



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS  
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Unidad Zacatenco

Programa de

**Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina**

**“Control embebido de dirección  
y altura de un ornitóptero”**

TESIS

Que presenta

**Jazmín Zenteno Torres**

Para obtener el grado de

**Maestría en Ciencias**

EN

**Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina**

Directores de la Tesis:

**Dr. Jorge Dávila Montoya**

**Dr. Rogelio Lozano Leal**

Ciudad de México

Abril, 2016



## AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) y al Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN) por haber financiado mis estudios.

A mis padres, gracias a su apoyo incondicional, me encuentro alcanzando otra de mis metas y a punto de comenzar a trabajar en otra. Porque que mejor ejemplo que mis padres, que sin importar que el cansancio los sobrepase, jamás se dan por vencidos; cuya pasión contagia a la gente que los rodea; que dan la vida y más por lo que aman, osea sus hijas; porque mis agradecimientos nunca podrán igualarse con lo que ustedes han hecho de mí y por mí. Los amo, gracias por permitirme compartir mis triunfos y sueños con ustedes.

A mis hermanas, Nancy y Rebeca que soportan escuchar la misma historia una y otra vez, que siempre encuentran la manera de animarme, por creer en mí, porque las he visto alegrarse por mí incluso más que yo, por aguantar mis chistes y mi mal genio, por siempre estar para mí, por su cariño y comprensión. Las amo.

Al burri, gracias por tanto cariño, por siempre hacerme sonreír, por tener esa manera tan única y cómica de hacerme sentir bien, por todo el apoyo y motivación, por nunca dudar de mí, porque tu compañía través de todo esto me ha hecho más fuerte, gracias por todo lo que eres y lo que das, te amo.

Soy afortunada de tener al Dr. Jorge Dávila como asesor, profesor y amigo. Su paciencia y entusiasmo son una gran inspiración para mí. Su conocimiento me ha fortalecido en los momentos que más lo he necesitado. Además de darme motivación académicamente y libertad para realizar este trabajo. Gracias porque sin usted esta tesis no se hubiera desarrollado.

Gracias a mis amigos del laboratorio, por escucharme, aconsejarme, apoyarme y otorgarme su amistad, me enseñaron mucho. Un especial agradecimiento a mis compañeros de vuelo que sin importar horarios siempre estuvieron ahí para que yo pudiera realizar mis pruebas.



## RESUMEN

Los vehículos de alas móviles, también llamados ornitópteros, parecen ofrecer desempeños únicos y beneficios que los aviones de ala fija y ala rotatoria no poseen. Estos vehículos pretenden imitar el vuelo ágil de las aves e insectos. Esto representa nuevos problemas para resolver sobre la cinemática y el control de vehículos aéreos, como por ejemplo obtener un modelo sencillo y exacto que describa el comportamiento de este tipo de vehículo.

Esta tesis presenta el modelo, diseño de leyes de control, para los ángulos de Euler y altura y su implementación. Los controladores propuestos son un PD y uno que toma como base el control backstepping y emplea una linealización por medio de la retroalimentación de estados para garantizar el seguimiento de la posición deseada o ángulos de Euler deseados en el ornitóptero, garantizando convergencia exponencial de los mismos.

## ABSTRACT

Flapping wings vehicles, also called ornithopters , seem to offer unique performances and benefits that fixed and rotary wings aircrafts do not possess. These vehicles are intended to mimic the agile flight of birds and insects. This presents new problems to solve on the kinematics and control of air vehicles, such as obtaining a simple and accurate model that describes the behavior of this type of vehicle.

This work presents the modeling, the design of control laws, for Euler angles and altitude, and their implementation. The proposed controller is based on the backstepping procedure and uses a state feedback linearizing technique to guarantee tracking of the desired Euler angles and altitude on the ornithopter. The proposed controller provides exponential convergence to the desired values. Numerical and experimental applications of the proposed algorithm illustrates the performance of the control technique.

# ÍNDICE GENERAL

<b>AGRADECIMIENTOS</b>	<b>iii</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>vi</b>
<b>ÍNDICE GENERAL</b>	<b>vii</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo . . . . .	1
1.1.1 Objetivos específicos . . . . .	1
1.2 Vehículos Bio-inspirados . . . . .	2
1.3 Antecedentes Vehículos con Alas Móviles . . . . .	2
1.4 Comparación ala fija, ala rotatoria y ala móvil . . . . .	9
<b>2 PLATAFORMA</b>	<b>11</b>
2.1 Pruebas de peso . . . . .	13
2.2 Electrónica . . . . .	15
2.3 Montaje de electrónica . . . . .	16
2.4 Problemática presente en plataforma . . . . .	19
2.4.1 Cola . . . . .	19
2.4.2 Manivela . . . . .	21
2.4.3 Motor . . . . .	22
2.4.4 Agarradera . . . . .	23
2.4.5 Alas . . . . .	25

2.4.6	Electrónica . . . . .	26
<b>3</b>	<b>MODELADO, CONTROL Y SIMULACIÓN</b>	<b>27</b>
3.1	Análisis Cinemático . . . . .	32
3.2	Resumen de ecuaciones . . . . .	35
<b>4</b>	<b>DISEÑO DE CONTROL</b>	<b>37</b>
4.0.1	Control de Roll . . . . .	39
4.0.2	Control Yaw . . . . .	40
4.0.3	Control de Pitch y Yaw . . . . .	42
<b>5</b>	<b>SIMULACIONES NUMÉRICAS</b>	<b>45</b>
<b>6</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTALES</b>	<b>51</b>
6.1	Control PD altura . . . . .	51
6.2	Control PD altura y roll . . . . .	53
6.3	Controladores backstepping altura y roll . . . . .	54
<b>7</b>	<b>CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO</b>	<b>57</b>
7.1	Conclusiones . . . . .	57
7.2	Trabajo Futuro . . . . .	58
	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>59</b>

# CAPITULO 1

## INTRODUCCIÓN

El hombre siempre ha tenido la curiosidad de volar, replicando el vuelo de las aves o de los insectos. Desde Da Vinci hasta Otto Lilienthal's, los diseños estaban enfocados al transporte de personas. Actualmente, los diseños han cambiado a vehículos más pequeños que puedan ser autónomos.

El avión de ala fija es el de uso más común ya que sus ecuaciones son conocidas y es relativamente sencillo manejarlo, pero estos aviones no pueden mantenerse en modo hover, ni volar a velocidades bajas, por lo que no pueden ser empleados para ambientes en interiores.

Los vehículos de ala rotatoria ofrecen más libertad en sus movimientos, pueden mantenerse en modo hover y volar a bajas velocidades. La desventaja de estos vehículos es que son ruidosos, peligrosos para el usuario y las personas que se encuentren alrededor, haciéndolos difíciles de volar.

Los vehículos de ala móvil parecen tener el potencial de ofrecer desempeños únicos.

### 1.1 Objetivo

Desarrollar el control de altura y estabilización para un UAV con alas móviles.

#### 1.1.1 Objetivos específicos

- Obtener el modelo dinámico

- Diseñar el control de roll, altura y yaw.
- Implementación de control.

## 1.2 Vehículos Bio-inspirados

Aunque la tecnología ha tenido un gran avance en los últimos 100 años, las especies animales capaces de volar siguen superando los diseños del hombre. Por ejemplo, para despegar, los animales coordinan alas, cuerpo, piernas y cola; pueden despegar del agua, de la tierra, de un árbol, etc.

Existe un gran interés entre ingenieros y biólogos por construir vehículos con alas móviles, ya que todos los animales capaces de volar, lo hacen gracias al batimiento de alas.

En vehículos con alas móviles, el aire no pasa únicamente de frente a las alas, debido a que existe un movimiento de las alas de arriba hacia abajo y viceversa. Esto provoca que las fuerzas de Lift y Drag sean generadas sobre el ala de forma perpendicular y paralela al flujo de aire, respectivamente. Las alas generan más fuerza de Lift cerca de la base del ala, mientras que la fuerza de Drag se genera en la sección exterior del ala.

## 1.3 Antecedentes Vehículos con Alas Móviles

Los primeros experimentos relacionados con alas móviles, se refieren a personas que usaban artefactos para simular alas y eran impulsados por sus brazos, mientras que saltaban de un edificio. El primer vuelo registrado con un poco de éxito, de este tipo, es el de Eilmer, un monje Benedictino, que logró volar 200 yardas desde la torre de Malmesbury Abbey en 1060. Varios años después, en 1742, el Marqués de Bacqueville, saltó de una torre para cruzar el río Siena, pero únicamente logró recorrer la mitad de la distancia cuando cayó en un bote que iba pasando. A principios del siglo XIII, el monje franciscano Roger Bacon escribió la idea de un vehículo impulsado por alas artificiales para batirse en el aire, convirtiéndose en el primer registro cercano a un ornitóptero. En 1846, Leonardo da Vinci, científico de Florencia y pintor, dibujó en su libro un artefacto diseñado para ser impulsado por el hombre, como se muestra en la figura 1.1.

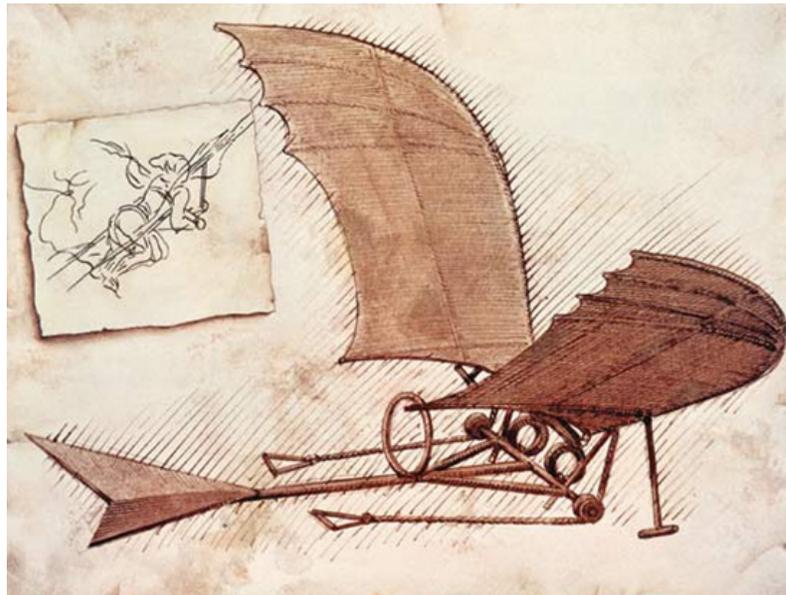


Figura 1.1: Diseño Leonardo da Vinci

La idea de da Vinci lo diferenció de sus antecesores, ya que en lugar de sólo tener un par de alas amarradas a los brazos, él diseñó una máquina capaz de cargar a un hombre mientras éste impulsaba las alas. Aunque actualmente las ideas de da Vinci parezcan contrarias a las de la ciencia moderna, fue la primera investigación seria sobre alas móviles.

En 1810, un relojero de Vienna llamado Jacob Degan, construyó un ornitóptero con alas de sombrilla, como se muestra en la figura 1.2, añadiendo un globo pequeño de hidrógeno, con el objetivo de que éste ayudara con el peso. Con esto, logró elevarse algunos pies.



Figura 1.2: Diseño Jacob Degan

A mediados del siglo XIX, un capitán francés, Jean-Marie le Bris construyó dos ornitópteros entre los años 1855 y 1868. Ambos eran parecidos al diseño de da Vinci, como se muestra en la figura 1.3, pero ninguno de los dos voló y ambos se dañaron mientras eran jalados por caballos, con la finalidad de tener el impulso necesario para volar.

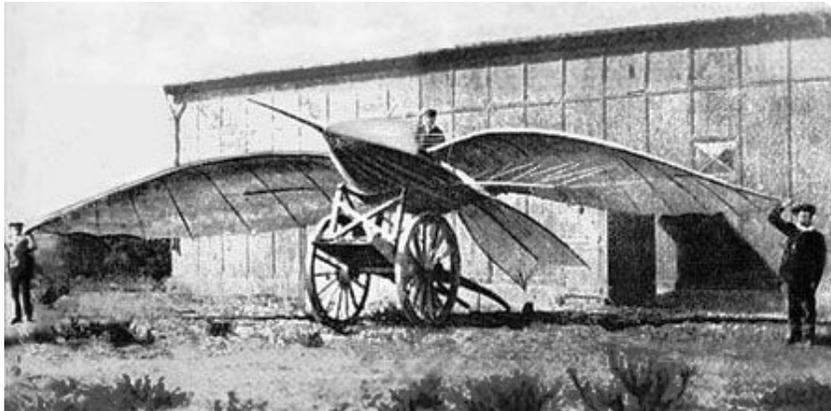


Figura 1.3: Diseño Jean-Marie le Bris

Inspirado por el trabajo de da Vinci, el belga Vincent de Groof construyó un ornitóptero

que era similar a los diseños de da Vinci, como se muestra en la figura 1.4. Debido a que no logró convencer a las autoridades para otorgarle un permiso para volar, se llevó su artefacto a Inglaterra, en 1874. Estando allá, elevó su artefacto con la ayuda de un globo para después separarse, pero al momento que cortó la cuerda, su artefacto se rompió haciéndolo caer y morir.

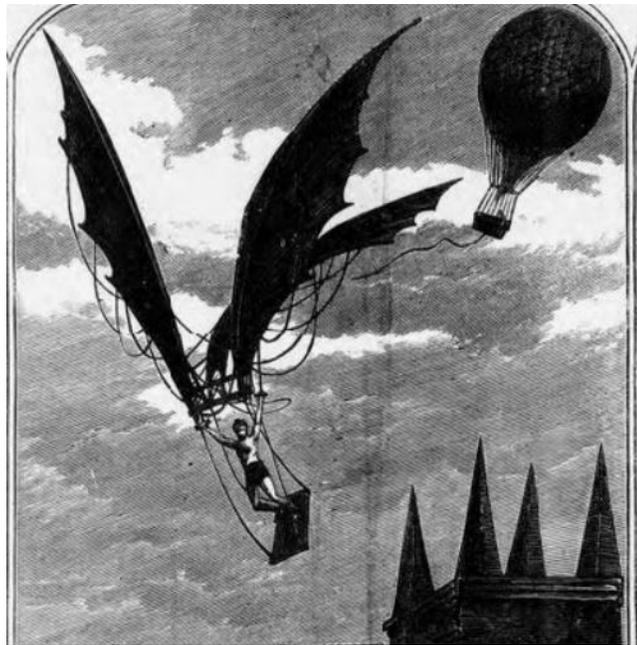


Figura 1.4: Diseño Vincent de Groof

Otro belga que siguió los pasos de Groof fue el ingeniero Adhémar de la Hault, quien era admirado por su ingenio, construyó una máquina para imitar el vuelo de los pájaros, como se muestra en la figura 1.5. En 1908, de la Hault era capaz de elevarse un poco del suelo, pero no pudo tener más avances debido a las constantes fallas mecánicas de la máquina.

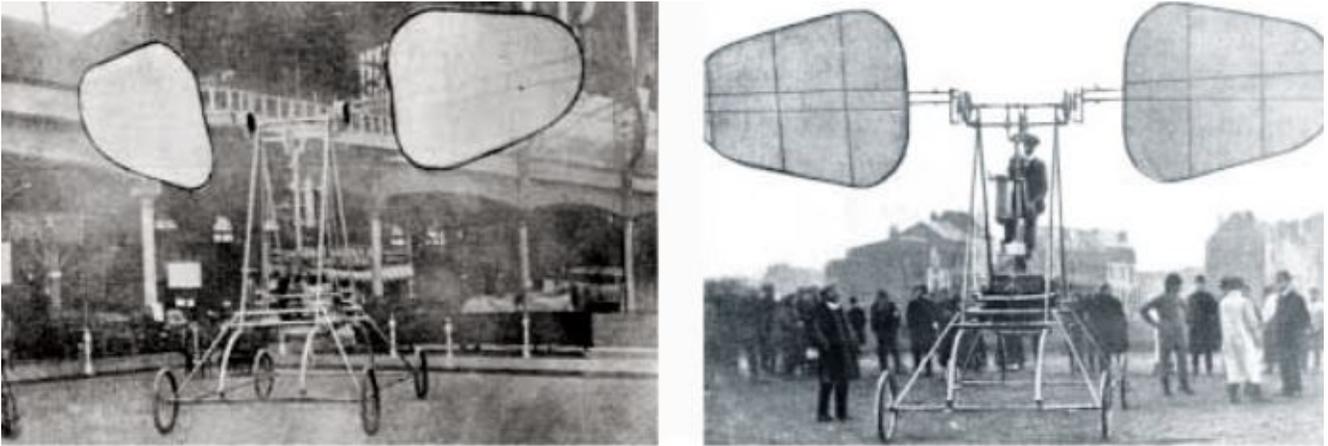


Figura 1.5: Diseño Adhémar de la Hault

En 1894, Otto Lilienthal y su hermano Gustav construyeron planeadores, como se muestra en la figura 1.6. Después se enfocó en la construcción de un ornitóptero, impulsado por un motor, pero debido a las múltiples fallas de este motor, decidió diseñar otro ornitóptero, pero fue asesinado antes de terminarlo.



Figura 1.6: Diseño Otto Lilienthal

Edward Frost, en 1902, construyó un ornitóptero muy similar a un ave, como se muestra

en la figura 1.7, que nunca voló debido a que era muy pesado.



Figura 1.7: Diseño Edward Frost

Posterior a estos diseños, los vehículos con alas móviles no tuvieron grandes avances.

En la actualidad, existen varios MAV (micro aerial vehicles), radio-controlados, que tienen un gran parecido con insectos o aves, como los desarrollados por FESTO y DARPA (Fig. 1.8).



Figura 1.8: Ejemplos de Vehículos

Son pocos los trabajos de investigación que se dedican a diseñar e implementar diferentes tipos de control en vehículos con alas móviles. A continuación se mencionan los más rele-

vantes: un control PD para pitch con información obtenida de una IMU y procesada en una Gumstix es aplicada a una plataforma manufacturada [2]; un controlador P diseñado para el control de altura, basado en un modelo para su propia plataforma (Golden Snitch), se realizó con una computadora a bordo (OBC), IMU, una estación en tierra y visión estereoscópica [17]; un vuelo controlado en altura, posición lateral y dirección de un MAV inspirado en la mosca de Diptera se realizó con un controlador PD para control de dirección y posición, tomando información de un set de 8 cámaras, mientras que para el control de altura está basado en la linealización de la dinámica en hover [23]; con tres vehículos comerciales de ala móvil, un líder y dos seguidores, y un sistema de cámaras KARPE, se realizó un vuelo en formación siguiendo una trayectoria circular con un controlador PID para altura y dirección [24]; se realizó un vuelo en modo hover, con su propia plataforma (DelylFly II con cola), el cual se mantuvo en una esfera de radio 0.75 m, con la ayuda de una IMU y un barómetro, donde la altura es controlada usando tres diferentes controladores: un controlador PID en el elevador para el ángulo de pitch, un controlador PD en el timón para el control de yaw, y un controlador PD en los alerones para el control de dirección, los datos recopilados se validaron en una habitación con 6 cámaras [25]; se realizó el diseño, construcción y control de un vehículo inspirado en el colibrí, el mecanismo encargado del aleteo fue diseñado e impreso en 3D, se hizo control de roll y pitch modificando la amplitud y frecuencia de cada ala [26]. En la figura 1.9 se muestran estas plataformas, en orden de mención.

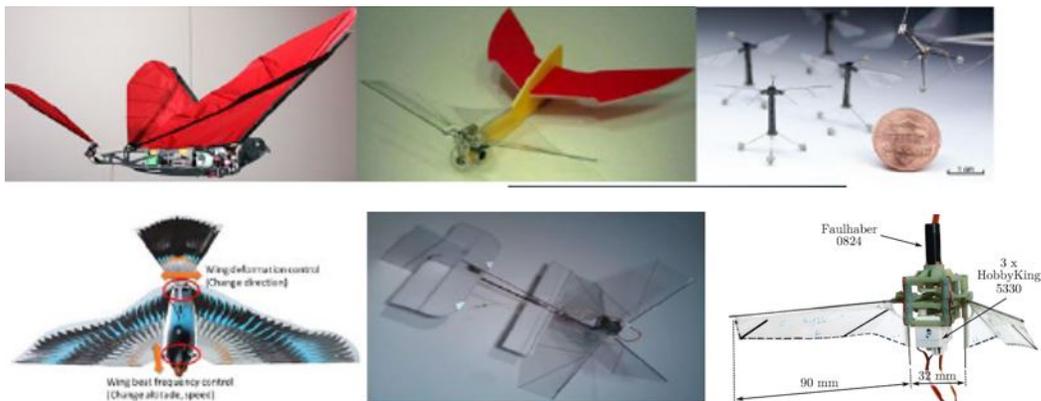


Figura 1.9: Ejemplos de vehículos controlados

## 1.4 Comparación ala fija, ala rotatoria y ala móvil

De acuerdo a [7] las diferencias entre vehículos de ala fija, ala rotatoria y alas móviles se pueden resumir en:

Ala Fija	Ala Rotatoria	Ala Móvil
UAV tradicional , sistema estable y controlable para diferentes aplicaciones	Proveen maniobrabilidad y carga útil	Menos ruidosos, seguros, menos propensos a fallas en cuanto a estructura, manteniendo la maniobrabilidad de los helicópteros.
Es complicado hacerlos a pequeña escala debido a que disminuye lift con tamaño de ala; no puede hacer hover	Son ruidosos; propensos a problemas de durabilidad,ya que las hélices no están protegidas de obstáculos	



# CAPITULO 2

## PLATAFORMA

La plataforma empleada es un ornitóptero, comprada en Singapur, con la empresa Carbon Sail. Las razones por la que se decidió comprarla, es porque ya viene pre-ensamblada, lista para conectarse y volar.

La características de la plataforma se presentan en la tabla 2.1.

Tabla 2.1: Características de la Plataforma

Motor Brushless
20A-30A ESC
2 x 9G servomotores, pre-instalados
Alas y cola
1.4m Envergadura
El largo de la lataforma, con fuselaje y cola, es de 0.8m
Batería 1000mA, 2S and 7.4V

El funcionamiento de la plataforma consiste en un set de engranajes, impulsados por el motor brushless, los cuales con la ayuda de una manivela, mueven ambas alas simultáneamente (Fig. 2.1).



Figura 2.1: Engranaje para aleteo simultáneo

Mientras que los dos servomotores que se encuentran en la cola, se encargan del movimiento lateral y vertical de ésta. En la figura 2.2 podemos observar que el servomotor 1 tiene movimiento independiente, mientras que el movimiento del servomotor 2 afecta al servomotor 1.

El movimiento de cada servomotor genera momentos en la plataforma, provocando el cambio de dirección y altura de la misma. El servomotor 2 modifica la altura de la plataforma, por ejemplo, si el movimiento del servomotor 2 genera que la cola se coloque en posición casi horizontal, la plataforma descenderá, mientras que ascenderá cuando la cola se encuentre en posición casi vertical. Cabe mencionar que la cola cuenta con un  $\tilde{\text{Ángulo}}$  inicial de 30 grados, esto debido a que las alas no cuentan con ángulo de ataque, y éste  $\tilde{\text{Ángulo}}$  inicial de la cola se encarga de eso.

El servomotor 1 se comporta como un volante, es decir, éste provoca que la plataforma gire hacia la dirección donde se inclina la cola, o que mantenga un vuelo recto si la cola está centrada.



Figura 2.2: Elevación y dirección del Vehículo

Inicialmente se comenzó a manejar la plataforma con ayuda de un radio control, para esto se conectó un receptor Spektrum DX7s para llevar a cabo el control.

Posteriormente a la realización de los primeros vuelos, se observó que el vehículo es muy sensible al viento.

## 2.1 Pruebas de peso

Antes de colocar la electrónica, se hicieron pruebas de peso para saber si el vehículo podría soportarlo. Se procuró colocar el peso cercano al centro de masa del vehículo, para no afectar su dinámica. El centro de masa, de acuerdo a las especificaciones de construcción, se encuentra detrás del engranaje de aleteo, como se muestra en la figura 2.3 y 2.4.



Figura 2.3: Posición de CG



Figura 2.4: Peso colocado cercano al CG

Se realizaron varios vuelos de prueba y el peso máximo que soportó fueron 104 g, como se muestra en la figura 2.5.



Figura 2.5: Peso máximo soportado

## 2.2 Electrónica

Se eligió la tarjeta de desarrollo Pixhawk, para la implementación de las leyes de control. Las especificaciones del Pixhawk son:

- 168 MHz / 252 MIPS Cortex-M4F
- 14 PWM / Salidas para servo (8 a prueba de fallas y sobre-escritura manual, 6 auxiliares, compatibles con alto voltaje)
- Compatibilidad con diferentes periféricos (UART, I2C, CAN)
- Sistema de respaldo integrado para recuperación en vuelo y sobre-escritura manual con procesador dedicado y fuente de alimentación independiente ( para aviones de ala fija)
- Entradas de alimentación redundantes y sistema a prueba de fallas automático
- Switch externo de seguridad
- Indicador principal con un LED multicolor
- Indicador de sonido multi-tono

- Tarjeta microSD para almacenamiento de datos



Figura 2.6: Pixhawk

Para la posición en  $x$  y  $y$  se emplea el módulo de GPS que es compatible con el Pixhawk.



Figura 2.7: Módulo GPS

## 2.3 Montaje de electrónica

Debido a que el espacio en la plataforma es reducido y que es sensible al peso, se decidió, quitarle la carcasa al Pixhawk y el buzzer, como se muestra en la figura 2.8, y de esta manera quitamos 40 gramos de carga.

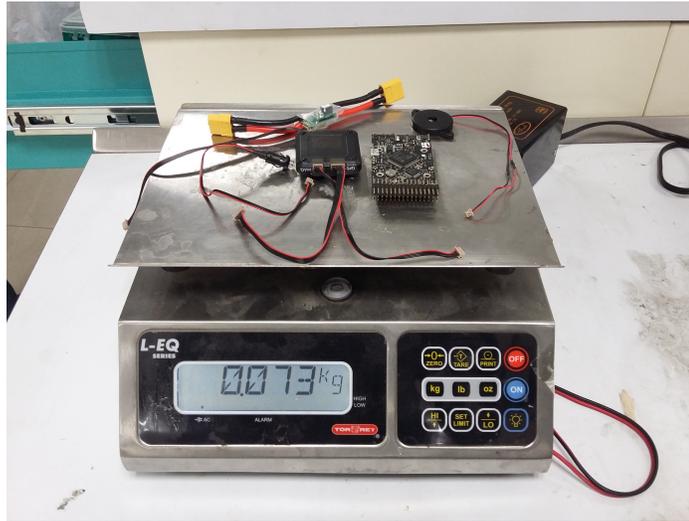


Figura 2.8: Dispositivos montados en plataforma

Para fijar el Pixhawk en la plataforma, se diseñó una base para mantener la tarjeta en una posición y que las mediciones tomadas no se vieran afectadas por vibraciones generadas durante el vuelo. La base diseñada se muestra en a figura 2.9.

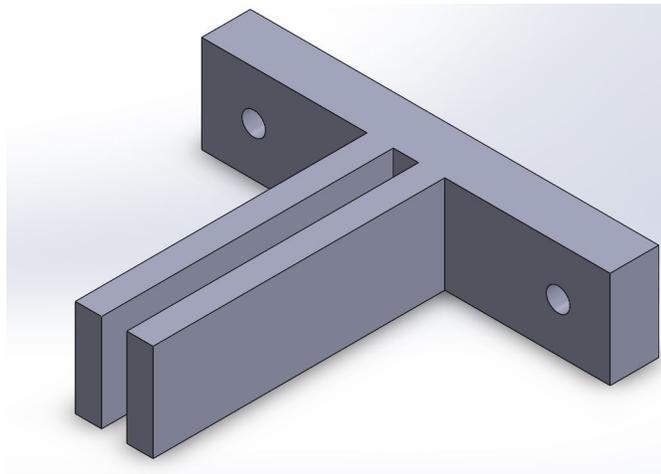


Figura 2.9: Base para Pixhawk

Posteriormente, se montó y se acomodó toda la electrónica en la plataforma de forma que se afectara a la plataforma lo menos posible, quedando como se muestra en la figura 2.10 y figura 2.11.



Figura 2.10: Electrónica Montada vista inferior



Figura 2.11: Electrónica Montada vista superior

## 2.4 Problemática presente en plataforma

Como ya se mencionó antes, se compró la plataforma con el objetivo de evitar complicaciones con respecto al vuelo, sin embargo, conforme se voló la plataforma fueron surgiendo diferentes problemáticas, a continuación se comentarán las principales.

### 2.4.1 Cola

La unión de la cola con el servomotor, es una pieza impresa en 3D (Fig. 2.12), pero inicialmente no venía con la señalización de la posición de los orificios para los tornillos, así que se hicieron manualmente con ayuda de machuelos. Al volarlo, se observó que el vehículo no podía realizar rectas, causado por un ligero desplazamiento que presentaba la cola hacia la derecha. Por otro lado, varias veces, al aterrizar, la cola se caía debido a que los tornillos se barrían.



Figura 2.12: Unión cola

Debido a las múltiples ocasiones en las que los tornillos se barrieron de la pieza, ésta quedó inservible, por lo que se decidió diseñar e imprimir esta pieza, esta vez con la posición de los orificios señalizados, como se muestra en la figura 2.13

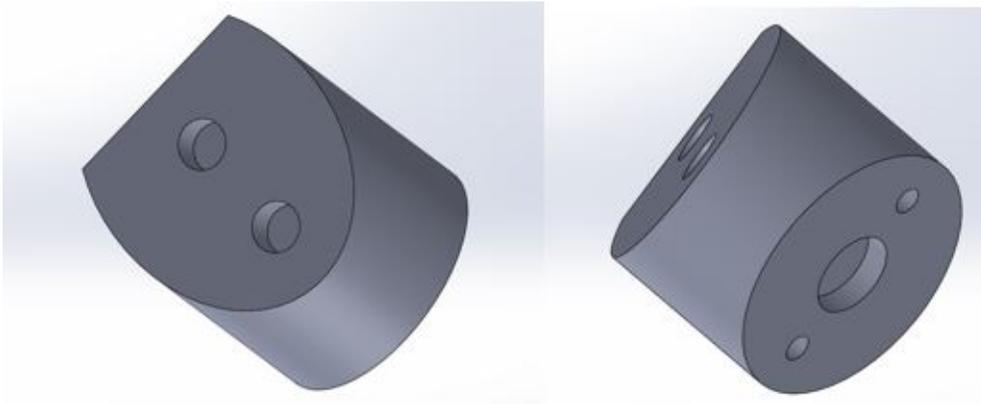


Figura 2.13: Pieza para unión de cola

La impresión de la pieza ayudó a que la cola quedara alineada debido a que los orificios estaban señalizados. Además, se decidió fijar los tornillos a la base con pegamento Loctite®, para evitar que se volvieran a barrer.

Se montó y probó la pieza impresa en el servomotor como se muestra en la figura 2.14. En esta pieza se puede observar una inclinación que es la que otorga 30 grados iniciales a la cola (Fig. 2.15).

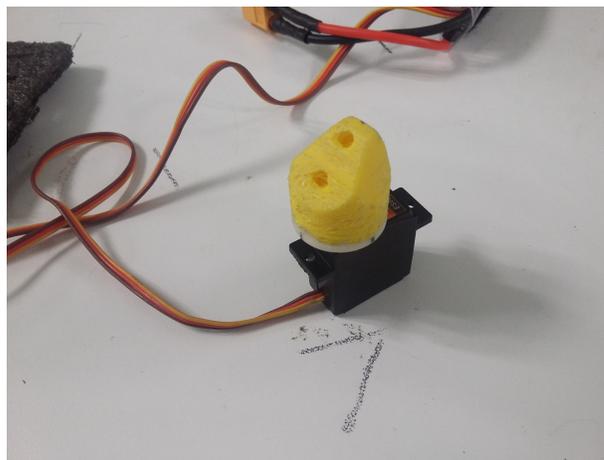


Figura 2.14: Pieza para unión de cola



Figura 2.15: Grados iniciales en cola

### 2.4.2 Manivela

El problema que se tuvo con el engranaje y manivela, fue debido a la tuerca de seguridad encargada de mantener el balero, la manivela y el engranaje juntos para lograr el aleteo, como se muestra en la figura 2.16. Cada cierto tiempo, durante el vuelo, esta tuerca se botaba y por consecuencia, el balero y demás piezas. Esto provocaba una torsión en el tornillo, fraccionamiento de los dientes del engrane y pérdida de piezas.



Figura 2.16: Pieza para unión de cola

Algunos de los efectos secundarios provocados por la tuerca se muestran en las figura 2.17, donde se observa que los baleros no se encuentran al mismo nivel; el balero del lado izquierdo tiene una inclinación. Como consecuencia de esa diferencia de nivel, se generó un juego en el balero, lo que provocó que el balero quedara marcado por el tornillo que se encuentra a un lado, dejando una marca parecida a un moleteado.

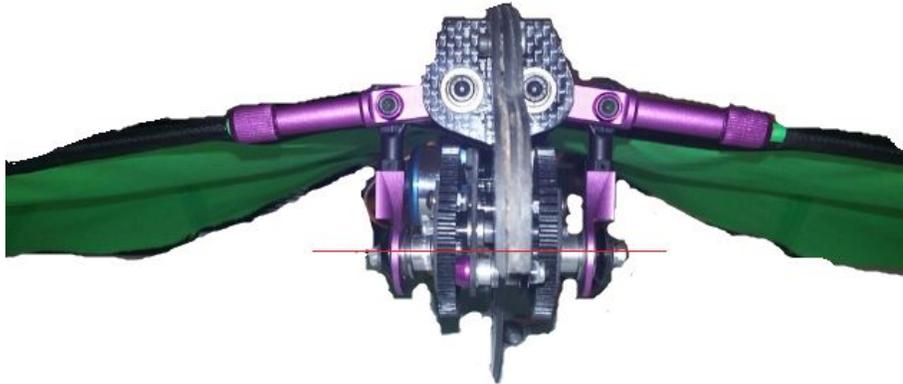


Figura 2.17: Balero izquierdo desplazado

Como solución, se pegaron las tuercas y se cambiaron los tornillos por unos más largos, para que las tuercas de seguridad pudieran sostenerse de mejor manera.

Por otro lado, al colocar la manivela en su posición, hubo un ligero desplazamiento en la posición de las alas, es decir, no quedaron a la misma altura. Como consecuencia, el vehículo giraba hacia un sentido, siendo incapaz de volar en línea recta, nuevamente. Al ser detectado el causante de este desplazamiento, se retiró la tuerca que fija la manivela y demás elementos, se centró el cuerpo del ornitóptero y se colocó la manivela.

### 2.4.3 Motor

Un sólo motor es el que se encarga de mover el engranaje para el aleteo, el principal problema con este motor radica en el engrane que tiene colocado en su eje, ya que al parecer, venía pegado y con el uso se despegó, como se muestra en la figura 2.18

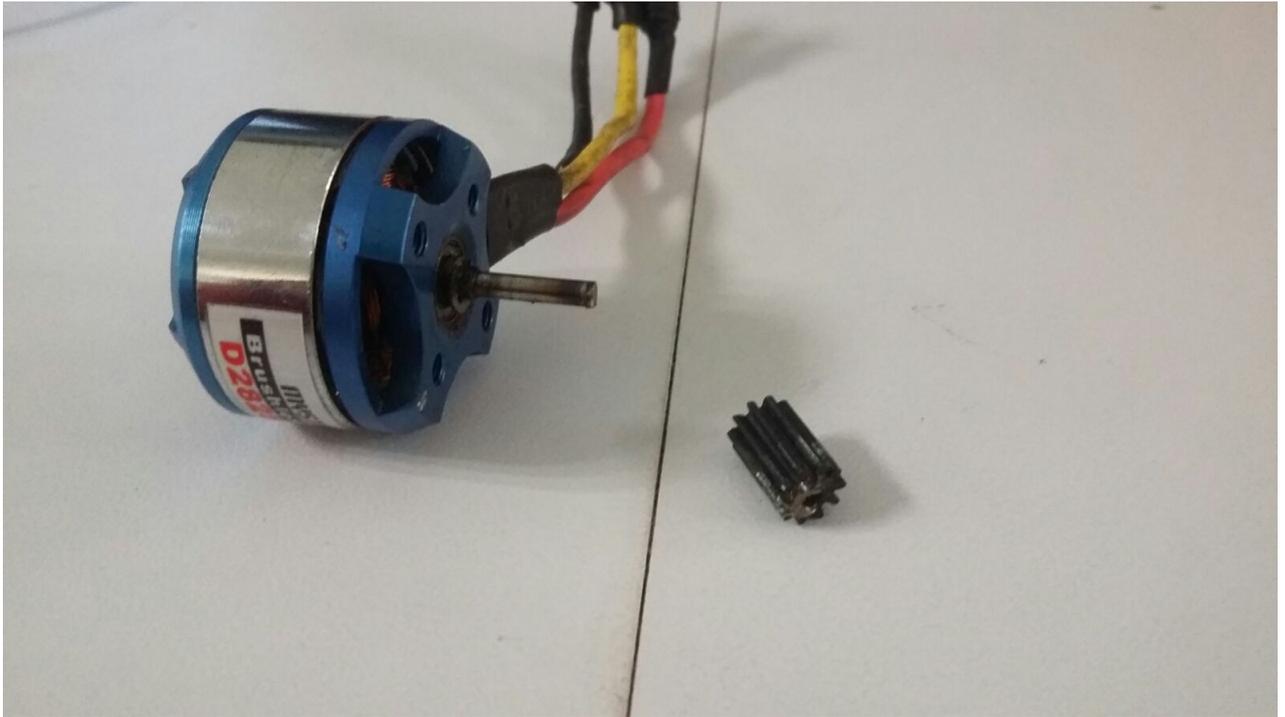


Figura 2.18: Engrane despegado de eje de motor

Como solución se llevaron a soldar las piezas con soldadura de plata, con la finalidad de que esta unión fuese más duradera, sin importar las temperaturas que se alcancen, generadas por la fricción entre el eje del motor y el engrane.

#### 2.4.4 Agarradera

Estas agarraderas están encargadas de sostener la barra de las alas, tienen un cuerda al final que ayuda a presionar la barra para que ésta no se mueva. Durante un vuelo de prueba, al aterrizar la parte de la cuerda de esta agarradera se rompió junto con la barra que sostenía, y debido a que no se tenían reemplazo de estas piezas y el envío de las mismas es mínimo de un mes, se decidió enviarlas a manufacturar.



Figura 2.19: Nuevas agarraderas

Se midieron y pesaron para confirmar que fueran lo más parecidas a las originales y de esta manera evitar hacer más cambios en el centro de masa de la plataforma, como se muestra en la figura 2.20, donde las de color azul son las nuevas agarraderas.



Figura 2.20: Comparación en peso

Finalmente tenemos a la plataforma con las nuevas agarraderas.



Figura 2.21: Plataforma con nuevas agarraderas

### 2.4.5 Alas

Las alas tienen un doblés que se fija con velcro al final de las alas, con la finalidad de dar mas soporte a la barra durante el aleteo. Después de cambiar las agarraderas, notamos que las barras de las alas no duraban ni un sólo vuelo y se partían. Notamos que debido al uso, la tela del doblés se rompió y aunque se intentó coserlo, no funcionó, como se observa en la figura 2.22.

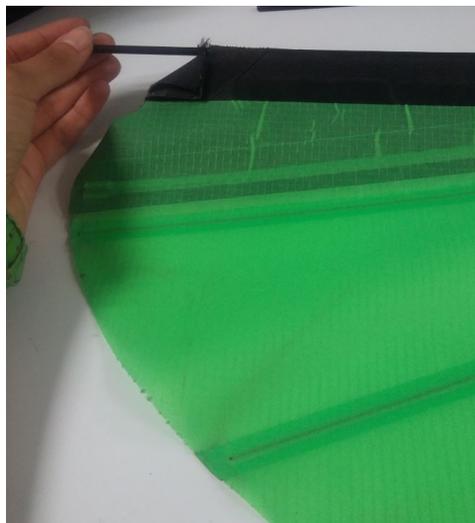


Figura 2.22: Tela en doblés de ala roto

Se decidió cambiar las alas y las barras dejaron de partirse. La plataforma con las nuevas alas quedó como se muestra en la figura 2.23.



Figura 2.23: Plataforma con nuevas alas

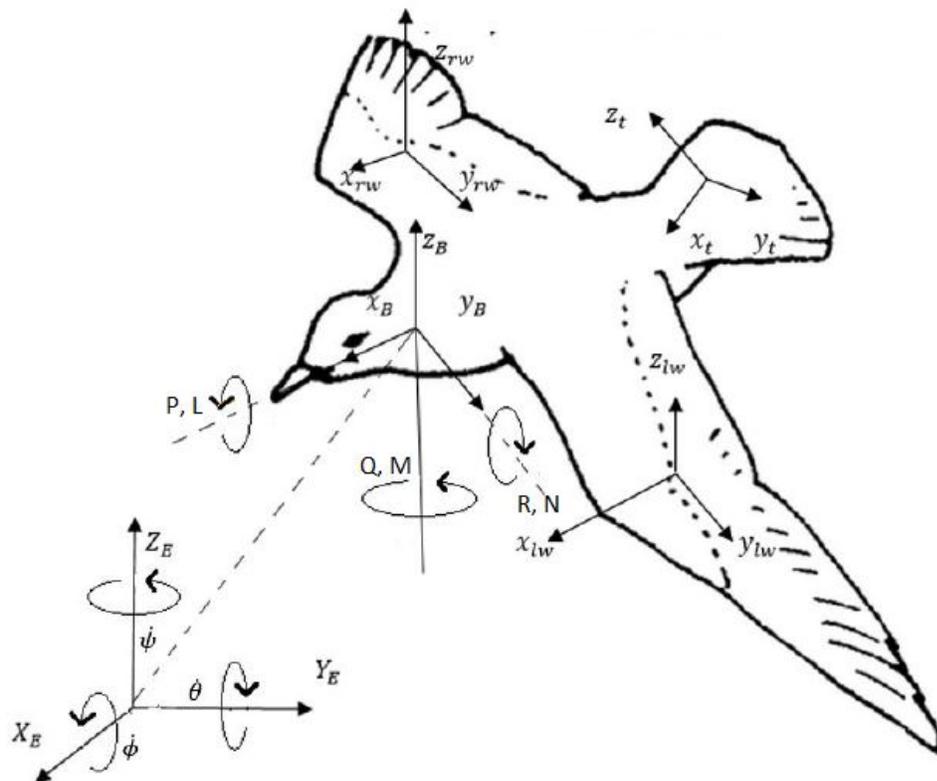
### 2.4.6 Electrónica

Los problemas que se presentaron con la electrónica fueron principalmente con el rompimiento de cables del motor brushless, la batería, los servomotores de la cola y GPS; así como daño de un canal del Pixhawk.

# CAPITULO 3

## MODELADO, CONTROL Y SIMULACIÓN

Consideramos el siguiente diagrama de cuerpo libre de un vehículo de alas móviles.



Un eje inercial fijo y un eje fijo en el cuerpo, ubicado en el centro de gravedad del vehículo son considerados como  $I = \{X_E, Y_E, Z_E\}$  y  $B = \{x_B, y_B, z_B\}$ , respectivamente. Ejes en la cola, en ala izquierda y ala derecha estan descritos como  $T = \{x_t, y_t, z_t\}$ ,  $L_w = \{x_{lw}, y_{lw}, z_{lw}\}$  y  $R_w = \{x_{rw}, y_{rw}, z_{rw}\}$ , respectivamente. Las coordenadas generalizadas del vehículo están descritas como  $q = (x, y, z, \phi, \theta, \psi)^T$  donde  $\xi = (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3$  representa las coordenadas de traslación relativas al eje inercial y  $\eta = (\phi, \theta, \psi)^T \in \mathbb{R}^3$  es el vector que contiene los tres ángulos de Euler con rotaciones en los ejes  $x, y, z$ . Los ángulos  $\phi, \theta, \psi$  son llamados roll, pitch y yaw, respectivamente. Donde la velocidad traslacional y la velocidad angular en el eje del cuerpo son  $\nu = (u, v, w)^T \in \mathbb{R}^3$  y  $\Omega = (P, Q, R)^T$ , respectivamente. Los momentos angulares de roll, pitch y yaw están definidos como  $L, M$  y  $N$ , respectivamente.

$$m\dot{\nu} + \Omega \times m\nu = F + R^{E \rightarrow B} mG \quad (3.1)$$

$$I\dot{\Omega} + \Omega \times I\Omega = \tau \quad (3.2)$$

donde  $F \in \mathbb{R}^3$  y  $\tau \in \mathbb{R}^3$  es la fuerza resultante y momentos actuando en el vehículo, respectivamente,  $m$  se refiere a la masa del vehículo,  $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  contiene los momentos de inercia del vehículo,  $R^{E \rightarrow B} : B \rightarrow I$  representa la matriz de transformación del eje cuerpo al eje inercial.

Empleamos las ecuaciones anteriores para calcular las fuerzas que afectan el desplazamiento del cuerpo y desarrollamos:

$$\begin{bmatrix} m\dot{u} \\ m\dot{v} \\ m\dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} mu \\ mv \\ mw \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} + R^{E \rightarrow B} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

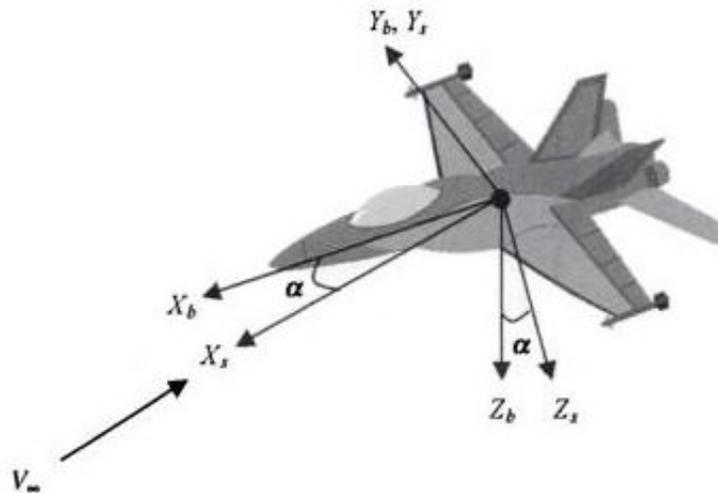
$$R^{E \rightarrow B} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\psi c\theta & -s\theta \\ -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & s\phi c\theta \\ s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi & -s\phi c\psi + c\phi s\psi s\theta & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Donde  $c=\cos$  y  $s=\sin$ .

$$\begin{bmatrix} m\dot{u} \\ m\dot{v} \\ m\dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Qmw - Rmv \\ -Pmw + Rmu \\ Pmv - Qmu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -s\theta mg \\ s\phi c\theta mg \\ c\theta c\phi mg \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Decimos que  $F_x, F_y$  y  $F_z$  son las fuerzas resultantes en las alas y cola, definidas cada una por las fuerzas aerodinámicas y thrust.

Para definir las fuerzas aerodinámicas de lift y de drag empleamos el eje de coordenadas de estabilidad, el cual se encuentra en la misma posición que el eje del cuerpo pero rotado un ángulo  $\alpha$ , como se muestra en la siguiente figura:



Para poder emplear estos vectores debemos hacer la transformada al mismo eje coordenado, es decir, al eje del cuerpo, esto se hace por medio de una rotación  $\alpha$  en el eje  $y$ , empleando la siguiente matriz de rotación:

$$R_2(\alpha) = \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Las fuerzas aerodinámicas que afectan a nuestro vehículo están representadas en la figura 3.1

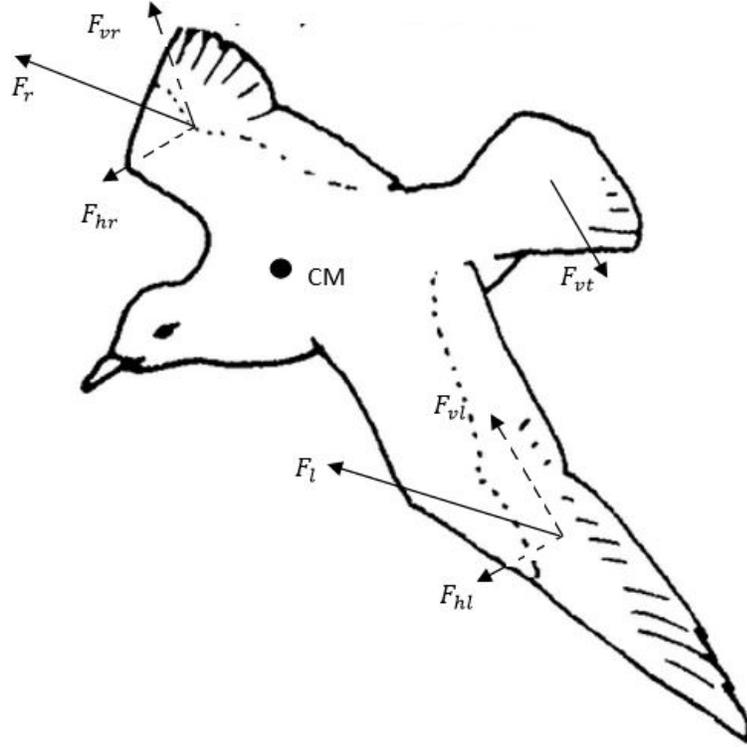


Figura 3.1: Fuerzas aerodinámicas que actúan en la plataforma

donde  $F_{vr}$ ,  $F_{hr}$ ,  $F_r$ ,  $F_{vl}$ ,  $F_{hl}$ ,  $F_l$ ,  $F_{vt}$  y  $CM$  se refieren a la fuerza vertical o de lift en ala derecha, fuerza horizontal o de drag en ala derecha, fuerza resultante en ala derecha, fuerza vertical o de lift en ala izquierda, fuerza horizontal o de drag en ala izquierda, fuerza resultante en ala izquierda, fuerza vertical o de lift en cola y centro de masa, respectivamente.

Quedando las fuerzas aerodinámicas en el eje del cuerpo definidas como:

$$\bar{F}_{aeroB} = R_2(\alpha)\bar{F}_{aeroestabilidad} \quad (3.7)$$

donde  $\bar{F}_{aeroestabilidad}$  está definido como:

$$\bar{F}_{aeroestabilidad} = \begin{bmatrix} F_h \\ 0 \\ F_v \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

donde  $F_h = F_{hl} + F_{hr}$  y  $F_v = F_{vl} + F_{vr} + F_{vt}$ . Sustituyendo en (3.8) tenemos:

$$\begin{bmatrix} F_{Ax} \\ F_{Ay} \\ F_{Az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_h \\ 0 \\ F_v \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Sustituyendo en (3.5),tenemos:

$$\begin{bmatrix} m\dot{u} \\ m\dot{v} \\ m\dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} qmw - rmv \\ -pmw + rmu \\ pmv - qmu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{AxB} \\ F_{AyB} \\ F_{AzB} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -s\theta mg \\ s\phi c\theta mg \\ c\theta c\phi mg \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Si realizamos la transformación para colocarnos en el eje inercial tenemos:

$$R^{B \rightarrow E}(\bar{m}\dot{v}^B + \Omega \times \bar{m}v^B = F^B + \bar{m}G^B) \quad (3.11)$$

$$R^{B \rightarrow E} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -s\phi c\psi + c\phi s\psi s\theta \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\bar{m}\dot{v}^I + R^{B \rightarrow E}(\Omega \times \bar{m}v^B) = \begin{bmatrix} F_x c\psi c\theta \\ F_y s\psi c\theta \\ -F_z s\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mg c\psi c\theta \\ mg s\psi c\theta \\ -mg s\theta \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Estas fuerzas aerodinámicas se encuentran en los centros aerodinámicos de las alas y la cola. Cabe mencionar que si se desearan obtener los momentos aerodinámicos se emplearían las matrices de rotación que se muestran a continuación junto con las distancias que existen del centro aerodinámico al centro de masa.

$$R^{lw \rightarrow B} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$R^{rw \rightarrow B} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$R^{tail \rightarrow B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Por otro lado, para calcular los torques empleamos la ecuación (3.2). Donde definimos la matriz de inercia como:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Sustituyendo y desarrollando la ecuación (3.2) tenemos:

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\begin{bmatrix} I_{xx}\dot{P} \\ I_{yy}\dot{Q} \\ I_{zz}\dot{R} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{xx}P \\ I_{yy}Q \\ I_{zz}R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$L = I_{xx}\dot{P} + QR(I_{zz} - I_{yy}) \quad (3.20)$$

$$M = I_{yy}\dot{Q} + PR(I_{xx} - I_{zz}) \quad (3.21)$$

$$N = I_{zz}\dot{R} + PQ(I_{yy} - I_{xx}) \quad (3.22)$$

### 3.1 Análisis Cinemático

Además de las 6 ecuaciones de movimiento descritas anteriormente, se necesitan otras ecuaciones adicionales para resolver el problema. Estas ecuaciones son necesarias porque hay algunas variables desconocidas debidas a los ángulos de Euler en las ecuaciones de fuerza. Tres ecuaciones se obtienen relacionando las velocidades del eje coordenado del cuerpo,  $(P, Q, R)$  con las velocidades angulares  $(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi})$ . Nótese que las velocidades angulares se refieren a la variación en el tiempo de los ángulos de Euler.

Para desarrollar esta relación entre las velocidades del eje coordenado del cuerpo y las velocidades angulares, la siguiente igualdad se debe de cumplir:

$$\bar{\omega}_{Body} = P\hat{i} + Q\hat{j} + R\hat{k} = \dot{\psi} + \dot{\theta} + \dot{\phi} \quad (3.23)$$

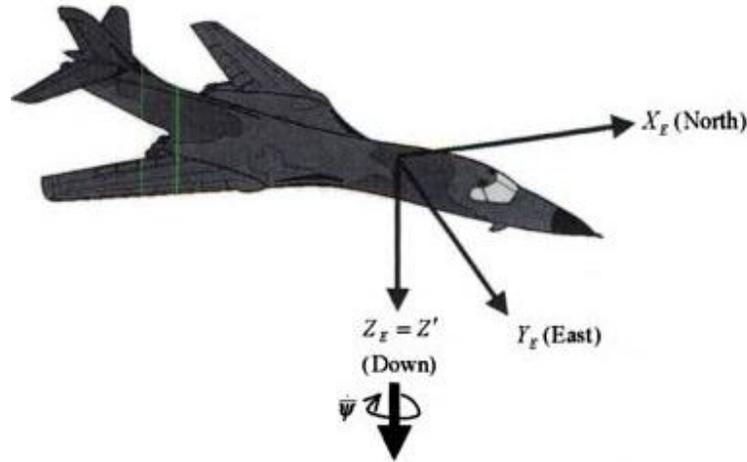
Es decir:

$$\sqrt{P^2 + Q^2 + R^2} = \sqrt{\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2} \quad (3.24)$$

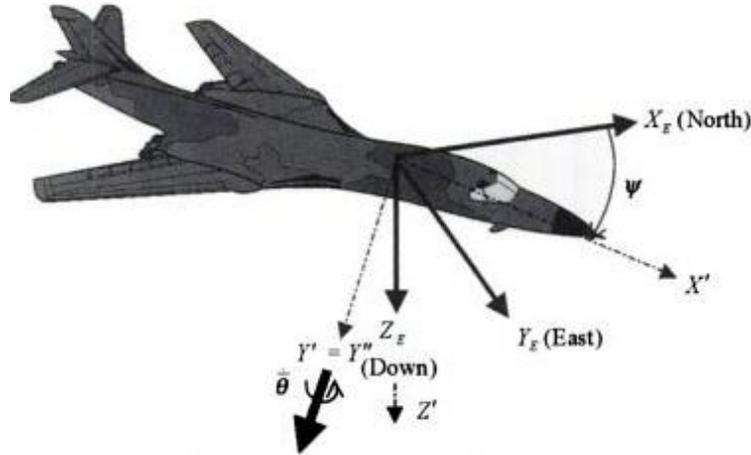
Al emplear las matrices de rotación, como se explica más detalladamente en (3.26), podemos transformar las velocidades angulares al eje coordenado del cuerpo, quedando:

$$\bar{\omega}_{Body} = P\hat{i} + Q\hat{j} + R\hat{\psi} + R_1(\psi)\dot{\theta} + \dot{\phi} \quad (3.25)$$

La relación anterior es verdadera por las siguientes razones: Para transformar  $\dot{\psi}$  del eje  $\hat{k}'$ ,  $\dot{\psi} = \dot{\psi}\hat{k}_E = \dot{\psi}\hat{k}'$ , al eje coordenado del cuerpo se requiere una rotación positiva en el  $\theta$ , seguida por una rotación positiva en  $\psi$ .



Para transformar  $\dot{\theta}$  del eje  $\hat{j}''$ ,  $\dot{\theta} = \dot{\theta}\hat{j}' = \dot{\theta}\hat{j}''$ , al eje del cuerpo se requiere una rotación positiva en  $\psi$ .



Finalmente,  $\dot{\psi}, \dot{\phi} = \dot{\phi}'' = \dot{\phi}'$ , está representada en el eje del cuerpo por lo tanto no necesita rotación.



Desarrollando los productos de rotaciones, tenemos:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin\theta\dot{\psi} \\ 0 \\ \cos\theta\dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \cos\phi\dot{\theta} \\ \sin\phi\dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta \dot{\psi} \\ \sin\phi \cos\theta \dot{\psi} + \cos\phi \dot{\theta} \\ \cos\phi \cos\theta \dot{\psi} - \sin\phi \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Y la transformación inversa como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan\theta \sin\phi & \tan\theta \cos\phi \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & -\sin\phi/\cos\theta & \cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

## 3.2 Resumen de ecuaciones

En esta sección se agrupan todas las ecuaciones que describen a nuestro vehículo.

$$m(\dot{u} + qw - rv) = F_{Ax} - mg \sin\theta \quad (3.30)$$

$$m(\dot{v} + ru - pw) = F_{Ay} + mg \cos\theta \sin\phi \quad (3.31)$$

$$m(\dot{w} + pv - qu) = F_{Az} + mg \cos\theta \cos\phi \quad (3.32)$$

$$L = I_{xx}\dot{P} + QR(I_{zz} - I_{yy}) \quad (3.33)$$

$$M = I_{yy}\dot{Q} + PR(I_{zz} - I_{xx}) \quad (3.34)$$

$$N = I_{zz}\dot{R} + PQ(I_{yy} - I_{xx}) \quad (3.35)$$

$$P = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin\theta \quad (3.36)$$

$$Q = \dot{\theta} \cos\phi + \dot{\psi} \cos\theta \sin\phi \quad (3.37)$$

$$R = \dot{\psi} \cos\theta \cos\phi - \dot{\theta} \sin\phi \quad (3.38)$$

$$\dot{x} = u \cos\theta \cos\psi + v(\sin\phi \sin\theta \cos\psi - \cos\phi \sin\psi) + w(\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi) \quad (3.39)$$

$$\dot{y} = u \cos\theta \sin\psi + v(\sin\phi \sin\theta \sin\psi + \cos\phi \cos\psi) + w(\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi) \quad (3.40)$$

$$\dot{z} = -u \sin\theta + v \sin\phi \cos\theta + w \cos\phi \cos\theta \quad (3.41)$$



# CAPITULO 4

## DISEÑO DE CONTROL

Debido a que la cola genera momentos que modifican la altitud y dirección del vehículo, los ángulos relacionados a estos movimientos se usan para el control de altura y roll. Es importante resaltar que existe un ángulo inicial vertical con respecto al eje Z en la cola al que nos referimos como  $\theta_0$ , el cual no puede ser modificado y que por lo tanto debe ser considerado para el control.

Al mismo tiempo, nos referimos al ángulo vertical con respecto al eje Z de la cola que es usado para el control del vehículo como  $\theta_1$  y al ángulo horizontal con respecto al eje X como  $\theta_2$ .

El movimiento de la cola afecta la dinámica del vehículo por medio de los torques angulares.

$$L = 0.25l_t F \cos(90 - \theta_2) \cos(\theta_0 + \theta_1)$$

$$M = 0.25l_t F \sin(90 - \theta_2) \sin(\theta_0 + \theta_1)$$

$$N = 0.25l_t F \cos(90 - \theta_2)$$

donde  $l_t$  es el largo de la cola y F es la fuerza resultante aerodinámica, la cual está dada por  $\sqrt{F_h^2 + F_v^2}$ , y ésta fuerza está aplicada a 0.25 de la cuerda de la cola.

Por lo tanto, las ecuaciones dinámicas rotacionales se pueden escribir en términos de los

ángulos  $\theta_0, \theta_1$  y  $\theta_2$ , quedando:

$$0.25l_t F \cos(90 - \theta_2) \cos(\theta_0 + \theta_1) = I_{xx} \dot{P} + QR(I_{zz} - I_{yy})$$

$$0.25l_t F \sin(90 - \theta_2) \sin(\theta_0 + \theta_1) = I_{yy} \dot{Q} + PR(I_{zz} - I_{xx})$$

$$0.25l_t F \cos(90 - \theta_2) = I_{zz} \dot{R} + PQ(I_{yy} - I_{xx})$$

Resolviendo para las derivadas de  $P, Q$  y  $R$ , las siguientes ecuaciones quedan:

$$\dot{P} = [0.25l_t F \cos(90 - \theta_2) \cos(\theta_0 + \theta_1) - QR(I_{zz} - I_{yy})] \frac{1}{I_{xx}} \quad (4.1)$$

$$\dot{Q} = [0.25l_t F \sin(90 - \theta_2) \sin(\theta_0 + \theta_1) - PR(I_{xx} - I_{zz})] \frac{1}{I_{yy}} \quad (4.2)$$

$$\dot{R} = [0.25l_t F \cos(90 - \theta_2) - PQ(I_{yy} - I_{xx})] \frac{1}{I_{zz}} \quad (4.3)$$

Por otro lado, si decimos que se trata de un vuelo paralelo a tierra, entonces tenemos que  $\phi \approx 0$  y  $\theta \approx 0$ , las ecuaciones rotacionales (3.36), (3.37) y (3.38), pueden ser escritas como:

$$\dot{\phi} = P \quad (4.4)$$

$$\dot{\theta} = Q \quad (4.5)$$

$$\dot{\psi} = R \quad (4.6)$$

Para hacer la linealización, dividimos en subsistemas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\phi} = P \\ \dot{P} = [0.25l_t F \cos(90 - \theta_2) \cos(\theta_0 + \theta_1) \\ \quad - QR(I_{zz} - I_{yy})] \frac{1}{I_{xx}} \end{array} \right. \quad (4.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} = Q \\ \dot{Q} = [0.25l_t F \sin(90 - \theta_2) \sin(\theta_0 + \theta_1) \\ \quad - PR(I_{xx} - I_{zz})] \frac{1}{I_{yy}} \\ \dot{z} = w \\ \dot{w} = g + \frac{Qu}{m} + \frac{Z}{m} - \frac{Pv}{m} \end{array} \right. \quad (4.8)$$

$$\begin{cases} \dot{\psi} = R \\ \dot{R} = [0.25l_t F \cos(90 - \theta_2) - PQ(I_{yy} - I_{xx})] \frac{1}{I_{zz}} \end{cases} \quad (4.9)$$

Para el diseño de cada controlador, empleamos backstepping para definir un controlador de seguimiento de  $\phi_d, \theta_d, \psi_d$  y  $z_d$ .

#### 4.0.1 Control de Roll

Para el subsistema (4.7), se considera el control virtual  $P = \gamma$ , donde:

$$\gamma = \dot{\phi}_d + c_1(\phi - \phi_d) \quad (4.10)$$

Con  $c_1 < 0$ . Sustituyendo  $\gamma$  en (4.7):

$$\dot{\phi} = \dot{\phi}_d + c_1(\phi - \phi_d)$$

Definiendo el error de seguimiento:

$$\begin{cases} \tilde{\phi} = \phi - \phi_d \\ \dot{\tilde{\phi}} = \dot{\phi} - \dot{\phi}_d = \dot{\phi}_d + c_1(\phi - \phi_d) - \dot{\phi}_d = c_1 \tilde{\phi} \end{cases}$$

Con el control virtual (4.10), garantizamos convergencia exponencial de  $\tilde{\phi} \rightarrow 0$ , por lo tanto  $\phi$  converge exponencialmente a  $\phi_d \iff c_1 < 0$ .

Se tiene ahora por objetivo emplear  $\theta_2$  para garantizar  $P \rightarrow \gamma$ , donde:

$$\theta_2 = 90 - \cos^{-1} \left( \frac{I_{xx} v_1 + QR(I_{zz} - I_{yy})}{0.25l_t F \cos(\theta_0 + \theta_1)} \right) \quad (4.11)$$

Sustituyendo (4.11) en (4.1):

$$\dot{P} = v_1$$

Donde:

$$v_1 = \dot{P}_d + c_2(P - P_d) \quad (4.12)$$

Definiendo:

$$P_d = \gamma$$

$$\dot{P}_d = \dot{\gamma}$$

Donde:

$$\dot{\gamma} = \ddot{\phi}_d + c_1(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) = \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} \quad (4.13)$$

Sustituyendo (4.13) en (4.12) tenemos:

$$\begin{aligned} v_1 &= \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2(P - P_d) = \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2(\dot{\phi} - \gamma) \\ &= \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2(\dot{\phi} - [\dot{\phi}_d + c_1(\phi - \phi_d)]) \\ &= \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d - c_1(\phi - \phi_d)) \\ &= \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2\dot{\tilde{\phi}} - c_1c_2\tilde{\phi} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Definiendo el error de seguimiento:

$$\dot{\tilde{\phi}} = \dot{\phi} - \dot{\phi}_d$$

$$\ddot{\tilde{\phi}} = \ddot{\phi} - \ddot{\phi}_d \quad (4.15)$$

Sustituyendo (4.14) en (4.15):

$$\ddot{\tilde{\phi}} = \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2\dot{\tilde{\phi}} + c_1c_2\tilde{\phi} - \ddot{\phi}_d = c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2\dot{\tilde{\phi}} - c_1c_2\tilde{\phi}$$

Finalmente el controlador para (4.7) es:

$$\theta_2 = 90 - \cos^{-1} \left[ \frac{I_{xx}v_1 + QR(I_{zz} - I_{yy})}{0.25l_t F \cos(\theta_0 + \theta_1)} \right]$$

Donde:

$$v_1 = \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2\dot{\tilde{\phi}} - c_1c_2\tilde{\phi}$$

## 4.0.2 Control Yaw

Para el subsistema (4.9) el control virtual es  $R = \beta$ , donde:

$$\beta = \dot{\psi}_d + c_3(\psi - \psi_d) \quad (4.16)$$

Con  $c_3 < 0$ . Sustituyendo  $\beta$  en (4.6) tenemos:

$$\dot{\psi} = \dot{\psi}_d + c_3(\psi - \psi_d)$$

Definiendo el error de seguimiento:

$$\begin{cases} \tilde{\psi} = \psi - \psi_d \\ \dot{\tilde{\psi}} = \dot{\psi} - \dot{\psi}_d = \dot{\psi}_d + c_3(\psi - \psi_d) - \dot{\psi}_d = c_3\tilde{\psi} \end{cases}$$

Con el control virtual (4.16), garantizamos convergencia exponencial de  $\tilde{\psi} \rightarrow 0$ , por lo tanto  $\psi$  converge exponencialmente a  $\psi_d \iff c_3 < 0$ .

Se tiene ahora por objetivo emplear  $\theta_2$  para garantizar  $R \rightarrow \beta$ , donde:

$$\theta_2 = 90 - \cos^{-1} \left( \frac{I_{zz}v_2 + PQ(I_{yy} - I_{xx})}{0.25l_t F} \right) \quad (4.17)$$

Sustituyendo (4.11) en (4.1), y resolviendo la ecuación:

$$\dot{P} = v_1$$

donde  $v_1$  está definido como:

$$v_1 = \dot{P}_d + c_2(P - P_d) \quad (4.18)$$

donde  $P_d$  es la velocidad angular deseada, por lo que podemos decir que esto es equivalente a:

$$P_d = \gamma$$

$$\dot{P}_d = \dot{\gamma}$$

donde la derivada de la ecuación (4.10) es:

$$\dot{\gamma} = \ddot{\phi}_d + c_1(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) = \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} \quad (4.19)$$

Entonces, reemplazando (4.19) en (4.18) tenemos:

$$\begin{aligned} v_1 &= \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2(P - P_d) = \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2(\dot{\phi} - \gamma) \\ &= \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2(\dot{\phi} - [\dot{\phi}_d + c_1(\phi - \phi_d)]) \\ &= \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d - c_1(\phi - \phi_d)) \\ v_1 &= \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2\dot{\tilde{\phi}} - c_1c_2\tilde{\phi} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Definiendo el error de seguimiento:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\phi}} &= \dot{\phi} - \dot{\phi}_d \\ \ddot{\tilde{\phi}} &= \ddot{\phi} - \ddot{\phi}_d\end{aligned}\tag{4.21}$$

Sustituyendo (4.20) en (4.21):

$$\ddot{\tilde{\phi}} = \ddot{\phi}_d + c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2\tilde{\phi} + c_1c_2\tilde{\phi} - \ddot{\phi}_d = c_1\dot{\tilde{\phi}} + c_2\tilde{\phi} - c_1c_2\tilde{\phi}$$

Finalmente el controlador de roll queda como:

$$\theta_2 = 90 - \cos^{-1} \left[ \frac{I_{xx}v_1 + QR(I_{zz} - I_{yy})}{0.25l_t F \cos(\theta_0 + \theta_1)} \right]$$

Recordando que  $v_1$  tiene la forma de la ecuación (4.20).

### 4.0.3 Control de Pitch y Yaw

Para el subsistema (4.8), consideramos el control virtual  $w = \epsilon$ , donde:

$$\epsilon = \dot{z}_d + c_5(z - z_d)\tag{4.22}$$

donde  $c_5 < 0$ . Sustituyendo  $\epsilon$  en  $\dot{z} = w$ :

$$\dot{z} = \dot{z}_d + c_5(z - z_d)$$

Definiendo el error de seguimiento:

$$\begin{cases} \tilde{z} = z - z_d \\ \dot{\tilde{z}} = \dot{z} - \dot{z}_d = \dot{z}_d + c_5(z - z_d) - \dot{z}_d = c_5\tilde{z} \end{cases}$$

con el control virtual (4.22), aseguramos la convergencia exponencial de  $\tilde{z} \rightarrow 0$ , por lo tanto  $z$  converge exponencialmente a  $z_d \iff c_5 < 0$ .

Se tiene ahora por objetivo emplear  $\theta_1$  para garantizar  $Q \rightarrow \zeta$ , donde:

$$\dot{w} = g + \frac{Qu\zeta}{m} + \frac{Z}{m} - \frac{Pv}{m} = v_3\tag{4.23}$$

$$\zeta = \frac{-mg}{u} - \frac{Z}{u} + \frac{v_3 m}{u} + \frac{mPv}{u} \quad (4.24)$$

Remplazando (4.24) en (4.23):

$$\dot{w} = g + \frac{u}{m} \left[ \frac{-mg}{u} - \frac{Z}{u} + \frac{v_3 m}{u} + \frac{mPv}{u} \right] + \frac{Z}{m} - \frac{Pv}{m}$$

Entonces  $\dot{w} = v_3$ , donde  $v_3$  está definido como:

$$v_3 = \dot{w}_d + c_6(w - w_d) \quad (4.25)$$

donde  $w_d$  es la velocidad en el eje  $x$ , por lo que podemos decir que esto es equivalente a  $w_d = \epsilon$ .

$$\dot{w}_d = \dot{\epsilon} = \dot{z}_d + c_5(\dot{z} - \dot{z}_d) \quad (4.26)$$

Después, sustituyendo (4.26) en (4.25):

$$\begin{aligned} v_3 &= \ddot{z} + c_5(\dot{z} - \dot{z}_d) + c_6(w - \dot{z}_d - c_5(z - z_d)) \\ &= \ddot{z}_d + (c_5 + c_6)(\dot{z} - \dot{z}_d) - c_5 c_6(z - z_d) \\ &= \ddot{z}_d + (c_5 + c_6)\dot{\tilde{z}} - c_5 c_6 \tilde{z} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Definiendo el error de seguimiento:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}} = \dot{z} - \dot{z}_d = \dot{z}_d + c_5(z - z_d) - \dot{z}_d = c_5 \tilde{z} \\ \ddot{\tilde{z}} = \ddot{z} - \ddot{z}_d = v_3 - \ddot{z}_d = (c_5 + c_6)\dot{\tilde{z}} - c_5 c_6 \tilde{z} \\ = (c_5 + c_6)\dot{\tilde{z}} - c_5 c_6 \tilde{z} \end{cases}$$

Sustituyendo (4.27) en (4.24):

$$\zeta = \frac{-mg}{u} - \frac{Z}{u} + \frac{m}{u} [\ddot{z}_d + (c_5 + c_6)\dot{\tilde{z}} - c_5 c_6 \tilde{z}] - \frac{Pv}{m}$$

La señal de control  $\theta_1 = \delta$ , donde  $\delta$ :

$$\delta = \sin^{-1} \left[ \frac{I_{yy} v_4 + PR(I_{zz} - I_{xx})}{0.25 l_t F \sin(90 - \theta_2)} \right] - \theta_0 \quad (4.28)$$

donde  $v_4$  está definida como:

$$\begin{aligned} v_4 &= \dot{Q}_d + c_7(Q - Q_d) = \dot{Q}_d + c_7(Q - \zeta) \\ &= \dot{Q}_d - c_7 \left( Q - \frac{1}{u} [-mg - Z + m(\ddot{z}_d + (c_5 + c_6)\dot{\tilde{z}} - c_5 c_6 \tilde{z})] \right) \end{aligned}$$

donde  $Q_d$  es la velocidad angular deseada en el eje  $y$ , por lo que podemos decir que es equivalente a  $\dot{Q}_d = \dot{\zeta}$ , sustituyendo en  $v_4$  tenemos:

$$v_4 = \frac{m}{u} [\ddot{z}_d + (c_5 + c_6)\ddot{z} - c_5c_6\dot{z} - c_7(Q - \frac{1}{u}[-mg - Z + m(\dot{z}_d + (c_5 + c_6)\dot{z} - c_5c_6z])] \quad (4.29)$$

Recordando que las derivadas del error de seguimiento son:

$$\begin{cases} \dot{z} = \dot{z} - \dot{z}_d = \dot{z}_d + c_5(z - z_d) - \dot{z}_d = c_5\tilde{z} \\ \ddot{z} = \dot{w} = g + \frac{Qu}{m} + \frac{Z}{m} - \frac{Pv}{m} \end{cases}$$

Si multiplicamos (4.29) por  $\frac{u}{m}$  tenemos:

$$v_4 = \frac{m}{u} [\ddot{z}_d + (c_5 + c_6)(\ddot{z} - \ddot{z}_d) - c_5c_6(\dot{z} - \dot{z}_d) + c_7(\ddot{z}_d + (c_5 + c_6)(\dot{z} - \dot{z}_d) - c_5c_6\tilde{z})]$$

Factorizando:

$$v_4 = \frac{m}{u} [\ddot{z}_d + \ddot{z}(c_5 + c_6 + c_7) + \dot{z}(-c_5c_6 + c_7(c_5 + c_6)) - c_5c_6\tilde{z}] \quad (4.30)$$

Sustituyendo (4.30) en (4.28) y finalmente en (4.2):

$$\dot{Q} = [0.25l_t F \sin(90 - \theta_2) \sin(\theta_0 + (\sin^{-1}[\frac{I_{yy}v_4 + PR(I_{zz} - I_{xx})}{0.25l_t F \sin(90 - \theta_2)}] - \theta_0) - PR(I_{zz} - I_{xx})] \frac{1}{I_{yy}}$$

Recordando que  $v_4$  tiene la forma de la ecuación (4.30).

# CAPITULO 5

## SIMULACIONES NUMÉRICAS

Con el software de Matlab, Simulink, se simularon las ecuaciones del modelo con las leyes de control para cada subsistema y con los datos mostrados en la tabla 5.1.

Basada en los estudios hechos en [2] y [1] se determinaron los coeficientes de Lift y Drag.

Mientras que para caracterizar el fenómeno de aleteo, nos basamos en los estudios hechos en [7], donde con el set de cámaras Vicon, y un sensor de seis grados de libertad se hicieron mediciones de ángulo de alas contra fuerza horizontal y vertical, es decir de Drag y Lift, con frecuencia de aleteo constante, obteniendo las gráficas que se muestran en la figura 6.3.

Podemos entonces aproximar las fuerzas de lift y drag a funciones senoidales, descritas por las siguientes ecuaciones.

$$Prom_v = \frac{(F_{maxv} - F_{minv})}{2}$$

$$F_v = F_{minv} - (Prom_v) \sin\left(\frac{4\pi t}{\Omega}\right)$$

$$Prom_h = \frac{(F_{maxh} - F_{minh})}{2}$$

Tabla 5.1: Datos usados en simulación

mass	0.6kg
gravity	$9.81m/s^2$
$I_{xx}$	$0.915 kgm^2$
$I_{yy}$	$0.422 kgm^2$
$I_{zz}$	$1.227 kgm^2$
$l_b$	0.32m
$l_t$	0.245m
$\theta_0$	0.523599rad
$\theta_1$	0rad
$\theta_2$	0 rad
$C_L$	1
$C_D$	1
V	4m/s
$\rho$	$1.10kg/m^3$
St	$0.0539 m^2$
$z_d$	2.5m
$\phi_d$	0rad
$\psi_d$	0rad

$$F_h = F_{minh} - (Prom_h) \sin\left(\frac{4\pi t}{\Omega}\right)$$

Donde  $Prom_v, F_{maxv}, F_{minv}, F_v, Prom_h, F_{maxh}, F_{minh}, F_h, \Omega$  y  $t$  son promedio de fuerza vertical, fuerza máxima vertical, fuerza mínima vertical, fuerza vertical, promedio de fuerza horizontal, fuerza máxima horizontal, fuerza mínima horizontal, fuerza horizontal, frecuencia y tiempo, respectvamente.

Los resultados de la simulación se muestran en las figuras 5.2 y 5.3. Donde podemos observar en la figura 5.2 que la altura deseada es alcanzada en  $t=20$  s, y que podemos asumir

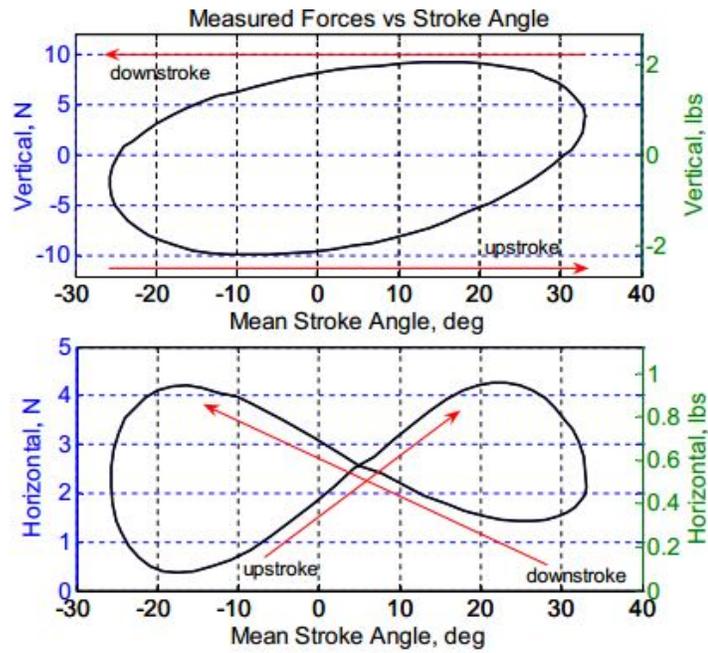


Figura 5.1: Fuerza vs ángulo de alas con frecuencia de 5Hz

que un vuelo recto y nivelado se lleva a cabo debido a que no hay desplazamiento en el eje  $y$ . Mientras que en la figura 5.3 podemos observar que los ángulos roll y yaw, junto con sus respectivas velocidades tienen un valor constante de cero, por otro lado, el ángulo de pitch intenta estabilizarse en un valor, en la figura 5.4 se puede observar mejor esto.

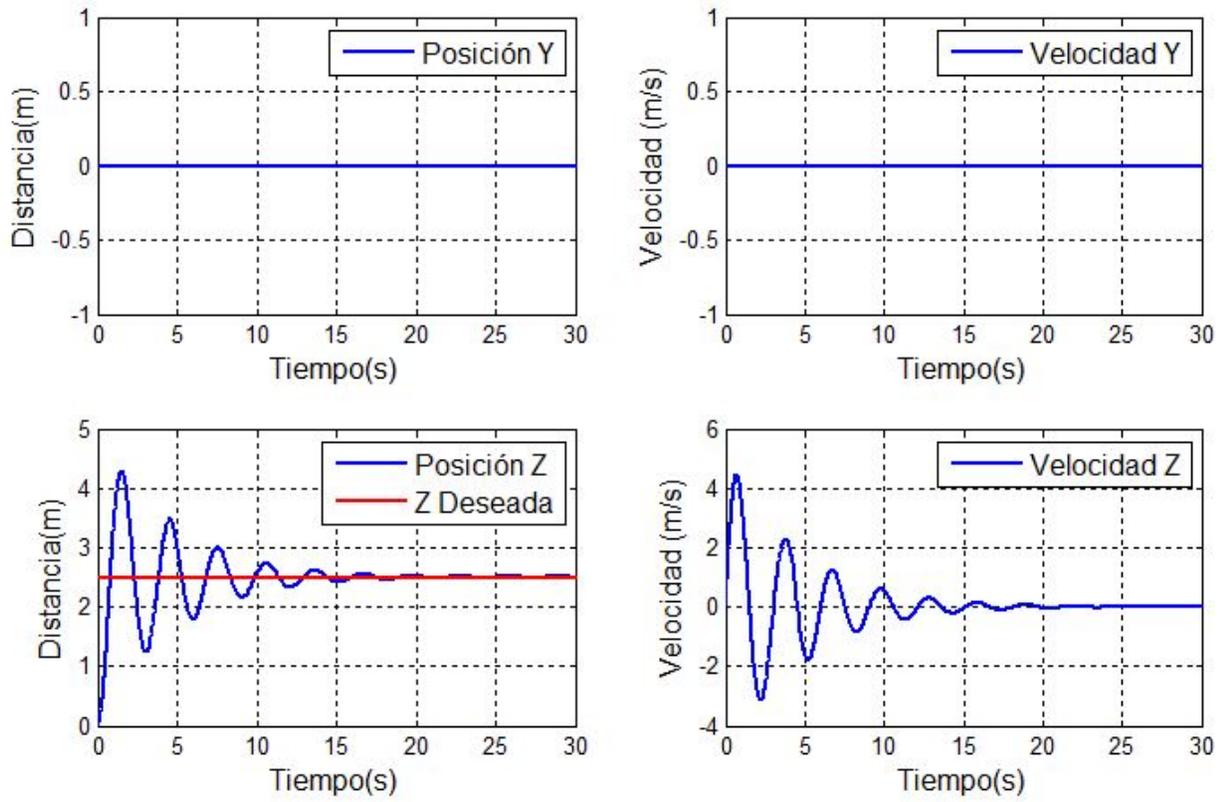


Figura 5.2: Distancia desplazada en los ejes x,y,z

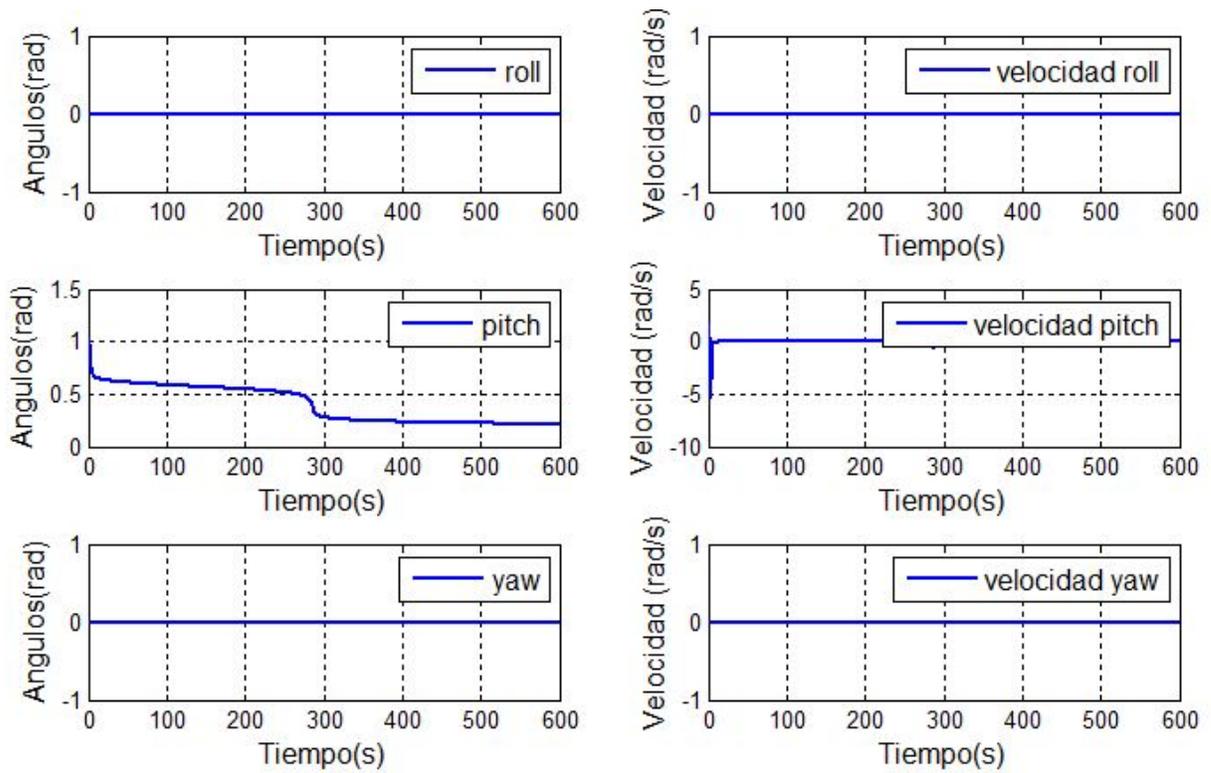


Figura 5.3: Ángulos de Euler

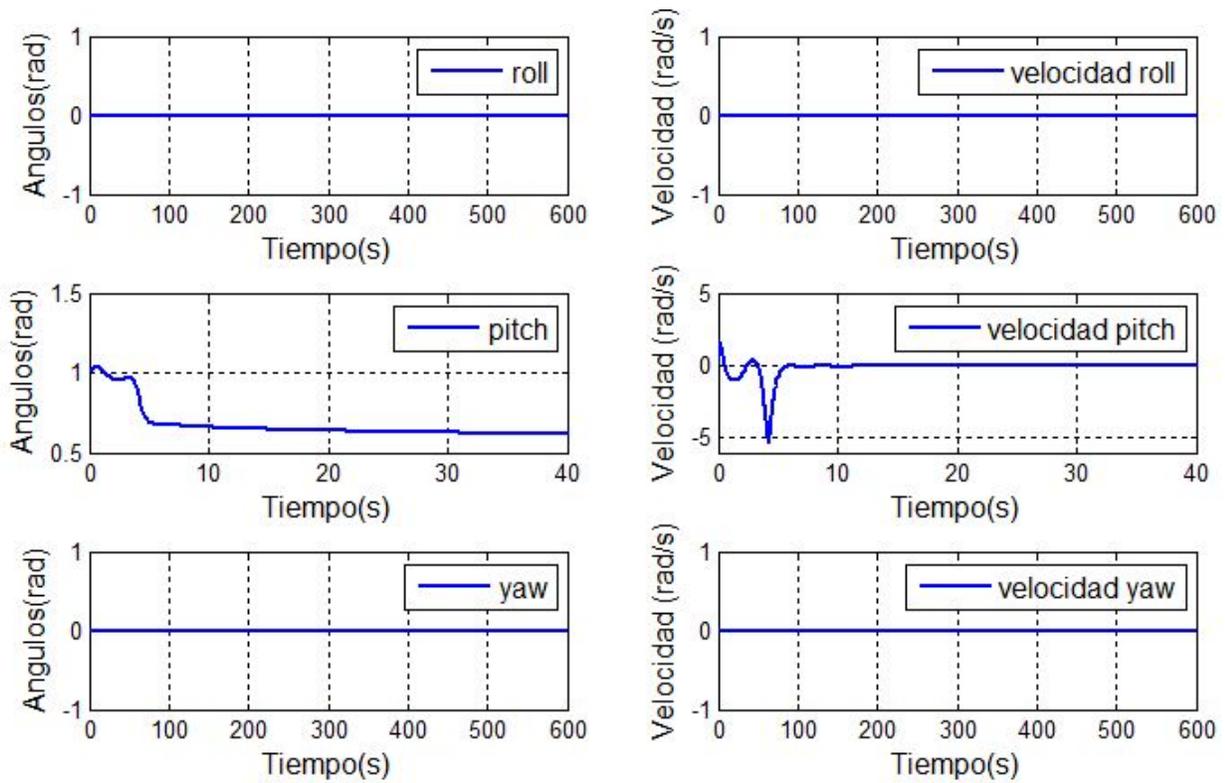


Figura 5.4: Acercamiento a pitch

# CAPITULO 6

## RESULTADOS EXPERIMENTALES

### 6.1 Control PD altura

Debido a que el objetivo es realizar un control de altura, para comenzar, se realizó un control PD de altura, que no involucra el modelo del vehículo.

Inicialmente, el vehículo es manejado por el usuario. Para activar el control de altura autónomo del vehículo usamos un switch, localizado en el radio. Cuando se activa el switch, el usuario sólo puede manejar la velocidad de aleteo, mientras que se generan cambios automáticos en la posición vertical de la cola, dependientes de los datos que recibe del barómetro del Pixhawk.

Los resultados experimentales que obtuvimos con este control:

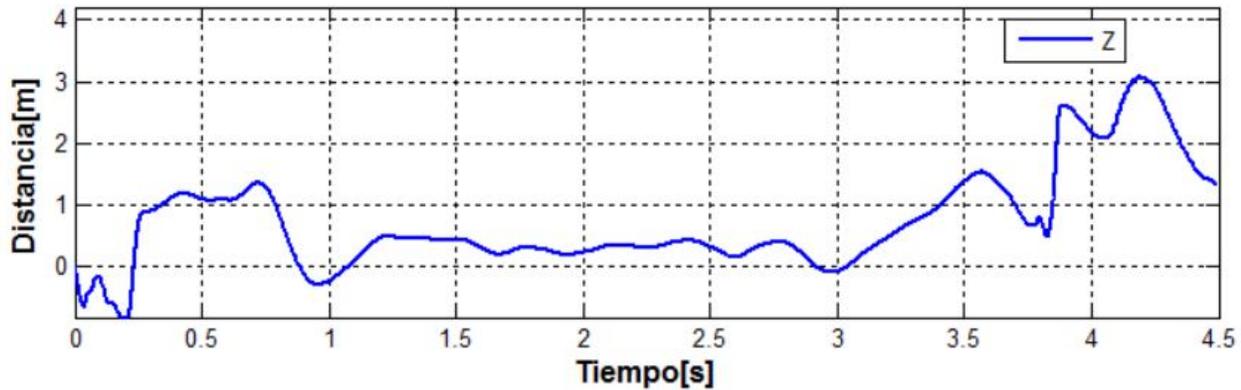


Figura 6.1: Gráfica posición en z

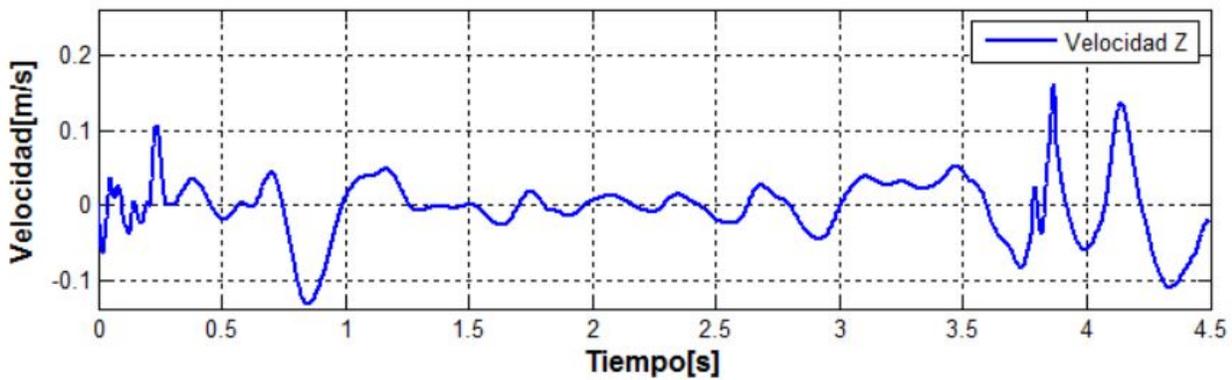


Figura 6.2: Gráfica velocidad en z

En la figura 6.1 podemos observar el despegue y manejo manual del vehículo en el principio de la gráfica, en los intervalos de  $t=0$  s a  $t=0.8$  s, y al final de  $t=3$  s en adelante.

En el intervalo de  $t=0.8$  s a  $t=3$  s, podemos observar que se activó el control de altura autónomo, pues se mantiene la altura cercana a un valor. Esto lo podemos confirmar con la figura 6.2, donde la velocidad se comporta de la misma manera.

## 6.2 Control PD altura y roll

En este caso, dejamos el mismo control antes mencionado para la altura. En cuanto a roll, los cambios ahora son generados sobre el movimiento lateral de la cola dependientes de los datos recibidos del gyro en el eje  $x$ .

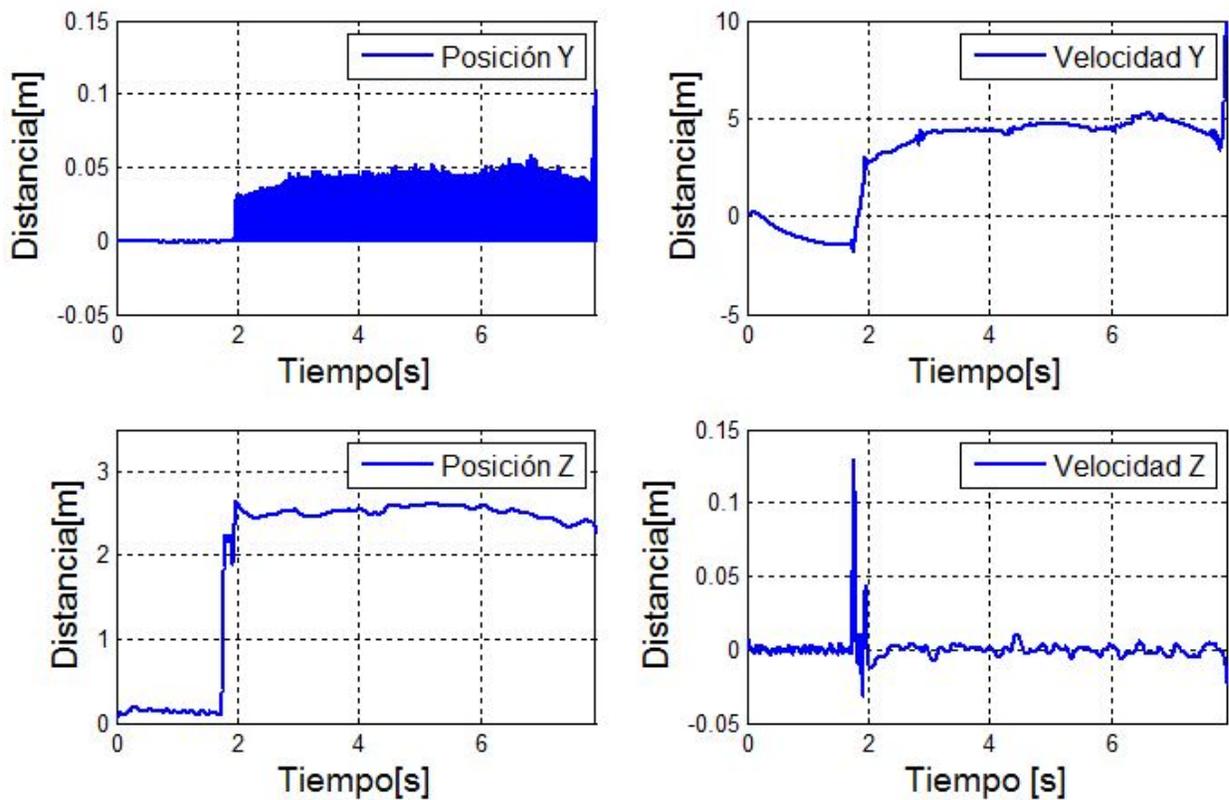


Figura 6.3: Gráfica posiciones con control

En la figura 6.3 se observa que el control de roll y altura automático es activado en  $t=1.8$  s. En la gráfica de posición de  $y$  podemos observar que el vehículo intenta mantener una recta, ya que la variación en ese eje es mínima, lo podemos comprobar con los cambios en la velocidad en el mismo eje. Mientras que en el caso de la altura, ésta es alcanzada en  $t=2$  s, con una variación mínima, de la misma manera puede comprobarse con la gráfica de la velocidad.

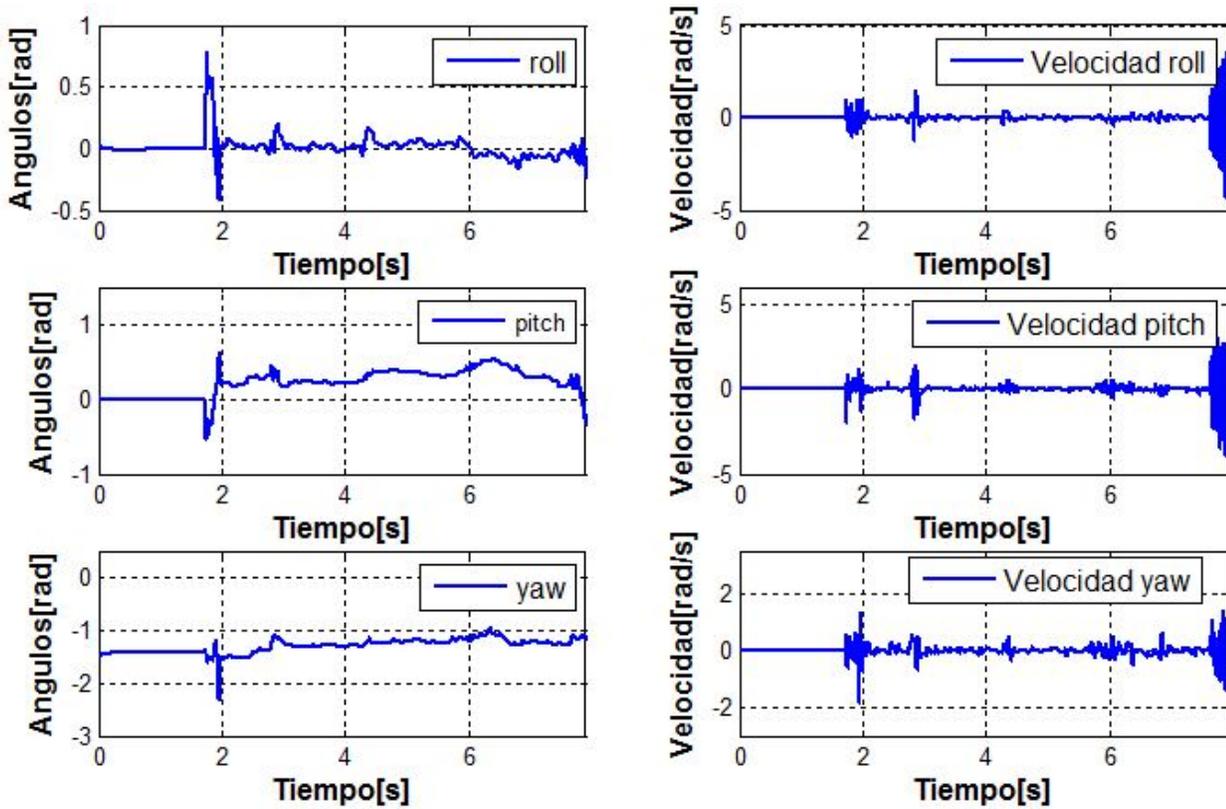


Figura 6.4: Gráfica posiciones con control

Podemos observar en la figura 6.4 que del intervalo  $t=2$  s se logra el control de roll. Mientras que pitch se mantiene variable pero acotado, ya que éste depende de la altura deseada y de mantenerse fijo, nunca se llegaría a la altura deseada.

### 6.3 Controladores backstepping altura y roll

Antes de mostrar los resultados obtenidos con este control se debe considerar que después de las pruebas con los controladores PD, la plataforma se dañó de diferentes maneras (ver capítulo 2), y aunque se hicieron las reparaciones necesarias, el control se ve afectado de cierta manera por la suma de las modificaciones involuntarias que la plataforma presenta.

Para realizar este control se aplicaron las ecuaciones vistas en el capítulo 4 y simuladas

numéricamente en el capítulo 5.

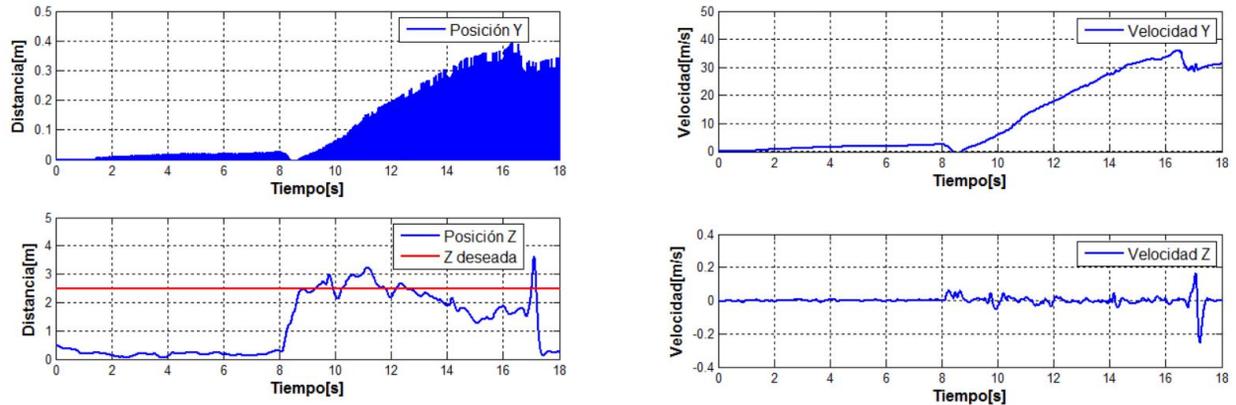


Figura 6.5: Gráfica posiciones con controladores por backstepping

En la figura 6.5, donde se muestra la posición de  $z$  observamos que el control automático de altura se inicia en  $t=8s$ , y que debido al viento, éste se termina en  $t=13s$ . Mientras que en la gráfica donde se muestra la posición de  $y$  podemos observar que la variación en este eje es de  $0.4m$ , con lo que podemos decir que se está desplazando en línea casi recta.

En la figura 6.6, donde se muestra el comportamiento de roll podemos observar que oscila ya que intenta regresar al ángulo deseado, que es cero, y mantenerse. Mientras que donde se muestra el comportamiento de pitch, podemos observar que es cercano a  $-1$ , pero no se mantiene, debido a que como se había mencionado anteriormente, pitch jamás llegará a una posición deseada y se mantendrá en la misma porque el ángulo de pitch variará dependiendo de la altura deseada.

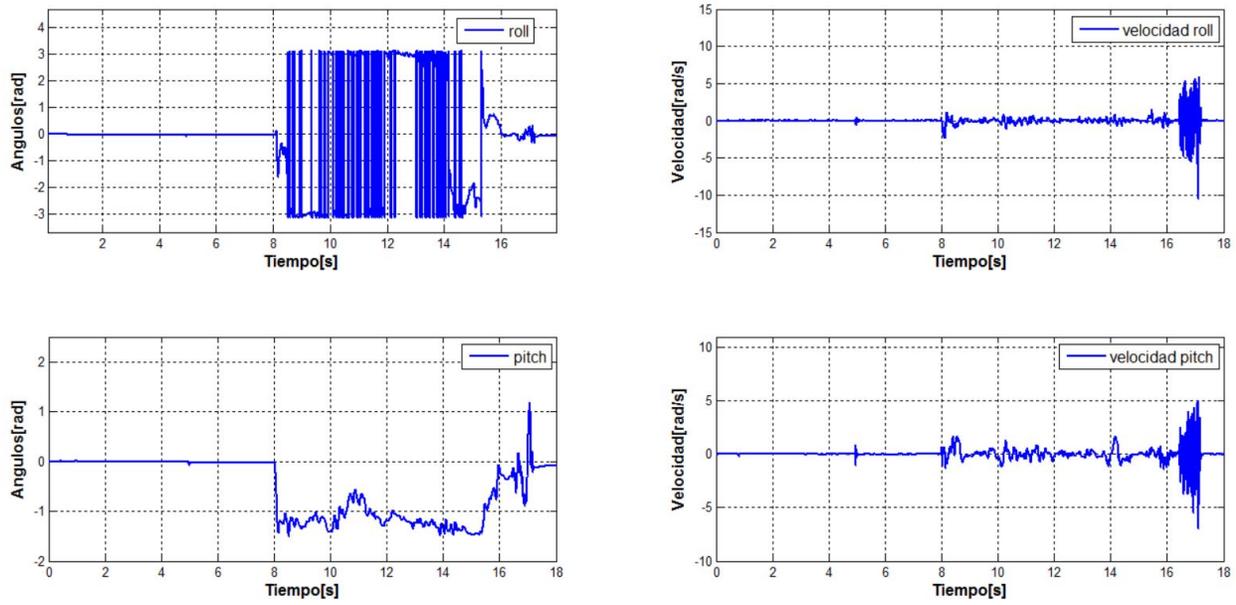


Figura 6.6: Gráfica ángulos con controladores por backstepping

# CAPITULO 7

## CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

### 7.1 Conclusiones

Las principales aportaciones de este trabajo de tesis fueron principalmente en los siguientes aspectos:

Antes de implementar cualquier control, fue importante determinar el peso adicional que la plataforma podía soportar, y comparar con el peso total de la electrónica que se deseaba usar para la instrumentación, ya que de esto dependería la cantidad de variables que podrían ser controladas.

Se implementaron controladores PD para el control de altura y dirección, de los cuales obtuvimos resultados satisfactorios, ya que se pudo realizar un vuelo recto y nivelado. Los problemas que se presentaron fueron ajenos a los controladores PD, fueron principalmente a las condiciones climáticas, ya que perturbaciones como el viento no estaban consideradas.

Se diseñaron controladores por medio de backstepping con la finalidad de asegurar una convergencia exponencial a las posiciones ó ángulos deseados. Para realizar una simulación de los controladores diseñados y observar su comportamiento, se realizó una investigación

sobre los estudios aerodinámicos en trabajos previos que emplearon una plataforma similar. Donde encontramos que las fuerzas de aleteo pueden ser descritas por una función senoidal y obtuvimos los coeficientes de lift y drag.

En cuánto a la implementación de estos controladores la problemática fue en la sintonización ya que éstos, quedan en terminos de arcoseno y arcocoseno y lo que esto implica es que durante la sintonización los valores de la señal de control debe encontrarse dentro del rango de  $[1, -1]$ , lo cual se logró saturando la salida de control.

Los daños presentados en la plataforma debido a los diferentes vuelos de prueba realizados se fueron sumando, incluso retrasando el vuelo de prueba con los controladores diseñados por backstepping casi dos semanas, ya que ni siquiera podía realizarse un vuelo recto dirigido con el radio control.

Los resultados obtenidos con los controladores backstepping, son satisfactorios. Cabe mencionar que el control seguramente es afectado por las múltiples modificaciones que sufrió la plataforma.

## 7.2 Trabajo Futuro

El estudio de esta plataforma implica la comprensión de varios fenómenos relacionados con el aleteo y aunque la plataforma empleada era muy sencilla, es la base para el estudio de plataformas más complejas, que manejen más articulaciones en las alas, movimiento independiente de alas y por lo mismo más grados de libertad.

# BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. Grauer and J. Hubbard Jr., Modeling of Ornithopter Flight Dynamics for State Estimation and Control. 2010 American Control Conference, Marriot Waterfront, Baltimore, MD, USA, June 30-July 02, 2010, pp.524-529.
- [2] Z. J. Jackowski, Design and Construction of an Autonomous Ornithopter, thesis, Massachusetts Institute of Technology, Dept. Mechanical Engineering, May 7, 2009.
- [3] Jared A. Grauer and James E. Hubbard Jr., A Multibody Model of an Ornithopter, Dept. of Aerospace Engineering, University of Maryland. 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum of Aerospace Exposition, 5-8 January 2009, Orlando, Florida.
- [4] Jared Grauer, Evan Ulrich, James Hubbard Jr., Daryll Pines and J. Sean Humbert, Model Structure Determination of an Ornithopter Aerodynamics Model for Flight Data, Dept. of Aerospace Engineering, University of Maryland. 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum of Aerospace Exposition, 4-7 January 2010, Orlando Florida.
- [5] Jared A. Grauer and James Hubbard Jr. Inertial Measurements fro Flight Data of a Flapping-Wing Ornithopter, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.32, No.1, January-February 2009, pp. 326-331.
- [6] Jared Grauer and James Hubbard Jr., Modeling and System Identification of an Ornithopter Flight Dynamics Model, Doctoral Thesis, 2012.
- [7] R. L. Harmon, Aerodynamic Modeling of a Flapping Membrane Wing Using Motion Tracking Experiments, Maters thesis, University of Maryland.

- [8] Soon-Jo Chung and Michael Dorothy, Neurobiologically Inspired Control of Engineered Flapping Flight, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 33 No.2, March-April 2010.
- [9] David B. Doman, Michael W. Oppenheimer and David O. Sigthorsson, Wingbeat Shape Modulation for Flapping-Wing Micro-Air Vehicle Control During Hover, *Journal of Guidance, Control and Dynamics* Vol. 33, No. 3, May-June 2010.
- [10] J.V. Caetano, M. Percin, C.C. de Visser, B. van Oudheusden, G.C.H.E. de Croon, C. de Wagter, B. Remes and M. Mulder. Thetthered vs. Free Flight Force Determination of the DelFly II Flapping Wing Micro Air Vehicle, Section of Control and Simulation, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
- [11] Jun-Seong Lee and Jae-Hung Han Experimental Study on the Flight Dynamics of a Bioinspired Ornithopter: Free Flight Testing and Wind Tunnel Testing, IOP Publishing, Smart Materials and Structures, 2012.
- [12] J. Colorado, A. Barrientos, C. Rossi, J. W. Bahlman and K.S. Breuer, Biomechanics of smart wings in a bat robot: morphing wings using SMA actuators. IOP Publishing, Bioinspiration and Biomimetics, 2013.
- [13] Zaeem A. Khan, Sunil K. Agrawal. Force and Moment Characterization of Flapping Wings for Micro Air Vehicle Application, 2005, American Control Conference, June 8-10, 2005. Portland, OR, USA,.
- [14] R. J. Wood, Design, fabrication and analysis of a 3DOF, 3cm flapping-wing MAV. Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, San Diego, CA, USA, Oct.29-Nov. 2 , 2007
- [15] T. M. Yang and F.Y. Hsiao. Dynamics of Flapping Micro-Aerial Vehicles. 2009 American Control Conference Hyatt Rgenecy Riverfront, St. Louis, MO, USA. June 10-12,2009.
- [16] Hongjum Duan and Qinqwei Li, Dynamic Model and Attitude Control of Flapping Wing Micro Aerial Vehicle. Proceedings of the 2009 IEEE International Conference o Robotics and Biomimetics, December 19-23, 2009, Guilin, China.

- [17] S.H. Lin, F.Y. Hsiao, C.L. Chen and J.F. Shen. Altitude Control of Flapping-wing MAV Using Vision-Based Navigation. 2010 American Control Conference, Marriott Waterfront, Baltimore, MD,USA. June 30-July 02,2010.
- [18] Wei Shyy, Yongsheng Lian, Jian Tang, Dragos Viieru and Hao Liu. Aerodynamics of Low Reynolds Number Flyers. Cambridge University Press, 2008.
- [19] Christopher T. Orłowski and Anouck R. Girard. Modeling and Simulation of Nonlinear Dynamics of Flapping Wing Micro Air Vehicles, AIAA Journal, Vol.49, No. 5, May 2011.
- [20] Ch. Grand, P. Martinelli, J.B. Mouret and S. Doncieux. Flapping- Wing Mechanism for a Bird-Sized UAVs: Design, Modeling and Control.
- [21] Cameron Rose and Ronald S. Fearing-Flight Simulation of an Ornithopter. Electrical Engineering and Computr Sciences, University of California at Berkeley. May 14, 2013.
- [22] T. Rashid. The Flight Dynamics of a Full-Scale Ornithopter. Master Thesis of Aerospace Science and Engineering in the University of Toronto, 1995.
- [23] K. Y. Ma, P. Chirarattananon, S. B. Fuller, R. J. Wood. Controlled Flight of a Biologically Inspired, Insect-Scale Robot. Science, Vol.340, May 3,2013.
- [24] H. Kim, J. Lee, H. Choi, J. Han. Autonomous formation flight of multiple flapping-wing flying vehicles using motion capture system, Aerospace Science and Technology 39(2014) 596-604.
- [25] J.L. Verboom, S. Tijmons, C.De Wagter, B. Remes, R. Babuska, G.C.H.E. de Croon, Attitude and Altitude Estimation and Control on board Flapping Wing Micro Air Vehicle. 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Washington State Convention Center, Seattle, Washington, May 26-30,2015.
- [26] Matěj Karasek.Robotic humminbird: Design of a control mechanism for hovering flapping wing micro air, École Polytechnique de Bruxelles. November 2014.