



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL  
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**UNIDAD ZACATENCO  
DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO**

**Control y Localización de un Vehículo Mini-Submarino en un  
Ambiente Marino**

Tesis que presenta

**M. en C. Elba Dolores Antonio Yañez**

Para Obtener el Grado de

**Doctora en Ciencias**

En la especialidad de

**Control Automático**

**Director de la Tesis:** Dr. Jorge Antonio Torres Muñoz





**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL  
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**UNIDAD ZACATENCO  
DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO**

## *Resumen*

### **Control y Localización de un Vehículo Mini-Submarino en un Ambiente Marino**

por M. en C. Elba Dolores Antonio Yañez

Se presenta el proyecto de desarrollo de un vehículo mini-submarino autónomo controlado en posición y orientación.

Se especifican los parámetros y las restricciones para el diseño, la construcción, la instrumentación de dos vehículos autónomos, un vehículo submarino autónomo, denominado LIRMIA III, capaz de sumergirse a una profundidad de 100 metros, dotado de sensores visuales y acústicos para múltiples tareas de reconocimiento y localización, además de un vehículo de superficie no tripulado, llamado SAYAB, que contiene sensores de posición, visuales y acústicos además de tener la propiedad de proveer datos útiles a otro vehículo.

Se introduce un programa optimizado en el sentido de la comunicación entre dispositivos para dos vehículos, que se puede adaptar a diferentes configuraciones de sensores y unidades de procesamiento, que como objetivo común tengan el controlar y obtener información de su entorno.

Se especifican las condiciones necesarias que cumple el vehículo mini-submarino LIRMIA III para su funcionamiento en un ambiente marino.

Finalmente se presenta una simulación de una tarea cooperativa del vehículo LIRMIA III y SAYAB para la localización con señales visuales y acústicas, además de las consideraciones necesarias para la prueba real con los dos vehículos presentados.





**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL  
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**UNIDAD ZACATENCO  
DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO**

## *Abstract*

### **Control y Localización de un Vehículo Mini-Submarino en un Ambiente Marino**

by M. en C. Elba Dolores Antonio Yañez

The development project of an autonomous mini-submarine vehicle controlled in position and orientation is presented.

The parameters and restrictions are specified for the design, construction, instrumentation of two autonomous vehicles, an autonomous underwater vehicle, called LIRMIA III, capable of submerging to a depth of 100 meters, equipped with visual and acoustic sensors for multiple tasks of recognition and location, in addition to an unmanned surface vehicle, called SAYAB, which contains position, visual and acoustic sensors as well as being able to provide useful data to another vehicle.

An optimized program is introduced in the sense of communication between devices for two vehicles, which can be adapted to different configurations of sensors and processing units, which as a common objective have control and obtain information about their environment. The necessary conditions that the LIRMIA III mini-submarine vehicle fulfills for its operation in a marine environment are specified.

Finally, a simulation of a cooperative task of the vehicle LIRMIA III and SAYAB for the location with visual and acoustic signals is presented, in addition to the considerations necessary for the real test with the two vehicles presented.



## *Agradecimientos*

En el presente escrito del proyecto 'Control y localización de un vehículo mini- submarino en un ambiente marino' quiero agradecer a Dios, a mi esposo Rafael, a mis padres, a mis hermanos y a mi tía Tere por todo el apoyo brindado durante estos años, tanto en lo profesional como en lo personal. También a todos mis amigos y familia que han estado al pendiente de mis proyectos.

Agradezco la tutoría del Dr. Jorge Antonio Torres Muñoz, el apoyo por parte del laboratorio UMI-LAFMIA, así como a los integrantes del equipo de submarinos en ambas secciones.

También le agradezco al jurado que aceptó ser parte de la revisión, el Dr. Moisés Bonilla Estrada, el Dr. Juan Manuel Ibarra Zannatha y el Dr. Wen Yu Liu. Mención especial al Dr. Jorge Said Cervantes Rojas quien fungirá como sinodal externo y con quien he realizado parte del trabajo presentado.

Al CINVESTAV por las facilidades otorgadas durante mi formación en maestría y doctorado, así como el apoyo para la estancias en el extranjero que realicé.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico a través de la beca de posgrado que se me otorgó.





# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>VII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivo	1
1.1.1. Objetivos particulares	1
1.2. Estado del Arte	1
1.2.1. Vehículos submarinos no tripulados	1
1.2.2. Sistemas de posicionamiento	2
1.2.3. Motivación de estudio	4
1.3. Organización de la tesis	6
<b>2. Modelado Matemático</b>	<b>7</b>
2.1. LIRMIA III	7
2.1.1. Cinemática	7
Transformaciones entre marcos de referencia	8
2.1.2. Dinámica	10
Modelo matemático con respecto al marco fijo en el cuerpo	10
Modelo matemático con respecto al marco fijo en la tierra	16
2.2. SAYAB	18
2.2.1. Cinemática	18
2.2.2. Dinámica	20
Representación en el marco fijo del cuerpo	20
Representación en el marco fijo de la tierra	20
Modelo horizontal estándar de tres grados de libertad	21
<b>3. Plataformas Experimentales</b>	<b>25</b>
3.1. LIRMIA III	25
3.1.1. Sistema embebido	26
3.2. SAYAB	29
3.2.1. Sistema embebido	30
3.3. Middleware BETTERAVE	31
3.4. Estimación de parámetros	32
3.5. Algoritmo de Visión	35
3.5.1. Pretratamiento	35
3.5.2. Extracción de datos útiles	36
Filtro HSV	36
Detección de manchas y ductos	37
3.5.3. Toma de decisión	40
Seguimiento de manchas por cámara frontal	40
Seguimiento de ducto por cámara inferior	40

3.5.4. Pruebas experimentales . . . . .	41
<b>4. Estrategias de Control</b>	<b>47</b>
4.1. Control Proporcional Derivativo con compensación de gravedad/flotabilidad	47
4.1.1. Análisis de Estabilidad . . . . .	47
4.2. Control Proporcional Derivativo no lineal basado en funciones de saturación	49
4.2.1. Análisis de Estabilidad . . . . .	51
4.3. Control Backstepping . . . . .	54
4.3.1. Análisis de Estabilidad . . . . .	55
4.4. Simulaciones de los diferentes controladores . . . . .	59
4.4.1. Controladores para el modelo de Sayab . . . . .	68
<b>5. Experimentos</b>	<b>73</b>
5.1. LIRMIA III . . . . .	73
5.1.1. Control en orientación (guiñada) . . . . .	73
Control PDNL . . . . .	73
Control Backstepping . . . . .	74
5.1.2. Control en posición (z) . . . . .	76
PD con compensación de gravedad . . . . .	76
Control PDNL . . . . .	77
Control Backstepping . . . . .	78
5.1.3. Control Backstepping en posición (z) y guiñada ( $\psi$ ) . . . . .	80
5.2. SAYAB . . . . .	82
5.2.1. Control en orientación (guiñada) . . . . .	82
Control PDNL . . . . .	82
Control Backstepping . . . . .	84
5.3. Consideraciones para la cooperación con señales acústicas . . . . .	85
<b>6. Conclusiones</b>	<b>105</b>
6.1. LIRMIA III . . . . .	105
6.2. SAYAB . . . . .	105
6.3. Publicaciones . . . . .	106
6.4. Trabajo en proceso . . . . .	107
<b>Bibliografía</b>	<b>109</b>

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Objetivo

El objetivo de este proyecto es el desarrollo de un vehículo mini-submarino autónomo controlado en posición y orientación utilizando un sistema de localización con señales inerciales y acústicas. También se especifican las condiciones necesarias que cumple para su funcionamiento en un ambiente marino.

#### 1.1.1. Objetivos particulares

1. Desarrollo de un vehículo mini-submarino autónomo para ambientes marinos y dotado de un sistema de comunicación acústica.
2. Desarrollo de un vehículo de superficie autónomo localizado globalmente y capaz de realizar envíos de señales acústicas.
3. Desarrollo de un sistema mínimo de localización  $x,y,z$  de bajo costo para vehículos submarinos utilizando señales acústicas y visuales.
4. Comparativa de controladores para orientación ( $\psi$ ) y posición ( $x,y,z$ ) para los vehículos desarrollados.

### 1.2. Estado del Arte

#### 1.2.1. Vehículos submarinos no tripulados

Los vehículos capaces de operar en ambientes acuáticos toman relevancia al poder superar las capacidades humanas de exploración y al ofrecer operaciones de alta duración. El primer diseño conceptual de un vehículo sumergible se atribuye al matemático inglés William Bourne. Él publicó su diseño en 1578, un vehículo de madera cubierto de piel resistente al agua que podía sumergirse disminuyendo el volumen global, se sugería el uso de un método de remo bajo el agua para la dirección y propulsión. El concepto fue llevado a cabo por Dutchman Cornelius Drebbel en 1620 [Craven, Sutton y Burns, 1998] como se muestra en la figura(1.1). Fue hasta 1776 que un submarino fue lanzado para formar parte en una misión naval. Este submarino desarrollado por David Bushnell fue diseñado para participar en la guerra de independencia Americana. El submarino era pequeño de madera con forma de huevo que se mantenía unido por flejes, podía sumergirse con una persona como operador de una válvula que ingresa agua en un tanque de lastre y que usaba bombas para expulsarla [Blidberg, 2000]. El primer vehículo submarino no tripulado

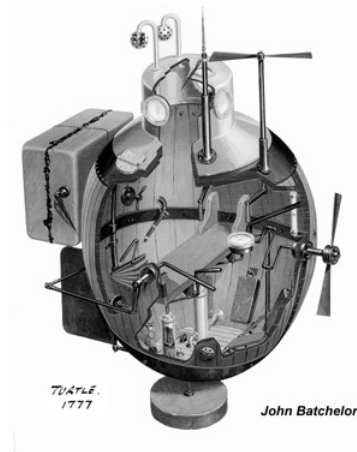


FIGURA 1.1: CONCEPTO TURTLE PRESENTADO POR DREBBEL

o UVV por sus siglas en inglés fue diseñado en 1958 por la marina estadounidense, era de recolección submarina controlado con un cable, fue usado en 1963 para buscar el submarino tripulado U.S.S. Thresher y en 1966 para recuperar una bomba de hidrógeno de la marina estadounidense perdida en la costa de España [Blidberg, 2000]. La marina estadounidense fundó la mayoría de la tecnología de los primeros vehículos no tripulados de la década de los sesenta. Sustentado en esta tecnología el primer uso comercial de los UVV comenzaron con el descubrimiento de yacimientos de petróleo y gas en alta mar en el Mar del Norte. Estos descubrimientos fueron hechos con un vehículo remotamente operado o ROV por sus siglas en inglés. Los ROV están siendo ampliamente utilizado en toda la industria a poca distancia de la costa. El término UVV es una expresión genérica para describir dos tipos de vehículos submarinos, los ROV y los autónomos o AUV por sus siglas en inglés. La diferencia entre ambos vehículos es que los tipo ROV están conectados a una plataforma de comandos con un cable atado o un link acústico [El-Hawary, 2001]. El cable asegura una fuente de energía y señales con información, en este tipo de vehículos hay un operador disponible para monitorear constantemente y controlar el vehículo. El tipo AUV por el contrario esta equipado con una paquete de baterías y sensores para completar la misión sin la necesidad de un operador, lo cual introduce requerimientos de control avanzados. Es necesaria una implementación en línea de técnicas de control y al mismo tiempo tener una interacción dinámica del vehículo con su entorno [Christi, Papoulias y Healey, 1990]. Aún con los requerimientos los AUV son muy recurridos dado que pueden operar y explorar en grandes profundidades mientras que al mismo tiempo es una alternativa de bajo costo capaz de tomar misiones de exploración, manipulación y operaciones para la marina [Blidberg, 2000]. Existen tres sectores comerciales mayormente interesados en el uso de los AUVs. El sector militar los usa para preparación en batalla y detección de minas. En el sector comercial, empresas de gas y combustibles los utilizan para la exploración marítima. Y por último en el sector de la ciencia es utilizado principalmente por universidades e instituciones de investigación para pruebas de campo e investigación.

### 1.2.2. Sistemas de posicionamiento

En muchas aplicaciones terrestres y dentro del agua la localización de un objeto móvil debe ser conseguida. El proceso de conseguir la localización de un objeto de interés es

llamado posicionamiento. Uno de los sistemas de posicionamiento más conocidos es el Sistema de Posicionamiento Global o GPS por sus siglas en inglés. Un GPS opera sobre un conjunto de 24 satélites que permanecen continuamente orbitando la tierra. Estos satélites están equipados con relojes atómicos y envían señales de radio conteniendo su tiempo y localización exacta. Las señales de radio son leídas por un receptor GPS. Una vez que el receptor GPS recibe información de 4 o más satélites, puede triangular su localización respecto de las posiciones conocidas de los satélites [Xu, 2007]. La señal usada en el receptor GPS es una señal electromagnética, la cual se propaga eficientemente en el aire pero en el agua solo puede viajar por una muy corta distancia debido a que el agua tiene un alto nivel de absorción. Setenta por ciento de la tierra esta cubierta de agua, es en esta área donde el GPS no funciona, los sistemas de posicionamiento alternativos juegan un papel importante. El posicionamiento dentro del agua con respecto a una plataforma de referencia se requiere en diversas áreas de la investigación científica oceánica, pruebas industriales de ingeniería y actividades militares. Ejemplos incluyen monitoreo de hábitat marinos, estudios de procesos de sedimentación, mapeo, recolección de datos, arqueología marina, manipulación y recolección para exploración de petróleo y gas, búsqueda de minas, y más. Un sistema de posicionamiento acústico rastrea vehículos submarinos o buzos por cálculos de distancia acústica y mediciones de dirección con una subsecuente posición por triangulación. A diferencia de los sistemas de posicionamiento terrestres tales como el GPS, los sistemas de posicionamiento en el agua usan señales acústicas, las cuales tienen una tasa de absorción baja, como resultado, la propagación de la onda acústica es a mayor distancia. Los componentes básicos de un sistema de posicionamiento acústico incluyen un transceptor (un transmisor y un receptor) y un arreglo de transpondedores (recepción, amplificación y reemisión en una banda distinta de una señal), una unidad de procesamiento y un visualizador [Leonard y col., 1998]. Los transceptores y los transpondedores transmiten y reciben señales acústicas para medición de distancia y dirección. El espacio entre transceptores (o transpondedores) en el arreglo es llamado base. Los sistemas de posicionamiento acústicos, incluyen los de sistemas de base extensa (LBL), los de base corta (SBL) y los de base ultra corta (USBL), como se muestra en la tabla 1.1. Son diseñados para operar desde una plataforma de referencia y utilizan

Tipo de Sistema	Longitud de base	Estrategia de posicionamiento
Base larga (LBL)	50m 6000m	solo mediciones de distancia
Base corta (SBL)	10m 50m	mediciones de distancia y postura
Base ultra corta (USBL)	<10m	mediciones de distancia y postura

TABLA 1.1: GRUPO DE SISTEMAS DE POSICIONAMIENTO ACÚSTICO SUBMARINO

transductores externos o arreglos de transductores como apoyo para el posicionamiento [Leonard y col., 1998][Vickery, 1998]. Los métodos tradicionales de posicionamiento utilizan estos sistemas, los cuales principalmente miden el tiempo de vuelo de las señales acústicas desde el objetivo observado a la plataforma de referencia, usando promedios del método de correlación cruzada. La mayoría de los sistemas del tipo LBL trabajan a frecuencias de aproximadamente 10KHz y la precisión de posición es del orden de metros donde el rango de operación del sistema es de unos pocos kilómetros [LBLsystem]. Cuando el rango de operación es pequeño, el sistema trabaja a una mayor frecuencia, lo cual nos da una repetitividad de la posición y se puede conseguir disminuir a pocos centímetros

la precisión de posición [Leonard y col., 1998]. Este sistema requiere de un procedimiento complicado y de mucho tiempo para su ubicación en el fondo marino. Los sistemas SBL y USBL, tienen una configuración más simple, pero su posicionamiento depende de sensores adicionales como lo puede ser giroscopios en la plataforma de referencia o un sistema de navegación en la superficie [Philip, 2003]. La precisión de las mediciones está limitada por el ambiente (variaciones de la velocidad del sonido, no homogeneidad en el medio, corrientes, interferencias de multicamino, obstáculos, etc.) y también por la incertidumbre de la plataforma de referencia o la geometría del arreglo de transductores [LBLSystem][Philip, 2003]. Por razones de versatilidad, la mayoría de los sistemas de posicionamiento acústico comercialmente disponibles son autónomos en el sentido de que no hay comunicación vía un cable conectado a la plataforma de referencia. Ejemplos de configuraciones se muestran en la figura(1.2). Los mayores problemas asociados a los sistemas de posicionamiento acústicos

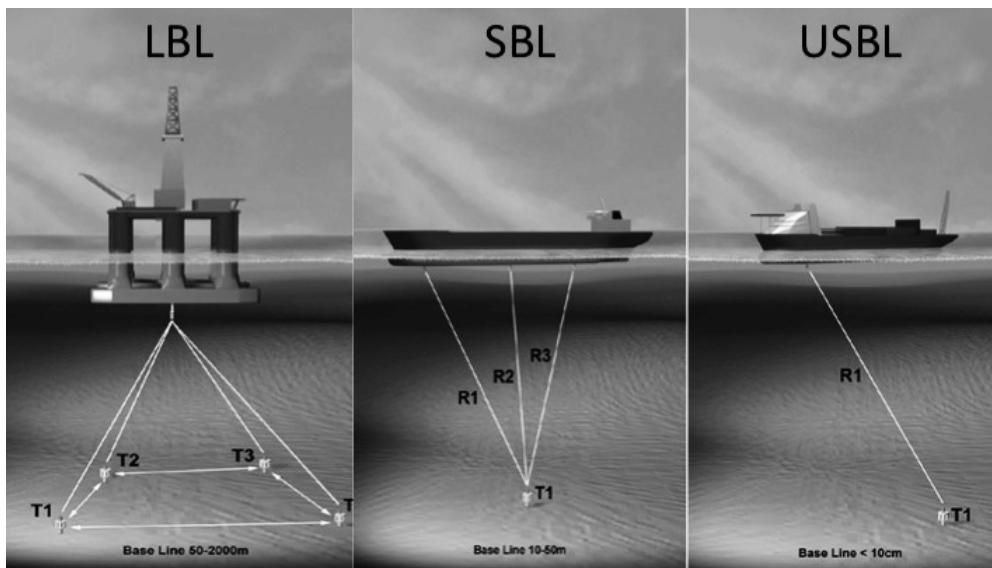


FIGURA 1.2: SISTEMAS DE POSICIONAMIENTO ACÚSTICO

submarinos comerciales disponibles incluyen la precisión de la medición, la complejidad del sistema y el costo [Leonard y col., 1998]. Cuando el tiempo de vuelo se convierte en una distancia, la velocidad del sonido necesita ser conocida. La velocidad del sonido es una función de la temperatura del agua, salinidad y profundidad. Variaciones en la velocidad del sonido acarrearán un error sistemático. El ruido ambiental en el agua y el sonido propio de la plataforma de superficie podría degradar el emparejamiento del filtrado de la estimación del tiempo de vuelo, y consecuentemente la precisión del posicionamiento. Otro factor que puede reducir la precisión es la interferencia multicamino. Se requiere un camino directo sin obstáculos hacia el objetivo. Las consecuencias pueden ser minimizadas por la correcta elección de la ubicación de montaje, banda de frecuencia y la geometría de la ubicación.

### 1.2.3. Motivación de estudio

El estudio de submarinos autónomos en la configuración presentada en este estudio ofrece nuevos retos en el estudio y construcción de este tipo de vehículos debido a su dinámica, a la propuesta de bajo costo de posicionamiento, las propiedades a tomar en cuenta del diseño y el control a aplicar para lograr los objetivos de seguimiento de

trayectorias. El pilotaje autónomo de un vehículo submarino dentro de un entorno es de gran utilidad cuando se requiere hacer tareas como seguimiento de trayectorias, SLAM (Simultaneous localization and mapping), búsqueda y rescate de objetos en zonas de riesgo para el ser humano. También el definir las condiciones necesarias para misiones cooperativas entre varios vehículos no tripulados. Aún cuando existen diversas aplicaciones para los AUV es interesante notar que muchos de los vehículos que son diseñados para investigaciones oceanográficas comparten ciertas características. La más común corresponde al tamaño relativamente pequeño del vehículo comparado con los que son de propósito militar. Es en gran medida función de las restricciones financieras de la comunidad de investigación oceanográfica pero también es debido a la necesidad de manejo y recuperación. Problemas como lo son el diseño de una arquitectura de sistemas inteligentes, planificación de misiones, percepción y la evaluación de datos en el lugar de operación son investigadas. Debido a que hay pocos logros en la evaluación en el agua, muchas de las pruebas son asignadas con instrucciones preprogramadas para completar las tareas. En los últimos años, se ha incrementado la necesidad de realizar misiones de investigación cooperativas entre varios AUVs. Esto hace necesario el desarrollar sistemas más inteligentes y con capacidades mejores de adaptación al entorno en el cual se manejan. Un AUV es una plataforma apta para el montaje de sensores y sistemas de sensado. Una vez que se obtiene la tecnología para la operación del vehículo se pueden agregar sensores para recolectar datos del ambiente en el que se desenvuelve. Se ha demostrado que es conveniente utilizar sensores que esten acordes a las restricciones existentes en este tipo de vehículos, sensores especiales para AUVs, que sean de bajo consumo, altamente precisos, de tamaño pequeño, etc. También es posible que a través de la cooperación de vehículos obtener los datos requeridos. Mucho del trabajo de mejora en el campo de los sistemas de imágenes, ópticos y acústicos se busca con el desarrollo de procesadores que obtengan imágenes de alta resolución y de largo alcance. El objetivo de esto consiste en la habilidad de analizar los datos adquiridos de manera autónoma y poder utilizarlos de guía en las decisiones de control. En un ambiente bajo el agua, la comunicación acústica es probablemente el sistema más viable; se ha estudiado el uso de otras tecnologías tales como la comunicación láser en un corto rango, y la vía infrarrojo con resultados con ruido relativamente pequeño. Sin embargo ninguna ha mostrado resultados libres de ruido. Bajo esta perspectiva el uso de misiones precargadas con el uso de sensores a bordo para dar señales de eventualidades inesperadas sigue siendo una opción socorrida en el diseño de AUVs. Este trabajo se desarrolla en una colaboración entre el Departamento de Control Automático y el Laboratorio UMI-LAFMIA (CINVESTAV-CNRS). Desde 2012 se han desarrollado diferentes vehículos con configuraciones específicas de acuerdo al tema de investigación, como son los de tipo planeador en [Antonio, 2012], [Uriza, 2014], [Cruz, 2015], [García, 2016], [Morales, 2017] y [López, 2017], de control en submarinos de pequeña escala como [Torres, 2009], [Monroy, 2016] y [Cervantes, 2016], también de diseño y aplicaciones con visión por computadora como en [Campos, 2010], [Torres, 2013], y uso de sensores acústicos para localización como [Rangel, 2015], [Zavala, 2015] y [García, 2017]. El trabajo presentado es continuación del trabajo desarrollado en la maestría en [Antonio, 2012]. Se muestra la figura(1.3) de algunos de los vehículos desarrollados en este periodo. En México existen pocas instituciones que trabajan en el estudio de vehículos submarinos, por mencionar algunos está la unidad Saltillo de CINVESTAV, el CICESE en Ensenada y el CIDESI en Querétaro. Tomando en cuenta la demanda de exploración debido a la gran cantidad de recursos naturales con los que cuenta el país toma especial relevancia. Actualmente todo esto se lleva a cabo contratando servicios de muy alto costo y a empresas extranjeras.

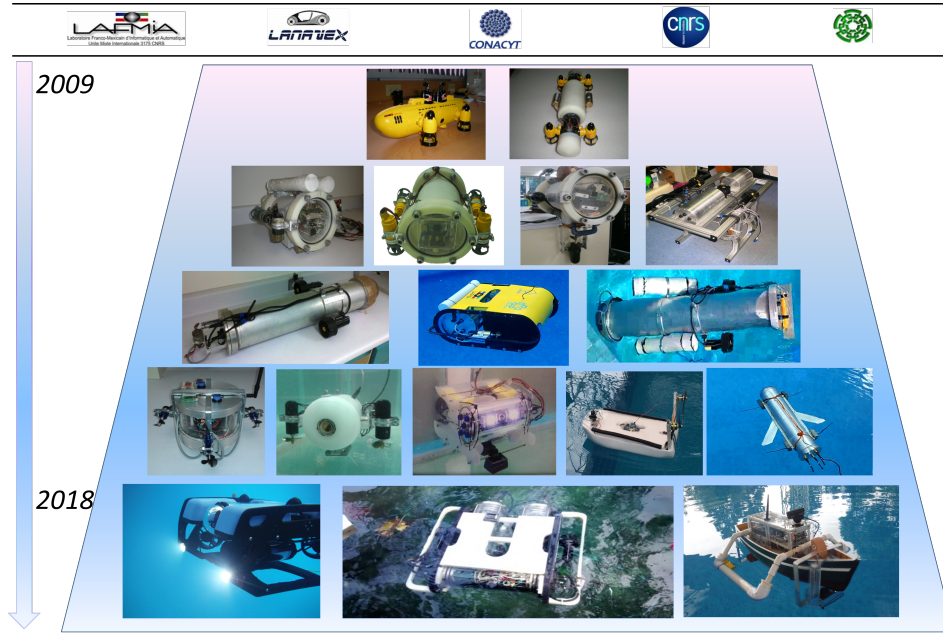


FIGURA 1.3: ROBOTS PREVIAMENTE USADOS EN EL EQUIPO DE SUBMARINOS CINVESTAV

### 1.3. Organización de la tesis

En el capítulo siguiente se presenta el modelo matemático de un vehículo submarino y de un vehículo acuático de superficie, sus conceptos básicos, cinemática, dinámica, así como un estudio de las propiedades y simplificaciones consideradas. El capítulo 3 corresponde al diseño y construcción de los prototipos experimentales, el estudio de los métodos de sensado y comunicación implementados en los vehículos y se presentan los requerimientos para misiones en ambientes marinos. Además de la metodología de programación y el estudio de los parámetros hidrodinámicos. El capítulo 4 presenta el estudio y una comparativa de controladores para la orientación y posición para los vehículos desarrollados. Y la simulación con los parámetros calculados. El capítulo 5 corresponde a los resultados experimentales de la autonomía de ambos vehículos y se establecen los requerimientos para misión de cooperación para el posicionamiento global. Por último se presentan las conclusiones y trabajo futuro.



## Capítulo 2

# Modelado Matemático

El estudio del modelo matemático para vehículos submarinos se ha hecho bajo diferentes enfoques destacando los reportados por Fossen [Fossen, 1999], Bailey [Bailey, Price y Temarel, 1997], y Graver [Leonard y Graver, 2001]. La notación de SNAME (Sociedad de Arquitectos Navales e Ingenieros de la Marina) para representar fuerzas, pares, posición, orientación, velocidades lineales y angulares se muestran en la tabla (2.1). Donde oleada (surge), balanceo (sway) y tirada (heave) son para definir el movimiento traslacional y alabeo (roll), cabeceo (pitch) y guiñada (yaw) para describir el movimiento rotacional. Estos componentes se expresan en el marco fijo al cuerpo ( $O_b, x_b, y_b, z_b$ ).

DOF	Fuerzas y Pares	Velocidades lineales y angulares	Posición y orientación
Movimiento en la dirección x (surge)	X	u	x
Movimiento en la dirección y (sway)	Y	v	y
Movimiento en la dirección z (heave)	Z	w	z
Rotación alrededor del eje x (roll)	K	p	$\phi$
Rotación alrededor del eje y (pitch)	M	q	$\theta$
Rotación alrededor del eje z (yaw)	N	r	$\psi$

TABLA 2.1: NOTACIÓN PROPUESTA POR SNAME PARA VEHÍCULOS MARINOS

### 2.1. LIRMIA III

En el estudio del modelo para el vehículo *LIRMIA III* se tomará el enfoque de Fossen, esto es debido a las múltiples propiedades que se pueden utilizar para el estudio de estabilidad del sistema.

#### 2.1.1. Cinemática

La cinemática es el estudio del movimiento sin considerar la fuerza que lo pueda generar, por lo que se toman los movimientos básicos de traslación y rotación. El análisis se lleva a cabo usando dos marcos de referencia como se ve en la figura(2.1). El sistema de coordenadas fijo al cuerpo del vehículo ( $O_b$ ), se considera un sistema de coordenadas móvil, y el sistema de coordenadas ( $O_I$ ) está fijo en la tierra, donde la posición y la orientación se representan con respecto a este marco. Con el fin de simplificar la representación del modelo matemático que describe la dinámica del vehículo, se recomienda ubicar el origen del marco coordenado

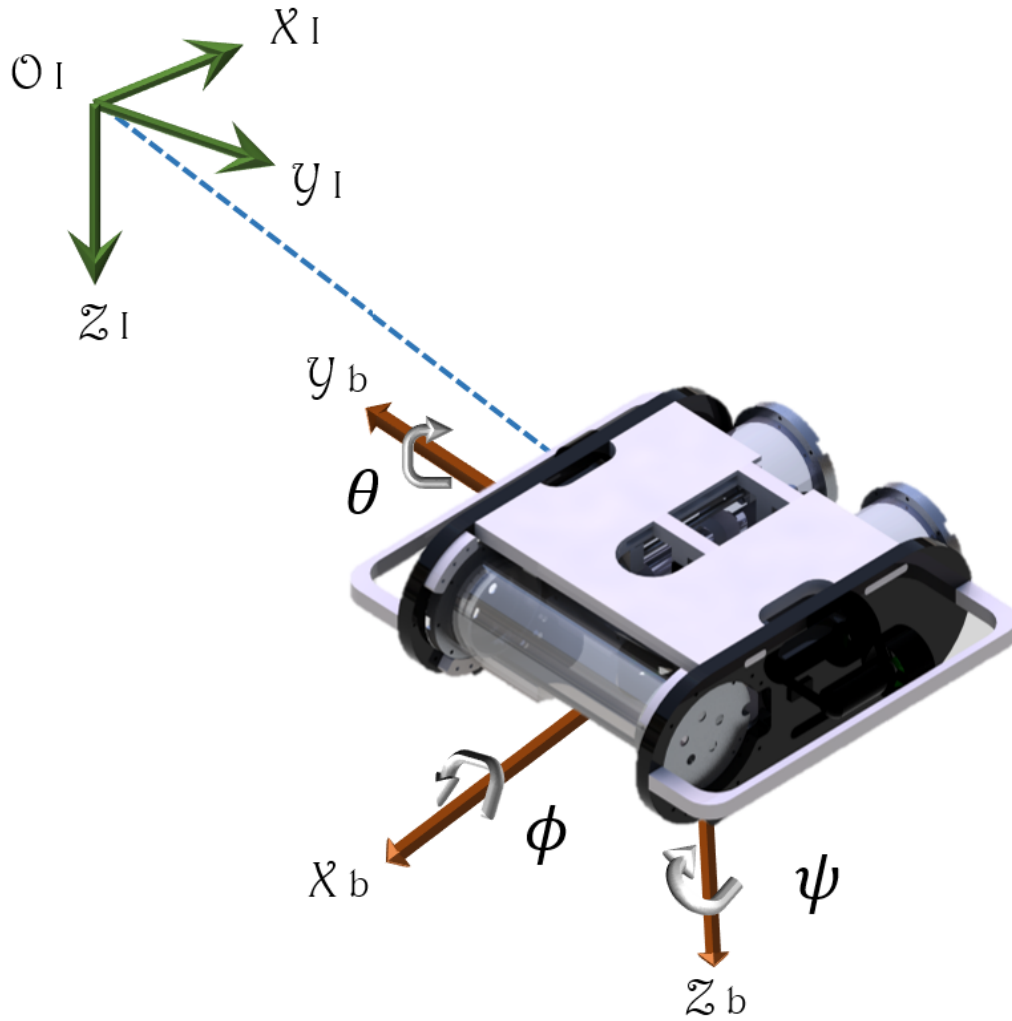


FIGURA 2.1: MARCO DE REFERENCIAS PARA EL VEHÍCULO LIRMIA III

fijo al cuerpo ( $O_b$ ) en el mismo punto que el centro de gravedad (CG) del vehículo, y fijar los ejes ( $x_b, y_b, z_b$ ) paralelos a los ejes principales de inercia. El marco de coordenadas fijo a la tierra se considera un sistema inercial. Esto significa que el movimiento cumple las leyes de Newton dentro de este marco. La posición y orientación del vehículo, se define con el vector  $\eta = [\eta_1, \eta_2]^T = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T \in \mathfrak{R}^{6 \times 1}$ , expresadas en el marco fijo en la tierra, mientras que las velocidades del vehículo lineal y angular se denota por el vector  $v = [v_1, v_2]^T = [u, v, w, p, q, r]^T \in \mathfrak{R}^{6 \times 1}$ , expresadas en el marco del cuerpo.

### Transformaciones entre marcos de referencia

Se tiene  $R_{\phi, x_I}, R_{\theta, y_I}$  y  $R_{\psi, z_I} \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$  que definen la matrices de rotación representadas por;

$$R_{\phi, x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} R_{\theta, y} = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} R_{\psi, z} = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

donde  $s_* = \text{sen}(*)$  y  $c_* = \text{cos}(*)$ . La transformación rotacional entre el marco fijo en la tierra  $O_I$  y el marco fijo del cuerpo  $O_b$  se puede generar por el producto

$$R_I^b(\eta_2) := R_{\psi,z} R_{\theta,y} R_{\phi,x} \quad (2.2)$$

el cual se expresa por la matriz siguiente:

$$R_I^b(\eta_2) = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\psi s_\theta s_\phi - c_\phi s_\psi & c_\phi c_\psi s_\theta + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & c_\phi c_\psi + s_\theta s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Usando la ecuación anterior se obtiene la transformación de la velocidad lineal entre marcos de referencia  $O_b$  y  $O_I$  como sigue:

$$\dot{\eta}_1 = R_I^b(\eta_2) v_1 \quad (2.4)$$

dado que la matriz dada en la ecuación (2.3) es ortogonal, se tiene que

$$v_1 = R_I^b(\eta_2)^{-1} \dot{\eta}_1 = R_I^b(\eta_2)^T \dot{\eta}_1 \quad (2.5)$$

Para las velocidades angulares, la transformación entre el marco coordenado fijo en la tierra  $O_I$  y el marco coordenado fijo en el cuerpo  $O_b$  esta dado por:

$$\dot{\eta}_2 = T(\eta_2) v_2 \quad (2.6)$$

donde  $T(\eta_2) \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$  se expresa como sigue:

$$T(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & c_\theta s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

En este caso, la transformación inversa de la matriz  $T(\eta_2) \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$  no es igual a su transpuesta, como en el caso previo, por lo que tenemos:

$$v_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_{\phi,x}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_{\phi,x}^T R_{\theta,y}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = T^{-1}(\eta_2) \dot{\eta}_2 \quad (2.8)$$

consecuentemente, se obtiene que la matriz  $T(\eta_2)$  se puede reescribir como:

$$T(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & s_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & -s_\phi/c_\theta & c_\phi/c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

donde  $t(*) = \text{tan}(*)$ . Finalmente la ecuación que describe la cinemática de seis grados de libertad es:

$$\dot{\eta} = J(\eta) v \quad (2.10)$$

donde

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_I^b(\eta_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T(\eta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

### 2.1.2. Dinámica

La ecuación que describe la dinámica de vehículos submarinos con respecto al marco fijo al cuerpo  $O_b$ , es la representación vectorial del modelo [Fossen, 1999]. Esta dado por:

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + g(\eta) = \tau + \omega_e \quad (2.12)$$

$$\dot{\eta} = J(\eta)v \quad (2.13)$$

donde  $M \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es la matriz de inercia,  $C(v) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  define la matriz de coriolis y de fuerzas centrípetas.  $D(v) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  representa la matriz de amortiguamiento,  $g(\eta) \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  describe el vector de fuerzas de restitución y pares gravitacionales,  $\tau = (\tau_1, \tau_2)^T = ((\tau_X, \tau_Y, \tau_Z), (\tau_K, \tau_M, \tau_N))^T \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  define el vector de entradas de control;  $\omega_e \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  define el vector de perturbaciones, y  $J(\eta) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  es la matriz de transformación que mapea del marco fijo al cuerpo al marco fijo en la tierra (vea figura 2.1). La matriz de inercia se expresa de la siguiente forma:

$$M = M_{RB} + M_A \quad (2.14)$$

donde  $M_{RB}$  es la matriz de inercia del cuerpo rígido y  $M_A$  es la matriz de inercia debido a la masa agregada por estar inmerso en un fluido, consecuentemente la matriz de coriolis y de fuerzas centrípetas incluye terminos debido a la masa agregada:

$$C(v) = C_{RB} + C_A \quad (2.15)$$

La matriz de amortiguamiento hidrodinámico debido a la inmersión en un fluido se expresa como sigue:

$$D(v) = D_P(v) + D_S(v) + D_W(v) + D_M(v) \quad (2.16)$$

donde la matriz  $D(v)$  es debido al amortiguamiento potencial  $D_P(v)$ , fricción de la superficie  $D_S(v)$ , amortiguamiento por deriva debido a olas  $D_W(v)$ , amortiguamiento debido a la formación de remolinos  $D_M(v)$ .

#### Modelo matemático con respecto al marco fijo en el cuerpo

Usando como premisa que los vehículos sumergibles satisfacen la definición de un cuerpo rígido, esto es que no sufren deformaciones, o bien, que la distancia entre dos puntos es constante, entonces el enfoque de Newton-Euler se usa para obtener las ecuaciones que describen la dinámica. Se fija el origen  $O_{RB}$  del sistema de coordenadas del cuerpo rígido  $R_B$  coincide con el centro de inercia, además los ejes de  $R_B$  se escogen como los vectores propios de la matriz de inercia, con lo que se obtiene una simplificación de la dinámica del vehículo:

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr + wq - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})] &= X \\ m[\dot{v} - wp + ur - y_g(r^2 + p^2) + z_g(qr - \dot{p}) + x_g(qp + \dot{r})] &= Y \\ m[\dot{w} - uq + vp - z_g(p^2 + q^2) + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rq + \dot{p})] &= Z \\ I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr + m[y_g(\dot{w} - uq + vp) - z_g(\dot{v} - wp + ur)] &= K \\ I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp + m[z_g(\dot{u} - vr + wq) - x_g(\dot{w} - uq + vp)] &= M \\ I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq + m[x_g(\dot{v} - wp + ur) - y_g(\dot{u} - vr + wq)] &= N \end{aligned} \quad (2.17)$$

donde  $m$  representa la masa del vehículo,  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$  describe los pares inerciales, y  $x_g, y_g, z_g$  es la posición del centro de gravedad respecto al marco fijo al cuerpo  $O_b$ . Las tres primeras ecuaciones describen el movimiento traslacional, y las siguientes tres representan

el movimiento rotacional. Ahora, asumiendo que el origen del marco fijo al cuerpo se ubica en el centro de gravedad, entonces obtenemos que  $x_g = y_g = z_g = 0$ , y como consecuencia se pueden reescribir las ecuaciones 2.17 como sigue:

$$\begin{aligned}
 m[\dot{u} - vr - wq] &= X \\
 m[\dot{v} - wp - ur] &= Y \\
 m[\dot{w} - uq - vp] &= Z \\
 I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr &= K \\
 I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp &= M \\
 I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq &= N
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

El modelo matemático correspondiente al cuerpo rígido es:

$$M_{RB}\dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_{RB} \tag{2.19}$$

donde  $M_{RB}$  representa la matriz de inercia del cuerpo rígido,  $C_{RB}$  describe la matriz de coriolis y fuerzas centrípetas y  $\tau_{RB}$  son las fuerzas y pares generados por los propulsores.

#### **Matriz de Inercia**

La representación de la matriz  $M_{RB}$  satisface las siguientes propiedades:

$$M_{RB} = M_{RB}^T > 0 \quad \dot{M}_{RB} = 0_{6 \times 6} \tag{2.20}$$

entonces la ecuación 2.18 se puede reescribir como sigue:

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Nótese que la matriz  $M_{RB}$  se simplifica porque el origen  $O_{RB}$  del sistema de coordenadas  $R_B$  coincide con el centro de inercia, y además los ejes de  $R_B$  se escogen como los vectores propios de la matriz de inercia.

#### **Matriz de Coriolis y de Fuerzas Centrípetas**

Basado en las ecuaciones de Kirchhoff obtenemos la matriz  $C_{RB}$ , que satisface la propiedad de anti simetría, esto es:

$$C_{RB}(v) = -C_{RB}^T(v) \quad \forall v \in \mathfrak{R}^{6 \times 1} \tag{2.22}$$

ya hora de la ecuación (2.18) obtenemos:

$$C_{RB} = \begin{bmatrix} 0 & -r & q & 0 & 0 & 0 \\ r & 0 & -p & 0 & 0 & 0 \\ -q & p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_z r & -I_y q \\ 0 & 0 & 0 & -I_r & 0 & I_x p \\ 0 & 0 & 0 & I_y q & -I_x p & 0 \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

Sustituyendo las expresiones (2.21) y (2.23) en la ecuación (2.19), esto lleva a:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r & q & 0 & 0 & 0 \\ r & 0 & -p & 0 & 0 & 0 \\ -q & p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_z r & -I_y q \\ 0 & 0 & 0 & -I_r & 0 & I_x p \\ 0 & 0 & 0 & I_y q & -I_x p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ K \\ M \\ N \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

### ***Fuerzas y Pares Hidrodinámicos***

El estudio hidrodinámico de vehículos sumergidos en un fluido requiere de un análisis complejo para la obtención de los parámetros que describen la interacción. Se puede obtener una estimación de los parámetros si el vehículo cumple con una geometría regular y simple, además que se pueden tomar consideraciones que simplifican el cómputo. Los efectos hidrodinámicos que se consideran en el modelo matemático son:

- Masa agregada
- Amortiguamiento hidrodinámico
- Fuerzas de restitución y pares gravitacionales

El concepto de masa agregada es un parámetro que depende de diversos factores no sólo de la cantidad de agua que se adhiere a la forma del vehículo sino de la velocidad de movimiento. También se debe tomar en cuenta la fuerza inducida por la presión y los pares debido al movimiento de fuerzas armónicas por el cuerpo del vehículo que son proporcionales a la aceleración. Hay efectos diversos que producen el amortiguamiento hidrodinámico, por ejemplo: fricción de superficie, amortiguamiento potencial, amortiguamiento por deriva debido a las olas, y el amortiguamiento debido a la formación de remolinos. La fricción de superficie lineal debido a la teoría de capa laminar es importante cuando se considera movimiento de baja frecuencia. Esto se puede considerar cuando se diseña el sistema de control. Sin embargo, la contribución del amortiguamiento dinámico comparado con los otros términos disipativos como el amortiguamiento dinámico son usualmente despreciados. Las fuerzas de restauración son generadas por la interacción entre el peso y la flotabilidad, la cual se obtiene con el principio de Arquímedes: "la fuerza de flotabilidad con dirección hacia la superficie que es ejercida en un cuerpo inmerso en un fluido, o parcialmente sumergido, es igual al peso del fluido que el cuerpo desplaza", esto se puede expresar:

$$B = V \rho g \quad (2.25)$$

donde  $B$  representa la flotabilidad,  $V$  el volumen del fluido desplazado,  $\rho$  la densidad del fluido y  $g$  la aceleración de la gravedad. Las fuerzas de restauración son generadas por el peso, flotabilidad, orientación del vehículo y la ubicación de los centros de gravedad y flotabilidad, las dos últimas se escogen en el diseño del vehículo.

### ***Matriz de masa agregada***

La matriz  $M_A$  de la ecuación (2.14) describe la masa agregada como:

$$M_A = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

donde los elementos de la matriz representa la masa agregada hidrodinámica. La matriz  $M_A$  no satisface la propiedad de simetría, esto es:

$$M_A \neq M_A^T \quad (2.27)$$

En general, estos coeficientes son difíciles de determinar con precisión. Sin embargo, en muchas aplicaciones el vehículo solo se mueve a baja velocidad, y si el vehículo tiene tres planos de simetría, la contribución de los elementos fuera de la diagonal pueden ser despreciados, esto es:

$$M_A = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Con esta suposición, obtenemos que la matriz  $M_A$  satisface la siguiente propiedad:

$$M_A = M_A^T \quad (2.29)$$

### ***Matriz de Coriolis y Fuerzas Centrípetas de Masa Agregada***

Asumiendo que el vehículo es un cuerpo rígido que se mueve en un fluido ideal, la matriz de coriolis y de fuerzas centrípetas se puede expresar como una matriz anti-simétrica, esto es

$$C_A(v) = -C_A^T(v) \quad \forall v \in \mathfrak{R}^{6 \times 1} \quad (2.30)$$

donde

$$C_A(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

donde

$$\begin{aligned}
a_1 &= X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \\
a_2 &= Y_{\dot{u}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \\
a_3 &= Z_{\dot{u}}u + Z_{\dot{v}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \\
a_4 &= K_{\dot{u}}u + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{w}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \\
a_5 &= M_{\dot{u}}u + M_{\dot{v}}v + M_{\dot{w}}w + M_{\dot{p}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \\
a_6 &= N_{\dot{u}}u + N_{\dot{v}}v + N_{\dot{w}}w + N_{\dot{p}}p + N_{\dot{q}}q + N_{\dot{r}}r
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Usando las suposiciones previamente explicadas podemos reescribir la matriz como sigue:

$$C_A(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

### Matriz de Amortiguamiento

La interacción entre el vehículo y el fluido que lo rodea resulta en las fuerzas y pares de amortiguamiento hidrodinámico que puede ser definido como disipativo. Estos términos son difíciles de determinar con suficiente precisión, sin embargo se busca analizar las propiedades físicas del sistema y reducir el número de coeficientes necesarios para el control. Por simplicidad se asume que la matriz de amortiguamiento tiene una estructura diagonal similar a la masa agregada, esto es posible cuando se asume que se presenta un amortiguamiento lineal en aplicaciones a baja velocidad, por lo que se tiene la reducción como sigue:

$$D(v) = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

donde los parámetros hidrodinámicos son positivos, por lo que podemos concluir que la matriz (2.34) cumple la propiedad de ser definida positiva:

$$D(v) > 0 \quad \forall v \in \mathfrak{R}^{6 \times 1} \tag{2.35}$$

### Fuerzas de Restitución y Pares Gravitacionales

La energía potencial es debido al peso  $f_w$  y la flotabilidad  $f_B$ . La dirección de esta fuerza es normal a la superficie de la tierra, por lo que el peso está en la dirección del eje  $Z_I$  del marco fijo en la tierra, mientras que la fuerza de flotabilidad ejerce en la dirección opuesta, entonces por el principio de Arquímedes se tiene que:

$$f_B = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho g V \end{bmatrix} \quad f_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \tag{2.36}$$



donde  $\rho$  es la densidad del fluido,  $g$  la aceleración de la gravedad,  $V$  el volumen del fluido desplazado, y  $m$  es la masa del vehículo. Con el fin de analizar las fuerzas de restauración y pares gravitacionales con respecto al marco fijo al cuerpo, usamos la matriz de transformación  $J_1(\eta_2)$ , obteniendo:

$$F_B = J_1(\eta_2)^{-1} f_B \quad F_W = J_1(\eta_2)^{-1} f_W \quad (2.37)$$

entonces

$$F_B = \begin{bmatrix} B \text{sen}(\theta) \\ -B \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) \\ -B \text{cos}(\theta) \text{cos}(\phi) \end{bmatrix} \quad F_W = \begin{bmatrix} -W \text{sen}(\theta) \\ W \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) \\ -W \text{cos}(\theta) \text{cos}(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

donde  $W = mg$  y  $B = \rho g V$ . Consecuentemente las fuerzas de restauración son:

$$f_g = F_B + F_W \quad (2.39)$$

esto es,

$$\begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (B - W) \text{sen}(\theta) \\ (W - B) \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) \\ (W - B) \text{cos}(\theta) \text{cos}(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Con el análisis de esta ecuación se pueden expresar tres definiciones de flotabilidad para el sistema. Sistema con flotabilidad positiva indica que el peso es menor que la fuerza flotabilidad, por lo que el vehículo se mueve hacia la superficie de manera natural. Sistema con flotabilidad negativa implica que el peso del vehículo supera la fuerza de flotabilidad y el vehículo tiende a hundirse de manera natural. Sistema de flotabilidad neutra aparece cuando el peso y la fuerza de flotabilidad son iguales, por lo que permanecerá en algún punto que puede ser la superficie o cualquier profundidad. Ante esto se opta por diseño tener un sistema con flotabilidad positiva, es decir  $B > W$ , para que en caso de fallas técnicas pueda emerger de manera natural. Es importante diseñar con una orientación deseada usando los pares de restauración, esto es:

$$m_g = r_w x F_W + r_b x F_B \quad (2.41)$$

donde  $r_w = [x_w, y_w, z_w]^T$  es el centro gravedad (CG), y  $r_b = [x_b, y_b, z_b]^T$  el centro de flotabilidad (CB), ambos con respecto al marco fijo al cuerpo, podemos obtener

$$\begin{bmatrix} K_g \\ M_g \\ N_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (y_w W - y_b B) \text{cos}(\theta) \text{cos}(\phi) + (z_b B - z_w W) \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) \\ (x_b B - x_w W) \text{cos}(\theta) \text{cos}(\phi) + (z_b B - z_w W) \text{sen}(\theta) \\ (x_w W - x_b B) \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) + (y_w W - y_b B) \text{sen}(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

También se asume que el origen del marco del cuerpo esta en el centro de gravedad, por lo que  $r_w = [0, 0, 0]^T$ . Más aún, el centro de flotabilidad esta ubicado en el eje  $-Z_b$ , o bien  $r_b = [0, 0, -z_b]^T$ . Si consideramos que  $W - B = -f_b$ , entonces de las ecuaciones (2.40) y (2.42) se obtiene:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \\ K_g \\ M_g \\ N_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_b \text{sen}(\theta) \\ -f_b \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) \\ -f_b \text{cos}(\theta) \text{cos}(\phi) \\ -z_b B \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) \\ -z_b B \text{sen}(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

### **Fuerzas y Pares debido a los Propulsores**

La propulsión del sistema LIRMIA III consiste en 4 propulsores. Esto lleva a un movimiento en alabeo ( $\phi$ ) subactuado. El movimiento rotacional del vehículo en guiñada ( $\psi$ ) se produce por la diferencia de velocidad entre los propulsores 1 y 2. El movimiento en cabeceo ( $\theta$ ) se obtiene similarmente usando los propulsores 3 y 4. El movimiento traslacional en el eje z se regula por el incremento y decremento de la velocidad combinada de los propulsores 3 y 4. El movimiento traslacional a lo largo del eje  $x_b$  y  $y_b$  se obtiene con los propulsores 1 y 2 y controlando el ángulo de guiñada. Se pueden representar las fuerzas de las expresiones siguientes:

$$f_1 = \begin{bmatrix} f_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; f_2 = \begin{bmatrix} f_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; f_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_3 \end{bmatrix}; f_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_4 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Las fuerzas resultantes para generar el movimiento de traslación son:

$$\tau_1 = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 + f_2 \\ 0 \\ f_3 + f_4 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Los pares generados por los propulsores están descritos por la siguiente expresión:

$$\tau_2 = \sum_{i=1}^4 l_i x f_i \quad (2.46)$$

donde  $l_i = (l_{ix}, l_{iy}, l_{iz})$  es el vector de posición de la fuerza  $f_i \forall i = 1, , 4$  con respecto al marco de referencia fijo al cuerpo. Entonces los pares generados por los propulsores se describen como:

$$\tau_2 = \begin{bmatrix} K \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ l_{3x}f_3 - l_{4x}f_4 \\ l_{1y}(f_1 - f_2) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

### **Modelo matemático con respecto al marco fijo en la tierra**

Se tiene la representación matemática de la posición y orientación del vehículo con respecto al marco fijo en la tierra. Entonces del modelo matemático previo, tenemos:

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + g(\eta) = \tau + \omega_e \quad (2.48)$$

$$\dot{\eta} = J(\eta)v \quad (2.49)$$

donde la matriz de inercia esta expresada como sigue:

$$M = M_{RB} + M_A \quad (2.50)$$

esto es

$$M = \begin{bmatrix} m + X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m + Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m + Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x + K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y + M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z + N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

La matriz de Coriolis y de fuerzas centrípetas se describe como:

$$C(v) = C_{RB}(v) + C_A(v) \quad (2.52)$$

esto es

$$C(v) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ r & 0 & -p & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ -q & p & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r + I_zr & M_{\dot{q}}q - I_yq \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r - I_zr & 0 & I_xp - K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & I_yq - M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p - I_xp & 0 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Asumiendo que el vehículo se mueve a baja velocidad, la matriz de amortiguamiento es:

$$D(v) = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

El vector de fuerzas de restitución y pares gravitacionales es:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} -f_b \text{sen}(\theta) \\ f_b \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) \\ f_b \text{cos}(\theta) \text{cos}(\phi) \\ z_b B \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) \\ z_b B \text{sen}(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Finalmente, el vector de entradas esta descrito como la expresión siguiente:

$$\tau = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ K \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 + f_2 \\ 0 \\ f_3 + f_4 \\ 0 \\ l_{3x}f_3 - l_{4x}f_4 \\ l_{1y}(f_1 - f_2) \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

El modelo matemático con respecto al marco fijo en la tierra  $O_I$  es obtenido aplicando la ecuación (2.49) resultando en las siguientes ecuaciones:

$$\ddot{\eta} = J(\eta)\dot{v} + \dot{J}(\eta)v \implies \dot{v} = J^{-1}(\eta)[\ddot{\eta} - \dot{J}(\eta)J^{-1}(\eta)\dot{\eta}] \quad (2.57)$$

Sustituyendo  $v$  y  $\dot{v}$  en la ecuación (2.48) obtenemos:

$$\begin{aligned} M_\eta(\eta) &= J^{-T}(\eta)MJ^{-1}(\eta) \\ C_\eta(v, \eta) &= J^{-T}(\eta)[C(v) - MJ^{-1}(\eta)\dot{J}(\eta)]J^{-1}(\eta) \\ D_\eta(v, \eta) &= J^{-T}(\eta)DJ^{-1}(\eta) \\ g_\eta(\eta) &= J^{-T}(\eta)g(\eta) \\ \tau_\eta(\eta) &= J^{-T}(\eta)\tau \end{aligned} \quad (2.58)$$

El modelo dinámico respecto al marco fijo a la tierra se puede expresar como sigue:

$$M_\eta(\eta)\ddot{\eta} + C_\eta(v, \eta)\dot{\eta} + D_\eta(v, \eta)\dot{\eta} + g_\eta(\eta) = J^{-T}(\eta)\tau \quad (2.59)$$

## 2.2. SAYAB

El vehículo *Sayab* tiene la forma de un barco a escala que puede ser modelado por la misma metodología presentada por Fossen en [Fossen, 1999]. Se utilizará la misma notación SNAME presentado en la tabla (2.1). Se consideran dos marcos de referencia: el marco fijo en la tierra  $O_EX_EY_EZ_E$  se considera inercial y que puede ser escogido para que coincida con las coordenadas fijas al barco con condiciones iniciales y el marco fijo al cuerpo  $O_bX_bY_bZ_b$  como se muestra en la figura (2.2). El movimiento general puede ser descrito por los siguientes vectores:

$$\begin{aligned} \eta &= [\eta_1 \ \eta_2]^T, \quad \eta_1 = [x \ y \ z]^T, \quad \eta_2 = [\phi \ \theta \ \psi]^T, \\ v &= [v_1 \ v_2]^T, \quad v_1 = [u \ v \ w]^T, \quad v_2 = [p \ q \ r]^T, \end{aligned} \quad (2.60)$$

donde  $\eta$  es el vector de posición y orientación con coordenadas en el marco fijo en la tierra,  $v$  es el vector de velocidad lineal y angular con coordenadas en el marco fijo en el cuerpo, y  $\tau$  es la fuerza y momentos actuando sobre el barco en el marco fijo al cuerpo. El estudio del movimiento del barco se divide en dos partes: cinemática, la cual trata solo el aspecto geométrico del movimiento, y la dinámica, que es el análisis de las fuerzas resultantes en el movimiento.

### 2.2.1. Cinemática

La primera derivada del vector de posición  $\eta_1$  se relaciona con el vector de velocidad  $v_1$  por la transformación siguiente:

$$\dot{\eta}_1 = J_1(\eta_2)v_1, \quad (2.61)$$

donde  $J_1(\eta_2)$  es la matriz de transformación, la cual está relacionada por las funciones de ángulos de Euler: alabeo( $\phi$ ), cabeceo( $\theta$ ), y guiñada( $\psi$ ). Esta matriz esta dada por:

$$J_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} c(\psi)c(\theta) & -s(\psi)c(\phi) + s(\phi)s(\theta)c(\psi) & s(\psi)s(\phi) + s(\theta)c(\psi)c(\phi) \\ s(\psi)c(\theta) & c(\psi)c(\phi) + s(\phi)s(\theta)s(\psi) & -c(\psi)s(\phi) + s(\theta)s(\psi)c(\phi) \\ -s(\theta) & s(\phi)c(\theta) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

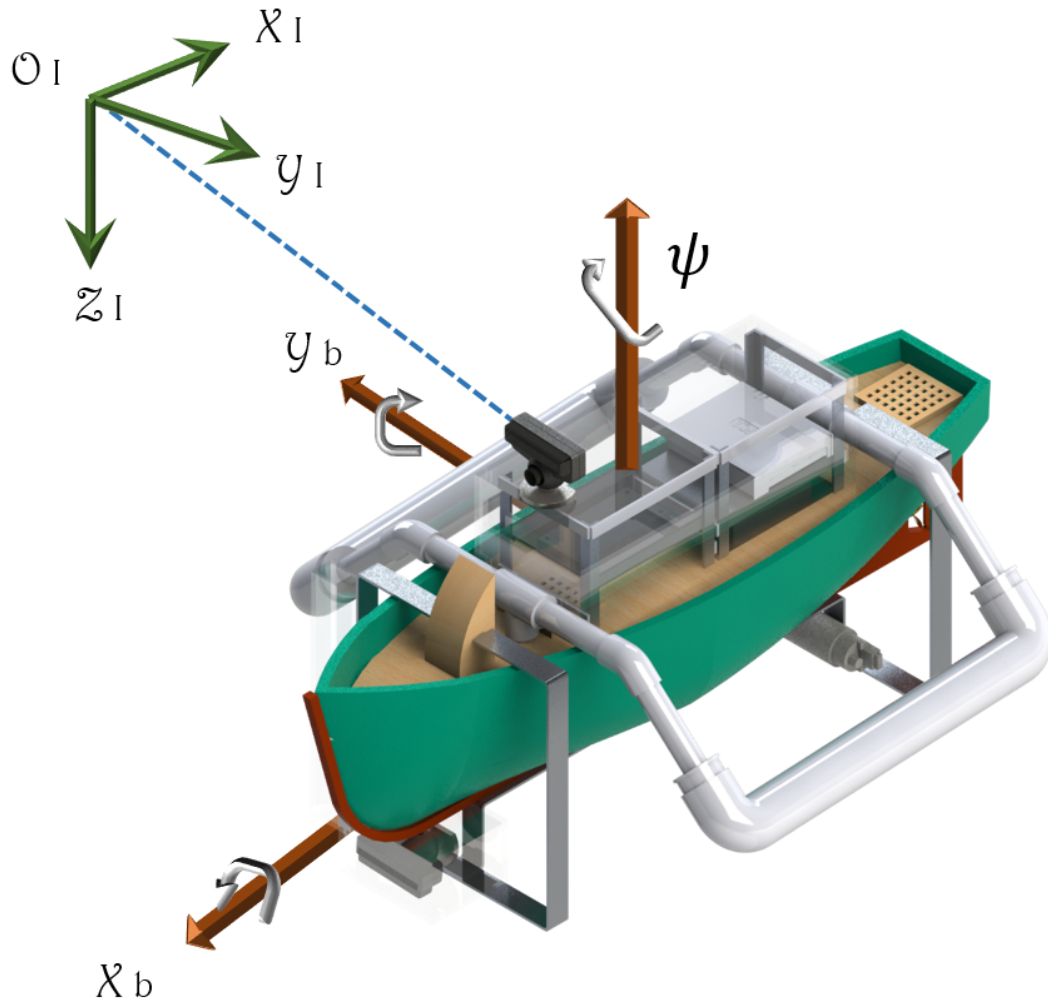


FIGURA 2.2: MARCO DE REFERENCIAS PARA EL VEHÍCULO SAYAB

donde  $c(*) = \cos(*)$  y  $s(*) = \text{sen}(*)$ . La matriz  $J_1(\eta_2)$  es globalmente invertible dado que  $J_1^{-1}(\eta_2) = J_1^T(\eta_2)$ . Por lo tanto la primera derivada del vector de los ángulos de Euler  $\eta_2$  se relaciona al vector de velocidades fijo al cuerpo  $v_2$  por la transformación siguiente:

$$\dot{\eta}_2 = J_2(\eta_2)v_2, \quad (2.63)$$

donde la matriz de transformación  $J_2(\eta_2)$  esta dada por

$$J_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\text{sen}(\phi) \\ 0 & \text{sen}(\phi)/\cos(\theta) & \cos(\phi)/\cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

Note que la matriz de transformación  $J_2(\eta_2)$  es singular en  $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$ . Durante operaciones prácticas en barcos es improbable que entre al vecindario de  $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$  debido a las fuerzas de

restauración del metacentro. Combinando (2.61) y (2.63) resulta en la cinemática:

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1(\eta_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & J_2(\eta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} \iff \dot{\eta} = J(\eta)v \quad (2.65)$$

Las ecuaciones que describen la cinemática del barco son:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \cos(\psi)u - \operatorname{sen}(\psi)v \\ \dot{y} &= \operatorname{sen}(\psi)u + \cos(\psi)v \\ \dot{\psi} &= r \end{aligned} \quad (2.66)$$

## 2.2.2. Dinámica

### Representación en el marco fijo del cuerpo

Sustituyendo  $\tau_{RB} = \tau_H + \tau_E + \tau$  en

$$M_{RB}\dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_{RB} \quad (2.67)$$

y combinando con

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1(\eta_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & J_2(\eta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \iff \dot{v} = J(\eta)v \quad (2.68)$$

resulta en las ecuaciones de movimiento de un barco en seis grados de libertad como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= J(\eta)v, \\ M\dot{v} &= -C(v)v - D(v)v - g(\eta) + \tau + \tau_E, \end{aligned} \quad (2.69)$$

donde

$$\begin{aligned} M &= M_{RB} + M_A, \\ C(v) &= C_{RB}(v) + C_A(v) \end{aligned} \quad (2.70)$$

Bajo la suposición de que el cuerpo está en reposo (a lo mucho se mueve a baja velocidad) en un fluido ideal, la matriz  $M$  es siempre definida positiva simétrica, esto es;

$$M = M^T > 0 \quad (2.71)$$

Para un cuerpo rígido que se mueve en un fluido, la matriz de Coriolis y fuerzas centrípetas  $C(v)$  puede ser parametrizada tal que sea antisimétrica, esto es;

$$C(v) = -C_T(v), \quad \forall v \in \mathbb{R}^6 \quad (2.72)$$

Para un cuerpo rígido que se mueve en un fluido ideal, la matriz de amortiguamiento  $D(v)$  es real, no simétrica y estrictamente positiva, esto es;

$$D(v) > 0, \quad \forall v \in \mathbb{R}^6 \quad (2.73)$$

### Representación en el marco fijo de la tierra

El modelo matemático (2.69) puede ser escrito usando una representación en coordenadas fijas en la tierra aplicando la transformación cinemática (con la suposición de

que  $J^{-1}(\eta)$  existe, esto es;  $\theta \neq \pm$ :

$$\begin{aligned} v &= J^{-1}(\eta)\dot{\eta}, \\ \dot{v} &= J^{-1}(\eta)[\ddot{\eta} - \dot{J}(\eta)J^{-1}(\eta)\dot{\eta}] \end{aligned} \quad (2.74)$$

Sustituyendo (2.74) en la segunda ecuación de (2.69) resulta en

$$M^*(\eta)\ddot{\eta} = -C^*(v, \eta)\dot{\eta} - D^*(v, \eta)\dot{\eta} - g^*(\eta) + J^T(\eta)(\tau - \tau_E) \quad (2.75)$$

donde

$$\begin{aligned} M^*(\eta) &= J^{-T}(\eta)MJ^{-1}(\eta), \\ C^*(v, \eta) &= J^{-T}(\eta)[C(v) - MJ^{-1}(\eta)\dot{J}(\eta)]J^{-1}(\eta), \\ D^*(v, \eta) &= J^{-T}(\eta)D(v)J^{-1}(\eta), \\ g^*(\eta) &= J^{-T}(\eta)g(\eta) \end{aligned} \quad (2.76)$$

Bajo las mismas consideraciones usadas en la representación fija al cuerpo, el modelo (2.75) usando la representación fija en la tierra tiene las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} M^*(\eta) &= M^*(\eta)^T, & \forall \eta \in \mathfrak{R}^6, \\ s^T[\dot{M}^*(\eta) - 2C^*(v, \eta)]s &= 0, & \forall \eta \in \mathfrak{R}^6, \quad v \in \mathfrak{R}^6, \quad s \in \mathfrak{R}^6, \\ D^*(v, \eta) &> 0, & \forall \eta \in \mathfrak{R}^6, \quad v \in \mathfrak{R}^6 \end{aligned} \quad (2.77)$$

### Modelo horizontal estándar de tres grados de libertad

El movimiento horizontal de un vehículo de superficie usualmente se describe por el movimiento de los componentes en oleada (surge), balanceo (sway), y guiñada (yaw). La figura (movimiento plano horizontal) muestra las variables de movimiento en este caso. Por lo tanto, elegimos  $\eta = [x \ y \ \psi]^T$  y  $v = [u \ v \ r]^T$ . Este modelo se obtiene del modelo general (2.69) con las siguientes suposiciones.

- 1 El movimiento en alabeo (roll), cabeceo (pitch) y tirada (heave) se desprecian. Significa que ignoramos la dinámica de esos movimientos, o bien,  $z = 0$ ,  $w = 0$ ,  $\phi = 0$ ,  $p = 0$ ,  $\theta = 0$ , y  $q = 0$ .
- 2 El barco tiene una distribución homogénea de su masa y simetría del plano xz tal que

$$I_{xy} = I_{yz} = 0 \quad (2.78)$$

- 3 El centro de gravedad CG y el centro de flotabilidad CB están ubicados verticalmente en el eje z.

Con las suposiciones anteriores, la dinámica del vehículo de superficie en un plano horizontal se simplifica del modelo general (2.69) como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= J(\eta)v, \\ M\dot{v} &= -C(v)v - (D + D_n(v))v + \tau + \tau_E, \end{aligned} \quad (2.79)$$

donde las matrices  $J(\eta)$ ,  $M$ ,  $C(v)$ ,  $D$ , y  $D_n(v)$  están dadas por

$$\begin{aligned}
 J(\eta) &= \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\text{sen}(\psi) & 0 \\ \text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & mx_g - Y_{\dot{r}} \\ 0 & mx_g - Y_{\dot{r}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}, \\
 C(v) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m(x_g r + v) + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{r}}r \\ -m(x_g r + v) + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{r}}r & -mu - X_{\dot{u}}u & 0 \end{bmatrix}, \\
 D &= - \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & Y_r \\ 0 & N_v & N_r \end{bmatrix}, D_n(v) = - \begin{bmatrix} X_{|u|u}|u| & 0 & 0 \\ 0 & Y_{|v|v}|v| + Y_{|r|v}|r| & Y_{|v|r}|v| \\ 0 & N_{|v|v}|v| + N_{|r|v}|r| & N_{|v|r}|v| + N_{|r|r}|r| \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.80}$$

La fuerza de propulsión y el vector de momentos  $\tau$  esta dado por

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_u \\ \tau_v \\ \tau_r \end{bmatrix} \tag{2.81}$$

El vector de perturbaciones ambientales  $\tau_E$  esta dado por

$$\tau_E = \begin{bmatrix} \tau_u E \\ \tau_v E \\ \tau_r E \end{bmatrix} \tag{2.82}$$

donde  $\tau_u E$  y  $\tau_v E$  son perturbaciones actuando en oleada (surge) y balanceo (sway) respectivamente, y  $\tau_r E$  es el momento de la perturbación actuando en guiñada (yaw). En algunos casos, adicionalmente a las simplificaciones mencionadas se pueden encontrar las condiciones donde se desprecian los términos fuera de la diagonal de las matrices  $M$  y  $D$ , y todos los elementos de la matriz de amortiguamiento no lineal  $D_n(v)$ . Esto se cumple cuando el barco tiene tres planos de simetría, para lo cual los ejes del marco de referencia fijo al cuerpo se escogen paralelos al eje principal del fluido desplazado, el cual es igual al eje principal del barco. La mayoría de los barcos tiene simetría de babor/estribor, y más aún, simetría de inferior/superior no se requiere para movimientos horizontales. La no simetría de adelante/atrás implica que los términos de las matrices de inercia y amortiguamiento no son cero. Sin embargo, estos términos son pequeños comparados con los de la diagonal. Más aún, las perturbaciones inducidas por olas, viento se ignoran. Bajo estas suposiciones, la dinámica del vehículo de superficie en un plano horizontal se simplifica del modelo (2.79) como sigue:

$$\begin{aligned}
 \dot{\eta} &= J(\eta)v, \\
 M\dot{v} &= -C(v)v - Dv + \tau,
 \end{aligned} \tag{2.83}$$

donde las matrices  $J(\eta)$ ,  $M$ ,  $C(\tau)$  y  $D$  están dados por

$$\begin{aligned}
 J(\eta) &= \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\text{sen}(\psi) & 0 \\ \text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix}, \\
 C(v) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_{22}v \\ 0 & 0 & m_{11}u \\ m_{22}v & -m_{11}u & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.84}$$



con

$$\begin{aligned} m_{11} &= m - X_{\dot{u}}, m_{22} = m - Y_{\dot{v}}, m_{33} = I_z - N_{\dot{r}}, \\ d_{11} &= -X_u, d_{22} = -Y_v, d_{33} = -N_r \end{aligned} \quad (2.85)$$

La fuerza de propulsión y el vector momento es

$$\tau = [\tau_u \quad \tau_v \quad \tau_r]^T \quad (2.86)$$

Por conveniencia el modelo matemático del barco puede ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u \cos(\psi) - v \sin(\psi) \\ \dot{y} &= u \sin(\psi) + v \cos(\psi) \\ \dot{\psi} &= r \\ \dot{u} &= \frac{m_{22}}{m_{11}} vr - \frac{d_{11}}{m_{11}} u + \frac{1}{m_{11}} \tau_1 \\ \dot{v} &= -\frac{m_{11}}{m_{22}} ur - \frac{d_{22}}{m_{22}} v \\ \dot{r} &= \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{33}} uv - \frac{d_{33}}{m_{33}} r + \frac{1}{m_{33}} \tau_2 \end{aligned} \quad (2.87)$$



## Capítulo 3

# Plataformas Experimentales

Se presentan dos prototipos experimentales desarrollados conjuntamente entre el Departamento de Control Automático y el Laboratorio UMI-LAFMIA de CINVESTAV. Ambos vehículos tienen dos modos de operación:

- Remotamente operado: ROV(*Remotely Operated Vehicle*)
- Autónomo: AUV(*Autonomous Underwater Vehicle*)/ASV(*Autonomous Surface Vehicle*)

Durante el desarrollo de ambos prototipos se priorizó obtener buenas propiedades físicas y el obtener vehículos operacionales de bajo costo. El desarrollo de vehículos para operación en ambientes acuáticos requiere de un estudio multidisciplinario en áreas de la mecánica, instrumentación, hidrodinámica, comunicaciones, entre otras. Entre las principales características que se tomaron en cuenta para el desarrollo de los vehículos están la simetría, la orientación y posición en el fluido y la velocidad de operación que no excede los  $2m/s$ .

### 3.1. LIRMIA III

El vehículo LIRMIA III es el último vehículo submarino desarrollado en el laboratorio UMI-LAFMIA. Está diseñado para realizar aplicaciones de baja velocidad, dotado de sensores para interactuar con el ambiente. La profundidad a la que se puede sumergir depende principalmente de la resistencia de la estructura, se eligieron los siguientes materiales:

- Nylon: Su densidad no permite compensar por sí mismo su peso en el agua, pero agrega soporte a la estructura. Al ser un plástico denominado de ingeniería, se obtiene precisión en la construcción por lo que los diseños asistidos por computadora nos dan una aproximación confiable en el cálculo de parámetros.
- Polietileno: La principal ventaja es la baja densidad que maneja por lo que este material proporciona flotabilidad al vehículo. También tiene buenas propiedades de rigidez y precisión en el maquinado, sin embargo se utiliza solo para piezas de soporte.
- Aluminio de aleación 6063 T-6: Debido a las buenas propiedades mecánicas se optó por este material para realizar las ranuras para los sellos de nitrilo. Además por no ser maleable se decidió utilizar como base para la unión con el acrílico y compensar las posibles deformidades que presenta de fábrica el tubo de acrílico. Debido a la alta precisión en el maquinado se puede confiar en el cálculo para el sellado a la profundidad deseada.

- Acrílico: La elección de este material como contenedor de la electrónica y las baterías esta fundamentado en la utilidad que representa al vehículo con el fin de tener sensores visuales que no necesitan ser a prueba de agua, lo cual facilita la comunicación y reduce el costo, y otra finalidad es que el usuario pueda comprobar con la vista el funcionamiento de los componentes internos. Por sus propiedades el acrílico es capaz de soportar la presión a la que se va a someter. Los tubos usados miden 6 pulgadas de diámetro y de 35-45 centímetros de largo. En el diseño se toma en cuenta que la posición de los tubos de acrílico les proporciona protección contra choques.
- Sellos de nitrilo: Es el material de goma mejor recomendado por su resistencia a la compresión, su elasticidad y expansión.
- Los conectores que maneja el equipo resisten una profundidad de 100 metros, son de la marca *seacon*, manufacturados en México, son de los más utilizados en vehículos académicos debido a su relación costo / beneficio comparados a los usados en vehículos comerciales.

Todos estos materiales son resistentes a la corrosión en ambientes marinos. La forma *modular* elegida para el vehículo responde a la necesidad de obtener los mejores resultados del equipo electrónico en función de su posición con respecto a otro, por mencionar algunas de las ventajas esta la disposición de la central inercial propensa a campos magnéticos generados por la computadora o los controladores de los propulsores. El sistema de propulsión consta de 4 actuadores de la marca *seabotix*, que se pueden sumergir hasta 150 metros en agua dulce y 100 metros en agua de mar, con un voltaje DC máximo de 19 volts y corriente máxima de 5.8 amperes, tiene un peso de 705 gramos en la superficie y de 350 gramos en el agua con un empuje de 2.2 KgF, en la figura (4.2) se muestra su curva característica de comportamiento. Son controlados de manera independiente con lo cual se tiene 4 grados de libertad actuados

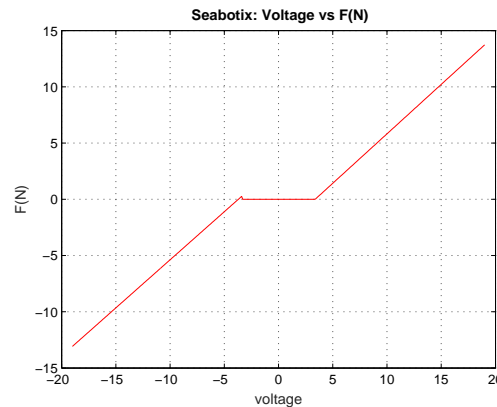


FIGURA 3.1: CURVA CARACTERÍSTICA PARA EL MOTOR BD150

$x$ ,  $z$ , *guiñada*( $\psi$ ) y *cabeceo*( $\theta$ ). El diseño del vehículo, la disposición de los propulsores y las cámaras se muestran en la figura (3.2).

### 3.1.1. Sistema embebido

- Consiste de una computadora embebida *INTEL NUC D54250WYK* con procesador Intel Core i5 de cuarta generación y una memoria RAM 8GB DDR2-533 para la lectura

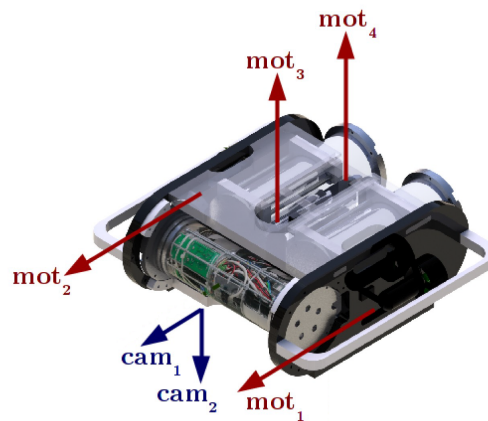


FIGURA 3.2: ACTUADORES Y SENSORES DE VISIÓN EN LIRMIA III

de sensores y el procesamiento del control y los algoritmos de visión. Usando una computadora embebida permite incorporar sistemas operativos para robots, como ROS (*robot operating system*). La comunicación con el vehículo es posible por protocolo ethernet, la ventaja es la rapidez de comunicación y la transmisión de video, sin embargo se limita a la longitud del cable de comunicación pero no se restringe a su uso puesto que puede llevar misiones precargadas.

- Una unidad de medición inercial *Razor* de 9 grados de libertad de la marca Sparkfun que incorpora un giróscopo de tres ejes (*ITG-3200*), un acelerómetro de tres ejes (*ADXL345*) y un magnetómetro (*HMC5883L*) para dar una medición inercial de nueve grados de libertad. La salida de todos los sensores es procesada por una tarjeta ATmega328 y una salida por una interface serial.
- El sistema de visión consiste de dos cámaras Sony *PS3EYE* con el fin de implementar algoritmos de reconocimiento de patrones o reconstrucción del ambiente. En operación remota resulta especialmente útil para el operador visualizando el entorno.
- El sensor de presión *MS5837-30BA* se utiliza la medición de la posición vertical  $z$  relativa a la superficie del fluido. Es un sensor de presión de alta resolución, del orden de 0.2 milibares, la comunicación es por interface I2C o SPI. Este sensor mide la presión absoluta del fluido alrededor de el, que puede ser, aire, agua o cualquier medio que actúe como un fluido viscoso. Dependiendo de la interpretación de los datos, se puede determinar la altura, profundidad en el agua, etc. Este sensor tiene una membrana de gel y una cubierta inoxidable antimagnética que lo protege ante una presión de agua de 30 bares.
- La tarjeta *arduino UNO* tiene entradas y salidas digitales, un microcontrolador ATmega328, un puerto de comunicación RS-232 y dos puertos I2C. Al momento se utiliza como tarjeta de adquisición del sensor de presión y la central inercial.
- Los controladores *MD03* de la dirección y velocidad de los propulsores seabotix. La máxima potencia que soporta es 30A con una fuente de voltaje de 24 volts.

- La interface *USB-ISS* se usa para establecer la comunicación entre la computadora y los controladores de los propulsores. Esta comunicación nos permite el controlar varios dispositivos con un solo puerto solo administrando las direcciones.
- Un sistema acústico esclavo con el dispositivo *módem acústico tritech* que permite el envío de caracteres y una medición de distancia relativa entre dos dispositivos con señales acústicas. Este dispositivo tiene un rango de operación de más de 500m en línea horizontal y de 150 metros en línea vertical. La ventaja de la comunicación acústica como se mencionó en la introducción es la distancia máxima que se puede lograr en el envío y fiabilidad de los datos. Sin embargo se tiene una limitante en la tasa de transferencia (envío/recepción), la máxima tasa de envío es de 4 bits por segundo, la banda de frecuencia está en el rango de 20-28KHz. Tiene bajo consumo energético, su alimentación es de 12-48V, 330mA en transmisión y 30mA en recepción. El protocolo de comunicación es RS232 o RS485. Tiene un peso en el aire de 235g y de 80g en el agua.

El sistema embebido del vehículo *LIRMIA III* se muestra en la figura(3.3).

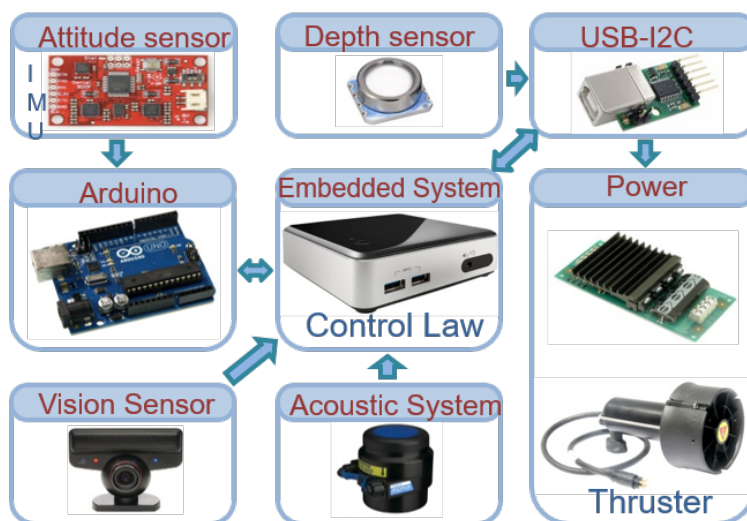


FIGURA 3.3: SISTEMA EMBEBIDO LIRMIA III

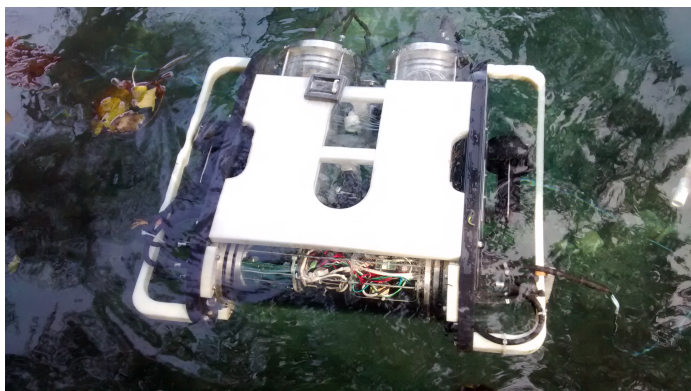


FIGURA 3.4: VEHÍCULO LIRMIA III

### 3.2. SAYAB

El vehículo Sayab es un vehículo de superficie desarrollado en el laboratorio UMI-LAFMIA. Está diseñado para realizar aplicaciones de baja velocidad en superficies acuáticas dotado de sensores para interactuar con el ambiente. El sistema de propulsión consta de un actuador en la dirección  $x$  y uno en la dirección  $y$  (se puede escoger entre un timón y un propulsor dependiendo de la aplicación) para el control de la orientación con lo cual se tiene 3 grados de libertad actuados  $x$ ,  $y$  y *guiñada* ( $\psi$ ), en la figura (3.5) se muestra la curva característica de comportamiento del motor de avance y en la figura (3.6) la curva característica del motor lateral. Esta información se obtuvo con pruebas experimentales con diferentes pesos dentro del agua para obtener la curva puesto que no se contaba con información del proveedor del barco y el otro es una adaptación de una bomba de gasolina comunmente usada en carros. Por diseño el vehículo es estable en cabeceo ( $\theta$ ) y con la ayuda

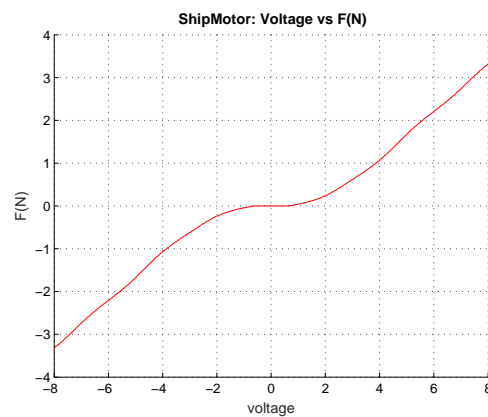


FIGURA 3.5: CURVA CARACTERÍSTICA PARA EL MOTOR DE AVANCE.

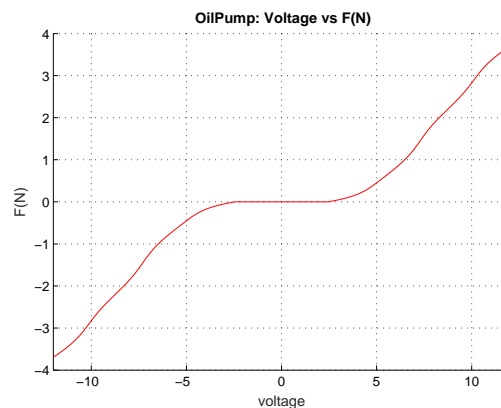


FIGURA 3.6: CURVA CARACTERÍSTICA PARA EL MOTOR LATERAL.

de unos estabilizadores también lo es en alabeo ( $\phi$ ), como se muestra en la figura(3.7). Cabe mencionar que se adaptó un vehículo de modelismo a escala de un barco para el diseño de este vehículo.

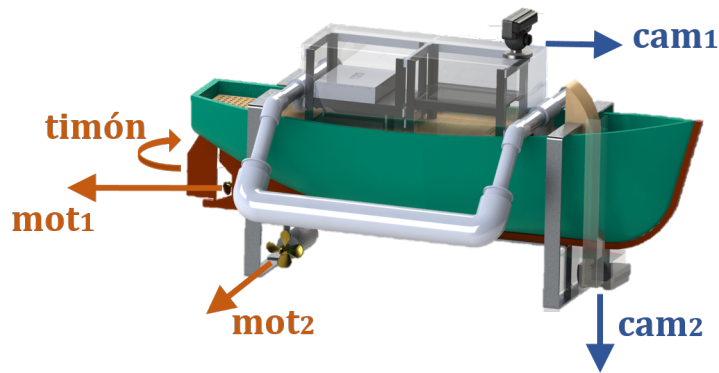


FIGURA 3.7: ACTUADORES Y SENSORES DE VISIÓN EN SAYAB

### 3.2.1. Sistema embebido

El vehículo *Sayab* tiene un principio de sistema embebido parecido al anterior presentado, sin embargo se busco obtener un sistema de bajo costo con los componentes presentados a continuación.

- Consiste de una computadora embebida *FITPC-2i* con un procesador Atom Z550 2GHz con memoria RAM 1GB DDR2-533 para la lectura de sensores y el procesamiento del control y los algoritmos de visión. La comunicación con el vehículo es posible por protocolo Wi-Fi con el cual es posible tener comunicación permanente con el vehículo.
- Una brújula *CMPS10* con compensación de inclinación utilizando un magnetómetro de 3 ejes y un acelerómetro de 3 ejes. Utiliza un refinamiento para la orientación en guiñada con el cálculo de el alabeo y el cabeceo produciendo un resultado que va de 0 – 3599 que representa 0 – 359.9 o bien 0 – 255. Es un sensor de bajo consumo de potencia que se comunica con el protocolo I2C.
- El sistema de visión consiste de dos cámaras Sony *PS3EYE*.
- Un receptor GPS *EM-506* de 48 canales, sensibilidad alta de  $-163dBm$ , baja potencia, exactitud en la posición de 2.5 metros, puede operar en zonas urbanas y en ambientes con follaje, para las aplicaciones propuestas es suficiente exactitud considerando el bajo costo.
- La tarjeta *arduino UNO* para la adquisición de datos del GPS y el control de movimiento del timón por medio de un servomotor.
- Dos controladores *MD03* de la dirección y velocidad de los propulsores en las direcciones  $x$  y  $y$ .
- Un sistema acústico maestro con el dispositivo *módem acústico tritech* que permite el envío de caracteres y una medición de distancia relativa entre dos dispositivos con señales acústicas.

El sistema embebido del vehículo *SAYAB* se muestra en la figura(3.8).



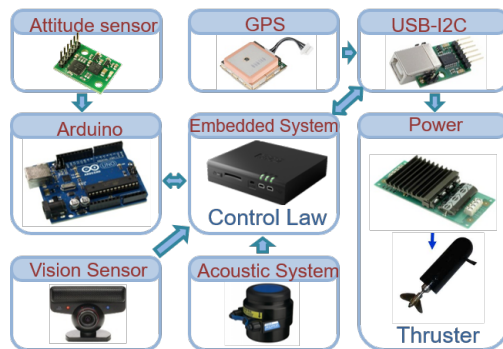


FIGURA 3.8: SISTEMA EMBEBIDO SAYAB

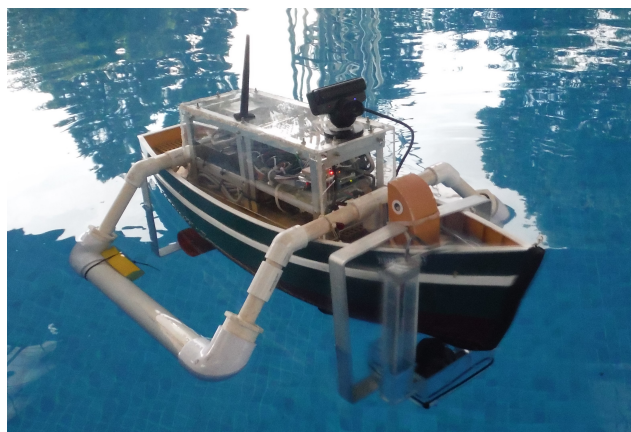


FIGURA 3.9: VEHÍCULO SAYAB

### 3.3. Middleware BETTERAVE

Un *middleware* o lógica de intercambio de información entre aplicaciones asegura la comunicación entre los diferentes módulos de un robot. Esta solución debe ser reutilizable, es decir, es posible utilizarlo para otro proyecto. El hecho de desarrollar un programa interno facilita su aplicación y adaptación a las necesidades del proyecto. Su principio de funcionamiento es simple: *Permite poner en práctica rápidamente algoritmos de Robótica, sin preocuparse demasiado de la arquitectura del programa. Proporciona interfaces que se pueden heredar a diferentes módulos.* Como ejemplo se ilustra en la figura(3.10), que representa el tratamiento de las señales en programación multihilos. Actualmente el middleware "Betterave" esta implementado bajo una plataforma *GNU – Linux x86 – 64*; cuenta con módulos para diferentes dispositivos (central inercial, sensor de presión, módems acústicos, etc.) y protocolos de comunicación (UART, I2C, PWM, SPI, TCP/IP, captores de imagenes) esto permite agregar nuevos dispositivos con relativa facilidad. También es útil mencionar que la programación se realiza en lenguaje C++, y el procesamiento de video es con librerías de OpenCV. Otra utilidad que tiene este programa es poder generar una gráfica de las relaciones que se generan al definir los estados, como se muestra en la figura (3.11). En la figura (3.12) se muestra un ejemplo de la interfaz de operación en el vehículo LIRMIA III, la cual es similar a la de SAYAB, se muestran las principales señales y se visualiza ambas cámaras con los algoritmos de filtrado y segmentación. Se puede acceder por medio del

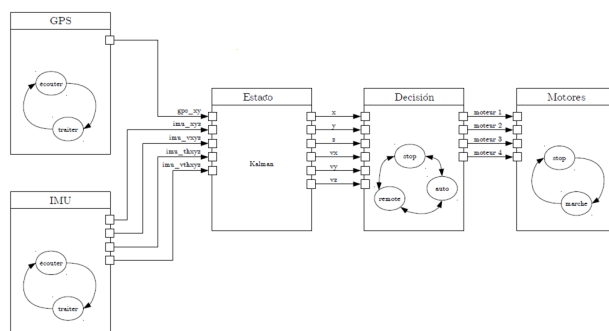


FIGURA 3.10: EJEMPLO SIMPLIFICADO DEL TRATAMIENTO MULTIHILLOS

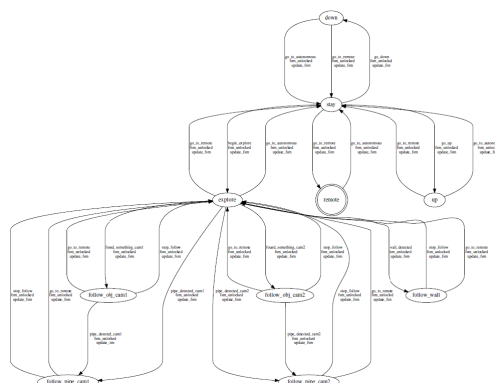


FIGURA 3.11: GRÁFICA AUTO-GENERADA DE LA MÁQUINA DE ESTADOS DE LIRMIA III

teclado de la computadora remota y mandar consignas como avance, retroceso e inicio de autonomía. El código y las instrucciones de instalación se encuentran respaldados en un repositorio de Github con permisos para reproducirlo y sugerir modificaciones o mejoras [Rouvière y Antonio, 2015-2019].

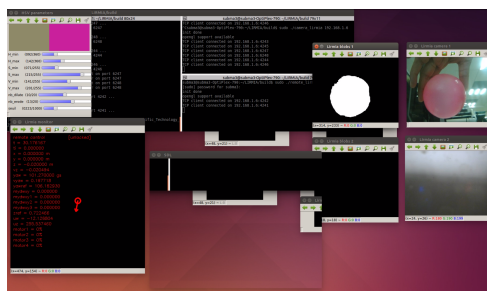


FIGURA 3.12: INTERFAZ GRÁFICA DEL MIDDLEWARE BETTERAVE EN EL VEHÍCULO LIRMIA III

### 3.4. Estimación de parámetros

El software *SolidWorks(c)* con su herramienta Flow Simulation puede ser usado para estudiar el flujo alrededor de un objeto y determinar sus fuerzas debido al medio. Es posible

emular el comportamiento de un medio líquido interactuando con el vehículo haciendo un análisis externo, con esto es posible encontrar las fuerzas descritas en el capítulo(1.3). Para esto es necesario definir un rango de números de Reynolds para cada una como:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (3.1)$$

donde  $D$  es el diámetro,  $V$  es la velocidad de la corriente del fluido,  $\rho$  es la densidad y  $\mu$  es la viscosidad dinámica. Un canal abierto es un sistema de flujo en el que la superficie superior del fluido está expuesta a la atmósfera, como es el caso de una alberca o un estanque. En el flujo en canales abiertos, la dimensión característica es el radio hidráulico  $R$ . Definido como la relación del área transversal neta de una corriente al perímetro mojado de la sección como en la figura (3.13).

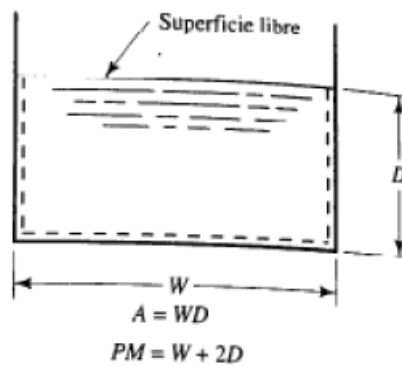


FIGURA 3.13: CANAL ABIERTO

$$R = \frac{\text{área}}{\text{perímetro mojado}} \quad (3.2)$$

El número de Reynolds para el flujo de un canal abierto es:

$$Re = \frac{\rho V R}{\mu} \quad (3.3)$$

Hechos experimentales demuestran que en canales abiertos, el flujo laminar ocurre cuando  $Re < 500$ , el mismo tipo de flujo que se consideró en el modelo dinámico. Tomando en cuenta las condiciones anteriores se realiza la simulación en Flow Simulation para obtener el valor de los coeficientes, la velocidad del flujo en función del número de Reynolds. Utilizando un programa CFD (Computational fluid dynamics) establecemos el parámetro del radio hidráulico, la velocidad en función del número de Reynolds, el área de la sección transversal en la dirección del fluido y podemos calcular la fuerza de arrastre para cada dirección y estimar los coeficientes de masa agregada y amortiguamiento hidrodinámico. Para el vehículo LIRMIA III que se encuentra completamente sumergido en el fluido, como se muestra en la figura(3.14) los parámetros estimados se enuncian en la tabla (3.1).

masa	35.8Kg	$I_x = I_y$	$2 \times 10^{-3} N.m$
peso	351N	$I_y$	$2 \times 10^{-3} N.m$
flotabilidad	189N	$I_z$	$1 \times 10^{-3} N.m$
$X_{\dot{u}}$	0.930kg	$X_u$	20
$Y_{\dot{v}}$	0.355kg	$Y_v$	30
$Z_{\dot{w}}$	0.355kg	$Z_w$	30
$K_{\dot{p}}$	0.002N.m	$K_p$	0.2
$M_{\dot{q}}$	0.002N.m	$M_q$	0.1
$N_{\dot{r}}$	0.002N.m	$N_r$	0.1

TABLA 3.1: Parámetros estimados del vehículo LIRMIA III

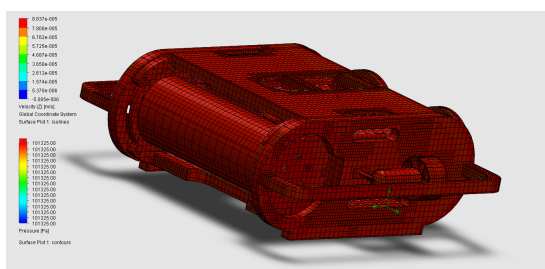


FIGURA 3.14: PRESIÓN DEL FLUJO EN EL VEHÍCULO LIRMIA III

Para el vehículo SAYAB que se encuentra parcialmente sumergido en el fluido, como se muestra en la figura(3.15) los parámetros estimados se enuncian en la tabla (3.2)

masa	12.96Kg	$I_x$	$1.66 \times 10^{-3} Nm$
peso	127N	$I_y$	$6.21 \times 10^{-3} Nm$
Metacentro	(0,0,0.1)	$I_z$	$6.24 \times 10^{-3} Nm$
$X_{\dot{u}}$	0.330kg	$X_u$	8
$Y_{\dot{v}}$	0.155	$Y_v$	10
$N_{\dot{r}}$	0.002	$N_r$	0.1

TABLA 3.2: Parámetros estimados del vehículo SAYAB

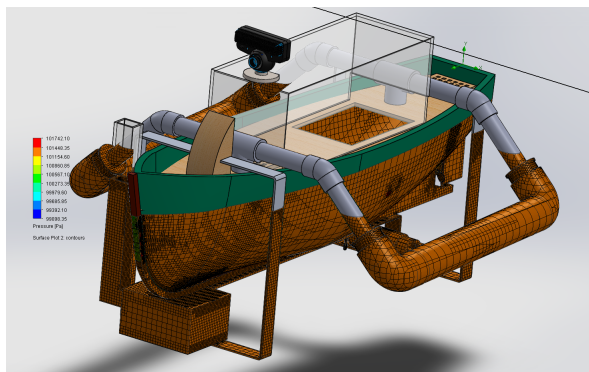


FIGURA 3.15: PRESIÓN DEL FLUJO EN EL VEHÍCULO SAYAB

### 3.5. Algoritmo de Visión

El procesamiento de un flujo de video se compone de varios pasos que refinan gradualmente la búsqueda, desde una imagen en bruto que contiene una gran cantidad de datos hasta la selección de la información útil deseada. El primer paso del preprocesamiento es mejorar la imagen como puede ser con filtros de reducción de ruido, con el filtro HSV que selecciona solo los colores de interés, también con la detección de contornos que extrae la lista de manchas correspondientes, mientras que el uso de la transformada de Hough maneja la detección de líneas. Finalmente en base a la información útil, se tomará una decisión. O bien como en la figura (3.16).

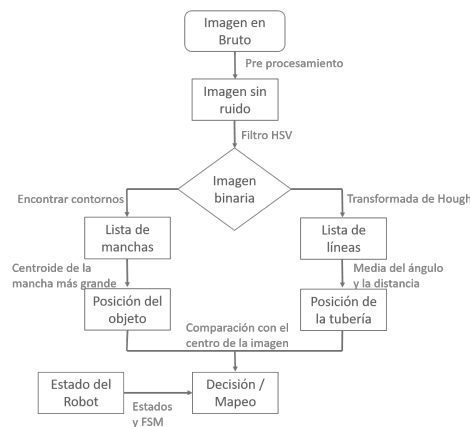


FIGURA 3.16: DIAGRAMA DE FLUJO DEL TRATAMIENTO DE LA IMAGEN.

#### 3.5.1. Pretratamiento

Podemos clasificar el pretratamiento de una imagen en dos categorías: estático y dinámico. Los algoritmos estáticos son aquellos donde los parámetros no cambian en el tiempo. Es el caso cuando la corrección es constante, lo cual puede aplicar a un fondo o entorno. En el caso de la visión submarina, se aplica para la reducción del ruido inducido por las partículas flotantes o una compensación de los parámetros ópticos (deformaciones debidas a la cámara, deformaciones debido al contenedor de la cámara, corrección de brillo o de contraste, ...). El ruido se puede suavizar con un desenfoque gaussiano para evitar las pequeñas perturbaciones en el espacio, el desenfoque debe ser mínimo porque los contornos pueden aparecer duplicados. El desenfoque temporal ensambla múltiples cuadros consecutivos para suprimir el ruido de la cámara (parpadeo). Sin embargo, esto solo es útil para tomar imágenes estáticas ya que puede causar un efecto fantasma [Bascle, Blake y Zisserman, 1996], haciendo que el desenfoque temporal sea inútil para la navegación submarina. Las versiones dinámicas [Pizer y col., 1987] adaptan sus parámetros de acuerdo con el entorno percibido, siendo útil cuando el brillo y el contraste a menudo cambian con el tiempo, e incluso dentro de una sola imagen (una zona puede ser más brillante que otra). También tiene la ventaja de que no requieren calibración antes de cada misión ya que se realiza en tiempo real por el programa. Sin embargo este tipo de tratamiento suele ser muy intensivo en recursos, es adecuado en el posprocesamiento posterior a la misión y muy lento en tiempo real [S. Bazeille, 2006].

### 3.5.2. Extracción de datos útiles

#### Filtro HSV

Una imagen contiene demasiada información para extraerla directamente por lo que debe reducirse primero, por ejemplo, convertirla a una imagen binaria, si lo que se busca es el aspecto morfológico. Sin embargo, en esta conversión de un espacio RGB no es fácil seleccionar un color. Por ejemplo, filtrando según la norma infinita como se muestra en la figura (3.17)

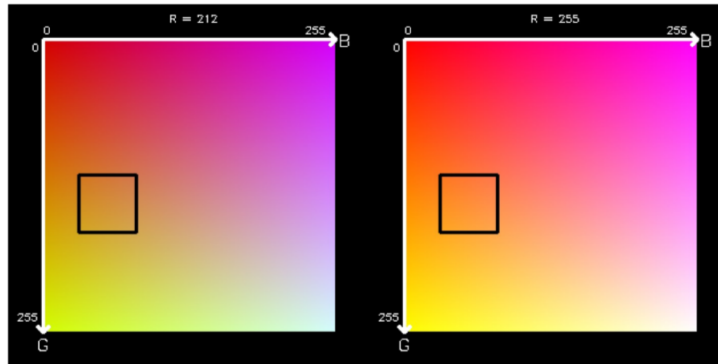


FIGURA 3.17: NORMA EN EL ESPACIO DE COLOR RGB.

- $212 < R < 255$  rojo.
- $31 < G < 81$  verde.
- $118 < B < 168$  azul.

En este ejemplo, los píxeles en el cuadro negro corresponden a los píxeles seleccionados (por conveniencia, todos los valores intermedios para  $R$  entre 212 y 255 no están representados). Notamos que otros píxeles fuera de estas casillas deben coincidir con los mismo colores (lo que dará como resultado varios colores que no se conservarán), y que todos los píxeles dentro de estos cuadros no coinciden con el mismo color (lo que dará lugar a falsos positivos). De hecho, la noción de color como la entendemos naturalmente no es cuantificable en RGB. Además, la imagen de la izquierda parece menos luminosa que la de la derecha. Así que dicho filtro será sensible a la saturación y brillo, lo cual es prohibitivo en la aplicación propuesta. Una forma de enfocarse solo en la noción de color, totalmente desasociada con la saturación y el brillo, es primero ingresar a un espacio HSV, y luego filtrar H. En el siguiente ejemplo de la figura (3.18), los parámetros son los siguientes:

- $298 < R < 325$  rojo.
- $31 < G < 100$  verde.
- $67 < B < 100$  azul.

Notamos en este ejemplo que los colores están bien definidos de acuerdo a una rueda de color, con saturación cero en el centro (de nuevo, no se presenta brillo entre 67 y 100 por ciento). Los riesgos de los falso positivos y duplicados se reducen, con una decorrelación de las nociones de saturación y luminosidad. En la práctica, es mejor mantener los píxeles

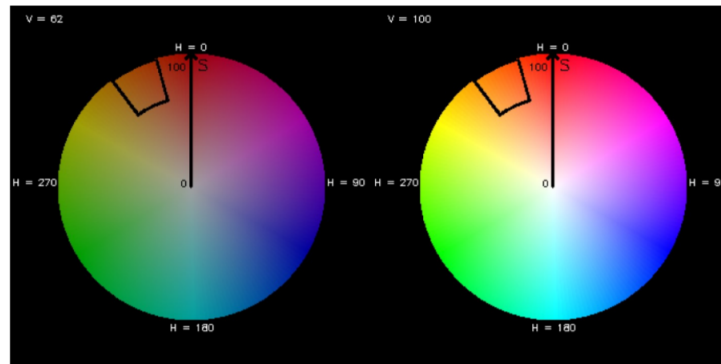


FIGURA 3.18: EJEMPLO EN EL ESPACIO DE COLOR HSV.

por encima de cierto umbral para S y V. Después de este paso de segmentación de HSV, obtenemos una imagen binaria cuyos píxeles iluminados corresponden a los píxeles antiguos cuyo color entró en la plantilla impuesta. Esta plantilla puede ser fija o dinámica; pero preferimos mantener los parámetros estáticos para ser ajustados antes de cada misión (por simplicidad). Sin embargo algunos píxeles aún se pierden como resultado de esta operación. Luego observamos agujeros en las tareas detectadas, o incluso un corte claro de una tarea en dos tareas. Una transformación morfológica hace posible encontrar los píxeles perdidos, primero aplicando una dilatación (para tapar los orificios) y luego una erosión (para eliminar el excedente generado por la dilatación). Entonces, al aplicar toda esta cadena de filtros, pasamos de una fotografía en color a tareas correspondientes al objeto de interés como se ve en la figura (3.19).

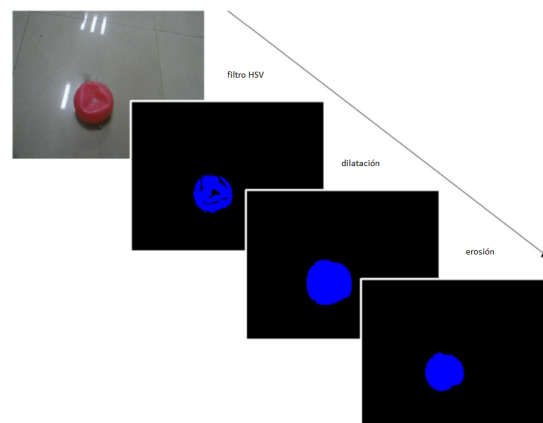


FIGURA 3.19: FILTRADO EN EL ESPACIO DE COLOR HSV.

### Detección de manchas y ductos

Una *mancha* es un grupo máximo de píxeles adyacentes iluminados. Con el análisis de los colores que se está realizando, se puede proceder al análisis morfológico y geométrico de los píxeles seleccionados previamente. La detección consiste en conectar píxeles adyacentes para crear grupos, y cada uno correspondera a un objeto. Este algoritmo [Suzuki y Abe, 1985] esta implementado en la función *findContours* de OpenCV. De hecho, estos datos aún no se

pueden explotar para tomar una decisión de navegación. Primero se debe agregar a la lista "blobs 24", que contiene la información:

- Coordenadas del centro de masa de la mancha.
- Tamaño de la mancha en número de píxeles.
- Rectángulo mínimo que abarca la mancha (se puede utilizar para depurar).

Con esta información ahora se pueden extraer variables útiles (coordenadas de un punto, el número de píxeles, etc.) con respecto a los objetos de interés como en la figura(3.20). Un

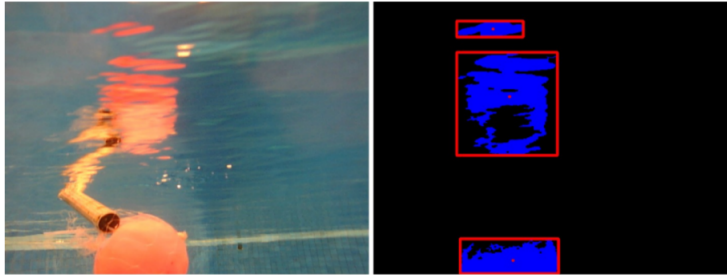


FIGURA 3.20: OBTENCIÓN DE UNA IMAGEN ÚTIL.

ducto puede verse como una tarea cuyos contornos forman líneas, por lo tanto, la técnica de detección de manchas se puede adaptar para la detección de ducto. Es suficiente con extraer los contornos y aplicar la transformada de Hough, ya implementada en OpenCV [Bradski y Kaehler, 2008] a través de la función HoughLinesP [Matas, Galambos y Kittler, 2000]. La lista de líneas detectadas se analiza para deducir una línea global que corresponde a la posición y orientación del ducto. La función HoughLinesP proporciona una lista de tablas con cuatro números  $x_{ai}, y_{ai}, x_{bi}, y_{bi}$ , que son las coordenadas de los puntos  $A_i$  y  $B_i$  que delimitan cada segmento detectado  $D_i$ . Se muestran las relaciones en la figura (3.21). A

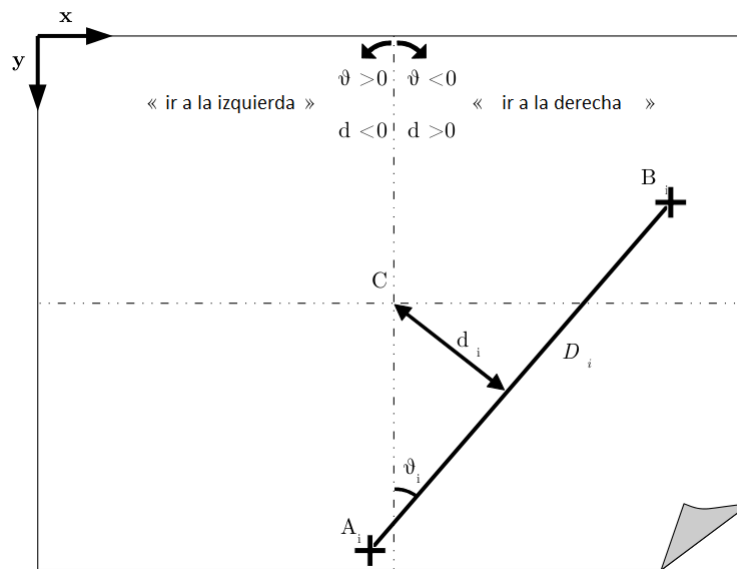


FIGURA 3.21: RELACIONES PARA LA DETECCIÓN DEL DUCTO.



fin de evitar falsos positivos, estos segmentos deben respetar una distancia mínima. Luego podemos deducir la distancia  $d_i$  entre cada segmento  $D_i$  y el centro  $C$  de la imagen, así como su ángulo  $\theta_i$  con la vertical. El promedio  $d$  de  $d_i$  y el promedio  $\theta$  de  $\theta_i$  da la información útil para la toma de decisiones.

$$\theta = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n \arctan \left( \frac{x_{b_i} - x_{a_i}}{y_{b_i} - y_{a_i}} \right) \quad (3.4)$$

$$d = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n \frac{\text{sign}(A_i \vec{B}_i \wedge A_i \vec{C}_i) \cdot \|A_i \vec{B}_i \wedge A_i \vec{C}_i\|}{\|A_i \vec{B}_i\|} \quad (3.5)$$

La cadena completa de la detección del ducto es la siguiente: (3.22):

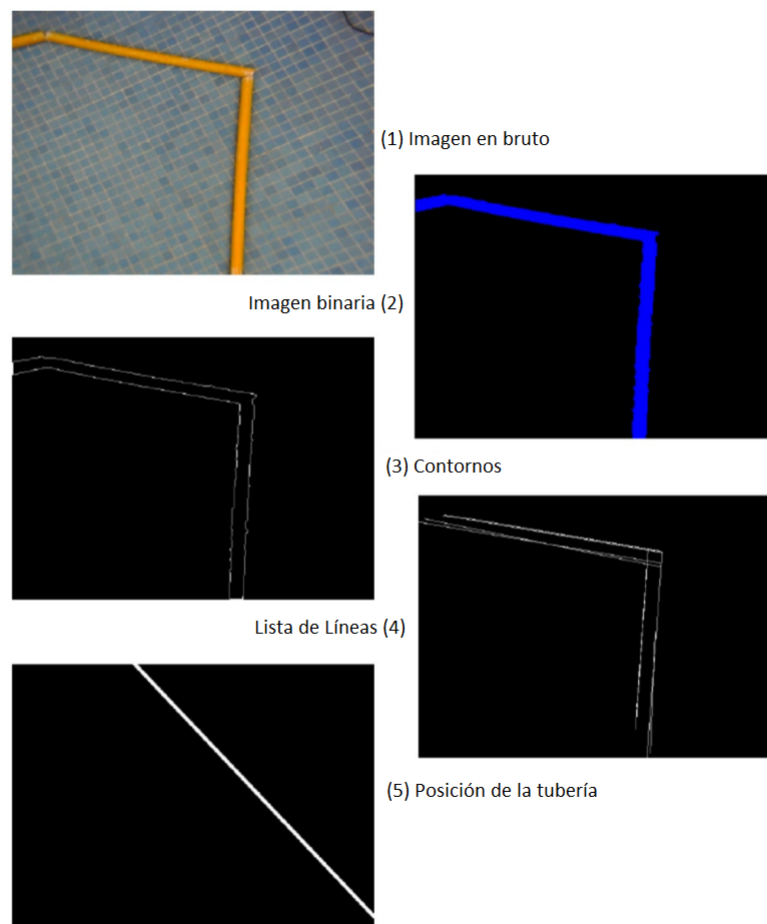


FIGURA 3.22: DETECCIÓN DEL DUCTO

- La imagen en bruto se pre-procesa y se le aplica el filtro HSV.
- Solo se conservan los contornos de cada mancha.
- Se utiliza la transformada de Hough que deriva en la lista de segmentos.

- El promedio de los parámetros de estos segmentos corresponde a la tubería.

La ventaja del promedio es tener en cuenta la curvatura de la tubería. De hecho, en este ejemplo, se muestra un ducto doblado que da como resultado la detección de cuatro líneas: dos para los bordes de la primera mitad del ducto y dos para los bordes de la segunda mitad. El promedio produce un ducto virtual que muestra que el vehículo debe continuar moviéndose mientras gira a la izquierda (la imagen corresponde a la cámara inferior). Sin embargo, puede suceder que un borde se detecte dos veces (debido a la transformada de Hough), lo que distorsiona la ponderación de la media (un borde tendrá más importancia que los otros). Luego debemos eliminar los duplicados, verificando de dos a dos que las líneas correspondientes no estén demasiado confusas (módulo a distancia y ángulo de error), antes de promediar.

### 3.5.3. Toma de decisión

#### Seguimiento de manchas por cámara frontal

Si la máquina de estado permite que un objeto sea rastreado por la cámara frontal (estado *FOLLOWOBYCAM1*) para los vehículos LIRMIA III y Sayab), los motores se pondrán a prueba para colocar la mancha en el centro de la imagen, mientras se intenta mantener una distancia razonable con el OPI (objeto de interés). La distancia entre el vehículo y el objeto se regula al comparar el tamaño de la mancha correspondiente a un umbral *size thresh*. La corrección de la proporción  $K_{size}$  se aplica a la función dependiente del error para las ordenes del propulsor  $mot_1$  y  $mot_2$  para avanzar o retroceder. Por supuesto, el tamaño del blob no es proporcional a la distancia entre el vehículo y el OPI, debido a que es con una sola cámara, y no se puede aplicar visión estéreo. Además, no todos los algoritmos basados en análisis de puntos característicos son confiables bajo el agua puesto que las imágenes no son necesariamente de buena calidad. La regulación de la dirección se realiza mediante otro coeficiente de corrección  $K_x$  que intenta reducir la diferencia  $(x_{opi} - x_c)$  a lo largo del eje horizontal entre el centro de la imagen y el centro de masa de la mancha. La orden también se envía a los motores  $mot_1$  y  $mot_2$ , con un cambio de signo para que gire a la izquierda o a la derecha. Finalmente la regulación de profundidad con respecto al objeto de interés inicia cuando lo encuentra (esta a una profundidad inicial deseada con otro método), usando un coeficiente de corrección  $K_y$  respecto a la diferencia  $(y_{opi} - y_c)$  a lo largo del eje vertical entre el centro de la imagen y el centro de masa de la mancha. Esta vez, las órdenes se envían a los motores  $mot_3$  y  $mot_4$  para subir o bajar.

$$\begin{bmatrix} mot_1 \\ mot_2 \\ mot_3 \\ mot_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x(x_{opi} - x_c) \\ -K_x(x_{opi} - x_c) \\ K_y(y_{opi} - y_c) \\ K_y(y_{opi} - y_c) \end{bmatrix} + K_{size} \begin{bmatrix} size_{thresh} - size \\ size_{thresh} - size \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

#### Seguimiento de ducto por cámara inferior

Aquí, el estado actual de la máquina de estados es *FOLLOWPIPECAM2*, solo implementado en el vehículo LIRMIA III. La regulación de la distancia entre el vehículo y el ducto se realiza a través de  $K_{size}$ . Debido a que se usa en la cámara inferior la reacción corresponde a un cambio en la profundidad, por lo que las órdenes son para los motores

$mot_3$  y  $mot_4$ .

$$\begin{bmatrix} mot_1 \\ mot_2 \\ mot_3 \\ mot_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_\theta(\theta) + K_{dc}(d_c) \\ -K_\theta(\theta) - K_{dc}(d_c) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + K_{size} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ size_{thresh} - size \\ size_{thresh} - size \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

La regulación de la orientación intenta minimizar el ángulo de  $\theta$  entre la tubería y el eje vertical de la imagen a través de una corrección  $K_\theta$ , con esto, al enviar los pedidos a los motores  $mot_1$  y  $mot_2$  el motor girará a la izquierda o a la derecha. También podemos agregar una compensación para que, en promedio, el submarino avance (de lo contrario solo ajustaría su orientación). Finalmente, también es necesario reducir la distancia  $d$  entre el ducto y el centro de la imagen para no perderla de vista gracias al corrector  $K_{dc}$ . Esta corrección solo se aplica si el valor de  $\theta$  esta debajo del umbral  $th_{thresh}$  en valor absoluto porque puede perder la referencia visual.

$$d_c = \begin{cases} d & \text{if } |\theta| < \theta_{thresh} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (3.8)$$

### 3.5.4. Pruebas experimentales

Lo experimentos se llevaron a cabo en una fosa de clavados, donde el agua es limpia y clara, con el fin de probar los algoritmos. Se propuso una prueba de seguimiento de un ducto circular. La imagen en bruto y su procesamiento se mostró en la figura (3.22). En esta situación el AUV ve con la cámara inferior y su movimiento es avanzando y rotando a la izquierda. Los límites para el filtro HSV son:

- Matiz (H) entre 63/360 y 111/360
- Saturación (S) entre 077/255 y 255/255
- Valor (V) entre 153/255 y 255/255

Las transformaciones morfológicas con los valores:

- Dilatación de 10 píxeles
- Erosión de 10 píxeles

Con esto solo se dibujan los contornos y se mantiene la *mancha* más grande (el valor del tamaño mínimo es de 233 píxeles). La transformada de Hough puede detectar cuatro líneas principales: dos que son las líneas que delimitan la primera parte del ducto, y otras dos correspondientes a la segunda parte. Tomando la media, se genera un ducto virtual a seguir, aún si la forma del ducto es una curva, así el vehículo seguirá avanzando y podrá girar.

También se hizo la prueba con un OPI con la cámara frontal como se mostró en la figura 3.20, recordando que obtenemos la distancia horizontal del centro de la imagen al centroide del objeto detectado en el tiempo, la prueba es de 3 minutos (3.23).

El movimiento de la pelota es aleatorio también con velocidad aleatoria. El vehículo es capaz de seguir el objeto aún cuando momentáneamente se pierda en la imagen. Esto es debido a la inercia del vehículo dentro del agua que preserva su movimiento, haciendo que sea capaz de volver a encontrar el objeto de interés. Esto se puede ver en la gráfica (3.23).

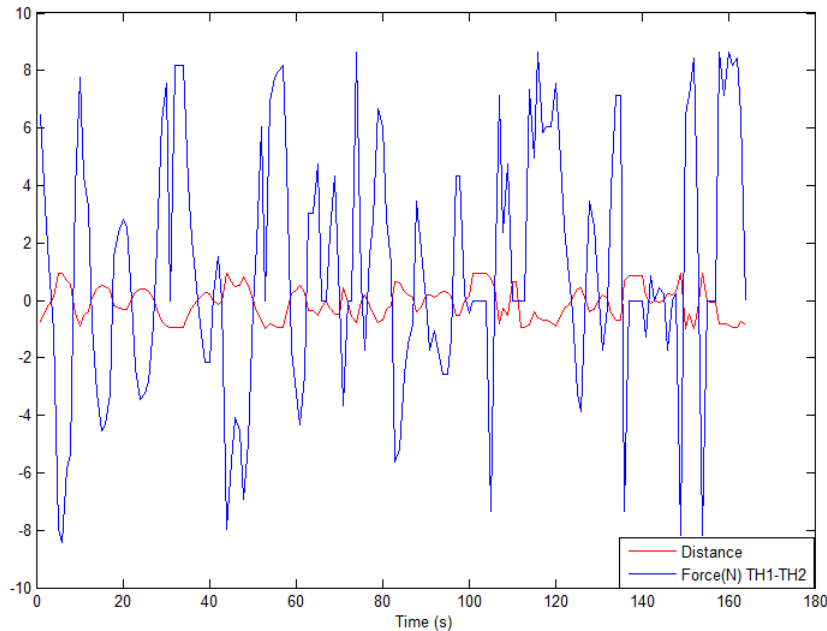


FIGURA 3.23: SEGUIMIENTO DE LA PELOTA (POSICIÓN EN LA IMAGEN Y ORDEN DE GIRO)

El segundo caso es el resultado del seguimiento del ducto con la cámara inferior, debido al tipo de referencia (un círculo formado por los tubos) el vehículo LIRMIA III debe girar siempre al mismo lado. Esto es para probar que también puede seguir curvas y no solo líneas rectas.

En la gráfica (3.24) el ángulo con valores  $\theta$  entre  $-180$  grados y  $180$  grados con respecto al ducto y la distancia  $d$  (entre  $-1$  a  $1$ ) desde el centro de la imagen, en términos de orden para rotar corresponde a si es positivo girar a la derecha, esta prueba es de alrededor de 4 minutos. Se toma en cuenta el valor de la distancia en el caso de que  $\theta$  este dentro del umbral dado la ecuación (3.8).

En la figura (3.25) el vehículo LIRMIA III tiene un avance constante, por lo que la ley de control siempre tiene sumado un término extra. Al usar una variante de la detección de manchas, se tiene que en ciertos momentos detecta el ducto como una mancha, y cambia a la ley programada, puede deberse a cambios de iluminación o distancia del objeto, esto no impide que en otro momento lo pueda volver a detectar como ducto.

En la imagen (3.26) se puede ver como es el escenario de prueba dentro de la fosa de clavados, el vehículo no tuvo problemas para identificar el ducto sumergido a 3 metros. Para la prueba en el lago (3.27), la profundidad aproximada fue de 1.5 metros, el ducto en partes no se veía completo por la tierra que lo cubría, pero al cambiar el algoritmo por la detección de mancha (esto es cuando el área no permite hacer la detección de líneas) y por el avance constante era capaz de seguir el recorrido cuando recuperaba la forma buscada.

También se puede mencionar que con el video recabado de la prueba de profundidad en el lago, una imagen se muestra en (3.28), se pudo hacer una prueba de otro tipo de detección de objetos variando el parámetro del matiz, por ejemplo de peces (3.29), cabe resaltar que es fuera de línea y sobre una sola imagen.

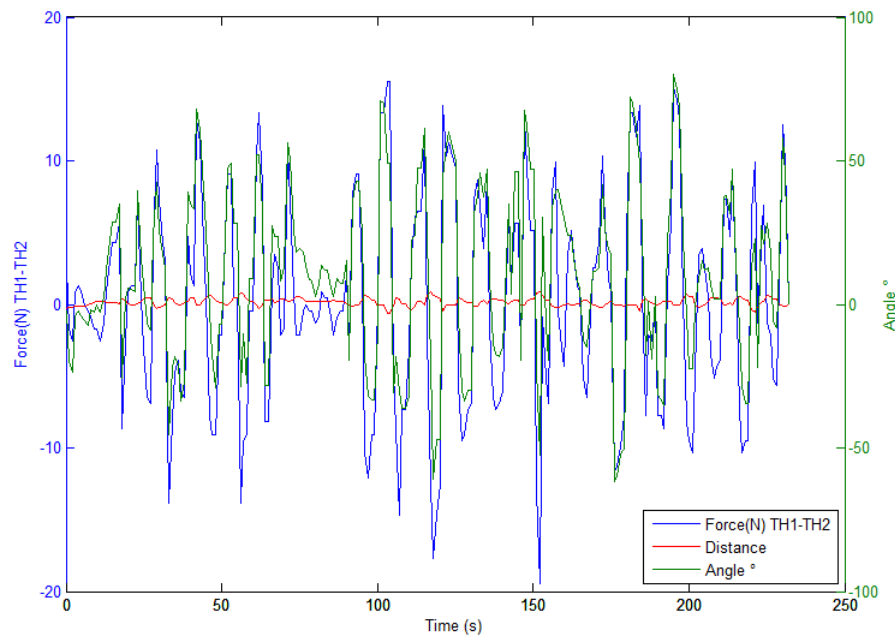


FIGURA 3.24: SEGUIMIENTO DEL DUCTO (ÁNGULO/DISTANCIA EN LA IMAGEN Y ORDEN DE GIRO)

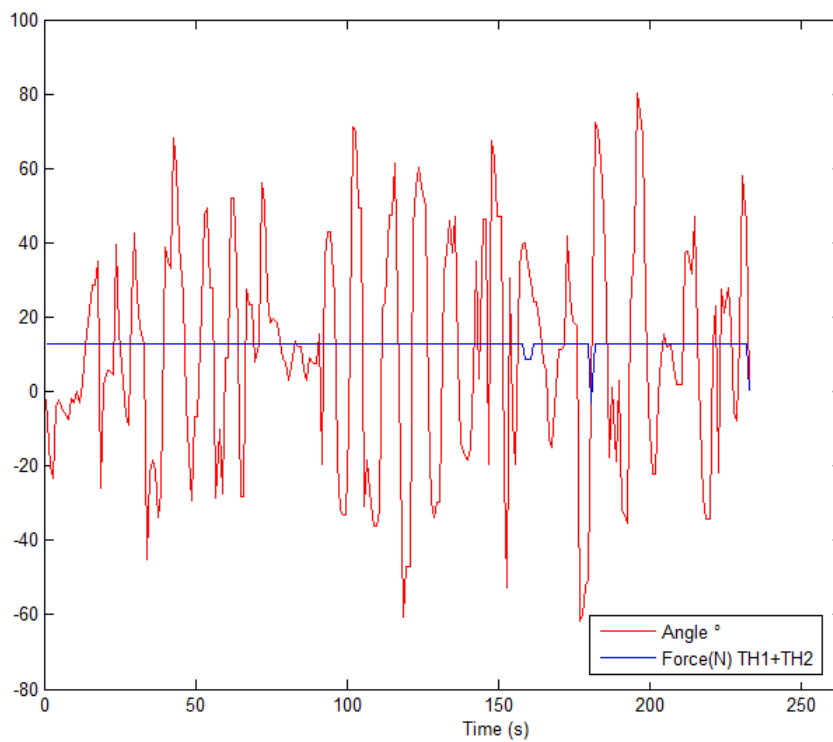


FIGURA 3.25: SEGUIMIENTO DEL DUCTO(ÁNGULO EN LA IMAGEN Y ORDEN DE AVANCE)

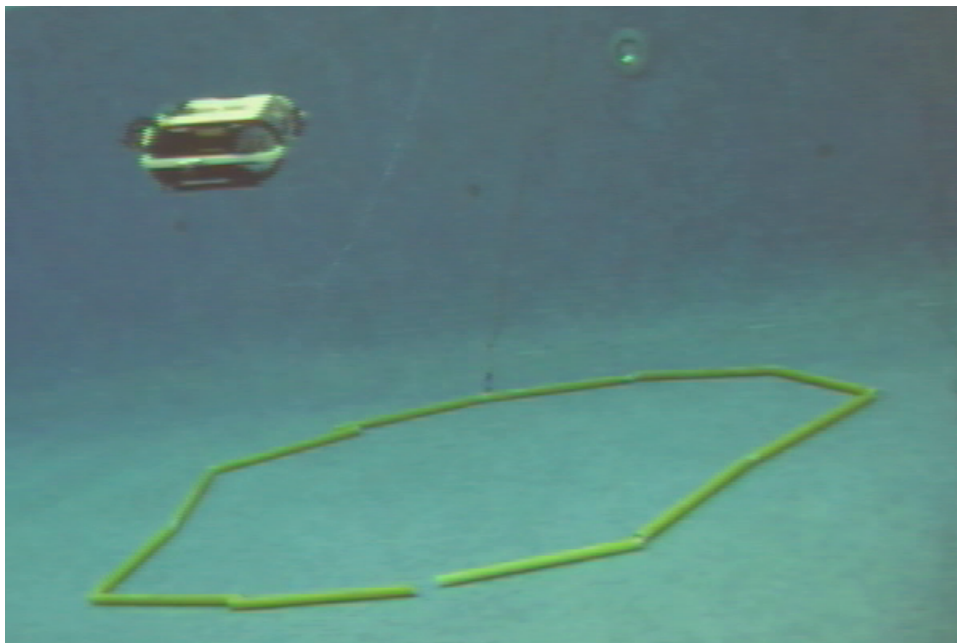


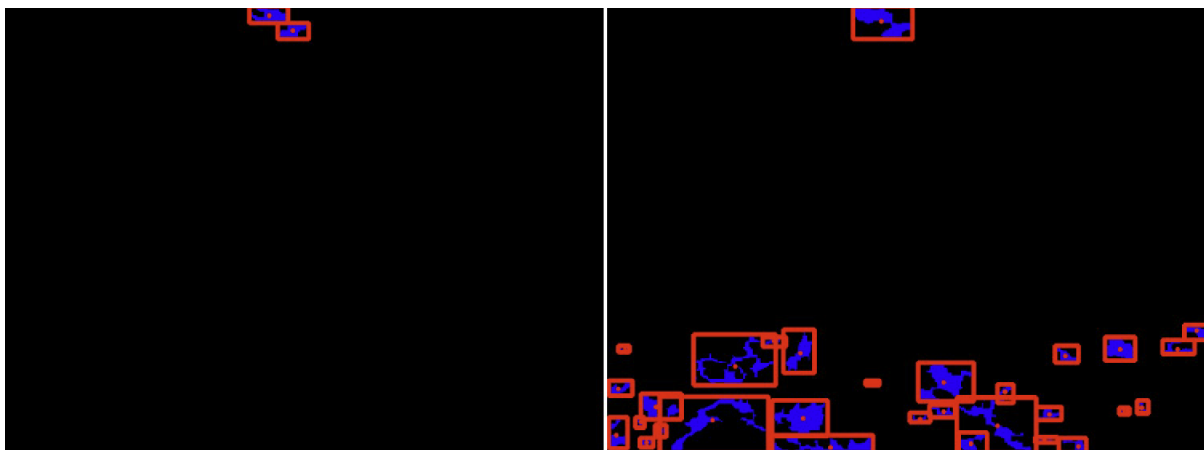
FIGURA 3.26: SEGUIMIENTO DEL DUCTO EN LA ALBERCA



FIGURA 3.27: SEGUIMIENTO DEL DUCTO EN UN LAGO



FIGURA 3.28: IMAGEN TOMADA POR EL VEHÍCULO LIRMIA EN UN LAGO

FIGURA 3.29: PRUEBA DE CAMBIO DEL PARÁMETRO DE MATIZ PARA LA DETECCIÓN DE PECES ( $105 < H < 109$  DESPUÉS  $92 < H < 121$ )





## Capítulo 4

# Estrategias de Control

La implementación de diferentes leyes de control depende en gran medida de la aplicación y de las características del sistema. Se muestra a continuación diferentes técnicas de control aplicables a los sistemas presentados para la orientación y posición.

### 4.1. Control Proporcional Derivativo con compensación de gravedad/flotabilidad

Debido a que es posible conocer con precisión el vector de fuerzas de restitución y pares gravitacionales o bien de *gravedad/flotabilidad*  $g(\eta)$ , se propone aplicar un controlador Proporcional Derivativo con compensación de gravedad. La compensación hace la sintonización más fácil y evita el uso de la acción integral para los efectos debido a la gravedad/flotabilidad. Se considera el sistema dado por (2.12) y (2.13), se propone la siguiente entrada de control:

$$\tau = g(\eta) - J^T(\eta)\tau_{PD} \quad (4.1)$$

con

$$\tau_{PD} = K_p e(t) + K_d \dot{e}(t) \quad (4.2)$$

donde  $e = \eta - \eta_d$  representa el error de estado. Las ganancias del controlador cumplen que  $K_p = K_p^T > 0$  y  $K_d = K_d^T > 0$ , y donde  $J^T(\eta)$  es una matriz de transformación.

#### 4.1.1. Análisis de Estabilidad

Aplicando la ecuación (4.1) en (2.12), se tiene el sistema en lazo cerrado queda:

$$M\dot{v} + [C(v) + D(v)]v = -J^T(\eta)\tau_{PD} + \omega_e \quad (4.3)$$

donde  $\omega_e$  son las perturbaciones del sistema. Ahora se considera que  $\eta_d = cte$ , se tiene que:

$$M\dot{v} + [C(v) + D(v)]v = -J^T(\eta)[K_p e + K_d \dot{\eta}] + \omega_e \quad (4.4)$$

introduciendo la ecuación (2.13) en la ecuación anterior, y además tenemos que  $K_{dd} = J^T(\eta)K_d J(\eta)$ , se obtiene:

$$M\dot{v} + [C(v) + D(v) + K_{dd}]v + J^T(\eta)K_p e = \omega_e \quad (4.5)$$

Una función de Lyapunov adecuada para el sistema (4.5) es:

$$V = \frac{1}{2}v^T Mv + \frac{1}{2}e^T K_p e \quad (4.6)$$

y dado que el vehículo se mueve a baja velocidad, se puede asumir que  $M = M^T > 0$ . Con esto se tiene que  $V$  es una función definida positiva globalmente. Ahora, la derivada en el tiempo de esta función se expresa por:

$$\dot{V} = v^T M\dot{v} + \dot{e}^T K_p e \quad (4.7)$$

dado que  $\eta_d = cte$ , entonces  $\dot{e}^T = \dot{\eta}^T = v^T J^T(\eta)$ , por lo tanto:

$$\dot{V} = v^T [M\dot{v} + J^T(\eta)K_p e] \quad (4.8)$$

Ahora introduciendo la ecuación (4.5) en la ecuación anterior, se tiene:

$$\dot{V} = v^T [\omega_e - [C(v) + D(v) + K_{dd}]v] \quad (4.9)$$

Como  $C(v)$  es una matriz anti-simétrica, entonces  $v^T C(v)v = 0, \forall v$ , y asumiendo que  $\omega_e \simeq 0$ , por lo tanto

$$\dot{V} = -v^T [D(v) + K_{dd}]v \quad (4.10)$$

Tenemos que cuando  $v = 0, \dot{V} = 0$ . Se puede utilizar el siguiente teorema para probar que el sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable.

*Teorema 1(LaSalle).* Sea  $x = 0$  un punto de equilibrio del sistema. Sea  $\Omega \subset D$  un conjunto compacto que es invariante positivo. Sea  $V : D \rightarrow \mathfrak{R}$  una función continuamente diferenciable tal que  $\dot{V}(x) \leq 0$  en  $\Omega$ . Sea  $E$  el conjunto de todos los puntos de  $\Omega$  donde  $\dot{V}(x) = 0$ . Sea  $M$  el mayor conjunto invariante en  $E$ . Entonces toda la solución comienza en  $\Omega$  tiende a  $M$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Si ninguna trayectoria solución del sistema que entra en la región  $M$  permanece allí indefinidamente salvo la solución trivial, entonces el origen es un punto de equilibrio asintóticamente estable.

Se tiene que existe el conjunto

$$\Omega = [(v, e) \in \mathfrak{R}^n : \dot{V}(v, e) = 0] \quad (4.11)$$

entonces

$$\Omega = [e \in \mathfrak{R}^n, v = 0 \in \mathfrak{R}^n] \quad (4.12)$$

De las ecuaciones (4.5) y (4.12), podemos notar que  $(v, e) = (0, 0)$  es la única condición inicial en  $\Omega$  para el cual  $(e, v) \in \Omega, \forall t \geq 0$ . Esto significa que el punto de equilibrio es globalmente asintóticamente estable acorde al teorema de LaSalle.

## 4.2. Control Proporcional Derivativo no lineal basado en funciones de saturación

Se propone esta ley de control para regulación de punto fijo, donde la función de saturación presenta parámetros variables. Para el sistema (2.12) y (2.13), la ley de control PD con ganancias de realimentación y compensación de gravedad esta dada por:

$$\tau = g(\eta) - J^T(\eta)\tau_{PD} \quad (4.13)$$

con

$$\tau_{PD} = K_p e(t) + K_d \dot{e}(t) \quad (4.14)$$

donde  $K_p, K_d \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  son matrices diagonales y definidas positivas, y el error esta definido por  $e(t) = \eta - \eta_d$ . Se propone la introducción de una función de saturación en la ley de control (4.14), obteniendo:

$$\tau_{NLPD} = \sigma_{bp}[K_p e(t)] + \sigma_{bd}[K_d \dot{e}(t)] \quad (4.15)$$

donde

$$\sigma_{\bar{b}}(h) = \begin{cases} \bar{b} & \text{si } h > \bar{b} \\ h & \text{si } |h| \leq \bar{b} \\ -\bar{b} & \text{si } h < -\bar{b} \end{cases} \quad (4.16)$$

donde  $\bar{b}$  es una constante positiva, y  $h$  representa una función lineal. En este caso, la saturación se aplicará al error y a su derivada en el tiempo. Además se cumple que:

$$\sigma_{\bar{b}_p}[K_p e(t)] = \begin{bmatrix} u_{p1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & u_{p2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{pn} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\sigma_{\bar{b}_d}[K_d \dot{e}(t)] = \begin{bmatrix} u_{d1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & u_{d2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{dn} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

con  $u_{pj} = \sigma_{bpj}[k_{pj}e_j(t)]$ ;  $u_{dj} = \sigma_{bdj}[k_{dj}\dot{e}_j(t)]$ ; donde  $k_{pj}, k_{dj}$  son constantes positivas, para toda  $i = 1 \dots n$ . Sin pérdida de generalidad, se considera el caso escalar,

$$\tau_{NLPDS} = \sigma_{bp1}[k_{p1}e_1(t)] + \sigma_{bd1}[k_{d1}\dot{e}_1(t)] \quad (4.19)$$

La ecuación anterior puede ser reescrita en forma compacta como sigue:

$$\tau_{NLPDS} = \sum_{i=1}^2 u_i \quad (4.20)$$

donde  $u_i = \sigma_{bi}(k_i h_i)$  representa la función de saturación, con  $b_1 = \bar{b}_{p1}, b_2 = \bar{d}_{d1}, k_1 = k_{p1}, k_2 = k_{d1}; h_1$  es el error y  $h_2$  es su primera derivada. Entonces de la ecuación (4.16) se

tiene que  $u_i$ :

$$u_i = \begin{cases} \bar{b}_i & \text{si } k_i h_i > \bar{b}_i \\ k_i h_i & \text{si } |k_i h_i| \leq \bar{b}_i \\ -\bar{b}_i & \text{si } k_i h_i < -\bar{b}_i \end{cases} \quad (4.21)$$

En la expresión anterior se nota que la función lineal  $k_i h_i$  es saturada por  $|h_i| = \bar{b}_i/k_i$ . En ese momento se define:

$$d_i := \bar{b}_i/k_i \quad (4.22)$$

Con esto podemos reescribir la ecuación (4.21):

$$u_i = \begin{cases} \text{sign}(h_i)\bar{b}_i & \text{si } |h_i| > d_i \\ \bar{b}_i d_i^{-1} h_i & \text{si } |h_i| \leq \bar{d}_i \end{cases} \quad (4.23)$$

donde los parámetros de sintonización del controlador son  $b_i$  y  $d_i$ ,  $\forall i = 1, 2$ . Más aún, consideramos:

$$\text{sign}(h_i)\bar{b}_i = h_i \text{sign}(h_i)\bar{b}_i h_i^{-1} \quad (4.24)$$

y considerando que  $|h_i|/h_i^{-1} = |h_i|/h_i$ , la ecuación (4.23) puede ser escrita como sigue:

$$u_i = \begin{cases} \bar{b}_i |h_i|^{-1} h_i & \text{si } |h_i| > d_i \\ \bar{b}_i d_i^{-1} h_i & \text{si } |h_i| \leq \bar{d}_i \end{cases} \quad (4.25)$$

Consecuentemente, la ley queda como:

$$\tau_{NLPDS} = u_1 + u_2 = k_{p1}(\text{ffl})e_1(t) + k_{d1}(\text{ffl})\dot{e}_1(t) \quad (4.26)$$

con

$$k_{p1}(\cdot) = \begin{cases} \bar{b}_{p1}|e_1(t)|^{-1} & \text{si } |e_1(t)| > d_{p1} \\ \bar{b}_{p1}d_{p1}^{-1} & \text{si } |e_1(t)| \leq \bar{d}_{p1} \end{cases} \quad (4.27)$$

$$k_{d1}(\cdot) = \begin{cases} \bar{b}_{d1}|\dot{e}_1(t)|^{-1} & \text{si } |\dot{e}_1(t)| > d_{d1} \\ \bar{b}_{d1}d_{d1}^{-1} & \text{si } |\dot{e}_1(t)| \leq \bar{d}_{d1} \end{cases} \quad (4.28)$$

Esta ley nos permite el asegurar la entrada de un control acotado, y limitado por los parámetros  $\bar{b}_{p1}$  y  $\bar{b}_{d1}$ , sin embargo dependiendo de la situación puede requerir más par para corregir errores en el sistema, por ello se propone un cambio en el valor de la saturación de la ecuación (4.25):

$$\bar{b}_i = b_i |h_i|^{\mu_i} \quad \text{si } |h_i| > d_i \quad (4.29)$$

y

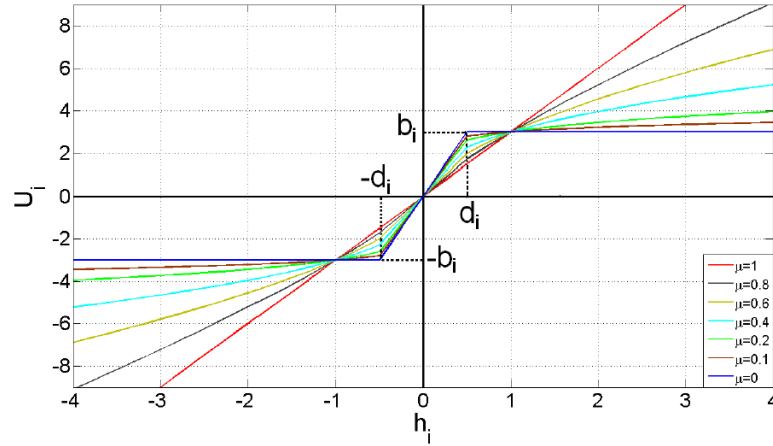
$$\bar{b}_i = b_i |d_i|^{\mu_i} \quad \text{si } |h_i| > d_i \quad (4.30)$$

con  $b_i$  que es una constante positiva, u  $\mu_i \in [0, 1]$ . Ahora, introduciendo las ecuaciones (4.29) y (4.30) en (4.25), tenemos que:

$$u_i = \begin{cases} b_i |h_i|^{\mu_i} |h_i|^{-1} h_i & \text{si } |h_i| > d_i \\ b_i |d_i|^{\mu_i} d_i^{-1} h_i & \text{si } |h_i| \leq d_i \end{cases} \quad (4.31)$$

$\forall i = 1, 2 \text{ y } \mu_i \in [0, 1]$ .

La gráfica de la función para diferentes valores de  $\mu_i$  se muestra en la figura (4.1). Consecuentemente, la ley PD no lineal basada en saturación con parámetros variables puede

FIGURA 4.1: FUNCIÓN DE SATURACIÓN CON DIFERENTES VALORES DE  $\mu$ 

ser expresada como:

$$\tau_{NLPDj} = k_{pj}(\cdot)e_j(t) + k_{dj}(\cdot)\dot{e}_j(t) \quad (4.32)$$

con

$$k_{pj}(\cdot) = \begin{cases} b_{pj}|e_j(t)|^{(\mu_{pj}-1)} & \text{si } |e_j(t)| > d_{pj} \\ b_{pj}d_{pj}^{(\mu_{pj}-1)} & \text{si } |e_j(t)| \leq d_{pj} \end{cases} \quad (4.33)$$

$$k_{dj}(\cdot) = \begin{cases} b_{dj}|\dot{e}_j(t)|^{\mu_{dj}-1} & \text{si } |\dot{e}_j(t)| > d_{dj} \\ b_{dj}d_{dj}^{\mu_{dj}-1} & \text{si } |\dot{e}_j(t)| \leq d_{dj} \end{cases} \quad (4.34)$$

$\forall \mu_{pj}, \mu_{dj} \in [0, 1]$ . De la figura (4.1) se puede notar que si  $\mu_{pj} = \mu_{dj} = 1$ , el controlador PD no lineal dado por (4.32) se convierte en el controlador PD no lineal dado por (4.14). Además, si  $\mu_{pj} = \mu_{dj} = 0$ , obtenemos el caso de saturación constante.

#### 4.2.1. Análisis de Estabilidad

*Teorema 1.* En el caso de regulación de punto fijo usando un controlador no lineal proporcional derivativo con compensación de gravedad, la entrada de control esta dada por:

$$\tau = g(\eta) - J^T(\eta)[K_p(\cdot)e + K_d(\cdot)\dot{e}] \quad (4.35)$$

donde las ganancias de realimentación  $K_p(\cdot)$  y  $K_d(\cdot)$  tienen la siguiente estructura:

$$K_p(\cdot) = \begin{bmatrix} k_{p1}(\cdot) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{p2}(\cdot) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_{pn}(\cdot) \end{bmatrix} > 0 \quad (4.36)$$

$$K_d(\cdot) = \begin{bmatrix} k_{d1}(\cdot) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{d2}(\cdot) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_{dn}(\cdot) \end{bmatrix} > 0 \quad (4.37)$$

el sistema (2.12) es globalmente asintóticamente estable si  $k_{pj}(\cdot)$  y  $k_{dj}(\cdot)$  esta definida por (4.34).

**Prueba.** En el caso de la regulación de punto fijo  $\eta_d$  es constante, entonces  $\dot{\eta}_d = 0$  y  $\dot{e} = \dot{\eta}$ . Como una consecuencia de la ley de control dada por la ecuación (4.35) puede ser reescrita como:

$$\tau = g(\eta) - J^T(\eta)[K_p(\cdot)e + K_d(\cdot)\dot{\eta}] \quad (4.38)$$

Ahora asumiendo que  $\omega_e = 0$ , el introducir la ley de control (4.38) en el sistema (2.12), lleva al sistema en lazo cerrado:

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v = -J^T(\eta)[K_p(\cdot)e + K_d(\cdot)\dot{\eta}] \quad (4.39)$$

y si consideramos la transformación (2.13), obtenemos:

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v = -J^T(\eta)[K_p(\cdot)e + K_d(\cdot)J(\eta)v] \quad (4.40)$$

Se puede definir  $K_{dd}(\cdot) = J^T(\eta)K_d(\cdot)J(\eta)$ , entonces la ecuación previa se escribe:

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v = -J^T(\eta)K_p(\cdot)e + K_{dd}(\cdot)v \quad (4.41)$$

El sistema en lazo cerrado (4.41) se representa por:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J(\eta)v \\ M^{-1}[-J^T(\eta)K_p(\cdot)e - K_{dd}(\cdot)v - C(v)v - D(v)v] \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Notando que el origen del modelo en espacio de estados es un punto de equilibrio único. Ahora, con el fin de probar la estabilidad global asintótica del sistema en lazo cerrado se propone la función candidata de Lyapunov:

$$V(e, v) = \frac{1}{2}v^T Mv + \int_0^e \xi^T K_p(\xi)d\xi \quad (4.43)$$

donde

$$\int_0^e \xi^T K_p(\xi)d\xi = \int_0^{e_1} \xi_1 K_{p1}(\xi_1)d\xi_1 + \int_0^{e_2} \xi_2 K_{p2}(\xi_2)d\xi_2 + \int_0^{e_3} \xi_3 K_{p3}(\xi_3)d\xi_3 + \dots + \int_0^{e_n} \xi_n K_{pn}(\xi_n)d\xi_n. \quad (4.44)$$

Considerando que la desigualdad

$$e_j k_{pj}(\cdot) \geq \alpha(|e_j|) \quad (4.45)$$

se satisface con las funciones de clase K

$$\alpha_j |e_j| = \begin{cases} \frac{b_j |e_j|^{\mu_{pj}} e_j}{a + |e_j|} & \text{si } |e_j| > d_j \\ \frac{b_j d_j^{\mu_{pj}} e_j}{a + d_j} & \text{si } |e_j| \leq d_j \end{cases} \quad (4.46)$$

con  $b_{pj} > b_j$ ,  $a > 0$  y  $d_{pj} < d_j$ . Entonces de acuerdo con el Lemma 2 de [R. Kelly], se deduce lo siguiente:

$$\int_0^e \xi^T K_p(\xi)d\xi > 0 \quad \forall e \neq 0 \in \mathbb{R}^n \quad (4.47)$$

y

$$\int_0^e \xi^T K_p(\xi) d\xi \rightarrow \infty \text{ conforme } \|e\| \rightarrow \infty \quad (4.48)$$

Por lo tanto, la función candidata de Lyapunov  $V(e, v)$  es una función globalmente definida positiva y radialmente no acotada. La derivada en el tiempo de la función candidata de Lyapunov es:

$$\dot{V}(e, v) = v^T M \dot{v} + e^T K_p(e) J(\eta) v \quad (4.49)$$

sustituyendo la ecuación en lazo cerrado (4.41) en (4.49), se obtiene:

$$\dot{V}(e, v) = -v^T J^T(\eta) K_p(e) e - v^T K_{dd}(\eta, \dot{e}) v - v^T C(v) v - v^T D(v) v + e^T K_p(e) J(\eta) v \quad (4.50)$$

dado que  $K_p(e) = K_p^T(e)$  y  $C(v) = -C(v)^T$ , la ecuación (4.50) se convierte:

$$\dot{V}(e, v) = -v^T [K_{dd}(\eta, \dot{e}) + D(v)] v \quad (4.51)$$

Recordemos que  $K_d = K_d^T > 0$ , por lo tanto  $K_{dd} = K_{dd}^T > 0$ , y asumiendo que  $D(v) > 0$ , entonces podemos concluir que  $\dot{V}(e, v)$  es globalmente semidefinida negativa. Por lo tanto, la estabilidad de punto de equilibrio esta garantizado. Para probar la estabilidad asintótica, se utiliza el teorema de Krasovskii-LaSalle. Sea el conjunto

$$\omega = \left\{ \begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix} : \dot{V}(e, v) = 0 \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{2n} \right\} \quad (4.52)$$

introduciendo  $v = 0$  y  $\dot{v} = 0$  en la ecuación (4.41) lleva al punto único invariante  $e = 0$ . Por lo tanto, concluimos que el punto de equilibrio es globalmente asintóticamente estable.

### 4.3. Control Backstepping

Consideramos nuevamente el sistema dado por (2.12), para el control de tipo backstepping en función del error. Se tiene el sistema transformado como sigue

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= F(x) + G(x)u + \omega(t) \end{aligned} \quad (4.53)$$

donde

$$F(x) = -\hat{M}_\eta(\eta)^{-1}[\hat{C}_{v,\eta}\dot{\eta} + \hat{D}_{v,\eta}\dot{\eta} + \hat{g}(\eta)]G(x) = \hat{M}_\eta(\eta)^{-1}J^{-T}(\eta) \quad (4.54)$$

El objetivo es estabilizar  $x_1 \rightarrow x_1^d$ . Definimos el error de seguimiento con una matriz definida positiva diagonal de ganancias.

$$e_1 = x_1^d - x_1 \quad (4.55)$$

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_1^d - \dot{x}_1 = x_2 - \dot{x}_1^d - \Gamma e_1 \quad (4.56)$$

Con  $\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  y  $\Upsilon = \text{diag}(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  Definimos las siguientes suposiciones:

Suposición A1: La primera y segunda derivada de las trayectorias deseadas están acotadas.

Suposición A2: La velocidad y la aceleración del vehículo con respecto a la velocidad y aceleración del agua están acotadas.

Suposición A3: Los ángulos de alabeo, cabeceo y guiñada están limitados a  $(-\pi/2 < \phi < \pi/2)$ ,  $(-\pi/2 < \theta < \pi/2)$  y  $(0 < \psi < \pi)$ .

De acuerdo a las suposiciones A1 y A2, los términos referentes a perturbaciones externas  $\omega(t)$  son acotadas.

$$\|\omega_i(t)\|_2 \leq \delta_i, \quad i = \bar{1}, \bar{6} \quad (4.57)$$

y satisfacen la siguiente desigualdad

$$\|\dot{\omega}_i(t)\|_2 \leq L_i, \quad i = \bar{1}, \bar{6} \quad (4.58)$$

De acuerdo a la suposición A3, la matriz  $G(x)$  es no singular, por lo tanto, su inversa existe. Si las suposiciones A1-A3 se cumplen y se propone el siguiente controlador backstepping:

$$u = G(x)^{-1}[\ddot{x}_1^d + e_1 - F(x) - \Gamma(e_2 + \Gamma e_1) - \Upsilon e_2] \quad (4.59)$$

Entonces, los errores de seguimiento  $e_1$  y  $e_2$  convergen a cero asintóticamente, como función de Lyapunov,

$$V(x) = \frac{1}{2}e_1^T e_1 + \frac{1}{2}e_2^T e_2 \quad (4.60)$$

Más aún, la norma del error  $\|e\|$  tiene un comportamiento últimamente acotado cuando el sistema (4.53) bajo perturbaciones es considerado y después la estabilidad práctica se demuestra.



### 4.3.1. Análisis de Estabilidad

Considere el modelo dinámico sin perturbaciones en (4.53), esto es,  $\omega(t) = 0$ , definiendo los errores de seguimiento como:

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1^d - x_1 \\ \dot{e}_1 &= \dot{x}_1^d - x_2 \end{aligned} \quad (4.61)$$

Definimos la función candidata de Lyapunov

$$V(e_1)_1 = \frac{1}{2} e_1^T e_1 \quad (4.62)$$

analizando la derivada tenemos

$$\dot{V}_1(e_1) = e_1^T \dot{e}_1 = e_1^T (\dot{x}_1^d - x_2) \quad (4.63)$$

Se propone el siguiente control virtual

$$x_2^v = \dot{x}_1^d + \Gamma e_1. \quad (4.64)$$

Sustituyendo en (4.63), tenemos

$$\dot{V}_1(e_1) = e_1^T \Gamma e_1 \quad (4.65)$$

Elijiendo  $\Gamma = \Gamma^T > 0$  asegura la estabilización del primer estado. Entonces para estabilizar el segundo estado, necesitamos definir un error entre el control virtual y el segundo estado como sigue:

$$e_2 = x_2 - x_2^v \quad (4.66)$$

Se reescribe el sistema (4.53) en función del error

$$\dot{e}_1 = -\Gamma e_1 - e_2 \dot{e}_2 = \Gamma(\Gamma e_1 + e_2) - \ddot{x}_1^d + F(x) + G(x)u \quad (4.67)$$

Se propone la función de Lyapunov siguiente

$$V_2(e_1, e_2) = V_1(e_1) + \frac{1}{2} e_2^T e_2 \quad (4.68)$$

Derivando a lo largo de las trayectorias

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_1, e_2) &= e_1^T \dot{e}_1 + e_2^T \dot{e}_2 \\ &= e_1^T (-e_2 - \Gamma e_1) + e_2^T [\Gamma(\Gamma e_1 + e_2) - \ddot{x}_1^d + F(x) + G(x)u] \end{aligned} \quad (4.69)$$

La derivada de la función (4.68) a lo largo del tiempo sobre las trayectorias del sistema (4.67) esta dada por

$$\dot{V}_2 = -e_1^T \Gamma e_1 - e_1^T e_2 + e_2^T [F(x) + G(x)u + \Gamma(\Gamma e_1 + e_2) - \ddot{x}_1^d] \quad (4.70)$$

Ahora, introduciendo la ley de control (4.59) en (4.70) sigue que

$$\dot{V}_2 = -e_1^T \Gamma e_1 - e_2^T \Upsilon e_2 \quad (4.71)$$

Existe una selección de matrices de ganancias adecuada de  $\Gamma$  y  $\Upsilon$  que hace (4.71) definida negativa. Usando argumentos estándar de Lyapunov, los errores de seguimiento  $e_1$  y  $e_2$  convergen a cero asintóticamente.

### Caso con Perturbaciones

La inserción de la ley de control (4.68) en el sistema dependiente de los errores (4.67) considerando perturbaciones externas, lleva al sistema en lazo cerrado siguiente

$$\dot{e}_1 = -\Gamma e_1 - e_2 \dot{e}_2 = e_1 - \Upsilon e_2 + \omega(t) \quad (4.72)$$

El sistema en lazo cerrado (4.72) se puede representar como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Gamma & -\mathbf{I}_{6 \times 6} \\ \mathbf{I}_{6 \times 6} & -\Upsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega(t) \quad (4.73)$$

La dinámica del error (4.73) puede expresarse en forma compacta como

$$\dot{e} = Ae + B\rho \quad (4.74)$$

donde  $e = [e_1, e_2]^T$  y  $\rho = \omega(t)$ . De (4.73), se deduce que siempre es posible elegir  $\Gamma$  y  $\Upsilon$  tal que los valores propios de  $A$  pueden ubicarse arbitrariamente. Asumiendo que  $\Gamma$  y  $\Upsilon$  se escogen de tal forma que los valores propios de  $A$  están en el semiplano izquierdo, es siempre posible encontrar una matriz  $P$  definida positiva tal que

$$A^T P + PA = -Q \quad (4.75)$$

para cualquier matriz definida positiva  $Q$ . Sea  $\lambda_{mQ}$  el valor propio más pequeño de  $Q$ . Definiendo una función de Lyapunov como sigue:

$$V(e) = e^T P e \quad (4.76)$$

y evaluando  $\dot{V}(e)$  a lo largo de las trayectorias del sistema (4.74)

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= e^T (PA + A^T P)e + 2e^T PB\rho \\ &\leq -e^T Qe + 2\|PB\|\|e\|\delta \\ &\quad -\lambda_{mQ}\|e\|^2 + 2\|PB\|\|e\|\delta \\ &\quad -\|e\|[\lambda_{mQ}\|e\| - 2\|PB\|\|e\|\delta] \end{aligned} \quad (4.77)$$

Por lo tanto, después de un tiempo suficiente, la norma de la estimación del error esta acotado por

$$\|e\| \leq \mu \quad (4.78)$$

donde

$$\mu = \frac{2\|PB\|\delta}{\lambda_{mQ}} \quad (4.79)$$

Enunciaremos el siguiente teorema para probar estabilidad.

*Teorema 3 (Corless Leitmann).* Considere un sistema de la forma

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), t) + B(x(t), t)p(x(t), t) + B(x(t), t)e(x(t), t) \\ x(t_0) &= x_0\end{aligned}\quad (4.80)$$

con un control por retroalimentación de estado como

$$\begin{aligned}p(x, t) &= -\frac{\mu(x, t)}{\|\mu(x, t)\|}\rho(x, t), \quad \text{si } \|\mu(x, t)\| > \epsilon \\ \|p(x, t)\| &\leq \rho(x, t), \quad \text{si } \|\mu(x, t)\| \leq \epsilon\end{aligned}\quad (4.81)$$

donde

$$\mu(x, t) \triangleq B^T(x, t)\nabla_x V(x, t)\rho(x, t)\quad (4.82)$$

Entonces los siguiente se cumple.

A. *Existencia:* Dado cualquier  $(x_0, t_0) \in R^n \times R$ , existe una solución  $x(\cdot) : [t_0, t_1] \rightarrow R^n$ ,  $x(t_0) = x_0$ , de (4.80).

B. *Acotamiento Uniforme:* Si  $x(\cdot) : [t_0, t_1] \rightarrow R^n$ ,  $x(t_0) = x_0$ , es una solución de (4.80), entonces

$$\|x_0\| \leq r \rightarrow \|x(t)\| \leq d(r), \quad \forall t \in [t_0, t_1]\quad (4.83)$$

donde

$$d(r) = \begin{cases} (\gamma_1^{-1} \circ \gamma_2)(R), & \text{si } r \leq R \\ (\gamma_1^{-1} \circ \gamma_2)(r) & \text{si } r > R \end{cases}\quad (4.84)$$

y

$$R = \gamma_3^{-1}(2\epsilon)\quad (4.85)$$

Más aún la solución sigue en  $[t_0, \infty)$ .

C. *Acotamiento ultimamente uniforme:* Si  $x(\cdot) : [t_0, \infty) \rightarrow R^n$ ,  $x(t_0) = x_0$ , es una solución de (4.80) con  $\|x_0\| \leq r$ , entonces dado  $d > (\gamma_1^{-1} \circ \gamma_2)(R)$

$$\|x(t)\| \leq \bar{d}, \quad \forall t \geq t_0 + T(\bar{d}, r)\quad (4.86)$$

donde

$$T(\bar{d}, r) = \begin{cases} 0, & \text{si } r \leq \bar{R} \\ \frac{\gamma_2 - \gamma_1(\bar{R})}{\gamma_3(\bar{R}) - 2\epsilon} & \text{si } r > \bar{R} \end{cases}\quad (4.87)$$

and

$$\bar{R} = (\gamma_2^{-1} \circ \gamma_1)(\bar{d})\quad (4.88)$$

El teorema tiene un corolario inmediato que permite concluir que un control del tipo (4.81) garantiza que la respuesta del sistema presente estabilidad asintótica uniforme. Definimos estabilidad uniforme en un vecindario de  $x = 0$

*Definición (Estabilidad Uniforme).* La bola  $x \in R^n$   $\|x\| \leq \delta$  es uniformemente estable si y solo si para cualquier  $\eta > \delta$  existe  $r(n) > 0$  tal que

$$\|x_0\| \leq r(n) \Rightarrow \|x(t)\| \leq \eta, \quad \forall t \triangleq t_0.\quad (4.89)$$

Se tiene la consecuencia del teorema.

*Corolario:* Dado  $\epsilon > 0$ , un control del tipo (4.81) garantiza que la bola de radio  $(\gamma_1^{-1} \circ \gamma_2)(R)$  centrada en  $x = 0$  es uniformemente estable.

Así, de (4.79) se puede concluir que la norma del error  $\|e\|$  es últimamente acotado y la cota pueden ser reducidas por una selección apropiada de los parámetros de control  $\Gamma$  y  $\Upsilon$ . En consecuencia la estabilidad práctica del sistema se prueba en el sentido de Corless y Leitmann [Corless y Leitmann, 1981].

La expresión completa para el controlador

$$u = G(x)^{-1}[\ddot{x}_1^d + e_1 - F(x) - \Gamma(e_2 + \Gamma e_1) - \Upsilon e_2] \quad (4.90)$$

o bien

$$u = J(\eta)^T \hat{M}_\eta(\eta)[\ddot{x}_1^d + e_1 - \Gamma(e_2 + \Gamma e_1) - \Upsilon e_2 + \hat{M}_\eta(\eta)^{-1}[\hat{C}_{v,\eta}\dot{\eta} + \hat{D}_{v,\eta}\dot{\eta} + \hat{g}_\eta(\eta)]] \quad (4.91)$$

## 4.4. Simulaciones de los diferentes controladores

Se realizó la simulación de los controladores implementados en los modelos de cada vehículo, en la plataforma MATLAB-SIMULINK®. Para ello se introdujeron los valores estimados (capítulo 3) y algunos reportados en la literatura para vehículos de este tipo y con características parecidas. Se proponen trayectorias a seguir que podrían emular una misión de reconocimiento o de seguimiento. Se define el modelo por sus ecuaciones y se utilizan los métodos de integración definidos en la plataforma.

### Controladores para el modelo de Lirmia III

La figura (4.2) muestra un diagrama de las interconexiones de la simulación. Puesto

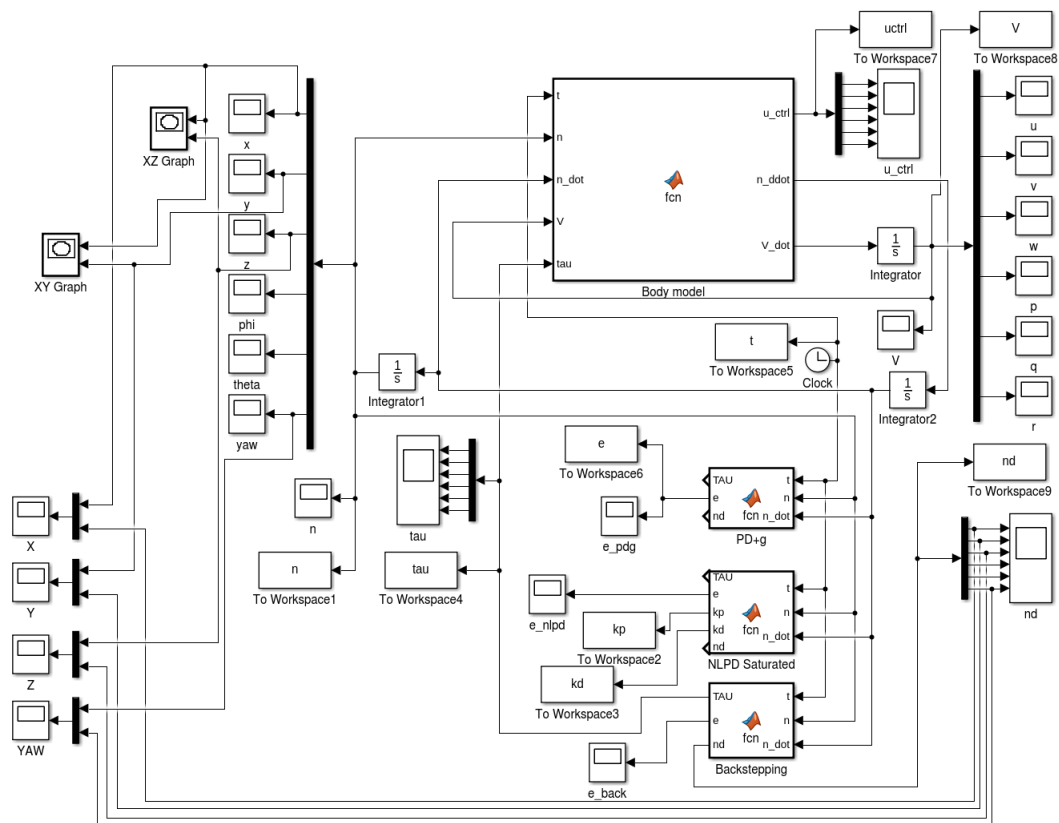


FIGURA 4.2: DIAGRAMA DE SIMULACIÓN PARA LIRMIA III

que es simulación se asume el acceso a todas las mediciones, lo cual no es cierto en las pruebas experimentales. El motivo es mostrar las bondades del control para este modelos. Los resultados el controlador PD con compensación de gravedad con ganancias  $K_p = \text{diag}[170 \ 170 \ 170 \ 10 \ 10 \ 10]$  y  $K_d = \text{diag}[10 \ 10 \ 10 \ 1 \ 1 \ 1]$  y una compensación de 30N para el control de la posición XYZ se muestran en las figuras (4.3) a (4.8). Se introdujo una perturbación  $\omega = [40 \ 40 \ 40 \ 0 \ 0 \ 0]$  en el tiempo = [15 - 17]. En la figura (4.3) se nota como rápidamente llega a la referencia y en el caso de z al llegar a la referencia de 5 metros presenta un sobretiro, en el caso de ( $\psi$ ) la respuesta es la esperada debido a la trayectoria deseada en

xy. Podemos ver en la figura (4.5) que las velocidades requeridas para este tipo de trayectoria son altas y en la práctica sea exigente en el comportamiento del vehículo.

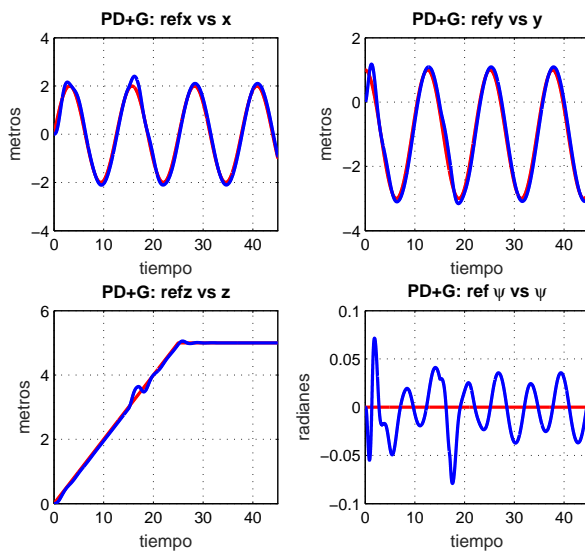


FIGURA 4.3: PDG: TRAYECTORIAS DESEADA(ROJO)V.S. DINÁMICA(AZUL)

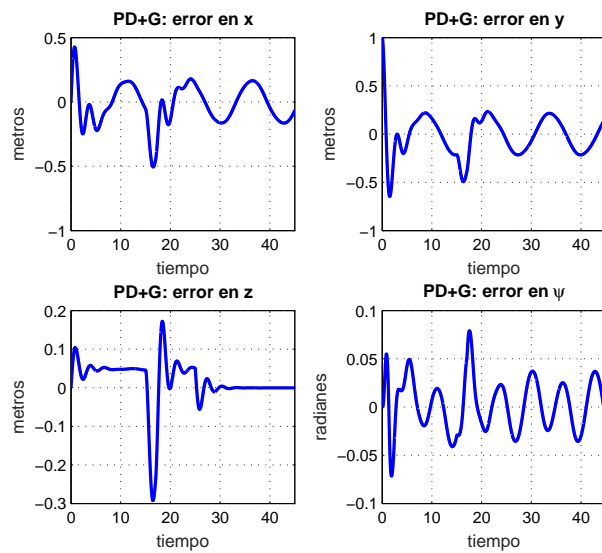


FIGURA 4.4: PDG: ERRORES

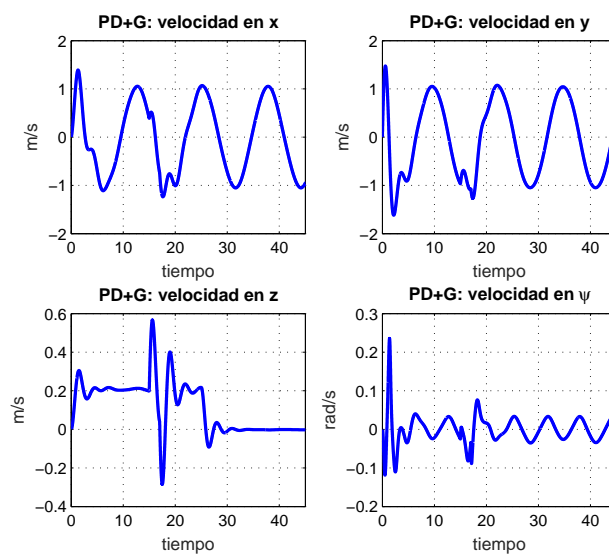


FIGURA 4.5: PDG: VELOCIDADES

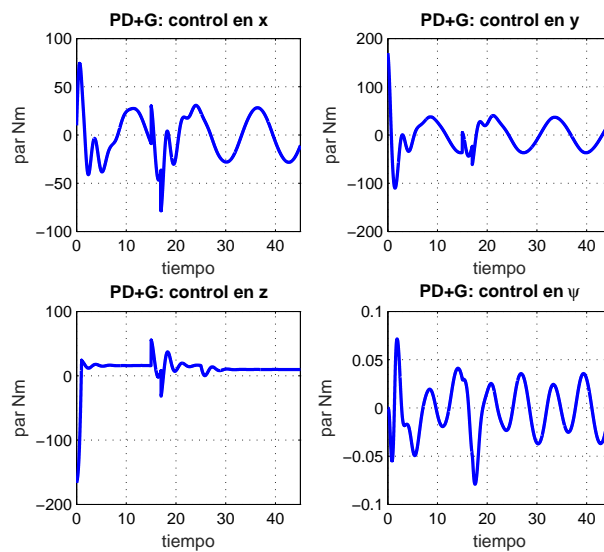


FIGURA 4.6: PDG: SEÑALES DE CONTROL

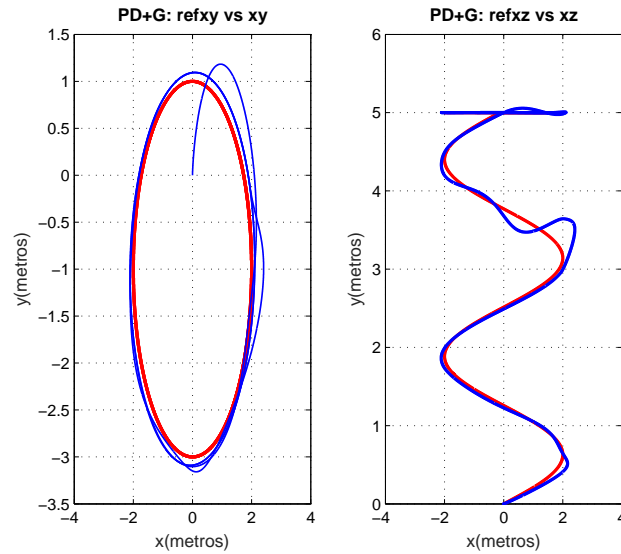


FIGURA 4.7: PDG: TRAYECTORIAS 2D DESEADA(ROJO)V.S. SEÑAL(AZUL)

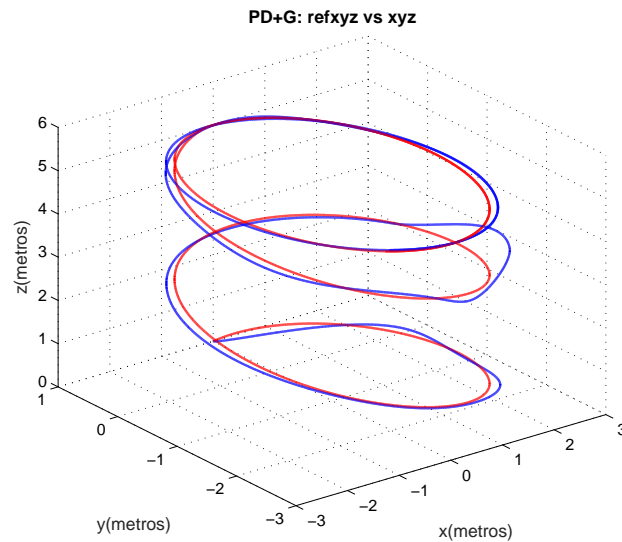


FIGURA 4.8: PDG: TRAYECTORIA EN 3D DESEADA(ROJO)V.S. SEÑAL(AZUL)

Los resultados del controlador PD con saturación variable con ganancias  $K_p = \text{diag}[170 \ 170 \ 250 \ 10 \ 10 \ 10]$  y  $K_d = \text{diag}[10 \ 10 \ 20 \ 1 \ 1 \ 1]$ , con  $\mu = 1$ ,  $dp = [5 \ 5 \ 5 \ 0 \ 0 \ 0]$  y  $dd = [20 \ 20 \ 20 \ 1 \ 1 \ 1]$  para el control de la posición XYZ se muestran en las figuras (4.9) a (4.14) con perturbación de  $\omega = [40 \ 40 \ 40 \ 0 \ 0 \ 0]$  en el tiempo  $= [15 - 17]$ . En este caso se visualiza que la perturbación modifica menos la trayectoria al igual que el sobretiro en  $z = 5m$ . Podemos ver un requerimiento similar de velocidad y una demanda del controlador más pequeña en par aunque no significativamente.



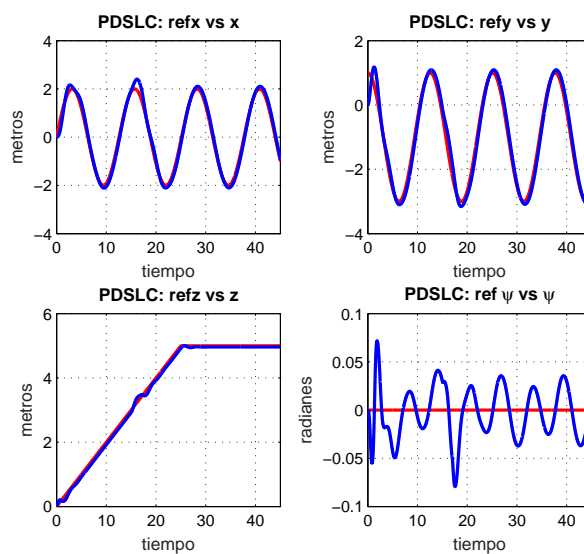


FIGURA 4.9: PDS: TRAYECTORIAS DESEADA(ROJO)V.S. DINÁMICA(AZUL)

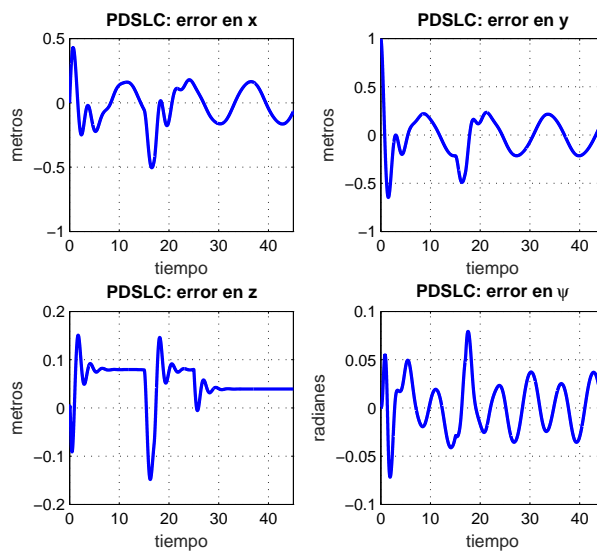


FIGURA 4.10: PDS: ERRORES

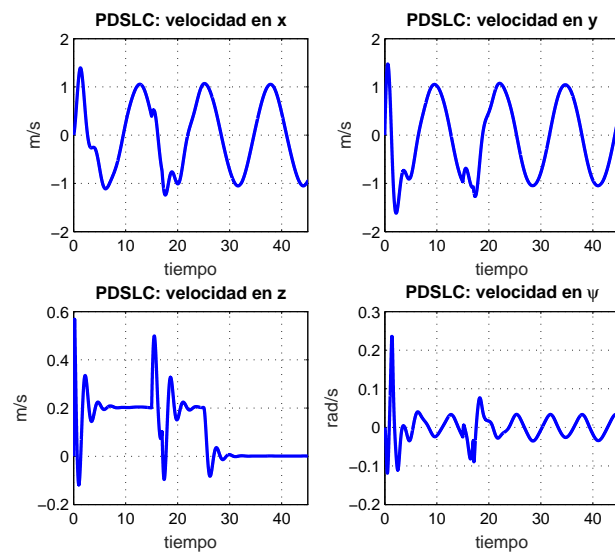


FIGURA 4.11: PDS: VELOCIDADES

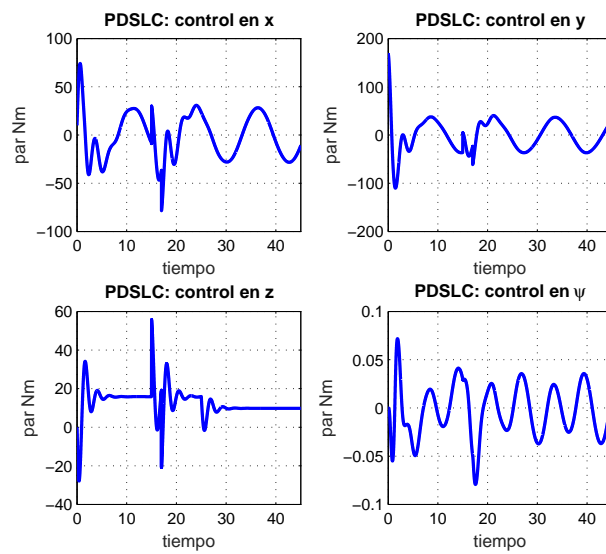


FIGURA 4.12: PDS: SEÑALES DE CONTROL

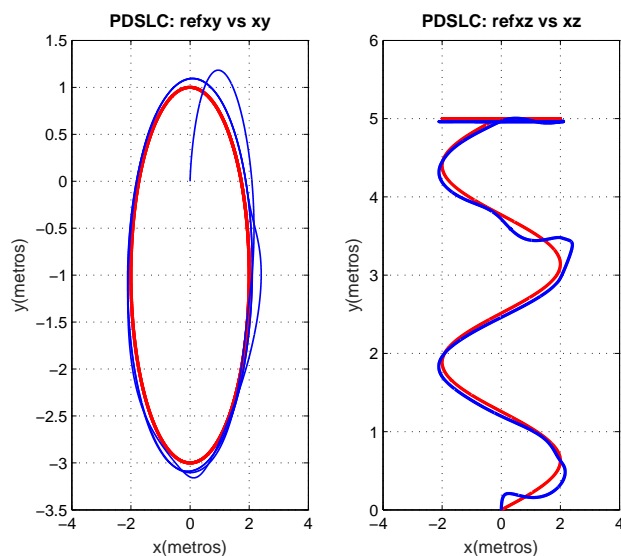


FIGURA 4.13: PDS: TRAYECTORIAS 2D DESEADA(ROJO)V.S. SEÑAL(AZUL)

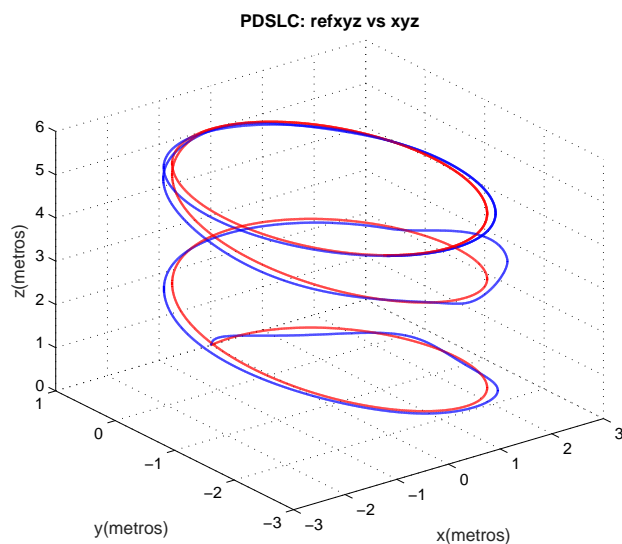


FIGURA 4.14: PDS: TRAYECTORIA EN 3D DESEADA(ROJO)V.S. SEÑAL(AZUL)

Los resultados del controlador tipo Backstepping con ganancias  $\alpha_{b1} = \text{diag}[2.5 \ 2.5 \ 2.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]$  y  $\alpha_{b2} = \text{diag}[0.2 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001]$  para el control de la posición XYZ se muestran en las figuras (4.15) a (4.20) con una perturbación  $\omega = [40 \ 40 \ 40 \ 0 \ 0 \ 0]$  en el tiempo  $= [15 \ 17]$ . El comportamiento con este controlador muestra que la perturbación modifica igualmente muy poco la trayectoria y no tiene sobretiro en  $z = 5m$ . Podemos ver un requerimiento de velocidad similar y una demanda del controlador más pequeña en par para z.

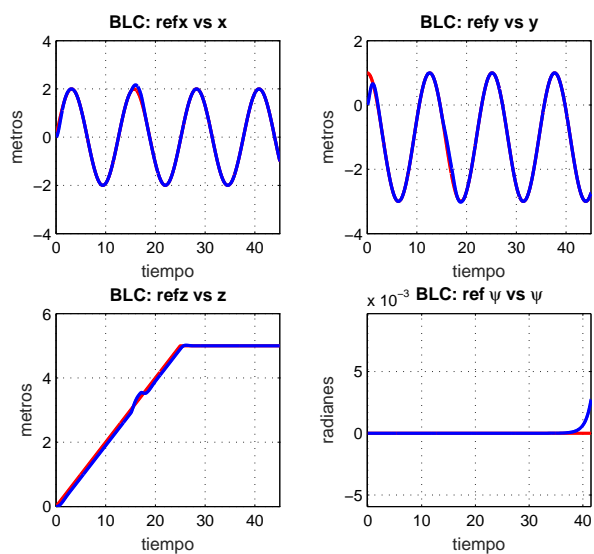


FIGURA 4.15: BLC: TRAYECTORIAS DESEADA(ROJO)V.S. DINÁMICA(AZUL)

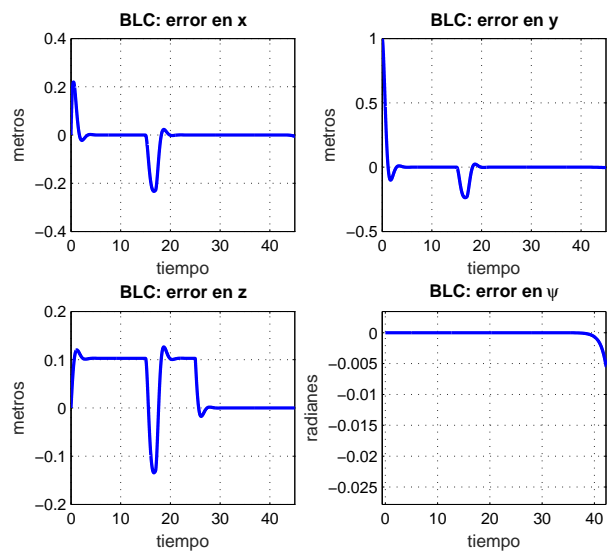


FIGURA 4.16: BLC: ERRORES

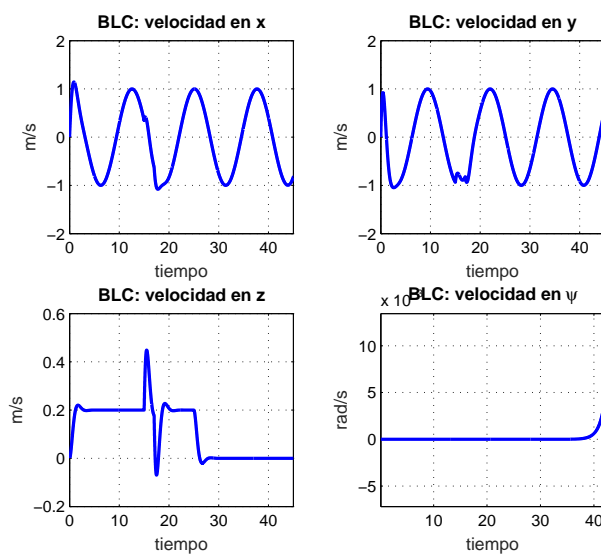


FIGURA 4.17: BLC: VELOCIDADES

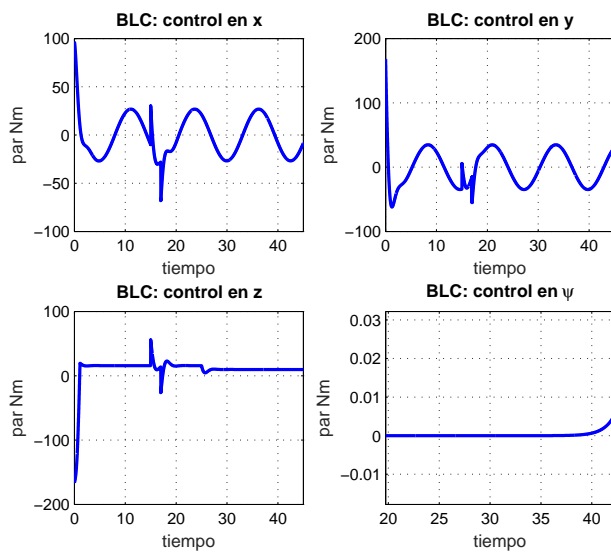


FIGURA 4.18: BLC: SEÑALES DE CONTROL

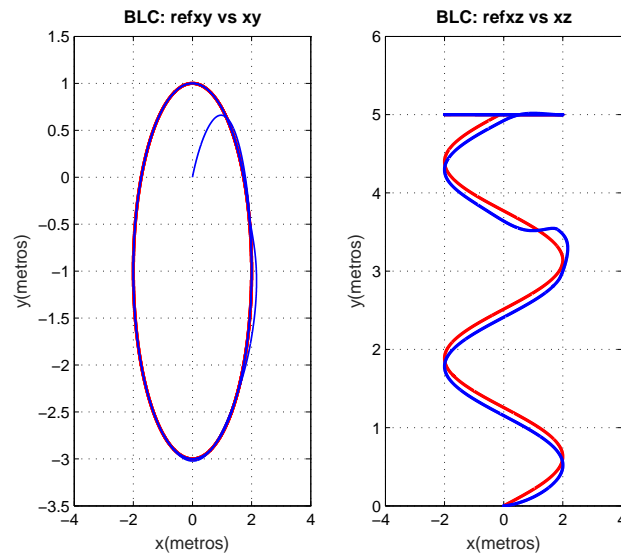


FIGURA 4.19: BLC: TRAYECTORIAS 2D DESEADA(ROJO)V.S. SEÑAL(AZUL)

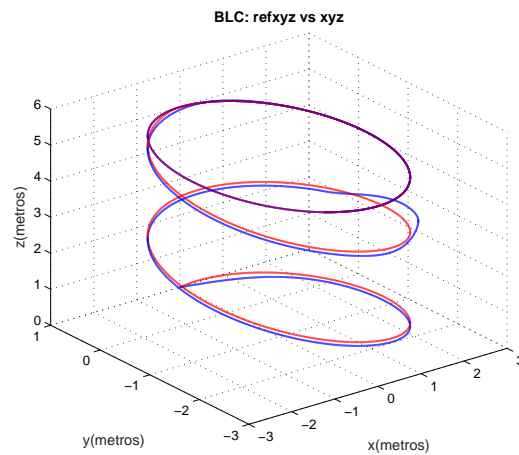


FIGURA 4.20: BLC: TRAYECTORIA EN 3D DESEADA(ROJO)V.S. SEÑAL(AZUL)

Para el caso de LIRMIA III, se puede decir que el controlador PD con compensación muestra resultados un poco menos favorables al presentar un sobretiro mayor que los otros dos controladores. En la práctica se espera que al aplicar el controlador PD con saturación variable y el controlador tipo backstepping tengan una respuesta rápida.

#### 4.4.1. Controladores para el modelo de Sayab

La figura (4.21) muestra un diagrama de las interconexiones de la simulación.

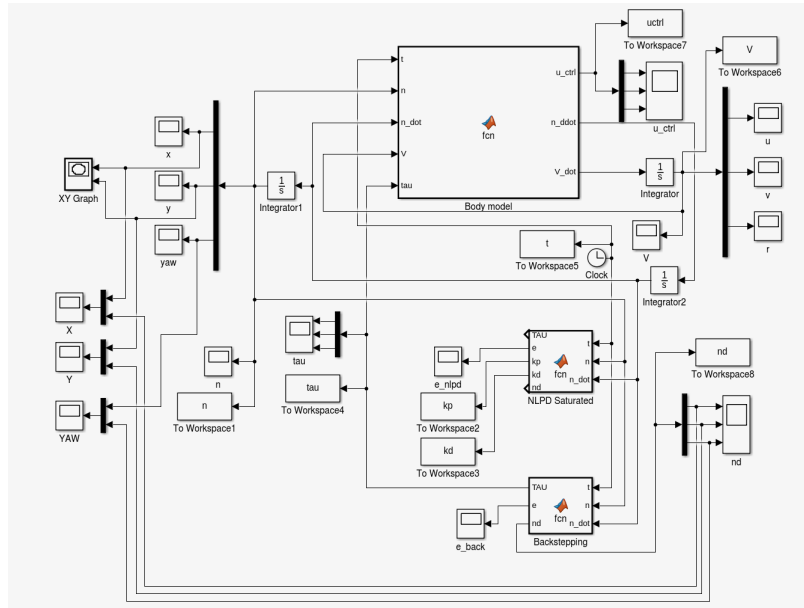


FIGURA 4.21: DIAGRAMA DE SIMULACIÓN PARA SAYAB

Los resultados aplicando el controlador PD con saturaciones variables con los siguientes parámetros en el controlador  $Kp = \text{diag}[210 \ 210 \ 250]$  y  $Kd = \text{diag}[20 \ 35 \ 20]$ , con  $\mu = 1$ ,  $dp = [5 \ 5 \ 5]$  y  $dd = [20 \ 20 \ 20]$  para la trayectoria xy se muestra en las figuras (4.22) a (4.26), con una perturbación  $\omega = [40 \ 40 \ 0]$  en el tiempo = [15 – 17]. Notesé que alcanza rápidamente la referencia y la perturbación se compensa sin afectar demasiado el seguimiento de la trayectoria deseada. Sin embargo nuevamente el requerimiento de velocidad es alto igualmente el par para ello.

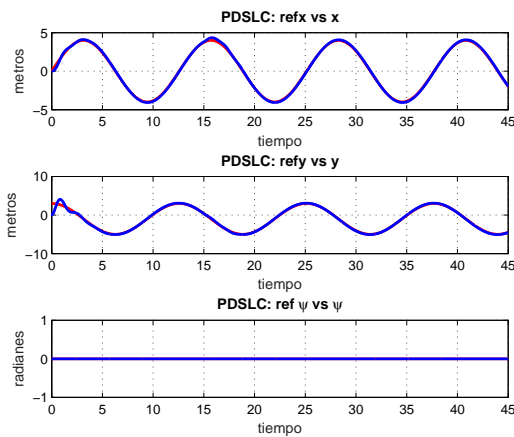


FIGURA 4.22: PDS: TRAYECTORIAS DESEADA(ROJO)V.S. DINÁMICA(AZUL)

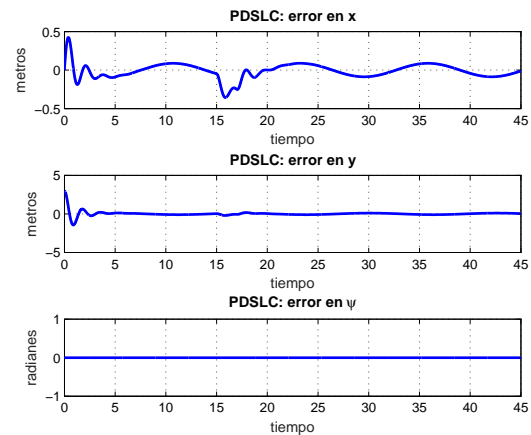


FIGURA 4.23: PDS: ERRORES

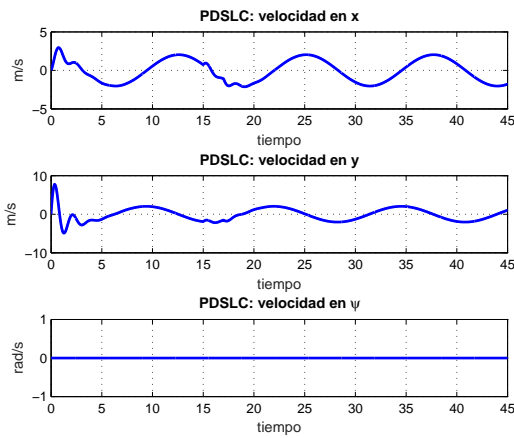


FIGURA 4.24: PDS:  
VELOCIDADES

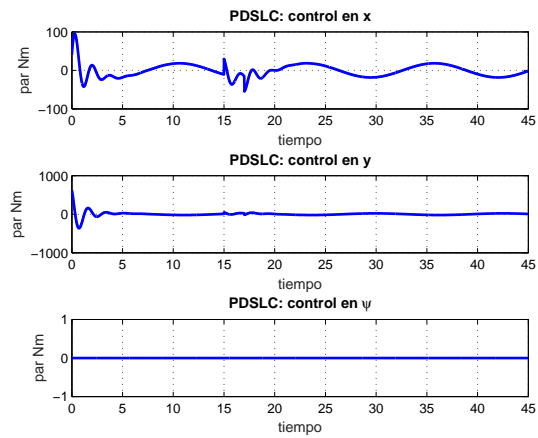


FIGURA 4.25: PDS:  
SEÑALES DE CONTROL

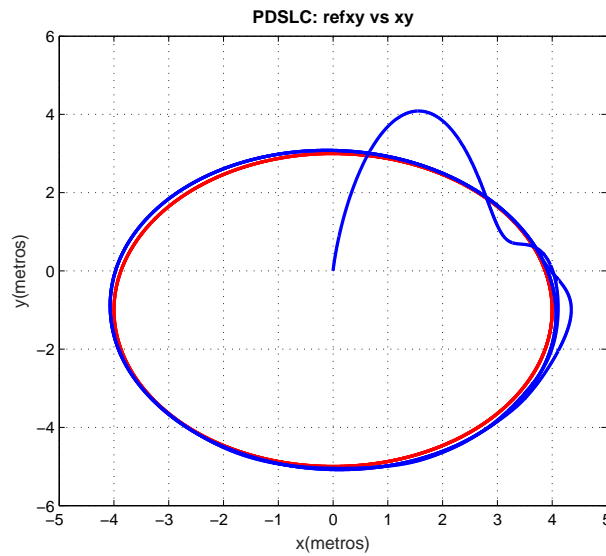


FIGURA 4.26: PDS: TRAYECTORIA 2D DESEADA(ROJO)V.S. SEÑAL(AZUL)

Los resultados del controlador tipo Backstepping con ganancias  $\alpha_{b1} = \text{diag}[2.5 \ 2.5 \ 0.1]$  y  $\alpha_{b2} = \text{diag}[0.2 \ 0.2 \ 0.001]$  para el control de la posición XYZ se muestran en las figuras (4.27) a (4.31) con una perturbación  $\omega = [40 \ 40 \ 0]$  en el  $\text{tiempo} = [15 - 17]$ . Notesé que alcanza rápidamente la referencia y la perturbación se compensa sin afectar demasiado el seguimiento de la trayectoria deseada. Sin embargo nuevamente el requerimiento de velocidad es alto igualmente el par para ello.



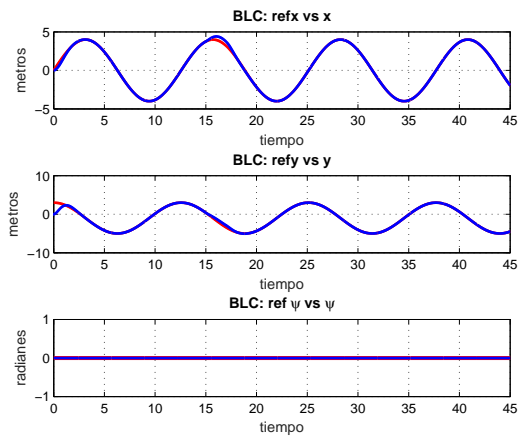


FIGURA 4.27: BLC:  
TRAYECTORIAS  
DESEADA(ROJO)V.S.  
DINÁMICA(AZUL)

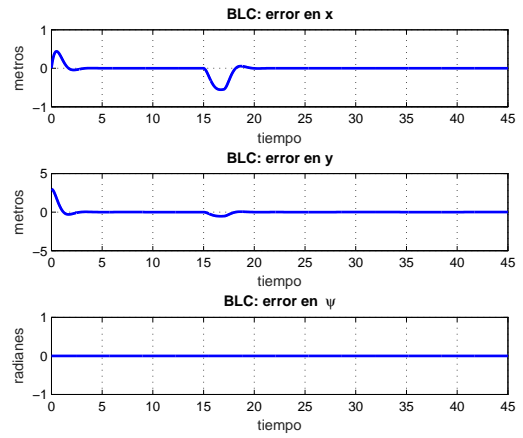


FIGURA 4.28: BLC:  
ERRORES

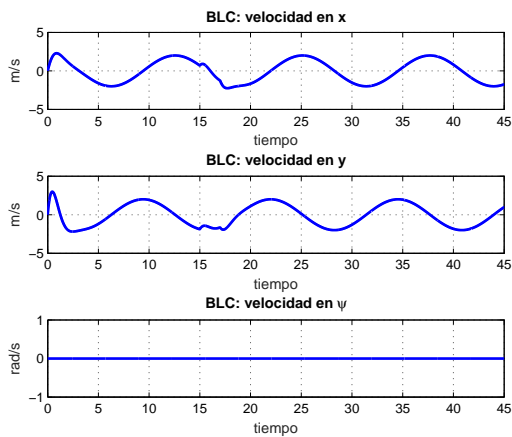


FIGURA 4.29: BLC:  
VELOCIDADES

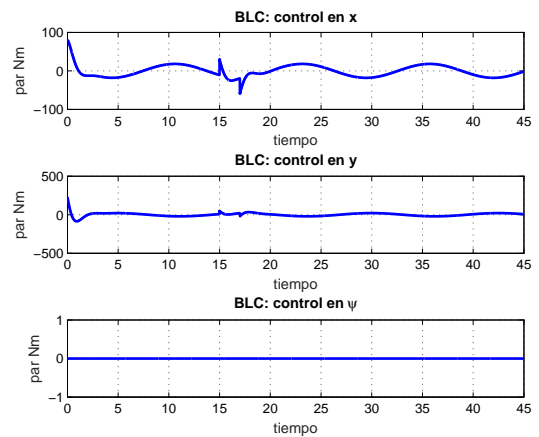


FIGURA 4.30: BLC:  
SEÑALES DE CONTROL

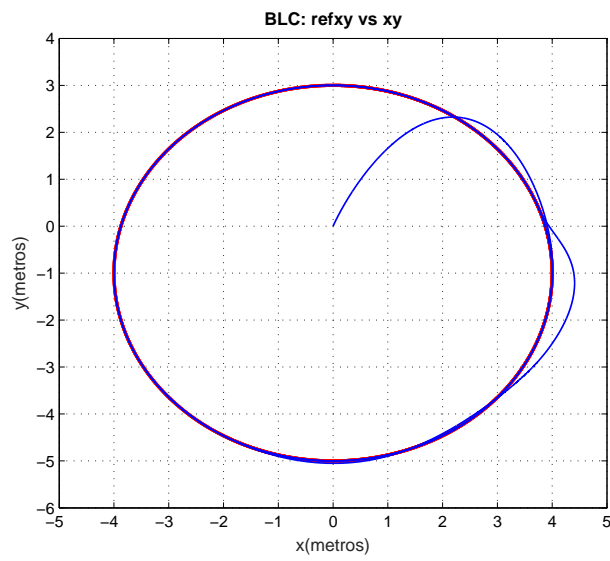


FIGURA 4.31: BLC: TRAYECTORIA 2D DESEADA(ROJO) V.S. SEÑAL(AZUL)

En el caso de SAYAB se muestra un comportamiento similar para ambos controladores en el error y el par necesario.

## Capítulo 5

# Experimentos

### 5.1. LIRMIA III

Se presentan resultados experimentales para los diferentes controladores presentados en el capítulo anterior. Se proponen trayectorias específicas para analizar el comportamiento en profundidad y guiñada para el vehículo mini submarino LIRMIA III, y control de posición  $(x,y)$  y guiñada  $(\psi)$  para el vehículo de superficie SAYAB. Estas pruebas son encaminadas hacia la tarea cooperativa entre ambos vehículos.

#### 5.1.1. Control en orientación (guiñada)

##### Control PDNL

Se muestran los resultados de aplicar la técnica PD con saturación variable con ganancias  $K_{pw} = 2.8$  y  $K_{dw} = 0.26$  con  $\mu = 1$  y con parámetros  $bp = 5$  y  $dd = 20$  para el control en orientación  $\psi$ , se propone una trayectoria del tipo sinusoidal. El error visto en la figura (5.2) es de  $\pm 10$  grados, con una velocidad acotada y una señal de control pequeña y que responde bien a los cambios de dirección. El par de los motores no es tan grande debido al tipo de referencia.

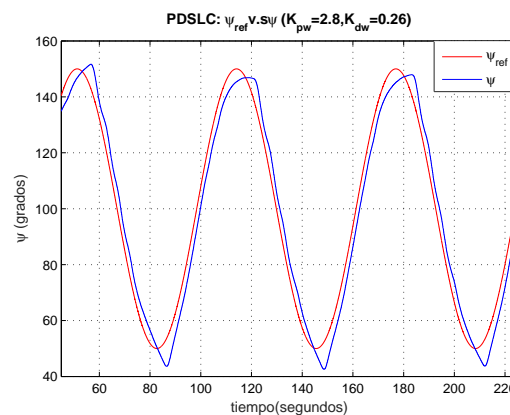


FIGURA 5.1: PDSLCL: TRAYECTORIA EN  $\psi$  DESEADA(ROJO)V.S. DINÁMICA(AZUL)

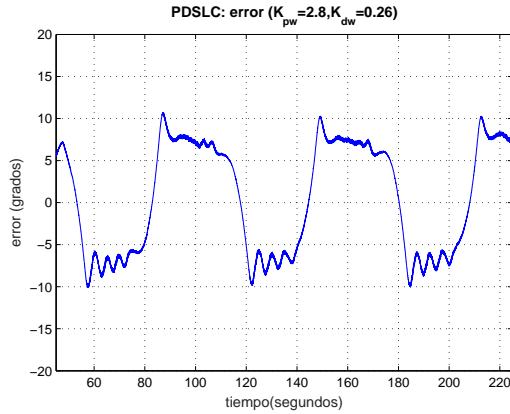


FIGURA 5.2: PDSLC:  
ERROR

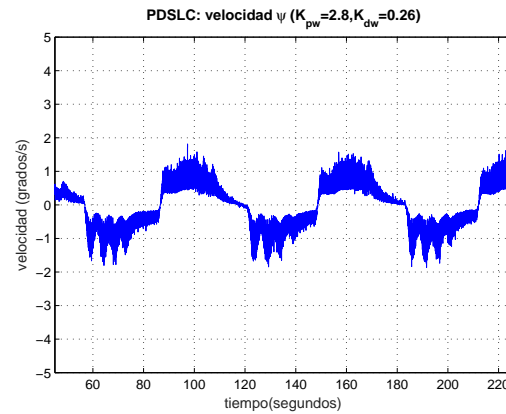


FIGURA 5.3:  
PDSLC:VELOCIDAD

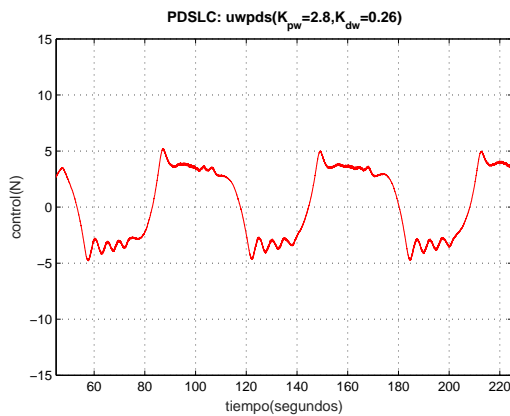


FIGURA 5.4: PDSLC:  
CONTROL

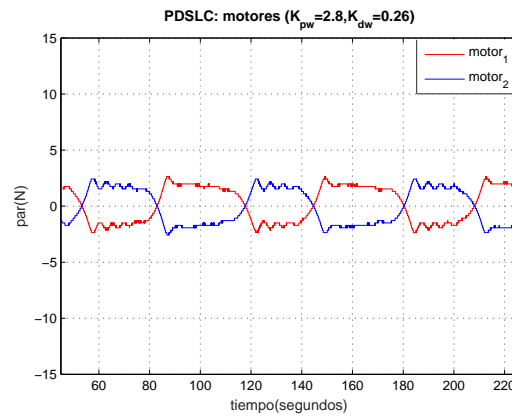


FIGURA 5.5: PDSLC:  
PAR MOTOR 1(ROJO) V.S.  
MOTOR 2(AZUL)

### Control Backstepping

Se muestran los resultados de aplicar la técnica Backstepping con ganancias  $\alpha_{bw1} = 6.4$  y  $\alpha_{bw2} = 0.6$  para el control en orientación  $\psi$ , nuevamente se propone una trayectoria sinusoidal para que el control no se sature ante errores muy grandes. El error visto en la figura (5.7) es de  $\pm 5$ grados, el error es menor comparado al control anterior, con una velocidad acotada y una señal de control de límites similares lo cual se refleja en un par pequeño para los motores laterales.

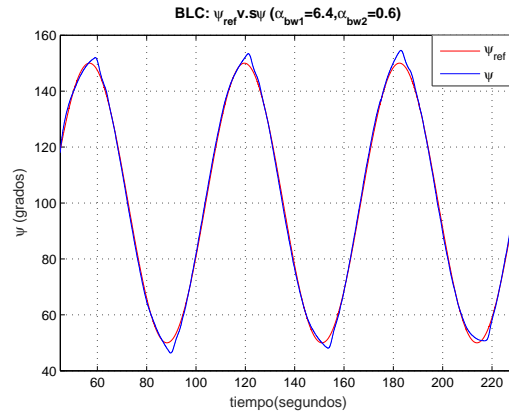


FIGURA 5.6: BLC: TRAYECTORIA EN  $\psi$  DESEADA(ROJO)V.S. DINÁMICA(AZUL)

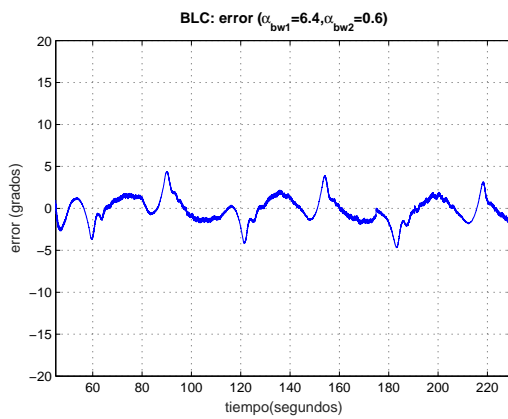


FIGURA 5.7: BLC: ERROR

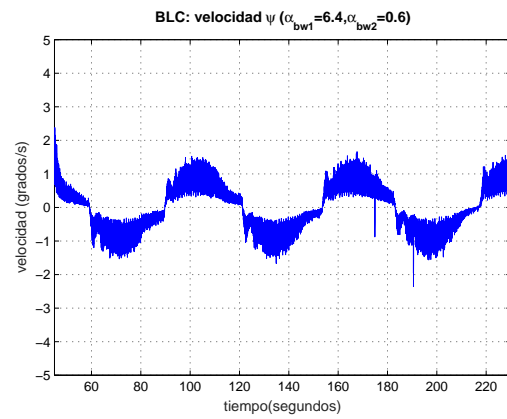


FIGURA 5.8: BLC: VELOCIDAD

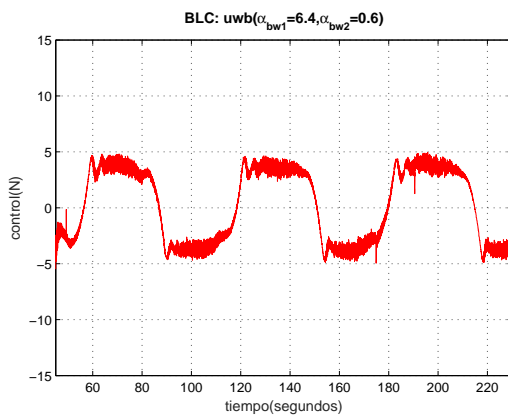


FIGURA 5.9: BLC: CONTROL

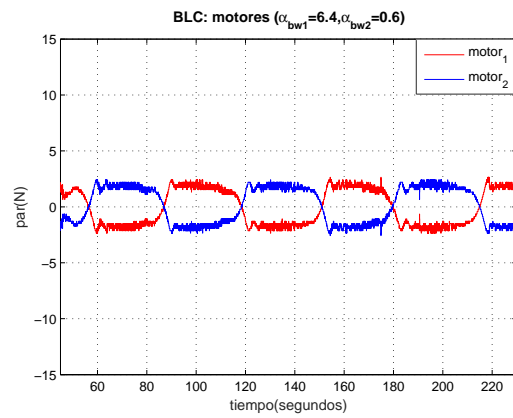


FIGURA 5.10: BLC: PAR MOTOR 1(ROJO) V.S. MOTOR 2(AZUL)

## 5.1.2. Control en posición (z)

### PD con compensación de gravedad

Los resultados del controlador PD con compensación de gravedad con ganancias  $K_{pc} = 90$  y  $K_{dc} = 11.5$  y una compensación de 30N para el control de la posición Z se muestran en las siguientes figuras. Se propone una referencia fija puesto que en la practica se puede realizar exploración a una profundidad fija. Se puede ver que es difícil para este controlador un acercamiento fino porque al alcanzar una profundidad mayor no es capaz de contrarrestar aún con una ganancia grande la inercia que alcanza en la inmersión. Esto se pudo visualizar también en la simulación. Una vez llegado a la referencia puede mantenerse el tiempo suficiente. También se hace notar que en estas pruebas el tiempo de muestreo del sensor de presión es grande debido a que presentaba ruido en la señal. Se ve claramente en la figura (5.12) los incrementos cuando ocurría este error en la señal. El par aún con el sobretiro no es tan demandante para los motores, solo al inicio hay saturación.

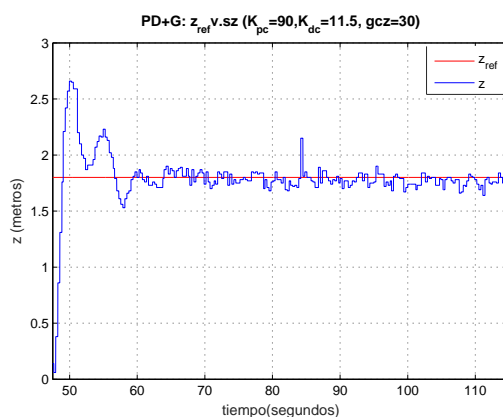


FIGURA 5.11: PDG: TRAYECTORIA EN Z DESEADA(ROJO)V.S. DINÁMICA(AZUL)

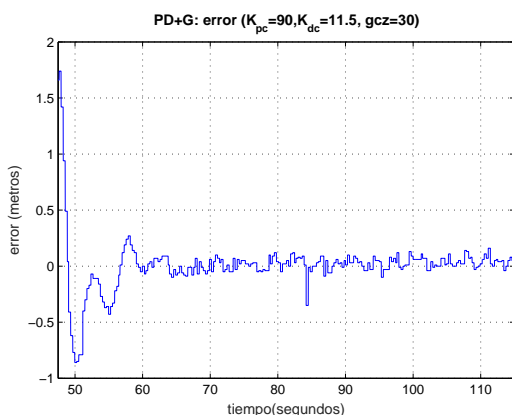


FIGURA 5.12: PDG: ERROR

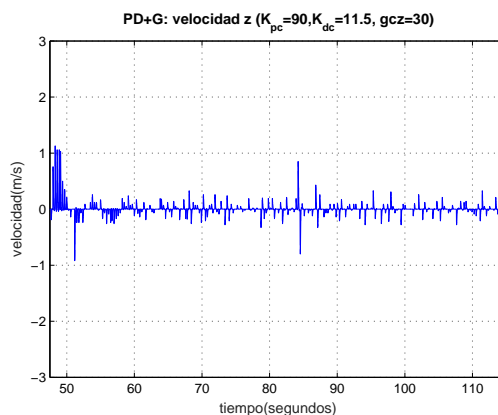


FIGURA 5.13: PDG: VELOCIDAD

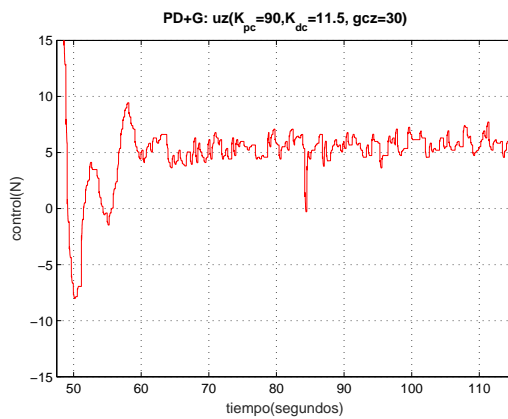


FIGURA 5.14: PDG: CONTROL

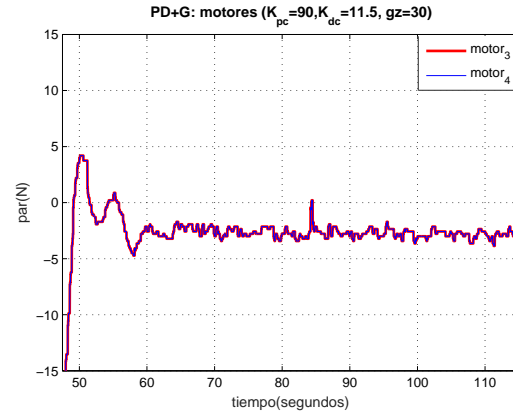


FIGURA 5.15: PDG: PAR MOTOR 3(ROJO) V.S. MOTOR 4(AZUL)

### Control PDNL

Se muestran los resultados de aplicar la técnica PD con saturación variable con ganancias  $K_{pz} = 420$  y  $K_{dz} = 60$  con  $\mu = 1$  y con parámetros  $bp = 5$  y  $dd = 20$  para el control en posición  $z$ , ahora se propone una trayectoria para que el control no se sature ante errores muy grandes, además que permite que los motores no demanden mucha corriente al inicio de operación y un comportamiento más suave durante todo el recorrido. El error visto en la figura (5.17) es de  $\pm 20cm$ , descartando errores en la medición. Tiene velocidad acotada y una señal de control que presenta algunos picos debido a errores de medición del sensor de profundidad. El par de los motores que demanda no es tan grande debido al tipo de referencia solo en los momentos de malas mediciones.

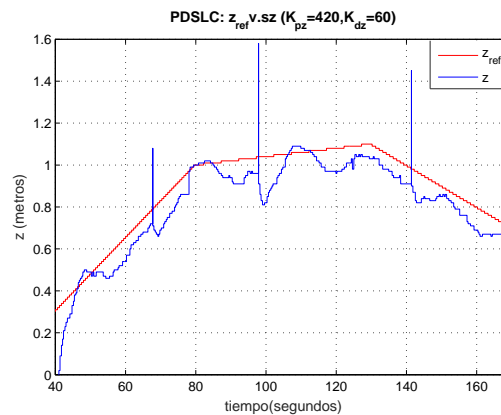


FIGURA 5.16: PDSL C: TRAYECTORIA EN Z DESEADA(ROJO)V.S. DINÁMICA(AZUL)

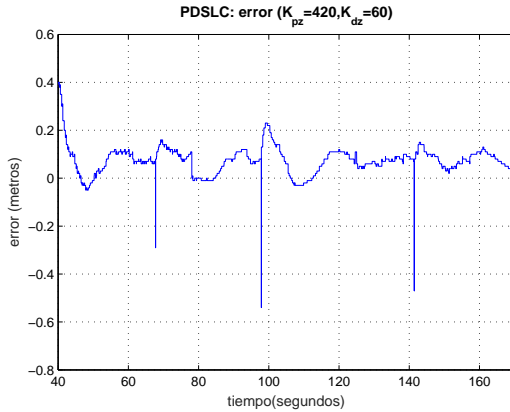


FIGURA 5.17: PDSLC:  
ERROR

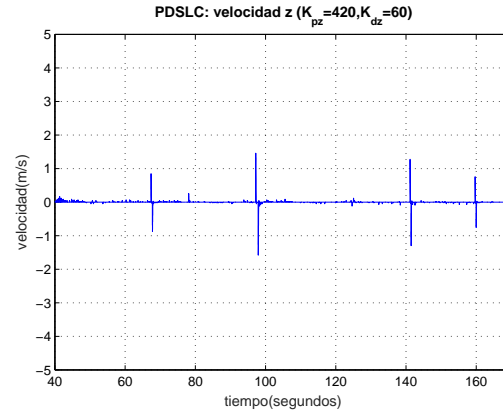


FIGURA 5.18: PDSLC:  
VELOCIDAD

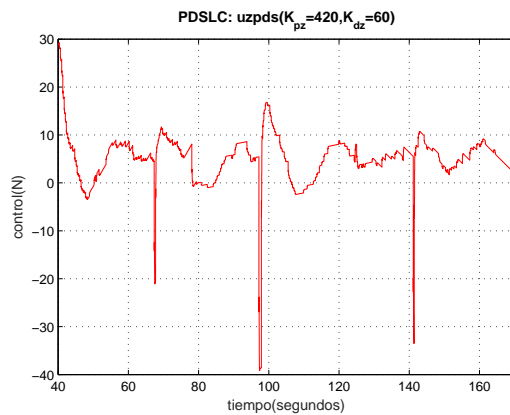


FIGURA 5.19: PDSLC:  
CONTROL

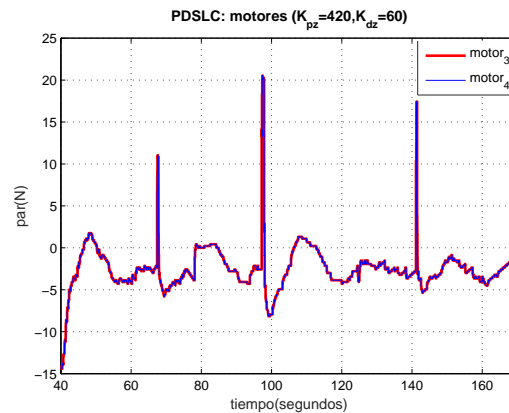


FIGURA 5.20: PDSLC:  
PAR MOTOR 3(ROJO) v.s.  
MOTOR 4(AZUL)

## Control Backstepping

Se muestran los resultados de aplicar la técnica Backstepping con ganancias  $\alpha_{bz1} = 2.9$  y  $\alpha_{bz2} = 1.9$  para el control en posición  $z$ , nuevamente se propone una trayectoria para que el control no se sature ante errores muy grandes, obteniendo un comportamiento más suave durante todo el recorrido. El error visto en la figura (5.17) es de  $\pm 10\text{cm}$ , con una velocidad acotada y una señal de control que presenta algunos picos (en esta prueba no fueron tan recurrentes) debido a errores de medición del sensor de profundidad. Esto también se puede observar en la figura (5.22) donde el control trata de compensar estos errores. El par de los motores aún con errores no perturba demasiado el seguimiento.



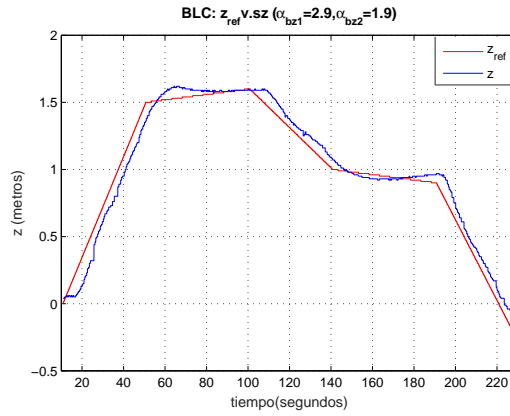


FIGURA 5.21: BLC: TRAYECTORIA EN Z DESEADA(ROJO)V.S. DINÁMICA(AZUL)

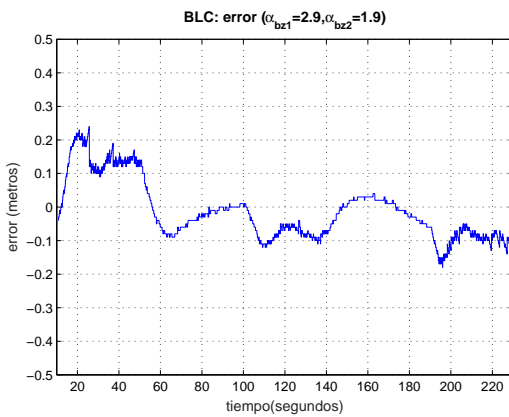


FIGURA 5.22: BLC: ERROR

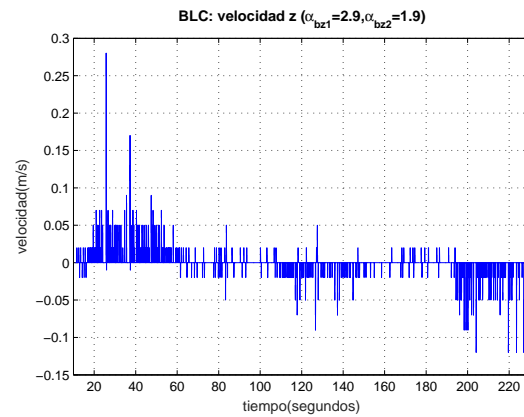


FIGURA 5.23: BLC: VELOCIDAD

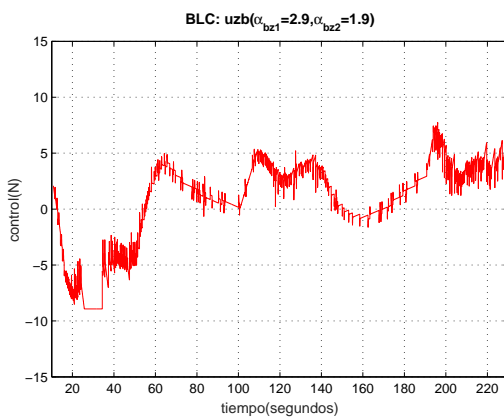


FIGURA 5.24: BLC: CONTROL

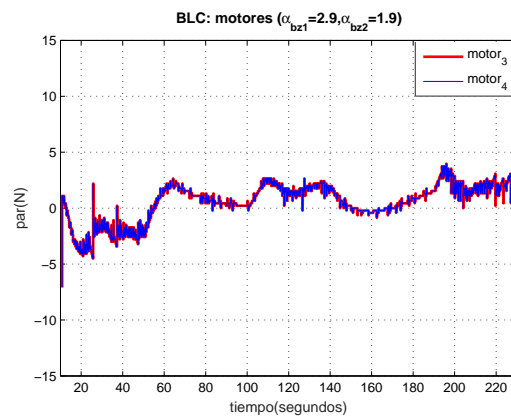


FIGURA 5.25: BLC: PAR MOTOR 3(ROJO) V.S. MOTOR 4(AZUL)

### 5.1.3. Control Backstepping en posición (z) y guiñada ( $\psi$ )

Con base en los resultados presentados en las secciones anteriores, se propone para las pruebas de dinámica conjunta de z y la guiñada ( $\psi$ ) aplicar el controlador backstepping para ambos. Tenemos entonces para el controlador tipo backstepping en la orientación ( $\psi$ ) ganancias de  $\alpha_{bw1} = 6.4$  y  $\alpha_{bw2} = 0.6$  con una trayectoria sinusoidal y ganancias  $\alpha_{bz1} = 3.1$  y  $\alpha_{bz2} = 1.9$  para la trayectoria en la posición z. Se puede ver que la dinámica conjunta afecta la dinámica de z pero no la de  $\psi$  y como es de esperarse incrementa el par pero no es determinante. La velocidad al ser obtenida con un filtro presenta mucho ruido pero se puede asegurar que no crece demasiado. También el par para llegar a la referencia es pequeño y no representa una carga excesiva a los motores.

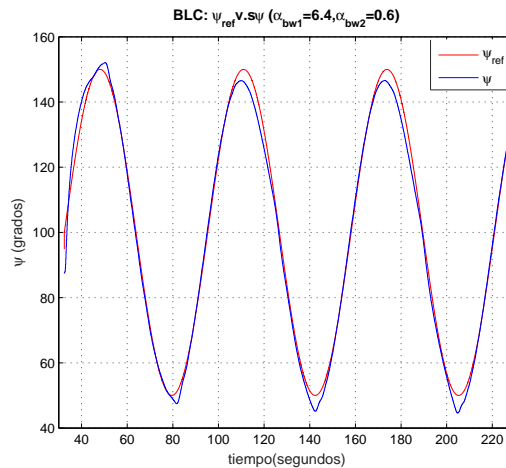


FIGURA 5.26: BLC: TRAYECTORIA EN  $\psi$  DESEADA(ROJO)v.s. DINÁMICA(AZUL)

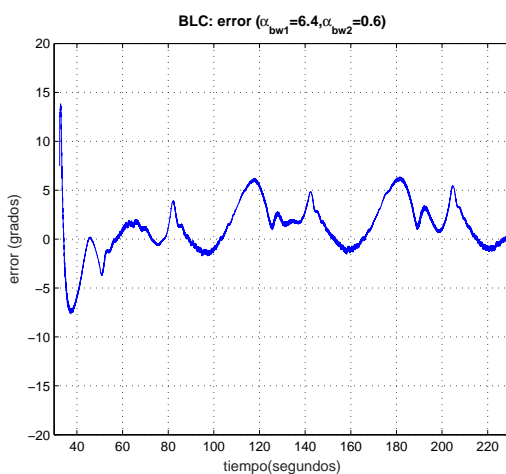


FIGURA 5.27: BLC: ERROR

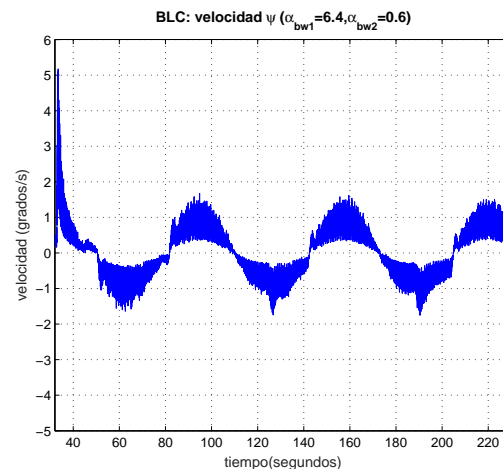


FIGURA 5.28: BLC: VELOCIDAD

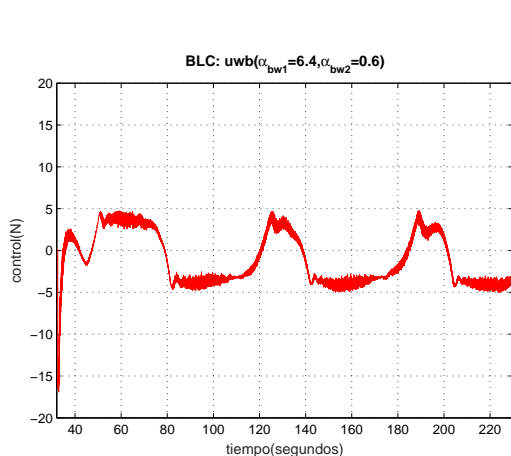


FIGURA 5.29: BLC: CONTROL

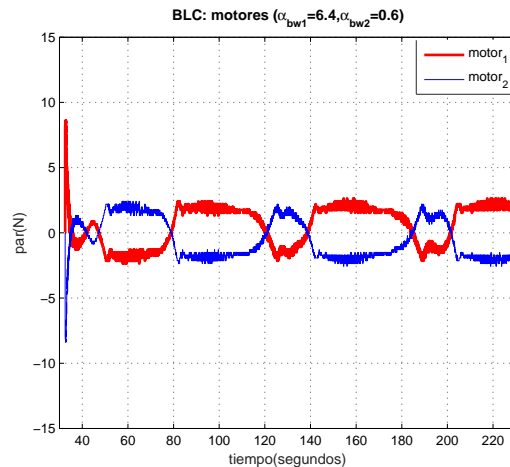


FIGURA 5.30: PDSL: PAR MOTOR 1(ROJO) v.s. MOTOR 2(AZUL)

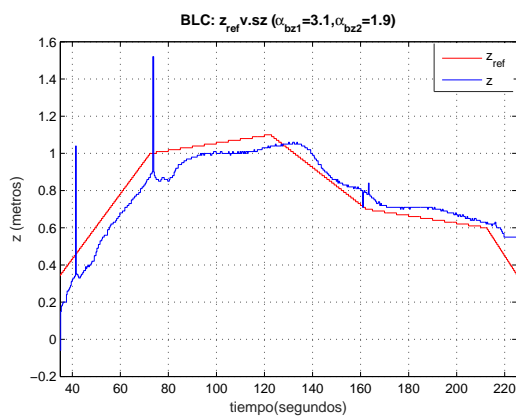


FIGURA 5.31: BLC: TRAYECTORIA EN Z DESEADA(ROJO)v.s. DINÁMICA(AZUL)

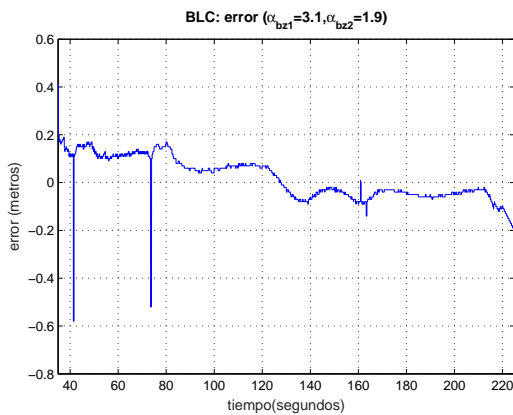
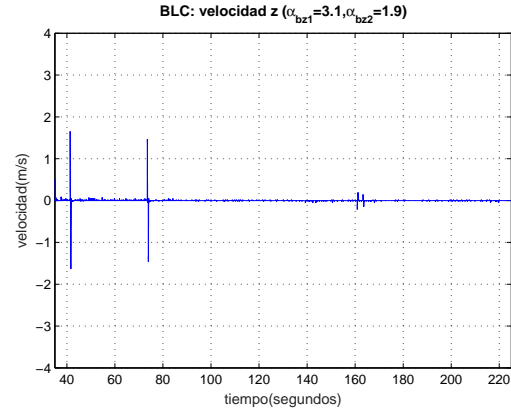
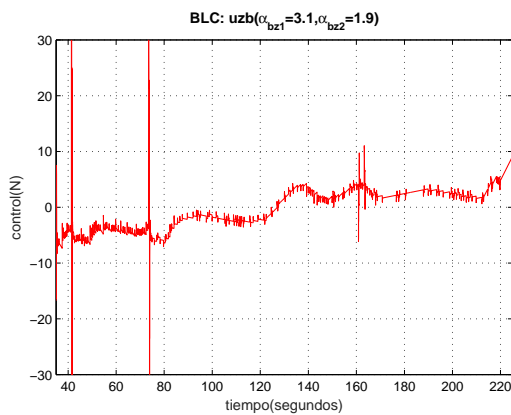
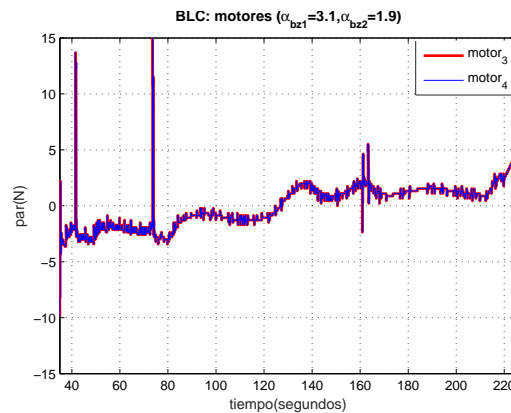


FIGURA 5.32: BLC: ERROR

FIGURA 5.33: BLC:  
VELOCIDADFIGURA 5.34: BLC:  
CONTROLFIGURA 5.35: BLC: PAR  
MOTOR 3(ROJO) V.S.  
MOTOR 4(AZUL)

## 5.2. SAYAB

### 5.2.1. Control en orientación (guiñada)

#### Control PDNL

Se muestran los resultados de aplicar la técnica PD con saturación variable con ganancias  $K_{pw} = 15$  y  $K_{dw} = 5$  con  $\mu = 1$  y con parámetros  $bp = 5$  y  $dd = 20$  para el control en orientación  $\psi$ , se propone una trayectoria sinusoidal con un avance constante. El error visto en la figura (5.37) es de  $\pm 15$  grados, con una velocidad acotada y una señal de control pequeña y que responde bien a los cambios de dirección. El par de los motores no es tan grande debido al tipo de referencia. La señal presenta en todo momento un error pequeño que impide llegar con precisión a la referencia, esto se le puede atribuir a la ubicación de los motores y a las constantes perturbaciones (debido a movimientos del agua y el viento) que no es capaz de compensar. Finalmente se muestra en la figura (5.40) la trayectoria en el

plano xy medida con el GPS, el cual no es tan preciso además que el vehículo tuvo algunas desviaciones debido a perturbaciones externas.

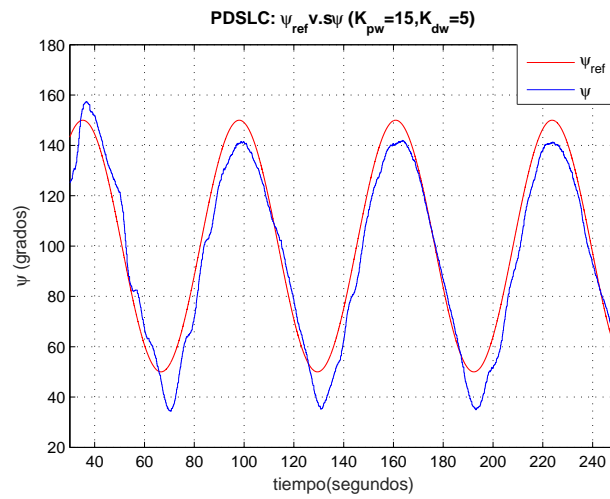


FIGURA 5.36: PDSLC: TRAYECTORIA EN  $\psi$  DESEADA(ROJO)V.S. DINÁMICA(AZUL)

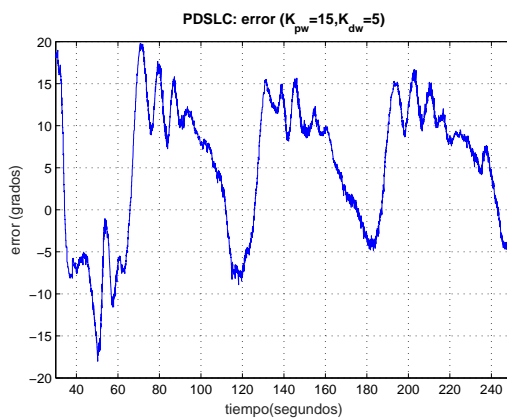


FIGURA 5.37: PDSLC: ERROR

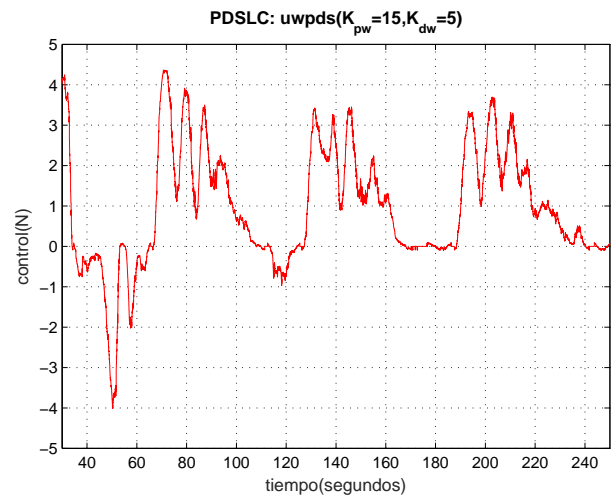


FIGURA 5.38: PDSLC: CONTROL

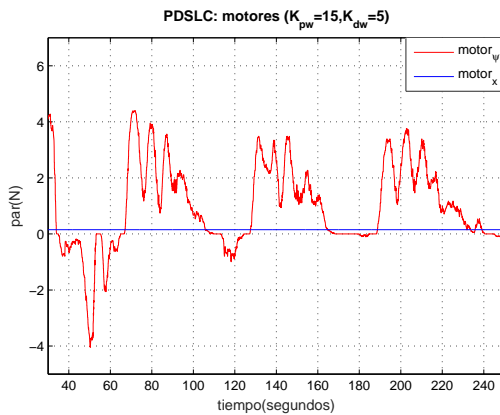


FIGURA 5.39: PDSL: PAR MOTOR LATERAL(ROJO), PAR MOTOR AVANCE(AZUL)

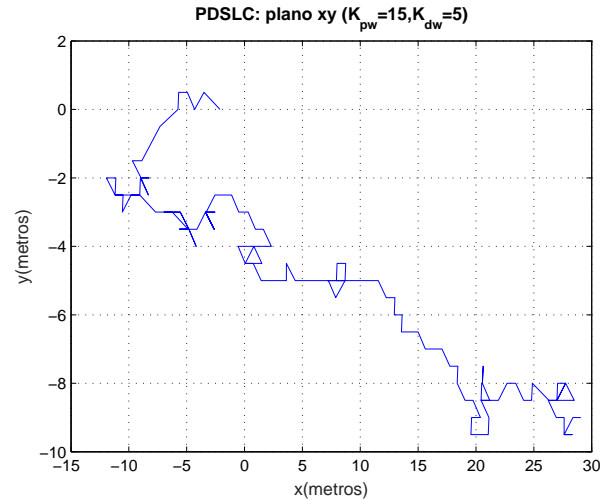


FIGURA 5.40: PDSL: TRAYECTORIA XY

### Control Backstepping

Se muestran los resultados de aplicar la técnica Backstepping con ganancias  $\alpha_{bw1} = 5.5$  y  $\alpha_{bw2} = 3.2$  para el control en orientación  $\psi$  con un avance constante, nuevamente se propone una trayectoria sinusoidal para que el control no se sature ante errores muy grandes. Se muestra su comportamiento en las figuras (5.41) a (5.45). El error visto en la figura (5.42) es de  $\pm 10$  grados, con una velocidad acotada, la señal de control es menor y con una respuesta más rápida que con el controlador anterior lo cual se refleja en un par pequeño para el motor lateral y un seguimiento más preciso de la referencia. Finalmente se muestra en la figura (5.45) la trayectoria en el plano xy medida con el GPS, el cual presenta desviaciones debido a perturbaciones externas y el error natural de la medición.

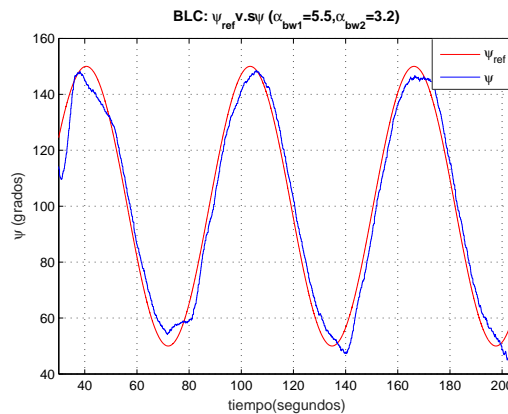


FIGURA 5.41: BLC: TRAYECTORIA EN  $\psi$  DESEADA(ROJO)V.S. DINÁMICA(AZUL)

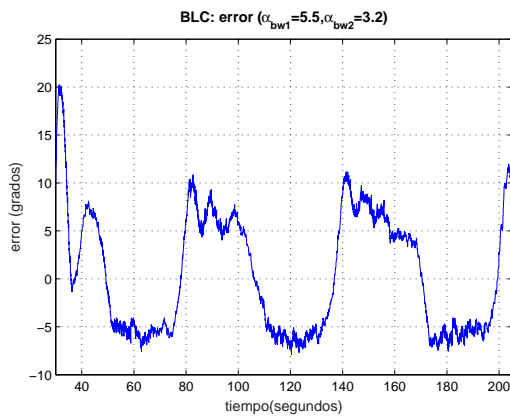
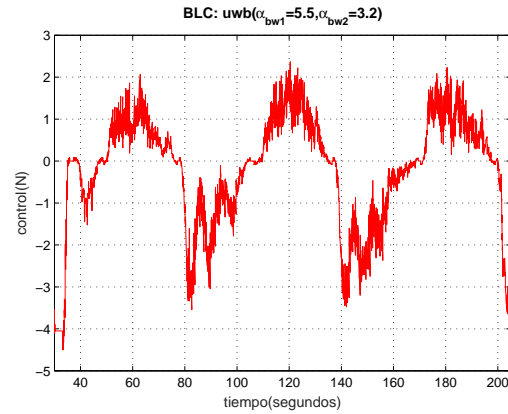
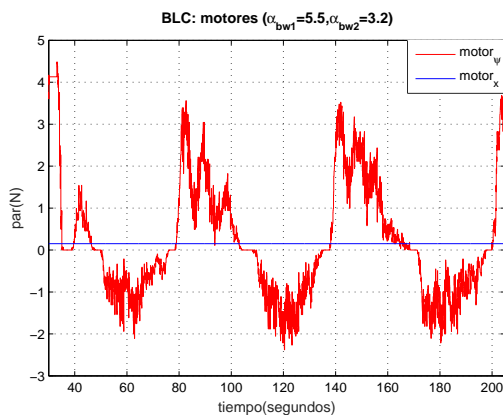
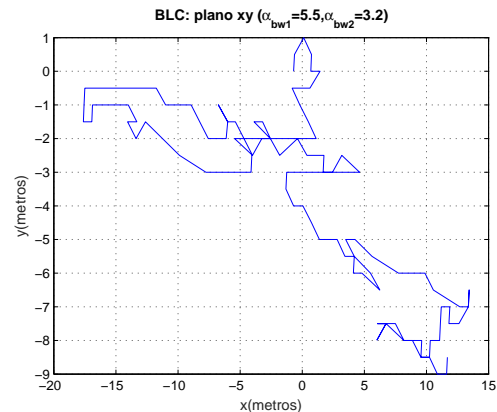


FIGURA 5.42: BLC: ERROR

FIGURA 5.43: BLC:  
CONTROLFIGURA 5.44:  
BLC: PAR MOTOR  
LATERAL(ROJO), PAR  
MOTOR AVANCE(AZUL)FIGURA 5.45: BLC:  
TRAYECTORIA XY

### 5.3. Consideraciones para la cooperación con señales acústicas

Se realizarón algunas pruebas con el módem acústico en un ambiente controlado a una profundidad específica (entre 1 y 1.5 m), de las cuales se pueden enunciar las siguientes consideraciones para su operación.

- El módem debe de permanecer a una profundidad mínima de un metro, esto es, para evitar el ruido que se produce con la superficie del agua debido a los rebotes.
- Debe permanecer alejado de alguna pared u obstáculo al menos a un metro de distancia.
- El voltaje puede ser mínimo (12V), solo debe ser estable para evitar pérdida de señal.
- Se probó una distancia del cable del módem a la fuente de 3 metros sin pérdida de señal.
- Requiere de un convertidor para la adquisición de señal, el cual es genérico.

- El envío de datos lo determina un ancho específico del búfer, si el mensaje no está en el tamaño requerido el protocolo lo puede rellenar con datos no útiles o dividirlo para que sean diferentes paquetes. Por ello se recomienda manejar el protocolo por cuenta propia para siempre enviar el paquete de 40bits.
- El tiempo de envío depende de si el tamaño es el correcto, sino lo es, le toma un segundo el decidir y rellenar el paquete para el envío.
- Sabiendo que el tiempo de vuelo depende de la distancia, esperaríamos que a menor distancia el tiempo de actualización de la señal sea más corto, sin embargo, aún con un buen protocolo se recomienda respetar la tasa de 40 bits por segundo para volver a enviar otro dato generado por nosotros.
- Caso aparte es el requerimiento de medición de distancia, donde se recomienda hacer la petición, esperar la respuesta, leer la medición y volver a preguntar en ciclos de al menos 8 segundos, a menor tiempo se pudo notar que la medición llega con datos que no son legibles o con un mensaje incompleto en la segunda medición.
- Al ser omnidireccional, solo importará que ambos módems estén lo más cercano a un plano horizontal entre ellos para que la distancia sea lineal y no sea visto como una componente. Sin embargo para pruebas controladas (profundidades conocidas) puede aproximarse la distancia real.
- El punto anterior muestra la principal restricción del uso de solo dos módems (maestro-esclavo), si hay algún obstáculo o alguna inclinación no contemplada por parte de alguno de ellos, no hay forma de obtener información, ni de predecir el movimiento del otro. Para esto se sugiere un arreglo de módems que puedan interactuar y cambiar su estado de maestro/esclavo para la recopilación de información.
- La velocidad del vehículo también es restrictiva por lo que el uso de la visión (el procesamiento puede ser lento aún con un buen equipo embebido) como auxiliar y usando referencias conocidas, es plausible.
- El rango de operación es de 500 m en horizontal y 150 m en vertical, para comunicación de consignas en una misión es muy útil, pero para localización puede presentar muchos errores debido al desconocimiento de la posición en tiempo real de cada uno, tanto en profundidad como en orientación.
- Se recomienda una prueba en un ambiente que permita avanzar una distancia de al menos 20 metros para poder recabar suficiente información útil para el cálculo de la trayectoria y también debido a que el gps no es de alta resolución puede tener error en la medición de hasta un metro.
- No requiere de alguna adaptación de la señal para ambientes marinos. Solo de mantenimiento de la cubierta y del conector debido a la salinidad del agua, consiste en limpiarlo con agua dulce y guardarlo en un lugar seco.

Con esta información es como se propone la siguiente misión de cooperación para obtener una trayectoria en posición para el vehículo mini submarino en un ambiente controlado con ayuda la información recabada por una cámara embebida y un sensor acústico, como se muestra en el diagrama (5.46).



Al inicio de la tarea se obtiene una medición confiable de posición del vehículo de superficie, la cual es enviada al vehículo submarino, se pone una consigna de tiempo de espera para asegurar la recepción reiterada del dato para corroborar. Y si además se cumple que dentro de la función explorar fue capaz de encontrar una referencia visual entonces se puede iniciar el avance del vehículo de superficie con una trayectoria de tipo senoidal (esta trayectoria se usa cuando se quiere inspeccionar un área de interés en una región conocida), en este momento el vehículo submarino ya está siguiendo la referencia visual montada en el vehículo de superficie. Al mismo tiempo que avanza recibe como información, un dato que se suma a la posición original, un dato de orientación en guiñada y una distancia entre los vehículos. Si pierde la referencia por perturbaciones, la función explorar entra, y esta tiene como consigna regresar a una profundidad y orientación deseada, esta puede corresponder a la inicial o a la actualizada por la comunicación con el sensor acústico. La misión terminará cuando el vehículo de superficie recorra toda la trayectoria programada. Se muestra en la figura (5.47) una representación de los objetos a utilizar para la tarea.

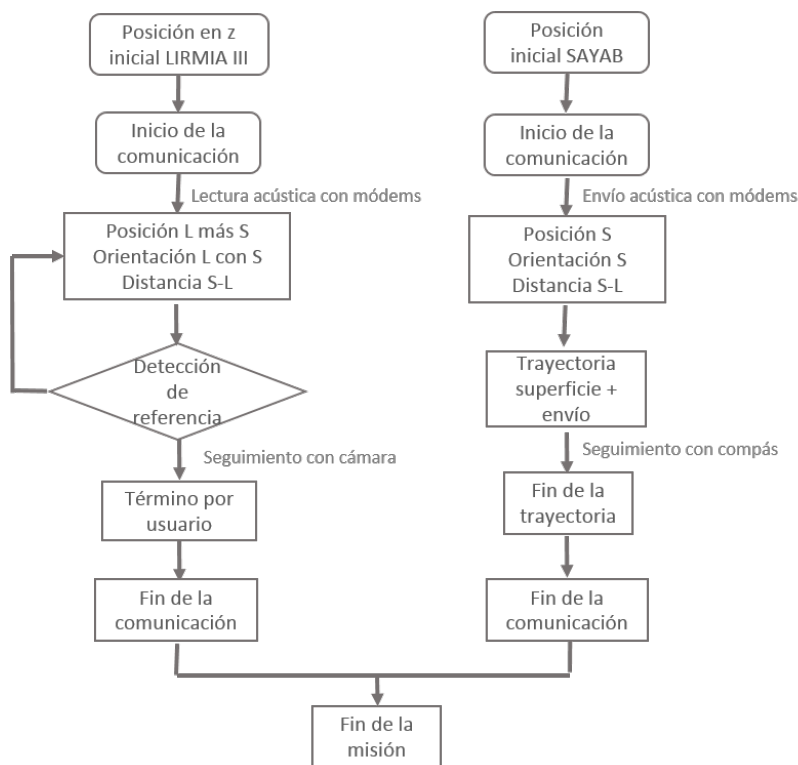


FIGURA 5.46: DIAGRAMA DE LA MISIÓN DE COOPERACIÓN

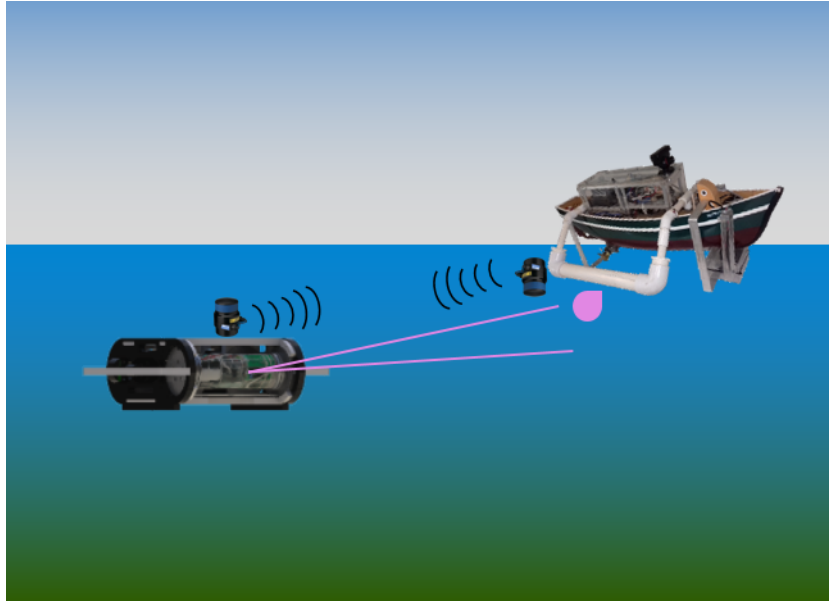


FIGURA 5.47: DESCRIPCIÓN DE LA MISIÓN DE COOPERACIÓN

A continuación se muestran resultados de una simulación (vease figura 5.48) del sistema de cooperación propuesto. En esta simulación se incluye la representación de una cámara que depende del movimiento del barco; esto es, porque la referencia visual esta sujeta al barco a una profundidad de un metro, también se envían señales similares a las obtenidas por un módem acústico con un retardo (dicho retardo es menor al real debido a las condiciones de la simulación). Se muestra la interacción entre las dos dinámicas representadas por su modelo matemático, además de una visualización de los movimientos con el diseño cad en función de sus posiciones y rotaciones generados por la dinámica resultante como se ve en la figura (5.49)

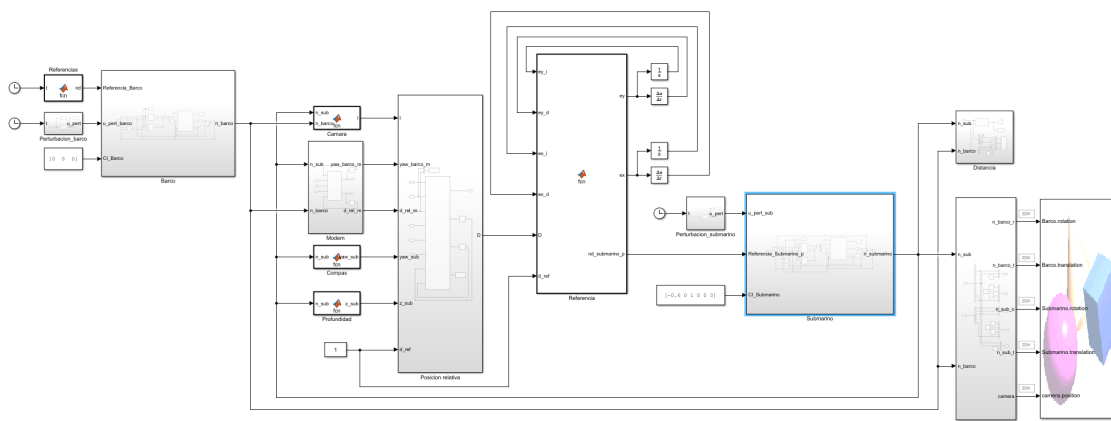


FIGURA 5.48: BLOQUES PARA LA SIMULACIÓN

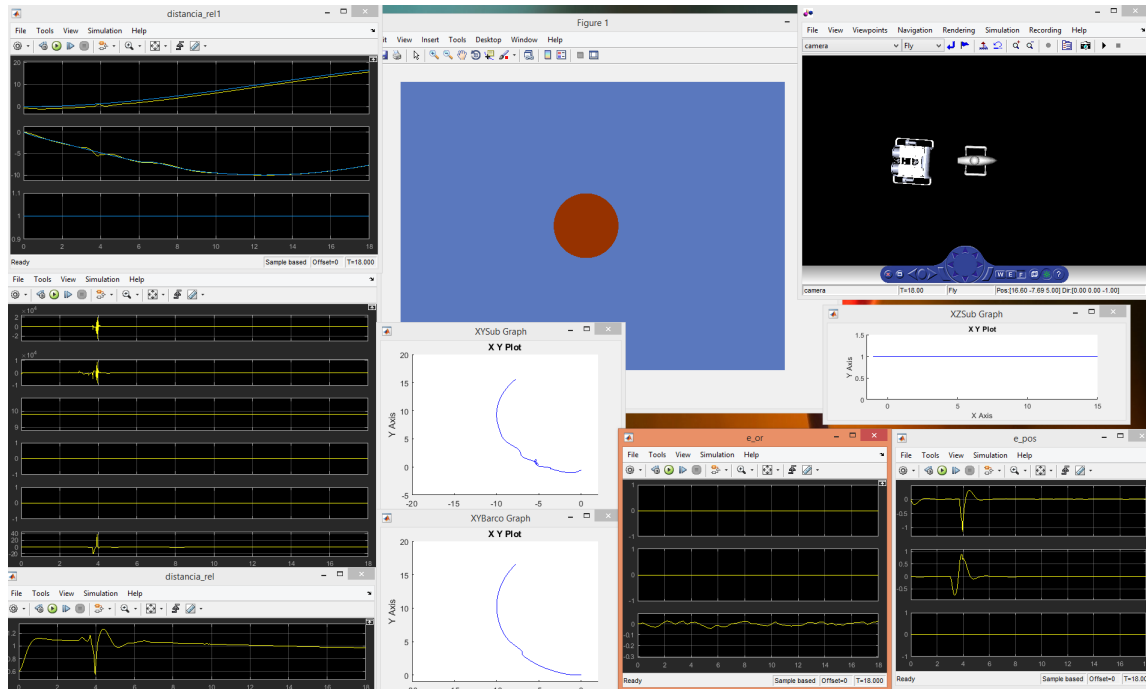


FIGURA 5.49: SIMULACIÓN DE LA MISIÓN DE COOPERACIÓN

El vehículo Sayab de superficie define una trayectoria a seguir, el vehículo Lirmia III sigue al vehículo Sayab por medio de la referencia visual y a una profundidad determinada, durante este seguimiento se presenta una perturbación que puede o no impedir ver la referencia visual por lo que se auxilia de los datos recibidos por el módem acústico que entregan la distancia entre ellos. Se tiene además que cada vez la consigna de dirección del barco cada cierto tiempo para que el submarino pueda corregir su propia dirección. El cálculo de la referencia se calcula con los bloques "Posición Relativa Referencia" que reciben la información del bloque cámara" que se encarga de la generación de la imagen, y del bloque "Modem" donde se efectúa el retardo de las señales correspondientes a la distancia relativa y la orientación del vehículo Sayab, junto con dos bloques referentes al compás y la profundidad inherentes al submarino los cuales pueden presentar un error de medición. Además le daremos una restricción al submarino de mantenerse al menos a un metro de distancia del otro vehículo.

Primero se muestra el funcionamiento de la dinámica conjunta para dos escenarios donde no hay pérdida de imagen.

El primero corresponde a una trayectoria senoidal para el vehículo de superficie con perturbaciones en  $y$  de  $\omega_{lirmia} = [0 \ 200 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  en el  $tiempo = [6 - 6.5]$  y en  $z$  para el vehículo submarino  $\omega_{lirmia} = [0 \ 0 \ 200 \ 0 \ 0 \ 0]$  en el  $tiempo = [15 - 15.5]$ . Las condiciones iniciales son  $[0; 0; 0]$  para el vehículo de superficie y  $[-0.6; 0.3; 0.7; 0; 0; 0]$  para el vehículo submarino. Se muestran los resultados en las figuras (5.50) a (5.55).

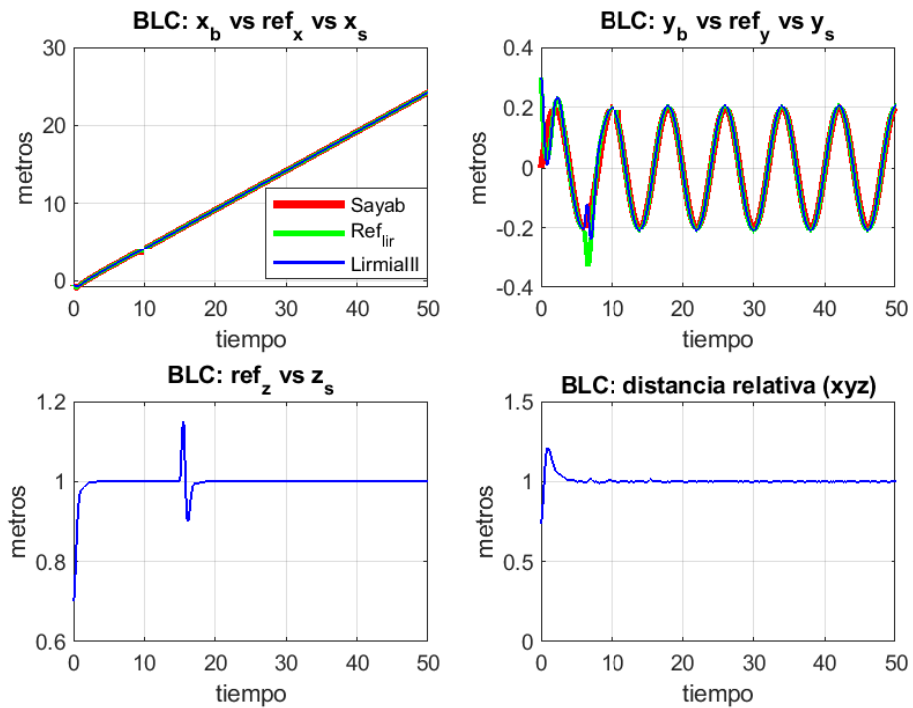


FIGURA 5.50: BLC: TRAYECTORIAS DESEADA LIRMIA III(VERDE)v.S. DINÁMICAS(SAYAB(ROJO)/LIRMIAII(AZUL))

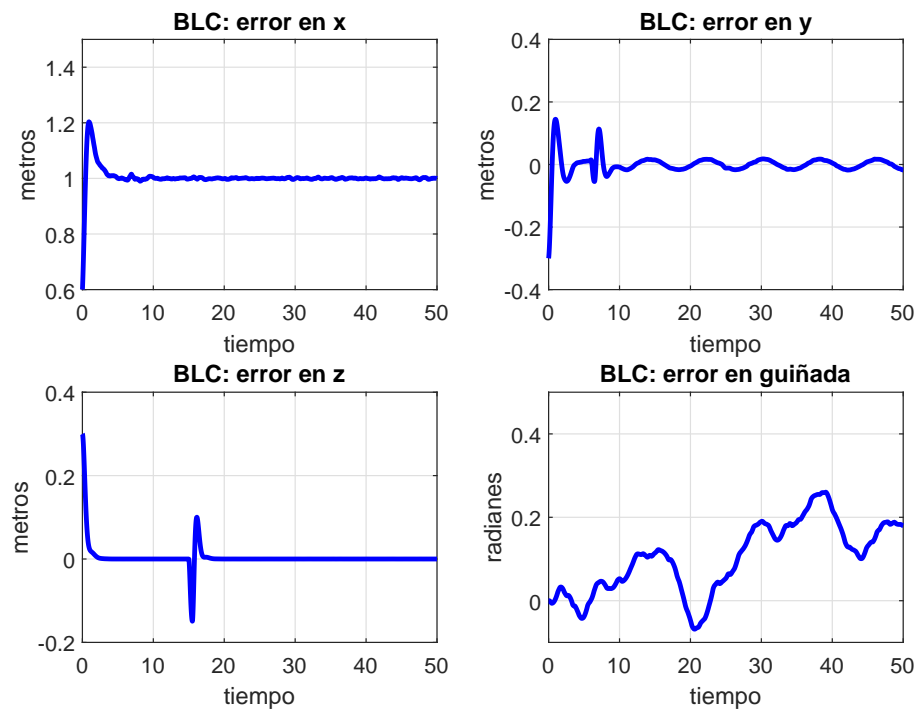


FIGURA 5.51: BLC: ERRORES

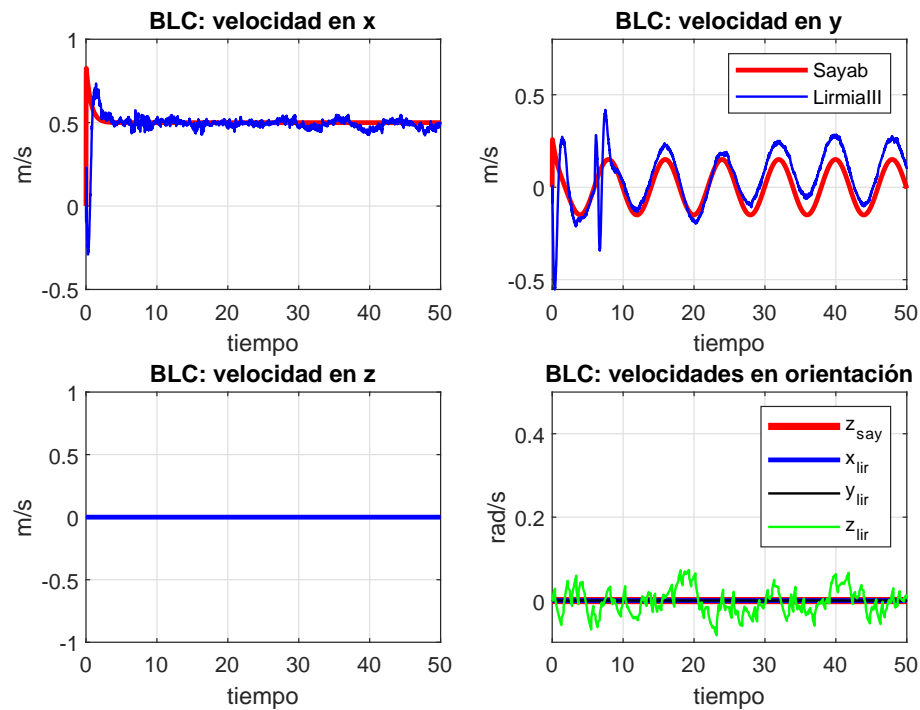


FIGURA 5.52: BLC: VELOCIDADES

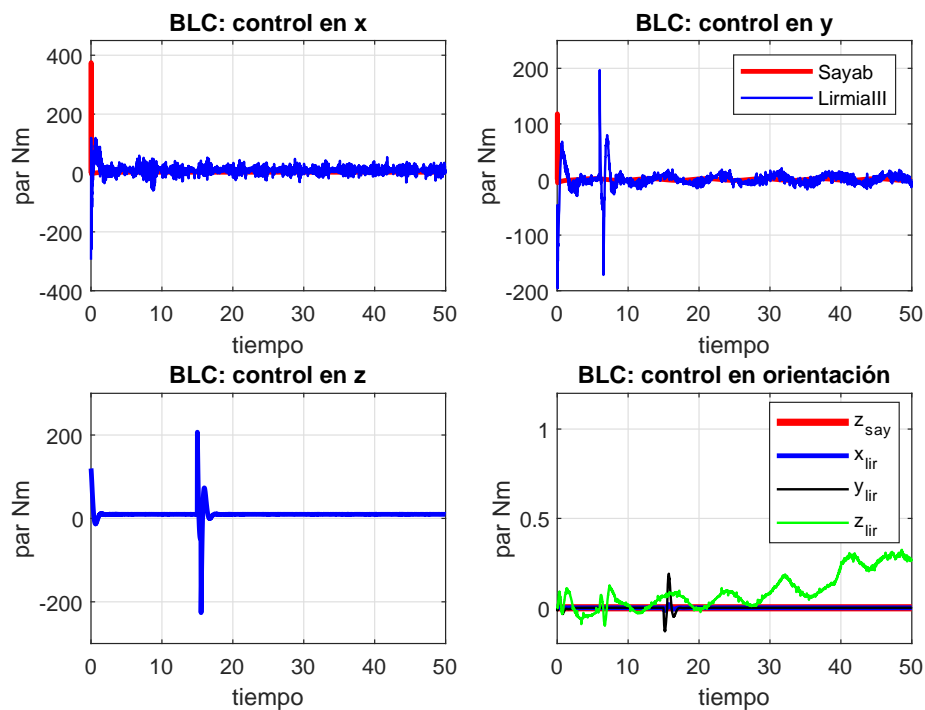


FIGURA 5.53: BLC: SEÑALES DE CONTROL

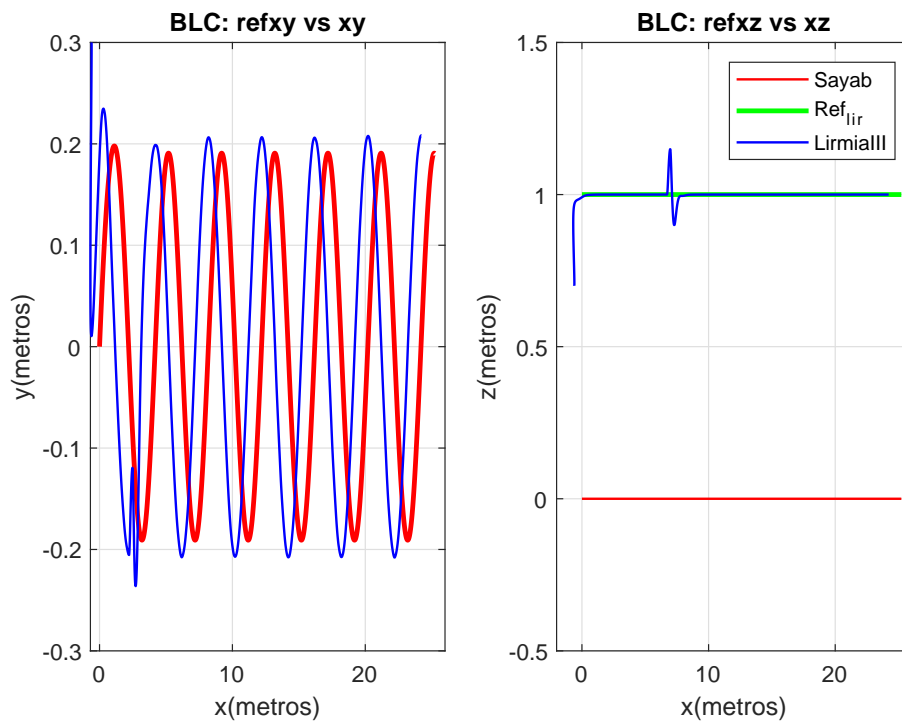


FIGURA 5.54: BLC: TRAYECTORIAS 2D SAYAB(ROJO)V.S. LIRMIA III(AZUL)

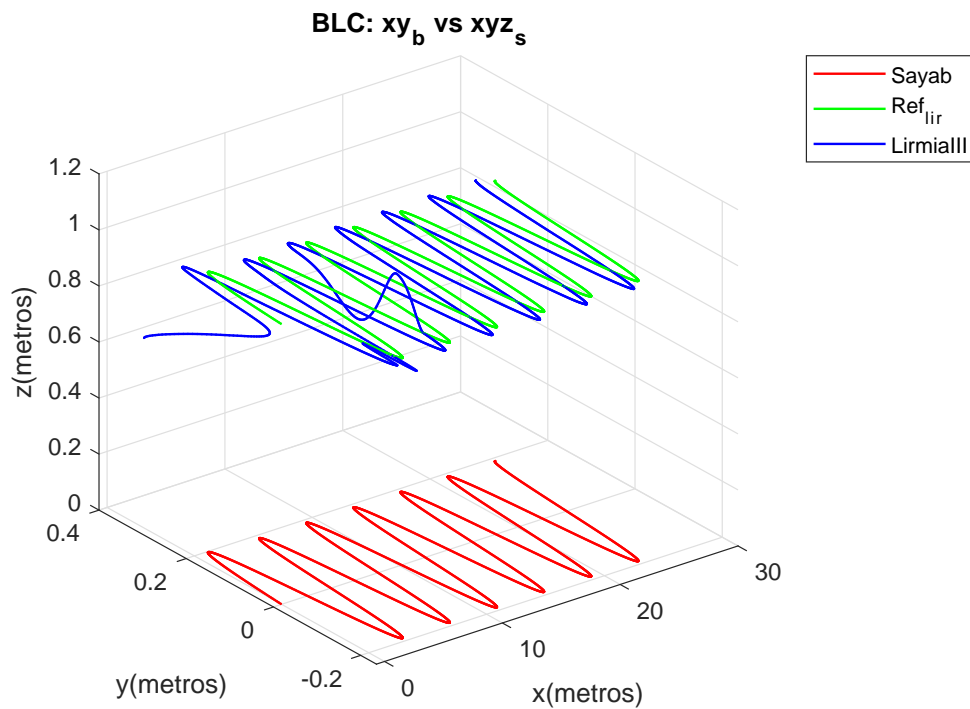


FIGURA 5.55: BLC: TRAYECTORIA EN 3D SAYAB(ROJO) V.S. DESEADAL (VERDE) V.S. LIRMIA III(AZUL)

Podemos ver que con el controlador tipo backstepping para ambos vehículos con las siguientes ganancias  $\alpha_{b1} = \text{diag}[1 \ 2 \ 0]$  y  $\alpha_{b2} = \text{diag}[0.5 \ 0.5 \ 0]$  y  $\alpha_{b1} = \text{diag}[4.5 \ 5.5 \ 5 \ 1 \ 1.3 \ 1.3]$  y  $\alpha_{b2} = \text{diag}[0.9 \ 0.9 \ 0.4 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.01]$ , tiene una buena respuesta ante las perturbaciones además de que puede alcanzar rápidamente la posición con condiciones iniciales lejanas en varios ejes.

El segundo escenario es una trayectoria circular para el vehículo de superficie con perturbaciones en y del barco  $\omega_{sayab} = [0 \ 60 \ 0]$  en el tiempo =  $[6 - 6.5]$  y en z del submarino siendo  $\omega_{lirmia} = [0 \ 0 \ 200 \ 0 \ 0 \ 0]$  en el tiempo =  $[10 - 10.5]$ . Las condiciones iniciales son  $[0; 0; 0]$  para el vehículo de superficie y  $[-0.6; 0.3; 0.7; 0; 0; 0]$  para el vehículo submarino. Se muestran los resultados en las figuras (5.56) a (5.61). En este caso el controlador tipo backstepping para ambos vehículos con las siguientes ganancias  $\alpha_{b1} = \text{diag}[1 \ 2 \ 0]$  y  $\alpha_{b2} = \text{diag}[0.5 \ 0.5 \ 0]$  y  $\alpha_{b1} = \text{diag}[4.5 \ 5.5 \ 5 \ 1 \ 1.3 \ 1.3]$  y  $\alpha_{b2} = \text{diag}[0.9 \ 0.9 \ 0.4 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.01]$ , haciendo notar que es capaz de seguir la desviación y compensar rápidamente el cambio en profundidad.

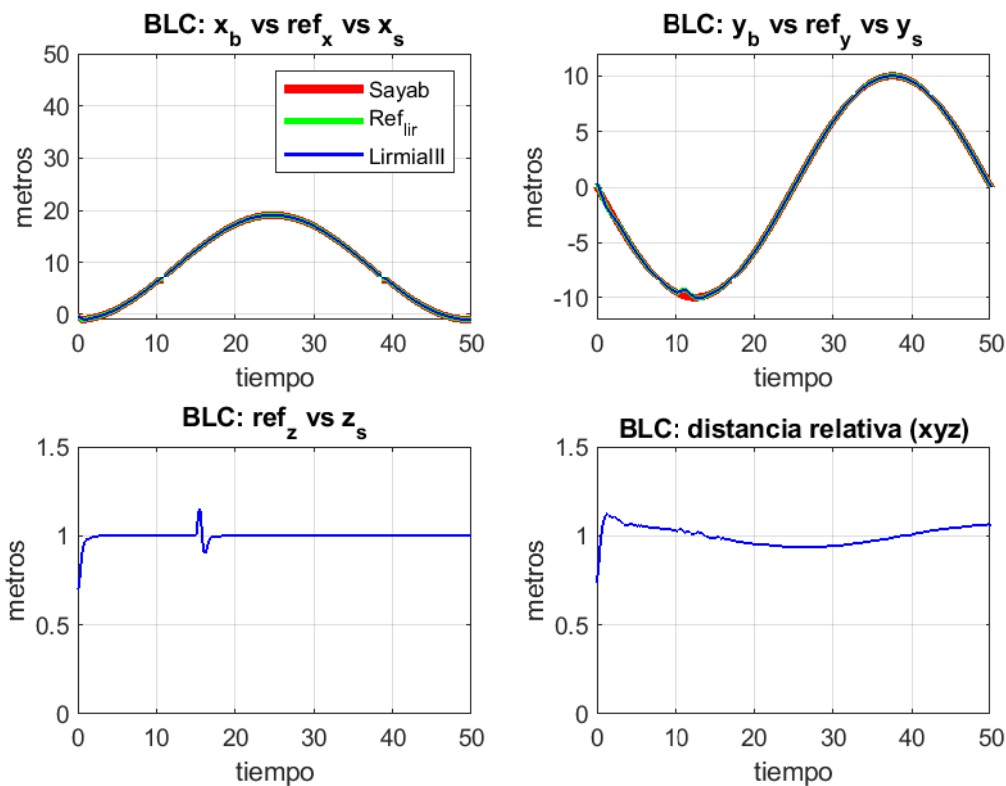


FIGURA 5.56: BLC: TRAYECTORIAS DESEADA LIRMIA III(VERDE)v.s. DINÁMICAS(SAYAB(ROJO)/LIRMIAII(AZUL))

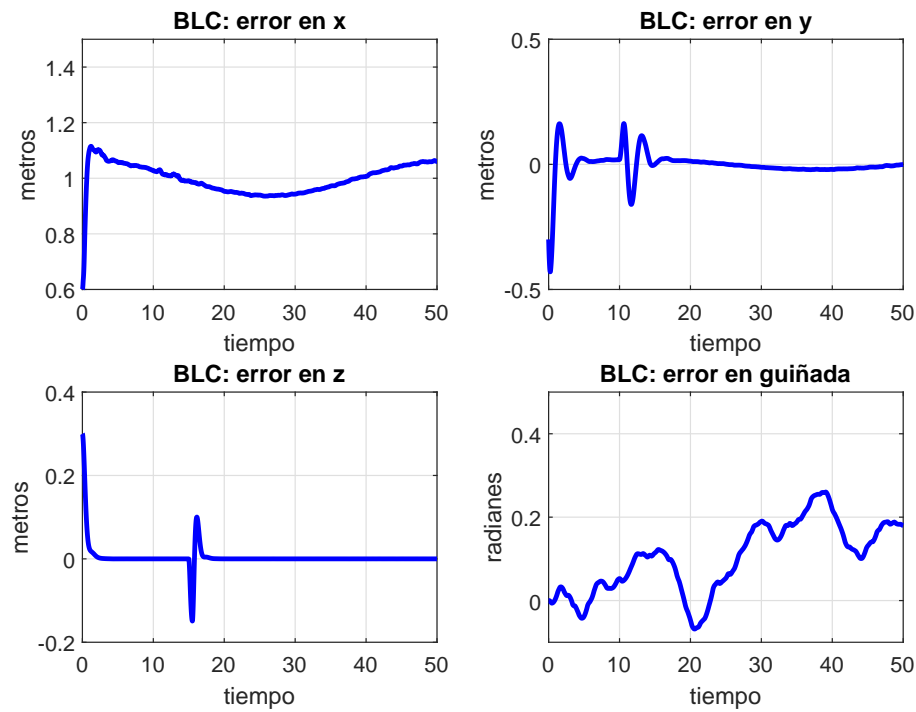


FIGURA 5.57: BLC: ERRORES

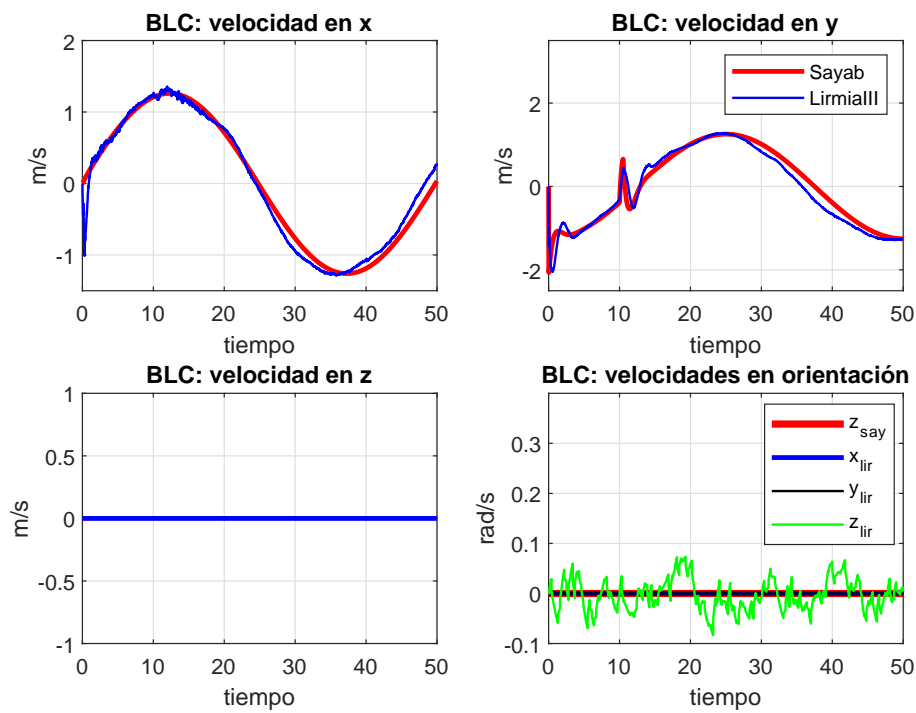


FIGURA 5.58: BLC: VELOCIDADES



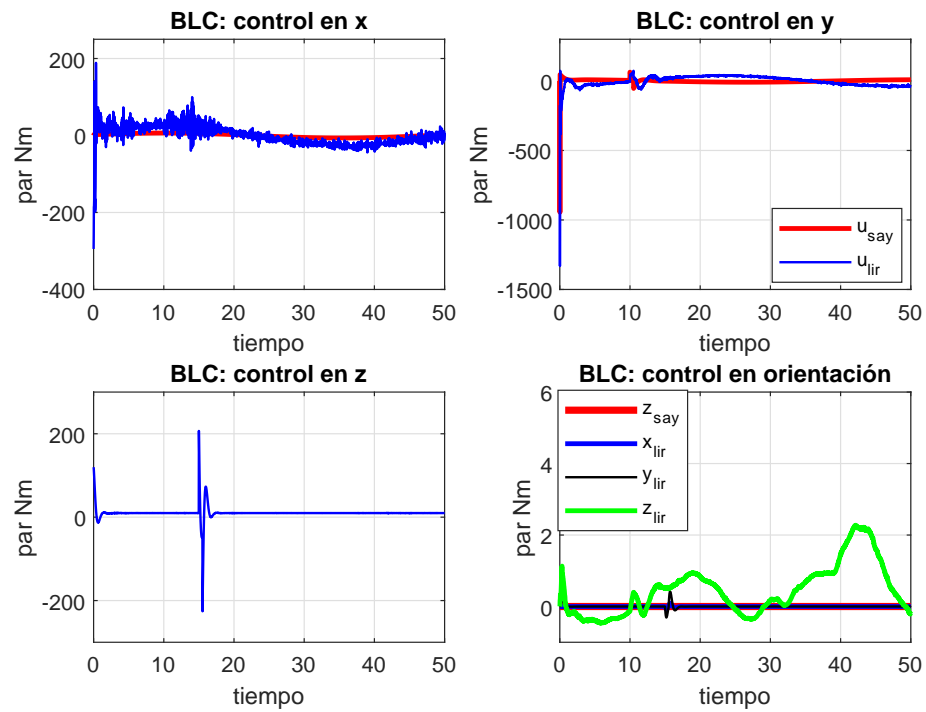


FIGURA 5.59: BLC: SEÑALES DE CONTROL

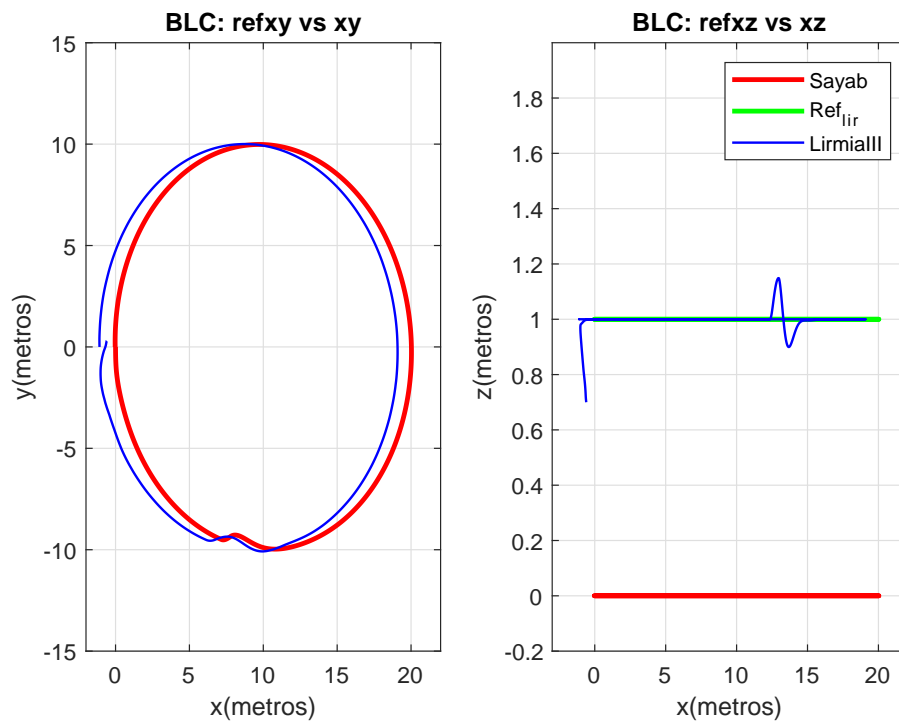


FIGURA 5.60: BLC: TRAYECTORIAS 2D SAYAB(ROJO)V.S. LIRMIA III(AZUL)

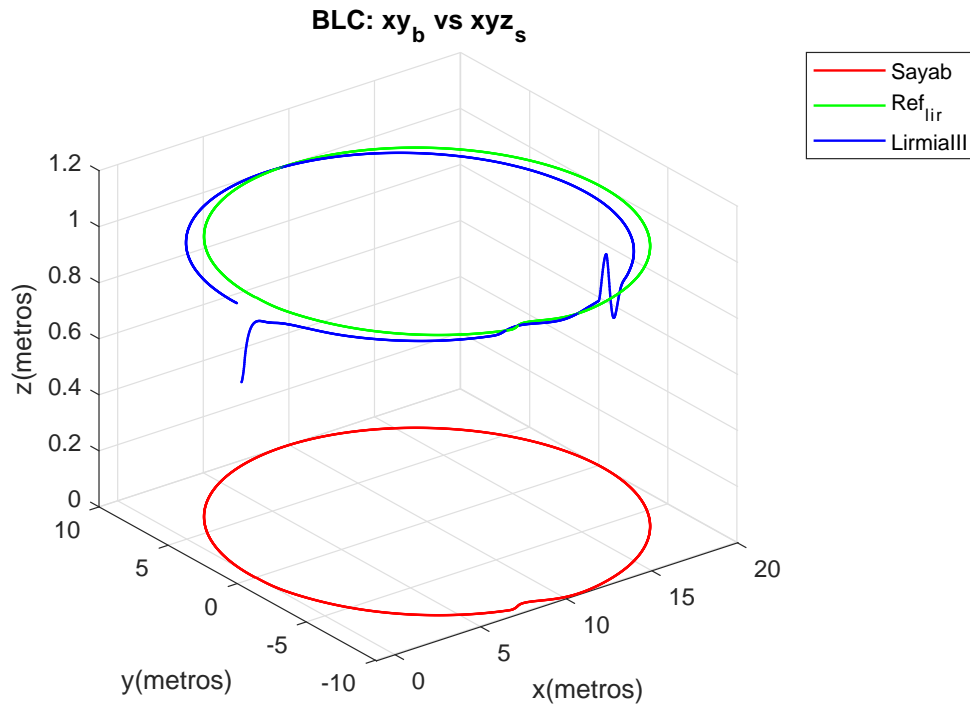


FIGURA 5.61: BLC: TRAYECTORIA EN 3D SAYAB(ROJO) V.S. DESEADAL (VERDE) V.S. LIRMIA III(AZUL)

Se realizó la comparativa de los controladores PID y Backstepping para una tarea de cooperación, donde el vehículo Sayab traza una trayectoria del tipo circular. Ahora los escenarios siguientes contemplan una perturbación con la cual el vehículo submarino deja de ver la referencia, aquí es donde se vale de los datos anteriores y los recabados por el modem para recuperarla.

Los resultados del controlador tipo backstepping con condiciones iniciales de  $[0; 0; 0]$  para el vehículo Sayab y con ganancias de  $\alpha_{b1} = \text{diag}[1 \ 2 \ 0]$  y  $\alpha_{b2} = \text{diag}[0.5 \ 0.5 \ 0]$  para el control de la posición XY. Se implementa un control proporcional integral derivativo con condiciones iniciales de  $[-0.6; 0; 1; 0; 0; 0]$  y con ganancias  $KP_{lir} = \text{diag}[1700 \ 1500 \ 1500 \ 10 \ 20 \ 10]$ ,  $KD_{lir} = \text{diag}[350 \ 350 \ 150 \ 0 \ 0 \ 0]$  y  $KI_{lir} = \text{diag}[500 \ 250 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  para el control de la posición XYZ del vehículo Lirmia III. Se muestra en las figuras (5.62) a (5.67) el comportamiento de ambos vehículos bajo dos perturbaciones en el eje y del vehículo Lirmia III, que son sumadas directamente al par proporcionado, siendo de  $\omega_{lirmia} = [0 \ 1500 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  y  $\omega_{lirmia} = [0 \ -1700 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  en el *tiempo* =  $[3 - 3.2]$  y *tiempo* =  $[3.5 - 3.75]$  respectivamente, con el fin de perder la referencia en la imagen de la cámara, además hay una tercera perturbación en el vehículo Sayab aplicado de la misma forma, de  $\omega_{sayab} = [0 \ 60 \ 0]$  en el *tiempo* =  $[6 - 6.5]$ .

El comportamiento con este controlador muestra que la perturbación modifica la trayectoria y presenta un sobretiro en  $z = 1m$ , el mayor efecto visible es que conforme pasa el tiempo el error en orientación con respecto a  $y$  crece y le es difícil de compensar. Podemos ver un requerimiento de velocidad acotado y una demanda del controlador grande.

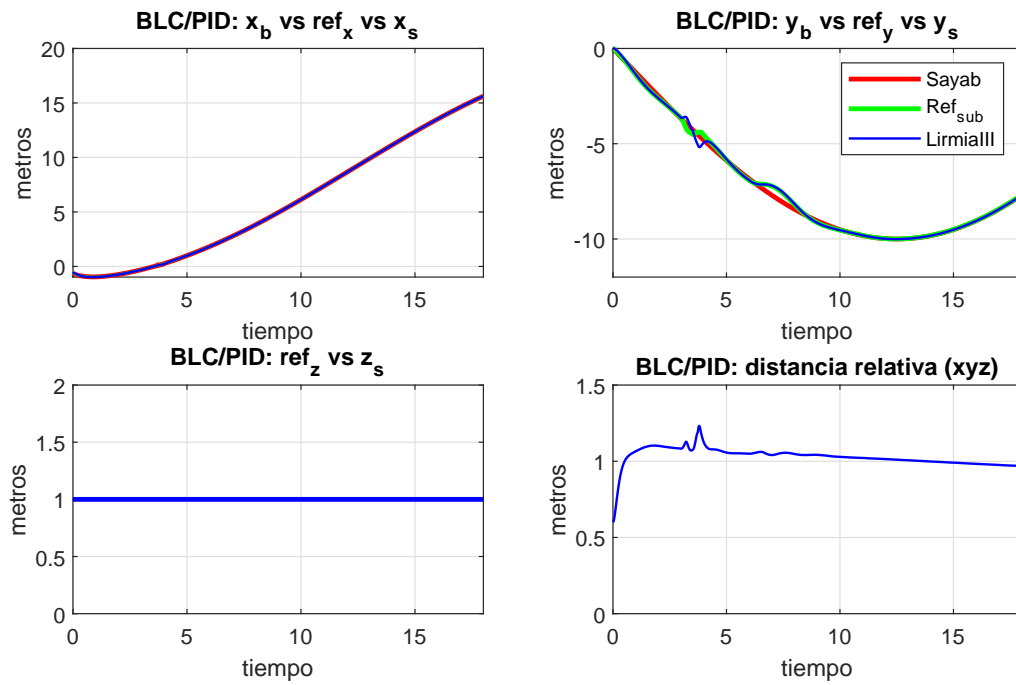


FIGURA 5.62: BLC/PID: TRAYECTORIAS DESEADA LIRMIA III(VERDE)v.s. DINÁMICAS(SAYAB(ROJO)/LIRMIAII(AZUL))

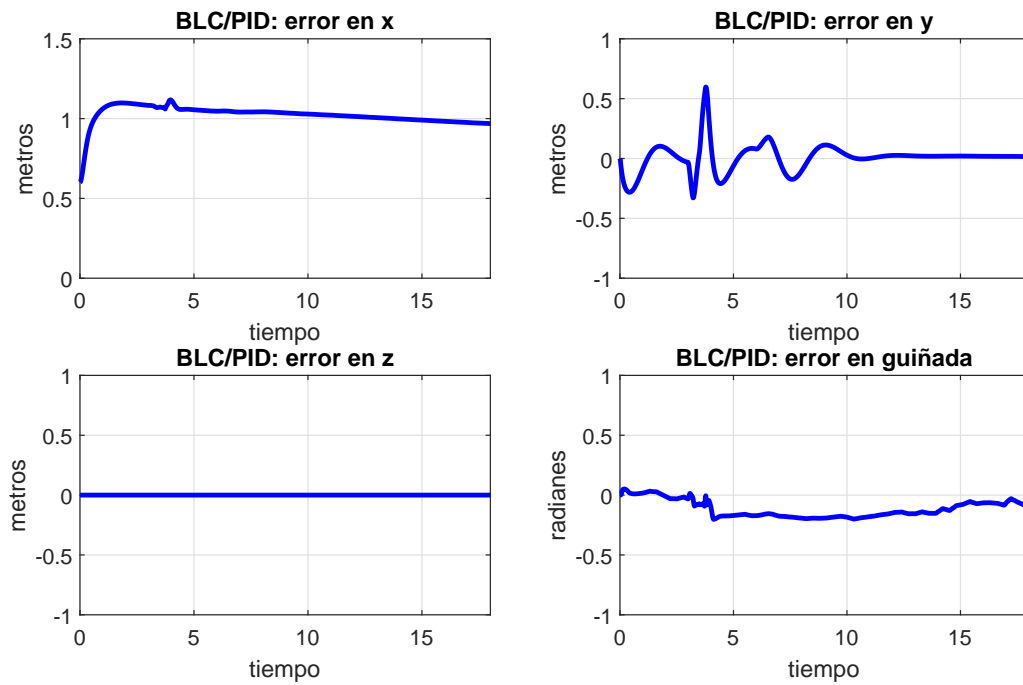


FIGURA 5.63: BLC/PID: ERRORES

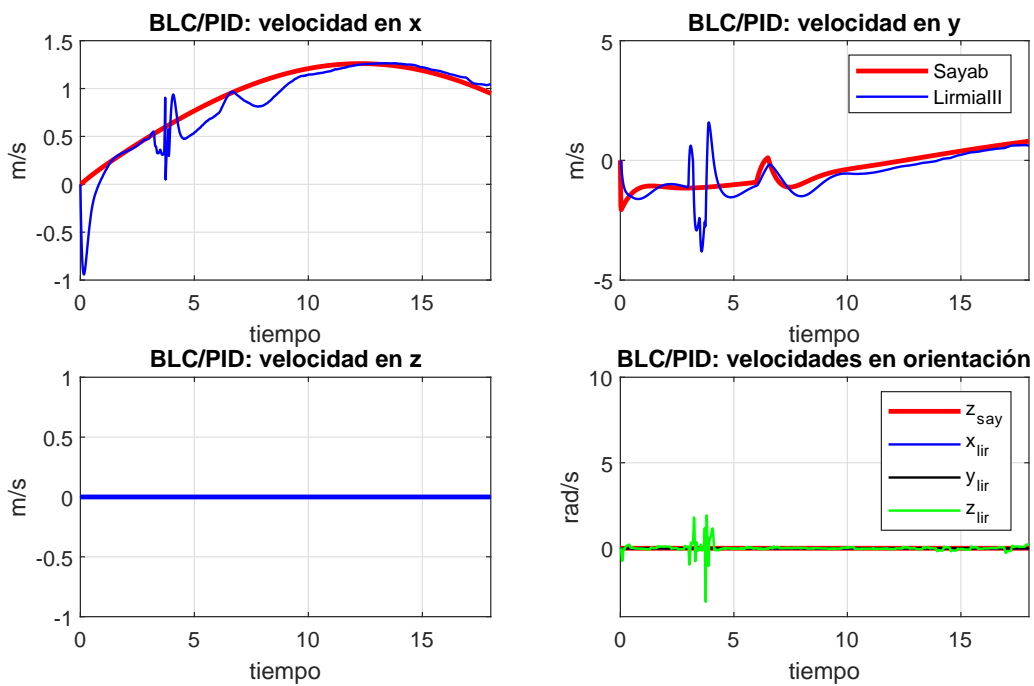


FIGURA 5.64: BLC/PID: VELOCIDADES

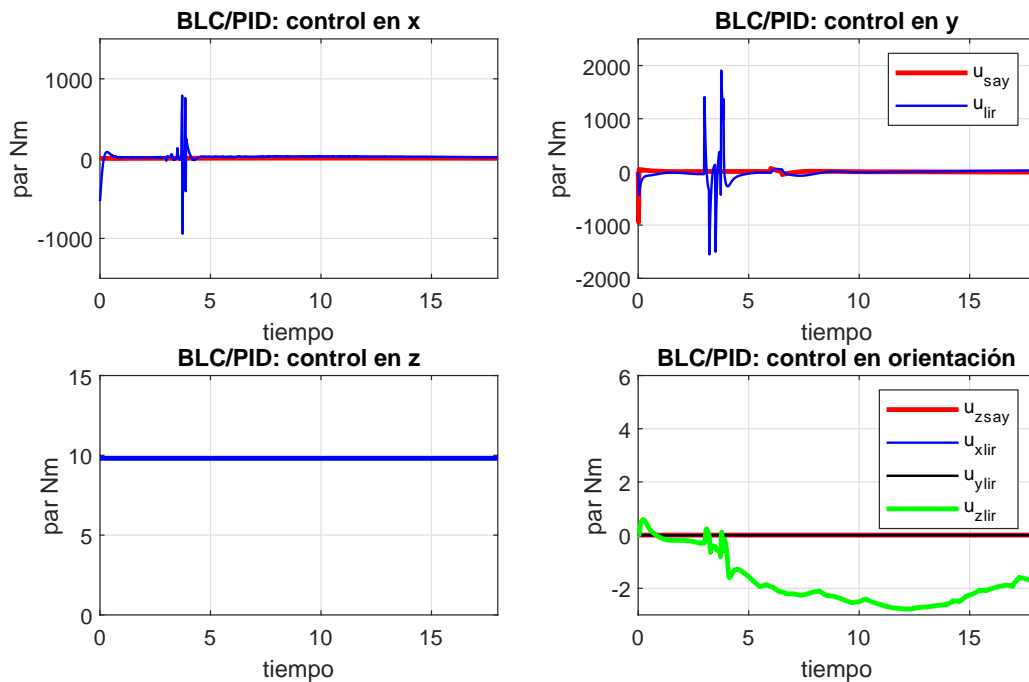


FIGURA 5.65: BLC/PID: SEÑALES DE CONTROL

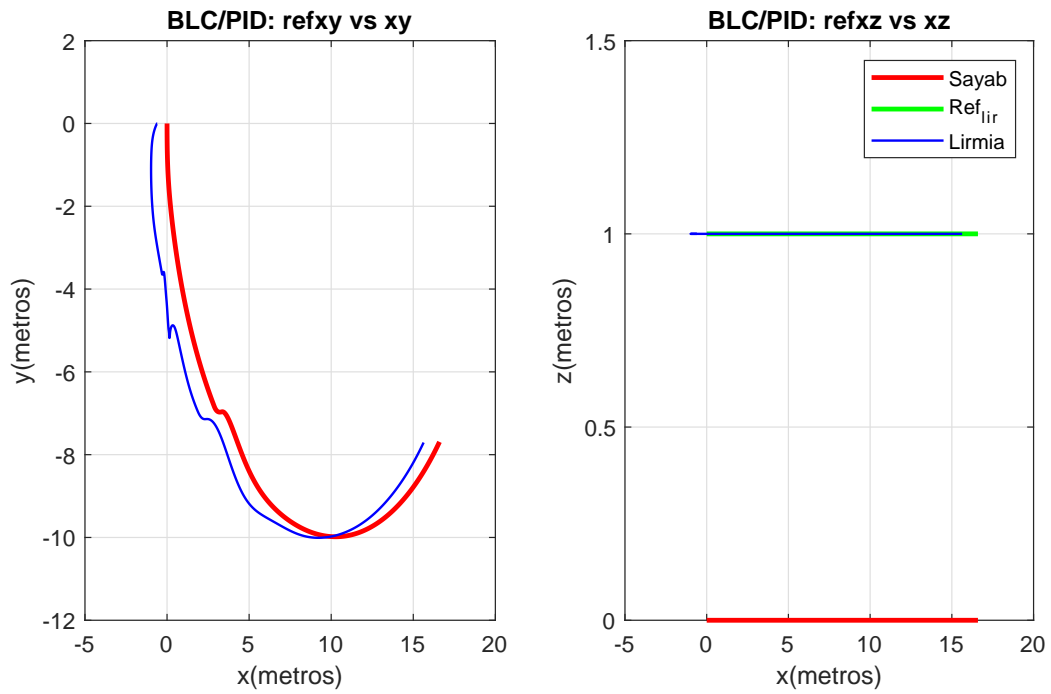


FIGURA 5.66: BLC/PID: TRAYECTORIAS 2D SAYAB(ROJO)V.S. LIRMIA III(AZUL)

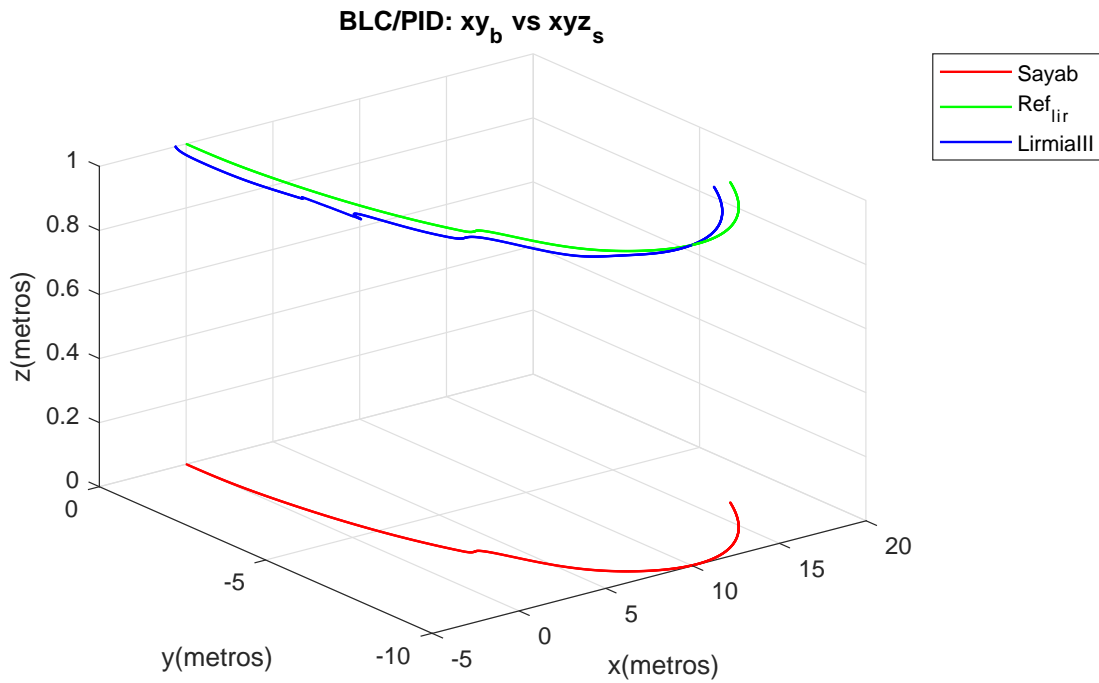


FIGURA 5.67: BLC/PID: TRAYECTORIA EN 3D SAYAB(ROJO) V.S. DESEADAL (VERDE) V.S. LIRMIA III(AZUL)

Se muestran los resultados para el control tipo backstepping con condiciones iniciales de  $[0; 0; 0]$  para el vehículo Sayab con ganancias de  $\alpha_{b1} = \text{diag}[1 \ 2 \ 0]$  y  $\alpha_{b2} = \text{diag}[0.5 \ 0.5 \ 0]$  para el control de la posición XY. También la implementación del mismo tipo de controlador con condiciones iniciales de  $[-0.6; 0; 1; 0; 0; 0]$  y ganancias  $\alpha_{b1} = \text{diag}[4.5 \ 5.5 \ 5 \ 1 \ 1 \ 1.3]$  y  $\alpha_{b2} = \text{diag}[0.9 \ 0.9 \ 0.4 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.01]$  para el control de la posición XYZ del vehículo Lirmia III, que se muestran en las figuras (5.68) a (5.73) se introducen dos perturbaciones, una en el eje y del vehículo Lirmia III sumados directamente al par del vehículo, de  $\omega_{lirmia} = [0 \ 1500 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  y  $\omega_{lirmia} = [0 \ -1700 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  en el tiempo =  $[3 - 3.2]$  y tiempo =  $[3.5 - 3.75]$  con el fin de perder la referencia visual, además hay una tercera perturbación en el vehículo Sayab  $\omega_{sayab} = [0 \ 60 \ 0]$  en el tiempo =  $[6 - 6.5]$ .

El comportamiento con este controlador muestra que la perturbación modifica igualmente muy poco la trayectoria y también presenta un sobretiro en  $z = 1m$  debido a las condiciones iniciales. Podemos ver un requerimiento de velocidad similar y una demanda del controlador grande y con un error menor en guiñada conforme pasa el tiempo..

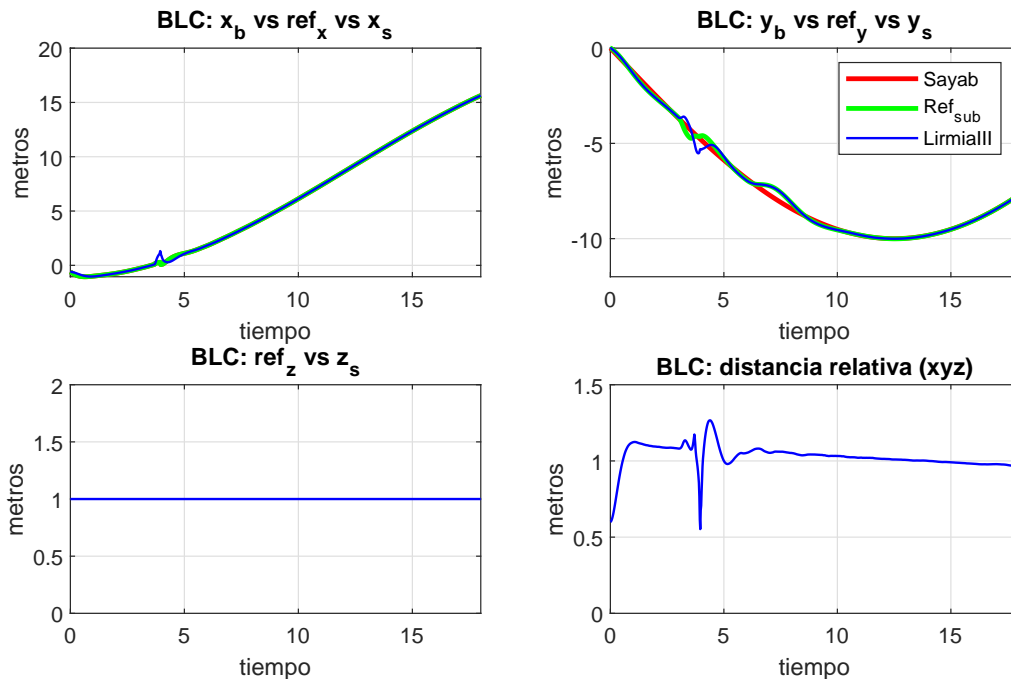


FIGURA 5.68: BLC: TRAYECTORIAS DESEADA LIRMIA III(VERDE)v.s. DINÁMICAS(SAYAB(ROJO)/LIRMIAII(AZUL))

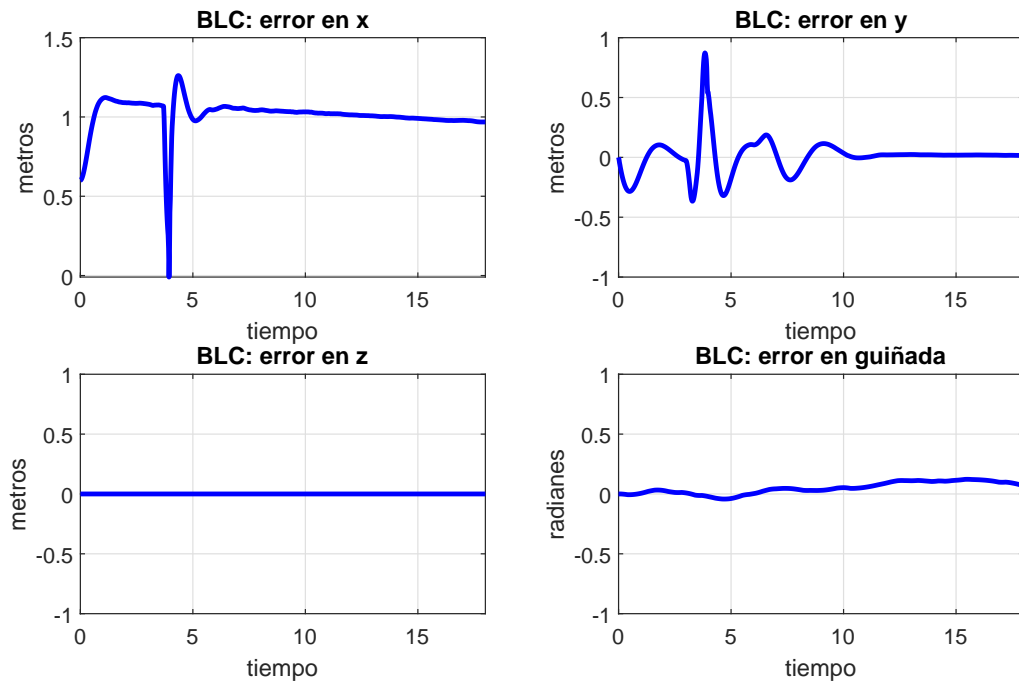


FIGURA 5.69: BLC: ERRORES

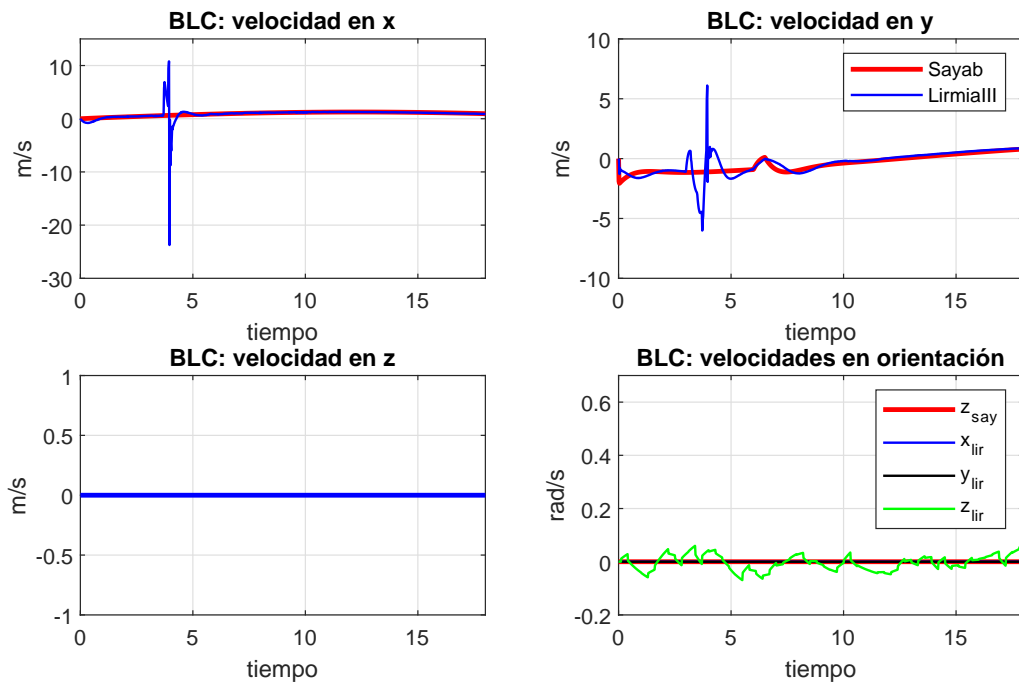


FIGURA 5.70: BLC: VELOCIDADES

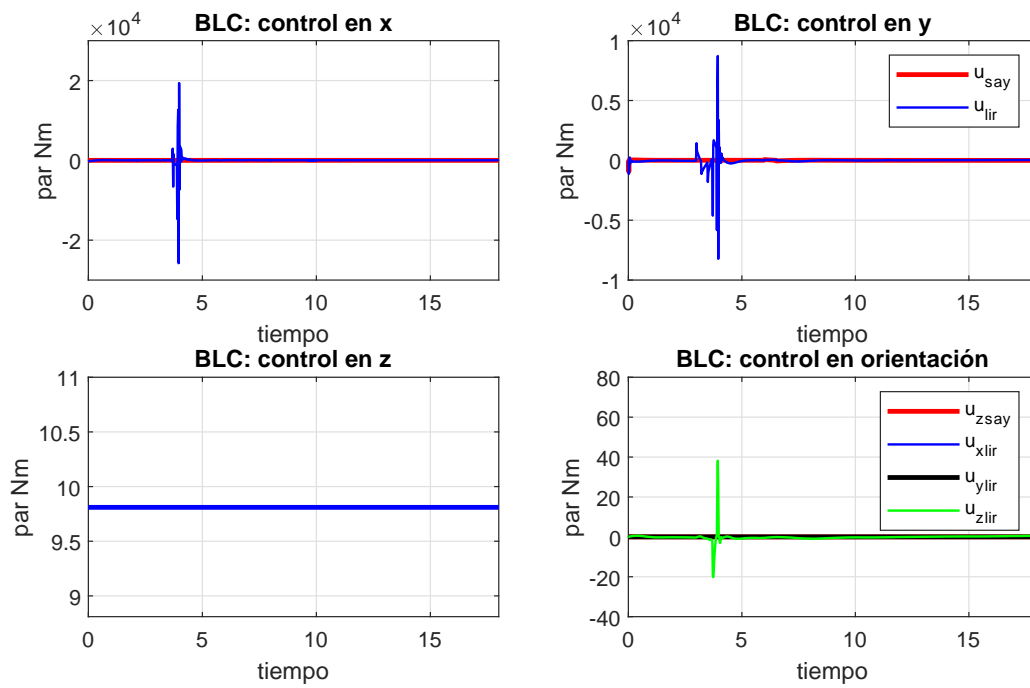


FIGURA 5.71: BLC: SEÑALES DE CONTROL

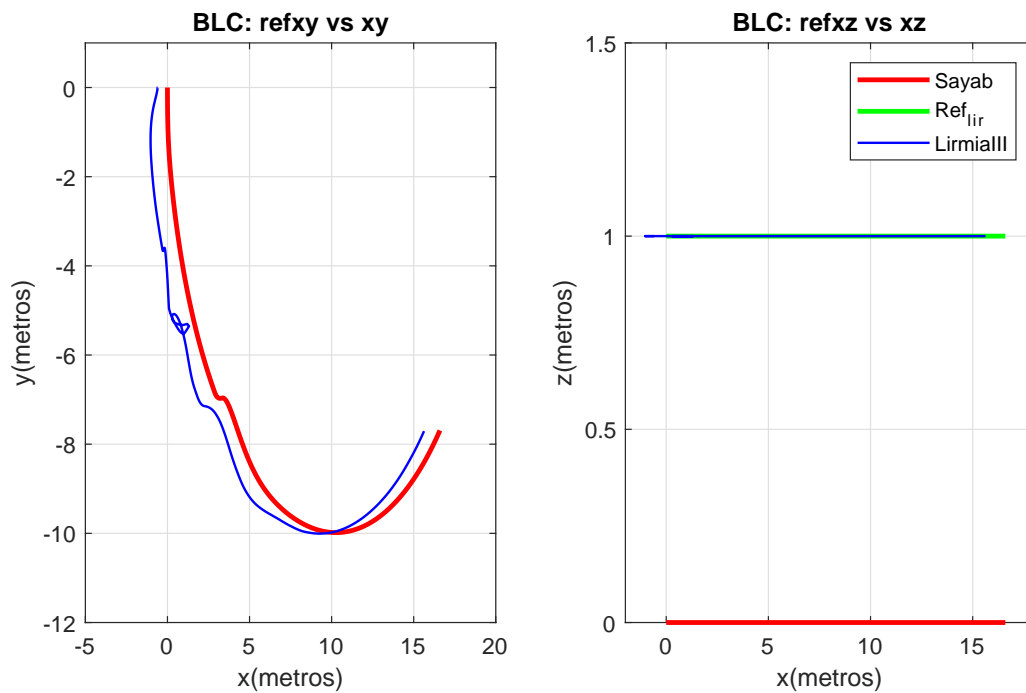


FIGURA 5.72: BLC: TRAYECTORIAS 2D SAYAB(ROJO)V.S. LIRMIA III(AZUL)



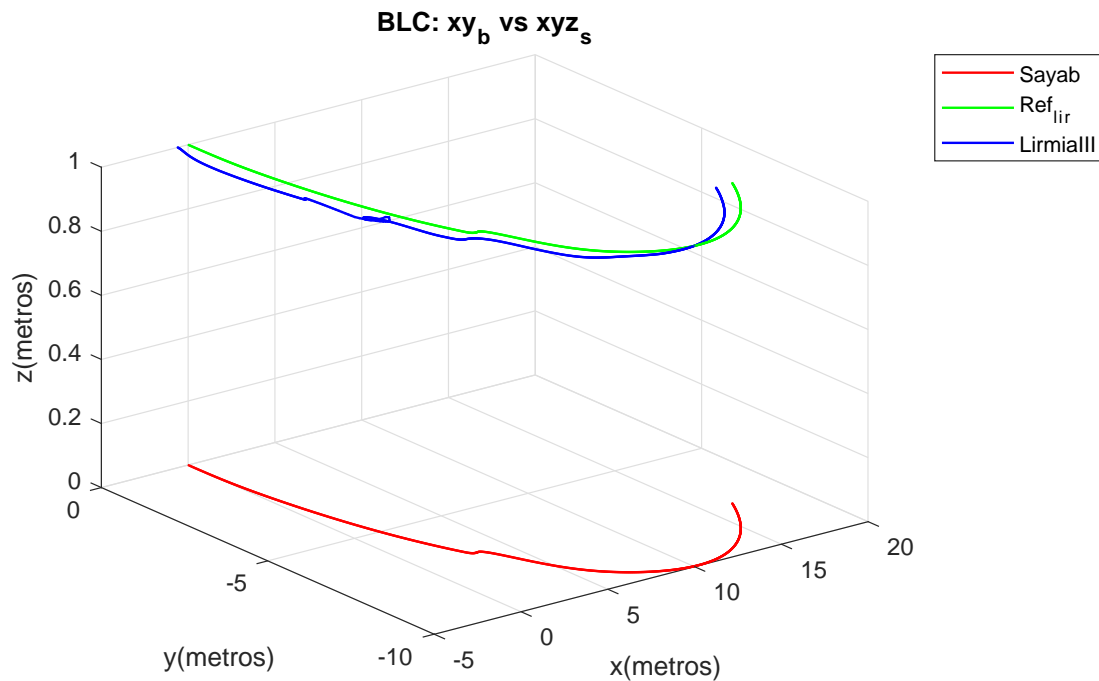


FIGURA 5.73: BLC: TRAYECTORIA EN 3D SAYAB(ROJO) V.S. DESEADAL (VERDE) V.S. LIRMIA III(AZUL)

Se puede ver que puede ser útil la información de un módem acústico si las perturbaciones no son muy grandes y si la posición no cambia drásticamente en el tiempo. Esto puede ser cierto al considerar que la dinámica de ambos vehículos es lenta, y no se exige cubrir un área grande en corto tiempo.



## Capítulo 6

# Conclusiones

Se presenta el trabajo realizado para la implementación de un sistema cooperativo para el control y posicionamiento de un vehículo mini submarino de multipropósito.

### 6.1. LIRMIA III

Diseño y construcción de un vehículo mini submarino capaz de soportar profundidades de máximo 100 metros con materiales resistentes para aguas sómeras.

Implementación de un sistema embebido para el procesamiento de imágenes y de datos de los sensores a bordo, y el control de actuadores para su funcionamiento.

Propuesta y desarrollo de un programa de comunicación optimizado para el procesamiento de la información y generación de respuestas para el correcto funcionamiento del vehículo mini submarino.

Se llevaron a la práctica múltiples estrategias de control para evaluar el funcionamiento del vehículo ante perturbaciones externas y debido a los sensores con resultados satisfactorios.

Realización de tareas de seguimiento con visión artificial en ambientes reales y controlados.

Implementación del sistema de comunicación con módem acústico (esclavo) para el posicionamiento.

Se enuncian las condiciones necesarias para la tarea de cooperación con señales visuales y acústicas.

### 6.2. SAYAB

Construcción de un vehículo acuático capaz de posicionarse y orientarse en un ambiente controlado en la superficie.

Implementación de un sistema embebido para el procesamiento de imágenes y de datos de los sensores a bordo, junto con el control de actuadores para su funcionamiento.

Se introdujo y adaptó un programa de comunicación optimizado para el procesamiento de la información y generación de consignas para el funcionamiento del vehículo de superficie.

Pruebas prácticas de múltiples estrategias de control para orientación y posición con buenos resultados ante perturbaciones externas.

Implementación del sistema de comunicación con módem acústico (maestro) como auxiliar en el posicionamiento del vehículo LIRMIA III.

### 6.3. Publicaciones

Durante el doctorado se produjeron varios trabajos de colaboración con los vehículos presentados en esta tesis.

En congreso en formato de póster se presentó la colaboración de un seguimiento de ducto en el vehículo LIRMIA II.

- Campos, E., Comby, F., Creuze, E., Torres, J., Antonio, E., Strauss O. y Monroy, J.(2015). *AUV pipeline following by artificial vision*. En: Congreso Internacional de Robótica y Computación (CIRC), págs. 251-256. [Campos y col., 2015]

En congreso se presentó la colaboración para la implementación del programa para el sistema embebido y la aplicación de visión por computadora.

- Rouviere, C., Antonio, E., Campos, E., Torres, J., y Lozano, R.(2015). *Implementing Basic Computer Vision for LIRMIA III Autonomous Underwater Vehicle*. En: Simposio Iberoamericano Multidisciplinario de Ciencias e Ingenierías, págs. 414-419. [Rouvière y col., 2015]

También en congreso se muestra una comparativa de controladores para el vehículo Lirmia III

- Guerrero, J., Antonio, E., Manzanilla, A., Torres, J. y Lozano, R. (2018). *Autonomous Underwater Vehicle Robust Path Tracking: Auto-Adjustable Gain High Order Sliding Mode Controller*. En: IFAC Conference Paper Archive, Elsevier 51-13, págs. 161-166. [Guerrero y col., 2018a]

Se tiene una publicación en revista indexada con arbitraje, donde se presenta una comparativa de controladores para la dinámica de yaw y z para el vehículo Lirmia III.

- Guerrero, J., Torres, J., Campos, E. y Antonio, E.(2018). *Autonomous Underwater Vehicle Robust Path Tracking: Generalized Super-Twisting Algorithm and Block Backstepping Controllers*. En: Control Engineering and Applied Informatics 20, págs. 51-63. [Guerrero y col., 2018b]

Se produjo un capítulo de libro producto de los resultados en un concurso de vehículos submarinos autónomos durante la estancia de investigación en ENSTA-BRETAGNE, Brest, Francia en 2015.

- Le Bars, F., Antonio, E., Cervantes, J., De la Cruz, C. y Jaulin, J.(2018). *Marine Robotics and Applications: Chapter 4. Estimating the Trajectory of Low-Cost Autonomous Robots Using Interval Analysis: Application to the euRathlon Competition*. Springer. [Bars y col., 2018].

## **6.4. Trabajo en proceso**

Se llevarán a cabo pruebas de las estrategias sugeridas para la comunicación y la obtención de la posición para los dos vehículos para contrarrestar debido el retraso en la obtención de datos con los módem acústicos.

Se trabajará en una publicación con los resultados obtenidos de la tarea cooperativa.



# Bibliografía

- Antonio, E. (2012). *Pilotaje Autónomo de un mini-submarino con visión artificial*. CINVESTAV.
- Bailey, P., W. Price y P. Temarel (1997). «A Unified Mathematical Model Describing the Maneuvering of a Ship Travelling in a Seaway». En: *Transaction the Royal Institution of Naval Architects*.
- Bars, F. Le y col. (2018). *Marine Robotics and Applications: Chapter 4*. Springer.
- Bascle, B., A. Blake y A. Zisserman (1996). «Motion Deblurring and Super-Resolution from an Image Sequence». En: *ECCV. Springer* 1065, págs. 571-582.
- Blidberg, D.R. (2000). «The Development of Autonomous Underwater Vehicles (AUV), a brief summary». En: *Autonomous Undersea Systems Institute*.
- Bradski, G. y A. Kaehler (2008). *Learning OpenCV*. First edition: O'Reilly.
- Campos, E. (2010). *Auto-localización de un mini-submarino utilizando la visión por computadora*. 80p: CINVESTAV.
- Campos, E. y col. (2015). «AUV pipeline following by artificial vision». En: *Congreso Internacional de Robótica y Computación (CIRC)*, págs. 251-256.
- Cervantes, J. (2016). *Controlador Adaptable Neuro-Difuso para el seguimiento de trayectorias de un vehículo submarino autónomo*. 168p: CINVESTAV.
- Christi, R., F.A. Papoulias y A.J. Healey (jul. de 1990). «Adaptive Sliding Mode Control of Autonomous Underwater Vehicles in the Dive Plane». En: *IEEE Journal of Oceanic Engineering* 15-3, págs. 152-160.
- Corless, M. y G. Leitmann (1981). «Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 26, págs. 1139-1144.
- Craven, P.J., R. Sutton y R.S. Burns (1998). «Control Strategies for Unmanned Underwater Vehicles». En: *University of Plymouth*.
- Cruz, C. De la (2015). *Diseño y construcción de un prototipo de planeador sumergible y el control PD del ángulo de cabeceo*. 81p: CINVESTAV.
- El-Hawary, F. (2001). *The Ocean Engineering Handbook*. The Electrical Engineering Handbook Series.
- Fossen, T.I. (1999). *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. 2nd edition: Jhon Wiley y Sons, Noruega.
- García, M. (2016). *Diseño, modelado y control de un glider*. 113p: CINVESTAV.
- García, Z. (2017). *Controlador robusto para el seguimiento de trayectoria en el plano x-z para un AUV utilizando un sensor ultrasónico*. 74p: CINVESTAV.
- Guerrero, J. y col. (2018a). «Autonomous Underwater Vehicle Robust Path Tracking: Auto-Adjustable Gain High Order Sliding Mode Controller». En: *IFAC Conference Paper Archive, Elsevier* 51-13, págs. 161-166.
- (2018b). «Autonomous Underwater Vehicle Robust Path Tracking: Generalized Super-Twisting Algorithm and Block Backstepping Controllers». En: *Control Engineering and Applied Informatics* 20, págs. 51-63.

- Leonard, J. Jhon y col. (1998). «Autonomous Underwater Vehicle Navigation». En: *MIT Marine Robotics Laboratory Technical Memorandum 98-1*, págs. 1-17.
- Leonard, N.E y J.G. Graver (oct. de 2001). «Model based feedback control of autonomous underwater griders». En: *IEEE Journal of Oceanic Engineering Special Issue on Autonomous Ocean Sampling Networks*, págs. 633-645.
- López, M. (2017). *Modelado de un submarino tipo planeador híbrido y aplicación de una ley de control para el seguimiento de trayectorias en profundidad, con monitoreo de temperatura*. 114p: CINVESTAV.
- Matas, J., C. Galambos y J. Kittler (2000). «Robust Detection of Lines Using the Progressive Probabilistic Hough Transform». En: *Computer Vision and Image Understanding*. Elsevier 71, págs. 137-139.
- Monroy, J. (2016). *Diseño, modelo y control de robots micro AUV*. 107p: CINVESTAV.
- Morales, J. (2017). *Contribución al diseño y construcción de un submarino planeador híbrido con regulación en cabeceo y profundidad para muestreo de temperatura*. CINVESTAV.
- Philip, D.R.C. (abr. de 2003). «An evaluation of USBL and SBL acoustic systems and the optimization of methods of calibration». En: *The Hydrographics Journal* 108, págs. 18-25.
- Pizer, S. y col. (1987). «Adaptive Histogram Equalization and Its Variations». En: *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*. Elsevier 39, págs. 355-368.
- Rangel, C. (2015). *Seguimiento de ductos con un mini submarino empleando sensores acústicos*. 89p: CINVESTAV.
- Rouvière, C. y E. Antonio (2015-2019). «LIRMIA project: Programs to control some AUVs from CINVESTAV». En: <https://github.com/rouwiecy/LIRMIA>.
- Rouvière, C. y col. (2015). «Implementing Basic Computer Vision for LIRMIA III Autonomous Underwater Vehicle». En: *Simposio Iberoamericano Multidisciplinario de Ciencias e Ingenierías*, págs. 414-419.
- S. Bazeille I. Quidu, L. Jaulin J. Malkasse (2006). «Automatic Underwater Image Pre-Processing». En: *CMM* 39, págs. 355-368.
- Suzuki, S. y K. Abe (1985). «Topological Structural Analysis of Digitized Binary Images by Border Following». En: *Computer Vision, Graphics and Image Processing*. Elsevier 3, págs. 32-46.
- Torres, I. (2009). *Vehículo Submarino Autónomo, Modelado y Control*. 68p: CINVESTAV.
- (2013). *Navegación y control de un mini vehículo submarino autónomo*. 134p: CINVESTAV.
- Uriza, O. (2014). *Regulación de diversos puntos de operación en profundidad y cabeceo por un mini submarino tipo Glider*. 89p: CINVESTAV - CIDESI.
- Vickery, K. (ago. de 1998). «Acoustic positioning systems - a practical overview of current systems». En: *Proceedings of the Workshop on Autonomous Underwater Vehicles*, págs. 5-17.
- Xu, G. (2007). *GPS Theory, Algorithms and Applications*. 2nd edition: Springer Berlin Heidelberg.
- Zavala, J. (2015). *Estabilización de un mini submarino mediante el control de backstepping con enfoque a localización acústica*. 89p: CINVESTAV.