



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

UNIDAD ZACATENCO

Programa:

Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina

**Diseño, Construcción, Modelado y Control de un  
Exoesqueleto para la Amplificación de Fuerza.**

**T E S I S**

Que presenta

**Fermín Castillo Anaya**

Para obtener el grado de

**Doctor en Ciencias**

En

Sistemas Autónomos de Navegación Aérea y Submarina

Directores de Tesis:

Dr. Jesús Ricardo López Gutiérrez

Dr. Antonio Osorio Cordero

Ciudad de México

2021.

# Agradecimientos

---

A mi Madre que es el ser más maravilloso del mundo, gracias por el apoyo moral su cariño y comprensión que desde siempre me ha brindado, por guiarme en mi camino y estar junto a mí en los momentos más difíciles.

A mi Padre porque ha sido para mí un hombre grande y maravilloso y que siempre he admirado, gracias por guiar mi vida con energía, a mis hermanos como un testimonio de gratitud y correspondiendo al esfuerzo y apoyo recibido.

A mi esposa Monica Tovar, que siempre me da ánimo de seguir adelante ante toda adversidad y me levanta de cada tropiezo gracias, te amo con todo mi corazón.

Agradezco al Dr. Rogelio Lozano Leal director de esta tesis de doctorado, por su apoyo en investigación, publicación de artículos y estancia de investigación en Francia.

Al Dr. Sergio Rosario Salazar Cruz, director académico del laboratorio UMI-LAFMIA por su gran apoyo que me ha brindado en el trayecto de estos 7 años colaboración.

La gran admiración y gratitud ha mi asesor el Dr. Omar Jacobo Santos Sanchez, que me compartió su gran conocimiento matemático en el área de Control Óptimo para poder aprenderlo y aplicarlo a este trabajo presentado.

Con respeto y afecto a mi asesor el Dr. Jesús Ricargo López Gutiérrez, por transmitir su conocimiento de mecánica, diseño y control para el desarrollo de este exoesqueleto.

A mi asesor el Dr. Antonio Osorio Cordero por compartir su gran conocimiento en el área de matemática, inglés y redacción de artículos.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por brindarme el apoyo económico necesario para poder concluir mis estudios de Doctorado.

Al Centro de Investigación y de Estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional por su apoyo en los eventos de Ciencia y Tecnología en los que he participado.

Con afecto a mis amigos del Laboratorio UMILAFMIA.

# Resumen

---

En esta tesis se presenta el diseño, construcción, instrumentación y control de un exoesqueleto para amplificar la fuerza de miembros superiores e inferiores del humano, ésto se realizará sin perder el control natural del movimiento del cuerpo humano. El exoesqueleto se encuentra en paralelo a las articulaciones correspondientes al codo, hombro, cadera, rodilla y tobillo. El exoesqueleto posee 7 grados de libertad del lado derecho y del lado izquierdo. El modelo dinámico que describe el movimiento de flexión y extensión en las articulaciones del exoesqueleto se encuentra expuesto en esta tesis.

El diseño mecánico de dicho exoesqueleto es adaptable, lo cual le permite ajustarse a un rango de personas. Este diseño se realizó con la ayuda del software SolidWorks, el cual nos permite realizar cálculos de esfuerzos y simular la estructura del exoesqueleto bajo condiciones muy similares a las reales. El proceso de construcción de la plataforma experimental se realizó en el taller del laboratorio UMI-LAFMIA.

La instrumentación del exoesqueleto consiste en dos tipos de actuadores, motores lineales y pistones neumáticos. En la articulación del codo se combinan los dos actuadores realizando un movimiento antagonista asistiendo al bíceps y tríceps del cuerpo humano. Las articulaciones restantes solo tienen un motor lineal como actuador. También cuenta con sensores para determinar la posición angular de cada articulación en el exoesqueleto. La interacción del humano con el exoesqueleto se transmite mediante sensores calibrados para determinar la posición en cada articulación.

Para el control del exoesqueleto se propone un Ley de control PD y de control Sub-Óptimo. Se presentan pruebas experimentales y de simulación.

# Abstract

---

This thesis presents the design, construction, instrumentation and control of an exoskeleton to amplify the strength of the upper and lower limbs of the human, this will be done without losing the natural control of the movement of the human body. The exoskeleton is located parallel to the joints corresponding to the elbow, shoulder, hip, knee and ankle. The exoskeleton has 7 degrees of freedom on the right side and on the left side. The dynamic model that describes the flexion and extension movement in the exoskeleton joints is exposed in this thesis.

The mechanical design of the exoskeleton is adaptable, allowing it to fit a range of people. This design was made with the help of SolidWorks software, which allows us to perform stress calculations and simulate the structure of the exoskeleton under conditions very similar to real ones. The construction process of the experimental platform was carried out in the workshop of the UMI-LAFMIA laboratory.

The exoskeleton instrumentation consists of two types of actuators, linear motors and pneumatic pistons. In the elbow joint, the two actuators are combined performing an antagonistic movement assisting the biceps and triceps of the human body. The remaining joints only have a linear motor as an actuator. It also has sensors to determine the angular position of each joint on the exoskeleton. The interaction of the human with the exoskeleton is transmitted by calibrated sensors to determine the position in each joint.

For the control of the exoskeleton, a PD control and suboptimal control law is proposed. Experimental and simulation tests are presented.

# Índice general

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>II</b>
<b>Resumen</b>	<b>IV</b>
<b>Abstract</b>	<b>V</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>VII</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>VIII</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.3. Justificación . . . . .	2
1.4. Objetivo General . . . . .	3
1.4.1. Objetivos Particulares . . . . .	3
1.5. Estado del Arte . . . . .	4
1.5.1. Exoesqueletos de amplificación de fuerza . . . . .	5
1.5.2. Exoesqueletos de rehabilitación . . . . .	7
<b>2. ANATOMÍA Y BIOMECÁNICA DEL CUERPO HUMANO.</b>	<b>9</b>
2.1. Anatomía de miembros superiores e inferiores . . . . .	9
2.1.1. Articulaciones sinoviales . . . . .	10
2.1.2. Movimientos en las articulación sinoviales . . . . .	12
2.1.3. Articulación del Codo . . . . .	13
2.1.4. Articulación del Hombro . . . . .	14

2.1.5.	Articulación de la Cadera . . . . .	15
2.1.6.	Articulación de la Rodilla . . . . .	16
2.2.	Biomecánica de miembros superiores e inferiores . . . . .	18
2.2.1.	Biomecánica del Codo. . . . .	19
2.2.2.	Biomecánica del Hombro. . . . .	20
2.2.3.	Biomecánica de la Cadera. . . . .	21
2.2.4.	Biomecánica de la Rodilla. . . . .	22
2.2.5.	Biomecánica del ciclo de marcha humana. . . . .	23
2.3.	Conclusión . . . . .	26
<b>3.</b>	<b>DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL EXOESQUELETO</b>	<b>27</b>
3.0.1.	Diseño de la articulación del Codo . . . . .	28
3.0.2.	Diseño de la articulación del hombro . . . . .	29
3.0.3.	Diseño de la articulación de la cadera . . . . .	30
3.0.4.	Diseño de la articulación de la rodilla . . . . .	31
3.0.5.	Diseño de la articulación del tobillo . . . . .	31
3.1.	Análisis de esfuerzo en el diseño . . . . .	32
3.1.1.	Simulación de esfuerzo en miembros superiores . . . . .	32
3.1.2.	Simulación de esfuerzo en la columna . . . . .	32
3.2.	Construcción del exoesqueleto . . . . .	33
3.2.1.	Maquinado y ensamblado de los miembros superiores . . . . .	33
3.2.2.	Maquinado y ensamblado de los miembros inferiores . . . . .	35
3.3.	Conclusión . . . . .	37
<b>4.</b>	<b>INSTRUMENTACIÓN DEL EXOESQUELETO</b>	<b>38</b>
4.1.	Instrumentación del sistema electrónico . . . . .	38
4.1.1.	Sensores y actuadores del exoesqueleto . . . . .	38
4.2.	Instrumentación del sistema neumático . . . . .	43
4.2.1.	Actuadores neumáticos . . . . .	43
4.2.2.	Simulación del sistema neumático . . . . .	44
4.2.3.	Sistema híbrido . . . . .	45
4.3.	Conclusiones . . . . .	45

<b>5. MODELADO MATEMÁTICO</b>	<b>46</b>
5.1. Modelo dinámico del exoesqueleto . . . . .	47
5.1.1. Posición en las articulaciones del exoesqueleto . . . . .	49
5.1.2. Velocidades en las articulaciones del exoesqueleto . . . . .	49
5.1.3. Magnitudes de las velocidades del exoesqueleto . . . . .	50
5.1.4. Energía cinética . . . . .	51
5.1.5. Energía Potencial . . . . .	53
5.1.6. Matriz de inercia $M(q)$ . . . . .	55
5.1.7. Matriz centrífuga y de coriolis $C(q, \dot{q})$ . . . . .	57
5.1.8. La matriz de fricción . . . . .	61
5.1.9. Vector de gravedad . . . . .	61
5.2. Modelo dinámico en tiempo discreto . . . . .	63
<b>6. CONTROL</b>	<b>64</b>
6.1. Control proporcional derivativo con compensación de la gravedad. . . . .	64
6.2. Control Sub-óptimo . . . . .	65
6.2.1. Optimización de horizonte finito . . . . .	65
6.2.2. Ley de Control Sub-Óptimo . . . . .	68
<b>7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN</b>	<b>75</b>
7.1. Simulación en OpenSim . . . . .	75
7.1.1. ¿Que es OpenSim? . . . . .	75
7.1.2. Comparación de posición al levantar un objeto . . . . .	77
7.1.3. Comparación de posición al caminar (marcha) . . . . .	79
7.1.4. Comparación de fuerzas al cargar un objeto . . . . .	81
7.1.5. Comparación de fuerzas al caminar (marcha) . . . . .	82
7.2. Simulación del control PD+G . . . . .	83
7.3. Simulación del control Sub-Óptimo . . . . .	85
7.4. Conclusiones . . . . .	90
<b>8. Resultados Experimentales</b>	<b>91</b>
8.1. Programación en Labview . . . . .	91
8.1.1. Tarjeta IN myRIO . . . . .	91
8.1.2. Programación de sensores y actuadores . . . . .	92

8.2. Interacción Humano - Exoesqueleto . . . . .	95
8.3. Tarjeta electrónica central . . . . .	99
8.4. Sistema neumático . . . . .	100
8.5. Sistema híbrido . . . . .	101
8.6. Movimientos del exoesqueleto con actuadores . . . . .	102
8.7. Exoesqueleto de aumento de fuerza en la articulación del codo . . . . .	104
8.7.1. Resultados experimentales del control Sub-Óptimo . . . . .	104
8.7.2. Programación del control Sub-Óptimo en LabView . . . . .	109
<b>9. Conclusión</b>	<b>112</b>
<b>10. Anexo A</b>	<b>114</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>126</b>

# Índice de tablas

---

2.1. Movimientos especiales de las articulaciones sinoviales. . . . .	12
2.2. Músculos de la articulación el codo. . . . .	13
2.3. Músculos de la articulación el hombro. . . . .	14
2.4. Músculos de la articulación la cadera . . . . .	15
2.5. Rango de movimiento en cadera. . . . .	21
2.6. Músculos de la articulación el hombro. . . . .	22
5.1. Notación del diagrama de cuerpo libre del exoesqueleto de miembros superiores e inferiores. . . . .	48
7.1. Parámetros del control PD+g. . . . .	84
7.2. Parámetros del control Sub-Óptimo. . . . .	85
8.1. Grados de movimientos en las articulaciones. . . . .	98

# Índice de figuras

---

1.1. Evolución de los exoesqueletos para la amplificación de fuerza. . . . .	4
1.2. Exoesqueletos para amplificación de fuerza. . . . .	5
1.3. Exoesqueletos neumáticos para la amplificación de fuerza. . . . .	6
1.4. Exoesqueletos para caminata . . . . .	6
1.5. XoR con cubierta de seguridad. . . . .	7
1.6. Exoesqueletos de rehabilitarlo. . . . .	7
1.7. Exoesqueleto para la rehabilitación de articulación del codo. . . . .	8
1.8. Exoesqueleto para la rehabilitación en la articulación del hombro. . . . .	8
2.1. Tipos de articulaciones sinoviales. . . . .	11
2.2. Músculos y Limitaciones de la articulación del codo. . . . .	13
2.3. Músculos de la articulación del hombro. . . . .	14
2.4. Músculos de la articulación de la cadera. . . . .	15
2.5. Músculos Grácil. . . . .	16
2.6. Músculos del compartimiento anterior. . . . .	17
2.7. Músculos del compartimiento posterior. . . . .	17
2.8. Tipos de palancas relacionadas con las articulaciones. . . . .	18
2.9. Biomecánica del codo. . . . .	19
2.10. Biomecánica del hombro. . . . .	20
2.11. Biomecánica del codo. . . . .	21
2.12. Biomecánica de la rodilla. . . . .	22
2.13. Ciclo de la marcha humana. . . . .	23
2.14. Estudio cinemático del tobillo en el intervalo 1 de la marcha. . . . .	24
2.15. Estudio cinemático de la rodilla en el intervalo 1 de la marcha. . . . .	24

2.16. Estudio cinemático del tobillo en el intervalo 2 de la marcha. . . . .	25
2.17. Estudio cinemático de la rodilla en el intervalo 2 de la marcha. . . . .	25
2.18. Estudio cinemático de la cadera en el intervalo 2 de la marcha. . . . .	25
2.19. Estudio cinemático de las articulaciones en el intervalo 3 de la marcha. . .	26
3.1. Diagrama de cuerpo libre del sistema híbrido. . . . .	27
3.2. Articulaciones del Exoesqueleto. . . . .	28
3.3. Articulación del codo. . . . .	29
3.4. Articulación del hombro. . . . .	29
3.5. Movimiento de la cadera. . . . .	30
3.6. Articulación de la cadera. . . . .	30
3.7. Articulación de la rodilla. . . . .	31
3.8. Articulación del tobillo. . . . .	31
3.9. Análisis estático del exoesqueleto. . . . .	32
3.10. Análisis estático de la espalda del exoesqueleto. . . . .	32
3.11. Software Solid CAM. . . . .	33
3.12. Piezas de los brazos fabricadas en nylamid. . . . .	34
3.13. Ensamble de los miembros superiores. . . . .	34
3.14. Ensamble de la articulación del hombro. . . . .	34
3.15. Ensamble de la articulación de la cadera. . . . .	35
3.16. Sistema de amortiguamiento y carga. . . . .	35
3.17. Mecanismo de la rodilla y del tobillo. . . . .	36
3.18. Pruebas de carga y de flexión. . . . .	36
3.19. Exoesqueleto de aumento de fuerza. . . . .	37
4.1. Encoder Incremental Yumo E6B2-CWZ3E. . . . .	39
4.2. Módulo Joystick 2 ejes XY. . . . .	39
4.3. Módulo de Presión de Aire. . . . .	40
4.4. Sensor de posición. . . . .	40
4.5. Transistor BJT y Compuerta AND. . . . .	40
4.6. Tarjeta de relevadores . . . . .	41
4.7. Tarjeta central de control . . . . .	41
4.8. Motores lineales. . . . .	42
4.9. Driver de los motores lineales. . . . .	42

4.10. Componentes neumáticos principales. . . . .	43
4.11. Sistema autónomo de aire comprimido. . . . .	44
4.12. Simulación del sistema neumático. . . . .	44
4.13. Sistema híbrido del exoesqueleto. . . . .	45
5.1. Movimiento del codo en el exoesqueleto. . . . .	47
5.2. Diagrama de cuerpo libre del exoesqueleto de miembros superiores e inferiores. . . . .	48
7.1. Modelo musculoesquelético en OpenSim. . . . .	76
7.2. Pantalla principal y ventanas del programa OpenSim. . . . .	76
7.3. Captura de movimientos al levantar un objeto. . . . .	77
7.4. Comparación de posición al levantar un objeto. . . . .	77
7.5. Comparación de posición marcha. . . . .	78
7.6. Captura de movimientos en marcha. . . . .	79
7.7. Comparación de posición al levantar un objeto. . . . .	79
7.8. Comparación de posición marcha. . . . .	80
7.9. Comparación de fuerza en cadera. . . . .	81
7.10. Comparación de fuerza en rodilla. . . . .	81
7.11. Comparación de fuerza en la cadera. . . . .	82
7.12. Comparación de fuerza en la rodilla. . . . .	82
7.13. Diagrama de bloques del control PD+g. . . . .	83
7.14. Simulación del control PD+g. . . . .	84
7.15. Simulación del control Sub-Óptimo. . . . .	85
7.16. Simulación del control Sub-Óptimo en la articulación del codo. . . . .	86
7.17. Simulación del control Sub-Óptimo en la articulación del hombro. . . . .	87
7.18. Simulación del control Sub-Óptimo en la articulación de la cadera. . . . .	88
7.19. Simulación del control Sub-Óptimo en la articulación de la rodilla. . . . .	89
8.1. Pantalla de monitoreo . . . . .	91
8.2. Acceso a la memoria en la tarjeta in myrio. . . . .	92
8.3. Procedimiento para guardar datos. . . . .	92
8.4. Código de visión. . . . .	92
8.5. Programación del sensor de tacto . . . . .	93
8.6. interacción Humano-Exoesqueleto. . . . .	93

8.7. Programación de los motores lineales. . . . .	94
8.8. Programación del sensor de presión de aire. . . . .	94
8.9. Rutina al levantar un objeto. . . . .	95
8.10. Rutina de marcha. . . . .	96
8.11. Rutina de flexión y extensión en el codo. . . . .	97
8.12. Rutina de flexión y extensión en el hombro. . . . .	97
8.13. Calibración de sensores de interacción Humano-Exoesqueleto. . . . .	98
8.14. Circuito electrónico central. . . . .	99
8.15. Circuito electrónico central. . . . .	99
8.16. Sistema neumático conectado. . . . .	100
8.17. Sensores de presión. . . . .	100
8.18. Sensores de presión. . . . .	101
8.19. Pruebas experimentales del sistema Híbrido. . . . .	101
8.20. Miembros Superiores e Inferiores. . . . .	102
8.21. Miembros Superiores e Inferiores con actuadores pasivos. . . . .	103
8.22. Exoesqueleto de aumento de fuerza. . . . .	103
8.23. Prueba 1, flexión y extensión del codo en pasos de un grado. . . . .	104
8.24. Comparación en las articulaciones del codo. . . . .	105
8.25. Prueba 2, flexión y extensión del codo en pasos de 10 grados. . . . .	105
8.26. Prueba 3, flexión y extensión del codo en un solo pasos. . . . .	106
8.27. Prueba 4, flexión y extensión continua. . . . .	106
8.28. Error de posición en articulaciones del codo. . . . .	107
8.29. Rutina de flexión y extensión con PD+g. . . . .	107
8.30. Comparación de controladores. . . . .	108
8.31. Panel de monitoreo en LabView . . . . .	109
8.32. Programación por flujo de datos en LabView . . . . .	110
8.33. Panel de control de la sección 1 y 2. . . . .	111
8.34. Panel de control de la sección 3 y 4. . . . .	111

# INTRODUCCIÓN

---

## 1.1. Motivación

En la actualidad la tecnología se ha visto inmersa en casi todos los campos de trabajo, como el militar, la salud, el ocio, entre otros, siendo la medicina uno de los más beneficiados, debido a que estas tendencias impulsan el desarrollo de herramientas especializadas que facilitan el trabajo del médico y la recuperación de los pacientes. Una de las herramientas que buscan mejorar la calidad de vida en las personas, son los exoesqueletos.

Un exoesqueleto es básicamente una estructura para ser usada sobre el cuerpo humano, que sirve como apoyo y se usa para asistir los movimientos y/o aumentar las capacidades del cuerpo humano.

Los exoesqueletos pueden ser estructuras pasivas o activas, es decir que contengan o no actuadores para el movimiento y por lo tanto necesiten o no un sistema de control asociado al accionamiento de dichos actuadores.

El diseño de estos mecanismos, se concibe con la ayuda de distintas disciplinas como la medicina, la electrónica, la física, la mecánica, etc.

## 1.2. Planteamiento del problema

Actualmente en las industrias grandes como las ensambladoras automotrices y constructoras, el obrero constantemente se encuentra transportando herramienta o materia prima de gran peso.

Esto genera lesiones al cuerpo humano del trabajador. Para tratar de evitar heridas o lesiones físicas y aumentar el rendimiento del trabajador existen prototipos que incrementan la fuerza en determinadas articulaciones del cuerpo humano.

Estos prototipos pueden alcanzar una réplica del movimiento de una articulación del cuerpo humano y aumentar la fuerza de ésta.

## 1.3. Justificación

El proyecto está enfocado básicamente en incrementar la fuerza en los miembros superiores e inferiores del cuerpo humano, para reducir lesiones en trabajos que requieran de transportar objetos de un lugar a otro y trabajos repetitivos con una determinada carga.

Los trabajos repetitivos en las industrias textiles, automotrices, constructoras etc; tienen como consecuencia lesiones más comunes en articulaciones de cadera, rodilla, espalda, etc. Por lo cual, son pérdidas para la industria y consecuencias graves para los trabajadores.

Por lo tanto, se plantea un diseño en la estructura del exoesqueleto para que sea ligero pero resistente a carga axial y carga de torsión. La amplificación de fuerza en el exoesqueleto, está compuesto por un sistema híbrido, el cual consiste en la unión de componentes neumáticos y motores lineales. El núcleo principal del exoesqueleto es una tarjeta NI Myrio la cual nos permite obtener los datos de sensores y actuadores en tiempo real.

## 1.4. Objetivo General

- Desarrollar un exoesqueleto Híbrido de 14 GDL para disminuir el esfuerzo en las articulaciones superiores e inferiores del cuerpo humano al levantar y sostener objetos con determinado peso.

### 1.4.1. Objetivos Particulares

- Investigar de los exoesqueletos ya realizados y sus principales características.
- Desarrollar el modelo matemático para el exoesqueleto de disminución de fuerza.
- Estudiar el modelo dinámico de los actuadores y agregarlo al modelo general.
- Desarrollar un control proporcional derivativo con compensación de la gravedad (PD+G) para regular la posición del exoesqueleto.
- Desarrollar un control Sub-Óptimo para regular la posición del exoesqueleto.
- Diseñar las piezas mecánicas del exoesqueleto con el software solidWorks contemplando un análisis de esfuerzos en los materiales, de tal forma que nos permitan construir una estructura robusta y liviana.
- Construir las piezas del exoesqueleto e instrumentarlo con actuadores neumáticos y eléctricos, además de sensores para presión de aire, posición y velocidad angular.
- Captura de datos con el sistema Optitrack, para cada articulación del cuerpo.
- Elaborar un traje con sensores para realizar interacción humano-máquina.
- Realizar la simulación del control PD+G con Matlab.
- Realizar la simulación del control Sub-Óptimo con Matlab.
- Elaborar pruebas experimentales para verificar la eficiencia de los controladores propuestos.
- Publicar un artículo de divulgación científica.

## 1.5. Estado del Arte

Desde hace algunos años el ser humano ha intentado por medio de máquinas bastante robustas e ineficaces aumentar la fuerza de algunas extremidades del cuerpo humano. A medida que pasan los años y la tecnología avanza a un ritmo acelerado surgen los exoesqueletos que son una implementación mas compleja de la robótica que pretenden mejorar la calidad de vida en las personas desarrollando fuerza y resistencia en diferentes articulaciones del cuerpo humano.

En la Figura 1.1, se observa a grandes rasgos esta evolución. Algunas aplicaciones de los exoesqueletos están enfocadas para equipos de rescate en desastres naturales. En el campo militar con el objetivo de brindar al soldado la capacidad de moverse mas rápido y poder llevar equipo más pesado sin ningún problema. En el área medica con el objetivo de brindarle al paciente una mejor rehabilitación o reemplazar una extremidad de su cuerpo.



Figura 1.1: Evolución de los exoesqueletos para la amplificación de fuerza.

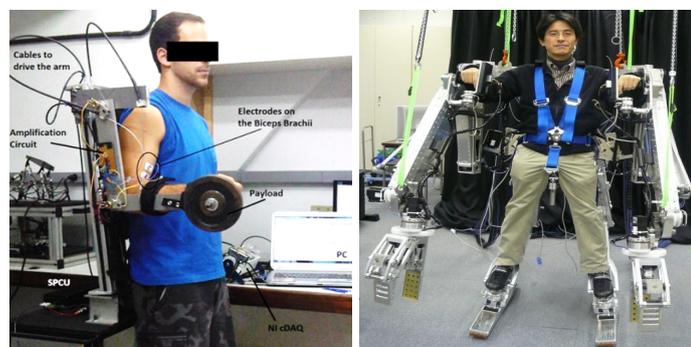
Estos aparatos deben cumplir con ciertas características para ser eficientes en la tarea que realizarán. Por lo tanto, el exoesqueleto no tiene que impedir el movimiento natural del ser humano, debe tener una interfaz eficiente para ser manipulado de manera que el ser humano que utilice sienta que es una verdadera extensión de su cuerpo, tener un sistema de energía duradera y principalmente que sea seguro y fácil de colocar y quitar.

### 1.5.1. Exoesqueletos de amplificación de fuerza

Los exoesqueletos diseñados con objetivos militares, han aportado valiosa información acerca de la instrumentación y la construcción de los mismos. Dado que estas estructuras buscan aumentar las capacidades y habilidades del cuerpo humano, su diseño y construcción tiene muchas veces un alto grado de complejidad.

El exoesqueleto más reciente para la amplificación de fuerza es el que desarrolló Ramos, J. L. A. en el año 2014, [1]. Donde se describe el diseño de un exoesqueleto que ayuda a amplificar la fuerza de los brazos por medio de músculos neumáticos. Este exoesqueleto es controlado por señales electromiográficas (EMG). Este aparato realiza la tarea de levantar 11 kg. ver Figura 1.2 (a)

Tsuyoshi Kiyama, de la Universidad de Osaka y su equipo de investigadores [2], desarrollaron en 2010, un exoesqueleto con el propósito de que este aparato auxilie en desastres naturales, comprende tanto la parte superior como la inferior del cuerpo humano, su diseño tiene la capacidad de permitirle al operario realizar tareas de trabajo pesado levantando una carga máxima de 50Kg, como se muestra en la Figura 1.2 (b).



(a) Exoesqueleto para la articulación del codo. (b) Exoesqueleto para rescates.

Figura 1.2: Exoesqueletos para amplificación de fuerza.

Otro proyecto que propone un sistema para aumentar la capacidad de la fuerza humana, es el que presentan Joel C. Perry, en agosto del 2007 [3], su diseño es bastante complejo comprende los movimientos del hombro, brazo, antebrazo y muñeca y está equipado con una interfaz gráfica para la interacción hombre-máquina y es un dispositivo portable.

El trabajo que presenta Yi Long en 2017 [4] es un exoesqueleto de aumento de fuerza para los miembros inferiores, donde la articulación de cadera y tobillo son asistidos por actuadores pasivos y la articulación de rodilla por un actuador activo, este trabajo es eficiente aunque bastante robusto, observar la Figura 1.3 (a).

En 1999 N.Tsagarakis [5], construyó un exoesqueleto de 7 gdl y en el que empleó músculos neumáticos como actuadores principales, ver 1.3 (b). En el trabajo presentado en [6], proponen un modelo matemático de músculos neumáticos, ver 1.3 (c), y en [7],[8] y [9], utilizan músculos neumáticos para generar el movimiento deseado en cada articulación.

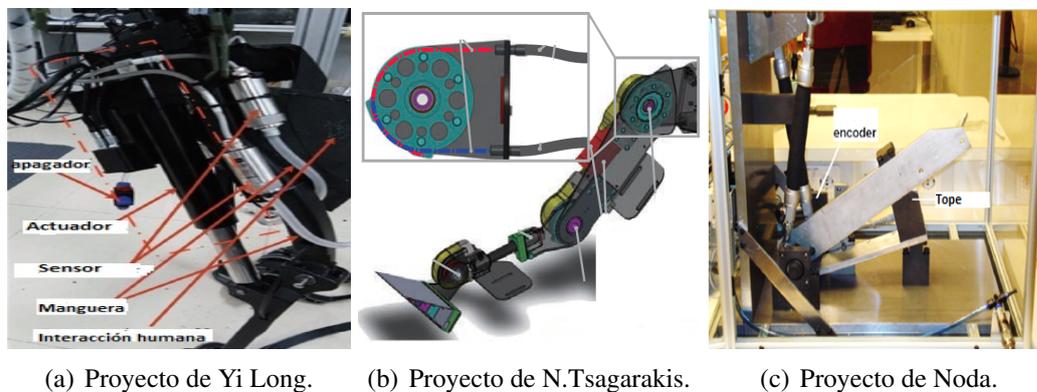


Figura 1.3: Exoesqueletos neumáticos para la amplificación de fuerza.

La investigación de exoesqueletos para aumento de fuerza en miembros inferiores ha avanzado demasiado en estos últimos años. Un proyecto desarrollado en el año 2017 Ayush A, propone un exoesqueleto bípedo el cual se observa en 1.4 (a), utiliza un modelo híbrido dinámico del sistema capaz de levantar un ser humano con parálisis, [10].



Figura 1.4: Exoesqueletos para caminata

Estos diseños de exoesqueletos avanzan cada día más. El investigador Sang- Ho Hyon, realizó un exoesqueleto con actuadores PAM, diseñado para que no interfiera con la normalidad del usuario al caminar y soporta una carga útil de 30 kg. Además de que el peso de la plataforma es de 20 kg y tiene un total de 14 articulaciones. Este exoesqueleto se puede observar en 1.4 (b) y 1.5 ,[11].

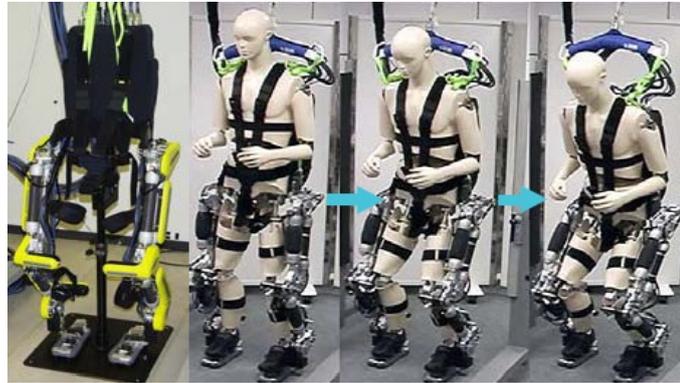
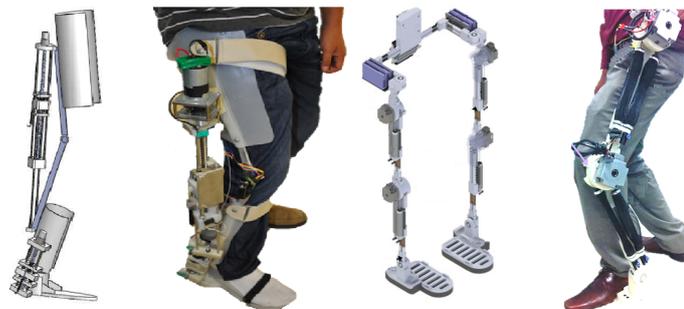


Figura 1.5: XoR con cubierta de seguridad.

### 1.5.2. Exoesqueletos de rehabilitación

Los exoesqueletos en el área de la rehabilitación son importantes ya que ayudan a las personas que han sufrido algún accidente o que padecen de un problema en su sistema nervioso o en el control motriz. Estos exoesqueletos tiene restricciones en el diseño, porque su principal función es la rehabilitación de una extremidad del cuerpo humano. En los artículos [12], [13] y [14] se presentan prototipos con Leyes de control PD, PD+G y PID. En el proyecto [15], presenta un exoesqueleto que reduce el esfuerzo al doblar o flexionar la rodilla, ver 1.6 (a), en cambio el trabajo presentado en [16], es un exoesqueleto híbrido que realiza el movimiento de las extremidades inferiores, ver Figura 1.6 (b).



(a) Rehabilitación de Rodilla. (b) Proyecto de bipedestación.

Figura 1.6: Exoesqueletos de rehabilitarlo.

Existen exoesqueletos de rehabilitación de miembros superiores que algunas veces son muy pesados y voluminosos. En agosto de 2016 Yi Liu [17], propuso un exoesqueleto con el objetivo de que el paciente pueda rehabilitarse en casa, es un prototipo de bajo costo pero muy pesado para el paciente, ver Figura 1.7.



Figura 1.7: Exoesqueleto para la rehabilitación de articulación del codo.

Otros proyectos en los que se propone un sistema para la rehabilitación de los miembros superiores son los propuestos en [18] y [19]. Estos exoesqueletos utilizan como actuador principal músculos neumáticos para el movimiento de las articulaciones a rehabilitar, cabe mencionar que los proyectos propuestos en [20] y [21], son para rehabilitar, pero solo son actuados por motores, estos comprenden desde el hombro, brazo, antebrazo y muñeca, en la Figura 1.8, se puede observar la plataforma del exoesqueleto de rehabilitación para miembros superiores propuesta por el investigador Carignan, C. [21].



Figura 1.8: Exoesqueleto para la rehabilitación en la articulación del hombro.

El exoesqueleto presentado en esta tesis, consiste en la amplificación de fuerza. El sistema para la amplificación es híbrido en el sentido de utilizar 2 tipos de actuadores. Este contiene un motor lineal cuyo eje coincide con el centro de la articulación del codo y 1 un pistón neumático que está colocado de manera antagonista asistiendo al bíceps y tríceps del cuerpo humano, y para las extremidades de cadera, rodilla y tobillo solo se utilizan motores.

---

# ANATOMÍA Y BIOMECÁNICA DEL CUERPO HUMANO.

---

El proyecto propuesto en esta tesis requiere de diferentes disciplinas. La primera disciplina fundamental es la anatomía humana. Esta área aporta el conocimiento principal de los huesos, músculos y tendones pertenecientes a cada articulación. Las articulaciones que se analizarán pertenecen al codo, hombro, cadera, rodilla y tobillo. De esta manera el diseño propuesto para el exoesqueleto de amplificación de fuerza tiene en consideración parámetros de seguridad para no afectar físicamente a la persona que lo utilice.

## 2.1. Anatomía de miembros superiores e inferiores

Los huesos son demasiado rígidos para doblarse sin dañarse. Sin embargo, las articulaciones que los mantienen unidos están compuestas por tejido flexible. Una articulación es un conjunto de elementos anatómicos los cuales sirven como medios de unión entre dos o más huesos, mediante ligamentos, vainas sinoviales, cápsulas articulares, etc. Esto contribuye a la homeostasis a través del mantenimiento de los huesos unidos de un modo tal que permiten el movimiento y la flexibilidad del cuerpo. Las articulaciones comúnmente reciben el nombre de coyunturas, hay diferentes tipos de articulaciones y están estudiadas por la artrología. Las articulaciones se clasifican de acuerdo con su estructura: es decir, sobre la base de las características anatómicas y con su función de movimiento. Existen tres clasificaciones, articulaciones fibrosas, articulaciones cartilagosas y articulaciones sinoviales,[22].

### 2.1.1. Articulaciones sinoviales

Las articulaciones sinoviales se clasifican en seis tipos principales, de acuerdo con las formas de las superficies de los huesos que constituyen la articulación, a continuación se describen los seis tipos de articulaciones, [22].

- **Articulación Plana:** Esta articulación también tiene el nombre de Artrodria, son articulaciones planas que se deslizan sin cambiar el ángulo entre ellas. Estas permiten, fundamentalmente, movimientos de adelante hacia atrás y de lado a lado entre las superficies planas de los huesos, pero también pueden rotar entre sí. Figura (a) 2.1.
- **Articulación Gínglimo:** También conocida como Tróclea o en bisagra, la superficie convexa de un hueso encaja en la superficie cóncava de otro hueso. Esta articulación produce movimientos angulares de apertura y cierre. En la mayoría de los movimientos articulares, uno de los huesos queda en una posición fija mientras el otro se mueve alrededor de su eje. Figura (b) 2.1.
- **Articulación Trocoide:** La articulación es conocida también con el nombre de pivote, la superficie redondeada o puntiforme de un hueso articular con un anillo formado en parte por otro hueso y un ligamento. Esta articulación es uniaxial porque solo permite rotación al rededor de su propio eje longitudinal. Figura (c) 2.1.
- **Articulación Condílea:** Es una articulación elipsoidea, la superficie ovalada convexa que se proyecta de un hueso encaja en una depresión ovalada de otro hueso. Permite el movimiento alrededor de dos ejes, (flexión - extensión y abducción - aducción), además de la circunducción limitada. Figura (d) 2.1.
- **Articulación de silla de montar:** La superficie articular de un hueso tiene forma de silla de montar y la superficie articular de otro hueso encaja en la silla. El movimiento de esta articulación es igual a la condílea biaxial (flexión - extensión y abducción - aducción) sumado a la circunducción limitada. Figura (e) 2.1.
- **Articulación enartrosis:** Es una articulación esferoide tiene una superficie en forma de esfera de un hueso que encaja en una depresión en forma de copa de otro hueso. Estas articulaciones son triaxiales, multiaxiales y permite el movimiento alrededor de tres ejes (flexión-extensión y abducción-aducción y rotación) . Ver Figura (f) 2.1.

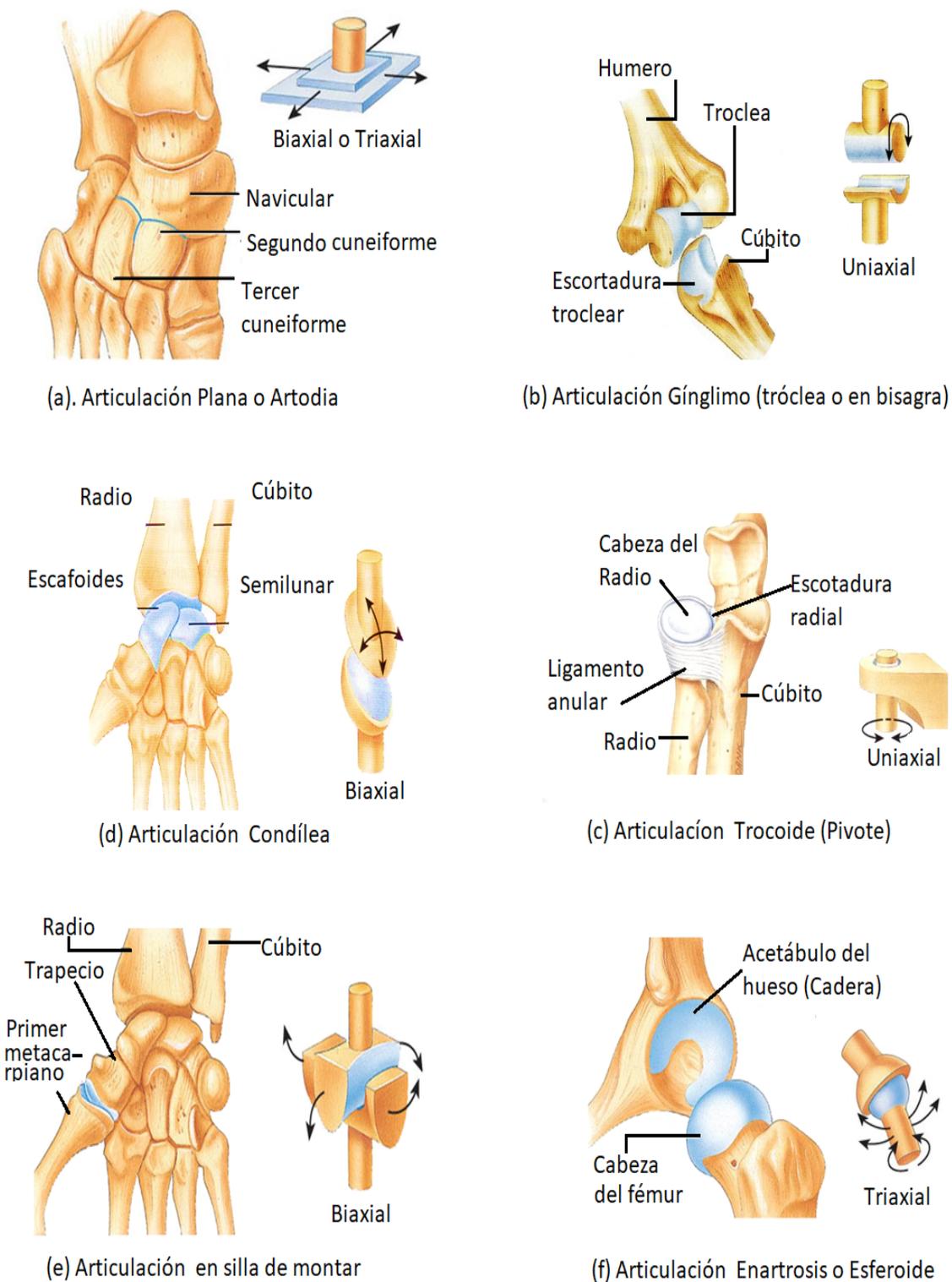


Figura 2.1: Tipos de articulaciones sinoviales.

Si bien todas las articulaciones sinoviales comprenden numerosas características, las formas de las superficies articulares varían, lo que esto permite demasiados movimientos. A continuación se mostrarán los movimientos realizados por estas articulaciones descritas anteriormente.

### 2.1.2. Movimientos en las articulaciones sinoviales

Los movimientos de las articulaciones sinoviales se agrupan en cuatro categorías principalmente: 1) deslizamiento; 2) movimientos angulares; 3) rotación y 4) movimientos especiales que solo se producen en ciertas articulaciones. A continuación se describen estos movimientos brevemente, [22].

- **Deslizamiento:** El movimiento es simple en el cual las superficies planas de los huesos se mueve hacia adelante y hacia atrás, de lado a lado, una con respecto a la otra. No causa modificación del ángulo entre los huesos, y son limitados debido a la estructura de la cápsula articular y de los ligamentos.
- **Movimiento Angular:** Se produce un incremento o una disminución del ángulo entre los huesos de la articulación. Los mas significativos son: flexión, extensión, flexión lateral, hiperextensión abducción, aducción y circunducción.
- **Rotación:** En este movimiento un hueso gira al rededor de su propio eje longitudinal. Un ejemplo de este movimiento lo constituye la acción de dar vuelta la cabeza de lado a lado.
- **Movimientos Especiales:** Estos movimientos solo se producen en algunas articulaciones específicas del cuerpo, las cuales son las siguientes: elevación, depresión, protracción, retracción, inversión, eversión, dorsiflexión, flexión plantar, supinación, pronación y oposición.

Tabla 2.1: Movimientos especiales de las articulaciones sinoviales.

<b>Movimiento</b>	<b>Descripción</b>
Flexión lateral	Aumento del ángulo entre los huesos de la articulación.
Extensión	Aumento del ángulo entre los huesos de la articulación.
Hiperextensión	Extensión más allá de la posición anatómica.
Abducción	Movimiento de un hueso que se aleja de la línea media.
Aducción	Movimiento de un hueso hacia la línea media.
Circunducción	Flexión, abducción, extensión y rotación en sucesión
Elevación	Movimiento superior de una parte del cuerpo.
Depresión	Movimiento inferior de una parte del cuerpo.
Protracción	Movimiento anterior en el plano sagital.
Retracción	Movimiento posterior en el plano transversal.
Inversión	Movimiento medial de las plantas.

En la tabla 2.1 se describen brevemente algunos movimientos especiales de las articulaciones antes mencionadas.

### 2.1.3. Articulación del Codo

El miembro superior está conformado por los siguientes huesos: Clavícula, Omóplato, Húmero, Cúbito, Radio, Carpo, Metacarpo y falanges. Todos estos son huesos pares ya que tenemos dos miembros superiores en nuestro cuerpo (miembro superior derecho e izquierdo). Por lo tanto la articulación del codo es de tipo gínglimo, formada por la tróclea y el húmero, la escotadura troclear del cúbito y la cabeza del radio. Los componente anatómicos de la articulación del codo son; Cápsula articular, Ligamento colateral cubital, Ligamento colateral radial, Ligamento anular del radio. En la articulación del codo participan diferentes músculos, cada músculo realiza una función principal en el movimiento del codo, ver la tabla 2.2, [22]. En la Figura 2.2 describe en (a), los múscu-

Tabla 2.2: Músculos de la articulación el codo.

Movimiento	Músculos
Extensión	Músculo Tríceps Braquial.
Flexión	Músculo bíceps Braquial, Braquial anterior y Braquiorradial.
Supinación	Músculo supinador corto..
Pronación	Músculo pronador redondo y pronador cuadrado

los y tendones que participan en los movimientos del codo. En el inciso (b), muestra el mecanismo de palanca que realiza esta articulación y en el inciso (c), las limitaciones en el movimiento de flexión que se da por el contacto de las masas musculares de la región anterior del brazo y del antebrazo. La flexión será menor cuanto mayor sea está. Normalmente no suele pasar de los 145°.

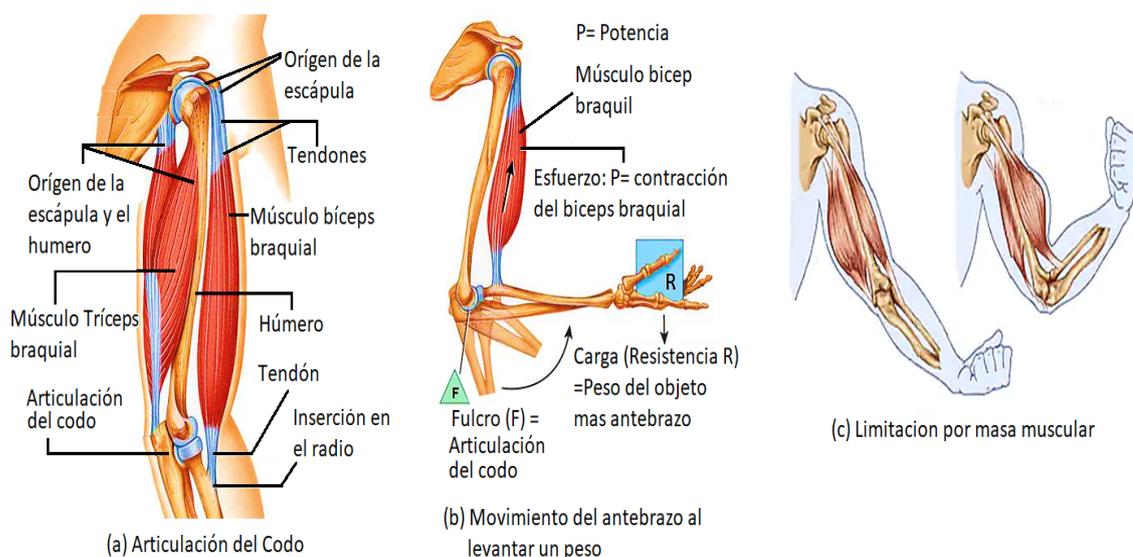


Figura 2.2: Músculos y Limitaciones de la articulación del codo.

### 2.1.4. Articulación del Hombro

La articulación del hombro es una enartrosis, formada por la cabeza del húmero y la cavidad glenoidea de la escápula. También se denomina articulación escapulohumeral o glenohumeral. Esta articulación tiene 6 componentes anatómicos, los cuales son; La cápsula articular, ligamento coracohumeral, ligamento glenohumerales, ligamentos transverso del húmero, rodete glenoideo y las bolsas sinoviales,[22].

El complejo articular del hombro se compone por cinco articulaciones; 1) Articulación escapulohumeral o glenohumeral, 2) Articulación esternocostoclavicular, 3) Articulación acromioclavicular, 4) Articulación subdeltoidea o suprahumeral, 5) Articulación escapulo-torácica.

La articulación del hombro permite la flexión, la extensión, la hiperextensión, la aducción, la rotación medial, la rotación lateral y la circunducción del brazo. Esta articulación tiene más libertad de movimiento que el resto, ver figura 2.3. En la tabla 2.3 se muestran la clasificación de los músculos que pertenecen al hombro.

Tabla 2.3: Músculos de la articulación el hombro.

Músculos Extensores	Fascículos posteriores del deltoides, Músculo redondo mayor. Cabeza larga del músculo tríceps braquial. Músculo ancho dorsal.
Músculos Flexores	Músculo supraespinoso, Músculo pectoral mayor, Músculo bíceps braquial, Músculo coracobraquial
Músculos Aductores	Ancho dorsal muscular, Músculo pectoral mayor, Músculo redondo mayor, Cabeza larga del músculo tríceps braquial.
Músculos Rotadores Laterales	Músculo infraespinoso, Músculo redondo menor, Músculo pectoral menor
Músculos Rotadores Mediales	Músculo pectoral mayor, Cabeza larga del músculo bíceps.

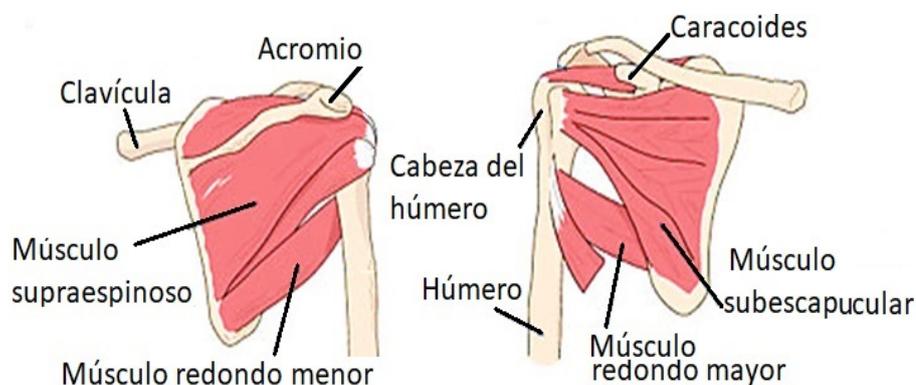


Figura 2.3: Músculos de la articulación del hombro.

### 2.1.5. Articulación de la Cadera

La cadera es una articulación esférica que permite que la parte superior de la pierna se mueva de adelante hacia atrás y de lado a lado. Esta articulación soporta el mayor peso del cuerpo, la articulación está rodeada por 7 componente anatómicos los cuales son: 1) Cápsula articular, 2) Ligamento iliofemoral, 3) Ligamento pubofemoral, 4) Ligamento isquiofemoral, 5) Ligamento de la cabeza del fémur, 6) Rodete acetabular y por último el ligamento transverso del acetábulo. La localización de los músculos y el movimiento que realizan cada uno de ellos se muestran en la tabla 2.4, y en la Figura 2.4 se muestra ilustrada la articulación, [22].

Tabla 2.4: Músculos de la articulación la cadera

<b>Músculos de la Cadera</b>			
<b>Músculo</b>	<b>Origen</b>	<b>Inserción</b>	<b>Movimiento</b>
Pectíneo	Parte superior de la rama del pubis.	Línea pactínea del fémur.	Rotación externa del músculo y Aductor.
Piramidal	Cara anterior del saco	Trocánter del fémur	Divide el orificio sacrociático
Obturador interno y géminos.	Borde interno del obturador. Géminio, espina ciática	Fosa intertrocantérica	Rotadores externos. Géminiox aductores.
Cuadrado Femoral	Tuberosidad isquiátrica	Cresta intertrocantérica	Rotador Externo y aductor del muslo
Obturador Externo	Borde del agujero obturador	Fosa trocántérica	Rotador externo y aductor del muslo
Tensor de la fascia lata	Espina ilíaca anterosuperior	Lateral a la tuberosidad	Abductor del muslo y flexor de la rodilla

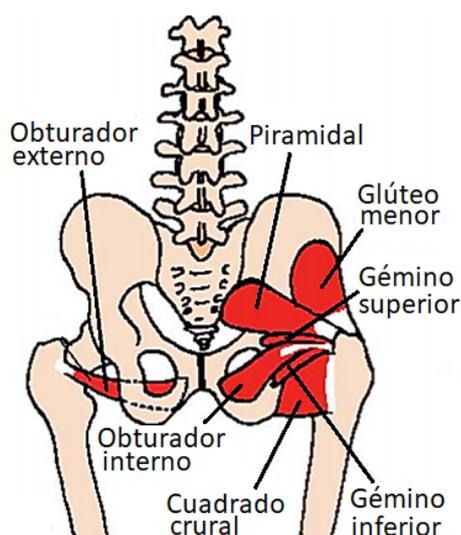


Figura 2.4: Músculos de la articulación de la cadera.

### 2.1.6. Articulación de la Rodilla

La articulación de la rodilla (articulación tibiofemoral) es la articulación mas grande y compleja del cuerpo. Es una articulación gínglimo (por que su movimiento principal es tipo bisagra uniaxial) y consiste en tres articulaciones con una cavidad en común, [22].

- La externa es la *articulación tibiofemoral*, entre el cóndilo lateral del fémur, el menisco lateral y el cóndilo lateral de la tibia, que es el hueso de la pierna que soporta el peso del cuerpo.
- La interna es otra *articulación tibiofemoral*, entre el cóndilo medial del fémur, el menisco medial y el cóndilo medial de la tibia.
- La articulación *femorrotuliana* es *intermedia*, y se encuentra entre la rótula y la superficie rotuliana del fémur, es una articulación plana.

Los músculos pertenecientes a la articulación de la rodilla son bastantes, solo hablaremos de los principales. Para el comportamiento medial, el músculo principal es el grácil, es un músculo largo similar a una correa, localizado en la cara medial del muslo y la rodilla. Este músculo no sólo aduce el muslo, sino que rota en sentido medial el muslo y flexiona la pierna en la articulación de la rodilla, ver la Figura 2.5.

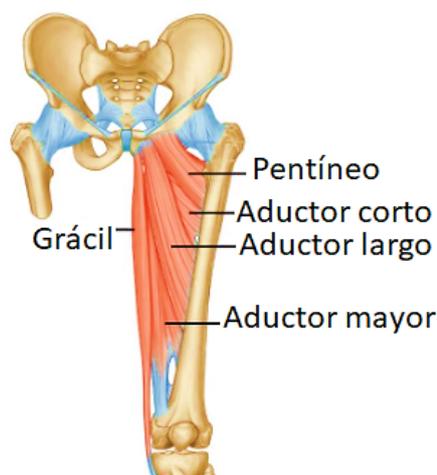


Figura 2.5: Músculos Grácil.

Esta articulación tiene dos compartimientos uno anterior y otro posterior, los cuales a continuación se describen.

Los músculos del compartimiento anterior, extienden la pierna (y flexionan el muslo). Este compartimiento contiene los músculos cuádriceps femoral y sartorio, [22].

El músculo cuádriceps femoral es el más grande del cuerpo y cubre la mayor parte de las superficies anterior y laterales del muslo. En realidad, es un músculo compuesto, considerando habitualmente como cuatro músculos independientes, ver la Figura 7.7

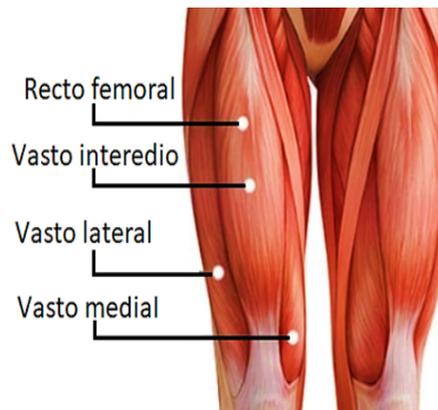


Figura 2.6: Músculos del compartimiento anterior.

El Compartimiento posterior (flexor) del muslo flexionan la pierna (y extienden el muslo). Este compartimiento está compuesto por tres músculos denominados, en conjunto compartimiento posterior, ver Figura 2.7, [22].

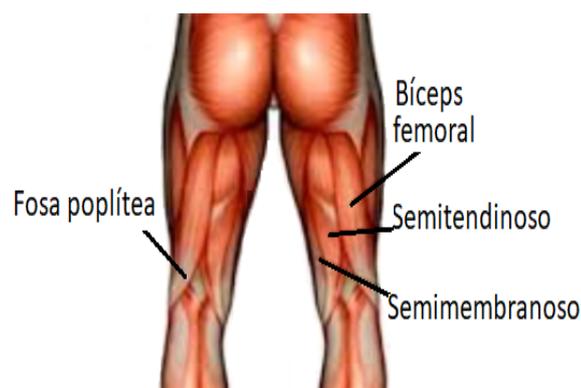


Figura 2.7: Músculos del compartimiento posterior.

Se denominan así porque sus tendones son largos. Como los músculos de la corva abarcan dos articulaciones (cadera y rodilla), son a la vez extensores del muslo y flexores de la pierna.

## 2.2. Biomecánica de miembros superiores e inferiores

Es una disciplina científica que tiene por objeto el estudio de las estructuras de carácter mecánico que existen en los seres vivos, fundamentalmente del cuerpo humano. Esta área de conocimiento se apoya en diversas ciencias biomédicas, utilizando los conocimientos de la mecánica, la ingeniería, la anatomía, la fisiología y otras disciplinas, para estudiar el comportamiento del cuerpo humano y resolver los problemas derivados de las diversas condiciones a las que puede verse sometido.

En el cuerpo humano la biomecánica está representada por un sistema de placas, que consta de los segmentos óseos (como palancas), las articulaciones (como apoyos), los músculos (como las fuerzas de potencia) y la sobrecarga (como las fuerzas de resistencia). Según la ubicación de estos elementos, se pueden distinguir tres tipos de palancas, [23].

- Primer género o interapoyo, es considerada como una palanca de equilibrio, donde el apoyo se encuentra entre las fuerzas potencia y resistencia, ver Figura 2.8.
- Segundo género o interresistencia, como la palanca de fuerzas, donde la fuerza resistencia se sitúa entre la fuerza de potencia y el apoyo, ver Figura 2.8.
- Tercer género o interpotencia, considerada palanca de velocidad, donde la fuerza de potencia se encuentra entre la fuerza de resistencia y el apoyo, ver Figura 2.8.

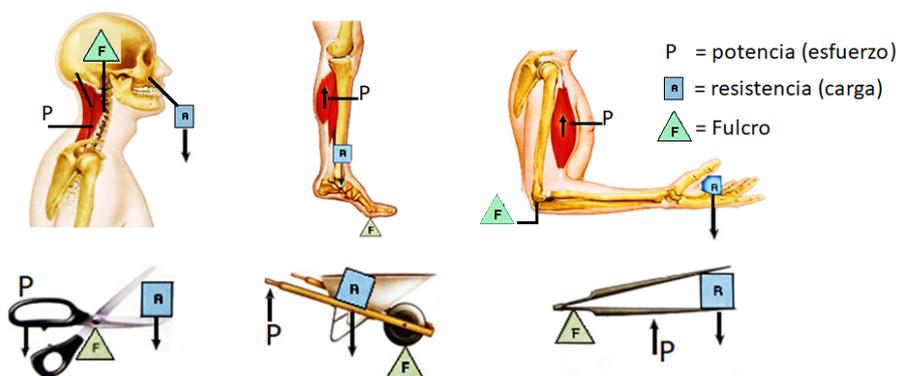


Figura 2.8: Tipos de palancas relacionadas con las articulaciones.

### 2.2.1. Biomecánica del Codo.

El codo es una articulación compleja que funciona como un fulcro para el sistema de palanca del antebrazo, y responsable de posicionar la mano en el espacio. El complejo de las articulaciones del codo se clasifican como articulaciones en bisagra. La articulación radiocubital proximal permite la pronación y supinación del antebrazo y se clasifica como una articulación trocoide. El complejo de la articulación del codo, si se considera en su totalidad, es por lo tanto una articulación trocleoginglimoide. [23]

**Cinemática:** El rango normal de flexión-extensión es de 0 a 146° con un rango funcional de 30 a 130°. El rango normal de pronación-supinación del antebrazo da una media de 71° en pronación y de 81° en supinación, ver Figura (a) 2.9 [23]

**Ángulo de carga:** La posición de valgo del codo en extensión completa se denomina comúnmente como el ángulo de carga, ver figura (b) 2.9. El ángulo de carga se define como el ángulo entre el eje anatómico del cúbito y el húmero medido en el plano anteroposterior en extensión o simplemente la orientación del cúbito con respecto al húmero. [24] y [25].

**Estabilidad del codo:** Las fuerzas del valgo en el codo son resistidas principalmente por la banda anterior del complejo del ligamento lateral interno (LLI). El complejo del LLI se puede observar en la Figura (c) 2.9, éste comprende un haz anterior, un haz posterior y el ligamento transverso. [26]

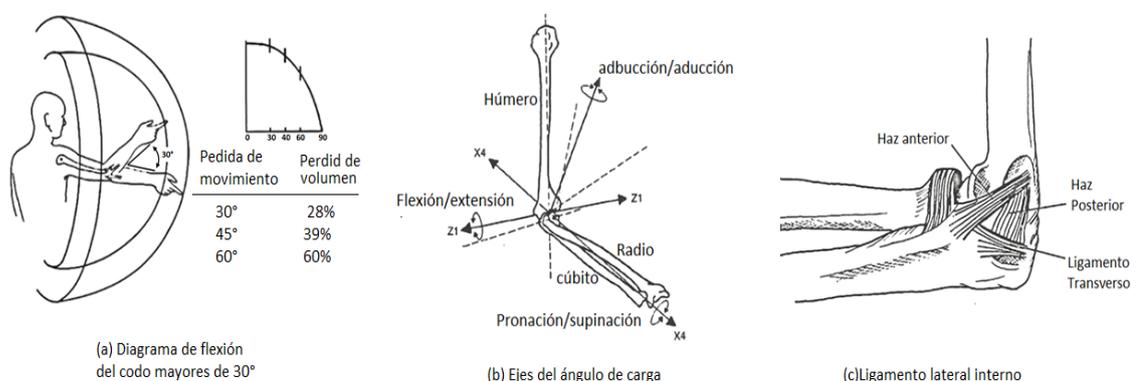


Figura 2.9: Biomecánica del codo.

### 2.2.2. Biomecánica del Hombro.

La articulación del hombro tiene gran capacidad de movimiento en todas direcciones (en los tres ejes, y los tres planos del espacio). A continuación se relacionan los principales movimientos con sus límites en condiciones normales, [27]

**Flexión:** Se realiza elevando el brazo hacia adelante. Su amplitud es de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . Los músculos principales que ejecutan esta acción son el deltoides y pectoral mayor.

**Extensión:** Movimiento contrario al anterior. Amplitud de  $0^\circ$  a  $50^\circ$ . Los principales músculos que la ejecutan son el pectoral mayor (desde la flexión), dorsal ancho.

**Abducción:** Se realiza desplazando el brazo hacia afuera, su amplitud es de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ . Los músculos principales son deltoides y supraespinoso.

**Aducción:** Es el movimiento contrario al anterior y tiene igual amplitud. Los músculos principales son pectoral mayor, subescapular, dorsal ancho.

**Rotación interna:** Este movimiento puede ejecutarse llevando la mano hacia dentro con el codo en flexión de  $90^\circ$ . Los músculos principales son el coracobraquial, dorsal ancho, redondo mayor, pectoral mayor.

**Rotación externa:** Se realiza llevando la mano hacia afuera con el codo en flexión de  $90^\circ$ . Los músculos principales son infraespinoso y redondo menor.

**Flexo- extensión horizontal:** Es un movimiento del miembro superior en el plano horizontal en torno al eje vertical que involucra a las articulaciones glenohumeral y escapulotorácica. Posición anatómica: el miembro superior está en abducción de  $90^\circ$  en el plano frontal. Flexión horizontal: movimiento que asocia la flexión y la aducción de  $140^\circ$  de amplitud. Extensión horizontal: movimiento que asocia la extensión y la aducción de menor amplitud,  $30^\circ$  a  $40^\circ$ . Amplitud total: movimiento de flexo-extensión horizontal que alcanza casi los  $180^\circ$ , ver Figura 2.10, [27].

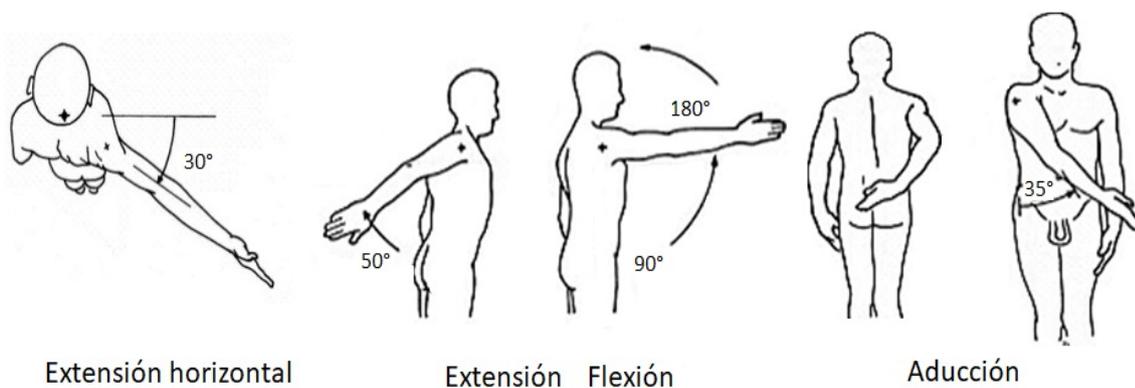


Figura 2.10: Biomecánica del hombro.

### 2.2.3. Biomecánica de la Cadera.

La articulación de la cadera es una de las articulaciones más grandes y más estables del cuerpo, Al contrario que la rodilla, la cadera posee una estabilidad intrínseca proporcionada por su configuración en bola. [28]

**Rango de movimiento** El movimiento de la cadera tiene lugar en los tres planos. El movimiento es máximo en el plano sagital donde el rango de flexión es de  $0^\circ$  a  $140^\circ$ , y el rango de extensión va hasta los  $15^\circ$ . El rango de abducción proporciona de  $0^\circ$  a  $30^\circ$ , mientras que el de aducción es algo menor, de  $0^\circ$  a  $25^\circ$ . La rotación externa oscila de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  y la rotación interna de  $0^\circ$  a  $70^\circ$  cuando la articulación cadera se flexiona, ver Figura 2.11.



Figura 2.11: Biomecánica del codo.

En la tabla 2.5, se muestran los valores para el movimiento máximo de la cadera, en los tres planos.

Tabla 2.5: Rango de movimiento en cadera.

Rango de movimiento en cadera		
Actividad	Plano de movimiento	Valor en grados
Atarse el zapato	Sagital, Frontal, Transverso	124, 19, 15
Sentarse sobre una silla y levantarse	Sagital, Frontal, Transverso	104, 20, 17
Inclinarse para recoger un objeto del suelo	Sagital, Frontal, Transverso	117, 21, 18
Subir escaletas	Sagital, Frontal, Transverso	28, 26, 67
Bajar escaleras	Sagital, Frontal, Transverso	16, 18, 36

### 2.2.4. Biomecánica de la Rodilla.

La rodilla transmite cargas, participa en el movimiento, ayuda en la conservación del movimiento, y proporciona un par de fuerzas para las actividades en las que interviene la pierna. La rodilla está prácticamente bien preparada para demostrar los análisis biomecánicos,[29].

**Cinemática** La cinemática define el rango de movimiento y describe el movimiento de superficie de una articulación en tres planos; frontal (coronal o longitudinal), sagital y transversal (horizontal), estos planos se observan en la Figura (a) 2.12

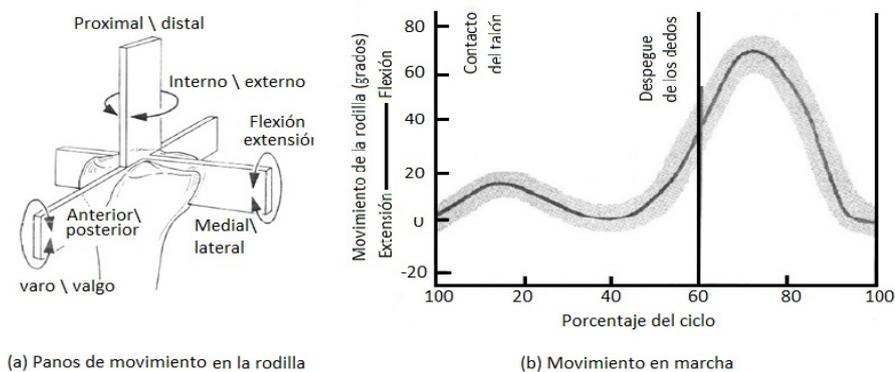


Figura 2.12: Biomecánica de la rodilla.

**Rango de movimiento** El movimiento se produce en tres planos, pero el rango de movimiento es máximo, con a diferencia del el plano sagital. En este plano el movimiento desde la extensión completa a la flexión completa de la rodilla va de  $0^\circ$  los  $140^\circ$ . El rango de rotación se incrementa conforme la rodilla es flexionada, alcanzando el máximo a los  $90^\circ$  de flexión; con la rodilla en esta posición, la rotación externa varía de  $0^\circ$  a  $45^\circ$  y la rotación interna de  $0^\circ$  a  $30^\circ$ . En la tabla 2.6 muestra el rango de movimiento de la articulación rodilla en el plano sagital durante actividades comunes. En la Figura (b)2.12 muestra el rango de movimiento en el plano sagital durante la marcha.

Tabla 2.6: Músculos de la articulación el hombro.

Rango de movimiento en la rodilla	
Actividad	Rango de movimiento de Extensión a Flexión
Andar	$0^\circ - 67^\circ$
Subir escaleras	$0^\circ - 83^\circ$
Bajar escaleras	$0^\circ - 90^\circ$
Sentarse	$0^\circ - 93^\circ$
Atarse un zapato	$0^\circ - 106^\circ$
Elevar un objeto	$0^\circ - 117^\circ$

### 2.2.5. Biomecánica del ciclo de marcha humana.

En secciones anteriores se estudió cada articulación del cuerpo humano, así como los músculos, tendones y articulaciones que conforman la pierna. También se mencionaron sus diferentes rangos de movilidad en el espacio. Ahora es importante comprender como se comporta la pierna en conjunto con cada una de estas características durante el ciclo de marcha humana y así poder construir un prototipo que sea capaz de reproducir ese movimiento. Para esto es necesario estudiar la biomecánica de la marcha humana que describe el comportamiento de diferentes elementos que conforman la pierna. [30]

El estudio de la marcha comienza cuando un pie hace contacto con el suelo y termina con el siguiente contacto del mismo pie; a la distancia entre estos dos puntos de contacto con el suelo se le llama un paso completo.

Este ciclo de marcha se divide en dos componentes: la fase de apoyo y la fase de balanceo. Una pierna está en fase de apoyo cuando está en contacto con el suelo y después está en fase de balanceo cuando no está en contacto con el suelo, ver Figura 2.13

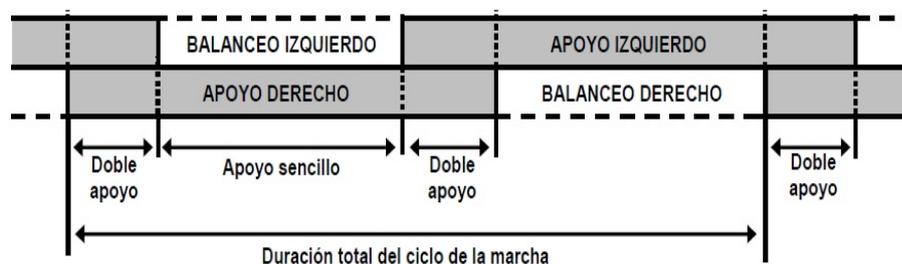


Figura 2.13: Ciclo de la marcha humana.

Estas dos fases se van alternando de una pierna a la otra durante al ciclo de marcha. En un paso completo, el apoyo sencillo se refiere al periodo cuando sólo una pierna está en contacto con el suelo. El periodo de doble apoyo ocurre cuando ambos pies están en contacto con el suelo simultáneamente.

La fase de apoyo está dividida en cinco intervalos: 1) Contacto del talón, 2) apoyo plantar, 3) Apoyo medio, 4) Elevación del talón y 5) Despegue del pie. La fase de balanceo se divide en tres intervalos, los cuales son: 1) Aceleración, 2) Balanceo medio, 3) Desaceleración. [30]

### Análisis cinemático

El análisis se divide en como actúa el tobillo, rodilla y cadera en el plano sagital para cada fase. El intervalo 1, es el movimiento de las articulaciones en el plano sagital entre el contacto del talón con el suelo y el punto de apoyo medio. En la articulación del tobillo hay 4 momentos: 1) La articulación del tobillo está en posición neutra ( $0^\circ$ ), 2) La articulación del tobillo empieza a moverse en dirección de la flexión plantar, 3) La articulación del tobillo se mueve  $15^\circ$  de la posición neutra a la flexión plantar, y 5) El tobillo pasa rápidamente a  $5^\circ$  de dorsiflexión, ver Figura 2.13.

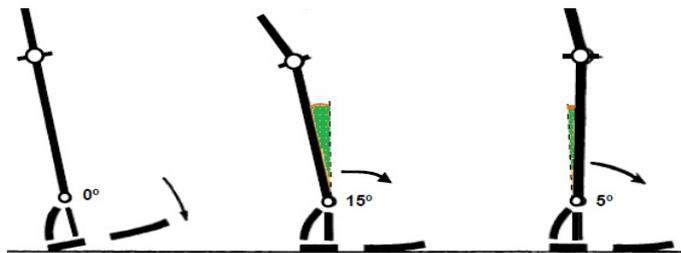


Figura 2.14: Estudio cinemático del tobillo en el intervalo 1 de la marcha.

La articulación de la rodilla en el intervalo uno de la marcha, tiene cinco momentos los cuales son: 1) La articulación de la rodilla está en la posición completa de extensión, 2) La rodilla comienza a flexionarse y continúa hasta que la planta del pie está plana en el suelo, 3) La rodilla tiene un ángulo de aproximadamente  $20^\circ$  de flexión y comienza a extenderse, 5) Tiene un ángulo de  $10^\circ$  y continúa extendiéndose, ver Figura (a) 2.15.

La articulación de cadera en el intervalo uno de la marcha, tiene cuatro momentos los cuales son: 1) Está aproximadamente a  $30^\circ$  de flexión, 2) La articulación comienza a extenderse, 3) El ángulo de flexión disminuye alrededor de  $20^\circ$ , 4) La articulación se mueve a su posición neutra  $0^\circ$ , ver Figura (b) 2.15, [30].

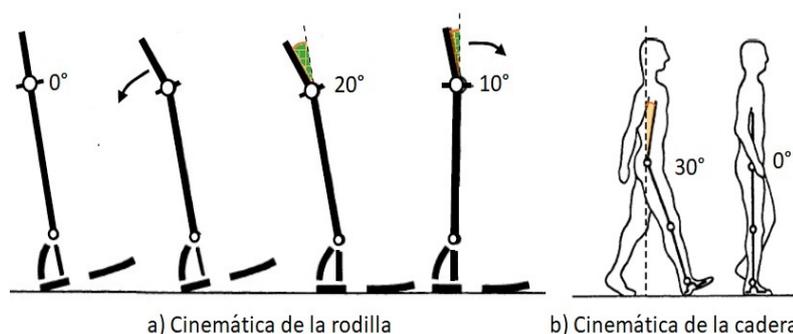


Figura 2.15: Estudio cinemático de la rodilla en el intervalo 1 de la marcha.

El intervalo dos, comprende el movimiento de las articulación en plano sagital entre el apoyo medio y despegue del pie del suelo. En la articulación del tobillo tiene tres fases las cuales son: 1) La articulación del tobillo pasa rápidamente a  $5^\circ$  de dorsiflexión, 2) La articulación está aproximadamente a  $15^\circ$  de dorsiflexión, y 3) El tobillo se mueve rápidamente a  $35^\circ$ , con lo que al despegar el pie del suelo la articulación está en  $20^\circ$  de flexión plantar, ver Figura 2.16.

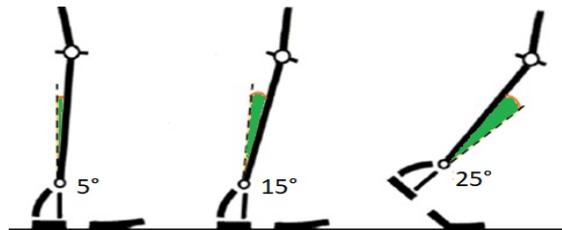


Figura 2.16: Estudio cinemático del tobillo en el intervalo 2 de la marcha.

Para la articulación de la rodilla en el intervalo 2, las fases son: 1) La rodilla tiene un ángulo de  $10^\circ$  de flexión y continúa extendiéndose, 2) La rodilla está en  $4^\circ$  de la extensión completa, y 3) La articulación se mueve de una extensión casi completa a  $40^\circ$  de flexión, ver Figura 2.17.

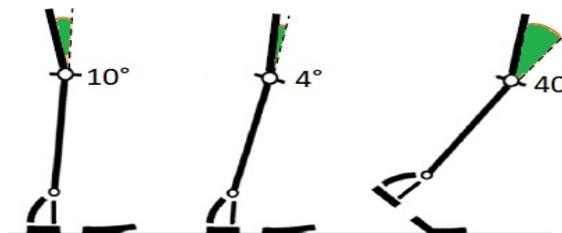


Figura 2.17: Estudio cinemático de la rodilla en el intervalo 2 de la marcha.

En la articulación de la cadera tiene 3 movimientos los cuales son: 1) La cadera se encuentra en posición neutra ( $0^\circ$ ) y comienza a moverse hacia la extensión, 2) La articulación alcanza un máximo de hiperextensión de  $20^\circ$ , 3) La articulación está cerca de una posición neutral y se mueve en dirección de la flexión, ver Figura 2.18, [30]

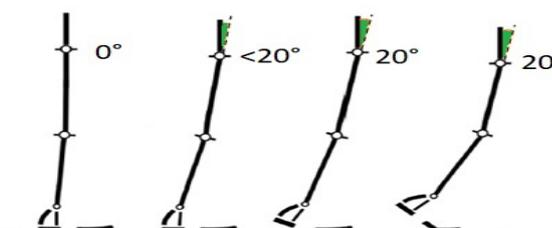


Figura 2.18: Estudio cinemático de la cadera en el intervalo 2 de la marcha.

El tercer intervalo describe el movimiento de las articulaciones en el plano sagital en la etapa de balanceo, ver Figura 2.19. La articulación de la rodilla se flexiona de una posición inicial de  $40^\circ$  a un ángulo de máxima flexión de  $65^\circ$ . Ésto provoca que en la parte media de la etapa de balanceo, la rodilla se extienda casi completamente hasta el último instante de la etapa de balanceo.

Por último la articulación de la cadera en la etapa de balanceo, parte de una posición neutral, la cadera se flexiona aproximadamente  $30^\circ$  y se mantiene en esa posición,[30].

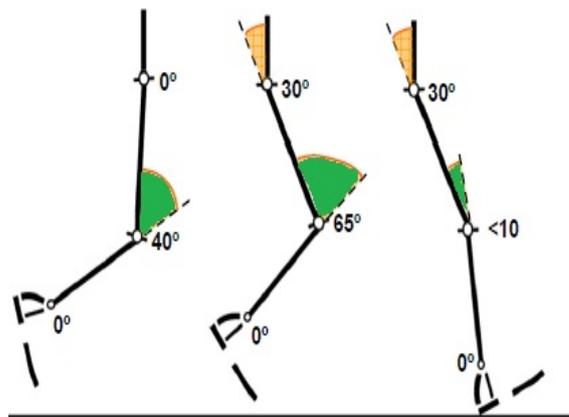


Figura 2.19: Estudio cinemático de las articulaciones en el intervalo 3 de la marcha.

## 2.3. Conclusión

La investigación de anatomía de los miembros superiores e inferiores del cuerpo humano, nos ha brindado la información necesaria de cada articulación del cuerpo. La cual indica que huesos, músculos y tendones comprenden cada articulación, y la biomecánica para comprender la cinemática, ángulo de carga, la estabilidad y fuerza en cada una de las articulaciones. Esta información es esencial para realizar un diseño en CAD, que amplifique la fuerza en los movimientos de extensión y flexión del codo, hombro, cadera y rodilla. Sin embargo el diseño no solo deberá amplificar la fuerza sino también mantener al usuario sin lesión alguna.

# DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL EXOESQUELETO

Uno de los objetivos principales de esta tesis, es construir una plataforma experimental que asista al movimiento de flexión y extensión de las articulaciones del codo, hombro, cadera, rodilla y tobillo, por lo tanto el diseño que se planteó fue en base al tipo de actuadores eléctricos, mecánicos y neumáticos seleccionados.

El exoesqueleto asistirá en la articulación del codo con un sistema híbrido, el cual está constituido por un motor lineal asistiendo al músculo bíceps y un pistón neumático de doble efecto asistiendo al músculo tríceps. Para determinar la distancia donde se colocará el motor lineal y el pistón neumático se realizaron los cálculos matemáticos con referencia a la articulación del codo y los grados de movilidad de la flexión y extensión del antebrazo, en la Figura 3.1 se muestra el diagrama de cuerpo libre que representa esta problemática.

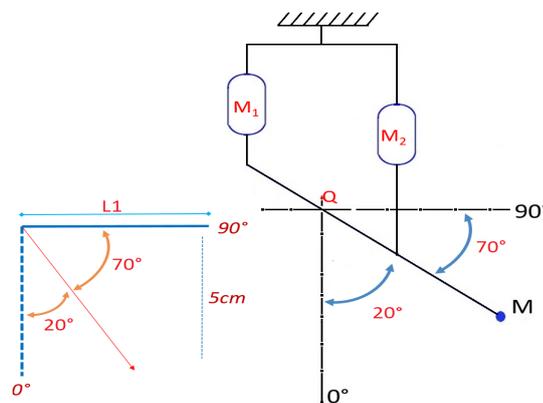


Figura 3.1: Diagrama de cuerpo libre del sistema híbrido.

Donde;  $Q$  es el punto de pivote,  $M_1$  es el pistón neumático,  $M_2$  el motor lineal y  $M$  es la masa de carga. Partiendo de la siguiente ecuación, para calcular la distancia del punto de pivote  $Q$  a cada actuador:

$$\text{sen}(70^\circ) = \frac{5}{l_1} \quad (3.1)$$

Al despejar  $l_1$  de (3.1)

$$l_1 = \frac{5}{\text{sen}(70^\circ)} \quad (3.2)$$

se obtiene:

$$l_1 = \frac{5}{0.9396} \quad (3.3)$$

$$l_1 = 5.32\text{cm} \quad (3.4)$$

### 3.0.1. Diseño de la articulación del Codo

El diseño de la estructura del exoesqueleto se realizó con el software Solidworks el cual nos permite realizar casi a un nivel real las características de cada pieza del exoesqueleto. La plataforma experimental comprende los miembros superiores y los miembros inferiores, ver Figura 3.2. Este diseño se planteó de tal manera que es ajustable para diferentes personas, (1,2,3,4 de la imagen 3.2).

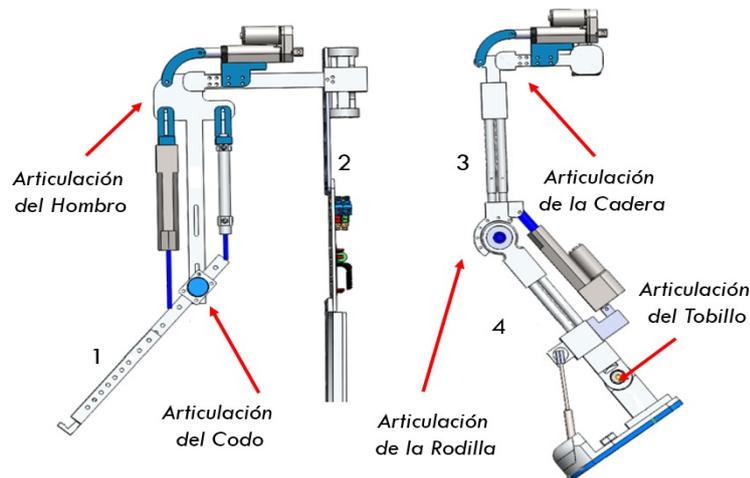


Figura 3.2: Articulaciones del Exoesqueleto.

Para el sistema híbrido los actuadores se encuentran a una distancia de  $5.32\text{cm}$  del punto  $Q$ , y la articulación del codo tiene una movilidad de  $70^\circ$ , suficiente para levantar o bajar objetos. En la figura (a) de 3.3, se observa el sistema híbrido, conformado por el motor lineal y un pistón neumático, los cuales aumentan la fuerza, asistiendo al bíceps y tríceps.

La articulación del codo en el exoesqueleto está compuesta por una pieza en forma de T, esta pieza determina el espacio del hombro y brazo del ser humano y dos piezas rectangulares que componen el antebrazo, esto se puede observar en la Figura (b) de 3.3.

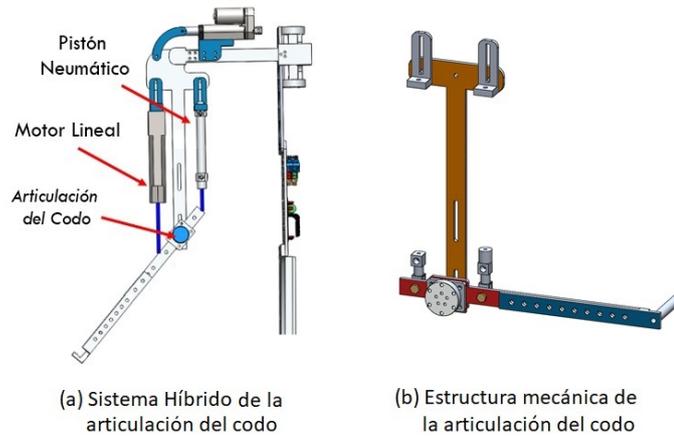


Figura 3.3: Articulación del codo.

### 3.0.2. Diseño de la articulación del hombro

El movimiento de esta articulación es por medio de un motor lineal, el cual se encuentra colocado en la parte superior del hombro y genera el movimiento de flexión y extensión. Tiene una movilidad de 70 grados lo cual permite al exoesqueleto posicionar los brazos a gran distancia. También cuenta con dos pistones pasivos de 100m, los cuales pueden general el movimiento independiente de abducción, con un rango de movilidad de  $45^\circ$ , suficientes para hacer los brazos hacia afuera y salir del exoesqueleto. En la Figura 3.4. se observa esta articulación.

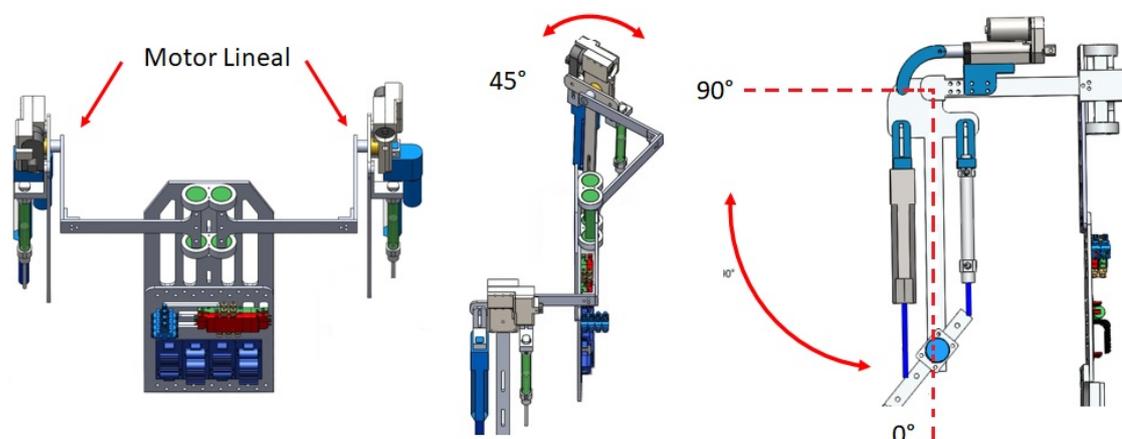


Figura 3.4: Articulación del hombro.

### 3.0.3. Diseño de la articulación de la cadera

La articulación de cadera presentó una gran dificultad. Está conformada por 20 piezas y tiene dos puntos de pivote. El primer pivote proporciona movilidad a la parte superior del exoesqueleto, por lo que tiene una flexión y extensión de  $40^\circ$  sin que las piernas se muevan. El segundo pivote es el encargado de mover las extremidades inferiores, el cual tiene un rango de movimiento de 110 grados, por lo que puede sentarse y subir escalones sin ningún problema. En la Figura 3.5 se puede observar esta articulación.

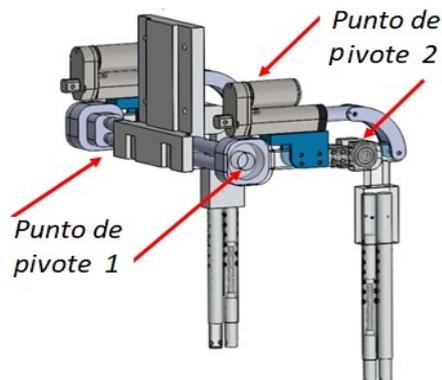


Figura 3.5: Movimiento de la cadera.

Esta articulación está actuada por dos tipos de actuadores los cuales proporcionan movilidad, el pivote uno proporciona la flexión y extensión de la espalda por medio de un actuador pasivo. Para el movimiento del pivote dos, que proporciona la fuerza que mueve las piernas, utiliza motores lineales, esto se puede observar en la Figura (a) de 3.6. Cabe mencionar que esta articulación es ajustable gracias a que el sistema de 4 barras que soporta el pivote 1, y se deslizan a una distancia máxima de 50cm de extremo a extremo, ver Figura (b) 3.6.

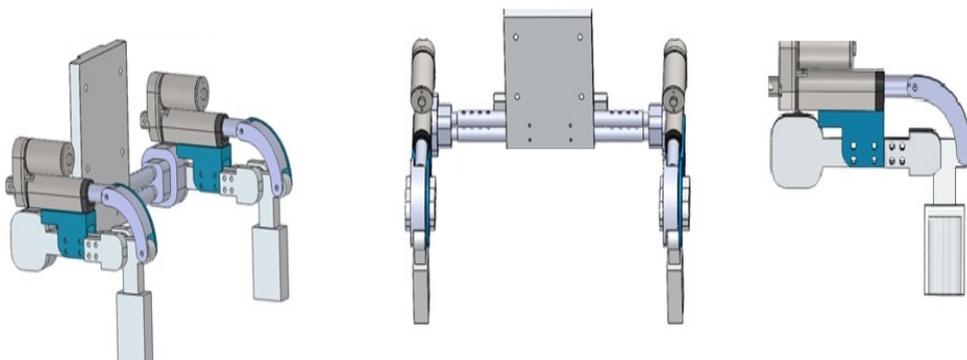


Figura 3.6: Articulación de la cadera.

### 3.0.4. Diseño de la articulación de la rodilla

Esta articulación es el principal soporte del exoesqueleto, ya que la mayor parte del peso de la carga y de la misma estructura recae en ella. El diseño está compuesto por 6 piezas. El rango de movilidad de esta articulación es de 90 grados como se observa en la figura 3.7. La articulación tiene 4 barras ajustables, dos barras unen la cadera con la rodilla y dos más que unen la articulación del tobillo con la rodilla. Dentro de estas barras hay un sistema de amortiguamiento, el cual permite distribuir de cargas y vibraciones.



Figura 3.7: Articulación de la rodilla.

### 3.0.5. Diseño de la articulación del tobillo

La articulación del tobillo tiene la posibilidad de tener 4 movimientos de los cuales dos están bloqueados, por lo que solo puede realizar el movimiento de flexión y extensión, el cual tiene un rango de movimiento de 30 grados como se muestra en la figura 3.8. Esta articulación tiene un total de 10 piezas.

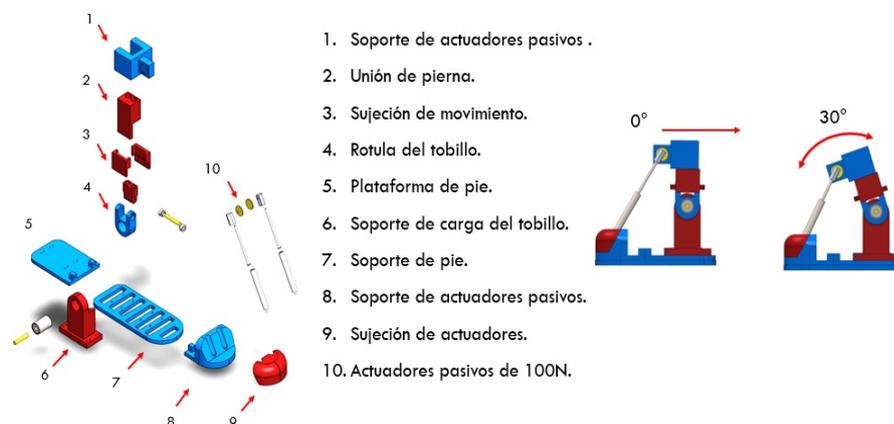


Figura 3.8: Articulación del tobillo.

### 3.1. Análisis de esfuerzo en el diseño

#### 3.1.1. Simulación de esfuerzo en miembros superiores

A la estructura diseñada de miembros superiores fue sometida a una simulación para el análisis de esfuerzos. En la simulación se aplicaron 600N de fuerza en los hombros del exoesqueleto, esta prueba es para verificar que la estructura no sufra de fracturas en la estructura y así evitar algún daño al usuario. En la Figura (a) de 3.9 se muestra el resultado del límite elástico, en la Figura (b) de 3.9 se muestra el resultado de la deformación y en la Figura (c) de 3.9 se visualizan los resultados del factor de seguridad.

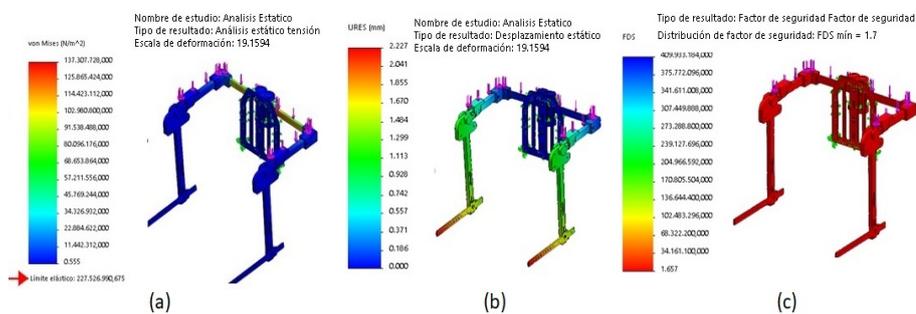


Figura 3.9: Análisis estático del exoesqueleto.

#### 3.1.2. Simulación de esfuerzo en la columna

La estructura de la espalda está constituida por tres piezas, esto brinda flexibilidad pero a la vez seguridad para que no sufra una fractura la estructura. Esto está confirmado a través de la simulación del análisis de esfuerzos. En la Figura (a) de 3.10 se muestra el resultado de del límite elástico, en la Figura (b) de 3.10 se observan los resultados del factor de seguridad, el cual es favorable para el exoesqueleto.

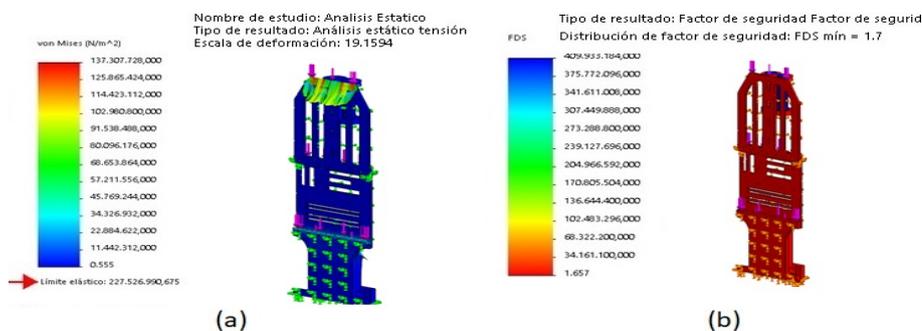


Figura 3.10: Análisis estático de la espalda del exoesqueleto.

## 3.2. Construcción del exoesqueleto

El maquinado y la construcción del exoesqueleto se llevó a cabo bajo la autorización del autor de esta tesis, el maquinado de todas las piezas se realizó dentro del CINVESTAV en el laboratorio de la UMI-LAFMIA.

Se realizaron los planos y códigos del maquinado correspondientes a cada pieza del exoesqueleto y se fabricaron en nylamid que es el polímero más usado en la industria para la fabricación de piezas desde muy pequeñas hasta muy grandes, está aprobado para trabajar en contacto directo con alimentos según la norma (NMX-E-202-1993-SCFI). Su resistencia térmica es de 93° C.

### 3.2.1. Maquinado y ensamblado de los miembros superiores

Analizando los datos de simulación que comprenden el hombro, brazo y antebrazo del exoesqueleto, se continuó con el maquinado de dichas piezas. Para fabricar las piezas fue necesario aprender a utilizar el software Solid CAM, en el cual ordenamos las operaciones de maquinado y las herramientas a utilizar. En la Figura 3.11 se muestran 4 imágenes en las cuales se visualizan las operaciones de maquinado para realizar un pieza.

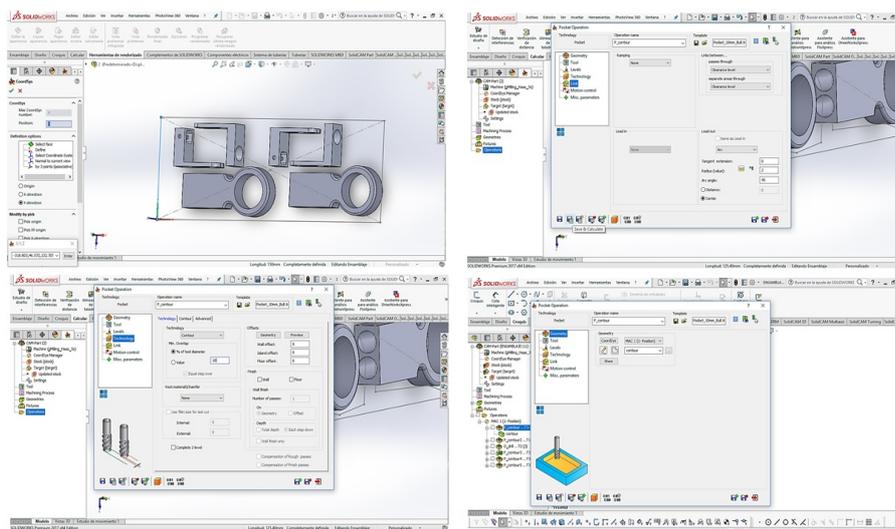


Figura 3.11: Software Solid CAM.

En la Figura 3.12 se muestran 35 piezas fabricadas y rectificadas que comprenden a los miembros superiores del exoesqueleto.

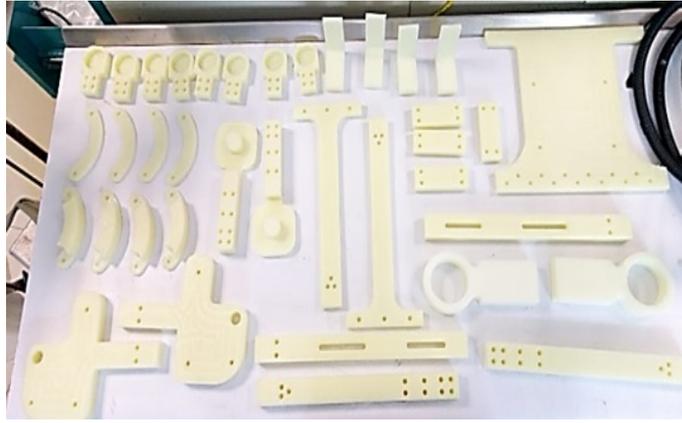


Figura 3.12: Piezas de los brazos fabricadas en nylamid.

Los miembros superiores fabricados y ensamblados se visualizan en la Figura 3.13, tiene dos rodamientos en la articulación del hombro y un rodamiento en la articulación del codo para soportar la carga axial.



Figura 3.13: Ensamble de los miembros superiores.

La articulación del codo realiza el movimiento de abducción gracias a los actuadores pasivos, los cuales son amortiguadores con resorte en la parte posterior de la espalda, en la Figura 3.14 se observa este mecanismo.

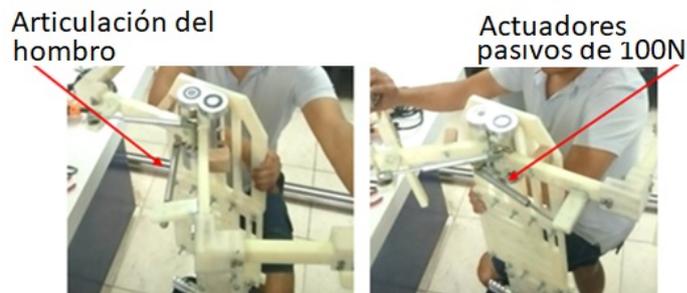


Figura 3.14: Ensamble de la articulación del hombro.

### 3.2.2. Maquinado y ensamblado de los miembros inferiores

La articulación de la cadera está constituida por 18 piezas. También tiene dos pivotes independientes de flexión y extensión. Un pivote une la cadera con la espalda y otro la cadera con las piernas. En la Figura (a) 3.15, se visualizan los actuadores pasivos. En la figura (b) de 3.15 se observan los acoplamientos de la cadera con las extremidades inferiores. En la Figura (c) de 3.15, se ven las barras ajustables de la articulación y por último en la Figura (d) de 3.15 la espalda del exoesqueleto.

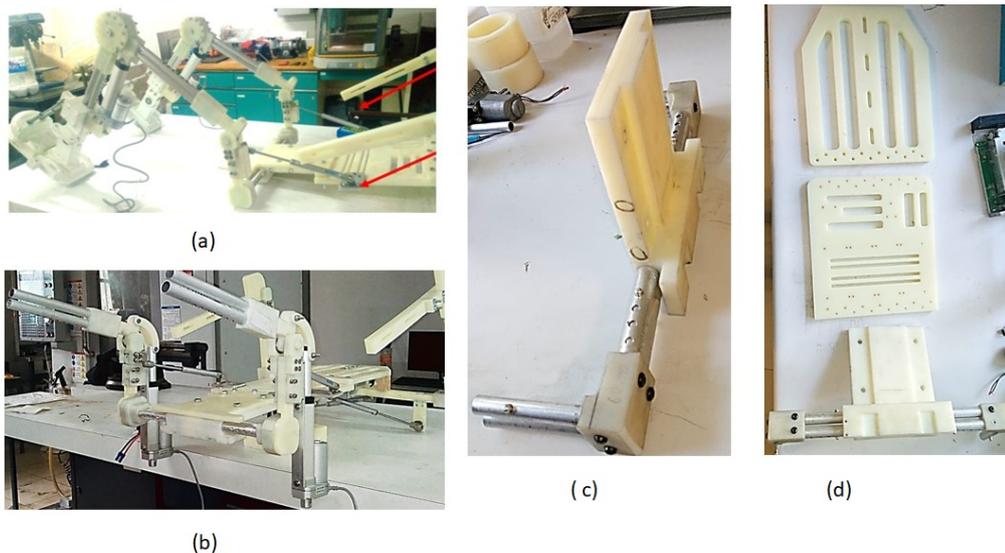


Figura 3.15: Ensamble de la articulación de la cadera.

La rodilla está actuada por un motor lineal, el cual realiza la flexión y extensión, el eje de esta articulación está fabricado con la aleación de aluminio 6030 el cual brinda las propiedades mecánicas para soportar la carga axial y de torsión. La fuerza se transmite a través de un balero de rodillos cilíndricos. Esta articulación está unida a la cadera y al tobillo por barras ajustables y en su interior un sistema de amortiguación, ver 3.16.



Figura 3.16: Sistema de amortiguamiento y carga.

La flexión y extensión de la rodilla y del tobillo se visualiza en la Figura 3.17, estas dos articulaciones tienen una estabilidad mecánica favorable, ya que la articulación de la rodilla puede actuarse sin que ésta se caiga.



Figura 3.17: Mecanismo de la rodilla y del tobillo.

Como se comentó en apartados anteriores la articulación del tobillo y la rodilla son esenciales ya que en ellos recae la carga a levantar y la carga de la estructura completa del exoesqueleto, se realizaron pruebas de funcionamiento y de resistencia, en la figura 3.17 se observan esto.



Figura 3.18: Pruebas de carga y de flexión.

La estructura completa del exoesqueleto tiene una altura de 1.65 cm la cual se ajusta hasta la altura de 1.80 cm, y en la parte de la articulación de la cadera se ajusta a 60cm máximo. En la Figura 3.19 se observan tres imágenes, en la primera se visualiza la altura y los actuadores pertenecientes al exoesqueleto, en la segunda se observa como se ajusta el exoesqueleto al cuerpo humano y finalmente la construcción final de esta plataforma de aumento de fuerza.

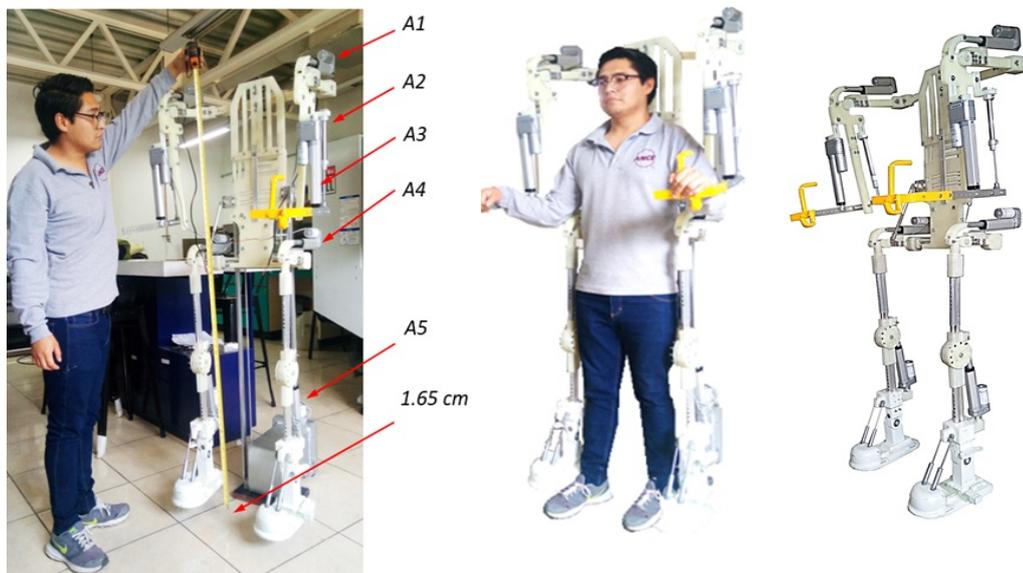


Figura 3.19: Exoesqueleto de aumento de fuerza.

### 3.3. Conclusión

El diseño propuesto del exoesqueleto de amplificación de fuerza para miembros superiores e inferiores se realizó en Solidworks, con un cálculo de esfuerzo en cada una de las piezas diseñadas. Este diseño es ajustable para un rango de personas y su peso es de 10kg. La instrumentación de este prototipo se describirá en el siguiente capítulo.

---

# INSTRUMENTACIÓN DEL EXOESQUELETO

---

Los componentes mecánicos, neumáticos y digitales que componen el funcionamiento del exoesqueleto de miembros superiores e inferiores se describe en este capítulo. Cabe recordar que la articulación del codo es sobreactuado por un sistema híbrido y las articulaciones restantes son activadas por un solo actuador. La instrumentación se divide en dos sistemas; el sistema electrónico, el sistema neumático.

## 4.1. Instrumentación del sistema electrónico

### 4.1.1. Sensores y actuadores del exoesqueleto

Un sensor es un dispositivo capaz de detectar magnitudes físicas o químicas, llamadas variables de instrumentación, y transformarlas en variables eléctricas, [31]. Estos sensores cuentan con ciertas características que hay que tomar en cuenta:

- *Rango de medida*
- *Sensibilidad*
- *Resolución*
- *Rapidez de respuesta*
- *Precisión*

A continuación se describe cada sensor utilizado en el exoesqueleto.

#### ■ *Sensor Encoder Incremental*

El sensor es un encoder incremental Yumo E6B2-CWZ3E, el cual es un transductor rotativo que transforma un movimiento angular en una serie de pulsos digitales, este sensor ayuda a la retroalimentación de posición angular en las articulaciones del exoesqueleto. En la Figura 4.1, se observa este componente.



Figura 4.1: Encoder Incremental Yumo E6B2-CWZ3E.

#### ■ *Sensor Palanca de Mando*

El segundo sensor es un joystick o palanca de mando, el cual es un periférico de entrada que consiste en una palanca que gira sobre una base e informa su ángulo o dirección al dispositivo que está controlando. Este dispositivo permite al ser humano darle indicaciones al exoesqueleto para activar y mover las lámparas que están colocadas en la parte superior del exoesqueleto. En la Figura 4.2, se observa este componente.



Figura 4.2: Módulo Joystick 2 ejes XY.

#### ■ *Sensor de Presión de Aire*

Los sensores de presión de aire (HDI) realizan acondicionamiento de señal digital de precisión y proporcionan salida analógica y digital al mismo tiempo. Este sensor se encuentra conectado en la entrada y salida de los pistones neumáticos. Esto ayudará a regular el aire que entra a las cámaras de accionamiento. En la Figura 4.3, se observa el sensor de presión de aire.

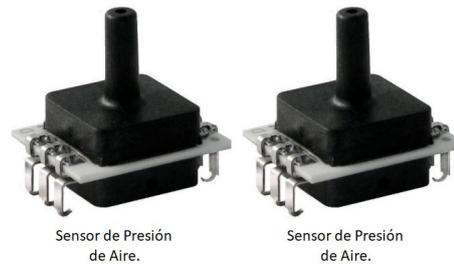


Figura 4.3: Módulo de Presión de Aire.

#### ■ *Sensor Goniómetro*

Un goniómetro es un aparato en forma de semicírculo o círculo, utilizado para medir o construir ángulos, [32]. Este aparato se diseñó utilizando un potenciómetro de 10k el cual nos brinda la resistencia necesaria para el rango de movimiento. Se caracterizó y obtuvieron ángulos de lectura entre 0 y 120 grados. En la Figura 4.4 se observa este componente.



Figura 4.4: Sensor de posición.

Para la construcción de la placa electrónica, se conectaron varios componentes como el transistor de unión bipolar BJT que es un dispositivo electrónico de estado sólido con dos uniones NPN muy cercanas entre sí, que permite controlar el paso de la corriente a través de sus terminales. También se utilizó la compuerta AND que es una puerta lógica digital que implementa la conjunción lógica y se comporta de acuerdo a una tabla de verdad. Estos componentes se pueden observar en la Figura 4.5,[33]

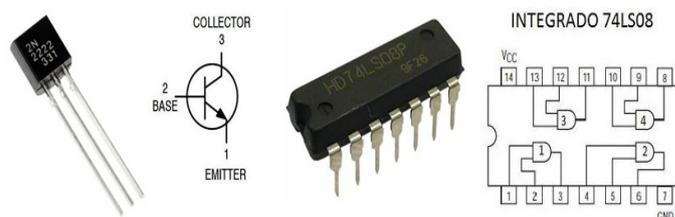


Figura 4.5: Transistor BJT y Compuerta AND.

Otro componente esencial es el relevador, el cual es un dispositivo electromecánico. Funciona como un interruptor controlador por un circuito eléctrico en el que, por medio de una bobina y un electroimán, se acciona un juego de uno o varios contactos que permiten abrir o cerrar otros circuitos eléctricos independientes. Dado que el relé es capaz de controlar un circuito de salida de mayor potencia que el de entrada, puede considerarse, en un amplio sentido, como un amplificador electrónico.

La activación de los Relays es por medio de opto acopladores, por lo cual son activados con un estado bajo (0 lógico GND), alta inmunidad al ruido eléctrico, rápida respuesta, protección de circuito por medio de diodos. ver Figura 4.6.

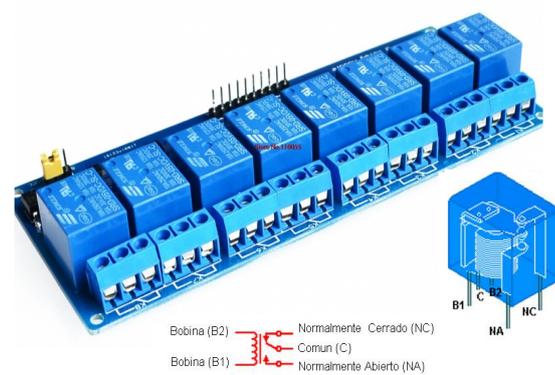


Figura 4.6: Tarjeta de relevadores

El exoesqueleto está controlado en su totalidad por una tarjeta IN MYRIO de national instruments, incluye entradas y salidas que se pueden encontrar en ambos lados de la carcasa a través de los conectores MXP y MSP. Tiene e/s analógicas, líneas de entradas y salidas digitales, LED, un botón e incorpora un acelerómetro, un FPGA Xilinx y un procesador ARM Cortex-A9 de doble núcleo, ver Figura 4.7.

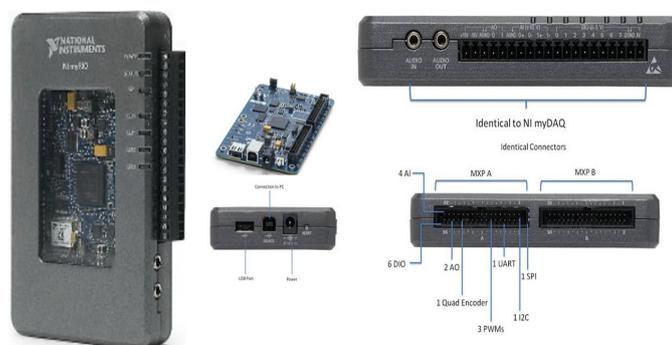


Figura 4.7: Tarjeta central de control

La articulación del codo, hombro, cadera y rodilla del exoesqueleto de aumento de fuerza, son actuadas por un motor lineal, el cual trasmite el movimiento rotatorio del motor a un movimiento traslacional. Cada motor colocado en el exoesqueleto tiene la capacidad de levantar un peso de 50 kg con una palanca de 1 metro, también cuentan con un encoder en la parte inferior. Los motores son de 4 pulgadas de distancia, ya que no es necesario más carrera, gracias al diseño de palanca de cada articulación. En la Figura 4.8 se puede observar este componente.



Figura 4.8: Motores lineales.

El driver que controlan el motor lineal es el MD03 (ver 4.9), este es un controlador de motor de potencia media, diseñado para suministrar energía más allá de cualquiera de los puentes H de un solo chip de baja potencia que existen. Las características principales son la facilidad de uso y la flexibilidad de programación. La potencia del motor se controla mediante la modulación de ancho de pulso (PWM) del puente H a una frecuencia de 15 kHz.

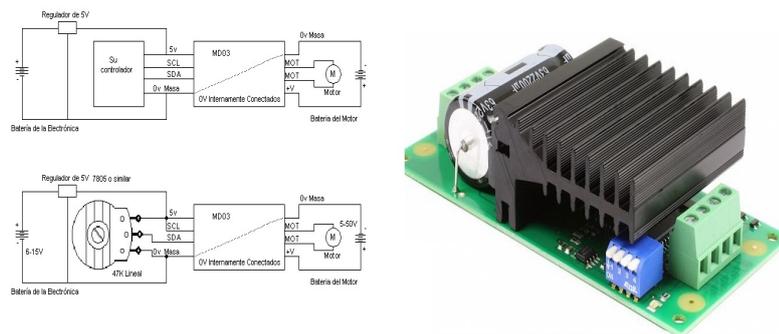


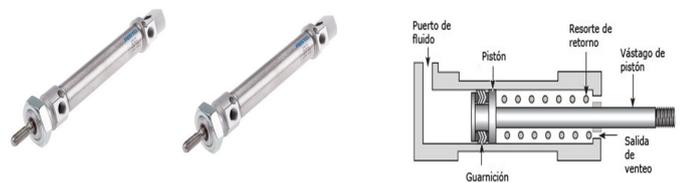
Figura 4.9: Driver de los motores lineales.

Este driver funciona en modo analógico entre - 0v-5v. En este modo, el motor está controlado por una señal analógica de 0v a 5v en la línea SDA y la dirección en SCL. Lógica 0 para dirección inversa y lógica 1 para dirección directa.

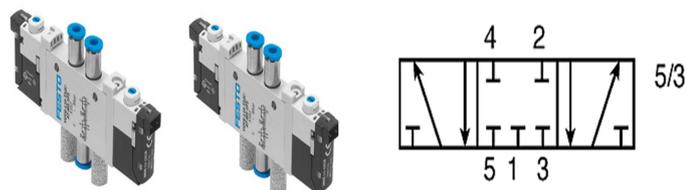
## 4.2. Instrumentación del sistema neumático

### 4.2.1. Actuadores neumáticos

Este sistema tiene dos pistones neumáticos que funcionan con aire comprimido a una presión de 7 bar cada uno, los cuales se ilustran en la figura (a) de 4.10. Estos son activados con 2 válvulas 5/3 de accionamiento continuo, ver Figura (b) de 4.10. La salida de aire es regulada por válvulas estranguladoras antirretorno la cual se ilustra en la imagen (c) de la figura 4.10. Estos componentes se pueden visualizar en las Figuras 4.10



(a) Pistones Neumáticos de doble efecto



(b) Válvulas 5/3 normalmente cerrada



(c) Válvulas estranguladoras antirretorno

Figura 4.10: Componentes neumáticos principales.

Este sistema es autónomo ya que cuenta con dos tanques de aire comprimido que tienen la capacidad de almacenar dos litros de aire a una presión de 15 bar, este tanque está colocado en la parte posterior del exoesqueleto a la altura de la cadera, los tanques se ilustran en la Figura (a) de 4.11.

Para bajar la presión de aire a 7 bar es esencial colocar una válvula reguladora a la salida del tanque, ésta se encuentra ilustrada en la Figura (b) 4.11. Este sistema autónomo cuenta con sensores digitales de presión en la entrada del tanque, este sistema se puede visualizar en la Figura (c) de 4.11.

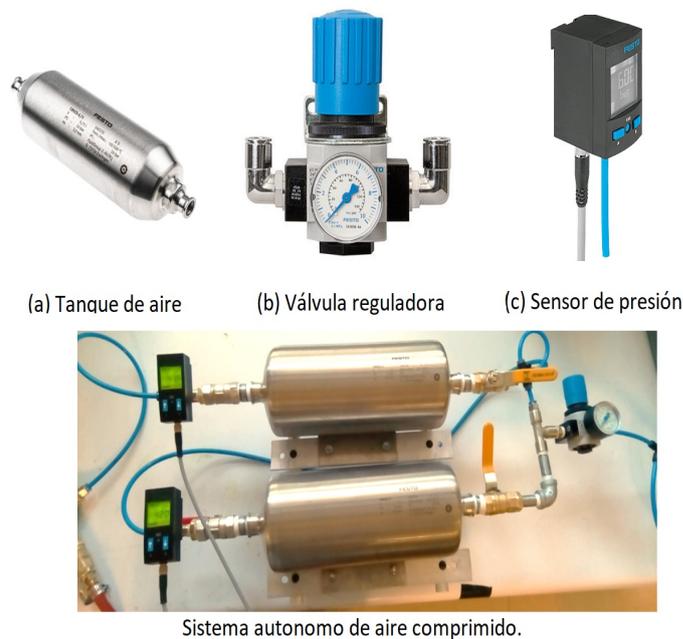


Figura 4.11: Sistema autónomo de aire comprimido.

### 4.2.2. Simulación del sistema neumático

La conexión neumática se simuló en el software FluidSim. En la Figura 4.12, se muestra el diagrama neumático, y en él se pueden observar por medio de simbología las 2 válvulas neumáticas, dos pistones neumáticos, un compresor de aire con sus respectivos filtros y dos válvulas estranguladoras. El sistema es alimentado con 24 volts.

### 4.2.3. Sistema híbrido

En la figura 4.13, se puede ver la articulación del codo, con el sistema híbrido de carga, el cual es un motor lineal y un pistón neumático en cada brazo, estos actuadores están en una configuración antagonista. En la imagen (a) de la Figura 4.13 se puede apreciar el movimiento de flexión de la articulación, en este caso se observa que el motor lineal se contrae y el pistón neumático se activa sacando todo el vástago. En la Figura (b) de 4.13 se observa un movimiento intermedio donde los dos actuadores están a la mitad, ya sea para

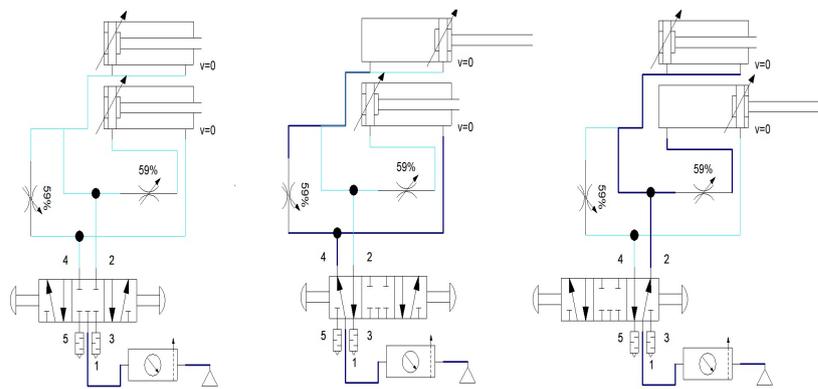


Figura 4.12: Simulación del sistema neumático.

salir o para contraerse. En la Figura (c) de 4.13 se observa el movimiento de extensión, por lo que el motor lineal sale completamente y el actuador neumático se contrae en su totalidad.

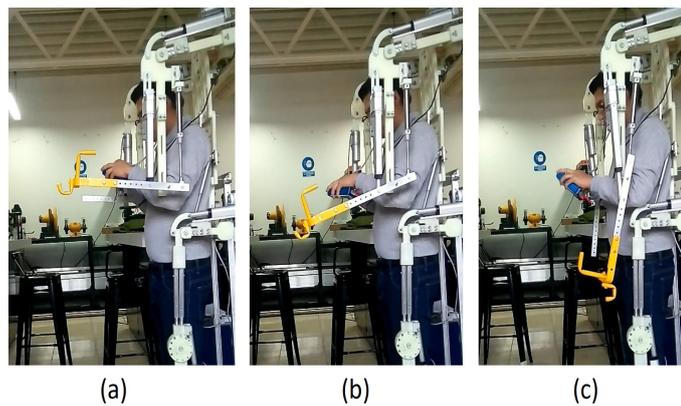


Figura 4.13: Sistema híbrido del exoesqueleto.

### 4.3. Conclusiones

El exoesqueleto para la amplificación de fuerza de miembros superiores e inferiores se instrumentó de tal manera que el peso de cada actuador mecánico y neumático afecte lo menos posible en el peso del exoesqueleto. La placa electrónica diseñada se construyó con indicadores para cada sensor y actuador del sistema. La alimentación eléctrica es autónoma ya que utilizan baterías tipo lipo. El sistema neumático es autónomo durante 50 repeticiones de flexión y extensión de la articulación del codo. La tarjeta IN MYRIO es suficiente para controlar y procesar todas las señales del sistema. En el siguiente capítulo se describe el modelo dinámico, contemplando todos los actuadores del sistema.

---

# MODELADO MATEMÁTICO

---

Los robots manipuladores son sistemas mecánicos articulados formados por eslabones conectados entre sí a través de uniones o articulaciones. Las articulaciones son básicamente de dos tipos: rotacionales y traslacionales.

Las ecuaciones dinámicas de un robot manipulador pueden obtenerse a partir de las ecuaciones de movimiento de Newton. El inconveniente que presenta este método es que el análisis se complica notablemente cuando aumenta el número de articulaciones del robot. Por lo tanto, es conveniente emplear las ecuaciones de movimiento de Lagrange,[34]. El uso de este método se reduce a cuatro etapas:

- *Cálculo de la energía cinética:*

$$K(q(t), \dot{q}(t))$$

- *Cálculo de la energía potencial:*

$$U(q(t))$$

- *Cálculo del lagrangiano:*

$$L(q(t), \dot{q}(t)) = K(q(t), \dot{q}(t)) - U(q(t))$$

- *Desarrollo de las ecuaciones de Lagrange:*

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i$$

## 5.1. Modelo dinámico del exoesqueleto

Las ecuaciones matemáticas que representan al exoesqueleto se obtuvieron mediante el método de Euler - Lagrange.

Se analizaron las articulaciones correspondientes al codo, hombro, cadera y rodilla las cuales tienen actuadores activos y las articulaciones del tobillo, abducción del hombro y del pivote de la cadera que tienen actuadores pasivos. De acuerdo a estas características el modelo matemático tiene 14 grados de libertad, 7 del lado derecho y 7 del lado izquierdo.

Como se muestra en la Figura 5.1, la movilidad de la articulación del codo es de 0 a 150 grados. El rango de movilidad con el que se diseñó el exoesqueleto es de 20 a 90 grados, ver Figura 5.1. La razón de ello es que el objetivo principal es el levantamiento de una carga y sostenerla en la posición de 90 grados.

En la Figura 5.1, se observa en color verde la posición articular inicial del exoesqueleto y en azul la posición a la que llega y se mantiene para sostener los objetos pesados, se observa que el exoesqueleto tiene un rango de movilidad de 70 grados.

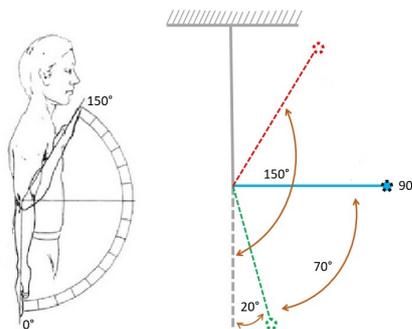


Figura 5.1: Movimiento del codo en el exoesqueleto.

El diagrama de cuerpo libre se observa en la Figura 5.2, este diagrama representa la parte superior e inferior del exoesqueleto. La articulación del codo está actuada por dos tipos de actuadores que hacen un movimiento antagonista y las articulaciones restantes solo son actuadas por un solo tipo de actuador activo.

Donde:

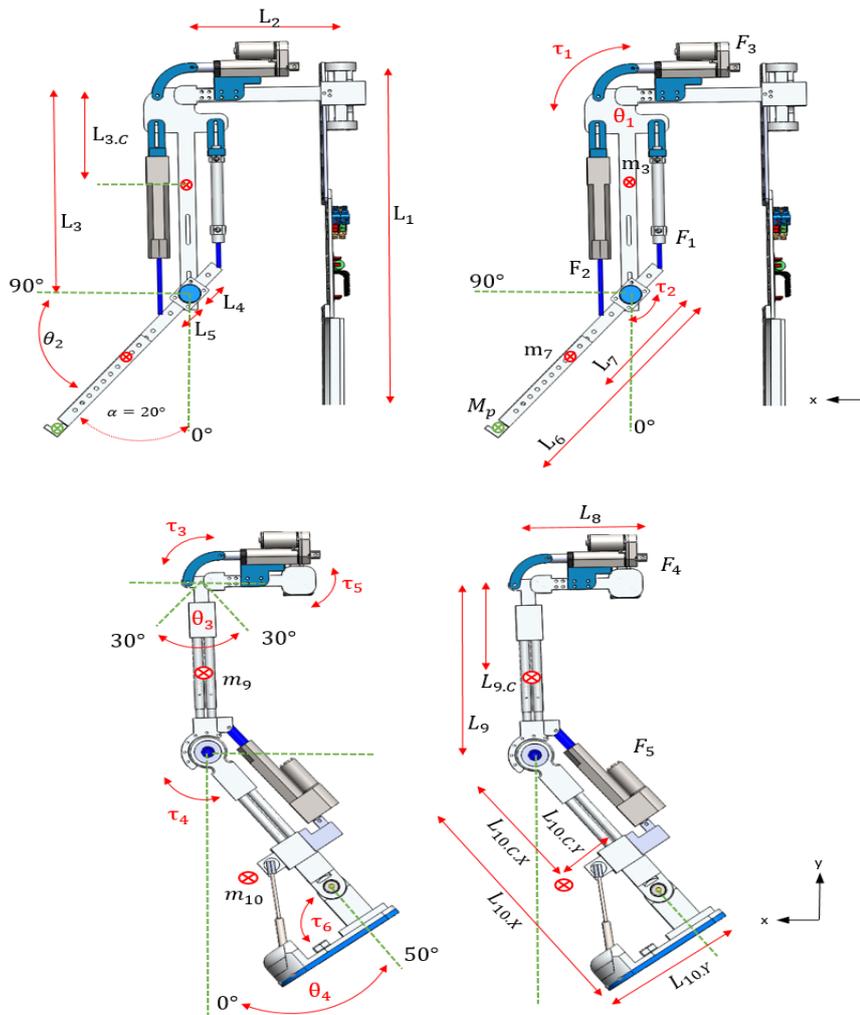


Figura 5.2: Diagrama de cuerpo libre del exoesqueleto de miembros superiores e inferiores.

$G = Gravedad$	$Teta 1 = \text{Ángulo del Hombro}$
$Tau 1 = \text{Par de la articulación del codo}$	$Teta 2 = \text{Ángulo del codo}$
$Tau 2 = \text{Par del sistema antagonista}$	$Teta 3 = \text{Ángulo de la cadera}$
$Tau 3 = \text{Par de la articulación de la cadera}$	$Teta 4 = \text{Ángulo de la rodilla}$
$Tau 4 = \text{Par de la articulación de la rodilla}$	$F1 = \text{Fuerza del pistón Neumático}$
$m3 = \text{Centro de masa 3 del brazo}$	$F2 = \text{Fuerza del motor lineal 2}$
$m7 = \text{Centro de masa del antebrazo}$	$F3 = \text{Fuerza del motor lineal 3}$
$m9 = \text{Centro de masa de la pierna}$	$F4 = \text{fuerza del motor lineal 4}$
$m10 = \text{Centro de masa de la rodilla}$	$F5 = \text{fuerza del motor lineal 5}$
$L3.c = \text{Distancia al centro de masa } m3$	$L6, L7 = \text{Distancias constantes}$
$L9.c = \text{Distancia al centro de masa } m9$	$L10.x, L10.y = \text{Distancias constantes}$
$L10.cx, L10.cy = \text{Distancia a } m10$	$Tau 5 \text{ y } 6 = \text{Torques pasivos}$
$L1, L2, L3 = \text{Son Distancias constantes}$	$Mp = \text{Masa de la carga}$
$L4, L5 = \text{Son Distancias constantes}$	$L8, L9 = \text{Distancias constantes}$

Tabla 5.1: Notación del diagrama de cuerpo libre del exoesqueleto de miembros superiores e inferiores.

### 5.1.1. Posición en las articulaciones del exoesqueleto

- *Posición en la articulación del hombro:*

$$P_{3.c} = \begin{bmatrix} L_2 \\ L_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{3.c} \sin(\theta_1) \\ -L_{3.c} \cos(\theta_1) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

- *Posición en la articulación del codo:*

$$P_{L7} = \begin{bmatrix} L_2 \\ L_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_3 \sin(\theta_1) \\ -L_3 \cos(\theta_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_7 \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2) \\ -L_7 \cos(\alpha + \theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

- *Posición de la masa agregada:*

$$P_{Mp} = \begin{bmatrix} L_2 \\ L_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_3 \sin(\theta_1) \\ -L_3 \cos(\theta_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2) \\ -(L_6 - L_4) \cos(\alpha + \theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

- *Posición en la articulación de cadera:*

$$P_{m9} = \begin{bmatrix} L_8 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{9.c} \sin(\theta_3) \\ -L_{9.c} \cos(\theta_3) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

- *Posición en la articulación de rodilla:*

$$P_{10} = \begin{bmatrix} L_8 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_9 \sin(\theta_3) \\ -L_9 \cos(\theta_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{10.c.x} \sin(\theta_3 + \theta_4) \\ -L_{10.c.x} \cos(\theta_3 + \theta_4) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{10.c.y} \cos(\theta_3 + \theta_4) \\ L_{10.c.y} \sin(\theta_3 + \theta_4) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

### 5.1.2. Velocidades en las articulaciones del exoesqueleto

- *Velocidad en la articulación del hombro:*

$$\dot{P}_{3.c} = L_{3.c} \dot{\theta}_1 \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

- *Velocidad en la articulación del codo:*

$$\dot{P}_{L.7} = L_3 \dot{\theta}_1 \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) \end{bmatrix} + L_7(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \begin{bmatrix} \cos(\alpha + \theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

- *Velocidad de la masa agregada:*

$$\dot{P}_{Mp} = L_3 \dot{\theta}_1 \begin{bmatrix} \sin(\theta_1) \\ \cos(\theta_1) \end{bmatrix} + (L_6 - L_4)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \begin{bmatrix} \cos(\alpha + \theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

- *Velocidad en la articulación de cadera:*

$$\dot{P}_{m9} = L_9.c \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) \end{bmatrix} \dot{\theta}_3 \quad (5.9)$$

- *Velocidad en la articulación de rodilla:*

$$\begin{aligned} \dot{P}_{m10} = & L_9 \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) \end{bmatrix} \dot{\theta}_3 + L_{10.c.x}(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \\ & \begin{bmatrix} \cos(\theta_3 + \theta_4) \\ \sin(\theta_3 + \theta_4) \end{bmatrix} \dot{\theta}_3 + L_{10.c.y}(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \begin{bmatrix} \sin(\theta_3 + \theta_4) \\ \cos(\theta_3 + \theta_4) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.10)$$

### 5.1.3. Magnitudes de las velocidades del exoesqueleto

- *Magnitud de la velocidad en la articulación del hombro:*

$$V_{3.C}^2 = L_{3.C}^2 \dot{\theta}_1^2 \quad (5.11)$$

- *Magnitud de la velocidad en la articulación del codo:*

$$\begin{aligned} V_{L7}^2 = & L_3^2 \dot{\theta}_1^2 + 2L_7^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2L_7 \dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) L_3 \{ \cos(\theta_1) \cos \\ & (\alpha + \theta_1 + \theta_2) + \sin(\theta_1) \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2) \} \end{aligned} \quad (5.12)$$

- *Magnitud de la velocidad de la masa agregada*

$$V_{Mp}^2 = L_3^2 \dot{\theta}_1^2 + (L_6 + L_4)^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2L_3(L_6 + L_4) \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \{\cos(\theta_1) \cos(\alpha + \theta_1 + \theta_2) + \sin(\theta_1) \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)\} \quad (5.13)$$

- *Magnitud de la velocidad en la articulación de cadera:*

$$V_{m9}^2 = L_{9.c}^2 \dot{\theta}_3^2 \quad (5.14)$$

- *Magnitud de la velocidad en la articulación del rodilla:*

$$V_{m10}^2 = L_9^2 \dot{\theta}_3^2 + (L_{10.c.x}^2 + L_{10.c.y}^2) (\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)^2 + 2\{L_9 \dot{\theta}_3 L_{10.c.x} (\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \{\cos(\theta_3) \cos(\theta_3 + \theta_4) + \sin(\theta_3) \sin(\theta_3 + \theta_4)\} + L_9 L_{10.c.y} \dot{\theta}_3 (\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \{-\cos(\theta_3) \sin(\theta_3 + \theta_4) + \sin(\theta_3) \cos(\theta_3 + \theta_4)\} + L_{10.c.x} L_{10.c.y} (\dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4)^2\} \quad (5.15)$$

#### 5.1.4. Energía cinética

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i$$

$$K_1 = \frac{1}{2} \left[ m_3 V_{3.c}^2 + m_7 V_{L_7}^2 + M_p V_{Mp}^2 + I_3 \dot{\theta}_1^2 + I_7 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \right] \quad (5.16)$$

$$k_2 = \frac{1}{2} \left[ m_9 V_{m9}^2 + \frac{1}{2} m_{10} V_{m10}^2 \right] \quad (5.17)$$

Derivando Parcialmente

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_1}{\partial \dot{\theta}_1} &= m_3 \dot{\theta}_1 L_{3.c}^2 + m_7 \{ L_3^2 \dot{\theta}_1 + L_7^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + L_7 L_3 \cos(\alpha + \theta_2) [\dot{\theta}_2 + 2\dot{\theta}_1] \} \\ &+ M_p \{ L_3^2 \dot{\theta}_1 + (L_6 - L_4)^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + L_3 (L_6 - L_4) [\dot{\theta}_2 \\ &+ 2\dot{\theta}_1] \cos(\alpha + \theta_2) \} \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_1}{\partial \dot{\theta}_2} &= m_7 \{ L_7 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + L_7 L_3 \dot{\theta}_1 \cos(\alpha + \theta_2) \} \\ &+ M_p \{ (L_6 - L_4)^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \} + L_3 (L_6 - L_4) \dot{\theta}_1 \cos(\alpha + \theta_2) \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial k_1}{\partial \theta_1} = 0 \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_1}{\partial \theta_2} = & m_7 \{-L_7 L_3 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\alpha + \theta_2)\} + M_p \{-L_3 (L_6 - L_4) \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 \\ & + \dot{\theta}_2) \sin(\alpha + \theta_2)\} \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_2}{\partial \dot{\theta}_3} = & m_9 L_{9.c}^2 \dot{\theta}_3 + m_{10} \{L_9^2 \dot{\theta}_3 + (L_{10.c.x}^2 + L_{10.c.y}^2) (\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + \\ & \{L_9 L_{10.c.x} (2\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \cos(\theta_4) + L_9 L_{10.c.y} (2\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) (-\sin(\theta_4))\}\} \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_2}{\partial \dot{\theta}_4} = & \{(L_{10.c.x}^2 + L_{10.c.y}^2) (\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + \{L_9 L_{10.c.x} \dot{\theta}_3 \cos(\theta_4) \\ & - L_9 L_{10.c.y} \dot{\theta}_3 \sin(\theta_4)\}\} m_{10} \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\frac{\partial k_2}{\partial \theta_3} = 0 \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial k_2}{\partial \theta_4} = m_{10} \{-L_9 \dot{\theta}_3 L_{10.c.x} \dot{\theta}_3 \sin(\theta_4) (\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) - L_9 L_{10.c.y} \dot{\theta}_3 (\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \cos(\theta_4)\} \quad (5.25)$$

Derivando con respecto del tiempo

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial k_1}{\partial \dot{\theta}_1} = & m_3 \ddot{\theta}_1 L_{3.C}^2 + m_7 \{L_3^2 \ddot{\theta}_1 + L_7^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + L_7 L_3 (2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cos(\alpha + \theta_2) \\ & - L_7 L_3 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{\theta}_2 \sin(\alpha + \theta_2)\} + M_p \{L_3^2 \ddot{\theta}_1 + (L_6 - L_4)^2 \\ & (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)\} + L_3 (L_6 - L_4) [2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2] \cos(\alpha + \theta_2) \\ & - L_3 (L_6 - L_4) (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{\theta}_2 \sin(\alpha + \theta_2) \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial k_1}{\partial \dot{\theta}_2} = & m_7 \{L_7^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + L_7 L_3 \ddot{\theta}_1 \cos(\alpha + \theta_2) - L_7 L_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\alpha + \theta_2)\} \\ & + M_p \{(L_6 - L_4)^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + L_3 (L_6 - L_4) \ddot{\theta}_1 \cos(\alpha + \theta_2) \\ & - L_3 (L_6 - L_4) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\alpha + \theta_2)\} \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial k_2}{\partial \dot{\theta}_3} = & m_9 L_{9.c}^2 \ddot{\theta}_3 + m_{10} \{ L_9^2 \ddot{\theta}_3 + (L_{10.c.x}^2 + L_{10.c.y}^2)(\ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) + L_9 L_{10.c.x} \\ & (2\ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) \cos(\theta_4) - L_9 L_{10.c.x} (2\ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) \dot{\theta}_4 \sin(\theta_4) - L_9 L_{10.c.y} \\ & (2\ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) \sin(\theta_4) - L_9 L_{10.c.y} (2\ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) \dot{\theta}_4 \cos(\theta_4) \} \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial k_2}{\partial \dot{\theta}_4} = & \{ (L_{10.c.x}^2 + L_{10.c.y}^2)(\ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) + L_9 L_{10.c.x} \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_4) - L_9 L_{10.c.x} (\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \\ & \sin(\theta_4) - L_9 L_{10.c.y} \ddot{\theta}_3 \sin(\theta_4) - L_9 L_{10.c.y} (\dot{\theta}_3)(\dot{\theta}_4) \cos(\theta_4) \} m_{10} \end{aligned} \quad (5.29)$$

### 5.1.5. Energía Potencial

$$\begin{aligned} p_1 = & m_3 g [L_1 - L_{3.c} \cos(\theta_1)] + m_7 g [L_1 - L_3 \cos(\theta_1) - L_7 \cos(\alpha + \theta_1 + \theta_2)] \\ & + M_p g [L_1 - L_3 \cos(\theta_1) - (L_6 - L_4) \cos(\alpha + \theta_1 + \theta_2)] \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$\begin{aligned} p_2 = & m_9 g \{ -L_{9.c} \cos(\theta_3) \} + m_{10} g \{ -L_9 \cos(\theta_3) - L_{10.c.x} \cos(\theta_3 + \theta_4) \\ & + L_{10.c.y} \sin(\theta_3 + \theta_4) \} \end{aligned} \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_1}{\partial \theta_1} = & m_3 g \sin(\theta_1) + m_7 g [L_3 \sin(\theta_1) + L_7 \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)] + \\ & M_p g [L_3 \sin(\theta_1) + (L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)] \end{aligned} \quad (5.32)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial \theta_2} = m_7 g L_7 \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2) + M_p g [(L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)] \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_2}{\partial \theta_3} = & m_9 g L_{9.c} \sin(\theta_3) + m_{10} g \{ L_9 \sin(\theta_3) + L_{10.c.x} \sin(\theta_3 + \theta_4) \\ & + L_{10.c.y} \cos(\theta_3 + \theta_4) \} \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial \theta_4} = m_{10} g \{ L_{10.c.x} \sin(\theta_3 + \theta_4) + L_{10.c.y} \cos(\theta_3 + \theta_4) \} \quad (5.35)$$

El torque se define por las siguientes ecuaciones

$$\frac{dt}{dt} \frac{\partial k_1}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial k_1}{\partial \theta_1} + \frac{\partial p_1}{\partial \theta_1} = \tau_1 \quad (5.36)$$

$$\frac{dt}{dt} \frac{\partial k_1}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial k_1}{\partial \theta_2} + \frac{\partial p_1}{\partial \theta_2} = \tau_2 \quad (5.37)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial k_2}{\partial \dot{\theta}_3} - \frac{\partial k_2}{\partial \theta_3} + \frac{\partial p_2}{\partial \theta_3} = \tau_3 \quad (5.38)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial k_2}{\partial \dot{\theta}_4} - \frac{\partial k_2}{\partial \theta_4} + \frac{\partial p_2}{\partial \theta_4} = \tau_4 \quad (5.39)$$

Realizando las operaciones correspondientes se obtienen los torques:

$$\begin{aligned} \tau_1 = & m_3 \ddot{\theta}_1 L_{3,c}^2 + m_7 \{ L_3^2 \ddot{\theta}_1 + L_7^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + L_7 L_3 [2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2] \cos(\alpha + \theta_2) \\ & - L_7 L_3 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{\theta}_2 \sin(\alpha + \theta_2) \} + M_p \{ L_3^2 \ddot{\theta}_1 + (L_6 - L_4)^2 (\ddot{\theta}_1 + \\ & \ddot{\theta}_2) + L_3 (L_6 - L_4) [2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2] \cos(\alpha + \theta_2) - L_3 (L_6 - L_4) (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \} \end{aligned} \quad (5.40)$$

$$\begin{aligned} & \dot{\theta}_2 \sin(\alpha + \theta_2) + m_3 g \sin(\theta_1) + m_7 g [L_3 \sin(\theta_1) + L_7 \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)] \\ & + M_p g [L_3 \sin(\theta_1) + (L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_2 = & m_7 \{ L_7^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + L_7 L_3 \ddot{\theta}_1 \cos(\alpha + \theta_2) + L_7 L_3 \dot{\theta}_1^2 \sin(\alpha + \theta_2) \} \\ & + M_p \{ (L_6 - L_4)^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + L_3 (L_6 - L_4) \ddot{\theta}_1 \cos(\alpha + \theta_2) + L_3 \\ & (L_6 - L_4) \dot{\theta}_2 \sin(\alpha + \theta_2) + m_7 g L_7 \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2) \\ & + M_p g [(L_6 - L_4) - \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)] \} \end{aligned} \quad (5.41)$$

$$\begin{aligned} \tau_3 = & m_9 L_{9,c}^2 \dot{\theta}_3 + m_{10} \{ L_9^2 \dot{\theta}_3 + (L_{10,c,x}^2 + L_{10,c,y}^2) (\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + \{ L_9 L_{10,c,x} (2\dot{\theta}_3 \\ & + \dot{\theta}_4) \cos(\theta_4) + L_9 L_{10,c,y} (2\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) - \sin(\theta_4) \} + m_9 g L_{9,c} \sin(\theta_3) \\ & + m_{10} g \{ L_9 \sin(\theta_3) + L_{10,c,x} \sin(\theta_3 + \theta_4) + L_{10,c,y} \cos(\theta_3 + \theta_4) \} \end{aligned} \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} \tau_4 = & m_{10} \{ (L_{10,c,x}^2 + L_{10,c,y}^2) (\ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) + L_9 L_{10,c,x} \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_4) \\ & + L_9 L_{10,c,y} \ddot{\theta}_3 \sin(\theta_4) + L_9 \dot{\theta}_3^2 L_{10,c,x} \sin(\theta_4) + L_9 L_{10,c,y} \cos(\theta_4) \dot{\theta}_3^2 \} \\ & + m_{10} g \{ L_{10,c,x} \sin(\theta_3 + \theta_4) + L_{10,c,y} \cos(\theta_3 + \theta_4) \} \end{aligned} \quad (5.43)$$

$\tau_5$  = Es un actuador pasivo no controlado.

$\tau_6$  = Es un actuador pasivo no controlado.

$\tau_7$  = Es un actuador pasivo no controlado.

### 5.1.6. Matriz de inercia $M(q)$

$$M_T = \begin{bmatrix} M_1 & M_0 \\ M_0 & M_2 \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} m_3 L_{3,c}^2 + m_7 L_3^2 + m_7 L_7^2 + 2L_7 L_3 & m_7 L_7^2 + m_7 L_7 L_3 \cos(\alpha + \theta_2) + M_p(L_6 - L_4)^2 + M_p L_3(L_6 - L_4) \\ \cos(\alpha + \theta_2) m_7 + M_p L_3^2 + M_p & \theta_2) + M_p(L_6 - L_4)^2 + M_p L_3(L_6 - L_4) \\ (L_6 - L_4)^2 + 2L_3(L_6 - L_4) & + M_p L_3(L_6 - L_4) \\ \cos(\alpha + \theta_2) & \cos(\alpha + \theta_2) \\ m_7 L_7^2 + m_7 L_7 L_3 \cos(\alpha + \theta_2) & \\ + M_p(L_6 - L_4)^2 + M_p & m_7 L_7^2 + M_p(L_6 - L_4)^2 \\ L_3(L_6 - L_4) \cos(\alpha + \theta_2) & \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} m_9 L_{9,c}^2 + m_{10} \{L_9^2 + L_{10,c,x}^2 + L_{10,c,y}^2 + 2L_9 L_{10,c,x} \cos(\theta_4) - 2L_9 L_{10,c,y} \sin(\theta_4)\} & m_{10} \{L_{10,c,x}^2 + L_{10,c,y}^2 + L_9 L_{10,c,x} \cos(\theta_4) - L_9 L_{10,c,y} \sin(\theta_4)\} \\ m_{10} \{L_{10,c,x}^2 + L_{10,c,y}^2 + L_9 L_{10,c,x} \cos(\theta_4) - L_9 L_{10,c,y} \sin(\theta_4)\} & m_{10} \{L_{10,c,x}^2 + L_{10,c,y}^2\} \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

$$M_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.47)$$



### 5.1.7. Matriz centrífuga y de coriolis $C(q, \dot{q})$

$$C = (q, \dot{q}) \in R^{n \times n} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

Para obtener  $C(q, \dot{q})$  es a través de los coeficientes o símbolos de Christoffel:

$$C_{ijk}(q) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial M_{kj}(q)}{\partial q_i} + \frac{\partial M_{ki}(q)}{\partial q_j} + \frac{\partial M_{ij}(q)}{\partial q_k} \right\} \quad (5.50)$$

Por lo tanto desarrollando los coeficientes de Christoffel obtenemos:

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_1} = 0 \quad (5.51)$$

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} = m_7 \{-2L_7 L_3 \sin(\alpha + \theta_2)\} - M_p \{2L_3(L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_2)\} \quad (5.52)$$

$$\frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} = -m_7 L_7 L_3 \sin(\alpha - \theta_2) - M_p L_3 (L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_2) \quad (5.53)$$

$$\frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial M_{21}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_2} = \frac{\partial M_{13}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial M_{13}}{\partial \theta_2} = 0 \quad (5.54)$$

$$\frac{\partial M_{21}}{\partial \theta_2} = -m_7 L_7 L_3 \sin(\alpha + \theta_2) - L_3 (L_6 - L_4) M_p \sin(\alpha + \theta_2) \quad (5.55)$$

$$\frac{\partial M_{14}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial M_{14}}{\partial \theta_2} = \frac{\partial M_{23}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial M_{23}}{\partial \theta_2} = \frac{\partial M_{24}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial M_{24}}{\partial \theta_2} = \frac{\partial M_{31}}{\partial \theta_1} = 0 \quad (5.56)$$

$$\frac{\partial M_{31}}{\partial \theta_2} = \frac{\partial M_{32}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial M_{32}}{\partial \theta_2} = \frac{\partial M_{41}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial M_{41}}{\partial \theta_2} = \frac{\partial M_{42}}{\partial \theta_1} = \frac{\partial M_{42}}{\partial \theta_2} = 0 \quad (5.57)$$

$$\frac{\partial M_{33}}{\partial \theta_3} = \frac{\partial M_{34}}{\partial \theta_3} = \frac{\partial M_{43}}{\partial \theta_3} = 0 \quad (5.58)$$

$$\frac{\partial M_{33}}{\partial \theta_4} = m_{10} \{-2L_9 L_{10..c.x} \sin(\theta_4) - L_9 L_{10..c.y} \cos(\theta_4)\} \quad (5.59)$$

$$\frac{\partial M_{34}}{\partial \theta_4} = m_{10} \{-L_9 L_{10..c.x} \sin(\theta_4) - L_9 L_{10..c.y} \cos(\theta_4)\} \quad (5.60)$$

$$\frac{\partial M_{43}}{\partial \theta_4} = m_{10} \{-L_9 L_{10..c.x} \sin(\theta_4) - L_9 L_{10..c.y} \cos(\theta_4)\} \quad (5.61)$$

$$\frac{\partial M_{44}}{\partial \theta_3} = \frac{\partial M_{44}}{\partial \theta_4} = 0 \quad (5.62)$$

por lo tanto:

$$C_{11} = \dot{\theta}_2 \frac{1}{2} \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} \quad (5.63)$$

$$C_{12} = \dot{\theta}_1 \frac{1}{2} \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} + \dot{\theta}_2 \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} \quad (5.64)$$

$$C_{13} = C_{14} = 0 \quad (5.65)$$

$$C_{21} = \frac{1}{2} \left\{ -\dot{\theta}_1 \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} + \dot{\theta}_2 \left[ \frac{\partial M_{21}}{\partial \theta_2} - \frac{\partial M_{21}}{\partial \theta_2} \right] \right\} \quad (5.66)$$

$$C_{22} = \frac{1}{2} \left\{ \dot{\theta}_1 \frac{\partial M_{21}}{\partial \theta_2} \right\} - \frac{1}{2} \left\{ \dot{\theta}_1 \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} \right\} \quad (5.67)$$

$$C_{23} = C_{24} = C_{31} = C_{32} = 0 \quad (5.68)$$

$$C_{33} = \frac{1}{2} \left\{ \dot{\theta}_4 \frac{\partial M_{33}}{\partial \theta_4} \right\} \quad (5.69)$$

$$C_{34} = \frac{1}{2} \left\{ -\dot{\theta}_3 \frac{\partial M_{33}}{\partial \theta_4} + 2\dot{\theta}_4 \frac{\partial M_{34}}{\partial \theta_4} \right\} \quad (5.70)$$

$$C_{41} = C_{42} = 0 \quad (5.71)$$

$$C_{43} = -\frac{1}{2}\{\dot{\theta}_3 \frac{\partial M_{43}}{\partial \theta_4}\} + \frac{1}{2}\dot{\theta}_4 \left\{ \frac{\partial M_{43}}{\partial \theta_4} - \frac{\partial M_{43}}{\partial \theta_4} \right\} \quad (5.72)$$

$$C_{44} = \frac{1}{2}\{\dot{\theta}_3 \frac{\partial M_{43}}{\partial \theta_4} - \frac{\partial M_{34}}{\partial \theta_4}\} \quad (5.73)$$

**La matriz C está formada de la siguiente manera**

$$C_{11} = \dot{\theta}_2 \frac{1}{2} m_7 \{-2L_7 L_3 \sin(\alpha + \theta_2)\} + M_p \{-2L_3(L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_3)\} \quad (5.74)$$

$$C_{12} = \dot{\theta}_1 \frac{1}{2} m_7 \{-2L_7 L_3 \sin(\alpha + \theta_2)\} + M_p \{-2L_3(L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_3)\} \\ + \dot{\theta}_2 - m_7 L_7 L_3 \sin(\alpha - \theta_2) - M_p L_3(L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_2) \quad (5.75)$$

$$C_{13} = 0 \quad (5.76)$$

$$C_{14} = 0 \quad (5.77)$$

$$C_{21} = m_7 \frac{1}{2} - \dot{\theta}_1 \{-2L_7 L_3 \sin(\alpha + \theta_2)\} + M_p \{-2L_3(L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_3)\} \quad (5.78)$$

$$C_{22} = -\frac{1}{2}\{\dot{\theta}_1 - m_7 L_7 L_3 \sin(\alpha + \theta_2) - L_3(L_6 - L_4) M_p \sin(\alpha + \theta_2)\} \\ - \frac{1}{2}\{\dot{\theta}_1 - m_7 L_7 L_3 \sin(\alpha - \theta_2) - M_p L_3(L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_2)\} \quad (5.79)$$

$$C_{23} = 0 \quad (5.80)$$

$$C_{24} = 0 \quad (5.81)$$

$$C_{31} = 0 \quad (5.82)$$

$$C_{32} = 0 \quad (5.83)$$

$$C_{33} = \frac{1}{2} \{ \dot{\theta}_4 (-2L_9 L_{10.c.x} \sin(\theta_4) - 2L_9 L_{10.c.y} \cos(\theta_4)) m_{10} \} \quad (5.84)$$

$$C_{34} = \frac{1}{2} \{ \dot{\theta}_3 (m_{10} (-2L_9 L_{10.c.x} \sin(\theta_4) - 2L_9 L_{10.c.y} \cos(\theta_4))) + 2\dot{\theta}_4 (-L_9 L_{10.c.x} \sin(\theta_4) - L_9 L_{10.c.y} \cos(\theta_4)) \} \quad (5.85)$$

$$C_{41} = 0 \quad (5.86)$$

$$C_{42} = 0 \quad (5.87)$$

$$C_{43} = -\frac{1}{2} (\dot{\theta}_3) m_{10} \{ -2L_9 L_{10.c.x} \sin(\theta_4) - L_9 L_{10.c.y} \cos(\theta_4) \} \quad (5.88)$$

$$C_{44} = \frac{1}{2} \{ \dot{\theta}_3 [-L_9 L_{10.c.x} \sin(\theta_4) - L_9 L_{10.c.y} \cos(\theta_4)] m_{10} - [-L_9 L_{10.c.x} \sin(\theta_4) - L_9 L_{10.c.y} \cos(\theta_4)] m_{10} \} \quad (5.89)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & C_{34} \\ 0 & 0 & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix} \quad (5.90)$$

### 5.1.8. La matriz de fricción

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_4 \end{bmatrix} \quad (5.91)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0.15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.35 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.23 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.15 \end{bmatrix}$$

### 5.1.9. Vector de gravedad

$$\dot{g} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial v_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial v_2}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial v_2}{\partial \theta_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_3 g \sin(\theta_1) + m_7 g [L_3 \sin(\theta_1) + L_7 \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)] + \\ M_p g [L_3 \sin(\theta_1) + (L_6 - L_4) \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)] \\ \\ m_7 g L_7 \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2) + M_p g [(L_6 - L_4) \\ \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)] \\ \\ m_9 g L_{9.c} \sin(\theta_3) + m_{10} g \{L_9 \sin(\theta_3) + L_{10.c.x} \sin(\theta_3 + \theta_4) \\ + L_{10.c.y} \cos(\theta_3 + \theta_4)\} \\ \\ m_{10} g \{L_{10.c.x} \sin(\theta_3 + \theta_4) + L_{10.c.y} \\ \cos(\theta_3 + \theta_4)\} \end{bmatrix} \quad (5.92)$$

El modelo esta conformado por la siguiente ecuación

$$M\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g + F\dot{\theta} = \tau \quad (5.93)$$

donde  $\ddot{\theta}$  es el vector de estados:

$$\ddot{\theta} = [\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_4, \ddot{\theta}_3, \ddot{\theta}_4]^T \quad (5.94)$$

por lo tanto:

$$\begin{aligned} X_1 &= \theta \\ X_2 &= \dot{\theta} \end{aligned} \quad (5.95)$$

El sistema no lineal en espacio de estados es:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ M^{-1}[\tau - C(X_1, X_2)X_2 - g(X_1) - F(X_2)] \end{bmatrix} \quad (5.96)$$

## 5.2. Modelo dinámico en tiempo discreto

Para poder aplicar el control Sub-óptimo, es esencial transferir el modelo no lineal del exoesqueleto a un sistema discreto, esta transformación se logra tomando en consideración el sistema discreto no lineal afín de la ecuación (5.97).

$$\bar{x}(k+1) = f_0(\bar{x}(k)) + f_1(\bar{x}(k))u(k) \quad (5.97)$$

donde  $k = 0, 1, \dots, N$ ,  $\bar{x}(k), f_0(\bar{x}(k)) \in R^2$ ,  $f_1(\bar{x}(k)) \in R^{n \times m}$  y  $u(k) \in R^m$ , con el tiempo de muestreo  $t_s$ .

Por lo tanto:

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (5.98)$$

$$\tilde{X}(k) = \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \end{bmatrix} \quad (5.99)$$

$$\dot{\tilde{X}}(k) = \frac{\tilde{X}(k+1) - \tilde{X}(k)}{t_s} \quad (5.100)$$

**El modelo discretizado en espacio de estados es el siguiente.**

$$\tilde{X}(k+1) = \begin{bmatrix} X_1(k) + X_2(k)(t_s) \\ M^{-1}(\tilde{X}(k))\{\tau - C(X_1(k), X_2(k))X_2(k) \\ - g(X_1(k)) - FX_2(k) + X_2(k)(t_s)\} \end{bmatrix} \quad (5.101)$$

# CONTROL

---

En este capítulo se aborda el tema de controladores para la manipulación del exoesqueleto. Se proponen dos tipos de controles de posición, el primer controlador es un control proporcional derivativo con compensación de la gravedad, este control como su nombre lo indica utiliza el vector de pares gravitacionales del modelo obtenido. El segundo es un control Sub-Óptimo, este control se plantea para optimizar el consumo de energía, de esta manera el exoesqueleto lograra tener un mayor rendimiento durante periodos mas largos de trabajo. Este control no se considera óptimo ya que no se resuelven las ecuaciones de Ricatti porque son bastantes complejas y con el numero de grados de libertad en el exoesqueleto aumenta mas el problema de resolverlas.

## 6.1. Control proporcional derivativo con compensación de la gravedad.

La ley de control PD+G expresarse de la siguiente manera:

$$\tau = K_p \tilde{q} + K_v \dot{\tilde{q}} + g(q) \quad (6.1)$$

donde  $K_p, K_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son matrices simétricas definidas positivas. Nótese que la única diferencia respecto al control PD es el término aditivo  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ . El controlador PD+G hace uso explícito del conocimiento parcial del modelo del manipulador, específicamente de  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ . Este control es capaz de satisfacer el objetivo de control de posición pura en forma global para robots de *n.g.d.l.* Además su sintonización resulta ser trivial, [34].

## 6.2. Control Sub-óptimo

### 6.2.1. Optimización de horizonte finito

#### Control Sub-óptimo no lineal discreto para sistemas afines

El exoesqueleto propuesto en esta tesis, tiene un ciclo de trabajo corto, por el consumo tan grande de energía en los actuadores utilizados. Para ampliar el ciclo de funcionamiento se propone el control Sub-óptimo, el cual mediante un índice de desempeño logra llegar a la posición deseada con el menor consumo de energía, [35].

Definición 1: El par  $(x_0, x_1)$  es controlable si existe un control admisible  $u(k)$  tal que el sistema definido por  $x(k+1) = f(x(k), u(k))$  se transfiere de  $x_0$  a  $x_1$  en  $N$  número finito de pasos. Dónde  $x(k), f(\dots) \in R^n, u(k) \in R^m$ .

Considerando el sistema discreto no lineal a fin de la ecuación (5.97) y definiendo el siguiente índice de rendimiento obtenemos.

$$J = \frac{1}{2} \bar{x}^T(N) H \bar{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \{ \bar{x}^T(k) Q \bar{x}(k) + u^T(k) R u(k) \} \quad (6.2)$$

Donde el horizonte finito es  $t_f = TN$  y  $Q \geq 0$  y  $R > 0$  son matrices cuadradas. Se supone que el par de puntos  $(x_0, x_{t_f})$  (5.97) satisface la definición 1. Siguiendo la programación dinámica enfocada en tiempo discreto propuesta originalmente en [36], define la siguiente notación.

$$J_{N,N}^* = \frac{1}{2} \bar{x}^T(N) H \bar{x}(N) \quad (6.3)$$

Teniendo en cuenta que este término no depende de la ley de control  $u(N)$  y puede ser llamado el control óptimo de  $J$  en tiempo discreto  $N$ , entonces el siguiente paso se define como:

$$\begin{aligned} J_{N,N}^* &= \min_{u(N-1)} \left\{ \frac{1}{2} \bar{x}^T(N) H \bar{x}(N) + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-1) Q \bar{x}(N-1) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) \right\} \\ &= \min_{u(N-1)} \left\{ J_{N,N}^* + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-1) Q \bar{x}(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) \right\} \end{aligned} \quad (6.4)$$

El valor del estado  $\bar{x}(N)$  podría calcularse por la ecuación de espacio de estado,(5.97):

$$J_{N-1,N}^*(\bar{x}(N-1), u(N-1)) = \min_{u(N-1)} \left\{ \frac{1}{2} [f_0(\bar{x}(N-1) + f_1(\bar{x}(N-1)u(N-1))]^T \right. \\ \left. H \times [f_0(\bar{x}(N-1) + f_1(\bar{x}(N-1)u(N-1))] + \right. \\ \left. \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-1)Q\bar{x}(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-1)Ru(N-1) \right\} \quad (6.5)$$

En este paso se encuentra el valor mínimo de  $J_{N-1,N}$  por lo tanto se deduce que:

$$u^*(N-1) = -[f_1^T(\bar{x}(N-1)Hf_1(\bar{x}(N-1) + R)]^{-1} f_1^T(\bar{x}(N-1)Hf_0(\bar{x}(N-1)) \quad (6.6)$$

La matriz  $R$  es definida positiva esto asegura que  $[f_1^T(\bar{x}(N-1)Hf_1(\bar{x}(N-1) + R)]^{-1}$  exista. observe que el control en (6.10) es el control óptimo, ya que:

$$\frac{\partial^2 J_{N-1,N}(\bar{x}(N-1), u(N-1))}{\partial^2 u(N-1)} = R > 0 \quad (6.7)$$

La existencia de un mínimo está garantizado, ya que el lado derecho en la ecuación (6.5) es fuertemente convexo con respecto  $u(N-1)$ . Para el siguiente paso N-2, tenga en cuenta que el valor de  $u(N-1)$  es el valor óptimo, y de acuerdo con el principio de optimalidad de Bellman, este control genera el valor óptimo de  $\bar{x}(N-1)$ .

Para este paso tenemos que :

$$\bar{J}_{N-2,N}(\bar{x}(N-2), u(N-1), u(N-2)) = \min_{u(N-1), u(N-2)} \left\{ \frac{1}{2} \bar{x}(N)^T H(\bar{x})(N) + \right. \\ \left. \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-1)Q\bar{x}^T(N-1) + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-2) \right. \\ \left. Q\bar{x}(N-2) + \frac{1}{2} u^T(N-1)Ru(N-1) + \right. \\ \left. \frac{1}{2} u^T(N-2)Ru(N-2) \right\} \quad (6.8)$$

Tenga en cuenta que el término que implica  $\bar{x}(N)$ , depende del control  $u(N - 1)$  y el término con  $\bar{x}(N - 2)$  depende del control  $u(N - 3)$ , sólo el término con  $\bar{x}(N - 1)$  depende del control  $u(N - 2)$ . Pero el control  $u(N - 1)$  hallado en el paso anterior es óptimo y  $\bar{x}(N - 1)$  viene dada por la ecuación de estado (5.97), por lo que:

$$\begin{aligned} \bar{J}_{N-2,N}(\bar{x}(N-2), u(N-2)) = & \min_{u(N-2)} \left\{ \frac{1}{2} \bar{x}(N)^T H(\bar{x})(N) + \frac{1}{2} [f_0(\bar{x}(N-2)) \right. \\ & + f_1(\bar{x}(N-2))u(N-2)]^T Q \times [f_0(\bar{x}(N-2)) \\ & + f_1(\bar{x}(N-2))u(N-2)] + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-2) Q \bar{x}(N-2) \\ & \left. + \frac{1}{2} \bar{u}^T(N-1) R u(N-1) + \frac{1}{2} \bar{x}^T(N-2) R u(N-2) \right\} \end{aligned} \quad (6.9)$$

Ahora, usamos esta ecuación para obtener el control subóptimo  $u(N - 2)$  en este paso, con esto evitamos la resolución de las ecuaciones del tipo de Riccati que es un problema muy complejo. Sin embargo la ecuación (6.9) es fuertemente convexa respecto a  $u(N - 2)$  y este hecho garantiza la existencia de un mínimo, sin embargo es sólo una aproximación al valor óptimo de  $u(N - 2)$ , porque como bien es conocido el nivel de señal de control óptimo de  $u(N - 2)$  se encuentra hallando la solución de Riccati para el caso no lineal, que no es fácil de encontrar. Procedemos de la manera habitual con el fin de encontrar un control subóptimo  $u(N - 2)$ :

$$\bar{u}(N-2) = -[f_1^T(\bar{x}(N-2))Qf_1(\bar{x}(N-1)) + R]^{-1} f_1^T(\bar{x}(N-1))Qf_0(\bar{x}(N-1)) \quad (6.10)$$

No es una tarea difícil encontrar las siguientes ecuaciones generales.

$$\begin{aligned} \bar{u}(N-k) = & -[f_1^T(\bar{x}(N-k))Qf_1(\bar{x}(N-k)) + R]^{-1} \\ & f_1^T(\bar{x}(N-k))Qf_0(\bar{x}(N-k)) \end{aligned} \quad (6.11)$$

Esta secuencia Sub-óptima garantiza una aproximación para el valor mínimo del índice de rendimiento (6.2), ver ecuación (6.7)

### 6.2.2. Ley de Control Sub-Óptimo

Partiendo de la siguiente Ley de control Sub-óptima la cual es obtenida en la sección anterior de este capítulo.

$$\bar{u}(N-K) = -[f_1^T(\bar{x}(N-k))Qf_1(\bar{x}(N-k))+R]^{-1}f_1^T(\bar{x}(N-k))Qf_0(\bar{x}(N-k)) \quad (6.12)$$

Se propone la Ley de control de la ecuación (6.12) para cada actuador del exoesqueleto, por lo tanto:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

donde:

$u_1$  = Ley de control Sub-óptimo para la articulación del Hombro

$u_2$  = Ley de control Sub-óptimo para la articulación del Codo

$u_3$  = Ley de control Sub-óptimo para la articulación de Cadera

$u_4$  = Ley de control Sub-óptimo para la articulación de Rodilla

Para implementar el control propuesto en la ecuación (6.12), se utilizará el modelo en tiempo discreto del exoesqueleto. Cada ley de control será implementada del lado izquierdo y derecho del exoesqueleto. La ley de control sub-óptima expresada en la ecuación 6.11 requiere de las siguientes matrices para desarrollarse.

$$f_1(\tilde{X}(N-k)) = 8X4 \quad (6.14)$$

$$f_1^T(\tilde{X}(N-k)) = 4X8 \quad (6.15)$$

$$f_0(\tilde{X}(N-k)) = 8X1 \quad (6.16)$$

$$Q = 8X8 \quad (6.17)$$

$$R = 4X4 \quad (6.18)$$

La matriz  $f_1(\tilde{X}(N - K))$  está conformada por los siguientes términos.

$$f_1(\tilde{X}(N - K)) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ f1_{5,1} & f1_{5,2} & 0 & 0 \\ f1_{6,1} & f1_{6,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f1_{7,3} & f1_{7,4} \\ 0 & 0 & f1_{8,3} & f1_{8,4} \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

$$\begin{aligned} f1_{5,1} = & (Mp * L_4^2 - 2 * Mp * L_4 * L_6 + Mp * L_6^2 + m_7 * L_7^2) / (L_3^2 * L_4^2 * Mp^2 \\ & + L_3^2 * L_6^2 * Mp^2 + L_3^2 * L_7^2 * m_7^2 - 2 * L_3 * L_4^3 * Mp * \cos(\alpha + \theta_2) + \\ & 2 * L_3 * L_6^3 * Mp * \cos(\alpha + \theta_2) - 2 * L_3^2 * L_4 * L_6 * Mp^2 \\ & - L_3^2 * L_4^2 * Mp^2 * \cos(\alpha + \theta_2)^2 - L_3^2 * L_6^2 * Mp^2 * \cos(\alpha + \theta_2)^2 + \\ & L_3^2 * L_4^2 * Mp * m_7 + L_3^2 * L_6^2 * Mp * m_7 + L_3^2 * L_7^2 * Mp \end{aligned} \quad (6.20)$$

$$\begin{aligned} f1_{5,2} = & - (Mp * L_4^2 - 2 * Mp * L_4 * L_6 - L_3 * Mp * \cos(\alpha + \theta_2) * L_4 + Mp \\ & * L_6^2 + L_3 * Mp * \cos(\alpha + \theta_2) * L_6 + m_7 * L_7^2 + L_3 * m_7 * \cos(\alpha + \\ & \theta_2) * L_7) / (L_3^2 * L_4^2 * Mp^2 + L_3^2 * L_6^2 * Mp^2 + L_3^2 * L_7^2 * m_7^2 - 2 * L_3 * \\ & L_4^3 * Mp * \cos(\alpha + \theta_2) + 2 * L_3 * L_6^3 * Mp * \cos(\alpha + \theta_2) - 2 * L_3^2 \\ & * L_4 * L_6 * Mp^2 - L_3^2 * L_4^2 * Mp^2 * \cos(\alpha + \theta_2)^2 - L_3^2 \end{aligned} \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned} f1_{6,1} = & - (Mp * L_4^2 - 2 * Mp * L_4 * L_6 - L_3 * Mp * \cos(\alpha + \theta_2) * L_4 + \\ & Mp * L_6^2 + L_3 * Mp * \cos(\alpha + \theta_2) * L_6 + m_7 * L_7^2 + L_3 * m_7 * \cos \\ & (\alpha + \theta_2) * L_7) / (L_3^2 * L_4^2 * Mp^2 + L_3^2 * L_6^2 * Mp^2 + L_3^2 * L_7^2 * m_7^2 - 2 \\ & * L_3 * L_4^3 * Mp * \cos(\alpha + \theta_2) + 2 * L_3 * L_6^3 * Mp * \cos(\alpha + \theta_2) - \\ & 2 * L_3^2 * L_4 * L_6 * Mp^2 - L_3^2 * L_4^2 * Mp^2 * \cos(\alpha + \theta_2)^2 - L_3^2 * L_6^2 * \\ & Mp^2 * \cos(\alpha + \theta_2)^2 + L_3^2 * L_4^2 \end{aligned} \quad (6.22)$$

$$\begin{aligned}
f1_{6,2} = & (L_3^2 * M_p + L_4^2 * M_p + L_6^2 * M_p + L_3^2 * m_7 + L_7^2 * m_7 + L_3 c^2 * m_3 - 2 \\
& * L_4 * L_6 * M_p - 2 * L_3 * L_4 * \cos(\alpha + \theta_2) + 2 * L_3 * L_6 * \cos(\alpha + \theta_2) \\
& + 2 * L_3 * L_7 * m_7 * \cos(\alpha + \theta_2)) / (L_3^2 * L_4^2 * M_p^2 + L_3^2 * L_6^2 * M_p^2 + L_3^2 \\
& * L_7^2 * m_7^2 - 2 * L_3 * L_4^3 * M_p * \cos(\alpha + \theta_2) + 2 * L_3 * L_6^3 * M_p * \cos(\alpha \\
& + \theta_2) - 2 * L_3^2 * L_4 * L_6 * M_p^2 - L_3^2 * L_4^2)
\end{aligned} \tag{6.23}$$

$$\begin{aligned}
f1_{7,3} = & (L_{10cx}^2 + L_{10cy}^2) / (L_9^2 * L_{10cx}^2 * m_{10} + L_{10cx}^2 * L_{9c}^2 * m_9 + L_{10cy}^2 * L_{9c}^2 * m_9 \\
& - L_9^2 * L_{10cx}^2 * m_{10} * \cos(\theta_4)^2 + L_9^2 * L_{10cy}^2 * m_{10} * \cos(\theta_4)^2 + L_9^2 * L_{10cx} \\
& * L_{10cy} * m_{10} * \sin(2 * \theta_4))
\end{aligned} \tag{6.24}$$

$$\begin{aligned}
f1_{7,4} = & - (L_{10cx}^2 + L_9 * \cos(\theta_4) * L_{10cx} + L_{10cy}^2 - L_9 * \sin(\theta_4) * L_{10cy}) \\
& / (L_9^2 * L_{10cx}^2 * m_{10} + L_{10cx}^2 * L_{9c}^2 * m_9 + L_{10cy}^2 * L_{9c}^2 * m_9 - L_9^2 * \\
& L_{10cx}^2 * m_{10} * \cos(\theta_4)^2 + L_9^2 * L_{10cy}^2 * m_{10} * \cos(\theta_4)^2 + L_9^2 * L_{10cx} \\
& * L_{10cy} * m_{10} * \sin(2 * \theta_4))
\end{aligned} \tag{6.25}$$

$$\begin{aligned}
f1_{8,3} = & - (L_{10cx}^2 + L_9 * \cos(\theta_4) * L_{10cx} + L_{10cy}^2 - L_9 * \sin(\theta_4) * L_{10cy}) \\
& / (L_9^2 * L_{10cx}^2 * m_{10} + L_{10cx}^2 * L_{9c}^2 * m_9 + L_{10cy}^2 * L_{9c}^2 * m_9 - L_9^2 * \\
& L_{10cx}^2 * m_{10} * \cos(\theta_4)^2 + L_9^2 * L_{10cy}^2 * m_{10} * \cos(\theta_4)^2 + L_9^2 * L_{10cx} \\
& * L_{10cy} * m_{10} * \sin(2 * \theta_4))
\end{aligned} \tag{6.26}$$

$$\begin{aligned}
f1_{8,4} = & - (m_{10} * L_9^2 + 2 * m_{10} * \cos(\theta_4) * L_9 * L_{10cx} - 2 * m_{10} * \sin(\theta_4) \\
& * L_9 * L_{10cy} + m_{10} * L_{10cx}^2 + m_{10} * L_{10cy}^2 + m_9 * L_{9c}^2) / (m_{10} * (L_9^2 \\
& * L_{10cx}^2 * m_{10} + L_{10cx}^2 * L_{9c}^2 * m_9 + L_{10cy}^2 * L_{9c}^2 * m_9 - L_9^2 * L_{10cx}^2 \\
& * m_{10} * \cos(\theta_4)^2 + L_9^2 * L_{10cy}^2 * m_{10} * \cos(\theta_4)^2 + L_9^2 * L_{10cx} * L_{10cy} \\
& * m_{10} * \sin(2 * \theta_4)))
\end{aligned} \tag{6.27}$$

La matriz  $f_1^T(\tilde{X}(N - k))$  está conformada de la siguiente manera.

$$f_1^T(\tilde{X}(N - k)) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & f1_{5,1} & f1_{5,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f1_{6,1} & f1_{6,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f1_{7,3} & f1_{7,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f1_{8,3} & f1_{8,4} \end{bmatrix} \tag{6.28}$$

La matriz  $f_0(\tilde{X}(N - k))$  está conformada de la siguiente manera.

$$f_0(\tilde{X}(N - k)) = \begin{bmatrix} \theta_1 + \dot{\theta}_1 * ts \\ \theta_2 + \dot{\theta}_2 * ts \\ \theta_3 + \dot{\theta}_3 * ts \\ \theta_4 + \dot{\theta}_4 * ts \\ f0_{5,1} \\ f0_{6,1} \\ f0_{7,1} \\ f0_{8,1} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

$$\begin{aligned} f0_{5,1} = & - ((\dot{\theta}_2 - (3 * \dot{\theta}_2 * ts)/20 + (\dot{\theta}_1^2 * (2 * L_3 * L_7 * m_7 * \sin(\alpha + \theta_2) \\ & - 2 * L_3 * M_p * \sin(\alpha + \theta_2) * (L_4 - L_6))/2 + M_p * g * \sin(\alpha + \theta_1 \\ & + \theta_2) * (L_4 - L_6) - L_7 * g * m_7 * \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2) * M_p * L_4^2 - 2 \\ & * M_p * L_4 * L_6 \end{aligned} \quad (6.30)$$

$$\begin{aligned} f0_{6,1} = & ((\dot{\theta}_2 - (3 * \dot{\theta}_2 * ts)/20 + (\dot{\theta}_1^2 * (2 * L_3 * L_7 * m_7 * \sin(\alpha + \theta_2) - 2 \\ & * L_3 * M_p * \sin(\alpha + \theta_2) * (L_4 - L_6)))/2 + M_p * g * \sin(\alpha + \theta_1 \\ & + \theta_2) * (L_4 - L_6) - L_7 * g * m_7 * \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)) * (L_3^2 * M_p + \\ & L_4^2 * M_p + L_6^2 * M_p + L_3^2 * m_7 + L_7^2 * m_7 + L_{3c}^2 * m_3 - 2 * L_4 \\ & * L_6 * M_p \end{aligned} \quad (6.31)$$

$$\begin{aligned} f0_{7,1} = & ((L_{10cx}^2/10 + L_{10cy}^2/10) * (20 * \dot{\theta}_3 - 3 * \dot{\theta}_3 * ts - 20 * L_{10cy} * g * \\ & m_{10} * \cos(\theta_3 + \theta_4) - 20 * L_{10cx} * g * m_{10} * \sin(\theta_3 + \theta_4) - 20 * L_9 * \\ & g * m_{10} * \sin(\theta_3) - 20 * L_{9c} * g * m_9 * \sin(\theta_3) + 20 * L_9 * L_{10cy} * \\ & m_{10} * \dot{\theta}_4^2 * \cos(\theta_4) + 20 * L_9 * L_{10cx} * m_{10} * \dot{\theta}_4^2 * \sin(\theta_4) + 20 * L_9 \\ & * L_{10cy} \end{aligned} \quad (6.32)$$

$$\begin{aligned} f0_{8,1} = & - ((L_{10cx}^2 + L_9 * \cos(\theta_4) * L_{10cx} + L_{10cy}^2 - L_9 * \sin(\theta_4) * L_{10cy}) * (\dot{\theta}_3 \\ & - (3 * \dot{\theta}_3 * ts)/20 - L_{10cy} * g * m_{10} * \cos(\theta_3 + \theta_4) - L_{10cx} * g * m_{10} \\ & * \sin(\theta_3 + \theta_4) - L_9 * g * m_{10} * \sin(\theta_3) - L_{9c} * g * m_9 * \sin(\theta_3) + L_9 \\ & * L_{10cy} * m_{10} * \dot{\theta}_4^2 * \cos(\theta_4) + L_9 * L_{10cx} * m_{10} * \dot{\theta}_4^2 * \sin(\theta_4) \end{aligned} \quad (6.33)$$

La matriz  $Q$  y  $R$  está conformada de la siguiente manera.

$$Q = \begin{bmatrix} Q11 & Q12 & Q13 & Q14 & Q15 & Q16 & Q17 & Q18 \\ Q21 & Q22 & Q23 & Q24 & Q25 & Q26 & Q27 & Q28 \\ Q31 & Q32 & Q33 & Q34 & Q35 & Q36 & Q37 & Q38 \\ Q41 & Q42 & Q43 & Q44 & Q45 & Q46 & Q47 & Q48 \\ Q51 & Q52 & Q53 & Q54 & Q55 & Q56 & Q57 & Q58 \\ Q61 & Q62 & Q63 & Q64 & Q65 & Q66 & Q67 & Q68 \\ Q71 & Q72 & Q73 & Q74 & Q75 & Q76 & Q77 & Q78 \\ Q81 & Q82 & Q83 & Q84 & Q85 & Q86 & Q87 & Q88 \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

$$R = \begin{bmatrix} R11 & R12 & R13 & R14 \\ R21 & R22 & R23 & R24 \\ R31 & R32 & R33 & R34 \\ R41 & R42 & R43 & R44 \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

Sustituyendo las ecuaciones (6.19), (6.28), (6.29), (6.34) y (6.35), en la ecuación (6.12), el resultado es el control Sub-óptimo para el ahorro de energía en el exoesqueleto, las siguientes ecuaciones expresan el control para la articulación del hombro, codo, cadera y rodilla.

■ **Control Sub-Óptimo para la articulación del hombro:**

$$\begin{aligned} U1 = & ((Q_{55} * (((\dot{\theta}_4 - (3 * \dot{\theta}_2 * ts)/20 + (\dot{\theta}_1^2 * (2 * L_3 * L_7 * m_7 * \sin(\alpha \\ & + \theta_2) - 2 * L_3 * M_p * \sin(\alpha + \theta_2) * (L_4 - L_6)))/2 + M_p * g * \sin \\ & (\alpha + \theta_1 + \theta_2) * (L_4 - L_6) - L_7 * g * m_7 * \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2)) \\ & * (L_4^2 * M_p + L_6^2 * M_p + L_7^2 * m_7 - 2 * L_4 * L_6 * M_p - L_3 * L_4 * M_p * \cos( \\ & \alpha + \theta_2) + L_3 * L_6 * M_p * \cos(\alpha + \theta_2) + L_3 * L_7 * m_7 * \cos(\alpha \\ & + \theta_2)))) / (L_3^2 * L_4^2 * M_p^2 + L_3^2 * L_6^2 * M_p^2 + L_3^2 * L_7^2 * m_7^2 - 2 * L_3 * L_4^3 \\ & * M_p * \cos(\alpha + \theta_2) + 2 * L_3 * L_6^3 * M_p * \cos(\alpha + \theta_2) - 2 * L_3^2 * \\ & L_4 * L_6 * M_p^2 - L_3^2 * L_4^2 * M_p^2 * \cos(\alpha + \theta_2)^2 - L_3^2 * L_6^2 * M_p^2 * \cos \\ & (\alpha + \theta_2)^2 + L_3^2 * L_4^2 * M_p * m_7 + L_3^2 * L_6^2 * M_p * m_7 + L_3^2 * L_7^2 \\ & * M_p * m_7 + L_4^2 * L_{3c}^2 * M_p \end{aligned} \quad (6.36)$$

■ **Control Sub-Óptimo para la articulación del codo:**

$$\begin{aligned}
U2 = & - ((Q_{55} * (((\dot{\theta}_2 - (3 * \dot{\theta}_2 * ts)/20 + (\dot{\theta}_1^2 * (2 * L_3 * L_7 * m_7 * \sin \\
& (\alpha + \theta_2) - 2 * L_3 * M_p * \sin(\alpha + \theta_2) * (L_4 - L_6)))/2 + M_p * g \\
& * \sin(\alpha + \theta_1 + \theta_2) * (L_4 - L_6) - L_7 * g * m_7 * \sin(\alpha + \theta_1 + \\
& \theta_2)) * (L_4^2 * M_p + L_6^2 * M_p + L_7^2 * m_7 - 2 * L_4 * L_6 * M_p - L_3 * L_4 * M_p \\
& * \cos(\alpha + \theta_2) + L_3 * L_6 * M_p * \cos(\alpha + \theta_2) + L_3 * L_7 * m_7 * \cos \\
& (\alpha + \theta_2)))/(L_3^2 * L_4^2 * M_p^2 + L_3^2 * L_6^2 * M_p^2 + L_3^2 * L_7^2 * m_7^2 - 2 * \\
& L_3 * L_4^3 * M_p * \cos(\alpha + \theta_2) + 2 * L_3 * L_6^3 * M_p * \cos(\alpha + \theta_2) - \\
& 2 * L_3^2 * L_4 * L_6 * M_p^2 - L_3^2 * L_4^2 * M_p^2 * \cos(\alpha + \theta_2)^2 - L_3^2 * L_6^2 * \\
& M_p^2 * \cos(\alpha + \theta_2)^2 + L_3^2 * L_4^2 * M_p * m_7 + L_3^2 * L_6^2 * M_p * m_7 + L_3^2 \\
& * L_7^2 * M_p * m_7 + L_4^2 * L_3 c^2 * M_p * m_3 + L_6^2 * L_3 c^2 * M_p * m_3 - L_3^2 \\
& * L_7^2 * m_7^2 * \cos(\alpha + \theta_2)^2
\end{aligned}
\tag{6.37}$$

■ **Control Sub-Óptimo para la articulación de cadera:**

$$\begin{aligned}
U3 = & - ((Q_{77} * (L_{10}cx^2 + L_{10}cy^2) * (((L_{10}cx^2/10 + L_{10}cy^2/10) * (20 * \dot{\theta}_3 \\
& - 3 * \dot{\theta}_3 * t_s - 20 * L_{10}cy * g * m_{10} * \cos(\theta_3 + \theta_4) - 20 * L_{10}cx \\
& * g * m_{10} * \sin(\theta_3 + \theta_4) - 20 * L_9 * g * m_{10} * \sin(\theta_3) - 20 * L_9c \\
& * g * m_9 * \sin(\theta_3) + 20 * L_9 * L_{10}cy * m_{10} * \dot{\theta}_4^2 * \cos(\theta_4) + 20 \\
& * L_9 * L_{10}cx * m_{10} * \dot{\theta}_4^2 * \sin(\theta_4) + 20 * L_9 * L_{10}cy * m_{10} * \dot{\theta}_3 \\
& * \dot{\theta}_4 * \cos(\theta_4) + 40 * L_9 * L_{10}cx * m_{10} * \dot{\theta}_3 * \dot{\theta}_4 * \sin(\theta_4) \\
& ))/(L_9^2 * L_{10}cx^2 * m_{10} + L_9^2 * L_{10}cy^2 * m_{10} + 2 * L_{10}cx^2 * L_9c^2 * m_9 + 2 \\
& * L_{10}cy^2 * L_9c^2 * m_9 - L_9^2 * L_{10}cx^2 * m_{10} * \cos(2 * \theta_4) + L_9^2 * L_{10}cy^2 \\
& * m_{10} * \cos(2 * \theta_4) + 2 * L_9^2 * L_{10}cx * L_{10}cy * m_{10} * \sin(2 * \theta_4)) + \\
& ((L_{10}cx^2 + L_9 * \cos(\theta_4) * L_{10}cx + L_{10}cy^2 - L_9 * \sin(\theta_4) * L_{10}cy)
\end{aligned}
\tag{6.38}$$

■ **Control Sub-Óptimo para la articulación de Rodilla:**

$$\begin{aligned}
 U4 = & ((Q_{77} * (((L_{10}cx^2/10 + L_{10}cy^2/10) * (20 * \dot{\theta}_3 - 3 * \dot{\theta}_3 * t_s - 20 * \\
 & L_{10}cy * g * m_{10} * \cos(\theta_3 + \theta_4) - 20 * L_{10}cx * g * m_{10} * \sin(\theta_3 + \\
 & \theta_4) - 20 * L_9 * g * m_{10} * \sin(\theta_3) - 20 * L_9c * g * m_9 * \sin(\theta_3) + \\
 & 20 * L_9 * L_{10}cy * m_{10} * \dot{\theta}_4^2 * \cos(\theta_4) + 20 * L_9 * L_{10}cx * m_{10} * \dot{\theta}_4 \\
 & ^2 * \sin(\theta_4) + 20 * L_9 * L_{10}cy * m_{10} * \dot{\theta}_3 * \dot{\theta}_4 * \cos(\theta_4) + \\
 & 40 * L_9 * L_{10}cx * m_{10} * \dot{\theta}_3 * \dot{\theta}_4 * \sin(\theta_4)))/(L_9^2 * L_{10}cx^2 * m_{10} \\
 & + L_9^2 * L_{10}cy^2 * m_{10} + 2 * L_{10}cx^2 * L_9c^2 * m_9 + 2 * L_{10}cy^2 * L_9c^2 * m_9 - \\
 & L_9^2 * L_{10}cx^2 * m_{10} * \cos(2 * \theta_4) + L_9^2 * L_{10}cy^2 * m_{10} * \cos(2 * \theta_4) + \\
 & 2 * L_9^2 * L_{10}cx * L_{10}cy * m_{10} * \sin(2 * \theta_4)) + ((L_{10}cx^2 + L_9 * \cos(\theta_4) \\
 & * L_{10}cx + L_{10}cy^2 - L_9 * \sin(\theta_4) * L_{10}cy) * ((3 * \dot{\theta}_4 * t_s)/20
 \end{aligned}$$

(6.39)

---

# RESULTADOS DE SIMULACIÓN

---

## 7.1. Simulación en OpenSim

En la estancia realizada en la Universidad Tecnológica de Compiegne en Francia, en la que se realizó la comparación de movimientos entre el humano y el exoesqueleto mediante el software OpenSim, dio como resultado parámetros considerables de posición en el movimiento de flexión y extensión de cada una de las articulaciones del exoesqueleto.

### 7.1.1. ¿Que es OpenSim?

OpenSim es un servidor de aplicaciones 3D de código abierto, multiplataforma y multiusuario. Se puede usar para crear un entorno virtual (o mundo).

Permite a los desarrolladores del mundo virtual personalizar sus mundos utilizando las tecnologías que creen que funcionan mejor. OpenSim está escrito en C , ejecutándose tanto en Windows sobre .NET Framework como en máquinas similares a Unix sobre Mono framework.

El código fuente se publica bajo una Licencia BSD , una licencia comercialmente amigable para incorporar OpenSimulator en los productos, por lo que se está volviendo más estable con el tiempo, pero sigue siendo un sistema de software altamente complejo que puede sufrir varios errores y peculiaridades, algunas de sus características son:

- 1) Entornos 3D multiusuario en línea tan pequeños como un simulador o tan grandes como miles de simuladores.
- 2) Espacios virtuales en 3D de tamaño variable.
- 3)

Múltiples clientes y protocolos. 4) Tiempo real de simulador, Esto no ayuda a crear modelos virtuales musculoesqueléticos represando al exoesqueleto y al ser humano. En los cuales se implementan archivos de movimientos obtenidos mediante el sistema Optitrack. En la Figura 7.1 se muestra a grandes rasgos el modelo musculoesquelético en el programa Opensim.

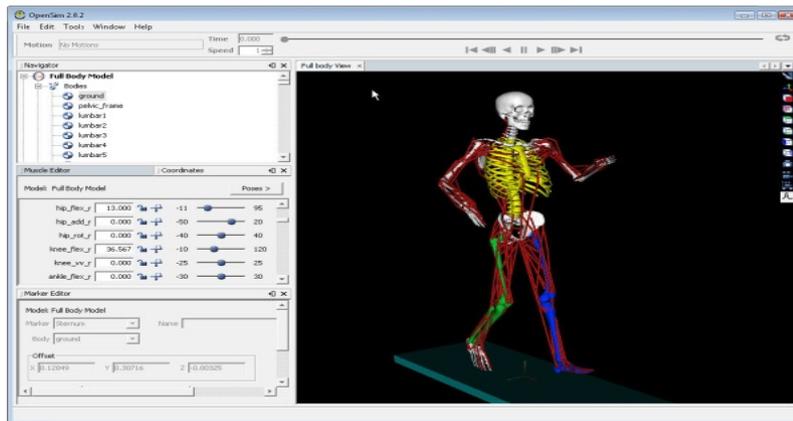


Figura 7.1: Modelo musculoesquelético en OpenSim.

En la figura 7.2 se muestra la interfaz principal de este programa, se pueden visualizar varias ventanas, dentro de las cuales las principales son: la ventana de menú principal, ventana del modelo musculoesquelético, y la ventana para graficar los parámetros de cinemática y dinámica.

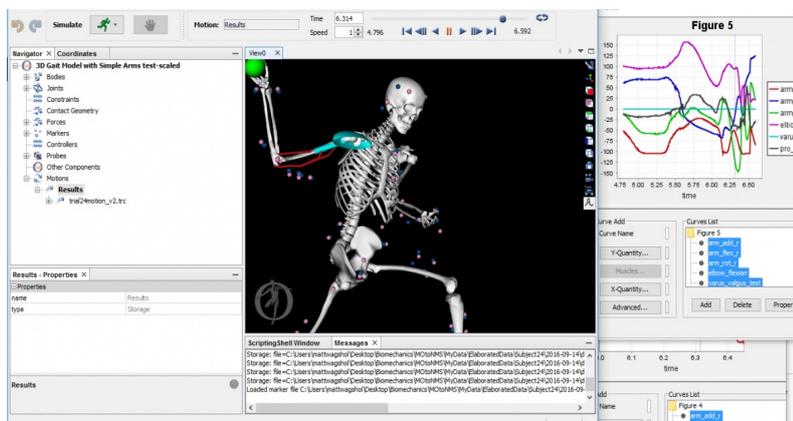


Figura 7.2: Pantalla principal y ventanas del programa OpenSim.

### 7.1.2. Comparación de posición al levantar un objeto

La rutina para levantar un objeto sólido del suelo, se realizó con la ayuda del sistema optitrack y así poder capturar los movimientos que realizan los miembros superiores e inferiores del ser humano y del exoesqueletos. En la Figura 7.3 se puede apreciar la rutina de carga con el sistema optitrack.



Figura 7.3: Captura de movimientos al levantar un objeto.

Se realizó una comparación de la posición en las articulaciones del codo, hombro, cadera, rodilla y tobillo del ser humano y del exoesqueleto. En la Figura 7.4 se observan dos modelos musculoesqueléticos, uno perteneciente al ser humano y otro al exoesqueleto. En ellos se implementaron los movimientos de rutina para levantar un objeto obtenidos con el sistema optitrack.

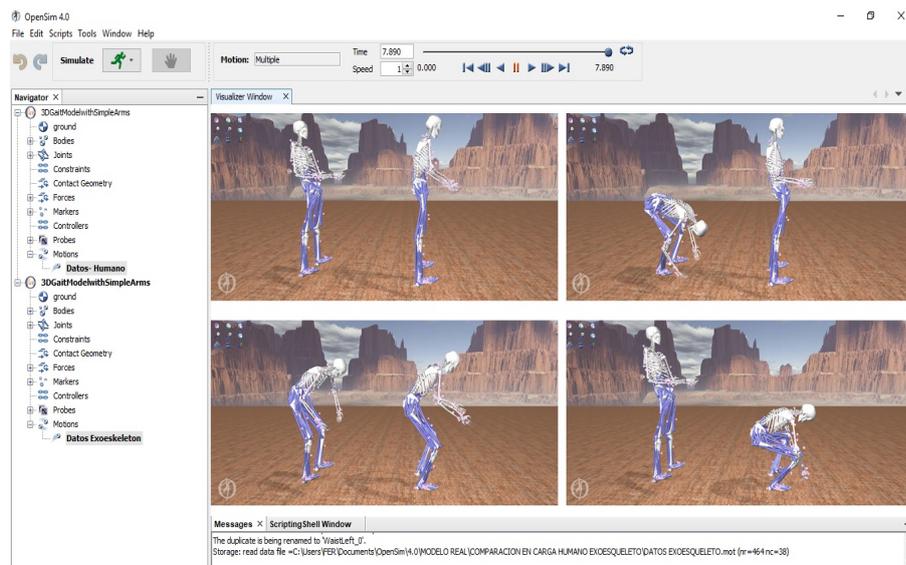


Figura 7.4: Comparación de posición al levantar un objeto.

Los resultados obtenidos al realizar este ejercicio se ilustran en las siguientes gráficas de la Figura 7.5. Al analizar estos resultados, se tienen en consideración los grados máximos y mínimos en la flexión y extensión del codo, hombro, cadera y rodilla.

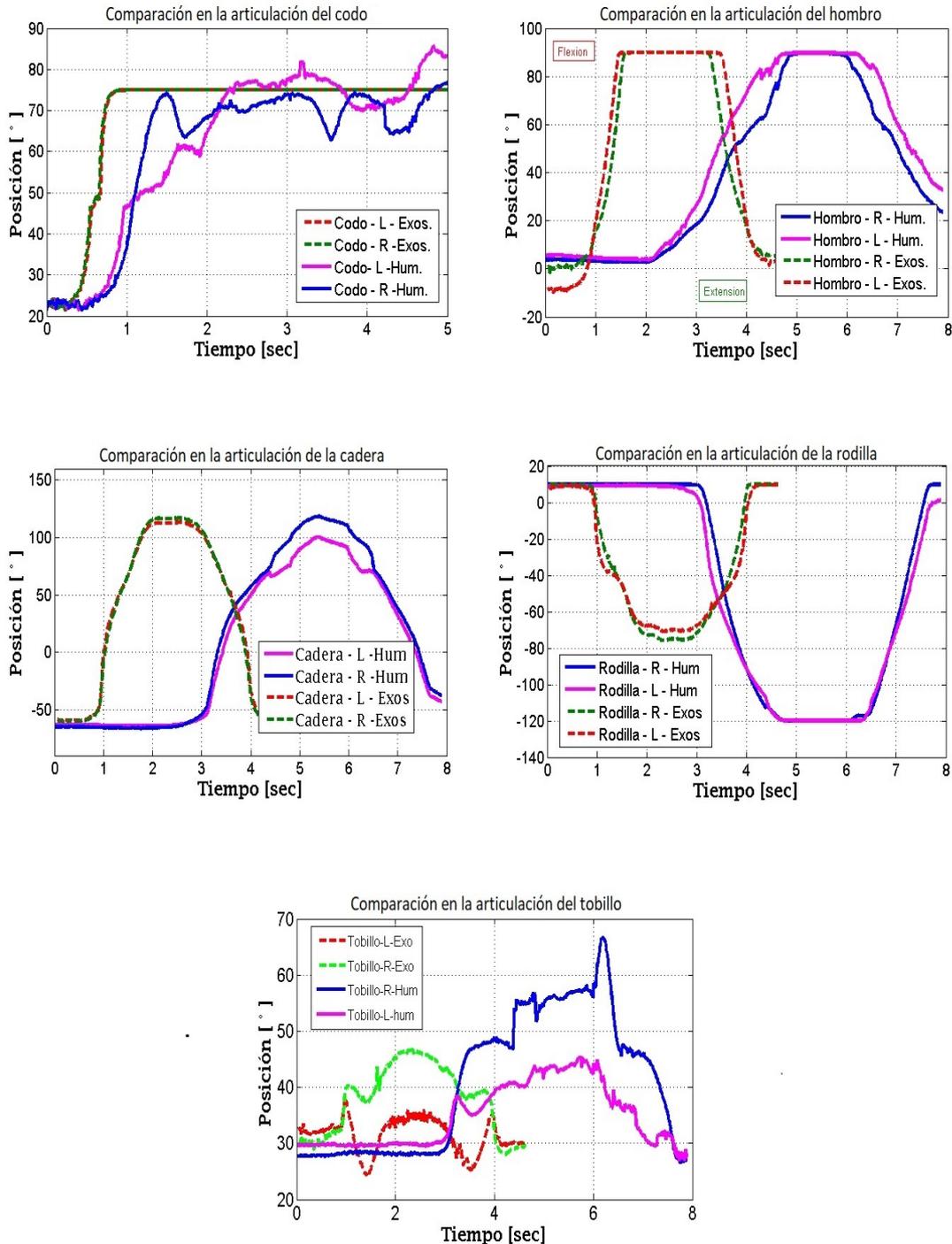


Figura 7.5: Comparación de posición marcha.

### 7.1.3. Comparación de posición al caminar (marcha)

La rutina para caminar o rutina de marcha, se realizó con la ayuda del sistema optitrack y así poder capturar los movimientos que realizan los miembros inferiores del ser humano y del exoesqueletos. En la Figura 7.6 se puede apreciar la rutina de marcha, la cual tiene un obstáculo y es capturada con el sistema optitrack.



Figura 7.6: Captura de movimientos en marcha.

Se realizó una comparación de la posición de las articulaciones de la cadera, rodilla y tobillo del ser humano y del exoesqueleto. En la Figura 7.7 se observan dos modelos musculoesqueléticos, uno perteneciente al ser humano y otro al exoesqueleto. En ellos se implementaron los movimientos de rutina de marcha que se capturaron con el sistema optitrack.

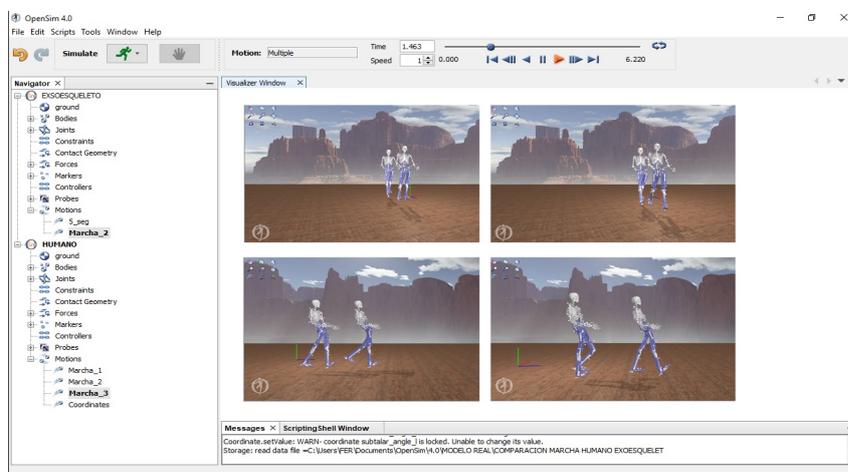


Figura 7.7: Comparación de posición al levantar un objeto.

Los resultados obtenidos al realizar este ejercicio de tres pasos, se ilustran en las siguientes gráficas de la Figura 7.8. Al analizar estos resultados, se tienen en consideración los grados máximos y mínimos en la flexión y extensión de la cadera, rodilla y tobillo.

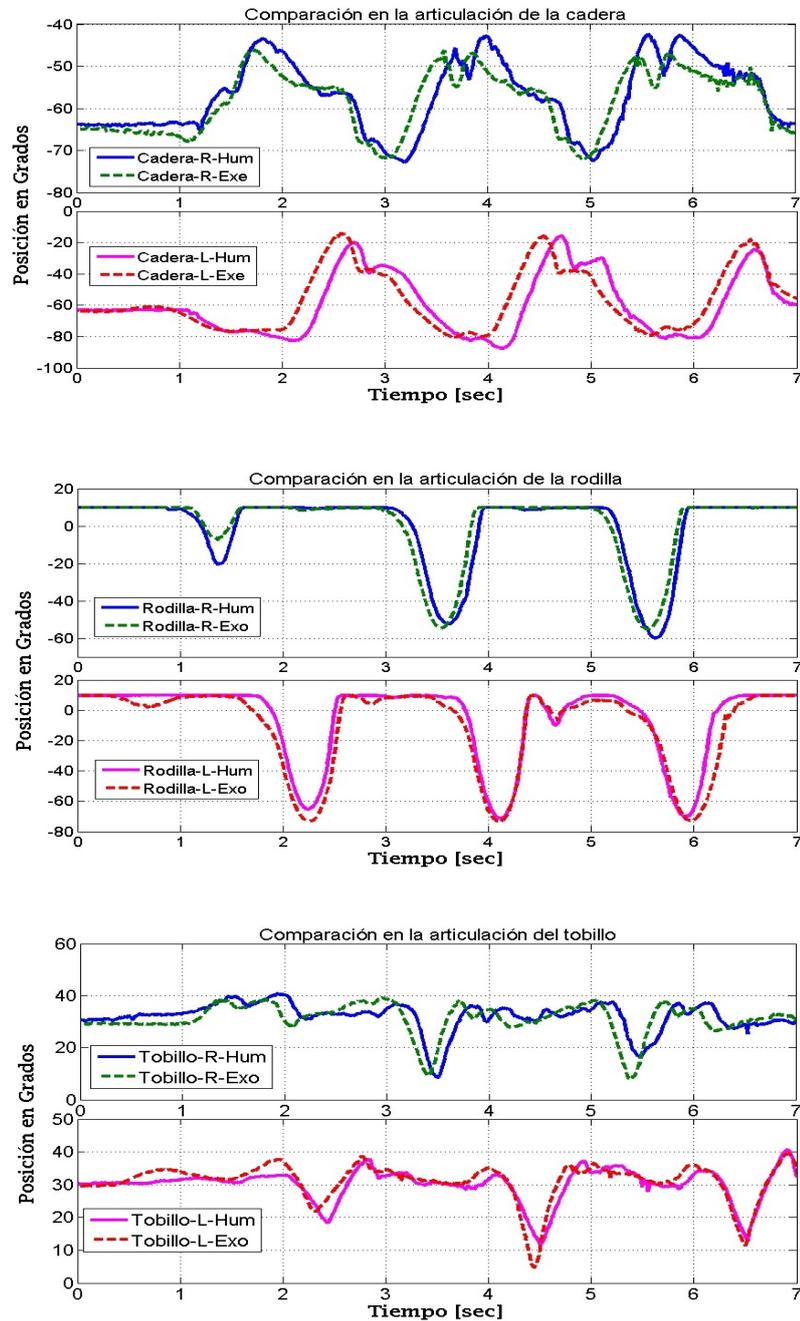


Figura 7.8: Comparación de posición marcha.

### 7.1.4. Comparación de fuerzas al cargar un objeto

El software OpenSim permite también realizar un análisis de la fuerza que realiza cada músculo. Por lo que se realizó la comparación de fuerzas entre la articulación de cadera y rodilla al momento de levantar un objeto.

La Figura 7.9 muestra las fuerzas que realizan el humano y el exoesqueleto en la articulación de cadera, contemplando que el músculo principal del humano es el recto anterior y para el exoesqueleto es el motor lineal.

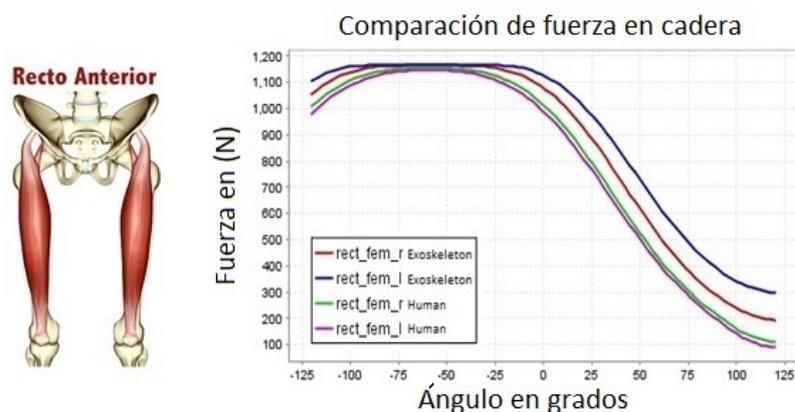


Figura 7.9: Comparación de fuerza en cadera.

La Figura 7.10 muestra la fuerza que realizan el humano y el exoesqueleto en la articulación de la rodilla, contemplando que los músculos activados por el humano son los gemelos y para el exoesqueleto es el motor lineal.

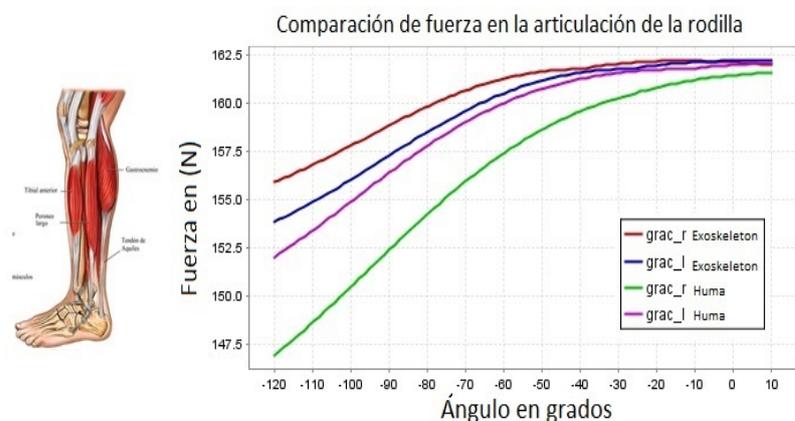


Figura 7.10: Comparación de fuerza en rodilla.

### 7.1.5. Comparación de fuerzas al caminar (marcha)

Se realizó la comparación de fuerzas entre la articulación de cadera y rodilla al momento de caminar (marcha).

La Figura 7.11 muestra la fuerza que realizan el humano y el exoesqueleto en la articulación de cadera, contemplando que los músculos activados por el humano es el recto femoris y músculo sartarius, para el exoesqueleto es el motor lineal.

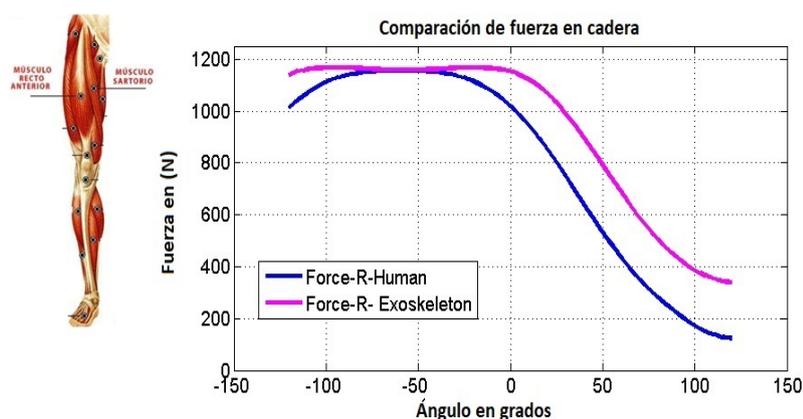


Figura 7.11: Comparación de fuerza en la cadera.

En la Figura 7.12 se visualiza la fuerza realizada por la articulación de la rodilla, contemplando que los principales músculos activados por el humano son los gemelos y para el exoesqueleto es el motor lineal.

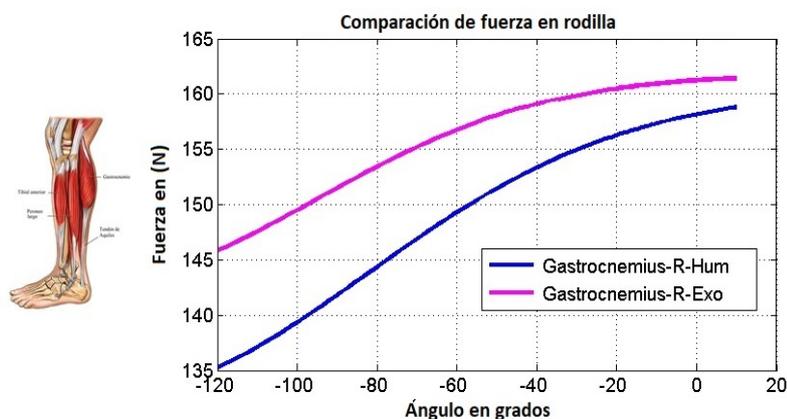


Figura 7.12: Comparación de fuerza en la rodilla.



En la Figura 7.14 se observan los resultados de posición obtenidos en las articulaciones del codo, hombro, cadera y rodilla, así como la gráfica del control PD+g y la gráfica de velocidades en la cual se observan que descienden a cero llegando a la posición deseada.

Tabla 7.1: Parámetros del control PD+g.

$G=9.81$	$L4=0.043$	$L7=0.01$	$L10cx=0.02$
$L1=0.07$	$L5=0.043$	$L8=0.02$	$L10cy=0.02$
$L2=0.02$	$L6=0.01$	$L9=0.03$	$m3=2$
$L3=0.01$	$m9=2$	$L9c=0.01$	$m7=5$
$L3c=0.01$	$m10=3$	$L10=0.04$	$Mp=1$

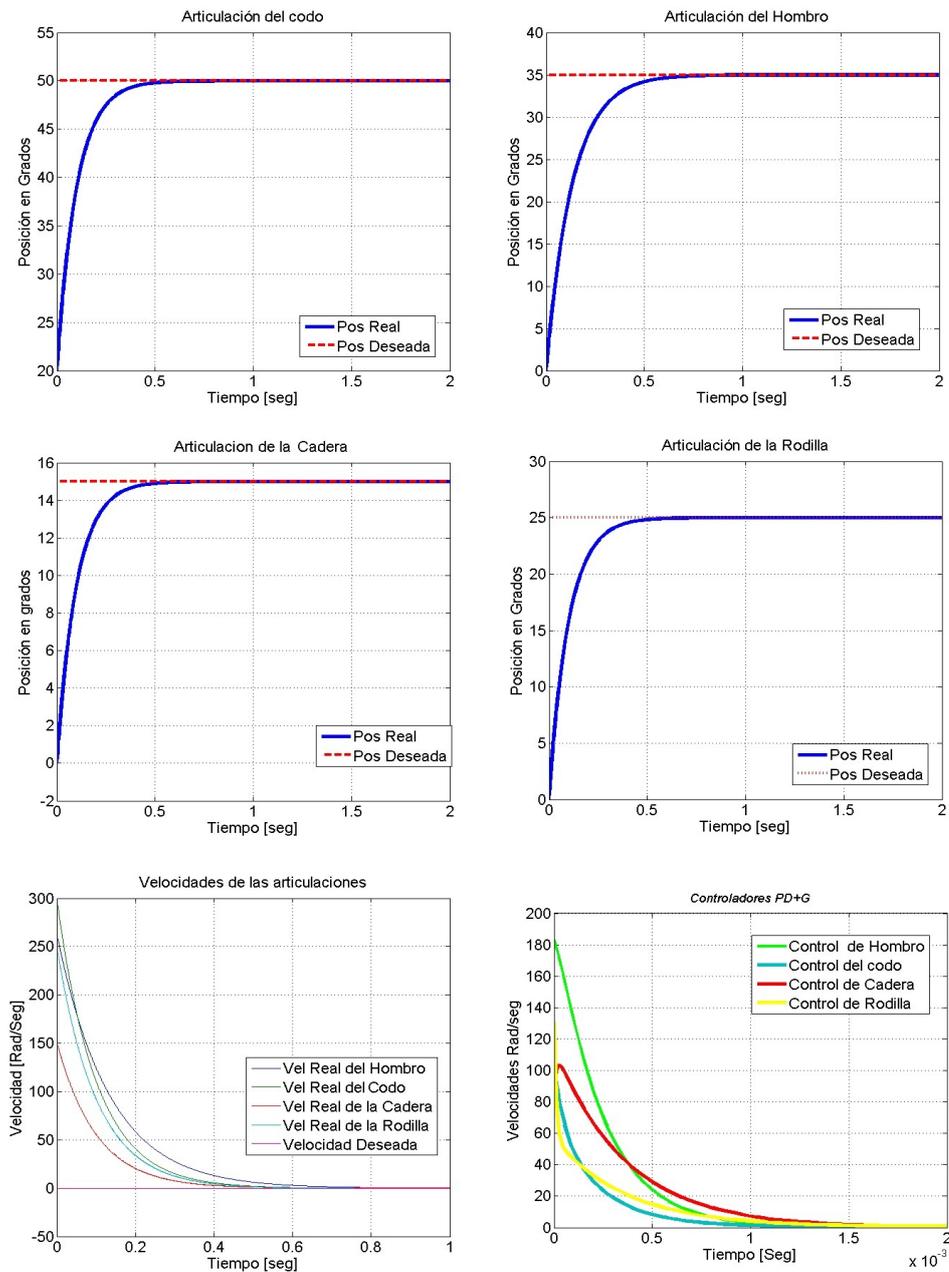


Figura 7.14: Simulación del control PD+g.

### 7.3. Simulación del control Sub-Óptimo

Para verificar el desempeño del controlador sub-óptimo se realizó una simulación con el modelo discretizado y se implementó un perfil de velocidad en cada articulación, con el objetivo de que la posición comenzara con una velocidad que se mantuviera y decayera gradualmente. En diagrama de bloques de dicha simulación se observa en la Figura 7.15, y en la tabla 7.2 se muestran los parámetros de simulación.

Tabla 7.2: Parámetros del control Sub-Óptimo.

$G=9.81$	$L4=0.043$	$L7=0.01$	$L10cx=0.02$	$m7=5$	$L3c=0.01$	$Mp=1$
$L1=0.07$	$L5=0.043$	$L8=0.02$	$L10cy=0.02$	$m9=2$	$m10=3$	$L3=0.01$
$L2=0.02$	$L6=0.01$	$L9=0.03$	$m3=2$	$L9c=0.01$	$L10=0.04$	0

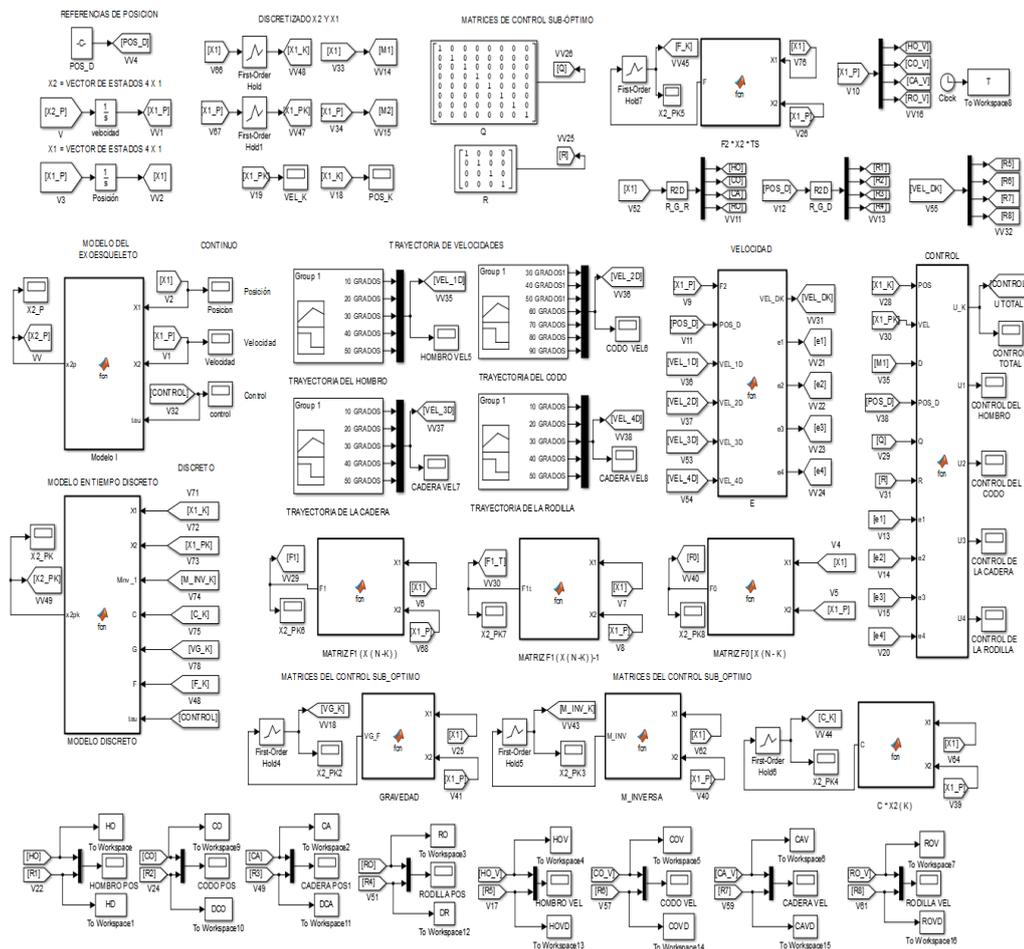


Figura 7.15: Simulación del control Sub-Óptimo.

A continuación se presentan los resultados de la simulación del control Sub-óptimo en la articulación del codo a diferentes posiciones. Ver Figura 7.16.

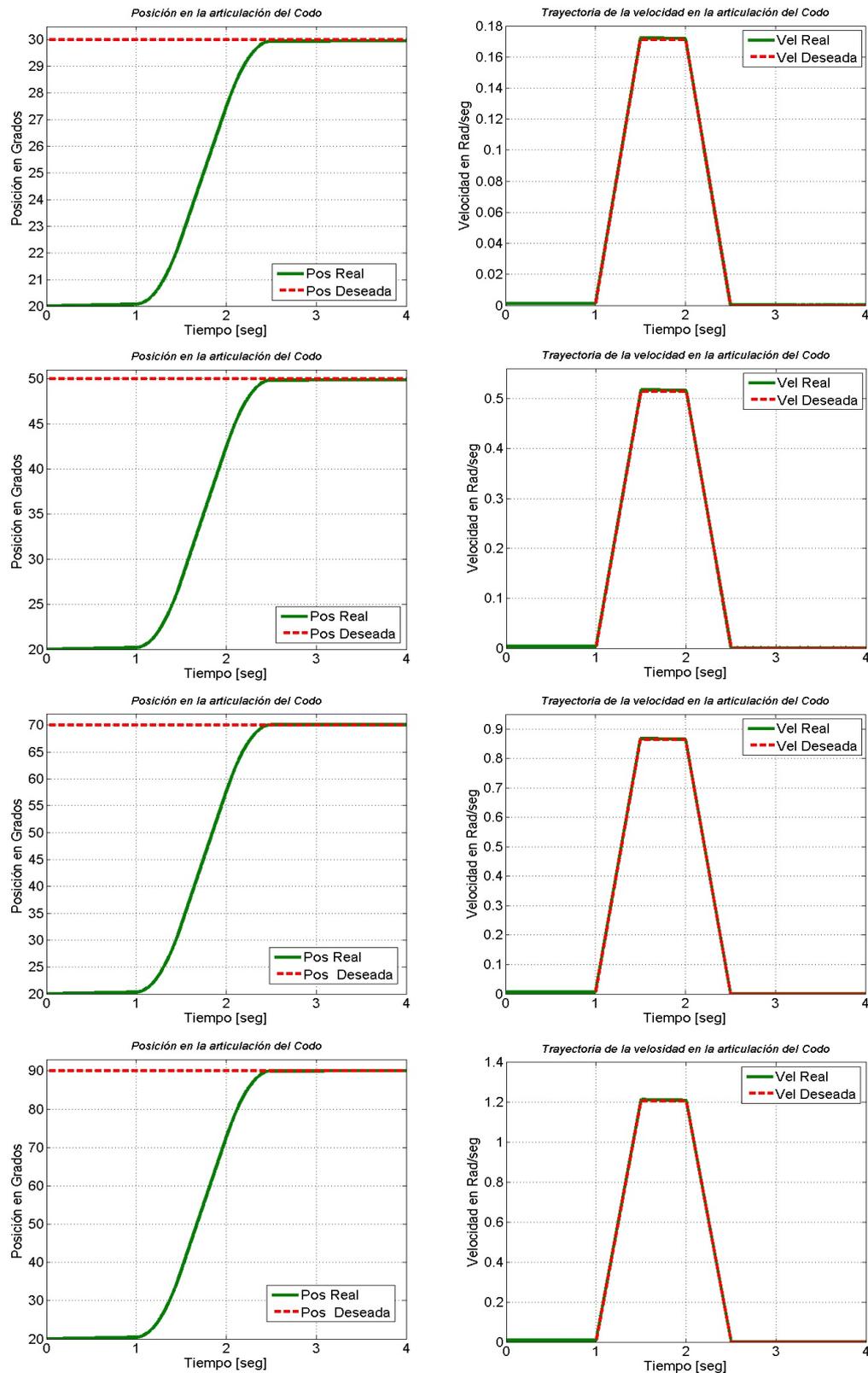


Figura 7.16: Simulación del control Sub-Óptimo en la articulación del codo.

La simulación del control Sub-óptimo en la articulación del hombro a diferentes posiciones. Ver Figura 7.17.

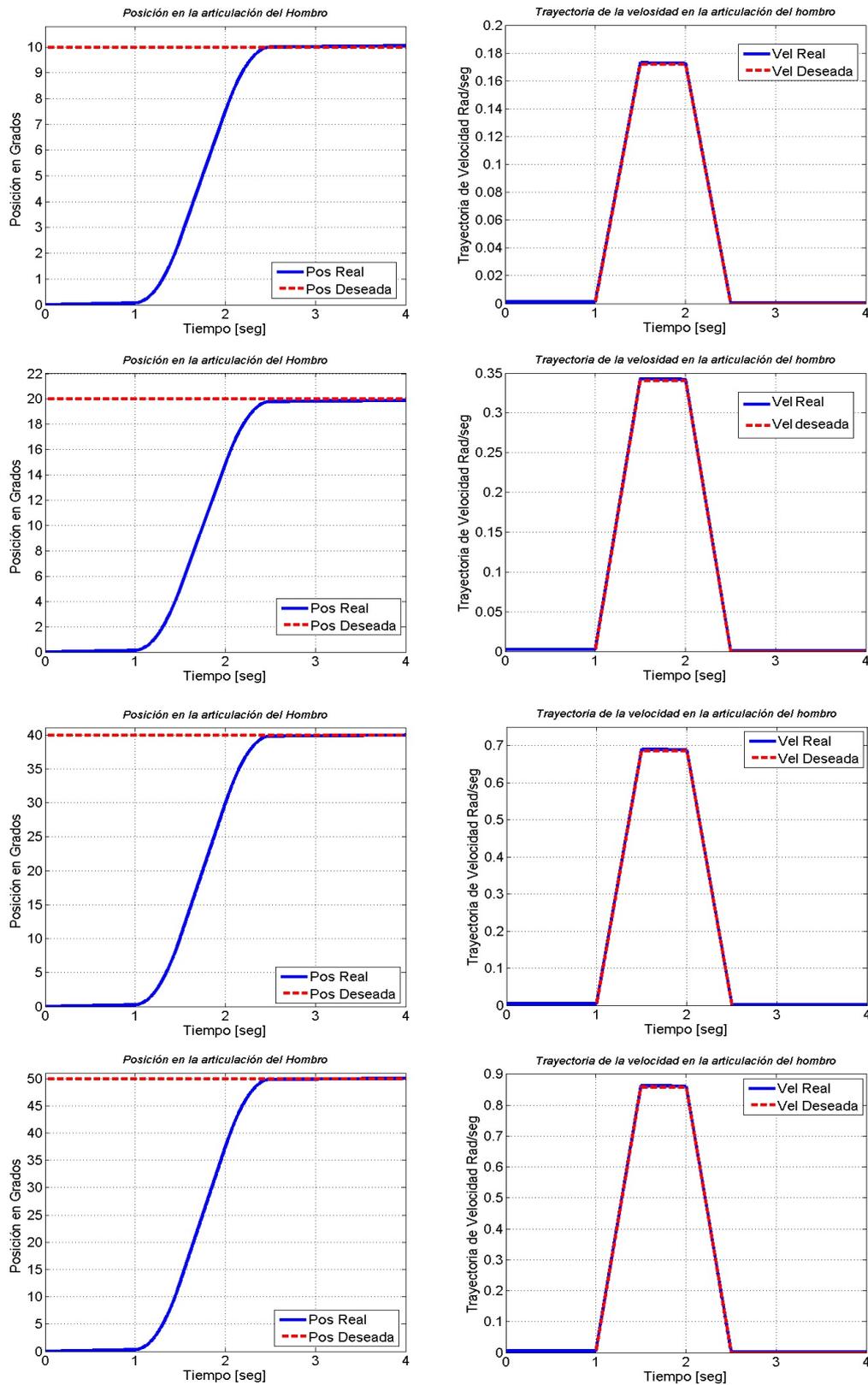


Figura 7.17: Simulación del control Sub-Óptimo en la articulación del hombro.

La simulación del control Sub-óptimo en la articulación de la cadera a diferentes posiciones. Ver Figura 7.18.

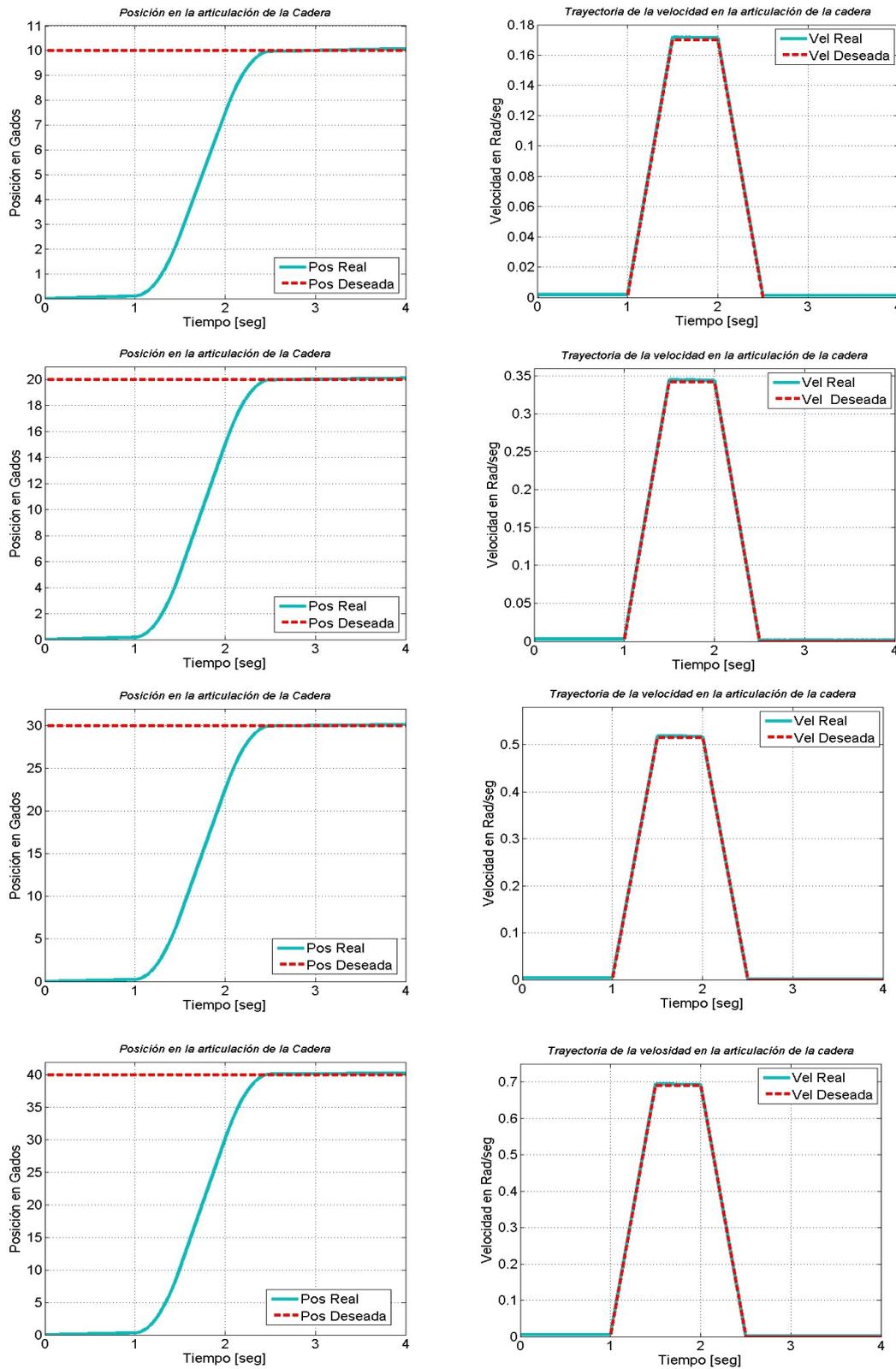


Figura 7.18: Simulación del control Sub-Óptimo en la articulación de la cadera.

La simulación del control Sub-óptimo en la articulación de la rodilla a diferentes posiciones. Ver Figura 7.19.

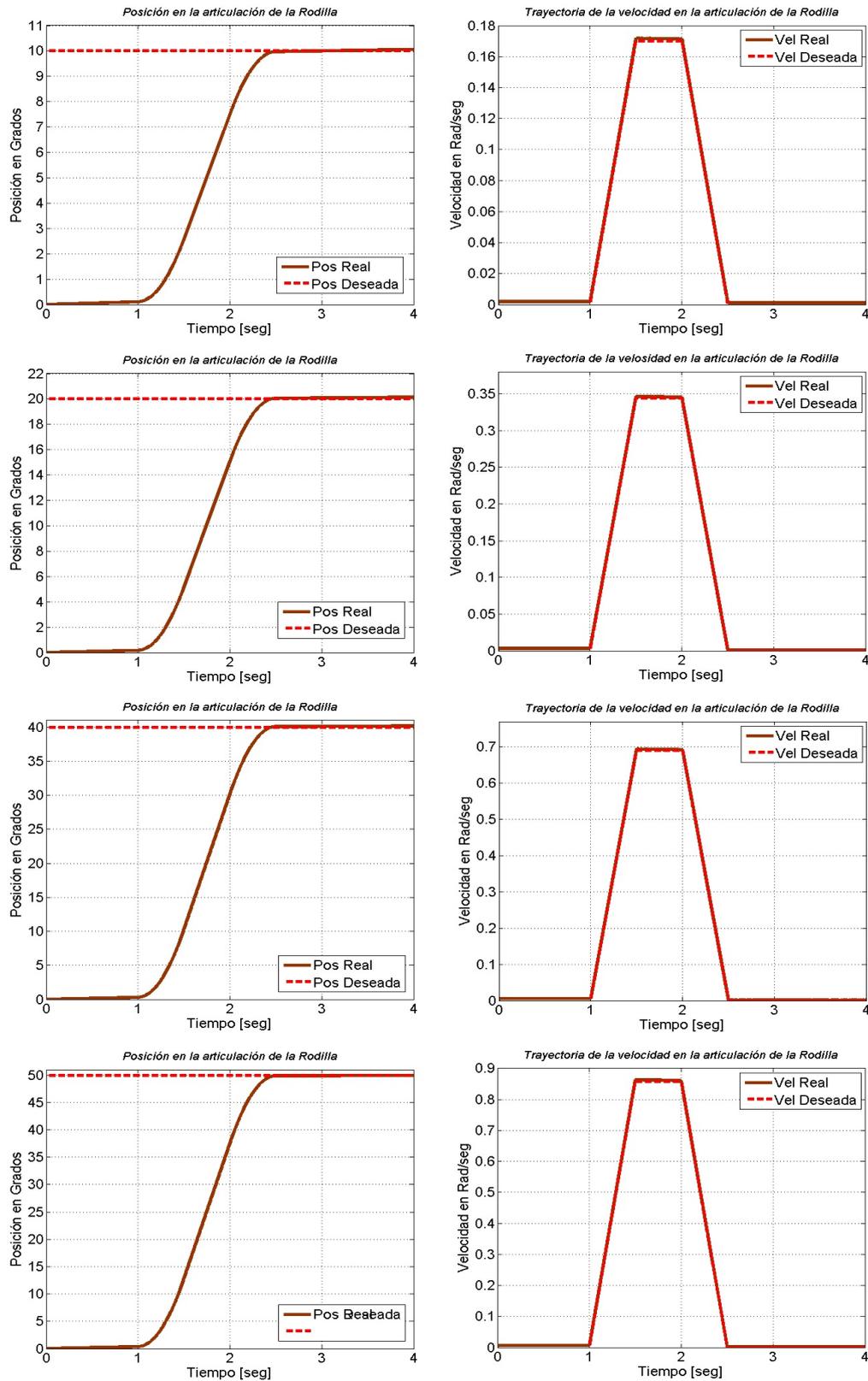


Figura 7.19: Simulación del control Sub-Óptimo en la articulación de la rodilla.

## 7.4. Conclusiones

El software OpenSim ayudó a comprender y analizar los miembros superiores e inferiores del ser humano. De esta manera las articulaciones del exoesqueleto de amplificación de fuerza tendrán limitaciones en el movimiento de flexión y extensión de las articulaciones del codo, hombro, cadera y rodilla. Para el control PD+G se utilizó el modelo matemático, es un control bastante simple para sintonizar. Las articulaciones llegan a las posiciones deseadas sin complicación. El control Sub-Óptimo presentó bastantes complicaciones, una de ellas es la sintonización de las matrices Q y R, otra fue la implementación del perfil de velocidad. Los resultados visualizados en las gráficas anteriores son satisfactorios.

---

## Resultados Experimentales

---

La finalidad de este proyecto es utilizar el exoesqueleto para levantar un objeto con un peso máximo de 20 Kg y poder transportarlo al área de trabajo, por lo que se programaron las leyes de control del capítulo 6. El procesador central es la tarjeta IN myRIO, en ella se programaron las señales para los sensores y actuadores. En este capítulo se presenta la programación así como los resultados experimentales de este exoesqueleto.

### 8.1. Programación en Labview

#### 8.1.1. Tarjeta IN myRIO

El exoesqueleto está controlado en su totalidad por una tarjeta IN myRIO de national instruments. Esta tarjeta se programa mediante flujo de datos en Labview, por lo que la interfaz gráfica será proyectada en una pantalla de 7 pulgadas la cual se localiza en la parte superior derecha del exoesqueleto. Esta pantalla recibirá la información vía internet, en la Figura 8.1 se observa la pantalla visualizando el inicio de Windows y su driver configurado para la comunicación de datos.



Figura 8.1: Pantalla de monitoreo

### 8.1.2. Programación de sensores y actuadores

El acceso a los registros de la tarjeta In myRIO, se realizan mediante una dirección vía internet (<http://177.22.11.2/>), esto nos da acceso a todos los datos de la tarjeta, como archivos guardados, cpu, internet, configuración del WiFe, etc. En la Figura 8.2 se observa la pantalla principal con el menú desglosado de los datos de la tarjeta.

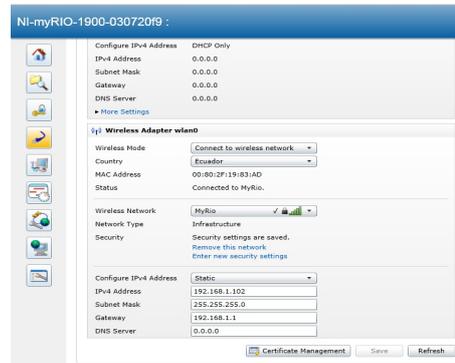


Figura 8.2: Acceso a la memoria en la tarjeta in myrio.

Un procedimiento esencial en el programa de LabView es guardar la información de todos los sensores, esto con el objetivo de ser analizada después, para ello es necesario generar el diagrama de bloques ilustrado en la Figura 8.3.



Figura 8.3: Procedimiento para guardar datos.

El proyecto tiene una cámara, por lo cual se instaló y configuró la librería de visión en la tarjeta central. En la Figura 8.4 se observa la plataforma de LabView y el código correspondiente para obtener la información.

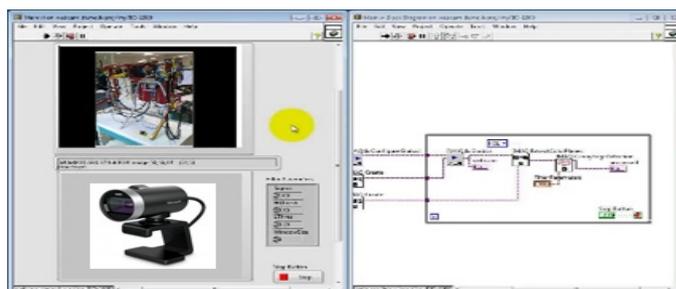


Figura 8.4: Código de visión.

Se implementaron dos sensores de tacto. Un sensor es para la activación en la articulación del hombro, de esta manera cuando el usuario quiere levantar un objeto, mantiene los hombros en una posición fija, y cuando ya tiene el objeto y el operador quiere mover los hombros para llevarlo a otra posición basta con solo colocar el dedo encima del sensor para poder activar el control en la articulación del hombro.

El segundo sensor es utilizado para indicarle al exoesqueleto qué control utilizar, un control es para los miembros superiores y el otro control es para miembros inferiores (marcha del exoesqueleto). En la Figura 8.5 se observa la programación en flujo de datos en LabView y el sensor de tacto.

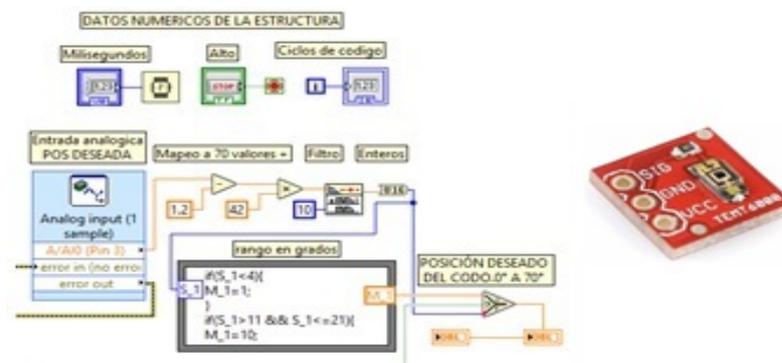


Figura 8.5: Programación del sensor de tacto .

La intención humana está dada por los goniómetros diseñados, por lo tanto los movimientos que realiza el ser humano los replica el exoesqueleto. En la Figura 8.6 se observan los sensores que el usuario portará para darle indicaciones al exoesqueleto.



Figura 8.6: interacción Humano-Exoesqueleto.

Para el funcionamiento de los motores lineales de cada articulación se realizó la programación correspondiente en la plataforma LabView. Los motores funcionan de manera antagonista y de forma paralela, dependiendo de las articulaciones y movimientos a realizar. En la Figura 8.7 se observa el panel de monitoreo, el diagrama de flujo de datos para cada uno de los motores y los motores conectados a los módulos de potencia.

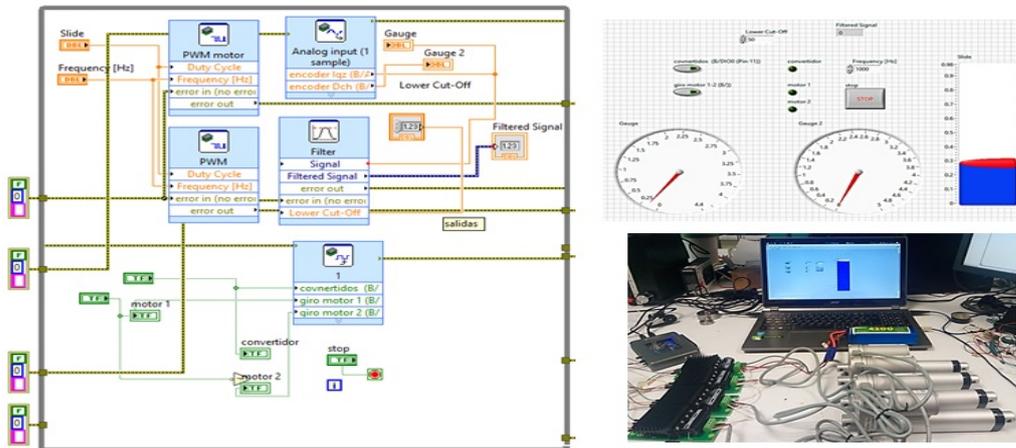


Figura 8.7: Programación de los motores lineales.

El control del sistema neumático y el sensor de presión de aire se programaron en la plataforma de Labview. Este sistema neumático se encuentra constituido por dos válvulas neumáticas de 5 vías 3 posiciones, las cuales manipulan los pistones neumáticos de doble efecto. En la Figura 8.8 se observa la programación en LabView del sensor de presión de aire el cual llega a un máximo de 7.5 bar.

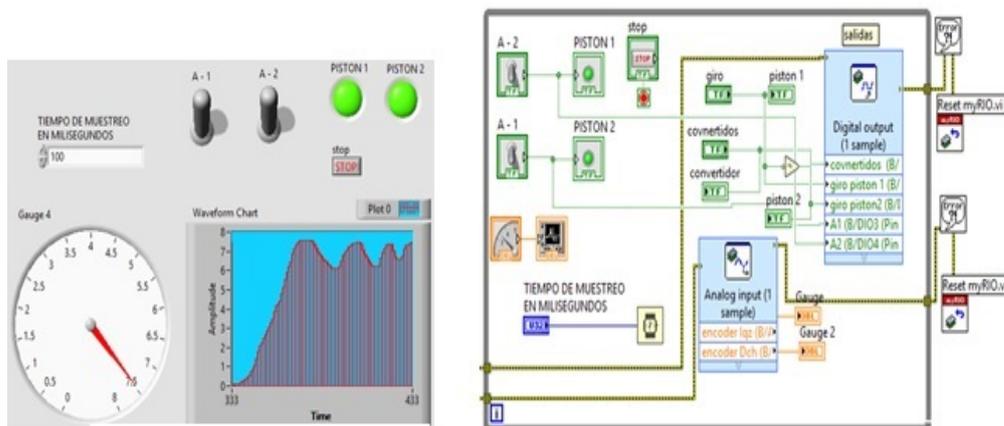


Figura 8.8: Programación del sensor de presión de aire.

## 8.2. Interacción Humano - Exoesqueleto

Utilizando el sistema optitrack se realizaron cuatro rutinas para analizar el movimiento de flexión y extensión en cada articulación del cuerpo humano y así poder obtener un ángulo máximo y mínimo.

### ■ Rutina de levantar y bajar un objeto

La primera captura de datos corresponde a levantar un objeto del suelo, sostenerlo a una posición de 90° con los brazos y posteriormente dejar el objeto en el suelo, en la Figura 8.9 se observan las gráficas de la articulación del codo, pelvis, cadera y rodilla.

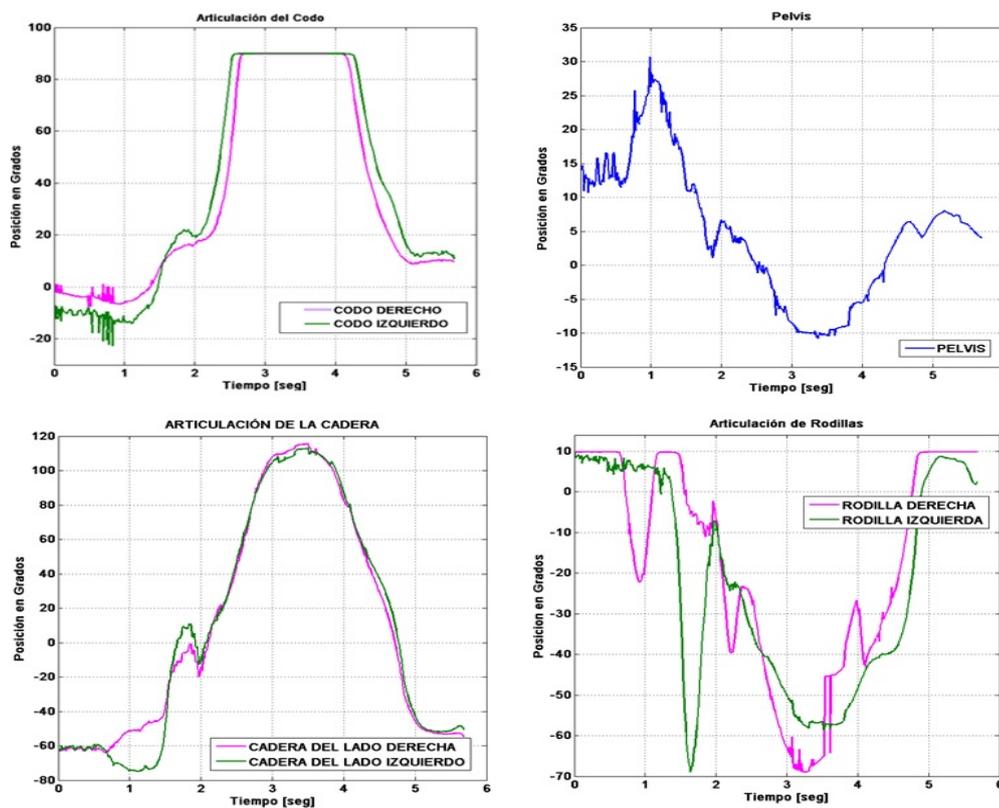


Figura 8.9: Rutina al levantar un objeto.

### ■ Rutina de Marcha

La segunda rutina es la de caminar normalmente, subir un obstáculo, bajar del obstáculo y seguir caminando. En la figura 8.10 se pueden observar las gráficas correspondientes al movimiento de la pelvis, articulación cadera, articulación de la rodilla, articulación de los tobillos y brazos, también se puede visualizar la captura de datos utilizando el sistema optitrack subiendo y bajando el obstáculo.

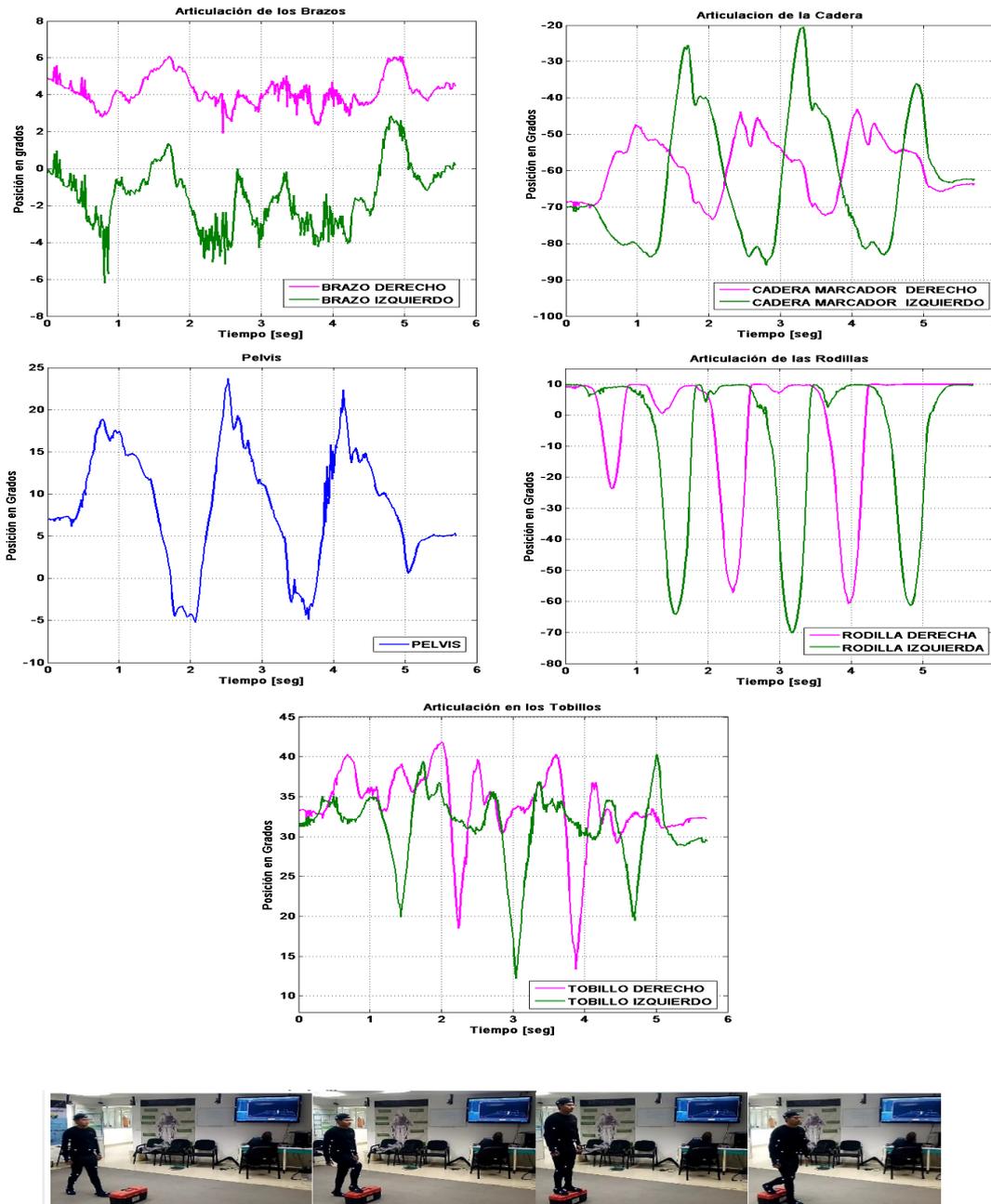


Figura 8.10: Rutina de marcha.

### ■ Rutina de Flexión y Extensión del codo

Se realizó una rutina de flexionar y extender la articulación del codo para obtener el ángulo de articulación. Cabe mencionar que al realizar esta rutina la articulación del hombro se movió aproximadamente  $5^\circ$  por lo tanto podemos desprestigiar este movimiento ya que es mínimo. En la Figura 8.11 se observan las gráficas de la articulación del codo y del hombro.

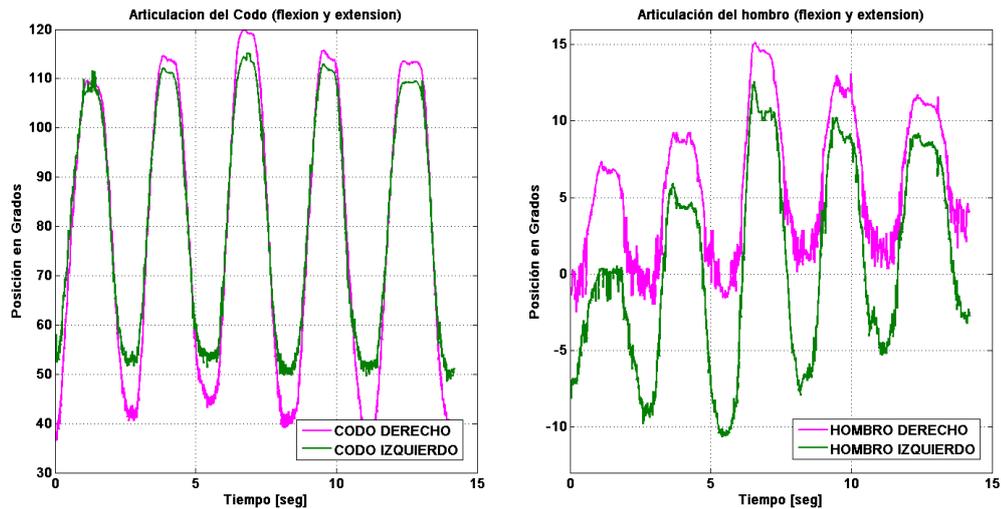


Figura 8.11: Rutina de flexión y extensión en el codo.

### ■ Rutina de Flexión y Extensión del hombro

Se realizó una rutina de flexionar y extender la articulación del hombro para obtener el ángulo de la articulación y así calibrar los sensores que el ser humano portará para manipular al exoesqueleto. En la Figura 8.12 se observan los datos del experimento.

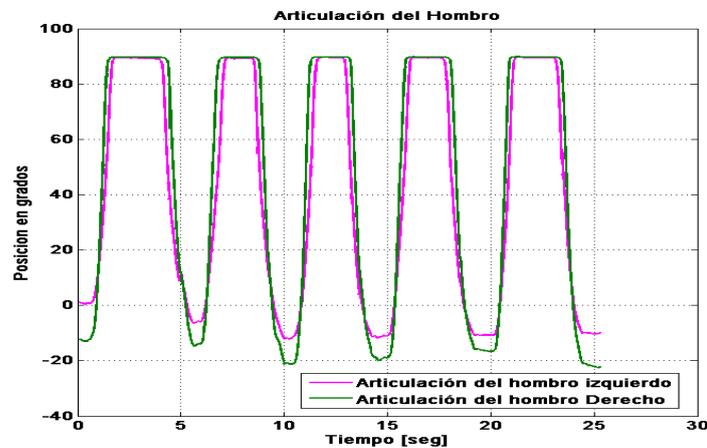


Figura 8.12: Rutina de flexión y extensión en el hombro.

Se realizó un análisis con todos los datos obtenidos en los experimentos anteriores, esto conlleva a la tabla de resultados 8.1, donde se expresa en grados el ángulo de flexión y extensión de cada articulación.

Tabla 8.1: Grados de movimientos en las articulaciones.

Articulación	Ángulo de Movimiento
Codo	0° - 90°
Hombro	0° - 90°
Cadera	0° - 80°
Rodilla	0° - 70°
Tobillo	0° - 15°

La calibración de los sensores se desarrolló con los datos establecidos de la tabla anterior, estos sensores los llevará el usuario para manipular el exoesqueleto. En la Figura 8.13 se muestran algunas gráficas obtenidas con los sensores calibrados como su programación por flujo de datos en labview.

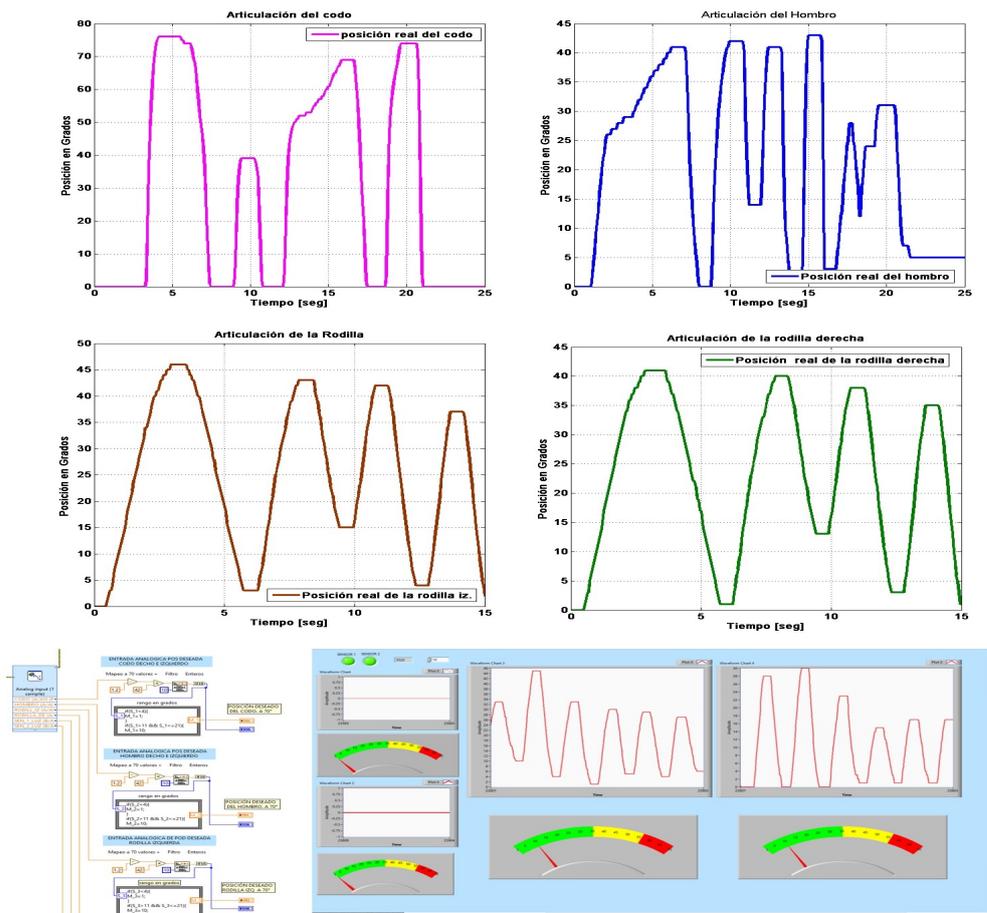


Figura 8.13: Calibración de sensores de interacción Humano-Exoesqueleto.

### 8.3. Tarjeta electrónica central

Se diseñó una tarjeta electrónica con el objetivo de transmitir y recibir datos de los sensores de posición del exoesqueleto y del ser humano, mandar las señales de PWM a los drivers de los motores así como el cambio de giro de éstos, también transmite información al sistema neumático para controlar las válvulas neumáticas. En la Figura 8.14 se observa el diagrama electrónico.

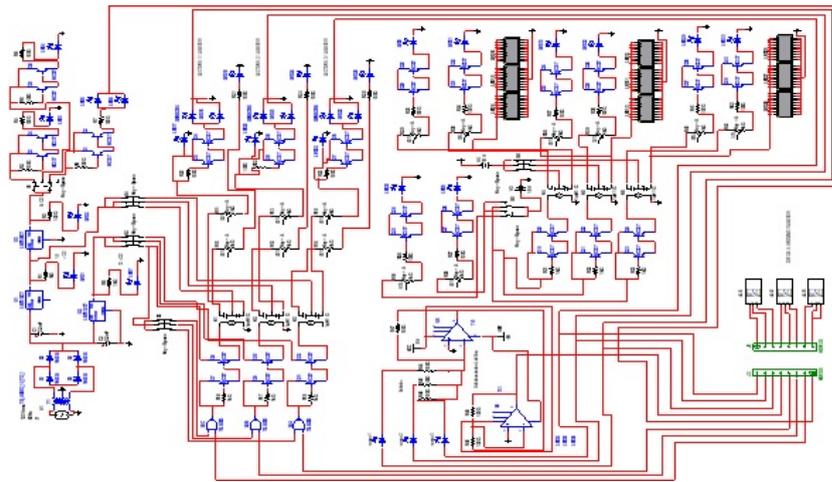


Figura 8.14: Circuito electrónico central.

En la Figura 8.15 se observa físicamente la tarjeta electrónica de comunicación con el circuito de potencia. (Regresando al laboratorio se tomará la imagen correspondiente )

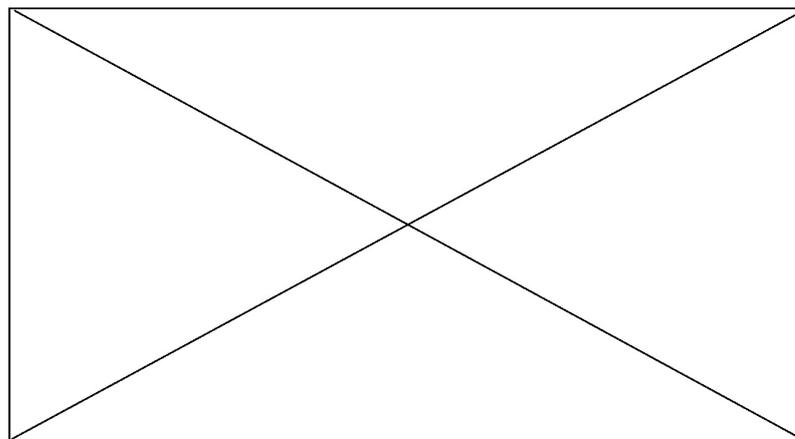


Figura 8.15: Circuito electrónico central.

## 8.4. Sistema neumático

La conexión entre los pistones neumáticos de doble efecto y las válvulas neumáticas se realizó con manguera reforzada de 1/8 de diámetro, las válvulas son accionadas de manera independiente y tienen dos válvulas estranguladoras a la salida para regular el flujo de aire. En la Figura (a) de 8.16 se observa el sistema conectado y funcionando. En la Figura (b) de 8.16 se visualizan los tanques de almacenamiento de aire con sensores digitales.

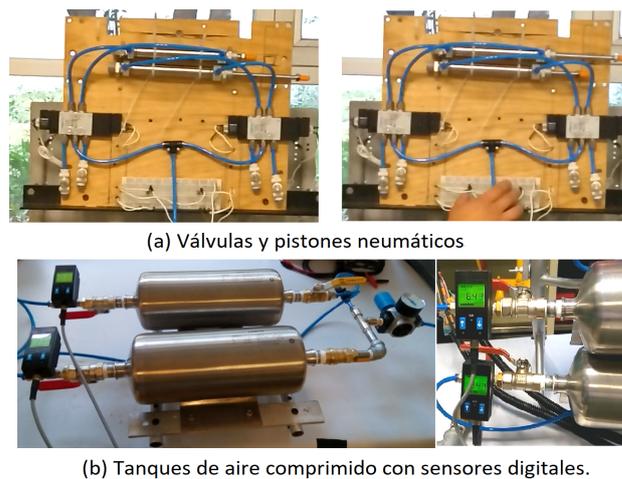


Figura 8.16: Sistema neumático conectado.

El sensor de presión está colocado en la entrada y salida del pistón neumático de doble efecto, esto con la finalidad de ver flujo de aire comprimido que entra y sale del sistema ya que los tanques de almacenamiento se agotan después de ciertas repeticiones de movimientos. En la Figura (a) de 8.17 se observa la gráfica experimental del sensor de presión el cual nos indica 4 niveles de presión a la entrada del pistón neumático. En la Figura (b) de 8.17 se visualizan los componentes electrónicos.

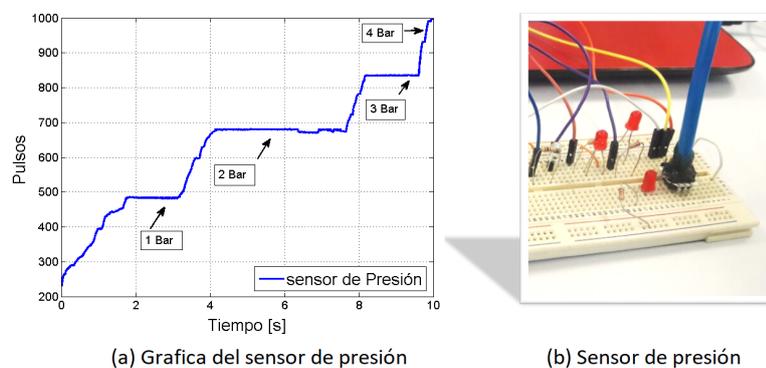


Figura 8.17: Sensores de presión.

## 8.5. Sistema híbrido

El sistema híbrido está conformado por el sistema neumático y motores lineales. Esta configuración nos ayuda a amplificar la fuerza en una determinada articulación. Esta suma de fuerzas se aplica principalmente en la articulación del codo. Funciona de manera antagonista asistiendo a los músculos del cuerpo, bíceps y tríceps. En la Figura (a y b) de 8.18 se observa la extensión y flexión de la articulación con el sistema híbrido.

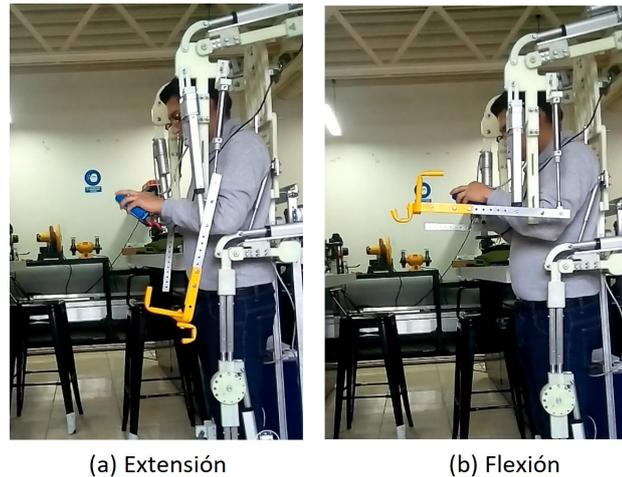


Figura 8.18: Sensores de presión.

Para este sistema se realizaron tres pruebas de carga, la primera fue con un peso de 10 Kg utilizando solamente los pistones neumáticos, la segunda prueba se realizó al motor lineal con el mismo peso. La tercer prueba, se realizó uniendo la fuerza de ambos actuadores con una carga de 20 kg. En la Figura 8.19 se visualizan estos experimentos.

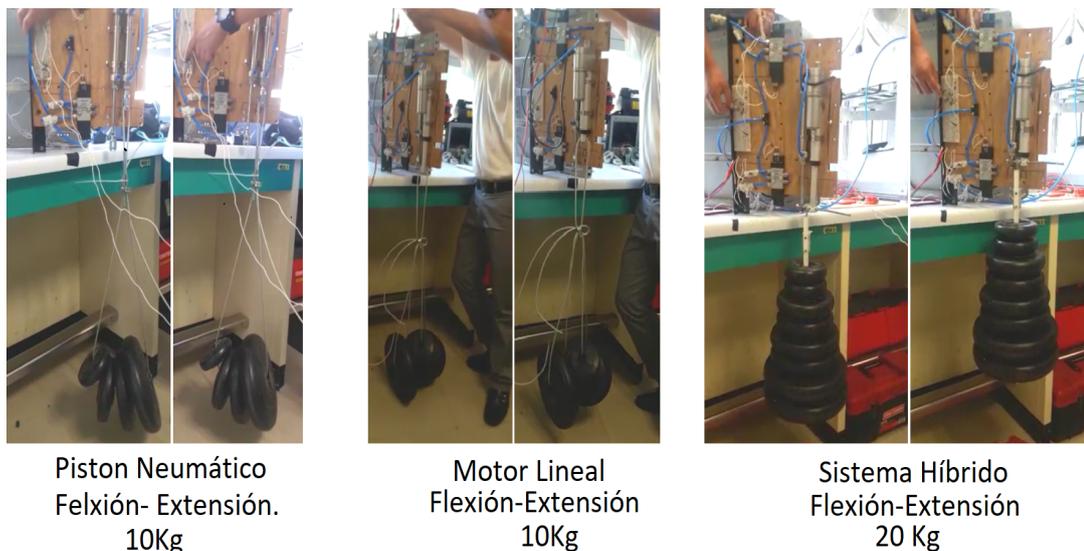


Figura 8.19: Pruebas experimentales del sistema Híbrido.

## 8.6. Movimientos del exoesqueleto con actuadores

El exoesqueleto tiene 14 grados de libertad, de los cuales 8 grados son actuados por componentes neumáticos, mecánicos y electromecánicos. Estos grados pertenecen a las articulaciones del lado izquierdo y derecho del exoesqueleto. Las articulaciones son el codo, hombro, cadera y rodilla. En la Figura 8.20 se ilustran al exoesqueleto y sus actuadores correspondientes en cada articulación.

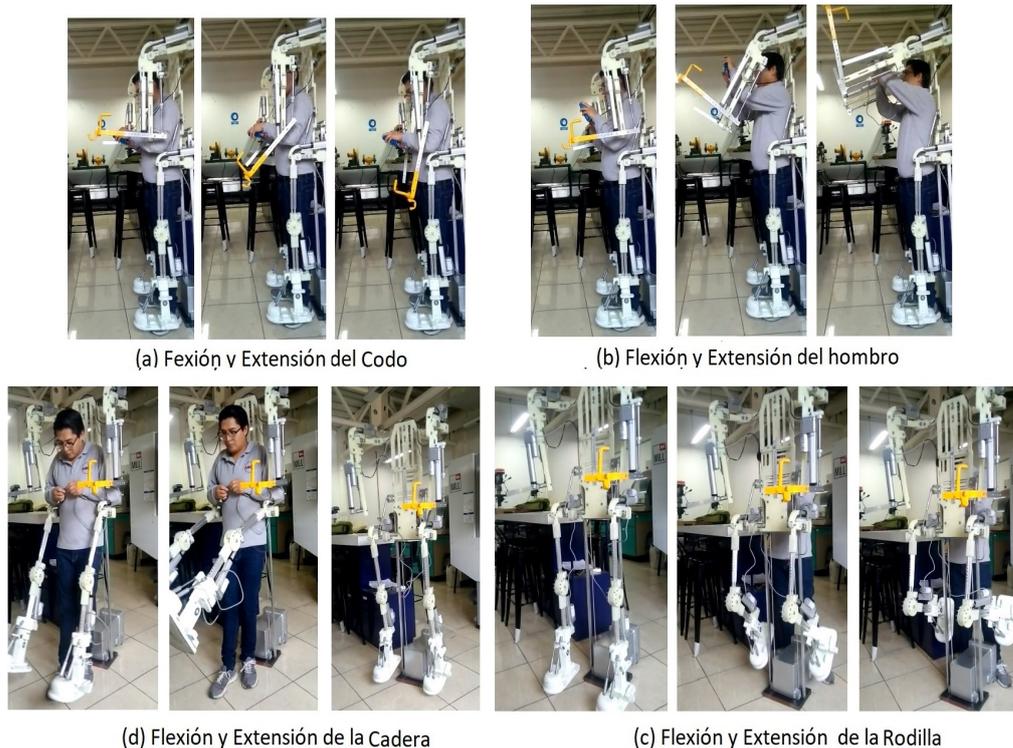


Figura 8.20: Miembros Superiores e Inferiores.

Los seis grados de libertad restantes son actuados por componentes mecánicos pasivos. Estas articulaciones son 3: la 1) es el tobillo la cual da una movilidad de 15 grados, la 2) es el pivote de la cadera que permite la flexión y extensión de la espalda y la 3) que es el movimiento de abducción a 90 grados en la articulación de los hombros. En la Figura (a) de 8.21 se observa la articulación del tobillo. En la Figura (b) de 8.21 se visualiza la articulación del pivote de la cadera y finalmente en la Figura (c) de 8.21 se observa la articulación del hombro en el movimiento de abducción a 90 grados. El exoesqueleto de amplificación de fuerza de miembros superiores e inferiores se observa en la figura 8.22

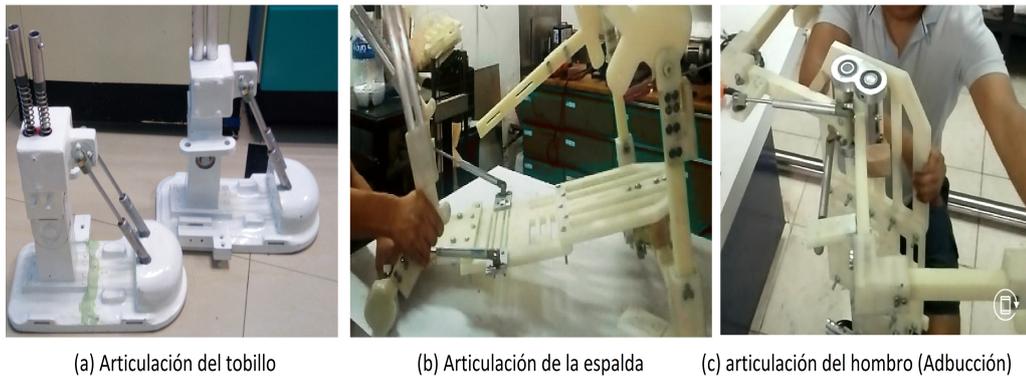


Figura 8.21: Miembros Superiores e Inferiores con actuadores pasivos.



Figura 8.22: Exoesqueleto de aumento de fuerza.

## 8.7. Exoesqueleto de aumento de fuerza en la articulación del codo

### 8.7.1. Resultados experimentales del control Sub-Óptimo

- El exoesqueleto de aumento de fuerza para la articulación del codo, es una plataforma anterior que utiliza un sistema híbrido. La plataforma experimental llegó solo a niveles de simulación por lo que se plantea utilizar la tarjeta myrio y el controlador Sub-Óptimo propuesto en esta tesis para realizar pruebas experimentales. También se desarrolló un panel de monitoreo en la plataforma LabView. Los detalles del trabajo (Exoesqueleto para aumento de fuerza para la articulación del codo) pueden consultarse en [40]

Las leyes del control sub-óptimo se implementaron en una tarjeta embebida, donde el tiempo de muestreo es de 10 milisegundos. La primera prueba experimental realizada con este control, es llevar la articulación del codo a una posición final de 90 grados, considerando que la articulación comienza desde 20°. En la Figura 8.23 se visualiza la rutina de flexión, extensión y su control.

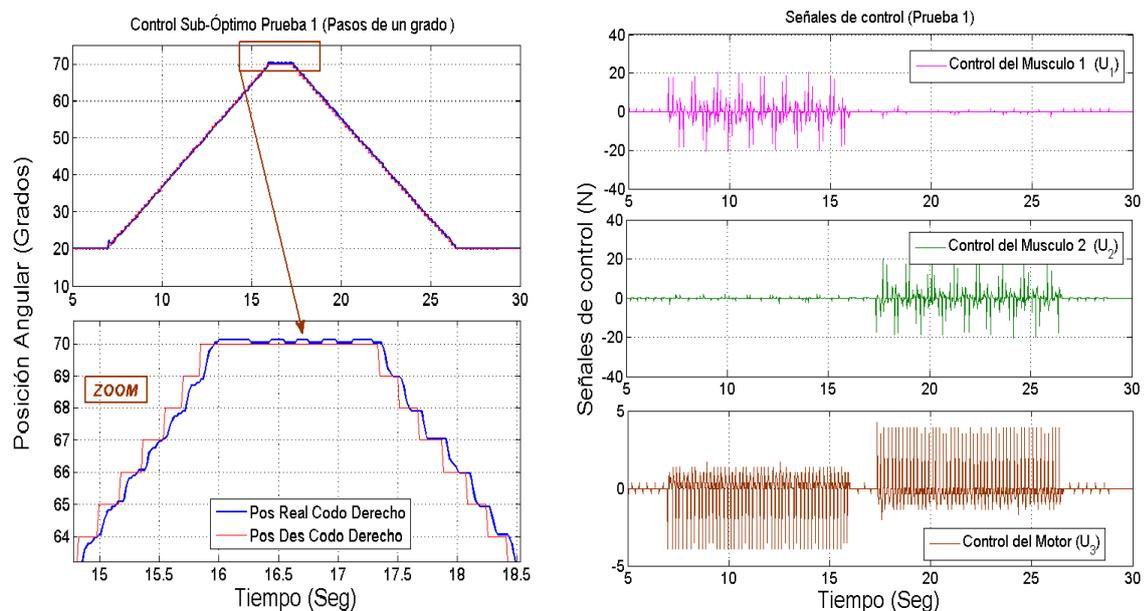


Figura 8.23: Prueba 1, flexión y extensión del codo en pasos de un grado.

Se realizó la comparación de posición angular en ambas articulaciones del codo con el mismo ejercicio, la diferencia resultó ser diminuta como se observa en la Figura 8.24

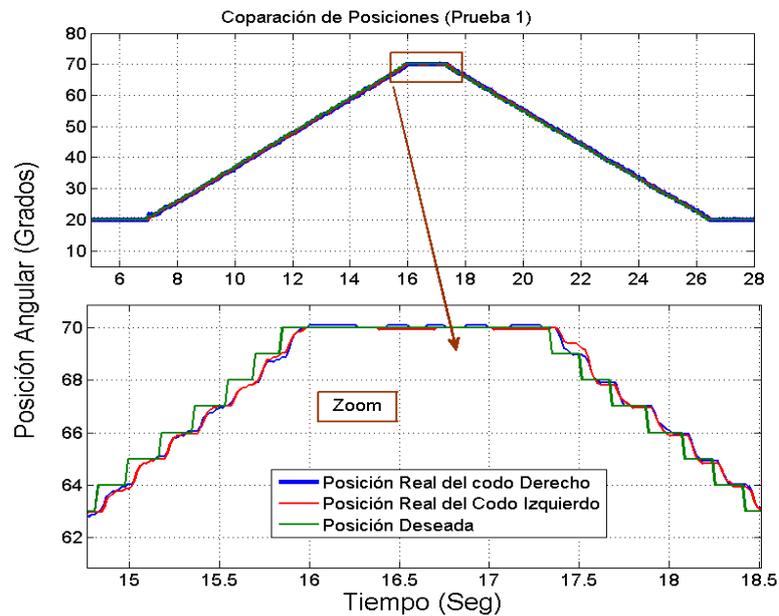


Figura 8.24: Comparación en las articulaciones del codo.

La segunda prueba experimental consiste en llevar la posición del codo a la Flexión máxima en pasos de  $10^\circ$  y realizar la Extensión también en pasos de  $10^\circ$ . En la Figura 8.25 se puede observar este ejercicio con su respectivo control.

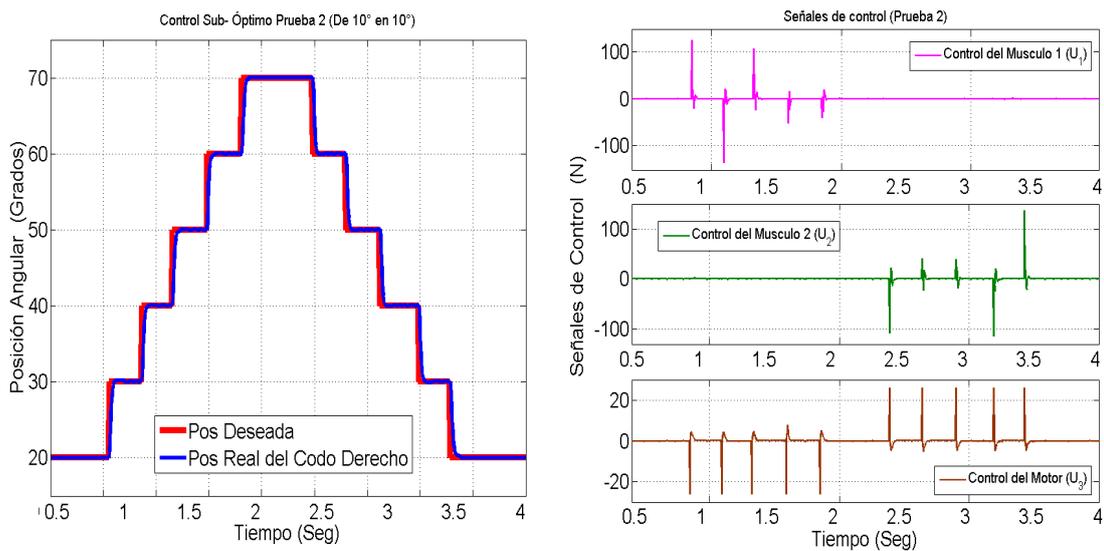


Figura 8.25: Prueba 2, flexión y extensión del codo en pasos de 10 grados.

La tercera prueba realizada fue llevar la articulación del codo de la posición inicial de  $20^\circ$  a la posición final máxima de un solo paso, y regresar a la posición inicial, En la Figura 8.26 se puede observar este ejercicio con su respectivo control.

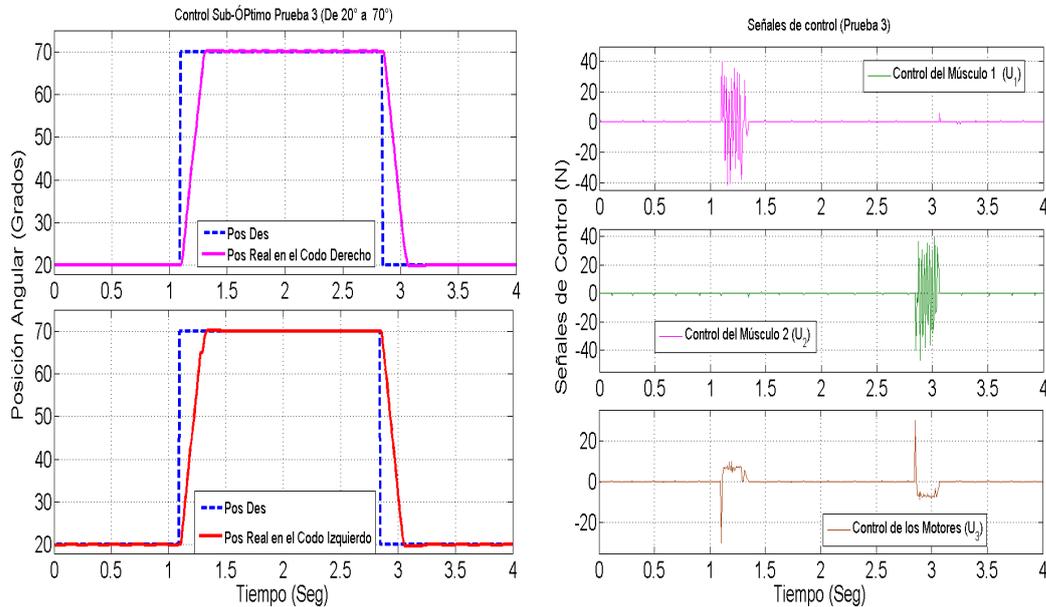


Figura 8.26: Prueba 3, flexión y extensión del codo en un solo pasos.

La prueba 4 consiste en realizar el ejercicio de flexión y extensión de forma continua, Los resultados obtenidos se expresan en la Figura 8.27, donde se puede ver el seguimiento casi igual, y con los respectivos controladores de cada actuador.

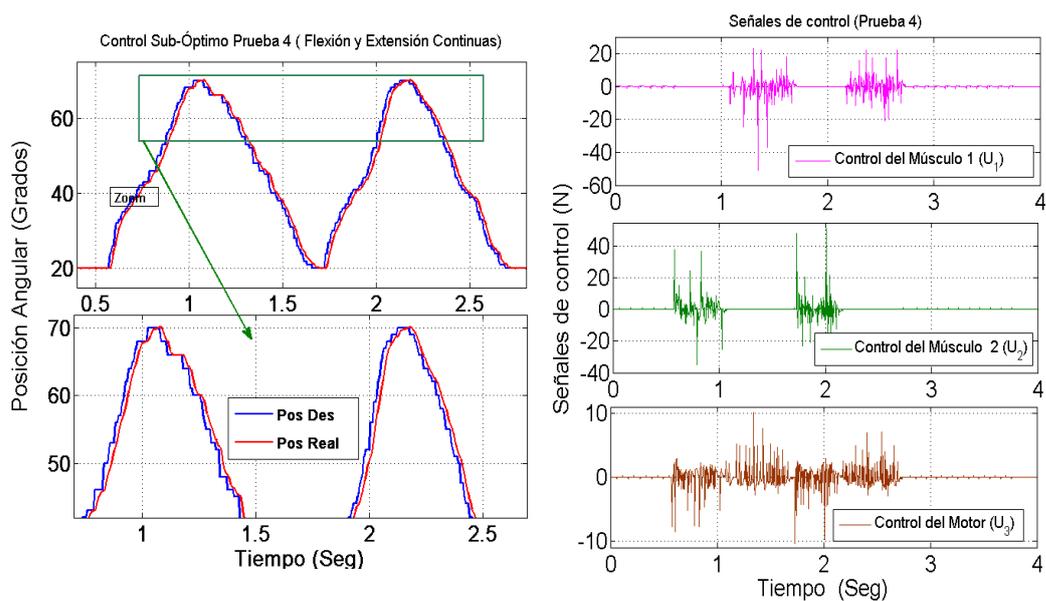


Figura 8.27: Prueba 4, flexión y extensión continua.

Para poder observar el error de posición en cada articulación del exoesqueleto se planteó hacer una rutina donde se empieza en  $20^\circ$  la articulación del codo la cual realizara un par de flexiones y extensiones y finalmente se mantiene en  $20^\circ$ , se observa en la Figura 8.28 que los tres controles mantienen de una manera muy similar, y el error angular es mínimo como se observa en las gráficas de la articulación derecha e izquierda.

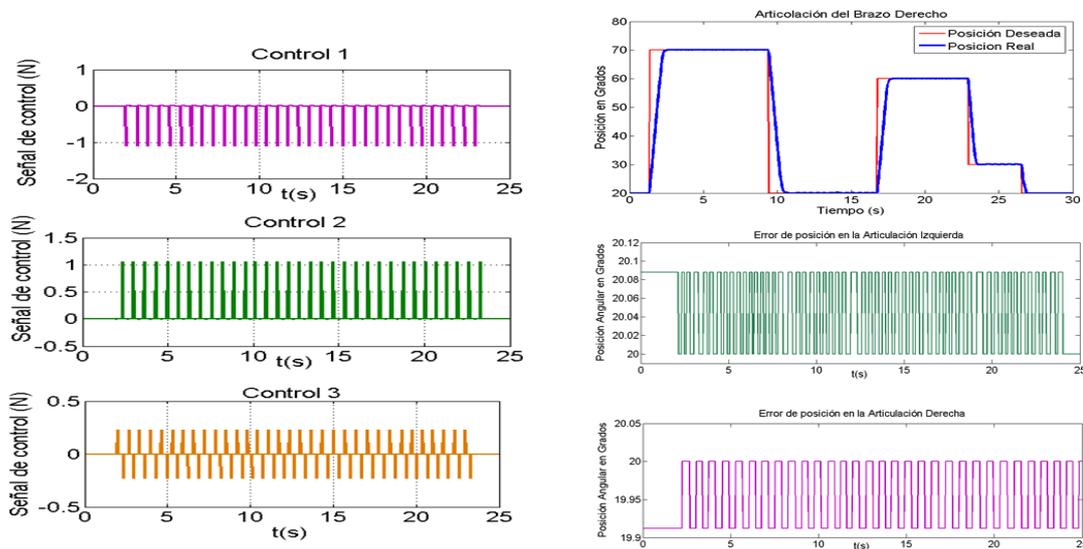


Figura 8.28: Error de posición en articulaciones del codo.

Se repitió la prueba 4 de flexión y extensión continua pero utilizando el controlador PD+g programado en un micro controlador arduino, los resultados obtenidos se expresan en la Figura 8.29, se ve claramente como el seguimiento de trayectoria es bastante disparejo aunque lo trata de realizar.

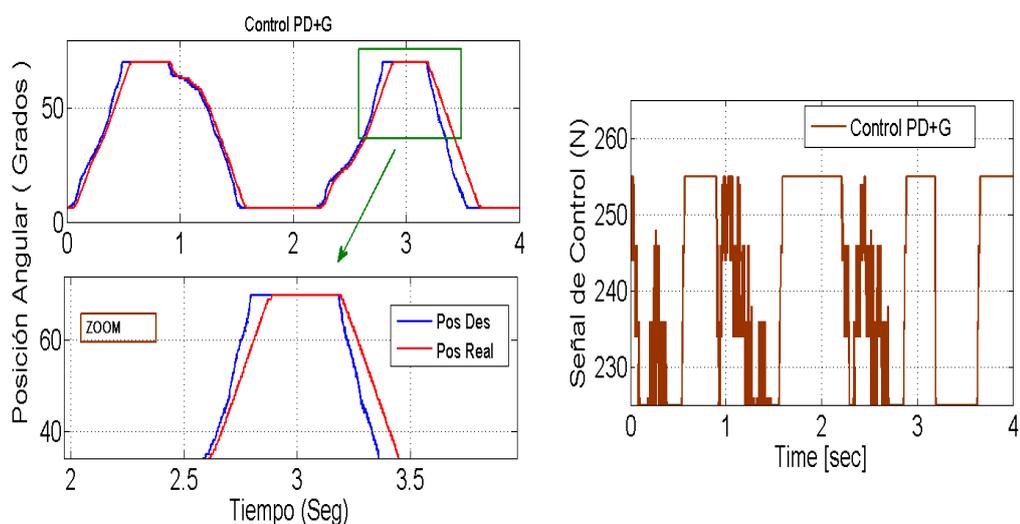


Figura 8.29: Rutina de flexión y extensión con PD+g.

Tomando en cuenta todos los resultados de estas pruebas se llega a la conclusión que el controlador Sub-Óptimo es mejor que el control PD+G. En la Figura 8.30 se observa una gráfica comparando estos dos controladores, y es claro que el control Sub-Óptimo es mejor.

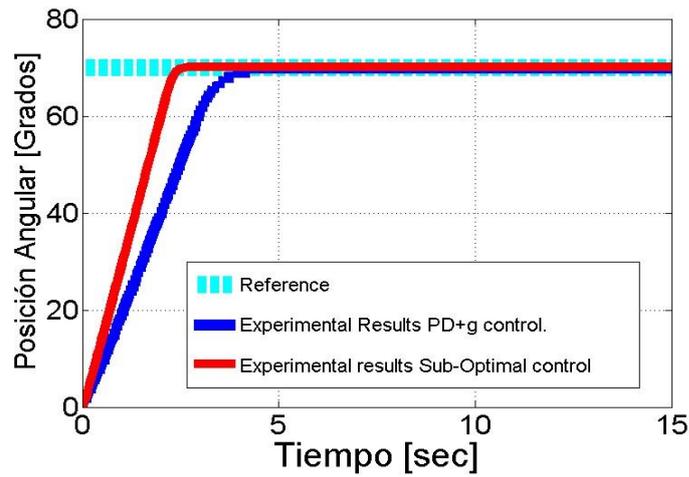


Figura 8.30: Comparación de controladores.

### 8.7.2. Programación del control Sub-Óptimo en LabView

Para realizar pruebas experimentales utilizando el control Sub-Óptimo, se trabajó con la tarjeta NiMyrio, la cual tiene la capacidad de procesar y realizar todos los cálculos matemáticos que este control requiere.

La programación se lleva mediante flujo de datos en LabView, esta programación tiene dos tipos de ventanas, la primera es la interfaz de usuario, donde solo se pueden ver dos tipos de objetos controles e indicadores. En la segunda ventana se realiza la programación por flujo de datos, la cual es una programación gráfica.

Cabe mencionar que LabView trabaja con 15 decimales para cualquier operación matemática y los colores en Labview representan su forma de comunicación, texto-string, objetos booleanos, estructuras etc. El panel de control se visualiza en la figura 8.31, y se divide en 4 secciones y en la Figura 8.32 la programación mediante flujo de datos.

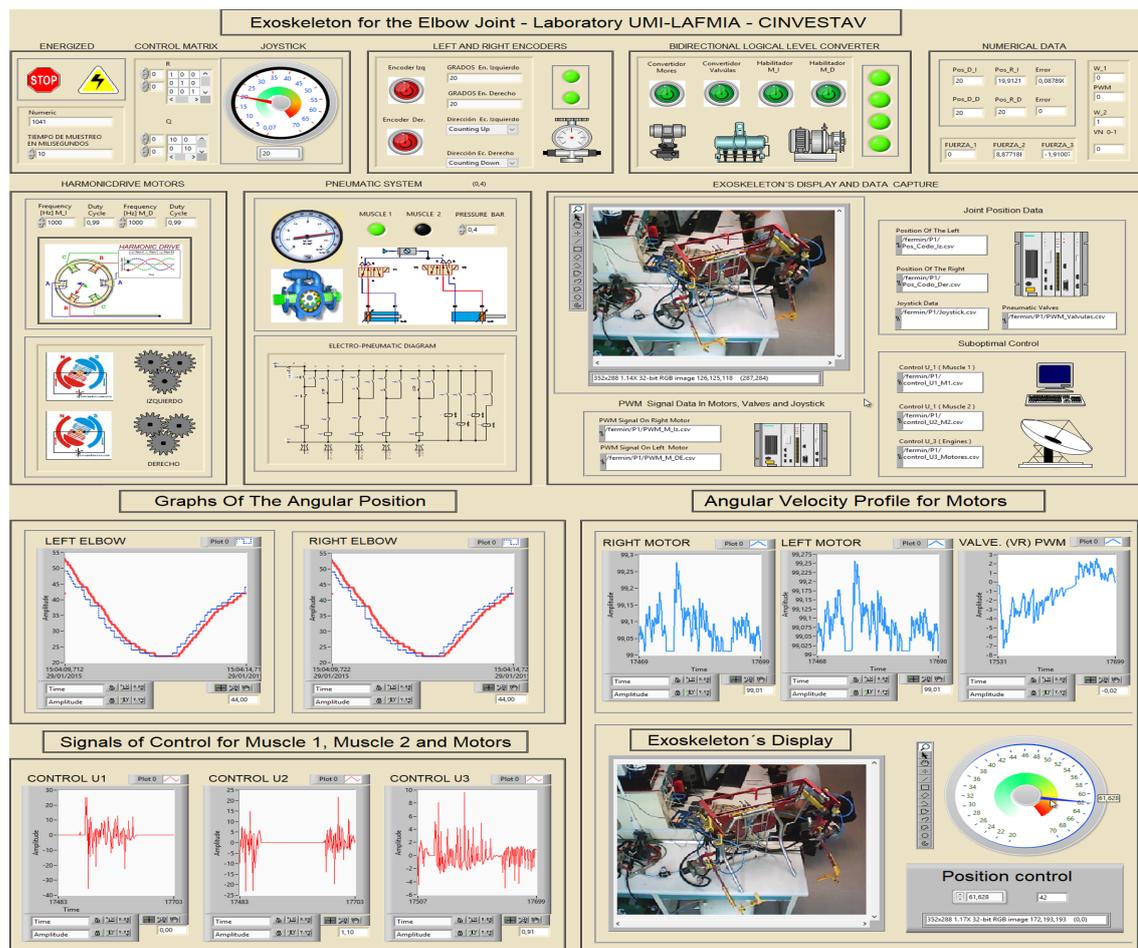


Figura 8.31: Panel de monitoreo en LabView



El panel de monitoreo se divide en 4 secciones, en la sección uno se visualizan los interruptores de energizado, el sistema neumático y mecánico, también los datos de posición real y las matrices de control. En la sección dos se observan las posiciones deseadas y relés, la activación de cada actuador y la captura de datos junto con una visualización del exoesqueleto. Ver Figura 8.33

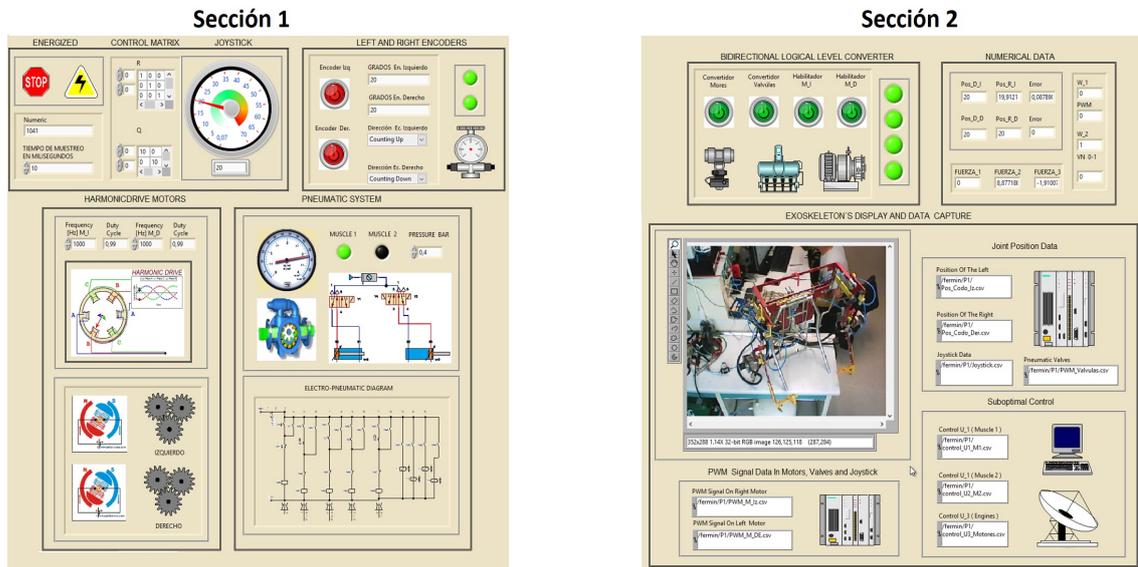


Figura 8.33: Panel de control de la sección 1 y 2.

En la sección tres se visualizan en gráficas las tres leyes de control y en dos gráficas más, la posición deseada y real del exoesqueleto. En la sección cuatro se observan tres gráficas que pertenecen al perfil de velocidad de cada actuador y un tacómetro analógico que muestra la posición en la cual se encuentra el exoesqueleto. Ver Figura 8.34

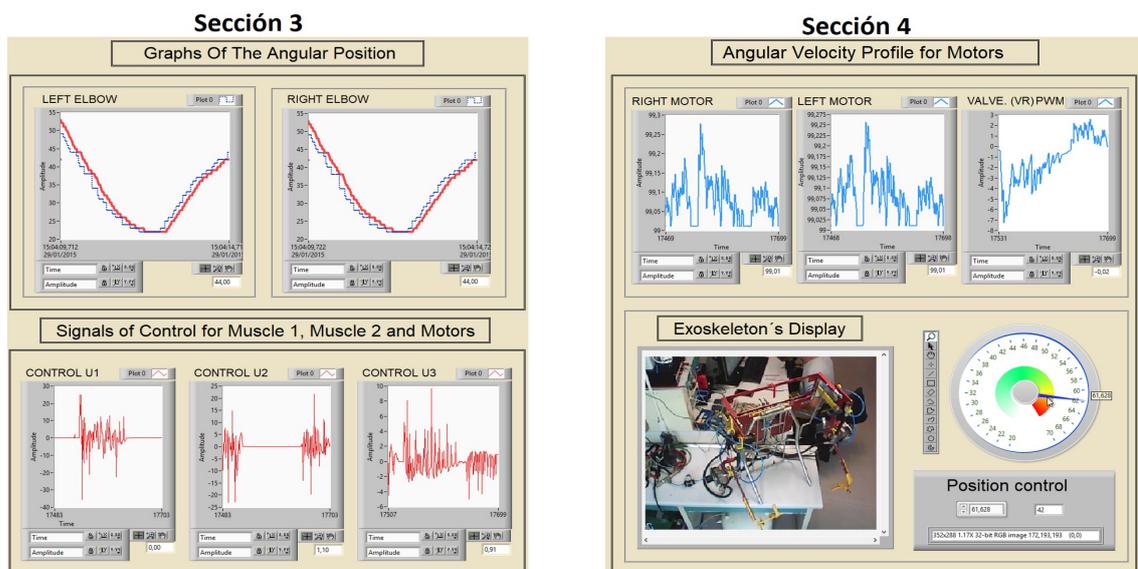


Figura 8.34: Panel de control de la sección 3 y 4.

---

## Conclusión

---

La importancia de los exoesqueletos en el área médica, militar, rescate, etc, ha abierto una línea de investigación bastante amplia con diferentes prototipos que ayudan a entender la complejidad de estos aparatos. Esta tesis ha colaborado con investigación de un sistema híbrido en un exoesqueleto de amplificación de fuerza para miembros superiores e inferiores.

La investigación de la anatomía de los miembros superiores e inferiores del cuerpo humano, ha brindado información amplia y necesaria de las articulaciones del cuerpo. Se estudiaron los huesos, músculos y tendones que comprenden cada articulación, así como la biomecánica necesaria para comprender la cinemática, ángulo de carga, la estabilidad y fuerza en cada una de las articulaciones estudiadas.

El diseño propuesto del exoesqueleto se basó en parámetros de la anatomía humana. Se realizó en el programa de Solidworks, y las piezas diseñadas se sometieron a un cálculo de esfuerzo y se alcanzaron las expectativas deseadas.

La instrumentación alcanzó niveles costosos por los tipos de actuadores utilizados, se realizó de tal manera que el peso de cada actuador mecánico y neumático contribuyera lo menos posible al peso del exoesqueleto.

La placa electrónica diseñada se construyó con indicadores para cada sensor y actuador del sistema. La alimentación eléctrica es autónoma ya que utiliza baterías tipo lipo.

El sistema neumático alcanzo una autonomía de 50 repeticiones de flexión y extensión de la articulación del codo. La tarjeta IN myRIO es suficiente para controlar y procesar todas las señales del sistema.

Se presentó también el modelo dinámico en tiempo continuo y en tiempo discreto, esto se realizó para proponer dos leyes de control. La primer ley de control propuesta corresponde a un controlador PD+g la cual fue simulada en cada una de las articulaciones del exoesqueleto. La segunda Ley de control es Sub-óptimo, esta ley se propuso para un ahorro de energía, también se realizo a simulación en cada una de las articulaciones.

El software OpenSim ayudó de una manera sobresaliente a la comprensión y análisis del funcionamiento de los miembros superiores e inferiores del ser humano. De esta manera, para evitar lesiones al usuario, las articulaciones del exoesqueleto de amplificación de fuerza se le impusieron las limitaciones de movimiento que resultaron del estudio anatómico de las articulaciones del codo, hombro, cadera y rodilla.

Se publico un artículo sobre el exoesqueleto en la revista IEEE Transactions on Control Systems Technology. Este articulo se muestra en el Anexo A.

## Finite horizon nonlinear sub-optimal control applied to a force augmenting hybrid exoskeleton for the elbow joints

Fermin Castillo, *IAFMIA CINVESTAV*, Ricardo López-Gutiérrez, *CONACYT-CINVESTAV*, Omar-Jacobo Santos-Sánchez, *CITIS, UAEH*, Antonio Osorio, *IAFMIA CINVESTAV*, Sergio Salazar, *IAFMIA CINVESTAV*, and Rogelio Lázaro, *UTC*

**Abstract**—In this paper, the implementation of a suboptimal control in a hybrid exoskeleton for the elbow joint is presented. The exoskeleton goal is to increase the strength in the user. The exoskeleton studied here, is hybrid in the sense to combine two types of actuators: pneumatic muscles and harmonic drive motors, which give power and precision to the system, respectively. The exoskeleton is autonomous, in the energetic sense so needs a air compressed tank and batteries; in order to increase the using time of the exoskeleton, a suboptimal discrete nonlinear control is implemented, this control law penalizes the energy consumption and it has a direct effect in the using time of the prototype. The electro-mechanical development of the exoskeleton, are introduced in the paper the control monitoring panel in LabVIEW software and a low cost Programmable Automatic Control (PAC) MYRIO National Instruments, the mathematical model, the simulation experimental tests, and the real time results of the plant in closed loop with the proposed control are also presented in this paper.

**Index Terms**—Suboptimal control, Hybrid exoskeleton.

### I. INTRODUCTION

**T**ECHNOLOGICAL progress has a considerably grown in the recent years, thanks to this fact mankind enjoys a comfortable life, however it continues exploring new research areas. One of the new research areas being explored to improve quality life, is the exoskeletons area. Exoskeletons are basically a structure to be wear on the human body which serves as a support to assist the limbs and other human body parts with movement, and amplify their strength, enhancing in this way the human capacities. Several platforms have been proposed to enhance the upper limbs capacities of the human body.

These exoskeletons employ pneumatic muscles as main actuators that generate the desired movement of a determined joint of the body. Joao Luiz A in 2014, proposes an exoskeleton that uses pneumatic muscles to amplify the strength of the human being, the dispositive is controlled by EMG signals [1]. In the same year, Tomoyuki Noda made a hybrid, Pneumatic-electric performance system [2]. In 2009, A.Pujana-Arrese presents a control for a 1-DoF system using pneumatic muscles [3]. In October 2008, E. Martínez carried out a design of a hybrid exoskeleton, proposing control strategies and experimental results [4]. A mathematical model proposed



Fig. 1. Force augmenting hybrid exoskeleton for the elbow joints.

in 2007 by Aron Pujana-Arrese talks about pneumatic artificial muscles, also shows experimental tests on these actuators [5]. In 2017 Masashi Hamaya and Takamitsu Matsubara, propose an exoskeleton for superior members and formulate a learning problem to perform a user-robot interface [6].

Some other exoskeletons are force augmenting devices that employ electrical motors or passive elements as principal actuators to perform a given task. At the 14th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence in 2017 Hwiwon Seo, presents the design of an exoskeleton of superior members of 3 DOF with results of experiments and control methods [7]. Donghao Sui, in 2017 proposes an Exoskeleton of 5 DOF for daily living [8]. In August of 2017 Yi Liu, Perform a control based on EMG signals for an exoskeleton of upper limbs [9]. The experimental platform of a shoulder and elbow exoskeleton proposed in 2016 by S.Crea, uses elastic actuators in series and has 4 DOF [10]. The exoskeleton proposed by Dmitry Popov in the year of 2013, is for bidirectional elbow braided on braided rope actuators and propose a control for this type of actuators [11], [12]. In some

cases a graphical interface is implemented in the LabVIEW software where the behavior of the robot or exoskeleton is depicted in a visual manner. For example, in 2017, Shuxiang Gou perform a control system based on LabVIEW for the upper extremity [16]. Vladimir Krain presented in 2015 an exoskeleton of force amplification for the articulation of the elbow, controlled by EMG signals, the control is programmed through the LabVIEW platform [17]. The work presented by Civan Artun in the year of 2015 is to perform different simulations of the P, PI and PID controls in the Matlab / Simulink and LabVIEW platforms [18]. So, LabVIEW software provides some advantages to implement control loops, such as relative easiness to implement high quality graphic interface and capabilities to implement advanced control when is combined with data acquisition instruments. Additionally, this software has application in the industry.

Some other exoskeletons are built to rehabilitating joints purpose, such as the elbow or the shoulder and their design and control are different of described before. In fact, in 2017 Baofeng Gao, the design of an exoskeleton of 3 DOF was presented, its objective was the rehabilitation of superior members [13]. In 2013, Nicola Vitiello proposed an exoskeleton with a motor in the elbow for physical rehabilitation, the feasibility of the control strategy and the full system was demonstrate by experimental tests [14]. In 2011 Mohammad H, presented a rehabilitation exoskeleton for elbow, which includes the movement of the forearm and wrist at the same time, the control algorithm tested was a PID control [15].

One crucial aspect for the exoskeletons is the control strategy used to regulate the desired position and velocity given by the exoskeleton user. However, this aspect is an nontrivial task and it constitutes a challenging, due the system nonlinearities [23]. One aspect mentioned in [23] is the low power consumption in the exoskeleton robot, it implies the development of optimal controllers for use pending improvements in the power output capabilities of portable devices [22]. Nevertheless, the optimal control algorithms synthesis for exoskeletons robots is not an easy task, and its application to this type of dispositives is incipient. Indeed, one can cite to [24], where the control problem of a hybrid actuation system composed of more than two different types of actuators was addressed, using an discrete dynamic programming approach, the torque distribution strategy for hybrid actuators was found; a linearization around to specific operation zone was used to find a Linear Quadratic Regulator which was iteratively improved by using of the Iterative Linear Quadratic Gaussian (ILQG) method, simulation results were presented. In [25], an optimal control framework for Pneumatic Artificial Muscle (PAM) as a part of Pneumatic-Electric (PE) hybrid actuation system was exposed, a linear and nonlinear parts were considered in the model and ILQG was used in order to improve the control law and satisfactory experimental results were reported.

In the light of the above, it is worth mentioning that many exoskeletons are designed employing pneumatic muscles together with some other type of actuators and their control is an issue very important. The experimental platform presented in this paper has as objective the amplification of the elbow joint

by means of the using of two types of actuators: pneumatic muscles and electrical motors, applying a suboptimal nonlinear discrete control with the aim of enlarging the exoskeleton autonomy, as a consequence of a energy consumption optimization, Figure 1. One of the principal contributions of the proposed exoskeleton is its use of pneumatic as well as electrical actuators, as well as their control optimizing, making of it a Hybrid device. The reason to employ pneumatic muscles is because of the force they generate to move heavy loads, so high frequency pneumatic valves were employed to control the flux of air entering the muscles. However, these components are highly non-linear and are difficult to control. To overcome this problem, Harmonic Drive electrical motors were employed to give the whole device precision in the last part of the motion of the elbow joint and a nonlinear discrete suboptimal control based on the Dynamic Programming (DP) is used, when a discrete nonlinear model of the exoskeleton is considered to design the proposed control, please notice that for the nonlinear continuous and discrete systems, the synthesis of the optimal controllers is an open problem in control theory, because the function which satisfies the Bellman equation is unknown, so in this proposal, a suboptimal nonlinear discrete sequence is presented, which avoid the solving of the Bellman equation, but in each step a minimization procedure is executed, which guarantee the obtention of the local minimal. Simulations results have been presented in [19], however, in this paper satisfactory experimental tests are presented.

The paper is organized as follows: section I: Introduction, section II: Hybrid exoskeleton design, section III: Mathematical model, Section IV: Optimization procedure of finite horizon, Section V Results and section VI: Conclusions

## II. HYBRID EXOSKELETON DESIGN

### A. Mechanical Structure

The proposed mechanical structure was designed to has a load capacity of 25 kg. The structure design comprises the dorsal trunk, the shoulder, the arm, the forearm and the hand, as it is shown in Figure 2. It is adjustable for people with backs measuring from 40 to 60 centimeters wide.

The material used in the exoskeleton is 6061-T4 (SS) aluminum and weighs 2.8kg. A static analysis was performed on the parts belonging to the forearm, obtaining a safety factor of 1.7 in this set of parts. The elastic limit, the unit deformation, the displacement and the safety factor are showed in Figure 3.

The corresponding part of the arm, where the actuators are placed, is analyzed and a safety factor of 20 was obtained. The elastic limit, the deformation unit, the displacement and the safety factor are seen in Figure 4.

The structure analysis, involving the shoulder and a part of the dorsal torso in the exoskeleton, provides a safety factor of 2.8 and its static displacement is 3.328 millimeters. The deformation unit, the displacement and the safety factor can be observed in Figure 5.

### B. Instrumentation

The exoskeleton has two pneumatic muscles, which are placed in an antagonist position, they are parallel to the

cases a graphical interface is implemented in the LabVIEW software where the behavior of the robot or exoskeleton is depicted in a visual manner. For example, in 2017, Shuang Gou perform a control system based on LabVIEW for the upper extremity [16]. Vladimir Krain presented in 2015 an exoskeleton of force amplification for the articulation of the elbow, controlled by EMG signals, the control is programmed through the LabVIEW platform [17]. The work presented by Civan Artun in the year of 2015 is to perform different simulations of the P, PI and PID controls in the Matlab / Simulink and LabVIEW platforms [18]. So, LabVIEW software provides some advantages to implement control loops, such as relative easiness to implement high quality graphic interface and capabilities to implement advanced control when is combined with data acquisition instruments. Additionally, this software has application in the industry.

Some other exoskeletons are built to rehabilitating joints purpose, such as the elbow or the shoulder and their design and control are different of described before. In fact, in 2017 Baofeng Gao, the design of an exoskeleton of 3 DOF was presented, its objective was the rehabilitation of superior members [13]. In 2013, Nicola Vitiello proposed an exoskeleton with a motor in the elbow for physical rehabilitation, the feasibility of the control strategy and the full system was demonstrate by experimental tests [14]. In 2011 Mohammad H, presented a rehabilitation exoskeleton for elbow, which includes the movement of the forearm and wrist at the same time, the control algorithm tested was a PID control [15].

One crucial aspect for the exoskeletons is the control strategy used to regulate the desired position and velocity given by the exoskeleton user. However, this aspect is a nontrivial task and it constitutes a challenging, due the system nonlinearities [23]. One aspect mentioned in [23] is the low power consumption in the exoskeleton robot, it implies the development of optimal controllers for use pending improvements in the power output capabilities of portable devices [22]. Nevertheless, the optimal control algorithms synthesis for exoskeletons robots is not an easy task, and its application to this type of dispositives is incipient. Indeed, one can cite to [24], where the control problem of a hybrid actuation system composed of more than two different types of actuators was addressed, using an discrete dynamic programming approach, the torque distribution strategy for hybrid actuators was found; a linearization around to specific operation zone was used to find a Linear Quadratic Regulator which was iteratively improved by using of the Iterative Linear Quadratic Gaussian (ILQG) method, simulation results were presented. In [25], an optimal control framework for Pneumatic Artificial Muscle (PAM) as a part of Pneumatic-Electric (PE) hybrid actuation system was exposed, a linear and nonlinear parts were considered in the model and ILQG was used in order to improve the control law and satisfactory experimental results were reported.

In the light of the above, it is worth mentioning that many exoskeletons are designed employing pneumatic muscles together with some other type of actuators and their control is an issue very important. The experimental platform presented in this paper has as objective the amplification of the elbow joint

by means of the using of two types of actuators: pneumatic muscles and electrical motors, applying a suboptimal nonlinear discrete control with the aim of enlarging the exoskeleton autonomy, as a consequence of a energy consumption optimization, Figure 1. One of the principal contributions of the proposed exoskeleton is its use of pneumatic as well as electrical actuators, as well as their control optimizing, making of it a Hybrid device. The reason to employ pneumatic muscles is because of the force they generate to move heavy loads, so high frequency pneumatic valves were employed to control the flux of air entering the muscles. However, these components are highly non-linear and are difficult to control. To overcome this problem, Harmonic Drive electrical motors were employed to give the whole device precision in the last part of the motion of the elbow joint and a nonlinear discrete suboptimal control based on the Dynamic Programming (DP) is used, when a discrete nonlinear model of the exoskeleton is considered to design the proposed control, please notice that for the nonlinear continuous and discrete systems, the synthesis of the optimal controllers is an open problem in control theory, because the function which satisfies the Bellman equation is unknown, so in this proposal, a suboptimal nonlinear discrete sequence is presented, which avoid the solving of the Bellman equation, but in each step a minimization procedure is executed, which guarantee the obtention of the local minimal. Simulations results have been presented in [19], however, in this paper satisfactory experimental tests are presented.

The paper is organized as follows: section I: Introduction, section II: Hybrid exoskeleton design, section III: Mathematical model, Section IV: Optimization procedure of finite horizon, Section V Results and section VI: Conclusions

## II. HYBRID EXOSKELETON DESIGN

### A. Mechanical Structure

The proposed mechanical structure was designed to has a load capacity of 25 kg. The structure design comprises the dorsal trunk, the shoulder, the arm, the forearm and the hand, as it is shown in Figure 2. It is adjustable for people with backs measuring from 40 to 60 centimeters wide.

The material used in the exoskeleton is 6061-T4 (SS) aluminum and weighs 2.8kg. A static analysis was performed on the parts belonging to the forearm, obtaining a safety factor of 1.7 in this set of parts. The elastic limit, the unit deformation, the displacement and the safety factor are showed in Figure 3.

The corresponding part of the arm, where the actuators are placed, is analyzed and a safety factor of 20 was obtained. The elastic limit, the deformation unit, the displacement and the safety factor are seen in Figure 4.

The structure analysis, involving the shoulder and a part of the dorsal torso in the exoskeleton, provides a safety factor of 2.8 and its static displacement is 3,328 millimeters. The deformation unit, the displacement and the safety factor can be observed in Figure 5.

### B. Instrumentation

The exoskeleton has two pneumatic muscles, which are placed in an antagonist position, they are parallel to the

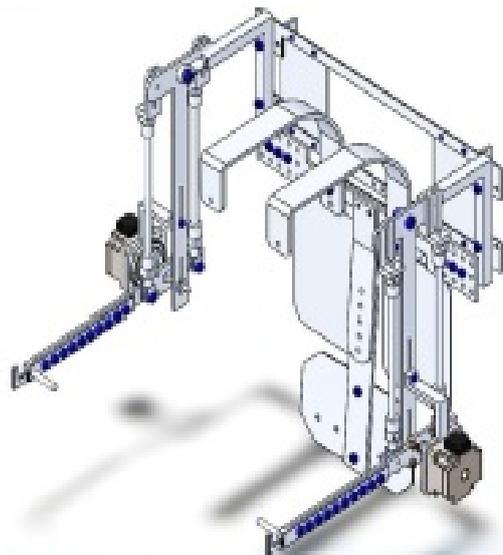


Fig. 2. Proposed mechanical structure of the exoskeleton design in CAD.

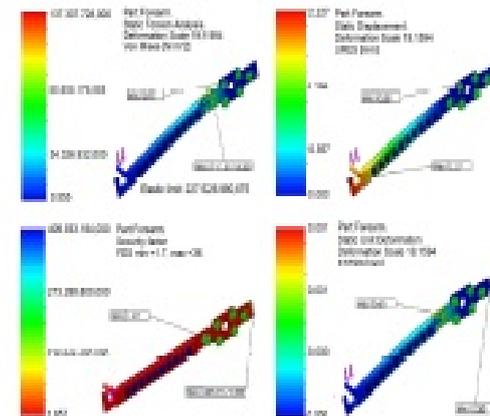


Fig. 3. Effort analysis in the forearm of the exoskeleton

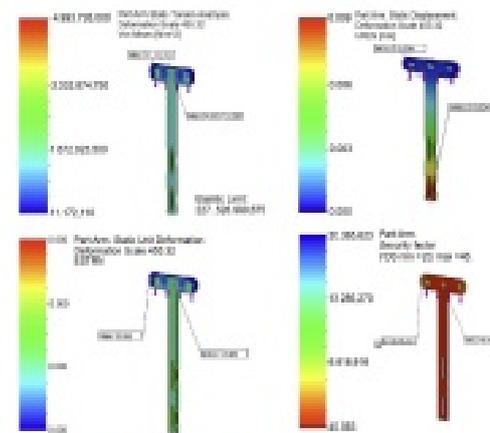


Fig. 4. Effort analysis in the exoskeleton arm

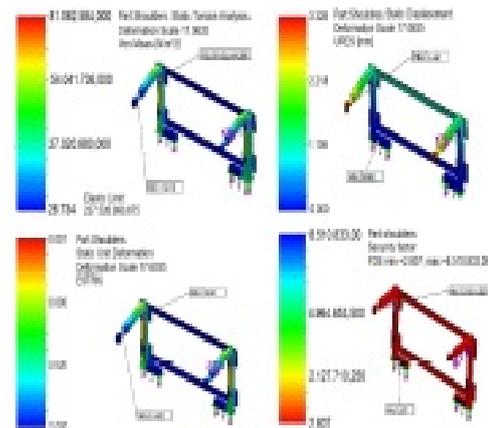


Fig. 5. Effort analysis in the exoskeleton back

biceps and triceps muscles of the human arm. The pneumatic muscles give the exoskeleton the necessary force to flex and to extend the user arms and to carry heavy objects. The proposed exoskeleton has also parallel Harmonic Drive electrical motors placed in parallel to each elbow joint, which contribute to the system with a percentage of torque, but they also give the precision to get softly desired positions, with a minimum angular position error. The motor shaft coincides with the rotation axis of antagonist muscle of the system, both actuators must work synchronized, in this sense the exoskeleton is hybrid. For the autonomy of the exoskeleton, 24 Volts batteries are used to energize the electrical motors and two tanks of compressed air which store 4 liters to 10 bars of pressure for the pneumatic muscles, see Figure 6.



Fig. 6. Tanks of compressed air that contains 4 liters to 10 bar for the supply of energy in the pneumatic actuators.

The exoskeleton is controlled and monitored by an embedded device (NI myRIO-1900) from the National Instruments. It has an ARM Cortex-A9 dual-core processor, the card has inputs and outputs with MXP and SMP connections. This low cost PAC is programmed by data flow in the LabVIEW software and the controllers are implemented on the PAC. An incremental encoder 6R2-CWZ3E to obtain the angular position is placed on the rotation axis. The prototype contains an air pressure sensor in each pneumatic muscle. The exoskeleton elbow joint is controlled by a joystick used as a torque sensor, considering the Hooks law as:

$$\tau_a = (\theta_a - \theta_a(0))k_a \quad (3)$$

where  $\tau_s$  is the exerted torque in the joystick,  $\theta_s$  is the rotation angle and  $\theta_s(0)$  is the angle on the equilibrium position and  $k_s$  is the elasticity coefficient. Intuitively, when the user exerts a small torque on the sensor around of  $0.05\text{Nm}$ , an amplified torque is generated by the exoskeleton. The Figure 7 shows a comparison between the torques generated by human and exoskeleton.

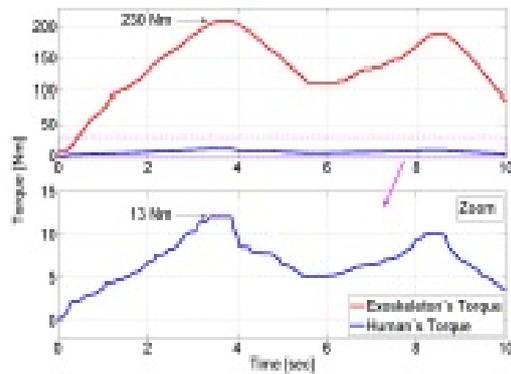


Fig. 7. Comparison of force exerted between the exoskeleton and the human.

### C. Human-robot interface

The proposed exoskeleton has a monitor panel based on the LabVIEW software, in this panel all the information is visualized in real time by the user. In Figure 8, three frames can be observed, they show the ON-OFF switches, the exoskeleton emergency stop button, the statement of the  $R$ ,  $Q = H$  matrices (for an specific discrete quadratic performance index), which penalize the control signal and the convergence of the state, respectively, the angular position of both links, left and right joints real data, display presenting the experimental platform obtained by a camera and numerical data concerning the controls  $u_1$ ,  $u_2$  and  $u_3$ .

The angular position error of each joint is displayed in Figure 9, as well as the antagonist motion of the pneumatic system and the activation of the Harmonic Drive motors of each joint of the experimental platform.

The three control signals  $u_1$ ,  $u_2$  and  $u_3$  applied to the actuators the angular position  $\theta$  and the desired position  $\theta_d$  of each joint, are shown in real time in Figure 10.

The velocity profile is the same for both motors but a different one for the pneumatic muscles, as can be seen in Figure 11.

The graphic interface showed above allows to the user the monitoring of the exoskeleton dynamic performance. Now, to synthesised the proposed nonlinear control, it is necessary to obtain the dynamics equations of the dispositive, they are obtained in next section.

### III. MATHEMATICAL MODEL.

In this section, the mathematical model of the proposed exoskeleton is presented. First, it is exposed the continuous nonlinear model and after its discrete version is exposed.

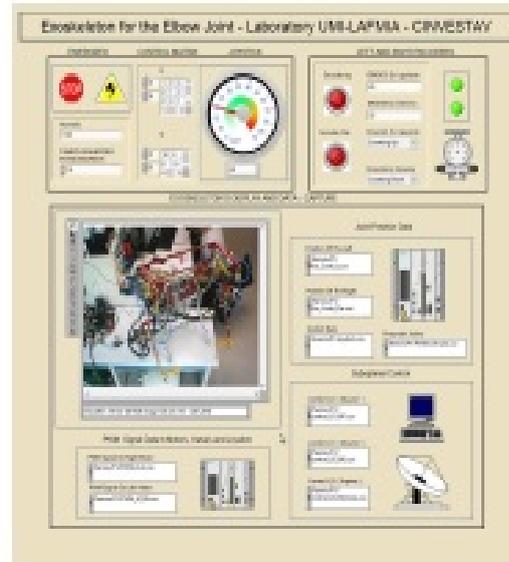


Fig. 8. Monitor panel based on the graphic LabVIEW platform (1/4).

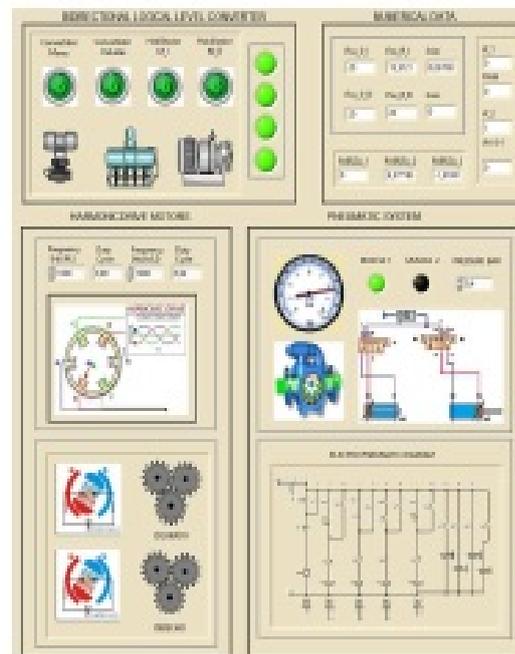


Fig. 9. Monitor panel based on the graphic LabVIEW platform (2/4).

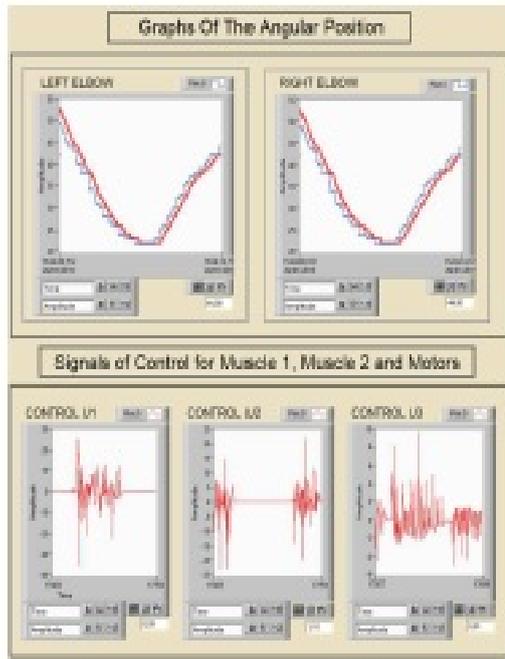


Fig. 10. Monitor panel based on the graphic LabVIEW platform (3/4).

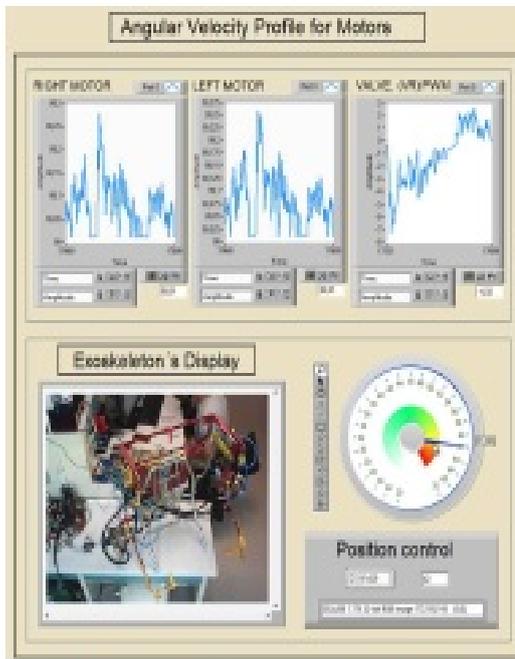


Fig. 11. Monitor panel based on the graphic LabVIEW platform (4/4).

A. Continuous model

Although the human the elbow joint can rotate 150 degrees, the exoskeleton is designed to rotate only 70 degrees with an initial position of 20 degrees and final position of 90 degrees, see Figure 12. The reason for this restriction is because the main objective is to load objects. In this way, when the arms are maintained at an 90 degree angle, it allows us to safely hold the load, when the shoulder joint could be considered static [19].

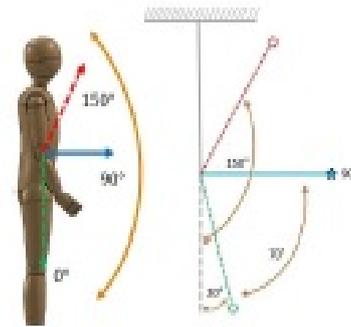


Fig. 12. Comparison between the Range of motion (ROM) of the human elbow and ROM of the exoskeleton.

The mathematical model was obtained from the free body diagram of the exoskeleton shown in Figure 13, where  $g$  is gravitational constant,  $M_p$  is the load mass,  $\tau_1$  is the torque of a Harmonic drive motor,  $F_1$  is the linear force exerted by the pneumatic muscle  $M_1$ , and  $F_2$  is the linear force exerted by the pneumatic muscle  $M_2$ ,  $L_1$  is the distance from the pivot to the muscle  $M_1$ ,  $L_2$  is the distance from the pivot to the muscle  $M_2$  and  $L_{cm}$  is the distance from the pivot to the loading point.

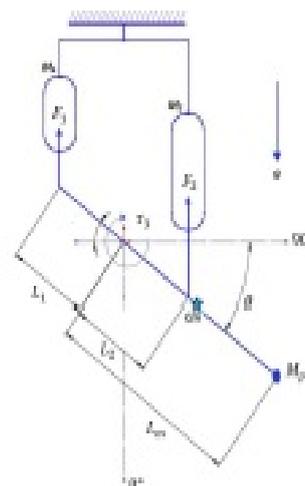


Fig. 13. Free body diagram of the exoskeleton elbow joint.

The dynamical model was obtained by the Newton-Euler approach as:

$$\begin{aligned} [I_{cm} + ml^2]\ddot{\theta} - F_1\omega(\theta - \theta_0)L_1\sin\theta \\ - F_2\omega(\theta_0 - \theta)L_2\sin\theta \\ + \tau_3 + M_p g L_m \sin\theta - b\dot{\theta} \end{aligned} \quad (2)$$

where  $m$  is the forearm mass,  $l$  is the distance from the pivot to the mass center of the forearm,  $b$  is the friction constant in the joint,  $I_{cm}$  is the moment of inertia of the forearm with respect to axis that passes through their mass center  $C_m$ ,  $\theta$  is the angular position and  $\theta_0$  is the angular position of the forearm before the moving of the joint and  $\omega(x)$  is a function defined as:

$$\omega(x) := \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Define  $\theta_1 = \theta$  and  $\theta_2 = \dot{\theta}$ , then the state space representation of the dynamic model is:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \tau_3 + \frac{M_p g L_m \sin\theta_1}{I_{cm} + ml^2} - \beta\theta_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

where

$$\beta = \frac{b}{I_{cm} + ml^2} \quad (5)$$

$$\tau_3 = \frac{(F_1\omega(\theta - \theta_0)L_1 - F_2\omega(\theta_0 - \theta)L_2)\sin\theta_1 + \tau_3}{I_{cm} + ml^2} \quad (6)$$

In next section, the discrete version of this continuous model is presented.

### B. Discrete dynamic model

First, consider a fixed sample time  $t_s$  and  $t = kt_s$ , where  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Then, to discretize the dynamic model given by the equation (4) consider that:

$$\begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \theta_1(k) \\ \theta_2(k) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

considering the simplified notation. The derivative in model (4) is approximated by the Euler approximation as follows:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \approx \frac{1}{t_s} \begin{bmatrix} \theta_1(k+1) - \theta_1(k) \\ \theta_2(k+1) - \theta_2(k) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

So the discrete dynamic model can be written as:

$$\begin{bmatrix} \theta_1(k+1) \\ \theta_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_s\theta_2(k) + \theta_1(k) \\ t_s\tau_3(k) + \frac{t_s M_p g L_m \sin\theta_1(k)}{I_{cm} + ml^2} - t_s\beta\theta_2(k) + \theta_2(k) \end{bmatrix} \quad (9)$$

The last discrete model could be rewritten as the affine nonlinear way:

$$\mathfrak{x}(k+1) = f_0(\mathfrak{x}(k)) + f_1(\mathfrak{x}(k))u(k) \quad (10)$$

where  $t_s$  is the sampling time,  $\mathfrak{x}(k) = [\theta_1 \ \theta_2]^T$ ,  $k = 0, 1, \dots$

$$f_0(\mathfrak{x}(k)) = \begin{bmatrix} \theta_1(k) + t_s\theta_2(k) \\ \theta_2(k)(1 - t_s\beta) + \frac{t_s M_p g L_m \sin(\theta_1(k))}{I_{cm} + ml^2} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$f_1(\mathfrak{x}(k)) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{t_s \sin\theta_1(k)}{c_1} \\ \frac{-t_s \sin\theta_1(k)}{c_1} \\ \frac{1}{c_1} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

with  $c_1 = I_{cm} + ml^2$ , and

$$u = \begin{bmatrix} F_1\omega(\theta_1 - \theta_0) \\ F_2\omega(\theta_0 - \theta_1) \\ \tau_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

In next section, a procedure which minimizes a quadratic index performance in the local sense is presented. The algorithm is based on the DP, which is originally exposed in [20], [26] and used in a quadrotor in [21], however in the best knowledge of the authors, this discrete control based on the classical DP has not been used in exoskeletons.

## IV. OPTIMIZATION PROCEDURE OF FINITE HORIZON

The tasks development in the proposed exoskeleton are defined in a finite time and the energy using by the three actuators calculated in the control algorithm used is a crucial issue, because an optimization of the used energy in the control system, it impacts in the using time of the dispositive. So, these aspects are the main motivation to use discrete DP approach to find an optimized control sequence for finite horizon, which is described in the next.

### A. Suboptimal discrete control sequence

First, consider the following definition of the controllability of a pair point.

**Definition 1:** The pair  $(x_0, x_1)$  is controllable if there exists an admissible control  $u(k)$  such that the system defined by  $x(k+1) = f(x(k), u(k))$  is transferred from  $x_0$  to  $x_1$  in  $N$  finite number of steps, where  $f(x(k), u(k)) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(k) \in \mathbb{R}^m$ .

It is not a hard task to verify that the system (10-13) is locally controllable around to the fixed point zero.

Now, consider the quadratic performance index defined in [20] as

$$J = \frac{1}{2}x^T(N)Hx(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} (x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)) \quad (14)$$

with the horizon as  $t_f = t_s N$ ,  $t_s$  is the sample time and  $N \in \mathbb{N}$ . The  $Q$  and  $R$  are square positive semidefinite and positive definite matrices, respectively. Assume that the pair of points  $(x_0, x_f)$  of the system (10-13) satisfy the **Definition 1**. The DP approach in discrete time proposed in [20] is used to obtain:

$$J_{N,N}^* = \frac{1}{2}x^T(N)Hx(N) \quad (15)$$

This term does not depend on the control law  $u(N)$ , because  $x(N)$  depends of the control  $u_{N-1}$ , then one can conclude that  $J_{N,N}^*$  is the optimal value of  $J$  in the discrete time  $N$ , then  $u^*(N) = 0$ . Then, in the next step we want to optimize the performance index  $J$  respect to the control  $u_{N-1}$  as follows:

$$J_{N-1,N}^* = \min_{u(N-1)} \{ J_{N,N}^* + \frac{1}{2} x^T(N-1) Q x(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) \} \quad (16)$$

As  $x(N-1)$  depends of the control  $u(N-2)$ , we only consider the state  $x(N)$  from (10), then:

$$J_{N-1,N}^*(x(N-1), u(N-1)) = \min_{u(N-1)} \{ \frac{1}{2} [f_0(x(N-1)) + f_1(x(N-1)u(N-1))]^T x H [f_0(x(N-1)) + f_1(x(N-1)u(N-1))] + \frac{1}{2} x^T(N-1) Q x(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) \} \quad (17)$$

To find a local minimal value of  $J_{N-1,N}$  with respect to  $u(N-1)$ , first, consider that the existence of a minimum is guaranteed, because the right side of equation (17) is strongly convex with respect to  $u(N-1)$ , and then by using the sufficient condition of the Fundamental Theorem of the variational calculus [20]:

$$\frac{\partial J_{N-1,N}}{\partial u(N-1)} = 0, \quad (18)$$

it follows that

$$u^*(N-1) = -[f_1^T(x(N-1))H f_1(x(N-1)) + R]^{-1} \times f_1^T(x(N-1))H f_0(x(N-1)) \quad (19)$$

The term  $[f_1^T(x(N-1))H f_1(x(N-1)) + R]^{-1}$  exists because  $R > 0$ . Observe that the control given by (19) is optimal, because

$$\frac{\partial^2 J_{N-1,N}(x(N-1), u(N-1))}{\partial^2 u(N-1)} = R > 0 \quad (20)$$

For the following step  $N-2$ , note that the value of  $u^*(N-1)$  is the optimal value in the step  $N-1$  and according with the Bellman optimality principle, this control generates the optimal value for  $x(N-1)$ . Then we have that:

$$J_{N-2,N}^*(x(N-2), u(N-1), u(N-2)) = \min_{u(N-1), u(N-2)} \{ \frac{1}{2} x(N)^T H x(N) + \dots + \frac{1}{2} x^T(N-1) Q x^T(N-1) + \frac{1}{2} x^T(N-2) Q x(N-2) + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-2) R u(N-2) \} \quad (21)$$

The term with  $x(N)$  depends of the control  $u(N-1)$  and the term with  $x(N-2)$  depends of the control  $u(N-3)$ , then only the term with  $x(N-1)$  depends of the control  $u(N-$

2). As the control  $u(N-1)$  in the previous step is optimal, the minimization is made only with respect to  $u(N-2)$  and  $x(N-1)$  is obtained by the state equation (10), it follows that

$$J_{N-2,N}^*(x(N-2), u(N-2)) = \min_{u(N-2)} \{ \frac{1}{2} x(N)^T H x(N) + \frac{1}{2} [f_0(x(N-2)) + \dots + f_1(x(N-2)u(N-2))]^T Q [f_0(x(N-2)) + f_1(x(N-2)u(N-2))] + \frac{1}{2} x^T(N-2) Q x(N-2) + \frac{1}{2} u^T(N-1) R u(N-1) + \frac{1}{2} u^T(N-2) R u(N-2) \} \quad (22)$$

We use the last equation to obtain the suboptimal control  $u(N-2)$ , with this we avoid solving the Riccati Equations which is a very complex problem. However, the equation (21) is strongly convex with respect to  $u(N-2)$  and this fact guarantees the existence of a minimum, however it is only an approximation to the optimal value of  $u(N-2)$ , because as it is very well known the optimal control signal  $u(N-2)$  should be found applying the solution of the Riccati equation. We proceed in the usual manner in order to find the suboptimal control  $u(N-2)$  ( $\partial J_{N-2,N} / \partial u(N-2) = 0$ ):

$$u(N-2) = -[f_1^T(x(N-2))Q f_1(x(N-1)) + R]^{-1} \times f_1^T(x(N-1))Q f_0(x(N-1)) \quad (23)$$

It is find the general equations as follows:

$$u(N-k) = -[f_1^T(x(N-k))Q f_1(x(N-k)) + R]^{-1} \times f_1^T(x(N-k))Q f_0(x(N-k)) \quad (24)$$

and

$$J_{N-k,N}^*(x(N-k), u(N-k)) = J_{N-k+1,N} + \frac{1}{2} x^T(N-k) Q x(N-k) + u^T(N-k) R u(N-k) \quad (25)$$

for all  $k = 2, \dots, N$ , for  $k = 1$ , the control is given by (19).

This suboptimal sequence obtained here guarantees that an approximation to the minimal value to the performance index (14) is reached.

*Remark 1:* From (25), notice that  $J_{N-k,N} > J_{N-k+1,N}$ , then  $J_{N-k,N}^*$  is a decreasing function and it is a quadratic function, it implies that the estate tends to fixed point.

### B. Suboptimal Control for the exoskeleton

The suboptimal control sequence previously described is used to control the position and velocity of the exoskeleton. Although the expressions presented here are referenced to the fixed point zero, in the real time implementation, the error is used instead of only the state.

Consider the discrete mathematical model (10-13), the

quadratic performance index (14), the suboptimal sequence (24) and the following penalty matrices in the criterion (14):

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 \\ 0 & 0 & R_{33} \end{bmatrix},$$

and

$$H = Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 \\ 0 & Q_{22} \end{bmatrix}.$$

For these chosen matrices, the control signal (24) is:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2CL_1R_{22}R_{33}t_s \frac{\sin B}{l} G \\ 2DL_2R_{11}R_{33}t_s \frac{\sin B}{l} G \\ -2R_{11}R_{22} \frac{l}{r} G \end{bmatrix} \quad (26)$$

where  $u_1$  is the suboptimal control law corresponding to the first pneumatic muscle which produces the force  $F_1$ ,  $u_2$  is the suboptimal control law corresponding to the second muscle associated with the force  $F_2$  and  $u_3$  is the suboptimal control corresponding to the Harmonic Drive motor,  $B := \theta_1(k)$ ,  $A := \theta_2(k)$ ,  $C := \omega(\theta_1(k)) - \theta_1(0)$ ,  $D := \omega(\theta_1(0)) - \theta_1(k)$  and :

$$E = 2R_{11}R_{22}R_{33}l_{sm}^2 + 2Q_{22}R_{11}R_{33}d_s^2 + 2m^2l^4R_{11}R_{22}R_{33} + D^2L_2^2Q_{22}R_{11}R_{33}d_s^2 + 4mr^2R_{11}R_{22}R_{33}l_{sm}C^2L_1^2Q_{22}R_{22}R_{33}t_s^2 + C^2L_2^2Q_{22}R_{22}R_{33}d_s^2 \sin 2B + D^2L_2^2Q_{22}R_{11}R_{33}t_s^2 \sin 2B \quad (27)$$

and

$$G = A Q_{22} l_{sm} - A b Q_{22} t_s + A m r^2 Q_{22} + M_{pg} L_{sm} Q_{22} t_s \sin B \quad (28)$$

The specific choice of diagonal penalty matrices gives a particular structure of the controller, only it pays attention to the controller involves the position and the velocity.

## V. RESULTS

In this section, simulation and experimental results are presented. Additionally, a comparison with a  $PD+G$  controller is exposed to glimpse some advantages with respect control signal magnitude and performance in closed loop.

### A. Numerical results

The first test to the exoskeleton mathematical model is a stabilization task, in fact, it wants to reach a position of the 70 degrees and to maintain it for five seconds and then it returns to the initial position of 20 degrees, following the previously established velocity profile. Table I displays the used simulation parameters, the software MATLAB was used to obtain the numerical results.

The simulation results are shown in Figure 14, when the position and angular velocity are displayed.

TABLE I  
SIMULATION PARAMETERS

Parameter	Value
$M_p$	6 kg
$L_{sm}$	0.36 m
$I_{sm}$	0.0469 kgm <sup>2</sup>
$m$	500 g
$r$	0.18 m
$b$	0.010
$t_s$	0.06 s
$L_1$	0.0032 m
$L_2$	0.0032 m
$H$	[1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]
$Q-H$	[10 0; 0 16]

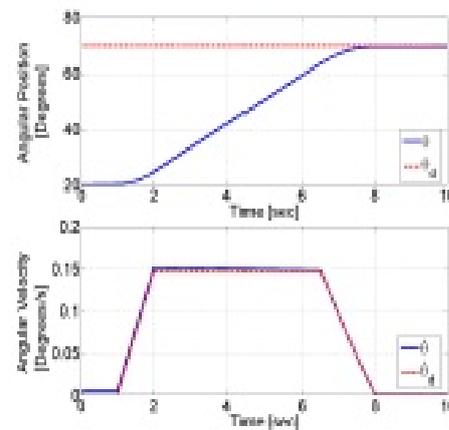


Fig. 14. Position control simulation with the suboptimal control law applied to the exoskeleton mathematical model with a predefined velocity profile.

Figure 15 shows the control signals in simulation  $u_1$  and  $u_2$  for the pneumatic muscles and shows the control  $u_3$  corresponding to the harmonic drive motor.

The suboptimal control in the exoskeleton is proposed with the aim to save pneumatic as well as electrical energy. A comparison of the control signals magnitudes when the total torque  $\tau_t$  given by the equation (6) is considered: the suboptimal control versus the torque produced by a  $PD+G$  control, both are shown in Figure 16. As can be observed at the experiment beginning, the signal given by the  $PD+G$  controller has a larger energy expenditure and then it stabilizes, on other hand, the suboptimal controller signal does not present any peak. It is possible to conclude, that the suboptimal control signal stabilizes to the plant in a smaller region than that corresponding to the  $PD+G$  controller. The  $PD+G$  controller was heuristically tuned and same control signal was applied of the actuators, however please notice that it is not an easy task to tune this controller considering a plant nonlinear model, for the case of the nonlinear suboptimal control, one have to select a pair  $Q$  and  $R$ , however, the diagonal structure of this matrices allows to choose this pair with relative easiness, and after to this selection, the algorithm gives explicit formulas for each controllers.

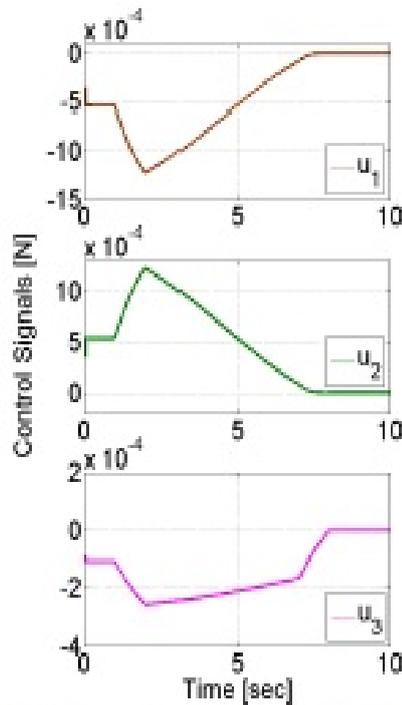


Fig. 15. Simulated control signals  $u_1$  and  $u_2$  for the pneumatic muscles  $M_1$ ,  $M_2$  and control  $u_3$  for the harmonic drive motor.

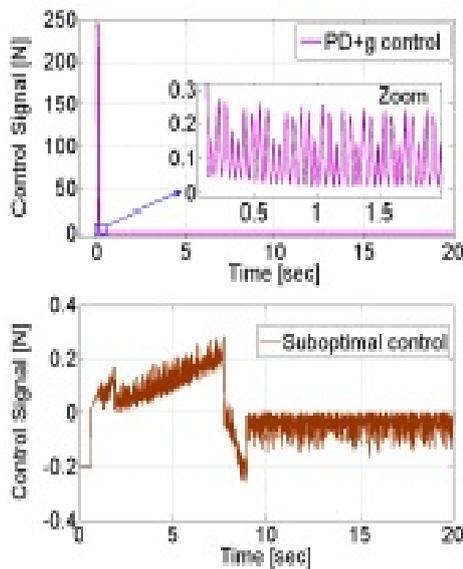


Fig. 16. Simulation results of a comparison of control signals magnitude between a  $PD+G$  controller and a suboptimal control.

### B. Experimental results

The suboptimal control laws were implemented in the embedded card MyRIO-National Instruments; the considered sampling time is 10 milliseconds. The first test consists to track a reference signal that flexes and extends the elbow joint, the reference signal is produced by a joystick manipulated for the user. It is necessary to clarify that the maximum flexion of the dispositive occurs at 70 degrees and the minimum one at 20 degrees. Figure 17 shows the experimental results of this task tracking, a zoom in the signal shows that despite the desired signal is much more stepped, the real signal is more softer, due to advantages that the actuators and the control provide.

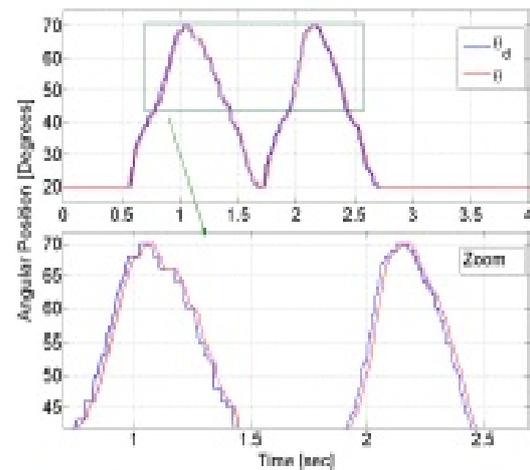


Fig. 17. Real time experimental results of trajectory tracking generated by a signal obtained by a force sensor when flexes and extends the elbow joint.

This graph represents the natural movement of the elbow joint during the lifting, putting down and lifting again, an object. The control signals corresponding to this experiment are shown in Figure 18. The antagonist motion of the muscles is due to controls  $u_1$  and  $u_2$ . Control  $u_1$  activates to muscle  $M_2$ , but this control is also used to control the output airflow of muscle  $M_1$ . Same process, but in an antagonist way, it is made with output control  $u_2$ . Control  $u_3$  is the signal that drives the Harmonic Drive motor.

Similar task was made but using a  $PD+G$  control, and the results could be seen in Figure 19 and control signal is showed in Figure 20.

It is clear that the tracking error is grater than the produced by using of the suboptimal discrete nonlinear control, and the signal control of the last controller is smaller in magnitude than the signal of the  $PD+G$  controller.

The second experimental test consists to take the elbow joint from its initial position of 0 degrees to a final position of 70 degrees (stabilization task), see the Figure 21, additionally the closed loop system response with a  $PD+G$  control is showed, as can be seen, the response is slower when the  $PD+G$  is used, the convergence velocity in the system for the nonlinear discrete suboptimal control could be affected with a choosing of the elements of matrices  $Q$  and  $H$ , however for the  $PD+G$  controller it is a not direct task the tuning

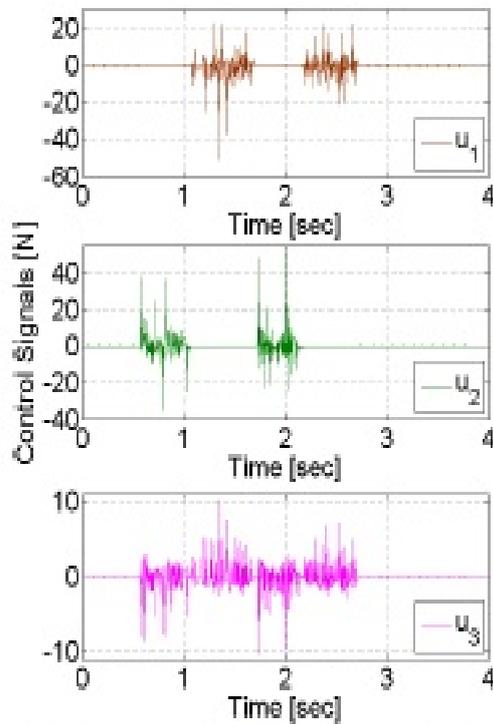


Fig. 18. Real-time control signals ( $u_1$ ,  $u_2$  and  $u_3$ ) corresponding to the pneumatic muscles and electric motor for the trajectory tracking test.

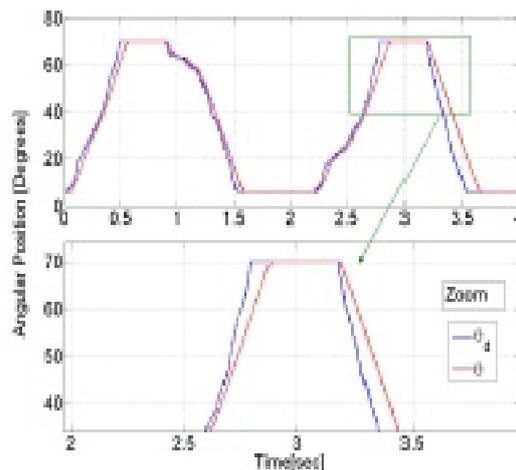


Fig. 19. Real-time experimental results of trajectory tracking when a  $PD+G$  control is used.

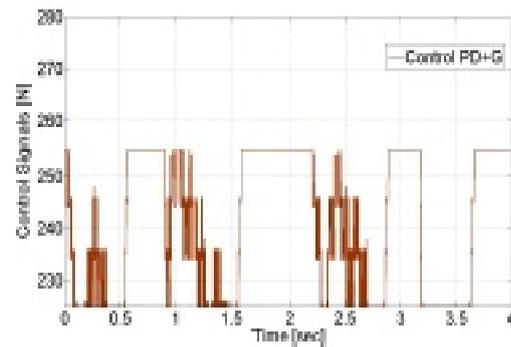


Fig. 20. Real-time control signal of the  $PD+G$  control applied to all actuators for the trajectory tracking test.

of the controller. Same values for the matrices  $Q$ ,  $H$  and  $R$  used in the simulation tests, were chosen for the real time experiments. We can outline again that both joints of the experimental platform are synchronized. As it is showed in Figure 22, controls  $u_2$  and  $u_3$  start acting at same time and take the elbow joint to a desired position. To return the joint to its initial position controls  $u_1$  and  $u_3$  are activated.

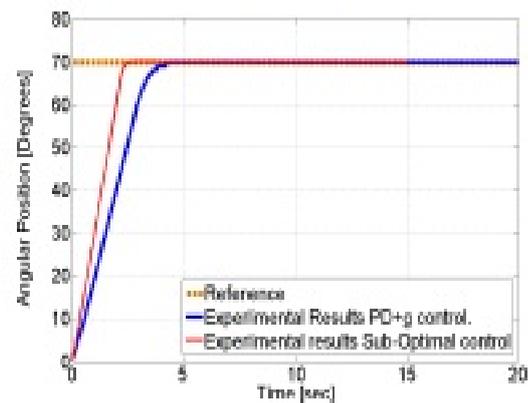


Fig. 21. Real-time experimental results for a stabilization task of a programmed reference of 70 degrees in the elbow joints.

The figure 23 presents the control signal produced by the  $PD+G$  controller applied to the three actuators. Clearly this control signal requires is greater in magnitude than the control signal produced by the suboptimal control.

The good performance of the system, presented in the experimental tests by using of the suboptimal control, it is an indication of the mathematical model correctness, because the suboptimal control depends of it in its design.

## VI. CONCLUSIONS

An hybrid exoskeleton design is presented, its mathematical model, instrumentation and control is exposed too. With respect to the control, based on Dynamic Programming approach a nonlinear suboptimal control sequence for finite horizon is proposed, the algorithm avoid the explicit solving of the Bellman equation. A comparison with a  $PD+G$  controller is

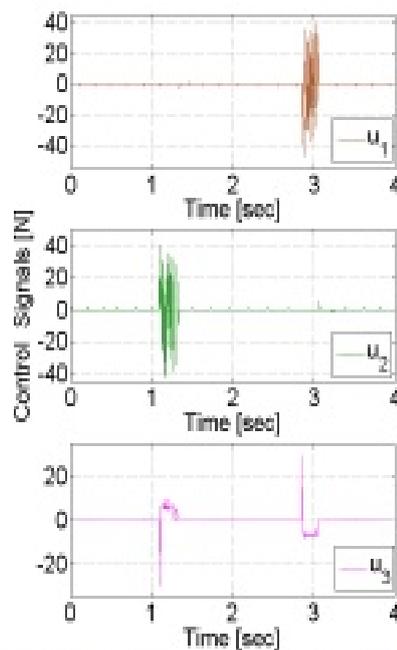


Fig. 22. Real-time suboptimal control signals ( $u_1$ ,  $u_2$  and  $u_3$ ) corresponding to the pneumatic muscles and electric motor for stabilization task of a programmed reference of 70 degrees.

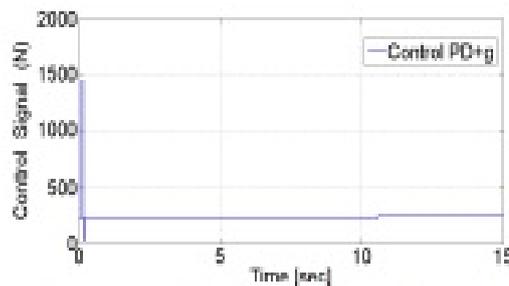


Fig. 23. Real-time control signal given by the PD + G control applied to all actuators for stabilization task of a programmed reference of 70 degrees.

made and some advantages could be highlighted: less energy consumption, tuning process relatively easier for the case of the nonlinear control and a major convergence velocity of the state when the suboptimal control is used. Satisfactory experimental tests were conducted and they verify the feasibility of the dispositive and its control.

#### REFERENCES

- [1] Ramos, J. L. A., and Meggiolaro, M. A. (2014, August). Use of surface electromyography for human amplification using an exoskeleton driven by artificial pneumatic muscles. In *Biomedical Robotics and Biomechatronics (2014 5th IEEE RAS and HMBS International Conference on pp. 585-590)*. IEEE.
- [2] Noda, T., Teramae, T., Ugurta, B., and Morimoto, J. (2014, September). Development of an upper limb exoskeleton powered via pneumatic electric hybrid actuators with bowden cable. In *Intelligent Robots and Systems (IROS 2014), 2014 IEEE/RSJ International Conference on pp. 3573-3578)*. IEEE.
- [3] Pujara-Arrese, A., Mericabal, A., Armas, J., Kuo, S., and Landolero, J. (2009, April). Research on the position control of a 1-DOF set-up powered by pneumatic muscles. In *Mechatronics, 2009. ICM 2009. IEEE International Conference on pp. 1-6)*. IEEE.
- [4] Martínez, F., Retolaza, I., Pujara-Arrese, A., Gontigoyea, A., Basterko, J., and Landolero, J. (2008, October). Design of a five actuated DoF upper limb exoskeleton oriented to workplace help. In *Biomedical Robotics and Biomechatronics, 2008. BioRob 2008. 2nd IEEE RAS and HMBS International Conference on pp. 169-174)*. IEEE.
- [5] Pujara-Arrese, A., Armas, J., Retolaza, I., Martínez-Erazola, A., and Landolero, J. (2007, June). Modeling in Modica of a pneumatic muscle application to model an experimental set-up. In *21st European conference on modelling and simulation, HCM5 pp. 4-6)*.
- [6] Haraoka, M., Matsuhara, T., Noda, T., Teramae, T., and Morimoto, J. (2017). Learning assistive strategies for exoskeleton robots from user-robot physical interaction. *Pattern Recognition Letters*.
- [7] Seo, H., and Lee, S. (2017, June). Design and experiments of an upper-limb exoskeleton robot. In *Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI), 2017 14th International Conference on pp. 807-808)*. IEEE.
- [8] Sui, B., Fan, J., Jin, H., Cai, X., Zhao, J., and Zhu, Y. (2017, July). Design of a wearable upper-limb exoskeleton for activities assistance of daily living. In *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2017 IEEE International Conference on pp. 845-850)*. IEEE.
- [9] Liu, Y., Guo, S., Zhang, S., and Boudarot, L. (2017, August). A novel sEMG control-based variable stiffness exoskeleton. In *Mechatronics and Automation (ICMA), 2017 IEEE International Conference on pp. 1444-1449)*. IEEE.
- [10] Cruz, S., Gempini, M., Meis, M., Baldoni, A., Trigiù, E., Marconi, D., ... and Vitiello, N. (2016, June). A novel shoulder-elbow exoskeleton with series elastic actuators. In *Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob), 2016 6th IEEE International Conference on pp. 1248-1253)*. IEEE.
- [11] Popov, D., Gapevov, I., and Rya, J. (2013, April). A preliminary study on a twisted string-based elbow exoskeleton. In *World Haptics Conference (WHC), 2013 pp. 479-484)*. IEEE.
- [12] Popov, D., Gapevov, I., and Rya, J. H. (2013, November). Bidirectional elbow exoskeleton based on twisted-string actuators. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ International Conference on pp. 5853-5858)*. IEEE.
- [13] Gao, B., Ma, H., Guo, S., Xu, H., and Yang, S. (2017, August). Design and evaluation of a 3-degree-of-freedom upper limb rehabilitation exoskeleton robot. In *Mechatronics and Automation (ICMA), 2017 IEEE International Conference on pp. 938-942)*. IEEE.
- [14] Vitiello, N., Lanni, T., Roccella, S., De Rossi, S. M. M., Cattin, E., Girosacchini, F., ... and Carrozza, M. C. (2013). NEUROHORIZ: A powered elbow exoskeleton for physical rehabilitation. *IEEE Transactions on Robotics*, 29(1), 220-235.
- [15] Rahman, M. H., K-Daimat, T., Saad, M., Kara, I. P., and Archambault, P. S. (2011, December). Control of a powered exoskeleton for elbow, forearm and wrist joint movements. In *Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2011 IEEE International Conference on pp. 1561-1566)*. IEEE.
- [16] Shaoxiang G, Junde G, Jian G and Nan L. (2017 August). The Labview-Based Control System for the Upper Limb Rehabilitation Robot. *International Conference on Mechatronics and Automation, Proceedings of 2017 IEEE*.
- [17] Krasin, V., Gandvi, V., Yang, Z., and Karamanoglu, M. (2015, July). EMG based elbow joint powered exoskeleton for biceps brachii strength augmentation. In *Neural Networks (ICNN), 2015 International Joint Conference on pp. 1-6)*. IEEE.
- [18] Carratier, C. A., Mari, E., and Karamitaki, C. (2015, March). Simulation time analysis of MATLAB/Simulink and LabVIEW for control applications. In *Industrial Technology (ICIT), 2015 IEEE International Conference on pp. 470-473)*. IEEE.
- [19] Castillo, F., Ochoa, A., López, R., Luzzano, R., and Santos, G. (2016, December). Hybrid, discrete, non-linear, suboptimal force augmenting exoskeleton for the elbow joint. In *Proceedings of the 4th International Conference on Control, Mechatronics and Automation pp. 178-182)*. ACM.
- [20] Kirk, D.E. *Optimal Control Theory: An Introduction*, Dover Books On Electrical Engineering Series, PB Dover Publications, 2004.
- [21] García, G., Santos-Sánchez, G., Romero, H., & Sotomayor, S. (2015) On the tracking trajectory using optimal control in a quadrotor helicopter: Experimental results. In *Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems (RED-UAS), 2015 Workshop on pp. 142-151)*.
- [22] Tucker, M. R., Oñive, J., Pajot, A., Bineau, H., Bouvi, M., Lambrey, D., & Gaudert, R. (2015) Control strategies for active lower extremity

# Bibliografía

---

- [1] Ramos, J. L. A., & Meggiolaro, M. A. *Use of surface electromyography for human amplification using an exoskeleton driven by artificial pneumatic muscles*. In 5th IEEE RAS/EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (pp. 585-590). IEEE, 2014, August.
- [2] Ishida, T., Kiyama, T., Osuka, K., Shirogauchi, G., Oya, R., & Fujimoto, H. *Movement analysis of power-assistive machinery with high strength-amplification* In SICE Annual Conference 2010, Proceedings of (pp. 2022-2025). IEEE, 2010, August.
- [3] Perry, J. C., Rosen, J., & Burns, S. *Upper-limb powered exoskeleton design*. IEEE/ASME transactions on mechatronics, 12(4), 408, 2007.
- [4] Long, Y. Du, Z. Chen, C. Wang, W. He, L. & Dong, W. *Development and analysis of an electrically actuated lower extremity assistive exoskeleton*. Journal of Bionic Engineering, Vol. 14, no 2, P. 272-283. 2017.
- [5] Tsagarakis, N., Caldwell, D. G., & Medrano-Cerda, G. A. *A 7 DOF pneumatic muscle actuator (pMA) powered exoskeleton*. In Robot and Human Interaction, 1999. RO-MAN'99. 8th IEEE International Workshop on (pp. 327-333). IEEE, 1999.
- [6] Pujana-Arrese, A., Arenas, J., Retolaza, I., Martinez-Esnaola, A., & Landaluze, J. *Modelling in Modelica of a pneumatic muscle: application to model an experimental set-up*. In 21st European conference on modelling and simulation, ECMS (pp. 4-6), 2007, June.
- [7] Pujana-Arrese, A., Mendizabal, A., Arenas, J., Riano, S., & Landaluze, J. *Research on the position control of a 1-DoF set-up powered by pneumatic muscles*. In Mecha-

- tronics, 2009. ICM 2009. IEEE International Conference on (pp. 1-6). IEEE, 2009, April.
- [8] Martinez, F., Retolaza, I., Pujana-Arrese, A., Cenitagoya, A., Basurko, J., & Landaluze, J. *Design of a five actuated DoF upper limb exoskeleton oriented to workplace help*. In 2008 2nd IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (pp. 169-174). IEEE, 2008, October.
- [9] Noda, T., Teramae, T., Ugurlu, B., & Morimoto, J. *Development of an upper limb exoskeleton powered via pneumatic electric hybrid actuators with bowden cable*. In 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (pp. 3573-3578). IEEE, 2014, September.
- [10] Agrawal, A., Harib, O., Hereid, A., Finet, S., Masselin, M., & Grizzle, J.W. *First steps towards translating HZD control of bipedal robots to decentralized control of exoskeletons*. IEEE Access, 2017, vol. 5, p. 9919-9934. 2017.
- [11] Hyon, S. H., Hayashi, T., Yagi, A., Noda, T., & Morimoto, J. *Design of hybrid drive exoskeleton robot XoR2*. 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2013..
- [12] Agrawal, S. K., Banala, S. K., Fattah, A., Scholz, J. P., Krishnamoorthy, V., & Hsu, W. L. *A Gravity Balancing Passive Exoskeleton for the Human Leg*. In Robotics: Science and Systems, 2006, December.
- [13] Ghafari, A. S., Meghdari, A., & Vossoughi, G. R. *Intelligent control of powered exoskeleton to assist paraplegic patients mobility using hybrid neuro-fuzzy anfis approach*. In 2006 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (pp. 733-738). IEEE, 2006, December.
- [14] Weinberg, B., Nikitczuk, J., Patel, S., Patrilli, B., Mavroidis, C., Bonato, P., & Canavan, P. *Design, control and human testing of an active knee rehabilitation orthotic device*. In Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation (pp. 4126-4133). IEEE, 2007, April.
- [15] López, R., Salazar, S., Torres, J., & Lozano, R. *Modeling and control of a lower limb exoskeleton with two degrees of freedom*. In Electrical Engineering, Computing

- Science and Automatic Control (CCE), 2012 9th International Conference on (pp. 1-6). IEEE, 2012, September.
- [16] Aguilar-Sierra, H., Lopez, R., Yu, W., Salazar, S., & Lozano, R. *A lower limb exoskeleton with hybrid actuation*. In 5th IEEE RAS/EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (pp. 695-700). IEEE, 2014, August.
- [17] Zhang, Y., Guo, S., Cao, G., Zhang, S., & Liu, Y. *A novel variable stiffness actuator-based exoskeleton device for home rehabilitation*. In Mechatronics and Automation (ICMA), 2016 IEEE International Conference on (pp. 878-883). IEEE, 2016, August.
- [18] Balasubramanian, S., Huang, H., & He, J. *Quantification of dynamic property of pneumatic muscle actuator for design of therapeutic robot control*. In Engineering in Medicine and Biology Society, 2006. EMBS'06. 28th Annual International Conference of the IEEE (pp. 2734-2737). IEEE, 2006, August.
- [19] Noda, T., & Morimoto, J. *Development of upper-extremity exoskeleton driven by pneumatic cylinder toward robotic rehabilitation platform for shoulder elevation*. In 2015 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics (ICORR) (pp. 496-501). IEEE, 2015, August.
- [20] Kiguchi, K., Tanaka, T., Watanabe, K., & Fukuda, T. *Design and control of an exoskeleton system for human upper-limb motion assist*. In Advanced Intelligent Mechatronics, 2003. AIM 2003. Proceedings. 2003 IEEE/ASME International Conference on (Vol. 2, pp. 926-931). IEEE, 2003, July.
- [21] Carignan, C., & Liszka, M. *Design of an arm exoskeleton with scapula motion for shoulder rehabilitation*. In ICAR'05. Proceedings., 12th International Conference on Advanced Robotics, 2005. (pp. 524-531). IEEE, 2005, July.
- [22] García-Porrero, J. A., & Hurlé, J. M. *Anatomía humana*. McGraw-Hill/Interamericana de España. 2005
- [23] Nordin, M., Frankel, V. H., & Forssén, K. *Biomecánica básica del sistema musculoesquelético*. McGraw-Hill. Interamericana, 2004.

- [24] An, K. N., Hui, F. C., Morrey, B. F., Linscheid, R. L., & Chao, E. Y. *Muscles across the elbow joint: a biomechanical analysis*. Journal of biomechanics, 14(10), 659-669, 1981.
- [25] Atkinson, W. B., & Elftman, H. *The carrying angle of the human arm as a secondary sex character*. The Anatomical Record, 91(1), 49-52, 1945.
- [26] Palmer, A. K., Glisson, R. R., & Werner, F. W. *Ulnar variance determination*. The Journal of hand surgery, 7(4), 376-379, 1982.
- [27] Pearson, J. R., McGinley, D. R., & Butzel, L. M. *A dynamic analysis of the upper extremity: planar motions*. A dynamic analysis of the upper extremity: planar motions, 1963.
- [28] Stormont, T. J., An, K. N., Morrey, B. F., & Chao, E. Y. *Elbow joint contact study: comparison of techniques*. Elbow joint contact study: comparison of techniques, 1985.
- [29] Morrey, B. F., An, K. N., & Stormont, T. J. *Force transmission through the radial head*. J Bone Joint Surg Am, 70(2), 250-256, 1988.
- [30] Pedro Vera Luna & Ana Cruz García Balenguera *Biomecánica de la marcha humana y patológica*. Valencia, diciembre de 1997.
- [31] Antonio Creus Sole *Instrumentación Industrial*. Séptima Edición, Editorial AlfaOmega, 2005.
- [32] Robertl, Boylestad *Análisis Introductorio de circuitos*. Tercera Edición, Editorial Trillas, 1995 (reimp. 2002).
- [33] Ronald J. Tocci, Neal S. Widmer, & Gregory L. Moss *Sistemas Digitales Principios Y Aplicaciones*. Décima Edición, Editorial Person Prentice Hall, 2007.
- [34] R. Kelly, V. Santibáñes *Control de Movimiento de Robots Manipuladores* Prentice Hall, 2003.
- [35] Kirk, D.E. *Optimal Control Theory: An Introduction, Dover Books on Electrical Engineering Series*. PB Dover Publications, 2004.

- [36] Santos Sanchez, Omar, García, O. , Romero, H., Salazar, S. and Lozano, R. *Finite horizon nonlinear optimal control for a quadrotor: experimental results*. optimal control applications and methods, under review, 2016.
- [37] Resnick, R., Halliday, D., & Krane, K. S. *Física* 1993
- [38] Santos Sanchez, Omar, García, O. , Romero, H., Salazar, S. and Lozano, R. *Finite horizon nonlinear optimal control for a quadrotor: experimental results*.newblock optimal control applications and methods, under review, 2016.
- [39] Katsuhiko Ogata, *Ingeniería de Control Moderna* Cuarta Edición, Editorial Person Prentice Hall, 2007.
- [40] Fermin Castillo Anaya, *Exoesqueleto para aumento de fuerza en la articulación del codo* Tesis de Maestria, Cinvestva, 2016.