



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS  
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

UNIDAD ZACATENCO

PROGRAMA DE SISTEMAS AUTÓNOMOS DE NAVEGACIÓN AÉREA Y SUBMARINA

**“Estudio y modelado de un sistema de dos cuadricópteros y  
una carga en común”**

T E S I S

Que presenta

Luis Angel Arellano Cruz

Para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

EN SISTEMAS AUTÓNOMOS DE NAVEGACIÓN AÉREA Y SUBMARINA

Directores de Tesis:

Dra. Giselle Monserrat Galván Tejada

Dr. Rogelio Lozano Leal

Ciudad de México

Febrero, 2018.



# Agradecimientos

---

## **A mis padres**

*Luis Antonio y Victoria por su apoyo incondicional a lo largo de toda mi vida, además de motivarme a alcanzar mi metas a pesar de todas las dificultades.*

## **A mi hermana**

*Ana Karen por permanecer a mi lado en todo momento.*

## **A mis directores de tesis**

*Dra. Giselle Monserrat Galván Tejada y Dr. Rogelio Lozano Leal, por la ayuda y dedicación brindada durante el desarrollo de esta tesis.*

## **Al Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV)**

*En especial a Dr. Aldo Gustavo Orozco Lugo y Dr. Manuel Mauricio Lara Barrón quienes colaboraron directamente para la elaboración de este trabajo.*

## **A la Unidad Mixta Internacional UMI**

*A los profesores por proporcionarme las bases necesarias para desarrollar esta tesis, y a mis compañeros por acompañarme en estos últimos 2 años.*

## **Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT)**

*Por otorgarme una beca para la realización de mis estudios de maestría.*

## **A mis amigos**

*Por todas esas charlas y palabras de aliento que recibí de ustedes durante mis momentos más difíciles*



# Resumen

---

Dado el interés que se tiene por los vehículos aéreos no tripulados (UAVs por sus siglas en inglés) dentro de los sectores educativo, industrial y militar por sus diversas aplicaciones, en este trabajo de tesis se aborda analítica y experimentalmente uno de los temas más importantes en la actualidad referentes a este tipo de vehículos, correspondiente al uso de múltiples UAVs para el cumplimiento de una tarea en común, específicamente el transporte de objetos. Para ello se pretende utilizar dos cuadricópteros, helicópteros en miniatura de 4 rotores, con el fin de transportar una carga de manera coordinada.

Para comprender el funcionamiento de un cuadricóptero se obtiene su modelo dinámico utilizando el método de Euler-Lagrange. Posteriormente, y con el fin de conseguir un comportamiento autónomo por parte del cuadricóptero, se desarrolla una estrategia de control basada en el uso de controladores Proporcional-Integral-Derivativo. Esta estrategia es validada por medio de simulación por computadora.

A partir del resultado anterior se realiza el estudio del sistema cooperativo de interés con dos cuadricópteros utilizando el algoritmo de la estructura virtual para coordinar los movimientos de ambos vehículos. El desempeño de la estrategia de control seleccionada se evalúa con simulaciones.

Finalmente, se presentan los resultados experimentales obtenidos, inicialmente, cuando se logra estabilizar un cuadricóptero de manera autónoma en las tres etapas definidas para su misión (despegue, seguimiento de una trayectoria y aterrizaje) y, en segundo lugar, para un sistema coordinado autónomo formado por dos cuadricópteros acoplados por una lámina de acero (carga). Debido a que no fue posible lograr una estabilidad suficiente en este último caso, las pruebas correspondieron sólo a la etapa de despegue y sólo se pudieron realizar en el laboratorio por razones de seguridad. De cualquier forma, el sistema coordinado fue capaz de elevarse con todo y su carga.



# Abstract

---

Provided the interest that Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) have in the educational, industrial and military sectors for their varied applications, in this thesis an analytic and experimental study about one of the most important topics currently concerning such vehicles is addressed, which is, the use of multiple UAVs to the accomplishment of a common task, specifically the transport of objects. Thus, two quadcopters, helicopters in miniature with 4 rotors, are considered to transport a load in a coordinated manner.

In order to understand the operation of a quadcopter, the dynamic model is obtained using the Euler-Lagrange method. The autonomous behavior by the quadcopters is then achieved by implementing a control strategy based on the use of Proportional-Integral-Derivative controllers. This strategy is validated through computer simulation.

Subsequently, the study of the cooperative system of interest with two quadcopters is carried out using the algorithm of the virtual structure to coordinate the movements of both vehicles. A simulation is then performed to corroborate the used control strategy.

Finally, experimental results are presented, initially, when a single quadcopter is stabilized in autonomous manner in the three stages defined for its mission (take-off, path tracking and landing) in a football field, and, in a second place, for an autonomous coordinated system made up by two quadcopters joined by a steel bar (payload). Provided that it was not possible to achieve an enough stability in this latter case, experimental tests were carried out only for the take-off stage and inside the laboratory for security reasons. In any case, the coordinated system achieved to take-off itself with its load.



# Índice general

---

|  |             |
|--|-------------|
| <b>Agradecimientos</b>   | <b>III</b>  |
| <b>Resumen</b>   | <b>V</b>    |
| <b>Abstract</b>  | <b>VII</b>  |
| <b>Lista de acrónimos</b>  | <b>XIII</b> |
| <b>Índice de tablas</b>  | <b>XV</b>   |
| <b>Índice de figuras</b>   | <b>XVII</b> |
| <b>Introducción</b>  | <b>XXI</b>  |
| <b>1. Cooperación entre múltiples vehículos aéreos</b>                         | <b>1</b>    |
| 1.1. Descripción general de un vehículo aéreo no tripulado . . . . .           | 1           |
| 1.2. Tipos de UAVs . . . . .   | 2           |
| 1.2.1. Clasificación por configuración . . . . .                               | 2           |
| 1.2.2. Clasificación por el tipo de control . . . . .                          | 3           |
| 1.2.3. Autonomía en UAVs . . . . .   | 4           |
| 1.3. Aplicaciones donde se requiere la cooperación de múltiples UAVs . . . . . | 5           |
| 1.4. Vuelo en formación con múltiples UAVs . . . . .                           | 8           |
| 1.4.1. Múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) . . . . .                 | 8           |
| 1.4.2. Líder/seguidor . . . . .  | 8           |
| 1.4.3. Estructura virtual . . . . .  | 9           |
| 1.4.4. Basado en el control de comportamiento . . . . .                        | 9           |
| 1.5. Conclusiones . . . . .  | 9           |
| <b>2. Funcionamiento del control de un cuadricóptero</b>                       | <b>11</b>   |
| 2.1. Generalidades del cuadricóptero . . . . .                                 | 11          |
| 2.1.1. Componentes . . . . .   | 12          |
| 2.1.2. Movimientos de un cuadricóptero . . . . .                               | 12          |
| 2.2. Modelo dinámico de un cuadricóptero . . . . .                             | 14          |
| 2.3. Control PID . . . . .   | 17          |
| 2.3.1. Controladores automáticos . . . . .                                     | 18          |

|           |   |           |
|-----------|---|-----------|
| 2.3.2.    | Clasificación de los controladores industriales . . . . .                                   | 18        |
| 2.3.3.    | Acciones de control . . . . .   | 19        |
| 2.3.4.    | PD con compensación de gravedad . . . . .   | 20        |
| 2.3.5.    | Control PID en tiempo discreto . . . . .  | 21        |
| 2.4.      | Implementación del control PID en el cuadricóptero . . . . .                                | 23        |
| 2.4.1.    | Control de altura . . . . .   | 23        |
| 2.4.2.    | Control de posición . . . . .   | 23        |
| 2.4.3.    | Control de orientación . . . . .  | 25        |
| 2.5.      | Simulación . . . . .  | 27        |
| 2.5.1.    | Parámetros de simulación . . . . .  | 28        |
| 2.5.2.    | Resultados . . . . .  | 30        |
| <b>3.</b> | <b>Operación de un sistema cooperativo con múltiples UAVs para el transporte de objetos</b> | <b>35</b> |
| 3.1.      | Sistema cooperativo para el transporte de objetos . . . . .                                 | 35        |
| 3.1.1.    | Carga útil . . . . .  | 35        |
| 3.1.2.    | Complejidad vs carga . . . . .  | 36        |
| 3.2.      | Modelo dinámico de un sistema cooperativo con múltiples vehículos aéreos . . . . .          | 37        |
| 3.2.1.    | Sistema cooperativo para $N$ vehículos aéreos . . . . .                                     | 37        |
| 3.2.2.    | Sistema cooperativo con dos cuadricópteros . . . . .  | 41        |
| 3.3.      | Control y navegación con múltiples cuadricópteros . . . . .                                 | 47        |
| 3.3.1.    | Coordinación de UAVs: Estructura virtual con $N$ elementos . . . . .                        | 47        |
| 3.3.2.    | Estructura virtual con 2 cuadricópteros . . . . .   | 49        |
| 3.3.3.    | Control de navegación de 2 cuadricópteros . . . . .   | 51        |
| 3.4.      | Simulación del control de dos cuadricópteros y un objeto en común . . . . .                 | 52        |
| 3.4.1.    | Parámetros de simulación . . . . .  | 52        |
| 3.4.2.    | Resultados . . . . .  | 54        |
| 3.5.      | Límite de carga en función del número de UAVs . . . . .                                     | 56        |
| 3.6.      | Conclusiones . . . . .  | 61        |
| <b>4.</b> | <b>Descripción del sistema implementado</b>   | <b>63</b> |
| 4.1.      | Descripción general del sistema cooperativo . . . . .                                       | 63        |
| 4.2.      | Descripción de los UAVs . . . . .   | 64        |
| 4.2.1.    | Marco de fibra de carbono . . . . .   | 64        |
| 4.2.2.    | Autopiloto PixHawk . . . . .  | 64        |
| 4.2.3.    | Motores eléctricos . . . . .  | 65        |
| 4.2.4.    | Controladores de velocidad . . . . .  | 66        |
| 4.2.5.    | Raspberry . . . . .   | 67        |
| 4.2.6.    | Sensor ultrasónico . . . . .  | 67        |
| 4.2.7.    | GPS . . . . .   | 68        |
| 4.2.8.    | Módulo de radio frecuencia . . . . .  | 69        |
| 4.2.9.    | Diagrama de bloques . . . . .   | 70        |
| 4.3.      | Descripción de la comunicación . . . . .  | 70        |
| 4.3.1.    | Protocolo de comunicación . . . . .   | 71        |
| 4.3.2.    | Control del flujo de datos . . . . .  | 72        |
| 4.3.3.    | Trama de datos . . . . .  | 72        |

|   |           |
|---|-----------|
| <i>ÍNDICE GENERAL</i>   | XI        |
| 4.4. Descripción de la interfaz gráfica . . . . .                               | 73        |
| <b>5. Resultados de campo</b>   | <b>79</b> |
| 5.1. Escenario de pruebas . . . . .   | 79        |
| 5.2. Resultados del control de un cuadricóptero . . . . .                       | 80        |
| 5.3. Resultados del transporte de un objeto usando dos cuadricópteros . . . . . | 83        |
| <b>Conclusiones y trabajo futuro</b>  | <b>87</b> |
| <b>Apéndice A</b>   | <b>91</b> |
| <b>Apéndice B</b>   | <b>93</b> |
| <b>Bibliografía</b>   | <b>97</b> |



# Lista de acrónimos

---

|                |  |
|----------------|--|
| <b>ACK</b>     | Acknowledgement  |
| <b>CSI</b>     | Camera Serial Interface                                |
| <b>CTS</b>     | Clear to Send  |
| <b>CSMA/CA</b> | Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance |
| <b>DSI</b>     | Display Serial Interface                               |
| <b>ESC</b>     | Electronic Speed Control                               |
| <b>NAV</b>     | Network Allocation Vector                              |
| <i>n.g.d.l</i> | <i>n</i> grados de libertad                            |
| <b>NIST</b>    | National Institute of Standards and Technology         |
| <b>PD</b>      | Porportional-Derivative                                |
| <b>PID</b>     | Proportional-Integral-Derivative                       |
| <b>PWM</b>     | Pulse-width modulation                                 |
| <b>RTS</b>     | Request to Send  |
| <b>UAV</b>     | Unmanned Aerial Vehicle                                |
| <b>TPU</b>     | Thermoplastic Polyurethane                             |



# Índice de tablas

---

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Estimación del nivel de autonomía para los años 1985-2025 . . . . .   | 5  |
| 2.1. Ganancias utilizadas en la simulación del control de un cuadricóptero . . . . .   | 29 |
| 3.1. Ganancias utilizadas en la simulación para el cuadricóptero 1 y 2 . . . . .   | 54 |
| 3.2. Media y desviación estándar de la altura en cada una de las pruebas realizadas<br>al variar el peso de la carga . . . . . | 59 |
| 3.3. Potencia requerida por los motores en cada una de las pruebas realizadas . . . . .  | 60 |
| 4.1. Constitución de la trama de datos . . . . .   | 73 |
| 5.1. Ganancias de los controladores PID utilizados en las pruebas experimentales<br>del control de un cuadricóptero . . . . .  | 81 |
| 5.2. Promedio y desviación estándar de la altura en cada una de las etapas . . . . .   | 82 |



# Índice de figuras

---

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Avión no tripulado Sky King [1] . . . . .   | 2  |
| 1.2. Parrot AR. Drone 2.0 [2] . . . . .  | 3  |
| 1.3. Ornitóptero construido por Edward Frost en 1902 [3] . . . . .   | 3  |
| 1.4. HV-911 Eagle Eye Bell [4] . . . . .   | 3  |
| 1.5. Creación de mapas y planos: (a) Fotografía aérea, (b) plano cartográfico . . . . .  | 6  |
| 1.6. Transporte de un objeto utilizando 4 cuadricópteros . . . . .   | 7  |
|  |    |
| 2.1. Cuadricóptero diseñado por De Bothezat [5] . . . . .  | 11 |
| 2.2. Configuraciones de un cuadricóptero: a) Configuración en ‘+’, b) configuración en ‘X’ . . . . .   | 13 |
| 2.3. Movimientos de un cuadricóptero . . . . .   | 13 |
| 2.4. Cuadricóptero en el marco de referencia inercial . . . . .  | 14 |
| 2.5. Control en lazo cerrado de robots . . . . .   | 18 |
| 2.6. Diagrama de bloques del control PID . . . . .   | 21 |
| 2.7. Movimientos de un cuadricóptero con configuración en X: (a) Cuadricóptero con configuración en X, (b) movimiento en <i>pitch</i> , (c) movimiento en <i>roll</i> , (d) movimiento en <i>yaw</i> . . . . . | 26 |
| 2.8. Diagrama de bloques de un controlador digital [6] . . . . .   | 28 |
| 2.9. Etapas de la simulación: a) Despegue, b) seguimiento de trayectoria, c) aterrizaje  | 29 |
| 2.10. Posición resultante: a) Eje $X$ , b) eje $Y$ , c) eje $Z$ . . . . .  | 31 |
| 2.11. Ángulos resultantes: a) Ángulo $\theta$ , b) ángulo $\phi$ , c) ángulo $\psi$ . . . . .  | 32 |
| 2.12. Velocidad de traslación resultante en el plano $XY$ : (a) Velocidad en el eje $X$ , (b) velocidad en el eje $Y$ . . . . .  | 33 |
|  |    |
| 3.1. Helicóptero de transporte CH-147 . . . . .  | 36 |
| 3.2. Marcos de referencia para un sistema de $N$ cuadricópteros con una carga . . . . .  | 37 |
| 3.3. Esquema de fuerzas presentes en un sistema cooperativo . . . . .  | 39 |
| 3.4. Sistema cooperativo de dos cuadricópteros acoplados por el objeto a transportar   | 41 |
| 3.5. Fuerzas producidas por los motores de cada cuadricóptero . . . . .  | 43 |
| 3.6. Sistema cooperativo en las coordenadas $XY$ . . . . .   | 45 |
| 3.7. Sistema cooperativo en las coordenadas $ZY$ . . . . .   | 45 |
| 3.8. Estructura virtual de una formación con 4 elementos . . . . .   | 48 |
| 3.9. Estructura virtual con 2 cuadricópteros . . . . .   | 49 |
| 3.10. Etapas de la simulación: a) Despegue, b) seguimiento de trayectoria, c) aterrizaje   | 53 |

|  |    |
|--|----|
| 3.11. Posición resultante en el eje $Z$ . . . . .  | 54 |
| 3.12. Posición resultante: a) eje $X$ , b) eje $Y$ , c) eje $Z$ . . . . .  | 55 |
| 3.13. Ángulos resultantes: a) Ángulo $\theta$ , b) ángulo $\phi$ . . . . .   | 56 |
| 3.14. Objetos utilizados como carga con sus distintivos pesos: a) 101 g, b) 200 g, c) 314 g y d) 489 g . . . . .   | 57 |
| 3.15. Gráfica de altura de las pruebas realizadas con distintas cargas . . . . .   | 58 |
| 3.16. Gráfica de altura obtenida en la prueba realizada con una carga de 689 g. . . . .  | 59 |
| 3.17. Relación de la potencia eléctrica requerida por los motores en función del peso de la carga . . . . .  | 60 |
| 4.1. Sistema cooperativo de dos cuadricópteros a implementar . . . . .   | 63 |
| 4.2. Cuadricóptero utilizado para las pruebas experimentales . . . . .   | 64 |
| 4.3. Marco para cuadricóptero fabricado con fibra de carbono . . . . .   | 64 |
| 4.4. Controlador de vuelo Pixhawk . . . . .  | 65 |
| 4.5. Motor Multistar 4220-880Kv . . . . .  | 65 |
| 4.6. Controladores de velocidad Afro de 30 A . . . . .   | 66 |
| 4.7. Computadora embebida Raspberry Pi 3 . . . . .   | 67 |
| 4.8. Sensor ultrasonico LV-MaxSonar-EZ0 . . . . .  | 68 |
| 4.9. 3DR uBlox GPS . . . . .   | 68 |
| 4.10. Módulo de comunicación montado en cada uno de los vehículos . . . . .  | 69 |
| 4.11. Antena GW.59 . . . . .   | 70 |
| 4.12. Diagrama de bloques de los elementos que componen a cada cuadricóptero . . . . .   | 70 |
| 4.13. El uso de la detección de canal utilizando CSMA/CA . . . . .   | 71 |
| 4.14. Diagrama que muestra el control de flujo de datos a seguir por el sistema cooperativo implementado . . . . .   | 72 |
| 4.15. Interfaz gráfica: a) Ventana de introducción, b) ventana de menú . . . . .   | 74 |
| 4.16. Interfaz gráfica: a) Ventana de dispositivos, b) ventana de consola . . . . .  | 75 |
| 4.17. Interfaz gráfica: a) Ventana con los datos del vehículo, b) gráfica en tiempo real . . . . .   | 77 |
| 4.18. Ejemplo de un archivo .txt con los datos de altura del cuadricóptero . . . . .   | 78 |
| 5.1. Zona deportiva del CINVESTAV Zacatenco . . . . .  | 80 |
| 5.2. Gráfica de altura obtenida en la prueba experimental del vuelo de un cuadricóptero. . . . .   | 81 |
| 5.3. Gráfica de posición en el plano $XY$ obtenida en la prueba experimental del vuelo de un cuadricóptero. . . . .  | 82 |
| 5.4. Implementación del sistema cooperativo de dos cuadricópteros. . . . .   | 83 |
| 5.5. Gráficas de los ángulos obtenidos durante las pruebas experimentales del sistema cooperativo: a) Ángulo <i>roll</i> , b) ángulo <i>pitch</i> , c) ángulo <i>yaw</i> . . . . . | 84 |
| 5.6. Gráfica de altura obtenida a través de las pruebas experimentales de l sistema cooperativo. . . . .   | 85 |
| 5.7. Estimación de posición: a) Posición en el eje $X$ , b) posición en el eje $Y$ , c) posición en el plano $XY$ . . . . .  | 92 |
| 5.8. Gráfica comparativa entre las alturas obtenidas por el sensor Maxbotix y el barómetro . . . . .   | 94 |

|   |    |
|---|----|
| 5.9. Gráfica de velocidades generadas por las mediciones del sensor Maxbotix y del barómetro . . . . .          | 94 |
| 5.10. Gráfica de la estimación de altura a partir del sensor Maxbotix y el barómetro usado como filtro. . . . . | 95 |



# Introducción

---

El uso de vehículos aéreos no tripulados (UAVs por sus siglas en inglés) dentro de la industria y la milicia ha tenido un gran auge durante los últimos años, incluso algunos vehículos diseñados con fines recreativos han demostrado tener una gran demanda. De igual manera, el uso de sistemas de control del vuelo ha despertado gran interés con el fin de ofrecer al cliente un pilotaje más sencillo.

Hasta hace apenas unos cuantos años, el desarrollar un vehículo no tripulado con la capacidad de volar autónomamente no era más que un sueño, esto debido a las restricciones tecnológicas del *hardware* existente hasta ese momento. Sin embargo, gracias a los grandes avances que se han desarrollado en los últimos 10 años se ha hecho posible la construcción de vehículos aéreos no tripulados autónomos.

Por otro lado, en la actualidad aun existen grandes limitantes para esta clase de vehículos, por ejemplo, el tiempo que estos vehículos pueden mantener el vuelo está directamente restringido por la capacidad de las baterías utilizadas, las cuales a la fecha solo son capaces de ofrecer cortos periodos de tiempo para el vuelo. Otra de las grandes problemáticas existentes en esta clase de vehículos se centra en la limitada capacidad de carga con la que cuentan, lo cual restringe su utilidad dentro de la industria cuando se requieren transportar objetos de forma eficiente. Por ello, se ha considerado utilizar la cooperación entre múltiples vehículos aéreos para realizar las tareas de carga y/o transporte de objetos pesados.

El desarrollo de un sistema cooperativo con múltiples agentes siempre resulta ser de gran complejidad y cuando se desea que la tarea sea llevada a cabo de forma autónoma, la complejidad aumenta aun más. Cuando se habla de transporte aéreo por lo general se hace referencia a aeronaves de considerable tamaño diseñadas especialmente para estas tareas, pero nunca se muestran a múltiples aeronaves cooperando para transportar cargas pesadas, esto se debe a la alta complejidad de coordinar ambas aeronaves a una distancia segura para evitar colisiones mientras se mantiene además la misma altura para conservar la distribución del peso de la carga entre ambos vehículos de forma equilibrada.

## **Objetivo general**

Con todo esto en mente, el presente trabajo de tesis tiene como objetivo principal:

- Estudiar un sistema cooperativo basado en cuadricópteros para el transporte de un objeto

cuyo peso sea mayor a la carga útil de este tipo de vehículo utilizando un vuelo coordinado y autónomo, manteniendo una distancia constante entre los vehículos con el fin de evitar colisiones entre ellos.

### **Objetivos particulares**

Con el fin de lograr el objetivo principal, se planteó realizar una serie de objetivos particulares:

- Analizar el funcionamiento de un cuadricóptero para definir una estrategia de control capaz de garantizar un vuelo autónomo.
- Obtener las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del sistema cooperativo estudiado y seleccionar una estrategia de control para realizar el vuelo coordinado por los cuadricópteros.
- Estimar la carga útil de un cuadricóptero utilizado para la realización de las pruebas experimentales de tal forma que se pueda elegir una carga con un peso mayor para demostrar la ventaja de utilizar estos sistemas.
- Realizar pruebas experimentales de la respuesta de un cuadricóptero.
- Realizar pruebas experimentales de un sistema cooperativo.

Una vez establecidos los objetivos a cumplir durante el desarrollo del presente trabajo de tesis, a continuación se muestra la organización de este trabajo y el cómo se divide:

- En el Capítulo 1 se muestra el estado del arte de los vehículos aéreos no tripulados, el uso de la cooperación entre ellos y los avances actuales que se han realizado respecto a la tarea de transporte de objetos con el uso de UAVs.
- En el Capítulo 2 se presentan las generalidades de un cuadricóptero, se obtiene además su modelo dinámico y se define una estrategia de control con la cual se pueda realizar un vuelo autónomo con seguimiento de una trayectoria deseada para finalmente corroborar dicha estrategia a través de una simulación de computadora.
- El Capítulo 3 se centra en el estudio de los sistemas cooperativos de múltiples vehículos aéreos mostrando las ecuaciones generales presentes en este tipo de sistemas. A partir de este estudio, se presenta el sistema cooperativo bajo estudio formado por dos cuadricópteros. Además, se establece la estrategia de control de formación por medio de una estructura virtual para coordinar ambos vehículos. También, se realiza una simulación para validar el sistema cooperativo junto con las estrategias de control seleccionadas. Finalmente, se determina experimentalmente la carga útil de un cuadricóptero.

- En el Capítulo 4 se presenta la plataforma de pruebas describiendo detalladamente cada uno de sus elementos. Esta plataforma tiene la utilidad de realizar diferentes pruebas cuyos resultados son la base para demostrar los estudios expuestos en los capítulos anteriores.
  
- El Capítulo 5 revela los resultados obtenidos durante las pruebas experimentales realizadas de tal forma que se compruebe las estrategias seleccionadas para el vuelo autónomo de un cuadricóptero, así como el vuelo coordinado con dos cuadricópteros y una carga en común.
  
- Finalmente, se presentan las conclusiones del trabajo realizados y las expectativas de los temas a considerar en un futuro.



---

# Cooperación entre múltiples vehículos aéreos

---

## 1.1. Descripción general de un vehículo aéreo no tripulado

Un vehículo aéreo no tripulado (UAV por sus siglas en inglés) puede ser definido como una aeronave sin piloto a bordo, la cual puede ser reutilizada y es capaz de realizar vuelo controlado llevando una carga útil. Debido a esta definición, es posible diferenciar los UAVs de misiles ya que en el caso de estos últimos el propio vehículo es un arma lo cual hace imposible reutilizarlo. Los UAVs han sido parte en historia de la aviación ya que el concepto de aeronave no tripulada vino por primera vez ante el riesgo de que alguien que sube a bordo sufriera un accidente. Uno de los primeros en utilizar una aeronave no pilotada fue el general chino Zhuge Liang (180-234 DC) quien utilizó las llamadas linternas volantes utilizando globos de papel con pequeñas lámparas de aceite calentando así el aire interior con el propósito de asustar a las tropas enemigas. En tiempos modernos, una aeronave no tripulada hace referencia a un vehículo aéreo autónomo o pilotado remotamente el cual busca imitar las maniobras realizadas por una nave pilotada por humanos. Incluso el nombre empleado para describir este tipo de vehículos ha cambiado con el paso de los años considerando ya sea el punto de vista de la industria aeronáutica, las autoridades de aviación civil y las militares. Torpedos aéreos, pilotados remotamente, radio controlados, control autónomo, vehículos sin piloto, vehículos aéreos no tripulados (VANT o UAV) o drones son algunos de los nombres utilizados para referirse a estas máquinas voladoras carentes de humanos a bordo.

El uso moderno de los vehículos aéreos no tripulados puede describirse hoy en día con el uso de las tres Ds lo cual viene dado por tres términos en inglés, *dangerous*, *dirty*, y *dull*. *Dangerous* se refiere al riesgo que puede causar la misión hacia la vida del piloto. *Dirty* cuando se considera que el ambiente en el que se desea operar está contaminado ya sea por riesgos químicos, biológicos o radiológicos por lo que se desea excluir la exposición humana. Por último, *dull* se refiere a las tareas donde se requieren largas horas de operación en el aire haciéndola agobiante, estresante y poco deseable [7].

## 1.2. Tipos de UAVs

Tras una breve descripción general de un UAV, a continuación se presenta una clasificación. Sin embargo, así como no existe una clasificación absoluta cuando se habla de aeronaves, en general tampoco la hay cuando se habla de UAVs. Generalmente existen una gran variedad de clasificaciones determinadas por distintos criterios, los cuales puede ser debido a la misión, tamaño, tipo de motor, alcance, altitud, tipo de despegue, etc. En particular, para este trabajo es posible centrarse únicamente en la clasificación por configuración y por el tipo de control con el fin de definir los vehículos con los cuales se pretende trabajar a lo largo de esta tesis.

### 1.2.1. Clasificación por configuración

A continuación se presenta una clasificación según la configuración del UAV, cada uno los siguiente tipos de UAV son considerados como aerodinámicos, es decir, son más pesados que el aire, sin embargo, se puede considerar que cada uno posee un principio de sustentación y empuje diferente, cabe mencionar que las configuraciones de ala fija y ala rotatoria son las más comunes en el sector aeronáutico debido a que son consideradas como más eficientes y seguras comparadas al ala batiente y del convertiplano [10].

**Ala fija:** se compone de un ala rígida que tiene una superficie de sustentación predeterminada capaz de generar la elevación causada por la velocidad de avance del UAV. Esta velocidad es generada por el empuje hacia adelante utilizando el giro de una hélice, la cual a su vez se acciona por medio de un motor de combustión interna o un motor eléctrico. En la Figura 1.1 se puede observar un típico UAV de ala fija el cual puede encontrarse fácilmente en la industria del aeromodelismo.



Figura 1.1: Avión no tripulado Sky King [1]

**Ala rotatoria:** Esta aeronave logra su sustentación debido al giro de sus hélices alrededor de un eje fijo formando así lo que se llama rotor. Los UAVs de ala rotatoria también vienen en una amplia gama de configuraciones que constan de un mínimo de un rotor (helicóptero), 3 rotores (tricóptero), 4 rotores (cuadricóptero) como el mostrado en la Figura 1.2, 6 rotores (hexacóptero), 8 rotores (octocóptero), así como configuraciones más inusuales de 12 y 16 rotores.

---



Figura 1.2: Parrot AR. Drone 2.0 [2]

**Ala batiente (Ornitóptero):** Estas aeronaves obtienen su fuerza sustentadora del movimiento batiente de sus alas de forma análoga a como lo hacen las aves. Estas aeronaves en particular presentan una enorme complejidad mecánica y estructural, por lo que se tiene un rendimiento muy bajo de las mismas. En la Figura 1.3 se muestra uno de los primeros diseños de un ornitóptero realizados por Edward Frost.



Figura 1.3: Ornitóptero construido por Edward Frost en 1902 [3]

**Convertiplano:** Es una mezcla de avión y helicóptero. En la fase de despegue los rotores están en posición vertical y una vez en el aire, empiezan a inclinarse tanto alas y motores como un todo para convertirse en avión. En el aterrizaje el proceso es a la inversa. En la Figura 1.4 se muestra uno de los principales convertiplanos comerciales producido por Bell Helicopter.



Figura 1.4: HV-911 Eagle Eye Bell [4]

### 1.2.2. Clasificación por el tipo de control

Otra forma de clasificar a los UAVs es por su tipo de control que como se muestra a continuación va desde los UAVs más comunes controlados remotamente por un operador hasta aquellos capaces de navegar de forma autónoma [7].

**Autónomo y adaptativo:** El UAV está totalmente gobernado por sus sistemas a bordo, sin intervención del operador en tierra. El UAV tiene la capacidad de re-planificar su vuelo en

función de los cambios producidos en su entorno. El UAV puede interactuar con otros UAVs (de su tipo o no) y toma decisiones solo.

**Monitorizado:** El UAV opera de forma autónoma. Un operador controla la retroalimentación del UAV. El operador no puede controlar el UAV, pero puede tomar decisiones por él.

**Supervisado:** El UAV realiza unas pocas operaciones de forma autónoma. El control recae en su gran mayoría sobre el operador.

**Autónomo no adaptativo:** El UAV obedece una rutina, pre-programada, y no tiene la capacidad de cambiar esa rutina para adaptarla a los cambios externos.

**Mando directo por un operador (R/C):** El UAV responde directamente a los mandos de un operador.

### 1.2.3. Autonomía en UAVs

En un inicio los UAVs eran simples aeronaves pilotadas remotamente, pero con el transcurso del tiempo se buscó que fueran cada vez menos dependientes del control humano dando así el nacimiento a la autonomía dentro de los vehículos aéreos no tripulados. Actualmente, como ya ha sido mencionado, es posible clasificar dicho vehículo dependiendo del nivel de autonomía que presenta, desde UAVs siendo controlados remotamente hasta aquellos que son capaces de volar autónomamente siguiendo un plan de vuelo programado previamente. Así, utilizando sistemas cada vez más complejos, le es posible incluso tomar decisiones y re-diseñar dicho plan de acuerdo a las diferentes problemáticas que se le puedan presentar. Por lo tanto, se puede decir que mientras mayor es el nivel de autonomía, mayores son las ventajas de usar estos vehículos, además de ampliar su campo de operación.

Habiendo dado una breve explicación de la importancia que existe en el hecho de que una aeronave sea autónoma, es necesario dar una definición concisa de qué es la autonomía dentro de los sistemas no tripulados. El Instituto Nacional de Normas y Tecnología (NIST por sus siglas en inglés) de Estados Unidos define este concepto como:

*“La autonomía de los sistemas no tripulados es el rendimiento cuando se utilizan tanto hardware como software para completar una misión dada en un entorno dinámico y no estructurado, en términos de éxito de la misión y la eficiencia, a través de la auto-conciencia, análisis de la situación, el autoaprendizaje y la toma de decisiones para reducir al mínimo la intervención humana.” [8]*

El nivel de autonomía está estrechamente relacionado con las características de cada vehículo. Así, existen 4 aspectos principales los cuales deben ser tomados en cuenta para evaluar el nivel de autonomía en una aeronave [25].

**Observación:** Este aspecto contempla la forma en que el vehículo adquiere la información de su entorno lo cual generalmente es realizado por medio de sensores.

---

**Orientación:** Se refiere al análisis y procesamiento de la información adquirida. Este aspecto también puede considerar la adición de datos con el fin de mejorar el conocimiento que se tiene del entorno.

**Decisión:** Este aspecto de la autonomía se centra en seleccionar la acción más apropiada a realizar entre un cierto número de posibles alternativas.

**Acción:** El último aspecto posible es ejecutar e implementar la acción previamente seleccionada evitando la intervención del operador.

Dependiendo de cuántos de estos aspectos son realizados, así como la eficiencia con la que se realizan, es posible medir el nivel de autonomía con que cuenta un UAV.

Considerando la tendencia que ha habido en el desarrollo de UAVs en cuanto a autonomía se refiere desde los inicios hasta la actualidad, el Departamento de Defensa de los Estados Unidos ha hecho una estimación de la evolución que tendrá dicho desarrollo en los próximos años, como puede verse en la Tabla 1.1 [9].

| Nivel de autonomía                         | Año  |
|--|------|
| Guiado remotamente                         | 1985 |
| Monitoreo en tiempo real                   | 1997 |
| Adaptación a fallos y condiciones de vuelo | 2005 |
| Replanificación de ruta a bordo            | 2010 |
| Grupo coordinado                           | 2015 |
| Replanificación de grupos tácticos         | 2018 |
| Objetivo táctico de un grupo               | 2020 |
| Control distribuido                        | 2021 |
| Objetivo estratégico de un grupo           | 2023 |
| Enjambres totalmente autónomos             | 2025 |

Tabla 1.1: Estimación del nivel de autonomía para los años 1985-2025

Además, es posible ver cómo la eficiencia de los vehículos autónomos ha aumentado exponencialmente en las últimas décadas.

### 1.3. Aplicaciones donde se requiere la cooperación de múltiples UAVs

Cuando se requiere más de un vehículo autónomo para ejecutar cierta tarea, se habla de cooperación y para ello existe el concepto de sistemas multiagentes que permiten coordinar el comportamiento de varios agentes, interactuando y comunicándose entre ellos dentro de un mismo ambiente. Un agente es una entidad capaz de sensor su entorno y actuar respecto a la información obtenida, mientras un sistema multiagente está compuesto de múltiples agentes

que interactúan entre sí con el fin de resolver un problema el cual sería difícil o imposible para un solo individuo [26].

El control de sistemas multiagentes es un campo relativamente nuevo en la ingeniería de control la cual está principalmente inspirada en el comportamiento biológico de algunas especies tales como las parvadas de las aves o un banco de peces los cuales son formados instintivamente para obtener ciertos beneficios. Por esta razón, el control de sistemas multiagentes ha sido en los últimos años un foco de atención para aquellos investigadores quienes buscan de alguna manera emular este tipo de comportamientos utilizando vehículos autónomos no tripulados ya sean terrestres, aéreos o submarinos [13].

Ahora bien, enfocándose únicamente en la cooperación de los UAVs autónomos, se puede encontrar una gran variedad de aplicaciones entre las cuales se puede tener como principales ejemplos los siguientes:

**Formación en vuelo:** Es utilizado principalmente en tareas de reconocimiento o de seguridad nacional. Ya que al pilotear durante varias horas bajo fuego enemigo resulta ser agotador y estresante, la formación en vuelo ofrece como principal ventaja una mejor protección como grupo cuando se trata de este tipo de misiones [10].

**Reabastecimiento de combustible aéreo:** Esta es una tarea en la cual una aeronave transfiere combustible a otra en pleno vuelo lo cual requiere una completa coordinación en cuanto a la posición y velocidad de ambas aeronaves durante el proceso de esta tarea. Esta operación es utilizada cuando una aeronave necesita despegar con una mayor carga útil ya sea de armas, suministros o personal [27].

**Topografía y mapeo:** Los UAVs ofrecen como resultados topográficos nubes de puntos 3D de gran exactitud, planos con cartografía vectorial, ortofotografía métrica y fotografías con las que se busca desarrollar trabajos cartográficos rigurosos, sustituyendo de este modo los aparatos de detección y los instrumentos de medición 3D tradicionales. En la Figura 1.5 se muestra un ejemplo del proceso de creación de mapas y planos cartográficos a partir de las fotografías aéreas de una cierta área tomadas con el uso de UAVs.

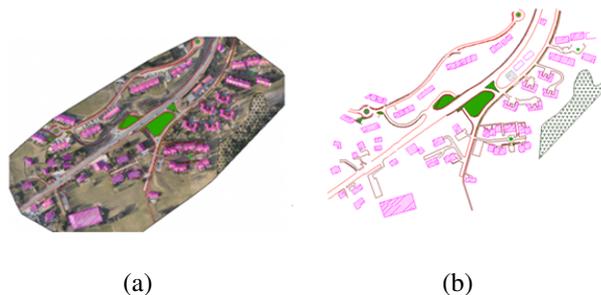


Figura 1.5: Creación de mapas y planos: (a) Fotografía aérea, (b) plano cartográfico

**Transporte de cargas pesadas y/o de largas dimensiones:** Los helicópteros son ampliamente utilizados en aplicaciones tanto civiles o militares para transportar cargas de emergencia

en ambientes inaccesibles para otros tipos de vehículos. Por ejemplo, en misiones de rescate, algunas personas deben ser recogidas por helicópteros en algunas situaciones peligrosas. Además de esto, los helicópteros en ocasiones también deben llevar comida y medicamentos a algunas comunidades aisladas. Por estas razones, entre otras, el uso de vehículos aéreos utilizados para el transporte ha atraído especial atención. Sin embargo, en la actualidad la cantidad de objetos que pueden ser transportados por un UAV son extremadamente limitadas debido al peso o las dimensiones de dicho objeto. Por lo tanto, con el fin de atacar esta problemática se ha optado por utilizar múltiples vehículos en cooperación de tal forma que es posible aumentar considerablemente la variedad de objetos a transportar (en la Figura 1.6 se puede ver un modelo de 4 cuadricópteros en plena operación de transporte).

En este contexto, Anibal Ollero fue uno de los primeros investigadores en mostrar resultados en esta aplicación cuando en el 2011 presentó una configuración de tres helicópteros con un rotor de 1.8 m de largo con el propósito de utilizarlos en misiones de búsqueda y rescate ya que se considera que la utilización de dos pequeños helicópteros es menos costoso que el uso de uno solo con el doble de capacidad de carga [11].

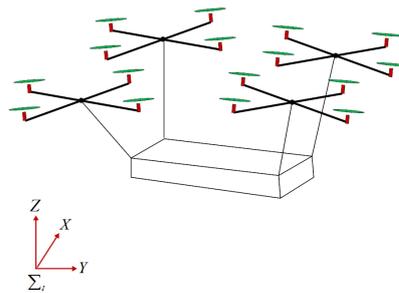


Figura 1.6: Transporte de un objeto utilizando 4 cuadricópteros

En los últimos años se ha optado por utilizar vehículos más pequeños en comparación con los de Anibal Ollero (principalmente múltiples cuadricópteros). También se han desarrollado distintas configuraciones dependiendo el número de vehículos a utilizar ya sean 2 [11], 3 [12] o incluso 4 [13].

La mayoría de los trabajos realizados respecto al transporte de un objeto utilizando múltiples vehículos aéreos parten de la consideración de conocer la masa del objeto. Sin embargo, algunos trabajos como el de Bernstein en 2014, quien diseñó y desarrolló un control adaptativo para un cuadricóptero con la finalidad de transportar una carga desconociendo su masa, al compararlo con un controlador PD de ganancias fijas demostró que con un controlador adaptativo diseñado para compensar la incertidumbre de la masa se logra tanto un menor tiempo de asentamiento como menor sobreimpulso [14].

Existen también trabajos realizados con el fin de garantizar la seguridad del objeto a transportar, sobre todo cuando se trata de objetos frágiles ó en su defecto objetos peligroso como podrían ser los explosivos. Para esto en [45], se busca reducir la oscilación que sufre el objeto durante el vuelo cuando es sujetado por medio de una cable hacia el cuadricóptero.

## 1.4. Vuelo en formación con múltiples UAVs

Hasta ahora se ha hablado sobre algunas de las distintas aplicaciones en las cuales puede verse la viabilidad del uso de sistemas con múltiples UAVs. Sin embargo, ninguna de estas aplicaciones serían posibles si no se logra un correcto control sobre el comportamiento de cada vehículo por separado y a su vez en conjunto para lograr de esta forma una correcta coordinación. Es por ello que ahora se explicarán brevemente algunas de las arquitecturas propuestas más utilizadas para llevar a cabo la coordinación de estos vehículos manteniendo una formación en específico durante el vuelo [15], lo cual generalmente resulta ser el principal problema cuando se habla de cooperación de múltiples UAVs.

### 1.4.1. Múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO)

En esta arquitectura se utiliza un enfoque de control puro donde el modelo dinámico de la formación es utilizado como una planta MIMO ( por planta se entiende el sistema que se quiere controlar) para diseñar los controladores. Una vez conocidas la ecuaciones que representan la dinámica de la formación, se puede llevar a su representación espacio estado<sup>1</sup> con el fin de desarrollar por medio de diversos métodos algebraicos una estrategia de control capaz de minimizar los errores de trayectoria basándose en las dependencias lineales existentes entre las posiciones relativas de los vehículos. Por ejemplo, en [16] se diseña un control de tipo LQR (*Linear-Quadratic Regulator*) para minimizar el error relativo de la formación utilizando su realización en espacio de estado. Por otro lado, en esta arquitectura también se han utilizado métodos como LQG (*Linear-Quadratic-Gaussian*) [17] o MPC (*Model Predictive Control*) [18] entre otros.

### 1.4.2. Líder/seguidor

En la arquitectura líder/seguidor o también conocido como maestro/esclavo, un agente es designado como líder mientras que los otros son designados como seguidores, los cuales deben seguir la orientación y posición del líder. Este método es fácil de entender e implementar, pero existen algunas desventajas tales como:

- Ya que no existe retroalimentación entre los seguidores y el líder, cualquier falla en los seguidores resultaría en la misión fallida.
  
- Ya que el líder es el objetivo de los seguidores, si el líder falla, la misión falla.

Sin embargo, utilizar más de un líder puede ser la solución al segundo problema [19]. Aunque no está formalmente demostrado, normalmente se considera que si las leyes de control de

---

<sup>1</sup>En ingeniería de control, una representación de espacios de estados es un modelo matemático de un sistema físico descrito mediante un conjunto de entradas, salidas y variables de estado relacionadas por ecuaciones diferenciales de primer orden que se combinan en una ecuación diferencial matricial de primer orden [32].

---

cada seguidor son estables, entonces la conexión líder/seguidor da como resultado una formación estable.

### 1.4.3. Estructura virtual

En la estructura virtual la formación se considera como un cuerpo rígido donde la posición de cada UAV está definida por un punto de referencia dentro de la misma estructura conocido como centro virtual. Este punto de referencia suele ser el centro de la formación aunque también puede ser la localización de un “líder virtual” como el caso de [20] donde se pretende minimizar el error de seguimiento en los llamados “seguidores”. Sin embargo, ya que todos los vehículos se encuentran acoplados a través de una etapa de ajuste y no existe una jerarquía entre los vehículos que componen la formación, este algoritmo es diferente al líder/seguidor.

El control para cada vehículo de la formación se diseña al definir primero la dinámica deseada de la estructura virtual. Con ello, se traslada dicha dinámica al movimiento deseado por cada vehículo, y posteriormente se desarrollan controles de seguimiento para cada uno introduciendo una retroalimentación de la formación [29]. En el trabajo de la presente tesis se ha decidido utilizar la estructura virtual debido a que se considera el hecho de que se cuenta con comunicación entre todos los vehículos, dándoles así la misma importancia sin necesidad de crear dependencias jerárquicas con el caso del líder/seguidor, por lo que en el Capítulo 3 se retomará y se explicarán más detalles de su función.

### 1.4.4. Basado en el control de comportamiento

La arquitectura basada en el control de comportamiento se centra en la descomposición del objetivo principal dentro de tareas más sencillas definidas como comportamientos. Esta propuesta también es capaz de lidiar con problemas como prevención de colisiones, baricentros, y evasión de obstáculos, los cuales de hecho son considerados como comportamientos que la aeronave debe realizar individualmente o colectivamente sin perder la formación.

Esta arquitectura fue diseñada para lidiar con misiones complejas donde mantener la formación es solo una de diversas tareas que debe realizar cada uno de los vehículos.

## 1.5. Conclusiones

En este capítulo se han presentado algunas generalidades de los vehículos aéreos no tripulados incluyendo el concepto de cooperación entre ellos y algunos tópicos asociados, el cual representa el tema central de este trabajo de tesis.

Entonces, dada la importancia de la cooperación de múltiples UAVs para el cumplimiento de tareas que son imposibles de realizar por separado ó simplemente para lograr mayor eficiencia al utilizar un mayor número de vehículos, en capítulos posteriores se pretende enfocar en la misión del transporte de objetos utilizando múltiples cuadricópteros.

---

Para lograr este fin, es necesario primero explicar el funcionamiento de un solo UAV y sus modelos matemáticos que describen la dinámica del vehículo, además de presentar algunas estrategias para su control y estabilización. Todo esto se verá a continuación en el Capítulo 2.

---

---

# Funcionamiento del control de un cuadricóptero

---

Una vez que se han presentado los conceptos referentes a los vehículos aéreos no tripulados, en este capítulo se busca explicar el funcionamiento de un UAV compuesto de cuatro rotores (ya que será el tipo de vehículo a utilizar en esta tesis), es decir, un cuadricóptero, así como los elementos que lo componen. Posteriormente se presenta una estrategia de control con la cual se busca lograr una navegación estable y de forma autónoma.

## 2.1. Generalidades del cuadricóptero

Los helicópteros son de las máquinas voladoras más complejas, debido a la versatilidad y maniobrabilidad que ofrecen para realizar un gran número de tareas. El helicóptero convencional está equipado con un rotor principal y un rotor de cola. Sin embargo, existen otros tipos de configuración como rotores en tándem, *twin-rotor* o rotor coaxial, además de ciertas configuraciones las cuales son más comunes en mini vehículos aéreos con múltiples rotores (cuadricóptero, hexacóptero, etc.).



Figura 2.1: Cuadricóptero diseñado por De Bothezat [5]

Los cuadricópteros han existido desde 1922 cuando la armada de los Estados Unidos con-

trata al Dr. George de Bothezat e Ivan Jerome para desarrollar una máquina de vuelo vertical dando como resultado el *1678 kg X-shaped* con una estructura de 8.1 m de diámetro con rotores de 6 palas (véase Figura 2.1). Tras una inversión de \$200,000 dólares, Bothezat demostró que este vehículo era suficientemente estable y su uso práctico era teóricamente posible. Sin embargo, pocos trabajos relacionados con vehículos de cuatro rotores se realizaron en los años posteriores y no fue hasta esta última década cuando el interés de investigadores y especialistas aeronáuticos se interesaron nuevamente por ellos. En la actualidad existen cuadricópteros de una gran variedad de tamaños, desde los más pequeños que caben en la palma de una mano hasta los más grandes capaces de cargar a una persona [5].

### 2.1.1. Componentes

Un cuadricóptero consiste de las siguientes partes esenciales:

- **Marco** - estructura encargada de soportar todos los otros componentes, por lo general se busca que sean lo suficientemente rígidos, fuertes y sobre todo lo más livianos posibles.
- **Motores** - se encargan principalmente de hacer girar las hélices para así generar la sustentación.
- **Hélices** - proporcionan la sustentación del vehículo a partir de fuerzas aerodinámicas.
- **Batería** - Fuente de alimentación de energía eléctrica para los componentes que lo requieran.
- **Controlador de vuelo** - aplica las leyes de control para garantizar la estabilidad del vehículo.
- **Controlador electrónico de velocidad (ESC por sus siglas en inglés)** - controla la velocidad del motor a partir de la señal recibida por el controlador de vuelo.
- **Radio control** - permite controlar el vehículo a distancia por un operador cuando así se implementa.

Además de estos componentes también pueden ser utilizados diferentes sensores para mejorar la navegación como puede ser el uso de un GPS o incluso cámaras dependiendo la finalidad de la misión pero estas son consideradas como opcionales.

### 2.1.2. Movimientos de un cuadricóptero

Un cuadricóptero posee inicialmente 2 configuraciones de vuelo, una en equis ‘X’ y otra en cruz ‘+’, la única diferencia entre ambas modalidades es dónde se encuentra el frente del cuadricóptero cuya referencia puede estar dada por un solo motor, en el caso de la configuración ‘+’, ó por dos de los motores como en la configuración ‘X’, (véase Figura 2.2). Ya que en la implementación de este trabajo de tesis se decidió utilizar una configuración en ‘X’ debido a que se considera que se obtiene una mejor estabilidad y un mejor aprovechamiento de la energía de los motores [28], a continuación se explica cómo se logran los movimientos en un cuadricóptero con una configuración de este tipo.

---

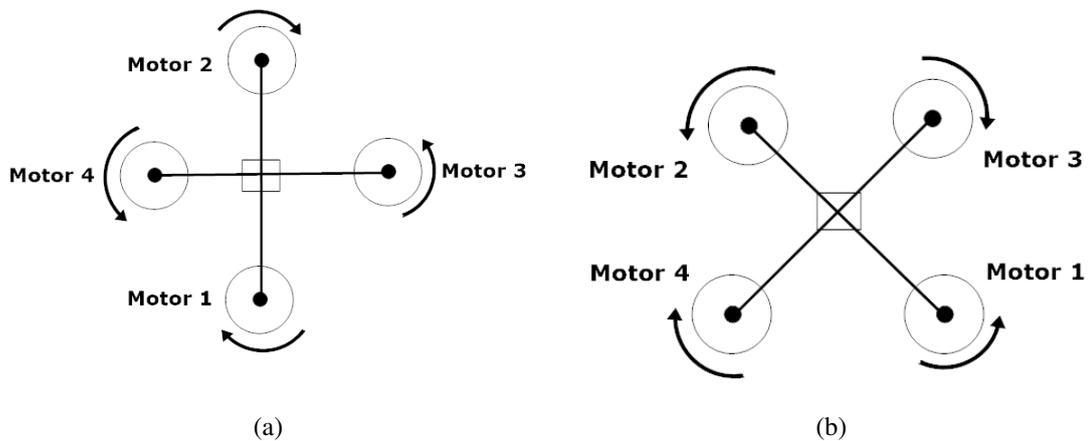


Figura 2.2: Configuraciones de un cuadricóptero: a) Configuración en '+', b) configuración en 'X'

Los movimientos de un cuadricóptero se logran al variar el empuje de cada uno de los motores. En la Figura 2.3 se puede apreciar cómo actúa un cuadricóptero con configuración en 'X' al variar las velocidades de sus motores:

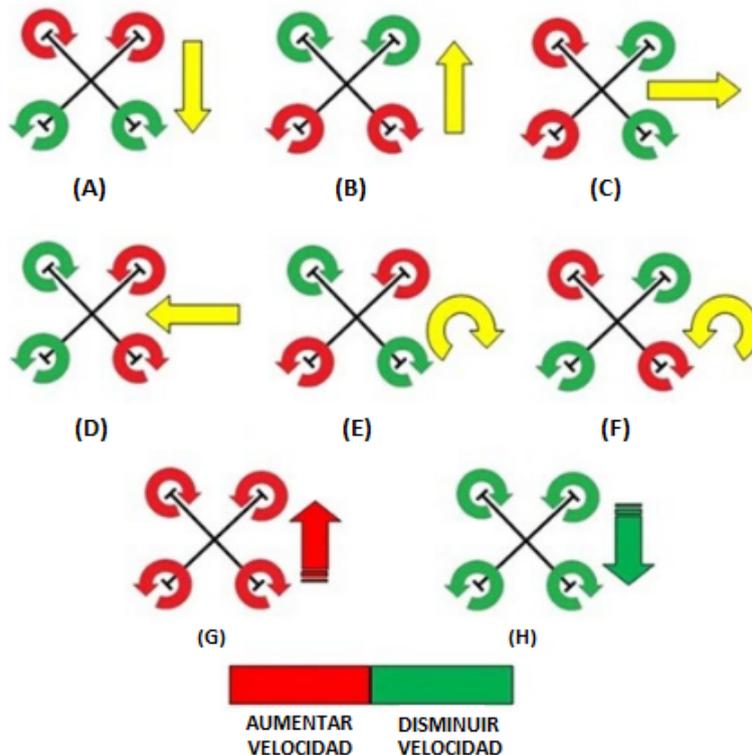


Figura 2.3: Movimientos de un cuadricóptero

(A) el aumento de la velocidad de los motores delanteros produce un movimiento hacia atrás, (B) el aumento de la velocidad de los motores traseros ocasiona que el vehículo se mueva hacia adelante, (C) el aumento de la velocidad de los motores de la izquierda genera un movimiento hacia la derecha, (D) el aumento de la velocidad de los motores de la derecha produce un

movimiento a la izquierda, (E) un incremento en la velocidad de los motores que giran en sentido en contra de las manecillas del reloj se tiene como consecuencia una rotación hacia la derecha, por el contrario en (F) se representa un incremento de la velocidad de los motores que giran en sentido de las manecillas del reloj de tal forma que se produce un giro hacia la izquierda, (G) al aumentar la velocidad de todos los motores se incrementa el empuje total y con ello se obtiene un ascenso, (H) pero al disminuir la velocidad de todos los motores se provoca un descenso debido al poco empuje producido.

## 2.2. Modelo dinámico de un cuadricóptero

Para describir el modelo dinámico de un cuadricóptero es importante comenzar por definir dicho vehículo como un cuerpo sólido de masa  $m$  en el espacio sujeto a una fuerza de gravedad  $g$  y a las fuerzas  $\mathbf{f}_i$  de cada motor  $M_i$  con  $i = 1, \dots, 4$ , así como sus momentos resultantes  $\tau_i$  tal y como se puede ver en la Figura 2.4. Cada motor se encuentra a una distancia  $\ell$  del centro de masa del cuadricóptero.

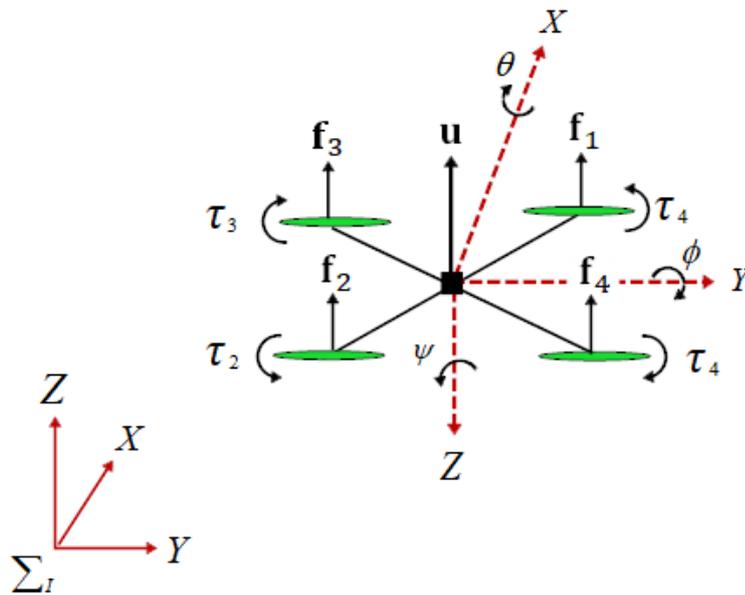


Figura 2.4: Cuadricóptero en el marco de referencia inercial

Las coordenadas generalizadas para el vehículo pueden ser representadas como:

$$\mathbf{q} = [x, y, z, \psi, \theta, \phi]^T \quad (2.1)$$

donde  $(x, y, z)$  representan la posición del centro de masa del cuadricóptero en el marco de referencia inercial, mientras que  $(\psi, \theta, \phi)$  son los tres ángulos de Euler (ángulos *yaw*, *pitch* y *roll*) los cuales representan la orientación del vehículo. Así mismo su primera y segunda

derivada representarán las velocidades y aceleraciones del cuadricóptero, respectivamente,

$$\dot{\mathbf{q}} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}]^T \quad (2.2)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = [\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{\psi}, \ddot{\theta}, \ddot{\phi}]^T \quad (2.3)$$

por lo tanto, es posible dividir las coordenadas generalizadas en coordenadas traslacionales y coordenadas rotacionales, respectivamente:

$$\xi = [x, y, z]^T \quad (2.4)$$

$$\eta = [\psi, \theta, \phi]^T \quad (2.5)$$

Sea  $K$  la energía cinética producida por un objeto que se encuentra en movimiento, la cual en el caso de un cuadricóptero es posible descomponer en sus componentes traslacionales  $K_{tras}$  y rotacionales  $K_{rot}$ , respectivamente,

$$K_{tras} = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} \quad (2.6)$$

$$K_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta} \quad (2.7)$$

donde  $J$  es la matriz de inercia la cual refleja la distribución de masa de un cuerpo en rotación.

La energía potencial depende de la posición de dicho objeto en un campo de fuerzas. Sin embargo, para el caso del cuadricóptero en realidad se interesa conocer la energía potencial gravitatoria la cual se define como la energía que posee un cuerpo por el hecho de encontrarse bajo la acción de la gravedad y que está dada por:

$$U = mgz \quad (2.8)$$

Considerando que el Lagrangiano para robots manipuladores de *n.g.d.l.* como es el caso aquí tratado, está definido como la diferencia de su energía cinética y su energía potencial, es decir:

$$L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta} - mgz \quad (2.9)$$

y sabiendo que toda aeronave de rotor es un robot manipulador, se puede entonces obtener el modelo dinámico a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange [5]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{F} \quad (2.10)$$

donde  $\mathbf{F} = [\mathbf{F}_\xi, \boldsymbol{\tau}_c]$ , con  $\boldsymbol{\tau}_c$  los momentos generalizados y  $\mathbf{F}_\xi$  relaciona físicamente las fuerzas de los motores  $\mathbf{f}_i$  con la orientación del vehículo, matemáticamente

$$\mathbf{F}_\xi = \mathbf{R}\hat{\mathbf{F}} \quad (2.11)$$

con  $\mathbf{R}$  la matriz de rotación con la cual es posible obtener la orientación del cuadricóptero a partir de sus ángulos  $\psi$ ,  $\theta$  y  $\phi$ :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \theta \cos \psi \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \theta \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

mientras que  $\hat{\mathbf{F}}$  es un vector que representa la entrada de control  $\mathbf{u}$ , la cual para el caso de un cuadricóptero está dada por  $\mathbf{u} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \mathbf{f}_3 + \mathbf{f}_4$  y considerando la geometría de la Figura 2.4 se aplica sobre el eje  $Z$ :

$$\hat{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

mientras los momentos generalizados están dados por

$$\boldsymbol{\tau}_c = \begin{bmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

donde

$$\begin{aligned} \tau_\psi &= \sum_{i=1}^4 \tau_i \\ \tau_\theta &= (\mathbf{f}_2 - \mathbf{f}_4)\ell \\ \tau_\phi &= (\mathbf{f}_3 - \mathbf{f}_1)\ell \end{aligned} \quad (2.15)$$

Por lo tanto, al sustituir la Ecuación (2.9) en (2.10) y tomando en cuenta todas las consideraciones previamente mencionadas, se puede llegar al modelo dinámico de un cuadricóptero. Generalmente dicho modelo se escribe en la forma de robot manipulador de *n.g.d.l.* [22]:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.16)$$

donde  $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de inercia,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis,  $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de fuerzas gravitacionales y  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$  es el vector de fuerzas y pares aplicados mediante los actuadores o en este caso en particular los motores.

Como se considera que la misión a realizar no requiere de movimientos abruptos por parte del cuadricóptero, ya que la navegación puede realizarse a partir de pequeñas variaciones en los ángulos, se tiene entonces que las fuerzas centrífugas pueden ser despreciadas por lo que se tiene  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = 0$ , de tal forma que el modelo dinámico puede ser escrito de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{z} \\ J\ddot{\psi} \\ J\ddot{\theta} \\ J\ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(mg) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{u} \sin \theta \\ \mathbf{u} \cos \theta \sin \phi \\ \mathbf{u} \cos \theta \cos \phi \\ \tau_{\psi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\phi} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Realizando el siguiente cambio de variable

$$\tilde{\boldsymbol{\tau}}_c = \begin{bmatrix} \tau_{\psi} J^{-1} \\ \tau_{\theta} J^{-1} \\ \tau_{\phi} J^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Así, el conjunto de ecuaciones que conforman el modelo dinámico de un cuadricóptero es:

$$\ddot{x} = -\frac{\mathbf{u}}{m} \sin \theta \quad (2.19a)$$

$$\ddot{y} = \frac{\mathbf{u}}{m} \cos \theta \sin \phi \quad (2.19b)$$

$$\ddot{z} = \frac{\mathbf{u}}{m} \cos \theta \cos \phi - g \quad (2.19c)$$

$$\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_{\theta} \quad (2.19d)$$

$$\ddot{\phi} = \tilde{\tau}_{\phi} \quad (2.19e)$$

$$\ddot{\psi} = \tilde{\tau}_{\psi} \quad (2.19f)$$

## 2.3. Control PID

El controlador proporcional-integral-derivativo (PID) es un método de control por retroalimentación el cual se centra en calcular el error presente entre un valor medido y el valor deseado [31].

El control PID consta de tres parámetros (proporcional, integral, derivativo), donde el valor proporcional representa el valor actual, el valor integral depende de los errores pasados, mientras el derivativo es una predicción de los errores futuros, por ende se considera como una de las acciones de control más completas en la industria y por ello de las más utilizadas [23].

Debido a que este controlador se considera como el más adecuado cuando no se tiene conocimiento total del proceso y de todos los parámetros de la planta a controlar, se ha decidido utilizar en este trabajo donde por la naturaleza del sistema, aun cuando se conozcan las masas de los cuadricópteros y del objeto a transportar, es complicado conocer con exactitud parámetros como la inercia y las perturbaciones generadas por el viento las cuales son de naturaleza aleatoria.

A continuación se presentará una breve explicación de los distintos controladores utilizados en la industria y el porqué se considera que un controlador PID satisface las necesidades presentes en este trabajo.

### 2.3.1. Controladores automáticos

Considerando el modelo dinámico de un robot manipulador de *n.g.d.l* dado en (2.16). Dada una posición deseada  $\mathbf{q}_d$  constante, el controlador automático trata de determinar una función vectorial  $\boldsymbol{\tau}$ , de tal forma que el vector de posición  $\mathbf{q}$  llegue asintóticamente a  $\mathbf{q}_d$ .

En términos más formales, el objetivo del controlador consiste en determinar  $\boldsymbol{\tau}$  de tal forma que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_d \quad (2.20)$$

La Figura 2.5 representa un diagrama de bloques formado por un controlador en lazo cerrado con un robot manipulador (planta), en el que puede observarse como  $\boldsymbol{\tau}$  representa la salida del controlador la cual es determinada a partir de una retroalimentación del estado de la planta  $\mathbf{q}$ , y la posición a la que se desea llevar  $\mathbf{q}_d$ . Una vez el controlador ha determinado el valor de  $\boldsymbol{\tau}$ , éste se convierte en la entrada de control del robot con la que se busca eliminar el error de su posición.

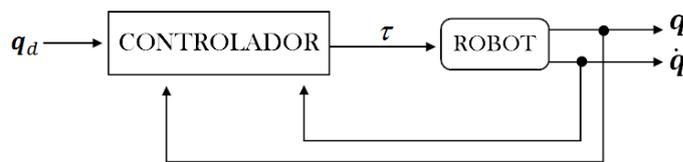


Figura 2.5: Control en lazo cerrado de robots

### 2.3.2. Clasificación de los controladores industriales

La mayoría de los controladores industriales emplean como fuente de energía la electricidad o un fluido presurizado, como el aceite o el aire. Los controladores también pueden clasificarse, según la fuente de energía que utilizan en su operación, por ejemplo, aire para los controladores neumáticos, agua en los hidráulicos o electricidad en el caso de los electrónicos. Sin embargo, sabiendo que la planta de interés del presente trabajo de tesis (el cuadricóptero) por naturaleza entra en la categoría de electrónicos, entonces se tiene que la clasificación de los controladores, de acuerdo con sus acciones de control, son [23]:

- Controladores proporcionales
- Controladores integrales
- Controladores proporcionales-integrales
- Controladores proporcionales-derivativos
- Controladores proporcionales-integrales-derivativos

### 2.3.3. Acciones de control

Las acciones de control se refieren a la forma en cómo el controlador logra determinar la señal  $\tau(t)$  para lograr la corrección en la salida del robot manipulador.

- **Acción de control proporcional**

En un controlador de acción proporcional la señal  $\tau(t)$  está dada por la siguiente relación

$$\tau(t) = k_p e(t) \quad (2.21)$$

donde la acción del control se considera proporcional al error ( $e(t)$ ) en función de la constante  $k_p$ , por tal motivo a esta constante se le denomina ganancia proporcional, de tal forma que, este controlador es en esencia un amplificador de ganancia ajustable.

- **Acción de control integral**

En un controlador con acción integral el valor de la salida  $\tau(t)$  está dado por:

$$\tau(t) = k_i \int_0^t e(t) dt \quad (2.22)$$

donde  $k_i$  es una constante denominada ganancia integral.

Debido a que la acción correctora se realiza a partir de la integral del error, el control integral proporciona una señal en función del “historial” de la señal del error. Esta característica es acumulativa en el tiempo, por lo que puede incrementar la exactitud del sistema a diferencia del control proporcional, el cual sólo actúa sobre el mismo instante de tiempo que la señal del error.

Sin embargo, la acción integral por sí misma puede provocar la inestabilidad relativa del sistema, aumentando el sobre impulso de la respuesta transitoria. Por ello suele ser conveniente que la acción integral se combine con otras acciones de control.

- **Acción de control proporcional-integral**

La acción de control proporcional-integral genera una señal resultante de la combinación de una acción proporcional y una acción integral de la siguiente forma

$$\tau(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt \quad (2.23)$$

Si  $k_p \gg k_i$  entonces la ganancia del controlador estará dada por  $k_p$ , por lo que  $k_i$  vendría solo a mejorar la exactitud del sistema sin modificar de manera importante la respuesta transitoria y la estabilidad del mismo.

- **Acción de control derivativo**

La acción de control derivativo genera una señal proporcional a la derivada del error

---

$$\tau(t) = k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.24)$$

donde  $k_d$  es una constante denominada ganancia derivativa.

La principal característica de esta acción derivativa está en su efecto de anticipación, el cual puede provocar por un lado una corrección antes de que la señal del error sea excesiva, pero, por otro lado, se hace evidente debido a la ecuación que lo gobierna que si la señal de error tiene un valor constante, el control no actuará aunque el error sea diferente de cero. Por esta razón, la acción derivativa siempre se acompaña de una acción proporcional, una integral o ambas.

#### • Acción de control proporcional-derivativo (PD)

Si se combinan los efectos de las acciones proporcional y derivativas se dice que se tiene una acción de control proporcional-derivativo cuyo comportamiento está dado por

$$\tau(t) = k_p e(t) + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.25)$$

En este control la influencia de la acción derivativa tiende a modificar en gran medida el comportamiento del sistema provocando una reducción en el sobre impulso y aumentando la precisión, sin embargo, si dicha influencia es muy grande, la respuesta puede ser demasiado lenta.

#### • Acción de control proporcional-integral-derivativo (PID)

La acción de control proporcional-integral-derivativo genera una señal como resultado de la combinación de las tres acciones ya mencionadas.

$$\tau(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.26)$$

Por lo general el valor de las constantes de acción integral  $k_i$  y la acción derivativa  $k_d$  son más pequeñas en comparación a la constante de acción proporcional  $k_p$ . La acción PID permite eliminar el error en estado estacionario y a su vez logra una buena estabilidad del sistema [23].

### 2.3.4. PD con compensación de gravedad

A partir de lo visto anteriormente es necesario elegir la acción de control a utilizar en el cuadricóptero tomando en cuenta que no solo existe una respuesta correcta, si no que existen diversos métodos para controlar de forma satisfactoria dicho vehículo, como se explica a continuación.

El control PD por si solo es capaz de cumplir el objetivo de control para el caso de robots cuyo modelo carece del término gravitacional ( $\mathbf{g}(\mathbf{q}) = 0$ ). Sin embargo, como puede verse en el modelo del cuadricóptero (2.19c) este no es el caso, ya que posee el término gravitacional en

el eje  $Z$ , esto es evidente considerando que para poder volar debe compensar su propio peso.

Por otro lado, aunque pueda parecer que el control PD no es adecuado para un cuadricóptero, existe una variante llamada *PD con compensación de gravedad*, la cual partiendo de la idea que se conoce el modelo del robot, específicamente el término  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ , entonces es posible agregar este término con la misma magnitud al controlador, matemáticamente

$$\tau(t) = k_p e(t) + k_d \frac{de(t)}{dt} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (2.27)$$

Esto con la finalidad de compensar el término gravitacional del robot y así asegurar que el control PD actuará de forma correcta, es por esto que se suele utilizar mucho en este tipo de aeronaves [22]. No obstante, la finalidad de esta tesis es utilizar múltiples cuadricópteros para el transporte de un objeto, entonces la obtención de las fuerzas gravitacionales ya no solo están dadas por la masa del cuadricóptero si no también por la dinámica del objeto que se desea transportar por lo cual se complica la obtención del término  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ .

Como alternativa al controlador PD se puede introducir la componente integral con la finalidad de llevar a cero el error de posición provocado por las fuerzas gravitacionales. De esta manera se justifica la utilización del control proporcional-integral-derivativo PID para robots con términos gravitacionales como es el caso del cuadricóptero.

### 2.3.5. Control PID en tiempo discreto

La mayoría de los robots manipuladores en la actualidad son controlados a partir de controladores PID [24], lo cual habla del buen servicio que se puede lograr en una gran variedad de aplicaciones. La Figura 2.6 muestra un diagrama de bloques del control PID para robots manipuladores donde puede verse cómo el control PID está en función de los errores tanto de posición como de velocidad ( $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$ ).

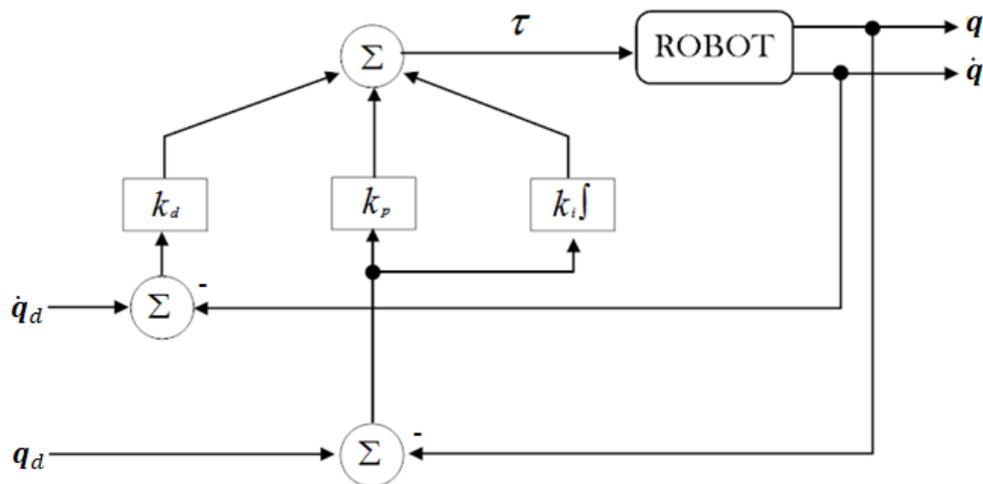


Figura 2.6: Diagrama de bloques del control PID

Si se considera que la Ecuación (2.26) está no solo en función del error en la posición sino también se ve afectada por su respectiva derivada e integral, entonces es necesario ser capaces

de medir estos parámetros directamente por medio de sensores especializados, en el caso de la velocidad, o en su defecto para la integral, obtener una estimación lo mas confiable posible, por ejemplo utilizando diversos métodos numéricos. No obstante, existe otra alternativa la cual es trabajar con la ecuación del control PID digital en el dominio temporal discreto. Ésta se considera una excelente opción ya que en la realidad se trabaja con microprocesadores digitales para la aplicación de este tipo de controladores.

Una forma de lograr la transición del control PID del tiempo continuo a discreto es aplicando la transformada  $Z$  a la Ecuación (2.26),

$$\tau(z) = \left[ k_p + k_i \left( \frac{T}{1 - z^{-1}} \right) - k_i \frac{T}{2} + k_d \left( \frac{1 - z^{-1}}{T} \right) \right] E(z) \quad (2.28)$$

donde  $T$  es el tiempo de muestreo y  $E(z)$  representa el error en el dominio  $z$ . Agregando el término  $(1 - z^{-1})$  en ambos lados,

$$(1 - z^{-1})\tau(z) = \left( k_p - k_i \frac{T}{2} \right) (1 - z^{-1}) E(z) + T k_i E(z) + \frac{k_d}{T} (1 - 2z^{-1} + z^{-2}) E(z) \quad (2.29)$$

de tal manera que al realizar la transformada  $Z$  inversa a (2.29) con el fin de convertir la señal obtenida al dominio del tiempo discreto

$$\tau(k) - \tau(k-1) = \left( k_p - k_i \frac{T}{2} \right) [e(k) - e(k-1)] + T k_i e(k) + \frac{k_d}{T} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \quad (2.30)$$

ordenando y haciendo el siguiente cambio de variables

$$\begin{aligned} k_1 &= k_p + \frac{T}{2} k_i + \frac{k_d}{T} \\ k_2 &= -k_p + \frac{T}{2} k_i - \frac{2k_d}{T} \\ k_3 &= \frac{k_d}{T} \end{aligned} \quad (2.31)$$

de tal manera que la ecuación del control PID en tiempo discreto es la siguiente

$$\tau(k) = \tau(k-1) + k_1 e(k) + k_2 e(k-1) + k_3 e(k-2) \quad (2.32)$$

De esta manera el cálculo de la entrada de control en el instante  $k$  queda en función de los errores de ese mismo instante y de los dos instantes anteriores, así como de la acumulación del error dado por la entrada de control en el instante anterior.

La ventaja de esta ecuación es que solamente se trabaja con los errores de la posición evitando así el tener que estimar la velocidad a partir de su derivada y el uso de algún método numérico para la obtención del término integral.

## 2.4. Implementación del control PID en el cuadricóptero

Ya que se conoce la importancia del control PID se procede a explicar cómo es posible aplicar dicho controlador en un cuadricóptero con la finalidad de asegurar que el vehículo llegará a una posición deseada  $(x_d, y_d, z_d)$  en tiempo finito, realizando un vuelo estable y con el menor error posible. Para ello es necesario ser capaces de controlar cada uno de los siguientes aspectos, la altura dada por su localización en el eje  $Z$ , la posición en las coordenadas  $(x, y)$  y la orientación representada por sus ángulos  $(\psi, \theta, \phi)$ .

A continuación, se presenta la forma en que el controlador PID es llevado a un cuadricóptero para controlar los aspectos antes mencionados para posteriormente presentar una simulación con la cual se pretende validar las ecuaciones presentadas.

### 2.4.1. Control de altura

Tal y como se mencionó anteriormente, la unión del motor y la hélice generan una fuerza de sustentación la cual actúa de manera perpendicular al vehículo, siendo  $\mathbf{u}$  la suma de las fuerzas generadas por todos los motores (véase (2.13)). Sin embargo, para lograr un correcto control de la altura, es necesario regular la fuerza que se genera sobre el eje  $Z$  la cual según el modelo del cuadricóptero (2.19c) está dada por  $\mathbf{u}$  y los ángulos  $\theta$  y  $\phi$ . En adelante la fuerza aplicada al cuadricóptero para su elevación se designará como  $V_z$ . Ésta fuerza (conocida en inglés como *thrust*) representa el empuje total generado por los motores.

Sabiendo que el error en el control de altura,  $e_z$ , representa la diferencia entre la altura deseada  $z_d$  y la altura actual del vehículo  $z$ , con ello al reescribir la ecuación del PID discreto (2.32) donde la variable a controlar  $V_z$  con lo que se tiene:

$$V_z(k) = V_z(k-1) + k_{z1}e_z(k) + k_{z2}e_z(k-1) + k_{z3}e_z(k-2) \quad (2.33)$$

donde  $k_{z1}$ ,  $k_{z2}$  y  $k_{z3}$  son constantes dadas por las ganancias  $k_{pz}$ ,  $k_{dz}$  y  $k_{iz}$  utilizando la relación mostrada en (2.31).

Utilizando la ecuación (2.33) en el cuadricóptero se puede asegurar un despegue autónomo ya que mientras se encuentra en el suelo ( $z = 0$ ) con una referencia  $z_d > 0$  el error en todo momento hará que  $V_z$  aumente y con ello se le suministrará más potencia a los motores hasta que el vehículo despegue por si solo hasta posicionarse en la altura deseada.

### 2.4.2. Control de posición

En el caso de la posición se debe tener en cuenta que los desplazamientos sobre el eje  $X$  y el eje  $Y$  están dados a partir de los ángulos  $\theta$  y  $\phi$  respectivamente. Por lo tanto, se debe considerar que existe una relación entre los ángulos deseados ( $\theta_d$  y  $\phi_d$ ) respecto a los errores de posición. Para explicar dicha relación se debe tener en cuenta que los errores de posición en los tres ejes los cuales están dados como

$$\begin{aligned}
e_x &= x_d - x \\
e_y &= y_d - y \\
e_z &= z_d - z
\end{aligned} \tag{2.34}$$

siendo  $(x_d, y_d, z_d)$  la posición deseada respecto al marco inercial  $\sum_I$ .

Considerando que la posición a la que se desea llegar es constante ( $x_d = \text{cte}$ ,  $y_d = \text{cte}$ ,  $z_d = \text{cte}$ ), entonces las primeras y segundas derivadas de (2.34) se presentan de la siguiente forma:

$$\dot{e}_x = \cancel{\dot{x}_d} - \dot{x} \tag{2.35a}$$

$$\dot{e}_y = \cancel{\dot{y}_d} - \dot{y} \tag{2.35b}$$

$$\dot{e}_z = \cancel{\dot{z}_d} - \dot{z} \tag{2.35c}$$

$$\ddot{e}_x = \cancel{\ddot{x}_d} - \ddot{x} \tag{2.36a}$$

$$\ddot{e}_y = \cancel{\ddot{y}_d} - \ddot{y} \tag{2.36b}$$

$$\ddot{e}_z = \cancel{\ddot{z}_d} - \ddot{z} \tag{2.36c}$$

Como puede verse en las Ecuaciones (2.36a-2.36c), la segunda derivada del error depende directamente de las aceleraciones lineales del cuadricóptero, por lo que es posible obtener las siguientes relaciones al sustituir las ecuaciones obtenidas en el modelo dinámico dado por (2.19a-2.19c)

$$\ddot{e}_x = \frac{\mathbf{u}}{m} \sin \theta \tag{2.37a}$$

$$\ddot{e}_y = -\frac{\mathbf{u}}{m} \cos \theta \sin \phi \tag{2.37b}$$

$$\ddot{e}_z = -\frac{\mathbf{u}}{m} \cos \theta \cos \phi - g \tag{2.37c}$$

Es evidente que los desplazamientos estarán dados por los errores presentes en la posición, sin embargo, la finalidad de utilizar una estrategia de control como el controlador PID es la de llevar el cuadricóptero a una posición deseada, es decir,  $x \rightarrow x_d$ ,  $y \rightarrow y_d$  y  $z \rightarrow z_d$ , además de esto se busca que la dinámica del error se comporte como la del controlador PID asegurando que los errores y sus derivadas tiendan a cero ( $e \rightarrow 0$ ,  $\dot{e} \rightarrow 0$ ,  $\ddot{e} \rightarrow 0$ ) de forma asintótica. Por este motivo, se puede proponer que las dinámicas del error (dadas por  $\ddot{e}_x$ ,  $\ddot{e}_y$  y  $\ddot{e}_z$ ) serán gobernadas por las mismas ecuaciones que las del controlador PID, por lo cual se tiene las siguientes ecuaciones:

$$\ddot{e}_x = V_x = V_x(k-1) + k_{x_1}e_x(k) + k_{x_2}e_x(k-1) + k_{x_3}e_x(k-2) \tag{2.38a}$$

$$\ddot{e}_y = V_y = V_y(k-1) + k_{y_1}e_y(k) + k_{y_2}e_y(k-1) + k_{y_3}e_y(k-2) \tag{2.38b}$$

$$\ddot{e}_z = V_z = V_z(k-1) + k_{z_1}e_z(k) + k_{z_2}e_z(k-1) + k_{z_3}e_z(k-2) \tag{2.38c}$$

donde  $V_x$  y  $V_y$  representan las entradas de control necesarias para garantizar los movimientos en los ejes  $X$  y  $Y$  así como  $V_z$  en el eje  $Z$  con el fin de reducir el error presentes en cada uno de los ejes, mientras  $k_{x1}, k_{x2}, k_{x3}, k_{y1}, k_{y2}$  y  $k_{y3}$  son constantes dadas por sus respectivas ganancias  $k_{p_x}, k_{d_x}, k_{i_x}, k_{p_y}, k_{d_y}$  y  $k_{i_x}$  considerando la relación mostrada en (2.31).

Dadas las relaciones de las Ecuaciones (2.38a-2.38c), se tiene que las Ecuaciones (2.37a-2.37c) se pueden expresar para ciertos ángulos deseado  $\theta_d$  y  $\phi_d$  como:

$$V_x = \frac{\mathbf{u}}{m} \sin \theta_d \quad (2.39)$$

$$V_y = -\frac{\mathbf{u}}{m} \cos \theta_d \sin \phi_d \quad (2.40)$$

$$V_z = -\frac{\mathbf{u}}{m} \cos \theta_d \cos \phi_d - g \quad (2.41)$$

Considerando que gracias a las acciones de control se puede lograr que  $\theta \rightarrow \theta_d$  y  $\phi \rightarrow \phi_d$ , entonces si se despeja el valor de  $\mathbf{u}$  en la Ecuación (2.41).

$$\mathbf{u} = \frac{m}{\cos \theta_d \cos \phi_d} (V_z + g) \quad (2.42)$$

Si se sustituye la Ecuación (2.42) en (2.40) se puede obtener el valor de  $\phi_d$  en función de  $V_y$  y  $V_z$

$$\phi_d = \tan^{-1} \left( \frac{V_y}{V_z + g} \right) \quad (2.43)$$

Mientras que al sustituir (2.42) en (2.39) se obtiene el valor de  $\theta_d$  en función de  $V_x$  y  $V_z$

$$\theta_d = \tan^{-1} \left( -\cos \phi_d \frac{V_x}{V_z + g} \right) \quad (2.44)$$

Ahora bien, al estar  $V_x, V_y$  y  $V_z$  relacionados con los errores de posición en sus respectivos ejes  $X, Y$  y  $Z$ , se tiene que los ángulos  $\theta_d$  y  $\phi_d$  varían también respecto a dichos errores, sin embargo, si se logra minimizar el error de altura con la ecuación (2.33), entonces la variación de los ángulos quedará principalmente dada por  $V_x$  y  $V_y$ . Esto tiene sentido considerando que mientras más grandes sean los errores de posición sobre el plano  $XY$ , mayor serán los ángulos deseados  $\theta_d$  y  $\phi_d$  con el fin de lograr un desplazamiento que permita eliminar dicho error. Por otro lado, es importante considerar que la dinámica del vehículo no permite ángulos muy pronunciados ya que esto podría llevar a una inestabilidad e incluso el desplome por lo que se recomienda saturar  $\phi_d$  y  $\theta_d$ , limitando el desplazamiento para ángulos pequeños menores a 10 grados y evitando así dichos problemas [41].

### 2.4.3. Control de orientación

Conociendo el ángulo deseado es posible aplicar la ecuación (2.32) para conseguir que el vehículo se desplace como se espera que lo haga a partir de los errores  $e_\theta = \theta_d - \theta$ ,  $e_\phi = \phi_d - \phi$  y  $e_\psi = \psi_d - \psi$ , siendo  $\theta_d$  y  $\phi_d$  los ángulos calculados en (2.44) y (2.43) respectivamente, mientras

que, en la mayoría de los casos se utiliza un  $\psi_d = 0$ , a no ser que se requiera alguna maniobra donde deba manipularse de manera que  $\psi_d \neq 0$ . Entonces,

$$\tau_\theta(k) = \tau_\theta(k-1) + k_{\theta_1}e_\theta(k) + k_{\theta_2}e_\theta(k-1) + k_{\theta_3}e_\theta(k-2) \quad (2.45)$$

$$\tau_\phi(k) = \tau_\phi(k-1) + k_{\phi_1}e_\phi(k) + k_{\phi_2}e_\phi(k-1) + k_{\phi_3}e_\phi(k-2) \quad (2.46)$$

$$\tau_\psi(k) = \tau_\psi(k-1) + k_{\psi_1}e_\psi(k) + k_{\psi_2}e_\psi(k-1) + k_{\psi_3}e_\psi(k-2) \quad (2.47)$$

siendo  $\tau_\theta$ ,  $\tau_\phi$  y  $\tau_\psi$  la magnitud de la entrada de control que debe aplicarse para reducir el error de orientación, mientras  $k_{\theta_1}$ ,  $k_{\theta_2}$ ,  $k_{\theta_3}$ ,  $k_{\phi_1}$ ,  $k_{\phi_2}$ ,  $k_{\phi_3}$ ,  $k_{\psi_1}$ ,  $k_{\psi_2}$  y  $k_{\psi_3}$  constantes dadas por las ganancias correspondientes.

Como se explicó en la Sección 2.1.2, los movimientos de un cuadricóptero se logran al variar la fuerza de los motores, si cada uno de los motores se controla utilizando las ecuaciones mostradas hasta el momento, es posible entonces esperar un comportamiento autónomo por parte del vehículo.

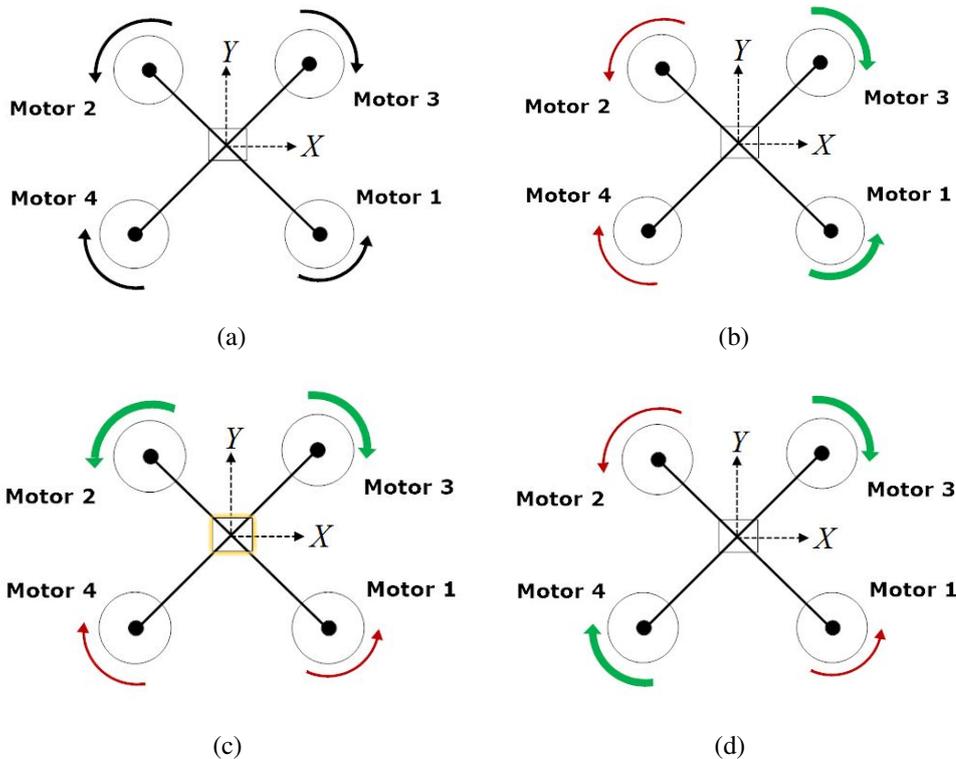


Figura 2.7: Movimientos de un cuadricóptero con configuración en X: (a) Cuadricóptero con configuración en X, (b) movimiento en *pitch*, (c) movimiento en *roll*, (d) movimiento en *yaw*

En la Figura 2.7(a) se muestra un cuadricóptero con configuración en X asemejando los vehículos con los que se trabajarán en esta tesis, donde los motores 3 y 4 giran en sentido de las manecillas del reloj, y para contrarrestar los momentos generados por las ambas hélices los motores 1 y 2 girarán en el sentido contrario. A continuación se presenta la manera de aplicar las ecuaciones para el control y navegación de un cuadricóptero respetando el sentido de giro de cada motor en la configuración previamente mencionada.

Ya que el término  $V_z$  representa la sustentación del vehículo generada por la suma de los cuatro motores, el resultado de la Ecuación (2.33) se aplicará a cada motor por igual. Por su parte, los términos  $\tau_\theta$ ,  $\tau_\phi$  y  $\tau_\psi$  dependerán de la configuración del vehículo, en este caso como se puede observar en la Figura 2.7(b) para lograr un ángulo *pitch* positivo la velocidad de los motores 1 y 3 debe ser mayor a la de los motores 2 y 4. Una forma de lograr esto es sumarle el valor de  $\tau_\theta$  obtenido de la ecuación (2.45) a la potencia de los motores 1 y 3 mientras se resta de los motores 2 y 4; para lograr un ángulo *roll* como se muestra en la Figura 2.7(c) basta con sumar el valor de  $\tau_\phi$  de la ecuación (2.46) a los motores 2 y 3 restandolo a su vez de los motores 1 y 4; por último si se desea controlar el ángulo *yaw* como en la Figura 2.7(d) la potencia de los motores 3 y 4 deben aumentar en relación de  $\tau_\psi$  de la ecuación (2.47) mientras se disminuye en los motores 2 y 1.

Siguiendo dichas reglas, la señal que se suministra a cada uno de los motores queda descrita por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} M_1 &= V_z + \tau_\theta - \tau_\phi - \tau_\psi \\ M_2 &= V_z - \tau_\theta + \tau_\phi - \tau_\psi \\ M_3 &= V_z + \tau_\theta + \tau_\phi + \tau_\psi \\ M_4 &= V_z - \tau_\theta - \tau_\phi + \tau_\psi \end{aligned} \tag{2.48}$$

con dichas señales se pretende controlar la fuerza que genera cada motor con el fin de lograr un vuelo estable y siguiendo una trayectoria deseada.

## 2.5. Simulación

Una vez presentado el modelo dinámico de un cuadricóptero así como las ecuaciones con las cuales se busca controlar de forma autónoma todo su comportamiento, a continuación se muestran resultados de la simulación realizada a través del software *Simulink*. En esta simulación se observa el comportamiento del modelo a medida que las condiciones evolucionan con el tiempo o a medida que se producen ciertos eventos.

Con la finalidad de realizar la simulación de un controlador digital como lo es el PID discreto a una planta de naturaleza continua como lo es el cuadricóptero, es necesario realizar el procedimiento descrito en la Figura 2.8, donde  $g(t)$  es la respuesta al impulso del sistema a controlar.

Al ser de naturaleza continua la salida del sistema  $y(t)$  debe ser discretizada a una tasa de muestreo  $T$ . En este contexto, para obtener una respuesta adecuada se recomienda que el tiempo

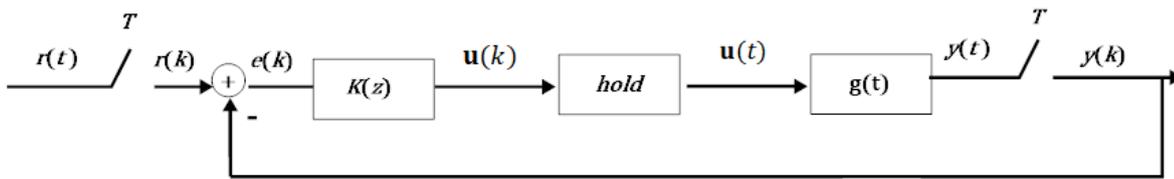


Figura 2.8: Diagrama de bloques de un controlador digital [6]

de muestreo sea menor a 0.02 s [6], de esta forma se suministra al controlador digital  $K(z)$  el error  $e_k$

$$e_k = r(k) - y(k) \quad (2.49)$$

correspondiente a la diferencia entre la trayectoria deseada  $r(t)$ , la cual también ha sido discretizada en  $r(k)$  y la salida de la planta  $y(k)$ . Así el controlador calcula la entrada de control correspondiente  $u(k)$  la cual será aplicada a la planta con el objetivo de eliminar el error, no sin antes realizar un *hold* a la entrada de control, es decir, se retiene la señal obtenida hasta la llegada de otro valor correspondiente a una nueva muestra, esto para obtener una señal analógica  $u(t)$ , todo esto con la finalidad de respetar el dominio de tiempo en el que actúan tanto la planta y el controlador.

### 2.5.1. Parámetros de simulación

La simulación que se presenta a continuación está basada en un cuadricóptero con una masa de 1.46 kg, con condiciones iniciales en la posición de (0,0,0) y con ángulos de  $\theta = -0.03$  rad,  $\phi = 0.03$  rad y  $\psi = 0.1$  rad, considerando los errores de medición en el sensor y la inclinación del terreno. La simulación consta de tres etapas como se puede observar en la Figura 2.9

**-Despegue:** el vehículo asciende a una altura de 3 m y se estabiliza reduciendo los errores en la posición producidos por los errores iniciales.

**-Seguimiento de un trayectoria:** se sigue una trayectoria predefinida en línea recta sobre los ejes  $XY$  desde la posición (0,0) hasta (10,10) manteniendo la altura de 3 m.

**-Aterrizaje:** una vez que se llega al punto final de la trayectoria, se procede a descender hasta 0 metros dando por terminada la misión.

Es importante mencionar que en esta simulación también se consideran los tiempos de actualización de cada uno de los sensores. Así, para la medición de altura se utiliza un sensor ultrasónico apoyado de la medición del barómetro los cuales se actualizan a una tasa de 0.1 s, para la obtención de la posición del vehículo respecto a los ejes  $XY$  se consideró un GPS con una tasa de actualización de 0.02 s y finalmente una central inercial encargada de medir e informar acerca de la rotación del vehículo conociendo así los valores de  $(\theta, \phi, \psi)$  con una

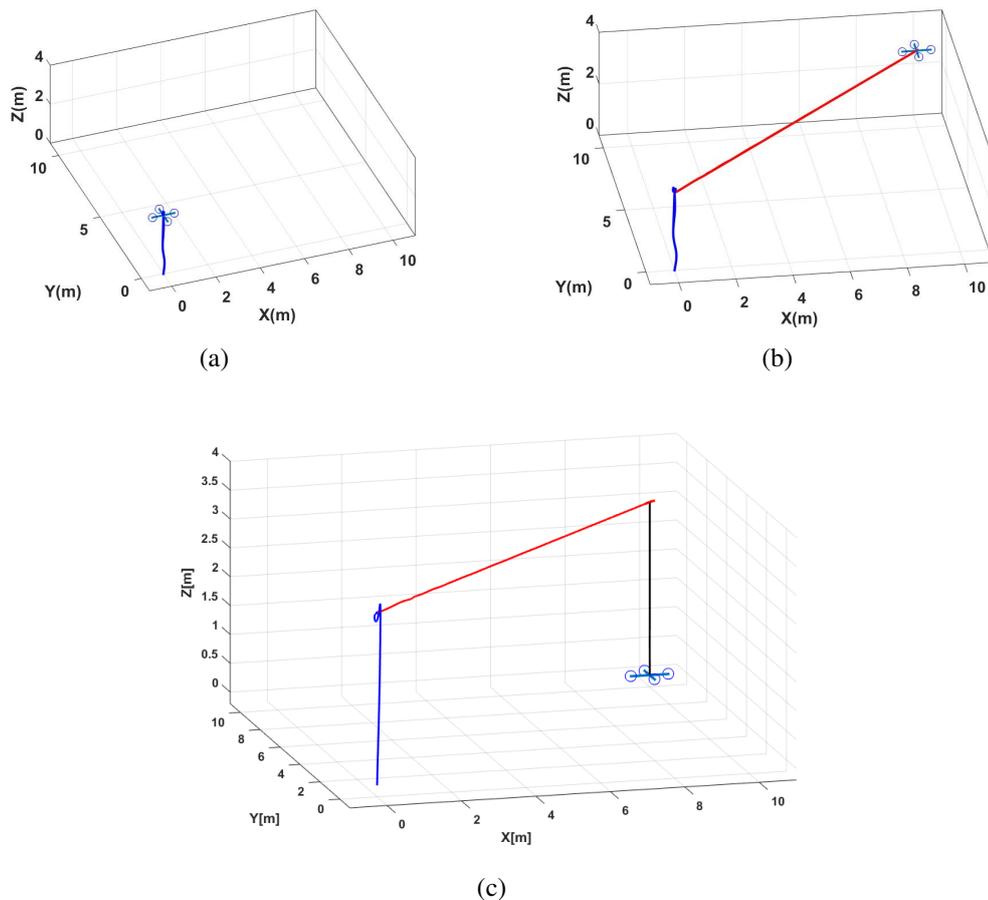


Figura 2.9: Etapas de la simulación: a) Despegue, b) seguimiento de trayectoria, c) aterrizaje

actualización cada 0.01 s. Por lo tanto, la simulación se realiza con un tiempo de muestreo  $T = 0.01$  s, respetando así la menor tasa de actualización correspondiente a la de la central inercial, además al realizarse los cálculos de  $V_z$ ,  $\tau_\theta$ ,  $\tau_\phi$  y  $\tau_\psi$  a esa velocidad se cumple con la condición de ser menor a 0.02 s para asegurar una buena respuesta.

Con todas estas consideraciones, las ganancias para cada uno de los controles fueron sintonizadas utilizando el método de sintonización por la ganancia crítica en lazo cerrado de Ziegler-Nichols. como se muestra en la Tabla 2.1. Se debe tener en cuenta que las ganancias mostradas son utilizadas para el cálculo de las correspondientes constantes de cada control utilizando la Ecuación (2.31).

| Control de altura | Control de posición |             | Control de orientación |               |                |
|-------------------|---------------------|-------------|------------------------|---------------|----------------|
| $kp_z = 12$       | $kp_x = 15$         | $kp_y = 15$ | $kp_\theta = 5$        | $kp_\phi = 5$ | $kp_\psi = 30$ |
| $kd_z = 30$       | $kd_x = 8$          | $kd_y = 8$  | $kd_\theta = 8$        | $kd_\phi = 8$ | $kd_\psi = 20$ |
| $ki_z = 1$        | $ki_x = 1$          | $ki_y = 1$  | $ki_\theta = 1$        | $ki_\phi = 1$ | $ki_\psi = 3$  |

Tabla 2.1: Ganancias utilizadas en la simulación del control de un cuadricóptero

### 2.5.2. Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos en la simulación del control de un cuadricóptero. En la Figura 2.10 se muestran los comportamientos que tiene el vehículo respecto al marco de referencia inercial  $\sum_I$ , mientras en la Figura 2.11 se puede observar cómo evolucionan los ángulos  $(\theta, \phi, \psi)$  respecto al tiempo, el cual está representado en cada una de las gráficas por el número de muestras que van desde 0 hasta 5000, ya que  $T = 0.01$  s, el tiempo de simulación es equivalente a 50 s.

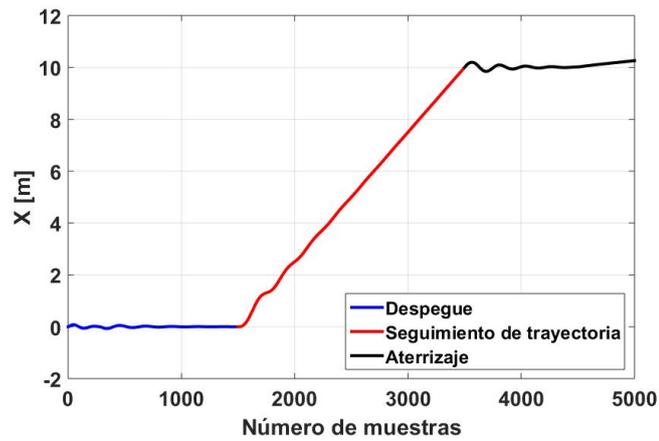
En la Figura 2.10(c) se muestra el resultado para la posición sobre el eje  $Z$ , es decir, la altura que presenta el cuadricóptero en todo momento, comenzando con el despegue desde el suelo, representado por 0 m y buscando posicionarse a una altura de referencia dada a 3 m. En esta figura se puede observar que aun cuando en un inicio llega a pasar por 0.2 m la referencia, el control actúa satisfactoriamente al reducir el error hasta colocarlo en la referencia deseada, con un tiempo de asentamiento de 10 s, después durante la etapa de seguimiento de trayectoria se mantiene a la altura de 3 m para terminar con un descenso a los 45 s.

En las Figuras 2.10(a) y 2.10(b) se tiene el trayecto que sigue el vehículo a lo largo del eje  $X$  y del eje  $Y$ , respectivamente. En estas figuras se logra apreciar que tanto en la etapa de despegue como de aterrizaje se conservan las posiciones deseadas con un ligero desvío de aproximadamente 0.1 rad provocados principalmente por los errores en el ángulo  $\theta$  (véase la Figura 2.11(a)), responsable del movimiento sobre el  $X$ , y del ángulo  $\phi$  (Figura 2.11(b)), responsable del movimiento sobre el eje  $Y$ , mientras el ángulo  $\psi$  como se puede ver en la Figura 2.11(c) se conserva en 0 durante toda la misión debido a que nunca se le pide un valor diferente.

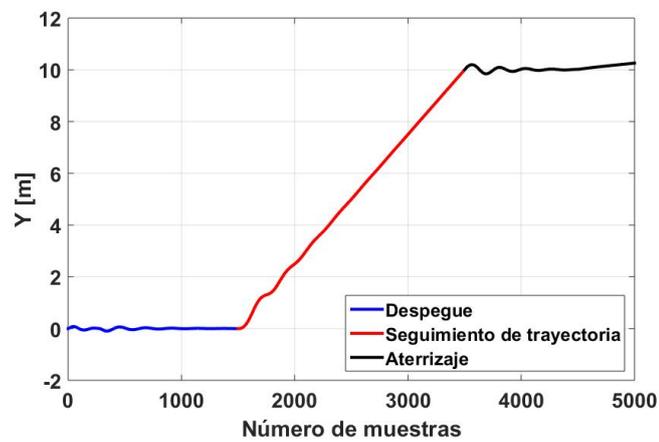
El cuadricóptero realiza satisfactoriamente el seguimiento de trayectoria en el plano  $XY$ , ya que va desde una posición (0,0) hasta a localizarse en (10,10), la trayectoria está diseñada para avanzar a una velocidad de 0.5 m/s. En las gráficas mostradas en las Figuras 2.12(a) y 2.12(b) se presentan los resultados de las velocidades de traslación en los ejes  $XY$ , donde se ve cómo el vehículo intenta mantener la velocidad correspondiente a cada etapa, para el despegue y el aterrizaje de 0 m/s ya que se busca que estos movimientos sean realizados sólo sobre el eje  $Z$  y se mantengan en un punto constante sobre  $XY$ . Por otro lado, durante la etapa del seguimiento de trayectoria, se puede observar que el control actúa de tal manera que intenta forzar al vehículo a conservar tal velocidad deseada (0.5 m/s), sin embargo, ya que el cambio de velocidad entre cada etapa es repentino, se tiene que en cada inicio se presenta un error debido a la dinámica del cuadricóptero pero que disminuye con el tiempo.

Ya que a nivel de simulación se fundamenta el uso del control PID para una misión de seguimiento de trayectoria para un cuadricóptero, en adelante se pretende aplicar en la realidad para después comparar sus resultados con los aquí presentados.

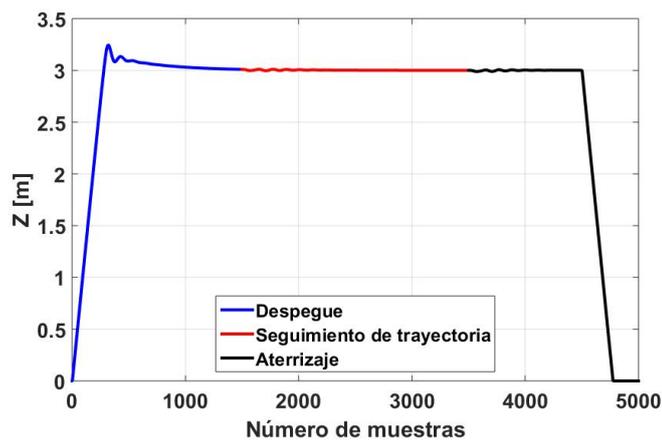
En este capítulo se presentaron tanto las características físicas de un cuadricóptero como las ecuaciones que gobiernan su comportamiento, con las cuales fue posible simular un control PID con la finalidad de lograr un vuelo de manera estable. De acuerdo con los resultados obtenidos, el vehículo despegue de forma autónoma a una altura deseada para posteriormente seguir una



(a)



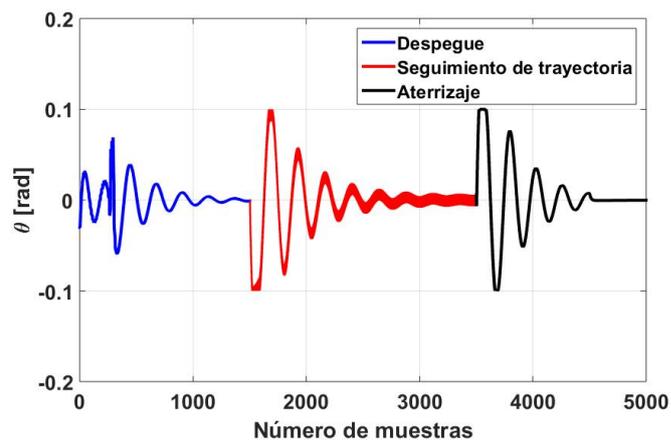
(b)



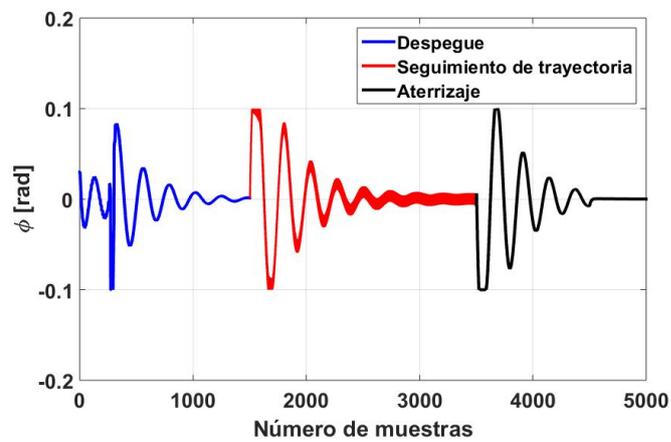
(c)

Figura 2.10: Posición resultante: a) Eje X, b) eje Y, c) eje Z

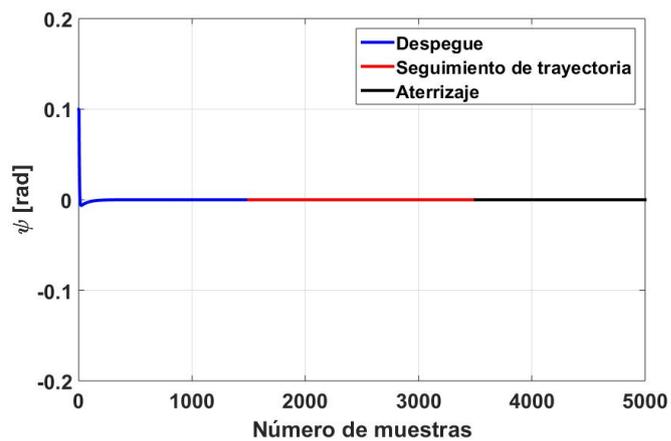
trayectoria previamente planificada, para finalmente aterrizar en el punto destino. Esto puede entenderse como los pasos necesarios para la misión de transporte de un objeto, en la cual se



(a)



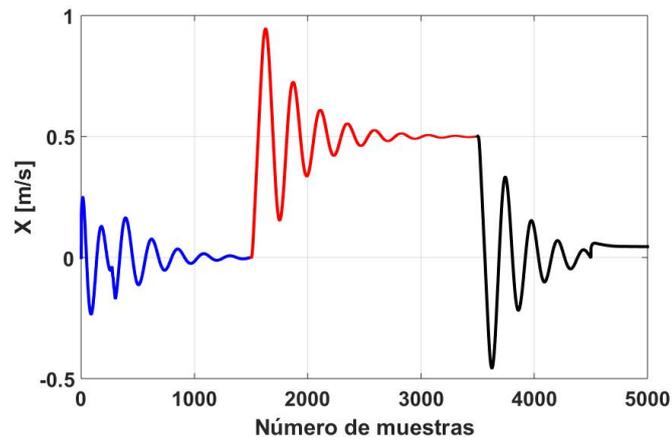
(b)



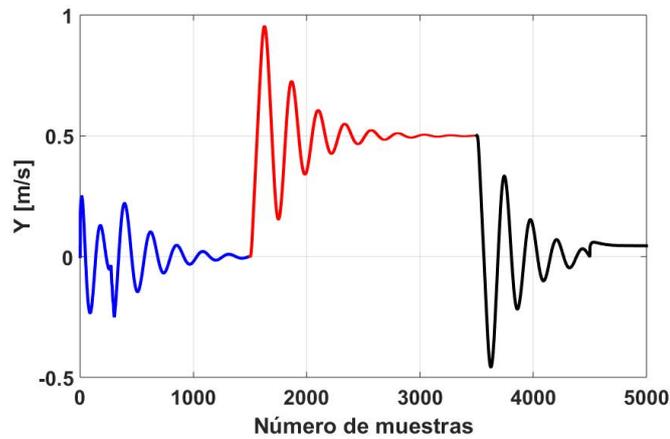
(c)

Figura 2.11: Ángulos resultantes: a) Ángulo  $\theta$ , b) ángulo  $\phi$ , c) ángulo  $\psi$

requiere que el vehículo junto con la carga vaya de un punto inicial a un punto final. Sin embargo, una de las principales limitaciones tanto en un vehículo cuadricóptero como en cualquier



(a)



(b)

Figura 2.12: Velocidad de traslación resultante en el plano  $XY$ : (a) Velocidad en el eje  $X$ , (b) velocidad en el eje  $Y$

aeronave es su *carga útil* (concepto que se explicará en el Capítulo 3), la cual limita la gama de objetos que pueden ser transportados por un solo vehículo. Por esta razón, en el próximo capítulo se considera un sistema de múltiples vehículos aéreos para la misión de transporte, trabajando bajo la premisa de que a mayor número de vehículos, mayor el peso que puede transportarse.

at

---

---

# Operación de un sistema cooperativo con múltiples UAVs para el transporte de objetos

---

Ahora que ya se conocen las dinámicas de un cuadricóptero y cómo controlarlas a partir de controladores PID, en este capítulo se presenta el modelo dinámico en un caso general de un sistema cooperativo con múltiples vehículos aéreos transportando un objeto en común, teniendo en cuenta la interacción existente entre los vehículos y las fuerzas transmitidas por el mismo objeto. Posteriormente se desarrolla un caso particular de dos cuadricópteros acoplados directamente por medio de una barra rígida la cual a su vez actúa como una carga extra para ambos vehículos. Con estas bases, se desarrolla entonces el modelo dinámico de dicho sistema tomando el caso general presentado previamente para así poder desarrollar una estrategia de control con la que se busca una navegación estable de los vehículos dentro de un vuelo coordinado la cual se validará a nivel simulación.

## 3.1. Sistema cooperativo para el transporte de objetos

El objetivo de esta tesis es estudiar un sistema cooperativo con múltiples vehículos aéreos para la misión del transporte de un objeto con grandes dimensiones y/o de un peso mayor al de la carga útil de cada vehículo ampliando así la variedad de objetos que pueden ser transportados. Para esto, se definirá brevemente el concepto de carga útil.

### 3.1.1. Carga útil

En la aviación comercial se considera como carga útil  $W_c$  al peso que puede transportar el avión ya sea pasajeros, correspondencia, mercancía etc. Una forma de conocer la carga útil de una aeronave es restar el peso vacío del peso máximo de despegue [33].

$$W_c = W_{max} - W_{min} \quad (3.1)$$

refiriéndose al peso máximo de despegue,  $W_{max}$ , como el peso máximo que puede soportar la estructura de un avión sin dañarse, mientras el peso vacío, como su nombre lo indica, es el peso

de avión con la instrumentación mínima necesaria para poder volar por lo cual también puede considerarse como el peso mínimo de despegue  $W_{min}$ . Por ejemplo, si el vehículo a usar en esta tesis es un cuadricóptero cuyo peso vacío es de  $W_{min} = 1.47$  kg y con un peso máximo de despegue igual a  $W_{max} = 2.1$  kg, se tiene entonces que la carga útil del cuadricóptero a utilizar es de  $W_c = 0.63$  kg.

### 3.1.2. Complejidad vs carga

Los helicópteros son ampliamente usados para transportar diversas cargas en situaciones de emergencia o dentro de ambientes en los que no se pueden acceder por otro medios. Estos vehículos suelen ser utilizados tanto por la industria y la milicia. En misiones de rescate, las víctimas pueden ser levantadas por helicópteros de zonas peligrosas. En misiones humanitarias, comida y medicamentos pueden ser transportados a comunidades poco accesibles [12].

Se dice que el costo de utilizar dos helicópteros con menor carga útil es menor que el costo de diseñar y fabricar un helicóptero con el doble de capacidad [11] y dependiendo de la tarea a realizar, podría ser más eficiente el utilizar varios vehículos que uno solo especializado para completar dicha tarea. Sin embargo, la dificultad que representa el hecho de coordinar dos o más aeronaves para realizar una tarea como la de transportar un objeto de mayor peso y dimensiones es muy grande, además de los riesgos como una posible colisión que pueda presentarse debido al acercamiento entre los vehículos, por ello es difícil ver una correcta implementación de estos sistemas cooperativos.



Figura 3.1: Helicóptero de transporte CH-147

Por otro lado, en la actualidad es más fácil encontrar aeronaves diseñadas especialmente para el transporte de cargas pesadas que el utilizar varias aeronaves coordinadas con el mismo propósito. Por ejemplo, la Figura 3.1 muestra un helicóptero CH-147 diseñado especialmente

para el transporte de cargas cuyo peso supera la carga útil de los demás helicópteros, por ello fue diseñado con doble rotor y con características muy específicas [34].

Por lo tanto, en la realidad se considera que la complejidad de coordinar múltiples aeronaves para el uso de transporte de cargas pesadas es demasiado alta así como carente de seguridad hacia los pilotos y operadores, por ello es que para este tipo de operaciones se opta por el diseño de aeronaves con mayores dimensiones y con un mayor número de motores ó en su defecto con motores más potentes capaces de soportar una mayor carga útil aun cuando esto represente un mayor costo de operación.

### 3.2. Modelo dinámico de un sistema cooperativo con múltiples vehículos aéreos

#### 3.2.1. Sistema cooperativo para $N$ vehículos aéreos

A continuación se presentan las dinámicas de un sistema cooperativo con múltiples vehículos aéreos transportando un mismo objeto. Es importante mencionar que en esta sección se centrará en un caso general donde se utilizan un número indefinido de vehículos, específicamente cuadricópteros. Así, como se verá a continuación, se tendrá un enfoque con las dinámicas características propias en esta clase de vehículos.

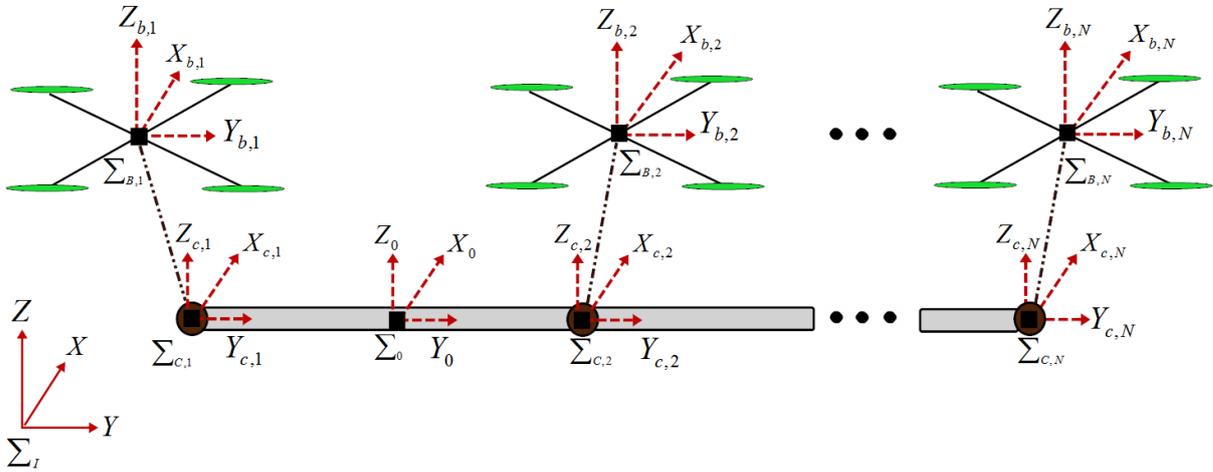


Figura 3.2: Marcos de referencia para un sistema de  $N$  cuadricópteros con una carga

En la Figura 3.2 se muestran los marcos de referencia importantes en este sistema, comenzando con el marco inercial  $\Sigma_I$ , un marco de referencia en el cuerpo de cada cuadricóptero  $\Sigma_{B,i}$  así como en cada punto de sujeción entre el objeto y cada vehículo  $\Sigma_{C,i}$  (considerando que el objeto puede estar suspendido a través de cuerdas flexibles, líneas rígidas, brazos manipuladores o incluso acoplada directamente en el cuadricóptero) y un marco de referencia en el centro de gravedad del objeto  $\Sigma_0$ , donde  $i = 1, \dots, N$  representa el número de cuadricóptero al

que se hace referencia y un total de  $N$  cuadricópteros.

Usando la posición del centro de gravedad del cuadricóptero  $i$  en el marco inercial  $(x_i, y_i, z_i)$  y los ángulos de Euler  $(\theta_i, \phi_i, \psi_i)$ , la cinemática del modelo podrá expresarse en las coordenadas generalizadas

$$\mathbf{q}_i = [x_i, y_i, z_i, \theta_i, \phi_i, \psi_i]^T \quad (3.2)$$

Si se considera cada cuadricóptero por separado, la dinámica es muy similar a la presentada en el Capítulo 2, sin embargo, existe una fuerza  $\boldsymbol{\lambda}_i \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  producida por su interacción con la carga y que actúa directamente sobre el  $i$ -ésimo cuadricóptero por lo que el modelo puede representarse de la siguiente manera,

$$\mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i)\ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{g}_i(\mathbf{q}_i) = \boldsymbol{\tau}_i - \mathbf{J}_{e,i}\boldsymbol{\lambda}_i \quad (3.3)$$

recordando que  $\dot{\mathbf{q}}_i \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  y  $\ddot{\mathbf{q}}_i \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  son, respectivamente las velocidades y aceleraciones correspondientes de cada vehículo,  $\mathbf{J}_{e,i} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ , es la matriz Jacobiana que relaciona la posición del cuadricóptero  $\mathbf{q}_i$  y su punto de sujeción con el objeto  $\sum_{C,i}$ ,  $\mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es la matriz de inercia del  $i$ -ésimo cuadricóptero que, en la Ecuación (2.17) la cual representa el modelo dinámico de un cuadricóptero, está dada por

$$\mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i)\ddot{\mathbf{q}}_i = \begin{bmatrix} m_i\ddot{x}_i \\ m_i\ddot{y}_i \\ m_i\ddot{z}_i \\ J_i\ddot{\psi}_i \\ J_i\ddot{\theta}_i \\ J_i\ddot{\phi}_i \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

siendo  $m_i$  la masa del  $i$ -ésimo cuadricóptero y  $J_i$  su matriz de inercia. Por otro lado, en la Ecuación (3.3)  $\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) = 0$  es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis el cual en este momento se está despreciando,  $\mathbf{g}_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  representa el vector de fuerzas gravitacionales

$$\mathbf{g}_i(\mathbf{q}_i) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(m_i g) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

y  $\boldsymbol{\tau}_i \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  la entrada de control

$$\boldsymbol{\tau}_i = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}_i \sin \theta_i \\ \mathbf{u}_i \cos \theta_i \sin \phi_i \\ \mathbf{u}_i \cos \theta_i \cos \phi_i \\ \tau_{\psi_i} \\ \tau_{\theta_i} \\ \tau_{\phi_i} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

sabiendo que la fuerza  $\mathbf{u}_i = \mathbf{f}_{i,1} + \mathbf{f}_{i,2} + \mathbf{f}_{i,3} + \mathbf{f}_{i,4}$ , está dada por la suma de fuerzas producidas por cada uno de los cuatro motores (véase la Figura 3.3).

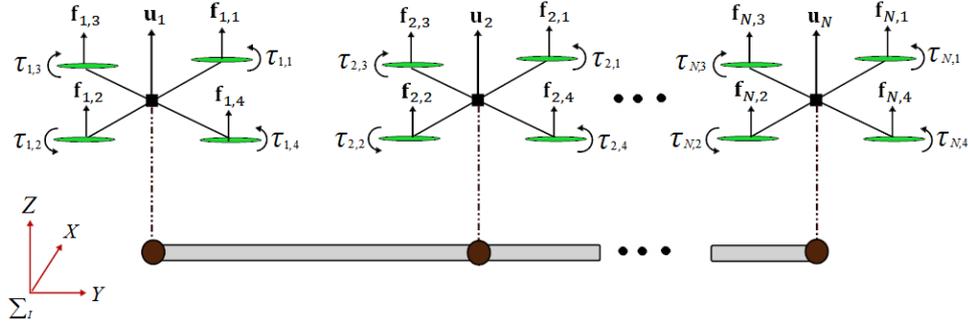


Figura 3.3: Esquema de fuerzas presentes en un sistema cooperativo

Una vez que se ha definido la dinámica de cada cuadricóptero, solo falta conocer  $\lambda_i$ , que, como se mencionó anteriormente, representa la resultante de fuerzas producida por la interacción entre los vehículos y la carga. Con el fin de determinar el valor de  $\lambda_i$  es importante conocer de antemano el modelo de la carga a transportar, el cual al igual que el modelo dinámico del cuadricóptero puede ser desarrollado utilizando por ejemplo las ecuaciones de Euler-Lagrange en base a las coordenadas generalizadas de la carga  $\mathbf{q}_0 = [x_0, y_0, z_0]^T$  respecto al marco de referencia inercial (véase la Figura 3.2). Entonces, dicho modelo puede ser expresado de la siguiente forma

$$\mathbf{H}_0(\mathbf{q}_0)\ddot{\mathbf{q}}_0 + \boldsymbol{\mu}_0(\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0)\dot{\mathbf{q}}_0 + \mathbf{W}_0(\mathbf{q}_0) = \sum_{i=1}^N \mathbf{E}_i \mathbf{S}_i \lambda_i \quad (3.7)$$

sabiendo que  $\dot{\mathbf{q}}_0 \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  y  $\ddot{\mathbf{q}}_0 \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  representan, respectivamente, las velocidades y aceleraciones de la carga,  $\mathbf{H}_0(\mathbf{q}_0) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es la matriz de inercia de la carga,  $\boldsymbol{\mu}_0(\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es la matriz de Coriolis y  $\mathbf{W}_0(\mathbf{q}_0)$  representa la matriz de fuerzas gravitacionales. Por otro lado,  $\mathbf{E}_i \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es la matriz de sujeción la cual muestra la distancia entre cada punto de sujeción  $\sum_{C,i}$  y el centro de gravedad del objeto y puede expresarse de la siguiente manera

$$\mathbf{E}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{P}_i & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

donde  $\mathbf{I}_3$  es la matriz identidad de  $3 \times 3$ ,  $\mathbf{0}_3$  es la matriz ceros de  $3 \times 3$  y  $\mathbf{P}_i$  es la matriz antisimétrica que expresa la posición del punto de sujeción  $\sum_{C,i}$  respecto a  $\sum_0$ .

El término  $\mathbf{S}_i \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  representa la orientación del vehículo respecto a la carga y está descrita como

$$\mathbf{S}_i = \text{diag}[\mathbf{R}_{c,i} \mathbf{0}_3] \quad (3.9)$$

siendo  $\mathbf{R}_{c,i}$  la matriz de rotación que muestra la orientación de  $\sum_{C,i}$  respecto a  $\sum_0$ .

Suponiendo que las fuerzas resultantes son igualmente distribuidas en cada uno de los vehículos, entonces se puede obtener el valor de las fuerzas resultantes  $\lambda_i$  al despejarlas en la Ecuación (3.7), de tal forma que,

$$\lambda_i = \frac{S_i^+}{N} \begin{bmatrix} I_3 & \mathbf{0}_3 \\ -P_i & I_3 \end{bmatrix} [H_0(\mathbf{q}_0)\ddot{\mathbf{q}}_0 + \mu_0(\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0)\dot{\mathbf{q}}_0 + W_0(\mathbf{q}_0)] \quad (3.10)$$

donde  $S_i^+$  representa la pseudoinversa de Moore-Penrose de  $S_i$ . Ahora, es necesario establecer una relación entre las dinámica del objeto y del  $i$ -ésimo cuadricóptero por lo que utilizando una matriz Jacobiana  $J_{\phi,i} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ , se busca aproximar dicha relación

$$\dot{\mathbf{q}}_0 = J_{\phi,i}\dot{\mathbf{q}}_i \quad (3.11)$$

de tal forma que su derivada queda como

$$\ddot{\mathbf{q}}_0 = J_{\phi,i}\ddot{\mathbf{q}}_i + \dot{J}_{\phi,i}\dot{\mathbf{q}}_i \quad (3.12)$$

Es necesario tener en cuenta que una vez conociendo  $J_{\phi,i}$  se tiene la relación entre el marco del cuerpo en el cuadricóptero  $\sum_{B,i}$  y el marco de referencia en el objeto  $\sum_0$ . Así, es posible encontrar el valor de la matriz Jacobiana  $J_{e,i}$  que establece la relación entre  $\sum_{B,i}$  y  $\sum_{c,i}$  a partir de la siguiente ecuación

$$J_{e,i} = S_i^T E_i^T J_{\phi,i} \quad (3.13)$$

Por lo que a partir de las Ecuaciones (3.10) y (3.13) se tiene la siguiente relación

$$J_{e,i}\lambda_i = \frac{S_i S_i^+}{N} J_{\phi,i} [H_0(\mathbf{q}_0)\ddot{\mathbf{q}}_0 + \mu_0(\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0)\dot{\mathbf{q}}_0 + W_0(\mathbf{q}_0)] \quad (3.14)$$

Al sustituir las Ecuaciones (3.11) y (3.12) dentro de la Ecuación (3.14) es posible obtener las fuerzas resultantes  $\lambda_i$  en función de las coordenadas del  $i$ -ésimo cuadricóptero  $\mathbf{q}_i$  las cuales se conocen. Finalmente se sustituye la Ecuación (3.14) en la Ecuación (3.3), obteniendo así el modelo dinámico de cada cuadricóptero al estimar las fuerzas de interacción a partir del modelo del objeto a cargar.

Con el fin de simplificar la ecuación que gobierna la dinámica de cada cuadricóptero en el sistema cooperativo, se definen los siguientes términos

$$M_0(\mathbf{q}_i) = J_{\phi,i}^T O_i H_0(\mathbf{q}_0) J_{\phi,i} \quad (3.15a)$$

$$C_0(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) = J_{\phi,i}^T O_i \mu_0(\mathbf{q}_0) J_{\phi,i} \quad (3.15b)$$

$$\mathbf{g}_0(\mathbf{q}_i) = J_{\phi,i}^T O_i W_0(\mathbf{q}_0) \quad (3.15c)$$

donde  $O_i = S_i S_i^+$ .

Por lo que utilizando las Ecuaciones (3.11-3.15) se puede reescribir la Ecuación (3.3) de la siguiente manera

$$D_i(\mathbf{q}_i)\ddot{\mathbf{q}}_i + Q_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\dot{\mathbf{q}}_i + G_i(\mathbf{q}_i) = \tau_i \quad (3.16)$$

donde

$$\mathbf{D}_i(\mathbf{q}_i) = \mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i) + \frac{1}{N}\mathbf{M}_0(\mathbf{q}_i) \quad (3.17a)$$

$$\mathbf{Q}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) = \mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) + \frac{1}{N}\mathbf{C}_0(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) + \frac{1}{N}\mathbf{J}_{\phi,i}^T \mathbf{O}_i \mathbf{H}_0(\mathbf{q}_0) \mathbf{J}_{\phi,i} \quad (3.17b)$$

$$\mathbf{G}_i(\mathbf{q}_i) = \mathbf{g}_i(\mathbf{q}_i) + \frac{1}{N}\mathbf{g}_0(\mathbf{q}_i) \quad (3.17c)$$

De esta manera se puede asegurar que la Ecuación (3.16) describe correctamente la dinámica de cada cuadricóptero considerando las fuerzas producidas por su interacción con el objeto a transportar y con los demás vehículos, ya que al conocer el modelo del objeto es posible combinar las dinámicas que todos los vehículos se transmiten entre sí a través del mismo objeto en cuestión.

### 3.2.2. Sistema cooperativo con dos cuadricópteros

Ahora que ya se conoce las ecuaciones generales para describir el comportamiento de cada cuadricóptero dentro de un enjambre que busca transportar un objeto, a continuación se desarrollará el modelo dinámico para el caso particular de dos cuadricópteros acoplados entre si por medio de una viga rígida la cual a su vez hará la función del objeto a cargar, proporcionando así una masa extra a cada cuadricóptero.

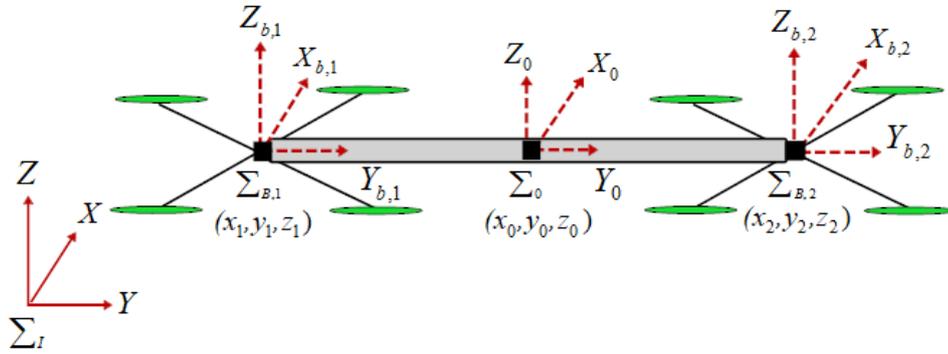


Figura 3.4: Sistema cooperativo de dos cuadricópteros acoplados por el objeto a transportar

El esquema del sistema antes descrito puede observarse en la Figura 3.4 donde se puede observar el marco de referencia para cada uno de los elementos importantes que componen dicho sistema, los dos cuadricópteros  $\Sigma_{B,1}$  y  $\Sigma_{B,2}$ , además del marco de referencia en el objeto  $\Sigma_0$ , todos en un marco de referencia inercial  $\Sigma_I$  con los tres ejes de coordenadas  $XYZ$ .

Para el desarrollar la dinámicas generadas por los cuadricópteros se necesita primero definir las coordenadas generalizadas en la forma mostrada en la Ecuación (3.2)  $\mathbf{q}_1 = [x_1, y_1, z_1, \theta_1, \phi_1, \psi_1]^T$  y  $\mathbf{q}_2 = [x_2, y_2, z_2, \theta_2, \phi_2, \psi_2]^T$  las cuales representan la posición y orientación de cada cuadricóptero en  $\Sigma_I$ .

Tal y como se dijo en la sección anterior para expresar las dinámicas de cada cuadricóptero dentro del sistema cooperativo, primero se debe conocer el modelo dinámico de cada uno, considerando que ambos vehículos son semejantes, entonces sus respectivos modelos pueden ser expresados de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}_1(\mathbf{q}_1)\ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{C}_1(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1)\dot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{g}_1(\mathbf{q}_1) = \boldsymbol{\tau}_1 - \mathbf{J}_{e,1}\boldsymbol{\lambda}_1 \quad (3.18a)$$

$$\mathbf{M}_2(\mathbf{q}_2)\ddot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{C}_2(\mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_2)\dot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{g}_2(\mathbf{q}_2) = \boldsymbol{\tau}_2 - \mathbf{J}_{e,2}\boldsymbol{\lambda}_2 \quad (3.18b)$$

donde  $\mathbf{M}_1(\mathbf{q}_1) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  y  $\mathbf{M}_2(\mathbf{q}_2) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  representan las matrices de inercia para cada cuadricóptero,  $\mathbf{C}_1(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  y  $\mathbf{C}_2(\mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_2) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  son las matrices de Coriolis y fuerzas centrífugas,  $\mathbf{g}_1(\mathbf{q}_1)$  y  $\mathbf{g}_2(\mathbf{q}_2)$  las fuerzas de gravedad que actúan sobre cada vehículo, mientras  $\boldsymbol{\tau}_1$  y  $\boldsymbol{\tau}_2$  son las correspondientes entradas de control. Al despreciar el efecto de Coriolis, es decir  $\mathbf{C}_1(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) = 0$  y  $\mathbf{C}_2(\mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_2) = 0$ , entonces haciendo uso de lo explicado en el Capítulo 2, las Ecuaciones (3.18) pueden reescribirse con los siguientes valores, respectivamente,

$$\begin{bmatrix} m_1\ddot{x}_1 \\ m_1\ddot{y}_1 \\ m_1\ddot{z}_1 \\ J_1\ddot{\psi}_1 \\ J_1\ddot{\theta}_1 \\ J_1\ddot{\phi}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(m_1g) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}_1 \sin \theta_1 \\ \mathbf{u}_1 \cos \theta_1 \sin \phi_1 \\ \mathbf{u}_1 \cos \theta_1 \cos \phi_1 \\ \tau_{\psi_1} \\ \tau_{\theta_1} \\ \tau_{\phi_1} \end{bmatrix} - \mathbf{J}_{e,1}\boldsymbol{\lambda}_1 \quad (3.19)$$

$$\begin{bmatrix} m_2\ddot{x}_2 \\ m_2\ddot{y}_2 \\ m_2\ddot{z}_2 \\ J_2\ddot{\psi}_2 \\ J_2\ddot{\theta}_2 \\ J_2\ddot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(m_2g) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}_2 \sin \theta_2 \\ \mathbf{u}_2 \cos \theta_2 \sin \phi_2 \\ \mathbf{u}_2 \cos \theta_2 \cos \phi_2 \\ \tau_{\psi_2} \\ \tau_{\theta_2} \\ \tau_{\phi_2} \end{bmatrix} - \mathbf{J}_{e,2}\boldsymbol{\lambda}_2 \quad (3.20)$$

donde  $m_1$  y  $m_2$  son las masas de cada cuadricóptero así como  $J_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  y  $J_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  las matrices de inercia,  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{f}_{1,1} + \mathbf{f}_{1,2} + \mathbf{f}_{1,3} + \mathbf{f}_{1,4}$  y  $\mathbf{u}_2 = \mathbf{f}_{2,1} + \mathbf{f}_{2,2} + \mathbf{f}_{2,3} + \mathbf{f}_{2,4}$  representan la suma de fuerzas producida por los motores las cuales actúan de manera perpendicular a cada uno de los vehículos como se ilustra en la Figura 3.5. Así mismo se debe tener en cuenta que la orientación de los cuadricópteros están dados por los momentos  $\tau_\theta$ ,  $\tau_\phi$  y  $\tau_\psi$  que a su vez se componen por las diferencias de fuerzas existentes entre los motores siguiendo la siguiente relación para el primer cuadricóptero

$$\begin{aligned} \tau_{\psi_1} &= \sum_{i=1}^4 \tau_{1,i} \\ \tau_{\theta_1} &= [(\mathbf{f}_{1,2} + \mathbf{f}_{1,4}) - (\mathbf{f}_{1,1} + \mathbf{f}_{1,3})] \ell \\ \tau_{\phi_1} &= [(\mathbf{f}_{1,3} + \mathbf{f}_{1,2}) - (\mathbf{f}_{1,1} + \mathbf{f}_{1,4})] \ell \end{aligned} \quad (3.21)$$

y para el segundo cuadricóptero

$$\begin{aligned}
 \tau_{\psi_2} &= \sum_{i=1}^4 \tau_{2,i} \\
 \tau_{\theta_2} &= [(\mathbf{f}_{2,2} + \mathbf{f}_{2,4}) - (\mathbf{f}_{2,1} + \mathbf{f}_{2,3})] \ell \\
 \tau_{\phi_2} &= [(\mathbf{f}_{2,3} + \mathbf{f}_{2,2}) - (\mathbf{f}_{2,1} + \mathbf{f}_{2,4})] \ell
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

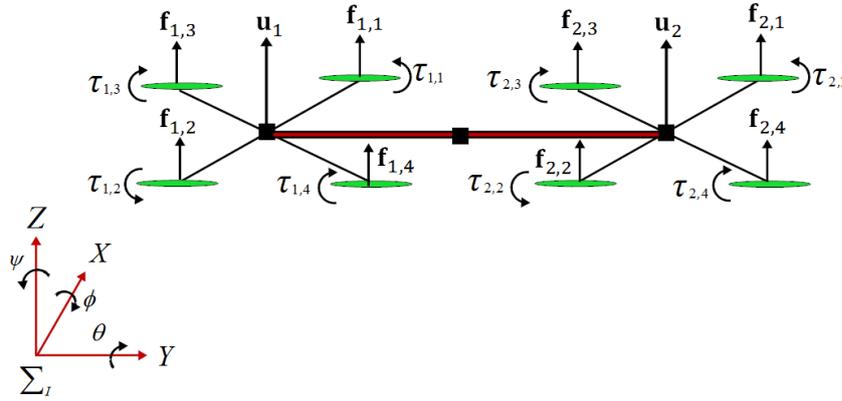


Figura 3.5: Fuerzas producidas por los motores de cada cuadricóptero

Por otro lado,  $\lambda_1 \in \mathbb{R}^{1 \times 6}$  y  $\lambda_2 \in \mathbb{R}^{1 \times 6}$  representan las fuerzas generadas por la interacción entre ambos vehículos y el objeto mientras que  $J_{e,1} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  y  $J_{e,2} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  son las matrices Jacobianas que relacionan la dinámica del objeto con cada uno de los vehículos. Como se explicó en la sección anterior, para conocer el valor de estas fuerzas se hace uso del modelo dinámico correspondiente al objeto el cual siguiendo la Ecuación (3.7) y despreciando el efecto Coriolis  $\mu_0(\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0) = 0$  al igual que se hizo para las ecuaciones de los  $N$  vehículos, entonces se puede reescribir como

$$\begin{bmatrix} m_0 \ddot{x}_0 \\ m_0 \ddot{y}_0 \\ m_0 \ddot{z}_0 \\ J_0 \ddot{\psi}_0 \\ J_0 \ddot{\theta}_0 \\ J_0 \ddot{\phi}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(m_0 g) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{E}_1 \mathbf{S}_1 \lambda_1 + \mathbf{E}_2 \mathbf{S}_2 \lambda_2 \tag{3.23}$$

Una vez que se conoce el objeto, se pueden estimar las fuerzas que son aplicadas directamente sobre cada cuadricóptero, sin embargo, antes se debe considerar que en este caso particular la carga está acoplada directamente sobre cada vehículo. Por lo tanto, las actitudes (orientaciones) tanto de cada cuadricóptero como del objeto también se encuentran acopladas, de tal forma que es posible suponer que  $\mathbf{S}_i = \mathbf{I}_6$ , es decir, una matriz identidad de  $6 \times 6$ . Con esto en mente al

utilizar la Ecuación (3.14) se tiene

$$\mathbf{J}_{e,1}\boldsymbol{\lambda}_1 = \frac{1}{2}\mathbf{J}_{\phi,1}(\mathbf{H}_0(\mathbf{q}_0)\ddot{\mathbf{q}}_0 + \mathbf{W}_0(\mathbf{q}_0)) \quad (3.24a)$$

$$\mathbf{J}_{e,2}\boldsymbol{\lambda}_1 = \frac{1}{2}\mathbf{J}_{\phi,2}(\mathbf{H}_0(\mathbf{q}_0)\ddot{\mathbf{q}}_0 + \mathbf{W}_0(\mathbf{q}_0)) \quad (3.24b)$$

recordando que  $\mathbf{J}_{\phi,1} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es la matriz Jacobiana que combina la dinámica del objeto y la del cuadricóptero 1

$$\dot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{J}_{\phi,1}\dot{\mathbf{q}}_1 \quad (3.25)$$

mientras que  $\mathbf{J}_{\phi,2} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es la matriz Jacobiana que combina la dinámica del objeto y la del cuadricóptero 2

$$\dot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{J}_{\phi,2}\dot{\mathbf{q}}_2 \quad (3.26)$$

Para conocer  $\mathbf{J}_{\phi,1}$  a partir de la relación mostrada en (3.25) primero se debe expresar las coordenadas del objeto  $\mathbf{q}_0$  respecto a las del cuadricóptero 1, es decir  $\mathbf{q}_1$ , (véase Figura 3.6 y Figura 3.7)

$$\begin{aligned} x_0 &= x_1 + L \sin \psi_0 \\ y_0 &= y_1 + L \cos \psi_0 \\ z_0 &= z_1 + L \sin \phi_0 \\ \theta_0 &= \theta_1 \\ \phi_0 &= \phi_1 \\ \psi_0 &= \psi_1 \end{aligned} \quad (3.27)$$

En la Figura 3.6 se puede observar que  $L$  es la distancia entre el centro de gravedad del objeto y cada cuadricóptero suponiendo así cierta simetría en el sistema, además se muestra el ángulo  $\psi_0$  que se encuentra en relación a las posiciones  $XY$  de los vehículos mientras que el ángulo  $\phi_0$  es una relación en las alturas de los cuadricópteros lo cual puede observarse claramente en la Figura 3.7.

Como ya se había comentado, al estar acoplados ambos vehículos por medio de la carga, entonces sus ángulos también lo están y como consecuencia el valor en sus ángulos son los mismos para cada vehículo y el objeto, por lo que al sustituir los ángulos que muestran la orientación del objeto ( $\phi_0$  y  $\psi_0$ ) por los del cuadricóptero 1 ( $\phi_1$  y  $\psi_1$ ) en la Ecuación (3.27), entonces al derivar se obtiene la relación entre  $\dot{\mathbf{q}}_0$  y  $\dot{\mathbf{q}}_1$

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= \dot{x}_1 + L\dot{\psi}_1 \cos \psi_1 \\ \dot{y}_0 &= \dot{y}_1 - L\dot{\psi}_1 \sin \psi_1 \\ \dot{z}_0 &= \dot{z}_1 + L\dot{\phi}_1 \cos \phi_1 \\ \dot{\theta}_0 &= \dot{\theta}_1 \\ \dot{\phi}_0 &= \dot{\phi}_1 \\ \dot{\psi}_0 &= \dot{\psi}_1 \end{aligned} \quad (3.28)$$

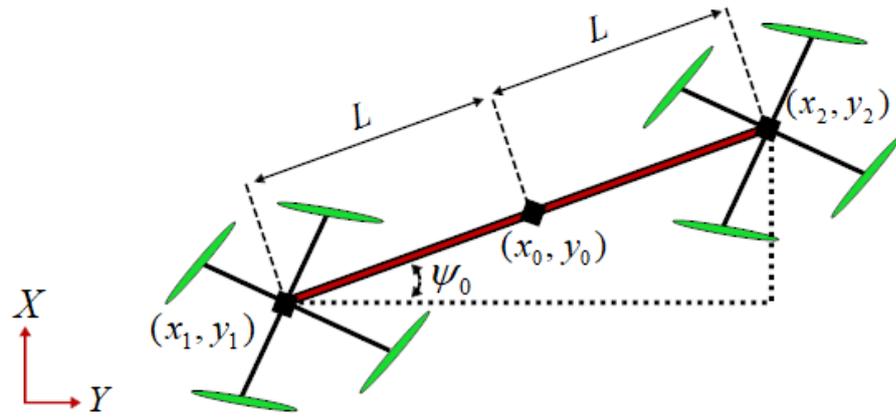


Figura 3.6: Sistema cooperativo en las coordenadas XY

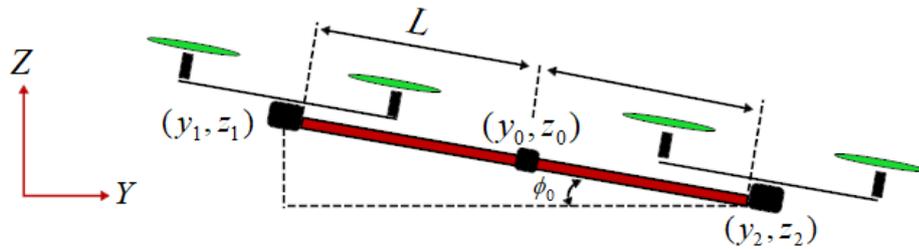


Figura 3.7: Sistema cooperativo en las coordenadas ZY

por lo que la matriz Jacobiana  $J_{\phi,1}$  puede verse claramente al reescribir la ecuación anterior con intención de conservar el orden de (3.25)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \\ \dot{\theta}_0 \\ \dot{\phi}_0 \\ \dot{\psi}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & L \cos \psi_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -L \sin \psi_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & L \cos \phi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\psi}_1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Una vez conociendo  $J_{\phi,1}$  así como el modelo del objeto y el cuadrícóptero 1, es posible combinar sus dinámicas utilizando las Ecuaciones (3.15) para posteriormente por medio de (3.17) llegar al modelo dinámico del cuadrícóptero 1 dentro de un sistema cooperativo de dos cuadrícópteros y una carga:

$$\begin{bmatrix} (m_1 + \frac{m_0}{2})\ddot{x}_1 + \frac{m_0}{2}\ddot{\psi}_1 L \cos \psi_1 \\ (m_1 + \frac{m_0}{2})\ddot{y}_1 - \frac{m_0}{2}\ddot{\psi}_1 L \sin \psi_1 \\ (m_1 + \frac{m_0}{2})\ddot{z}_1 + \frac{m_0}{2}\ddot{\phi}_1 L \cos \phi_1 \\ (J_1 + \frac{J_0}{2})\ddot{\theta}_1 \\ (J_1 + \frac{J_0}{2})\ddot{\phi}_1 + \frac{m_0}{2}\ddot{\phi}_1 L \cos \phi_1 \\ (J_1 + \frac{J_0}{2})\ddot{\psi}_1 + \frac{m_0}{2}\ddot{x}_1 L \cos \psi_1 - \frac{m_0}{2}\ddot{y}_1 L \sin \psi_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(m_1 + \frac{m_0}{2})g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}_1 \sin \theta_1 \\ \mathbf{u}_1 \cos \theta_1 \sin \phi_1 \\ \mathbf{u}_1 \cos \theta_1 \cos \phi_1 \\ \tau_{\theta_1} \\ \tau_{\phi_1} \\ \tau_{\psi_1} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

De igual manera para conocer la dinámica del cuadricóptero 2 se debe partir de las coordenadas del objeto  $\mathbf{q}_0$  respecto a  $\mathbf{q}_2$

$$\begin{aligned} x_0 &= x_2 - L \sin \psi_0 \\ y_0 &= y_2 - L \cos \psi_0 \\ z_0 &= z_2 - L \sin \phi_0 \\ \theta_0 &= \theta_2 \\ \phi_0 &= \phi_2 \\ \psi_0 &= \psi_2 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Sabiendo que  $\phi_0 = \phi_2$  y  $\psi_0 = \psi_2$ , se puede derivar la Ecuación (3.31) para obtener la siguiente relación de las dinámicas del objeto y el cuadricóptero 2

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= \dot{x}_2 - L \sin \psi_0 \\ \dot{y}_0 &= \dot{y}_2 + L \cos \psi_0 \\ \dot{z}_0 &= \dot{z}_2 - L \sin \phi_0 \\ \dot{\theta}_0 &= \dot{\theta}_2 \\ \dot{\phi}_0 &= \dot{\phi}_2 \\ \dot{\psi}_0 &= \dot{\psi}_2 \end{aligned} \quad (3.32)$$

La matriz Jacobiana  $\mathbf{J}_{\phi,2}$  que representa la relación entre las dinámicas del objeto y el cuadricóptero 2 puede observarse en la siguiente ecuación

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \\ \dot{\theta}_0 \\ \dot{\phi}_0 \\ \dot{\psi}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -L \sin \psi_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & +L \cos \psi_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -L \sin \phi_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\psi}_2 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Siguiendo el proceso utilizado para obtener el modelo del cuadricóptero 1, a partir de las Ecuaciones (3.15) y (3.17) se obtiene el modelo dinámico de cuadricóptero 2 dentro del sistema cooperativo de dos cuadricópteros y una carga:

$$\begin{bmatrix} (m_2 + \frac{m_0}{2})\ddot{x}_2 - \frac{m_0}{2}\ddot{\psi}_2 L \cos \psi_2 \\ (m_2 + \frac{m_0}{2})\ddot{y}_2 + \frac{m_0}{2}\ddot{\psi}_2 L \sin \psi_2 \\ (m_2 + \frac{m_0}{2})\ddot{z}_2 - \frac{m_0}{2}\ddot{\phi}_2 L \cos \phi_2 \\ (J_2 + \frac{J_0}{2})\ddot{\theta}_2 \\ (J_2 + \frac{J_0}{2})\ddot{\phi}_2 - \frac{m_0}{2}\ddot{\phi}_2 L \cos \phi_2 \\ (J_2 + \frac{J_0}{2})\ddot{\psi}_2 - \frac{m_0}{2}\ddot{x}_2 L \cos \psi_2 + \frac{m_0}{2}\ddot{y}_2 L \sin \psi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(m_2 + \frac{m_0}{2})g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}_2 \sin \theta_2 \\ \mathbf{u}_2 \cos \theta_2 \sin \phi_2 \\ \mathbf{u}_2 \cos \theta_2 \cos \phi_2 \\ \tau_{\theta_2} \\ \tau_{\phi_2} \\ \tau_{\psi_2} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

### 3.3. Control y navegación con múltiples cuadricópteros

Ahora que se conocen las ecuaciones que gobiernan las dinámicas de los UAVs en un sistema cooperativo para el transporte de un objeto, se procede a desarrollar el control necesario para la estabilización y navegación de forma coordinada. Para ello se hará uso del controlador PID visto previamente y para la coordinación del vehículo se utilizará la estructura virtual considerando que existe comunicación entre los vehículos.

#### 3.3.1. Coordinación de UAVs: Estructura virtual con $N$ elementos

Uno de los principales problemas en los sistemas cooperativos de robots manipuladores es la coordinación de sus movimientos, lo cual incluye mantener una geometría específica en la formación durante el desplazamiento de los robots.

En el caso particular del transporte de un objeto con múltiples vehículos aéreos la importancia de mantener una formación específica es esencial para lograr estabilizar la carga en el aire, además de evitar posibles colisiones entre los vehículos.

Una forma de atacar este problema es mediante el uso de una estructura virtual cuya definición está dada por:

*“Una estructura virtual es un conjunto de elementos (robots manipuladores) los cuales mantiene una relación geométrica entre cada elemento y el marco de referencia.”*[30].

Dado un número de robots manipuladores, la solución al problema del movimiento en formación debe satisfacer dos objetivos simultáneamente: realizar el movimiento en la dirección dada y mantener la relación geométrica de la estructura virtual en todo momento.

Como se muestra en la Figura 3.8, cuando se utiliza una estructura virtual la formación es tratada como un cuerpo rígido. La posición de los vehículos dentro de la estructura  $(x_{iF}, y_{iF}, z_{iF})$  son usualmente definidas respecto a un punto de referencia en la estructura, por lo general dicho punto de referencia es el centro de la estructura virtual  $\sum_F$ . Al proponer una trayectoria a seguir por la formación en conjunto también es posible definir la trayectoria a seguir por cada uno de los agentes dentro del sistema conservando la distancia entre ellos y el punto de referencia. Así se obtienen las posiciones deseadas para cada vehículo  $(x_i^d, y_i^d, z_i^d)$  por

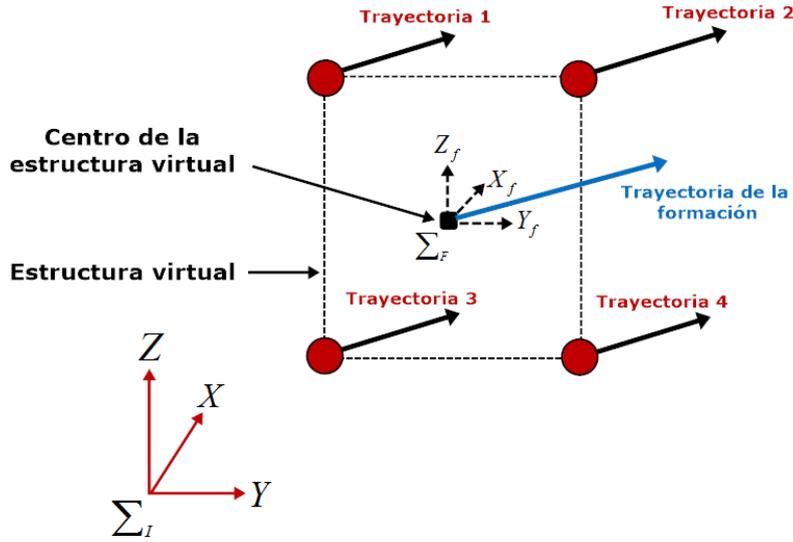


Figura 3.8: Estructura virtual de una formación con 4 elementos

lo que usando las posiciones actuales  $(x_i, y_i, z_i)$  de cada vehículo se puede definir los errores de posición  $e_i$  respecto a un marco inercial  $\Sigma_I$ ,

$$\begin{bmatrix} e_{xi} \\ e_{yi} \\ e_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i^d - x_i \\ y_i^d - y_i \\ z_i^d - z_i \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

donde  $i = 1, \dots, N$  representa el número de agentes en el sistema al que se hace referencia con un total de  $N$ .

Sin embargo, es necesario convertir los errores de la Ecuación (3.35) utilizando la matriz de rotación  $\mathbf{R}_{OF} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  que va del marco inercial  $\Sigma_I$  al de la formación  $\Sigma_F$  de esta forma se obtiene los errores de trayectoria respecto a la geometría que se busca conservar dentro de la formación lo cual se define como  $e_{iF}$ .

$$\begin{bmatrix} e_{xiF} \\ e_{yiF} \\ e_{ziF} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{OF} \begin{bmatrix} e_{xi} \\ e_{yi} \\ e_{zi} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Para eliminar los errores de posición y conservando los vehículos su trayectoria deseada manteniendo la formación, una estrategia de control es necesaria, la cual puede ser a través de un controlador PID como ya se explicó en el Capítulo 2.

Uno de los objetivos es sincronizar los movimientos de cada UAV, pero para ello se requiere un control coordinado. Una estrategia a seguir para lograr coordinar los controles de todos los vehículos es el utilizar un acoplamiento cruzado agregando los errores de sincronización  $\epsilon_i$ , estos combinan los errores de trayectoria de cada vehículo con el fin de obtener de forma indirecta el error en la distancia que debería haber entre ellos según la geometría de la formación y de esta manera identificar el nivel de sincronización entre ellos.

Al utilizar tanto los errores de trayectoria respecto a la formación  $e_{iF}$  y los errores de sincronización entre los vehículos  $\epsilon_i$  se puede obtener lo que se llama error de acoplamiento  $e_i^*$

$$e_i^* = e_{iF} + \beta_i \epsilon_i \quad (3.37)$$

donde  $\beta_i$  es una ganancia positiva de sincronización con la cual se busca llevar  $\epsilon_i$  a cero.

El objetivo de esta estrategia es llevar a cero ambos errores, el de trayectoria  $e_{iF}$  y el de sincronización  $\epsilon_i$ , eligiendo adecuadamente los valores para las ganancias del controlador y la ganancia de sincronización  $\beta_i$ .

Como se mencionó anteriormente para eliminar los errores se puede utilizar un controlador PID, por lo que utilizando su ecuación en tiempo discreto para eliminarlos errores de acoplamiento se tiene que

$$\tau_i(k) = \tau_i(k-1) + k_1 e_i^*(k) + k_2 e_i^*(k-1) + k_3 e_i^*(k-2) \quad (3.38)$$

recordando que  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  son constantes dadas por las ganancias  $k_p$ ,  $k_d$  y  $k_i$ , mientras  $\tau_i$  es la variable a controlar. Un ejemplo más específico se expone más adelante, donde se desarrolla el control coordinado de dos cuadricópteros.

### 3.3.2. Estructura virtual con 2 cuadricópteros

Conociendo las bases de la estructura virtual se puede desarrollar las ecuaciones para controlar la formación de dos cuadricópteros. En la Figura 3.9 se presenta una estructura virtual compuesta de dos cuadricópteros en el plano  $XY$  considerando que se busca vuelen a una misma altura.

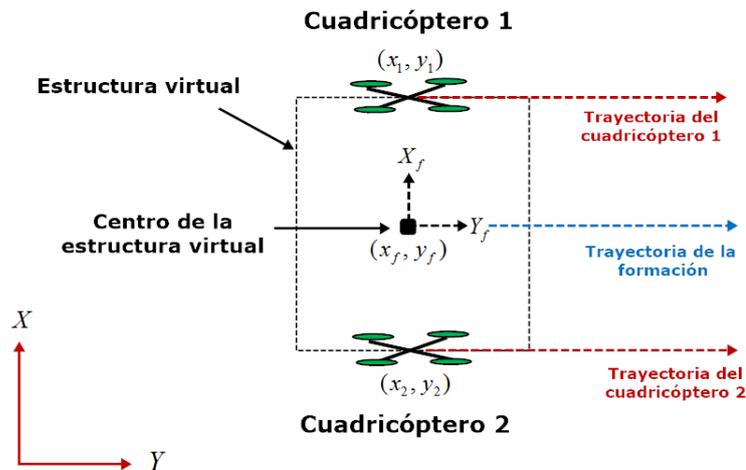


Figura 3.9: Estructura virtual con 2 cuadricópteros

Colocando el punto de referencia en el centro de la estructura virtual para el cual se diseña una trayectoria a seguir por la formación en conjunto, es posible entonces generar las trayectorias a seguir tanto para el cuadricóptero 1 como por el cuadricóptero 2 a partir de las cuales se obtiene los errores de trayectoria

$$\begin{bmatrix} e_{x_1} \\ e_{y_1} \\ e_{z_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^d - x_1 \\ y_1^d - y_1 \\ z_1^d - z_1 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\begin{bmatrix} e_{x_2} \\ e_{y_2} \\ e_{z_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2^d - x_2 \\ y_2^d - y_2 \\ z_2^d - z_2 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Para la obtención de los errores de sincronización para el caso de una formación de dos cuadricópteros, las siguientes ecuaciones representan los errores del primer cuadricóptero respecto al segundo

$$\begin{aligned} \epsilon_{x_1} &= e_{x_1} - e_{x_2} \\ \epsilon_{y_1} &= e_{y_1} - e_{y_2} \\ \epsilon_{z_1} &= e_{z_1} - e_{z_2} \end{aligned} \quad (3.41)$$

y para conocer los errores de sincronización del segundo cuadricóptero respecto al primero

$$\begin{aligned} \epsilon_{x_2} &= e_{x_2} - e_{x_1} \\ \epsilon_{y_2} &= e_{y_2} - e_{y_1} \\ \epsilon_{z_2} &= e_{z_2} - e_{z_1} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Llegado a este punto se puede conocer fácilmente los errores de acoplamiento para ambos cuadricópteros a partir de la Ecuación (3.37). Para el primer cuadricóptero los errores de acoplamiento respecto a cada eje están dados por

$$e_{x_1}^* = e_{x_1} + \beta_{x_1} \epsilon_{x_1} \quad (3.43)$$

$$e_{y_1}^* = e_{y_1} + \beta_{y_1} \epsilon_{y_1} \quad (3.44)$$

$$e_{z_1}^* = e_{z_1} + \beta_{z_1} \epsilon_{z_1} \quad (3.45)$$

y para el cuadricóptero 2 se tiene que los errores de acoplamiento están dados por

$$e_{x_2}^* = e_{x_2} + \beta_{x_2} \epsilon_{x_2} \quad (3.46)$$

$$e_{y_2}^* = e_{y_2} + \beta_{y_2} \epsilon_{y_2} \quad (3.47)$$

$$e_{z_2}^* = e_{z_2} + \beta_{z_2} \epsilon_{z_2} \quad (3.48)$$

Una vez que se conocen los errores de acoplamiento con los cuales se obtiene la información del error que posee cada cuadricóptero no solo respecto a su trayectoria si no también considerando la posición de otro cuadricóptero, se utilizarán los errores presentados para controlar la dinámica de cada uno de los cuadricópteros por medio de controladores PID.

### 3.3.3. Control de navegación de 2 cuadricópteros

Para poder realizar la navegación del sistema cooperativo de dos cuadricópteros con una carga se utilizará controladores PID para estabilizar la orientación de cada cuadricóptero y asegurar que cada vehículo siga la trayectoria deseada, para esto ultimo se utiliza la estrategia de estructura virtual previamente presentada.

Recordando que en el Capitulo 2 se explicó cómo implementar controladores PID para controlar la dinámica de un cuadricóptero, para el caso del sistema cooperativo se utilizará el mismo proceso donde la orientación de cada cuadricóptero se controlará a través de variar la fuerza de cada motor. Siguiendo la forma de la Ecuación (2.48) se tiene que para el control de los motores de cada cuadricóptero se rigen por las siguientes ecuaciones

$$M_{i,1} = V_{z_i} + \tau_{\theta_i} - \tau_{\phi_i} - \tau_{\psi_i} \quad (3.49a)$$

$$M_{i,2} = V_{z_i} - \tau_{\theta_i} + \tau_{\phi_i} - \tau_{\psi_i} \quad (3.49b)$$

$$M_{i,3} = V_{z_i} + \tau_{\theta_i} + \tau_{\phi_i} + \tau_{\psi_i} \quad (3.49c)$$

$$M_{i,4} = V_{z_i} - \tau_{\theta_i} - \tau_{\phi_i} + \tau_{\psi_i} \quad (3.49d)$$

donde  $i = 1, 2$ , sabiendo que  $V_{z_i}$  es la variable encargada de controlar la altura de cada vehículo siguiendo la forma de (2.41). Sin embargo, en este caso particular se debe considerar que se desea coordinar las dinámicas de ambos cuadricópteros, es decir, que ambos se mantengan a la misma altura en todo momento, por tal motivo para controlar ambas alturas con la mayor sincronización posible se utilizarán los errores respecto al eje  $Z$  obtenidos al utilizar una estructura virtual  $e_{z_i}^*$ , (3.45) y (3.48) respectivamente para cada cuadricóptero. Entonces,

$$V_{z_i}(k) = V_{z_i}(k-1) + k_{z_{i,1}} e_{z_i}^*(k) + k_{z_{i,2}} e_{z_i}^*(k-1) + k_{z_{i,3}} e_{z_i}^*(k-2) \quad (3.50)$$

donde  $k_{z_{i,1}}$ ,  $k_{z_{i,2}}$  y  $k_{z_{i,3}}$  son las constantes que resultan al sintonizar las ganancias propias del PID diseñado para controlar la altura de los cuadricópteros.

Como se ha visto anteriormente para el control de orientación y posición se logra al regular los valores de  $\tau_{\theta_i}$ ,  $\tau_{\phi_i}$  y  $\tau_{\psi_i}$  de tal forma que,

$$\tau_{\theta_i}(k) = \tau_{\theta_i}(k-1) + k_{\theta_{i,1}} e_{\theta_i}(k) + k_{\theta_{i,2}} e_{\theta_i}(k-1) + k_{\theta_{i,3}} e_{\theta_i}(k-2) \quad (3.51)$$

$$\tau_{\phi_i}(k) = \tau_{\phi_i}(k-1) + k_{\phi_{i,1}} e_{\phi_i}(k) + k_{\phi_{i,2}} e_{\phi_i}(k-1) + k_{\phi_{i,3}} e_{\phi_i}(k-2) \quad (3.52)$$

$$\tau_{\psi_i}(k) = \tau_{\psi_i}(k-1) + k_{\psi_{i,1}} e_{\psi_i}(k) + k_{\psi_{i,2}} e_{\psi_i}(k-1) + k_{\psi_{i,3}} e_{\psi_i}(k-2) \quad (3.53)$$

donde  $k_{\theta_{i,1}}$ ,  $k_{\theta_{i,2}}$  y  $k_{\theta_{i,3}}$  son las constantes resultantes al ajustar las ganancias en el controlador PID encargado del ángulo *pitch*, del mismo modo  $k_{\phi_{i,1}}$ ,  $k_{\phi_{i,2}}$  y  $k_{\phi_{i,3}}$  referente al ángulo *roll*,

mientras que  $k_{\psi_{i,1}}$ ,  $k_{\psi_{i,2}}$  y  $k_{\psi_{i,3}}$  son del controlador encargado de estabilizar el ángulo  $yaw$ .

Ahora bien, recordando que los desplazamientos en el plano  $XY$  se realizan al variar los ángulos deseados  $\theta_{d_i}$  y  $\phi_{d_i}$  dadas por las relaciones mostradas en (2.44) y (2.43), respectivamente

$$\phi_{d_i} = \tan^{-1} \left( \frac{V_y}{V_z + g} \right) \quad (3.54)$$

$$\theta_{d_i} = \tan^{-1} \left( -\cos \phi_{d_i} \frac{V_x}{V_z + g} \right) \quad (3.55)$$

Se debe tener en cuenta que para reducir el error de cada vehículo en su respectiva posición y a su vez mantener la coordinación entre ellos, se debe trabajar con los errores obtenidos en (3.43) y (3.44) para el primer cuadricóptero, mientras se trabaja con los errores resultantes en (3.46) y (3.47) para el segundo cuadricóptero, de tal forma que se llega a las siguientes ecuaciones

$$V_{x_i} = V_{x_i}(k-1) + k_{x_{i,1}} e_{x_i}^*(k) + k_{x_{i,2}} e_{x_i}^*(k-1) + k_{x_{i,3}} e_{x_i}^*(k-2) \quad (3.56)$$

$$V_{y_i} = V_{y_i}(k-1) + k_{y_{i,1}} e_{y_i}^*(k) + k_{y_{i,2}} e_{y_i}^*(k-1) + k_{y_{i,3}} e_{y_i}^*(k-2) \quad (3.57)$$

De esta manera se logra que los controladores PID implementados en cada uno de los vehículos actúen de tal manera que tengan en cuenta los errores presentes en el otro vehículo con la finalidad de actuar de manera coordinada para cumplir el objetivo en común.

### 3.4. Simulación del control de dos cuadricópteros y un objeto en común

Una vez que se ha presentado el modelo del caso particular de un sistema cooperativo de dos cuadricópteros acoplados por medio de una barra rígida (véase Figura 3.4), así como una estrategia de control para la estabilización y navegación de dicho sistema al seguir una trayectoria establecida, a continuación se presentan los resultados obtenidos a nivel simulación del sistema cooperativo al aplicar la estrategia de control descrita en la sección anterior. Por medio de esta simulación se busca observar cómo evoluciona el sistema a lo largo del tiempo y así comprobar la efectividad del controlador PID en un sistema cooperativo así como el uso de la estructura virtual para la reducción del error dentro de una formación con múltiples vehículos aéreos.

#### 3.4.1. Parámetros de simulación

En la simulación que presenta a continuación se utilizan dos cuadricópteros con la misma masa de 1.46 kg, los cuales se encuentran separados a una distancia de 2 m sobre el eje  $Y$  mientras permanecen acoplados sobre el eje  $X$ , por lo que las posiciones iniciales para el cuadricóptero 1 es (0,0,0) y para el cuadricóptero 2 (0,2,0). Al igual que en la simulación presentada en el Capítulo 2 donde se utilizó un solo cuadricóptero, esta simulación consta de las 3 etapas

de despegue, seguimiento de trayectoria y aterrizaje, las cuales se pueden observar en la Figura 3.10.

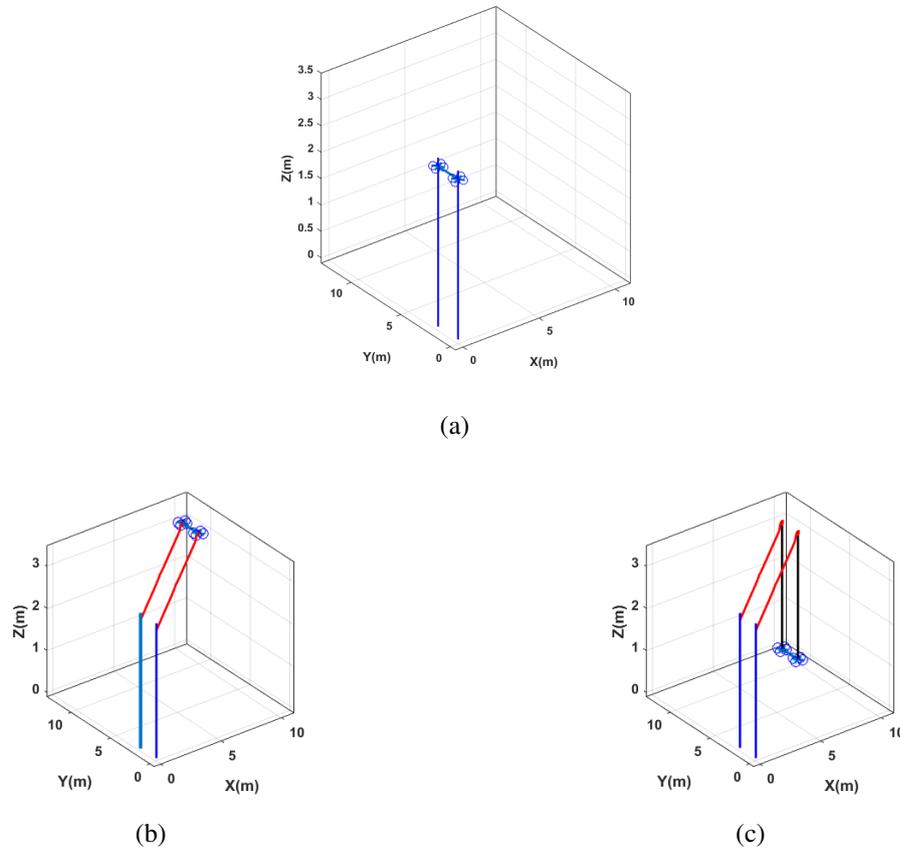


Figura 3.10: Etapas de la simulación: a) Despegue, b) seguimiento de trayectoria, c) aterrizaje

**-Despegue:** los vehículos ascienden desde una condición inicial de 0 m hasta una altura de 3 m, realizando el despegue de una forma coordinada hasta estabilizarse eliminando los errores iniciales.

**-Seguimiento de una trayectoria:** ambos vehículos siguen una trayectoria predefinida para cada uno sobre los ejes  $XY$  manteniendo la coordinación necesaria para no perturbar al otro. En esta simulación la trayectoria va desde la posición (0,0) hasta (10,10) manteniendo la altura de 3 m.

**-Aterrizaje:** una vez que se llega al punto final de la trayectoria, se procede a descender de forma coordinada hasta 0 metros dando por terminada la misión.

Como en este caso se está trabajando con dos cuadricópteros en lugar de solo uno, es importante que las condiciones iniciales sean igual para ambos, asegurando así la sincronización entre ambos. En esta simulación se comenzó con errores iniciales de  $\phi = 0.02$  rad y  $\theta = 0.01$  rad, esto emulando los errores provocados por la naturaleza del terreno y de los sensores ya que en la realidad siempre existe una ligera inclinación. Sin embargo, para el ángulo  $yaw$  se trabajará bajo la suposición de que se puede calibrar de forma que  $\psi = 0$  para ambos vehículos.

Las ganancias de los controladores PID utilizados para la estabilización y navegación del cuadricóptero 1 y 2 se muestran en la Tabla 3.1. Estos valores de ganancia se obtuvieron al sintonizar cada uno de los controles por separado para posteriormente acoplarlos gradualmente dentro de la misma simulación.

| Control de altura | Control de posición |               | Control de orientación |                  |                  |
|-------------------|---------------------|---------------|------------------------|------------------|------------------|
| $kp_z = 14.5$     | $kp_x = 19.5$       | $kp_y = 21.5$ | $kp_\theta = 3.8$      | $kp_\phi = 3.5$  | $kp_\psi = 24.0$ |
| $kd_z = 36.0$     | $kd_x = 8.5$        | $kd_y = 7.8$  | $kd_\theta = 12.0$     | $kd_\phi = 13.0$ | $kd_\psi = 13.0$ |
| $ki_z = 0.2$      | $ki_x = 0.05$       | $ki_y = 0.05$ | $ki_\theta = 0.1$      | $ki_\phi = 0.2$  | $ki_\psi = 0.3$  |

Tabla 3.1: Ganancias utilizadas en la simulación para el cuadricóptero 1 y 2

### 3.4.2. Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos a nivel simulación. Con un tiempo de muestreo de  $T = 0.01$  s, se tiene que al realizar la simulación durante 1 minuto, se tiene 6000 muestras.

En la Figura 3.11 muestra la altura que siguen ambos cuadricópteros con lo que se puede verificar que ambos vehículos ascienden de forma coordinada y se mantiene a la misma altura en todo momento, por lo que sus curvas correspondientes se traslapan totalmente.

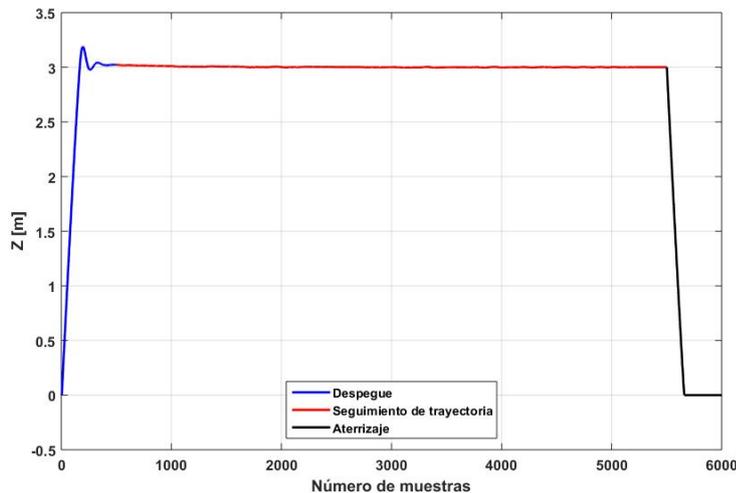
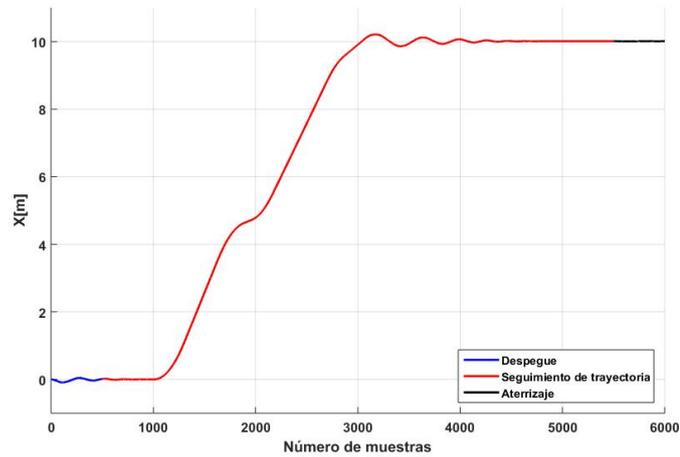


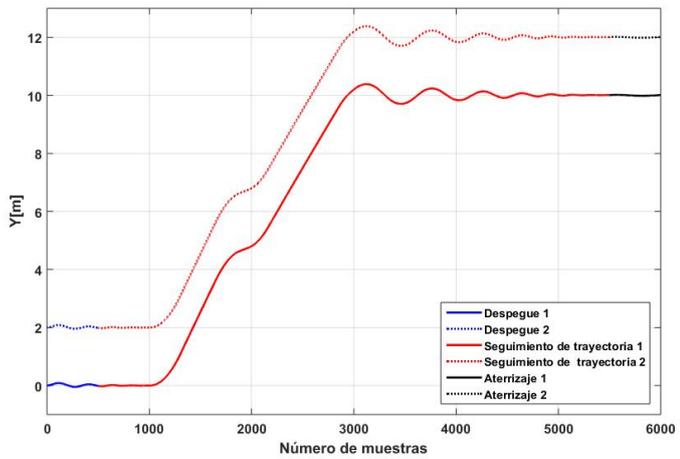
Figura 3.11: Posición resultante en el eje  $Z$

Por otra parte, en la Figura 3.12 se puede observar cómo evoluciona la posición en ambos cuadricópteros en el plano  $XY$ . En la Figura 3.12(a) se puede apreciar que ambas curvas están totalmente traslapadas porque los dos vehículos tienen el mismo comportamiento en el eje  $X$ , lo cual tiene sentido ya que la finalidad era sincronizar sus movimientos. En la Figura

3.12(b) se muestra el comportamiento de ambos vehículos respecto al eje  $Y$  sobre el cual, como se mencionó, hay una separación de 2 m. En esta figura se puede observar que existe una sincronización para mantener la distancia de 2 m en todo momento.



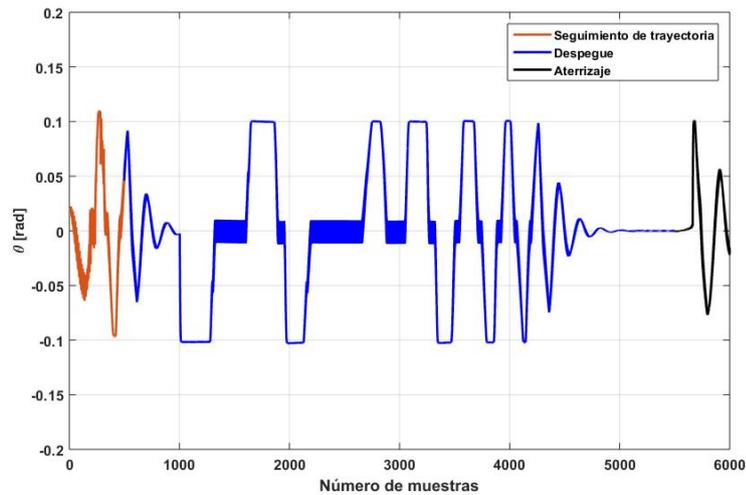
(a)



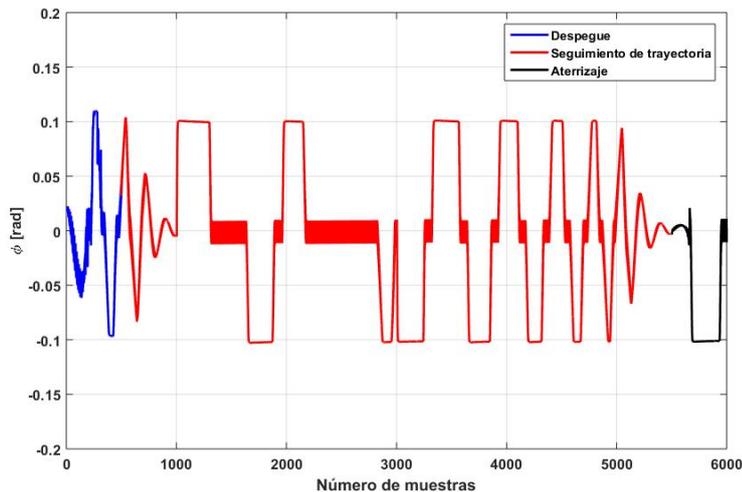
(b)

Figura 3.12: Posición resultante: a) eje  $X$ , b) eje  $Y$ , c) eje  $Z$

Respecto a la orientación, en la Figura 3.13 se muestra cómo evoluciona la actitud de los cuadricópteros en todo momento con lo que se puede observar en un inicio el intento de compensar los errores iniciales para posteriormente realizar las inclinaciones necesarias con el fin de obtener los desplazamientos dados por la trayectoria de referencia. Es importante mencionar que tanto *pitch* y *roll* se encuentran saturados para ángulos menores a 5 grados, esto con la finalidad de evitar ángulos pronunciados que puedan poner en riesgo la estabilidad de los cuadricópteros y provocar incluso un desplome.



(a)



(b)

Figura 3.13: Ángulos resultantes: a) Ángulo  $\theta$ , b) ángulo  $\phi$ 

### 3.5. Límite de carga en función del número de UAVs

Como ya se ha hablado anteriormente, el propósito de esta tesis es el de estudiar un sistema cooperativo para el transporte de una carga en común. La principal motivación de este estudio se encuentra en las grandes limitantes que existen en toda aeronave respecto al peso máximo que soporta su fuerza de sustentación, por ello se busca desarrollar la cooperación entre múltiples vehículos aéreos con el fin de soportar pesos mayores al límite establecido para uno solo.

En el caso de un cuadricóptero, la sustentación es lograda a partir de la fuerza generada al rotar las 4 hélices por medio de sus respectivos motores, ya sean eléctricos o de combustión

interna. De esta manera, dicha fuerza se ve relacionada directamente con la potencia de los motores, por lo que en este caso particular donde se cuenta con motores eléctricos, la potencia eléctrica ( $P$ ) requerida por los motores durante el vuelo está dada por el producto del voltaje ( $V$ ) y la intensidad de corriente ( $I$ ).

$$P = VI \tag{3.58}$$

A continuación se presentan los resultados obtenidos al realizar pruebas experimentales utilizando un cuadricóptero con las características presentadas en el Capítulo 4. Las pruebas se realizaron con el propósito de conocer su carga útil  $W_c$ , para lo cual se utilizó la misma plataforma con un peso vacío de  $W_{min} = 1.47$  kg. La dinámica a seguir en estas pruebas fue la de realizar un despegue autónomo a una altura de 0.8 m del suelo, esto con el fin de comprobar la potencia requerida por el sistema para mantener el vuelo a una altura constante y después comparar dicha potencia con la requerida al variar el peso de la carga a levantar.

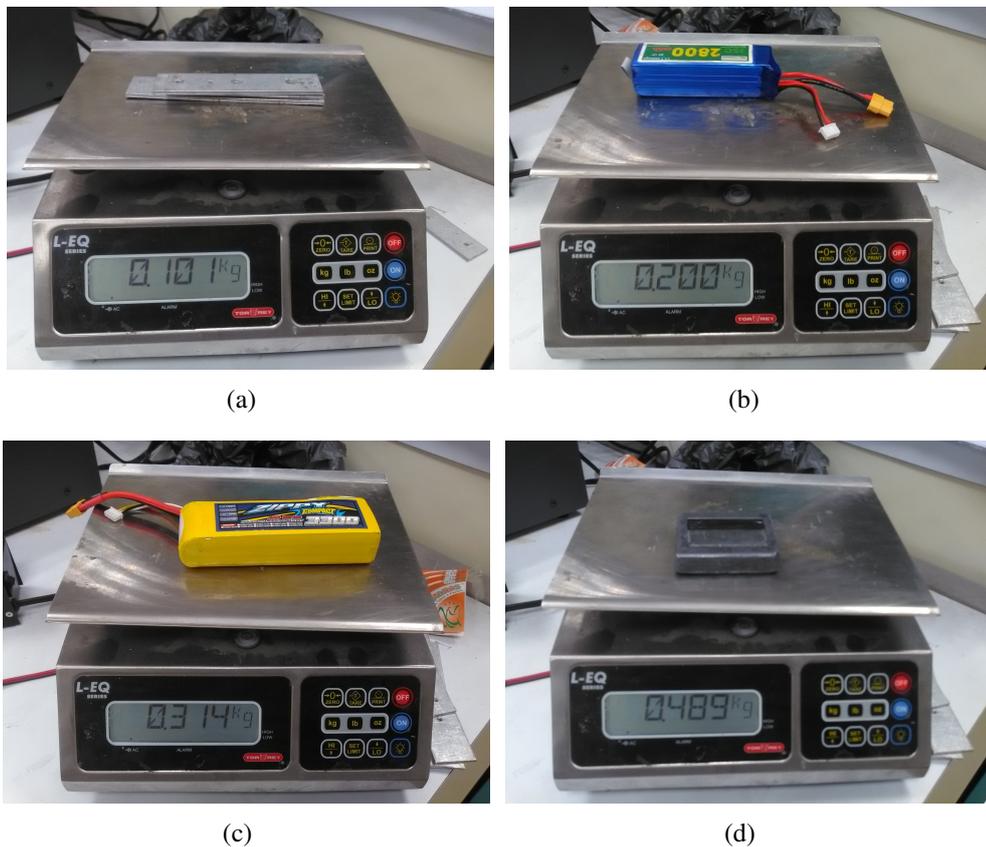


Figura 3.14: Objetos utilizados como carga con sus distintivos pesos: a) 101 g, b) 200 g, c) 314 g y d) 489 g

Se utilizaron un total de 4 objetos (véase Figura 3.14) para conseguir variar el peso a cargar por el cuadricóptero en cada una de la pruebas experimentales. En la Figura 3.14(a) se tiene un conjunto de placas de aluminio las cuales poseen un peso de 101 g, la Figura 3.14(b) se tiene una batería con el peso de 200 g, en la Figura 3.14(c) se muestra una batería más grande con un

peso de 314 g y por último en la Figura 3.14(d) se tiene una pesa de 489 g.

Al combinar algunos de los objetos antes mencionados se lograron dos cargas adicionales de 590 g y 689 g de tal forma que se realizaron 8 pruebas con distinta carga (0 g, 101 g, 200 g, 314 g, 415 g, 489 g, 590 g y 689 g). De estas pruebas, 7 fueron realizadas con éxito ya que el cuadricóptero aun con la carga agregada fue capaz de despegar y estabilizarse a una altura de 0.8 m. Esto se puede observar en la Figura 3.15 donde se muestra que el comportamiento durante estas pruebas resulta ser muy similar mientras que en la última prueba realizada con la carga de 689 g la cual se puede observar en la Figura 3.16 el cuadricóptero no fue capaz de estabilizarse en la altura deseada.

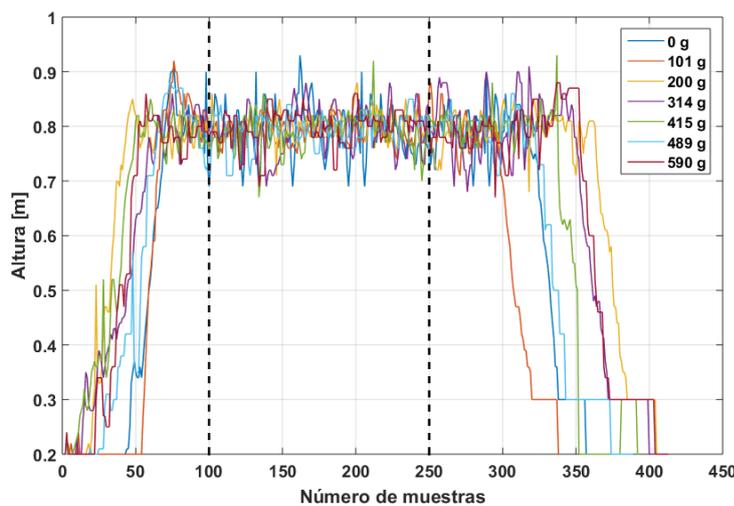


Figura 3.15: Gráfica de altura de las pruebas realizadas con distintas cargas

Como una forma de demostrar que el control de altura es capaz de realizar su trabajo sin importar la variación en el peso soportado por el cuadricóptero, se obtuvo la media y desviación estándar de la altura en cada una de las pruebas con el fin de ser comparadas. Para ello se eligió comparar el comportamiento obtenido por el vehículo en cada una de las pruebas durante un mismo periodo de tiempo el cual va desde las muestra número 100 a la 250, periodo en el cual como puede observarse en la Figura 3.15 el cuadricóptero se encuentra en el aire intentando mantener su posición a una altura constante de 0.8 m. En la Tabla 3.2 se muestran los valores de la media y desviación estándar de la altura calculadas en cada una de la pruebas realizadas. Como puede verse, la media siempre se mantiene cercana a la referencia de 0.8 m con desviaciones muy pequeñas aproximadas de 2 ó 3 cm con lo que se puede asegurar que el cuadricóptero no tenga ningún problema al volar con un límite de carga aproximado de 600 g y que el controlador PID utilizado para el control de altura sea capaz de compensar las variaciones de peso en la carga perfectamente.

Ya que el peso máximo que fue capaz de soportar el cuadricóptero fue de 590 g mientras con una carga de 689 g no fue capaz de realizar el vuelo esperado, se puede tomar como carga útil aproximada del cuadricóptero un valor de  $W_c = 600$  g. Por lo tanto, si el peso vacío es de  $W_{min} = 1.47$  kg, entonces se tiene que el peso máximo de despegue es de aproximadamente

$$W_{max} = 2.06 \text{ kg.}$$

| Número de prueba | Peso de la carga [g] | Altura Media [m] | Desviación estándar [m] |
|------------------|----------------------|------------------|-------------------------|
| 1                | 0                    | 0.7951           | 0.0349                  |
| 2                | 101                  | 0.7941           | 0.0237                  |
| 3                | 200                  | 0.7973           | 0.0245                  |
| 4                | 314                  | 0.7931           | 0.0398                  |
| 5                | 415                  | 0.7930           | 0.0330                  |
| 6                | 489                  | 0.7948           | 0.0309                  |
| 7                | 590                  | 0.7975           | 0.0329                  |

Tabla 3.2: Media y desviación estándar de la altura en cada una de las pruebas realizadas al variar el peso de la carga

Por otro lado, en la última prueba realizada con un carga de 689 g el cuadricóptero nunca fue capaz de estabilizarse en la altura de 0.8 m. Como puede observarse en la Figura 3.16, a diferencia de las pruebas anteriores, el cuadricóptero tuvo una mayor dificultad para ascender y aun cuando logró llegar a la altura deseada rápidamente descende debido a que la fuerza de sustentación generada por la combinación de los cuatro motores con sus respectivas hélices no es suficiente para mantener la estabilidad a una altura constante, por lo que es posible concluir que se ha superado la carga útil del cuadricóptero.

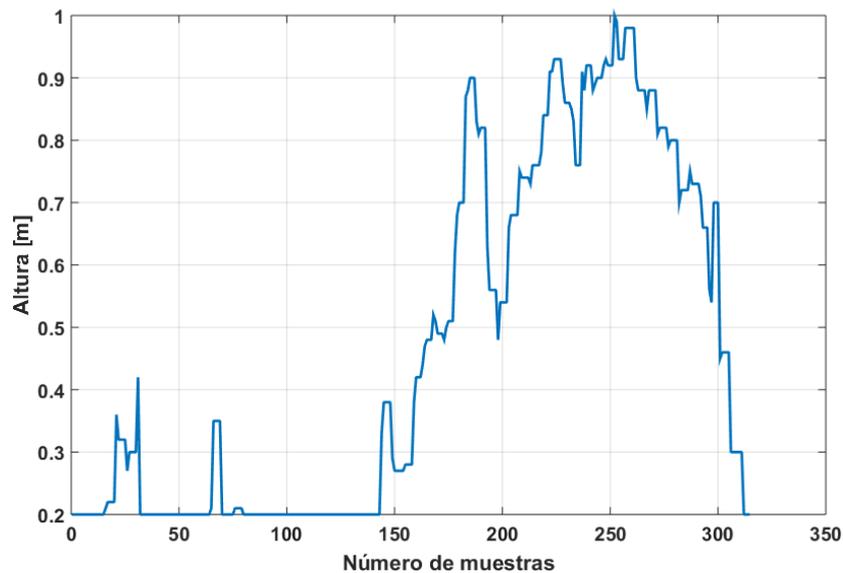


Figura 3.16: Gráfica de altura obtenida en la prueba realizada con una carga de 689 g.

A partir de las pruebas realizadas con éxito se realizó una comparativa de la potencia eléctrica que requerían los motores para mantener el vuelo estable en cada una de dichas pruebas. Utilizando los sensores integrados dentro del controlador de vuelo (Pixhawk) fue posible obtener las mediciones del voltaje suministrado por la batería y la corriente eléctrica

consumida dentro del sistema (cuadricóptero) <sup>1</sup>. Con estas mediciones es posible calcular la potencia eléctrica consumida por los motores en todo momento. En la Tabla 3.3 se muestran el voltaje, la corriente y la potencia promedio obtenidos en cada una de las pruebas.

| Número de prueba | Peso de la carga [g] | Voltaje promedio [V] | Corriente promedio [A] | Potencia promedio [W] |
|------------------|----------------------|----------------------|------------------------|-----------------------|
| 1                | 0                    | 12.22                | 12.31                  | 150.42                |
| 2                | 101                  | 12.19                | 13.41                  | 163.46                |
| 3                | 200                  | 12.20                | 14.39                  | 175.55                |
| 4                | 314                  | 12.17                | 16.18                  | 196.91                |
| 5                | 415                  | 12.18                | 17.02                  | 207.30                |
| 6                | 489                  | 12.11                | 17.42                  | 210.95                |
| 7                | 590                  | 12.05                | 19.26                  | 232.08                |

Tabla 3.3: Potencia requerida por los motores en cada una de las pruebas realizadas

Cada prueba se inicio con la batería a su carga máxima de 12.60 V por lo que se puede observar un voltaje promedio muy parecido en cada una de las pruebas apreciando una ligera reducción del voltaje de la batería al aumentar el peso de la carga, mientras que la corriente generada en el sistema aumenta de forma significativa al igual que la potencia. Con estos resultados se procedió a obtener la gráfica de la Figura 3.17, donde se puede observar que mientras mayor es el peso del objeto a cargar, mayor es la potencia requerida para los motores como podría anticiparse.

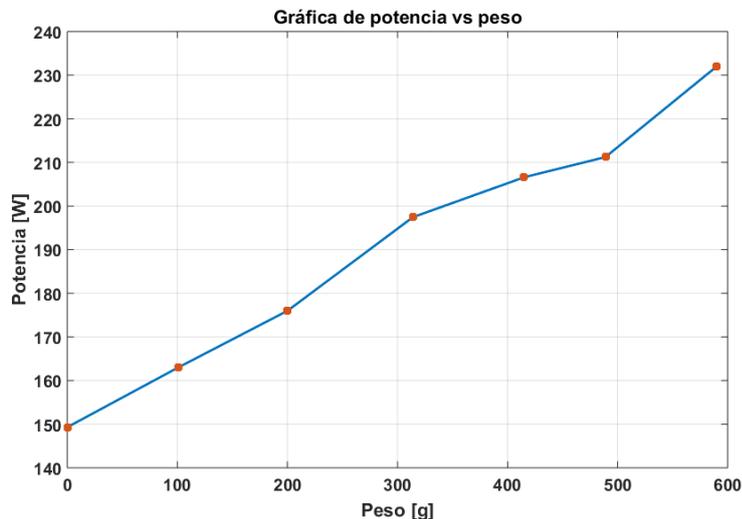


Figura 3.17: Relación de la potencia eléctrica requerida por los motores en función del peso de la carga

Se puede observar que el comportamiento de la potencia requerida en el conjunto de pruebas

<sup>1</sup>Las mediciones de voltaje y corriente son obtenidas desde el conector de la batería por medio del sensor *Attopilot 180A* integrado en el controlador de vuelo Pixhawk.

realizadas tiende a ser lineal en función del peso de la carga. De esta manera, se puede plantear que dos vehículos con la misma capacidad de carga útil en conjunto podrían transportar el doble de peso de lo que cargaría uno solo. Con esta idea en mente, se considera que al utilizar dos cuadricópteros con las mismas características que el utilizado en esta prueba se tendría la capacidad de transportar objetos con un peso de hasta 1.2 kg mostrando así la ventaja de un sistema cooperativo a comprobar más adelante por medio de pruebas experimentales a presentarse en el Capítulo 5.

### **3.6. Conclusiones**

En este capítulo se presentó la importancia de un sistema cooperativo para el transporte de un objeto que debido a sus dimensiones o peso es imposible de ser transportado por un solo vehículo. A partir de esta motivación, se estudió el modelo matemático para un caso generalizado de un sistema cooperativo con un número indefinido de vehículos aéreos interactuando con una carga en común. Posteriormente se utilizaron las ecuaciones que describían dicho sistema para conocer las dinámicas de un caso particular de dos cuadricópteros acoplados con una barra rígida. Además, se presentó una estrategia de control para la navegación de ambos cuadricópteros en forma coordinada.

Una vez conociendo las ecuaciones necesarias para describir la dinámica en cada uno de los cuadricópteros en el sistema cooperativo así como las ecuaciones para el control de la estabilidad y navegación coordinada para ambos vehículos se procedió a realizar una simulación con el fin de corroborar dichas ecuaciones.

Además, se realizaron pruebas experimentales para conocer el límite de la carga a soportar por la plataforma utilizada. Dentro de estas pruebas se midió la potencia eléctrica requerida por los motores con la finalidad de observar cómo incrementaba dicha potencia conforme se aumentaba el peso de la carga en cada prueba. Como resultado se obtuvo que existía cierta linealidad entre el aumento de la potencia requerida respecto al aumento del peso en la carga. Al final se logró un valor aproximado de 600 g para considerar la carga útil del cuadricóptero utilizado para las pruebas experimentales en el presente trabajo de tesis.

En los próximos capítulos se muestra la implementación del sistema cooperativo estudiado, así como los resultados obtenidos en las pruebas de campo realizadas.



## Descripción del sistema implementado

Hasta este momento ya se han establecido las bases teóricas respecto al control y navegación de un cuadricóptero a partir de su modelo matemático al utilizar como estrategia de control un PID en su modalidad discreta. De igual manera se presentó la simulación de un sistema cooperativo de dos cuadricópteros para la misión de carga y transporte con su respectiva estrategia de control. A fin de exponer los resultados de las diferentes pruebas experimentales, donde se implementa la teoría mostrada en los capítulos anteriores, a continuación se describirá la plataforma utilizada en estas pruebas.

### 4.1. Descripción general del sistema cooperativo

Con el fin de implementar el sistema estudiado, se utilizaron dos cuadricópteros acoplados por una barra rígida, donde dichos vehículos mantienen la comunicación entre ellos conociendo así el estado del otro en todo momento. Además, se tiene una base en tierra con la cual, por medio de una interfaz gráfica, se busca tener un monitoreo constante del estado de los vehículos con el fin de corroborar su correcto funcionamiento.

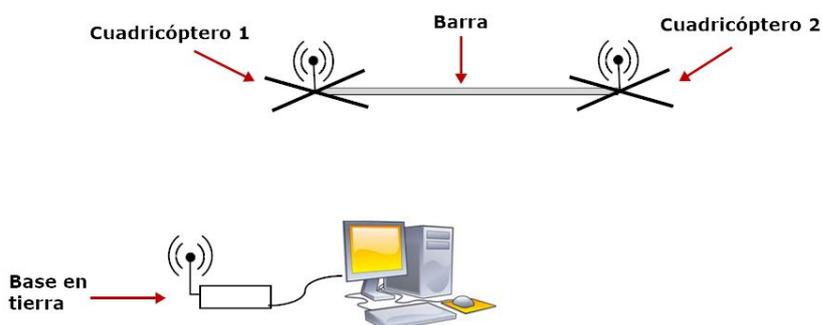


Figura 4.1: Sistema cooperativo de dos cuadricópteros a implementar

La representación general del sistema se muestra en la Figura 4.1 donde se puede apreciar el uso de dos cuadricópteros unidos por una barra rígida. Cada cuadricóptero lleva montado un módulo de radio frecuencia y así se comunican con una base en tierra, la cual está conformada

por otro módulo (similar al de los cuadricópteros) y una computadora en la cual se despliega una interfaz gráfica con el fin de mostrar al usuario los datos provenientes desde cada uno de los vehículos.

## 4.2. Descripción de los UAVs

Como se ha mencionado las plataformas utilizadas para las pruebas experimentales son dos cuadricópteros con las mismas características, es decir, poseen los mismos componentes e instrumentación.



Figura 4.2: Cuadricóptero utilizado para las pruebas experimentales

A continuación se presentan las características de cada uno de los elementos que componen los cuadricópteros utilizados en la pruebas experimentales (véase Figura 4.2).

### 4.2.1. Marco de fibra de carbono

Se utiliza un marco de fibra de carbono (véase Figura 4.3 ) debido a que es ligero y a la vez lo suficientemente rígido para soportar la interacción entre carga y cuadricópteros.

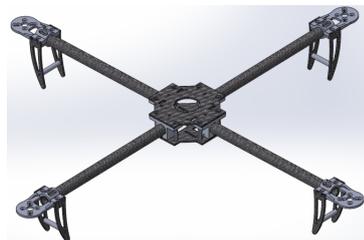


Figura 4.3: Marco para cuadricóptero fabricado con fibra de carbono

### 4.2.2. Autopiloto PixHawk

El controlador de vuelo utilizado es un Pixhawk (véase Figura 4.4) el cual fue diseñado por PX4 y manufacturado por 3D Robotics. Pixhawk es un auto piloto que cuenta con diversos sensores como acelerómetros, giroscopios y barómetros, el cual fue diseñado inicialmente

---

para utilizarse en vehículos no tripulados ya sean aéreos, terrestres ó acuáticos tanto para aplicaciones recreativas o industriales [35].



Figura 4.4: Controlador de vuelo Pixhawk

Características:

- Avanzado procesador de alto rendimiento CortexM4 de 32 bits.
- L3GD20 giroscopio digital de 16 bits de 3 ejes.
- LSM303D acelerómetro / magnetómetro de 14 bits de 3 ejes.
- MS5611 barómetro de alta precisión.
- 14 \* salida PWM / actuador.

### 4.2.3. Motores eléctricos

Los motores eléctricos MultiSTAR (véase Figura 4.5) están diseñados para maximizar el rendimiento del cuadricóptero. Cuentan con imanes de alta gama 45SH, rodamientos de alta calidad, 12 polos, el monte de encargo del motor y todos son de precisión equilibrada para un funcionamiento suave. El 4220-880 incluye un adaptador de hélice y se ha construido en aluminio de montaje para una instalación rápida y fácil en su marco multi-rotor [36].



Figura 4.5: Motor Multistar 4220-880Kv

Características:

- KV (RPM / V): 880
- Células Lipo: 3 s

- Corriente de trabajo: 17 A.
- Resistencia interna: 0,066  $\Omega$
- Dimensiones (Dia.xL): 42  $\times$  25 mm
- Eje: 3 mm
- Peso: 65 g

#### 4.2.4. Controladores de velocidad

La gama de Afro ESC (véase Figura 4.6) se encuentran entre algunos de los mejores controladores de velocidad en el mundo para las carreras y aviones no tripulados. Diseñado para darle la ventaja que necesita para un multi-rotor rápido y sensible, ofrecen una mayor eficiencia, todo el diseño MOSFET de canal N, entrada PWM de hardware sin fluctuaciones, y la respuesta de potencia uniforme [36].



Figura 4.6: Cotroladores de velocidad Afro de 30 A

Características:

- Consumo de corriente: 30 A.
  - Intervalo de voltaje: 2-6s Lipo.
  - BEC: No.
  - Frecuencia de entrada: 1 kHz.
  - Alambre de descarga / tapones: 15AWG / 3.5 mm macho.
  - Tamaño: 35  $\times$  18  $\times$  11 mm.
  - Peso: 26.5 g (cable incluido, el enchufe, encogimiento del calor).
-

### 4.2.5. Raspberry

Debido a la necesidad de utilizar procesamiento más complejo (como en el caso de algoritmos de visión), las plataformas cuentan con una computadora embebida como lo es la Raspberry Pi 3 (véase Figura 4.7) [37]. Sin embargo, en este caso particular donde no se está utilizando visión para la navegación, la Raspberry es utilizada únicamente para traducir los datos provenientes del controlador de vuelo hacia el módulo de radio frecuencia para ser enviados. De igual manera traduce toda la información que llega al módulo de comunicación para entregar las indicaciones adecuadas al controlador de vuelo.



Figura 4.7: Computadora embebida Raspberry Pi 3

#### Características

- Procesador: Quad Core 1.2 GHz Broadcom BCM2837 64bit CPU, 1 GB RAM.
- 802.11n Wireless LAN, 10/100Mbps velocidad LAN
- Bluetooth 4.1, Bluetooth de baja energía
- 4 puertos USB, 40 GPIO pins, puerto de Full HDMI, conector de audio de 3.5 mm y vídeo compuesto.
- Interfaz para cámaras (CSI), interfaz para display (DSI), ranura para tarjetas Micro SD, tarjeta gráfica 3D VideoCore IV.

### 4.2.6. Sensor ultrasónico

El sensor LV-MaxSonar-EZ ofrece detección de muy corto a largo alcance con un cuerpo compacto. Este sensor (véase Figura 4.8) detecta objetos con tamaños menores a 1 pulgada hasta de 254 pulgadas (6,45 metros), proporciona además información sobre el alcance del sonar desde 6 pulgadas hasta 254 pulgadas con una resolución de 1 pulgada [43].

El sensor LV-MaxSonar-EZ0 tiene un patrón de haz más amplio y sensible de cualquier otra unidad en la línea de sensores LV-MaxSonar-EZ. Esto hace que el LV-MaxSonar-EZ0 sea una excelente opción para usar cuando se desea una detección de alta sensibilidad, haz amplio



Figura 4.8: Sensor ultrasonico LV-MaxSonar-EZ0

ó de personas.

#### Características

- Resolución de 1 pulgada.
- Distancia mínima reportada de 20 cm.
- Velocidad de lectura 20 Hz.
- Salidas: Voltaje analógico, serial RS232, ancho de pulso.
- Voltaje de operación: entre 2.5 V y 5 V.
- Requisito de corriente promedio: 2.0 mA.

### 4.2.7. GPS

El 3DR uBlox GPS (véase Figura 4.9) con brújula es un diseño conveniente pero único que incluye la brújula digital HMC5883L. El diseño le permite montar fácilmente la brújula lejos de fuentes de interferencia que pueden estar presentes en los confines del vehículo [44].



Figura 4.9: 3DR uBlox GPS

El sistema incluye:

- GPS con módulo de brújula.
- Estuche protector.
- Cable de cuatro posiciones (brújula).

### 4.2.8. Módulo de radio frecuencia

Con el fin de lograr una comunicación entre los cuadricópteros, se montó un módulo transmisor/receptor de radio frecuencia (véase Figura 4.10) a cada uno de ellos. El módulo utilizado consta de las siguientes especificaciones técnicas [46].



Figura 4.10: Módulo de comunicación montado en cada uno de los vehículos

- **Fuente de alimentación AC-DC:** esta fuente entrega 6.5 VCD a 500 mA.
- **Regulador LDO a 3.3 VCD:** voltaje de salida a 3.3 VCD a 1 A.
- **Microcontrolador- RF:** Comunicación por radio frecuencia a 2.4 GHz, utiliza un microcontrolador 8051.
- **Puerto RS-485:** Comunicación serial alámbrica de larga distancia.
- **Leds indicadores de estado:** Indicación luminosa de los estados de funcionamiento del módulo de comunicación.

Este módulo además usa una antena dipolo GW.59 (véase Figura 4.11) ideal para aplicaciones inalámbricas tal y como Bluetooth o las redes LAN inalámbricas [42]. Mide 156 mm de largo y presenta una ganancia omnidireccional de 2.04 dBi asegura la recepción y transmisión constante. De acuerdo con el fabricante la estructura de la antena es diseñada para uso rudo, la cubierta está hecha con TPU (por sus siglas en inglés *Thermoplastic Polyurethane*) dando una superior confiabilidad ambiental con un acabado de calidad. La antena puede ser rotada 90° para un mejor posicionamiento.

- **Frecuencia:** 2.4 GHz.
  - **Ganancia:** 2.04 dBi.
  - **Eficiencia:** 75 %.
  - **Radiación:** omnidireccional.
  - **Potencia:** 1 W.
  - **Impedancia:** 50  $\Omega$ .
-



Figura 4.11: Antena GW.59

### 4.2.9. Diagrama de bloques

Ya que se presentaron las características y funciones de cada elemento dentro de un cuadricóptero, en el esquema de la Figura 4.12 se muestra de una forma general el orden de conexión estos.

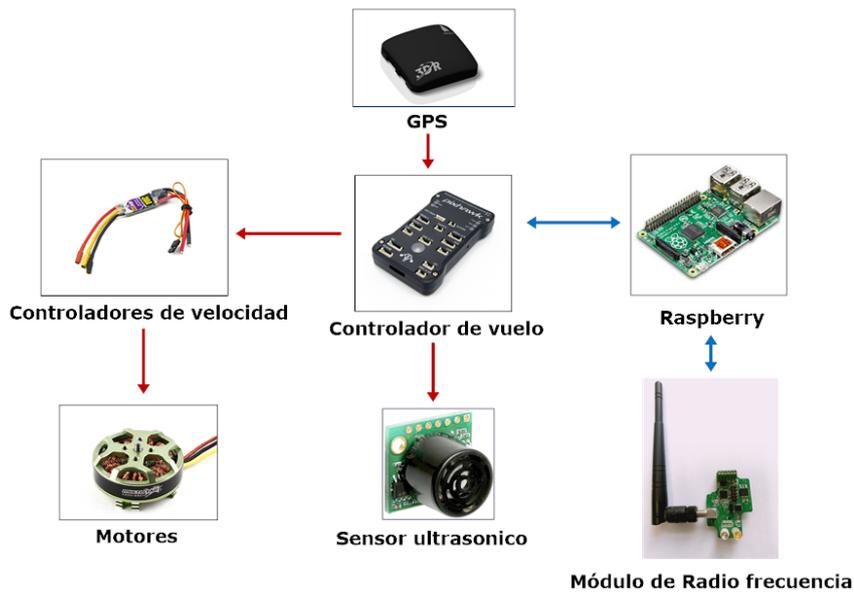


Figura 4.12: Diagrama de bloques de los elementos ue componen a cada cuadricóptero

## 4.3. Descripción de la comunicación

Cuando se habla de un sistema multiagente, uno de los aspectos primordiales a tener en cuenta es el de la comunicación existente entre los elementos que conforman dicho sistema. En el caso particular de la presente tesis donde se estudia un sistema cooperativo de múltiples vehículos aéreos, es necesario primero contar con un protocolo de comunicación para así poder controlar el flujo de datos asegurando que cada cuadricóptero conozca la información del

otro, ya que, como se vio en el Capítulo 3, esto es necesario para la realización de un vuelo coordinado.

A continuación se presenta el protocolo de comunicación utilizado por los módulos de radio frecuencia lo cual permite se forme una red de comunicación entre los vehículos y la base en tierra con la cual se asegura la transmisión constante de información. Además se propone un control de flujo para la información transmitida a partir del tiempo de transmisión de datos de cada dispositivo.

### 4.3.1. Protocolo de comunicación

Un protocolo de comunicación proporciona un conjunto de reglas que regulan el intercambio de datos entre los sistemas. El módulo de radio frecuencia utilizado para este trabajo de tesis utiliza un protocolo de control de acceso a redes CSMA/CA (por sus siglas en inglés *Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance*). Para entender cómo funciona este protocolo se utilizará el siguiente ejemplo donde una estación A desea enviar datos a una estación B, mientras C es una estación que se encuentra al alcance de A. Por otro lado D es una estación dentro del alcance de B pero no de A. La Figura 4.13 ilustra un ejemplo del uso del protocolo en este escenario.

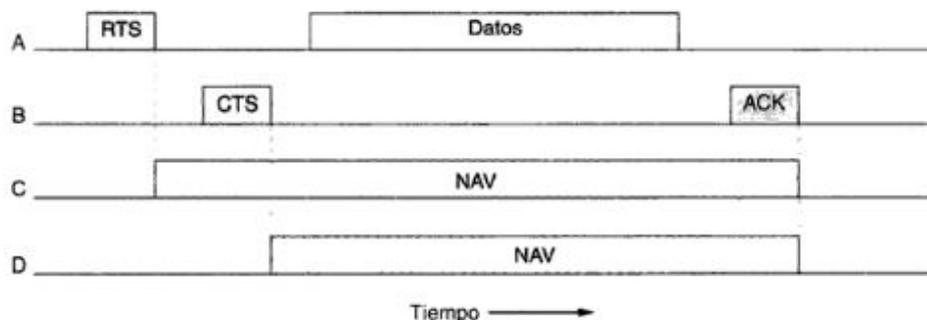


Figura 4.13: El uso de la detección de canal utilizando CSMA/CA

El protocolo inicia cuando A decide enviar datos a B. A inicia enviándole una trama RTS (por sus siglas en inglés *Request to Send*) a B en la que solicita permiso para enviarle una trama. Cuando B recibe esta solicitud, puede otorgarle permiso, en cuyo caso le regresa una trama CTS (por sus siglas en inglés *Clear to Send*). Al recibir la CTS, A ahora envía su trama de datos y comienza un temporizador de ACK (de la palabra en inglés *Acknowledgement*). Al recibir correctamente la trama de datos, B responde con una trama de ACK, con lo que termina el intercambio de información. Si el temporizador de ACK de A termina antes de que el ACK regrese, todo el protocolo se ejecuta de nuevo.

Ahora si se considera todo el intercambio desde el punto de vista de C y D se tiene que al estar C dentro del alcance de A podría recibir la trama RTS. Si pasa esto, se da cuenta de que alguna estación va a enviar datos pronto, así que por el bien de todos desiste de transmitir datos hasta que el intercambio esté completo, por lo que impone para si misma un tipo de canal virtual ocupado, indicado por NAV (por sus siglas en inglés *Network Allocation Vector*). D

no escucha el RTS, pero si el CTS, por lo que también se impone la señal NAV. Observe que las señales NAV no se transmiten; simplemente son recordatorios internos para mantenerse en silencio durante cierto periodo [38].

### 4.3.2. Control del flujo de datos

El control del flujo posibilita que el receptor regule el flujo de los datos enviados por el emisor, de tal manera que la memoria temporal del receptor no se desborde. Para ello, la estación emisora no debe enviar tramas a una velocidad más rápida de la que la estación receptora pueda absorber [39].

Con eso en mente se deben establecer los tiempos necesarios para asegurar una correcta comunicación entre los vehículos en vuelo y la base en tierra durante la ejecución de la misión a realizar. Es importante mencionar que la comunicación se lleva a cabo de manera bidireccional, con lo que cada cuadricóptero conoce la información del otro, así como la estación de tierra conoce los datos de ambos y además es capaz de comunicarse con cada uno de ellos.

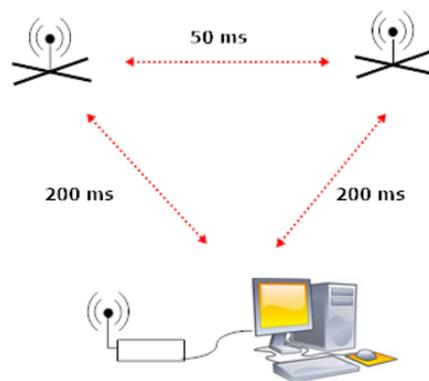


Figura 4.14: Diagrama que muestra el control de flujo de datos a seguir por el sistema cooperativo implementado

En la Figura 4.14 se muestra un control de flujo de datos a partir de los tiempos de transmisión de cada una de las estaciones (los dos vehículos y la base en tierra) el cual se desea implementar en el sistema cooperativo. Se puede observar que se le da prioridad a la comunicación entre ambos vehículos con una velocidad de transmisión en los datos de 50 ms mientras que ambos envían sus datos a la estación en tierra a una velocidad de 200 ms.

### 4.3.3. Trama de datos

Una vez presentado el módulo de radio frecuencia utilizado para la comunicación entre vehículos, es importante hablar sobre la trama de datos utilizada para el intercambio de información.

Una trama de datos es un paquete de información codificada en una serie de bits que se envía desde un transmisor para ser decodificada por un receptor. En este caso particular la información que se desea compartir entre los cuadricópteros corresponde principalmente a la posición y la orientación de cada uno de ellos. Con el fin de intercambiar dicha información se utiliza una trama de datos en hexadecimal como la que se muestra a continuación, cuya descripción está dada en la Tabla 4.1.

**FE 15 CC 02 50 02 04 00 00 CC 02 CC 03 FE 05 01 02 03 04 EF 00 00 EF**

| <b>Campo</b> | <b>Tamaño del campo</b> | <b>Ejemplo</b> | <b>Significado</b>                 |
|--------------|-------------------------|----------------|------------------------------------|
| 1            | 1                       | FE             | Bandera de inicio de la trama      |
| 2            | 1                       | 15             | Tamaño de la trama                 |
| 3 y 4        | 2                       | CC 02          | MAC del dispositivo                |
| 5 y 6        | 2                       | 50 02          | MAC del módulo de radio frecuencia |
| 7            | 1                       | 04             | Comando                            |
| 8 y 9        | 2                       | 00             | Reservados                         |
| 10 y 11      | 2                       | CC 02          | MAC del dispositivo que envía      |
| 12 y 13      | 2                       | CC 03          | MAC del dispositivo que recibe     |
| 14           | 1                       | FE             | Bandera de trama interna           |
| 15           | 1                       | 05             | Tamaño de trama interna            |
| 16-19        | indefinido              | 01 02 03 04    | Información enviada                |
| 20           | 1                       | EF             | Bandera final de la trama interna  |
| 21 y 22      | 2                       | 00 00          | CRC                                |
| 23           | 1                       | EF             | Bandera final de la trama          |

Tabla 4.1: Constitución de la trama de datos

Se debe tener en cuenta que la trama mostrada anteriormente transfiere información de un dispositivo cuya dirección MAC <sup>1</sup> es **CC 02** a otro dispositivo con dirección MAC de **CC 03** por medio de un módulo de radio frecuencia con dirección **50 02**. La información enviada se encuentra dentro de una sub-trama, el número de bytes utilizados en la sub-trama puede variar según la información que se desea transmitir (en este caso se transportan 4 bytes de información).

#### 4.4. Descripción de la interfaz gráfica

Para tener un monitoreo constante en tiempo real de los estados de cada uno de los cuadricópteros se trabajó en el diseño de una interfaz gráfica la cual fue desarrollada utilizando el software *open source* de Qt.

La función principal de la interfaz gráfica es la de traducir al usuario los datos provenientes de los vehículos que son enviados a través de una trama de datos como la mostrada en la sección

<sup>1</sup>La dirección MAC es un identificador único que cada fabricante le asigna a la tarjeta de red de sus dispositivos. Sus siglas vienen del inglés, y significan control de acceso al medio [40]

anterior y de esta forma el usuario podrá verificar el correcto funcionamiento de cada vehículo durante el desarrollo de la misión. Además, debido a que el módulo de radio frecuencia utilizado tiene la característica de ser bidireccional es posible no solo observar el estado de los vehículos, sino que también comunicarse con ellos con el fin de dar las indicaciones necesarias a partir de comandos preestablecidos



(a)

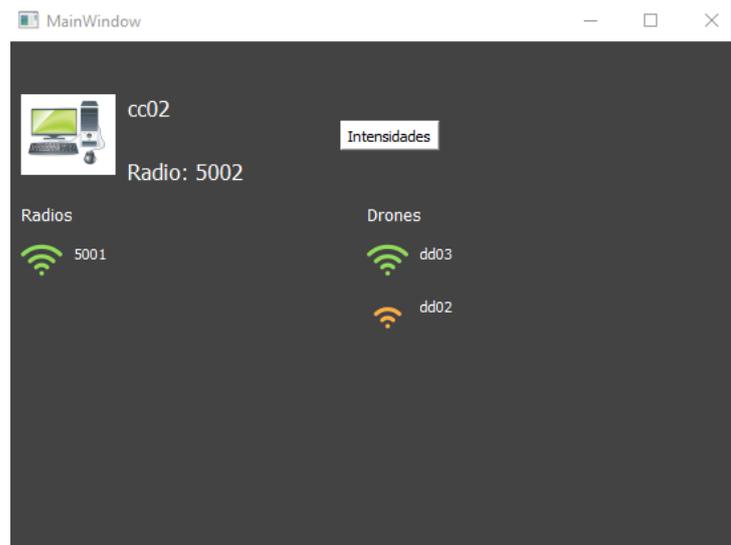


(b)

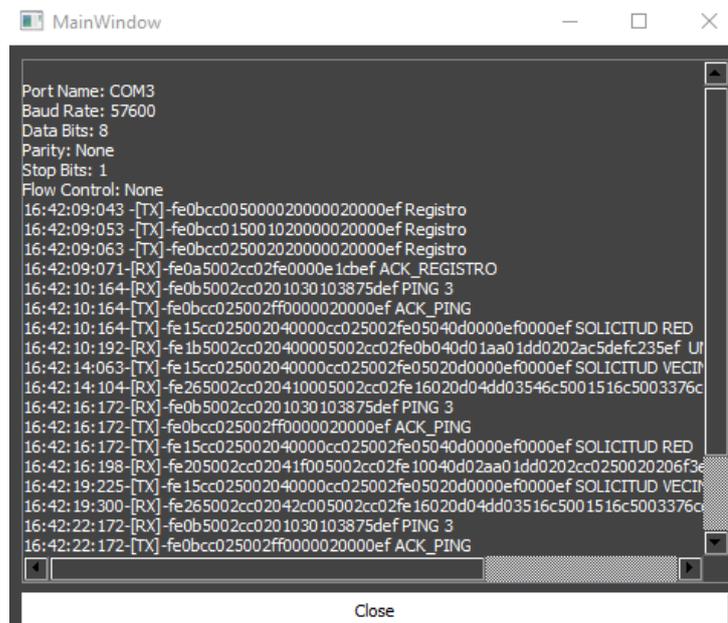
Figura 4.15: Interfaz gráfica: a) Ventana de introducción, b) ventana de menú

En la Figura 4.15 se puede observar algunas de las ventanas principales de la interfaz gráfica. En la Figura 4.15(a) se muestra la ventana de inicio donde tiene la opción de configurar el puerto serial con las características del dispositivo con el cual se establece la comunicación entre los vehículos y la interfaz, la configuración inicial establecida corresponden a las del módulo de radio frecuencia utilizado, sin embargo, esto ofrece la opción de utilizar otro tipo de módulo con diferente configuración. En la Figura 4.15(b) se muestra el menú principal donde se despliegan el número de cuadricópteros dentro de la red de comunicación establecida por los módulos, al seleccionar cualquiera de los cuadricópteros se despliega la información actual de dicho cuadricóptero, información como posición, altura y orientación.

Como se muestra en la Figura 4.16(a) se pueden desplegar los dispositivos conectados en la



(a)



(b)

Figura 4.16: Interfaz gráfica: a) Ventana de dispositivos, b) ventana de consola

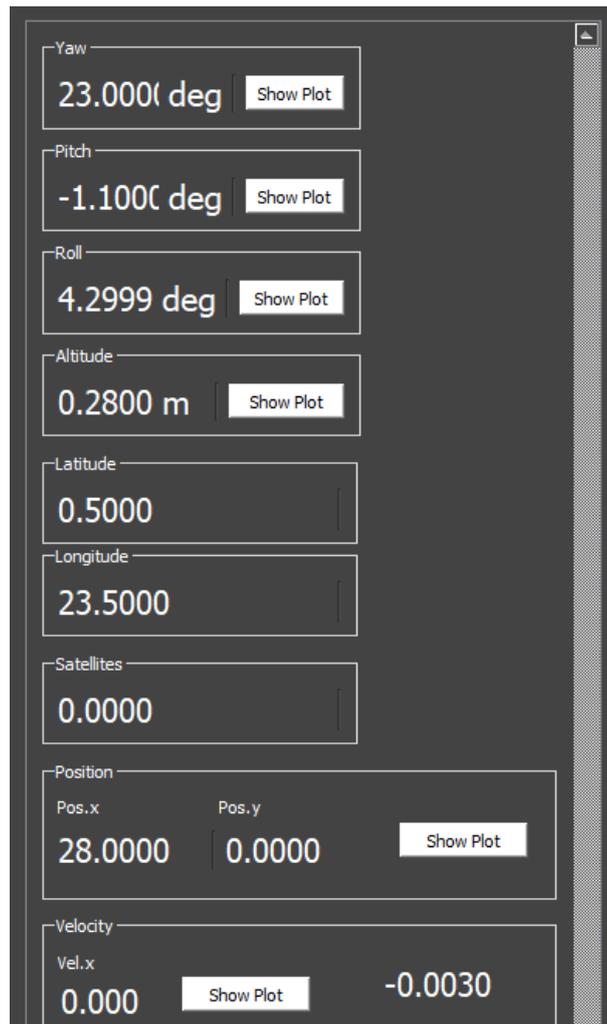
red de comunicación ya sean bases en tierra o vehículos en vuelo. Por otro lado, en la ventana consola mostrada en la Figura 4.16(b) se lleva un registro de las tramas de datos compartidas entre los módulos de comunicación montados en cada uno de los cuadricópteros y el conectado a la base en tierra para llevar un control del tiempo que fueron enviadas y recibidas, con esto en caso de una falla o error inesperado se puede saber el instante en el que ocurrió y tener una idea general de lo sucedido.

En la Figura 4.17(a) se muestra una ventana donde se despliegan los datos del cuadricóptero en cuestión, dichos datos se conforma por los ángulos *pitch*, *roll* y *yaw*, la altura, la posición

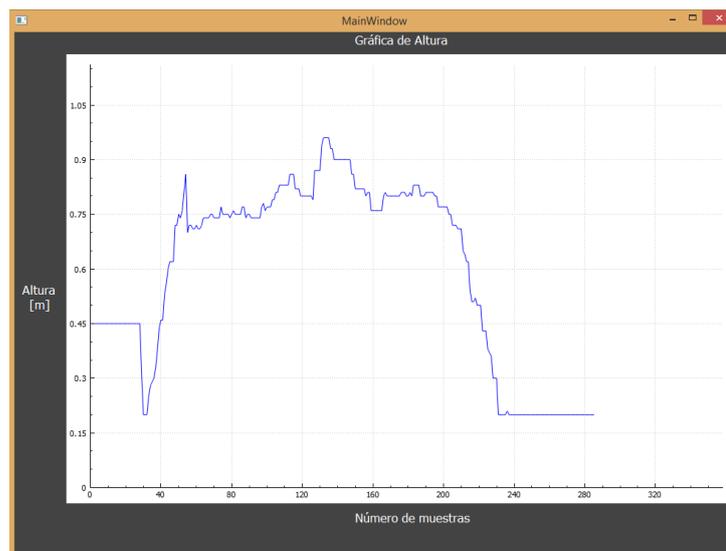
y velocidades en los ejes  $X$  y  $Y$  dados por el GPS, entre otros. Por otro lado, en la Figura 4.17(b) se muestra un ejemplo de gráfica en tiempo real del ángulo *pitch* que ha tenido durante la misión.

Otra de las ventajas de esta interfaz gráfica es la de almacenar toda la información desplegada en forma de archivos con extensión .txt con la fecha y el instante en el que fueron recibidos como se puede observar en la Figura 4.18. Con esto es posible posteriormente analizar el comportamiento que tuvo cada uno de los cuadricópteros durante el vuelo y la misión en cuestión.

---

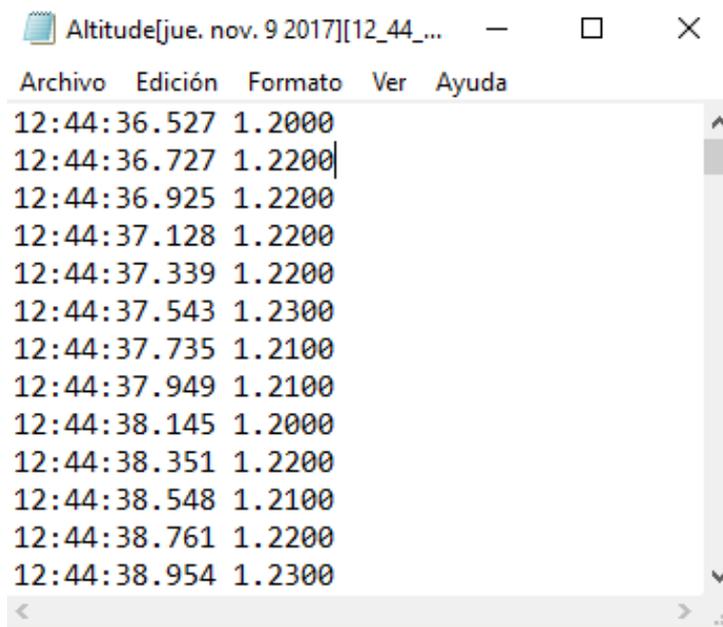


(a)



(b)

Figura 4.17: Interfaz gráfica: a) Ventana con los datos del vehículo, b) gráfica en tiempo real



The image shows a screenshot of a text editor window. The title bar reads "Altitude[jue. nov. 9 2017][12\_44\_...". The window contains a table with two columns: "Archivo" and "Edición". The data rows are as follows:

| Archivo      | Edición |
|--------------|---------|
| 12:44:36.527 | 1.2000  |
| 12:44:36.727 | 1.2200  |
| 12:44:36.925 | 1.2200  |
| 12:44:37.128 | 1.2200  |
| 12:44:37.339 | 1.2200  |
| 12:44:37.543 | 1.2300  |
| 12:44:37.735 | 1.2100  |
| 12:44:37.949 | 1.2100  |
| 12:44:38.145 | 1.2000  |
| 12:44:38.351 | 1.2200  |
| 12:44:38.548 | 1.2100  |
| 12:44:38.761 | 1.2200  |
| 12:44:38.954 | 1.2300  |

Figura 4.18: Ejemplo de un archivo .txt con los datos de altura del cuadricóptero

---

## Resultados de campo

---

En base a todas las consideraciones teóricas presentadas en el Capítulo 2 que se deben tener en cuenta para el control autónomo de un cuadricóptero, además de los resultados de simulación del comportamiento que se espera obtener al aplicar un controlador PID para estabilizar el vehículo a una altura y posición deseada, en este capítulo se muestran los resultados obtenidos al realizar pruebas experimentales utilizando la plataforma descrita en el Capítulo 4. Por otro lado, también se describen los experimentos y se analizan los resultados de implementar un sistema cooperativo de un par de vehículos aéreos para la misión de transporte de objetos con el fin de contrastar el estudio realizado en el Capítulo 3.

### 5.1. Escenario de pruebas

Debido a que se busca comprobar el comportamiento del cuadricóptero en ambientes no controlados (es decir fuera del laboratorio), se buscó un escenario en un ambiente de exteriores. No obstante, con el fin de evitar múltiples reflexiones que se pueden presentar en un ambiente de propagación donde hay construcciones, vegetación, terreno irregular etc., las cuales introducen variaciones en los niveles de señal recibida en los radios de las estaciones base en tierra y los cuadricópteros, se decidió entonces realizar las pruebas experimentales en la zona deportiva (particularmente el campo de fútbol) del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional mostrada en la Figura 5.1 con las siguientes coordenadas en el centro del campo de fútbol (**Latitud** 19.512601, **Longitud** -99.129563). Al ser este un escenario sin grandes edificios o árboles cercanos, se espera que las mediciones del GPS sean lo bastante estables para poder controlar la posición en el plano  $XY$ , sin embargo, es necesario considerar los errores de medición presentes en el GPS presentados en el Anexo A. Además, una de las principales ventajas de este lugar es el fácil acceso con el que se cuenta al encontrarse dentro de las mismas instalaciones de este centro de investigación. Finalmente, es importante mencionar que en todas las pruebas, el campo de fútbol mantuvo un nivel relativamente constante en la altura de su pasto de aproximadamente 5 cm, por lo que se puede considerar como un terreno con una rugosidad pequeña.

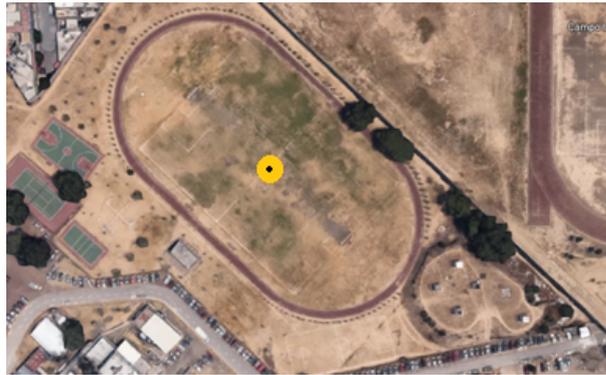


Figura 5.1: Zona deportiva del CINVESTAV Zacatenco

## 5.2. Resultados del control de un cuadricóptero

Las pruebas del control del cuadricóptero se realizaron durante diferentes días de los meses de junio y julio de 2017, principalmente alrededor del medio día con un cielo despejado y ráfagas de viento apenas perceptibles.

Al igual que la simulación presentada en el Capítulo 2, la prueba experimental aquí descrita se realizó en tres etapas:

- **Despegue:** el vehículo asciende a una altura de 0.8 m y se estabiliza en la posición (0,0) en el plano  $XY$  reduciendo los errores en la posición producidos por los errores iniciales debidos a la cercanía del cuadricóptero con el terreno.
  
- **Seguimiento de trayectoria:** se realiza un desplazamiento de 3 m en el eje  $X$ .
  
- **Aterrizaje:** una vez que se llega al punto final de la trayectoria (3,0) se busca estabilizar en ese punto para posteriormente proceder a descender hasta 0 metros dando por terminada la misión.

En estas etapas, se tomó en cuenta los errores de medición que existen por defecto en los sensores como el GPS utilizado para medir la posición sobre el plano  $XY$  (véase Anexo A) y los sensores relacionados con la estimación de la altura como el barómetro integrado en el controlador de vuelo Pixhawk y el sensor ultrasónico (véase Anexo B).

Las ganancias utilizadas para esta prueba se muestran en la Tabla 5.1. El valor de estas ganancias fueron sintonizadas realizando varias pruebas experimentales teniendo como base las obtenidas en la simulación del Capítulo 2.

| Control de altura | Control de posición |               | Control de orientación |                  |                 |
|-------------------|---------------------|---------------|------------------------|------------------|-----------------|
| $kp_z = 12$       | $kp_x = 1.65$       | $kp_y = 1.65$ | $kp_\theta = 1.7$      | $kp_\phi = 1.65$ | $kp_\psi = 3$   |
| $kd_z = 8.0$      | $kd_x = 1.0$        | $kd_y = 0.8$  | $kd_\theta = 0.6$      | $kd_\phi = 0.55$ | $kd_\psi = 2.5$ |
| $ki_z = 4.0$      | $ki_x = 0.85$       | $ki_y = 0.75$ | $ki_\theta = 0.5$      | $ki_\phi = 0.5$  | $ki_\psi = 1.5$ |

Tabla 5.1: Ganancias de los controladores PID utilizados en las pruebas experimentales del control de un cuadricóptero

En la Figura 5.2 se muestra la gráfica de altura que se obtuvo durante el vuelo experimental de un cuadricóptero utilizando un controlador PID con el fin de realizar un despegue autónomo para estabilizarse a una altura de 0.8 m. Como se puede observar, una vez que el vehículo alcanza la altura deseada se mantiene en la vecindad de dicha posición durante las tres etapas. Se debe considerar que debido a las características del sensor ultrasónico presentadas en el Capítulo 4, la distancia mínima reportada por el sensor es de 20 cm.

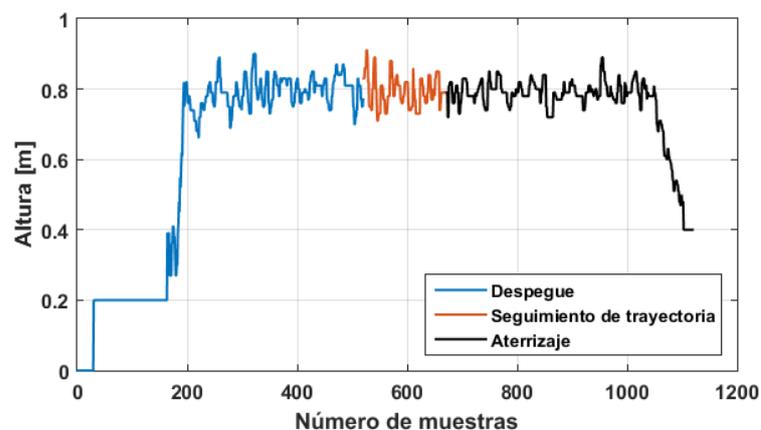


Figura 5.2: Gráfica de altura obtenida en la prueba experimental del vuelo de un cuadricóptero.

En la Tabla 5.2 se presentan los promedios y desviaciones estándar respecto a las mediciones de altura obtenidas durante el vuelo en cada una de las etapas. Estos datos solo consideran el tiempo en el que el vehículo se encuentra en el aire alcanzando ya la altura de 0.8 m, es decir, no se toman en cuenta las muestras iniciales y finales para el despegue y el aterrizaje, respectivamente. Así, para el cálculo de las estadísticas de la Tabla 5.2 se inicia en la muestra 200 y termina en la muestra 520 para la etapa del despegue, mientras que para el aterrizaje se inicia en la muestra 671 y termina en la muestra 1040.

| <b>Etapas de vuelo</b> | <b>Altura promedio [m]</b> | <b>Desviación estándar [m]</b> |
|------------------------|----------------------------|--------------------------------|
| Despegue               | 0.791                      | 0.438                          |
| Transición             | 0.788                      | 0.456                          |
| Aterrizaje             | 0.793                      | 0.309                          |

Tabla 5.2: Promedio y desviación estándar de la altura en cada una de las etapas

Por otro lado, se analizó el comportamiento del cuadricóptero en el plano  $XY$ . En la Figura 5.3 se muestra este comportamiento a través de la trayectoria obtenida por el cuadricóptero a partir de los datos obtenidos por el GPS para las tres etapas de la misión. En la primera etapa de despegue, el control del cuadricóptero trata de conservar la referencia de  $(0,0)$  con una variación de hasta 1 m (eliminando los errores iniciales de hasta 3 m en el eje  $Y$  discutidos más adelante), posteriormente se realiza el desplazamiento con el fin de posicionarse en el punto  $(3,0)$  para finalmente pasar a la etapa de aterrizaje. En esta última etapa el cuadricóptero presenta una variación de hasta 1.10 m.

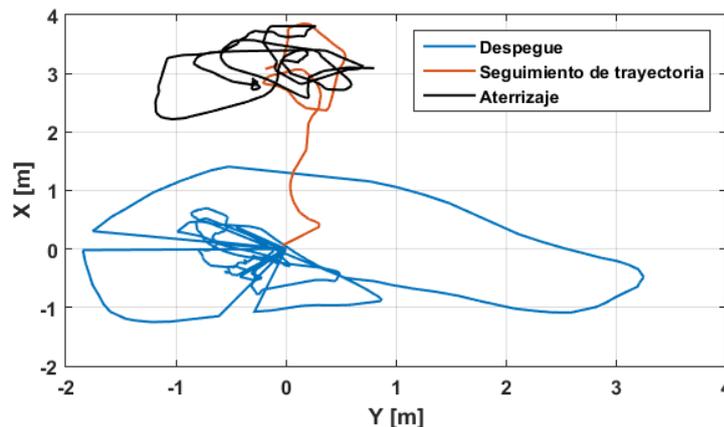


Figura 5.3: Gráfica de posición en el plano  $XY$  obtenida en la prueba experimental del vuelo de un cuadricóptero.

En cuanto al error de 3 m en el eje  $Y$  observado en la primera etapa de despegue, éste resulta ser demasiado grande en comparación con los resultados obtenidos en la simulación. Sin embargo, en la práctica existe una suma de factores que provocan este tipo de problemas los cuales son muy complejos de implementar en la simulación. Estos factores comprenden desde las perturbaciones generadas por el viento tanto de la atmosfera como las provocadas por el giro de las hélices del cuadricóptero, hasta el desbalance en la distribución del peso producido durante la construcción del vehículo, así como la ligera inclinación de algún motor. A pesar de esto, como se comentó antes, se puede observar que en la mayor parte del tiempo el error no es mayor a 1 m, el cual se puede considerar como un error normal cuando se utiliza este tipo de GPS (véase Anexo A).

Entonces, de acuerdo con los resultados mostrados en las Figuras 5.2 y 5.3, es posible decir que el controlador PID cumple con el objetivo al mantener el cuadricóptero en la posición

deseada variando en un intervalo aceptable para los sensores utilizados. Por lo tanto, se puede considerar que las pruebas experimentales realizadas para el control y navegación de un cuadricóptero a partir de un controlador PID en tiempo discreto resultan satisfactorias.

### 5.3. Resultados del transporte de un objeto usando dos cuadricópteros

Con el fin de contrastar los resultados de simulación expuestos en el Capítulo 3 en relación a un sistema de dos cuadricópteros transportando una cierta carga común, se procedió a implementar un sistema cooperativo conformado por dos cuadricópteros unidos por una barra rígida, la cual actúa como la carga a transportar por ambos vehículos. Para representar esta barra se utilizó una lámina de acero con medidas de  $1/4'' \times 1''$ , una longitud de 1 m y un peso de 920 g (véase Figura 5.4).



Figura 5.4: Implementación del sistema cooperativo de dos cuadricópteros.

En cuanto a los cuadricópteros, el primero de ellos pesa 1.47 kg y presenta las mismas características que se mostraron en el Capítulo 4, con una carga útil de aproximadamente 600 g según las pruebas realizadas en el Capítulo 3. Por otro lado, el segundo cuadricóptero pesa 1.41 kg, está compuesto por los mismos elementos que el primer cuadricóptero, a excepción del sensor ultrasónico, debido a que en ese momento no se contaba con dos sensores del mismo modelo. Dado que la respuesta de este sensor no resulta confiable (lo cual es atribuido a las mediciones atípicas, las cuales aparecen con una mayor frecuencia comparadas al sensor utilizado en el primer cuadricóptero) para estimar la altura del segundo cuadricóptero se utiliza una relación trigonométrica al conocer la distancia entre los vehículos (1 m considerando la longitud de la barra) y el ángulo *roll* del sistema. Vale la pena mencionar que en este sistema

se implementó la estrategia de estructura virtual descrita en el Capítulo 3, de esta manera se pretende coordinar el vuelo de ambos cuadricópteros.

Durante la implementación del sistema descrito anteriormente, se presentaron algunos problemas respecto a las mediciones que reportaban los sensores montados en cada uno de los cuadricópteros. Al estar ambos vehículos acoplados por la lámina de acero, se esperaba que tuvieran la misma inclinación los ángulos *roll* y *pitch*. Sin embargo, se observaron diferencias significativas en los valores no solo de estos ángulos, sino también en el ángulo *yaw* como se muestra en la Figura 5.5, donde se presentan las gráficas obtenidas por las mediciones de los ángulos reportadas por cada uno de los cuadricópteros. Como consecuencia, se tiene que el movimiento realizado por el segundo cuadricóptero para compensar los errores registrados pueden provocar una perturbación hacia el primer cuadricóptero mayor a la esperada, con lo que se dificulta la posibilidad de estabilizar ambos vehículos en vuelo. Los valores resultantes de los ángulos *roll* y *pitch* para el segundo cuadricóptero se deben a la falta de calibración de algunos sensores provocados por el continuo desgaste de las plataformas utilizadas.

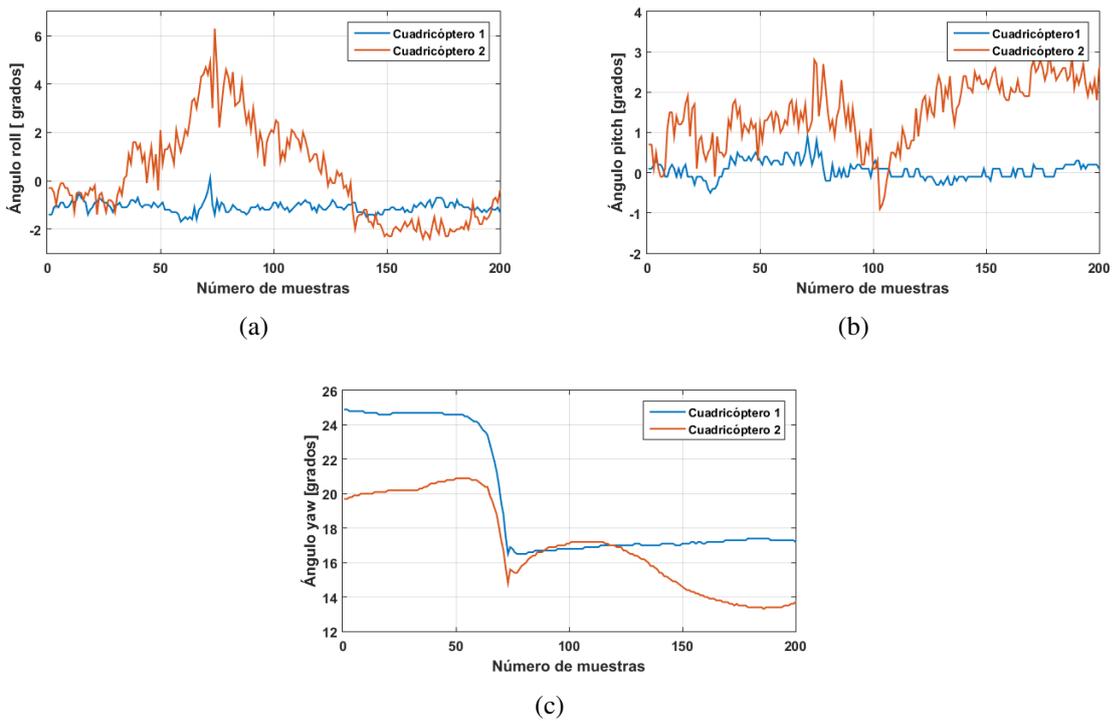


Figura 5.5: Gráficas de los ángulos obtenidos durante las pruebas experimentales del sistema cooperativo: a) Ángulo *roll*, b) ángulo *pitch*, c) ángulo *yaw*.

Como siguiente prueba se procedió a que el sistema coordinado levantará la barra de 920 g y lograra estabilizarse a una altura de 0.8 m durante cierto tiempo como se hizo con un solo cuadricóptero (veáse Capítulo 3). El resultado de esta prueba se muestra en la Figura 5.6, donde se puede observar que ambos cuadricópteros presentan un comportamiento muy similar y logran levantar la carga bajo estudio. Sin embargo, el vuelo logrado mediante pruebas experimentales como puede observarse en la gráfica, nunca logra mantenerse estable a una altura constante por

mucho tiempo. Considerando que las muestras están dadas a una tasa de muestreo de  $T = 0.1$  s, se puede decir que el tiempo en el que estuvo en el aire no fue mayor a 7 segundos antes de desplomarse debido a la inestabilidad del sistema cooperativo. Esto se debe a que ninguno de los cuadricópteros fue capaz de compensar las perturbaciones generadas por el otro vehículo.

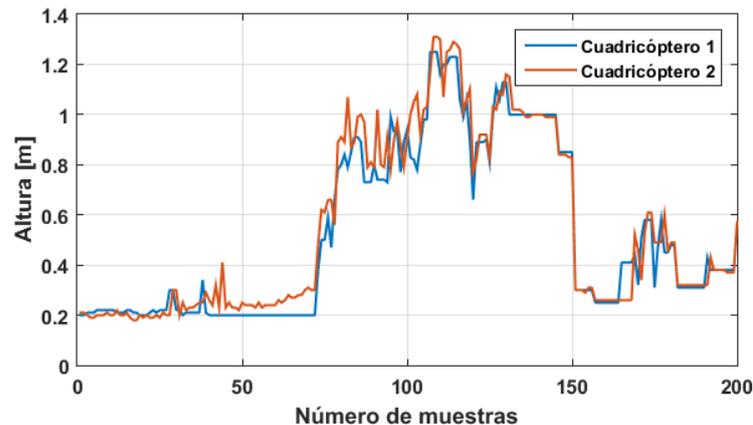


Figura 5.6: Gráfica de altura obtenida a través de las pruebas experimentales de un sistema cooperativo.

Debido a que no fue posible lograr un vuelo estable a una referencia de altura constante coordinando ambos cuadricópteros, entonces tampoco fue posible hacer la segunda etapa de la misión donde se pretendía realizar un seguimiento de trayectoria sobre el plano  $XY$ , por lo que la misión de transporte de un objeto no fue logrado con éxito con las plataformas utilizadas.

Sería posible utilizar algunas estrategias para resolver los problemas de las mediciones obtenidas en las pruebas aquí presentadas, sin embargo, por cuestiones del tiempo utilizado para la realización del presente trabajo de tesis, se ha decidido concluir con los resultados obtenidos hasta el momento, dejando para trabajo futuro a realizar la búsqueda de las soluciones las cuales puedan garantizar la coordinación en vuelo de ambos cuadricópteros a partir de modificar las estrategias de control aquí utilizadas o, en su defecto, el uso de diferentes plataformas donde la información del estado del sistema sea retroalimentada de una forma más confiable.

Una posible estrategia es recurrir a cámaras que proporcionen imágenes con las cuales, junto con la información de los sensores ultrasónicos y barómetros, se tenga mejor precisión en las variables involucradas para la estabilización del sistema coordinado, ampliando así la fusión de datos a costa de incrementar la complejidad. También será necesario que se cuente con plataformas que no hayan sufrido demasiado desgaste en su estructura mecánica, ya que éste puede introducir ciertas descalibraciones en las mediciones referentes al estado del sistema. Mientras estas mediciones no sean confiables ninguna estrategia de control será capaz de estabilizar el cuadricóptero al grado de asegurar el nivel de coordinación necesario para la realización de este tipo de misiones.



# Conclusiones y trabajo futuro

---

El objetivo del presente trabajo de tesis fue el de revisar y analizar los estudios relacionados con la cooperación de múltiples vehículos aéreos existentes en la actualidad. A partir de la información recabada se propone realizar el estudio de un sistema compuesto de  $N$  vehículos aéreos con el fin de levantar y transportar de forma autónoma objetos cuyas características superan los límites de carga para un solo vehículo, demostrando así las ventajas de la cooperación entre múltiples vehículos para el cumplimiento de un objetivo en común.

Los vehículos aéreos no tripulados utilizados para la implementación del sistema cooperativo del presente trabajo de tesis fueron dos cuadricópteros con características similares. Para comprender el funcionamiento de este tipo de vehículos, se realizó el estudio de su modelo dinámico definiendo las fuerzas y pares que actúan sobre el sistema, esto basado en el método de Euler- Lagrange. Asimismo se seleccionó un controlador PID para garantizar la estabilización de cada cuadricóptero en todo momento, así como su navegación autónoma.

A través de simulación se pudo corroborar que la estrategia de control seleccionada es eficaz cuando se desea controlar un cuadricóptero de forma autónoma. Los resultados obtenidos en la simulación afirmaron que el vehículo es capaz de seguir la trayectoria de referencia sobre los ejes  $XYZ$ , manteniendo al mínimo las perturbaciones generadas en los ángulos de Euler *pitch*, *roll* y *yaw*.

Con el fin de validar la estrategia de control, se realizaron un conjunto de pruebas experimentales, donde se utilizó como plataforma de pruebas un vehículo cuadricóptero con un peso de 1.47 kg. La plataforma cuenta con un controlador de vuelo el cual utiliza una unidad de medición inercial para conocer la posición angular del vehículo. La posición en el plano  $XY$  se obtiene por medio de un GPS comercial el cual presenta errores de medición de hasta 1.2 m en cada uno de los ejes, lo cual correspondió con los errores observados en el seguimiento de trayectoria de las pruebas experimentales. Para la medición de altura se utilizó un sensor ultrasónico con resolución de una pulgada pero con un alcance máximo de detección de 6.45 m limitando así la altura de vuelo.

Los resultados obtenidos en las pruebas realizadas con la plataforma experimental demostraron la efectividad del control PID al obtener un comportamiento estable durante el vuelo y completando la trayectoria deseada. Los errores reportados estuvieron dentro de lo esperado considerando las características de los sensores utilizados. No obstante, con mejoras en la

precisión y resolución de futuros sensores, se puede esperar lograr resultados con menores errores en la trayectoria del vehículo.

Además, se realizaron pruebas al agregar cargas de diferente peso al vehículo, verificando así que la estrategia de control usada proporciona la capacidad al cuadricóptero de elevarse a la altura deseada sin importar el peso agregado por la carga, siempre y cuando dicho peso se encuentre bajo el límite de carga del cuadricóptero, el cual se aproximó a 600 g para la plataforma utilizada.

Finalmente, habiendo demostrado que la estrategia de control utilizada para el vuelo de un cuadricóptero es efectiva, se procedió a realizar las pruebas experimentales del sistema cooperativo implementado en el presente trabajo de tesis. Utilizando como plataforma experimental dos cuadricópteros compuestos por prácticamente los mismos elementos, y sujetos a una carga con un peso mayor al límite de carga establecido para cualquiera de los vehículos por separado, (se utilizó una lámina de acero con un peso de 920 g), se observó el comportamiento experimental de un sistema cooperativo.

Aun cuando ambos vehículos lograron levantarse con una carga de 920 g, quedando demostrada la ventaja de usar la cooperación entre múltiples vehículos para la misión de transporte aéreo, lamentablemente, la complejidad de coordinar el vuelo de ambos vehículos sobrepasa la capacidad de la plataforma utilizada. Uno de los principales factores por lo que no es posible realizar esta misión con las plataformas utilizadas, se debe a los errores de medición presentes en los sensores utilizados para medir el estado de cada vehículo. Debido a estos errores se vuelve imposible el mantener ambos vehículos a una distancia constante uno del otro. Además, debido a la naturaleza del sensor ultrasónico utilizado, ya que la distancia mínima que es capaz de registrar el sensor es de 20 cm, entonces, se vuelve imposible coordinar el despegue de ambos vehículos. Como consecuencia un cuadricóptero tiende a subir más rápido que el otro, lo cual provoca inestabilidad en el sistema desde la primera etapa del despegue complicando el trabajo del controlador encargado de mantener a ambos vehículos a una misma altura.

Por otro lado, el desfase entre las mediciones de los ángulos de Euler de ambos vehículos, provoca que un cuadricóptero en su búsqueda de estabilizarse realice movimientos tales que terminan perturbando al otro cuadricóptero. Por lo tanto, no fue posible realizar un vuelo coordinado con la plataforma utilizada. Sin embargo, la simulación realizada indica que es posible cumplir la misión de interés con la estrategia de control seleccionada siempre y cuando se tenga la información suficiente del estado de cada vehículo. Entonces a partir de lo anterior las posibles líneas de continuación del trabajo realizado en la presente tesis serían:

*-Realizar seguimientos de trayectorias más complejas:* Hasta ahora solo se realizó el seguimiento de una trayectoria recta a una altura constante, sin embargo, es necesario asegurar que el cuadricóptero es capaz de seguir trayectorias con variaciones de altura, realizar movimientos circulares, trayectorias variables, etc.

*-Control del cuadricóptero mediante retroalimentación visual:* Hacer uso de un sistema de visión con el fin de implementar estrategias de control que permitan dirigir el cuadricóptero a

---

---

partir de las imágenes capturadas durante el vuelo.

*-Evasión de obstáculos del sistema cooperativo:* Una vez se logre el vuelo estable del sistema cooperativo propuesto, sería posible implementar alguna estrategia de localización de obstáculos para posteriormente realizar las maniobras necesarias, manteniendo la coordinación en todo momento, para evadir dicho obstáculo.

*Acople y desacople automático de la carga:* En el sistema cooperativo de dos cuadricópteros propuesto en el presente trabajo, ambos vehículos se encuentran acoplados a la carga en todo momento. Se pretende posteriormente que los vehículos tengan la capacidad de acoplarse por si solos antes de iniciar la misión y desacoplarse después de completarla.



# Apéndice A

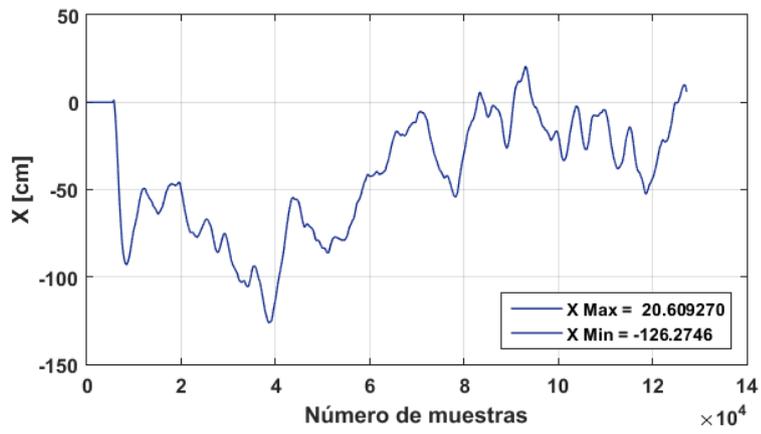
---

La estimación de la posición del cuadricóptero sobre el plano  $XY$  en el presente trabajo de tesis se realiza utilizando la biblioteca *InertialNavEKF*, la cual forma parte del controlador de vuelo Pixhawk. Para dicha estimación se utiliza una fusión de los datos obtenidos del 3DR uBlox GPS junto con los diversos sensores con los que cuenta el PixHawk:

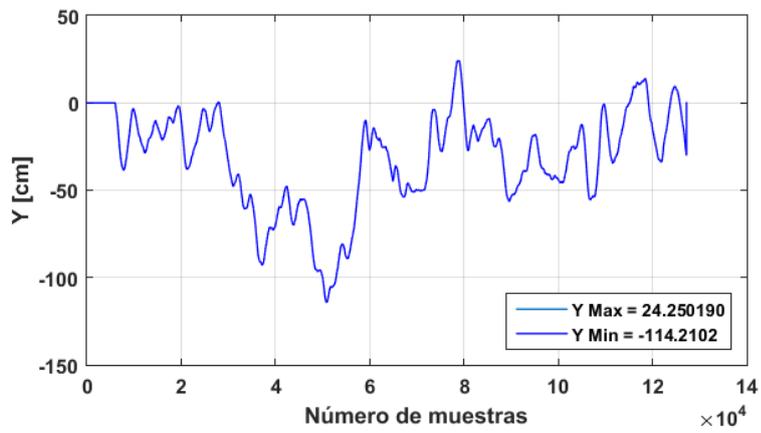
- Barómetro MS5611 de la empresa *MeasurementSpecialties*.
- Acelerómetro/Giroscopio MPU6000 de la empresa *Invensense*.
- Acelerómetro/Magnetómetro de 14 bits LSM303D de la empresa *STMicroelectronics*.
- Giroscopio de 16 bits L3GD20H de la empresa *STMicroelectronics*.

Con el fin de comprobar la confiabilidad de la estimación obtenida (en particular en lo concerniente a los errores presentes en la estimación de posición), se realizaron pruebas experimentales donde el vehículo se mantenía completamente estático en un punto de origen llamado *Home*. Estas pruebas se llevaron a cabo durante el mes de junio de 2017 a campo abierto en las instalaciones deportivas del CINVESTAV, con una duración de aproximadamente 10 minutos, bajo condiciones de cielo completamente despejado, y cuyos resultados se explican a continuación.

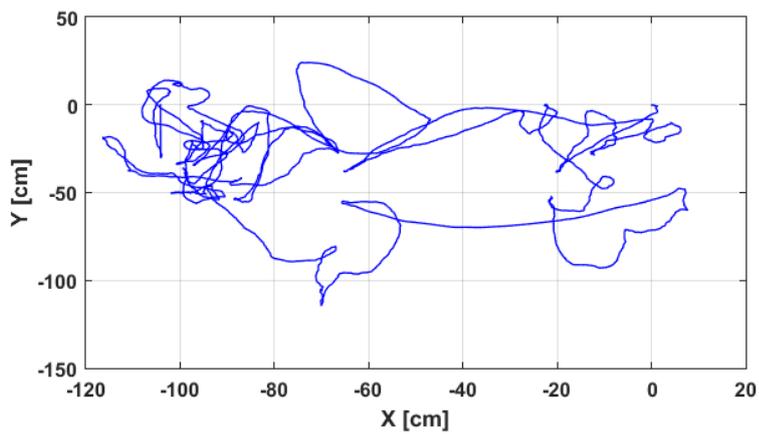
En la Figura 5.7 se muestran las posiciones estimadas en la prueba realizada, para los ejes  $X$  (Figura 5.7(a)),  $Y$  (Figura 5.7(b)) y el plano  $XY$  (Figura 5.7(c)). En general, se puede observar que la estimación de posición tiene errores máximos aproximados de 1.2 m tanto en el eje  $X$  como en el eje  $Y$ , con esto se puede considerar el 3DR uBlox GPS como una opción viable para la estimación de posición en el plano  $XY$ , con ello es posible realizar el control de posición de un cuadricóptero para el seguimiento de una trayectoria deseada. Por lo tanto, este es el método de estimación para las pruebas experimentales del presente trabajo de tesis.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.7: Estimación de posición: a) Posición en el eje X, b) posición en el eje Y, c) posición en el plano XY

## Apéndice B

---

Por lo general los sensores ultrasónicos presentan un gran problema cuando se utilizan sobre superficies rugosas como por ejemplo el pasto. En este tipo de superficies aparecen mediciones erróneas conocidas como valores atípicos (*outliers* en inglés) las cuales pueden afectar significativamente el control del cuadricóptero. En el caso particular del sensor Maxbotix LV-MaxSonar-EZ0 la frecuencia de aparición de *outliers* resulta menor comparada con otros modelos de la misma marca, sin embargo, la existencia de estos valores atípicos es un factor a tomar en cuenta al trabajar con este tipo de sensores.

Por otro lado, el controlador de vuelo Pixhawk cuenta con un barómetro marca MS5611 de la empresa *MeasurementSpecialties*, cuyas mediciones de altura tienden a ser muy inestables debido a la diferencia de presiones generadas por las hélices.

Las respuestas de estos sensores de altitud se obtuvieron en unas pruebas de campo, donde ambos sensores se ajustaron a una altura de referencia de 1.2 m. El resultado de ambas respuestas se presenta en la Figura 5.8, donde se puede observar por parte del sensor ultrasónico como prácticamente éste sigue la referencia y con muy poca variación, pero a la vez en algunas muestras aleatorias se presentan mediciones con mayor variación, también aleatoria a las que se hace referencia como valores atípicos (el ejemplo más obvio en esta prueba fue el valor de 2.7 m). Por otro lado, en cuanto a la respuesta del barómetro, se puede observar que ésta siempre está por debajo de la altura de referencia con una media de 0.33 m y desviación estándar de 0.11 m haciendo estas mediciones poco confiables.

A pesar de los problemas presentados por ambos sensores, se puede utilizar la información obtenida por estos para obtener una medición más confiable. Si se considera que las mediciones fueron tomadas a una tasa de muestreo de  $T = 0.1$  s, es posible obtener las velocidades del cuadricóptero que registraron cada uno de los sensores lo cual se presenta en la Figura 5.9.

Recordando que ambos sensores se mantuvieron a una altura constante de 1.2 m durante la totalidad de la prueba, se puede suponer que la velocidad real fue de 0 m/s. Por parte del sensor Maxbotix se visualiza grandes cambios de velocidad cuando los valores atípicos aparecen, mientras que el barómetro registra movimientos más estables. Esto indica que aun cuando las mediciones del barómetro suelen ser incorrectas, las variaciones entre las muestras son pequeñas cuando se mantiene estático.

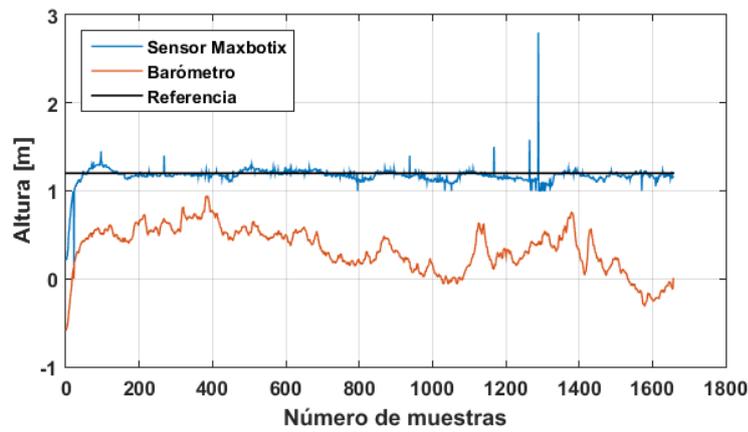


Figura 5.8: Gráfica comparativa entre las alturas obtenidas por el sensor Maxbotix y el barómetro

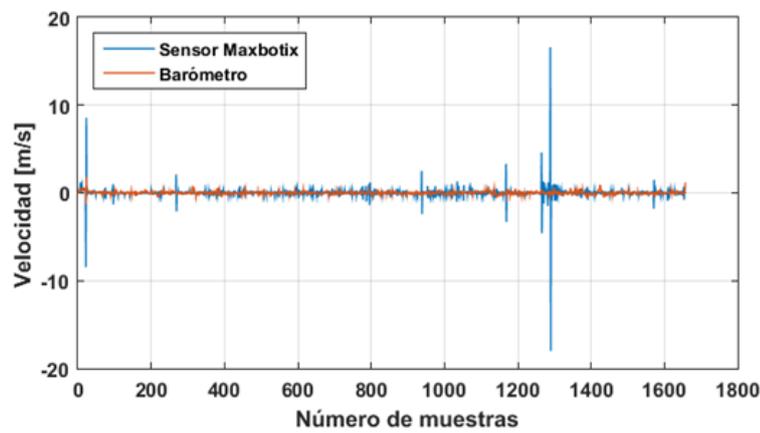


Figura 5.9: Gráfica de velocidades generadas por las mediciones del sensor Maxbotix y del barómetro

A partir de esta información se decidió utilizar el barómetro para filtrar los valores atípicos de altura del sensor ultrasónico comparando las velocidades de ambos sensores. En la Figura 5.10 se muestra el resultado de utilizar esta estrategia, donde se puede apreciar que se logra una estimación confiable de la altura del vehículo con una media de 1.17 m y desviación estándar de 0.04 m.

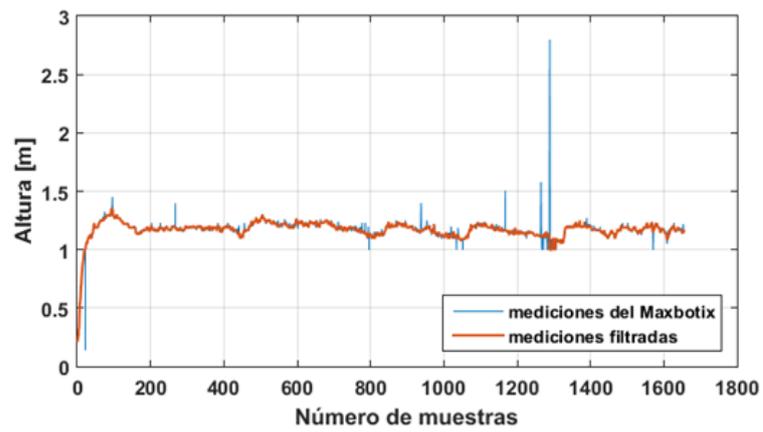


Figura 5.10: Gráfica de la estimación de altura a partir del sensor Maxbotix y el barómetro usado como filtro.



# Bibliografía

---

- [1] Varios Autores. Lightinthebox.com. url=<https://www.lightinthebox.com>, 2006-2017. Accessed: 2016-11-14.
- [2] Varios Autores. Parrot s.a. url=<https://www.parrot.com>, 2017. Accessed: 2016-11-14.
- [3] Varios Autores. Wright-brothers.org. url=<http://www.wright-brothers.org/>, 1999-2015. Accessed: 2016-11-14.
- [4] Varios Autores. Kable. url=<http://www.naval-technology.com>, 2017. Accessed: 2016-11-14.
- [5] Pedro Castillo, Rogelio Lozano, and Alejandro E. Dzul. *Modelling and control of mini-flying machines*. Physica-Verlag, 2005.
- [6] Frank L Lewis. *Applied optimal control and estimation*. Prentice Hall PTR, 1992.
- [7] Douglas M Marshall, Richard K Barnhart, Eric Shappee, and Michael Thomas Most. *Introduction to unmanned aircraft systems*. CRC Press, 2015.
- [8] Hui-Min Huang, James Albus, Elena Messina, Robert Wade, and Woody English. Specifying autonomy levels for unmanned systems: Interim report. In *SPIE Defense and Security Symposium*, 2004.
- [9] Yue Chao Wang and Jin Guo Liu. Evaluation methods for the autonomy of unmanned systems. *Chinese science bulletin*, 57(26):3409–3418, 2012.
- [10] Josep Guerrero and Rogelio Lozano. *Flight formation control*. John Wiley & Sons, 2012.
- [11] Markus Bernard, Konstantin Kondak, Ivan Maza, and Anibal Ollero. Autonomous transportation and deployment with aerial robots for search and rescue missions. *Journal of Field Robotics*, 28(6):914–931, 2011.
- [12] Qimi Jiang and Vijay Kumar. The inverse kinematics of cooperative transport with multiple aerial robots. *IEEE Transactions on Robotics*, 29(1):136–145, 2013.
- [13] Abdulghafoor Salehzadeh Aghdam, Mohammad B Menhaj, Farshad Barazandeh, and Farzane Abdollahi. Cooperative load transport with movable load center of mass using multiple quadrotor UAVs. pages 23–27. IEEE, 2016.

- 
- [14] Shicong Dai, Taeyoung Lee, and Dennis S Bernstein. Adaptive control of a quadrotor UAV transporting a cable-suspended load with unknown mass. In *Decision and Control (CDC), 2014 IEEE 53rd Annual Conference on*, pages 6149–6154. IEEE, 2014.
- [15] Daniel P Scharf, Fred Y Hadaegh, and Scott R Ploen. A survey of spacecraft formation flying guidance and control. Part II: Control. volume 4, pages 2976–2985. IEEE, 2004.
- [16] Fred Y Hadaegh, Ali R Ghavimi, Gurkirpal Singh, and Marco Quadrelli. A centralized optimal controller for formation flying spacecraft. *International Conference on Intelligent Technologies; Bangkok, Thailand*, 2000.
- [17] David Folta, J Russell Carpenter, and Christoph Wagner. Formation flying with decentralized control in libration point orbits. *NASA Goddard Space Flight Center; Greenbelt, MD United States*, 2000.
- [18] William B Dunbar and Richard M Murray. Model predictive control of coordinated multi-vehicle formations. In *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, volume 4, pages 4631–4636. IEEE, 2002.
- [19] JK Hedrick, Masayoshi Tomizuka, and P Varaiya. Control issues in automated highway systems. *IEEE Control Systems*, 14(6):21–32, 1994.
- [20] Michael Tillerson, Louis Breger, and Jonathan P How. Distributed coordination and control of formation flying spacecraft. In *Proc. Amer. Control Conf*, volume 2, pages 1740–1745, 2003.
- [21] Varios Autores. Mappinggis. url=<http://mappinggis.com/>, 2017. Accessed: 2016-11-14.
- [22] Rafael Kelly and Víctor Santibáñez. *Control de movimiento de robots manipuladores*. Pearson Educación, 2003.
- [23] Katsuhiko Ogata. *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 2003.
- [24] Katsuhiko Ogata. *Sistemas de control en tiempo discreto*. Pearson Educación, 1996.
- [25] Raja Parasuraman, Thomas B Sheridan, and Christopher D Wickens. A model for types and levels of human interaction with automation. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 30(3):286–297, 2000.
- [26] Borhen Marzougui, Khaled Hassine, and Kamel Barkaoui. Method for verification of a multi agents system. In *Intelligent Systems, Modelling and Simulation (ISMS), 2011 Second International Conference on*, pages 62–65. IEEE, 2011.
- [27] Xin-min Dong, Yue-jian Xu, and Bo Chen. Progress and challenges in automatic aerial refueling. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 6:002, 2008.
- [28] Luis Rodolfo García Carrillo, Alejandro Enrique Dzul López, Rogelio Lozano, and Claude Pégard. *Quad rotorcraft control: vision-based hovering and navigation*. Springer Science & Business Media, 2012.
-

- 
- [29] Guangping Qi, Zongyou Xiang, Bo Lu, Hu Zhou, and Wenting Li. One virtual structure formation control approach based on RRT and fuzzy control algorithm. In *Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC), 2016 IEEE Chinese*, pages 492–497. IEEE, 2016.
- [30] Kar-Han Tan and M Anthony Lewis. Virtual structures for high-precision cooperative mobile robotic control. In *Intelligent Robots and Systems' 96, IROS 96, Proceedings of the 1996 IEEE/RSJ International Conference on*, volume 1, pages 132–139. IEEE, 1996.
- [31] L Peppard. String stability of relative-motion PID vehicle control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(5):579–581, 1974.
- [32] Sergio Dominguez, Pascual Campoy, and José María Sebastián. *Control en el espacio de estado*. Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, 2000.
- [33] Francisco Carmona Pastor. *Manual del transportista*. Ediciones Díaz de Santos, 2005.
- [34] Varios Autores. boeing.com. url=<https://www.boeing.com>, 1995-2017. Accessed: 2017-12-04.
- [35] Varios Autores. Pixhawk. url=<https://pixhawk.org/>, 2017. Accessed: 2016-12-15.
- [36] Varios Autores. Hobbyking. url=<https://hobbyking.com/>, 2017. Accessed: 2016-12-15.
- [37] Varios Autores. Raspberry. url=<https://www.raspberrypi.org>, 2017. Accessed: 2016-12-15.
- [38] Andrew S Tanenbaum. *Redes de computadoras*. Pearson Educación, 2003.
- [39] William Stallings. *Comunicaciones y redes de computadores*. Pearson Educación,, 2004.
- [40] Carlos Valdivia. Redes telemáticas. *Ediciones Paraninfo. SA*, 2011.
- [41] Rogelio Lozano. *Unmanned aerial vehicles: Embedded control*. John Wiley & Sons, 2013.
- [42] Varios Autores. taoglas antenna solutions. url=<http://http://www.taoglas.com/>, 2018. Accessed: 2018-01-16.
- [43] Varios Autores. Maxbotix. url=<https://www.maxbotix.com/>, 2017. Accessed: 2018-01-16.
- [44] harris Aerial. Wright-brothers.org. url=<http://www.harrisaerial.com>, 2017. Accessed: 2017-01-16.
- [45] ME Guerrero, DA Mercado, R Lozano, and CD García. Passivity based control for a quadrotor UAV transporting a cable-suspended payload with minimum swing. In *Decision and Control (CDC), 2015 IEEE 54th Annual Conference on*, pages 6718–6723. IEEE, 2015.
-

- [46] Jorge Gómez, Balderas José, and Pérez César. Anexo B “Hardware del Sistema” de los proyectos PICCO1077 y 396/2010, Red de comunicaciones Ad Hoc para monitoreo de servicios públicos en las viviendas del Distrito Federal. In *Fase II: Red de monitoreo del servicio eléctrico del CINVESTAV ZACATENCO, Instituto de Ciencia y Tecnología del Distrito Federal*.
-