional

El subsistema direccional o axial se obtiene al controlar el ángulo de guiñada (*yaw*), por lo que se considera que $\phi = 0$, $\theta = 0$. El movimiento en alabeo (*roll*) es estable, por lo que el momento giroscópico Γ_{gyro} es cero. El subsistema se describe como:

$$\ddot{z} = \frac{Z + T_c}{m} - g \quad (5.19)$$

$$\ddot{\psi} = u_\psi$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_\psi &= \frac{\Gamma_z^B}{I_{zz}} \\ \Gamma_z^B &= \mathbf{N} + \tau_{DM2} + \tau_{DM4} - (\tau_{DM1} + \tau_{DM3}) \\ \mathbf{N} &= y_{wb1} D_{wb1}(\cdot) - y_{wb2} D_{wb2}(\cdot) - x_r L_r(\cdot) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Se propone la siguiente ley de control para la estabilización del sistema en la dinámica de z :

$$\mathbf{T}_c = [-k_{z_1}\dot{z} - k_{z_2}(z - z_d) - Z + g] \quad (5.21)$$

$$\mathbf{u}_\psi = -k_{\psi_1}(\psi - \psi_d) - k_{\psi_2}(\dot{\psi} - \dot{\psi}_d)$$

donde las constantes $k_{z_1}, k_{z_2}, k_{\psi_1}, k_{\psi_2} > 0$, de tal manera que sea *Hurwitz* estable, y garantiza que $z \rightarrow z_d, \dot{z} \rightarrow 0, \psi \rightarrow 0, \dot{\psi} \rightarrow 0, \forall t > 0$. Esto implica que existe un tiempo suficientemente grande (t_1) tal que $T_c = -g, \omega_{r_1} = \omega_{r_2}, \omega_{r_3} = \omega_{r_4}, \forall t > t_1$. De esta forma el subsistema 5.18 se reescribe como:

$$\ddot{z} = -k_{z_1}(z - z_d) - k_{z_2}\dot{z} \quad (5.22)$$

$$\ddot{\psi} = -k_{\psi_1}(\psi - \psi_d) - k_{\psi_2}(\dot{\psi} - \dot{\psi}_d)$$

5.2. Control en Vuelo Estacionario

5.2.1. Control utilizando *Backstepping*

Se utilizó la estrategia de control de *backstepping* para controlar tanto el subsistema longitudinal como el lateral, en cambio, para el subsistema direccional se propuso un controlador por retroalimentación de estados.

5.2.1.1. Control Subsistema Longitudinal

Dado el subsistema longitudinal linealizado 5.6 representado en variables de estado, se definen las siguientes funciones de error:

$$\mathbf{e}_1 = x_1 - x_1^d \quad (5.23)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_1^d = x_2 - x_2^d$$

Teorema 5.2.1 *Se considera la función de energía:*

$$V(e) = \frac{1}{2} e^T \mathbf{K} e \quad (5.24)$$

donde los errores se irán definiendo conforme se desarrolla el control, mientras que la matriz \mathbf{K} está definida como:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

se cumple que $0 < \mathbf{K} = \mathbf{K}^T \in \mathbb{R}^n$, entonces $e \Rightarrow 0$, y en particular, $x_1 \Rightarrow x_1^d$, $x_2, x_3, x_4 \Rightarrow 0$ de forma exponencial a una tasa de convergencia igual a 2.

Prueba *Por lo que se define una función definida positiva:*

$$\mathbf{V}_1 = \frac{1}{2} k_1 e_1^2 \quad (5.26)$$

Derivando:

$$\dot{\mathbf{V}}_1 = k_1 e_1 \dot{e}_1 = k_1 e_1 (x_2 - x_2^d) \quad (5.27)$$

Proponiendo una función virtual:

$$\mathbf{x}_2^v = x_2^d - e_1, \quad \Rightarrow \quad x_2^d = x_2^v + e_1 \quad (5.28)$$

Sustituyendo la Ecuación 5.28 en la Ecuación 5.27:

$$\dot{\mathbf{V}}_1 = k_1 e_1 (x_2 - x_2^v - e_1) \quad (5.29)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_1 = -k_1 e_1^2 + k_1 e_1 (x_2 - x_2^v) \quad (5.30)$$

donde $\mathbf{e}_2 = x_2 - x_2^v$ por lo que queda:

$$\dot{\mathbf{V}}_1 = -k_1 e_1^2 + k_1 e_1 e_2 \quad (5.31)$$

Proponiendo una segunda función de Lyapunov:

$$\mathbf{V}_2 = \frac{1}{2} k_2 e_2^2 \quad (5.32)$$

Derivando:

$$\dot{\mathbf{V}}_2 = k_2 e_2 \dot{e}_2 = k_2 e_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_2^d) = k_2 e_2 \left[- \left(\frac{D}{m} c_{x_3} + \frac{D}{m} t_{x_3} s_{x_3} - g t_{x_3} \right) - \dot{x}_2^v \right] \quad (5.33)$$

Proponiendo otra función virtual:

$$\delta_1^v = \dot{x}_2^v - \frac{k_1}{k_2} e_1 - e_2, \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_2^v = \delta_1^v + \frac{k_1}{k_2} e_1 + e_2 \quad (5.34)$$

Sustituyendo la Ecuación 5.34 en la Ecuación 5.33:

$$\dot{\mathbf{V}}_2 = k_2 e_2 \left[- \left(\frac{D}{m} c_{x_3} + \frac{D}{m} t_{x_3} s_{x_3} - g t_{x_3} \right) - \delta_1^v - \frac{k_1}{k_2} e_1 - e_2 \right] \quad (5.35)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_2 = -k_2 e_2^2 - k_1 e_1 e_2 + k_2 e_2 \left[- \left(\frac{D}{m} c_{x_3} + \frac{D}{m} t_{x_3} s_{x_3} - g t_{x_3} \right) - \delta_1^v \right] \quad (5.36)$$

donde $\mathbf{e}_3 = - \left(\frac{D}{m} c_{x_3} + \frac{D}{m} t_{x_3} s_{x_3} - g t_{x_3} \right) - \delta_1^v = \dot{x}_2 - \delta_1^v$ por lo que queda:

$$\dot{\mathbf{V}}_2 = -k_2 e_2^2 - k_1 e_1 e_2 + k_2 e_2 e_3 \quad (5.37)$$

Se propone otra función definida positiva:

$$\mathbf{V}_3 = \frac{1}{2} k_3 e_3^2 \quad (5.38)$$

Derivando:

$$\dot{\mathbf{V}}_3 = k_3 e_3 \dot{e}_3 = k_3 e_3 \left\{ - \left[- \frac{D}{m} s_{x_3} + \frac{D}{m} t_{x_3} c_{x_3} + \frac{D}{m} (t_{x_3}^2 + 1) s_{x_3} - g (t_{x_3}^2 + 1) \right] x_4 - \dot{\delta}_1^v \right\} \quad (5.39)$$

Se propone otra función virtual:

$$\boldsymbol{\delta}_2^v = \dot{\delta}_1^v - \frac{k_2}{k_3} e_2 - e_3, \quad \Rightarrow \quad \dot{\delta}_1^v = \delta_2^v + \frac{k_2}{k_3} e_2 + e_3 \quad (5.40)$$

Sustituyendo la Ecuación 5.40 en la Ecuación 5.39:

$$\dot{\mathbf{V}}_3 = k_3 e_3 \left\{ - \left[\frac{D}{m} t_{x_3} c_{x_3} + \frac{D}{m} t_{x_3}^2 s_{x_3} - g (t_{x_3}^2 + 1) \right] x_4 - \delta_2^v - \frac{k_2}{k_3} e_2 - e_3 \right\} \quad (5.41)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_3 = -k_3 e_3^2 - k_2 e_2 e_3 + k_3 e_3 \left\{ - \left[\frac{D}{m} t_{x_3} c_{x_3} + \frac{D}{m} t_{x_3}^2 s_{x_3} - g (t_{x_3}^2 + 1) \right] x_4 - \delta_2^v \right\} \quad (5.42)$$

donde $\mathbf{e}_4 = -\mathbf{l}_1 x_4 - \delta_2^v = \ddot{x}_2 - \delta_2^v$ y $\mathbf{l}_1 = \left[\frac{D}{m} t_{x_3} c_{x_3} + \frac{D}{m} t_{x_3}^2 s_{x_3} - g (t_{x_3}^2 + 1) \right]$ por lo que queda:

$$\dot{\mathbf{V}}_3 = -k_3 e_3^2 - k_2 e_2 e_3 + k_3 e_3 e_4 \quad (5.43)$$

Se propone una última función definida positiva:

$$\mathbf{V}_4 = \frac{1}{2} k_4 e_4^2 \quad (5.44)$$

Derivando:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_4 = k_4 e_4 \dot{e}_4 = k_4 e_4 \left\{ -l_1 u_\theta - \left[-\frac{D}{m} t_{x_3} s_{x_3} + \frac{D}{m} (t_{x_3}^2 + 1) c_{x_3} + \frac{D}{m} t_{x_3}^2 c_{x_3} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2D}{m} t_{x_3} (t_{x_3}^2 + 1) s_{x_3} - 2gt_{x_3} (t_{x_3}^2 + 1) \right] x_4^2 - \dot{\delta}_2^v \right\} \end{aligned} \quad (5.45)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_4 = k_4 e_4 \left\{ -l_1 u_\theta - \left[\frac{D}{m} t_{x_3} s_{x_3} + \frac{D}{m} c_{x_3} + \frac{2D}{m} t_{x_3}^2 c_{x_3} + \frac{2D}{m} t_{x_3}^3 s_{x_3} - 2gt_{x_3}^3 - 2gt_{x_3} \right] x_4^2 - \dot{\delta}_2^v \right\} \quad (5.46)$$

Si se propone un control:

$$\mathbf{u}_\theta = -\frac{1}{l_1} \left(\dot{\delta}_2^v - \frac{k_3}{k_4} e_3 - e_4 + l_2 x_4^2 \right) \quad (5.47)$$

$$\text{donde } \mathbf{l}_2 = \frac{D}{m} t_{x_3} s_{x_3} + \frac{D}{m} c_{x_3} + \frac{2D}{m} t_{x_3}^2 c_{x_3} + \frac{2D}{m} t_{x_3}^3 s_{x_3} - 2gt_{x_3}^3 - 2gt_{x_3}.$$

Al sustituir el control de la Ecuación 5.47 en la Ecuación 5.46 se tiene:

$$\dot{\mathbf{V}}_4 = -k_4 e_4^2 - k_3 e_3 e_4 \quad (5.48)$$

Si se propone:

$$\mathbf{V} = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \quad (5.49)$$

Derivando:

$$\dot{\mathbf{V}} = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 \quad (5.50)$$

Si se definen los errores como:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= x_1 - x_1^d & \mathbf{e}_2 &= x_2 - x_2^v & \boldsymbol{\delta}_1^v &= \dot{x}_2^v - \frac{k_1}{k_2} e_1 - e_2 & \boldsymbol{\delta}_2^v &= \dot{\delta}_1^v - \frac{k_2}{k_3} e_2 - e_3 \\ \dot{\mathbf{e}}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_1^d & \dot{\mathbf{e}}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{x}_2^v & \dot{\boldsymbol{\delta}}_1^v &= \ddot{x}_2^v - \frac{k_1}{k_2} \dot{e}_1 - \dot{e}_2 & \dot{\boldsymbol{\delta}}_2^v &= \ddot{\delta}_1^v - \frac{k_2}{k_3} \dot{e}_2 - \dot{e}_3 \\ \ddot{\mathbf{e}}_1 &= \ddot{x}_1 - \ddot{x}_1^d & \ddot{\mathbf{e}}_2 &= \ddot{x}_2 - \ddot{x}_2^v & \ddot{\boldsymbol{\delta}}_1^v &= \ddot{\ddot{x}}_2^v - \frac{k_1}{k_2} \ddot{e}_1 - \ddot{e}_2 \end{aligned} \quad (5.51)$$

Sustituyendo los errores (5.51) en nuestro control propuesto 5.47 se obtiene el control siguiente:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_\theta = & -\frac{1}{l_1} \left[\ddot{x}_2^d - 4(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_2^d) - \frac{k_1}{k_2} (\dot{x}_2 - \dot{x}_2^d) - \frac{k_2}{k_3} (\dot{x}_2 - \dot{x}_2^d) - \frac{k_3}{k_4} (\dot{x}_2 - \dot{x}_2^d) - 6(\dot{x}_2 - \dot{x}_2^d) \right. \\
& - \frac{2k_1}{k_2} (x_2 - x_2^d) - \frac{2k_2}{k_3} (x_2 - x_2^d) - \frac{2k_3}{k_4} (x_2 - x_2^d) - 4(x_2 - x_2^d) - \frac{k_1}{k_2} (x_1 - x_1^d) \\
& \left. - \frac{k_2}{k_3} (x_1 - x_1^d) - \frac{k_3}{k_4} (x_1 - x_1^d) - \frac{k_1 k_3}{k_2 k_4} (x_1 - x_1^d) - (x_1 - x_1^d) + l_2 x_4^2 \right]
\end{aligned} \tag{5.52}$$

Se simplifica el control del subsistema longitudinal al considerar que $\dot{x}_2, \ddot{x}_2 \rightarrow \dot{x}_2^d, \ddot{x}_2^d$, $\dot{x}_2^d, \ddot{x}_2^d, \ddot{x}_2^d \rightarrow 0$, cuando $t \rightarrow \infty$ quedando:

$$\boxed{u_\theta = -\frac{1}{l_1} \left\{ - \left[\frac{2k_1}{k_2} + \frac{2k_2}{k_3} + \frac{2k_3}{k_4} + 4 \right] (x_2 - x_2^d) - \left[\frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_3} + \frac{k_3}{k_4} + \frac{k_1 k_3}{k_2 k_4} + 1 \right] (x_1 - x_1^d) + l_2 x_4^2 \right\}} \tag{5.53}$$

5.2.1.2. Control Subsistema Lateral

Para el subsistema lateral linealizado 5.18 representado en variables de estado, se emplea la misma metodología empleada para el subsistema longitudinal mediante la técnica de *backstepping*, por lo que la ley de control obtenida está dada por:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_\phi = & \frac{1}{t_1} \left[\ddot{x}_2^d - 4(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_2^d) - \frac{k_1}{k_2} (\dot{x}_2 - \dot{x}_2^d) - \frac{k_2}{k_3} (\dot{x}_2 - \dot{x}_2^d) - \frac{k_3}{k_4} (\dot{x}_2 - \dot{x}_2^d) - 6(\dot{x}_2 - \dot{x}_2^d) \right. \\
& - \frac{2k_1}{k_2} (x_2 - x_2^d) - \frac{2k_2}{k_3} (x_2 - x_2^d) - \frac{2k_3}{k_4} (x_2 - x_2^d) - 4(x_2 - x_2^d) - \frac{k_1}{k_2} (x_1 - x_1^d) \\
& \left. - \frac{k_2}{k_3} (x_1 - x_1^d) - \frac{k_3}{k_4} (x_1 - x_1^d) - \frac{k_1 k_3}{k_2 k_4} (x_1 - x_1^d) - (x_1 - x_1^d) - t_2 x_4^2 \right]
\end{aligned} \tag{5.54}$$

Se simplifica el control del subsistema lateral al considerar que $\dot{x}_2, \ddot{x}_2 \rightarrow \dot{x}_2^d, \ddot{x}_2^d, \dot{x}_2, \ddot{x}_2, \ddot{x}_2^d \rightarrow 0$, cuando $t \rightarrow \infty$ quedando:

$$\mathbf{u}_\phi = \frac{1}{t_1} \left\{ - \left[\frac{2k_1}{k_2} + \frac{2k_2}{k_3} + \frac{2k_3}{k_4} + 4 \right] (x_2 - x_2^d) - \left[\frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_3} + \frac{k_3}{k_4} + \frac{k_1 k_3}{k_2 k_4} + 1 \right] (x_1 - x_1^d) - t_2 \ddot{x}_4^d \right\} \quad (5.55)$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_1 &= -\frac{\bar{Y}}{m} s_{x_3} - g c_{x_3} \\ \mathbf{t}_2 &= -\frac{\bar{Y}}{m} c_{x_3} + g s_{x_3} \end{aligned} \quad (5.56)$$

5.2.1.3. Control Subsistema Direccional

El subsistema de la ecuación 5.22 se puede reescribir como sigue:

$$\ddot{z} = u_1 \quad (5.57)$$

$$\ddot{\psi} = u_\psi$$

donde:

$$\mathbf{u}_1 = -k_{z_1} (z - z_d) - k_{z_2} \dot{z} \quad (5.58)$$

$$\mathbf{u}_\psi = -k_{\psi_1} (\psi - \psi_d) - k_{\psi_2} (\dot{\psi} - \dot{\psi}_d)$$

Si 5.57 se representa en variables de estado queda:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= z_2 \\
\dot{z}_2 &= u_1 \\
\dot{z}_3 &= z_4 \\
\dot{z}_4 &= u_\psi
\end{aligned}
\tag{5.59}$$

Representado en forma matricial de tal forma que quede como $\dot{\bar{z}} = A\bar{z} + B\bar{u}$:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_\psi \end{bmatrix}$$

Utilizando la matriz de controlabilidad se obtuvo: Chen (1995)

$$\boxed{\text{rango}(\mathcal{C}) = \text{rango}[B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B] = 4 = n}$$

Quedando una matriz \mathcal{C} de 4×8 con rango pleno, por lo que el par (A, B) sí es **controlable** y existe un control $\bar{u} = \mathbf{K}\bar{z}$ que es *linealmente asintóticamente estable (L.A.E.)* Chen (1995). El valor de la matriz \mathbf{K} se determina de estos coeficientes:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \end{bmatrix}$$

Como ejemplo se propone un valor de \mathbf{P} que es definida positiva, cuyos auto valores son los siguientes:

$$\text{eig}(P) = \{-10 \pm 2i, -2, -4\}$$

Del cual se obtiene esta matriz K :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 17,85 & 11,08 & 6,5 & 2,6 \\ -3,53 & -2,03 & 43,49 & 14,9 \end{bmatrix}$$

Por lo que nuestros controles están definidos como:

$$\mathbf{u}_1 = 17,85z_1 + 11,08z_2 + 6,5z_3 + 2,6z_4 \quad (5.60)$$

$$\mathbf{u}_\psi = -8,53z_1 - 2,03z_2 + 43,49z_3 + 14,9z_4$$

Sustituyendo estos controles en el sistema lineal se obtiene un nuevo sistema:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 17,85z_1 & 11,08z_2 & 6,5z_3 & 2,6z_4 \\ -3,53z_1 & -2,03z_2 & 43,49z_3 & 14,9z_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ 0 \\ z_4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 17,85 & 11,08 & 6,5 & 2,6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3,53 & -2,03 & 43,49 & 14,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix}$$

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = 17,85z_1 + 11,08z_2 + 6,5z_3 + 2,6z_4 \quad (5.61)$$

$$\dot{z}_3 = z_4$$

$$\dot{z}_4 = -3,53z_1 - 2,03z_2 + 43,49z_3 + 14,9z_4$$

5.2.1.4. Simulaciones de Vuelo Estacionario

Se muestran a continuación los resultados de simulación de las dinámicas de actitud y posición del vehículo obtenidos por el método de *backstepping* anterior. Para ello se obtuvieron los coeficientes aerodinámicos mediante la utilización de dos *softwares* de dinámica de fluidos (**CFD**) y también con la comparativa de valores fijos obtenidos de tablas (Ver Tablas 5.1, 5.2 y 5.3).

Símbolo	Coefficiente Aerodinámico	Valor
C_D	Coefficiente de Resistencia (<i>drag</i>)	0.07
C_Y	Coefficiente de Fuerza Lateral (<i>sideforce</i>)	0.01
C_L	Coefficiente de Sustentación (<i>lift</i>)	0.15
C_l	Coefficiente de Momento de Balanceo (<i>rolling</i>)	0.01
C_m	Coefficiente de Momento de Cabeceo (<i>pitching</i>)	0.01
C_n	Coefficiente de Momento de Guiñada (<i>yawing</i>)	0.005

Cuadro 5.1: Coeficientes tomados de Tablas Espinoza *et al.* (2013).

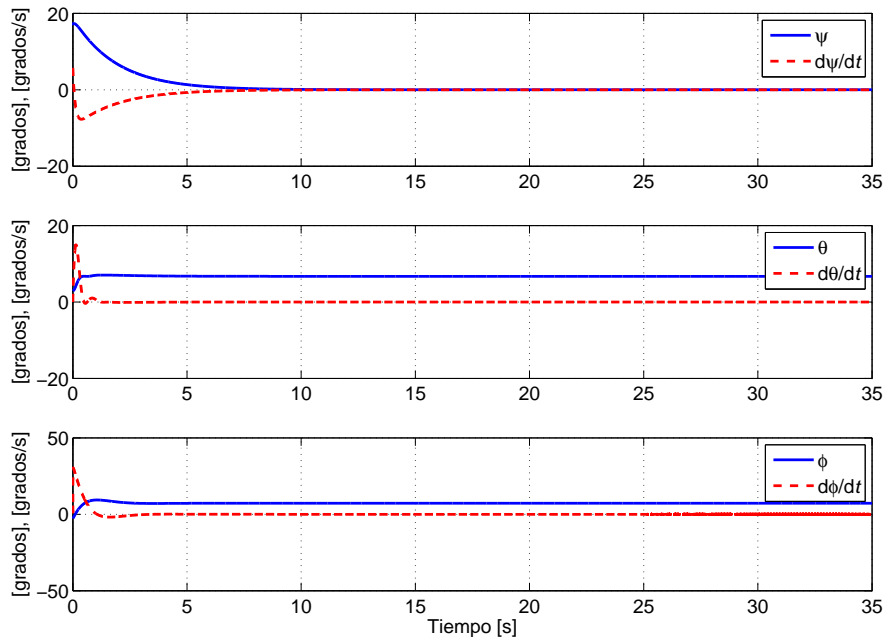


Figura 5.1: Orientación y Velocidades Angulares.

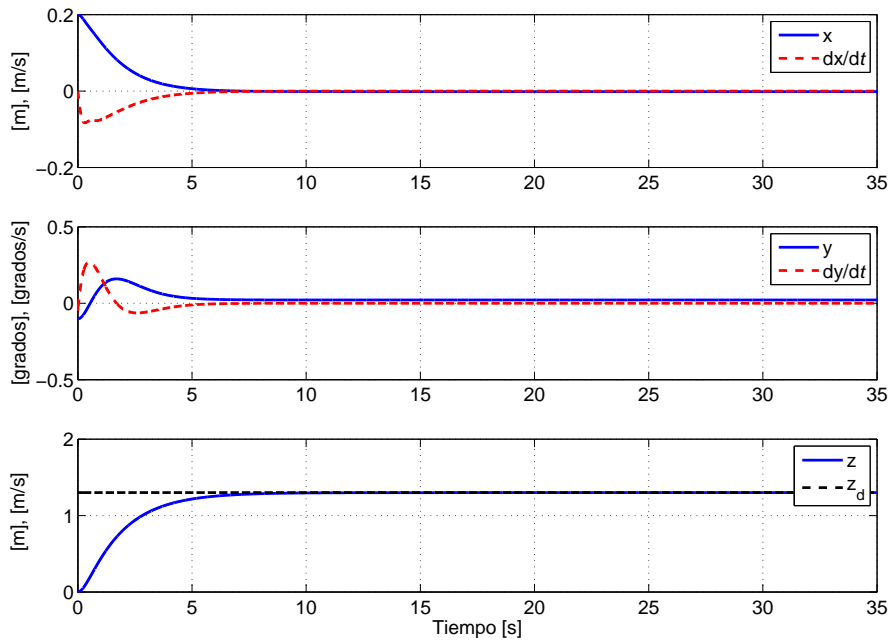


Figura 5.2: Posiciones y Velocidades Traslacionales.

Figura 5.3: Resultados de Simulación en Vuelo Estacionario.

Se diseñó el avión híbrido utilizando el software libre de AVL, por lo que el diseño y visualización de cargas se muestra en las Figuras 5.7:

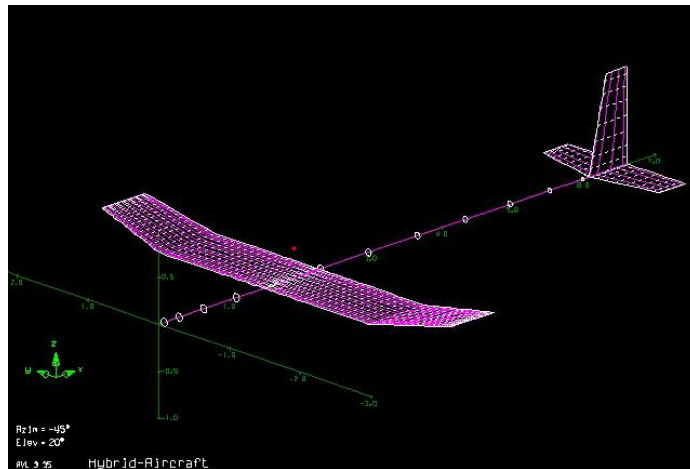


Figura 5.4: Diseño del Avión en AVL.

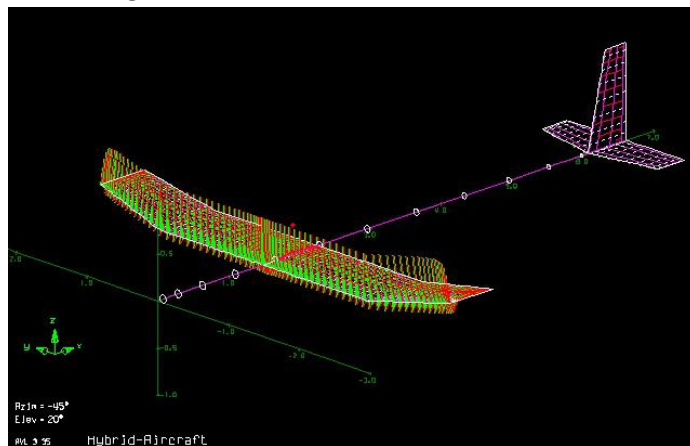


Figura 5.5: Visualización de cargas con $\alpha = 0^\circ$.

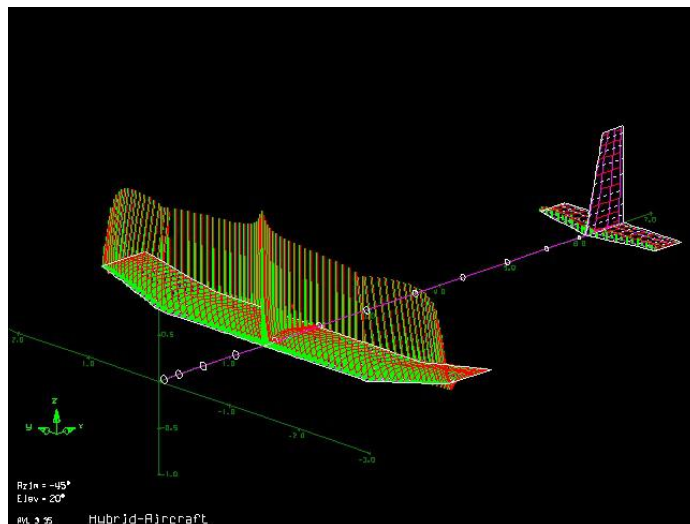


Figura 5.6: Visualización de cargas con $\alpha = 3^\circ$.

Figura 5.7: Resultados de Simulación en Vuelo Estacionario (AVL).

En la siguiente tabla (Tabla 5.2) se muestran los coeficientes aerodinámicos obtenidos por el software AVL:

Símbolo	Coficiente Aerodinámico	Valor
C_D	Coficiente de Resistencia (<i>drag</i>)	0.00002
C_Y	Coficiente de Fuerza Lateral (<i>sideforce</i>)	0.000001
C_L	Coficiente de Sustentación (<i>lift</i>)	0.01291
C_l	Coficiente de Momento de Balanceo (<i>rolling</i>)	0.00147
C_m	Coficiente de Momento de Cabeceo (<i>pitching</i>)	0.01493
C_n	Coficiente de Momento de Guiñada (<i>yawing</i>)	0.000001

Cuadro 5.2: Coeficientes obtenidos mediante **AVL**.

De igual manera se diseño el avión con el software de **DATCOM**, se especificó su geometría y dimensiones en **MatLab** para poder diseñarlo como se muestra en la Figura 5.8:

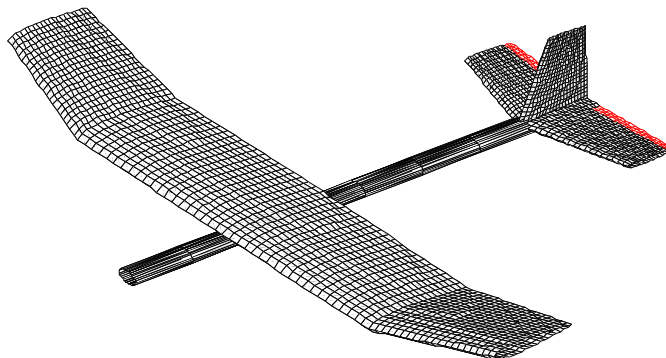


Figura 5.8: Diseño del avión híbrido en **DATCOM**.

Los valores de los coeficientes obtenidos utilizando **DATCOM** se muestran en la Tabla 5.3:

Símbolo	Coefficiente Aerodinámico	Valor
C_D	Coefficiente de Resistencia (<i>drag</i>)	0.04
C_Y	Coefficiente de Fuerza Lateral (<i>sideforce</i>)	0.001635
C_L	Coefficiente de Sustentación (<i>lift</i>)	0.266
C_l	Coefficiente de Momento de Balanceo (<i>rolling</i>)	0.008417
C_m	Coefficiente de Momento de Cabeceo (<i>pitching</i>)	1.9411
C_n	Coefficiente de Momento de Guiñada (<i>yawing</i>)	0.0009251

Cuadro 5.3: Coeficientes obtenidos mediante **DATCOM**.

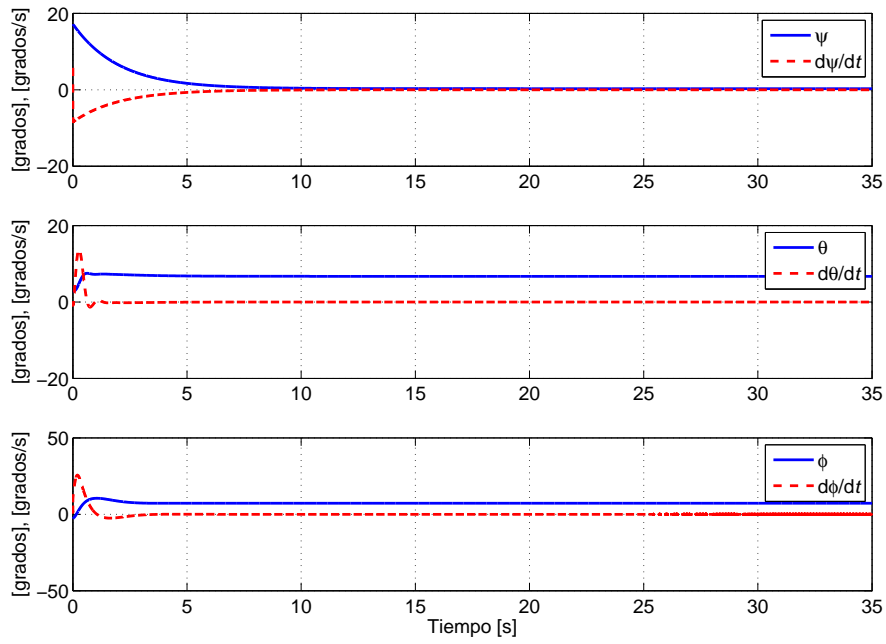


Figura 5.9: Orientación y Velocidades Angulares.

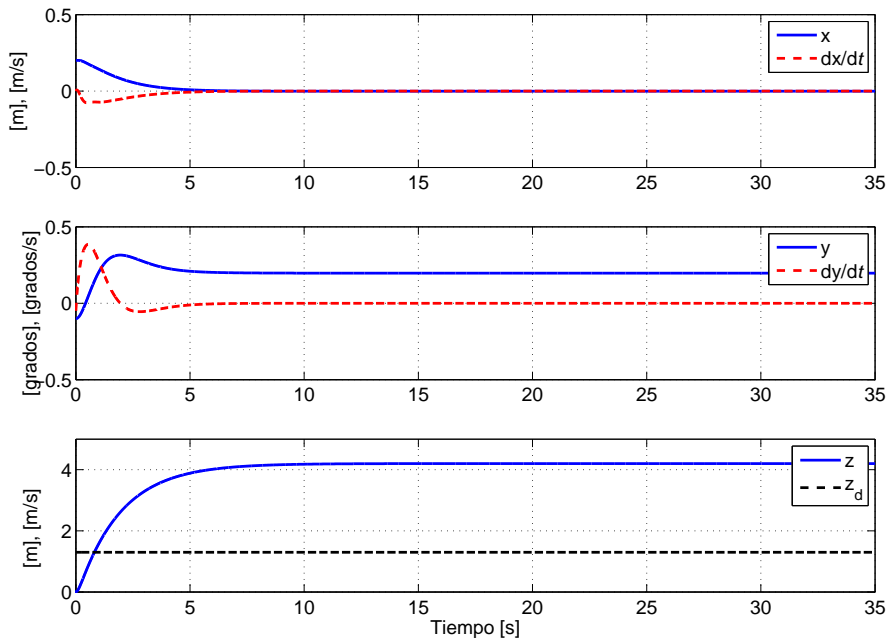


Figura 5.10: Posiciones y Velocidades Traslacionales.

Figura 5.11: Resultados de Simulación en Vuelo Estacionario (AVL).

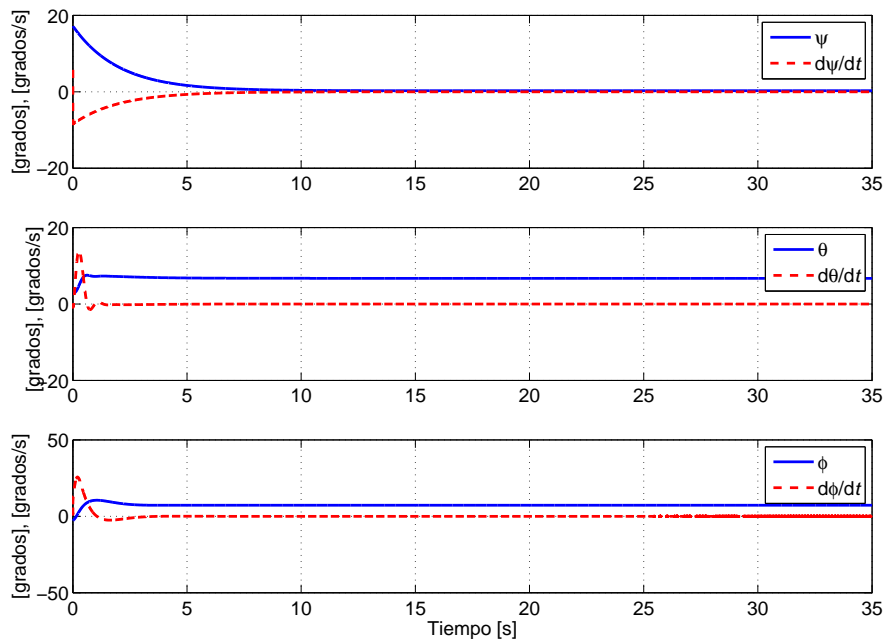


Figura 5.12: Orientación y Velocidades Angulares.

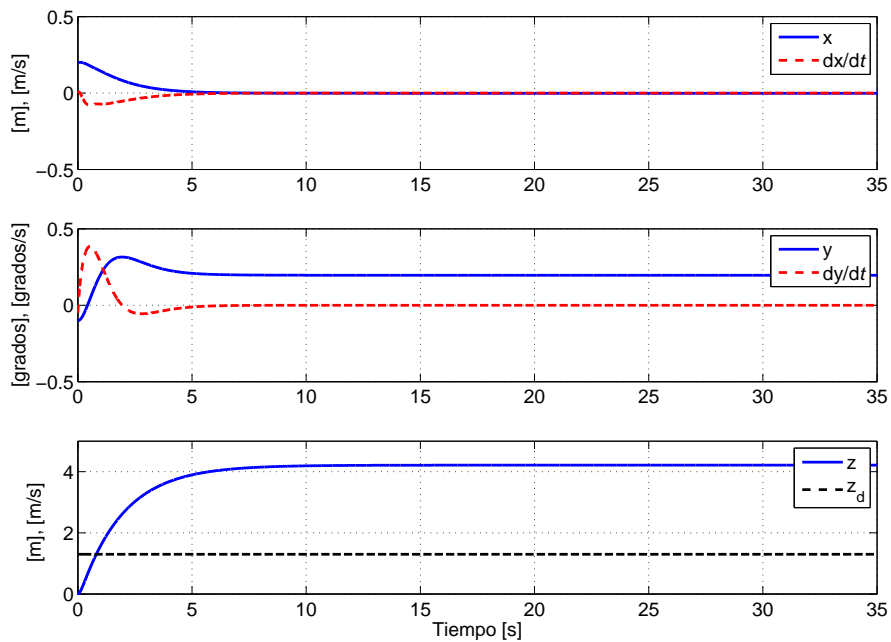


Figura 5.13: Posiciones y Velocidades Traslacionales.

Figura 5.14: Resultados de Simulación en Vuelo Estacionario (DATCOM).

Las condiciones iniciales utilizadas en la simulación fueron $x(0) = 0,1$ m, $y(0) = 0,16$ m, $z(0) = 0,2$ m, $\psi(0) = 6$ grados, $\theta(0) = 5,7$ grados y $\phi(0) = 10$ grados.

En las Figuras 5.3, 5.11 y 5.14 se muestran los ángulos y posiciones con sus respectivas velocidades de cada una de las simulaciones realizadas al obtener por diferentes software los coeficientes aerodinámicos, sin embargo, se obtuvo una mejor respuesta y estabilización del controlador de la aeronave en vuelo estacionario al usar los valores genéricos obtenidos por tablas tomadas de libros y la aeronave llegó a su altura deseada que era de $z_d = 1,3$ m.

5.2.1.5. Simulaciones Experimentales

Los resultados obtenidos durante las pruebas de vuelo estacionario, al utilizar la técnica de control *backstepping* se muestran en las Figuras 5.15 - 5.20 , donde se muestran el comportamiento de los ángulos de *Euler* (*roll*, *pitch* y *yaw*), respectivamente, así como sus correspondientes velocidades angulares. Se puede apreciar en las Figuras anteriores que el vehículo es estable en vuelo a modo estacionario, aunque la altitud de 1,3m no se haya alcanzado debido a problemas de peso y estructura, sin embargo, su dinámica permanece estable.

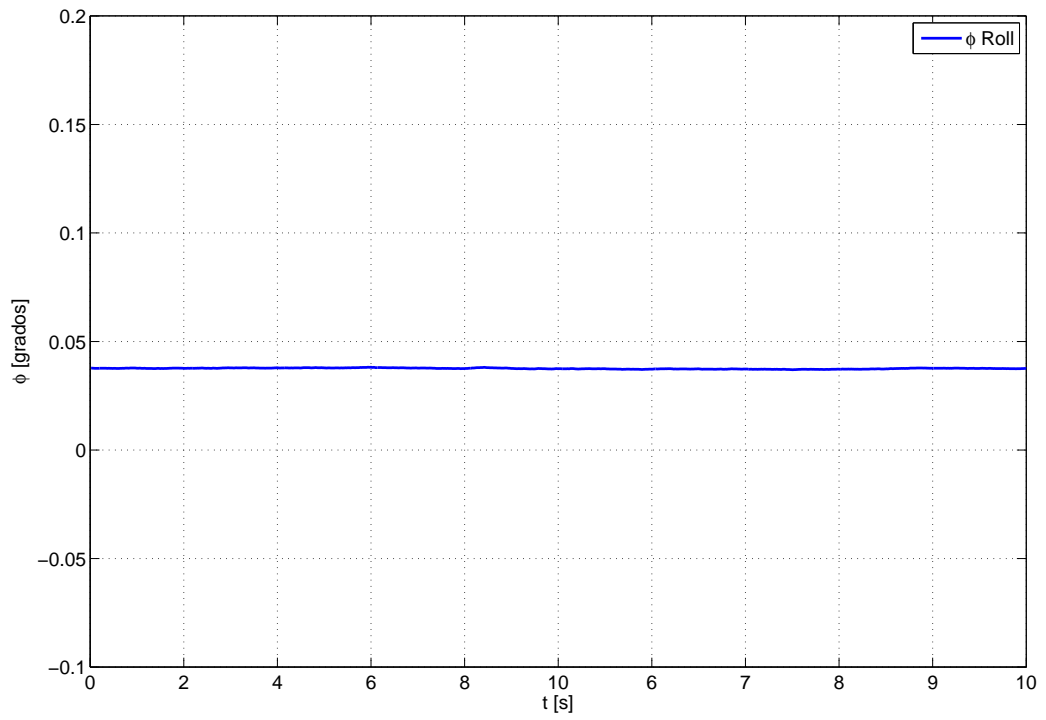


Figura 5.15: Resultados Experimentales - Ángulo de *roll*.

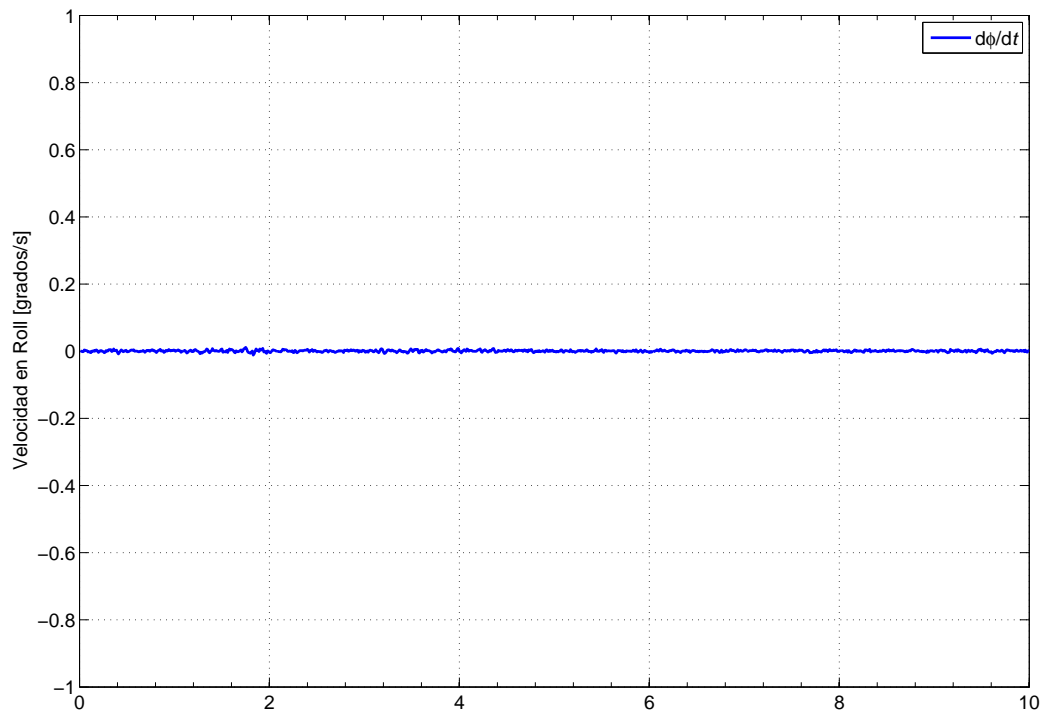


Figura 5.16: Resultados Experimentales - Velocidad Angular en *roll*.

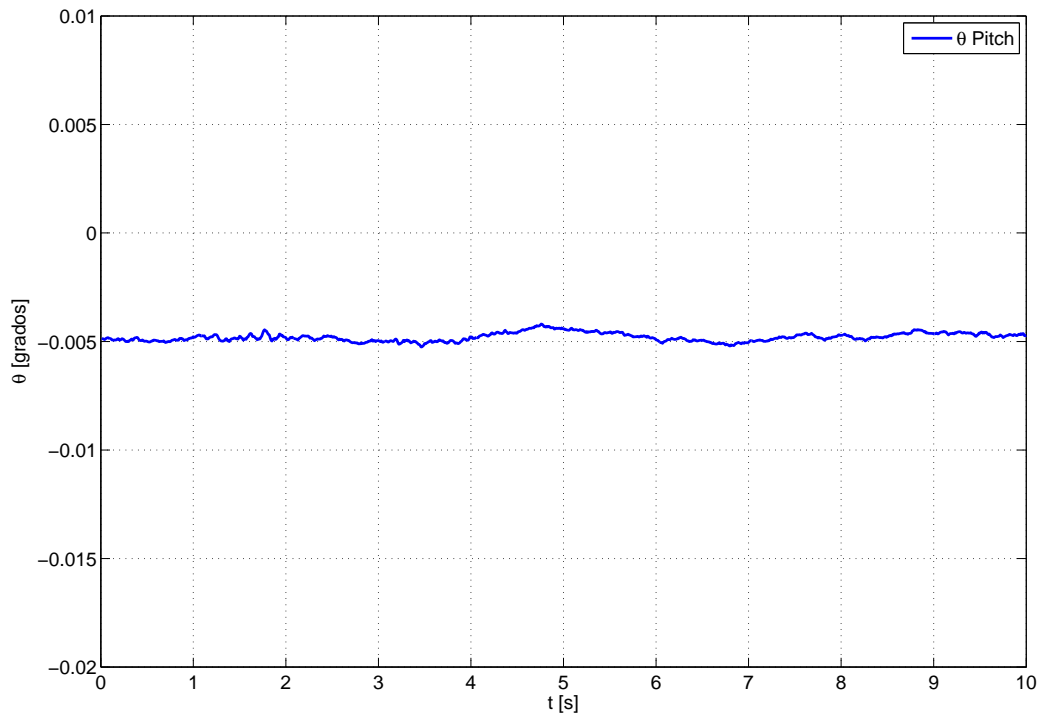


Figura 5.17: Resultados Experimentales - Ángulo de *pitch*.

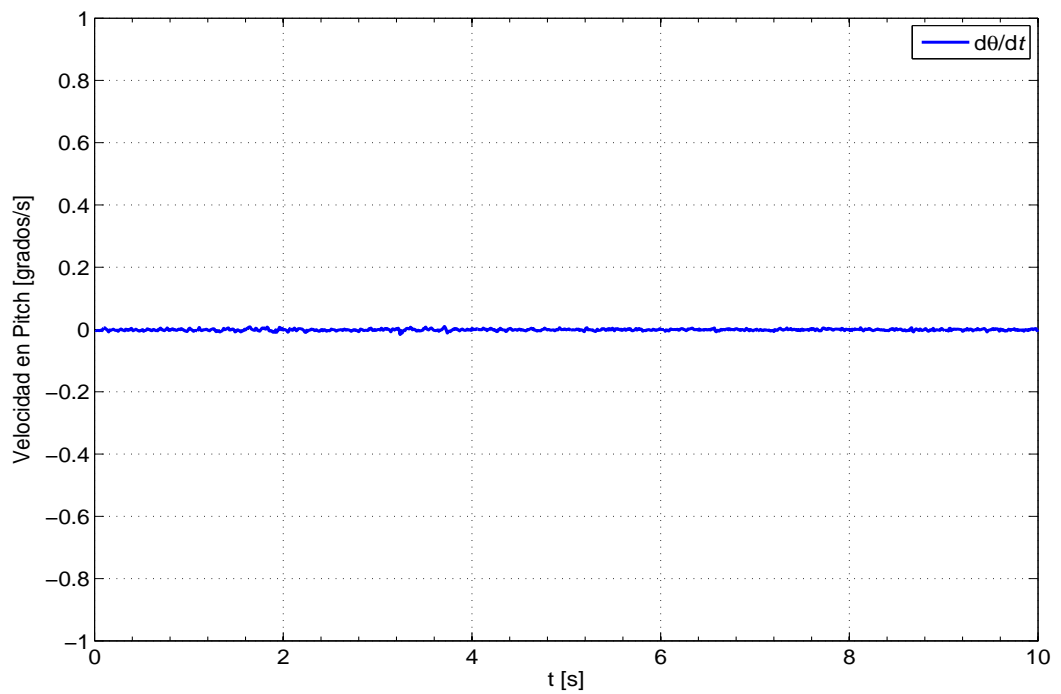


Figura 5.18: Resultados Experimentales - Velocidad Angular en *pitch*.

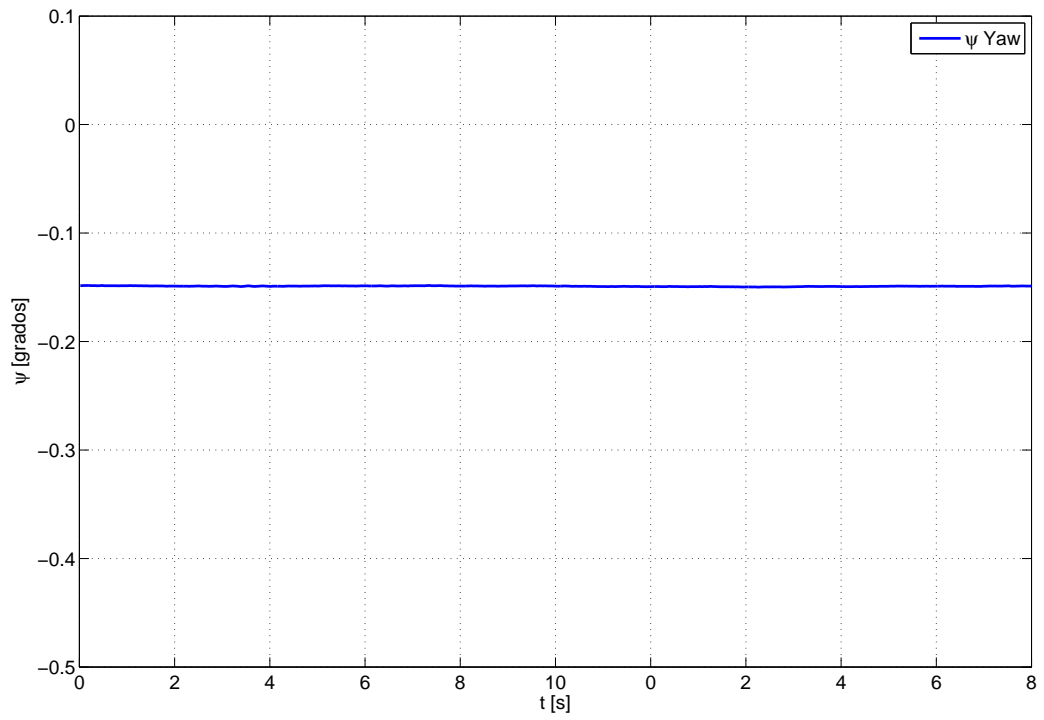


Figura 5.19: Resultados Experimentales - Ángulo de *yaw*.

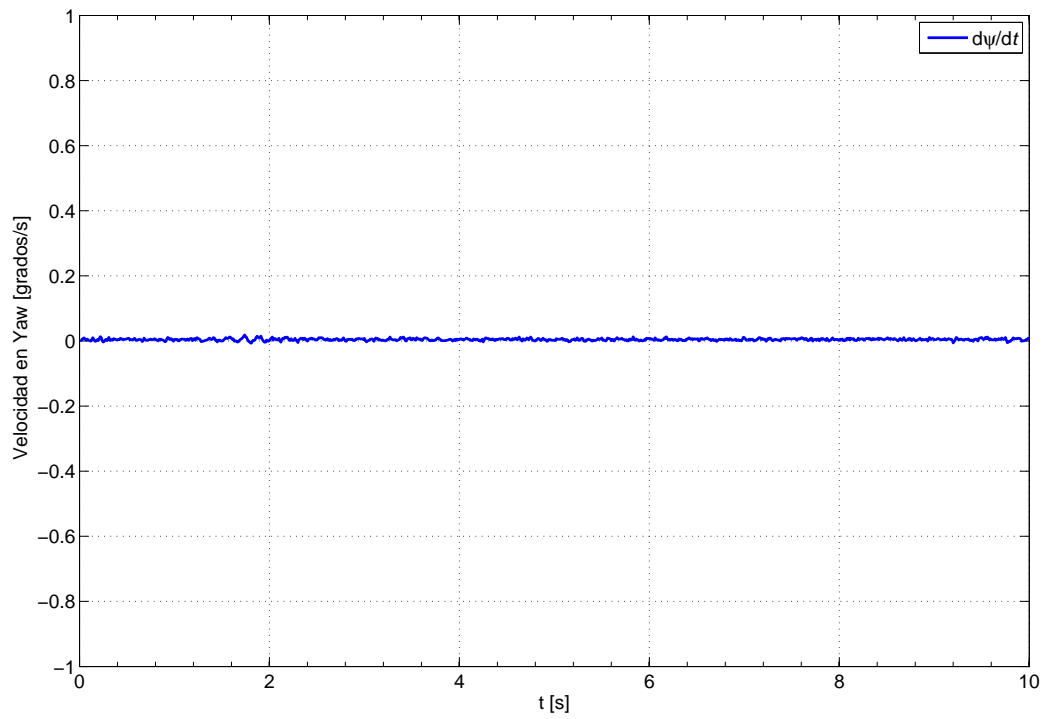


Figura 5.20: Resultados Experimentales - Velocidad Angular en *yaw*.

Por otro lado, en las Figuras 5.21, 5.22 y 5.23 se observan los controles aplicados en los ángulos, donde se observa una estabilidad que permite el vuelo autónomo del vehículo en régimen estacionario:

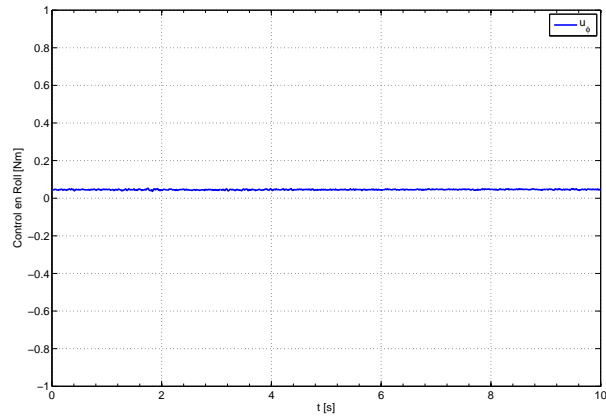


Figura 5.21: Resultados Experimentales - Control en *roll*.

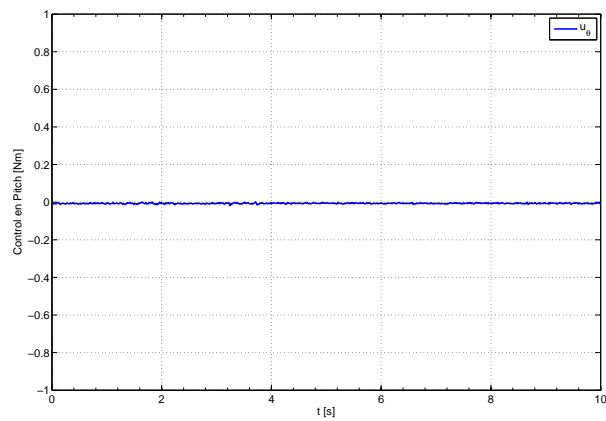


Figura 5.22: Resultados Experimentales - Control en *pitch*.

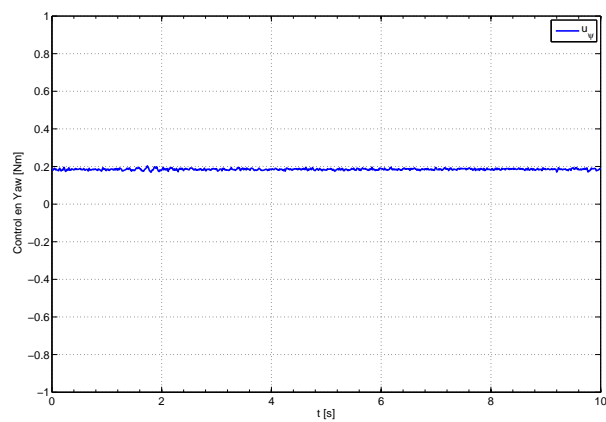


Figura 5.23: Resultados Experimentales - Control en *yaw*.

En las Figuras 5.24 y 5.25 se muestran unas fotografías de las pruebas experimentales realizadas para el vuelo autónomo estacionario de la aeronave construida:



Figura 5.24: Pruebas Experimentales con la Aeronave Construida.



Figura 5.25: Pruebas Experimentales del Vuelo Autónomo de la Aeronave Construida.

5.3. Control de la Maniobra de Transición

El momento de cabeceo y los componentes de levantamiento de la aeronave contribuyen a conseguir la maniobra de transición de vuelo vertical a horizontal. Para lograr este movimiento, la aeronave mueve los alerones alrededor del eje de cabeceo para entrar en modo crucero. Durante la fase de transición, la relación empuje-peso se requiere para asegurar que el vehículo alcance el rango operacional (de vuelo vertical a horizontal).

En esta sección se analiza el algoritmo de control de esta aeronave de tal manera para estabilizar el modelo dinámico (movimiento longitudinal) en la maniobra de transición según lo descrito por García Salazar (2009).

5.3.1. Modo Transición

Ya que un de los objetivos de esta aeronave es la de realizar vuelo estacionario como un helicóptero o *cuadrirrotor* y un vuelo horizontal como una aeronave convencional, una ley no-lineal de control se diseña para controlar la trayectoria deseada. La propuesta de control por retro-alimentación garantiza la estabilidad asintótica de los errores de seguimiento cuando el vehículo está dentro del régimen de transición. García Salazar (2009) Flores *et al.* (2012)

Las ecuaciones longitudinales del avión híbrido se obtienen de las fórmulas de *Newton-Euler* dadas en las Ecuaciones 3.47 y 3.60 antes mencionadas. Esta dinámica incluye las fuerzas y momentos actuando en el vehículo durante la maniobra de transición, por lo que se considera que $y = 0$, $\phi = 0$, $\psi = 0$ y $\beta = 0$, quedando las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{x}} &= \frac{X}{m}c_\theta + \frac{Z + T_c}{m}s_\theta \\
\ddot{\mathbf{z}} &= -\frac{X}{m}s_\theta + \frac{Z + T_c}{m}c_\theta - g \\
\ddot{\theta} &= \frac{\Gamma_y^B}{I_{yy}}
\end{aligned} \tag{5.62}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_\theta(\delta) &= \frac{\Gamma_y^B}{I_{yy}} \\
\Gamma_y^B &= M + F_{m_1}x_{m_1} + F_{m_4}x_{m_4} - (F_{m_2}x_{m_2} + F_{m_3}x_{m_3}) \\
M &= -\Gamma_{ac} + x_t L_t(\cdot) \\
\mathbf{X} &= -c_\alpha [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] - s_\alpha [L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot)] - D_r(\cdot) \\
\mathbf{Z} &= -s_\alpha [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] + c_\alpha [L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot)]
\end{aligned} \tag{5.63}$$

Se desprecia el momento giroscópico debido a que el movimiento en el eje y es mecánicamente estable, el sistema anterior se reescribe como:

$$\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{x}} &= -\frac{c_\alpha D_w}{m} c_\theta - \frac{s_\alpha L_w}{m} c_\theta - \frac{D_r}{m} c_\theta - \frac{s_\alpha D_w}{m} s_\theta + \frac{c_\alpha L_w}{m} s_\theta + \frac{T_c}{m} s_\theta \\
\ddot{z} &= -\frac{c_\alpha D_w}{m} s_\theta - \frac{s_\alpha L_w}{m} s_\theta - \frac{D_r}{m} s_\theta - \frac{s_\alpha D_w}{m} c_\theta + \frac{c_\alpha L_w}{m} c_\theta + \frac{T_c}{m} c_\theta - g \\
\ddot{\theta} &= u_\theta(\delta)
\end{aligned} \tag{5.64}$$

donde:

$$\mathbf{D}_w = [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] \tag{5.65}$$

$$\mathbf{L}_w = [L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot)]$$

Simplificando:

$$\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{x}} &= -\frac{\mathbf{A}_1}{m} c_\theta + \frac{\mathbf{A}_2}{m} s_\theta - \frac{D_r}{m} c_\theta + \frac{T_c}{m} s_\theta \\
\ddot{z} &= \frac{\mathbf{A}_1}{m} s_\theta + \frac{\mathbf{A}_2}{m} c_\theta - \frac{\mathbf{A}_2}{m} s_\theta + \frac{T_c}{m} c_\theta - g \\
\ddot{\theta} &= u_\theta(\delta)
\end{aligned} \tag{5.66}$$

donde $\mathbf{A}_1 = L_w s_\alpha + D_w c_\alpha$ y $\mathbf{A}_2 = L_w c_\alpha - D_w s_\alpha$.

Para alcanzar la trayectoria deseada de vuelo estacionario a vuelo horizontal, la aeronave sigue una trayectoria planeada, la cual inicia con puntos iniciales (vuelo estacionario)

y termina en puntos finales del vuelo horizontal, está definida por la altitud z , el rango x y la rotación θ . En vuelo estacionario, las velocidades son cero, y éstas alcanzan su valor deseado cuando el vehículos se encuentra en transición. El momento de cabeceo del ala y el movimiento de los alerones contribuyen a la rotación de la aeronave para obtener el ángulo deseado. Por lo tanto, la trayectoria deseada está definida por las siguientes funciones:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_d &= \begin{cases} x_0 + v_{x_i}t & \text{si } 0 \leq t \leq t_t \\ v_{x_f}t & \text{si } t_t \leq t \leq t_f \end{cases} \\
 z_d &= \begin{cases} z_0 + v_{z_i}t - \frac{gt^2}{2t_t} & \text{si } 0 \leq t \leq t_t \\ z_f & \text{si } t_t \leq t \leq t_f \end{cases} \\
 \theta_d &= \begin{cases} \frac{\pi}{4} & \text{si } 0 \leq t \leq t_t \\ \frac{\pi}{2} & \text{si } t_t \leq t \leq t_f \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5.67}$$

donde (x_0, z_0) y (v_{x_i}, v_{z_i}) son las posiciones y velocidades iniciales respectivamente, z_f es la posición final, v_{z_f} es la velocidad final, t_t es el tiempo de transición y t_f es el tiempo final. En la Figura 5.26 se puede observar esta maniobra:

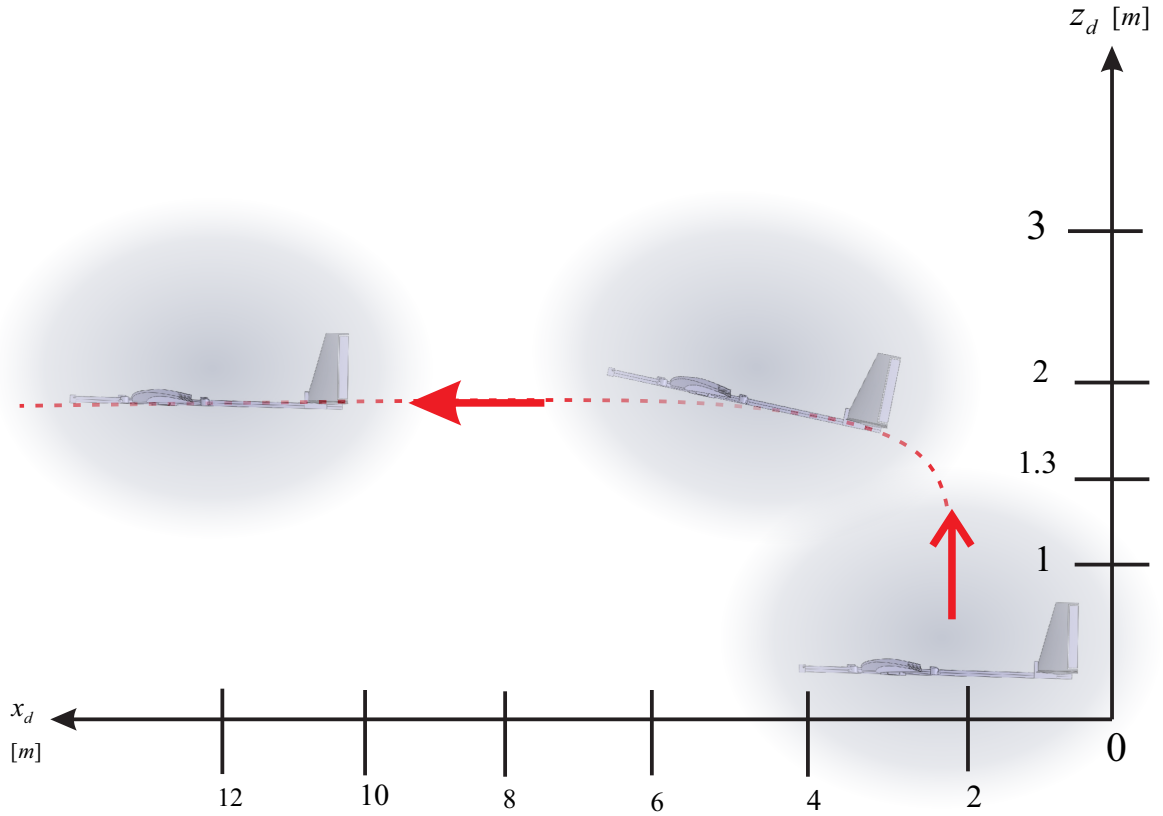


Figura 5.26: Trayectoria deseada de la Maniobra de Transición.

Para estabilizar la dinámica en z de 5.66, una entrada de control propuesta T_c está dada por:

$$\mathbf{T}_c = \frac{1}{c_\theta} \left[-C_{z_1} (\dot{z} - \dot{z}_d) - C_{z_2} (z - z_d) - \frac{A_1}{m} s_\theta - \frac{A_2}{m} c_\theta + \frac{D_r}{m} s_\theta + g \right] \quad (5.68)$$

donde z_d y \dot{z}_d son las posición y velocidad deseadas en el eje z respectivamente, mientras que $C_{z_1}, C_{z_2} > 0$. Así al sustituir \mathbf{T}_c en la dinámica de z de 5.66 se tiene:

$$\ddot{z} = -C_{z_1} (\dot{z} - \dot{z}_d) - C_{z_2} (z - z_d) \quad (5.69)$$

Se escogen las constantes C_{z_1} y C_{z_2} para que 5.69 sea un polinomio Hurwitz Ackermann *et al.* (1993), así que $z \rightarrow z_d, \dot{z} \rightarrow \dot{z}_d \forall t > 0$.

Se sustituye T_c en la dinámica de x del sistema 5.66, considerando que $c_\theta \approx 1, s_\theta \approx \theta$,

quedando una aproximación lineal:

$$\ddot{x} = g\theta - \frac{A_1 + D_r}{m} \quad (5.70)$$

$$\ddot{\theta} = u_\theta(\delta)$$

Se definen funciones de error y se denota a x_d, θ_d como las trayectorias deseadas:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= x - x_d \\ \tilde{x}_2 &= \dot{x} - \dot{x}_d \\ \tilde{x}_3 &= \theta - \theta_d \\ \tilde{x}_4 &= \dot{\theta} - \dot{\theta}_d \end{aligned} \quad (5.71)$$

Por lo que la representación en variables de estado del sistema 5.70 es:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= g\tilde{x}_3 - \frac{A_1 + D_r}{m} \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= \tilde{x}_4 \\ \dot{\tilde{x}}_4 &= u_\theta(\delta) \end{aligned} \quad (5.72)$$

Linealizando el sistema 5.72 al aplicar la matriz Jacobiana (véase Chen (1995), éste se reescribe como:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= g\tilde{x}_3 \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= \tilde{x}_4 \\ \dot{\tilde{x}}_4 &= u_\theta(\delta) \end{aligned} \quad (5.73)$$

5.3.1.1. Control utilizando Saturaciones Anidadas

Para el control del avión híbrido durante la maniobra de transición, se emplea la técnica de saturaciones anidadas al tratarse de ser un sistema lineal 5.73, por lo que se propone la siguiente ley de control: Escareño *et al.* (2006b) García Salazar (2009) Teel (1992)

$$\mathbf{u}_\theta(\boldsymbol{\delta}) = -\sigma_1(\tilde{x}_4 + \gamma_1) \quad (5.74)$$

donde γ_1 y la saturación σ_1 se encuentran acotadas: $|\gamma_1| \leq b_{\gamma_1}$, $|\sigma_1(\cdot)| \leq b_1$ y $b_1 > 0$.

Definición *Se propone una Función Definida Positiva:*

$$\mathbf{V}_1 = \frac{1}{2}\tilde{x}_4^2 \quad (5.75)$$

Derivando:

$$\dot{\mathbf{V}}_1 = \tilde{x}_4\dot{\tilde{x}}_4 = -\sigma_1\tilde{x}_4(\tilde{x}_4 + \gamma_1) \quad (5.76)$$

Prueba Si el signo $(\sigma_1(\tilde{x}_4 + \gamma_1)) = \text{signo}(\tilde{x}_4)$, $\Rightarrow \dot{\mathbf{V}}_1 \leq 0$. Hay que notar que si $|\tilde{x}_4| \leq b_{\gamma_1}$ para $b > 0$, $\Rightarrow \dot{\mathbf{V}}_1 \leq 0$. Existe un tiempo finito T_1 por lo que:

$$\forall t > T_1, \quad |\tilde{x}_4| \leq b_{\gamma_1}$$

Se supone que b satisface:

$$|\tilde{x}_4 + \gamma_1| \leq b_{\gamma_1}$$

Por lo que se escoge:

$$b_1 \geq 2b_{\gamma_1}$$

Así se obtiene $\forall t > T_1$:

$$\mathbf{u}_\theta(\boldsymbol{\delta}) = -\tilde{x}_4 - \gamma_1 \quad (5.77)$$

$\therefore \tilde{x}_4$ está acotada.

Definición Se quiere que:

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_1 = -\gamma_1 \quad (5.78)$$

donde $\tilde{\mathbf{z}}_1 = \tilde{x}_4 + \tilde{x}_3$ y por definición se tiene que:

$$\gamma_1 \triangleq -\sigma_2(\tilde{z}_1 + \gamma_2) \quad (5.79)$$

Así γ_2 y la saturación σ_2 se encuentran acotadas: $|\gamma_2| \leq b_{\gamma_2}$, $|\sigma_2(\cdot)| \leq b_2$ y $b_2 > 0$.

Se propone una función definida positiva:

$$\mathbf{V}_2 = \frac{1}{2} \tilde{z}_1^2 \quad (5.80)$$

Derivando:

$$\dot{\mathbf{V}}_2 = \tilde{z}_1 \dot{\tilde{z}}_1 = -\sigma_2 \tilde{z}_1 (\tilde{z}_1 + \gamma_2) \quad (5.81)$$

Prueba Si el signo $(\sigma_2(\tilde{z}_1 + \gamma_2)) = \text{signo}(\tilde{z}_1)$, $\Rightarrow \dot{\mathbf{V}}_2 \leq 0$. Hay que notar que si $|\tilde{z}_1| \leq b_{\gamma_2}$ para $b > 0$, $\Rightarrow \dot{\mathbf{V}}_2 \leq 0$. Existe un tiempo finito T_2 tal que:

$$\forall t > T_2, \quad |\tilde{z}_1| \leq b_{\gamma_2}$$

Se supone que b satisface:

$$|\tilde{z}_1 + \gamma_2| \leq b_{\gamma_2}$$

Por lo que se escoge:

$$b_2 \geq 2b_{\gamma_2}$$

Así se obtiene $\forall t > T_2$:

$$\mathbf{u}_\theta(\boldsymbol{\delta}) = -\tilde{x}_4 - \tilde{z}_1 - \gamma_2 \quad (5.82)$$

$\therefore \tilde{x}_3, \tilde{z}_1$ están acotadas.

Definición Se quiere que:

$$\dot{\tilde{z}}_2 = -\gamma_2 \quad (5.83)$$

donde $\tilde{z}_2 = \tilde{x}_4 + 2\tilde{x}_3 + \frac{\tilde{x}_2}{g}$ y por definición se tiene que:

$$\gamma_2 \triangleq -\sigma_3(\tilde{z}_2 + \gamma_3) \quad (5.84)$$

Así γ_3 y la saturación σ_3 se encuentran acotadas: $|\gamma_3| \leq b_{\gamma_3}$, $|\sigma_3(\cdot)| \leq b_3$ y $b_3 > 0$. Se propone una función definida positiva:

$$\mathbf{V}_3 = \frac{1}{2}\tilde{z}_2^2 \quad (5.85)$$

Derivando:

$$\dot{\mathbf{V}}_3 = \tilde{z}_2\dot{\tilde{z}}_2 = -\sigma_3\tilde{z}_2(\tilde{z}_2 + \gamma_3) \quad (5.86)$$

Prueba Si el signo $(\sigma_3(\tilde{z}_2 + \gamma_3)) = \text{signo}(\tilde{z}_2)$, $\Rightarrow \dot{\mathbf{V}}_3 \leq 0$. Hay que notar que si $|\tilde{z}_2| \leq b_{\gamma_3}$ para $b > 0$, $\Rightarrow \dot{\mathbf{V}}_3 \leq 0$. Existe un tiempo finito T_3 tal que:

$$\forall t > T_3, \quad |\tilde{z}_2| \leq b_{\gamma_3}$$

Se supone que b satisface:

$$|\tilde{z}_2 + \gamma_3| \leq b_{\gamma_3}$$

Por lo que se escoge:

$$b_3 \geq 2b_{\gamma_3}$$

Así se obtiene $\forall t > T_3$:

$$\mathbf{u}_\theta(\boldsymbol{\delta}) = -\tilde{x}_4 - \tilde{z}_1 - \tilde{z}_2 - \gamma_3 \quad (5.87)$$

$\therefore \tilde{x}_2, \tilde{z}_2$ están acotadas.

Definición Se quiere que:

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_3 = -\gamma_3 \quad (5.88)$$

donde $\tilde{\mathbf{z}}_3 = \tilde{x}_4 + 3\tilde{x}_3 + 3\frac{\tilde{x}_2}{g} + \frac{\tilde{x}_1}{g}$ y por definición se tiene que:

$$\gamma_3 \triangleq -\sigma_4(\tilde{z}_3) \quad (5.89)$$

Así la saturación σ_4 se encuentran acotada: $|\sigma_4(\cdot)| \leq b_4$, $b_4 = b_{\gamma_3}$ y $b_4 > 0$. Se propone una función definida positiva:

$$\mathbf{V}_4 = \frac{1}{2}\tilde{z}_3^2 \quad (5.90)$$

Derivando:

$$\dot{\mathbf{V}}_4 = \tilde{z}_3 \dot{\tilde{z}}_3 = -\sigma_4 \tilde{z}_3 (\tilde{z}_3) \quad (5.91)$$

Prueba Si el signo $(\sigma_4(\tilde{z}_3)) = \text{signo}(\tilde{z}_3)$, $\Rightarrow \dot{\mathbf{V}}_4 \leq 0$. Hay que notar que si $|\tilde{z}_3| \leq b_{\gamma_4}$ para $b > 0$, $\Rightarrow \dot{\mathbf{V}}_4 \leq 0$.

Se verifica convergencia, cuando $t \rightarrow \infty$:

$$\text{si } \dot{\mathbf{V}}_4 = -\sigma_4 \tilde{z}_3 (\tilde{z}_3), \quad \tilde{z}_3, \gamma_3 \rightarrow 0$$

$$\text{si } \dot{\mathbf{V}}_3 = -\sigma_3 \tilde{z}_2 (\tilde{z}_2 + \gamma_3), \quad \tilde{z}_2, \gamma_2 \rightarrow 0$$

$$\text{si } \dot{\mathbf{V}}_2 = -\sigma_2 \tilde{z}_1 (\tilde{z}_1 + \gamma_2), \quad \tilde{z}_1, \gamma_1 \rightarrow 0$$

$$\text{si } \dot{\mathbf{V}}_1 = -\sigma_1 \tilde{z}_1 (\tilde{x}_4 + \gamma_1), \quad \tilde{x}_4 \rightarrow 0$$

$$\text{si } \tilde{\mathbf{z}}_1 = \tilde{x}_4 + \tilde{x}_3, \quad \tilde{x}_3 \rightarrow 0$$

$$\text{si } \tilde{\mathbf{z}}_2 = \tilde{x}_4 + 2\tilde{x}_3 + \frac{\tilde{x}_2}{g}, \quad \tilde{x}_2 \rightarrow 0$$

$$\text{si } \tilde{\mathbf{z}}_3 = \tilde{x}_4 + 3\tilde{x}_3 + 3\frac{\tilde{x}_2}{g} + \frac{\tilde{x}_1}{g}, \quad \tilde{x}_1 \rightarrow 0$$

Finalmente el control en saturaciones anidadas queda especificado como:

$$\boxed{u_\theta(\delta) = -\sigma_1 \left(\tilde{x}_4 + \sigma_2 \left(\tilde{x}_4 + \tilde{x}_3 + \sigma_3 \left(\tilde{x}_4 + 2\tilde{x}_3 + \frac{\tilde{x}_2}{g} + \sigma_4 \left(\tilde{x}_4 + 3\tilde{x}_3 + 3\frac{\tilde{x}_2}{g} + \frac{\tilde{x}_1}{g} \right) \right) \right) \right) \quad (5.92)$$

5.3.1.2. Simulaciones de Transición

Para validar los resultados de la ley de control obtenida, se realizaron varias simulaciones para observar el rendimiento del vehículo.

En la Figura 5.27 se ilustra la trayectoria seguida en x y z con sus respectivas velocidades, así como el comportamiento del ángulo de cabeceo (*pitch*); el cual alcanza el ángulo deseado, y a su vez la convergencia a cero de la velocidad angular del vehículo. En la Figura 5.28 se representan la ley de control y la fuerza de empuje. La ley de control estabilizar el vehículo en la maniobra de transición, y la respuesta de la fuerza de empuje converge al valor que se compensa por el peso y por las fuerzas aerodinámicas de la aeronave.

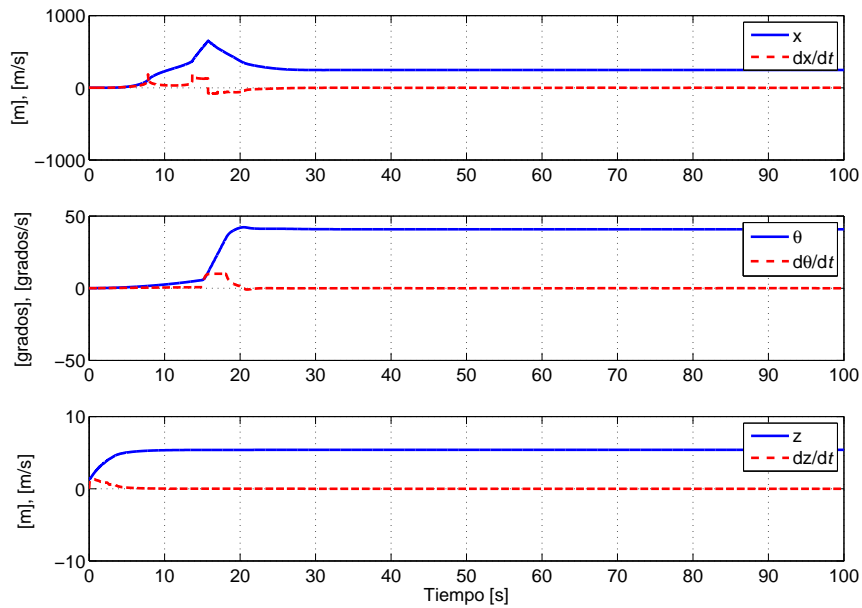


Figura 5.27: Respuestas de las dinámicas de (x, \dot{x}) , $(\theta, \dot{\theta})$ y (z, \dot{z}) .

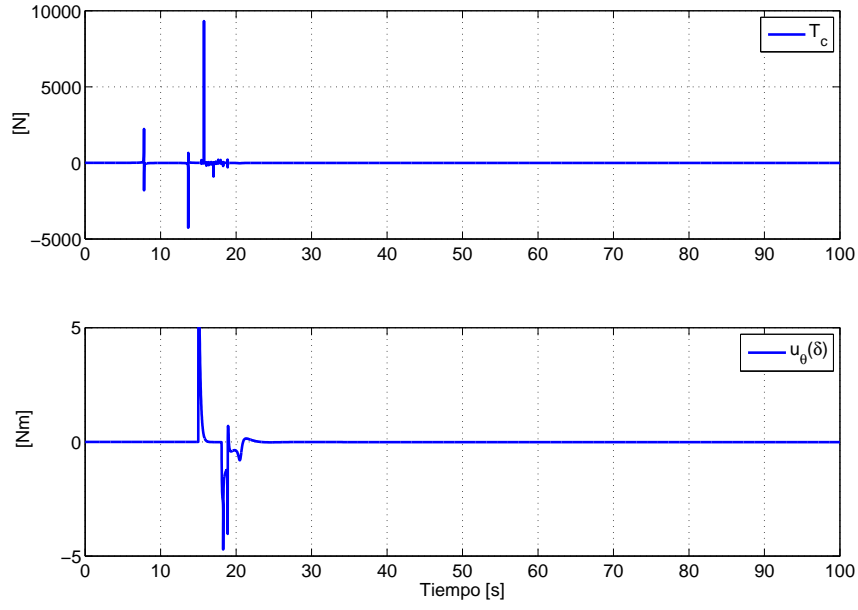


Figura 5.28: Ley de control $u_\theta(\delta)$ y Empuje generado T_c .

5.4. Control en Crucero

En esta sección se presenta la estabilidad de la aeronave en vuelo horizontal. Las ecuaciones longitudinales del avión híbrido obtenidas a partir de las ecuaciones de *Newton-Euler* (Ecuaciones 3.47 y 3.60) dadas por la matriz de rotación H_B^I en vuelo horizontal y considerando que $y = 0$, $\phi = 0$, $\psi = 0$, $\beta = 0$ y $\epsilon = 0$ están descritas por el siguiente sistema: García *et al.* (2006)

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= \frac{X + T_5}{m} c_\theta + \frac{Z - T_5 + T_c}{m} s_\theta \\
 \ddot{z} &= -\frac{X + T_5}{m} s_\theta + \frac{Z + T_c}{m} c_\theta \\
 \ddot{\theta} &= \frac{\Gamma_y^B}{I_{yy}}
 \end{aligned} \tag{5.93}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_{\theta_H}(\delta) &= \frac{\Gamma_y^B}{I_{yy}} \\
\Gamma_y^B &= \mathbf{M} + F_{m_1}x_{m_1} + F_{m_4}x_{m_4} - (F_{m_2}x_{m_2} + F_{m_3}x_{m_3}) \\
\mathbf{M} &= -\Gamma_{ac} + x_t L_t(\cdot) \\
\mathbf{X} &= -c_\alpha [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] - s_\alpha [L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot)] - D_r(\cdot) \\
\mathbf{Z} &= -s_\alpha [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] + c_\alpha [L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot)]
\end{aligned} \tag{5.94}$$

Despreciando el momento giroscópico debido a que el movimiento en el eje y es mecánicamente estable, el sistema anterior se reescribe como:

$$\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{x}} &= -\frac{c_\alpha D_w}{m} c_\theta - \frac{s_\alpha L_w}{m} c_\theta - \frac{D_r}{m} c_\theta + \frac{T_5}{m} c_\theta - \frac{s_\alpha D_w}{m} s_\theta + \frac{c_\alpha L_w}{m} s_\theta + \frac{T_c}{m} s_\theta \\
\ddot{\mathbf{z}} &= \frac{c_\alpha D_w}{m} s_\theta + \frac{s_\alpha L_w}{m} s_\theta + \frac{D_r}{m} s_\theta - \frac{T_5}{m} s_\theta - \frac{s_\alpha D_w}{m} c_\theta + \frac{c_\alpha L_w}{m} c_\theta + \frac{T_c}{m} c_\theta - g \\
\ddot{\theta} &= u_{\theta_H}(\delta)
\end{aligned} \tag{5.95}$$

donde:

$$\mathbf{D}_w = [D_{wb_1}(\cdot) + D_{wb_2}(\cdot) + D_t(\cdot)] \quad (5.96)$$

$$\mathbf{L}_w = [L_{wb_1}(\cdot) + L_{wb_2}(\cdot) + L_t(\cdot)]$$

Simplificando:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}} &= -\frac{\mathbf{A}_1}{m}c_\theta + \frac{\mathbf{A}_2}{m}s_\theta - \frac{D_r}{m}c_\theta + \frac{T_5}{m}c_\theta + \frac{T_c}{m}s_\theta \\ \ddot{z} &= \frac{\mathbf{A}_1}{m}s_\theta + \frac{\mathbf{A}_2}{m}c_\theta + \frac{D_r}{m}s_\theta - \frac{T_5}{m}s_\theta + \frac{T_c}{m}c_\theta - g \\ \ddot{\theta} &= u_{\theta_H}(\delta) \end{aligned} \quad (5.97)$$

donde $\mathbf{A}_1 = L_w s_\alpha + D_w c_\alpha$ y $\mathbf{A}_2 = L_w c_\alpha - D_w s_\alpha$.

Para controlar el rango de la aeronave, se establece una ley de control en la dinámica de x de 5.97, que está dada por:

$$\mathbf{T}_c = \frac{1}{s_\theta} \left[-b_{x_1}(\dot{x} - \dot{x}_d) - b_{x_2}(x - x_d) + \frac{A_1}{m}c_\theta - \frac{A_2}{m}s_\theta + \frac{D_r}{m}c_\theta - \frac{T_5}{m}c_\theta \right] \quad (5.98)$$

donde $x_d = v_{x_i}t$ y $\dot{x}_d = v_{x_i}$ son las posición y velocidad deseadas en el eje x respectivamente, mientras que $b_{x_1}, b_{x_2} > 0$. Así al sustituir T_c en la dinámica de x de 5.97 se tiene:

$$\ddot{\mathbf{x}} = -b_{x_1}(\dot{x} - \dot{x}_d) - b_{x_2}(x - x_d) \quad (5.99)$$

Se escogen las constantes b_{x_1} y b_{x_2} para que 5.99 sea un polinomio Hurwitz, así que

$$x \rightarrow x_d, \dot{x} \rightarrow \dot{x}_d \forall t > 0.$$

Se sustituye T_c en la dinámica de x del sistema 5.97, considerando que $c_\theta \approx 1$, $s_\theta \approx \theta$, reduciendo el sistema a:

$$\ddot{z} = \frac{A_1 + D_r - T_5}{m} - g\theta \quad (5.100)$$

$$\ddot{\theta} = u_{\theta_H}(\delta)$$

Se definen funciones de error y se denota a z_d, θ_d como las trayectorias deseadas:

$$\begin{aligned} \tilde{z}_1 &= z - z_d \\ \tilde{z}_2 &= \dot{z} - \dot{z}_d \end{aligned} \quad (5.101)$$

$$\tilde{\theta}_{H_1} = \theta_H - \theta_{H_d}$$

$$\tilde{\theta}_{H_2} = \dot{\theta}_{H_d} - \dot{\theta}_{H_d}$$

Por lo que la representación en variables de estado del sistema 5.100 es:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}}_1 &= \tilde{z}_2 \\ \dot{\tilde{z}}_2 &= \frac{A_1 + D_r - T_5}{m} - g\tilde{z}_3 \\ \dot{\tilde{\theta}}_{H_1} &= \tilde{\theta}_{H_2} \end{aligned} \quad (5.102)$$

$$\dot{\tilde{\theta}}_{H_2} = u_{\theta_H}(\delta)$$

Linealizando el sistema 5.102 al aplicar la matriz jacobiana Chen (1995), éste se rees-

cribe como:

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{z}}_1 &= \tilde{z}_2 \\
 \dot{\tilde{z}}_2 &= -g\tilde{z}_3 \\
 \dot{\tilde{\theta}}_{H_1} &= \tilde{\theta}_{H_2} \\
 \dot{\tilde{\theta}}_{H_2} &= u_{\theta_H}(\delta)
 \end{aligned} \tag{5.103}$$

Para el control en vuelo horizontal o de crucero se empleó la estrategia de *saturaciones anidadas* al igual que el modo en transición por ser el sistema 5.103, un sistema lineal, por lo que al resultado que se llegó fue:

$$\boxed{u_{\theta_H}(\delta) = -\sigma_1 \left(\tilde{\theta}_{H_2} + \sigma_2 \left(\tilde{\theta}_{H_2} + \tilde{\theta}_{H_1} + \sigma_3 \left(\tilde{\theta}_{H_2} + 2\tilde{\theta}_{H_1} - \frac{\tilde{z}_2}{g} + \sigma_4 \left(\tilde{\theta}_{H_2} + 3\tilde{\theta}_{H_1} - 3\frac{\tilde{z}_2}{g} - \frac{\tilde{z}_1}{g} \right) \right) \right) \right)} \tag{5.104}$$

5.4.0.3. Simulaciones de Crucero

Las respuestas de simulación del avión híbrido en este modo se muestra en las siguientes Figuras 5.29 y 5.30. Estas figuras representan el desempeño eficaz de la aeronave durante el crucero. La altitud, el rango del vehículo y el ángulo de cabeceo (*pitch*) se estabilizan pasado un cierto tiempo. La ley de control y la fuerza de empujen tienen una estabilización rápida en el modo crucero de la aeronave.

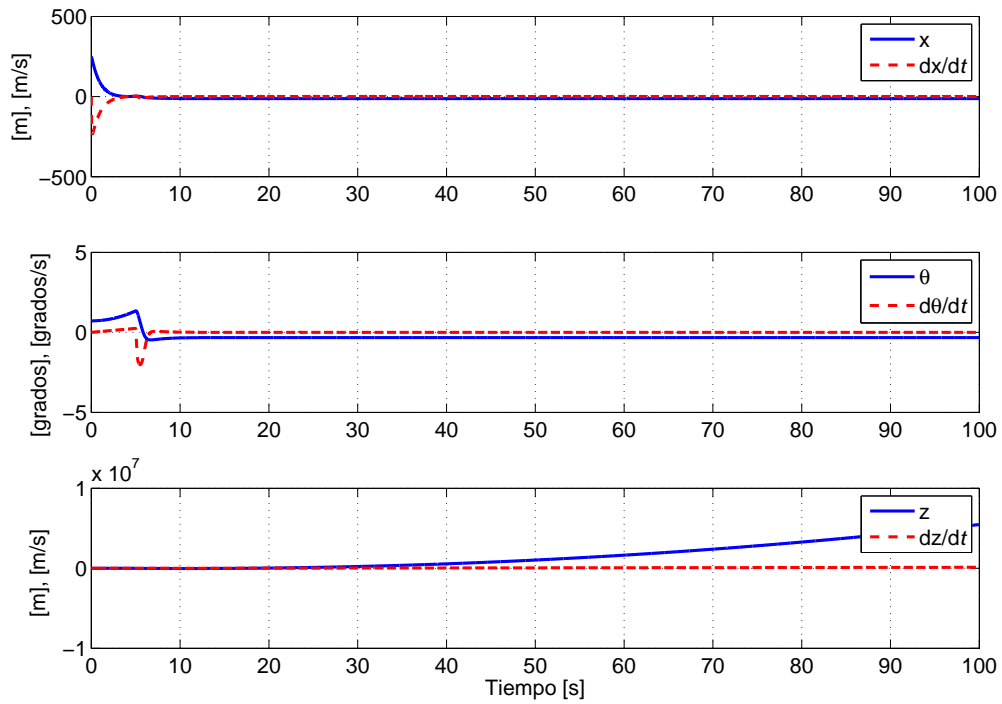


Figura 5.29: Respuestas de las dinámicas de (x, \dot{x}) , $(\theta, \dot{\theta})$ y (z, \dot{z}) .

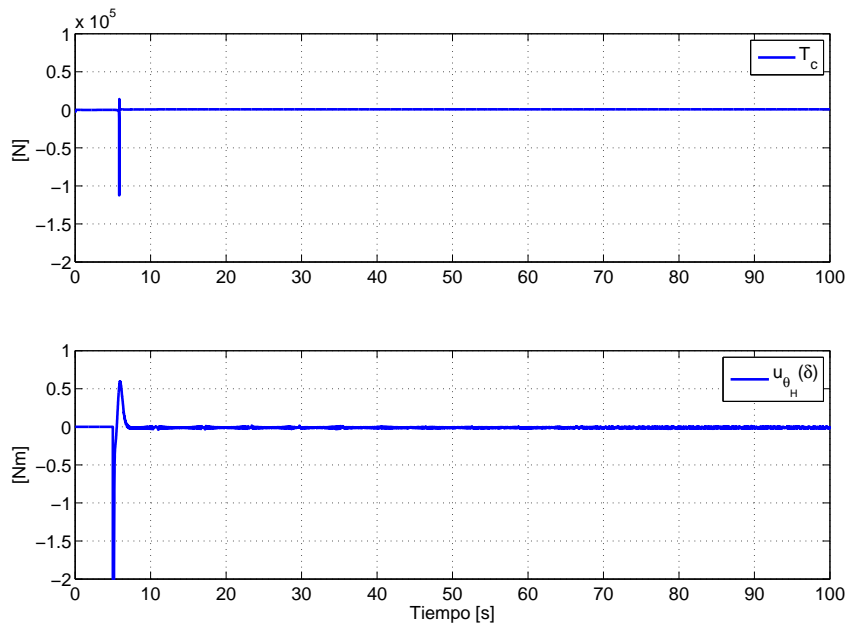


Figura 5.30: Ley de control $u_{\theta_H}(\delta)$ y Empuje generado T_c .

5.5. Conclusiones

En este capítulo, se diseñaron y aplicaron las leyes de control que estabilizaron el vehículo en vuelo estacionario, en transición y en modo crucero u horizontal. El control basado en la técnica de *backstepping* permitió estabilizar la aeronave en vuelo estacionario tanto en simulación como en experimentación, las dinámicas longitudinal, lateral y direccional, en las cuales se subdividió el sistema. Para la etapa de transición, donde se estudió el subsistema longitudinal para conseguir las maniobras (de vuelo vertical a horizontal); se definió una trayectoria deseada y un control no-lineal basado en funciones de saturación, que se implementó para estabilizar el vehículo en esta maniobra. Respecto al vuelo horizontal o crucero de la aeronave, de igual forma se propuso una función de saturación para desempeñar el vuelo autónomo. Tanto para la maniobra de transición y vuelo en crucero se realizaron simulaciones numéricas y se obtuvieron resultados relativamente estables, sin embargo, en la parte experimental no se pudo observar el desempeño del vehículo debido a problemas estructurales y de peso, por lo que para trabajo futuro se propone otro diseño que permita la ejecución de estas maniobras.

Conclusiones y Trabajo Futuro

6.1. Conclusiones

A lo largo del presente trabajo fue posible lograr los objetivos propuestos, alcanzando los siguiente resultados:

- Se dio una introducción detallada de las aeronaves tipo **VTOL** ya existentes, para así partir al diseño de una configuración de **UAV** convertible que combine ambas dinámicas de vuelo vertical y horizontal.
- Se obtuvo un modelo conceptual de la aeronave, desarrollado y elegido implementando los métodos de *Brainstorming*, *AHP* y *Pugh* (Apéndice A), a partir del cual se siguió una metodología de diseño, considerando los criterios de diseño aerodinámico, mediante la implementación de las ecuaciones clásicas de la aerodinámica para el dimensionado de las superficies sustentadoras del **UAV**.
- Se obtuvieron las ecuaciones dinámicas de la aeronave utilizando el formalismo de *Newton-Euler*, donde se consideraron las fuerzas gravitacionales, de empuje, de los motores, giroscópicas y aerodinámicas, tanto en vuelo estacionario, como en vuelo horizontal.

- Se diseñó una plataforma experimental (prototipo y **EFCS**) para desempeñar un vuelo estacionario autónomo, y así validar las leyes de control propuestas en el Capítulo 5. Se utilizó un micro-procesador **Rabbit Core** 4300, para el cálculo de las leyes de control a través de comunicación serial y comunicación mediante el puerto **I²C**. Para la estimación de la posición angular, se utilizó una central inercial (**IMU**) de gran capacidad y con avanzado filtro para evitar singularidades en las mediciones.
- A partir del modelo matemático no-lineal desarrollado, éste se transformó para obtener un modelo más simplificado para las dinámicas longitudinal, lateral y direccional. El modelo dinámico resultante sirvió para el diseño de leyes de control ya existentes para cada una de las fases de operación del vehículo; el control basado en la técnica de *backstepping* permitió realizar simulaciones de vuelo estacionario, mientras que se propusieron funciones de saturación para obtener un comportamiento aceptable del vehículo durante las etapas de transición y de crucero.
- Mediante el empleo de la dinámica de fluidos computacionales (**CFD**), se ha logrado generar una comparativa equitativa de los coeficientes aerodinámicos de la aeronave, permitiendo hacer simulaciones en vuelo estacionario para indicar cuál ofrecía mayor estabilidad al vehículo.
- Simulaciones numéricas y aplicaciones experimentales en vuelo estacionario presentaron el desempeño del vehículo de forma relativamente estable, sin embargo no se observó de manera eficiente para las simulaciones experimentales en vuelo de transición y crucero, debido al problema del peso del prototipo y limitación de potencia de los motores, que a su vez generó ruido y vibraciones en la central inercial, lo cuál no permitió la estabilización del vehículo.
- En el Apéndice B se presentó un trabajo de experimentación de hélices para motores eléctricos y de gas, utilizados en los **UAV**'s de reciente aplicación, así como el cálculo de su potencia mecánica y eficiencia para la elección adecuada, dependiendo de los requerimientos de diseño y función específica.
- En general, se trabajó especialmente en las prioridades del diseño conceptual y aerodinámico del vehículo para que sirva de guía en el diseño de aeronaves similares

y la mejora estructural del prototipo, que como se mencionó desde un principio es un reto lograr la estabilidad en un vuelo de transición al incluir ambas dinámicas en un modelo matemático y la correcta aplicación de las leyes de control para la ejecución de dichas tareas. Sin embargo, se tiene un vehículo con una configuración que permite el vuelo estacionario completamente estabilizado debido a la estructura del prototipo.

6.2. Trabajo Futuro

Hay varios puntos que se consideran como trabajo futuro:

- Introducir efectos no incluidos en el modelo, como una variación del centro de gravedad o acoplamiento de la potencia de la hélice al utilizarlo en modo horizontal. Este tipo de efectos de segundo orden pueden introducirse para mejorar el modelo, así como la mejora en la potencia de los motores y el uso de filtros para evitar que las vibraciones afecten el sensado de las señales.
- En general, la ausencia de datos ha obligado a realizar muchas estimaciones que, en ocasiones, pueden discrepar de la realidad, tal es el caso de los momentos de inercia o la resistencia a deformación de las palas del rotor, entre otras. Sería interesante poseer datos experimentales para poder evaluar la aproximación de las derivadas de estabilidad que contribuyen a los coeficientes aerodinámicos, los cuáles se tomaron para modo vertical de una bibliografía y se aproximaron al vehículo, que en ocasiones conlleva a dar resultados considerablemente discrepantes con los reales.
- La estimación de los coeficientes aerodinámicos que conforman las reacciones aerodinámicas, determinar si el número de *Reynolds* es un factor que influye en estos coeficientes de manera importante y determinar la importancia de incluir la velocidad del viento en el modelo dinámico, todo esto se puede obtener mediante pruebas de la aeronave dentro de un túnel de viento, como se explica en el esquemático de la Figura 6.1.
- Se propone la transición entre vuelo estacionario y vuelo crucero (vuelo en transición) para evaluar la precisión del modelo y validar el algoritmo de control, que sirve de guía para las siguientes investigaciones y desarrollos del mismo tema.

- Utilización de un sistema de auto-piloto como el **Pixhawk** de la empresa **3drobotics** 3dr, cuyas características permite operación en tiempo real, entregando gran desempeño y confiabilidad para el control de vehículos autónomos, lo cuál facilitaría la ejecución de tareas tales como un vuelo estacionario más estabilizado y el vuelo de transición del vehículo.
- También se propone incorporar sensores adicionales como navegación por **GPS**, sensores de presión y de velocidad, con tal de conseguir una navegación de vuelo completa del vehículo.
- Uso de navegación basada por visión artificial para el seguimiento de rutas y evasión de obstáculos tanto en ambientes urbanos como naturales.

Pruebas Aerodinámicas

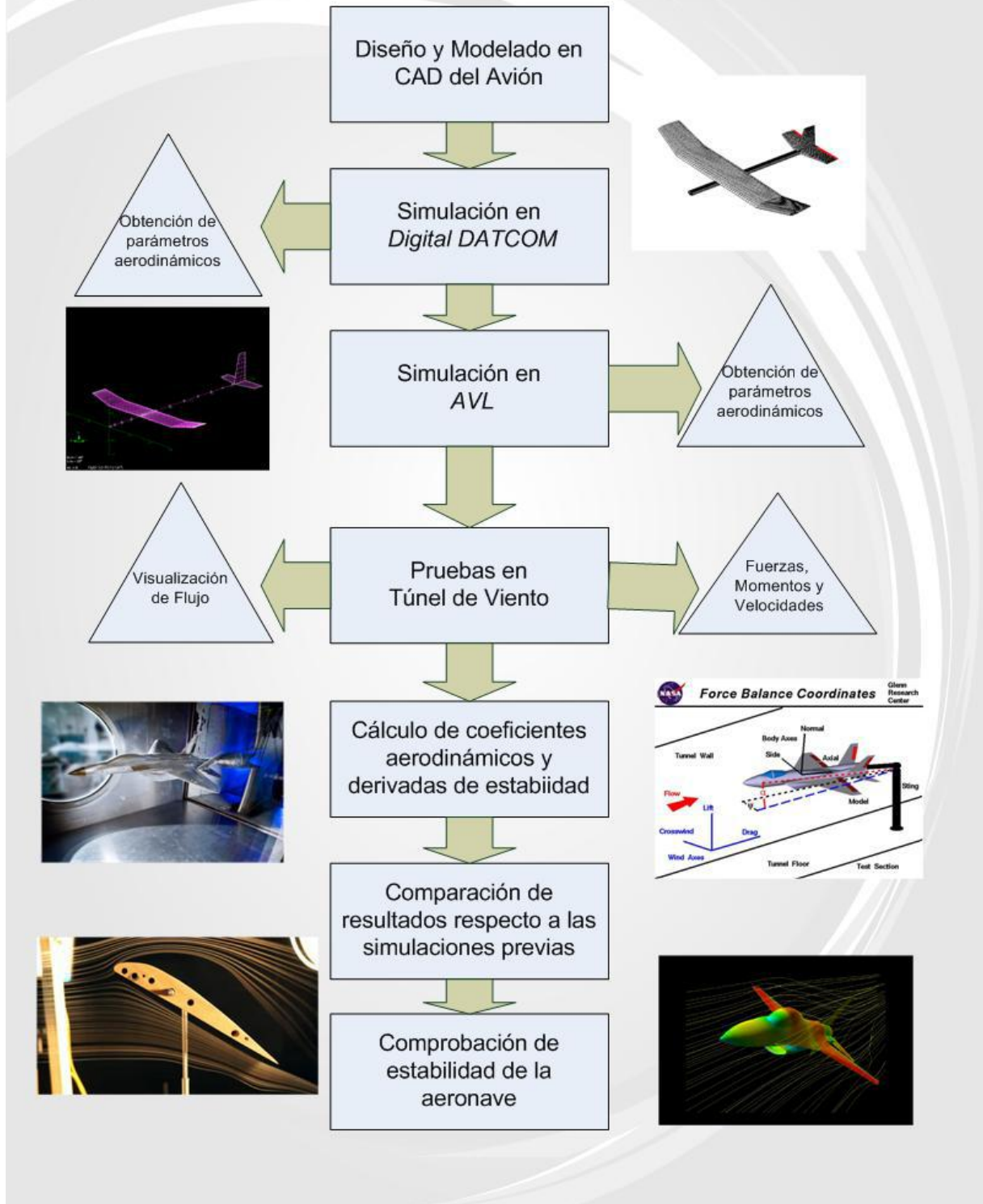


Figura 6.1: Pruebas Aerodinámicas.

A.1. Generación Conceptual

Hay diferentes métodos para generar conceptos de diseño, entre los más sobresalientes se encuentra la *tormenta de ideas* o *Brainstorming*. Este método permite generar tantos conceptos como sea posible, considerando incluso producir conceptos a partir de otros ya existentes.

Se deben cumplir ciertos parámetros, conocidos como *criterios de diseño*, con los que se evaluarán cada uno de estos conceptos, con la intención de cumplir el objetivo principal del presente trabajo; el diseño aerodinámico de un **UAV** híbrido con despegue y aterrizaje vertical. Sea criterio de diseño toda aquella meta o necesidad para el presente proyecto.

Los criterios de diseño en base a los cuales serán generados y por último seleccionado un modelo conceptual, se muestran en el Cuadro A.1. En este Cuadro se puede apreciar que los criterios de diseño son catalogados como Deseables. Se ponderan uno a uno contra sí empleando el proceso de jerarquía analítica o **AHP** (Analytic Hierarchy Process), para dar una importancia relativa propia de cada criterio u Obligatorios (aquellos criterios que de no cumplirse el producto puede considerarse como insatisfactorio en todo aspecto).

Simbología	Criterios de Diseño	Tipo	
		Obligatorios	Deseables
CD1	Comportamiento aerodinámico estable	X	
CD2	Buen comportamiento estructural	X	
CD3	Tracción en hélice frontal y hélices del cuadricóptero	X	
CD4	Materiales ligeros de construcción con soportes hechos de materiales compuestos		X
CD5	Fácil construcción y ensamblaje	X	
CD6	Buena apariencia en el diseño		X
CD7	Resistencia al avance mínima, sobre todo en crucero		X
CD8	Compartimento para sección de baterías, conexiones y sistema embarcado	X	
CD9	Control Autónomo	X	
CD10	Resistencias parásitas mínimas		X

Cuadro A.1: Criterios de Diseño, Obligatorios y Deseables.

Este método fue desarrollado por *Saaty* en 1995 *Saaty* (1990). Aplicado al presente proyecto, permite ponderar los criterios de diseño deseables. Para ponderar los criterios de diseño se emplea de escala de referencia mostrada en el Cuadro A.2.

En el Cuadro A.3, se inicia la evaluación de los criterios de diseño. Para la comparación de cada criterio, el valor es entero cuando la escala de comparación favorece a la opción colocada a la izquierda de la matriz, de lo contrario el valor es fraccionado debido a que se prefiere la opción colocada en la parte superior de la matriz. Posteriormente la matriz es normalizada dividiendo cada uno de los valores asignados entre el resultado total de cada columna, además se considera la unidad como el 100 %.

En la última columna del Cuadro A.4 se presenta el porcentaje de importancia relativa ($\%_{ir}$), para cada uno de los criterios de diseño.

Intensidad de Importancia	Definición
1	Igual Importancia
3	Poca Importancia
5	Alta Importancia
7	Mucha Importancia
9	Extrema Importancia

Cuadro A.2: Escala Fundamental de Comparación.

	CD4	CD6	CD7	CD10
CD4	1	3	1/9	1/7
CD6	1/3	1	1/5	9
CD7	9	5	1	9
CD10	7	3/9	3/9	1
Total	17.333	9.333	1.6444	19.1428

Cuadro A.3: Matriz Comparativa para la Importancia Relativa de los Criterios de Diseño Deseables.

	CD4	CD6	CD7	CD10	$\%_{ir}$
CD4	0.05	0.32	0.067	0.0074	0.11
CD6	0.019	0.11	0.12	0.47	0.18
CD7	0.52	0.54	0.61	0.47	0.53
CD10	0.4	0.035	0.2	0.05	0.17
Total	1	1	1	1	1

Cuadro A.4: Matriz Comparativa Normalizada.

GI	$\%_{ir}$	Criterio
1	0.53	CD7
2	0.18	CD6
3	0.17	CD10
4	0.11	CD4

Cuadro A.5: Importancia Relativa de Criterios de Diseño Deseables.

A.2. Evaluación Conceptual

Los criterios de diseño catalogados como deseables y sus respectivos valores se presentan en el A.5.

En caso de los criterios de diseño obligatorios, dado que todos cuentan con la misma importancia y de no cumplirse el producto final de este proyecto, puede considerarse como insatisfactorio, el valor de $\%_{ir}$ es unitario.

En la Figura A.1, se presentan los conceptos del **UAV** más relevantes generados. Para evaluarlos se considera el *Método Pugh* Hazelrigg (2010), primero, se debe tomar uno de los conceptos como referencia, posteriormente, los demás conceptos serán comparados uno

a uno contra el concepto de referencia y se dará un valor unitario (+) cuando el concepto que se compara cumple mejor criterio con el criterio de diseño del concepto de referencia, por otro lado un valor unitario de (-) si no lo cumple y un (0) si ambos conceptos cumplen de manera adecuada con el requerimiento. Los valores asignados se multiplican por cada valor de $\%_{ir}$, de cada criterio de diseño. Posteriormente, se suma el valor de cada columna y se obtiene un total, el concepto con el valor más alto es el elegido y considerado como *Modelo Conceptual*. La evaluación conceptual se muestra en el Cuadro A.6.

Finalmente, el modelo conceptual que mejor cumple con los criterios de diseño planteados al inicio es el **Concepto 5**. Las características geométricas y de forma más relevantes que se pretende tenga el UAV, de acuerdo con el concepto elegido, son: un ala y un estabilizador horizontal flechado, posición de ala alta, posición del estabilizador horizontal es convencional y un estabilizador vertical trapezoidal.

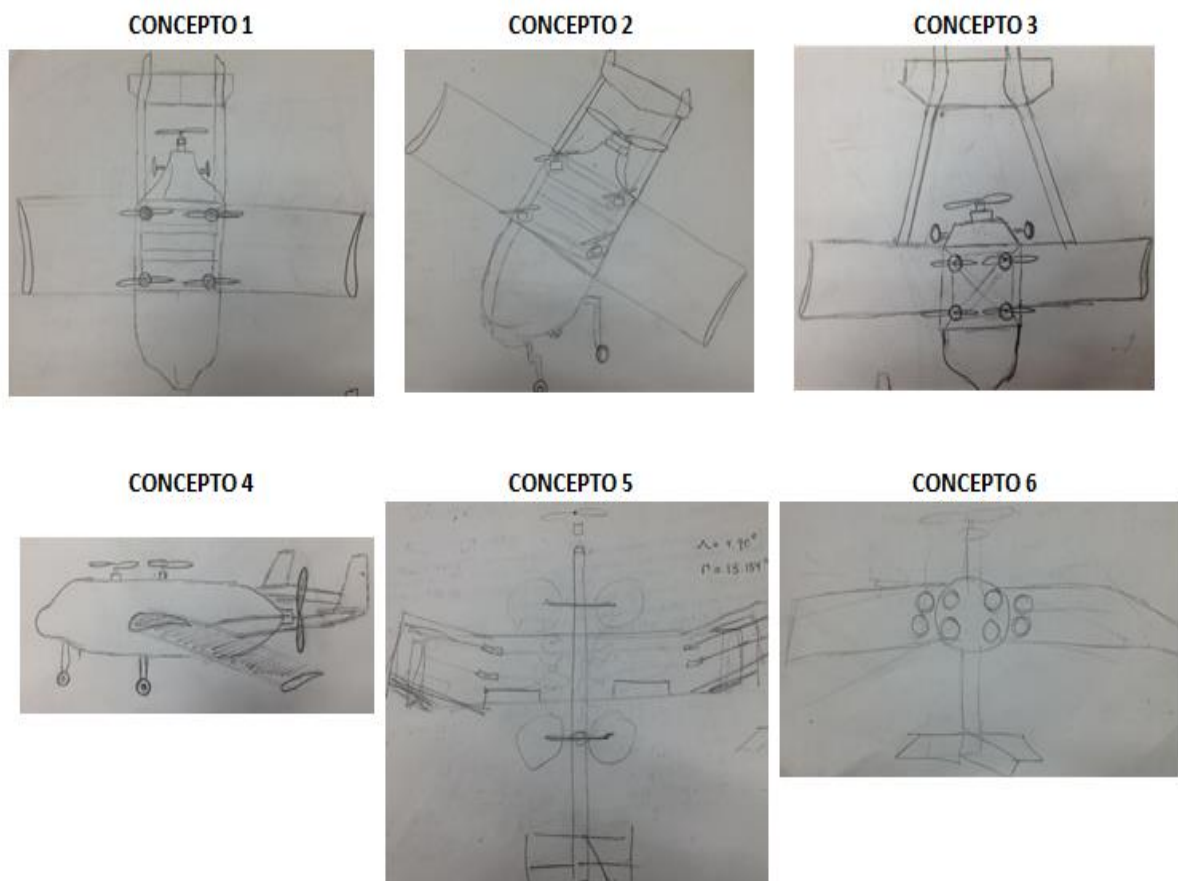


Figura A.1: Conceptos Generados.

Criterio	$\%_{ir}$	Concepto					
		1	2	3	4	5	6
CD1	1.00	REFERENCIA	-	+	+	+	-
CD2	1.00		0	-	-	+	-
CD3	1.00		0	0	+	+	0
CD4	0.11		0	0	0	0	0
CD5	1.00		+	0	0	0	+
CD6	0.18		-	+	+	+	-
CD7	0.53		0	+	+	+	-
CD8	1.00		0	0	0	+	-
CD9	1.00		0	0	0	0	0
CD10	0.17		0	+	+	+	-
Total			-0.18	+0.88	+1.88	+3.88	-2.88

Cuadro A.6: Evaluación Conceptual

B.1. Introducción

Mientras que se lleva a cabo una amplia investigación en hélices para aeronaves a gran escala, no existe demasiada información sobre hélices aplicadas en el número creciente de UAV's. Muchos de estos UAV's utilizan hélices que deben operar en bajos números de *Reynolds* en un rango de 50,000 hasta 100,000, basados en la cuerda de las hélices a un 75 % de la estación de éstas.

El desempeño de hélices en bajo número de *Reynolds* se ha convertido cada vez más importante en el diseño y predicción de desempeño de UAV's. Se realizaron algunas pruebas en la *Universidad de Illinois en Urbana-Champaign (UIUC)* para cuantificar la eficiencia de la hélice en dichas condiciones. En total, se probaron 79 hélices y la mayoría encajaba en un rango de 9 a 11 plg de diámetro. Durante las pruebas, la velocidad de la hélice (**RPM**) se fijó durante cambios de velocidad del túnel de viento para variar sobre un rango de velocidades dado hasta que alcanzara el estado estacionario (cero empuje). Para examinar los efectos del número de *Reynolds*, se probaron 4 **RPM**'s típicos en el rango de 1,500 a 7,500 **RPM** dependiendo del diámetro de hélice. Las eficiencias de la hélice variaron enormemente de un pico cerca de 0,65 (para una hélice eficiente) a cerca

de 0,28 (para una hélice pobremente excepcional). Así, los resultados indican que la selección de hélice propia para UAV's puede tener un efecto dramático en el desempeño de la aeronave. Brandt & Selig (2011) ana

B.2. Experimentos

B.2.1. Túnel de Viento de la UIUC

Se presentaron pruebas desarrolladas en el túnel de viento subsónico de la UIUC. El túnel de viento es de tipo *ida y vuelta* con una relación de contracción 7,5 : 1. La sección rectangular de prueba es nominalmente 2,8×4,0 ft (0,853×1,219 m) en sección cruzada y 8 ft de largo (2,438 m). Sobre la longitud de la sección de prueba, el ancho incrementa aproximadamente 0,5 plg (1,27 cm) para tener en cuenta el crecimiento de la capa límite a lo largo de las paredes laterales del túnel. Las velocidades de sección de pruebas son variables de hasta 160 mph (71,53 m/s) a través de un motor AC de 125 hp (93,25 kW) conectado a un ventilador de 5 palas. Para las pruebas que se realizaron, la máxima velocidad del túnel de viento utilizada fue de 80 ft/s (24,38 m/s). Una imagen de la sección de prueba se presenta en B.1.



Figura B.1: Sección del Túnel de Viento con un banco de pruebas instalado.

B.2.2. Mediciones del Empuje y Torque

Se utilizó el aparato de pruebas mostrado en la Figura B.2. El empuje producido por la hélice derecha se muestra en la Figura B.3. La medición del empuje se obtuvo fuera del túnel de viento a través del péndulo de estructura tipo “T” que se balanceaba alrededor de dos pivotes de flexión mientras estaba restringido por una celda de carga fuera del túnel. Se utilizó la interfaz de celda de carga modelo *SM-10*, teniendo una capacidad máxima de 10 lbs. Para asegurar que la corriente de flujo libre no produjera una fuerza de arrastre en la viga colocada dentro del túnel, se utilizó un carenado.

Para minimizar las incertidumbres de mediciones en el empuje, se utilizaron los pivotes de flexión y la localización de una celda de carga variable. El torque producido por la hélice fue medido utilizando transductores de reacción para torque tipo *RTS-25* y *RTS-100* fabricados por **Transducer Techniques**. Estos dispositivos son simples transductores de fuerza alojados y calibrados, que al ser colocados apropiadamente, se puede calcular el torque. El aparejo se diseñó con el transductor de torque colocado entre el alojamiento del motor y el brazo de soporte del mecanismo de empuje. Uno de los dos transductores de torque se utilizaron dependiendo del máximo torque esperado.

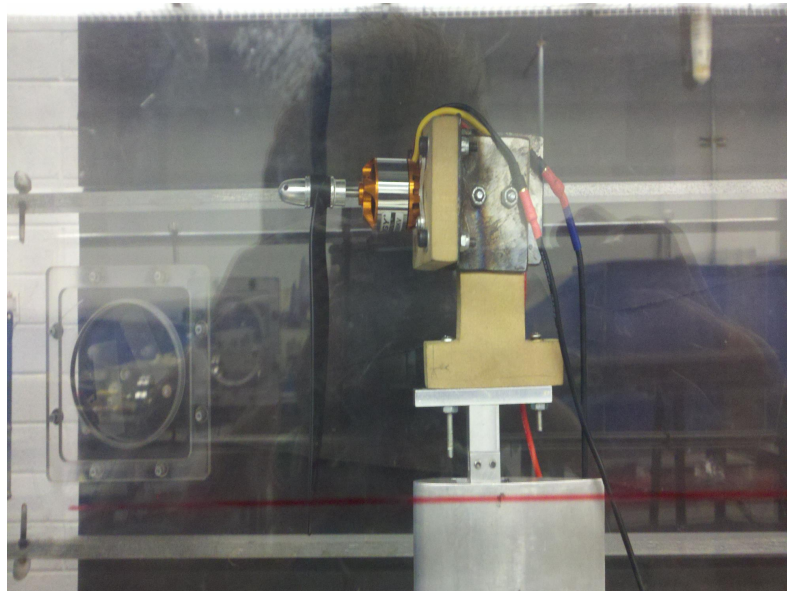


Figura B.2: Aparato de pruebas sin carenado y con su transductor.

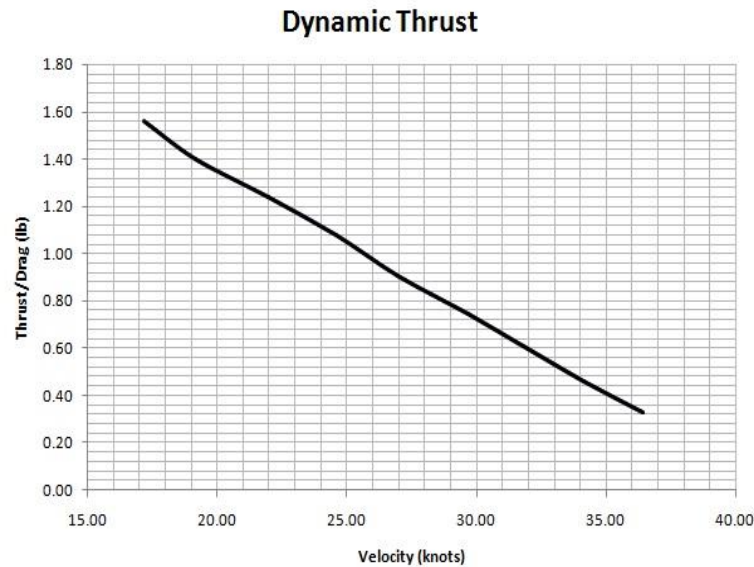


Figura B.3: Empuje Dinámico.

B.2.3. Medición de la Velocidad de la Hélice

Para medir la velocidad de rotación de la hélice, se utilizó un foto-reflector para contar el número de revoluciones a la salida del eje un intervalo de tiempo fijo (0,75 s). El foto-reflector utilizado fue un **Honeywell HOA1180-002 Reflective Sensor**, que tiene un transistor a la salida y permite al sensor colocarse hasta 0,5 plg (1,27 cm) de la superficie reflectante. Los voltajes de salida y el tiempo de respuesta del circuito probaron ser más eficientes en la medición de la velocidad de rotación de las hélices, que nunca excedió las 7,000 RPM en las pruebas.

B.2.4. Medición de la Velocidad de la Corriente de Flujo Libre

La medición de la corriente de flujo libre se hizo a través de un tubo *pitot* conectado a un transductor de presión, un transductor de presión absoluta diferencial, y una termocupla. La presión atmosférica del exterior se midió con un transductor de presión absoluta tipo *MKS*. La temperatura se midió con una termocupla *Omega GTMQSS* tipo “T” localizada a la admisión del túnel de viento. La colocación del tubo *pitot* fue por encima del suelo del túnel de viento en corriente arriba de la hélice, en el centro del túnel; se utilizó esta disposición debido a que técnicas tradicionales que usan mediciones de presión en la admisión para determinar la velocidad, serían menos precisas en bajas velocidades de prueba.

B.2.5. Motor, Controlador de Velocidad y Hélices

Las hélices se utilizaron por el Sistema Planetario **Astro 020** (*Modelo 803P*) fabricado por **AstroFlight**. Este motor y la caja de cambios utilizaron un motor de 200 W con una relación de transmisión 4,4 : 1 que fue capaz de llevar la hélice a máxima velocidad de 7,500 *RPM*.

Dado que el **Astro 020** es un motor sin escobillas diseñado para trabajar con un controlador de velocidad, un método se necesitó para mandar apropiadamente la señal al controlador. Para ajustar la velocidad de rotación se utilizó un dispositivo llamado *ServoXciter EF* fabricado por **Vexa Control**. Este dispositivo se diseñó para utilizar en pruebas de **R/C** para servos, permitiendo al operador ajustar el ancho de pulso de la señal enviada al servo. Ya que el controlador de velocidad trabaja con el mismo ancho de pulso, el *ServoXciter EF* se utilizó como un acelerador.

Las hélices utilizadas en las pruebas tienen aplicaciones variadas, incluyendo de gas y eléctricas. En las Figuras B.4 a B.7 se muestran imágenes de cada una de las hélices probadas.



Figura B.4: Hélices **APC** tipo *Slow-Flyer*, *Sport* y *Thin Electric*.



Figura B.5: Hélices **GRAUPNER** tipo *CAM*, *CAM Slim*, *Slim* y *Super Nylon*.



Figura B.6: Hélices **GWS** tipo *Direct Drive* y *Slow-Flyer*.



Figura B.7: Hélice **Master Aircrew** tipo *G/F*.

B.2.6. Adquisición de Información y Procedimiento Experimental

La medición de la velocidad de la hélice requiere una alta tasa de adquisición de datos (20,000 Hz) para asegurar que la señal del foto-reflector sea precisamente registrada. Debido a las limitaciones de la plataforma de adquisición de datos, está prohibido adquirir toda la información simultáneamente. De esta manera, la velocidad de la hélice fue primeramente adquirida a la más alta tasa de adquisición, después las cantidades restantes (empuje, torque, presión dinámica, presión atmosférica y temperatura) se obtuvieron simultáneamente e inmediatamente después de eso a una tasa reducida (1,000 Hz). Este método demostró ser apropiado ya que las mediciones de velocidad de las hélices mostraron fluctuaciones debajo del 0,1% sobre periodos de tiempo significativamente más grandes que aquellos utilizados para la adquisición de datos.

El proceso experimental incluyó la colocación del *hardware* experimental y el sistema de adquisición de datos, su calibración y verificadores de calibración de varios instrumentos, así como la adquisición del desempeño de la información. Las verificaciones de calibración desarrolladas durante el proceso de colocación y las frecuentes calibraciones desarrolladas a través de las pruebas aseguraron que la información de calibración era tan precisa como era posible.

B.3. Tipos de Hélices y Resultados de Pruebas

La mayoría de las hélices probadas tuvieron diámetros alrededor de 9 plg y 11 plg, aunque algunos tamaños un poco más grandes también fueron sometidos a pruebas. Para esta serie de pruebas, todas las hélices se probaron sin ninguna alteración. Algunos modelos probados estaban destinados a ser utilizados en aeronaves con motores eléctricos, mientras que otros fueron diseñados para ser utilizados para motores de combustible.

Una tendencia general de los resultados observados, es que a medida que la velocidad de la hélice incrementa, el desempeño mejora. Este resultado es más evidente a través de la eficiencia incrementada. La mejora también se observa en las curvas del coeficiente de

empuje, mientras más altos sean los coeficientes de empuje obtenidos con respecto a la velocidad creciente de la hélice.

La mejora en desempeño que acompaña la creciente velocidad de la hélice es una tendencia esperada, ya que las hélices están operando con bajos números de *Reynolds* y mientras más incrementa la velocidad de la hélice, más incrementa el número de *Reynolds*. A continuación se presentan las tendencias observadas para las diferentes marcas y estilos de hélices sometidas a pruebas:

B.3.1. Hélices APC

Se sometieron a prueba 3 tipos de hélices **APC**, las llamadas *Slow-Flyer* de bajos vuelos, *Sport* o deportivas, y las hélices *Thin Electric* o eléctricas ligeras. Tanto las hélices *Slow-Flyer* como las *Thin Electric* se utilizan solamente para motores eléctricos. Las hélices *Sport* se diseñan para soportar el creciente torque producido por motores a combustible. Los perfiles de las hélices *Slow-Flyer* son más delgados con un borde de ataque más afilado, mientras que las otras dos tienen perfiles más gruesos con bordes de ataque redondeados.

Todas las hélices **APC** muestran variaciones en las curvas de desempeño, que es consistente con las tendencias generales. Las hélices *Slow-Flyer* muestran la más ligera variación en eficiencia y las diferencias son más grandes cerca del pico de eficiencia. Las hélices *Sport* muestran la más grande varianza en eficiencia que se observa sobre todo el rango en una tasa de avance. Las hélices *Thin Electric* muestran eficiencias similares a las hélices *Slow-Flyer*.

En las Figuras B.10 e B.11 se muestran los resultados de una hélice *Thin Electric*, donde se observan que las variaciones en los coeficientes son dramáticamente incrementados sobre un pequeño rango de tasa de avance cerca del pico de eficiencia:

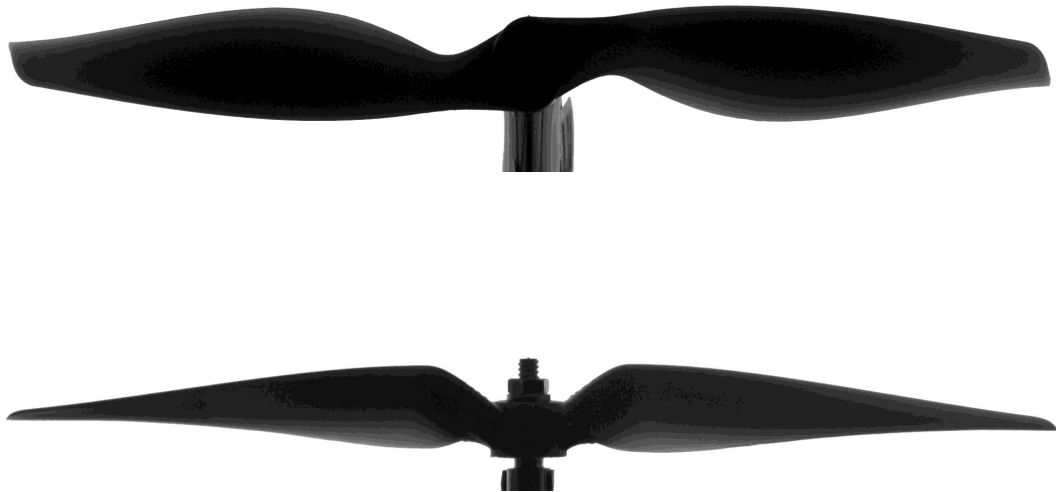
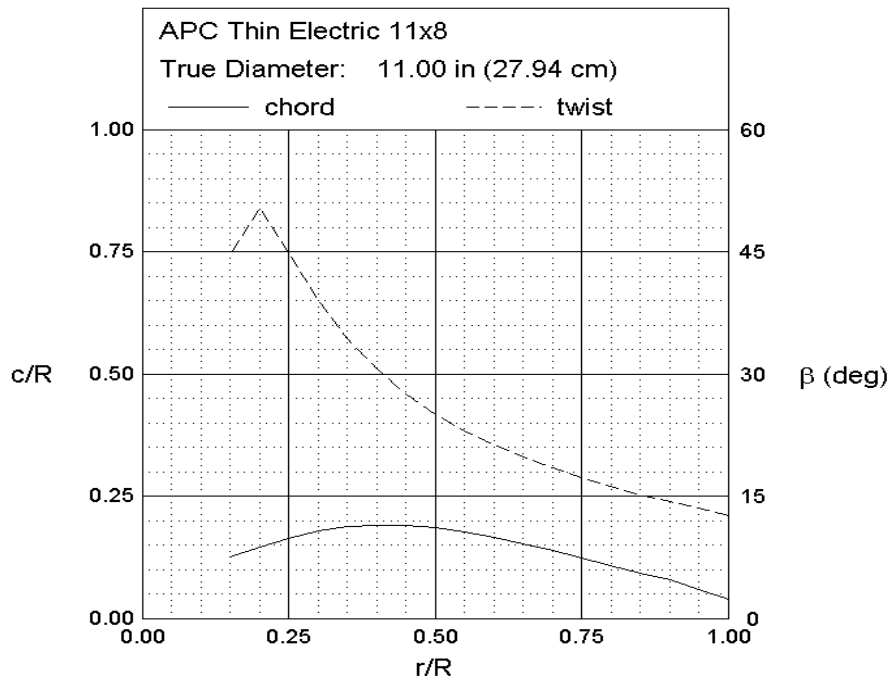


Figura B.8: Vista Frontal y Lateral.

Figura B.9: Características Geométricas de la Hélice *APC Thin-Electric* de 11×8.

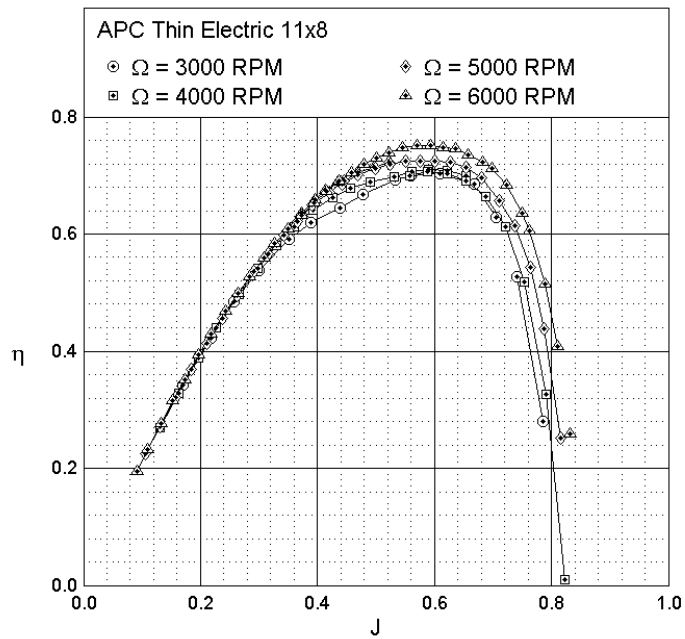


Figura B.10: Curvas de Eficiencia de la Hélice **APC Thin-Electric** de 11x8.

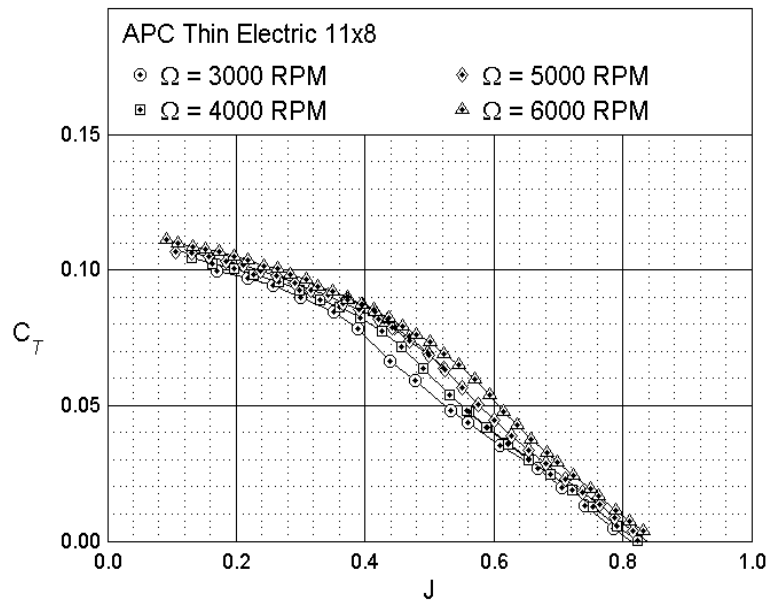


Figura B.11: Características de Empuje de la Hélice **APC Thin-Electric** de 11x8.

B.3.2. Hélices Graupner

Los 4 tipos de hélices tipo **Graupner** probadas incluyen las hélices *CAM*, *CAM Slim*, *Slim* y *Super Nylon*. Las primeras 3 son diseñadas específicamente para usarlas en motores eléctricos, y la última se utiliza en motores a combustible. Las hélices *CAM* y *Super Nylon* son diseñadas con perfiles moderadamente gruesos sin bordes de ataque redondeados convencionales; mientras que las hélices *CAM Slim* y *Slim* son diseñadas con perfiles más delgados con bordes de ataque afilados.

Las hélices tipo *CAM* muestran diferencias significativas en las curvas de eficiencia respecto al rango de velocidades de hélices. Estas diferencias están arraigadas en variaciones significativas en las características de empuje y menores variaciones en las características de potencia. Ambas hélices, las tipo *CAM Slim* y *Slim* muestran sólo cortas variaciones en picos de eficiencia, con la hélice *Slim* se mostró las variaciones en desempeño más pequeñas. La hélice *CAM Slim* mostró pequeñas variaciones tanto en empuje como en coeficientes de potencia sobre un pequeño rango de tasa de avance que corresponde a la región del pico de eficiencia (Figuras B.14 y B.15). Finalmente, las hélices *Super Nylon* mostraron moderadas variaciones en la eficiencia, con diferencias crecientes cerca de los picos.

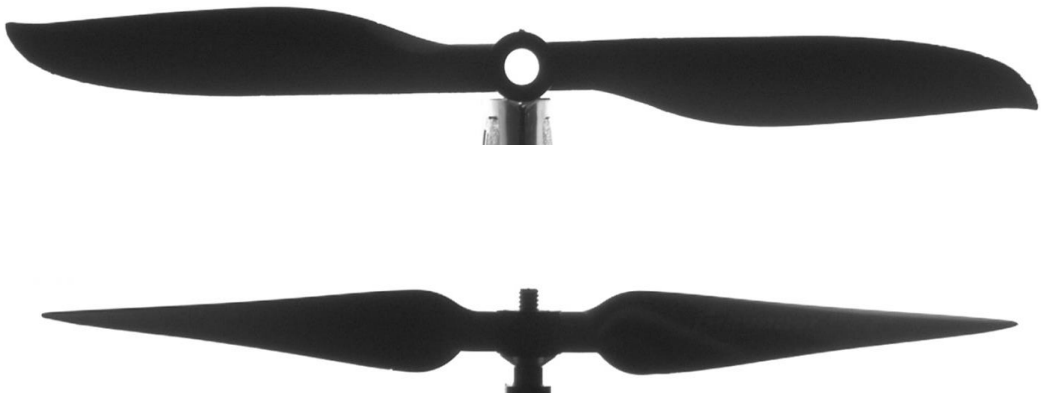
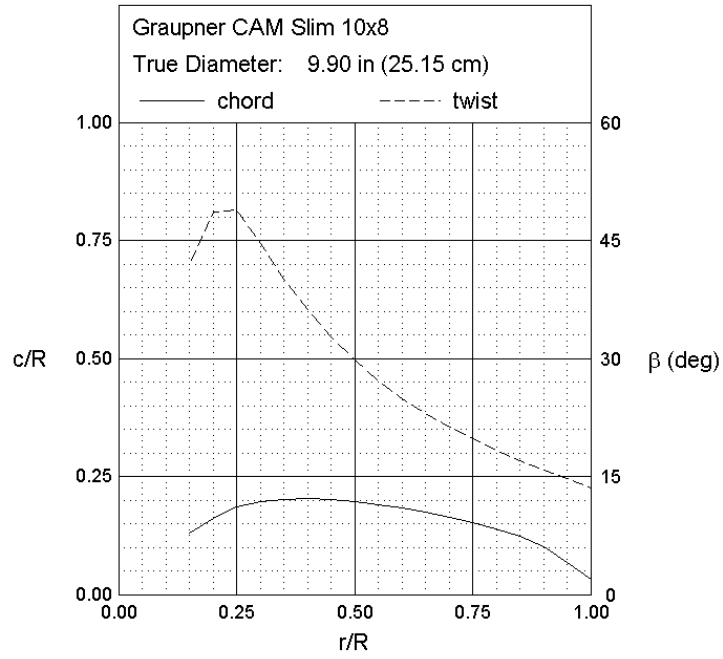


Figura B.12: Vista Frontal y Lateral.

Figura B.13: Características Geométricas de la Hélice **Graupner** *CAM Slim* de 10×8.

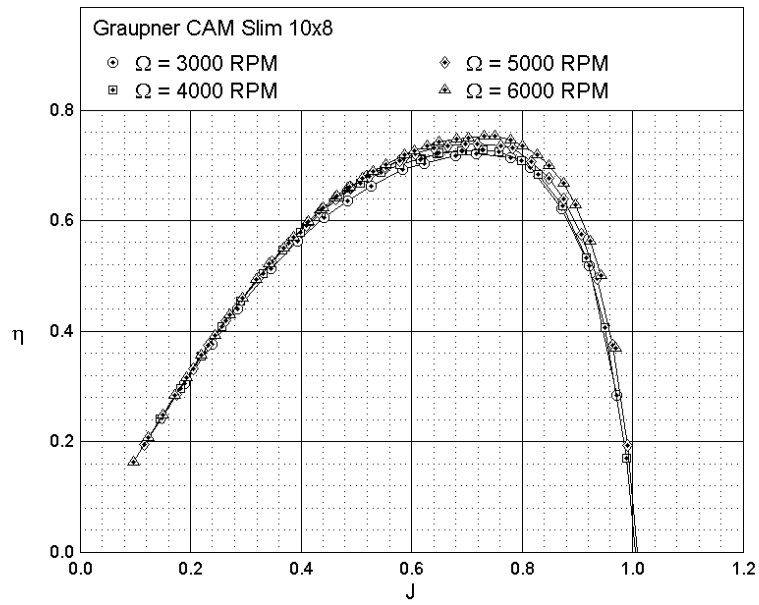


Figura B.14: Curvas de Eficiencia de la Hélice **Graupner** *CAM Slim* de 10×8.

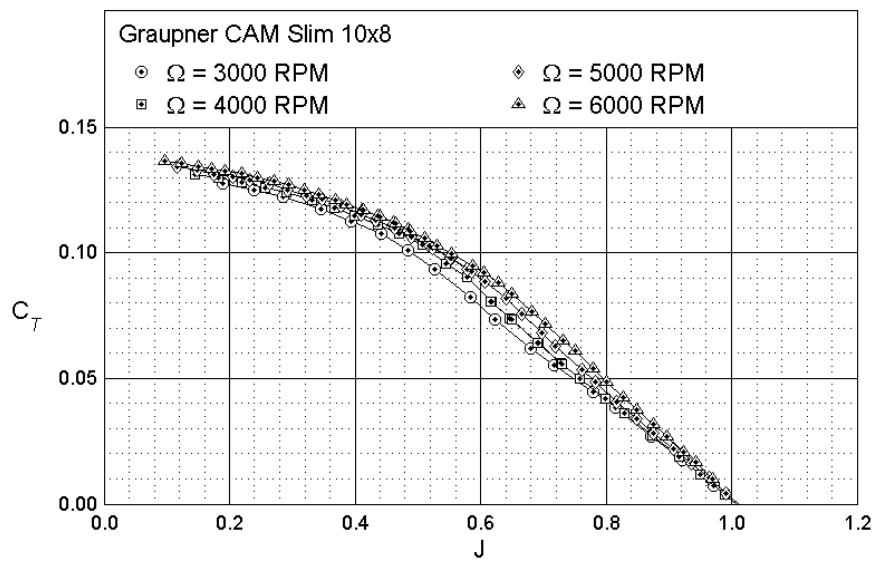


Figura B.15: Características de Empuje de la Hélice **Graupner** *CAM Slim* de 10×8.

B.3.3. Hélices GWS

Los dos tipos de hélices **GWS** que se probaron fueron la *Direct Drive* y *Slow-Flyer*, ambas diseñadas para motores eléctricos. Las hélices *Direct Drive* son diseñadas para operar en velocidades rotacionales muy altas, mientras que las *Slow-Flyer* se diseñaron para ser operadas a bajas velocidades rotacionales. Ambos tipos de hélices fueron diseñados con perfiles delgados y bordes de ataque afilados.

Las hélices *Direct Drive* mostraron variaciones moderadas en el pico de eficiencias para el rango de velocidades de hélices probadas, como se muestra en las Figuras B.18 y B.19, las hélices *Slow-Flyer* mostraron mínimas variaciones en el desempeño. En los otros casos sometidos a prueba, al incrementar la velocidad de la hélice incrementa la eficiencia, el coeficiente de empuje y el coeficiente de potencia al variar los grados. Sin embargo, se observó que las hélices *Slow-Flyer* tienen bajas eficiencias, coeficientes de empuje y coeficientes de potencia en una tasa alta de avance.

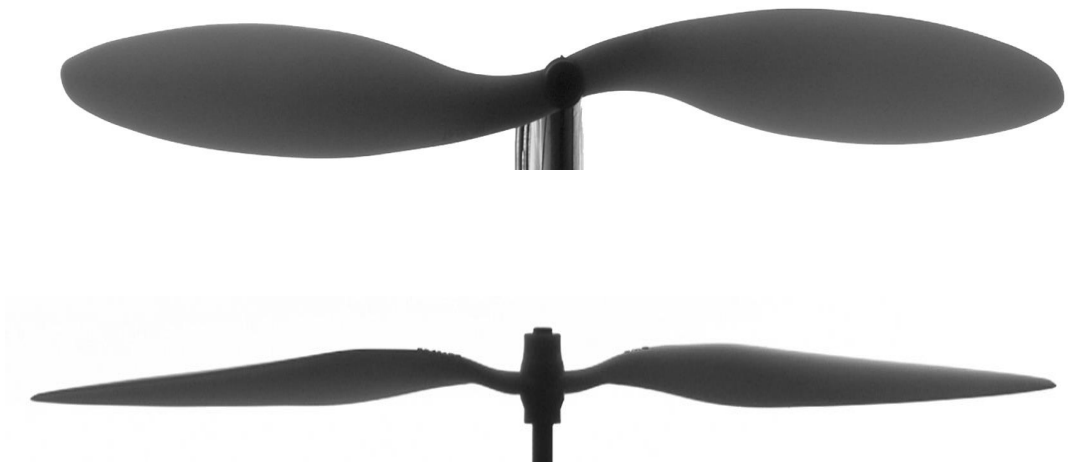
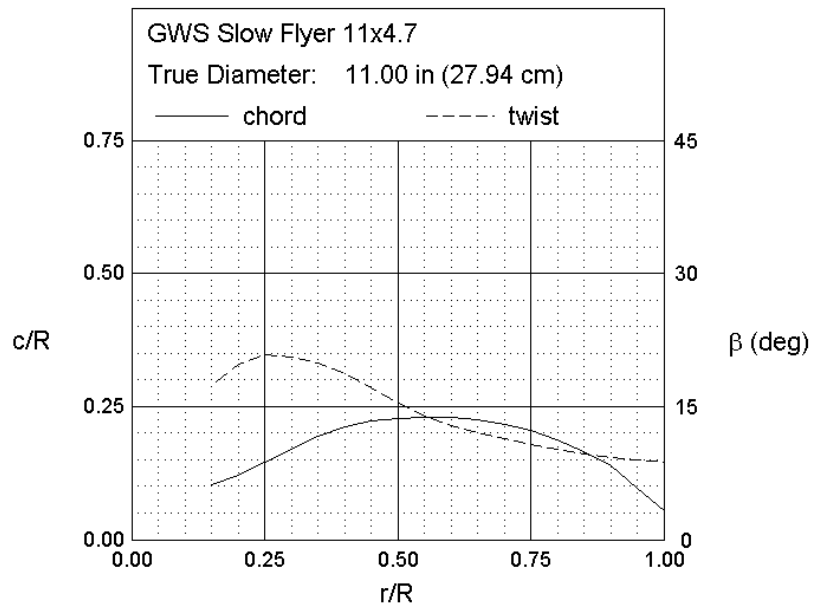


Figura B.16: Vista Frontal y Lateral.

Figura B.17: Características Geométricas de la Hélice **GWS** *Slow-Flyer* de 11×4,7.

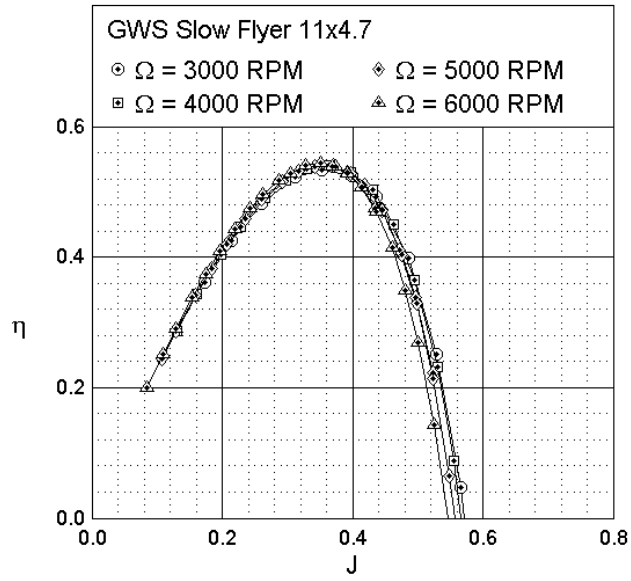


Figura B.18: Curvas de Eficiencia de la Hélice **GWS** *Slow-Flyer* de 11×4,7.

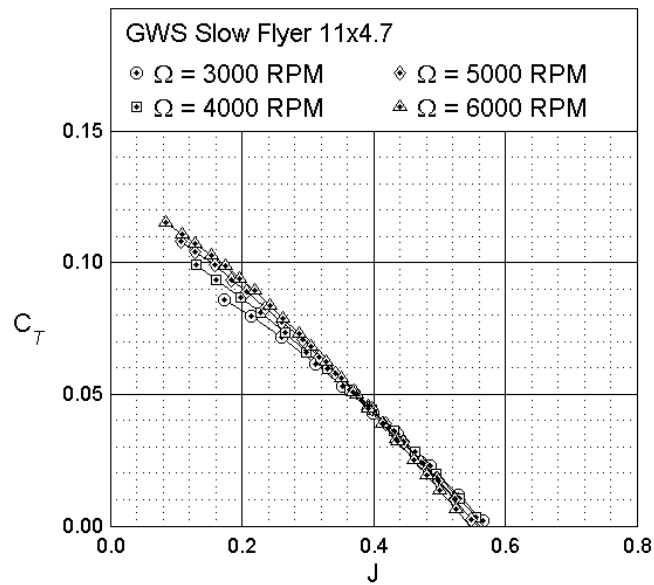


Figura B.19: Características de Empuje de la Hélice **GWS** *Slow-Flyer* de 11×4,7.

B.3.4. Hélices Master Airscrew

Las hélices **Master Airscrew** sometidas a pruebas, incluyen hélices limitadas a aplicaciones eléctricas, así como hélices que puedan ser usadas con motores a combustible o eléctricos. Se diseñan con perfiles relativamente gruesos con bordes de ataque redondeados, pero tienen un borde de ataque afilado que es resultado del proceso de manufactura.

La serie de hélices **Master Airscrew** muestran variaciones de desempeño que son moderadas en magnitud y consistentes con tendencias generales. Las series G/F muestran algunas de las variaciones más grandes en ambas curvas de eficiencia y empuje, y las diferencias son grandes para las hélices de bajo ángulo de paso. La hélice **Master Airscrew** G/F 11×4 muestra que el pico de eficiencia casi dobla el rango de velocidades de hélice probadas. Las series *Scimitar* muestran cambios moderados en el desempeño para variaciones en la velocidad de hélices, donde las diferencias se magnifican sobre ciertos rangos de tasa de avance.

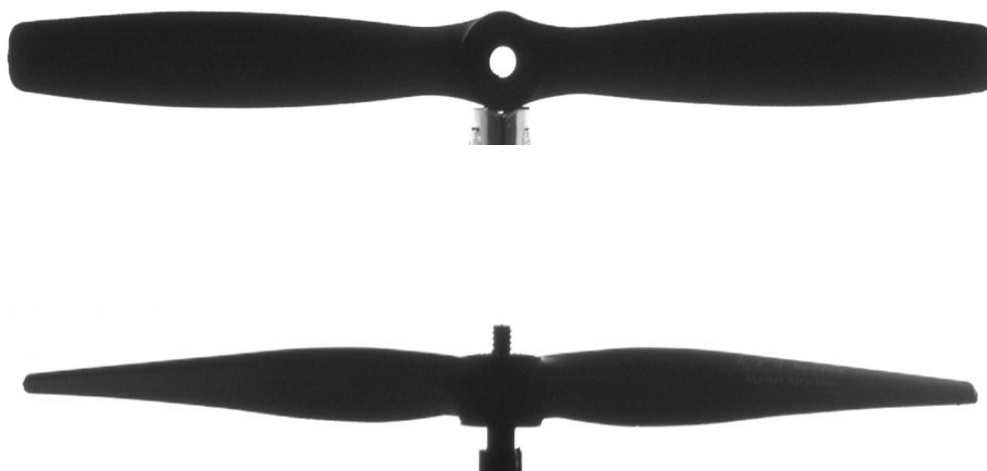
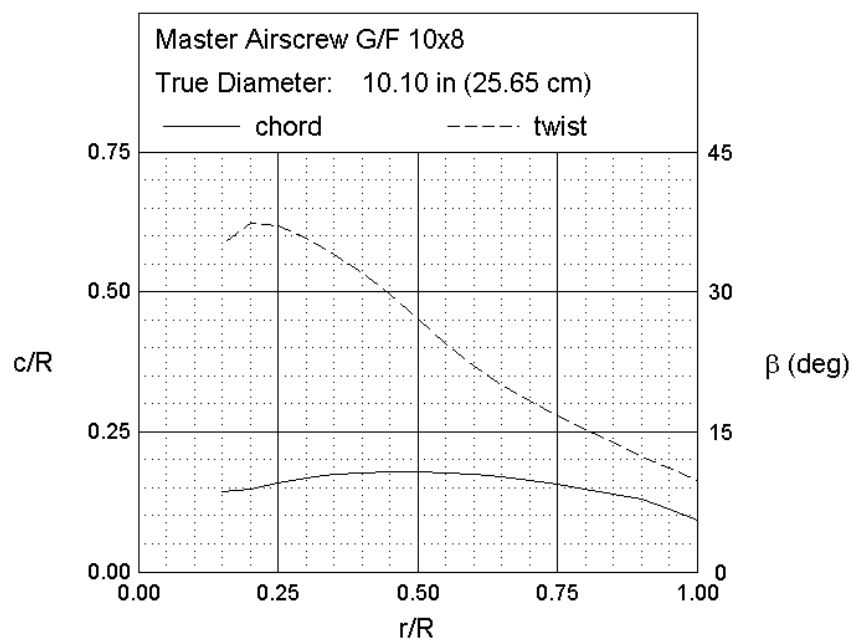


Figura B.20: Vista Frontal y Lateral.

Figura B.21: Características Geométricas de la Hélice **Master Airscrew** *G/F* de 10×8.

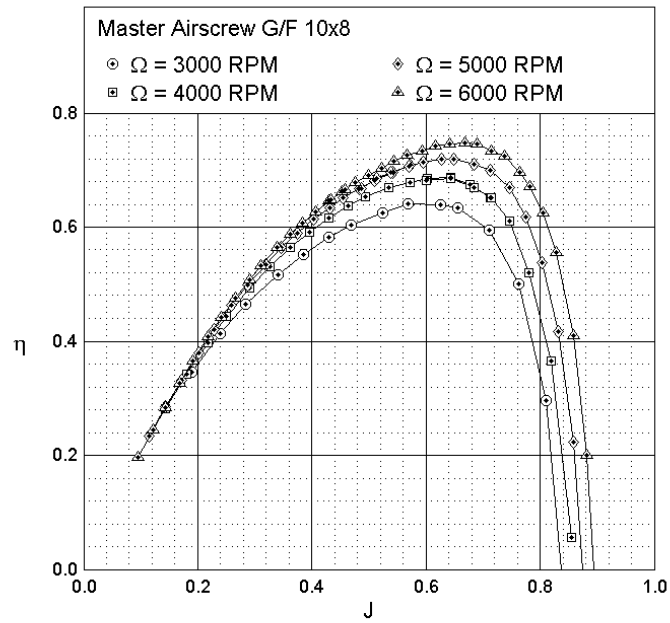


Figura B.22: Curvas de Eficiencia de la Hélice **Master Airscrew** G/F de 10×8 .

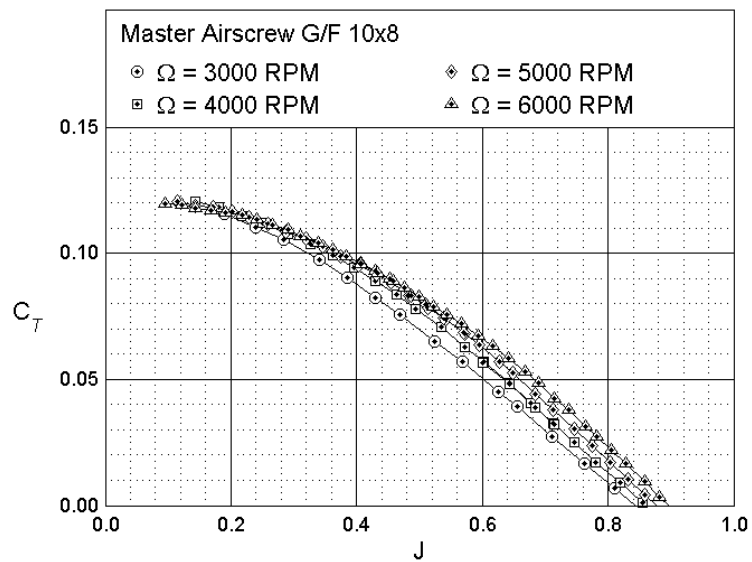


Figura B.23: Características de Empuje de la Hélice **Master Airscrew** G/F de 10×8 .

B.4. Cálculo de Hélice

A menudo, el desempeño de pequeños **UAV**'s en términos de carga útil y rango, son mucho más pequeños de lo esperado, lo cuál a veces pone en peligro proyectos de *drones* prometedores debido a falta de empuje para despegue. Estas faltas de desempeño son la mayor parte del tiempo debido a la eficiencia del sistema de propulsión. En efecto, la elección de elementos que constituyen un sistema eléctrico de propulsión se realiza usualmente utilizando fórmulas empíricas de modelos de aviones, basado en modelos empíricos de hélices tales como las fórmulas de **Abbot** Abbot (1959) / **Young** Motley *et al.* (2009) o **Boucher** Boucher & Boucher (1976):

$$\begin{aligned} W_{mechanical} &= P \times D^4 \times R^3 \times 5,33 \times 10^{-15} \\ W_{mechanical} &= K \times P / 12 \times (D/12)^4 \times (D/1000)^3 \end{aligned} \tag{B.1}$$

donde **W** es la potencia [*watts*], **P** es el paso de la hélice [*pulgadas*], **D** diámetro de la hélice [*pulgadas*], **R** es la velocidad de rotación [*RPM*] y **K** un parámetro de ajuste dependiendo del tipo de hélice. Estas aproximaciones sólo dan un orden de magnitud apenas más preciso que 20%. No se toma en cuenta la eficiencia de la hélice, la cual depende de la velocidad del aire.

Se escogieron las siguientes hélices y a partir de las ecuaciones anteriores B.1, se obtuvo la potencia mecánica de cada una de ellas; considerando la velocidad de rotación del motor escogido Motor *Brushless Roxxy* **BL-Outrunner** 2830/12 de 910 **RPM**. Los resultados se muestran en la Tabla B.1:

Hélice	W_{mec}
10×4,7 SF Hélices de Fibra de Carbono	0,1887
10×3,8E Hélices de Fibra de Carbono <i>Multistar</i>	0,1526
9×4,7 SF Hélices 4pc	0,1238
11×4,7 Hélices de Fibra de Carbono	0,2764
8×4,5R SF Hélices para Vuelo Bajo Mixtas de Carbono <i>Turnigy</i>	0,074

Cuadro B.1: Potencia Mecánica obtenida para las Hélices seleccionadas.

Con los resultados obtenidos en la Tabla anterior, se escogió la hélice cuya potencia fuera la menor, pero aquella que tuviera el diámetro suficiente para no afectar el flujo de aire producido por el motor del avión y con las alas y fuselaje de éste, además de escoger un material resistente a las pruebas de vuelo, por lo que la hélice que se escogió para utilizarse en los motores de la aeronave se muestra en la Figura B.24: Cabarbaye *et al.* (2013)



Figura B.24: 10×3,8E Hélices de Fibra de Carbono *Multistar*.

Bibliografía

- (.). 3D Robotics. URL <http://3drobotics.com/>.
 - (.). Active Robots Quality Robotics & Electronics. URL <http://www.active-robots.com/srf10-ultrasonic-sensor>.
 - (.). CubeX Cubify supports 3D Systems legacy printers. URL <http://cubify.com/en/Products/CubeXSupplies>.
 - (.). Digi International. URL <http://www.digi.com/products/wireless-wired-embedded-solutions/solutions-on-module/rabbitcore/rcm4300>.
 - (.). LORD MicroStrain SENSING SYSTEMS. URL <http://www.microstrain.com/inertial/3dm-gx3-35>.
 - (.). UIUC Propeller Database. URL <http://m-selig.ae.illinois.edu/props/propDB.html>.
- ABBOT, I. H. (1959). *Theory Of Wing Sections, including a Summary of Airfoil Data*. Courier Corporation.
- ACKERMANN, J., BARTLETT, A., KAESBAUER, D., SIENEL, W. & STEINHAUSER, R. (1993). *Robust Control*. Springer Berlin.

- AGUILAR RAZO, J. A. & ROMERO GONZÁLEZ, J. J. (2012). *Diseño Conceptual de una Aeronave No Tripulada en Materiales Compuestos*. Ph.D. thesis.
- ALCOCER MÁRQUEZ, W. A. (2013). Obtención de Parámetros Aerodinámicos de una Aeronave Radiocontrolada de Ala Fija .
- ANDERSON, J. D. (2005). *Introduction To Flight*, vol. 199. McGraw-Hill Boston.
- ARAUJO ESTRADA, S. A., GUZMÁN CASO, S. R. & RODRÍGUEZ CORTÉS, H. (2010). Estimación de las Reacciones Aerodinámicas de una miniaeronave de Ala Fija utilizando Inmersion e Invarianza .
- BATAILLÉ, B., MOSCHETTA, J.-M., POINSOT, D., BÉRARD, C. & PIQUEREAU, A. (2009). Development of a Vtol mini UAV for Multi-Tasking Missions. *Aeronautical Journal* **113**(1140), 87–98.
- BEARD, R. W., MCLAIN, T. W., NELSON, D. B., KINGSTON, D. & JOHANSON, D. (2006). Decentralized Cooperative Aerial Surveillance using Fixed-Wing miniature UAVs. *Proceedings of the IEEE* **94**(7), 1306–1324.
- BERTIN, J. J. & SMITH, M. L. (1989). *Aerodynamics for Engineers*, vol. 1. Prentice Hall Englewood Cliffs.
- BLAKELOCK, J. H. (1991). *Automatic Control of Aircraft and Missiles*. John Wiley & Sons.
- BOUCHER, R. A. & BOUCHER, R. J. (1976). Remotely Controlled Electric Airplane. US Patent 3,957,230.
- BRANDT, J. B. & SELIG, M. S. (2011). Propeller Performance Data at Low Reynolds Numbers. In: *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting*.
- BREZOESCU, C.-A. (2013). *Small Lightweight Aircraft Navigation in the Presence of Wind*. Ph.D. thesis, Université de Technologie de Compiègne.
- BROMLEY, M. & GUEVARA, I. (2014). 12 Arms Modernization in Latin America. *The Global Arms Trade: A Handbook* , 166.

- CABARBAYE, A., LOZANO, R., CABARBAYE, A. & BONILLA, M. (2013). Optimization of an Electric Propulsion System .
- CASBEER, D. W., KINGSTON, D. B., BEARD, R. W. & MCLAIN, T. W. (2006). Cooperative Forest Fire Surveillance using a Team of Small Unmanned Air Vehicles. *International Journal of Systems Science* **37**(6), 351–360.
- CHEN, C.-T. (1995). *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, Inc.
- COOK, M. V. (2012). *Flight Dynamics Principles: A Linear Systems Approach to Aircraft Stability and Control*. Butterworth-Heinemann.
- DOHERTY, P. & RUDOL, P. (2007). A UAV Search and Rescue Scenario with Human Body Detection and Geolocalization. In: *AI 2007: Advances in Artificial Intelligence*. Springer, pp. 1–13.
- ESCARREÑO, J., SALAZAR, S. & LOZANO, R. (2006a). Modeling and Control of a Convertible VTOL Aircraft. In: *45th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, California*. Citeseer.
- ESCARREÑO, J., SALAZAR-CRUZ, S. & LOZANO, R. (2006b). Embedded Control of a Four-Rotor UAV. In: *American Control Conference, 2006*. IEEE.
- ESCÁRPITA, D. A. & SALINAS, J. S. (2014). Desarrollo de Vehículos Aéreos No Tripulados de Ala Fija con Capacidad de Despegue y Aterrizaje Vertical .
- ESPINOZA, E. S., GARCÍA, O., SANAHUJA, G., MALO, A. & LOZANO, R. (2013). Micro-Helicopter for Long-Distance Missions: Description and Attitude Stabilization. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* **70**(1-4), 151–163.
- ETKIN, B. & REID, L. D. (1996). *Dynamics of Flight: Stability and Control*, vol. 3. Wiley New York.
- FLORES, G. D. (2009). *Simulación de Velocidad para el Control de Giro en Turbinas de Viento de Dos y Tres Palas por Medio de MatLab*. Ph.D. thesis.
- FLORES, G. R., ESCAREÑO, J., LOZANO, R. & SALAZAR, S. (2012). Quad-Tilting Rotor Convertible MAV: Modeling and Real-Time Hover Flight Control. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* **65**(1-4), 457–471.

- FOSSEN, T. I. (2011). *Mathematical Models for Control of Aircraft and Satellites. Department of Engineering Cybernetics Norwegian University of Science and Technology*.
- GARCÍA, P. C., LOZANO, R. & DZUL, A. E. (2006). *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. Springer Science & Business Media.
- GARCÍA SALAZAR, O. (2009). *Modélisation et Commande d'un Avion à Décollage vertical*. Ph.D. thesis, Compiègne.
- GURTNER, A., GREER, D. G., GLASSOCK, R., MEJÍAS, L., WALKER, R. A. & BOLES, W. W. (2009). Investigation of Fish-Eye Lenses For Small-UAV Aerial Photography. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on* **47**(3), 709–721.
- HAUSAMANN, D., ZIRNIG, W., SCHREIER, G. & STROBL, P. (2005). Monitoring of Gas Pipelines: A Civil UAV Application. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology* **77**(5), 352–360.
- HAZELRIGG, G. A. (2010). The Pugh Controlled Convergence Method: Model-Based Evaluation and Implications for Design Theory. *Research in Engineering Design* **21**(3), 143–144.
- KATZ, Y. (2010). Israel Aerospace Industries develops Vertical Take-Off UAV. *Jane's Defence Weekly* **47**(40), 7.
- KHALIL, H. K. & GRIZZLE, J. (1996). *Nonlinear Systems*, vol. 3. Prentice Hall New Jersey.
- LI, Z., LIU, Y., WALKER, R., HAYWARD, R. & ZHANG, J. (2010). Towards Automatic Power Line Detection for a Uav Surveillance System using Pulse Coupled Neural Filter and an Improved Hough Transform. *Machine Vision and Applications* **21**(5), 677–686.
- MCCORMICK, B. W., MCCORMICK, B. W. & MCCORMICK, B. W. (1995). *Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics*, vol. 2. Wiley New York.
- MOTLEY, M., LIU, Z. & YOUNG, Y. (2009). Utilizing Fluid–Structure Interactions to Improve Energy Efficiency of Composite Marine Propellers in Spatially Varying wake. *Composite Structures* **90**(3), 304–313.

- ÖNER, K. T., ÇETINSOY, E., SIRIMOĞLU, E., HANÇER, C., ÜNEL, M., AKŞIT, M. F., GÜLEZ, K. & KANDEMİR, I. (2012). Mathematical Modeling and Vertical Flight Control of a Tilt-Wing UAV. *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences* **20**(1), 149–157.
- OCHOA CRUZ, G. (2012). *Análisis y Modelado de un Prototipo de Aerogenerador*. Ph.D. thesis.
- OLVERA OLIVA, R. (2011). *Estabilidad Estática de un Vehículo Aéreo no Tripulado, Proyecto VIR-01*. Ph.D. thesis.
- PADUANO, J. D., DAHLSTRAND, P. N., WISSLER, J. B. & WOODWORTH, A. (2015). System, Apparatus and Method For Long Endurance Vertical Take-Off and Landing Vehicle. US Patent 20,150,021,430.
- REUTEBUCH, S. E., ANDERSEN, H.-E. & MCGAUGHEY, R. J. (2005). Light Detection and Ranging (LIDAR): an Emerging Tool for Multiple Resource Inventory. *Journal of Forestry* **103**(6), 286–292.
- RODRÍGUEZ, F. H. (1994). Método para la Obtención de la Gráfica Polar de un Avión. *Taller de Aerodinámica ESIME Ticomán* .
- ROSAS, V., LOZANO, R., TORRES, J. & ZAMUDIO, Z. (2012). Modeling and Control of a Convertible Airplane. In: *System Theory, Control and Computing (ICSTCC), 2012 16th International Conference on*. IEEE.
- SAATY, T. L. (1990). How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process. *European Journal of Operational Research* **48**(1), 9–26.
- SANCHEZ, W. A. (2014). Drones in Latin America—Analysis .
- STENGEL, R. F. (2005). Flight Dynamics. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology* **77**(3).
- STEVENS, B. L. & LEWIS, F. L. (2003). *Aircraft Control and Simulation*. John Wiley & Sons.
- STONE, R. & CLARKE, G. (2001). The T-Wing: a VTOL UAV for Defense and Civilian Applications. *University of Sydney* .

- TARBOURIECH, S., PRIEUR, C. & DA SILVA, J. G. (2006). Stability Analysis and Stabilization of Systems presenting Nested Saturations. *Automatic Control, IEEE Transactions on* **51**(8), 1364–1371.
- TEEL, A. R. (1992). Global Stabilization and Restricted Tracking for Multiple Integrators with Bounded Controls. *Systems & Control Letters* **18**(3), 165–171.
- VON MISES, R. (1959). *Theory of Flight*. Courier Corporation.
- ZAMANI, N. G. (2010). *CATIA V5 FEA Tutorials: Release 19*. SDC Publications.