



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

UNIDAD ZACATENCO  
LABORATORIO UMI-LAFMIA 3175 CNRS

## **Diseño, modelado y control de un glider**

**T E S I S**

Que presenta

**Ing. Miguel Ángel García Rangel**

Para obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS**

En la Especialidad de

**SISTEMAS AUTÓNOMOS DE NAVEGACIÓN AÉREAS Y SUBMARINOS**

Directores de Tesis:

Dr. Rogelio Lozano Leal

**Ciudad de México.**

**Diciembre 2016**



# Agradecimientos

---

A **mi madre Inés Rangel** por ser esa persona que me motiva y me da fuerzas para ser cada día mejor, por levantarme cuando caí, por apoyarme cuando no podía seguir, por ser mi guía y ejemplo a seguir, por darme todo lo que tenías. Gracias por entregarme tu amor incondicional, por esos abrazos que me reconfortan y me hacen sentir que eres lo mejor que Dios puso en mi vida.

A mi familia **Angélica, Juan, Moy, Mary, Sahaqui, Sundury** gracias por estar conmigo en todo momento por ser esa fuerza que me motiva a continuar, por aceptarme con todos mis errores y defectos. No hubiera llegado a donde llegué sin la fuerza, sin la confianza y sin el amor que ustedes siempre tuvieron para mí.

A mi asesor el **Dr. Eduardo Campos Mercado** por brindarme parte de su conocimiento, consejos y ser mi guía en este trabajo e impulsarme a continuar con mi formación.

Al **Dr. Sergio Salazar Cruz** por brindarme la oportunidad de realizar mi maestría en esta gran institución CINVESTAV en el laboratorio UMI-LAFMIA, por el apoyo y facilidades brindadas durante mis estudios y estancia.

Al **Dr. Rogelio Lozano Leal** por su apoyo durante mi maestría y con ella esta tesis, por las facilidades otorgadas para la estancia en Francia y la confianza brindada.

Al **Dr. Pedro Castillo García** por su amistad, confianza, consejos, enseñanzas y ayuda. Por ser una parte importante en la motivación de mis estudios.

A mis compañeros de Submarinos y amigos **Adrian, Fermín, Edgar, Joel, Sergio, Angel, Audwin, Jazmín, Elba, Jesús** y todos los que me acompañaron durante esta etapa de mi vida, gracias por su conocimiento, apoyo y solidaridad, por eso buenos momentos que pasamos en el laboratorio.

A **Maylin** por todo su amor, cariño y comprensión, gracias por estar conmigo en esta etapa de mi vida, por lo momentos bonitos y por hacer de mi una mejor persona.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología **CONACyT** y a **CINVESTAV** por el apoyo económico otorgado para la realización de esta maestría.



# Resumen

---

El desarrollo de este trabajo de tesis se realizó en el laboratorio UMI-LAFMIA en CINVESTAV unidad Zacatenco, con el objetivo de diseño, construcción, modelado y control de un vehículo submarino tipo Glider. El cual tiene la característica de no poseer propulsores, sin embargo puede desplazarse en los 6 grados de libertad, esto se logra haciendo uso de varias masas principalmente las móviles, de compensación y lastre, las cuales son manipuladas por medio de actuadores y el uso de una vejiga, por lo cual genera que sus movimientos sean lentos pero con un menor consumo de energía, por este motivo este tipo de vehículos son usados para hacer exploración durante periodos largos de tiempo que van en el orden de días inclusive meses.

El prototipo desarrollado es llamado *Sepiida* y está dotado de un cuerpo cilíndrico con una nariz esférica, alas y una vejiga en la parte posterior, cuyo objetivo específico es tener el control de la inmersión y sumersión los cuales son representados por  $z$ , además del ángulo de cabeceo expresado como  $\theta$ , dos de los seis grados de libertad. El modelo matemático se basa en las ideas propuestas por Graver y Leonard [25], como complemento del modelado matemático se obtienen los principales parámetros hidrodinámicos por un software de CFD y la masa agregada se obtiene con un método analítico. Con los parámetros obtenidos se realizan las simulaciones del comportamiento del vehículo. Así mismo se implementa la estrategia de control y se valida con las pruebas experimentales realizadas en el prototipo.

## Abstract

The development of this thesis work was carried out in the laboratory UMI-LAFMIA in CINVESTAV unit Zacatenco, with the objective of design, construction, modeling and control of a vehicle type Glider submarine vehicle Glider kind. The Glider has the characteristic of not have propellers, however can move in the 6 degrees of freedom, this is achieved by using several masses mainly mobile, compensation and ballast, which are manipulated by mean of actuators and the use of a bladder, which causes it movements to be slow but with a lower energy consumption, so this kind of vehicles are used to make exploration for long periods of time up to days or even months.

The prototype developed is called *Sepiida* and it is endowed with a cylindrical body with a spherical nose, wings and a bladder in the back, whose specific objective is to have control

of the immersion and submersion which are represented by  $z$ , also the pitch angle expressed as  $\theta$ , two of the six degrees of freedom. The mathematical model is based on the ideas proposed by Graver and Leonard [25], as a complement to the mathematical modeling the main hydrodynamic parameters are obtained by CFD software and the added-mass is obtained with an analytical method. With the obtained parameters the simulations of the behavior of the vehicle are realized. Further the control strategy is implemented and validated with the experimental tests carried out in the prototype.

## Aportación

En el caso de los vehículos submarinos el diseño es totalmente dependiente de la aplicación que se quiere implementar en el mismo, con base a la literatura se desarrolla un vehículo tipo Glider con un diseño tipo torpedo y sin uso de propulsores externos lo cual se implementa en este trabajo de tesis. La propuesta es el aumento de autonomía y profundidad del vehículo, además de implementar leyes de control para la profundidad y cabeceo  $\theta$ , considerando la estimación de las propiedades físicas y parámetros hidrodinámicos obtenidos del diseño CAD propuesto.

## Contribución

En el CINVESTAV se tiene interés en el estudio de nuevas estrategias de control en vehículos submarinos, sin embargo no se cuenta aún con ninguno prototipo de este tipo. Por tal motivo se plantea la necesidad de desarrollar un prototipo tipo planeador (Glider) con las características necesarias para la implementación de diversas tareas como lo es exploración y recopilación de datos, así mismo se busca analizar diferentes estrategias de control e implementar alguna de ellas, las cuales se presentan en este trabajo.

Durante la estancia en la ENSTA<sup>1</sup> en Francia se trabajó en el área de robótica móvil en la división de vehículos submarinos y de superficie, lo cual nos ayuda a la obtención de nuevos perfiles académicos sobre esta línea de investigación, lo cual da origen a desarrollar estudios con otras áreas en común como; robótica, mecánica, computación, diseño, control, comunicaciones, teoría de señales, entre otras, complementando con diversos niveles ingenieril o posgrado.

En el laboratorio de investigación UMI-LAFMIA, se tiene el área de vehículos submarinos con los cuales se contribuye tecnológicamente a la evolución de diversas áreas de interés en México y en el mundo como son; la industria petrolera, gas, construcción, exploración, monitoreo, conservación de flora y fauna entre otras aplicaciones, siendo estas algunas de las tareas que se pueden realizar con este trabajo propuesto, en el cual se han diseñado y analizado. Además de determinar las fuerzas y momentos hidrodinámicos para posteriormente obtener los coeficientes para aproximar al comportamiento de estas fuerzas y momentos en el modelo matemático ya que influyen directamente sobre el comportamiento del vehículo, este trabajo fue presentado por Graver [2] para planeadores submarinos.

---

<sup>1</sup>Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées Bretagne

## Contenido del documento

El presente trabajo fue realizado en el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN en el programa SANAS y esta organizado en seis capítulos distribuidos de la siguiente forma: Primero se explica de una forma general la historia y clasificación que existe entre los vehículos de tipo *Glider*, además de hacer referencia a las investigaciones y estado del arte, así mismo se plantea las limitaciones, objetivo general y los particulares, además de una solución propuesta.

En el segundo capítulo se describe la instrumentación del prototipo el cual se dota de una tapa, con conectores que soportan una presión de 100 metros, además de una vejiga, la cual cambiara el volumen del vehículo el cual generar un desplazamiento sobre el eje  $z$ , esto se debe al principio de *Arquímedes*<sup>2</sup>, además de un actuador lineal el cual moverá una masa móvil para obtener un cambio en el ángulo de cabeceo (*pitch*), así mismo se describe el diseño CAD y se obtiene la estimación de los parámetros hidrodinámicos en un software (CFD).

En el tercer capítulo se muestra el modelado matemático propuesto por *Leonar y Graver* [25], el cual esta diseñado para vehículos tipo *Glider* donde se contemplan varias masas para generar su dinámica, además de considerar su geometría y con ella las fuerzas y momentos hidrodinámicos, así mismo se simulan y se comprueba su funcionamiento en lazo abierto y cerrado.

En el cuarto capítulo se propone una estrategia de control para dos grados de libertad del vehículo, en base a su propiedades físicas podemos considerar estabilidad en algunos de sus grados de libertad y la simplificación de las ecuaciones del modelado para obtener un modelo reducido, es decir se proponen una entrada de control  $u$  tal que el sistema garantice la convergencia y la estabilidad en lazo cerrado a fin de implementar ésta estrategia de control en el vehículo.

En el quinto capítulo se presentan los resultados experimentales, como las pruebas de hermeticidad, de la masa móvil, vejiga y los mismos resultados del prototipo en profundidad y control del ángulo de cabeceo  $\theta$  así también las gráficas correspondientes a los controles y pruebas realizadas.

En el último capítulo se muestran las conclusiones obtenidas durante este trabajo y los trabajos futuros así como las publicaciones y comentarios adicionales de relevancia durante este trabajo de tesis.

Al final tenemos el Apéndice con algunos datos importantes para no distraer el transcurso de la lectura, así mismo la bibliografía en la que se baso para este trabajo.

---

<sup>2</sup>La fuerza de flotabilidad es debida al desplazamiento del fluido por el volumen del vehículo





# Notación

Tabla 1: Tabla de símbolos 1

Name	Descripcion
$\alpha$	angulo de ataque, $\alpha = v_1/\sqrt{v_1^2 + v_3^2}$
$b$	vector de posición del vehículo en el marco inercial
$\beta$	angulo de deslizamiento lateral
$CB$	centro de flotabilidad y origen del cuerpo
$CG$	centro de gravedad
$D$	fuerza de arrastre
$D_f$	masa agregada producto cruzado
$e_1, e_2, e_3$	vectores unitarios a lo largo del marco del cuerpo
$\bar{F}$	Fuerza total en coordenadas del cuerpo
$F_{ext}$	Fuerza externa en el vehículo en coordenadas del cuerpo
$f_{ext}$	fuerza externa en el vehículo en coordenadas del marco inercial
$I$	matriz identidad
$i, j, k$	vectores unitarios en dirección $x, y, z$
$J_f$	matriz de inercia agregada
$J_h$	inercia debido al casco
$J_s$	inercia de la masa en estado estacionario
$J$	inercia $J_s + J_f$
$J_i$	i-esimo elemento de la diagonal de $J$
$L$	fuerza de sustentación
$M$	masa agregada
$M_f$	matriz de masa agregada
$M_{DL}$	momento viscoso
$m$	masa del fluido desplazado
$\bar{m}$	masa móvil
$m_b$	masa variable del lastre
$m_{fi}$	i-esimo elemento de la diagonal de $M_f$
$m_i$	i-esimo elemento de la diagonal de $M$
$m_h$	masa uniformemente distribuida fuselaje
$m_s$	masa estacionaria en el cuerpo
$m_v$	masa total del vehículo

Tabla 2: Tabla de símbolos 2

$m_w$	masa de compensación
$m_0$	exceso de masa
$\Omega$	velocidad angular en coordenadas del cuerpo
$\Omega_i$	i-esmi componente de $\Omega$
$P$	momento total lineal en coordenadas del cuerpo
$P_b$	momento lineal de $m_b$ en coordenadas del cuerpo
$P_p$	momento lineal de $\bar{m}$ en coordenadas del cuerpo
$P_w$	momento lineal de $m_w$ en coordenadas del cuerpo
$p$	momento lineal total en coordenadas del marco inercial
$p_b$	momento lineal de $m_b$ en coordenadas del marco inercial
$p_p$	momento lineal de $\bar{m}$ en coordenadas del marco inercial
$p_w$	momento lineal de $m_w$ en coordenadas del marco inercial
$\Pi$	momento angular total en el marco del cuerpo
$\pi$	momento angular total en el marco inercial
$\phi$	angulo de alabeo / ROLL
$\psi$	angulo de guiñada/ YAW
$R$	matriz de rotación
$R_{BW}$	matriz de rotación del marco del cuerpo al marco de corriente
$R_{WB}$	matriz de rotación del marco de corriente al marco del cuerpo
$R_\alpha$	matriz de rotación alrededor del eje $w_2$ del cuerpo para el angulo $\alpha$
$R_\beta$	matriz de rotación alrededor del eje $w_3$ de la corriente para el angulo $\beta$
$r_b$	posición del vector de $m_b$ para $CB$
$r_p$	posición de la masa móvil $\bar{m}$ en coordenadas del cuerpo
$r_{pi}$	i-esi componente de $r_p$
$r_s$	posición del vector del centro de masa $m_s$ para $CB$
$r_w$	posición del vector $m_w$ para $CB$
$SF$	fuerzas laterales
$\theta$	angulo de cabeceo/ PITCH
$\bar{T}$	momento total en coordenadas del cuerpo
$T_{ext}$	momento total externo en coordenadas del cuerpo
$\tau_{ext}$	per externo en coordenadas inerciales
$T$	energía cinética total
$T_b$	energía cinética de flotabilidad $m_b$
$T_f$	energía cinética del fluido
$T_p$	energía cinética de la masa móvil $\bar{m}$
$T_s$	energía cinética estacionaria en el cuerpo de $m_s$
$T_w$	energía cinética de la massa $m_w$
$u$	vector de entradas de control

Tabla 3: Tabla de símbolos 3

$\bar{u}$	$(u_1, u_2, u_3)^T$ , fuerzas de control deslizante en la masa puntual, $\bar{u} = \dot{P}_p$
$u_b$	$(u_{b1}, u_{b2}, u_{b3})^T$ , fuerzas de control en masa de flotabilidad, $u_b = \dot{P}_b$
$u_{ballas,ate}$	índice de masa variable controlada, $u_{ballas,ate} = \dot{m}_b$
$u_4$	igual que $u_{ballas,ate}$
$u_w$	$(u_{w1}, u_{w2}, u_{w3})^T$ , fuerzas de control en la masa $m_w$ , $u_w = \dot{P}_w$
$V$	velocidad en el plano vertical, $V = \sqrt{(v_1^2 + v_3^2)}$
$V_d$	velocidad deseada en el plano vertical
$V_r$	velocidad del Glider relativa al fluido, $V_r =  v_r $
$v$	velocidad en coordenadas del cuerpo
$v_i$	i-esimo componente de $v$
$v_c$	velocidad de la corriente (relativa al marco inercial)
$v_r$	velocidad de Glider relativa al fluido
$w$	vector de aceleración de la masa interna (en el marco del cuerpo)
$w_p$	vector de aceleración de la masa $\bar{m}$ (en el marco del cuerpo), $w_p = \ddot{r}_p$
$w_b$	vector de aceleración de la masa $m_b$ (en el marco del cuerpo), $w_b = \ddot{r}_b$
$w_w$	vector de aceleración de la masa $m_w$ (en el marco del cuerpo), $w_w = \ddot{r}_w$
$x, y, z$	componentes del vector de posición del vehículo $b$
$\xi$	angulo de la trayectoria
$\xi_d$	angulo de la trayectoria deseada del Glider
$GDL$	Grados de libertad



# Índice general

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>III</b>
<b>Resumen</b>	<b>V</b>
<b>Notación</b>	<b>IX</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>XVI</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>XVII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Clasificación de los vehículos submarinos . . . . .	4
1.2. Estado del Arte . . . . .	5
1.2.1. Funcionamiento General de los Gliders. . . . .	7
1.2.2. Sistema de energía. . . . .	8
1.2.3. Diseños comerciales de Gliders . . . . .	9
1.2.3.1. Slocum . . . . .	9
1.2.3.2. Spray . . . . .	10
1.2.3.3. Seaglider . . . . .	11
1.2.4. Vehículos Comerciales Actuales. . . . .	11
1.2.5. Importancia de los Vehículos Submarinos en México . . . . .	13
1.3. Planteamiento del Problema . . . . .	15
1.4. Solución Propuesta . . . . .	15
1.5. Objetivo General . . . . .	16
1.5.1. Objetivos Específicos . . . . .	16
<b>2. Descripción del prototipo submarino</b>	<b>17</b>
2.1. Diseño del Glider . . . . .	17
2.1.1. Casco del Glider . . . . .	18
2.1.2. Actuador de Masa Móvil (pistón) . . . . .	18
2.1.3. Electrónica . . . . .	20
2.1.3.1. Unidad de Medición Inercial (IMU) . . . . .	20
2.1.3.2. Sensor de Presión . . . . .	21
2.1.3.3. Sistema Embebido Raspberry Pi 2 Modelo B . . . . .	22

2.1.3.4.	Arduino ONE . . . . .	22
2.1.3.5.	Driver MD03 . . . . .	22
2.1.3.6.	Alimentación del Sistema . . . . .	23
2.1.4.	Bomba de Lastre . . . . .	23
2.1.5.	Diseño CAD del Glider . . . . .	23
2.1.5.1.	Casco . . . . .	24
2.1.5.2.	Deposito de Vejiga . . . . .	24
2.1.5.3.	Alas . . . . .	25
2.1.6.	Análisis de Esfuerzos . . . . .	25
2.2.	Identificación de Parámetros Hidrodinámicos . . . . .	26
2.2.1.	Centro de Flotabilidad . . . . .	27
2.2.2.	Masa Agregada . . . . .	28
2.2.3.	Perfil del Vehículo . . . . .	28
2.2.4.	Masa Agregada Axial . . . . .	34
2.2.5.	Masa Agregada del Flujo Transversal . . . . .	36
2.2.6.	Masa Agregada Debido al Balance . . . . .	37
2.2.7.	Análisis de la simulación CFD . . . . .	38
<b>3.</b>	<b>Modelo matemático del Glider</b>	<b>45</b>
3.1.	Marco de referencia . . . . .	46
3.2.	Dinámica del vehículo . . . . .	48
3.2.1.	Fuerzas de restauración: flotabilidad y gravedad . . . . .	49
3.2.2.	Ecuaciones de movimiento . . . . .	50
3.2.3.	Términos hidrodinámicos . . . . .	56
3.2.4.	Sustentación, arrastre y momento. . . . .	57
3.2.5.	Modelo longitudinal del Glider . . . . .	58
3.3.	Simulación del modelo dinámico . . . . .	61
3.3.1.	Simulación lazo cerrado . . . . .	65
<b>4.</b>	<b>Estrategias de Control</b>	<b>69</b>
4.1.	Análisis del Modelo Matemático . . . . .	69
4.1.1.	Para $\dot{v}_1$ . . . . .	69
4.1.2.	Para $\dot{v}_3$ . . . . .	70
4.1.3.	Para $\ddot{\theta}$ . . . . .	71
4.2.	Control PD . . . . .	71
4.3.	Controlador PID . . . . .	72
4.3.1.	Ajuste del PID, regla de <i>Ziegler-Nichols</i> . . . . .	72
4.4.	Control PID para $\theta$ . . . . .	73
<b>5.</b>	<b>Resultados experimentales</b>	<b>79</b>
5.1.	Pruebas de hermeticidad . . . . .	79
5.2.	Software masa móvil . . . . .	80
5.3.	Funcionamiento de la masa móvil . . . . .	82
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>85</b>
6.1.	Trabajo Futuro . . . . .	86

<b>A. Apéndice</b>	<b>87</b>
A.1. Artículos publicados . . . . .	87
A.2. Planos del casco del Glider . . . . .	89
<b>Bibliografía</b>	<b>91</b>

# Índice de tablas

---

1.	Tabla de símbolos 1 . . . . .	IX
2.	Tabla de símbolos 2 . . . . .	X
3.	Tabla de símbolos 3 . . . . .	XI
1.1.	Tabla Comparativa de la 1a Generación de Gliders . . . . .	9
1.2.	Tabla comparativa Gliders comerciales actuales. . . . .	12
2.1.	Posición del Centro de Flotabilidad . . . . .	27
2.2.	Valores de las constantes para el Glider esférico . . . . .	30
2.3.	Valores de las constantes para el Glider elíptico . . . . .	31
2.4.	Distancias de las secciones de los Glider . . . . .	31
2.5.	Valores para las ecuaciones de Myring . . . . .	32
2.6.	Parámetros para $\alpha$ y $\beta$ . . . . .	35
2.7.	Dimensiones de los Gliders . . . . .	36
2.8.	Límites de integración . . . . .	37
2.9.	Coefficientes hidrodinámicos . . . . .	42
2.10.	Resultados de Masa Agregada . . . . .	43
3.1.	Parámetros de un vehículo submarino . . . . .	45
4.1.	Parametros PID método de <i>Ziegler-Nichols</i> . . . . .	73



# Índice de figuras

---

1.1. Submarino de Alejandro Magno . . . . .	1
1.2. Submarino tortuga . . . . .	2
1.3. ROV, COUGAR, desarrollado por la empresa Seaeye en Reino Unido. Capas de lograr inmerciones de hasta dos mil metros . . . . .	4
1.4. AUV, SARDINE, desarrollado en ENSTA Bretagne, Francia. . . . .	5
1.5. Diseño CAD del vehículo Glider <i>Sepiida</i> para tareas de exploración y monitoreo. . . . .	5
1.6. Glider híbrido . . . . .	6
1.7. Relación de vejiga con masa móvil, en la cual se observa que para sumergirse necesita la vejiga vacía y la masa móvil desplazada hacia enfrente y para emerger lo contrario. . . . .	7
1.8. Localización de la antena de comunicación con la estación en la superficie. . . . .	8
1.9. Slocum Glider una opción (híbrido) . . . . .	10
1.10. Glider Spray . . . . .	10
1.11. Glider Seaglider . . . . .	11
1.12. Glider Modernos: SeaExplorer, Sonobot USV, Wave Glider SV3. Respectivamente. . . . .	12
1.13. Bionik Manta de EvoLogics . . . . .	13
1.14. vehículo de inmersión profunda Alvin. . . . .	14
1.15. Nereus: vehículo híbrido tipo ROV. . . . .	14
2.1. Glider desarrollado anteriormente por Ottmar y a la izquierda tenemos la nueva versión . . . . .	18
2.2. Casco, Alas y Tapa de aluminio. . . . .	19
2.3. Actuador Lineal para generar el movimiento en $\theta$ , $X$ y $Z$ . . . . .	19
2.4. Controlador de Motores DC USB. . . . .	20
2.5. Conexiones dentro del vehículo . . . . .	21
2.6. Mecanismo de Lastre . . . . .	23
2.7. CAD Vehículos Propuestos esférico y elíptico respectivamente . . . . .	24
2.8. Cascos propuestos del Glider punta esférica y elíptica . . . . .	24
2.9. Contenedor de Vejiga . . . . .	25
2.10. Diseño CAD propuesto para las alas . . . . .	25
2.11. Factores de seguridad casco esférico . . . . .	26
2.12. Factores de seguridad casco elíptico . . . . .	26
2.13. Centro de Flotabilidad . . . . .	27

2.14.	Perfil del casco con las divisiones propuestas por Myring . . . . .	28
2.15.	Perfil de Myring para Glider esférico . . . . .	29
2.16.	Perfil de Myring para Glider Elíptico . . . . .	30
2.17.	Perfiles generados con las ecuaciones basados en las geometrías de los vehículos	31
2.18.	Valores $n$ y $\theta$ Glider esférico expresados en milímetros (mm) . . . . .	32
2.19.	Valores $n$ y $\theta$ Glider elíptico expresados en milímetros (mm) . . . . .	33
2.20.	Nueva aproximación de los perfiles ecuaciones de Myring . . . . .	33
2.21.	Error de aproximación en perfil de la cola, expresado en milímetros (mm) . . .	34
2.22.	Perfil del plano $xz$ Glider esférico . . . . .	34
2.23.	Perfil del plano $xz$ Glider elíptico . . . . .	35
2.24.	Volumen del fluido y Glider sumergido . . . . .	38
2.25.	Posiciones de $\alpha$ y $\beta$ . . . . .	39
2.26.	Trayectorias del fluido alrededor de $\omega_2$ y $\omega_3$ respectivamente. . . . .	39
2.27.	Aproximación mínimos cuadrados fuerzas arrastre y lateral (glider elíptico) . .	40
2.28.	Aproximación mínimos cuadrados fuerza sustentación y momento en roll (gli- der elíptico) . . . . .	41
2.29.	Aproximación mínimos cuadrados momentos en pitch y yaw (glider elíptico) .	41
2.30.	Aproximación mínimos cuadrados fuerzas arrastre y lateral (glider esférico) . .	41
2.31.	Aproximación mínimos cuadrados fuerza sustentación y momento en roll (gli- der esférico) . . . . .	42
2.32.	Aproximación mínimos cuadrados momentos en pitch y yaw (glider esférico) .	42
3.1.	Marco de referencia . . . . .	46
3.2.	Posición y orientación de vehículo . . . . .	48
3.3.	Representación de masas . . . . .	49
3.4.	Ángulos de ataque y deslizamiento lateral . . . . .	56
3.5.	Masas internas simplificadas . . . . .	59
3.6.	Arrastre y sustentación en el plano vertical. . . . .	60
3.7.	Simulación del modelo matemático en lazo abierto en Simulink. . . . .	61
3.8.	Simulación del comportamiento al variar $r_p$ y $m_b$ en lazo abierto. . . . .	62
3.9.	valores del eje $x$ y el ángulo $\phi$ simulación en lazo abierto. . . . .	62
3.10.	valores del eje $y$ y el ángulo $\theta$ simulación en lazo abierto. . . . .	63
3.11.	valores del eje $z$ y el ángulo $\psi$ simulación en lazo abierto. . . . .	63
3.12.	simulación lazo abierto sin actuar $y$ . . . . .	64
3.13.	Simulación lazo abierto orientación en $\theta$ . . . . .	64
3.14.	Simulación en lazo cerrado control PID . . . . .	65
3.15.	Simulación en lazo cerrado $Z, \theta$ y $X$ . . . . .	65
3.16.	Simulación movimiento en los 6 GDL en lazo cerrado . . . . .	66
3.17.	Simulación en $X, Y, Z$ en Lazo cerrado. . . . .	66
3.18.	Simulación en Lazo cerrado función sin $\pm 35^\circ$ . . . . .	67
4.1.	Ganancia $K_u$ de Ziegler-Nichols . . . . .	72
4.2.	implementación de un algoritmo de control PID para $\theta$ función sin . . . . .	73
4.3.	Posición de la masa móvil función control PID. . . . .	74
4.4.	Control PID error de $\theta$ . . . . .	74
4.5.	Control PID para $\theta$ función sin a $30^\circ$ . . . . .	75

4.6.	Error de <i>pitch</i> $\theta$ seguimiento de una función sin. . . . .	75
4.7.	Posición de la masa móvil con control PID para la función sin $30^\circ$ . . . . .	76
4.8.	posición de $\theta$ paso a paso por $500seg$ . . . . .	76
4.9.	posición de la masa móvil rutina $500seg$ . . . . .	77
5.1.	Prueba de hermeticidad del vehículo en una pecera. . . . .	79
5.2.	Prueba de hermeticidad a $3mts$ en la alberca y pesos . . . . .	80
5.3.	Pruebas de hermeticidad en la Alberca a $6mts$ con Alas y pesos . . . . .	80
5.4.	Interfaz JRK para la masa móvil . . . . .	81
5.5.	Valor real del actuador (roja) vs señal referencia(azul) . . . . .	81
5.6.	Error vs corriente masa móvil . . . . .	82
5.7.	movimiento generado por el incremento y decremento del <i>pwm</i> para la masa móvil. . . . .	82
5.8.	Posición de $\theta$ tres valores . . . . .	83
A.1.	ENSTA Bretagne Team 1 - primer lugar SAUC-E 2016 . . . . .	87
A.2.	congreso Monitoring Quantitatif de l'Environnement Sous-Marin Quantitative Monitoring of Underwater Environment . . . . .	88
A.3.	Simposio Iberoamericano Multidisciplinario de Ciencias e Ingenierías . . . . .	88
A.4.	Diagrama de Alerón del Glider . . . . .	89
A.5.	Diagrama de Tapa del Glider . . . . .	89
A.6.	Diagrama casco del Glider . . . . .	90
A.7.	Diagrama deposito de vejiga del Glider . . . . .	90



# Introducción

---

Debido a la necesidad de tener un mayor conocimiento científico de los mares y océanos, además de las limitantes que tiene el cuerpo humano se tienen la necesidad de desarrollar nuevas tecnologías, como la construcción de vehículos submarinos tripulados y no tripulados para la exploración, monitoreo, examinación, búsqueda de combustibles, arqueología, etc. Si consideramos que el planeta tierra está compuesto por cerca de dos terceras partes de agua, se tienen la tarea de investigar esta gran parte del planeta por lo cual es necesario la construcción de dispositivos que le permitan alcanzar objetivos cada vez más complejos para el hombre.

La historia de los vehículos submarinos es centenaria, se remonta al siglo XVI donde el hombre inicia a explorar este tipo de vehículos, las ideas más relevantes son las del célebre artista, pintor, escritor y filósofo *Leonardo di ser Piero da Vinci*, en su obra escrita en 1518, titulada *CODEX ATLANTICUS* donde se encuentran las primeras ideas plasmadas sobre diversos inventos, con mayor relevancia para nosotros un vehículo submarino. Los primeros intentos de inmersión se llevaron a cabo utilizando vehículos submarinos ocupados por humanos, se conocen intentos de construcción de vehículos submarinos rudimentarios en los tiempos de Alejandro Magno, 330 años A.C. descritos por Aristóteles, aunque fueron en zonas poco profundas.

En 1578, Willim Bourne, un artillero retirado, diseñó la primera embarcación para la navegación submarina como se muestra en la Figura 1.1 [35]. Era un barco completamente cerrado que podía ser sumergido y conducido con remos bajo la superficie del agua, estaba basado en tanques de lastre que se llenaban de agua para sumergir la embarcación y vaciados para emergerla, el mismo principio que hoy se utiliza en los submarinos no tripulados tipo Glider.



Figura 1.1: Submarino de Alejandro Magno

En 1620, Cornelius Jacobszoon Drebbel, un médico holandés residente en Inglaterra, desarrolló el primer sumergible "práctico", un buque cubierto con piel engrasada e impulsado con remos que salían por orificios sellados pero flexibles en el casco. La nave alcanzaba profundidades de hasta 5 metros en el Río Támesis.

Los primeros sumergibles militares fueron desarrollados por David Bushnell a finales del siglo XVII y fue llamado "Turtle", ver Figura 1.2 [35], funcionaba por medio de tracción humana usando hélices para propulsarse bajo la superficie del agua, con capacidad para una sola persona y fue el primer submarino verificado capaz de realizar operación subacuática y movimiento independiente, y fueron usados en la guerra de independencia de los Estados Unidos.

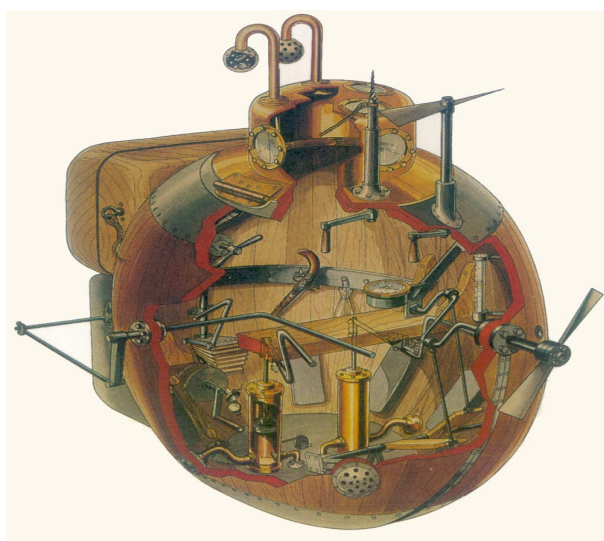


Figura 1.2: Submarino tortuga

Hasta finales del 2012, existían más de 600 submarinos en el mundo, pertenecientes a 43 países, los correspondientes a Estados Unidos y el Reino Unido son nucleares, pero muchos submarinos modernos aun usan motores diésel. China, Francia y Rusia cuentan con algunos submarinos nucleares, siendo este último país el que cuenta con mayor número de naves, de ambos tipos. En algunos trabajos de tesis desarrollados en CINVESTAV-DCA,[9], [11], se encuentra una descripción mas detallada a cerca de la historia y antecedentes de los submarinos.

A partir de mediados del siglo XX se genera un mayor interés por los vehículos submarinos no tripulados a diferencia de los tripulados, por las tareas que en estos se pueden desarrollar como exploración, monitoreo y explotación de recursos naturales, además de considerar el alto riesgo y problemas que representa para el ser humano como tiempo limitado, cantidad de oxígeno disponible consigo, y no poder subir de forma abrupta a la superficie porque eso representa un problema pulmonar (descompresión), embolismo arterial gaseoso, adicionalmente más allá de los 50 m de profundidad las altas presiones son mortales para cualquier humano (Baro-trauma gastrointestinal), por tal motivo es necesario desarrollar robots y vehículos submarinos que superen todas estas adversidades y puedan permanecer en el fondo marino por

mas tiempo que un humano, días, semanas o inclusive meses [10].

Los vehículos submarinos mas representativos de nuestros tiempos fueron construido a principios de la década de los 50, y es con los robots submarinos operados remotamente, ROV<sup>1</sup> como el nombrado POODLE desarrollado por Dimitri Rebikoff en Francia. Al mismo tiempo Henry Stommel en Estados Unidos y John Swallow en el Reino Unido construyeron el Swallow, un vehículo que consistía en un dispositivo de flotabilidad neutra que se sumergía a una profundidad determinada y el vehículo era rastreado por un bote de seguimiento. El RAFOS, fue el primero en utilizar tecnología GPS para su localización, posteriormente, en los años 80 del mismo siglo XX, se crearon sistemas que podían controlar su profundidad por medio de una vejiga externa. Luego de múltiples mejoras técnicas como la capacidad de sensado, comunicación y alcance, se construyen nuevos vehículos como ALACE y PALACE, que comenzaron a utilizarse fuertemente en oceanografía.

A inicios de 1988, Webb describió a Stommel su idea de un submarino tipo planeador térmicamente impulsado, y los dos comenzaron a trabajar en el concepto del glider Slocum. El nombre se debe Joshua Slocum proveniente de Nueva Inglaterra, quien fue el primer hombre en circunnavegar el mundo solo. Una hazaña que llevo a cabo en su pequeño bote Spray y la crónica esta en su libro [7] “Solo alrededor del mundo ”.

A principios de los 90 empezaron a desarrollar los primeros vehículos submarinos con autonomía, pero con dificultad y limitaciones para el almacenamiento de datos y de energía, poco procesamiento y transductores con un pobre nivel de sensado. En esta década también se definieron nuevos paradigmas sobre la utilidad de los AUVs y se atacan algunos problemas tales como el Sistema de Muestreo Autónomo Oceanográfico (AOSN)[6] y proveer los recursos necesarios para migrar la tecnología al ámbito comercial.

Recientemente los robots submarinos han cambiado en tamaño como los portables los cuales son muy pequeños y ligeros o los mas grandes de hasta 10 metros de largo y mas pesados, el diseño de los vehículos submarinos esta basado en las necesidades de cada tarea, una de las actividades mas interesantes es la exploración del fondo marino con UAV, con lo cual se tiene una mayor información a un menor costo.

El estudio de este tipo de vehículos submarinos en el laboratorio UMI-LAFMIA <sup>2</sup> sistemas autónomos, enfocándose principalmente al desarrollo de vehículos aéreos. Con base a lo anterior y gracias a la experiencia adquirida en el desarrollo de sistemas autónomos, desde hace aproximadamente 6 años, se decidió realizar trabajos de investigación para el desarrollo de vehículos submarinos autónomos ya que enfocan diversas áreas como robótica, electrónica, control, diseño, etc. Los objetivos son diversos con la finalidad de desarrollar nuevas líneas de investigación y el conocimiento científico.

---

<sup>1</sup> Acrónimo del inglés Remote Operated Vehicle, (Vehículo operado remotamente).

<sup>2</sup> Laboratorio Franco Mexicano de Informática y Control Automático, Unidad Mixta Internacional

## 1.1. Clasificación de los vehículos submarinos

En la actualidad existe una amplia gama de vehículos submarinos, los cuales se clasifican principalmente como vehículos tripulados y no tripulados. Los vehículos tripulados requieren de una o un grupo de personas que estén a bordo del submarino para realizar alguna misión o navegación. Los vehículos no tripulados no requiere de un persona dentro de ellos, y tienen la característica principal de ser controlados vía remota (ROV) o bien mediante un o varios sistemas embebidos o embarcados dentro del mismo vehículo (AUV<sup>3</sup>).

Ésta última clasificación obedece principalmente al modo en que operan éstos vehículos, un ROV es un vehículo controlado por un operador vía remota desde la superficie, generalmente es por medio de un cable, mientras que el AUV es un vehículo que cuenta con algoritmos de control para poder realizar tareas específicas para las cuales fue diseñado, sin necesidad de tener comunicación con la superficie. En la Figura 1.3 [33] se muestra el vehículo COUGAR de SEAEYE el cual funciona como un ROV y en la Figura 1.4 se muestra el vehículo SARDINE de la ENSTA el cual puede funcionar como ROV o AUV.



Figura 1.3: ROV, COUGAR, desarrollado por la empresa Seaeeye en Reino Unido. Capas de lograr inmersiones de hasta dos mil metros

Otra rama dentro de los vehículos submarinos autónomos son los planeadores acuáticos<sup>4</sup>, estos vehículos son capaces de cambiar automáticamente su flotabilidad usando actuadores internos, específicamente utilizan un tanque de lastre, mientras que su orientación se modifica manipulando su centro de masa, además de no usar propulsores en el casco. Por lo antes mencionado y su tiempo autonomía para permanecer un largo tiempo de operación en el agua sin tener comunicación con algún dispositivo en la superficie, se ha vuelto atractivo en el área de investigación de sistemas autónomos submarinos.

Los Gliders son una clasificación de ambos tipos de vehículos, aunque también hay Glider con actuadores no son tratados en la aplicaciones de esta tesis. Los Gliders pueden ser analizados como un vehículo planeador (aéreo), ya que cuentan con alas y cola fijas al cuerpo, como es el caso de nuestro prototipo que se ilustra en la Figura 1.5.

<sup>3</sup> Acrónimo del inglés Autonomous Underwater Vehicle, (vehículo submarino autónomo)

<sup>4</sup> llamados en inglés underwater gliders o simplemente gliders





Figura 1.4: AUV, SARDINE, desarrollado en ENSTA Bretagne, Francia.

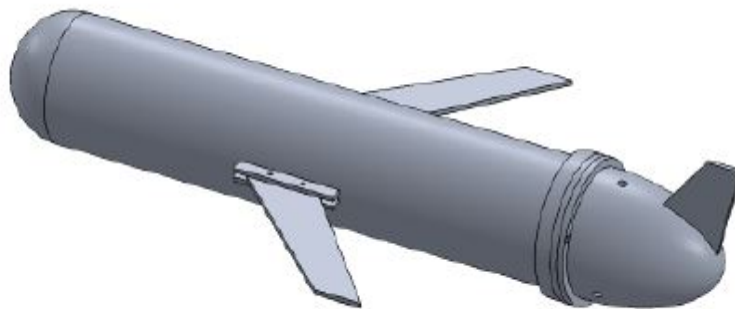


Figura 1.5: Diseño CAD del vehículo Glider *Sepiida* para tareas de exploración y monitoreo.

Algunas de las características principales de los Gliders es su longitud aproximada de 2 metros y un peso de aproximado de 50 kilogramos, su tiempo de autonomía bajo el agua es de varias semanas inclusive meses, recorriendo varios miles de kilómetros. Los elementos principales son tanque de lastre, masa móvil, masa de compensación y algunos vehículos cuenta con superficies de control como lo es un timón y alerones para manipular otros grados de libertad.

## 1.2. Estado del Arte

Un Glider tiene la capacidad de cambiar constantemente su flotabilidad y a la vez generar un desplazamiento horizontal por medio de los perfiles de sus alas. Si se pudieran generalizar las características inherentes a esta clase de vehículos diríamos que tienen una propulsión generada por cambios de flotabilidad, trayectorias en forma de dientes de sierra, un tiempo de operación relativamente largo pero con una baja velocidad. Debido al avance horizontal en forma de zig-zag, prácticamente es imposible que el Glider tenga una profundidad fija, para lograr dicha tarea es necesario combinar el sistema autónomo sin motores con uno de propulsión externo (propela), el conjunto de ambos sistemas se denomina Glider híbrido,

el cual es capaz de desplazarse largas distancias con bajo consumo de energía mediante la propulsión generada por cambios en su flotabilidad y cuando es necesario mantener un nivel de profundidad fija o avanzar con rapidez, se utiliza el propulsor externo, en la Figura 1.6 [32] se muestra el diseño de un Glider híbrido construido por *Douglas C. Webb* y *Henry Stommel* [30].



Figura 1.6: Glider híbrido

El control del ángulo de alabeo( $\phi$ ), cabeceo ( $\theta$ ) y guiñada ( $\psi$ ) recae en el desplazamiento de pequeñas masas ubicadas en el interior del vehículo y para el cambio de flotabilidad emplean sistemas eléctricos o mecánicos como bombas de aceite o tanques de lastre que están diseñados para permanecer en operación por largos períodos de tiempo, logrando realizar recorridos de kilómetros.

Los vehículos submarinos autónomos, de acuerdo a su configuración pueden alcanzar grandes distancias con poco consumo de energía, además en el momento de emerger puede enviar vía inalámbrica una transmisión periódica de datos a su programador. Algunos AUV que convierte su movimiento vertical en horizontal mediante el ajuste de su flotabilidad y el movimiento de actuadores externos como lo puede ser la incorporación de alas o cola.

Según la literatura especializada en Gliders se han realizado varios trabajos para representar; mediante un modelo matemático los vehículos submarinos no tripulados y poder así simular su comportamiento con las herramientas computacionales de simulación que existen, sin embargo hasta este momento los modelos más citados son dos, uno propuesto por Joshua Grady Graver [2] y otro propuesto por Thor I. Fossen [4].

La obtención de un modelo dinámico para los submarinos autónomos es necesario para el control y diseño sistemático basado en el modelo de esta clase de vehículos. Más aún el modelado de esta clase de vehículos permite realizar algoritmos de control más sofisticados. En el estudio de la literatura se encuentran algunas similitudes con los vehículos aéreos y con esto se puede aplicar algunas de las técnicas usadas para estos vehículos. Las leyes de la hidrodinámica gobiernan el flujo del medio y las fuerzas en el vehículo, pero debido a la alta

densidad relativa del agua (800 veces mayor que la del aire) agregan efectos en la flotabilidad y masas agregadas que son significativas en la dinámica del submarino.

Otra característica en común con los vehículos aéreos es la forma, aún cuando hay muchas excepciones, tomando en cuenta el tamaño y la capacidad de carga limitada, muchos de los vehículos son en forma de torpedo, esto es para minimizar la fuerza de arrastre y ahorrar energía durante la propulsión del vehículo. También debido a la forma se puede estabilizar (flotar) en un punto, así mismo se logra la estabilización en algunos de sus grados de libertad, lo que genera una simplificación del modelo matemático, cuando la geometría del vehículo no genera estabilidad se puede compensar con la implementación de buenas técnicas de control o dotarlo de actuadores.

### 1.2.1. Funcionamiento General de los Gliders.

Para que un Glider sea capaz de hacer un cambio en su flotabilidad y poder sumergirse o emerger, normalmente hace uso de un actuador que es un tanque de lastre <sup>5</sup>, el cual absorbe agua del exterior o un depósito para cambiar su flotabilidad y este tienda a hundirse, como lo muestra en la Figura 1.7. Cuando el Glider llega a su referencia o profundidad deseada éste expulsa parte del fluido para tener una flotabilidad neutra, es decir no se sumerge o emerge solo queda en equilibrio. En el caso de emerger, el pistón del tanque de lastre expulsa el resto del fluido al exterior y el espacio donde estaba el fluido se llena de aire, nuevamente lo que genera un cambio en el peso y éste a su vez sea más liviano y así pueda llegar a la superficie.

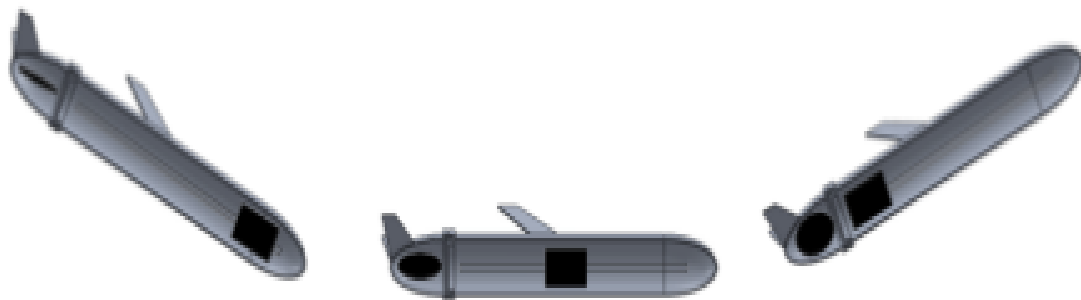


Figura 1.7: Relación de vejiga con masa móvil, en la cual se observa que para sumergirse necesita la vejiga vacía y la masa móvil desplazada hacia enfrente y para emerger lo contrario.

Con esto se puede hacer que cambie el peso del vehículo y entonces se sumerge generando un movimiento de planeo, esto es debido a las superficies (alas), además de poder llevar consigo sensores para medir parámetros ambientales físicos y recolectar datos relevantes o necesarios como la temperatura, salinidad, oxígeno disuelto, PH, además de poder estimar corrientes submarinas o gradientes de densidad marítimas, sensores para medir parámetros

<sup>5</sup>lastre es una carga extra que se le coloca a ciertos vehículos para mantener su estabilidad. En los submarinos para cambiar su flotabilidad o estabilizarlos.

biogeoquímicos para recolectar datos referentes a la clorofila, y con ello estudiar los ecosistemas marinos, sensores para medir parámetros acústicos para uso militar o el seguimiento de mamíferos marinos, entre otras aplicaciones.

En la actualidad existen vehículos como el slocum, spray, entre otros que cuentan con una vejiga, normalmente en la popa la cual es acoplada a una bomba que a su vez esta conectada a un depósito que funciona como lastre, la cual puede ser inflada con aire o algún fluido para levantar la cola donde se encuentra la antena transmisora que envía los datos, recolectados durante la misión en tiempo real para su análisis inmediato como se ilustra en la Figuras 1.8 [34].



Figura 1.8: Localización de la antena de comunicación con la estación en la superficie.

### 1.2.2. Sistema de energía.

El tiempo de autonomía en términos energéticos se ha incrementado de unas pocas horas, días, y en algunos casos en orden de meses. Para extender estos periodos se ha optado por limitar el número de sensores, la velocidad del vehículo y número de propelas. En la mayoría de los vehículos autónomos recientes, se utilizan baterías de plomo debido a sus características eléctricas. También existen modelos que cuentan con baterías de plata y zinc, las cuales les dan un incremento en la energía, pero el costo es mayor.

El programa ALTEX [8] que incorpora el uso de celdas de aluminio / oxígeno para la operación en zonas del ártico. Por otro lado también la energía solar se contempla para energizar los sistemas AUV, sin embargo requiere de que el submarino salga a la superficie cada cierto tiempo para recarga. En concepto de Glider es simple y elegante porque aprovechan principalmente las corrientes y olas internas para generar un movimiento tipo planeo con lo cual se tiene una mayor eficiencia de energía. Según *Joshua Garver* [12] se pueden hacer uso de corrientes oceánicas horizontales para facilitar su desplazamiento.

La energía consumida por los sistemas de propulsión de flotabilidad son de bajo consumo de potencia y eso ayuda a que los Gliders hagan desplazamientos de más largo alcance, pero con una velocidad lenta. Los actuadores están alojados dentro del casco en el vehículo y eso hace que se protejan del ambiente hostil del océano y solo son activados en el momento necesario para hacer cambios en su flotabilidad o cabeceo.

### 1.2.3. Diseños comerciales de Gliders

La primera generación de Gliders reconocida consta de tres diseños muy usados en la actualidad, primero tenemos a el Slocum [13], desarrollado y manufacturado por Webb Research Corporation, recientemente adquirida por Teledyne, el segundo Seaglider [38], inicialmente desarrollado por el Laboratorio de Física Aplicada de la Universidad de Washington y el por ultimo Spray [15], manufacturado por the Scripps Institution of Oceanography. En general sus características y funcionalidad son similares, como se muestran en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1: Tabla Comparativa de la 1a Generación de Gliders

Características	Slocum	Spray	Seaglider
Casco	2.38m largo 21.3 cm $\phi$	2m largo 20 cm $\phi$	1.8m largo 30 cm $\phi$
Masa	52 kg	51 kg	52 kg
Volumen del tanque de lastre	520 cc 90 w 50 % eficiencia	900 cc motor y una segunda bomba 20-50 % eficiencia	840 cc Motor y una segunda bomba 8-40 % eficiencia
Batería	9 MJ 260 celdas alcalinas	13 MJ 52 celdas litio	10 MJ 81 celdas litio
Velocidad horizontal	0.4 m/s	0.45 m/s	0.45 m/s
Máxima profundidad	200 m	1,500 m	1,000 m
Alas	98 cm largo 14 cm ancho	120 cm largo 10 cm ancho	100 cm largo 16 cm ancho

#### 1.2.3.1. Slocum

Existen dos tipos de Gliders Slocum, el accionado eléctricamente (híbrido) cuya profundidad máxima es de 200 m y el accionado térmicamente que alcanza los 1500 m de profundidad, en ambos casos el tanque de lastre se encuentra internamente inmediatamente después de la nariz, se considera una masa de 60 kilogramos de peso, 2.38 m. de longitud, integrar un set de sensores oceanográficos CTD (conductividad, temperatura y presión), un preciso sistema de posicionamiento (GPS y compás), un sistema de comunicación bi-direccional vía satélite, como se muestra en la Figura 1.9 [32].



Figura 1.9: Slocum Glider una opción (híbrido)

### 1.2.3.2. Spray

El Glider Spray, tiene un casco cilíndrico con dos alas y una cola vertical. En la parte trasera del casco alberga la vejiga llena de aceite para el sistema de lastre, con una antena de comunicación vía satélite montado en las alas. El diseño del spray utiliza dos masas, uno para el movimiento en cabeceo ( $\theta$ ) y otro para el movimiento en alabeo ( $\phi$ ). Esta es una diferencia con los diseños de Slocum y Seaglider, que utilizan una sola masa habitualmente disponen de las baterías como masa para desplazarla (masa móvil). Cuenta con un sensor de Conductividad, la temperatura y profundidad (CTD), oxígeno disuelto, fluorímetro, paquetes de dispersión óptica, altímetro y sensor acústico de efecto Doppler (ADCP) ver la Figura 1.10 [37].



Figura 1.10: Glider Spray

### 1.2.3.3. Seaglider

El diseño del Glider Seaglider, es diferente a los anteriores, su forma está diseñada para reducir la resistencia de presión mediante el desarrollo de un gradiente de presión favorable en la parte trasera del vehículo<sup>6</sup> (es decir asemejando a un tipo huevo). Tiene alas fijas y cola verticales situadas por encima y por debajo del cuerpo. La ubicación de las alas cerca de la parte trasera del vehículo provoca un cambio en el sentido habitual de acoplamiento entre el movimiento en cabeceo ( $\theta$ ) y en guiñada ( $\psi$ ). Con capacidad para medir las propiedades básicas del agua de forma autónoma durante un máximo de 9 meses con un juego de baterías y cuenta con una variedad de sensores, temperatura, presión, transductor de altímetro, oxígeno y fluorometría, como se ilustra en la Figura 1.11 [38]



Figura 1.11: Glider Seaglider

Esta primera generación de Gliders, han demostrado ser digna, confiable y eficaz en mar para las tareas de observación, exploración y muestreo de datos marítimos, se consideran de bajo costo en comparación con otros AUV's ó ROV's, su baja velocidad es aceptable para lo que fueron diseñados. En la actualidad existen más de 165 Gliders de este tipo operando en todo el mundo, principalmente en 14 países, con más de 45 grupos dedicados a la observación de los océanos [16].

### 1.2.4. Vehículos Comerciales Actuales.

Investigaciones se han llevado a cabo con fines de mejorar y comercializar los vehículos ya existentes, los cuales han destacado entre otros, tres Gliders SeaExplorer, Sonobot USV y Wave Glider SV3 como se ilustra en la Figura 1.12. Las características principales en las que se han realizado mejoras radican en el diseño hidrodinámicos, el ahorro o almacenamiento de energía, la velocidad, la profundidad de operación, tiempo de autonomía, reducción de tamaño y peso, son solo algunos de los principales aspectos en estos modelos recientes, cuyas características se pueden ver en la Tabla 1.2

---

<sup>6</sup>Lo cual también reduce los términos de masa agregada

Tabla 1.2: Tabla comparativa Gliders comerciales actuales.

Características	SeaExplorer	Sonobot USV	Wave Glider
Numero de sensores	8	5+	12+
Casco	2.7 m largo 25 cm $\phi$	1.32 m largo 45 cm $\phi$	3.05 m largo 81 cm ancho
Masa	59 kg	30 kg	183 kg
Rango de viaje máximo	1,200 km	40 km	17,370 km
Resistencia en el agua	60 días	10 horas	1 año
Velocidad horizontal	0.51 m/s	1.13 m/s	0.51-1.45 m/s
Máxima profundidad	700 m	60 m	10 m
navegación	GPS, brújula, altímetro	RTK DGPS	GPS, brujulas
tipo de comunicación	radio, satélite	WLAN, radio	Satélite, WI-FI



Figura 1.12: Glider Modernos: SeaExplorer, Sonobot USV, Wave Glider SV3. Respectivamente.

Las investigaciones dedicadas a esta rama de vehículos submarinos, tienen mejoras constantes como plataformas mas pequeñas y autónomas con mayores tomas de decisión, como es el caso del *Bionik Manta* [17], de la empresa Alemana *EvoLogics*, el cual se propulsa con un movimiento natural de aletas como si fuera una mantarraya, cada día los diseños se inspirado en la fisiología de diversos animales marinos y con ello su forma de desplazarse en el agua. El sistema más simple consiste en una aleta con un grado de libertad colocada vertical u horizontalmente en la parte trasera del vehículo. Su movimiento cíclico perpendicular al plano de las aletas, produce ondas de agua que impulsan al vehículo hacia delante, este movimiento produce empuje en un solo sentido Figura 1.13 [40].

Hasta ahora, la literatura especializada en Gliders y el estudio de submarinos autónomos en la configuración de Glider, ha demostrado ser una importante linea de investigación moderna en comparación con otras áreas de estudio de robótica y vehículos submarinos no tripulados, no obstante, se han iniciado mayores avances en lo que va del siglo XXI y se siguen haciendo nuevas investigaciones en disciplinas como el diseño, el control, modelado matemático, la navegación submarina, así como la instrumentación e incorporación de sensores para la medición de más variables y realizar nuevas mejoras de interés para la ciencia.





Figura 1.13: Bionik Manta de EvoLogics

### 1.2.5. Importancia de los Vehículos Submarinos en México

México es el sexto mayor productor de petróleo en el mundo y el décimo en términos de exportación neta al 2007. Los principales yacimientos de petróleo y gas natural en México se localizan en las regiones marinas del sudeste, donde el petróleo y el gas natural están presentes en las mismas formaciones subterráneas. Por esta razón, la principal fuente de gas natural es el gas asociado que se extrae simultáneamente con el petróleo. El sector petrolero es crucial para la economía de México, los ingresos derivados del petróleo constituyen más del 10% de las exportaciones. PEMEX<sup>7</sup> estima diez años más de vida para los yacimientos petroleros que hoy se explotan. Desgraciadamente para finales de 2008 la producción ha venido a la baja considerablemente, la producción actual de 2 millones 912 mil barriles diarios se estima que se convierta en 2 millones 750 mil barriles diarios lo que representa una disminución de 162,000 barriles diarios.

Desde inicios del 2009 en México, algunas empresas nacionales y extranjeras se han encargado de buscar nuevos yacimientos de petróleo y gas. El Ing. Carlos Morales Gil siendo director de PEMEX, localizó un volumen considerable de reservas en el Paleocanal de Chicontepec, ubicado en el territorio veracruzano en tierra, por 139 mil millones de barriles de petróleo crudo. Aunque en Chicontepec hay mucho petróleo crudo lo que pondría a México como el tercer país con más crudo, el tipo de roca es muy porosa lo que hace muy costoso y difícil técnicamente hablando la extracción de petróleo. Por este motivo PEMEX no pudo descartar o aplazar la extracción de petróleo en aguas profundas. Es por estas razones la importancia de los AUV's y ROV's para exploración.

Además de la gran cantidad de petróleo que existe en los mares y océanos, no obstante, con casi 1, 400, 000, 000  $km^3$  de agua que cubren más de la mitad de la superficie del planeta, gran parte de este vasto reino sigue sin ser explorado o investigado.

De hecho, este progreso no está limitado por la imaginación de los científicos o los ingenieros, sino por la magnitud y el costo que tiene el desarrollo de las tecnologías adecuadas para lograrlo. Los avances en la tecnología satelital nos proporcionan una cobertura mundial para el estudio de la atmósfera terrestre. Sin embargo, en el caso del océano, ese enfoque solo es superficial, literalmente.

---

<sup>7</sup>Petróleos Mexicanos

¿Qué ocurre en el vasto y profundo océano, fuera de la vista y del alcance de la luz del sol y de los satélites? Este es un ejemplo de las razones por las que debe importarnos. En 1977, los científicos se sumergieron a bordo del vehículo tripulado *Alvin* observe la Figura 1.14 [41], para investigar una dorsal volcánica a 2,500 metros bajo el nivel del mar y descubrieron algo completamente inesperado: un ecosistema exuberante que medraba en las chimeneas hidrotermales por las que se libera la energía química del interior de la Tierra. En esos sitios hay grandes yacimientos de metal, que podrían volverse fuentes de minerales esenciales para nosotros; algunos de esos sistemas podrían revelar cómo se originó la vida en la Tierra y más allá.



Figura 1.14: vehículo de inmersión profunda Alvin.

Sin embargo, para explorar realmente las fosas marinas, los científicos tienen que estudiarlas metódicamente, lo que requiere de un acceso constante a las tecnologías emergentes como el Vehículo Híbrido Operado a Distancia (ROV) *Nereus* ver la Figura 1.15 [42], que se sumergió en la fosa Challenger en 2009, a la fosa de las islas Caimán en 2010 y se sumergió en el Pacífico en 2014.

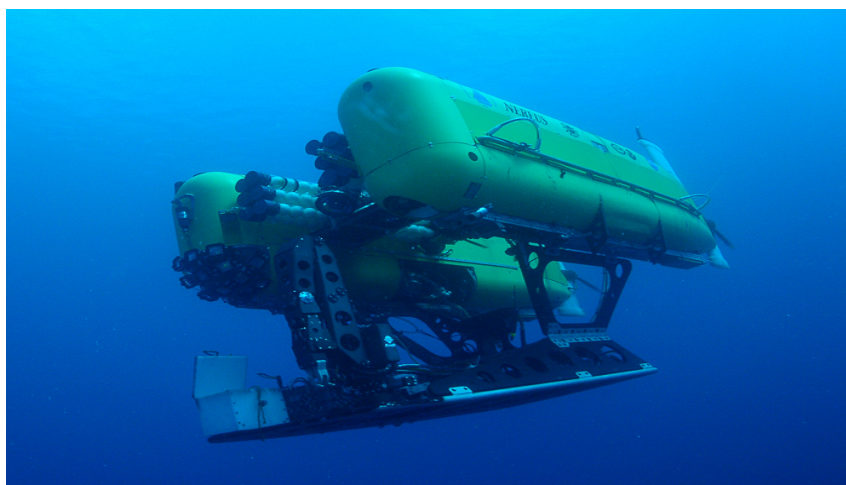


Figura 1.15: Nereus: vehículo híbrido tipo ROV.

Si el estudio de las fosas progresa al mismo ritmo que nuestras pasadas exploraciones en las dorsales marinas, podrían pasar otros 30 años para que hayamos explorado apenas una quinta parte del planeta. No solo es necesario explorar las fosas, sino todo el vasto océano, tarea difícil de creer para un ser humano, pero sencilla para un vehículo autónomo no tripulado AUV.

### 1.3. Planteamiento del Problema

Con base a lo antes planteado se tiene la necesidad de desarrollar vehículos submarinos autónomos, capaces de realizar exploración, inspección, navegación e investigación. Tanto en los océanos, mares y lagunas, es decir lugares que no son de fácil acceso para el ser humano debido a sus limitaciones físicas; con el fin de continuar con la investigación de estas regiones poco exploradas y sin poner en riesgo vidas humanas, se han desarrollado vehículos submarinos que superan todas estas adversidades y logren permanecer en el fondo marino el tiempo necesario para la tarea asignada.

En la actualidad se están desarrollando vehículos submarinos para tareas de inspección, monitoreo y explotación de recursos naturales, pero cada vez se busca ir mas lejos y por mayor tiempo, algunos de los vehículos más apropiados para solucionar estas problemáticas son sin duda los Gliders debido a que pueden permanecer durante periodos prolongados bajo el agua de forma autónoma ya que no llevan actuadores (propelas) que consuman energía de forma constante.

En la literatura enfocada a los Gliders, se tratan temas particulares como el modelado, control, diseño, consumo de energía, navegación o algunas combinación de los mismos. En la mayoría de las simulaciones se contemplan parámetros estimados ó "supuestos", ya que construir o conseguir un Glider representa una inversión considerable en costo, tiempo y análisis para el proyecto de investigación, por lo cual las simulaciones no son tan confiables para determinar las fuerzas y momentos que afectan el prototipo. Cuando en la literatura se habla de control ó diseño, se opta por uno de los modelos matemáticos propuestos existentes, siendo el modelo propuesto por Graver [2] el más apropiado para los vehículos submarinos tipo Gliders.

### 1.4. Solución Propuesta

Se diseña, desarrolla, modela y controla un vehículo submarino tipo Glider, además de obtener la aproximación de los parámetros hidrodinámicos, para la simulación y validación del modelo matemático, lo cual representa un reto importante para un poco menos de un año para tener un desempeño apropiado. El diseño y los parámetros hidrodinámicos los obtenemos por medio de las herramientas de un software de CAD<sup>8</sup> y de forma analítica también se obtiene la masa agregada y los coeficientes de fuerzas y momentos hidrodinámicos. Para el modelado se basa en las ideas propuestas por Graver [2] y se propondrá una estrategia de control para un sistema subactuado y no lineal para tres grados de libertad cabeceo  $\theta$ , inmersión  $Z$  y desplazamiento lineal  $X$ .

---

<sup>8</sup>Computer-aided design (Diseño asistido por computadora).

## 1.5. Objetivo General

Desarrollar un vehículo submarino autónomo dotado de actuadores que permitan un mayor aprovechamiento de la energía para aumentar el tiempo de autonomía en las tareas de exploración e inspección.

### 1.5.1. Objetivos Específicos

- Diseñar una tapa para el Glider con conectores que soporten una mayor profundidad.
- Diseñar los alerones del Glider para mejorar la forma en que planea.
- Realizar los algoritmos para los sensores y estrategia de control.
- Desarrollar una vejiga capaz de soportar la presión de agua.
- Implementar el actuador lineal en el Glider.
- Realizar pruebas de hermeticidad.
- Implementar la comunicación inalámbrica.
- Obtener los parámetros hidrodinámicos por medio de un software de CAD, para la simulación del prototipo.
- Realizar simulaciones en lazo abierto y cerrado para la validación del modelado.
- Validar de forma experimental la estrategia de control.
- Comparar datos experimentales con las simulaciones.

---

# Descripción del prototipo submarino

---

En este capítulo se describe el prototipo submarino, su diseño, características y construcción. El trabajo presentado parte de la idea de diseñar un vehículo submarino no tripulado que cuente con un tanque de lastre y una masa móvil, y no posea propulsores externos ni superficies de control para generar los movimientos de rotación y traslación. Todo esto con la finalidad de reducir el consumo de energía y a su vez lograr un mayor tiempo de autonomía.

En trabajos previos se han desarrollado prototipos tipo Glider que tienen las características de bajo consumo de energía con una autonomía que puede durar días o semanas [18] [11] [9]. De acuerdo con la literatura [2] la mejor opción para estabilizar en profundidad un Glider es por medio de una combinación de una masa movable coordinada con un lastre con el propósito de alcanzar una profundidad de operación deseada, para nuestro estudio, proponemos un prototipo con forma cilíndrica, con alerones, conectores y dotado de una vejiga para el cambio de volumen y una masa móvil para modificar el centro de masa.

## 2.1. Diseño del Glider

Para el diseño de un vehículo se debe considerar principalmente la implementación o uso para el que se requiere, los componentes eléctricos y electrónicos con los que contara, la misión o tarea a realizar, tiempo de autonomía, resistencia que requiere soportar presión y corrosión, velocidad necesaria y como parte importante para el análisis matemático es la geometría del vehículo.

En este tipo de diseños de vehículos submarinos tipo glider en particular se contempla sobre que planos  $X, Y, Z$  se tendrán los movimientos, es decir los GDL<sup>1</sup>[31], en los vehículos submarinos algunos de sus grados de libertad se pueden considerar estables debido a su configuración o geometría. En este caso se propone un vehículo mecánicamente estable en el ángulo de balanceo  $\phi$  y debido a la separación entre el centro de gravedad  $CG$  y el centro de flotabilidad  $CB$  también se proporciona estabilidad, esto lo logramos en el submarino mediante el uso de una masa interna móvil  $\bar{m}$ .

La profundidad máxima a la que se pretende sumergir el submarino es aproximadamente

---

<sup>1</sup>Grados de Libertad

100 metros y esta depende principalmente de la resistencia de los conectores con los que cuenta el dispositivo y la capacidad de la bomba de lastre que expulsar el agua.

Un factor muy importante es la hidrodinámica la cual esta dada principalmente por la forma del vehículo, esta geometría genera las fuerzas de masa agregada, arrastre y sustentación. Para minimizar dichos efectos y de acuerdo a la literatura se propone una forma tipo torpedo [23], para simplificar futuros cálculos en el análisis del modelo. En los vehículos submarinos tipo glider, la sustentación depende principalmente de la colocación de las alas, para obtener el arrastre requiere del análisis del cuerpo completo.

### 2.1.1. Casco del Glider

Este prototipo fue diseñado por M.Sc. Ottmar Rafael Uriza Gosebruch en su tesis de maestría [18], como podemos ver en la Figura 2.1, el cual tenia un sistema de propulsión en base a dos propulsores, alas cuadradas y un tanque de lastre para generar una masa variable, a diferencia del propuesto en esta tesis, el cual tiene algunos cambios como el del lastre, tapa, conectores, alas y una parte importante es que no cuenta con propulsores.

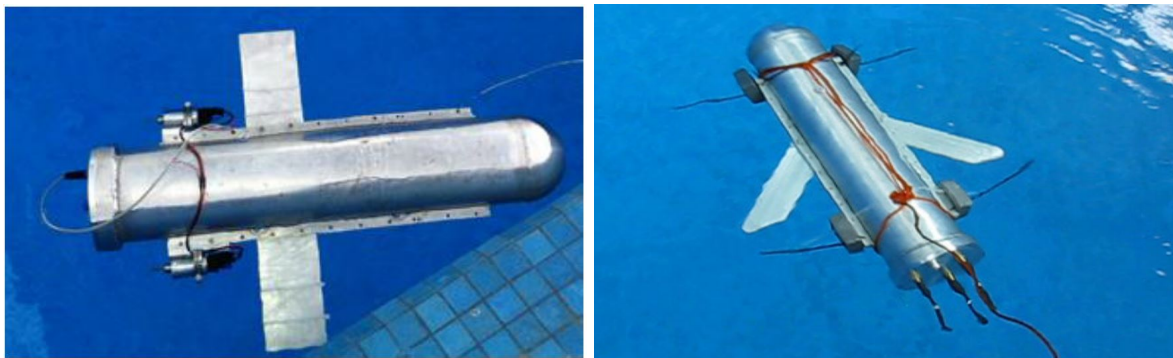


Figura 2.1: Glider desarrollado anteriormente por Ottmar y a la izquierda tenemos la nueva versión

El diseño propuesto tiene una forma tipo torpedo esto es con el fin de ser similar a los encontrados en la literatura de Gliders comerciales como en *Spray*, *slocum* y *SeaExplorer* ya que esta forma favorece la hidrodinámica del vehículo, este prototipo cuenta con nariz cónica como se ve en la Figura 2.2, con estas características geométricas se pueden hacer consideraciones como la simetría en dos de sus planos, esto también con la finalidad de obtener los resultados que se presentan en la sección de modelado, principalmente en la matriz de amortiguamiento. Para el fuselaje se eligió aluminio de aleación 6063 T.6, como los usados en los vehículos comerciales antes mencionados, los cuales cuentan con fuselaje de aluminio [20]. El tubo principal del casco tiene 6 pulgadas de diámetro, 90 centímetros de largo y con un peso de 10.85 kg, se ocupó la misma aleación para la tapa, esta cuenta con un diseño para el empaque o-ring 2-163 para hermetizar [18].

### 2.1.2. Actuador de Masa Móvil (pistón)

La masa móvil  $\bar{m}$  esta compuesta principalmente por unas baterías montadas sobre un actuador lineal, el cual tiene como objetivo principal modificar la ubicación del centro de masa

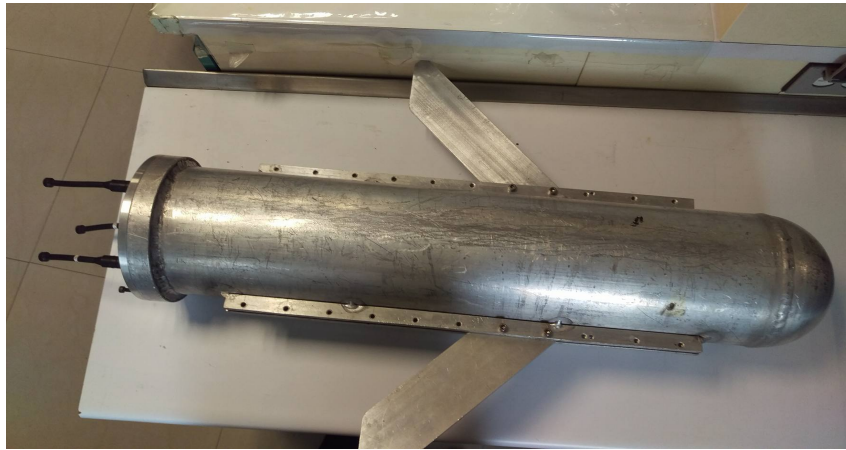


Figura 2.2: Casco, Alas y Tapa de aluminio.

del vehículo desplazando una carga de  $2.09kg$  sobre el eje  $Z$  de forma indirecta, pero su movimiento principal es sobre el eje  $X$  a lo largo de 4 pulgadas esta es la carrera efectiva que tiene el pistón, este efecto se ve principalmente reflejado en la posición del vehículo con respecto al ángulo de cabeceo  $\theta$ . Se realizaron pruebas de caracterización por medio de un banco de pruebas el cual tiene una carga en un extremo la cual se equilibra con el pisto cuando tiene la mitad de la carrera, es decir cuando esta en equilibrio como se ve en la Figura 2.3, con esto se hace que el actuador realice una rutina de toda la carrera y se aprecian los grados que esta se desplaza.

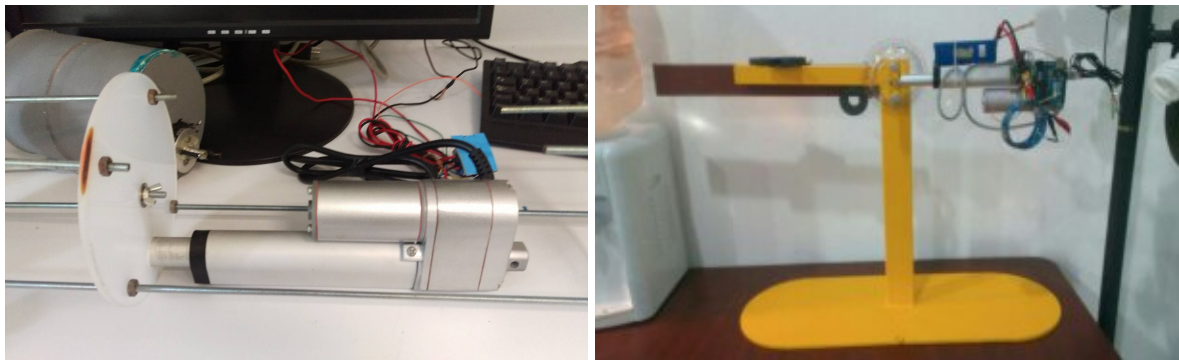


Figura 2.3: Actuador Lineal para generar el movimiento en  $\theta$ ,  $X$  y  $Z$

El actuador lineal funciona a  $12V$  DC, a  $500mA$  sin carga y pueden llegar a  $3A$  a su máxima carga, con la relación 20:01, es de la marca Pololu, soportando una carga dinámica de  $50kg$  y una velocidad máxima de  $1,3cm$  por segundo, y que está clasificado para soportar hasta  $113.4kg$  sin moverse. El peso total del casco es de  $19.3kg$  y con la instrumentación alcanza los  $22.54kg$ .

El actuador lineal es controlado por un diver para motor DC USB Jrk21v3 de la marca Pololu como se ilustra en la Figura 2.4. Soporta cuatro modos de interfaz: USB, serie de nivel lógicos TTL, voltaje analógico y control de radio (RC), opera entre  $5V$  y  $28V$ , la corriente de salida continua de  $3A$  ( $5A$  pico). Este controlador cuenta con un control PID ya integrado por lo

cual se hace uso de la realimentación para el control de velocidad en lazo cerrado o la posición para un control en lazo abierto.



Figura 2.4: Controlador de Motores DC USB.

### 2.1.3. Electrónica

Dentro del vehículo *Sepiida* se encuentra la bahía de electrónica que es la parte encargada del procesamiento, sensores y mecanismo encargados del funcionamiento del mismo, es aquí donde se genera el movimiento de la masa móvil así mismo se tienen los diferentes componentes electrónicos como: sensor de presión, imu, dos tarjetas de adquisición arduino y raspberry, actuador lineal, bomba, válvula solenoide y baterías, y se encuentran acopladas como se muestran en la Figura 2.5.

Los sensores y actuadores más importantes para este prototipo se describen en las siguientes líneas, iniciando con:

#### 2.1.3.1. Unidad de Medición Inercial (IMU)

La IMU<sup>2</sup> es un sensor que usa una combinación de acelerómetros, magnetómetros y giróscopos, para proporcionar la orientación por un método conocido como navegación por estima [21] o utilizando un Filtro de Kalman Extendido (EKF).

Los acelerómetros están colocados de tal forma que sus ejes de medición son ortogonales entre sí, el principio básico del acelerómetro depende de sistemas de masas y resortes. La tensión y la fuerza en resortes está descrita por la ley de Hooke. Esta ley propone: la fuerza de resistencia o la fuerza para establecer la posición de equilibrio en un resorte, es proporcional a la cantidad de fuerza al estirarlo o comprimirlo.

El girometro es empleado para la medición de la velocidad angular, el principio de este dispositivo es el mismo del giroscopio el cual fue inventado en 1852 por Léon Foucault. Una limitante que tiene en la medición de los ángulo de Euler es que existen singularidades en  $\pm 90$

---

<sup>2</sup>por sus siglas en ingles Inertial Measurement Unit



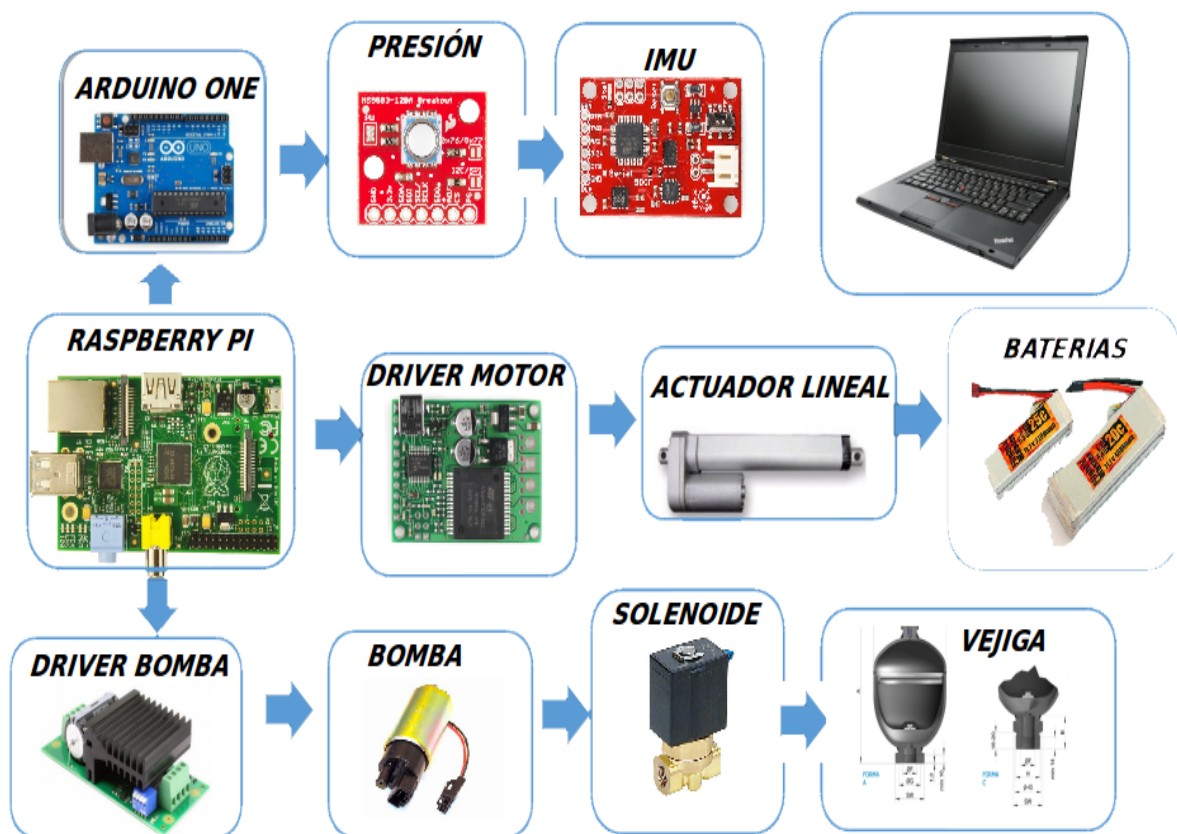


Figura 2.5: Conexiones dentro del vehículo

grados, hay más de una manera de representar la orientación de la central inercial, no es recomendable usar la medición obtenida de la estimación de ángulos cercanos a esta singularidad.

El magnetómetro o compás electrónico se coloca sobre los tres ejes principales del vehículo es en esencia un imán con libertad de movimiento para rotar en un plano horizontal. Dada la acción del campo magnético terrestre se orientará según el meridiano magnético del lugar, indicando la dirección del norte magnético. Esta dirección difiere del norte verdadero en un valor llamado declinación magnética.

La IMU usada es 9DOF Razor IMU e incorpora tres sensores un *ITG – 3200* (MEMS de triple eje de giróscopo), *ADXL345* (triple eje acelerómetro), y *HMC5883L* (triple eje magnetómetro), los cuales proporcionan nueve grados de libertad GDL, la IMU se basa en un Arduino Pro o Pro Mini (3.3V, 8MHz) w/ATmega328, funciona a 3.3VCD y tiene una comunicación por los pines de serie TX y RX con un 3.3V FTDI Breakout, con una velocidad de 57600bps.

### 2.1.3.2. Sensor de Presión

Los sensores de presión o transductores de presión son elementos que transforman la magnitud física de presión o fuerza por unidad de superficie en otra magnitud eléctrica. La presión es una fuerza que se ejerce sobre un área determinada, y se mide en unidades de fuerzas por uni-

dades de área. Esta fuerza se puede aplicar a un punto en una superficie o distribuirse sobre esta.

En este caso dicho sensor es utilizado para calcular la profundidad del vehículo sumergido, o la columna de líquido sobre el prototipo la cual es directamente proporcional a la presión, y se expresa de la siguiente manera:

$$P = \rho gh, \quad (2.1)$$

donde  $P$  es la presión,  $\rho$  es la densidad del fluido en que se encuentra,  $g$  es la fuerza de gravedad y  $h$  es la altura de la columna de agua.

El sensor usado en este caso es el BMP085 de la marca BOSCH, está soldado a una PCB con un regulador de  $3.3V$ , un cambiador de nivel I2C y resistencias de pull-up en los pines I2C y tiene un convertidor totalmente compatible con  $5V$ , además de un circuito desplazador de nivel I2C está incluido para que pueda usarse en este sensor de forma segura con la lógica de  $5V$ .

### 2.1.3.3. Sistema Embebido Raspberry Pi 2 Modelo B

En un sistema embebido la mayoría de los componentes se encuentran incluidos en la placa base (la tarjeta de video, audio, módem) y muchas veces los dispositivos resultantes no tienen el aspecto de lo que se suele asociar a una computadora, es decir un tamaño grande, a diferencia del caso de la Raspberry la cual es dedicada a la parte del algoritmo de control y procesamiento de señales de los sensores y cuenta con: Un CPU a  $900MHz$  de cuatro núcleos ARM Cortex-A7  $1GB$  de RAM, 4 puertos USB, 40 pines GPIO, puerto HDMI, Puerto Ethernet, conector de audio de  $3,5mm$ , interfaz de la cámara (CSI), Interfaz de pantalla (DSI), ranura para tarjetas micro SD VideoCore IV 3D núcleo de gráficos y corre algunas distribuciones de GNU / Linux, Ubuntu, así como Microsoft Windows 10.

### 2.1.3.4. Arduino ONE

Arduino / Genuino Uno al igual que la Raspberry pi es una placa electrónica, el arduino esta basada en el micro procesador ATmega328P. Cuenta con 14 pines digitales de entrada / salida (de los cuales 6 se podrán utilizar como salidas PWM), 6 entradas analógicas, un cristal de cuarzo de  $16 MHz$ , una conexión USB, un conector de alimentación, una cabecera ICSP y un botón de reinicio.

### 2.1.3.5. Driver MD03

El MD03 es un controlador de motor de media potencia. Las características principales son la facilidad de uso y la flexibilidad. La potencia del motor se controla por ancho de pulso modulación<sup>3</sup> PWM del Puente-H a una frecuencia de  $15kHz$ . La tensión es de  $15V$  con un MOSFET y solo requiere con una alimentación de  $5V$  a  $50mA$  para la lógica de control, soporta voltajes de motor de  $24VCC$ .

---

<sup>3</sup>Por sus siglas en inglés de pulse-width modulation

El control del módulo puede ser cualquiera de las siguientes formas; Bus I2C, hasta 8 módulos MD03,  $0V - 2.5 - 5V$  entrada analógica,  $0V - 5V$  entrada analógica con control de dirección separada, modo RC, PWM de  $20kHz$  superior en lugar de analógica.

### 2.1.3.6. Alimentación del Sistema

La alimentación del vehículo puede ser por un cable conectado a la tapa del Glider o por medio de baterías LiPO de  $22.2v$  a  $8400mA$  a  $30C$ , además de hacer uso de los reguladores de voltaje TRACO POWER de  $5$  y  $12v$ .

### 2.1.4. Bomba de Lastre

En los submarinos un tanques de lastre se utiliza para permitir que los buques submarinos se sumerja, esto se realiza al dejar que el agua entre a un contenedor dentro del submarino para alterar la flotabilidad del buque y permita que el submarino se pueda sumergir y para emerger se expulsa del submarino este fluido para que el vehículo tenga flotabilidad positiva lo que le permite ser mas ligero y pueda flotar. En nuestro caso el lastre esta formado por una bomba de gasolina acoplada a un contenedor con el fluido a desplazar y en el otro extremo una vejiga para incrementar el volumen del vehículo, y a su vez acoplada a una válvula normalmente cerrada para la realimentacion al contenedor, ver Figura 2.6. En la actualidad no se encuentra a la venta de mecanismo que cuente con un tanque de lastre acoplado a una vejiga, es por tal motivo que este mecanismo se desarrolla en el laboratorio, para la implementación en el vehículo.

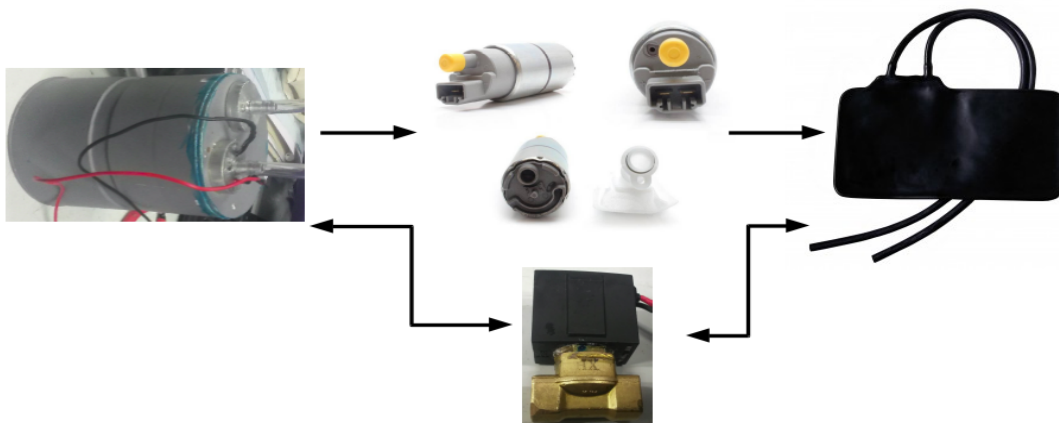


Figura 2.6: Mecanismo de Lastre

### 2.1.5. Diseño CAD del Glider

Con la colaboración de Jorge Diaz y Reinaldo compañero que pertenecen a la UPP<sup>4</sup>, se proponen dos tipos de vehículos tipo glider, ambos con forma de torpedo pero con geometrías diferentes en la nariz (proa) y la cola (popa) los cuales se pueden ver en la Figura 2.7. Debido a las diferentes consideraciones el diseño se opta por un vehículo con nariz esférico y el otro

<sup>4</sup>Universidad Politécnica de Pachuca

con nariz elíptica. Uno de los requerimientos es que el vehículo diseñado tenga la capacidad de alcanzar profundidades de 100m.

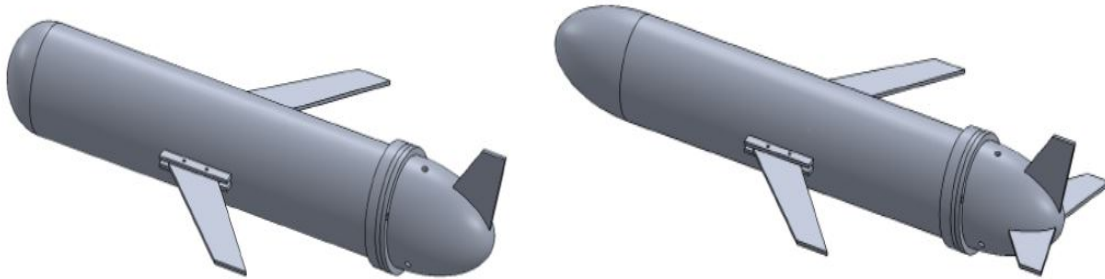


Figura 2.7: CAD Vehículos Propuestos esférico y elíptico respectivamente

### 2.1.5.1. Casco

El diseño de los cascos en ambos prototipos se propone en forma de torpedo es decir con una geometría tipo cilindro, la nariz es fijada al cuerpo, a cada lado tiene un riel en el que se fijan las aletas las cuales son removibles y en la parte trasera tiene una brida para fijar la tapa y la cola, como se ilustra en la Figura 2.8. La intención de diseñar dos vehículos con características diferentes como en la geometría y estructura interna, tendrán comportamientos diferentes y con los resultados obtenidos se realizar comparaciones y a su vez poder replicar los experimento en el otro prototipo, así lograr obtener un modelado o estrategia de control mas robustas.

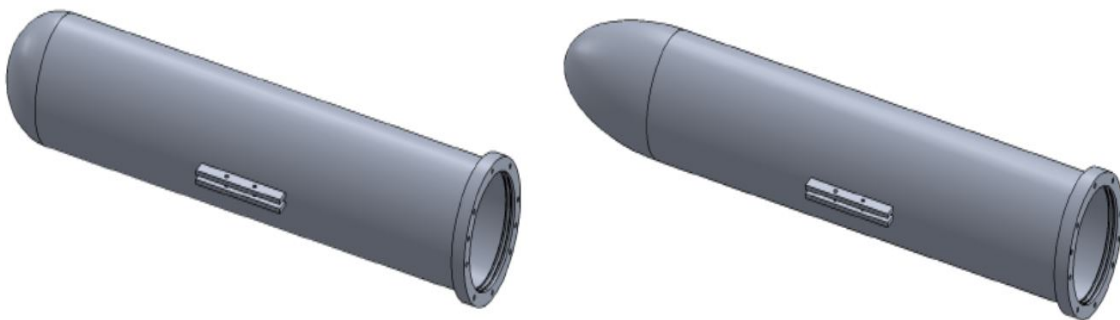


Figura 2.8: Cascos propuestos del Glider punta esférica y elíptica

### 2.1.5.2. Deposito de Vejiga

En la parte trasera tenemos un contenedor donde se aloja la vejiga del sistema de lastre, tiene forma de elipsoide con una brida para sujetarla al resto del vehículo por medio de dos tornillos. La cola se inunda con el fluido del medio en el que se mueve el vehículo, con una capacidad de la vejiga de  $1000\text{cm}^3$  (centímetros cúbicos) ese fluido es desalojado cuando la vejiga se expande, esto se logra por medio de tres orificios ver Figura 2.9.

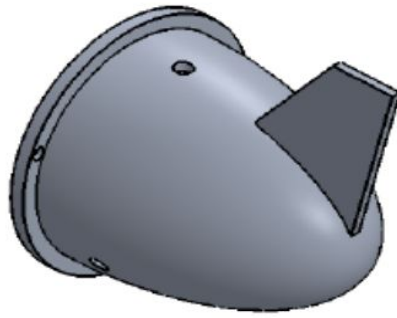


Figura 2.9: Contenedor de Vejiga

### 2.1.5.3. Alas

Las alas son importantes en los vehículos submarinos tipo Glider ya que estos aprovechan los movimientos verticales ya sea hacia abajo o hacia arriba para darle estabilidad al vehículo y asu vez son usadas para generar un desplazamiento horizontal. Las alas tienen cierta inclinación respecto del cuerpo del vehículo, tienen dos orificios roscados para su fijación al cuerpo mediante los rieles, el diseño de la aleta se muestra en la Figura 2.10.



Figura 2.10: Diseño CAD propuesto para las alas

### 2.1.6. Análisis de Esfuerzos

Cuando el vehículo se encuentra inmerso en el fluido esta expuesto a una presión que depende de la profundidad en que se encuentre, esta es la razón por la cual se le han realizado análisis de presión para obtener su factor de seguridad, estos análisis se realiza al casco principalmente las partes huecas del vehículo es decir en las partes correspondientes a la nariz, cuerpo y el deposito de la vejiga. En el análisis se simuló que el vehículo se encontraba a una profundidad de  $100m$ . Se realizó en SolidWorks y la presión a la que se sometieron las piezas está dada por la ecuación (2.2) que es la ecuación de la presión de una columna de agua.

$$P_r = \rho g h_p, \quad (2.2)$$

donde  $P_r$  es la presión de la columna de agua sobre el vehículo,  $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$  es la densidad del agua,  $h_p = 100m$  es la profundidad a la que se encuentra sumergido el vehículo y  $g = 9.81 \frac{m}{seg^2}$  es la constante de la aceleración de la gravedad.

La simulación para el vehículo de nariz esférica el cual nos seguiremos refiriendo a el como vehículo esférico, se muestra en la siguiente Figura 2.11, la cual muestra un factor de seguridad en el cuerpo de 9.56 mientras que en el deposito de la vejiga 8.16.

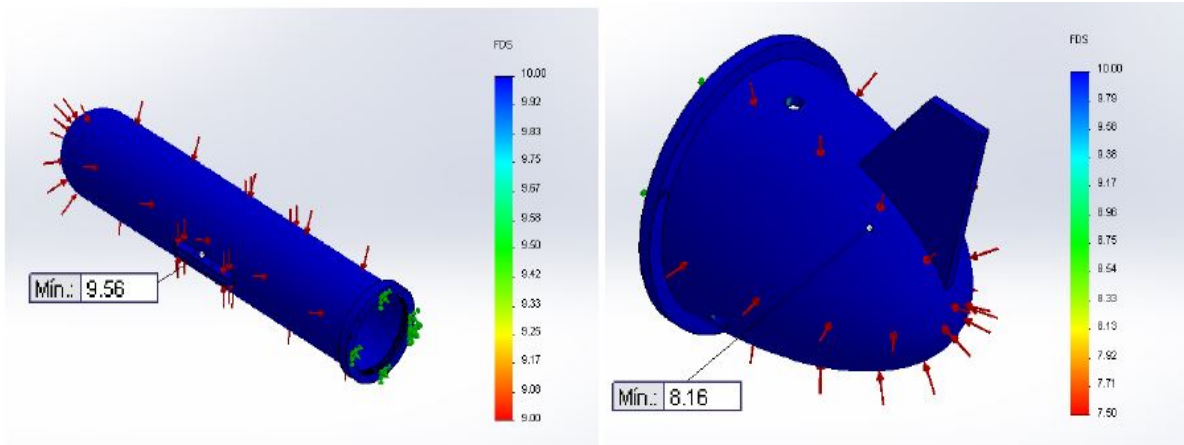


Figura 2.11: Factores de seguridad casco esférico

Para el caso del vehículo con nariz elíptico el cual también aremos referencia a el como vehículo elíptico, podemos observar sus factores de seguridad en la ilustración Figura 2.12. Se muestra el factor de seguridad en el cuerpo de 7.06 y en el deposito de la vejiga de 8.29.

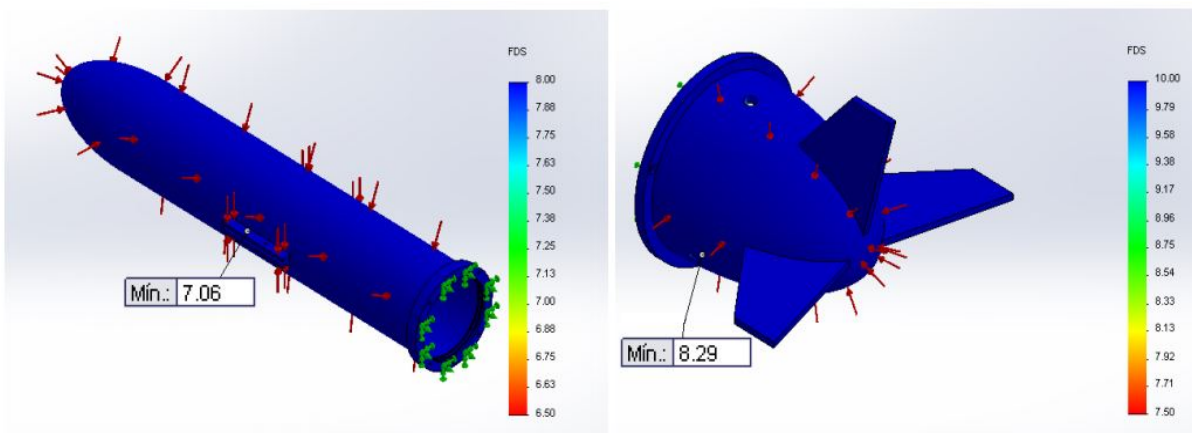


Figura 2.12: Factores de seguridad casco elíptico

La literatura de vehículos submarinos [23] nos sugiere un factor de seguridad mayor a 1, en ambos casos el factor de seguridad es mayor para la presión de 100m.

## 2.2. Identificación de Parámetros Hidrodinámicos

En este apartado se identifican algunos de los parámetros necesarios para realizar una simulación del comportamiento del vehículo. Se determinan la ubicación del centro de flotabilidad  $CB$  que es un punto de referencia del vehículo, los valores de la masa agregada y los coeficien-

tes de las fuerzas y momentos hidrodinámicos, la masa agregada<sup>5</sup> se determina con un método analítico y los coeficientes que describen el comportamiento de las fuerzas y momentos hidrodinámicos se determinan a través de SolidWorks<sup>6</sup> y su módulo CFD (*Computational Fluid Dynamics*) llamado FlowSimulation.

### 2.2.1. Centro de Flotabilidad

El centro de flotabilidad se define como el centro del volumen de agua desplazada por un objeto sumergido. Es aquí donde actúa la flotabilidad ejerciendo una fuerza que trata de elevar al objeto por arriba de la columna de agua. Este punto es donde se ubican los sistemas de coordenadas fijo al vehículo y el sistema de coordenadas del fluido, todas las mediciones se realizan con respecto a este punto.

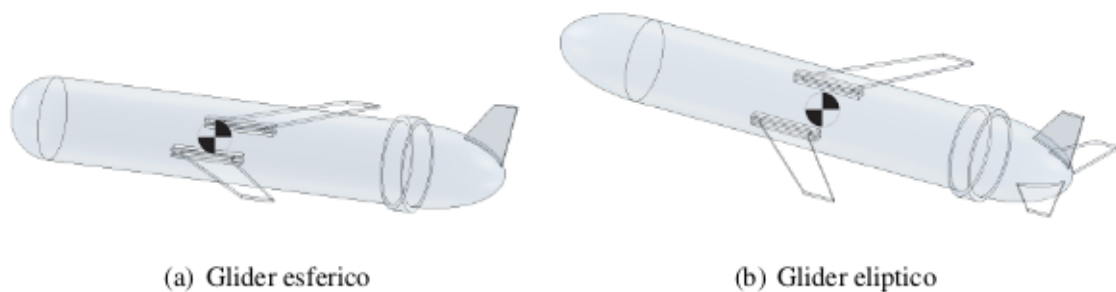


Figura 2.13: Centro de Flotabilidad

Para localizar el punto se tiene que recrear la geometría del vehículo como si fuera un sólido además el material que lo contiene es agua, la Figura 2.13 muestra el posición del centro de flotabilidad de los vehículos, posteriormente se usa la herramienta de SolidWorks llamada “propiedades físicas” que nos proporciona la ubicación del centro de masa que en este caso es coincidente con el centro de flotabilidad del vehículo ver Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Posición del Centro de Flotabilidad

Eje correspondiente	Glider esférico	Glider elíptico
$x$	521.91 mm	594.85 mm
$y$	0.20 mm	0.19 mm
$z$	0 mm	0 mm

Ya que en la simulación los ejes debemos hacer coincidir el origen del sistema de coordenadas de SolidWorks con el vértice de la nariz, el eje  $x$  con el eje longitudinal del vehículo y el eje  $y$  perpendicular a la superficie de las aletas, los datos que muestra SolidWorks están medidos con respecto del origen del marco de coordenadas.

<sup>5</sup>cuando un cuerpo sumergido en un fluido se mueve, una cantidad de fluido se desplaza con él.

<sup>6</sup>Es un software CAD (diseño asistido por computadora) para modelado mecánico en 3D, desarrollado en la actualidad por SolidWorks Corp.

## 2.2.2. Masa Agregada

Cuando un vehículo submarino incrementa su velocidad, la cantidad de fluido que desplaza también incrementa, lo que genera una mayor cantidad en la masa agregada  $M_f$ , inercia agregada  $J_f$  y algunos términos cruzados  $D_f$  (efectos hidrodinámicos). Dichos efectos están representados por la ecuación (3.24), donde se consideran principalmente la masa agregada y los momentos de inercia agregada sobre los ejes  $x, y$  y  $z$ . En la práctica la aproximación de la diagonal o la consideración de perturbaciones pequeñas y acotadas, se considera aceptable para muchas aplicaciones, ya que los elementos fuera de la diagonal son mucho más pequeños que los elementos de dicha diagonal [22].

## 2.2.3. Perfil del Vehículo

La forma del casco se puede basar en las ecuaciones del perfil del casco de Myring [23], las cuales describen el contorno del cuerpo mostrado en la Figura 2.14, la “Strip Theory” hace uso de las ecuaciones que describen cada sección para determinar los valores de masa agregada.

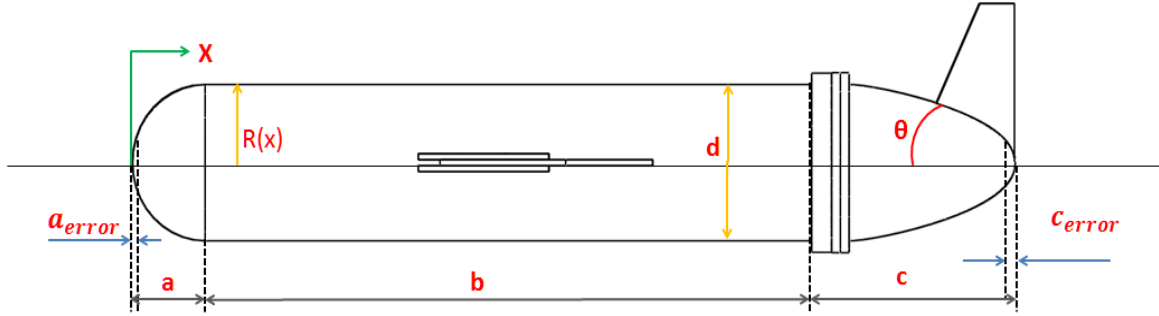


Figura 2.14: Perfil del casco con las divisiones propuestas por Myring

Para hacer este análisis de las ecuaciones correspondientes a cada parte del vehículo se asumen que el origen del casco está en la nariz del vehículo, la ecuación propuesta por Myring que describe la forma de la nariz está expresada de la siguiente manera:

$$R(x) = \frac{1}{2}d \left[ 1 - \left( \frac{x + a_{offset} - a}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{n}}. \quad (2.3)$$

De la ecuación (2.3) se asume que el cuerpo es un cilindro y es constante ya que su valor no cambia a lo largo de  $x$  y su valor es el radio del cilindro que forma el cuerpo. Un vehículo puede tener más de una sección cilíndrica, en nuestros vehículos una sección con un radio debido a el tubo de aluminio  $b1$  con  $y = rc$  y otro dado por la brida que une el cuerpo, tapa y depósito de la vejiga (cola)  $b2$ , con  $y = rm$ , la longitud total de estas secciones es  $b$ . Para la ecuación que define el depósito de la vejiga es:

$$R(x) = \frac{1}{2}d - \left[ \frac{3d}{2c^2} - \frac{tg\theta}{c} \right] (x - a - b)^2 + \left[ \frac{d}{c^3} - \frac{tg\theta}{c^2} (x - a - b) \right], \quad (2.4)$$

donde:  $a, b$  y  $c$  son las tres longitudes, la sección de la nariz, casco, y tapa respectivamente,  $n$  es un parámetro exponencial que se usa para generar diferentes formas a la nariz,  $\theta$  es un ángulo



que al ser variado puede generar diferentes geometrías para la cola,  $d$  es el diámetro contante del cuerpo cilíndrico,  $a_{offset}$  es un desplazamiento en la sección de la nariz, algunos vehículos tienen una parte plana en la nariz lo cual genera este desplazamiento,  $c$  desplazamiento en la cola debido a que algunos vehículos poseen una parte plana en la cola generando este desplazamiento.

Es común utilizar las ecuaciones del vehículo de Myring como una aproximación para otros vehículos como se puede ver en [23] y [24], sin embargo en este trabajo también se han determinado las ecuaciones que definen el perfil de acuerdo a la geometría de los vehículos diseñados, como se puede observar en la Figura 2.15.

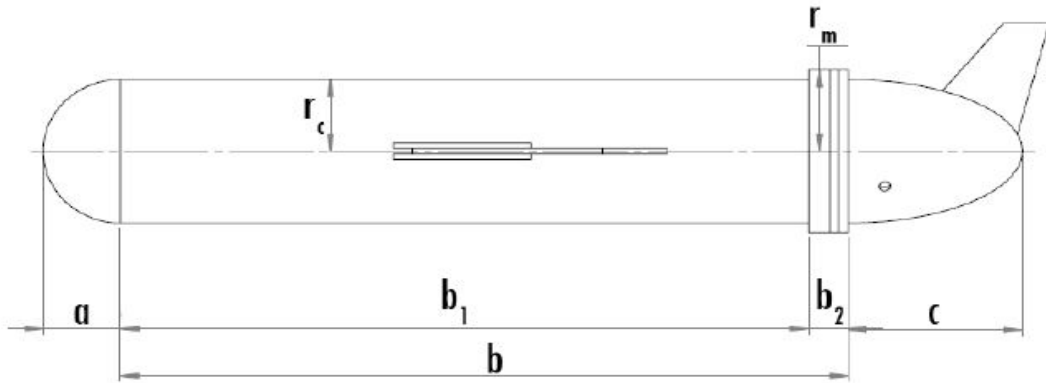


Figura 2.15: Perfil de Myring para Glider esférico

Igual que en [23] se asume que el perfil del vehículo inicia en la nariz, se define el perfil de la nariz partiendo de la ecuación de la circunferencia con centro fuera del origen.

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r_c^2, \quad (2.5)$$

Si se despeja  $y$  se considera que el origen solo se va a desplazar en el eje  $x$ , entonces  $k = 0$  y se reescribe:

$$y = \sqrt{r_c^2 - (x - h)^2}, \quad (2.6)$$

El cuerpo cilíndrico se define como una función constante cuyo valor es el radio del cilindro, como ya se mencionó antes para este vehículo se tienen dos secciones cilíndricas  $b_1$  y  $b_2$ . Por la geometría de la cola su perfil se puede definir con la ecuación de la elipse sobre el eje horizontal con centro fuera del origen:

$$\frac{(x - h_c)^2}{a_c^2} + \frac{(y - k_c)^2}{b_c^2} = 1, \quad (2.7)$$

considerando que el centro solo se desplaza en el eje  $x$  entonces  $k_c = 0$  y al despejar  $y$  tenemos:

$$y = b_c \sqrt{\left(1 - \frac{(x - h_c)^2}{a_c^2}\right)}, \quad (2.8)$$

donde  $y$  es igual al radio del casco por lo que  $y = R(x)$  y tenemos  $a, b$  y  $c$ , considerando a  $b = b_1 + b_2$ , para  $r_c$  es el radio de la nariz correspondiente a la sección  $b_1$ , para  $r_m$  el radio de

la brida correspondiente a la sección  $b_2$ ,  $h$  es el desplazamiento del centro de la circunferencia que forma la nariz sobre el eje  $x$ ,  $h_c$  es el desplazamiento del centro de la elipse que forma la cola sobre el eje  $x$ ,  $a_c$  es el semi-eje mayor de la elipse de la cola por lo que  $a_c = c$ ,  $b_c$  es el semi-eje menor de la elipse de la cola por lo que  $b_c = r_c$ , como se ve en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2: Valores de las constantes para el Glider esférico

Parámetros	Valor / unidades
$r_c$	84.14 mm
$r_m$	90.25 mm
$h$	84.14 mm
$a_c$	190 mm
$b_c$	84.14 mm
$h_c$	887.14 mm

Para el perfil del glider elíptico se han seguido los mismos pasos para determinar las funciones que describen su perfil mostrado en la Figura 2.16.

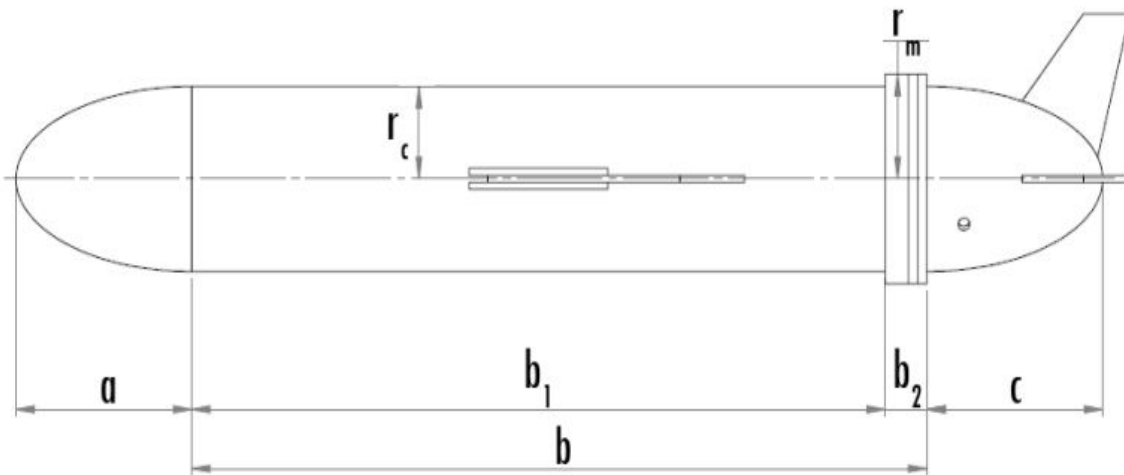


Figura 2.16: Perfil de Myring para Glider Elíptico

La nariz y la cola son elípticas por lo cual se usa la misma ecuación de la elipse con centro fuera del origen para ambas

$$\frac{(x - he_i)^2}{a_e^2} + \frac{(y - ke)^2}{b_e^2} = 1, \quad (2.9)$$

despejando  $y$  considerando que el centro de la elipse tanto para la nariz como para la cola solo se desplaza en el eje  $x$  entonces  $ke = 0$ , obtenemos:

$$y = b_e \sqrt{\left(1 - \frac{(x - he_i)^2}{a_e^2}\right)}, \quad (2.10)$$

con las mismas consideraciones que para el casco anterior pero retomando los valores y propiedades del Glider elíptico, obtenemos los valores de la Tabla 2.3.

Tabla 2.3: Valores de las constantes para el Glider elíptico

Parámetros	Valor / unidades
$r_c$	84.14 mm
$r_m$	90.25 mm
$a_e$	190 mm
$b_e$	84.14 mm
$he_1$	190 mm
$he_2$	985 mm

Tanto las ecuaciones de Myring como las propuestas definen el perfil del fuselaje del vehículo sin considerar las alas y los límites que describen los perfiles se indican en la Tabla 2.4.

Tabla 2.4: Distancias de las secciones de los Glider

Parámetros	Glider esférico		Glider elíptico		Unidades
	inicio	fin	inicio	fin	
Nariz	0	84.14	0	190	mm
$b_1$	84.14	834.14	190	940	mm
$b_2$	834.14	877.14	940	985	mm
Cola	877.14	1067.14	985	1175	mm

Si graficamos las ecuaciones (2.6) y (2.8) con los valores correspondientes de las Tablas 2.2 y 2.4, para el otro caso tenemos la ecuación (2.10) con los valores de las Tablas 2.3 y 2.4, obtenemos la Figura 2.17.

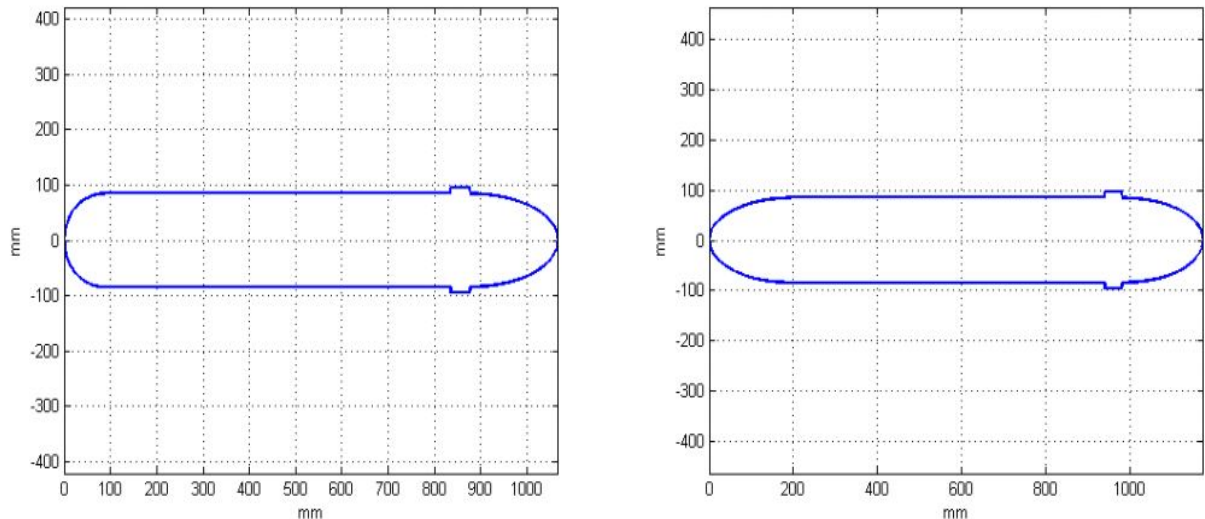


Figura 2.17: Perfiles generados con las ecuaciones basados en las geometrías de los vehículos

Las ecuaciones de Myring ayudan a generar una geometría aproximada a la real, pero no se tienen los valores exactos de  $n$  y  $\theta$  para la nariz y cola respectivamente, para tener un valor más aproximado se grafican diferentes valores de los parámetros del perfil de la nariz y el de la

cola, para seleccionar el que genera el perfil más aproximado al real, las gráficas se realizaron usando los valores de las Tablas 2.4 y 2.5 para el Glider esférico.

Tabla 2.5: Valores para las ecuaciones de Myring

Parámetros	Glider esférico	Glider elíptico	Unidades
$a$	84.14	190	mm
$b$	793	795	mm
$b_1$	750	750	mm
$b_2$	43	45	mm
$c$	190	190	mm
$d$	168.28	168.28	mm
$a_{offset}$	0	0	mm
$c_{offset}$	0	0	mm
$r_c$	84.14	84.14	mm
$r_m$	90.25	90.25	mm

Para obtener los valores más aproximados a los reales del Glider esférico para  $n$  y  $\theta$  se gráfica y determinamos que los valores más apegados son  $n = 2$  y  $\theta = 55^\circ$  ( $\frac{11}{36}\pi rad$ ) como se puede ver en la Figura 2.18.

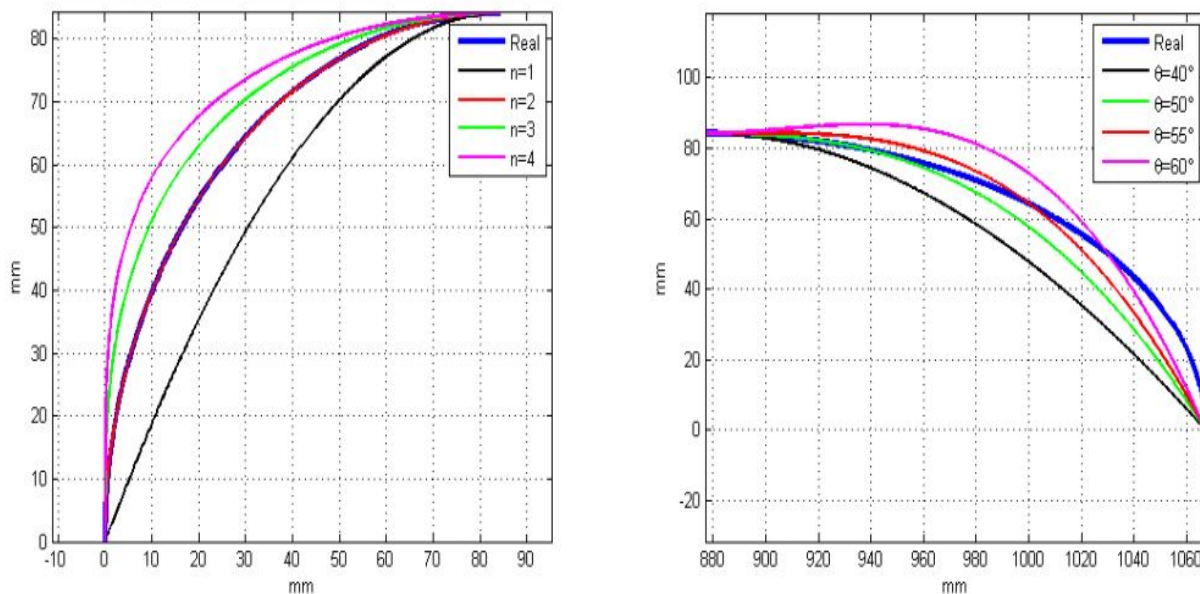


Figura 2.18: Valores  $n$  y  $\theta$  Glider esférico expresados en milímetros (mm)

Así mismo para el Glider elíptico se realizan las aproximación de  $n$  y  $\theta$ , y se determina cuales son los valores mas apegados a los reales, con esto se obtiene a  $n = 2$  y  $\theta = 55^\circ$  ( $\frac{11}{36}\pi rad$ ) y lo podemos observar en la Figura 2.19.

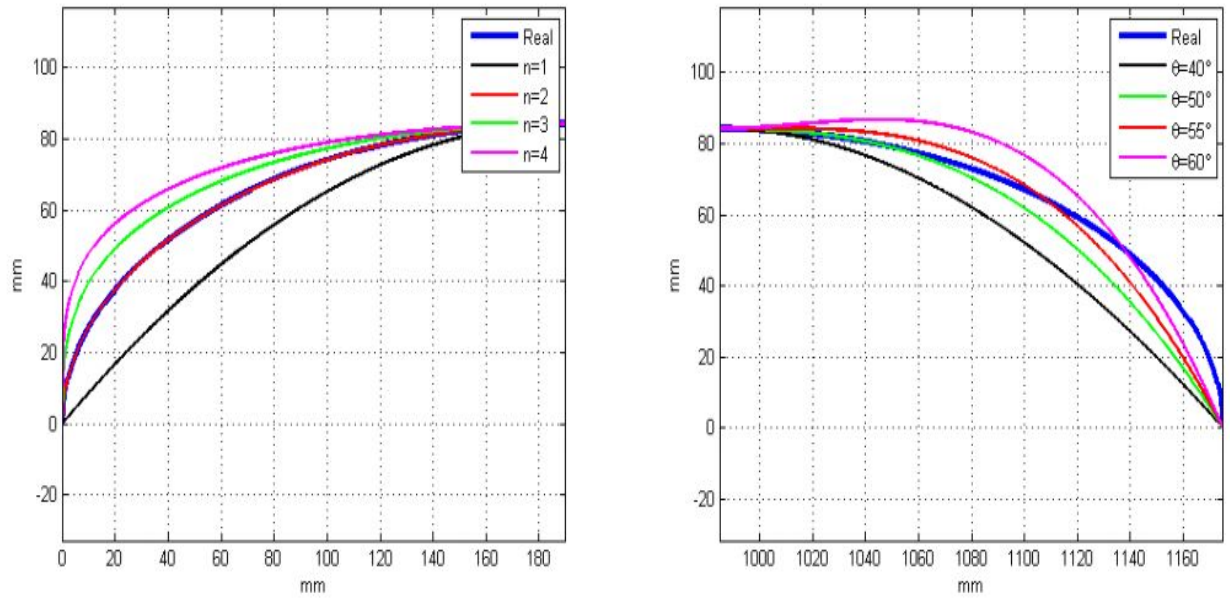


Figura 2.19: Valores  $n$  y  $\theta$  Glider elíptico expresados en milímetros (mm)

Con los valores obtenidos se pueden hacer unas nuevas graficas donde sea mas aproximadas a los valores reales de los vehículos y así lograr una mejor aproximación al comportamiento real de los mismos y podemos ver los resultados en la siguiente Figura 2.20.

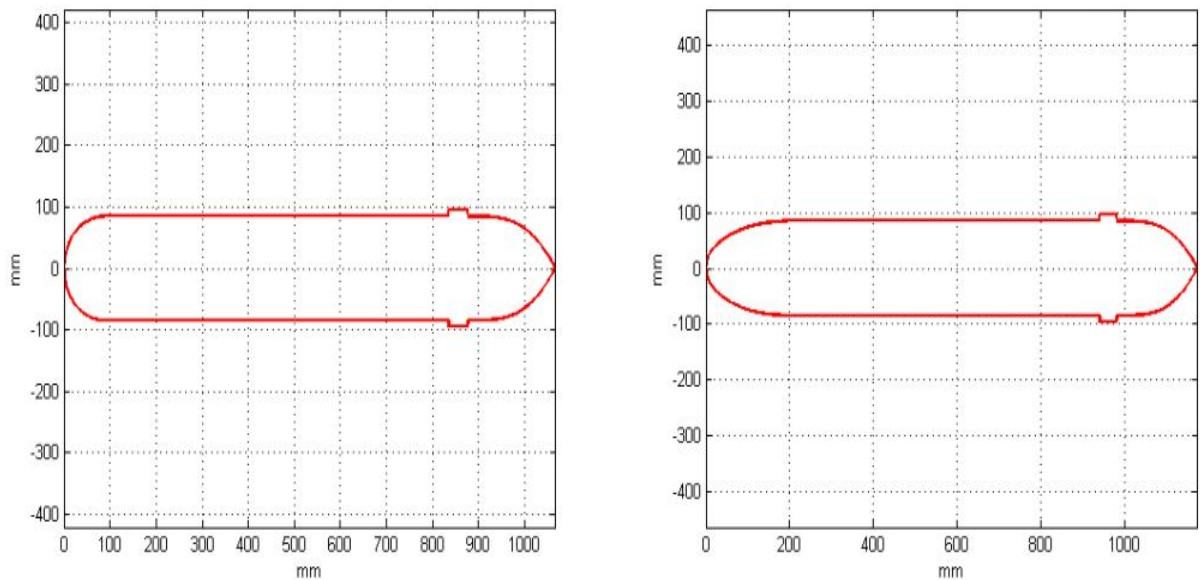


Figura 2.20: Nueva aproximación de los perfiles ecuaciones de Myring

Comparando las ecuaciones obtenidas por la geometría real y los perfiles generados con las ecuaciones de Myring son consistentes en la parte de la nariz y del cuerpo, pero en la cola

existe un pequeño margen de error, esto para ambos vehículos, como lo muestra la Figura 2.21.

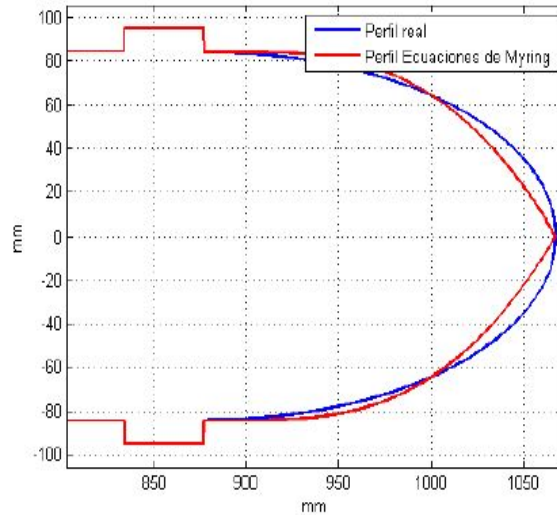


Figura 2.21: Error de aproximación en perfil de la cola, expresado en milímetros (mm)

### 2.2.4. Masa Agregada Axial

En base a los resultados que *Blevins* obtuvo las siguientes fórmulas empíricas para el cálculo de la masa agregada axial de un elipsoide tomando en cuenta unos parámetros experimentales debido a la variación de la forma del vehículo en zonas como la proa y la popa, para el caso de el Glider esférico se puede ver en la Figura 2.22

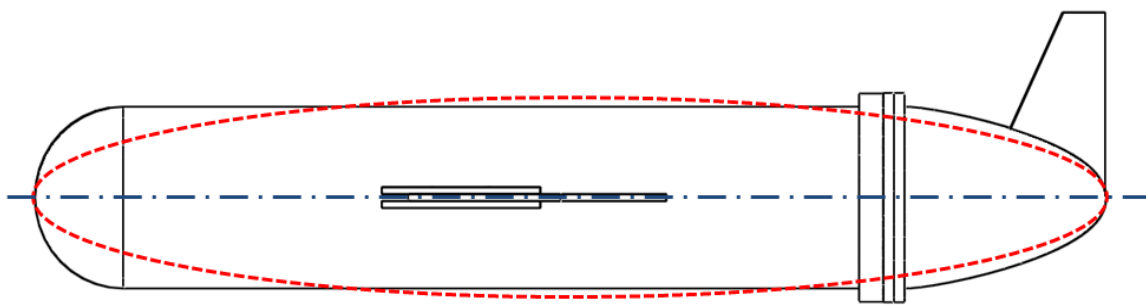


Figura 2.22: Perfil del plano  $xz$  Glider esférico

En el caso del Glider esférico lo podemos observar en la Figura 2.23

Para obtener una aproximación de la masa agregada axial se aproxima la forma del casco a un elipsoide donde el semieje mayor es la mitad de la longitud del vehículo  $l$ , el semieje menor es la mitad del diámetro máximo del vehículo  $d_m$ , se representan con las siguientes ecuaciones.

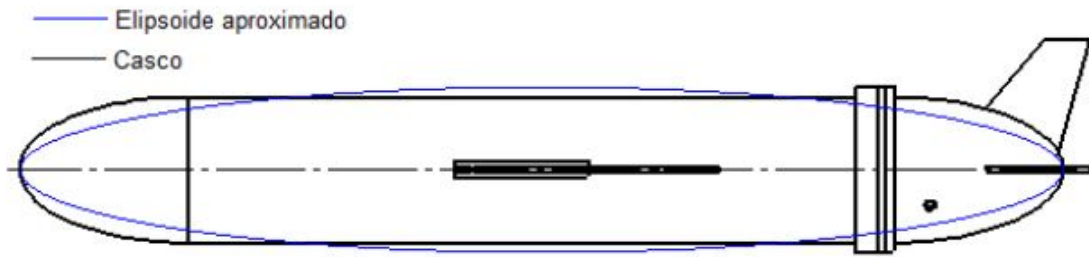


Figura 2.23: Perfil del plano  $xz$  Glider elíptico

$$X_{\dot{u}} = -m_{11} = -\frac{4\alpha_f \rho \pi}{3} \left(\frac{l}{2}\right) \left(\frac{d_m}{2}\right)^2, \quad (2.11)$$

$$X_{\dot{u}} = -m_{11} = -\frac{4\beta_f \rho \pi}{3} \left(\frac{d_m}{2}\right)^3, \quad (2.12)$$

donde  $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$  es la densidad del fluido circundante,  $\alpha_f$  y  $\beta_f$  son los parámetros experimentales medidos por Blevins [22] y determinados mediante la relación de la longitud del vehículo con el diámetro de acuerdo a la Tabla 2.6, estos parámetros son adimensionales.

Tabla 2.6: Parámetros para  $\alpha$  y  $\beta$

$\frac{l}{d_m}$	$\alpha_f$	$\beta_f$
0.01	-	0.6348
0.1	6.148	0.6148
0.2	3.008	0.6016
0.4	1.428	0.5712
0.6	0.9078	0.5447
0.8	0.6514	0.5211
1	0.5	0.5
1.5	0.3038	0.4557
2	0.21	0.42
2.5	0.1563	0.3908
3	0.1220	0.3660
5	0.05912	0.2956
7	0.03585	0.2510
10	0.02071	0.2071

Para obtener el valor del coeficiente  $X_{\dot{u}}$  se toman los valores de los parámetros que se aproximan más los cuales son;  $\alpha_f = 0.047485$  y  $\beta_f = 0.2733$  esto debido a que el valor de  $\frac{l}{d_m}$  es un valor entre 5 y 7, estos valores son el promedio y se usaron en ambos vehículos, las dimensiones de los vehículos se pueden observar en la Tabla 2.7.

Tabla 2.7: Dimensiones de los Gliders

parámetros	Glider esférico	Glider elíptico	Unidades
$l$	1067.14	1175	mm
$d_m$	190.5	190.5	mm
$a_{alata}$	303.15	303.15	mm
$a1_{alata}$	-	150.13	mm

## 2.2.5. Masa Agregada del Flujo Transversal

La masa transversal añadida del vehículo es calculada por medio de la “*Strip Theory*” [24]. La cual consiste en dividir la parte sumergida del vehículo en una serie de secciones, que permite calcular los coeficientes hidrodinámicos en dos dimensiones para la masa agregada de cada sección y ser integrados a lo largo de la longitud del cuerpo para obtener los coeficientes en tres dimensiones. La masa agregada por unidad de longitud de un único segmento cilíndrico calculada por Newman [36] [24] esta expresado como:

$$m_a(x) = \pi\rho R(x)^2, \quad (2.13)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido circundante y  $R(x)$  es el radio del casco como una función de la posición axial. La masa agregada de un círculo con alas, calculada por Blevis [39], viene dada por:

$$m_{af} = \pi\rho \left( a_{alata}^2 - R(x)^2 + \frac{R(x)^4}{a_{alata}^2} \right) \quad (2.14)$$

donde  $a_{alata}$  es la altura máxima de la ala medida desde el eje axial del elipsoide. Al integrar las ecuaciones (2.13) y (2.14) por la longitud del vehículo se llega a:

$$Y_{\dot{v}} = -m_{22} = - \int_{n_i}^g m_a(x)dx - \int_g^h m_{af}(x)dx - \int_h^{c_f} m_a(x)dx, \quad (2.15)$$

$$Z_{\dot{w}} = -m_{33} = - \int_{n_i}^{c_f} m_a(x), \quad (2.16)$$

$$M_{\dot{q}} = -m_{55} = - \int_{n_i}^g x^2 m_a(x)dx - \int_g^h x^2 m_{af}(x)dx - \int_h^{c_f} x^2 m_a(x)dx, \quad (2.17)$$

$$N_{\dot{r}} = -m_{66} = - \int_{n_i}^{c_f} x^2 m_a(x), \quad (2.18)$$

Esto para el Glider esférico mientras que para el Glider elíptico al poseer alas en la cola, se considera otra función adicional.

$$m_{af1} = \pi\rho \left( a1_{ala}^2 - R(x)^2 + \frac{R(x)^4}{a1_{ala}^2} \right) \quad (2.19)$$

Por lo que las ecuaciones para el Glider elíptico son:



$$Y_{\dot{v}} = -m_{22} = - \int_{n_i}^g m_a(x)dx - \int_g^h m_{af}(x)dx - \int_h^k m_a(x)dx \quad (2.20)$$

$$- \int_k^{c_f} m_{af1}(x)dx,$$

$$Z_{\dot{w}} = -m_{33} = - \int_{n_i}^{c_f} m_a(x), \quad (2.21)$$

$$M_{\dot{q}} = -m_{55} = - \int_{n_i}^g x^2 m_a(x)dx - \int_g^h x^2 m_{af}(x)dx - \int_h^k x^2 m_a(x)dx \quad (2.22)$$

$$- \int_k^{c_f} x^2 m_{af1}(x)dx,$$

$$N_{\dot{r}} = -m_{66} = - \int_{n_i}^{c_f} x^2 m_a(x) \quad (2.23)$$

los valores de los limites de integración se muestran en la siguiente Tabla 2.8, en estos valores no se considerar la aleta superior de la cola ya que para este caso no se considera despreciable para estos cálculos.

Tabla 2.8: Límites de integración

Parámetros	Glider esférico	Glider elíptico	Unidades
$n_i$	0	0	mm
$g$	382.14	490	mm
$h$	532.14	640	mm
$k$	-	1087.819	mm
$c_f$	1067.14	1175	mm

## 2.2.6. Masa Agregada Debido al Balance

Para esta sección solo consideramos las alas ya que se considera la masa añadida debido al balanceo. Blevins obtuvo la formula de forma empírica para la masa agregada de balance en un círculo con aletas [24] [39].

$$K_{\dot{p}} = -m_{44} = - \int_g^h \frac{2}{\pi} \rho a_{ala}^4 dx, \quad (2.24)$$

donde  $a_{ala} = 303.15mm$  es la altura de la ala medida desde el eje axial del elipsoide. Para el caso del Glider elíptico tiene aletas en la cola la masa agregada debido al balance se obtiene con la siguiente formula:

$$K_{\dot{p}} = -m_{44} = - \int_g^h \frac{2}{\pi} \rho a_{ala}^4 dx - \int_k^{c_f} \frac{2}{\pi} \rho a_{1ala}^4 dx \quad (2.25)$$

con los valores de limite de integración de la Tabla 2.8.

## 2.2.7. Análisis de la simulación CFD

Para obtener los valores de los coeficientes de las fuerzas y momentos hidrodinámicos se ha utilizado una recolección de datos a través de diversas simulaciones de fluidos con el módulo CFD de SolidWorks llamado Flow Simulation. Las simulaciones consisten en ir variando los ángulos de ataque  $\alpha$  y de deslizamiento lateral  $\beta$ , como se definen en el capítulo 3.2.3.

Para la simulación se crea una caja recta para determinar las fuerzas hidrodinámicas y curva para determinar los momentos hidrodinámicos, estas cajas representan el volumen del fluido,  $\alpha$  y  $\beta$  son variados al girar las cajas alrededor de los ejes  $\omega_2$  y  $\omega_3$  del sistema de coordenadas del flujo, mientras que el Glider permanece fijo. La caja recta para determinar las fuerzas tiene un volumen de  $5l \times 18d_m \times 18d_m$ , donde  $l$  es el espacio donde esta el fluido,  $d_m$  es la distancia en metros. El centro de flotabilidad del Glider se fija en  $9d_m$  desde la cara inferior del volumen,  $9d_m$  desde la cara derecha del volumen y a una distancia de  $1.5l$  desde la entrada del fluido como se muestra en la Figura 2.24.

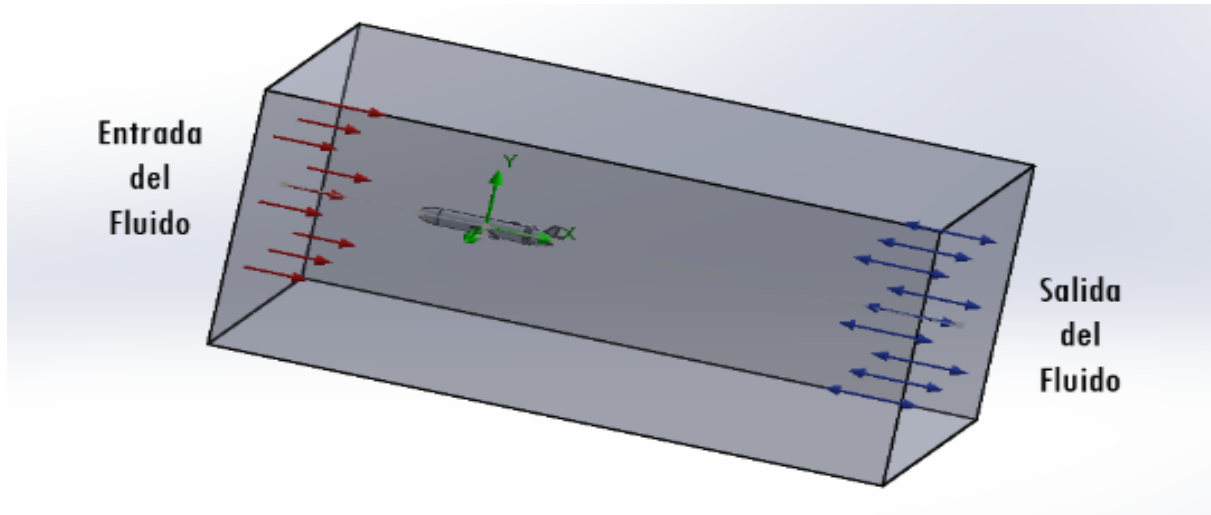


Figura 2.24: Volumen del fluido y Glider sumergido

La velocidad del fluido en la entrada está dado por  $\nu$ , donde  $\alpha$  es variante al girar el volumen del fluido alrededor del eje  $\omega_2$ ,  $\beta$  es variado al girar el volumen del fluido alrededor del eje  $\omega_3$ . Las velocidades del glider  $[V_1, V_2, V_3]^T$  se calculan convirtiendo la velocidad de entrada del sistema de coordenadas del fluido al sistema de coordenadas del vehículo ecuación (2.26).

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = R_{WB} \times \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \cos \alpha \cos \beta \\ V \sin \beta \\ V \cos \beta \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Las simulaciones se realizaron con  $\nu = 0.5m/s$  y el fluido utilizado es agua. Para determinar las fuerzas de arrastre, sustentación y el momento alrededor de  $\omega_2$ ,  $D$ ,  $L$  y  $M_{DL2}$  respectivamente se varia el valor de  $\alpha$  en el intervalo  $[-\frac{1}{4}\pi, \frac{1}{4}\pi]$  mientras que se deja a  $\beta = 0$ . Para determinar la fuerza lateral  $SF$  se varia el ángulo  $\beta$  en el intervalo  $[-\frac{1}{4}\pi, \frac{1}{4}\pi]$  mientras que  $\alpha = 0$  como se muestra en la Figura 2.25.

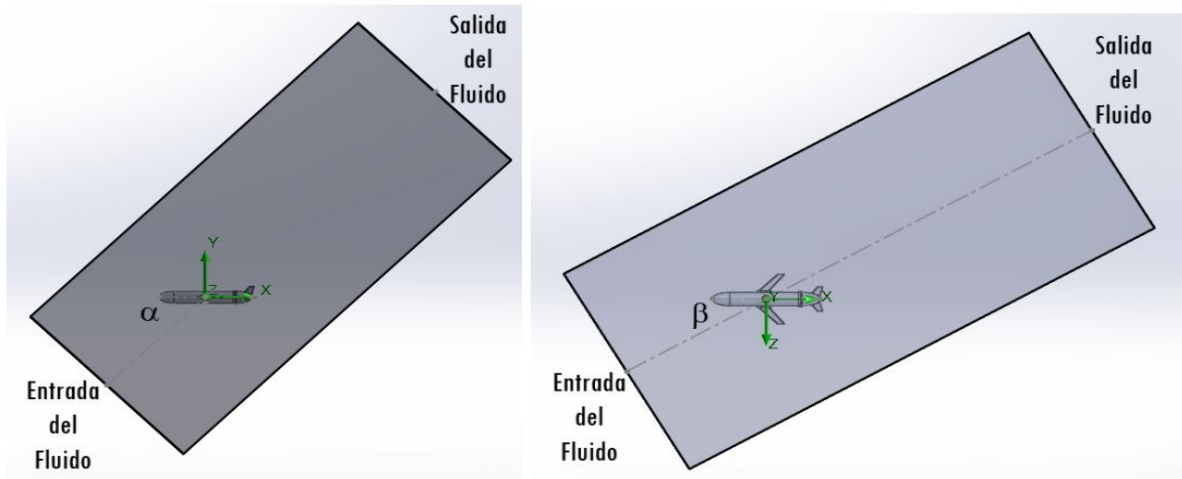


Figura 2.25: Posiciones de  $\alpha$  y  $\beta$

Después de haber configurado el espacio y tener la aproximación de los parámetros y fuerzas hidrodinámicas, se realiza con los datos obtenidos una base de datos para realizar una nueva aproximación por mínimos cuadrados y determinar los valores de las constantes  $K_{D0}$ ,  $K_D$ ,  $K_\beta$ ,  $K_{L0}$ ,  $K_\alpha$ ,  $K_{M0}$  y  $K_M$ . Para determinar los momentos hidrodinámicos se crea una caja semi-circular esto para simular el giro del Glider, sus dimensiones son  $5l \times 18d_m \times 18d_m$ , donde el arco central de la curva mide  $5l$  y el radio se modifica durante las simulaciones, como se ilustra en la Figura 2.26.

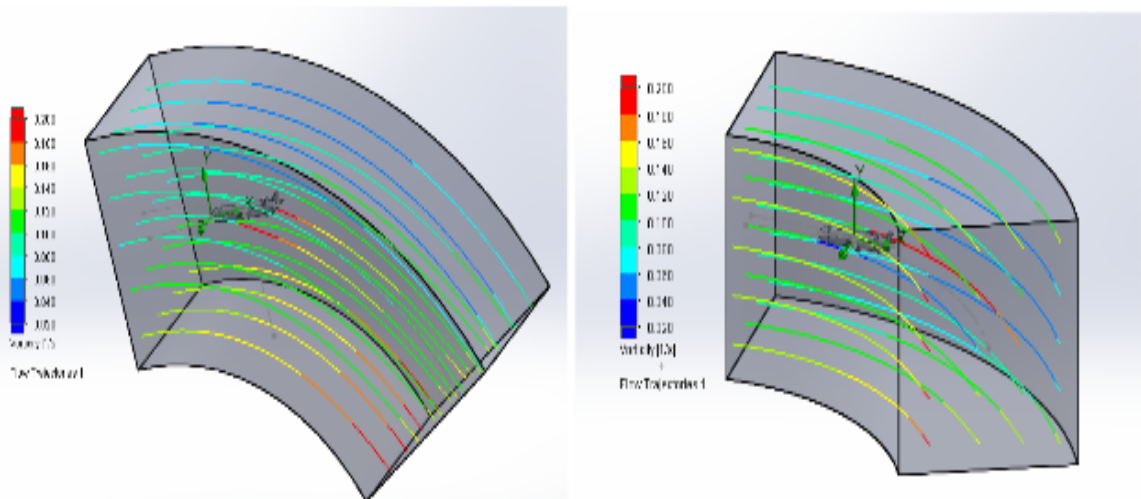


Figura 2.26: Trayectorias del fluido alrededor de  $\omega_2$  y  $\omega_3$  respectivamente.

El centro de flotabilidad del glider se fija a una distancia de  $1.5l$  desde la entrada del fluido, si sabemos que la velocidad angular se define como el ángulo girado por una unidad de tiempo y se puede definir de la siguiente forma:

$$\omega = \frac{V}{R}, \quad (2.27)$$

donde  $V$  es la velocidad del fluido entrante y  $R$  es el radio de curvatura del arco central del volumen del fluido. Cuando el Glider planea con velocidad angular alrededor de  $\omega_2$  en el sistema de coordenadas del fluido se transforma al sistema de coordenadas del vehículo para calcular  $p, q$  y  $r$  como se ve en la siguiente ecuación.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = R_{WB} \times \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega \cos \alpha \sin \beta \\ \omega \cos \beta \\ -\omega \sin \beta \sin \alpha \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Para el caso donde la velocidad angular esta al rededor de  $\omega_3$  las velocidades angulares se determinan de la siguiente manera.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = R_{WB} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega \sin \alpha \\ 0 \\ \omega \cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

En la simulación con velocidades angulares la forma de variar  $\alpha$  y  $\beta$  es la misma que con el volumen de fluido recto, la velocidad de entrada es  $V = 0.5m/s$ . Para determinar el momento  $M_{DL1}$  se usa la simulación alrededor de  $\omega_2$  como se muestra en la Figura 2.26, con un radio de curvatura fijo  $R = 5m$  y modificando el ángulo  $\beta$  en un intervalo de  $[-\frac{1}{36}\pi, \frac{5}{36}\pi]$ , mientras que  $\alpha = 0$ , con los datos obtenidos se construye una base de datos para obtener los valores de  $K_{MR}$  y  $K_p$  por medio de un ajuste por mínimos cuadrados.

Con la misma configuración del fluido alrededor de  $\omega_2$  se determina el momento  $M_{DL2}$  solo se realizó una simulación con  $\alpha = -\frac{1}{36}\pi, \beta = 0$  y el radio de curvatura  $R = 5m$ . Con el valor obtenido por SolidWorks se obtuvo el valor de  $K_q$  puesto que los valores de  $K_{M0}$  y  $K_M$  fueron obtenidos en simulaciones anteriores.

Finalmente las simulaciones para obtener  $M_{DL3}$  se hacen alrededor de  $\omega_3$ , en esta simulación se dejó  $\alpha = 0, \beta = -\frac{1}{36}\pi$  y el valor del radio de curvatura fue variable  $R = [5, 10, 20]m$ . Los datos obtenidos por SolidWorks fueron usados para determinar los valores de  $K_{MY}$  y  $K_r$  por medio de un ajuste por mínimos cuadrados. Para el Glider elíptico, Las Figuras 2.27, 2.28 y 2.29 muestran las gráficas de las fuerzas y momentos hidrodinámicos obtenidos en SolidWorks.

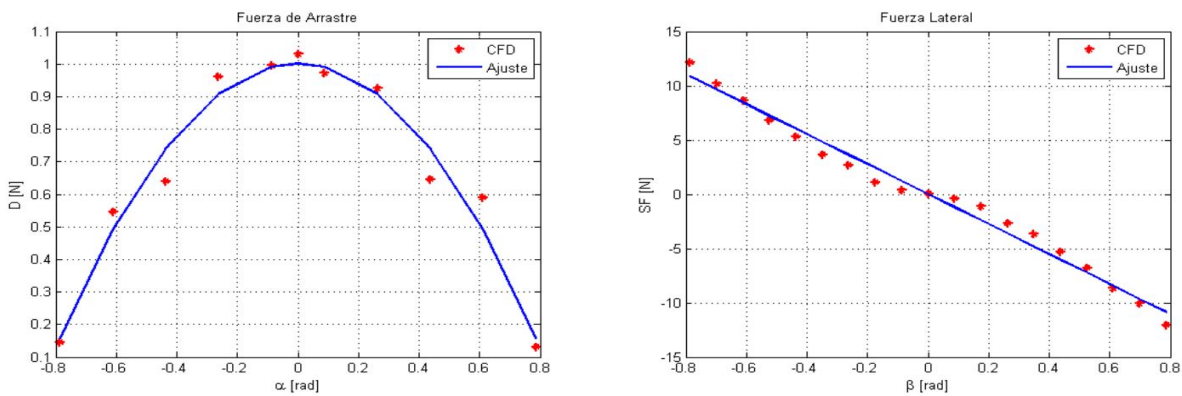


Figura 2.27: Aproximación mínimos cuadrados fuerzas arrastre y lateral (glider elíptico)

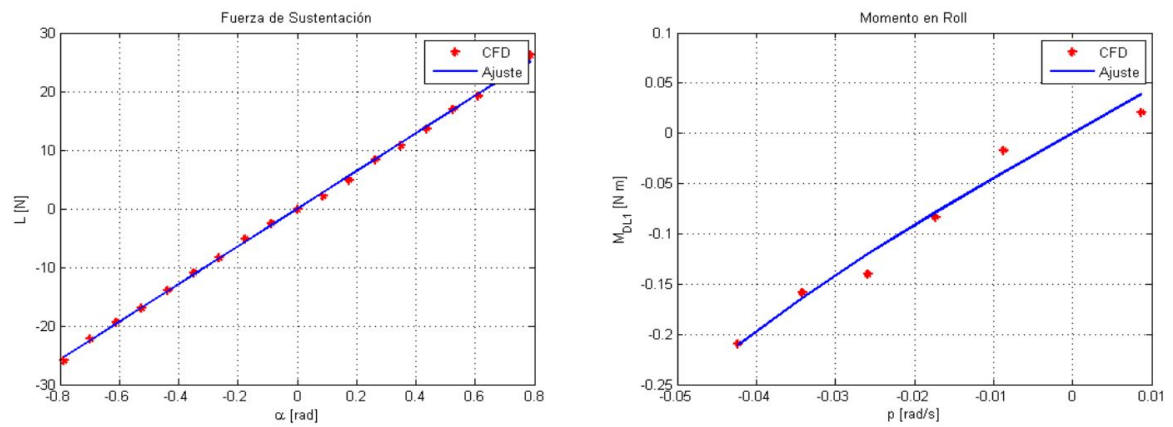


Figura 2.28: Aproximación mínimos cuadrados fuerza sustentación y momento en roll (glider elíptico)

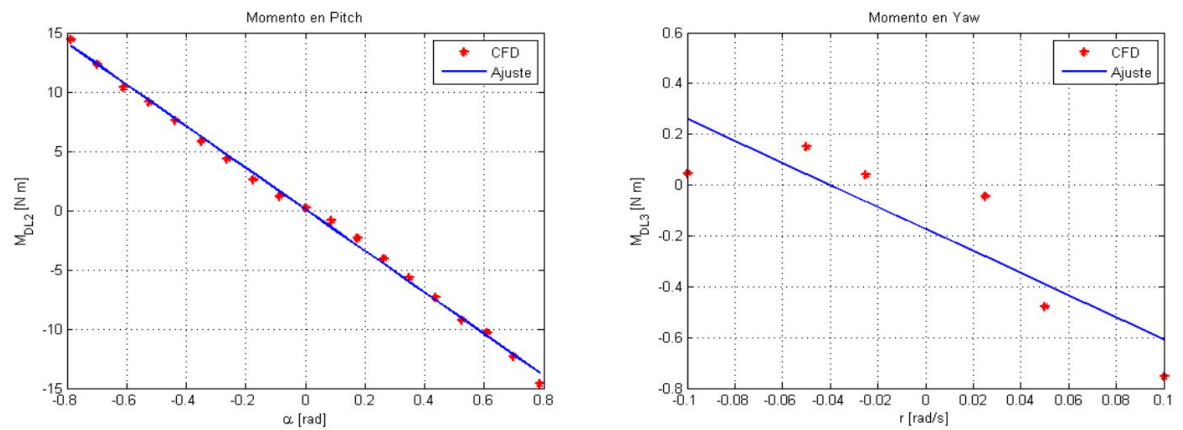


Figura 2.29: Aproximación mínimos cuadrados momentos en pitch y yaw (glider elíptico)

Para el glider esférico las Figuras 2.30, 2.31 y 2.32 muestran las gráficas de las fuerzas y momentos hidrodinámicos obtenidos por SolidWorks y su ajuste a las ecuaciones 3.53, 3.54 y 3.55 por medio de mínimos cuadrados. La Tabla 2.9 muestra los coeficientes obtenidos.

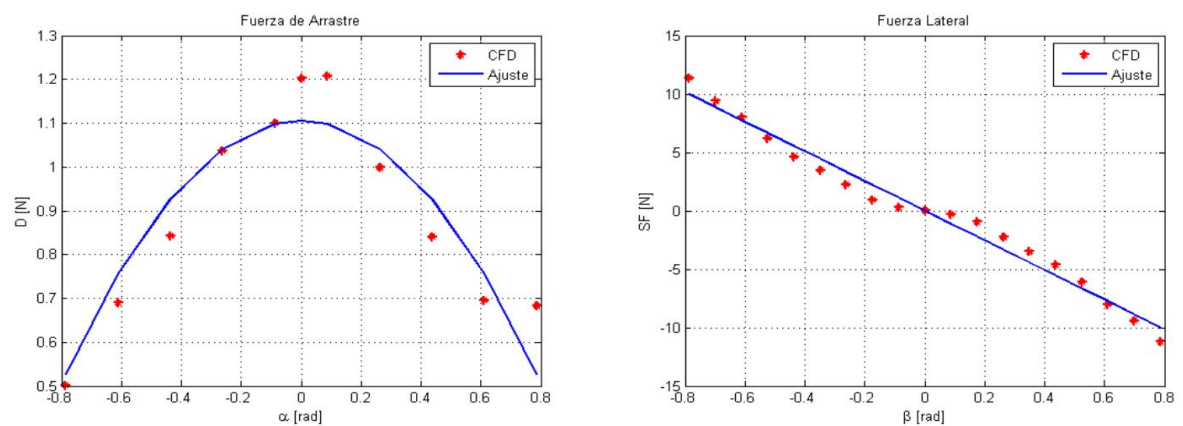


Figura 2.30: Aproximación mínimos cuadrados fuerzas arrastre y lateral (glider esférico)

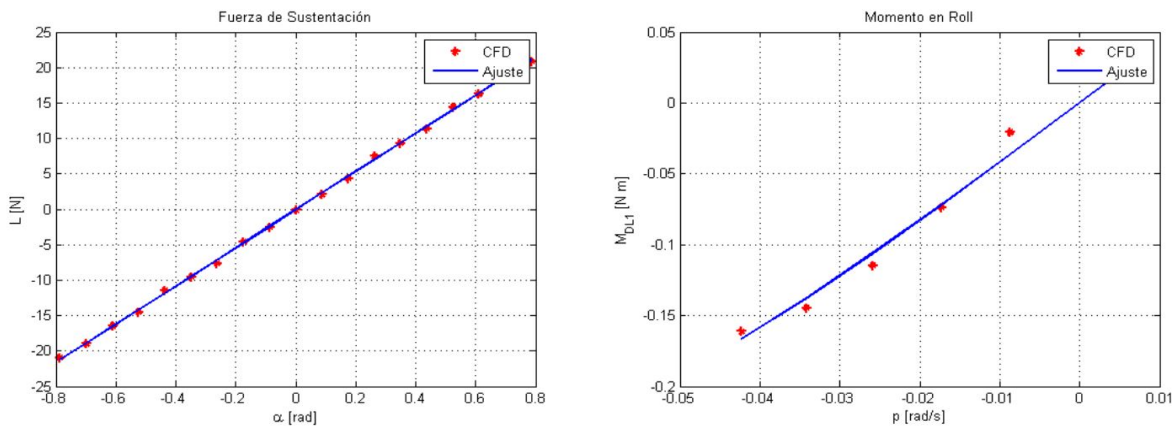


Figura 2.31: Aproximación mínimos cuadrados fuerza sustentación y momento en roll (glider esférico)

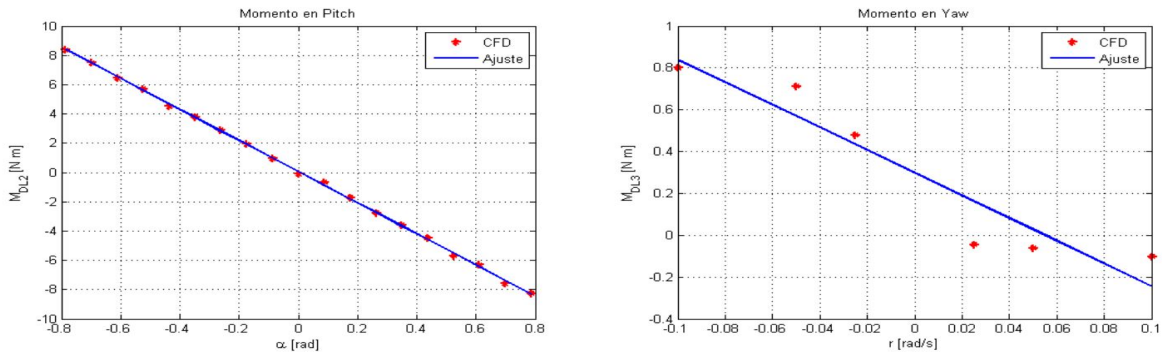


Figura 2.32: Aproximación mínimos cuadrados momentos en pitch y yaw (glider esférico)

En la Tabla 2.9 se muestran los coeficientes hidrodinámicos para los dos tipos de Glider.

Tabla 2.9: Coeficientes hidrodinámicos

parámetros	Glider esférico	Glider elíptico	Unidades
$K_{D0}$	4.4214	4.0073	$kg/m$
$K_D$	-3.7514	-5.4690	$kg/m/rad^2$
$K_\beta$	-50.7908	-55.2208	$kg/m/rad$
$K_{L0}$	-0.3123	-0.2651	$kg/m$
$K_\alpha$	107.891	128.4435	$kg/m/rad$
$K_{MR}$	-3.1835	-6.5475	$kg/rad$
$K_P$	-48.621	-47.6483	$kg.s/rad$
$K_{M0}$	0.1859	0.2919	$kg$
$K_M$	-42.4821	-73.6249	$kg/rad$
$K_q$	-108.02	-78.12	$kg.s/rad$
$K_{MY}$	136.3237	79.5892	$kg/rad$
$K_r$	-21.663	-17.3211	$kg.s/rad$

Los resultados de la masa agregada para ambos Gliders se muestran en la Tabla 2.10.

Tabla 2.10: Resultados de Masa Agregada

Parámetros	Glider		
	Estimados	Myring	Unidades
$X_{\dot{u}}$	-0.7739	-	kg
$Y_{\dot{v}}$	-58.9255	-57.2693	kg
$Z_{\dot{w}}$	-22.034	-20.3778	kg
$K_{\dot{p}}$	-0.8065	-	kg·m <sup>2</sup> /rad
$M_{\dot{q}}$	-15.5673	-14.2225	kg·m <sup>2</sup> /rad
$N_{\dot{r}}$	-7.7887	-6.4439	kg·m <sup>2</sup> /rad

Con estos resultados de las graficas se concluye que el Glider elíptico tiene una menos fuerza de arrastre ( $D$ ) con una sustentación ( $L$ ) mayor que el Glider esférico, esto es por la forma de la nariz y las alas que tiene en el contenedor de la vejiga [28]. Tener un vehículo con una nariz elíptica reduce la fricción realizando un mayores desplazamientos con las mismas condiciones de operación y las alas incrementa la sustentación y la estabilidad en el vehículo.





## Modelo matemático del Glider

En este capítulo se obtiene el modelo matemático del vehículo submarino *Sepiida* el cual tiene un casco (cuerpo) cilíndrico, además de tener control en las masas internas móviles y en el lastre. Las características principales a tomar en cuenta en el siguiente modelo es la configuración del vehículo, su geometría, fuerzas de gravedad y flotabilidad, efectos debido a la masa agregada, inercia generada por el movimiento y densidad del fluido, fuerzas hidrodinámicas incluyendo sustentación, arrastre y momento. Este modelo propuesto incluye el acoplamiento no lineal entre la masa interna móvil y la dinámica del submarino. Este modelo se basa en las ideas propuestas por Leonard y Graver [25] [2].

Dinámicamente un vehículo submarino se puede considerar como un cuerpo rígido de 6 grados de libertad (GDL). Existe una notación internacional definida por la SNAME<sup>1</sup> para la posición, orientación, velocidad y fuerza de los 6 grados de libertad de un vehículo subacuático como se muestra en la Tabla 3.1 [1].

Tabla 3.1: Parámetros de un vehículo submarino

GDL	Movimientos	Posición y ángulos de Euler	Velocidad lineal y angular ( $V$ )	Fuerzas y momentos ( $F, T$ )
1	Movimiento en la dirección del eje $x$ (SURGE)	$x$	$u$	$X$
2	Movimiento en la dirección eje $y$ (SWAY)	$y$	$v$	$Y$
3	Movimiento en la dirección eje $z$ (HEAVE)	$z$	$\omega$	$Z$
4	Alabeo (ROLL) (rotación sobre el eje $x$ )	$\phi$	$p$	$K$
5	Cabeceo (PITCH) (rotación sobre el eje $y$ )	$\theta$	$q$	$M$
6	Guiñada (YAW) (rotación sobre el eje $z$ )	$\psi$	$r$	$N$

<sup>1</sup>The society of Naval Architects and Marine Engineers

### 3.1. Marco de referencia

Un sistema de referencia inercial  $X_i, Y_i$  y  $Z_i$  es un sistema que no rota y con inercia fija, es decir, se considera que no se mueve. Para vehículos marinos puede tomarse un sistema de coordenadas fijo a la tierra donde se puede despreciar sus aceleraciones, tomando en cuenta que  $x$  e  $y$  son ejes internos del plano horizontal, y son perpendiculares a la gravedad, es decir, el eje  $z$  esta en la dirección del vector de gravedad y es positivo hacia abajo. Los cuales pueden ser representados por  $i, j, k$  los cuales son vectores unitarios en las direcciones  $X_i, Y_i, Z_i$  respectivamente. La elección del marco inercial es considerado con base a los propuestos en la literatura de vehículos submarinos [3], con esto se puede definir que el marco de inercial coincidente con la superficie del agua, por lo tanto se dice que  $z = 0$  en ese punto y en este caso  $z$  corresponde a la profundidad.

El sistema coordenado del cuerpo del vehículo se propone con el origen en el centro de flotabilidad ( $CB$ ) del vehículo y sus ejes alineados con los ejes principales del vehículo ver Figura 3.1. Sea el eje  $e_1$  fijado a lo largo del eje longitudinal del vehículo (positivo en la dirección de la nariz del submarino), sea el eje  $e_2$  fijo al cuerpo ubicado en el plano de las boyas (alas) y el eje  $e_3$  fijo al cuerpo en la dirección ortogonal a las boyas.

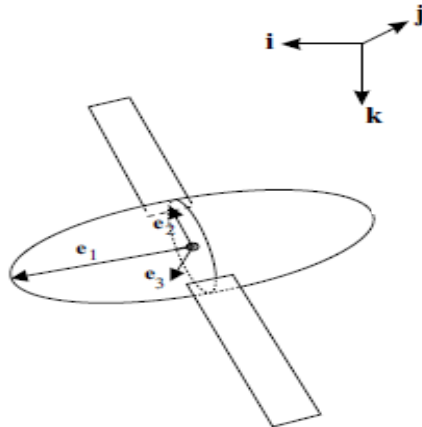


Figura 3.1: Marco de referencia

Las fuerzas que actúan en el vehículo pueden ser representadas al marco del sistemas inercial mediante una matriz de rotación  $R$ . La matriz  $R$  posee propiedades importantes para el análisis como: que es una matriz de  $3 \times 3$ , es ortogonal  $R^{-1} = R^T$  y su determinante  $\det(R)=1$ .

Los ángulos de Euler describen la orientación de un vehículo por medio de 3 rotaciones del cuerpo rígido alrededor de ejes de coordenadas específicos. Los cuales están definidos como Guiñada (*yaw*)  $\psi$ , Cabeceo (*pitch*)  $\theta$  y Balanceo (*roll*)  $\phi$ . Para nuestro análisis los representamos en el sistema de coordenadas como:  $\psi$  positivo en el sentido de las manecillas del reloj visto desde arriba, el ángulo  $\theta$  es positivo con la nariz hacia arriba, y el ángulo de balanceo  $\phi$  es positivo con la ala derecha hacia abajo.

$$R_{\psi}^T = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; R_{\theta}^T = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}; R_{\phi}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

por convención de SNAME basado en el teorema de Euler sobre rotaciones tridimensionales, afirma que existe una descomposición única en términos de los tres ángulos de Euler, la rotación del marco inercial al del cuerpo es [4]:

$$R^T = R_{\phi}^T R_{\theta}^T R_{\psi}^T$$

y del marco del cuerpo al inercial como

$$R^T = R_{\psi}^T R_{\theta}^T R_{\phi}^T$$

$$R_{\phi}^T = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi \sin \theta \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \theta \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

La posición del vehículo  $b = (x, y, z)^T$  es el vector del origen del marco inercial al origen del marco fijado al cuerpo del vehículo como se ve en la Figura 3.2. El vehículo se mueve con velocidad traslacional  $v = (v_1; v_2; v_3)^T$  relativo al marco inercial y una velocidad angular  $\Omega = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)^T$ , ambas velocidades expresadas en el sistema de coordenadas del cuerpo.

También la velocidad angular  $\Omega$ , expresada en el marco del cuerpo, puede ser escrita en términos de velocidades en ángulos de Euler como:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_{\phi}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_{\phi}^T R_{\theta}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

o bien

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan \theta \sin \phi & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{1}{\cos \theta} \sin \phi & \frac{1}{\cos \theta} \cos \phi \end{bmatrix} \Omega \quad (3.4)$$

Notar que todas las convenciones de ángulos de Euler tienen singularidades en algunas orientaciones y no pueden ser usadas de forma global en orientación.

Se define el operador de la matriz antisimétrica ( $\hat{\cdot}$ ) tal que para el vector  $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ , se tiene

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

entonces, dado un vector  $y = (y_1, y_2, y_3)^T$

$$\hat{x}y = \begin{pmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = x \times y \quad (3.6)$$

esto es, el operador  $(\hat{\cdot})$  mapea un vector  $x$  a su representación matriciales antisimétrica del producto cruz del operador. Por lo tanto, la cinemática del vehículo puede ser definida utilizando esta notación como

$$\begin{aligned}\dot{R} &= R\hat{\Omega} \\ \dot{b} &= Rv\end{aligned}\tag{3.7}$$

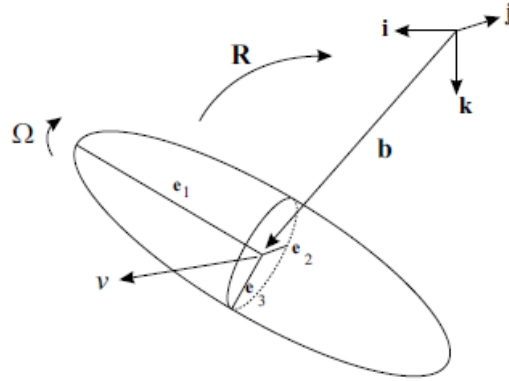


Figura 3.2: Posición y orientación de vehículo

## 3.2. Dinámica del vehículo

Para obtener el modelo del submarino se propone como un cuerpo rígido, que esta inmerso en un fluido, con boyas (alas) fijas. El vehículo cuenta con una masa interna móvil controlable (actuador lineal). El sistema de coordenadas fijo al cuerpo, tiene su origen en el centro de flotabilidad ( $CB$ ) y sus ejes están alineados con los ejes principales del vehículo.

La masa estacionaria total del vehículo  $m_s$ , es decir, la masa del cuerpo, es la suma de los términos:  $m_s = m_h + m_w + m_b$ , donde  $m_h$  es la masa del fuselaje la cual es fija, esta uniformemente distribuida en el cuerpo del vehículo,  $m_w$  define un punto de masa fijo que se considera como una compensación del  $CB$  (*offset*), es decir es la masa que se puede agregar para compensar la flotabilidad,  $m_b$  corresponde a la masa variable debido a las bombas de lastre, se asume que la posición de la masa del lastre no cambia y se dice que es estacionaria. La masa del fluido desplazado por el vehículo es denotada por  $\bar{m}$  y ayuda al movimiento de *Pitch*. Definimos la flotabilidad neta como se muestra en la Figura 3.3. De la cual se tiene que el vector  $r_p(t)$  es la posición de la masa móvil  $\bar{m}$  en el marco del cuerpo en el tiempo  $t$ .

La masa total del vehículo es entonces:

$$m_v = m_h + m_w + m_b + \bar{m} = m_s + \bar{m}\tag{3.8}$$

Los parámetros estáticos  $m_w$  y  $r_w$  pueden ser fijadas de tal manera que el balancear el ángulo de cabeceo en el vehículo esta no cambie así se genera una inercia fija del vehículo. La

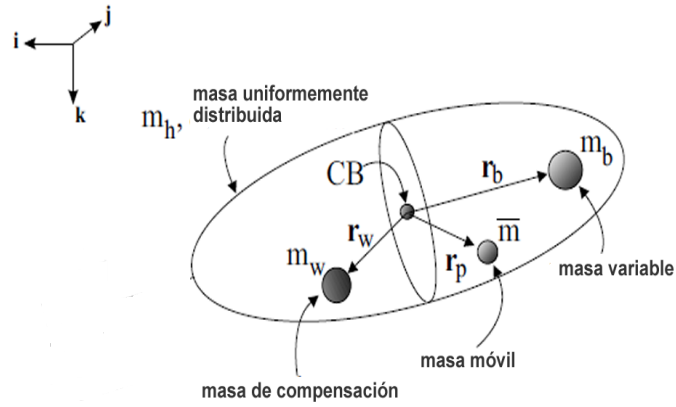


Figura 3.3: Representación de masas

masa del fluido desplazado por el vehículo es denotada por  $m$ . Definimos la flotabilidad neta como  $m_0 = mv - m$  tal que el vehículo tiene flotabilidad negativa cuando  $m_0$  es positiva y flotabilidad positiva cuando  $m_0$  es negativa.

Se define  $J_h$  como la matriz de inercia, con respecto al marco del cuerpo, para una masa uniformemente distribuida en el fuselaje  $m_h$ . La matriz de inercia para una masa del cuerpo estacionaria expresada con respecto al marco del cuerpo es:

$$J_s = J_h - m_w \hat{r}_w \hat{r}_w - m_b \hat{r}_b \hat{r}_b \quad (3.9)$$

donde  $\hat{r}_w$  representa el vector de posición del *offset* y  $\hat{r}_b$  es el vector de posición del lastre.

### 3.2.1. Fuerzas de restauración: flotabilidad y gravedad

Los términos que aparecen en esta ecuación incluyendo  $r_h$  son cero debido a que representa el *CG* de la masa del fuselaje, esto es porque se está modelando la masa como uniformemente distribuida, entonces coincide con el *CB* del vehículo, el origen del marco del cuerpo.

La fuerza de flotabilidad es debida al desplazamiento del fluido por el volumen del vehículo, y esta determinada por el *principio de Arquímedes*. El centro de flotabilidad (*CB*) es el centroide del volumen desplazado. La fuerza neta de flotabilidad es  $m_0 g = (mv - m)g$ , entonces como ya se mencionó depende de  $m_0$  para definir si es positiva o negativa, se tiene

$$m_v r_{CG} = m_w r_w + m_b r_b + \bar{m} r_p \quad (3.10)$$

y el par neto equivalente es

$$\tau_{gravedad} = (m_w \hat{r}_w + m_b \hat{r}_b + \bar{m} r_p) g (R^T k) \quad (3.11)$$

la estabilidad del vehículo depende de si *CG* está por arriba (inestable) o por debajo (estable) del *CB*.

### 3.2.2. Ecuaciones de movimiento

Las ecuaciones de movimiento se derivan del cálculo del momento de la energía total del sistema vehículo-fluido y aplicando las leyes de Newton.

Sea  $p$  el momento traslacional total del sistema vehículo-fluido y  $\pi$  el momento angular total del sistema sobre el origen del marco de referencia inercial. Sea  $p_p$  el momento total de la masa puntual móvil  $\bar{m}$  con respecto al marco inercial, de forma similar  $p_b$  y  $p_w$  representan el momento de la masa del sistema de lastre  $m_b$  y de la masa puntual de compensación  $m_w$  también con respecto al marco inercial. Las leyes de Newton quedan como

$$\begin{aligned}
 \dot{p} &= \sum_{i=1}^I f_{ext_i}, \\
 \dot{\pi} &= \sum_{i=1}^I (x_i \times f_{ext_i}) + \sum_{j=1}^J \tau_{ext_j} \\
 \dot{p}_p &= \bar{m}g\vec{k} + \sum_{k=1}^k f_{int-masapuntual_k} \\
 \dot{p}_b &= m_b gk + \sum_{d=1}^D f_{int-m_b d} \\
 \dot{p}_w &= m_w gk + \sum_{n=1}^N f_{int-w_n}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

donde  $\vec{k}$  el vector unitario en la dirección de la gravedad,  $f_{ext_i}$  una fuerza externa aplicada al sistema y  $\tau$  un par externo. El vector  $x_i$  localiza el punto de aplicación de  $f_{ext_i}$  con respecto al marco inercial, estas fuerzas son debido a la gravedad y a la flotabilidad. La fuerza  $f_{int-masapuntual_k}$  es una fuerza aplicada al vehículo en la masa puntual, esta puede ser como una fuerza de control. Las fuerzas  $f_{int-m_b}$  y  $f_{int-w_n}$ , son las fuerzas aplicadas a  $m_b$  y  $m_w$ . Debido a que estas masas tienen una posición fija, las fuerzas internas en ellas son consideradas como restricciones y no como controles.

Sea  $P$  el momento (con respecto al marco inercial) en el sistema vehículo-fluido expresado en el marco del cuerpo. Sea  $\Pi$  el momento angular sobre el origen del marco del cuerpo, también en coordenadas del cuerpo. Estos términos incluyen los momentos de las masas internas del vehículo. Sea  $p_p$  el momento de la masa puntual expresado en el marco del cuerpo.  $P_b$  y  $P_w$  representan el momento de la masa de lastre y la masa de compensación en el marco del cuerpo, entonces

$$\begin{aligned}
 p &= RP \\
 \pi &= R\Pi + b \times p \\
 p_p &= RP_p \\
 p_b &= RP_b \\
 p_w &= RP_w
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Diferenciando las ecuaciones (3.13) con respecto al tiempo y usando las ecuaciones (3.7) queda

$$\begin{aligned}
\dot{p} &= R(\dot{P} + \hat{\Omega}P) \\
\dot{\pi} &= R(\dot{I} + \hat{\Omega}I) + Rv \times p + b \times \dot{p} \\
\dot{p}_p &= R(\dot{P}_p + \hat{\Omega}P_p) \\
\dot{p}_b &= R(\dot{P}_b + \hat{\Omega}P_b) \\
\dot{p}_w &= R(\dot{P}_w + \hat{\Omega}P_w)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Sustituyendo (3.12) en (3.14) para la variación del momento de inercia da las siguientes ecuaciones dinámicas en coordenadas del cuerpo y sabiendo que  $\hat{x}y = x + y$  tenemos:

$$\dot{P} = P \times \Omega + R^T \sum_{t=1}^I f_{ext_t} \tag{3.15a}$$

$$\dot{I} = I \times \Omega + P \times v + R^T \left( \sum_{i=1}^I (x_i - b) \times f_{ext_i} \right) + R^T \sum_{j=1}^J \tau_{ext_j} \tag{3.15b}$$

$$\dot{P}_p = P_p \times \Omega + \bar{m}g(R^T k) + R^T \sum_{k=1}^K f_{int-masapuntual_k} \tag{3.15c}$$

$$\dot{P}_b = P_b \times \Omega + m_b g(R^T k) + R^T \sum_{l=1}^L f_{int-m_b} \tag{3.15d}$$

$$\dot{P}_w = P_w \times \Omega + m_w g(R^T k) + R^T \sum_{n=1}^N f_{int-m_n} \tag{3.15e}$$

donde  $R^T \sum_{k=1}^K f_{int-masapuntual_k}$  es la fuerza interna actuante en la masa puntual  $\bar{m}$  en coordenadas del cuerpo. Se tiene

$$\bar{u} = \begin{pmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{u}_3 \end{pmatrix} = P_p \times \Omega + \bar{m}g(R^T k) + R^T \sum_{k=1}^K f_{int-masapuntual_k} = \dot{P}_p \tag{3.16}$$

Podemos ver que  $\bar{u}$  no es una fuerza interna en la masa puntual porque las fuerzas centrífugas y gravitacionales en  $\bar{m}$  están incluidas en la expresión para  $\bar{u}$ . De la misma forma, entonces

$$u_b = \begin{pmatrix} \bar{u}_{b1} \\ \bar{u}_{b2} \\ \bar{u}_{b3} \end{pmatrix} = P_b \times \Omega + m_b g(R^T k) + R^T \sum_{l=1}^L f_{int-m_b} = \dot{P}_b \tag{3.17}$$

y

$$u_w = \begin{pmatrix} \bar{u}_{w1} \\ \bar{u}_{w2} \\ \bar{u}_{w3} \end{pmatrix} = P_w \times \Omega + m_w g(R^T k) + R^T \sum_{n=1}^N f_{int-m_w} = \dot{P}_w \tag{3.18}$$

Las fuerzas hidrodinámicas viscosas y los pares en el submarino, incluidas en  $\sum_{i=1}^I f_{ext_i}$  y  $\sum_{j=1}^J \tau_{ext_j}$  dependen de los estados  $v$  y  $\Omega$ . Para encontrar las ecuaciones de movimiento con

respecto a los estados se determina la energía cinética total del sistema vehículo-fluido. Si tomamos en cuenta la energía cinética  $T_s$  de un cuerpo rígido con una masa total  $m_s$ , con la posición del  $CG$  esta en  $r_s$  esto representado en el marco del cuerpo (igual a  $r_{CG}$ ) además de la matriz de inercia  $J_s$ , se tiene

$$T_s = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v \\ \Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_s I & -m_s \hat{r}_s \\ m_s \hat{r}_s & J_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \Omega \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

donde  $I$  es una matriz identidad de  $3 \times 3$ . Entonces  $v_p$  la velocidad absoluta de la masa puntual móvil  $\bar{m}$  expresada en coordenadas del cuerpo, podemos expresar:

$$v_p = v + \dot{r}_p + \Omega \times r_p \quad (3.20)$$

la energía cinética  $T_p$  de la masa puntual móvil es

$$T_p = \frac{1}{2} \bar{m} \|v_p\|^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v \\ \Omega \\ \dot{r}_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{m} I & -\bar{m} \hat{r}_p & \bar{m} I \\ \bar{m} \hat{r}_p & \bar{m} \hat{r}_p \hat{r}_p & \bar{m} \hat{r}_p \\ \bar{m} I & -\bar{m} \hat{r}_p & \bar{m} I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \Omega \\ \dot{r}_p \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

de manera similar la energía cinética para  $m_b$  y  $m_w$  es

$$T_b = \frac{1}{2} m_b \|v_b\|^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v \\ \Omega \\ \dot{r}_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_b I & -m_b \hat{r}_b & m_b I \\ m_b \hat{r}_b & m_b \hat{r}_b \hat{r}_b & m_b \hat{r}_b \\ m_b I & -m_b \hat{r}_b & m_b I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \Omega \\ \dot{r}_b \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

$$T_w = \frac{1}{2} m_w \|v_w\|^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v \\ \Omega \\ \dot{r}_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_w I & -m_w \hat{r}_w & m_w I \\ m_w \hat{r}_w & m_w \hat{r}_w \hat{r}_w & m_w \hat{r}_w \\ m_w I & -m_w \hat{r}_w & m_w I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \Omega \\ \dot{r}_w \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Para el movimiento de un cuerpo rígido en un fluido *Kirchhoff* [26] muestra que la energía cinética de un volumen sin límite de un fluido ideal debido al movimiento de cuerpo rígido sumergido toma la forma

$$T_f = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v \\ \Omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_f & D_f^T \\ D_f & J_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \Omega \end{pmatrix}, \quad (3.24)$$

donde  $M_f$  la matriz de masa agregada,  $J_f$  la matriz de inercia agregada y  $D_f$  un término añadido cruzado. Estas matrices son definidas positivas y dependen de la forma externa del cuerpo y de la densidad de fluido. El fluido se asume incompresible, no rota y no tiene movimiento en el infinito.

Los efectos viscosos tales como la sustentación y el arrastre pueden ser incluidos en el modelo como fuerzas externas y pares.

La energía cinética total del sistema vehículo-fluido es  $T = T_s + T_p + T_f + T_b + T_w$  o bien,

$$T = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v \\ \Omega \\ \dot{r}_p \\ \dot{r}_b \\ \dot{r}_w \end{pmatrix} I \begin{pmatrix} v \\ \Omega \\ \dot{r}_p \\ \dot{r}_b \\ \dot{r}_w \end{pmatrix} \quad (3.25)$$



donde

$$I = \begin{pmatrix} (m_s + \bar{m})I + M_f & -\bar{m}\hat{r}_p - m_b\hat{r}_b - m_w\hat{r}_w + D_f^T & \bar{m}I & m_bI & m_wI \\ \bar{m}\hat{r}_p + m_b\hat{r}_b + m_w\hat{r}_w + D_f & J_h - \bar{m}\hat{r}_p\hat{r}_p - m_b\hat{r}_b\hat{r}_b - m_w\hat{r}_w\hat{r}_w + J_f & \bar{m}\hat{r}_p & m_b\hat{r}_b & m_w\hat{r}_w \\ \bar{m}I & -\bar{m}\hat{r}_p & \bar{m}I & 0 & 0 \\ m_bI & -m_b\hat{r}_b & 0 & m_bI & 0 \\ m_wI & -m_w\hat{r}_w & 0 & 0 & m_wI \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

podemos calcular el momento como

$$P = \frac{\partial T}{\partial v} = (m_s I + M_f)v + D_f^T \Omega + \bar{m}(v + \Omega \times r_p + \dot{r}_p) + m_b(v + \Omega \times r_b + \dot{r}_b) + m_w(v + \Omega \times r_w + \dot{r}_w) \quad (3.27)$$

$$\Pi = \frac{\partial T}{\partial \Omega} = D_f v + (J_h + J_f)\Omega + \bar{m}\hat{r}_p(v + \Omega \times r_p + \dot{r}_p) + m_b\hat{r}_b(v + \Omega \times r_b + \dot{r}_b) + m_w\hat{r}_w(v + \Omega \times r_w + \dot{r}_w) \quad (3.28)$$

$$P_p = \frac{\partial T}{\partial \dot{r}_p} = \bar{m}(v + \Omega \times r_p + \dot{r}_p) \quad (3.29)$$

$$P_b = \frac{\partial T}{\partial \dot{r}_b} = m_b(v + \Omega \times r_b + \dot{r}_b) \quad (3.30)$$

$$P_w = \frac{\partial T}{\partial \dot{r}_w} = m_w(v + \Omega \times r_w + \dot{r}_w) \quad (3.31)$$

Se considere el caso donde la geometría del vehículo lleva genera que las matrices de masa agregada y de inercia son diagonales. Esto es cuando el vehículo se mueve a baja velocidad y tiene planos de simetría. Este es el caso de estudio para este trabajo de tesis. Entonces  $M_f$  y  $J_f$  son diagonales y  $D_f = 0$ . Sea  $M_f = \text{diag}(m_{f1}, m_{f2}, m_{f3})$  y  $J_f = \text{diag}(J_{f1}, J_{f2}, J_{f3})$ , se define

$$M = m_h I + M_f \quad (3.32)$$

$$J = J_h + J_f \quad (3.33)$$

donde  $I$  es una matriz identidad de  $3 \times 3$ , entonces

$$\begin{pmatrix} P \\ \Pi \\ P_p \\ P_b \\ P_w \end{pmatrix} = I \begin{pmatrix} v \\ \Omega \\ \dot{r}_p \\ \dot{r}_b \\ \dot{r}_w \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

donde

$$I = \begin{pmatrix} M + (\bar{m} + m_b + m_w)I & -\bar{m}\hat{r}_p - m_b\hat{r}_b - m_w\hat{r}_w & \bar{m}I & m_bI & m_wI \\ \bar{m}\hat{r}_p + m_b\hat{r}_b + m_w\hat{r}_w & J - \bar{m}\hat{r}_p\hat{r}_p - m_b\hat{r}_b\hat{r}_b - m_w\hat{r}_w\hat{r}_w & \bar{m}\hat{r}_p & m_b\hat{r}_b & m_w\hat{r}_w \\ \bar{m}I & -\bar{m}\hat{r}_p & \bar{m}I & 0 & 0 \\ m_bI & -m_b\hat{r}_b & 0 & m_bI & 0 \\ m_wI & -m_w\hat{r}_w & 0 & 0 & m_wI \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Si se hace la operación inversa de las relaciones de la ecuación (3.34) obtenemos las velocidades del cuerpo en términos de los momentos del cuerpo:

$$\begin{pmatrix} v \\ \Omega \\ \dot{r}_p \\ \dot{r}_b \\ \dot{r}_w \end{pmatrix} = I^{-1} \begin{pmatrix} P \\ \Pi \\ P_p \\ P_b \\ P_w \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

$$I = \begin{pmatrix} M^{-1} & 0 & -M^{-1} & -M^{-1} & -M^{-1} \\ 0 & J^{-1} & -J^{-1}\hat{r}_p & -J^{-1}\hat{r}_b & -J^{-1}\hat{r}_w \\ -M^{-1} & -\hat{r}_p J^{-1} & I^{-1}(3,3) & I^{-1}(3,4) & I^{-1}(3,5) \\ -M^{-1} & -\hat{r}_b J^{-1} & I^{-1}(4,3) & I^{-1}(4,4) & I^{-1}(4,5) \\ -M^{-1} & -\hat{r}_w J^{-1} & I^{-1}(5,3) & I^{-1}(5,4) & I^{-1}(5,5) \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

donde

$$\begin{aligned} I^{-1}(3,3) &= M^{-1} - \hat{r}_p J^{-1} \hat{r}_p + \frac{1}{\bar{m}} I \\ I^{-1}(3,4) &= M^{-1} - \hat{r}_p J^{-1} \hat{r}_b \\ I^{-1}(3,5) &= M^{-1} - \hat{r}_p J^{-1} \hat{r}_w \\ I^{-1}(4,3) &= M^{-1} - \hat{r}_b J^{-1} \hat{r}_p \\ I^{-1}(4,4) &= M^{-1} - \hat{r}_b J^{-1} \hat{r}_b + \frac{1}{m_b} I \\ I^{-1}(4,5) &= M^{-1} - \hat{r}_b J^{-1} \hat{r}_w \\ I^{-1}(5,3) &= M^{-1} - \hat{r}_w J^{-1} \hat{r}_p \\ I^{-1}(5,4) &= M^{-1} - \hat{r}_w J^{-1} \hat{r}_b \\ I^{-1}(5,5) &= M^{-1} - \hat{r}_w J^{-1} \hat{r}_w + \frac{1}{\bar{m}} I \end{aligned} \quad (3.38)$$

Para obtener las ecuaciones de movimiento en términos de la velocidad del cuerpo, diferenciamos la ecuación (3.36) con respecto al tiempo, por lo que se obtiene

$$\begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{\Omega} \\ \ddot{r}_p \\ \ddot{r}_b \\ \ddot{r}_w \end{pmatrix} = I^{-1} \begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{\Pi} \\ \dot{P}_p \\ \dot{P}_b \\ \dot{P}_w \end{pmatrix} + \frac{d}{dt}(I^{-1}) \begin{pmatrix} P \\ \Pi \\ P_p \\ P_b \\ P_w \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

donde

$$\frac{d}{dt} I^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J^{-1} & -J^{-1}\dot{\hat{r}}_p & -J^{-1}\dot{\hat{r}}_b & -J^{-1}\dot{\hat{r}}_w \\ 0 & -\dot{\hat{r}}_p J^{-1} & \frac{d}{dt} I^{-1}(3,3) & \frac{d}{dt} I^{-1}(3,4) & \frac{d}{dt} I^{-1}(3,5) \\ 0 & -\dot{\hat{r}}_b J^{-1} & \frac{d}{dt} I^{-1}(4,3) & \frac{d}{dt} I^{-1}(4,4) & \frac{d}{dt} I^{-1}(4,5) \\ 0 & -\dot{\hat{r}}_w J^{-1} & \frac{d}{dt} I^{-1}(5,3) & \frac{d}{dt} I^{-1}(5,4) & \frac{d}{dt} I^{-1}(5,5) \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

como  $\frac{d}{dt}M^{-1} = 0$ ,  $\frac{d}{dt}J^{-1} = 0$ , y

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}I^{-1}(3,3) &= -\dot{\hat{r}}_p J^{-1} \hat{r}_p - \hat{r}_p J^{-1} \dot{\hat{r}}_p \\
\frac{d}{dt}I^{-1}(3,4) &= -\dot{\hat{r}}_p J^{-1} \hat{r}_b - \hat{r}_p J^{-1} \dot{\hat{r}}_b \\
\frac{d}{dt}I^{-1}(3,5) &= -\dot{\hat{r}}_p J^{-1} \hat{r}_w - \hat{r}_p J^{-1} \dot{\hat{r}}_w \\
\frac{d}{dt}I^{-1}(4,3) &= -\dot{\hat{r}}_b J^{-1} \hat{r}_p - \hat{r}_b J^{-1} \dot{\hat{r}}_p \\
\frac{d}{dt}I^{-1}(4,4) &= -\dot{\hat{r}}_b J^{-1} \hat{r}_b - \hat{r}_b J^{-1} \dot{\hat{r}}_b \\
\frac{d}{dt}I^{-1}(4,5) &= -\dot{\hat{r}}_b J^{-1} \hat{r}_w - \hat{r}_b J^{-1} \dot{\hat{r}}_w \\
\frac{d}{dt}I^{-1}(5,3) &= -\dot{\hat{r}}_w J^{-1} \hat{r}_p - \hat{r}_w J^{-1} \dot{\hat{r}}_p \\
\frac{d}{dt}I^{-1}(5,4) &= -\dot{\hat{r}}_w J^{-1} \hat{r}_b - \hat{r}_w J^{-1} \dot{\hat{r}}_b \\
\frac{d}{dt}I^{-1}(5,5) &= -\dot{\hat{r}}_w J^{-1} \hat{r}_w - \hat{r}_w J^{-1} \dot{\hat{r}}_w
\end{aligned} \tag{3.41}$$

los términos de  $\frac{d}{dt}I^{-1}(i,j)$  son términos generalmente pequeños para los vehículos tipo Glider por su forma de torpedo. Por lo tanto  $\dot{r}_w$  y  $\dot{r}_b$  son cero debido a que las masas no se desplazan,  $\dot{r}_p$  es cero en el equilibrio y muy pequeño durante las transiciones. Las magnitudes de los elementos de  $J$  son generalmente grandes comparados con los elementos de  $r_p, r_b$  y  $r_w$ . Con la sustitución de las ecuaciones (3.15a) a (3.18) en (3.39) para las derivadas  $\dot{P}, \dot{\Pi}, \dot{P}_p, \dot{P}_b, \dot{P}_w$  además de (3.40) y de (3.34) para las relaciones entre momento y velocidad, las ecuaciones completas de movimiento para el vehículo en un espacio tridimensional son:

$$\begin{pmatrix} \dot{R} \\ \dot{b} \\ \dot{\Omega} \\ \dot{v} \\ \dot{r}_p \\ \dot{r}_b \\ \dot{r}_w \\ \dot{P}_p \\ \dot{P}_b \\ \dot{P}_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R\hat{\Omega} \\ Rv \\ J^{-1}\bar{T} \\ M^{-1}\bar{F} \\ \frac{1}{\bar{m}}P_p - v - \Omega \times r_p \\ \frac{1}{\bar{m}}P_b - v - \Omega \times r_b \\ \frac{1}{\bar{m}}P_w - v - \Omega \times r_w \\ \bar{u} \\ u_b \\ u_w \end{pmatrix} \tag{3.42}$$

donde

$$\begin{aligned}
\bar{T} &= (J\Omega + \hat{r}_p + \hat{r}_b + \hat{r}_w) \times \Omega + (Mv \times v) + (\Omega \times r_p) \times P_p + (\Omega \times r_b) \times P_b \\
&+ (\Omega \times r_w) \times P_w + (\bar{m}\hat{r}_p + m_b\hat{r}_b + m_w\hat{r}_w)gR^T k + T_{ext} - \hat{r}_p\bar{u} - (\hat{u}_b + u_w).
\end{aligned} \tag{3.43}$$

$$\bar{F} = (Mv + P_p + P_b + P_w) \times \Omega + m_0gR^T k + F_{ext} - \bar{u} - (u_b + u_w) \tag{3.44}$$

Entonces

$$F_{ext} = R^T \sum f_{ext_i}$$

$$T_{ext} = R^T \sum (x_i - b) \times f_{ext_i} + R^T \sum \tau_{ext_j}$$

donde  $x_i$  es el punto en el marco inercial donde  $f_{ext_i}$  actúa y representa las fuerzas externas y sus momentos incluyendo sustentación, arrastre y los momentos hidrodinámicos asociados con respecto al marco del cuerpo.  $\bar{u}$  es un control aplicado a  $\bar{m}$ ,  $u_b$  y  $u_w$  son las fuerzas en las masas  $m_b$  y  $m_w$ . Las cuales son analizadas como fuerzas restrictivas cuando estas masas están fijas en algún lugar del vehículo.

### 3.2.3. Términos hidrodinámicos

Las fuerzas hidrodinámicas en un vehículo submarino dependen de la velocidad y la orientación del vehículo relativo al fluido en el que se desenvuelve. En la ausencia de corrientes, esto es, cuando el fluido esta en reposo con respecto al marco de referencia inercial,  $v_r$  es igual a la velocidad del vehículo  $v$ . Similarmente como en el análisis de los aviones [27], la orientación del marco del viento relativo al marco del cuerpo se describe con dos ángulos aerodinámicos, el ángulo de ataque  $\alpha$  y el ángulo de deslizamiento lateral  $\beta$ . El marco de referencia esta definido tal que uno de los ejes esta alineado con  $v_r$ . Los ángulos hidrodinámicos están definidos como

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{v_{r3}}{v_{r1}} \right) \quad (3.45)$$

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{v_{r2}}{\|v_r\|} \right) \quad (3.46)$$

El ángulo de ataque es el ángulo medido desde el eje del cuerpo  $e_1$  al vector  $(v_{r1}, 0, v_{r3})^T$ . El ángulo  $\beta$  esta definido como el ángulo de la proyección de  $v_r$  en el plano  $e_1 - e_3$  al vector  $v_r$ , definimos que el marco de la corriente tiene su origen en el centro de flotabilidad (CB) y su orientación esta definida por la velocidad del vehículo a través del agua ver Figura 3.4

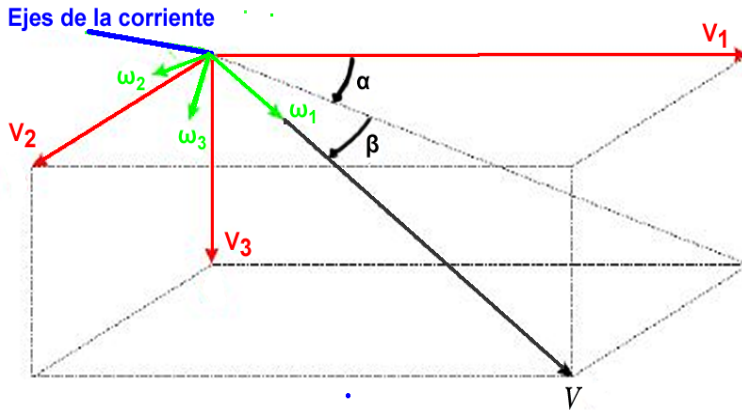


Figura 3.4: Ángulos de ataque y deslizamiento lateral

La rotación del marco del cuerpo al marco de la corriente esta dada entonces por  $R_{RB}(\alpha, \beta)$  y se obtiene como

$$R_{\alpha}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}, R_{\beta}(\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

$$R_{BW}(\alpha, \beta) = R_\beta R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

La rotación inversa es simplemente la transpuesta de la ecuación (3.48).

$$R_{WB}(\alpha, \beta) = (R_\alpha)^T (R_\beta)^T = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

### 3.2.4. Sustentación, arrastre y momento.

En esta sección los términos hidrodinámicos son introducidos en las ecuaciones de la dinámica del submarino tipo planeador. Las fuerzas externas y momentos en el vehículo,  $F_{ext}$  y  $T_{ext}$ , incluye las fuerzas hidrodinámicas  $F_{hydro}$  y momentos  $M_{hydro}$  debido al movimiento a través del agua. Estas fuerzas y momentos aparecen por los efectos viscosos y no viscosos. Fuerzas y momentos debido a las masas agregadas e inercia se incluyen de manera separada en el modelo obtenido en los apartados anteriores 3.2 y 3.2.2. Por lo cual se considera un Modelado matemático que represente las fuerzas hidrodinámicas mas importantes del vehículo, pero con una complejidad aceptable.

Las fuerzas hidrodinámicas en el vehículo pueden ser expresadas en el marco de la corriente, como sustentación, arrastre y una fuerza denominada lateral. Los momentos hidrodinámicos también son expresados en el marco de la corriente. Esto sigue las convenciones clásicas de aviación [27]. Las fuerzas hidrodinámicas y los momentos son escritos en el marco de la corriente como:

$$F_{hydro} = \begin{pmatrix} -D \\ SF \\ -L \end{pmatrix}, M_{hydro} = \begin{pmatrix} M_{DL1} \\ M_{DL2} \\ m_{DL3} \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

donde  $D, L, SF$  definen el arrastre, la sustentación y la fuerza lateral,  $M_{DLi}$  es el momento hidrodinámico sobre el  $i$ -ésimo eje de la corriente y pueden ser expresados en el marco del cuerpo como  $R_{WB}F_{hydro}$  y  $R_{WB}M_{hydro}$ .

Las fuerzas hidrodinámicas dependen de la geometría y del movimiento del vehículo a través del agua. Si un vehículo tiene controles externos como timones o elevadores, su posición y configuración tienen efectos diversos en las fuerzas y momentos hidrodinámicos. Los coeficientes de las fuerzas hidrodinámicas pueden ser determinados usando una variedad de métodos incluyendo datos referenciales, modelado vía CFD y pruebas de vuelo. Los modelos de coeficientes pueden incluir términos dependientes de la velocidad del vehículo y aceleración. Un modelo simple para las fuerzas hidrodinámicas puede tomar la siguiente forma

$$F_{hydro} = \begin{pmatrix} -D \\ SF \\ -L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\rho V_r^2 AC_D(\alpha, \beta, \delta_{CS}, R_e) \\ -\frac{1}{2}\rho V_r^2 AC_{SF}(\alpha, \beta, \delta_{CS}, R_e) \\ -\frac{1}{2}\rho V_r^2 AC_L(\alpha, \beta, \delta_{CS}, R_e) \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

donde  $C_D, C_{SF}, C_L$  representan los coeficientes de arrastre, fuerza lateral y sustentación. La cantidad  $\frac{1}{2}\rho V_r^2$  es la dinámica de la presión.  $A$  es el área característica del vehículo en el cual los coeficientes están definidos,  $\alpha$  y  $\beta$  son los ángulos aerodinámicos los cuales fueron

definidos en la sección 3.2.3,  $\delta_{CS}$  es el vector de configuración de la superficie de control y  $Re$  es el número de Reynolds de fluido sobre el vehículo.

La amortiguación de rotación puede ser incluida en el modelo, y puede ser modelada como lineal o cuadrática con respecto a la velocidad rotacional  $\Omega$  [3]. El modelo para los momentos hidrodinámicos en el vehículo entonces toma la forma

$$M_{hydro} = \begin{pmatrix} M_{DL1} \\ M_{DL2} \\ M_{DL3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\rho V_r^2 AC_{M1}(\alpha, \beta, \delta_{CS}, Re) \\ -\frac{1}{2}\rho V_r^2 AC_{M2}(\alpha, \beta, \delta_{CS}, Re) \\ -\frac{1}{2}\rho V_r^2 AC_{M3}(\alpha, \beta, \delta_{CS}, Re) \end{pmatrix} + K_{\Omega^1}\Omega + \Omega K_{\Omega^2}\Omega \quad (3.52)$$

donde  $C_{M1}, C_{M2}, C_{M3}$  son los coeficientes de momentos hidrodinámicos alrededor de los ejes 1, 2 y 3 como lo menciona *Fossen* [4]. Mientras que  $K_{\Omega^1}$  y  $K_{\Omega^2}$  son las matrices de la amortiguación de rotación para términos lineales y cuadráticos respectivamente. Como primera aproximación se pueden modelar como diagonales debido a su baja velocidad y forma simétrica [5].

Se debe notar que estas fuerzas y momentos son escritos sobre el centro del marco del viento, que también corresponde al centro del marco del cuerpo. Al modelar nuestro vehículo Glider en el plano longitudinal, las fuerzas y momentos hidrodinámicos se pueden modelan como

$$D = \frac{1}{2}\rho C_D(\alpha)AV^2 \approx (K_{D_o} + K_D\alpha^2)(v_1^2 + v_3^2), \quad (3.53)$$

$$L = \frac{1}{2}\rho C_L(\alpha)AV^2 \approx (K_{L_o} + K_L\alpha)(v_1^2 + v_3^2), \quad (3.54)$$

$$M_{DL} = \frac{1}{2}\rho C_M(\alpha)AV^2 \approx (K_{M_o} + K_M\alpha)(v_1^2 + v_3^2) + K_{\Omega_2^1}\Omega_2 + K_{\Omega_2^2}\Omega_2^2, \quad (3.55)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido, para el caso estacionario longitudinal del modelo del fluido  $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_M$  son funciones de  $\alpha$  y las  $K$  son coeficientes constantes.

### 3.2.5. Modelo longitudinal del Glider

El análisis principal es sobre la dinámica longitudinal del submarino. Este modelo longitudinal se deriva del modelo tridimensional del vehículo. El plano vertical es un plano invariante de las ecuaciones dinámicas. Planeos constantes en línea recta son los movimientos operacionales más comunes en submarinos tipo planeador reales.

Como parte del análisis del modelo matemático se hacen simplificaciones restringiendo la posición de las masa internas, en el caso cuando las masas  $m_b$  y  $m_w$  están fijas en un punto dentro del vehículo, las ecuaciones dinámicas se pueden reducir teniendo que  $\dot{r}_b = 0$ . Esto elimina los efectos inerciales de la masa desplazada y el acoplamiento entre el momento en *pitch* y la masa de lastre desplazada del vehículo  $CB$ . En este modelo, la masa móvil actúa principalmente en la orientación del planeador y el sistema de lastre actúa la flotabilidad. La simplificación puede ir más allá definiendo  $m_w = 0$  para eliminar la masa fija de compensación, por lo tanto  $P_w = 0$  y puesto que la masa  $mb$  esta el el centro  $r_p = 0$  por lo tanto  $P_b = 0$  y queda la masa interna móvil como masa de compensación.

Experimentos usando el vehículo Slocum muestran que el planeo constante en el plano vertical es consistente con los resultados del modelo [2]. Restringir al plano longitudinal es un método estándar en el análisis de la dinámica de aviones. El vehículo con masas simplificadas se muestra en la figura (3.5)

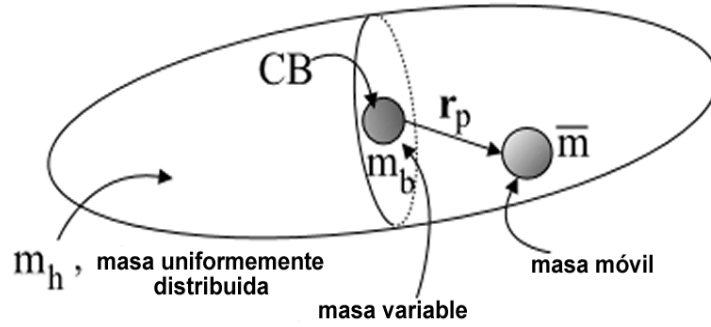


Figura 3.5: Masas internas simplificadas

Para ubicar el modelo en el plano vertical, esto es, el plano  $i - k$  en coordenadas inerciales y en el plano  $e_1 - e_3$  en coordenadas del cuerpo, se definen las siguientes variables

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ z \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \\ v_3 \end{pmatrix}, \quad (3.56)$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega_2 \\ 0 \end{pmatrix}, r_p = \begin{pmatrix} r_{p1} \\ 0 \\ r_{p3} \end{pmatrix}, p_p = \begin{pmatrix} p_{p1} \\ 0 \\ P_{p3} \end{pmatrix}, \bar{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

donde  $\theta$  es el ángulo de cabeceo.

Las ecuaciones de movimiento para el vehículo restringido al plano vertical son

$$\dot{x} = v_1 \cos \theta + v_3 \sin \theta \quad (3.57)$$

$$\dot{z} = -v_1 \sin \theta + v_3 \cos \theta \quad (3.58)$$

$$\dot{\theta} = \Omega_2 \quad (3.59)$$

$$\dot{\Omega}_2 = \frac{1}{J_2}((m_3 - m_1)v_1v_3 - (r_{P1}P_{P1} + r_{P3}P_{P3})\Omega_2 - \bar{m}g(r_{P1} \cos \theta + r_{P3} \sin \theta) + M_{DL} - r_{P3}u_1 + r_{P1}u_3) \quad (3.60)$$

$$\dot{v}_1 = \frac{1}{m_1}(-m_3v_3\Omega_2 - P_{P3}\Omega_2 - m_0g \sin \theta + L \sin \alpha - D \cos \alpha - u_1) \quad (3.61)$$

$$(3.62)$$

$$\dot{v}_3 = \frac{1}{m_3}(m_1 v_1 \Omega_2 + P_{P1} \Omega_2 + m_0 g \cos \theta - L \cos \alpha - D \sin \alpha - u_3) \quad (3.63)$$

$$\dot{r}_{P1} = \frac{1}{\bar{m}} P_{P1} - v_1 - r_{P3} \Omega_2 \quad (3.64)$$

$$\dot{r}_{P3} = \frac{1}{\bar{m}} P_{P3} - v_3 - r_{P1} \Omega_2 \quad (3.65)$$

$$\dot{p}_{P1} = u_1 \quad (3.66)$$

$$\dot{p}_{P3} = u_3 \quad (3.67)$$

$$\dot{m}_b = u_4 \quad (3.68)$$

aquí,  $\alpha$  es el ángulo de ataque,  $D$  es arrastre,  $L$  es sustentación y  $M_{DL}$  es el momento viscoso como se muestra en la Figura 3.6.

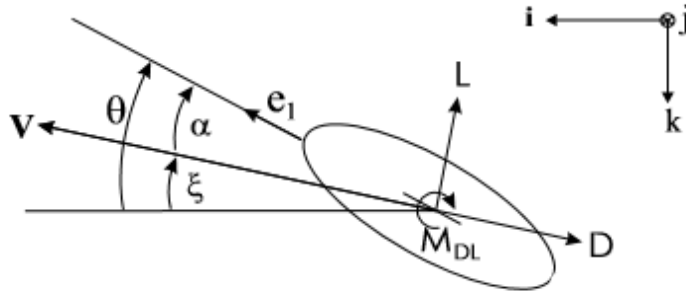


Figura 3.6: Arrastre y sustentación en el plano vertical.

El ángulo de la trayectoria de planeo se denota como

$$\xi = \theta - \alpha \quad (3.69)$$

y la velocidad del vehículo por

$$V = \sqrt{v_1^2 + v_3^2} \quad (3.70)$$

Generalmente se especifica en la trayectoria deseada un ángulo  $\xi_d$  y una velocidad deseada  $V_d$ .

En este caso el control sobre la localización del centro de masa esta restringida a un solo grado de libertad. Para modelar esto se considera el caso donde  $r_{P3}$  es fija ( $\dot{r}_{P3} = 0$ ), esto es, la masa puntual  $\bar{m}$  tiene movimiento solo en la dirección  $e_1$ .

Entonces  $P_P$  es el momento lineal de la masa móvil definido como  $P_P = \bar{m}(v - \Omega \times r_P + \dot{r}_P)$  por lo tanto

$$P_{P1} = \bar{m}(v_1 + \dot{r}_{p1}) \quad (3.71)$$

Y

$$P_{P3} = \bar{m}(v_3 - \dot{r}_{p1} \Omega_2) \quad (3.72)$$



Las nuevas ecuaciones de movimiento son ecuaciones (3.57) a (3.68) con exclusión de (3.65) y (3.67). Donde se sustituye  $P_{P3}$  por (3.72) y  $U_3$  se sustituye por  $\dot{P}_{P3}$  que se calcula diferenciándose (3.72) con respecto al tiempo. En particular, las ecuaciones (3.60) y (3.63) se sustituyen por

$$\begin{pmatrix} \dot{\Omega}_2 \\ \dot{v}_3 \end{pmatrix} = Z^{-1} \begin{pmatrix} \frac{1}{J_2}(f_1 + r_{P1}\bar{m}\Omega_2\dot{r}_{P1}) \\ \frac{1}{m_3}(f_2 - \bar{m}\Omega_2\dot{r}_{P1}) \end{pmatrix} \quad (3.73)$$

Donde

$$f_1 = (m_3 - m_1)v_1v_3 - \bar{m}g(r_{P1} \cos \theta + r_{P3} \sin \theta) + M_{DL} - r_{P3}u_1 \quad (3.74)$$

$$f_2 = m_1v_1\Omega_2 + P_{P1}\Omega_2 + m_0g \cos \theta - L \cos \alpha - D \sin \alpha \quad (3.75)$$

$$Z = \begin{pmatrix} 1 + \frac{mr_{P1}^2}{J_2} & -\frac{mr_{P1}}{J_2} \\ -\frac{mr_{P1}}{m_3} & 1 + \frac{\bar{m}}{m_3} \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

### 3.3. Simulación del modelo dinámico

En esta sección se muestra la simulación del modelo matemático en lazo abierto y cerrado, se consideran los datos obtenidos en el Capítulo 2.2, masa agregada de la Tabla 2.9, coeficientes de fuerzas y momentos hidrodinámicos mostrados en la Tabla 2.10. Se muestra el modelo matemático obtenido en los apartados anteriores basado en Graver[2] y se hace la representación en el software Simulink de MatLab, como se puede observar en la Figura 3.7.

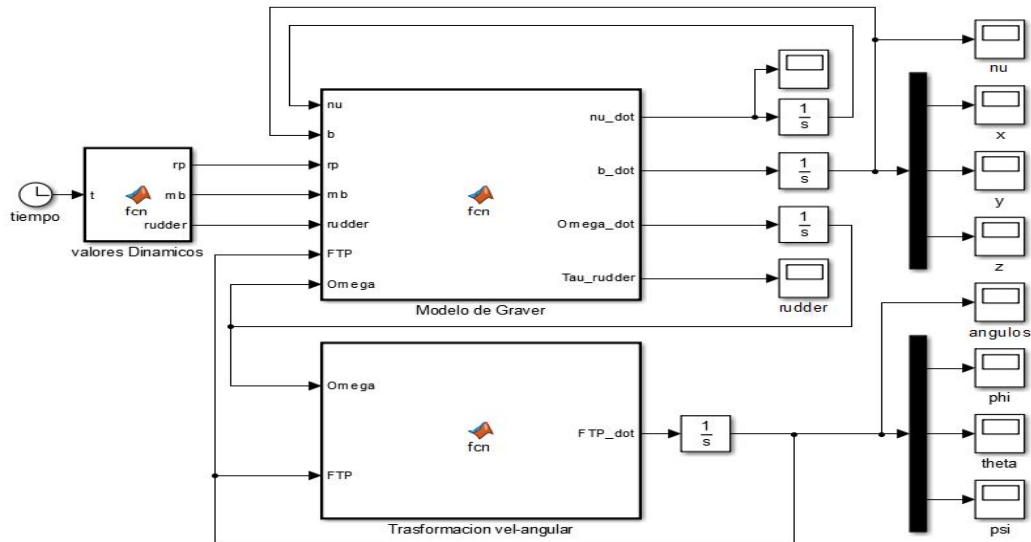


Figura 3.7: Simulación del modelo matemático en lazo abierto en Simulink.

La simulación siguiente es en lazo abierto considerando a  $r_b = [-0.7 \ 0 \ 0]^T$  y  $m_b = 0.760$  por que la vejiga se encuentra en la cola del vehículo la cual tiene una capacidad de 760ml, por lo cual tenemos una masa variable del lastre la cual esta entre  $m_b = 0.76$  a  $m_b = -0.76$  cuando esta llena y vacía respectivamente, la masa móvil  $\bar{m} = 2.09$  y puede desplazarse 10cm es decir

$r_p = -0.05$  a  $r_p = 0.05$  con referencia en el centro de flotabilidad.

Con condiciones iniciales  $x = 0, y = 0, z = 0, \phi = 0, \theta = 0$  y  $\psi = 0$ . Donde  $r_p$  y  $m_b$  se modifican sus valores de acuerdo a tiempo esto es un ciclo de  $40\text{seg}$  para incrementar y decrementar con esto se observa su comportamiento, el cual es mostrado en la Figura 3.8, con un valor de  $y$  constante, para poder ser apreciado.

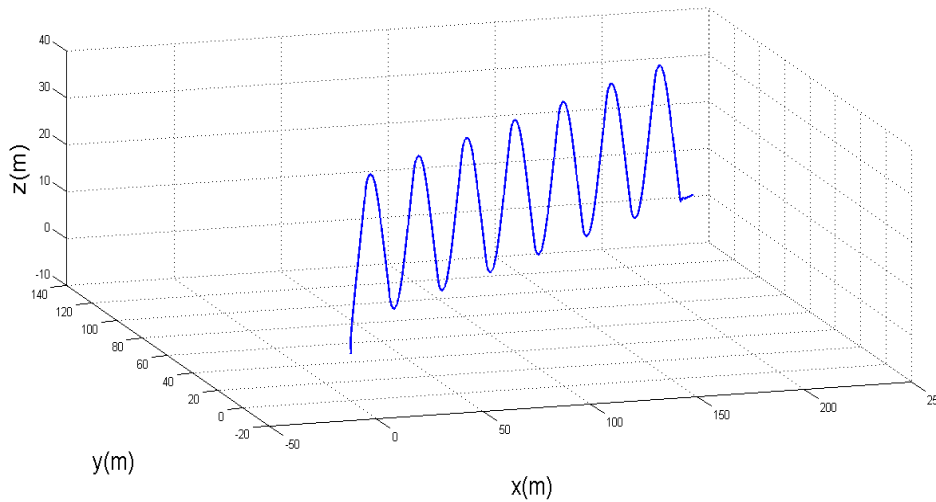


Figura 3.8: Simulación del comportamiento al variar  $r_p$  y  $m_b$  en lazo abierto.

Los resultados de esta simulación nos muestra como el Glider realiza inmersiones de aproximadamente  $30m$  siguiendo un trayectoria tipo diente de sierra, con un desplazamiento sobre el eje  $x$  es de alrededor de  $220m$ . Se observa que el Glider tiene un desplazamiento en  $y$  esto es debido a que se le pone un valor constante al timón. Así mismo se muestran las gráficas correspondientes a la orientación y posición, como en la Figura 3.9 donde se observa el eje  $x$  el cual incrementa hasta un valor aproximado de  $430m$  y el valor de *roll*  $\phi$  el cual se supone estable por lo cual permanece en el valor cero constante.

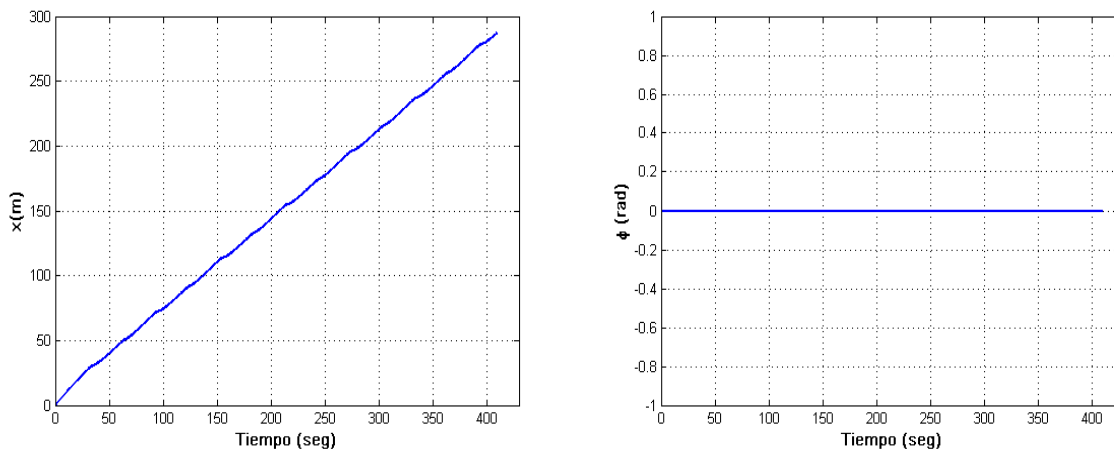


Figura 3.9: valores del eje  $x$  y el ángulo  $\phi$  simulación en lazo abierto.

En la Figura 3.10 podemos observar el comportamiento de en el eje  $y$  el cual permanece estable al no tener una fuerza o actuador que afecte el mismo, en el  $pitch \theta$  se observa el movimiento que genera por medio de la maza móvil.

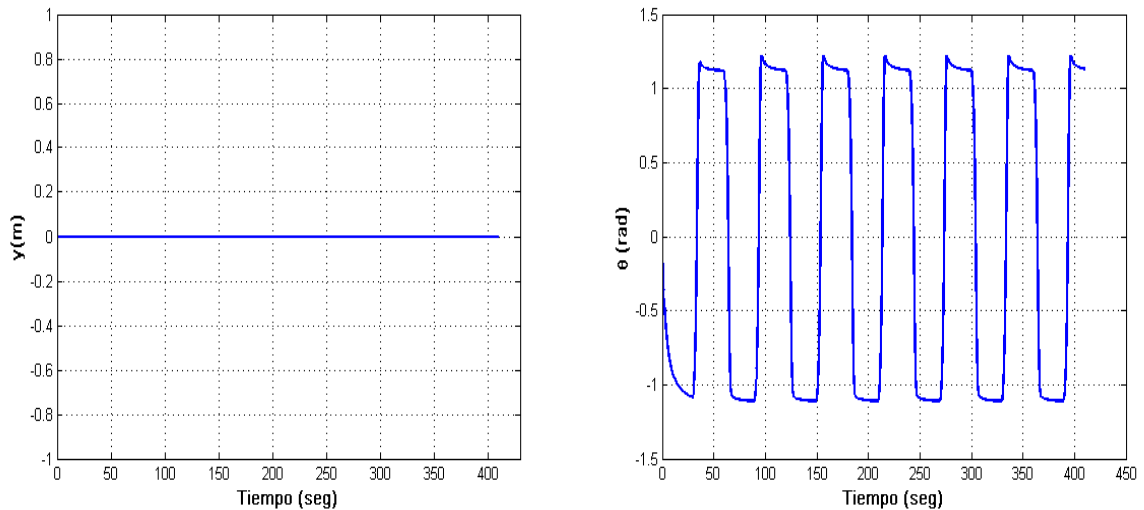


Figura 3.10: valores del eje  $y$  y el angulo  $\theta$  simulación en lazo abierto.

Al observar la Figura 3.11 podemos ver el movimiento generado en  $z$  el cual es tipo diente de sierra y se genera por el movimiento del lastre, en cuanto a  $yaw \psi$  se mantiene estable ya que tampoco tiene una fuerza que actué sobre el.

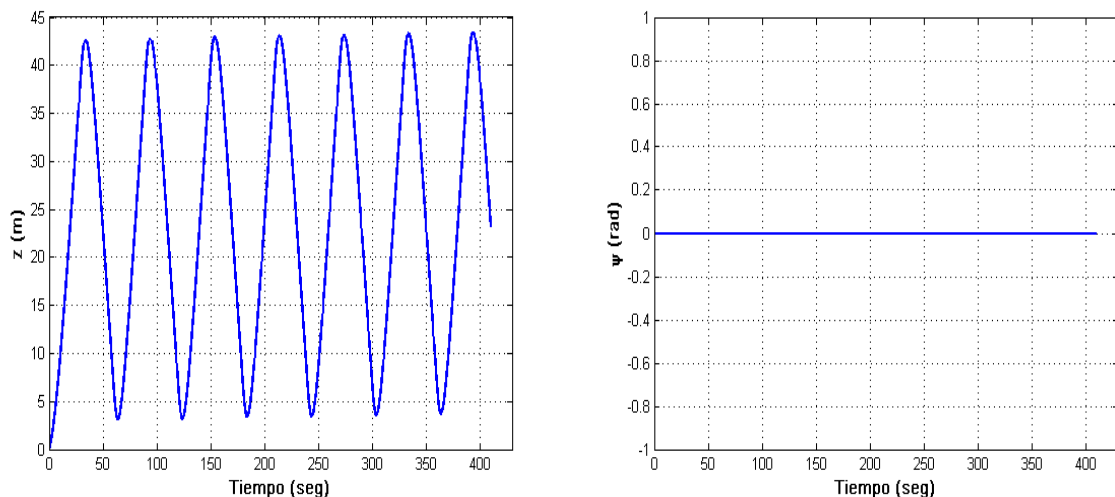


Figura 3.11: valores del eje  $z$  y el angulo  $\psi$  simulación en lazo abierto.

Al graficar los tres eje  $x, y, z$  y no ponerle un timón o actuador sobre el eje  $y$  podemos seguir rectos sobre el eje  $x$  y lograr alcanza una profundidad de aproximadamente  $40m$ , como se puede ver en la Figura 3.12.

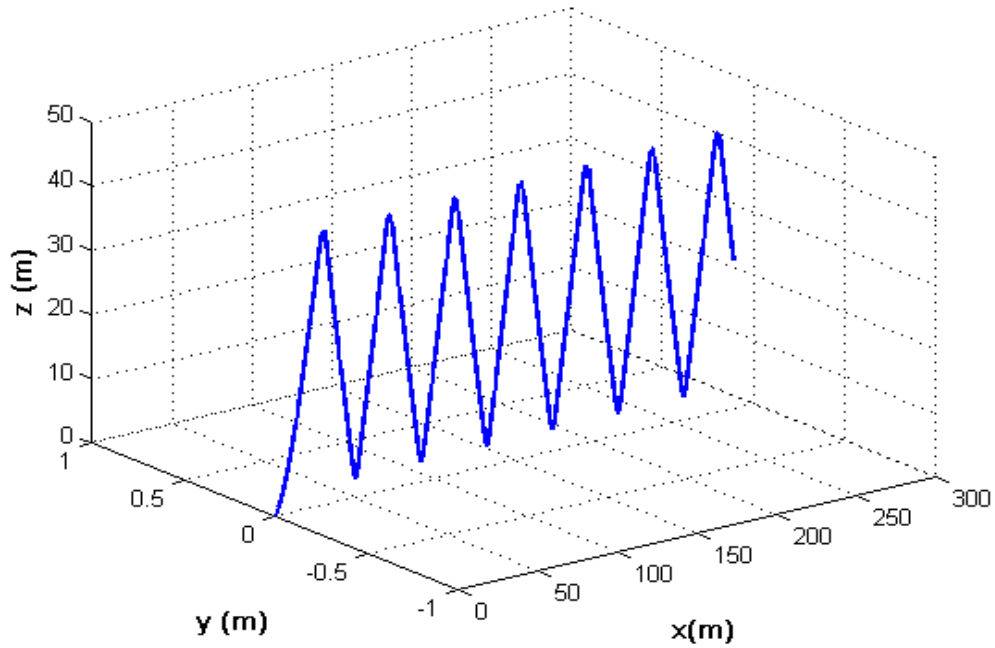


Figura 3.12: simulación lazo abierto sin actuar  $y$ .

En la orientación podemos apreciar que solo sufre cambios en *pitch*  $\theta$  como se observa en la Figura 3.13.

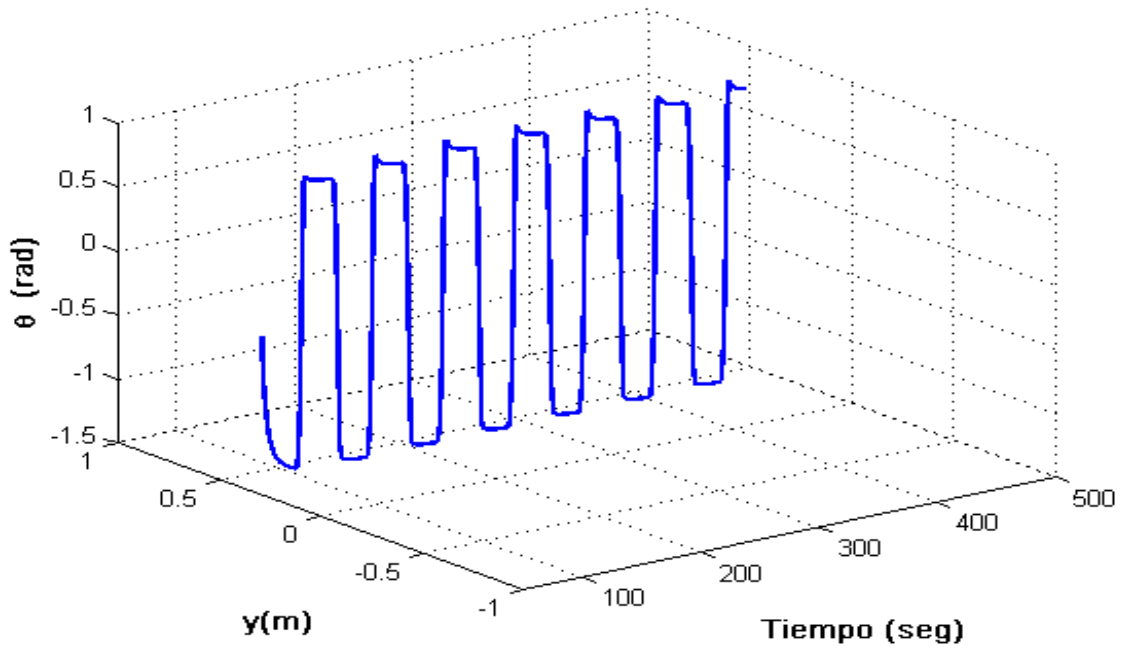


Figura 3.13: Simulación lazo abierto orientación en  $\theta$

### 3.3.1. Simulación lazo cerrado

Para la simulación en lazo cerrado se propone un control PID a la simulación para obtener el comportamiento del vehículo en lazo cerrado, como se puede observar en la figura

, las ganancias usadas para el control son:  $kp = 17$ ,  $ki = 0.0002$  y  $kd = 9$  y las condiciones iniciales son cero, con los mismos valores de la simulación en lazo abierto de  $m_b$ ,  $\bar{m}$ ,  $r_p$  y  $r_b$ .

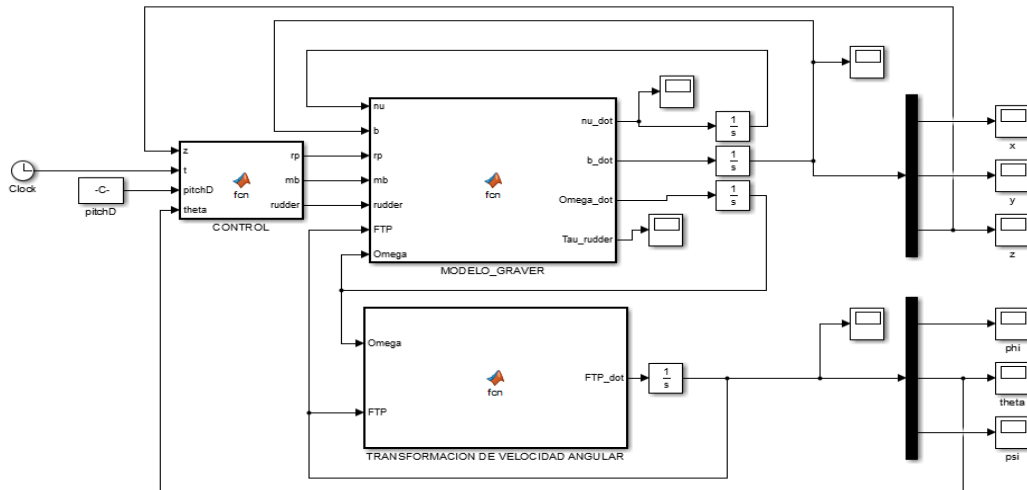


Figura 3.14: Simulación en lazo cerrado control PID

Se realiza una simulación en la cual se muestra como el vehículo se sumerge aproximadamente  $4m$  y se hace que cambie su ángulo de  $\theta$  *pitch* lo cual genera un cambio en  $X$  es decir que el vehículo se desplaza en dirección positiva, mientras que en  $y, \psi$  y  $\phi$  no tiene ningún movimiento, como se ilustra en la Figura 3.15.

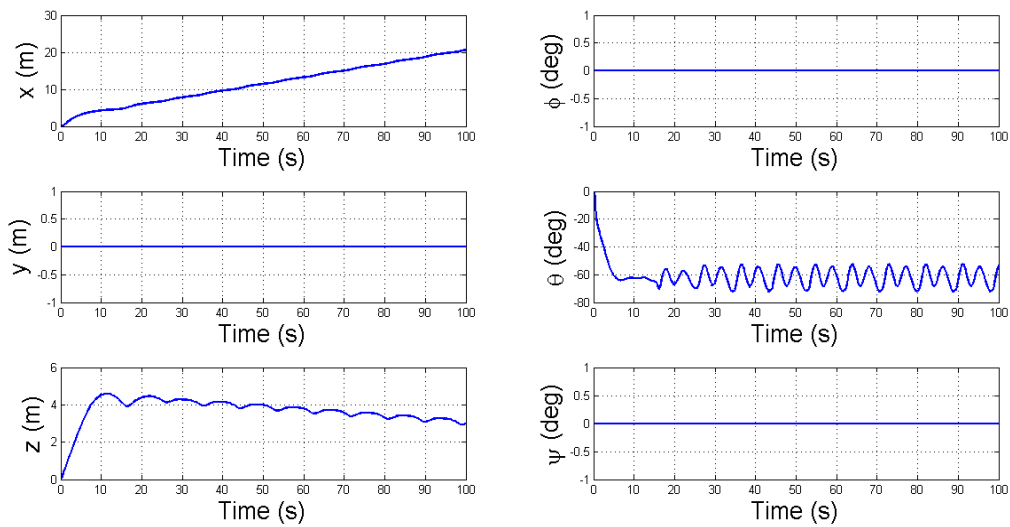


Figura 3.15: Simulación en lazo cerrado  $Z, \theta$  y  $X$

También se realiza una simulación haciendo que el vehículo tenga movimiento en sus seis grados de libertad, esto se puede ver en la Figura 3.16.

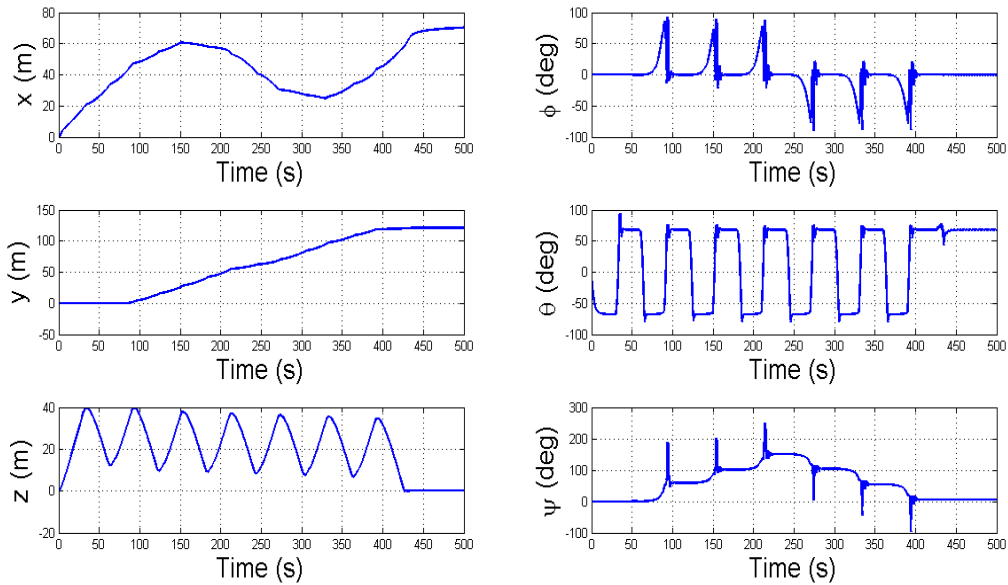


Figura 3.16: Simulación movimiento en los 6 GDL en lazo cerrado

Si graficamos en tres dimensiones el desplazamiento generado obtenemos una gráfica como la mostrada en la Figura , en la cual se observa que genera un movimiento tipo senoidal en sus tres ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ .

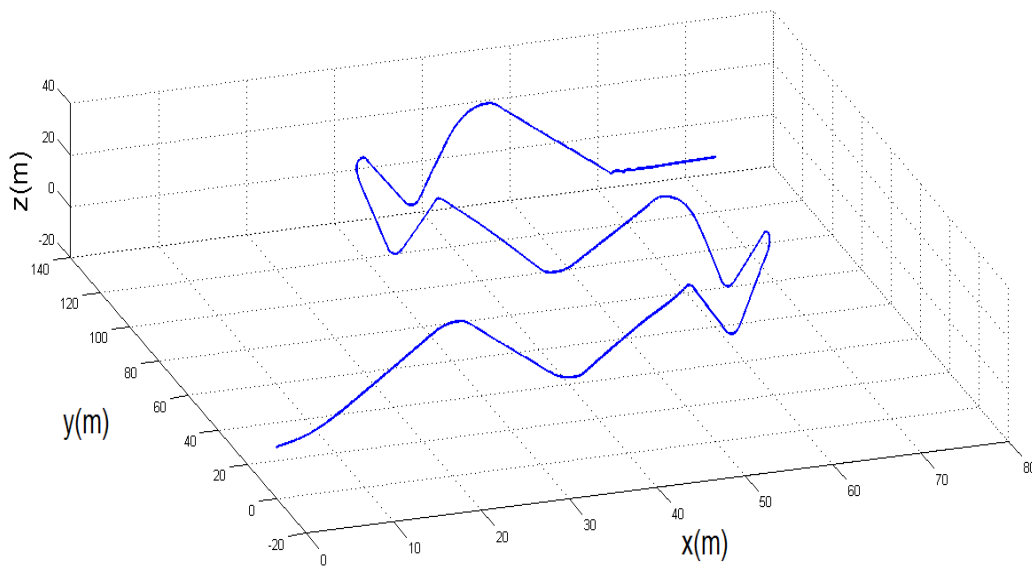


Figura 3.17: Simulación en  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  en Lazo cerrado.

Para compara los datos obtenidos en la simulación con las pruebas realizadas en el prototipo, generamos una función igual a la de la prueba como se ilustra en la Figura .

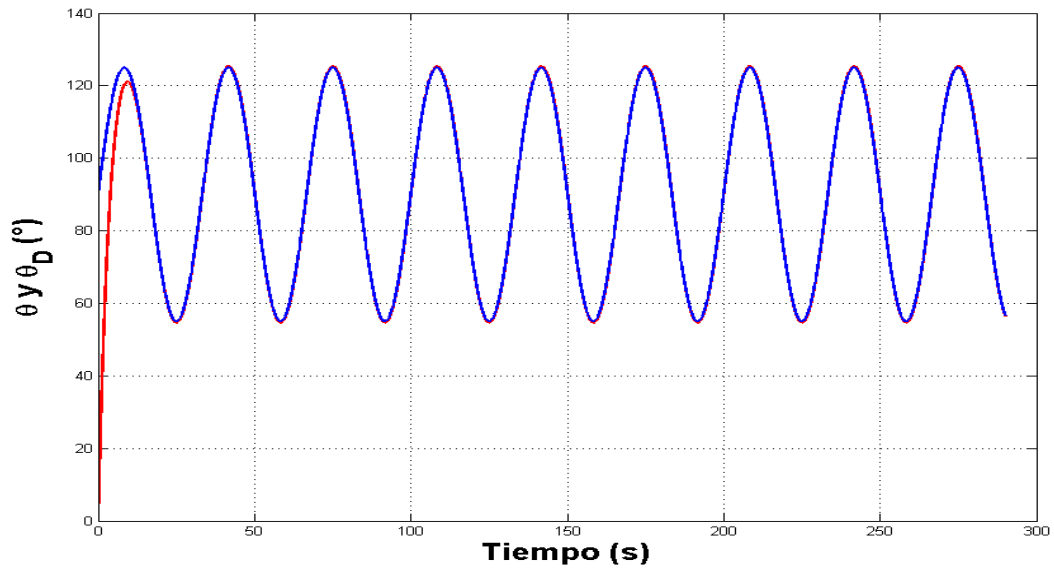


Figura 3.18: Simulación en Lazo cerrado función sin  $\pm 35^\circ$





# Estrategias de Control

La estrategia de control hace referencia a la metodología empleada para manipular o estabilizar un sistema; existen diversas técnicas de control que pueden realizar esta tarea, por ejemplo: control adaptable, control difuso, control por modos deslizantes, control PID, redes neuronales, saturaciones anidadas, saturaciones separadas, backstepping, etc. La implementación de las diferentes estrategias de control depende en gran parte de la aplicación y de las características del sistema, pero muchas veces sucede que es posible aplicar más de una, entonces esto dependerá del criterio de cada persona para elegir cual utilizar; lo ideal es probar todas las técnicas aplicables y seleccionar la que tenga mejor desempeño para nuestro sistema, como el objetivo de esta tesis no es la comparación de técnicas de control, solo elegiremos una para la aplicación de esta plataforma [19].

## 4.1. Análisis del Modelo Matemático

Con el fin de implementar una ley de control lo suficientemente robusta, pero sin tener demasiados términos que no son significativos para nuestro objetivo, se realiza un análisis para obtener una forma reducida el modelado matemático. Esto se hace para las siguientes ecuaciones:

### 4.1.1. Para $\dot{v}_1$

Partimos de la ecuación 3.61, con base a la ecuación 3.59  $\Omega_2 = \dot{\theta}$  y diciendo que de la ecuación del momento lineal esta definido como

$$P = mv, \quad (4.1)$$

decimos que  $P_{p3} = m_3v_3$ , entonces:

$$\dot{v}_1 = \frac{1}{m_1}(-m_3v_3\dot{\theta} - m_3v_3\dot{\theta} - m_0g \sin \theta + L \sin \alpha - D \cos \alpha - u_1), \quad (4.2)$$

reescribiendo

$$\dot{v}_1 = \frac{1}{m_1}(-2m_3v_3\dot{\theta} - m_0g \sin \theta + L \sin \alpha - D \cos \alpha - u_1), \quad (4.3)$$

se dice que el ángulo  $\alpha \ll 1$  es decir el vehículo se mueve a baja velocidad y se puede considerar pequeño, por lo tanto  $\sin \alpha \approx 0$  y  $\cos \alpha \approx 1$ , así obtenemos que

$$L \sin \alpha = 0, \quad (4.4)$$

y

$$-D \cos \alpha = -D, \quad (4.5)$$

pero  $D$  esta definida como en la ecuación 3.53 se puede expresar como

$$D \approx \bar{K}_D(v_1^2 + v_3^2), \quad (4.6)$$

Asumiendo que es de baja velocidad obtenemos que las velocidades quedan pequeñas  $v_1 \ll 1$  y  $v_3 \ll 1$  lo cual implica que  $v_1^2 \ll \ll 1$ ,  $v_3^2 \ll \ll 1$ , entonces  $D \ll 1$  y se puede considerar como una perturbación.

$$D \ll \delta_D, \quad (4.7)$$

reescribiendo 4.3

$$\dot{v}_1 = \frac{1}{m_1} \left( -2m_3v_3\dot{\theta} - m_0g \sin \theta + \delta_D - u_1 \right). \quad (4.8)$$

#### 4.1.2. Para $\dot{v}_3$

Para la ecuación 3.63 con base a la ecuación 3.59  $\Omega_2 = \dot{\theta}$  y diciendo que de la ecuación 4.1 del momento lineal, decimos que  $P_{p1} = m_1v_1$  entonces:

$$\dot{v}_3 = \frac{1}{m_3} (m_1v_1\dot{\theta} + m_1v_1\dot{\theta} - m_0g \cos \theta + L \cos \alpha - D \sin \alpha - u_3), \quad (4.9)$$

reescribiendo

$$\dot{v}_1 = \frac{1}{m_3} (2m_1v_1\dot{\theta} + m_0g \cos \theta + L \cos \alpha - D \sin \alpha - u_3), \quad (4.10)$$

se dice que el ángulo  $\alpha \ll 1$  es decir el vehículo se mueve a baja velocidad y se puede considerar pequeño, por lo tanto  $\sin \alpha \approx 0$  y  $\cos \alpha \approx 1$ , así obtenemos que

$$L \cos \alpha = L, \quad (4.11)$$

y

$$-D \cos \alpha = 0, \quad (4.12)$$

pero  $L$  esta definida como en la ecuación 3.54 se puede expresar como

$$L \approx \bar{K}_L(v_1^2 + v_3^2), \quad (4.13)$$

Asumiendo que  $L$  depende del área frontal, velocidad y forma. Retomando las consideraciones del capítulo anterior es decir que el área frontal es elíptica, es de baja velocidades y su forma es de tipo torpedo, nos quedan una

$$L \ll 1, \quad (4.14)$$

y se puede considerar como una perturbación.

$$L \ll \delta_L, \quad (4.15)$$

reescribiendo 4.10

$$\dot{v}_3 = \frac{1}{m_3} \left( 2m_1v_1\dot{\theta} - m_0g \cos \theta + \delta_L - u_3 \right). \quad (4.16)$$

### 4.1.3. Para $\ddot{\theta}$

Para la ecuación 3.60 proponiendo en base a las características físicas, que es un vehículo tiene una mayor influencia de  $u_3$ , es decir que  $u_1$  es pequeña en comparación a la otra. por lo tanto proponemos

$$u_1 \longrightarrow 0 \Rightarrow v_1 \longrightarrow 0, \quad (4.17)$$

$$P_{p1} = m_1 v_1, \quad (4.18)$$

$$-r_{p3} u_1 \longrightarrow 0, \quad (4.19)$$

$$(m_3 - m_1) v_1 v_3 \longrightarrow 0, \quad (4.20)$$

$$r_{p1} P_{p1} = r_{p1} m_1 v_1 \longrightarrow 0, \quad (4.21)$$

obtenemos

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_2} (-r_{P3} P_{P3} \dot{\theta} - \bar{m} g (r_{P1} \cos \theta + r_{P3} \sin \theta) + M_{DL} + r_{P1} u_3), \quad (4.22)$$

como  $M_{DL}$  no se conoce se puede considerar como una perturbación  $\delta M_{DL}$ , y para poder sacarla de la ecuación decimos que es

$$\delta M_{DL} = \frac{M_{DL}}{J_2} \quad (4.23)$$

se puede expresar

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_2} (-r_{P3} m_3 v_3 \dot{\theta} - \bar{m} g (r_{P1} \cos \theta + r_{P3} \sin \theta) + r_{P1} u_3) + \delta M_{DL}, \quad (4.24)$$

bajo estas consideraciones también afectamos a

$$\dot{v}_3 = \frac{1}{m_3} (m_0 g \cos \theta - \bar{K}_L (v_1^2 - v_3^2) - u_3). \quad (4.25)$$

## 4.2. Control PD

El control Proporcional-Derivativo PD es una extensión inmediata del control proporcional con retroalimentación de velocidad. Como su nombre indica, la Ley de control esta formada no solo por un término proporcional al error de posición  $\tilde{q}$  como el controlador proporcional con retroalimentación de velocidad, sino también por otro término proporcional a su derivada, al error de velocidad  $\dot{\tilde{q}}$ , la Ley de control PD se define como

$$\tau = K_p \tilde{q} + K_v \dot{\tilde{q}} \quad (4.26)$$

donde  $K_P$  y  $K_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son matrices simétricas definidas positivas constantes, note que no requiere conocimiento alguno sobre la estructura del modelo matemático, pero no garantiza el cumplimiento del objetivo de control [31].

### 4.3. Controlador PID

El controlador PID es una estructura de control en la que la señal de control del proceso se expresa en función del error,  $e(t) = x_{ref}(t) - x_{medida}(t)$ , según la expresión estándar:

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \int_0^t K_i e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (4.27)$$

donde  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  corresponden respectivamente a las constantes Proporcional, Integral y Derivativa del controlador.

La expresión anterior puede igualmente expresarse como la siguiente función de transferencia del controlador PID

$$K(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) \quad (4.28)$$

Esta función de transferencia puede implementarse en SIMULINK <sup>1</sup>.

#### 4.3.1. Ajuste del PID, regla de Ziegler-Nichols

El segundo método de Ziegler-Nichols, o método de respuesta en frecuencia es un método alternativo de sintonización de PIDs que puede describirse como sigue:

En primer lugar es necesario ajustar las ganancias integral y derivativa a cero, esto es  $K_i = 0$  y  $K_d = 0$ , después partiendo de un valor bajo de la ganancia proporcional  $K_p$ , vamos aumentando ésta gradualmente hasta conseguir un comportamiento oscilatorio manteniendo en la respuesta del sistema tal como muestras la siguiente Figura 4.1, a esta ganancia la llamaremos  $K_u$ .

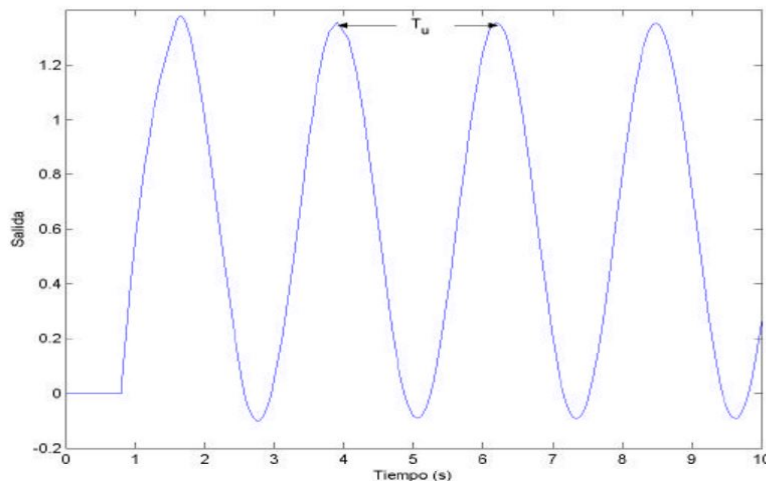


Figura 4.1: Ganancia  $K_u$  de Ziegler-Nichols

Otro de los parámetros necesarios es el periodo de oscilación del sistema para esta ganancia, llamada  $T_u$  y se obtiene como se ve en la Figura 4.1. Con estos valores observamos en la Tabla 4.1 y calculamos los parámetros correspondientes [29].

<sup>1</sup>Es un entorno de programación visual de alto nivel, que funciona sobre el entorno de programación Matlab.

Tabla 4.1: Parametros PID método de Ziegler-Nichols

Controlador	$K_p$	$K_i$	$K_d$
$P$	$0.5k_u$	0	0
$PI$	$0.45K_u$	$\frac{1.2}{T_u}$	0
$PID$	$0.6K_u$	$\frac{2}{T_u}$	$0.125T_u$

#### 4.4. Control PID para $\theta$

Se implementa un algoritmo de control del tipo PID para el ángulo de cabeceo  $\theta$ , al cual se le da como referencia una función sin ya que esta es considerada una función suave para que el vehículo pueda seguirla como se ilustra en la Figura 4.2.

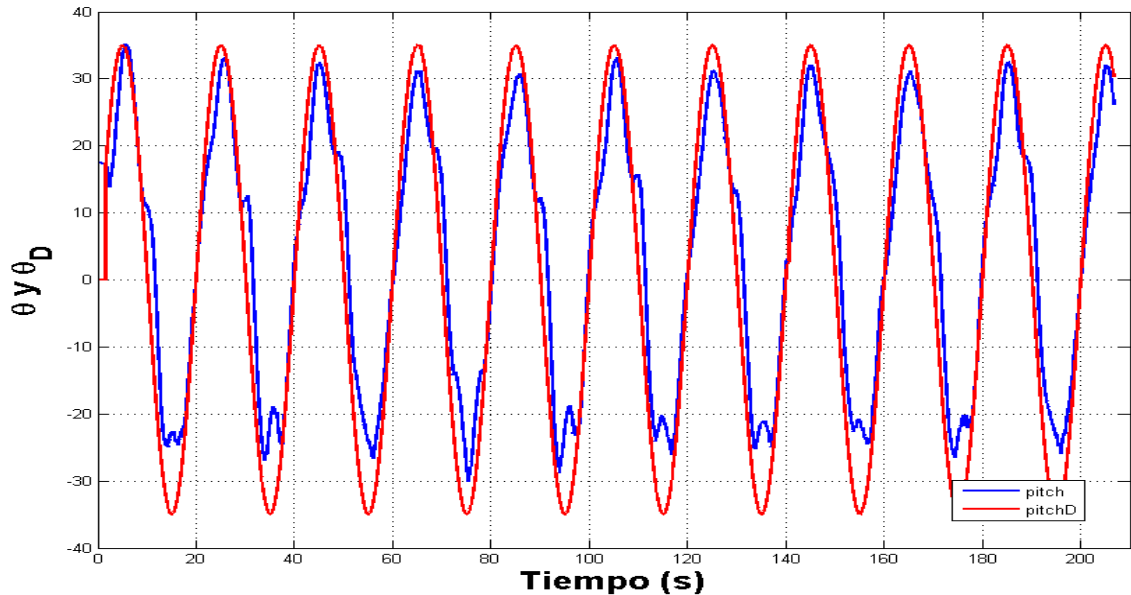


Figura 4.2: implementación de un algoritmo de control PID para  $\theta$  función sin

En la imagen 4.2 se puede ver el comportamiento es aceptable, la línea roja es una función sin y va de los  $35^\circ$  a los  $-35^\circ$  durante  $210\text{seg}$  la línea azul es la lectura del  $pitch \theta$  la cual sigue la función pero en la parte donde la nariz esta apuntando hacia el fondo, no llega a la referencia ya que es el lugar donde los parámetros hidrodinamicos afectan mas a este vehículo.

De esta prueba realizada su obtuvo la gráfica del desplazamiento de la masa móvil  $\bar{m}$  expresado en centímetros a lo largo del tiempo que de la prueba, como se puede observar en la Figura 4.3, en esta gráfica podemos visualizar el comportamiento de la masa cuando esta es negativa se genera que la referencia no la alcance en ese tiempo ya que esto es debido a que una pequeña parte del submarino toca con la superficie y genera cambios en la flotabilidad del vehículo.

La gráfica del error en  $\theta$  es la que se muestra en la Figura 4.4, cuando el error es grande se hace una saturación en la masa móvil.

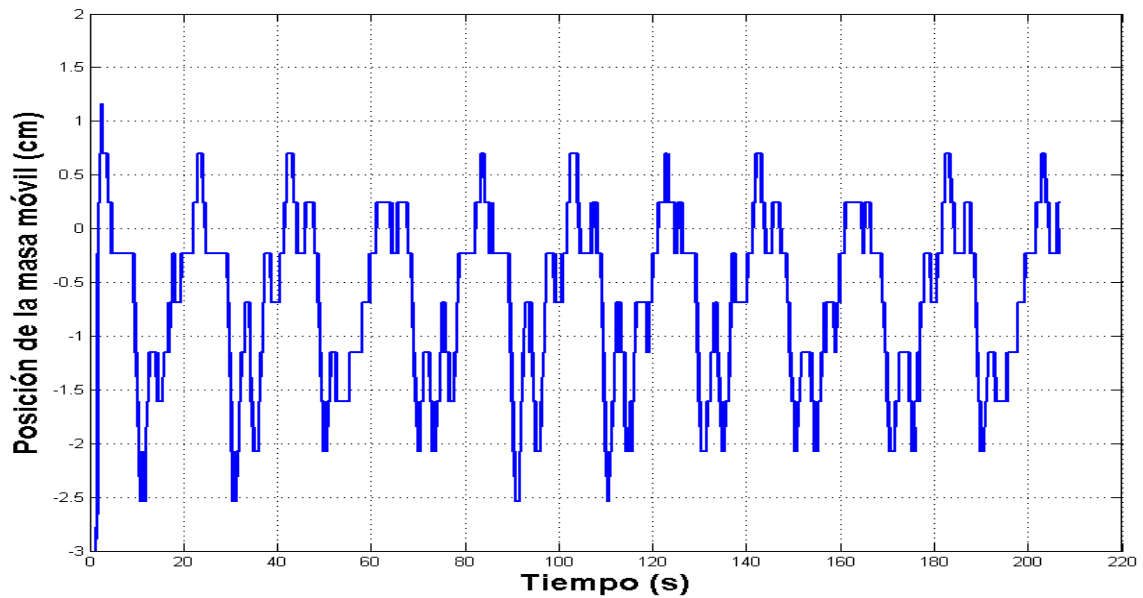


Figura 4.3: Posición de la masa móvil función control PID.

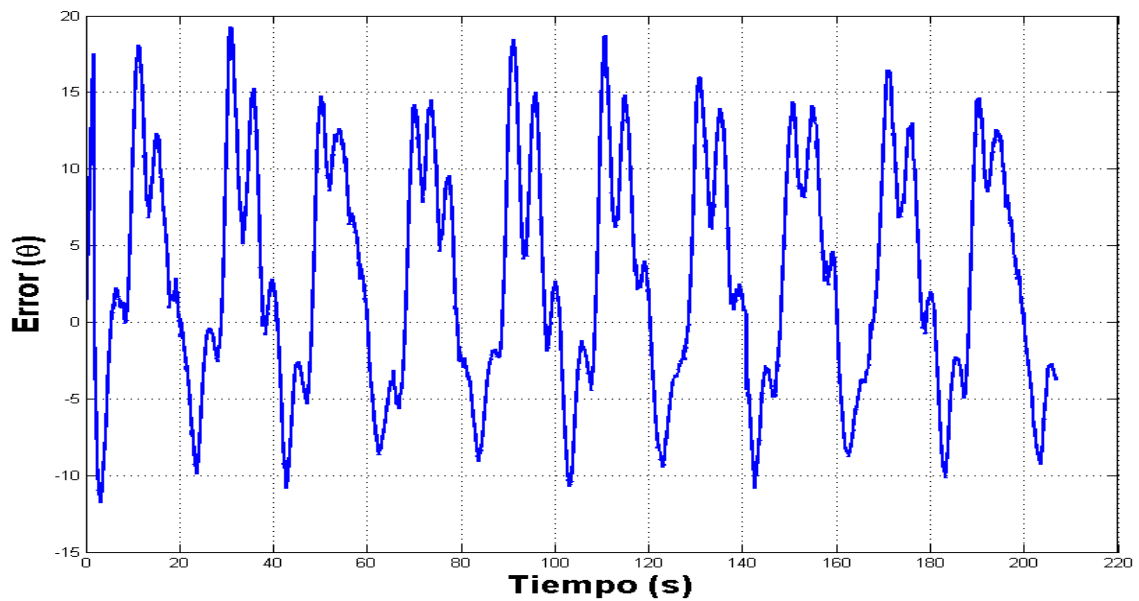


Figura 4.4: Control PID error de  $\theta$

Se realiza otra prueba con un mayor tiempo en la cual podemos observar que el comportamiento similar cuando el vehículo tiene la nariz apuntando al fondo, parte de este comportamiento se debe a que cuando el vehículo se encuentra en esta posición sale del agua la cola lo que genera un cambio en la flotabilidad lo que produce un amortiguamiento y se ve reflejado en la gráfica ver Figura 4.5.

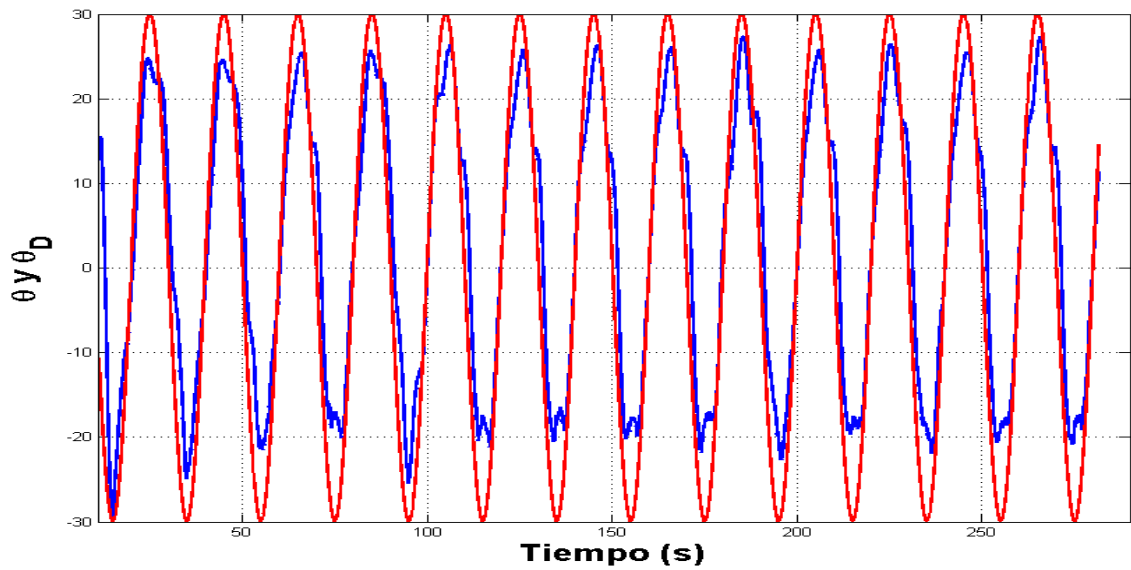


Figura 4.5: Control PID para  $\theta$  función sin a  $30^\circ$

En la gráfica 4.5 se puede observar como se desenvuelve el vehículo en el tiempo, al analizar se ve que no llega a seguir completamente la señal, pero en las partes centrales de la función se pega a la referencia la cual es una función sin y va de los  $30^\circ$  a  $-30^\circ$  por aproximadamente  $280\text{seg}$ , donde la línea azul es la lectura del *pitch*  $\theta$  y la línea roja la referencia. De esta gráfica obtenemos los valores del error que se muestra en la Figura 4.6.

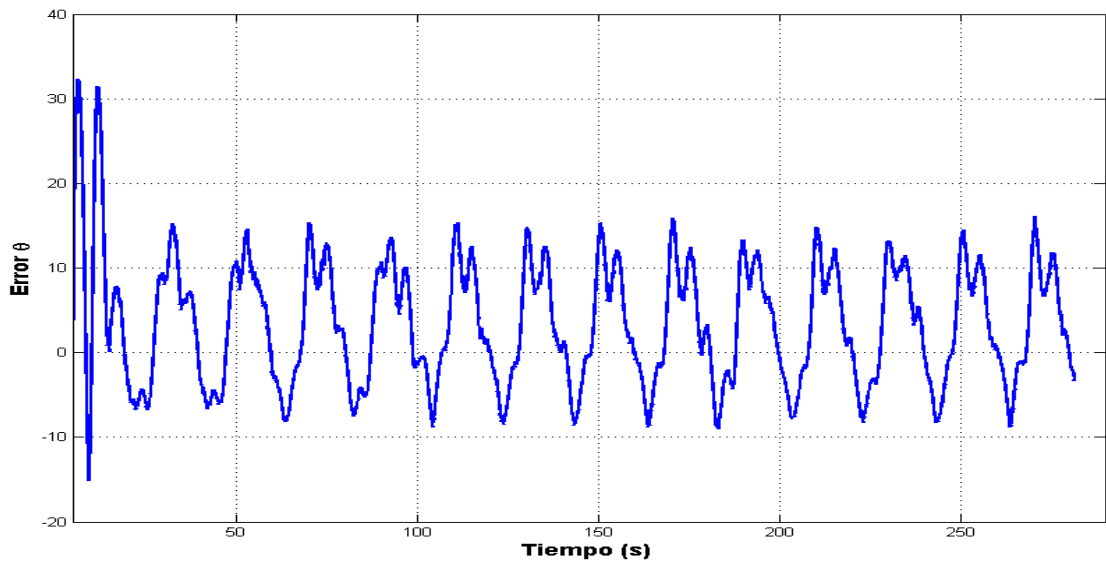


Figura 4.6: Error de *pitch*  $\theta$  seguimiento de una función sin.

Como se puede observar en la Gráfica de la Figura 4.6, el error es muy grande al principio esto se debe a que el vehículo inicia con la nariz apuntando a la superficie. El valor correspon-

diente a la posición de masa móvil es el que se muestra en la Figura 4.7, el cual también tiene un valor de desplazamiento grande al inicio, así mismo podemos observa la algunos picos mas grandes debidos a que parte del vehículo sale a la superficie.

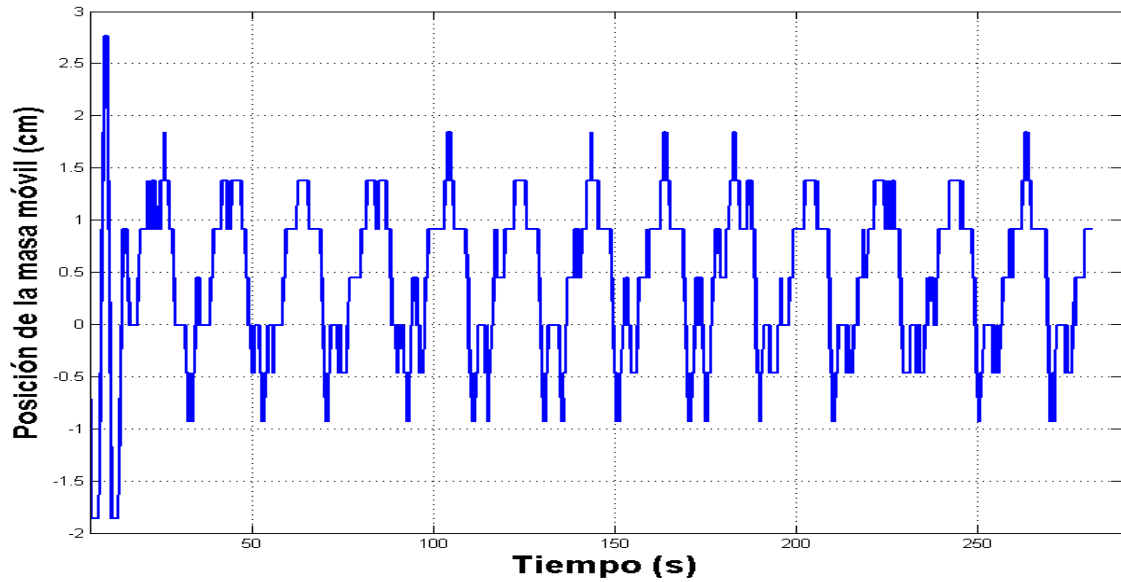


Figura 4.7: Posición de la masa móvil con control PID para la función sin 30°

Para saber cuanta es la variación entre cada paso que tiene el actuador lineal con respecto al angulo de cabeceo  $\theta$  se realiza varias pruebas en las que se hace que la masa se desplace como se muestra en la Figura 4.8.

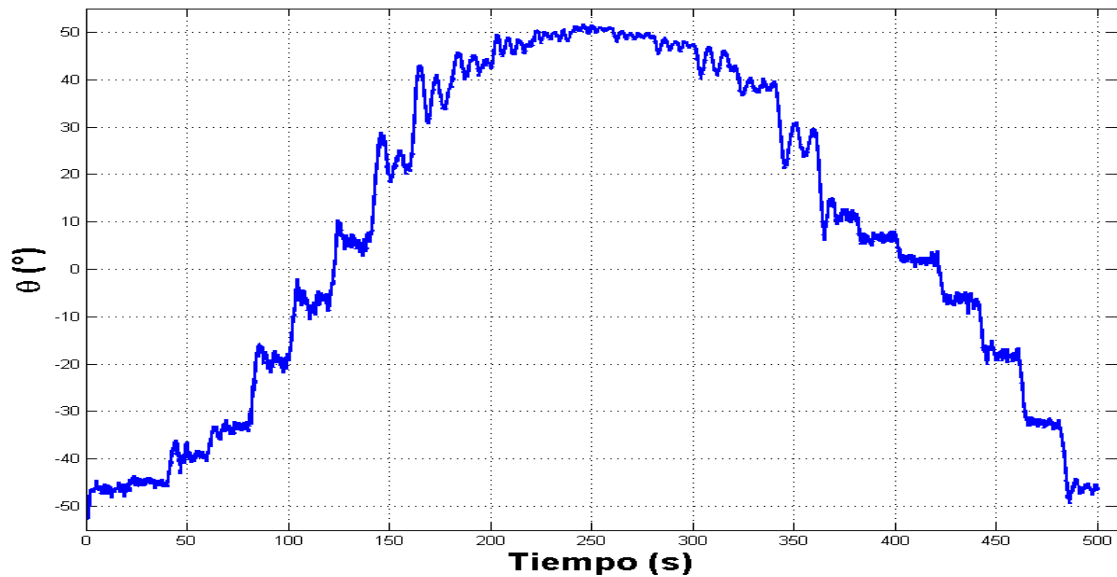


Figura 4.8: posición de  $\theta$  paso a paso por 500seg



El desplazamiento que se realizó fue modificando un PWM de 4 a 16, cada valor se mantuvo por 40 segundos como se ilustra en la Figura 4.9, podemos observar que cada valor está de 20 segundos en incremento y 20 en decremento.

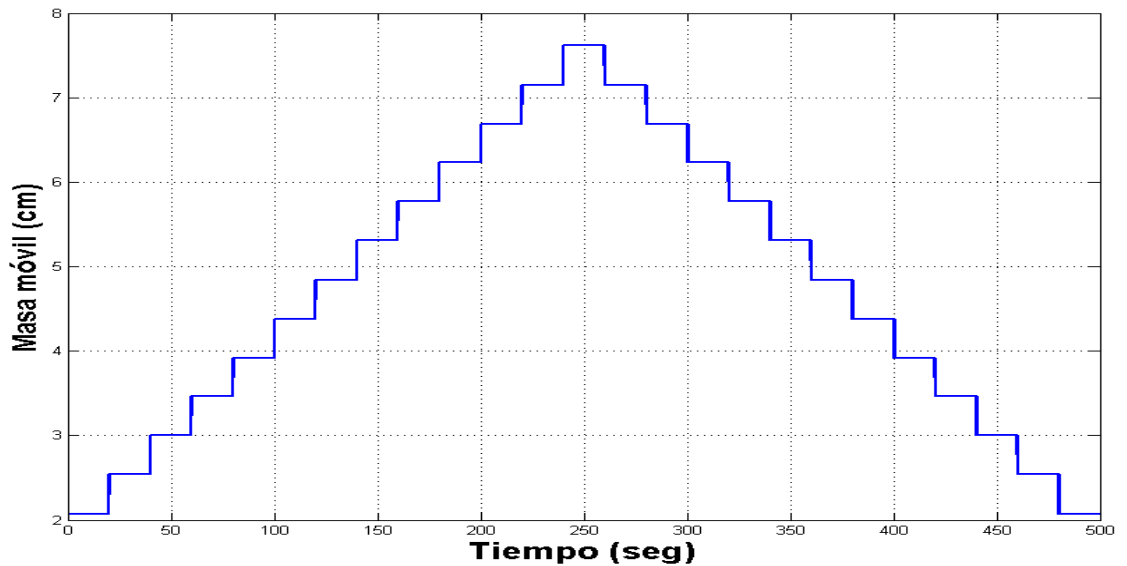


Figura 4.9: posición de la masa móvil rutina 500seg

Con estos valores se puede ver que la parte con mayor cambio es de  $35^\circ$  a  $-35^\circ$  y esto concuerda con lo propuesto en esta tesis es decir que el vehículo se moverá solo de  $45^\circ$  a  $-45^\circ$  esto es para tener un mejor aprovechamiento en el planeo del Glider y evitar las singularidades en los ángulos de *Euler*.



---

## Resultados experimentales

---

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos del comportamiento del sistema en lazo cerrado sobre el modelo matemático obtenido, considerando los resultados teóricos con los experimentales. Además de las pruebas realizadas al casco y a los actuadores para validar su funcionamiento y mostrando las gráficas del comportamiento del vehículo *Sepiida*.

### 5.1. Pruebas de hermeticidad

Con la modificación de la tapa y los conectores SEACON, se realizaron pruebas de hermeticidad a baja profundidad las cuales se desarrollaron en una pecera y así poder detectar alguna posible filtración, se puede observar en la Figura 5.1.



Figura 5.1: Prueba de hermeticidad del vehículo en una pecera.

Posteriormente se realizaron pruebas a mayor profundidad esto se hizo metiendo el casco del Glider a la alberca durante 1 hora a una profundidad de 3 metros con ayuda 18 libras de plomo, para detectar las posibles filtraciones como se muestra en la Figura 5.2.

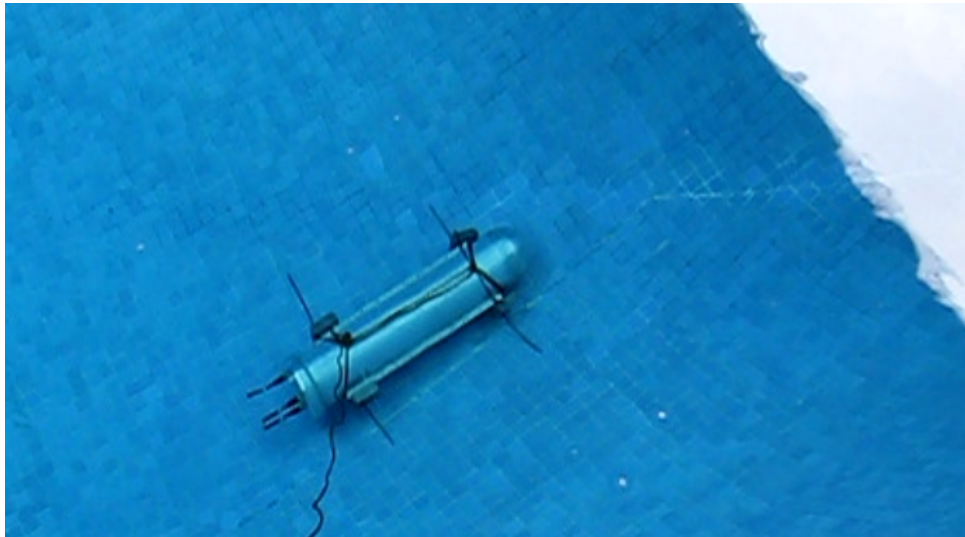


Figura 5.2: Prueba de hermeticidad a  $3mts$  en la alberca y pesos

Después de la prueba antes mostrada se incrementa la profundidad de 3 a 6 metros, además de incluir las alas, con la finalidad de soltarlo en la superficie del agua y observar el desplazamiento generado por las alas, es decir primero se sumerge de una forma “recta” y al ponerle las alas al casco notamos un ligero desplazamiento en el sentido del eje  $x$ , con esto podemos decir que las alas nos ayudan a el desplazamiento lateral.

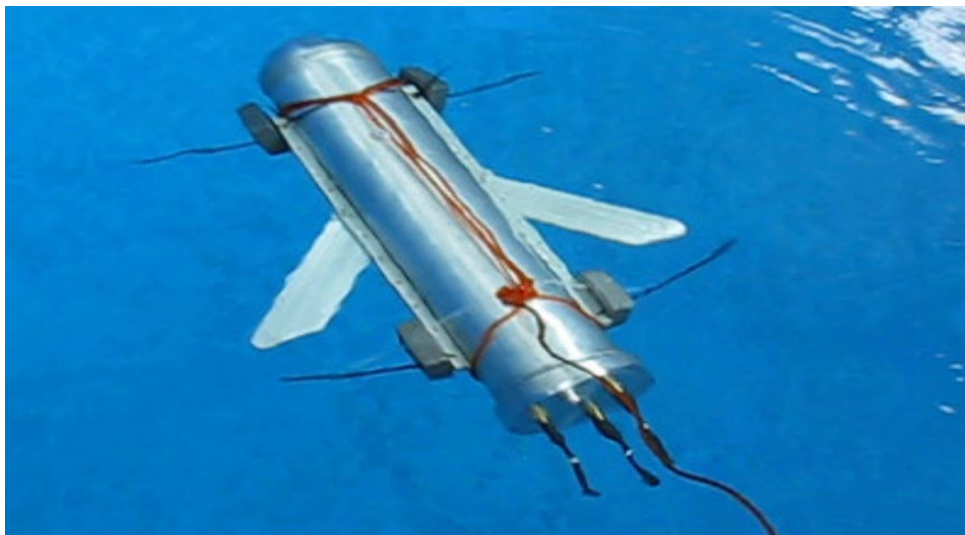


Figura 5.3: Pruebas de hermeticidad en la Alberca a  $6mts$  con Alas y pesos

## 5.2. Software masa móvil

El controlador JRK de Pololu, es usado para el manipular la masa móvil del Glider es un sistema con re-alimentación se controla y supervisa externamente, cuenta con una interfaz como

la que se muestra en la Figura 5.4, con la cual se puede visualizar los datos del control PID<sup>1</sup> incorporado. .

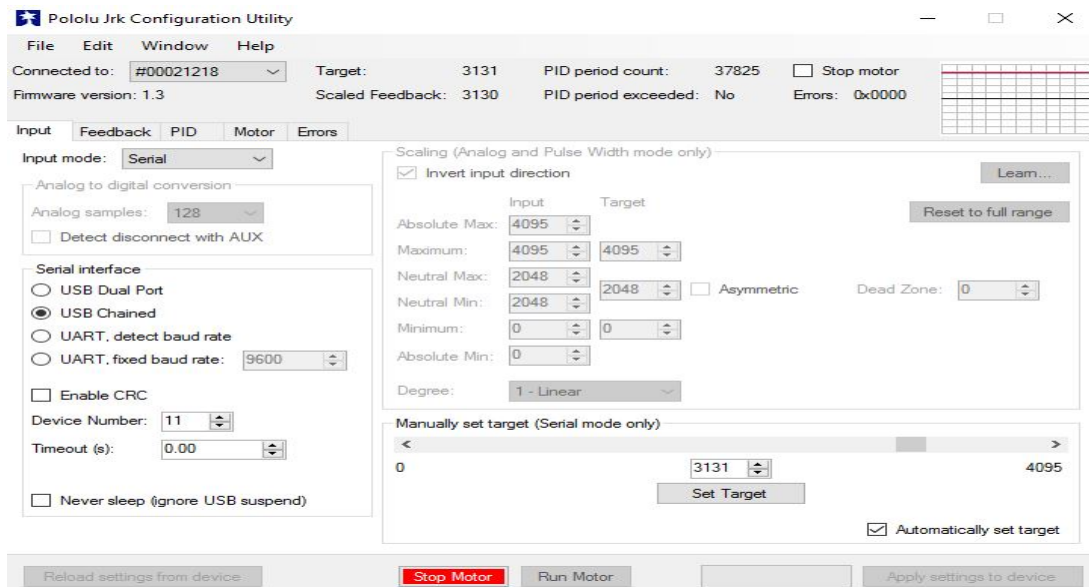


Figura 5.4: Interfaz JRK para la masa móvil

Algunas de sus características más importante, son que tiene tres modos de introducción: serie, analógica y ancho de pulso, además de contener un control PID consiste de tres parámetros distintos: el proporcional, el integral, y el derivativo. El valor Proporcional depende del error actual. El Integral depende de los errores pasados y el Derivativo es una predicción de los errores futuros. Los cuales podemos modificar y graficar como se observa en la Figura 5.5.

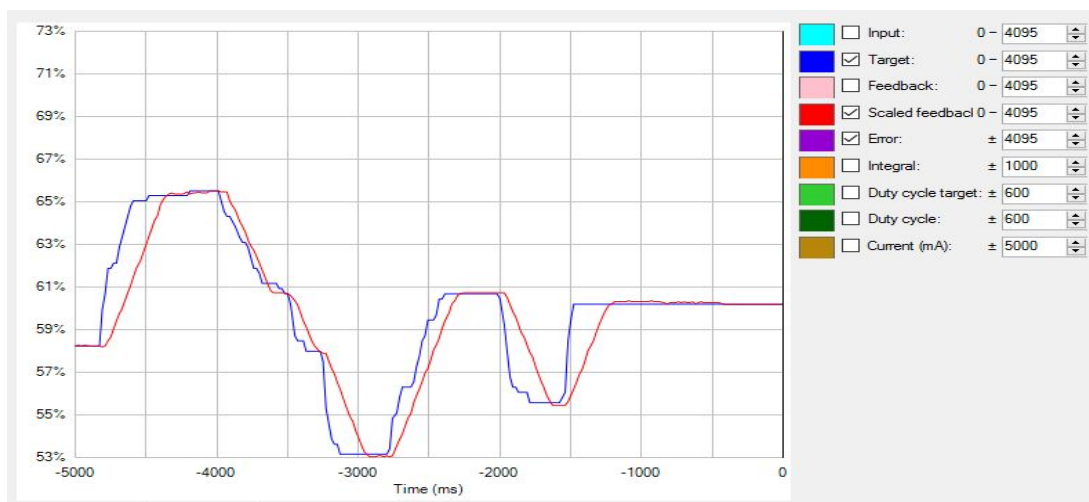


Figura 5.5: Valor real del actuador (roja) vs señal referencia(azul)

Así mismo se pueden graficar los valores del error, corriente, re-alimentación, entrada, referencia, entre otras, como se ve en la Figura 5.6

<sup>1</sup>proporcional, integral, y derivativo

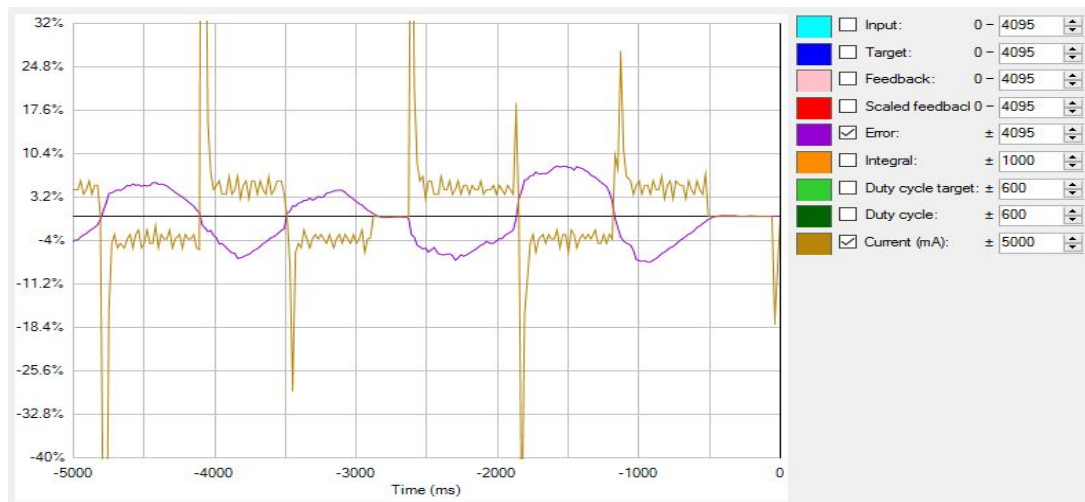


Figura 5.6: Error vs corriente masa móvil

### 5.3. Funcionamiento de la masa móvil

Se realizan pruebas en la alberca para observar el comportamiento que genera el vehículo al ponerle una señal *pwm* dentro de un ciclo constante, para obtener la relación de desplazamiento aplicamos la siguiente ecuación

$$discm = (pwm * 10.16/22) \quad (5.1)$$

donde *discm* es la distancia en centímetros, *pwm* es la señal de referencia enviada al actuador lineal, el valor 10.16 es la distancia máxima del actuador y 22 es el valor máximo de *pwm* que puede recibir el actuador lineal. Con la ecuación 5.1 hacemos un ajuste de curva y obtenemos el valor del desplazamiento de la masa móvil, en este caso hacemos un desplazamiento sobre toda la carrera del actuador lineal de 0 a 10.16. como se muestra en la Figura 5.7.

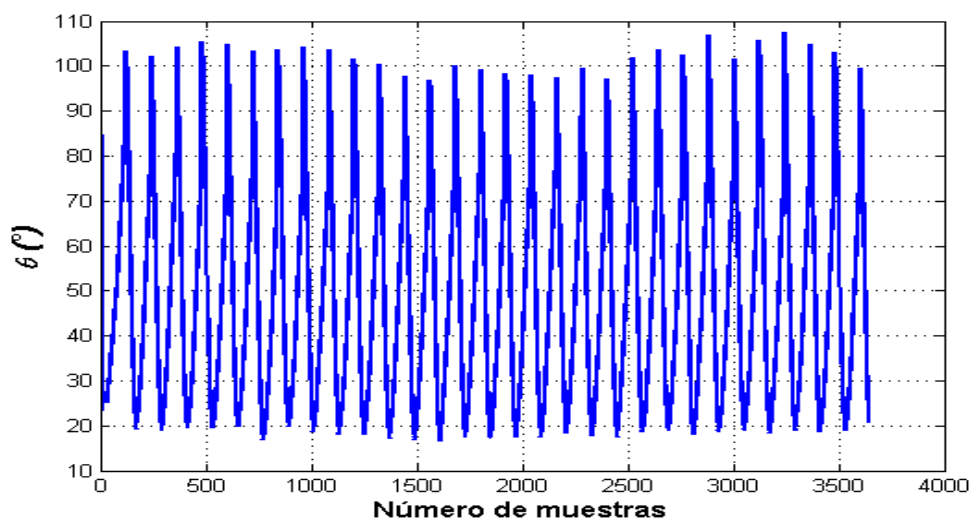


Figura 5.7: movimiento generado por el incremento y decremento del *pwm* para la masa móvil.

Para observar que tanta oscilación genera el movimiento de la masa móvil hacemos una rutina donde le ponemos tres posiciones y visualizamos el comportamiento, como el mostrado en la Figura 5.8, en la cual podemos observar que al no tener control los movimiento son rápidos pero generan mucha oscilación, esto también es debido a los coeficientes hidrodinámicos, además de mostrar un comportamiento no lineal.

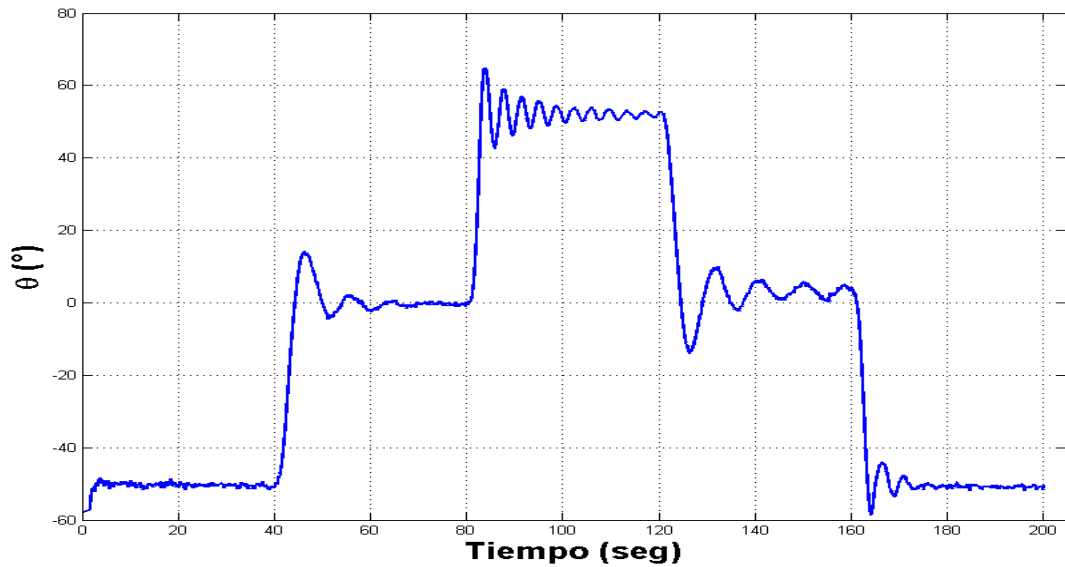


Figura 5.8: Posición de  $\theta$  tres valores

Esta Gráfica se obtuvo haciendo que la masa móvil se desplazara cada 40 seg iniciando el experimento con la nariz del vehículo hacia arriba como si fuera a emerger, para después llevarlo a la posición de equilibrio, es decir de forma horizontal, para después ponerlo con la nariz hacia abajo en la forma como se sumerge, ya que se define  $\theta$  positivo cuando la nariz apunta hacia el fondo se ve reflejado en esta gráfica.





---

## Conclusiones

---

Durante el desarrollo de este trabajo de tesis me permitió obtener los conocimientos necesarios para el diseño, modelado y control de un vehículo submarino. Con la innovación en el uso de la vejiga para el mecanismo de lastre, lo cual no se ha desarrollado antes en este laboratorio. Además de realizar un análisis de los diferentes tipos de vehículos submarinos, se opta por una forma tipo torpedo siendo este uno de los más usados en la robótica submarina por sus propiedades hidrodinámicas, algunos de los coeficientes que se consideraron más importantes para este vehículo fueron obtenidos de forma analítica y por medio de un software de CFD, para realizar una comparación de los valores obtenidos.

Considerando que las diferentes geometrías modifican el comportamiento del vehículo ya que los parámetros de masa agregada y los coeficientes de las fuerzas y momentos hidrodinámicos dependen directamente de la geometría del vehículo, se decidió construir un vehículo con una geometría relativamente simple con la finalidad de reducir, en la medida de lo posible, los efectos de amortiguamiento hidrodinámico.

El problema del ahorro de energía se abordan cada vez más en la elaboración de un nuevo prototipo submarino tipo Glider, además de desarrollar técnicas de control que permitan la optimización de energía para realizar misiones de larga duración. En el *Sepiida* se hace uso de un actuador tipo lastre que se desarrolló para la inmersión y sumersión, a diferencia de los propulsores convencionales con los que cuenta los vehículos submarinos los cuales demandan corriente durante todo el tiempo de la misión, el ahorro de energía es considerable en tareas largas, donde el submarino debe estar por mucho tiempo sumergido, ya que el lastre puede dejar de demandar energía cuando alcanza la profundidad deseada.

Para lograr desarrollar un algoritmo de control se establece un modelado matemático longitudinal, contemplando la estimación de los principales efectos hidrodinámicos, durante este trabajo se observó que esto no resulta completamente real ya que se tiene incertidumbres puesto que es una estimación, pero permite una mejor aproximación del modelo y al realizar las simulaciones e incluir los efectos hidrodinámicos se obtienen resultados más aproximados al comportamiento real. El medio en el que se encuentra inmerso el vehículo se puede considerar como una ayuda para el control, ya que por su densidad de casi 1000 veces mayor al aire disipa algunos de los movimientos.

Durante los dos años que duro la maestría se realizaron dos publicaciones una en Pachuca de Soto, Hidalgo, México en el Simposio *SIMCI'15* y otra en la ENSTA Bretagne, Brest, Francia el *MOQUESM'16*, además de participar en el *The Student AUV Challenge Europe, SAUC-e'16*. en la Spezia Italia, en el cual se obtuvo el primer lugar mas detalles en A.1

## 6.1. Trabajo Futuro

- Modelar y controlar el Glider en 3 dimensiones, con la estimación de los parámetros hidrodinámicos.
- Obtener el porcentaje de ahorro de energía, con respecto a los trabajos anteriores realizados en el laboratorio.
- Dotar de sensores con una mayor resolución que los usados actualmente.
- Realizar pruebas y tareas a mayor profundidad y en lugares no controlados como ríos o lagunas.
- Dotar de comunicación inalámbrica al momento de salir a la superficie, para la comunicación con un puesto en tierra.
- Desarrollar actuadores para tener control en *roll* y un *Rudder* para tener un desplazamiento en *Y*.
- Implementar alguna técnica o dispositivo para obtener la posición del vehículo.

## A.1. Artículos publicados

Durante la estancia que se realizo en *Brest, Francia* se desarrollo un vehículo de superficie llamado *Cartama* para la implementación de una tarea cooperativa, la cual se realiza cuando el vehículo de submarino *SARDINE* detecta una anomalía durante una misión de inspección y se desarrollaron algoritmos para la localización de un *pinger*. Estas son algunas de las tareas que se desarrollaron durante la competencia [SAUC-e16](#) la cual se realizo en *La spezia, Italy* del 3 al 8 de julio. En dicho evento se obtuvo el primer lugar representando a la escuela *ENSTA BRETAGNE* con el equipo *Team 1*, conformado por el DR. *Fabrice LE BARS*, *Adrián Manzanilla* y *Miguel Ángel García*, ver Figura A.1



Figura A.1: ENSTA Bretagne Team 1 - primer lugar SAUC-E 2016

Con los resultados obtenidos durante esta competencia se realizo una publicación con nombre *SARDINE : a low-cost AUV for detection, localization, tracking and mapping of underwater*

targets el cual se presento en el *Monitoring Quantitatif de l'Environnement Sous-Marin, MOQUESM'16* el cual se realiza del 11-12 Octubre del 2016 en Le Quartz Center, Brest, France.



Figura A.2: congreso Monitoring Quantitatif de l'Environnement Sous-Marin Quantitative Monitoring of Underwater Environment

Durante el primer año de maestrías se realizó una publicación titulada *Control de orientación en un hidrodreslizador no lineal subactuado implementando un algoritmo de control con saturaciones anidadas*, los autores son *M. García-Rangel, A. Manzanilla-Magallanes, A. Zamora-Suarez, P. Castillo García* el cual fue presentado en *Simposio Iberoamericano Multidisciplinario de Ciencias e Ingenierías, SIMC'15I* las fechas en que se realizó son del 21 al 23 de septiembre de 2015 en Parque David Ben Gurión, Calle Parque David Ben Gurión S/N, Zona Plateada, Pachuca de Soto, Hgo.



Figura A.3: Simposio Iberoamericano Multidisciplinario de Ciencias e Ingenierías

## A.2. Planos del casco del Glider

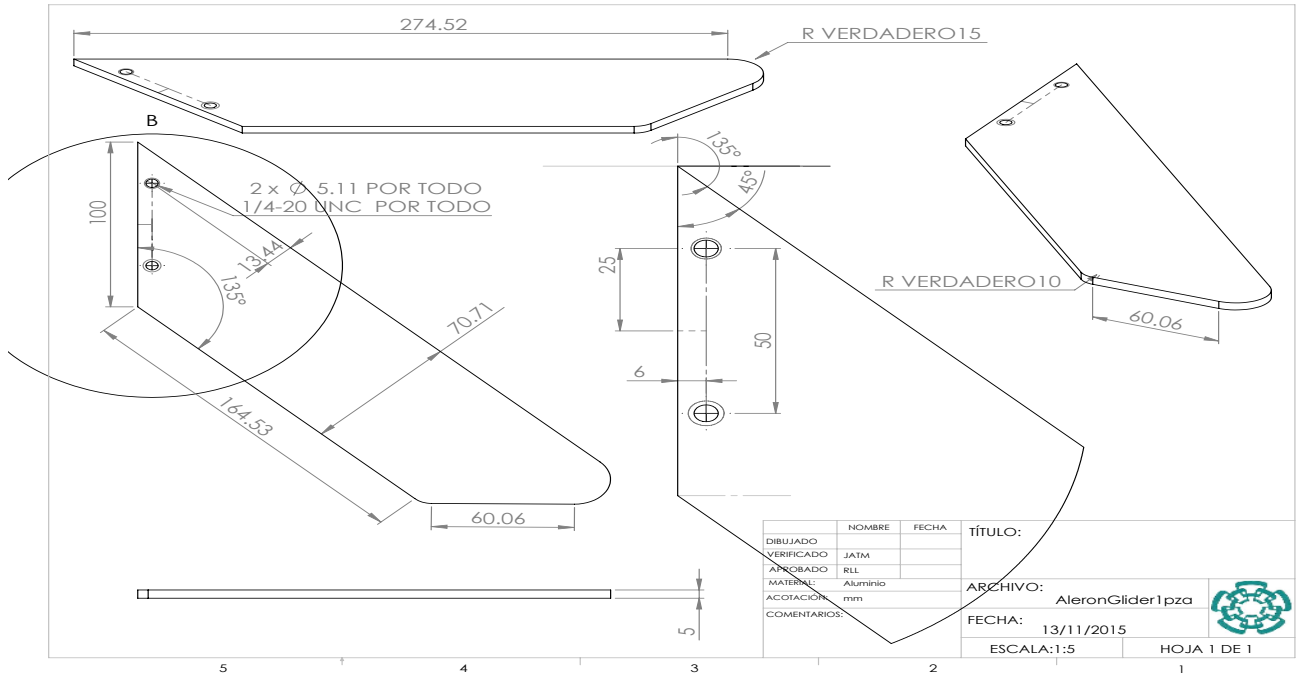


Figura A.4: Diagrama de Alerón del Glider

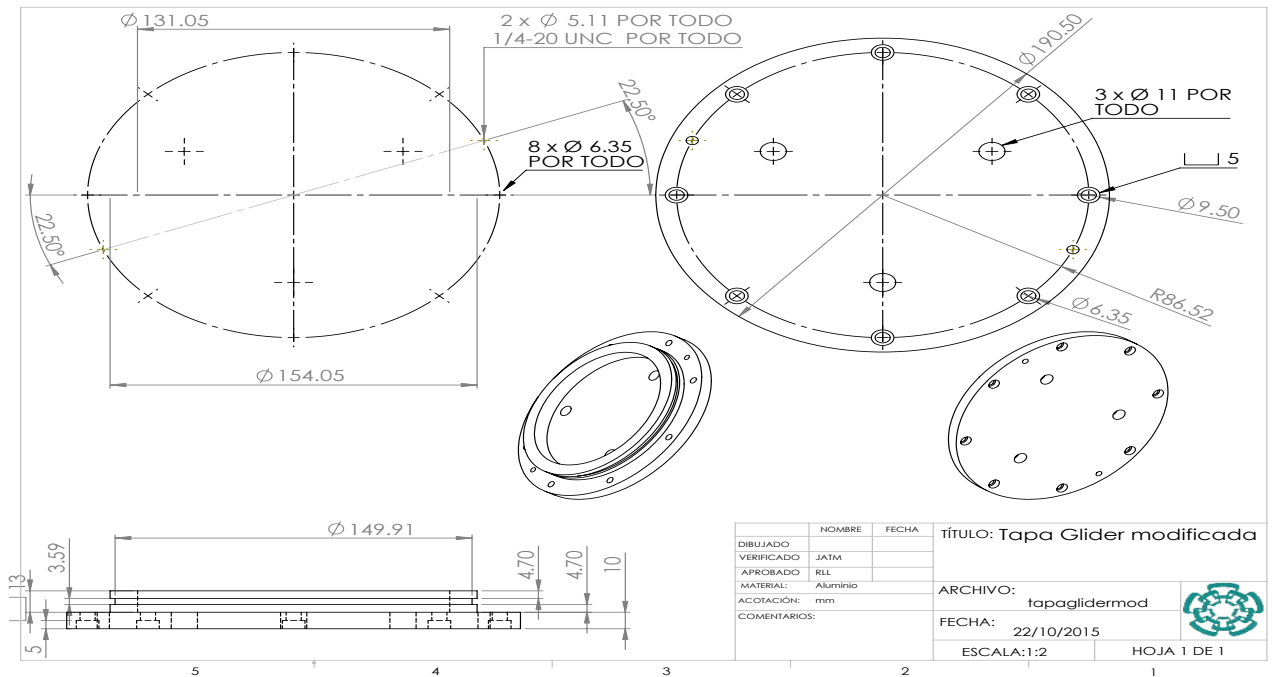


Figura A.5: Diagrama de Tapa del Glider

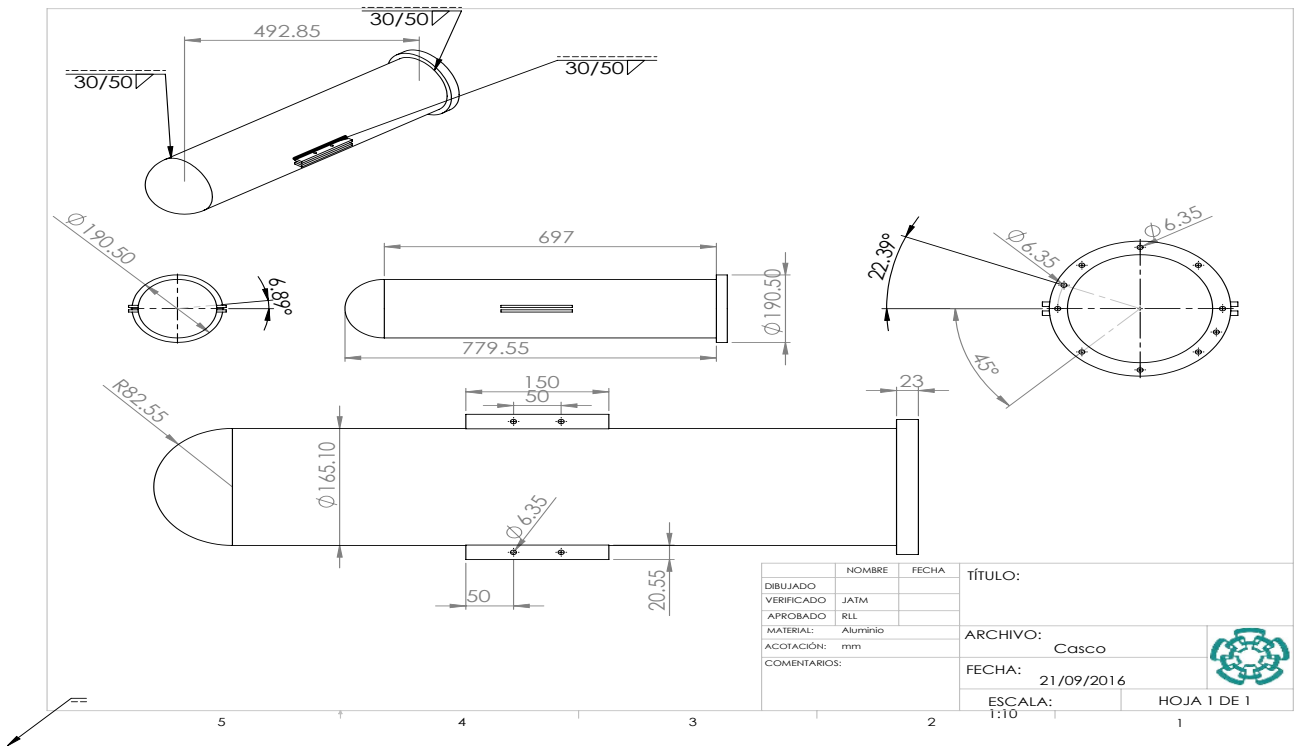


Figura A.6: Diagrama casco del Glider

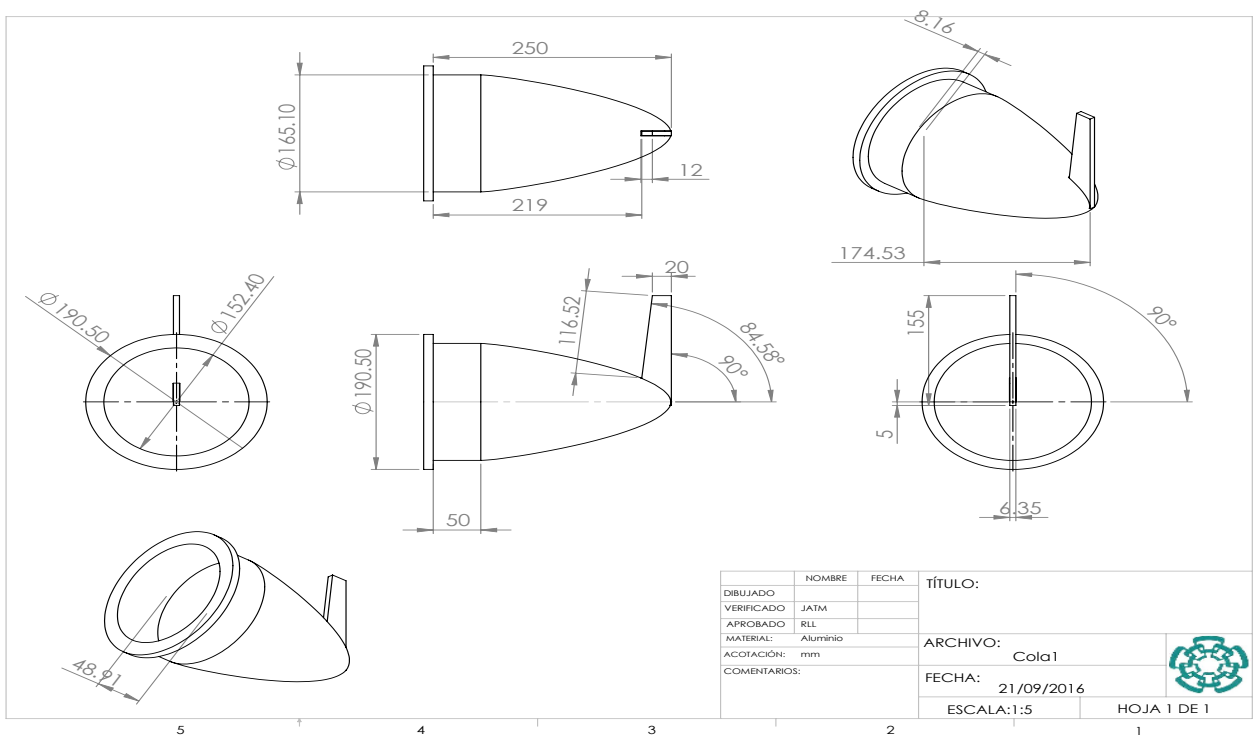


Figura A.7: Diagrama deposito de vejiga del Glider

# Bibliografía

---

- [1] The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Nomenclature for Treating the Motion of a Submerged Body Through a Fluid. IN: *Technical and Research Bulletin* No. 1-5.
- [2] Joshua Grady Graver. *Underwater Gliders: Dynamics, control and desing*. Mechanical and Aerospace Engineering, May 2005.
- [3] Thor I. Fossen. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. John Wiley and Sons, Norway, Second edition, 1999.
- [4] Thor I. Fossen. *Marine control systems guidance, navigation, and control of shipd, rigs and underwater vehicles*. Marine Cybernetics, 2002.
- [5] Thor I. Fossen. *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. John Wiley, 2011.
- [6] Curtin, t., Bellingham, j., Catipovic, j., and Webb, D. *Autonomous oceanographic sampling networks*. *Oceanography*,6 (3), 1993.
- [7] Joshua Slocum Society International Inc. (Webpage). *Captain Joshua Slocum, The First Man to Sail Around the World Alone*. Consultado: Agosto 2016.
- [8] *Researchers to test new ALTEX AUV in the Arctic Ocean*. [http://www3.mbari.org/news/news\\_releases/2001/oct1\\_altex.html](http://www3.mbari.org/news/news_releases/2001/oct1_altex.html) consultado: Agosto 2016.
- [9] E. Campos. *Diseño, Modelado y Control de un AUV utilizando Visión artificial*. CINVESTAV-DCA, 2014.

- [10] KHATIB, Oussama. *The New Robotics Age: Meeting the Physical Interactivity Challenge*. En ROMANSY 21-Robot Design, Dynamics and Control. Springer International Publishing, 2016. p. 17-18.
- [11] E. Dolores Antonio Y. *Pilotaje autónomo de un mini-submarino con visión artificial*. CINVESTAV-DCA, 2012.
- [12] Joshua Grady Graver. *Underwater Gliders: Dynamics, control and design*. Mechanical and Aerospace Engineering, May 2005.
- [13] Webb, D. C., Simonetti, P. J. and Jones, C. P., *SLOCUM: An Underwater Glider Propelled by Environmental Energy*. Journal of Oceanic Engineering, Vol. 26, No.4, 2001 pp. 447-452, Special Issue on Autonomous Ocean-Sampling Networks.
- [14] Eriksen, C. C., Osse, T. J., Light, R. D., Wen, T., Lehman, T.W., Sabin, P. L., Ballard, J. W. and Chiodi, A. M. *Seaglider; A Long-Range Autonomous Underwater Vehicle for Oceanographic Research*. Journal of Oceanic Engineering, Vol. 26, No.4, 2001 pp. 424-436, Special Issue on Autonomous Ocean-Sampling Networks.
- [15] Serman, J., Davis, R. w., Owens, W. B. and Valdes, J. *"The Autonomous Underwater Glider "Spray"*. Journal of Oceanic Engineering, Vol. 26, No.4, 2001 pp. 437-446, Special Issue on Autonomous Ocean-Sampling Networks.
- [16] Jones, C., Webb, D., Glenn, S., Schofield, O., Kerfoot, J., Kohut, J., Roarty, H., Aragon, D., Haldeman, C., Haskin, T. and Kahl, A. *"Slocum Glider Extending the Endurance"*. The 16th International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology (UUST09) Durham, NH, August 23-26 2009.
- [17] Nina Mahmoudian. *Efficient motion planning and control for underwater gliders* Virginia Polytechnic Institute Blacksburg, Virginia, September 2009.
- [18] O. Uriza G. *Regulación de diversos puntos de operación en profundidad y cabeceo por un mini submarino tipo Glider*. CINVESTAV-DCA, 2014.
- [19] E. Campos M. *Auto-localización de un mini-submarino utilizando la visión por computadora* CINVESTAV-DCA, 2010.
- [20] Informe técnico *Dispositivo dinámico autónomo submarino planeador para la observación marina* Enero 2010.



- [21] L. Jaulin *Nonlinear bounded-error state estimation of continuous-time systems*. Automatica, vol. 38, no 6, 2002.
- [22] García García, J. J. *Desarrollo de una herramienta informática para la simulación dinámica de vehículos submarinos no tripulados*. 2013.
- [23] J. V. N. de Sousa, A. R. L. de Macedo, W. F. de Amorim Junior, and A. G. B. de Lima. *Numerical analysis of turbulent fluid flow and drag coefficient for optimizing the auv hull design* Open Journal of Fluid Dynamics, 2014.
- [24] Presterio, T. *Verification of a six-degree of freedom simulation model for the REMUS autonomous underwater vehicle* Tesis Doctoral. Massachusetts Institute of Technology and Woods Hole Oceanographic Institution, 2001
- [25] N.E. Leonard y J.G. Graver. *Model-based feedback control of autonomous underwater gliders*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, Special Issue on Autonomous Ocean Sampling Networks, 26(4) : 633 645; Oct 2001
- [26] H. Lamb. *Hydrodynamics* Cambridge University Press. 1932.
- [27] B.Etkin *Dynamics of Flight* John Wiley and Sons. New York and London, 1959.
- [28] R. Ortiz P. *Identificación de parámetros hidrodinámicos de un vehículo submarino tipo Glider* Universidad Politécnica de Pachuca, Abril 2016.
- [29] Valério D., & Da Costa, J. S. *Tuning of fractional PID controllers with Ziegler-Nichols-type rules* Signal Processing 86.10 (2006).
- [30] Instituto Oceanográfico Woods Hole <https://www.whoi.edu/main/slocum-glider> septiembre de 2016.
- [31] R. Kelly, V. Santibáñez *Control de Movimiento de Robots Manipuladores* Prentice Hall, 2003.
- [32] Geo-matching <http://www.geo-matching.com/products/id1977-slocum-glider.html> septiembre de 2016
- [33] submarinos subnacho [http://subnacho.blogspot.mx/2011\\_08\\_01\\_archive.html](http://subnacho.blogspot.mx/2011_08_01_archive.html) Septiembre de 2016.
- [34] Follow the Glider <http://followtheglider.socib.es/estudiantes/comofunciona/> septiembre de 2016.
- [35] Los primeros buceadores de la historia <http://irreductible.naukas.com/2008/05/10/galeria-de-personajes-irreductibles-los-primeros-buceadores-de-la-historia/> septiembre de 2016.
- [36] J. N. Newman. *Marine Hydrodynamics*. MIT Press, Massachusetts, 1977.
- [37] Darley trusted worldwide since 1908 <http://www.darley.com/robotics-products/product/bluefin-spray-glider> septiembre de 2016.

- [38] AUV System Spec Sheet <http://auvac.org/platforms/view/160> septiembre de 2016.
- [39] Robert D. Blevins. *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*. Kreiger Publishing, Florida, 1979.
- [40] Evo Logics <https://www.evologics.de/en/products/glider/index.html> septiembre de 2016.
- [41] Mini-submarino Alvin <http://www.cienciahistorica.com/mini-submarino-alvin/> septiembre de 2016.
- [42] Implosión de robot submarino <http://www.actualidadgadget.com/implosion-de-robot-submarino/> septiembre de 2016.