

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Unidad Zacatenco

PROGRAMA DE SISTEMAS AUTÓNOMOS DE NAVEGACIÓN AÉREA Y SUBMARINA "Diseño, modelado, construcción y control de un UAV convertible"

TESIS

Que presenta

Laura Guadalupe Martínez Santos

Para obtener el grado de

Maestra en Ciencias

EN

Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina

Directores de la Tesis:

Dr. Rogelio Lozano Leal Dr. Sergio Salazar Cruz

Ciudad de México

Febrero 2017

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mis padres que me han inculcado el amor por mi trabajo, la dedicación y fuerza que es necesaria para lograr mis objetivos personales.

A mis abuelos que se preocupan a menudo por mí, a mis tíos Daniel, Galdino, Amando, Leticia, Gudelia que me han dado su apoyo y comprensión.

A Isaac que siempre ha estado junto a mí, por su motivación, empatía, solidaridad y apoyo incondicional.

A Jorge por ser un gran guía en el aprendizaje de aviones de ala fija, por sus sabios consejos y buenas intenciones.

A mis amigos y compañeros de laboratorio Irving, Yukio, Orlando, Donovan, Jairo, Antonio, y a los chicos de servicio social Mariana, Pablo y Hector por darme su apoyo, y sabios consejos durante la realización de esta tesis.

A mis asesores de tesis el Dr. Rogelio Lozano Leal y el Dr. Sergio Salazar Cruz, por sus sabios consejos durante la realización de esta tesis, al laboratorio UMI-LAFMIA y no menos importante al CINVESTAV.

Agradezco el apoyo que recibí del CONSEJO NACIONAL DE CIENCIA Y TEC-NOLOGÍA (CONACYT) para concluir con mis estudios de maestría. iv

RESUMEN

En los últimos años la investigación sobre los vehículos Aéreos no tripulados ha tenido un impacto muy importante en la sociedad, debido a sus diversas aplicaciones, es por eso que el desarrollo de este tipo de vehículos se ha ido incrementando. Existen diversos tipos de UAV's, también diferentes clasificaciones sobre los mismos, y las tareas que estos realizan.

Al analizar las ventajas y usos de dos diferentes UAV's como lo son un Cuadrirotor y un avión de ala fija concluimos que el cuadrirotor presenta un mejor desempeño en las tareas que necesitan hacer uso de un vuelo estático, es decir que haciendo uso de un control adecuado y de diversos factores ambientales este vehículo se puede posicionar en un punto fijo en tercera dimensión por un tiempo establecido, y mantiene esa posición compensando las ráfagas de viento. Permitiendo estudiar objetivos que no cambian su posición rápidamente. Mientras que un avión de ala fija puede volar grandes distancias, con menores recursos energéticos debido a su perfil aerodinámico y demás características geométricas.

En este trabajo se busca combinar las ventajas de estos dos tipos de vehículos para generar un UAV con mayor autonomía, es decir con un tiempo de vuelo mayor y también se busca aprovechar las ventajas del vuelo estático. El diseño, la construcción, el modelado y el control de este vehículo convertible se analizan a detalle dentro de los capítulos de esta tesis. vi

ABSTRACT

In recent years research on UAVs has had a major impact on society, due to its various applications, is why the development of this kind of vehicle has increased.

There are several types of UAVs, also different classifications and task that they perform.

By analyzing the advantages and uses of differents kind of UAVs as quadcopter and fixed wing aircraft we concluded that the quadcopter presents a better performance on task that need to use a static flight, however its autonomy is short in comparison as a fixed wing aircraft.

But it is complicate for an aircraft take a static position in the air so we try to mix this kind of vehicle to create a convertible vehicle that can have a vertical take off and landing and include a long time of flight. viii

ÍNDICE GENERAL

A	GR	ADECIMIENTOS	iii
R	ESU	MEN	\mathbf{v}
A	BST	RACT	vii
ÍN	IDIC	CE GENERAL	ix
ÍN	IDIC	E DE TABLAS	xiii
ÍN	IDIC	E DE FIGURAS	xv
1	INT	TRODUCCIÓN	1
	1.1	OBJETIVOS	11
	1.2	JUSTIFICACIÓN	12
2	CO	NFIGURACIÓN DE UAV CONVERTIBLE	13
	2.1	CARACTERÍSTICAS REQUERIDAS	15
	2.2	VENTAJAS QUE SE ESPERAN OBTENER	16
3	MC	DELADO MATEMÁTICO	19
	3.1	MODELO MATEMÁTICO DE UN CUADRICOPTERO	19
	3.2	MODELO MATEMÁTICO DE UN AVIÓN DE ALA FIJA	20

	3.2.1	DEFINICIÓN DEL ESPACIO DE ESTADO DEL AVIÓN	21
	3.2.2	EJES COORDENADOS PARA UN AVIÓN	22
	3.2.3	MATRICES DE ROTACIÓN PARA LOS EJES DE VIENTO Y	
		ESTABILIDAD	24
	3.2.4	ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL AVIÓN CINEMÁTICAS	
		PARA LA TRASLACIÓN	26
	3.2.5	ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL AVIÓN CINEMÁTICAS	
		PARA LA ORIENTACIÓN	27
	3.2.6	CINEMÁTICA DE CUERPO RÍGIDO	28
	3.2.7	MODELO DE ESPACIO DE ESTADOS USANDO LOS EJES	
		VIENTO Y ESTABILIDAD	30
	3.2.8	DESACOPLE ENTRE EL MODELO LONGITUDINAL Y MOD-	
		ELO LATERAL	32
3.3	MODE	ELO MATEMÁTICO DE UN CUADRICOPTERO	33
3.4	DIAG	RAMA DE CUERPO LIBRE DEL CUADRICOPTERO	34
	3.4.1	MODELO MATEMÁTICO DEL CUADRICOPTERO MEDINTE	
		EULER-LAGRANGE	35
DIS	EÑO Y	Y CONSTRUCCIÓN DEL VEHÍCULO CONVERTIBLE	41
4.1	Diseño)	41
4.2	CONS	TRUCCIÓN DE LOS PERFILES EN MADERA BALSA	47
4.3	CONS	TRUCCIÓN DE LA ESTRUCTURAL EN FIBRA DE CARBONO	49
4.4	ENSA	MBLE COMPLETO DEL VEHÍCULO CONVERTIBLE	51
CO^{2}	NTRO	T.	59
5.1	TEOP	ÍA DE CONTROL	50
5.9	CONT	ROL PD EN LA DINÁMICA DEL CUADRICOPTERO	61
0.2	CONT	CONTROL DE CORRECTEMA UNO (7)	01
	0.2.1	CONTROL PD SOBRE SUBSISTEMA UNO (Z) $\ldots \ldots$	01

4

 $\mathbf{5}$

		5.2.2 CONTROL PD SOBRE SUBSISTEMA DOS	63
		5.2.3 CONTROL PD sobre Cuadricoptero	64
	5.3	CONTROL PD EN MODO LATERAL DEL AVIÓN CONTROL DE	
		ALTURA	66
6	RE	ULTADOS EXPERIMENTALES 7	71
	6.1	Resultados Control de Orientación	72
		6.1.1 Orientación del Cuadri-Coptero	72
	6.2	Control de Altura	76
	6.3	Respuesta Motores	76
7	CO	NCLUSIONES y TRABAJO FUTURO	31
	7.1	Conclusiones	81
	7.2	Trabajo futuro	82
A	CO	NFIGURACIÓN DEL PIXHAWK 8	33
BI	BLI	DGRAFÍA E	37

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	El primer vuelo tripulado utilizando un globo de aire caliente se llevó	
	a cabo en 1783 en Francia (Photo Credit: Bildarchiv Preussuscher Kul-	
	turbesitz, Berlin)	2
1.2	Museo Estrategia Aérea y Espacial, Nebraska, Ryan Model 147 Lightning	
	Bug	3
1.3	El Vertol VZ-2, voló por primera vez el 13 de agosto de 1957	5
1.4	Bell Boeing V-22 Osprey	6
1.5	Véhiculos Panther	7
1.6	Véhiculo TR-6X	8
1.7	Véhiculo HQ-60	9
1.8	Véhiculos de la compañia Hélicéo	9
1.9	Greased Lightning vehicle	10
1.10	Fire Fly 6	11
2.1	Cuadricoptero en configuración X convencional	14
2.2	Avión de ala fija	15
2.3	Diseño creativo 1	16
2.4	Diseño creativo 2	17
3.1	Definición en los ejes del cuerpo del avión [8]	20
3.2	Definición en los ejes, cuerpo, estabilidad y viento [10]	23

3.3	Diagrama cuerpo libre cuadricoptero	33
3.4	Diagrama de cuerpo libre del cuadricoptero [2]	34
4.1	Perfil a emplear MH117	41
4.2	Curvas características del perfil MH117	42
4.3	Curvas caracteristicas del perfil MH117	43
4.4	Distribución de las costillas a lo largo de la semiala derecha	44
4.5	Distribución de las costillas en la parte central derecha	44
4.6	Distribución de las costillas en la semiala derecha lateral	45
4.7	Estructura del cuadricoptero	45
4.8	Motor brushlees 4220 - 880KV	46
4.9	Estructura del cuadricoptero sometida a esfuerzos	46
4.10	Estructura del cuadricoptero sometida a esfuerzos	47
4.11	Balsa con perfiles a cortar	47
4.12	Costillas laterales	48
4.13	Costillas centrales	48
4.14	Cortes sobre balsa para vigas de soporte	49
4.15	Limar recortes para vigas de soporte	49
4.16	Cortes de fibra de carbono	50
4.17	Cortes sobre piezas de fibra de carbono	51
4.18	Cortes sobre piezas de fibra de carbono	52
4.19	Colocando piezas sobre la estructura del cuadricoptero	52
4.20	Estructura completa sobre el fuselaje	53
4.21	Bascula pesando parte de la estructura	54
4.22	Vehículo ensamblado	55
4.23	Fuselaje cableado	56
4.24	Unión entre nicroservo y alerones	57

5.1	Estructura controlar PD	61
5.2	Estructura controlar <i>PD</i>	65
5.3	Estructura controlar <i>PD</i>	65
5.4	Estructura controlar <i>PD</i>	66
5.5	Control <i>PD</i> sobre el ángulo de cabeceo	68
5.6	Control PD sobre altura del avión	69
6.1	Comportamiento posiciones y velocidades angulares de Yaw	72
6.2	Comportamiento posiciones y velocidades angulares de Pitch	73
6.3	Comportamiento posiciones y velocidades angulares de Roll	74
6.4	Controles Orientación	75
6.5	Control Orientación Yaw	75
6.6	Control Orientación Pitch	76
6.7	Control Orientación Roll	77
6.8	Control Altura	78
6.9	PWM en Motores	78
6.10	PWM en Motores	79
A.1	Programa Mission Planner	84
A.2	Entorno de QGround control	84
A.3	Entrono de programación Eclipse	85

CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN

Desde tiempos remotos el ser humano se ha maravillado al observar el vuelo de las aves e insectos, en innumerables ocasiones a lo largo de la historia el ser humano ha intentado imitar a las aves con el objetivo de poder volar. La expectativa de volar se ha dividido en dos tareas esenciales, en generar una máquina que transporte a un humano y en una máquina que vuele sin transportar a ningún ser humano. De estas dos vertientes se tomará como tema de estudio la segunda. De forma más general tomando en cuenta las definiciones citas en el libro Modelling and Control of Mini-Flying[7] donde se define a una avión como cualquier máquina capaz de volar.

Los aviones se pueden dividir en las dos categorías siguientes:

- Pesados: Autogiros, helicópteros, variantes de helicópteros, y aviones de ala fija convencional.
- Ligeros: Globos y dirigibles.

La distinción entre un globo y un dirigible es que un dirigible tiene algún medio de control de movimiento hacia adelante y tiene una dirección, mientras que los globos simplemente están en función del sentido del viento. Al contrario de estos dos vehículos un helicóptero se define como un avión que puede despegar y aterrizar verticalmente. Este avión puede flotar y girar en el aire y puede moverse hacia los lados. Este vehículo aéreo no puede cambiar de dirección muy rápidamente.

De forma más particular un UAV es un vehículo aéreo no tripulado. Como lo menciona K.P. Valavanis y G.J. Vachtsevanos en Handbook of Unmanned Aerial Vehicles[12], existen registros de máquinas voladoras no tripuladas que datan del año 450 AC, en el año 1783 se registro el primer vuelo tripulado una ilustración de ello se puede observar en la figura 1.1.



Figura 1.1: El primer vuelo tripulado utilizando un globo de aire caliente se llevó a cabo en 1783 en Francia (Photo Credit: Bildarchiv Preussuscher Kulturbesitz, Berlin)

A lo largo de la historia el concepto UAV ha tenido diversos cambios, un UAV tal y como lo conocemos actualmente nace en 1996 con el Ryan Model 147 Lightning Bug mostrado en la figura 1.2 este vehículo fue utilizado en misiones de reconocimiento impulsado por la perdida de un avión espía U-2 sobre la Unión Soviética. La USAF (United States Air Force) apoyó el desarrollo de estos UAV's, diversos modelos se utilizaron para misiones de reconocimiento por los EE.UU. sobre China, Vietnam y otros países. El Ryan Modelo 147, que se conoció como el insecto de relámpago, fue probablemente el primer avión no tripulado que concuerda con la definición actual de un UAV[12].



Figura 1.2: Museo Estrategia Aérea y Espacial, Nebraska, Ryan Model 147 Lightning Bug

La definición de UAV presentada por el diccionario Oxford[11] es: "Un vehículo aéreo no tripulado controlado por un piloto en tierra o por un ordenador abordo". Cabe mencionar que el desarrollo de este tipo de vehículos es importante debido a las ventajas que pueden presentar sobre un vehículo tripulado a continuación se mencionan algunas:

- No pone en riesgo la vida del piloto
- No tiene limitaciones ergonómicas
- No tiene limitaciones humanas en cuanto tiempo de vuelo
- Menor costo de mantenimiento

Las aplicaciones de los UAV son diversas, estas pueden ser de uso militar o de uso civil, actualmente utilizados en las fronteras como vigilancia, en misiones de rescate, control de tráfico, inspección de infraestructuras, etc. Los UAV's se pueden clasificar en función del tipo de despegue que pueden realizar, en esta clasificación tendremos despegue vertical y despegue no vertical, cada una de estas categorías tiene ventajas y desventajas importantes a considerar en cuanto al desarrollo de esta tesis, más que el despegue el modo de vuelo es muy importante. A continuación se mencionaran los tipos de vuelo a emplear.

El vuelo estacionario es una tarea que puede realizar un helicóptero mientras que un avión de ala fija no, un avión de ala fija puede planear y recorrer mayores distancias en comparación de un avión convencional. Esto es debido a que las fuerzas aerodinámicas y sustentadoras de cada aeronave son diferentes.

En el caso del helicóptero su sustentación se basa principalmente en la pala principal, mientras que en un avión de ala fija esta depende en gran medida de las características físicas y estructurales de ala del aeronave , por lo que tiene un mayor tiempo de vuelo. Ambas aeronaves realizan tareas de gran importancia los helicópteros realizan vuelos cortos con la ventaja de un vuelo estacionario donde se puede posicionar en un punto fijo mientras que un avión de ala fija recorre mayores distancias, es entonces considerable suponer que si buscamos unir las características de ambas aeronaves podríamos realizar tareas que requieran vuelo estacionario y vuelo de larga distancia.

El crear una máquina que tenga estas dos opciones de vuelo no es una hazaña nueva, debido a que ya existen vehículos tales como el Vertol VZ-2 (Modelo 76)[9] avión experimental diseñado y construido en 1997 por el fabricante aeronáutico estadounidense Vertol cuyo fin era la investigación de las capacidades VTOL de las aeronaves. Este vehículo es uno de los modelos experimentales que aprovecha las ventajas que ofrece de un vuelo estacionario y un vuelo de larga distancia, de la misma forma aprovecha ventajas de aterrizaje sin pista este modelo se puede apreciar en la figura1.3.



Figura 1.3: El Vertol VZ-2, voló por primera vez el 13 de agosto de 1957.

El programa de pruebas concluyó en el año 1965, con un total de 450 horas de vuelo acumuladas

Otro ejemplo es el Bell-Boeing V-22 Osprey [1] aeronave militar, catalogada como convertible o aeronave de rotores basculantes, que tiene tanto capacidad de despegue y aterrizaje verticales, como de despegue y aterrizaje cortos. Fue diseñado para combinar la funcionalidad de un helicóptero convencional con las capacidades de alta velocidad de crucero y largo alcance de un avión turbohélice el programa para su creación fue creado en el año 1981 figura 1.4.



Figura 1.4: Bell Boeing V-22 Osprey

El Desarrollo de este tipo de vehículos tiene ya varias décadas, sin embargo en la actualidad para los UAV's este es un campo nuevo donde se han probado diversas opciones que contemplan estas ventajas de vuelo.

Alrededor del mundo se han desarrolla en la última década diversos UAV's como lo es el Panther [3] vehículo de origen Israelita mostrado en la figura1.5, emplea un sistema de propulsión de rotor basculante patentado. Fue diseñado para uso táctico, lo que permite un aterrizaje sin pista y aterrizajes en lugares no preparados. Cuenta con tres motores eléctricos silenciosos, dos de los cuales son de rotor basculante y uno extra para la elevación tiene un peso aproximado de 65 kilogramos, cuenta con un radio operativo de más de 60 kilómetros, con un tiempo de vuelo de seis horas a una altitud de 10 000 pies cuenta con un sistema de aterrizaje y despegue autónomo. Este vehículo se dio a conocer en el 5 de octubre de 2010, en la conferencia de las fuerzas terrestres de Israel en Latrun.



(a) Mini Panther

(b) Panther

Figura 1.5: Véhiculos Panther

En el 2011 el gobierno de Corea presento un vehículo convertible de rotores basculantes llamado TR-60 [13], desarrollado por el Instituto de Investigación Aeroespacial de Corea (KARI) dependiente del Ministerio de Economía del Conocimiento, en colaboración con las empresas privadas de defensa. El proyecto de este UAV se inició en 2002 uno de los prototipos se puede apreciar en la figura 1.6.



Figura 1.6: Véhiculo TR-6X

Cuenta con un radio operativo de 200 kilómetros de distancia el vehículo mide 5 metros de largo, 7 metros de ancho tiene una velocidad de crucero máxima de 500 kilómetros por hora. El UAV es utilizado tanto para fines militares y civiles, como los controles de tráfico y la prevención de los incendios forestales, así como las encuestas de clima y del medio ambiente.

En estos últimos años compañías privadas como Latitude Engineering también han desarrollado aviones convertibles, su modelo HQ-60B figura 1.7 es un convertible que despega como un cuadrirotor y se desplaza como un avión de ala fija. El avión es la versión final de la plataforma HQ-60, el cual está diseñado para 12 libras de carga útil y 15 horas de vuelo, utiliza motores eléctricos y de combustión.

Figura 1.7: Véhiculo HQ-60

Una compañía francesa fundada en el 2005 llamada Heliceo ha desarrollado dos modelos de aviones convertibles, que renta con fines de uso civil estos modelo llamados Foxy Pro y Foxi Slim, tiene características similares cada uno cuenta con cinco motores eléctricos su disposición es la de un cuadrirotor, con una envergadura de 1,5 - 2,3m, y una longitud máxima de 1,4m puede mantenerse en vuelo hasta por una hora. Envergadura: 20 pies (6,1 m).Central eléctrica: 2 motores a diesel / generador eléctrico, 8 CV (6,0 kW) cada uno.

Figura 1.8: Véhiculos de la compañia Hélicéo

La investigación sobre este tipo de vehículo no ha dejado de crecer, la NASA[9] anuncio el 30 de abril 2015, la creación de "relámpago engrasado o GL-10" un vehículo de diez motores, con un tamaño de 20 pies (6,1 m)1.9. Cuenta con una planta de energía: 2 motores diésel, que generan 12,0 kW.

El GL-10 se encuentra actualmente en la fase de diseño y pruebas. La idea inicial era desarrollar una envergadura de 20 pies (6.1 metros), cada avión es propulsado por un motor hibrido diésel/eléctrico, el equipo encargado de este proyecto decidió iniciar a realizar prototipos más pequeños construidos por prototipado rápido.

Figura 1.9: Greased Lightning vehicle

Existen otros vehículos convertibles para aplicaciones civiles como lo es el modelo Fire-FLY6, estos son utilizados actualmente para pequeñas aplicaciones buscando aprovechar las capacidades de una ala voladora y de un tricoptero como se observa en figura1.10.

Figura 1.10: Fire Fly 6

De la revisión de la literatura podemos concluir que la mayoría de este tipo de vehículos utiliza, rotores basculantes ó fijos. Con una configuración de dos, tres y hasta cuatro rotores sobrepuestos en la ala.

1.1 OBJETIVOS

El objetivo principal de este trabajo de tesis esta enfocado en el diseño, construcción, modelado y experimentación sobre un vehículo convertible, debido a que estos vehículos presentan mayor autonomía, y otras ventajas que vehículos similares como lo son el avión de ala fija y el cuadricoptero no presentan por si mismos. Los objetivos planteados se presenta como:

- Diseñar y construir un vehículo convertible.
- Modelar y simular un vehículo convertible.
- Realizar experimentos sobre el vehículo construido.

1.2 JUSTIFICACIÓN

Los vehículos aéreos no tripulados son ampliamente utilizados para realizar tareas de fotografía aérea, inspección de líneas de transmisión eléctrica, entrega de paquetes, fumigación en los campos, control de incendios forestales, investigación de áreas geológicas, tareas de seguridad y uso militar, entre muchos otras cosas los vehículos aéreos no tripulados autónomos o no autónomos han logrado el desarrollo de diversas aplicaciones a bajo costo y con un mínimo de riesgo.

Sin embargo el tiempo de vuelo de estos vehículos está ligado directamente con su consumo energético, es decir en este caso el tiempo de vuelo que presenta un cuadricoptero hoy en día está ligado principalmente con el tipo de pila que este utiliza, dando así un tiempo de vuelo menor a 30 minutos. Mientras que los aviones de ala fija a escala presentan tiempos de vuelo máximos alrededor de 110 minutos.

En este trabajo se busca maximizar el tiempo de vuelo de un vehículo cuadricoptero aprovechando las ventajas aerodinámicas que presentan los aviones de ala fija.

También se busca dotar al avión de ala fija con la opción de un despegue y aterrizaje vertical. Sin olvidar la opción de modo hover o vuelo estático que es la principal ventaja de un cuadricoptero.

Buscando así aprovechar las principales ventajas de dos tipos de vehículos, generando un vehículo convertible con dos modos de vuelo con mayor autonomía, buscando realizar tareas que impliquen mayor tiempo de vuelo con un mayor desplazamiento.

CAPITULO 2 CONFIGURACIÓN DE UAV CONVERTIBLE

La elección de estos vehículos se hizo buscando la mayor estabilidad posible a una altura no mayor de 200 metros, buscando que ambos vehículos por si mismos fueran estables.

Se realizó una comparativa entre los vehículos estudiados anteriormente y notamos que la mayoría de estos convertibles estaban formados principalmente por una ala fija o móvil y un juego de motores en configuraciones de dos, tres, cuatro o más rotores.

Para la selección del ala se decidió implementar un avión de ala fija 2.2 ya que en comparación con las alas voladoras presenta una mayor estabilidad, vuela a menor velocidad, es fácil de maniobrar y puede cargar más en comparación a un ala voladora.

En cuanto a la configuración de rotores se seleccionó una configuración de cuatro rotores2.1, esto es por que deseamos obtener estabilidad en el vuelo estacionario, y eso es una tarea difícil de alcanzar con tres rotores.

También se descarta utilizar más de cuatro rotores ya que en el modo avión la carga total del vehículo será tarea exclusiva del levantamiento generado por el ala y el motor

CAPITULO 2. CONFIGURACIÓN DE UAV CONVERTIBLE

principal.

En las figuras 2.2 y 2.1 se pueden observar tanto un avión de ala como un cuadricoptero.

Figura 2.1: Cuadricoptero en configuración X convencional

Para realizar el diseño del UAV convertible, se realizaron diferentes diseños creativos, donde se compararon características geométricas de las propuestas.

En las imágenes 2.3 y 2.4 se pueden apreciar dos de los diferentes diseños creativos finales, de los cuales se decidió a desarrollar el primero, debido a que se conservaba completamente la aerodinámica del Ala fija al no truncar la sección central.

En la figura 2.3, podemos observar el primer diseño creativo, en2.4, se observa el segundo diseño creativo, se consideraron diferentes características, y se eligió el primero considerando que en el no se pierde ninguna de las características aerodinámicas.

2.1. CARACTERÍSTICAS REQUERIDAS

Figura 2.2: Avión de ala fija

2.1 CARACTERÍSTICAS REQUERIDAS

Es necesario que los rotores soporten el peso de la estructura del ala y del cuadricoptero, también es necesario que los momentos generados por los cuatro motores no afecten la estructura del avión.

Mientras que el ala debe soportar el peso de los rotores, fuselaje y también las posibles deformaciones generadas al peso de los motores. Tenemos como características deseables que el vehículo no supere los cuatro kilogramos ya que de ser así sería necesario implementar rotores muy grandes y pesados, lo que conllevaría a tener una mayor envergadura

Los materiales a utilizar son madera balsa, fibra de vidrio, fibra de carbono así también resina epoxica. Estos materiales son los que se emplearan para unir las piezas y hacer la estructura.

Figura 2.3: Diseño creativo 1

2.2 VENTAJAS QUE SE ESPERAN OBTENER

Como ya se mencionó, las ventajas que esperamos obtener con este prototipo se enlista a continuación:

- Mayor autonomía del vehículo
- Modo de vuelo estacionario
- Modo de vuelo a velocidad crucero
- Aterrizaje vertical
- Ligeros: Globos y dirigibles.

Figura 2.4: Diseño creativo 2

Al construir el vehículo se espera tener un prototipo que considera desde la parte del diseño la parte de cuadricoptero y al mismo tiempo la sección del ala. Es decir, se busca realizar una sinergia de estos dos vehículos mientras se construye cada uno dentro del otro.

CAPITULO 3

MODELADO MATEMÁTICO

El modelo matemático del vehículo se desarrolla por separado teniendo así un apartado para el modelo del cuadricoptero y otro para el modelo de avión de ala fija considerando dinámicas desacopladas.

3.1 MODELO MATEMÁTICO DE UN CUADRI-COPTERO

El modelo del avión se desarrollará considerando la teoría de la pequeña perturbación teniendo así un modelo linealizado y desacoplado en los modos longitudinal y lateral.
CAPITULO 3. MODELADO MATEMÁTICO MODELO MATEMÁTICO DE UN AVIÓN DE 3.2 ALA FIJA

El modelo del avión [6] se desarrollará considerando la teoría de la pequeña perturbación teniendo así un modelo linealizado y desacoplado en los modos longitudinal y lateral. De la imagen 3.1 se definen los vectores generalizados de fuerza, velocidad, angulos de Euler y momentos generalizados como[6].



Figura 3.1: Definición en los ejes del cuerpo del avión [8]

3.2.1 DEFINICIÓN DEL ESPACIO DE ESTADO DEL AVIÓN

Los vectores generalizados a utilizar son los siguientes (3.1),(3.2):

$$\nu := \begin{bmatrix} U \\ V \\ V \\ W \\ P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Velocidad - longitudinal \\ Velocidad - lateral \\ Velocidad - vertical \\ Velocidad - angular - roll \\ Velocidad - angular - pitch \\ Velocidad - angular - yaw \end{bmatrix}$$
(3.1)

$$\eta := \begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E, h \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - inercial \\ y - inercial \\ (altitud) \\ Roll \\ Pitch \\ Yaw \end{bmatrix}$$
(3.2)

Las fuerzas y momentos se definen en la ecuación (3.39):

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ M \\ N \\ L \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} Fuerza - longitudinal \\ Fuerza - lateral \\ Fuerza - vertical \\ Mometo - roll \\ Mometo - pitch \\ Mometo - yaw \end{bmatrix}$$
(3.3)

Cuando se trabaja en los aviones es común utilizar diferentes sistemas coordenados, que nos proporcionan ciertas ventajas sobre los análisis a implementar.

3.2.2 EJES COORDENADOS PARA UN AVIÓN

- "BODY" sistema coordenado en el cuerpo subíndice (b)
- "STABILITY" sistema coordenado definido respecto al ángulo de ataque
- "WIND" sistema coordenado definido a la masa de aire

En la imagen 3.2 podemos observar estos ejes sobre el marco del avión.

El ángulo ataque α y de deslizamiento β son mostrados en la figura 3.2 sobre los cuales se definirán las ecuaciones (3.4) y (3.5).

$$\tan \alpha := \frac{W}{U} \tag{3.4}$$



Figura 3.2: Definición en los ejes, cuerpo, estabilidad y viento [10]

$$\sin\beta := \frac{V}{V_T} \tag{3.5}$$

Donde V_T se defie en (3.6) y es la velocidad total de avión.

$$V_T = \sqrt{U^2 + V^2 + W^2} \tag{3.6}$$

Los efectos aerodinámicos se clasifican en función del número Mach que se define en (3.7).

$$M := \frac{V_T}{a} \tag{3.7}$$

De (3.7), a = 1224 Km/h, cuando eta relación es menor a uno la clasificación del aeronave es subsonica, como lo es en este caso.

3.2.3 MATRICES DE ROTACIÓN PARA LOS EJES DE VIENTO Y ESTABILIDAD

La relación que existe entre los vectores en diferentes sistemas de coordenadas puede ser deducida utilizando matrices de rotación. En este caso utilizaremos en siguiente orden para llegar a una matriz de rotación final, primero de la figura (3.2), en el eje del cuerpo ("BODY"), tendremos que rotar negativamente un ángulo β es decir $-\beta$ al rededor del eje z.

El nuevo sistema, será rotado un ángulo α alrededor del eje y, con lo que conseguimos que el eje x sea colineal con el vector V_T .

La primera rotación define el eje del viento mientras que la segunda define el eje de estabilidad.

La rotaciones mencionadas se expresan de la forma mostrada en (3.8)y(3.9).

$$p^{w} = R_{z,-\beta} p^{s} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) & 0\\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} p^{s}$$
(3.8)

$$p^{s} = R_{y,\alpha} p^{b} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} p^{b}$$
(3.9)

La matriz de rotación final queda expresada en (3.10).

$$R_b^w = R_{z,-\beta} R_{y,\alpha} \tag{3.10}$$

25

De allí que (3.11) sustituyendo tenemos (3.12)

$$p^w = R^w_b * p_b \tag{3.11}$$

$$p^{w} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) & 0\\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha)\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} p^{b}$$
(3.12)

Teniendo finalmente (3.13)

$$p^{w} = \begin{bmatrix} \cos(\beta)\cos(\alpha) & \sin(\beta) & \sin(\alpha)\cos(\beta) \\ -\cos(\alpha)\sin(\beta) & \cos(\beta) & -\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} p^{b}$$
(3.13)

Estas ecuaciones nos proporcionan la relación entre las velocidades en el eje cuerpo("BODY") y el eje viento("WIND").

$$v^{b} = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = (R_{b}^{w})^{T} v^{w} = R_{y,\alpha}^{T} R_{z,-\beta}^{T} \begin{bmatrix} V_{T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{T} \cos(\alpha) \cos(\beta) \\ V_{T} \sin(\beta) \\ V_{T} \sin(\alpha) \cos(\beta) \end{bmatrix}$$
(3.14)

Finalmente de (3.14) obtenemos (3.15)

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_T \cos(\alpha) \cos(\beta) \\ V_T \sin(\beta) \\ V_T \sin(\alpha) \cos(\beta) \end{bmatrix}$$
(3.15)

3.2.4 ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL AVIÓN CINEMÁTICAS PARA LA TRASLACIÓN

Las ecuaciones cinemáticas para la traslación y la rotación del cuerpo(BOODY) en algunos casos deben ser referenciadas respecto a un punto geográfico es necesario entonces utilizar el sistema de coordenadas NED (North-East-Down), esta transformación se puede observar en la ecuación(3.16) con subindices E.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_E \\ \dot{Y}_E \\ \dot{Z}_E \end{bmatrix} = R_b^n \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = R_{z,\psi} R_{y,\Theta} R_{x,\phi} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$
(3.16)

Expandiendo tendremos las euaciones (3.17) y (3.18).

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_E \\ \dot{Y}_E \\ \dot{Z}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\Theta & 0 & s\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\Theta & 0 & c\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$
(3.17)

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_E \\ \dot{Y}_E \\ \dot{Z}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\Theta & -s\psi c\Theta + c\psi s\Theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\Theta \\ s\psi c\Theta & c\psi c\phi + s\phi s\Theta s\psi & -c\psi s\phi + s\Theta s\psi c\phi \\ -s\Theta & c\theta s\phi & c\Theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$
(3.18)

3.2.5 ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL AVIÓN CINEMÁTICAS PARA LA ORIENTACIÓN

La orientación esta dada por las ecuaciones (3.19) y (3.20).

$$\begin{bmatrix} P\\Q\\R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}\\0\\0 \end{bmatrix} = +R_{x,\phi}^T \begin{bmatrix} 0\\\dot{\Theta}\\0 \end{bmatrix} + R_{x,\phi}^T + R_{y,\Theta}^T \begin{bmatrix} 0\\0\\\dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(3.19)

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\Theta & c\phi t\Theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\Theta} & \frac{c\phi}{c\Theta} \end{bmatrix} , c\Theta \neq 0$$
(3.20)

3.2.6 CINEMÁTICA DE CUERPO RÍGIDO

El modelo del cuerpo rigido es desarrollado a detalle en [5] y se expresa en las ecuaciones (3.21) y (3.22).

$$m(\dot{\nu_1} + \nu_2 x \nu_2) = \tau_1 \tag{3.21}$$

$$I_{CG}\dot{\nu_2} + \nu_2 x (I_{CG}\nu_2)) = \tau_2 \tag{3.22}$$

Donde se definen como $\nu_1 := \begin{bmatrix} U, & V, & W, \end{bmatrix}^T$, $\nu_2 := \begin{bmatrix} P & Q & R \end{bmatrix}^T$, $\tau_1 := \begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}^T$ y $\tau_2 := \begin{bmatrix} L & M & N \end{bmatrix}^T$, se asumirá que el marco del cuerpo esta sobre el centro de gravedad, reescribiendo tendremos la ecuación (3.23).

$$M_{RB}(\dot{\nu_1}) + C_{RB}(\nu)\nu = \tau_{RB} \tag{3.23}$$

Donde la matriz M_{RB} y $C_{RB}(\nu)$ están definidas en (3.24) y (3.25).

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} mI_{3x3} & O_{3x3} \\ O_{3x3} & I_{CG} \end{bmatrix}$$
(3.24)

$$C_{RB}(\nu) = \begin{bmatrix} mS(\nu_2) & O_{3x3} \\ O_{3x3} & S(I_{CG}\nu_2) \end{bmatrix}$$
(3.25)

El tensor de inercia es definido asumiendo que el vehículo tiene simetría en los planos xz queda expresado en(3.26).

$$I_{CG} := \begin{bmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_z \end{bmatrix}$$
(3.26)

Las fuerzas y momentos del avión quedan finalmente expresados en (3.27).

$$\tau_{RB} = -g(\eta) + \tau \tag{3.27}$$

Donde τ es el vector generalizado que incluye las fuerzas aerodinámicas y control. La fuerza gravitacional $f_G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & mg \end{bmatrix}_T$ actua sobre el centro de gravedad (CG)el cual al ser expresado en coordenadas NED obtenemos(3.28).

$$g\eta := -(R_n^b)_T \begin{bmatrix} f_G \\ 0_{3x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mg\sin(\Theta) \\ -mg\cos(\Theta)\sin(\phi) \\ -mg\cos(\Theta)\cos(\phi) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.28)

Escribiendo el modelo en espacio de estados del aeronave obtenemos la ecuación (3.29).

$$M_{RB}\dot{\nu} + C_{RB}(\nu)\nu + g(\eta) = \tau \tag{3.29}$$

Escribiendo en su forma completa finalizamos con el conjunto de ecuaciones(3.30),(3.30),(3.31),(3.32),(3.35),(3.35).

$$m(\dot{U} + QW - RV + g\sin(\theta)) = X \tag{3.30}$$

$$m(\dot{V} + UR - WP - g\cos(\theta)\sin(\phi)) = Y$$
(3.31)

$$m(\dot{W} + VP - QU - g\cos(\theta)\cos(\phi)) = Z$$
(3.32)

$$I_x \dot{P} - I_{xz} (\dot{R} + PQ) + (I_z - I_y)QR = L$$
(3.33)

$$I_y \dot{Q} + I_{xz} (P^2 - R^2) + (I_x - I_z) PR = M$$
(3.34)

$$I_{z}\dot{R} - I_{xz}(\dot{P}) + (I_{y} - I_{x})PQ + I_{xz}QR = N$$
(3.35)

3.2.7 MODELO DE ESPACIO DE ESTADOS USANDO LOS EJES VIENTO Y ESTABILIDAD

Se obtiene un modelo diferente si utilizamos a α y β como estados, asumiendo que son tan pequeños que $\cos(\alpha) \approx 1$ y sin(

beta) $\approx \beta$. Las ecuaciones (3.4) y (3.5) se pueden reescribir, quedando (3.36, (3.37) y (3.38).

$$U = V_T \tag{3.36}$$

$$V = V_T * \beta \Rightarrow \beta = \frac{V}{V_T} \tag{3.37}$$

$$W = V_T * \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{W}{V_T} \tag{3.38}$$

El nuevo vector de estado se escribe como:

$$x = \begin{bmatrix} u \\ \beta \\ \alpha \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} velocidad \\ angulo - de - deslizamiento \\ angulo - de - ataque \\ velocidad - de - roll \\ velocidad - de - pitch \\ velocidad - de - yaw \end{bmatrix}$$
(3.39)

La relación entre el vector de velocidad fijo (3.40) al cuerpo y el nuevo vector de estado se escribe en (3.41).

$$\nu = \begin{bmatrix} u, v, w, p, q, r \end{bmatrix}^T$$
(3.40)

$$\nu = Tx = diag \begin{bmatrix} 1, & V_T, & V_T, & 1, & 1 \end{bmatrix} x$$
(3.41)

De (3.41) tenemos que $V_T > 0$ y la velocidad total es constante entonces tendremos consecuencia (3.42),(3.43) y (3.44). Al utilizar la teoría lineal.

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{V_T} \dot{w} \tag{3.42}$$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{V_T} \dot{v} \tag{3.43}$$

$$\dot{V}_T = 0 \tag{3.44}$$

En el caso lineal es posible transformar el espacio de estados fijo al cuerpo en (3.45),(3.46) y (3.47).

$$\dot{\nu} = F\nu + Gu \tag{3.45}$$

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{3.46}$$

$$A = T^{-1}FT, B = T^{-1}G ag{3.47}$$

3.2.8 DESACOPLE ENTRE EL MODELO LONGITUDINAL Y MODELO LATERAL

Para realizar el desacople es necesario considerar que el fuselaje es delgado, es decir la longitud es mucho mayor que la anchura y la altura de la aeronave. También se supone que la velocidad longitudinal es mucho mayor que las velocidades vertical y transversal. Para realizar el desacople se considera que los estado $v, p, r \neq \phi$ son despreciables para el modo longitudinal y u, w, q junto con Θ son despreciables en el modo lateral. esto nos genera dos subsistemas que se estudiaran en la etapa de control.

3.3 MODELO MATEMÁTICO DE UN CUADRI-COPTERO

Para desarrollar el modelo dinámico del cuadricoptero es necesario recordar que el cuadricoptero se controla en función de la velocidad angular de los cuatro rotores, en la figura(3.3) observamos las fuerzas que se generan. A continuaión se desarrolla el modelo utilizando como técnica de modelado Euler-Lagrange.



Figura 3.3: Diagrama cuerpo libre cuadricoptero

3.4 DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE DEL CUADRI-COPTERO

CAPITULO 3. MODELADO MATEMÁTICO

El diagrama de cuerpo libre a utilizar es el mostrado en la figura (3.4, el diagrama que contiene las fuerzas y momentos que se consideran al realizar el modelado.



Figura 3.4: Diagrama de cuerpo libre del cuadricoptero [2]

3.4.1 MODELO MATEMÁTICO DEL CUADRICOPTERO MEDINTE EULER-LAGRANGE

Es importante mencionar que el cuadricoptero a emplear dentro del prototipo se encuentra en configuración H a diferencia del mostrado en el diagrama de cuerpo libre, al desarrollar el método notaremos no que no existe ningún cambio considerable entre la configuración H y la X.

Las coordenadas generalizadas del cuadricoptero se definen como $q = (x, y, z, \psi, \Theta, \phi), \epsilon R^6$, donde (x, y, z) muestran la posición del centro de masa del cuadricoptero relativo al marco inercial (I), y (ψ, Θ, ϕ) son los ángulos de Euler (yaw, pitch, roll), los cuales representan la orientación de cuadricoptero.

Dividiendo el modelado en la parte traslacional y rotacional teniendo traslacionalmente $\kappa = (x, y, z)\epsilon R^3$ y rotacionalmente $\eta = (\psi, \Theta, \phi)\epsilon R^3$.

La energia traslacional es $T_{tras} = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi}$ y la energia rotacional es $T_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta}$. Donde *m* es la masa de cuadricoptero y *J* es la matriz de inercia.

La energia potencial definida por U = mgz y recordando que el Lagrangeano se define por (3.48)

$$F = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q}$$
(3.48)

F es una función de de la posición y el par, F es una función exclusiva de las entradas de control u de cada motor quedando finalmente en (fucuad1).

$$\widehat{F} = \begin{bmatrix} 0\\0\\u \end{bmatrix}$$
(3.49)

De u = f1 + f2 + f3f + f4, $f_i = k_i w_i^2$, i = 1...4 y k > 0 sabemos que w_i^2 es la velocidad angular de cada rotor y permanece constante entonces $F_{\xi} = R\widehat{F}$ donde R es una matriz e rotación definida en (3.50).

$$R = \begin{bmatrix} c\Theta c\phi & s\theta s\phi & -s\Theta \\ c\psi s\Theta s\phi - c\psi s\phi & s\psi s\Theta s\phi + c\psi c\phi & c\Theta s\phi \\ c\psi s\Theta c\phi + s\psi s\phi & s\psi s\Theta c\phi - c\psi s\phi & c\Theta c\phi \end{bmatrix}$$
(3.50)

El vector de momentos generalizados es (3.51). Cada par esta definido de la sigueinte forma $\tau_{\psi} = \sum_{i=1}^{4} \tau_{M_i}$, $\tau_{\Theta} = \frac{l_1}{2}(F1 - F2) - \frac{l_1}{2}(F4 + F3)$ y $\tau_{\phi} = \frac{l_2}{2}(F2 + F3) - \frac{l_2}{2}(F4 + F1)$ esto es diferente a lo encontrado en [2], debido a que la configuración a emplear es H.

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{\psi} \\ \tau_{\Theta} \\ \tau_{\phi} \end{bmatrix}$$
(3.51)

Las ecuaciones de Euler - Lagrange se pueden dividir en la dinámica de ξ y la dinámica de η . Obtenemos entonces las fuerzas en(3.52) y pares en (3.53).

$$m\ddot{\xi} + \begin{bmatrix} 0\\0\\mg \end{bmatrix} = F_{\xi} \tag{3.52}$$

$$\tau = \mathbb{J}\ddot{\eta} + \dot{\mathbb{J}}\dot{\eta} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\dot{\eta}^{T}\mathbb{J}\dot{\eta}\right)$$
(3.53)

Definiendo el vector de fuerzas de Coriolis y centripetas como (3.54).

$$\bar{V}(\eta,\dot{\eta}) = \dot{\mathbb{J}}\dot{\eta} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\dot{\eta}^{T}\mathbb{J}\dot{\eta}\right)$$
(3.54)

Entonces podemos definir (3.55) a partir de (3.54).

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} + \bar{V}\left(\eta, \dot{\eta}\right) = \tau \tag{3.55}$$

Reescribiendo (3.54) obtenemos (3.56) donde $C(\eta, \dot{\eta})$ se refiere a los términos de coriolis, efectos giroscópicos y fuerzas centrifugas. Estos términos asociados η dependientes de J.

Obtenemos entonces (3.56)

$$\bar{V}(\eta,\dot{\eta}) = \left(\dot{\mathbb{J}} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\dot{\eta}^{T}\mathbb{J}\right)\right)\dot{\eta} = C\left(\eta,\dot{\eta}\right)\dot{\eta}$$
(3.56)

Finalmente llegamos a (3.57) y a (3.58).

$$m\ddot{\xi} = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta\sin\phi \\ \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix}$$
(3.57)

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} = -C\left(\eta,\dot{\eta}\right)\dot{\eta} + \tau \tag{3.58}$$

Buscando simplificar se propone el siguiente cambio de variables 3.59), donde $\check{\tau}$ esta definido en (3.60).

$$\tau = C\left(\eta, \dot{\eta}\right) \dot{\eta} + \mathbb{J}\check{\tau} \tag{3.59}$$

$$\check{\tau} = \begin{bmatrix} \check{\tau}_{\psi} \\ \check{\tau}_{\theta} \\ \check{\tau}_{\phi} \end{bmatrix}$$
(3.60)

Entonces tenemos en (3.60) las nuevas al sistema y en (3.61)tenemos la equivalencia utilizada.

$$\ddot{\eta} = \check{\tau} \tag{3.61}$$

Reescribiendo las ecuaciones antes mencionadas y haciendo las mismas consideraciones que [2],llegamos finalmente al modelo (3.62).

$$\begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{z} \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -usin(\theta) \\ ucos(\theta)sin(\phi) \\ ucos(\theta)cos(\phi) - mg \\ \tau_{\psi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\phi} \end{bmatrix}$$
(3.62)

Donde:

3.4. DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE DEL CUADRICOPTERO

- ψ es el ángulo en yaw.
- θ es el ángulo en pitch.
- ϕ es el ángulo en roll.
- $\ddot{\psi}$ es la aceleración en yaw.
- $\ddot{\theta}$ es la aceleración en pitch.
- $\ddot{\phi}$ es la aceleración en roll.
- τ_{ψ} es el torques del eje yaw.
- τ_{θ} es el torques del eje pitch.
- τ_{ϕ} es el torques del eje roll.
- m es la masa de vehículo.
- g es la constante de gravedad.
- $\bullet~u$ es la entrada del sistema.

CAPITULO 4

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL VEHÍCULO CONVERTIBLE

4.1 Diseño

Antes de iniciar la construcción del aeronave se realizo la selección del perfil alar a construir se selecciono el perfil MH117 (4.1) este perfil es amplia mente usado en planeadores debido al gran levantamiento a bajas velocidades que genera, es importante poner atención en la relación levantamiento - arrastre ya que el vehículo soportara una carga considerable.



Figura 4.1: Perfil a emplear MH117

En la imagen (4.2) se pueden observar sus curvas caracterizaras de este perfil a diferentes numero de Reynolds iguales o menores de 500,000.



Figura 4.2: Curvas caracteristicas del perfil MH117

Después de la selección del perfil alar, el siguiente paso es determinar la distribución costillas sobre el diseño conceptual 4.3, este diseño se genero en Software de diseño SolidWorks.



Figura 4.3: Curvas características del perfil MH117

Quedando la distribución de las costillas de la forma mostrada por 4.4.



Figura 4.4: Distribución de las costillas a lo largo de la semiala derecha

La distribución de las costillas a detalle en la semiala derecha central se muestra a detalle en 4.5.



Figura 4.5: Distribución de las costillas en la parte central derecha

4.1. DISEÑO

La distribución de las costillas a detalle en la semiala derecha lateral se muestra a detalle en 4.6.



Figura 4.6: Distribución de las costillas en la semiala derecha lateral

Debido a que la viga principal(ó alma) del avión seria también parte de la estructural del cuadricoptero en configuración H reffig:framecuad1. Fue necesario realizar un estudio de deformaciones y esfuerzos en el software CATIA para la correcta selección del material de la viga.



Figura 4.7: Estructura del cuadricoptero

El estudio mostrado en (reffig:cati1)se realizo suponiendo el peso y fuerza que los motores pueden desarrollar con un factor de seguridad de 1.15, utilizando los datos proporcionados por el fabricante. El motor a emplear es el (reffig:rot01)



Figura 4.8: Motor brushlees 4220 - $880\mathrm{KV}$



Figura 4.9: Estructura del cuadricoptero sometida a esfuerzos

Es por ese motivo que se decidió construir esta estructura de fibra de carbono.

4.2 CONSTRUCCIÓN DE LOS PERFILES EN MADERA BALSA

La construcción de los perfiles se hizo en forma artesanal debido a la falta de experiencia en los modelos a escala no se implemento ningún aligeramiento.

En la figura 4.10 se muestra la primera etapa de construcción de los perfiles, estos se imprimieron a una escala máxima de centímetros sobre papel, después este se recorto y dibujo sobre la madera triplay para generar los primero perfiles que se utilizarían como refuerzos estructurales y como moldes para las piezas a realizar en balsa.



Figura 4.10: Estructura del cuadricoptero sometida a esfuerzos

Al observar 4.11 vemos los dibujos en madera balsa que se deberan cortar.



Figura 4.11: Balsa con perfiles a cortar

En 4.12 se observa el juego de la semila lateral derecha, mientras que se en 4.13 se observa un juego de las costillas centrales de la semiala izquierda.



Figura 4.12: Costillas laterales



Figura 4.13: Costillas centrales

Al terminar los cortes sobre triplay y balsa es necesario realizar recortes para que puedan entran las vigas de soporte en 4.14 y en 4.15 se observa que estos cortes tiene que limarse junto con el resto del pefil antes de iniciar la construcción del ala.



Figura 4.14: Cortes sobre balsa para vigas de soporte



Figura 4.15: Limar recortes para vigas de soporte

4.3 CONSTRUCCIÓN DE LA ESTRUCTURAL EN FIBRA DE CARBONO

Al finalizar el análisis en CATIA se determino realizar la estructura del cuadricoptero en fibra de carbono, se determino realizar las piezas sobre madera balsa, ya que no fue posible realizar la pieza de forma hueca.

Para utilizar la fibra de carbono se empleo resina epoxica junto con otros solventes para poder modelar la fibra adecuadamente en la imagen 4.16 se muestra parte del proceso antes de colocar la resina.



Figura 4.16: Cortes de fibra de carbono

Después de realizar el cubrimiento de fibra de carbono es necesario esperar al menos tres días antes de descubrir la pieza y empezar a trabajar con ella.

En 4.17 podemos observar las piezas de fibra de carbono que se están limando para acoplarse adecuadamente a las cotillas y para armar la estructura.



Figura 4.17: Cortes sobre piezas de fibra de carbono

4.4 ENSAMBLE COMPLETO DEL VEHÍCULO CON-VERTIBLE

En las figuras(4.13),(4.19) y (4.20) se observan los ensambles de las piezas de fibra de carbono y madera. Generando la estructura completa del ala.



Figura 4.18: Cortes sobre piezas de fibra de carbono



Figura 4.19: Colocando piezas sobre la estructura del cuadricoptero



Figura 4.20: Estructura completa sobre el fuselaje

En este caso es importante recordar que la limitante mas importante para la construcción fue el peso es por este motivo que todas las piezas implementas eran pesadas antes de emplearse, en la figura 4.21 observamos como se están pesando los ensambles para considerar que actuadores se implementaran.



Figura 4.21: Bascula pesando parte de la estructura

Finalmente al tener la estructura completa se prosiguió por forrarla con monokote, y finalmente se unió la parte central del ala a las partes laterales esto se puede observar en 4.22 y el parte del cableado e instrumentación en el fuselaje se pueden observar en 4.23.



Figura 4.22: Vehículo ensamblado
56CAPITULO 4. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL VEHÍCULO CONVERTIBLE



Figura 4.23: Fuselaje cableado

Al finalizar la construcción e instrumentación se iniciaron la pruebas utilizando como autopiloto al pixhawk, finalmente el peso total del aeronave es de 2600 grs. aproximadamente.

4.4. ENSAMBLE COMPLETO DEL VEHÍCULO CONVERTIBLE



Figura 4.24: Unión entre nicroservo y alerones

58CAPITULO 4. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL VEHÍCULO CONVERTIBLE

CAPITULO 5 CONTROL

5.1 TEORÍA DE CONTROL

El control Proporcional P con retroalimentación de velocidad es el controlador de lazo cerrada más sencillo que puede emplearse, este funciona como un amplificador de ganancia K constante, en este controlador la salida del mismo esta relacionada con la entrada por medio de la constante K.

En el caso del control Proporcional-Derivativo PD, podemos decir que es una extensión del control Proporcional, conformado por una constante proporcional K_p y por otro termino proporcional a su derivada K_v .

La función de transferencia de un controlado PD es (5.3). Por lo que la señal de control aplicada se muestra en (5.2).

$$G(s) = K_P + K_D s \tag{5.1}$$

$$u(t) = K_P e(t) + K_D \frac{de(t)}{dt}$$
(5.2)

Donde K_P, K_D son las constantes proporcional y derivativa, mientras que e(t) es la función del error evaluando en el tiempo t.

En este caso el error se encuentra definido como la posición deseada menos la posición actual. En este tipo de controlador podemos considerar que se comporta como un controlador que se anticipa, ya que $\frac{de(t)}{dt}$ es la pendiente del e(t), de esta forma el controlador conoce la dirección del error y puede emplearlo.

Cuando se emplea este tipo de controlador en un sistema se espera que la parte derivativa disminuya el error en estado estable, solo si este varia respecto al tiempo. En caso contrario si el error en estado estable se mantiene constante respecto al tiempo la derivada del error será cero, por lo que la parte derivativa no actuaria. Sin embargo si a lo largo del tiempo el error aumenta, se crea nuevamente una entrada al sistema con cierta proporción a $\frac{de(t)}{dt}$ lo que reduce la magnitud del error.

En la figura (5.1) observamos el esquema de un controlador PD sobre el ángulo θ como ejemplo del controlador mencionada.



Figura 5.1: Estructura controlar PD

5.2 CONTROL PD EN LA DINÁMICA DEL CUADRI-COPTERO

Para realizar el diseño del control PD sobre el cuadricoptero se necesario recordar el modelo completo del sistema ecuación (3.62), recordando el modelo realizaremos la descomposición del mismo en tres subsistemas.

5.2.1 CONTROL PD SOBRE SUBSISTEMA UNO (Z)

Considerando el subsistema de $Z - \psi$ para desarrollar el control *PD* primero supondremos una entrada *u* tal que esta elimine las no linealidades del sistema y también exista una entrada de control esto se puede estudiar a mas detalle en [2].

$$m\ddot{z} = u\cos(\theta)\cos(\phi) - mg \tag{5.3}$$

La uantes mencionada es la encontrada en la ecuación 5.4

$$u = (u_1 + mg) * \frac{1}{\cos(\theta)\cos(\phi)}$$
(5.4)

Al sustituir u en la dinámica de \ddot{z} obtenemos una ecuación lineal y si la reescribimos en su espacio de estados tendremos a 5.5.

$$\dot{x_z} = A_z x_z + B_z u_1 \tag{5.5}$$

Teniendo las matrices (5.11) y (5.12).

$$A_z = \begin{bmatrix} 0 & 1\\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

$$B_z = \begin{bmatrix} 0\\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}$$
(5.7)

Proponiendo el control PD sobre u_1 teniendo a (5.14).

$$u_1 = -K_{pz}x_z - K_{dz}\dot{x_z} \tag{5.8}$$

Considerando que K_{pz} y K_{dz} son ganancias del subsistema z. Cuando buscamos su polinomio característico, $P(s) = \det sI - (A + BK)$ y después de proponer valores para las ganancias llevamos a dos raíces con parte real negativa, por lo que se puede concluir que el subsistema es estable.

5.2.2 CONTROL PD SOBRE SUBSISTEMA DOS

De forma similar a la obtención del control sobre z se desarrolla el control sobre ψ . Del sistema original 5.9 se obtiene el espacio de estados en (5.10).

$$\ddot{\psi} = \tau_{\psi} \tag{5.9}$$

$$\dot{x_{\psi}} = A_{\psi} x_{\psi} + B_{\psi} \tau_{\psi} \tag{5.10}$$

Teniendo las matrices en el espacio de estados (5.11), (5.13) y (5.12).

$$A_{\psi} = \begin{bmatrix} 0 & 1\\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

$$B_{\psi} = \begin{bmatrix} 0\\1 \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

$$x_{\psi} = \begin{bmatrix} x 1_{\psi} \\ x 2_{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(5.13)

Proponiendo el control PD sobre τ_{ψ} teniendo a (5.14).

$$\tau_{\psi} = -K_{p\psi}x_{\psi} - K_{d\psi}\dot{x_{\psi}} \tag{5.14}$$

Considerando que K_{ψ} y K_{ψ} son ganancias del subsistema ψ . Se calcula el polinomio característico, $P(s) = \det sI - (A + BK)$ y después de proponer valores para las ganancias, concluimos dos raíces con parte real negativa, por lo que se puede concluir que el subsistema es estable.

5.2.3 CONTROL PD sobre Cuadricoptero

Para calcular de manera correcta los controles PD, se realizo el método descrito en las subsecciones anteriores y se realizaron simulaciones donde se obtuvieron las gráficas de posición (5.2),(5.3) y (5.4). Como podemos observar el control *PD* esta funcionando de la manera esperada.



Figura 5.2: Estructura controlar ${\cal PD}$



Figura 5.3: Estructura controlar ${\cal PD}$



Figura 5.4: Estructura controlar PD

5.3 CONTROL PD EN MODO LATERAL DEL AVIÓN CONTROL DE ALTURA

Después de realizar el desacople entre los modos longitudinal y latera. Se trabaja con la parte longitudinal del avión en busca de implementar un control PD de altura sobre esta dinámica se puede seguir la metodología con mas detalle en [4].

Quedandonos solo con los siguientes tres est
dos 5.15

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L}{m}\cos\theta + \frac{T_c}{m}\sin\theta - \frac{D}{m}\sin\theta \\ -\frac{L}{m}\sin\theta + \frac{T_c}{m}\cos\theta - \frac{D}{m}\cos\theta - g \\ \frac{\tau_{\theta} + \hat{M}}{I_{yy}} \end{bmatrix}$$
(5.15)

Reescribiendo considerando ángulos pequeños llegamos a obtener 5.16 que es el modelo

linealizado.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L}{m} + \frac{\theta(T_c - D)}{m} \\ -\frac{L\theta}{m} + \frac{(T_c - D)}{m} - g \\ \frac{\tau_{\theta} + \hat{M}}{I_{yy}} \end{bmatrix}$$
(5.16)

Implementando un control PD sobre la altura tenemos5.17.

$$\ddot{z} = -k_{pz} \left(z - z_d \right) - k_{dz} \left(\dot{z} - \dot{z_d} \right) \tag{5.17}$$

Después solo es necesario implementar el control sobre el ángulo deseado 5.18.

$$\theta_d = \frac{m}{L} \left[-k_{pz} \left(z - z_d \right) - k_{dz} \left(\dot{z} - \dot{z}_d \right) - g \right] + \frac{T_c - D}{L}$$
(5.18)

Tenemos entonces ya los controles necesarios a implementar en 5.19.

$$\begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{pz} \left(z - z_d \right) - k_{dz} \left(\dot{z} - \dot{z}_d \right) \\ -k_{p\theta} \left(\theta - \theta_d \right) - k_{d\theta} \left(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d \right) \end{bmatrix}$$
(5.19)

En este punto solo sobra implementar el control sobre roll5.20.

$$\tau_{\theta} = I_{yy}\ddot{\theta} - \hat{M} \tag{5.20}$$

Implementando un control PD sobre e par de a utilizar, tenemos entonces ya control sobre todo el estado (5.21).

$$\tau_{\theta} = I_{yy} \left[-k_{p\theta} \left(\theta - \theta_d \right) - k_{d\theta} \left(\dot{\theta} - \dot{\theta_d} \right) \right] \hat{M}$$
(5.21)

Se observe en 5.5 el control PD aplicado sobre el ángulo de cabeceo, considerando que este no aumente demasiado y salga de la parte estable del avión.



Figura 5.5: Control PD sobre el ángulo de cabeceo

En 5.6 el control PD aplicado sobre la altura deseada, proponiendo como condiciones iniciales una altura de doce metros para después iniciar el control y llegar a los ve inticiaco metros con ayuda del control de altura .



Figura 5.6: Control PD sobre altura del avión

CAPITULO 6 RESULTADOS EXPERIMENTALES

Hasta ahora a lo largo del presente trabajo de tesis solo se han abordado los temas acerca del modelo, el proceso de diseño del perfil del ala y su construcción. Aunque debe ser considerado que la gran aportación del presente trabajo radica en el prototipo funcional, elaborado de manera artesanal.

Pero el actual capitulo esta dedicado a la documentación de los resultados en el proceso de estabilización del cuadri-coptero. Para dicha documentación se ha programado en el autopiloto Pixhawk una función, cuya tarea principal es la de almacenar los datos correspondientes a las mediciones de la estabilización.

Además se presenta el desempeño en la ley de control aplicada, la cual es gobierna el PWM que se ingresa a los motores.

Para Finalizar se muestra el resultado a un control de altura el cual es agregado como modo de seguridad para el cuadri-coptero.

6.1 Resultados Control de Orientación

6.1.1 Orientación del Cuadri-Coptero

Para comenzar con los resultados obtenidos se muestran a continuación los comportamientos de obtenidos de la central inercial, donde se obtienen las posiciones y velocidades angulares respectivamente.

La primer imagen 6.1, esta relacionada con el ángulo ψ del modelo presentado en (agrega ecuación del modelo) y que representa al ángulo rotacional Yaw.



Figura 6.1: Comportamiento posiciones y velocidades angulares de Yaw

La representación física de 6.1 es la relación entre el ángulo deseado que es 0, tanto para posición como velocidad, y el valor que la central inercial registra durante su ejecución. Es decir la posición deseada para este caso es el norte magnético. La idea general para todos los ángulos es la de mantener al vehículo estático en el aire en un a posición y velocidad deseada. Una vez visto el ángulo de Yaw, el siguiente ángulo a contemplar es el de Pitch representado por ϕ cuya función es mantener alineado el vehículo ante perturbaciones que le provoquen un desplazamiento frontal. Dicho comportamiento respecto al valor deseado esta plasmado en 6.2.



Figura 6.2: Comportamiento posiciones y velocidades angulares de Pitch

Finalmente para concluir con el comportamiento de los ángulos de rotación del cuadricoptero, se muestra el comportamiento correspondiente a las rotaciones laterales denotado por θ , que de la misma manera que los anteriormente mostrados, tiene como posición y velocidad de 0. Es decir se desea que el cuadri-coptero no tenga velocidad ya que se encuentra en la orientación deseada.

El por que de mostrar primeramente los ángulos de rotación es debido a que son necesarios para ser implementados dentro de la estrategia de control ya de acuerdo a que tan alejados estemos de la referencia el control tendrá como finalidad compensar ese



Figura 6.3: Comportamiento posiciones y velocidades angulares de Roll

alejamiento. Es por eso que las siguientes gráficas están enfocadas a los controles que fueron obtenidos a lo largo de la ejecución.

Prueba de dichos controles puede ser visto en 6.4, gráfica que es agregada para probar que el control aplicado es adecuado ya que tienen a 0, esto debido a que la referencia es alcanzada con éxito.

Ya que pudo observarse que todos los controles de orientación que se implementaron son correctos lo siguiente es mostrar los independientemente, con el firme propósito de mostrar los comportamientos por cada ángulo de rotación.

Siendo el control de Yaw 6.5, el primero en ser agregado para demostrar que la orientación al norte es realizada con satisfacción.

Por su parte a continuación puede observarse en 6.6, que los movimientos frontales o



Figura 6.4: Controles Orientación



Figura 6.5: Control Orientación Yaw

traseros son suprimidos, para conservar la posición deseada.

Para concluir esta sección se muestra que los giros laterales son suprimidos por el control implementado en roll, mostrado en 6.7, con lo cual el control de orientación



Figura 6.6: Control Orientación Pitch

esta completo.

6.2 Control de Altura

Esta sección tiene como finalidad mostrar el control de altura implementado, donde la gráfica 6.8, nos muestra como efectivamente va cambiando su posición de acuerdo a la señal de control que el controlador de altura genera.

6.3 Respuesta Motores

El presente capitulo culmina con el comportamiento que los motores poseen a lo largo de la ejecución. Es decir se muestran las señales de PWM 6.9, las cuales tienen inmersas los controles antes mencionados.



Figura 6.7: Control Orientación Roll

La idea general de agregar estas gráficas es mostrar que la señal de PWM es afectada conforme las señales de control son detectadas.

Una perspectiva mas amplia de este comportamiento es apreciado de mejor manera en 6.10, donde cada motor es mostrado de manera separada al provisto en 6.9.



Figura 6.8: Control Altura



Figura 6.9: PWM en Motores



Figura 6.10: PWM en Motores

CAPITULO 7

CONCLUSIONES y TRABAJO FUTURO

7.1 Conclusiones

- El desarrollo de vehículos convertibles ayuda a realizar tareas que requieren mayor tiempo de autonomía.
- El diseño involucra muchos factores, en este caso hay que poner mucha atención en los parámetros aerodinámicos de vehículo ya que si estos no se calculan de forma adecuada se generan vibraciones y momentos no deseados en el vehículo.
- Al construir con diferentes materiales, el ala, es importante considerar la resistencia, la deformación y el esfuerzo que sufrirá cada elemento.
- La estabilización de la aeronave depende principalmente, de la correcta compensación de los momentos generados por los motores del cuadricoptero, es por esta razón que el motor principal, solo se activa cuando ya se alcanzó un equilibrio estable.

- El peso del convertible, es una restricción que está intimamente ligado con el tiempo de vuelo y con la autonomía del vehículo, es por eso que se debe tomar de en cuenta en la etapa más temprana del diseño
- El costo que presenta esta aeronave es al menos un sesenta por ciento más económico que los vehículos convertibles actuales.

7.2 Trabajo futuro

- Trabajo futuro, rediseñar aerodinámicamente, el vehículo en busca de encontrar una mayor estabilidad estática.
- Rediseñar el vehículo considerando la utilización de materiales compuestos, como fibra de vidrio y fibra de carbono.
- Utilizar una manufactura automatizada, para disminuir el tiempo de ensamble y construcción.
- Implementar una red neuronal para el vuelo autónomo, e implementar algoritmos de aprendizaje para compensar las vibraciones ocasionadas por las ráfagas de viento.

ANEXOS A

CONFIGURACIÓN DEL PIXHAWK

Para configurar el pixhawk e implementar el control PD sobr la parte del cuadricoptero fue necesario implementarlo sobre la plataforma Eclipse que es un entorno de C++ y Mission planner que se muestran en (A.1) y (A.3), mientras que la parte del convertible se desarrolla sobre Qground control esto es debido a que es mas flexible con los parámetros a modificar se puede observar en (A.2).



Figura A.1: Programa Mission Planner



Figura A.2: Entorno de QGround control



Figura A.3: Entrono de programación Eclipse

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Christopher Bolkcom. V-22 osprey tilt-rotor aircraft. DTIC Document, 2004.
- [2] Pedro Castillo, Rogelio Lozano, and Alejandro E Dzul. Modelling and control of mini-flying machines. Physica-Verlag, 2005.
- [3] Arie Egozi. Iai on prowl for panther investment. *Flight International*, 178(5262):20–20, 2010.
- [4] ES Espinoza, I Lugo, Octavio Garcia, Alejandro Malo, and Rogelio Lozano. Micro helicopter-airplane system: Trajectory tracking and attitude control. In Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2013 International Conference on, pages 744– 753. IEEE, 2013.
- [5] Thor I Fossen. Guidance and control of ocean vehicles. John Wiley & Sons Inc, 1994.
- [6] Thor I Fossen. Mathematical models for control of aircraft and satellites. Department of Engineering Cybernetics Norwegian University of Science and Technology, 2011.
- [7] Pedro Castillo Garcia, Rogelio Lozano, and Alejandro Enrique Dzul. Modelling and control of mini-flying machines. Springer Science & Business Media, 2006.

- [8] Donald McLean. Automatic flight control systems. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1990.
- [9] Robert J Pegg. Summary of flight-test results of the vz-2 tilt-wing aircraft. Technical report, DTIC Document, 1962.
- [10] Brian L Stevens, Frank L Lewis, and Eric N Johnson. Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems. John Wiley & Sons, 2015.
- [11] Angus Stevenson. Oxford dictionary of English. Oxford University Press, 2010.
- [12] Kimon P Valavanis and George J Vachtsevanos. Handbook of Unmanned Aerial Vehicles. Springer, 2015.
- [13] Changjie Yu, Jihong Zhu, and Zengqi Sun. Nonlinear adaptive internal model control using neural networks for tilt rotor aircraft platform. In Soft Computing in Industrial Applications, 2005. SMCia/05. Proceedings of the 2005 IEEE Mid-Summer Workshop on, pages 12–16. IEEE, 2005.