

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO
NACIONAL
UNIDAD ZACATENCO

DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO

Contribución al diseño y construcción de un submarino planeador híbrido con regulación en cabeceo y profundidad para muestreo de temperatura.

Tesis que presenta
Jorge De Jesus Morales Mercado

Que para obtener el grado de
Maestría En Ciencias

En la especialidad de
Control Automático

Director de tesis
Dr. Jorge Antonio Torres Muñoz

Ciudad de México

Noviembre del 2017

Agradecimientos

A CONACYT: Por haberme apoyado con la continuidad de mis estudios en un programa de excelencia académica en el CINVESTAV.

A MIS PADRES: Por el apoyo incondicional y el aliento de día con día para superarme y ser mejores como profesionales y como seres humanos. Así como, el gran ejemplo que pueden dar como lo es la paciencia y la perseverancia ante los obstáculos.

A MIS FAMILIARES: Por su apoyo y consejos para superarme.

A MIS PROFESORES: Principalmente apoyo, consejos y dirección de la tesis a el Dr. Jorge Antonio Torres Muños.

A MIS COMPAÑEROS: Al M. en C. Carlos Honorio de la Cruz Alemán por su asesoría, apoyo y consejos en el desarrollo de este trabajo de tesis y del vehículo submarino.

POR TODOS SUS DESEOS Y APOYO

¡MUCHAS GRACIAS!

Resumen

Los submarinos son vehículos que se encuentran en un medio distinto al ambiente que conocemos. Por ello el estudio de sus propiedades dinámicas y sus funciones de exploración incrementan el entendimiento de un medio como son los cuerpos en el agua, que permiten la apertura de nuevas líneas de investigación y conocimiento. En este trabajo se exponen las características y dinámicas de un submarino de tamaño pequeño tipo planeador híbrido en su propulsión añadiéndole una propela, con el cual se pueden realizar diferentes tareas de manera autónoma, permitiendo que el ser humano solo sea el operario y salir de los riesgos que algunas tareas de este tipo conllevan.

Se busca desarrollar leyes de control que permitan realizar el cambio en profundidad del submarino con una consigna constante, además de tomar variables como lo es la temperatura del medio mientras este se desenvuelve en su tarea. El entender la dinámica del submarino permite simular y crear la ley de control del sistema con la cual trabaja y después implementar en el experimento para conseguir los objetivos en profundidad.

Abstract

The submarines are vehicles that evolves in a different environment to the environment that we human beginners usually leaves. Therefore, the study of their dynamic properties and their exploration functions increase the understanding of a medium such as bodies in the water, which allow the opening of new lines of research and knowledge. This work presents the characteristics and dynamics of a small hybrid glider in its propulsion, adding a propeller, with which it is possible to perform different tasks in an autonomous way, allowing that the human being is only the operator and leave the risks that some tasks of this type entail.

It seeks to develop control laws that allow the deep change of the submarine with a constant setpoint, in addition to taking variables such as the temperature of the medium while it is unfolding in its task. Understanding the dynamics of the submarine allows you to simulate and create the control law of the system with which you work and then implement in the experiment to achieve the objectives in depth.

Contenido

Agradecimientos	i
Resumen	ii
Abstract.....	iii
1. Introducción	1
1.1 Clasificación de los submarinos	1
1.2 Submarinos planeadores	3
1.3 Glider Slocum.....	4
1.4 <i>Seaglider</i>	5
1.5 <i>Spray Glider</i>	6
1.6. GMOG en México.	7
1.7 Monitoreo de polución de agua.	7
1.8 Motivación de estudio.....	9
1.9 Objetivo general.....	9
1.10 Objetivos particulares	9
1.11 Metas.....	9
1.12 Contribuciones del Trabajo.....	10
2. Modelado de Vehículos submarinos.....	11
2.1 Cinemática	12
2.2. Transformaciones entre el cuerpo y el sistema norte-este-profundidad (NED)	15
2.2.1 Transformación a ángulos de Euler	16
2.2.2 Transformación de la velocidad lineal.....	17
2.2.3 Transformación de la velocidad angular.....	20
2.3 Dinámica del cuerpo.	21
2.3.1 Movimiento traslacional respecto del centro de gravedad (CG)	23
2.3.2 Movimiento rotacional respecto del centro de gravedad (CG).....	25
2.3.3 Ecuaciones de Movimiento respecto del centro de gravedad (CG).....	26
2.4 Ecuaciones de movimiento de Newton-Euler con respecto al centro en el origen.....	26
2.4.1 Movimiento traslacional con respecto a CO.....	27

2.4.2	Movimiento rotacional con respecto de CO	28
2.5	Ecuaciones de movimiento de cuerpo rígido para 6 grados de libertad (DOF).....	29
2.5.1	Representación vectorial.....	30
2.6	Hidrodinámica	31
2.7	Hidrostática del vehículo	32
2.8	Matriz de masa agregada y Coriolis	34
2.9	Modelado vectorial de vehículos submarinos.....	35
3.	Estrategia de control	38
3.1	Control de tipo PD.	44
3.2	Prueba de estabilidad	45
4.	Construcción del Prototipo.	47
4.1	Actuadores y Electrónica del Vehículo Submarino.....	47
4.1.1	Computadora central.....	49
4.1.2	Tarjeta Arduino UNO.....	50
4.1.3	Sensor de Medición Inercial IMU.....	51
4.1.4	Sensor de Presión MS5803-14BA.....	52
4.1.5	Actuador Lineal (Masa móvil).....	53
4.1.6	Lastre.....	54
4.1.7	Codificación de Movimiento Interno (Encoders).....	54
4.1.8	Etapas de Potencia.....	55
4.1.9	Trusther.....	56
4.1.10	Fuente de energía (Baterías).....	56
4.1.11	Sensor de Temperatura.....	57
4.2	Diseño Estructural del Vehículo Submarino	57
4.2.1	Comunicación con el operador.....	58
4.2.2	Flotabilidad y Manejo del dispositivo.....	58
4.2.3	Capacidad de la Estructura (Robustez).....	59
4.2.4	Hidrodinámica de la estructura.....	60
4.2.5	Sellado del prototipo.....	60
5.	Simulación del vehículo submarino.....	63

5.1 Simulación del vehículo submarino.....	63
5.2 Consideraciones del Sistema.	66
5.3 Simulación del Control de Regulación en Pitch.....	67
5.4 Simulación del Control de Regulación en profundidad.....	72
5.5 Aplicación de un control PID en profundidad.....	77
6. Resultados del Prototipo Experimental.	81
6.1 Resultados del control en Pitch.....	81
6.2 Resultados de la regulación obtenida de la profundidad.	87
6.3 Regulación de Profundidad.....	87
6.4 Ejecución del control con perturbación.	92
6.5 Aplicación del control PID en el sistema.	95
6.6 Monitoreo de Temperatura.	99
7. Conclusiones y Trabajo a Futuro.....	103
7.1 Conclusiones.....	103
7.2 Trabajos a futuro.....	105
Referencias	106

1. Introducción

Los vehículos submarinos aparecieron hace miles de años con la finalidad de la exploración acuática, esto debido a las limitantes del ser humano por permanecer en el medio marítimo, pero este mismo siempre busca la manera de explorar, más allá de lo que puede observar a simple vista, con la implementación de herramientas y la construcción de dispositivos, como lo son en este caso los submarinos para los mares. En la actualidad existen más de 600 tipos de submarinos construidos alrededor del mundo por países como Estados Unidos, Reino Unido, China, Francia y Rusia, que son propulsados de manera mecánica, por medio de motores, con el principio de las hélices para realizar la propulsión [1]. Las tareas que desempeñan los submarinos en la actualidad van en aumento, esto debido a los enfoques de estudio que se les está dando a los grandes océanos como lo son; La importancia de los efectos ambientales relacionados con el medio marítimo, el estudio de los recursos naturales que se obtienen del mar, su empleo en tareas de inspección y tareas militares, además de incontables tareas científicas que se pueden desarrollar con este tipo de dispositivos robóticos [2].

Este trabajo se enfoca en el entendimiento, construcción y realización del control para un pequeño submarino, con el cual se busca facilitar las tareas que se llevan a cabo en el medio acuático, así como, tener un desenvolvimiento en este medio sin ningún peligro de seguridad para el ser humano [3].

1.1 Clasificación de los submarinos

Los vehículos submarinos pueden clasificarse en tres ramas principales como lo son, su nivel de autonomía, el sistema de propulsión que el vehículo utiliza o ya sea por el tipo de misión que este desenvuelve.

En esta ocasión el enfoque está dado en el sistema de autonomía que el robot submarino tiene. En la Figura 1 se puede observar una de la clasificación que se le da a los vehículos submarinos [4].

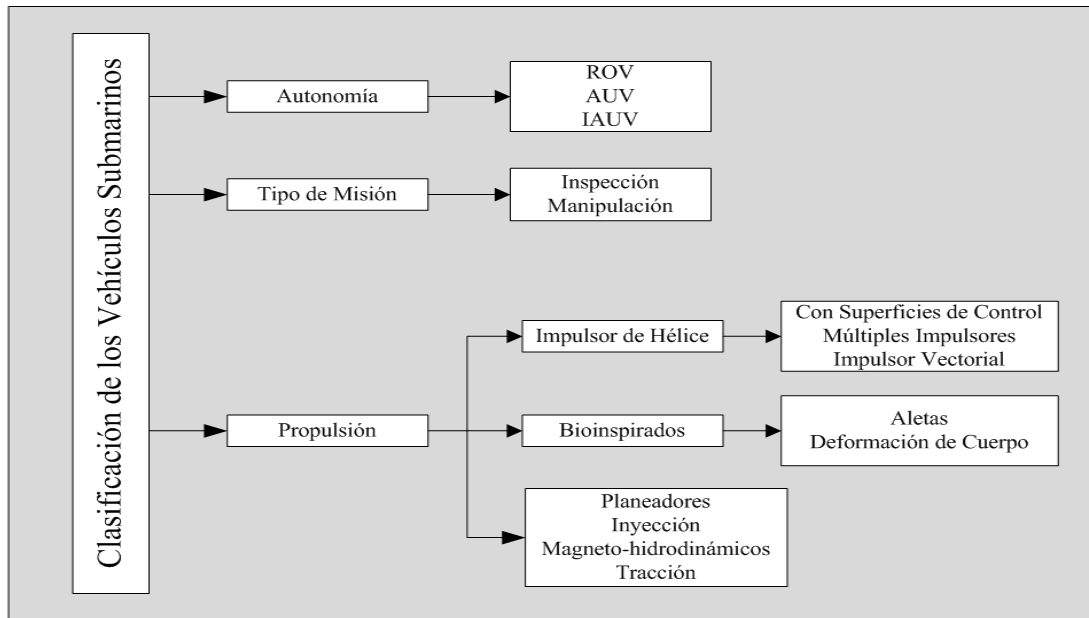


Figura 1.1. Clasificación de los vehículos submarinos.

Principalmente tenemos tres tipos de autonomía en los vehículos submarinos, reflejando las diferencias que existen entre estos tipos de operación, además de que, en el departamento de Control Automático de CINVESTAV, se tiene como uno de los principales objetivos, el implementar leyes de control que permitan a estos vehículos realizar misiones específicas de manera autónoma. A continuación, se revisan las características de los tipos de operación en los vehículos submarinos.

Vehículos remotamente operados o *ROV's* por sus siglas en inglés (*“Remotely Operated Vehicle”*). Este tipo de vehículos se encuentran conectado mediante una extensión de cable hacia la superficie acuática, por este medio se puede realizar una comunicación e intercambio de datos entre el operador y el vehículo, además de permitir también la alimentación de energía para la operación. Debido a esta misma característica de comunicación, entre más profunda sea la necesidad de llegar para el vehículo submarino, se necesita tener un mayor diámetro en el calibre del cable para otorgar la energía necesaria, lo que puede generar problemas de interferencia, lastre por el peso del cable, así como la presión que ejerce el medio entre otras perturbaciones a las que puede estar expuesto el vehículo.

Vehículos autónomos o *AUV*'s por sus siglas en inglés (“*Autonomous Underwater Vehicles*”). Estos vehículos están principalmente diseñados para ser manipulados (*arquitectura de control*) sin la necesidad de tener un operador para realizar sus misiones. La principal diferencia con los vehículos *ROV* es que en la mayoría de los casos de los *AUV*'s no se tiene una comunicación con la superficie, y estos ya tienen una misión predefinida. Debido al tipo de construcción estos necesitan de una alimentación de energía fija, en la mayoría de los casos baterías recargables, pero que son potencialmente eficientes en su operación, siendo seguros en cualquier misión que estos realicen.

Vehículos Autónomos con intervención o *IAUV*'s por sus siglas en inglés (“*Intervention Autonomous Underwater Vehicles*”). Este tipo de vehículo es muy similar a los *AUV*'s pero en misiones específicas de observación es necesario la manipulación de algún elemento, donde un operador se encarga de realizar dicha función, sin embargo, la gran diferencia radica en que no es necesario de la presencia de la comunicación con el vehículo por medio de un cable hacia la superficie.

1.2 Submarinos planeadores

En este trabajo se pondrá énfasis en los submarinos de tipo planeador, de manera que los algoritmos de control permitan una operación autónoma del vehículo. El submarino planeador también es llamado submarino glider por sus siglas en inglés (“*underwater glider*”), y tiene su incursión en el mundo de los submarinos desde los años 60's, y tuvo un auge mucho mayor cuando aparece el glider llamado “*Slocum*” en los años 80's. Recientemente en los años 2000 la cantidad de planeadores ha venido aumentando, se puede mencionar vehículos submarinos como el “*Seaglider*” de la Universidad de Washington y el “*Spray*” del instituto de oceanografía (“*Scripps institution of Oceanography*”).

Uno de los principales usos de los planeadores submarinos consiste del monitoreo del medio oceánico, equipándolos con sensores que pueden tomar mediciones de variables como: *temperatura, salinidad, conductividad, corrientes marinas, pH* entre otras. Debido al bajo consumo de energía se tiene un alto nivel de autonomía, lo cual eventualmente ayuda al objetivo de alcanzar profundidades cada vez más importantes en el fondo marino.

1.3 Glider Slocum

El planeador *Slocum* fue el primer submarino planeador, del tipo *AUV*, en aparecer en el año 1989, y su nombre es debido al primer hombre en dar la vuelta al mundo en solitario en vela *Joshua Slocum*. Debido a su estructura y bajo costo “relativo”, este tipo de submarino es muy adecuado para la inspección del mundo marino.

Las características físicas de este tipo de vehículo submarino son: un largo de 1.5 m de largo, con un diámetro de 0.213 m, con un peso de 52 Kg. Además, puede llegar a una profundidad de 1000 metros, esto con una velocidad de entre $0.3 \frac{m}{s}$ y $0.4 \frac{m}{s}$, tiene un balastre de 500cc que se encuentra ubicado detrás de la nariz, que es controlado por medio de un paquete de baterías con el fin de lograr un efecto en *pitch* (“ángulo de cabeceo”). Contiene un sensor GPS, y puede trabajar durante aproximadamente 350 horas o 1500 km [5]. Además de que se encuentra equipado con un sensor de oxígeno, un altímetro, un giroscopio y una brújula electrónica. En la siguiente figura se puede observar la estructura y distribución del vehículo submarino glider *Slocum*.

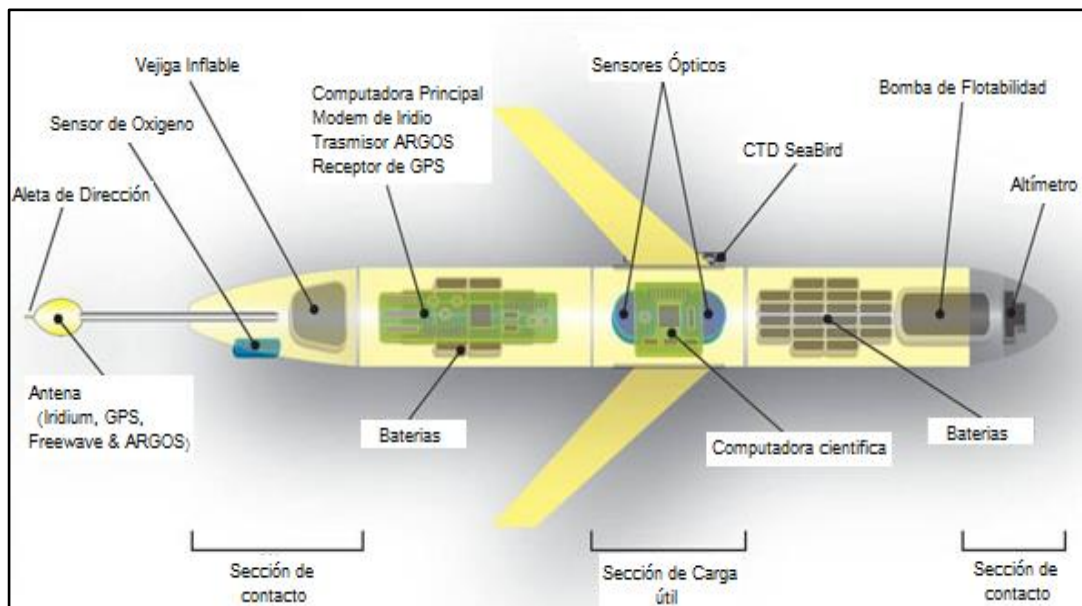


Figura 1.2. Vehículo Submarino Glider Slocum. AUVAC [5].

1.4 Seaglider

El planeador de la Universidad de Washington *Seaglider*, tiene características físicas muy parecidas a las del planeador submarino *slocum*, pero este vehículo submarino se desarrolló para misiones de muestreo oceanográfico de gran longitud, ya que tiene la capacidad de realizar un recorrido de 4,600 *km* en un año y puede descender hasta una profundidad de 1,000 *m*. Este vehículo submarino tiene un peso de 52 *kg* y un largo de 1.8 *m* y 0.3 *m* de diámetro [5].

La profundidad que logra el *Seaglider* es debido a un sistema de llenado hidráulico, además, el ángulo de cabeceo y el ángulo de alabeo se controlan por el movimiento del banco de baterías en el interior del vehículo, y la antena con la que realiza su comunicación se levanta con el fin de realizar el posicionamiento por medio del GPS. Este submarino cuenta con sensores de temperatura, conductividad y un sensor de oxígeno disuelto en el agua para monitoreo del medio acuático.

Principalmente este vehículo emplea un control Proporcional (*P*) y un control de tipo Proporcional-Integral-Derivativo (*PID*) para la regulación del ángulo de cabeceo y guiñada respectivamente. Además de que en modo ahorro de energía, los controladores de cabeceo y de guiñada se encienden cada 500 segundos.

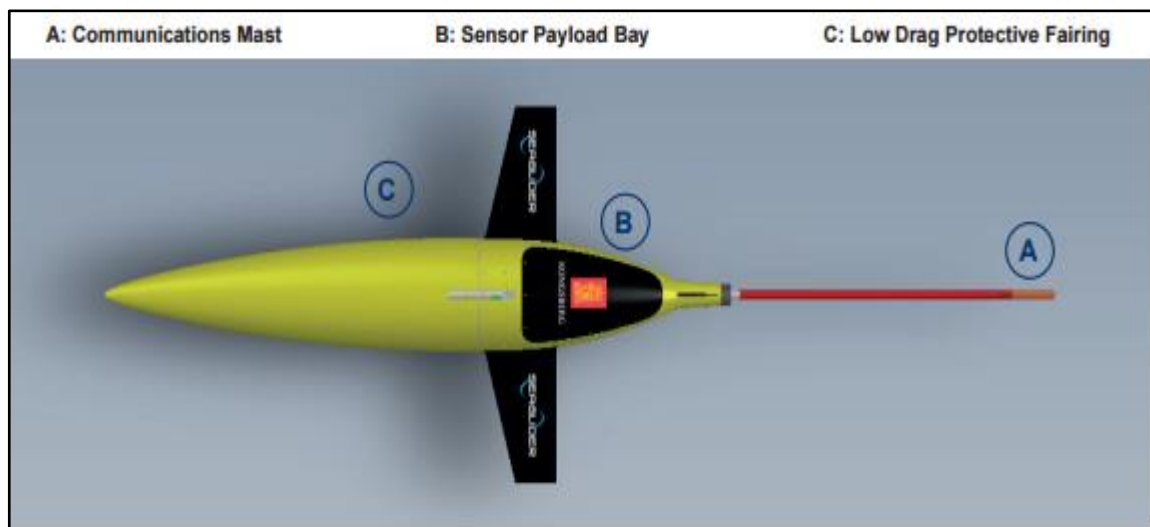


Figura 1.3. Estructura del vehículo submarino Seaglider.

1.5 *Spray Glider*

El planeador desarrollado por *Scripps institution of Oceanography Spray Glider* tiene una longitud de 2 metros y una masa de 51 kg, tiene un alcance de miles de kilómetros, dependiendo de la velocidad, censado, comunicaciones y otras tareas que requieren energía [5]. Sus baterías de litio tienen mayor densidad energética que las baterías alcalinas. Su estructura se compone de una cámara cilíndrica hermética, dos alas y una cola vertical, en el extremo posterior se encuentra una vejiga externa que se llena con aceite para generar cambios en su flotabilidad. Este dispositivo cuenta con dos masas móviles internas, una para regular el ángulo de cabeceo, capaz de desplazar el centro de gravedad del vehículo 0.017m y la otra para el control en el ángulo de alabeo.

Para establecer la comunicación con el *Spray Glider* este tiene que subir hacia la superficie del medio acuático, con la característica de que la antena de comunicación y la ubicación por GPS está ubicada en las alas de este vehículo planeador. Teniendo que rotar una vez estando en la superficie, debido a que estos elementos de comunicación se encuentran en una de las alas. Las alas también aumentan la estabilidad del vehículo ubicándolo 0.1 m por detrás del centro de gravedad [6].

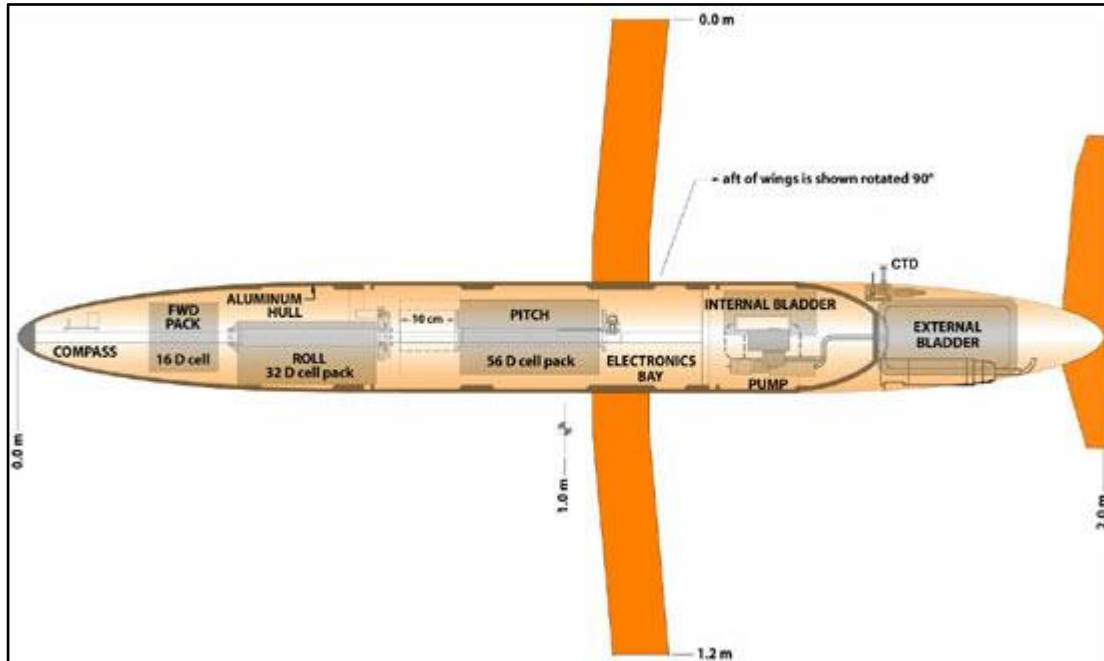


Figura 1.4. Diagrama esquemático del Spray Glider [6].

1.6. GMOG en México.

En los últimos años el grupo de monitoreo Oceanográfico con Gliders (GMOG) utiliza a cuatro vehículos submarinos de tipo planeador para realizar el estudio de remolinos que surgen en el golfo de México con el objetivo de prevenir derrames de hidrocarburos que potencialmente se pueden presentar las plataformas de extracción de petróleo [7].

Como se sabe la propulsión en los planeadores no es generada por una propela sino por el cambio de flotabilidad, de manera que al modificar el ángulo de cabeceo se produzca a su vez desplazamientos de manera horizontal y vertical. El funcionamiento es el de un vehículo *Seaglider* con recorridos de 20 Kilómetros al día y una autonomía de tres meses. Teniendo como objetivo el monitorear remolinos oceánicos que tienen un diámetro aproximado de 200 a 300 kilómetros, los cuales transportan agua caliente que proviene de entre Cuba y Yucatán, y su efecto en las plataformas petroleras puede ocasionar un derrame.

Este grupo se une a otros alrededor del mundo como lo son: la CalCOFI (California Cooperative Oceanic fisheries Investigations), un proyecto entre el Estado de California y La Administración Nacional Oceánica y Atmosférica (NOAA) en EU que estudia los cambios de la corriente de California (CCE), uno de los ecosistemas marinos templados más productivos y diversos del mundo [7].

1.7 Monitoreo de contaminación de agua.

En la escuela federal de Lausana en Suiza un grupo de investigadores desarrollaron una anguila robótica con el objetivo de encontrar fuentes de contaminación, además de que está equipada con sensores que pueden medir la toxicidad del agua contaminada. Este dispositivo puede funcionar de forma autónoma o por medio de un operador de forma remota [8].

El dispositivo lleva por nombre Envirobot y está equipado con sensores químicos, físicos y biológicos, que toman medidas sin perturbar la vida acuática y reportando los datos en tiempo real, hasta este momento, el dispositivo ha realizado un mapa de temperatura del medio y obtener las variaciones de conductividad del agua buscando detectar metales pesados como el mercurio. Por otra parte el dispositivo no tiene propulsores por lo que parece un dispositivo de tipo planeador,

además de que evita tener problemas de con algas y ramas en el medio que podían quedar atrapadas en este, debido a que está compuesto de manera modular, y que en cada uno de sus módulos tiene un motor eléctrico que permite cambiar su composición y longitud y así desplazarse por el agua, además de que en algunos módulos se tienen cámaras que se llenan de agua cambiando el lastre de este, con la doble tarea de que contienen sensores biológicos muy pequeños con bacterias, células de peces y algunos crustáceos, los cuales son analizados para determinar la toxicidad del agua [8].

El objetivo del dispositivo es el seguimiento de una trayectoria además de poder tomar decisiones para rastrear las fuentes de contaminación, nadando en dirección de las zonas más tóxicas [8].

En la siguiente figura se puede observar el dispositivo inventado por la escuela federal en Lausana Suiza.



Figura 1.5. Dispositivo Envirobot para el monitoreo de zonas tóxicas en el agua [8].

1.8 Motivación de estudio.

Se busca desarrollar e implementar un mini-submarino de tipo glider o planeador, para realizar leyes de control que puedan manipular al vehículo submarino, con el fin de realizar la regulación en la profundidad, así como, la toma de algunos datos del medio en el que se desenvuelve, equipando al vehículo submarino con un par de sensores.

En el departamento de Control Automático se busca tener un dispositivo totalmente manipulado y controlado, con el objetivo de explorar el medio acuático, además de la realización de tareas específicas con leyes de control para el funcionamiento autónomo del vehículo, siendo un dispositivo de tipo *AUV* actuado con una propela para ayudar en la inmersión, por lo cual este tendría la capacidad de realizar una tarea sin intervención del ser humano, arrojando datos del medio en el que se desenvuelve al final del recorrido del dispositivo.

1.9 Objetivo general

- Diseñar una ley de control que permita la regulación en profundidad de un vehículo submarino tipo planeador impulsado por una propela, para el monitoreo de temperatura.

1.10 Objetivos particulares

- Diseñar una ley de control para la regulación del ángulo de cabeceo.
- Diseñar una ley de control para la regulación en profundidad del vehículo.
- Monitorear la variable de temperatura en el agua.

1.11 Metas

- Conseguir que el sistema sea hermético para el desarrollo de tareas en el agua.
- Poner a punto el vehículo submarino para el desarrollo de tareas.
- Implementar leyes de control para la regulación de profundidad en el sistema.
- Monitorear la temperatura de medios acuáticos.

1.12 Contribuciones del Trabajo

- Diseño y puesta en marcha de los dispositivos mecánicos y eléctricos del vehículo submarino que permiten su funcionamiento.
- Puesta en marcha de la manipulación del sistema por medio de la programación del sistema.
- Implementación de leyes de control para la regulación del ángulo de cabeceo y profundidad en el sistema.
- Elección e implementación de sensores que permiten el funcionamiento del sistema, así como el monitoreo de temperatura.

2. Modelado de Vehículos submarinos

Los vehículos submarinos se pueden analizar de la misma manera como se realiza en la teoría de la robótica, realizando la equivalencia al vehículo submarino como un sistema de cuerpo rígido, pero esta vez enfocado a un cuerpo en el medio acuático, de acuerdo a esta consideración se tiene la siguiente representación de sistema como lo realiza *Thor I. Fossen* [9].

$$M(\dot{v})v + C(v)v + D(v)v + g(\eta) = \tau + \tau_{wave} + \tau_{wind} \quad (2.1)$$

Este modelo contiene en su estructura los seis grados de libertad del submarino representado en una forma vectorial. Así de la misma manera como en el robot rígido, M es una matriz que representa la inercia del sistema, mientras que C es la matriz que denota el efecto de coriolis en el mismo. Por otro lado D representa los efectos de arrastre (*drag*) debido al medio en el que se encuentra el submarino, $g(\eta)$ es el vector de fuerzas de gravitacionales y de flotabilidad que están en el sistema. Además, τ representa el vector generalizado de fuerza y momentos para los 6 grados de libertad. Así que el modelo queda de la siguiente manera escogiendo un vector en los seis grados de libertad para el vehículo submarino donde está representada la dinámica del submarino.

$$M(\dot{v})v + C(v)v + D(v)v + g(\eta) = \tau + \tau_{wave} + \tau_{wind} \quad (2.2)$$

$$\dot{\eta} = J_{\theta}(\eta)v \quad (2.3)$$

En donde la dinámica está representada por los siguientes vectores

$$\eta = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T \quad (2.4)$$

$$v = [u, v, w, p, q, r]^T \quad (2.5)$$

Los cuales indican la posición y velocidad rotacional en los ángulos de Euler (η), así como el de las velocidades que se presentan en cada uno de los ejes para (v).

2.1 Cinemática

T. I. Fossen, en 1994 implemento un análisis para la dinámica que tiene el vehículo submarino realizando la validación del modelo (2.3) y (2.4).

En la siguiente figura se muestra la identificación de los marcos de referencia con los que cuenta el vehículo submarino, así como la identificación de los ejes de libertad que se pueden encontrar en la robótica submarina.

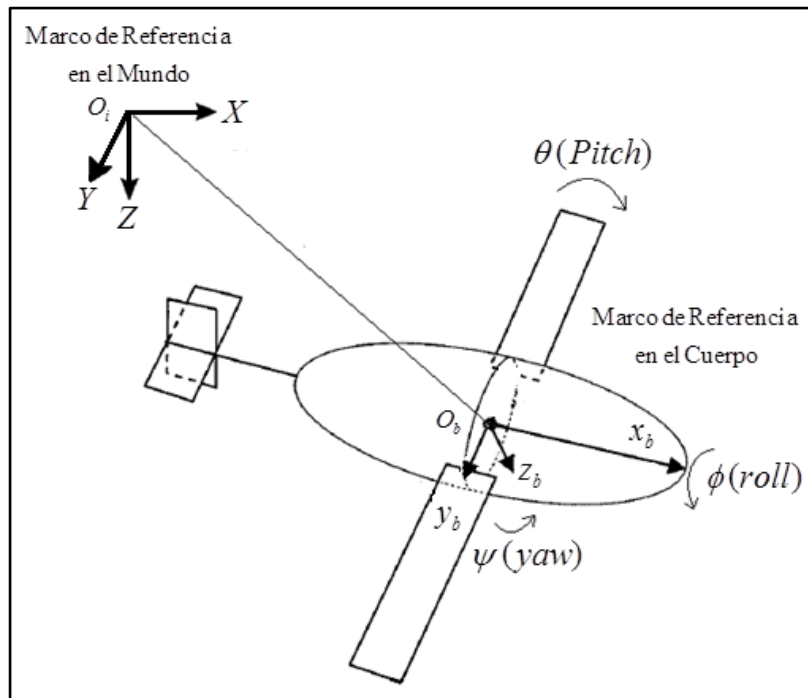


Figura 2.1. Marcos de referencia para el posicionamiento.

Con la indicación de los marcos de referencia se puede realizar el análisis de los movimientos de traslación y de rotación que el vehículo submarino es capaz de realizar.

Se tiene el marco de referencia con coordenadas en la tierra $\{i\} = \{X_i, Y_i, Z_i\}$ conocido como ECI, por sus siglas en inglés (*Earth-Centered Inertial*), el cual tiene de origen O_i el centro de la tierra, además de, validar las leyes de Newton y ser un marco de referencia sin aceleración.

El marco de referencia de coordenadas fijado en el cuerpo $\{b\} = \{X_b, Y_b, Z_b\}$, expresa directamente las velocidades lineales del vehículo, con el origen fijado en O_b . Ubicando la posición y orientación por medio del marco inercial de referencia $\{n\}$. Para el modelado de vehículos planeadores se elige el origen en el marco $\{b\}$ coincida con el centro de flotabilidad (*CB*).

El submarino también cuenta con los marcos de referencia como el sistema de coordenadas Norte-Este-Profundidad $\{n\} = (X_n; Y_n; Z_n)$ NED por sus siglas en inglés (*North-East-Down*), este es el plano tangente a la superficie de la tierra que se desplaza el vehículo, con centro en O_n . Este sistema tiene como dirección hacia el norte el eje x , mientras que el eje y tienen dirección hacia el este y al final la dirección del z es hacia abajo en este mismo plano, normal a la superficie de la Tierra.

El plano fijo en la tierra y tangente a la superficie se denota con $\{n\}$, y es utilizado para la navegación de los vehículos marinos que operan sobre un área local, además de que se puede considerar que en este marco las leyes de Newton son válidas.

Por último, se considera el marco de referencia con coordenadas fijo y centrado en la tierra ECEF por sus siglas en inglés (*Earth-Centered, Earth-Fixed*), $\{e\} = \{X_e, Y_e, Z_e\}$ tiene su origen fijo en el centro de la tierra O_e . Este marco de referencia puede ser considerado como un marco inercial para aquellos vehículos que se desplazan con una velocidad baja despreciando la rotación de la tierra.

Con esto se puede realizar las siguientes relaciones entre los marcos de referencia:

$V_{b/n}^e$ = Velocidad lineal del punto O_b con respecto a $\{n\}$ expresada en $\{e\}$.

$\omega_{n/e}^b$ = Velocidad angular de $\{n\}$ con respecto a $\{e\}$ expresada en $\{b\}$.

f_b^n = Fuerza con línea de acción a través del punto O_b expresado en $\{n\}$.

m_b^n = Momento alrededor del punto O_b expresado en $\{n\}$.

θ_{nb} = Ángulos de Euler entre $\{n\}$ y $\{b\}$.

La comunidad dedicada al estudio de los vehículos submarinos utiliza normalmente la notación de SNAME (*Sociedad de Arquitectos Navales e Ingenieros Marinos*) para representar fuerzas, momentos, posición, profundidad, velocidad lineal y angular del vehículo, como se muestra en la Tabla 2.1. Teniendo en cuenta que, para el submarino, los seis movimientos diferentes se definen como, oleada (surge), oscilación (sway), descenso (heave), mientras que el alabeo (roll), el cabeceo (pitch) y la guiñada (yaw) se utilizan para describir los movimientos de rotación [10].

Tabla 2.1. Notación de vehículos Marinos.

DOF	Fuerzas y momentos	Velocidades lineales y angulares	Posiciones y ángulos de Euler
Movimiento en la dirección x (surge)	X	u	x
Movimiento en la dirección y (sway)	Y	v	y
Movimiento en la dirección z (heave)	Z	w	z
Rotación alrededor del eje x (alabeo)	K	p	ϕ
Rotación alrededor del eje y (cabeceo)	M	q	θ
Rotación alrededor del eje z (Guiñada)	N	r	ψ

Se puede expresar la siguiente notación vectorial.

Posición en ECEF $p_{b/e}^e = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$

Fuerza expresada en el cuerpo $f_b^b = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$

Posición en NED $p_{b/n}^n = \begin{bmatrix} N \\ E \\ D \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$

Longitud y Latitud $\theta_{en} = \begin{bmatrix} l \\ \mu \end{bmatrix} \in S^2$

Velocidad lineal en el cuerpo $V_{b/n}^b = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$

Ángulos de Euler $\theta_{nb} = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \in S^3$

Velocidad angular en el cuerpo $\omega_{b/n}^b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$ Momento fijado en el cuerpo $m_b^b = \begin{bmatrix} l \\ \mu \end{bmatrix} \in S^2$

En donde \mathbb{R}^3 es el espacio Euclidiano de dimensión tres y S^2 denota una forma toroide de dimensión 2, así como, S^3 denota una esfera en forma tridimensional.

2.2. Transformaciones entre el cuerpo y el sistema norte-este-profundidad (NED)

Para realizar la transformación entre el cuerpo y el sistema NED se realiza mediante una matriz de rotación R , el cual va de a hacia b y se denota de la siguiente manera R_b^a . Siendo un elemento de $SO(3)$ que es un grupo especial ortogonal de orden 3.

$$SO(3) = \{R | R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}; R \text{ es ortogonal y } \det(R) = 1\} \quad (2.6)$$

El grupo especial $SO(3)$ es un subconjunto de todas las matrices ortogonales de orden 3 ($SO(3) \subset O(3)$), en donde $O(3)$ está definida como:

$$O(3) = \{R | R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}; RR^T = R^T R = I\} \quad (2.7)$$

Teniendo la siguiente propiedad importante:

Propiedad de la matriz de Rotación:

$$RR^T = R^T R = I; \det(R) = 1 \quad (2.7.1)$$

Con esto R es ortogonal, además, la matriz inversa de rotación es $R^{-1} = R^T$.

- Sea $v_{b/n}^b$ un vector fijo en $\{b\}$ y $v_{b/n}^n$ un vector fijo en $\{n\}$.
- Y el vector $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$, con norma. Es un vector paralelo al eje de rotación.
- Además, sea β el ángulo de rotación en $\{n\}$.

La rotación se representa de la siguiente manera:

$$\mathbf{V}_{b/n}^n = \mathbf{R}_b^n \mathbf{V}_{b/n}^b, \quad \mathbf{R}_b^n := \mathbf{R}_{\lambda, \beta} \quad (2.8)$$

Donde $\mathbf{R}_{\lambda, \beta}$ es la rotación correspondiente a un ángulo de rotación β alrededor del eje λ :

$$\mathbf{R}_{\lambda, \beta} = \mathbf{I}_{3 \times 3} + \sin(\beta) \mathbf{S}(\lambda) + [1 - \cos(\beta)] \mathbf{S}^2(\lambda) \quad (2.9)$$

En donde $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ es la matriz identidad y $\mathbf{S}(\lambda)$ es la matriz anti-simétrica definida de la siguiente forma:

$$\mathbf{S}(\lambda) = -\mathbf{S}(\lambda) = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_3 & -\lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ \lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Debido a que λ es un vector unitario se tiene que $\mathbf{S}^2(\lambda) = \lambda\lambda^T - \mathbf{I}$. Además de que se puede desarrollar (2.9) en las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} R_{11} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_1^2 + \cos(\beta) \\ R_{22} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_2^2 + \cos(\beta) \\ R_{33} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_3^2 + \cos(\beta) \\ R_{12} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_1\lambda_2 + \cos(\beta) \\ R_{21} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_2\lambda_1 + \cos(\beta) \\ R_{23} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_2\lambda_3 + \cos(\beta) \\ R_{32} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_3\lambda_2 + \cos(\beta) \\ R_{31} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_3\lambda_1 + \cos(\beta) \\ R_{13} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_1\lambda_3 + \cos(\beta) \end{aligned} \quad (2.11)$$

2.2.1 Transformación a ángulos de Euler

Los ángulos de Euler, alabeo (ϕ), cabeceo (θ) y guiñada (ψ) pueden ser empleados para descomponer el vector de velocidad $\mathbf{V}_{b/n}^b$ fijado en el cuerpo al marco de referencia norte-este-profundidad (NED), por lo que:

➤ Sea $\mathbf{R}_b^n \theta_{nb} : S^3 \rightarrow SO(3)$ la matriz de rotación.

➤ Con $\theta_{nb} = [\phi, \theta, \psi]^T$.

Entonces,

$$V_{b/n}^n = R_b^n(\theta_{nb})V_{b/n}^b \quad (2.12)$$

De aquí se obtienen las rotaciones principales que son las matrices de rotación alrededor de los ejes principales. Las cuales pueden ser obtenidas fijando $\lambda = [1, 0, 0]^T$, $\lambda = [0, 1, 0]^T$ y $\lambda = [0, 0, 1]^T$ que corresponden a los ejes x , y y z además de $\beta = \phi$, $\beta = \theta$ y $\beta = \psi$ respectivamente para la formula dada en (2.9). Obteniendo las siguientes matrices de rotación principales:

$$R_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix}, \quad R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}, \quad R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

En donde s denota la función trigonométrica seno y c representa la función trigonométrica coseno.

2.2.2 Transformación de la velocidad lineal

Se define $R_b^n \theta_{nb}$ como las tres principales rotaciones con respecto a los ejes z, y, x debido a las convenciones establecidas. En navegación y sistemas de control para aplicaciones de orientación es común utilizar esta convención zyx de $\{n\}$ a $\{b\}$ dada en términos de los ángulos de Euler ϕ, θ y ψ , denotándola como $R_b^n \theta_{nb} = R_b^n \theta_{nb}^T$, representando la rotación en secuencia de la siguiente forma:

$$R_b^n \theta_{nb} = R_{z,\psi} R_{y,\theta} R_{x,\phi} \quad (2.14)$$

Obteniendo una transformación inversa, aplicando la propiedad de la matriz de transformación, descrita anteriormente.

$$R_b^n \theta_{nb}^{-1} = R_{x,\phi}^T R_{y,\theta}^T R_{z,\psi}^T \quad (2.15)$$

➤ Sea $x_3y_3z_3$ el sistema coordenado obtenido por la traslación del sistema coordenado NED ($x_ny_nz_n$). Se encuentra paralelo a sí mismo, hasta que su origen coincida con el origen en el sistema de coordenadas fijado en el cuerpo. Se realiza una rotación en $x_3y_3z_3$ con el

ángulo de guiñada (ψ) alrededor del eje z_3 , dando como resultado el sistema coordenado $x_2y_2z_2$.

- El nuevo sistema $x_2y_2z_2$ es rotado un ángulo de cabeceo (θ) alrededor del eje y_2 , obteniendo al sistema coordenado $z_1y_1z_1$.
- Finalmente, el sistema coordenado $z_1y_1z_1$ es rotado un ángulo de alabeo (ϕ) con respecto al eje x_1 , resultando es el sistema fijado en el cuerpo con coordenadas $x_b y_b z_b$.

En la siguiente figura se muestra las tres principales rotaciones, que se describe en el análisis de T. Fossen [9].

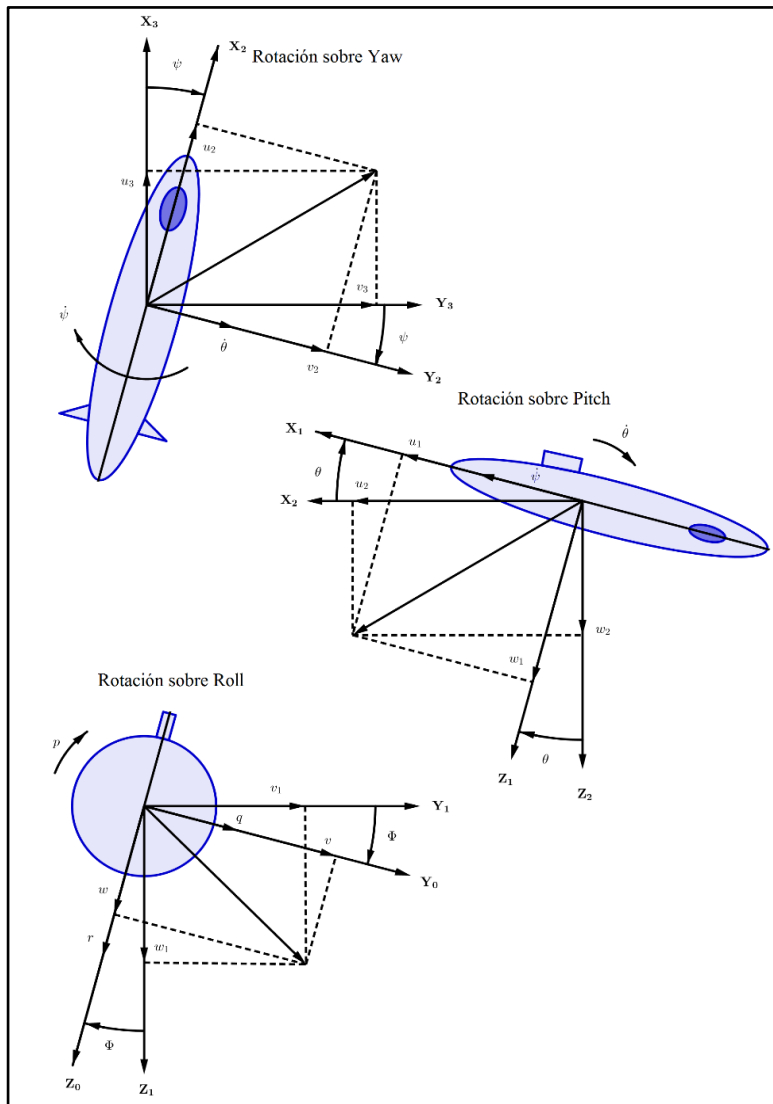


Figura 2.2. Rotaciones principales en los ángulos de Euler (zyx).

Realizando una expansión a (2.15) se obtiene el siguiente término para la matriz de rotación:

$$R_b^n \theta_{nb} = \begin{bmatrix} c\phi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi s\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

La expresión anterior puede simplificarse para ángulos pequeños $\delta_\phi, \delta_\theta$ y δ_ψ :

$$R_b^n \delta\theta_{nb} \approx I_{3 \times 3} + S(\delta\theta_{nb}) = \begin{bmatrix} 1 & -\delta_\psi & \theta \\ \delta_\psi & 1 & -\delta_\phi \\ -\delta_\theta & \delta_\phi & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

La cual es útil al aplicar la teoría lineal en el sistema.

El vector de velocidad fijo en $\{b\}$ $v_{b/n}^b$ puede expresarse en $\{n\}$ mediante la siguiente expresión:

$$\dot{p}_{b/n}^n = R_b^n \theta_{nb} v_{b/n}^b \quad (2.18)$$

En donde $\dot{p}_{b/n}^n$ es el vector de velocidad en las coordenadas fijadas en NED. Además, de que el resultado anterior puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\dot{N} = u \cos(\psi) \cos(\theta) + v[\cos(\psi) \sin(\theta) \sin(\phi) - \sin(\psi) \sin(\phi)] + w[\sin(\psi) \sin(\phi) + \cos(\psi) \cos(\phi) \sin(\theta)] \quad (2.19)$$

$$\dot{E} = u \sin(\psi) \cos(\theta) + v[\cos(\psi) \cos(\phi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi)] + w[\sin(\theta) \sin(\psi) \cos(\phi) - \cos(\psi) \sin(\phi)] \quad (2.20)$$

$$\dot{D} = -u \sin(\theta) + v \cos(\theta) \sin(\phi) + w \cos(\theta) \cos(\phi) \quad (2.21)$$

La transformación inversa para la velocidad se puede escribir del siguiente modo:

$$v_{b/n}^b = R_b^n (\theta_{nb})^{-1} \dot{p}_{b/n}^n = R_b^n (\theta_{nb})^T \dot{p}_{b/n}^n \quad (2.22)$$

2.2.3 Transformación de la velocidad angular

La matriz de transformación $T_{\Theta} = (\Theta_{nb})$ relaciona el vector de velocidad angular fijo en el cuerpo $\omega_{b/n}^b = p, q, r^T$ con el vector de velocidad de los ángulos de Euler $\dot{\Theta} = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]$ con la siguiente forma:

$$\dot{\Theta}_{nb} = T_{\Theta}(\Theta_{nb})\omega_{b/n}^b \quad (2.23)$$

Debido a que el vector $\omega_{b/n}^b = p, q, r^T$ no puede integrarse directamente para obtener coordenadas angulares reales. La matriz de transformación $T_{\Theta} = (\Theta_{nb})$ puede reescribirse de diferentes formas

$$\omega_{b/n}^b = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\phi}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\phi}^T R_{y,\theta}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = T_{\Theta}^{-1}(\Theta_{nb})\dot{\Theta}_{nb} \quad (2.24)$$

Realizando un análisis a la figura 2.3 el análisis presentado en la ecuación (2.25) puede tomar la siguiente forma:

$$T_{\Theta}^{-1}(\Theta_{bn}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\theta s\phi \\ 0 & -s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \Rightarrow T_{\Theta}(\Theta_{bn}) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi c\theta & c\phi / c\theta \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

En dónde $s = \sin(\bullet)$, $c = \cos(\bullet)$ y $t = \tan(\bullet)$. De la expansión de (2.24) se obtiene que

$$\dot{\phi} = p + q\sin(\phi)\tan(\theta) + r\cos(\phi)\tan(\theta) \quad (2.26)$$

$$\dot{\theta} = q\cos(\phi) - \sin(\phi) \quad (2.27)$$

$$\dot{\psi} = q\frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} + r\frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)}, \quad \theta \neq \pm 90^\circ \quad (2.28)$$

Realizando la nota principal de que el ángulo de Pitch no está definido en $\theta \neq \pm 90^\circ$ porque no cumple con la propiedad de la matriz de rotación. Pero en el análisis de los vehículos submarinos

este detalle es evitado debido a que se trabaja en ángulos pequeños. Para ángulos pequeños

$$\delta_\phi, \delta_\theta \text{ y } \delta_\psi, \text{ se obtiene la matriz de transformación } T_\Theta \delta\Theta_{nb} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & \delta_\theta \\ 0 & 1 & -\delta_\phi \\ 0 & \delta_\phi & 1 \end{bmatrix}$$

Para encontrar la relación entre los análisis vectoriales en las ecuaciones cinemáticas en 6 grados de libertad pueden expresarse en forma vectorial de la siguiente manera:

$$\dot{\eta} = J_\Theta(\eta)v \quad (2.29)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{b/n}^n \\ \dot{\Theta}_{nb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_b^n(\Theta_{nb}) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T_\Theta(\Theta_{nb}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{b/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{bmatrix}$$

En donde $\eta \in \mathbb{R}^3 \times S^3$ y $v \in \mathbb{R}^6$.

2.3 Dinámica del cuerpo.

La dinámica que presenta con el modelo del submarino puede representarse de la misma manera que la dinámica que presenta un cuerpo rígido, con la adición del análisis de hidrodinámica e hidrostática que se presenta en el vehículo. Para lo cual es importante definir los vectores de referencia de la dinámica a un sistema de coordenadas, como se puede observar en la siguiente figura:

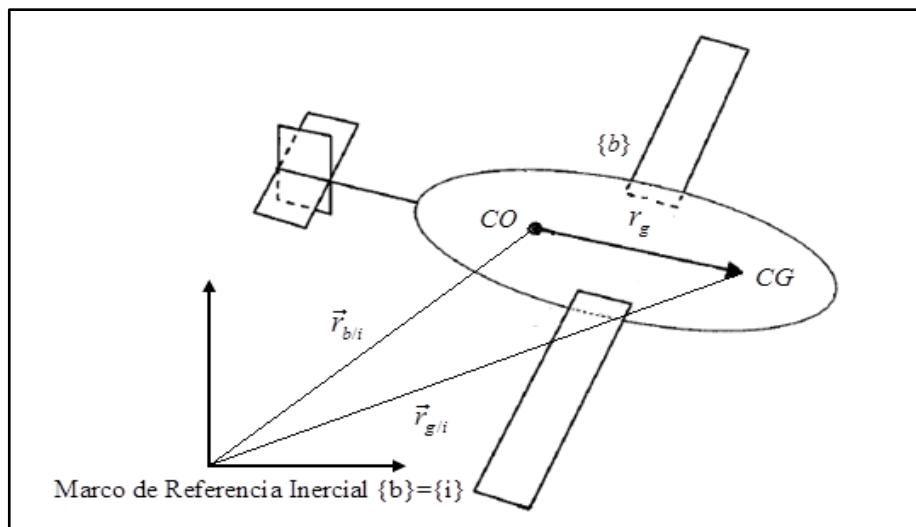


Figura 2.3. Centro de Inercia y Gravedad con respecto de los marcos de Referencia.

Donde CO representa el centro en el origen del vehículo asignado para realizar los sistemas de guía navegación y control, y CG representa el centro de gravedad. Donde estos puntos coinciden si es que el vector $\vec{r}_g = 0$, note que el punto CO es fijo mientras CG se moverá con la carga en el vehículo.

El modelado del vehículo submarino se formula por la segunda ley de Newton, la cual es una relación de la masa, la aceleración y la fuerza, como se puede observar en la siguiente ecuación:

$$m\dot{\vec{v}}_{g/i} = \vec{f}_g \quad (2.30)$$

En donde $\vec{v}_{g/i}$ es la velocidad con la que se mueve el centro de gravedad con respecto al marco inercial $\{i\}$.

De la ecuación (2.30) también puede deducirse que si no se presenta una fuerza ($\vec{f}_g = \vec{0}$), el cuerpo rígido tomará una velocidad constante ($\vec{v}_{g/i} = \text{constante}$) o el cuerpo se encuentra en reposo ($\vec{v}_{g/i} = \vec{0}$), cumpliendo con la primera ley de Newton.

Axiomas de Euler

Euler demostró que su segunda ley puede ser expresada en términos de conservación del momento lineal (\vec{p}_g) y momento angular (\vec{h}_g), como:

$$\frac{{}^i d}{dt} \vec{p}_g = \vec{f}_g \quad \vec{p}_g = m\vec{v}_{g/i} \quad (2.31)$$

$$\frac{{}^i d}{dt} \vec{h}_g = \vec{m}_g \quad \vec{h}_g = I_g \vec{\omega}_{b/i} \quad (2.32)$$

En donde \vec{f}_g y \vec{m}_g son las fuerzas y momentos actuando sobre el centro de gravedad, $\vec{\omega}_{b/i}$ es la velocidad angular de $\{b\}$ con respecto a $\{i\}$ e I_g es la inercia que se presenta sobre el centro de gravedad. ${}^i d / dt$ es la derivada con respecto del tiempo que se presenta en el marco de inercia $\{i\}$. Ahora se realizan las siguientes suposiciones:

- El vehículo submarino es rígido.
- El marco de referencia norte-este-profundidad es un marco inercial.

Con esto se considera que las fuerzas no actúan como elementos individuales de masa, además se puede eliminar la fuerza que ejerce la tierra, dando como resultado las siguientes ecuaciones:

$$\vec{v}_{g/i} \approx \vec{v}_{g/n} \quad (2.33)$$

$$\vec{\omega}_{b/i} \approx \vec{\omega}_{b/n} \quad (2.34)$$

La derivación con respecto al tiempo del vector \vec{a} en un marco de referencia móvil $\{b\}$ satisface

$$\frac{{}^i d}{dt} \vec{a} = \frac{{}^b d}{dt} \vec{a} + \vec{\omega}_{b/i} \times \vec{a} \quad (2.35)$$

En donde la derivación con respecto al tiempo en $\{b\}$ es

$$\dot{\vec{a}} := \frac{{}^b d}{dt} \vec{a} \quad (2.36)$$

Concluyendo que es conveniente usar un marco de referencia que se fija en el marco de referencia de la tierra o usar el marco de rotación de la tierra. Con estas suposiciones se considera que las fuerzas de rotación de la tierra son muy pequeñas con respecto a las fuerzas hidrodinámicas.

2.3.1 Movimiento traslacional respecto del centro de gravedad (CG)

De la figura 2.3 se consigue la siguiente relación

$$\vec{r}_{g/i} = \vec{r}_{b/i} + \vec{r}_g \quad (2.37)$$

En donde \vec{r}_g es el vector de distancia de CO (origen O_b) al centro de gravedad CG.

Considerando que el marco de referencia $\{n\}$ es inercial, implica que (2.36) puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\vec{r}_{g/n} = \vec{r}_{b/n} + \vec{r}_g \quad (2.38)$$

Derivando $\vec{r}_{g/n}$ en el marco de referencia móvil $\{b\}$, empleando (2.35), resulta lo siguiente:

$$\vec{v}_{g/n} = \vec{v}_{b/n} + \left(\frac{{}^i d}{dt} \vec{r}_g + \vec{\omega}_{b/n} \times \vec{r}_g \right) \quad (2.39)$$

Considerando un vehículo de cuerpo rígido, el centro de gravedad CG satisface que

$$\frac{{}^b d}{dt} \vec{r} = \vec{0} \quad (2.40)$$

De modo que

$$\vec{v}_{g/n} = \vec{v}_{b/n} + \vec{\omega}_{b/n} \times \vec{r}_g \quad (2.41)$$

Del primer axioma de Euler se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \vec{f}_g &= \frac{{}^i d}{dt} (m \vec{v}_{g/i}) \\ &= \frac{{}^i d}{dt} (m \vec{v}_{g/n}) \\ &= \frac{{}^i d}{dt} (m \vec{v}_{g/n}) + m \vec{\omega}_{b/n} \times \vec{v}_{g/n} \\ &= m (\vec{v}_{g/n} + \vec{\omega}_{b/n} \times \vec{v}_{g/n}) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Finalmente, los vectores pueden expresarse en el marco $\{b\}$ de modo que el movimiento traslacional con respecto a CG se escribe de la siguiente forma:

$$m[\dot{v}_{g/n}^b + S(\omega_{b/n}^b) v_{b/n}^b] = f_g^b \quad (2.43)$$

En donde el producto cruz se escribe en forma matricial, empleando la matriz antisimétrica (2.11), esto es $S(\omega_{b/n}^b) v_{b/n}^b = \omega_{b/n}^b \times v_{b/n}^b$

2.3.2 Movimiento rotacional respecto del centro de gravedad (CG)

De la misma forma que en el movimiento traslacional, el análisis proviene de la segunda ley de Newton, de (2.33) se tiene que:

$$\begin{aligned}
 \vec{m}_g &= \frac{^i d}{dt} (I_g \vec{\omega}_{b/i}) \\
 &= \frac{^i d}{dt} (I_g \vec{\omega}_{b/n}) \\
 &= \frac{^i d}{dt} (I_g \vec{\omega}_{b/n}) + \vec{\omega}_{b/n} \times (I_g \vec{\omega}_{b/n}) \\
 &= I_g \dot{\vec{\omega}}_{b/n} - (I_g \vec{\omega}_{b/n}) \times \vec{\omega}_{b/n}
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Por lo tanto

$$I_g \dot{\omega}_{b/n} - S(I_g \omega_{b/n}) \omega_{b/n} = m_g^b \tag{2.45}$$

El último término procede de que $S(I_g \omega_{b/n}) \omega_{b/n} = (I_g \omega_{b/n}) \times \omega_{b/n}^b$. Esta expresión es conocida como ecuaciones de Euler.

Definicion1 (Matriz de inercia)

La matriz de inercia $I_g \in \mathbb{R}_{3 \times 3}$ con respecto a CG se define como:

$$I_g = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix}, \quad I_g = I_g^T > 0 \tag{2.46}$$

En donde I_x, I_y, I_z son los momentos de inercia con respecto a los ejes x_b, y_b y z_b , e $I_{xy} = I_{yx}$, $I_{xz} = I_{zx}$, $I_{yz} = I_{zy}$, son los productos de inercia que se encuentran de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
I_x &= \int_u (y^2 + z^2) \rho_m dV & , & & I_{xy} &= \int_u xy \rho_m dV = \int_u yx \rho_m dV = I_{yx} \\
I_y &= \int_u (x^2 + z^2) \rho_m dV & , & & I_{xz} &= \int_u xz \rho_m dV = \int_u zx \rho_m dV = I_{zx} \\
I_z &= \int_u (x^2 + y^2) \rho_m dV & , & & I_{yz} &= \int_u yz \rho_m dV = \int_u zy \rho_m dV = I_{zy}
\end{aligned} \tag{2.47}$$

2.3.3 Ecuaciones de Movimiento respecto del centro de gravedad (CG)

Las ecuaciones (2.44) y (2.46) pueden escribirse en forma matricial de la siguiente forma:

$$M_{RB}^{CG} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}_{g/n}^b \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{b/n}^b \end{bmatrix} + C_{RB}^{CG} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}_{g/n}^b \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{b/n}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_g^b \\ \mathbf{m}_g^b \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

O de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}_{g/n}^b \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{b/n}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mS(\boldsymbol{\omega}_{b/n}^b) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -S(I_g \boldsymbol{\omega}_{b/n}^b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{g/n}^b \\ \boldsymbol{\omega}_{b/n}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_g^b \\ \mathbf{m}_g^b \end{bmatrix} \tag{2.49}$$

2.4 Ecuaciones de movimiento de Newton-Euler con respecto al centro en el origen.

Realizando la ubicación de CO en un punto arbitrario, esto permite tomar ventaja de las propiedades geométricas del vehículo. A partir de (2.42) se tiene que

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}_{g/n}^b &= \mathbf{v}_{b/n}^b + \boldsymbol{\omega}_{b/n}^b \times \mathbf{r}_g^b \\
&= \mathbf{v}_{b/n}^b - \mathbf{r}_g^b \times \boldsymbol{\omega}_{b/n}^b \\
&= \mathbf{v}_{b/n}^b + S^T(\mathbf{r}_g^b) \boldsymbol{\omega}_{b/n}^b
\end{aligned} \tag{2.50}$$

De esto se obtiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{b/n}^b \\ \boldsymbol{\omega}_{b/n}^b \end{bmatrix} = H(\mathbf{r}_g^b) \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{g/n}^b \\ \boldsymbol{\omega}_{b/n}^b \end{bmatrix} \tag{2.51}$$

En donde $\mathbf{r}_g^b = [x_g, y_g, z_g]^T$ y $H(\mathbf{r}_g^b) \in \mathbb{R}^3$ es la siguiente matriz de transformación:

$$H(\mathbf{r}_g^b) := \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & S^T(\mathbf{r}_g^b) \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} , \quad H^T(\mathbf{r}_g^b) := \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ S(\mathbf{r}_g^b) & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \tag{2.52}$$

Ahora, empleando (2.48) para transformar (2.51) de CG a CO se obtiene que

$$H^T(r_g^b)M_{RB}^{CC}H(r_g^b)\begin{bmatrix} \dot{v}_{b/n}^b \\ \dot{\omega}_{b/n}^b \end{bmatrix} + H^T(r_g^b)C_{RB}^{CC}H(r_g^b)\begin{bmatrix} \dot{v}_{b/n}^b \\ \dot{\omega}_{b/n}^b \end{bmatrix} = H^T(r_g^b)\begin{bmatrix} f_g^b \\ m_g^b \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Se definen las nuevas matrices en CO del modo siguiente:

$$M_{RB}^{CO} = H^T(r_g^b)M_{RB}^{CG}H(r_g^b) \quad (2.54)$$

$$C_{RB}^{CO} = H^T(r_g^b)C_{RB}^{CG}H(r_g^b) \quad (2.55)$$

Expandir las ecuaciones anteriores da como resultado que

$$M_{RB}^{CO} = \begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & -mS(r_g^b) \\ mS(r_g^b) & I_g - mS^2(r_g^b) \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$C_{RB}^{CO} = \begin{bmatrix} mS(\omega_{b/n}^b) & -mS(\omega_{b/n}^b)S(r_g^b) \\ mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b) & -S((I_g - mS^2(r_g^b))\omega_{b/n}^b) \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

De donde se tiene en siguiente hecho:

$$mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b)S^T(r_g^b)\omega_{b/n}^b - S(I_g \omega_{b/n}^b)\omega_{b/n}^b \equiv S((I_g - mS^2(r_g^b))\omega_{b/n}^b) \quad (2.58)$$

2.4.1 Movimiento traslacional con respecto a CO.

De (2.53), (2.56) y (2.57), se tiene que el movimiento traslacional con respecto a CO satisface que

$$m[\dot{v}_{b/n}^b + S^T(r_g^b)\dot{\omega}_{b/n}^b + S(\omega_{b/n}^b)v_{b/n}^b + S(\omega_{b/n}^b)S^T(r_g^b)\omega_{b/n}^b] = f_g^b \quad (2.59)$$

Ya que el movimiento traslacional es independiente del punto de aplicación de la fuerza externa

$f_g^n = f_g^b$, se tiene que

$$m[\dot{v}_{b/n}^b + S^T(\dot{\omega}_{b/n}^b)r_g^b + S(\omega_{b/n}^b)v_{b/n}^b + S^2(\omega_{b/n}^b)(r_g^b)] = f_b^b \quad (2.60)$$

En donde se empleó el hecho de que $S^T(a)b = -S(a)b = S(b)a$: Una representación alternativa de (2.60) es la siguiente:

$$m[\dot{v}_{b/n}^b + \dot{\omega}_{b/n}^b \times r_g^b + \omega_{b/n}^b \times v_{b/n}^b + \omega_{b/n}^b \times (\omega_{b/n}^b \times r_g^b)] = f_b^b \quad (2.61)$$

2.4.2 Movimiento rotacional con respecto de CO

De la definición del teorema de ejes paralelos, el cual establece que la matriz de inercia $I_b = I_b^T \in \mathbb{R}^3$ con respecto a un origen arbitrario O_b es dada por

$$I_b = I_g - mS^2(R_g^b) = I_g - m(r_g^b (r_g^b)^T) - (r_g^b)^T r_g^b I_{3 \times 3} \quad (2.62)$$

Replanteando los términos en el extremo inferior derecho de (2.56) y (2.57) con ayuda del teorema de ejes paralelos se obtiene que

$$I_g + mS(r_g^b)S^T(r_g^b) = I_g - mS^2(r_g^b) = I_b \quad (2.63)$$

Empleando la identidad de Jacobi en el término cuadrático de (2.57), se tiene que:

$$S(r_g^b)(\omega_{b/n}^b)S^T(r_g^b)\omega_{b/n}^b = -S(\omega_{b/n}^b)S^2(r_g^b)\omega_{b/n}^b \quad (2.64)$$

De modo que se obtiene lo siguiente:

$$mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b)S^T(r_g^b)\omega_{b/n}^b + S(\omega_{b/n}^b)I_b\omega_{b/n}^b = S(\omega_{b/n}^b)I_b\omega_{b/n}^b \quad (2.65)$$

Donde el movimiento rotacional con respecto a CO es dado por la última fila de (2.53), de modo que

$$I_b\dot{\omega}_{b/n}^b + S(\omega_{b/n}^b)I_b\omega_{b/n}^b + mS(r_g^b)\dot{v}_{b/n}^b + mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b)v_{b/n}^b = m_b^b \quad (2.66)$$

En donde el momento con respecto de CO es:

$$\begin{aligned}
m_b^b &= m_g^b + r_g^b \times f_g^b \\
&= m_g^b + S(r_g^b) f_g^b
\end{aligned} \tag{2.67}$$

La ecuación (2.66), puede escribirse en la siguiente forma:

$$I_b \dot{\omega}_{b/n}^b + \omega_{b/n}^b \times I_b \omega_{b/n}^b + m(r_g^b) \times (\dot{v}_{b/n}^b + \omega_{b/n}^b \times v_{b/n}^b) = m_b^b \tag{2.68}$$

2.5 Ecuaciones de movimiento de cuerpo rígido para 6 grados de libertad (DOF)

Las ecuaciones (2.61) y (2.68) se pueden reescribir de acuerdo al SNAME (1950):

$f_b^b = [X, Y, Z]^T$	Fuerza a través de O_b expresada en el marco {b}.
$m_b^b = [K, M, N]^T$	Momento con respecto a O_b expresado el marco {b}.
$v_{b/n}^b = [u, v, w]^T$	Velocidad lineal de O_b relativa a O_n expresada el marco {b}.
$\omega_{b/n}^b = [p, q, r]^T$	Velocidad angular de {b} relativa al marco inercial {n} expresada el marco {b}.
$r_g^b = [x_g, y_g, z_g]^T$	Vector de O_b a CG expresado en el marco {b}.

Aplicando esta notación a (2.61) y (2.68) se tiene que:

$$\begin{aligned}
m[\dot{u} - vr + wq - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})] &= X \\
m[\dot{v} - wq + ur - y_g(r^2 + p^2) + z_g(qr - \dot{p}) + x_g(qp + \dot{r})] &= Y \\
m[\dot{w} - uq + up - z_g(p^2 + q^2) + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rp + \dot{p})] &= Z \\
I_x \dot{p} + (I_x - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{zx} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} + m[y_g(\dot{w} - uq + vp) - z_g(\dot{u} - wp + ur)] &= K \\
I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} + m[z_g(\dot{u} - vr + wq) - x_g(\dot{w} - uq + vp)] &= M \\
I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} + m[x_g(\dot{v} - wp + ur) - y_g(\dot{u} - vr + wq)] &= N
\end{aligned} \tag{2.69}$$

Las primeras tres ecuaciones representan movimiento traslacional, mientras las últimas tres ecuaciones corresponden al movimiento rotacional.

2.5.1 Representación vectorial

La dinámica de cuerpo rígido representada en (2.69) puede representarse en forma vectorial como:

$$M_{RB} \dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_{RB} \quad (2.70)$$

En donde $v = [u, v, w, p, q, r]^T$ es el vector generalizado de velocidad expresado en $\{b\}$ y

$\tau_{RB} = [X, Y, Z, K, M, N]^T$ es el vector generalizado de fuerzas externas y momentos.

Donde M_{RB} es la matriz de inercia de cuerpo rígido y satisface que:

$$M_{RB} = M_{RB}^T > 0 \quad , \quad M_{RB} = 0_{6 \times 6} \quad (2.71)$$

En donde

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & -mS(r_g^b) \\ mS(r_g^b) & I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_g & -my_g \\ 0 & m & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m & my_g & -mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & my_g & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -mx_g & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -mz_g & mx_g & 0 & -I_{xz} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Por otra parte, la matriz de Coriolis de cuerpo rígido corresponde al siguiente término:

$$C_{RB} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m(y_g q + z_g r) \\ 0 & 0 & 0 & -m(y_g p + w) \\ 0 & 0 & 0 & -m(z_g p + v) \\ -m(y_g q + z_g r) & m(y_g p + w) & m(z_g p - v) & 0 \\ m(x_g q - w) & m(z_g r + x_g p) & m(z_g q - u) & I_{yz} q + I_{xz} p - I_z r \\ m(x_g r + v) & m(y_g r - u) & m(x_g p - y_g q) & -I_{yz} r - I_{xy} p + I_y q \\ -m(x_g q - w) & -m(x_g r + v) & & \\ m(z_g r + x_g p) & -m(y_g r - u) & & \\ -m(z_g q - u) & m(x_g p - y_g q) & & \\ -I_{yz} q - I_{xz} p + I_z r & I_{yz} r + I_{xy} p - I_y q & & \\ 0 & -I_{xz} r - I_{xy} q + I_x p & & \\ I_{xz} r + I_{xy} q - I_x p & 0 & & \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

2.6 Hidrodinámica

El amortiguamiento dinámico debido al medio (damping) es causado debido a las oscilaciones, el oleaje y los vórtices producidos en el medio entre otros factores. Para los sistemas que trabajan en una velocidad alta los términos de damping son altamente no lineales además de estar acoplados al sistema, pero en los sistemas con una velocidad considerada pequeña además de tener simetrías en su estructura y considerar que su dinámica no está acoplada. El amortiguamiento dinámico debido al medio acuático es considerado como una matriz diagonal con los valores de amortiguamiento lineal y cuadrático, por lo que la matriz de amortiguamiento queda representada de la siguiente manera:

$$D(v) = -diag\{X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r\} \\ -diag\{X_{|u|} |u|, Y_{|v|} |v|, Z_{|w|} |w|, K_{|p|} |p|, M_{|q|} |q|, N_{|r|} |r|\} \quad (2.74)$$

Esta matriz de hidrodinámica en el sistema tiene la siguiente propiedad:

Para un cuerpo rígido que se desplaza en un fluido ideal la matriz de amortiguamiento será real, antisimétrica y estrictamente positiva cuando:

$$D(v) > 0 \quad \forall \quad v \in \mathbb{R}^6 \quad (2.75)$$

2.7 Hidrostática del vehículo

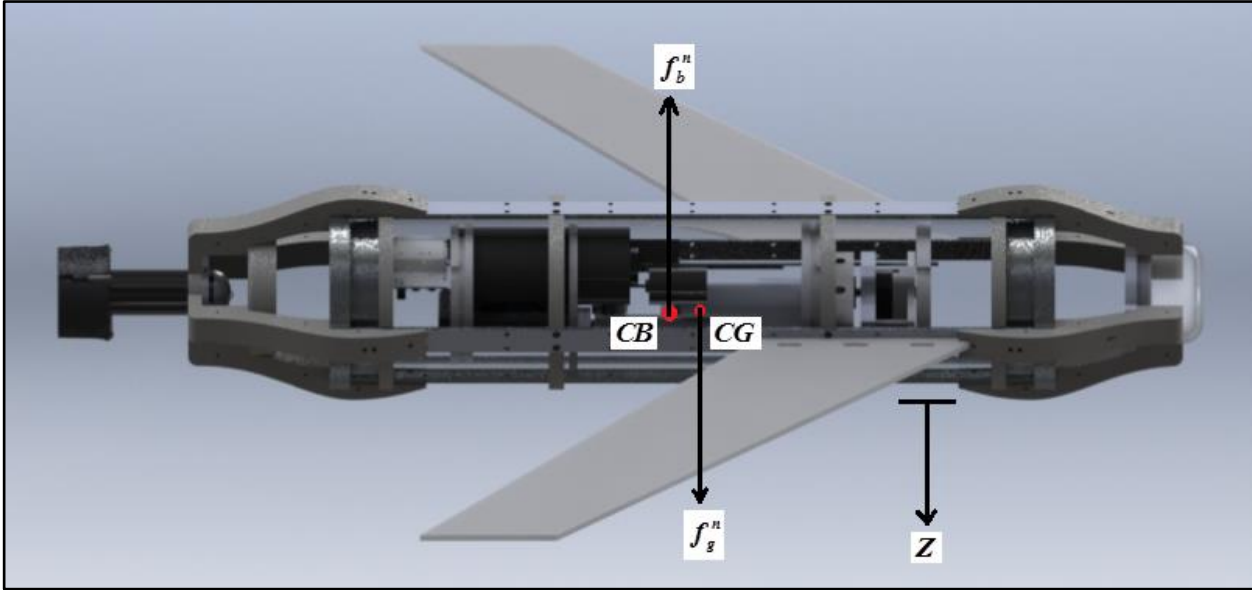


Figura 2.4. Fuerzas aplicadas en el planeador.

De la figura 2.4 se puede identificar la fuerza gravitacional f_g^b actúa a través del centro de gravedad, que es definido por el vector $r_g^b := [x_g, y_g, z_g]^T$ con respecto a CO.

f_b^b representa la fuerza de flotabilidad que actúa a través de CB, definido por el vector $r_b^b := [x_b, y_b, z_b]^T$. Ambos vectores se describen con respecto a CO en el sistema fijado en el cuerpo.

De acuerdo con el SNAME (1950) el peso del vehículo y la flotabilidad del mismo se representan de la siguiente forma:

$$W = mg \quad , \quad B = \rho g \nabla \quad (2.76)$$

Donde m es la masa del vehículo g es la fuerza gravitacional de la tierra ρ es la densidad del medio acuático y ∇ es la cantidad de desplazamiento de agua debido al volumen.

Estas fuerzas actúan en el plano vertical de $\{n\}$ por lo tanto

$$f_g^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} \quad y \quad f_b^n = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

Debido a que en el eje z el avance positivo se presenta en profundidad, la fuerza de gravedad es negativa mientras que la fuerza de flotabilidad es positiva. Estas fuerzas pueden expresarse en $\{b\}$ de la siguiente forma:

$$f_g^b = R_b^n (\Theta_{nb})^{-1} f_g^n \quad (2.78)$$

$$f_b^b = R_b^n (\Theta_{nb})^{-1} f_b^n \quad (2.79)$$

En donde $R_b^n (\Theta_{nb})$ es la matriz de transformación de coordenadas de ángulos de Euler. El vector de fuerza y momento expresado en $\{b\}$ es

$$\begin{aligned} g(\eta) &= \begin{bmatrix} f_g^b + f_b^b \\ r_g^b \times f_g^b + r_b^b \times f_b^b \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_b^n (\Theta_{nb})^{-1} (f_g^n + f_b^n) \\ r_g^b \times R_b^n (\Theta_{nb})^{-1} f_g^n + r_b^b \times R_b^n (\Theta_{nb})^{-1} f_b^n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.80)$$

La expansión de esta expresión da como resultado que

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} (W - B)\sin(\theta) \\ -(W - B)\cos(\theta)\sin(\phi) \\ -(W - B)\cos(\theta)\cos(\phi) \\ -(y_g W - y_b B)\cos(\theta)\cos(\phi) + (z_g W - z_b B)\cos(\theta)\sin(\phi) \\ (z_g W - z_b B)\sin(\theta) + (x_g W - x_b B)\cos(\theta)\cos(\phi) \\ -(x_g W - x_b B)\cos(\theta)\sin(\phi) - (y_g W - y_b B)\sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

2.8 Matriz de masa agregada y Coriolis

Retomando la ecuación (2.3)

$$M = M_{RB} + M_A \quad (2.82)$$

$$C(v) = C_{RB}(v) + C_A(v) \quad (2.83)$$

En donde $M_A = M_A^T \geq 0$ es la matriz de inercia de masa hidrodinámica agregada, este término puede entenderse como la masa virtual agregada al sistema debido a que un cuerpo en aceleración o desaceleración debe mover un volumen del líquido a través del cual se mueve.

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ m_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

C_A Representa las fuerzas linealizadas producidas por la rotación de $\{b\}$ con respecto a $\{n\}$.

$$C_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

En donde se emplea la notación de SNAME (1950) para las derivadas hidrodinámicas, por ejemplo:

$$Y_{\dot{u}} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}} \quad (2.86)$$

Con

$$\begin{aligned}
a_1 &= X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \\
a_2 &= Y_{\dot{u}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \\
a_3 &= Z_{\dot{u}}u + Z_{\dot{v}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \\
a_4 &= K_{\dot{u}}u + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{w}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \\
a_5 &= M_{\dot{u}}u + M_{\dot{v}}v + M_{\dot{w}}w + M_{\dot{p}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \\
a_6 &= N_{\dot{u}}u + N_{\dot{v}}v + N_{\dot{w}}w + N_{\dot{p}}p + N_{\dot{q}}q + N_{\dot{r}}r
\end{aligned} \tag{2.87}$$

2.9 Modelado vectorial de vehículos submarinos

Para resumir los resultados de las secciones anteriores, retomamos las ecuaciones (2.2) y (2.3) y, considerando que para vehículos operando debajo del agua $\tau_{wave} = \tau_{wind} = 0$, las reescribimos del siguiente modo:

$$\dot{\eta} = J_{\Theta}(\eta)\mathbf{v} \tag{2.88}$$

$$M\dot{\mathbf{v}} + C(\mathbf{v})\mathbf{v} + D(\mathbf{v})\mathbf{v} + g(\eta) = \tau \tag{2.89}$$

Donde:

$$M = M_{RB} + M_A \tag{2.90}$$

$$C(\mathbf{v}) = C_{RB}(\mathbf{v}) + C_A(\mathbf{v}) \tag{2.91}$$

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} (W - B)\sin(\theta) \\ -(W - B)\cos(\theta)\sin(\phi) \\ -(W - B)\cos(\theta)\cos(\phi) \\ -(y_g W - y_b B)\cos(\theta)\cos(\phi) + (z_g W - z_b B)\cos(\theta)\sin(\phi) \\ (z_g W - z_b B)\sin(\theta) + (x_g W - x_b B)\cos(\theta)\cos(\phi) \\ -(x_g W - x_b B)\cos(\theta)\sin(\phi) - (y_g W - y_b B)\sin(\theta) \end{bmatrix} \tag{2.92}$$

Y la matriz de amortiguamiento hidrodinámico es

$$D = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

Para vehículos, con tres planos de simetría, en movimiento debajo del agua a baja velocidad es posible despreciar la contribución de los términos fuera de la diagonal principal de M_A , por lo que se obtienen las siguientes expresiones simplificadas de M_A y C_A :

$$M_A = M_A^T = -diag\{X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_p, N_r\} \quad (2.94)$$

$$C_A(v) = -C_A^T(v) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

Para obtener la representación en las coordenadas fijadas en la tierra se aplica la siguiente transformación, teniendo la consideración que la matriz de transformación $J(\eta)$ es no singular.

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= J(\eta) \dot{v} & \Leftrightarrow & \dot{v} = J^{-1}(\eta)\dot{\eta} \\ \ddot{\eta} &= J(\eta)\ddot{v} + \dot{J}(\eta)v & \Leftrightarrow & \ddot{v} = J^{-1}(\eta)[\ddot{\eta} - \dot{J}(\eta)J^{-1}(\eta)\dot{\eta}] \end{aligned} \quad (2.96)$$

Para eliminar \dot{v} y \ddot{v} del modelo (2.89) definiendo las siguientes transformaciones:

$$\begin{aligned}
M_\eta &= J^{-T}(\eta)MJ^{-1}(\eta) \\
C_\eta(v,\eta) &= J^{-T}(\eta)[C(v) - MJ^{-1}(\eta)\dot{J}(\eta)]J^{-1}(\eta) \\
D_\eta(v,\eta) &= J^{-T}(\eta)D(v)J^{-1}(\eta) \\
g_\eta &= J^{-T}(\eta)g(\eta) \\
\tau_\eta &= J^{-T}(\eta)\tau
\end{aligned} \tag{2.97}$$

Quedando el sistema de la siguiente forma:

$$M_\eta(\eta)\dot{\eta} + C_\eta(v,\eta)\dot{\eta} + D_\eta(v,\eta)\dot{\eta} + g_\eta(\eta) = \tau_\eta \tag{2.98}$$

Esta representación del modelo permite entender toda la dinámica que está involucrada en los vehículos submarinos, como lo son todos sus grados de libertad y las fuerzas que intervienen en la robótica submarina. En el siguiente capítulo de este trabajo se analizarán las condiciones de trabajo del sistema para enfocarse en el objetivo de regulación en profundidad, así como las restricciones para la implementación del control entendiendo la relación que existe entre el ángulo de cabeceo la fuerza con la que empuja la propela para lograr profundidad en el submarino.

3. Estrategia de control

Una vez que se tiene el modelo que representa la dinámica del vehículo submarino como se tiene en las ecuaciones (2.86) y (2.87) se tomará en cuenta algunas restricciones que se tienen debido a la estructura y física del prototipo submarino. En la física de este vehículo se presenta una simetría que va de estribor-babor [11], con lo cual se puede obtener lo siguiente $y_g = I_{yx} = I_{yz} = 0$. Por lo tanto, se retoman las ecuaciones que representan la dinámica del submarino.

$$\dot{\eta} = J_{\Theta}(\eta)v \quad (3.1)$$

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + g(\eta) = \tau \quad (3.2)$$

Una de las consideraciones de mayor peso dentro de la dinámica del vehículo submarino, es el hecho de trabajar con una velocidad relativamente baja. Además de contar con tres ejes de simetría que de acuerdo a (Thor I. Fossen, 2011), los términos fuera de la diagonal de M_A pueden ser ignorados bajo esta característica. Obteniendo la matriz $M = M_{RB} + M_A$ representada en (2.87) de la siguiente manera:

$$M = \begin{bmatrix} m - x_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & mz_g & 0 \\ 0 & m - y_{\dot{v}} & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m - z_{\dot{w}} & 0 & -mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & 0 & I_x - K_{\dot{p}} & 0 & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -mx_g & 0 & I_y - M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & mx_g & 0 & I_{xz} & 0 & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Recordando que M tiene que cumplir con la condición de ser una matriz simétrica. Por lo que la ecuación (3.3) cumple con $M = M^T$.

De la misma forma como en la ecuación (2.81) la matriz de efectos de coriolis está definida como

$C = C_{RB} + C_A$, quedando de la siguiente forma:

$$C(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & mz_g r \\ 0 & 0 & 0 & z_{\dot{w}} w - mw \\ 0 & 0 & 0 & m(v - z_g p) - Y_{\dot{v}} v \\ -mz_g r & mw - z_{\dot{w}} w & Y_{\dot{v}} v - m(v - z_g p) & 0 \\ Z_{\dot{w}} w - m(w - x_g q) & -m(z_g r + x_g p) & m(z_g q + u) - X_{\dot{u}} u & I_{xz} p - I_z r + N_r r \\ m(x_g r + v) - Y_{\dot{v}} v & X_{\dot{u}} u - mu & -mx_g p & I_y q - M_{\dot{q}} q \\ m(w - x_g q) - Z_{\dot{w}} w & Y_{\dot{v}} v - m(x_g r + v) \\ m(z_g r + x_g p) & mu - X_{\dot{u}} u \\ X_{\dot{u}} u - m(z_g q + u) & mx_g p \\ I_z r - I_{xz} p - N_r r & M_{\dot{q}} q - I_y q \\ 0 & -K_{\dot{p}} p + I_x p - I_{xz} r \\ I_{xz} r - I_x p + K_{\dot{p}} p & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

C Continúa cumpliendo con la condición de ser una matriz antisimétrica. Además, considerando que el punto $B = CO$, $W - B = 0$ y que $y_g = 0$, $g(\eta)$ esta descrita de la siguiente manera:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ (z_g W) \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Por último, se define al vector τ de la siguiente forma, debido a que los efectos que necesitamos manipular en el robot submarino son pitch y la profundidad que se tiene en el vehículo.

$$\tau = \begin{bmatrix} Ft \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ (x_g W) \cos(\theta) \cos(\phi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Retomando las ecuaciones (2.94) y (2.95) se tiene el siguiente sistema:

$$\ddot{\eta} = M_{\eta}(\eta)^{-1} [\tau_{\eta} - C_{\eta}(v, \eta) \dot{\eta} - D_{\eta}(v, \eta) \dot{\eta} - g_{\eta}(\eta)] \quad (3.7)$$

Para entender el funcionamiento del sistema de tipo planeador con la fuerza de la propela se tienen las siguientes hipótesis:

Hipótesis 1: El sistema no tiene actuado el movimiento longitudinal en el eje y , además de no tener un momento en el eje z y en el eje x , por lo que tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ \phi &= 0 \\ \psi &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Hipótesis 2: El sistema solo actúa en el plano x, z debido a que solo se tiene un momento en pitch y la profundidad en el eje z . mientras que se tiene un movimiento longitudinal sobre el eje x debido a la fuerza de la propela, pero no se tiene una medición de esta por lo que el sistema queda representado de la siguiente forma en las coordenadas del cuerpo:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m - x_{\dot{u}} & 0 & mz_g \\ 0 & m - z_{\dot{w}} & -mx_g \\ mz_g & -mx_g & I_y - M_{\dot{q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & m(w - x_g q) - Z_{\dot{w}} w \\ 0 & 0 & X_{\dot{u}} u - m(z_g q + u) \\ Z_{\dot{w}} w - m(w - x_g q) & m(z_g q + u) - X_{\dot{u}} u & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 \\ 0 & Z_w & 0 \\ 0 & 0 & M_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_g W \sin(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ft \\ 0 \\ (x_g W) \cos(\theta) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Donde la matriz M sigue siendo simétrica, la matriz C es antisimétrica y la matriz D es diagonal definida positiva, se puede obtener el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\dot{\hat{v}} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Tomando como variables de estado a u , w , q , \dot{u} , \dot{w} , \dot{q} y la entrada de control x_g : el sistema puede quedar representado de la siguiente forma.

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{13} \\ 0 & m_{22} & 0 \\ m_{31} & 0 & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13}(w) \\ 0 & 0 & c_{23}(u, q) \\ c_{31}(w) & c_{32}(u, q) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix} \\
& + g(\eta) = \begin{bmatrix} Ft + mq^2 x_g \\ m\dot{q} x_g \\ [f(\theta) + m\dot{w} - muq] x_g \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Donde $c_{13} = (m - z_{\dot{w}})w$, $c_{31} = (z_{\dot{w}} - m)w$, $c_{23} = x_{\dot{u}}u - m(z_g q + u)$, $c_{32} = m(z_g q + u) - x_{\dot{u}}u$ y $f(\theta) = W \cos(\theta)$ por lo que del sistema anterior podemos ver que la matriz M sigue siendo simétrica debido a que $c_{13} = -c_{31}$ y $c_{23} = -c_{32}$ por lo que la matriz de coriolis es antisimétrica, además m es la masa del submarino y W representa el peso del submarino. Las ecuaciones que describen al sistema quedan descritas de la siguiente forma:

$$m_{11}\dot{u} + m_{13}\dot{q} + c_{13}(w)q + d_{11}u = Ft + mq^2x_g \quad (3.12)$$

$$m_{22}\dot{w} + c_{23}(w)q + d_{22}w = m\dot{q}x_g \quad (3.13)$$

$$m_{31}\dot{u} + m_{33}\dot{q} + c_{31}(w)u + c_{32}(u, q)w + d_{33}q + g(\eta) = x_g(f(\theta) + m\dot{w} - muq) \quad (3.14)$$

Debido a que el sistema trabaja a velocidades consideradas pequeñas se pueden despreciar los elementos que distinguen los efectos de coriolis, quedando las siguientes ecuaciones que representan la dinámica de la siguiente forma:

$$m_{11}\dot{u} + m_{13}\dot{q} + d_{11}u = Ft \quad (3.15)$$

$$m_{22}\dot{w} + d_{22}w = m\dot{q}x_g \quad (3.16)$$

$$m_{31}\dot{u} + m_{33}\dot{q} + d_{33}q + g(\eta) = x_g(f(\theta) + m\dot{w}) \quad (3.17)$$

El interés de este trabajo es realizar la regulación en profundidad del sistema y que la dinámica presentada en (3.15) no está involucrada directamente con profundidad las ecuaciones (3.16) y (3.17) quedaran representadas de la siguiente forma:

$$m_{22}\dot{w} + d_{22}w = m\dot{q}x_g \quad (3.18)$$

$$m_{33}\dot{q} + d_{33}q + g(\eta) = x_g(f(\theta) + m\dot{w}) \quad (3.19)$$

Encontrando la dinámica para \dot{w} y \dot{q} .

$$\dot{w} = \frac{m}{m_{22}}\dot{q}x_g - \frac{d_{22}}{m_{22}}w \quad (3.20)$$

$$\dot{q} = x_g \frac{(f(\theta) + m\dot{w})}{m_{33}} - \frac{d_{33}}{m_{33}}q + \frac{g(\eta)}{m_{33}} \quad (3.21)$$

Debido a que el objetivo es profundidad, además de que el cabeceo está involucrado en la dinámica de profundidad, el control propuesto en profundidad y el ángulo de pitch esta descrito en las coordenadas inerciales, como se describen a continuación:

$$\begin{aligned}\tau_z &= k_{pz}e_z + k_{dz}\dot{e}_z \\ \tau_\theta &= k_{p\theta}e_\theta + k_{d\theta}\dot{e}_\theta\end{aligned}\quad (3.22)$$

Donde $e_z = z_d - z$ y $e_\theta = \theta_d - \theta$. Con la consigna constante en profundidad el error queda definido como $\dot{e}_z = -\dot{z}$ y $\dot{e}_\theta = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}$. La dinámica y el control se pueden representar de la siguiente forma:

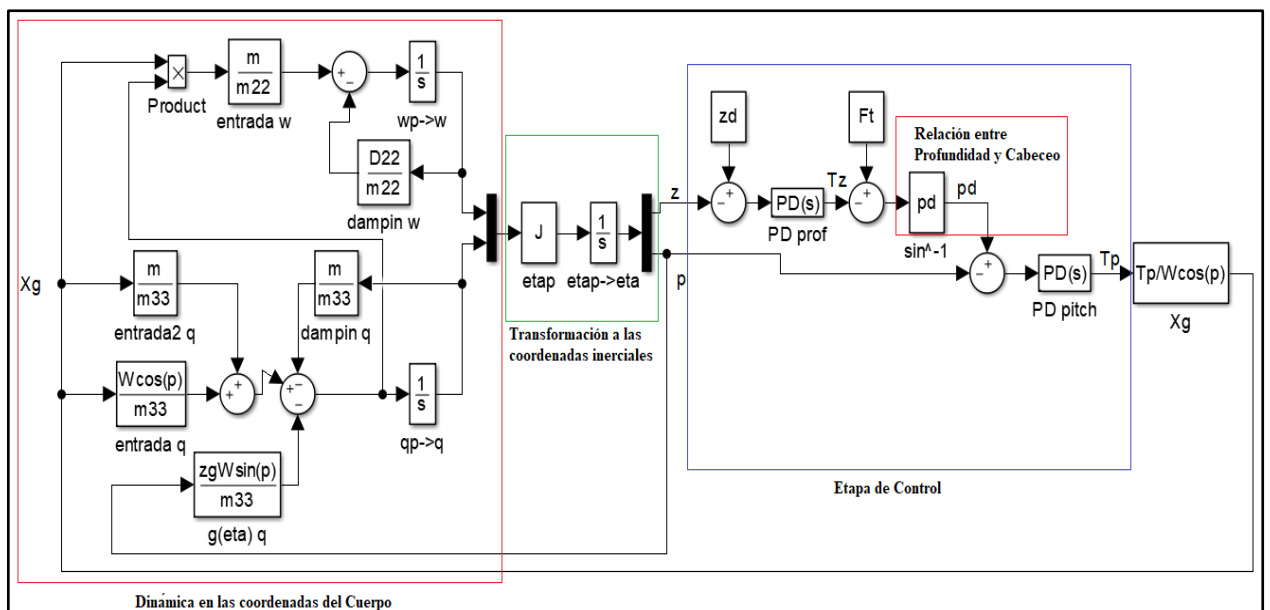


Figura 3.1. Diagrama de la dinámica del submarino y la etapa de control.

En la figura 3.1 se pueden observar las etapas de la dinámica del sistema en coordenadas del cuerpo, la transformación que se ejecuta para obtener las coordenadas del cuerpo y la etapa de control que se ejecuta en el submarino para realizar la regulación en profundidad. Dentro de la etapa de control se existe una relación entre el control de profundidad y el control de cabeceo, donde pd es el ángulo de pitch deseado, con la siguiente ecuación de fuerza que se presenta en profundidad debido a que el submarino no presenta movimiento en roll, yaw y en el eje y .

$$F_p = Ft \sin(\theta) \quad (3.23)$$

Donde F_p es la fuerza que se presenta en el submarino en la dirección del eje z , F_z es la fuerza que ejerce la propela en el submarino.

Por lo que la consigna que se busca en la regulación del ángulo de pitch está dada por:

$$\theta_d = \sin^{-1}\left(\frac{F_p}{F_t}\right) \quad (3.24)$$

Además de la ecuación (3.6) se obtiene la relación entre la entrada x_g y el control efectuado en pitch como $\tau_\theta = x_g W \cos(\theta)$. Por lo que x_g queda descrita de la siguiente forma:

$$x_g = \frac{\tau_\theta}{W \cos(\theta)} \quad (3.25)$$

3.1 Control de tipo PD.

Para ambas consignas en el sistema (pitch y profundidad) se proponer una ley de control de tipo PD con compensación de la gravedad, debido a que se conocen todos los elementos de este vector, quedando la ley de la siguiente manera:

$$\tau = k_p(\bullet)e + k_d(\bullet)\dot{e} + g \quad (3.26)$$

Donde $k_p(\bullet)$ y $k_d(\bullet)$ son matrices diagonales definidas positivas que tienen las ganancias del control proporcional y derivativo para z y θ . Con $e = [e_z \ e_\theta]^T$ y $\dot{e} = [\dot{e}_z \ \dot{e}_\theta]^T$.

Identificando a η como la posición del sistema, por lo cual la velocidad quedara definida de la siguiente forma $\dot{\eta}$. Además, definiendo el error de la siguiente manera $e = \eta_d - \eta$ donde η_d es la posición deseada y el vector de gravedad $g = g(\eta)$. Debido a que se tiene un problema de regulación, entonces η_d es una constante, se tiene la siguiente representación del control para el sistema

$$\tau = k_p e - k_d \dot{\eta} + g \quad (3.27)$$

Sustituyendo τ en (3.5), se obtiene la siguiente ecuación en lazo cerrado:

$$M_\eta \ddot{\eta} + D_\eta \dot{\eta} = k_p e - k_d \dot{\eta} \quad (3.28)$$

3.2 Prueba de estabilidad

Con la definición del error e y la ecuación (3.16) el sistema se puede escribir como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ M_\eta^{-1} [k_p e - k_d \dot{\eta} - D_\eta \dot{\eta}] \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

El único punto de equilibrio que se presenta es cuando $e = 0$ y $\eta = 0$ esto debido a que se conocen las estructuras de los demás elementos. Con esto se obtiene el único punto de equilibrio para nuestro sistema que describe la dinámica del vehículo submarino. Se propone la siguiente función candidata de Lyapunov, como lo propone (W. Khalil, 2004):

$$W = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T M_\eta \dot{\eta} + \frac{1}{2} e^T k_p e \quad (3.30)$$

Donde se puede observar que este cumple con la propiedad de ser definida positiva claramente, debido a que la matriz M es definida positiva y k_p también la definimos como un elemento positivo, además de tener una forma cuadrática teniendo lo siguiente:

$$\begin{aligned} W &= 0 \quad \text{si} \quad e, \eta = 0 \\ W &> 0 \quad \text{si} \quad e, \eta \neq 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Derivando la función anterior con respecto al tiempo la función candidata de Lyapunov da como resultado:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W &= \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \dot{M}_\eta \dot{\eta} + \dot{\eta}^T M_\eta \ddot{\eta} + e^T k_p \dot{e} \\ \frac{d}{dt} W &= \dot{\eta}^T M_\eta \ddot{\eta} - e^T k_p \dot{\eta} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Sustituyendo $M\dot{\eta}$ en (3.14) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} W &= \dot{\eta}^T [k_p e - k_d \dot{\eta} - D_\eta \dot{\eta}] - e^T k_p \dot{\eta} \\
 \frac{d}{dt} W &= -\dot{\eta}^T D_\eta \dot{\eta} + \dot{\eta}^T k_p e - \dot{\eta}^T k_d \dot{\eta} - e^T k_p \dot{\eta} \\
 \frac{d}{dt} W &= -\dot{\eta}^T D_\eta \dot{\eta} - \dot{\eta}^T k_d \dot{\eta} \\
 \frac{d}{dt} W &= -\dot{\eta}^T D_\eta \dot{\eta} - \dot{\eta}^T k_d \dot{\eta}
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

Por lo tanto

$$\frac{d}{dt} W = -\dot{\eta}^T [k_d + D_\eta] \dot{\eta} \leq 0 \tag{3.34}$$

Debido a que $\frac{d}{dt} W$ es semidefinida negativa se busca demostrar que el punto de equilibrio $[e = 0 \text{ y } \eta = 0]$ es asintóticamente estable. Empleando el Teorema de Invariancia de La Salle se tiene:

Sea \mathfrak{R} el conjunto de puntos del punto de equilibrio en una vecindad que satisface que $\dot{\eta} = 0$, por lo tanto $\ddot{\eta} = 0$. De la ecuación (3.28) se concluye que necesariamente $[e = 0 \text{ y } \eta = 0]$ es el único punto de equilibrio del sistema, además de, que es conjunto invariante más grande en \mathfrak{R} . Por lo tanto, el punto de equilibrio es asintóticamente estable.

4. Construcción del Prototipo.

4.1 Actuadores y Electrónica del Vehículo Submarino.

La construcción y el diseño del prototipo está basado principalmente en un vehículo submarino de tipo *glider* o planeador, cuya forma se asemeja a la de un torpedo tal que se puede manipular su movimiento en el medio acuático por medio de un solo actuador que ejerza una fuerza de empuje hacia adelante, además de las actuaciones de tipo móvil con el cual se puede obtener un giro y actuación en pitch.

El vehículo cuenta con un lastre que al modificar su peso o masa interna modifica la flotabilidad del mismo. También cuenta con una masa móvil dentro del vehículo que permite generar un efecto de rotación en el ángulo de pitch (θ).

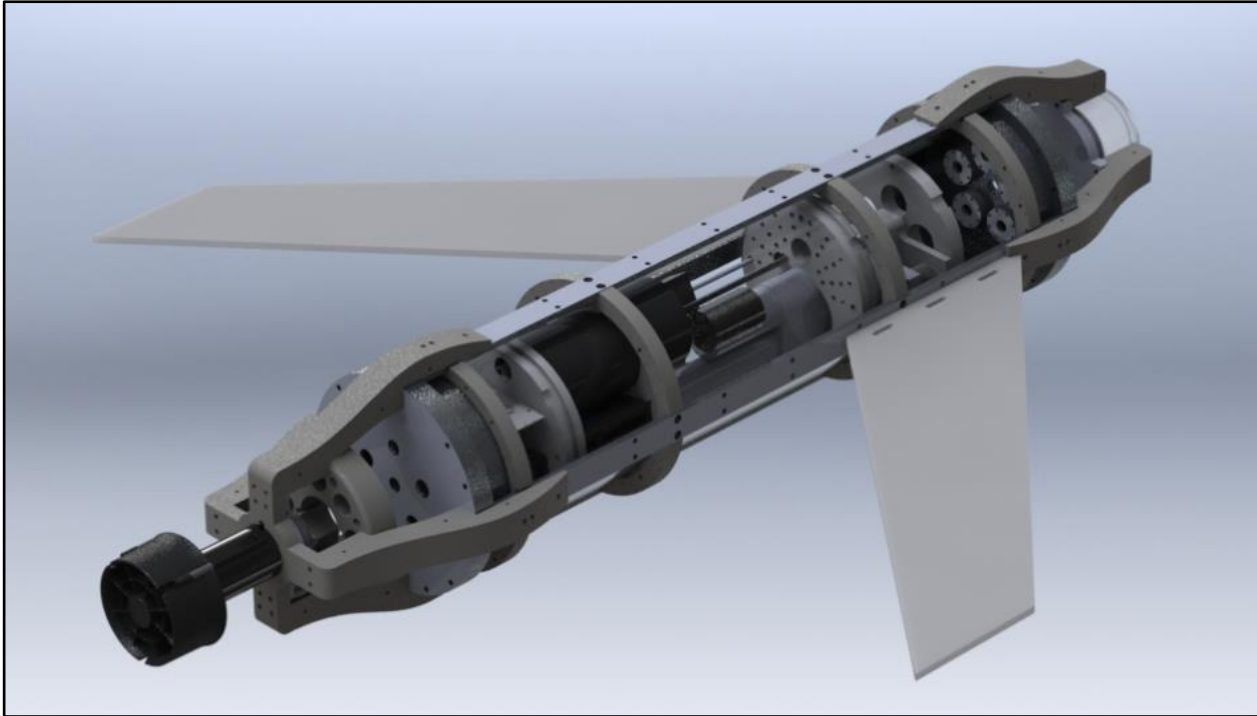


Figura 4.1. Vehículo Submarino de tipo AUV

El diseño e implementación está basado en el hecho de que el vehículo sea totalmente autónomo cumpliendo con la definición de *AUV*, para lo cual cuenta con un juego de baterías para otorgar energía, un sensor de presión para obtener la profundidad del vehículo en el medio acuático, un sensor de medición inercial *IMU* (*por sus siglas en inglés inertial measurement unit*), además un thruster que ejerce la fuerza necesaria para darle empuje al vehículo submarino.

La comunicación del submarino con el operario se realiza por medio de una computadora central National Instruments *MyRIO*, así como de una tarjeta Arduino UNO, este último permite interconectar los sensores con la computadora principal sin perder velocidad en la toma de muestreo. En la siguiente figura se muestra un diagrama de bloques de los dispositivos principales y actuadores del vehículo submarino.

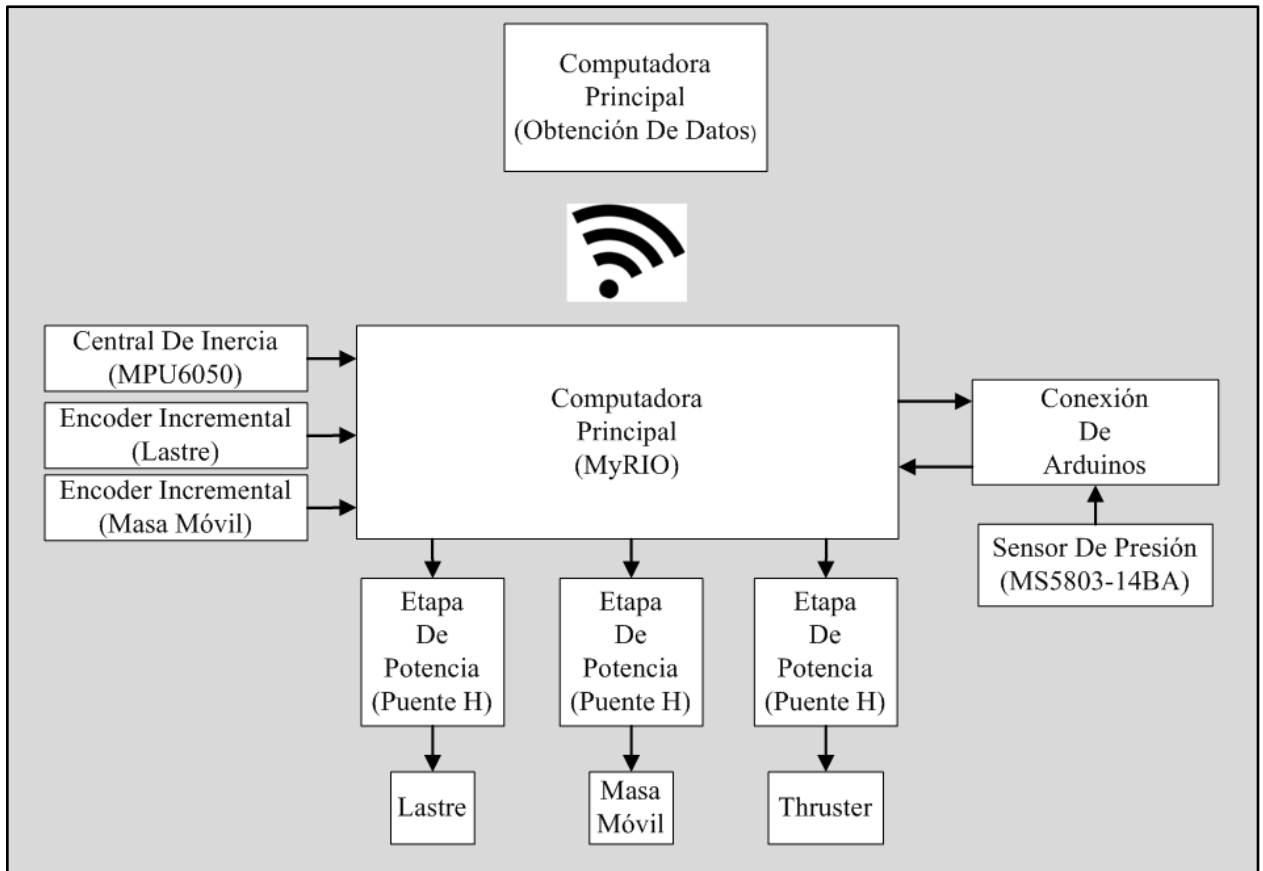


Figura 4.2. Diagrama de bloques de la conexión del prototipo.

4.1.1 Computadora central.

La computadora principal se encargará de realizar la intercomunicación entre el operario y el vehículo submarino. Esto mediante los recursos de conexión *WIFI* con los que cuenta la tarjeta *National Instruments MyRIO*. Esta tarjeta cuenta con conexiones de tipo *FPGA* 's con las cuales se puede interactuar con el dispositivo en tiempo real. La programación, interacción y ejecución de la tarea que realizara el submarino está desarrollada por el software de *National Instruments LabVIEW*, en la siguiente figura se puede observar la tarjeta *NI MyRIO* con la cual se realizara la intercomunicación operador-submarino.



Figura 4.3. Tarjeta NI MyRIO (Computadora Principal) [12].

Este dispositivo también tiene un gran potencial en cuanto al tipo de comunicación y herramientas con las que cuenta, entre ellas destacan: 2 interfaz de comunicación de tipo I^2C , 40 líneas de entradas/salida digital, de ellas pueden ser 8 de tipo modulación de ancho de pulso por sus siglas en inglés *PWM* (*Pulse-Width Module*) y 8 de tipo encoder, 10 entradas analógicas y 6 salidas analógicas. Además de contar con 2 líneas de comunicación de tipo serial. Todas estas características, además del tipo de interconexión por medio de *FPGA*'s que permiten comunicarse y manipular los dispositivos y actuadores con los que cuenta el submarino con un procesador dual-core ARM Cortex-A9 con una velocidad de 0.8Ghz hasta 2Ghz [12].

4.1.2 Tarjeta Arduino UNO.

El procesamiento de la información de algunos sensores como el de presión es llevado a cabo por una plataforma Arduino de tipo UNO, con una velocidad de 16 Megahertz. Este dispositivo en código abierto por medio de microcontroladores Atmega 328 permite una rápida implementación de sensores y actuadores, debido a que cuenta con 14 entradas/salidas digitales de las cuales 6 pueden generar una salida de modulación de ancho de pulso (*PWM*), 6 entradas analógicas, cuenta con un puerto ISP que permite programar el microcontrolador por medio de Atmel Studio y comunicación serial a través de USB. Se emplean dos microcontroladores debido a que los sensores del vehículo requieren de tres interrupciones externas operando a más de 100 Hz, esto es una carga adicional al algoritmo necesario para implementar la ley de control y enviar los datos para su almacenamiento, cuyo tiempo de ejecución se ubica en alrededor de 160,000 ciclos de reloj.

En la siguiente figura se muestra una plataforma de arduino UNO con una amplia gama de recursos en licencia libre con los cuales se podrá procesar y enviar la información por vía serial a la computadora principal [13].

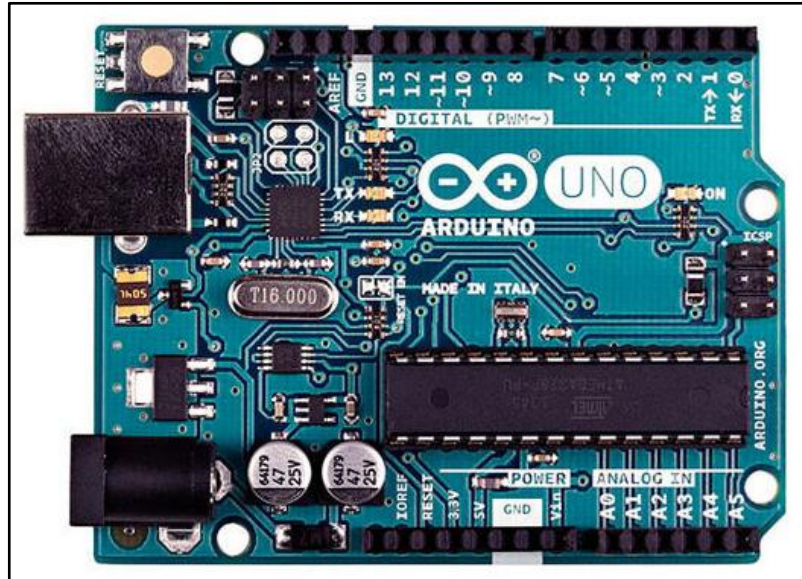


Figura 4.4. Tarjeta Arduino UNO [13].

4.1.3 Sensor de Medición Inercial IMU.

Una de las principales variables a considerar para la manipulación correcta del submarino es tener la información de la orientación del vehículo, por lo que se opta por el utilizar un sensor medición inercial. El sensor utilizado es el MPU-6050, una central inercial que cuenta con un acelerómetro y un giroscopio de tres ejes, además, esta IMU tiene incorporada una unidad digital de procesamiento de movimiento (DMP) que implementa un algoritmo que fusiona la información del giroscopio y el acelerómetro y tiene la capacidad de proporcionar la posición del dispositivo en ángulos de Euler, o cuaterniones, con una frecuencia de hasta 100 Hz. La información obtenida es mediante la comunicación I^2C de la tarjeta *NI MyRIO* procesando mediante el software LabVIEW y retomando la información en los ángulos de EULER [14]. Con esto se puede medir principalmente el ángulo de cabeceo (Pitch θ). En la siguiente figura se puede observar el sensor de medición inercial MPU6050.

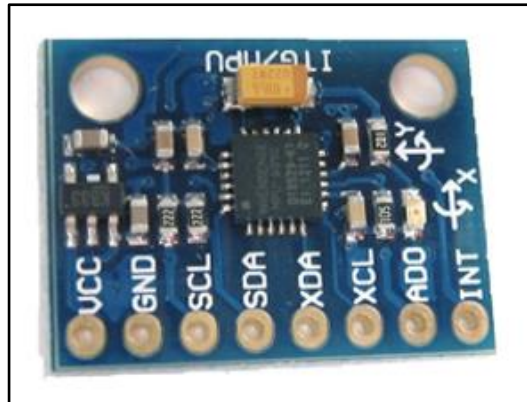


Figura 4.5. Sensor de Medición Inercial MPU6050 [14].

4.1.4 Sensor de Presión MS5803-14BA.

La siguiente variable importante para la posición del vehículo submarino es un sensor de presión que le permite calcular la profundidad a la que se encuentra obteniendo una relación directa entre la presión absoluta en el medio acuático y la profundidad, con el sensor MS5803-14BA se puede obtener información de presión y temperatura con el fin de compensar la diferencia de presión que se obtienen debido a que la temperatura varía debido a la profundidad.

La comunicación se realiza por medio de la interfaz I^2C con una resolución de 0.01 bar y un rango de medición de 0 a 14 bar de presión absoluta, por lo que es útil para proporcionar mediciones hasta 130 metros, este rango y un bajo costo lo hacen ideal para aplicaciones en poca profundidad [15]. En las siguientes figuras se muestra la relación entre la presión y la profundidad en el medio acuático, además del sensor MS5803-14BA.

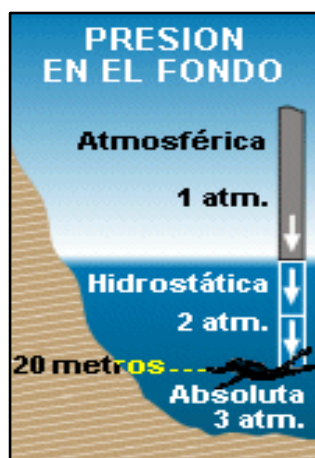


Figura 4.6. Relación Presión-Profundidad [16].

Debido a que las atmosferas (atm) equivalen a 1.1 bar de presión, se puede dar la equivalencia de que cada bar que se obtenga en el sensor será equivalente a 10 metros de profundidad. El sensor tiene la siguiente forma para colocar empotrado en una de las tapas del dispositivo.

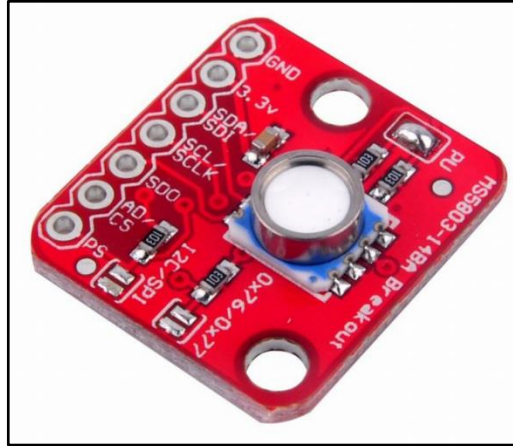


Figura 4.7. Sensor de Presión MS5803-14BA [15].

4.1.5 Actuador Lineal (Masa móvil).

Se tiene un actuador de desplazamiento lineal capaz de desplazar 8 milímetros el centro de masa de la posición en x del vehículo realizando una regulación en x_g . Este dispositivo tiene una resolución de aproximadamente $10 \mu m$ con una velocidad de 10 milímetros por segundo [17]. El control sobre este dispositivo está realizado con la lectura de un encoder por medio de la tarjeta *NI MyRIO*, pasando por un driver que separa la etapa de potencia de la lógica que ejecuta el movimiento por medio de un *PWM*, debido a la alimentación del actuador que es de 12 volts y 2 Amperes de corriente.

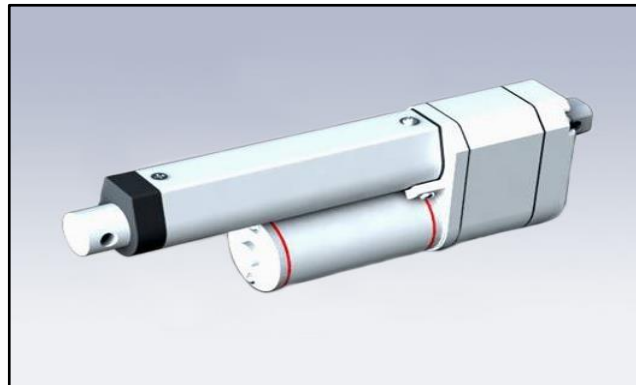


Figura 4.8. Actuador Lineal (Masa Móvil) [17].

4.1.6 Lastre.

Este prototipo cuenta con un tanque de lastre de 500 centímetros cúbicos que permite aumentar la masa del vehículo para ascender o descender en profundidad, además de tener un acoplamiento en la flecha del lastre con el cual se logra obtener una medida de la posición del mismo. El vástago se mueve por medio de un motor de corriente directa de 12 v con un consumo de corriente máximo de 2 Amperes [18], pasando de la misma manera que el actuador lineal por un driver que separa la parte de potencia con la lógica que es manejada por un *PWM*.

Como nota importante en este dispositivo, es que trabaja con un límite de profundidad de 10 metros por lo que la capacidad de profundidad que puede alcanzar el vehículo está limitada por este dispositivo. En la siguiente figura se muestra el tanque de lastre implementado en el vehículo.



Figura 4.9. Lastre de 500 centímetros cúbicos [18].

4.1.7 Codificación de Movimiento Interno (Encoders).

La aplicación de encoders en el tanque de lastre y la masa móvil es de gran importancia con el objetivo de tener el control de posición, el cual nos permite conocer con precisión el valor de la masa y estimar la variación en x_g debido al cambio de distribución de la masa provocado por el lastre, además de saber que tan lleno o vacío se encuentra el tanque de lastre. La medición de los encoder por medio de la tarjeta de *National Instruments NIMyRIO* permite obtener 1024 pulsos por revolución [19]. La estructura física del encoder puede observarse en la siguiente figura.



Figura 4.10. Encoder Rotatorio [19].

4.1.8 Etapa de Potencia.

Emplearon drivers VN3SP30 se puede trabajar con la etapa de potencia necesarias de cada motor al interior del vehículo, además de poder obtener el cambio de dirección de cada una de los motores y la velocidad necesaria por medio de *PWM*. Siendo estos dispositivos una de las principales fuentes de calor dentro del vehículo, esto es importante al considerar el ambiente hermético dentro del vehículo. Los puentes H permiten el control de los actuadores que tienen un voltaje de operación de 5.5 a 16 Volts y una capacidad de operación continua a 9 Amperes [20].

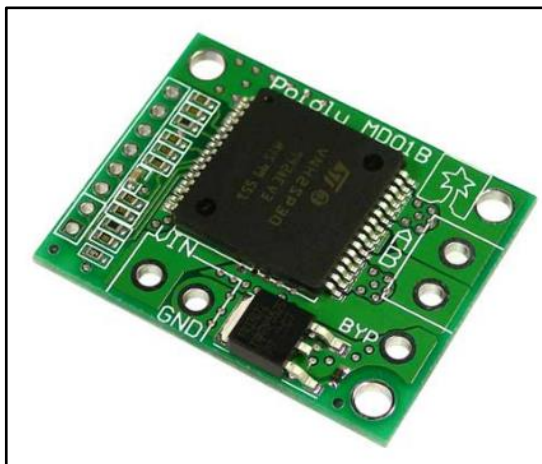


Figura 4.11. Driver para motor de 12 volts [20].

4.1.9 Thruster

El motor thruster BTD150 de *SeaBotix* puede ser utilizado en tareas de medio acuático debido a que la electrónica se encuentra sellada, con lo cual puede obtener una profundidad de 150 metros [21]. Este elemento de actuación se convierte en una propela para el vehículo submarino colocándolo en la parte posterior de la estructura, con lo cual se puede ejercer una fuerza en el movimiento longitudinal en el eje x del vehículo.



Figura 4.12. Propela del submarino tipo BTD150 [21].

4.1.10 Fuente de energía (Baterías).

Una de las características de principal cuidado en los submarinos de tipo *AUV* es el consumo de la energía debido a que estos no cuentan con una interconexión para conseguir la energía necesaria para trabajar. En los vehículos submarinos de tamaño pequeño se trabaja comúnmente con baterías de polímero de litio, con la capacidad de trabajar a 2.8 Amper-hora que en tiempo de operación se traduce a 50 horas de autonomía. La tabla 2.1 de (*Gwin Griffiths, 2003*) en “*Technology and Applications of Autonomous Underwater Vehicles*” muestra el desempeño de diversas tecnologías de almacenamiento de energía en la que destacan las baterías de polímero de litio por su alta eficiencia.



Figura 4.13. Baterías.

4.1.11 Sensor de Temperatura.

Se eligió un sensor de tipo LM335 por ser un sensor de precisión con un rango de trabajo de los $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ hasta los $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, su precisión está dada por 10 mV/K teniendo un error de menor a $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ en su medición [22].

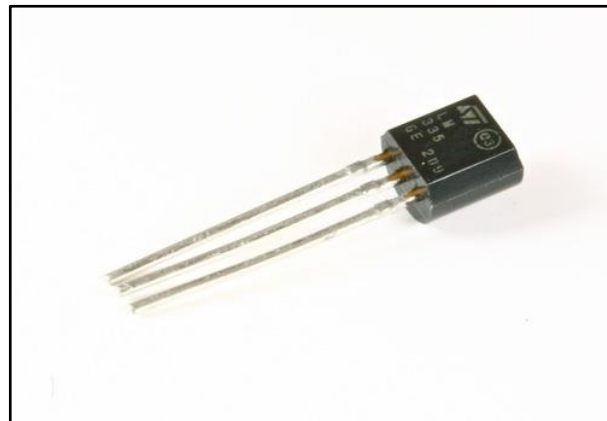


Figura 4.14. Sensor de temperatura de tipo LM335 [22].

4.2 Diseño Estructural del Vehículo Submarino

En los vehículos submarinos existen características especiales a cumplir por el desarrollo de tareas en el medio acuático, y es que el diseño principalmente está centrado en el cerrado hermético del prototipo con el cual se consigue que el submarino pueda moverse por el agua, además de contener la electrónica y los elementos de actuación, así como los de manipulación del mismo vehículo a una profundidad marcada por esta característica de hermeticidad en el dispositivo.

Por otro lado, una vez que el submarino pueda desenvolverse en el medio acuático, este con los elementos contenidos en su estructura debe ser capaz de probar leyes de control que le permitan realizar una regulación en el Angulo de pitch (θ), con el cual se podrá realizar una acción de regulación en profundidad.

4.2.1 Comunicación con el operador.

Dado que ya se conoce el tipo de comunicación con el prototipo, debido a la computadora principal basado en una tarjeta de *NI MyRIO*, la estructura del vehículo submarino permite al usuario tener una comunicación inalámbrica por medio de una conexión de tipo *WIFI*. Con la restricción principal de que el submarino se encuentre en la superficie del medio acuático, ya que debido a que una vez que el vehículo este sumergido en su totalidad esta comunicación se pierde, y de allí la importancia de que el prototipo pueda ejecutar una tarea por medio de esta computadora de manera autónoma. Además, esa comunicación también permite realizar el inicio de la tarea, el cambio de parámetros en el programa o ley de control y principalmente la obtención de los datos que recopila el prototipo durante la ejecución de la tarea.

4.2.2 Flotabilidad y Manejo del dispositivo.

Debido a que el dispositivo es de un tamaño de 1.20 m y de un peso pequeño con 20 kg el prototipo puede manejarse en espacios pequeños, llevando a que este mini-submarino tenga mejor maniobrabilidad en comparación de vehículos de un peso de 50 kg como los estudiados en la introducción de este trabajo.

Dadas estas características y debido a los materiales de construcción del vehículo, este tiene la propiedad de flotabilidad positiva, con la cual se puede insertar en su estructura los componentes de actuación y ejecución del prototipo, que aumentan su peso como lo son las baterías que entregan la energía al prototipo y el lastre que cambia el peso con respecto a la obtención de agua del medio. Con esto se puede manipular la flotabilidad que puede tener el prototipo, principalmente obteniendo la flotabilidad neutra mientras se ejecuta la tarea del prototipo, y regresando a la flotabilidad positiva cuando se requiere de regresar a la superficie del medio acuático.

4.2.3 Capacidad de la Estructura (Robustez)

Debido a simulaciones realizadas en CAD con la estructura que tiene el vehículo submarino, tiene la capacidad de sumergirse en el medio acuático a 50 metros de profundidad (Carlos D. 2015), en el trabajo “*Diseño y construcción de un prototipo de planeador sumergible y el control PD del ángulo de cabeceo*”, se reportan las siguientes características de la robustez del prototipo gracias a simulación:

“La estructura soporta al menos 50 metros de profundidad, por otra parte, el límite impuesto por los conectores y el tanque de lastre es de 10 metros, este límite es suficiente para permitir al vehículo cumplir los objetivos descritos con anterioridad. Debido a que se emplean sellos de nitrilo del tipo O-ring, la profundidad soportada por el sello hermético se ve afectada por la irregularidad y elasticidad del tubo de acrílico (a diez metros sufre una compresión de 0.06mm), sin embargo, es posible incrementar la capacidad de hermeticidad más allá de la capacidad estructural del vehículo con solo reemplazar esta parte por una versión apropiada de acero inoxidable u otro material rígido. El prototipo es totalmente escalable, por supuesto aumentar sus capacidades y alcance requiere una mayor inversión.”

Obteniendo la deformación que puede tener el prototipo sometido a una presión de 50 metros como se puede observar en la siguiente figura:

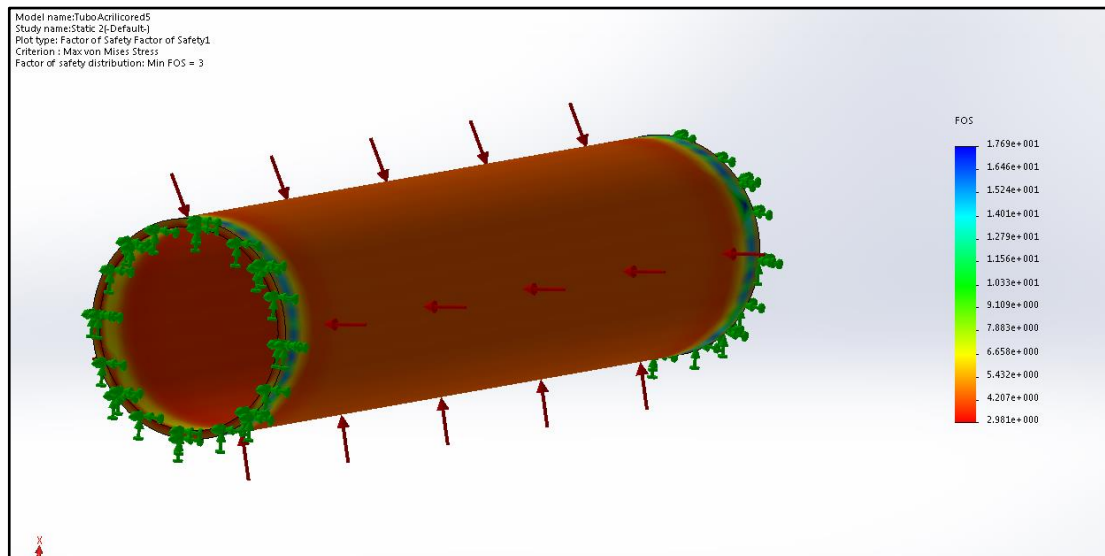


Figura 4.15. Análisis de la parte más frágil de la estructura, el tubo de acrílico [23].

Donde los resultados demuestran que la estructura a 50 metros de profundidad presenta una deformación de 0.03 milímetros, con lo cual se espera que la hermeticidad del prototipo empiece a ceder el paso a él agua.

4.2.4 Hidrodinámica de la estructura.

La estructura es principalmente un cilindro de acrílico 153 milímetros de diámetro que mantiene a los actuadores y dispositivos del prototipo. Este tiene una actuación con el medio acuático por medio de dos sujetadores en los extremos que hacen que el contacto con el agua se distribuya por el largo del submarino.

Con pruebas realizadas con una simulación en CAD se puede observar cómo se distribuye la masa agregada que se obtiene del contacto con el medio a lo largo de todo el dispositivo, como se puede observar en la siguiente figura.

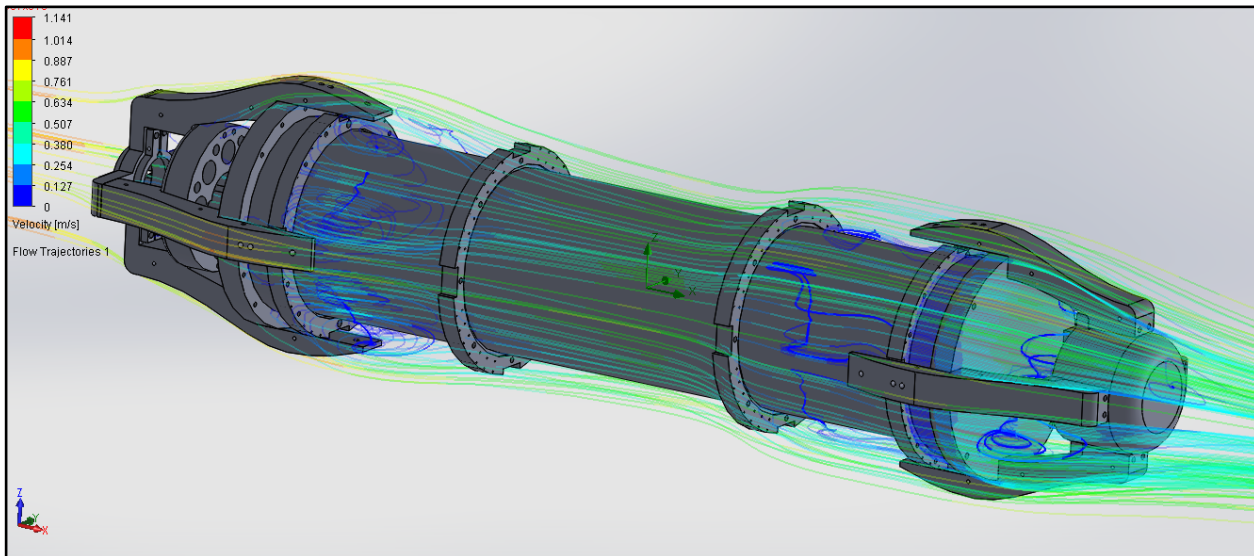


Figura 4.146. Análisis de hidrodinámica en la estructura del submarino.

4.2.5 Sellado del prototipo.

Las tapas del prototipo, así como las conexiones entre los actuadores y sensores que se encuentran por fuera de la estructura están sellados para producir hermeticidad en el dispositivo que permite lograr que el submarino se sumerja sin tener problemas con la presión que ejerce el agua. Este sellado se logra por una conexión en base bridas con la implementación de sellos de tipo O-ring

debido a que se deforman con la extrusión que consiguen debido a las fuerzas que se presentan en él, de acuerdo con el trabajo “*Diseño y construcción de un prototipo de planeador sumergible y el control PD del ángulo de cabeceo*” (Carlo D.2015) se debe tener cuidado con la deformación que sufre el anillo O-ring entre las dos caras a sellar:

“La brida que se ensambla para sellar el tubo de acrílico fue hecha de aluminio y posee dos ranuras para la implementación de los sellos, estos sufren una compresión del 18% de su diámetro para lograr un sello adecuado, sin embargo, debido a la irregularidad del acrílico este sistema es vulnerable a falla por extrusión y por pérdida de continuidad en el contacto [24].”

En la siguiente figura se puede observar la estructura para la conexión de las tapas que realizan el sello del submarino, logrando la hermeticidad necesaria para trabajar en profundidad.

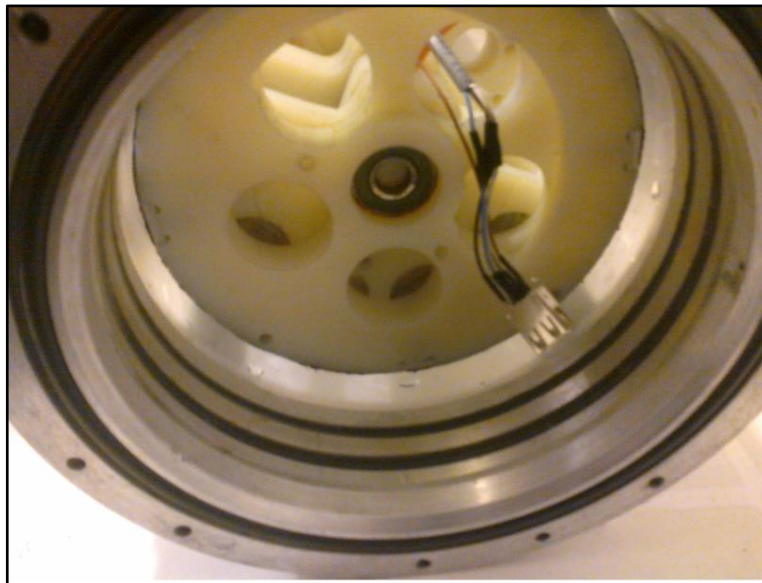


Figura 4.157. Diseño de la conexión de tipo brida [23].

Agregando para el diseño de este vehículo la aplicación de conectores en las tapas con la aplicación de la deformación de o-ring's que asegura el paso del cable hacia el interior del sistema si filtraciones de agua con las especificaciones del manual de Parker [25]. En la siguiente figura se pueden observar los render's de la forma principal de los conectores que aíslan el sistema con los dispositivos que se encuentran en contacto con el medio como lo son el sensor de temperatura y el thruster.

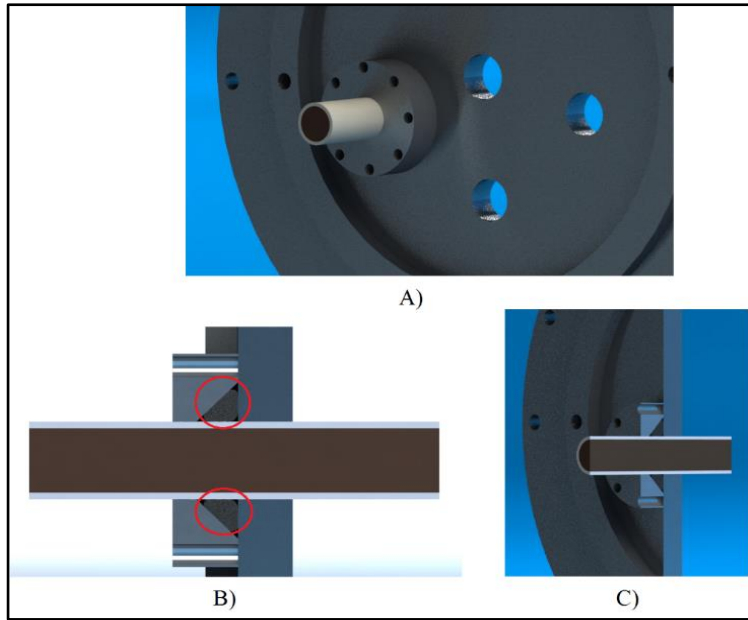


Figura 4.168. Colocación de los conectores del sistema que aísla la parte externa del Vehículo con la parte interna donde se contiene la electrónica. A) Es la colocación sobre las tapas del vehículo, B) Presenta la deformación y la ubicación del o-ring el cual permite sujetar el cable que pasa a través de él, además de evitar que el agua del medio se filtre al vehículo y C) Es la vista transversal de cómo pasa el cable atreves del conector.

En la siguiente figura se puede observar una distribución completa de los componentes principales del vehículo submarino:

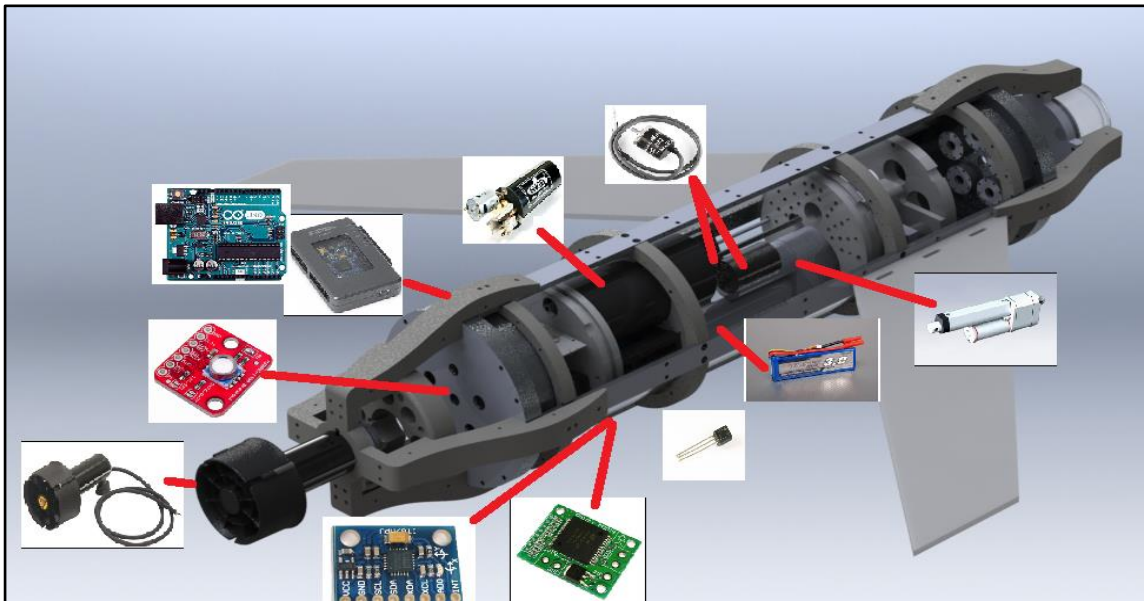


Figura 4.19. Distribución de los componentes principales del vehículo submarino.

5. Simulación del vehículo submarino.

5.1 Simulación del vehículo submarino.

Para realizar una simulación que represente al prototipo submarino trabajado en este documento, primero hay que encontrar y estimar algunos parámetros que se tienen debido a la estructura con la que se cuenta, como lo es la masa de este, el peso, entre otros. Gracias a una simulación con el modelo en CAD se pudo obtener una estimación de la matriz de inercia con la que cuenta nuestro sistema, obteniendo los siguientes resultados:

$$m = 18.01kg \quad (5.1)$$

$$A = 0.0172m^3 \quad (5.2)$$

$$B = 176.67 \quad (5.3)$$

$$y_g = 0 \quad (5.4)$$

$$I = \begin{bmatrix} 0.134287 & -0.000131 & -0.004283 \\ -0.000131 & 1.081944 & -0.000064 \\ -0.004283 & -0.000064 & 1.156450 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Por medio de algunas pruebas realizadas con el dispositivo, se calculó el comportamiento que tiene z_g con respecto al movimiento de la masa móvil que requiere para poder realizar el efecto en pitch que se necesita para realizar su regulación. El desplazamiento de la masa tiene un rango total de movimiento de 46 milímetros otorgando una señal de 870 pasos del encoder como retroalimentación.

De esta caracterización se puede encontrar que un desplazamiento de 10 pulsos equivale a una distancia recorrida de aproximadamente 0.5 milímetros.

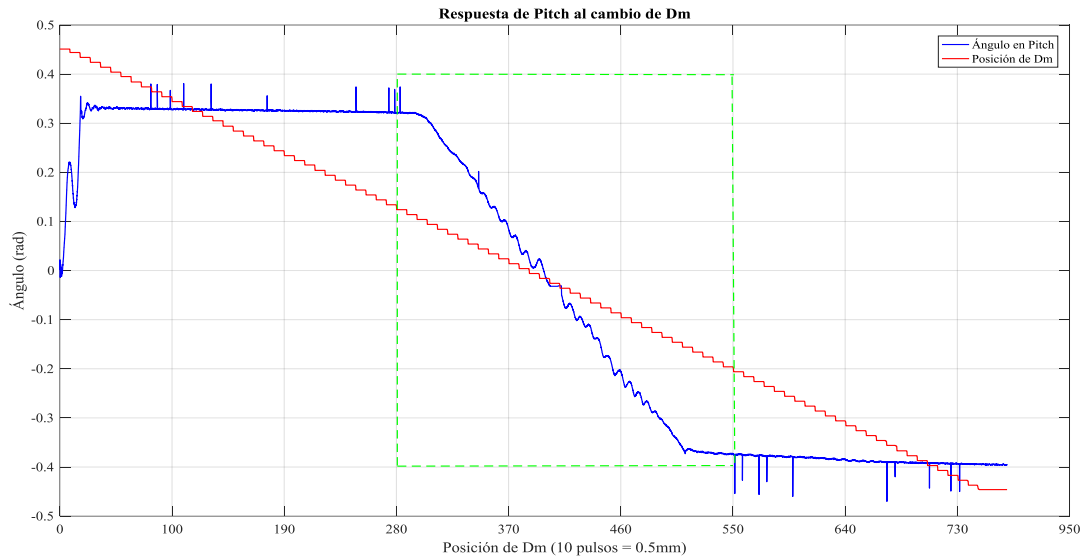


Figura 5.1. Cambio de la posición de pitch con respecto del cambio de la masa.

De la ecuación de centro de masa se puede encontrar el valor del desplazamiento en x_g de la siguiente manera:

$$x_g = \frac{M_v D_v + M_m (D_m + D_{m2})}{M_v + M_m} \quad (5.6)$$

Donde D_m es la posición de la masa móvil cuando el vehículo se encuentra en equilibrio ($W-B=0$) y sin efecto en el ángulo de pitch, mientras que el valor de D_{m2} es el valor que corresponde a la posición de la masa que es necesaria para provocar un efecto en pitch de manera positiva o negativa. M_m denota a la masa móvil del submarino y M_v representa la masa del vehículo, la cual será la masa total del mismo prototipo menos la masa móvil $M_v = M_T - M_m$, con D_v la distancia del centro de gravedad del vehículo.

Debido a que se tiene una condición inicial de todas las masas al inicio de la tarea, se conoce el cambio en el centro de masa del vehículo estará dado por el cambio de la posición en la masa.

$$\mathbf{M}_v \mathbf{D}_v = -\mathbf{M}_m \mathbf{D}_m \quad (5.7)$$

Por lo que la representación del cambio en x_g esta dado de la siguiente forma

$$x_g = \frac{-\mathbf{M}_m \mathbf{D}_m + \mathbf{M}_m \mathbf{D}_m + \mathbf{M}_m \mathbf{D}_{m2}}{\mathbf{M}_v + \mathbf{M}_m} \quad (5.8)$$

$$x_g = \frac{\mathbf{M}_m \mathbf{D}_{m2}}{\mathbf{M}_v + \mathbf{M}_m}$$

Con las consideraciones de que en estas tareas la flotabilidad es neutra tenemos que $x_b = 0$, $y_b = 0$ y $z_b = 0$, tenemos la representación del valor de z_g tiene la siguiente forma

$$z_g = \frac{\mathbf{M}_m \mathbf{D}_{m2} \cos(\theta)}{\mathbf{M}_v + \mathbf{M}_m \sin(\theta)} \quad (5.9)$$

De los experimentos reportados en la figura 5.1 se obtuvo que para un paso de $\mathbf{D}_{m2} = 0.0005 \text{ m}$ se genera un ángulo de pitch aproximado a 2 grados, lo que arroja el valor siguiente de desplazamiento del centro de flotabilidad del valor dado por.

$$z_g = -0.00352 \quad (5.10)$$

Con una simulación computacional de tipo CFD (por sus siglas en inglés *computational Fluid Dynamics*), se realizó la estimación de la matriz de masa agregada \mathbf{M}_A y de la matriz de Damping \mathbf{D} , obteniendo los siguientes resultados:

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} 3.2518 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & 11.929 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & 11.929 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & 0.02.915 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & 0.040964 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & 0.04023 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$D = \begin{bmatrix} -4.5 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & -0.16 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & -3.5 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & -0.36 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & -0.16 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & -0.115 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

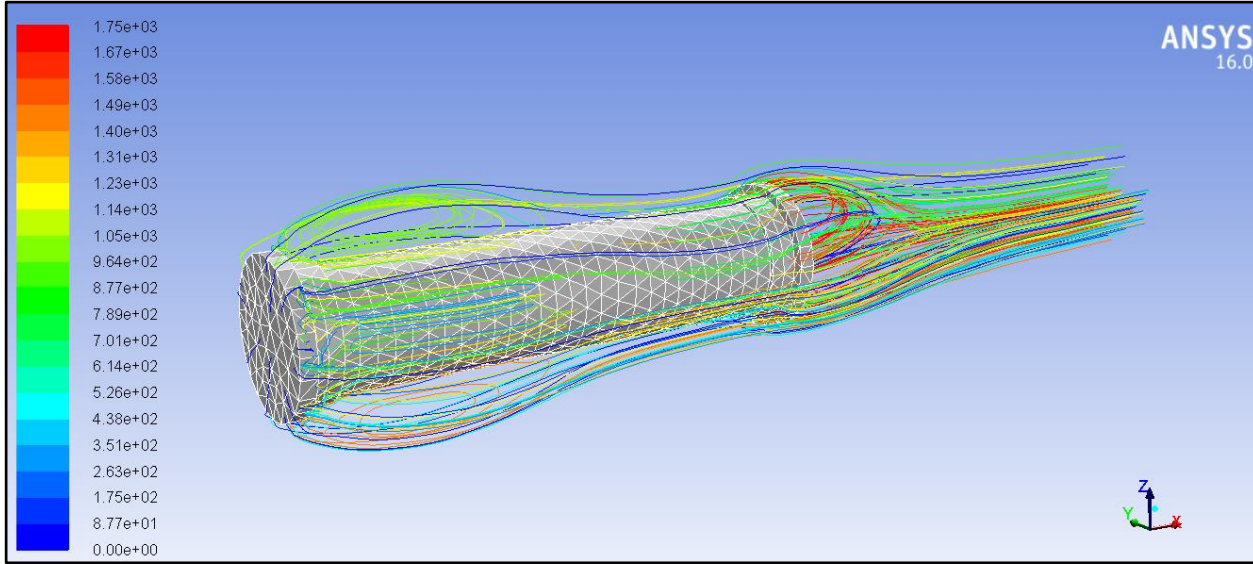


Figura 5.2. Simulación del prototipo en software CFD.

5.2 Consideraciones del Sistema.

De los resultados obtenidos por medio de la simulación en la interfaz CFD se destaca que tanto M_A como D tienen una estructura de tipo diagonal, y con estos resultados se puede encontrar los valores para la matriz C_A . Por lo que se retomará el modelo que describe en el capítulo 3 de este trabajo.

$$\dot{\eta} = J_{\Theta}(\eta)v \quad (5.13)$$

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + g(\eta) = \tau \quad (5.14)$$

$$M = M_{RB} + M_A \quad (5.15)$$

$$C(v) = C_{RB}(v) + C_A(v) \quad (5.16)$$

Donde debido a las simulaciones en el CAD y CFD, las matrices M , C y D son conocidas así como el vector τ , además de conocer la transformación J_θ , para obtener los valores del vector $\tau_{\dot{\theta}}$ de la siguiente forma:

$$J_\theta = \begin{bmatrix} R_b^n(\theta_{bn}) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T_\theta(\theta_{nb}) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

5.3 Simulación del Control de Regulación en Pitch.

Debido a la dinámica del vehículo submarino, se conoce que la regulación en el ángulo Pitch (θ), es primordial para pasar a la regulación en profundidad del vehículo submarino, por lo que se realiza el control de la posición del ángulo pitch, con cual el vehículo tendrá una referencia en profundidad. Retomando la ecuación de momento en el ángulo de pitch se realiza un control en pitch de la siguiente manera:

$$\tau_\theta = k_{p\theta} e_\theta + k_{d\theta} \dot{e}_\theta + g \quad (5.18)$$

Donde se conoce que $z_b = 0$ y $x_b = 0$ debido a la construcción del vehículo submarino, además de las consideraciones vistas en el capítulo 3 el control se reescribe de la siguiente forma:

$$\tau_\theta = (x_g W) \cos(\theta) \cos(\phi) = k_p e_\theta + k_d \dot{e}_\theta + g \quad (5.19)$$

Donde e_θ representa el error que se tiene en el ángulo en pitch en el momento de realizar su control, así como \dot{e}_θ representa la derivada del error que presenta pitch.

De la ecuación (5.19) se puede reducir debido a que el efecto en el ángulo de roll se mantiene constante en cero, mientras se realiza el control de posición en pitch, quedando de la siguiente forma:

$$\tau_\theta = (x_g W) \cos(\theta) = k_p e_\theta + k_d \dot{e}_\theta + g \quad (5.20)$$

Retomando el valor de z_g , así como el cálculo del valor de x_g la siguiente forma

$$x_g = \frac{M_m D_{m2}}{M_v + M_m} \quad (5.21)$$

Donde Dm es la posición de la masa móvil del vehículo submarino cuando $W = B$, D_{m2} es la posición de la masa móvil que se toma como la nueva referencia para control en la posición que ejerce el efecto en el ángulo de pitch, obteniendo un desplazamiento del centro de gravedad de aproximadamente 0.005m. Por lo que la formula (5.21) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$D_{m2} = \frac{[\tau_\theta - (z_g W) \sin(\theta)] [M_v + M_m]}{(W) \cos(\theta) M_m} \quad (5.22)$$

Se diseñó una simulación por medio de la herramienta *SIMULINK* de *MATLAB* con el cual se buscan los resultados de la regulación en pitch y regulación en profundidad del sistema, la simulación quedo construida de la siguiente forma:

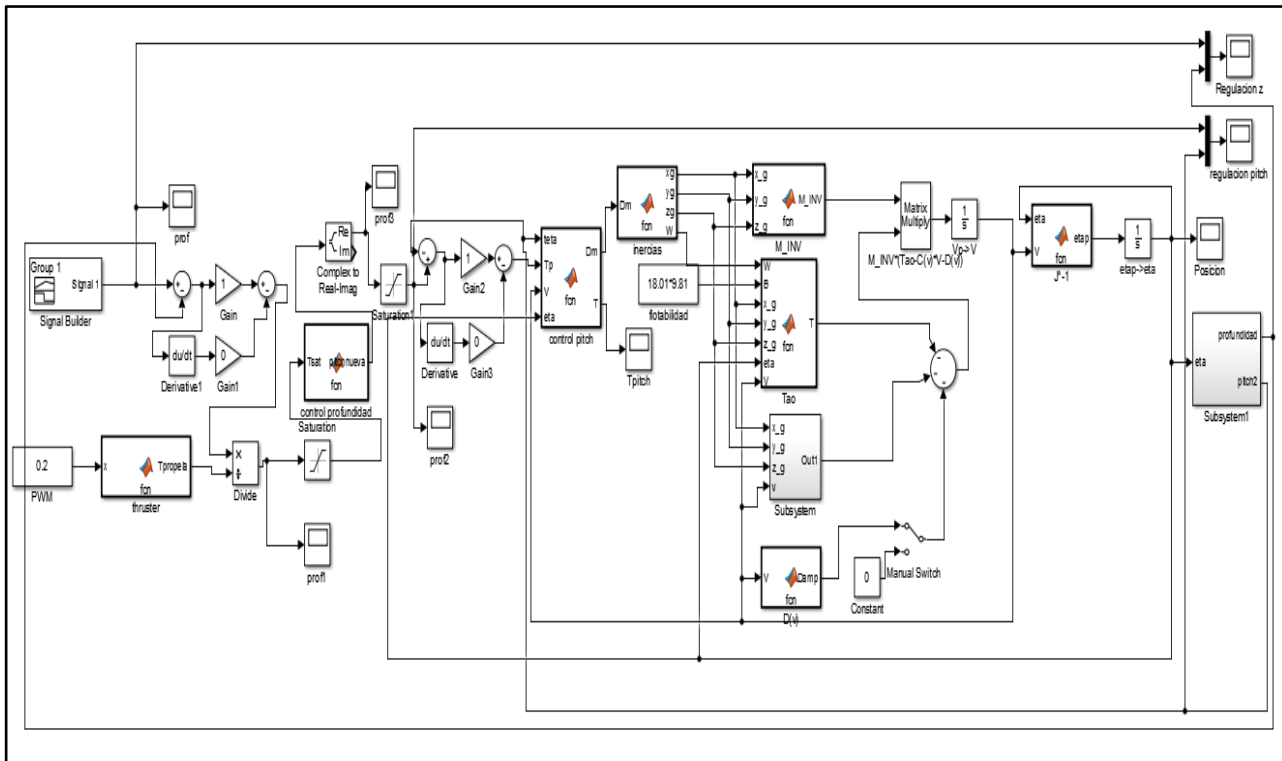


Figura 5.3. Sistema desarrollado en SIMULINK.

Retomando los cálculos experimentales para obtener una posición en la masa móvil y lograr un momento en el ángulo de pitch del vehículo submarino se propone la siguiente trayectoria para realizar la regulación, con las ganancias de $k_{p\theta} = 35$ y $k_{d\theta} = 10$:

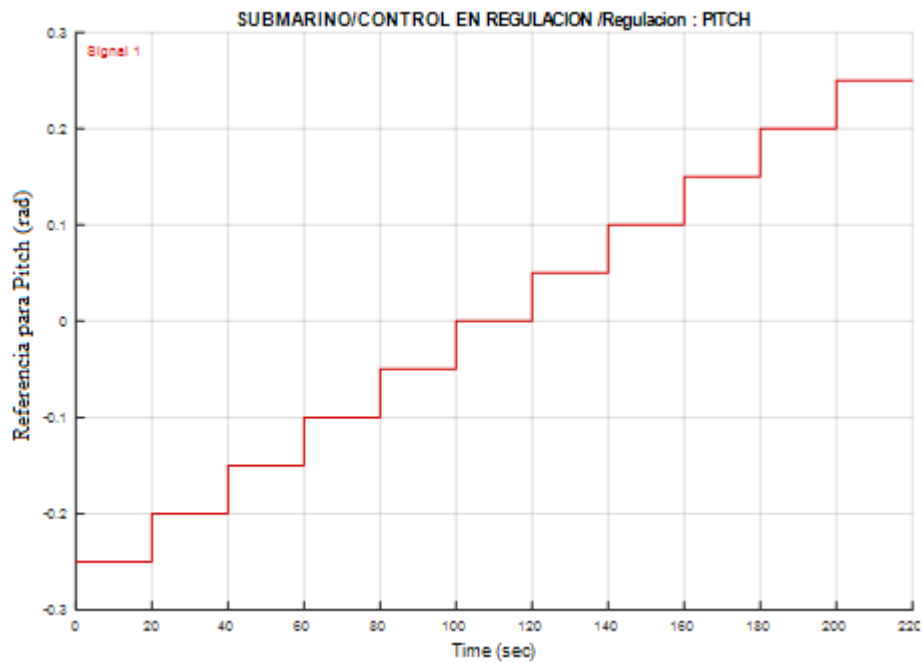


Figura 5.4. Señal de referencia para la regulación en el ángulo de pitch.

Cabe señalar que la señal anterior es similar a la que se le otorga al sistema real para ver las principales diferencias con el vehículo submarino, obteniendo las siguientes respuestas en el control de regulación.

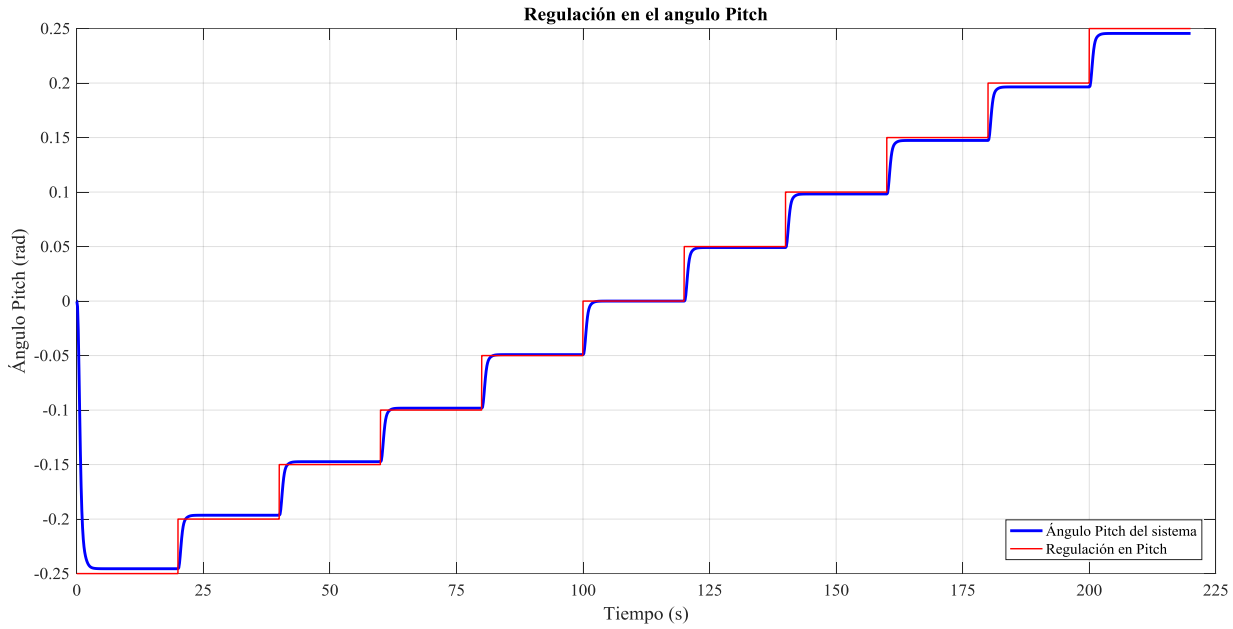


Figura 5.5. Regulación del ángulo Pitch

Con el siguiente error en la regulación de cada paso tendiendo a cero:

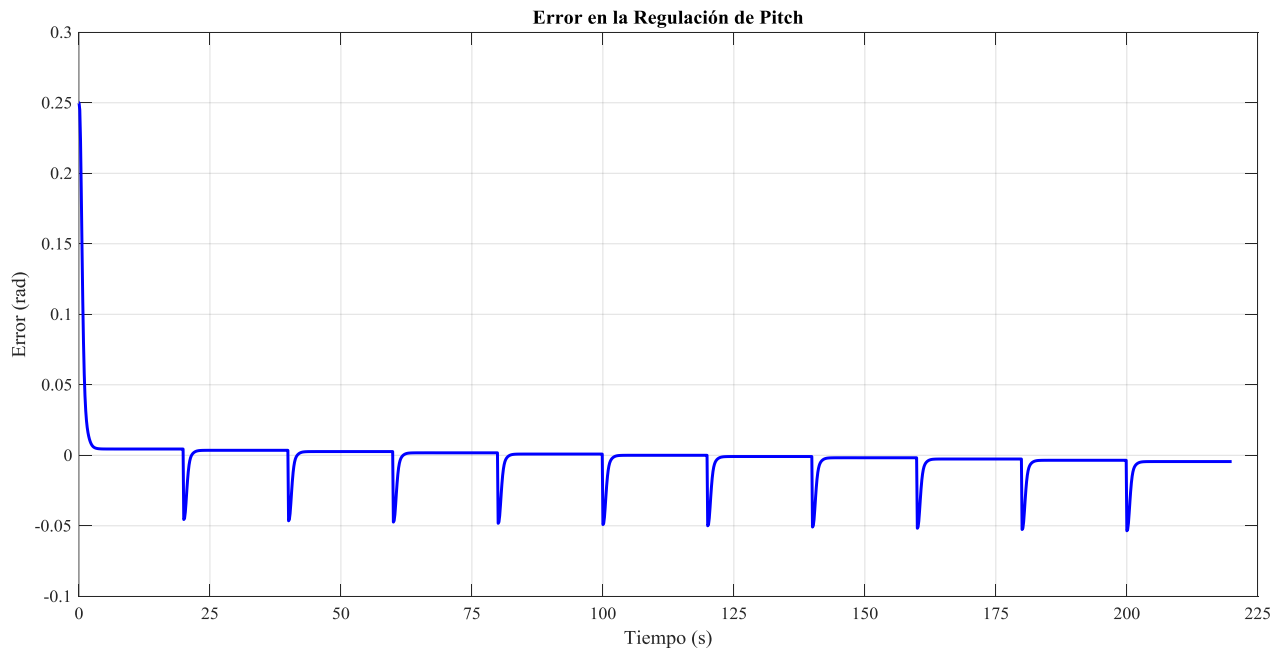


Figura 5.6. Error en regulación del momento en cabeceo del sistema.

Ejecutando la siguiente acción de control:

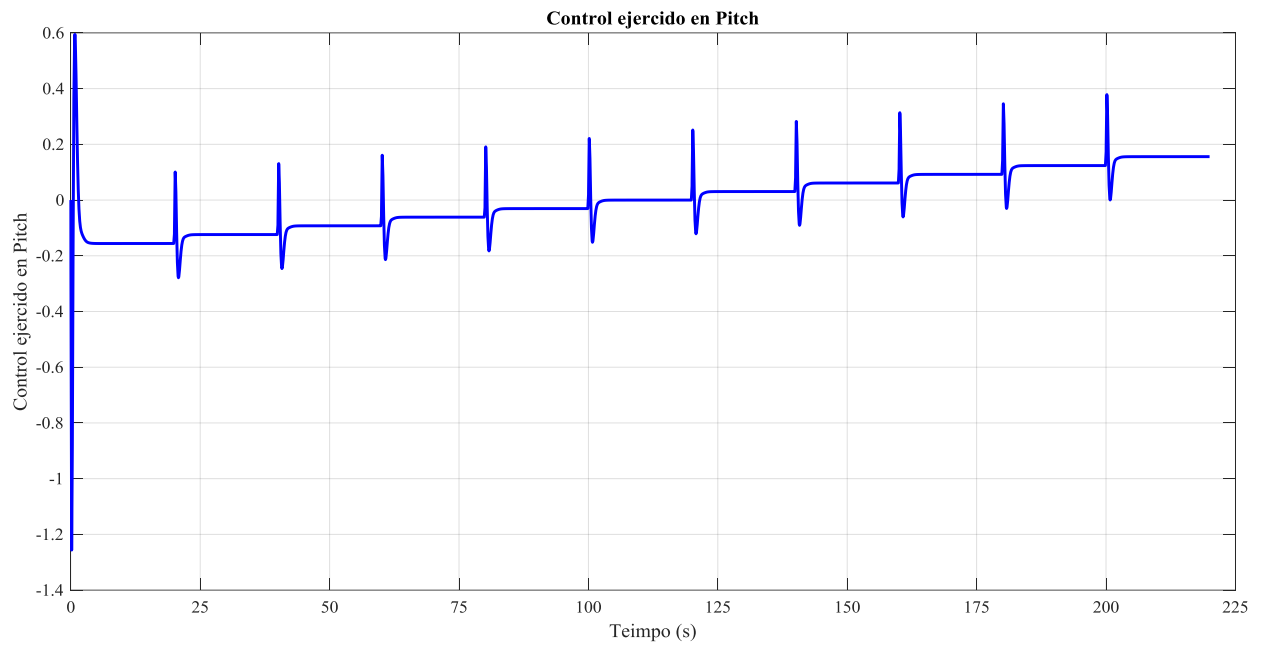


Figura 5.7. Control ejercido en el momento de Pitch.

Y el siguiente cambio en la masa del vehículo:

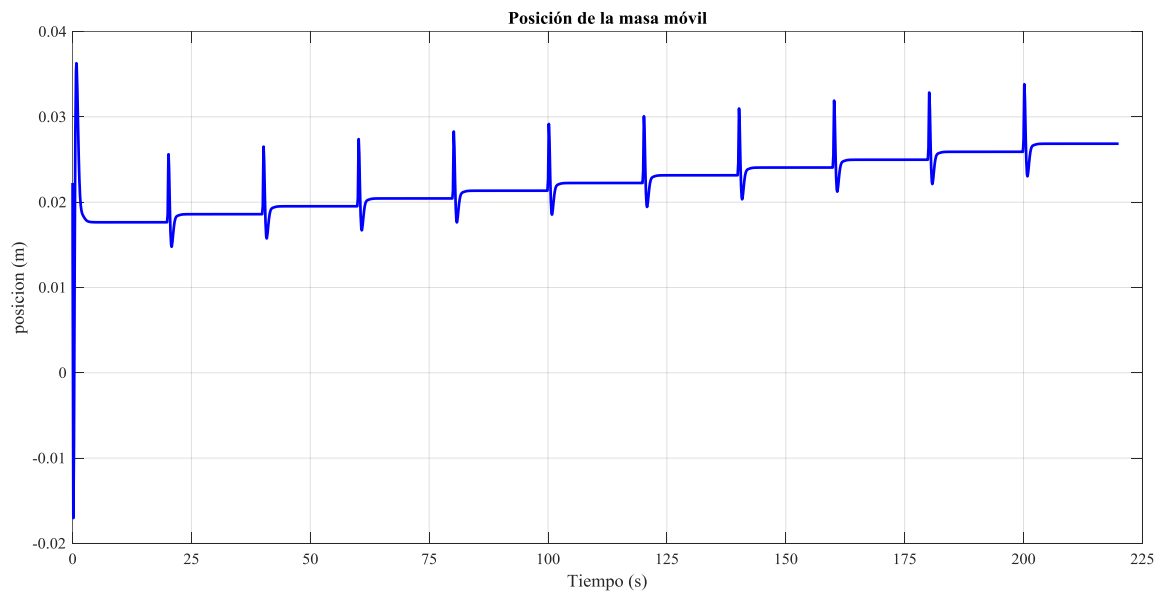


Figura 5.8. Posición de la masa móvil para otorgar momento en pitch.

5.4 Simulación del Control de Regulación en profundidad.

Debido a que en el vehículo submarino se busca tener un equilibrio en el efecto de flotabilidad se tiene el siguiente efecto para realizar el control en profundidad

$$\begin{aligned} W - B &= 0 \\ \tau_z &= F_p \sin(\theta) \end{aligned} \quad (5.23)$$

Donde F_p es la fuerza que ejerce la propela en el vehículo con respecto al efecto en pitch que produce, τ_z es la fuerza que produce el control hacia el vehículo con el objetivo de alcanzar una regulación en profundidad. Como se ha mencionado antes el objetivo de control es alcanzar una regulación en profundidad por medio de la regulación del ángulo de pitch para lo cual se mantendrá la fuerza del propulsor en un valor constante.

El thruster puede manejarse de manera constante con los resultados obtenidos en el trabajo “*Design and Motion Control of Autonomous Underwater Vehicle, Amogh*” en el 2015. Obteniendo una relación de fuerza de trabajo en el thruster de la siguiente manera:

$$F_p = 0.0002727x^2 + 0.0918x \quad (5.24)$$

Donde x equivale al *PWM* de 8-bits que manipula el thruster, eligiendo una capacidad de entre el 20% y 25% del *PWM* siendo su fuerza de entre 1N y 2N como se puede observar en la curva de la siguiente figura:

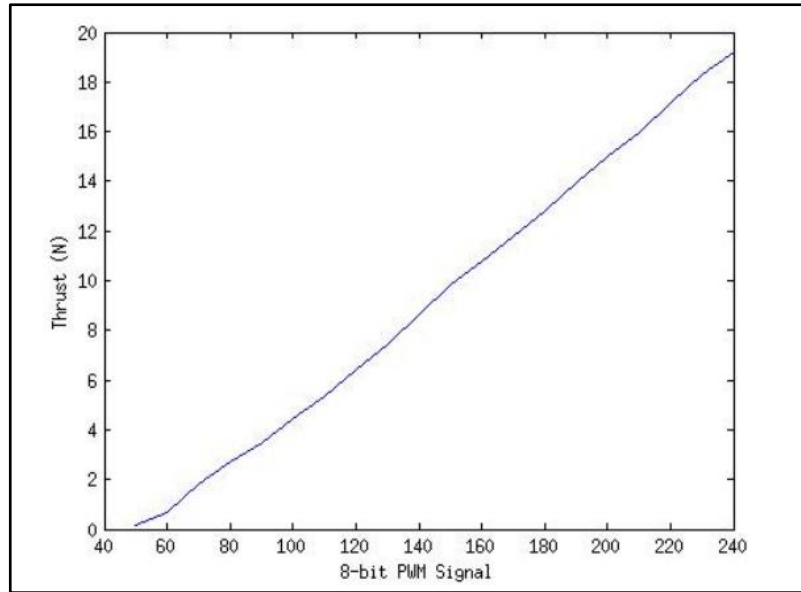


Figura 5.9. Modelo de la fuerza del thruster BTD-150 [26].

Se construyó la siguiente señal para la regulación en profundidad del sistema, con las ganancias del control PD en profundidad $k_{pz} = 1$ y $k_{dz} = 0.15$, además de que las ganancias del control en el ángulo de pitch son iguales al del experimento anterior:

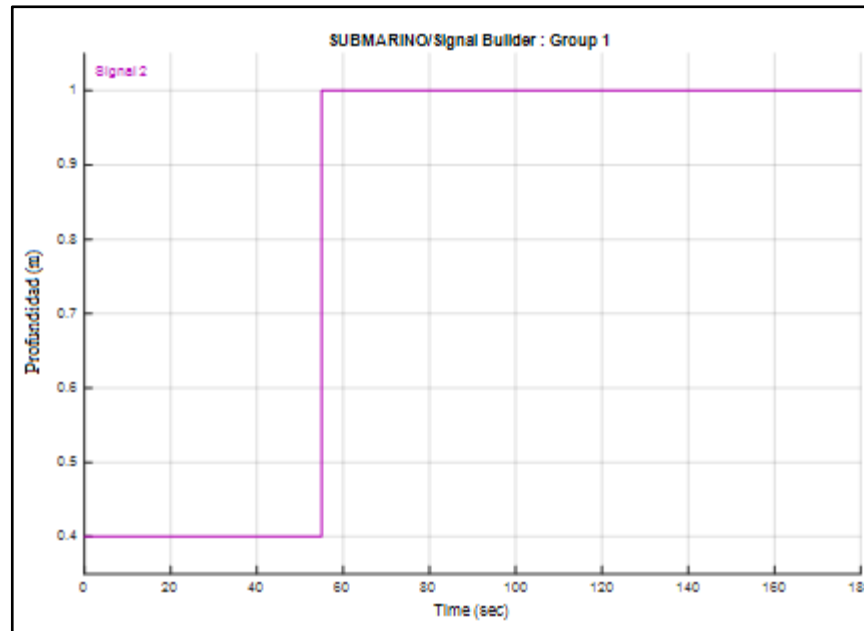


Figura 5.10. Señal de referencia construida para la regulación en profundidad del vehículo submarino.

Obteniendo el siguiente resultado en el momento de regulación:

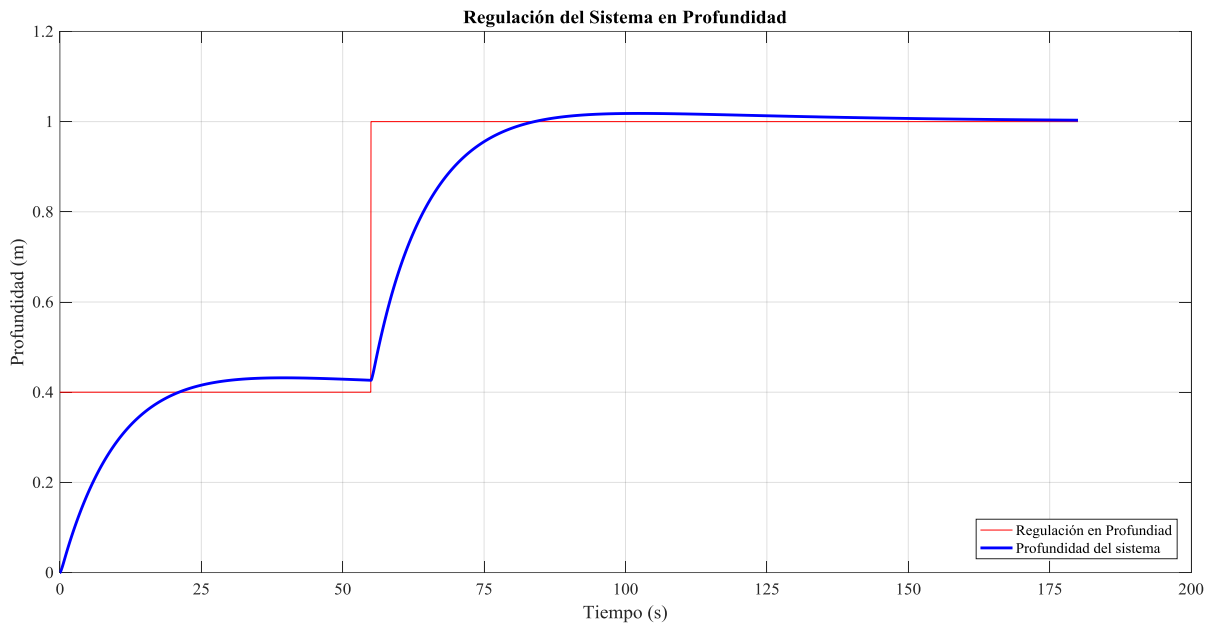


Figura 5.11. Regulación en Profundidad del sistema.

Obteniendo el error en profundidad siguiente:

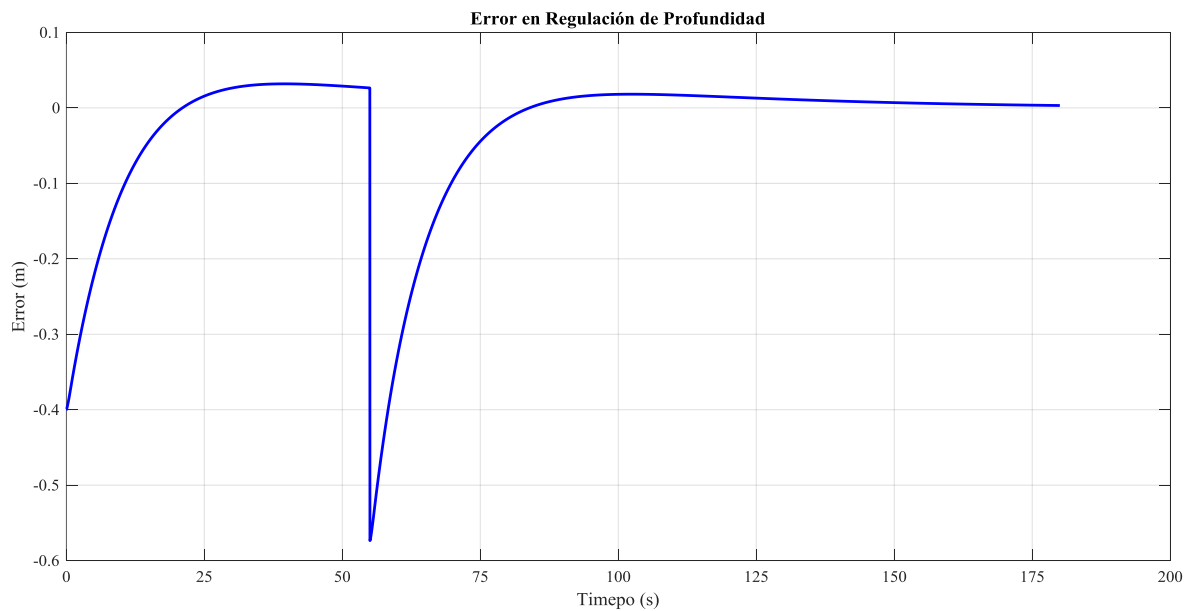


Figura 5.12. Error en profundidad del sistema.

Con la acción de control como sigue:

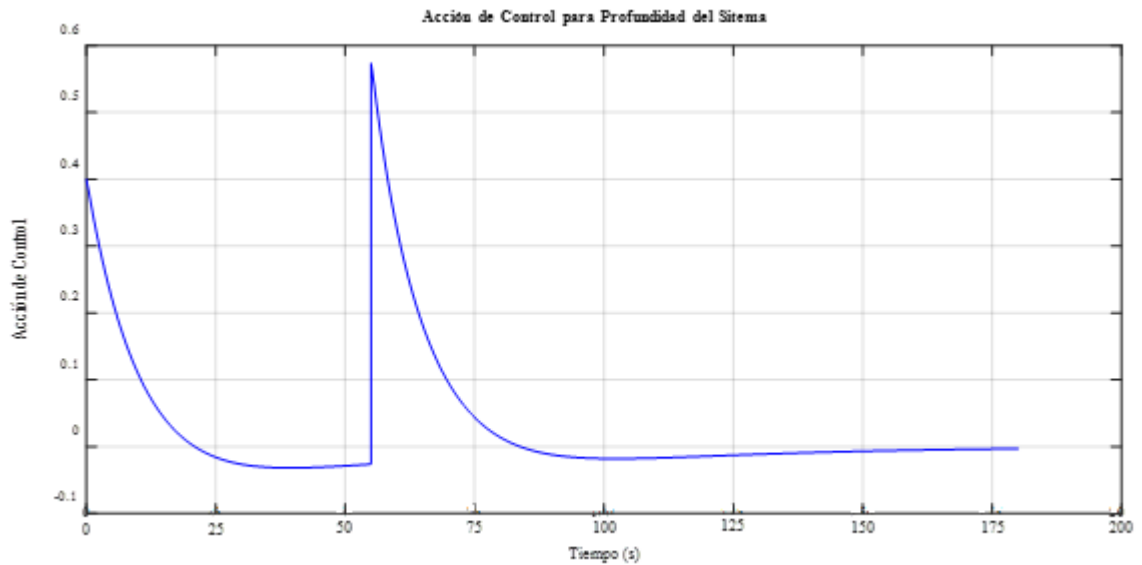


Figura 5.13. Acción de control para Profundidad.

Cuando se le asigna una posición para la profundidad en el sistema, este realiza una consigna en el ángulo de pitch quedando de la siguiente manera la regulación que se realiza en momento de cabeceo con el objetivo de lograr la profundidad.

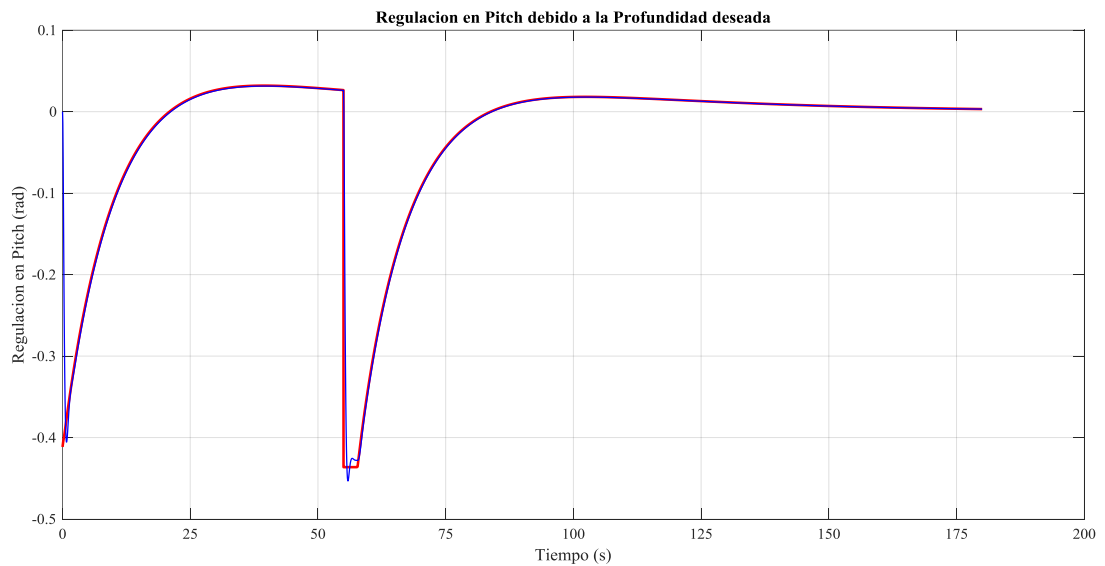


Figura 5.14. Regulación del ángulo en Pitch para conseguir profundidad.

Teniendo como resultado el siguiente error:

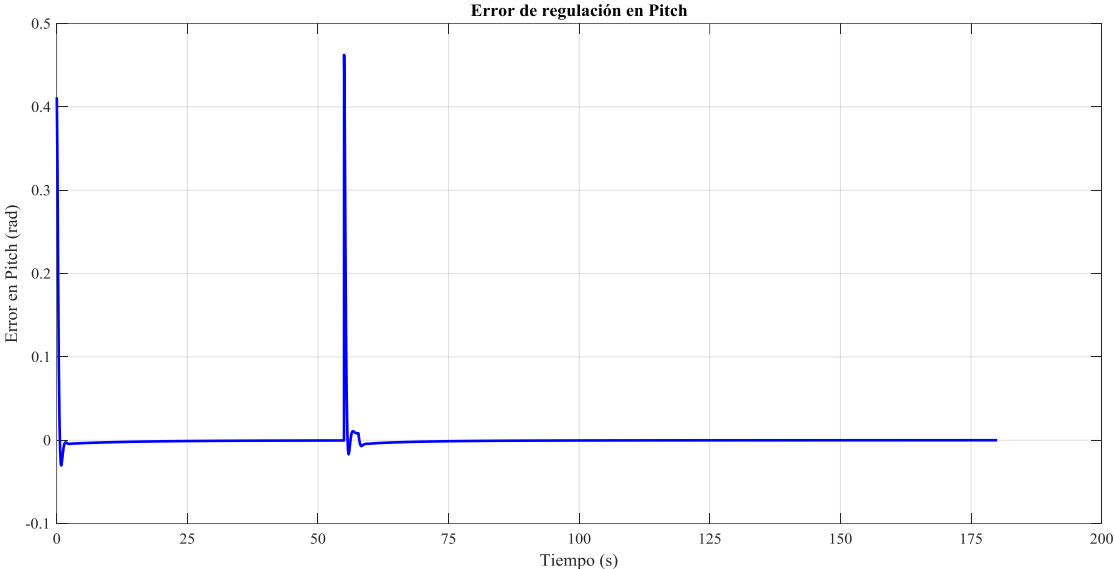


Figura 5.15. Error presentado en la Regulación del ángulo de Pitch.

Con la acción de control siguiente:

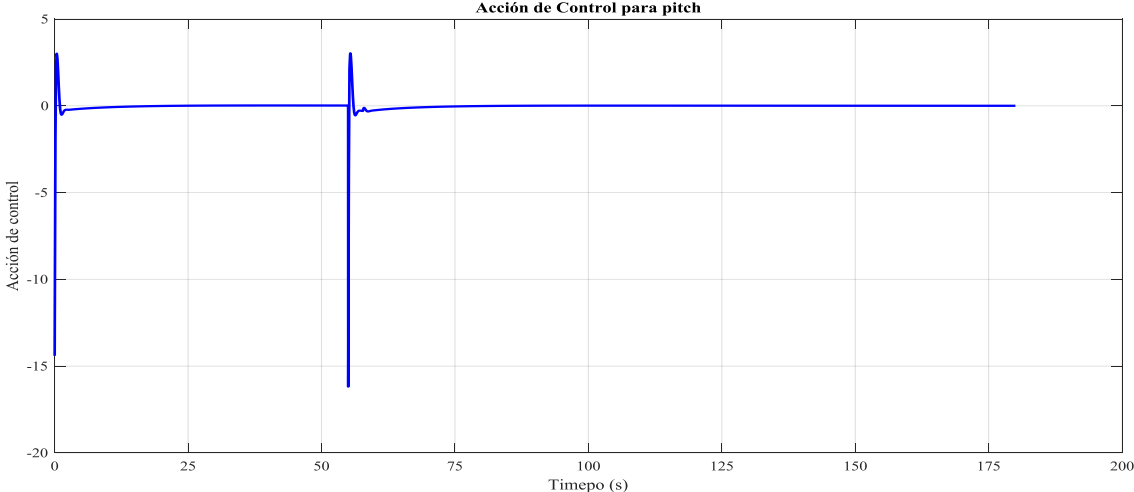


Figura 5.16. Acción de control para la regulación en Pitch.

5.5 Aplicación de un control PID en profundidad.

Se realiza la siguiente aplicación del control en regulación de profundidad del sistema:

$$\tau_z = k_{pz} e_z + k_{iz} \int e_z dt + k_{dz} \dot{e}_z + g \quad (5.25)$$

Obteniendo los siguientes resultados en regulación con los valores en el control de $k_{pz} = 10$, $k_{dz} = 0.15$ y $k_{iz} = 0.0035$:

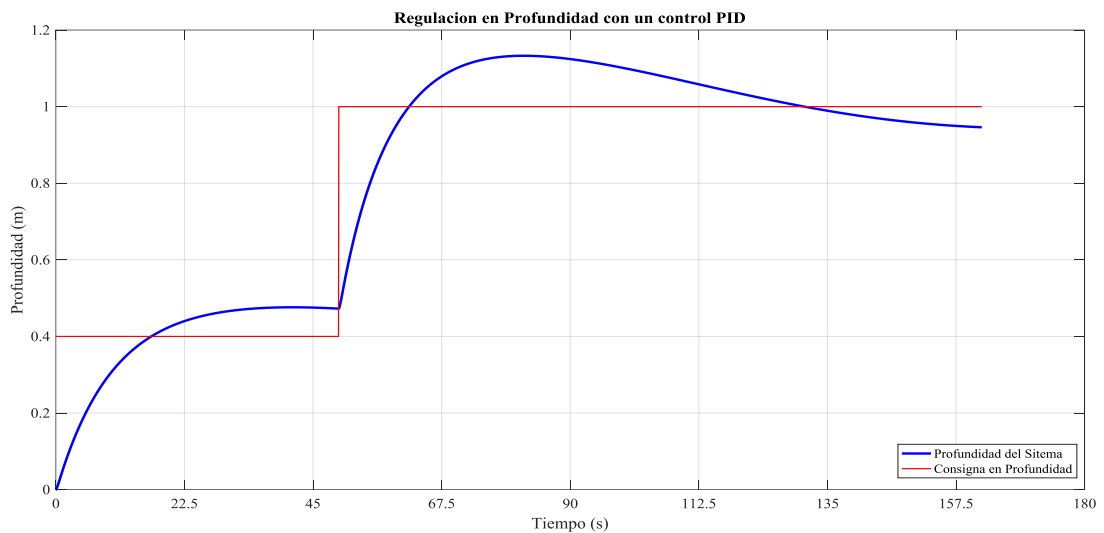


Figura 5.17. Regulación del sistema con un control de tipo PID.

Una de las diferencias principales que nos encontramos en relación con el control PD es que la acción integral que se propone como adición al control presenta una oscilación en el sistema debido a que trabaja directamente con la sumatoria del error y aunque cada oscilación es menor, la actuación en este tipo de sistemas es de consideración. Debido a la oscilación presentada se consigue el siguiente error en estado estacionario:

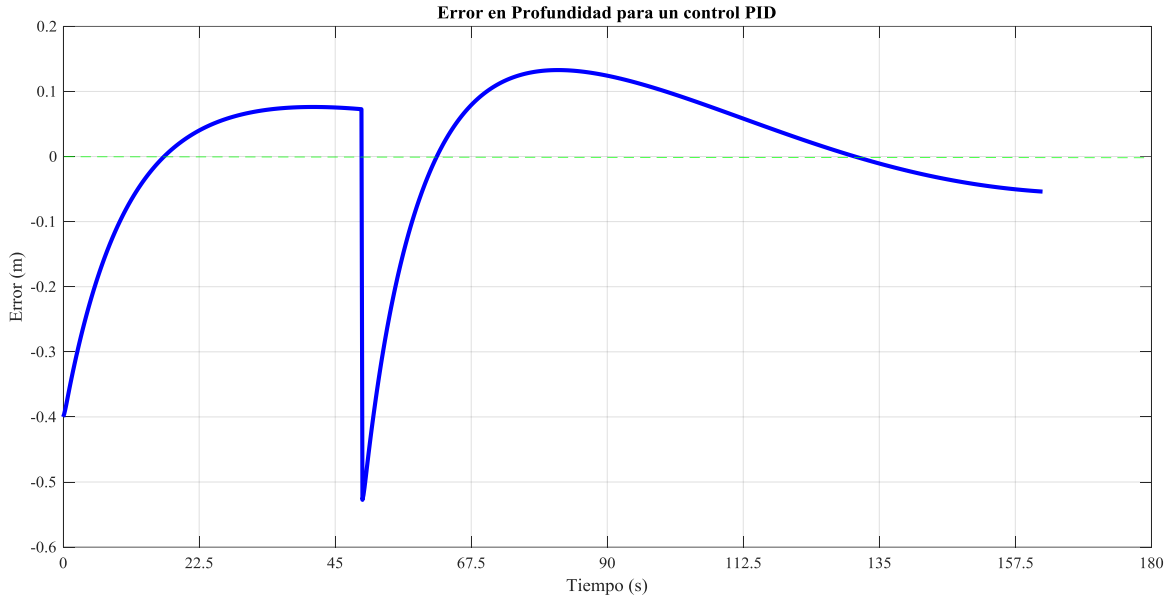


Figura 5.18. Error de Regulación en el sistema para un control PID.

Con la siguiente acción de control de tipo PID en el sistema:

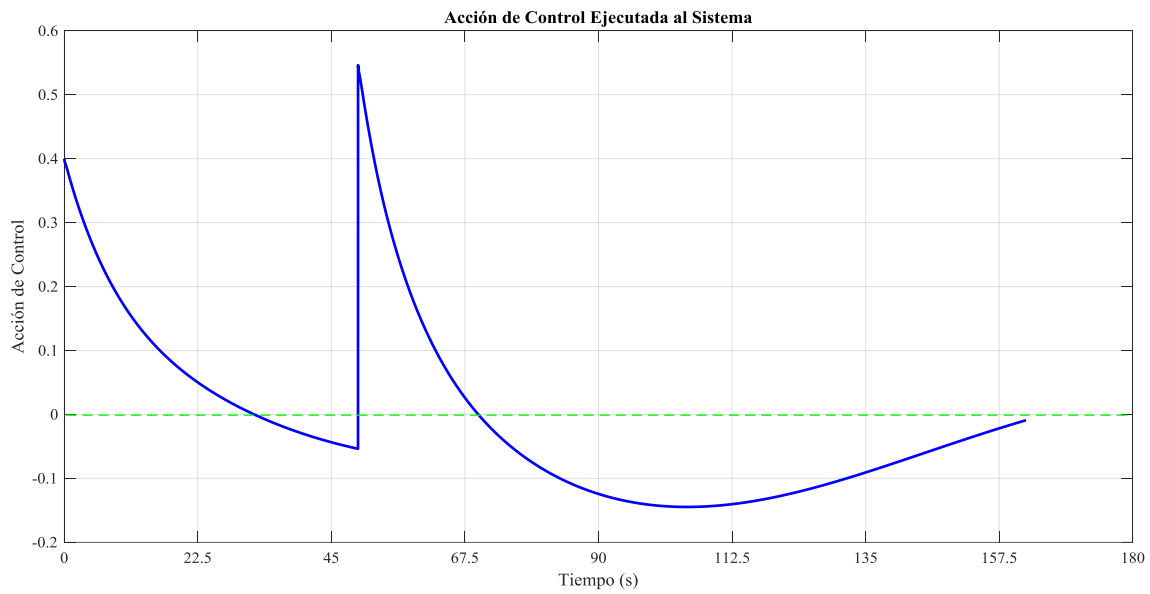


Figura 5.19. Acción de control PID para el sistema.

Este sistema otorgo una consigna para el momento en Pitch de la siguiente manera:

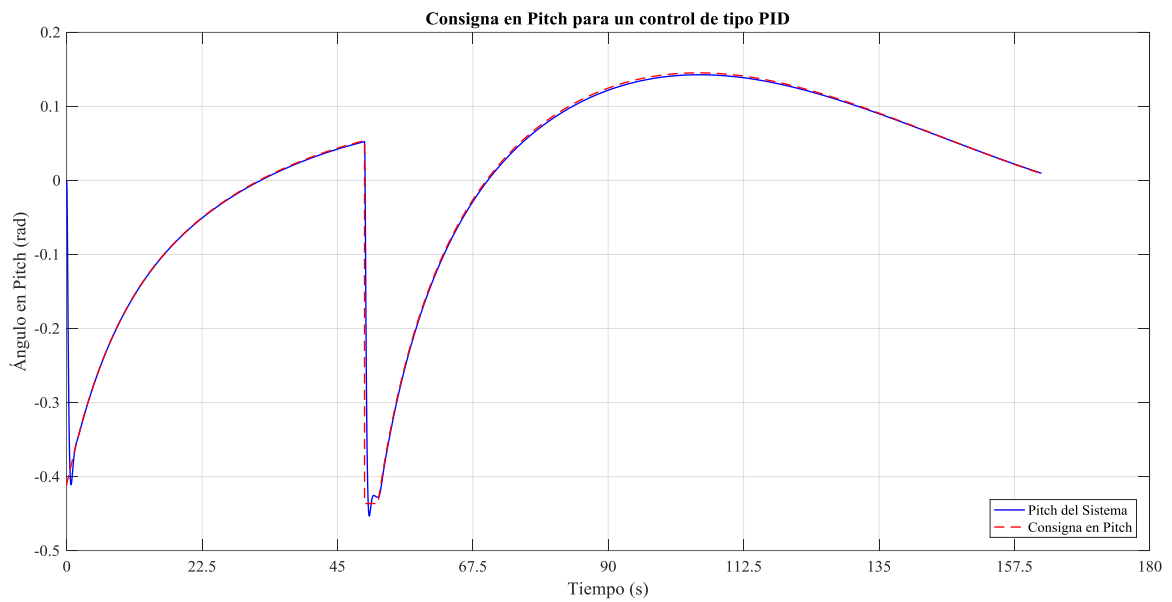


Figura 5.20. Consigna en pitch para el sistema con un control de tipo PID.

Con el siguiente error:

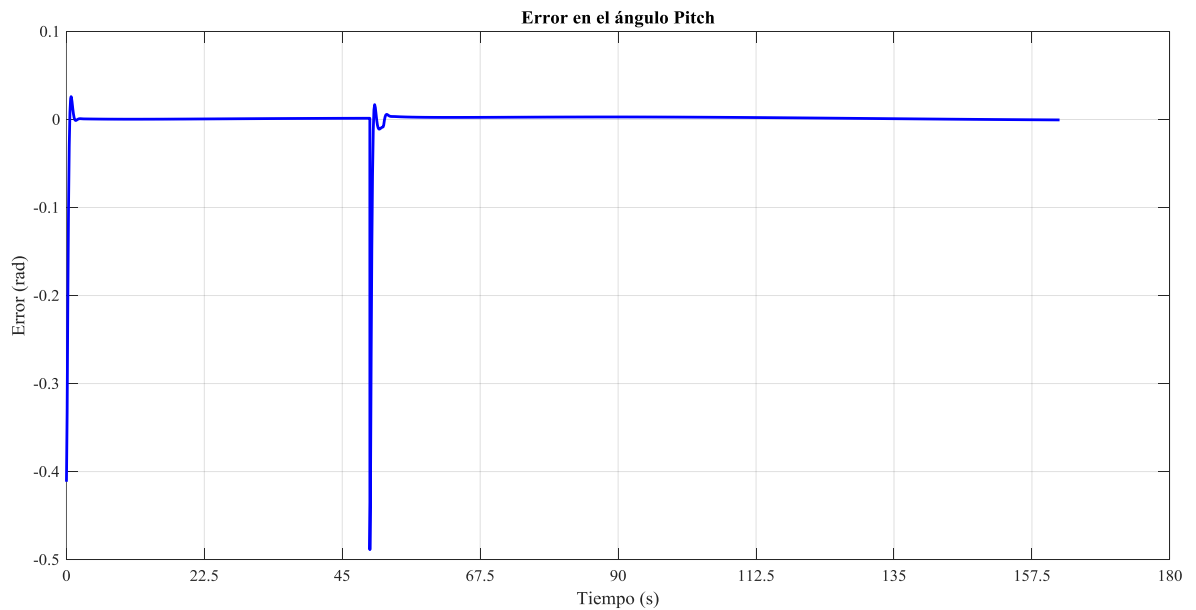


Figura 5.21. Error presentado para la consigna en Pitch.

Presentando la siguiente acción de control:

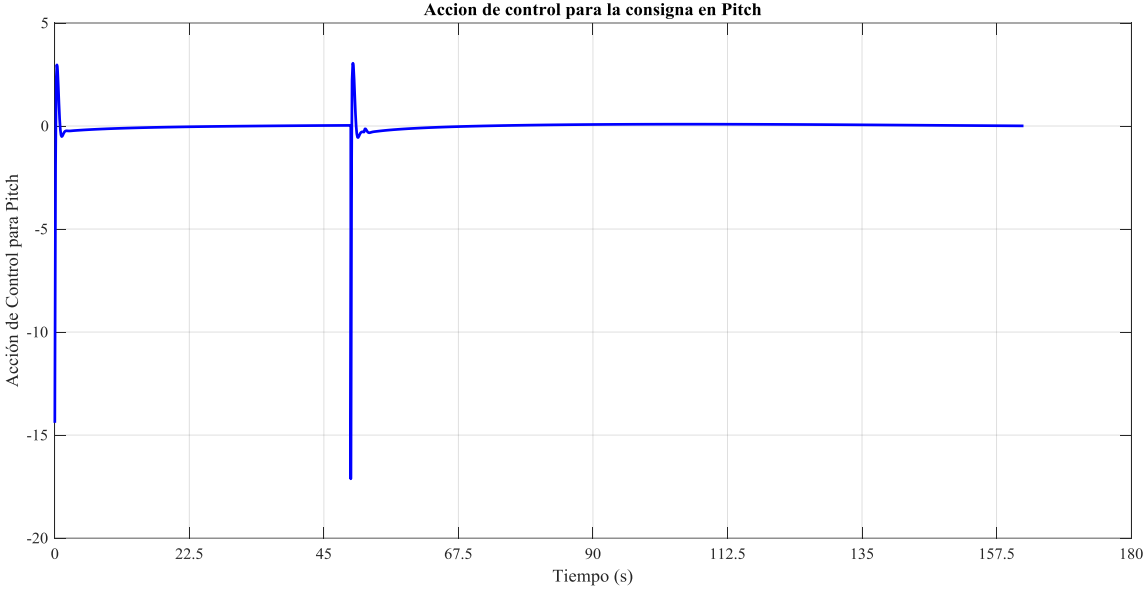


Figura 5.22. Control accionado en Pitch.

6. Resultados del Prototipo Experimental.

Una parte fundamental para el desarrollo de aplicaciones de control en tiempo real consiste en obtener resultados, principalmente de los dispositivos de actuación con los que cuenta el vehículo submarino, en donde primero se debe caracterizar el efecto que se tiene en la masa móvil, la masa variable y el efecto en z_g . Que por medio de pruebas se llega a calcular la dinámica con las que cuentan estas características del vehículo y que, para realizar el control en pitch, así como en la profundidad del vehículo. Por lo que estas dinámicas son conocidas a priori para la realización de los experimentos. Por lo que, de la misma forma que en la simulación el valor de z_g es conocido.

6.1 Resultados del control en Pitch.

Retomando la ecuación del control para el efecto en pitch, se busca realizar la regulación del ángulo.

$$\tau_\theta = k_p e_\theta + k_d \dot{e}_\theta + g \quad (6.1)$$

Realizando la siguiente referencia, donde se busca que el vehículo encuentre un ángulo de cabeceo de negativo de -10° con el cual el vehículo puede emerger hacia la superficie, con un paso de 5° hasta llegar a un ángulo positivo de 10° en donde el vehículo podrá ganar profundidad. En la siguiente figura se puede observar la trayectoria para la regulación del ángulo de pitch.

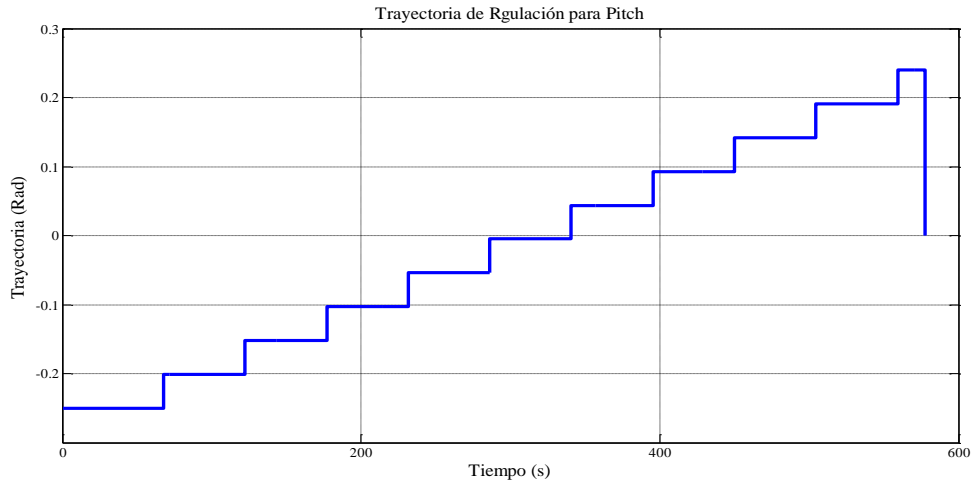


Figura 6.1. Trayectoria de regulación para el ángulo Pitch.

Uno de los primeros resultados conseguidos es el control proporcional derivativo en la regulación del ángulo en Pitch. Primero cuando no se tiene el resultado del efecto de la gravedad en el sistema con $z_g = 0$, aplicando el control como se describe en el capítulo tres con los valores $k_{p\theta} = 0.8$ y $k_{d\theta} = 0.11$:

$$\tau_{\theta} = (x_g W) \cos(\theta) = k_{p\theta} e_{\theta} + k_{d\theta} \dot{e}_{\theta} \quad (6.2)$$

Encontrando los siguientes resultados para el submarino:

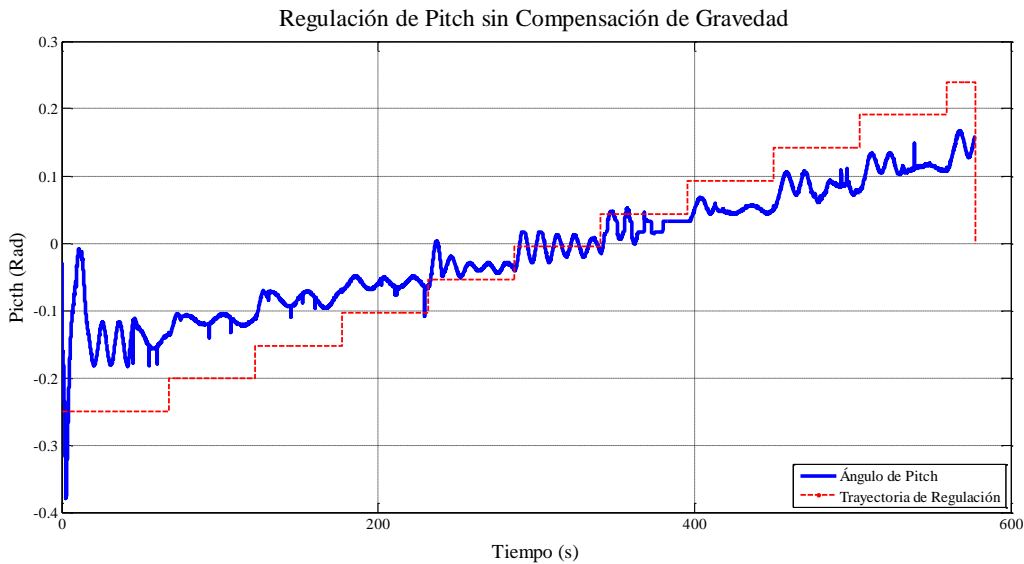


Figura 6.2. Regulación del ángulo en Pitch sin compensación de gravedad.

Como se puede observar en la figura anterior el vehículo submarino tiene una respuesta alejada de la referencia debido, a que las fuerzas del medio todavía están actuando sobre este impidiéndole realizar la llegada correcta, además de que mientras no se ejerza una fuerza de momento el vehículo se mantiene en una flotabilidad neutra. En la siguiente figura se muestra el acercamiento en la respuesta del vehículo submarino en flotabilidad neutra.

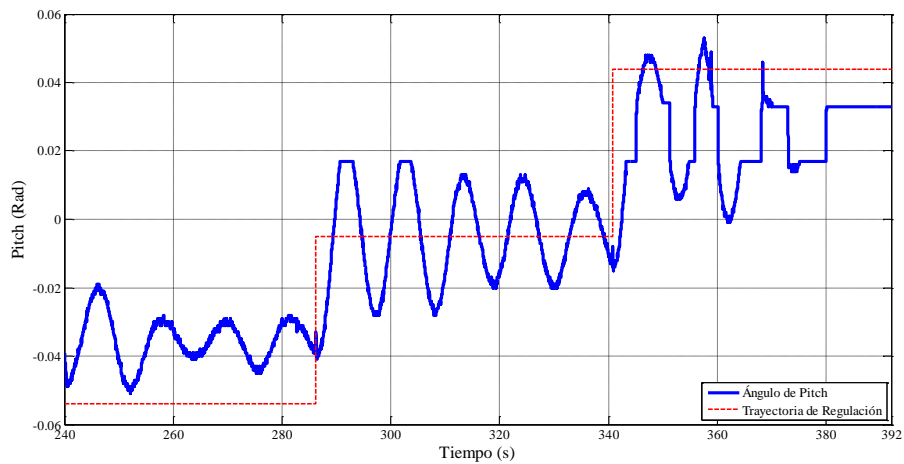


Figura 6.3. Acercamiento de la respuesta en el ángulo 0 rad con flotabilidad neutra.

De la figura anterior se puede identificar una oscilación cuando el vehículo se mantiene en equilibrio de flotabilidad de aproximadamente 2° que se presenta debido a la oscilación del medio, además de ser un buen resultado recordando que es un control sin compensación de gravedad.

Obteniendo la siguiente representación del error:

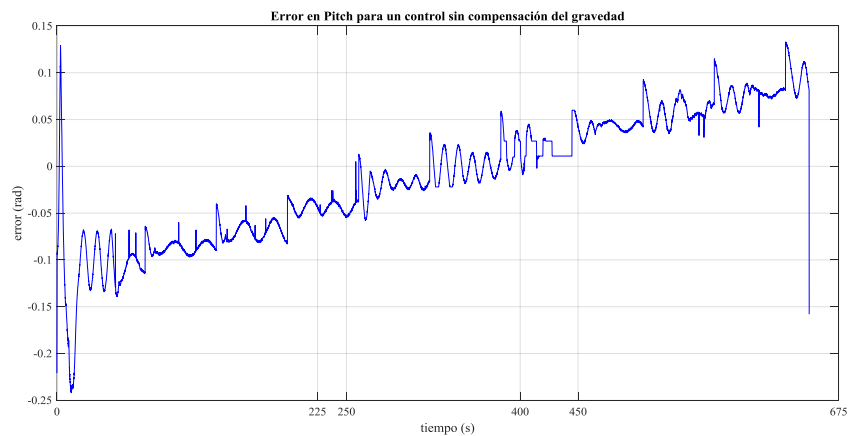


Figura 6.4. Error en pitch presentado por el control sin compensación de la gravedad.

El siguiente experimento muestra la regulación del ángulo de pitch agregándole la compensación de gravedad con los datos encontrados en los experimentos realizados a para z_g con la siguiente ecuación de control.

$$\tau_\theta = k_{p\theta}e_\theta + k_{d\theta}\dot{e}_\theta + g \quad (6.3)$$

Recordando que el control se puede observar de la siguiente manera

$$\tau_\theta = (x_g W) \cos(\theta) = k_{p\theta}e_\theta + k_{d\theta}\dot{e}_\theta \text{ y la compensación de gravedad se encuentra en } g(\eta) = Z_g W \sin(\theta) .$$

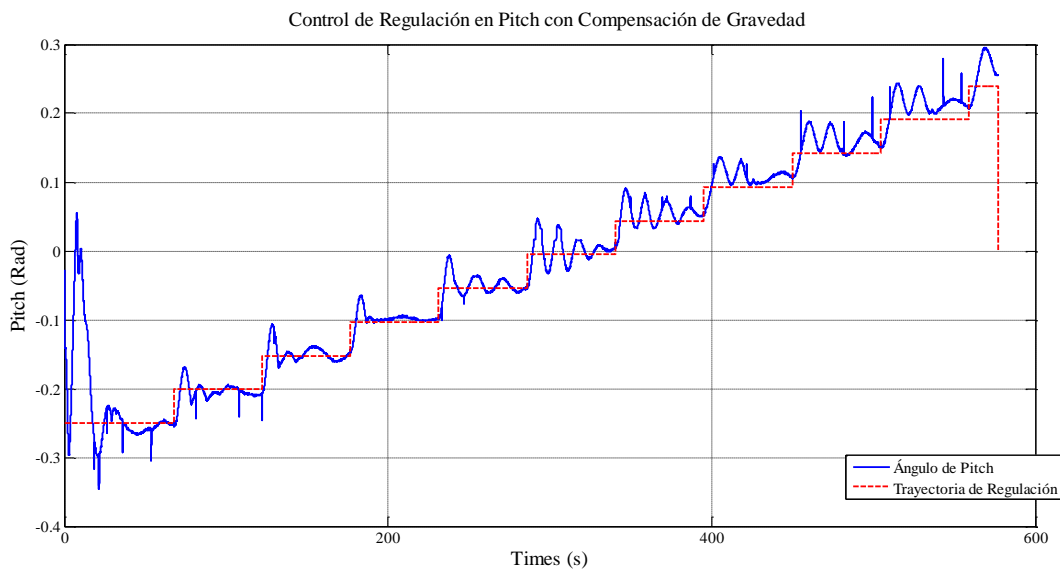


Figura 6.5. Regulación del ángulo en pitch con un control con compensación de gravedad.

De los resultados obtenidos en el submarino del control de regulación en el ángulo de pitch con compensación de gravedad, se ve la mejora de la respuesta con respecto a la llegada del vehículo submarino debido a que la llegada del ángulo en pitch es buena teniendo un error u offset de 1 grado.

Dividiendo la respuesta en tres partes, el vehículo se encuentra con diferentes dinámicas de funcionamiento y es que en la primera parte del funcionamiento se busca el ascenso del vehículo, y debido a que la diferencia en la flotabilidad neutra es muy pequeña esta respuesta tiene una oscilación debido al medio de 1 grado.

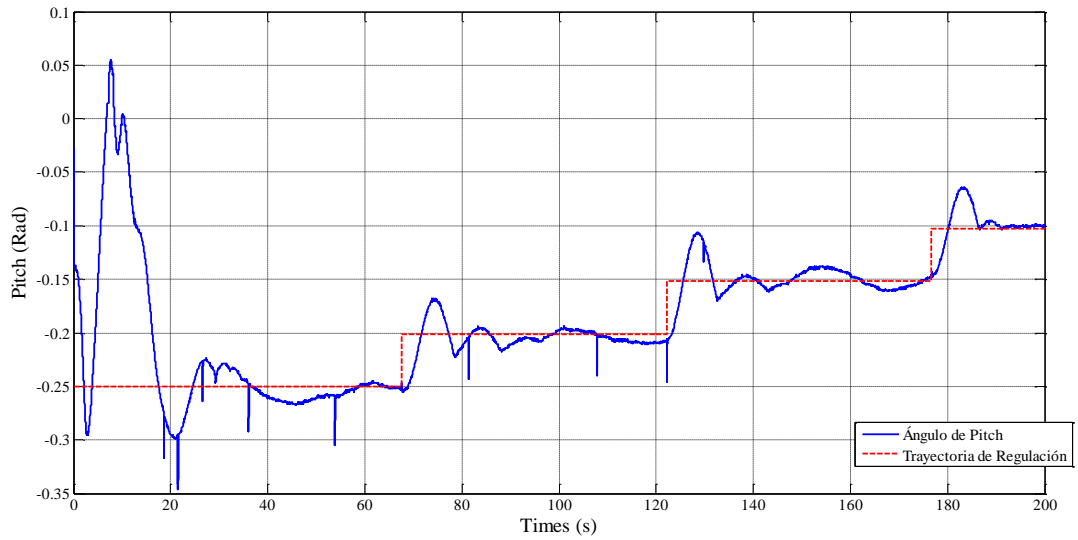


Figura 6.6. Control de Pitch para la regulación en ascenso del vehículo.

En la parte contraria de la respuesta de regulación, se encuentra el ataque del ángulo para lograr profundidad en el equipo, y debido a la pequeña perturbación en la flotabilidad neutra del submarino esta se encuentra con un offset, pero esto es debido al medio siendo la diferencia de 1 grado, presentando una oscilación en el estado estacionario de un grado como se obtiene en la siguiente figura:

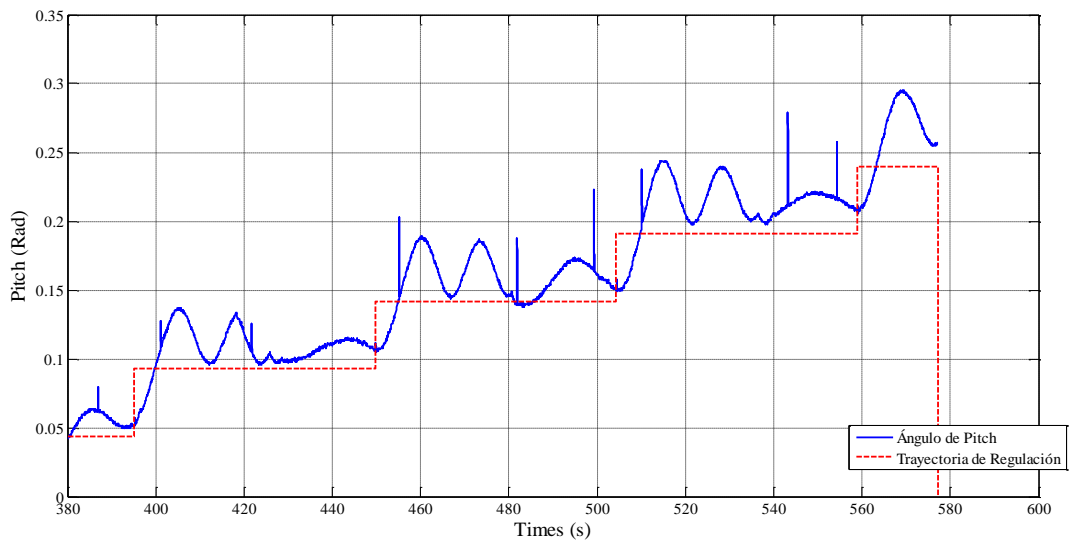


Figura 6.7. Regulación del ángulo para el ataque en profundidad.

Por último, en la tercera parte se puede ver la oscilación que presenta el sistema gracias al medio cuando el sistema se encuentra en cero grados con una flotabilidad neutra.

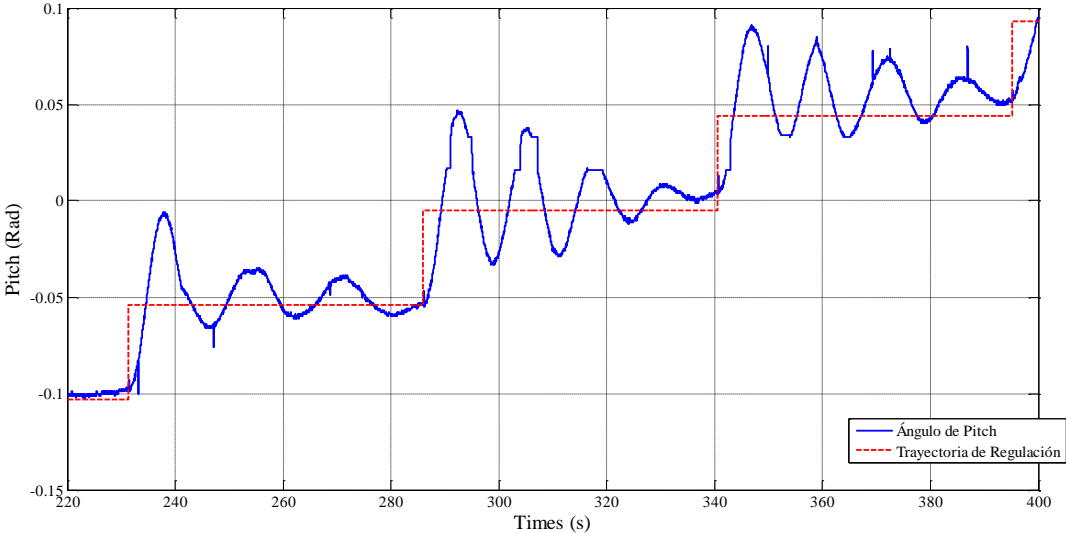


Figura 6.8. Acercamiento de la oscilación en flotabilidad neutra.

Teniendo como error durante el experimento como se puede observar en la siguiente figura:

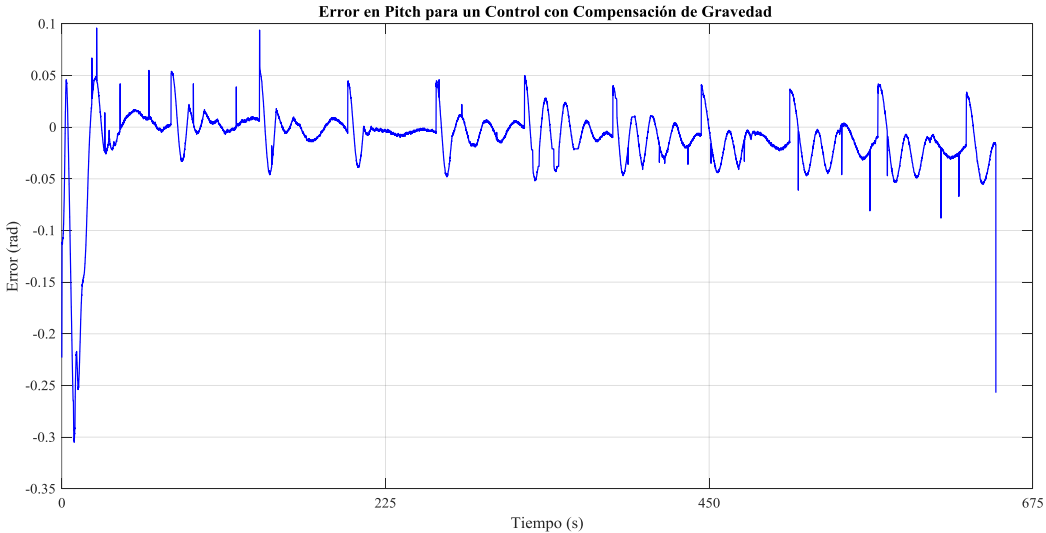


Figura 6.9. Error presentado en pitch con un control con compensación de gravedad.

6.2 Resultados de la regulación obtenida de la profundidad.

Por medio del análisis presentado en el capítulo anterior en este trabajo, se puede entender que para poder lograr una regulación en profundidad de vehículo submarino este presenta una regulación en el ángulo de pitch que proviene del control que se ejecuta directamente en profundidad como se presenta en (5.23).

$$\begin{aligned}\tau_z &= F_p \sin(\theta) \\ \theta_d &= \sin^{-1}\left(\frac{\tau_z}{F_p}\right)\end{aligned}\quad (6.4)$$

Debido a esto se obtiene una referencia que busca hacer una regulación en pitch por medio del control:

$$t_\theta = k_{p\theta}e_\theta + k_{d\theta}\dot{e}_\theta + g \quad (6.5)$$

6.3 Regulación de Profundidad.

Con el objetivo de regulación en el ángulo de pitch alcanzado, se propone el alcanzar una regulación en la profundidad del vehículo, como se puede observar en la siguiente figura:

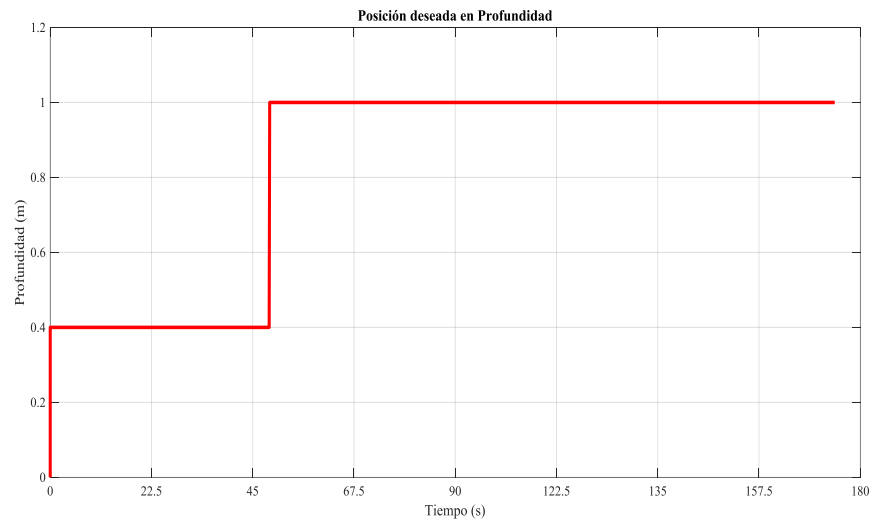


Figura 6.10. Referencia presentada en profundidad.

Realizando la ejecución del control en profundidad de la siguiente forma, con los valores en el control $k_{pz} = 3$ y $k_{dz} = 0.8$:

$$\tau_z = k_{dz} e_z + k_{dz} \dot{e}_z \quad (6.6)$$

Se obtuvieron los siguientes resultados:

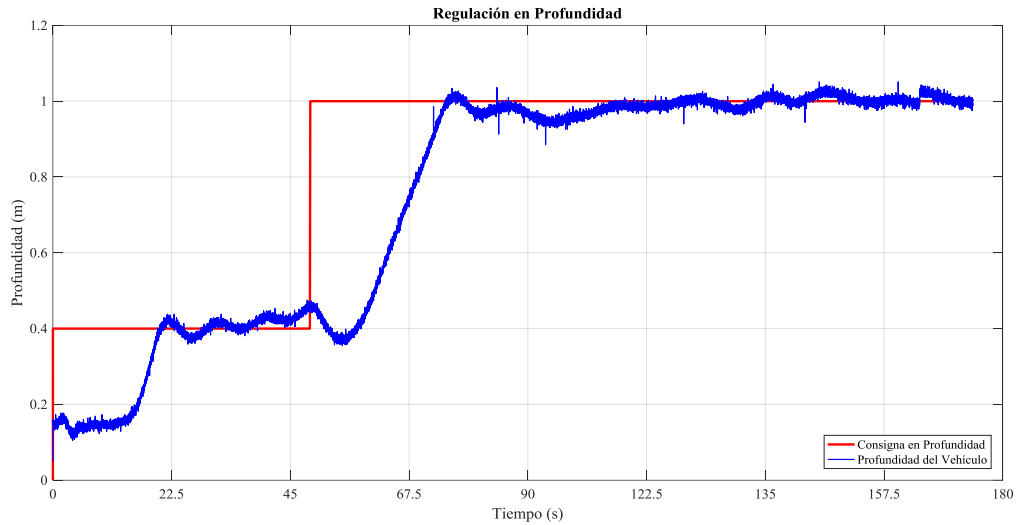


Figura 6.11. Regulación de profundidad en el submarino.

De la figura 5.16 se puede observar una regulación en profundidad del sistema en dos partes, esto es debido a que en la primera referencia se escoge una constante de 0.4 metros debido a que se busca que el sistema esté totalmente sumergido antes de la búsqueda en regulación de un metro. También cabe señalar que existe una oscilación más grande en la regulación con referencia de 0.4 metros esto es debido a que el oleaje del medio disminuye con respecto a la profundidad obtenido. Las señales que se presentaron de error en profundidad y el control ejercido en el sistema para obtener profundidad.

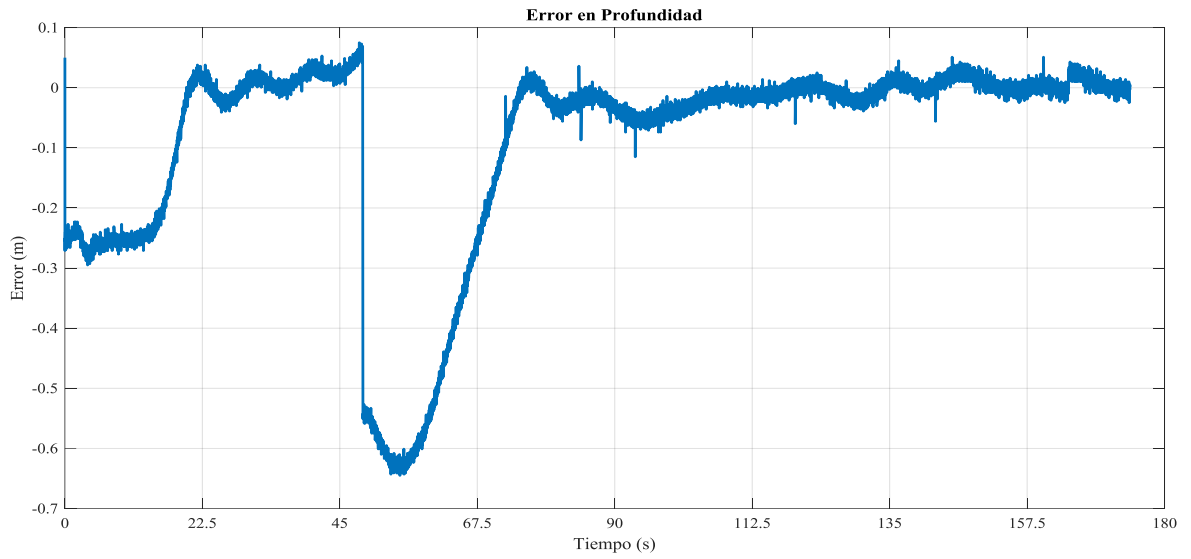


Figura 6.12. Error obtenido en el sistema debido a $Z_d - Z$.

Aplicando la siguiente fuerza de control para lograr la profundidad deseada

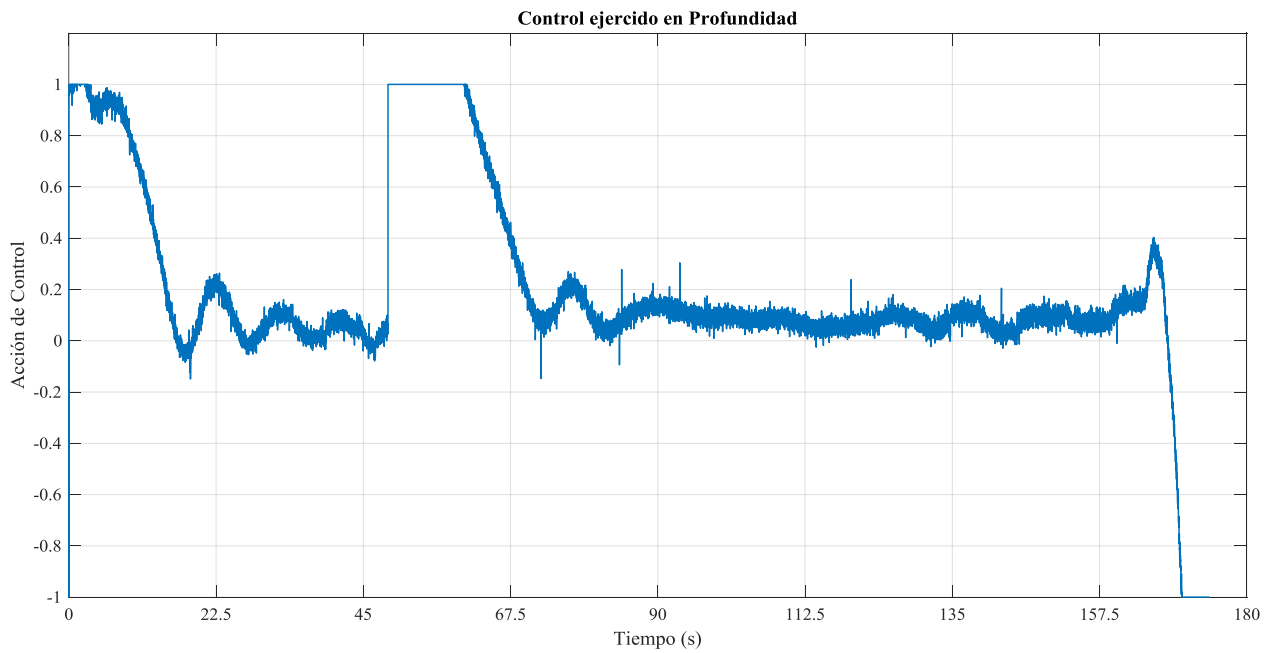


Figura 6.13. Señal de control ejercida al sistema para lograr profundidad.

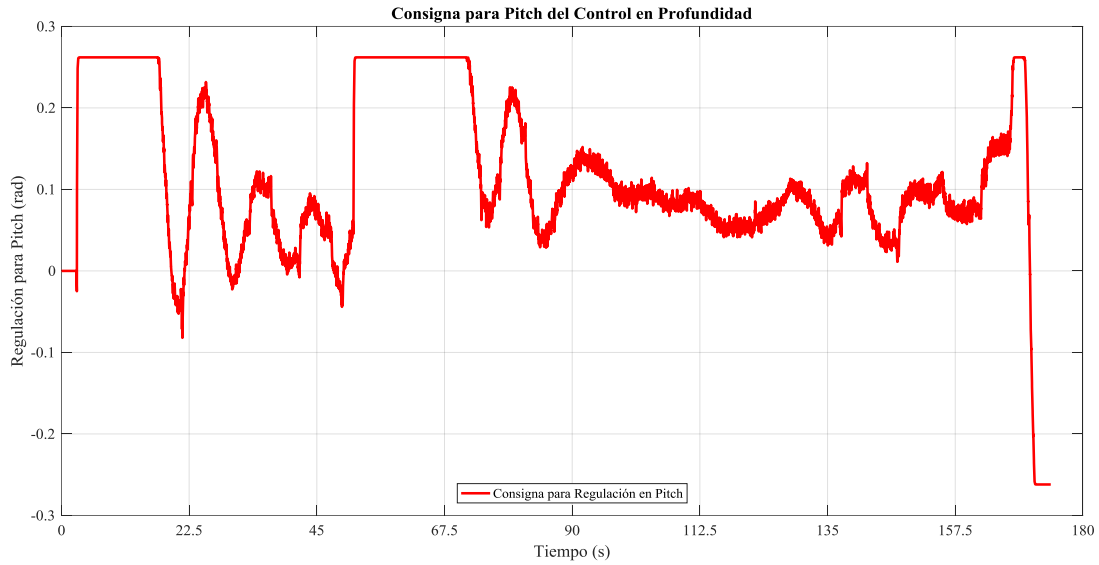


Figura 6.14. Referencia para regulación en Pitch obtenida del control en profundidad.

Como nota importante en la figura 5.11 puede observarse un pequeño ruido el cual se obtiene de la señal del sensor de presión con el cual se busca profundidad y que tiene un ligero ruido natural pero que no es considerable en el ángulo de referencia.

Con el control ejecutado en Pitch se obtuvo la siguiente regulación del ángulo en pitch.

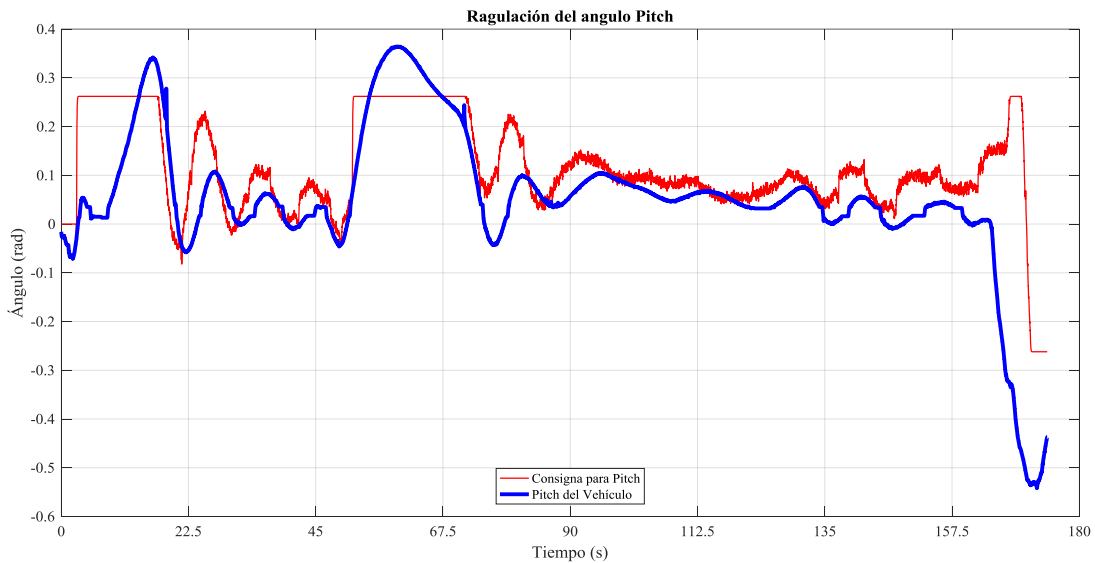


Figura 6.15. Regulación en pitch.

De la figura 5.12 se puede deducir que la regulación en pitch es buena, pero presenta un ligero desfase debido a la actuación del vehículo submarino, sin embargo, este desfase o retardo en el sistema aun no es considerable para la actuación del sistema y la regulación en la profundidad del mismo. Con la misma importancia se obtuvieron las siguientes señales de error y de control para el accionamiento de regulación en el ángulo (θ):

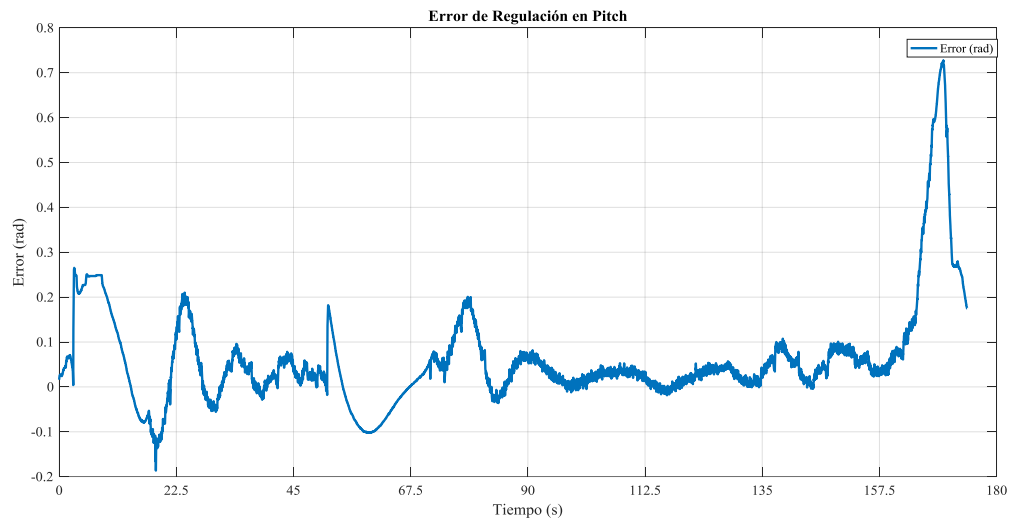


Figura 6.16. Señal del error obtenida por $\theta_d - \theta$.

Con la ejecución de control en pitch de la siguiente forma:

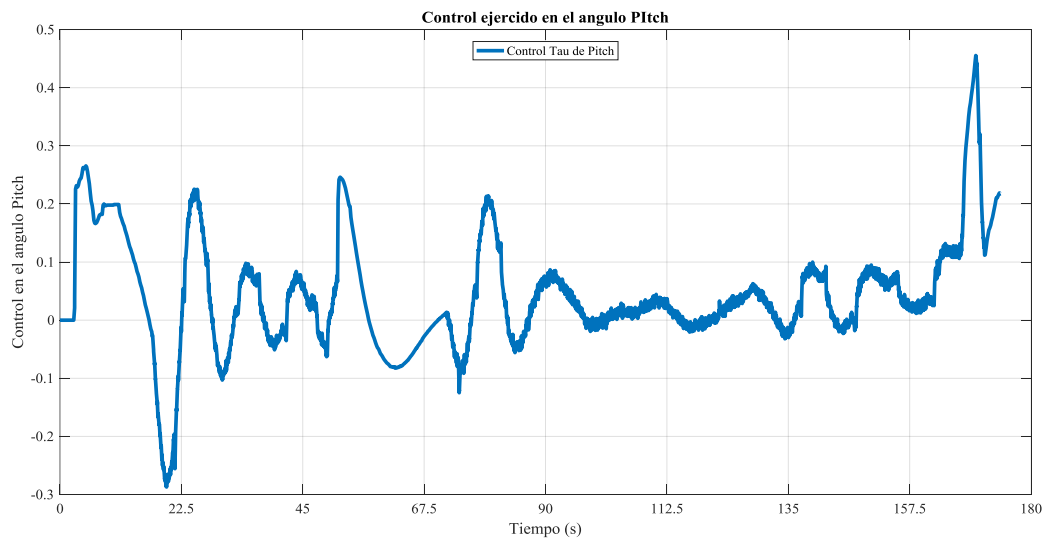


Figura 6.17. Acción de control para regulación en pitch.

Obteniendo la posición en la masa móvil para ejercer un momento en el ángulo de pitch, donde 10 pulsos de movimiento que se leen a través de un encoder lineal equivalen a un desplazamiento de 0.0005 metros.

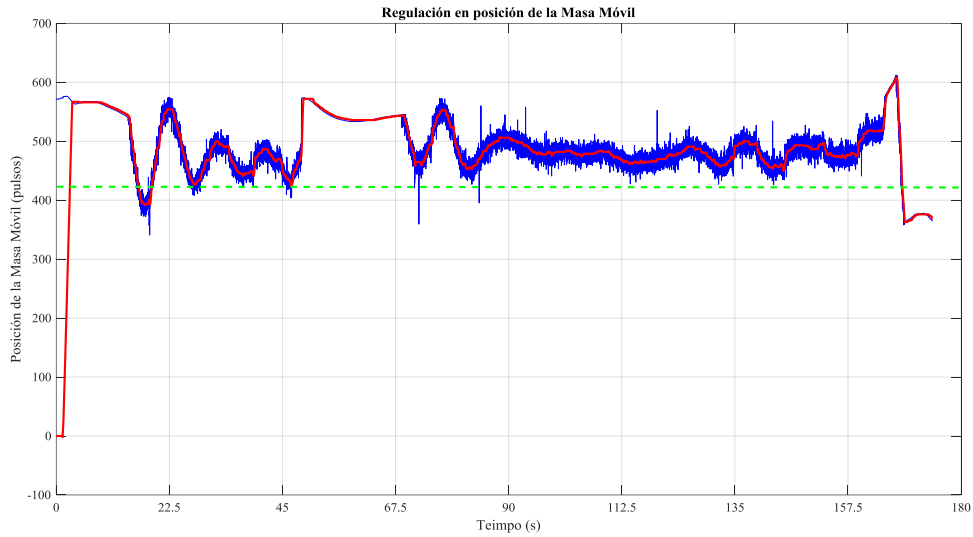


Figura 6.18. Posición de la masa móvil para ejercer el efecto en pitch.

6.4 Ejecución del control con perturbación.

Primero se analiza la regulación del sistema en profundidad, y se obtuvieron los siguientes resultados:

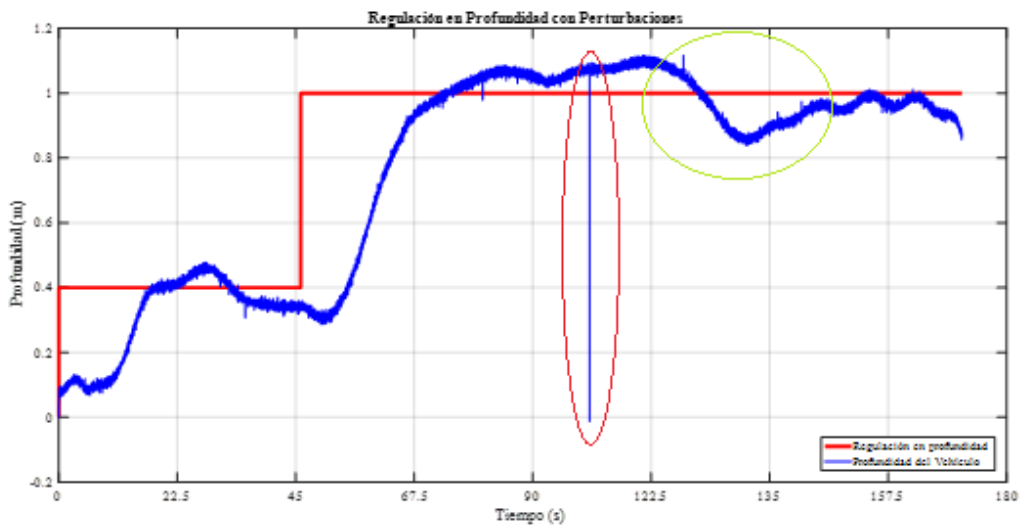


Figura 6.19. Resultados de profundidad con perturbación.

Donde en círculo alrededor de los 100 segundos enmarca una perturbación en el sistema debido al mal funcionamiento del sensor que obtiene la profundidad en el sistema, pero debido a la programación este puede recuperarse en uno o dos segundos. Mientras que, el círculo en verde aproximadamente a los 130 segundos marca una perturbación física debido a un ligero golpe en el sistema con el stick de recuperación de artefactos en la fosa. Con estos efectos inducidos en el sistema se presentó el siguiente error:

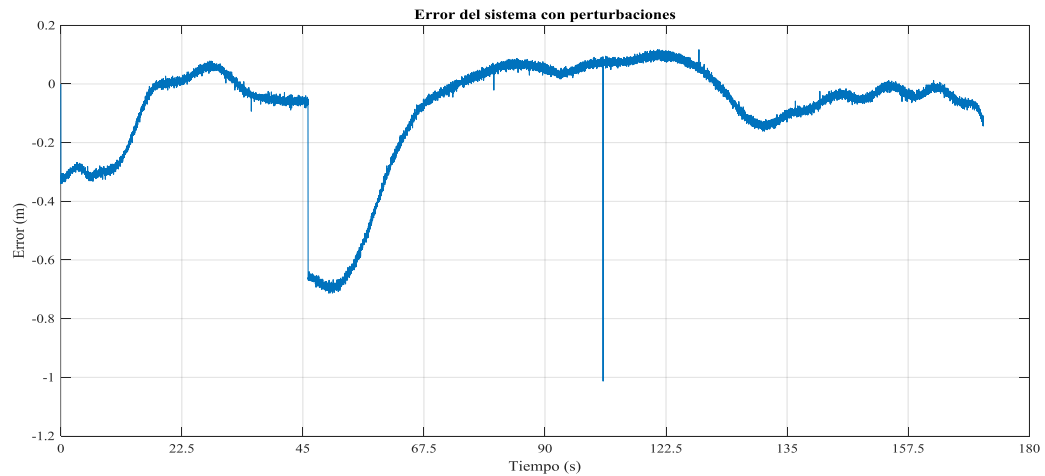


Figura 6.20. Error en el sistema presentando las perturbaciones.

Realizando la siguiente ejecución de control:

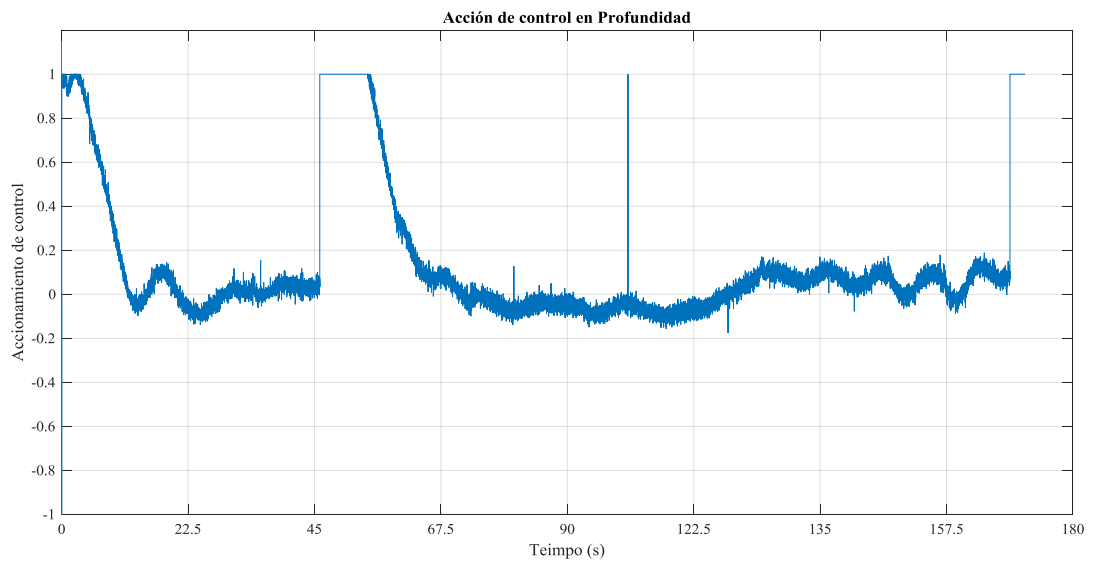


Figura 6.21. Accionamiento de control para el sistema con perturbaciones.

De la figura 5.19 se puede reconocer la perturbación al segundo 110 de la prueba y la recuperación gracias a la robustez del control ejecutado.

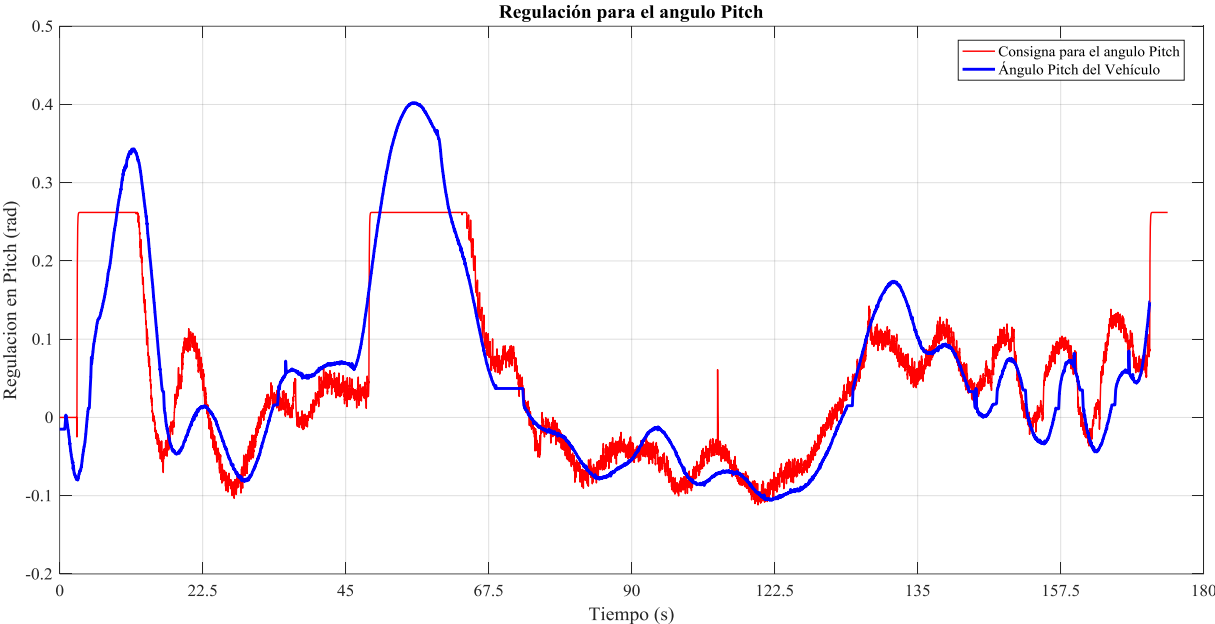


Figura 6.22. Regulación del ángulo en pitch con la perturbación física en el sistema.

Obteniendo las siguientes formas para el error:

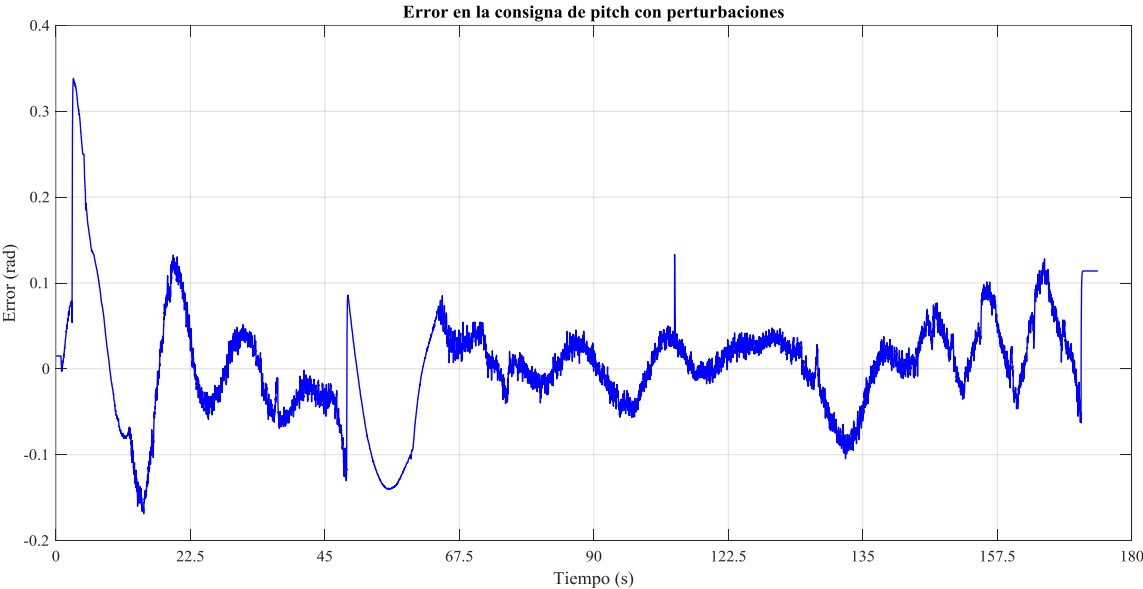


Figura 6.23. Error en la consigna del sistema perturbado.

Con el accionamiento de control para la obtención del momento en Pitch.

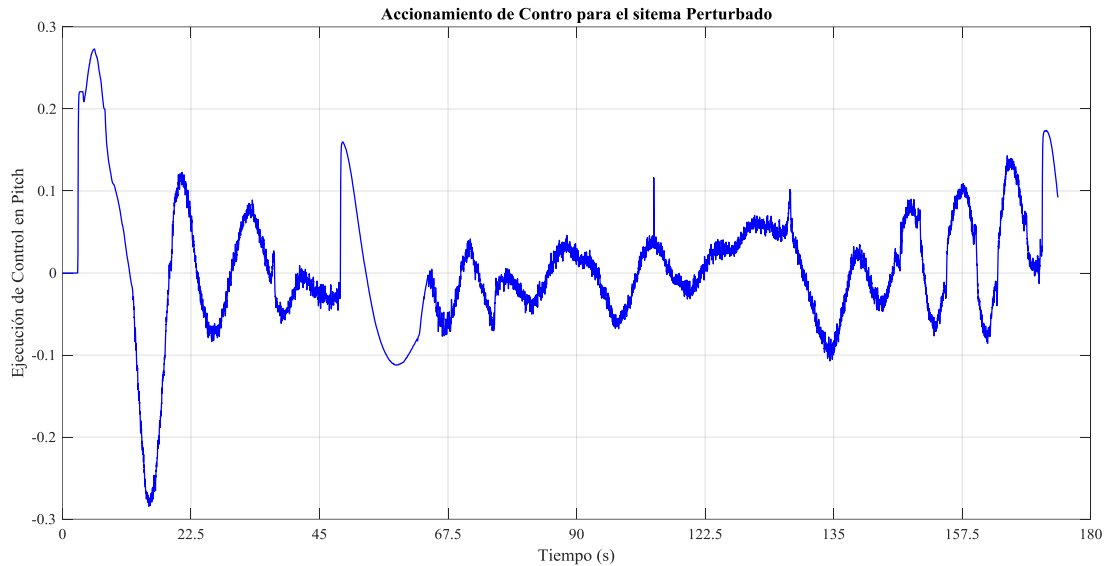


Figura 6.24. Accionamiento de control para el ángulo de Pitch Perturbado físicamente.

6.5 Aplicación del control PID en el sistema.

Finalmente se propone un control de tipo PID en la regulación de profundidad, esto debido a que el control en pitch está determinado por el control en profundidad, por lo que se considera como control anidado para el sistema. Teniendo las siguientes acciones de control:

$$\begin{aligned} \tau_z &= k_{pz} e_z + k_{iz} \int e_z dt + k_{dz} \dot{e}_z + g \\ \tau_\theta &= k_{p\theta} e_\theta + k_{d\theta} \dot{e}_\theta + g \end{aligned} \quad (6.7)$$

Donde $k_{pz} = 3$, $k_{dz} = 0.8$, $k_{iz} = 0.001$, $k_{p\theta} = 0.8$, $k_{d\theta} = 0.11$.

Los resultados arrojados por el sistema fueron las siguientes:

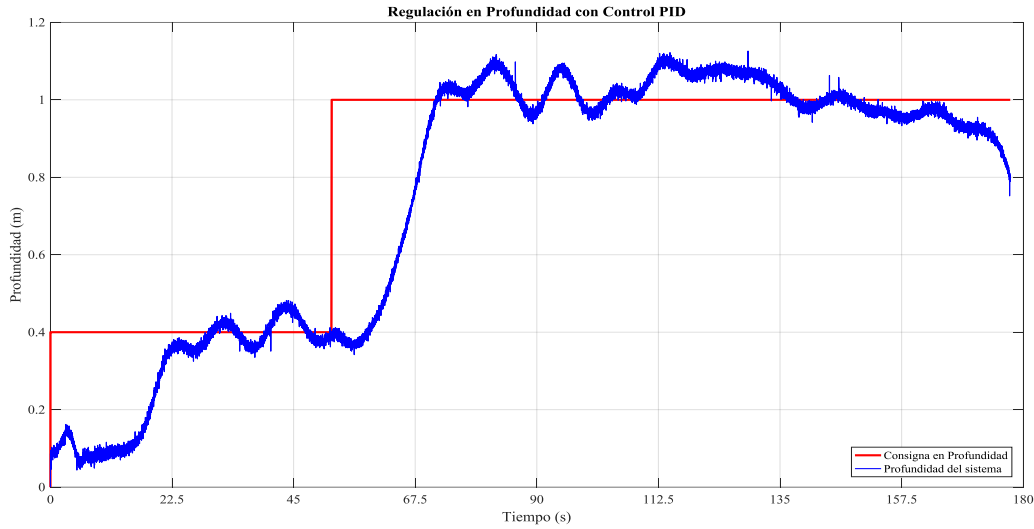


Figura 6.25. Regulación de profundidad con el control de tipo PID.

De la figura 6.25 se puede observar que cuando el sistema se encuentra en un estado estacionario y ya obtuvo la consigna aparece una pequeña oscilación, esto es debido a la programación del control de tipo integral el cual tiene una interacción directa con la sumatoria del error y este tiene una pequeña acumulación de este error durante el experimento, por lo que siempre existe una acción integral para corregir el error en el sistema.

Obteniendo el error de profundidad siguiente:

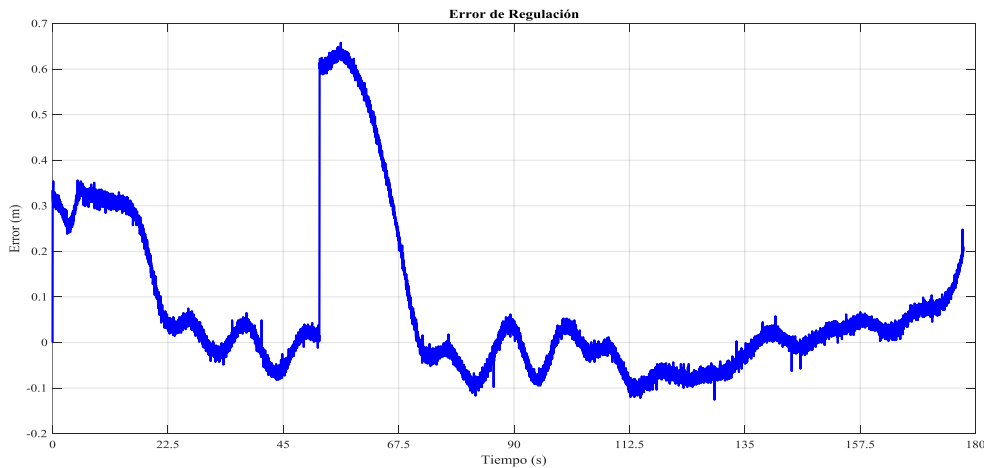


Figura 6.26. Error del sistema en regulación con control PID.

El accionamiento de control de tipo PID es el siguiente:

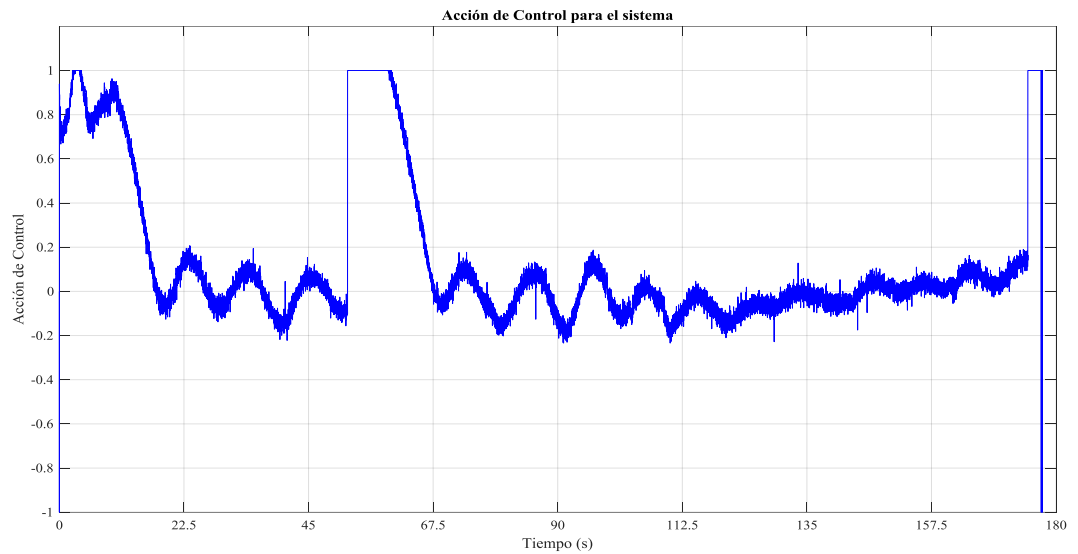


Figura 6.27. Accionamiento de control de tipo PID.

La acción de profundidad ejerce una consigna en pitch.

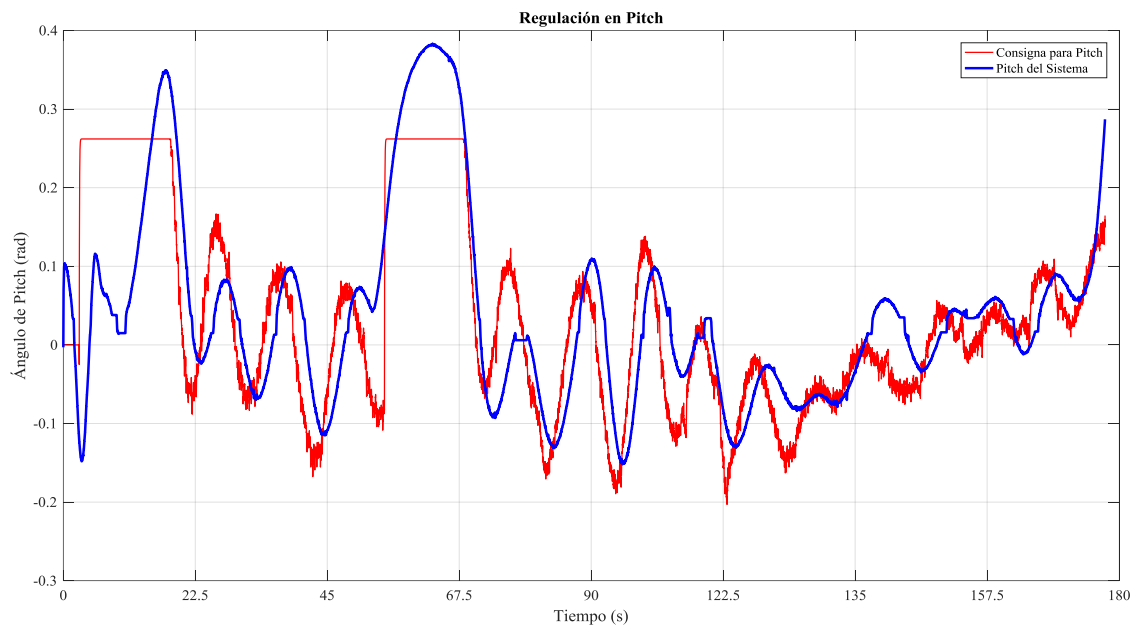


Figura 6.28. Regulación en el ángulo de pitch con un control de tipo PID.

Presentando el siguiente error:

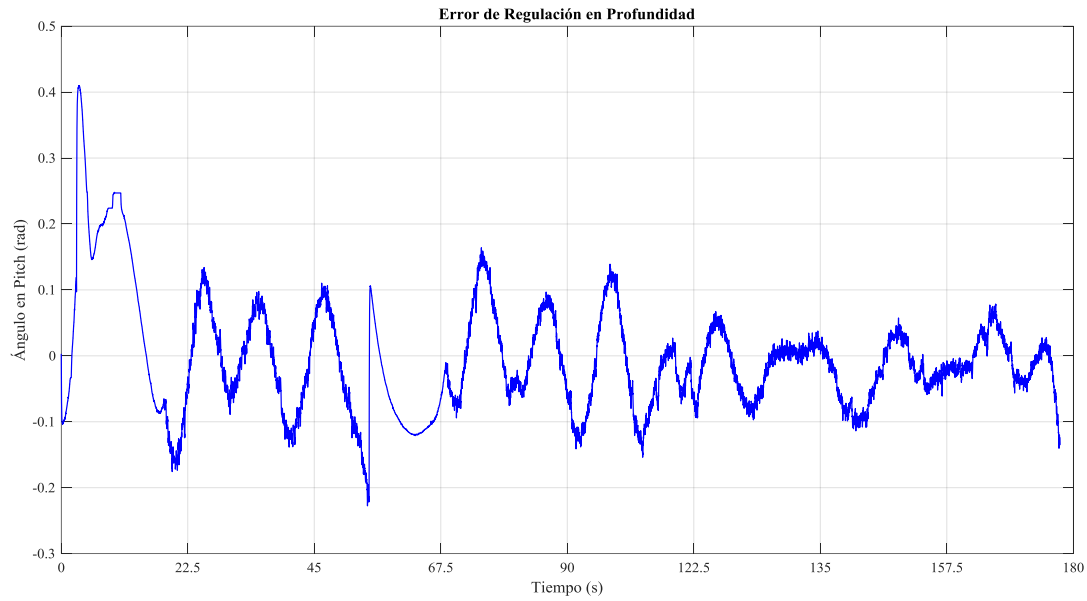


Figura 6.29. Error presentado en el ángulo de Pitch con el control PID.

Con la acción de control

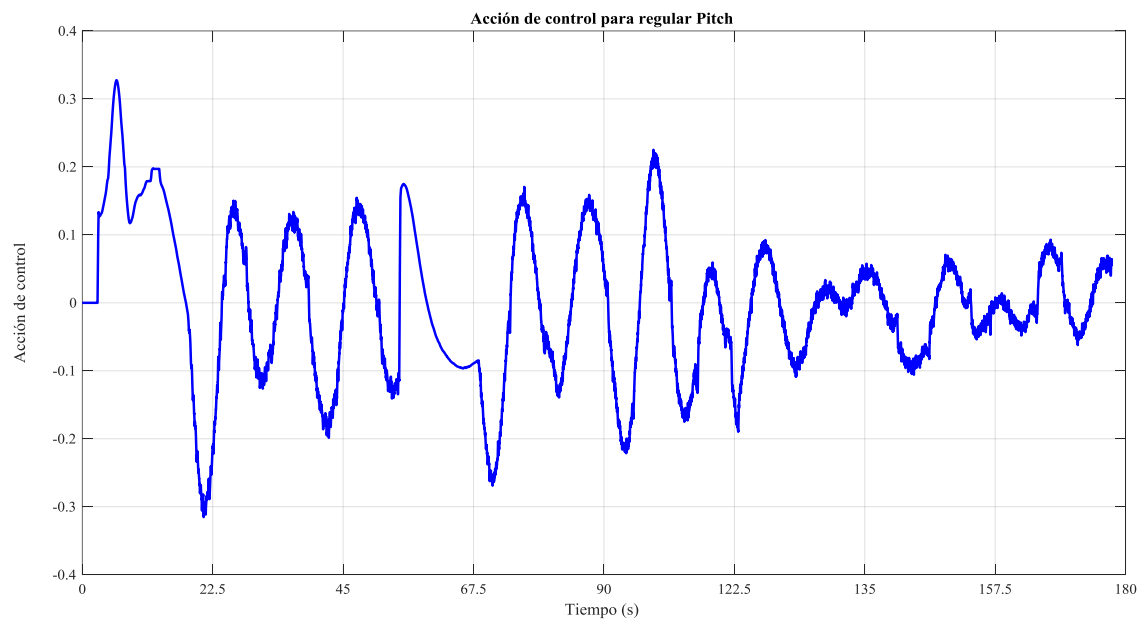


Figura 6.30. Acción de control para la regulación en pitch.

Con la posición en la masa:

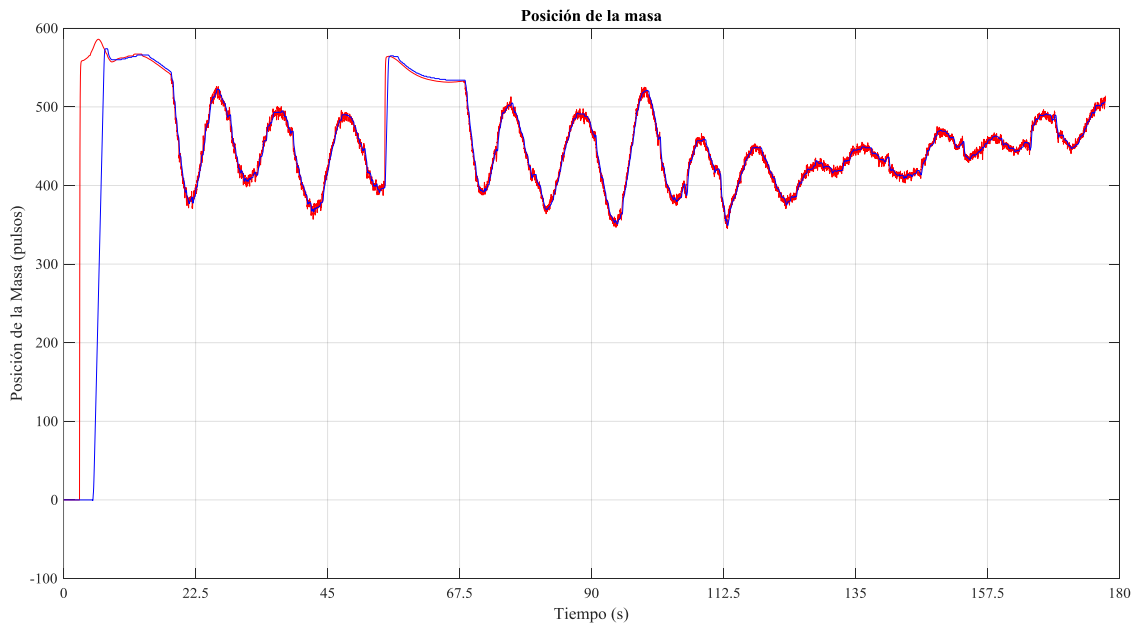


Figura 6.31. Posición de la masa.

6.6 Monitoreo de Temperatura.

Se realizaron regulaciones en profundidad del vehículo submarino con diferente consigna con el objetivo de obtener la diferencia de temperatura del agua en la que se encuentra el submarino. Esto se realiza en un ambiente controlado como lo es una fosa de clavados donde varía su profundidad por lo cual existe la posibilidad de tener una diferencia de temperatura. La fosa de clavados de aproximadamente 20 metros de largo, y una diferencia de profundidad que va desde los 2.8 metros hasta los 6 metros, además de tener inyectores de agua caliente a una profundidad a aproximadamente un metro de profundidad y tener contacto con la luz del sol, en ciertas zonas de la fosa.

En la siguiente figura se observa la regulación en profundidad del sistema con el objetivo de monitorear la temperatura del medio en diferentes consignas.

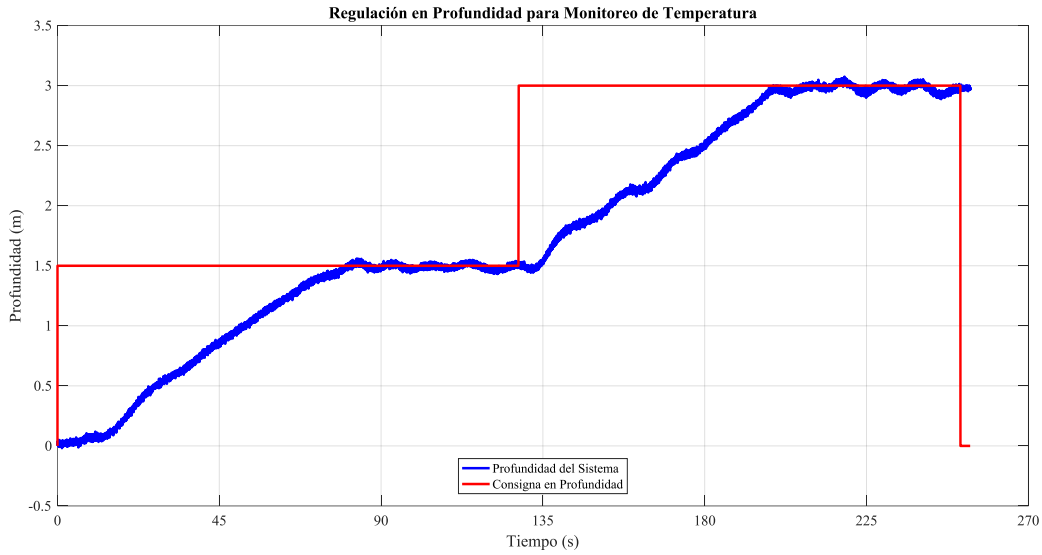


Figura 6.32. Regulación deseada para el monitoreo de la temperatura.

Gracias a la buena respuesta en regulación del submarino, se tomó la muestra de temperatura del medio acuático, y gracias a la implementación del sensor de temperatura LM335 en tiempo real con la tarjeta MyRIO se puede observar la siguiente curva resultante de temperatura.

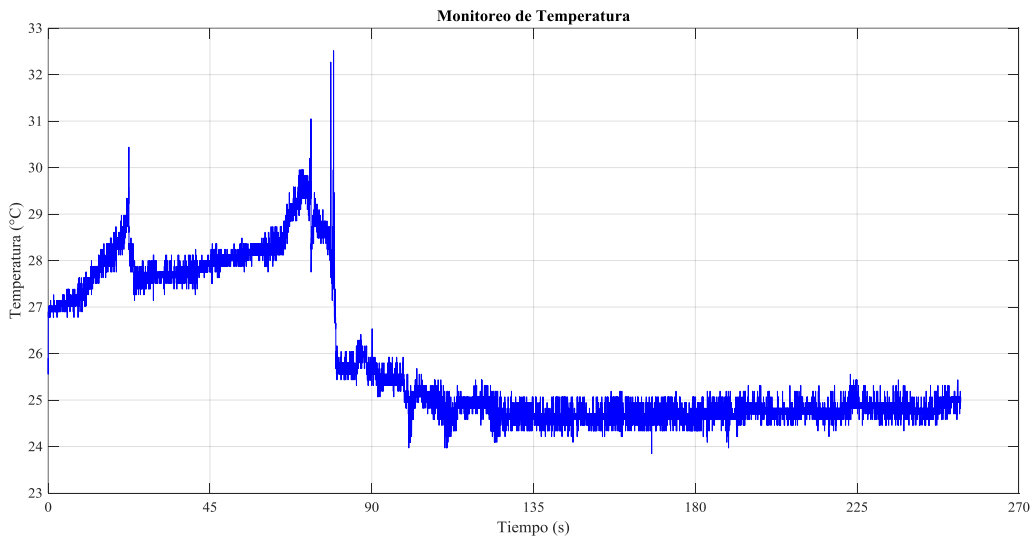


Figura 6.33. Monitoreo de temperatura a diferentes profundidades debido a la regulación del vehículo.

De la figura 6.31 se muestra un cambio en la temperatura, mostrando que entre más profundidad se tenga en el medio acuático este tendrá menos temperatura, el medio tiene una temperatura de aproximadamente 27 grados centígrados a nivel superficie, mientras que cuando el sistema tiene una profundidad de entre 2 y 3 metros de profundidad la temperatura del medio es de 25 grados centígrados aproximadamente, obteniendo un cambio en temperatura de aproximadamente 2 grados. De otra forma cuando el sistema se encuentra entre un metro y dos metros de profundidad el sistema se encuentra con un inyector de temperatura para la fosa obteniendo una temperatura de hasta 30 grados centígrados.

Otra de las propiedades del sistema que se puede visualizar de la respuesta conseguida para la monitorización del sistema es la velocidad que tiene el sistema para conseguir la consigna que es de aproximadamente $\frac{1.5 \text{ m}}{65 \text{ s}} = 0.0230 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

La distribución de la temperatura de la fosa puede ser distribuido de la siguiente manera como se ilustra en la siguiente figura.

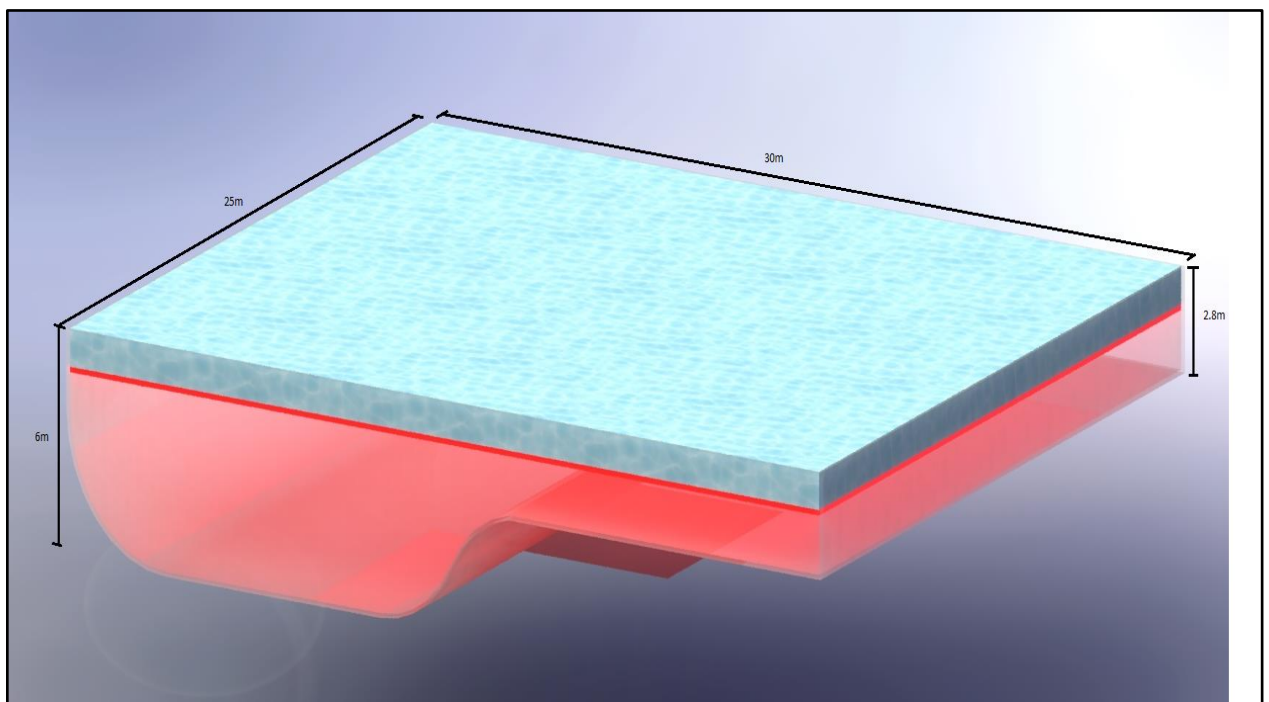


Figura 6.34. Distribución de Temperatura en la fosa de clavados.

En la figura 6.34 se encuentra la distribución de la temperatura de la fosa, encontrando la principal fuente de calor en la fosa a aproximadamente un metro de profundidad. Además de entender una disminución de temperatura a mayor profundidad con la difuminarían de la intensidad de color. Y representado con un sólido de agua en la superficie por su equilibrio de temperatura en los primeros metros de profundidad.

7. Conclusiones y Trabajo a Futuro

7.1 Conclusiones

Debido al funcionamiento del sistema como planeador que cuenta con el cambio de lastre, así como la generación de un momento en el ángulo de cabeceo del submarino, junto con la acción de una propela se consiguió realizar la regulación en profundidad del sistema obteniendo buenos resultados con respecto a las leyes de control utilizadas en el sistema.

La ley de control PD ejecutada en el sistema permite al submarino realizar una regulación de buena manera, además de comprobar que el sistema es estable en su actuación hasta el término de la ejecución de la tarea. Del mismo modo se comprueba que el accionamiento del sistema es robusto con respecto a una perturbación interna del sistema como lo es la pérdida del monitoreo del sensor de presión que es primordial para la medición en profundidad, así como la ejecución de una fuerza externa que provoca un descontrol de orientación en el vehículo submarino pero que debido a la acción de control tanto en profundidad como la consigna en el ángulo de Pitch no se pierde en el medio y recupera su consigna sin problema alguno.

Por otro lado la ejecución de una ley de control de tipo PID comprobó tener una buena estabilidad del sistema y una buena robustez, pero en relación con la acción de control de tipo PD, esta acción introduce una pequeña oscilación en el vehículo en el estado estacionario, que se presenta debido a la sumatoria del error en tiempo real para tratar de corregir el error, por lo que en las tarea

realizadas por el tipo de submarino involucraría más acción de control y por lo tanto más consumo de energía llegando a considerar que podría no ser una buena implementación .

La manipulación de los sistemas de lastre y de la masa móvil que produce el efecto de momento en pitch están bien controlados debido a un accionar de tipo PD en su funcionamiento junto con la medida de los encoders, presentando un error muy pequeño en estado estacionario sin significar un problema en el submarino para su tarea. Lo que permite realizar el control de profundidad en el sistema y obtener buenos resultados.

Mientras que los controles de tipo PD que se encuentran en la ejecución del lastre y la masa móvil se sintonizaron de una buena manera y fácil, los controles que se ejecutan en la acción de control del ángulo de cabeceo del sistema y la regulación de profundidad no son de fácil sintonización, impidiendo tener un rango de ganancias para una buena sintonización, incluso se podría mencionar que si se mueve una de las ganancias que se encontraron en la practica el sistema podría dejar de funcionar.

Debido a la simulación que se tiene con la herramienta *ANSYS* junto con la simulación por medio de *Matlab* se encontró que el sistema puede ser controlado y sintonizado para realizar una regulación en profundidad del sistema, además de observar que el sistema tendrá un comportamiento lento en su funcionamiento similar al que se tiene en los sistemas de manipulación de temperatura, además cabe mencionar que *ANSYS* solo es un pequeño acercamiento de la dinámica que se produce por el medio en el que se desenvuelve este tipo de dispositivo. Encontrando la principal diferencia que se tiene en el análisis de la robótica clásica y la robótica marina encontrar los parámetros que se obtienen debido al medio, y que principalmente se encuentran en la matriz de amortiguamiento que son de gran importancia para entender la dinámica con la que se desenvuelve el submarino.

El dispositivo y la capacidad de computarización del sistema permitieron de buena manera realizar la monitorización de la variable de temperatura que se tiene en el agua, y entender cómo fluctúa la temperatura en un medio que cambia de profundidad y que solo tiene algunos puntos de obtención de calor, además de tener un contacto continuo con seres vivos como lo son las personas que nadan allí las cuales podrían modificar la temperatura de ese medio.

7.2 Trabajos a futuro.

Debido al estilo de trabajo con el control y la comunicación del sistema, el vehículo submarino puede desarrollar un sistema de simulación en tiempo real, donde el cambio de las variables dinámicas y el control en el vehículo muestren cuales son los efectos que pueden surgir en el submarino, con el objetivo de conocer cuáles son los valores con los cuales podrá trabajar el vehículo submarino antes de encontrarse con problemas de funcionamiento o incluso que se pierda en el medio en el que se desenvuelve.

Además de la temperatura, la implementación de sensores acuáticos para muestrear el ambiente en el que desarrolla las tareas el vehículo submarino podría de ser de buena aplicación, como lo es el pH, la conductividad del agua y algún elemento de tipo bioquímico que modifiquen las características del agua.

Realizar la implementación de leyes de control más complejas que permitan trabajar con el vehículo submarino, manteniendo en un funcionamiento estable, y que permita tener un buen funcionamiento sin tener un problema mecánico o en la dinámica del vehículo.

Se podría realizar la implementación de un control de tipo continuo que permita encontrar la componente en el sistema Z_g en cada accionar del funcionamiento. Debido a que en este trabajo el lastre es continuo y permite realizar la profundidad debido a la fuerza que ejerce la propela. Pero en el desarrollo de más profundidad se pueda considerar el tener un poco más de lastre para lograr una profundidad con más facilidad, o incluso pensar en profundidades de más de 10 metros si los dispositivos electrónicos te lo permiten.

Realizar la función candidata de Lyapunov que describa la estabilidad del sistema empleando el control en cascada.

Referencias

- [1] E. D. Antonio Yañez, «Pilotaje autónomo de un mini-submarino con vision artificial,» Ciudad de México, 2012.
- [2] J. YUH, «Design and Control of Autonomous Underwater Robots: A Survey,» *Autonomous Robots* 8, p. 7–24, 2000.
- [3] J. A. M. Anieva, «Diseño, modelado y control de robots micro AUV,» Ciudad de México, 2016.
- [4] R. S. ., L. P. ., I. C. ., P. C. ., C. Á. Héctor A. Moreno, «Robótica Submarina: Conceptos, Elementos, Modelado y Control.,» *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, vol. 11, pp. 3-19, 2014.
- [5] S. Wood, «Autonomous Underwater Gliders,» n° 26, pp. 499-524, 2009.
- [6] J. G. y. N. Leonard, «Underwater Glider Dynamics and Control,» de *Symposium on Unmanned Untethered Submersible Tech.*, Durham, NH, 2001.
- [7] E. U. O. S. d. C.V., «Conciencia Planeador,» El Universal, Agosto 2017. [En línea]. Available: <http://interactivo.eluniversal.com.mx/2017/conciencia-planeador-submarino/infografia.html>. [Último acceso: Agosto 2017].
- [8] E. UNIVERSAL, «CIENCIA Y SALUD,» 25 Julio 2017. [En línea]. Available: <http://www.eluniversal.com.mx/articulo/ciencia-y-salud/tecnologia/2017/07/25/inventan-anguila-robotica-para-detectar-fuentes>. [Último acceso: Agosto 2017].
- [9] T. I. Fossen, «Guidance and Control of Ocean Vehicles,» John Willey & Sons, United Kingdom, 1994.
- [10] E. C. Mercado, «DESIGN, MODELING AND CONTROL OF AUV's USING,» 2012.

- [11] T. I. Fossen, HANDBOOK OF MARINE CRAFT HYDRODYNAMICS AND MOTION CONTROL, West Sussex, United Kingdom: John Wiley & Sons, 2011.
- [12] N. Instrument, «USER GUIDE AND SPECIFICATIONS NI myRIO-1900,» [En línea]. Available: <http://www.ni.com/pdf/manuals/376047c.pdf>. [Último acceso: 2017].
- [13] Arduino, «Arduino Uno,» [En línea]. Available: <https://www.farnell.com/datasheets/1682209.pdf>. [Último acceso: 2017].
- [14] I. Sense, «MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification Revision 3.4,» Inven Sense Inc., [En línea]. Available: https://store.invensense.com/datasheets/invensense/MPU-6050_DataSheet_V3%204.pdf. [Último acceso: 2017].
- [15] M. Specialties, «MS5803-14BA Miniature 14 bar Module,» Sparkfun, [En línea]. Available: https://cdn.sparkfun.com/datasheets/Sensors/Weather/ms5803_14ba.pdf. [Último acceso: 2017].
- [16] B. DONOSTI, «Física del buceo y sus leyes,» [En línea]. Available: <http://www.buceodonosti.com/buceodonosti/de/fisica-del-buceo-y-sus-leyes>. [Último acceso: 2017].
- [17] P. R. a. Electronics, «Concentric LACT6-12V-20 Linear Actuator: 6" Stroke, 12V, 0.5"/s,» © 2001–2017 Pololu Corporation, [En línea]. Available: <https://www.pololu.com/product/2306>. [Último acceso: 2017].
- [18] ©. A. E. KG, «Engel,» © Alexander Engel KG, [En línea]. Available: <http://engel-modellbau.eu/shop/U-Boot-Technik/Kolbentanks/Kolbentank-EA500-12V-380.html>. [Último acceso: Julio 2017].
- [19] YUMO, «Rotary Encoders,» [En línea]. Available: <https://dlnmh9ip6v2uc.cloudfront.net/datasheets/Robotics/E6B2Encoders.pdf>.
- [20] P. R. a. Electronics, «VNH3SP30 Motor Driver Carrier MD01B,» © 2001–2017 Pololu Corporation, [En línea]. Available: <https://www.pololu.com/product/705>. [Último acceso: 2017].
- [21] SeaBotix, «BTD150 Specifications,» SeaBotix Inc, [En línea]. Available: http://ocean-innovations.net/OceanInnovationsNEW/SeaBotix/BTD150_Data_Sheet.pdf. [Último acceso: 2017].

- [22] S. T. MICROELECTRONICS, «PRECISION TEMPERATURE SENSORS,» [En línea]. Available: <http://pdf.datasheetcatalog.com/datasheet/stmicroelectronics/2158.pdf>. [Último acceso: 2017].
- [23] C. H. d. I. C. Alemán, «Diseño y construcción de un prototipo de planeador sumergible,» 2015.
- [24] P. H. Corporation., O-ring Handbook, Cleveland, OH, USA., 2007.
- [25] Parker, «O-Ring,» *Parker Hannifin Argentina S.A.I.C.*, p. 6.
- [26] S. G. A. D. M. R. P. S. V. G. V. Upadhyay, Design and Motion Control of Autonomous, Department of Ocean Engineering, IIT Madras, India: Research Gate, 2015.
- [27] W. Khalil, Modeling Identification and Control of Robots, Sterling VA: Kogan Page Science, 2004.
- [28] G. Griffiths, Technology and Applications of Autonomous Underwater Vehicles, New York USA: Taylor and Francis, 2003.