

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS  
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO

PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS EN  
SISTEMAS AUTÓNOMOS DE NAVEGACIÓN AEREA Y SUBMARINA

**"MODELADO Y CONTROL DE UN  
CUADRIRROTOR CON UN SOLO  
MOTOR"**

T E S I S

Que presenta:

**JONATHAN FLORES SANTIAGO**

Para obtener el grado de:

**MAESTRO EN CIENCIAS**  
EN SISTEMAS AUTÓNOMOS DE NAVEGACIÓN AEREA Y  
SUBMARINA

Director de la Tesis:

Dr. Rogelio Lozano Leal

Ciudad de México

Febrero, 2017



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS  
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

CAMPUS ZACATENCO

MASTER SCIENCE PROGRAM IN  
AERIAL AND SUBMARINE AUTONOMOUS NAVIGATION SYSTEMS

**"MODELLING AND CONTROL OF A  
QUADROTOR WITH A SINGLE MOTOR"**

T H E S I S

Presented and defended by

**JONATHAN FLORES SANTIAGO**

To obtain the degree of

**MASTER IN SCIENCE**

IN AERIAL AND SUBMARINE AUTONOMOUS NAVIGATION  
SYSTEMS

Thesis director

PhD. Rogelio Lozano Leal

Mexico City

February, 2017



# AGRADECIMIENTOS

---

Agradezco a mis padres Sonia Santiago y Florencio Flores, mis hermanos Vania Flores y Alejandro Flores, por sus valores, amor y apoyo incondicional a lo largo de mi vida. Por inculcarme que la educación es el mejor camino al éxito y a la realización personal-profesional.

Al Dr. Rogelio Lozano, mi director de tesis, por el apoyo personal y académico durante mi estancia en la Universidad Tecnológica de Compiègne y durante el desarrollo de este tema de investigación.

Al Dr. Sergio Salazar, coordinador académico del programa SANAS por su soporte, guía y por permitirme participar en los eventos concernientes a mi tema de investigación.

Al Dr. Ivan González, por sus clases y asesorías sobre los temas referentes a este trabajo.

A mi amigo Héctor Escamilla y su familia, por su amistad, franqueza y optimismo.

A mi amigo Eric Bazán y su familia, por su amistad, consejos y hospitalidad.

Agradezco al Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN) y a la Unidad Mixta Internacional, Laboratorio Franco-Mexicano de Informática y Automática (UMI-LAFMIA), por la oportunidad para realizar mis estudios de maestría, profesores y compañeros de los que aprendí dentro y fuera de

las aulas de clase, por su compañerismo y soporte.

Finalmente, agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el financiamiento para mis estudios de Maestría, por las experiencias académicas y personales que fueron posibles con este apoyo.

*Jonathan Flores*

*Ciudad de México, Febrero 2017*

# ÍNDICE GENERAL

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>I</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>VII</b>
<b>Índice de cuadros</b>	<b>XI</b>
<b>Resumen</b>	<b>XIII</b>
<b>Abstract</b>	<b>XV</b>
<b>Símbolos</b>	<b>XVII</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Motivación y retos . . . . .	2
1.2 Estado del arte . . . . .	5
1.2.1 Prototipos . . . . .	7
1.2.2 Configuración mecánica . . . . .	12
1.3 Objetivo de la tesis . . . . .	14
1.3.1 Objetivo General . . . . .	14
1.3.2 Objetivos Particulares . . . . .	14
<b>2 Modelo de la plataforma</b>	
<b><i>Assault Reaper 500</i></b>	<b>15</b>
2.1 Introducción . . . . .	16
2.2 Ecuaciones de movimiento* . . . . .	18
2.3 Modelo de los actuadores . . . . .	22
2.3.1 Motor . . . . .	22
2.3.2 Motor-Hélice de Pitch variable . . . . .	25

2.3.3	Servomotor . . . . .	28
2.3.4	Modelo Linealizado Motor-Hélice de Pitch variable . . . . .	32
2.4	Fuerzas y Momentos de la plataforma Assault Reaper 500 . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Control de orientación y seguimiento de trayectorias</b>	<b>35</b>
3.1	Modelo del cuadirrotor . . . . .	36
3.1.1	Control de altitud ( $z$ ) y yaw ( $\psi$ ) . . . . .	39
3.1.2	Control en roll ( $\psi, y$ ) . . . . .	42
3.1.3	Control en pitch ( $\theta, x$ ) . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Plataforma</b>	<b>51</b>
4.1	Introducción . . . . .	52
4.2	Cuadricóptero con un motor . . . . .	53
4.2.1	Autopiloto . . . . .	59
4.2.2	Autopilot Hardware . . . . .	61
4.2.3	Sensores . . . . .	64
4.2.4	Configuración de Sensores . . . . .	67
4.3	Estructura . . . . .	71
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>77</b>
5.1	Resultados Prácticos . . . . .	78
5.2	Conclusiones . . . . .	80
<b>A</b>	<b>Efecto Magnus</b>	<b>85</b>
<b>B</b>	<b>Modelo del Helicóptero Clásico</b>	<b>89</b>
B.1	Fuerzas traslacionales . . . . .	91
B.2	Fuerzas de rotación (Pares) . . . . .	96
B.2.1	Modelo Dinámico completo del helicóptero clásico . . . . .	98
<b>C</b>	<b>Modelo del Cuadirrotor, Newton-Euler</b>	<b>101</b>



<b>D Modelo del Cuadrirrotor, Euler-Lagrange</b>	<b>105</b>
--	------------

<b>Bibliografía</b>	<b>111</b>
---------------------	------------



# ÍNDICE DE FIGURAS

---

1.1. Motor brushless, hélice de paso fijo, controlador de velocidad <i>ESC</i> . . . . .	4
1.2. Hélice de paso variable . . . . .	4
1.3. Globo de aire caliente, Fusen Bakudan. Imagen tomada de [1] . . . . .	6
1.4. Cyclocopter. . . . .	8
1.5. Anillo (en verde) que modifica el ángulo de ataque (líneas punteadas) del cylorotor. . . . .	8
1.6. $\mathbf{V}$ representa el viento, $\mathbf{F}$ la fuerza de sustentación. El vehículo debe moverse a través de una masa de aire que en combinación con la rotación de los cilindros provoca una fuerza de sustentación. . . . .	9
1.7. Helicóptero que utiliza el efecto Coanda para generar sustentación . . . . .	10
1.8. Descripción del efecto Coanda . . . . .	11
1.9. Stingray 500 (Izquierda) y Assault Reaper 500 (Derecha). . . . .	12
1.10. Assault Reaper 500 en vuelo acrobático . . . . .	12
1.11. Assault Reaper 500: Engrane de transmisión del motor principal a la derecha, flecha y bandas de transmisión del motor principal a los rotores a la izquierda. . . . .	13
2.1. Dinámica de cuatro niveles . . . . .	17
2.2. Cuerpo rígido . . . . .	19
2.3. Vector de empuje . . . . .	26
2.4. Relación servomotor-Pitch . . . . .	29
2.5. Pitch positivo y negativo . . . . .	30
2.6. Hover Thrust . . . . .	31
2.7. Máxima eficiencia . . . . .	32

2.8. Diagrama de cuerpo libre de la plataforma, donde $l$ representa la distancia del centro de masa al rotor, donde se genera el viento de sustentación, $\beta$ es el ángulo de desfase del eje coordinado fijo al cuerpo al rotor y $f_n$ la fuerza de sustentación de cada rotor. . . . .	34
3.1. Respuesta del subsistema con $k$ propuesta. . . . .	42
3.2. Entrada de control para alcanzar la altura deseada con $k$ propuesta. . . .	43
3.3. Respuesta del subsistema con $k_2$ propuesta. . . . .	46
3.4. Respuesta del subsistema con $k_3$ propuesta. . . . .	49
4.1. <i>Modelo 3D</i> Plataforma Assault Reaper 500, batería de Polímero de litio y motor brusless en azul para distribuir el peso. . . . .	54
4.2. Flecha principal, bandas de transmisión y engranes de rotación de hélices	55
4.3. Juego de engranes, el engrane de la flecha del motor principal metálico y de color dorado, grande y de color negro el engrane de la flecha principal en plástico. . . . .	57
4.4. Modelo 3D del cuadrirotor de Pitch variable con un solo motor. . . . .	59
4.5. Esquema del Hardware, Autopiloto Pixhawk: Sensores, potencia y sistemas de comunicación . . . . .	62
4.6. Esquema del Hardware, Autopiloto Pixhawk: Puertos de comunicación. . .	63
4.7. Representación gráfica de la creación del nuevo <i>Firmware</i> apto para la plataforma. . . . .	64
4.8. Esquema del Autopiloto Pixhawk, puertos y conexiones. . . . .	66
4.9. Sensores externos o periféricos: GPS u-blox 6h (A) y PX4FLOW board v1.3 (B) . . . . .	68
4.10. Conexión general de dos modulos GPS (a) y PX4FLOW (b) con el Pixhawk.	69
4.11. Assault Reaper 500 con Pixhawk + Modulo GPS. . . . .	70
4.12. Base plástica unión de brazos y bastidor. . . . .	72
4.13. Partes principal del Frame, bastidor y brazos . . . . .	73

---

4.14. Base del rotor de Pitch colectivo. . . . .	73
4.15. La banda y la flecha principal, encargadas de llevar el movimiento de giro a cada rotor. . . . .	74
4.16. Juego de engranes de transmisión de giro del motor principal a los rotores	75
5.1. Ángulo de Roll de la Plataforma en vuelo en morado, el tiempo en (ms) de vuelo graficado en el plano horizontal, el plano vertical escala el ángulo en grados. Mostrando una perturbación en el ángulo de Roll ( $\theta$ ) para luego estabilizarse. . . . .	78
5.2. Ángulo de Pitch de la Plataforma en vuelo en azul, el tiempo en (ms) de vuelo graficado en el plano horizontal, el plano vertical escala el ángulo en grados. Mostrando una perturbación en el ángulo de Pitch ( $\phi$ ) para luego estabilizarse. . . . .	79
5.3. Ángulo de Yaw de la Plataforma en vuelo en negro, el tiempo en (ms) de vuelo graficado en el plano horizontal, el plano vertical escala el ángulo en grados. Mostrando una perturbación en el ángulo de Yaw ( $\psi$ ) presentando una deriva, consecuencia de una diferencia mecánica en los servomotores, provocando un giro sobre el eje Z. . . . .	79
5.4. Altitud de la Plataforma en vuelo en azul oscuro, el tiempo en (ms) de vuelo graficado en el plano horizontal, el plano vertical escala la altura en vuelo. Mostrando variaciones en la altura, este vuelo no presenta un control de altura en el vehículo, la altura fue controlada a distancia por el piloto. Existiendo estabilidad al no variar la potencia del motor y/o el ángulo colectivo de Pitch. . . . .	80
5.5. Imagen 1 de la Plataforma en vuelo. . . . .	83
5.6. Imagen 2 de la Plataforma en vuelo. . . . .	83
A.1. Descripción gráfica del efecto Magnus . . . . .	86

B.1. Cuerpo rígido . . . . .	90
B.2. Vector de empuje . . . . .	93

# ÍNDICE DE CUADROS

---

2.1. Coeficientes de Motor. . . . .	23
2.2. $\omega$ representa las revoluciones por minuto del motor estimadas, $b_L$ representa los coeficientes estimados de sustentación o lift y $b_{D_n}$ representan los coeficientes estimados de arrastre o drag [2]. . . . .	27
4.1. Tabla descriptiva de elementos que conforman la aviónica del Assault Reaper 500. . . . .	56
4.2. Materiales selectos y sus propiedades. Los datos pueden ser consultados en <a href="http://www.matweb.com/">http://www.matweb.com/</a> . . . . .	75
4.3. Peso del Material usado en la plataforma Assault Reaper 500 . . . . .	76





# RESUMEN

---

Este trabajo presenta una propuesta para incrementar el tiempo de vuelo que poseen los vehículos aéreos no tripulados comunes (8-15 min), recurriendo al Assault Reaper 500, el cual es un multirrotor de cinco actuadores, cuatro servomotores y un motor eléctrico sin escobillas.

El motor sin escobillas provee de velocidad angular que se transmite a cada rotor, entonces las revoluciones por minuto (RPM's) de máximo a mínimo será la misma en cada rotor, el cambio en su orientación y el movimiento se logra cambiando el ángulo de ataque individual de cada hélice mediante un servomotor.

Esta característica supone un estudio sobre el papel de la hélice de pitch variable en la sustentación de un cuadirrotor, sus ventajas y desventajas frente a una hélice de paso fijo.

Es necesario implementar el uso de un auto-piloto de código abierto con sensores embebidos que doten al Assault Reaper de un control de vuelo estable, a partir de la re-configuración de un firmware, adaptado a los actuadores y superficies de control.

## ***Palabras clave***

Pitch Variable. Autopiloto. Modelo. Estabilidad. Control PD. Sistema no-Lineal.



# ABSTRACT

---

This work presents a proposal to increase the flight time of common unmanned aerial vehicles (8-15 min), using the Assault Reaper 500, which is a multi-rotor, four servomotors and a brushless electric motor.

The brushless motor provides angular velocity that is transmitted to each rotor, and revolutions per minute (RPM's) from minimum to maximum, will be the same on each rotor, changing its orientation and movement will change the individual angle of attack Of each propeller by means of a servomotor.

This feature assumes a study on the role of the variable pitch propeller in the lift of a quadrotor, it's advantages and disadvantages in front of a fixed pitch propeller.

It is necessary to implement the use of an open-source auto-pilot with embedded sensors that give the Assault Reaper a stable flight control, from the re-configuration of a firmware, adapted to the actuators and control surfaces.

## ***Keywords***

Variable Pitch. Autopilot. Modelling. Stability. PD Control. Non-linear system.



# SÍMBOLOS

---

$a$  Distancia en m

$B$  Marco de referencia fijo al cuerpo

$c$  Cuerda de la hélice en m

$C_{L\alpha}$  Coeficiente de Sustentación

$C_{D0}$  Coeficiente parásito de arrastre

$C_{Di}$  Coeficiente de arrastre inducido por sustentación

$e$  Fuerza electromotriz (FEM)

$F$  Fuerza

$f^b$  Vector de fuerzas fijo al cuerpo

$f^d$  Vector de fuerzas de arrastre fijo al cuerpo

$g$  Constante de gravedad

$i$  Marco de referencia fijo a la tierra

$I$  Matriz de inercia

$L$  Sustentación por hélice N km/s<sup>2</sup>

$l_P$  Distancia del centro de masa al rotor de principal

$l_Q$  Distancia del centro de masa al rotor de cola

$m$  Masa en k

$O_b$  Origen del marco de referencia fijo al cuerpo

$O_i$  Origen del marco de referencia Inercial

$P$  Rotor principal

$P_M$  Pitch colectivo de rotor principal

$P_T$  Pitch colectivo de rotor de cola

$Q$  Rotor de cola del helicóptero clásico

$R$  Matriz de rotación

$R_i$  Resistencia interna del motor

- $\dot{R}$  Derivada de la matriz de rotación  
 $R_p$  Radio de hélice m  
 $S_n$  Número de Servomotor #  
 $T_h$  Acelerador del motor principal  
 $T_M$  Vector de empuje del motor principal  
 $T_T$  Vector de empuje del motor de cola  
 $T_L$  Par debido a la carga por fricción rad  
 $T_P$  Sustentación del rotor principal  
 $v$  Voltaje de motor  
 $v_R$  Voltaje de motor desde la resistencia  
 $v_{L_m}$  Voltaje de motor desde el inductor  
 $V$  Velocidad del centro de masa del cuerpo  
 $\dot{V}$  Derivada de velocidad  
 $x_b$  Eje x del marco fijo al cuerpo  
 $x_i$  Eje x del marco fijo a la tierra  
 $y_b$  Eje y del marco fijo al cuerpo  
 $x_i$  Eje y del marco fijo a la tierra  
 $z_b$  Eje z del marco fijo al cuerpo  
 $x_i$  Eje z del marco fijo a la tierra  
 $\alpha$  Pitch de hélice rad  
 $\alpha_0$  Pitch de hélice linealizado en Hover  
 $\xi$  Vector de posición  
 $\dot{\xi}$  Derivada del vector de posición  
 $\eta$  Velocidad angular expresada en el cuerpo  
 $\rho$  Densidad del aire k/m<sup>3</sup>  
 $\Omega$  Velocidad angular  
 $\hat{\Omega}$  Matriz anti-simétrica  
 $\omega$  Velocidad del Motor rad/s

$\omega_e$  Velocidad angular rad

$\omega_0$  Velocidad angular linealizada en Hover rad

$\phi$  Angulo de Roll, Alabeo

$\theta$  Angulo de Pitch, Cabeceo

$\psi$  Angulo de Yaw, Guiñada

$\tau$  Momento

$\tau^b$  Vector de momentos fijo al cuerpo

$\tau^d$  Vector de momentos por arrastre fijo al cuerpo

---





# 1

## INTRODUCCIÓN

---

### Índice

---

<b>1.1</b>	<b>Motivación y retos</b>	<b>2</b>
<b>1.2</b>	<b>Estado del arte</b>	<b>5</b>
1.2.1	Prototipos	7
1.2.2	Configuración mecánica	12
<b>1.3</b>	<b>Objetivo de la tesis</b>	<b>14</b>
1.3.1	Objetivo General	14
1.3.2	Objetivos Particulares	14

---

## 1.1 Motivación y retos

---

Durante las últimas décadas, el uso de vehículos aéreos no tripulados o UAV (Unmanned Aerial Vehicle), se ha incrementado en gran medida, a pesar de que en un principio se utilizaban casi exclusivamente en la milicia [3], hoy en día se utilizan en aplicaciones civiles y con fines de investigación [4–6]. Concerniente a este tema, podemos decir que el mundo de la investigación ha encontrado en estos vehículos una amplia oportunidad, gracias a las distintas disciplinas inmersas en su funcionamiento. Algunas de estas disciplinas son: electrónica de potencia, electrónica digital [7], mecánica [8], programación, modelado matemático [9], adquisición de datos [10], navegación [11], control [12], visión artificial [13], óptica [14], entre otros.

Existe una gran variedad de categorías [12], estas según el propósito, las principales pueden ser consideradas como: vehículos de ala fija, los helicópteros miniatura; donde los multirrotores, son una variante de los mini-helicópteros [15].

Su funcionamiento se logra a partir de la *sustentación* que puede ser proporcionada por un motor que proporcione la potencia, en combinación con hélices de paso fijo se utilizan para generar el viento de sustentación al vehículo o "drone". A la combinación motor-hélice se le puede denominar *rotor*, por lo que al referir al término multirrotor, con el prefijo cuadri, hexa, octa, etc. se trata de un drone con un número de motores y hélices determinado [16].

Algunas ventajas en el uso de multirrotores son: vuelo estacionario (también llamado

*hover*), cambio de dirección rápido, despegue y aterrizaje vertical (esto es importante porque implica que es posible un vuelo en un espacio pequeño y sin necesidad de una pista de aterrizaje y despegue [17]).

Estas son características que comparten los vehículos multirrotores y los helicópteros miniatura, los cuales poseen un motor principal y generalmente un motor de cola. Aunque de manera particular, cada uno de ellos consigue su movimiento rotacional y traslacional de diferente forma, aprovechando sus configuraciones mecánicas, es decir, las fuerzas y pares generados por el viento impulsado por la combinación de la velocidad angular de sus motores y sus hélices.

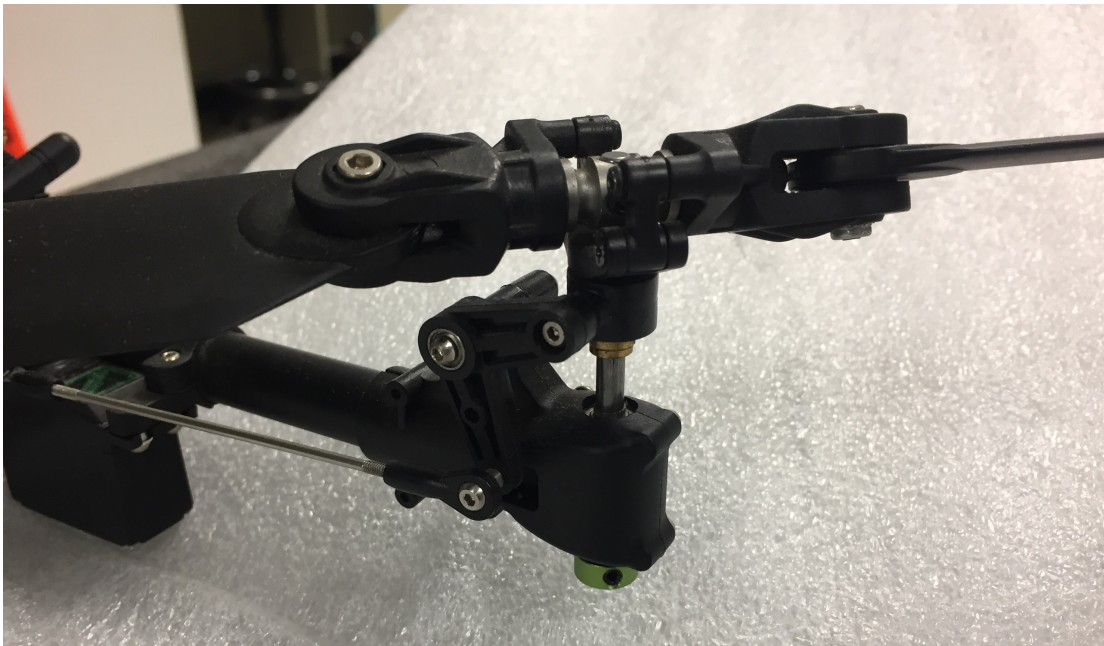
Al utilizar motores sin escobillas (brushless, controladores de velocidad (ESCs), hélices de paso fijo, donde para gobernar el empuje de sustentación es necesario variar el ciclo de trabajo y a su vez la velocidad de rotación de estos motores. De esta forma se es capaz de mover y dirigir a la aeronave, combinando la variación de velocidad en sus motores, por lo tanto su fuerza de sustentación y los pares generados se utilizan para dirigirlo [18]. A partir de estos atributos se han realizado diferentes estudios, análisis y tratamientos útiles para la comprobación y aplicación de pruebas [19, 20]. Para representar el sistema de manera abstracta, se han desarrollado modelos dinámicos aproximados para ser representados como sistemas mecánicos que pueden conocerse y controlarse [21].

En esta tesis se explora de manera adicional a estos análisis, añadir la característica del variar el ángulo de la hélice del rotor, con esto lograr que el vehículo pueda variar posición u orientación de manera más eficiente, ya que como se mencionó, la manera de lograr estos movimientos se logra variando la velocidad de giro de los rotores, entonces



**Figura 1.1:** Motor brushless, hélice de paso fijo, controlador de velocidad *ESC*.

teniendo la posibilidad de variar el ángulo de las hélices es posible variarlos de manera independiente o combinarlos según lo que se requiera.



**Figura 1.2:** Hélice de paso variable

Con este trabajo se busca conseguir resultados con respecto al tiempo de vuelo. Los resultados logrados por los cuadricópteros de hélice de paso fijo contra uno de paso variable [22]. Esta comparación tiene como uno de sus objetivos mejorar el funcionamiento, eficiencia y de ser posible el rendimiento y tiempo de vuelo, para otorgarle mayor autonomía [23].

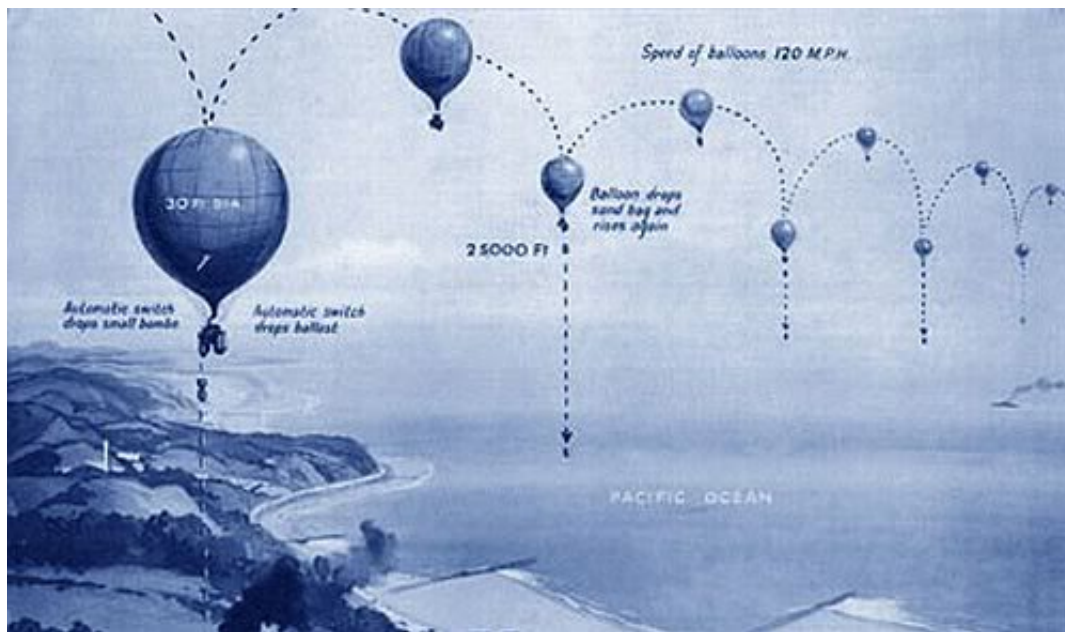
Esta tesis realiza un nuevo estudio donde se analizaron las bondades, de combinar las características de otros vehículos aéreos, específicamente, el cambio de ángulo de las hélices, tomando como referencia a los helicópteros tradicionales. El uso de cuatro rotores se toma de un cuadricóptero y la transmisión de energía de un motor principal a los cuatro rotores, de un automóvil.

## **1.2** Estado del arte

---

Históricamente, uno de los primeros vehículos aéreos no tripulados fue el *Globo explosivo Fusen Bakudan* [24? ]. Utilizado en antiguas batallas de guerra, consistía en un globo de aire caliente funcionando gracias al principio de Arquímedes [25]. Transportaban una carga explosiva, que luego era liberada sobre terreno enemigo; utilizados en las antiguas guerras. Sin embargo, la dirección de estos globos dependía de la dirección e intensidad del viento, donde en ocasiones este los redirigía a su origen, causando daños a sus dueños.

Durante la segunda guerra mundial el desarrollo de aviones y helicópteros fue clave para el uso aéreo de artillería. Por esta razón, más tarde surgieron los misiles, que aunque también son vehículos aéreos no tripulados, no se les considera así porque su fin en misiones es la auto destrucción. Entonces un UAV es capaz de volar en diferentes misiones [26]. Ahora



**Figura 1.3:** Globo de aire caliente, Fusen Bakudan. Imagen tomada de [1]

como hobby, el pilotaje de estas aeronaves a escala se realizaba a través de un radio-control que utiliza un usuario desde tierra. Hoy en día y gracias al avance tecnológico, han sido creados dispositivos más pequeños y eficientes donde sensores y actuadores embebidos mejoran el funcionamiento.

Estos dispositivos son llamados *Auto-pilotos*, generalmente se distinguen ser clasificados de dos maneras: *código abierto* y *código cerrado*. Los términos *abierto* y *cerrado*, se refiere a la facultad del usuario para modificar los algoritmos de programación del Auto-piloto. Al utilizar un Auto-piloto de código cerrado el usuario no tiene acceso a modificar los algoritmos de programación, utilizando entonces las configuraciones predeterminadas de la marca comercial.

---

**1.2.1** Prototipos

---

A continuación se presentan vehículos de diferentes configuraciones que pretenden una alternativa a la generación del viento de sustentación para el vuelo, los cuales aprovechan diferentes efectos aerodinámicos, añadiendo actuadores y mecanismos de transmisión. Estos vehículos son importantes en este trabajo por la implementación de alternativas a los multirrotores que utilizan motores brushless y hélices de paso fijo.

**1.2.1.1** Quadrotor Cyclocopter

---

Una variación de los cuadirrotores es el *cyclocopter* o *cyclogyro* como también es conocido [27], el cual recibe su nombre por el mecanismo utilizado para lograr su sustentación, posición y orientación, así como los helicópteros tradicionales es capaz de lograr un aterrizaje y despegue vertical con una baja velocidad de desplazamiento como los cuadirrotores de configuración tradicional, sin embargo, gracias a su complejo mecanismo presenta altos niveles de ruido, vibración y la pérdida energética que conlleva la transmisión mecánica.

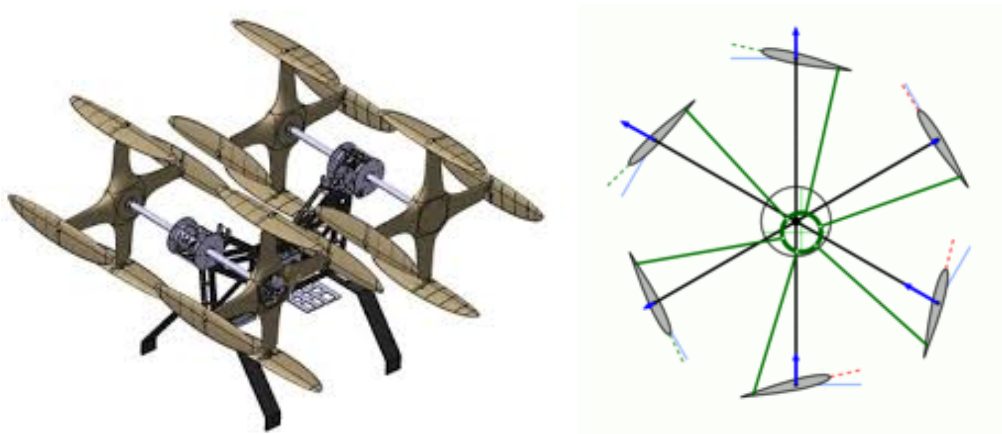
El objetivo de este prototipo es lograr una mayor eficiencia en términos de sustentación contra la potencia de su único motor, aumentando su tiempo de vuelo y autonomía. Aunque el desarrollo de *cyclogiros* comenzó en 1930, no fue sino hasta el año 2011 que se logra el vuelo [28, 29].

El ángulo de ataque o pitch, se ajusta de manera colectiva mediante un anillo que controla cada hélice en el cyclorotor, este anillo se encuentra colocado de forma excéntrica y



**Figura 1.4:** Cyclocopter.

variable con respecto al giro de cada rotor. Este anillo es capaz de cambiar el ángulo de ataque de las hélices de manera individual en cada cyclorotor respecto al eje del rotor [30].



**Figura 1.5:** Anillo (en verde) que modifica el ángulo de ataque (líneas punteadas) del cyclorotor.

Como puede apreciarse en [31], el vuelo normal hacia adelante las superficies de sustentación se les dan un paso ligeramente positivo en las partes superior-delanteras de su arco, produciendo la elevación y el empuje hacia adelante. Se les da un ángulo negativo en la parte inferior, y plana a través del resto del círculo para producir poca o ninguna sustentación en otras direcciones. El paso se puede ajustar para cambiar el perfil

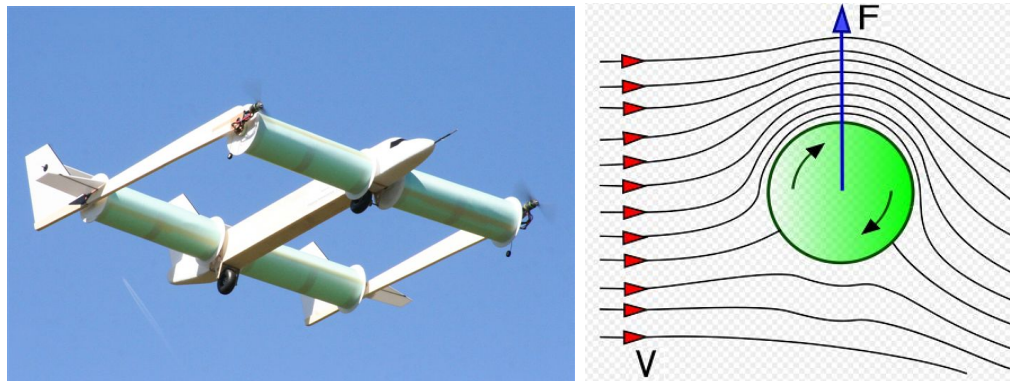


de empuje, permitiendo que este mecanismo modifique su orientación [? ].

El diferencial de empuje entre las dos alas (uno a cada lado del fuselaje) se puede utilizar para volar la aeronave alrededor de su eje vertical.

### 1.2.1.2 Aeroplano Flettner.

Un ejemplo más en la variación en la obtención de sustentación son los *rotores Flettner* que proporcionan sustentación a la aeronave [32] el cual está formado por cilindros con placas externas que asemejan un carrete que acumula hilo. Estos cilindros están posicionados en lugar de alas fijas en un avión, y haciendo girar los cilindros sobre el eje que va entre los centros de cada base.



**Figura 1.6:**  $V$  representa el viento,  $F$  la fuerza de sustentación. El vehículo debe moverse a través de una masa de aire que en combinación con la rotación de los cilindros provoca una fuerza de sustentación.

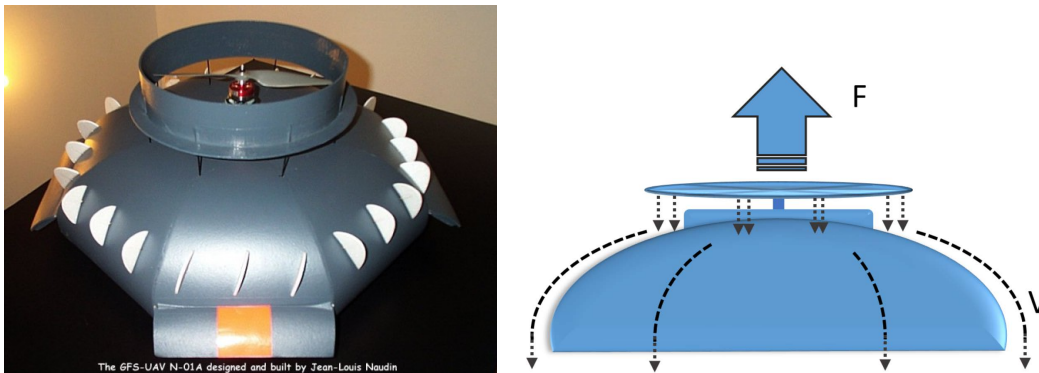
Cuando la aeronave se mueve hacia delante el efecto *magnus*<sup>1</sup> genera la sustentación,

<sup>1</sup>Un análisis complementario sobre El efecto "Magnus" se encuentra en el apéndice A.

de manera análoga este efecto ha sido aprovechado en barcos en avance con corrientes cruzadas.

### 1.2.1.3 Mirkov

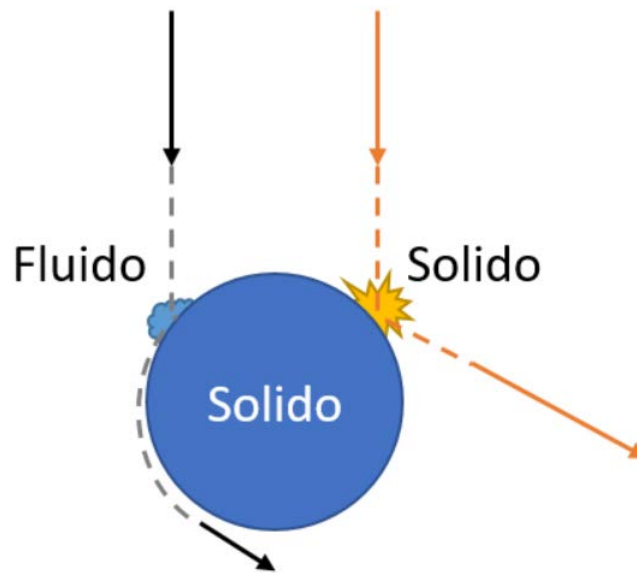
Este efecto es aprovechado en una variación de helicóptero tradicional o coaxial, donde se aprovecha el efecto Coanda, en el cual se supone una superficie debajo del rotor principal, esta superficie desciende en una curva cónica que redirige el flujo del viento hacia abajo, generando la sustentación [33].



**Figura 1.7:** Helicóptero que utiliza el efecto Coanda para generar sustentación

Descubierto por Henri Coanda, en mecánica de fluidos se refiere al fenómeno físico en el cual una corriente de fluido, líquido o gaseoso, tiende a ser atraído por una superficie vecina a su trayectoria [34].

De acuerdo a la tercer ley de Newton, cuando dos objetos sólidos se encuentran, de acuerdo a la masa y la fuerza, estos objetos se repelerán, sin embargo, cuando un fluido (líquido o gas) se encuentra con un sólido, debido a la *viscosidad*, el fluido tiende a seguir el



**Figura 1.8:** Descripción del efecto Coanda

contorno de la superficie curva del objeto, cuando el ángulo del solido no es demasiado recto.

#### 1.2.1.4 Stingray500/Assault-Reaper500

---

Actualmente, existen dos modelos comerciales de cuadrirrotores de paso variable que pueden conseguirse en el mercado, uno de ellos es el *Stingray500* y otro el *Assault-Reaper500*. Ambos trabajan bajo el mismo principio mecánico, con algunas diferencias, por ejemplo, el Stingray 500 posee un mayor tamaño y sus bandas de transmisión están expuestas a diferencia del Assault reaper que las lleva al interior de cada brazo.

Estos modelos comparten múltiples características, de las más significativas podemos señalar la capacidad de cambiar el ángulo de ataque de las hélices (tanto negativo como positivo), el cual dota al vehículo de la capacidad de realizar vuelos acrobáticos [35], es



**Figura 1.9:** Stingray 500 (Izquierda) y Assault Reaper 500 (Derecha).



**Figura 1.10:** Assault Reaper 500 en vuelo acrobático

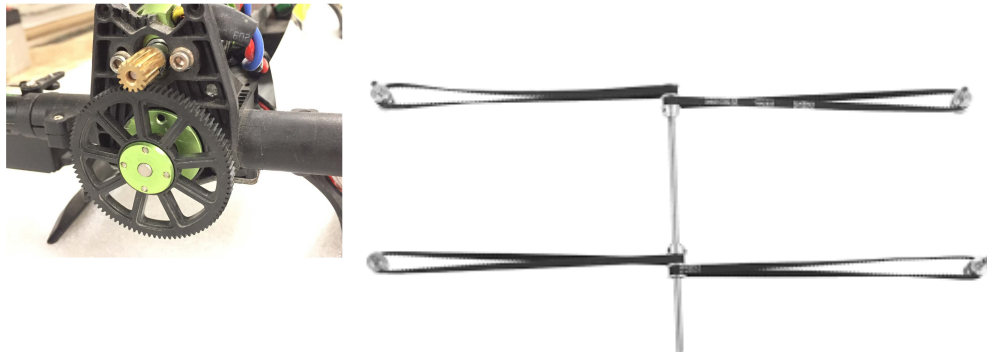
decir, volar con la parte superior con dirección al centro de la tierra, en otras palabras, llevando su orientación de alabeo (*Roll*) o cabeceo (*Pitch*) a una rotación de 180 grados sobre sí mismos.

## **1.2.2** Configuración mecánica

---

En esta sección se resume de manera breve el funcionamiento del vehículo Assault-Reaper 500, introduciendo las partes clave de su funcionamiento. En el capítulo 5 *Plataforma*

*experimental* el análisis de funcionamiento es más detallado.



**Figura 1.11:** Assault Reaper 500: Engrane de transmisión del motor principal a la derecha, flecha y bandas de transmisión del motor principal a los rotores a la izquierda.

En ambos vehículos cambian el ángulo de ataque en sus hélices gracias un servomotor digital que en cada brazo que sostiene cada rotor. Ambos poseen un *motor principal*, el cual, a través de un engrane en caso del *Assault reaper 500* y de una banda en el *Singray 500* para transmitir la rotación a una flecha principal que distribuye el movimiento a través de bandas a los cuatro rotores, como se muestra en la siguiente imagen.

## **1.3** Objetivo de la tesis

---

### **1.3.1** Objetivo General

---

Este trabajo tiene como meta principal optimizar la sustentación en el vuelo de un cuadrirotor como forma de ahorro de energía para lograr un tiempo de vuelo mayor a 10 minutos (tiempo promedio de los multirotores comerciales), utilizando el vehículo Assault Reaper 500, controlado por un autopiloto.

### **1.3.2** Objetivos Particulares

---

- 1.- Disminuir los picos de consumo energéticos en los motores brushless, resultado de perturbaciones en el control de orientación, con maniobras de regulación de orientación suaves.
  - 2.- Realizar un análisis sobre el efecto de cambio de pitch colectivo en las hélices y su eficiencia.
  - 3.- Adaptar el firmware de un cuadrirotor en el autopiloto, utilizando los sensores embebidos, puertos de comunicación, etc., para realizar pruebas de vuelo.
-

# 2

## MODELO DE LA PLATAFORMA

### *Assault Reaper 500*

---

#### Índice

---

<b>2.1</b>	<b>Introducción . . . . .</b>	<b>16</b>
<b>2.2</b>	<b>Ecuaciones de movimiento* . . . . .</b>	<b>18</b>
<b>2.3</b>	<b>Modelo de los actuadores . . . . .</b>	<b>22</b>
2.3.1	Motor . . . . .	22
2.3.2	Motor-Hélice de Pitch variable . . . . .	25
2.3.3	Servomotor . . . . .	28
2.3.4	Modelo Linealizado Motor-Hélice de Pitch variable . . . . .	32
<b>2.4</b>	<b>Fuerzas y Momentos de la plataforma Assault Reaper 500 . . .</b>	<b>33</b>

---

## 2.1 Introducción

---

Como se menciona en [36] un objeto que vuela es considerado como un *sólido* moviéndose en un entorno en tres dimensiones 3D, sometido a fuerzas y pares aplicados al cuerpo, dependiendo de la consideración del tipo de objeto volante. El modelo dinámico es usado para expresar y representar el comportamiento del sistema en el tiempo.

En este capítulo se describe de manera detallada el modelo dinámico de la plataforma, en el cual es necesario un análisis en cada una de sus partes más importantes, estos son: el modelo del motor brushless, servomotores y rotor. Estos *subsistemas* son de gran importancia en el análisis puesto que a partir de estos se generan las *fuerzas* y *momentos* del vehículo, y de las cuales dependen su dinámica rotacional y traslacional.

Por lo cual al derivar el modelo matemático del cuadricóptero, podemos mencionar de manera general, que es impulsado por un vector principal, generado por dinámicas de bajo nivel que incluyen la aerodinámica, dinámica del motor, dinámica de rotor-hélice y la dinámica de los servomecanismos.

Este modelo es de gran importancia para el desarrollo de la ley de control propuesta en el siguiente capítulo. En la sección 2.2 los términos de *cuerpo rígido* y otros términos esenciales serán introducidos, para a continuación abordar la descripción de componentes particulares del cuadricóptero.





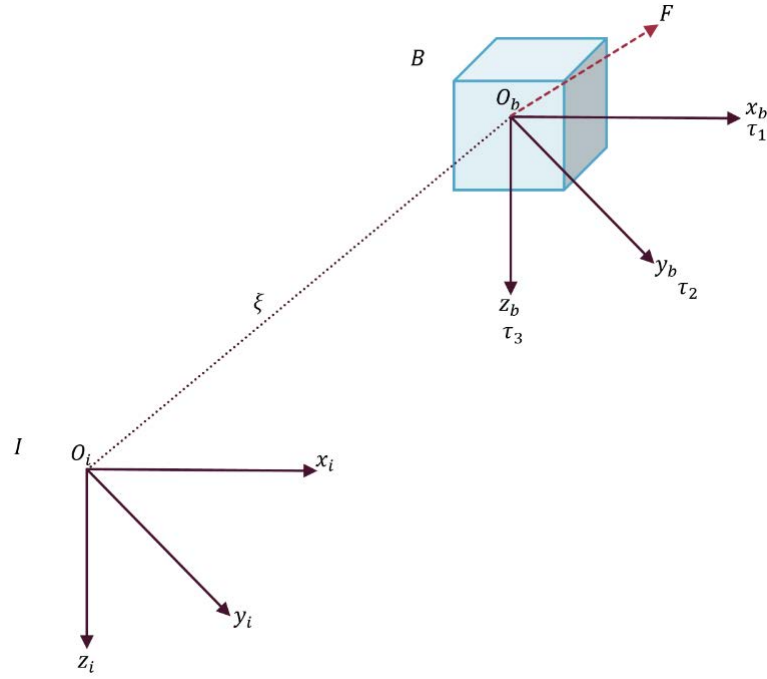
## 2.2 Ecuaciones de movimiento\*

Un cuerpo rígido se define como un sistema de partículas, en el cual la distancia entre las partículas no varía. Es posible encontrar en la literatura diferentes formas de representar la dinámica de un cuerpo rígido en un espacio 3D. Los métodos de *Newton-Euler* y *Euler-Lagrange* son los más utilizados.

En este trabajo se desarrolla de acuerdo al método de Newton-Euler para desarrollar las ecuaciones de movimiento en el marco inercial y el marco fijo al cuerpo [21].

Considerando la figura 2.2 el cuerpo rígido es ejemplificado con un cubo denotado con la letra  $B$ , al que se fijara un marco de referencia  $F_b = (O_b, x_b, y_b, z_b)$  con origen en su centro de masa, siguiendo la regla de la mano derecha.  $I$  representa el marco inercial  $F_i = (O_i, x_i, y_i, z_i)$ , estacionario con respecto a la tierra y donde  $z_i$  denota el eje vertical con dirección al centro de la tierra. El vector  $\xi = (x, y, z)^T$  denota la posición del centro de masa del cuerpo rígido relativo al marco inercial  $I$ , la orientación del cuerpo rígido se da por la rotación  $R : F_b \rightarrow F_i$  donde  $R \in SO(3)$  es una matriz ortogonal.

La orientación del cuerpo rígido es dirigida por los tres ángulos de Euler  $\eta = (\phi, \theta, \psi)$ , los llamados *roll*, *pitch* y *yaw*, también llamados *alabeo*, *cabeceo* y *guiñada*; comúnmente utilizados en aplicaciones aerodinámicas. La matriz de rotación  $R(\phi, \theta, \psi) \in SO(3)$  representan el cuerpo rígido en el aire  $F_b$  relativo al marco inercial.



**Figura 2.2:** Representación geométrica del cuerpo rígido.

$$R = \begin{pmatrix} c_\psi c_\theta & -s_\psi c_\theta + c_\psi s_\theta s_\phi & s_\phi s_\psi + c_\phi s_\theta c_\psi \\ s_\psi c_\theta & c_\phi c_\psi + s_\phi s_\theta s_\psi & -c_\phi s_\psi + s_\psi s_\theta s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{pmatrix}$$

Donde  $c_\phi$  corresponde a  $\cos \phi$ ,  $s_\phi$  corresponde a  $\sin \phi$  y lo mismo para  $(c_{\theta,\psi})$  y  $(s_{\theta,\psi})$ ,  $(\cos \theta, \psi)$  y  $(\sin \theta, \psi)$ , respectivamente. Siendo  $f_b$  y  $\tau_b = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  el vector de empuje (*thrust*) y de pares aplicados al centro de masa de  $B$  relativo al marco de referencia del cuerpo  $F_b$ .

Entonces, el modelo dinámico de un cuerpo rígido en  $SE(3)$  y utilizando las ecuaciones clásicas de movimiento de Newton es

$$\begin{aligned}
\dot{\xi} &= v \\
m\dot{v} &= f \\
\dot{R} &= R\hat{\Omega} \\
I\dot{\Omega} &= -\Omega \times I\Omega + \tau
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Donde el vector  $f_b$  representa la fuerza gravitacional y otras fuerzas aplicadas al marco de referencia relativo al cuerpo  $B$ . Para el helicóptero, estas fuerzas son producidas por la rotación de los rotores. El vector  $V = R^T \dot{\xi} \in \mathbb{R}^3$  representa la velocidad del centro de masa del cuerpo rígido relativo al marco  $B$ ,  $m$  representa la masa total del cuerpo y  $g$  es la constante de gravedad.  $\Omega \in \mathbb{R}^3$  describen la velocidad angular y la matriz  $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  representa la inercia del cuerpo, ambas relativas al cuerpo  $B$ . La matriz  $\hat{\Omega}$  representa la matriz *anti simétrica* de  $\Omega$  y es dada como

$$\hat{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega^3 & \Omega^2 \\ \Omega^3 & 0 & -\Omega^1 \\ -\Omega^2 & \Omega^1 & 0 \end{pmatrix}$$

La velocidad angular en el marco fijo al cuerpo  $B$  se relaciona a las velocidades generalizadas  $\dot{\eta} = (\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$  (en la región donde los ángulos de Euler son válidos) por la relación de cinemática estándar

$$\Omega = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi}s_{\theta} \\ \dot{\theta}c_{\phi} + \dot{\psi}c_{\theta}s_{\phi} \\ \dot{\psi}c_{\theta}c_{\phi} - \dot{\theta}s_{\phi} \end{bmatrix}$$

Definiendo

$$\begin{pmatrix} -s_{\theta} & 0 & 1 \\ c_{\theta}s_{\phi} & c_{\phi} & 0 \\ c_{\theta}c_{\phi} & -s_{\phi} & 0 \end{pmatrix}$$

Entonces

$$\dot{\eta} = W_{\eta}^{-1}\Omega$$

Para representar el modelo dinámico del cuerpo rígido  $B$  en el marco de referencia inercial  $I$ , es necesario especificar las coordenadas de  $f_b$  en  $I$ . Entonces usamos

$$f = Rf_b \tag{2.2}$$

Definiendo  $v = \dot{\xi} \in \mathbb{R}^3$  como la velocidad del cuerpo relativo al marco  $I$ . Por lo tanto, el modelo dinámico completo de un cuerpo rígido relativo al marco de referencia inercial viene dado por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= f \\ \dot{R} &= R\hat{\Omega} \\ I\dot{\Omega} &= -\Omega \times I\Omega + \tau\end{aligned}\tag{2.3}$$

Se expresa la dinámica de rotación del modelo en el marco de referencia  $B$  a razón de que las medidas de rotación se obtienen siempre en este marco de referencia.

*\*Rogelio Lozano. Unmanned Aerial Vehicles Embedded Control. 2010*

---

## **2.3** Modelo de los actuadores

---

### **2.3.1** Motor

De manera general y debido en gran parte por su gran eficiencia, en los vehículos multirrotores es muy común el uso de motores de corriente directa sin escobillas o *Brushless*, en comparación de los motores con escobillas.

Una diferencia más entre estos motores es que los motores brushless utilizan un controlador de velocidad o *ESC* que adecuan la señal recibida para convertirla en revoluciones por minuto.

Entonces podemos señalar, referente a su funcionamiento, que los motores de corriente directa con escobillas varían su velocidad conforme a voltaje, lo cual da lugar a oscilaciones en la velocidad alrededor de un voltaje inducido.

Por otra parte los motores brushless cambian su velocidad obedeciendo una modulación en el ancho de pulso de la señal de entrada o *PWM*. Las cuales alternan la polaridad que al interactuar con los imanes generan una velocidad y un momento angular.

La potencia efectiva del motor puede ser modelada con un voltaje constante que alimenta el motor. Este motor se modela como un circuito que contiene: resistencia, inductor y una fuente de voltaje conectadas en serie [38].

$K_V$ (rad/s/volts)	$R$ (Ohms)	$i_0$ (Amps)
115.2	0.26	0.35

**Cuadro 2.1:** Coeficientes de Motor.

Aplicando *leyes de kirchhoff* al circuito equivalente [39]:

$$v = v_R + v_{L_m} + e \quad (2.4)$$

la cual puede ser reescrita como:

$$v = R_i + L_m \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\omega}{K_V} \quad (2.5)$$

Donde  $R_i$  representa la resistencia interna del motor,  $L_m$  refiere a la inductancia,  $\omega$  es la velocidad rotacional del motor y  $K_V$  es el voltaje constante del motor expresado en *rad/seg/volts*. Un análisis más detallado puede encontrarse en [33]

Entonces podemos denotar la ecuación 2.42 como una aproximación de un motor Brushless.

El par del motor  $T_M$  es modelado siendo una diferencia proporcional a la diferencia entre la corriente  $i$  y la corriente sin carga  $i_0$  entre el par constante  $K_Q$  expresado en *Amp/Nm*.

$$T_M = \frac{i - i_0}{K_Q} \quad (2.6)$$

La dinámica del motor es modelada como una ecuación diferencial de primer orden donde  $\hat{\omega}$  es dirigida por el par del motor y el par de carga,  $T_L$ . La inercia  $I$  (inercia del motor más inercia de la hélice),  $T_M$  derivado del generador de voltaje y  $T_L$  resultado del arrastre de la hélice. Calculado en la siguiente ecuación:

$$I\dot{\omega} = T_M - T_L \quad (2.7)$$

*Nota:* De manera típica y como se menciona en [40], la inductancia en pequeños motores brushless de aeromodelismo comparada con la respuesta del sistema puede ser despreciada.



Teniendo en cuenta lo anterior, sustituyendo la ecuación 2.42 y 2.43 en 2.44 y despreciando la inductancia, se obtiene la siguiente ecuación diferencial para la velocidad del motor,  $\omega$ .

$$I\dot{\omega} = \left[ \left( v - \frac{\omega}{K_V} \right) \frac{1}{R} - i_0 \right] \frac{1}{K_Q} - T_L \quad (2.8)$$

### 2.3.2 Motor-Hélice de Pitch variable

En un helicóptero clásico, la sustentación se logra al combinar dos factores:

El primero es variando la velocidad del rotor principal, donde para mejorar la eficiencia esta velocidad se eleva a un punto fijo y se deja constante.

El segundo es variando el ángulo de ataque de las aspas de las hélices, es decir, cambiando el ángulo de incidencia del viento contra la hélice, el cambio es colectivo, es decir que según el movimiento requerido, las hélices cambiaran para cambiar la sustentación. Lo cual puede describirse de la siguiente manera:

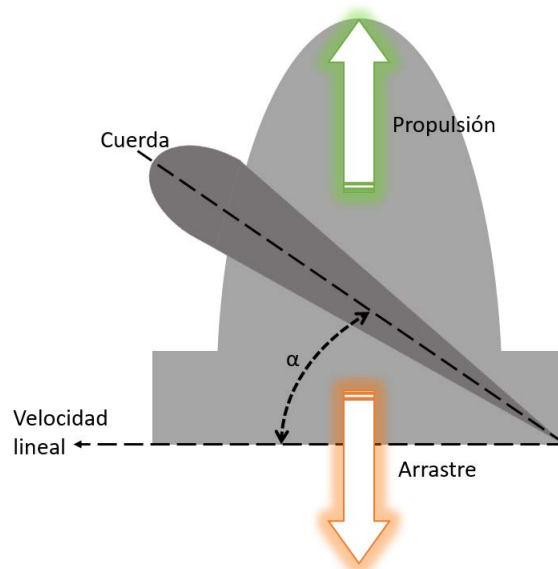
$$L = \rho c R_p^3 \omega^2 C_{L\alpha} \frac{\alpha}{3} \quad (2.9)$$

La ecuación anterior representa el empuje generado por la hélice con respecto al cambio de ángulo de ataque. Donde  $L$  refiere a la sustentación generada por el cambio de Pitch de la hélice en cada rotor.  $\rho$  se refiere a la densidad del aire,  $c$  es la cuerda de la Hélice,  $R_p$

es el radio de la hélice,  $\omega$  es la velocidad del motor, el coeficiente de *lift* es representado por  $C_{L\alpha}$  y finalmente  $\alpha$  es el Pitch de la hélice.

$$T_L = \rho c R_p^4 \omega^2 \left( \frac{C_{D0} + C_{Di} \alpha^2}{4} - \frac{C_{L\alpha} \alpha \omega}{3 R_p} \right) \quad (2.10)$$

Describe el efecto de arrastre generado en la hélice.  $T_L$  representa el momento por la carga del motor debido al arrastre,  $C_{D0}$  refiere al coeficiente de arrastre parásito,  $C_{Di}$  es el coeficiente de arrastre inducido por la generación de sustentación, el desarrollo de este modelo puede ser consultado en [41].



**Figura 2.3:** Representación geométrica del vector de empuje.

Estos Términos son importantes en la eficiencia de la energía, puesto que la sustentación generada debe ser lo más alta posible sin incrementar el arrastre, de lo contrario supondría una carga extra e innecesaria al motor principal.

$b_L$	$b_{D_1}$	$b_{D_2}$	$b_{D_3}$	$\omega$
$3,88e^{-07}$	$9,96e^{-09}$	$2,46e^{-10}$	$4,33e^{-07}$	6000

**Cuadro 2.2:**  $\omega$  representa las revoluciones por minuto del motor estimadas,  $b_L$  representa los coeficientes estimados de sustentación o lift y  $b_{D_n}$  representan los coeficientes estimados de arrastre o drag [2].

Es posible aunar los coeficientes de los parámetros constantes y llamarlos  $b_L$ ,  $b_{D_1}$ ,  $b_{D_2}$  y  $b_{D_3}$ . Reescribiendo las ecuaciones 2.9 y 2.10 de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} L &= b_L \omega^2 \alpha \\ T_L &= b_{D_1} \omega^2 + b_{D_2} \omega^2 \alpha^2 + b_{D_3} \omega \alpha \end{aligned} \quad (2.11)$$

Sustituyendo 2.11 en 2.8 se obtiene:

$$I\dot{\omega} = \left[ \left( v - \frac{\omega}{K_V} \right) \frac{1}{R} - i_0 \right] \frac{1}{K_Q} - b_{D_1} \omega^2 + b_{D_2} \omega^2 \alpha^2 + b_{D_3} \omega \alpha \quad (2.12)$$

Ecuación que denota la relación entre el cambio de Pitch en las hélices, la velocidad del motor y la corriente consumida. La cual sirve como referencia para encontrar la región de mayor eficiencia en el vuelo.

---

**2.3.3** Servomotor

---

Un servomecanismo es un dispositivo que tiene un sistema de corrección con retroalimentación para el control de un parámetro específico. En el helicóptero es necesario el uso de un servomotor para controlar el ángulo de ataque o pitch colectivo de los rotores.

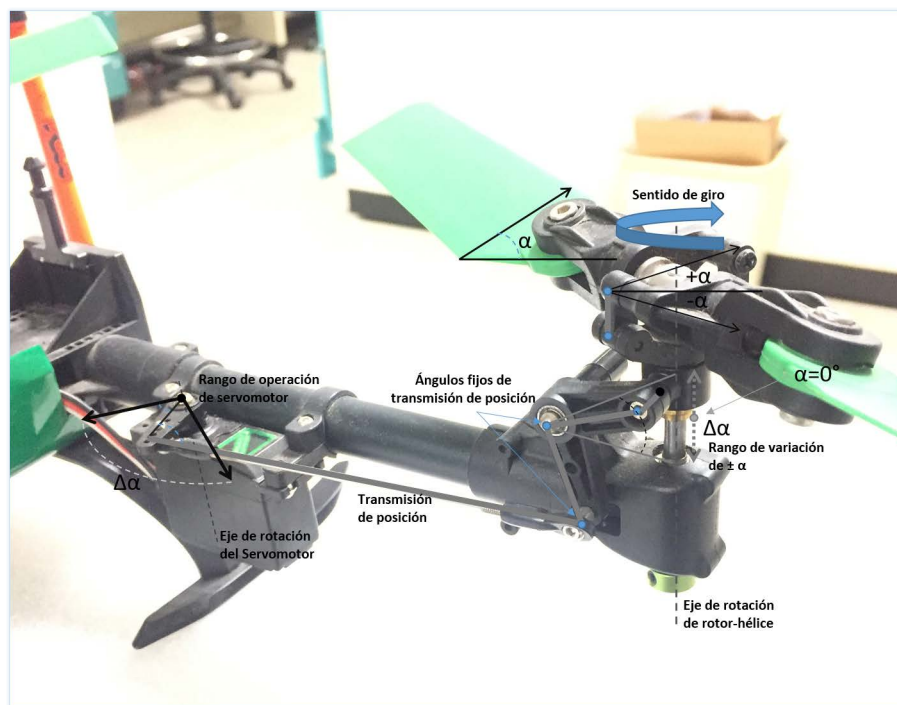
El cambio en el ángulo en combinación con la velocidad del rotor generan la sustentación. Generalmente el método utilizado en los helicópteros es elevar la velocidad del rotor principal hasta un punto en el que la sustentación sea posible, donde el pitch colectivo parte de 0 grados hasta un ángulo ideal que proporcione la sustentación necesaria.

La elección de este ángulo es muy importante, ya que existe un rango o una región en la posición para el correcto funcionamiento en el que se debe encontrar el ajuste entre sustentación y arrastre para que el vehículo genere mayor sustentación con respecto al arrastre; ya que existe una posición a partir de la cual las hélices generan mayor arrastre, provocando una mayor carga al motor y en consecuencia un mayor gasto energético que se traduce en un menor tiempo de vuelo.

El funcionamiento de los servomotores a través de la modulación del ancho de pulso, de manera práctica puede ser traducido como la combinación de dos movimientos mecánicos a la orden de una señal de  $50Hz$  en un rango de operación dividido en una escala de 0 a 2000.

Este rango de funcionamiento indica la señal recibida del micro-controlador auto-piloto, la primera traducción de señal a movimiento viene de la relación de operación: el rango de

trabajo en la señal de 1250 a 1550 se traduce en la variación negativa del Pitch de la hélice, el rango de trabajo en la señal de 1550 a 1950 se traduce en la variación positiva del Pitch de la hélice siendo 1550 la posición neutra. Por ende, de acuerdo a la ecuación 2.48 podemos asegurar que en la señal 1550 el ángulo de Pitch con respecto a la horizontal será de 0 grados lo que provoca la menor carga por arrastre y a su vez una nula fuerza de sustentación.

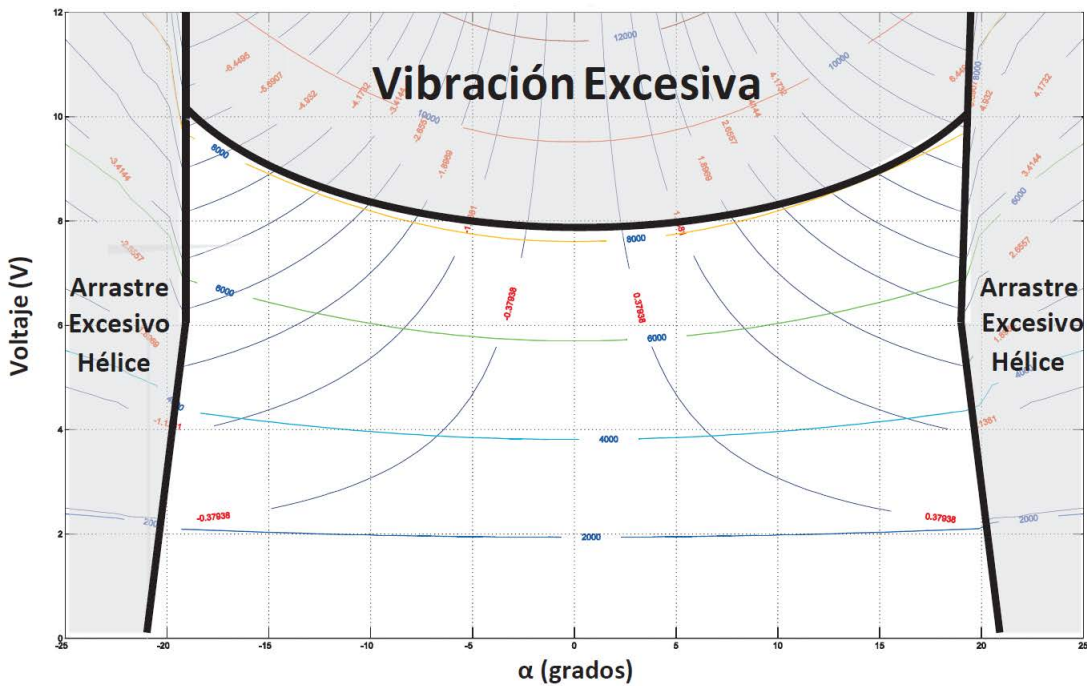


**Figura 2.4:** Relación entre el rango de operación del servomotor y el ángulo de Pitch ( $\alpha$ ) en la transmisión de posición.

A medida que se incrementa el ángulo, de manera análoga positiva y negativa (figura 2.6), existe una variación importante entre la relación entre carga y consumo de energía, provocado por el incremento excesivo en el aumento del ángulo de Pitch.

Entonces por lo anterior y reflejado en la figura 2.7 puede observarse la relación entre

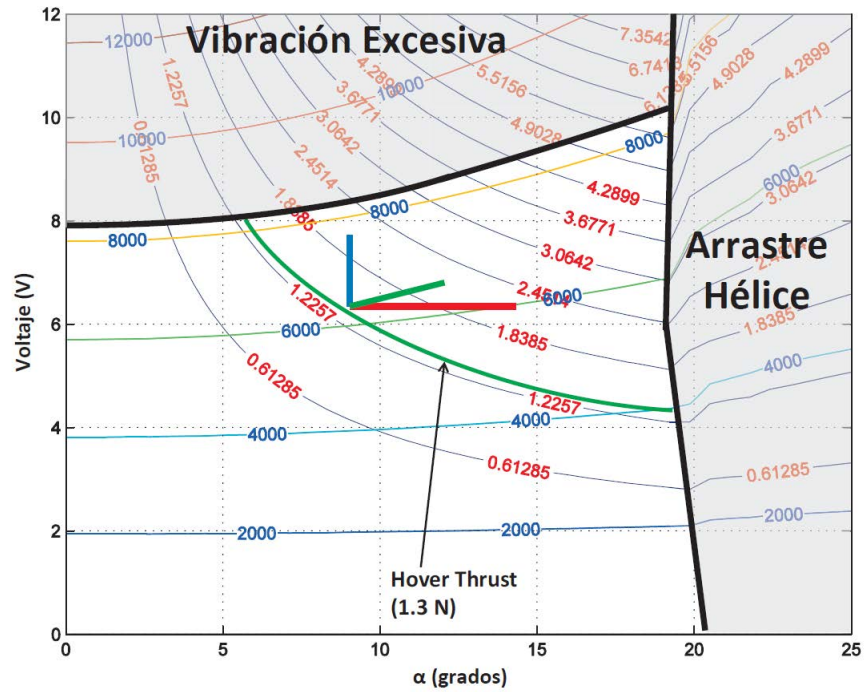
las revoluciones por minuto y el ángulo de Pitch en la hélice podemos observar que es necesario inducir un voltaje tal que a partir de una sustentación de  $1.3N$  es posible la sustentación si y solo si la variación de las RPM's va de las 4000 a las 8000 y el ángulo de Pitch se encuentra entre 6 y 19 grados positivos.



**Figura 2.5:** Misma grafica que en la figura 2.6 pero mostrando Pitch positivo y negativo. Uno de los beneficios fundamentales de la variación del rotor de Pitch colectivo en lo multirrotores es la característica del Pitch negativo para vuelos acrobáticos/invertidos. Gráfica tomada de [42].

Podemos asegurar que existe una región de operación en la que es posible volar con la máxima eficiencia. Ahora bien, por fines prácticos consideraremos la velocidad del motor como constante, entonces gracias a lo ya establecido, las relaciones que relacionaran la eficiencia en el vuelo será el cambio en el Pich de las hélices.

Podemos entonces señalar que al usar la velocidad del motor como una constante, el arrastre y sustentación dependerán de la variación de  $\alpha$ .

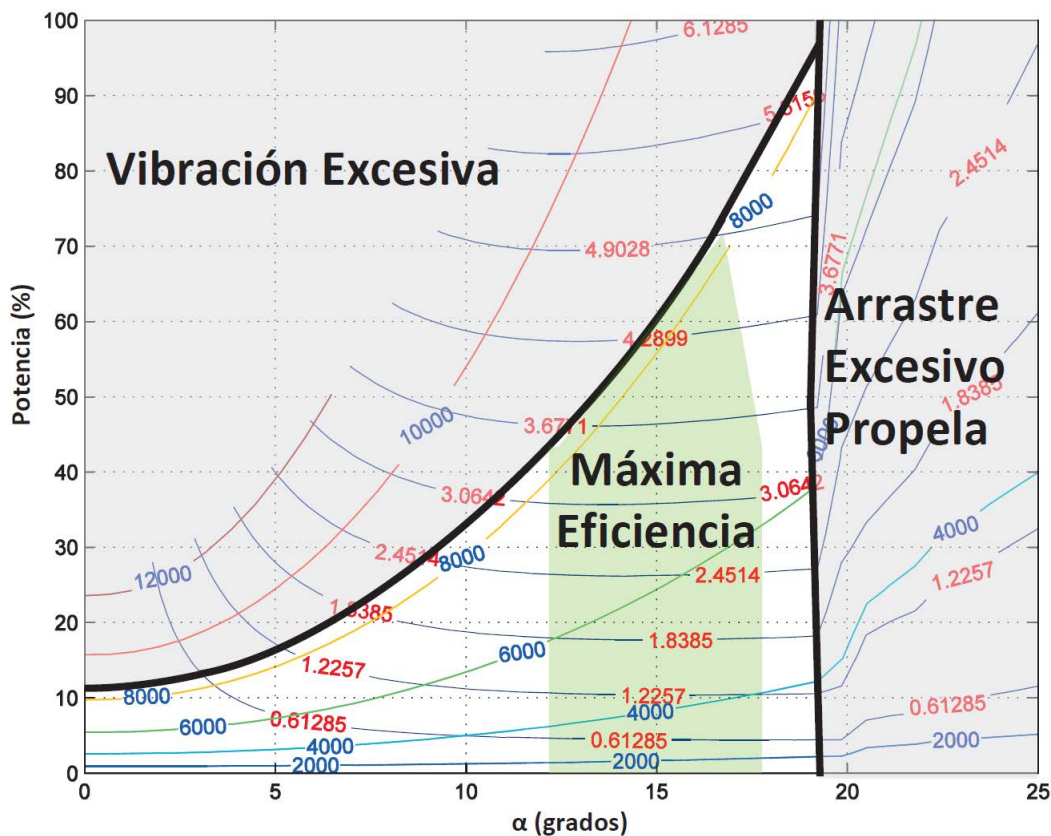


**Figura 2.6:** Sustentación (N) en números rojos, Velocidad del motor (RPM) en números azules, como una función del voltaje y el Pitch colectivo. Gráfica con Pitch positivo. Gráfica tomada de [42].

De acuerdo con [35] se asume que los servomotores pueden ser modelados como un *filtro pasa-bajas de primer orden*, con un tiempo constante  $\tau_{servo}$ , entonces puede expresarse como:

$$\tau_{servo} \dot{P}_M = -P_M + P'_M \quad (2.13)$$

En la literatura es posible encontrar diversos análisis respecto a este tópico, siendo el siguiente el más ilustrativo para nuestro estudio.



**Figura 2.7:** Sustentación (N) en números rojos, Velocidad del motor (RPM) en números azules, como una función del voltaje y el Pitch colectivo. Gráfica con Pitch positivo. La zona sombreada en verde representa la región de trabajo de máxima eficiencia entre potencia del motor y ángulo en el Pitch colectivo de las hélices. Grafica tomada de [42].

### 2.3.4 Modelo Linealizado Motor-Hélice de Pitch variable

Contemplando el trabajo futuro en el diseño de la ley de control, el cual está contemplado para regular la orientación del vehículo.

Desarrollando una linealización en el modelo obtenido en la ecuación 2.12 alrededor de un vuelo estacionario [42, 43], también conocido como *Hover*,  $\omega_0$  y  $\alpha_0$ .



La representación del sistema en espacio de estados resulta en:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\omega} = & -\frac{1}{I} \left[ \frac{1}{RK_V K_Q} + 2b_{D_1}\omega_0 + 2b_{D_2}\omega_0\alpha_0^2 + b_{D_3}\alpha_0 \right] \Delta\omega \\ & + \frac{1}{I} \left[ \frac{1}{RK_Q} \quad - 2b_{D_2}\omega_0^2\alpha_0 - b_{D_3}\omega_0 \right] \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta\alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\Delta L = [2b_L\omega_0\alpha_0] \Delta\omega + \begin{bmatrix} 0 & b_L\omega_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta\alpha \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

## 2.4 Fuerzas y Momentos de la plataforma Assault Reaper 500

Al tratarse de un cuadrirotor en configuración H, las fuerzas y momentos generados en el vehículo surgen al combinar la acción de sus rotores por pares, es decir, para generar un movimiento de pitch es necesario aumentar el ángulo de pitch en los rotores 1-2 y disminuir el ángulo de los rotores 3-4, para generar movimiento de roll la combinación del aumento y disminución de los motores 1-3 y 2-4, el movimiento en yaw es también la disminución y aumento de los rotores 1-3 y 2-4.

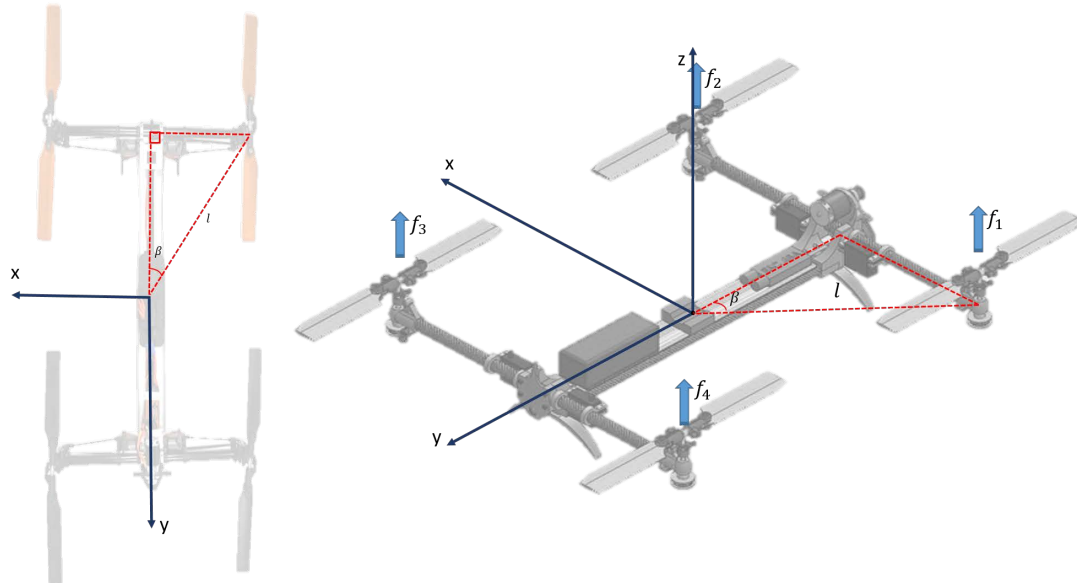
Esta combinación es similar a un cuadrirotor en configuración X, con dos principales diferencias, la primera es la variación del ángulo de pitch colectivo de las hélices y la segunda es que debido a la configuración H, la distancia del centro de masa a los rotores es la misma, pero la distancia entre los rotores no, por tanto el momento angular en pitch es mayor al momento angular de roll. La segunda es en el movimiento de yaw, en el Assault Reaper este movimiento es provocado por la combinación de dos acciones en el pitch variable, la sustentación y el arrastre de la hélice.

Entonces las expresiones que representan las fuerzas y momentos son:

$$f^b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\tau^b = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l \operatorname{sen} \beta ((f_1 + f_4) - (f_2 + f_3)) \\ l \operatorname{cos} \beta ((f_1 + f_2) - (f_3 + f_4)) \\ T_q (f_1 - f_2 + f_3 - f_4) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Donde  $T_q$  representa la constante que convierte la fuerza de empuje en una fuerza de guiñada (yaw). Donde  $f_n = b_L \omega^2 \alpha$ , con  $\omega$  constante, es notorio que la reacción controlada por la variación del ángulo de pitch colectivo es más suave que variando la velocidad del motor (como en los cuadricopteros clásicos).



**Figura 2.8:** Diagrama de cuerpo libre de la plataforma, donde  $l$  representa la distancia del centro de masa al rotor, donde se genera el viento de sustentación,  $\beta$  es el ángulo de desfase del eje coordinado fijo al cuerpo al rotor y  $f_n$  la fuerza de sustentación de cada rotor.

# 3

## CONTROL DE ORIENTACIÓN Y SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS

---

### Índice

---

<b>3.1</b>	<b>Modelo del cuadrirrotor . . . . .</b>	<b>36</b>
3.1.1	Control de altitud ( $z$ ) y yaw ( $\psi$ ) . . . . .	39
3.1.2	Control en roll ( $\psi, y$ ) . . . . .	42
3.1.3	Control en pitch ( $\theta, x$ ) . . . . .	45

---

### 3.1 Modelo del cuadirrotor

Como se menciona en la sección anterior, las configuraciones en H y en X comparten atributos como el orden para la generación del viento de sustentación. En este trabajo mencionaremos como diferencias sustanciales entre estas configuraciones que en los cuadirrotores tradicionales se cuentan cuatro actuadores, cuatro motores brushless, el prototipo Assault Reaper cuenta con cinco actuadores, cuatro servomotores y un motor principal brushless.

Con 6 grados de libertad también es un sistema subactuado, sin embargo, al considerar la velocidad del motor principal constante, las entradas de control son 4 como el caso del cuadirrotor en configuración X.

El trabajo del control a partir de las siguientes ecuaciones que representan al vehículo de cuatro rotores, cuyo desarrollo puede encontrarse en el apéndice D.

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} &= -u \sin \theta \\
 m\ddot{y} &= u \cos \theta \sin \phi \\
 m\ddot{z} &= u \cos \theta \cos \phi - mg \\
 \ddot{\psi} &= \tau_\psi \\
 \ddot{\theta} &= \tau_\theta \\
 \ddot{\phi} &= \tau_\phi
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Ahora bien, pasando el sistema a espacio de estados:

$$x = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ z \\ \dot{z} \\ \psi \\ \dot{\psi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}, \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{\bar{u}_1}{m} \sin x_9 \\ x_4 \\ \frac{\bar{u}_1}{m} \cos x_9 \sin x_{11} \\ x_6 \\ \frac{\bar{u}_1}{m} \cos x_9 \cos x_{11} - g \\ x_8 \\ \bar{u}_2 \\ x_{10} \\ \bar{u}_3 \\ x_{12} \\ \bar{u}_4 \end{bmatrix}, \quad \bar{u} = \begin{bmatrix} u \\ \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{bmatrix}$$

Considerando la masa del vehículo como  $m = 1$  y linealizando sobre el punto de equilibrio:

$$x^* = 0, \quad \bar{u}^* = \begin{bmatrix} g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Obteniendo las matrices A y B:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Obteniendo la matriz de controlabilidad y rango del sistema, obtenemos:

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} A & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}_{12 \times 48} \quad \text{rank}(\mathbb{C}) = 12$$

Con lo que aseguramos que el sistema es controlable.

Ahora bien, dividiremos el modelo en los siguientes subsistemas [44]:

- Control de altitud ( $z$ ) y yaw ( $\psi$ ).
- Control de roll ( $\phi$ ,  $y$ ).
- Control de pitch ( $\theta$ ,  $x$ ).

### 3.1.1 Control de altitud ( $z$ ) y yaw ( $\psi$ )

Las ecuaciones que describen este sistema son:

$$\begin{aligned}\ddot{z} &= \frac{u}{m} \cos \theta \cos \phi - g \\ \ddot{\psi} &= \tau_\psi\end{aligned}\tag{3.2}$$

Pasando a variables de estado:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad \bar{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{\hat{u}_1}{m} \cos \theta \cos \phi - g \\ x_4 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{u} = \begin{bmatrix} u \\ \tau_\psi \end{bmatrix}\tag{3.3}$$

Donde este sistema que representa el control de altitud tiene la forma de integradores en cascada [43] y se puede representar en su forma compañera para proponer un control  $u$ , tal que, cancele las no linealidades y a su vez, contenga un control  $v$  que establezca la planta:

$$\begin{aligned}\bar{\dot{x}} &= \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{u}{m} \cos \theta \cos \phi - g \end{bmatrix} \\ \bar{x}_2 &= f(\bar{x}(t)) + b(\bar{x}(t))u\end{aligned}\tag{3.4}$$

Donde  $f(\bar{x}(t))$  y  $b(\bar{x}(t))$  son funciones no lineales

$$f(\bar{x}(t)) = -g \quad b(\bar{x}(t)) = \frac{\cos \theta \cos \phi}{m} \quad (3.5)$$

Entonces, el control  $u$  debe tener la forma

$$u = b(\bar{x}(t))^{-1} \{v - f(\bar{x}(t))\} \quad (3.6)$$

Sustituyendo en  $\bar{\ddot{x}}_2$

$$\bar{\ddot{x}}_2 = -g + \frac{\cos \theta \cos \phi}{m} \left[ \left( \frac{\cos \theta \cos \phi}{m} \right)^{-1} \{v + g\} \right] \quad (3.7)$$

$$\bar{\ddot{x}}_2 = v$$

Este control  $v$  puede ser obtenido mediante una retroalimentación de estado. La condición necesaria y suficiente para esta proposición es que el sistema sea controlable, es decir, que la matriz de controlabilidad  $\mathbb{C}_1$  sea de rango pleno. Entonces, reescribiendo el sistema  $\bar{\dot{x}}$  en espacio de estados e introduciendo la nueva variable  $v$ :

$$\bar{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \bar{\dot{x}}_1 \\ \bar{\dot{x}}_2 \\ \bar{\dot{x}}_3 \\ \bar{\dot{x}}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ v \\ x_4 \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Linealizando el subsistema al rededor del punto de equilibrio se obtiene las matrices  $A_1$  y  $B_1$ :

$$\bar{\dot{x}}^* = 0$$



$$\hat{u}^* = 0$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde la matriz  $\mathbb{C}_1$

$$\mathbb{C}_1 = \left[ A_1 \quad A_1 B_1 \quad A_1^2 B_1 \quad \dots \quad A_1^{n-1} B_1 \right]_{4 \times 8}, \quad \text{rank}(\mathbb{C}_1) = 4$$

Es decir, de rango pleno, por lo que podemos asegurar que el subsistema  $\bar{x}$  es controlable. Permitiendo proponer un control  $v$  por retroalimentación de estado de la forma:

$$v = -k_1 \bar{x} \tag{3.9}$$

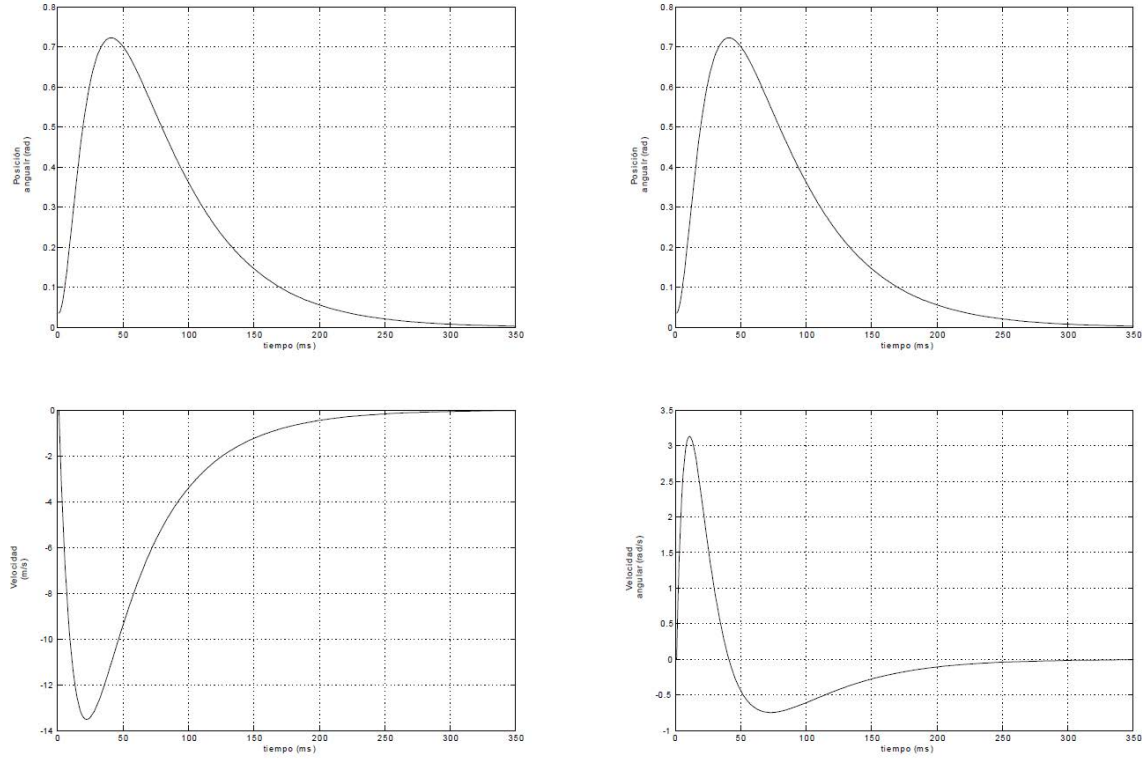
Esta matriz  $k$  se obtiene a partir de proponer polos negativos que harán que el sistema vaya a cero:

$$P = \begin{bmatrix} -10 \pm 2i & -2 & -4 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Utilizando *MatLab* con el comando *place*, se introduce como argumento a las matrices  $A$ ,  $B$  y los polos estables  $P$ , donde podemos obtener la siguiente matriz de ganancias:

$$k_p = \begin{bmatrix} 17,85 & 11,09 & 6,5 & 2,6 \\ -8,53 & -2,03 & 43,5 & 14,91 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

La función de esta matriz hace que el sistema no-lineal sea Localmente, Asintóticamente Estable (LAE). Teniendo los siguientes resultados:



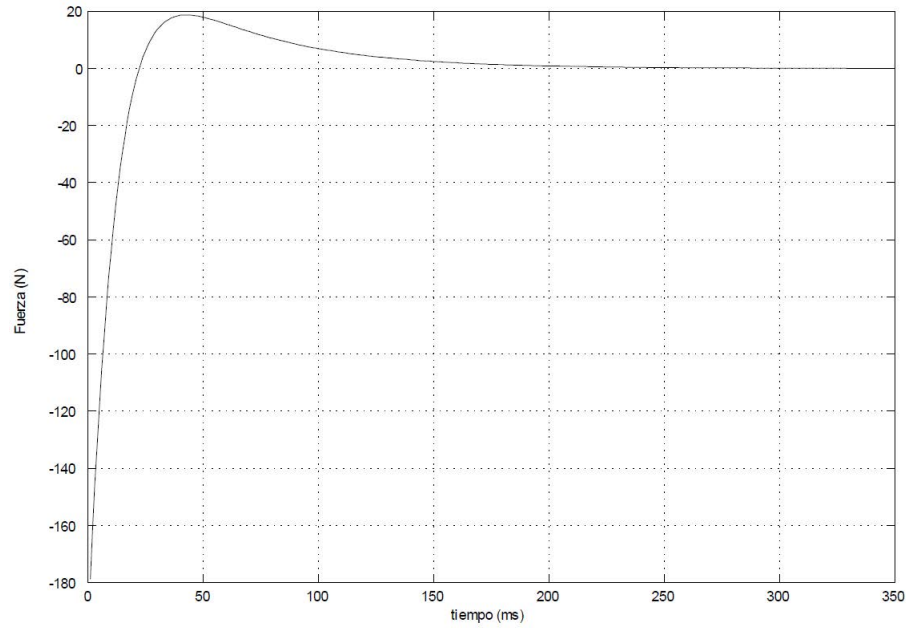
**Figura 3.1:** Respuesta del subsistema con  $k$  propuesta.

El análisis anterior estabiliza la orientación en yaw y la altura del vehículo.

### 3.1.2 Control en roll ( $\psi, y$ )

Las siguientes ecuaciones describen el subsistema:

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= \frac{u}{m} \cos \theta \sin \phi \\ \ddot{\phi} &= \tau_{\phi} \end{aligned} \quad (3.12)$$



**Figura 3.2:** Entrada de control para alcanzar la altura deseada con  $k$  propuesta.

Retomando el control que cancela las no-linealidades está en la ecuación:

$$u = \left( \frac{m}{\cos \theta \cos \phi} \right) \{v + g\} \quad (3.13)$$

Sustituyendo este control (3.13) en el subsistema (3.12):

$$\ddot{y} = \left( \frac{m}{\cos \theta \cos \phi} \right) \frac{1}{m} \cos \theta \sin \phi \{v + g\} \quad (3.14)$$

Notando que  $v \rightarrow 0$  para un tiempo  $T$  suficientemente grande, entonces la dinámica se reduce

$$\ddot{y} = g \tan \phi$$

Simplificando aún más el subsistema, se propone una cota superior muy pequeña de  $\phi$  tal que,  $\tan \phi \approx \phi$ . Por tanto el subsistema resultante será:

$$\begin{aligned}\ddot{y} &= g\phi \\ \ddot{\phi} &= \tau_\phi\end{aligned}\tag{3.15}$$

Pasando el subsistema a variables de estado

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}, \quad \dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \\ \dot{\hat{x}}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_2 \\ g\hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \tau_\phi \end{bmatrix}, \quad \tilde{u} = [\tau_\phi]\tag{3.16}$$

Linealizando el sistema obtendremos las matrices  $A_2$  y  $B_2$  en el punto de equilibrio:

$$\bar{\hat{x}}^* = 0$$

$$\tilde{u}^* = 0$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Donde la matriz  $\mathbb{C}_2$  tiene la forma

$$\mathbb{C}_2 = \begin{bmatrix} A_1 & A_1 B_1 & A_1^2 B_1 & \dots & A_1^{n-1} B_1 \end{bmatrix}_{4 \times 8}, \quad \text{rank}(\mathbb{C}_2) = 4$$

Es decir, de rango pleno, que indica que el subsistema  $\hat{x}$  es controlable. Esto permite proponer un control  $v$  por retroalimentación de estado de la forma:

$$\tilde{u} = -k_2 \hat{x} \tag{3.17}$$

Con ayuda del comando *lqr* en *MatLab* se obtienen los siguientes polos y la siguiente matriz de ganancias:

$$P_2 = \begin{bmatrix} -2,4605 & -1,2438 \pm 2,0191i & -1,0026 \end{bmatrix}, \quad k_2 = \begin{bmatrix} 1,41 & 2,61 & 16,70 & 5,95 \end{bmatrix}$$

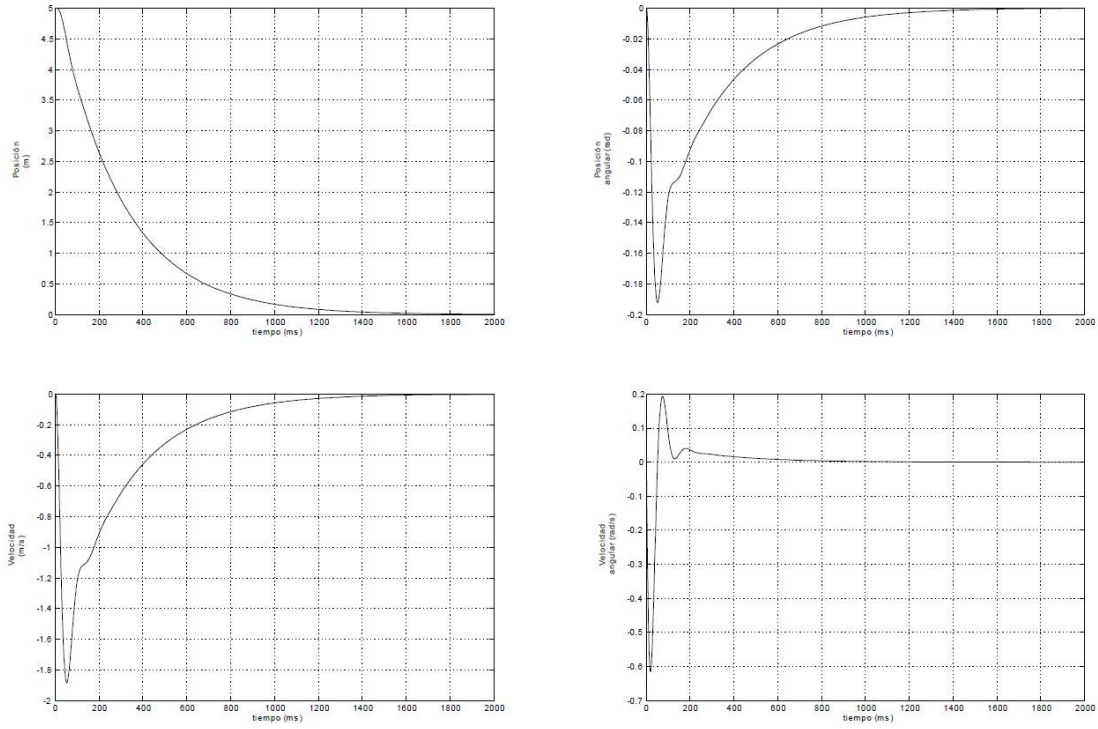
Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes gráficas:

El análisis anterior estabiliza la orientación en roll y por tanto la posición en y.

### **3.1.3** Control en pitch $(\theta, x)$

---

Por último las siguientes ecuaciones describen el subsistema referente al ángulo de pitch y la posición en x:



**Figura 3.3:** Respuesta del subsistema con  $k_2$  propuesta.

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -\frac{u}{m} \sin \theta \\ \ddot{\theta} &= \tau_{\theta}\end{aligned}\tag{3.18}$$

Retomando el control que cancela las no-linealidades esta descrito por:

$$u = \left( \frac{m}{\cos \theta \cos \phi} \right) \{v + g\}\tag{3.19}$$

Sustituyendo este control (3.13) en el subsistema (3.12):

$$\ddot{x} = \left( \frac{m}{\cos \theta \cos \phi} \right) \frac{1}{m} \cos \theta \sin \phi \{v + g\}$$

$$\ddot{x} = \left( \frac{\tan \theta}{\cos \phi} \right) \{v + g\} \quad (3.20)$$

Notando que  $v \rightarrow 0$  y  $\phi \rightarrow 0$  para un tiempo  $T$  suficientemente grande, entonces la dinámica se reduce

$$\ddot{x} = -g \tan \theta$$

Simplificando aún mas el subsistema, se propone una cota superior muy pequeña de  $\theta$  tal que,  $\tan \theta \approx \theta$ . Por tanto el subsistema resultante será:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= g\theta \\ \ddot{\theta} &= \tau_\theta \end{aligned} \quad (3.21)$$

Pasando el subsistema a variables de estado

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad \dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 \\ \dot{\tilde{x}}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ g\tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_4 \\ \tau_\theta \end{bmatrix}, \quad \check{u} = [\tau_\theta] \quad (3.22)$$

Linealizando el sistema obtendremos las matrices  $A_3$  y  $B_3$  en el punto de equilibrio:

$$\dot{\tilde{x}}^* = 0$$

$$\check{u}^* = 0$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Donde la matriz  $\mathbb{C}_3$  tiene la forma

$$\mathbb{C}_3 = \left[ A_3 \quad A_3 B_3 \quad A_3^2 B_3 \quad \dots \quad A_3^{n-1} B_3 \right]_{4 \times 8}, \quad \text{rank}(\mathbb{C}_3) = 4$$

Es decir, de rango pleno, que indica que el subsistema  $\hat{x}$  es controlable. Esto permite proponer un control  $v$  por retroalimentación de estado de la forma:

$$\ddot{u} = -k_3 \tilde{x} \quad (3.23)$$

Con ayuda del comando *lqr* en *MatLab* se obtienen los siguientes polos y la siguiente matriz de ganancias [45]:

$$P_3 = \begin{bmatrix} -2,4605 & -1,2438 \pm 2,0191i & -1,0026 \end{bmatrix}, \quad k_2 = \begin{bmatrix} -1,41 & -2,61 & 16,70 & 5,95 \end{bmatrix}$$

Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes gráficas:

El análisis anterior estabiliza la orientación en pitch y por tanto la posición en  $x$ .



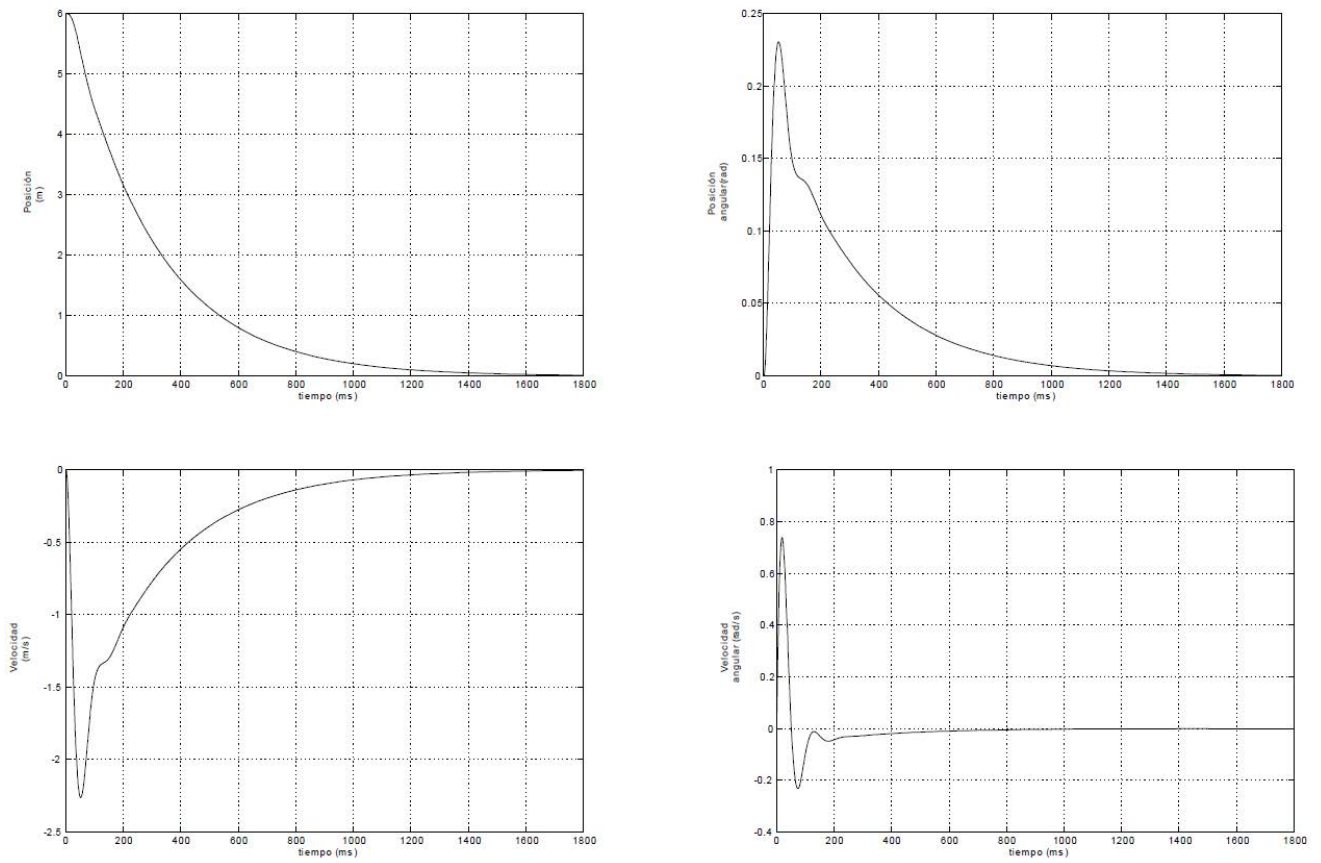


Figura 3.4: Respuesta del subsistema con  $k_3$  propuesta.



# 4

## PLATAFORMA

---

### Índice

---

<b>4.1</b>	<b>Introducción . . . . .</b>	<b>52</b>
<b>4.2</b>	<b>Cuadróptero con un motor . . . . .</b>	<b>53</b>
4.2.1	Autopiloto . . . . .	59
4.2.2	Autopilot Hardware . . . . .	61
4.2.3	Sensores . . . . .	64
4.2.4	Configuración de Sensores . . . . .	67
<b>4.3</b>	<b>Estructura . . . . .</b>	<b>71</b>

---

## 4.1 Introducción

---

Históricamente los helicópteros revolucionaron el mundo de la aviación, como se menciona en capítulos anteriores, mayormente utilizados en guerras, donde los lugares carecían de pistas de gran longitud que comúnmente utilizaban los aviones. En la actualidad, las recientes generaciones de vehículos aéreos, los cuales pueden ser catalogados dependiendo de sus características como tamaño, capacidad, uso, entre otros.

Una característica importante es el rendimiento del vehículo, la cual define su funcionamiento y eficiencia, ejemplo de esto es la configuración coaxial. Para una mejor referencia de estas configuraciones puede consultarse en [12].

En el caso de un helicóptero clásico puede mencionarse, de manera general, que es controlado por un plato oscilante gobernando por el rotor principal, este plato es capaz de modificar el ángulo de ataque de las hélices, modificando su arrastre y propulsión como se vio en la sección de modelado, a través de servomotores.

Algunos vehículos como los de ala fija utilizan superficies de control en su estructura aerodinámica, las cuales de manera análoga modifican su comportamiento, es decir, su orientación y en consecuencia su posición [46].

Este trabajo toma una combinación de dos características principales de los vehículos aéreos, el primero es el paso colectivo de un helicóptero clásico y el segundo la configuración en  $H$  de cuatro rotores, tomando en cuenta y aprovechando sus capacidades

mecánicas y dinámicas.

Sabiendo que un cuadirrotor es controlado gracias a la variación independiente de cada uno de sus cuatro motores, en teoría mantener la misma velocidad en estos cuatro motores supondría un vuelo estacionario. Por otra parte, El helicóptero clásico lleva a su motor principal a una velocidad constante, donde con un ángulo de ataque en sus hélices nulo supone una nula propulsión, ni positiva ni negativa. A partir del aumento colectivo de sus hélices, sabiendo que el ángulo es el mismo en sus hélices también supone un vuelo estacionario.

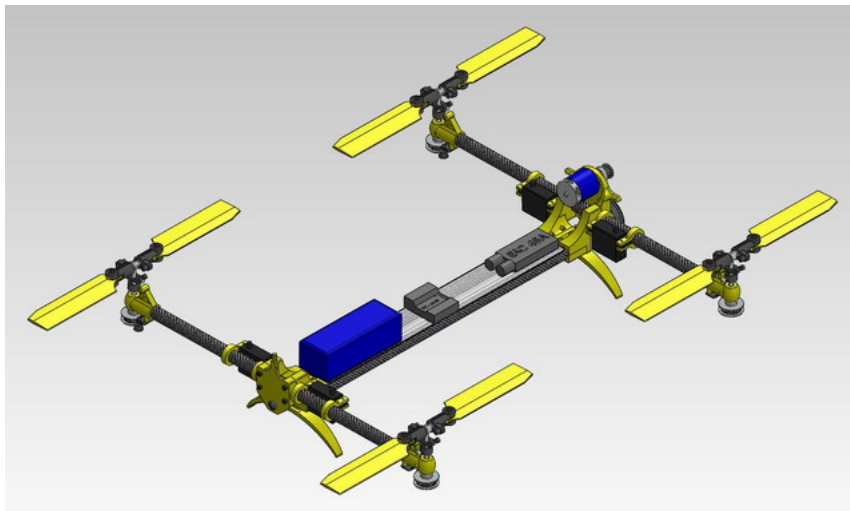
A pesar de la complejidad mecánica y la pérdida energética que supone la transmisión mecánica debido a la fricción entre engranes y bandas de transmisión, un cuadricóptero con un solo motor ha sido elegido para generar la fuerza de empuje aprovechando los cuatro pitch's colectivos de cada rotor.

## **4.2** Cuadricóptero con un motor

---

En esta sección se ilustrara con algunas imágenes, diagramas y algunos diseños por computadora, diseños apoyados del software SolidWorks, para ilustrar de mejor manera la estructura y funcionamiento del vehículo, detalles como la posición de sus componentes, la propulsión y aviónica.

En la figura 4.1 podremos notar la distribución de la batería de LiPo y del Motor-Brushless, fuentes principales de propulsión, siendo la primera el lugar donde se almacena la energía que utiliza el motor para generar el movimiento mecánico, en otras palabras la batería almacena la energía eléctrica que el motor transforma a su vez en movimiento angular.



**Figura 4.1:** *Modelo 3D* Plataforma Assault Reaper 500, batería de Polímero de litio y motor brushless en azul para distribuir el peso.

Teniendo en cuenta las deficiencias del primer prototipo, una segunda etapa de diseño se llevó a cabo sacrificando el pequeño tamaño que tenía, pero teniendo en cuenta y utilizando el tamaño y peso de la batería, es decir, utilizando el peso de la batería para equilibrar el centro de la masa del vehículo.

Es oportuno señalar que a pesar de la gran similitud entre los prototipos, como el que exista una flecha que transmite el movimiento del motor a los cuatro rotores, así como las características de los motores y de sus controladores de velocidad. Sin embargo, *Assault-Reaper500* y el *Stingray500*, se diferencian en los siguientes detalles:

- El Assault Reaper 500 es ligeramente más pequeño (1:1.2).



**Figura 4.2:** Flecha principal, bandas de transmisión y engranes de rotación de hélices

- El Stingray 500 tiene visibles las bandas de transmisión de la flecha al rotor visibles.
- El Assault Reaper 500 tiene ocultas las bandas de transmisión dentro del brazo del vehículo.
- El Stingray 500 utiliza una banda dentada para transmitir giro del motor a la flecha principal.
- El Assault Reaper 500 utiliza un engrane dentado fabricado en plástico para transmitir el giro del motor a la flecha principal.

Dentro de estas particularidades, representadas en las figuras anteriores, es fundamental que para elegir el prototipo se ha tomado en cuenta como ventajas, la bondad que tiene el Assault Reaper 500 al presentar las bandas de transmisión ocultas dentro de los brazos, esto las protege de colisiones y de los factores ambientales. La segunda es que la transmisión de giro del motor a la flecha se logra a través de dos engranes, uno metálico concéntrico a la flecha del motor y el otro, de mayor tamaño, de plástico alrededor de la flecha principal de transmisión propia del vehículo.

Utilizar un engrane plástico de este tamaño en esta crucial parte del funcionamiento del vehículo, en primer lugar señalaremos que la función del tamaño de este es reducir la velocidad, que no es baja, y aumentar la fuerza, para no forzar el motor, ya que la carga del giro de los cuatro rotores es bastante significativa. Ahora bien, en cuanto al material (plástico), su función es proteger el motor de un sobrecalentamiento por bloqueo en el giro, en otras palabras, si en una choque u cualquier otro evento, algún rotor detiene su giro por quedar atorado de alguna forma, el engrane de metal que posee el motor barrería el engrane plástico, permitiendo que el motor gire libremente sin mover los rotores.

Esto es de gran importancia, el reparar o cambiar este engrane es más sencillo y económico que cambiar el motor principal.

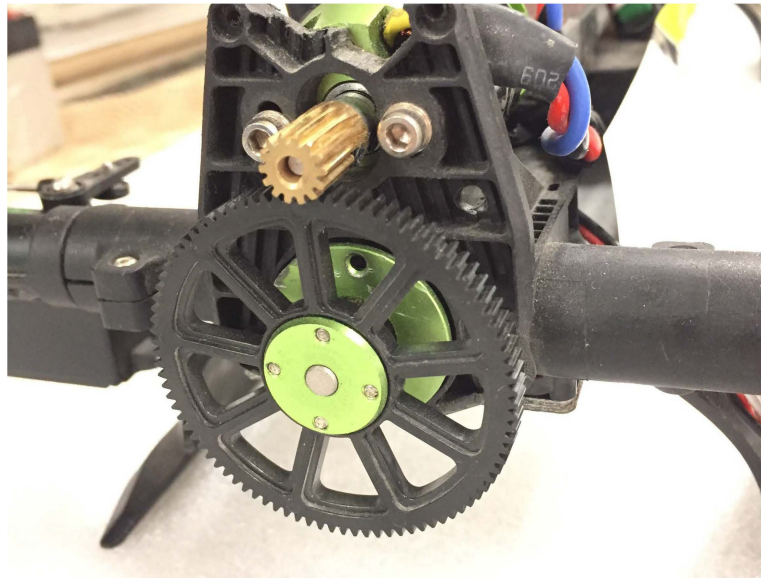
Motor	LiPo 6s	ESC	Span	Hélices	Servos (4)
1100kV	1550mA	60A	475mm	110mm	50Hz - 6v

**Cuadro 4.1:** Tabla descriptiva de elementos que conforman la aviónica del Assault Reaper 500.

Ambos vehículos pueden ser caracterizados por utilizar cuatro rotores de cola de helicópteros clásicos de radio control, como forma de propulsión, de ahí se basa su funcionamiento mecánico y es la razón principal de la analogía que le ha dotado la capacidad de invertir el ángulo de ataque de sus hélices, resultando en su capacidad de realizar vuelos invertidos o como recientemente se les ha llamado, en  $3D$ .

Así mismo, ambos presentan una configuración comúnmente llamada en  $H$ , por la similitud de su forma con la letra, esta configuración que aunque también es simétrica, situando al vehículo en un sistema de coordenadas, con una vista superior y colocando el origen en el centro geométrico, entonces podemos aproximar que sus cuadrantes son geométricos, la distancia es la misma al generar los momentos angulares, sin embargo, el momento





**Figura 4.3:** Juego de engranes, el engrane de la flecha del motor principal metálico y de color dorado, grande y de color negro el engrane de la flecha principal en plástico.

angular del ángulo de roll o alabeo es menor al de pitch o cabeceo, esto en proporción a la diferencia entre la distancia de sus motores en el eje X con respecto al eje Y. Puede notarse de manera clara pensando en posicionar cada rotor en cada vértice de un rectángulo, caso diferente al de un cuadirrotor en configuración X o + donde las distancias son iguales.

El sistema de propulsión está formado del motor brushless, su controlador electrónico de velocidad, un engrane principal, una flecha de transmisión, cuatro bandas dentadas

moviendo cuatro rotores de cola a la misma velocidad; un sistema mecánico para variar el pitch colectivo de las hélices en cada rotor, impulsados individualmente por cuatro servo-motores digitales.

La posición del motor ha sido calculada para equilibrar el peso y aproximar el centro de masa al centro geométrico del vehículo, además el efecto giroscópico provocado por la *patada* del motor principal pueda ser contrarrestada con la que resulta del giro en sentido contrario de la flecha principal. De manera análoga a los drones de 4 motores, el efecto giroscópico provocado por los rotores es cancelado por el rotor aledaño, permitiendo así controlar el ángulo de guiñada o *yaw*, sin embargo como la velocidad de estos rotores es la misma, es gracias al arrastre de las hélices contra el viento que se genera este efecto giroscópico.

Para variar su altura, con una velocidad de giro en el motor constante, es necesario aumentar el ángulo de ataque de los pasos colectivos en las hélices, aumentando y disminuyendo este ángulo por pares en los rotores para generar cambios en los ángulos de cabeceo y alabeo (pitch y roll) moviendo el vehículo de izquierda a derecha o de adelante hacia atrás, considerando la parte frontal del vehículo adelante, la parte trasera atrás, etc.

Es importante conocer estos atributos presentes en estos drones, pues conociendo su funcionamiento, será posible controlarlos utilizando un controlador de vuelo programable, de código abierto, se establece que si se controla uno, entonces se controlara otro similar y/o de una escala mayor o menor.



**Figura 4.4:** Modelo 3D del cuadricóptero de Pitch variable con un solo motor.

### 4.2.1 Autopiloto

---

En el caso de los drones, un *Auto-piloto*, *Piloto-Automático* o *Tarjeta Controladora de Vuelo* refiere a un sistema de apoyo al usuario de un vehículo pilotado a distancia mediante la regulación de su orientación y posición, haciendo más sencilla la labor del usuario sin reemplazarlo.

Es posible mencionar como primeros indicios en el desarrollo de estos dispositivos durante la segunda guerra mundial, en misiles. Más tarde fueron utilizados en aviones no tripulados, tarea importante debido al alto riesgo que comprendían algunas misiones. Sin embargo, el desarrollo de estos sistemas fue utilizado casi exclusivamente en vehículos aéreos no tripulados o UAV's de gran tamaño [47].

Con el paso del tiempo y con la llegada de nuevas tecnologías, electrónica, computacional, de materiales, permitiendo así el desarrollo de microprocesadores cada vez más capaces

y sensores más precisos. Las tarjetas de desarrollo son un punto clave en el desarrollo actual de los vehículos voladores no tripulados, debido al gran dinamismo en aplicaciones posibles para la milicia, la investigación y las practicas civiles.

Hoy en día los Auto-pilotos son utilizados se utilizan con mucha frecuencia en barcos, aviones, helicópteros, autos, multirrotores, trenes, esto por la gran cantidad de información entorno a su orientación, posición, trayectorias, condiciones ambientales, etc.

Existen pilotos automáticos diversos, desde los más sofisticados y completos hasta los más sencillos, dependiendo de su aplicación. En la investigación existen avances y desarrollos de tarjetas embebidas con lo necesario para sus fines. Hoy en día pueden ser conseguidos casi en cualquier sitio relacionado con el aeromodelismo, además de ser capaces de no solo controlar orientación y posición de un vehículo, también es posible realizar un seguimiento de trayectoria, controlar altitud relativa o atmosférica, utilizando sensores como GPS, ultrasonidos, láser, ópticos, barométricos, tubo de pitot, transmisores de vídeo, de temperatura, entre otros.

En este trabajo se ha elegido utilizar el autopiloto *PIXHAWK* para el control del vehículo Assault Reaper 500, gestionando así los sensores necesarios para el control de las variables de vuelo. Este autopiloto, este dispositivo ha sido creado para controlar multirrotores, vehículos de ala fija, helicópteros.

De los multirrotores podemos decir que pueden ser programados de acuerdo a las configuraciones más comunes, trirotores en *Y* o trirotores coaxiales *Y6*, cuadrirrotores, hexarrotores, octarrotores, en configuraciones de *X*, *+* o estrella.

Este Autopiloto alcanzo una gran popularidad gracias al soporte al ser un dispositivo de código abierto, esta plataforma fue un proyecto de la Escuela Politécnica Federal de Zúrich, donde al ser de código abierto, recibe soporte de todos sus usuarios en el mundo.

### 4.2.2 Autopilot Hardware

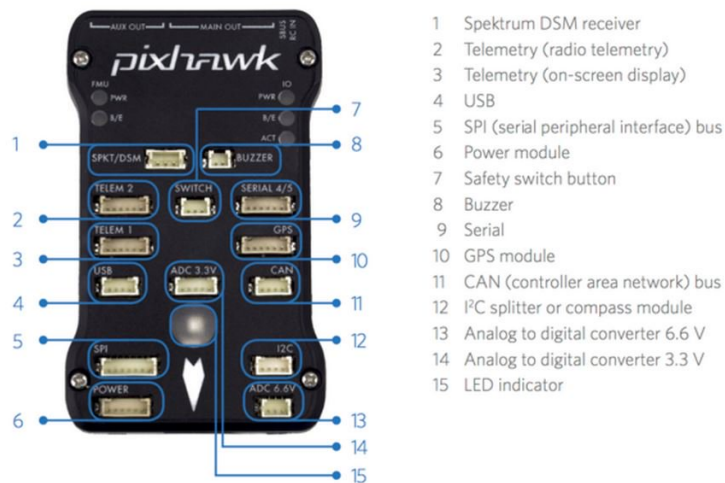
---

El Pixhawk es un Piloto automático que puede ser descrito como un sistema formado por dos subsistemas principales, el primero es la unidad de gestión de vuelo o UMF y la segunda los módulos de entrada-salida IO [48].

La UMF tiene la función de estabilizar un vehículo, operando individualmente, la siguiente es una lista descriptiva de sus propiedades:

- Microprocesador 252 MIPS Cortex-M4F, 68 MHz.
- 192 KB SRAM.
- Memoria flash de 1024 KB.
- 2 módulos I2C.
- 4 puertos serie.
- Puerto PPM.
- Puerto SPI.
- 3 Sensores inerciales.

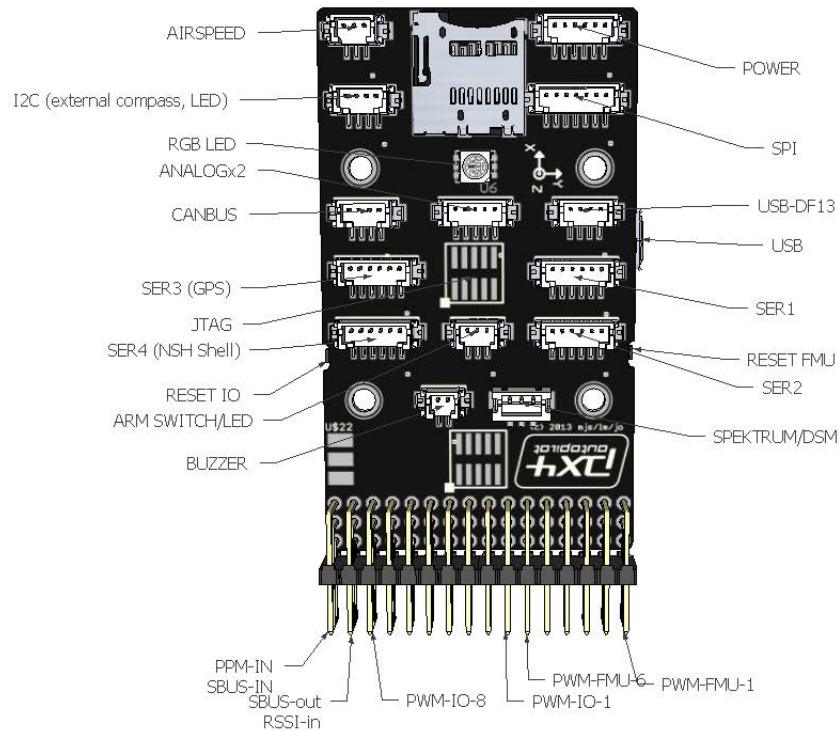
- 4 salidas de PWM.
- bus CAN (Controller Area Network)



**Figura 4.5:** Esquema del Hardware, Autopiloto Pixhawk: Sensores, potencia y sistemas de comunicación

Además el módulo de IO provee de protección y capacidad para el módulo FMU adicionando:

- Microcontrolador a prueba de fallas de 24MHz Cortex-M3, 68 MHz.
- 192 KB SRAM.
- Protección para voltajes de 7-17V.
- Protección ante polaridad inversa en todas las entradas voltaje de potencia.
- 8 salidas PWM de gran velocidad (de hasta 400 Hz).

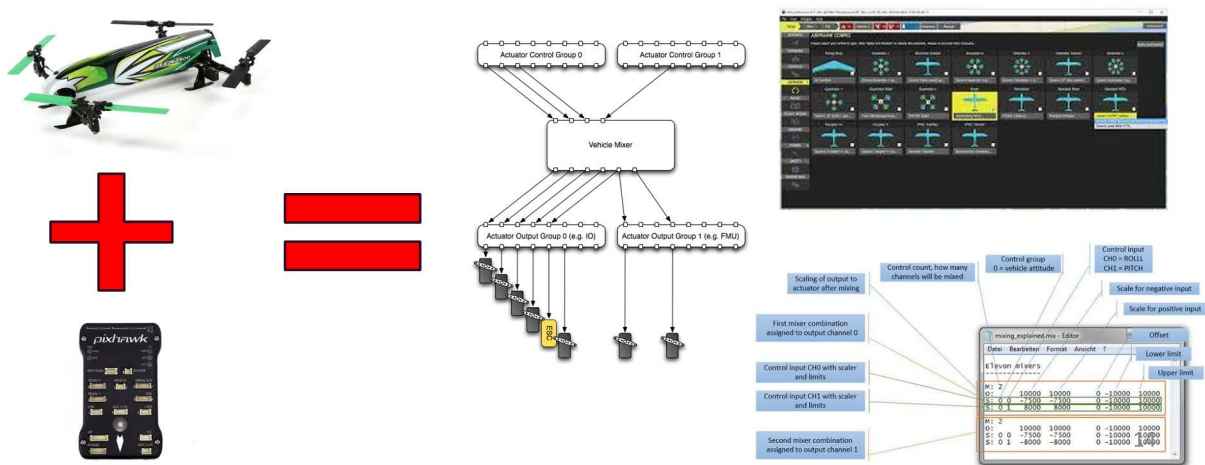


**Figura 4.6:** Esquema del Hardware, Autopiloto Pixhawk: Puertos de comunicación.

El sistema Pixhawk tiene una arquitectura de apilamiento para combinar la PX4-FMU del piloto automático en un módulo, como una tarjeta de desarrollo capaz de interactuar con cualquiera de las plataformas soportadas, funcionando también como una fuente constante de 5V. Este es un atributo cómodo al utilizar dispositivos electrónicos al prescindir de baterías extras como fuentes de poder individuales.

Ahora bien, con base en lo anterior, el propósito de este trabajo y la contribución es crear un *Firmware*, modificado y adaptado a las necesidades de la plataforma Assault Reaper 500, plataforma no incluida en su gama de configuraciones posibles. Donde este *firmware* será capaz de combinar de manera adecuada a los actuadores tales como servomotores y motor brushless, así como la configuración de vuelo en H del

vehículo, los sensores embebidos en el Pixhawk, utilizando parciales de firmwares originales.



**Figura 4.7:** Representación gráfica de la creación del nuevo *Firmware* apto para la plataforma.

### 4.2.3 Sensores

Hoy en día, embebidos en los autopilotos, pueden encontrarse diferentes sensores, además de los periféricos listos para conectarse. Al principio del desarrollo de estas aeronaves era necesario estar pendiente de los avances tecnológicos, su distribución, aplicaciones y carencias, para utilizar los más aptos para estas aplicaciones.

Un paso importante era conectar y comunicar de manera correcta para su comunicación, filtrar y caracterizar las la señal o señales, creando circuitos de potencia y de electrónica.

Los autopilotos como dispositivo y no como tarjeta de desarrollo, y la globalización dieron paso una amplia gama de desarrollo en los diferentes tópicos referente a los vehículos



móviles.

El Pixhawk es un ejemplo claro de soporte y desarrollo de sensores listos para trabajar en la obtención, procesamiento y control, un ejemplo de esto son las variables utilizadas para la obtención de la posición y orientación. Mediciones intrínsecas en la aeronave gracias a una *central inercial*. Otras mediciones concernientes al ambiente en el que se encuentra inmerso el vehículo podría ser un sensor de temperatura o presión.

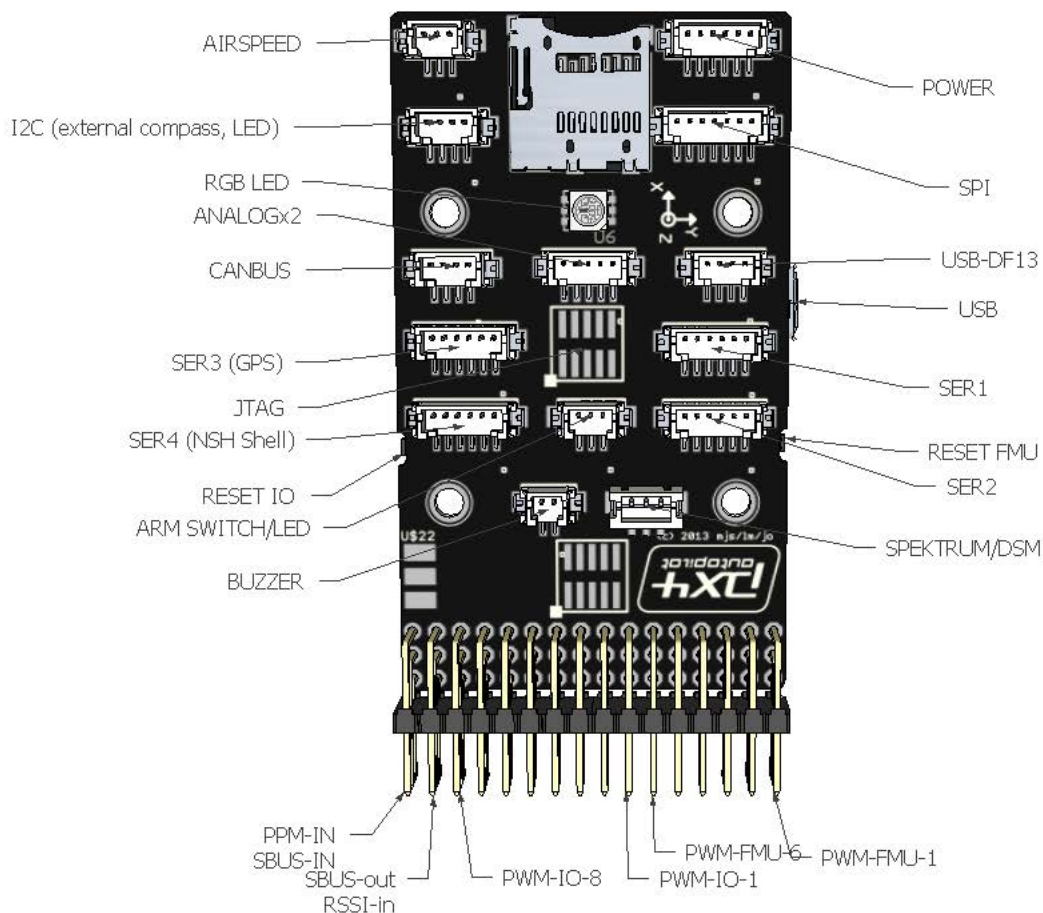
Los sensores disponibles para el Pixhawk son:

- 3D Acelerómetro / Gyro: MPU-6000
- 3D Gyro: L3GD20
- 3D Magnetómetro: HMC5883L
- Presión barométrica: MS5611
- Receptor GPS: 3DR uBlox LEA-6H
- Sensor ultrasónico o SONAR: HRLV-MaxSonar-EZ (MB1043)
- Sensor óptico: 752x480 MT9V034
- Sensor de viento: 4525DO

Podemos observar un vehículo como un conjunto de subsistemas interactivos para, por ejemplo, controlar su orientación y posición. La lista de sensores en conjunto con los componentes electrónicos (de potencia y de control), así como el software y hardware

comprenden la aviónica del vehículo.

La etapa de potencia o de suministro de energía está conformada por La batería de LiPo y los controladores electrónicos de velocidad ESC's. El radio-control, la estación en tierra y los receptores a bordo conforman la estación en tierra.



**Figura 4.8:** Esquema del Autopiloto Pixhawk, puertos y conexiones.

#### 4.2.4 Configuración de Sensores

---

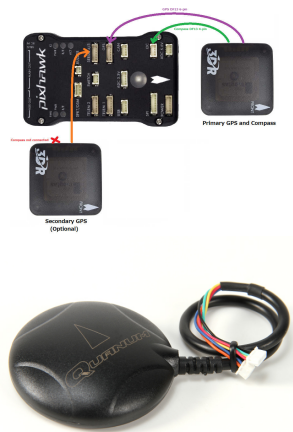
Estos sensores, coordinados con la configuración (mecánica y electrónica) del vehículo son capaces de controlarlo y diagnosticarlo.

Ejemplo de esto es el modulo GPS Ublox para ser utilizado como posicionamiento en exteriores, o el sensor de flujo óptico que posee un sensor ultrasónico y un sensor de imágenes, utilizado generalmente para un control de posición en interiores. Ambos montados en PX4FLOW.

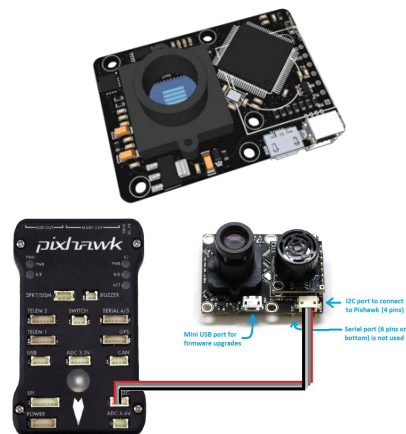
En el PX4FMU donde se encuentra la parte de medición inercial realiza la tarea de orientar y mover el vehículo con instrucciones a los motores, estos sensores funcionan como realimentación de información y el Pixhawk realiza una tarea de control para realizar correcciones en la velocidad de los motores.

A continuación se presenta una lista detallada de los sensores más importantes del Pixhawk.

- **Modulo GPS e IMU:** GPS juega un papel importante en el control autónomo de MAVs, ya que proporciona una medición de la posición absoluta. Un error acotado conocido entre la medición GPS y la posición real se puede garantizar siempre que hay un bloqueo válido 3-D. Por ejemplo, u-blox 6 receptor GPS podría lograr de dos metros en 3-D con exactitud el sistema de aumentación basado en satélites (SBAS). Esta primera combinación integra datos de sensores inerciales predeterminados en el PX4FMU (datos del sensor) y la información del GPS (datos sin procesar), después



(a) GPS u-blox 6 module



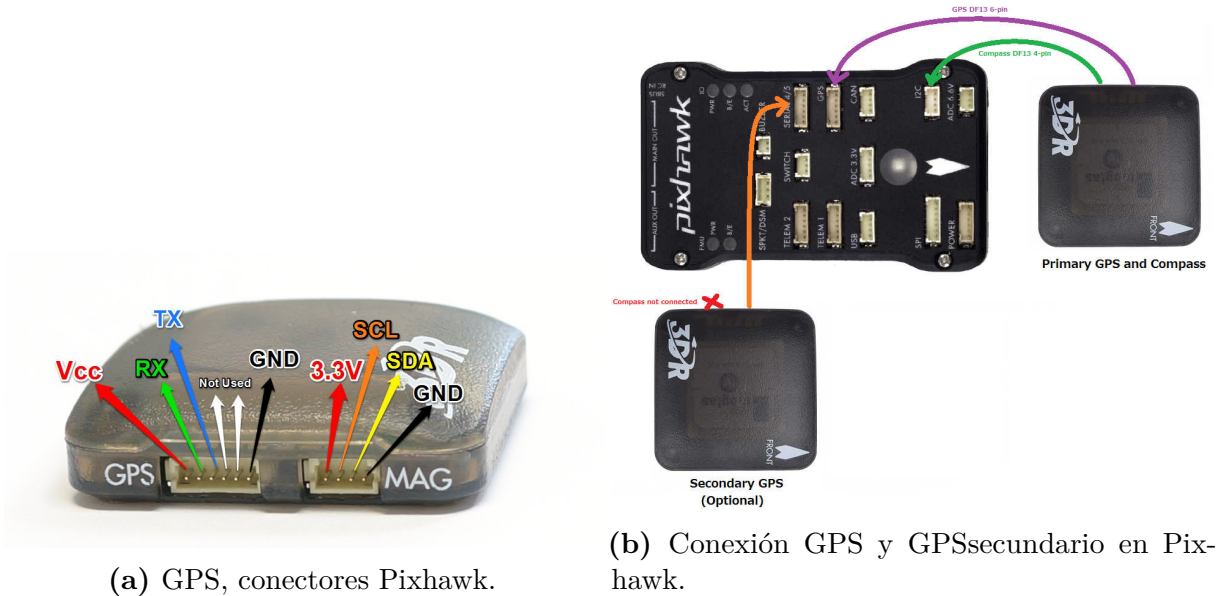
(b) The PX4FLOW board:

**Figura 4.9:** Sensores externos o periféricos: GPS u-blox 6h (A) y PX4FLOW board v1.3 (B)

de eso, una estimación de la posición y la actitud es realizada por el PX4FMU. Esta interacción entre el módulo GPS y el sistema de Pixhawk se puede ver en la figura.

- o **Flujo óptico PX4FLOW e IMU:** En esta combinación la junta PX4FLOW actúa como un GPS local, ya que es posible conocer la posición y la velocidad del vehículo. Por lo tanto, otra posible combinación es integrar la información de tabla de PX4FLOW (datos sin procesar) y los datos inerciales provenientes de la junta PX4FMU (datos del sensor) y, a continuación, al igual que en la última

configuración, es posible estimar y controlar posición y orientación.

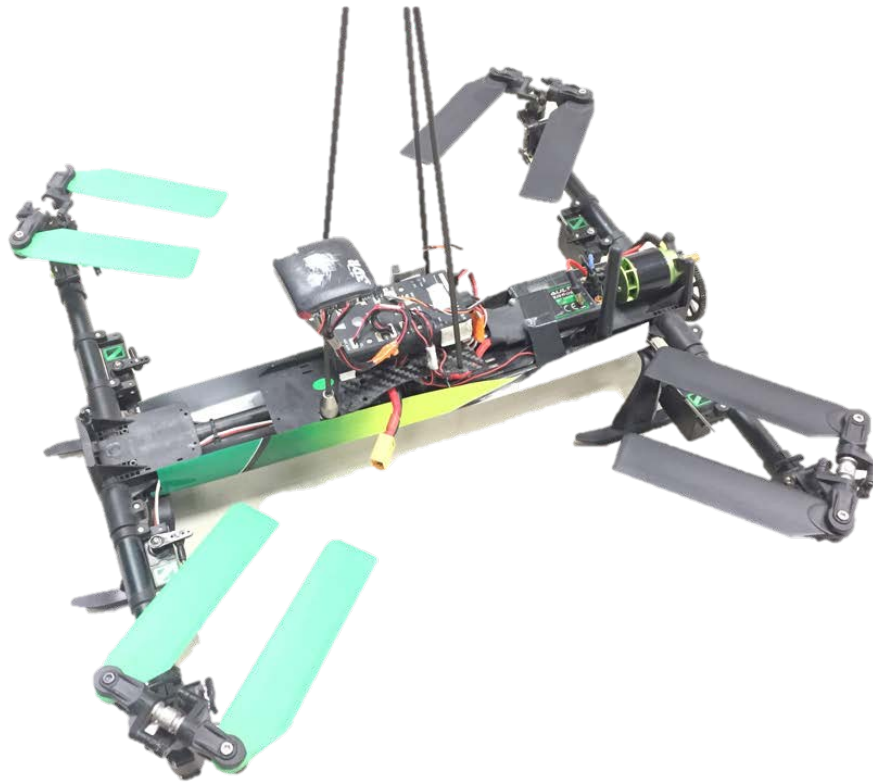


**Figura 4.10:** Conexión general de dos módulos GPS (a) y PX4FLOW (b) con el Pixhawk.

#### 4.2.4.1 Software Autopiloto

El Pixhawk como piloto automático puede ser programado en un ambiente similar a C y C++, ejecutándose en tiempo real de manera muy eficiente (RTOS), este ambiente tiene un estilo POSIX con instrucciones tales como:

- printf ()
- open ()
- poll ()



**Figura 4.11:** Assault Reaper 500 con Pixhawk + Modulo GPS.

- `ioctl ()`
- etc.

La programación ocurre en el programa de desarrollo basado en *linux eclipse* para después ser cargado al Pixhawk, con un cargador de arranque USB, con este es posible tomar, modificar y cargar funciones preestablecidas.

El Pixhawk puede utilizar como comunicación a tierra a través de la estación de control MAVLink. La estación en tierra Utilizara un Software de comunicación existen 3 más populares:

- QGroundControl [49]
- APM Mission Planer

Estos programas tienen como funciones principales como estaciones en tierra [50]:

- Conectarse con el vehículo
- Calibración de sensores
- Inspección y depuración
- Establecer parámetros
- Etc.

Todo el software es de código abierto, con licencia BSD y es posible utilizar en Windows, Mac OS y Linux.

### 4.3.0.1 Materiales

Uno de los materiales más utilizados en la construcción de helicópteros a pequeña escala es el aluminio, debido a su ligereza, resistencia y maleabilidad. Teniendo esto en cuenta podemos describir a la estructura como una configuración en H donde los brazos están formados por tubos de aluminio, también utilizados como rotores de cola en los helicópteros clásicos miniatura.



**Figura 4.12:** Base plástica unión de brazos y bastidor.

Piezas de plástico unen los brazos y la base. Su función como se mencionó en secciones anteriores, es la de estructura y al mismo tiempo la protección del eje de transmisión y las bandas de transmisión.

El bastidor y los brazos son, como ya se mencionó, tubos de aluminio, comúnmente utilizados por la comunidad de vehículos miniatura a radio control como colas de helicópteros de configuración clásica, los cuales colocan un rotor de cola como estrategia para compensar el la *patada de motor*, que es un efecto giroscópico contrario y gradual a





(a) Bastidor.

(b) Brazos.

**Figura 4.13:** Partes principal del Frame, bastidor y brazos

la velocidad de giro, producto de la inercia del motor, la flecha y del vehículo en general.

**Figura 4.14:** Base del rotor de Pitch colectivo.

La base del rotor, cuya función principal es servir como soporte al mecanismo de los rotores y al de cambio de Pitch colectivo, de igual manera funciona como carcasa protectora del área de contacto entre las bandas de transmisión y las flechas individuales de cada rotor. También utilizados en los helicópteros clásicos.

La flecha principal, compuesta de una aleación metálica muy resistente, agrega un peso extra, pero esa gran rigidez y tamaño son ideales para compensar la patada del motor



(a) Flecha principal de transmisión de giro.

(b) Bandas de transmisión de giro.

**Figura 4.15:** La banda y la flecha principal, encargadas de llevar el movimiento de giro a cada rotor.

principal, la cual provoca un momento de giro en el movimiento de roll del vehículo, provocando una deriva constante, esta deriva en los helicópteros clásicos, se presenta en el ángulo de yaw.

Las bandas dentadas hechas de caucho, sustituyen una serie de engranes que transmiten movimiento de manera equivalente, es decir sin modificar la velocidad, al estar dentadas y adecuadamente tensas aseguran un giro eficiente y un sistema de seguridad. En caso de existir un bloqueo de giro en alguno de los rotores provoca un salto y asincronización del giro de los motores que de manera fácil podría volver a restablecerse.

Otro de los materiales más utilizados en la construcción de vehículos multirrotores ha sido el aluminio, debido a su ligereza, resistencia y maleabilidad

El engrane dentado, pequeño y dorado (Latón) fijo a la flecha del motor utilizado en la proyección de la velocidad angular del motor hacia la flecha principal del vehículo,

**Cuadro 4.2:** Materiales selectos y sus propiedades. Los datos pueden ser consultados en <http://www.matweb.com/>.

Material	Modulo de Young $E$ [GPa]	Tensión Fuerza-Resistencia $\mu$ [MPa]	Densidad $\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]
Caucho	$0.055 \pm 0.045$	8	$1.055 \pm 0.145$
Nailon	$3.0 \pm 1$	78	1.13
Latón	$112.5 \pm 12.5$	247	$8.560 \pm 0.165$
Aluminio	69	$275 \pm 35$	$2.7 \pm 0.165$
Acero Inoxidable	200	600	$7.900 \pm 0.150$
Aleación de Titanio	$112.5 \pm 7.5$	977	4.510
Fibra de vidrio	$31.65 \pm 14.45$	1500	1.8
Aramida	70.5	2757	1.44
Diamante	1220	2800	3.530
Fibra de Carbón	$135 \pm 15$	2000	1.570
Plástico	1.7	55	1.38



(a) Engrane a la flecha principal.



(b) Engrane fijo a la flecha del motor.

**Figura 4.16:** Juego de engranes de transmisión de giro del motor principal a los rotores

provocando un giro en sentido contrario al del motor, contrarrestando la patada de motor.

El engrane fijo a la flecha principal hecho de plástico con base de acero inoxidable de mayor tamaño que el de latón, con el propósito de reducir la velocidad para aumentar el momento angular, como soporte al motor, reduciendo la carga. El aumento de carga en el motor se de-

be al incremento del arrastre de las hélices provocado por el incremento del Pitch colectivo.

El metal que compone la flecha principal y los baleros, así como las varillas de transmisión de la variación de los ángulos desde el servomotor al rotor, tienen casi la misma rigidez  $E$  de los metales más rígidos (latón, acero inoxidable y aleación de titanio). Los valores disponibles en la literatura son valores aproximados, ya que varían dependiendo en gran medida de muestras y métodos de prueba. Es aún más variable con materiales compuestos, ya que depende del tamaño de rosca, patrón de tejido, el porcentaje de fibra de plástico, tipo de plástico y la dirección de la armadura.

**Cuadro 4.3:** Peso del Material usado en la plataforma Assault Reaper 500

Elemento	Peso (g)
Pixhawk	35
Bastidor	32
Baleros de flecha principal	17
Varillas de transmisión × 4	9
Base de servo × 4	22
Base de rotor × 4	25
Mecanismo de cambio de pitch × 4	32
Engrane principal	11.6
Hélices × 2	25
T unión × 2	49
Engrane para bandas × 2	8
Engrane de rotor × 4	7
Flecha Principal	11
Flecha Principal	49
Tornillería	60
<b>TOTAL</b>	<b>1200</b>

??.

/

# 5

## RESULTADOS

---

### Índice

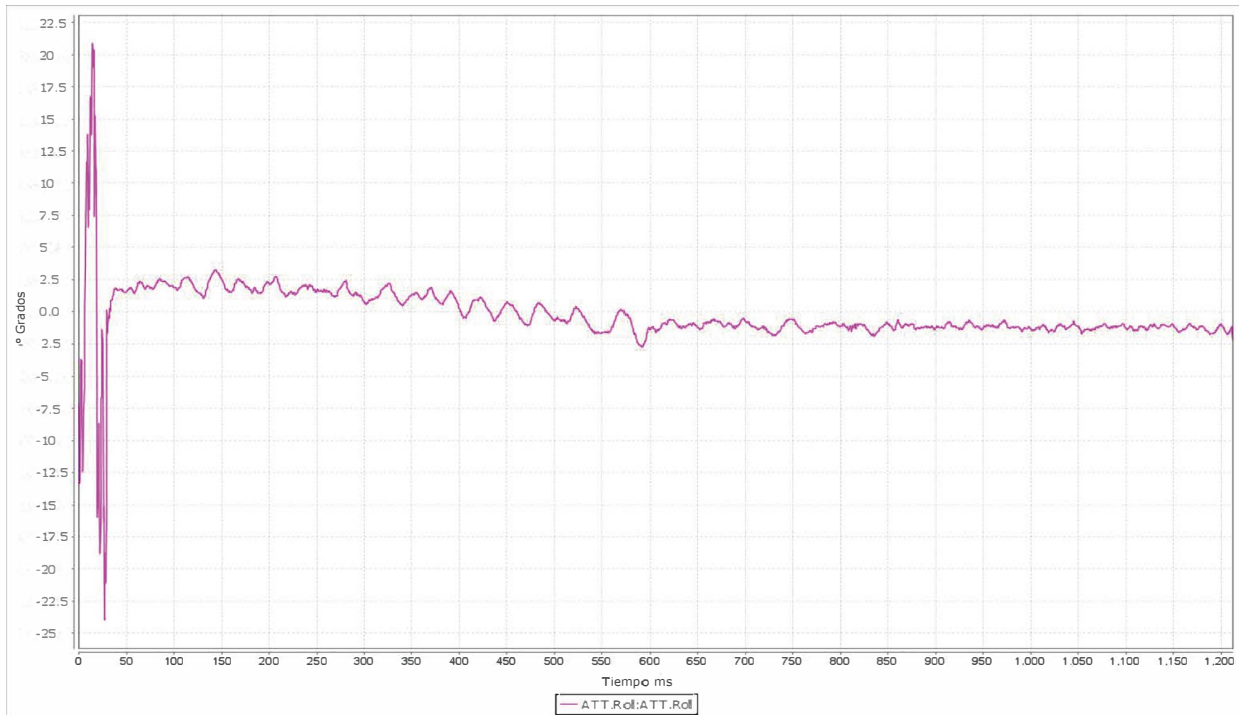
---

5.1	Resultados Prácticos . . . . .	78
5.2	Conclusiones . . . . .	80

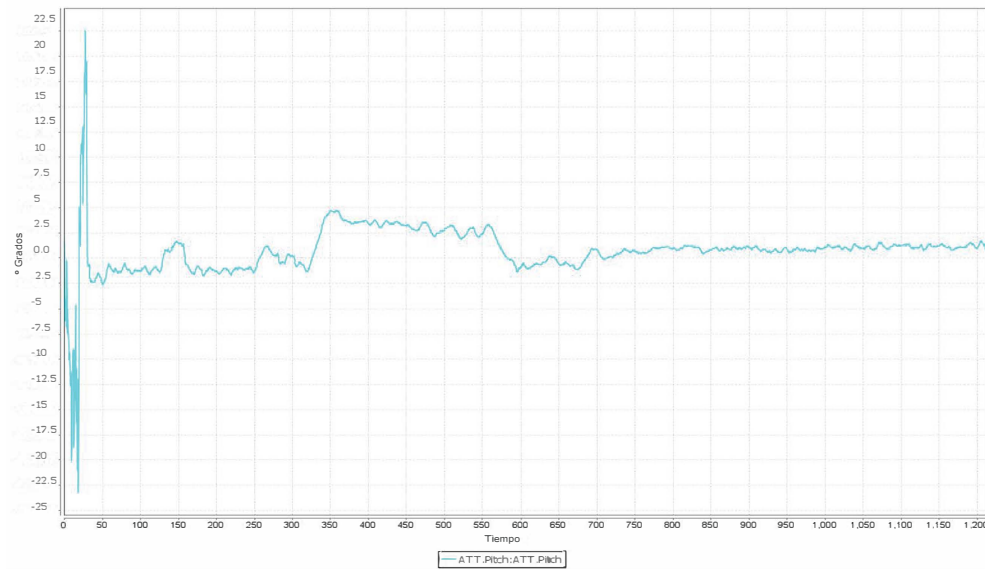
---

## 5.1 Resultados Prácticos

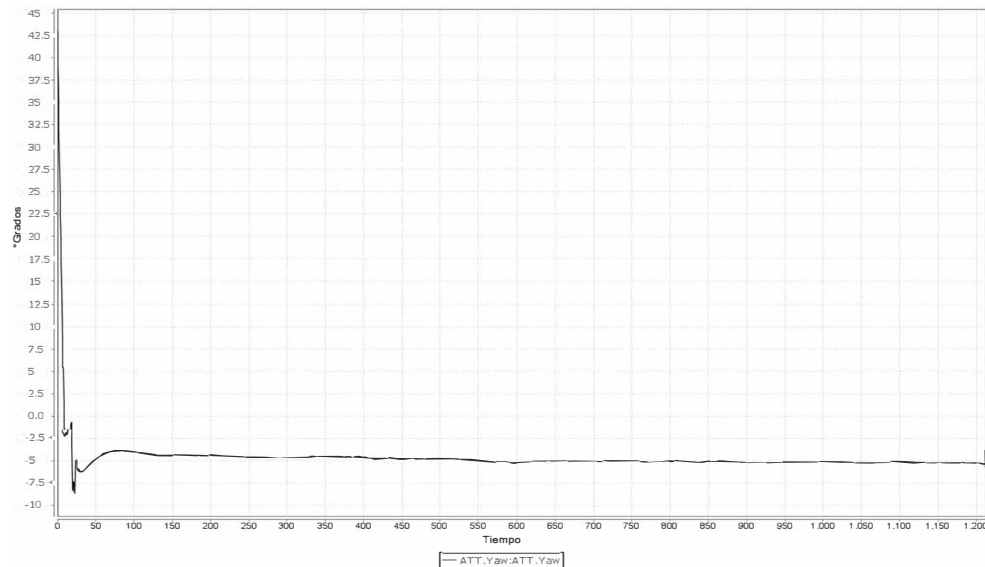
En esta sección se analizan los resultados prácticos del control de orientación del vehículo en vuelo. Las variables presentadas a continuación son las que respectan a los ángulos de Roll  $\theta$ , Pitch  $\phi$ , Yaw  $\psi$  y la altura. Provenientes de la central inercial y el sensor barométrico, ambos embebidos en el auto-piloto Pixhawk, del que se detalla en la sección anterior.



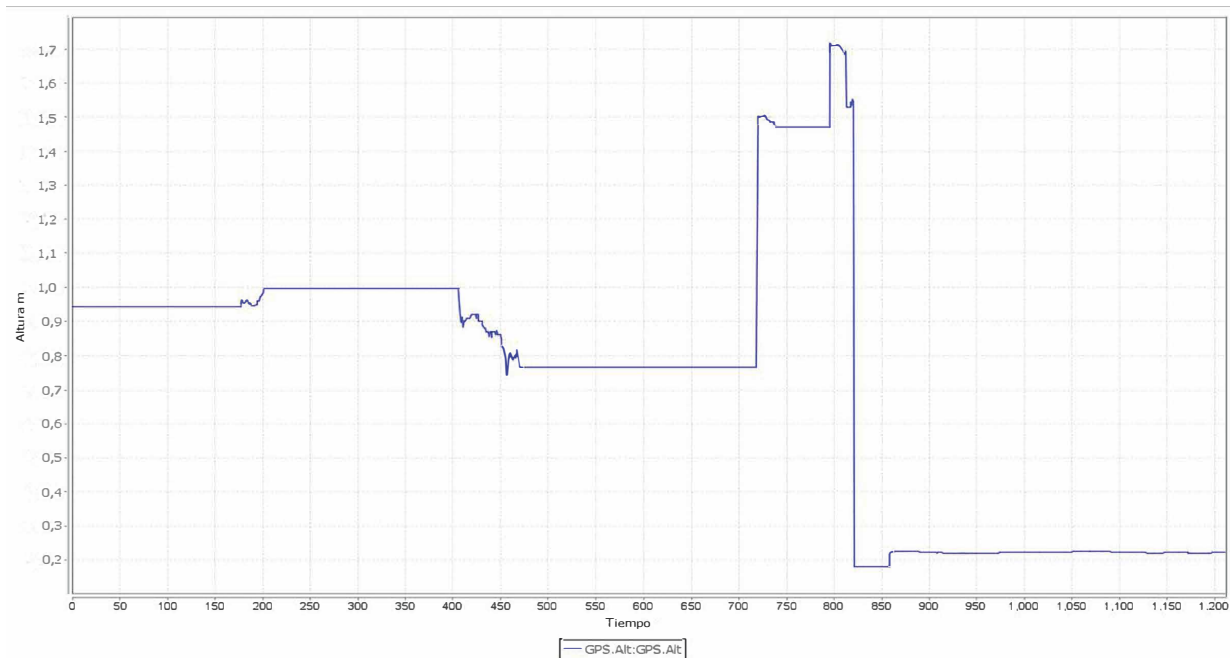
**Figura 5.1:** Ángulo de Roll de la Plataforma en vuelo en morado, el tiempo en (ms) de vuelo graficado en el plano horizontal, el plano vertical escala el ángulo en grados. Mostrando una perturbación en el ángulo de Roll ( $\theta$ ) para luego estabilizarse.



**Figura 5.2:** Ángulo de Pitch de la Plataforma en vuelo en azul, el tiempo en (ms) de vuelo graficado en el plano horizontal, el plano vertical escala el ángulo en grados. Mostrando una perturbación en el ángulo de Pitch ( $\phi$ ) para luego estabilizarse.



**Figura 5.3:** Ángulo de Yaw de la Plataforma en vuelo en negro, el tiempo en (ms) de vuelo graficado en el plano horizontal, el plano vertical escala el ángulo en grados. Mostrando una perturbación en el ángulo de Yaw ( $\psi$ ) presentando una deriva, consecuencia de una diferencia mecánica en los servomotores, provocando un giro sobre el eje Z.



**Figura 5.4:** Altitud de la Plataforma en vuelo en azul oscuro, el tiempo en (ms) de vuelo graficado en el plano horizontal, el plano vertical escala la altura en vuelo. Mostrando variaciones en la altura, este vuelo no presenta un control de altura en el vehículo, la altura fue controlada a distancia por el piloto. Existiendo estabilidad al no variar la potencia del motor y/o el ángulo colectivo de Pitch.

## 5.2 Conclusiones

Con base en los resultados, podemos concluir que:

La eficiencia de la hélice con Pitch variable funciona como un método eficiente para regular la orientación del vehículo, es decir, los servomotores tiene una respuesta adecuada como respuesta a las perturbaciones existentes en la variación de sus ángulos ( $\theta, \phi, \psi$ ). Sin embargo, la complejidad mecánica de la transmisión del giro del motor principal a cada rotor, tiene como consecuencia un desgaste que contrarresta la eficiencia lograda por el Pitch variable que minimizaba la carga del motor principal. Esto, sumado al hecho



de que la batería de LiPo que incluye, no tiene como fin extender su tiempo de vuelo, sino realizar un vuelo acrobático de corta duración. El resultado en el tiempo de vuelo del Assault Reaper 500 no supera el tiempo de vuelo promedio de los cuadricópteros de motores brushless con hélices de paso fijo.

Es importante señalar, que para alcanzar el objetivo de la tesis no es suficiente controlar el cuadricóptero de pitch variable, para alcanzar este propósito podrían realizarse una serie de modificaciones y adaptaciones para alcanzar el objetivo.

Por lo anterior, se propone como trabajo futuro utilizar un motor de combustión capaz de suplir al eléctrico y/o utilizar ambas fuentes de potencia (motor eléctrico sin escobillas y un motor de combustión) como forma adicional.

También se propone utilizar un prototipo de las mismas características de mayor escala que cuente con piezas especializadas para su desempeño, por ejemplo, las hélices utilizadas no están diseñadas para la sustentación de un vehículo, ya que son utilizadas en los rotores de cola donde su propulsión no es precisamente para la sustentación. Otra desventaja es que la resolución de los servomotores no es totalmente simétrica, lo que provoca deriva en el control de orientación en el ángulo de Yaw.

Una diferencia sustancial entre el vehículo utilizado en este trabajo y los cuadrirrotores tradicionales es el uso de cinco actuadores, este hecho supondría un control en la velocidad del motor principal, el cual se consideró como constante.

La importancia y aporte de este trabajo entonces puede mencionarse como:

La implementación de un Firmware adaptado para este vehículo es una puerta a multirrotores no convencionales, lo que permite adaptar firmware's para plataformas de configuración innovadora de múltiples rotores y superficies de control.

El estudio del vehículo de cinco actuadores (un motor brushless y cuatro servomotores), en comparación con el de cuatro actuadores (cuatro motores brushless), ya que, ambos siendo sistemas subactuados presentan diferencias, ventajas y desventajas que se mencionaron a lo largo del desarrollo de esta tesis.

Otro aporte concluyente es el referente al uso de rotores de Pitch variable los cuales pueden ser utilizados en una gran variedad de vehículos, logrando proveer una sustentación positiva, negativa o nula independiente a la velocidad angular del motor.

Esto presenta una potencial aplicación, que supondría un sistema de acción ante fallas en los actuadores, es decir, de ser utilizados en un cuadricóptero con cuatro motores y cuatro hélices de Pitch variable, en el supuesto de la falla de un motor entonces el motor del lado contrario sería capaz de compensar la orientación de dicho vehículo y los otros dos motores brindarían la sustentación necesaria, estas dos acciones, en conclusión, provocarían un descenso suave, evitando pérdidas parciales o totales del vehículo.



**Figura 5.5:** Imagen 1 de la Plataforma en vuelo.



**Figura 5.6:** Imagen 2 de la Plataforma en vuelo.



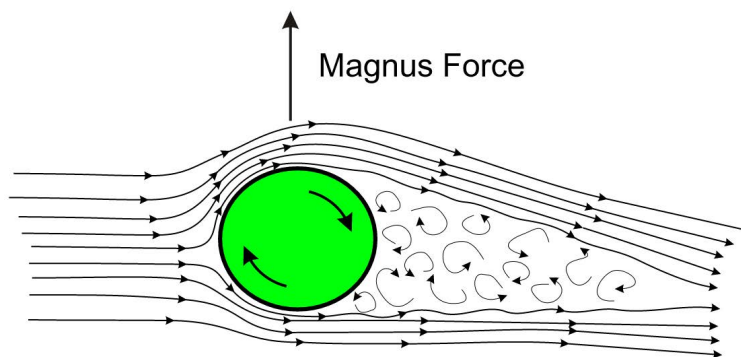
**A**

EFFECTO MAGNUS

---

El efecto Magnus [51], denominado así en honor al físico y químico alemán Heinrich Gustav Magnus (1802-1870), es el nombre dado al fenómeno físico por el cual la rotación de un objeto afecta a la trayectoria del mismo a través de un fluido, como por ejemplo, el aire. Es producto de varios fenómenos, incluido el principio de Bernoulli y la condición de no deslizamiento del fluido encima de la superficie del objeto. Este efecto fue descrito por primera vez por Magnus en 1853.

Un objeto en rotación crea un flujo rotacional a su alrededor. Sobre un lado del objeto, el movimiento de rotación tendrá el mismo sentido que la corriente de aire a la que el objeto está expuesto. En este lado la velocidad se incrementará. En el otro lado, el movimiento de rotación se produce en el sentido opuesto a la de la corriente de aire y la velocidad se verá disminuida. La presión en el aire se ve reducida desde la presión atmosférica en una cantidad proporcional al cuadrado de la velocidad, con lo que la presión será menor en un lado que en otro, causando una fuerza perpendicular a la dirección de la corriente de aire. Esta fuerza desplaza al objeto de la trayectoria que tendría si no existiese el fluido. En el espacio o en la superficie de los cuerpos celestes que carecen de atmósfera (como la luna) este fenómeno no se produce.



**Figura A.1:** Descripción gráfica del efecto Magnus

En la imagen, se muestra una esfera observada lateralmente que se está desplazando hacia la

---

derecha (por lo que la velocidad del aire circundante respecto de la esfera va hacia la izquierda) y gira en el sentido de las agujas del reloj, la velocidad del aire en el punto más bajo de la esfera aumenta por el arrastre de ese giro. Asimismo, en el punto más alto, el giro de la esfera se opone a la corriente de aire y frena esta corriente. De ahí que en el punto más bajo de la esfera aparezca una pérdida de presión respecto del más alto que impulsa a la esfera hacia abajo.

Para un cilindro lo suficientemente largo (Flujo 2D), la fuerza está dada por la sustentación conocida como *Kutta-Joukowski Lift*. La sustentación por unidad de longitud  $\frac{F}{L}$  es el producto de la velocidad  $V$ , la densidad del fluido  $\rho$  y la intensidad del vórtice establecida por el movimiento de rotación  $G$ :

$$\frac{F}{L} = \rho V G$$

donde  $G = 2\pi\omega r^2$ .

A menudo se hace referencia a este efecto a la hora de explicar movimientos extraños pero comúnmente observados en deportes que hacen uso de bolas y pelotas en rotación, especialmente en el golf, béisbol, fútbol, tenis, tenis de mesa, billar o cricket, o en los búmeran. Sin embargo el efecto Magnus no es el responsable del movimiento de la bola de cricket visto en el swing bowling.

En el fútbol, este efecto es responsable del llamado *efecto*, en lugares con una altura considerable sobre el nivel del mar este efecto es notablemente menor, dando por resultado el famoso, *chanfle*.



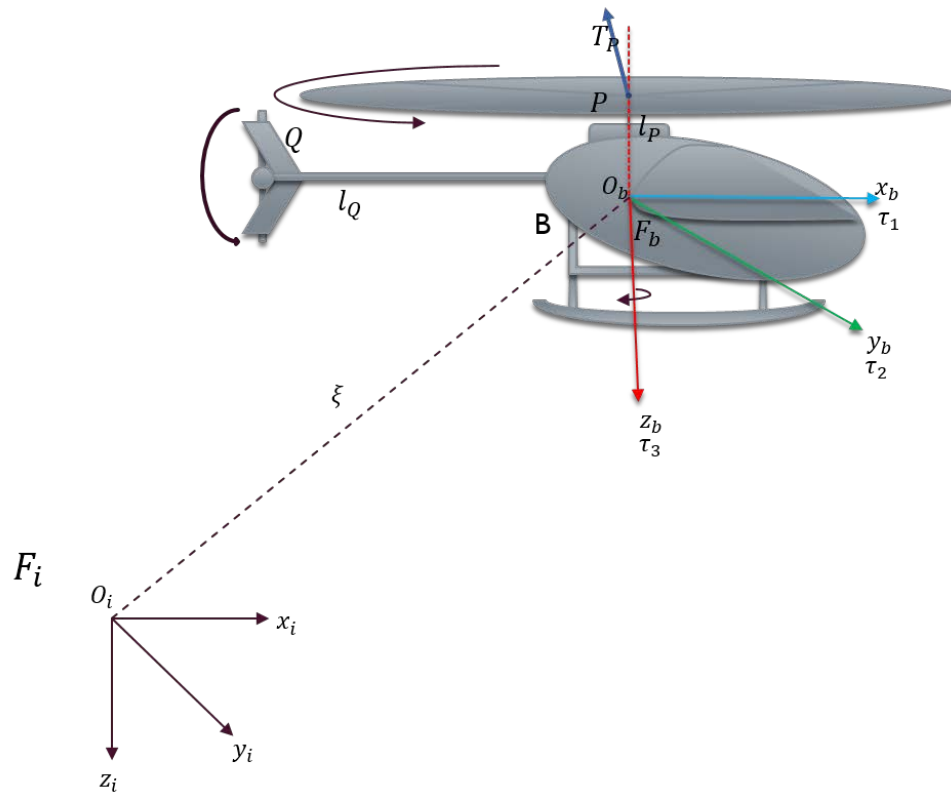


# B

## MODELO DEL HELICÓPTERO CLÁSICO

---

Una vez teniendo claro el modelo dinámico del cuerpo rígido se abordara el modelo dinámico del Helicóptero clásico [12].



**Figura B.1:** Representación de cuerpo libre de un helicóptero clásico.

El modelo dinámico del helicóptero clásico [52] se obtiene a partir de asumir lo siguiente:

1. Las hélices de los rotores se consideran dependientes directas del eje, es decir, no hay un desplazamiento asociado con un barrido eje-balero. De este modo, el ángulo de conicidad se supone es cero. Como consecuencia, cada rotor siempre se encuentra en un disco denominado *Disco de rotor*.
2. Se asume que las hélices del rotor principal giran en sentido anti-horario con una vista desde arriba y las hélices del rotor de cola giran en sentido horario.

3. Se supone que las inclinaciones cíclicas laterales y longitudinales del rotor principal son medibles y controlables. Es decir, los ángulos de *flapping* se utilizan directamente como entradas de control.
4. La única resistencia del aire modelado son las fuerzas de arrastre simples, que se oponen a la rotación de los rotores, principal y de cola.
5. Las fuerzas aerodinámicas generadas por el viento relativo no se consideran.
6. los efectos por operar el helicóptero cerca del suelo se descuidan.
7. Los efectos de las fuerzas aerodinámicas generadas por los estabilizadores no se tienen en cuenta.

Con el fin de obtener las ecuaciones dinámicas, estas serán separadas en dos grupos. El primer grupo está compuesto de las fuerzas traslacionales y el segundo está relacionado con las fuerzas de movimiento de rotación.

## B.1 Fuerzas traslacionales

---

Encontramos tres tipos de fuerzas aplicadas al fuselaje, dos de ellas generadas por los rotores. El último debido al efecto de la gravedad denotamos  $M$  y  $T$  como los términos relacionados con el rotor principal y el de cola, respectivamente.

El vector de empuje (*thrust*), del rotor principal y el de cola son descritos por:

$$T_M = T_M^1 x_b + T_M^2 y_b + T_M^3 z_b \quad (\text{B.1})$$

$$T_T = T_T^1 x_b + T_T^2 y_b + T_T^3 z_b \quad (\text{B.2})$$

Sin embargo, es bien sabido que el rotor de cola no posee plato oscilante. Entonces el vector de empuje de este rotor tiene siempre la misma dirección, es decir, en la dirección del eje  $y_b$ , entonces la ecuación (2.11) puede reescribirse como:

$$T_T = T_T^2 y_b \quad (\text{B.3})$$

Los componentes del vector de empuje para el rotor principal pueden ser definidos como una función de un ángulo  $\beta$ , el ángulo de *flapping* que denota la inclinación del disco del rotor principal con respecto a su plano de rotación inicial. Este ángulo es formado por las inclinaciones del ángulo  $a$  *flapping longitudinal* y el ángulo  $b$  *flapping lateral* que hemos asumido como variables medibles y controlables. Por cálculos geométricos simples tenemos:

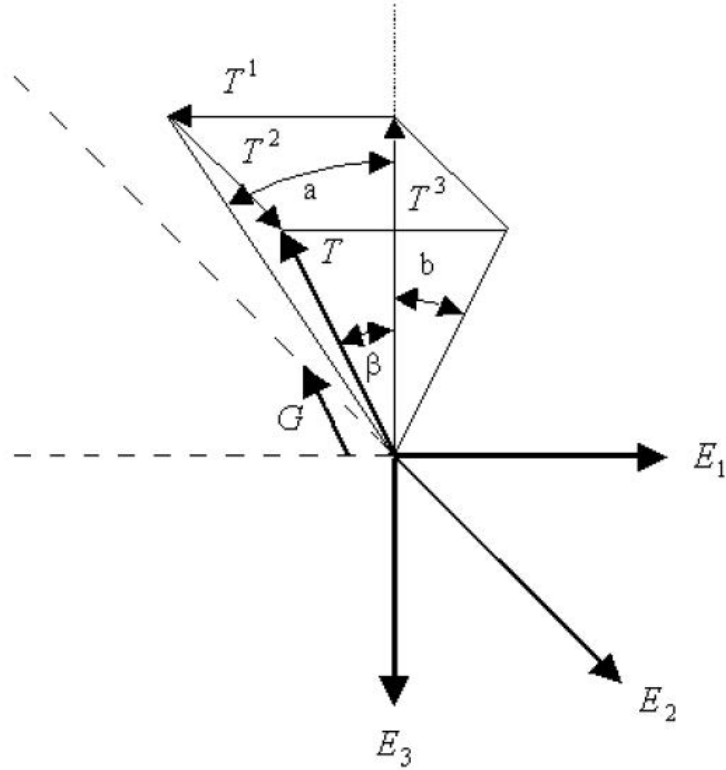
$$\tan^2 \beta = \frac{(T_M^1)^2 + (T_M^2)^2}{(T_M^3)^2} \quad (\text{B.4})$$

$$\tan^2 \beta = \tan^2 a + \tan^2 b \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{1 - \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta} = \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} + \frac{\sin^2 b}{\cos^2 b} \quad (\text{B.6})$$

Simplificando la última ecuación, se obtiene la expresión

$$\cos \beta = \frac{\cos a \cos b}{\sqrt{1 - \sin^2 a \sin^2 b}} \quad (\text{B.7})$$



**Figura B.2:** Representación geométrica del vector de empuje.

El término  $T_M^3$  se obtiene directamente por la proyección del vector de empuje sobre el eje  $E_3$  ( $z_b$ ). Añadimos un signo negativo a esta ecuación a razón de asumir que la amplitud de  $T_M$  es siempre positivo, es decir, en la dirección opuesta al eje  $E_3$  ( $z_b$ ).

$$T_M^3 = -\cos \beta |T_M|$$

$$T_M^3 = \frac{-\cos a \cos b}{\sqrt{1 - \sin^2 a \sin^2 b}} |T_M| \quad (\text{B.8})$$

Entonces, los términos  $T_M^1$  y  $T_M^2$  se obtienen de manera similar:

$$T_M^1 = -\tan a T_M^3$$

$$T_M^3 = \frac{-\sin a \cos b}{\sqrt{1 - \sin^2 a \sin^2 b}} |T_M| \quad (\text{B.9})$$

y

$$T_M^2 = -\tan b |T_M^3|$$

$$T_M^3 = \frac{\cos a \cos b}{\sqrt{1 - \sin^2 a \sin^2 b}} |T_M| \quad (\text{B.10})$$

El vector de empuje  $T_M$  puede ser representado como:

$$T_M = G(a, b) |T_M| \quad (\text{B.11})$$

donde

$$G(a, b) = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 a \sin^2 b}} \begin{pmatrix} -\sin a \cos b \\ \sin b \cos a \\ -\cos a \cos b \end{pmatrix} \quad (\text{B.12})$$

*Observación 3.1.* Cada que los valores de los ángulos  $a$  y  $b$  son muy pequeños, la ecuación de  $G(a, b)$  puede ser reescrita como

$$G(a, b) \approx \begin{pmatrix} -a \\ b \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.13})$$

La fuerza gravitacional aplicada al helicóptero es definida como

$$f_g = mgz_b \quad (\text{B.14})$$

Donde  $m$  representa la masa total del helicóptero y  $g$  es la constante de gravitacional. Esta ecuación se da en el marco *Inercial*  $I$ , para el marco del cuerpo  $B$  tenemos

$$F_g = mgR^T z_b \quad (\text{B.15})$$

Sea  $F$  la fuerza total externa aplicada al helicóptero y expresado en el marco fijo al cuerpo. Esta fuerza está dada por

$$F = T_M + T_T + F_g$$

$$F = G(a, b) |T_M| + T_T^2 y_b + mgR^T z_b \quad (\text{B.16})$$

La representación de esta fuerza sobre el marco *Inercial* tiene la forma

$$f = RF$$

$$F = G(a, b) |T_M| + T_T^2 R y_b + mgR^T z_b \quad (\text{B.17})$$

## B.2 Fuerzas de rotación (Pares)

Los dos vectores de empuje  $T_M$  y  $T_T$  generan dos pares, debido a la separación entre el centro de masa  $CG$  ( $O_b$ ) y los ejes del rotor.

La fuerza gravitacional no genera un par de torsión desde el helicóptero, es libre de girar alrededor de su centro de masa.

Antes de comenzar, es necesario definir la medida de las distancias desde el centro de masa del helicóptero a los ejes de los dos rotores (denotados como  $l_M$  para el rotor principal y  $l_T$  para el rotor de cola).

Si expresamos estos vectores en términos del marco fijo al cuerpo, tenemos:

$$l_M = l_M^1 x_b + l_M^2 y_b + l_M^3 z_b \quad (\text{B.18})$$

$$l_T = l_T^1 x_b + l_T^2 y_b + l_T^3 z_b \quad (\text{B.19})$$

Los *momentos* o *pares* aplicados a la estructura del vehículo por los vectores de empuje, están definidos por

$$\tau_M = \left[ l_M \times G(a, b) \right] |T_M|$$



$$\tau_M = \frac{|T_M|}{\sqrt{1 - \sin^2 a \sin^2 b}} \begin{pmatrix} -\cos a \cdot \cos b \cdot l_M^2 - \sin b \cdot \cos a \cdot l_M^3 \\ \cos a \cdot \cos b \cdot l_M^1 - \sin a \cdot \cos b \cdot l_M^3 \\ \sin a \cdot \cos b \cdot l_M^2 + \sin b \cdot \cos a \cdot l_M^1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.20})$$

$$\tau_T = \left[ l_T \times y_b \right] T_T^2$$

$$\tau_T = T_T^2 \begin{pmatrix} -l_T^3 \\ 0 \\ l_T^1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.21})$$

Adicionalmente, la aerodinámica de arrastre en los rotores, generan ciertos pares que actúan a través de los ejes del rotor. Evocando el *supuesto 2* estos anti-pares se definen por

$$Q_M = |Q_M| z_b \quad (\text{B.22})$$

$$Q_T = |Q_T| y_b \quad (\text{B.23})$$

Finalmente, el par total aplicado al fuselaje  $B$ , representado en el marco fijo al cuerpo, viene dado por

$$\tau = \left[ l_M \times G(a, b) \right] |T_M| + \left[ l_T \times y_b \right] T_T^2 + |Q_M| z_b - |Q_T| y_b \quad (\text{B.24})$$

---

**B.2.1** Modelo Dinámico completo del helicóptero clásico
 

---

Para el movimiento *traslacional* completo, sea  $\xi = v$ , denota la velocidad del centro de masa expresado en el marco *inercial*  $I$ .

Las ecuaciones de Newton muestran que el componente de movimiento *rotacional* en un marco *no inercial* es dado por  $I\dot{\Omega} = -\Omega \times I\Omega + \tau$ , donde  $\Omega$  es la velocidad angular expresada en el marco *no inercial*;  $I$  denota la inercia del helicóptero al rededor del centro de masa con respecto al marco fijo al cuerpo.

Finalmente el modelo dinámico completo, representado en el marco fijo inercial viene dado por

$$\dot{\xi} = v \tag{B.25}$$

$$m\dot{v} = RG(a, b) \cdot |T_M| + T_T^2 R y_b + mgz_b \tag{B.26}$$

$$\dot{R} = R\hat{\Omega} \tag{B.27}$$

$$I\dot{\Omega} = -\Omega \times I\Omega + \left[ l_M \times G(a, b) \right] |T_M| + \left[ l_T \times y_b \right] T_T^2 + |Q_M| z_b - |Q_T| y_b \tag{B.28}$$

Donde  $\Omega \in \mathbb{R}^3$  y

$$\hat{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega^3 & \Omega^2 \\ \Omega^3 & 0 & -\Omega^1 \\ -\Omega^2 & \Omega^1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.29})$$



# C

## MODELO DEL CUADRIRROTOR, NEWTON-EULER

---

En esta sección se obtienen las ecuaciones dinámicas del cuadricóptero mediante la formulación de Newton-Euler [12, 21, 36].

Como se ha visto, las ecuaciones dinámicas de un cuerpo rígido sujeto a fuerzas externas, aplicadas al centro de masa y expresadas en el sistema de coordenadas fijo al cuerpo se pueden obtener a través de la formulación siguiente:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Omega \times mv \\ \Omega \times I\Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_b + f_d \\ \tau_b + \tau_d \end{bmatrix}$$

Donde  $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  es la matriz de inercia,  $v$  el vector que expresa la velocidad del centro de masa del cuerpo ( $B$ ),  $\Omega$  es el vector de velocidad angular también en  $B$  y  $m$  la masa total del vehículo, la cual para ser operada en términos matriciales debe ser multiplicada por la matriz identidad.

$$\begin{bmatrix} 1_{11} & 0_{12} & \dots & 0_{1n} \\ 0_{21} & 1_{22} & \dots & 0_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ 0_{m1} & 0_{m2} & \dots & 1_{mn} \end{bmatrix}$$

Considerando el vector de estado  $[\xi \ v \ \eta \ \Omega]^T$ , donde  $\xi$  y  $v \in \mathbb{R}^3$  representan la posición y la velocidad del centro de masa del vehículo, respectivamente, expresadas en el marco de referencia inercial fijo a la tierra  $I$ , donde  $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]$  y  $\Omega \in \mathbb{R}^3$  la velocidad angular expresada en el cuerpo ( $B$ ), las ecuaciones de cuerpo rígido de acuerdo a las leyes

de movimiento pueden visualizarse como:

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= f_b \\ \dot{R} &= R\hat{\Omega} \\ I\dot{\Omega} &= -\Omega \times I\Omega + \tau_b\end{aligned}\tag{C.1}$$





# D

## MODELO DEL CUADRIRROTOR, EULER-LAGRANGE

---

Las ecuaciones de movimiento del helicóptero pueden expresarse también mediante la formulación de Euler-Lagrange [12, 36], basada en el concepto de energía mecánica (cinética y potencial):

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_i} \right) \quad (\text{D.1})$$

$$L = E_c - E_p \quad (\text{D.2})$$

donde

- $L$  es la función Lagrangiana.
- $E_c$  es la energía cinética total.
- $E_p$  es la energía potencial total.
- $q_i$  es la coordenada generalizada.
- $\dot{q}_i$  es la primera derivada respecto al tiempo de la coordenada generalizada.
- $\Gamma$  son las fuerzas/pares generalizados por fuerzas/pares no conservativos.

Para desarrollar las ecuaciones de Euler-Lagrange, se considera el sistema de coordenadas inercial  $\{I\} = \{\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i\}$  y el sistema de coordenadas fijo al cuerpo  $\{B\} = \{\vec{x}_b, \vec{y}_b, \vec{z}_b\}$ .

Un cuerpo rígido en un espacio  $3D$  tiene las siguientes coordenadas generalizadas:

$$q = \begin{bmatrix} \xi & \eta \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^6 \quad (\text{D.3})$$

donde  $\xi = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^3$  es la posición en el centro de masa del vehículo expresado en  $[B]$ , y  $\eta = \begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^3$ , que describen la posición y orientación del centro de masa del vehículo.

El Lagrangiano para el quadrirrotor está dado por:

$$L(q, \dot{q}) = E_{cTras} + E_{cRot} - E_p \quad (D.4)$$

Donde la energía cinética se expresa en dos términos:  $E_{cTras}$  energía cinética trasnacional y  $E_{cRot}$  que es la energía cinética rotacional.

El desarrollo matemático de las energías cinéticas, así como de las derivadas del Lagrangiano, se detallan en [D1]. A continuación se muestra las ecuaciones de movimiento de rotación obtenidas a partir de la formulación de Euler-Lagrange en su expresión matricial. Empezando por el movimiento traslacional.

$$m\ddot{\xi} + mge_3 = f_\xi \quad (D.5)$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) + U_1 + \frac{A_x}{m} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (\sin \psi \sin \theta \cos \phi + \cos \psi \sin \phi) + U_1 + \frac{A_y}{m} \\ \ddot{z} = -g + \frac{1}{m} (\cos \theta \cos \phi) + U_1 + \frac{A_z}{m} \end{cases} \quad (D.6)$$

Donde  $A_T = \begin{bmatrix} A_x & A_y & A_z \end{bmatrix}^T$  son las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre el vehículo y  $U_1$  es la entrada de control.

Ahora bien, refiriéndose al movimiento rotacional:

$$M(\eta)\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau_\eta \quad (\text{D.7})$$

donde

$$\tau_\eta = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \quad (\text{D.8})$$

$$M(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx} \\ 0 & I_{yy} \cos^2 \phi + I_{zz} \sin^2 \phi & (I_{yy} - I_{zz}) \cos \phi \sin \phi \cos \theta \\ -I_{xx} \sin \theta & (I_{yy} - I_{zz}) \cos \phi \sin \phi \cos \theta & I_{xx} \sin^2 \theta + I_{yy} \sin^2 \phi \cos^2 \theta + I_{zz} \cos^2 \phi \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (\text{D.9})$$

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{D.10})$$

Donde:

$$c_{11} = 0$$

$$c_{12} = (I_{yy} - I_{zz})(\dot{\theta} \cos \phi \sin \phi + \dot{\psi} \sin^2 \phi \cos \theta) + (I_{zz} I_{yy}) \dot{\psi} \cos^2 \phi \cos \theta - I_{xx} \dot{\psi} \cos \theta$$

$$c_{13} = (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\psi} \cos \phi \sin \phi \cos^2 \theta$$

$$c_{21} = (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta} \cos \phi \sin \phi + \dot{\psi} \sin^2 \phi \cos \theta) + (I_{yy} I_{zz}) \dot{\psi} \cos^2 \phi \cos \theta - I_{xx} \dot{\psi} \cos \theta$$

$$c_{22} = (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\phi} \cos \phi \sin \phi$$

$$c_{23} = -I_{xx} \dot{\psi} \sin \theta \cos \theta + I_{yy} \dot{\psi} \sin^2 \phi \cos \theta \sin \theta + I_{zz} \dot{\psi} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta$$

$$\begin{aligned}
c_{31} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} \cos^2 \theta \sin \phi \cos \phi - I_{zz}\dot{\theta} \cos \theta \\
c_{32} &= (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta} \cos \phi \sin \phi \sin \theta + \dot{\phi} \sin^2 \phi \cos \theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} \cos^2 \phi \cos \theta + \\
&I_{xx}\dot{\psi} \sin \phi \cos \theta - I_{yy}\dot{\psi} \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta - I_{zz}\dot{\psi} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta \\
c_{33} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} \cos \phi \sin \phi \cos^2 \theta - I_{xx}\dot{\theta} \sin^2 \phi \cos \theta \sin \theta - I_{zz}\dot{\theta} \cos^2 \phi \cos \theta \sin \theta + \\
&I_{xx}\dot{\theta} \cos \theta \sin \theta
\end{aligned}$$

Despejando los términos de interés para el vector de estados, obtenemos:

$$\ddot{\eta} = M(\eta)^{-1}(\tau_{\eta} - C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}) \quad (\text{D.11})$$

Es posible observar, en la matriz  $M(\eta)$  sólo aparecen términos de la matriz de inercia y de productos de *senos* y *cosenos* de los ángulos de Tait-Bryan. Mientras que la matriz  $C(\eta, \dot{\eta})$  sólo aparecen términos de la matriz de inercia, de los ángulos de Tait-Bryan y/o de la derivada de éstos. En ninguna de las dos matrices aparecen perturbaciones aerodinámicas, lo que nos permite realizar el control de forma más cómoda.



# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] S. autor. (2007). [Online]. Available: <http://www.lasegundaguerra.com/viewtopic.php?f=202&t=8789>
- [2] M. Drela. (2009). [Online]. Available: <http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/>
- [3] J. M. McMichael and M. S. Francis, “Micro air vehicles-toward a new dimension in flight,” *DARPA document*, 1997.
- [4] P.-J. Bristeau, F. Callou, D. Vissiere, and N. Petit, “The navigation and control technology inside the ar. drone micro uav,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 44, no. 1, pp. 1477–1484, 2011.
- [5] R. Naldi, L. Gentili, L. Marconi, and A. Sala, “Design and experimental validation of a nonlinear control law for a ducted-fan miniature aerial vehicle,” *Control Engineering Practice*, vol. 18, no. 7, pp. 747–760, 2010.
- [6] L. Marconi, R. Naldi, and L. Gentili, “Modelling and control of a flying robot interacting with the environment,” *Automatica*, vol. 47, no. 12, pp. 2571–2583, 2011.
- [7] A. Finn, K. Brown, and T. Lindsay, “Miniature uav’s & future electronic warfare,” in *Land Warfare Conference*, 2002, pp. 93–106.
- [8] G. V. Raffo, “Robust control strategies for a quadrotor helicopter: An underactuated mechanical system,” Ph.D. dissertation, Universidad de Sevilla, 2011.
- [9] M. Orsag, C. Korpela, and P. Oh, “Modeling and control of mm-uav: Mobile manipulating unmanned aerial vehicle,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, pp. 1–14, 2013.
- [10] A. S. Laliberte, J. E. Herrick, A. Rango, and C. Winters, “Acquisition, orthorectification, and object-based classification of unmanned aerial vehicle (uav) imagery for rangeland monitoring,” *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, vol. 76, no. 6, pp. 661–672, 2010.
- [11] C.-S. Y. C.-S. Yoo and I.-K. A. I.-K. Ahn, “Low cost gps/ins sensor fusion system for uav navigation,” in *Digital Avionics Systems Conference, 2003. DASC’03. The 22nd*, vol. 2. IEEE, 2003, pp. 8–A.

- 
- [12] P. Castillo, R. Lozano, and A. E. Dzul, *Modelling and control of mini-flying machines*. Physica-Verlag, 2005.
- [13] H. Eisenbeiss *et al.*, “A mini unmanned aerial vehicle (uav): system overview and image acquisition,” *International Archives of Photogrammetry. Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, vol. 36, no. 5/W1, pp. 1–7, 2004.
- [14] R. Strydom, S. Thurrowgood, and M. Srinivasan, “Visual odometry: autonomous uav navigation using optic flow and stereo,” in *Proceedings of Australasian Conference on Robotics and Automation*, 2014.
- [15] K. Nonami, F. Kendoul, S. Suzuki, W. Wang, and D. Nakazawa, *Autonomous Flying Robots: Unmanned Aerial Vehicles and Micro Aerial Vehicles*, 1st ed. Springer Publishing Company, Incorporated, 2010.
- [16] T. Mueller, *Fixed and Flapping Wing Aerodynamics for Micro Air Vehicle Applications*. American Institute of Aeronautics & Astronautics, 2001.
- [17] D. Schafroth, S. Bouabdallah, C. Bernes, and R. Siegwart, “From the test benches to the first prototype of the mufly micro helicopter,” in *Unmanned Aircraft Systems*. Springer, 2008, pp. 245–260.
- [18] G. Hoffmann, H. Huang, S. Waslander, and C. Tomlin, “Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment,” in *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2007, p. 6461.
- [19] T. J. Mueller and J. D. DeLaurier, “Aerodynamics of small vehicles,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 35, no. 1, pp. 89–111, 2003.
- [20] W. Graf, J. Fleming, and W. Ng, “Improving ducted fan uav aerodynamics in forward flight,” in *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2008, p. 430.
- [21] B. Etkin and L. D. Reid, *Dynamics of flight: stability and control*. Wiley New York, 1996, vol. 3.
- [22] M. Cutler, N.-K. Ure, B. Michini, and J. How, “Comparison of fixed and variable pitch actuators for agile quadrotors,” in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2011, p. 6406.



- [23] M. Cutler and J. How, “Actuator constrained trajectory generation and control for variable-pitch quadrotors,” in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2012, p. 4777.
- [24] T. J. WILLIAMS, “Grain by grain: Research opportunities and sand collections,” in *2009 Portland GSA Annual Meeting*, 2009.
- [25] B. R. Munson, D. F. Young, T. H. Okiishi, and E. J. G. de Jesus Zerbini, *Fundamentos de mecánica de fluidos*. Limusa, 1999.
- [26] S. G. Gupta, M. M. Ghonge, and P. Jawandhiya, “Review of unmanned aircraft system (uas),” *International Journal of Advanced Research in Computer Engineering & Technology (IJARCET)*, vol. 2, no. 4, 2013.
- [27] C. Y. Yun, I. K. Park, H. Y. Lee, J. S. Jung, I. S. Hwang, and S. J. Kim, “Design of a new unmanned aerial vehicle cyclocopter,” *Journal of the American Helicopter Society*, vol. 52, no. 1, pp. 24–35, 2007.
- [28] I. S. Hwang, S. Y. Min, M. K. Kim, and S. J. Kim, “Multidisciplinary optimal design of cyclocopter blade system,” in *46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 2005, p. 2287.
- [29] M. Benedict, E. Shrestha, V. Hrishikeshavan, and I. Chopra, “Development of a micro twin-rotor cyclocopter capable of autonomous hover,” *Journal of Aircraft*, vol. 51, no. 2, pp. 672–676, 2014.
- [30] S. Y. Min, C. H. Lee, M. H. Seung, Y. S. Kim, C. M. Hur, and S. J. Kim, “Experimental study of a quadrotor cyclocopter,” *Journal of the American Helicopter Society*, vol. 60, no. 3, pp. 1–10, 2015.
- [31] I. S. Hwang, S. Y. Min, C. H. Lee, and S. J. Kim, “Development of a four-rotor cyclocopter,” *Journal of Aircraft*, vol. 45, no. 6, pp. 2151–2157, 2008.
- [32] J. Seifert, “Micro air vehicle lifted by a magnus rotor—a proof of concept,” in *50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2011, p. 389.
- [33] N. Mirkov and B. Rasuo, “Maneuverability of an uav with coanda effect based lift production,” *28th Int Cong Aeronaut Sci (ICAS)*, pp. 1–6, 2012.
- [34] R. Wille and H. Fernholz, “Report on the first european mechanics colloquium, on the coanda effect,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 23, no. 04, pp. 801–819, 1965.

- 
- [35] V. Gavrillets, “Dynamic model for a miniature aerobatic helicopter,” in *Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*. Springer, 2015, pp. 279–306.
- [36] R. Lozano, *Unmanned aerial vehicles: Embedded control*. John Wiley & Sons, 2013.
- [37] L. Marconi and R. Naldi, “Aggressive control of helicopters in presence of parametric and dynamical uncertainties,” *Mechatronics*, vol. 18, no. 7, pp. 381–389, 2008.
- [38] T. Bresciani, “Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter,” *MSc Theses*, 2008.
- [39] B. K. Bul, *Theory Principles and Design of Magnetic Circuits*. Moscow: Energia Press, 1964, p. 464, (in Russian).
- [40] N. Hemati and M.-C. Leu, “A complete model characterization of brushless dc motors,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 28, no. 1, pp. 172–180, 1992.
- [41] P.-J. Bristeau, P. Martin, E. Salaün, and N. Petit, “The role of propeller aerodynamics in the model of a quadrotor uav,” in *Control Conference (ECC), 2009 European*. IEEE, 2009, pp. 683–688.
- [42] M. J. Cutler, “Design and control of an autonomous variable-pitch quadrotor helicopter,” Ph.D. dissertation, Citeseer, 2012.
- [43] T. J. Koo and S. Sastry, “Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization,” in *Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on*, vol. 4. IEEE, 1998, pp. 3635–3640.
- [44] A. Mystkowski, “Implementation and investigation of a robust control algorithm for an unmanned micro-aerial vehicle,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 62, no. 8, pp. 1187 – 1196, 2014.
- [45] M. V. P. Giraldo, E. C. V. Gonzales, and C. I. R. Feliciano, “Modelamiento dinámico y control lqr de un quadrotor,” *Avances: Investigacion en Ingeniería*, no. 13, pp. 71–86, 2010.
- [46] R. Haarbrink and E. Koers, “Helicopter uav for photogrammetry and rapid response,” in *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, ISPRS Workshop of Inter-Commission WG I/V, Autonomous Navigation, Antwerp, Belgium*. Citeseer, 2006.
- [47] H. Chao, Y. Cao, and Y. Chen, “Autopilots for small unmanned aerial vehicles: A survey,” *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 8, no. 1, pp. 36–44, 2010.

- 
- [48] P. Firmware. (2015). [Online]. Available: <https://github.com/PX4/Firmware/>
- [49] Q. Control. (2014). [Online]. Available: <http://qgroundcontrol.org/>
- [50] M. Protocol. (2014). [Online]. Available: <http://qgroundcontrol.org/mavlink/start>
- [51] W. Swanson, “The magnus effect: A summary of investigations to date,” *Journal of Basic Engineering*, vol. 83, no. 3, pp. 461–470, 1961.
- [52] A. Bramwell, G. Done, and B. David, *Bramwell’s Helicopter Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 2001.