

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## UNIDAD ZACATENCO Laboratorio UMI-LAFMIA 3175 CNRS

# Instrumentación, modelado y control de un mini-submarino tipo ROV/AUV

# TESIS

Que presenta

## Ing. Adrián Manzanilla Magallanes

Para obtener el grado de

## Maestro en Ciencias

en

## Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina

Director de Tesis:

Dr. Rogelio Lozano Leal

Ciudad de México

Diciembre, 2016.

# Dedicatoria

A mi esposa:

#### Jessica Jennifer Ayala Ojeda

El apoyo que me has brindado ha sido sumamente importante, has estado conmigo en situaciones difíciles. Has sido el pilar principal para la culminación de este proyecto, con tu amor incondicional y motivación. Gracias por comprenderme y ser paciente, hoy hemos alcanzado un logro más porque los dos somos uno y mis logros son tuyos.

A mi hija:

#### Camila Manzanilla Ayala

Se que tuviste que soportar largas horas sin compañía de tu papá, sin poder entender, a tu corta edad, el porque prefería estar frente a una notebook o en horas de clase y no acostado o pasando tiempo jugando contigo. Pero quiero que sepas que eres mí fuente de motivación e inspiración para poder superarme cada día más, eres un ángel que ha iluminado mi vida y que hace mi camino más claro.

A mi padre:

#### José Jesús Manzanilla Valencía

Me has apoyado para llegar a esta instancia de mis estudios, siempre con palabras de motivación y apoyándome incondicionalmente. Eres un hombre que simplemente me llena de orgullo, a través de ti he aprendido mucho acerca del mundo, por ello me siento preparado para enfrentar cualquier disyuntiva.

A mis hermanos:

#### Jesús y Evelía

Les agradezco por estar presentes en todo momento en mi vida y su apoyo que siempre me han brindado día a día.

# Agradecimientos

A **Dios**, por haberme dado la sabiduría y la fortaleza para que fuera posible alcanzar esta meta.

Al CONACYT, por otorgarme una beca para poder realizar mis estudios de maestría.

Al **Dr. Eduardo Campos Mercado**, por sus aportaciones e interés en el desarrollo y conclusión de este trabajo de tesis.

Al **Dr. Pedro Castillo García**, por su apoyo y capacidad de guiarme, no solamente en el desarrollo y conclusión de este proyecto, sino también en mí formación como persona.

Al **Dr. Rogelio Lozano Leal**, por sus consejos y ser el principal impulsor y guía para continuar mis estudios de doctorado.

Al **Dr. Sergio Salazar Cruz** por las aportaciones y tiempo empleado en la realización de este trabajo.

A **mis amigos** que me han mostrado mil veces en su propio ejemplo lo que significa ser una gran persona.

# Resumen

En esta tesis se presenta la instrumentación, modelado y control de un vehículo submarino considerando sus principales características de operación para manipular el vehículo de manera remota o autónoma durante tareas de exploración y monitoreo. Los mini vehículos submarinos se vuelven populares e interesantes para la comunidad de control, operarlos de forma autónoma es un desafío que requiere diferentes enfoques de control y enfrentar distintos retos, ejemplos de ello, es que poseen una dinámica no lineal y son sistemas difíciles de caracterizar que operan en un entorno con perturbaciones difíciles de medir o estimar.

Nuestro interés es proponer un controlador no lineal robusto a incertidumbres en el modelado y perturbaciones, con la finalidad de estabilizar un mini submarino. El robot submarino utilizado en este trabajo tiene algunas propiedades mecánicas que aumentan su potencial de empleo en varias aplicaciones. Resolver este problema requiere, el desarrollo y análisis de su modelo dinámico para diseñar una ley de control. El algoritmo de control se basa en la técnica backstepping con propiedades adaptativas e integrales y su análisis de estabilidad se demuestra mediante la teoría de Lyapunov.

La eficiencia del controlador propuesto se expone en la validación numérica, donde se demuestra el buen comportamiento del sistema a lazo cerrado incluso en presencia de perturbaciones desconocidas y externas. Además, los resultados experimentales confirman la capacidad de respuesta del algoritmo al estabilizar el vehículo en orientación y profundidad.

Posteriormente, la instrumentación se realizó considerando tres etapas durante su desarrollo. La etapa de adquisición de datos que se realiza mediante el uso de distintos sensores y dispositivos, la etapa de procesamiento donde a partir de la información adquirida se calcula la ley de control implementada para que el robot submarino se estabilice y finalmente la etapa de acoplamiento de las distintas señales de los dispositivos.

# Abstract

This thesis presents the instrumentation, modeling and control of an underwater vehicle considering its main characteristics of operation to manipulate the vehicle in a remote or autonomous way during exploration and monitoring tasks. Underwater mini vehicles become popular and interesting to the control community, operating them autonomously is a defiance that requires different approaches to control and confront different challenges, some examples are that they have a nonlinear dynamic and are difficult to characterize systems that operate in an environment with disturbances difficult to measure or estimate.

Our interest is to propose a robust non-linear controller to stabilize a mini submarine. The submarine robot used in this work has some mechanical properties that increase its potential of use in several applications. Solving this problem requires the development and analysis of its dynamic model to design a control law. The control algorithm is based on the backstepping technique with adaptive and integral properties and its stability analysis is demonstrated by the Lyapunov theory.

The efficiency of the proposed controller is exposed in numerical validation, where the good behavior of the closed loop system is demonstrated even in the presence of unknown and external perturbations. In addition, the experimental results confirm the responsiveness of the algorithm by stabilizing the vehicle in orientation and depth.

Subsequently, the instrumentation was performed considering three stages during its development. The data acquisition step is performed by the use of different sensors and devices, the processing step where from the acquired information the control law implemented is calculated for the submarine robot to stabilize, and finally the step Of coupling the different signals of the devices.

# Objetivos

# **Objetivo general**

Instrumentar, modelar y controlar un mini-submarino considerando sus principales características de operación para manipular el vehículo de manera remota o autónoma durante tareas de exploración y monitoreo.

# **Objetivos específicos**

- Analizar la dinámica del vehículo submarino.
- Estudiar y examinar el prototipo.
- Instrumentar y mejorar sistema embebido del vehículo.
- Desarrollar una interfaz para operar el prototipo de manera remota.
- Diseñar una estrategia de control para estabilizar el vehículo.

# Índice general

De	edicat	oria						III
Ag	grade	eimientos						V
Re	esume	n						VII
Ał	ostrac	t						IX
OI	bjetiv	DS						XI
Ín	dice d	e tablas						XV
Ín	dice d	e figuras						XVI
1.	Intro	oducción						1
	1.1.	Estado del arte						1
	1.2.	Vehículos submarinos no tripulados						4
		1.2.1. Vehículos autónomos						5
		1.2.2. Vehículos remotamente operados						6
	1.3.	Aplicaciones de UUVs						7
	1.01	1.3.1. Investigación de robótica submarina						8
	1.4.	Motivación		•••	•••	 •	•	8
2.	Mod	elado matemático de Vehículos Submarinos						11
	2.1.	Cinemática del cuerpo rígido				 •		12
		2.1.1. Marcos de referencia				 •		12
		2.1.2. Movimientos del submarino				 •		12
		2.1.3. Descripción del movimiento del vehículo				 •		13
	2.2.	Modelo dinámico				 •		14
		2.2.1. Matriz de inercia				 •		15
		2.2.2. Matriz de Coriolis				 •		16
		2.2.3. Matriz de Amortiguamiento				 •		17
		2.2.4. Vector de fuerza gravitacional y empuje hidrostátic	20			 •		18
		2.2.5. Fuerzas y momentos de los actuadores				 •		20
		2.2.6. Modelo dinámico con respecto al marco inercial				 •		23

3.	Desc	ripción del vehículo submarino	25	
	3.1.	Sistema embebido	26	
		3.1.1. Propulsión	27	
		3.1.2. Sistemas de visión	28	
		3.1.3. Fuente de energía	29	
	3.2.	Estación en tierra	29	
		3.2.1. Sistema de comunicaciones	30	
		3.2.2. Joystick	30	
4.	Estra	ategia de control	31	
	4.1.	Análisis de estabilidad de vehículos submarinos	32	
	4.2.	Control Backstepping con efecto adaptable e integral	32	
		4.2.1. Análisis del modelo dinámico	33	
		4.2.2. Controlador no lineal con efecto adaptable e integral	37	
		4.2.3. Algoritmos no lineales para estabilizar un vehículo submarino	40	
	4.3.	Validación numérica	43	
		4.3.1. Control de guiñada	43	
		4.3.2. Control de cabeceo	45	
		4.3.3. Control de profundidad (z)	46	
5.	Resu	ltados experimentales	49	
	5.1.	Pruebas experimentales	49	
6.	Cone	clusiones y trabajo futuro	59	
	6.1.	Conclusiones	59	
	6.2.	Trabajo futuro	60	
A.	Tran	sformación del marco fijo al cuerpo al marco inercial en un robot subma-		
	rino		61	
Bibliografía				

# Índice de tablas

1.1.	Clasificación de los ROV	7
2.1.	Notación utilizada para vehículos marinos	11
4.1.	Parámetros Lirmia 3	34

# Índice de figuras

1.1.	Batiscafo de Alejandro Magno [2]	2		
1.2.	Submarino de Cornelius Drebbel [3]	2		
1.3.	Turtle Bushnells [5] y Nautilus de Fulton [6].	3		
1.4.	Clasificación de los robots submarinos	4		
1.5.	LIRMIA 3 tarea seguimiento de tubería	5		
1.6.	Escaneo 3D con 10 VERTEX AUV [17]	6		
1.7.	Outland 1000, ROV realizando tarea de exploración [18]	6		
1.8.	Aplicaciones UUVs en diferentes campos	7		
1.9.	Tareas autónomas SAUC-E 16	8		
2.1.	Marcos de referencia	12		
2.2.	Fuerzas actuando en el submarino.	13		
2.3.	Movimiento de rotación y traslación	14		
2.4.	Fuerza gravitacional y empuje hidrostático.	19		
2.5.	Análisis de fuerzas y momentos en el vehículo	21		
3.1.	Lirmia 3	26		
3.2.	Sistema embebido Lirmia 3	27		
3.3.	Localización de propulsores en Lirmia 3	28		
3.4.	Sistema de visión	28		
3.5.	Estación remota	29		
3.6.	Interfaz Joystick	30		
4.1.	Respuesta de Yaw en presencia de una perturbación constante	43		
4.2.	Respuesta de la perturbación, $\delta_{\psi e}$ es el valor estimado	44		
4.3.	Respuesta de Yaw en presencia de una perturbación variable	44		
4.4.	Estimación de una perturbación variable, $\delta_{\psi e}$ es el valor estimado 45			
4.5.	Respuesta de Pitch en presencia de una perturbación constante y ruido en la medición del giroscopio.	46		
4.6.	Respuesta de la perturbación. $\delta_{\theta_e}$ es el valor estimado	46		
4.7.	Respuesta del control de profundidad en presencia de una perturbación cons-			
	tante y ruido en la medición del sensor.	47		
4.8.	Respuesta de la perturbación, $\delta_{z_e}$ es el valor estimado	47		
5.1.	Respuesta de la guiñada en seguimiento de una señal sinusoidal	49		
5.2.	Estimación de la perturbación cuando sigue la referencia (4.69).	50		
5.3.	Respuesta del controlador al regular la profundidad.	50		

5.4.	Respuesta del controlador al regular una guiñada constante	51
5.5.	Comportamiento del controlador al regular un cabeceo constante	51
5.6.	Estimación de la perturbación para cada grado de libertad.	52
5.7.	Respuesta del controlador propuesto	52
5.8.	Error al estabilizar el robot submarino en 3 grados de libertad	53
5.9.	Entrada de control en motores 1 y 2	53
5.10.	Entrada de control en motores 3 y 4	54
5.11.	Estimación de perturbaciones cuando se mueve el vehículo en el eje $x$	55
5.12.	Respuesta de la guiñada cuando el vehículo se mueve en el eje $x$	55
5.13.	Respuesta del cabeceo cuando el vehículo se mueve en el eje $x$	56
5.14.	Respuesta de $z$ cuando el vehículo se mueve en el eje $x$	56
5.15.	Error al estabilizar un submarino y desplazarlo en el eje $x$	57
5.16.	Entrada de control al motor 1 y 2	57
5.17.	Entrada de control al motor 3 y 4	58

# Introducción

1

La superficie del planeta Tierra está cubierta más del 70% por agua, en su mayoría océanos. El océano posee grandes recursos vivos y minerales, no obstante, su exploración es casi nula debido a las limitaciones del cuerpo humano y las condiciones impuestas por la naturaleza. Los avances tecnológicos han permitido el desarrollo de nuevas herramientas con el potencial de revolucionar nuestro acceso a los océanos y permitir realizar diversas tareas. Una de las más relevantes son los vehículos submarinos no tripulados (UUVs) los cuales, provistos de diversos sensores, manipuladores y propulsores, se han convertido en un instrumento para el ser humano, debido a que logran llegar a lugares a los que antes simplemente era imposible [1].

Vehículos submarinos autónomos (AUVs) y vehículos remotamente operados (ROVs) son utilizados por investigadores e industria en diferentes áreas de aplicación, por ejemplo, inspección de estructuras marinas, mapeo oceanográfico, arqueología marina, entre otros. En la literatura se pueden encontrar varias obras que presenta técnicas de control para regular la posición y orientación de estos vehículos. Sin embargo, debido a el costo de los sensores para localizar un submarino algunos trabajos sólo se validan en simulación y pocos en plataformas experimentales.

### **1.1.** Estado del arte

La historia de los vehículos submarinos descrita por Aristóteles se remonta a los años 330 a. de C. cuando Alejandro Magno intento construir un vehículo submarino que se basó en una rudimentaria pero efectiva máquina de inmersión formada por dos barcas, una invertida sobre la otra, unidas por tablones y revestida por varias capas de betún. Además, provista de unos orificios cubiertos de vidrio donde se observaba el medio en el cual iba sumergiéndose tanto el entorno marino como las diferentes especies que habitaban en él, ver Figura 1.1.



Figura 1.1: Batiscafo de Alejandro Magno [2].

Tiempo después, se dan las primeras ideas acerca del estudio de vehículos submarinos en la obra titulada "Codex Atlanticus" escrita por Leonardo Da Vinci. Posteriormente se dio el primer intento serio de construir un submarino por Cornelius van Drebbel en el año de 1620 en Inglaterra, construyó un bote sumergible de madera recubierta de piel de cabra con propulsión a remos accionados desde el interior. Navegó en el río Támesis con 15 tripulantes desde Westminster hasta Greenwich con una velocidad de desplazamiento de 3 nudos, véase Figura1.2.



Figura 1.2: Submarino de Cornelius Drebbel [3].

A finales del siglo XVIII se revoluciona el arte de navegar bajo el agua con la construcción de dos submarinos con uso militar, el Turtle en USA en el año de 1775 por D. Bushnell, era de madera forrada con planchas de cobre y estaba tripulado por un solo hombre [4], y el Nautilus de R.Fulton en 1796 estaba realizada de hierro, con planchas de cobre formando el recubrimiento exterior, basándose en el diseño de Drebbel utilizaba propulsión manual por los miembros de la tripulación y su inmersión era limitada, ver Figura 1.3.



Figura 1.3: Turtle Bushnells [5] y Nautilus de Fulton [6].

El desarrollo de la robótica submarina evolucionó rápidamente con el avance de la tecnología, el primer vehículo submarino autónomo llamado SPURV fue desarrollado en el laboratorio de física aplicada en la universidad de Washington en 1957 por Stan Murphy, el vehículo de investigación podría sumergirse hasta 10000 pies con una autonomía de cuatro horas, equipado con sensores capaces de medir la temperatura y conductividad para apoyar la investigación oceanográfica incluyendo los estudios de difusión, transmisión acústica y maremotos [7]. Años más tarde en la década de 1970, se utilizó el primer vehículo submarino operado remotamente en una plataforma de perforación de Noruega, tiempo después el IFREMER diseño L'Epaulard, el primer AUV capaz de operar a 6000 metros y ser controlado remotamente mediante un enlace acústico [8].

En la década de 1980, el desarrollo tecnológico permitió la implementación de software y algoritmos de control con mayor complejidad, durante la década de 1990 muchos vehículos autónomos submarinos fueron desarrollados a nivel internacional, por ejemplo, Konsberg Maritime desarrolló el primer vehículo autónomo con dispositivos para navegar con autonomía. Actualmente, estos vehículos submarinos se utilizan en distintas áreas de investiga-

ción para monitoreo, inspección y exploración del suelo marino. En la industria petrolera ha reducido los costos de exploración y la calidad de los datos recabados es generalmente más alta que al utilizar un vehículo remolcado, el estudio e investigación de este tipo de robots se ha incrementado, cabe resaltar que existen alrededor de 300 UUVs en compañías, centros de investigación y en bases militares de todo el mundo [9].

## 1.2. Vehículos submarinos no tripulados

Los vehículos submarinos no tripulados (UUVs) son capaces de operar bajo el agua sin ocupantes a los mandos, es una expresión para describir tanto a vehículos operados de forma remota como de manera autónoma. Sus características físicas son muy variables, dependen de la tarea que tenga que llevar a cabo, de su velocidad de desplazamiento y su capacidad de maniobra. La mayoría tiene forma de torpedo, sin embargo otras veces son tipo rover, en ocasiones son modulares, y otras veces tienen formas amorfas [10]. Aunque las aplicaciones son distintas, estos vehículos están sujetos a un estudio de diseño, modelado matemático, estrategia de control e implementación de sistemas sensoriales para lograr su autonomía. El desarrollo de vehículos submarinos ha surgido como respuesta para realizar actividades dentro del agua sin necesidad de exponer a los seres humanos a un mayor riesgo [11]. En la Figura 1.4, se muestra la clasificación de los UUVs. Principalmente se clasifican de acuerdo a su nivel de autonomía, el tipo de misión a realizar y su sistema de propulsión [12].



Figura 1.4: Clasificación de los robots submarinos.

#### 1.2.1. Vehículos autónomos

Un vehículo submarino autónomo tiene que ser capaz de realizar movimientos y operaciones sin la necesidad de ser controlados por un operador. Además de detectar objetos, evitar obstáculos y con la inteligencia artificial suficiente para ejecutar tareas de manera autónoma [13]. Un AUV cuenta con su propia fuente de energía generalmente basada en baterías recargables y de sistemas sensoriales que le permiten determinar su orientación y posición, en la Figura 1.5 se puede observar al LIRMIA 3 realizando mediante visión el seguimiento de tubería [14].



Figura 1.5: LIRMIA 3 tarea seguimiento de tubería.

Algunas de las empresas más importantes de construcción de AUVs son Konsgberg Maritime, Hydroid, Bluefin Robotics, Teledyne Gravia, International Submarine Engineering Ltd. y Hafmynd [15]. El principal problema en estos vehículos es la conectividad, ya que en el agua las comunicaciones son normalmente complicadas y en ocasiones muy difíciles. Pero son necesarias para enviar o conocer diferentes tipos de datos e información como señales de control, estado del sistema, desarrollo de la misión, transmisiones de datos, localización, etcétera. La comunicación se puede realizar a través de dispositivos acústicos, mediante ondas sonoras; sin embargo, éstas tienen una velocidad de unos 1500 m/s, lo cual limita la posibilidad de transmitir datos en tiempo real [16]. Sin embargo, algunas compañías están trabajando "enjambre", un concepto que implica el uso simultáneo de múltiples AUV de bajo costo, que pueden cubrir un área amplia y comunicarse entre sí. Un modelo de este tipo es el Vertex fabricado por Hydromea, es una nueva clase de pequeños AUV que están diseñados para cooperar en grupos grandes, Figura 1.6.



Figura 1.6: Escaneo 3D con 10 VERTEX AUV [17].

#### 1.2.2. Vehículos remotamente operados

Un ROV, es un robot submarino no tripulado que está controlado a distancia por un operador desde una estación de control, mediante un mando a distancia. Pueden estar operados por señales de radio por medio de un cable que conecta el vehículo a la estación en tierra, por el cuál se transmite la energía, los datos recabados por los sensores y se envían las órdenes a través de un mando de control, ver Figura 1.7.



Figura 1.7: Outland 1000, ROV realizando tarea de exploración [18].

El primer ROV, llamado POODLE fue desarrollado por Dimitri Rebikoff (Francia) en 1953. Sin embargo, el primer ROV usado con éxito fue el CURV en 1966 para la recuperar la bomba en Palomares a 868,9 m de profundidad [19].

Un ROV comprende los siguientes módulos: vehículo submarino, sistema de lanzamiento y recuperación, unidad de suministro de energía, estación para el control y un operador humano. Existen diferentes clases de ROV, las principales se muestran en la Tabla 1.1.

Clase	Tipo de vehículo
1	Observación
2	Observación con capacidad de carga
3	Clase de trabajo
4	Arrastre o remolcado
5	especializados o prototipos

Tabla 1.1: Clasificación de los ROV

La mayoría de los ROVs están equipados con al menos una cámara de vídeo y luces, para ampliar las capacidades del vehículo se agrega equipo adicional como sonares, magnetómetros, brazos manipuladores, herramientas de corte, sistemas para toma de muestras, entre otros. La principal ventaja del empleo de un ROV es el uso del cordón umbilical, por medio del cuál se suministra la energía eléctrica y se comunica con la plataforma de control. Es decir, prácticamente no existe restricción en el tiempo que puede estar un ROV dentro del agua, por otro lado, al mantener una comunicación vía cable o fibra óptica, los datos se transmiten a muy alta velocidad, lo cual permitirá observar imágenes submarinas en la superficie, hacer tareas y realizar actividades de tele-manipulación [20].

### **1.3.** Aplicaciones de UUVs

El desarrollo tecnológico en la robótica submarina permite que se puedan realizar numerosas tareas en distintos campos, ver Figura 1.8.



Figura 1.8: Aplicaciones UUVs en diferentes campos

#### 1.3.1. Investigación de robótica submarina

Los investigadores emplean los UUVs para realizar distintos estudios, como la cartografía del lecho marino, investigaciones hidroacústicas, monitoreo del medio ambiente, entre otros. Existen varias competencias que ponen a prueba en distintas misiones los prototipos construidos por estudiantes y distintos laboratorios, tales como ROBOSUB (en Estados Unidos) o SAUC-E (en Europa), en los que deben realizar pruebas en entornos no controlados. Las tareas propuestas en estas competencias tienen distintas problemáticas involucradas con la localización, la autonomía del vehículo en diferentes condiciones, la precisión, la evasión de obstáculos, el seguimiento de un objeto, además de tareas cooperativas para la exploración de anomalías. En la Figura 1.9, se puede observar el Sardine y Catamarán realizando distintas tareas en SAUC-E 16.



Figura 1.9: Tareas autónomas SAUC-E 16

## 1.4. Motivación

La robótica submarina y su aplicabilidad son un tema de creciente importancia, puesto que son capaces de cumplir diferentes tareas que no pueden ser realizados directamente por seres humanos o que deben ser desarrollados en medios hostiles y representan un riesgo a la vida humana. Las posibles aplicaciones en México son numerosas contemplan desde la exploración del entorno marino hasta actividades de seguridad y protección, entre otras. No obstante, la autonomía del movimiento del vehículo bajo el agua requiere investigación de nuevas soluciones de control que garantizan la robustez frente parámetros de incertidumbre. Debido a ello, este proyecto surge de la necesidad de desarrollar un robot submarino que opere de manera remota o autónoma con características específicas que permitirán el adecuado funcionamiento del robot, de acuerdo a la misión preestablecida. Por lo anterior y entre otras razones el equipo de investigación de la unidad mixta internacional (UMI) se encuentra motivado, nuestro interés es proponer un controlador robusto para estabilizar el vehículo considerando sus propiedades mecánicas. Resolver este problema requiere, el desarrollo y análisis de su modelo dinámico para diseñar una ley de control.

# Modelado matemático de Vehículos Submarinos

2

El modelo matemático del sistema permite conocer las ecuaciones que describen su comportamiento para entender y manipular su dinámica. El estudio de la estática y la dinámica del cuerpo sumergido en el agua se divide en dos partes: la cinemática, que se refiere a como se mueve el vehículo y la dinámica, que es referente al análisis de las fuerzas que originan el movimiento.

En la literatura hay diferentes enfoques para obtener la representación matemática de los vehículos submarinos, por ejemplo los modelos propuestos por Fossen [21], Graver [22] y Bailey [23]. La representación propuesta por Fossen se adopta en este trabajo para describir el movimiento de un vehículo submarino en 6 GDL  $(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$ , donde (x, y, z) representan la posición del submarino, mientras que  $(\phi, \theta, \psi)$  su orientación y definen los ángulos de Euler (alabeo, cabeceo y guiñada). La notación utilizada es la notación descrita por la SNAME [24], ver Tabla 2.1.

	Fuerzas y Momentos	Velocidad lineal y angular	Posición lineal y angular
Mov. en dirección del eje $x$	X	u	x
Mov. en dirección del eje $y$	Y	v	y
Mov. en dirección del eje $z$	Z	w	z
Rotación alrededor del eje $x$	K	p	$\phi$
Rotación alrededor del eje $y$	М	q	$\theta$
Rotación alrededor del eje $z$	N	r	$\psi$

Tabla 2.1: Notación utilizada para vehículos marinos

# 2.1. Cinemática del cuerpo rígido

#### 2.1.1. Marcos de referencia

El análisis de movimiento de un submarino se realiza con respecto a 6 GDL en el espacio, debido ha ello se definen 2 sistemas de referencias, en la Figura 2.1 se muestra un esquema del prototipo en donde se define el sistema inercial I y el sistema fijo en el cuerpo B.



Figura 2.1: Marcos de referencia

#### 2.1.2. Movimientos del submarino

El movimiento del vehículo, en 6 GDL puede ser definido utilizando los siguientes vectores:

$$\eta = [\eta_1^T, \eta_2^T]^T; \quad \eta_1 = [x, y, z]^T; \quad \eta_2 = [\phi, \theta, \psi]^T$$

$$\nu = [\nu_1^T, \nu_2^T]^T; \quad \nu_1 = [u, v, w]^T; \quad \nu_2 = [p, q, r]^T$$

$$\tau = [\tau_1^T, \tau_2^T]^T; \quad \tau_1 = [X, Y, Z]^T; \quad \tau_2 = [K, M, N]^T$$
(2.1)

donde  $\eta$  describe la posición y la orientación del vehículo con respecto al marco inercial *I*,  $\nu$  representa la velocidad lineal y angular en el marco fijo al cuerpo *B*,  $\tau$  denota las fuerzas y momentos externos actuando sobre el cuerpo [21].

#### 2.1.3. Descripción del movimiento del vehículo

El vehículo está compuesto por cuatro propulsores que producen fuerzas y pares, localizados dos en la parte superior, uno al frente, uno atrás y los otros dos en los costados, uno del lado derecho y otro del lado izquierdo. Por diseño, el robot submarino tiene simetría en dos de sus ejes y es estable mecánicamente en ángulo de alabeo, es decir,  $\phi \approx 0$ , lo que implica que el desplazamiento lateral es pequeño. Como consecuencia, tiene sólo cuatro grados de libertad  $(x, z, \theta, \psi)$  y cuatro entradas de control (fi), donde fi es la fuerza de la propela i = 1 : 4, ver Figura 2.2.



Figura 2.2: Fuerzas actuando en el submarino.

El efecto de estas fuerzas sobre el vehículo depende de su magnitud y su punto de aplicación, el análisis matemático de estos efectos se presenta en la sección siguiente, asumiendo que el origen de la estructura del cuerpo se establece en el centro de gravedad.

#### Movimiento de traslación y de rotación

El movimiento traslacional tomando en cuenta sus características se puede realizar sobre 2 ejes de traslación  $(x_B, z_B)$ , donde f1 y f2 están colocados para ejercer sus fuerzas en la dirección positiva ó negativa del eje  $x_B$  según se requiera, mientras que f3 y f4 ejercen sus fuerzas únicamente en el eje  $z_B$ . Por otra parte, el movimiento de rotación sobre el eje  $y_B$  conocido como ángulo de cabeceo, esta dado por la diferencia de fuerzas generadas entre f3 y f4; donde la fuerza resultante esta localizada a la mitad de los dos motores, en otras palabras exactamente perpendicular al eje  $x_B$ , así es posible generar un movimiento de rotación sobre el eje  $y_B$ . Para generar un movimiento de rotación sobre el eje  $z_B$ , también conocido como ángulo de guiñada, es necesario que una de las fuerzas producida por los motores laterales sea mayor que la otra, el sentido de giro dependerá de cual de los dos actuadores tiene mayor fuerza, ver Figura 2.3.



Figura 2.3: Movimiento de rotación y traslación

## 2.2. Modelo dinámico

El modelo dinámico del submarino puede ser representado a partir de las siguientes ecuaciones de movimiento de Newton-Euler en términos del marco del cuerpo  $\mathcal{B}$ , ver ([25], [26]):

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)v + g(\eta) = \tau + w$$
  
$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu$$
(2.2)

donde M representa la matriz de inercia (incluyendo la masa agregada),  $C(\nu)$  incluye los términos Coriolis y fuerza centrípeta (incluyendo la masa agregada),  $D(\nu)$  describe la matriz de amortiguamiento hidrodinámico,  $g(\eta)$  es el vector de la fuerza fuerza gravitacional

y empuje hidrostático,  $\tau$  significa el vector de entradas de control, w denota el vector de perturbación y  $J(\eta)$  es la transformación cinemática entre el cuerpo y el marco inercial.

En lo subsiguiente se dará una breve definición de cada componente de la ecuación (2.2).

#### 2.2.1. Matriz de inercia

Esta matriz considera los efectos del tensor de inercia y la masa propia del vehículo, esta constituida por dos matrices,  $M_{RB}$  que representa la matriz de masa e inercia del cuerpo rígido y  $M_A$  que define la matriz debida a la energía cinética del fluido. Entonces la relación se define por:

$$M = M_{RB} + M_A \tag{2.3}$$

Una manera general de representar la matriz  $M_{RB}$  es:

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} mI_{3x3} & -mS(r_G) \\ mS(r_G) & I_I \end{bmatrix}$$
(2.4)

donde *m* representa la masa del vehículo,  $r_G$  es el vector que expresa la posición del centro de gravedad con respecto a *B*,  $I_I$  el tensor de inercia, *S* define una matriz anti simétrica e  $I_{3x3}$  es una matriz identidad de 3x3. Una forma de obtener los elementos de esta matriz es utilizando el software SOLIDWORKS, además para simplificar el cálculo del tensor de inercia se considera que el centro de inercia coincide con el centro geométrico del vehículo. Lo que conlleva que los elementos fuera de la diagonal principal pueden ser considerados nulos, implica que la matriz  $M_{RB}$  pueda expresarse como:

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_g & -my_g \\ 0 & m & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m & my_g & -mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & my_g & I_x & 0 & 0 \\ mz_g & 0 & -mx_g & 0 & I_y & 0 \\ -my_g & mx_g & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$$
(2.5)

tomando en cuenta la forma del vehículo y considerando desplazamientos a bajas velocidades es posible despreciar los valores que se encuentran fuera de la diagonal principal, se tiene que  $M_A$  puede ser definida con la matriz:

$$M_{A} = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix}$$
(2.6)

por lo tanto la matriz de inercia M puede definirse como, ver [21]:

$$M = \begin{bmatrix} m + X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & mz_g & -my_g \\ 0 & m + Y_{\dot{v}} & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m + Z_{\dot{w}} & my_g & -mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & my_g & I_x + K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ mz_g & 0 & -mx_g & 0 & I_y + M_{\dot{q}} & 0 \\ -my_g & mx_g & 0 & 0 & 0 & I_z + N_{\dot{r}} \end{bmatrix}$$
(2.7)

donde *m* denota la masa del vehículo,  $X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}$  representan los coeficientes hidrodinámicos de masa añadida,  $I_x, I_y, I_z$  son los momentos de inercia y  $x_g, y_g, z_g$  son elementos del vector  $r_g$ .

#### 2.2.2. Matriz de Coriolis

La matriz de Coriolis, es una fuerza de inercia que actúa perpendicular a la dirección de movimiento de un cuerpo, es decir, al desplazarse cualquier sistema que rota sufre una aceleración adicional producida por una fuerza perpendicular al movimiento. El análisis de está matriz se ha realizado en trabajos anteriores, por lo cuál se muestra de manera directa omitiendo el desarrollo, ver [27]. Dicha matriz esta conformada por la matriz de coriolis de masa agregada  $C_A$  y por la matriz de coriolis de cuerpo rígido  $C_{RB}$ , entonces se tiene que:

$$C = C_A + C_{RB} \tag{2.8}$$

para obtener la matriz  $C_A$  se utilizan las características del vehículo previamente utilizadas para calcular  $M_A$ , por lo tanto:

$$C_{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix}$$
(2.9)

donde en base a las condiciones para la obtención de la matriz  $M_R B$  se tiene que la matriz  $C_{RB}$  esta definida:

$$C_{RB} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & -mw & mv & 0 & I_zr & -I_yq \\ mw & 0 & -mu & -I_zr & 0 & I_xp \\ -mv & mu & 0 & I_yq & -I_xp & 0 \end{bmatrix}$$
(2.10)

### 2.2.3. Matriz de Amortiguamiento

El amortiguamiento es el resultado de la fricción que ejerce la viscosidad del fluido sobre el cuerpo, considerando un mini submarino en movimiento dentro de un fluido, este generara una fuerza de arrastre que se opondrá al movimiento del vehículo y una fuerza de sustentación que se considera perpendicular al movimiento relativo del vehículo dichas fuerzas se denominan fuerzas de amortiguamiento hidrodinámico. En general, la fuerza de amortiguamiento hidrodinámico de un vehículo submarino moviéndose en el espacio 3D tiene un efecto importante sobre la dinámica del vehículo que puede llegar a producir no linealidades [12], se expresa de la siguiente manera:

$$D(\nu) = DP(\nu) + DS(\nu) + DW(\nu) + DM(\nu)$$
(2.11)

donde la matriz  $D(\nu)$  es causada principalmente por el potencial de amortiguación  $DP(\nu)$ , fricción del cuerpo  $DS(\nu)$ , amortiguación de la deriva de olas  $DW(\nu)$  y amortiguación debido al vórtice  $DM(\nu)$ . Sin embargo, asumiendo que las fuerzas de fricción lineal (sustentación) son muy pequeñas en comparación con las fuerzas de arrastre atribuibles a que el vehículo se desplaza a baja velocidad y considerando que su forma geométrica es simétrica en 2 planos, es posible despreciar los términos que están fuera de la diagonal principal [21], esto queda descrito en la siguiente ecuación:

$$D = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix}$$
(2.12)

donde  $X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r$  son los parámetros hidrodinámicos, para aproximar estos coeficientes a diferentes velocidades se utilizara software especializado en dinámica de fluidos computacional (CFD).

#### 2.2.4. Vector de fuerza gravitacional y empuje hidrostático

Los vehículos submarinos son afectados por la gravedad y dado que se desplazan en un fluido existen fuerzas adicionales que considerar producidas por el principio de Arquimedes, fuerzas de flotabilidad. Ambas fuerzas conocidas como fuerzas de restitución. El principio de Arquimedes se puede resumir en, cuando un objeto esta sumergido en un fluido, se presenta una fuerza vertical ascendente igual al peso del volumen del fluido desplazado por dicho cuerpo. Representando las fuerzas de restitución en forma de ecuaciones, se tiene:

$$W = mg \qquad \beta = \rho_f g V \tag{2.13}$$

donde W es el peso del vehículo, g la aceleración gravitacional,  $\beta$  la flotabilidad,  $\rho_f$  la densidad del fluido en nuestro caso agua y V el volumen del fluido desplazado. El vector de fuerzas debido a la aceleración de la gravedad en el marco I, se define como:

$$f_W = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 0 & -W \end{array}\right)^T \tag{2.14}$$
de igual forma para el vector de flotabilidad se tiene:

$$f_{\beta} = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 0 & \beta \end{array}\right)^{T} \tag{2.15}$$

El análisis del efecto de estas fuerzas en el submarino depende de la ubicación del centro de gravedad y centro de flotabilidad, con el objetivo de determinar los torques producidos por el efecto de estas fuerzas, ver Figura 2.4.



Figura 2.4: Fuerza gravitacional y empuje hidrostático.

Para evitar momentos o torques no deseados y producidos por estas fuerzas se construirá el vehículo de tal forma que el origen del marco fijo en el cuerpo  $(O_B)$  sea coincidente con el centro de gravedad y el centro de flotabilidad sea colineal al eje  $z_B$ . De esta manera podemos definir el centro de masa y flotabilidad como:

$$C_{\beta} = (0, 0, z_b) \qquad C_W = (0, 0, 0)$$
 (2.16)

Primero, se analizan estas fuerzas en el marco del cuerpo para ello se utiliza la matriz de rotación  $R_{\mathcal{I}}^{\mathcal{B}}$  que nos llevará del sistema inercial al del cuerpo, por lo tanto:

$$f_{WB} = R_I^B f_W$$

$$f_{\beta B} = R_I^B f_\beta$$
(2.17)

lo que conlleva a escribir el vector de gravedad y flotabilidad como:

$$g(\eta) = \begin{pmatrix} f_{WB} + f_{\beta B} \\ C_W \times f_{WB} + C_\beta \times f_{\beta B} \end{pmatrix}$$
(2.18)

o en su forma general:

$$g(\eta) = \begin{pmatrix} (W - \beta)sin(\theta) \\ (\beta - W)cos(\theta)sin(\phi) \\ (\beta - W)cos(\theta)cos(\phi) \\ (y_w W - y_b B)cos(\theta)cos(\phi) + (z_b B - z_w W)cos(\theta)sin(\phi) \\ (x_b B - x_w W)cos(\theta)cos(\phi) + (z_b B - z_w W)sin(\theta) \\ (x_w W - x_b B)cos(\theta)cos(\phi) + (y_w W - y_b B)sin(\theta) \end{pmatrix}$$
(2.19)

Para nuestro vehículo, se considera que el centro de flotabilidad esta localizado en el eje  $-z_B$  es decir que  $r_b = [0, 0, -z_B]^T$ , lo anterior implica que  $W - \beta = -f_\beta$ . Por lo tanto, se puede reescribir 2.19 como:

$$g(\eta) = \begin{pmatrix} f_{\beta} sin(\theta) \\ -f_{\beta} cos(\theta) sin(\phi) \\ -f_{\beta} cos(\theta) cos(\phi) \\ -z_B \beta cos(\theta) sin(\phi) \\ -z_B \beta sin(\theta) \\ 0 \end{pmatrix}$$
(2.20)

## 2.2.5. Fuerzas y momentos de los actuadores

En la figura 2.5, se presenta el análisis de fuerzas y momentos que actúan en el submarino, considerando las características del submarino el origen del marco fijo al cuerpo esta ubicado en el CG del vehículo. Sobre esté se encuentra  $u_1$ , que es la sumatoria de las fuerzas horizontales y  $u_2$  como la sumatoria de las fuerzas verticales que actúan sobre el vehículo:

$$u_1 = f1 + f2 \qquad u_2 = f3 + f4 \tag{2.21}$$



Figura 2.5: Análisis de fuerzas y momentos en el vehículo

reescribiendo el vector de fuerzas externas que actúan sobre el submarino en el marco B:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \\ u_2 \end{pmatrix}$$
(2.22)

La representación de las fuerzas en el marco I que actúan sobre el submarino es mediante la secuencia de rotación  $R_B^I = R_{\psi} R_{\theta} R_{\phi}$ .

$$R_{\psi} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0\\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta)\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad R_{\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0\\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0\\ (2.23) \end{bmatrix}$$

desarrollando la operación se obtiene:

$$R_B^I = \begin{bmatrix} \cos(\theta)\cos(\psi) & \cos(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) - \cos(\phi)\sin(\psi) & \cos(\phi)\cos(\psi)\sin(\theta) + \sin(\phi)\sin(\psi) \\ \cos(\theta)\sin(\psi) & \cos(\phi)\cos(\psi) + \sin(\theta)\sin(\phi)\sin(\psi) & \cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \cos(\psi)\sin(\phi) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\theta)\cos(\phi) \\ (2.24) \end{bmatrix}$$

reescribiendo  $\tau_1$  en el marco  $\mathcal{I}$ , se tiene que:

$$R_B^I \tau_1 = \begin{pmatrix} u_2 \cos(\theta) \cos(\psi) + u_1 [\cos(\phi) \cos(\psi) \sin(\theta) + \sin(\phi) \sin(\psi)] \\ u_2 \cos(\theta) \sin(\psi) + u_1 [\cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \cos(\psi) \sin(\phi)] \\ -u_2 \sin(\theta) + u_1 \cos(\theta) \cos(\phi) \end{pmatrix}$$
(2.25)

Por otra parte, el vector  $\tau_2$  se obtiene a partir del producto cruz de las fuerzas que actúan sobre el vehículo submarino por sus respectivas distancias respecto del centro de gravedad.

$$\tau_2 = \sum_{i=1}^4 l_i \times \hat{f}i \tag{2.26}$$

donde  $l_i = (l_{ix}, l_{iy}, l_{iz})^T$  es el vector de posición de la fuerza  $f_i \quad \forall i = 1, ..., 4$ , con respecto al marco *B* del vehículo. Los vectores que representan las fuerzas que influyen en el submarino son:

$$\hat{f1} = (f1, 0, 0)^T \quad \hat{f2} = (f2, 0, 0)^T \quad \hat{f3} = (0, 0, f3)^T \quad \hat{f4} = (0, 0, f4)^T$$
 (2.27)

desarrollando la ecuación 2.26 se tiene:

$$l_{1} \times \hat{f} = \begin{pmatrix} l_{1}x \\ -l_{1}y \\ l_{1}z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} f1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ f1l_{1}z \\ f1l_{1}y \end{pmatrix}$$
$$l_{2} \times \hat{f} = \begin{pmatrix} l_{2}x \\ l_{2}y \\ l_{2}z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} f2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ f2l_{2}z \\ -f2l_{2}y \end{pmatrix}$$
$$l_{3} \times \hat{f} = \begin{pmatrix} -l_{3}x \\ l_{3}y \\ l_{3}z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{3}yf3 \\ l_{3}xf3 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$l_{4} \times \hat{f} = \begin{pmatrix} l_{4}x \\ l_{4}y \\ l_{4}z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{4}yf4 \\ -l_{4}xf4 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(2.28)

Entonces los torques generados por los propulsores están descritos como:

$$\tau_{2} = \begin{bmatrix} K \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ l_{3x}(f3) - l_{4x}(f4) \\ l_{1y}(f1) - l_{2y}(f2) \end{bmatrix}$$
(2.29)

Por diseño se sabe que los motores laterales se ubican a la misma distancia del CG, entonces  $l_{1y} = l_{2y}$ , por lo tanto, el vector de fuerzas y momentos que actúan en el vehículo es:

$$\tau = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ K \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f1 + f2 \\ 0 \\ f3 + f4 \\ 0 \\ l_{3x}(f3) - l_{4x}(f4) \\ l_{1y}(f1 - f2) \end{bmatrix}$$
(2.30)

## 2.2.6. Modelo dinámico con respecto al marco inercial

La matriz de transformación de la velocidad angular y lineal del marco del cuerpo al marco inercial que está dada por:

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu = \begin{pmatrix} \dot{\eta_1} \\ \dot{\eta_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1(\eta_2) & 0_{3\times 3} \\ 0_{3\times 3} & J_2(\eta_2) \end{pmatrix}$$
(2.31)

donde  $J_1(\eta_2) = R_{\mathcal{B}}^{\mathcal{I}}$  descrita en 2.24, note que:

$$J_1^{-1}(\eta_2) = J_1^T(\eta_2) \tag{2.32}$$

 $J_2(\eta_2)$  es la matriz de transformación que representa la velocidad angular del cuerpo con respecto al marco inercial, que se define como:

$$J_{2}(\eta_{2}) = \begin{pmatrix} 1 & S_{\phi}t_{\theta} & C_{\phi}t_{\theta} \\ 0 & C_{\phi} & -S_{\phi} \\ 0 & S_{\phi}/C_{\theta} & C_{\phi}/C_{\theta} \end{pmatrix} \Longrightarrow J_{2}^{-1}(\eta_{2}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -S_{\theta} \\ 0 & C_{\phi} & C_{\theta}S_{\phi} \\ 0 & -S_{\phi} & C_{\phi}C_{\theta} \end{pmatrix}$$
(2.33)

Nótese que para este caso la matriz  $J_2^{-1}(\eta_2) \neq J_2^T(\eta_2)$ , en (2.2) se mostraron las ecuaciones que describen el movimiento de un vehículo submarino en el marco del cuerpo. Ahora bien, si queremos representar esta misma dinámica en el marco inercial, se tendrá que aplicar las siguientes transformaciones:

$$\begin{split} \dot{\eta} &= J(\eta)\nu \quad \Leftrightarrow \nu = J^{-1}(\eta)\dot{\eta} \\ \ddot{\eta} &= J(\eta)\dot{\nu} + \dot{J}(\eta)\nu \quad \Leftrightarrow \dot{\nu} = J^{-1}(\eta)[\ddot{\eta} - \dot{J}^{-1}(\eta)\dot{\eta}] \end{split}$$
(2.34)

Observe que anteriormente se mostró que  $J(\eta)$  es no singular, para reescribir (2.2) en función de  $\eta$  y  $\dot{\eta}$  se define lo siguiente:

$$M_{\eta}(\eta) = J^{-T}(\eta) M J^{-1}(\eta)$$

$$C_{\eta}(\nu, \eta) = J^{-1}(\eta) [C(\nu) - J^{-1}(\eta) \dot{J}(\eta)] J^{-1}(\eta)$$

$$D_{\eta}(\nu, \eta) = J^{-1}(\eta) D(\eta) J^{-1}(\eta)$$

$$g_{\eta}(\eta) = J^{-T}(\eta) g(\eta)$$

$$\tau_{\eta}(\eta) = J^{-T}(\eta) \tau$$
(2.35)

De esta manera, la representación vectorial en el marco inercial es:

$$M_{\eta}(\eta)\ddot{\eta} + C_{\eta}(\nu,\eta)\dot{\eta} + D_{\eta}(\nu,\eta)\dot{\eta} + g_{\eta}(\eta) = \tau_{\eta}$$
(2.36)

# Descripción del vehículo submarino

3

Este vehículo submarino ha sido desarrollado en el Laboratorio Franco-Mexicano de Informática y Automática de la Unidad Mixta Internacional (UMI-LAFMIA), en colaboración con el Departamento de Control Automático (DCA) del CINVESTAV, unidad Zacatenco. El Lirmia 3, es un robot submarino que estructuralmente esta hecho de nailon y polietileno; así como de contenedores de acrílico con las cubiertas de aluminio para componentes electrónicos y baterías. Lo que permite el sencillo montaje de los dispositivos y componentes externos, sus principales características físicas son:

- Dimensiones de 63 x 63 x 26 cm.
- Peso de 32.36 Kgs.
- Soporta hasta una profundidad de operación máxima de 100 m.
- Cuenta con 4 propulsores.
- Mecánicamente fue diseñado para ser estable en  $\phi$ .
- Geométricamente tiene dos ejes de simetría.
- En modo AUV tiene una autonomía de 5-6 horas.

Este vehículo es modular y es capaz de adquirir información de su entorno y sus propios datos de estado, mediante los distintos dispositivos y sensores. Donde el sistema de control tiene como función garantizar el comportamiento de los movimientos, ver Figura 3.1.



Figura 3.1: Lirmia 3

# 3.1. Sistema embebido

El sistema embebido del vehículo submarino se compone principalmente de una computadora (4a NUC Intel Generación, procesador central i5-4250U) que calcula los algoritmos propuestos y adquiere datos de los sensores. La percepción del entorno del robot se realiza utilizando varios sensores como una unidad de medición inercial (9DOF Razor IMU), dos cámaras (PlayStation Eye) y un sensor de presión (MS5803-14BA).

En la Figura 3.2, se ilustran los principales componentes del sistema embebido, donde el sensor de presión mide la profundidad del vehículo con una precisión de milímetros y un rango de 0.2 mbar, mientras que la IMU proporciona la orientación y velocidad angular utilizando tres sensores de alta calidad: un giroscopio de tres ejes ITG3200 con una resolución de  $\pm 2000^\circ$ , acelerómetro de 3 ejes ADXL345 con un rango de  $\pm 16g$  y el magnetómetro de 3 ejes HMC5883L. Las cámaras se utilizan para adquirir información de las imagenes o video, sin embargo, su uso es opcional y depende de la tarea asignada al vehículo. Por otra parte, el Arduino-One se implementa como tarjeta de comunicación entre los controladores de velocidad y el ordenador incorporado, mientras que el USB-ISS comunica todos los dispositivos que utilizan el protocolo de comunicación I2C al ordenador. Los controladores de velocidad MD-03 son responsables de generar la señal apropiada para manipular la magnitud y dirección de la fuerza generada por los propulsores Seabotix BTD150. Finalmente, el ordenador



NUC adquiere todas las señales y calcula todos los algoritmos a una velocidad de 12 Hz.

Figura 3.2: Sistema embebido Lirmia 3

### 3.1.1. Propulsión

Los sistemas de propulsión son los dispositivos que permiten que los robots submarinos avancen en el medio acuático, la propulsión en el Lirmia 3 es proporcionada por cuatro motores que permiten asegurar que el vehículo submarino se mueva donde el planificador autónomo u operador necesite que vaya.

#### Controladores electrónicos de velocidad

El MD03 es un controlador de motor de corriente continua, que genera el voltaje adecuado mediante modulación de ancho del pulso, son los responsables de generar la señal adecuada para manipular tanto la magnitud de velocidad como el control de la dirección generada por los propulsores, además cuenta con una etapa de opto-acoplamiento que separa el circuito de potencia (MOSFET) y el circuito de control.

#### **Propulsores**

El sistema de empuje se conforma de 4 propulsores DC BTD150 de Seabotix, son motores eléctricos al que se le acopla una hélice. Al girar la hélice produce un efecto de empuje al desplazar el fluido de adelante hacia atrás, debido a la diferencia de presión producida [12]. Debido a ello, la colocación de los motores fue elegida para lograr un control activo sobre cuatro grados de libertad y mantener pasivamente un ángulo de giro cero disponiendo los componentes del vehículo de manera que el centro de flotabilidad esté por encima del centro de masa, ver Figura 3.3



Figura 3.3: Localización de propulsores en Lirmia 3

### 3.1.2. Sistemas de visión

El sistema de visión consta de dos cámaras PS3- eyecam para extraer información a partir de la adquisición de imágenes, el uso de un ordenador incorporado fácilmente permite utilizando librerías OpenCV desarrollado para el procesamiento de imágenes [29]. La finalidad de procesar imágenes es implementar técnicas de visión ya sea para que el operador visualice el entorno al pilotear el vehículo o el AUV realice el seguimiento de un ducto o color mediante algoritmos para estéreo o visión monocular [14]. Véase Figura 3.4.



Figura 3.4: Sistema de visión

#### **3.1.3.** Fuente de energía

Los dispositivos en el robot son alimentados mediante un cable de alimentación mientras el vehículo está en modo ROV o mediante 4 baterías de LiPo, dos de ellas de 4 celdas a 6200 mAh para alimentar el sistema embebido y dos de 6 celdas a 8400 mAh para alimentar los propulsores, ambas conectadas en paralelo cuando el vehículo funciona en modo autónomo. La autonomía del vehículo depende del modo de funcionamiento, sí opera en modo ROV la autonomía es ilimitada. Sin embargo, si funciona en modo AUV continuamente y en el máximo de sus especificaciones su autonomía es de 5-6 horas.

# 3.2. Estación en tierra

En la Figura 3.5, se puede visualizar la estación en tierra que está compuesta de una netbook, un joystick y un router. Mediante la aplicación de conexión a escritorio remoto se puede manipular el ordenador embarcado desde un ordenador externo a través de la comunicación vía Ethernet e inalámbrica. El programa facilita la comprobación del funcionamiento de los distintos dispositivos y realiza una interfaz con el ordenador a bordo del vehículo, permite realizar cambios en los algoritmos de control y visión ó incluso configurar la misisón mientras el vehículo se encuentra en la superficie acuática.



Figura 3.5: Estación remota

### 3.2.1. Sistema de comunicaciones

Un router Wi-Fi Steren COM-840 en combinación con una amplificador de señal nos permite comunicarnos con el submarino a través de un ordenador portátil, así mismo un puerto Ethernet resistente al agua en la cubierta lateral permite conectar un cable de datos hacia el router ubicado en una boya.

#### 3.2.2. Joystick

El extreme 3d cuenta con controles avanzados y un timón con empuñadura de eje de torsión, cuenta con doce botones programables que se pueden configurar para ejecutar simples comandos individuales o macros complejas de varias acciones de teclado. La relación entre el movimiento del joystick y los movimientos del robot submarino, se realiza mediante el uso de Xpadder, una interfaz que simulará las pulsaciones del teclado a través de tu mando y permitirá realizar movimientos de desplazamiento o bien, desplazamientos combinados con giros. Ver Figura 3.6.



Figura 3.6: Interfaz Joystick

# Estrategia de control

4

La estrategia de control hace referencia a la metodología empleada para manipular un sistema como asegurar que el AUV se estabilice o realice una tarea, incluso en presencia de perturbaciones. En la literatura, varias obras se pueden encontrar que presentan diversas técnicas de control para regular la posición y la orientación de un AUV, sin embargo, debido al costo de los sensores que permiten localizar un vehículo submarino algunos trabajos sólo se validan en simulación y pocos en plataformas experimentales. Por ejemplo, en [30] se propone controlador de modo deslizantes para regular el movimiento de guiñada, de modo similar se introduce un control difuso en [31] para estabilizar también este ángulo. En [32] se compara el rendimiento experimental de un controlador PD y un algoritmo no lineal adaptativo con retroalimentación para regular la profundidad de un AUV. Un controlador robusto de profundidad se desarrolla en [33], en donde los autores se basan en la teoría de Lyapunov y técnicas backstepping para diseñar una ley de control que estabiliza la profundidad de un vehículo submarino; este controlador tiene esquemas adaptativos y de conmutación para dar robustez al sistema a lazo cerrado, pero, no se consideraron incertidumbres en el modelo. Por otra parte, en [34] se propone un controlador adaptativo de red neuronal que se basa, en una parte, en una red neuronal LP para estimar las incertidumbres no lineales en el modelo AUV, además se implementa un control de modo deslizante para dar robustez ante las perturbaciones en la red neuronal. No obstante, solamente se presentan simulaciones en este trabajo.

El objetivo de este trabajo es introducir un algoritmo no lineal con propiedades adaptativas e integrales para estabilizar un vehículo submarino. El diseño y análisis de estabilidad del controlador se basa en la teoría de Lyapunov y la técnica backstepping. La idea de agregar un componente integral es obtener robustez en el sistema contra perturbaciones desconocidas y externas. La propiedad adaptativa se utiliza para estimar las perturbaciones desconocidas y no lineales en el modelo como los parámetros hidrodinámicos.

# 4.1. Análisis de estabilidad de vehículos submarinos

El estudio de la estabilidad en robots submarinos puede ser definida como la habilidad de retornar al estado de equilibrio después de una perturbación que origine un movimiento en dicho estado, tales como el uso de superficies de control o el uso de propulsores. Para ello, es importante definir la maniobrabilidad, que es la capacidad del vehículo para realizar un movimiento específico [21], entonces podemos definir 2 tipos de estabilidad:

Estabilidad en lazo abierto: es debida al equilibrio de fuerzas en el vehículo.

**Estabilidad en lazo cerrado:** cuando se hace uso de la señal proveniente de los sensores para procesarla y en base a un algoritmo de control, actúan los propulsores para estabilizar el vehículo.

# 4.2. Control Backstepping con efecto adaptable e integral

El backstepping es un método recursivo basado en la teoría de Lyapunov, teniendo en cuenta algunas de las variables de estado como controladores virtuales [35]. Se pueden encontrar controladores backstepping en distintas áreas de la robótica, en [36] se aplica para que un robot móvil siga una trayectoria, en [37] se controla el seguimiento de trayectoria en un vehículo aéreo y en [38] se hace un controlador basado en la teoría de Lyapunov para el seguimiento de una trayectoria predefinida en un AUV. En los últimos años, se ha optado por mezclar técnicas de control para estabilizar sistemas electromecánicos no lineales con incertidumbres en los parámetros con la idea de mejorar la robustez con respecto a las perturbaciones, véase [39], [40], [41].

#### 4.2.1. Análisis del modelo dinámico

Desarrollando (2.2), los movimientos traslacionales y rotacionales de nuestro robot se pueden expresar como:

$$X = (m - X_{\dot{u}})\dot{u} + X_{\dot{v}}\dot{v} - (my_g - X_{\dot{r}})\dot{r} - (Z_{\dot{w}}w + mw)q + (Y_{\dot{v}}v + mw)r - (X_u)u + f_B \sin \theta Z = (m - Z_{\dot{w}})\dot{w} + (my_g - Z_{\dot{p}})\dot{p} - (mx_g - Z_{\dot{q}})\dot{q} - (Y_{\dot{v}}v + mv)p + (X_{\dot{u}}u - (mu))q - (Z_w)w - f_B \cos \theta \cos \phi M = (-mx_g - Z_{\dot{q}})\dot{w} - (I_{xy} - K_{\dot{q}})\dot{p} + (I_{yy} - M_{\dot{q}})\dot{q} + (Z_{\dot{w}}w + mw)u - (X_{\dot{u}}u + mu)w + (N_{\dot{r}}r - I_{zz}r)p - (K_{\dot{p}}p - I_{x}p)r + (M_q)q - Z_B \cos \theta \sin \phi N = (-my_g - X_{\dot{r}})\dot{u} + (mx_g - Y_{\dot{r}})\dot{v} + (I_{zz} - N_{\dot{r}})\dot{r} - (Y_{\dot{v}}v - mv)u + (X_{\dot{u}}u + mu)v - (M_{\dot{q}}q - I_{yy}q)p + (K_{\dot{p}}p - I_{xx}p)q - (N_r)r$$
(4.1)

donde *m* denota la masa del vehículo,  $X_i, Y_i, Z_i, K_i, M_i, N_i$  son los coeficientes de amortiguación lineal; i : u, v, w, p, q, r y  $X_k, Y_k, Z_k, K_k, M_k, N_k$  representan los coeficientes hidrodinámicos de masa agregada; k : u, v, w, p, q, r y  $X_k, y, z_k, K_k, M_k, N_k$  representan los coeficientes hidrodinámicos de masa agregada; k : u, v, w, p, q, r. Además,  $x_g, y_g, z_g$  son elementos de  $r_g$  que define la distancia del origen del marco fijo al cuepo  $O_B$  al centro de gravedad del robot(CG),  $f_W$  introduce la fuerza de gravedad,  $f_B$  las fuerzas de flotabilidad,  $I_{xx}, I_{yy}$  e  $I_{zz}$ son los momentos de inercia y  $I_{xy}$  es un producto.

Para el diseño del controlador algunas hipótesis deben indicarse: el vehículo se moverá a baja velocidad y con esta suposición, algunos parámetros de amortiguación y masa agregada se puede estimar utilizando Solidworks y CFD Autodesk. El vehículo tiene dos ejes de simetría y como consecuencia sólo los parámetros en la diagonal principal de las ecuaciones matriciales (amortiguación y masa añadida) son más fuertes y calculados. La Tabla 4.1 presenta los parámetros principales considerando la geometría del vehículo y sus propiedades de los materiales utilizadas en la construcción. Los otros parámetros son muy pequeños y para nuestro estudio, estos parámetros se consideran como incertidumbres no lineales en el modelo.

Parámetros estimados	
m	33.99 kg
$I_{xx}$	0.99 N*m
$I_{yy}$	0.02 N*m
$I_{zz}$	0.02 N*m
$X_{\dot{u}}$	0.963 kg
$Y_{\dot{v}}$	0.367 kg
$Z_{\dot{w}}$	0.367 kg
$K_{\dot{p}}$	0.002 N*m
$M_{\dot{q}}$	0.002 N*m
$N_{\dot{r}}$	0.002 N*m

Tabla 4.1: Parámetros Lirmia 3

Además, por diseño, el ángulo de alabeo es estable mecánicamente y, como consecuencia,  $\phi \approx 0$ . Esto implicará que el desplazamiento lateral también es pequeño y podría ser no contemplado, por lo tanto,  $v, \dot{v}, p, \dot{p} \approx 0$ . Nótese de la figura 2.4 que el origen de la estructura corporal  $O_B$  coincide con el centro de gravedad (CG), entonces  $x_g, y_g, z_g \approx 0$ .

Reescribiendo la dinámica de guiñada, se tiene que:

$$u_{\psi} = (-my_g - X_{\dot{r}})\dot{u} + (mx_g - Y_{\dot{r}})\dot{v} + (I_{zz} - N_{\dot{r}})\dot{r} - (Y_{\dot{v}}v - mv)u + (X_{\dot{u}}u + mu)v - (M_{\dot{q}}q - I_{yy}q)p + (K_{\dot{p}}p - I_{xx}p)q - (N_r)r$$
(4.2)

Para facilitar la lectura, la entrada de control N se reescribe como  $u_{\psi}$ . Considerando las características del prototipo, se puede reescribir como:

$$-X_{\dot{r}}\dot{u} + I_{zz}\dot{r} - N_{\dot{r}}\dot{r} - N_r r = u_\psi \tag{4.3}$$

 $I_{zz}$  se calcula con SolidWorks,  $N_{\dot{r}}$  también se puede calcular considerando la geometría del vehículo. Por lo tanto,  $I_{zz}$  y  $N_{\dot{r}}$  podrían considerarse constantes y escritas como  $\bar{I}_r = I_{zz} - N_{\dot{r}}$ . Entonces, la dinámica de guiñada es:

$$\bar{I}_r \dot{r} = u_\psi + N_r r + X_{\dot{r}} \dot{u} \tag{4.4}$$

donde  $N_r$  es un parámetro de amortiguación pequeño y muy difícil de estimar mientras que  $X_{\dot{r}}$  a baja velocidad también es pequeño (nótese que no son parámetros principales en las

matrices de amortiguamiento y masa agregada). El análisis hidrodinámico está fuera del alcance de esta tesis, en este trabajo, el objetivo es estabilizar el vehículo submarino incluso en presencia de estas incertidumbres no lineales en el modelo o perturbaciones desconocidas y externas. Por consiguiente, podemos escribir  $N_r r + X_{\dot{r}} \dot{u} < \delta_{\psi}$ , donde  $\delta_{\psi}$  puede ser considerada como una perturbación desconocida y externa o una incertidumbre no lineal en el modelo que depende de los estados del vehículo. A continuación, se puede reescribir (4.4).

$$\bar{I}_r \dot{r} \approx u_\psi + \delta_\psi \tag{4.5}$$

Ahora, la dinámica del cabeceo es analizada.

$$u_{\theta} = (-mx_g - Z_{\dot{q}})\dot{w} - (I_{xy} - K_{\dot{q}})\dot{p} + (I_{yy} - M_{\dot{q}})\dot{q} + (Z_{\dot{w}}w + mw)u - (X_{\dot{u}}u + mu)w + (N_{\dot{r}}r - I_{zz}r)p - (K_{\dot{p}}p - I_xp)r + M_qq - Z_B\cos\theta\sin\phi$$
(4.6)

Para facilitar la lectura, la entrada de control M se reescribe como  $u_{\theta}$ . Siguiendo un procedimiento similar que en la dinámica de guiñada, se tiene que:

$$u_{\theta} = -Z_{\dot{q}}\dot{w} + (I_{yy} - M_{\dot{q}})\dot{q} + (Z_{\dot{w}}w + mw)u - (X_{\dot{u}}u + mu)w + M_{q}q$$
(4.7)

 $I_{yy}$  y  $M_{\dot{q}}$  pueden ser estimadas, entonces  $\bar{I}_q = I_{yy} - M_{\dot{q}}$ . Se tiene que la dinámica del cabeceo puede ser representada como:

$$\bar{I}_q \dot{q} = -M_q q + Z_{\dot{q}} \dot{w} - k_{wu} w u + k_{uw} u w + u_\theta \tag{4.8}$$

donde  $k_{wu} = Z_{\dot{w}} + m$  y  $k_{uw} = X_{\dot{u}} + m$ . De tal forma que:

$$\bar{I}_q \dot{q} = -M_q q + Z_{\dot{q}} \dot{w} + \bar{k}_{uw} uw + u_\theta \tag{4.9}$$

 $\operatorname{con} \bar{k}_{uw} = k_{uw} - k_{wu} = X_{\dot{u}} - Z_{\dot{w}}.$ 

De la tabla 4.1, se deduce que  $\bar{k}_{uw} = 0,596$ . Sin embargo,  $Z_{\dot{q}}$  y  $M_q$  se consideran suficientemente pequeños y dependen de la velocidad del vehículo, es decir, crecen si la

velocidad del vehículo aumenta. Por lo tanto, será difícil estimar estos valores, entonces estos parámetros se pueden escribir como perturbaciones desconocidas y externas como  $-M_q\dot{\theta} + Z_{\dot{q}}q \leq \delta_{\theta}$ . Reescribiendo la ecuación anterior.

$$\bar{I}_q \dot{q} \approx u_\theta + \bar{k}_{uw} uw + \delta_\theta \tag{4.10}$$

Analizando la dinámica del movimiento longitudinal en x, se tiene:

$$u_{x} = (m - X_{\dot{u}})\dot{u} + X_{\dot{v}}\dot{v} - (my_{g} - X_{\dot{r}})\dot{r} - (Z_{\dot{w}}w + mw)q + (Y_{\dot{v}}v + mw)r - (X_{u})u + f_{B}\sin\theta$$
(4.11)

con  $X = u_x$ , ahora considerando las propiedades del vehículo y que por diseño del vehículo tiene una flotabilidad neutral  $f_B \approx 0$ , se puede (4.11) como:

$$u_x = (m - X_{\dot{u}})\dot{u} - X_{\dot{r}}\dot{r} - (Z_{\dot{w}} + m)wq + (mw)r - X_u u$$
(4.12)

de la misma manera que en los análisis anteriores, se asume que  $\bar{I}_u = m - X_{\dot{u}}$ 

$$\bar{I}_{u}\dot{u} = X_{u}u + X_{\dot{r}}\dot{r} + (k_{wu}q - mr)w + u_{x}$$
(4.13)

tomando en cuenta que  $X_{\dot{r}}$  y  $X_u$  son pequeñas debido a la velocidad lenta de desplazamiento del vehículo, serán consideradas como incertidumbres desconocidas en el modelo tal que  $X_u u + X_{\dot{r}} \dot{r} \leq \delta_{u_x}$ . De tal forma que:

$$\bar{I}_u \dot{u} \approx (k_{wu}q - mr)w + u_x + \delta_{u_x} \tag{4.14}$$

Finalmente, para el movimiento en z el análisis es el siguiente:

$$u_{z} = (m - Z_{\dot{w}})\dot{w} + (my_{g} - Z_{\dot{p}})\dot{p} - (mx_{g} - Z_{\dot{q}})\dot{q} - (Y_{\dot{v}}v + mv)p + (X_{\dot{u}}u - (mu))q - (Z_{w})w - f_{\beta}cos\theta cos\phi$$
(4.15)

con  $Z = u_z$ , tomando en cuenta las propiedades del vehículo se tiene que:

$$u_{z} = (m - Z_{\dot{w}})\dot{w} - Z_{\dot{q}}\dot{q} + (X_{\dot{u}} - m)uq - Z_{w}w - f_{B}cos\theta$$
(4.16)

recordando que el vehículo tiene flotabilidad neutra  $f_B \approx 0$ , reescribiendo (4.16)

$$\bar{I}_z \dot{w} = Z_w w + Z_{\dot{q}} \dot{q} + \bar{I}_u u q + u_z \tag{4.17}$$

donde  $\bar{I}_z = m - Z_{\dot{w}}$ . Nuevamente se define,  $Z_w w + Z_{\dot{q}} \dot{q} \leq \delta_{u_z}$  como un parámetro de incertidumbre no lineal. Por lo tanto:

$$\bar{I}_z \dot{w} \approx u_z + \bar{I}_u u q + \delta_{u_z} \tag{4.18}$$

reescribiendo las ecuaciones de movimiento para nuestro vehículo submarino, se deduce que:

$$\bar{I}_r \dot{r} \approx u_\psi + \delta_\psi \tag{4.19}$$

$$\bar{I}_q \dot{q} \approx u_\theta + \bar{k}_{uw} uw + \delta_\theta \tag{4.20}$$

$$\bar{I}_u \dot{u} \approx (k_{wu}q - mr)w + u_x + \delta_{u_x}$$
(4.21)

$$\bar{I}_z \dot{w} \approx u_z + \bar{I}_u u q + \delta_{u_z} \tag{4.22}$$

### 4.2.2. Controlador no lineal con efecto adaptable e integral

El objetivo de esta sección es proponer un controlador no lineal general para estabilizar nuestro vehículo. Observe de sus ecuaciones matemáticas que hay no linealidades en el modelo y también algunos parámetros son desconocidos y dependen de sus estados. El siguiente controlador no lineal está diseñado para un caso general, y se mostrará en la siguiente subsección cómo se puede aplicar este controlador para estabilizar el vehículo submarino. Sea el siguiente sistema:

$$I_{\alpha_1}\ddot{\alpha} = u_\alpha + I_{\alpha_2}\gamma\lambda + \delta_\alpha \tag{4.23}$$

donde  $\alpha, \gamma, \lambda$  son estados,  $I_{\alpha_i}$  denota un parámetro del sistema,  $\delta_{\alpha}$  representa una perturbación desconocida y externa o incertidumbres desconocidas en el modelo y  $u_{\alpha}$  significa la entrada de control.

Se define el error como  $e_{\alpha} = \alpha - \alpha_d$  y se plantea  $s_1 = \int_0^t e_{\alpha} d\tau$ , entonces  $\dot{s}_1 = e_{\alpha}$ . Se propone la siguiente función definida positiva para diseñar una velocidad virtual que asegurará la convergencia a la posición deseada.:

$$V_1 = \frac{1}{2}(k_{s_1}s_1^2) + \frac{1}{2}e_{\alpha}^2$$
(4.24)

donde  $k_{s_1}$  es una constante positiva. Diferenciando la expresión  $\left( 4.24\right)$  , da como resultado:

$$\dot{V}_1 = k_{s_1} s_1 \dot{s}_1 + e_\alpha \dot{e}_\alpha \tag{4.25}$$

se plantea la velocidad virtual como:

$$\rho^{1} = \dot{\alpha}_{d} - k_{s_{1}}s_{1} - k_{\alpha}e_{\alpha} \tag{4.26}$$

con  $k_{\alpha} > 0$  es constante. Siendo así,  $\dot{\alpha}_d = \rho^1 + k_{s_1}s_1 + k_{\alpha}e_{\alpha}$ , esto implica que el error de velocidad es:

$$\dot{e}_{\alpha} = \dot{\alpha} - \dot{\alpha}_d \tag{4.27}$$

$$\dot{e}_{\alpha} = \dot{\alpha} - \rho^1 - k_{s_1} s_1 - k_{\alpha} e_{\alpha} \tag{4.28}$$

y por lo tanto,

$$\dot{V}_1 = k_{s_1} s_1 e_{\alpha} + e_{\alpha} (\dot{\alpha} - \rho^1 - k_{s_1} s_1 - k_{\alpha} e_{\alpha})$$
(4.29)

$$\dot{V}_1 = -k_{\alpha}e_{\alpha}^2 + e_{\alpha}(\dot{\alpha} - \rho^1)$$
(4.30)

se define  $\dot{\bar{e}}_{\alpha} = \dot{\alpha} - \rho^1$ , de manera que,  $V_1 = -k_{\alpha}e_{\alpha}^2 + e_{\alpha}\dot{\bar{e}}_{\alpha}$ . Se plantea una función definida positiva con el propósito de que el error converja a cero,

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}\dot{\bar{e}}_{\alpha}^2 \tag{4.31}$$

entonces, diferenciando la expresión 4.31

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \dot{\bar{e}}_\alpha \ddot{\bar{e}}_\alpha \tag{4.32}$$

derivando con respecto del tiempo  ${\dot {\bar e}}_\alpha$ 

$$\ddot{\bar{e}}_{\alpha} = \ddot{\alpha} - \dot{\rho}^1 \tag{4.33}$$

reescribiendo $\dot{V}_2$ 

$$\dot{V}_2 = -k_\alpha e_\alpha^2 + e_\alpha \dot{\bar{e}}_\alpha + \dot{\bar{e}}_\alpha (\ddot{\alpha} - \dot{\rho}^1)$$
(4.34)

introduciendo (4.23) en lo anterior, implica que

$$\dot{V}_2 = -k_\alpha e_\alpha^2 + e_\alpha \dot{\bar{e}}_\alpha + \dot{\bar{e}}_\alpha \left(\frac{u_\alpha + I_{\alpha_2}\gamma\lambda + \delta_\alpha}{I_{\alpha_1}} - \dot{\rho}^1\right)$$
(4.35)

$$\dot{V}_2 = -k_\alpha e_\alpha^2 + \dot{\bar{e}}_\alpha \left( e_\alpha + \frac{u_\alpha + I_{\alpha_2} \gamma \lambda + \delta_\alpha}{I_{\alpha_1}} - \dot{\rho}^1 \right)$$
(4.36)

se propone  $u_{\alpha}$  de la forma siguiente

$$u_{\alpha} = I_{\alpha_1}(\dot{\rho}^1 - e_{\alpha} - k_{\dot{\bar{e}}_{\alpha}}\dot{\bar{e}}_{\alpha}) - I_{\alpha_2}\gamma\lambda - \hat{\delta}_{\alpha}$$
(4.37)

con  $k_{\hat{e}_{\alpha}}$  como una constante positiva y  $\hat{\delta}_{\alpha}$  que define la estimación de  $\delta_{\alpha}$ . Reescribiendo (4.36)

$$\dot{V}_{2} = -k_{\alpha}e_{\alpha}^{2} + \dot{\bar{e}}_{\alpha}\left(e_{\alpha} - \dot{\rho}^{1}\right) \\
+ \frac{I_{\alpha_{1}}(\dot{\rho}^{1} - e_{\alpha} - k_{\dot{\bar{e}}_{\alpha}}\dot{\bar{e}}_{\alpha}) - I_{\alpha_{2}}\gamma\lambda - \hat{\delta}_{\alpha} + I_{\alpha_{2}}\gamma\lambda + \delta_{\alpha}}{I_{\alpha_{1}}} \\
= -k_{\alpha}e_{\alpha}^{2} - k_{\dot{\bar{e}}_{\alpha}}\dot{\bar{e}}_{\alpha}^{2} + \frac{1}{I_{\alpha_{1}}}\dot{\bar{e}}_{\alpha}(\delta_{\alpha} - \hat{\delta}_{\alpha})$$
(4.38)

se define  $e_{\delta_{\alpha}} = \delta_{\alpha} - \hat{\delta}_{\alpha}$ , implica que

$$\dot{V}_2 = -k_\alpha e_\alpha^2 - k_{\bar{e}_\alpha} \dot{\bar{e}}_\alpha^2 + \frac{1}{I_{\alpha_1}} \dot{\bar{e}}_\alpha e_{\delta_\alpha}$$
(4.39)

considerando que la perturbación está cambiando lentamente, esto significa que podría considerarse en algunos instantes k como constante, es decir  $\delta_{\alpha} = cte$ .

$$\implies \dot{e}_{\delta_{\alpha}} = -\dot{\hat{\delta}}_{\alpha} \tag{4.40}$$

Ahora, se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_L = V_2 + \frac{1}{2k_\delta} e_{\delta_\alpha}^2 \tag{4.41}$$

con  $k_{\delta}$  como una constante positiva. Diferenciando la expresión (4.41), entonces:

$$\dot{V}_L = \dot{V}_2 + k_\delta^{-1} e_{\delta_\alpha} \dot{e}_{\delta_\alpha}$$
(4.42)

$$\dot{V}_L = \dot{V}_2 + k_{\delta}^{-1} e_{\delta_{\alpha}} (-\dot{\hat{\delta}}_{\alpha})$$
(4.43)

se plantea que,

$$\dot{\hat{\delta}}_{\alpha} = \frac{1}{I_{\alpha_1}} k_{\delta} \dot{\bar{e}}_{\alpha} \tag{4.44}$$

entonces reescribiendo (4.44),

$$\dot{V}_{L} = \dot{V}_{2} - \frac{1}{I_{\alpha_{1}}} \dot{\bar{e}}_{\alpha} e_{\delta_{\alpha}}$$

$$= -k_{\alpha} e_{\alpha}^{2} - k_{\dot{\bar{e}}_{\alpha}} \dot{\bar{e}}_{\alpha}^{2} + \frac{1}{I_{\alpha_{1}}} \dot{\bar{e}}_{\alpha} e_{\delta_{\alpha}} - \frac{1}{I_{\alpha_{1}}} \dot{\bar{e}}_{\alpha} e_{\delta_{\alpha}}$$

$$(4.45)$$

de modo que

$$\dot{V}_L = -k_\alpha e_\alpha^2 - k_{\dot{\bar{e}}_\alpha} \dot{\bar{e}}_\alpha^2 \le 0 \quad \forall t \ge 0$$
(4.46)

así que, (4.46) es semidefinida negativa e implica que está delimitado localmente.

## 4.2.3. Algoritmos no lineales para estabilizar un vehículo submarino

La idea ahora es usar el controlador anterior para estabilizar el robot submarino. De (4.19)-(4.22) observe que los estados están en el marco del cuerpo. El objetivo es validar las estrategias en tiempo real, entonces, es más común el uso de sensores referidos a los ángulos de Euler (para la orientación) y al marco inercial (para la posición).

De (2.2), para la orientación  $\nu_2 = J_2^{-1}(\eta_2)\dot{\eta}_2 \operatorname{con} \nu_2 = (p, q, r)^T$  y  $\eta_2 = (\phi, \theta, \psi)^T$ , para más detalles ver apéndice A. Por lo tanto,

$$q = \dot{\theta}c_{\phi} + \dot{\psi}c_{\theta}s_{\phi} \tag{4.47}$$

$$r = -\dot{\theta}s_{\phi} + \dot{\psi}c_{\theta}c_{\phi} \tag{4.48}$$

donde  $c_{\alpha}$ ,  $s_{\alpha}$  denota  $\cos(\alpha)$  y  $\sin(\alpha)$  respectivamente. Recuerde que por diseño  $\dot{\phi}$ ,  $\phi \approx 0$ , entonces

$$q = \dot{\theta} \tag{4.49}$$

$$r = \dot{\psi}c_{\theta} \tag{4.50}$$

tal que (4.19) transformada en el marco inercial es:

$$I_{\psi_1}\ddot{\psi} = u_\psi + I_{\psi_2}\dot{\psi}\dot{\theta} + \delta_\psi \tag{4.51}$$

con  $I_{\psi_1} = \bar{I}_r c_{\theta}$  y  $I_{\psi_2} = \bar{I}_r s_{\theta}$ . Más adelante se demostrará que  $I_{\psi_1} \neq 0$ , es decir,  $c_{\theta} \neq 0$ . Obsérvese que la ecuación anterior tiene forma similar a (4.23) con  $\alpha = \psi, \gamma = \dot{\psi}$  y  $\lambda = \dot{\theta}$ . A continuación, se puede aplicar todo el procedimiento de control para obtener la ley de control para estabilizar la guiñada. Por lo tanto, se tiene que:

$$u_{\psi} = I_{\psi_1}(\dot{\rho}^1 - e_{\psi} - k_{\bar{e}_{\psi}}\dot{e}_{\psi}) - I_{\psi_2}\dot{\psi}\dot{\theta} - \hat{\delta}_{\psi}$$
(4.52)

con  $e_{\psi} = \psi - \psi_d$ ;  $\rho^1 = \dot{\psi}_d - k_{s_1}s_1 - k_{\psi}e_{\psi}$ ;  $\dot{\hat{\delta}}_{\psi} = \frac{1}{I_{\psi_1}}k_{\delta}\dot{e}_{\psi}$  y  $\dot{s}_1 = e_{\psi}$ . Lo anterior implica que  $\ddot{\psi}, \dot{\psi} \to 0$  y  $\psi \to \psi_d$ .

Para el caso de la transformación del cabeceo, se puede reescribir (4.20) usando  $q = \dot{\theta}$ , esto implica que

$$\bar{I}_q \ddot{\theta} = u_\theta + \bar{k}_{uw} uw + \delta_\theta \tag{4.53}$$

de forma similar que en el caso anterior, aplicando el procedimiento del controlador propuesto previemente, el controlador puede escribirse como:

$$u_{\theta} = \bar{I}_q(\dot{\rho}^1 - e_{\theta} - k_{\dot{\bar{e}}_{\theta}}\dot{\bar{e}}_{\theta}) - \bar{k}_{uw}uw - \hat{\delta}_{\theta}$$

$$(4.54)$$

 $\operatorname{con} e_{\theta} = \theta - \theta_{d}; \rho^{1} = \dot{\theta}_{d} - k_{s_{1}}s_{1} - k_{\theta}e_{\theta}; \dot{\hat{\delta}}_{\theta} = \frac{1}{I_{q}}k_{\delta}\bar{e}_{\theta} \text{ y } \dot{s}_{1} = e_{\theta}. \text{ Por consiguiente, } \ddot{\theta}, \dot{\theta} \to 0$ y  $\theta \to \theta_{d}.$  Esto significa que  $c_{\theta} \neq 0$  y  $I_{\psi_{1}} \neq 0$  en (4.52).

Nótese que u y w indican la velocidad del robot en el eje x y z, respectivamente, y estos estados se pueden calcular en (4.61) y (4.62).

Ahora se analiza (4.21),

$$I_{u}\dot{u} = (k_{wu}q - mr)w + u_{x} + \delta_{u_{x}}$$
(4.55)

noté de (4.49)-(4.50) que q y r se estabilizaron previamente, entonces lo anterior se puede escribir como:

$$\bar{I}_u \dot{u} = u_x + \delta_{u_x} \tag{4.56}$$

de (2.2), se tiene que para la posición  $\nu_1 = J_1^{-1}(\eta_2)\dot{\eta}_1 \operatorname{con} \nu_1 = (x, y, z)^T \operatorname{y} \eta_1 = (u, v, w)^T$ , para más detalles véase apéndice A. Por lo tanto, considerando que el robot es mecánicamente estable en el alabeo, se puede asumir que  $\phi \approx 0$  y que produce

$$u = \dot{x}c_{\psi}c_{\theta} + \dot{y}s_{\psi}c_{\theta} - \dot{z}s_{\theta} \tag{4.57}$$

$$w = \dot{x}c_{\psi}s_{\theta} + \dot{y}s_{\psi}s_{\theta} + \dot{z}c_{\theta} \tag{4.58}$$

considerando  $\dot{y} \approx 0$ , entonces,

$$\dot{u} = -\dot{x}(c_{\psi}s_{\theta}\dot{\theta} + s_{\psi}c_{\theta}\dot{\psi}) + \ddot{x}c_{\psi}c_{\theta} - \dot{z}c_{\theta}\dot{\theta} - \ddot{z}s_{\theta}$$
(4.59)

$$\dot{w} = \dot{x}(c_{\psi}c_{\theta}\dot{\theta} - s_{\psi}s_{\theta}\dot{\psi}) + \ddot{x}c_{\psi}s_{\theta} - \dot{z}s_{\theta}\dot{\theta} + \ddot{z}c_{\theta}$$
(4.60)

como  $\psi$  y  $\theta$  se estabilizaron previamente, es decir,  $\psi, \theta \to 0$ . Entonces, las ecuaciones anteriores se convierten en:

$$\dot{u} \approx \ddot{x}$$
 (4.61)

$$\dot{w} \approx \ddot{z}$$
 (4.62)

reescribiendo (4.56),

$$\bar{I}_u \ddot{x} = u_x + \delta_{u_x} \tag{4.63}$$

el controlador produce:

$$u_x = \bar{I}_u(\dot{\rho}^1 - e_x - k_{\dot{e}_x}\dot{\bar{e}}_x) - \hat{\delta}_x$$
(4.64)

con  $I_{\psi_2} = 0$ ,  $e_x = x - x_d$ ;  $\rho^1 = \dot{x}_d - k_{s_1}s_1 - k_x e_x$ ;  $\dot{\hat{\delta}}_x = \frac{1}{I_u}k_{\delta}\dot{e}_x$  y  $\dot{s}_1 = e_x$ . Lo anterior implica que  $\ddot{x}, \dot{x} \to 0$  y  $x \to x_d$ . Finalmente, reescribiendo(4.22)

$$\bar{I}_z \ddot{z} = u_z + \bar{I}_u \dot{x} \dot{\theta} + \delta_{u_z} \tag{4.65}$$

de los análisis previos, se tiene que  $\dot{x}\dot{\theta} \rightarrow 0$ . Entonces reescribiendo (4.22),

$$\bar{I}_z \ddot{z} = u_z + \delta_{u_z} \tag{4.66}$$

adaptando el procedimiento previamente descrito del controlador, se tiene:

$$u_{z} = \bar{I}_{z}(\dot{\rho}^{1} - e_{z} - k_{\dot{\bar{e}}_{z}}\dot{\bar{e}}_{z}) - \hat{\delta}_{z}$$
(4.67)

donde  $e_z = z - z_d$ ;  $\rho^1 = \dot{z}_d - k_{s_1}s_1 - k_z e_z$ ;  $\dot{\hat{\delta}}_z = \frac{1}{I_z}k_{\delta}\dot{e}_z$  y  $\dot{s}_1 = e_z$ . Lo anterior implica que  $\ddot{z}, \dot{z} \to 0$  y  $z \to z_d$ .

# 4.3. Validación numérica

La simulación numérica para controlar el AUV se realiza para ilustrar la eficacia del controlador propuesto. En la sección de resultados experimentales, se presentan las cifras que muestran el rendimiento completo del sistema en lazo cerrado en tiempo real.

### 4.3.1. Control de guiñada

Las primeras simulaciones introducen el comportamiento de control de guiñada cuando se sigue una referencia sinusoidal:

$$\psi_d = (50 * \sin(0.1 * t) + 100)^{\circ} \tag{4.68}$$

con una perturbación constante de magnitud  $\delta_{\psi} = 30$ , ver Figuras 4.1-4.2. Las ganancias utilizadas en la simulación son:  $k_{s_1} = 0.09, k_{\psi} = 12, k_{\bar{e}_{\psi}} = 15, k_{\delta} = 0.012$ , con condiciones iniciales  $\psi(0) = \dot{\psi}(0) = 0$ .



Figura 4.1: Respuesta de Yaw en presencia de una perturbación constante.



Figura 4.2: Respuesta de la perturbación,  $\delta_{\psi e}$  es el valor estimado.

Observe de estas figuras que el sistema en lazo cerrado permanece estable y la perturbación se estima bien. Una segunda simulación se realiza con una referencia definida como:

$$\psi_d = (45 * \sin(0.1 * t) + 45 * \cos(0.2 * t) + 100)^{\circ}$$
(4.69)

con una perturbación variable ( $|\delta_{\psi}|$  + ruido blanco). Las mismas ganancias fueron usadas aquí, los resultados que ilustran este caso se pueden ver en las Figuras 4.3 - 4.4.



Figura 4.3: Respuesta de Yaw en presencia de una perturbación variable.



Figura 4.4: Estimación de una perturbación variable,  $\delta_{\psi e}$  es el valor estimado.

Noté en estas figuras que el sistema en lazo cerrado ante una perturbación variable permanece estable y la perturbación es estimada.

#### 4.3.2. Control de cabeceo

Esta simulación muestra la robustez del controlador, al estabilizar el cabeceo en una referencia constante y se contempla ruido en la medición obtenida por el giroscopio,

$$\theta_d = 10^{\circ} \tag{4.70}$$

con una perturbación constante de magnitud  $\delta_{\psi} = 20$ , ver Figuras 4.5-4.6. Las ganancias utilizadas en la simulación son:  $k_{s_1} = 0.095$ ,  $k_{\theta} = 12$ ,  $k_{\dot{e}_{\theta}} = 15$ ,  $k_{\delta} = 0.02$ , con condiciones iniciales  $\theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0$ . Contemple de estas figuras que el sistema en lazo cerrado permanece estable, incluso con el ruido en la medición y la perturbación se estima de manera correcta.



Figura 4.5: Respuesta de Pitch en presencia de una perturbación constante y ruido en la medición del giroscopio.



Figura 4.6: Respuesta de la perturbación,  $\delta_{\theta e}$  es el valor estimado.

## 4.3.3. Control de profundidad (z)

La siguiente simulación muestra el comportamiento de la respuesta del controlador al regular la profundidad a un metro, en este caso se contempla una perturbación variable ( $|\delta_{\psi}|$  + ruido blanco) y ruido en la medición del sensor para demostrar la robustez del control.

Las ganancias utilizadas en la simulación son:  $k_{s_1} = 0.9, k_z = 8, k_{\dot{e}_z} = 12, k_{\delta} = 0.8$ , con condiciones iniciales  $z(0) = \dot{z}(0) = 0$ .



Figura 4.7: Respuesta del control de profundidad en presencia de una perturbación constante y ruido en la medición del sensor.



Figura 4.8: Respuesta de la perturbación,  $\delta_{z_e}$  es el valor estimado.

Perciba de las Figuras que el sistema en lazo cerrado permanece estable, incluso con el ruido en la medición del sensor y la perturbación se estima de forma correcta.

# **Resultados experimentales**

5

# 5.1. Pruebas experimentales

El controlador propuesto se valida en tiempo real utilizando el prototipo descrito en la sección 3. Los primeros experimentos consisten en regular el ángulo de guiñada para seguir la referencia (4.69). Note de la figura 5.1 que el controlador funciona bien y sigue bastante bien la referencia. En este experimento no se aplicaron perturbaciones externas adicionales, es decir,  $\delta_{\psi_d} = 0$ , entonces la estimación en la figura 5.2 corresponde a las incertidumbres desconocidas en el modelo. Las ganancias utilizadas en las pruebas experimentales de guiñada son:  $k_{s_1} = 0.0009, k_{\psi} = 14.11, k_{\dot{e}_{\psi}} = 12.6, k_{\delta} = 0.000015$ , para el cabeceo son los siguientes:  $k_{s_1} = 0.000989, k_{\theta} = 14.15, k_{\dot{e}_{\theta}} = 11.75, k_{\delta} = 0.00015$  y para z son:  $K_{s_1} = 0.00099, k_z = 2, k_{dot\bar{e}_z} = 2.5, k_{\delta} = 0,00011$ .



Figura 5.1: Respuesta de la guiñada en seguimiento de una señal sinusoidal



Figura 5.2: Estimación de la perturbación cuando sigue la referencia (4.69).

Se realiza una segunda prueba para estabilizar todo el sistema, sin embargo, en este momento no es posible medir la posición x y su velocidad longitudinal en nuestro prototipo submarino. Entonces, sólo se pueden validar los ángulos de guiñada, cabeceo y profundidad. El objetivo de este experimento es zambullir el vehículo a una profundidad de 1m con un  $\theta_d = 0^\circ$  y seguir una referencia sinusoidal (4.68) en el ángulo de guiñada. Figuras 5.3 - 5.5 introduce el rendimiento experimental al aplicar los controladores propuestos. Observe aquí el buen comportamiento de los algoritmos de control.



Figura 5.3: Respuesta del controlador al regular la profundidad.



Figura 5.4: Respuesta del controlador al regular una guiñada constante.



Figura 5.5: Comportamiento del controlador al regular un cabeceo constante.

En la Figura 5.6, note que la perturbación estimada para  $\delta_{\psi}$  va decreciendo conforme el vehículo realiza el seguimiento de la señal sinusoidal, mientras que  $\delta_{\theta}$  crece y  $\delta_z$  permanece pequeña mientras el controlador estabiliza el vehículo. En el caso de la Figuras 5.7-5.10 se puede visualizar el comportamiento del controlador, así como la convergencia del error a cero y la entrada del control a los motores.



Figura 5.6: Estimación de la perturbación para cada grado de libertad.



Figura 5.7: Respuesta del controlador propuesto.



Figura 5.8: Error al estabilizar el robot submarino en 3 grados de libertad



Figura 5.9: Entrada de control en motores 1 y 2.



Figura 5.10: Entrada de control en motores 3 y 4.

Un tercer experimento se llevó a cabo, el objetivo aquí es estabilizar el robot submarino en  $\theta_d = 0^\circ$ ;  $\psi_d = 0^\circ$  y  $z_d = 1$  m, y posteriormente mover el vehículo en el eje longitudinal, x, en modo manual para incrementar los parámetros hidrodinámicos, ver Figura 5.11. La Figura 5.14 introduce los resultados experimentales. El experimento se realizó en una piscina cuando la gente estaba nadando produciendo corrientes (perturbaciones externas) y aumentando también los parámetros hidrodinámicos. Observe en estas Figuras cómo los ángulos de guiñada y de cabeceo son perturbados pero el controlador estabiliza todo el sistema estable. Un video de este experimento se puede ver en: "https://youtu.be/Jf-MvKTCIJQ". En las Figuras 5.15-5.17 se puede visualizar el comportamiento del controlador, también note que el error converge a cero.


Figura 5.11: Estimación de perturbaciones cuando se mueve el vehículo en el eje x.



Figura 5.12: Respuesta de la guiñada cuando el vehículo se mueve en el eje x.



Figura 5.13: Respuesta del cabeceo cuando el vehículo se mueve en el eje x.



Figura 5.14: Respuesta de z cuando el vehículo se mueve en el eje x.



Figura 5.15: Error al estabilizar un submarino y desplazarlo en el eje x.



Figura 5.16: Entrada de control al motor 1 y 2.



Figura 5.17: Entrada de control al motor 3 y 4.

## **Conclusiones y trabajo futuro**

6

#### 6.1. Conclusiones

Se instrumentó un vehículo submarino modular que es capaz de adquirir información de su entorno y sus propios datos de estado, mediante los distintos dispositivos y sensores. Con la finalidad de implementar y comprobar el rendimiento del controlador propuesto.

Para ello, se obtuvo y analizó el modelo dinámico de un robot submarino contemplando sus características y limitaciones con el objetivo de desarrollar un algoritmo de control no lineal con la robustez necesaria para estabilizar el vehículo. El control propuesto se basa en el método de backstepping agregando una acción integral y un parámetro adaptativo, para validar el modelo dinámico y el controlador, se realizaron varias simulaciones que ilustran el buen funcionamiento del sistema en lazo cerrado incluso en presencia de perturbaciones desconocidas y externas. Los resultados experimentales verifican el comportamiento del controlador propuesto al estabilizar los estados de guiñada, cabeceo y profundidad.

Además, se desarrollo una interfaz para que el operador pueda monitorear y manipular de manera remota el vehículo, donde el usuario define comandos que el robot debe ejecutar, teniendo acceso a las cámaras para realizar la navegación del vehículo. Por lo tanto, se cumple con el objetivo general, el cual, fue estabilizar en orientación y posición un vehículo submarino que puede funcionar en dos modos de operación.

### 6.2. Trabajo futuro

El trabajo futuro incluye validar el algoritmo propuesto en presencia de perturbaciones como corrientes de agua, para esto se tendrá que construir un sistema que introduzca una perturbación acotada al vehículo. Además, de la implementación de un sensor en el prototipo que permita medir el eje longitudinal y realizar tareas en modo autónomo.

Asimismo, implementar diferentes estrategias de control con la finalidad de comparar la robustez y eficiencia de los algoritmos al estabilizar un robot submarino en el menor tiempo posible.

#### ApéndiceA

# Transformación del marco fijo al cuerpo al marco inercial en un robot submarino

La matriz de transformación de la velocidad angular esta dada por:

$$\dot{\eta_2} = J_2(\eta_2)\nu_2$$
 (A.1)

donde

$$\eta_{2} = (\phi, \theta, \psi)^{T}$$

$$\nu_{2} = (p, q, r)^{T}$$

$$J_{2} = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix}$$
(A.2)

se conoce que

$$J_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \cos\theta\sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}$$
(A.3)

despejando  $\nu_2$  y desarrollando la ecuación se tiene:

$$\nu_{2} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} - \sin\theta\dot{\psi} \\ \dot{\theta}\cos\phi + \dot{\psi}\cos\theta\sin\phi \\ -\dot{\theta}\sin\phi + \dot{\psi}\cos\theta\cos\phi \end{pmatrix}$$
(A.4)

por consiguiente

$$p = \dot{\phi} - \sin \theta \dot{\psi}$$

$$q = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi$$

$$r = -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi$$
(A.5)

tomando en cuenta que  $\phi \approx 0$  y  $\dot{\phi} \approx 0,$  reescribiendo (A.5)

$$p = -\sin\theta\dot{\psi}$$

$$q = \dot{\theta}$$

$$r = \dot{\psi}\cos\theta$$
(A.6)

En el caso de la transformación de la velocidad lineal, se tiene que:

$$\dot{\eta_1} = J_1(\eta_1)\nu_1$$
 (A.7)

considerando las propiedades mecánicas del prototipo  $\phi\approx 0$  ,  $\dot{\phi}\approx 0.$  Por ello, se define como:

$$\eta_{1} = (x, y, z)^{T}$$

$$\nu_{1} = (u, v, w)^{T}$$

$$J_{1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta)\cos(\psi) & -\sin(\psi) & \cos(\psi)\sin(\theta) \\ \cos(\theta)\sin(\psi) & \cos(\psi) & \sin(\theta)\sin(\psi) \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
(A.8)

Se tiene que la matriz  $J_1$  es ortogonal, por propiedad  $J_1^{-1} = J_1^T$ . Despejando  $\nu_1$ , se puede definir:

$$\nu_{1} = \begin{pmatrix} \dot{x}\cos\psi\cos\theta + \dot{y}\sin\psi\cos\theta - \dot{z}\sin\theta\\ -\dot{x}\sin\psi + \dot{y}\cos\psi\\ \dot{x}\cos\psi\sin\theta + \dot{y}\sin\psi\sin\theta + \dot{z}\cos\theta \end{pmatrix}$$
(A.9)

como el desplazamiento lateral es pequeño  $\dot{y}\approx 0,$  esto implica que:

$$u = \dot{x}\cos\psi\cos\theta - \dot{z}\sin\theta$$
  

$$v = -\dot{x}\sin\psi \approx 0$$
(A.10)  

$$w = \dot{x}\cos\psi\sin\theta + \dot{z}\cos\theta$$

## Bibliografía

- Yuh, J. Design and control of autonomous underwater robots: A survey. Autonomous Robots, 8(1), 7-24, 2000.
- [2] Aquanauta del Cantábrico. http://aquanautadelcantabrico.blogspot.mx. Agosto 2016.
- [3] Sciencephotolibrary. http://www.sciencephoto.com/media/492350/view. Agosto 2016.
- [4] Sosa P. *Historia y desarrollo de los submarinos*. Alformas, 6(1), 2007.
- [5] La vita in profondità. http://www.tecmania.ch/it/wissen/articles/la-vita-in-profondita. Agosto 2016.
- [6] Le blog de royale marine. http://royale-marine.over-blog.com/page-8499926.html. Agosto 2016.
- [7] Steele, J., Thorpe, A., &Turekian K. Measurement Techniques, Sensors and Platforms: A Derivative of the Encyclopedia of Ocean Sciences. Academic Press, 162-164, 2009.
- [8] Niño, C. H. V. y Dutra, M. S. Estado del Arte de los Vehículos Autónomos sumergibles Alimentados por Energía solar. ITECKNE, 7(1), 46-53, 2010.
- [9] Antonelli, G., Fossen, T. I., &Yoerger, D. R. Underwater Robotics. In: Siciliano, B., Khatib, O. (Eds.). Springer Handbook of Robotics, 987-1008, 2008.
- [10] Bohm, H. and V. Jensen. Introduction to Underwater Technology & Vehicle Design. Marine Advanced Technology Education Center, 2001.
- [11] Valavanis, K. P., Gracanin, D., Matijasevic, M., Kolluru, R., & Demetriou, G. A. *Control architectures for autonomous underwater vehicles*. IEEE Control Systems, 17(6), 48-64, 1997.

- [12] Moreno, H. A., Saltarén, R., Puglisi, L., Carrera, I., Cárdenas, P., & Álvarez, C. Robótica submarina: Conceptos, elementos, modelado y control. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI, 11(1), 3-19, 2014.
- [13] Guerrero, A., López, T., Gilabert, J., &García, J. Vehículo submarino autónomo para trabajos oceanográficos en aguas costeras. Scientific & Academic Publishing, 2012.
- [14] Campos, E., Comby, F., Creuze, V., Torres, J., Antonio, E., Strauss, O., & Monroy, J. AUV pipeline following by artificial vision. CIRC'2015: Congreso Internacional de Robótica y Computación, 251-256, 2015.
- [15] Guillen, G. J. Visión Artificial aplicada en Vehículos Autónomos Submarinos. Universidad Rey Juan Carlos de Madrid, 2011.
- [16] Chantler, M.J., D.B. Lindsay, C.S. Reid and V.J.C. Optical and acoustic range sensing for underwater robotics. Proceedings Oceans Engineering for Today's Technology and Tomorrow's Preservation, 205-210, 1994.
- [17] Hydromea. http://hydromea.com/. Agosto 2016.
- [18] EB Marine. http://www.ebmarine.no/en/tjenester/rov/. Agosto 2016.
- [19] Vervoort, J. H. A. M. Modeling and control of an unmanned underwater vehicle. Christchurch: University of Canterbury, 2009.
- [20] Álvarez, C., Saltaren, R., Aracil, R., & García, C. Concepción, desarrollo y avances en el control de navegación de robots submarinos paralelos: El robot REMO-I. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI, 6(3), 92-100, 2009.
- [21] Thor I. Fossen. Guidance and Control of Ocean Vehicles. John Wiley and Sons, Norway, Second edition, 1999.
- [22] Graver, J. G. Underwater gliders: Dynamics, control and design (Doctoral dissertation, PhD thesis. Princeton University, 2005.
- [23] Bailey, P., Price, W. and Temarel, P. Underwater gliders: Dynamics, control and design (A unified mathematical model describing the maneuvering of a ship travelling in a seaway. Trans-actions The Royal Institution of Naval Architects, 1997.

- [24] SNAME Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid JR. New York: Technical and Research Bulletin, 1-5, 1952.
- [25] Thor I. Fossen. *Marine control systems guidance, navigation, and control of shipd, rigs and underwater vehicles.* Marine Cybernetics, 2002.
- [26] Thor I. Fossen. Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. John Wiley, 2011.
- [27] Serban O. Modeling and Control of an Underwater Vehicle. Tesis de maestría, 2013.
- [28] Torres I. Vehículo Submarino Autónomo Modelado y Control. Tesis de maestría, 2008.
- [29] OpenCV. http://sourceforge.net/projects/opencvlibrary/. Julio 2016.
- [30] Medina, Valeriano Y., Fernandez A., Hernandez L. and Prieto P. Yaw Controller in Sliding Mode for Underwater Autonomous Vehicle. IEEE Latin America Transactions, 1213-1220, 2016.
- [31] González, Julián and Gomáriz, Spartacus and Batlle, Carles. Control difuso para el seguimiento de guinada del AUV Cormorán. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI, 166-176, 2015.
- [32] Maalouf, D., Tamanaja, I., Campos E., Chemori, A., Creuze, V., Torres, J. y Lozano,
   R. From pd to nonlinear adaptive depth-control of a tethered autonomous underwater vehicle. IFAC Proceedings Volume 46, 743-748, 2013.
- [33] Lapierre, L. *Robust diving control of an AUV*. Ocean Engineering volume 36, 92-104, 2009.
- [34] Li, J., Lee, P. y Lee, S. Motion control of an AUV using a neural network adaptive controller. Proceedings of the 2002 International Symposium on Underwater Technology, 217-221, 2002.
- [35] Fadzillah N., Zainah M. and others A Backstepping Based Pid Controller for Stabilizing an Underactuated X4-AUV. ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, 3883-3888, 2016.

- [36] Benaoumeur I., Benchikh L., Elhachimi H. and Zoubir A. Backstepping Approach for Autonomous Mobile Robot Trajectory Tracking. Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, 478-485, 2016.
- [37] Dongjun L., Changsu H. and Zhiyuan Z. Backstepping control of quadrotor-type UAVs and its application to teleoperation over the internet. Intelligent Autonomous Systems 12, 217-225, 2013.
- [38] Yintao W., Weisheng Y. and Rongxin C. Backstepping-based path following control of an underactuated autonomous underwater vehicle. International Conference on Information and Automation ICIA'09, 466-471, 2009.
- [39] Koshkouei, A., Zinober, A. y Burnham, K. Adaptive sliding mode backstepping control of nonlinear systems with unmatched uncertainty. Asian Journal of Control, 447-453, 2004.
- [40] Hong, E., Hong G. y Chitre, M. Depth control of an autonomous underwater vehicle, STARFISH. OCEANS 2010 IEEE-Sydney, 1-6, 2010.
- [41] Khodayari, M. y Balochian, S. Modeling and control of autonomous underwater vehicle (AUV) in heading and depth attitude via self-adaptive fuzzy PID controller. Journal of Marine Science and Technology, 559-578, 2015.
- [42] Zain, Z. y Harun, N. Integral Backstepping Controller for an Underactuated X4-AUV. Journal of Marine Science and Technology, 559-578, 2015.