



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS  
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**Unidad Zacatenco**

Programa de:

**Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina**

**“EXOESQUELETOS PARA REHABILITACIÓN  
CON ARTICULACIONES ELÁSTICAS”**

**T E S I S**

Que presenta

**Yukio Rosales Luengas**

Para obtener el grado de

**Doctor en Ciencias**

En

**Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina**

Directores de la Tesis:

**Dr. Jesús Ricardo López Gutiérrez**

**Dr. Sergio Rosario Salazar Cruz**

**Dr. Rogelio Lozano Leal**

México, D.F.

Febrero, 2020



*A la memoria de mi padre,  
con todo mi amor.*

*"El xinja no halla la felicidad en las cosas de este mundo, porque no duran.  
No halla la felicidad en las cosas eternas, porque no hay cosas eternas.  
Halla la felicidad en la nada absoluta."*

Robert Shea; Shiké, Samurais, Dragones Y Zinjas.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco al CONACYT el haberme brindado el apoyo económico necesario.



## RESUMEN

La pérdida o ausencia de la capacidad de caminar es un evento devastador que afecta física y psicológicamente tanto al individuo que la padece como al núcleo familiar en él que se desenvuelve. Actualmente, se desarrollan nuevas estrategias de rehabilitación, tales como órtesis pasivas y activas, así como, estimulación eléctrica funcional (FES), las cuales nacen gracias a la ingeniería de rehabilitación. En la categoría de órtesis activas, se encuentran los exoesqueletos, dispositivos colocados de manera externa en el cuerpo humano para potencializar la fuerza del individuo. Esta tesis presenta el diseño mecánico, el modelado, la construcción, la instrumentación y el control de un exoesqueleto, con articulaciones flexibles, de 4 grados de libertad para tren inferior de un infante perteneciente a la población latinoamericana. Así mismo se presenta el desarrollo del control de un exoesqueleto de hombro para rehabilitación, su implementación y los resultados experimentales. Los exoesqueletos estarán destinados a usarse en la rehabilitación de pacientes que han perdido sus capacidades motoras en sus miembros, ya sean causadas por accidentes, por defectos de nacimiento o por alguna enfermedad.

## Abstract

The loss or absence of the ability to walk is a devastating event that physically and psychologically affects both the individual who suffers it and the family nucleus in which it develops. Currently, new rehabilitation strategies are developed, such as passive and active orthoses, as well as functional electrical stimulation (FES), which are born thanks to rehabilitation engineering. In the category of active orthoses, there are exoskeletons, devices placed externally in the human body to potentiate the strength of the individual. This thesis presents the mechanical design, modeling, construction, instrumentation and control of an exoskeleton, with flexible joints, with 4 degrees of freedom for the lower train of an infant belonging to the Latin American population. Likewise, the development of the control of a shoulder exoskeleton for rehabilitation, its implementation and the experimental results are presented. Exoskeletons will be intended for use in the rehabilitation of patients who have lost their motor abilities in their members, whether caused by accidents, birth defects or illness.

# ÍNDICE GENERAL

|   |          |
|---|----------|
| DEDICATORIA                             | III      |
| AGRADECIMIENTOS                         | V        |
| RESUMEN                                 | VII      |
| ABSTARCT                                | VIII     |
| ÍNDICE GENERAL                          | IX       |
| ÍNDICE DE FIGURAS                       | XI       |
| ÍNDICE DE TABLAS                        | XIII     |
| <b>1. INTRODUCCIÓN</b>                  | <b>1</b> |
| 1.1. Motivación . . . . .               | 2        |
| 1.2. Problema General . . . . .         | 5        |
| 1.3. Propuesta de Solución . . . . .    | 5        |
| 1.4. Objetivos del Proyecto . . . . .   | 5        |
| 1.4.1. Objetivo General . . . . .       | 5        |
| 1.4.2. Objetivos Específicos . . . . .  | 6        |
| 1.5. Organización de la Tesis . . . . . | 6        |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>2. MARCO TEÓRICO</b>   | <b>9</b>  |
| 2.1. Anatomía de la Sección Medial Inferior del Cuerpo . . . . .    | 9         |
| 2.1.1. Movimientos de las Articulaciones . . . . .                  | 11        |
| 2.1.2. Músculos de las Extremidades Inferiores . . . . .            | 13        |
| 2.1.3. La Marcha Humana Normal . . . . .                            | 15        |
| 2.1.4. Ciclo de Marcha . . . . .                                    | 16        |
| 2.2. Lesiones y Patologías de las Extremidades Inferiores . . . . . | 17        |
| 2.2.1. Lesiones de la cadera . . . . .                              | 20        |
| 2.2.2. Lesiones de la rodilla . . . . .                             | 21        |
| 2.2.3. Lesiones del tobillo . . . . .                               | 21        |
| 2.2.4. Afecciones de la marcha que producen paraplejia . . . . .    | 21        |
| 2.3. Modelo y Parámetros del Cuerpo Humano . . . . .                | 23        |
| 2.3.1. Modelo Humano . . . . .                                      | 23        |
| 2.3.2. Parámetros Inerciales . . . . .                              | 25        |
| 2.3.3. Simulación con Modelo Musculoesquelético . . . . .           | 27        |
| <br>  |           |
| <b>3. ANTECEDENTES</b>  | <b>33</b> |
| 3.1. Reseña Histórica . . . . .                                     | 33        |
| 3.2. Nivel Nacional . . . . .                                       | 35        |
| 3.3. Estado del Arte . . . . .                                      | 36        |
| <br>  |           |
| <b>4. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL EXOESQUELETO</b>                    | <b>39</b> |
| 4.1. Consideraciones de Diseño . . . . .                            | 39        |
| 4.2. Diseño Mecánico del Exoesqueleto . . . . .                     | 40        |
| 4.2.1. Piernas del Exoesqueleto . . . . .                           | 40        |
| 4.2.2. Sistema de Levantamiento del Exoesqueleto . . . . .          | 48        |
| 4.2.3. Diseño Terminado . . . . .                                   | 50        |
| 4.3. Análisis de Esfuerzos . . . . .                                | 53        |

|  |            |
|--|------------|
| <i>ÍNDICE GENERAL</i>  | XI         |
| 4.4. Construcción del Exoesqueleto . . . . .                         | 55         |
| <b>5. MODELOS DINÁMICOS</b>  | <b>61</b>  |
| 5.1. Exoesqueleto de Piernas con Articulaciones Flexibles . . . . .  | 61         |
| 5.2. Exoesqueleto de Hombro . . . . .                                | 73         |
| <b>6. CONTROL AUTOMÁTICO</b>   | <b>85</b>  |
| 6.1. Exoesqueleto de Piernas . . . . .                               | 85         |
| 6.1.1. Control por Aproximación Backstepping . . . . .               | 85         |
| 6.1.2. Modelo Matemático del Patrón de Marcha . . . . .              | 90         |
| 6.1.3. Evaluación Numérica del Control por Aproximación Backstepping | 92         |
| 6.2. Exoesqueleto de Hombro . . . . .                                | 97         |
| 6.2.1. Control PD + Adaptación de Gravedad . . . . .                 | 97         |
| 6.2.2. Control por Modos Deslizantes Adaptable . . . . .             | 100        |
| 6.2.3. Evaluación Numérica de Controladores Para Hombro . . . . .    | 103        |
| <b>7. RESULTADOS</b>   | <b>107</b> |
| 7.1. Piernas . . . . .   | 107        |
| 7.1.1. Implementación del Control . . . . .                          | 107        |
| 7.1.2. Evaluación Experimental . . . . .                             | 110        |
| 7.2. Hombro . . . . .  | 113        |
| 7.2.1. Evaluación Experimental . . . . .                             | 113        |
| <b>8. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO</b>                              | <b>117</b> |
| 8.1. Conclusiones . . . . .  | 117        |
| <b>A. ARTÍCULO</b>   | <b>121</b> |
| <b>B. CARACTERÍSTICAS Y PROPIEDADES DE COMPONENTES</b>               | <b>123</b> |
| B.1. Aluminio 6061-T6 . . . . .                                      | 124        |

|                                |            |
|--------------------------------|------------|
| B.2. Nylamid . . . . .         | 125        |
| <b>C. IMPLEMENTACIÓN</b>       | <b>127</b> |
| C.1. Instrumentación . . . . . | 127        |
| <b>BIBLIOGRAFÍA</b>            | <b>135</b> |





# ÍNDICE DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| 2.1. Planos posición anatómica. . . . .   | 10 |
| 2.2. Huesos y articulaciones que conforman las extremidades inferiores. . . .   | 11 |
| 2.3. Movimientos de articulaciones de miembro inferior. . . . .   | 12 |
| 2.4. Músculos de miembro inferior. . . . .  | 14 |
| 2.5. Ciclo de marcha. . . . .   | 17 |
| 2.6. Segmentos del modelo humano. . . . .   | 24 |
| 2.7. Dimensiones antropométricas de la población mexicana para un niño de<br>10 años de edad. . . . .   | 26 |
| 2.8. Transformación del sistema físico (izquierda) a su representación en el<br>modelo musculoesquelético (derecha), en el que las líneas rojas simulan<br>los músculos y las flechas negras indican las posiciones de los motores<br>que representan el exoesqueleto . . . . . | 28 |
| 2.9. Trayectorias generadas utilizando el controlador por retroalimentación<br>de estados con distintas ganancias, para la articulación de la rodilla. . .  | 29 |
| 2.10. Sistema de control de lazo cerrado del modelo musculoesquelético más<br>exoesqueleto, cuyas entradas son tanto la cinemática deseada como las<br>fuerzas musculares. . . . .  | 30 |
| 2.11. Cadera. . . . .   | 31 |
| 2.12. Rodilla. . . . .  | 31 |

|  |    |
|--|----|
| 3.1. Exoesqueleto para miembro inferior actuado con sistema híbrido. . . . .   | 38 |
| 3.2. exoesqueleto para entrenamiento de miembros inferiores con órtesis instrumentada. . . . .                       | 38 |
| 4.1. Diseño en CAD de las piernas del exoesqueleto; vista isométrica (Todas las cotas en mm) . . . . .               | 41 |
| 4.2. Piernas del exoesqueleto en un modelo humano; vista isométrica . . . . .  | 41 |
| 4.3. Progresión de sentado de las piernas del exoesqueleto; vista lateral . . . . .                                  | 42 |
| 4.4. Componentes de la cintura con las piezas deslizantes, vista explotada . . . . .                                 | 44 |
| 4.5. Cintura ensamblada, vista diagonal . . . . .  | 44 |
| 4.6. Componentes del muslo, vista explotada . . . . .  | 45 |
| 4.7. Muslo ensamblado, vista diagonal . . . . .  | 46 |
| 4.8. Componentes del pierna, vista explotada . . . . .   | 47 |
| 4.9. Pierna ensamblada, vista diagonal . . . . .   | 47 |
| 4.10. Ensamble de las partes: cintura, muslos y piernas . . . . .  | 48 |
| 4.11. Diseño en CAD del sistema de levantamiento del exoesqueleto en solitario; vista isométrica . . . . .           | 49 |
| 4.12. Conexión del sistema de levantamiento del exoesqueleto con la caminadora y con las piernas mecánicas . . . . . | 49 |
| 4.13. Detalle del movimiento de subir y bajar del sistema de 4 barras, vista lateral . . . . .                       | 50 |
| 4.14. Diseño en CAD del exoesqueleto completo; vista isométrica . . . . .  | 51 |
| 4.15. Diseño en CAD del exoesqueleto completo + modelo de un infante humano; vista isométrica . . . . .              | 52 |
| 4.16. Análisis de esfuerzos ante una fuerza de 100 N indicada por las flechas rosas. . . . .                         | 54 |
| 4.17. Análisis estático de tensión nodal ante una fuerza de 100 N. . . . .   | 54 |
| 4.18. Análisis de deformación unitaria ante una fuerza de 100 N. . . . .   | 55 |

|  |     |
|--|-----|
| 4.19. Fresadora CNC Haas Mini Mill. . . . .  | 56  |
| 4.20. Proceso de fabricación . . . . .   | 56  |
| 4.21. Piezas del mecanismo de 4 barras para el sistema de levantamiento. . .   | 57  |
| 4.22. Montaje de la base del sistema de levantamiento. . . . .   | 57  |
| 4.23. Piernas mecánicas en proceso de construcción. . . . .  | 58  |
| 4.24. Piernas mecánicas terminadas, base provisional. . . . .  | 58  |
| 4.25. Prototipo terminado. . . . .   | 59  |
|  |     |
| 5.1. Diagrama de eslabones de una extremidad del exoesqueleto. . . . .   | 62  |
| 5.2. Articulación elástica. . . . .  | 69  |
| 5.3. Diseño en CAD del exoesqueleto de hombro . . . . .  | 73  |
| 5.4. Detalle de los grados de libertad en el exoesqueleto de hombro . . . . .  | 74  |
| 5.5. Diagrama de los eslabones del modelo . . . . .  | 75  |
|  |     |
| 6.1. Gráficas de las trayectorias angulares para el patrón de marcha. . . . .  | 92  |
| 6.2. Simulación en Matlab-Simulink del modelo del robot con un controlador<br>por aproximación Backstepping. . . . . | 93  |
| 6.3. Resultados de simulación con controlador por aproximación Backstep-<br>ping para regulación . . . . .           | 94  |
| 6.4. Resultados de simulación con controlador por aproximación Backstep-<br>ping para seguimiento . . . . .          | 94  |
| 6.5. Error de seguimiento con controlador por aproximación Backstepping<br>(Valor absoluto) . . . . .                | 95  |
| 6.6. Señal de control calculada por el controlador por aproximación Backs-<br>tepping. . . . .                       | 96  |
| 6.7. Resultados de simulación para regulación . . . . .  | 104 |
| 6.8. Resultados de simulación para seguimiento . . . . .   | 105 |
| 6.9. Error en simulación para $q_3$ . . . . .  | 106 |

|   |     |
|---|-----|
| 7.1. Lectura de encoders. . . . .   | 108 |
| 7.2. Interfaz de usuario del programa principal. . . . .  | 108 |
| 7.3. Fragmento de código del programa principal. . . . .  | 109 |
| 7.4. Resultados experimentales para seguimiento de patrón de marcha . . .                                 | 111 |
| 7.5. Error de seguimiento del patrón de marcha . . . . .  | 111 |
| 7.6. Señal de control en seguimiento. . . . .   | 112 |
| 7.7. Resultados experimentales para seguimiento de patrón de sentarse . . .                               | 112 |
| 7.8. Resultados experimentales para regulación . . . . .  | 114 |
| 7.9. Resultados experimentales para seguimiento . . . . .   | 115 |
| 7.10. Comparativa del error en la articulación $q_3$ , de los controladores presentados                   | 115 |
| 7.11. Señal de control generado por los distintos controladores para la articu-<br>lación $q_3$ . . . . . | 116 |
| C.1. Tarjeta de adquisición de datos NI myRIO-1900. . . . .   | 128 |
| C.2. Mapa de pines de la tarjeta NI myRIO-1900. . . . .   | 128 |
| C.3. Motor Bosch AHC2 . . . . .   | 129 |
| C.4. Driver RoboClaw ST 2X45A. . . . .  | 130 |
| C.5. Mapa de pines del Driver RoboClaw ST 2X45A . . . . .   | 130 |
| C.6. Encoder AMT203-V CUI Inc. . . . .  | 131 |
| C.7. Mapa de pines del encoder AMT203-V. . . . .  | 131 |
| C.8. Conexión entre la tarjeta myRIO y el driver RoboClaw. . . . .  | 132 |
| C.9. Conexión entre la tarjeta myRIO y el encoder AMT 203-V. . . . .                                      | 132 |
| C.10. Encoder y motor ensamblados y conectados al exoesqueleto. . . . .                                   | 133 |
| C.11. Tarjeta NI myRIO-1900 conectada. . . . .  | 134 |

# ÍNDICE DE TABLAS

|  |     |
|--|-----|
| 2.1. Amplitud de los movimientos articulares de la extremidad inferior. . . .  | 13  |
| 2.2. Parámetros inerciales determinados por Dempster y Clauser. . . . .        | 25  |
| 3.1. Exoesqueletos de rehabilitación. . . . .                                  | 35  |
| 4.1. Rango de movimiento permitido para las articulaciones de cadera y rodilla | 43  |
| 5.1. Extensión de movimientos en brazos exoesqueletos. . . . .                 | 74  |
| 5.2. Parámetros DH. . . . .  | 76  |
| 6.1. Reference Table. . . . .  | 103 |
| 6.2. Track table. . . . .  | 103 |
| 7.1. Ganancias para el control por metodología Backstepping. . . . .           | 110 |
| C.1. Características del motor Bosch AHC2. . . . .                             | 129 |



# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

Las extremidades inferiores, también llamadas miembros pélvicos, son estructuras muy importantes encargadas de llevar acabo un desplazamiento de un lugar a otro, conocido como marcha humana, el cual consiste en una serie de movimientos alternos y rítmicos de las extremidades inferiores. Este proceso se puede ver alterado por diversos factores propios de alteraciones homeostáticas, traducidos en enfermedad o bien por factores externos como accidentes.

En los últimos años la ciencia y la tecnología se han estado desarrollando de forma acelerada, facilitando la vida del ser humano. Con un gran potencial de aplicaciones que nos proporcionan herramientas para trabajar en la rehabilitación en diversas áreas, como la robótica.

La robótica es un campo nuevo de la tecnología moderna, el buen entendimiento y el desarrollo de aplicaciones de robótica están condicionados al dominio de diversas áreas de conocimiento.

Los robots son entidades mecánicas artificiales, los cuales son ampliamente utilizados en la industria pues realizan tareas sucias, peligrosas, tediosas o trabajos que requieren mucha precisión. Se clasifican en diferentes tipos, ya sea por su forma, función, tamaño, movilidad etc. Los exoesqueletos son un tipo de robot; un exoesqueleto

es una estructura mecánica externa que viste o recubre el cuerpo del usuario y cuyas articulaciones se corresponden con las del cuerpo que visten. Por el uso del exoesqueleto, potencia mecánica puede ser transmitida al cuerpo humano como resultado del contacto físico entre los dos [1]. Este trabajo se enfocará al diseño de un exoesqueleto de miembros inferiores.

El presente trabajo se refiere al diseño, fabricación y control de un prototipo de exoesqueleto para rehabilitación de marcha, cuyo objetivo es recobrar la movilidad de las personas con algún tipo de lesión en las extremidades inferiores.

En la construcción de este exoesqueleto para rehabilitación de marcha, se toman en cuenta las siguientes consideraciones:

- a) Diseño acorde a las necesidades.
- b) Material ligero y resistente a la deformación.
- c) Estructura robusta que soporte el peso del paciente.
- d) Actuadores con torque suficiente para realizar los movimientos.
- e) Electrónica escalable, con alto grado de conectividad y precisión.
- f) Software simple, con una interfaz de usuario amigable.
- g) Ejecución de distintas rutinas de rehabilitación de la marcha.
- h) Desempeño suave de las rutinas de rehabilitación

## 1.1. Motivación

Discapacidad es un término general que abarca las deficiencias, las limitaciones de la actividad y las restricciones de la participación. Las deficiencias son problemas que afectan a una estructura o función corporal; las limitaciones de la actividad son

dificultades para ejecutar acciones o tareas, y las restricciones de la participación son problemas para participar en situaciones vitales.

Por consiguiente, la discapacidad es un fenómeno complejo que refleja una interacción entre las características del organismo humano y las características de la sociedad en la que vive. Más de mil millones de personas viven en todo el mundo con alguna forma de discapacidad, esta cifra representa alrededor del 15 % de la población mundial; de ellas, casi 200 millones experimentan dificultades considerables en su funcionamiento. En los años futuros, la discapacidad será un motivo de preocupación aún mayor, pues su prevalencia está aumentando. Ello se debe a que la población está envejeciendo y el riesgo de discapacidad es superior entre los adultos mayores, y también al aumento mundial de enfermedades crónicas tales como la diabetes, las enfermedades cardiovasculares, el cáncer y los trastornos de la salud mental [2].

Las personas con discapacidad conforman uno de los grupos más marginados del mundo. Esas personas presentan peores resultados sanitarios, obtienen resultados académicos inferiores, participan menos en la economía y registran tasas de pobreza más altas que las personas sin discapacidades.

La rehabilitación ayuda a potenciar al máximo la capacidad de vivir normalmente y a reforzar la independencia; sin embargo, en muchos países los servicios de rehabilitación son insuficientes. Datos procedentes de cuatro países del África meridional indican que solo entre un 26 % y un 55 % de las personas que requieren servicios de Rehabilitación médica los reciben, y solo el 17 % y el 37 % de los dispositivos de ayuda (por ejemplo, sillas de rueda, órtesis) podían acceder a ellos. En muchos países de ingresos bajos o medianos, solo entre el 5 % y el 15 % de las personas que necesitan dispositivos y tecnologías de apoyo tienen acceso a ellos. La producción es escasa y con frecuencia de poca calidad [3].

Es por ello por lo que la Organización mundial de la Salud (OMS) ha redactado una serie de recomendaciones encaminadas a mejorar la vida de las personas con dis-

capacidad, entre ellas destacamos la de “Reforzar y apoyar la investigación sobre la discapacidad”, en la que se hace hincapié en crear una masa crítica de investigadores especializados en discapacidad, reforzando las aptitudes de investigación en una diversidad de disciplinas, como, por ejemplo, rehabilitación, para la creación de dispositivos y tecnologías de apoyo a las personas con discapacidad [4].

El Mayor Médico Cirujano Emmanuel Duvignau Dondé, especificó algunos de los múltiples beneficios a la salud de los pacientes, al ser implementado el uso de exoesqueletos en el proceso de rehabilitación de marcha [5]:

- Prevención de las contracturas musculares en miembros pélvicos y de alteraciones posturales de la columna vertebral.
- Prevención del desacondicionamiento físico y del dolor por inmovilidad, así como de la atrofia muscular.
- Mejora en la función respiratoria, cardiovascular y gastrointestinal.
- Mejora en los patrones de viso percepción, de igual modo la autoestima y la convivencia.
- Aumenta la densidad ósea y mejora la movilidad articular.

Los dispositivos y las tecnologías de apoyo como sillas de ruedas, prótesis y exoesqueletos de rehabilitación aumentan la movilidad y las capacidades de comunicación. Con la ayuda de estas tecnologías, las personas con discapacidad pueden mejorar sus habilidades y, por tanto, están más capacitados para vivir de forma autónoma y participar en sus sociedades.

## 1.2. Problema General

Para que las personas con discapacidad tengan una calidad de vida aceptable y la puedan mantener, se requieren acciones de promoción de la salud, prevención de la discapacidad, recuperación funcional e integración o inclusión social. La rehabilitación es un componente fundamental de la salud pública y es esencial para lograr la equidad, pero también es un derecho fundamental y, por lo tanto, una responsabilidad social. Sin embargo, según la Organización Mundial de la Salud, en América Latina la investigación es limitada, la asistencia especializada y el personal de rehabilitación es muy escaso, todo lo cual perjudica a las personas con discapacidad.

## 1.3. Propuesta de Solución

Para ayudar en la rehabilitación infantil de la población vulnerable, se propone desarrollar un prototipo de exoesqueleto de miembro inferior, con articulaciones elásticas, de bajo costo, que ofrezca una solución más adecuada al problema de la rehabilitación con robots; promoviendo una investigación que impulse el desarrollo de más prototipos de exoesqueletos.

## 1.4. Objetivos del Proyecto

### 1.4.1. Objetivo General

Desarrollar un exoesqueleto de miembros inferiores, con articulaciones elásticas, para rehabilitación de marcha infantil.

Diseñar un controlador para el exoesqueleto de hombro desarrollado en el laboratorio UMI-Lafmia.

### 1.4.2. Objetivos Específicos

- ★ Estudiar el prototipo de hombro que se tiene en el laboratotio UMI-Lafmia y obtener las ecuaciones que rigen su movimiento.
- ★ Diseñar y evaluar un control de seguimiento de trayectorias adecuado para el exoesqueleto de hombro.
- ★ Diseñar el modelo mecánico de un exoesqueleto de tren inferior para niños y evaluarlo bajo requerimientos antropométricos y de seguridad (análisis de esfuerzos).
- ★ Obtener las ecuaciones que rigen el movimiento del exoesqueleto de tren inferior.
- ★ Fabricar y ensamblar las piezas diseñadas para obtener la estructura mecánica del prototipo de exoesqueleto.
- ★ Realizar la Instrumentación y colocación de actuadores al prototipo para su funcionamiento eléctrico.
- ★ Diseñar y evaluar un control de seguimiento de trayectorias adecuado para realizar rutinas de rehabilitación en el exoesqueleto de tren inferior.

## 1.5. Organización de la Tesis

El presente trabajo de Tesis se encuentra estructurado de la siguiente manera:

**Capítulo 2. Marco Teórico** En este capítulo se presenta una perspectiva anatómica de la sección medial inferior del cuerpo humano, sus principales afecciones y traumatismos, así como los parámetros inerciales.

**Capítulo 3. Antecedentes** Se muestran los avances tecnológicos a nivel nacional e internacional en exoesqueletos para rehabilitación, comenzando con una breve reseña histórica de la rehabilitación hasta llegar a la utilización de los exoesqueletos.

**Capítulo 4. Diseño y construcción** Se presenta el diseño mecánico del exoesqueleto, desarrollado en SolidWorks, en el cual se hace un estudio de esfuerzos para determinar el material a utilizar. Posteriormente se presenta el proceso de construcción del mismo.

**Capítulo 5. Modelos dinámicos** En este capítulo se desarrollan las ecuaciones de movimiento del exoesqueleto de tren inferior suponiendo articulaciones ideales sin deformación, mediante el método de Euler-Lagrange, para posteriormente agregar la flexibilidad y obtener el modelo completo; se desarrolla también el modelo dinámico del exoesqueleto de hombro mediante el formalismo de Euler-Lagrange.

**Capítulo 6. Control automático** Se presenta el desarrollo de la ley de control tanto para el exoesqueleto de hombro como para el de mano; así mismo se presentan las evaluaciones numéricas para cada una de ellas.

**Capítulo 7. Resultados** Se presenta el trabajo final obtenido: el exoesqueleto terminado. De la misma manera se muestran gráficas de las evaluaciones experimentales realizadas.

**Capítulo 8. Conclusiones** se muestra la finalización del trabajo de investigación, en él se relacionan los objetivos particulares y los resultados obtenidos.



# CAPÍTULO 2

## MARCO TEÓRICO

### 2.1. Anatomía de la Sección Medial Inferior del Cuerpo

La forma del cuerpo humano se debe a una composición de huesos y articulaciones, que son cubiertas por órganos y músculos. Éstos conforman nuestro sistema musculoesquelético, el cual nos permite hacer nuestras actividades diarias. Si consideramos que los huesos son segmentos rígidos, se puede decir que el cuerpo se divide por segmentos y se describe con los métodos utilizados en la cinemática de la robótica.

Existen tres planos corporales que sirven para definir una serie de movimientos: el sagital, frontal y transversal, como se muestra en la fig 2.1

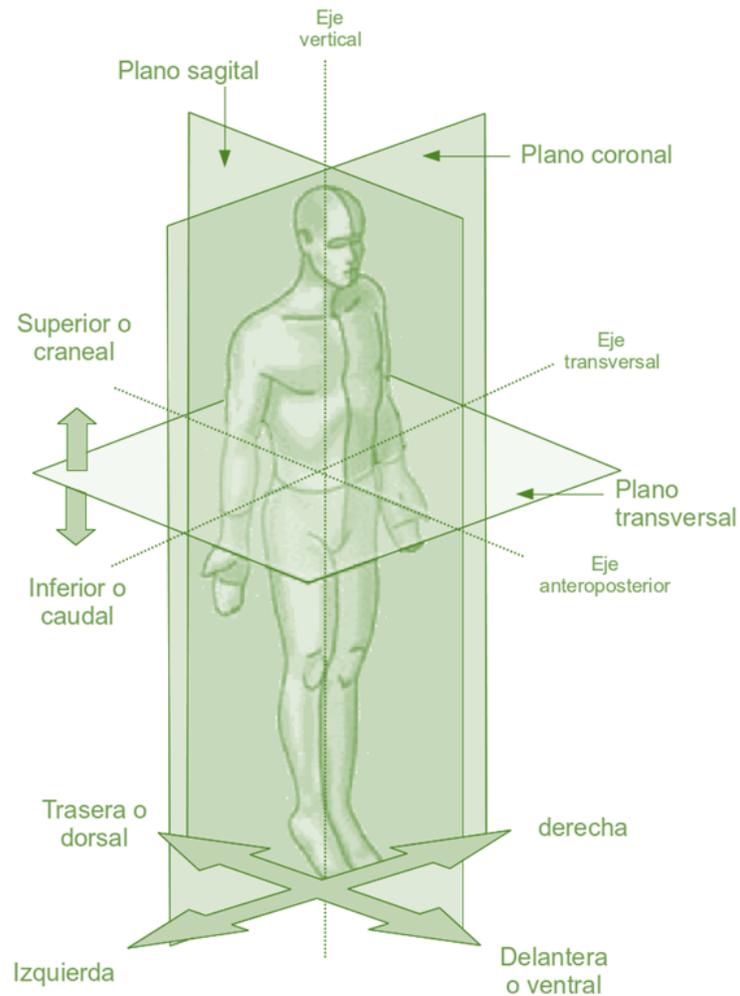


Figura 2.1: Planos posición anatómica.

- Plano frontal: Divide el cuerpo en una parte anterior y posterior. El movimiento en el plano frontal se llama abducción y aducción.
- Plano transversal: Divide el cuerpo en una parte superior e inferior. El plano transversal de cadera y el tobillo se someten a una rotación interna y externa.
- Plano sagital: Divide el cuerpo en una parte derecha e izquierda. El movimiento en el plano sagital se denomina flexión-extensión.

### 2.1.1. Movimientos de las Articulaciones

Dentro de la anatomía humana nos enfocaremos en las extremidades inferiores, las cuales son la parte del cuerpo humano que se encuentran unidas al tronco a través de la pelvis mediante la articulación de la cadera. Las principales articulaciones son la cadera (une la pelvis con la pierna superior), la rodilla (une la pierna superior con la inferior) y el tobillo (une la pierna inferior con el pie) como se muestra en la fig. 2.2. Éstas articulaciones en conjunto tienen la función de sustentar el peso del cuerpo en la posición bípeda y hacen posible el proceso de marcha mediante la contracción de su potente musculatura.

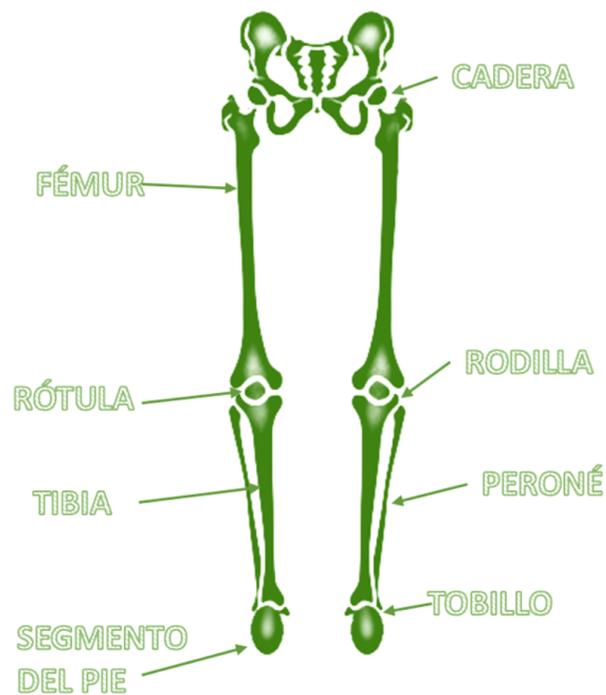


Figura 2.2: Huesos y articulaciones que conforman las extremidades inferiores.

La marcha humana es un proceso de locomoción en el cual el cuerpo se mueve hacia adelante, en una posición erecta generalmente, siendo un peso soportado, alternadamente, por ambas piernas.

Durante la marcha, el movimiento del cuerpo humano ocurre en los 3 planos anatómicos. En el plano sagital el tobillo, la rodilla y la cadera se someten a flexión y extensión. La flexión es un movimiento por el cual los huesos u otras partes del cuerpo se aproximan entre sí en dirección anterior-posterior. En el caso de la pierna, la flexión es un movimiento en el cual la pierna de cara posterior, es decir la pantorrilla, se mueve hacia la cara posterior del muslo; la extensión, como se observa en la fig. 2.3, es el movimiento opuesto.



Figura 2.3: Movimientos de articulaciones de miembro inferior.

En el plano frontal, el tobillo y cadera experimentan abducción y aducción. La abducción se refiere al movimiento que se aleja de la línea media del cuerpo y aducción al movimiento hacia la línea media del cuerpo.

Finalmente, en el plano transversal las articulaciones de cadera y tobillo están sujetas a una rotación interna y externa. La rotación interna es el movimiento alrededor del eje longitudinal del hueso y ocurre cuando se mueve hacia la línea central y la rotación externa lo contrario.

En la tabla 2.1 se presentan las amplitudes promedio que alcanza cada una de las articulaciones descritas con anterioridad.

| Articulación | Plano       | Eje              | Movimiento       | Amplitud(°) |
|--------------|-------------|------------------|------------------|-------------|
| Cadera       | Sagital     | Transversal      | Flexión          | 125         |
|              |             |                  | Extensión        | 10          |
|              | Coronal     | Anteroposterior  | Abducción        | 45          |
|              |             |                  | Aducción         | 40          |
| Transversal  | Vertical    | Rotación-interna | 45               |             |
|              |             | Rotación-externa | 45               |             |
| Rodilla      | Sagital     | Transversal      | Flexión          | 140         |
|              |             |                  | Extensión        | 0           |
| Tobillo      | Sagital     | Transversal      | Flexión          | 45          |
|              |             |                  | Extensión        | 20          |
|              | Coronal     | Anteroposterior  | Abducción        | 15          |
|              |             |                  | Aducción         | 20          |
|              | Transversal | Vertical         | Rotación-interna | 20          |
|              |             |                  | Rotación-externa | 40          |

Tabla 2.1: Amplitud de los movimientos articulares de la extremidad inferior.

### 2.1.2. Músculos de las Extremidades Inferiores

Los músculos de las extremidades inferiores presentan un gran desarrollo, puesto que permiten mantener la postura erguida, realizar la marcha (caminar y correr) sobre los pies y soportar el peso corporal. Como se observa en la fig 2.4, se dividen en los siguientes grupos: la cadera y la pelvis, el muslo, la pierna y el pie.

Los músculos de la cadera y la pelvis están en la cara posterior, que incluyen tres músculos (el glúteo mayor, el glúteo mediano y el glúteo menor) que forman los glúteos. Estos tienen como funciones extender el muslo y aproximarlos a la línea media del cuerpo.

En la zona anterior de la pelvis, están entre otros el abductor largo, que nace cerca del pubis y termina en el hueso fémur, hace bajar y rotar la pierna.

Músculos del muslo: en esta zona los músculos más destacados son el cuádriceps femoral y el bíceps femoral (crural). El primero es extensor de la pierna y el segundo, antagonista del primero (flexiona la pierna). En el muslo están también los abductores, que son un conjunto de músculos en forma de abanico que facilitan la flexión y la extensión del muslo.

Músculos de la pierna: en la parte anterior de ella (por arriba del hueso tibia y hasta el pie) se encuentra el músculo tibial anterior, cuya acción consiste en girar el pie hacia adentro. En la parte posterior se hallan superficialmente los gemelos (interno y externo), que nacen en la zona inferior del hueso fémur y se insertan, por abajo, en el tendón de Aquiles. Los gemelos actúan en colaboración con el músculo sóleo para elevar y extender el talón.

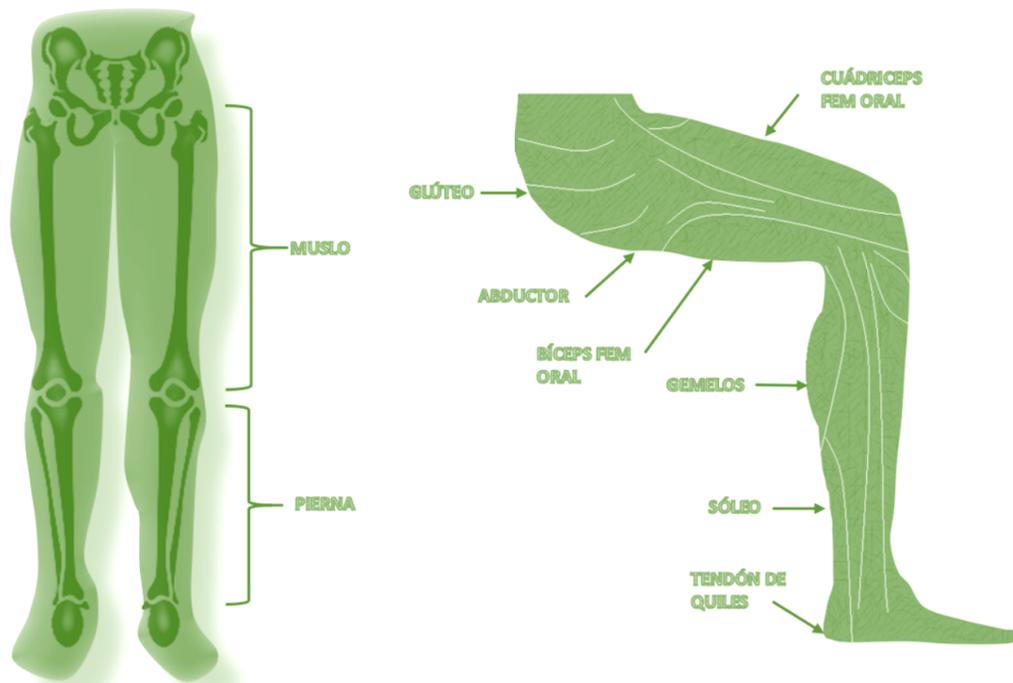


Figura 2.4: Músculos de miembro inferior.

Los músculos cumplen tres funciones importantes durante la marcha:

- Frenado de los segmentos arrastrados por la energía cinética.
- Amortiguación de impactos y vibraciones.
- Aceleración de los segmentos, en escasa medida.

### 2.1.3. La Marcha Humana Normal

Ya se habló de los diferentes músculos, tendones y articulaciones que conforman la pierna humana. También se mencionaron sus diferentes rangos de movimiento en el espacio. Ahora es importante saber cómo se comporta la pierna en conjunto con cada una de estas características durante la marcha humana normal y así poder construir un prototipo que sea capaz de comportarse de la misma forma. Para esto se necesita estudiar la biomecánica de la marcha humana, que describe el comportamiento de los diferentes elementos que conforman la pierna humana en conjunto durante la marcha normal.

El hombre se desplaza por medio de sus extremidades inferiores, la marcha es el modo de locomoción en el cual el sujeto nunca deja el suelo y mantiene un equilibrio dinámico. Cuando una persona camina el cuerpo puede asimilarse a una masa sometida a traslaciones y que sufre la acción de la gravedad, inercia y aceleración.

Durante este desplazamiento se vencen fuerzas de resistencia que ocasionan un gasto de energía. Una persona necesita tener una postura estable de bipedestación antes de comenzar la marcha. Una vez conseguido el equilibrio de bipedestación puede iniciarse la marcha o capacidad de mantener un paso rítmico y estable. La marcha es el resultado de una sucesión de pasos, siendo un paso un conjunto de movimientos que se producen entre el apoyo de un talón y el sucesivo apoyo del talón contra lateral.

#### 2.1.4. Ciclo de Marcha

Para su mejor descripción conviene dividir la marcha en fases, ya que su análisis cinemático comienza por la inspección visual de cada región anatómica mientras el individuo camina. Por ello, definiremos el ciclo de marcha y sus fases.

El ciclo de marcha es la secuencia de acontecimientos que tienen lugar desde el contacto de un talón con el suelo, hasta el siguiente contacto del mismo talón con el suelo.

Durante un ciclo de marcha completo, cada miembro inferior considerado pasa por dos fases:

- a) Fase de apoyo: en la cual el pie de referencia está en contacto con el suelo.
- b) Fase de oscilación: en la que el pie de referencia está suspendido en el aire.

La fase de apoyo constituye alrededor del 60 % del ciclo y la fase de oscilación representa el 40 % restante.

El ciclo se inicia con el impacto de talón en el suelo; al 12 % el antepié también contacta con el suelo, por lo que esta subfase se denomina "pie plano sobre el suelo." media; al 40 % del ciclo, el talón comienza a elevarse del suelo (subfase de despegue de talón o final), al 50 % , despega el antepié, que culmina al 60 % del ciclo con el despegue de los dedos, lo que indica también el comienzo de la fase de oscilación. La atribución de percentiles en esta fase es algo imprecisa, pero en la primera parte, se realiza el avance del miembro oscilante hasta alcanzar el miembro contralateral, y la extensión de rodilla completa el avance del miembro inferior. Al cumplirse el 100 % del ciclo, se produce de nuevo el impacto de talón, con el mismo pie como en la Fig. 2.5.

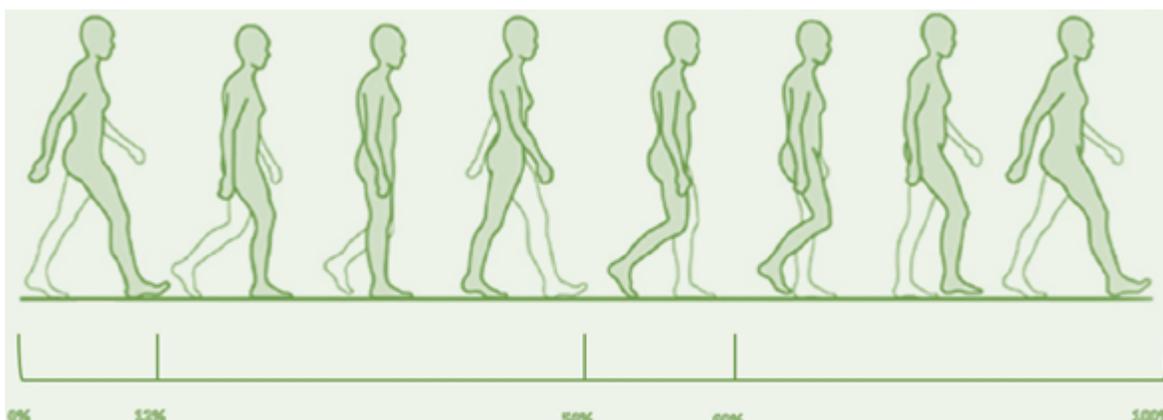


Figura 2.5: Ciclo de marcha.

## 2.2. Lesiones y Patologías de las Extremidades Inferiores

Las extremidades inferiores, además de soportar el peso del cuerpo, son las principales responsables de su desplazamiento, lo que las convierte en candidatas preferentes a presentar todo tipo de lesiones y traumatismos. La actividad física, tanto cotidiana como de competición, conlleva inherentemente el riesgo a lesionar el aparato locomotor y, en concreto, las partes responsables de los desplazamientos. Algunos deportes comportan una mayor probabilidad de lesión que otros, siendo los de contacto (fútbol, baloncesto, rugby) y los de velocidad (esquí, squash, ciclismo, parapente) los que presentan una mayor probabilidad de provocarlos.

Sin embargo, el riesgo de presentar lesiones traumáticas en las extremidades inferiores no se circunscribe exclusivamente a las actividades deportivas, sino que éstas pueden

producirse también por causas ajenas al ejercicio físico. Desde los cánones estéticos, que impulsan a algunas mujeres a utilizar calzado desmesurado, hasta la simple acción del tiempo, pueden provocar múltiples afecciones en las extremidades inferiores.

De una forma general, se habla de traumatismo haciendo referencia a cualquier agresión que presenta el organismo como consecuencia de la acción de agentes físicos o mecánicos (caídas accidentales, sobrecargas). Los principales traumatismos del aparato locomotor son:

**Traumatismos óseos** Las fracturas son lesiones traumáticas que se definen como la pérdida de continuidad en el hueso. La sintomatología más frecuente que acompaña a este tipo de lesiones es el dolor (que se hace muy intenso cuando se pretende mover la extremidad afectada), deformidad, desdibujo, acortamiento (dependerá mucho del tipo de rotura, de la cantidad y desplazamiento de los fragmentos), inflamación, aparición de hematoma y marcada impotencia funcional. Cualquier decisión de intervención ante una lesión de este tipo debe tener en cuenta la posibilidad de que haya habido o se pueda producir una lesión en las partes blandas adyacentes (vasos sanguíneos, fibras nerviosas), hemorragia y shock hipovolémico, infección (en fracturas abiertas). El tratamiento definitivo de este tipo de lesiones pasa por el traslado del afectado a un centro sanitario y debe ser realizado por un facultativo.

**Traumatismos cartilagosos** Los meniscos son estructuras cartilaginosas con función amortiguadora (del choque entre fémur y tibia) localizadas en el interior de la rodilla, tanto en la cara interna (menisco interno) como en la externa (menisco externo). Aunque este cartílago presenta una elevada resistencia, con los años se va debilitando y no es infrecuente que se produzcan en él pequeños rasguños que acaban provocando su desplazamiento parcial que se puede traducir en la aparición de simples molestias o acabar incluso bloqueando la articulación. Si el

rasguño es pequeño, la sintomatología es ocasional y leve, no hay inestabilidad y el paciente puede ser tratado con un programa de ejercicios de motricidad y ayuda ortopédica. Si los síntomas persisten o hay bloqueo articular el menisco debe ser reparado o eliminado parcialmente mediante cirugía (artroscópica, normalmente). Es importante mencionar que el menisco no está irrigado y por tanto no se puede curar por sí mismo.

Otro traumatismo cartilaginoso frecuente es la llamada «rótula de condromalacia» que es la rotura o reblandecimiento del cartílago situado en la parte inferior de la rótula. Los síntomas observados incluyen dolor en la parte anterior de la rodilla (más manifiesto al subir o bajar escaleras, o levantarse tras haber permanecido largo tiempo sentado) y una sensación de crujido cuando se mueve la articulación.

**Traumatismos musculares** Los desgarros musculares no son más que roturas de las fibras constitutivas de los músculos que se producen básicamente durante las prácticas deportivas por dos razones: preparación física inadecuada (falta de elongación y precalentamiento antes de empezar la actividad deportiva) y sobreexigencia. Los músculos más frecuentemente afectados son los de la pantorrilla (gemelos) y el muslo (cuadríceps y abductores).

**Traumatismos articulares** Como su nombre indica, dentro de este apartado se incluyen aquellos traumatismos que provocan lesiones en las articulaciones óseas o en los elementos que las componen. Dentro de ellas destacan las luxaciones y los esguinces.

- Las luxaciones son separaciones permanentes de las superficies articulares (el hueso se ha separado de su articulación). Cursan con dolor intenso y agudo, deformidad debida a la pérdida de las relaciones normales articulares (y que es claramente identificable comparando su aspecto con el de la articulación paralela en el miembro sano) e impotencia funcional muy acusada.

- Los esguinces son las lesiones de los ligamentos que se producen cuando una articulación realiza un movimiento más amplio de lo normal, forzando uno o varios ligamentos hasta que resultan dañados. Los ligamentos son bandas de tejido fibroso, elástico y resistente que conectan dos o más huesos, cartílagos u otras estructuras del organismo o que sirven de sostén de los músculos. Su función principal es la estabilización de las articulaciones.

Puesto que un esguince es una lesión de ligamentos, se puede producir en casi todas las articulaciones, sin embargo los esguinces más frecuentes son, sin lugar a dudas, los de tobillo (de los cinco ligamentos que sostienen el tobillo el que se lesiona más a menudo es el talofibular anterior, seguido del calcaneofibular) y rodilla (siendo aquí el cruzado anterior y el colateral medio los más comúnmente afectados por esguinces).

### 2.2.1. Lesiones de la cadera

De manera particular, las actividades físicas pueden conducir a lesiones en la cadera como:

- Distensiones
- Bursitis
- Dislocaciones
- Fracturas

Algunas enfermedades también pueden conducir a lesiones o problemas con la cadera. Por ejemplo la osteoartritis puede causar dolor y limitar los movimientos. La osteoporosis en la cadera causa que se debiliten los huesos y se rompan fácilmente. Ambos cuadros son comunes en personas de edad avanzada.

El tratamiento de los problemas para las articulaciones de cadera puede incluir reposo, medicinas, fisioterapia o cirugía, incluyendo reemplazo de cadera.

### **2.2.2. Lesiones de la rodilla**

Los músculos y tendones ayudan a que la rodilla se mueva en su articulación. Cuando alguna de estas estructuras se lastima o enferma, surgen los problemas con la rodilla. Pueden provocar dolor y dificultades para caminar.

La enfermedad más común que afecta los huesos de las rodillas es la artritis . El cartílago de la rodilla se desgasta gradualmente y provoca dolor e inflamación. Las lesiones en los ligamentos y tendones también causan problemas con la rodilla. Una lesión común se produce en el ligamento cruzado anterior (LCA). Estas lesiones frecuentemente suelen ocurrir por un movimiento de torsión repentino. Las lesiones del LCA y otras son lesiones deportivas comunes.

El tratamiento de los problemas con la rodilla depende de la causa. En algunos casos, el médico puede recomendar un reemplazo de rodilla.

### **2.2.3. Lesiones del tobillo**

Los problemas más comunes de tobillo son las torceduras y fracturas.

La cirugía del tobillo es para reemplazar las partes dañadas de los tres huesos que componen la articulación del tobillo. Se utilizan partes articulares artificiales (prótesis) para reemplazar los propios huesos. Éstas vienen en diferentes tamaños para ajustarse a personas de talla igualmente diferente.

### **2.2.4. Afecciones de la marcha que producen paraplejía**

El manual de fisioterapia de Isabel García Lucas refiere a la paraplejía como una afectación de manera parcial o completa que limita la motricidad de los miembros

inferiores, como consecuencia de una lesión de la médula espinal a partir de la región dorsal y/o lumbar.

El sistema neuromuscular tiende a tener ciertos comportamientos y características de acuerdo al nivel que es afectado, las cuales se deben a lesiones endocraneales, lesiones medulares y lesiones de la unidad motora, descritos de la siguiente manera:

- Lesiones endocraneales. Aparecen por diversas causas tales como lesiones en el parto, enfermedades vasculares, tumores, congénitas, traumatismos y trastornos degenerativos; cuyas características dependen de su etiología (origen de la enfermedad) y la estructura de su lesión.

Las malformaciones congénitas suelen ocurrir cuando es alterado el desarrollo normal del tubo neuronal por alguna causa durante la gestación en el embarazo, que se clasifican en defectos de oclusión (cuando ocurre un estrechamiento que impide el paso de algún fluido por una vía o conducto específico en el organismo) y estenosis (estrechamiento de un orificio o conducto específico) precoz del cráneo. A continuación se mencionan padecimientos que dificultan la marcha y tienen su origen en estas malformaciones:

- Parálisis Cerebral Infantil
  - Mielomeningocele
  - Distrofia Muscular de Duchenne
- Lesiones medulares. Como consecuencia una paraplejia o tetraplejia tras sufrir una afectación total, y una parálisis aisladas cuando son afectaciones parciales o incompletas.
  - Lesiones de la unidad motora. Producen diversos tipos de parálisis, según la parte que afecten: la motoneurona (trata de un trastorno que afecta primeramente a los músculos peroneos y poco a poco se extienden al resto de la musculatura

del pie y continua a las extremidades superiores, no afecta la sensibilidad, sin embargo, disminuyen o se carecen de reflejos, un ejemplo de esta afección es la poliomielitis), las raíces o los plexos (en las fases avanzadas provocan disminución de los reflejos, anestias en los dermatomas y fenómenos parestésicos o paréticos, son característicos de las lesiones osteoarticulares de la región afectada), nervios periféricos (son distinguidas tres tipos de lesiones las cuales son neopraxia o contusión del nervio, neurotmesis o sección completa del nervio y axonotmesis o lesión de los cilindros con conservación de la vaina mielínica; son de origen traumático, cuando las lesiones son en los nervios motores tienden a producir parálisis en la pierna típica), y el musculo (causada por una lesión del propio musculo, atrofas o distrofas miopáticas; provoca en el musculo modificaciones estructurales, modificaciones de los tejidos, alteraciones de la excitabilidad del nervio y musculo, incapacidad para reponer la reserva de glucógeno y una reducida circulación)

## **2.3. Modelo y Parámetros del Cuerpo Humano**

### **2.3.1. Modelo Humano**

En primer lugar debe adoptarse un modelo humano en el que se determine el número de segmentos que lo componen, la localización del centro de gravedad y el peso de cada segmento. A este conjunto de datos se le denomina parámetros inerciales del modelo humano. La segmentación del cuerpo puede realizarse de múltiples formas dependiendo de cuál sea el objeto de estudio, aunque habitualmente se utilizan 14 segmentos que se presuponen no deformables (Cabeza+cuello, Tronco, Muslos, Piernas, Pies, Brazos, Antebrazos y Manos). Para la determinación de un segmento corporal son imprescindibles dos puntos que definan su eje longitudinal, que habitualmente se corresponden con los extremos de dicho eje: el punto proximal (inicio del segmento) y punto distal

(final del segmento).

Existen modificaciones o adaptaciones sobre este modelo básico. Los más comunes son: dividir el tronco en dos, tres o más segmentos (tórax, abdomen y pelvis), siendo éste el modelo desarrollado inicialmente por Dempster (1955) y Plagenhoef (1962, 1971), o simplificar el modelo reduciendo el número de segmentos, lo que implica asumir que determinadas articulaciones se comportan de forma rígida, perdiéndose la movilidad entre ellas.

El modelo empleado en el presente caso (Figura 2.6) presenta 16 segmentos, habiéndose dividido el tronco en tórax y pelvis, y ésta a su vez en dos segmentos que comienzan en el espacio intervertebral L5/S1 y finalizan en las caderas.

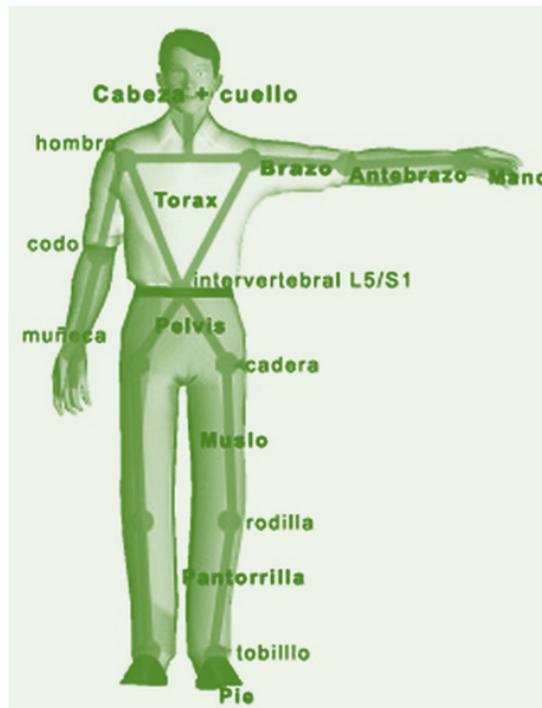


Figura 2.6: Segmentos del modelo humano.

### 2.3.2. Parámetros Inerciales

El estudio del peso y la posición del centro de gravedad de cada uno de los segmentos corporales se ha abordado mediante técnicas experimentales, ya que dependen de la cantidad de materia que tienen los segmentos y de su distribución espacial, algo que es individual y particular de cada persona.

Aunque algunos autores han tratado de obtener parámetros inerciales individualizados para cada persona (Whitsett, 1963; Hanavan, 1964; Jensen, 1978; Hatze, 1980 y Yeadon 1990), los procedimientos para obtenerlos resultan poco precisos y costosos. Por ello, lo más habitual es expresar el peso de cada segmento como un porcentaje del peso total del individuo. Existen diversos modelos de este estilo. El más habitualmente empleado es el procedente de los estudios de Dempster[39] y Clauser[40], que obtuvieron los datos del desmembramiento de cadáveres (Tabla 2.2).

| SEGMENTO        | MASA   | CG      | PUNTO PROXIMAL      | PUNTO DISTAL       |
|-----------------|--------|---------|---------------------|--------------------|
| Cabeza y cuello | 7.3 %  | 46.40 % | vertex              | gonion medio       |
| Tronco          | 50.7 % | 38.03 % | hueco supraesternal | cadera media       |
| Brazo           | 2.6 %  | 51.30 % | acromion            | radiale            |
| Antebrazo       | 1.6 %  | 38.96 % | radiale             | art. muñeca        |
| Mano            | 0.7 %  | 82.00 % | art. muñeca         | estiloides 3° dedo |
| Muslo           | 10.3 % | 37.19 % | art. cadera         | tibiale            |
| Pantorrilla     | 4.3 %  | 37.05 % | tibiale             | art. tobillo       |
| Pie             | 1.5 %  | 44.90 % | talón               | dedo 1°            |

Tabla 2.2: Parámetros inerciales determinados por Dempster y Clauser.

En la Tabla 2.2 la columna MASA indica la masa del segmento en porcentaje respecto a la masa total del sujeto. La columna CG indica el porcentaje, respecto a la

longitud total del segmento correspondiente, al que se encuentra el centro de gravedad del segmento medido desde el punto proximal.

Para este trabajo en particular se utilizaron las medidas antropométricas de la población infantil mexicana [41], específicamente las medidas promedio de un niño de 10 años de edad, las cuales se muestran en la fig. 2.7.

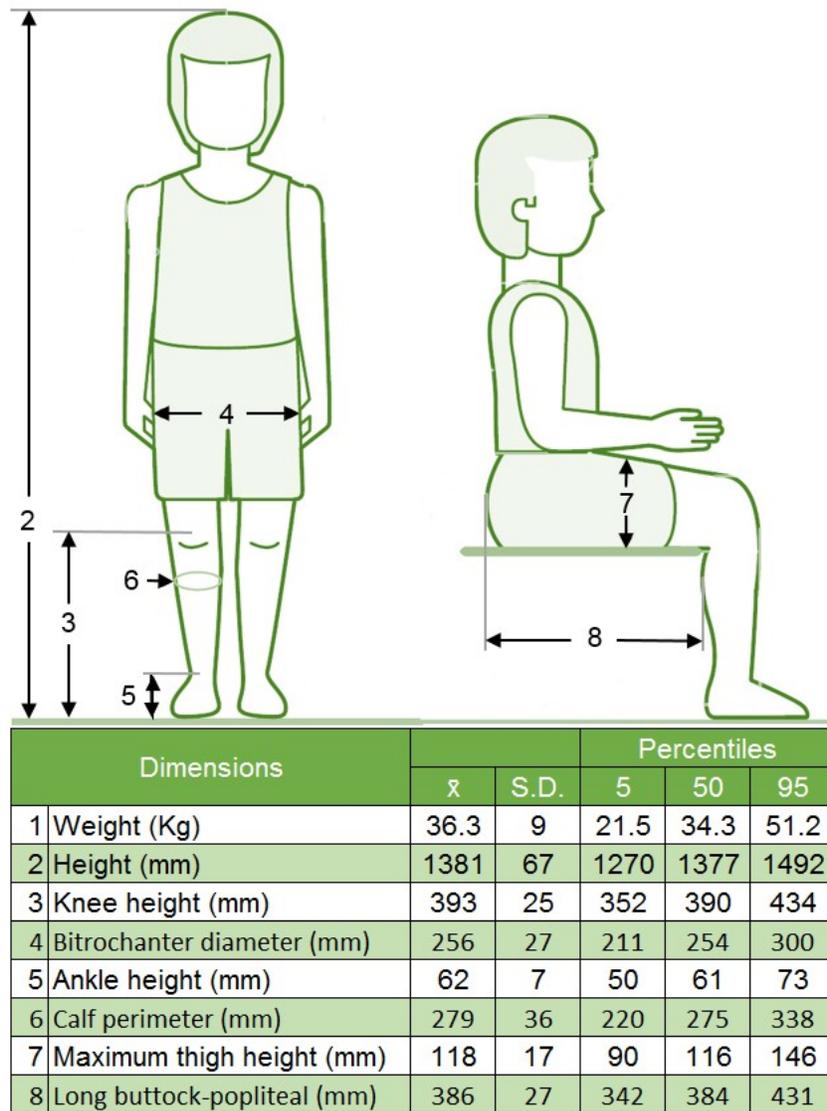


Figura 2.7: Dimensiones antropométricas de la población mexicana para un niño de 10 años de edad.

### 2.3.3. Simulación con Modelo Musculoesquelético

#### OpenSim

OpenSim [58] es una plataforma de código abierto para modelar, simular y analizar sistemas neuromusculoesqueléticos. Desde su creación, investigadores y médicos han utilizado ampliamente a investigadores y médicos para una amplia variedad de aplicaciones, que incluyen, entre otras, investigación en biomecánica, diseño de dispositivos médicos, ortopedia y ciencias de la rehabilitación, investigación en neurociencia, análisis y diseño ergonómico, ciencias del deporte, animación por computadora, investigación en robótica y educación en biología e ingeniería. OpenSim se construye utilizando SimTK, un conjunto de herramientas de simulación de código abierto desarrollado para crear modelos matemáticos de dinámica biológica.

En este trabajo de tesis se usó OpenSim 4.0 junto con Matlab 2018 para visualizar, en primero lugar, el movimiento de un modelo musculoesquelético (MM) y posteriormente diferentes leyes de control para el exoesqueleto en conjunto con un modelo musculoesquelético.

Se usó un modelo musculoesquelético genérico con segmentos de tronco, pelvis y piernas, 10 grados de libertad y 18 músculos [59], al cual se le modificaron los parámetros inerciales para que correspondieran con los de un niño de 10 años de edad. Este modelo es un modelo simplificado centrado en la extremidad inferior. Está destinado a la educación, la demostración y la creación de prototipos de simulaciones cuando se necesitan tiempos de simulación rápidos. Incluye datos de marcha.

#### Simulación

Para simular que el humano está usando un exoesqueleto, se editó el archivo fuente del MM elegido agregándole un actuador coordinado en cada articulación de interés, con un torque máximo de 30 Nm, además de sumarle el peso de las piernas mecánicas

a las piernas del MM (Figura 2.8).

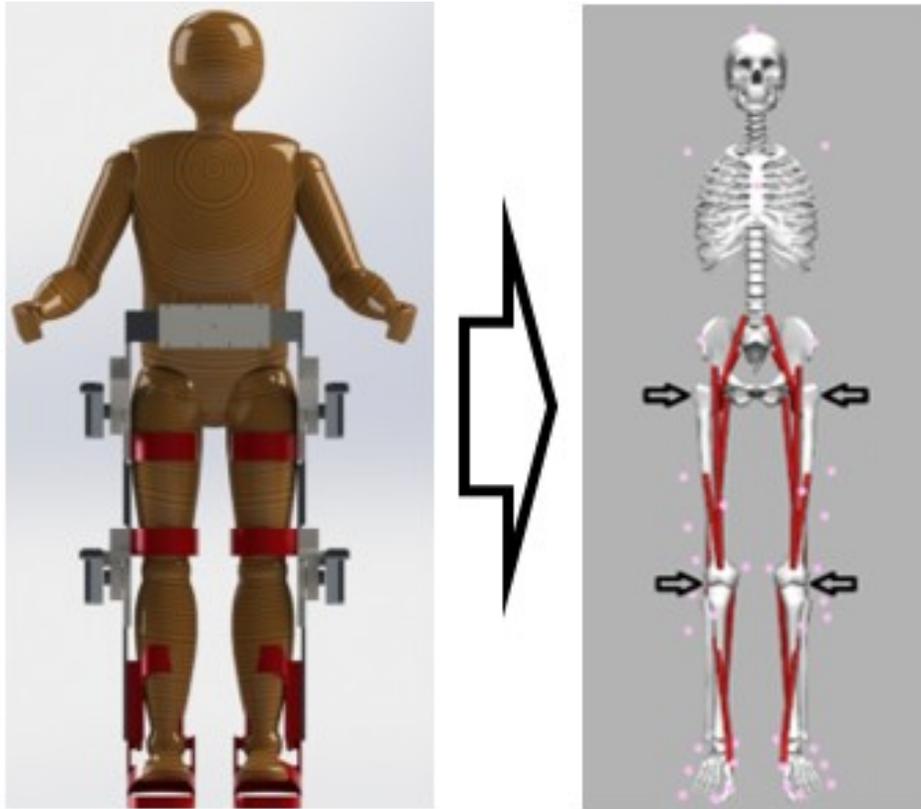


Figura 2.8: Transformación del sistema físico (izquierda) a su representación en el modelo musculoesquelético (derecha), en el que las líneas rojas simulan los músculos y las flechas negras indican las posiciones de los motores que representan el exoesqueleto

Se decidió probar dos leyes de control: un control por retroalimentación de estados [53][54] (FS por sus siglas en inglés) y un control por modos deslizantes [57] (Sliding mode). Las ganancias de ambos controladores se calcularon por el método de prueba y error. En la Figura 2.9 se puede observar el proceso de sintonización del controlador por retro de estados, en la cual se observa la mejora en el seguimiento de trayectoria.

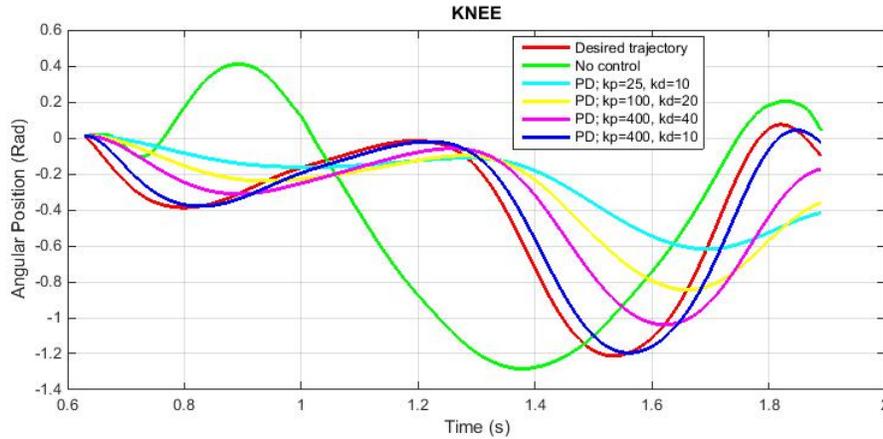


Figura 2.9: Trayectorias generadas utilizando el controlador por retroalimentación de estados con distintas ganancias, para la articulación de la rodilla.

Se realizaron simulaciones para un ciclo completo de marcha, primero utilizando Computed Muscle Control (CMC), desde la interfaz gráfica de OpenSim, para generar una simulación impulsada por los músculos y calcular las fuerzas musculares necesarias para generar una trayectoria angular deseada en cada una de las articulaciones del modelo musculoesquelético de interés, sin los actuadores de coordenadas. Posteriormente utilizamos la Application Programming Interface (API) de OpenSim en conjunto con Matlab [60] para simular los controladores del exoesqueleto vestido por el modelo musculoesquelético (con los actuadores de coordenadas), que tiene las fuerzas musculares calculadas en el paso anterior.

Otra forma de verlo es, como se muestra en la Figura 2.10, que el cálculo de las fuerzas musculares se realizó fuera de línea para tener los datos disponibles, mientras que el cálculo del comando de control se calcula en línea, en un ciclo de control retroalimentado, dependiendo de la dinámica del modelo musculoesquelético combinado con el exoesqueleto.

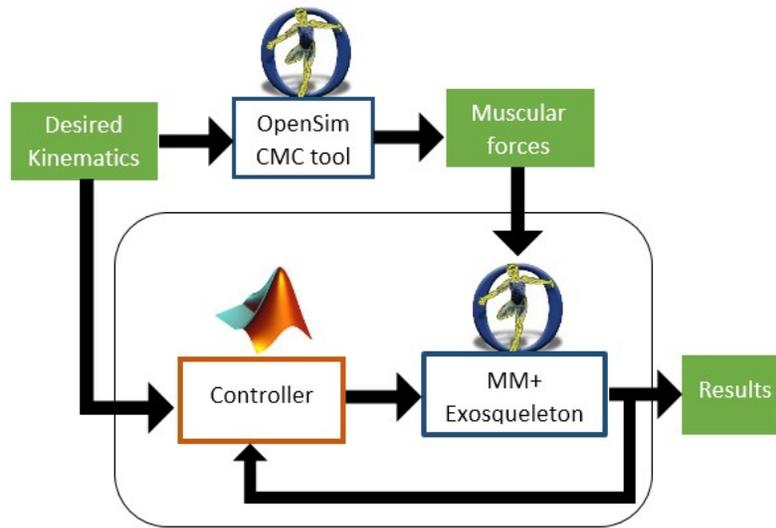


Figura 2.10: Sistema de control de lazo cerrado del modelo musculoesquelético más exoesqueleto, cuyas entradas son tanto la cinemática deseada como las fuerzas musculares.

La elección del modelo musculoesquelético simplificado fue para simular una marcha descompuesta, ya que con un número tan reducido de músculos no es posible realizar la marcha a la perfección. Se ejecutaron tres simulaciones para cada controlador (el control FS y el control por modos deslizantes): la primera con todas las fuerzas musculares, la segunda simulando debilidad muscular, esto se logró reduciendo a la mitad las fuerzas isométricas máximas de todos los músculos en el modelo, y finalmente, se realizó una última simulación sin fuerza muscular.

### Resultados de la Simulación

Los resultados de las simulaciones se muestran, en la Figura 2.11 para la articulación de la cadera derecha y en la Figura 2.12 para la articulación de la rodilla derecha, con la siguiente disposición: Para cada Figura, la primera fila muestra el desempeño de los controladores en el seguimiento de la trayectoria, el segundo muestra el error en

el seguimiento y el tercero muestra la señal de control; y la primera columna muestra los resultados con 100% fuerza muscular, la segunda con 50% y la tercera columna muestra los resultados que se obtuvieron sin fuerza muscular.

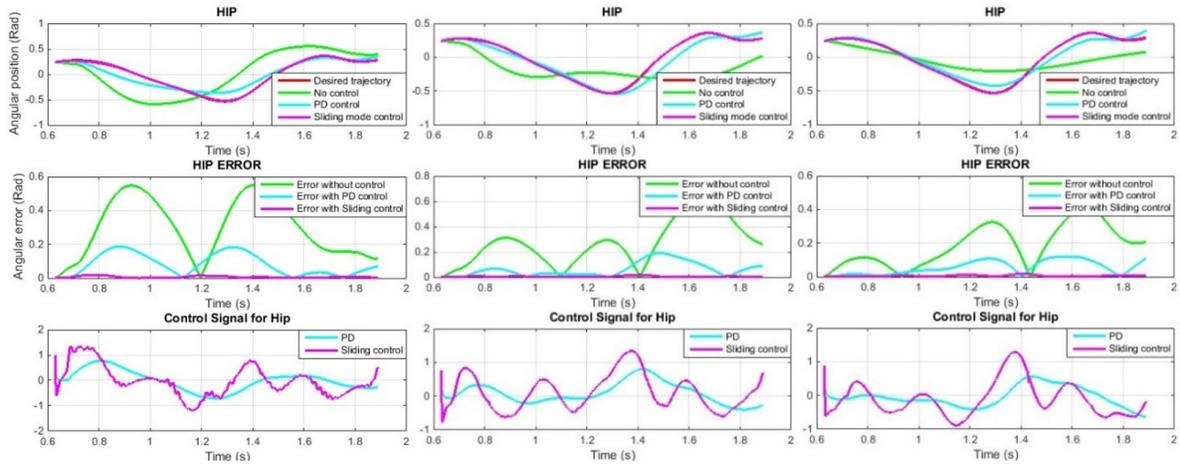


Figura 2.11: Cadera.

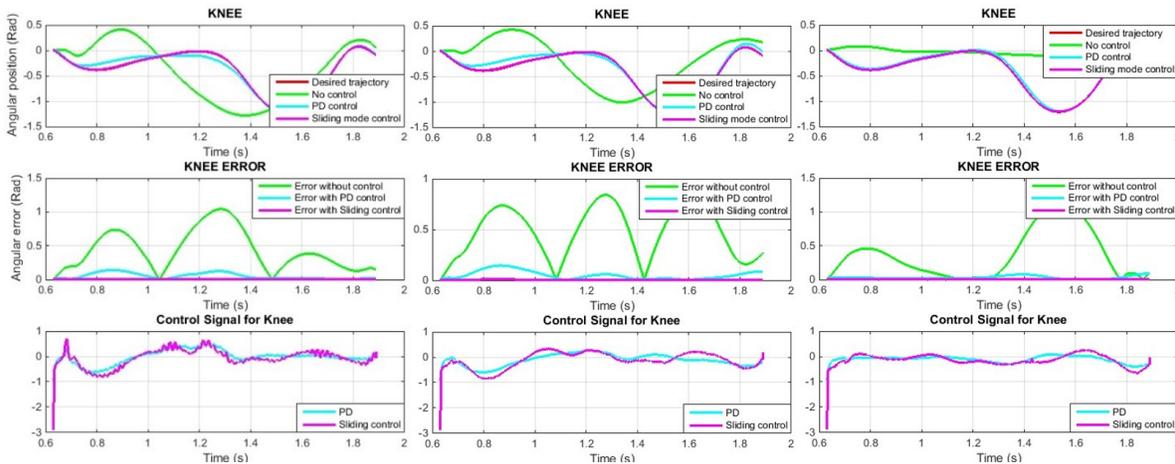


Figura 2.12: Rodilla.

Se puede observar, en la parte del seguimiento de trayectoria, la mejora sustancial del desempeño cuando se agrega la fuerza del actuador a cada articulación de la pierna, y que de los dos controladores probados, el controlador por modos deslizantes sigue la

trayectoria casi a la perfección.

Es importante mencionar que la señal de control queda, en la mayor parte del tiempo, acotada entre -1 y 1, lo que significa que el torque proporcionado está entre -30 y 30 Nm, que es el torque máximo que necesitamos en los actuadores que se ocuparán en exoesqueleto.

# CAPÍTULO 3

## ANTECEDENTES

### 3.1. Reseña Histórica

La rehabilitación en la medicina está definida por la OMS como el conjunto de medidas sociales, educativas y profesionales destinadas a restituir al paciente minusválido la mayor capacidad e independencia posibles (Ministerio de Sanidad y Consumo de España-ORDEN SCO/846/2008, de 14 de marzo). En los niños, no siempre se ven afectados por un accidente, sino también por alguna enfermedad congénita. La mayoría de las personas han sufrido algún tipo de accidente en el cual han requerido un tiempo de reposo. Después de cierta mejoría se requiere una serie de ejercicios para recobrar la movilidad.

La rehabilitación no tuvo gran relevancia en la medicina hasta la segunda guerra mundial, puesto que muchas personas presentaron diversas lesiones musculoesqueléticas que imposibilitaron su movimiento parcial o totalmente. Debido a esta problemática, se empezaron a investigar métodos adecuados para mejorar la calidad de vida y con la máxima independencia de los pacientes [6].

Con el paso del tiempo se fueron incorporando diferentes métodos de rehabilitación, como la mecanoterapia. La cual es una rama de la rehabilitación iniciada en Suecia

alrededor de 1910 [7]. Surge debido a la necesidad de sustituir los esfuerzos físicos de quienes aplicaban ejercicios de rehabilitación. Este acontecimiento abrió camino para que diferentes investigadores del mundo crearan aparatos más sofisticados y complejos, dependiendo de la necesidad estética, deportiva o terapéutica.

Con los grandes avances tecnológicos en la actualidad, se empezaron a desarrollar sistemas mecatrónicos. Uno entre todos ellos, ha empezado a adquirir gran relevancia e interés: el robot.

El primer robot industrial fue desarrollado en 1962 por George C. Devol y Joseph Engel Berger llamado Unimate. Siendo alrededor de 1980 cuando se presenta un rápido crecimiento de la industria robótica e incremento en el desempeño de los robots.

Se han realizado diferentes investigaciones en el mundo sobre los exoesqueletos desde hace 30 años. En sus inicios fueron diseñados para el uso industrial, evolucionando hasta lo que conocemos actualmente.

Actualmente, la biónica, robótica y mecánica aplicada a la instrumentación médica como aparatos de rehabilitación, se hace más común, y el humano comienza a delegar tareas a máquinas o robots. Por tal razón, resulta eficiente encomendarle trabajos con el fin de reducir tiempos en la rehabilitación y facilitar al operario las tareas.

Uno de los propósitos de la robótica con relación a la medicina es mejorar la calidad de vida humana, en particular los exoesqueletos para rehabilitación. Los cuales ayudan a pacientes con una limitación de sus movimientos en sus extremidades del cuerpo.

En muchos de los casos, los fisioterapeutas o médicos no alcanzan a cubrir la demanda de pacientes, requiriendo apoyo al realizar ciertas acciones. Es así como surge el exoesqueleto, el cual facilita la tarea del médico o fisioterapeuta, teniendo un progreso mas rápido en su rehabilitación en comparación con los métodos convencionales, sin mencionar la precisión con la que se ejecutan los ejercicios.

Muchos de los exoesqueletos son usados para fines militares, aunque también hay compañías que se dedican al diseño y construcción para fines de rehabilitación.

| Nombre              | Empresa               | Origen                              | Descripción   |
|---------------------|-----------------------|-------------------------------------|---|
| Lokomat             | Hocoma                | Suiza                               | Proporciona un entrenamiento intensivo e individual en cinta ergométrica  |
| Re-Walk             | Argo                  | Israel                              | El usuario puede obtener estabilidad y seguridad mediante muletas   |
| TEAD                | Universidad de Sogang | Seúl, Corea del Sur                 | Tipo de asistencia de potencia exoesquelética para personas de la tercera edad y personas con dificultad para caminar |
| Balance de Gravedad | Universidad Delaware  | Delaware, Estados Unidos de América | Exoesqueleto de tipo pasivo, es seguro y conveniente ya que puede ser adaptado a un usuario diferente rápidamente     |

Tabla 3.1: Exoesqueletos de rehabilitación.

## 3.2. Nivel Nacional

En 2014, el Instituto Nacional de Estadística y Geografía reportó que existen a nivel nacional 7.1 millones de habitantes que tienen dificultad o se encuentran imposibilitados para desarrollar alguna actividad como caminar, ver (aun utilizando lentes), subir o bajar escaleras utilizando piernas, aprender, escuchar (aun utilizando aparatos auditivos), etc. Dentro de este 7.1 millones de personas con discapacidad, 64.1 % refiere las personas con discapacidad o imposibilidad para caminar o realizar desplazamientos con las piernas, por lo cual y en apego al artículo 7 de la Ley General para la Inclusión de las Personas con Discapacidad que señala la promoción del goce de los derechos para las

personas del más alto nivel posible de salud, por lo cual habrá de diseñarse y ejecutarse programas de salud pública para la prevención, detección rehabilitación, etc., de las diferentes discapacidades [8].

### 3.3. Estado del Arte

Como se mencionó anteriormente, en los últimos años se ha aumentado la utilización de exoesqueletos para la rehabilitación clínica de pacientes [9], esta aplicación funciona suministrando un conjunto de fuerzas o torques en las articulaciones de interés para generar los movimientos de rehabilitación, siguiendo trayectorias angulares previamente calculadas. Aunque esta aplicación ha sido exitosa [10], aun existen múltiples retos en el área de exoesqueletos de rehabilitación. [11],[12].

Uno de ellos es al momento de crear un nuevo dispositivo, las pruebas clínicas son usualmente difíciles de realizar en pacientes reales, puesto que deben ser aprobadas por una agencia médica especializada [13]. La mayoría de las veces estos dispositivos son probados: o en el propio creador del dispositivo, el cual no tiene la discapacidad en cuestión [14], [15], o en un grupo de personas saludables [16], o simplemente tienen que limitar el desempeño del exoesqueleto por razones de seguridad [17].

Las simulaciones por computadora podrían ser la solución para este tipo de problemas. Muchos estudios ya han mostrado el poder de esta herramienta, usando, por ejemplo: estructuras del tipo human-model-in-the-loop para optimizar el diseño de un exoesqueleto de dedo [18]; usando modelos musculoesqueléticos de la pierna humana y un modelo de la energía del músculo en simulaciones de la dinámica de musculotendones durante saltos con un pie, con y sin un exoesqueleto de tobillo elástico [19]; validando modelos que simulan la caminata con un exoesqueleto puesto a un modelo musculoesquelético humano [20]; desarrollando un marco de referencia de simulaciones para predecir respuestas del torque de un exoesqueleto por la aplicación de un modelo

de espasticidad por reflejo de estiramiento con la excitación muscular calculada durante una marcha sin asistencia [21]; o usando modelado y simulación para explorar los mecanismos a nivel muscular para el punto óptimo en la rigidez durante la caminata asistida por exoesqueleto [22].

Vale la pena decir que los resultados de simulación nunca serán exactamente iguales a los resultados reales, pero aun así, es una excelente ayuda para preparar las pruebas humanas. Es por ello que la mayoría de los proyectos actuales presentan primero algún tipo de simulación del prototipo que se quiere desarrollar y posteriormente se lleva a la práctica.

Otro de los retos que se debe de tener en cuenta cuando se habla de exoesqueletos de rehabilitación es qué tan efectiva es la ayuda que proporcionan estos prototipos en la rehabilitación de los pacientes, es decir, si realmente impacta en el proceso de rehabilitación más allá de los movimientos que pueden ejercer sobre el humano.

En este sentido se ha mencionado que, para el caso de reentrenamiento de marcha, algunos dispositivos comerciales no proporcionan una rehabilitación efectiva en los pacientes [23], [24], razón por la cual se siguen desarrollando dispositivos de rehabilitación y apoyo para personas con alguna clase de discapacidad, cada uno de ellos con sus propias características y arquitecturas [25].

Por ejemplo, en el laboratorio UMI-Lafmia del CINVESTAV se han desarrollado una serie de prototipos para la rehabilitación y asistencia en beneficio de las personas con discapacidad, entre los que se encuentran el prototipo de exoesqueleto para miembro inferior (fig3.1) actuado mediante un sistema híbrido de motor CD+músculo neumático mediante el cual se aprovechan las ventajas de ambos actuadores [26], o el exoesqueleto para entrenamiento de miembros inferiores con órtesis instrumentada (fig3.2) desarrollado para ayudar en la fisioterapia pasiva para aumentar la fuerza y resistencia de los músculos humanos [27].

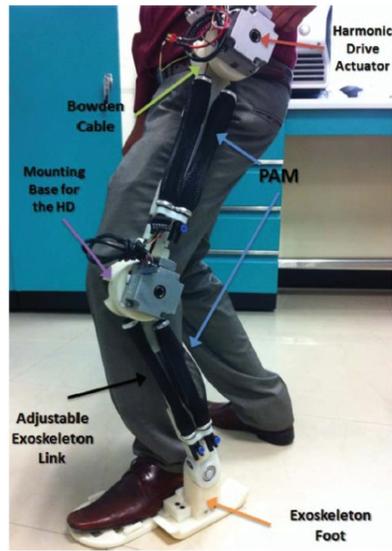


Figura 3.1: Exoesqueleto para miembro inferior actuado con sistema híbrido.

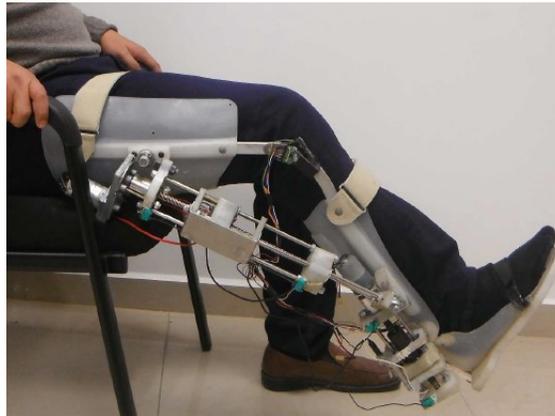


Figura 3.2: exoesqueleto para entrenamiento de miembros inferiores con órtesis instrumentada.

# CAPÍTULO 4

## DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL EXOESQUELETO

### 4.1. Consideraciones de Diseño

La estructura mecánica del exoesqueleto para rehabilitación de marcha, desarrollado en este trabajo, fue específicamente diseñada para cumplir con los siguientes requerimientos:

- a) Ajustarse a las medidas de la población infantil mexicana.
- b) Levantar y sostener el peso de los pacientes sin la necesidad de una grúa.
- c) Realizar ejercicios de rehabilitación, tanto de reentrenamiento de marcha como de la tarea de sentarse y levantarse.

Además se tomaron las siguientes consideraciones:

- Diseño antropomórfico.
- Material ligero y resistente para la estructura.

- Adecuado posicionamiento de motores para lograr una estructura compacta.
- Agregar topes mecánicos para evitar la hiperextensión de las articulaciones.

Todos estos factores son necesarios para el diseño y construcción del exoesqueleto, mismos que serán abordados más adelante.

## 4.2. Diseño Mecánico del Exoesqueleto

El diseño final consiste de dos partes: las piernas del exoesqueleto con actuadores y sensores integrados y el sistema de levantamiento del exoesqueleto. Los ejercicios de rehabilitación del exoesqueleto se realizan a través de una serie de eslabones unidos por articulaciones que corresponden con las rodillas y cadera. Para definir las dimensiones de estos eslabones, y por lo mismo de las piernas del exoesqueleto en sí, se utilizaron las medidas antropométricas de la población mexicana, particularmente las medidas promedio de un niño de 10 años de edad, mostradas en la fig 2.7 de la sección Parámetros Inerciales.

### 4.2.1. Piernas del Exoesqueleto

Las piernas del exoesqueleto, mostradas en la figura 4.1, fueron diseñadas con un enfoque antropomórfico para permitir un fácil ajuste a las piernas del paciente; en este sentido, el exoesqueleto fue específicamente diseñado de tal forma que se pudiera acoplar al cuerpo del paciente de forma frontal (fig. 4.2), y no por la espalda como la mayoría del los exoesqueletos preexistentes, con la intención de que el exoesqueleto se pueda poner al paciente mientras éste se encuentra sentado (en su silla de ruedas) y, desde este punto, asista al paciente en la totalidad de su rutina de rehabilitación.

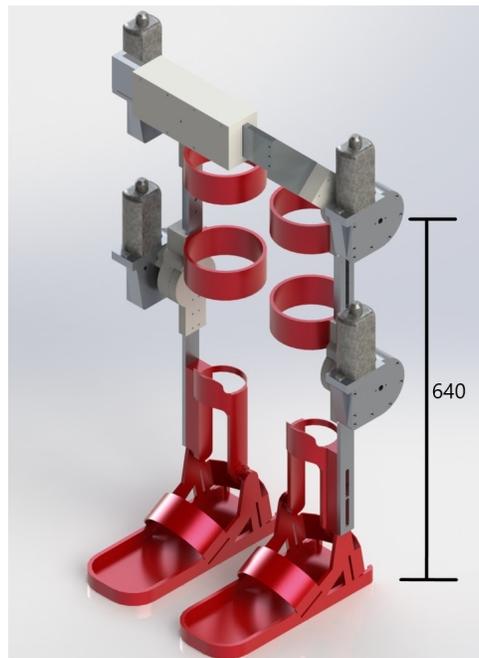


Figura 4.1: Diseño en CAD de las piernas del exoesqueleto; vista isométrica (Todas las cotas en mm)

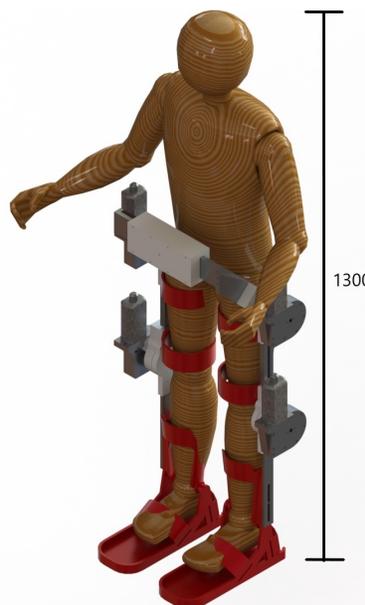


Figura 4.2: Piernas del exoesqueleto en un modelo humano; vista isométrica

El siguiente proceso especifica los pasos generales que se seguirían en una sesión de rehabilitación, utilizando el exoesqueleto diseñado en este trabajo:

1. El exoesqueleto se acopla al paciente estando éste sentado.
2. Desde esta posición, el exoesqueleto puede realizar ejercicios de extensión/flexión de rodilla, puede también realizar ejercicios de sentarse y levantarse o puede simplemente ayudar al paciente a levantarse (fig. 4.3).
3. Una vez de pie, con el exoesqueleto puesto, el paciente realiza su rutina de rehabilitación.
4. Posteriormente, una vez terminada la rutina de rehabilitación, el exoesqueleto ayuda al paciente a sentarse.
5. Finalmente el exoesqueleto se desacopla del cuerpo del paciente, dejando al paciente sentado en su silla de ruedas.

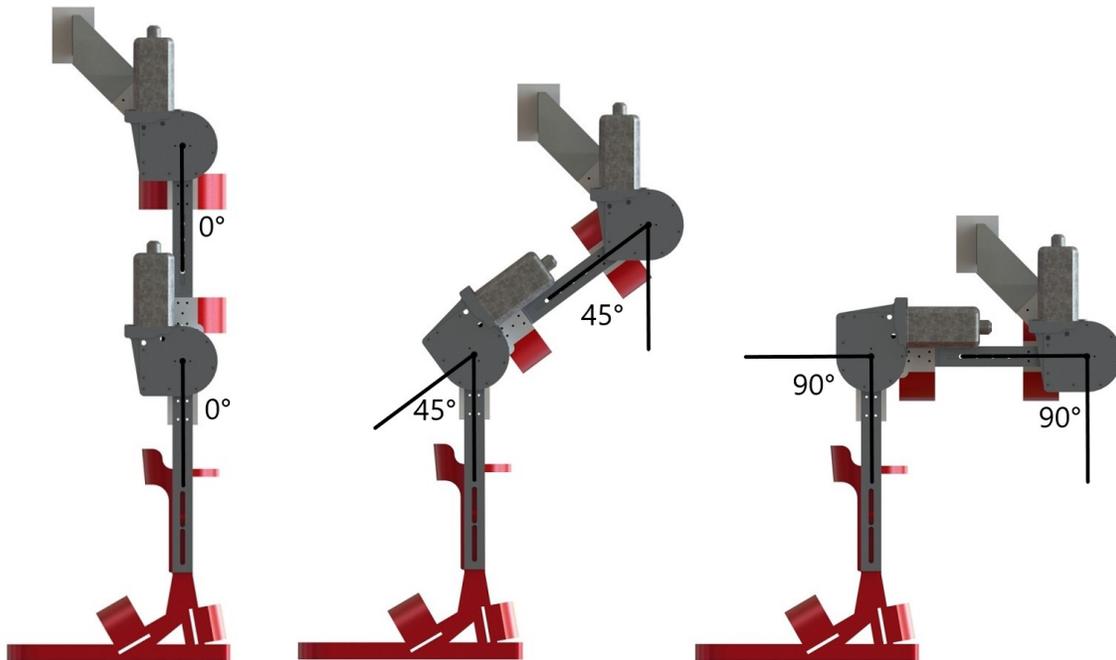


Figura 4.3: Progresión de sentado de las piernas del exoesqueleto; vista lateral

Por motivos de seguridad, se agregaron topes mecánicos en las articulaciones de cadera y rodilla en ambas piernas del exoesqueleto, los cuales impiden la hiperextensión en las articulaciones, al mismo tiempo que permiten un rango amplio de movimiento de las mismas, el cual se especifica en la tabla 4.1.

| Articulación | Ángulo mínimo | Ángulo máximo |
|--------------|---------------|---------------|
| Cadera       | $-14^\circ$   | $90^\circ$    |
| Rodilla      | $0^\circ$     | $110^\circ$   |

Tabla 4.1: Rango de movimiento permitido para las articulaciones de cadera y rodilla

El diseño de este exoesqueleto puede, a su vez, dividirse en tres partes:

- Cintura.
- Muslo.
- Pierna.

### Cintura

La cintura del exoesqueleto es la parte que se acopla a la cintura de la persona. Internamente contiene un mecanismo de ajuste para el ancho de la cintura del paciente. En las partes laterales contienen una conexión cintura-cadera. Los eslabones cuentan con una abertura para la colocación de un rodamiento, el cual tiene como objetivo unir el siguiente eslabón y mitigar la fricción entre los eslabones. Es en este punto donde se encuentran topes mecánicos que evitan la hiperextensión y daño en las articulaciones del paciente. En la figura 4.4 se pueden observar las partes que lo componen, así como el detalle del movimiento que hacen las piezas al desplazarse para ajustarse a la talla de distintos pacientes, y en la figura 4.5 se puede observar el ensamble de dichas piezas.

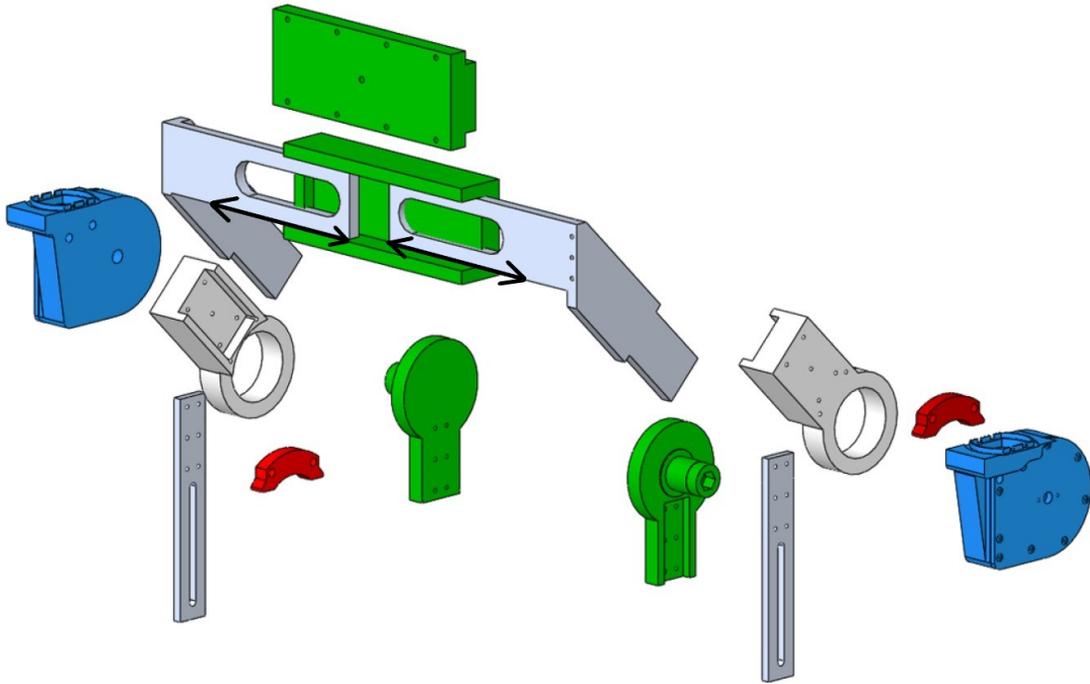


Figura 4.4: Componentes de la cintura con las piezas deslizantes, vista explotada

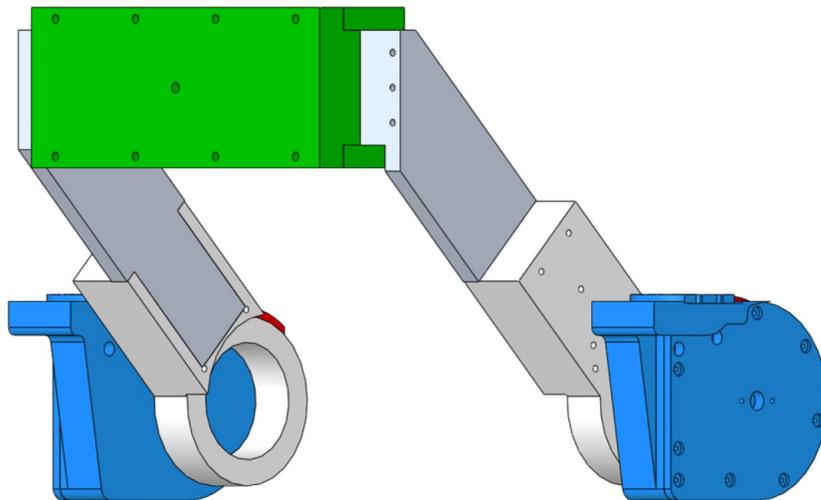


Figura 4.5: Cintura ensamblada, vista diagonal

## Muslo

El muslo consta de dos conexiones: cadera-muslo y muslo-pierna. La unión con la cadera es por medio del rodamiento mencionado en la estructura de la cintura del exoesqueleto. A este rodamiento, uno para cada muslo, se acopla la pieza superior del muslo (pieza en verde de la figura 4.6) mediante un eje, el cual contiene una caja con forma hexagonal, diseñado de tal forma que se acopla con el eje de la transmisión del motor. La parte central de la pieza está unida a una barra de aluminio la cual cuenta con un par de ranuras, estas ranuras ayudan al ajuste del tamaño de la persona. En la parte final contiene una abertura para colocar otro rodamiento que une al último eslabón, como se muestra en la figura 4.6. En la figura 4.7 se muestran todas las piezas ensambladas así como el detalle del movimiento deslizante de las barras ranuradas de aluminio. También en esta articulación se agregan topes mecánicos para evitar la hiperextensión de la rodilla.

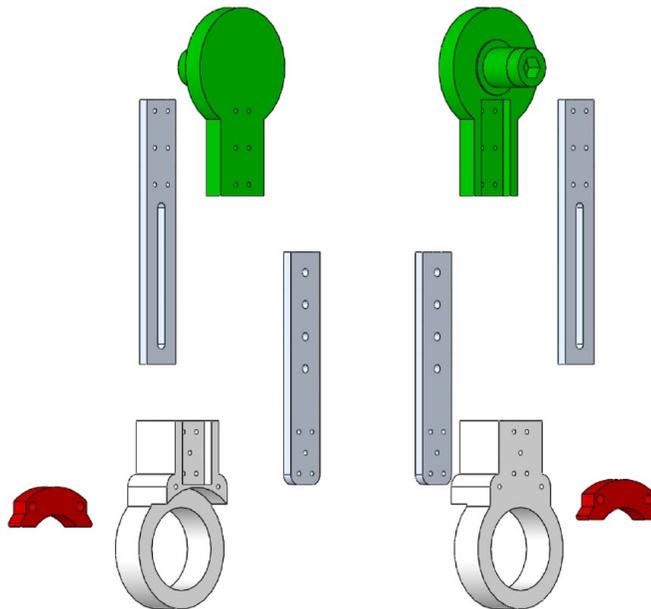


Figura 4.6: Componentes del muslo, vista explotada

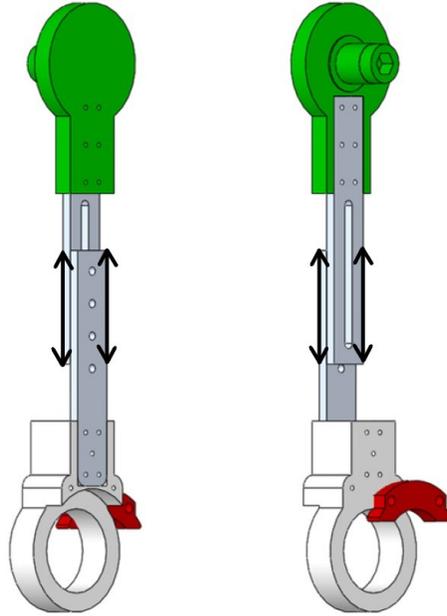


Figura 4.7: Muslo ensamblado, vista diagonal

## Pierna

La parte final del exoesqueleto es la pierna. Esta pieza contiene en su parte central una barra de aluminio, una extremidad de esta barra está conectada a la pieza del rodamiento en eslabón del muslo, ésta contiene un agujero de forma hexagonal, a la cual está acoplado el eje de transmisión del segundo motor. Al otro extremo de barra está conectada a la pieza que sostiene la plantilla del pie. La figura 4.8 muestra una vista explotada de estas piezas y la figura 4.9 muestra una vista ensamblada, en donde también se aprecia el detalle del movimiento deslizante de las partes que se ajustan a la talla del paciente.

El ensamble de las tres partes expuestas anteriormente se muestra en la fig. 4.10.

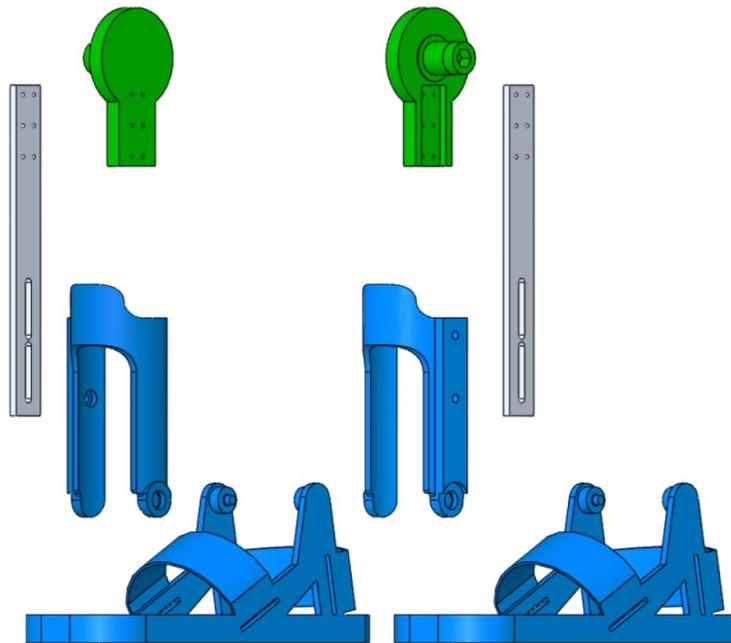


Figura 4.8: Componentes del pierna, vista explotada

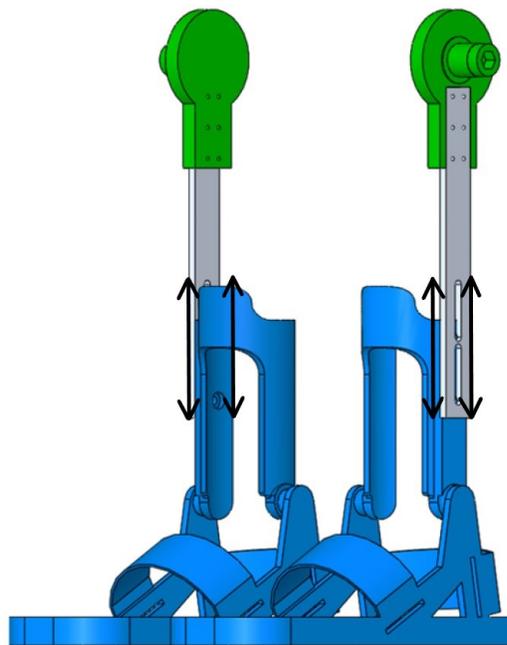


Figura 4.9: Pierna ensamblada, vista diagonal

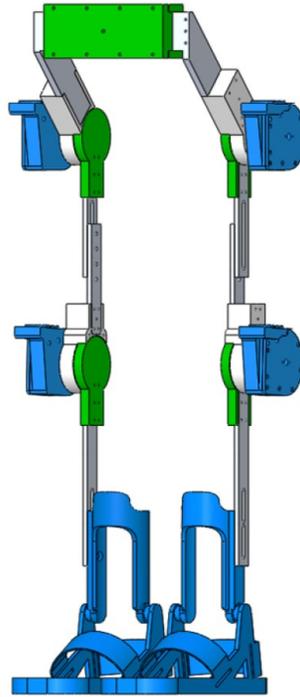


Figura 4.10: Ensamble de las partes: cintura, muslos y piernas

#### 4.2.2. Sistema de Levantamiento del Exoesqueleto

El sistema de levantamiento del exoesqueleto es responsable de cargar el total del peso del paciente, desde la posición de sentado hasta quedar de pie y durante toda la sesión de rehabilitación, dejando a las piernas mecánicas solo la tarea de la rehabilitación.

El sistema de levantamiento del exoesqueleto se compone de un doble sistema de 4 barras (fig. 4.11), actuado mediante dos motores lineales. Está anclado, por uno de sus extremos, al soporte de manos de una caminadora estándar, y, por el otro extremo, se une a las piernas mecánicas, como se muestra en la fig. 4.12, permitiendo a la cadera subir y bajar manteniendo siempre su vertical, y de esta forma ejecutar el proceso de sentarse y levantarse como se aprecia en la fig 4.13.

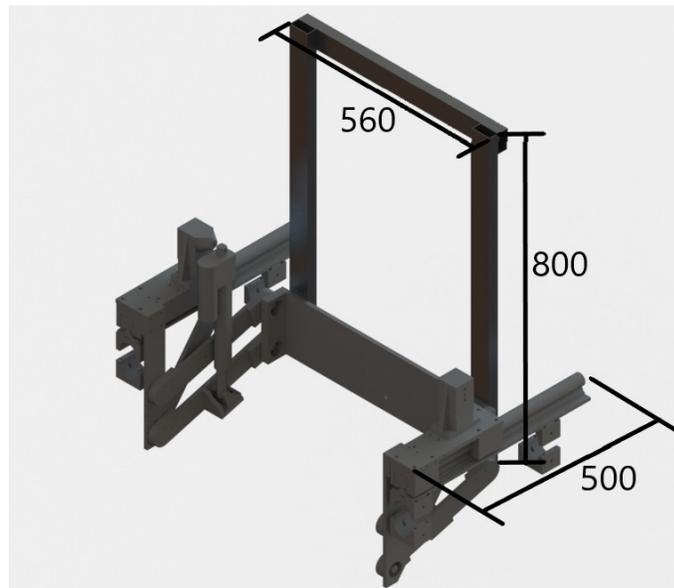


Figura 4.11: Diseño en CAD del sistema de levantamiento del exoesqueleto en solitario; vista isométrica

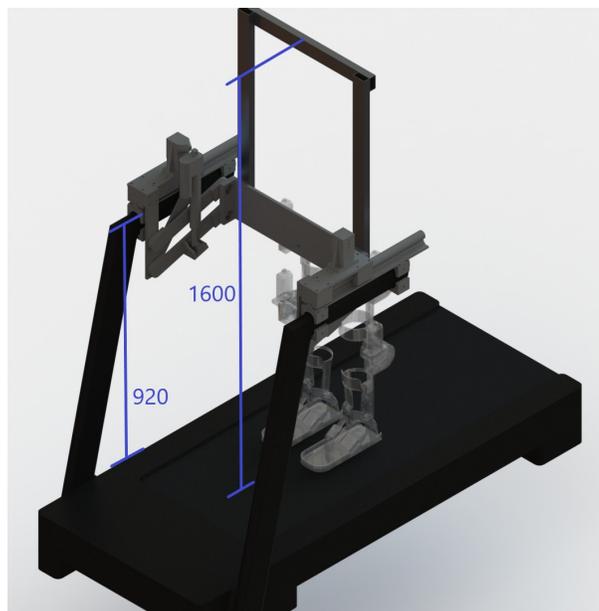


Figura 4.12: Conexión del sistema de levantamiento del exoesqueleto con la caminadora y con las piernas mecánicas

El paciente es soportado por un arnés colgado de la barra superior del marco para arnés, el cual está unido al sistema de 4 barras en el mismo punto donde se conectan las piernas mecánicas. De esta forma el exoesqueleto es capaz de cargar confortablemente al paciente mientras realiza su rutina de rehabilitación.

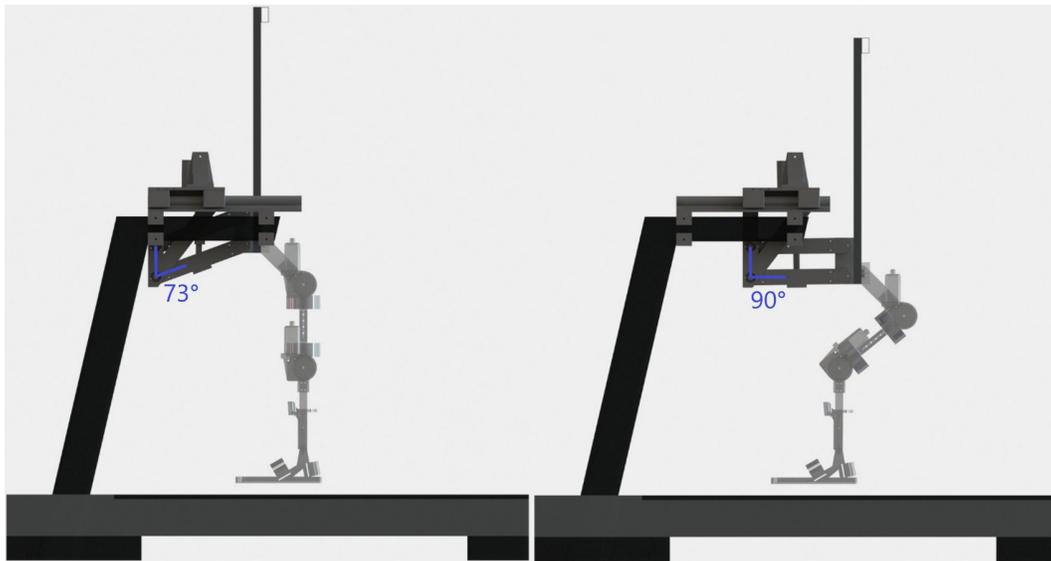


Figura 4.13: Detalle del movimiento de subir y bajar del sistema de 4 barras, vista lateral

### 4.2.3. Diseño Terminado

El diseño completo del prototipo de exoesqueleto para rehabilitación de marcha se muestra en la fig. 4.14, donde se puede apreciar a detalle la relación que tiene cada uno de los componentes con los demás. En la fig. 4.15 se muestra el diseño completo con un modelo humano en él.



Figura 4.14: Diseño en CAD del exoesqueleto completo; vista isométrica

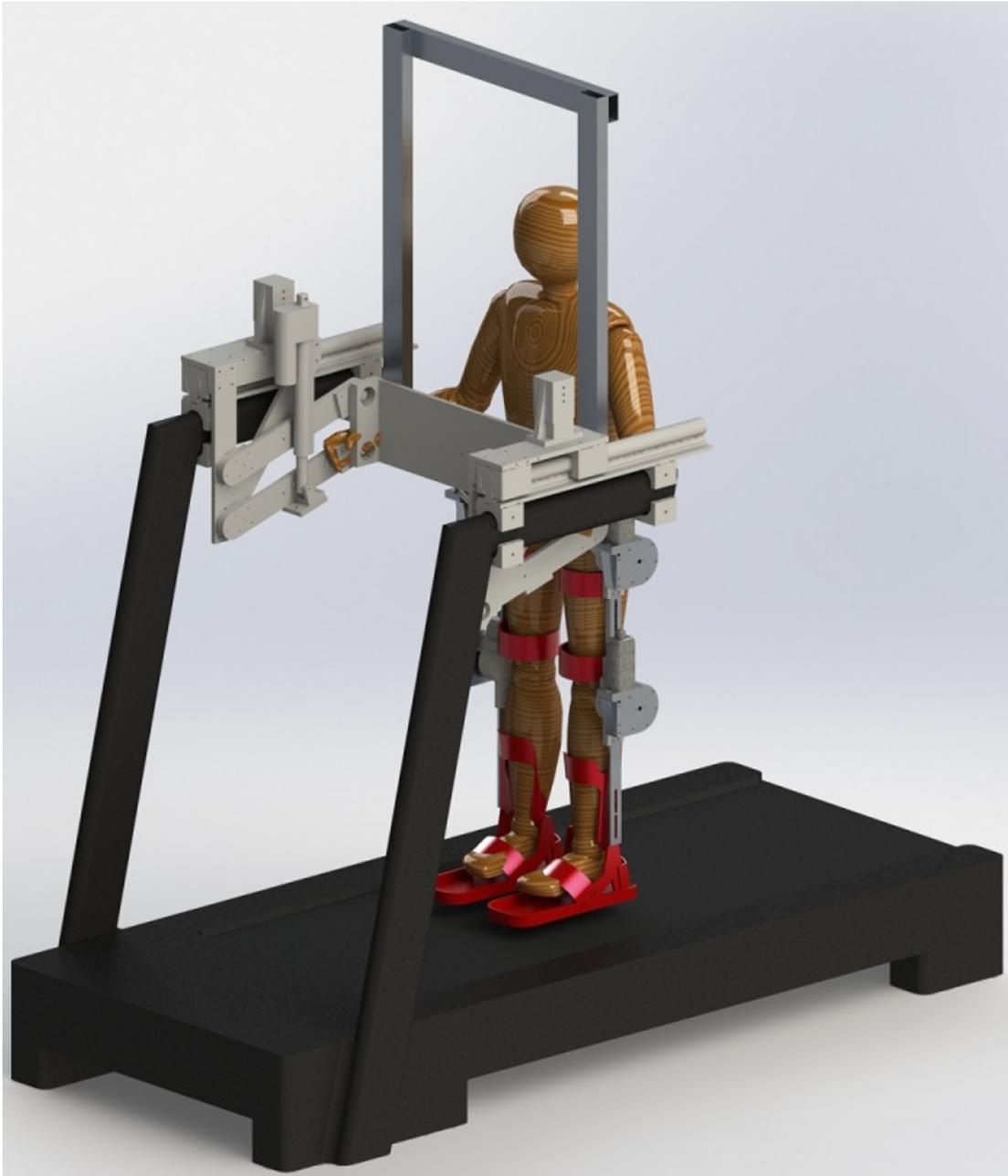


Figura 4.15: Diseño en CAD del exoesqueleto completo + modelo de un infante humano; vista isométrica

### 4.3. Análisis de Esfuerzos

Sobre el diseño descrito anteriormente, se realizó un estudio de esfuerzos en la estructura para determinar el tipo de y las dimensiones del material a utilizar; se busca que el exoesqueleto sea lo más ligero posible, que cuente con los requerimientos de seguridad, tensión y deformación estática. Este estudio se realizó en el programa SolidWorks mediante su herramienta de elemento finito.

Para la elección de los materiales se consideraron aspectos como disponibilidad del material, resistencia mecánica, peso, resistencia a la corrosión y carencia de efectos sobre el medio ambiente o las personas, resistencia a la torsión, resistencia a la flexión, resistencia a la compresión, resistencia a la corrosión y límite elástico dureza.

Después de varios ensayos se concluyó que el material adecuado a utilizar es la aleación de aluminio 6061-T6, usando barras de 2"X 3/8", y Nylamid en placa de 2" de grueso, cuyas propiedades y características se muestran en el Anexo B

En la figura 4.16 se observa el estudio de análisis de esfuerzos en flexión de cadera a 45°, se considera el peso propio de la estructura, el peso de los motores y se supone que la estructura carga en su punto mas alejado un peso de 100 N (flechas en color rosa), mientras está sujeta por la cintura (flechas en color verde). Con todo esto, su factor de seguridad es de 2.6.

El factor de seguridad es el cociente entre el valor calculado de la capacidad máxima de un sistema y el valor del requerimiento esperado real a que se verá sometido. Por este motivo debe ser un número mayor que uno (como en este caso en particular), que indique la capacidad en exceso que tiene el sistema por sobre sus requerimientos.

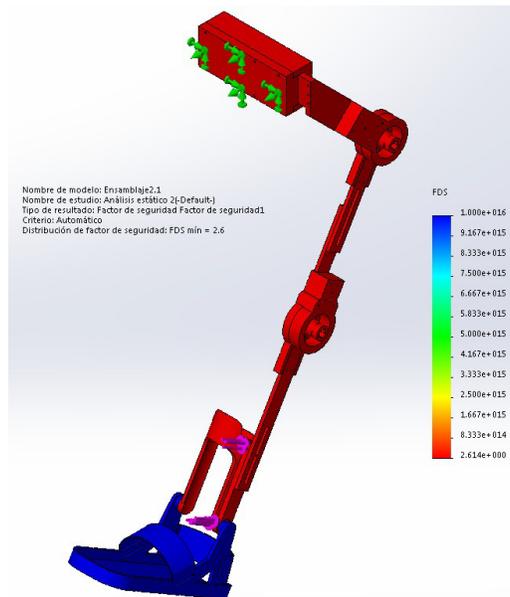


Figura 4.16: Análisis de esfuerzos ante una fuerza de 100 N indicada por las flechas rosas.

En la figura 4.17 se observa el estudio de análisis estático de tensión nodal.

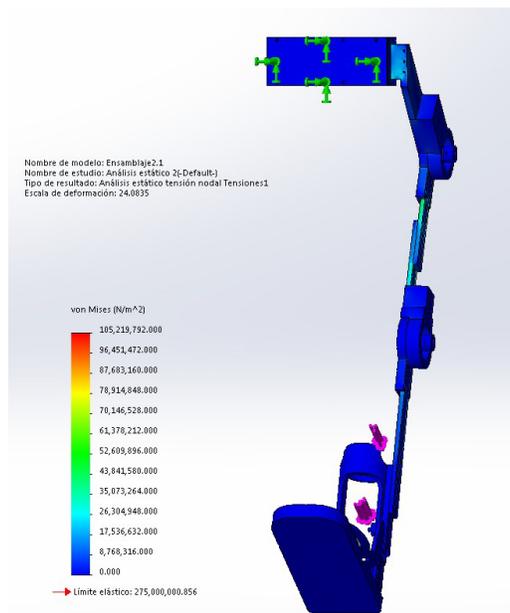


Figura 4.17: Análisis estático de tensión nodal ante una fuerza de 100 N.

En la figura 4.18 se observa el estudio de deformación unitaria estática, el cual nos permite ver los puntos de máxima deformación dentro de la estructura.

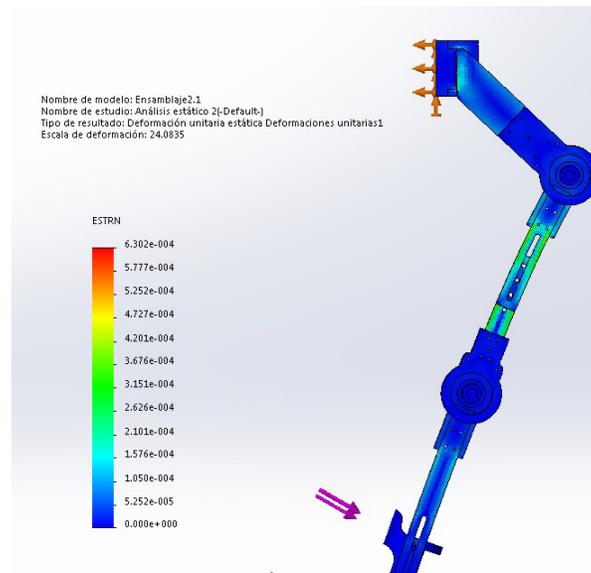


Figura 4.18: Análisis de deformación unitaria ante una fuerza de 100 N.

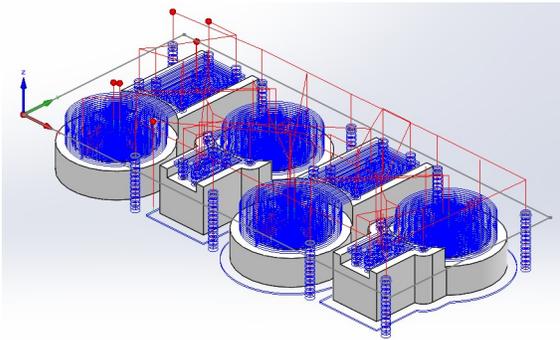
## 4.4. Construcción del Exoesqueleto

El maquinado y la construcción del exoesqueleto se llevó a cabo, con financiamiento del laboratorio UMI-LAFMIA, por el autor de esta tesis en el laboratorio de Prototipado Rápido del laboratorio UMI-LAFMIA del CINVESTAV. Para este fin se utilizaron todas las herramientas disponibles en dicho laboratorio, haciendo uso exhaustivo de la máquina fresadora por control numérico computarizado (CNC) Haas Mini Mill, mostrada en la figura 4.19.

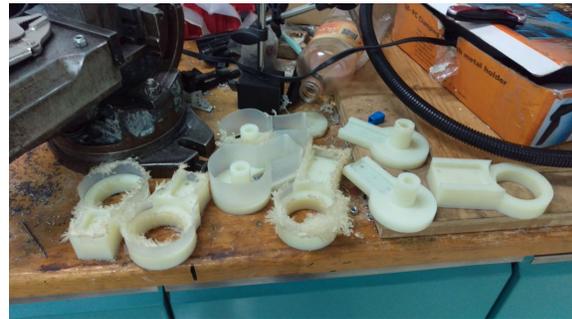


Figura 4.19: Fresadora CNC Haas Mini Mill.

Los códigos G necesarios para trabajar con la máquina CNC se generaron en Solidworks utilizando el toolbox Solidcam. En la figura 4.20 se pueden observar las piezas de las dos caderas del prototipo; a la izquierda se observan en el ambiente de Solidcam para la generación del código G, y a la derecha se observan las piezas como salen de la fresadora: aún con rebaba.



(a) Piezas en Solidcam



(b) Piezas ya fabricadas

Figura 4.20: Proceso de fabricación

En la figura 4.21 se puede observar el conjunto de piezas, maquinadas en aluminio, para la construcción del mecanismo de 4 barras del sistema de levantamiento de las piernas mecánicas, cuyo diseño se presentó previamente en la figura 4.13.

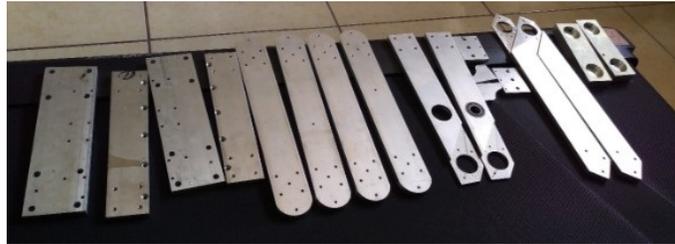


Figura 4.21: Piezas del mecanismo de 4 barras para el sistema de levantamiento.

En la figura 4.22 se puede observar el montaje de la base del sistema de levantamiento sobre los posamanos de la caminadora; se observan los rieles de acero de 1" de diámetro y los baleros lineales en C, que permiten que el sistema se desplace hacia adelante y hacia atrás con una amplitud de 30 cm.



Figura 4.22: Montaje de la base del sistema de levantamiento.

En la figura 4.23 se pueden observar las piernas mecánicas en proceso construcción, sin los pies, mientras están fijadas provisionalmente a un escritorio.

En la figura 4.24 se pueden observar las piernas ya terminadas, aún en una base provisional.



Figura 4.23: Piernas mecánicas en proceso de construcción.



Figura 4.24: Piernas mecánicas terminadas, base provisional.

Finalmente, en la figura 4.25, se aprecia el prototipo terminado, completamente armado en conjunto con el sistema de levantamiento y montado en la caminadora.



Figura 4.25: Prototipo terminado.



# CAPÍTULO 5

## MODELOS DINÁMICOS

En este capítulo se presentan los modelos dinámicos, tanto del exoesqueleto de piernas con articulaciones elásticas como del exoesqueleto de hombro. El modelado de ambos exoesqueletos es desarrollado mediante el formalismo de Euler-Lagrange siguiendo la ecuación general para un robot de  $n$  grados de libertad. Para el exoesqueleto de piernas se considera, cada una, como un péndulo doble, ya que las articulaciones de rodilla y cadera realizan sus movimientos solo en el plano sagital. En el caso del exoesqueleto de hombro, se obtienen, en primer lugar, sus parámetros de Denavith-Hartenberg y a partir de ahí se procede a la obtención del modelo dinámico.

### 5.1. Exoesqueleto de Piernas con Articulaciones Flexibles

Para obtener las ecuaciones dinámicas que rigen el comportamiento del robot es necesario contar con el diagrama de eslabones simplificado del exoesqueleto **considerando articulaciones rígidas**, el cual se presenta en la figura 5.1, donde se pueden observar los eslabones, los puntos de rotación y los nombres que se han asignado a cada elemento del exoesqueleto; una vez obtenido el modelo dinámico del exoesqueleto con

articulaciones rígidas, se toma en cuenta la elasticidad en las articulaciones y se desarrolla el modelo completo. El modelo matemático obtenido aquí para una extremidad es idéntico para la otra.

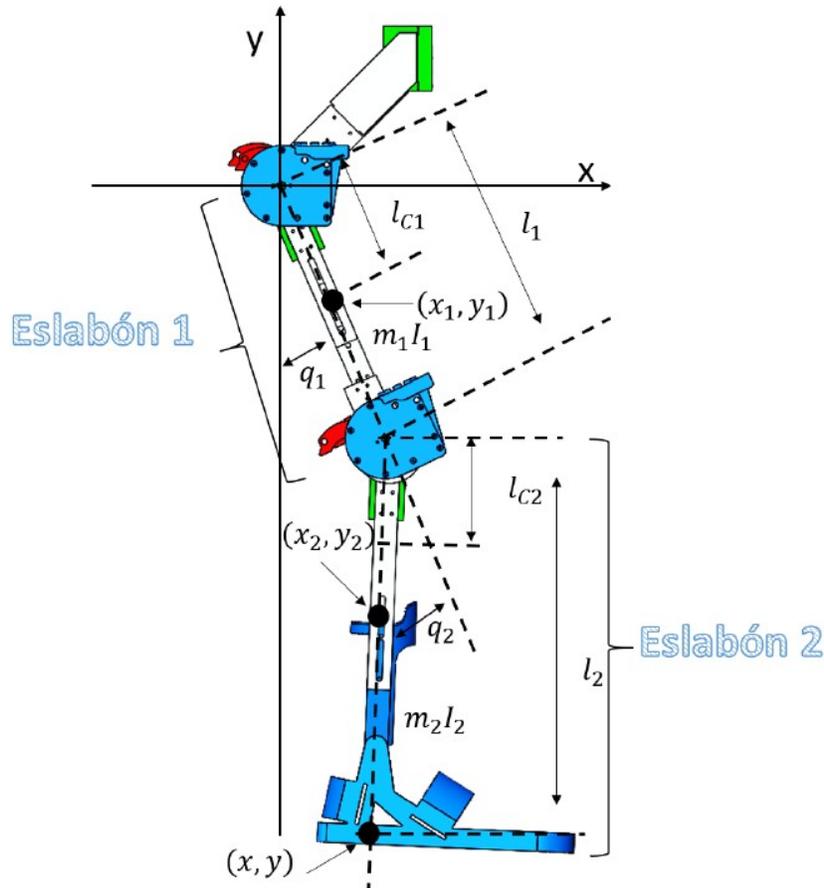


Figura 5.1: Diagrama de eslabones de una extremidad del exoesqueleto.

Cada extremidad inferior del exoesqueleto está constituida por 2 eslabones rígidos: muslo (eslabón 1) y pierna (eslabón 2), de longitudes  $l_1$  y  $l_2$  y masas  $m_1$  y  $m_2$  respectivamente. La distancia entre los ejes de giro y los centros de masas se denota por  $l_{c1}$  y  $l_{c2}$  respectivamente. Por último,  $I_1$  e  $I_2$  expresa los momentos de inercia de los eslabones con respecto al eje que pasa a través de sus centros de masas y que es perpendicular al plano X-Y.

Las articulaciones 1 y 2 son rotacionales, los desplazamientos del robot se llevan a cabo en el plano vertical X-Y (sagital) mostrado. Los grados de libertad están asociados a los ángulos  $q_1$  que se mide desde el eje  $-Y$  hasta el eslabón 1 y  $q_2$  que se mide a partir de la extensión del eslabón 1 hasta el eslabón 2, siendo ambos positivos en sentido contrario a las manecillas del reloj. El vector de posiciones articulares así descrito,  $q(t)$  se define como:

$$q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

El formalismo de Euler-Lagrange, que se utilizó para la obtención del modelo dinámico, se define como:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q} = \tau \quad (5.2)$$

donde:

$$\begin{aligned} L(q(t), \dot{q}(t)) &= K(q(t), \dot{q}(t)) - U(q(t)) \\ K(q(t), \dot{q}(t)) &= \frac{1}{2} m \|V\|^2 + \frac{1}{2} I \dot{q}^2 \end{aligned} \quad (5.3)$$

A continuación se desarrollan las expresiones necesarias para obtener el modelo dinámico a partir del método presentado en 5.2.

La energía cinética  $K(q(t), \dot{q}(t))$  para la extremidad inferior del exoesqueleto puede descomponerse en la suma de 2 partes,  $K = K_1 + K_2$ , donde  $K_1$  y  $K_2$  son las energías cinéticas asociadas a las masas  $m_1$  y  $m_2$  respectivamente. Para obtener cada una de ellas es necesario conocer la velocidad de dichas masas; esto se obtiene de la siguiente forma:

Las coordenadas del centro de masa del eslabón 1 y del eslabón 2, expresadas en el

plano X-Y, son:

$$X_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{c1} \sin(q_1) \\ -l_{c1} \cos(q_1) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \sin(q_1) + l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \\ -l_1 \cos(q_1) - l_{c2} \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Derivando los vectores de las coordenadas obtenemos los vectores de velocidad de los eslabones como sigue:

$$V_1 = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{c1} \dot{q}_1 \cos(q_1) \\ l_{c1} \dot{q}_1 \sin(q_1) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$V_2 = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \dot{q}_1 \cos(q_1) + l_{c2} \cos(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ l_1 \dot{q}_1 \sin(q_1) + l_{c2} \sin(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

La velocidad al cuadrado del centro de masa del eslabón 1 se obtiene mediante la multiplicación matricial:  $V_1^2 = V_1^T V_1$ ; y de forma semejante para el centro de masa del eslabón 2, lo que para cada eslabón resulta ser:

$$\begin{aligned} V_1^2 &= l_{c1}^2 \dot{q}_1^2 \cos^2(q_1) + l_{c1}^2 \dot{q}_1^2 \sin^2(q_1) \\ V_2^2 &= l_{c2}^2 \cos^2(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2 l_{c2} \cos(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) l_1 \cos(q_1) \dot{q}_1 \\ &\quad + l_1^2 \dot{q}_1^2 \cos^2(q_1) + l_1^2 \dot{q}_1^2 \sin^2(q_1) \\ &\quad + l_{c2}^2 \sin^2(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2 l_{c2} \sin(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) l_1 \sin(q_1) \dot{q}_1 \end{aligned} \quad (5.8)$$

Reduciendo estas expresiones, factorizando y utilizando las identidades trigonométricas:

$$\begin{aligned}\cos^2(q) + \sin^2(q) &= 1 \\ \sin(q_1 + q_2) \sin(q_1) + \cos(q_1 + q_2) \cos(q_1) &= \cos(q_2)\end{aligned}\tag{5.9}$$

Finalmente tenemos:

$$\begin{aligned}V_1^2 &= l_{c1}^2 \dot{q}_1^2 \\ V_2^2 &= l_1^2 \dot{q}_1^2 + l_{c2}^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2 l_1 l_{c2} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_2)\end{aligned}\tag{5.10}$$

De esta manera las energías cinéticas asociadas a cada masa del exoesqueleto están determinadas por:

$$\begin{aligned}K_1 &= \frac{1}{2} m_1 l_{c1}^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 \\ K_2 &= \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{q}_1^2 + l_{c2}^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2 l_1 l_{c2} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_2)) + \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2\end{aligned}\tag{5.11}$$

Por otro lado, la energía potencial de la articulación inferior del exoesqueleto puede descomponerse como la suma de dos partes:  $U = U_1 + U_2$ , donde  $U_1$  y  $U_2$  son las energías potenciales asociadas a las masas  $m_1$  y  $m_2$  respectivamente. Se tiene entonces

$$\begin{aligned}U_1 &= - m_1 g l_{c1} \cos(q_1) \\ U_2 &= - m_2 g l_1 \cos(q_1) - m_2 g l_{c2} \cos(q_1 + q_2)\end{aligned}\tag{5.12}$$

El lagrangiano, a partir de las energías cinéticas y potenciales calculadas anterior-

mente, queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} L(q, \dot{q}) &= K - U \\ L(q, \dot{q}) &= K_1 + K_2 - U_1 - U_2 \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} L(q, \dot{q}) &= \frac{1}{2} m_1 l_{c1}^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 \\ &+ \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{q}_1^2 + l_{c2}^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2 l_1 l_{c2} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_2)) \\ &+ \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + m_1 g l_{c1} \cos(q_1) + m_2 g l_1 \cos(q_1) \\ &+ m_2 g l_{c2} \cos(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (5.14)$$

Las ecuaciones de movimiento del sistema de la figura 5.1 quedan dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_1} &= \tau_1 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_2} &= \tau_2 \end{aligned} \quad (5.15)$$

Desarrollando las ecuaciones de movimiento 5.15 se obtienen las siguientes derivadas,

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_1} &= I_1 \dot{q}_1 + I_2 [\dot{q}_1 + \dot{q}_2] + (l_{c1}^2 m_1 + l_1^2 m_2) \dot{q}_1 \\ &+ l_{c2}^2 m_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + 2 l_1 l_{c2} m_2 \dot{q}_1 \cos(q_2) + l_1 l_{c2} m_2 \dot{q}_2 \cos(q_2) \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_1} &= [I_1 + I_2 + l_1^2 m_2 + l_{c1}^2 m_1 + l_{c2}^2 m_2 + 2 l_1 l_{c2} m_2 \cos(q_2)] \ddot{q}_1 \\ &+ [I_2 + l_{c2}^2 m_2 + l_1 l_{c2} m_2 \cos(q_2)] \ddot{q}_2 - l_1 l_{c2} m_2 \sin(q_2) \dot{q}_2^2 \\ &- 2 l_1 l_{c2} m_2 \sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_1} = - [m_1 l_{c1} + m_2 l_1] g \sin(q_1) - m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_2} = (I_2 + m_2 l_{c2}^2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_1 l_{c2} m_2 \cos(q_2) \dot{q}_1 \quad (5.19)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_2} = (I_2 + m_2 l_{c2}^2)(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) \ddot{q}_1 - m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_2} = - m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) [\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_1^2] - m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \quad (5.21)$$

Por lo tanto, a partir de 5.15 y con las derivadas calculadas anteriormente, las ecuaciones dinámicas que modelan la extremidad del robot son:

$$\begin{aligned} \tau_1 = & [I_1 + I_2 + l_1^2 m_2 + l_{c1}^2 m_1 + l_{c2}^2 m_2 + 2 l_1 l_{c2} m_2 \cos(q_2)] \ddot{q}_1 \\ & [I_2 + l_{c2}^2 m_2 + l_1 l_{c2} m_2 \cos(q_2)] \ddot{q}_2 - l_1 l_{c2} m_2 \sin(q_2) \dot{q}_2^2 \\ & - 2 l_1 l_{c2} m_2 \sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + [m_1 l_{c1} + m_2 l_1] g \sin(q_1) + m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} \tau_2 = & (I_2 + m_2 l_{c2}^2)(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) \ddot{q}_1 + m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1^2 \\ & + m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (5.23)$$

Siendo  $\tau_1$  y  $\tau_2$  los pares que actúan en las articulaciones 1 y 2, cadera y rodilla, respectivamente. Se observa que las ecuaciones dinámicas del robot son un conjunto de dos ecuaciones diferenciales no lineales en el estado.

El modelo del sistema de 5.22 y 5.23 puede escribirse en la forma general matricial:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) \quad (5.24)$$

o bien

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}(q) & M_{12}(q) \\ M_{21}(q) & M_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11}(q, \dot{q}) & C_{12}(q, \dot{q}) \\ C_{21}(q, \dot{q}) & C_{22}(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(q) \\ g_2(q) \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

donde  $M$  representa la matriz de Inercia,  $C$  la matriz centrífuga y de Coriolis que contiene los símbolos de Christffer,  $g$  es un vector de  $n \times 1$  de fuerzas o pares gravitacionales y  $\tau$  es un vector de  $n \times 1$  de fuerzas externas, siendo generalmente los pares y fuerzas aplicadas por los actuadores en las articulaciones. Para este modelo se expresan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} M_{11}(q) &= I_1 + I_2 + l_1^2 m_2 + l_{c1}^2 m_1 + l_{c2}^2 m_2 + 2 l_1 l_{c2} m_2 \cos(q_2) \\ M_{12}(q) &= I_2 + l_{c2}^2 m_2 + l_1 l_{c2} m_2 \cos(q_2) \\ M_{21}(q) &= I_2 + l_{c2}^2 m_2 + l_1 l_{c2} m_2 \cos(q_2) \\ M_{22}(q) &= I_2 + m_2 l_{c2}^2 \\ C_{11}(q, \dot{q}) &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2 \\ C_{12}(q, \dot{q}) &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) [\dot{q}_1 + \dot{q}_2] \\ C_{21}(q, \dot{q}) &= m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1 \\ C_{22}(q, \dot{q}) &= 0 \\ g_1(q) &= [m_1 l_{c1} + m_2 l_1] g \sin(q_1) + m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \\ g_2(q) &= m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (5.26)$$

**Consideremos ahora la flexibilidad en las articulaciones** del exoesqueleto, esta elasticidad le proporciona al paciente cierta libertad y comodidad a la hora de realizar los ejercicios, además de que, con el procesamiento adecuado, puede servir para sentir la intención de movimiento humana.

En este exoesqueleto, como en muchos robots industriales, el movimiento producido por los actuadores es transmitido a los eslabones por medio de engranes. Éstos no son completamente rígidos, sino que tienen una elasticidad que puede ser comparada a la de un resorte.

En el caso de las piernas del exoesqueleto, con articulaciones giratorias y motores eléctricos como actuadores, este fenómeno se reduce a una torsión en el eje que conecta a cada eslabón con el rotor del motor que lo mueve, es decir, en las dos articulaciones de cada pierna se produce esta torsión. La figura 5.2 ejemplifica cada articulación elástica; en amarillo se representa el rotor del motor y en azul la carga del eslabón, la posición angular del rotor del motor se denota por  $q_m$  mientras que la posición angular del eslabón después del engranaje elástico es  $q_e$ .

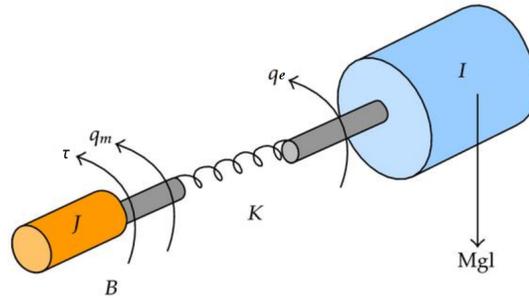


Figura 5.2: Articulación elástica.

Debido a la elasticidad, la extremidad inferior del exoesqueleto, con  $n = 2$  eslabones, tiene ahora  $2n$  grados de libertad (GDL). Sus coordenadas generalizadas son  $[q_e^T \ q_m^T]^T$ , con  $q_e = [q_{e1} \ q_{e2}]^T$  las posiciones angulares de los eslabones 1 y 2, respectivamente y  $q_m = [q_{m1} \ q_{m2}]^T$  las posiciones angulares de los motores 1 y 2, respectivamente. La función de energía cinética de un robot con articulaciones elásticas, como es el caso de las piernas del exoesqueleto, corresponde básicamente a la suma de la energía cinética

de los eslabones y las de los rotores, esto es:

$$\kappa(q_e, \dot{q}_e, \dot{q}_m) = \frac{1}{2} \dot{q}_e^T M(q_e) \dot{q}_e + \frac{1}{2} \dot{q}_m^T J \dot{q}_m \quad (5.27)$$

donde  $M(q_e)$  es la matriz de inercia del “robot rígido” (esto es, asumiendo un valor infinito para la rigidez de  $k_i$  para todo  $i$ ), y  $J$  es una matriz diagonal definida positiva, cuyos valores son los momentos de inercia de los rotores multiplicados por el cuadrado de la relación de transmisión de los engranes, *i.e.*

$$J = \begin{bmatrix} J_1 r_1^2 & 0 \\ 0 & J_2 r_2^2 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Por otro lado, la energía potencial es la suma de la energía gravitacional más aquella almacenada en los ficticios resortes torsionales, *i.e.*

$$U(q_e, q_m) = U_1(q_e) + \frac{1}{2} [q_e - q_m]^T K [q_e - q_m] \quad (5.29)$$

donde  $U_1(q_e)$  es la energía potencial debido a la gravedad y corresponde exactamente a la del robot como si las articulaciones fueran absolutamente rígidas. La matriz  $K$  es diagonal definida positiva y sus elementos son las constantes de torsión, *i.e.*

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

El Lagrangiano es en este caso:

$$L(q_e, q_m, \dot{q}_e, \dot{q}_m) = \frac{1}{2} \dot{q}_e^T M(q_e) \dot{q}_e + \frac{1}{2} \dot{q}_m^T J \dot{q}_m - U_1(q_e) - \frac{1}{2} [q_e - q_m]^T K [q_e - q_m] \quad (5.31)$$

Por lo tanto, usando las ecuaciones de movimiento de Lagrange 5.2 obtenemos

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_e} \left[ \frac{1}{2} \dot{q}_e^T M(q_e) \dot{q}_e \right] \\ \frac{\partial}{\partial \dot{q}_m} \left[ \frac{1}{2} \dot{q}_m^T J \dot{q}_m \right] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial q_e} \left[ \frac{1}{2} \dot{q}_e^T M(q_e) \dot{q}_e - U_1(q_e) - \frac{1}{2} [q_e - q_m]^T K [q_e - q_m] \right] \\ \frac{\partial}{\partial q_m} \left[ -\frac{1}{2} [q_e - q_m]^T K [q_e - q_m] \right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

Finalmente, usando:

$$\frac{\partial}{\partial \dot{q}_e} \left[ \frac{1}{2} \dot{q}_e^T M(q_e) \dot{q}_e \right] = M(q_e) \dot{q}_e \quad (5.33)$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial}{\partial \dot{q}_e} \left[ \frac{1}{2} \dot{q}_e^T M(q_e) \dot{q}_e \right] \right] = M(q_e) \ddot{q}_e + \dot{M}(q_e) \dot{q}_e \quad (5.34)$$

$$C(q_e, \dot{q}_e) \dot{q}_e = \dot{M}(q_e) \dot{q}_e - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_e} \left[ \dot{q}_e^T M(q_e) \dot{q}_e \right] \quad (5.35)$$

$$g(q_e) = \frac{\partial}{\partial q_e} U_1(q_e) \quad (5.36)$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{q}_m} \left[ -\frac{1}{2} [q_e - q_m]^T K [q_e - q_m] \right] = K [q_e - q_m] \quad (5.37)$$

obtenemos:

$$\begin{aligned} M(q_e) \ddot{q}_e + C(q_e, \dot{q}_e) \dot{q}_e + g(q_e) + K [q_e - q_m] &= 0 \\ J \ddot{q}_m - K [q_e - q_m] &= \tau \end{aligned} \quad (5.38)$$

Considerando fricción viscosa en los motores, el modelo dinámico para el exoesqueleto de articulaciones flexibles es:

$$\begin{aligned} M(q_e) \ddot{q}_e + C(q_e, \dot{q}_e) \dot{q}_e + g(q_e) + K [q_e - q_m] &= 0 \\ J \ddot{q}_m + B \dot{q}_m - K [q_e - q_m] &= \tau \end{aligned} \quad (5.39)$$

donde la matriz  $B$  es diagonal definida positiva y sus elementos son los parámetros de fricción viscosa de cada motor, *i.e.*

$$B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

El modelo anterior puede, a su vez, escribirse en la forma estándar, es decir, a través del vector de estado  $[q_e^T \ q_m^T \ \dot{q}_e^T \ \dot{q}_m^T]$  como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_e \\ q_m \\ \dot{q}_e \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_e \\ \dot{q}_m \\ M^{-1}(q_e) [-C(q_e, \dot{q}_e) \dot{q}_e - g(q_e) - K [q_e - q_m]] \\ J^{-1} [\tau - B \dot{q}_m + K [q_e - q_m]] \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

## 5.2. Exoesqueleto de Hombro

En esta sección se presenta el modelado del exoesqueleto de hombro, fig 5.3, con el cual también se trabajó durante el presente trabajo de doctorado.

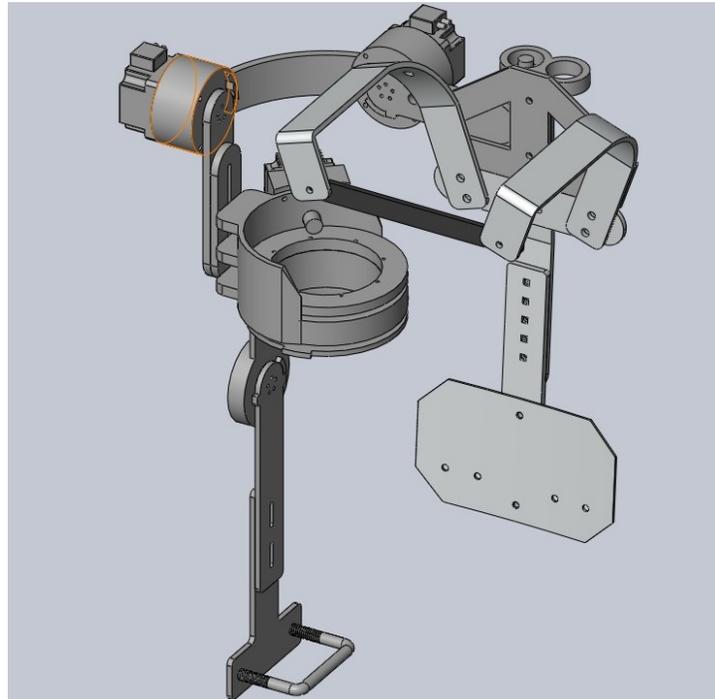


Figura 5.3: Diseño en CAD del exoesqueleto de hombro

Este exoesqueleto, que se encuentra entre los prototipos previos desarrollados en el laboratorio UMI-Lafmia, es un exoesqueleto para una persona de talla media: 1.75 m de altura y 75 Kg. de peso, el cual cuenta con 5 grados de libertad equivalentes a los 5 grados de libertad del hombro humano: tres grados de libertad que corresponden con la articulación glenohumeral y dos grados de libertad que corresponden con la articulación escapulo humeral. También cuenta con un grado de libertad en el codo, pero este no está actuado: es una articulación pasiva diseñada así para confort del usuario.

En la Figura 5.4 se puede observar el diseño final del exoesqueleto, donde se aprecian las adaptaciones para los motores y donde se indican las funciones de cada articulación.

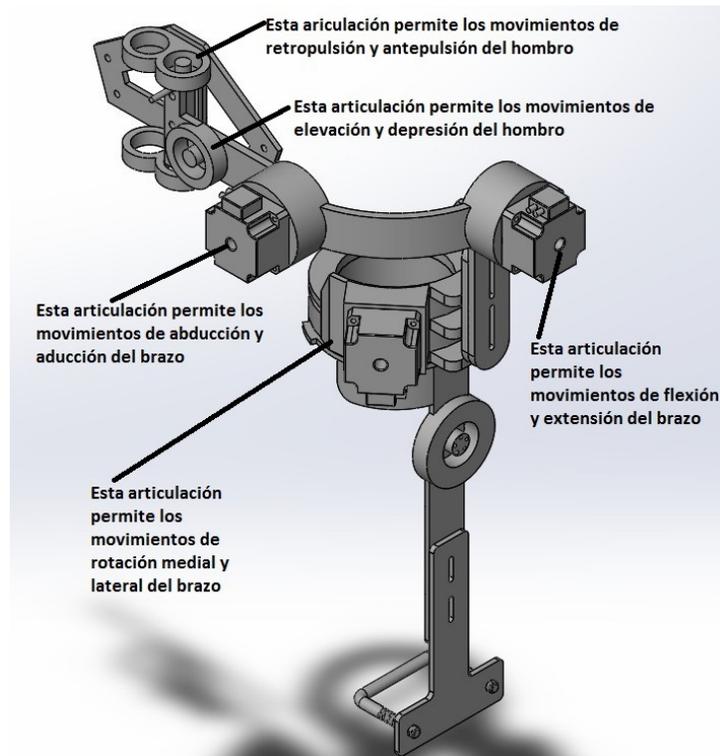


Figura 5.4: Detalle de los grados de libertad en el exoesqueleto de hombro

En la tabla 5.1 se muestra la extensión de los movimientos que puede alcanzar este exoesqueleto comparado con los que pueden alcanzar otros exoesqueletos y un humano promedio.

| DOF      | Man[45] | Caden-7[46] | EXOS[47] | MGA[48] | UMI |
|----------|---------|-------------|----------|---------|-----|
| Ext/Flx  | 236     | 180         | 135      | 210     | 225 |
| Abd/Add  | 173.5   | 180         | 140      | 138     | 140 |
| Int/Extr | 160     | 160         | 135      | 131     | 160 |
| Elv/Dep  | 15      | —           | —        | —       | 10  |

Tabla 5.1: Extensión de movimientos en brazos exoesqueletos.

Donde, la columna DOF es el grado de libertad en cuestión: flexión/extensión, abducción/aducción, rotación interna/externa y elevación/depresión; la columna Man indica los rangos para un humano normal; y las restantes columnas corresponden a distintos exoesqueletos desarrollados por universidades, siendo la última correspondiente a nuestro exoesqueleto.

Para obtener las ecuaciones cinemáticas del robot es necesario contar con el diagrama de eslabones simplificado del exoesqueleto. En la figura 5.5 se pueden observar los eslabones, los puntos de rotación y los nombres que se han asignado a cada elemento del exoesqueleto.

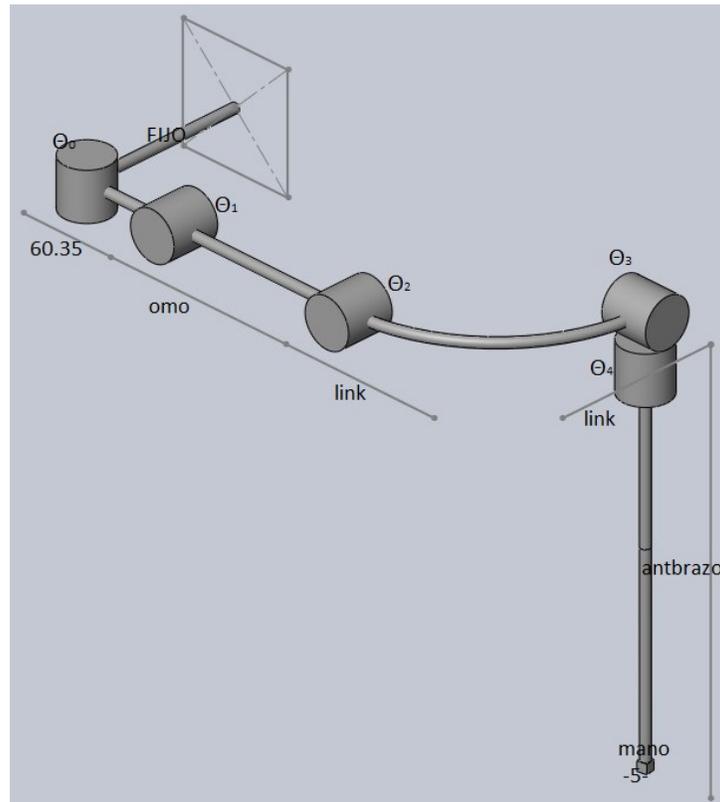


Figura 5.5: Diagrama de los eslabones del modelo

A partir de aquí podemos obtener los parámetros de Denavith Hartenberg (DH), los cuales se muestran en la tabla 5.2.

| Link | $a_i$ | $\alpha_i$ | $d_i$  | $q_i$ |
|------|-------|------------|--------|-------|
| 0    | 60.65 | 90         | 0      | $q_0$ |
| 1    | 139   | 0          | 0      | $q_1$ |
| 2    | lnk   | 0          | -lnk   | $q_2$ |
| 2'   | 0     | 0          | 0      | -90   |
| 2''  | 0     | -90        | 0      | 0     |
| 3    | 0     | -90        | 0      | $q_3$ |
| 3'   | 0     | 0          | 0      | 90    |
| 3''  | 0     | -90        | 0      | 0     |
| 4    | 0     | 0          | -635.6 | $q_4$ |

Tabla 5.2: Parámetros DH.

Para encontrar las ecuaciones dinámicas que describen el sistema se utilizó el método de Euler-Lagrange descrito en 5.2.

Procediendo a desarrollar dichas ecuaciones, se requieren las posiciones del centro de masa de cada eslabón, las cuales se escriben como:

$$X_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{1c} \cos(q_1) \\ 0 \\ l_{1c} \sin(q_1) \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{2c} \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1) \\ l_{2c} \\ l_{2c} \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin(q_1) \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

$$X_3 = \begin{bmatrix} l_{3c} s(q_1 + q_2) c(q_3) + l_2 c(q_1 + q_2) + l_1 c(q_1) \\ l_{3c} \sin(q_3) + l_2 \\ -l_{3c} c(q_1 + q_2) c(q_3) + l_2 s(q_1 + q_2) + l_1 s(q_1) \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

El vector de velocidad de los eslabones es:

$$V_1 = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_{1c} \dot{q}_1 \sin(q_1) \\ 0 \\ l_{1c} \dot{q}_1 \cos(q_1) \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

$$V_2 = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \dot{q}_1 \sin(q_1) - l_{2c} \sin(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ 0 \\ l_1 \dot{q}_1 \cos(q_1) + l_{2c} \cos(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

$$V_3 = \begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{3c} \cos(q_1 + q_2) \cos(q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - l_2 \sin(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ -l_1 \dot{q}_1 \sin(q_1) - l_{3c} \dot{q}_3 \sin(q_1 + q_2) \sin(q_3) \\ l_{3c} \dot{q}_3 \cos(q_3) \\ l_1 \dot{q}_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ +l_{3c} \sin(q_1 + q_2) \cos(q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_{3c} \dot{q}_3 \cos(q_1 + q_2) \sin(q_3) \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

La velocidad al cuadrado de cada eslabón resulta ser:

$$\begin{aligned}
V_1^2 &= l_{1c}^2 \dot{q}_1^2 \\
V_2^2 &= l_1^2 \dot{q}_1^2 + 2 \cos(q_2) l_1 l_{2c} \dot{q}_1^2 \\
&\quad + 2 \cos(q_2) l_1 l_{2c} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + l_{2c}^2 \dot{q}_1^2 + 2 l_{2c}^2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 + l_{2c}^2 \dot{q}_2^2 \\
V_3^2 &= \{l_1 \dot{q}_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - l_{3c} \cos(q_1 + q_2) \cos(q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\
&\quad + l_{3c} \dot{q}_3 \sin(q_1 + q_2) \sin(q_3)\}^2 + \{l_1 \dot{q}_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\
&\quad + l_{3c} \sin(q_1 + q_2) \cos(q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_{3c} \dot{q}_3 \cos(q_1 + q_2) \sin(q_3)\}^2 \\
&\quad + l_{3c}^2 \dot{q}_3^2 \cos^2(q_3)
\end{aligned} \tag{5.48}$$

De esta manera las energías cinéticas asociadas a cada eslabón del exoesqueleto están determinadas por:

$$\begin{aligned}
K_1 &= \frac{m_1 l_{1c}^2 \dot{q}_1^2}{2} + \frac{I_1 \dot{q}_1^2}{2} \\
K_2 &= \frac{m_2 V_2^2}{2} + \frac{I_2}{2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2; \\
K_3 &= \frac{m_3 V_3^2}{2} + \frac{I_{3y}}{2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + \frac{I_{3x}}{2} (\dot{q}_3)^2;
\end{aligned} \tag{5.49}$$

Por otro lado, la energía potencial asociada a los eslabones de la Figura 5.5 están dadas por:

$$\begin{aligned}
U_T &= U_1 + U_2 + U_3 \\
&= g l_{1c} m_1 \sin(q_1) + g m_2 (l_{2c} \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin(q_1)) \\
&\quad + g m_3 (l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_1 \sin(q_1) - l_{3c} \cos(q_1 + q_2) \cos(q_3))
\end{aligned} \tag{5.50}$$

El lagrangiano queda de la siguiente forma:

$$L(q, \dot{q}) = K_1 + K_2 + K_3 - U_T \quad (5.51)$$

Las ecuaciones de movimiento del sistema de la figura 5.5 quedan dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_1} &= \tau_1 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_2} &= \tau_2 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_3} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_3} &= \tau_3 \end{aligned} \quad (5.52)$$

Desarrollando las ecuaciones de movimiento 5.52 se obtienen las siguientes derivadas,

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_1} &= I_1 \dot{q}_1 + I_2 \dot{q}_1 + I_2 \dot{q}_2 + I_{3y} \dot{q}_1 + I_{3y} \dot{q}_2 + l_1^2 m_2 \dot{q}_1 + l_1^2 m_3 \dot{q}_1 + l_{1c}^2 m_1 \dot{q}_1 \\ &+ l_2^2 m_3 \dot{q}_1 + l_2^2 m_3 \dot{q}_2 + l_{2c}^2 m_2 \dot{q}_1 + l_{2c}^2 m_2 \dot{q}_2 + l_{3c}^2 m_3 q_1 \cos(q_3)^2 \\ &+ l_{3c}^2 m_3 \dot{q}_2 \cos(q_3)^2 + 2l_1 l_2 m_3 \dot{q}_1 \cos(q_2) + l_1 l_2 m_3 \dot{q}_2 \cos(q_2) \\ &+ 2l_1 l_{2c} m_2 \dot{q}_1 \cos(q_2) + l_1 l_{2c} m_2 \dot{q}_2 \cos(q_2) + l_{3c} l_2 m_3 \dot{q}_3 \sin(q_3) \\ &+ 2l_{3c} l_1 m_3 \dot{q}_1 \cos(q_3) \sin(q_2) + l_{3c} l_1 m_3 \dot{q}_2 \cos(q_3) \sin(q_2) \\ &+ l_{3c} l_1 m_3 \dot{q}_3 \cos(q_2) \sin(q_3) \end{aligned} \quad (5.53)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_2} &= (I_2 + I_{3y} + l_2^2 m_3 + l_{2c}^2 m_2 + l_{3c}^2 m_3 \cos(q_3)^2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ &+ l_1 \dot{q}_1 \cos(q_2) (l_2 m_3 + l_{2c} m_2) + l_{3c} l_2 m_3 \dot{q}_3 \sin(q_3) \\ &+ l_{3c} l_1 m_3 q_1 \cos(q_3) \sin(q_2) \end{aligned} \quad (5.54)$$

$$\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_3} = l_{3c} l_2 m_3 \dot{q}_2 \sin(q_3) + l_{3c} l_1 m_3 \dot{q}_1 \cos(q_2) \sin(q_3) \quad (5.55)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_1} = & I_1 \ddot{q}_1 + I_2 \ddot{q}_1 + I_2 \ddot{q}_2 + I_{3y} \ddot{q}_1 + I_{3y} \ddot{q}_2 + l_1^2 \ddot{q}_1 (m_2 + m_3) + l_{1c}^2 m_1 \ddot{q}_1 \\ & + l_2^2 m_3 (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + l_{2c}^2 m_2 (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + l_{3c}^2 m_3 \cos^2(q_3) (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \\ & + l_{3c} l_2 m_3 \dot{q}_3^2 \cos(q_3) - l_1 l_2 m_3 \dot{q}_2^2 \sin(q_2) - l_1 l_{2c} m_2 \dot{q}_2^2 \sin(q_2) \\ & - l_{3c}^2 m_3 \dot{q}_3 \sin(2q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_1 l_2 m_3 \cos(q_2) (2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \\ & + 2 l_1 l_{2c} m_2 q_1 \cos(q_2) (2\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_{3c} l_2 m_3 \ddot{q}_3 \sin(q_3) \\ & + l_{3c} l_1 m_3 \cos(q_2) \cos(q_3) (\dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + 2 l_{3c} l_1 m_3 \ddot{q}_1 \cos(q_3) \sin(q_2) \\ & - 2 l_1 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(q_2) (l_2 m_3 + l_{2c} m_2) + 2 l_{3c} l_1 m_3 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_2) \cos(q_3) \\ & + l_{3c} l_1 m_3 (\ddot{q}_2 \cos(q_3) \sin(q_2) + \ddot{q}_3 \cos(q_2) \sin(q_3)) \\ & - 2 l_{3c} l_1 m_3 \sin(q_2) \sin(q_3) (\dot{q}_1 \dot{q}_3 + \dot{q}_2 \dot{q}_3) \end{aligned} \quad (5.56)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_2} = & \ddot{q}_1 (m_3 l_{3c}^2 \cos^2(q_3) + l_1 m_3 \sin(q_2) l_{3c} \cos(q_3) + m_3 l_2^2 + m_2 l_{2c}^2) \\ & + l_1 m_3 \cos(q_2) l_2 + l_1 m_2 \cos(q_2) l_{2c} + I_2 + I_{3y}) \\ & + \ddot{q}_2 (m_3 l_{3c}^2 \cos^2(q_3) + m_3 l_2^2 + m_2 l_{2c}^2 + I_2 + I_{3y}) \\ & - l_{3c} m_3 \dot{q}_3 (l_{3c} \dot{q}_1 \sin(2q_3) - l_2 \dot{q}_3 \cos(q_3) \\ & + l_{3c} \dot{q}_2 \sin(2q_3) + l_1 \dot{q}_1 \sin(q_2) \sin(q_3)) \\ & - l_1 \dot{q}_1 \dot{q}_2 (l_2 * m_3 \sin(q_2) + l_{2c} m_2 \sin(q_2) - l_{3c} m_3 \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ & + l_{3c} l_2 m_3 \ddot{q}_3 \sin(q_3) \end{aligned} \quad (5.57)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_3} = & \ddot{q}_3(m_3 l_{3c}^2 + I_{3x}) + \ddot{q}_1(l_{3c} l_2 m_3 \sin(q_3) + l_{3c} l_1 m_3 \cos(q_2) \sin(q_3)) \\
& + \dot{q}_3(l_{3c} l_2 m_3 \dot{q}_1 \cos(q_3) + l_{3c} l_2 m_3 \dot{q}_2 \cos(q_3)) \\
& + l_{3c} l_1 m_3 \dot{q}_1 \cos(q_2) \cos(q_3)) \\
& + l_{3c} l_2 m_3 \ddot{q}_2 \sin(q_3) - l_{3c} l_1 m_3 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(q_2) \sin(q_3)
\end{aligned} \tag{5.58}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_1} = & -g m_2(l_{2c} \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1)) - g l_{1c} m_1 \cos(q_1) \\
& -g m_3(l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1) + l_{3c} \sin(q_1 + q_2) \cos(q_3))
\end{aligned} \tag{5.59}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_2} = & g l_2 m_3 \sin(q_1) \sin(q_2) - g l_{2c} m_2 \cos(q_1) \cos(q_2) - l_1 l_2 m_3 \dot{q}_1^2 \sin(q_2) \\
& - l_1 l_{2c} m_2 \dot{q}_1^2 \sin(q_2) - g l_2 m_3 \cos(q_1) \cos(q_2) - l_1 l_2 m_3 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(q_2) \\
& + g l_{2c} m_2 \sin(q_1) \sin(q_2) + l_{3c} l_1 m_3 \dot{q}_1^2 \cos(q_2) \cos(q_3) \\
& - l_{3c} g m_3 \cos(q_1) \cos(q_3) \sin(q_2) - l_{3c} g m_3 \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1) \\
& - l_1 l_{2c} m_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(q_2) + l_{3c} l_1 m_3 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_2) \cos(q_3) \\
& - l_{3c} l_1 m_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 \sin(q_2) \sin(q_3)
\end{aligned} \tag{5.60}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_3} = & -l_{3c} m_3 \left\{ \frac{l_{3c}(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) \sin(2q_3)}{2} + g \sin(q_3) (\cos(q_1) \cos(q_2)) \right. \\
& - \sin(q_1) \sin(q_2)) + l_1 \dot{q}_1^2 \sin(q_2) \sin(q_3) - l_2 \dot{q}_3 \cos(q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\
& \left. + l_{3c} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(2q_3) + l_1 \dot{q}_1 (\dot{q}_2 \sin(q_2) \sin(q_3) - \dot{q}_3 \cos(q_2) \cos(q_3)) \right\}
\end{aligned} \tag{5.61}$$

El modelo del sistema puede escribirse en la forma general:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) \tag{5.62}$$

o bien,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M_{11}(q) & M_{12}(q) & M_{13}(q) \\ M_{21}(q) & M_{22}(q) & M_{23}(q) \\ M_{31}(q) & M_{32}(q) & M_{33}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} C_{11}(q, \dot{q}) & C_{12}(q, \dot{q}) & C_{13}(q, \dot{q}) \\ C_{21}(q, \dot{q}) & C_{22}(q, \dot{q}) & C_{23}(q, \dot{q}) \\ C_{31}(q, \dot{q}) & C_{32}(q, \dot{q}) & C_{33}(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(q) \\ g_2(q) \\ g_3(q) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.63}$$

donde:

$$\begin{aligned}
 M_{11}(q) &= I_1 + I_2 + I_{3y} + l_1^2 m_2 + l_1^2 m_3 + l_{1c}^2 m_1 + l_2^2 m_3 + l_{2c}^2 m_2 \\
 &+ l_{3c}^2 m_3 \cos(q_3)^2 + 2 l_1 l_2 m_3 \cos(q_2) + 2 l_1 l_{2c} m_2 \cos(q_2) \\
 &+ 2 l_{3c} l_1 m_3 \cos(q_3) \sin(q_2) \\
 M_{12}(q) &= m_3 l_{3c}^2 \cos(q_3)^2 + l_1 m_3 \sin(q_2) l_{3c} \cos(q_3) + m_3 l_2^2 + l_1 m_3 \cos(q_2) l_2 \\
 &+ m_2 l_{2c}^2 + l_1 m_2 \cos(q_2) l_{2c} + I_2 + I_{3y} \\
 M_{13}(q) &= l_{3c} m_3 \sin(q_3) (l_2 + l_1 \cos(q_2)) \\
 M_{21}(q) &= m_3 l_{3c}^2 \cos(q_3)^2 + l_1 m_3 \sin(q_2) l_{3c} \cos(q_3) + m_3 l_2^2 + l_1 m_3 \cos(q_2) l_2 \\
 &+ m_2 l_{2c}^2 + l_1 m_2 \cos(q_2) l_{2c} + I_2 + I_{3y} \\
 M_{22}(q) &= m_3 l_{3c}^2 \cos(q_3)^2 + m_3 l_2^2 + m_2 l_{2c}^2 + I_2 + I_{3y} \\
 M_{23}(q) &= l_{3c} l_2 m_3 \sin(q_3) \\
 M_{31}(q) &= l_{3c} m_3 \sin(q_3) (l_2 + l_1 \cos(q_2)) \\
 M_{32}(q) &= l_{3c} l_2 m_3 \sin(q_3) \\
 M_{33}(q) &= m_3 l_{3c}^2 + I_{3x}
 \end{aligned} \tag{5.64}$$

$$\begin{aligned}
C_{11}(q, \dot{q}) &= -l_1 \dot{q}_2 (l_2 m_3 \sin(q_2) + l_{2c} m_2 \sin(q_2) - l_{3c} m_3 \cos(q_2) \cos(q_3)) \\
&\quad - l_{3c} m_3 \dot{q}_3 \sin(q_3) (l_{3c} \cos(q_3) + l_1 \sin(q_2)) \\
C_{12}(q, \dot{q}) &= -\dot{q}_3 \left( \frac{\varphi_{121}}{2} + \frac{\varphi_{122}}{2} \right) - l_1 \dot{q}_1 (l_2 m_3 \sin(q_2) + l_{2c} m_2 \sin(q_2) \\
&\quad - l_{3c} m_3 \cos(q_2) \cos(q_3)) \\
&\quad - l_1 \dot{q}_2 (l_2 m_3 \sin(q_2) + l_{2c} m_2 \sin(q_2) - l_{3c} m_3 \cos(q_2) \cos(q_3)) \\
C_{13}(q, \dot{q}) &= -\dot{q}_2 \left( \frac{\varphi_{131}}{2} + \frac{\varphi_{132}}{2} \right) + l_{3c} m_3 \dot{q}_3 \cos(q_3) (l_2 + l_1 \cos(q_2)) \\
&\quad - l_{3c} m_3 \dot{q}_1 \sin(q_3) (l_{3c} \cos(q_3) + l_1 \sin(q_2)) \\
C_{21}(q, \dot{q}) &= l_1 l_2 m_3 \dot{q}_1 \sin(q_2) - (l_{3c}^2 m_3 \dot{q}_3 \sin(2q_3)) / 2 \\
&\quad + l_1 l_{2c} m_2 \dot{q}_1 \sin(q_2) - l_{3c} l_1 m_3 \dot{q}_1 \cos(q_2) \cos(q_3) \\
C_{22}(q, \dot{q}) &= -\frac{l_{3c}^2 m_3 \dot{q}_3 \sin(2q_3)}{2} \\
C_{23}(q, \dot{q}) &= -\frac{l_{3c} m_3}{2} (l_{3c} \dot{q}_1 \sin(2q_3) - 2 l_2 \dot{q}_3 \cos(q_3) + l_{3c} \dot{q}_2 \sin(2q_3)) \\
C_{31}(q, \dot{q}) &= l_{3c} m_3 \sin(q_3) (l_{3c} \dot{q}_1 \cos(q_3) + l_{3c} \dot{q}_2 \cos(q_3) + l_1 \dot{q}_1 \sin(q_2)) \\
C_{32}(q, \dot{q}) &= \frac{l_{3c}^2 m_3 \sin(2q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)}{2} \\
C_{33}(q, \dot{q}) &= 0
\end{aligned} \tag{5.65}$$

en donde las variables auxiliares se definen como:

$$\begin{aligned}
\varphi_{121} &= l_{3c} m_3 \sin(q_3) (2 l_{3c} \cos(q_3) + l_1 \sin(q_2)) \\
\varphi_{122} &= l_{3c} l_1 m_3 \sin(q_2) \sin(q_3) \\
\varphi_{131} &= l_{3c} m_3 \sin(q_3) (2 l_{3c} \cos(q_3) + l_1 \sin(q_2)) \\
\varphi_{132} &= l_{3c} l_1 m_3 \sin(q_2) \sin(q_3)
\end{aligned} \tag{5.66}$$

Y el vector de gravedad se compone de los términos siguientes:

$$\begin{aligned}
 g_1(q) &= g m_2(l_{2c}\cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1)) + g l_{1c}m_1\cos(q_1) \\
 &\quad + g m_3(l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1) + l_{3c}\sin(q_1 + q_2)\cos(q_3)) \\
 g_2(q) &= g m_3(l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_{3c}\sin(q_1 + q_2)\cos(q_3)) + g l_{2c}m_2\cos(q_1 + q_2) \\
 g_3(q) &= l_{3c} g m_3\cos(q_1 + q_2)\sin(q_3)
 \end{aligned} \tag{5.67}$$

Además, el modelo dinámico del sistema, en la forma afín  $\ddot{q} = f(q, \dot{q}) + b(q)u$ , es:

$$\ddot{q} = -M(q)^{-1}[C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q)] + M(q)^{-1}\tau \tag{5.68}$$

con  $f(q, \dot{q}) = -M(q)^{-1}[C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q)]$ ,  $b(q) = M(q)^{-1}$  y la entrada de control  $u$  es el vector de torque  $\tau$ .

# CAPÍTULO 6

## CONTROL AUTOMÁTICO

El objetivo principal de este trabajo de tesis es implementar un control que permita el seguimiento de trayectorias angulares para la realización de ejercicios de rehabilitación, para esto se diseña un control por metodología backstepping para el exoesqueleto de piernas y posteriormente se presenta un estudio de distintos controladores para el exoesqueleto de hombro.

### 6.1. Exoesqueleto de Piernas

#### 6.1.1. Control por Aproximación Backstepping

Backstepping es una metodología de diseño recursiva para la construcción de, tanto, la ley de control retroalimentada como su función de Lyapunov asociada de una forma sistemática. Se eligió esta metodología porque considera la dinámica no lineal del modelo en el diseño del control. La idea principal en Backstepping es dejar que ciertos estados actúen como “controles virtuales” de otros. Para el uso de la metodología backstepping, el sistema debe estar en forma estrictamente realimentada.

Partiendo del modelo presentado en 5.39, para encontrar la ley de control por apro-

ximación backstepping, elegimos como variables:  $x_1 = q_m$ ,  $x_2 = \dot{q}_m$ ; así, despejando, el sistema dinámico queda:

$$\begin{aligned} Kx_1 &= M(q_e)\ddot{q}_e + C(\dot{q}_e, q_e)\dot{q}_e + g(q_e) + Kq_e, \\ \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= J^{-1}\tau - J^{-1}K(x_1 - q_e) - J^{-1}Bx_2, \end{aligned} \tag{6.1}$$

el cual está en forma estrictamente realimentada, por lo tanto el diseño del controlador backstepping es una elección apropiada para nuestros propósitos de control.

Al calcular la ley de control, el sistema completo es entendido como como la cascada de dos partes: la dinámica de los eslabones del robot y la dinámica del motor. La dinámica de los eslabones del robot es actuada por los ángulos de los motores  $q_m$  a través de las articulaciones flexibles, y la dinámica de los motores es actuada por los torques de los motores.

Para lidiar con la flexibilidad de las articulaciones y la pérdida de velocidad debido a esta flexibilidad, calculamos la ley de control deseada de la dinámica de los eslabones de tal manera que la posición de los eslabones y los errores de velocidad converjan a cero exponencialmente.

Primero asumimos que  $x_1$  es la entrada de control para la primera ecuación del sistema 6.1, así esta ecuación modela sólo la dinámica del robot con articulaciones rígidas. Se propone una ley de control  $x_1^{des}$  para  $x_1$  como:

$$x_1^{des} = q_e + K^{-1}[M(q_e)\dot{v} + C(\dot{q}_e, q_e)v + g(q_e) - K_d r] \tag{6.2}$$

donde  $K_d$  es una matriz diagonal positiva,  $v = \dot{q}_e^{des} - \lambda_1 \tilde{q}_e$ ,  $\tilde{q}_e = q_e - q_e^{des}$ ,  $r = \dot{q}_e - v = \dot{\tilde{q}}_e + \lambda_1 \tilde{q}_e$  y  $\lambda_1$ , una matriz diagonal positiva.

Definiendo  $z_1 = x_1 - x_1^{des}$ , y sustituyendo esta nueva variable en la primera ecuación

de 6.1:

$$M(q_e)\dot{r} + C(\dot{q}_e, q_e)r + K_d r = K z_1 \quad (6.3)$$

Ahora, se elige como Función candidata de Lyapunov  $V_1 = (1/2)r^T M(q_e)r$ . Para investigar la estabilidad del sistema 6.2 se calcula la derivad de  $V_1$ :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{2}r^T \dot{M}(q_e)r + r^T M(q_e)\dot{r} = \frac{1}{2}r^T \dot{M}(q_e)r + r^T [-C(\dot{q}_e, q_e)r - K_d r + K z_1] \\ &= r^T [-K_d r + K z_1] + \frac{1}{2}r^T [\dot{M}(q_e) - 2C(\dot{q}_e, q_e)]r \end{aligned} \quad (6.4)$$

donde la matriz  $[\dot{M}(q_e) - 2C(\dot{q}_e, q_e)]$  es antisimétrica e implica que  $r^T [\dot{M}(q_e) - 2C(\dot{q}_e, q_e)]r = 0$ . Entonces queda:

$$\dot{V}_1 = -r^T K_d r + r^T K z_1 \quad (6.5)$$

Si  $z_1 = 0$ , entonces  $\dot{V}_1 < 0$  y  $r \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Además, puesto que  $r = \dot{\tilde{q}}_e + \lambda_1 \tilde{q}_e$  y su función de transferencia  $\frac{1}{s+\lambda_1}$  es estable y de fase mínima, se prosigue que  $\dot{\tilde{q}}_e \rightarrow 0$  y  $\tilde{q}_e \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$

En segundo lugar suponemos que  $x_2$  es la entrada de control de la segunda ecuación del sistema 6.1, para calcular la ley de control de ésta, se deriva  $z_1$ . Considerando  $\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_1^{des}$ , y definiendo  $\rho_1 = \dot{x}_1^{des}$ , entonces:

$$\dot{z}_1 = x_2 - \rho_1 \quad (6.6)$$

donde  $\rho_1 = f(q_e, \dot{q}_e, \ddot{q}_e, q_e^{des}, \dot{q}_e^{des}, \ddot{q}_e^{des}, \ddot{q}_e^{des})$

Así una buena ley de control  $x_2^{des}$  para  $x_2$  podría ser:

$$x_2^{des} = -r - \lambda_2 z_1 + \rho_1 \quad (6.7)$$

donde  $\lambda_2$  es una matriz diagonal positiva.

Definiendo  $z_2 = x_2 - x_2^{des}$ , de 6.6 y 6.7 se tiene:

$$\dot{z}_1 = -r - \lambda_2 z_1 + z_2 \quad (6.8)$$

Eligiendo una función candidata de Lyapunov

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_1^T K z_1 \quad (6.9)$$

y derivando se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_1^T K \dot{z}_1 \\ &= -r^T K_d r - z_1^T K \lambda_2 z_1 + z_1^T K z_2 \end{aligned} \quad (6.10)$$

Si  $z_2 = 0$ , entonces  $\dot{V}_2 < 0$  y  $r \rightarrow 0$ ,  $z_1 \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Además, puesto que  $z_1 = x_1 - x_1^{des}$  se llega a que:  $x_1 \rightarrow x_1^{des}$  cuando  $t \rightarrow \infty$ .

Finalmente, en tercer lugar se calcula el torque del motor con la intención de asegurar la estabilidad asintótica global del sistema.

En este caso  $\tau$  es la entrada de control de la tercera ecuación del sistema 6.1, para calcular la ley de control de ésta, es decir  $\tau$ , se deriva  $z_2$ . Considerando  $\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_2^{des}$ ; definiendo  $\rho_2 = \dot{x}_2^{des}$ , entonces:

$$\dot{z}_2 = J^{-1}\tau - J^{-1}K(x_1 - q_e) - J^{-1}Bx_2 - \rho_2 \quad (6.11)$$

donde  $\rho_2 = f(q_e, \dot{q}_e, \ddot{q}_e, \dddot{q}_e, q_e^{des}, \dot{q}_e^{des}, \ddot{q}_e^{des}, \dddot{q}_e^{des}, q_e^{(4)des})$ .  $\ddot{q}_e^{des}$  es calculada diferenciando la ecuación:

$$\ddot{q}_e = M(q_e)^{-1} [-C(q_e, \dot{q}_e)\dot{q}_e - g(q_e) - K [q_e - x_1]] \quad (6.12)$$

Se elige la función candidata de Lyapunov como:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_2^T K J z_2 \quad (6.13)$$

y calculando la derivada se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + \frac{1}{2} z_2^T K J \dot{z}_2 \\ &= -r^T K_d r - z_1^T K \lambda_2 z_1 + z_1^T K z_2 + z_2^T K [\tau - K(x_1 - q_e) - Bx_2 - J\rho_2] \end{aligned} \quad (6.14)$$

Para estabilizar la tercera ecuación del del sistema 6.1, la ley de control se elige como:

$$\tau = -z_1 - \lambda_3 z_2 + K(x_1 - q_e) + Bx_2 + J\rho_2 \quad (6.15)$$

Entonces se llega a:

$$\dot{V}_3 = -r^T K_d r - z_1^T K \lambda_2 z_1 - z_2^T K \lambda_3 z_2 \leq 0 \quad (6.16)$$

De acuerdo al análisis de estabilidad de Lyapunov, la ley de control desarrollada en 6.15 garantiza que los puntos de equilibrio  $r = 0$ ,  $z_1 = 0$ ,  $z_2 = 0$  son exponencialmente asintóticamente estables.

Además la ley de control 6.2 asegura que  $\dot{q} \rightarrow 0$  y  $\tilde{q} \rightarrow 0$  asintóticamente cuando  $t \rightarrow \infty$

### 6.1.2. Modelo Matemático del Patrón de Marcha

Ya se habló del ciclo de marcha en el capítulo 2.1.4, ahora se presentarán las ecuaciones que modelan dicho ciclo de marcha visto desde el desplazamiento angular de las articulaciones de rodillas y cadera para cada pierna.

Existen muchos modelos matemáticos en la literatura para el modelo de marcha, por ejemplo en [43] se presenta el modelo:

$$\begin{aligned}
 cd(t) &= 10^4(0.5106t^6 - 1.5325t^5 + 1.6201t^4 - 0.6967t^3 \\
 &\quad + 0.1102t^2 - 0.0120t + 0.0039) \\
 rd(t) &= 10^4(-1.6470t^6 + 4.4498t^5 - 4.2073t^4 + 1.6109t^3 \\
 &\quad - 0.2013t^2 - 0.0048t - 0.0006) \\
 ci(t) &= 10^3(1.7290t^6 - 5.8806t^5 + 8.0174t^4 - 5.3308t^3 \\
 &\quad + 1.7525t^2 - 0.0070t + 0.0046) \\
 ri(t) &= 10^4(-1.9403t^6 + 1.2304t^5 - 1.5787t^4 + 2.5659t^3 \\
 &\quad - 0.3724t^2 - 0.0152t - 0.0011)
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

el cual, como la mayoría de los modelos, es un conjunto de ecuaciones polinomiales. Este tipo de ecuaciones tienen la desventaja de que solo aproximan los datos del patrón de marcha en un solo periodo; más allá del cual crecen exponencialmente, por lo que se tiene que resetear el tiempo que genera el patrón de marcha.

Se propone entonces generar el patrón de marcha a partir de los datos obtenidos de trabajos previos. En [44] se presenta un conjunto de datos de goniometría de 40 sujetos saludables, a los cuales se les pidió que realizaran distintos tipos de marcha, con condiciones variadas. De estos datos se eligió el set de marcha normal y, mediante una regresión cuadrática en Matlab, se aproximaron a una función trigonométrica de 8vo orden:

$$\begin{aligned}
ci(t) = & 17.2 \sin(0.08666t + 0.241) + 69.61 \sin(1.008t + 1.725) \\
& + 6.901 \sin(0.1767t + 2.001) + 4.001 \sin(2t - 1.725) \\
& + 1.68 \sin(2.998t - 0.0199) + 1.634 \sin(0.3615t + 2.314) \\
& + 0.7017 \sin(0.4411t + 4.243) + 48.17 \sin(1.011t + 4.816)
\end{aligned} \tag{6.18}$$

$$\begin{aligned}
ri(t) = & 44.71 \sin(0.08348t + 0.3657) + 21.13 \sin(0.9999t - 2.921) \\
& + 16.07 \sin(2t - 0.948) + 20.08 \sin(0.1572t + 2.446) \\
& + 4.372 \sin(2.998t - 0.02642) + 20.92 \sin(0.3425t + 2.98) \\
& + 18.45 \sin(0.3515t + 6.002) + 1.277 \sin(3.989t - 0.6545)
\end{aligned}$$

La cual tiene la ventaja de ser periódica, se puede modificar la frecuencia del paso, es decir la velocidad de la marcha, sin generar saltos en la trayectoria angular y se puede utilizar la misma función para ambas piernas: simplemente desfasando medio periodo una con respecto a la otra. En la figura 6.1 se muestran las gráficas de las trayectorias angulares para el patrón de marcha de la pierna izquierda.

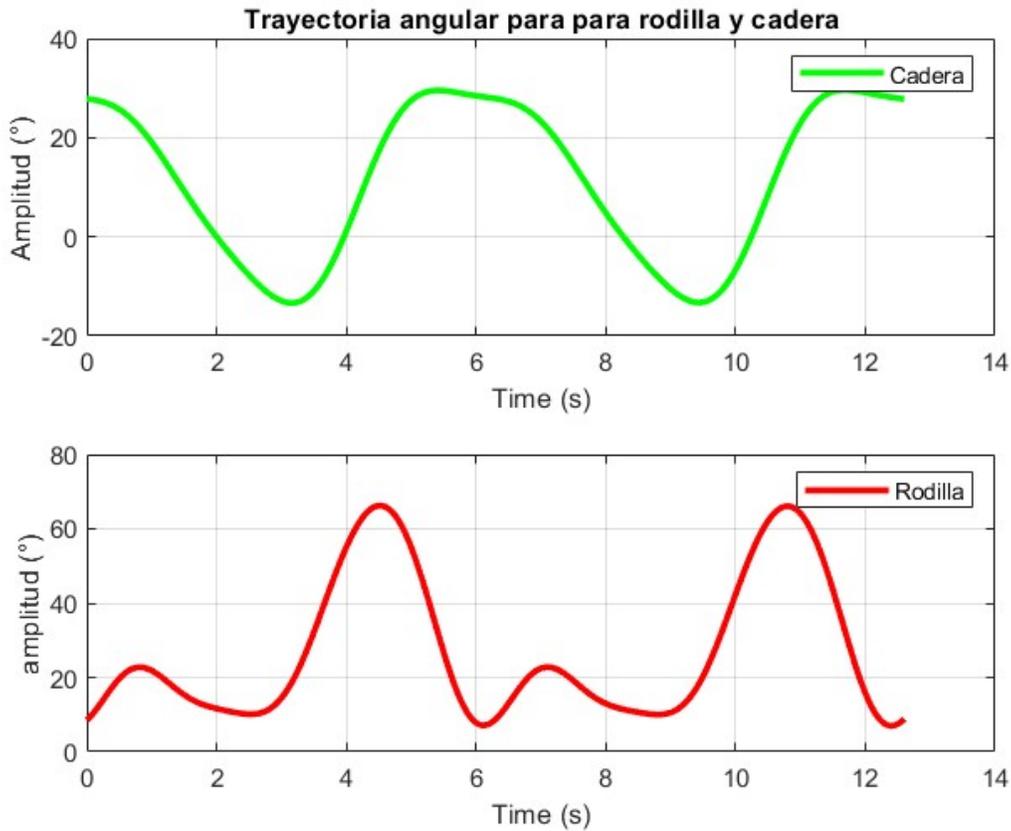


Figura 6.1: Gráficas de las trayectorias angulares para el patrón de marcha.

### 6.1.3. Evaluación Numérica del Control por Aproximación Backstepping

A continuación, en la figura 6.2 se presenta la implementación de la simulación del controlador por aproximación Backstepping.

Se observa que, a diferencia del controlador por realimentación de estados, este controlador depende tanto de la posición y velocidad del motor como de la posición y velocidad del eslabón, es decir, del estado completo. Así pues, la dinámica del controlador por aproximación Backstepping es mucho más compleja que la del controlador por realimentación de estados, ya que tiene que generar sus propios estados virtuales

$v$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  y calcular sus derivadas, necesarias para el cálculo de la consigna de control  $u$ .

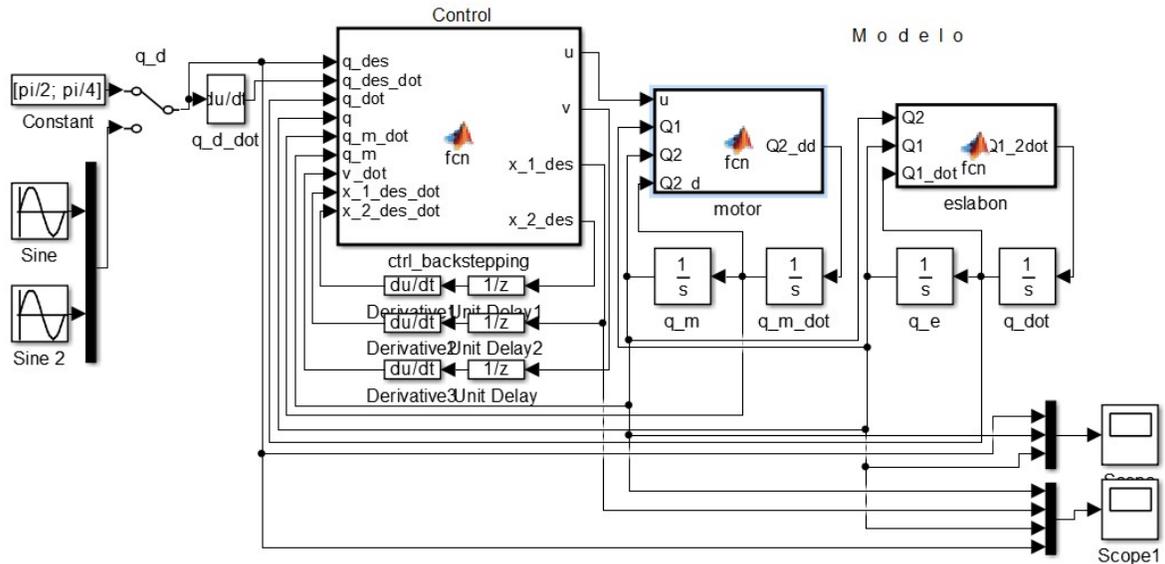


Figura 6.2: Simulación en Matlab-Simulink del modelo del robot con un controlador por aproximación Backstepping.

Los resultados obtenidos de la simulación anterior se muestran en la figura 6.3 para regulación y en la figura 6.4 para seguimiento, en donde la línea roja es la referencia, la línea azul marino punteada es la posición angular del eslabón y la línea azul cielo es la posición angular del motor; en la gráfica del lado izquierdo se muestran las gráficas de la cadera, mientras que del lado derecho se muestran las gráficas de la rodilla.

Se observa tanto para regulación como para seguimiento que el eslabón de ambas articulaciones sigue de manera perfecta sus respectivas referencias, y en el caso de regulación lo hace sin sobreimpulso. Es importante hacer notar que la posición angular del motor no sigue la referencia deseada, sino que se “pasa” de la referencia, con la intención de considerar el efecto elástico de la articulación y compensar su efecto.

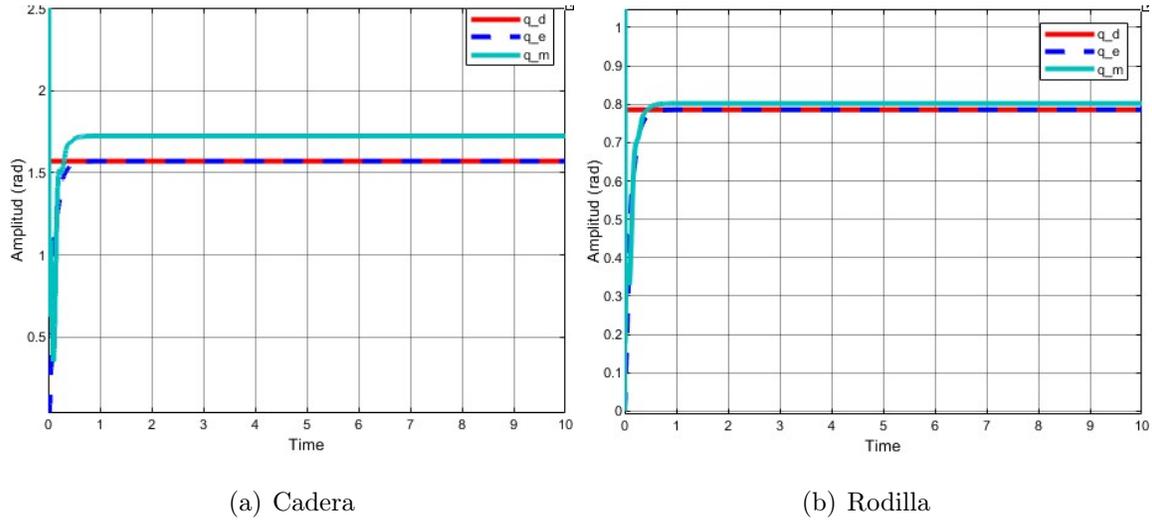


Figura 6.3: Resultados de simulación con controlador por aproximación Backstepping para regulación

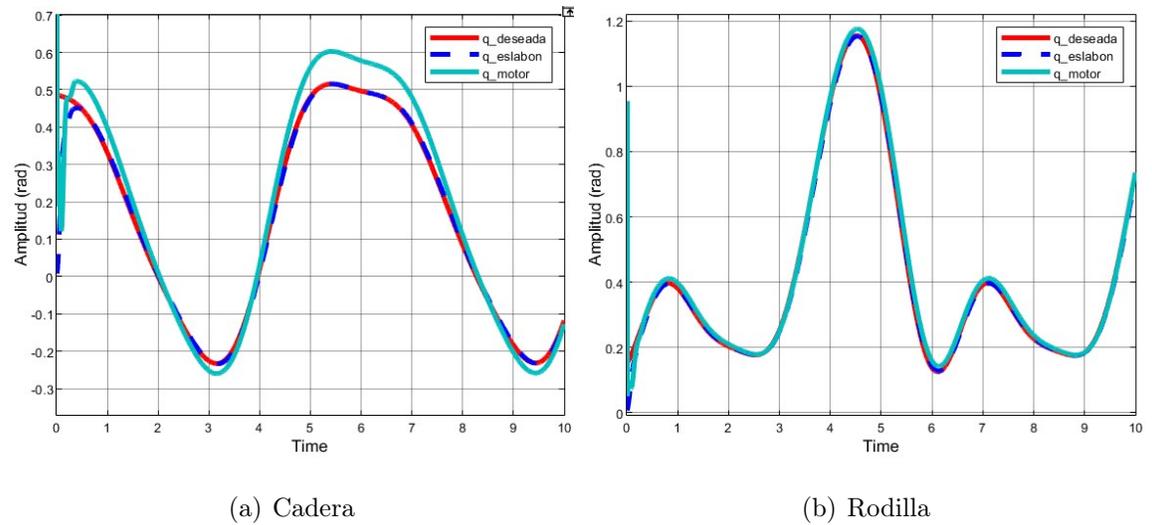


Figura 6.4: Resultados de simulación con controlador por aproximación Backstepping para seguimiento

En la figura 6.5 se muestra el error de seguimiento angular tanto para la cadera (izquierda), como para la rodilla (derecha). Para cada articulación se muestra el error

del motor así como el del eslabón propiamente dicho; se puede observar que el error del motor es mucho mayor que el del eslabón, puesto que el interés primordial es que el eslabón siga la trayectoria, no tanto así el motor, el cual se desvía para hacer que el eslabón llegue a su referencia.

En la figura 6.5 se presenta la señal de control para la rodilla y para el eslabón; se puede observar que su comportamiento es suave y que no están saturadas.

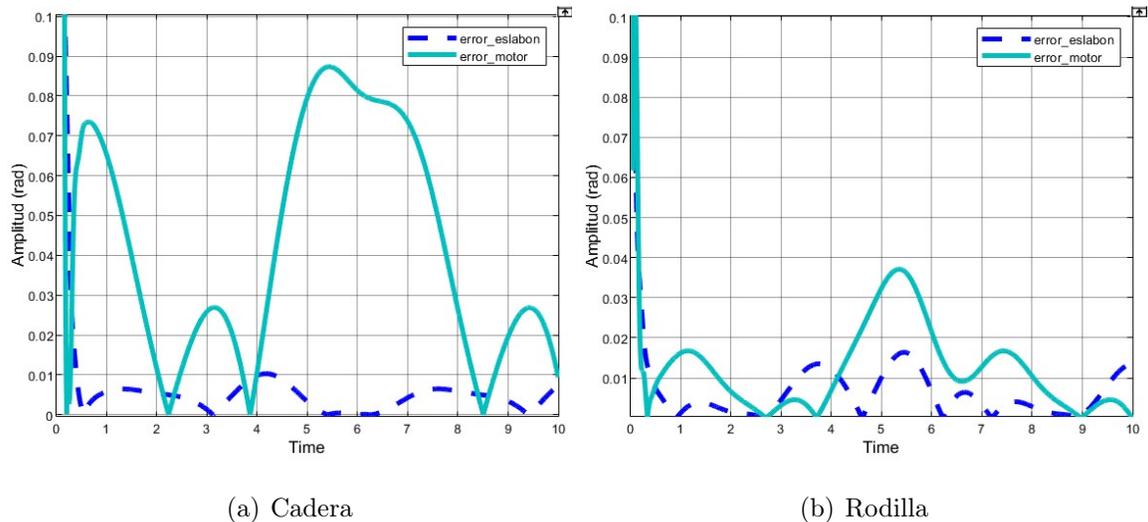


Figura 6.5: Error de seguimiento con controlador por aproximación Backstepping (Valor absoluto)

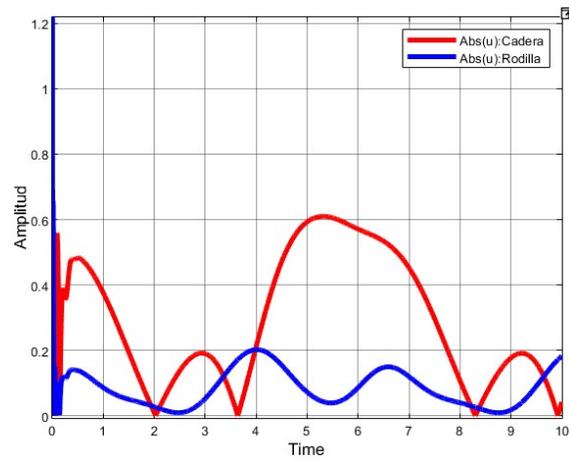


Figura 6.6: Señal de control calculada por el controlador por aproximación Backstepping.

## 6.2. Exoesqueleto de Hombro

### 6.2.1. Control PD + Adaptación de Gravedad

Para el controlar el exoesqueleto se propusieron distintas arquitecturas, empezando con los clásicos controladores PD y PID:

$$\tau = k_p \tilde{q} + k_v \dot{\tilde{q}} \quad (6.19)$$

$$\tau = k_p \tilde{q} + k_v \dot{\tilde{q}} + k_i \int_0^t \tilde{q}(\tau) d(\tau) \quad (6.20)$$

los cuales claramente dependen sólo del error  $\tilde{q}$ , el cual se define como:  $\tilde{q} = q_d - q$ , donde  $q_d$  y  $q$  son la posición angular deseada y la posición angular real de la articulación, respectivamente.  $k_p$ ,  $k_v$  y  $k_i$  son matrices diagonales definidas positivas referidas como ganancia proporcional, ganancia derivativa y ganancia integral, respectivamente.

En su lugar, el control *PD + Adaptación de gravedad* (ec 6.21), depende no solo del error, sino también del vector de torques gravitacionales  $g(q)$ , esto significa que se necesita tener un conocimiento previo del modelo del sistema para un correcto funcionamiento del control.

$$\tau = k_p \tilde{q} + k_v \dot{\tilde{q}} + g(q) \quad (6.21)$$

Sin embargo, no se puede tener un conocimiento exacto de la masa del brazo de cada persona, la ubicación del centro de masas o la inercia; es así que se propone usar un controlador adaptivo que pueda estimar los parámetros desconocidos y de esta forma mejorar el desempeño del control.

Se propone usar la siguiente parametrización: para todo  $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ , el modelo dinámico de un robot de  $n$  grados de libertad (DOF, por sus siglas en inglés) puede ser escrito usando una parametrización como la siguiente [kelly]:

$$M(q)\dot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \Phi(q, u, v, w)\Theta + M_0(q)u + C_0(q, w)v + g_0(q), \quad (6.22)$$

donde  $\Phi(q, u, v, w) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ;  $M_0(q), C_0(q, w) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ;  $g_0(q) \in \mathbb{R}^n$  y  $\Theta \in \mathbb{R}^m$ . El vector  $\Theta$  conocido por el nombre de vector de parámetros dinámicos, contiene elementos que dependen precisamente de parámetros físicos, tales como las masas y las inercias, en el motor y en la carga. Las matrices  $M_0(q), C_0(q, w)$  y el vector  $g_0(q)$  representan partes de las matrices  $M(q), C(q, w)$  y el vector  $g(q)$  que no dependen del vector de parámetros dinámicos (desconocidos)  $\Theta$ .

En este sentido, la siguiente expresión se mantiene:

$$g(q, \Theta) = \Phi(q, 0, 0, 0)\Theta + g_0(q) \quad (6.23)$$

donde establecemos:

$$\begin{aligned} u &= 0 \\ v &= 0 \\ w &= 0. \end{aligned} \quad (6.24)$$

Dado un vector  $\hat{\Theta} \in \mathbb{R}^m$ , la expresión (6.23) podría ser reescrita como:

$$g(q, \hat{\Theta}) = \Phi_g(q)\hat{\Theta} + g_0(q) \quad (6.25)$$

Considerando (6.25), el control *PD + Adaptación de gravedad* es presentado como:

$$\tau = k_p \tilde{q} + k_v \dot{\tilde{q}} + g(q, \Theta) \quad (6.26a)$$

$$= k_p \tilde{q} + k_v \dot{\tilde{q}} + \Phi_g \hat{\Theta} + g_0(q) \quad (6.26b)$$

$$\hat{\Theta}(t) = \Gamma \Phi_g(q)^T \int_0^t \left[ \frac{\epsilon_0}{1 + \|\tilde{q}\|} \tilde{q} - \dot{q} \right] ds + \hat{\Theta}(0) \quad (6.26c)$$

donde:

- $k_p, k_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $\Gamma \in \mathbb{R}^{m \times m}$  son matrices diseñadas diagonales definidas positivas.
- $\epsilon_0$  es una constante positiva.

La ecuación (6.26b) es obtenida de (6.26a) usando (6.25). La ecuación (6.26c) viene de la función candidata de Lyapunov presentada en [51], en donde también se presenta un análisis de estabilidad para este controlador adaptivo. El análisis de estabilidad para el caso de seguimiento, cuando  $q_d$  no es una constante, se presenta en [52].

Ahora, se consideran como parámetros de interés la masa  $m_3$ , la distancia al centro de masa  $l_{3c}$  y la inercia  $I_3$ . Entonces, el vector de parámetros dinámicos es:

$$\Theta = \begin{bmatrix} m_3 \\ m_3 l_{3c} \\ m_3 l_{3c}^2 + I_3 \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

Identificando estos parámetros en (5.67), se puede calcular la matriz  $\Phi_g$  como:

$$\Phi_g = \begin{bmatrix} g(l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1)) & g \sin(q_1 + q_2) \cos(q_3) & 0 \\ g l_2 \cos(q_1 + q_2) & g \sin(q_1 + q_2) \cos(q_3) & 0 \\ 0 & g \cos(q_1 + q_2) \sin(q_3) & 0 \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

y la matriz  $g_0(q)$  es:

$$g_0(q) \begin{bmatrix} g m_2(l_{2c}\cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1)) + g l_{1c}m_1\cos(q_1) \\ g l_{2c}m_2\cos(q_1 + q_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

### 6.2.2. Control por Modos Deslizantes Adaptable

Otra forma de abordar el problema es forzar el comportamiento de los estados del sistema hacia las trayectorias deseadas, que son conocidas. Para este caso se utiliza el enfoque de modos deslizantes. Los errores de seguimiento están definidos por:

$$e_q = q - q_d \quad (6.30a)$$

$$\dot{e}_q = \dot{q} - \dot{q}_d \quad (6.30b)$$

$$\ddot{e}_q = \ddot{q} - \ddot{q}_d \quad (6.30c)$$

con  $q_d$  como la posición deseada.

En el control por modos deslizantes se define una superficie variante en el tiempo  $s(t)$  en el espacio de estados  $\mathbf{R}^{(n)}$  en el cual el movimiento deslizante toma lugar. La superficie es dada por la ecuación escalar  $s(q; t) = 0$ , donde:

$$s(q; t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{(n-1)} e_q \quad (6.31)$$

y  $\lambda > 0$ . A partir de aquí, para  $n=2$ , se tiene:

$$s = \dot{e}_q + \lambda e_q \quad (6.32)$$

El principal objetivo en este enfoque es mantener  $s(q; t)$  en cero cuando el seguimiento está fuera de  $s(q; t)$ . Una solución simple para obtener la condición de deslizamiento cuando existe incertidumbre en los parámetros dinámicos es la ley de control de conmutación:

$$\tau_{sign} = -\rho \operatorname{sign}(s) \quad (6.33a)$$

$$\operatorname{sign}(s) = \begin{cases} 1 & s > 0 \\ -1 & s < 0 \\ 0 & s = 0 \end{cases} \quad (6.33b)$$

con  $\rho > 0$ . Puesto que la ley de control  $\tau_{sign}$  6.33a es un término discontinuo, la ley de control de conmutación presentará castaño. A fin de obtener una ley de control suave, se utiliza la función tangente hiperbólica  $\tanh(s/\phi)$ , así la ley de control (control por tangente hiperbólica [ $\tau_{th}$ ]) queda de la siguiente manera:

$$\tau_{th} = -\rho \tanh\left(\frac{s}{\phi}\right) \quad (6.34)$$

donde  $\phi > 0$  es la frontera.

Ahora, la ley de control para un robot manipulador con múltiples grados de libertad, como este robot, puede ser escrita como:

$$\tau = \tau_{eq} + \tau_{th} \quad (6.35)$$

donde  $\tau_{eq}$ , llamado control equivalente, es la parte continua del control que mantiene

$$\dot{s} = 0$$

si la dinámica del robot fuera conocida totalmente. El control equivalente puede ser construido a partir de su forma afín (5.68) como:

$$\tau_{eq} = (C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q)) + \dot{s}M \quad (6.36)$$

con lo cual la ley de control queda:

$$\tau = (C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q)) + \dot{s}M - \rho \tanh\left(\frac{s}{\phi}\right) \quad (6.37)$$

Ahora, en este caso, el objetivo de la adaptación es que la ganancia  $\rho(t)$  debe tender a  $f(q, \dot{q})/\alpha$  para reducir la amplitud del castaño. Con este propósito se define la función  $[z]_+$  como:

$$[z]_+ := \begin{cases} \text{if } z \geq 0 & 1 \\ \text{if } z < 0 & 0 \end{cases} \quad (6.38)$$

donde  $z$  es el argumento de la función. El algoritmo para reducir la amplitud del castaño es:

$$\dot{\rho}(t) = \rho(t) \text{sign}(\delta(t)) - A[\rho(t) - \rho^+]_+ + A[\mu - \rho(t)]_+ \quad (6.39)$$

donde:

$$\begin{aligned} \delta(t) &:= |[\text{sign}(s)]| - \alpha, \quad \alpha \in (0, 1), \\ A &> \rho^+, \end{aligned} \quad (6.40)$$

y la ganancia  $\rho$  puede variar en el rango  $[\mu, \rho^+]$ ,  $\mu > 0$  es un valor mínimo preseleccionado de  $\rho$  y  $\rho^+ > 0$  es el valor máximo de  $\rho$ . Un análisis de estabilidad de este algoritmo adaptivo es presentado en [55].

### 6.2.3. Evaluación Numérica de Controladores Para Hombro

Los controladores PD, PID, PG+Adapt y modos deslizantes adaptivo (Slide), previamente presentados, se simularon en el modelo dinámico del exoesqueleto de hombro. Se corrió una prueba en regulación para comparar el desempeño de cada uno de ellos. En la tabla se muestran las referencias que deben alcanzar cada una de las articulaciones.

| Articulación | Posición inicial | Posición deseada |
|--------------|------------------|------------------|
| $q_1$        | 0                | $\pi/36$         |
| $q_2$        | 0                | $\pi/3$          |
| $q_3$        | 0                | $\pi/2$          |

Tabla 6.1: Reference Table.

Posteriormente, se propusieron funciones senoidales para simular ejercicios clásicos de rehabilitación de hombro. En la tabla se describen las trayectorias que se desea que siga cada articulación.

| Trayectoria para | Frecuencia | Amplitud |
|------------------|------------|----------|
| $q_1$            | $\pi/4$    | $\pi/20$ |
| $q_2$            | $\pi/4$    | $\pi/6$  |
| $q_3$            | $\pi/4$    | $\pi/4$  |

Tabla 6.2: Track table.

Los resultados de la simulación para regulación se presentan en la Figura 6.7, donde la línea roja es la referencia (Ref), la línea verde es el resultado del control proporcional-derivativo (PD), la línea azul es el resultado de con el control proporcional-integral-derivativo (PID), la línea marrón es el resultado con el control proporcional-

derivativo+adaptación de gravedad (g Adapt) y la línea rosa es el resultado con el control por modos deslizantes adaptativo. En esta imagen se puede ver que todos los controladores se comportan de forma tal que la posición converge a un punto de equilibrio estable; sin embargo, funcionan de diferentes maneras, el control “PD” nos da un error de estado estacionario de aproximadamente 0.2 radianes en la articulación  $q_3$ . El control “g Adapt” produce una trayectoria suave que llega a la referencia de manera lenta (apropiada para este tipo de ejercicios de rehabilitación). En las posiciones angulares  $q_2$  y  $q_3$ , pero no en la posición angular  $q_1$ , el control “PID” es más rápido para alcanzar la referencia que cualquier otro control y tiene muy poco sobreimpulso. En general, el control “Slide” es rápido y preciso, pero se observa un sobreimpulso excesivo.

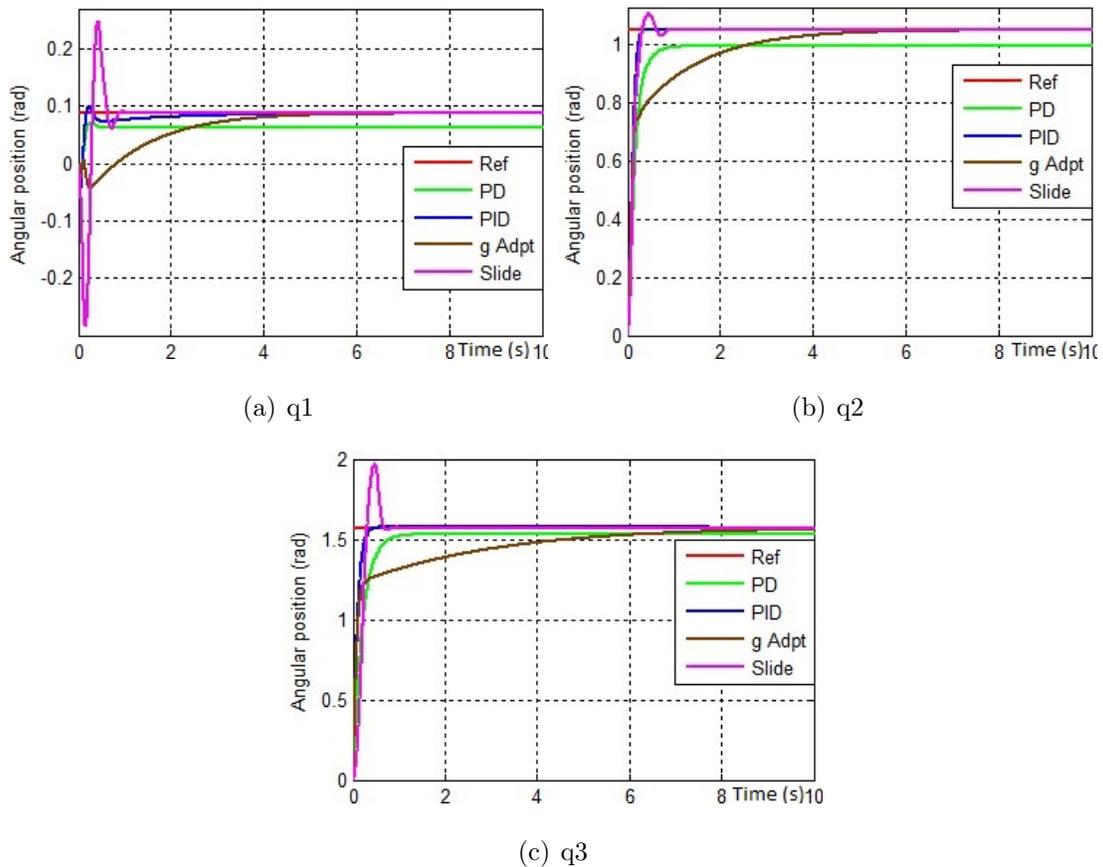


Figura 6.7: Resultados de simulación para regulación

Los resultados de la simulación para seguimiento se presentan en la Figura (6.8), donde la línea roja es la referencia (Ref), la línea verde es el resultado del control proporcional-derivativo (PD), la línea azul es el resultado de con el control proporcional-integral-derivativo (PID), la línea marrón es el resultado con el control proporcional-derivativo+adaptación de gravedad (g Adapt) y la línea rosa es el resultado con el control por modos deslizantes adaptativo. En este caso se puede observar un buen desempeño de los controladores “PID” y “Slide”, pero no así el “PD” y el “g Adapt”, los cuales no siguen las trayectorias adecuadamente.

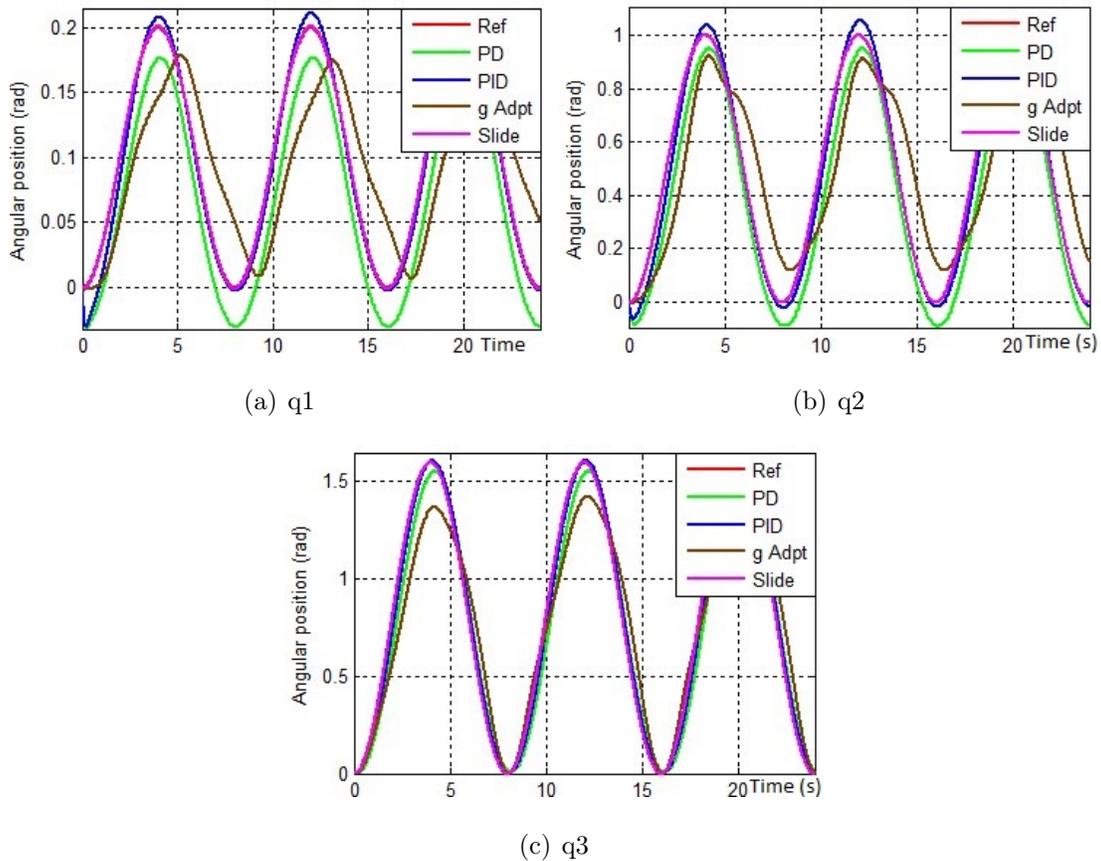


Figura 6.8: Resultados de simulación para seguimiento

En la figura 6.9 se presenta el error absoluto que se tiene en la articulación  $q_3$ , para cada controlador que se presentó anteriormente. A la izquierda se muestra el error para regulación y a la derecha el error para seguimiento.

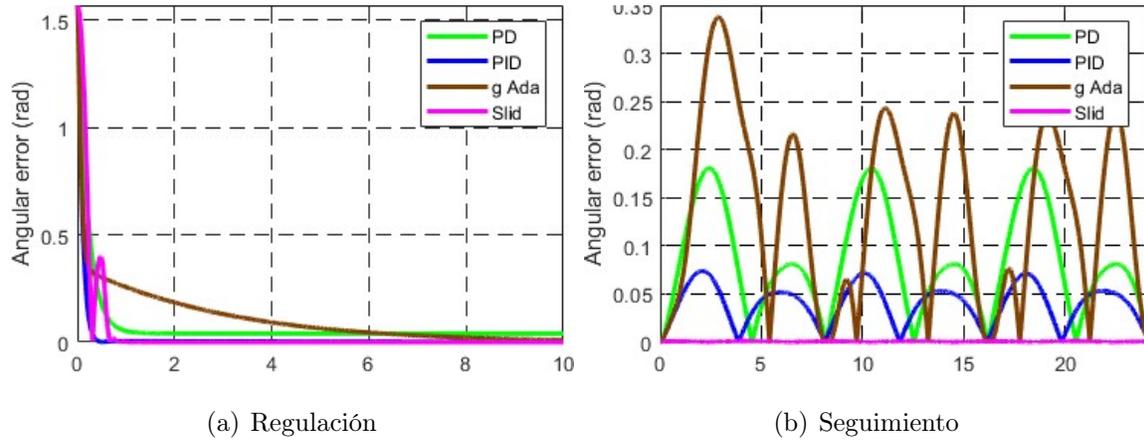


Figura 6.9: Error en simulación para  $q_3$

# CAPÍTULO 7

## RESULTADOS

En este capítulo se presenta la forma en la que se implementó el control en el robot, se muestran los resultados obtenidos al someter el exoesqueleto a las trayectorias angulares del patrón de marcha mostrado en 6.1.2 utilizando el controlador backstepping mostrado en la sección de Control.

### 7.1. Piernas

#### 7.1.1. Implementación del Control

En la figura 7.1 se puede observar la programación, en diagrama de bloques en LabViwe, de la lectura de los encoders.

En 7.2 se observa la interfaz de usuario del programa principal, el cual cuenta con botones para el inicio de marcha, sentarse y levantarse, además de perillas para aumentar o disminuir la frecuencia y amplitud de los pasos, y gráficas para observar el comportamiento de las articulaciones. En la figura 7.3 se aprecia la programación de dicha interfaz, donde se puede observar el control por backstepping implementado en líneas de código en un bloque de programación de texto.

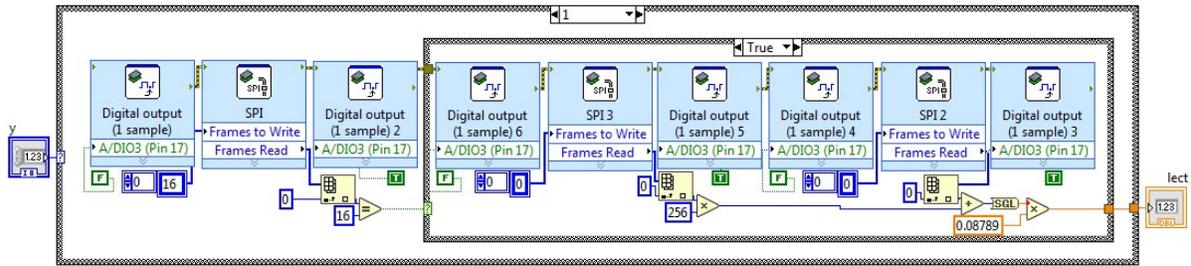


Figura 7.1: Lectura de encoders.

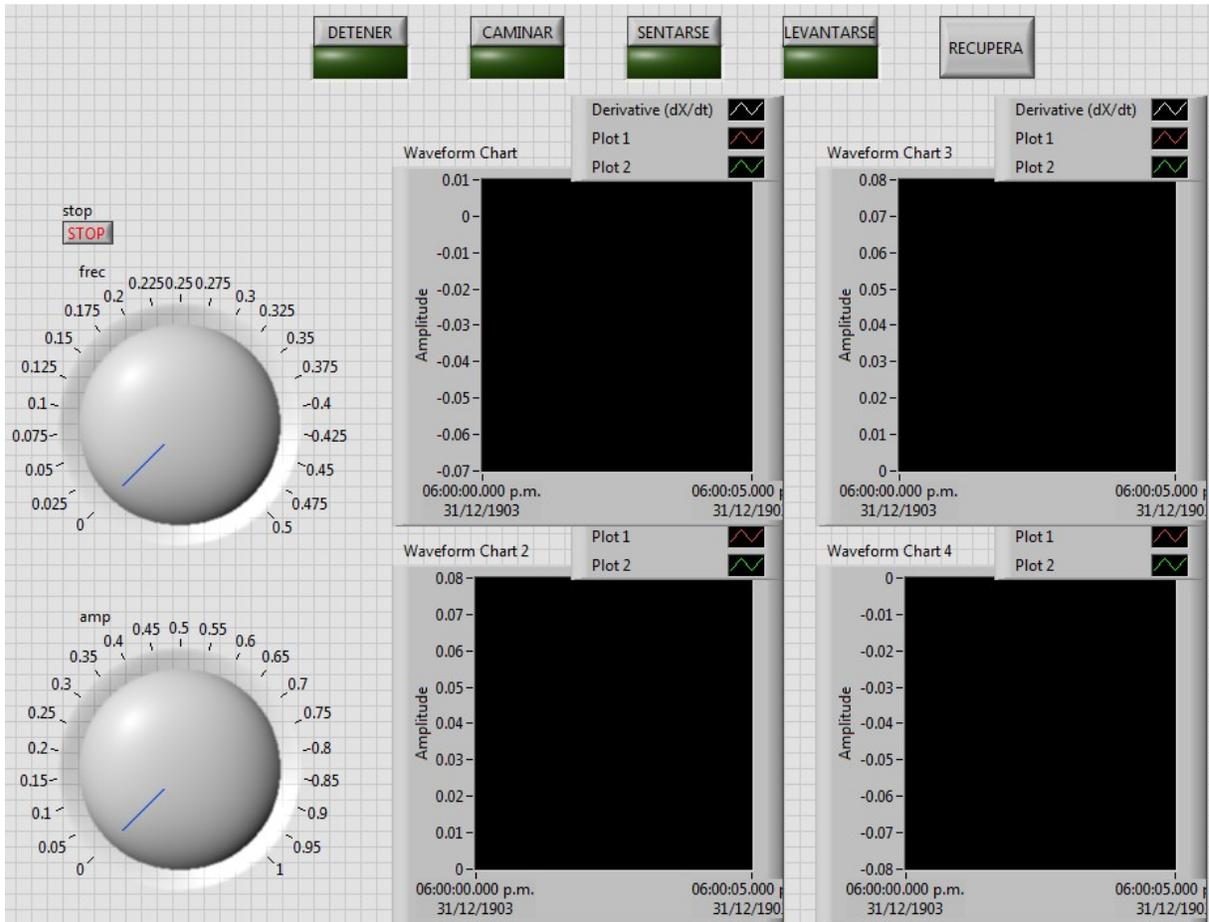


Figura 7.2: Interfaz de usuario del programa principal.

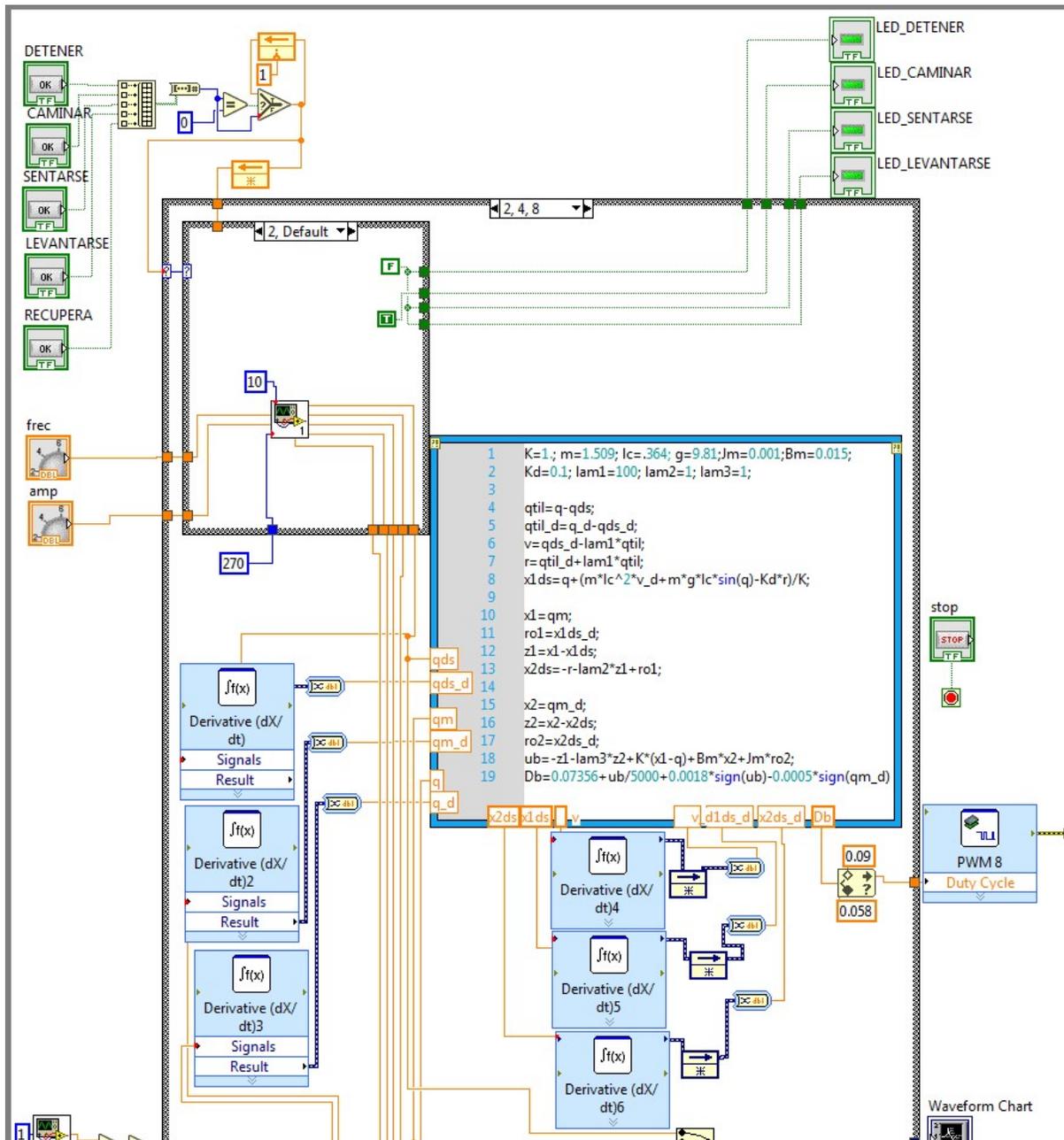


Figura 7.3: Fragmento de código del programa principal.

### 7.1.2. Evaluación Experimental

Se realizaron distintas pruebas para determinar el correcto funcionamiento de los motores y las adecuadas ganancias de los controladores.

Las ganancias del controlador por metodología Backstepping se muestran en la tabla 7.1.

| Ganancia    | Valor |
|-------------|-------|
| $k_d$       | 0.1   |
| $\lambda_1$ | 100   |
| $\lambda_2$ | 1     |
| $\lambda_3$ | 1     |

Tabla 7.1: Ganancias para el control por metodología Backstepping.

En la figura 7.4 se muestran los resultados experimentales de la implementación de una rutina de rehabilitación pasiva mediante el seguimiento de las funciones de patrón de marcha utilizando el controlador por aproximación backstepping. La gráfica de la izquierda muestra la evolución de la articulación de la cadera, mientras que la de la rodilla se muestra en la gráfica derecha.

En la figura 7.5 se presenta el error de seguimiento del controlador backstepping, tanto para la rodilla como para la cadera; mientras que en la figura 7.6 se presenta la señal de control.

En la figura 7.7 se presentan los resultados experimentales de la implementación de un patrón de trayectorias angulares para alcanzar la posición de sentado de manera lenta y suave.

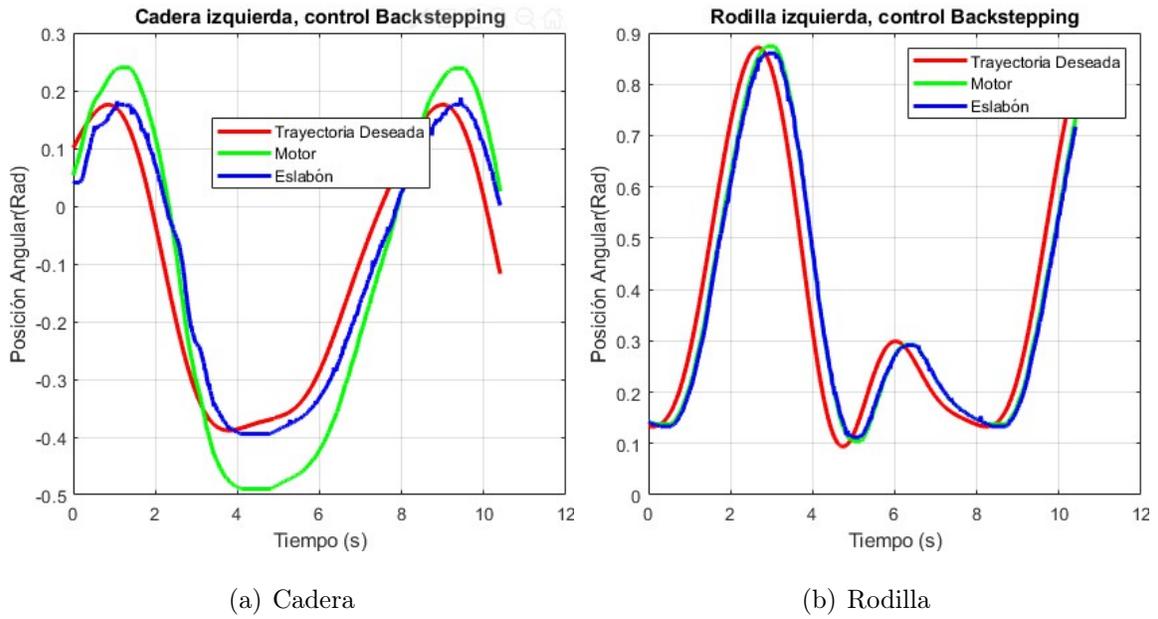


Figura 7.4: Resultados experimentales para seguimiento de patrón de marcha

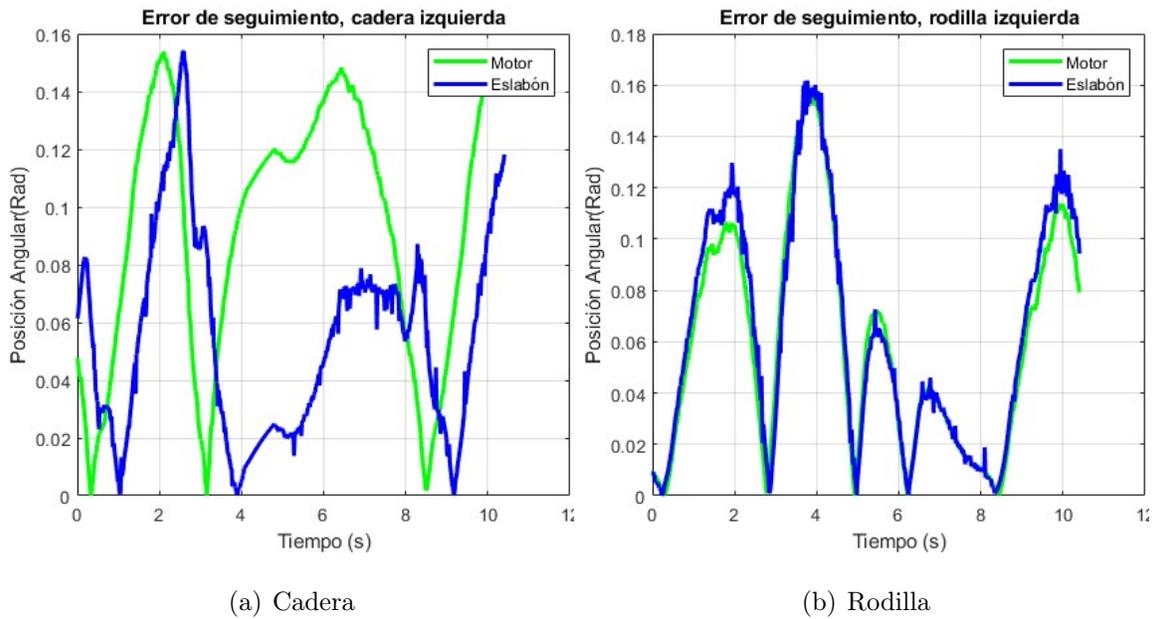


Figura 7.5: Error de seguimiento del patrón de marcha

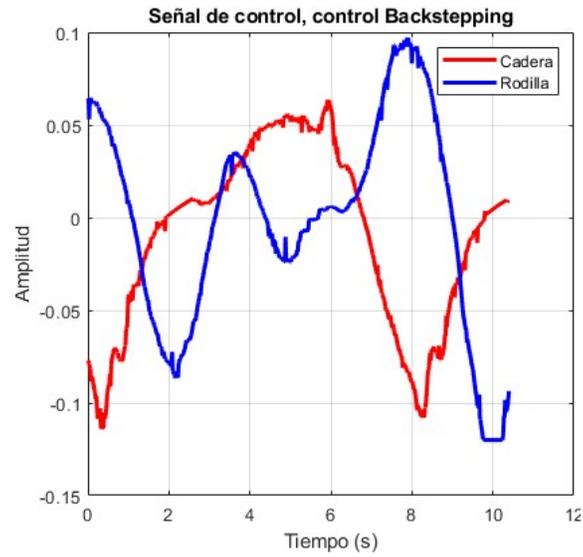


Figura 7.6: Señal de control en seguimiento.

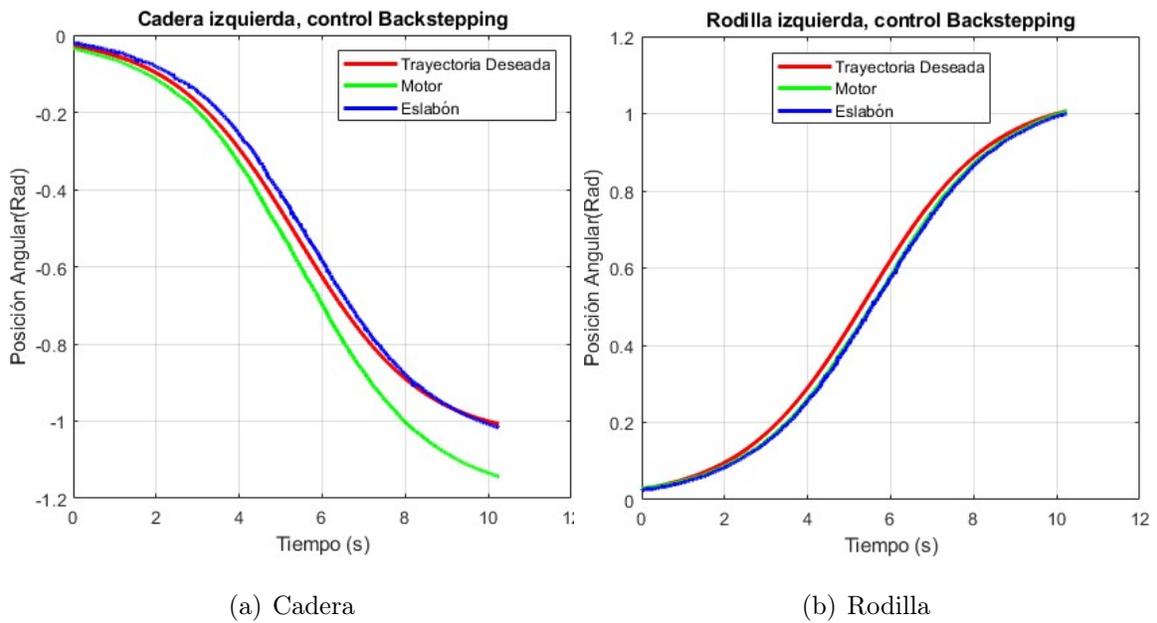


Figura 7.7: Resultados experimentales para seguimiento de patrón de sentarse

## 7.2. Hombro

### 7.2.1. Evaluación Experimental

Estas pruebas experimentales fueron realizadas en el prototipo de exoesqueleto de hombro descrito previamente (ver Figura 5.3).

Los mismos ejercicios de regulación propuestos en la Tabla (6.1) y los mismos ejercicios de seguimiento de trayectoria propuestos en la Tabla (6.2) se aplicaron en el prototipo real del exoesqueleto.

Los resultados de la aplicación experimental de estos controladores se muestran en la Figura (7.8) para la regulación y en la Figura (7.9) para el seguimiento, donde la línea roja es la referencia (Ref), la línea verde es el resultado del control proporcional-derivativo (PD), la línea azul es el resultado de con el control proporcional-integral-derivativo (PID), la línea marrón es el resultado con el control proporcional-derivativo+adaptación de gravedad (g Adapt) y la línea rosa es el resultado con el control por modos deslizantes adaptativo.

En el control de regulación obtenemos resultados muy similares a los obtenidos en la simulación, nuevamente podemos observar que los controladores con mejor rendimiento son el Proporcional-integral-derivativo y el control por modos deslizantes, también vemos que para la articulación  $q_1$  los controladores Proporcional-derivativo y Proporcional-derivativo+adaptación de la gravedad no convergen a la referencia en un tiempo menor a 5 segundos.

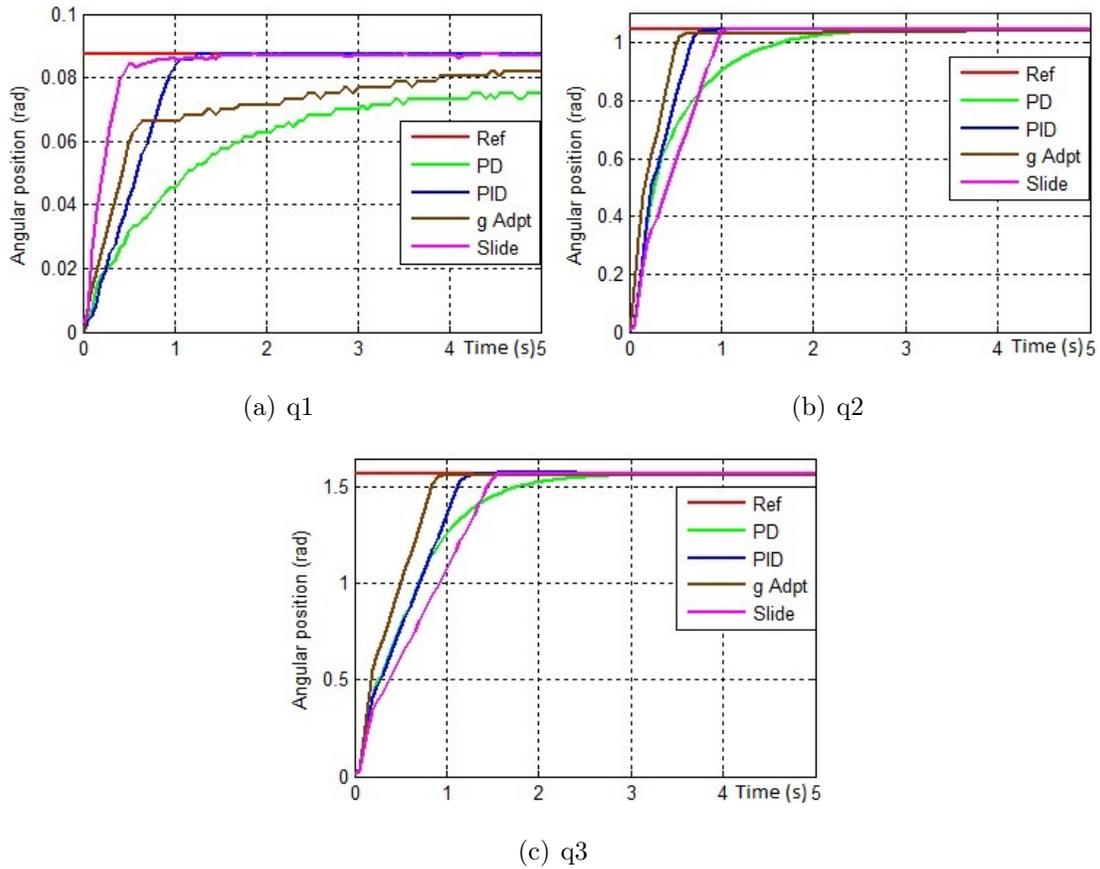


Figura 7.8: Resultados experimentales para regulación

En la figura 7.10 se presentan las gráficas del error, en la articulación  $q_3$ , que generan los distintos controladores previamente presentados. A la izquierda se presentan los errores en regulación mientras que a la derecha los errores en seguimiento.

En la figura 7.11 se presentan las señales de control para la articulación  $q_3$ .

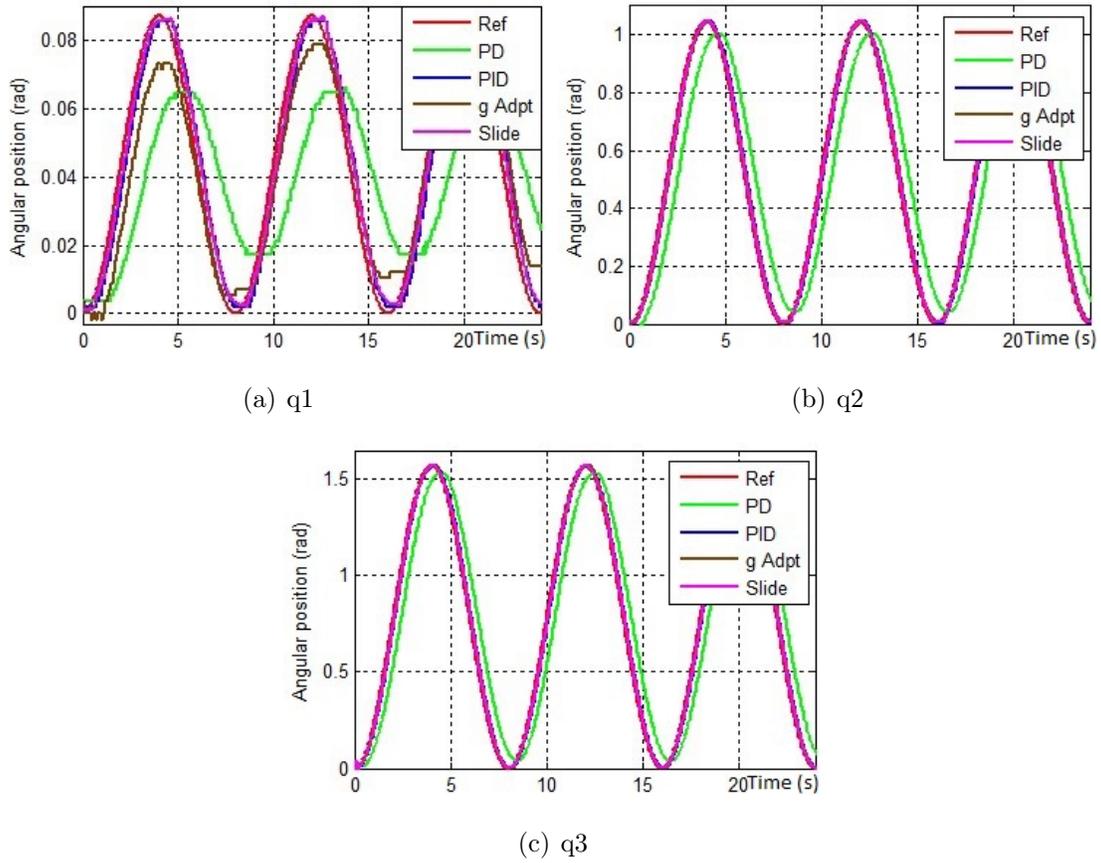


Figura 7.9: Resultados experimentales para seguimiento

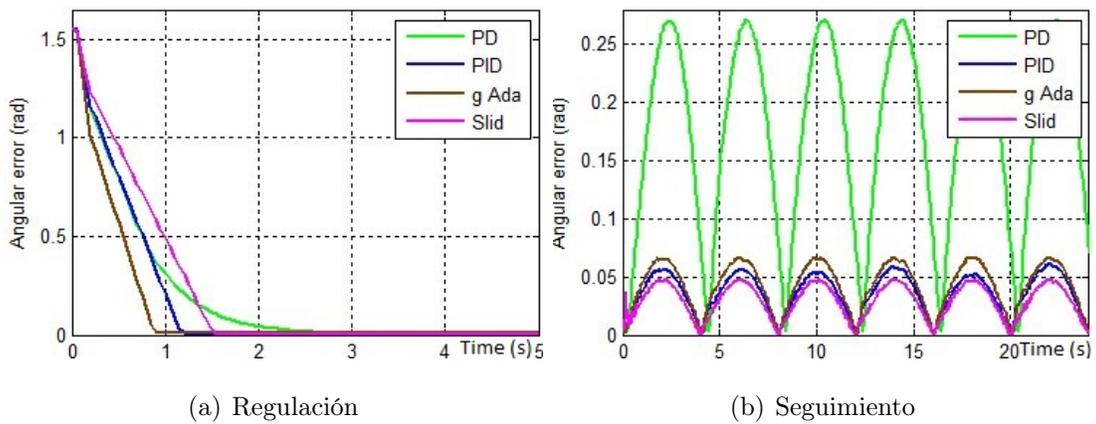


Figura 7.10: Comparativa del error en la articulación  $q_3$ , de los controladores presentados

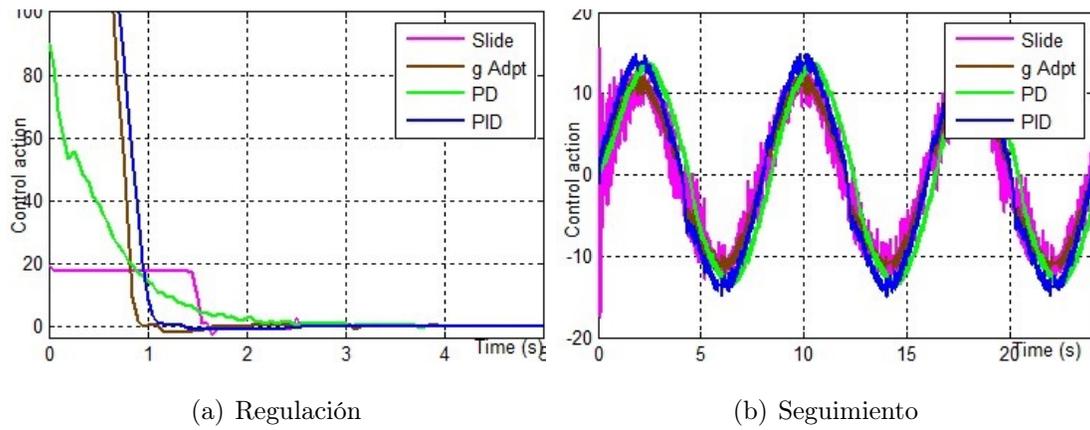


Figura 7.11: Señal de control generado por los distintos controladores para la articulación  $q_3$

# CAPÍTULO 8

## CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

### 8.1. Conclusiones

La importancia para atender las necesidades del hombre en la rehabilitación de las articulaciones, músculos, huesos, tendones, etc., mantiene el estudio y desarrollo de nuevos exoesqueletos como una línea de investigación activa que motiva a mejorar los diferentes prototipos que existen. Se debe innovar con prototipos que puedan ser accesibles para cualquier persona, mejorando los costos de estos dispositivos, disminuir el tamaño de los prototipos para mejorar la apariencia del exoesqueleto y comodidad de quienes los utilizan, profundizar en el estudio y mejoramiento de programas de rehabilitación así como ejercicios para diferentes casos clínicos. Por otra parte la aplicación de las leyes de control que optimicen estos dispositivos debe permanecer en constante estudio entre otras cosas, para explotar por completo las posibilidades que existen en el futuro de los exoesqueletos.

Este trabajo de tesis amplía la línea de investigación en exoesqueletos para hombro y piernas, diseñando y construyendo un prototipo con  $2(\times 2)$  grados de libertad, para

la rehabilitación de personas que han sufrido daños o que han perdido movilidad en su tren inferior; y probando distintas leyes de control en un prototipo de exoesqueleto de hombro.

Se presentó un estudio de los movimientos que puede realizar una pierna, así como los huesos y los músculos que intervienen en cada uno de ellos. Se presentó también un modelo humano de 16 segmentos y las medidas antropométricas de la población infantil latinoamericana, a partir del cual se obtuvieron los parámetros inerciales del tren inferior de un infante de 10 años promedio. Se muestra el diseño de un exoesqueleto para piernas, el cual se desarrolla a partir de los datos obtenidos de la investigación anterior; el prototipo fue diseñado en SolidWorks y se muestra un estudio de esfuerzos para determinar el material y sus dimensiones a utilizar, con el fin de que soporte las cargas y sea seguro para el usuario. En este trabajo se presentó un diseño innovador de un exoesqueleto para rehabilitación de marcha, el cual se ajusta al paciente desde el frente (y no desde atrás como en otros casos), permitiéndole usarlo estando sentado y levantarse desde esa posición con el exoesqueleto ya puesto, y realizar rehabilitación para esta tarea también. Se presentó el maquinado y la construcción del exoesqueleto así como su instrumentación, en este sentido se puede concluir que el diseño mecánico se desarrolló de manera correcta pues el prototipo soporta bien el peso estudiado, es decir: su propio peso y el de un infante humano.

Se presentó una metodología para simular controladores para exoesqueletos más cercana a la realidad sin requerir personas reales y todo lo que ello implica. Para eso se usó un modelo musculoesquelético al que se le agregó actuadores para simular que lleva un exoesqueleto.

Se presentó también el desarrollo de los modelos dinámicos que gobiernan el movimiento del robot, los cuales se desarrollaron a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange. El primero es un modelo ideal, asumiendo que las articulaciones del robot no presentan elasticidad y el segundo sí considera la elasticidad en las articulaciones.

Además, se presentó un breve estudio del patrón de movimiento de la marcha humana y se crearon ecuaciones trigonométricas para dichos patrones de movimiento.

Se diseñó y simuló una ley de control para el exoesqueleto considerando las articulaciones flexibles, tanto para regulación como para seguimiento, y posterior a estas simulaciones se probó en el prototipo dicha ley de control. Para probar estas leyes de control se utilizaron los patrones de marcha diseñados previamente.

Se presentó una comparación entre cuatro controladores para tres de los 5 grados de libertad del exoesqueleto de hombro.



# ANEXOS A

## ARTÍCULO

El artículo aquí presentado se publicó en la revista “Proceedings of the institution of mechanical engineers part I - Journal of systems and control engineering”, la cual cuenta con un factor de impacto de 1.204 ubicándose en cuartil 4.

# Robust controls for upper limb exoskeleton, real-time results

Yukio Rosales Luengas<sup>1</sup>, Ricardo López-Gutiérrez<sup>1</sup>, Sergio Salazar<sup>1</sup> and Rogelio Lozano<sup>2</sup>

Proc IMechE Part I:  
J Systems and Control Engineering  
1–10  
© IMechE 2018  
Reprints and permissions:  
sagepub.co.uk/journalsPermissions.nav  
DOI: 10.1177/0959651818758866  
journals.sagepub.com/home/pii  


## Abstract

This article shows the development of an exoskeleton for human joint. The exoskeleton proposed was developed for rehabilitating individuals who have suffered injuries at their shoulders, by rehabilitation exercises. The exoskeleton has special characteristics to deal with the 5 degrees of freedom of the human shoulder. The dynamic model results in the following form:  $\ddot{q} = f(q, \dot{q}) + b(q)u$ , where  $q$ ,  $u$ ,  $f(q, \dot{q})$  and  $b(q)$  are state's vector, torque's vector, a matrix function and a vector function, respectively. Therefore, we applied four different control laws, among which stand two robust controls (adaptive sliding modes and proportional–derivative with adaptive gravity compensation). The adaptive controller properties allow the exoskeleton to adapt to different humans with different parameters such as size, length, weight and so on that, in mathematical terms, is represented as a mechanical system with uncertainties.

## Keywords

Upper limb exoskeleton, biomechanics, robust control

Date received: 17 March 2017; accepted: 2 October 2017

## Introduction

An arm exoskeleton, also called an instrumented orthosis, is an external mechanical structure with joints corresponding to the human arm. The exoskeleton arm can be used to increase the mechanical power of the human arm as a result of physical contact between the two.<sup>1</sup>

Motivation consists mainly of recognizing that the shoulder is the most mobile of all the joints in the human body and prone to common multiple injuries and diseases, such as the following:

- Shoulder dislocation (luxation);
- Disjointed shoulder;
- Fracture of the humeral head;
- Rupture of the rotator cuff.

In cases like these, where mobility is lost in the upper extremity, an exoskeleton arm can be used for rehabilitation.

In recent years, significant improvements have been made in the field of medical robotics. Some exoskeletons for upper limb rehabilitation are already commercially available, for example, Aupa, JACE S603 and Armeo<sup>®</sup> Power.

Lo and Xie<sup>2</sup> present a state of the art of the recent progress of upper limb exoskeleton robots for

rehabilitation treatment of patients with neuromuscular disorders. Sheng et al.<sup>3</sup> provide a systematic overview and evaluation of existing bilateral upper limb rehabilitation devices and robots based on their mechanisms and clinical outcomes. Exoskeletons such as the Maryland-Georgetown-Army (MGA)<sup>4</sup> and the University of Washington<sup>5</sup> treat the shoulder joint as a purely spherical 3-degree-of-freedom (DOF) joint, but this joint has actually more DOFs.

The anatomical shoulder region is composed of the union of three bones: the scapula, clavicle and humerus. The combination of these three bones forms two joints, glenohumeral, which is formed between the humerus and the scapula, and acromioclavicular, which is the joint that connects the scapula acromion and the clavicle. Some experts included in this classification the sternocostoclavicular joint (formed by the clavicle and

<sup>1</sup>Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Mexico, Mexico

<sup>2</sup>Universite de Technologie de Compiègne, Compiègne, Mexico

### Corresponding author:

Ricardo López-Gutiérrez, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Av. Instituto Politécnico Nacional 2508, Col. San Pedro Zacatenco, Delegación Gustavo A. Madero, Mexico 07360, Mexico.

Email: [jesus.lopez@cinvestav.mx](mailto:jesus.lopez@cinvestav.mx)

## ANEXOS B

# CARACTERÍSTICAS Y PROPIEDADES DE COMPONENTES

En este apartado se presentan las características y propiedades más importantes de los elementos utilizados en la construcción del prototipo de exoesqueleto.

## B.1. Aluminio 6061-T6

### -6061- (ALUMINIO – MAGNESIO – SILICIO)

#### COMPOSICIÓN QUÍMICA

| %      | Si   | Fe   | Cu   | Mn   | Mg   | Cr   | Zn   | Ti   | Otros elementos | Al       |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----------------|----------|
| Mínimo | 0,40 |      | 0,15 |      | 0,80 | 0,04 |      |      | Otros Total     |          |
| Máximo | 0,80 | 0,70 | 0,40 | 0,15 | 1,20 | 0,35 | 0,25 | 0,15 | 0,05 0,15       | El resto |

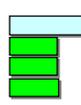
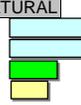
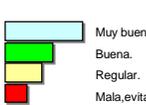
#### PROPIEDADES MECÁNICAS TÍPICAS ( a temperatura ambiente de 20°C )

| Estado | Características a la tracción         |   |                      |                                      |   |                     |
|--------|---------------------------------------|---|----------------------|--------------------------------------|---|---------------------|
|        | Carga de rotura Rm. N/mm <sup>2</sup> | Límite elástico Rp 0,2, N/mm <sup>2</sup> | Alargamiento A 5,65% | Límite a la fatiga N/mm <sup>2</sup> | Resistencia a la cizalladura $\tau$ N/mm <sup>2</sup> | Dureza Brinell (HB) |
| 0      | 125                                   | 55  | 27                   | 120                                  | 85  | 30                  |
| T4     | 235                                   | 140                                       | 21                   | 180                                  | 150   | 65                  |
| T6     | 310                                   | 270                                       | 14                   | 190                                  | 190   | 95                  |

#### PROPIEDADES FÍSICAS TÍPICAS ( a temperatura ambiente de 20°C )

| Módulo elástico N/mm <sup>2</sup> | Peso específico g/cm <sup>3</sup> | Intervalo de fusión °C | Coefficiente de dilatación lineal 1/10 <sup>6</sup> K | Conductividad térmica W/m K | Resistividad eléctrica a 20°C - $\mu\Omega$ cm | Conductividad eléctrica % IACS | Potencial de disolución V |
|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------|---|-----------------------------|--|--------------------------------|---------------------------|
| 70,000                            | 2,70                              | 580-650                | 23,3  | T4-155<br>T6-166            | T4-4,3<br>T6-4,0                               | T4-40<br>T6-43                 | -0,83                     |

#### APTITUDES TECNOLÓGICAS

|  |   |   |  |   |
|--|---|---|--|---|
| <b>SOLDADURA</b><br>A la llama<br>Al arco bajo gas argón<br>Por resistencia eléctrica<br>Braseado                    |  | <b>MECANIZACIÓN</b><br>Fragmentación de la viruta<br>Brillo de superficie | Estado: 0<br> | Estado: T6<br> |
| <b>COMPORTAMIENTO NATURAL</b><br>En ambiente rural<br>En ambiente industrial<br>En ambiente marino<br>En agua de mar |  | <b>EMBUTICIÓN</b><br>Por expansión<br>Embutición profunda                 | Estado: 0<br> | Estado: T6<br> |
| <b>ANODIZADO</b><br>De protección<br>Decorativo<br>Anodizado duro  |  | <b>RECUBRIMIENTO</b><br>Lacado<br>Galvanizado<br>Níquel químico           |               |                |

#### RADIOS DE PLEGADO

| Estado | 0,4<e<0,8 mm, | 0,8<e<1,6 mm | 1,6<e<3,2 mm, | 3,2<e<4,8 mm, | 4,8<e<6 mm, | 6<e<10 mm, | 10<e<12 mm, |
|--------|---------------|--------------|---------------|---------------|-------------|------------|-------------|
| 0      | 0             | 0,5          | 1             | 1             | 1           | 1,5        | 2           |
| T4     | 0,5           | 1            | 1,5           | 2,5           | 3           | 3,5        | 4           |
| T6     | 1,5           | 2,5          | 3,5           | 3,5           | 4           | 4,5        | 5           |

Multiplicar el coeficiente por el espesor (e) de la chapa

## B.2. Nylamid



Rayón 750 Sur. Monterrey N.L. México Tels. (81) 8344 3061, 01-800-EN-MIDSA

### NYLAMID M – MECÁNICO – COLOR NATURAL HUESO

Es el polímero más utilizado en la industria pues entre sus cualidades están: Gran resistencia al desgaste, Buenas propiedades mecánicas y eléctricas, Balance ideal de resistencia y tenacidad, Normatividad higiénica, autolubricidad y resistencia térmica.



Este material está aprobado por la norma NMX-E-202-1993-SCFI para el contacto con alimentos. Su resistencia térmica es de 93°C.

#### APLICACIONES TÍPICAS:

- Cojinetes
- Engranajes
- Aislantes eléctricos
- Ruedas
- Moldes
- Rodillos
- Poleas
- Sellos para válvulas
- Catarinas
- Raspadores
- Guías de desgaste
- Tolvas
- Piezas de impacto
- Aislantes térmicos
- Prototipos

#### TABLA DE PROPIEDADES MECÁNICAS DEL NYLAMID M

| Propiedades  | Norma ASTM | Unidades   | Valores | Unidades           | Valores |
|--|------------|------------|---------|--------------------|---------|
| Gravedad específica 23°C                             | D792       | -          | 1.04    | -                  | -       |
| Resistencia a la tensión 23°C                        | D638       | Psi        | 12,000  | Kg/cm <sup>2</sup> | 844     |
| Elongación a la ruptura a 23°C                       | D638       | %          | 20      | -                  | -       |
| Resistencia a la flexión a 23°C                      | D790       | Psi        | 16,000  | Kg/cm <sup>2</sup> | 1,125   |
| Modulo de elasticidad a la flexión 23°C              | D790       | Psi        | 500,000 | Kg/cm <sup>2</sup> | 35,155  |
| Resistencia a la compresión 10% de deformación 23°C  | D695       | Psi        | 15,000  | Kg/cm <sup>2</sup> | 1,055   |
| Modulo de elasticidad a la compresión 23°C           | D695       | Psi        | 400,000 | Kg/cm <sup>2</sup> | 28,124  |
| Dureza escala Shore D, 23°C                          | D2240      | -          | D85     | -                  | -       |
| Impacto Izod (con muesca) 23°C                       | D256       | ft. Lb(in) | 0.4     | cm.kg/cm           | 2.18    |
| Coefficiente de fricción dinámico (en seco vs acero) | PTM55007   | -          | 0.2     | -                  | -       |

Visite nuestra página en Internet: [www.midsa.com.mx](http://www.midsa.com.mx)



# ANEXOS C

## IMPLEMENTACIÓN

En este apartado se presenta la forma en la que se implementó el control en el robot, los dispositivos utilizados y las conexiones entre ellos.

### C.1. Instrumentación

La computadora embebida utilizada para gobernar e implementar el control de este exoesqueleto es la tarjeta myRIO (fig. C.1) de la compañía National Instruments, programado mediante el software LabVIEW de la misma empresa; cuyo mapa de pines se presenta en la figura C.2.

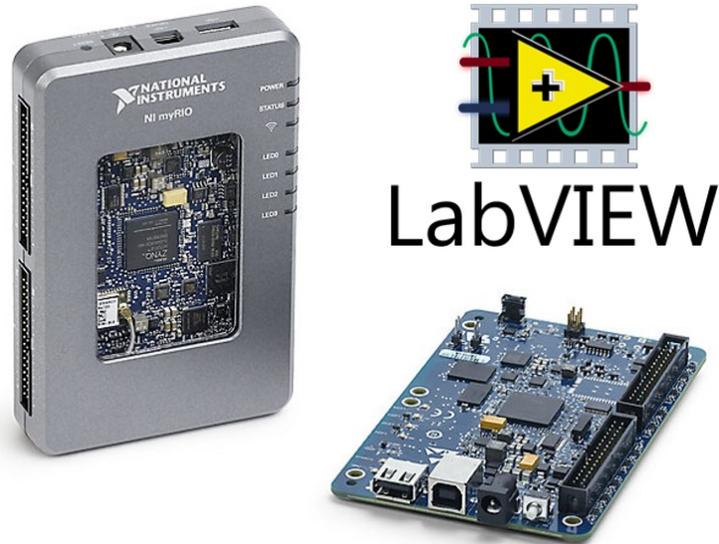


Figura C.1: Tarjeta de adquisición de datos NI my RIO-1900.

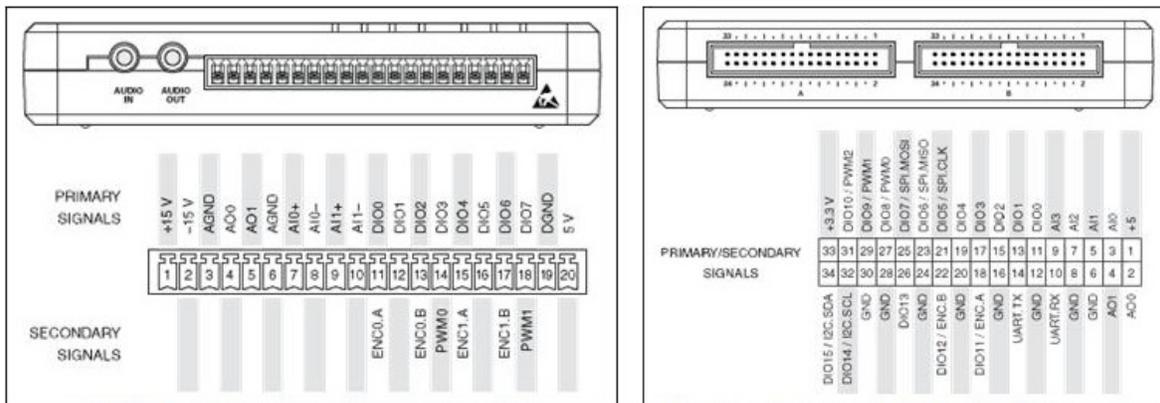


Figura C.2: Mapa de pines de la tarjeta NI myRIO-1900.

Mediante esta tarjeta se controlan los drivers de los motores que dotan de movimiento al exoesqueleto. Originalmente se implementaron motores de cd Bosch familia AHC2, a los cuales se les hizo un reacondicionamiento para que pudieran ser acoplados al exoesqueleto y disminuyeran sus defectos mecánicos. En la figura C.3 se muestra al

lado izquierdo el motor Bosch como se encuentra de forma comercial y a la derecha se muestra el reacondicionamiento hecho. Las características eléctricas de estos motores se presentan en la tabla C.1.

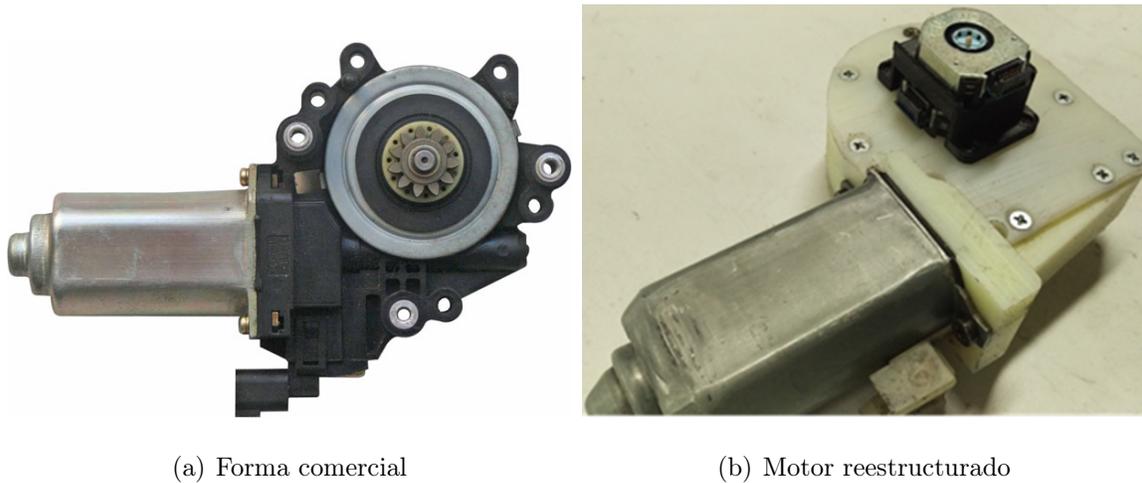


Figura C.3: Motor Bosch AHC2

| CARACTERÍSTICAS   | VALOR    |
|-------------------|----------|
| Potencia nominal  | 6 W      |
| Corriente Nominal | 6 A      |
| Velocidad Nominal | 28.5 RPM |
| Par Nominal       | 3 Nm     |
| Par detenido      | 20 Nm    |

Tabla C.1: Características del motor Bosch AHC2.

El driver utilizado para manejar estos motores es el RoboClaw ST 2X45A, que se presenta en la figura C.4, el cual es un dúplex, que puede manejar dos motores en ambos sentidos con hasta 60 Amperios pico y 34 Voltios de CD. En la figura C.5 se muestra el mapa de pines de este driver.



Figura C.4: Driver RoboClaw ST 2X45A.

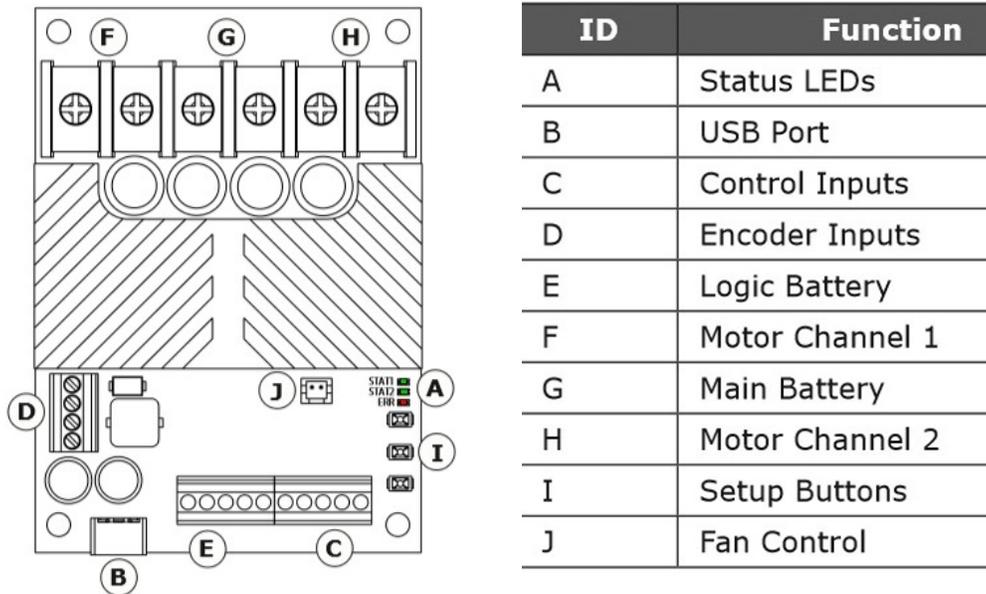


Figura C.5: Mapa de pines del Driver RoboClaw ST 2X45A

La lectura de la posición angular de las articulaciones se realiza mediante encoders absolutos AMT203 CUI (fig. C.6), cuyo mapa de pines se muestran en la figura C.7. De esta manera se tienen listos todos los elementos del sistema eléctrico.



Figura C.6: Encoder AMT203-V CUI Inc.

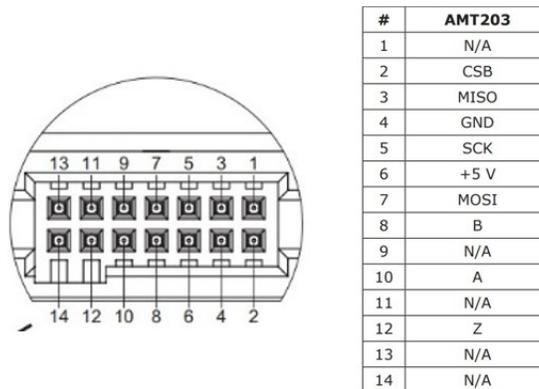


Figura C.7: Mapa de pines del encoder AMT203-V.

En la figura C.8 se muestran las conexiones entre la tarjeta myRIO y los drivers para manejar los motores. Se utilizan dos drivers para manejar los 4 motores de las piernas del exoesqueleto, y a cada driver se le comunican dos cables que llevan señales PWM para gobernar cada motor. La última línea es la señal de tierra, para que ambos dispositivos tengan una señal común.

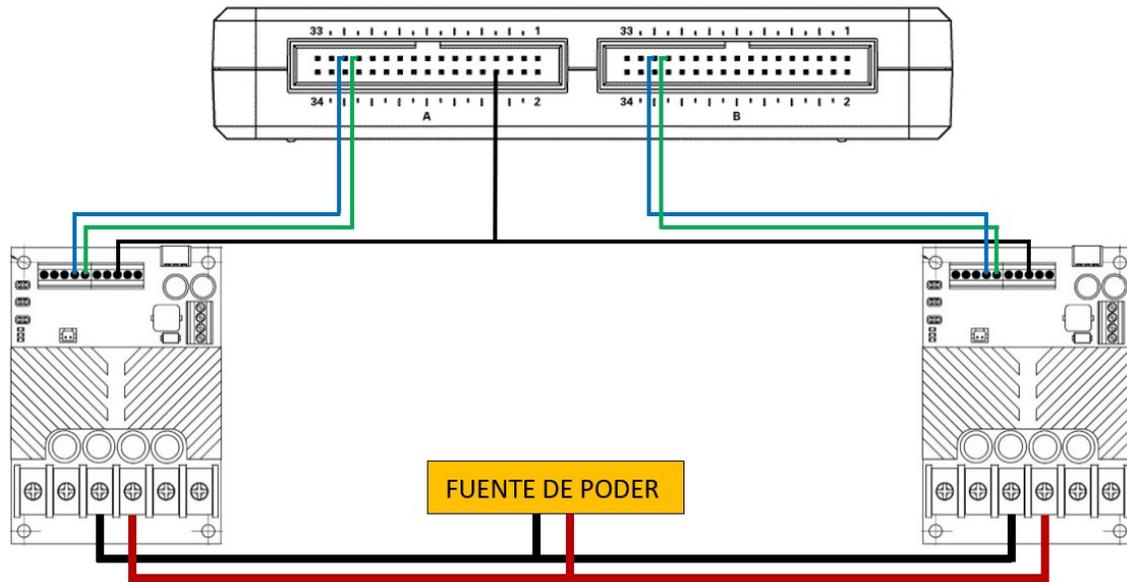


Figura C.8: Conexión entre la tarjeta myRIO y el driver RoboClaw.

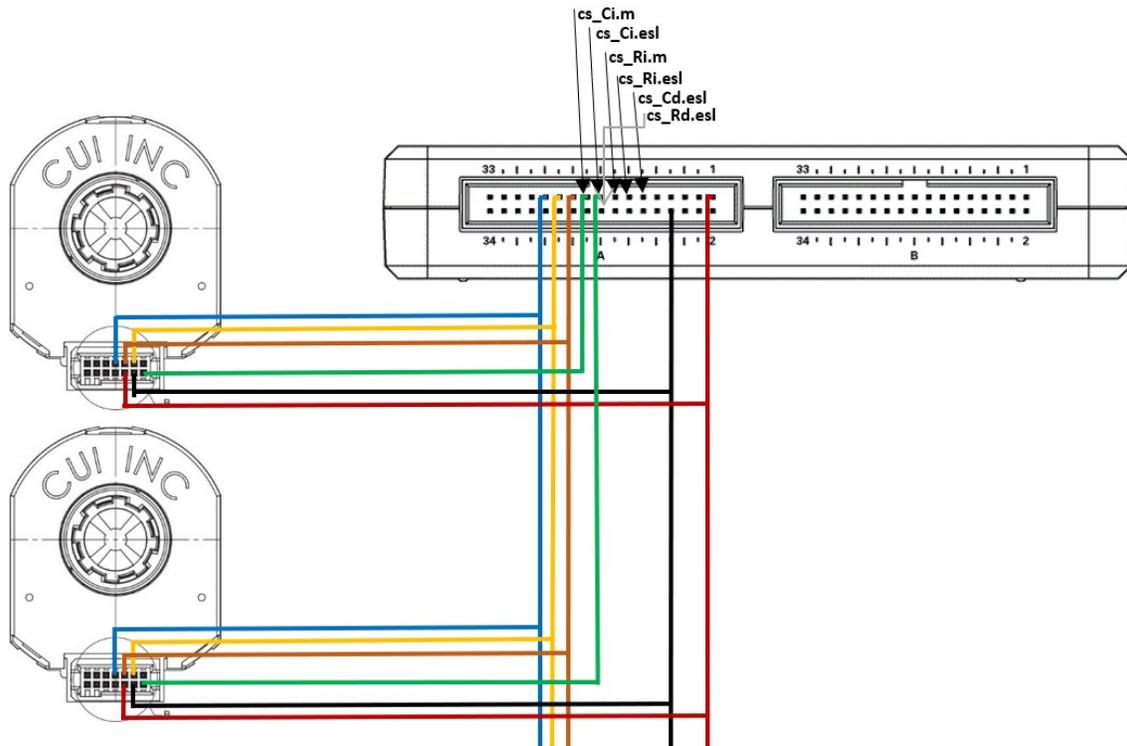


Figura C.9: Conexión entre la tarjeta myRIO y el encoder AMT 203-V.

En la figura C.9 se muestran ahora las conexiones entre la tarjeta myRIO y los encoders AMT 203-V, la cual es una comunicación SPI, por lo que todos los encoders comparten las mismas líneas de transmisión de datos MISO, MOSI, SCLK y las de alimentación, mientras que cada uno tiene su propia línea de selección, la cual habilita el encoder (esclavo) para recibir y enviar datos.

En la figura C.10 se observa uno de los motores ya ensamblado en el exoesqueleto y acoplado con el sistema de doble encoder para sensar la posición angular tanto del eslabón como del propio motor.

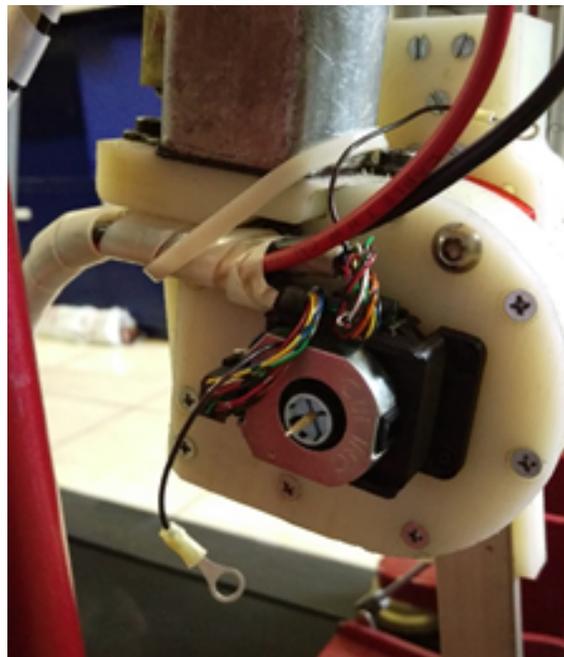


Figura C.10: Encoder y motor ensamblados y conectados al exoesqueleto.

En la figura C.11 se puede observar la tarjeta NI myRIO-1900 conectada a los drivers y los encoders.

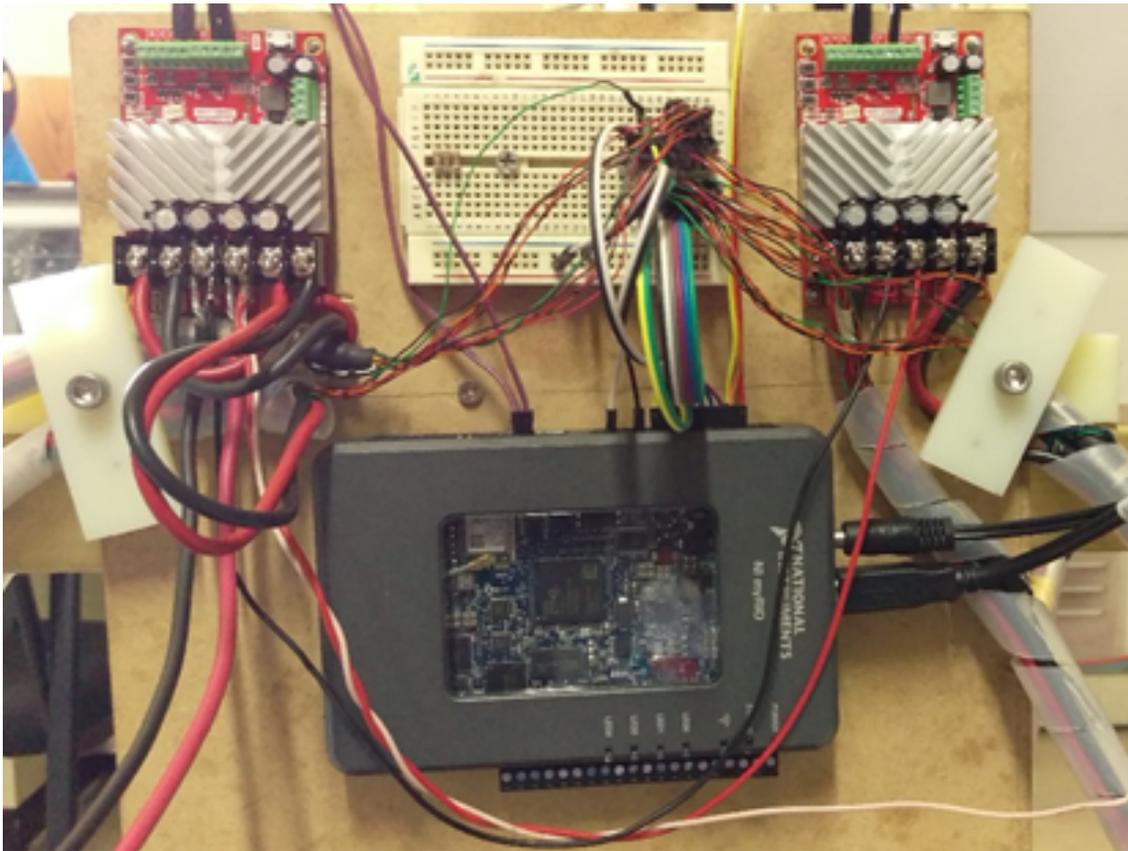


Figura C.11: Tarjeta NI myRIO-1900 conectada.

# BIBLIOGRAFÍA

- [1] S. Panich, "Kinematic Analysis of Exoskeleton Suit for Human Arm", *Jornal of Computer Science*, vol. 6, pp. 1272-1275, 2010.
- [2] World Health Organization, "World report on disability", disponible en [https://www.who.int/disabilities/world\\_report/2011/en/](https://www.who.int/disabilities/world_report/2011/en/) , accessed 9 July 2019
- [3] World Health Organization, "Assistive devices and technologies", disponible en <https://www.who.int/disabilities/technology/en/>, accessed 9 July 2019
- [4] World Health Organization, "WORLD REPORT ON DISABILITY", disponible en [https://apps.who.int/iris/bitstream/handle/10665/70670/WHO\\_NMH\\_VIP\\_11.01\\_eng.pdf?sequence=1](https://apps.who.int/iris/bitstream/handle/10665/70670/WHO_NMH_VIP_11.01_eng.pdf?sequence=1) accessed 9 July 2019.
- [5] M. Dondé, Mayor Médico Cirujano, Entrevista, Abril 2019.
- [6] E. O. Medrano, "History of physical medicine", 2006
- [7] M. MIRANDA DIGÓN "Metodología para la rehabilitación física basada en la mecanoterapia.", 2014
- [8] "Instituto Nacional de Estadística y Geografía", disponible en <https://www.inegi.org.mx/>, accessed September 2014.

- [9] E. Mikolajewska, D. Mikolajewski, “Exoskeletons in Neurological Diseases-Current and Potential Future Applications”, *Advances in Clinical and Experimental Medicine*, 2013.
- [10] J. Iqbal, K. Baizid, “Stroke rehabilitation using exoskeleton-based robotic exercisers: Mini Review”, *Biomedical Research*, Vol 26, 2015.
- [11] Ferris, “The exoskeletons are here”, *Journal of Neuro Engineering and Rehabilitation*, 2009.
- [12] P. Heo, G. M. Gu, S. J. Lee, K. Rhee, J. Kim, “Current Hand Exoskeleton Technologies for Rehabilitation and Assistive Engineering”, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol 13, 2012.
- [13] C. N. Schabowsky, S. B. Godfrey, P. S. Holley, “Development and pilot testing of HEXORR: Hand EXOskeleton Rehabilitation Robot”, *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 2010.
- [14] Y. H. Yin, Y. J. Fan, L. D. Xu, “EMG and EPP-Integrated Human?Machine Interface Between the Paralyzed and Rehabilitation Exoskeleton”, *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, Vol 16, 2012.
- [15] Z. Song, S. Guo, “Design Process of Exoskeleton Rehabilitation Device and Implementation of Bilateral Upper Limb Motor Movement”, *Journal of Medical and Biological Engineering*, 2011.
- [16] J. F. Veneman, R. Kruidhof, E. E. G. Hekman, R. Ekkelenkamp, E. H. F. Van Asseldonk, H. Van der Kooij, “Design and Evaluation of the LOPES Exoskeleton Robot for Interactive Gait Rehabilitation”, *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, Vol 15, 2007.

- [17] A. Wege, G. Hommel, “Development and control of a hand exoskeleton for rehabilitation of hand injuries”, Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005.
- [18] P. Agarwal, P. Kuo, R. R. Neptune, A. D. Deshpande, “A Novel Framework for Virtual Prototyping of Rehabilitation Exoskeletons”, IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics, 2013.
- [19] D. J. Farris, J. L. Hicks, S. L. Delp, G. S. Sawicki, “Musculoskeletal modelling deconstructs the paradoxical effects of elastic ankle exoskeletons on plantar-flexor mechanics and energetics during hopping”, The Journal of Experimental Biology, 2013.
- [20] B. N. Fournier, E. D. Lemaire, A. J. J. Smith, M. Doumit, “Modeling and Simulation of a Lower Extremity Powered Exoskeleton”, IEEE Transactions On Neural Systems And Rehabilitation Engineering, Vol 26, 2018.
- [21] Z. F. Lerner, D. L. Damiano, T. C. Bulea, “Computational modeling of neuromuscular response to swing-phase robotic knee extension assistance in cerebral palsy”, Journal of Biomechanics, 2019.
- [22] G. S. Sawicki, N. S. Khan, “A Simple Model to Estimate Plantarflexor Muscle?Tendon Mechanics and Energetics During Walking With Elastic Ankle Exoskeletons”, IEEE Transactions On Biomedical Engineering, Vol 63, 2016.
- [23] S. Lefmann, R. Russo, S. Hillier, “The effectiveness of robotic-assisted gait training for paediatric gait disorders: systematic review”, Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation, 2017.
- [24] J. Mehrholz, L. A. Harvey, S. Thomas, B. Elsner, “Is body-weight-supported treadmill training or robotic-assisted gait training superior to overground gait training and other forms of physiotherapy in people with spinal cord injury? A systematic review”, International Spinal Cord Society, 2017.

- [25] G. Chen, C. K. Chan, Z. Guo, H. Yu "A Review of Lower Extremity Assistive Robotic Exoskeletons in Rehabilitation Therapy", *Critical Reviews in Biomedical Engineering*, 2013.
- [26] H. Aguilar-Sierra, W. Yu, S. Salazar, R. Lopez-Gutiérrez, "Design and control of hybrid actuation lower limb exoskeleton", *Advantages in Mechanical Engineering*, Vol 7, 2015.
- [27] R. López-Gutiérrez, H. Aguilar-Sierra, S. Salazar, R. Lozano "Adaptive Control in Passive rehabilitation routines using ELLTIO", *Revista mexicana de ingeniería biomédica*, Vol 38, 2017.
- [28] A 7 DOF Exoskeleton Arm-Shoulder, Elbow, Wrist and hand mechanism for assistance to Upper Limb Disabled Individuals.
- [29] Redacción Onmeda, ".Anatomía de los hombros", disponible en [http://www.onmeda.es/anatomia/anatomia\\_hombros.html](http://www.onmeda.es/anatomia/anatomia_hombros.html), 19 de marzo 2019
- [30] H. M. Koslowski, "Spinal Cord Injury: Functional Outcomes in 2009 and Beyond", *Northeast Florida Medicine*, vol. 60, pp. 32-35, 2009.
- [31] G. Guthart, J. Kenneth Salisbury Jr, "The intuitive telesurgery system: Overview and application", in *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, CA, 2000, pp 618-622.
- [32] S. N. Roderick, C. R. Carignan, ".An Approach to Designing Software Safety Systems for rehabilitation robots", in *Proceedings of the 2005 IEEE 9th International Conference on Rehabilitation Robotics*, Chicago, IL, 2005.
- [33] E Cavallaro, J Rosen<sup>1</sup>, et all, "Hill based model as a microprocessor for a neural controlled powered exoskeleton arm". in *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Barcelona, Spain, April 2005.

- [34] N.G. Tsagarakis, Darwin G. Caldwell, "Development and control of a soft-actuated exoskeleton for use in physiotherapy and training", in *Autonomous Robots*, July 2003, volume 15, pp 21-33.
- [35] H. Kazerooni, ".Extenders: A case study for Human-Robot Interaction via Transfer of Power and Information Signals", Plenary Speaker at the 2nd IEEE International Workshop on Robot and Human Communication, Tokyo, Japan. November, 1993.
- [36] A. Navarro, C. Alegre, "Monografías medico-quirúrgicas del aparato locomotor: El hombro", Masson, 1997.
- [37] H. Hislop, J. Montgomery, "Técnicas de Balance Muscular", Ed: 7, Elsevier, 2003.
- [38] T. Nef, R. Riener, "Shoulder Actuation Mechanisms for Arm Rehabilitation Exoskeletons", in *Proceedings of the 2nd Biennial IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, Scottsdale, AZ, USA, October 19-22, 2008
- [39] W. T. Dempster, "Space requirements of the seated operator". WADC-55-159, AD-087-892. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1955.
- [40] C. E. Clauser, J. T. Mcconville, J. W. Young, "Weight, volume and center of mass of segments of the human body". AMRL-TR-69-70. Aerospace Medical Research Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1969.
- [41] R. Avila Chaurand, "Dimensiones antropométricas de población latinoamericana", Universidad de Guadalajara, 2005.
- [42] R. J. Drillis, R. Contini, "Body segment parameters". BP174-945, Tech.Rep. No 1166.03, School of engineering and science, New York University, New York, 1966.

- [43] J. C. Cruz Ardila, "Modelo matemático y herramienta de simulación de exoesqueleto activo de cinco segmentos". Sistema de Información Científica. Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal, 2012.
- [44] G. Bovi, M. Rabuffetti, P. Mazzoleni, M. Ferrarin, "A multiple-task gait analysis approach: kinematic and EMG reference data for healthy young and adult subjects", ed. Elsevier, *Gait & Posture*, 2011.
- [45] A. N. Standard, "Human factors engineering -Design of medical devices ", ed. 1110. N. Glebe Road, Suite 220 Arlington: Association for the Advancement of Medical Instrumentation, 2009.
- [46] J. C. P. a. J. Rosen, "Design of a 7 Degree of Freedom Upper-Limb Powered Exoskeleton "presented at the BioRob 2006- The first IEEE / RASEMBS International Conference on Biomedical Robotics and... Tuscany, Italy, 2006.
- [47] F. R. A. Frisoli, et al... "A new force-feedback arm exoskeleton for haptic interaction in Virtual Environments", presented at the Proceedings of the First Joint Eurohaptics Conference and... 2005.
- [48] M. Liszka, "Mechanical Design of a Robotic Arm Exoskeleton for Shoulder Rehabilitation", University of Maryland, 2006.
- [49] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, ".Robot Modeling and Control", 2005.
- [50] R. Kelly, V. Santibáñez, ".Control de Movimiento de Robots Manipuladores", Prentice Hall, 2003.
- [51] R. Kelly, "Comments on 'Adaptive PD controller for robot manipulators'", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 9, No. 1, p 117-119, 1993.

- [52] P. Tomei, “Adaptive PD controller for robot manipulators”, in IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 7, no. 4, pp. 565-570, Aug 1991.
- [53] R. Kelly, V. Santibáñez Davila, A. Loria, “Control of robot manipulators in joint space”, Springer, 2005.
- [54] P. Tomei, “Adaptive PD controller for robot manipulators.”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1991.
- [55] V. I. Utkin, A. S. Poznyak, “Adaptive sliding mode control with application to super-twist algorithm: Equivalent control method”, Automatica, Cap. 49, p 39-47, 2012.
- [56] J. J. E. Slotine, W. Li, “Applied Nonlinear Control”, Prentice Hall, Cap. 7, p 276-301, 1991.
- [57] H. K. Khalil, “Nonlinear Systems”, Pearson India, Vol. 4, p 551-578, 2014.
- [58] National Center for Simulation in Rehabilitation Research, “OpenSim Community”, disponible en <https://opensim.stanford.edu/>, 2019.
- [59] A. Seth, D. Thelen, F. C. Anderson, S. L. Delp, “Musculoskeletal Models”, disponible en <https://simtk-confluence.stanford.edu:8443/display/OpenSim/Musculoskeletal+Models#MusculoskeletalModels-User-ContributedModels>, 2019.
- [60] National Center for Simulation in Rehabilitation Research, “Scripting with Matlab”, disponible en <https://simtk-confluence.stanford.edu:8443/display/OpenSim/Scripting+with+Matlab>, 2017.
- [61] W. Wuo, S. Mohammed, J. C. Moreno, “Lower Limb Wearable Robots for Assistance and Rehabilitation: A State of the Art”, IEEE Systems Journal, 2014.

- [62] K. H. Low, “Robot-Assisted Gait Rehabilitation: From Exoskeletons to Gait Systems”, School of Mechanical and Aerospace Engineering, 2011.
- [63] S. Viteckova, P. Kutilek, M. Jirina, “Wearable lower limb robotics: A review”, Biocybernetics and Biomedical Engineering, 2013.
- [64] A. K. Afifi, “Neuroanatomía funcional: Texto y atlas”, Mc Graw Hill Interamericana, 2016.
- [65] J. L. Gracida, “Discapacidad motriz. guía didáctica para la inclusión en educación inicial y básica”, Secretaría de Educación Pública, 2010.
- [66] R. E. Sanders, “Innovación tecnológica en productos de aluminio”, Journal of the Minerals, 2001.
- [67] M. N. Kotin, “General principles of medical exoskeleton design”, 18th international conference on micronanotechnologies and electron devices, 2017, Novosibirsk, Russia.
- [68] L. E. Contreras, “Análisis biomecánico de marcha humana a través de técnicas de modelaje.”, Entre Ciencia e Ingeniería, 2012.
- [69] J. McSherry, “Tintinalli: Medicina de urgencias.”, Mc Graw Hill, 2015.
- [70] R. Z. Periago, “Prótesis, órtesis y ayudas técnicas.”, Masson, 2009. Barcelona, España.
- [71] R. V. Pericé, “Órtesis y prótesis del aparato locomotor 2.2 extremidad inferior.”, Masson, 2002. Barcelona, España.
- [72] HOCOMA, “Relearning to walk from the beginning”, disponible en <https://www.hocoma.com/solutions/lokomat/>, 2019.

- [73] F. E. Viel, “La marcha humana. cinesiología dinámica, biomecánica y patomecánica.”, Masson, 1984. Barcelona, España.
- [74] D. Villanueva, “Técnicas de asistencia para la recuperación de la locomoción funcional después de una lesión de médula espinal.”, Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica, XXII, 2001.
- [75] X. Xiang, “The design and development of a lower limbs rehabilitation exoskeleton suit.”, IEEE/ASME transactions on mechatronics, 2013. Beijing, China.
- [76] L. Younbaek, “Biomechanical design of a novel flexible exoskeleton for lower extremities”, International conference on complex medical engineering, 2017.
- [77] R. G. Budynas, “Diseño en ingeniería mecánica de shigley”, McGraw Hill Mexico, 2012.
- [78] M. H. Rashid, “Electrónica de potencia: circuitos, dispositivos y aplicaciones.”, Pearson Educación, 2004.