



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO

PROGRAMA DE

Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina

**“Modelo de un vehículo aéreo con alimentación
vía cable mediante una base terrestre móvil
para aplicaciones de autonomía extendida”**

TESIS

Que presenta

Marco Antonio Serna Montero

Para obtener el grado de

Maestro en Ciencias

EN

Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina

Directores de la Tesis:

Dr. Sergio R. Salazar Cruz

Dr. Eduardo Steed Espinoza Quesada

México, D.F.

Febrero 2016

Dedicatoria

“Las personas que amamos y se adelantan en el camino de la vida definen nuestra personalidad y nuestros errores Marcan la huella del futuro, nos permiten amar a quienes aún nos acompañan en ese hermoso sueño hasta el final”

— **A la vida**

A mi hermosa abuela y a al increíble tipo que era mi tío solo puedo decirles que nos veremos pronto. No hoy, no mañana Algún día con gusto. Hasta entonces, tomen una taza de café por mí Juntos para siempre, un amor como el suyo, no lo podrá separar ni la eternidad.

— **A quienes se han ido**

La vida es difícil pero vivir solo lo es más. Si puedes perdonar hoy, hazlo; mañana será imposible quizás. Si puedes abrazar con amor, nunca lo dudes. Si tu camino es imposible, sonríe, hiciste algo bueno y estas en el sendero correcto. Ama hoy, no lo dejes para mañana. Perdona hoy, no te arrepientas en el ayer. Vive, perdona y ama, ama hasta que hayas de morir

— **A quienes amo en la vida**

AGRADECIMIENTOS

Primeramente, me gustaría agradecer a CONACyT por el apoyo económico recibido durante el periodo de la Maestría; fue gracias a esto que pude cursar el programa de Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarinas con éxito. Así mismo, me gustaría agradecerle al *Dr. Sergio R. Salazar Cruz* y al *Dr. Eduardo Steed Espinoza Quesada* por su apoyo y asesoría durante el tiempo de la realización de la presente tesis. Así mismo, agradezco al laboratorio franco-mexicano UMI-LAFMIA 317 por el soporte académico brindado. En este laboratorio he tenido la oportunidad de desarrollar y madurar significativamente, fortalecer el conocimiento adquirido durante el paso de los años y, ayudarme a integrarlo para poder entregar un trabajo de calidad que cumpla los objetivos que le fueron conferidos.

Quisiera aprovechar para otorgarle un agradecimiento muy especial a una persona increíble y de suma importancia en mi vida, Emma Delfina Rivas Servin, pues es alguien que me ha enseñado lo que significa tener constancia, responsabilidad y más que nada, paciencia. Muchas gracias por acompañarme a lo largo de estos dos años y apoyarme siempre que necesitaba una mano y un hombro, eres uno de los pilares de mi vida y por ello, te estaré eternamente agradecido.

De igual manera, quisiera agradecer especialmente a mis padres, de ambos he aprendido a crecer y madurar como el hombre que quizá ellos querían que me convirtiese. A mi padre le agradezco su apoyo incondicional durante toda mi formación como profesionalista y por forjar en mí un sentido de responsabilidad, ética y madurez; por enseñarme a tener responsabilidades, superarlas y aprender de ellas. Gracias por mostrarme con sus palabras siempre estrictas pero justas lo que implica ser un hombre de bien.

A mi madre por su amor incondicional y su constancia conmigo, nunca doblegable

ni en las peores situaciones. A mis hermanos por demostrarme su cariño y brindarme su soporte en diversos aspectos de la vida. Y también, a aquellos que ya no se encuentran entre nosotros pero albergan un lugar muy grande en mi corazón.

Finalmente, quisiera agradecerles a todos mis compañeros, colegas y amigos por el agradable tiempo que pasamos juntos, trabajando en equipo, dentro y fuera del laboratorio. A todas las apreciables personas mencionadas. Muchas gracias.

RESUMEN

Los vehículos no tripulados son robots voladores que pueden ser completamente autónomos o ser piloteados de manera remota, este tipo de vehículos son bastante prometedores debido a los sistemas que utilizan, siendo flexibles, de bajo costo y seguros. Estas características les permiten ser utilizados para aplicaciones en diversos campos y, así mismo, para una amplia gama de propósitos, reduciendo así el costo de las vidas humanas. Más aún, estas características son optimizadas con el uso de vehículos no tripulados en miniatura, i.e. robots autónomos voladores de tamaño reducido, típicamente portables. Un vehículo popular que pertenece a la familia de los vehículos no tripulados es el cuadrirotor. Es un tipo particular de robot aéreo que es propulsado por cuatro motores colocados en los vértices de un cuadrado que actúan de manera independiente uno del otro. Controlando la velocidad de estos rotores de diferentes formas, el cuadrirotor se puede mover en cualquier dirección en el espacio.

Hoy, existe una tendencia por la experimentación y uso con respecto a estos vehículos no tripulados, en la última década el campo de aplicación ha ido creciendo de manera exponencial, no obstante, muy a pesar de su estructura, maniobrabilidad, flexibilidad y diversos factores que implican al vehículo. El tiempo de vuelo siempre ha sido un factor limitante, es por eso que se han hecho experimentos para extender el tiempo de vuelo o autonomía que el cuadrirotor puede tener haciendo uso de cables conectados a

la fuente de alimentación en tierra. El objetivo es el de poder mantener al cuadrirotor en el aire por el mayor tiempo posible. En este presente trabajo se lidiara con dicho problema y se buscará darle solución diseñando y trabajando con un cuadrirotor de forma cooperativa con un vehículo terrestre que lleve la fuente de alimentación para el robot aéreo, interconectados por medio de un cable.

Primeramente, analizando el sistema cooperativo a emplear, derivamos en obtener un modelo para el cuadrirotor que considerará al cable para diseñar un control que pueda mantener al cable en tensión absoluta o por el contrario, sin tensión, y de igual forma; trabajar a la par con un vehículo terrestre que pueda llevar o arrastrar la carga de la fuente de alimentación. Por lo tanto, después de llevar a cabo diversas simulaciones y experimentaciones, se buscó que el cuadrirotor mantuviera una posición con respecto a la posición que tiene el robot móvil terrestre y de esa manera, mantener a ambos robots trabajando de forma cooperativa, siguiendo una trayectoria y cumplir el objetivo principal de la tesis y poderle dar una aplicación. La experimentación se llevó a cabo en un cuadrirotor Talon modificado haciendo uso de un PX4 Pixhawk para el control de dicha plataforma y, en el caso del robot móvil, un microcontrolador de la serie de Atmel, en la plataforma de desarrollo Arduino MEGA. Es en estas plataformas en las cuales se desarrollaron los algoritmos para su subsecuente experimentación. Los resultados obtenidos se mostrarán en los capítulos subsecuentes.

ABSTRACT

The unmanned aerial vehicles can be completely autonomous or controlled via remote control, this kind of vehicles are very promising because of its very efficient systems, being flexible, safe and affordable. These characteristics allow them to be used in a very wide-range spectrum of applications, reducing the cost of humans lives for dangerous missions.

Moreover, there features are amplified and optimized within the miniature unmanned aerial vehicles, i.e. autonomous portable aerial robots. A popular vehicle used for various applications it's the quadcopter. The quadcopter it's a particular copter which uses four motors to flight, placed within the four axis of a square, acting independently one from another. Controlling the speed, these rotors can place the quadcopter in any position in space.

Nowadays, there's a tendency for the experimentation using this kind of unmanned aerial vehicles, in the last century the field of application has grown exponentially, however their structure, controllability, flexibility and many other factors that are implied within the vehicle. The time of flight has always been a limiting factor, this is why there has been much experimentation to extend the time of flight or autonomy of the quadcopter just like as if it was using a power source via cable in a ground station.

The man objective is to extend the quadcopter's time of flight as long as possible. The present thesis work will solve this problem and work on a cooperative system, by

using a ground autonomous vehicle we'll transport the main source of energy for the quadcopter power supplied via cable.

Firstly, analyzing the cooperative system, we'll get the mathematical equations (model) for both robots and the cable, this with the objective of using these equations to design a cooperative orientation and position control. We'll focus on maintain the cable at its full tension or with no tension at all, likewise, well use a mobile ground robot to pull or transport the power source. By doing so, after doing the respective simulations and experimentations, we used the cooperative control for the quadcopter to maintain their position within the same position as the mobile robot, so that both can work simultaneously. The experimentation will be using a designed TALON quadcopter modified using the PX4 Pixhawk board for control and programming. In the mobile ground robot we'll use a Arduino MEGA. We'll test most of the controls and give the result in the consequents chapters.

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	iii
RESUMEN	v
ABSTRACT	vii
ÍNDICE GENERAL	ix
ÍNDICE DE FIGURAS	xiii
ÍNDICE DE TABLAS	1
1 INTRODUCCIÓN GENERAL	3
1.1 INTRODUCCIÓN	3
1.2 ESTADO DEL ARTE	6
1.3 OBJETIVOS DE LA TESIS	10
1.4 MOTIVACIÓN	11
1.5 RESUMEN DE LA TESIS	12
2 DISEÑO DE LOS VEHÍCULOS, MODELADO DE LAS PLATAFORMAS Y EL CABLE	13
2.1 CUADRIROTOR	13
2.1.1 ANTECEDENTES	13

2.1.2	HISTORIA	15
2.1.3	PRINCIPIO DE VUELO	16
2.1.4	MODELO DINÁMICO	17
2.2	VEHÍCULO TERRESTRE AUTÓNOMO	22
2.2.1	ANTECEDENTES	22
2.2.2	HISTORIA	23
2.2.3	MODELO CINEMÁTICO	25
2.3	CABLE DE ALIMENTACIÓN	29
2.3.1	APROXIMACIÓN POR EL MODELO DE UNA CUERDA	29
2.3.2	MODELO DEL CABLE CON EL CUADRIROTOR	36
2.4	DISEÑO ELECTRÓNICO DE LOS VEHÍCULOS	43
2.4.1	CUADRIROTOR	43
2.4.2	ROBOT MÓVIL	49
3	CONTROL DE LAS PLATAFORMAS	53
3.1	CONTROL DEL CUADRIROTOR PARA LA COOPERACIÓN UAV- AGV CON CABLE	53
3.1.1	Control de altura y de orientación	53
3.1.2	Control de Altura por Modos deslizantes	54
3.1.3	Control de posición	58
3.1.4	Control equivalente y por modos deslizantes para la posición del UAV	59
3.2	CONTROL DE LA BASE TERRESTRE M ÓVIL PARA LA COOP- ERACIÓN UAV-AGV CON CABLE	68
3.2.1	Control de orientación	68
3.2.2	Control de posición por odometría	69

ÍNDICE GENERAL	xi
4 RESULTADOS DE SIMULACIÓN	71
4.1 CONTROL DEL CUADRIROTOR	71
4.1.1 Ley de control de orientación - PD	71
4.1.2 Ley de control de altura - PD	74
4.1.3 Ley de control de posición - PD	75
4.1.4 Ley de control de altura - Modos deslizantes	78
4.1.5 Ley de control de posición - Modos deslizantes	84
4.2 CONTROL DEL VEHÍCULO TERRESTRE	89
4.3 MODELO DEL CABLE DEL ALIMENTACIÓN	92
5 RESULTADOS EXPERIMENTALES	93
5.1 CONTROL DEL CUADRIROTOR	93
5.1.1 Ley de control de orientación	94
5.1.2 Ley de control de altura	98
5.1.3 Ley de control de posición	102
5.2 CONTROL DEL ROBOT MÓVIL	106
5.2.1 Ley de control de orientación	106
5.2.2 Ley de control de posición del robot móvil	109
5.3 CONTROL COOPERATIVO AGV-UAV (<i>Modo Hover</i>)	111
5.3.1 Ley de control de altura AGV-UAV (<i>Modo Hover</i>)	112
5.3.2 Ley de control de orientación AGV-UAV (<i>Modo Hover</i>)	113
5.3.3 Ley de control de posición AGV-UAV (<i>Modo Hover</i>)	115
6 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	119
6.1 Trabajo futuro	124
A ANEXOS	127
A.1 CÓDIGOS DE PROGRAMACIÓN	127

A.1.1 Código de Arduino - GPS	127
A.1.2 Código de Arduino - Xbee	128
A.1.3 Código de Pixhawk - Xbee	129
BIBLIOGRAFÍA	131

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	<i>Sistema Cuadrirotor-Robot Móvil</i>	5
1.2	<i>Vehículos Autónomos no Tripulados (Tiempo de vuelo de 15 min. aprox.)</i>	6
1.3	<i>Vehículos Autónomos no Tripulados (Tiempo de vuelo de 60 min. aprox.)</i>	7
1.4	<i>Livesky</i>	7
1.5	<i>SpiderVTOL- HoverMast-100 Cuadrirotor</i>	8
1.6	<i>CyPhy EASE</i>	8
1.7	<i>Plataformas UAV y AGV</i>	10
2.1	<i>Vehículos Aéreos no Tripulados</i>	14
2.2	<i>Gyroplane No.1</i>	15
2.3	<i>Desplazamiento el cuadrirotor</i>	16
2.4	<i>Principio de vuelo del cuadrirotor</i>	16
2.5	<i>Espacio Inercial del Cuadrirotor</i>	18
2.6	<i>Vehículos Terrestres Autónomos</i>	23
2.7	<i>Elmer y Elsie</i>	24
2.8	<i>Curiosity Mars Rover, NASA</i>	25
2.9	<i>Robot móvil en el marco de referencia fijo</i>	26
2.10	<i>Diagrama esquemático de un cable o cuerda</i>	29
2.11	<i>Derecha: Cuerda sin tensión Izquierda: Cuerda con tensión</i>	31

2.12	<i>Derecha: Cuerda sin tensión Izquierda: Cuerda con tensión</i>	32
2.13	<i>Diagrama de fuerza de un cable por la sustentación del cuadrirotor</i> . . .	35
2.14	<i>Diagrama de fuerza de un cable por la sustentación del cuadrirotor</i> . . .	36
2.15	<i>Derecha: Diagrama de fuerza del UAV, Izquierda: Diagrama esquemático de la tensión</i>	39
2.16	<i>Vehículo Aéreo no Tripulado, Cuadrirotor Talon</i>	43
2.17	<i>Plataforma embarcada, Pixhawk</i>	44
2.18	<i>Modem de comunicación inalámbrica XBEE</i>	45
2.19	<i>Trama de recepción y envío de datos</i>	46
2.20	<i>Ublox GPS con brújula incorporada</i>	47
2.21	<i>Diagrama electrónico del UAV</i>	47
2.22	<i>Robot móvil diferencial</i>	49
2.23	<i>Arduino MEGA 2560</i>	50
2.24	<i>Brújula Digital CMPS10</i>	50
2.25	<i>Motor reductor con decodificador óptico integrado</i>	51
2.26	<i>Ublox Lea-6 GPS</i>	51
2.27	<i>Diagrama electrónico del robot móvil</i>	52
3.1	<i>Diagrama de cuerpo del cuadrirotor con el cable</i>	63
4.1	<i>Comportamiento del ángulo de orientación (ψ)</i>	72
4.2	<i>Ley de control en orientación</i>	73
4.3	<i>Comportamiento del ángulo de orientación (ψ - inestable)</i>	73
4.4	<i>Comportamiento de la posición en el eje Z, altura</i>	74
4.5	<i>Ley de control de altura</i>	75
4.6	<i>Posición del cuadrirotor en el plano XY</i>	76
4.7	<i>Posición del angular del cuadrirotor</i>	77
4.8	<i>Comportamiento de la posición en el eje Z, Altura</i>	79

4.9	<i>Ley de control de altura por modos deslizantes</i>	79
4.10	<i>Comportamiento de la posición en el eje Z, Zoom</i>	81
4.11	<i>Ley de control de altura por modos deslizantes</i>	81
4.12	<i>Comportamiento de la posición en el eje Z, Zoom</i>	82
4.13	<i>Ley de control de altura por modos deslizantes</i>	82
4.14	<i>Comportamiento de la posición en el eje Z, Zoom</i>	83
4.15	<i>Comportamiento de la posición en el eje Z, Zoom</i>	83
4.16	<i>Comportamiento de la posición en el eje X y Y</i>	85
4.17	<i>Ley de control en τ_θ para el eje X</i>	85
4.18	<i>Ley de control en τ_ϕ para el eje Y</i>	86
4.19	<i>Posición angular en θ y ϕ</i>	86
4.20	<i>Comportamiento de la posición en el eje X y Y</i>	87
4.21	<i>Comportamiento de la posición en el eje X y Y, Zoom</i>	87
4.22	<i>Ley de control τ_θ y τ_ϕ</i>	88
4.23	<i>Posición angular del cuadrirotor en θ y ϕ</i>	88
4.24	<i>Estimación de la tensión en la componente del eje X y Y</i>	89
4.25	<i>Control de orientación en el robot móvil, α</i>	90
4.26	<i>Desplazamiento del robot móvil con Odometria</i>	91
4.27	<i>Posición del cable con respecto a la tensión (ψ)</i>	92
5.1	<i>Posición angular del cuadrirotor (ψ)</i>	94
5.2	<i>Ley de control en orientación (ψ)</i>	95
5.3	<i>Error de orientación (ψ)</i>	95
5.4	<i>Posición angular del cuadrirotor ($\psi = 90^\circ$)</i>	96
5.5	<i>Posición angular del cuadrirotor ($\psi = 90^\circ$)</i>	97
5.6	<i>Error de orientación ($\psi = 90^\circ$)</i>	97
5.7	<i>Altura del cuadrirotor (Z)</i>	99
5.8	<i>Algoritmo de control de altura del UAV</i>	100

5.9	<i>Error de altura</i>	100
5.10	<i>Altura del cuadrirotor (Z)</i>	101
5.11	<i>Ley de control de altura saturada</i>	101
5.12	<i>Error de altura</i>	102
5.13	<i>Posición del eje X y Y</i>	103
5.14	<i>Velocidad del eje X y Y</i>	104
5.15	<i>Ley de control PD para X y Y</i>	104
5.16	<i>Error de posición X y Y</i>	105
5.17	<i>Ángulo de giro del robot móvil</i>	107
5.18	<i>Ley de control de orientación del robot móvil</i>	107
5.19	<i>Error de orientación del robot móvil</i>	108
5.20	<i>Trayectoria del control de posición del robot móvil (ON-OFF)</i>	109
5.21	<i>Trayectoria del robot móvil (GPS)</i>	110
5.22	<i>Altura del cuadrirotor</i>	112
5.23	<i>Ley de control de altura</i>	113
5.24	<i>Comportamiento del ángulo de ψ con respecto a α</i>	113
5.25	<i>Orientación de ψ y α</i>	114
5.26	<i>Posición del sistema cooperativo</i>	115
5.27	<i>Ley de control de posición del sistema cooperativo</i>	116
5.28	<i>Error de posición del sistema cooperativo</i>	117

ÍNDICE DE TABLAS

4.1	<i>Tabla de parámetros para el control de orientación</i>	72
4.2	<i>Tabla de parámetros para el control de altura</i>	74
4.3	<i>Tabla de parámetros para el control de posición</i>	76
4.4	<i>Tabla de parámetros para el control de posición</i>	77
4.5	<i>Tabla de parámetros para el control de altura por modos deslizantes</i>	78
4.6	<i>Tabla de parámetros para el control de altura por modos deslizantes</i>	80
4.7	<i>Tabla de parámetros para el control de posición por modos deslizantes</i>	84
4.8	<i>Tabla de parámetros para el control de orientación</i>	90
4.9	<i>Tabla de parámetros del cable de alimentación</i>	92
5.1	<i>Tabla de parámetros para el control de orientación</i>	94
5.2	<i>Tabla de parámetros para el control de altura</i>	98
5.3	<i>Tabla de parámetros para el control de posición</i>	103
5.4	<i>Tabla de parámetros para el control de orientación (ángulo de giro)</i>	106
5.5	<i>Tabla de parámetros para el control de posición (ON-OFF)</i>	109
5.6	<i>Tabla de parámetros de ganancias para el sistema cooperativo</i>	111

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN GENERAL

1.1 INTRODUCCIÓN

Los vehículos aéreos no tripulados (*Unmanned Aerial Vehicle, UAV*), en particular los cuadri-rotors, están siendo enfocados en diversas investigaciones dentro del área de la robótica con un interés creciente a lo largo de la última década. Mismo que puede llevarse a cabo gracias al avance tecnológico, haciendo posible el uso de estos vehículos en miniatura. Aunado a ello, haciendo uso de una gran diversidad de sensores y microcontroladores, los cuadri-rotors se han vuelto baratos y accesibles para cualquier persona, es así que se vuelve posible su enfoque en diversas áreas de trabajo, estudio y ocio. Por mencionar algunas aplicaciones, sus usos pueden enfocarse en el monitoreo del medio ambiente o entorno, uso militar para rescate y recuperación, aseguramiento de zonas, espionaje, etc. Muchas de estas tareas se llevan a cabo en ambientes hostiles, por lo tanto, utilizando los vehículos en miniatura se pueden salvaguardar vidas humanas.

Dentro de la interdisciplinariedad de los cuadri-rotors, si bien en muchos de los campos de aplicación podemos encontrar una solución comercial, aún existen muchos problemas abiertos y proyectos referidos al control de multi-agentes y en un caso particular, cuadri-rotors de alimentación continúa vía cable. Estos tópicos son desafiantes

de diversas formas de acuerdo a la aplicación y el uso. El primer problema es la cooperación entre robots, en este particular caso, el cuadrirotor debe de trabajar en sincronía con un segundo vehículo no tripulado para mantenerse a una distancia relativamente segura y poder así cumplir los objetivos para los cuales fueron construidos y diseñados. Más aún, esto se vuelve complicado en muchas ocasiones debido al uso incorrecto o limitado de sensores, lo cual reduce el conocimiento del UAV acerca de su entorno y posición con respecto a la tierra y al segundo robot. Es entonces imperativa la adquisición de una mayor cantidad de información acerca del entorno de trabajo, en primera instancia, la formación para un control cooperativo, la posición relativa, la orientación y comunicación entre los robots.

Entonces, se pretende que haya una cooperación entre ambas plataformas y, que haya una interacción con el entorno en el cual están siendo aplicados particularmente. De tal forma se espera que existan diversas fuerzas desconocidas, torques, perturbaciones, etc. Donde sus efectos sean llevar al UAV a un estado de desestabilidad. Un escenario típico donde podemos encontrar todos estos problemas, es representado por la cooperación y transporte de cargas suspendidas en cables por múltiples cuadrirotos, así mismo, la cooperación entre dos plataformas donde, el vehículo terrestre móvil, (*Autonomous Grounded Vehicle, AGV*) lleva la fuente de alimentación y suministra la energía vía cable al cuadrirotor. Los robots deben de trabajar de forma cooperativa para evitar colisiones inesperadas, comportamientos imprevistos por parte del cable, sobre todo las ondulaciones, tensiones y demás reacciones e indeseados efectos.

Está presente tesis busco investigar dos tipos de problemas. En particular, se pretendió estudiar una estrategia de control para llevar a cabo un trabajo cooperativo por parte de ambas plataformas en exteriores para poder darle un enfoque panorámico más adelante; de esta forma, manteniendo la formación de los robots. De tal forma, se pretendió diseñar un control que permitiese mantener el cable de alimentación sujeto a el robot móvil en un estado de tensión absoluta; esto con la intención de evitar perturba-

ciones innecesarias que pudiera llevar al cuadrirotor a colisionar. Una vez logrado esto, establecer un protocolo de comunicación entre plataformas que les permita desplazarse y cumplir los objetivos para los que fueron hechos o simplemente, alcanzar de posiciones deseadas y seguir trayectorias pre-programadas. Llevando al sistema a un estado de estabilidad (Fig. 1.1)



Figura 1.1: *Sistema Cuadrirotor-Robot Móvil*

Llevando a cabo un análisis del cable desde un punto de vista geométrico y algebraico, se obtuvieron las ecuaciones para describir dicho sistema con respecto al marco de la tierra y, de tal forma, poder controlar el UAV añadiendo el modelo del cable al suyo. En el presente trabajo, examinamos el diseño y control del UAV, así mismo, su cooperación con el AGV con el fin de mantener un control en posición y orientación, mismo que nos permita entonces alcanzar el objetivo. Haciendo uso de ambas plataformas diseñar un seguimiento de trayectorias pre-programadas. Básicamente, mantener la tensión del cable en un estado de tensión máxima todo el tiempo.

1.2 ESTADO DEL ARTE

Se ha hecho una investigación extensiva con respecto a la transportación y desplazamiento de cuadrimotores con carga durante la última década. Ciertamente, una gran proporción de las investigaciones ha dado resultados y grandes centros de investigación han desarrollado sistemas y algoritmos para el problema de transportar cargas suspendidas con un cable. No obstante, en los años más recientes, la necesidad por mantener a los cuadrirotos en el aire por un tiempo de autonomía extendido ha traído consigo varios resultados y sistemas comerciales que dan una solución parcial y económicamente cara. Haciendo uso de vehículos autónomos no tripulados, ha crecido el mercado de una manera exponencial trayendo consigo UAV que logran mantenerse en vuelo con un tiempo mínimo aproximado de quince minutos (Fig 1.2).



Assault Reaper 500 Collective
Pitch 3D Quadcopter



Quantum Nova FPV GPS Waypoint
QuadCopter



Quantum Venture FPV Deluxe
Quad Copter

Figura 1.2: Vehículos Autónomos no Tripulados (Tiempo de vuelo de 15 min. aprox.)

Sin embargo, los cuadrirotos no pueden transportar objetos grandes ni pesados, y al hacerlo; el tiempo de vuelo se ve disminuido considerable, incluso aquellos cuadriro-

tores que pudieran llegar a mantenerse en vuelo en un tiempo máximo aproximado de sesenta minutos (Fig 1.3) siendo este, un cuadrirotor considerablemente pequeño; se vería afectado considerablemente. En el caso particular de este trabajo, el tiempo de autonomía extendido haciendo uso de un cable podría darle al cuadrirotor un campo de experimentación más amplio diversificándose hacia varias ramas de las ciencias e incluso, en sus aplicaciones comerciales.



Blackout B330 Quad



QAV250

Figura 1.3: Vehículos Autónomos no Tripulados (Tiempo de vuelo de 60 min. aprox.)

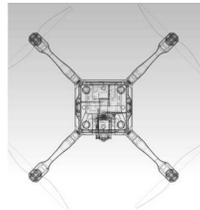
Es entonces que algunas empresas comerciales y centros de investigación desarrollaron algunas soluciones para extender el tiempo de autonomía, justamente; haciendo uso alimentación energética vía cable. El sistema de la empresa *Hoverfly, Livesky* (fig. 1.4) es un cuadrirotor cuyas aplicaciones están limitadas a la grabación de eventos. Tiene un tiempo de elevación desde la cajuela del vehículo terrestre hasta alcanzar su altura máxima es de un minuto.



Figura 1.4: *Livesky*

LiveSky puede cargar diversos tipos de cámaras y está dotado con una ley de control que lo hace seguro y estable. Otras aplicaciones son también la seguridad pública,

seguridad nacional, cobertura de eventos y noticias, etc. Así mismo, existen otras empresas comerciales con este tipo de sistemas, entre ellas las más destacables son el cuadrirotor *SpiderVtol* de *HopeTechnik* (fig. 1.5), cuyas aplicaciones son principalmente orientadas hacia los sistemas de seguridad y vigilancia. Adicionalmente, el cuadrirotor de *Skysapience*, *HoverMast-100* (fig. 1.5), siendo un cuadrirotor que logra alcanzar una altura de cincuenta metros de altura en quince segundos, donde el mismo cable se utiliza como medio de comunicación de banda ancha. Puede cargar hasta seis kilogramos en peso y puede operar con completa autonomía.



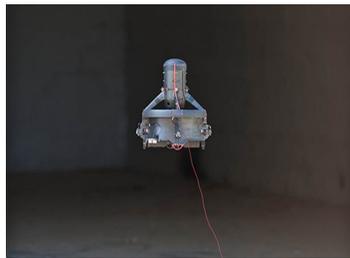
HopeTechnik, SpiderVTOL



Skysapience, HoverMast-100

Figura 1.5: *SpiderVTOL- HoverMast-100 Cuadrirotor*

Finalmente, existe un cuadrirotor con un tiempo de autonomía extendido, de uso militar comúnmente pues su tecnología de microfilamento de cable permite al cuadrirotor volar durante un tiempo indefinido y las baterías pueden alcanzar hasta los cincuenta minutos de vuelo.

Figura 1.6: *CyPhy EASE*

El cuadrirotor puede elevarse aproximadamente hasta trescientos metros de altura, llamado EASE (Fig 1.6) por sus siglas en inglés “*Extreme Access System for Entry*”

siendo así un robot pequeño diseñado especialmente para inspección, servicios de inteligencia, vigilancia y reconocimiento. EASE se caracteriza por volar en ambientes donde no existe GPS, y sus aplicaciones pueden ser desde misiones de rescate, aseguramiento de edificaciones o simplemente, inspección de infraestructuras civiles.

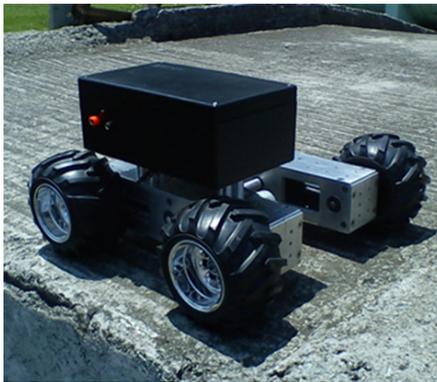
En general, los cuadrirotos mostrados hacen uso de tecnología comercial patentada para cumplir con el objetivo de extender el tiempo de autonomía, no obstante, debido a el valor de estos UAV's, muy pocos han sido utilizados (hasta ahora ningún reportado) en el campo de la investigación, es entonces que con el presente trabajo pretendemos dar solución a dicho problema, el diseñar un cuadrirotor que pueda mantenerse en vuelo haciendo uso de un cable nos permitirá poder asignarle diversas tareas y, enfocarlo para varias aplicaciones en general.

En cuanto al control, se propone utilizar un control PD para el cuadrirotor y se harán algunas simulaciones probando otros controles para determinar el funcionamiento del mismo, con respecto al robot móvil que se pretende utilizar, se implementará un control de orientación y posición para poder enviar dicha información al UAV y así complementar la ley de control en el mismo.

Con respecto al cable, se hará uso de diversos enfoques y se estudiará cual es el más apropiado para solventar el problema en manos, referido entonces a la medición de la tensión del cable o línea de alimentación. Una vez hecho esto, se hará un seguimiento de trayectoria y se desarrollará un trabajo cooperativo entre ambos del tipo líder-seguidor, en este caso, siendo el UAV quien siga la trayectoria del robot móvil diferencial. Y así poder cumplir con los objetivos que este trabajo comprenden.

1.3 OBJETIVOS DE LA TESIS

El propósito del presente trabajo es diseñar un vehículo aéreo alimentado vía cable mediante el uso de una base terrestre móvil robusta que brinde al vehículo aéreo no tripulado una maximización del tiempo de vuelo y por ende, de autonomía con el fin de realizar diversas tareas. Haciendo uso de diversas aproximaciones con respecto al modelo del cable, diseñaremos un control para el UAV de tal forma que pueda compensar la carga y tensión que genera el mismo, de igual forma, que se cuente con una plataforma móvil, en este caso; un robot móvil diferencial para proponer un trabajo cooperativo de seguimiento de trayectorias y cumplimiento de tareas pre-programadas (Fig 1.7).



Robot Móvil



Cuadrirotor Talon

Figura 1.7: *Plataformas UAV y AGV*

Se buscará que el cable se encuentre en tensión absoluta de tal forma que el control sea lo suficientemente robusto para compensar cualquier tipo de perturbación externa, desde un "estirón" hasta algún movimiento ondulatorio inesperado. Siendo estos los objetivos del trabajo aquí presente.

1.4 MOTIVACIÓN

Es claro que existen diversas soluciones comerciales que han dado solución a la problemática, no obstante, existe la barrera de la difusión con respecto a la tecnología utilizada. Teniendo esto en mente, se buscó información relativa al tema, de lo cual se encontró con muy poco trabajo en el campo, diversas aproximaciones pero nada concreto. Es así que partiendo de esto, se comenzó con el análisis correspondiente para dicho trabajo.

Inicialmente se tomó el modelo del cuadrirotor y el de la plataforma móvil para hacer las consideraciones necesarias con respecto al cable. Inmediatamente después se llevaron a cabo pruebas en ambos robots para probar su eficiencia y, si es que cumplían con los requerimientos de este proyecto. Con respecto al robot móvil diferencial, se implementó un control proporcional y proporcional-derivativo sobre el ángulo de orientación o guiñada (*yaw*). Haciendo uso de un par de moto reductores con un decodificador óptico sobre el eje de giro, se aplicó una ley de control on/off sobre la posición, esto gracias a la teoría sobre la odometría.

Adicionalmente se cuenta con un GPS para tener una referencia fija en tierra y, de esta manera, poder enviar la información de la posición al cuadrirotor para más adelante, implementar el seguimiento de trayectoria pre-programada.

El cuadrirotor es controlado mediante una ley de control PD (proporcional-derivativo) en *yaw*, sobre la posición y la altura también. Se implementó una ley de control adicional para la posición con respecto al robot móvil y la orientación de tal forma que se cumpla el trabajo cooperativo propuesto, en el presente trabajo.

Con respecto al cable, se llevó a cabo un análisis para la obtención del modelo, esto con el objetivo de dar una aproximación con respecto a la tensión en el cable, dado que esta es la variable que no se puede medir de forma directa. Adicionalmente, se tomó en cuenta un enfoque diferente de interpretar el cable como una masa variable. Finalmente,

se utilizó el modelo presentado en el trabajo y se buscó la tensión máxima en el cable. Todo con el fin de desarrollar algo equiparable con lo que se vende comercialmente.

1.5 RESUMEN DE LA TESIS

En el capítulo uno se dará una breve introducción de lo que son los vehículos aéreos y terrestres no tripulados, se hará mención de algunos sucesos históricos importantes en la historia de dichos drones. Así mismo, se hará mención de algunos vehículos aéreos y las diversas tareas y aplicaciones para las cuales fueron diseñados.

Se abordará el objetivo principal de la presente tesis y la motivación. En el capítulo dos, se encontrará el análisis matemático necesario que fue utilizado para la descripción de dichas plataformas y la elaboración de los algoritmos de control a implementar.

El capítulo tres se refiere en su totalidad al control de las plataformas, los algoritmos utilizados en simulación y su posterior implementación en los drones. Finalmente, el capítulo cuatro se refiere a los resultados de simulación y el capítulo cinco a las pruebas realizadas en la etapa de implementación experimental. Llegando así a las conclusiones y el trabajo futuro.

CAPÍTULO 2

DISEÑO DE LOS VEHÍCULOS, MODELADO DE LAS PLATAFORMAS Y EL CABLE

2.1 CUADRIROTOR

2.1.1 ANTECEDENTES

El cuadrirotor pertenece a la familia de los vehículos aéreos no tripulados, llamados comúnmente “*drones*”. Son robots que pueden volar con completa autonomía o, pilotados de manera remota, en general son vehículos aéreos que no necesitan de un piloto. Este tipo de sistemas se están expandiendo rápidamente y, son populares por su flexibilidad, bajo costo y seguridad. Estas características permiten su aplicación en diversos campos y para diversas aplicaciones. Primeramente, los UAV’s eran utilizados por la milicia para misiones de espionaje, armas autónomas, reconocimiento, vigilancia y otro tipo de misiones.

El avance tecnológico de la última década ha permitido la fabricación de sensores

para cargas pequeñas, ligeras y más capaces, además tienen una conectividad de banda ancha con respecto al intercambio de información. Los avances en la tecnología de microprocesadores y desarrollo de “*software*” han permitido el uso de tarjetas de procesamiento de datos y computadores embarcados, esto para aplicaciones de gama alta. Así mismo, los sensores inerciales y GPS ha permitido sistemas de control robustos para los vehículos de manera autónoma. Es así que el campo de aplicación de este tipo de robots logro ser un producto comercial abierto a todo el público.

Algunos ejemplos de aplicaciones para los UAV’s comerciales es la cobertura de eventos, seguridad doméstica, investigación científica, patrullas marítimas, etc. Adicionalmente, UAV’s equipados con sensores como cámaras, termómetros, sensores de emisiones pueden ser utilizados en aplicaciones donde no es posible el acceso para los seres humanos, de esta forma; hacer mediciones y recuperar la información substancial. Más aun, gracias a la miniaturización de esta tecnología, ha sido posible la construcción de UAV’s en miniatura. Es claro que este tipo de UAV’s no pueden llevar cargas pesadas pero, compensan la falta de carga con las aplicaciones debido al uso de tarjetas de desarrollo más elaboradas; todo con el fin de asegurar la información. Hoy en día se pueden clasificar en peso, duración, rango, altitud máxima, tipo de motor, enfoque de aplicación; esto debido a la amplia variedad de vehículos aéreos no tripulados (fig 2.1).



Armada de Estados Unidos
X-47A UAV



Hoverfly
Tethered IRIS Quadrotor

Figura 2.1: Vehículos Aéreos no Tripulados

2.1.2 HISTORIA

Uno de los primeros cuadrirotos de la historia o al menos, el primer prototipo (Fig. 2.2) el *Gyroplane No.1* diseñado en 1907 por los hermanos Louis y Jacques Breguet en cooperación con el profesor Charles Richet. Los hermanos Breguet. Los hermanos Breguet propusieron enfocar una visión nueva sobre el helicóptero durante ese tiempo. Fue bastante difícil desarrollar el diseño del vehículo, además, resolver así el problema de la estabilidad, adicionalmente, la primera tarea que dicho vehículo debía cumplir era la de levantarse del suelo con la ayuda de un par de hombres en tierra.

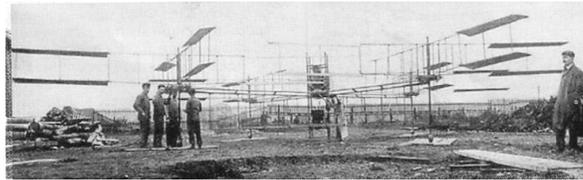


Figura 2.2: *Gyroplane No.1*

Los primeros experimentos tuvieron lugar en Douai, Francia. Fue en ese sitio donde el cuadrirotor alcanzo la altura de 1.2 metros mientras era piloteado por una persona. Después de este precedente, diversos investigadores e ingenieros se sumaron a esta nueva rama en desarrollo. En 1920 donde Etienne Oehmichen, habiendo construido su propio cuadrirotor, logro mantenerlo en vuelo por varios minutos, así demostrando la eficacia y estabilidad de su prototipo.

Alrededor de esas fechas, los investigadores continuaron sobre esa línea de desarrollo sin ningún avance relevante; fue hasta 1990 cuando la tecnología de microcontroladores permitió impulsar la tecnología de los cuadrirotos. Partiendo del mismo problema inicial, el control y la estabilización del vehículo no tripulado. Finalmente, a mediados del siglo 21, diversos pioneros en el campo terminaron sus prototipos y comenzaron a desarrollar leyes de control para resolver los problemas; hoy en día, la investigación de estos vehículos sigue abierta y continua dando resultados.

2.1.3 PRINCIPIO DE VUELO

Los cuadrirotos presentan una ventaja significativa con respecto a los helicópteros convencionales, propulsados por los motores en los cuatro ejes, este tipo de vehículos aéreos tienen la capacidad de desplazarse sobre el plano vertical y horizontal de manera aislada o simultánea. Incrementando la velocidad se incrementará la fuerza total ejercida sobre el cuadrirotor, desplazándose de forma vertical en el plano Z .

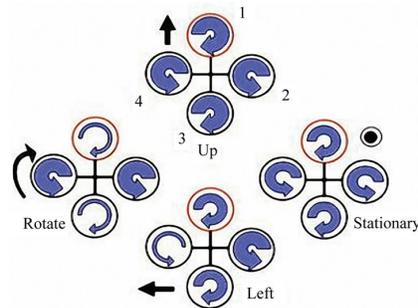


Figura 2.3: *Desplazamiento el cuadrirotor*

Por otro lado, aplicando una ligera inclinación y diferencia de velocidad en los motores, se puede desplazar en el plano (X, Y) . Siendo precisos, el cuadrirotor tiene que generar sobre en eje Y una rotación con un ángulo de alabeo ϕ (roll) y, para desplazarse en dirección X debe de generarse un cabeceo ϑ (pitch).

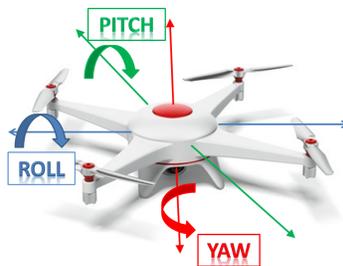


Figura 2.4: *Principio de vuelo del cuadrirotor*

Siendo así que al controlar la velocidad y el sentido de giro de los motores del

cuadrirotor, podemos desplazarnos en la dirección que deseemos, con respecto a la orientación, esto se logra rotando sobre el plano horizontal al cuadrirotor de manera vertical teniendo un motor estático, esto es generando un ángulo de guiñada ψ (yaw).

2.1.4 MODELO DINÁMICO

En esta subsección describiremos el modelo dinámico del cuadrirotor. Este modelo se obtiene representando al robot como un cuerpo rígido en 3D sujeto a una fuerza y, tres momentos inerciales. Haciendo uso de coordenadas generalizadas, podemos describir al sistema como:

$$q = (x, y, z, \psi, \theta, \phi) \in \mathbb{R}^6 \quad (2.1)$$

Donde (x, y, z) denotan la posición relativa del centro de masa del cuadrirotor con respecto al cuerpo \mathcal{I} , de forma similar, (ψ, ϕ, θ) representan los ángulos de Euler (yaw, roll, pitch), mismos que describen la orientación del cuadrirotor. Por lo tanto, podemos dividir el modelo en coordenadas trasnacionales y rotacionales

$$\xi = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \eta = (\psi, \phi, \theta) \in \mathcal{S}^3 \quad (2.2)$$

Donde la energía cinetica de traslación del cuadrirotor está descrita por:

$$T_{trans} \triangleq \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} \quad (2.3)$$

Donde m denota la masa del cuadrirotor. La energía cinética rotacional es:

$$T_{rot} \triangleq \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta} \quad (2.4)$$

La matriz \mathbb{J} actúa como la matriz de inercia de la energía cinética de todo el sistema rotacional del quadrirotor, expresado directamente en términos de las coordenadas

generalizadas η . La única energía potencial que se necesita ser considerada es la energía potencial gravitacional, dada por:

$$U = mgz \quad (2.5)$$

El Lagrangiano está descrito como:

$$L(q, \dot{q}) = T_{trans} + T_{rot} - U = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta} - mgz \quad (2.6)$$

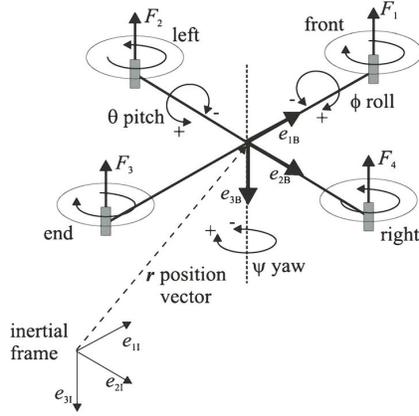


Figura 2.5: *Espacio Inercial del Cuadricóptero*

El modelo con respecto a la dinámica del cuadricóptero se obtiene a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange de fuerzas externas generalizadas, dado por:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = F \quad (2.7)$$

Donde $F = (F_\xi, \tau)$. τ denota la suma de momentos, en cuanto a F_ξ , es la fuerza de traslación aplicada por el cuadricóptero debido a los cuatro motores. Ignoraremos las fuerzas pequeñas del cuerpo dado que son generalmente insignificantes en magnitud con respecto a las entradas de control u y τ . El vector de fuerza será entonces:

$$\hat{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Donde (Fig. 2.5) tenemos que:

$$u = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \quad (2.9)$$

Y

$$f_i = k_i \omega_i^2, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (2.10)$$

Para $k_i > 0$ es constante y, ω_i es la velocidad angular del motor i -ésimo ($M_i, i = 1, \dots, 4$), entonces,

$$F_\xi = R\hat{F} \quad (2.11)$$

Donde R es la matriz de transformación que representa la orientación del cuadrirotor, entonces, denotando a c_θ como $\cos(\theta)$ y s_θ como $\sin(\theta)$, obtenemos:

$$R = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & s_\psi s_\theta & -s_\theta \\ c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & c_\theta s_\phi \\ c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi & c_\theta c_\phi \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Los momentos generalizados en las variables η , son:

$$\tau \triangleq \begin{pmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Donde

$$\tau \triangleq \begin{pmatrix} \tau_\psi = \sum_{i=1}^4 \tau_{M_i} \\ \tau_\theta = (f_2 - f_4) l \\ \tau_\phi = (f_3 - f_1) l \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Para el cual, l es la distancia de los motores al centro de gravedad, y τ_{M_i} es el par producido por cada motor i -ésimo M_i . Dado que el Lagrangiano no tiene términos cruzados en la energía cinética combinada de ξ y η . La ecuación de Euler-Lagrange puede ser dividida en la dinámica para las coordenadas ξ y la dinámica de η . De lo cual obtendremos:

$$m\ddot{\xi} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} = F_\xi \quad (2.15)$$

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} + \mathbb{J}\dot{\eta} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta}) = \tau \quad (2.16)$$

De la cual, sabemos que la matriz de coriolis estará definida como:

$$\bar{V}(\eta, \dot{\eta}) = \mathbb{J}\dot{\eta} + -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta}) \quad (2.17)$$

Podemos escribirla de forma que:

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} + \bar{V}(\eta, \dot{\eta}) = \tau \quad (2.18)$$

No obstante, podemos reescribir a $\bar{V}(\eta, \dot{\eta})$:

$$\bar{V}(\eta, \dot{\eta}) = \left(\mathbb{J} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T \mathbb{J}) \right) \dot{\eta} = C(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta} \quad (2.19)$$

Donde $C(\eta, \dot{\eta})$ se refiere al término de la Coreolis y contiene los términos giroscópicos y centrífugos asociados con η dependiente de \mathbb{J} . Finalmente obtenemos:

$$m\ddot{\xi} = u \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

$$\mathbb{J}\dot{\eta} = -C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + \tau \quad (2.21)$$

Con la intención de simplificar, propondremos un cambio en las variables de entrada

$$\tau = C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + \mathbb{J}\tilde{\tau} \quad (2.22)$$

Donde

$$\tilde{\tau} = \begin{pmatrix} \tilde{\tau}_\psi \\ \tilde{\tau}_\theta \\ \tilde{\tau}_\phi \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

De tal forma que nuestras entradas serán ahora:

$$\dot{\eta} = \tilde{\tau} \quad (2.24)$$

Reescribiendo nuestras ecuaciones (2.20 – 2.21):

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -u \sin \theta \\ m\ddot{y} &= u \cos \theta \sin \phi \\ m\ddot{z} &= u \cos \theta \cos \phi - mg \\ \ddot{\psi} &= \tilde{\tau}_\psi \\ \ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_\theta \\ \ddot{\phi} &= \tilde{\tau}_\phi \end{aligned} \quad (2.25)$$

Donde x y y son las coordenadas que describen el movimiento sobre el plano horizontal. z es la posición vertical. ψ es el ángulo alrededor del eje z . θ es el ángulo

alrededor del nuevo y y ϕ es el ángulo alrededor del eje x . Las entradas de control u , $\tilde{\tau}_\psi$, $\tilde{\tau}_\theta$ y $\tilde{\tau}_\phi$ son la fuerza total y los nuevos momentos angulares.

2.2 VEHÍCULO TERRESTRE AUTÓNOMO

2.2.1 ANTECEDENTES

Los sistemas de AGV (Autonomous Grounded Vehicle) tienen sus comienzos en 1950, cuando se pensó en hacer realidad un sueño, un camión remolque sin conductor. Este primer vehículo precisaba de cable que enterrado en el suelo de la fábrica creando un campo magnético que servía de guía. Los vehículos guiados automáticamente son un tipo especial de vehículos cuyos sistemas de manera simplificada, representan un vehículo autónomo. Este tipo de sistemas son concebidos para la realización tareas repetitivas con alta cadencia. Garantizan el seguimiento de rutas predeterminadas de manera ininterrumpida y sin la intervención directa del hombre.

El uso de este tipo de vehículos no se encuentra restringido a una fábrica y es gracias a ello que puede ser orientado a cumplir con diversas tareas para las cuales fuese programado. Gracias al avance tecnológica en la última década, la elaboración de sistemas más sofisticados con leyes de control robustas se ha hecho posible; de esta manera, expandiendo el campo de aplicación de este tipo de sistemas. Se tiene como objetivo hacer uso de un AGV completamente autónomo que pueda cumplir con diversas tareas, entre ellas el seguimiento de trayectorias predeterminadas.

En el caso de los robots móviles, localización se puede interpretar como la posición actual que debe de ser calculada con sensores, en este caso, un codificador acoplado al eje del motor que se encarga de enviar la posición estimada del vehículo, esto de acuerdo a un número de cuentas por vuelta de llanta; estas cuentas análogas a la distancia recorrida.

En el caso de los robots móviles o vehículos terrestres, localización se puede inter-

pretar como la posición actual que debe de ser calculada con sensores, en este caso, un codificador acoplado al eje del motor que se encarga de enviar la posición estimada del vehículo, esto de acuerdo a un número de cuentas por vuelta de llanta; estas cuentas análogas a la distancia recorrida. Adicionalmente se cuenta con un GPS de la serie Ublox para el conocimiento de la posición con respecto al marco de la tierra, esto con el objetivo de poder; con el uso de módems inalámbricos, transmitir la posición actual del vehículo para que el vehículo aéreo pueda seguir dicha trayectoria. De esta manera entonces, garantizando el desempeño del trabajo presente.



Figura 2.6: Vehículos Terrestres Autónomos

2.2.2 HISTORIA

Los primeros vehículos terrestres de la historia fueron construidos en el año de 1948 por el neurólogo norteamericano experto en robótica y neurociencias, **William Grey Walter**. El par de robots conocidos como Elmer y Elsie, las “tortugas robot” estaban diseñados para cumplir tareas sencillas pero para la época, de gran importancia. Haciendo uso de dos motores de corriente directa y dos sensores de proximidad, uno de luz y otro de choques, este par de robots lograron atravesar una habitación llena de obstáculos. Fueron considerados las primeras máquinas robóticas autónomas de la historia, además, una muestra de hardware libre adelantada a su tiempo. Su creador

compartió los secretos de su fabricación con la intención de verles ser mejorados de una manera significativa.

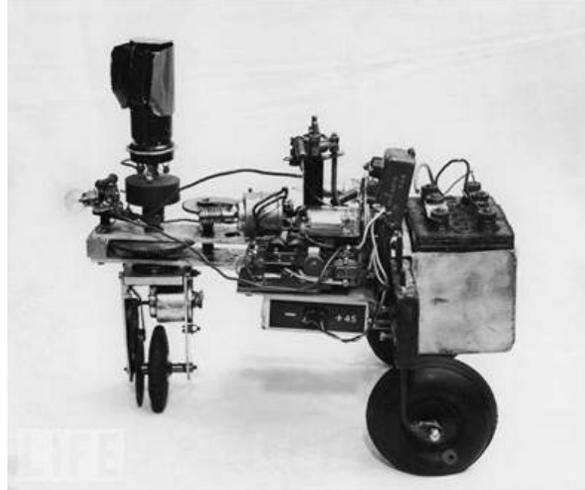


Figura 2.7: *Elmer y Elsie*

Fue hasta el año de 1970 que se generó un avance significado en el campo de la robótica con respecto a este tipo de vehículos autónomos. El vehículo seguidor de líneas diseñado por la Universidad de Standford fue el primer robot capaz de seguir una línea trazada en el suelo haciendo uso de una cámara. Diez años más tarde, el interés en este tipo de robots fue en incremento, entonces se comenzó con la producción de robots para labores domésticas e incluso, recursos académicos. El robot de la serie HERO fue el primero en navegar en ambientes en el exterior y traza de mapas.

A partir de ese momento, el desarrollo tecnológico y la investigación en el área han permitido a este tipo de plataformas alcanzar lo que alguna vez, William pensó para Elmer y Elsie. El campo de aplicación de este tipo de plataformas ha crecido a un ritmo impresionante, las aplicaciones van desde el ámbito militar hasta las aulas de clase en lo referente a lo académico. Actualmente, la electrónica más sofisticada y los sensores de mejor precisión han logrado poner diversas plataformas en funcionamiento, incluso fuera de la órbita de este planeta. Uno de los avances más grandes de la tecnología es

el robot **Mars Rover Curiosity**.



Figura 2.8: *Curiosity Mars Rover, NASA*

Diseñado y construido por la NASA. Dotado con una gama amplia de sensores, tiene la capacidad de examinar el territorio, alcanzar posiciones ideales para recargar la energía a través de las emisiones solares, además de tener una capacidad de autonomía extendida; estando activo a la fecha.

2.2.3 MODELO CINEMÁTICO

Tomando en consideración que se hará uso de un robot móvil diferencial con restricciones no holonómicas, se tomarán como marco de referencia del cuerpo los ejes ξ y η paralelos a él. Es con dichas coordenadas que podremos representar al sistema en un sistema de dos dimensiones. Considerando las velocidades del centro de las ruedas como v_r y v_l . Las ruedas se conectan con una razón angular determinada de la forma $v_r = \dot{\phi}_r r$, donde r representa al radio de las ruedas; la dirección de cada vector de velocidad es perpendicular a la posición actual del eje al que se encuentra sujeto.

El robot tiene un arreglo de sensores en la parte superior siendo estos un GPS y una

brújula; el centro de dicho arreglo será el punto deseado para determinar la posición del robot dentro del marco de referencia fijo o también llamado marco de referencia inercial. El diagrama del robot se muestra en la figura siguiente, donde se apreciará representado en el marco de referencia fijo, además; se presenta un marco de referencia móvil, el cual está fijado al robot y se encuentra en el eje formado por las ruedas.

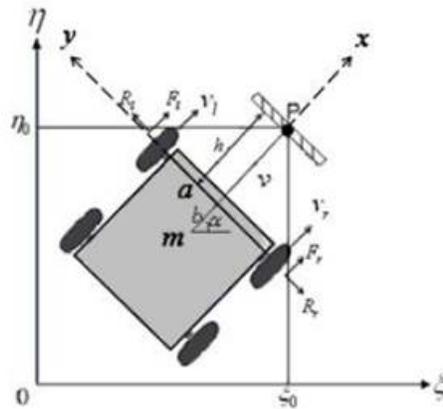


Figura 2.9: Robot móvil en el marco de referencia fijo

De acuerdo al sistema de referencia móvil propio del robot podemos obtener las siguientes relaciones:

$$\vec{r}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{r}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ -a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} v_l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{v}_r = \begin{bmatrix} v_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Considerando al robot como un cuerpo rígido con movimientos traslacionales y rotacionales, haciendo uso de los principios básicos de la mecánica. Podemos calcular las velocidades relativas de las ruedas \vec{v} .

$$\vec{v}_l = \vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r}_l \quad (2.29)$$

$$\vec{v}_l = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a\omega \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 - a\omega \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\vec{v}_r = \vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r}_r \quad (2.31)$$

$$\vec{v}_r = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a\omega \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 + a\omega \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Tomando la consideración de que \vec{v} (velocidad de translación del robot móvil) solo tiene componentes en x , podemos obtener que $v_1 = v$ y $v_2 = 0$; por lo tanto:

$$v_r = v + a\omega \quad (2.33)$$

$$v_l = v - a\omega \quad (2.34)$$

Y con las ecuaciones (2.33) y (2.34) podemos obtener unas expresiones para los valores de v y ω . Para obtener v , despejemos el término $a\omega$ de la ecuación (2.34), y sustituyendo en la ecuación (2.33):

$$a\omega = v - v_l \Rightarrow v_r = v + v - v_l \Rightarrow v_r + v_l = 2v \quad (2.35)$$

$$v = \frac{v_r + v_l}{2} \quad (2.36)$$

Para obtener ω despejaremos v de la ecuación (2.34) y lo sustituimos en (2.33):

$$v = v_l + a\omega \Rightarrow v_r = v_l + a\omega + a\omega \quad (2.37)$$

$$\omega = \frac{v_r - v_l}{2a} \quad (2.38)$$

Para poder expresar la posición del robot móvil dentro del marco de referencia fijo planar (ξ, η) tomando como centro de masa el arreglo de sensores. Consideraremos la derivad del ángulo de giro α del robot, mismo que se denota como la velocidad angular ω

$$\dot{\alpha} = \omega \quad (2.39)$$

Conociendo la velocidad v del robot móvil, esta velocidad se calcula desde el centro de masa del robot, entonces, podemos expresar la posición del robot en términos de ésta, agregando así las componentes de posición.

$$x = h \cos(\alpha) \quad (2.40)$$

$$y = h \sin(\alpha) \quad (2.41)$$

La velocidad ésta dada por:

$$\dot{x} = -h\dot{\alpha} \sin(\alpha) \quad (2.42)$$

$$\dot{y} = h\dot{\alpha} \cos(\alpha) \quad (2.43)$$

Incluyendo las componentes de velocidad al marco de referencia móvil, obtenemos la siguiente descripción del sistema:

$$\dot{\xi} = v \cos(\alpha) - h\omega \sin(\alpha) \quad (2.44)$$

$$\dot{\eta} = v \sin(\alpha) + h\omega \cos(\alpha) \quad (2.45)$$

Las ecuaciones (2.39), (2.44) y (2.45) describen la posición del centro de los sensores del robot móvil dentro del marco de referencia inercial (ξ, η) .

2.3 CABLE DE ALIMENTACIÓN

2.3.1 APROXIMACIÓN POR EL MODELO DE UNA CUERDA

Una cuerda consiste en una o más líneas de cualquier material elástico que entrelazadas crean una más robusta. Dentro de sus características básicas más importantes se encuentra la fuerza de tensión, pero no su fuerza de compresión. Dicho esto, podemos observar en la siguiente figura una representación de la misma:

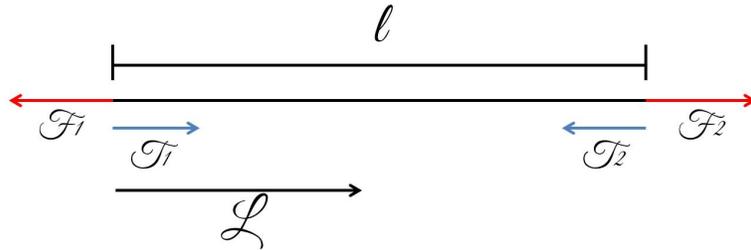


Figura 2.10: Diagrama esquemático de un cable o cuerda

Con respecto a la figura (2.10), la descripción general de las variables es: La posición de los bordes $q_1, q_2 \in \mathbb{R}^3$, la longitud de la cuerda $l := \|q_2 - q_1\| \in \mathbb{R}$, la longitud sin estresar de la cuerda $l_0 \in \mathbb{R}$, los ejes del cable normalizados $L := (q_2 - q_1) / l \in \mathbb{R}^3$, las tensiones internas $T_1 := tL \in \mathbb{R}^3$ y $T_2 := -T_1$ donde $t \in \mathbb{R}$ es la intensidad de la tensión.

Es de tal forma que un cable se puede describir como un sistema híbrido de dos estados: Con estrés y sin estrés, esto quiere decir que, un cable totalmente estirado y uno sin estirar. Para dicho comportamiento se toman en consideración las siguientes definiciones de comportamiento:

- La tensión va en dirección de la cuerda a lo largo de su eje L .
- Las tensiones en el borde de la cuerda con respecto al otro fin son opuestas,
 $T_2 := -T_1$
- La tensión es una suma es las fuerzas aplicadas al final de la cuerda a lo largo del eje $T + \sum F'$, donde se implica que F' es la proyección del cable a lo largo de su eje. Si un objeto de masa m se encuentra al final, la tensión resultante se puede calcular como $T + \sum F = ma$

MODELO DE UNA CUERDA

El modelo se hará mediante la aproximación de una cuerda estresada y sin estrés, justo cuando la tensión es equivalente a cero y los dos bordes son independientes. De otra manera, cuando la cuerda se encuentra estresada, la longitud es igual o mayor a la de la cuerda sin estrés, además, se suma las fuerzas adicionales de estiramiento del cable debidas a sus propiedades de elasticidad, la cuerda entonces se vuelve rígida aproximándose a una vara.

El modelo hibrido será representado por los estados \sum_t , \sum_s , respectivamente. Por tanto, podemos escribir las siguientes ecuaciones:

$$\sum_t = \begin{cases} F_1 + T_1 = m_1 \ddot{q}_1 \\ F_2 + T_2 = m_2 \ddot{q}_2 \\ T_1 = -T_2 \\ \ddot{q}_1^\perp = \ddot{q}_2^\perp \end{cases} \quad \forall l \geq l_0, t > 0 \quad (2.46)$$

$$\sum_s = \begin{cases} F_1 = m_1 \ddot{q}_1 \\ F_2 = m_2 \ddot{q}_2 \\ T_1 = -T_2 = 0 \end{cases} \quad \forall l < l_0 \quad (2.47)$$

Donde el operador $\perp: \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} : c \times L \rightarrow c^\perp$, para cualquier vector en $c \in \mathbb{R}^3$, que corresponde a la proyección de c en los ejes del cable L , $c^\perp := c^T, L$ y $F_1, F_2 \in \mathbb{R}^3$ son la suma de las fuerzas externas que actúan en los bordes del mismo. Además, cuando el cable pierde tensión pasando de un estado a otro, existe un cambio discreto de velocidad en el sistema; esto se puede modelar tomando en cuenta un sistema basado en una colisión inelástica perfecta. Lo cual asegura que $\dot{q}_1 = \dot{q}_2$

El modelo equivalente que se presenta aquí evade la premisa de una colisión inelástica, esto asumiendo un resorte rígido sin deformaciones $k \in \mathbb{R}$, que produce una fuerza si y solo si la longitud es más grande que la del sistema sin tensión, representado como un oscilador armónico simple, pudiéndose observar en la siguiente figura:

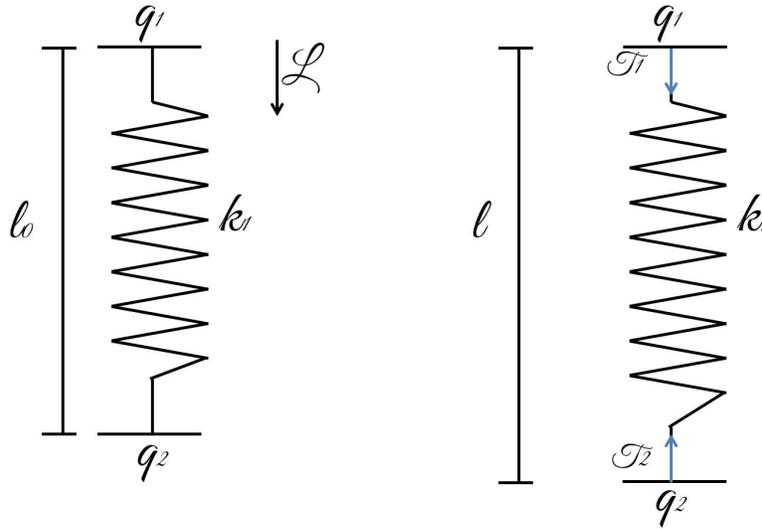


Figura 2.11: Derecha: Cuerda sin tensión Izquierda: Cuerda con tensión

Donde la figura (2.11) se puede representar a partir de la siguiente ecuación:

$$t = \begin{cases} -k(l - l_0) & , \text{ sí } |l| > l_0 \\ 0 & \text{ c.c.} \end{cases} \quad (2.48)$$

Sin embargo, aunque el modelo presentado es el más comúnmente utilizado, no presenta un estudio de elasticidad completo, así mismo omite la propiedad de elongación de la cuerda.

MODELO LINEAL ESTÁNDAR DE LA CUERDA

Ahora bien, si consideramos un sistema lineal rígido con respecto al cable, podemos describir mejor el fenómeno de la elongación omitido en el modelo anterior. El comportamiento de la dinámica del cable durante el estiramiento del mismo se puede dividirse en dos fases.

En la fase inicial, cuando el cable se estira, el comportamiento se puede aproximar a un oscilador no amortiguado. Durante la segunda fase, después de que se ha alcanzado la máxima elongación, ocurre un efecto de amortiguamiento prolongado (*aunque dura unos segundos es suficientemente fuerte para crear un efecto de resorte*). Ambos efectos se pueden observar en la siguiente figura:

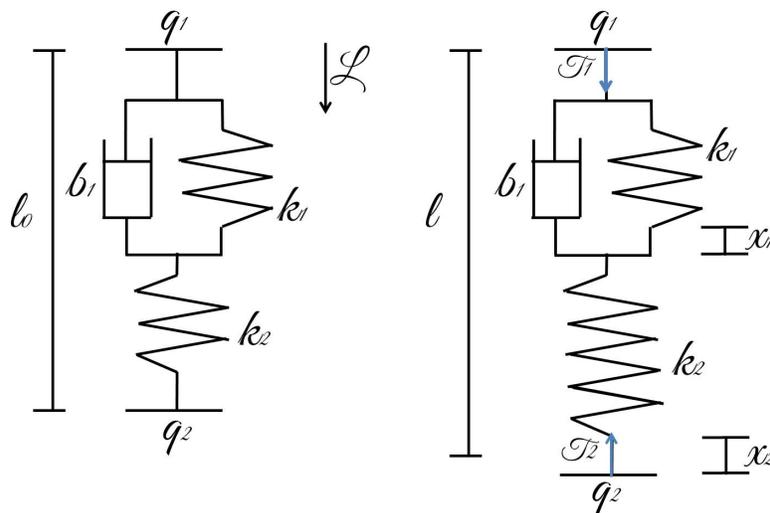


Figura 2.12: Derecha: Cuerda sin tensión Izquierda: Cuerda con tensión

Definimos para esto a $x_1 \in \mathbb{R}$ como la elongación del amortiguamiento del oscilador armónico, una variable que no se puede observar. Y $x_2 \in \mathbb{R}$ como la elongación total del cable. Por lo tanto, la longitud instantánea $l(t)$ del cable estará dada por:

$$l = \|q_2 - q_1\| = l_0 + x_2 \quad (2.49)$$

Entonces, usando las mismas variables del modelo anterior, definiendo a $b_1 \in \mathbb{R}$ como el coeficiente de viscosidad, $k_1, k_2 \in \mathbb{R}$ como los coeficientes elásticos, la cuerda sujeta a una tensión ($x_2 \geq 0$), las fuerzas que actúan en el sistema serán:

$$F^{b_1} = -b_1 \dot{x}_1 \cdot L \quad (2.50)$$

$$F^{k_1} = -k_1 \dot{x}_1 \cdot L \quad (2.51)$$

$$F^{k_2} = k_2 (x_2 - x_1) \cdot L \quad (2.52)$$

$$T_2 = -F^{k_2} \quad (2.53)$$

Las fuerzas de equilibrio internas ($F^{b_1} + F^{k_1} + F^{k_2} = 0$) y la derivada de (2.49) nos lleva a obtener el siguiente par de ecuaciones diferenciales:

$$b_1 \dot{x}_1 = -k_1 x_1 + k_2 (x_2 - x_1) \quad (2.54)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{l} \quad (2.55)$$

A partir de dicho par de ecuaciones diferenciales, podemos obtener su descripción en el espacio de estados, considerando a nuestras variables (x_1, x_2) , como salida será definida la tensión del cable en t y como entrada, la diferencia de velocidades en ambos extremos. $(\dot{i} = \dot{q}_2 - \dot{q}_1)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-k_1+k_2}{b_1} & \frac{k_2}{b_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} j \\ t = \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x_2 \geq 0 \\ x_2 < 0 \end{array} \quad (2.56)$$

Dado que los valores propios del sistema son $\lambda_1 = 0$ y $\lambda_2 = -\frac{k_1+k_2}{b_1}$, podemos observar que el sistema siempre es estable y la tensión del cable se comporta como el integrador de la velocidad de elongación del mismo. Donde los parámetros del modelo b_1, k_1, k_2 se puede expresar como:

$$\begin{aligned} q &= \pi \left(\frac{d_c}{2} \right)^2 \\ k_1 &= \frac{qE_1}{l_0} \\ k_2 &= \frac{qE_2}{l_0} \\ b_1 &= \frac{q\eta}{l_0} \end{aligned} \quad (2.57)$$

Donde $d_c \in \mathbb{R}$ es el diámetro del cable $E_1, E_2 \in \mathbb{R}$ son los módulos elásticos y $\eta \in \mathbb{R}$ representa la viscosidad, misma que depende del tipo de cuerda o cable.

Ahora bien, suponiendo que tenemos un cable sujeto en un extremo y al otro, el cuadirotor ejerce una fuerza de sustentación ($f \geq 0$). En el estado estacionario ($\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = 0$) y retomando el par de ecuaciones (2.46) y (2.47), podemos representar el cable como se muestra en la siguiente figura.

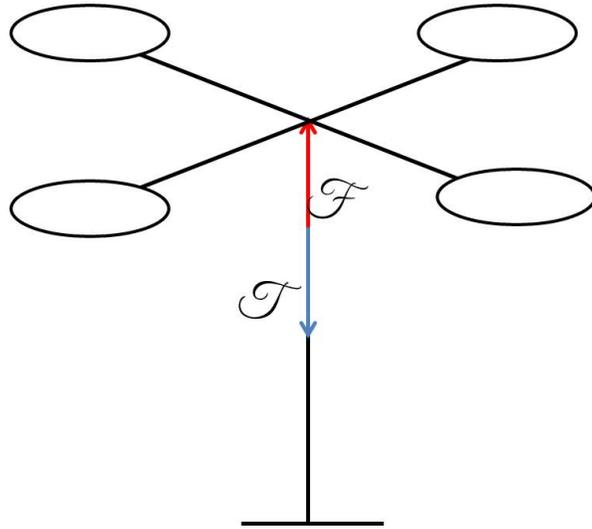


Figura 2.13: Diagrama de fuerza de un cable por la sustentación del cuadirotor

Podemos describir la tensión como:

$$t = F \cdot L = f \sin(\theta - \phi) \geq 0 \Leftrightarrow -\psi < \theta < \pi - \psi \forall f > \varepsilon \quad (2.58)$$

Lo cual nos demuestra que el cable se encuentra tenso si la fuerza se encuentra dentro del semiplano opuesto y perpendicular al eje del cable. Demostrando en esta sección que el cable con la tensión se puede volver un sistema estable.

2.3.2 MODELO DEL CABLE CON EL CUADRIROTOR

Considerando que el cable se encuentra en el centro del cuadrirotor, mismo definido por el punto P y el origen está sujeto en el punto O . Nos apoyaremos de la siguiente figura para hacer una aproximación del comportamiento del cable, donde h es la altura del punto P , a es la distancia horizontal entre O y P , α_0 es el ángulo de intersección entre O y la línea tangencial del eje x , α_p es el ángulo de intersección entre P y la línea tangencial y la horizontal.

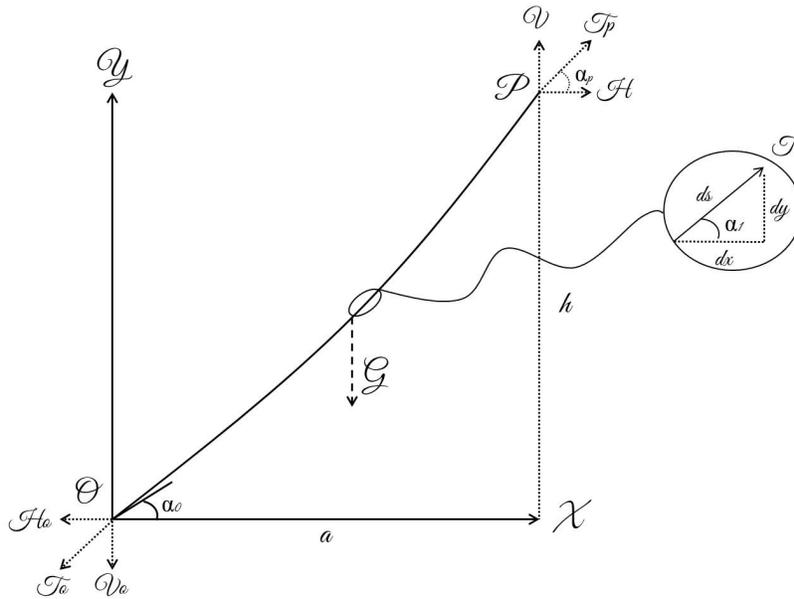


Figura 2.14: Diagrama de fuerza de un cable por la sustentación del cuadrirotor

La función principal del cable es suministrar energía al cuadrirotor, es decir; fungir como una línea de alimentación. De tal forma, la longitud del cable será variable y dependerá directamente de la altura del vehículo no tripulado y su localización en el aire. Es importante mencionar que no se considerará la deformación mecánica del cable.

Asumiendo que la longitud del cable en el aire es denotada por S , si tomamos una sección del cable en un punto aleatorio entre O y P , la longitud de dicha sección será ds lo cual nos deriva al siguiente par de ecuaciones:

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 \quad (2.59)$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{dy}{dx} \quad (2.60)$$

Para dicha sección del cable, la fuerza de arrastre en ds es T_1 , asumiendo que la longitud del cable del punto O a ds es s , y el ángulo de intersección entre ds y la línea tangente y la horizontal es α_1 .

$$T_1 \sin \alpha_1 - T_0 \sin \alpha_0 - se = 0 \quad (2.61)$$

$$T_1 \cos \alpha_1 - T_0 \cos \alpha_0 = 0 \quad (2.62)$$

Donde $e = 0.3695 [N/m]$ es la gravedad por unidad de longitud de cable, T_0 es la fuerza de arrastre en O . De las ecuaciones (2.61) y (2.62) podemos obtener:

$$\tan \alpha_1 = \tan \alpha_0 + \frac{se}{T_0 \cos \alpha_0} \quad (2.63)$$

Suponiendo

$$K = \frac{e}{T_0 \cos \alpha_0} \quad (2.64)$$

De (2.59),(2.60),(2.61),(2.62), obtenemos:

$$dx = \frac{ds}{\sqrt{1 + (\tan \alpha_0 + ks)^2}} \quad (2.65)$$

$$dy = \frac{\tan \alpha_0 + ks}{\sqrt{1 + (\tan \alpha_0 + ks)^2}} ds \quad (2.66)$$

Donde se pueden cumplir los siguientes casos:

$$s = 0 \quad X = 0 \quad Y = 0 \quad (2.67)$$

$$s = S \quad X = a \quad Y = h \quad (2.68)$$

Integrando las ecuaciones (2.65) y (2.66) usando la condición (2.67), podemos obtener:

$$x = \frac{1}{K} \ln \left[\sqrt{1 + (\tan \alpha_0 + Ks)^2} + \tan \alpha_0 + Ks \right] - \frac{1}{K} \ln (\sec \alpha_0 + \tan \alpha_0) \quad (2.69)$$

$$y = \frac{1}{K} \sqrt{1 + (\tan \alpha_0 + Ks)^2} - \frac{1}{K \cos \alpha_0} \quad (2.70)$$

Substituyendo las condiciones en (2.68) en las ecuaciones (2.69) y (2.70) podemos obtener el siguiente par de ecuaciones:

$$0 = Ka - \ln \left[\sqrt{1 + (\tan \alpha_0 + KS)^2} + \tan \alpha_0 + KS \right] + \ln (\sec \alpha_0 + \tan \alpha_0) \quad (2.71)$$

$$0 = Kh \cos \alpha_0 - \sqrt{1 + (\tan \alpha_0 + KS)^2} \cos \alpha_0 + 1 \quad (2.72)$$

De las ecuaciones (2.64), (2.69), (2.70) podemos obtener el valor de T_0 y α_0 . Así mismo, de (2.69) y (2.70), basadas en los parámetros de s . En (2.61) y (2.62), cuando $s = S$, podemos calcular los valores para T_p y α_p .

Para establecer un modelo matemático con el cable, nos apoyaremos de los siguientes diagramas de cuerpo (2.15)

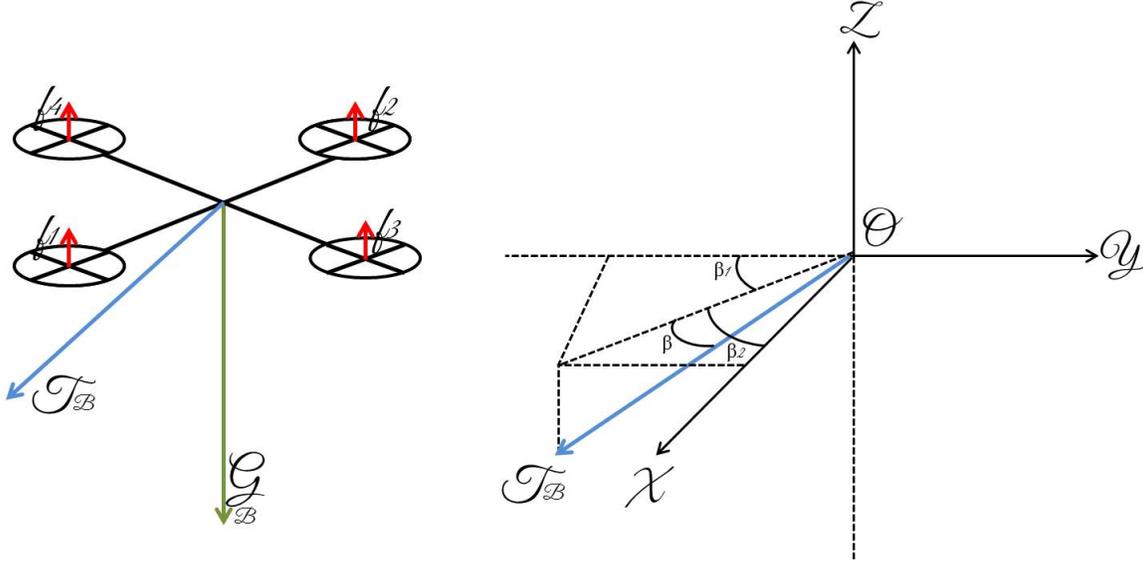


Figura 2.15: Derecha: Diagrama de fuerza del UAV, Izquierda: Diagrama esquemático de la tensión

Recordando que la fuerza de sustentación total se puede calcular como $f_T = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$, donde G_B representa a la fuerza de gravedad, T_B es la tensión del cable, que es igual a T en la dirección opuesta, β el ángulo entre T_B y la línea horizontal, si proyectamos T_B en el plano XOY , podemos obtener la componente en dirección al eje X siendo $T_B \cos \beta \cos \beta_2$, de igual manera para Y tenemos $T_B \cos \beta \cos \beta_1$ y, finalmente la componente en dirección de Z con $T_B \sin \beta$ ($\cos \beta_2 = \sin \beta_1$). Recordando que la fuerza total de sustentación (*thrust*) del cuadricóptero se puede calcular como:

$$F = \sum_{i=1}^4 k_1 \omega_i^2 \quad (2.73)$$

Donde k_1 representa el coeficiente de sustentación, ω_i es la velocidad angular producida por los cuatro motores respectivamente.

Usando la matriz de transformación R , F será convertida al plano inercial determinado como:

$$F_E = [F_x, F_y, F_z]^T = [0, 0, F]^T \quad (2.74)$$

$$= F \begin{bmatrix} \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

La resistencia del aire y la gravedad y la tensión en el cable, con respecto al plano coordinado inercial se puede expresar de la siguiente manera: $f_i = k_{di} \cdot v_i$ ($i = x, y, z$), f_i es la resistencia del aire, k_{di} es el coeficiente de arrastre, v_i es la velocidad relativa del aire en cada eje coordinado.

$$\left\{ \begin{array}{l} f_E = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \\ G_E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G_B \end{bmatrix} \\ T_E = \begin{bmatrix} T_B \cos \beta \cos \beta_2 \\ T_B \cos \beta \cos \beta_1 \\ T_B \sin \beta \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2.76)$$

Asumiendo que el momento de inercia del UAV es una matriz simétrica, la definiremos como:

$$I = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

De acuerdo a la ley de rotación con respecto al eje coordenado fijo, el momento resultante del cuerpo rígido es igual al producto de la inercia y las aceleraciones angulares $\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$ del cuerpo bajo la acción del momento resultante:

$$\sum M = I \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} \quad (2.78)$$

Traduciendo esto al sistema coordenado, las ecuaciones de los momentos angulares se pueden representar como:

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{I_y - I_z}{I_x} qr + \frac{M_x}{I_x} - \frac{K_{dx}}{I_x} p \\ \dot{q} = \frac{I_z - I_x}{I_y} pr + \frac{M_y}{I_y} - \frac{K_{dy}}{I_y} q \\ \dot{r} = \frac{I_x - I_y}{I_z} pq + \frac{M_z}{I_z} - \frac{K_{dz}}{I_z} r \end{cases} \quad (2.79)$$

Así mismo,

$$\begin{cases} M_x = k_1 l (\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ M_y = k_1 l (\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ M_z = k_2 l (\omega_2^2 + \omega_4^2 - \omega_1^2 - \omega_3^2) \end{cases} \quad (2.80)$$

Suponiendo que $(\dot{p}, \dot{q}, \dot{r})^T \approx (\ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi})^T$. Haciendo uso de la segunda ley de Newton $F = ma$, combinada con la ecuación (2.75) y la resistencia del aire, gravedad y la tensión del cable, obtenemos el modelo completo del cuadrirotor, siendo este:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F (C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi) - f_x + T_B C_\beta C_{\beta_2} \\ m\ddot{y} = F (S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi) - f_y + T_B C_\beta C_{\beta_1} \\ m\ddot{z} = F C_\theta C_\phi - f_z - T_B S_\beta - G_B \\ I_x \ddot{\phi} = [(I_y - I_z) \dot{\theta} \dot{\psi} + M_x - k_{dx} \dot{\phi}] \\ I_y \ddot{\theta} = [(I_z - I_x) \dot{\phi} \dot{\psi} + M_y - k_{dy} \dot{\theta}] \\ I_z \ddot{\psi} = [(I_x - I_y) \dot{\phi} \dot{\theta} + M_z - k_{dz} \dot{\psi}] \end{cases} \quad (2.81)$$

Donde $C_\psi \doteq \cos \psi$, $C_\theta \doteq \cos \theta$, $C_\phi \doteq \cos \phi$, de igual manera, $S_\psi \doteq \sin \psi$, $S_\theta \doteq \sin \theta$, $S_\phi \doteq \sin \phi$.

Ahora bien, considerando que la resistencia del aire es cercana a 0, y dado que el cuadrirotor mantiene el cable en un ángulo de 90° con respecto al plano XOY , asumimos

que la matriz de inercia $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y también, siendo $G_B = mg$. Por tanto, bajo estas condiciones obtenemos el siguiente modelo reducido:

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x} = -u \sin \theta + T_B C_\beta C_{\beta_2} \\ m\ddot{y} = -u \sin \phi \cos \theta + T_B C_\beta C_{\beta_1} \\ m\ddot{z} = u \cos \phi \cos \theta - T_B S_\beta - mg \\ \ddot{\phi} = \tau_\phi \\ \ddot{\theta} = \tau_\theta \\ \ddot{\psi} = \tau_\psi \end{array} \right. \quad (2.82)$$

Concluimos entonces que la ecuación (2.82) representa el modelo del cuadrirotor con el cable.

2.4 DISEÑO ELECTRÓNICO DE LOS VEHÍCULOS

En la presente sección, se presentarán los diagramas electrónicos de los elementos más relevantes que componen a ambas plataformas. Se dará una breve explicación de cada uno de ellos, se hará mención de sus características más importantes y, una breve explicación de su principio de funcionamiento.

2.4.1 CUADRIROTOR

El diseño y construcción del UAV se basó en su capacidad de elevarse y poder estabilizarse aún con un cable de alimentación suspendido. La estructura de fibra de carbono le brinda menor peso y una mayor versatilidad. Se usaron 4 motores (*Multistar*) a 880 rpms y una corriente máxima de 22 amperios, a 12 voltios. Así mismo, se utilizaron 4 controladores de velocidad de 30 amperios a una frecuencia de 1KHz. Dicho cuadrirotor se puede apreciar en la figura (2.16).

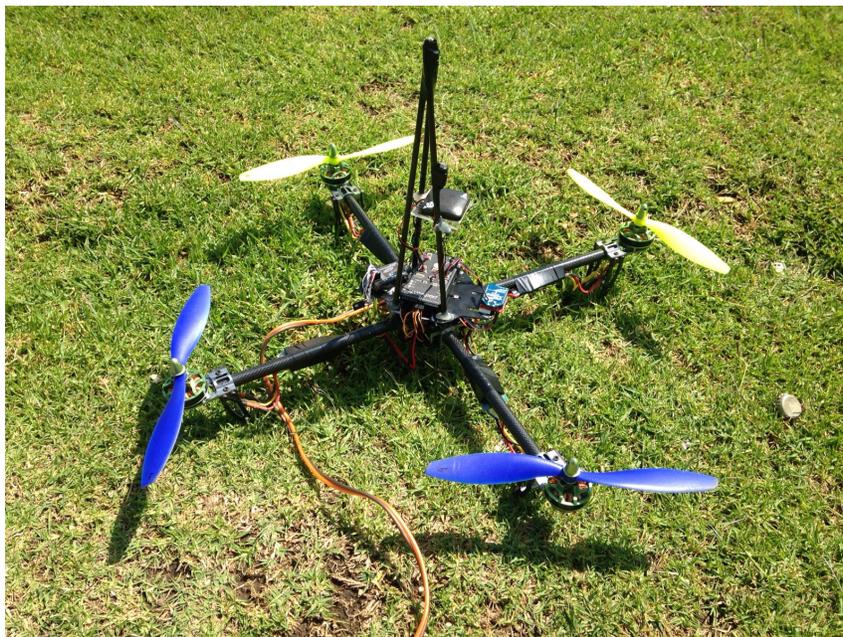


Figura 2.16: Vehículo Aéreo no Tripulado, Cuadrirotor Talon

Como se puede apreciar en la figura anterior, observamos que se utilizó un auto piloto con código de programación open-source de la marca 3DR, el Pixhawk. El Pixhawk es un auto piloto re-programable que tiene dos modos de operación (manual y automatico). Aunado a esto, el Pixhawk tiene la posibilidad de ser re-programado o, a su vez, hacer uso del software de fábrica. Para efectos del presente trabajo, se hizo una re-programación de dicho software mediante Eclipse con la intención de cumplir con el objetivo principal de esta presente tesis. La figura (2.17) nos permite observar más a detalle dicha plataforma embarcada.



Figura 2.17: Plataforma embarcada, Pixhawk

El Pixhawk es un avanzado sistema de autopiloto diseñado a partir del *open-hardware* PX4. Tiene un procesador que permite tareas en tiempo real, gran desempeño, flexibilidad, y confiabilidad para el control de cualquier vehículo autónomo. En el pre-

sente trabajo se hizo uso de los puertos de telemetría para comunicar el UAV con el AGV y/o la base en tierra (ordenador) mediante un modem de la serie Digi, Xbee. Así mismo, se utilizó el puerto de I²C para la comunicación con la brújula del GPS, el GPS y la central inercial incorporada al Pixhawk para obtener los ángulos de Euler. Finalmente, el control remoto para operar en modo manual o automático es un Futaba de 7 canales.

Para la comunicación entre ambas plataformas se utilizó el puerto de telemetría; se implementó por programación el tipo de comunicación serial (UART) para la apertura de los puertos C y D del autopiloto, Pixhawk. Con respecto al envío y transmisión de información, se utilizó un modem de la marca Digi, el Xbee S2 Pro. Dicho dispositivo capaz de trabajar a una frecuencia máxima de 900 MHz con la capacidad de comunicarse de forma *simplex*, *half-dúplex* o *dúplex* con otro modem o múltiples receptores.



Figura 2.18: *Modem de comunicación inalámbrica XBEE*

La figura (2.18) nos muestra el Xbee utilizado para establecer una comunicación serial entre dispositivos. Se implementó un protocolo del tipo half-duplex entre el UAV y el AGV para la transmisión y recepción de datos. La configuración de dichos módems se hizo mediante la plataforma de programación de Digi. Ambos, con un baudrate de 115200 bps, 8 bits de información, sin paridad, un bit de parada y sin control de flujo.

Adicionalmente, en la programación de ambas plataformas, se creó una trama de acuerdo a los estándares para la regulación y evasión de pérdidas de información como podemos observar a continuación.

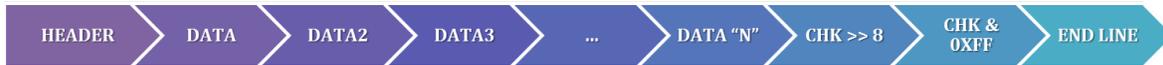


Figura 2.19: Trama de recepción y envío de datos

La figura (2.19) nos permite observar la trama de datos de envío y recepción. Para el envío de datos, se creó una trama con un bit de cabecera y una n cantidad de bits de información, adicionalmente, se añadieron tres bits más para asegurar la recepción completa de dicha información.

El primero es el checksum, dicho valor obtenido mediante de la suma de cada uno de los datos a enviar, incluida la cabecera; el checksum se recorre 8 bits y se le aplica una máscara para su posterior decodificación una vez que ha sido calculado. Finalmente, se agregó un salto de lineal conocido como terminador o final de línea, comúnmente empleado para que el dispositivo de recepción pueda discernir entre el inicio y el final de la cadena.

Con respecto a los demás sensores, se utilizó un sensor barómetro integrado de la serie MEAS MS5611 con una resolución de 10 cm. De bajo consumo de poder capaz de trabajar en los protocolos I2C y SPI hasta 20Mhz. Dicho sensor fue utilizado para diseñar e implementar un control de altura para el UAV. Para la obtención de los ángulos de Euler en ϕ y θ (*roll* y *pitch* respectivamente) se hizo uso de la central inercial integrada MPU-6000. No obstante, debido a su baja confiabilidad en la medición se utilizó la brújula integrada al GPS de la marca uBlox para la obtención del ángulo de ψ (*yaw*) y los datos de la posición geométrica del UAV en el plano XY. Mismo que se puede observar a continuación.



Figura 2.20: *Ublox GPS con brújula incorporada*

La figura (2.20) nos muestra el diseño del GPS utilizado, mismo que contiene una brújula digital integrada de la serie HMC5883L proveyendo así un método conveniente para la colocación de dicho sensor lejos de las fuentes de interferencia. El GPS integrado en el kit es un u-blox NEO-7 con una frecuencia de actualización de 5Hz. Un regulador de ruido de 3.3 voltios y una memoria I²C EEPROM para el almacenamiento de la configuración. Finalmente, podemos observar a continuación un diagrama esquemático del funcionamiento y la intercomunicación de dichos dispositivos.

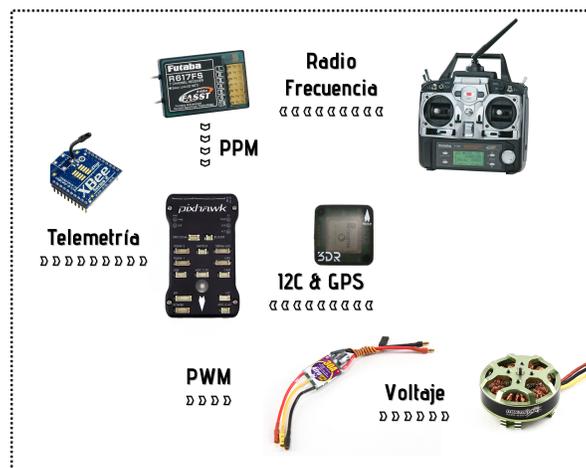


Figura 2.21: *Diagrama electrónico del UAV*

La figura (2.21) nos muestra la intercomunicación entre los diversos dispositivos que

componen al UAV. Como se explicó anteriormente, el control de radio frecuencia permite al vehículo aéreo no tripulado operar en modo manual controlado por el usuario y, por programación, permitir al cuadrirotor entrar en el modo de operación automático de así requerirlo. Así mismo, dicha señal es convertida a PPM por el receptor y transmitirá al Pixhawk para que este a su vez, transmita una señal de PWM a los controladores de velocidad de los motores. Y, de acuerdo al esquema de comunicación, el xbee establece un protocolo de recepción de datos por el puerto de telemetría (UART D), la brújula opera en modo I²C para mantener la orientación del dron y, finalmente, el GPS establece la comunicación mediante el protocolo pre-programadas de ublox para la implementación del control de posición. Finalmente, es así que concluimos esta sección.

2.4.2 ROBOT MÓVIL

El diseño y construcción del AGV se basó en la posibilidad de realizar trayectorias pre-programadas en superficies regulares y la posibilidad de su uso en superficies irregulares. La estructura de aluminio permite un menor peso y mayor versatilidad.

El sistema de transmisión de movimiento consta de engranaje y cadena. Se hizo uso de un par de motoredutores a 12 voltios con una corriente máxima de 30 amperes para el desplazamiento. Dichos motor-reductores poseen decodificadores ópticos integrados para poder calcular la distancia recorrida de acuerdo a las mediciones obtenidas.



Figura 2.22: *Robot móvil diferencial*

Se puede apreciar de primera instancia el GPS de la serie Ublox que es utilizado para la recepción de la posición en coordenadas geocéntricas y una brújula digital CMPS10 utilizada principalmente para el control de orientación. Como plataforma embarcada, se hizo uso de un Arduino MEGA y finalmente, se utilizó un xbee para establecer un protocolo de comunicación con el UAV.

La plataforma de programación *open-source* Arduino MEGA fue utilizada para diseñar e implementa el control de orientación, recepción y transmisión de información del GPS ublox, así mismo, la recepción y transmisión de información a través del modem xbee.

El arduino es una tarjeta de desarrollo basada en la tecnología de un microcontrolador ATmega 1280. Tiene 54 entradas y salidas digitales, 14 con la posibilidad de usarlas como PWM. 16 entradas analógicas, 4 puertos UART, un cristal de 16 MHz, un puerto de I²C. A 12 volts y 40mA de corriente continua. Mismo que se puede observar en la figura (2.23)

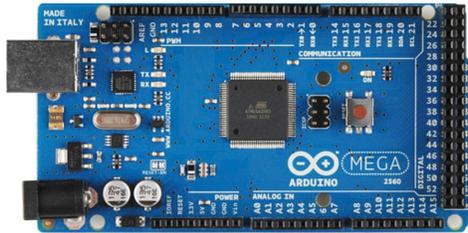


Figura 2.23: *Arduino MEGA 2560*

El control de orientación fue implementado mediante el uso de un sensor digital CMPS10, dicho sensor es un módulo que hace uso de un magnetómetro y un acelerómetro de 3 ejes; así mismo, un poderoso procesador de 16-bits. Tiene tres tipos de configuraciones, I²C, Serial y PWM. Para fines prácticos, la obtención del ángulo de giro se obtuvo mediante el protocolo I²C para obtener una buena confiabilidad de las mediciones. (Figura 2.24)

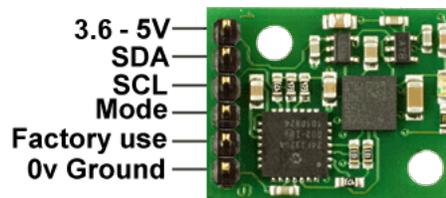


Figura 2.24: *Brújula Digital CMPS10*

Para el control ON-OFF en desplazamiento, se usó un motor-reductor con un decodificador óptico integrado. Este poderoso motor trabaja a 12 voltios, con un reductor de 131:1. El decodificador óptico tiene una resolución de 64 cuentas por revolución de motor, lo cual corresponde a 8400 cuentas por revolución. Sin fricción puede trabajar a 300mA y hasta 10 A sujeto a fricción. Las mediciones obtenidas por el decodificador son utilizadas mediante la técnica de odometría para el cálculo de la distancia recorrida.



Figura 2.25: *Motor reductor con decodificador óptico integrado*

Ahora bien, para la obtención de la posición geométrica del robot móvil, con respecto al plano cartesiano, se hace uso de un GPS de la serie Ublox (LEA 6S). Dicho GPS cuenta con un soporte para las interfaces del tipo UART, USB y DDC. Así mismo trabaja en un rango de 2.7 a 3.6 voltios. El rango de actualización es de 5Hz, cuenta con una sensibilidad de -130 dBm, el tiempo de adquisición es de 26 segundos y el error de posición es de 2.5 metros a la redonda.



Figura 2.26: *Ublox Lea-6 GPS*

Finalmente como se hizo mención anteriormente, se utilizó un xbee de la marca Digi

para establecer la comunicación serial half-dúplex con el UAV. Con la intención de cerrar esta sección, se mostrará un diagrama electrónico de los dispositivos interconectados con el Arduino.

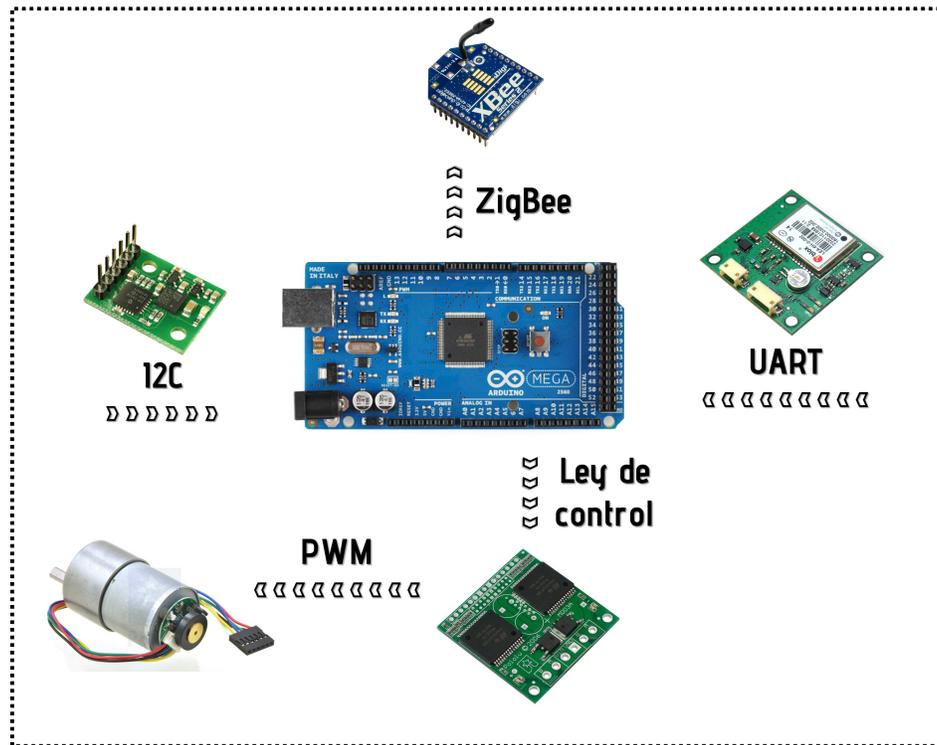


Figura 2.27: Diagrama electrónico del robot móvil

La figura (2.27) nos muestra un diagrama de funcionamiento de todos los dispositivos y sensores que intervienen en el desplazamiento y control de orientación del AGV. Como se puede observar, la posición geométrica se puede obtener mediante el GPS conectado a uno de los puertos serial del Arduino. Así mismo, haciendo uso de un par de puertos diferentes, mediante el uso del xbee, dicha información junto a la orientación obtenida por el CMPS10 (I^2C) es enviada al UAV.

Por su parte, los decodificadores son utilizados para calcular la distancia recorrida del robot móvil permitiéndole alcanzar y seguir las trayectorias pre-programadas. Cerramos así esta sección y capítulo de la presente tesis.

CAPÍTULO 3

CONTROL DE LAS PLATAFORMAS

3.1 CONTROL DEL CUADRIROTOR PARA LA COOPERACIÓN UAV-AGV CON CABLE

En esta subsección se presenta un algoritmo de control no lineal basado en el análisis de Lyapunov. Para este algoritmo se utilizará el modelo matemático obtenido mediante el enfoque de Euler-Lagrange.

3.1.1 Control de altura y de orientación

Para controlar la altura y el ángulo de *yaw* se utiliza la técnica de asignación de polos. Se pretende que el sistema adquiera una altura deseada; esto de igual manera para el ángulo de *yaw*. Para estabilizar la altura, se propone la siguiente ley de control:

$$u = (r_1 + mg) \frac{1}{\cos \theta \cos \phi} \quad (3.1)$$

donde r_1 representa un controlador PD, tal que:

$$r_1 \triangleq -a_{z_1} \dot{z} - a_{z_2} (z - z_d) \quad (3.2)$$

Siendo a_{z_1}, a_{z_2} constantes positivas y z_d la referencia sobre la altura deseada. De la misma manera, la ley de control sobre el ángulo de *yaw* será:

$$\tilde{\tau}_\psi = -a_{\psi_1} \dot{\psi} - a_{\psi_2} (\psi - \psi_d) \quad (3.3)$$

Sustituyendo la ley de control propuesta en el modelo del cuadrirotor (3.1)-(3.3) en el modelo del cuadrirotor y, asumiendo que $\cos \theta \cos \phi \neq 0$, esto es, $\theta, \phi \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, se obtiene:

$$m\ddot{x} = -(r_1 + mg) \frac{\tan \theta}{\cos \phi} \quad (3.4)$$

$$m\ddot{y} = (r_1 + mg) \tan \phi \quad (3.5)$$

$$\ddot{z} = \frac{1}{m} (-a_{z_1} \dot{z} - a_{z_2} (z - z_d)) \quad (3.6)$$

$$\ddot{\psi} = -a_{\psi_1} \dot{\psi} - a_{\psi_2} (\psi - \psi_d) \quad (3.7)$$

Las ganancias de control $a_{z_1}, a_{z_2}, a_{\psi_1}, a_{\psi_2}$ son constantes positivas que se determinan de tal manera que se asegure una respuesta estable del cuadrirotor. De (3.6) y (3.7) se tiene que si ψ_d y z_d son constantes, entonces ψ y z convergen. De igual forma, $\dot{\psi}$ y $\dot{z} \rightarrow 0$, lo cual, haciendo uso de (3.7), implica que $\psi \rightarrow \psi_d$. De forma similar, $z \rightarrow z_d$

3.1.2 Control de Altura por Modos deslizantes

A continuación presentaremos una ley de control en altitud para el cuadrirotor basada en la técnica de modos deslizantes (Sliding Mode). El objetivo principal de dicha tarea es la estabilización en altura dada una referencia.

3.1. CONTROL DEL CUADRIROTOR PARA LA COOPERACIÓN UAV-AGV CON CABLE55

Dado que el control de altura solamente afectará al eje en Z, se tomará en consideración la siguiente ecuación derivada del modelo presentado en (2.25)

$$\ddot{z} = \frac{1}{m} (u \cos \phi \cos \theta - mg) \quad (3.8)$$

El problema principal es convertir el sistema en una planta robusta, esto con el objetivo de que alcance la trayectoria deseada. Dadas las referencias z_d y \dot{z}_d representando la posición y la velocidad respectivamente. Se definen los errores de seguimiento dados por $e_z = z - z_d$ y $\dot{e}_z = \dot{z} - \dot{z}_d$ donde z_d es la altura deseada.

Para la implementación del control por modos deslizantes, se requiere tener una superficie de deslizamiento, misma superficie se puede representar como s_z y esta definida por:

$$s_z = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right) e_z \Rightarrow s = \dot{e}_z + \lambda e_z \quad (3.9)$$

Donde $\alpha > 0$ es la pendiente de la superficie de deslizamiento. La ley de control tiene como objetivo reforzar las trayectorias en el espacio de fase lo cual es $s = 0$. Por lo tanto, los errores convergerán a 0, esto determinado por:

$$0 = \dot{e}_z + \lambda e_z \Rightarrow \dot{e}_z = -\lambda e_z \quad (3.10)$$

De la cual es conocido que la solución a dicha ecuación es: $e_z(t) = e_z(0) e^{-\alpha t}$. Para probar estabilidad asintótica global, se propone la siguiente función de Lyapunov definida por:

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (3.11)$$

Su derivada estará dada como:

$$\dot{V} = \dot{s}s \quad (3.12)$$

Haciendo las operaciones matemáticas correspondientes, obtenemos:

$$\dot{V} = s (\ddot{z} - \ddot{z}_d + \lambda (\dot{z} - \dot{z}_d)) \quad (3.13)$$

Dado que $\ddot{z}_d = 0$, así mismo $\dot{z}_d = 0$, tenemos:

$$\dot{V} = s (\ddot{z} + \lambda \dot{z}) \quad (3.14)$$

Sustituyendo la ecuación (3.8) en (3.14) obtenemos:

$$\dot{V} = s \left(\frac{1}{m} (u \cos \phi \cos \theta - mg) + \lambda \dot{z} \right) \quad (3.15)$$

Consideraremos también la presencia de perturbaciones acotadas $f(z, \dot{z})$, siendo:

$$\dot{V} = s \left(\frac{1}{m} (u \cos \phi \cos \theta - mg) + \lambda \dot{z} + f(z, \dot{z}) \right) \quad (3.16)$$

Por lo tanto, dado que la variable s es enviada a 0 en un tiempo finito; tenemos que la ley de control para lograr esto se puede representar como:

$$u = \frac{m(-\lambda \dot{z} + mg)}{\cos \phi \cos \theta} + \chi \quad (3.17)$$

Sustituyendo en la ecuación anterior, obtenemos:

$$\dot{V} = s (f(z, \dot{z}) + \chi) = s f(z, \dot{z}) + s \chi \leq |s| L + s \chi \quad (3.18)$$

Entonces

$$\dot{V} \leq |s| L + s \chi \quad (3.19)$$

Eligiendo

$$\chi = -\rho \text{sign}(s) \quad (3.20)$$

3.1. CONTROL DEL CUADRIROTOR PARA LA COOPERACIÓN UAV-AGV CON CABLE57

Dado que L es el valor de la perturbación acotada, se elegirá $\rho = L + \frac{\gamma}{\sqrt{2}}$ y $sign(s) = \frac{s}{|s|}$. Para γ representando un valor definido positivo, por lo tanto $\gamma > 0$. Sustituyendo la ecuación anterior obtenemos:

$$\dot{V} \leq |s|L + s \left(-\rho \frac{s}{|s|} \right) = |s|L - |s|\rho \quad (3.21)$$

Por lo tanto

$$\dot{V} \leq -|s|(\rho - L) \quad (3.22)$$

Ahora bien, si se pretende reducir el efecto de “chattering” en el control, se puede proponer una función signo de la forma:

$$sign(s) \approx \frac{s}{|s + \varepsilon|} \quad (3.23)$$

Para la cual, ε es un valor escalar positivo muy pequeño, esto con la intención de que al evaluarlo podamos volver a nuestra función signo anterior, así, manteniendo el teorema de estabilidad verdadero, mismo que nos implica que, entre más grande sea el valor de ε , no se logrará una convergencia asintótica al valor deseado.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{s}{|s + \varepsilon|} = sign(s) \quad (3.24)$$

Finalmente, el control por modos deslizantes propuesto con la función signo sin épsilon llevará al cuadrirotor a la posición deseada en tiempo finito.

$$u = \frac{m(\vartheta + mg)}{\cos \phi \cos \theta} \quad (3.25)$$

Para el cual, el término ϑ se representa:

$$\vartheta = -\lambda \dot{z} - \rho sign(s) \quad (3.26)$$

Para la ley de control descrita con anterioridad, se debe de tomar en cuenta que los ángulos de *roll* y *pitch* deben de pertenecer a $\phi, \theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, esto con la intención de evitar singularidades. Es así que podemos representar la dinámica en z como:

$$\ddot{z} = -\lambda\dot{z} - \rho \text{sign}(s) \quad (3.27)$$

3.1.3 Control de posición

El control de posición para X & Y está basado en el tipo de controlador PD. Este tipo de controlador ha sido probado de manera efectiva para diversos tipos de problemas, en este caso; el control aplicado se puede representar de la siguiente forma:

$$u_x = -k_{px}e_x - k_{dx}\dot{e}_x \quad (3.28a)$$

$$\tau_\theta = -k_{p\theta}e_\theta - k_{d\theta}\dot{e}_\theta \quad (3.28b)$$

$$u_y = -k_{py}e_y - k_{dy}\dot{e}_y \quad (3.29a)$$

$$\tau_\phi = -k_{p\phi}e_\phi - k_{d\phi}\dot{e}_\phi \quad (3.29b)$$

Donde u_x y u_y representan el control, e_x y e_y representa al error de posición, x_d y y_d los valores deseados de posición a alcanzar. Como sabemos, el cuadricóptero es un sistema sub-actuado, de tal forma que los controles en (3.28c) y (3.28d) son los controles aplicados sobre el modelo del sistema.

3.1.4 Control equivalente y por modos deslizantes para la posición del UAV

Concepto de control equivalente

Suponiendo que dado un tiempo t_r la superficie de deslizamiento denotada como s es alcanzada por las trayectorias del sistema y estas mismas permanecen en ella. Esto implica entonces que $s = \dot{s} = 0 \forall t \geq t_r$. La condición $\dot{s} = 0$ nos lleva a:

$$\dot{s} = cx_2 + f(x_1, x_2, t) + u = 0, s(t_r) = 0 \quad (3.30)$$

para la cual, x_2 representa el segundo estado del sistema. Una función de control que satisface a (2.55) se puede definir:

$$u_{eq} = -cx_2 - f(x_1, x_2, t) \quad (3.31)$$

Definition 3.1.1. La función de control (2.56) se necesita aplicar al sistema después de que haya sido alcanzada la superficie de deslizamiento $s = 0$, esto para asegurar que la trayectoria se mantenga en la misma. A esto se le conoce como control equivalente.

- *La función de control (2.56) no es el control aplicado al sistema, una vez que la superficie de deslizamiento es alcanzada. Más aún, el control (2.56) no se puede implementar dado que la perturbación acotada $f(x_1, x_2, t)$ no es conocida. Por tanto, el control equivalente puede ser estimado únicamente de la siguiente manera:*

$$\hat{u}_{eq} = -cx_2 - \rho LPF(\text{sign}(s)), t \geq t_r \quad (3.32)$$

Ley de control

En esta sección, se presentará una ley de control para estabilizar la posición de un cuadrirotor por medio de modos deslizantes. El objetivo es que el control es diseñar un controlador que pueda estabilizar y converger el error de posición al origen de manera asintótica.

3.1. CONTROL DEL CUADRIROTOR PARA LA COOPERACIÓN UAV-AGV CON CABLE61

Recordando el modelo del cuadirotor, considerando el cable, tenemos que se puede representar de la forma:

$$m\ddot{x} = -u \sin \theta + T_B C_\beta C_{\beta_2} \quad (3.33)$$

$$m\ddot{y} = -u \sin \phi \cos \theta + T_B C_\beta C_{\beta_1} \quad (3.34)$$

$$m\ddot{z} = u \cos \phi \cos \theta - T_B S_\beta - mg \quad (3.35)$$

$$\ddot{\phi} = \tau_\phi \quad (3.36)$$

$$\ddot{\theta} = \tau_\theta \quad (3.37)$$

$$\ddot{\psi} = \tau_\psi \quad (3.38)$$

Donde podemos reescribir de las ecuaciones (3.33)-(3.35) los términos de tensión, de tal forma que:

$$T_B C_\beta C_{\beta_2} = \varrho_1 \quad (3.39)$$

$$T_B C_\beta C_{\beta_1} = \varrho_2 \quad (3.40)$$

$$T_B S_\beta = \varrho_3 \quad (3.41)$$

Por lo tanto, sabemos que el término ϱ_3 se puede estabilizar debido al control por modos deslizantes propuesto en el capítulo anterior y, el concepto de control equivalente. El modelo que pretendemos controlar será entonces:

$$m\ddot{x} = -u \sin \theta + \varrho_1 \quad (3.42)$$

$$m\ddot{y} = -u \sin \phi \cos \theta + \varrho_2 \quad (3.43)$$

$$m\ddot{z} = u \cos \phi \cos \theta - \varrho_3 - mg \quad (3.44)$$

$$\ddot{\phi} = \tau_\phi \quad (3.45)$$

$$\ddot{\theta} = \tau_\theta \quad (3.46)$$

$$\ddot{\psi} = \tau_\psi \quad (3.47)$$

Para poder llevar a cabo la estabilización del sistema, se debe de tomar en cuenta que: $\varrho_{1,2,3}$ y sus respectivas derivadas deben de estar acotadas para todo $t \geq 0$. Ahora bien, sustituyendo el control de orientación y altura propuestos en esta sección en las ecuaciones (3.42)- (3.47), obtenemos:

$$m\ddot{x} = -\frac{(c_1 + mg)}{\cos \phi} \tan \theta + \varrho_1 \quad (3.48)$$

$$m\ddot{y} = (c_1 + mg) \tan \theta + \varrho_2 \quad (3.49)$$

$$m\ddot{z} = c_1 + \varrho_3 \quad (3.50)$$

$$\ddot{\phi} = \tau_\phi \quad (3.51)$$

$$\ddot{\theta} = \tau_\theta \quad (3.52)$$

$$\ddot{\psi} = \tau_\psi \quad (3.53)$$

Para poder aplicar esta ley de control, debemos de saber que $\cos \phi \cos \theta \neq 0$, así mismo, si c_1 es suficientemente pequeña, esto implica que el vehículo ya ha alcanzado la altura deseada, por lo tanto, dicha variable $c_1 \rightarrow 0$ para todo tiempo T .

3.1. CONTROL DEL CUADRIROTOR PARA LA COOPERACIÓN UAV-AGV CON CABLE63

Dicho esto, también se tomará en cuenta que $\varrho_{1,2,3}$ son acotadas y, que la tensión que existe en el cable sea mínima, de tal forma que $(\beta \approx 90)$ igualmente $(\beta_{1,2} \approx 0)$; justo como se muestra en la siguiente figura:

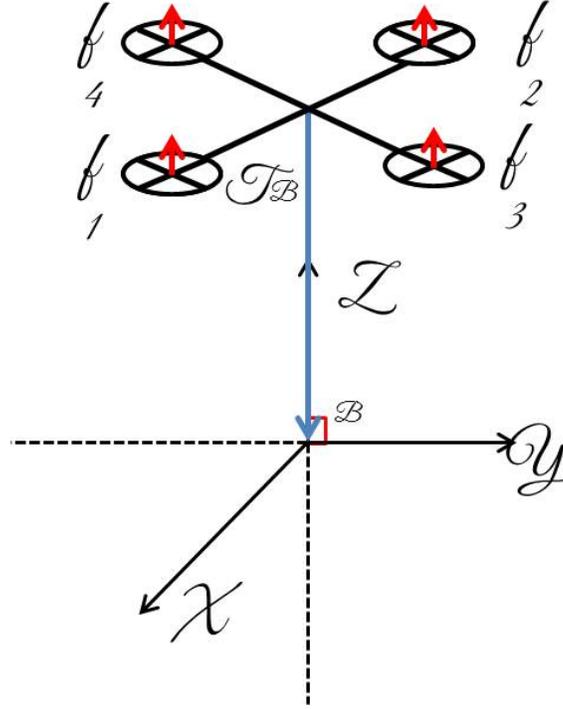


Figura 3.1: *Diagrama de cuerpo del cuadirotor con el cable*

Tomando en consideración todas las condiciones anteriores, podemos decir que el modelo reducido del cuadirotor será:

$$\ddot{x} = -\frac{g \tan \theta}{\cos \phi} \quad (3.54)$$

$$\ddot{y} = g \tan \phi \quad (3.55)$$

Asumiendo que $\tan \phi \approx \phi \exists |\phi| < \frac{\pi}{6}$ que es un valor arbitrariamente pequeño, también, se considerará a la fuerza de gravedad normalizada ($g = 1$).

Por lo tanto, re-escribiendo la ecuación (3.55) obtenemos:

$$\ddot{y} = \phi \quad (3.56)$$

$$\ddot{\phi} = \tau_\phi \quad (3.57)$$

Si aplicamos la derivada a la ecuación anterior dos veces, $\dot{y} = \phi$ lo cual implica que:

$$y^{(iv)} = \tau_\phi \quad (3.58)$$

Ahora bien, asumiendo perturbaciones externas a la entrada del sistema, podemos representarlo de la siguiente manera:

$$y^{(iv)} = \tau_\phi + \gamma \quad (3.59)$$

Donde γ representa una perturbación externa existente en un problema real, afectando así la posición del vehículo aéreo, con $\|\gamma\| < L$ para $L > 0$ que es arbitrariamente pequeña y acotada. Más aún, esta suposición considera que la dinámica del sistema trabaja en una región lineal ($\tan \phi \approx \phi$) y que las perturbaciones a la entrada afectan directamente la estabilidad del mismo.

Por lo tanto, se propone una técnica de control no lineal por modos deslizantes de igual forma que se aplicó en la altura. Obtenemos entonces el siguiente sistema de ecuaciones a partir de (3.56)-(3.57)

$$\dot{y}_1 = y_2 = \dot{y} \quad (3.60)$$

$$\dot{y}_2 = y_3 = \ddot{y} \quad (3.61)$$

$$\dot{y}_3 = y_4 = y^{(3)} \quad (3.62)$$

$$\dot{y}_4 = y^{(iv)} = \tau_\phi + \gamma = \ddot{\phi} \quad (3.63)$$

Siendo las ecuaciones (3.60)-(3.63) nuestro nuevo sistema de ecuaciones en cascada. Para dicho sistema, definimos los errores de posición como:

3.1. CONTROL DEL CUADRIROTOR PARA LA COOPERACIÓN UAV-AGV CON CABLE65

$$e_1 = y_1 - y_d = y - y_d \quad (3.64)$$

$$e_2 = y_2 - \dot{y}_d = \dot{y} - \dot{y}_d \quad (3.65)$$

$$e_3 = y_3 - \ddot{y}_d = \ddot{y} - \ddot{y}_d = \phi \quad (3.66)$$

$$e_4 = \ddot{\phi} \quad (3.67)$$

La ley de control propuesta se asegurará de que el error converja asintóticamente dando que las perturbaciones producidas por el cable son acotadas. Debemos también de asegurarnos que el sistema de errores propuesto sea acotado, de tal forma que restringimos nuestro análisis como:

$$\dot{\mathbf{v}} = f_0(\mathbf{v}, \zeta) \quad (3.68)$$

Donde $\mathbf{v} = [e_1, e_2, e_3]^T$, $\dot{\mathbf{v}} = [\dot{e}_1, \dot{e}_2, \dot{e}_3]^T$, y $\zeta = e_4$. Del (3.68) es un sistema de entrada acotada y estado estable acotado. Este será el caso general para cualquier entrada acotada ζ y cualquier condición inicial $\mathbf{v}(0)$ si el sistema $\dot{\mathbf{v}} = f_0(\mathbf{v}, \zeta)$ es de entrada-estado estable. Entonces, ahora nos concentraremos en mostrar que el sistema de errores es acotado y la convergencia del mismo. Tenemos:

$$\dot{e}_1 = e_2 \quad (3.69)$$

$$\dot{e}_2 = e_3 \quad (3.70)$$

$$\dot{e}_3 = e_4 \quad (3.71)$$

Donde e_4 es una “*entrada de control*”. Debemos diseñar a e_4 de tal forma que estabilice al sistema. Podemos lograr esto aplicando una ley de control linear como se puede observar:

$$e_4 = -(k_1 e_1 + k_2 e_2 + k_3 e_3) \quad (3.72)$$

Para (3.72) los coeficientes $k_{1,2,3}$ son elegidos utilizando el polinomio característico que define a la dinámica del sistema considerando al mismo Hurwitz, esto es,

$$s^3 + k_3s^2 + k_2s + k_1 = 0 \quad (3.73)$$

Entonces, para diseñar el control por modos deslizantes, comenzaremos por definir la superficie de deslizamiento. La definiremos en consideración a los errores de tal manera que se puede describir como:

$$s = (k_1e_1 + k_2e_2 + k_3e_3) + e_4 \quad (3.74)$$

Y

$$\dot{s} = (k_1\dot{e}_1 + k_2\dot{e}_2 + k_3\dot{e}_3) + \dot{e}_4 \quad (3.75)$$

$$\dot{s} = (k_1\dot{e}_1 + k_2\dot{e}_2 + k_3\dot{e}_3) + \ddot{\phi} \quad (3.76)$$

$$\dot{s} = (k_1e_2 + k_2e_3 + k_3e_4) + (\tau_\phi + \gamma) \quad (3.77)$$

Por lo tanto, los errores convergen asintóticamente al origen dado que,

$$s = (k_1e_1 + k_2e_2 + k_3e_3) + e_4 = 0 \quad (3.78)$$

Con la intención de probar estabilidad asintótica global al origen, proponemos la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}s^2 \quad (3.79)$$

La derivada con respecto al tiempo se puede representar como:

$$\dot{V} = s\dot{s} \quad (3.80)$$

3.1. CONTROL DEL CUADRIROTOR PARA LA COOPERACIÓN UAV-AGV CON CABLE67

Sustituyendo (3.77) en (3.80) obtenemos:

$$\dot{V} = s[(k_1 e_2 + k_2 e_3 + k_3 e_4) + (\tau_\phi + \gamma)] \quad (3.81)$$

Procedemos a diseñar una entrada de control para (τ_ϕ) utilizando la componente v

$$\tau_\phi = -(k_1 e_2 + k_2 e_3 + k_3 e_4) + v \quad (3.82)$$

Sustituyendo en (3.81),

$$\dot{V} = s(\gamma(t) + v) = s\gamma(t) + sv \leq |s|L + sv \quad (3.83)$$

Entonces,

$$\dot{V} \leq |s|L + sv \quad (3.84)$$

Eligiendo $v = -\rho \text{sign}(s)$ y sustituyendo $\rho > 0$ y $\text{sign}(s) = \frac{s}{|s|}$ en (3.84) tenemos:

$$\dot{V} \leq |s|L + s \left(-\rho \frac{s}{|s|} \right) = |s|L - s|\rho| \quad (3.85)$$

De tal forma que $\dot{V} \leq -|s|(\rho - L)$, lo cual implica que el origen es estable y los errores están acotados, finalmente, usando el valor de v en (3.82), tenemos:

$$\tau_\phi = -k_1 e_2 - k_2 e_3 - k_3 e_4 - \rho \text{sign}(s) \quad (3.86)$$

La ley de control (3.86) cumple con estabilizar al sistema en el valor deseado en el eje y . Si se pretende reducir el efecto de “*chattering*”, se propone una función signo:

$$\text{sign}(s) \approx \frac{s}{|s + \varepsilon|} \quad (3.87)$$

Para la cual, ε es un valor escalar positivo muy pequeño y, entre más grande sea el valor de ε , no se logrará una convergencia asintótica al valor deseado sino a una vecindad muy cercana.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{s}{|s + \varepsilon|} = \text{sign}(s) \quad (3.88)$$

La ley de control (3.86) cumple con estabilizar al sistema en el valor deseado en el eje y . De forma similar, para x tenemos la dinámica descrita por el par de ecuaciones:

$$\ddot{x} = -\theta \quad (3.89)$$

$$\ddot{\theta} = \tau_{\theta} \quad (3.90)$$

Llevando a cabo los mismos pasos que para el control en y , definiremos la ley de control para *pitch* como:

$$\tau_{\theta} = -k_1 e_2 - k_2 e_3 - k_3 e_4 - \rho \text{sign}(s) \quad (3.91)$$

Finalmente así, obteniendo la ley de control por modos deslizantes para la posición del cuadri-rotor.

3.2 CONTROL DE LA BASE TERRESTRE MÓVIL PARA LA COOPERACIÓN UAV-AGV CON CABLE

En esta subsección se presenta un algoritmo de control aplicado al modelo cinemático obtenido en la sección previa, esto con la intención de controlar al robot en orientación.

3.2.1 Control de orientación

Para controlar al vehículo diferencial debemos de hacer una regulación de velocidad de tal forma que este alcance el ángulo deseado en un tiempo finito. Para esto, generamos un error de orientación definido como:

3.2. CONTROL DE LA BASE TERRESTRE MÓVIL PARA LA COOPERACIÓN UAV-AGV CON C

$$e_\alpha = \alpha_d - \alpha \quad (3.92)$$

Dado que α representa el ángulo de giro del vehículo, el control propuesto será un PD aplicado al error de orientación descrito como:

$$u_\alpha = K_p e_\alpha + K_d \dot{e}_\alpha \quad (3.93)$$

Este control se aplicará directamente sobre la velocidad del vehículo, por tanto, se tendrá que $u_\alpha = u_r = v_r$ & $u_\alpha = u_l = -v_l$. Siendo así como se buscará que el robot móvil encuentre su orientación.

3.2.2 Control de posición por odometría

Para controlar al vehículo diferencial en posición, se implementará un control on-off mediante el uso de odometría. La odometría es el estudio de la estimación de la posición de vehículos con ruedas durante la navegación, para realizar esta estimación se usa información sobre la rotación de las ruedas puede así referirse a la distancia que se ha recorrido.

Es bien sabido que la odometría proporciona una buena precisión a corto plazo, es barata de implementar, y permite tasas de muestreo muy altas. Sin embargo, sin la corrección adecuada al rotar las ruedas, la odometría conlleva una inevitable acumulación de errores; dichos errores se pretenden corregir mediante el control de la orientación del robot

La distancia que el robot ha recorrido desde el cálculo de la última posición y, la actual posición en la que se encuentra se debe de almacenar y, esta puede calcularse utilizando las ecuaciones (2.57) y (2.58) como una referencia general.

$$d = c_{izq} + c_{der} \quad (3.94)$$

$$\beta = c_{izq} - c_{der} \quad (3.95)$$

donde c_{izq} y c_{der} son la representación de los valores obtenidos por el decodificador izquierdo y derecho respectivamente; es así que dichos valores se utilizan para calcular la distancia recorrida. Una aproximación de la posición se puede obtener de tal forma que:

$$p_x = d \sin(\theta) \quad (3.96)$$

$$p_y = d \cos(\theta) \quad (3.97)$$

De esta manera pudiendo conocer la posición estimada del robot móvil. A partir de estos valores, se diseñó un control de posición tipo ON-OFF directamente vinculado con el control de orientación. Partiendo de una posición inicial inicial y alcanzando una posición final, luego de haber recorrido una distancia pre-programada. Representando esto como:

$$u_x = \begin{cases} u_{x \max}, e_x > 0 \\ u_{x \max}, e_x < 0 \\ u_x = 0, e_x = 0 \end{cases}, u_y = \begin{cases} u_{y \max}, e_y > 0 \\ u_{y \max}, e_y < 0 \\ u_y = 0, e_y = 0 \end{cases} \quad (3.98)$$

En estas ecuaciones e_x y e_y son los errores de control. Esta ley implica que siempre se usa una acción correctiva máxima. De esta manera, la variable manipulada tiene su valor más grande cuando el error es positivo y su valor más pequeño cuando es negativo. La realimentación de este tipo se llama “*control on-off*”.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS DE SIMULACIÓN

4.1 CONTROL DEL CUADRIROTOR

En esta sección se mostrarán diversos resultados de simulación con respecto a los tipos de control propuestos para la estabilización del cuadrirotor. Notaremos que el control PD es la elección más adecuada debido al consumo de energía y el tipo de convergencia que nos ofrece con respecto al control por modos deslizantes, que si bien, es una técnica de control no lineal, aun cuando cumple en simulación con su propósito; se necesitaría aplicar en un cuadrirotor más robusto.

4.1.1 Ley de control de orientación - PD

Se llevará un análisis breve sobre la ley de control propuesta para el control en orientación del cuadrirotor. Dichos resultados se hicieron considerando los siguientes parámetros en el momento de la simulación de dicha ley de control.

Parametros	Valores
Masa del cuadrirotor, (kg)	1
Aceleración de la gravedad, ($\frac{m}{s^2}$)	9.8
Constante positiva, (k_p)	1.5
Constante positiva, (k_d)	2.5

Tabla 4.1: *Tabla de parámetros para el control de orientación*

En esta primera sub-sección, podemos observar que la ley de control en el ángulo de orientación se estabiliza y converge de manera asintótica hacia el valor deseado. Siendo este $\psi_d = 0$. Esto se puede observar en (fig. 4.1) a continuación.

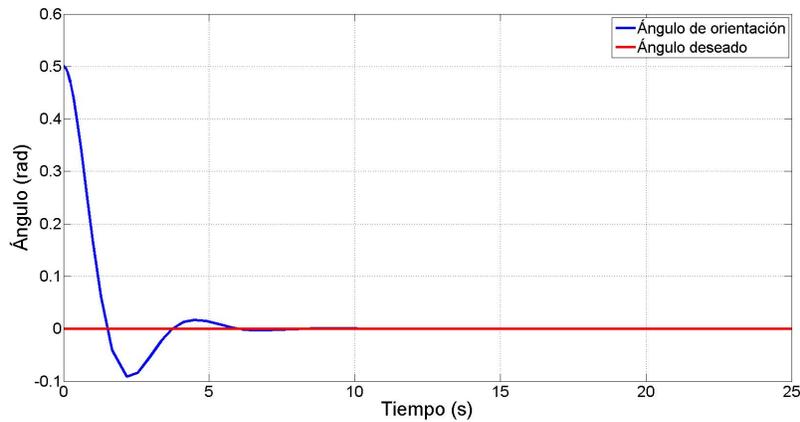
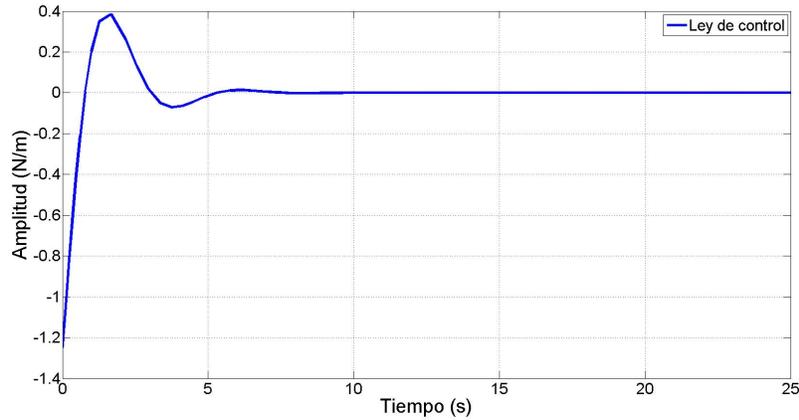
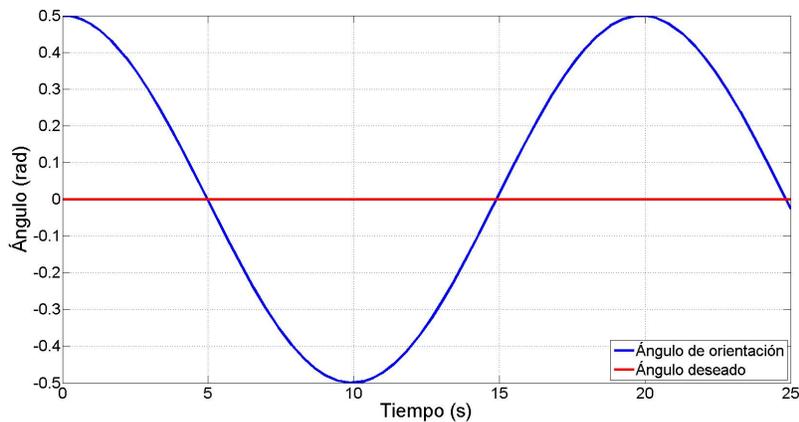


Figura 4.1: *Comportamiento del ángulo de orientación (ψ)*

En (fig. 4.1) el ángulo de orientación con condiciones iniciales $\psi(0) = 0.5$, converge asintóticamente hacia el valor deseado. La ley de control propuesta entonces en el capítulo anterior cumple con su cometido, dicha ley en simulación se puede observar en la figura (4.2).

Figura 4.2: *Ley de control en orientación*

Ahora bien, con una mala elección de ganancias, se puede obtener un resultado desfavorable como el presentado adelante.

Figura 4.3: *Comportamiento del ángulo de orientación (ψ - inestable)*

Provocando que el sistema sea inestable, en (fig. 4.1) demostramos que la ley de control cumple con el objetivo en simulación de llevar en ángulo de orientación a un valor deseado, por tanto, la convergencia de la posición angular.

4.1.2 Ley de control de altura - PD

A continuación, similar a la subsección anterior; se mostrarán los resultados obtenidos al implementar la ley de control en simulación. Los parámetros de dicha simulación son:

Parametros	Valores
Masa del cuadrirotor, (kg)	1
Aceleración de la gravedad, ($\frac{m}{s^2}$)	9.8
Constante positiva, (k_{pz})	10
Constante positiva, (k_{dz})	15

Tabla 4.2: *Tabla de parámetros para el control de altura*

Para dichos parámetros, se obtuvieron los siguientes resultados en simulación con respecto a la altura, mismos en los cuales podemos observar que el cuadrirotor se traslada hacia el valor deseado.

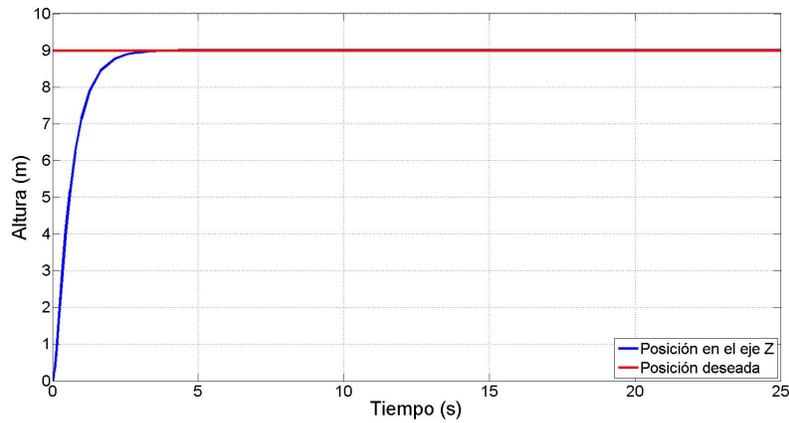


Figura 4.4: *Comportamiento de la posición en el eje Z, altura*

Y con el objetivo de robustecer nuestro resultado anterior, podemos observar el comportamiento de la ley de control que estabiliza al sistema.

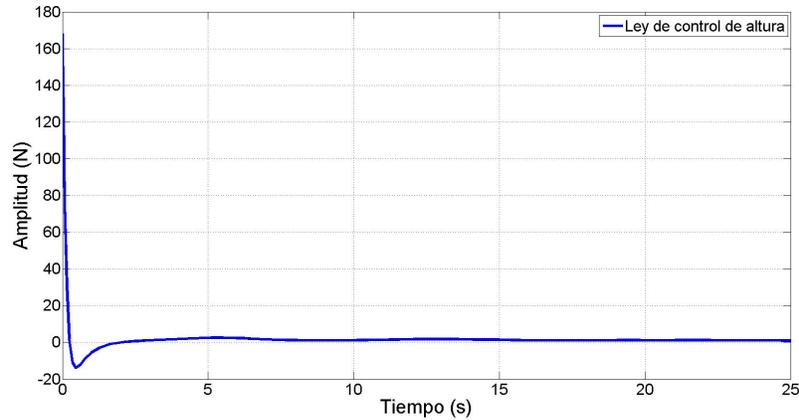


Figura 4.5: *Ley de control de altura*

Con esto, concluimos que el control de altura (PD) propuesto cumple con nuestras expectativas y lleva al cuadrirotor a la posición deseada. Lo hace de manera asintótica y converge de forma estable.

4.1.3 Ley de control de posición - PD

A continuación, similar a la subsección anterior; se mostrarán los resultados obtenidos al implementar la ley de control en simulación. Los parámetros de dicha simulación serán mostrados en la tabla (4.3)

Parametros	Valores
Masa del cuadrirotor, (kg)	1
Aceleración de la gravedad, ($\frac{m}{s^2}$)	9.8
Constante positiva 1, (k_{px})	10
Constante positiva 2, (k_{dx})	15
Constante positiva 3, (k_{py})	10
Constante positiva 4, (k_{dy})	15

Tabla 4.3: *Tabla de parámetros para el control de posición*

Observamos en (fig 4.6) la convergencia de posición del cuadrirotor a un valor deseado tanto para el *eje x* y el *eje y*. Dichos resultados en simulación nos permiten asumir que el control PD funciona de manera adecuada.

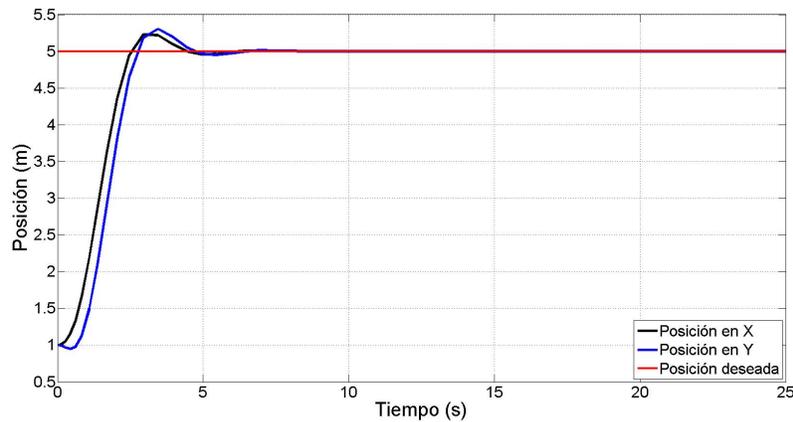


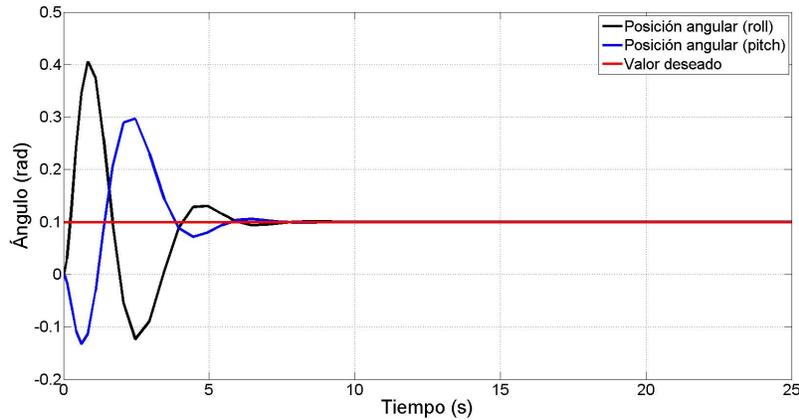
Figura 4.6: *Posición del cuadrirotor en el plano XY*

Así mismo, se utilizaron los siguientes valores de la tabla (4.4) para aplicar un control PD sobre los ángulos de orientación (*roll*, *pitch*). Con la intención de estabilizar la posición angular.

Parametros	Valores
Masa del cuadrirotor, (kg)	1
Aceleración de la gravedad, ($\frac{m}{s^2}$)	9.8
Constante positiva 1, ($k_{p\theta}$)	0.5
Constante positiva 2, ($k_{d\theta}$)	2.5
Constante positiva 3, ($k_{p\phi}$)	0.5
Constante positiva 4, ($k_{d\phi}$)	2.5

Tabla 4.4: *Tabla de parámetros para el control de posición*

Si observamos (fig. 4.7) notamos que el control de orientación (PD) lleva la posición angular del cuadrirotor al valor deseado asegurando su convergencia.

Figura 4.7: *Posición del angular del cuadrirotor*

Con esto, concluimos que el control PD aplicado al cuadrirotor logra la convergencia del mismo hacia una posición deseada o valor deseado. Para los casos antes expuestos, la sintonización correcta del PD fue lo que nos permitió obtener resultados satisfactorios. Ahora bien, analizaremos el control por modos deslizantes propuesto para observar su comportamiento.

4.1.4 Ley de control de altura - Modos deslizantes

En esta subsección observamos el efecto del control por modos deslizantes en la altura del cuadrirotor; esto lo haremos con y sin “*chattering*”, primeramente para comprobar que con el efecto de *chattering* la convergencia del sistema al valor deseado está asegurada, no obstante y segundo, sin *chattering* la convergencia al valor deseado se vera afectada por el valor que sea de elección para el épsilon (Ec. 3.23). Se implementó en simulación dicha ley de control.

Primer caso ($\varepsilon = 0$)

Los valores de simulación se pueden ver reflejados en la tabla (4.5). Se debe de hacer notar que ρ fue calculada a partir de la ecuación que veremos a continuación, misma de al cual se hizo mención en el capítulo anterior.

$$\rho = L + \frac{\gamma}{\sqrt{2}} \quad (4.1)$$

Parametros	Valores
Masa del cuadrirotor, (<i>kg</i>)	1
Aceleración de la gravedad, ($\frac{m}{s^2}$)	9.8
Constante positiva α_z ,	2.5
Constante positiva γ_z ,	2.5
Constante positiva de la perturbación L ,	20
Tensión del cable T_B , (<i>N</i>)	10
Valor deseado de altura z_d , (<i>m</i>)	9
Constante positiva ε_z ,	0

Tabla 4.5: *Tabla de parámetros para el control de altura por modos deslizantes*

El resultado de la simulación se puede observar en la figura siguiente:

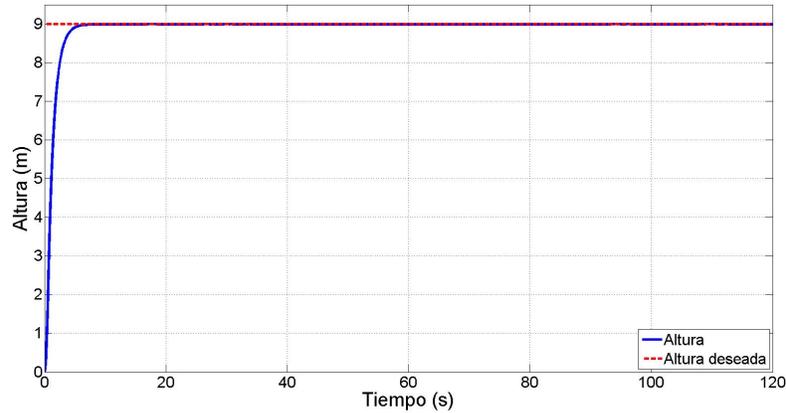


Figura 4.8: *Comportamiento de la posición en el eje Z, Altura*

La ley de control aplicada a la altura del cuadrirotor (Fig. 4.9) muestra claramente el efecto de chattering antes mencionado, esto en el cuadrirotor se traduce en oscilaciones de alta velocidad.

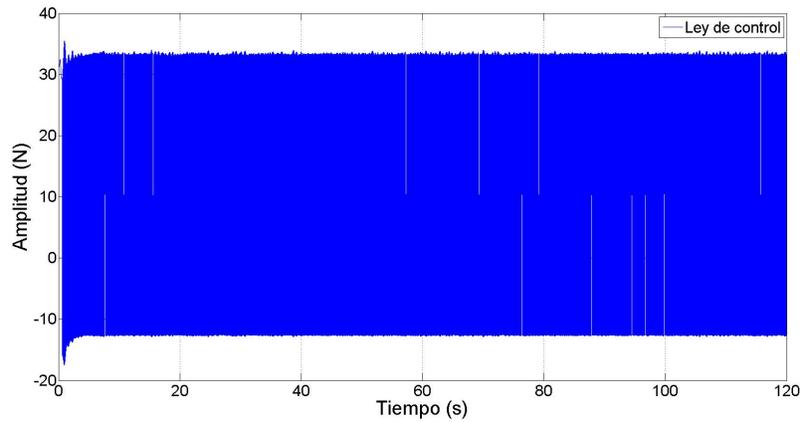


Figura 4.9: *Ley de control de altura por modos deslizantes*

Es importante notar que la amplitud que podemos observar está dada debido al efecto que tiene el valor L en dicha ley de control.

Segundo caso ($\varepsilon > 0$)

Ahora bien, para el presente caso, elegiremos diversos valores de ε con la intención de mostrar su efecto sobre la ley de control y en la altura del cuadrirotor. Dichos valores se encuentran en la tabla que se muestra a continuación.

Parametros	Valores
Masa del cuadrirotor, (kg)	1
Aceleración de la gravedad, ($\frac{m}{s^2}$)	9.8
Constante positiva α_z ,	2.5
Constante positiva γ_z ,	2.5
Constante positiva de la perturbación L ,	20
Tensión del cable T_B , (N)	10
Valor deseado de altura z_d , (m)	9
Constante positiva ε_{z_1} ,	0.1
Constante positiva ε_{z_2} ,	0.05
Constante positiva ε_{z_3} ,	0.0095

Tabla 4.6: *Tabla de parámetros para el control de altura por modos deslizantes*

Para diferentes valores de ε , el efecto de chattering se verá reducido, no obstante; esto comprometerá la convergencia del cuadrirotor hacia la posición deseada, se buscará con los valores propuestos elegir el que nos pueda proporcionar una posición aceptable dentro de la vecindad de la altura a alcanzar. El resultado de la simulación para $\varepsilon_{z_1} = 0.1$ se puede apreciar en la figura (4.10).

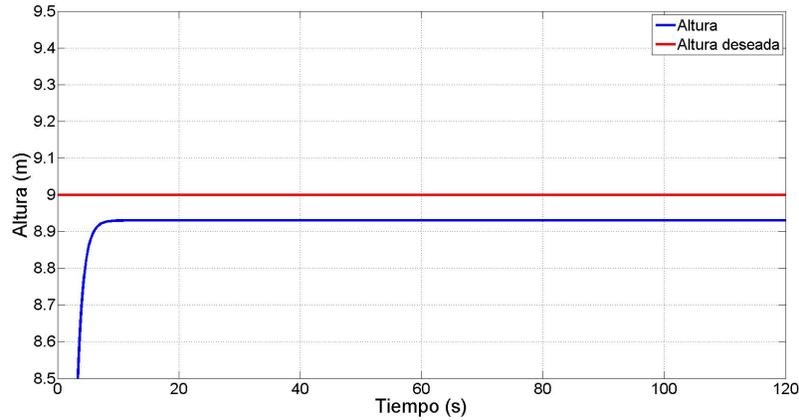


Figura 4.10: *Comportamiento de la posición en el eje Z, Zoom*

Como podemos apreciar, la posición del cuadrirotor se ve comprometida por una diferencia aproximada de 0.07 metros. La ley de control para dicho resultado se puede apreciar en (Fig. 4.11)

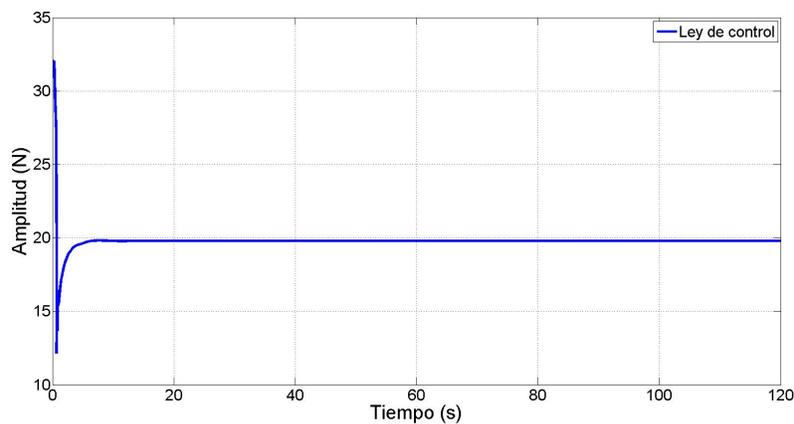


Figura 4.11: *Ley de control de altura por modos deslizantes*

Con esto, podemos ver que el efecto de “*chattering*” ha desaparecido en su mayoría, sin embargo, como se esperaba, la convergencia al valor deseado ha sido comprometida.

Reduciendo el valor de ϵ , se espera entonces que haya un poco de “*chattering*” pero, que la altura que sea comprometida sea más pequeña con respecto al caso anterior. La posición del cuadricóptero se puede apreciar en la figura (4.12)

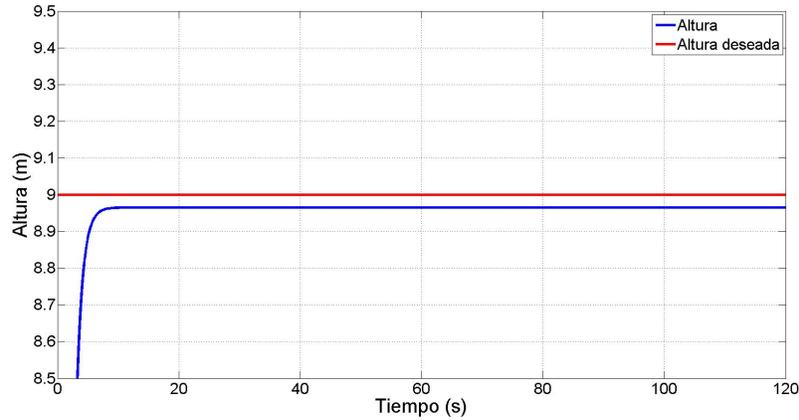


Figura 4.12: *Comportamiento de la posición en el eje Z, Zoom*

Notamos que la diferente entre el valor actual y el valor deseado se ha visto reducida. No obstante, observaremos la ley de control con la intención de saber cuál es la amplitud del “*chattering*”.

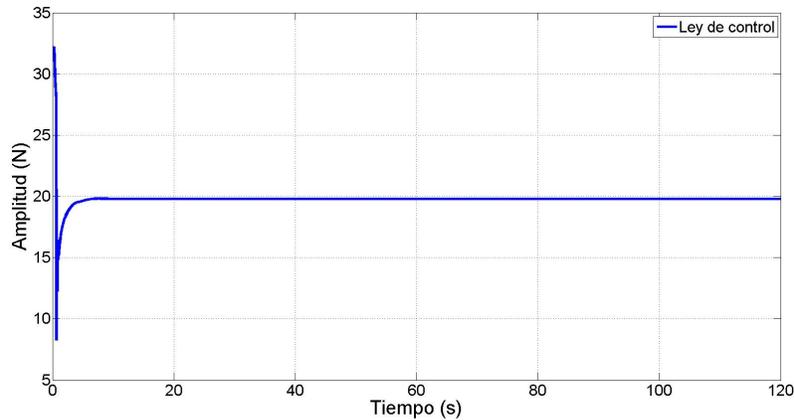


Figura 4.13: *Ley de control de altura por modos deslizantes*

Es claro en la figura (4.13) que la amplitud del control se ha visto incrementada,

si bien se ha reducido el compromiso de convergencia, el efecto del control sobre el sistema se ha visto aumentado en términos de fuerza. Finalmente, eligiendo el último valor para ϵ , observaremos el comportamiento del sistema y decidiremos que es lo mejor considerando la fuerza aplicada en la ley de control al mismo.

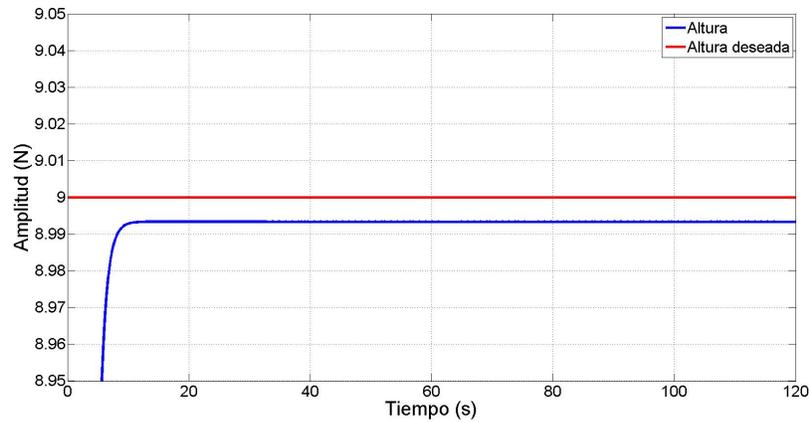


Figura 4.14: *Comportamiento de la posición en el eje Z, Zoom*

Es claro que el sistema converge muy cercano a la vecindad del valor deseado, y aunque no lo alcanza, el error que posee es considerado minúsculo. Claro que, con esto, es necesario observar la ley de control por el “*chattering*”.

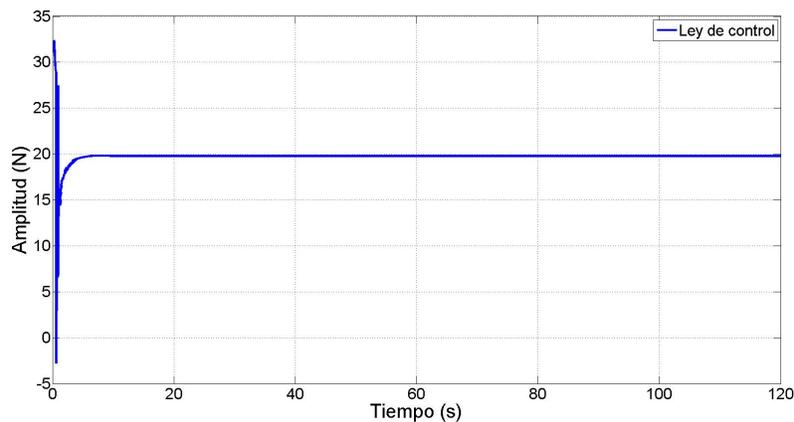


Figura 4.15: *Comportamiento de la posición en el eje Z, Zoom*

Notamos que el control para este valor de ε incrementa en amplitud al igual que la ley de control propuesta con el valor de $\varepsilon = 0.05$, dichos valores reducen el “*chattering*” del control de una forma significativa, no obstante, para el valor de $\varepsilon = 0.0095$, el compromiso entre la convergencia al valor real se ve reducida y, la altura deseada no se ve afectada de una forma numérica muy elevada.

4.1.5 Ley de control de posición - Modos deslizantes

De la misma forma que en la subsección anterior, mostraremos los resultados en simulación para la ley de control en posición de la misma ley de control. Los valores utilizados para la simulación se encuentran registrados en la tabla siguiente:

Parametros	Valores
Masa del cuadrirotor, (kg)	1
Aceleración de la gravedad, ($\frac{m}{s^2}$)	9.8
Constante positiva $\gamma_{x,y}$,	0.5
Constante positiva del control $\sum_{i=1}^4 k_{xi,yi}$,	0.8
Constante positiva de la perturbación L ,	11
Tensión del cable $T_B,(N)$	10
Valor deseado del eje x $x_d, (m)$	5
Valor deseado del eje y $y_d, (m)$	3
Constante positiva $\varepsilon_{x,y}$,	0

Tabla 4.7: *Tabla de parámetros para el control de posición por modos deslizantes*

Al igual que para el control de altura, se busca encontrar el valor de ε donde la convergencia al valor deseado no sea afectada de forma significativa y, se encuentre un par de valores para los cuales, la convergencia ocurra con un error muy pequeño, similar al valor para el control de altura $\varepsilon = 0.0095$.

Primer caso ($\varepsilon = 0$)

Los resultados de simulación para los valores de la tabla (4.7) se pueden observar a continuación.

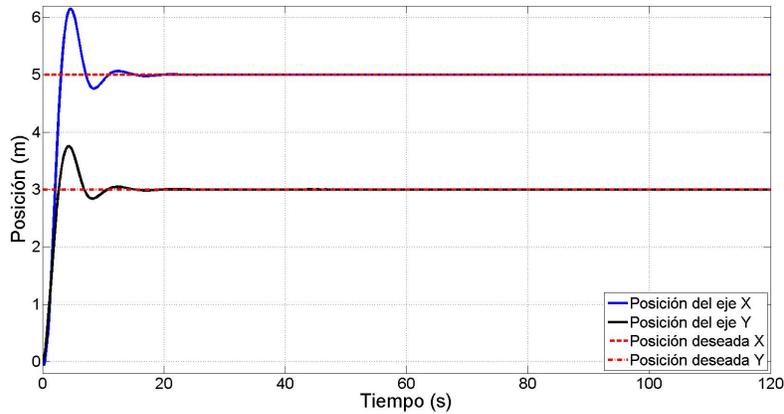


Figura 4.16: *Comportamiento de la posición en el eje X y Y*

Para el valor de ε , la posición del cuadrirotor converge de manera asintótica hacia el valor deseado. Ahora bien, observaremos el comportamiento de la ley de control. Dichos resultados nos mostrarán la magnitud del “chattering” presente en el sistema.

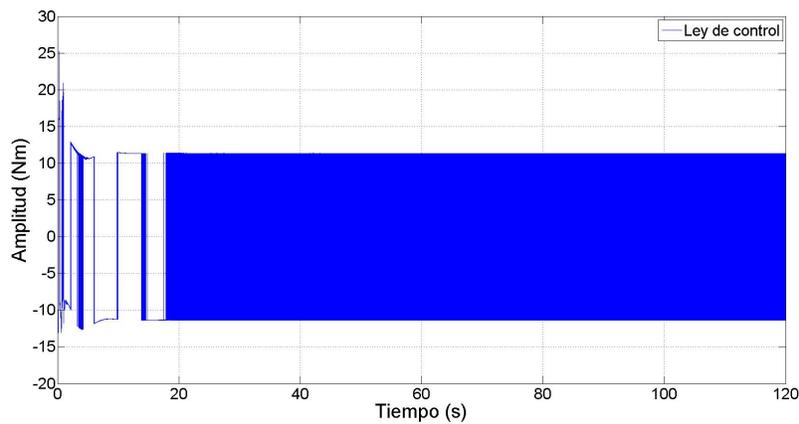


Figura 4.17: *Ley de control en τ_θ para el eje X*

Así mismo, debemos observar la ley de control en ϕ para el eje **Y** a continuación:

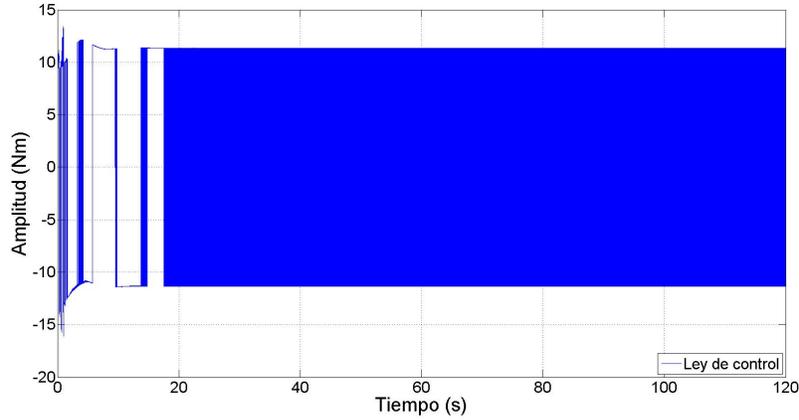


Figura 4.18: Ley de control en τ_ϕ para el eje **Y**

Como era esperado, la ley de control presenta el efecto de “chattering” de una manera similar a la ley de control implementada en τ_θ , finalmente, la posición angular del cuadrirotor puede observarse en la figura siguiente.

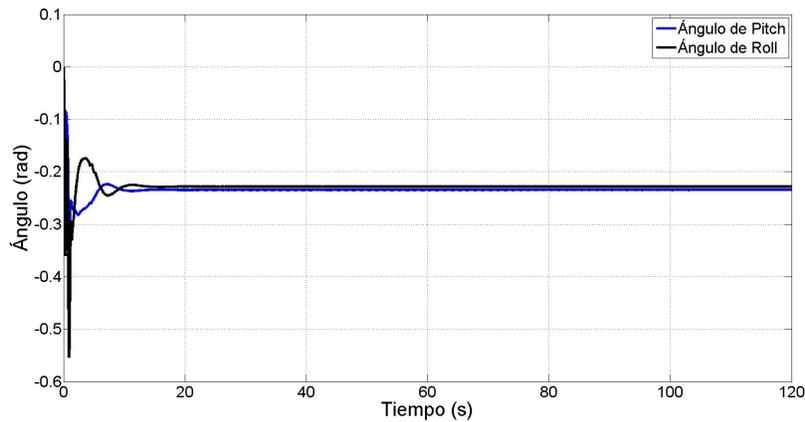


Figura 4.19: Posición angular en θ y ϕ

Con lo cual concluimos que el control por modos deslizantes en posición cumple el objetivo de llevar el cuadrirotor a la posición deseada, sin embargo; se requiere reducir el efecto de “chattering” para evitar un comportamiento indeseado.

Segundo caso ($\varepsilon > 0$)

De acuerdo al análisis anterior en altura, el valor elegido para ε en el control de posición será $\varepsilon = 0.0095$. Esto con la intención de poder obtener un resultado similar al anterior en el control de altura. Dicho resultado se verá reflejado a continuación:

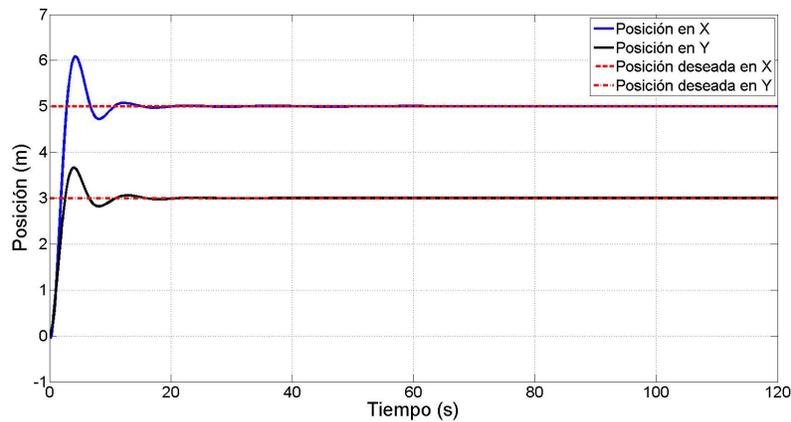


Figura 4.20: *Comportamiento de la posición en el eje X y Y*

Podemos observar que tanto X como Y convergen a una vecindad cercana al valor deseado, no obstante, el valor tiene una penalización muy pequeña en la posición.

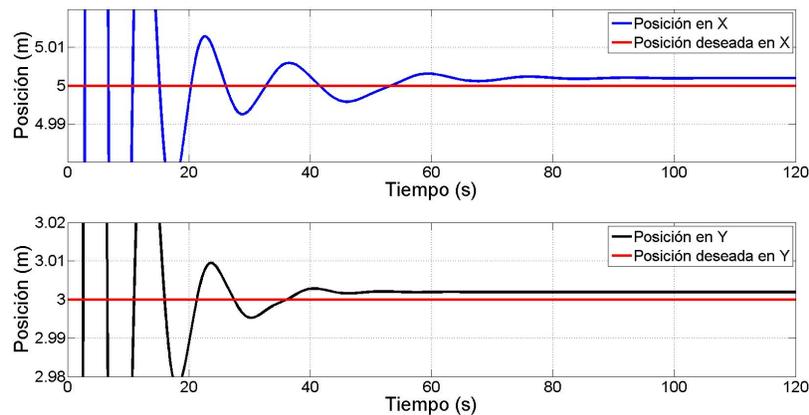


Figura 4.21: *Comportamiento de la posición en el eje X y Y, Zoom*

Con ello, nos propondremos a observar la ley de control para conocer la amplitud en términos de la fuerza que el control aplicará al sistema para la estabilización en posición. (fig. 4.22)

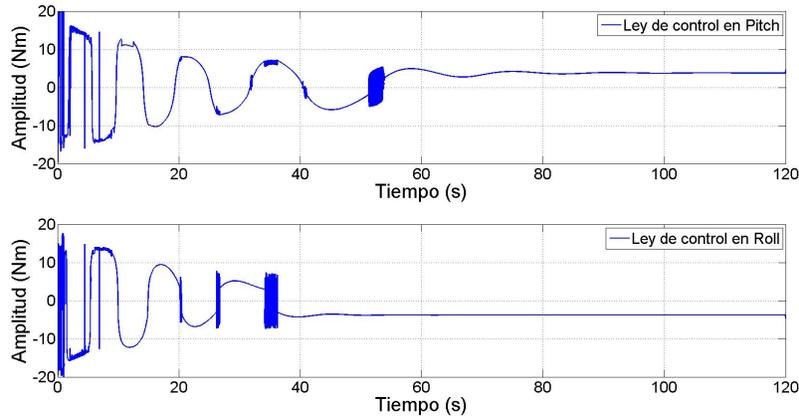


Figura 4.22: Ley de control τ_θ y τ_ϕ

Observamos que la ley de control tiene una amplitud aceptable, no obstante; también notamos que la señal presenta un poco de “chattering” a lo largo de la trayectoria hasta que finalmente logra estabilizarse, esto con respecto a (fig. 4.18).

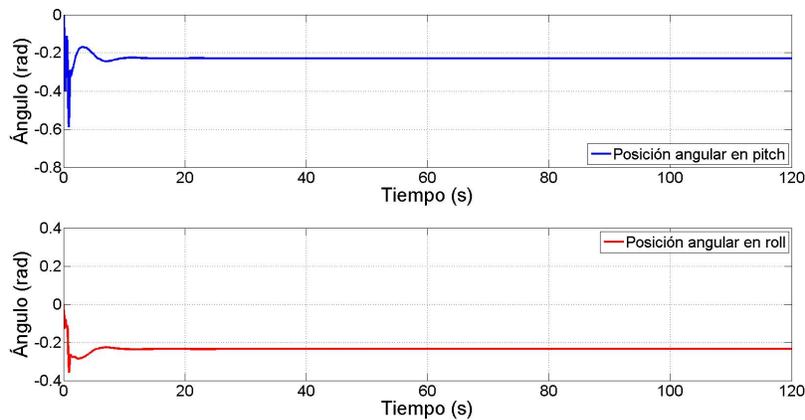


Figura 4.23: Posición angular del cuadricóptero en θ y ϕ

Las figuras (4.21) y (4.23) nos demuestran que el control por modos deslizantes

en posición funciona de manera aceptable, no obstante, el tiempo de estabilización es significativamente largo. Adicionalmente, obteniendo el gráfico del control equivalente (Ec. 3.32) se puede notar que el sistema busca aproximarse a la vecindad del valor de tensión introducido en el sistema. (3.33)-(3.38) dicho control equivalente se puede verificar en la figura (4.24)

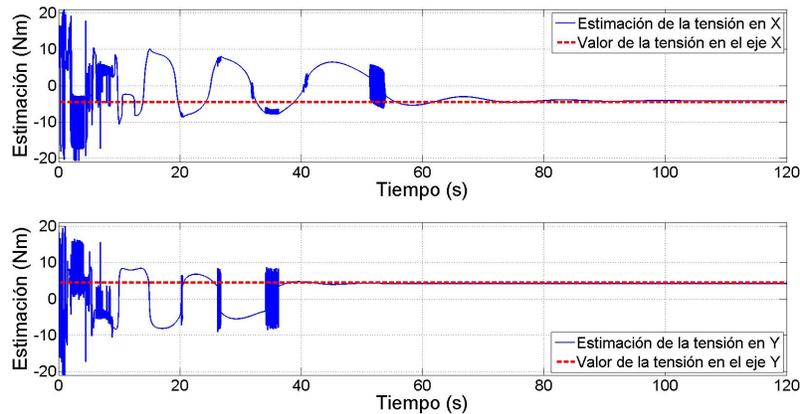


Figura 4.24: *Estimación de la tensión en la componente del eje X y Y*

Como se esperaba al implementar el control por modos deslizantes en posición, la estimación obtenida por el control equivalente se aproxima hacia el valor real de la tensión que afecta a los ejes **X** y **Y** respectivamente. Por tanto, haciendo uso de esta estimación, el control de posición converge hacia la posición deseada.

4.2 CONTROL DEL VEHÍCULO TERRESTRE

Ahora bien, en la presente sección se mostrarán los resultados de simulación obtenidos con respecto al vehículo terrestre autónomo. Se hará la implementación del control sobre α que es el ángulo de giro del AGV para comprobar si el PD cumple con las expectativas que se le requieren para la colaboración con el cuadrirotor.

Los valores utilizados para dicha simulación se encuentran en la siguiente tabla:

Parametros	Valores
Masa del robot móvil, (kg)	4.85
Distancia del frente del AGV sobre el eje x a un punto deseado, (h)	30
Constante proporcional, ($k_{p\alpha}$)	22.5
Constante derivativa, ($k_{d\alpha}$)	52.5

Tabla 4.8: *Tabla de parámetros para el control de orientación*

Para dicha simulación, se programaron diferentes referencias angulares, de tal forma que el ángulo de giro del vehículo (*orientación* - α) se dirigiese a dichos valores deseados una vez alcanzado el anterior. Los resultados se pueden observar en la figura siguiente:

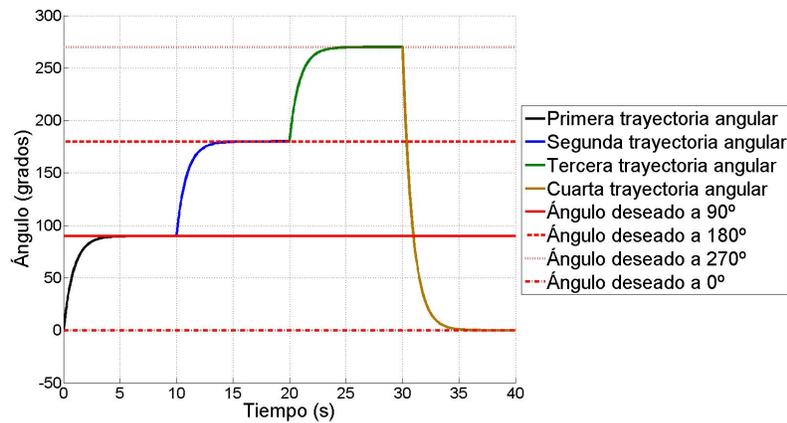


Figura 4.25: *Control de orientación en el robot móvil, α*

Notamos entonces que control de orientación (PD) funciona de manera adecuada. Con respecto al control de posición ON-OFF, el resultado de simulación para la figura (4.25) se puede ver a continuación.

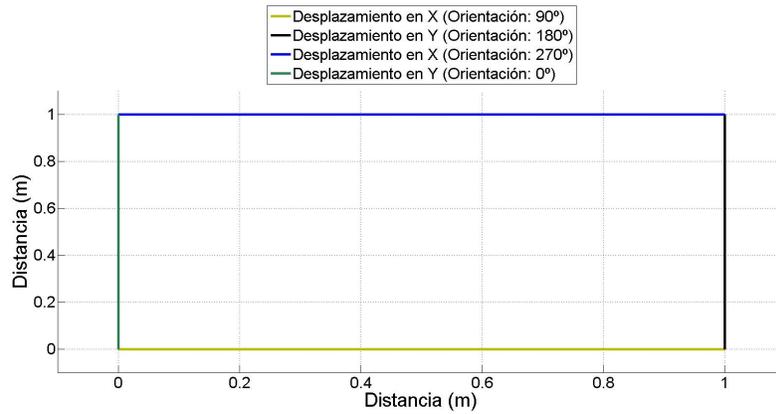


Figura 4.26: *Desplazamiento del robot móvil con Odometria*

La figura (4.26) nos muestra el desplazamiento del robot móvil de acuerdo a la orientación deseada. Dicha trayectoria es generada mediante un control encendido-apagado y, durante la trayectoria corrige su orientación para así, compensar el error de posición en Odometría (cuyo origen se encuentra en 0,1).

Haciendo una comparación entre el control PD y el control por modos deslizantes, si tomamos en cuenta el tiempo de estabilización; debemos decir que para fines de implementación; el control PD es la mejor elección. El PD no presenta “*chattering*” y, si bien el control por modos deslizantes otorga mejores resultados con el valor del épsilon elegido en simulación, el tiempo de estabilización es muy largo.

Además, el control por modos deslizantes presenta perturbaciones durante los primeros segundos lo cual podría descompensar al cuadrirotor y, por ende, causar algún resultado inesperado. Es por ello, que se decidirá usar el control PD bajo las mismas consideraciones de tensión que el control por modos deslizantes.

4.3 MODELO DEL CABLE DEL ALIMENTACIÓN

Finalmente, con la intención de comprobar si el modelo del cable realmente puede aproximar la posición del cable, y para dar veracidad a los resultados del control equivalente; se realizó la simulación pertinente dadas las ecuaciones del capítulo dos. Los valores utilizados se pueden observar en la tabla siguiente:

Parametros	Valores
Masa del cable, (kg)	0.113
Longitud del cable, (m)	3
Ángulo de desplazamiento del cable, ($grados$)	45
Tensión del cable en el origen, (N)	0.1,5,25,100
Gravedad por unidad de longitud del cable, (N/m)	0.3695

Tabla 4.9: *Tabla de parámetros del cable de alimentación*

Para dichos parámetros, se obtuvo el siguiente gráfico de posición del cable:

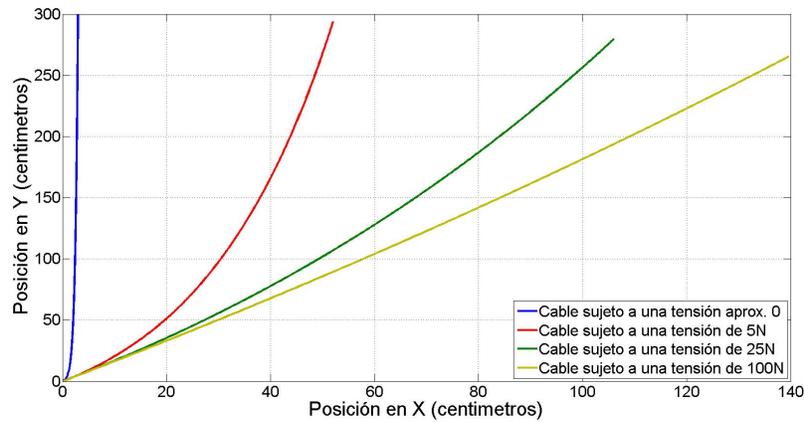


Figura 4.27: *Posición del cable con respecto a la tensión (ψ)*

Notaremos que el cable sujeto a una tensión aproximadamente cero cumple las condiciones de tensión mínima impuestas al modelo del UAV con cable de amarre.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS EXPERIMENTALES

5.1 CONTROL DEL CUADRIROTOR

En la presente sección, observaremos cuales fueron los resultados experimentales de las leyes de control (PD) propuestas con anterioridad. Analizaremos inicialmente el caso del cuadirotor en altura, orientación y posición. Una vez hecho esto, se observará la ley de control en orientación propuesta para el robot móvil diferencial y finalmente, el comportamiento del sistema cooperando una plataforma con otra.

Se comenzó a con la implementación del control de orientación dado que es necesario que se tenga un buen desempeño del mismo para luego poder implementar un control de altura y finalmente, un control de posición. Una buena orientación es necesaria debido a que el control de posición dependerá de los ángulos de Euler, correspondientes al eje **X** y **Y** respectivamente.

5.1.1 Ley de control de orientación

Con base en lo anterior, se hará un análisis de resultados sobre el control de orientación implementado en la plataforma (UAV), misma que se encuentra sujeta a alimentación vía cable. Los parámetros del experimento se encuentran en la tabla (5.1).

Parametros	Valores
Masa del cuadrirotor, (kg)	0.982
Masa del cable, (kg)	0.113
Aceleración de la gravedad, ($\frac{m}{s^2}$)	9.8
Constante proporcional, ($k_{p\psi}$)	95
Constante derivativa, ($k_{d\psi}$)	110
Valor deseado ψ_{d_1} , (rad)	0
Valor deseado ψ_{d_2} , (rad)	1.57

Tabla 5.1: Tabla de parámetros para el control de orientación

Los resultados de dicho experimento se muestran a continuación:

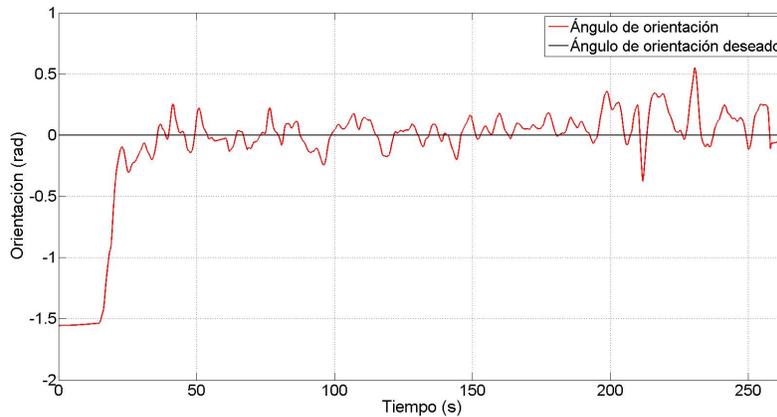


Figura 5.1: Posición angular del cuadrirotor (ψ)

Como podemos observar, la orientación del UAV converge hacia la posición deseada

(cero radianes) de forma casi inmediata para las condiciones iniciales dadas. A lo largo de la trayectoria notamos que las variaciones angulares son muy pequeñas y al final, aún después de haber introducido dos perturbaciones, el cuadrirotor recupera su orientación. La ley de control que permite este resultado, se puede observar en la figura (5.2)

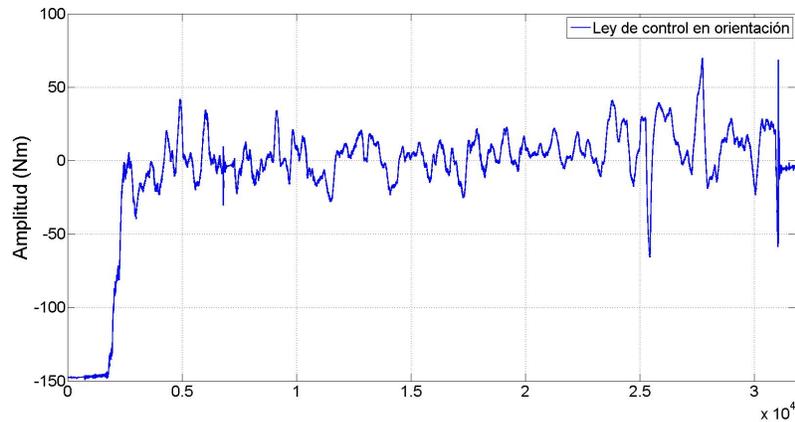


Figura 5.2: *Ley de control en orientación (ψ)*

De dicha ley de control, observamos que el efecto del mismo sobre la posición angular se mantiene activo en todo momento, de tal forma que podemos verificar la eficacia del algoritmo y su velocidad de convergencia.

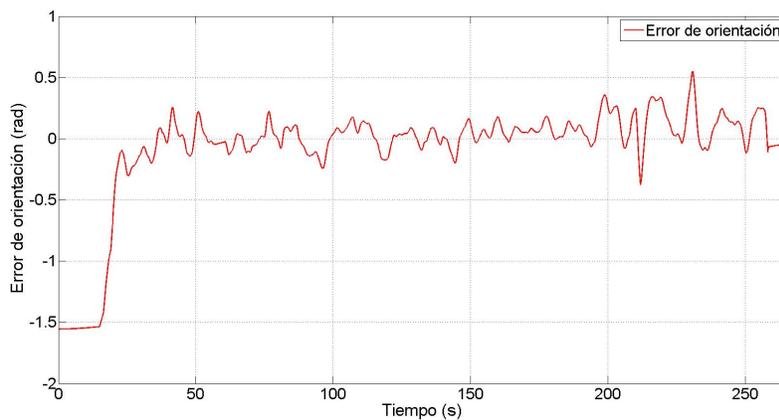


Figura 5.3: *Error de orientación (ψ)*

Finalmente, como se observa en la figura (5.3). El error tiende hacia cero teniendo un comportamiento similar al de la posición angular. Con la intención de finalizar esta sección, realizamos una segunda prueba con una orientación diferente. Adicionalmente, realizar el experimento nos permitirá la implementación futura de un seguimiento de trayectorias usando el ángulo de giro del AGV. Los resultados para $\psi = 90^\circ$ se pueden observar a continuación:

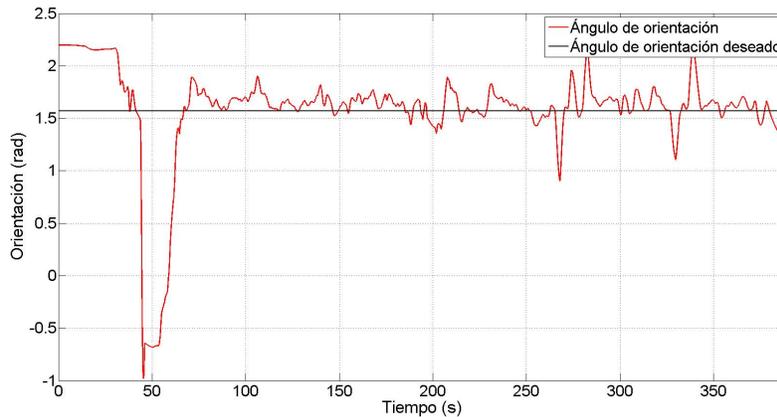


Figura 5.4: *Posición angular del cuadrirotor ($\psi = 90^\circ$)*

Durante el experimento, de igual manera se consideraron condiciones iniciales diferentes al valor deseado. En este particular caso, se introdujeron tres perturbaciones; la primera considerablemente más grande que las otras dos.

La prueba se reprodujo con el objetivo de validar los resultados obtenidos en el anterior. Y de acuerdo al comportamiento en el gráfico (5.4), podemos concluir que la ley de control cumple con el objetivo de estabilizar la orientación del cuadrirotor.

Así mismo, la ley de control que estabiliza al cuadrirotor se puede observar en la figura (5.5)

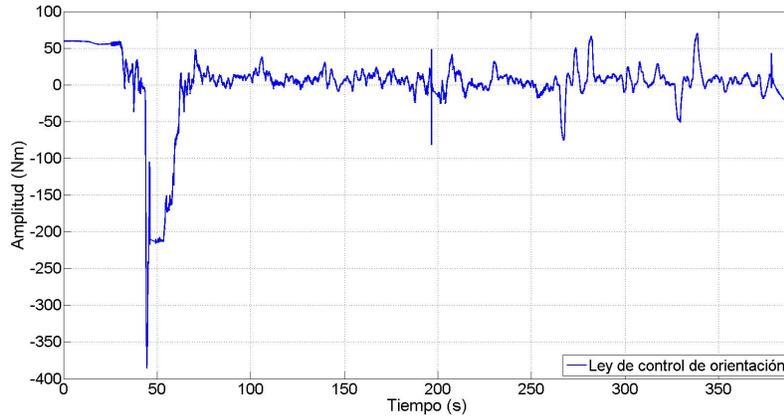


Figura 5.5: Posición angular del cuadrirotor ($\psi = 90^\circ$)

El control se puede observar actuando de manera correcta. Finalmente, observaremos el error para poder cerrar esta sección y obtener algunas conclusiones al respecto.

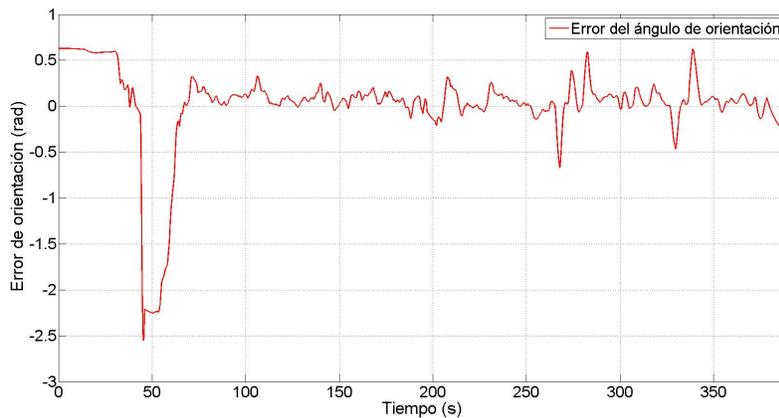


Figura 5.6: Error de orientación ($\psi = 90^\circ$)

Finalmente, luego de observar ambos resultados, podemos concluir que el control está operando correctamente. Mantiene la estabilidad en orientación del cuadrirotor sin importar que referencia o, condiciones iniciales que le sean marcadas.

Con respecto al control cooperativo, se analizará inicialmente el caso del modo *hover* para implementar el control de orientación. En este caso, se hará haciendo uso del ángulo de giro en lugar del ángulo de (ψ - *yaw*) del UAV. Así es que procederemos a analizar el funcionamiento del control de altura implementado.

5.1.2 Ley de control de altura

Ahora bien, para la presente subsección analizaremos el control de altura implementado usando el cable como una vía de alimentación de corriente para el UAV. Se presentarán los resultados más significativos de dicho control, dichos resultados se obtuvieron de en vuelos reales haciendo uso del algoritmo de control PD, trabajando en conjunto con el algoritmo de control de orientación mostrado anteriormente. Los parámetros de dicho experimento se pueden observar en la tabla siguiente:

Parametros	Valores
Masa del cuadrirotor, (<i>kg</i>)	0.982
Masa del cable, (<i>kg</i>)	0.113
Aceleración de la gravedad, ($\frac{m}{s^2}$)	9.8
Constante proporcional, (k_{zp})	14
Constante derivativa, (k_{zd})	35
Valor deseado z_{d1} , (<i>mts</i>)	2.5
Valor deseado z_{d2} , (<i>mts</i>)	2.5

Tabla 5.2: *Tabla de parámetros para el control de altura*

Los resultados del primer experimento se pueden observar en la figura (5.7), misma que muestra el comportamiento del UAV a la altura deseada.

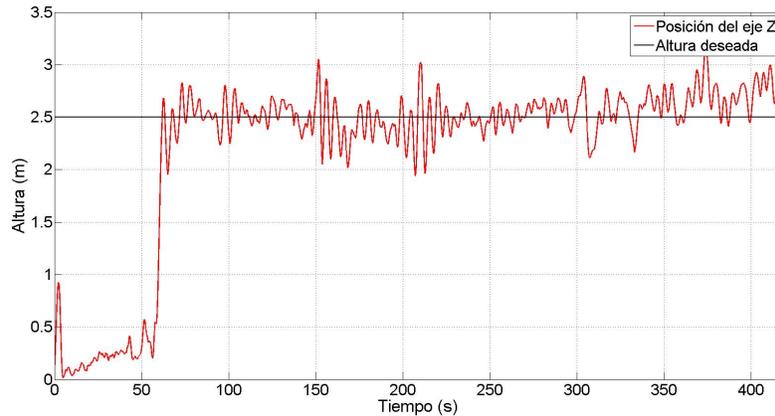


Figura 5.7: *Altura del cuadrirotor (Z)*

De dicho comportamiento debemos aclarar que el valor de altura deseado es establecido por el usuario mediante el uso de una señal (PPM) enviada desde el radio hasta el UAV mediante el accionamiento del botón configurado. Una vez que el PPM es interceptado por el receptor, la codificación entra en un bucle para mantener la altura del cuadrirotor estable en esa posición hasta que haya un cambio.

Ahora bien, podemos observar que el UAV antes de accionar el botón comienza a elevarse gradualmente, una vez alcanzada alguna altura deseada definida por el operador, la ley de control entra en efecto. Del gráfico (5.7) podemos notar que la altura se mantiene estable cumpliendo su cometido.

La ley de control actúa una vez que el cuadrirotor ha alcanzado cierta altura y el PPM ha sido recibido, es conveniente mencionar que el control de altura está saturado en el rango de valores $(-28 < sat < 30)$, esto con la intención de obtener un mejor rendimiento en vuelo y, estabilice al cuadrirotor con la sintonización de ganancias adecuada. Dicho algoritmo de control se puede observar en la figura (5.8).

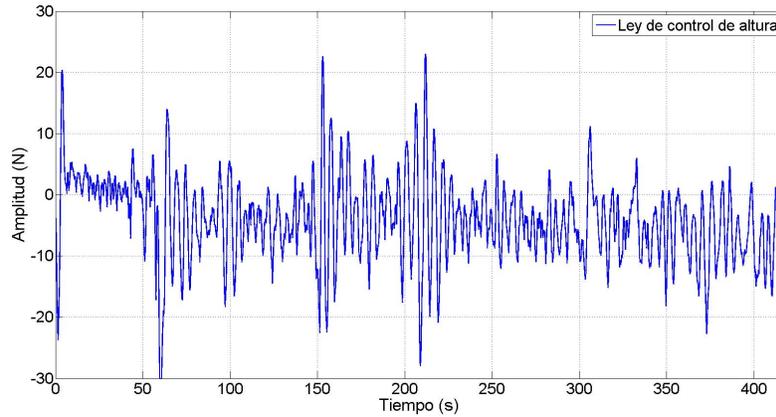


Figura 5.8: *Algoritmo de control de altura del UAV*

Observamos de la Fig. (5.8) el efecto del control PD de una forma más significativa. Notamos que la acción de control se vuelve más suave conforme el cuadricóptero alcanza la estabilización. No obstante, para poder concluir este experimento, observaremos la gráfica del error para determinar cuál es el rango de error de altura.

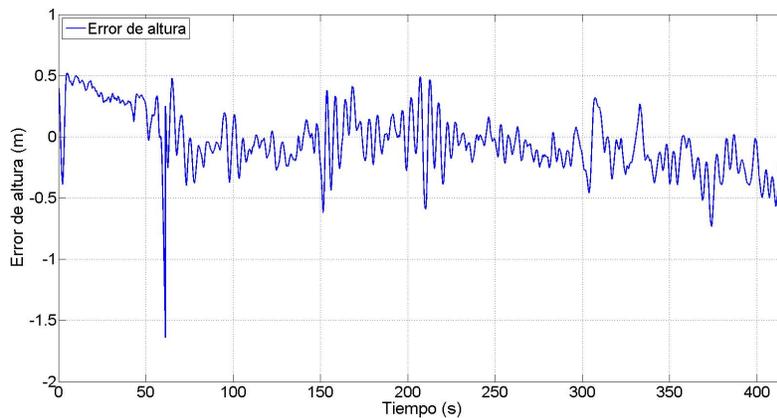


Figura 5.9: *Error de altura*

Observamos que el error de altura se encuentra en un rango de error de 0.5 metros y, aunque no converge hacia el valor esperado completamente, el rango es considerado aceptable. Más aún, considerando que se mantiene alimentado por una fuente de en-

ergía, dicha corriente suministrada le otorga al UAV la posibilidad de sostener el vuelo por un tiempo indefinido. Ahora bien, con la intención de validar dichos resultados, se llevaron a cabo diversas pruebas, una de ellas se presentada a continuación.

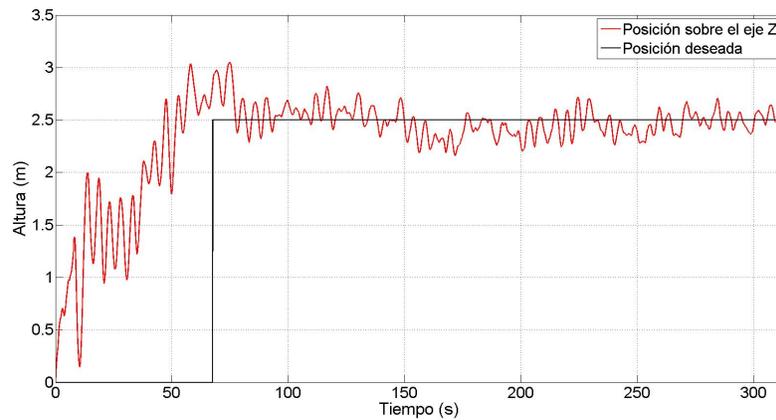


Figura 5.10: *Altura del cuadrirotor (Z)*

Podemos observar en la Fig. (5.10) la posición del UAV a la altura de 2.5 metros. El control fue activado una vez que se estabilizó el UAV en modo manual. Una vez en la altura deseada, el algoritmo le permitió establecerse en dicha posición sin cambiar durante el experimento. La ley de control que estabiliza el UAV es:

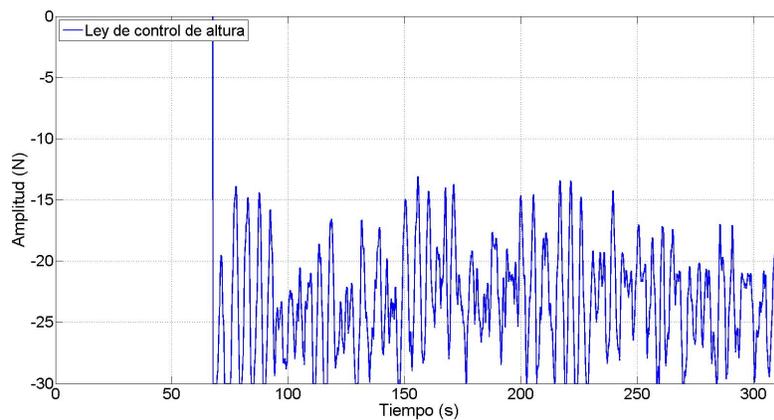


Figura 5.11: *Ley de control de altura saturada*

De dicha ley de control podemos apreciar mejor la saturación mencionada con anterioridad. Para dichos resultados, el error esta representado en la Fig. (5.12):

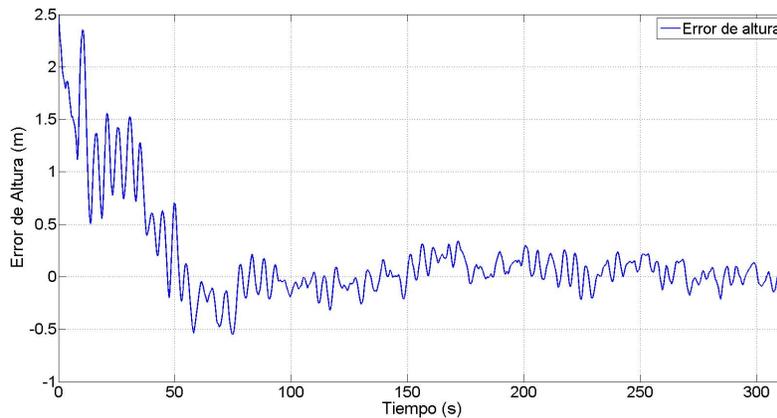


Figura 5.12: *Error de altura*

Finalmente, observando el error notaremos que el rango sobre el cual oscila la posición es muy pequeño, incluso un poco más pequeño en comparación con el resultado anterior. Esto es debido al efecto de la saturación. Finalmente, habiendo observado dichos resultados, concluimos que el control de altura está trabajando de forma adecuada. Procederemos a analizar ahora el control de posición implementado

5.1.3 Ley de control de posición

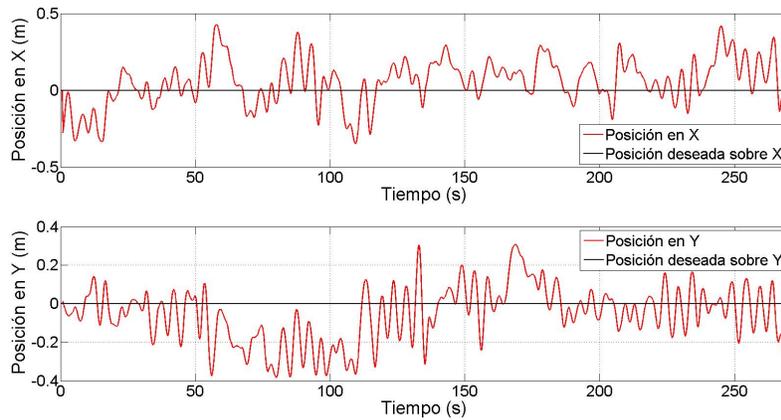
En esta subsección abordaremos el tema del control de posición implementado en el UAV. La técnica de control utilizada es un control del tipo PD cuyo objetivo fue la estabilización del UAV en *modo hover* para una futura posible culminación en seguimiento de trayectorias.

En este apartado, nos enfocaremos en analizar meramente los resultados de dicho control sobre la posición. Se realizaron diversos experimentos, no obstante; solo analizaremos los más significativos. Los parámetros utilizados para dichos experimentos se pueden observar en la tabla que se muestra a continuación.

Parametros	Valores
Masa del cuadrirotor, (kg)	0.982
Masa del cable, (kg)	0.113
Aceleración de la gravedad, ($\frac{m}{s^2}$)	9.8
Constante proporcional, ($k_{x,yp}$)	2.3
Constante derivativa, ($k_{x,yd}$)	5.5
Valor deseado $x_{d1,2}$, (mts)	0
Valor deseado $y_{d1,2}$, (mts)	0

Tabla 5.3: *Tabla de parámetros para el control de posición*

El experimento se realizó a campo abierto y, mediante la estabilización de la orientación y altura. Una vez estabilizado el UAV en posición, se obtuvieron los resultados mostrados a continuación.

Figura 5.13: *Posición del eje X y Y*

El resultado nos permite observar la posición del vehículo autónomo manteniéndose sobre la referencia deseada (cero). Oscilando en un rango de 50 centímetros. La velocidad se puede apreciar en la siguiente figura.

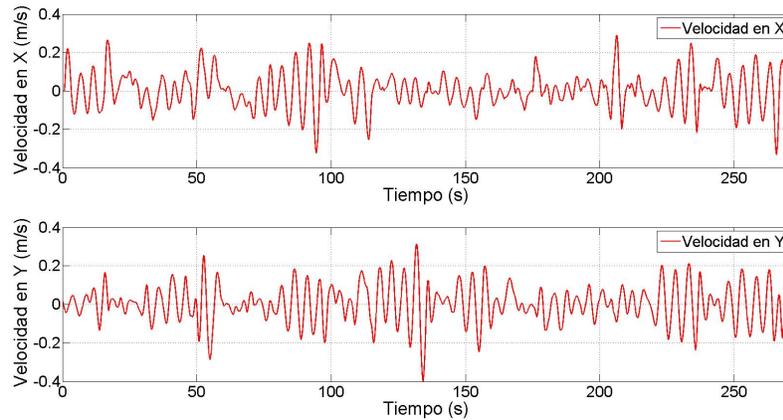


Figura 5.14: *Velocidad del eje X y Y*

La figura (5.14) nos muestra el comportamiento de la velocidad del GPS en el eje X y Y respectivamente. Las oscilaciones se atribuyen a las condiciones climáticas y el ruido natural del GPS. No obstante, la estabilización de la posición nos brinda resultados satisfactorios. La ley de control que permite este comportamiento será:

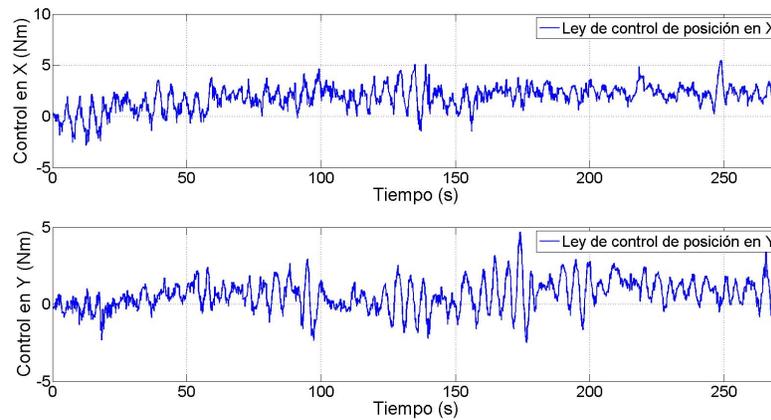
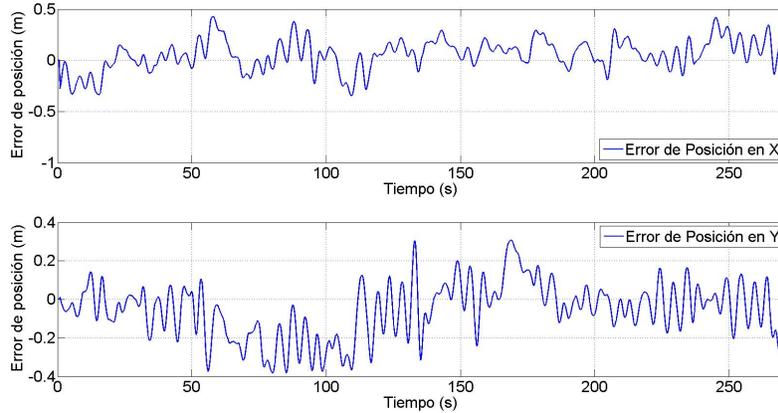


Figura 5.15: *Ley de control PD para X y Y*

Finalmente, el error de posición, se puede apreciar a continuación.

Figura 5.16: *Error de posición X y Y*

La figura (5.16) nos muestra que el valor tanto para X como Y se mantienen alrededor del valor deseado, con un rango de error de 50 centímetros, adicionalmente, las oscilaciones se reducen conforme evoluciona la posición conforme avanza el experimento.

Así, podemos concluir que el control de posición en modo hover está funcionando de manera correcta para un UAV alimentado vía cable por una fuente de alimentación en tierra. Con esto en mente, podemos concluir que el control implementado está funcionando de manera adecuada y nos otorga resultados favorables.

Ahora bien, continuaremos con el caso del vehículo sobre el control de orientación. De esta forma, analizar ambas plataformas por separado con sus respectivos controles para así, pasar al control cooperativo en modo hover y analizar la posibilidad de un seguimiento de trayectorias.

5.2 CONTROL DEL ROBOT MÓVIL

En la presente sección, observaremos los resultados experimentales de la ley de control (PD) propuesta para el ángulo de giro del vehículo, dicho de otra manera, el control de orientación. Así mismo, observaremos los resultados arrojados por el GPS con respecto a la trayectoria pre-programada.

5.2.1 Ley de control de orientación

Con base en lo anterior, se hará un análisis de resultados sobre el control de orientación implementado. Los parámetros de dicho experimento se pueden encontrar en la tabla a continuación:

Parametros	Valores
Masa del robot móvil , (<i>kg</i>)	5.500
Masa del cable, (<i>kg</i>)	0.113
Constante proporcional, ($k_{p\alpha}$)	8
Constante derivativa, ($k_{d\alpha}$)	120
Valor deseado α_{d_1} , (<i>grados</i>)	290
Valor deseado α_{d_2} , (<i>grados</i>)	35
Valor deseado α_{d_3} , (<i>grados</i>)	135
Valor deseado α_{d_4} , (<i>grados</i>)	215
Valor deseado α_{d_5} , (<i>grados</i>)	290

Tabla 5.4: *Tabla de parámetros para el control de orientación (ángulo de giro)*

El experimento que observaremos a continuación es de una trayectoria pre-programada en el vehículo para su cumplimiento. El vehículo usa la brújula para mantener su orientación y compensar la trayectoria.

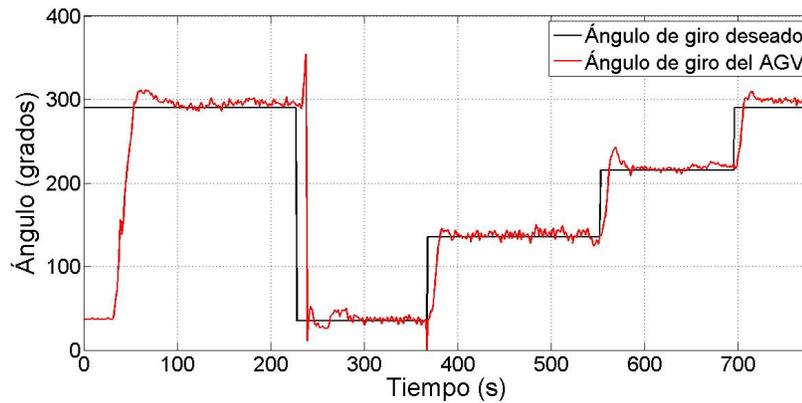


Figura 5.17: *Ángulo de giro del robot móvil*

La figura (5.17) nos muestra el comportamiento del ángulo de giro con respecto a la evolución del experimento y el cambio de orientación. Podemos observar que el control le permite al robot encontrar la orientación adecuada en cada transición y mantenerse en ese valor hasta el cambio de referencia, para el caso presentado, se considera que el robot está operando de manera correcta sin exigir de más a los moto-reductores de lo que se requiere para un buen desempeño.

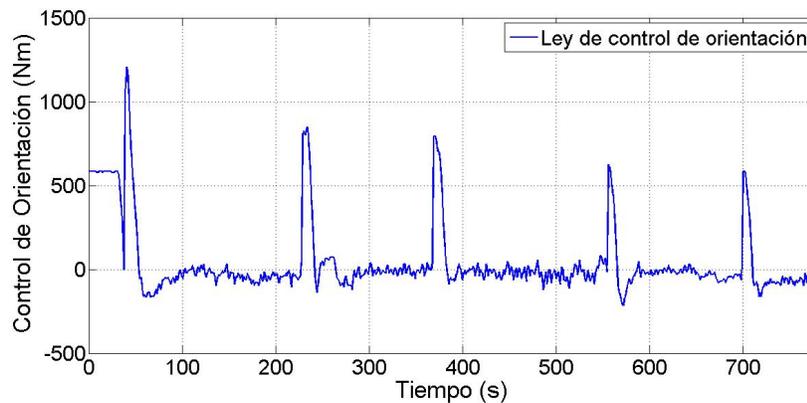


Figura 5.18: *Ley de control de orientación del robot móvil*

La ley de control se puede observar en la figura (5.18), lo más representativo de dicha gráfica es apreciar los cambios de orientación y el efecto que tiene sobre el control. El

control reacciona inmediatamente a los cambios de orientación y corrige el ángulo de giro hasta obtener el correcto.

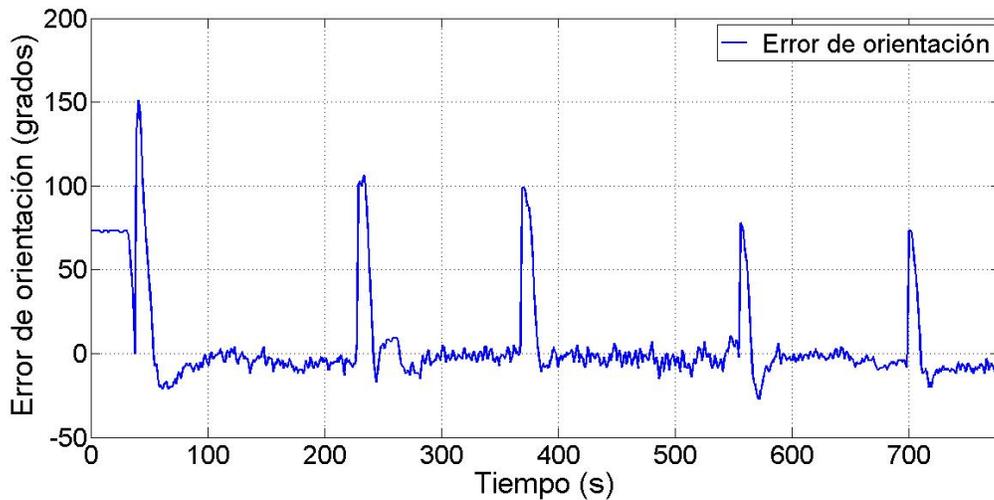


Figura 5.19: *Error de orientación del robot móvil*

La figura (5.19) nos muestra el comportamiento del error de orientación. Observamos que dicho ángulo se mantiene en una vecindad próxima a cero, el rango de variación aparente es de diez grados de desviación. Para efectos prácticos, haremos un acercamiento para determinar el rango del error.

Finalmente, como podemos observar en la figura (5.20), si bien el ángulo de giro del vehículo no está exactamente en la referencia deseada (cero), observamos que mayoritariamente oscila en un rango de menos cinco y menos diez grados como desviación. Lo cual nos da permite tener una confiabilidad aceptable en el control.

5.2.2 Ley de control de posición del robot móvil

En la presente subsección, se llevará a cabo un análisis de resultados de acuerdo al comportamiento del control ON-OFF propuesto. Apoyándose del control de orientación, se programaron trayectorias lineales que el vehículo debía de seguir.

Parametros	Valores
Masa del robot móvil , (kg)	5.500
Posición deseada $p_{d_{1,3}}$, (m)	40
Posición deseada $p_{d_{2,4}}$, (m)	30

Tabla 5.5: *Tabla de parámetros para el control de posición (ON-OFF)*

La figura (5.26) muestra el resultado del control ON-OFF en posición.

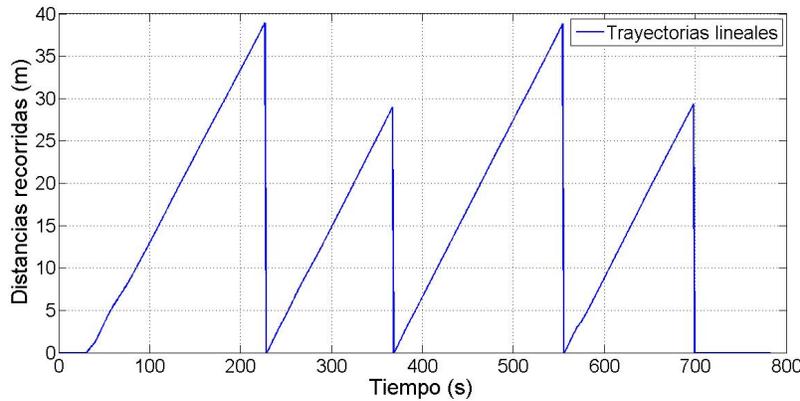


Figura 5.20: *Trayectoria del control de posición del robot móvil (ON-OFF)*

Dado que el control ON-OFF actúa teniendo un efecto total sobre los actuadores. Podemos observar en el gráfico que dadas cuatro referencias de distancia, haciendo uso de los *encoders* ópticos; se tiene una retroalimentación de la posición (distancia recorrida). Es de esta forma que el sistema logra la convergencia hacia el valor esperado, una vez que ha terminado la distancia marcada, procederá a volver a cero para continuar

y recorrer la segunda trayectoria lineal.

La figura (5.26) nos permite observar el efecto de dicho control. Dadas las referencias de treinta y cuarenta metros de distancia por recorrer, una vez que el robot móvil ha alcanzado el punto final desde el inicial; este reinicia sus valores para proceder a recorrer la siguiente trayectoria lineal. Con el uso del GPS y mediante el apoyo del control de orientación; conoceremos la trayectoria que siguió el vehículo durante la cobertura de dicha distancia. El resultado de la trayectoria recorrida por el GPS se puede observar en al siguiente figura.

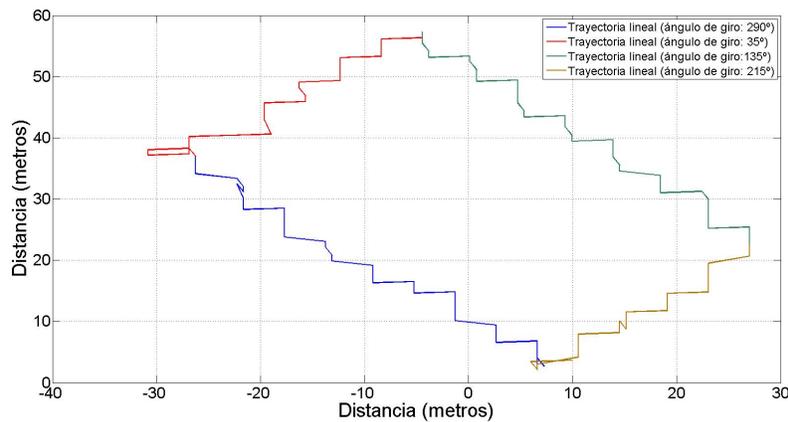


Figura 5.21: *Trayectoria del robot móvil (GPS)*

La figura (5.21) nos muestra la trayectoria recorrida por el robot móvil. Así como se explicó anteriormente, el vehículo recorre una trayectoria rectangular mediante la previa programación de trayectorias lineales. El efecto de zigzag es debido a la desviación natural del GPS.

Concluimos esta sub-sección haciendo énfasis en el buen desempeño del robot móvil mediante la implementación de dichos algoritmos de control. Pasaremos ahora a la parte del trabajo cooperativo UAV-AGV y analizaremos los casos de control de orientación, altura y posición del cuadrirrotor. Así mismo, el control de orientación y trayectoria del robot móvil para el caso del UAV en modo hover.

5.3 CONTROL COOPERATIVO AGV-UAV (*Modo Hover*)

La presente subsección se refiere a los resultados obtenidos por parte del UAV y el AGV, la experimentación se realizó en modo hover (AGV y UAV) con la intención de cubrir el objetivo principal de esta presente tesis. Se hizo uso de los valores obtenidos por el GPS del robot y el ángulo de giro para aplicar el control de orientación y posición.

Parametros	Valores
Constante proporcional de orientación (UAV), ($k_{p\psi}$)	95
Constante derivativa de orientación (UAV), ($k_{d\psi}$)	110
Constante proporcional de altura (UAV), (k_{pz})	14
Constante derivativa de altura (UAV), (k_{dz})	35
Constante proporcional de posición (UAV), ($k_{px,py}$)	2.3
Constante derivativa de posición (UAV), ($k_{dx,dy}$)	5.5
Valor deseado (UAV) ψ_d , (rad)	α_d
Valor deseado (UAV) z_d , (mts)	1.7
Valor deseado (UAV) x_d, y_d , (mts)	x_{AGV}, y_{AGV}
Valor deseado (AGV) x_d, y_d , (mts)	0
Valor deseado (AGV) α_d , (rad)	0

Tabla 5.6: *Tabla de parámetros de ganancias para el sistema cooperativo*

Es de esta manera que presentaremos los resultados obtenidos para la altura, orientación y posición del sistema cooperativo AGV-UAV a continuación. Una vez concluido el análisis de resultados, procederemos a concluir el presente trabajo de tesis.

5.3.1 Ley de control de altura AGV-UAV (*Modo Hover*)

Dado que los parámetros de dicho experimento ya han sido presentados previamente, procederemos a mostrar el gráfico del comportamiento de altura, la ley de control implementada y el error de altura, esto con la intención de dar validez y veracidad a nuestros resultados anteriores. Así mismo, comprobar el buen desempeño del sistema cooperativo.

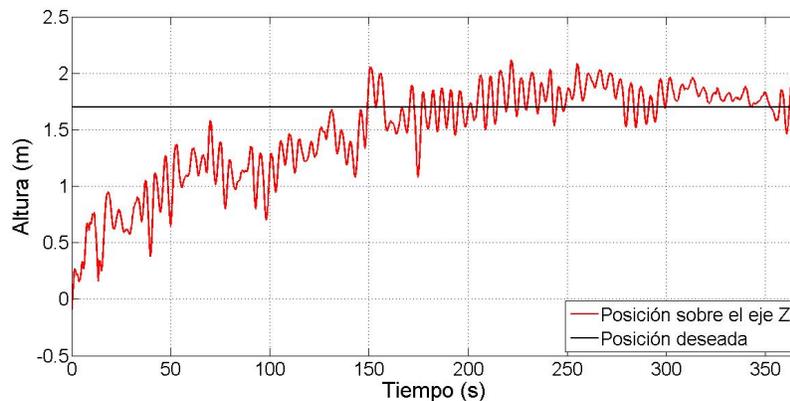


Figura 5.22: *Altura del cuadrirotor*

La figura (5.22) nos muestra el resultado del comportamiento del UAV con respecto a un valor de altura estable, podemos observar que la posición sobre el eje Z del cuadrirotor se mantiene cerca del UAV y aun cuando presenta oscilaciones, el rango de las mismas está limitado. Por lo cual, concluimos que tiene un excelente desempeño. Observaremos ahora el algoritmo de control que permite este comportamiento.

La figura (5.23) muestra el comportamiento del control de altura saturado, dicha saturación está comprobada que logra mantener al UAV en la posición deseada durante el tiempo de realización del experimento. Y aunque el algoritmo presenta una gran amplitud, los resultados que se obtienen en la posición sobre el eje Z son más que favorables.

Esto nos permite concluir de manera satisfactoria que con un error de 0.5 metros

en la altura, nuestro algoritmo permite al cuadrirotor tener un comportamiento ideal y obtener resultados favorables.

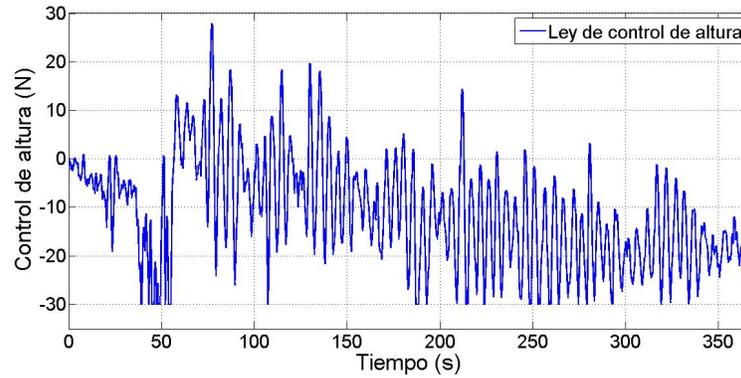


Figura 5.23: *Ley de control de altura*

Ahora bien, procederemos a analizar el control de orientación cooperativo.

5.3.2 Ley de control de orientación AGV-UAV (*Modo Hover*)

El control cooperativo de orientación se llevó a cabo implementado un algoritmo del tipo PD para controlar la variable yaw obtenida a partir del ángulo de giro del vehículo. Mostraremos los resultados obtenidos a continuación

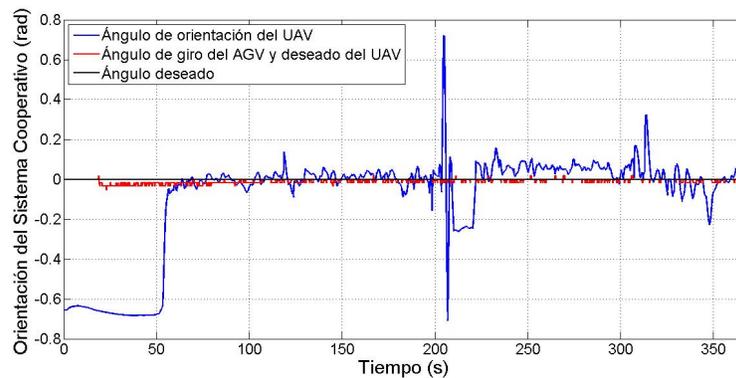


Figura 5.24: *Comportamiento del ángulo de ψ con respecto a α*

La figura (5.24) nos permite observar el comportamiento del ángulo de ψ del UAV. Dicho comportamiento oscila entre 0.2 radianes y busca estabilizarse en cero. Así mismo, dicho comportamiento es resultado del valor del ángulo de giro obtenido del AGV, que a su vez, busca estabilizarse en el valor 0. Se introdujeron dos perturbaciones en el UAV para comprobar su eficacia. Podemos observar dichos resultados de una mejor forma en la figura siguiente.

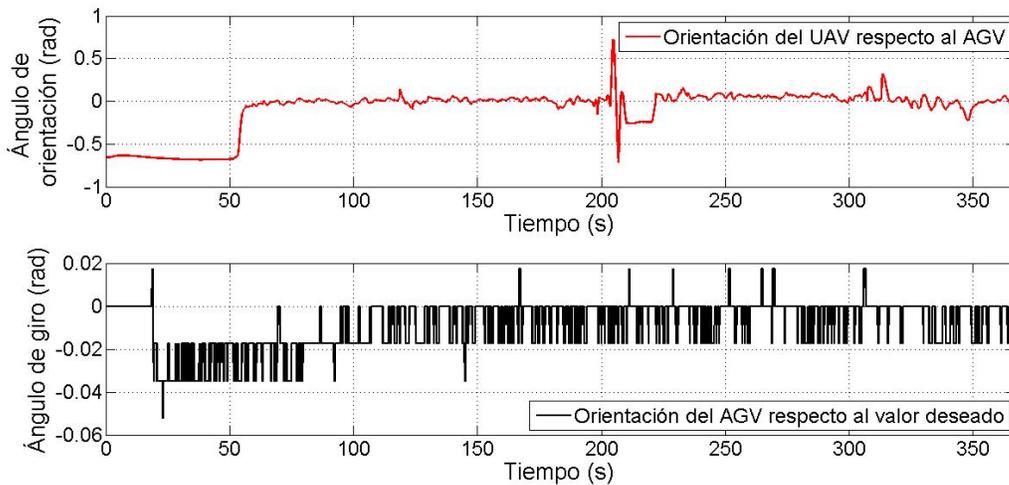


Figura 5.25: Orientación de ψ y α

Como se mencionó anteriormente, la figura (5.32) nos permite apreciar de una forma más adecuada el comportamiento tanto del UAV como el AGV en orientación. Sin redundar en lo antepuesto, observamos que el UAV se mantiene alrededor del valor deseado del *modo hover* (cero radianes) dicho comportamiento es debido al valor recibido por parte del AGV cuyo objetivo es el mismo.

Permanecer alrededor del valor cero y mantener dicha trayectoria. Como podemos observar, el objetivo del control de orientación cooperativo se cumple de manera correcta aún si el UAV tiene condiciones iniciales diferentes a la esperada. Podemos concluir que el control de orientación cooperativo, cumple con su cometido y permite al UAV mantener la posición angular deseada para el cuadrirotor. Finalmente, observaremos el

control de posición para dar conclusión a este presente capítulo de resultados.

5.3.3 Ley de control de posición AGV-UAV (*Modo Hover*)

El control de posición cooperativo se implementó haciendo uso del GPS ublox LEA-6 embarcado en el robot móvil. Dicha información se transmitió hacia el UAV mediante un modem de comunicación inalámbrica (xbee). Dicha posición fue utilizada para diseñar e implementar el algoritmo de control cuyos resultados observaremos a continuación.

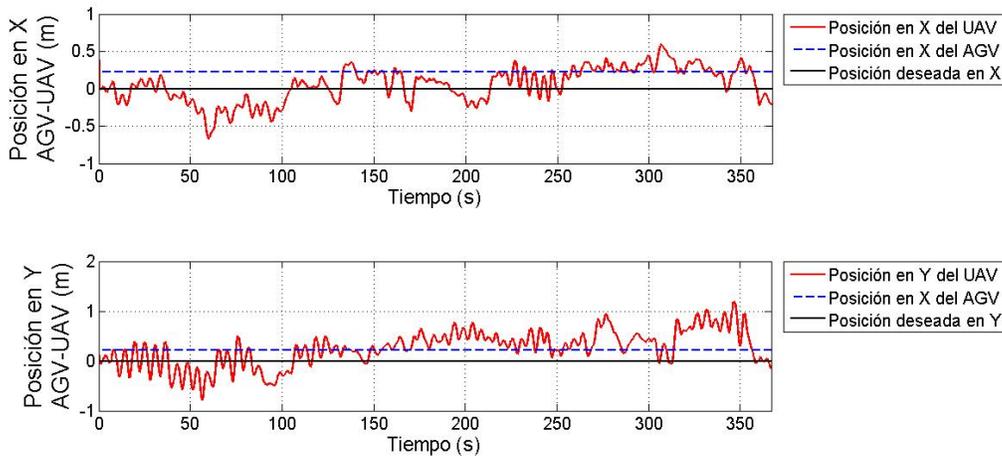


Figura 5.26: *Posición del sistema cooperativo*

La figura (5.26) nos permite observar el comportamiento del control de posición, notamos de primera instancia que el error de posición con respecto al valor del AGV es de 50 centímetros aproximadamente, esto es debido al ruido natural del GPS, no obstante; el UAV se mantiene constante sobre la trayectoria tratando de compensarla y volver al valor deseado.

Por su parte, el AGV se encuentra de la misma manera, un poco desplazado con respecto al valor esperado, en este caso, la posición cero. Sin embargo, dado que el rango

de la posición se encuentra próximo al valor esperado y además, el vuelo se mantiene el modo estable, podemos asegurar el buen funcionamiento del sistema cooperativo. El algoritmo de control que permite esta estabilización se presenta adelante.

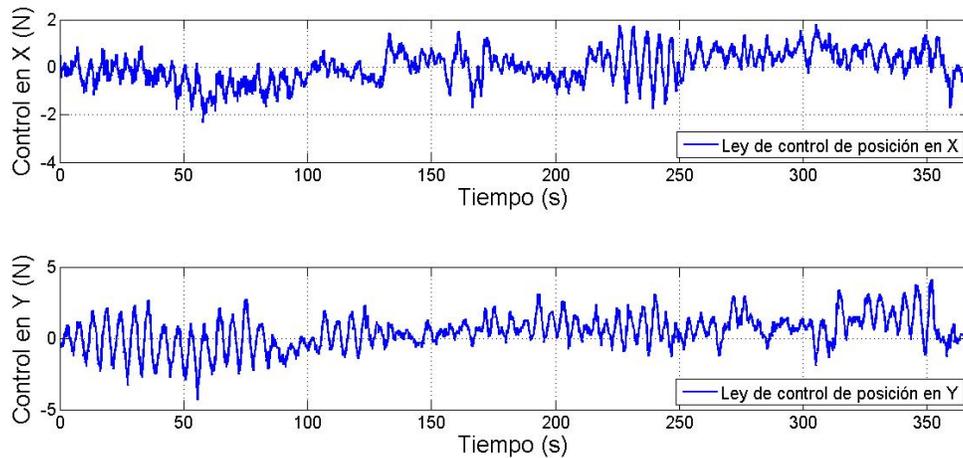


Figura 5.27: *Ley de control de posición del sistema cooperativo*

La figura (5.27) nos muestra el comportamiento de la ley de control PD que permite al UAV estabilizarse una vez que ha obtenido la posición del AGV. Dicha ley de control se mantiene sin perturbaciones considerables, así mismo, tiene un consumo de fuerza en [N] aceptable con respecto al control implementado sobre el UAV con las mediciones de su propio GPS embarcado. La diferencia de este, es la medición obtenida por parte del AGV.

A manera de cierre, la figura (5.37) presenta el error de posición del UAV con respecto a la posición del AGV, podemos notar que este se mantiene dentro de un rango aceptable de cinco metros para X, así mismo, con un rango similar pero, con una mayor proximidad hacia el valor esperado en Y. Analizando los resultados obtenidos, podemos concluir satisfactoriamente el que sistema cooperativo AGV-UAV tiene un desempeño correcto en modo hover.

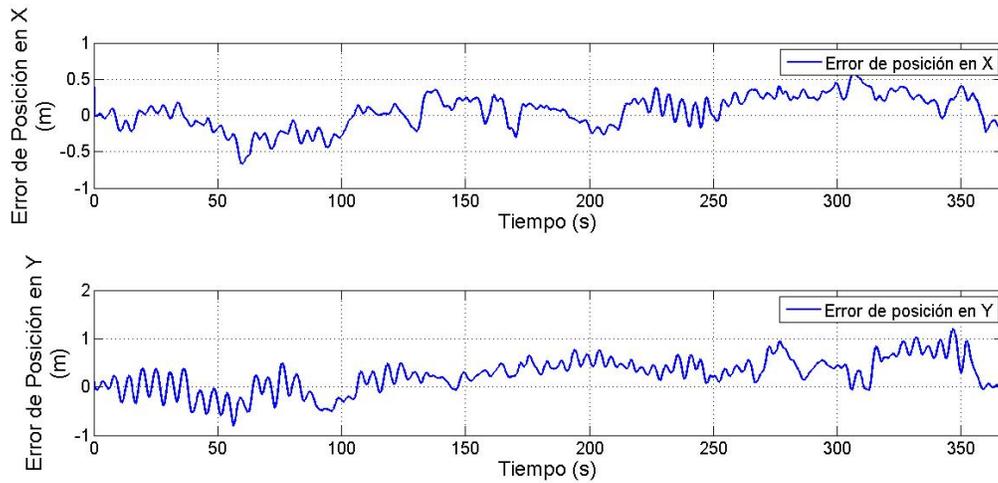


Figura 5.28: *Error de posición del sistema cooperativo*

Como conclusión, luego de hacer diversas pruebas, hemos concluido que el seguimiento de trayectorias no podrá implementarse debido a errores sistemáticos, mayoritariamente por parte del AGV. Esto es debido al hardware embarcado y sus limitaciones en software. Mismas que son inherentes al sistema, por lo cual, se sugiere un cambio, quizá hacer uso de un Pixhawk o una computadora embebida.

Por otro lado, el UAV se encuentra restringido por ciertas limitantes de estructura y software, debido a que es susceptible a perturbaciones externas como el viento. Se requiere un control más sofisticado o al menos, con un algoritmo más elaborado que haga uso de observadores u otras técnicas que robustezcan la señal de posición obtenida por el GPS. Es así que cerramos el capítulo de los resultados experimentales del presente trabajo de tesis.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Comenzando nuestro análisis del sistema, en el Cap.2 nos dimos a la tarea de encontrar un par de ecuaciones las cuales describiesen el comportamiento del cable, así mismo, su representación unificada al modelo del cuadrirotor. Dicho análisis se llevó a cabo considerando un cable suspendido en el aire, de dicho cable; se tomó solo un segmento que pudiera considerarse idealmente lineal con un ángulo de 45 grados sobre la horizontal. A partir de este segmento, se hizo un análisis trigonométrico muy básico al respecto para la obtención de dichas ecuaciones.

Mediante la descomposición de las componentes de dicho segmento sobre el plano (XY), se obtuvieron las ecuaciones que describían al cable. Una vez obtenidas, se procedió a incorporarlas al modelo del cuadrirotor. El modelo completo se puede encontrar en la sección correspondiente, no obstante, nosotros partimos de ciertas consideraciones para poder emplearlo en el presente trabajo, una de ellas fue obviar las fuerzas de arrastre y reducir la matriz de inercia a una matriz simétrica, se supuso un cable suspendido en el aire a 90 grados con tensión mínima de tal forma que la matriz de inercia se viera afectada de una forma que pudiera despreciarse o idealizarse a 1.

Con respecto al modelo del robot móvil, se obtuvo el modelo de un robot móvil diferencial cuyo desplazamiento es debido a una diferencia de velocidad en las llantas. Se obtuvo una ecuación que describiese el ángulo de giro (orientación) del robot móvil, y se utilizaron decodificadores ópticos para calcular la distancia recorrida mediante la técnica de odometría.

El uso del GPS se pensó para la implementación de un control de posición, no obstante; debido al efecto que tendría sobre la plataforma (Arduino) y el desempeño del robot móvil, se concluyó que lo ideal sería utilizarlo únicamente para la obtención y transmisión de la posición del vehículo terrestre al cuadrirotor.

En el capítulo tres se desarrollaron los algoritmos para la implementación de un control que tuviese como objetivo el estabilizar al cuadrirotor en altura, orientación y posición; todo esto, siendo energizado vía cable. Luego de diversas consideraciones y suposiciones con respecto al mismo, se propusieron dos leyes de control, la primera, una ley de control lineal (PD) y una ley de control no lineal (*Sliding Modes*).

El control lineal presentó resultados satisfactorios tanto para la orientación, altura y posición. El control no lineal, presentó resultados aceptables, no obstante, se tomó en consideración el efecto de chattering y que consecuencias tendría sobre el desempeño del UAV. Así mismo, con la intención de reducir dicho efecto, se propuso una ley de control equivalente, mismo con el cual se obtuviera una aproximación de la tensión producida por el medio de alimentación (cable), con el fin de reducir sus efectos en la plataformas.

Las simulaciones del control no lineal, sobre la altura fueron aceptables, y se consideró llegar a una implementación. No obstante, el control de posición, si bien cumplía con su objetivo, el resultado de simulación fue no ideal para la implementación. Esto debido a diversos factores, entre ellos, el tiempo de asentamiento y convergencia a la vecindad del valor deseado. A partir de las simulaciones, se propuso la implementación del control lineal sobre la plataforma.

Con respecto al vehículo terrestre autónomo, se propuso una ley de control lineal en orientación, haciendo uso del ángulo de giro para determinar la orientación del robot móvil durante una trayectoria lineal pre-programada. Para dicha trayectoria, se propuso un control ON-OFF de posición. Una vez que se realizaron las simulaciones pertinentes con respecto a ambos controles, se implementaron en el sistema para la obtención de resultados.

Finalmente, la simulación del cable nos permitió validar nuestras suposiciones iniciales con respecto al comportamiento del cable sujeto a tensión mínima y máxima, siendo de esta manera que se eligió trabajar el cable con una tensión mínima.

El capítulo cuatro se refiere mayoritariamente a la simulación de los algoritmos de control. Como se hizo menciona anteriormente, el control PD tuvo un buen desempeño en el UAV y en el AGV respectivamente. El control por modos deslizantes fue un poco más complicado de estabilizar a una vecindad dados los parámetros del UAV. Hay que destacar que, si bien el control por modos deslizantes presenta una buena estabilización en una región cercana al valor deseado, el efecto de dicho control compromete la convergencia asintótica al valor deseado.

Así mismo, por el efecto de *chattering* y algunos otros parámetros como el tiempo de convergencia y las perturbaciones generadas por el control, se decidió no hacer uso del mismo. Claro está, que la técnica de control equivalente para conocer una aproximación de la tensión nos permitió generar diversas suposiciones sobre el cable, mismas que se validaron una vez que se hizo la simulación pertinente.

El capítulo cinco nos permite observar los resultados con el mejor desempeño, obtenidos durante la experimentación e implementación de las leyes de control en cada uno de los vehículos. Dichas pruebas se realizaron en el campo deportivo y el solar detrás del laboratorio. Previo a la experimentación, se realizaron pruebas de vuelo del UAV sin cable con la intención de evaluar su desempeño, una vez que se hizo adquisición del cable de alimentación de mejor conductividad y menor atenuación de la corriente

se comenzaron las pruebas con el mismo.

Se hizo uso de una fuente de alimentación para un cable de longitud de 10 metros. El resultado fue inaceptable dado que la atenuación de la corriente a lo largo del mismo no permitió al cuadrirotor alzar el vuelo. A partir de esto, con un cable de 3 metros y uno de 5 metros, se hizo la misma prueba. El cable de tres metros de altura presentó resultados satisfactorios inmediatamente, el cuadrirotor de 5 metros, si bien no presentó muchos inconvenientes, tuvo un rendimiento menor al anterior, esto debido a la pérdida de corriente. Un tema que podría aprovecharse a futuro.

Ahora bien, habiendo obtenido ambos resultados, se llevó a cabo la implementación de dichos algoritmos de control en el UAV y en el AGV para así, cumplir el objetivo principal del presente trabajo. Lo primero, fue la estabilización de la orientación. Esto se hizo en el UAV mediante el uso del compás y una retroalimentación del tipo PD. El cable no pareció tener ningún efecto sobre el UAV y el consumo de corriente no se vio afectado.

Para el control de altura, se llevaron a cabo diversas pruebas experimentales para poder establecer límites (saturaciones) en el control para su estabilización. Como se esperaba, los resultados de estabilización en altura fueron satisfactorios, se logró mantener al UAV en el aire en una altura determinada por la señal de PPM del radio sin ningún problema. Para el control de posición, mediante la experimentación empírica, se logró tener un control de posición que corrigiese y mantuviese al UAV en un punto fijo con pequeños desplazamientos.

Es importante destacar la susceptibilidad del UAV a corrientes de viento suave y fuerte. Los cambios suaves de viento afectaban al UAV de tal manera que, este se desplazaba sin una acción rápida de corrección, y realizaba dicha corrección una vez que la distancia del origen y el UAV era de aproximadamente 1 metro. Aunado a las condiciones ambientales, la precisión del control de posición se vio afectada en condiciones climáticas no ideales para el vuelo, por lo cual, la señal del GPS era muy

pobre y el ruido natural del dispositivo era más grande. No obstante, a pesar de todo esto, el control permite al UAV mantenerse en un rango de 2 a 5 metros a la redonda de su objetivo.

Con respecto a los resultados del robot móvil. Haciendo uso del control PD, la plataforma mostro un buen desempeño y rendimiento con respecto a las tareas que se le programaron. Principalmente, cubrir la trayectoria rectangular y mantener la orientación en todo momento. No obstante, cabe mencionar que el vehículo no cuenta con el hardware necesario para funcionar de una forma más allá de lo óptimo en superficies irregulares, esto debido a que la fricción le impide cubrir las tareas en un tiempo menor.

Así mismo, se encuentra limitado con respecto a los actuadores y la electrónica necesaria, si bien el Arduino MEGA es suficiente para obtener resultados satisfactorios, podría evaluarse la posibilidad de un cambio para un mejor desempeño. Finalmente, el control de orientación, mantuvo en curso al robot móvil sin presentar un error considerable, si bien, se presenta el error típico de odometría; la corrección del curso mediante el ángulo de giro cumplió con su cometido.

Y a manera de cierre, luego de observar el desempeño del UAV y el AGV por separado, se trabajó con el control cooperativo. Inicialmente se estableció un protocolo de comunicación haciendo uso de los modem tipo XBEE con comunicación bidireccional. Para el envío de datos, se creó una trama y/o paquete en el cual, se insertó una cabecera y un fin de cadena, lo primero que se ataco fue el problema de la desincronización, esto se resolvió mediante la técnica de *request to receive* por parte del Pixhawk y la telemetría. Si bien el robot móvil está constantemente transmitiendo los datos, el Pixhawk solamente lee las tramas correctas cuando su programación las requisita. Lo siguiente fue establecer la recepción de datos en las variables de (EQ) y de la posición sobre X y Y respectivamente.

Haciendo uso del ángulo de giro del vehículo, se implementó el control de orientación del UAV. Mediante el GPS del robot móvil, se implementó el control de posición. Como

medida de seguridad, en el caso de que se detuviese la transmisión de información. El Pixhawk hace uso del GPS que tiene embarcado para continuar con la operatividad del sistema completo. Las pruebas realizadas se hicieron en modo hover, dichas pruebas nos entregaron resultados más que satisfactorios. No obstante, con respecto a la planeación de trayectorias, el UAV se encuentra limitado en software. Limitaciones que se pueden sopesar y de las cuales se hará mención en el trabajo futuro.

Es así que se dan por terminadas estas conclusiones, se puede decir con veracidad que el control cooperativo de orientación y posición AGV-UAV trabaja de manera adecuada, así mismo, el objetivo principal de esta tesis que es alimentar un vehículo aéreo vía cable se encuentra satisfactoriamente cubierto.

6.1 Trabajo futuro

Como primer objetivo sería la implementación de otros tipos de controladores de posición para el robot móvil. En este caso, hacer uso del GPS embarcado y cambiar la tarjeta de desarrollo por una de gama más amplia. Difícilmente se podría implementar un control con GPS en Arduino debido ya a las múltiples tareas que se están ejecutando, dentro de las tarjetas o computadoras embarcadas, podría hacerse uso del Rabbit, Gumstix o Pixhawk de 3D Robotics.

Así mismo, re-programar el algoritmo de seguimiento de trayectorias para tener un desempeño optimizado. Y con el cambio, hacer uso de sensores y algoritmos de control más robustos ante perturbaciones sistemáticas y no sistemáticas, dentro de las perturbaciones sistemáticas tenemos la optimización del rendimiento de las tareas a efectuar. Dentro de las no sistemáticas se encuentran las perturbaciones como el viento, las condiciones climáticas, el algoritmo de control para el cumplimiento de trayectorias en exteriores y; las oscilaciones del cable ante cambios inesperados.

Considerar posibles cambios estructurales y re-diseño mecánico del robot móvil.

Posiblemente, hacer un cambio de plataforma debido a la falta de electrónica de potencia. Implementar algún otro algoritmo de comunicación bidireccional entre vehículos autónomos y robustecerlo. Finalmente, extender la longitud del cable y diseñar la electrónica de potencia que de la posibilidad de evitar la atenuación de la corriente a lo largo del cable para proveer un suministro de energía constante.

ANEXOS A

ANEXOS

A.1 CÓDIGOS DE PROGRAMACIÓN

A.1.1 Código de Arduino - GPS

```
01| void sendCmd (unsigned char len, byte data[]) {
02| Serial3.write(0xB5);
03| Serial3.write(0x62);
04| unsigned char chk1 = 0, chk2 = 0;
05| for (unsigned char ii = 0; ii < len; ii++) {
06| unsigned char cc = data[ii];
07| Serial3.write(cc);
08| chk1 += cc;
09| chk2 += chk1;
10| }
11| Serial3.write(chk1);
12| Serial3.write(chk2);
13| }
```

La sección de código que observamos en el párrafo anterior es la instrucción de comienzo de transmisión de datos. Las líneas 2 y 3 se refieren a los datos de cabecera. Dicha

secuencia es necesaria para que el Arduino pueda iniciar la recepción de información del GPS.

A.1.2 Código de Arduino - Xbee

```
01| byte *xgps = (byte *) &XGPS;
02| byte *ygps = (byte *) &YGPS;
03| buffertx[0]='s';
04| buffertx[1]=(byte)ang;
05| buffertx[2]=xgps[0];
06| buffertx[3]=xgps[1];
07| buffertx[4]=xgps[2];
08| buffertx[5]=xgps[3];
09| buffertx[6]=ygps[0];
10| buffertx[7]=ygps[1];
11| buffertx[8]=ygps[2];
12| buffertx[9]=ygps[3];
13| checksums=buffertx[0]+buffertx[1]+buffertx[2]+buffertx[3]+buffertx[4]+buffertx[5]
14| +buffertx[6]+buffertx[7]+buffertx[8]+buffertx[9];
15| buffertx[10]=(char)(checksums >> 8);
16| buffertx[11]=(char)(checksums & 0xFF);
17| buffertx[12]='\n';
18| Serial2.write(buffertx,13);
```

La sección de código que observamos en el párrafo anterior son las instrucciones para la transmisión de información. Las líneas 1 y 2 son una instrucción que permite la creación de un apuntador de tipo byte igual a la dirección de valor flotante mediante un cast a byte de igual manera. Esto con la intención de poder transmitir dicho flotante. Las líneas 5-8 permiten observar la descomposición del flotante en 4 bytes para su posterior transmisión. Finalmente, la línea 13 es la suma de los datos para asegurar la trama mediante el checksum.

A.1.3 Código de Pixhawk - Xbee

```
01| union {
02| float xgps;
03| unsigned long ul;}u;
04| union {
05| float ygps;
06| unsigned long uld;}ud;
07| void setup (void) {hal.uartD->begin(115200); // USB}
08| void loop (void) {
09| static char buffer[50];
10| unsigned char checkss = 0;
11| unsigned char sumacheck = 0;
12| unsigned char m = hal.uartD->read();
13| if(m == 's'){
14| for(int i = 0; i <= 11; i++){
15| unsigned char y = hal.uartD->read();
16| hal.scheduler->delay(30);
17| buffer[i] = y;
18| checkss=m+buffer[0]+buffer[1]+buffer[2]+buffer[3]+buffer[4]+buffer[5]
+buffer[6]+buffer[7]+buffer[8];
19| sumacheck=(buffer[9] << 8)+(buffer[10] & 0xFF);
20| if(checkss == sumacheck){
21| u.ul =(buffer[4] << 24 | buffer[3] << 16 | buffer[2] << 8 | buffer[1]);
22| ud.uld =(buffer[8] << 24 | buffer[7] << 16 | buffer[6] << 8 | buffer[5]);
23| hal.console->printf(" %f \n", u.xgps);
24| hal.console->printf(" %f \n", ud.ygps);}
25| hal.console->printf(" ");
26| hal.console->printf(" \n");}}
```

La sección de código que observamos en el párrafo anterior es la programación del Xbee para la recepción de datos mediante el Pixhawk. Primeramente, las líneas 1-3 son una estructura que nos permitirá recibir el dato flotante que fue convertido a 4 bits.

La instrucción de lectura se encuentra en la línea 13, esto para asegurar tramas con la cabecera destinada, y finalmente, la línea 18 se utiliza para calcular el checksum y compararlo con el valor enviado. Para acceder al valor flotante simplemente se hace un corrimiento como se muestra en las líneas 21 y 22.

BIBLIOGRAFÍA

1. Iván González, Sergio Salazar, Rogelio Lozano. Chattering-Free Sliding Mode Altitude control for a Quad-rotor aircraft: Real-Time application. (2013) *J Intell Robot Syst* (2014) 73:137-155
2. Sergio Salazar, Iván González, Ricardo Lopez, Rogelio Lozano. Simulation and robust trajectory-tracking for Quadrotor (2014) *U. J Intell Robot Syst* (2014) 73:137-155
3. Li Yibo, Xie Qiling, Han Jianda. Modeling and PID control of tethered unmanned quadcopter helicopter (2013) *IEEE* 978-1-4799-0/13/
4. Pedro Castillo, Rogelio Lozano, Alejandro E. Dzul. Modelling and control of mini-flying machines. Springer-Verlag London Limited 2005
5. Yuri Shtessel, Christopher Edwards, Leonid Fridman, Arie Levant. Sliding mode control and Observation. Birkhäuser. 2010.
6. Lei-Po Liu, Zhu-Mu Fu, Xiao-Na Song. Sliding mode control with disturbance observer for a class of nonlinear systems. October 2012.
7. Farshid Jafari Harandi, Vahid Khorani, Alireza Mohammad Shahri. Modeling, simulation and implementation of a quadrotor. Robocup Iran Open 2010 Symposium.

8. SMM Dehghan, M. Zarezadeh, N. Farhadia, H. Moradi. The desing, modelling and control of a tethered aerial robot for search and rescue missions. Proceedings of the 2011 IEEE, Thailand
9. Luis A. Sandino, Manuel Bejar, Konstantin Kondak, Anibal Ollero. Advances in modeling and control of tethered unmanned helicopters to enchace hovering performance. *J Intell Robot Syst* (2014)
10. P. Castillo, P. Garcia, R. Lozano, P. Albertos. Modelado y estabilización de un helicóptero con cuatro rotores. Enero 2007.
11. Tarek Hamel, Robert Mahony, Rogelio Lozano, James Ostrowski. Dynamic modelling configuration stabilization for an X4-Flyer. 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain 2002
12. K.C. Veluvolu, Y. C. Soh, W. Cao .Robust observer with sliding mode estimation for non linear uncertain systems. The Institution of Engineering and Technology 2007
13. Daniel D. Lee. Tethering system for unmmmaned aerial vehicles. Hampton University, Electrical Engineering, SUNFEST Fellow.
14. A. Benallegue, A. Mokhtari, L. Fridman. High-order sliding-mode observer for quadrotor UAV. *International Journal of robust and nonlinear control*. John Wiley & Sons, 2007.
15. Erding Altug, James P. Ostrowski, Robert Mahony. Control of a quadrotor helicopter using visual feedback. Proceedings of the 2002 IEEE international conference on robortics automation. Washington DC, May 2002
16. C. Sultan, Modeling, design and control of tensegrity structures with applications. Ph.D. dissertation, Purdue University, School of Aeronautics and Astronautics,

West Lafayette, 1999.

17. S. Oh, K. K. Mankala, S. K. Agrawal, and J. S. Albus. Dynamic modeling and robust controller design of a two-stage parallel cable robot, *Multibody System Dynamics*, vol. 13, no. 4, pp. 385–399, 2005.
18. K. Sreenath, N. Michael, and V. Kumar. Trajectory generation and control of a quadrotor with a cable-suspended load - a differentiallyflat hybrid system, in *Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference on*, May 2013, pp. 4888–4895.
19. D. Mellinger, Q. Lindsey, M. Shomin, and V. Kumar. Design, modeling, estimation and control for aerial grasping and manipulation, in *2011 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, San Francisco, CA, Sep. 2011, pp. 2668–2673.
20. A. Faust, I. Palunko, P. Cruz, R. Fierro, and L. Tapia. Learning swingfree trajectories for uavs with a suspended load. in *Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference on*, May 2013, pp. 4902–4909.
21. F. A. Goodarzi, D. Lee, and T. Lee. Geometric stabilization of quadrotor uav with a payload connected by flexible cable. *arXiv preprint arXiv:1309.6717*, 2013.
22. K. Sreenath and V. Kumar. Dynamics, control and planning for cooperative manipulation of payloads suspended by cables for multiple quadrotor robot. *Robotics: Science and Systems*, Jun 2013.
23. R. Ritz and R. D’Andrea. Carrying a flexible payload with multiple flying vehicles. in *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ International Conference on*, Nov 2013, pp. 3465–3471.

24. S. Lupashin and R. D'Andrea. Stabilization of a flying vehicle on a taut tether using inertial sensing. 2013 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, Tokyo, Japan, Nov 2013, pp. 2432–2438.
25. D. Zelazo, A. Franchi, F. Allgöwer, H. H. Bühlhoff, and P. Robuffo Giordano. Rigidity maintenance control for multi-robot systems. 2012 Robotics: Science and Systems, Sydney, Australia, Jul. 2012.
26. A. M. Samad, N. Kamarulzaman, M. A. Hamdani, T. A. Mastor, and K. A. Hashim. The potential of unmanned aerial vehicle (uav) for civilian and mapping application. System Engineering and Technology (ICSET), 2013 IEEE 3rd International Conference on, Shah Alam, Aug 2013, pp. 313–318.
27. G. Gioioso, A. Franchi, G. Salvietti, S. Scheggi, and D. Prattichizzo. The Flying Hand: a formation of uavs for cooperative aerial telemanipulation. in 2014 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Hong Kong, China, May. 2014.
28. S. A. Raza and W. Gueaieb. Intelligent flight control of an autonomous quadrotor. in Motion Control. IN-TECH, 2010, pp. 245–264.
29. J. Jiang, J. Qi, D. Song, and J. Han. Control platform design and experiment of a quadrotor. Control Conference (CCC), 2013 32nd Chinese. IEEE, July 2013, pp. 2974–2979.
30. T. Lee, M. Leokyand, and N. H. McClamroch. Geometric tracking control of a quadrotor UAV on $SE(3)$. in 49th IEEE Conf. on Decision and Control, Atlanta, GA, Dec. 2010, pp. 5420–5425.
31. R. Mahony, V. Kumar, and P. Corke. Multirotor Aerial Vehicles: Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor. IEEE Robotics and Automation Magazine, vol. 19, no. 3, pp. 20–32, 2012.

32. T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, and J. Ostrowski. Dynamic modelling and configuration stabilization for an x4-flyer. International Federation of Automatic Control Symposium (IFAC), 2002.
33. S. Bouabdallah. Design and control of quadrotors with application to autonomous flying. Master's thesis, Lausanne Polytechnic University, France, 2007.
34. L. A. Sandino, M. Bejar, K. Kondak, and A. Ollero. Advances in modeling and control of tethered unmanned helicopters to enhance hovering performance. Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 73, no. 1-4, pp. 3 – 18, 2014.
35. A. Isidori, Nonlinear Control Systems, 3rd edition. Springer, 1995.
36. K. Ogata, Modern Control Engineering Fourth Edition. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2002.