

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS  
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO  
NACIONAL**

UNIDAD ZACATENCO

UMI-LAFMIA

# **PLATOONING EN VEHÍCULOS INTELIGENTES.**

TESIS

Que presenta

**Ing. DELGADO RIVERA IRVING**

Para obtener el grado de

**Maestro en Ciencias**

**EN SISTEMAS AUTÓNOMOS EN NAVEGACIÓN AÉREA Y  
SUBMARINA**

Directores de Tesis:

Dr. Sergio Rosario Salazar Cruz

Dr. Rogelio Lozano Leal

Ciudad de México

Diciembre 2020.



---

*A mi madre*  
*Patricia Graciela Rivera Vazquez*



# Agradecimientos

---

En esta sección quiero agradecer a todas las personas e instituciones que hicieron posible la realización este proyecto, sin los cuales no habría sido posible lograrlo.

Primero quiero agradecer al CONACYT ya que sin su apoyo no habría sido posible lograr este trabajo de tesis, así como mi formación académica.

Además quiero agradecerle al CINVESTAV, por proporcionarme las herramientas necesarias para obtener el grado, así como los conocimientos para desenvolverme en el mundo laboral y científico.

A mis asesores, el Dr. Sergio Rosario Salazar Cruz y al Dr. Rogelio Lozano Leal, que me guiaron y me proporcionaron los medios para llevar a cabo dicho trabajo, por brindarme de sus conocimientos y su tiempo.

A mi familia, a mi madre, mi padre y mis hermanos que son el pilar de mi vida, ya que sin su esfuerzo y apoyo, no me encontraría en donde estoy, por enseñarme a perseguir mis sueños y a esforzarme para alcanzarlos.

Por ultimo quiero agradecer a mis amigos y compañeros de laboratorio, por acompañarme y apoyarme en esta travesía, con los cuales he vivido muchos momentos buenos y malos, pero siempre apoyándonos.



# Resumen

---

En el presente trabajo de titulación, se hace uso de una tecnología aplicada a los vehículos terrestres la cual es relativamente nueva y se le conoce como *Platooning*, esta se utiliza en caravanas de vehículos y permite que ellos se puedan manejar de manera autónoma, lo que permite que los vehículos se mantengan a una distancia deseada el uno del otro, además de conocer su velocidad en cada instante de tiempo, todo esto se logra mediante mecanismos que permitan obtener los parámetros de cada vehículo, así como también, a través de una comunicación constante entre cada uno de los vehículos involucrados en la caravana o comboy y el camino por el cual están transitando, esta tecnología tiene como principal aplicación el transporte de mercancías, que busca reducir costos de envío, ahorros de combustible, y por ende reducción de las emisiones contaminantes, y por último y más importante la reducción de accidentes viales, dicha tecnología no nada mas puede ser usada por el área de transportes, también puede ayudar a mejorar la circulación de una vía transitada, reduciendo el frenado innecesario de los vehículos, así como la separación entre cada uno de ellos, permitiendo que circule una mayor cantidad de vehículos en un menor tiempo.

Para lograr esto primero, se realizó un análisis cinemático y dinámico de la mecánica de un vehículo estándar, lo cual consistía en obtener el modelo matemático que rige a un vehículo terrestre, encontrados comúnmente en el mercado, el cual se divide en dos modelos, el primero es el modelo lateral, el cual se encarga de controlar la dirección o giro de cada vehículo y el segundo, que es el modelo longitudinal, este se encarga de controlar el avance o retroceso del vehículo, esto con la finalidad de proponer las estrategias de control que permitan realizar tareas de seguimiento de trayectorias del comboy completo.

Adicionalmente se trabajó en una plataforma experimental en la cual se utilizó un vehículo a escala, este tenía la misma estructura mecánica que un vehículo real, esto permitió utilizar los modelos obtenidos teóricamente, a dicho vehículo se le adaptaron los sensores y mecanismos que permitieran obtener los parámetros necesarios para poder aplicar las leyes de control basadas en *Platooning*, además se acondicionó una área específica que nos permitiera obtener una señal de GPS bajo condiciones controladas, esto con la finalidad de obtener la posición de todos los vehículos en cada instante de tiempo.

Como estrategia de control se propuso el uso de un controlador PD, en el cual tiene como impacto el uso de los modelos lateral y longitudinal, lo cual nos permitiría observar hasta que punto el sistema se mantendría estable y cual es la cantidad de vehículos que logran esto y las condiciones bajo las que se logra, de manera experimental se tenía planeado el uso de dos plataformas, debido a las situaciones vividas a lo largo del año, solo se lograron realizar simulaciones para la parte experimental. En dichas simulaciones, se realizaron bajo diferentes condiciones, así como también se probaron diferentes trayectorias, como por ejemplo líneas rectas y trayectorias circulares, esto emularía el movimiento del vehículo a través de un circuito o una carretera.

---



# Abstract

---

In the present degree work, a technology applied to land vehicles is used which is relatively new and is known as *Platooning*, it is used in vehicle caravans and allows them to be managed autonomously, which allows That the vehicles stay at a desired distance from each other, in addition to knowing their speed at each instant of time, all this is achieved through mechanisms that allow obtaining the parameters of each vehicle, as well as, through constant communication Between each of the vehicles involved in the caravan or comboy and the road through which they are traveling, this technology has as its main application the transport of goods, which seeks to reduce shipping costs, fuel savings, and therefore reduce emissions pollutants, and lastly and most importantly the reduction of road accidents, such technology can not only be used by the transport area, It can also help improve the circulation of a busy road, reducing unnecessary braking of vehicles, as well as the separation between each of them, allowing a greater number of vehicles to circulate in less time.

To achieve this first, a kinematic and dynamic analysis of the mechanics of a standard vehicle was carried out, which consisted in obtaining the mathematical model that governs a land vehicle, commonly found in the market, which is divided into two models, the The first is the lateral model, which is in charge of controlling the direction or turn of each vehicle and the second, which is the longitudinal model, is in charge of controlling the advance or retreat of the vehicle, this in order to propose the strategies of control that allow to carry out tasks of pursuit of trajectories of the complete comboy.

Additionally, work was carried out on an experimental platform in which a scale vehicle

was used, it had the same mechanical structure as a real vehicle, this allowed to use the theoretically obtained models, to said vehicle the sensors and mechanisms were adapted to obtain the Parameters necessary to be able to apply the control laws based on *Platooning*, in addition a specific area was conditioned that would allow us to obtain a GPS signal under controlled conditions, this with the end of obtaining the position of all the vehicles at every moment of time.

As a control strategy, the use of a PD controller was proposed, in which the use of the lateral and longitudinal models has the impact, which would allow us to observe to what extent the system would remain stable and what is the number of vehicles that achieve This and the conditions under which it is achieved, experimentally the use of two platforms was planned, due to the situations experienced throughout the year, simulations were only possible for the experimental part. In these simulations, they were carried out under different conditions, as well as different trajectories, such as straight lines and circular trajectories, this would emulate the movement of the vehicle through a circuit or a road.

---

# Índice General

---

Agradecimientos	V
Resumen	VII
Abstract	IX
Indice de figuras	XV
Índice de tablas	XVII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción . . . . .	1
1.1.1. Platooning . . . . .	1
1.2. Antecedentes . . . . .	3
1.2.1. Volvo . . . . .	3
1.2.2. Scania . . . . .	4
1.2.3. Daimler Trucks . . . . .	5
1.3. Motivación . . . . .	6
1.4. Justificación . . . . .	6
1.5. Planteamiento del problema . . . . .	7
1.6. Hipótesis . . . . .	8
1.7. Objetivos . . . . .	8
1.7.1. Objetivo General . . . . .	8
1.7.2. Objetivos Particulares . . . . .	9

---

1.8. Organización de la Tesis . . . . .	9
<b>2. Modelo Longitudinal de un Vehículo</b>	<b>11</b>
2.1. Modelo Cinemático de un vehículo . . . . .	11
2.2. Dinámica lateral de un vehículo . . . . .	17
2.3. Modelo Longitudinal de un vehículo . . . . .	23
2.3.1. Fuerza de arrastre aerodinámico . . . . .	25
2.3.2. Fuerza longitudinal del neumático . . . . .	25
2.3.3. Resistencia a la rodadura . . . . .	26
<b>3. Control Longitudinal para vehículos en pelotones</b>	<b>31</b>
3.1. Nivel de control superior . . . . .	33
3.2. Especificaciones del vehículo seguidor . . . . .	34
3.2.1. Estabilidad individual . . . . .	34
3.2.2. Estabilidad en cadena . . . . .	34
3.3. Espaciado constante con control autónomo . . . . .	35
3.4. Nivel de control interior . . . . .	41
<b>4. Resultados</b>	<b>43</b>
4.1. Simulaciones . . . . .	43
<b>5. Conclusiones y Trabajo Futuro</b>	<b>59</b>
5.1. Trabajo Futuro . . . . .	60
<b>Appendices</b>	<b>63</b>
<b>Construcción de la plataforma</b>	<b>65</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>69</b>

---

# Índice de figuras

---

1.1. Leader-predecessor platooning . . . . .	2
1.2. Bidirectional strategies platooning . . . . .	3
1.3. Platooning aplicado a tracto-camiones Volvo [6] . . . . .	4
1.4. Diagrama de ahorro de combustible, camiones Scania [7] . . . . .	5
1.5. Platooning aplicado a camiones Mercedes-Benz[12] . . . . .	6
1.6. Prueba de túnel de viento en camión Mercedes-Benz [15] . . . . .	7
2.1. Modelo cinemático de un vehículo . . . . .	12
2.2. Triangulo formado por los segmentos <b>OCA</b> . . . . .	13
2.3. Triangulo formado por los segmentos <b>OCB</b> . . . . .	14
2.4. Modelo dinámico lateral de un vehículo . . . . .	17
2.5. Diagrama diagrama de aceleraciones de un vehículo . . . . .	19
2.6. Equilibrio de momentos en el eje $z$ . . . . .	21
2.7. Diagrama de fuerzas que actúan sobre un vehículo . . . . .	24
3.1. Arquitectura de control . . . . .	32
3.2. Estructura del sistema de control longitudinal . . . . .	33
3.3. Cadena de vehículos . . . . .	35
3.4. Esquema de control para el $i$ -ésimo vehículo . . . . .	37
3.5. Esquema de control para el $i$ -ésimo vehículo . . . . .	39
4.1. Trayectorias obtenidas en las dinámicas $x$ y $y$ a partir de la aplicación de un controlador PD a un vehículo, para trayectorias constantes a lo largo de $y$ .	44

---

4.2. Trayectorias obtenidas en las dinámicas $x$ y $y$ a partir de la aplicación de un controlador PD a un vehículo, para trayectorias variables a lo largo de $y$ .	44
4.3. Trayectorias obtenidas en las dinámicas $x$ y $y$ a partir de la aplicación de un controlador PD a dos vehículos, manteniendo una distancia de seguridad entre los vehículos a lo largo de $x$ y siguiendo una trayectoria constante a lo largo de $y$ .	45
4.4. Zoom aplicado a la simulación de la Figura 4.3, usado para observar el espaciado entre los vehículos	46
4.5. Trayectorias obtenidas en las dinámicas $x$ y $y$ a partir de la aplicación de un controlador PD a dos vehículos, manteniendo una distancia de seguridad entre los vehículos a lo largo de $x$ y siguiendo una trayectoria variable a lo largo de $y$ .	47
4.6. Trayectorias obtenidas a partir de la aplicación de un controlador PD a cuatro vehículos, siguiendo como referencia una trayectoria circular, expresada en sus componentes $x$ y $y$	48
4.7. Trayectorias obtenidas de cuatro vehículos, a partir del uso de un Controlador PD para las dinámicas $x$ y $y$ , tomando como referencia una señal constante para $x$ y una señal variable para $y$	48
4.8. Representación de las trayectorias obtenidas en la Figura 4.7, en un plano $xy$	49
4.9. Trayectoria obtenida de la dinámica $x$ haciendo uso de un controlador PD aplicado al modelo longitudinal de un vehículo	50
4.10. Trayectorias obtenidas de la dinámica $x$ haciendo uso de un controlador PD aplicado al modelo longitudinal de dos vehículo	51
4.11. Trayectorias obtenidas de la dinámica $x$ haciendo uso de un controlador PD aplicado a modelo longitudinal de tres vehículos	51
4.12. Comparativa del error de posición del modelo longitudinal de los vehículos usados en la Figura 4.11	53
4.13. Trayectoria de la dinámica en $y$ obtenida mediante un controlador PD aplicado al modelo dinámico lateral de un vehículo	53

---

4.14. Representación gráfica del desplazamiento de un vehículo a lo largo del plano $xy$ , usando un controlador PD para las dinámicas lateral y longitudinal	54
4.15. Formación de tres vehículos, con condiciones iniciales diferentes en un plano $xy$ , obtenidas a través del uso de un controlador PD utilizado en cada una de las dinámicas de los vehículos . . . . .	54
4.16. Error de seguimiento de trayectoria a lo largo de $x$ de los vehículos . . . . .	56
4.17. Error de seguimiento de trayectoria a lo largo de $y$ de los vehículos . . . . .	56
1. Vehículo a escala 1/8 RC Marca Nitro Circus . . . . .	65
2. Sistema de posicionamiento <i>Bitcraze</i> . . . . .	66
3. Carcasa de aluminio . . . . .	67
4. Carcasa de aluminio recubierta con pintura automotriz . . . . .	67
5. Modelo Ensamblado . . . . .	68
6. Vehículo líder . . . . .	68

---





# Índice de tablas

---

2.1. Ecuaciones modelo cinemático . . . . .	17
2.2. Ecuaciones modelo dinámico . . . . .	23
2.3. Relación de desplazamiento longitudinal . . . . .	26
2.4. Ecuaciones modelo longitudinal . . . . .	29
4.1. Parámetros de simulación modelo longitudinal . . . . .	52
4.2. Parámetros de simulación modelo dinámico lateral . . . . .	55



---

## Capítulo 1

# Introducción

---

### 1.1. Introducción

El control de movimiento longitudinal de un vehículo ha sido estudiado a diferentes niveles de investigación, los cuales van desde el control de crucero, frenos anti-bloqueo, sistemas de control de tracción, hasta tópicos más complejos como el sistema de prevención de colisiones basado en radares, el control individual del par de cada una de las ruedas con diferenciales activos o el sistema de control longitudinal para la operación de vehículos en pelotones (Platoons) en sistemas automáticos de carreteras.[1]

#### 1.1.1. Platooning

El *platooning* o pelotón es una tecnología mediante la cuál, dos o más vehículos circulan por una carretera de manera conjunta y coordinada. El control por platoon se ha popularizado en los últimos años debido al interés en los sistemas de transportación inteligente, el control adaptativo de crucero, además de las necesidades que se han formado, esto debido al aumento del tráfico y por ende a las colisiones o accidentes automovilísticos. Este tipo de control consiste en que, cada uno de los vehículos se mantiene interconectado entre si, lo cual permite mantener una distancia deseada entre cada uno de ellos, esto se logra a través de una comunicación constante, permitiéndoles conocer su aceleración, velocidad y posición en cada instante de tiempo, obtenida mediante sensores, radares o sistemas de visión artificial, si cada uno de los vehículos mantiene la distancia deseada, y además, consideramos que el conjunto de vehículos participantes es un sistema, entonces podemos

decir que el sistema cuenta con estabilidad en cadena.

Para poder garantizar la estabilidad antes mencionada, regularmente se hace uso de dos estrategias de aplicación del Platoon, las cuales son:

- *Leader-predecessor* (Líder-predecesor)
- *Bidirectional strategies* (Estrategia bidireccional)

La estrategia de Leader-predecessor mostrada en la Figura 1.1 es un mecanismo de control en la cual la información obtenida por el vehículo líder y los predecesores sea compartida entre si, esto permite que el sistema obtenga un grado de robustez ante incertidumbres del modelo y las perturbaciones existentes en la cadena de vehículos, mientras que su desventaja recae en la dificultad de compartir la información del vehículo líder con otros, esto cuando la cadena cuenta con muchos vehículos.

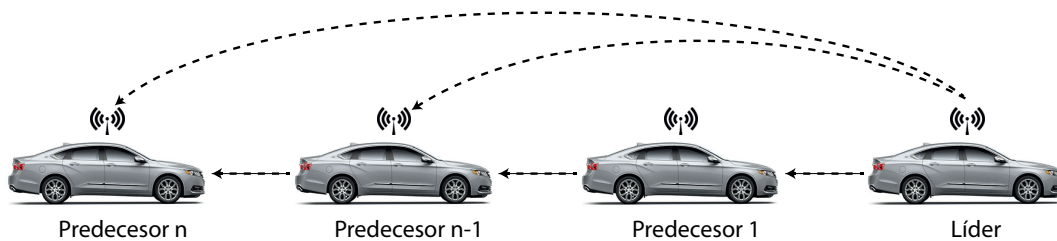


Figura 1.1: Leader-predecessor platooning

Mientras que la Bidirectional strategies consiste, en obtener la información de los vehículos que se encuentran alrededor, a través de los sensores instalados en el vehículo, sus características más importantes, son la facilidad con la que se puede implementar en un sistema real, así como su bajo costo en comparación con Leader-predecessor, por otro lado su desventaja recae en la alta sensibilidad a la distancia a la que se encuentra de los demás vehículos, lo cual ofrece un menor rendimiento en comparación con la estrategia Leader-predecessor.[2]

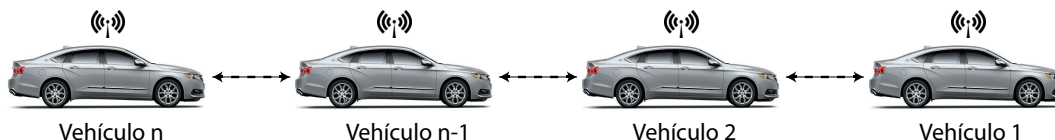


Figura 1.2: Bidireccional strategies platooning

## 1.2. Antecedentes

Actualmente el uso de vehículos terrestres autónomos a incrementado, debido a las crecientes necesidades de la población, así como también de las industrias, esto ha generado que ciertas empresas automotrices, en conjunto con algunas universidades, incursionen en este tipo de vehículos, las cuales buscan obtener una serie de vehículos que no requieran de la intervención humana, si bien aún se encuentran con ciertas limitantes como lo son, las rutas a seguir, una correcta cobertura en cuanto a la señal de gps, parámetros que no se pueden predecir o controlar, por ejemplo: el tráfico, conductores, peatones, calidad en los caminos, etc, actualmente ya existen empresas en las cuales, ya se han llevado a cabo pruebas con éxito del *platooning*, a continuación se presentarán algunos de los trabajos realizados, así como algunos de los resultados obtenidos.

### 1.2.1. Volvo

[6]

La empresa automotriz *Volvo Trucks North America*, en conjunto con *FedEx* y la *North Carolina Turnpike Authority* realizaron con éxito la demostración en carretera de la tecnología *Platooning*, en la que fueron utilizados tres tracto-camiones Volvo VNL como se puede apreciar en la Figura 1.3. La prueba consistió en mantener las unidades conectadas mediante una tecnología de comunicación inalámbrica vehículo a vehículo. Los tracto-camiones viajaban a velocidades de hasta  $100 \text{ km/h}$ , mientras mantenían un intervalo de tiempo de  $1.5s$  una distancia entre vehículos más cercana de lo usual en carretera [6], esto teniendo en cuenta el consejo dado por algunas organizaciones como la *Dirección General de Tráfico en España* o la empresa dedicada a auto seguros *MAPFRE* las cuales sugieren que la distancia de seguridad mínima entre dos vehículos medida en segundos es de  $3s$ ,

ya que es el tiempo que se tarda en realizar una frenada de emergencia. Circulando a  $120 \text{ km/h}$ , en tres segundos se recorren poco más de 100 metros. Además de esto se propone el uso de la regla del cuadrado para hacer un cálculo más fácil de la distancia de seguridad recomendada.



Figura 1.3: Platooning aplicado a tracto-camiones Volvo [6]

### Regla del cuadrado

Para saber la distancia de seguridad en una carretera con piso seco y condiciones normales, se aplica una regla sencilla con la que se consigue la distancia suficiente para evitar colisiones. Por ejemplo si el vehículo se encuentra circulando a una velocidad de  $90 \text{ km/h}$ , se quita la última cifra, quedando únicamente 9, y se eleva al cuadrado  $9 \times 9 = 81$ , esto nos indica que la distancia mínima es de 81 metros, una distancia suficiente para percatarse de una emergencia, reaccionar y frenar sin colisionar con el vehículo de enfrente [13] [14].

### 1.2.2. Scania

[7]

Scania, junto con el *Instituto Nacional de investigación de carreteras y Transporte de Suecia*, *KHT (Royal Institute of Technology)*, *Volkswagen Research* y otros socios, han comenzado con las pruebas de *Platooning* en una ruta de 520 kilómetros entre las ciudades suecas de Södertälje y Helsingborg, en la cual se mantiene la comunicación entre vehículos, esto permite que los vehículos pesados realicen formaciones aerodinámicas eficientes

---

en ahorro de combustible en autopista como se puede ver en Figura 1.4, esto representó un ahorro del 12% en combustible. Los camiones dentro del convoy siguen automáticamente a un camión líder.[7]

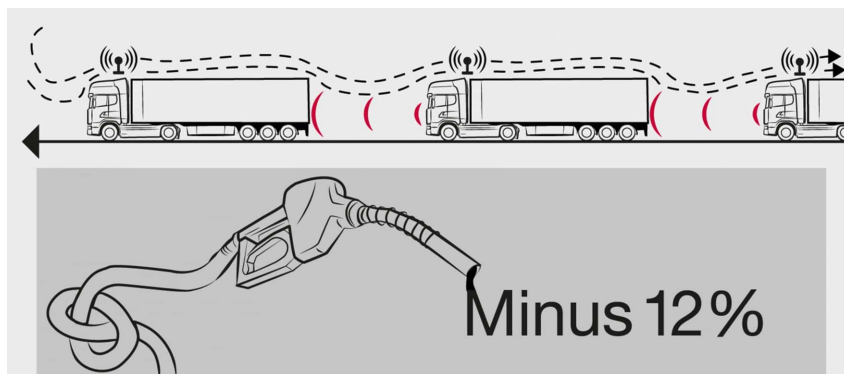


Figura 1.4: Diagrama de ahorro de combustible, camiones Scania [7]

### 1.2.3. Daimler Trucks

[12] La empresa fabricante de camiones *Mercedes-Benz*, el 09 de Noviembre del 2017 pone a prueba el sistema *Platooning* en carreteras abiertas al tráfico de los estados norteamericanos de Oregon y Nevada como se muestra en la Figura 1.5, el sistema se basa en una comunicación de vehículo a vehículo basada en Wi-Fi, la cual interactúa con los sistemas de asistencia al conductor, como el control de velocidad adaptativo, la asistencia de salida de carril y la asistencia de freno activo.

Una de las ventajas que se observaron en las pruebas fue la de los tiempos de reacción, que está alrededor de los 0.2 a 0.3 segundos, que en comparación con los 0.75 segundos que es el tiempo que en promedio necesita un ser humano y que además este depende del estado del conductor, de sus reflejos, nivel de alerta, cansancio o incluso si ha bebido alcohol, el cual es mucho menor, esto permitió reducir la distancia entre los camiones, mientras que mantenía una distancia estándar de 50m con vehículos ajenos a los camiones de prueba como margen de seguridad [12].



Figura 1.5: Platooning aplicado a camiones Mercedes-Benz[12]

### 1.3. Motivación

Debido a su impacto en el transporte de mercancías, además de las implicaciones ecológicas, el platooning promete ser toda una revolución, ya que el uso de esta tecnología permite la reducción de emisiones contaminantes, debido a problemas como el rozamiento del aire, el cual es uno de los principales factores en el consumo de combustible, se convierten en problema del primer vehículo, dado que elementos como parabrisas, espejos, ventanas abiertas e incluso el mismo diseño del vehículo generan un coeficiente de arrastre aerodinámico mostrado en la Figura 1.6, esto se observa principalmente a velocidades superiores a los  $80 \text{ km/h}$ . A partir de esta velocidad en adelante, la resistencia aerodinámica es más perceptible, puesto que avanza rompiendo el viento lo cual permite que se genere un mayor consumo de combustible, por lo que las unidades siguientes al primer vehículo reducen considerablemente esa resistencia, esto se ve reflejado en un ahorro de un 10 a 12% de combustible.

### 1.4. Justificación

El uso de vehículos autónomos, se está volviendo cada vez más un requisito entre la mayoría de las empresas, esto debido a la necesidad de reducir costos de transportación, ahorro de combustible, y por tanto reducción de emisiones contaminantes, así como también, evitar accidentes viales.





Figura 1.6: Prueba de túnel de viento en camión Mercedes-Benz [15]

Además las colisiones entre vehículos son la causa número uno de accidentes en México. Según la INEGI indica que en el año 2018 se registraron 4,125 muertes por accidentes vehiculares, de los cuales el 21.5% es causados por colisión con otro vehículo, mientras que se registraron 392 muertes atribuidos a salidas de carril, de los cuales representa el 9% de las causas de muerte [16].

Este proyecto tiene la finalidad de implementar la tecnología *Platooning*. Con esto se busca abrir una nueva línea de investigación en la UMI, aplicada a vehículos a escala. Esto permitiría una colaboración con el laboratorio de Heudiasyc, en donde se desarrollan temas de vehículos inteligentes.

## 1.5. Planteamiento del problema

Desde el desarrollo y uso de vehículos como medios de transporte, surge la necesidad de una mejora constante, con la finalidad de corregir fallos en los diseños, así como implementar nuevos sistemas o mecanismos que mejoren su funcionamiento.

La ciencia y tecnología, en contextos industrializados, busca mejorar constantemente las capacidades de las máquinas que realizan procesos industriales, así como también de las que nos rodean en nuestro día a día. En los últimos años una de las áreas en las que se

---

ha enfocado esta evolución tecnológica es en la de los vehículos autónomos, esto busca que los vehículos puedan realizar tareas hechas por el humano, esta área ha incrementado exponencialmente sus campos de implementación, que tiene la finalidad de dar confort a los usuarios, contribuir a la reducción de costos, eficientar procesos y disminuir el número de accidentes ocasionados por fallo humano.

Una herramienta que ha tenido un gran auge, es el uso del *Platooning*, que tiene su principal campo de aplicación las industrias de transporte de mercancías, la cual busca reducir costos de envío, emisiones contaminantes, aumentar el ahorro de combustible y disminuir el número de accidentes viales ocasionados por los mismos.

El objetivo de este trabajo es implementar correctamente las leyes de control basadas en el *Platooning* a vehículos a escala, el objetivo es que se trabaje con las dinámicas longitudinal y lateral en estos vehículos para que realicen correctamente una trayectoria circular, esto con la finalidad de poder aplicar a sistemas reales en un futuro.

## 1.6. Hipótesis

El desarrollo de algoritmos inteligentes implementados en vehículos terrestres a escala permitirá la navegación coordinada en trayectorias circulares.

## 1.7. Objetivos

A continuación se presentarán los objetivos planteados para el presente trabajo.

### 1.7.1. Objetivo General

- Implementar leyes de control PD basadas en la tecnología del platooning, en vehículos en miniatura, que permitan integrar las dinámicas lateral y longitudinal para realizar seguimientos de una trayectoria.
-

### 1.7.2. Objetivos Particulares

- Instrumentar al menos 2 vehículos terrestres con sensores que permitan obtener la posición y la orientación de los vehículos, así como la proximidad entre ellos.
- Obtener los modelos dinámicos y cinemáticos de la plataforma experimental tanto longitudinal como lateral, con el fin de realizar las simulaciones necesarias.
- Diseñar su correspondiente ley de control para los modelos longitudinal y lateral, basadas en platooning.
- Implementar las leyes de control para el modelo lateral y longitudinal basadas en platooning para líneas rectas.
- Implementar las leyes de control para el modelo lateral y longitudinal basadas en platooning que permitan realizar trayectorias circulares.

## 1.8. Organización de la Tesis

La organización de los capítulos posteriores se conforman de la siguiente manera:

### Capítulo 2 .

Se presentarán los fundamentos matemáticos obtenidos y utilizados en el presente trabajo, los cuales muestran los modelos dinámicos y cinemáticos de un vehículo terrestre.

### Capítulo 3 .

Se diseñarán e implementarán las leyes de control basadas en platooning a nuestros vehículos en miniatura.

### Capítulo 4 .

Se mostrarán las simulaciones realizadas a partir de los modelos longitudinales obtenidos del vehículo, los resultados obtenidos en la implementación del algoritmo de control, así como las pruebas realizadas a los vehículos instrumentados.

---

**Capítulo 5 .**

Se presentarán las conclusiones a partir de los resultados obtenidos de las simulaciones y las pruebas realizadas al móvil, de igual manera, se propondrán los trabajos a futuro aplicados a la misma línea de investigación

---

---

## Capítulo 2

# Modelo Longitudinal de un Vehículo

---

En este capítulo se obtiene el modelo dinámico, que representa el movimiento longitudinal de un vehículo. Dicho modelo está conformado por dos elementos, la dinámica del vehículo y la dinámica del tren motriz. La primera es aquella que se ve afectada por fuerzas generadas por los elementos del vehículo y fuerzas externas como lo son las fuerzas longitudinales del neumático, la fuerza de arrastre aerodinámico, fuerzas gravitacionales y la resistencia a la rodadura. El tren motriz longitudinal consiste en las fuerzas generadas por el motor, la caja de transmisión y las ruedas.

## 2.1. Modelo Cinemático de un vehículo

Se comenzará con el estudio del modelo cinemático de un vehículo, el cual bajo ciertas consideraciones puede ser representado como el modelo de bicicleta [8], permitiendo representar las dos ruedas delanteras como una sola llanta central, de igual manera con las ruedas traseras. El ángulo de dirección para las ruedas delanteras y traseras está expresado como  $\delta_f$  y  $\delta_r$  respectivamente, el centro de gravedad del vehículo (c.g) está localizado en el punto **C**. Las distancias desde las ruedas delanteras (**A**) y traseras (**B**) hacia el punto **C** están dadas por  $\ell_f$  y  $\ell_r$  respectivamente, tomando esto en cuenta podemos definir la longitud total del vehículo como  $L = \ell_f + \ell_r$ , como se muestra en la Figura 2.1.

Como primera instancia y por fines prácticos para nuestro proyecto, asumiremos que el vehículo solamente realiza un movimiento planar, lo cual permite que solo se requiera de un sistema de tres coordenadas  $(X, Y, \psi)$ , siendo las dos primeras el sistema de coordenadas

inerciales del c.g., estas coordenadas nos indican la posición del móvil en un plano ( $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$ ), mientras que  $\psi$  describe su orientación. La velocidad del c.g. está dada por  $V$ , mientras que su ángulo de dirección  $\beta$  es llamado ángulo de deslizamiento y es tomado con respecto al eje longitudinal del vehículo.

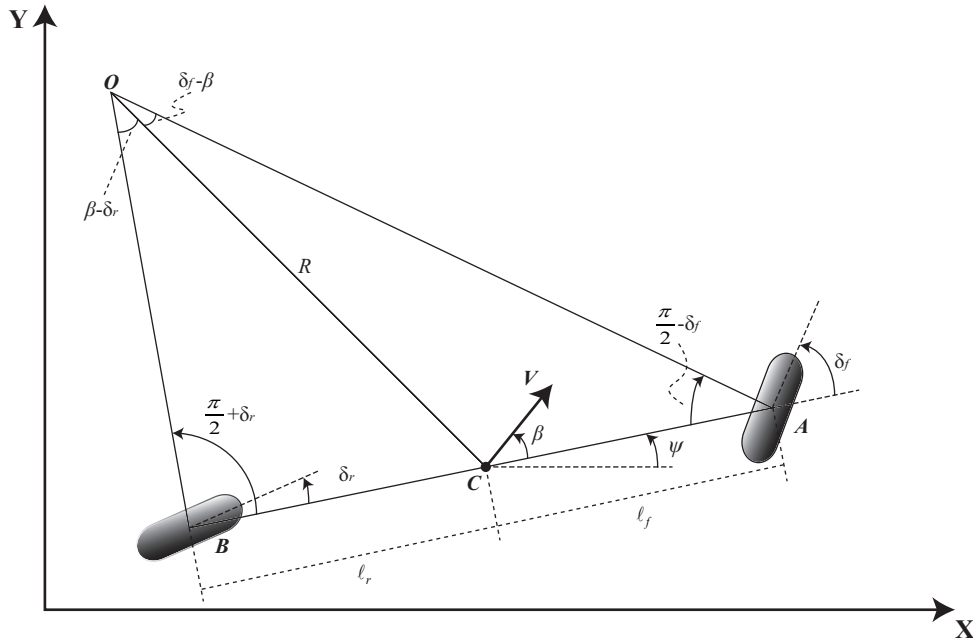


Figura 2.1: Modelo cinemático de un vehículo

Otra consideración que se realiza, es que el ángulo de deslizamiento de las ruedas es cero. Esto es válido solo para bajas velocidades, esto también nos permite obtener las fuerzas laterales generadas por los neumáticos.

Dicha fuerza puede ser aplicada para cualquier carretera con radio  $R$ , la cual está expresada de la siguiente manera para ambos neumáticos.

$$\frac{mV^2}{R} \quad (2.1)$$

Asimismo podemos asumir que para fuerzas laterales pequeñas se puede asumir que el vector de velocidad para cada rueda es en dirección de la rueda.

El punto **O** es el centro de rodamiento instantáneo para el vehículo y es la intersección de **AO** con **BO**, los cuales son perpendiculares con respecto a los ángulos  $\delta_f$  y  $\delta_r$  respectivamente, mientras que  $R$  es la distancia desde el centro de masa hasta el punto **O**, de igual manera el vector de velocidad  $V$  es perpendicular a **OC**.

El ángulo  $\psi$  es llamado ángulo de dirección, mientras que el ángulo de rumbo esta dado por.

$$\gamma = \psi + \beta \quad (2.2)$$

Tomando la ley de senos para un triángulo, dada por la siguiente expresión

$$\frac{\sin(\alpha)}{A} = \frac{\sin(\beta)}{B} \quad (2.3)$$

Se aplicará a nuestro primer triángulo, que está formado por los segmentos **OCA** mostrado en la Figura 2.2, obteniéndose la siguiente expresión

$$\frac{\sin(\delta_f - \beta)}{\ell_f} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta_f\right)}{R} \quad (2.4)$$

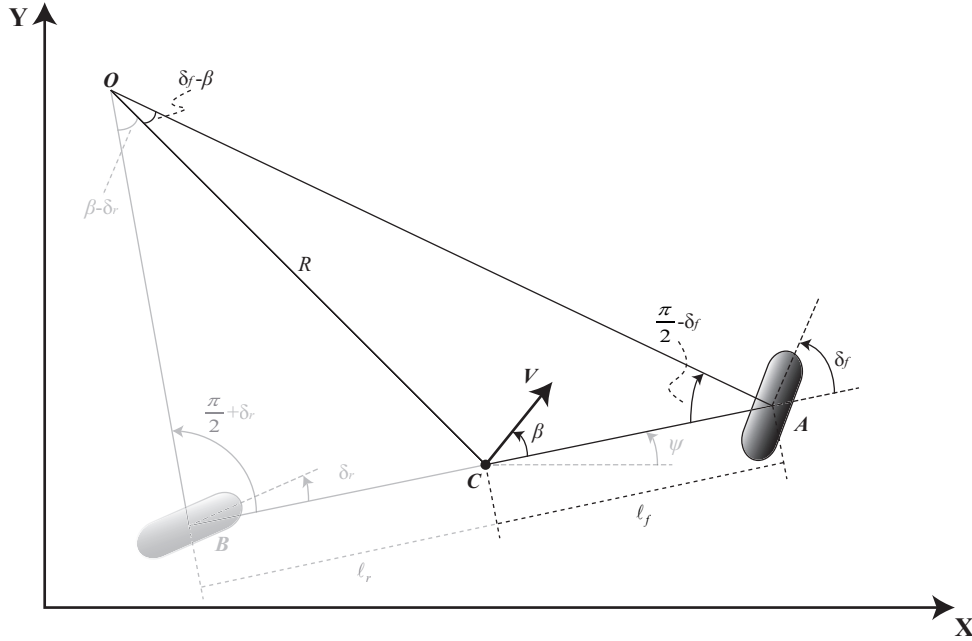


Figura 2.2: Triángulo formado por los segmentos **OCA**

usando identidades trigonométricas, podemos expresar la ec. (2.4) como:

$$\frac{\sin(\delta_f) \cos(\beta) - \cos(\delta_f) \sin(\beta)}{\ell_f} = \frac{\cos(\delta_f)}{R} \quad (2.5)$$

despejando  $\frac{\ell_f}{R}$  a partir de la ec.(2.5) podemos obtener

$$\frac{\sin(\delta_f) \cos(\beta) - \cos(\delta_f) \sin(\beta)}{\cos(\delta_f)} = \frac{\ell_f}{R} \quad (2.6)$$

simplificando términos semejantes y utilizando nuevamente identidades trigonométricas obtenemos:

$$\tan(\delta_f) \cos(\beta) - \sin(\beta) = \frac{\ell_f}{R} \quad (2.7)$$

Ahora se aplicará la misma metodología para nuestro segundo triángulo, formado por los segmentos **OCB** como se muestra en la Figura 2.3, obteniendo la siguiente expresión

$$\frac{\sin(\beta - \delta_r)}{\ell_r} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \delta_f\right)}{R} \quad (2.8)$$

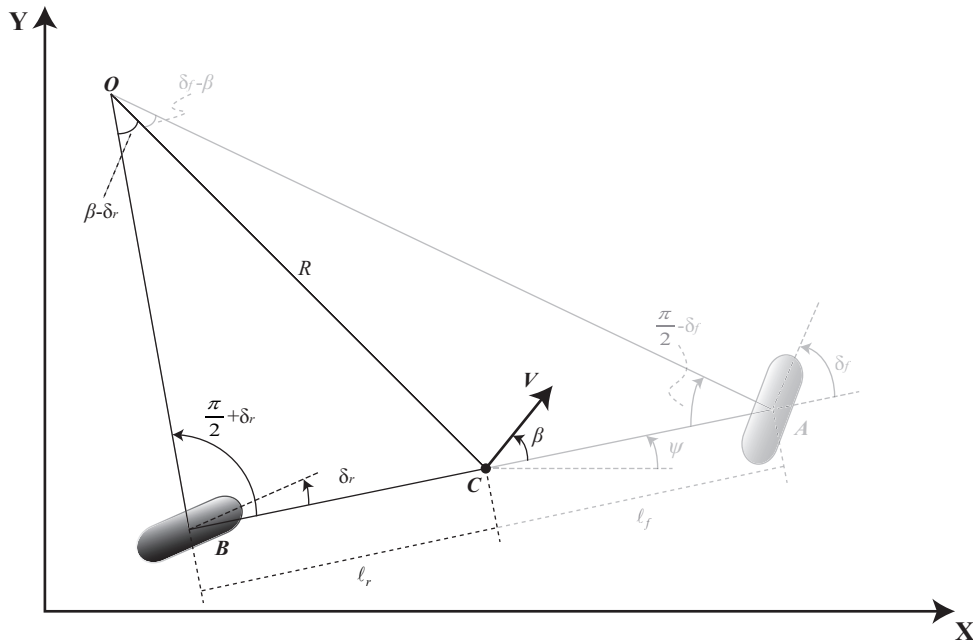


Figura 2.3: Triángulo formado por los segmentos **OCB**



aplicando identidades trigonométricas, representamos la ec. (2.8) como:

$$\frac{\sin(\beta) \cos(\delta_r) - \cos(\beta) \sin(\delta_r)}{\ell_r} = \frac{\cos(\delta_r)}{R} \quad (2.9)$$

despejando  $\frac{\ell_r}{R}$  a partir de la ec. (2.9) obtenemos

$$\frac{\sin(\beta) \cos(\delta_r) - \cos(\beta) \sin(\delta_r)}{\cos(\delta_r)} = \frac{\ell_r}{R} \quad (2.10)$$

Reduciendo términos y usando identidades trigonométricas podemos representar la ec. (2.10) de la siguiente manera

$$\sin(\beta) - \cos(\beta) \tan(\delta_r) = \frac{\ell_r}{R} \quad (2.11)$$

Ahora sumaremos las ec. (2.7) y (2.11) y reduciendo los términos semejantes obtendremos la siguiente ecuación

$$\tan(\delta_f) \cos(\beta) - \cos(\beta) \tan(\delta_r) = \frac{\ell_f + \ell_r}{R} \quad (2.12)$$

tomando la ec. (2.12) de la cual despejaremos ( $R$ ) la cual corresponde al radio de giro del camino que va desde el centro de masa hasta el punto  $\mathbf{O}$

$$R = \frac{\ell_f + \ell_r}{\cos(\beta) \{\tan(\delta_f) - \tan(\delta_r)\}} \quad (2.13)$$

Recordando el término de velocidad angular, el cual es una medida de la velocidad de rotación, además asumiendo que el radio de la trayectoria que sigue el vehículo cambia lentamente, debido a su baja velocidad de desplazamiento, podemos asumir que la tasa de cambio de orientación del vehículo debe ser igual a la velocidad angular y está representado mediante la siguiente fórmula.

$$\dot{\psi} = \frac{V}{R} \quad (2.14)$$

tomando la ec. (2.13) y sustituyéndola en la ec. (2.14) para finalmente obtener la ecuación

que representa la velocidad angular de nuestro sistema

$$\dot{\psi} = \frac{V}{R} = \frac{V}{\ell_f + \ell_r} \cos(\beta) \{ \tan(\delta_f) - \tan(\delta_r) \} \quad (2.15)$$

A partir de la Figura 2.1 y la ec. (2.15) podemos obtener las ecuaciones generales de movimiento que rigen nuestro sistema.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= V \cos(\beta + \psi) \\ \dot{Y} &= V \sin(\beta + \psi) \\ \dot{\psi} &= \frac{V}{\ell_f + \ell_r} \cos(\beta) \{ \tan(\delta_f) - \tan(\delta_r) \} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Ahora obtendremos el ángulo de deslizamiento  $\beta$ , el cual resulta a partir de despejar  $R$  de las ec (2.7) y (2.11)

$$R = \frac{\ell_f}{\tan(\delta_f) \cos(\beta) - \sin(\beta)} \quad (2.17)$$

$$R = \frac{\ell_r}{\sin(\beta) - \tan(\delta_r) \cos(\beta)} \quad (2.18)$$

ahora igualaremos las ec.(2.17) y (2.18) en  $R$ , lo que nos dá como resultado

$$\frac{\ell_f}{\tan(\delta_f) \cos(\beta) - \sin(\beta)} = \frac{\ell_r}{\sin(\beta) - \tan(\delta_r) \cos(\beta)} \quad (2.19)$$

para despejar el ángulo de deslizamiento  $\beta$  de la ec. (2.19) primero debemos agrupar los términos de un lado de la ecuación e igualarla a cero

$$\ell_r \tan(\delta_f) \cos(\beta) - \ell_r \sin(\beta) - \ell_f \sin(\beta) + \ell_f \tan(\delta_r) \cos(\beta) = 0$$

$$\cos(\beta) [\ell_f \tan(\delta_r) + \ell_r \tan(\delta_f)] - (\ell_f + \ell_r) \sin(\beta) = 0$$

una vez agrupados los términos podremos despejar  $\beta$ , obteniendo así la siguiente expresión

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{\ell_f \tan(\delta_r) + \ell_r \tan(\delta_f)}{\ell_f + \ell_r} \right) \quad (2.20)$$

Tabla 2.1: Ecuaciones modelo cinemático

<i>Ecuaciones del modelo cinemático</i>	
Descripción	Ecuación
Dinámica del modelo en el eje x	$\dot{X} = V \cos(\beta + \psi)$
Dinámica del modelo en el eje y	$\dot{Y} = V \sin(\beta + \psi)$
Dinámica del ángulo de guiñada	$\dot{\psi} = \frac{V}{l_f + l_r} \cos(\beta) \{ \tan(\delta_f) - \tan(\delta_r) \}$

## 2.2. Dinámica lateral de un vehículo

La siguiente sección corresponde al modelo dinámico del vehículo, para su análisis dinámico no podemos tomar en consideración las suposiciones hechas en el cálculo del modelo cinemático, ya que para este caso en específico, no podemos considerar que para altas velocidades, el vector de velocidad está en dirección de cada una de las ruedas.

En la Figura 2.4 se presentará el diagrama que se tomará para realizar los cálculos correspondientes al modelo dinámico. El modelo consta de dos grados de libertad, el primero está dado por la posición lateral del vehículo  $y$ , el cual es medido a partir del eje longitudinal  $x$  del vehículo hacia su centro de rotación  $\mathbf{O}$ , mientras que el segundo es el ángulo de guiñada  $\psi$  del móvil y es medido con respecto al eje longitudinal  $\mathbf{X}$

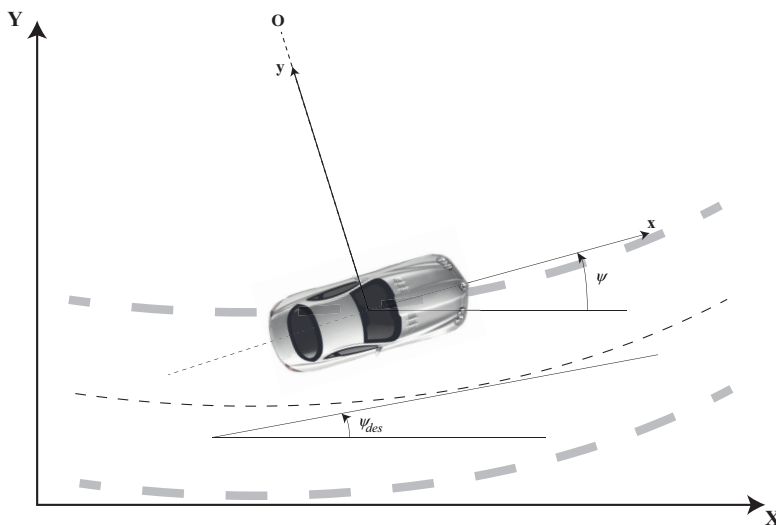


Figura 2.4: Modelo dinámico lateral de un vehículo

Para continuar con el cálculo del modelo dinámico nos apoyaremos de la segunda ley de Newton o ley fundamental de la dinámica, la cual demuestra que una fuerza neta sobre un objeto ocasiona una aceleración sobre él, y esta es inversamente proporcional a la masa.

$$F = ma \quad (2.21)$$

de manera análoga a la segunda ley de Newton existe una relación para el movimiento rotacional. Un torque neto sobre un objeto que tiene un punto de rotación fijo ocasiona una aceleración angular sobre él, la cual es inversamente proporcional a cierta cantidad  $I$ .

$$\tau = I\ddot{\psi}$$

Otro aspecto importante a considerar es la aceleración total, y dado que es un vector se suman las componentes tangenciales y radiales

$$a = a_t + a_c \quad (2.22)$$

Todo cuerpo que se mueve en una trayectoria circular siente una aceleración centrípeta  $a_c$ , en caso de que también exista una aceleración angular  $\ddot{\psi}$ , el sistema se mueve en un círculo con una aceleración tangencial  $a_t$  como se muestra en la Figura 2.5

$$\begin{aligned} a_c &= \frac{V^2}{R} = R\dot{\psi}^2 \\ a_t &= \frac{dV}{dt}R = \frac{d\dot{\psi}}{dt}R = R\ddot{\psi} \end{aligned} \quad (2.23)$$

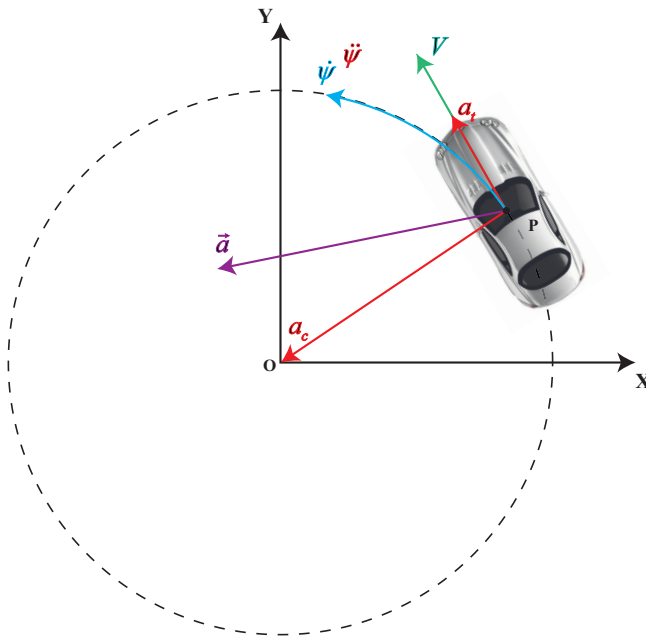


Figura 2.5: Diagrama diagrama de aceleraciones de un vehículo

Considerando nuestro sistema como una partícula que gira en torno a un centro debido a la acción de fuerzas tangenciales tiene una aceleración tangencial dada por:

$$F_{\text{tan}} = ma_t \quad (2.24)$$

multiplicando la ec. (2.24) por la distancia al centro de rotación

$$F_{\text{tan}}R = ma_tR \quad (2.25)$$

usando el término para la aceleración tangencial  $a_t$  obtenido en la ec. (2.23) y sustituyéndolo en la ec. (2.25) obtenemos

$$F_{\text{tan}}R = m(R\ddot{\psi})R \quad (2.26)$$

donde el momento de inercia está dado por  $I = mR^2$  y recordando el torque  $\tau$  definido previamente obtenemos

$$\tau = I\ddot{\psi} \quad (2.27)$$

sabiendo que tenemos que considerar todas las componentes que actúan sobre nuestro

modelo, que en este caso en particular son las fuerzas laterales de los neumáticos delanteros  $F_{yf}$  y traseros  $F_{yr}$  respectivamente

$$F_y = F_{yf} + F_{yr} \quad (2.28)$$

sustituyendo la ec. (2.28) en (2.21), donde  $a_y$  es la aceleración inercial del vehículo al centro de gravedad

$$ma_y = F_{yf} + F_{yr} \quad (2.29)$$

esta aceleración inercial esta conformada por dos componentes la primera  $\ddot{y}$  la cual se encuentra a lo largo del eje  $y$ , mientras que la segunda es la aceleración centrípeta  $a_c$

$$a_y = \ddot{y} + a_c \quad (2.30)$$

ahora retomando la aceleración centrípeta definida en la ec. (2.23), la cual está dada por:

$$\frac{V^2}{R} = \dot{\psi}^2 R \quad (2.31)$$

despejando la velocidad lineal  $V$  para obtenerla en términos de la velocidad angular tenemos que:

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{\dot{\psi}^2 R^2} = \dot{\psi} R \\ V^2 &= \dot{\psi}^2 R^2 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Sustituyendo la ec. (2.32) en la aceleración inercial, la cual esta dada por la ec. (2.30) obtenemos la siguiente expresión

$$a_y = \ddot{y} + \frac{V^2}{R} = \ddot{y} + \frac{V(\dot{\psi} R)}{R} = \ddot{y} + V\dot{\psi} \quad (2.33)$$

Para obtener la ecuación que describe el movimiento lateral del vehículo sustituiremos la

ec. (2.33) en la ecuación que representa la ley fundamental de la dinámica (2.29)

$$m \left( \ddot{y} + V\dot{\psi} \right) = F_{yf} + F_{yr} \quad (2.34)$$

retomando la ec. (2.27) y realizando un equilibrio de momentos con respecto del eje  $z$  de nuestro modelo para obtener las dinámicas correspondientes al ángulo de guiñada de nuestro vehículo como se puede apreciar en la Figura 2.6

$$I_z \ddot{\psi} = \ell_f F_{yf} - \ell_r F_{yr} \quad (2.35)$$

donde  $\ell_f$  y  $\ell_r$  son las distancias del centro de los neumáticos delantero y trasero respectivamente, al centro de gravedad de nuestro vehículo.

Para poder finalizar nuestro modelo completamente, hace falta obtener cada una de las fuerzas que actúan sobre los neumático. Resultados experimentales demuestran que las fuerzas laterales de los neumáticos, es proporcional al ángulo de deslizamiento, esto sólo aplica para ángulos pequeños. Este ángulo está definido como el ángulo entre la dirección del neumático y la dirección del vector de velocidad del mismo [1].

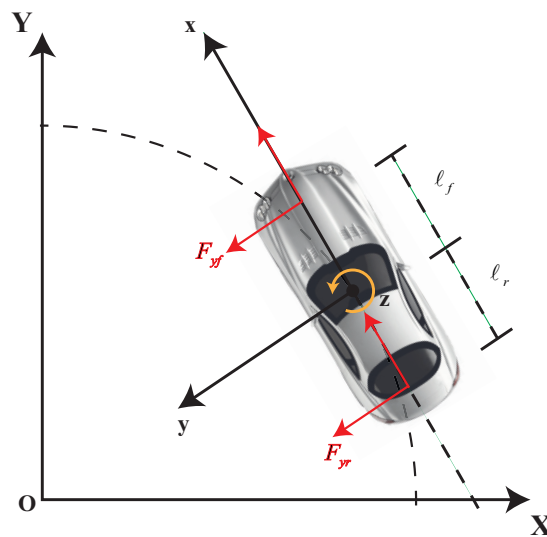


Figura 2.6: Equilibrio de momentos en el eje  $z$

Por lo tanto, para hacer girar el vehículo, es necesario generar una fuerza centrípeta hacia el interior de la curva. Esta fuerza es generada por la fricción estática de los neumáticos, mediante la que se adhieren a la superficie de la carretera para oponerse a la fuerza centrífuga.

Un concepto importante a considerar, es el ángulo de deslizamiento para las llantas delanteras y traseras respectivamente, los cuales están dados por

$$\begin{aligned}\alpha_f &= \delta - \theta_{vf} \\ \alpha_r &= -\theta_{vr}\end{aligned}\tag{2.36}$$

en la cual se puede observar que el término  $\delta = 0$  para la rueda trasera, esto debido a que la rueda trasera se considera fija, por lo tanto su ángulo de dirección es igual a cero, además  $\theta_{vf}$  y  $\theta_{vr}$  son los ángulos del vector de velocidad para la llanta delantera y trasera respectivamente.

Tomando en cuenta que la fuerza lateral del neumático es proporcional al ángulo de deslizamiento podemos decir que la fuerza lateral para el neumático delantero está expresada de la siguiente manera

$$\begin{aligned}F_{yf} &= 2C_{\alpha f}\alpha_f \\ F_{yf} &= 2C_{\alpha f}(\delta - \theta_{vf})\end{aligned}\tag{2.37}$$

mientras que para el neumático trasero la expresión esta dada por

$$\begin{aligned}F_{yr} &= 2C_{\alpha r}\alpha_r \\ F_{yr} &= 2C_{\alpha r}(-\theta_{vr})\end{aligned}\tag{2.38}$$

donde las constantes de proporcionalidad  $C_{\alpha f}$  y  $C_{\alpha r}$  son llamadas constantes de rigidez en las curvas para cada llanta delantera y trasera, donde el factor 2 que multiplica a las ec. (2.37) y (2.38) es debido a que se consideran cada una de los neumáticos delanteros y traseros.

ahora podemos calcular la dirección y sentido de nuestros ángulos  $\theta_{vf}$  y  $\theta_{vr}$ , los cuales



están dados por

$$\begin{aligned}\tan(\theta_{vf}) &= \frac{V_y + \ell_f \dot{\psi}}{V_x} \\ \tan(\theta_{vr}) &= \frac{V_y - \ell_r \dot{\psi}}{V_x}\end{aligned}\quad (2.39)$$

aproximando la ec. (2.39) para ángulos pequeños obtenemos las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}\theta_{vf} &= \frac{V_y + \ell_f \dot{\psi}}{V_x} \\ \theta_{vr} &= \frac{V_y - \ell_r \dot{\psi}}{V_x}\end{aligned}\quad (2.40)$$

sustituyendo las ec. (2.36) y (2.40) en la ec. (2.34), podemos escribir el modelo en espacio de estados de la siguiente manera

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{\alpha f} + 2C_{\alpha r}}{mV_x} & 0 & -V_x - \frac{2C_{\alpha f}\ell_f - 2C_{\alpha r}\ell_r}{mV_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2C_{\alpha f}\ell_f - 2C_{\alpha r}\ell_r}{I_z V_x} & 0 & -\frac{2C_{\alpha f}\ell_f^2 + 2C_{\alpha r}\ell_r^2}{I_z V_x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{\alpha f}}{m} \\ 0 \\ \frac{2C_{\alpha r}\ell_f}{I_z} \end{Bmatrix} \delta \quad (2.41)$$

Tabla 2.2: Ecuaciones modelo dinámico

<i>Ecuaciones del modelo dinámico</i>	
Descripción	Ecuación
Dinámica del modelo en el eje y	$m(\ddot{y} + V\dot{\psi}) = F_{yf} + F_{yr}$
Dinámica del ángulo de guiñada $\psi$	$I_z\ddot{\psi} = \ell_f F_{yf} - \ell_r F_{yr}$

### 2.3. Modelo Longitudinal de un vehículo

El modelo longitudinal de un vehículo es un campo muy estudiado por las industrias automotrices, ya que abarca una gran cantidad de tópicos, esto debido a la gran exigencia que tiene el mercado, algunos de estos tópicos son: el control de crucero, los sistemas de

frenos antibloqueo y los sistemas de control de tracción y mas específicamente los sistemas de control longitudinal aplicados a vehículos en pelotones.

En esta sección obtendremos el modelo longitudinal de un vehículo por lo cual consideraremos un vehículo en movimiento que va circulando sobre un camino inclinado, a partir del cual obtendremos las fuerzas que actúan sobre este, entre las cuales están incluidas la fuerza de arrastre aerodinámico, fuerzas gravitacionales, fuerzas longitudinales aplicadas a los neumáticos y la resistencia a la rodadura, como se muestra en la Figura 2.7.

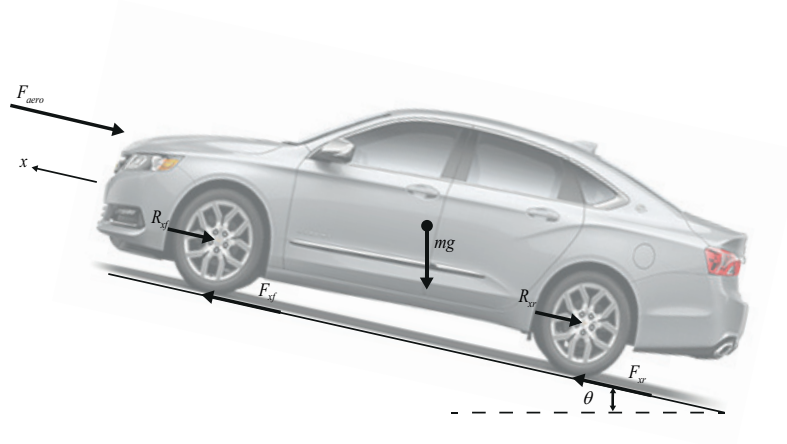


Figura 2.7: Diagrama de fuerzas que actúan sobre un vehículo

Realizando un balance de las fuerzas que actúan sobre nuestro vehículo a lo largo del eje  $x$  obtenemos:

$$m\ddot{x} = F_{xf} + F_{xr} - F_{aero} - R_{xf} - R_{xr} - mg \sin(\theta) \quad (2.42)$$

donde

$F_{xf}$  Fuerza longitudinal del neumático delantero

$F_{xr}$  Fuerza longitudinal del neumático trasero

$F_{aero}$  Fuerza de arrastre aerodinámico

$R_{xf}$  Resistencia a la rodadura del neumático delantero

$R_{xr}$  Resistencia a la rodadura del neumático trasero

$m$  Masa del vehículo

$g$	Fuerza gravitacional
$\theta$	Ángulo de inclinación del camino

### 2.3.1. Fuerza de arrastre aerodinámico

La fuerza de arrastre aerodinámico equivalente en un vehículo puede ser representado como

$$F_{aero} = \frac{1}{2}\rho C_d A_f (V + V_{wind})^2 \quad (2.43)$$

donde  $\rho$  es la densidad del aire, la cual se considerara a una temperatura de  $15C$ ,  $C_d$  es el coeficiente de arrastre aerodinámico,  $A_f$  es el área frontal del vehículo, la cual es el área proyectada del vehículo en la dirección de su desplazamiento,  $V_x$  es la velocidad longitudinal del vehículo,  $V_{wind}$  es la velocidad del viento.

### 2.3.2. Fuerza longitudinal del neumático

Para acelerar o frenar un vehículo se deben generar fuerzas longitudinales entre el neumático y el asfalto.

Resultados experimentales han demostrado que estas fuerzas generadas en cada uno de los neumáticos dependen de los siguientes conceptos.

- (a) Relación de desplazamiento.
- (b) La carga normal del vehículo.
- (c) El coeficiente de fricción entre el neumático y el asfalto.

donde la carga normal del vehículo corresponde a la porción de peso del vehículo y está influenciada por la localización del centro de gravedad.

Además podemos considerar al coeficiente de fricción entre el neumático y el asfalto como 1 y asumimos que la fuerza normal es una constante, ya que el peso de nuestro vehículo de pruebas no va a cambiar.

---

### Relación de desplazamiento

El desplazamiento longitudinal es la diferencia entre la velocidad longitudinal y la velocidad de rotación equivalente del neumático, el cual está definido de la siguiente forma:

$$r_{eff}\omega_w - V_x \quad (2.44)$$

Por lo tanto definiremos la relación de desplazamiento longitudinal como:

Tabla 2.3: Relación de desplazamiento longitudinal

$\sigma_x = \frac{r_{eff}\omega_w - V_x}{V_x}$	Durante el frenado
$\sigma_x = \frac{r_{eff}\omega_w - V_x}{r_{eff}\omega_w}$	Durante el acelerado

El cual como se puede observar es diferente para el acelerado y el frenado del vehículo. Tomando en cuenta que las pruebas realizadas serán en un ambiente controlado, podemos considerar que la superficie sobre la que se desplazara el vehículo es una superficie seca y esto nos permite asumir que la relación de desplazamiento longitudinal será menor que 0.1, por lo cual la fuerza longitudinal del neumático puede ser modelada como:

$$\begin{aligned} F_{xf} &= C_{\sigma f} \sigma_{xf} \\ F_{xr} &= C_{\sigma r} \sigma_{xr} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Respectivamente para la rueda delantera y trasera, donde  $C_{\sigma f}$  y  $C_{\sigma r}$  son los parámetros de rigidez longitudinal del neumático delantero y trasero.

### 2.3.3. Resistencia a la rodadura

Se presenta cuando un cuerpo rueda sobre una superficie, deformándose uno de ellos o ambos, aunque sólo sea ligeramente, a causa de las presiones existentes en los puntos de contacto, debido a la rigidez del asfalto, se puede considerar que este no tiene deformación, a diferencia del neumático que es elástico.

Debido a la amortiguación interna del material del neumático, la energía gastada en deformar el material no se recupera por completo cuando el material vuelve a su forma original.

Esta pérdida de energía se puede representar mediante una fuerza sobre los neumáticos llamada resistencia a la rodadura que actúa para oponerse al movimiento del vehículo.

Esto también causa que la fuerza normal que actúa sobre el neumático no sea simétrica con respecto a la área de contacto del neumático, y esto se puede observar si representamos el neumático como una serie de resortes independientes que resisten la deformación vertical como se puede ver en la Figura. Cuando cada resorte entra en el área de contacto se deforma, dicha deformación alcanza su máximo en el centro del área de contacto y vuelve a cero cuando llega a la parte final del área de contacto, dado que nuestra consideración no es de resortes meramente elásticos, sino que cuentan con una disipación viscosa, la fuerza normal que actúa sobre la área de contacto no es simétrica, esto es debido a que la fuerza necesaria para comprimir los resortes en la primera mitad del área de contacto, no se recupera al llegar a la segunda área de contacto, que es la zona en donde los resortes comienzan su proceso de elongación.

Por lo tanto cuando un neumático está rotando, la fuerza normal que actúa sobre el neumático  $F_z$  se verá desplazada una distancia  $\Delta_x$

Comúnmente la resistencia a la rodadura esta modelada como una fuerza proporcional a la fuerza normal que actúa a cada par de neumáticos.

$$R_{xf} + R_{xr} = f (F_{zf} + F_{zr}) \quad (2.46)$$

donde  $f$  es el coeficiente de la resistencia a la rodadura, el cual se puede encontrar en diferentes tablas y se a obtenido mediante diversas pruebas, este coeficiente varia con respecto a la superficie en la que está rodando el neumático así como el tipo de llanta que se utilice, para nuestro modelo se eligió un neumático convencional para automóvil y la superficie es asfalto seco lo cual nos da un coeficiente  $f = 0.035$ .

Las fuerzas normales que actúan a cada par de neumáticos, están formadas por diferentes factores, como el peso del vehículo, el área sobre la cual actúa a fuerza de arrastre aerodinámico, la ubicación del centro de gravedad, etc., por lo cual se definirán las siguientes variables.

$h$     Altura del centro de gravedad del vehículo

---

- $h_{aero}$  Altura de la localización en donde tiene efecto la fuerza de arrastre aerodinámico  
 $\ell_f$  Distancia del centro de gravedad al eje delantero  
 $\ell_r$  Distancia del centro de gravedad al eje trasero  
 $r_{eff}$  Radio efectivo de los neumáticos

Usando la Figura realizaremos la suma de los momentos que actúan sobre el neumático trasero obtenemos la siguiente expresión

$$F_{zf}(\ell_f + \ell_r) + F_{aero}h_{aero} + m\ddot{x}h + mgh \sin(\theta) - mg\ell_r \cos(\theta) = 0 \quad (2.47)$$

despejando  $F_{zf}$  de la ec. (2.47) obtenemos

$$F_{zf} = \frac{-F_{aero}h_{aero} - m\ddot{x}h - mgh \sin(\theta) + mg\ell_r \cos(\theta)}{\ell_f + \ell_r} \quad (2.48)$$

Para obtener  $F_{zr}$  se realizará la suma de los momentos que actúan sobre el neumático delantero obteniendo la siguiente expresión

$$F_{zr}(\ell_f + \ell_r) - F_{aero}h_{aero} - m\ddot{x}h - mgh \sin(\theta) - mg\ell_f \cos(\theta) = 0 \quad (2.49)$$

despejando  $F_{zr}$  de la ec. (2.49) obtenemos

$$F_{zr} = \frac{F_{aero}h_{aero} + m\ddot{x}h + mgh \sin(\theta) + mg\ell_f \cos(\theta)}{\ell_f + \ell_r} \quad (2.50)$$

Lo cual nos indica que a medida que el vehículo acelera, la fuerza normal aplicada a los neumáticos delanteros disminuye, mientras que para los neumáticos traseros la fuerza aumenta. A partir de las ec. (2.48) y (2.50), sustituyéndolas en la ec. (2.46); podemos deducir la ecuación de la resistencia a la rodadura.

$$R_{xf} + R_{xr} = f \left( \frac{mg\ell_f \cos(\theta) + mg\ell_r \cos(\theta)}{\ell_f + \ell_r} \right) \quad (2.51)$$

Tabla 2.4: Ecuaciones modelo longitudinal

<i>Ecuaciones del modelo longitudinal</i>	
Descripción	Ecuación
Ecuación longitudinal del vehículo	$m\ddot{x} = F_{xf} + F_{xr} - F_{aero} - R_{xf} - R_{xr} - mg \sin(\theta)$
Fuerza longitudinal del neumático delantero	$F_{xf} = C_{\sigma f} \sigma_{xf}$
Fuerza longitudinal del neumático trasero	$F_{xr} = C_{\sigma r} \sigma_{xr}$
Resistencia a la rodadura	$R_{xf} + R_{xr} = f(F_{zf} + F_{zr})$ $R_{xf} + R_{xr} = f\left(\frac{mg\ell_f \cos(\theta) + mg\ell_r \cos(\theta)}{\ell_f + \ell_r}\right)$
Fuerza de arrastre aerodinámico	$F_{aero} = \frac{1}{2}\rho C_d A_f (V + V_{wind})^2$





---

## Capítulo 3

# Control Longitudinal para vehículos en pelotones

---

Uno de los principales motivos por los cuales se ha recurrido a la investigación y desarrollo de este tipo de tecnologías es debido a que el 90 % de los accidentes en carretera son causados por fallo humano. El objetivo de crear sistemas automatizados es reducir la carga ejercida sobre el conductor y sustituir las operaciones realizadas por este, por procesos automatizados, lo cual a su vez buscará aumentar la seguridad en carreteras y por consiguiente reducir accidentes viales.

Entre los métodos más populares utilizados en los sistemas de carreteras autónomas son los sistemas jerárquicos los cuales están conformados por 4 capas, como se muestra en la Figura 3.1 las cuales son:

- Capa de red
- Capa de enlace
- Capa de coordinación
- Capa de regulación

En donde las primeras dos capas corresponden al camino, la primera capa se encarga del control de tráfico, asignando la ruta para cada vehículo que entra al sistema, mientras que la segunda capa se encarga de recibir y transmitir la información de los vehículos, lo cual permite saber las velocidades de estos, así como el tamaño de los pelotones, de

igual manera obtiene información sobre accidentes viales, congestionamiento, etc., lo cual permite reasignar rutas e informar oportunamente sobre cambios de carril y salidas por tomar. Mientras que la capa de coordinación se encuentra en cada vehículo, esta determina las maniobras a realizar, además de esto existe una coordinación con los demás vehículos que se encuentran alrededor de este, esto permite realizar maniobras con seguridad. De igual manera, ordena a la capa de regulación que ejecute la ley de retro-alimentación que se encargará de ejecutar la maniobra. Estas maniobras se pueden clasificar de dos maneras.

- (a) Maniobras en estado estable, las cuales son mantenimiento de carril, control de velocidad o seguimiento de vehículos
- (b) Maniobras transitorias, están conformadas por cambios de carril, entrada y salida de autopista, división del pelotón y unión a un pelotón

Así mismo la capa de regulación además de ser la responsable de realizar las maniobras de estado estable y transitorias, está conformada por dos niveles de control, los cuales denominaremos nivel superior y nivel inferior. El nivel superior es el encargado de determinar la aceleración longitudinal para cada vehículo, mientras que el nivel inferior se encargará de determinar la aceleración del motor o el frenado que se requiere para alcanzar la aceleración longitudinal deseada.

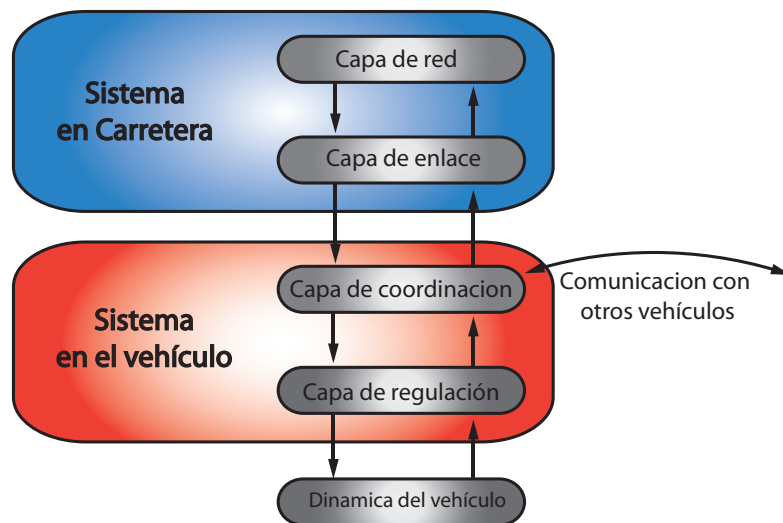


Figura 3.1: Arquitectura de control

### 3.1. Nivel de control superior

Para el nivel de control superior la planta utilizada para el diseño de un control es la siguiente:

$$\ddot{x}_i = u \quad (3.1)$$

donde  $\ddot{x}$  representa la aceleración, mientras que  $i$  denota el  $i$ -ésimo vehículo en el pelotón. Para esta planta se asumirá que la entrada de control es la aceleración. Sin embargo se espera que cada vehículo siga de manera imperfecta la aceleración deseada. Por lo cual el objetivo del controlador de nivel superior es cumplir con esa aceleración deseada en presencia de un retaso de primer orden, el cual se verá reflejado en el controlador de nivel inferior:

$$\ddot{x}_i = \frac{1}{\tau s + 1} \ddot{x}_{i-des} = \frac{1}{\tau s + 1} u_i \quad (3.2)$$

en donde  $\ddot{x}_i$  es la aceleración del  $i$ -ésimo vehículo y  $\tau$  es un retardo existente en nuestra señal de control y esta medido en segundos.

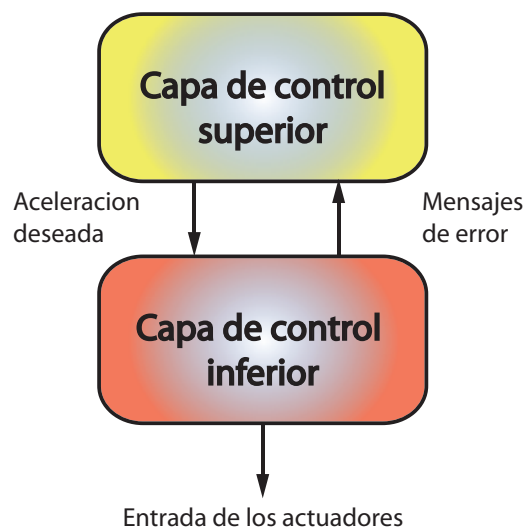


Figura 3.2: Estructura del sistema de control longitudinal

## 3.2. Especificaciones del vehículo seguidor

El parámetro principal a cumplir por parte del vehículo seguidor es mantener la distancia deseada entre vehículos en el pelotón. Sin embargo existen dos condiciones importantes, las cuales debe cumplir, la primera es la estabilidad individual, mientras que la segunda es la estabilidad en cadena.

### 3.2.1. Estabilidad individual

Para obtener la estabilidad individual primero se considerará un pelotón conformado por  $i$  vehículos, donde  $x_i$  es la localización del  $i$ -ésimo vehículo medido desde el marco de referencia inercial. En el cual el error de espaciado entre vehículos esta dado por

$$\varepsilon_i = x_i - x_{i-1} + L_i \quad (3.3)$$

donde  $L_i$  es la distancia deseada, la cual incluye la longitud del vehículo predecesor  $\ell_{i-1}$  como se puede apreciar en la Figura 3.3. En el sistema de control diseñado para nuestro pelotón, el espacio deseado  $L_i$  es una constante y esta a su vez es independiente de la velocidad del vehículo  $\dot{x}_i$ . Lo cual nos dice que nuestra ley de control proporcionará estabilidad individual al vehículo si cumple con las siguientes condiciones.

$$\ddot{x}_{i-1} \rightarrow 0 \Rightarrow \varepsilon \rightarrow 0 \quad (3.4)$$

Esto se puede traducir de la siguiente forma:

El error de espaciado del vehículo tiende a converger a cero si el vehículo predecesor se mantiene a velocidad constante. Si el predecesor se mantiene acelerando o desacelerando, entonces el error de espaciado tiende a ser diferente de cero.

### 3.2.2. Estabilidad en cadena

La estabilidad en cadena se refiere a la estabilidad que obtienen todos los vehículos participantes en un pelotón como un sistema único y nos dice que a partir de que el error de

---

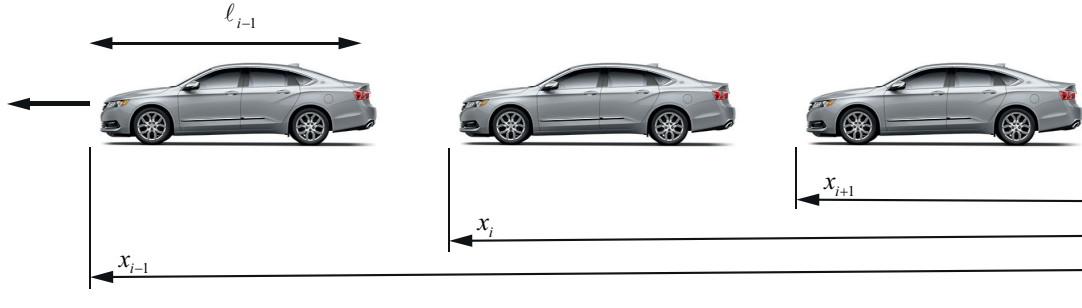


Figura 3.3: Cadena de vehículos

espaciado es diferente de cero durante la aceleración o desaceleración del vehículo predecesor, es importante garantizar que dicho error no incremente en los vehículos posteriores, ya que para un pelotón con un número considerable de vehículos el error para este último se puede volver extremadamente largo, generando un efecto acordeón en el sistema completo

### 3.3. Espaciado constante con control autónomo

Un control autónomo se basa únicamente en los sensores o mecanismos que tenga el sistema para poder adquirir los datos necesarios para su funcionamiento, sin depender de mecanismos externos, comunicación o alguna forma de cooperación con algún otro vehículo en el camino.

Por lo tanto un sistema de carreteras autónomas requiere de comunicación entre la carretera y el vehículo, así como también entre los vehículos participantes, esto si es utilizada la política de espaciado constante. Esta política de espaciado, define el espacio deseado entre un vehículo y su sucesivo, la cual está definida de la siguiente manera

$$x_{i-des} = x_{i-1} - L_i \quad (3.5)$$

Donde  $L_i$  es una constante la cual incluye la distancia de separación entre los vehículos, así como también la longitud del vehículo precedente, con esto podemos definir el error de espaciado como

$$\varepsilon_i = x_i - x_{i-1} + L_i \quad (3.6)$$

Si asumimos que la aceleración puede ser controlada instantáneamente, obtenemos un

sistema de control lineal de la forma

$$\ddot{x}_i = -k_p \varepsilon_i - k_v \dot{\varepsilon}_i \quad (3.7)$$

derivando el error de espaciado dos veces obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i &= \dot{x}_i - \dot{x}_{i-1} \\ \ddot{\varepsilon}_i &= \ddot{x}_i - \ddot{x}_{i-1} \end{aligned} \quad (3.8)$$

sustituyendo la ec. (3.7) en (3.8) produce

$$\begin{aligned} \ddot{\varepsilon}_i &= -k_p \varepsilon_i - k_v \dot{\varepsilon}_i - (-k_p \varepsilon_{i-1} - k_v \dot{\varepsilon}_{i-1}) \\ &= -k_p \varepsilon_i - k_v \dot{\varepsilon}_i + k_p \varepsilon_{i-1} + k_v \dot{\varepsilon}_{i-1} \end{aligned} \quad (3.9)$$

agrupando términos semejantes

$$\ddot{\varepsilon}_i + k_v \dot{\varepsilon}_i + k_p \varepsilon_i = +k_p \varepsilon_{i-1} + k_v \dot{\varepsilon}_{i-1} \quad (3.10)$$

cambiando el sistema al dominio de Laplace

$$s^2 \varepsilon_i(s) + k_v s \varepsilon_i(s) + k_p \varepsilon_i(s) = +k_p \varepsilon_{i-1}(s) + k_v s \varepsilon_{i-1}(s) \quad (3.11)$$

Factorizando la ec. (3.11)

$$\varepsilon_i(s) (s^2 + k_v s + k_p) = \varepsilon_{i-1}(s) (k_p + k_v s) \quad (3.12)$$

La ec. (3.12) nos permite obtener la función de transferencia que explica el comportamiento del error de espaciado de nuestro vehículo con su respectivo vehículo precedente

$$G(s) = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{i-1}}(s) = \frac{k_v s + k_p}{s^2 + k_v s + k_p} \quad (3.13)$$

Esta función de transferencia nos permitirá generar una ley de control que nos permita llevar el error de espaciado a cero y así demostrar si el sistema cuenta o no con una esta-

---

bilidad en cadena, por lo cual usaremos un controlador PD el cual nos ayudará a observar el comportamiento del sistema.

A continuación en la Figura 3.4 se presenta el esquema de control basado en un controlador PD, que se encargara de llevar a la dinámica longitudinal a la referencia.

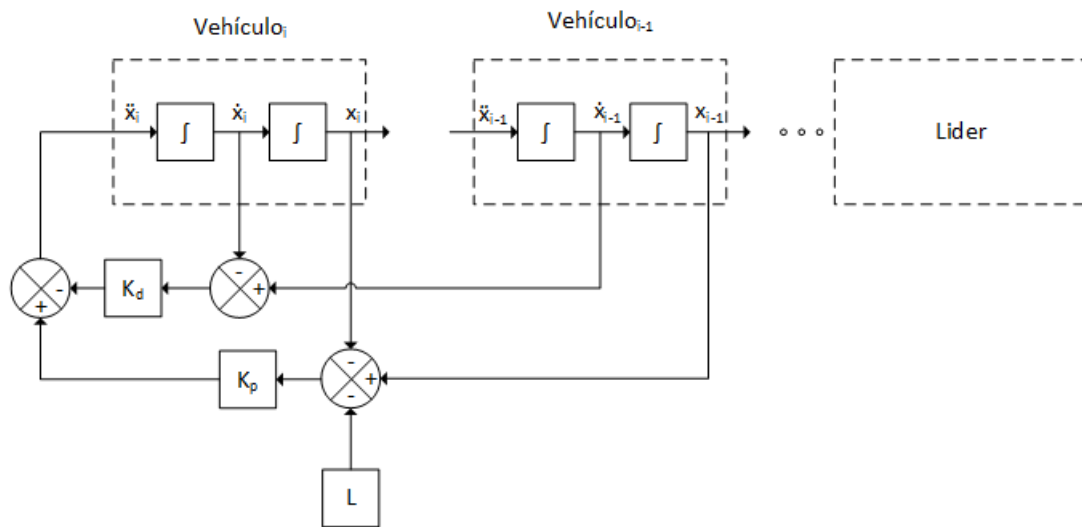


Figura 3.4: Esquema de control para el i-ésimo vehículo

Para este esquema de control, se hizo uso de una distancia íter vehicular  $L$  la cual es la distancia que se desea entre estos y esta se mide del parachoques delantero del i-ésimo vehículo, al parachoques trasero del vehículo predecesor, esta ley de control busca llevar el error de posición a 0, lo cual generaría que la distancia entre los vehículos sea  $L$ , para esto se logre, se requiere información mínima del vehículo que lo precede.

Mientras que para la dinámica lateral se usará una política de espaciado similar, En la cual no existirá una distancia inter vehicular ya que se busca que estos sigan la misma ruta un vehículo y su sucesivo, la cual está definida de la siguiente manera

$$y_{i-des} = y_{i-1} - L_i \quad (3.14)$$

Donde  $L_i$  es una constante la cual incluye la distancia de separación entre los vehículos, que para los fines que la necesitamos sera 0, ya que esta no nos es útil, debido a que

buscamos que los vehículos sigan la misma trayectoria, con esto podemos definir el error de espaciado como

$$\varepsilon_j = y_i - y_{i-1} \quad (3.15)$$

Si asumimos que la aceleración puede ser controlada instantáneamente, obtenemos un sistema de control lineal de la forma

$$\ddot{y}_i = -k_p \varepsilon_j - k_v \dot{\varepsilon}_j \quad (3.16)$$

derivando el error de espaciado dos veces obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_j &= \dot{y}_i - \dot{y}_{i-1} \\ \ddot{\varepsilon}_j &= \ddot{y}_i - \ddot{y}_{i-1} \end{aligned} \quad (3.17)$$

sustituyendo la ec. (3.16) en (3.17) produce

$$\begin{aligned} \ddot{\varepsilon}_j &= -k_p \varepsilon_j - k_v \dot{\varepsilon}_j - (-k_p \varepsilon_{j-1} - k_v \dot{\varepsilon}_{j-1}) \\ &= -k_p \varepsilon_j - k_v \dot{\varepsilon}_j + k_p \varepsilon_{j-1} + k_v \dot{\varepsilon}_{j-1} \end{aligned} \quad (3.18)$$

agrupando términos semejantes

$$\ddot{\varepsilon}_j + k_v \dot{\varepsilon}_j + k_p \varepsilon_j = +k_p \varepsilon_{j-1} + k_v \dot{\varepsilon}_{j-1} \quad (3.19)$$

cambiando el sistema al dominio de Laplace

$$s^2 \varepsilon_j(s) + k_v s \varepsilon_j(s) + k_p \varepsilon_j(s) = +k_p \varepsilon_{j-1}(s) + k_v s \varepsilon_{j-1}(s) \quad (3.20)$$

Factorizando la ec. (3.20)

$$\varepsilon_j(s) (s^2 + k_v s + k_p) = \varepsilon_{j-1}(s) (k_p + k_v s) \quad (3.21)$$

La ec. (3.21) nos permite obtener la función de transferencia que explica el comportamiento

---



del error de espaciado de nuestro vehículo con su respectivo vehículo precedente

$$F(s) = \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_{j-1}}(s) = \frac{k_v s + k_p}{s^2 + k_v s + k_p} \quad (3.22)$$

Esta función de transferencia nos permitirá generar una ley de control que nos lleve el error de espaciado a cero y así demostrar si el sistema cuenta o no con una estabilidad en cadena, cabe destacar que esta dinámica en  $\ddot{y}$ , está relacionada con la dinámica en  $\ddot{\psi}$  ya que una depende de la otra, como se puede observar en las ec. (2.34) y (2.35), además se hace uso del error de posición en  $x$ , obtenido en el esquema de control de la Figura 3.4

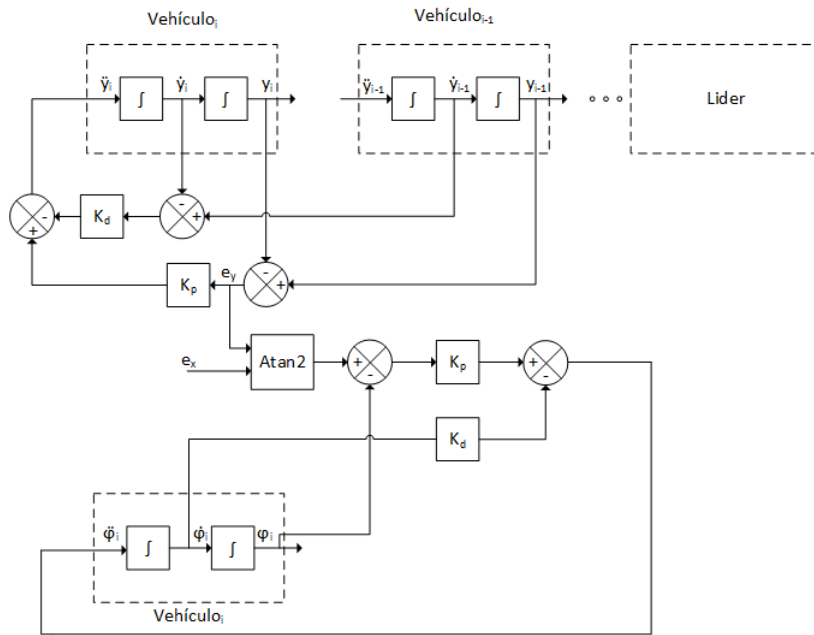


Figura 3.5: Esquema de control para el  $i$ -ésimo vehículo

Por ultimo se difira para la dinámica que controla la guiñada del vehículo, es decir el angulo de girp que deben tener los neumaticos para llegar a su posición deseada y esta descrito de la siguiente manera.

$$\psi_{i-des} = \psi_{i-1} \quad (3.23)$$

donde  $\psi$  esta definida de la siguiente manera

$$\psi_i = \arctan\left(\frac{e_y}{e_x}\right) \quad (3.24)$$

Ahora se definirá el error de posición a lo largo del eje y como:

$$\varepsilon_k = \psi_i - \psi_{i-1} \quad (3.25)$$

Se asume que la aceleración puede ser controlada instantáneamente

$$\ddot{\psi}_i = -k_p \varepsilon_k - k_v \dot{\varepsilon}_k \quad (3.26)$$

derivando el error de espaciado dos veces obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_k &= \dot{\psi}_i - \dot{\psi}_{i-1} \\ \ddot{\varepsilon}_k &= \ddot{\psi}_i - \ddot{\psi}_{i-1} \end{aligned} \quad (3.27)$$

sustituyendo la ec. (3.26) en (3.27) produce

$$\begin{aligned} \ddot{\varepsilon}_k &= -k_p \varepsilon_k - k_v \dot{\varepsilon}_k - (-k_p \varepsilon_{k-1} - k_v \dot{\varepsilon}_{k-1}) \\ &= -k_p \varepsilon_k - k_v \dot{\varepsilon}_k + k_p \varepsilon_{k-1} + k_v \dot{\varepsilon}_{k-1} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Cambiando a dominio de Laplace y factorizando términos obtenemos

$$s^2 \varepsilon_k(s) + k_v s \varepsilon_k(s) + k_p \varepsilon_k(s) = +k_p \varepsilon_{k-1}(s) + k_v s \varepsilon_{k-1}(s) \quad (3.29)$$

Esto nos permite obtener la función de transferencia.

$$H(s) = \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{k-1}}(s) = \frac{k_v s + k_p}{s^2 + k_v s + k_p} \quad (3.30)$$

### 3.4. Nivel de control interior

El nivel de control inferior es el encargado de determinar la aceleración del motor o el frenado necesario para que el sistema pueda alcanzar la aceleración longitudinal deseada para que el sistema llegue a la estabilidad en cadena. Dadas la situación generada por la pandemia, el control interior utilizado para cada vehículo será la el modelo dinámico obtenido anteriormente, ya que no se cuenta con los parámetros necesarios para obtener la ecuación dinámica que relaciona la velocidad del motor, con variables como el par de combustión neto, el par de frenado, etc., las cuales están relacionadas con la aceleración deseada del control de nivel superior.

Esta ley de control se debería encargar del ángulo de acelerado necesario para proveer el torque a la caja de transmisión y por consiguiente a las ruedas, que permitan al vehículo alcanzar la aceleración deseada de nuestro nivel de control superior.



---

## Capítulo 4

# Resultados

---

En este capítulo se presentaran los resultados obtenidos del presente trabajo, los cuales consistían en integrar las dinámicas de los modelos lateral y longitudinal a una serie de vehículos, que permitieran aplicar el uso de la tecnología basada en el platooning, todo esto a partir de las ecuaciones (2.34), (2.35) y (2.42), dichas ecuaciones explican el comportamiento dinámico de un vehículo, esto aunado al los modelos obtenidos en el capítulo 3 con las ecuaciones (3.13) y (3.16) que nos muestran la interconexión entre cada uno de los vehículos mediante el uso de la tecnología platooning, para esto se aplicaron controladores PD a cada uno de los vehículos, para que nos permitieran realizar seguimiento de trayectorias, manteniendo una distancia de seguridad entre cada uno de ellos.

### 4.1. Simulaciones

En esta sección se mostrarán las simulaciones realizadas para cada sistema, se explicará brevemente lo que se realizó para cada una, así como también los resultados obtenidos y las condiciones bajo las que se obtuvieron dichos resultados.

Como primera instancia se simuló el modelo lateral de un vehículo, a este se le diseñó un control  $PD$  en cual, como primer paso buscaba llevar el vehículo a una posición deseada a lo largo del eje  $y$ , mientras que para el eje  $x$  se le colocó como referencia una rampa, esto permitió que el vehículo se desplazara en línea recta a lo largo de la simulación, que tendrá como duración un total de 20s.

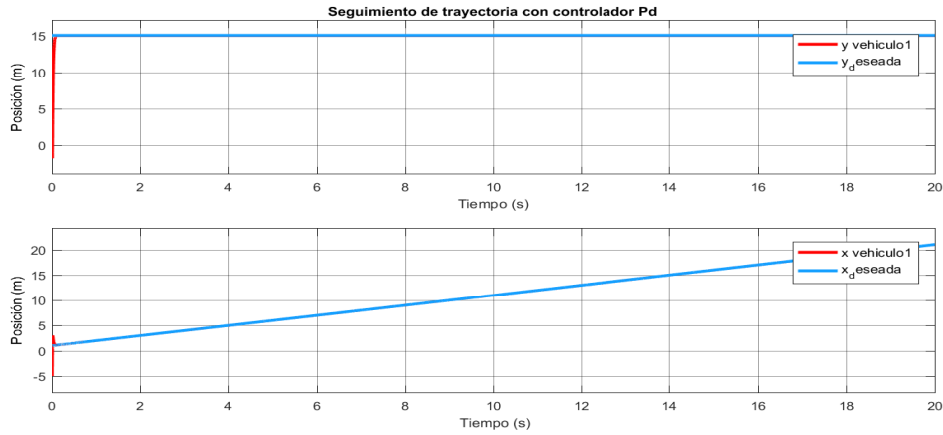


Figura 4.1: Trayectorias obtenidas en las dinámicas  $x$  y  $y$  a partir de la aplicación de un controlador PD a un vehículo, para trayectorias constantes a lo largo de  $y$ .

De igual manera se simuló el mismo controlador, con la única diferencia de que ahora la señal de referencia o la posición deseada para la dinámica en  $y$  sera una señal senoidal, la cual permitirá que el vehículo se encuentre oscilando a lo largo del eje  $x$

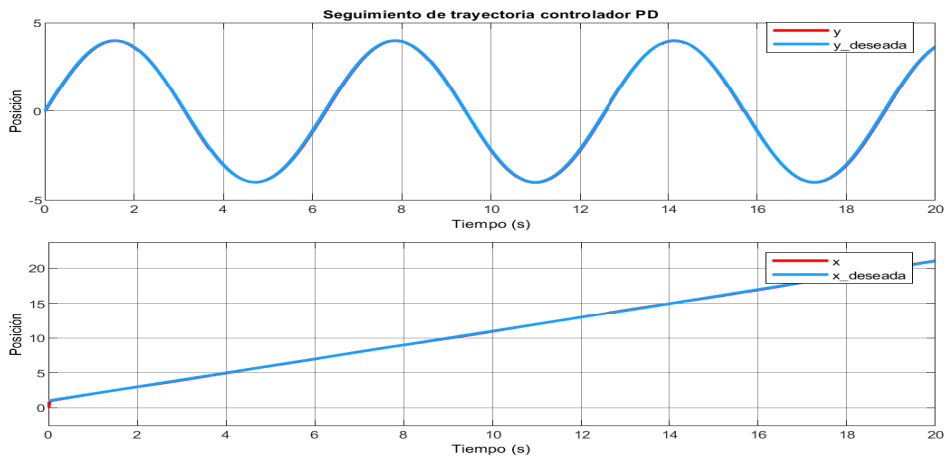


Figura 4.2: Trayectorias obtenidas en las dinámicas  $x$  y  $y$  a partir de la aplicación de un controlador PD a un vehículo, para trayectorias variables a lo largo de  $y$ .

Las condiciones iniciales utilizadas para esta primer simulación, las cuales corresponden al punto de partida del vehículo en nuestra simulación son 0 tanto para la posición en  $x$  como para la posición en  $y$  ya que se consideró que el punto de partida del vehículo es 0 para nuestro marco de referencia, se puede observar que para nuestra simulación, el avance

de nuestro vehículo sera positivo, en caso de que nuestro vehículo tuviera la necesidad de retroceder, este sería negativo.

Una vez obtenidos los resultados esperados con un vehículo, se agregó un segundo al sistema, el cual debe seguir al primer vehículo, manteniendo una distancia especifica, esta será dada por el usuario, para esta simulación se definió una distancia de espaciado de  $5m$ , esta distancia está dada a lo largo del eje  $x$ , mientras que para el eje  $y$  debe seguir la misma referencia establecida en la simulación anterior.

La condiciones iniciales utilizadas en esta simulación, de igual manera que en la simulación anterior son 0 para ambos vehículos, esto con la finalidad de observar como el segundo vehículo tiene que ajustarse para mantener la inter distancia deseada

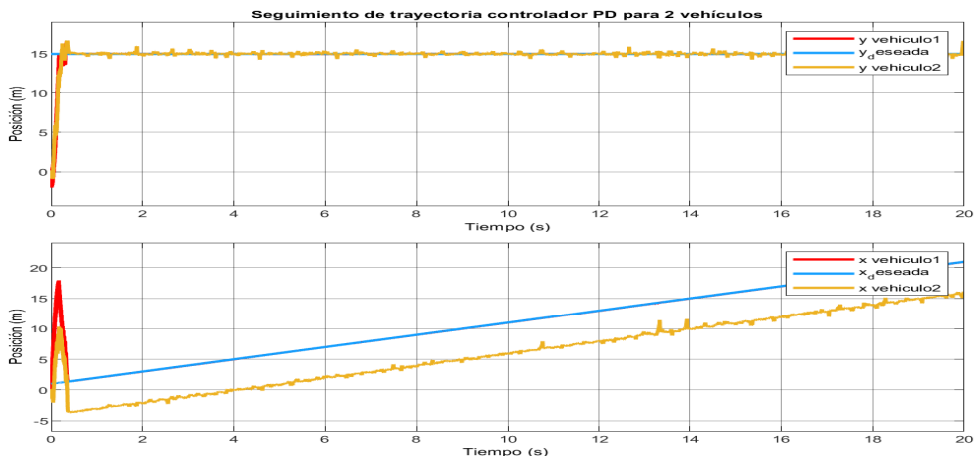


Figura 4.3: Trayectorias obtenidas en las dinámicas  $x$  y  $y$  a partir de la aplicación de un controlador PD a dos vehículos, manteniendo una distancia de seguridad entre los vehículos a lo largo de  $x$  y siguiendo una trayectoria constante a lo largo de  $y$ .

La Figura 4.3 muestra las simulaciones correspondientes a las dinámicas  $x$  y  $y$ , en las que se puede observar que los dos vehículos tardan aproximadamente  $0.4s$  en llegar a la referencia deseada, además en la segunda dinámica simulada, se puede observar la distancia que existe entre los vehículos, la cual es de  $5m$ , también se puede observar que la trayectoria del segundo vehículo presenta ruido o pequeñas oscilaciones, esto debe

acarreo que existe en el error, que tiende a incrementar conforme se aumenta el número de vehículos, ya que nuestros vehículos pertenecen a un sistema en el cual los valores generados por uno son enviados al vehículo siguiente para que este pueda compensar lo necesario para mantener su distancia definida, si no se compensa esto genera un efecto llamado acordeón el cual amplifica el error conforme se agregan más unidades, además a simple vista pareciera que los vehículos impactan entre sí en los primeros segundos de la simulación, sin embargo aplicando un zoom a la simulación en nuestra zona de interés, se puede observar claramente que esto no sucede, como se muestra en la Figura 4.4.

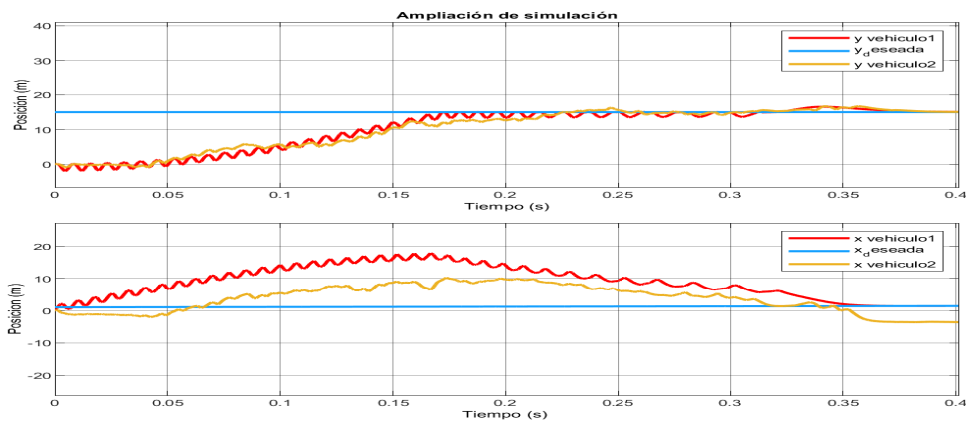


Figura 4.4: Zoom aplicado a la simulación de la Figura 4.3, usado para observar el espaciado entre los vehículos

Además se realizó una simulación usando una señal senoidal como referencia para el eje  $y$ , mantuvo la misma distancia entre vehículos, la cual es de  $5m$ , esto permite que los vehículos avancen en una trayectoria recta mientras que van zigzagueando a lo largo del eje  $x$ , como se muestra en la Figura 4.5



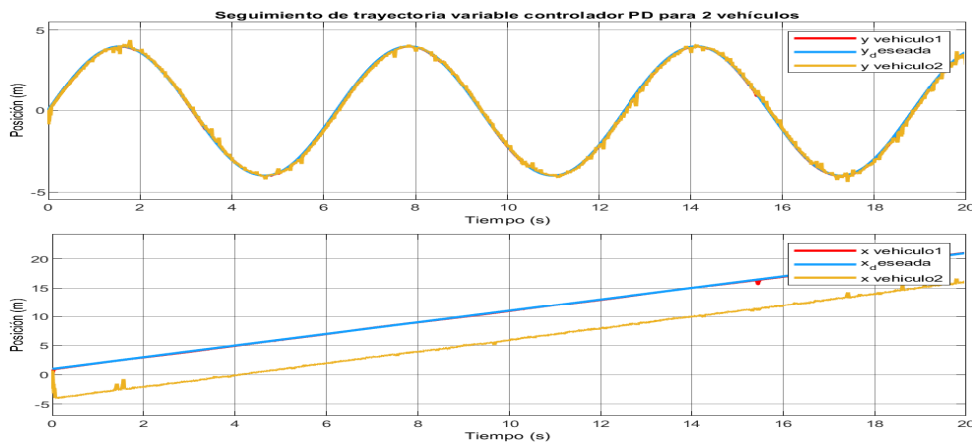


Figura 4.5: Trayectorias obtenidas en las dinámicas  $x$  y  $y$  a partir de la aplicación de un controlador PD a dos vehículos, manteniendo una distancia de seguridad entre los vehículos a lo largo de  $x$  y siguiendo una trayectoria variable a lo largo de  $y$ .

Como se puede observar en la Figura 4.5, al inicio de nuestra simulación el segundo vehículo, realiza un movimiento en reversa, esto con el objetivo de mantener la ínter distancia previamente definida en el sistema, evitando así una colisión entre ambos vehículos.

Ya obtenida la simulación para dos vehículos se puede realizar para  $n$  vehículos, como se puede mostrar en la Figura 4.6, en la cual se simularon 4 vehículos que están siguiendo la referencia deseada manteniendo una distancia específica entre ellos, la cual se puede elegir específicamente para cada uno de ellos. para esta gráfica se utilizaron dos señales senoidales como referencia.

Para esta simulación las condiciones iniciales cambiaron para cada vehículo, ya que considerando el sistema de manera realista los 4 vehículos no se pueden encontrar físicamente en un mismo punto en un plano, además los puntos de inicio de cada vehículo se eligieron aleatoriamente únicamente para el eje  $x$  ya que para el eje  $y$  el objetivo es que sigan la misma posición, esto se realizó con la finalidad de observar como nuestro controlador compensa a cada uno para llegar a su posición deseada.

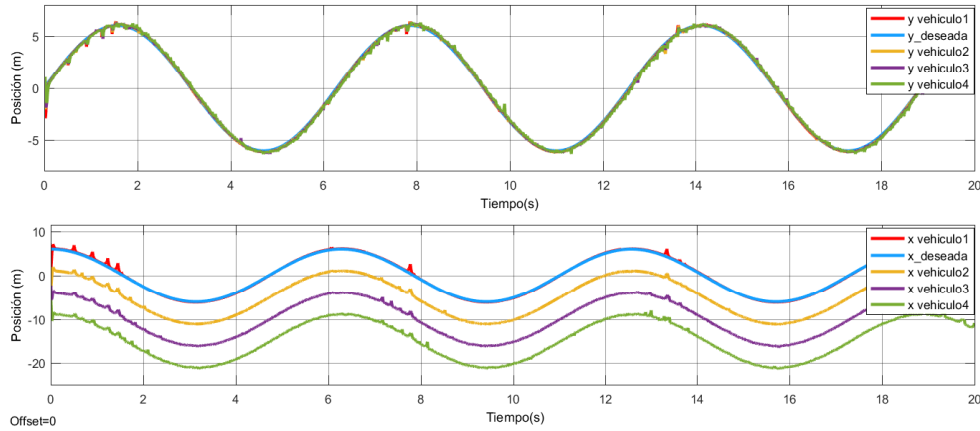


Figura 4.6: Trayectorias obtenidas a partir de la aplicación de un controlador PD a cuatro vehículos, siguiendo como referencia una trayectoria circular, expresada en sus componentes  $x$  y  $y$

a diferencia de la simulación anterior, para esta se utilizó una rampa como señal de referencia, la cual permite que los vehículos avancen y se mantenga en formación, manteniendo la distancia entre ellos, constante.

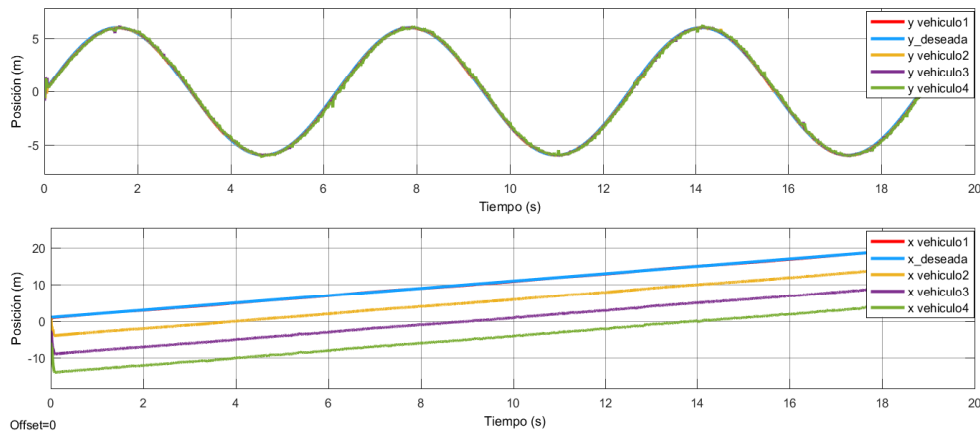


Figura 4.7: Trayectorias obtenidas de cuatro vehículos, a partir del uso de un Controlador PD para las dinámicas  $x$  y  $y$ , tomando como referencia una señal constante para  $x$  y una señal variable para  $y$

Vistas nuestras gráficas en  $2D$  se puede observar como los vehículos mantienen su distancia, a pesar de que conforme aumenta el número de vehículos, la exactitud con la que estas siguen la trayectoria va disminuyendo, como se puede observar en la Figura 4.8, además

estos empezaron con condiciones iniciales diferentes, ya que físicamente los vehículos no pueden partir del mismo punto, cada uno inicia a una distancia de 5 metros cada uno y mantienen esta misma distancia hasta el final de la simulación.

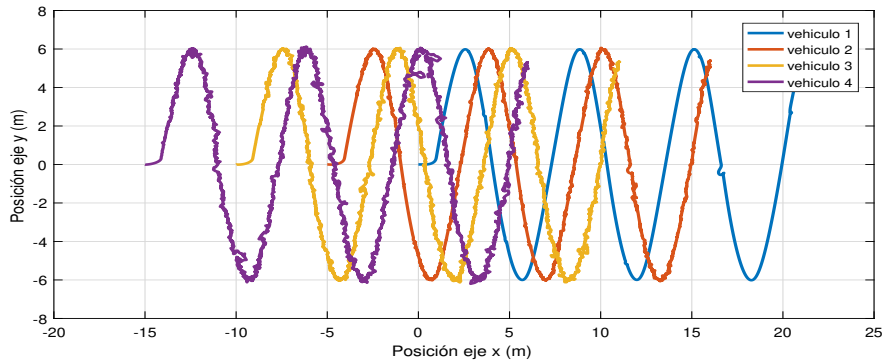


Figura 4.8: Representación de las trayectorias obtenidas en la Figura 4.7, en un plano  $xy$

Después de obtenidas las simulaciones necesarias con el modelo lateral, se presentarán las correspondientes simulaciones del modelo longitudinal de cada uno de los vehículos y se ajustarán las ganancias necesarias para obtener los resultados deseados.

La siguiente Tabla presenta los parámetros utilizados para cada una de las simulaciones realizadas con el modelo lateral.

Parámetros de simulación							
	Simulación 1	Simulación 2		Simulación 3			
	V1	V1	V2	V1	V2	V3	V4
Kp_x	60.5	60.5	161	60.5	161	161	161
Kd_xp	0.0198	0.0198	0.019801	0.0198	0.019801	0.019801	0.019801
Kp_psi	4.4588	4.4588	6.4588	4.4588	6.4588	6.4588	6.4588
Masa	4 kg						
Gravedad	9.81 m/s <sup>2</sup>						
Longitud	.38 m						
Densidad aire	1.255						
Coef. arrastre	.35						

A continuación se presentaran los resultados obtenidos para el modelo longitudinal, el cual se comenzó con un vehículo, este debe seguir la referencia deseada, que está dada por una rampa, simulando ser un vehículo al cual tiene que seguir, el vehículo está siendo controlado de igual manera que en el modelo lateral, mediante un PD.

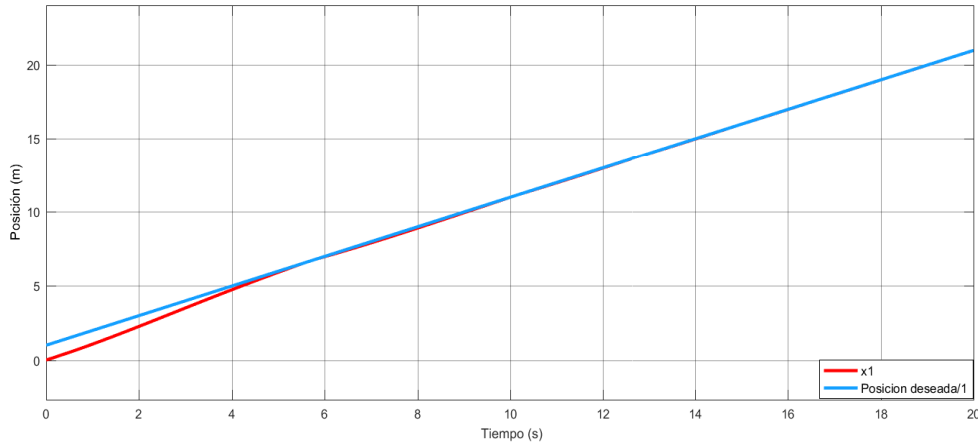


Figura 4.9: Trayectoria obtenida de la dinámica  $x$  haciendo uso de un controlador PD aplicado al modelo longitudinal de un vehículo

a diferencia del modelo lateral, el modelo longitudinal busca únicamente representar el desplazamiento lineal del vehículo, que se da a lo largo del eje  $x$ , para esto se hace uso de la aceleración, que estará dada en términos de la velocidad del vehículo y la velocidad del viento, que para fines prácticos se considero como 0, esta es la aceleración que deberá aplicar el vehículo para llegar a la referencia deseada, esto no incluye el desplazamiento a lo largo del eje  $y$ .

Para esta simulación las condiciones iniciales ahora se aplican a la velocidad inicial del sistema, el cual tiene un valor de 1, nuestro objetivo era únicamente elegir un valor diferente de 0, ya que de elegirlo así hace que nuestro sistema se indetermina, lo que hace que falle, logrando así que el sistema nunca llegue a la referencia deseada

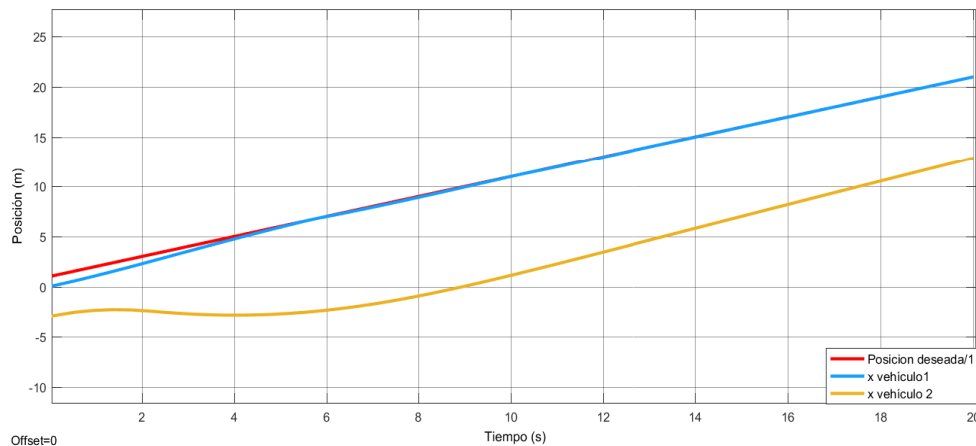


Figura 4.10: Trayectorias obtenidas de la dinámica  $x$  haciendo uso de un controlador PD aplicado al modelo longitudinal de dos vehículo

En la Figura 4.10 se puede observar que ya cuenta con un segundo vehículo siguiéndolo, a pesar de que tarda en llegar a la referencia, después de 8 s. finalmente mantiene la distancia deseada, para esta simulación el segundo vehículo tiene como condiciones iniciales una velocidad de 1 y una posición inicial de 3 m de distancia del vehículo principal.

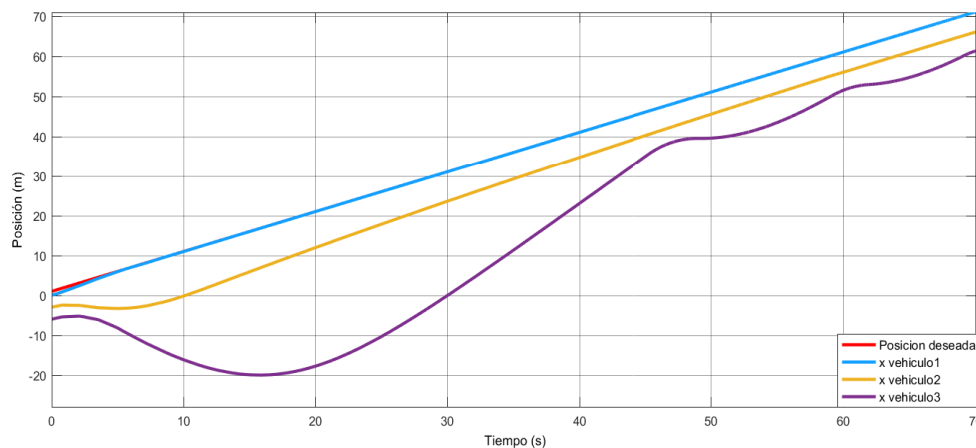


Figura 4.11: Trayectorias obtenidas de la dinámica  $x$  haciendo uso de un controlador PD aplicado a modelo longitudinal de tres vehículos

En comparación con la Figura 4.11, en la cual se puede observar que el tercer vehículo, tarda casi un minuto en llegar a la referencia, además se puede observar como el error incrementa, en comparación con el segundo vehículo, que llega relativamente rápido a su

posición deseada en el pelotón conformado por tres vehículos, para este último vehículo se consideró una velocidad inicial diferente de 0 que para fines prácticos se eligió igual a 1, mientras que para la distancia con respecto del siguiente vehículo fue de 3 m, con el objetivo de observar como nuestro controlador busca llevar al vehículo a la ínter distancia deseada.

Para este modelo matemático se utilizaron los siguientes valores, los cuales serán presentados en la siguiente Tabla

Tabla 4.1: Parámetros de simulación modelo longitudinal

Parámetros de simulación						
	Simulación 1	Simulación 2		Simulación 3		
	V1	V1	V2	V1	V2	V3
Kp_x	0.8	0.8	0.08	0.8	0.08	0.0008
Kd_xp	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	1.015
Gravedad	9.81 m/s <sup>2</sup>					
Masa	4 kg					
Longitud	.38 m					
Densidad aire	1.255					
Coefficiente arrastre	.35					

Se puede observar que las ganancias usadas en cada vehículo, difieren unas de otras, esto debido a que se tuvo que sintonizar cada controlador por separado hasta obtener el mejor resultado, que se ve reflejado en el error mostrado en la Figura 4.12 en la cual se puede apreciar como a medida que aumentamos el número de vehículos el error aumenta y por ende tarda mas tiempo en llegar a cero, en el supuesto de que este llegue, como se puede ver si comparamos el error del vehículo 1 con el error del vehículo 3.

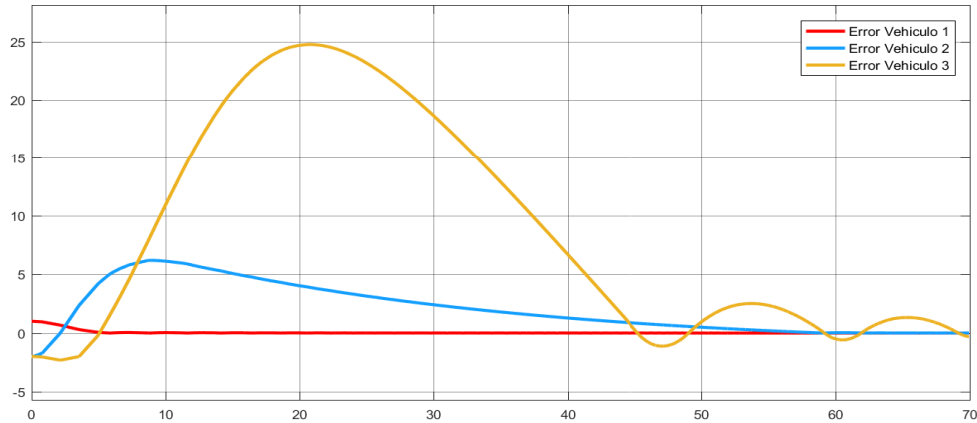


Figura 4.12: Comparativa del error de posición del modelo longitudinal de los vehículos usados en la Figura 4.11

Una vez obtenido el modelo longitudinal, se agrega el modelo dinámico lateral, el cual se encargará de llevar el vehículo a la posición deseada en el eje  $y$ , lo cual se realizará mediante un controlador PD.

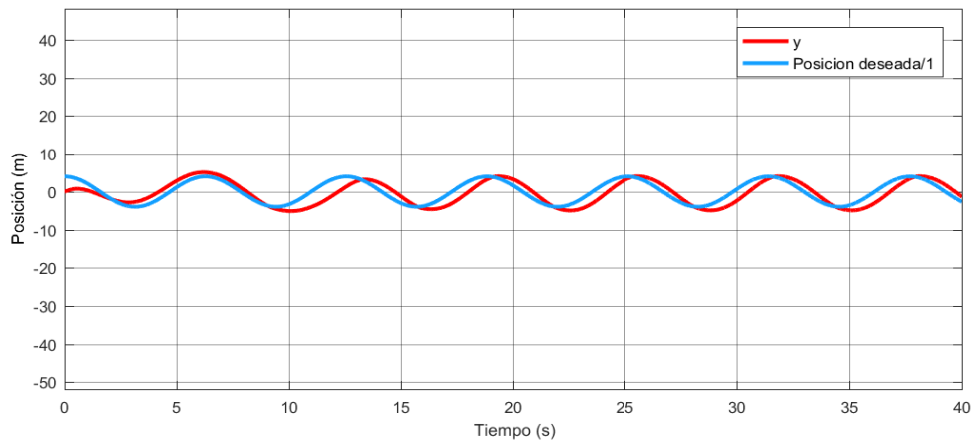


Figura 4.13: Trayectoria de la dinámica en  $y$  obtenida mediante un controlador PD aplicado al modelo dinámico lateral de un vehículo

Ya obtenida la simulación del modelo dinámico lateral, este se incluirá al modelo longitudinal obteniendo la trayectoria del vehículo en un plano  $xy$ , lo que dá como resultado la Figura 4.14

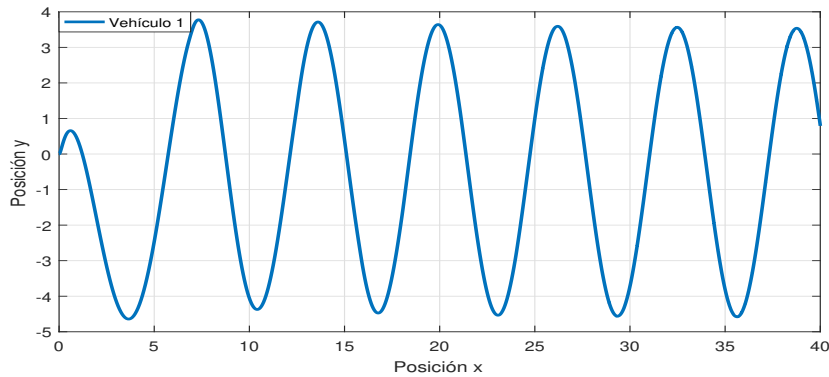


Figura 4.14: Representación gráfica del desplazamiento de un vehículo a lo largo del plano  $xy$ , usando un controlador PD para las dinámicas lateral y longitudinal

Para finalizar se agregarán más vehículos a la simulación, esto con el fin de ver el comportamiento que tiene cada uno de ellos y como se ven afectados por el error que van acarreando, a medida que incrementa el número de vehículos.

Como se puede observar en la Figura 4.15 los vehículos realizan la trayectoria deseada manteniendo la condición establecida en el control, la cual consiste en mantener una distancia entre vehículo de 5 metros, lo cual genera que la trayectoria sinusoidal para cada uno de los vehículos se muestre desfasada

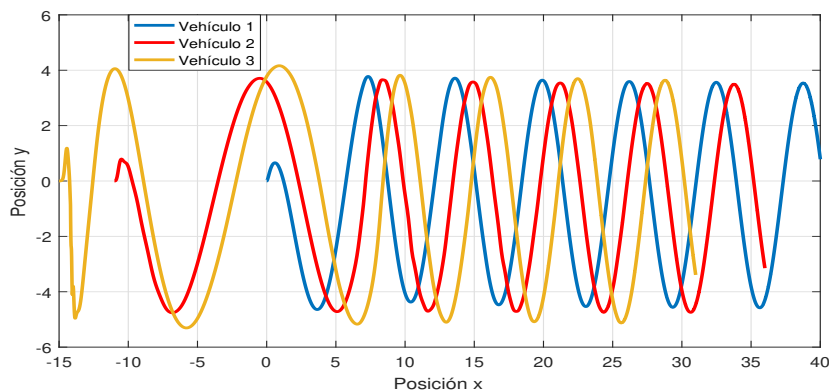


Figura 4.15: Formación de tres vehículos, con condiciones iniciales diferentes en un plano  $xy$ , obtenidas a través del uso de un controlador PD utilizado en cada una de las dinámicas de los vehículos



Para dichas simulaciones se usaron las mismas condiciones iniciales utilizadas para cada vehículo en el modelo longitudinal, mientras que para el modelo lateral, las condiciones iniciales de todos los vehículos fue igual a 0 ya que físicamente los vehículos no se encuentran en el mismo punto a lo largo del eje  $x$ , por lo tanto, esto les permite ocupar la misma posición en el eje  $y$ , además se utilizaron los siguientes parámetros y ganancias para cada uno de los vehículos y sus respectivos controladores.

Tabla 4.2: Parámetros de simulación modelo dinámico lateral

Parámetros de simulacion			
	Simulación		
	V1	V2	V3
Kp_y	2.85	20	4.549558
Kd_yp	4.4	3.4	0.91
Kp_psi	0.0001	0.0003	0.0002
Kd_psi	0.09	0.06	0.01
Masa	4 kg		
Gravedad	9.81 m/s <sup>2</sup>		
Longitud	.38 m		
Coefficiente de rigidez $C_{af}$	4		
Coefficiente de rigidez $C_{ar}$	3		

La Figura 4.16 muestra los errores de seguimiento de posición del vehículo a lo largo del eje  $x$ , se puede observar que el error tiende a cero, lo cual nos indica que el controlador está realizando correctamente su función, que consiste en converger a sus respectivas trayectorias deseadas.

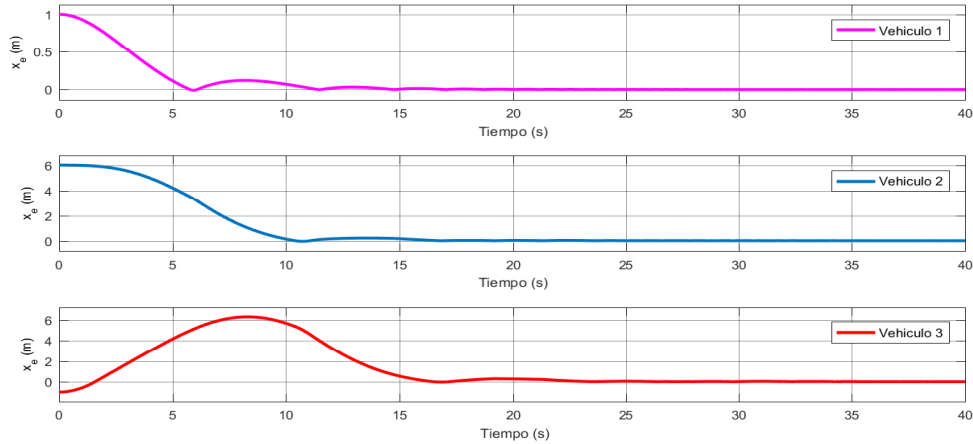


Figura 4.16: Error de seguimiento de trayectoria a lo largo de  $x$  de los vehículos

mientras que la Figura 4.17 muestra error de seguimiento de posición a lo largo del eje  $y$ , se puede observar que a pesar de que el error no se vuelve cero, se mantiene con valores muy cercanos a cero.

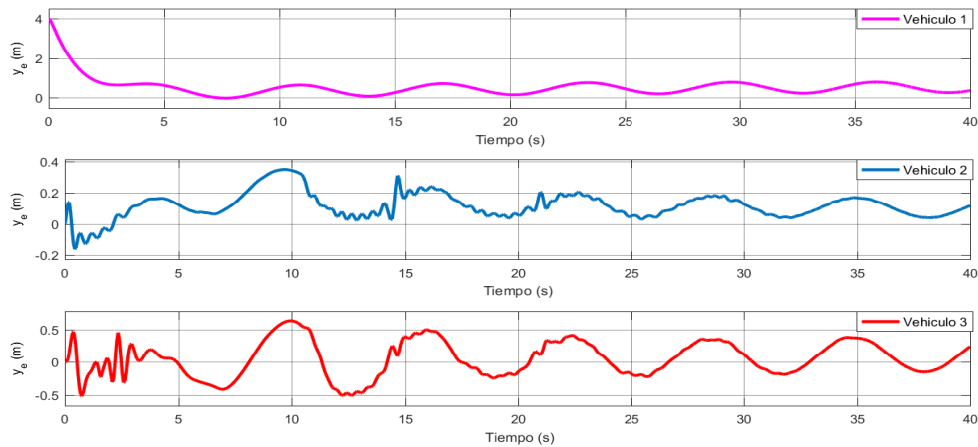


Figura 4.17: Error de seguimiento de trayectoria a lo largo de  $y$  de los vehículos

Lo cual nos dice que el controlador del modelo dinámico lateral está cumpliendo con su función, que si bien no cumple con ella a la perfección, esto nos permite decir que el sistema es marginalmente estable, ya que si bien el error del sistema no tiende a cero, se mantiene acotado a lo largo de sus trayectorias, es decir el error no decae ni crece y tiende a mantenerse constante cuando el tiempo tiende a infinito nos permite obtener resultados favorables, esto se debe a que este modelo depende de parámetros obtenidos a

partir del modelo longitudinal de cada vehículo, por lo tanto si el modelo longitudinal esta acarreado un error y este aumenta conforme aumenta el numero de vehículos, el error del modelo lateral aumentara también.

---



---

## Capítulo 5

# Conclusiones y Trabajo Futuro

---

En este capítulo se tratará de los resultados obtenidos a partir de las simulaciones realizadas, así como del trabajo realizado en la plataforma experimental, así como el rumbo que se espera tome el proyecto para futuras generaciones, sirviendo también como punto de partida para trabajos de doctorado.

En esta tesis se diseñaron y se implementaron leyes de control basadas en la tecnología del platooning a los modelos laterales y longitudinales de un vehículo terrestre, buscando integrar estos dos modelos, en un solo sistema, que permitiera realizar seguimientos de trayectorias en líneas rectas y rotondas, así mismo se instrumentó una plataforma experimental, en la cual se le montaron sensores que permitieran mantener una orientación, así como también una posición y una velocidad deseada, obteniendo resultados positivos en dicha integración, todo esto para la parte teórico-práctica.

Mientras que en las pruebas experimentales se hizo uso de simulaciones, estas fueron realizadas en el software Matlab-Simulink, a partir de dichas simulaciones se obtuvieron resultados positivos, ya que se logró generar una ley de control en la cual se pudo incluir tanto la dinámica longitudinal, como la lateral, permitiéndonos acercarnos cada vez más a un modelo real de un vehículo o de una serie de vehículos, aunque para obtener un resultado mas preciso, consideró importante se amplié el campo de investigación de los vehículos terrestres en el laboratorio, ya que hay parámetros del modelo que son difíciles de obtener de manera teórica, y además, estos son muy importantes para el modelo y cambian, dependiendo del diseño del vehículo, los materiales con los que está construido,

el tipo de neumáticos que usa, todos estos son parámetros que se pueden obtener a partir de análisis experimentales, el controlador utilizado en este trabajo se basó en un PD, en el cual consistía en integrar los modelos lateral y longitudinal en un mismo sistema, permitiendo una mayor autonomía en los vehículos y los resultados obtenidos fueron positivos para cada uno de ellos, a pesar de que el error que acarrearba cada uno de ellos iba aumentando conforme aumentaba el número de vehículos, estos lograron mantener la distancia ínter vehicular entre cada uno de ellos, de igual manera cada uno siguió la ruta que su predecesor realizó, aunque para este trabajo se hizo uso de un máximo de 3 vehículos, sería importante aumentar su número para observar hasta que punto el sistema cuenta con estabilidad en cadena y a partir de que condiciones, que cantidad de vehículos, el sistema se vuelve inestable.

## 5.1. Trabajo Futuro

En esta sección se plantearán los posibles rumbos que pueda tener el proyecto y los cuales se considera que son importantes, para obtener mayores resultados y con esto beneficiar al laboratorio.

Como primera instancia la plataforma quedó inconclusa, esto debido a la falta de materiales, así como la situación generada por la pandemia de SARS COV 2, ya que esto impidió se siguiera trabajando en el laboratorio, y por tanto en la plataforma misma, por lo cual se considera que es de suma importancia continuar con los siguientes puntos.

- Completar la plataforma experimental.
  - Realizar pruebas en la plataforma experimental
  - Implementar diferentes tipos de distancias ínter vehiculares y observar el comportamiento con cada una de ellas.
  - Introducir perturbaciones al sistema, para observar el comportamiento del sistema ante perturbaciones externas, las cuales podrían simular las condiciones climáticas como el aire o el tipo de piso por el cual se circula.
-

- Implementar un estimador, esto con la finalidad de predecir y compensar las perturbaciones antes mencionadas.
- Implementar diferentes leyes de control y determinar cual es la que presenta mejores resultados.
- Mejorar la plataforma, así como los periféricos con los que esta cuenta, esto con la finalidad de poder realizar experimentos en diferentes ambientes.

Considero es muy importante realizar las pruebas experimentales ya que estas permitirán confirmar o refutar los resultado obtenidos en este trabajo, ya que una simulación se realiza sobre un modelo ideal y hasta cierto punto se tiene control de las condiciones iniciales, así como de un ambiente controlado, por lo cual creo es pertinente se continué con el trabajo, teniendo como objetivo a largo plazo realizar las pruebas en vehículos de tamaño real, que a mi parecer es una prueba que se debe realizar con extrema precaución, además de contar con un historial de pruebas exitosas realizadas a plataformas en miniatura, plataformas experimentales o en ambientes controladas, ya que realizar estas pruebas en vehículos reales puede ocasionar graves accidentes, e incluso perdidas humanas.

---





# Appendices



# Construcción de la plataforma

---

## Plataforma

Para el desarrollo del proyecto se utilizó un vehículo *Basher Nitro Circus* el cual es un modelo a escala 1/8 basado en un monster truck (4WD), lo que significa que cuenta con tracción en las cuatro ruedas 1.



Figura 1: Vehículo a escala 1/8 RC Marca Nitro Circus

A la plataforma se le adaptaron los componentes necesarios para su programación, como lo son el controlador de vuelo *Pixhawk*, la tarjeta de procesamiento *ODROID UX4* con una capacidad de 64GB y un sistema operativo *Linux*, dicha tarjeta se conectó al *Pixhawk* mediante una conexión serial, mientras que para el censado se utilizaron, un *RPLIDAR 360* que permita detectar objetos que se interpongan en su camino, así como obtener la distancia que existe entre la plataforma y el vehículo líder, otorgándole una mayor robustez

ante incertidumbres. Para su geolocalización se hará uso del sistema de posicionamiento

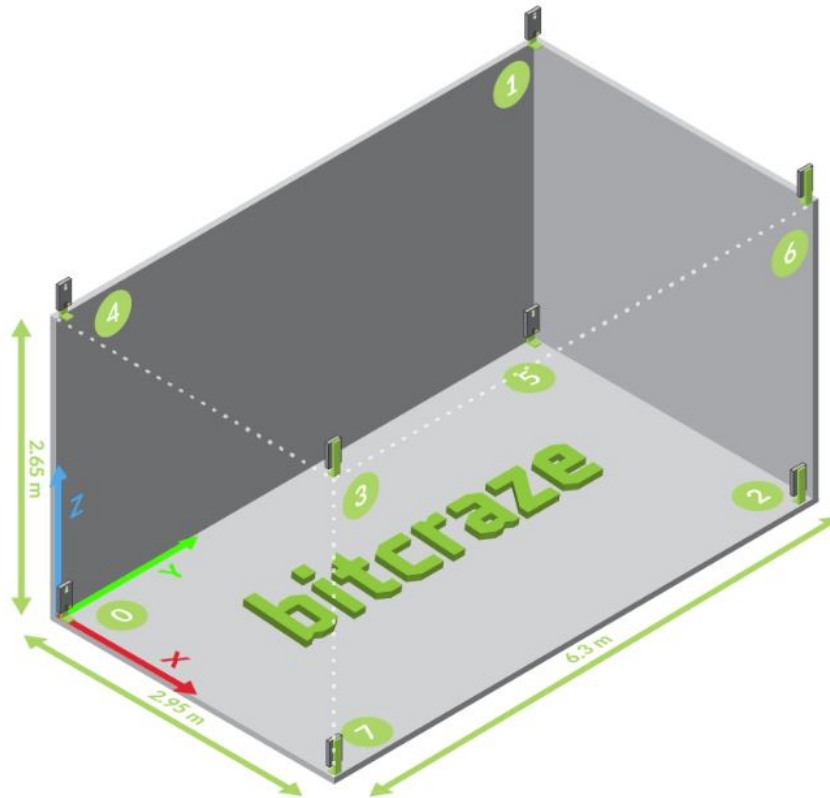


Figura 2: Sistema de posicionamiento *Bitcraze*

*Bitcraze* el cual es un sistema de posicionamiento local que se utiliza para encontrar la posición en 3D absoluto de los objetos en el espacio. Es en muchos sentidos similar a un sistema *GPS*, dicho sistema consiste en una serie de sensores (Anclas) ubicadas en un espacio cerrado, así como un sensor (nodo) montado en la plataforma que enviará mensajes de radio cortos de alta frecuencia, el sistema mide la distancia desde cada ancla a cada nodo y calcula la posición de los nodos a partir de esta información, una de las ventajas de usar este tipo de sistemas es que los datos necesarios para calcular la posición está disponible en el nodo lo cual permite la estimación de la posición a bordo del vehículo, a diferencia de otros sistemas que requieren de una computadora externa para poder calcular la posición, los cuales se adaptaron al vehículo sobre una placa de aluminio, como se muestra en la Figura 3.



Figura 3: Carcasa de aluminio

además dicha placa también tiene la función de carcasa para el vehículo, la cual protege a los dispositivos mas sensibles de los impactos, la cual se recubrió con unas capas de primer, así como también pintura automotriz, esto para evitar que los componentes que no cuentan con carcasa pudieran ocasionar un corto circuito debido a que el material usado para esta es un buen conductor, como se muestra en la Figura



Figura 4: Carcasa de aluminio recubierta con pintura automotriz

para la comunicación se utilizaron tarjetas de comunicación de la marca *X-bee* las cuales se colocaron en cada uno de los vehículos, conectadas mediante *Usb* a la tarjeta *ODROID*

---



Figura 5: Modelo Ensamblado

El sistema sera alimentado por dos baterías de 4 celdas con un voltaje nominal de 11.1 V. y 4 A. cada una, las cuales fueron conectadas en paralelo, a dicha conexión se le agregó un interruptor de emergencia.

## Vehículo líder

Debido a que el vehículo líder se consideró para su manejo manual y no autónomo, se optó por implementarlo al mínimo, por lo cual solo contará con el controlador de vuelo, así como la tarjeta de comunicación y el nodo que permita su ubicación tridimensional.



Figura 6: Vehículo líder

# Bibliografía

---

- [1] RAJESH RAJAMANI *Vehicle Dynamics and control*, Springer, USA, 2012
- [2] JI-WOOK KWON, DONGKYOUNG CHWA *Adaptative Bidirectional Platoon Control Using a Coupled Slidin Modo Control Method*, IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., vol. 15, no. 5, pp. 2040-2048, Oct. 2014
- [3] CHANG K., DEVLIN P., SHAIKHBAHAI A., VARAIYA P., J. K., OLDS J. *Experimentation with a vehicle platoon control system. In vehicle Navigation and Information Systems Conference*, IEEE, vol. 2, pp. 1117-1123, 1991.
- [4] NAIRA HOVAKIMYAN, CHENGYU CAO *Adaptive Control Theory, Guaranteed Robustness with fast adaptation*, SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, 2010.
- [5] KUMPATI S. NARENDRA, ANURADHA M. ANNASWAMY *Stable Adaptive Systems*, Department of Mechanical Engineering Massachusetts Institute of Technology, Prentice Hall, 1989.
- [6] VOLVO, 28 JUNIO 2018.[EN LÍNEA] *Volvo Trucks and FedEx demonstrate Truck Platooning*, <https://www.volvogroup.com/en-en/news/2018/jun/news-2971141.html>
- [7] SCANIA, 8 DICIEMBRE 2015.[EN LÍNEA] *Platooning saves up to 12 percent fuel*, <https://www.scania.com/group/en/platooning-saves-up-to-12-percent-fuel/>
- [8] WANG D., QI F. *Trayectory planning for a four wheel steering vehicle*, Proceedings of the 2001 IEEE International Conference of Robotics and Automation, Seoul Korea, May 2001.

- 
- [9] GUO G., YUE W., *Autonomous platoon control allowing range- limited sensors*, IEEE Trans. on Vehic. Tech, pp. 2901-2912, 2012.
- [10] SHEIKHOESLAM S, DESOER C. A. *Longitudinal control of a platoon of vehicles*, American Control Conference, IEEE, pp. 291-296, May 1990.
- [11] GEHRING O., FRITZ H. *Practical results of a longitudinal control concept for truck platooning with vehicle to vehicle communication.*, In Proceedings of Conference on Intelligent Transportation Systems, IEEE, pp. 117-122, Nov. 1989.
- [12] NEXOTRANS, 27 SEPTIEMBRE 2017.[EN LÍNEA] *Daimler prueba el platooning en Estados Unidos*, <http://www.nexotrans.com/noticia/87864/NEXOTRANS/Daimler-prueba-el-platooning-en-Estados-Unidos.html>
- [13] ANTENA3, SEPTIEMBRE 2019.[EN LÍNEA] *Regla del cuadrado que puede evitar multas*, [https://www.antena3.com/noticias/sociedad/regla-cuadrado-que-puede-evitarte-multa-carretera\\_201909105d77840e0cf2339485393f62.html](https://www.antena3.com/noticias/sociedad/regla-cuadrado-que-puede-evitarte-multa-carretera_201909105d77840e0cf2339485393f62.html)
- [14] ABC REPORTAJES, AGOSTO 2019.[EN LÍNEA] *Regla del Cuadrado*, [https://www.abc.es/motor/reportajes/abci-regla-cuadrado-truco-para-mantener-distancia-seguridad-y-evitar-accidentes-y-multas-201908140159\\_noticia.html](https://www.abc.es/motor/reportajes/abci-regla-cuadrado-truco-para-mantener-distancia-seguridad-y-evitar-accidentes-y-multas-201908140159_noticia.html)
- [15] AUTONOMOS EN RUTA, 19 JUNIO 2013.[EN LÍNEA] *La comisión quiere camiones más aerodinámicos*, <https://www.autonomosenruta.com/transporte-mercancias/sector/1411-comision-europea-y-aerodinamica>
- [16] INEGI, 2019.[EN LÍNEA] *Accidentes de tránsito terrestres en zonas urbanas y suburbanas*, [https://www.inegi.org.mx/sistemas/olap/consulta/general\\_ver4/MDXQueryDatos.asp?proy=](https://www.inegi.org.mx/sistemas/olap/consulta/general_ver4/MDXQueryDatos.asp?proy=)
- [17] ALAN ALI, GATAN GARCIA, PHILIPPE MARTINET *Safe highways platooning with minimized inter-vehicle distances of the time headway policy*, American Control Conference, IEEE, pp. 291-296, May 1990.
- [18] ALAN ALI, GATAN GARCIA, PHILIPPE MARTINET *Safe highways platooning with minimized inter-vehicle distances of the time headway policy*, Conference IROS13 workshop PPINV13, Nov. 2013.
-



- [19] ALAN ALI, GATAN GARCIA, PHILIPPE MARTINET *Minimizing the inter-vehicle distances of the time headway policy for urban platoon control with decoupled longitudinal and lateral control*, In Proceedings of Conference on Intelligent Transportation Systems(ITSC 2013), IEEE, Oct. 2013.
  - [20] KATSUHIKO OGATA *Ingeniería de control moderna*, Pearson, Madrid, 2010
  - [21] ALAN V. OPPENHEIM, RONALD W. SCHAFFER *Tratamiento de señales en tiempo discreto*, Pearson, Madrid, 2011
  - [22] HASSAN K. KHALIL *Nonlinear Control*, Pearson, England, 2015
  - [23] LENTIN JOSEPH *Learning Robotics Using Python*, Packt
  - [24] JASON M. O'KANE *A Gentle Introduction to ROS*, CSE, Columbia, 2018
  - [25] SHEIKHOESLAM S, DESOER C. A. *Longitudinal control of a platoon of vehicles with no Communication of Lead Vehicle Information: A System Level Study*, Transactions on Vehicular Technology, IEEE, Vol. 42, Nov 1993.
-