

**Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
del Instituto Politécnico Nacional**

UNIDAD ZACATENCO

DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO

Modelado de un submarino tipo planeador híbrido y aplicación
de una ley de control para el seguimiento de trayectorias
en profundidad, con monitoreo de temperatura.

TESIS

Que presenta

Mario Adrian Lopez Cuellar

Para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

EN LA ESPECIALIDAD DE

Control Automático

Director de la Tesis:

Dr. Jorge Antonio Torres Muñoz

Ciudad de México

Noviembre, 2017

Agradecimientos

"Locura es hacer la misma cosa una y otra vez esperando obtener diferentes resultados"

Albert Einstein

A MI MADRE Y HERMANOS

Por todo el apoyo, amor y paciencia que han tenido conmigo en esta vida, ya que sin sus consejos y su cariño no podría haber cumplido con este objetivo.

A MI ABUELITO

Por ser un gran apoyo en mi vida y todos consejos que siempre me has dado.

A MI SOBRINA VANESSA

Por darme luz y muchas sonrisas estos 2 años.

A MIS ASESORES DR. JORGE TORRES Y M. en C. CARLOS DE LA CRUZ

Por su dedicación y por brindarme su apoyo a lo largo de este trabajo.

A MIS AMIGOS

Jose Luis, Mario Cesar, Pedro Flores, Erick Garcia, Angel Blas, Guillermo Garcia, Guillermo Valerio, por ofrecerme su apoyo y apreciada amistad.

AL DEPARTAMENTO DE CONTROL Y CONACYT

Por abrirme las puertas de su casa y enseñarme el camino hacia nuevos conocimientos, ya que hicieron posible que siguiera con mi preparación académica.

Resumen

La aplicación de los **Vehículos Submarinos Autónomos** tiene como objetivo principal evitar poner en riesgo la vida humana o se requiere de un **Vehículo Submarino** que sea capaz de realizar tareas de manera autónoma programadas por el operador.

En este trabajo se presenta la mejora del prototipo tipo **Planeador o Glider** desarrollado y construido por el M. en C. Carlos Honorio de la Cruz Alemán en el Departamento de Control Automático, con el fin de probar diferentes algoritmos de control. Además, de poner en funcionamiento el Thruster incorporado al **Planeador**, ya que este le da la característica de ser un **Planeador Híbrido**, esto presenta una mejora significativa en términos de alcance y maniobrabilidad.

Con el objetivo de controlar el Prototipo es necesario estudiar a fondo el diseño mecánico y el modelo dinámico de los **Vehículo Submarino**, para proponer los algoritmos de control, siendo estos validados mediante simulación y experimentación.

Una de las mejoras que se realizó en el Prototipo, fue el **cambio y la programación** de la **computadora central** con la que operaba, ya que el sistema embebido (tarjeta) MyRIO 1900 de **National Instruments** ®, tiene un procesador más potente, además de mayor número de entradas digitales y analógicas para el uso de más sensores.

Otra mejora fue en **diseño e implementación** de un par de **conectores secos** y poder ubicar el sensor de temperatura por fuera del Planeador, para tener una mejor lectura y el cable de alimentación de Thruster. Además de la **implementación de un mecanismo** para la lectura de un encoder, obteniendo una mejor resolución en la posición de la **masa móvil** (M_m). Ya que con este desplazamiento se obtiene el **ángulo de cabeceo** (θ).

Finalmente las contribuciones de este trabajo, fueron el desarrollo de un algoritmo de un **Control PD con compensación de gravedad** para realizar el **seguimiento en Profundidad**, con mediciones básicas de **presión y el ángulo de cabeceo** (θ). Realizando un **seguimiento de trayectorias suaves**, ya que a que la dinámica de este tipo de Planeadores es **lenta**, debido que están diseñados para realizar pequeños cambios en el centro de flotabilidad generando desplazamientos hacia adelante minimizando el consumo de energía.

Abstract

The main purpose of the application of the **Autonomous Submarine Vehicles** is to avoid endangering human life or requiring a **Submarine Vehicle** that is capable of carrying out autonomous tasks programmed by the operator.

This work presents the improvement of the prototype type **Glider** developed and constructed by the M. in C. Carlos Honorio of the German Cross in the Department of Automatic Control, in order to test different algorithms of control. In addition, to put into operation the Thruster incorporated to the **Glider**, since this gives the characteristic of being a Hybrid Glider, this presents a significant improvement in terms of reach and maneuverability.

In order to control the prototype, it is necessary to thoroughly study the mechanical design and the dynamic model of the **Submarine Vehicle** to propose the control algorithms, which are validated through simulation and experimentation.

One of the improvements made in the Prototype was the **change and programming** of the **central computer** with which it operated, since the MYRIO 1900 embedded system (card) of **National Instruments** ®, has a better processor, plus a greater number of digital and analog inputs for the use of more sensors.

Another improvement was in **designing and implementing** a pair of **dry connectors** and being able to locate the temperature sensor outside the glider for better readability and the Thruster power cable. In addition to the **implementation of a band mechanism** for the reading of an encoder, to have a better resolution at the position of the mobile mass. Since with this positioning you get the **Pitch angle**.

Finally the contributions of this work were the development of an algorithm of a **Control PD with Gravity Compensation** to perform the Depth tracking, it was possible to make the Glider with basic measurements of **pressure and the pitch angle** (θ). It will perform a **smooth trajectory tracking**, since the dynamics of this type of gliders is slow because they are designed to make small changes in the buoyancy center by generating forward shifts by minimizing the consumption of Energy.

Objetivos

El Objetivo General de esta tesis es mejorar el prototipo de un Vehículo Submarino Autónomo tipo Planeador Híbrido, así como la implementar una ley de control para seguimiento trayectorias en el plano X-Z.

Como objetivos específicos se tiene:

- Programar en LabVIEW ® para la implementación de la tarjeta myRIO 1900.
- Diseñar e implementar nuevos conectores secos para el Prototipo.
- Mejorar el sistema de la Masa Móvil por medio de un encoder, para una mejor resolución de su posición.
- Implementar un Thruster para obtener característica de un Planeador Híbrido.
- Ubicar las Alas en los laterales del Prototipo.
- Desarrollar una Ley de Control para el Problema de Seguimiento.
- Desarrollar una simulación para validar la Ley de Control para Seguimiento.

Contenido

Agradecimientos	III
Resumen	v
Abstrac	VII
Objetivos	IX
Contenido	XI
Índice de Figuras	XV
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Vehículos Submarinos no Tripulados (UUV's)	1
1.2. Clasificación de los UUV's	2
1.3. Comunicaciones para los UUV's	3
1.4. Vehículos Submarinos Autónomos (AUV's)	3
1.4.1. Vehículos Submarinos Autónomos Tipo Planeador o Glider	3
1.4.2. Planeador Híbrido	4
1.5. Conceptos Básicos para AUV's	5
1.5.1. Presión	5
1.5.2. Flotabilidad	5
1.5.3. Estabilidad Hidrostática	6
1.5.4. Fuerzas Hidrodinámicas	6
1.5.5. Masa Agregada	7
1.5.6. Coriolis	7
2. PROTOTIPO DE UN PLANEADOR HÍBRIDO	9
2.1. Elementos Externos del Planeador	10
2.1.1. Fuselaje	10
2.1.2. Tapas y Contratapas	11

2.1.3.	Conectores Secos	11
2.1.4.	Thruster	12
2.1.5.	Sensores externos	13
2.2.	Elementos Internos del Planeador	13
2.2.1.	Computadora Central	14
2.2.2.	Tarjeta Arduino UNO	15
2.2.3.	Actuador Lineal (Masa Móvil)	16
2.2.4.	Tanque de Lastre (Masa Variable)	16
2.2.5.	Drivers para los Actuadores (Etapa de Potencia)	17
2.2.6.	Sensores Internos	17
2.2.7.	Baterías (Alimentación)	18
2.3.	Hidrodinámica del Planeador	19
3.	MODELADO DE VEHÍCULOS SUBMARINOS	21
3.1.	Marcos de Referencia	22
3.2.	Modelo Cinemático de Vehículos Submarinos	23
3.2.1.	Matriz de Transformación de Coordenadas	25
3.2.2.	Transformación a Ángulos de Euler	26
3.2.3.	Transformación de la velocidad lineal	27
3.2.4.	Transformación de la velocidad angular	29
3.3.	Dinámica del Cuerpo de Vehículos Submarinos	30
3.3.1.	Ecuaciones de movimiento de Newton-Euler sobre CG	31
3.3.2.	Movimiento traslacional respecto a CG	32
3.3.3.	Movimiento rotacional respecto a CG	33
3.3.4.	Ecuaciones de Movimiento respecto a CG	34
3.3.5.	Ecuaciones de Movimiento de Newton-Euler con respecto a CO.	34
3.3.6.	Movimiento traslacional con respecto a CO.	35
3.3.7.	Movimiento rotacional con respecto de CO.	35
3.4.	Ecuaciones de movimiento de Cuerpo Rígido	36
3.4.1.	Representación Vectorial de Vehículos Submarinos	37
3.5.	Hidroestática de Vehículos Submarino	38
3.6.	Hidrodinámica de Vehículos Submarino	40

3.6.1.	Matriz de amortiguamiento hidrodinámico	40
3.6.2.	Matriz de masa agregada	41
3.6.3.	Matriz de Coriolis de masa agregada	41
3.7.	Modelo Vectorial para Vehículos Submarinos	42
4.	CONTROL DE VEHÍCULOS SUBMARINOS AUTÓNOMOS	47
4.1.	Estrategia de Control	47
4.2.	Controlador PD con compensación de Gravedad	48
4.3.	Prueba de Estabilidad	49
4.4.	Experimentos en Tiempo Real	50
4.5.	Caracterización de la trayectoria de inmersión / sumersión del Planeador Híbrido	54
4.5.1.	Trayectoria lineal con combinación parabólico	55
4.5.2.	Calculo de la trayectoria de $q_1 < q_0$	58
5.	ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y SIMULACIÓN	59
5.1.	Pruebas	60
5.2.	Simulación	62
5.2.1.	Control PD con Compensación de Gravedad para ángulo de cabeceo (θ)	62
5.2.2.	Control PD para Seguimiento en Profundidad	65
5.2.3.	Control PID para Seguimiento en Profundidad	69
6.	RESULTADOS EN EL PROTOTIPO	73
6.1.	Regulación del ángulo de cabeceo (θ)	74
6.1.1.	Resultados del Control PD sin compensación de gravedad del ángulo de cabeceo (θ)	74
6.1.2.	Resultados del Control PD con compensación de gravedad del ángulo de cabeceo (θ)	76
6.2.	Resultados de seguimiento en profundidad	78
6.2.1.	Resultados Control PD para Seguimiento en Profundidad	79
6.2.2.	Resultados del Control PD con Perturbación Externa para Seguimiento de Trayectoria	82
6.2.3.	Resultados del Control PID para Seguimiento de Trayectoria	86
6.3.	Muestreo de Temperatura	90

7. CONCLUSIONES	91
7.1. Trabajo a Futuro	92
Bibliografía	93

Índice de Figuras

1.1. Clasificación de los Vehículos Submarinos no Tripulados	2
1.2. Modelos Comerciales de AUV's Tipo Planeador o Glider.	4
1.3. Efectos de la fuerza de flotabilidad y el peso en un cuerpo sumergido en agua.	6
1.4. Estabilidad en los Vehículos Submarinos no Tripulados	7
2.1. Planeador Submarino	9
2.2. Estructura del Planeador	10
2.3. Sistema de Sellado del Planeador.	11
2.4. Tapa y Contratapa del Planeados	11
2.5. Thruster del Planeador	12
2.6. Curva de Desempeño del Thruster BTD150	12
2.7. Sensor de Presión MS5803-14BA	13
2.8. Conexión Interna del Planeador	14
2.9. Computadora de Control Interna del Planeador	15
2.10. Tarjeta Arduino	15
2.11. Sistema de la Masa Móvil.	16
2.12. Sistema de Lastre (Masa Variable)	17
2.13. Etapa de Potencia	17
2.14. Central Inercial MPU5060	18
2.15. Etapa de Potencia	18
2.16. Alimentación del Planeador.	19
2.17. Análisis de hidrodinámica en la estructura del submarino	19
3.1. Marcos de Referencia del Planeador	22
3.2. Rotaciones de los Ángulos de Euler convención z, y, x	28
3.3. Centro de Origen de $\{b\}$ y Gravedad respecto al marco de Referencia Inercial $\{n\}$	30
3.4. Fuerzas de restauración para Vehículos Submarino.	39

4.1. Dinámica del planeador y la ley de control	53
4.2. Trayectoria lineal con perfil en velocidad trapezoidal.	55
5.1. Respuesta de ángulo de cabeceo (θ) por el cambio de la masa móvil	60
5.2. Diagrama completo de la simulación	62
5.3. Diagrama de Control PD para ángulo de cabeceo	63
5.4. Regulación del ángulo de cabeceo (θ)	64
5.5. Respuestas de la Regulación del ángulo de cabeceo (θ).	64
5.6. Respuestas de la masa móvil (M_m) para el seguimiento del ángulo de cabeceo (θ)	65
5.7. Diagrama de Control PD para seguimiento de trayectoria en profundidad . .	66
5.8. Seguimiento de la trayectoria en profundidad	66
5.9. Respuestas del seguimiento en profundidad.	67
5.10. Regulación en el ángulo de cabeceo (θ)	67
5.11. Respuestas de regulación para el ángulo de cabeceo (θ).	68
5.12. Cambio en la posición en la masa móvil (M_m)	68
5.13. Diagrama de Control PID para seguimiento de trayectoria en profundidad . .	69
5.14. Seguimiento de la trayectoria en profundidad	70
5.15. Respuestas del seguimiento en profundidad.	70
5.16. Regulación en el ángulo de cabeceo (θ)	71
5.17. Respuestas del seguimiento en profundidad.	71
5.18. Cambio en la posición en la masa móvil (M_m)	72
6.1. Posición del tanque de lastre	73
6.2. Regulación del ángulo de cabeceo (θ) sin compensación de gravedad	74
6.3. Respuestas de la regulación del ángulo de cabeceo (θ) sin compensación de gravedad.	75
6.4. Respuesta de la masa móvil (M_m) para el efecto en el ángulo de cabeceo (θ)	75
6.5. Regulación del ángulo de cabeceo (θ) sin compensación de gravedad	76
6.6. Respuestas de la Regulación del ángulo de cabeceo (θ) con compensación de gravedad.	77
6.7. Respuesta de la masa móvil (M_m) para el efecto en el ángulo de cabeceo (θ)	77

6.8. Trayectoria en Profundidad	78
6.9. Seguimiento de la Trayectoria en Profundidad	79
6.10. Respuestas del Seguimiento en Profundidad.	79
6.11. Referencia del ángulo de cabeceo (θ)	80
6.12. Respuestas de regulacion para el ángulo de cabeceo (θ).	80
6.13. Cambio de posición de la masa móvil (M_m)	81
6.14. Respuestas de la masa móvil (M_m).	81
6.15. Seguimiento de la Trayectoria en Profundidad	82
6.16. Respuestas del Seguimiento en Profundidad.	83
6.17. Referencia del ángulo de cabeceo (θ)	83
6.18. Respuestas de regulación para el ángulo de cabeceo (θ).	84
6.19. Cambio de posición de la masa móvil (M_m)	84
6.20. Respuestas de la masa móvil (M_m).	85
6.21. Seguimiento de la Trayectoria en Profundidad	86
6.22. Respuestas del Seguimiento en Profundidad.	87
6.23. Referencia del ángulo de cabeceo (θ)	87
6.24. Respuestas de regulación para el ángulo de cabeceo (θ).	88
6.25. Cambio de posición de la masa móvil (M_m)	88
6.26. Respuestas de la masa móvil (M_m).	89
6.27. Muestra de Temperatura en Profundidad.	90

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Los océanos se extienden por tres cuartas partes de la superficie de nuestro planeta, sin embargo son las zonas más desconocidas de la Tierra, son espacios en los que quedan mucho conocimiento científico por descubrir. Por ello, recientes avances tecnológicos en los llamados **Vehículos Submarinos no Tripulados** o **UUV's** por sus siglas en inglés (**Unmanned Underwater Vehicles**), están revolucionando la exploración del fondo marino.

La privilegiada ubicación geográfica de **México**, que tiene **11,122 km** de litorales continentales, que lo llevan a ocupar el **segundo lugar en el continente americano**, sus costas se reparten al oeste, con el Océano Pacífico y el Golfo de California; y al este, con el Golfo de México y el Mar Caribe. Debido a su posición geográfica la actividad marítima es de gran relevancia en la economía del país. [1]

Por esto, el estudio de este tipo de **Vehículos Submarinos no Tripulados** es una buena inversión, ya que darán beneficios para muchas industrias nacionales como: **petrolera, minera, oceanografía, turística, pesquera, etc.**

1.1. Vehículos Submarinos no Tripulados (UUV's)

Desde mediados de los 60's, la aplicación de los **Vehículos Submarinos no Tripulados** a permitido llegar a profundidades que no se podían explorar por el riesgo que representaban para el ser humano. Además, se espera obtener datos valiosos para la investigación de asuntos tan cruciales como las causas del cambio climático, intervenir en la construcción de instalaciones submarinas, descubrir nueva biodiversidad marina y finalmente obtener el mapa oceanográfico de todo el fondo marino.[2]

Hay una gran variedad de aplicaciones en el uso de Vehículos Submarinos no Tripulados, una de las principales es la identificación de **fallas en los ductos que envían el petróleo de las plataformas de extracción**, ubicadas a cientos kilómetros dentro del mar, ya que esta tarea pone en riesgo al ser humano. Actualmente en México para el estudio de estas zonas se tienen que **importar equipos de otros países**, debido que en el país **no hay mucha investigación** de este Vehículos Submarinos no Tripulados.

1.2. Clasificación de los UUV's

La principal clasificación de los **Vehículos Submarinos no Tripulados** es de acuerdo a tres características las cuales son: su nivel de autonomía, el tipo de misión a realizar y el sistema de propulsión. En la Figura 1.1 se presenta esta clasificación.[3]

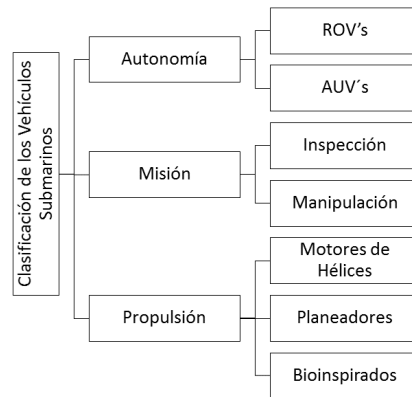


Figura 1.1: Clasificación de los Vehículos Submarinos no Tripulados

Actualmente la mayoría de los Vehículos Submarinos no Tripulados todavía permanecen unidos a un barco o una base en la superficie conectados por un cable que les permite recibir energía y transmitir información. Estos son llamados **Vehículos Submarinos Remotamente Operados** o **ROV's** por sus siglas en inglés (**Remotely Operated Vehicles**), porque resultan de gran utilidad en determinadas misiones.

Existen Vehículos Submarinos no Tripulados completamente autónomos, ya que cuenta con una computadora central, la cual está programada para realizar una misión por un tiempo definido. El origen de los **Vehículos Submarinos Autónomos** o **AUV's** por sus siglas en inglés (**Autonomous Underwater Vehicles**), se remonta a principios de los 70's.

Por otro lado, Vehículos Submarinos no Tripulados se pueden clasificar por el tipo de **misión** para la que está diseñado, esto definirá el tipo de sensores, los actuadores y estructura que deberá poseer. Las misiones pueden ser de inspección (u observación) o de manipulación (o interacción).

El **sistema de propulsión** de los Vehículos Submarinos no Tripulados define completamente los tipos de movimientos que este puede realizar. Los sistemas de propulsión también tienen

implicaciones en el consumo de la cantidad de energía y el efecto que el Vehículos Submarinos no Tripulados genera en el ambiente marino. Los principales sistemas de propulsión son: los Impulsores de Propela, los Planeadores Acuáticos (basados en Sistemas de Alas y de Tanque de Lastre), y los Bioinspirados, que tiene arquitectura parecido a animales marinos. [3]

1.3. Comunicaciones para los UUV's

Los problemas a los que se enfrentan ambos **Vehículos Submarinos no Tripulados** es que a poca profundidad en el agua **no se cuenta con un modo de comunicación inalámbrica para enviar o recibir información de posición**, cambio de instrucciones o entregar la información recolectada, por lo que la mayoría de vehículos submarinos son **ROV's**, ya que estos pueden enviar fotos y vídeos, además pueden recibir información del operador.[1]

1.4. Vehículos Submarinos Autónomos (AUV's)

Un **Vehículos Submarinos Autónomos** es un **Vehículo Submarino no Tripulado** que opera sin intervención humana, tiene la capacidad de propulsarse por si mismo y cuenta con una **computadora a bordo que controla sus movimientos** tomando decisiones en **base a la información recabada por los sensores** incorporados, con el objetivo de llevar a cabo una misión predefinida y regresar al punto de extracción para la descarga y procesamiento de la información recopilada durante la misión.[4]

Los **AUV's** han revolucionado la recopilación de información oceanográfica, algunas de las ventajas con respecto a los **ROV's** son:

- Un rango mayor de operación en profundidad.
- Su tamaño es menor.
- Son inmunes al mal clima.
- Una construcción modular que hace posible acondicionar el vehículo para diferentes misiones.

1.4.1. Vehículos Submarinos Autónomos Tipo Planeador o Glider

Los **Planeadores Submarinos** o **Underwater Glider** en inglés, son un tipo especial de AUV que posee ventajas notables como un largo periodo de autonomía, bajos niveles de ruido y una excelente relación entre consumo de energía y alcance. Un planeador su principal característica es capacidad de cambiar periódicamente su flotabilidad y, por medio de los perfiles

de sus alas, generar un desplazamiento tanto horizontal y vertical. Las **características** de esta clase de **Planeadores Submarinos** se resumen en: **una propulsión generada por cambios de flotabilidad, trayectorias en forma de dientes de sierra, un tiempo de operación largo y baja velocidad.**[5]

Algunas características comunes de los diseños actuales son un **tamaño relativamente pequeño** (alrededor de 2m de largo), alas y cola fija; el control del ángulo de alabeo, cabeceo y guiñada que se realiza **por medio de desplazamientos de masas internas** del vehículo; emplean sistemas eléctricos para **el cambio de flotabilidad** (bombas de aceite o tanques de lastre); están diseñados para un periodo extenso de operación, que va de pocos días a varios meses, con un alcance estimado en miles de kilómetros (6,000 km para el Sea Glider). La **velocidad de desplazamiento** de los modelos actuales oscila alrededor de los **0.25 m/s**. Existen tres modelos de planeadores como referencia : el SeaGlider Figura (1.2b), el Spray Figura (1.2c) y el Slocum Figura (1.2a). Su incursión en el mundo de los submarinos fue en los años 70's, y tuvo un auge mayor cuando aparece el Glider llamado "Slucum" en los años 80's. Recientemente en los años 2000 la cantidad de Planeadores a aumentando, apareciendo Gliders como el "Seaglider" de la Universidad de Washington y el "Spray" del instituto de oceanografía ("Scripps Institution of Oceanography").[6]

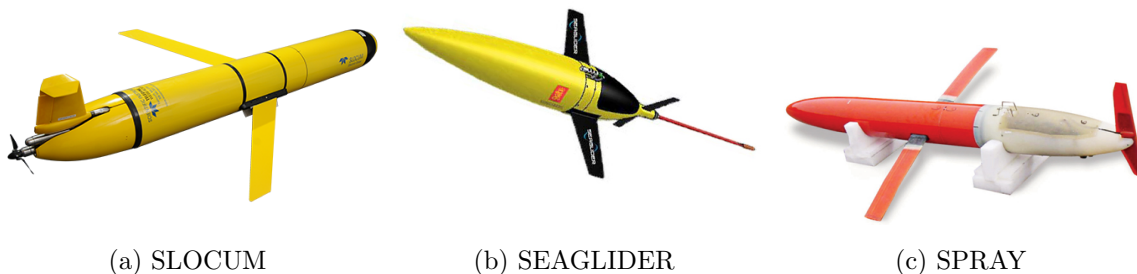


Figura 1.2: Modelos Comerciales de AUV's Tipo Planeador o Glider.

Los planeadores se han enfocado con **la tarea de monitorización del medio oceánico, equipándolos con sensores** que pueden tomar muestras de **variables como:** temperatura, salinidad, conductividad, corrientes marinas, pH y algunos componentes biológicos.

1.4.2. Planeador Híbrido

A pesar de las ventajas descritas, este tipo de dispositivos tiene **desventajas** como una **mala maniobrabilidad** y la incapacidad de operar a una **profundidad fija**. **Combinando las ventajas de un Planeador y un AUV con sistema de propulsión externo** (propela),

un sistema híbrido puede desplazarse grandes distancias con un bajo consumo de energía mediante la propulsión generada por cambios en su flotabilidad y, al ser requerido, realizar maniobras con mayor exactitud o mantener un nivel de operación con ayuda del propulsor externo. [7]

1.5. Conceptos Básicos para AUV's

En esta sección se analiza conceptos básicos que deben tomarse en cuenta cuando se trabaja con **Vehículo Submarinos**, tales como la presión, la flotabilidad, estabilidad hidrostática, fuerzas hidrodinámicas y masa agregada. [7], [3],[7]

1.5.1. Presión

La **Presión Submarina** es causada por la fuerza ejercida por el peso del fluido, en este caso el agua, esta presión puede ser medida como absoluta o hidrostática. A nivel del mar la presión atmosférica es de 1 bar o 14.7 psi y crece a razón de 1 bar por cada 10 metros de profundidad, este considerando el medio como agua común, en el caso del agua de mar también **afectara la salinidad y la temperatura**.

Presión	Profundidad
1 bar	Superficie = Presión Atmosférica
2 bar	-10 m = 1 bar P. Hidrostática + 1 bar P. Atmosférica
3 bar	-20 m = 2 bar P. Hidrostática + 1 bar P. Atmosférica

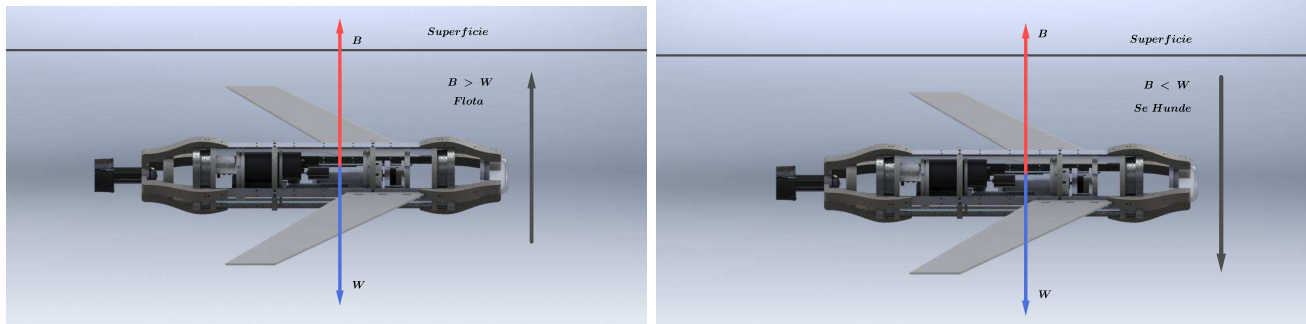
Tablas 1.1: Presión contra Profundidad en el Agua.

1.5.2. Flotabilidad

La magnitud de la fuerza de flotabilidad, definido como **(B)**, lleva un cuerpo sumergido en agua a que este a flote, como enuncia *El principio de Arquímedes*. El afirma que un **cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido estático, será empujado con una fuerza ascendente igual al peso del volumen del fluido desplazado por dicho objeto**. De este modo, cuando un cuerpo está sumergido en el fluido se genera un empuje hidrostático resultantes de las presiones sobre la superficie del cuerpo.[8]

Este empuje actúa siempre hacia arriba y a través del centro de flotabilidad del cuerpo sumergido en el fluido con magnitud igual al peso del fluido desplazado. Que un cuerpo sumergido en agua flote también depende de la magnitud del peso del cuerpo, definido como

(\mathbf{W}), de esta manera podemos ver que si ($\mathbf{B} > \mathbf{W}$) el cuerpo **flotará**, mientras que si ($\mathbf{B} < \mathbf{W}$) el cuerpo se **hundirá**, en el caso que ($\mathbf{B} = \mathbf{W}$) el cuerpo se quedara donde esté, tendrá una posición neutra. En la Figura (1.3) se muestra este fenómeno.



(a) Flotabilidad Positiva

(b) Flotabilidad Negativa

Figura 1.3: Efectos de la fuerza de flotabilidad y el peso en un cuerpo sumergido en agua.

1.5.3. Estabilidad Hidrostática

Asumiendo que el fluido en el que se encuentra sumergido el vehículo está en reposo, **la estabilidad** del vehículo inmerso en el fluido es afectado por la posición del centro de masa y el centro de la fuerza de flotabilidad. Como se representa en la Figura (1.4). De esta manera si definimos a C_M como el **centro de masa** y a C_B como el **centro de la fuerza de flotabilidad**, se entiende que si C_M y C_B no se encuentran alineados verticalmente y además las fuerzas resultantes no se encuentran en equilibrio ($\mathbf{W} \neq \mathbf{B}$), esto provocará un par entre ellos lo que dar como resultado **la inestabilidad** del vehículo. [9]

De forma contraria, si C_M y C_B se encuentran alineados, es decir, la fuerza de flotabilidad es igual a la fuerza del peso ($\mathbf{B} = \mathbf{W}$), el vehículo será estable, pero susceptible a perturbaciones, idealmente la distancia entre estos puntos debe ser igual a cero en cualquiera de sus ejes.

1.5.4. Fuerzas Hidrodinámicas

Cuando un cuerpo se mueve inmerso en un líquido, existen fuerzas que afectan la dirección de movimiento. Estas fuerzas son **la fuerza de arrastre** y **la fuerza de sustentación**. La primera fuerza es la fricción entre el fuselaje y el medio dentro del que se mueve el vehículo. La segunda fuerza es la que mantiene el vehículo flotando, las fuerzas de amortiguamiento tiene una gran influencia en la dinámica del vehículo, debido a su naturaleza no lineal.[1]

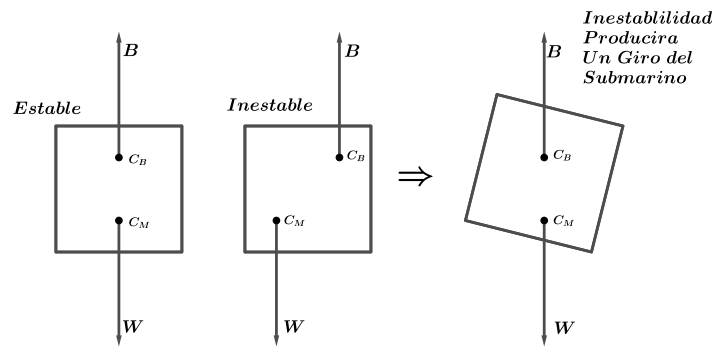


Figura 1.4: Estabilidad en los Vehículos Submarinos no Tripulados

1.5.5. Masa Agregada

Otro fenómeno que afecta a los vehículos submarinos es la masa agregada, cuando un cuerpo sumergido en un fluido se mueve una cantidad de fluido que rodea su geometría se desplaza con él. La cantidad de fluido que se desplaza depende de la geometría, recordando que la geometría ideal es una forma oval parecida a un huevo, la cual no es sencilla de realizar, sin embargo, en la mayoría de los prototipos que se desarrollan se intenta imitar esta geometría.[3]

1.5.6. Coriolis

La fuerza de Coriolis es la que actúa perpendicular a la dirección de movimiento del vehículo y es proporcional a la velocidad y rotación del sistema coordenado, el efecto que esta fuerza tiene sobre el vehículo es que afecta su trayectoria.

CAPÍTULO 2

PROTOTIPO DE UN PLANEADOR HÍBRIDO

En este capítulo se explicaran los aspectos mecánicos como son la geometría del submarino, sus principales movimientos internos. Además, se explicara la parte de la electrónica empleada para el funcionamiento del Planeador.

La principal característica de este tipo de Planeadores es que la distancia entre el Centro de Gravedad y el Centro de Flotabilidad, esta distancia proporciona estabilidad o inestabilidad, esto es controlado por un desplazamiento de una **Masa Móvil Interna** (M_m) y un sistema de lastre (**Masa Variable** (M_b)).

La profundidad a la que se puede sumergir el Planeador depende de algunos factores como: la resistencia de la estructura, el tipos de conectores para los elementos externos que tiene el Prototipo y la capacidad del Tanque de Lastre de soportar la presión debida a la profundidad. El prototipo con el que se trabajo se muestra a la Figura(2.1):

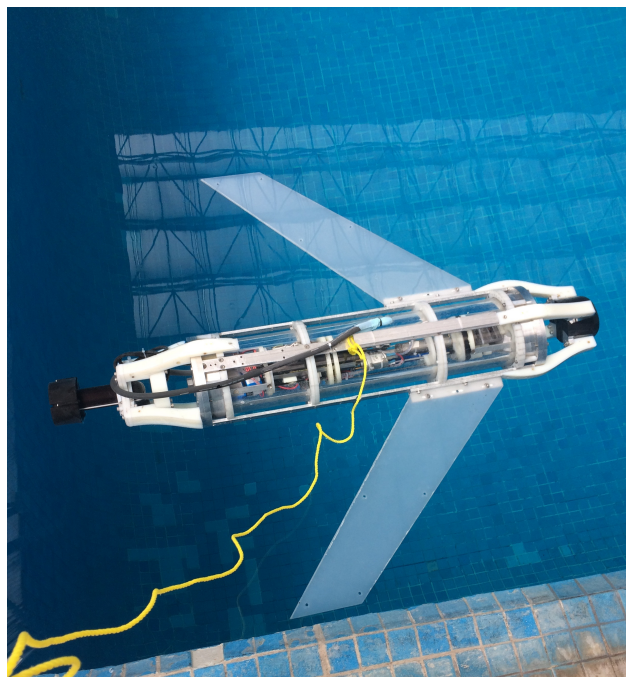


Figura 2.1: Planeador Submarino

Principales características a considerar del Prototipo

- Se optó por un vehículo ligero, sus 18.1 kg es poco peso en comparación con los más de 50kg de los equipos comerciales.
- Comunicación inalámbrica permite modificar fácilmente parámetros y sintonizar los algoritmos de control.
- Construcción modular permite hacer cambios de forma rápida de los componentes esenciales, permite reemplazar las partes que no cumplan con los requerimientos de los experimentos o que han sido dañadas.
- Flotabilidad positiva de 2 kg, hace posible implementar más sensores, actuadores, computadoras, etc.

2.1. Elementos Externos del Planeador

El diseño tiene forma de torpedo, ya que esta forma favorece la hidrodinámica del Prototipo, este Planeador cuenta con un frente cónico, con esto se consigue simetría en dos de sus planos, esto también con la finalidad obtener las consideraciones explicadas en el modelado, principalmente en la Matriz de Amortiguamiento ($D(v)$).

2.1.1. Fuselaje

Se eligió un tubo de acrílico de 6 mm de espesor, mide 6 pulgadas de diámetro y 90 centímetros de largo. Además tiene una estructura, con Nylamid ® y solera de aluminio de una 1 pulgada, para darle más rigidez al fuselaje. Como se observa en la Figura 2.2.



Figura 2.2: Estructura del Planeador

2.1.2. Tapas y Contratapas

Son de aluminio circular de 6 pulgadas de aleación 6063 T6. Cada tapa cuenta con un diseño para el empaque O-ring 2-163 para sellar con su contratapa, como se muestra en la Figura 2.3, además cada tapa tiene 8 tornillos 3/16" de acero inoxidable, y en la contratapa su cuerda de cada tornillo, para el hacer un cierre mecánico, la contratapa que esta sellada junto con el tubo de acrílico.



(a) Tapa y Contratapa del Planeados (b) Sellado

Figura 2.3: Sistema de Sellado del Planeador.

En la tapa trasera están adaptados dos conectores secos, uno para el cable de alimentación del Thruster y el otro para un cable para el sensor de Temperatura externo. Además de un niple macho de cobre de 1/4" de pulgada enroscado en la misma tapa, para la manguera de la entrada o salida del agua para el tanque de lastre del prototipo.

2.1.3. Conectores Secos

Se eligió un conector de aluminio de la misma aleación que las tapas, este conector tiene el mismo funcionamiento que las tapas, tiene un O-ring para hacer entre el y la cubierta del cable, este tiene una base que va atornillada a la tapa (por la parte trasera) y generar la presión para hacer el s⁻¹¹-



Figura 2.4: Tapa y Contratapa del Planeados

2.1.4. Thruster

El Thruster BTD150 de SeaBotix tiene la capacidad de funcionamiento a una profundidad de 150 metros. Este elemento adaptado en la parte posterior del fuselaje, el cual ejerce una fuerza en el movimiento longitudinal en el eje x del Planeador. Este Actuador emplea 12 v y un máximo de 2A.



Figura 2.5: Thruster del Planeador

El Thruster puede manejarse de manera constante con los resultados obtenidos en el trabajo [10] en el 2015. Donde se caracteriza la velocidad de este modelo de Thruster, y nos da una equivalencia del Controlador por Ancho de Pulsos (PWM) de 8-bits que manipula el thruster, obteniendo una curva de trabajo como la siguiente:

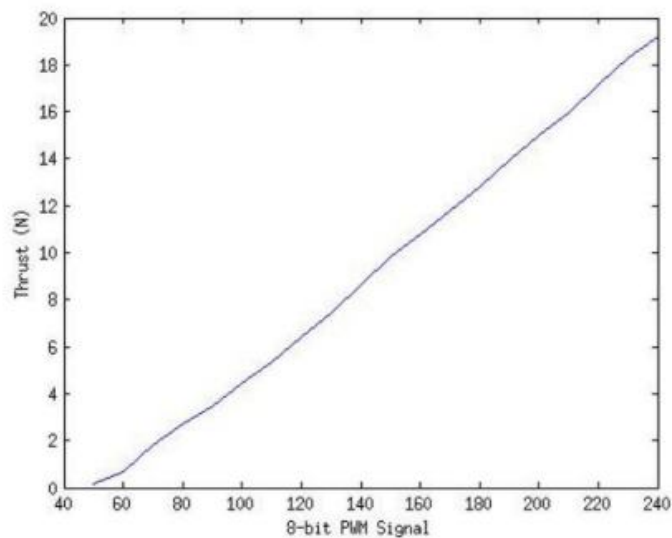


Figura 2.6: Curva de Desempeño del Thruster BTD150

2.1.5. Sensores externos

Sensor de Presión MS5803-14BA. La medición es importante para la posición del Planeador, ya que el sensor de presión nos permite calcular la profundidad a la que se encuentra, obteniendo una relación entre la presión hidrostática en el agua y la profundidad, con el sensor MS5803-14BA se puede obtener información de presión y temperatura varia debido a la profundidad.

La comunicación se realiza por medio de la interfaz I^2C con una resolución de 0.01 bar y un rango de medición de 0 a 14 bar, por lo que es útil para proporcionar mediciones hasta 130 metros, este rango y un bajo costo lo hacen ideal para aplicaciones en poca profundidad.



Figura 2.7: Sensor de Presión MS5803-14BA

Sensor de Temperatura. El LM35 es un sensor de temperatura con una precisión calibrada de $1\text{ }^{\circ}\text{C}$. Su rango de medición abarca desde $-55\text{ }^{\circ}\text{C}$ hasta $150\text{ }^{\circ}\text{C}$. La salida es lineal y cada grado Celsius equivale a 10 mV. El LM35 no requiere de circuitos adicionales para calibrarlo externamente. La baja impedancia de salida, su salida lineal y su precisa calibración hace posible que este integrado sea instalado fácilmente en un circuito de control. Debido a su baja corriente de alimentación se produce un efecto de auto calentamiento muy reducido. Se encuentra en diferentes tipos de encapsulado, el más común es el $TO - 92$, utilizado por transistores de baja potencia.

2.2. Elementos Internos del Planeador

La implementación está basado en el hecho de que el Planeador sea totalmente autónomo, por lo que cuenta baterías litio para otorgar energía, sensor de presión para obtener la profundidad del Prototipo en el agua, sensor de medición inercial **IMU** (Inertial Measurement Unit) por sus siglas en inglés, además de tanque de lastre y un Actuador lineal.

Para realizar la comunicación del submarino con el operador es por la computadora central de National Instruments [®] Modelo MyRIO 1900, así como de una tarjeta Arduino UNO

que permite conectar los sensores con la computadora principal sin perder velocidad en la toma de muestreo. En la Figura (2.8) se muestra la configuración principal de los elementos del Planeador.

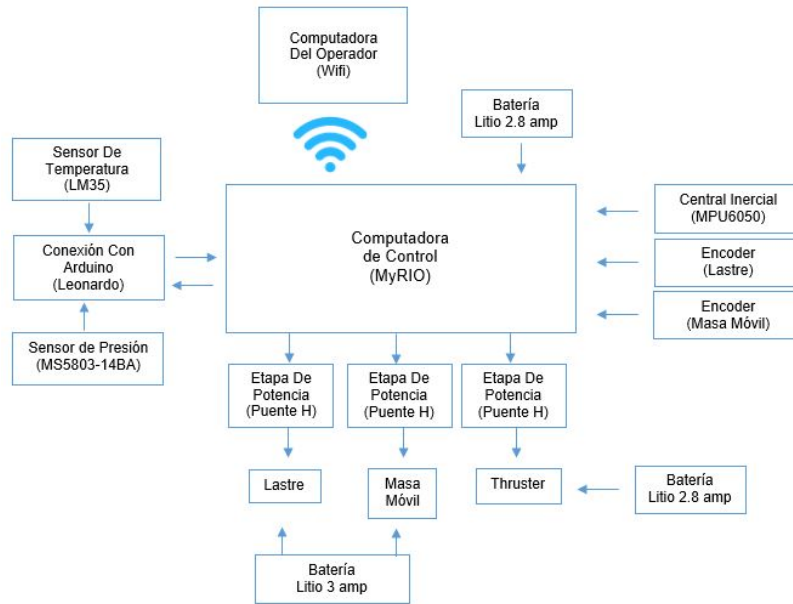


Figura 2.8: Conexión Interna del Planeador

2.2.1. Computadora Central

La computadora central se encargará de realizar la comunicación entre el operador y el Planeador. Esto a través la conexión WIFI que esta integrada a la tarjeta National Instruments® MyRIO 1900. Esta tarjeta cuenta con conexiones de tipo FPGA's con las cuales se puede interactuar con el dispositivo en tiempo real. La programación y ejecución de la tarea que realizará el submarino está desarrollada por el software LabVIEW®, de la misma empresa National Instruments®.

Este dispositivo también tiene un gran potencial en cuanto al tipo de comunicación y herramientas con las que cuenta, entre ellas destacan: 2 interfaz de comunicación de tipo I^2C , 40 líneas de entradas/salida digital, de ellas pueden ser 8 de tipo modulación de ancho de pulso por sus siglas en inglés PWM (Pulse-Width Module) y 8 de tipo encoder, 10 entradas analógicas y 6 salidas analógicas. Además de contar con 2 líneas de comunicación de tipo serial. Todas estas características, además del tipo de conexión por medio de FPGA's que permiten comunicarse y manipular los dispositivos y actuadores con los que cuenta el submarino con un procesador dual-core ARM Cortex-A9 con una velocidad de 0.8 Ghz hasta 2 Ghz.



Figura 2.9: Computadora de Control Interna del Planeador

2.2.2. Tarjeta Arduino UNO

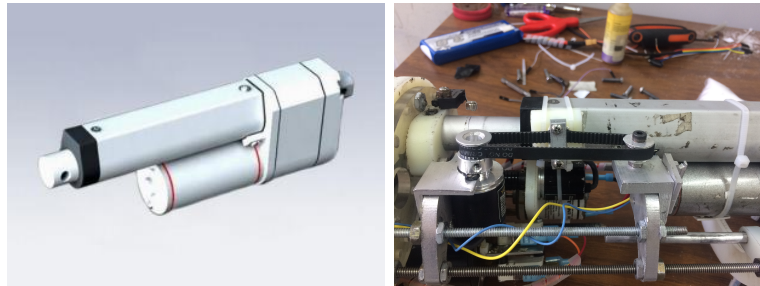
El procesamiento de la información del sensor de presión es a través de la tarjeta Arduino de tipo UNO, con una velocidad de 16 Megahertz. Esta tarjeta en código abierto por medio de microcontroladores Atmega 328 permite una rápida implementación de sensores y actuadores, debido a que cuenta con 14 entradas/salidas digitales de las cuales 6 pueden generar una salida de modulación de ancho de pulso (PWM), 6 entradas analógicas, cuenta con un puerto ISP que permite programar el microcontrolador por medio de Atmel Studio y comunicación serial a través de USB. Se emplean dos microcontroladores debido a que los sensores del vehículo requieren de tres interrupciones externas operando a más de 100 Hz, esto es una carga adicional al algoritmo necesario para implementar la ley de control y enviar los datos para su almacenamiento, cuyo tiempo de ejecución se ubica en alrededor de 160,000 ciclos de reloj.



Figura 2.10: Tarjeta Arduino

2.2.3. Actuador Lineal (Masa Móvil)

Se tiene un actuador de desplazamiento lineal capaz de desplazar 8 milímetros el centro de masa de la posición en x del Planeador realizando un desplazamiento en x_g . Se realizó la implementación de un sistema de poleas y banda dentada para mejorar la resolución. Este dispositivo tiene una resolución de aproximadamente $10 \mu m$ con una velocidad de 10 milímetros por segundo. El control sobre este dispositivo está realizado con la lectura de un encoder por medio de la tarjeta NI MyRIO, pasando por un driver que ejecuta el movimiento por medio de un PWM, La alimentación del Actuador lineal que es de 12 volts y 2 Amperes de corriente.



(a) Actuador Lineal

(b) Mecanismos de Posición

Figura 2.11: Sistema de la Masa Móvil.

2.2.4. Tanque de Lastre (Masa Variable)

Este prototipo cuenta con un tanque de lastre de 500 centímetros cúbicos que permite aumentar la masa del vehículo para ascender o descender en profundidad, además de tener un acoplamiento en la flecha del lastre con el cual se logra obtener una medida de la posición del mismo. El vástago se mueve por medio de un motor de corriente directa de 12 v con un consumo de corriente máximo de 2 Amperes, pasando de la misma manera que el actuador lineal por un driver que envía el control del motor por un PWM. Además cuenta con dos contactos los cuales son límites de carrera del vástago, estos son programados para que el tanque del lastre se vacíe al final de la tarea, así hacer que dispositivo emerge para la descarga de los datos obtenidos. Como nota importante en este dispositivo, el límite de profundidad es de 10 metros, por lo que la capacidad de profundidad del vehículo se ve reducida.



Figura 2.12: Sistema de Lastre (Masa Variable)

2.2.5. Drivers para los Actuadores (Etapa de Potencia)

Emplearon drivers VN3SP30 se puede trabajar con la etapa de potencia necesarias de cada motor al interior del vehículo, además de poder obtener el cambio de dirección de cada una de los motores y la velocidad necesaria por medio de PWM. Los puentes H permiten el control de los actuadores que tienen un voltaje de operación de 5.5 a 16 Volts y una capacidad de operación continua a 9 Amperes.



Figura 2.13: Etapa de Potencia

2.2.6. Sensores Internos

Sensor de Medición Inercial IMU MPU5060 Una medición importante a considerar para el buen funcionamiento del Planeador, ya que nos dará la información de la orientación del vehículo. El sensor utilizado es el MPU-6050, una central inercial que cuenta con un acelerómetro y un giroscopio de tres ejes, además, esta IMU tiene incorporada una unidad digital de procesamiento de movimiento (DMP) que implementa un algoritmo que fusiona la información del giroscopio y el acelerómetro y tiene la capacidad de proporcionar la posición del dispositivo en ángulos de Euler, o cuaterniones, con una frecuencia de hasta 100 Hz. La

información obtenida es mediante la comunicación I^2C de la tarjeta NI MyRIO procesando mediante el software LabVIEW y retomando la información en los ángulos de EULER. Con esto se puede medir principalmente el Ángulo de cabeceo (θ).

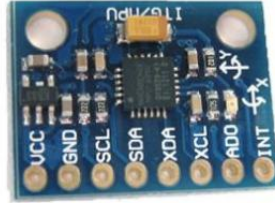


Figura 2.14: Central Inercial MPU5060

Sensor de Posición (Encoder). La aplicación de encoders en el tanque de lastre y la masa móvil es de gran importancia con el objetivo de tener el control de posición, el cual nos permite conocer con precisión el valor de la posición de la masa y estimar la variación en x_g debido al cambio de distribución de la masa provocado por el lastre, además de saber que tan lleno o vacío se encuentra el tanque de lastre. La medición de los encoder por medio de la tarjeta NI MyRIO permite obtener 1024 pulsos por revolución.



Figura 2.15: Etapa de Potencia

2.2.7. Baterías (Alimentación)

Una de las características de principal cuidado en los submarinos de tipo AUV es el consumo de la energía debido a que estos no cuentan con una interconexión para conseguir la energía necesaria para trabajar. En los vehículos submarinos de tamaño pequeño se trabaja comúnmente con baterías de polímero de litio, con la capacidad de trabajar a 2.8 Amper-hora que en tiempo de operación se traduce a 50 horas de autonomía.

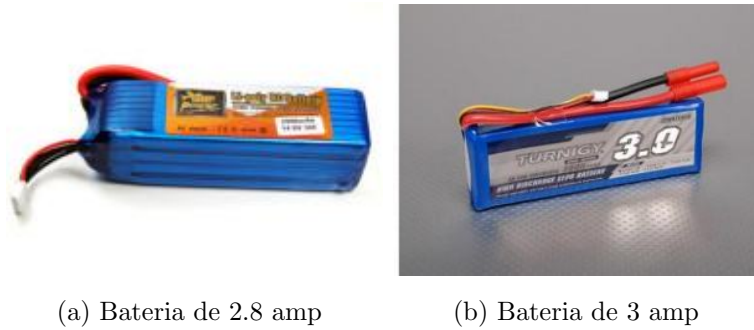


Figura 2.16: Alimentación del Planeador.

2.3. Hidrodinámica del Planeador

La estructura es principalmente un cilindro de acrílico 153 milímetros de diámetro que mantiene a los actuadores y dispositivos del prototipo. Este tiene una actuación con el medio acuático por medio de dos sujetadores en los extremos que hacen que el contacto con el agua se distribuya por el largo del submarino. Con pruebas realizadas con una simulación en CAD se puede observar cómo se distribuye la masa agregada que se obtiene del contacto con el medio a lo largo de todo el dispositivo.[6]

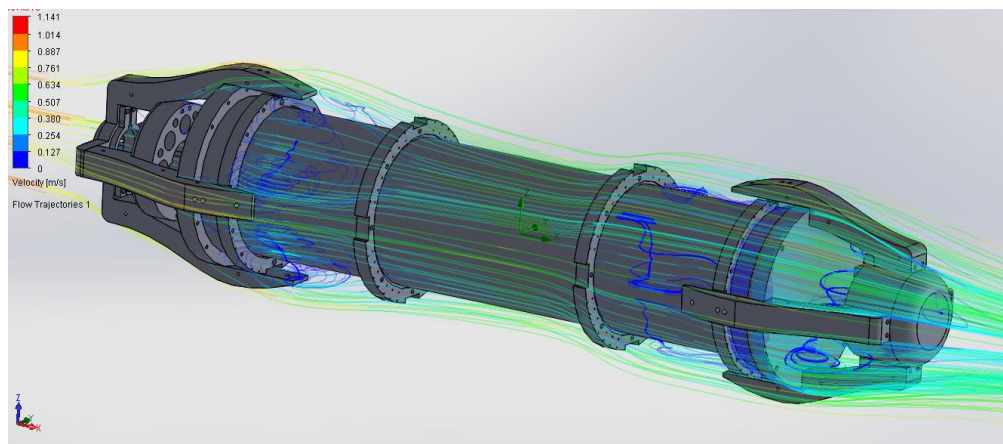


Figura 2.17: Análisis de hidrodinámica en la estructura del submarino

CAPÍTULO 3

MODELADO DE VEHÍCULOS SUBMARINOS

Modelar un **Vehículo Submarino** no es una tarea sencilla, ya que requiere del estudio de la estática y la dinámica del cuerpo rígido sumergido en un fluido, es común dividir este modelo en dos partes: **cinemática**, la que se refiere a como se mueve el **Vehículo Submarino** y la **dinámica**, que se refiere al análisis de la fuerzas que originan el movimiento. Cabe recordar que cuando representamos en ecuaciones un sistema físico, este sera solo una aproximación del sistema real y que la complejidad de esta representación dependerá de la aplicación deseada. Se han definido normas, estándares y convenciones a fin de homogeneizar las ideas e investigación científica sobre los **Vehículos Submarinos**, se utiliza la notación descrita por la **Sociedad de Arquitectos Navales e Ingenieros Marino de los Estados Unidos** (SNAME, por sus siglas en inglés). [11]

En la Tabla (3.1) se describe la notación más utilizada en Navegación Marítima y en Robótica Submarina para expresar la posición, orientación del vehículo y las fuerzas que se ejercen sobre el. Se presentan los nombres de los 6 grados de libertad del modelo utilizado en los **Vehículos Submarinos**. De esta manera, las tres primeras coordenadas y sus correspondientes derivadas describen la posición y la velocidad lineal a los largo de los ejes x , y y z , por otro lado, las ultimas tres coordenadas juntos con sus derivadas describen la orientación y las velocidades angulares entorno a los Ángulos de Euler.

GDL	Movimiento	Fuerzas y Momentos	Velocidades Lineales y Angulares	Posición y Orientación
1	Traslación en dirección - x (surge)	X	u	x
2	Traslación en dirección - y (sway)	Y	v	y
3	Traslación en dirección - z (heave)	Z	w	z
4	Rotación sobre el eje - x (roll)	K	p	ϕ
5	Rotación sobre el eje - y (pitch)	M	q	θ
6	Rotación sobre el eje - z (yaw)	N	r	ψ

Tablas 3.1: Notación usada en vehículos marinos

3.1. Marcos de Referencia

Para obtener la representación matemática, lo primero es definir los marcos de referencia principales, lo cual facilitara la definición de las posiciones y velocidades de un sistema relativo a otro. En la Figura (3.1) se muestra la identificación de los marcos de referencia con los que cuenta el Planeador, así como la identificación de los ejes coordenados y sus grados de libertad que se pueden encontrar en la robótica submarina. [2]

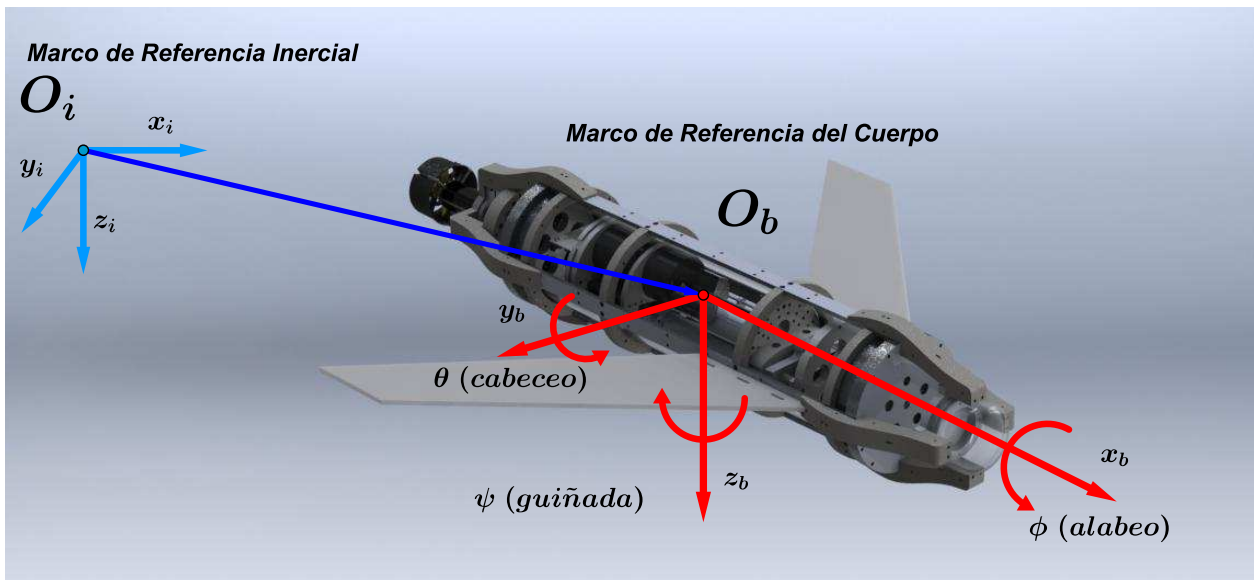


Figura 3.1: Marcos de Referencia del Planeador

Con la identificación de los marcos de referencia se puede realizar el análisis de los movimientos de traslación y de rotación que el vehículo submarino puede realizar.

Marco inercial centrado en la tierra: ECI (Earth-Centered Inertial) $\{i\} = \{X_i, Y_i, Z_i\}$

Es un marco el cual tiene de origen O_i fijo en el centro de la Tierra, además se considera inercial, esto es, un marco de referencia no acelerado donde las leyes de Newton son válidas.

Marco Norte, Este y Profundidad: NED (North-East-Down) $\{n\} = \{X_n, Y_n, Z_n\}$

En este marco relativo el eje Z apunta en dirección hacia abajo y es perpendicular al plano tangente con la superficie de la tierra de la posición en donde se encuentre el vehículo submarino, el eje X apunta en dirección del Norte magnético y por último el eje Y apunta en dirección Este para completar un sistema coordenado ortogonal de la mano derecha. Con centro en O_n . Este marco de referencia puede ser considerado como un marco inercial para

aquellos vehículos que se desplazan con una velocidad baja despreciando la rotación de la tierra.

Marco fijo en el cuerpo: BODY El marco fijo en el cuerpo $\{b\} = \{X_b, Y_b, Z_b\}$ es aquel fijo al vehículo, el cual se traslada y rota libre con respecto al **marco relativo NED** con los ejes x, y, z usualmente coincidiendo con los ejes principales de inercia. El eje x apunta en dirección hacia adelante, el eje y apunta hacia estribor y el eje z apunta hacia abajo. Expresa directamente las velocidades lineales del vehículo, con el origen fijado en O_b . Para el modelado de vehículos planeadores se elige el origen en el marco $\{b\}$ coincida con el centro de flotabilidad (C_B).

Marco en los actuadores: Thrust. El marco fijo en los actuadores $\{t\} = \{X_t, Y_t, Z_t\}$ es aquel que representan las fuerzas ejercidas por los propulsores o propelas. Este sistema coordinado es ortogonal y sus ejes son definidos al marco del cuerpo $\{b\}$

Para nuestro estudio, definiremos al marco de referencia **NED** como el marco inercial $\{i\}$ y el marco de referencia del cuerpo **BODY** como $\{b\}$

3.2. Modelo Cinemático de Vehículos Submarinos

Las ecuaciones de movimiento se representan en forma vectorial para poder explotar las propiedades físicas del modelo. Ya que con esto se reduce el numero de coeficientes necesarios para el control. Se considera el siguiente modelo como lo realiza Thor I. Fossen [11].

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau + \tau_{olas} + \tau_{viento}$$

Este modelo contiene en su estructura los seis grados de libertad de los vehículos submarino representado en una forma vectorial. Donde:

- M es una matriz que representa la inercia del sistema
- $C(\nu)$ es la matriz que denota el efecto de Coriolis del sistema
- $D(\nu)$ representa los efectos de amortiguamiento y arrastre debido al medio
- $g(\eta)$ es el vector de fuerzas de gravitacionales y de flotabilidad que están en el sistema
- τ representa el vector generalizado de fuerza y momentos para los 6 grados de libertad.

Así que el modelo queda representado por las ecuaciones (3.1) y (3.2) de la dinámica del Planeador.

$$\dot{\eta} = J_{\theta}(\eta)\nu \quad (3.1)$$

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau + \tau_{olas} + \tau_{viento} \quad (3.2)$$

En donde:

$$\eta = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T \quad (3.3)$$

$$\nu = [u, v, w, p, q, r]^T \quad (3.4)$$

Obteniendo que (η) representa la posición y orientación del Planeador con respecto al Marco de Referencia Inercial $\{n\}$, (ν) representa las velocidades lineales y angulares en el Marco Referencia del Cuerpo $\{b\}$.

El eje x esta definido longitudinalmente y también se llama línea de crujía que va imaginariamente de proa a popa o la parte frontal a la parte trasera del vehículo. El eje y esta definido transversalmente y va imaginariamente de estribor a babor o de la parte izquierda a la parte derecha. El eje z esta definido verticalmente por una línea imaginaria que va de la parte inferior a la parte superior del vehículo.[8]

Con esto se puede realizar las siguientes relaciones entre los marcos de referencia:

$v_{b/n}^b$ = Velocidad lineal del punto O_b con respecto a $\{b\}$ expresada en $\{n\}$.

$\omega_{b/n}^b$ = Velocidad angular del punto O_b con respecto a $\{b\}$ expresada en $\{n\}$.

f_b^n = Fuerza con acción a través del punto O_b con respecto en $\{n\}$.

m_b^n = Momento al rededor del punto O_b con respecto en $\{n\}$.

Θ_{nb} = Ángulos de Euler entre $\{n\}$ y $\{b\}$.

Se puede expresar la siguiente notación vectorial:

$$\text{Posición en NED } p_{b/n}^n = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^3 \quad \text{Ángulos de Euler } \Theta_{nb} = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \in S^3$$

$$\text{Velocidad Lineal en } \{b\} \quad v_{b/n}^b = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^3 \quad \text{Velocidad Angular en } \{b\} \quad \omega_{b/n}^b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^3$$

$$\text{Fuerzas externas en } \{b\} \quad f_b^n = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^3 \quad \text{Momentos externos en } \{b\} \quad m_b^n = \begin{bmatrix} K \\ M \\ N \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^3$$

En donde \mathfrak{R}^3 es el espacio Euclidiano de dimensión tres y S^3 denota una esfera en forma tridimensional. Entonces los vehículos submarinos describen el movimiento de sus 6 GDL con el origen O_b como los siguientes vectores:

$$\eta = \begin{bmatrix} p_{b/n}^n \\ \Theta_{nb} \end{bmatrix} \quad \nu = \begin{bmatrix} \nu_{b/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{bmatrix} \quad \tau = \begin{bmatrix} f_b^n \\ m_b^n \end{bmatrix}$$

3.2.1. Matriz de Transformación de Coordenadas

Para realizar la transformación entre el sistema el cuerpo $\{b\}$ y el sistema NED $\{n\}$ se realiza por la matriz de rotación R , entro dos marcos a hacia b , se denota de la siguiente manera R_b^a . Siendo un elemento de $SO(3)$ que es un grupo especial ortogonal de orden 3.[8]

$$SO(3) = \{ R \mid R \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}; R \text{ es ortogonal y } \det(R) = 1 \}$$

El grupo especial $SO(3)$ es un subconjunto de todas las matrices ortogonales de orden 3 ($SO(3) \subset O(3)$), en donde $O(3)$ esta definida como:

$$O(3) = \{ R \mid R \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}; RR^T = R^T R = I \}$$

Propiedad importante de la matriz de Rotación:

$$RR^T = R^T R = I; \det(R) = 1 \quad (3.5)$$

Con esto R es ortogonal, además, la matriz inversa de rotación es igual a su transpuesta.

$$R^{-1} = R^T$$

Sea $V_{b/n}^b$ un vector fijo en $\{b\}$ y $V_{b/n}^n$ un vector fijo en $\{n\}$, Entonces el vector $V_{b/n}^n$ puede estar en términos del vector $V_{b/n}^b$, el vector unitario $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$, con norma 1, paralelo al eje de rotación y sea β el ángulo de rotación en $\{n\}$.

La rotación se representa de la siguiente manera:

$$V_{b/n}^n = R_b^n V_{b/n}^b, R_b^n := R_{\lambda, \beta} \quad (3.6)$$

Donde $R_{\lambda, \beta}$ es la rotación correspondiente a un ángulo de rotación β alrededor del eje λ .

$$R_{\lambda, \beta} = I_{3 \times 3} + \sin(\beta) S(\lambda) + [1 - \cos(\beta)] S^2(\lambda) \quad (3.7)$$

En donde $I_{3 \times 3}$ es la matriz identidad y $S(\lambda)$ es la matriz anti-simétrica definida de la siguiente forma:

$$S(\lambda) = -S(\lambda) = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_3 & -\lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ \lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Debido a que λ es un vector unitario se tiene que $S^2(\lambda) = \lambda\lambda^T - I$. Además de que se puede desarrollar (3.7) en las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} R_{11} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_1^2 + \cos(\beta) \\ R_{22} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_2^2 + \cos(\beta) \\ R_{33} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_3^2 + \cos(\beta) \\ R_{12} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_1\lambda_2 + \cos(\beta) \\ R_{21} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_2\lambda_1 + \cos(\beta) \\ R_{23} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_2\lambda_3 + \cos(\beta) \\ R_{32} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_3\lambda_2 + \cos(\beta) \\ R_{31} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_3\lambda_1 + \cos(\beta) \\ R_{13} &= [1 - \cos(\beta)]\lambda_1\lambda_3 + \cos(\beta) \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.2.2. Transformación a Ángulos de Euler

Los ángulos de Euler, son Alabeo (ϕ), Cabeceo (θ) y Guiñada (ψ) pueden ser empleados para descomponer el vector de velocidad $V_{b/n}^b$ fijo en $\{b\}$, al marco de referencia $\{n\}$, por lo que: Sea $R_b^n(\theta_{nb}) : S^3 \rightarrow SO(3)$ la matriz de rotación en función de $\Theta_{nb} = [\phi, \theta, \psi]^T$

Entonces:

$$V_{b/n}^n = R_b^n(\Theta_{nb})V_{b/n}^b \quad (3.10)$$

De aquí se obtienen las rotaciones principales, las matrices de rotación alrededor de los ejes principales. Las cuales pueden ser obtenidas fijando $\lambda = [1, 0, 0]^T$, $\lambda = [0, 1, 0]^T$ y $\lambda = [0, 0, 1]^T$ que corresponden a los ejes x, y y z además de $\beta = \phi$, $\beta = \theta$ y $\beta = \psi$ respectivamente para la formula dada en la ecuación (3.7). Obteniendo las siguientes matrices de rotación:

$$R_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \quad R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

En donde $s = \text{sen}(\bullet)$ y $c = \text{cos}(\bullet)$

3.2.3. Transformación de la velocidad lineal

Se define $R_b^n(\Theta_{nb})$ como las tres principales rotaciones con respecto a los ejes z, y, x debido a las convenciones establecidas. En navegación y sistemas de control para aplicaciones de orientación es común utilizar esta convención z, y, x de $\{n\}$ a $\{b\}$ dada en términos de los Ángulos de Euler (ϕ, θ, ψ) denotándola como $R_n^b(\Theta_{nb}) = R_b^n(\Theta_{nb})^T$, representando la rotación en secuencia de la siguiente forma:

$$R_b^n(\Theta_{nb}) := R_{z,\psi} R_{y,\theta} R_{x,\phi} \quad (3.12)$$

Obteniendo una transformación inversa, aplicando la propiedad de la matriz de transformación, descrita anteriormente.

$$R_b^n(\Theta_{nb})^{-1} = R_n^b(\Theta_{nb}) := R_{x,\phi}^T R_{y,\theta}^T R_{z,\psi}^T \quad (3.13)$$

En la Figura (3.2) se muestra las tres principales rotaciones, que a continuación se describe en el análisis de T. Fossen. [11]

- Se observa en la Figura (3.2a). Sea x_3, y_3, z_3 el sistema coordenado obtenido por la traslación del sistema coordenado $\{n\} = (x_n y_n z_n)$. Se encuentra paralelo a sí mismo, hasta que su origen coincida con el origen en el sistema de coordenadas fijado en el cuerpo. Se realiza una rotación en x_3, y_3, z_3 con el ángulo de guiñada (ψ) alrededor del eje z_3 , dando como resultado el sistema coordenado x_2, y_2, z_2 .
- Se observa en la Figura (3.2b). El nuevo sistema x_2, y_2, z_2 es rotado un ángulo de cabeceo (θ) alrededor del eje y_2 , obteniendo al sistema coordenado x_1, y_1, z_1 .
- Se observa en la Figura (3.2c). Finalmente, el sistema coordenado x_1, y_1, z_1 es rotado un ángulo de alabeo (ϕ) con respecto al eje x_1 , resultando es el sistema fijado en el cuerpo con coordenadas x_b, y_b, z_b .

Realizando una expansión de la ecuación (3.13) se obtiene el siguiente término para la matriz de rotación:

$$R_b^n(\theta_{nb}) = \begin{bmatrix} c\phi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi s\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

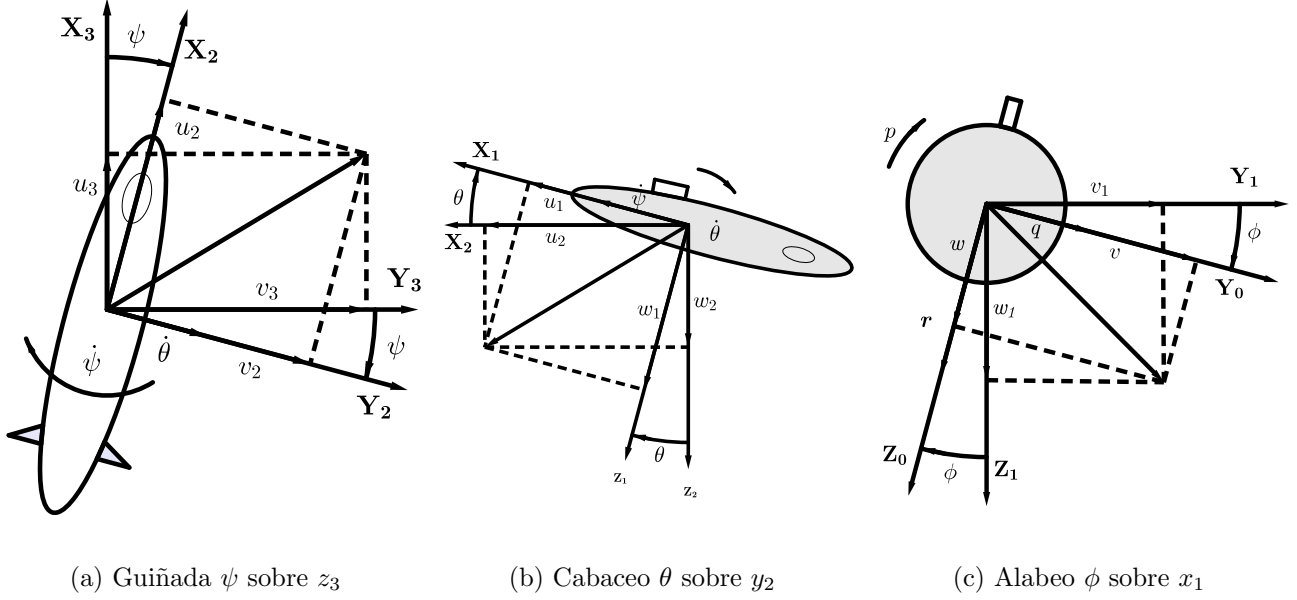


Figura 3.2: Rotaciones de los Ángulos de Euler convención z, y, x

La expresión anterior puede simplificarse para ángulos pequeños $\delta_\phi, \delta_\theta$ y δ_ψ :

$$R_b^n(\delta\theta_{nb} \approx I_{3 \times 3} + S(\delta\theta_{nb})) = \begin{bmatrix} 1 & -\delta_\psi & \delta_\theta \\ \delta_\psi & 1 & -\delta_\phi \\ -\delta_\theta & \delta_\phi & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

El vector $v_{b/n}^b$ de velocidad fijo en $\{b\}$ puede expresarse en $\{n\}$ mediante la siguiente expresión:

$$\boxed{\dot{p}_{b/n}^n = R_b^n(\theta_{nb})v_{b/n}^b} \quad (3.16)$$

En donde $\dot{p}_{b/n}^n$ es el vector de velocidad en las coordenadas fijadas en el sistema inercial $\{n\}$.

Además, de que el resultado anterior puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{N} &= u \cos(\psi) \cos(\theta) + v[\cos(\psi) \sin(\theta) \sin(\phi) - \sin(\psi) \sin(\phi)] \\ &\quad + w[\sin(\psi) \sin(\phi) + \cos(\psi) \cos(\phi) \sin(\theta)] \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \dot{E} &= u \sin(\psi) \cos(\theta) + v[\cos(\psi) \cos(\phi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi)] \\ &\quad + w[\sin(\theta) \sin(\psi) \cos(\phi) - \cos(\psi) \sin(\phi)] \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\dot{D} = -u \sin(\theta) + v \cos(\theta) \sin(\phi) + w \cos(\theta) \cos(\phi) \quad (3.19)$$

La transformación inversa para la velocidad se puede escribir del siguiente modo:

$$\boxed{v_{b/n}^b = R_b^n(\theta_{nb})^{-1} \dot{p}_{b/n}^n = R_b^n(\theta_{nb})^T \dot{p}_{b/n}^n} \quad (3.20)$$

3.2.4. Transformación de la velocidad angular

La matriz de transformación $T_{\Theta} = (\Theta_{nb})$ relaciona el vector de velocidad angular fijo en el cuerpo $\omega_{b/n}^b = [p, q, r]^T$ con el vector de velocidad de los ángulos de Euler $\dot{\Theta} = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]$ con la siguiente forma:

$$\boxed{\dot{\Theta}_{nb} = T_{\Theta}(\Theta_{nb})\omega_{b/n}^b} \quad (3.21)$$

Debido a que el vector $\omega_{b/n}^b = [p, q, r]^T$ no puede integrarse directamente para obtener coordenadas angulares reales. La matriz de transformación $T_{\Theta} = (\Theta_{nb})$ puede reescribirse de diferentes formas:

$$\omega_{b/n}^b = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\phi}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\phi}^T R_{y,\theta}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = T_{\Theta}^{-1}(\Theta_{nb})\dot{\Theta}_{nb} \quad (3.22)$$

Realizando un análisis a la Figura (3.2) presentado en la ecuación (3.23) puede tomar la siguiente forma:

$$T_{\Theta}^{-1}(\Theta_{bn}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\theta s\phi \\ 0 & -s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \Rightarrow T_{\Theta}(\Theta_{bn}) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

En dónde $s = \text{sen}(\bullet)$, $c = \text{cos}(\bullet)$ y $t = \text{tan}(\bullet)$. De la expansión de (3.22) se obtiene que

$$\dot{\phi} = p + q\sin(\phi)\tan(\theta) + r\cos(\phi)\tan(\theta) \quad (3.24)$$

$$\dot{\theta} = q\cos(\phi) - \sin(\phi) \quad (3.25)$$

$$\dot{\psi} = q\frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} + r\frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)}, \quad \theta \neq \pm 90^\circ \quad (3.26)$$

Realizando la nota principal de que el ángulo de Pitch no está definido en $\theta \neq \pm 90^\circ$ porque no cumple con la propiedad de la matriz de rotación. Pero en el análisis de los vehículos submarinos este detalle es evitado debido a que se trabaja en ángulos pequeños. Para ángulos pequeños $\delta_\phi, \delta_\theta$ y δ_ψ , se obtiene la matriz de transformación

$$T_{\Theta}\delta\Theta_{nb} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & \delta_\theta \\ 0 & 1 & -\delta_\phi \\ 0 & \delta_\phi & 1 \end{bmatrix}$$

Para encontrar la relación entre los análisis vectoriales en las ecuaciones cinemáticas en 6 grados de libertad pueden expresarse en forma vectorial de la siguiente manera:

$$\dot{\eta} = J_{\Theta}(\eta)v$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{b/n}^n \\ \dot{\Theta}_{nb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_b^n(\Theta_{nb}) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T_{\Theta}(\Theta_{nb}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{b/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

En donde $\eta \in \mathbb{R}^3 \times S^3$ y $v \in \mathbb{R}^6$

3.3. Dinámica del Cuerpo de Vehículos Submarinos

La dinámica que presentan los vehículos submarinos, se representa de la misma manera que la dinámica que presenta un cuerpo rígido, con la adición del análisis de hidrodinámica e hidrostática que tiene el vehículo submarino debido al medio acuático. [11]. Por lo cual es importante definir los vectores de referencia de la dinámica a un sistema de coordenadas, como se observa en la siguiente figura:

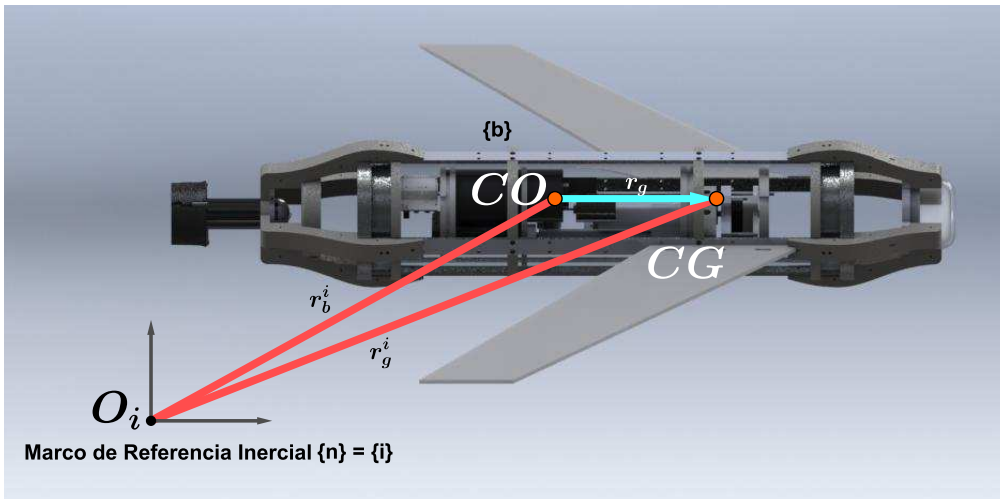


Figura 3.3: Centro de Origen de $\{b\}$ y Gravedad respecto al marco de Referencia Inercial $\{n\}$

Donde CO representa el centro en el origen del vehículo asignado para realizar los sistemas de guía navegación y control, y CG representa el centro de gravedad. Donde estos puntos coinciden si es que el vector $\vec{r}_g = 0$, además de fijar el punto CO debido a que CG se moverá con la carga en el vehículo.

3.3.1. Ecuaciones de movimiento de Newton-Euler sobre CG

El modelado del vehículo submarino se formula por la segunda ley de Newton, la cual es una relación de la masa la aceleración y la fuerza como se puede observar en la siguiente ecuación:

$$m\dot{\vec{v}}_{g/i} = \vec{f}_g \quad (3.28)$$

En donde $\vec{v}_{g/i}$ es la velocidad con la que se mueve el centro de gravedad con respecto al marco inercial $\{i\}$. De la ecuación (3.29) también puede deducirse que si no se presenta una fuerza ($\vec{f}_g = \vec{0}$), el cuerpo rígido tomará una velocidad constante ($\vec{v}_{g/i} = \text{constante}$) o el cuerpo se encuentra en reposo ($\vec{v}_{g/i} = \vec{0}$), cumpliendo con la primera ley de Newton.[7]

Axiomas de Euler

Euler demostró que su segunda ley puede ser expresada en términos de conservación del momento lineal (\vec{p}_g) y momento angular (\vec{h}_g), como:

$$\frac{{}^i d}{dt} \vec{p}_g = \vec{f}_g \quad \vec{p}_g = m\vec{v}_{g/i} \quad (3.29)$$

$$\frac{{}^i d}{dt} \vec{h}_g = \vec{m}_g \quad \vec{h}_g = I_g \vec{\omega}_{b/i} \quad (3.30)$$

En donde \vec{f}_g y \vec{m}_g son las fuerzas y momentos actuando sobre el centro de gravedad, $\vec{\omega}_{b/i}$ es la velocidad angular de $\{b\}$ con respecto a $\{i\}$ e I_g es la inercia que se presenta sobre el centro de gravedad (CG). ${}^i d/dt$ es la derivada con respecto del tiempo que se presenta en el marco de inercia $\{i\}$. Ahora se realizan las siguientes suposiciones:

- El vehículo submarino es rígido.
- El marco de referencia norte-este-profundidad es un marco inercial. $\{n\}=\{i\}$

Con esto se considera que las fuerzas no actúan como elementos individuales de masa, además se puede eliminar la fuerza que ejerce la tierra, dando como resultado las siguientes ecuaciones:

$$\vec{v}_{g/i} \approx \vec{v}_{g/n} \quad (3.31)$$

$$\vec{\omega}_{b/i} \approx \vec{\omega}_{b/n} \quad (3.32)$$

La derivación con respecto al tiempo del vector \vec{a} en un marco de referencia móvil $\{b\}$ satisface

$$\frac{{}^i d}{dt} \vec{a} = \frac{{}^b d}{dt} \vec{a} + \vec{\omega}_{b/i} \times \vec{a} \quad (3.33)$$

En donde la derivación con respecto al tiempo en $\{b\}$ es

$$\dot{\vec{a}} := \frac{{}^b d}{dt} \vec{a} \quad (3.34)$$

Concluyendo que es conveniente usar un marco de referencia que se fija en el marco de referencia de la tierra o usar el marco de rotación de la tierra. Con estas suposiciones se considera que las fuerzas de rotación de la tierra son muy pequeñas con respecto a las fuerzas hidrodinámicas.

3.3.2. Movimiento traslacional respecto a CG

De la Figura (3.3) se consigue la siguiente relación

$$\vec{r}_{g/i} = \vec{r}_{b/i} + \vec{r}_g \quad (3.35)$$

En donde es el vector de distancia de CO (origen O_b) al centro de gravedad CG. Considerando que el marco de referencia n es inercial, implica que (3.36) puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\vec{r}_{g/n} = \vec{r}_{b/n} + \vec{r}_g \quad (3.36)$$

Derivando $\vec{r}_{g/n}$ en el marco de referencia móvil $\{b\}$, empleando (3.36), resulta lo siguiente:

$$\vec{v}_{g/n} = \vec{v}_{b/n} + \left(\frac{{}^b d}{dt} \vec{r}_g + \vec{\omega}_{b/n} \times \vec{r}_g \right) \quad (3.37)$$

Considerando un vehículo de cuerpo rígido, el centro de gravedad CG satisface que

$$\frac{{}^b d}{dt} \vec{r} = \vec{0} \quad (3.38)$$

De modo que

$$\vec{v}_{g/n} = \vec{v}_{b/n} + \vec{\omega}_{b/n} \times \vec{r}_g \quad (3.39)$$

Del primer axioma de Euler se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \vec{f}_g &= \frac{{}^i d}{dt} (m \vec{v}_{g/i}) \\ &= \frac{{}^i d}{dt} (m \vec{v}_{g/n}) \\ &= \frac{{}^b d}{dt} (m \vec{v}_{g/n}) + m \vec{\omega}_{b/n} \times \vec{v}_{g/n} \\ &= m (\dot{\vec{v}}_{g/n} + \vec{\omega}_{b/n} \times \vec{v}_{g/n}) \end{aligned} \quad (3.40)$$

Finalmente, los vectores pueden expresarse en el marco $\{b\}$ de modo que el movimiento trasnacional con respecto a CG se escribe de la siguiente forma:

$$\boxed{m[\dot{\nu}_{g/n}^b + S(\omega_{b/n}^b)\nu_{b/n}^b] = f_g^b} \quad (3.41)$$

En donde el producto cruz se escribe en forma matricial, empleando la matriz antisimétrica (3.11), esto es $S(\omega_{b/n}^b)\nu_{g/n}^b = \omega_{b/n}^b \times \nu_{b/n}^b$

3.3.3. Movimiento rotacional respecto a CG

De la misma forma que en el movimiento traslacional, el análisis proviene de la segunda ley de Newton, de (3.33) se tiene que:

$$\begin{aligned} \vec{m}_g &= \frac{{}^i d}{dt}(I_g \vec{\omega}_{b/i}) \\ &= \frac{{}^i d}{dt}(I_g \vec{\omega}_{b/n}) \\ &= \frac{{}^b d}{dt}(I_g \vec{\omega}_{b/n}) + \vec{\omega}_{b/n} \times (I_g \vec{\omega}_{b/n}) \\ &= I_g \dot{\vec{\omega}}_{b/n} - (I_g \vec{\omega}_{b/n}) \times \vec{\omega}_{b/n} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Por lo tanto

$$\boxed{I_g \dot{\vec{\omega}}_{b/n} - S(I_g \omega_{b/n}^b) \omega_{b/n}^b = \vec{m}_g^b} \quad (3.43)$$

El último término procede de que $S(I_g \omega_{b/n}^b) \omega_{b/n}^b = (I_g \omega_{b/n}^b) \times \omega_{b/n}^b$. Esta expresión es conocida como ecuaciones de Euler.

Matriz de Inercia

La matriz de inercia I_g con respecto al centro de gravedad CG se define como:

$$I_g = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad I_g = I_g^T > 0 \quad (3.44)$$

En donde I_x, I_y, I_z son los momentos de inercia con respecto a los ejes x_b, y_b y z_b , e $I_{xy} = I_yx, I_{xz} = I_zx, I_{yz} = I_zy$, son los productos de inercia que se encuentran de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} I_x &= \int_u (y^2 + z^2) \rho_m dV & I_{xy} &= \int_u xy \rho_m dV = \int_u yx \rho_m dV = I_{yx} \\ I_y &= \int_u (x^2 + z^2) \rho_m dV & I_{xz} &= \int_u xz \rho_m dV = \int_u zx \rho_m dV = I_{zx} \\ I_z &= \int_u (x^2 + y^2) \rho_m dV & I_{yz} &= \int_u yz \rho_m dV = \int_u zy \rho_m dV = I_{zy} \end{aligned} \quad (3.45)$$

3.3.4. Ecuaciones de Movimiento respecto a CG

Las ecuaciones (3.41) y (3.43) pueden escribirse en forma matricial de la siguiente forma:

$$M_{RB}^{CG} \begin{bmatrix} \dot{v}_{g/n}^b \\ \dot{\omega}_{b/n}^b \end{bmatrix} + C_{RB}^{CG} \begin{bmatrix} v_{g/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_g^b \\ m_g^b \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

O:

$$\begin{bmatrix} mI_{3x3} & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & I_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_{g/n}^b \\ \dot{\omega}_{b/n}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mS(\omega_{b/n}^b) & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & -S(I_g \omega_{b/n}^b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{g/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_g^b \\ m_g^b \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

3.3.5. Ecuaciones de Movimiento de Newton-Euler con respecto a CO.

Realizando la ubicación de CO en un punto arbitrario, esto permite tomar ventaja de las propiedades geométricas del vehículo. A partir de (3.39) se tiene que

$$\begin{aligned} v_{g/n}^b &= v_{b/n}^b + \omega_{b/n}^b \times r_g^b \\ &= v_{b/n}^b - r_g^b \times \omega_{b/n}^b \\ &= v_{b/n}^b + S^T(r_g^b) \omega_{b/n}^b \end{aligned} \quad (3.48)$$

De esto se obtiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} v_{b/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{bmatrix} = H(r_g^b) \begin{bmatrix} v_{g/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

En donde $r_g^b = [x_g, y_g, z_g]^T$ y $H(r_g^b) \in \mathfrak{R}^3$ es la siguiente matriz de transformación:

$$H(r_g^b) := \begin{bmatrix} I_{3x3} & S^T(r_g^b) \\ 0_{3x3} & I_{3x3} \end{bmatrix} \quad H^T(r_g^b) := \begin{bmatrix} I_{3x3} & 0_{3x3} \\ S(r_g^b) & I_{3x3} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Ahora, empleando (3.42) para transformar (3.45) de CG a CO se obtiene que

$$H^T(r_g^b) M_{RB}^{CG} H(r_g^b) \begin{bmatrix} \dot{v}_{b/n}^b \\ \dot{\omega}_{b/n}^b \end{bmatrix} + H^T(r_g^b) C_{RB}^{CG} H(r_g^b) \begin{bmatrix} v_{b/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{bmatrix} = H^T(r_g^b) \begin{bmatrix} f_g^b \\ m_g^b \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Se definen las nuevas matrices en CO del modo siguiente:

$$M_{RB}^{CO} = H^T(r_g^b) M_{RB}^{CG} H(r_g^b) \quad (3.52)$$

$$C_{RB}^{CO} = H^T(r_g^b) C_{RB}^{CG} H(r_g^b) \quad (3.53)$$

Expandir las ecuaciones anteriores da como resultado que

$$M_{RB}^{CO} = \begin{bmatrix} mI_{3x3} & -mS(r_g^b) \\ mS(r_g^b) & I_g - mS^2(r_g^b) \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

$$C_{RB}^{CO} = \begin{bmatrix} mS(\omega_{b/n}^b) & -mS(\omega_{b/n}^b)S(r_g^b) \\ mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b) & -S((I_g - mS^2(r_g^b))\omega_{b/n}^b) \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

De donde se tiene en siguiente hecho:

$$mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b)S^T(r_g^b)\omega_{b/n}^b - S(I_g\omega_{b/n}^b)\omega_{b/n}^b \equiv S((I_g - mS^2(r_g^b))\omega_{b/n}^b) \quad (3.56)$$

3.3.6. Movimiento traslacional con respecto a CO.

De (3.51), (3.54) y (3.55), se tiene que el movimiento traslacional con respecto a CO satisface que

$$m[v_{b/n}^b + S^T(r_g^b)\dot{\omega}_{b/n}^b + S(\omega_{b/n}^b)v_{b/n}^b + S(\omega_{b/n}^b)S^T(r_g^b)\omega_{b/n}^b] = f_g^b \quad (3.57)$$

Ya que el movimiento traslacional es independiente del punto de aplicación de la fuerza externa $f_g^n = f_g^b$, se tiene que

$$\boxed{m[v_{b/n}^b + S^T(\dot{\omega}_{b/n}^b)r_g^b + S(\omega_{b/n}^b)v_{b/n}^b + S^2(\omega_{b/n}^b)(r_g^b)] = f_b^b} \quad (3.58)$$

3.3.7. Movimiento rotacional con respecto de CO.

De la definición del teorema de ejes paralelos, el cual establece que la matriz de inercia $I_b = I_b^T \in \mathfrak{R}^3$ con respecto a un origen arbitrario O_b es dada por

$$I_b = I_g - mS^2(R_g^b) = I_g - m(r_g^b(r_g^b)^T) - (r_g^b)^T r_g^b I_{3x3} \quad (3.59)$$

Replanteando los términos en el extremo inferior derecho de (3.54) y (3.55) con ayuda del teorema de ejes paralelos se obtiene que

$$I_g + mS(r_g^b)S^T(r_g^b) = I_g - mS^2(r_g^b) = I_b \quad (3.60)$$

Empleando la identidad de Jacobi en el término cuadrático de (3.55), se tiene que:

$$S(r_g^b)(\omega_{b/n}^b)S^T(r_g^b)\omega_{b/n}^b = -S(\omega_{b/n}^b)S^2(r_g^b)\omega_{b/n}^b \quad (3.61)$$

De modo que se obtiene lo siguiente:

$$mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b)S^T(r_g^b)\omega_{b/n}^b + S(\omega_{b/n}^b)I_b\omega_{b/n}^b = S(\omega_{b/n}^b)I_b\omega_{b/n}^b \quad (3.62)$$

Donde el movimiento rotacional con respecto a CO es dado por la última fila de (3.51), de modo que

$$I_b\dot{\omega}_{b/n}^b + S(\omega_{b/n}^b)I_b\omega_{b/n}^b + mS(r_g^b)\dot{\nu}_{b/n}^b + mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b)\nu_{b/n}^b = m\dot{b}^b \quad (3.63)$$

En donde el momento con respecto de CO es:

$$\begin{aligned} m_b^b &= m_g^b + r_g^b \times f_g^b \\ &= m_g^b + S(r_g^b)f_g^b \end{aligned} \quad (3.64)$$

La ecuación (3.64), puede escribirse en la siguiente forma:

$$\boxed{I_b\dot{\omega}_{b/n}^b + \omega_{b/n}^b \times I_b\omega_{b/n}^b + m(r_g^b) \times (\dot{\nu}_{b/n}^b + \omega_{b/n}^b \times \nu_{b/n}^b) = m\dot{b}^b} \quad (3.65)$$

3.4. Ecuaciones de movimiento de Cuerpo Rígido

Ecuaciones de Movimiento Nolineales de 6 Grados de Libertad

Las ecuaciones (3.58) y (3.65) se pueden reescribir de acuerdo al SNAME:

$f_b^b = [X, Y, Z]^T$ Fuerza a través de O_b expresada en el marco $\{b\}$.

$m_b^b = [K, M, N]^T$ Momento con respecto a O_b expresado en el marco $\{b\}$.

$\nu_{b/n}^b = [u, v, w]^T$ Velocidad lineal de O_b relativa O_n expresada en el marco $\{b\}$

$\omega_{b/n}^b = [p, q, r]^T$ Velocidad angular de $\{b\}$ relativa al marco inercial $\{n\}$ expresada en el marco $\{b\}$.

$r_g^b = [x_g, y_g, z_g]^T$ Vector de O_b a CG expresado en el marco $\{b\}$.

Aplicando esta notación a (3.59) y (3.65) se tiene que:

$$\begin{aligned}
m[\dot{u} - vr + wq - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})] &= X \\
m[\dot{v} - wq + ur - y_g(r^2 + p^2) + z_g(qr - \dot{p}) + x_g(qp + \dot{r})] &= Y \\
m[\dot{w} - uq + up - z_g(p^2 + q^2) + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rp + \dot{p})] &= Z \\
I_x \dot{p} + (I_x - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{zx} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} \\
+ m[y_g(\dot{w} - uq + vp) - z_g(\dot{u} - wp + ur)] &= K \\
I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} \\
+ m[z_g(\dot{u} - vr + wq) - x_g(\dot{w} - uq + vp)] &= M \\
I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} \\
+ m[x_g(\dot{v} - wp + ur) - y_g(\dot{u} - vr + wq)] &= N
\end{aligned} \tag{3.66}$$

Las primeras tres ecuaciones representan movimiento traslacional, mientras las últimas tres ecuaciones corresponden al movimiento rotacional.

3.4.1. Representación Vectorial de Vehículos Submarinos

La matriz de inercia del cuerpo rígido representada en (3.66) puede representarse en forma vectorial [8] como:

$$M_{RB}\dot{\nu} + C_{RB}(\nu)\nu = \tau_{RB} \tag{3.67}$$

En donde $\nu = [u, v, w, p, q, r]^T$ es el vector generalizado de velocidad expresado en $\{b\}$ y $\tau_{RB} = [X, Y, Z, K, M, N]^T$ es el vector generalizado de fuerzas externas y momentos.

Donde M_{RB} es la matriz de inercia de cuerpo rígido es única y satisface que:

$$M_{RB} = M_{RB}^T > 0 \quad \dot{M}_{RB} = 0_{6 \times 6} \tag{3.68}$$

En donde

$$\begin{aligned}
M_{RB} &= \begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & -mS(r_g^b) \\ mS(r_g^b) & I_b \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_g & -my_g \\ 0 & m & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m & my_g & -mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & my_g & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -mx_g & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -mz_g & mx_g & 0 & -I_{xz} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.69}$$

Por otra parte, la matriz de Coriolis de cuerpo rígido corresponde al siguiente término: Con el fin de asegurar que $C_{RB}(\nu) = -C_{RB}^T(\nu)$ es necesario considerar que $S(\nu_1)\nu_1 = 0$.

$$\begin{aligned}
C_{RB}(\nu) &= \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -mS(\nu_1) - mS(\nu_2)S(r_g^b) \\ -mS(\nu_1) + mS(\nu_2)S(r_g^b) & -S(I_b\nu_2) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -m(y_gq + z_gr) & m(y_gp + w) & m(z_gp - v) \\ m(x_gq - w) & -m(z_gr + x_gp) & m(z_gq - u) \\ m(x_gr + v) & m(y_gr - u) & -m(x_gp - y_gq) \\ m(y_gq + z_gr) & -m(x_gq - w) & -m(x_gr + v) \\ -m(y_gp + w) & m(z_gr + x_gp) & -m(y_gr - u) \\ -m(z_gp - v) & -m(z_gq + u) & m(x_gp + y_gq) \\ 0 & -I_{yz}q - I_{xz}p + I_zr & I_{yz}r + I_{xy}p - I_yq \\ I_{yz}q + I_{xz}p - I_zr & 0 & -I_{xz}r - I_{xy}q + I_xp \\ -I_{yz}r - I_{xy}p + I_yq & I_{xz}r + I_{xy}q - I_xp & 0 \end{bmatrix} \tag{3.70}
\end{aligned}$$

3.5. Hidrostática de Vehículos Submarino

De la Figura (3.4) se puede identificar la fuerza gravitacional f_g^b actúa a través del centro de gravedad CG definido por el vector $r_g^b := [x_g, y_g, z_g]^T$ con respecto a CO. Además f_b^b representa la fuerza de flotabilidad que actúa a través del centro de flotabilidad CB, definido por el vector $r_b^b := [x_b, y_b, z_b]^T$. Ambos vectores se describen con respecto a CO en el sistema fijado en el cuerpo. [5]

De acuerdo con el SNAME el peso del vehículo y la flotabilidad del mismo se representan de la siguiente forma:

$$W = mg \quad B = \rho g \nabla \tag{3.71}$$

Donde m es la masa del vehículo, g es la fuerza gravitacional de la tierra, ρ es la densidad del medio acuático y ∇ es la cantidad de desplazamiento de agua debido al volumen. Estas

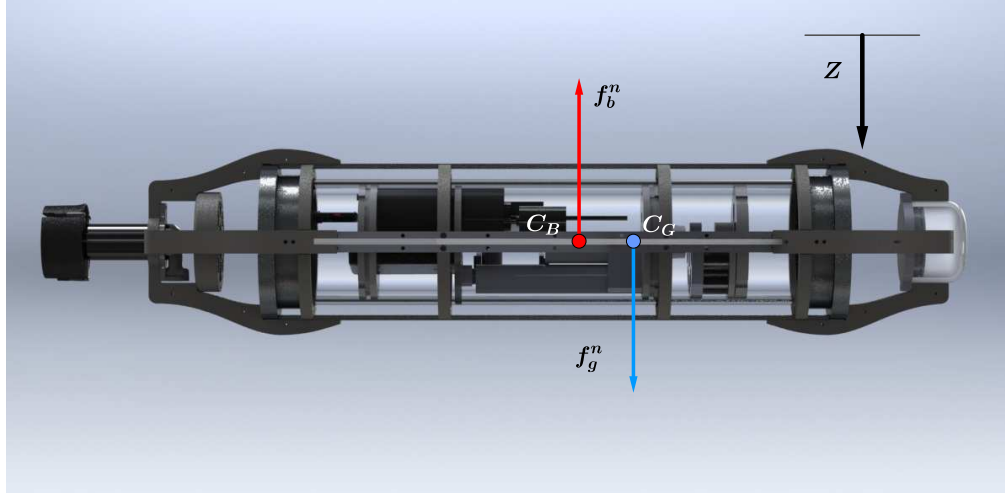


Figura 3.4: Fuerzas de restauración para Vehículos Submarino.

fuerzas actúan en el plano vertical de $\{n\}$ por lo tanto

$$f_g^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} \quad f_b^n = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Debido a que en el eje z el avance positivo se presenta en profundidad, la fuerza de gravedad es negativa mientras que la fuerza de flotabilidad es positiva. Estas fuerzas pueden expresarse en $\{b\}$ de la siguiente forma:

$$f_g^b = R_b^n(\Theta_{nb})^{-1} f_g^n \quad (3.73)$$

$$f_b^b = R_b^n(\Theta_{nb})^{-1} f_b^n \quad (3.74)$$

En donde $R_b^n(\Theta_{nb})$ es la matriz de transformación de coordenadas de ángulos de Euler. El vector de fuerza y momento expresado en $\{b\}$ es

$$\begin{aligned} g(\eta) &= - \begin{bmatrix} f_g^b + f_b^b \\ r_g^b \times f_g^b + r_b^b \times f_b^b \end{bmatrix} \\ &= - \begin{bmatrix} R_b^n(\Theta_{nb})^{-1} (f_g^n + f_b^n) \\ r_g^b \times R_b^n(\Theta_{nb})^{-1} f_g^n + r_b^b \times R_b^n(\Theta_{nb})^{-1} f_b^n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.75)$$

La expansión de esta expresión da como resultado que

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} (W - B)\text{sen}(\theta) \\ -(W - B)\text{cos}(\theta)\text{sen}(\phi) \\ -(W - B)\text{cos}(\theta)\text{cos}(\phi) \\ -(y_g W - y_b B)\text{cos}(\theta)\text{cos}(\phi) + (z_g W - z_b B)\text{cos}(\theta)\text{sen}(\phi) \\ (z_g W - z_b B)\text{sen}(\theta) + (x_g W - x_b B)\text{cos}(\theta)\text{cos}(\phi) \\ -(x_g W - x_b B)\text{cos}(\theta)\text{sen}(\phi) - (y_g W - y_b B)\text{sen}(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

La ecuación (3.76) es la representación de los Ángulos de Euler de las Fuerzas y Momentos Hidrostático.

3.6. Hidrodinámica de Vehículos Submarino

3.6.1. Matriz de amortiguamiento hidrodinámico

Cuando un vehículo submarino se esta movimiento a través de un fluido, se presentan fuerzas que se oponen a la dirección del movimiento del vehículo, estas se denominan fuerzas de amortiguamiento hidrodinámico. Estas fuerzas se oponen a los términos de arrastre y sustentación.

Para los sistemas que trabajan en una velocidad alta los términos de amortiguamiento hidrodinámico son altamente no lineales además están acoplados al sistema, pero en los sistemas con una velocidad baja, la fuerza de sustentación son despreciables además deben tener tres planos de simetria, se considera que su dinámica no está acoplada.

El amortiguamiento hidrodinámico debido al medio acuático es considerado como una matriz diagonal con los valores de amortiguamiento lineales y cuadráticos, por lo que la matriz de amortiguamiento hidrodinámico queda representada de la siguiente manera:

$$D(\nu) = -diag\{X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r\} \\ - diag\{X_{u|u}|u|, Y_{v|v}|v|, Z_{w|w}|w|, K_{p|p}|p|, M_{q|q}|q|, N_{r|r}|r|\} \quad (3.77)$$

Donde los parámetros hidrodinámico para un cuerpo rigido que se desplaza en un fluido ideal serán positivos, entonces concluimos que la matriz de amortiguamiento satisface la siguiente propiedad

$$D(\nu) > 0 \quad \forall \nu \in \Re^{6 \times 1} \quad (3.78)$$

3.6.2. Matriz de masa agregada

En donde $M_A \geq 0$ es la matriz de inercia de masa hidrodinámica agregada, este término puede entenderse como la masa virtual agregada al sistema debido a que un cuerpo en aceleración o desaceleración debe mover un volumen del líquido a través del cual se mueve. La matriz M_A no satisface la propiedad de simetría $M_A \neq M_A^T$

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ m_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

La notación de SNAME para la derivadas hidrodinámicas es usada para la expresión para el instante de la fuerza de masa agregada Y a lo largo del eje y debido a la aceleración \dot{u} en la dirección de x es descrita como:

$$\{M_A\}_{21} = -Y_{\dot{u}} \quad Y_{\dot{u}} := \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}} \quad (3.80)$$

3.6.3. Matriz de Coriolis de masa agregada

Asumiendo que el vehículo se mueve en un fluido ideal, la matriz de Coriolis $C_a(\nu)$ se puede expresar como una matriz antisimétrica. Además la $C_A(\nu)$ representa las fuerzas linealizadas producidas por la rotación de $\{b\}$ con respecto a $\{n\}$.

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned}
a_1 &= X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \\
a_2 &= Y_{\dot{u}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \\
a_3 &= Z_{\dot{u}}u + Z_{\dot{v}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \\
b_1 &= K_{\dot{u}}u + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{w}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \\
b_2 &= M_{\dot{u}}u + M_{\dot{v}}v + M_{\dot{w}}w + M_{\dot{p}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \\
b_3 &= N_{\dot{u}}u + N_{\dot{v}}v + N_{\dot{w}}w + N_{\dot{p}}p + N_{\dot{q}}q + N_{\dot{r}}r
\end{aligned} \tag{3.82}$$

En donde se emplea la notación de SNAME (1950) para las derivadas hidrodinámicas, por ejemplo:

$$Y_{\dot{u}} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}} \tag{3.83}$$

3.7. Modelo Vectorial para Vehículos Submarinos

Considere la dinámica del cuerpo rígido:

$$M_{RB}\dot{\nu} + C_{RB}(\nu)\nu = \tau_{RB} \tag{3.84}$$

donde

$$\tau_{RB} = \tau_{hyd} + \tau_{hs} + \tau_{olas} + \tau_{viento} + \tau \tag{3.85}$$

donde el vector τ representa la fuerzas y momentos de propulsión.

$$\tau_{hyd} = -M_A\dot{\nu} - C_A(\nu)\nu - D(\nu)\nu \tag{3.86}$$

$$\tau_{hs} = -g(\eta) - g_o \tag{3.87}$$

donde g_o es el control de sistema de lastre, pero en el sistema esta fijo entonces $g_o = 0$

$$\underbrace{M_{RB}\dot{\nu} + C_{RB}(\nu)\nu}_{\text{Fuerzas de Cuerpo Rígido}} + \underbrace{M_A\dot{\nu} + C_A(\nu)\nu + D(\nu)\nu}_{\text{Fuerzas Hidrodinámicas}} + \underbrace{g(\eta) + g_o}_{\text{Fuerzas Hidrostáticas}} = \tau + \tau_{olas} + \tau_{viento} \tag{3.88}$$

donde

$$M = M_{RB} + M_A \tag{3.89}$$

$$C(\nu) = C_{RB}(\nu) + C_A(\nu) \tag{3.90}$$

Para resumir los resultados de las secciones anteriores, retomamos las ecuaciones (3.88), (3.89) y (3.90), considerando que para vehículos operando debajo del agua $\tau_{olas} = \tau_{viento} = 0$, las reescribimos del siguiente modo:

$$\dot{\eta} = J_{\Theta}(\eta)\nu \tag{3.91}$$

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau \quad (3.92)$$

Para vehículos, con tres planos de simetría, en movimiento debajo del agua a baja velocidad es posible despreciar la contribución de los términos fuera de la diagonal principal de M_A , por lo que se obtienen las siguientes expresiones simplificadas de M_A y C_A :

$$M_A = M_A^T = -diag\{X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}\} \quad (3.93)$$

$$C_A(\nu) = -C_A^T(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

y la matriz de amortiguamiento hidrodinámico es:

$$D(\nu) = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

Para el Modelo Vectorial General para este Planeador se tienen las siguientes consideraciones:

El Planeador tiene simetría que a lo largo del eje x , esto implica que $y_g = 0$ y además que $I_{yx} = I_{yz} = 0$.

La velocidad del Planeador es baja y cuenta con sus tres planos de simetría, por lo que no se toman en cuenta los términos fuera de la diagonal de la matriz de Masa Agregada M_A .

Obteniendo la Matriz de Inercia $M = M_{RB} + M_A$ representada en (3.89) de la siguiente

forma:

$$M = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & mz_g & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m - Z_{\dot{w}} & 0 & -mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & 0 & I_x - K_{\dot{p}} & 0 & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -mx_g & 0 & I_y - M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & mx_g & 0 & I_{xz} & 0 & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

Donde M cumple con la condición de ser una matriz simétrica. Por lo que la ecuación (3.96) cumple con la condición $M = M^T > 0$.

Ahora la Matriz de Coriolis queda definida como $C(\nu) = C_{RB}(\nu) + C_A(\nu)$, recordando que $C(\nu)$ cumple la condición de ser una matriz antisimétrica por lo que $C = -C^T > 0$.

$$C(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -mz_g r & mw - Z_{\dot{w}} w & m(z_g p - v) + Y_{\dot{v}} v & 0 & 0 & 0 \\ m(x_g q - w) + Z_{\dot{w}} w & -m(z_g r + x_g p) & m(z_g q + u) - X_{\dot{u}} u & 0 & 0 & 0 \\ m(x_g r + v) - Y_{\dot{v}} v & -mu + X_{\dot{u}} u & -mx_g p & 0 & 0 & 0 \\ mz_g r & -m(x_g q - w) - Z_{\dot{w}} w & -m(x_g r + v) + Y_{\dot{v}} v & 0 & 0 & 0 \\ -mw + Z_{\dot{w}} w & m(z_g r + x_g p) & mu - X_{\dot{u}} u & 0 & 0 & 0 \\ -m(z_g p - v) - Y_{\dot{v}} v & -m(z_g q + u) + X_{\dot{u}} u & mx_g p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I_{xz} p + I_z r - N_{\dot{r}} r & -I_y q + M_{\dot{q}} q & 0 & 0 & 0 \\ I_{xz} p - I_z r + N_{\dot{r}} r & 0 & -I_{xz} r + I_x p - K_{\dot{p}} p & 0 & 0 & 0 \\ I_y q - M_{\dot{q}} q & I_{xz} r - I_x p + K_{\dot{p}} p & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

También obtenemos la Matriz de las Fuerzas de Gravedad $g(\eta)$, considerando que el punto $CO = CG$, es decir, $r_b = [x_b, y_b, z_b]^T = 0$ queda definida de la siguiente manera:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} (W - B) \text{sen}(\theta) \\ -(W - B) \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) \\ -(W - B) \text{cos}(\theta) \text{cos}(\phi) \\ (z_g W) \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) \\ (z_g W) \text{sen}(\theta) + (x_g W) \text{cos}(\theta) \text{cos}(\phi) \\ -x_g W \text{cos}(\theta) \text{sen}(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.98)$$

Por último, se define al vector fuerzas y momentos τ , Definiendo la Fuerza del Thruster sobre el eje x , la profundidad en el eje z (z positivo hacia abajo) y tenemos el momento en el Ángulo de Cabeceo (θ), el vector τ queda de la siguiente manera.

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ft \\ 0 \\ Ft \operatorname{sen}(\theta) \\ 0 \\ (x_g W) \cos(\theta) \cos(\phi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

Para obtener la representación en las coordenadas fijadas en la tierra se aplica la siguiente transformación, teniendo la consideración que la matriz de transformación $J(\eta)$ es no singular.

$$\begin{aligned} \dot{\eta} = J(\eta) \nu & \Leftrightarrow \nu = J^{-1}(\eta) \dot{\eta} \\ \ddot{\eta} = J(\eta) \dot{\nu} + \dot{J}(\eta) \nu & \Leftrightarrow \dot{\nu} = J^{-1}(\eta) [\ddot{\eta} - \dot{J}(\eta) J^{-1}(\eta) \dot{\eta}] \end{aligned} \quad (3.100)$$

Para cambiar de un referencial a otro del Modelo de Ecuación (3.92) definimos la siguientes transformaciones:

$$\begin{aligned} M_\eta &= J^{-T}(\eta) M J^{-1}(\eta) \\ C_\eta(v, \eta) &= J^{-T}(\eta) [C(v) - M J^{-1}(\eta) \dot{J}(\eta)] J^{-1}(\eta) \\ D_\eta(v, \eta) &= J^{-T}(\eta) D(v) J^{-1}(\eta) \\ g_\eta &= J^{-T}(\eta) g(\eta) \\ \tau_\eta &= J^{-T}(\eta) \tau \end{aligned} \quad (3.101)$$

Quedando el sistema de la siguiente forma:

$$M_\eta(\eta) \ddot{\eta} + C_\eta(v, \eta) \dot{\eta} + D_\eta(v, \eta) \dot{\eta} + g_\eta(\eta) = \tau_\eta \quad (3.102)$$

CAPÍTULO 4

CONTROL DE VEHÍCULOS SUBMARINOS AUTÓNOMOS

El control para Vehículos Submarinos Autónomos se encuentra en continuo desarrollo, al igual que la búsqueda del diseño e implementación de un controlador, que sea lo más exacto posible, robusto y capaz de alcanzar su objetivo en el menor tiempo posible. Una de las técnicas de control muy utilizada por su fácil implementación es el Control PD. Recientemente otras técnicas de Control más complejas están siendo utilizadas en este campo de los Vehículos Submarinos Autónomos.

Uno de los principales desafíos para este tipo de vehículos radica en el diseño de la estrategia de control, dada la dinámica no lineal y la dificultad para identificar con precisión sus parámetros hidrodinámicos [12],[13],[14]. El controlador se usa para controlar completamente el vehículo (para AUV) o para ayudar al piloto (para ROV) al proporcionar características tales como control de posición y control de orientación fija.

Aunque muchos tipos de controladores han sido estudiados durante las últimas décadas [15],[16],[17],[18],[19] la mayoría de los comerciales bajo los vehículos submarinos usan controladores PID. Por ejemplo, el control PID y la realimentación de aceleración se pueden encontrar en [20]; en [4] se ha propuesto un controlador de PD considerando el retraso de tiempo producido por el sensor para un vehículo submarino. Sin embargo, el inconveniente de estos controladores es que no tienen un buen rendimiento cuando cambian los parámetros del sistema.

4.1. Estrategia de Control

Considerando la dinámica dada por:

$$\dot{\eta} = J_{\Theta}(\eta)\nu \quad (4.1)$$

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau \quad (4.2)$$

4.2. Controlador PD con compensación de Gravedad

se propone una ley de Control PD con ganancias fijas y compensación de Gravedad de la siguiente forma:

$$\tau = g(\eta) - J^T(\eta)\tau_{PD} \quad (4.3)$$

definiendo el control en función de la posición y orientación en el marco inercial $\{n\}$

$$\tau_{PD} = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.4)$$

donde $K_p, K_d \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ son diagonales y son matrices positivas.

El problema de seguimiento

Dada una referencia variante en el tiempo $r(t)$ es necesario diseñar una ley de control u . Además se requiere que la referencia $r(t)$ y sus derivadas estén disponibles.

$$u = f(x(t), r(t)) \text{ tal que } \lim_{t \rightarrow \infty} (r(t) - y(t)) = 0 \quad (4.5)$$

Definiendo a la variable $\eta(t)$ como la posición y orientación del Planeador, También definiendo el error de posición como $e = \eta(t) - \eta_d(t)$ donde $\eta_d(t)$ es la posición y orientación deseada variante en el tiempo.

Defiendo los errores como:

$$\begin{aligned} e &= \eta - \eta_d \\ \dot{e} &= \dot{\eta} - \dot{\eta}_d = \nu - \nu_d \\ \ddot{e} &= \ddot{\eta} - \ddot{\eta}_d = \dot{\nu} - \dot{\nu}_d \end{aligned} \quad (4.6)$$

Consecuentemente la dinámica del modelo 4.2 expresada en el marco de referencia inercial $\{n\}$ quedara de la siguiente forma:

$$M_\eta(\eta)\ddot{\eta} + C_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + D_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + g_\eta(\eta) = J^{-T}(\eta)\tau \quad (4.7)$$

Proponemos la nueva ley de control en el nuevo marco de referencia inercial

$$\tau = -J^T(\eta)[M_\eta(\eta)\ddot{\eta}_d + C_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta}_d + D_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta}_d + g_\eta(\eta) + K_p e + K_d \dot{e}] \quad (4.8)$$

Donde el sistema en lazo cerrado queda de la siguiente forma:

$$M_\eta(\eta)\ddot{e} = -C_\eta(\nu, \eta)\dot{e} - D_\eta(\nu, \eta)\dot{e} - K_p e - K_d \dot{e} \quad (4.9)$$

Reescribiendo el sistema de como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e} \\ -M_\eta(\eta)^{-1} [[C_\eta(\nu, \eta) + D_\eta(\nu, \eta) + K_d]\dot{e} + K_p e] \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Donde con esto se puede notar que resulta un sistema autónomo y el origen es el único punto de equilibrio para nuestro sistema que describe la dinámica del vehículo submarino. [21]

4.3. Prueba de Estabilidad

Ahora para probar estabilidad de nuestro sistema en lazo cerrado proponemos la siguiente Función Candidata de Lyapunov:

$$V(e, \dot{e}) = \frac{1}{2} \dot{e}^T M \dot{e} + \frac{1}{2} e^T k_p e \quad (4.11)$$

Donde se puede observar que este cumple con la propiedad de ser definida positiva claramente, con las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} V(e, \dot{e}) &= 0 \quad \text{si} \quad M = 0 \text{ y } K_p = 0 \\ V(e, \dot{e}) &> 0 \quad \text{si} \quad M, K_p \neq 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Derivando la función anterior con respecto al tiempo la función candidata de Lyapunov da como resultado:

$$\dot{V}(e, \dot{e}) = \frac{1}{2} \dot{e}^T \dot{M} \dot{e} + \dot{e}^T M_\eta(\eta) \ddot{e} + e^T K_p \dot{e} \quad (4.13)$$

Sustituyendo (4.20) en (4.25) se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \dot{e}) &= \frac{1}{2} \dot{e}^T \dot{M}_\eta(\eta) \dot{e} + \dot{e}^T [-C_\eta(\nu, \eta) \dot{e} - D_\eta(\nu, \eta) \dot{e} - K_p e - K_d \dot{e}] + e^T K_p \dot{e} \\ \dot{V}(e, \dot{e}) &= \dot{e}^T [\dot{M}_\eta(\eta) - 2C_\eta(\nu, \eta)] \dot{e} - \dot{e}^T [D_\eta(\nu, \eta) + K_d] \dot{e} - \dot{e}^T K_p e + e^T K_p \dot{e} \\ \dot{V}(e, \dot{e}) &= \dot{e}^T [\dot{M}_\eta(\eta) - 2C_\eta(\nu, \eta)] \dot{e} - \dot{e}^T [D_\eta(\nu, \eta) + K_d] \dot{e} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Recordemos que existe la propiedad antisimétrica, $[\dot{M} - 2C] = 0$, considerando la suposición de la Frecuencia de onda Cero y sabiendo que el vehículo se mueve a baja velocidad, por lo que

$$\dot{V}(e, \dot{e}) = -\dot{e}^T [D_\eta(\nu, \eta) + K_d] \dot{e} \leq 0 \quad (4.15)$$

donde $D_\eta(\nu, \eta) > 0$ y $K_d > 0$, se deduce que $\dot{V}(e, \dot{e}) \leq 0$ es negativa semi definida, por lo tanto concluimos estabilidad en el punto de equilibrio. Para probar estabilidad asintótica se aplica el teorema Krasovskii-LaSalle. [22] Definiendo el conjunto Ω como:

$$\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} : \dot{V}(e, \dot{e}) = 0 \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n} \right\} \quad (4.16)$$

Sustituyendo $\dot{e} = 0$ y $e = 0$ en la ecuación (4.20) comprobamos que el único conjunto invariante está definido por $e = 0$. Concluyendo que el punto de equilibrio es asintóticamente estable.

4.4. Experimentos en Tiempo Real

El funcionamiento del Planeador es producir un momento en el Ángulo de Cabeceo (θ), para ganar profundidad por la Fuerza del Thruster (Ft). El momento es Controlado por el cambio de posición de la Masa Móvil (M_m), ya que esto genera que se mueva el Centro de Gravedad (CG) produciendo el Giro en el Planeador. Se tiene que proponer algunas consideraciones o hipótesis.

Hipótesis 1: El sistema no tiene actuado el movimiento longitudinal sobre el eje y , solo se tiene movimiento longitudinal sobre los ejes x y z , debido a que solo estamos trabajando sobre el plano X-Z, tomando en cuenta que solo tenemos un momento sobre este eje y en los demás no. Entonces podemos decir que:

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ \phi &= 0 \\ \psi &= 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

Hipótesis 2: En el sistema solo tenemos actuado tres grados de libertad:

El primero es el movimiento de traslación sobre el eje x , debido a la fuerza de Thruster, pero no se tienen una medición sobre está.

El segundo es el movimiento de traslación sobre el eje z , debido a la combinación de la fuerza del Thruster y el momento del Ángulo de Cabeceo (θ), donde tenemos la medición por el sensor de Presión.

El tercero es el movimiento de rotación o momento sobre el eje y , ya que este es producido por el cambio de posición de la Masa Móvil (D_{m2}), donde si se tiene medición sobre la posición de la está.

Hipótesis 3: También se considera que z_g es constante, por lo que ya no se considera como una entrada de control. Además consideramos que el Planeador se encuentra en Flotabilidad Neutra ($W = B$).

Partiendo de las consideraciones anteriores, el sistema queda reducido a la siguiente forma de los tres grados de libertad, sobre las coordenadas del cuerpo $\{b\}$:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m - X_{\ddot{u}} & 0 & mz_g \\ 0 & m - Z_{\ddot{w}} & -mx_g \\ mz_g & -mx_g & I_y - M_{\dot{q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \dots \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & m(w - x_g q) - Z_{\dot{w}} w \\ 0 & 0 & X_{\dot{u}} u - m(z_g q + u) \\ Z_{\dot{w}} w - m(w - x_g q) & m(z_g q + u) - X_{\dot{u}} u & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix} + \dots \quad (4.18) \\
 & \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 \\ 0 & Z_w & 0 \\ 0 & 0 & M_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_g W \text{sen}(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ft \\ 0 \\ x_g W \text{cos}(\theta) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Observamos que la Matriz de Inercia M sigue siendo simétrica, la Matriz de Coriolis $C(\nu)$ es antisimétrica y la Matriz de Amortiguamiento $D(\nu)$ es diagonal y definida positiva, definiendo los vectores de posición, velocidad y aceleración como:

$$\eta = \begin{bmatrix} x \\ z \\ \theta \end{bmatrix} \quad \nu = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix} \quad \dot{\nu} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Ahora conviene recordar que x_g es la entrada de control por medio de la cual es posible modificar en ángulo de cabeceo (θ) generando desplazamientos en sentido horizontal y vertical, mientras que la entrada de z_g se considera constante, entonces la dejamos dentro de la dinámica

conocida, donde el sistema queda representado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & mz_g \\ 0 & m - Z_{\dot{w}} & 0 \\ mz_g & 0 & I_y - M_{\dot{q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \dots \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & (Z_{\dot{w}} - m)w \\ 0 & 0 & X_{\dot{u}}u - m(z_gq + u) \\ (m - Z_{\dot{w}})w & m(z_gq + u) - X_{\dot{u}}u & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix} + \dots \\
 & \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 \\ 0 & Z_w & 0 \\ 0 & 0 & M_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_g W \sin(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ft + mq^2 x_g \\ m\dot{q}x_g \\ x_g W \cos(\theta) + m\dot{w}x_g - muqx_g \end{bmatrix} \quad (4.20)
 \end{aligned}$$

Del sistema anterior podemos observar que la Matriz de Inercia M sigue siendo simétrica, también se observa que la Matriz de Coriolis $C(\nu)$ es antisimétrica.

Las ecuaciones que describen al sistema quedan descritas de la siguiente forma:

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} + (mz_g)\dot{q} + (Z_{\dot{w}}w - mw)q + (X_u)u = Ft + mq^2x_g \quad (4.21)$$

$$(m - Z_{\dot{w}})\dot{w} + (X_{\dot{u}}u - m(z_gq + u))q + (Z_w)w = m\dot{q}x_g \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned}
 (mz_g)\dot{u} + (I_y - M_{\dot{q}})\dot{q} + (mw - Z_{\dot{w}}w)u + (m(z_gq + u) - X_{\dot{u}}u)w \\
 + (M_p)q = x_g(W \cos(\theta) + m\dot{w} - muq) \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

Debido a que el sistema trabaja a velocidades consideradas pequeñas se pueden despreciar los elementos que distinguen los efectos de coriolis, quedando las siguientes ecuaciones que representan la dinámica de la siguiente forma:

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} + (mz_g)\dot{q} + (X_u)u = Ft \quad (4.24)$$

$$(m - Z_{\dot{w}})\dot{w} + (Z_w)w = m\dot{q}x_g \quad (4.25)$$

$$(mz_g)\dot{u} + (I_y - M_{\dot{q}})\dot{q} + (M_p)q = x_g(W \cos(\theta) + m\dot{w}) \quad (4.26)$$

El objetivo de control es realizar el seguimiento en profundidad del sistema. Donde la ecuación (4.24) representa la dinámica del movimiento sobre el eje x y se observa que no está involucrada con la profundidad. Las ecuaciones (4.25) y (4.26) quedaran de la siguiente forma

$$\underbrace{(m - Z_{\dot{w}})}_{m_{22}}\dot{w} + \underbrace{(Z_w)}_{d_{22}}w = m\dot{q}x_g \quad (4.27)$$

$$\underbrace{(mz_g)}_{m_{22}}\dot{u} + \underbrace{(I_y - M\dot{q})}_{m_{33}}\dot{q} + \underbrace{(M_p)}_{d_{33}}q + \underbrace{z_g W \text{sen}(\theta)}_{g(\eta)} = x_g W \text{cos}(\theta) + x_g m \dot{w} \quad (4.28)$$

Encontrando la dinámica para \dot{w} y \dot{q} y considerando $\dot{u} = 0$

$$\dot{w} = \frac{m}{m_{22}}\dot{q}x_g - \frac{d_{22}}{m_{22}}w \quad (4.29)$$

$$\dot{q} = \frac{x_g W \text{cos}(\theta)}{m_{33}} + \frac{x_g m \dot{w}}{m_{33}} - \frac{d_{33}}{m_{33}}q + \frac{g(\eta)}{m_{33}} \quad (4.30)$$

La ley de Control para profundidad y para el ángulo de cabeceo (θ) estan en el marco inercial $\{i\}$ de la siguiente forma:

$$\tau_z = K_p e_z + K_d \dot{e}_z \quad (4.31)$$

$$\tau_\theta = K_p e_\theta + K_d \dot{e}_\theta$$

La dinámica esta en el marco del cuerpo $\{b\}$ y los controles están en el marco inercial $\{i\}$ donde se representan en la siguiente Figura:

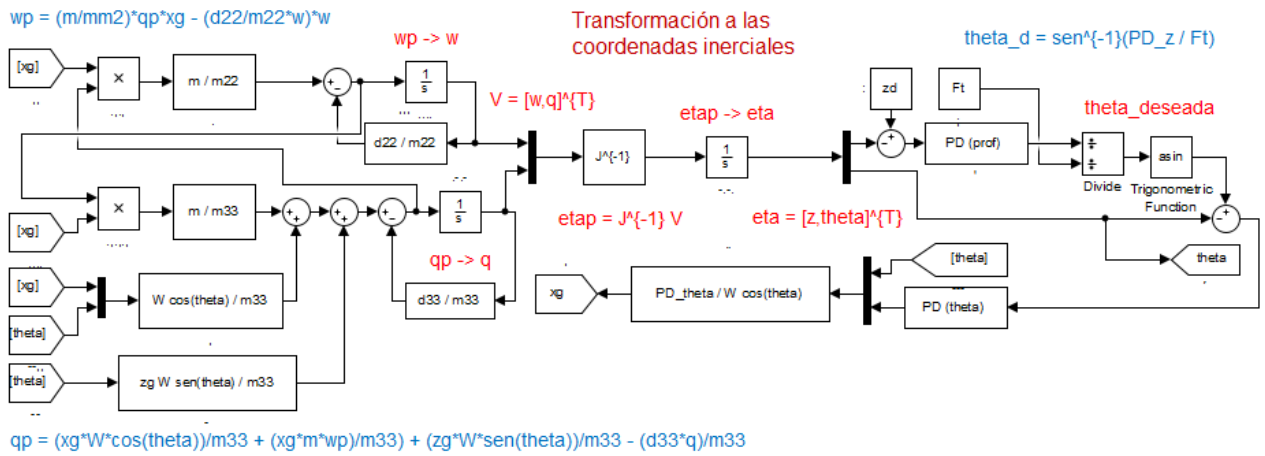


Figura 4.1: Dinámica del planeador y la ley de control

Recordando que la única entrada de control es x_g que genera el momento directamente en el control del Ángulo de Cabeceo (θ) en el sistema.

Para lograr profundidad del Planeador, se propone un Control PD ($\tau_z = K_p e_z - K_d \dot{e}_z$) para modificar el Ángulo de Cabeceo (θ) con el objetivo de ganar profundidad, además con la Fuerza Thruster la cual nos da una Fuerza (F_z) debido que tiene un componente sobre el eje z .

Para el control del Ángulo de Cabeceo (θ) se diseña una consigna que proviene directamente de la profundidad del Planeador y de la Fuerza del Thruster (F_t) con la siguiente relación:

$$F_z = F_t \text{sen}(\theta) \quad (4.32)$$

Se tomara la fuerza del Thruster de manera constante, como se indica en la siguiente ecuación:

$$Ft = 0.0002727x^2 + 0.0918x = 0.0023 (N) \quad (4.33)$$

Por lo que la consigna para Ángulo de Cabeceo (θ) está totalmente involucrado con que el sistema consiga una profundidad, donde la consigna del Ángulo de Cabeceo (θ_d) sera:

$$\theta_d = \text{sen}^{-1}\left(\frac{Fz}{Ft}\right) \quad (4.34)$$

Obteniendo una relación entre la entrada x_g y el control efectuado en el ángulo de cabeceo (θ) como $\tau_\theta = x_g W \cos(\theta)$. Para obtener el valor de x_g queda descrito por la siguiente ecuación:

$$x_g = \frac{K_p e_\theta + K_d \dot{e}_\theta}{W \cos(\theta)} \quad (4.35)$$

4.5. Caracterización de la trayectoria de inmersión / sumersión del Planeador Híbrido

Aunque muchos tipos de trayectorias han sido desatolladas durante las últimas décadas. Actualmente existen muchos trabajos para desarrollo de trayectoria de vehículo sumarnos como: [23], [24], [25], [26]. El desafío para este tipo de vehículos submarinos radica el problema de las comunicaciones bajo el agua. Por lo que se a estudiado técnicas como: [27], [28],[29], [30],[31], [32]. Donde busca maneras de obtener la posición aproximada del vehículo durante toda su misión empleando diferentes sensores.

Para la trayectoria que se propuso en profundidad, lo que se desea obtener no sólo es una función continua con derivadas continuas hasta un orden deseado, si no también se buscan otras características, por ejemplo, un valor para el tiempo de aceleración máximo. Algunas de ellas son muy comunes en la práctica industrial, como las trayectorias velocidad trapezoidal o doble S. La trayectoria tipo rampa con velocidad constante, no puede ser usada en la práctica debido que sus perfiles velocidad y aceleración son discontinua.[33]

4.5.1. Trayectoria lineal con combinación parabólico

Un método muy común para obtener trayectorias con un perfil de velocidad continua es utilizar movimientos lineales con movimientos parabólicos, caracterizadas por perfiles típicos de velocidades trapezoidales.

Como se observa en la Figura (4.2a) la trayectoria para el sistema se divide en dos tramos con las mismas características pero la diferencia es que una parte tiene desplazamiento positivo y en la otra parte tiene desplazamiento negativo.

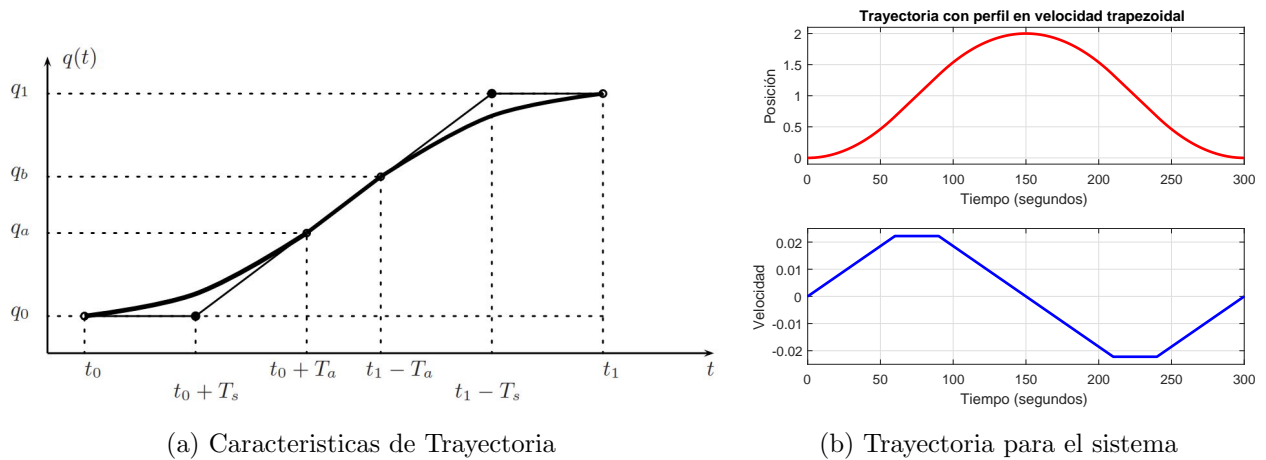


Figura 4.2: Trayectoria lineal con perfil en velocidad trapezoidal.

La trayectoria se divide en tres fases: aceleración, velocidad constante y fase de desaceleración. Asumiendo un desplazamiento positivo, es decir, $q_1 > q_0$, donde q_1 es la posición de inicial y q_0 es la posición final.

Para estas trayectorias, la duración T_a de la fase de aceleración se suele suponer igual a la duración T_d de la fase de desaceleración. Además el tiempo de la trayectoria T tiene una restricción $T \geq 2h = 2(q_1 - q_0)$ donde definimos h como la altura de la trayectoria.

En la **primera fase**, la aceleración es positiva y constante, y por lo tanto la velocidad es una función lineal en el tiempo y la posición es una curva parabólica.

En la **segunda fase** la aceleración es cero, la velocidad es constante y la posición es una función lineal del tiempo.

En la **tercera fase** está presente una aceleración negativa constante, la velocidad disminuye linealmente y la posición es de nuevo una curva parabólica.

Si $t_0 = 0$ la trayectoria tiene la siguientes fases:

1) Fase de Aceleración $t \in [0, T_a]$ La posición, velocidad y aceleración son expresadas como:

$$\begin{aligned} q(t) &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \\ \dot{q}(t) &= a_1 + 2a_2 t \\ \ddot{q}(t) &= 2a_2 \end{aligned} \tag{4.36}$$

Los parámetros a_0, a_1, a_2 son definidos por constantes en la posición inicial q_0 y la velocidad inicial v_0 , y sobre la velocidad constante deseada v_v al final de la fase de aceleración. Si la velocidad inicial $v_0 = 0$, se obtiene:

$$\begin{aligned} a_0 &= q_0 \\ a_1 &= 0 \\ a_2 &= \frac{v_v}{2T_a} \end{aligned} \tag{4.37}$$

2) Fase de Velocidad Constante. $t \in [T_a, t_1 - T_a]$ La posición, velocidad y aceleración son definidas como:

$$\begin{aligned} q(t) &= b_0 + b_1 t \\ \dot{q}(t) &= b_1 \\ \ddot{q}(t) &= 0 \end{aligned} \tag{4.38}$$

Los parámetros b_0, b_1 son definidos por constantes en la posición inicial q_0 y la velocidad constante v_v .

$$\begin{aligned} b_1 &= v_v \\ b_0 &= q_0 - \frac{v_v T_a}{2} \end{aligned} \tag{4.39}$$

3) Fase de Desaceleración $t \in [t_1 - T_a, t_1]$ La posición, velocidad y aceleración son definidas como:

$$\begin{aligned} q(t) &= c_0 + c_1 t + c_2 t^2 \\ \dot{q}(t) &= c_1 + 2c_2 t \\ \ddot{q}(t) &= 2c_2 \end{aligned} \tag{4.40}$$

Los parámetros c_0, c_1, c_2 ahora son definidos con base a la posición final q_1 y tiempo final t_1 ,

y la velocidad v_v empieza en la fase de desaceleración. Como una velocidad final se obtiene:

$$\begin{aligned} c_0 &= q_1 - \frac{v_v t_1^2}{2T_a} \\ c_1 &= \frac{v_v t_1}{T_a} \\ c_2 &= -\frac{v_v}{2T_a} \end{aligned} \quad (4.41)$$

En conclusión, considerando el caso general $t_0 \neq 0$, la trayectoria (en posición) es definida como

$$q(t) = \begin{cases} q_0 + \frac{v_v}{2T_a}(t - t_0)^2 & \rightarrow t_0 \leq t < t_0 + T_a \\ q_0 + v_v \left(t - t_0 - \frac{T_a}{2}\right) & \rightarrow t_0 + T_a \leq t < t_1 + T_a \\ q_1 - \frac{v_v}{2T_a}(t_1 - t)^2 & \rightarrow t_1 - T_a \leq t < t_1 \end{cases} \quad (4.42)$$

Una condición se refiere a la longitud de tiempo de los períodos de aceleración y desaceleración T_a , que debe satisfacer la condición $T_a \leq T/2 = (t_1 - t_0)/2$, ya que estas condiciones refieren la factibilidad de la trayectoria.

En cualquier caso, las condiciones dadas deben satisfacer algunas restricciones geométricas. En particular, a partir de la condición de continuidad de velocidad en $t = t_0 + T_a$ se obtiene

$$\begin{aligned} a_a T_a &= \frac{q_m - q_a}{T_m - T_a} \quad \text{donde} \quad \begin{aligned} q_a &= q(t_0 + T_a) \\ q_m &= (q_1 + q_0)/2 = q_0 \\ T_m &= (t_1 - t_0)/2 = T/2 \end{aligned} \end{aligned} \quad (4.43)$$

Donde a_a es la aceleración constante en la primera fase, y de (4.42)

$$q_a = q_0 + \frac{1}{2} a_a T_a^2 \quad (4.44)$$

Para estas dos ecuaciones, es fácil obtener

$$a_a T_a^2 - a_a (t_1 - t_0) T_a + (q_1 - q_0) = 0 \quad (4.45)$$

Además se define la velocidad constante v_v y la altura h de la siguiente manera:

$$v_v = \frac{q_1 - q_0}{t_1 - t_0 - T_a} = \frac{h}{T - T_a} \quad (4.46)$$

Cualquier par (a_a, T_a) , satisfaciendo (4.45) pueden considerarse. Por ejemplo, T_a puede ser asignado por lo tanto, la aceleración (y la velocidad) se calcula en consecuencia. Si se elige

el valor $T_a = (t_1 - t_0)/3$, los siguientes valores se obtienen:

$$\begin{aligned} v_v &= \frac{3(q_1 - q_0)}{2(t_1 - t_0)} = \frac{3h}{2T} \\ a_a &= \frac{9(q_1 - q_0)}{2(t_1 - t_0)^2} = \frac{9h}{2T^2} \end{aligned} \quad (4.47)$$

Si la velocidad obtenida de esta manera es muy alta para la actuación del sistema, es decir $v_v > v_{max}$ entonces el parámetro T_a debe ser menor, (y a_a es modificado de acuerdo a (4.45)), o T (el tiempo de duración de la trayectoria) debe ser mayor.

Si el valor de la aceleración es alto, es decir, $a_a > a_{max}$ entonces T_a debe ser incrementado.

4.5.2. Cálculo de la trayectoria de $q_1 < q_0$

En el caso del desplazamiento negativo $q_1 < q_0$, los parámetros de la trayectoria se pueden calcular de acuerdo con al mismo procedimiento descrito anteriormente. Es necesario considerar las posiciones / velocidades iniciales y finales con signos opuestos y, después del cálculo, invertir los perfiles resultantes de posición, velocidad, aceleración. [33]

De manera más general, dados los valores iniciales y finales de posición y velocidad, para calcular la trayectoria es necesario transformar estos valores como

$$\begin{aligned} q_0 &= \sigma \hat{q}_0 \\ q_1 &= \sigma \hat{q}_1 \end{aligned} \quad \text{donde} \quad \sigma = \text{sign}(\hat{q}_0 - \hat{q}_1) \quad (4.48)$$

Finalmente, el cálculo de debe ser transformado otra vez como:

$$\begin{aligned} \hat{q}(t) &= \sigma q(t) \\ \dot{\hat{q}}(t) &= \sigma \dot{q}(t) \\ \ddot{\hat{q}}(t) &= \sigma \ddot{q}(t) \end{aligned} \quad (4.49)$$

CAPÍTULO 5

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y SIMULACIÓN

En este capítulo se presentan los resultados experimentales en simulación (MATLAB Y SIMULINK) tanto del modelo dinámico del planeador híbrido como de la ley de control para el seguimiento de trayectorias desarrollada en el capítulo anterior.

Para efectos de la simulación se consideró el **Modelo Vectorial para Vehículos Submarinos**. Los parámetros del modelo fueron determinados por medio de simulación en CAD (Computer Aided Design), arrojando los siguientes valores numéricos. [6]

$$\text{Masa Total. } m = 18.01 \text{ kg}$$

$$\text{Área Total. } A = 0.0172 \text{ m}^3 \quad (5.1)$$

$$\text{Volumen Total. } V = 176.67 \text{ m}^2$$

$$I = \begin{bmatrix} 0.134287 & -0.000131 & -0.004283 \\ -0.000131 & 1.081944 & -0.000064 \\ -0.004283 & -0.000064 & 1.156450 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Con el programa CFD (Computational Fluid Dynamics), se obtuvieron los estimados de los parámetros de la matriz de Masa Agregada M_A , Coriolis Agregada $C_A(\nu)$ y de la Matriz de Amortiguamiento $D(\nu)$, obteniendo los siguientes parámetros:

$$M_A = \begin{bmatrix} -3.2518 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & -12.020 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & -12.036 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & -0.02715 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & -0.41596 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & -0.40848 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & 12.036 & -12.020 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & -12.036 & \approx 0 & 3.3273 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & 12.020 & -3.3273 & \approx 0 \\ \approx 0 & 12.036 & -12.020 & \approx 0 & 0.40848 & -0.41596 \\ -12.036 & \approx 0 & 3.3273 & -0.40848 & \approx 0 & 0.02715 \\ 12.020 & -3.3273 & \approx 0 & 0.41596 & -0.02715 & \approx 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$D(\nu) = \begin{bmatrix} -4.5 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & -0.16 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & -3.5 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & -0.36 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & -0.16 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & -0.115 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

5.1. Pruebas

Para obtener el valor z_g con respecto al movimiento de la masa móvil (M_m), se realizo una prueba tal que la masa móvil (M_m), recorriera toda su carrera para ver los valores del momento en el ángulo de cabeceo (θ) del Planeador, en la Figura (5.1a) se presenta el cambio en el ángulo de cabeceo de 20° a -20° que corresponde a el desplazamiento de la masa móvil (M_m) de la zona entre 300 a 600 pulsos de la Figura (5.1b).

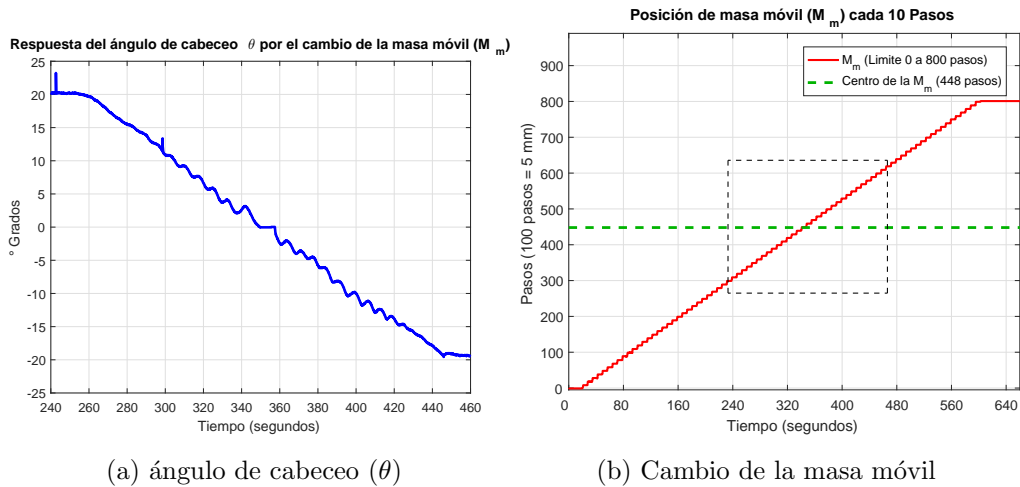


Figura 5.1: Respuesta de ángulo de cabeceo (θ) por el cambio de la masa móvil .

Recordando que para poder obtener el momento en el plano X-Z, es necesario controlar la posición del desplazamiento en x_g , ya que está provocara el efecto en el Planeador. Esta la obtenemos con la siguiente ecuación.

$$x_g = \frac{M_v D_v + M_m (D_m + D_{m2})}{M_v + M_m} \quad (5.6)$$

Donde

- $D_m = 448$ es el valor de la masa móvil (M_m) cuando el Planeador se encuentra en equilibrio, es decir, el Ángulo de Cabeceo ($\theta = 0$)
- D_{m2} es la posición de la masa móvil (M_m) que es necesaria para provocar un momento en el ángulo de cabeceo (θ) ya sea positivo o negativo.
- M_m es la masa móvil (M_m) del Planeador.
- M_v es la masa fija del Planeador, la cual será la masa total del Prototipo menos la masa móvil ($M_v = M_T - M_m$).
- D_v es la distancia del centro de gravedad sin la masa móvil (M_m).

Debido a que se tiene una condición inicial de todas las masas al inicio de la tarea, entonces podemos decir que

$$M_v D_v = - M_m D_m \quad (5.7)$$

Por lo que el desplazamiento de x_g que de la forma:

$$\boxed{x_g = \frac{M_m D_{m2}}{M_v + M_m}} \quad (5.8)$$

Con las consideraciones de que la flotabilidad es neutra ($W = B$), tenemos la representación del valor de z_g tiene la siguiente forma

$$z_g = \frac{M_m D_{m2} \cos(\theta)}{M_v + M_m \sin(\theta)} \quad (5.9)$$

De acuerdo con los experimentos realizados con el prototipo y considerando un paso $D_{m2} = 0.0005$ por cada 2° aproximadamente en el momento del ángulo de cabeceo (θ) se obtiene el siguiente valor del z_g .

$$\boxed{z_g = -0.00352} \quad (5.10)$$

5.2. Simulación

Con la prueba anterior se realizó una simulación para ver como la ley de control PD se comporta en el modelo del Prototipo. Se realizó un control PD solamente para ver el comportamiento del ángulo de cabeceo (θ) por una regulación. Después se realizó el control PD para el seguimiento de la trayectoria en profundidad propuesta en el capítulo anterior. Para comprobar que el Control PD fuera el indicado para el sistema se comparo con un Control PID que también se presentan los resultados en esta sección.

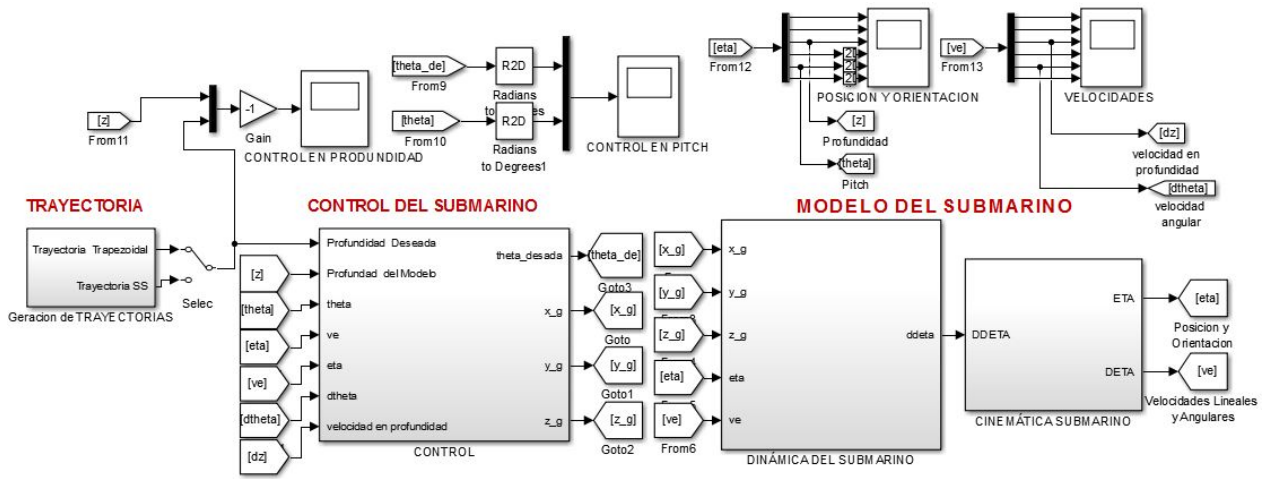


Figura 5.2: Diagrama completo de la simulación

5.2.1. Control PD con Compensación de Gravedad para ángulo de cabeceo (θ)

Se propone una ley de control para la regulación del ángulo de cabeceo (θ). Retomando la ecuación para el Momento en el ángulo de cabeceo (θ), se propone una ley de Control PD:

$$\tau_{\theta} = k_p e_{\theta} - k_d \dot{e}_{\theta} \quad (5.11)$$

$$k_p e_{\theta} - k_d \dot{e}_{\theta} = (z_g W) \text{sen}(\theta) + (x_g W) \text{cos}(\theta) \text{cos}(\phi)$$

Donde $e_{\theta} = \theta_d - \theta$ es el error regulación que presenta el ángulo de cabeceo (θ) y \dot{e}_{θ} es la dinámica del error de regulación que presenta el ángulo de cabeceo (θ).

La ecuación (5.11) se puede reducir, debido a que el efecto en el ángulo de alabeo ($\phi = 0$) es cero, entonces la ecuación queda de la siguiente manera:

$$k_p e_{\theta} - k_d \dot{e}_{\theta} = (z_g W) \text{sin}(\theta) + (x_g W) \text{cos}(\theta) \quad (5.12)$$

El efecto en el ángulo de cabeceo (θ) depende del cálculo de los valores de z_g y x_g , tenemos que estos valores están en función de la posición de la masa móvil (M_m). Entonces se tiene que x_g es:

$$x_g = \frac{M_m D_{m2}}{M_v + M_m} \tag{5.13}$$

Donde D_m es la posición de la mitad de la carrera de la masa móvil (M_m) del Planeador, cuando en flotabilidad neutra ($W = B$), D_{m2} es la posición de la masa móvil (M_m) que toma la posición para ejercer el efecto en el ángulo de cabeceo (θ).

Sustituyendo en la ecuación (5.12) el valor de x_g y despejando el valor de D_{m2} se obtiene la siguiente ecuación:

$$D_{m2} = \frac{[k_p e_\theta - k_d \dot{e}_\theta - (z_g W) \sin(\theta)][M_v + M_m]}{(W) \cos(\theta) M_m} \tag{5.14}$$

Para obtener el ángulo de cabeceo (θ) ya en función del valor x_g , tenemos el resultado de la ecuación (5.14), se sustituye en la ecuación (5.13). Por último este valor es sustituido en la ecuación del momento del ángulo de cabeceo (θ) quedando de la siguiente forma:

$$\tau_\theta = (z_g W) \sin(\theta) + (x_g W) \cos(\theta) \cos(\phi) \tag{5.15}$$

Con los parámetros estimados y la prueba que se explico, se presentan los resultados de la simulación del Control PD para la regulación de ángulo de cabeceo (θ) a continuación se presenta el diagrama realizado:

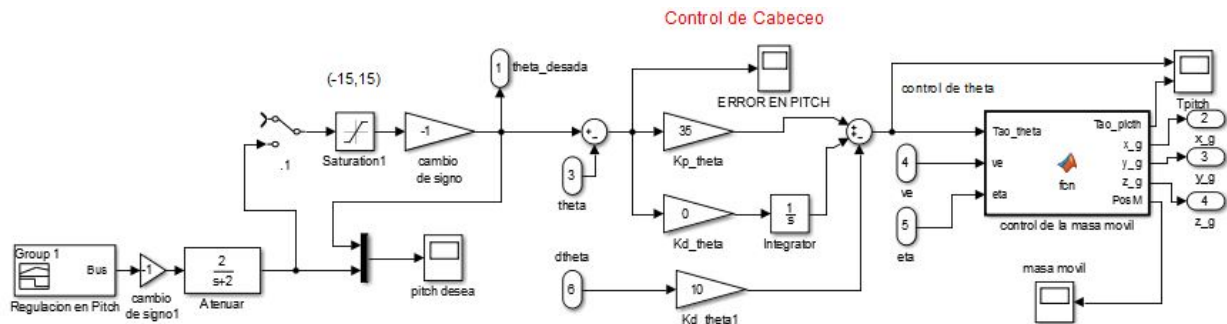


Figura 5.3: Diagrama de Control PD para ángulo de cabeceo

Se propone una regulación de 5° cada 20 segundos como se observa en la Figura (5.4), se ve que con el Control PD se tiene una buena regulación para el ángulo de cabeceo (θ) con la dinámica de la masa móvil (M_m) debido al cambio de posición de (D_{m2}):

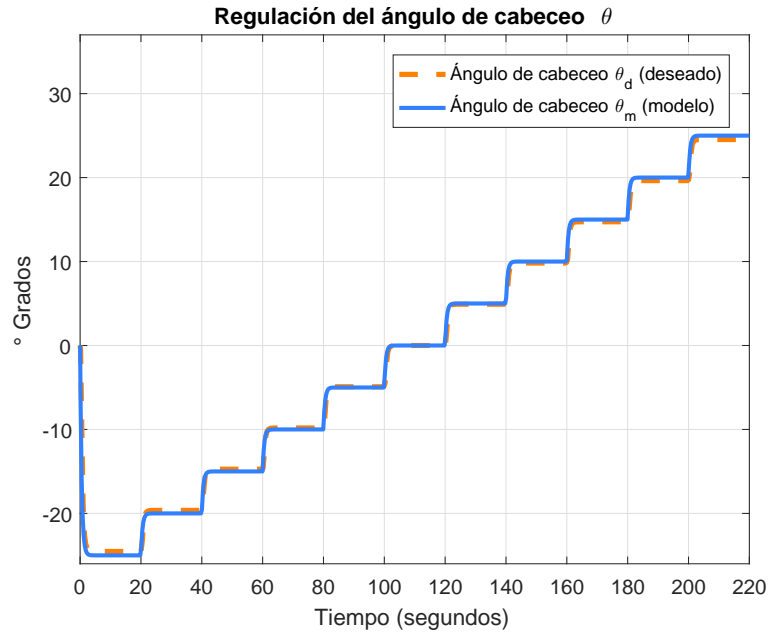
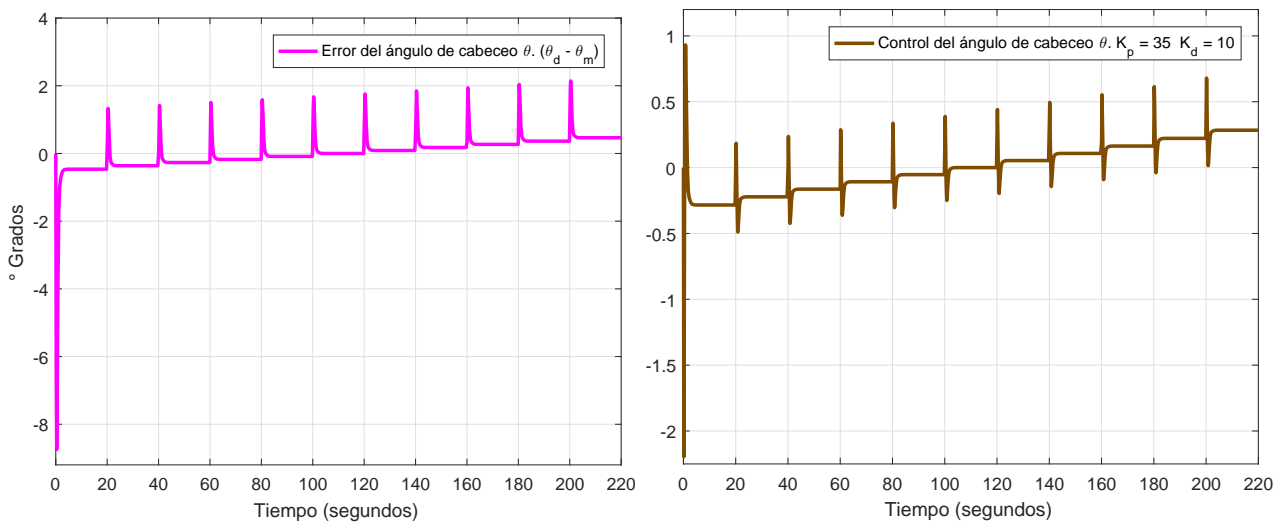


Figura 5.4: Regulación del ángulo de cabeceo (θ)

Se presentan los resultados en simulación para el seguimiento de la referencia en el ángulo de cabeceo (θ). En la Figura (5.5a) se puede apreciar el error en el ángulo de cabeceo (θ), que en promedio es menor a 1° para cada paso escalonado de la señal de referencia, en tanto que la acción de control se reporta en la Figura (5.5b) donde es posible apreciar el efecto de la aparición de ligeros picos asociados al cambio escalonado de la referencia a seguir.



(a) Error del ángulo de cabeceo (θ)

(b) Control del ángulo de cabeceo (θ)

Figura 5.5: Respuestas de la Regulación del ángulo de cabeceo (θ).

La Figura (5.6) es muy importante ya que muestra la posición de la masa móvil (M_m) para generar el momento de desplazamiento angular en el planeador. Se observa que la masa móvil (M_m) solo se desplaza 2 mm en cada regulación de 5° .

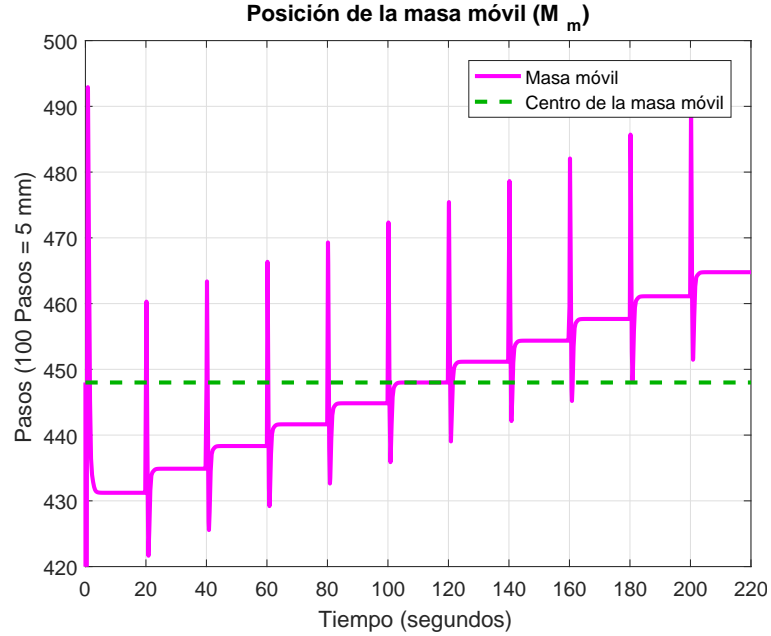


Figura 5.6: Respuestas de la masa móvil (M_m) para el seguimiento del ángulo de cabeceo (θ)

5.2.2. Control PD para Seguimiento en Profundidad

Una de las principales características de este tipo de planeadores es recorren largas distancias, además realizan una trayectoria tipo dientes de sierra en profundidad. Como se explicó anteriormente en el apartado de control para el sistema, se tiene que la profundidad está dada por la fuerza que ejerce el thruster y el ángulo de cabeceo (θ). entonces se propone una ley de Control PD para profundidad:

$$\tau_z = K_p e_z + K_d \dot{e}_z \quad (5.16)$$

$$K_p e_z + K_d \dot{e}_z = Ft \operatorname{sen}(\theta)$$

$$\tau_\theta = k_p e_\theta - k_d \dot{e}_\theta \quad (5.17)$$

Recordando que para el funcionamiento del sistema, se tomara la fuerza del thruster de manera constante, como se indica en la siguiente ecuación:

$$Ft = 0.0002727x^2 + 0.0918x = 0.023(N) \quad (5.18)$$

Donde x equivale al PWM de 8-bits con la relación de la fuerza (N) como se observa en la Figura (2.6), el valor seleccionado para $x = 0.25$ para la simulación y los resultados obtenidos.

El diagrama realizado en SIMULINK fue el siguiente:

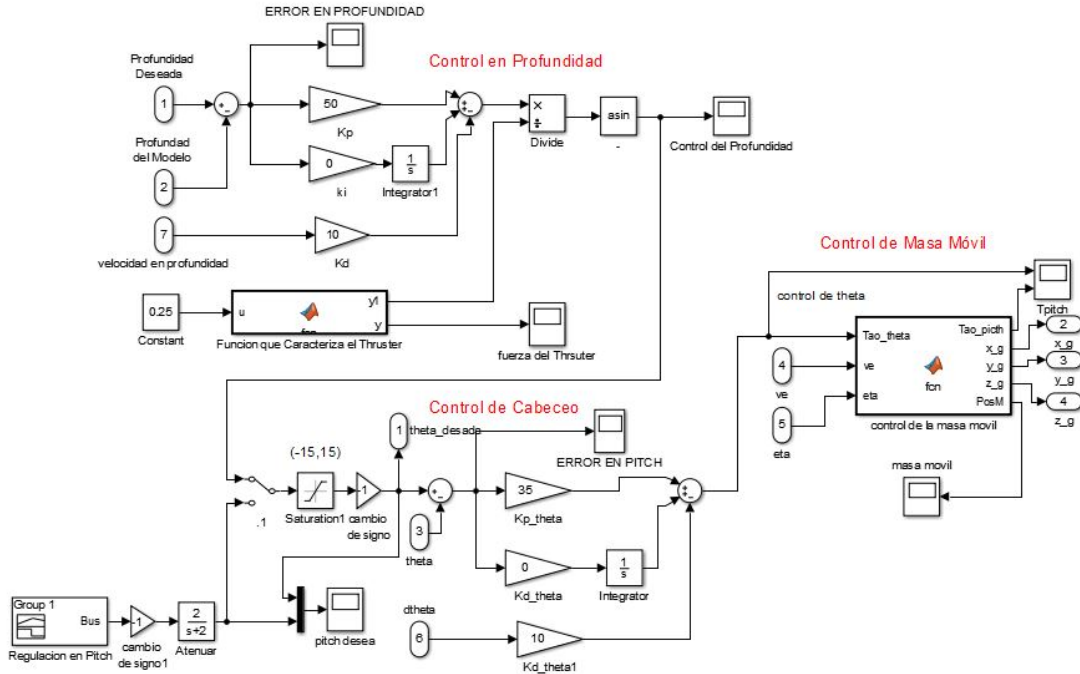


Figura 5.7: Diagrama de Control PD para seguimiento de trayectoria en profundidad

Se construyo una trayectoria con perfil en velocidad trapezoidal, para comprobar que la ley de control fuese capaz de hacer el seguimiento de esta trayectoria.

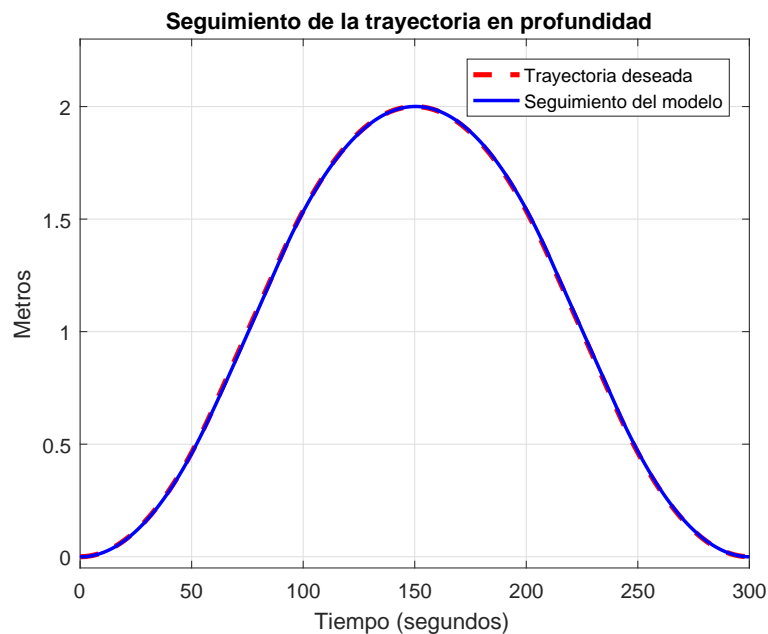


Figura 5.8: Seguimiento de la trayectoria en profundidad

En la Figura (5.8) se tiene una profundidad hasta de $2m$ donde se puede observar cuales son las funciones polinomiales de inicio y llegada en la trayectoria

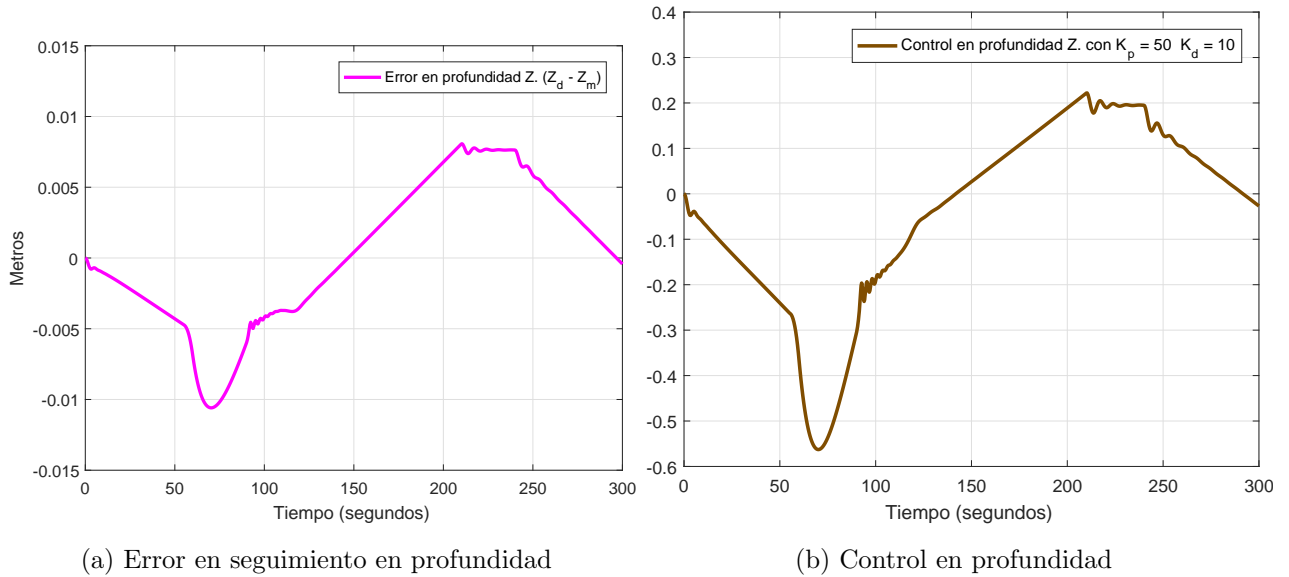


Figura 5.9: Respuestas del seguimiento en profundidad.

Cuando se da una señal de referencia en profundidad para que sea seguida por el planeador, éste realiza una consigna en el ángulo de cabeceo (θ) con el objetivo de lograr la profundidad. Además en la Figura (5.10) se señala la saturación impuesta en el control de 15° a -15° .

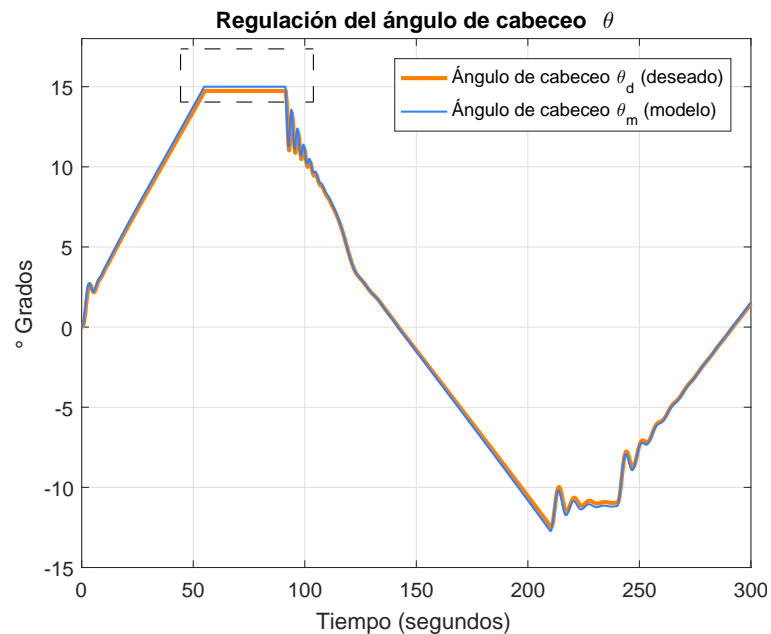


Figura 5.10: Regulación en el ángulo de cabeceo (θ)

En la Figura (5.11a) se presenta el error en el ángulo de cabeceo (θ) que en promedio es menor a 1° además la acción de control tiene un buen desempeño.

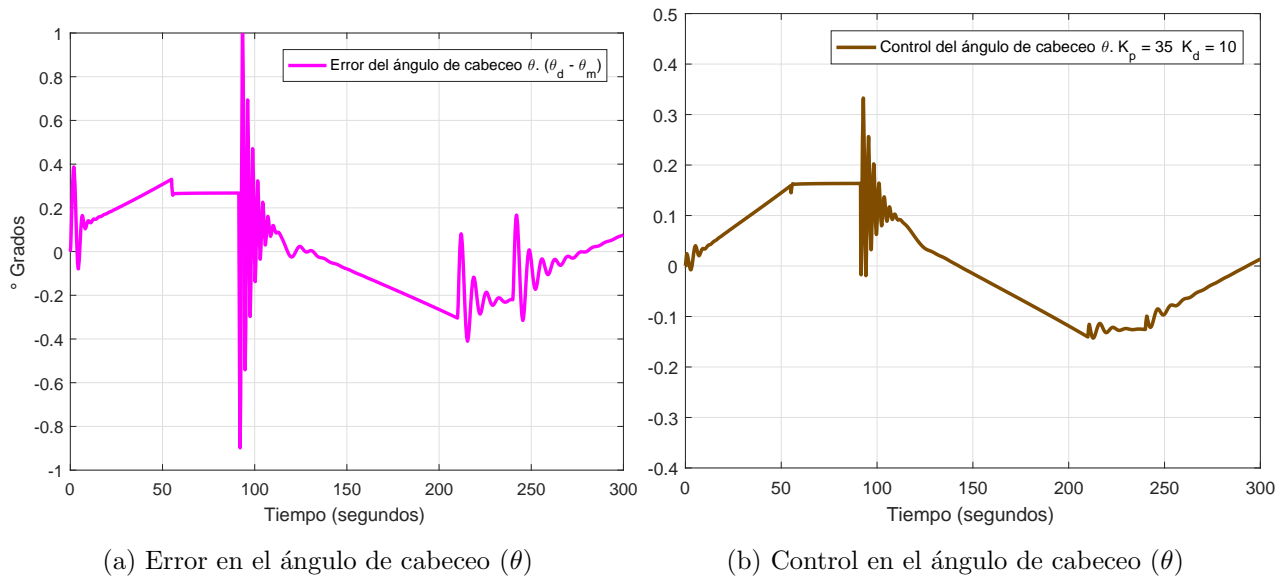


Figura 5.11: Respuestas de regulación para el ángulo de cabeceo (θ).

En la Figura (5.12) se observa que la posición de la masa móvil (M_m) que no se requiere de grandes desplazamiento para realizar el seguimiento. Además se observa que el sistema requiere tener más desplazamiento de la masa móvil (M_m) para ganar profundidad, que para emerger a la superficie debido a la superficie de control que generan las alas del Planeador.

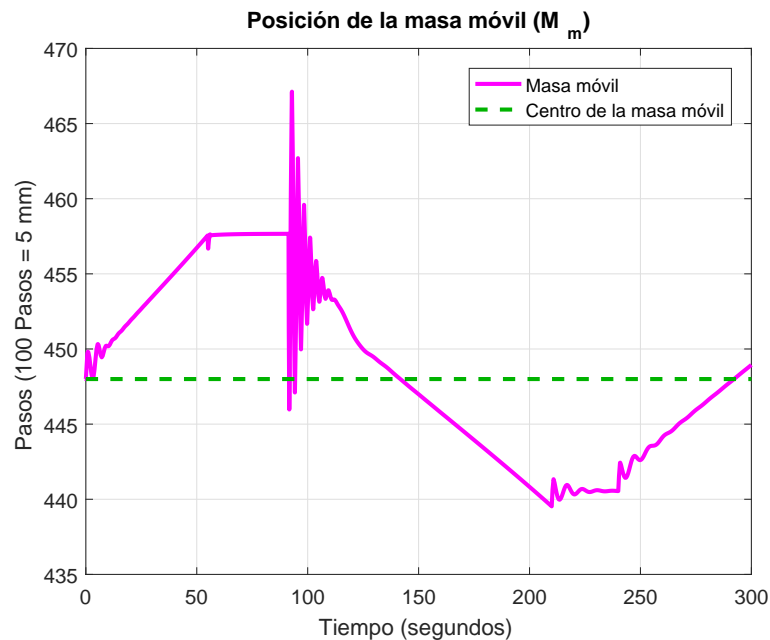


Figura 5.12: Cambio en la posición en la masa móvil (M_m)

5.2.3. Control PID para Seguimiento en Profundidad

Para completar el estudio se propone una ley de Control PID para seguimiento en profundidad con las consideraciones antes mencionadas, para lo cual se considera:

$$\tau_z = K_p e_z + K_i \int e_z dt + k_d \dot{e}_z \quad (5.19)$$

$$K_p e_z + K_i \int e_z dt + k_d \dot{e}_z = Ft \operatorname{sen}(\theta)$$

$$\tau_\theta = k_p e_\theta - k_d \dot{e}_\theta \quad (5.20)$$

El diagrama realizado en SIMULINK fue el siguiente

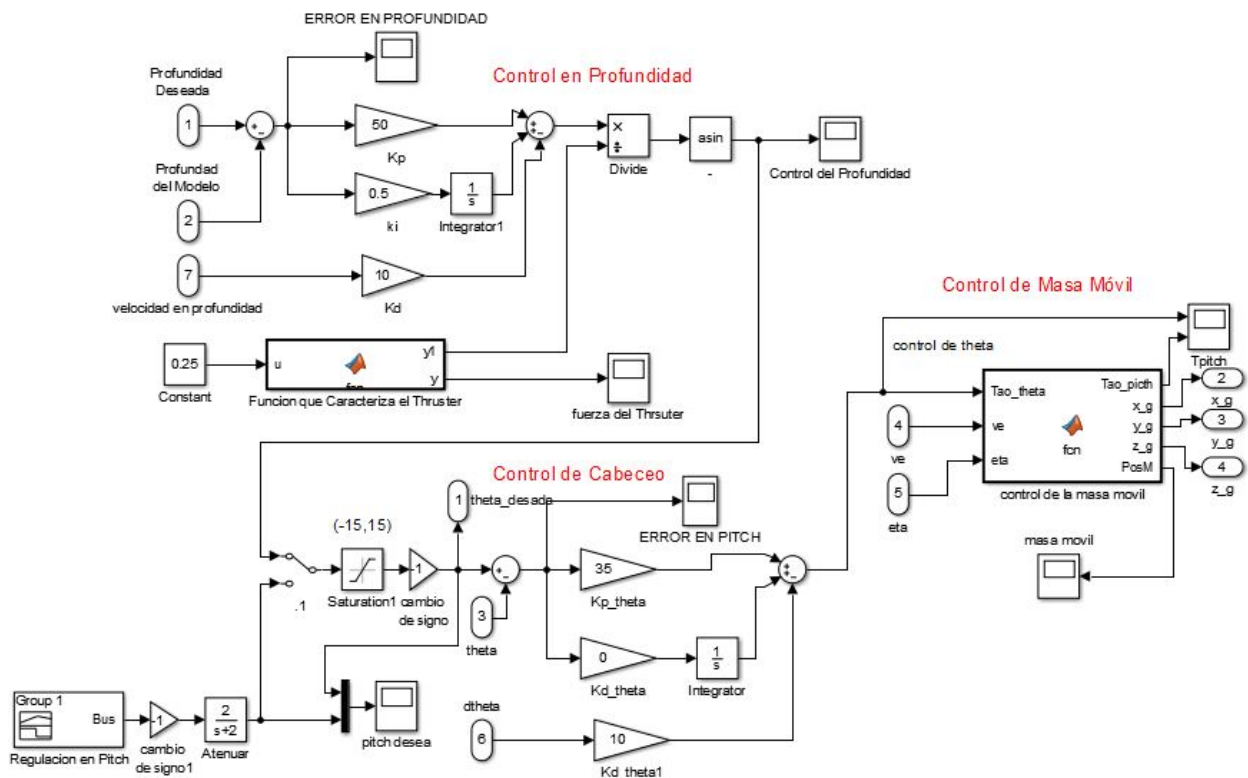


Figura 5.13: Diagrama de Control PID para seguimiento de trayectoria en profundidad

Se realiza la simulación con la misma trayectoria con perfil en velocidad trapezoidal, con las características mencionadas anteriormente, para comprobar que la ley de control fuese capaz de hacer el seguimiento de esta trayectoria.

En la Figura (5.14) se tiene una profundidad hasta de 2m donde se puede observar el seguimiento no es tan bueno como el caso del Control PD (parte señalada), también se paso

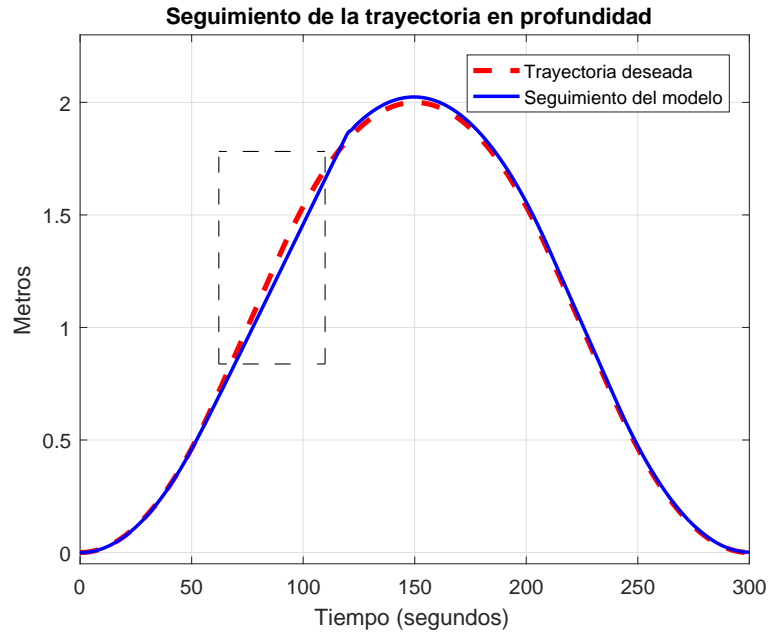


Figura 5.14: Seguimiento de la trayectoria en profundidad

un poco de la profundidad deseada. Además se tiene que el error de seguimiento fue mayor Figura (5.15a).

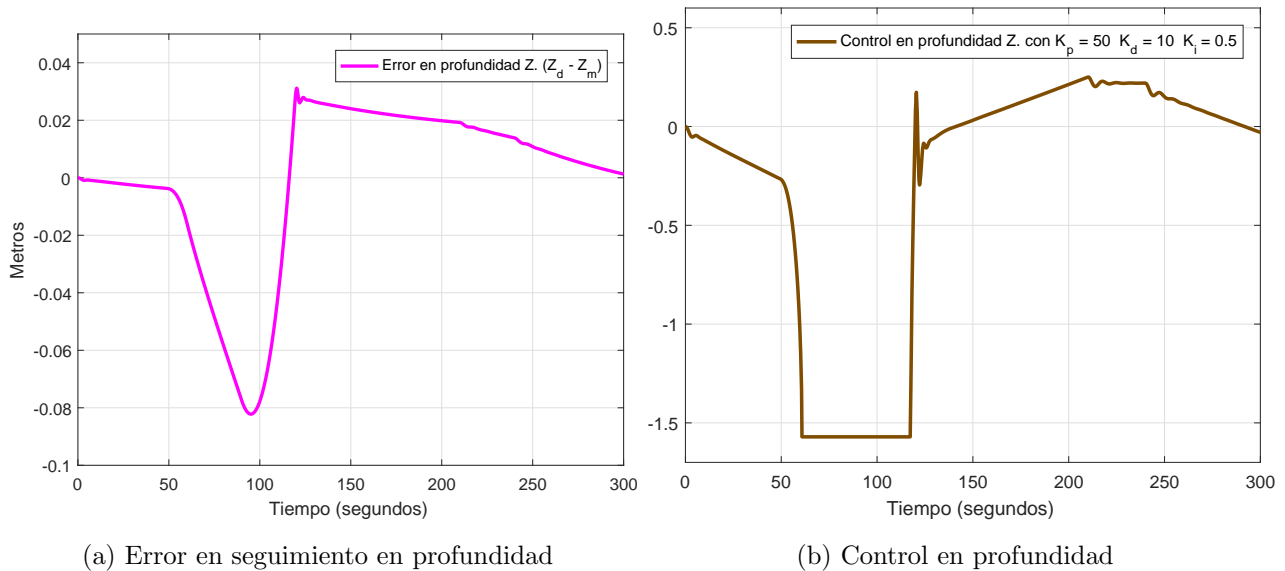


Figura 5.15: Respuestas del seguimiento en profundidad.

Cuando se le asigna una posición para la profundidad en el sistema, este realiza una consigna en el ángulo de cabeceo (θ) con el objetivo de lograr la profundidad. Además en la Figura

(5.16) se señala la saturación impuesta en el control de 15° a -15° .

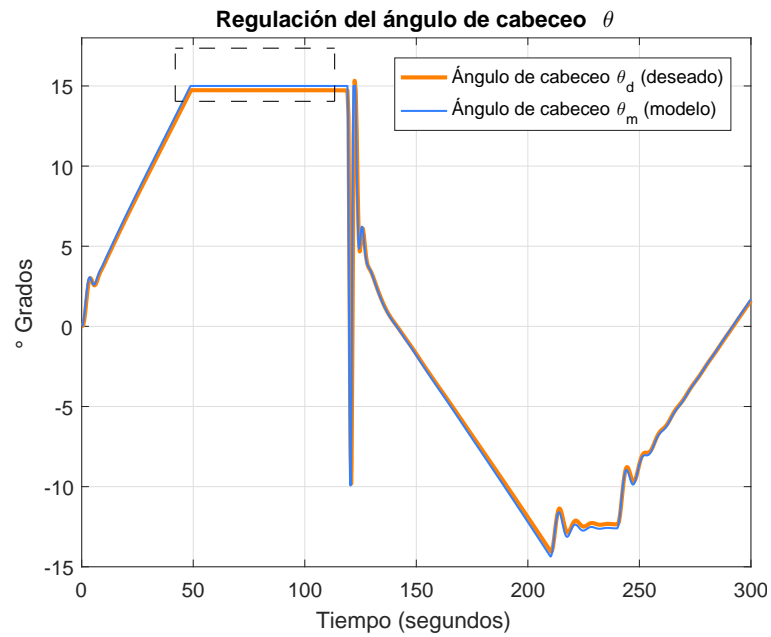
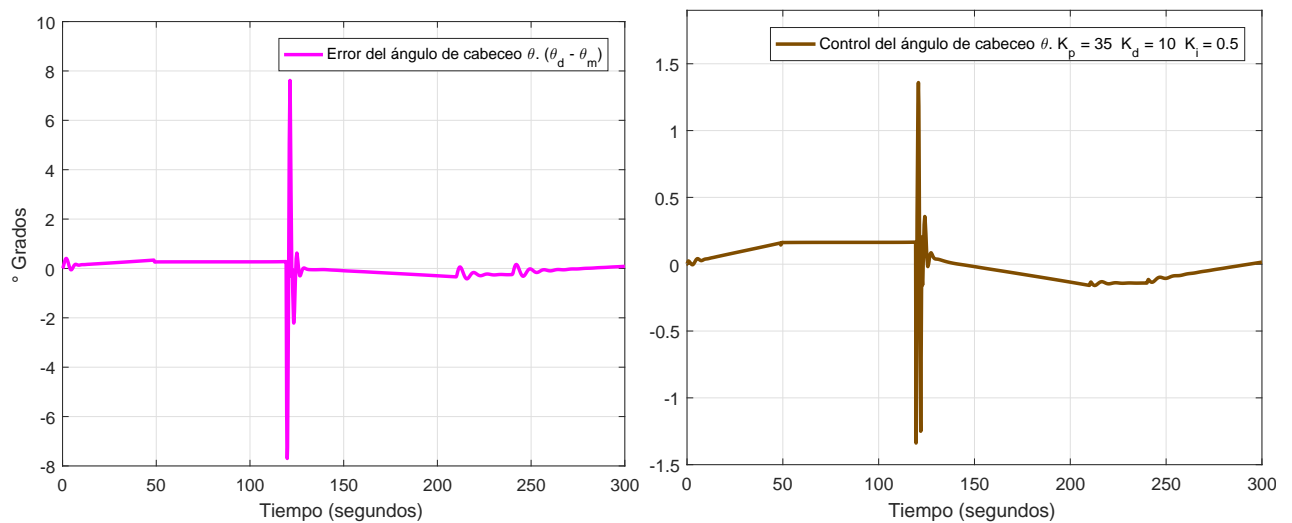


Figura 5.16: Regulación en el ángulo de cabeceo (θ)

En la Figura (5.17a) el promedio del error está entre menos de 1° , también la acción de control tiene buen desempeño.



(a) Error en seguimiento en profundidad

(b) Control en profundidad

Figura 5.17: Respuestas del seguimiento en profundidad.

En la Figura (5.18) se observa que la posición de la masa móvil (M_m) que no se requiere de grandes desplazamiento para realizar el seguimiento. Además se observa que el sistema

requiere tener más desplazamiento de la masa móvil (M_m) para ganar profundidad, que para emerger a la superficie debido a la superficie de control que generan las alas del Planeador.

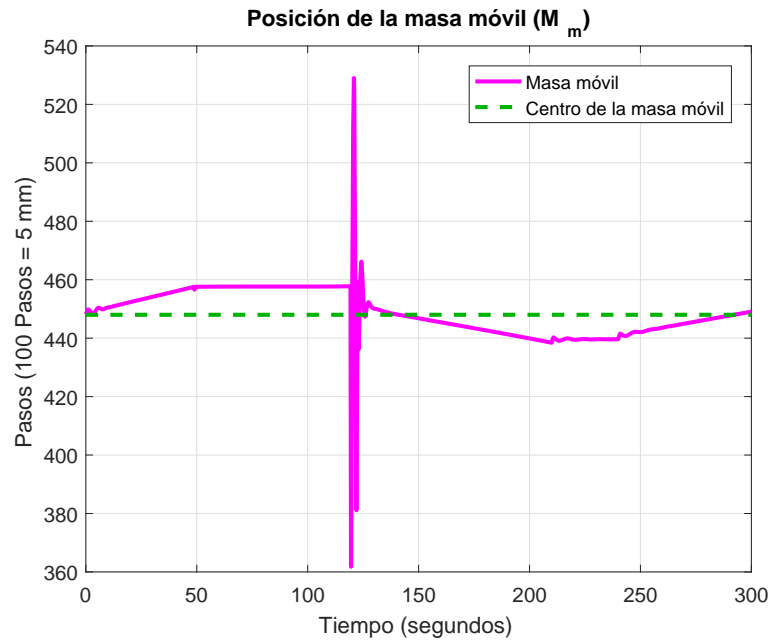


Figura 5.18: Cambio en la posición en la masa móvil (M_m)

Lo que obtenemos de estas simulaciones, es una buena comparación entre el Control PD y el Control PID. La principal característica es que la dinámica de nuestro planeador es muy lenta. Debido a esto se puede argumentar que la aplicación de un Control PID no es una buena opción, ya que este genera más amortiguamiento en nuestro sistema lo que se traduce a no tener un buen seguimiento de trayectorias. En el capítulo de resultados se presenta la aplicación de un Control PID en el Prototipo, presentando un comportamiento similar al de simulación.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS EN EL PROTOTIPO

Los experimentos en el prototipo, se realizaron bajo las siguientes condiciones:

- El tanque de lastre se lleva a una posición fija. Como se observa en la Figura (6.1).
- Masa móvil (M_m) se lleva a la posición de inicio $D_m = 448$.
- Se regula el ángulo de cabeceo (θ) para dejarlo aproximadamente en 0° .
- También se regula el ángulo de alabeo (ϕ) para dejarlo aproximadamente en 0° .
- La fuerza del thruster ($Ft = 0.0023 (N)$) es constante durante todas las pruebas en profundidad.
- El lugar de trabajo es una fosa que va de los 3 a 6 metros de profundidad, con 30 metros de largo por 25 metros de ancho.
- Se realizan perturbaciones por medio del maneral para alejarlo de la orilla o debido a que el prototipo choca con alguna pared de la fosa.
- El sistema tiene una velocidad de $0.023 m/s$ se calculo en una prueba de regulación se tardo 43 seg en llegar a un metro de profundidad.

Como se observa en la Figura (6.1) se observa la posición fija ya que solo se llena a la mitad de su capacidad en todas la pruebas, como medida de seguridad, se programó que lastre expulse el agua y hacer el planeador emerja al final de la tarea.

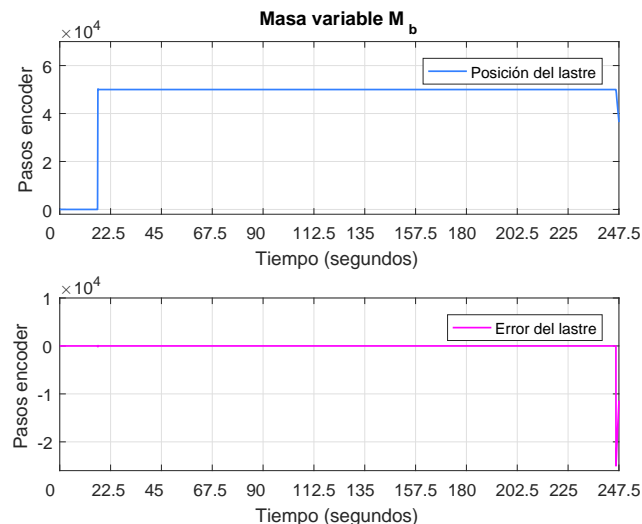


Figura 6.1: Posición del tanque de lastre

6.1. Regulación del ángulo de cabeceo (θ)

Se realizó una referencia, donde se busca que el planeador encuentre un ángulo de cabeceo (θ) positivo de 15° , con el cual el planeador debe emerger hacia la superficie, con un paso de 3° cada 80 segundos como se observa en la Figura (6.2) y (6.5), hasta encontrar un ángulo negativo de -15° , con el cual el planeador puede ganar profundidad.

Nota: Durante esta prueba no está en funcionamiento el thruster.

6.1.1. Resultados del Control PD sin compensación de gravedad del ángulo de cabeceo (θ)

Los resultados obtenidos aplicando una ley de Control PD en la regulación del ángulo de cabeceo (θ) sin la compensación de la fuerza de gravedad que genera el medio en el que se encuentra, donde la ecuación para el momento quedara la siguiente forma:

$$k_p e_\theta - k_d \dot{e}_\theta = (x_g W) \cos(\theta) \quad (6.1)$$

Obteniendo los siguientes resultados en el planeador:

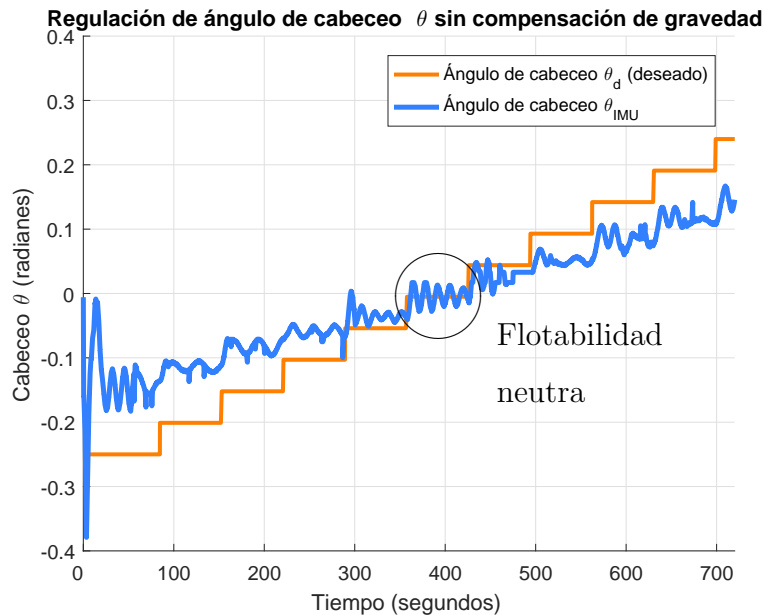
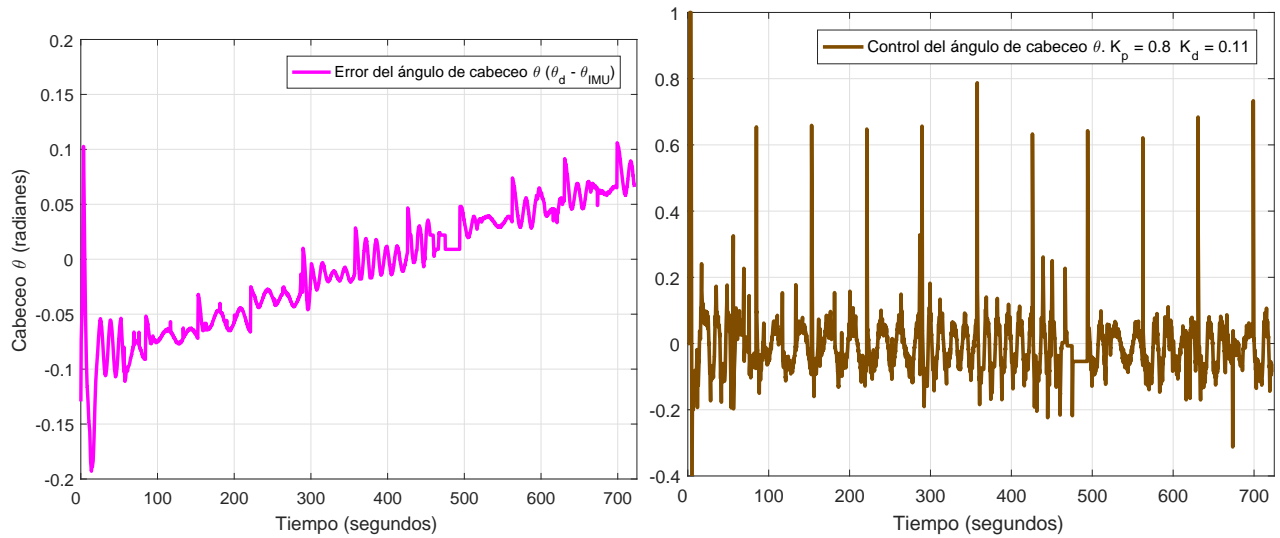


Figura 6.2: Regulación del ángulo de cabeceo (θ) sin compensación de gravedad

Se observa en la Figura (6.2) el planeador no llega a la referencia dada, debido a la acción de control no compensa los efectos de gravedad/flotabilidad lo que impide realizar una buena regulación. También se puede observar en la parte marcada es cuando el planeador está en

equilibrio ($W = B$), donde se puede observar una oscilación de menos de 1° debido a la corrientes del medio acuático.

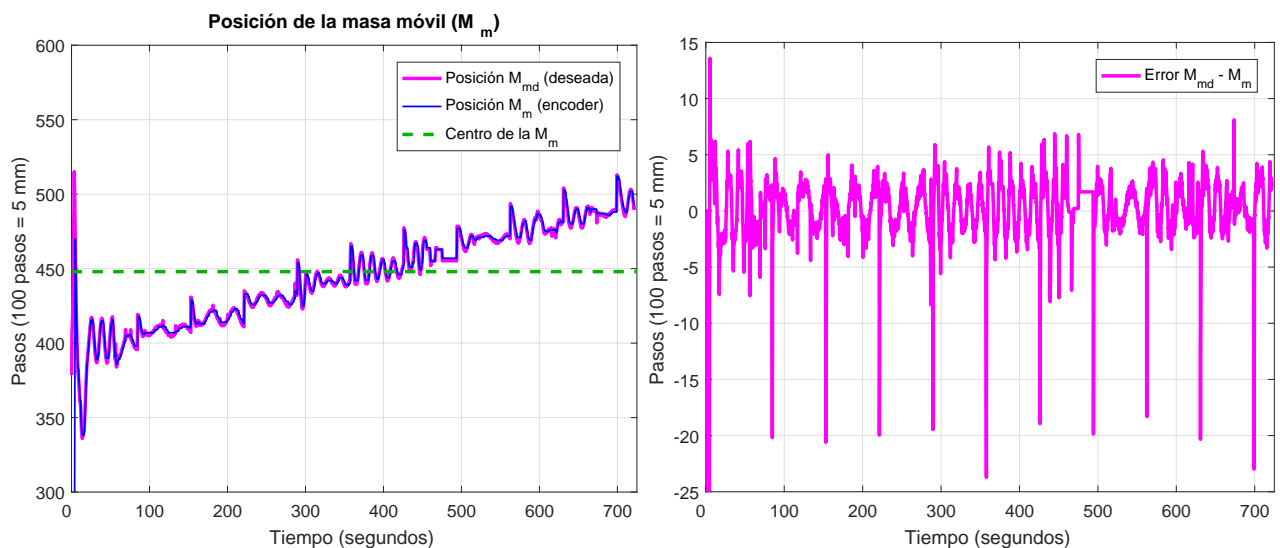
En la Figura (6.3a) se puede corroborar lo antes mencionado además la acción de control tiene un buen desempeño.



(a) Error del ángulo de cabeceo (θ) sin compensación de gravedad (b) Control del ángulo de cabeceo (θ) sin compensación de gravedad

Figura 6.3: Respuestas de la regulación del ángulo de cabeceo (θ) sin compensación de gravedad.

También se presenta el desempeño de la masa móvil durante esta prueba.



(a) Posición de la masa móvil (M_m)

(b) Error de la masa móvil (M_m)

Figura 6.4: Respuesta de la masa móvil (M_m) para el efecto en el ángulo de cabeceo (θ)

6.1.2. Resultados del Control PD con compensación de gravedad del ángulo de cabeceo (θ)

Los resultados obtenidos aplicando una ley de Control PD en la regulación del ángulo de cabeceo (θ) con la compensación de la fuerza de gravedad que genera el medio, donde la ecuación para el momento quedara la siguiente forma:

$$k_p e_\theta - k_d \dot{e}_\theta = (z_g W) \text{sen}(\theta) + (x_g W) \text{cos}(\theta) \quad (6.2)$$

Obteniendo los siguientes resultados en el planeador:

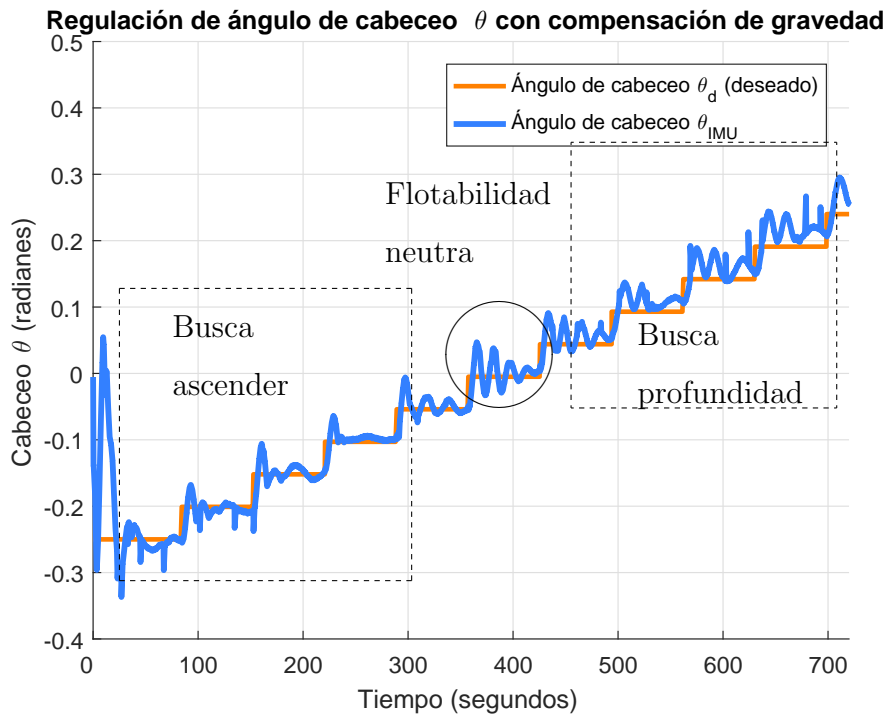
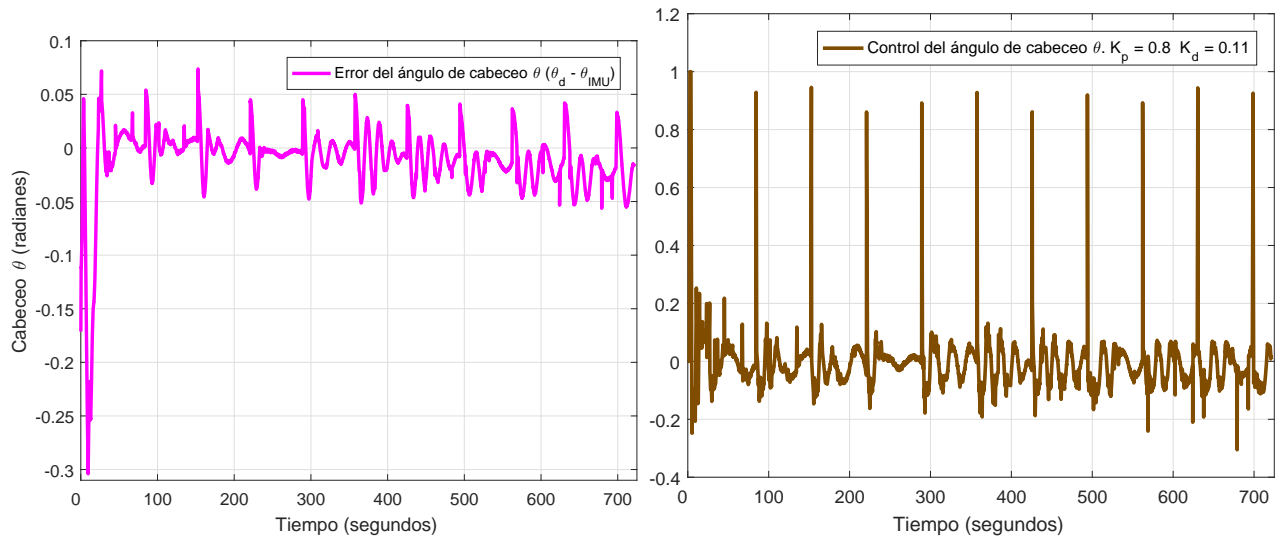


Figura 6.5: Regulación del ángulo de cabeceo (θ) sin compensación de gravedad

Se observa en la Figura (6.5) el planeador tiene mejor respuesta para seguir a la referencia, también se tiene la parte marcada para la flotabilidad neutra, se puede observar la misma oscilación de menos de un 1° . Hay que tener en cuenta que el planeador tiene diferentes dinámicas de funcionamiento, donde en la parte que el prototipo tiene un ángulo positivo para ascender a la superficie, la respuesta tiene menos oscilaciones en comparación a la parte donde el planeador tiene un ángulo negativo para lograr profundidad. Esto debido a la superficies de control de las alas del planeador.

En la Figura (6.6a) se puede ver que error de regulación del planeador es considerablemente

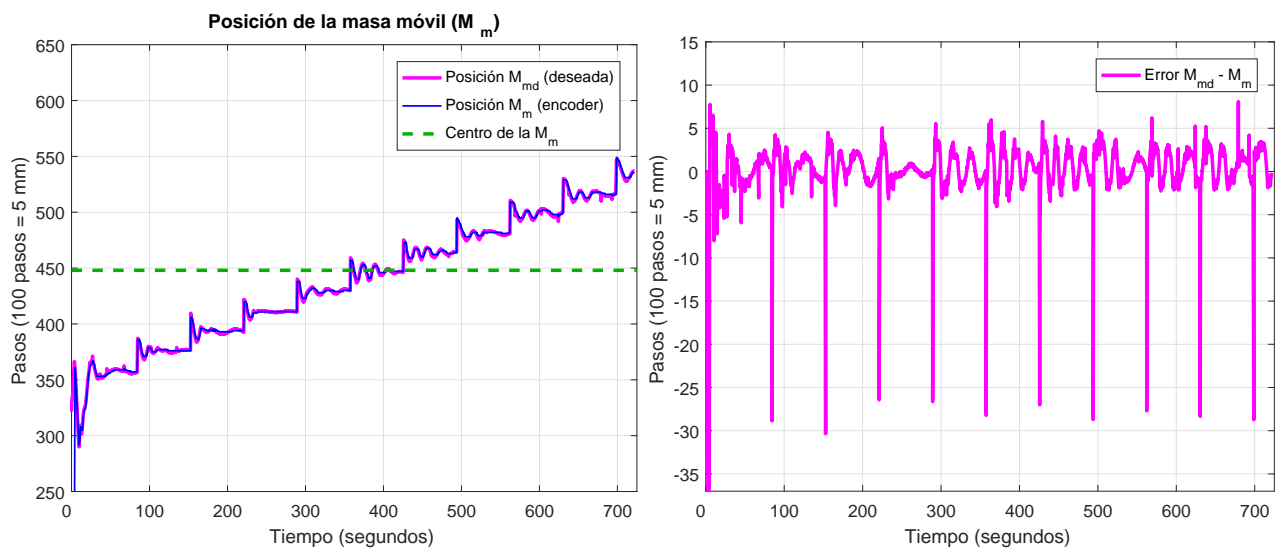
menor por la acción de compensación de las fuerzas de gravedad. También la acción de control muestra un mejor desempeño a comparación de la del caso anterior.



(a) Error del ángulo de cabeceo (θ) con compensación de gravedad (b) Control del ángulo de cabeceo (θ) con compensación de gravedad

Figura 6.6: Respuestas de la Regulación del ángulo de cabeceo (θ) con compensación de gravedad.

También se presenta el desempeño de la masa móvil durante esta prueba.



(a) Posición de la masa móvil (M_m)

(b) Error de la masa móvil (M_m)

Figura 6.7: Respuesta de la masa móvil (M_m) para el efecto en el ángulo de cabeceo (θ)

6.2. Resultados de seguimiento en profundidad

Como se explico en el capítulo de control para el sistema, se tiene que la profundidad esta dada por la fuerza que ejerce el thruster y el ángulo de cabeceo (θ).

$$\theta_d = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\tau_z}{Ft}\right) \quad (6.3)$$

Donde se obtiene una referencia para realizar una regulacion en el ángulo de cabeceo (θ) por medio de una ley de Control PD con compensación de Gravedad.

$$\tau_\theta = k_p e_\theta - k_d \dot{e}_\theta + g(\eta) \quad (6.4)$$

Además que la trayectoria se desea seguir tienen la característica de tener un perfil en velocidad como se menciona anteriormente. En la Figura (6.8) se muestra la trayectoria con profundidad hasta $2m$ en un tiempo de 300 segundos.

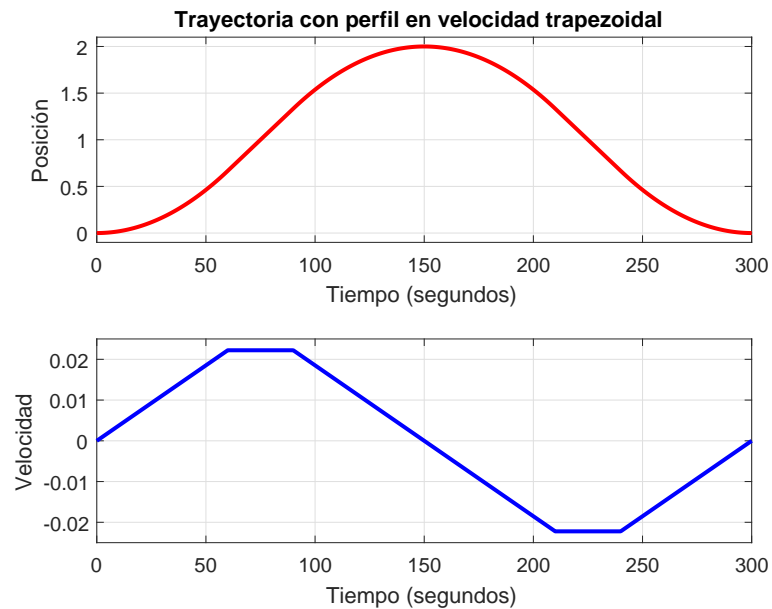


Figura 6.8: Trayectoria en Profundidad

6.2.1. Resultados Control PD para Seguimiento en Profundidad

Se propone la siguiente ley de Control PD para profundidad:

$$\tau_z = K_p e_z - K_d \dot{e}_z \quad (6.5)$$

Obteniendo los siguientes resultados:

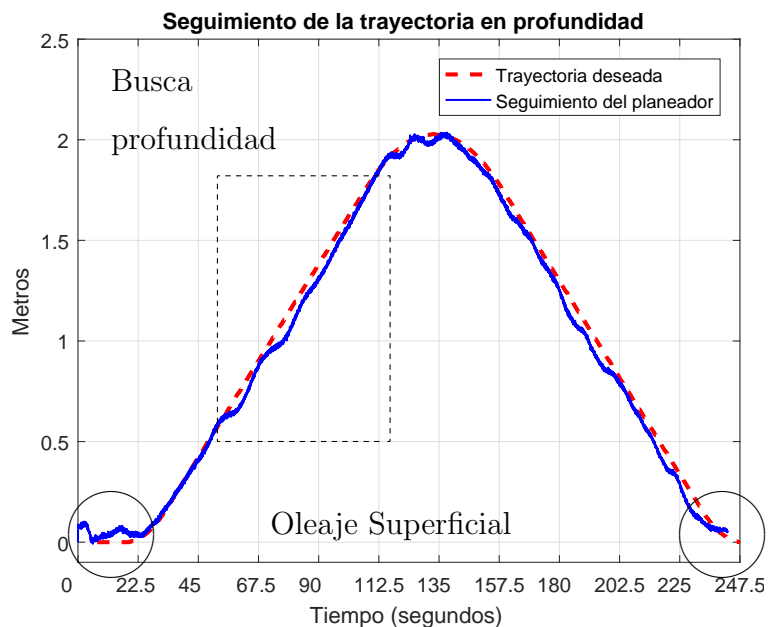
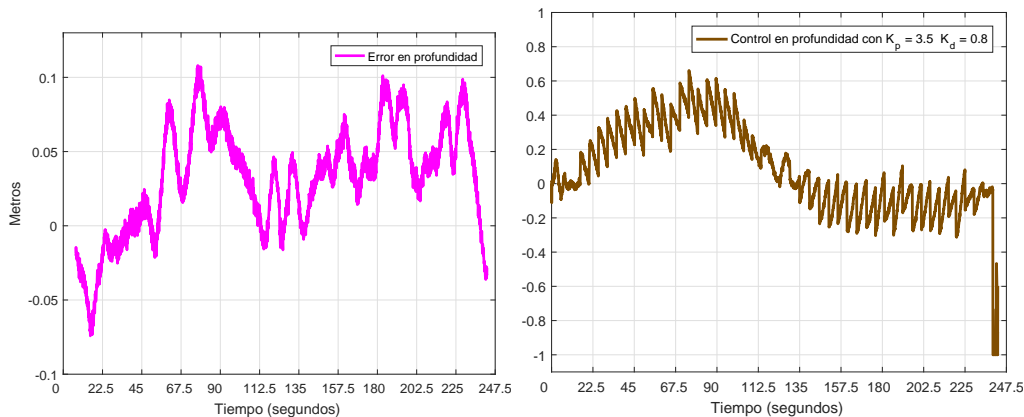


Figura 6.9: Seguimiento de la Trayectoria en Profundidad

En la Figura(6.9) se observa un buen seguimiento de la trayectoria, además se señala la parte donde el planeador busca profundidad y el inicio y final de la prueba se observa el oleaje superficial (círculos). También se observa un ruido en la señal del Sensor de Precisión, con el se mide la Profundidad. Además se muestra el error en profundidad y la señal de control.



(a) Error en Seguimiento en Profundidad

(b) Control en Profundidad

Figura 6.10: Respuestas del Seguimiento en Profundidad.

La Figura (6.11) muestra la regulación en el Angulo de Pitch (θ) para obtener la profundidad en el planeador. Se puede observar que existe un desfase por la respuesta del sistema, la cual es lenta a comparación de la lectura en la IMU, también se observa la saturación implementada en el control de $15^\circ = 0.2618$ radianes. Debido a que un ángulo de cabeceo (θ) mayor a 25° la masa móvil (M_m) no podría generar el momento contrario para que el planeador ascendiese.

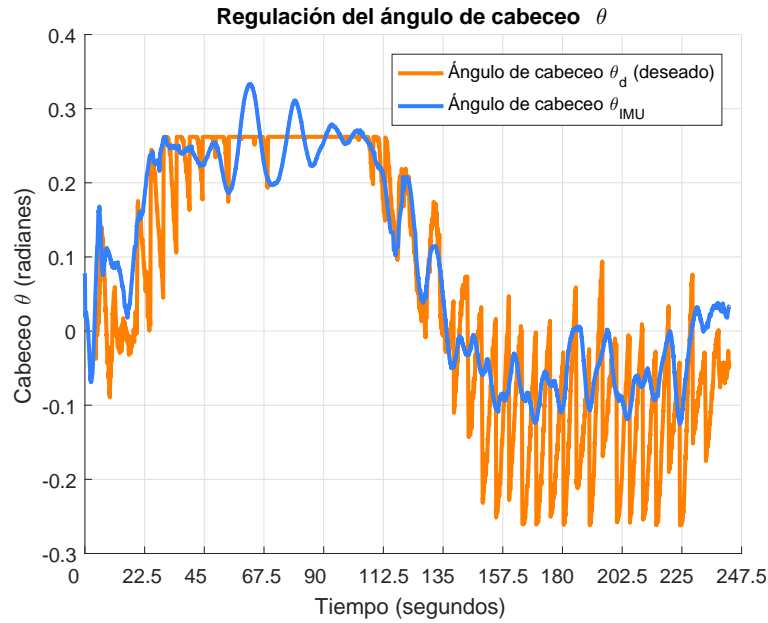
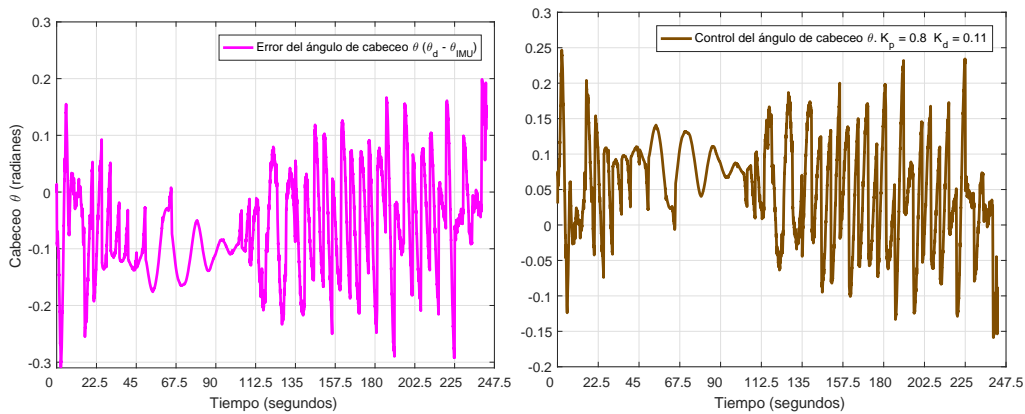


Figura 6.11: Referencia del ángulo de cabeceo (θ)

En la Figura (6.12) se presentan a señal del error y la acción de control de la regulación para el ángulo de cabeceo (θ) durante esta prueba.



(a) Error en el ángulo de cabeceo (θ) (b) Control en el ángulo de cabeceo (θ)

Figura 6.12: Respuestas de regulación para el ángulo de cabeceo (θ).

En la Figura (6.13) se observa el control para la Posición de la masa móvil (M_m). Esta gráfica

es interesante ya que muestra que el planeador, requiere compensar más fuerzas cuando busca ascender a la superficie que cuando gana profundidad.

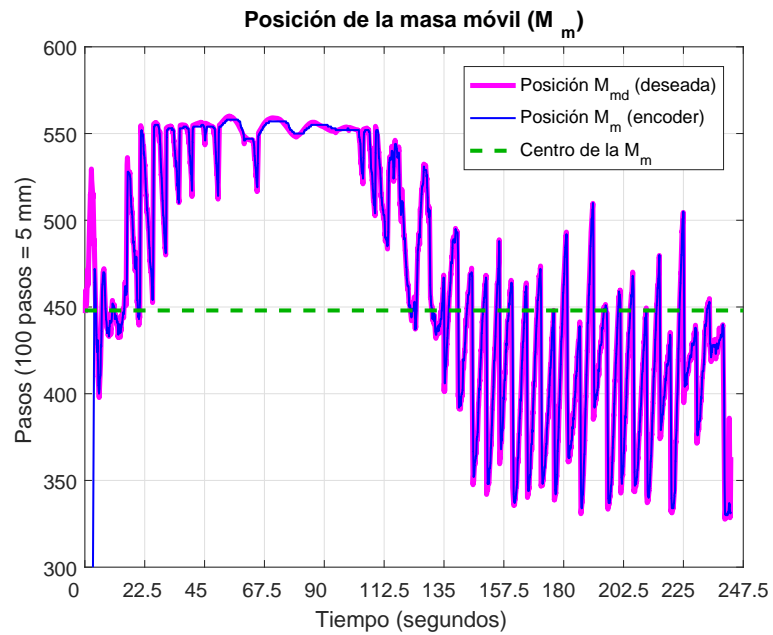
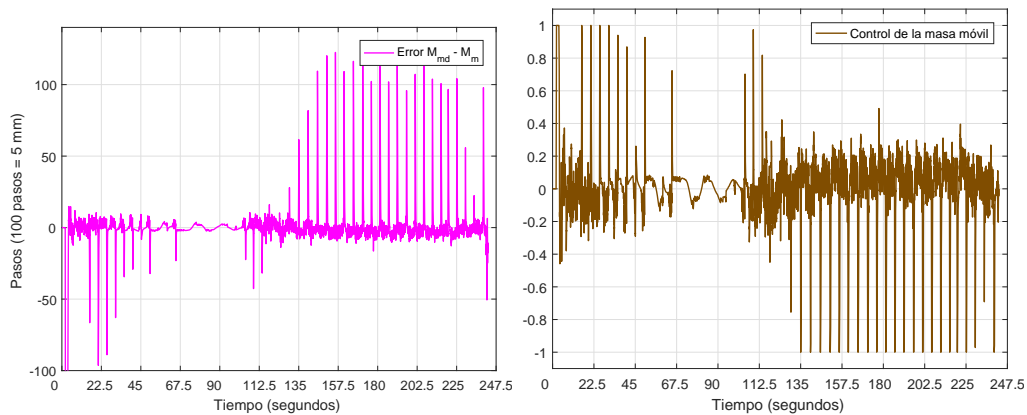


Figura 6.13: Cambio de posición de la masa móvil (M_m)

En la Figura (6.14) se presentan a señal del error y la acción de control para la masa móvil (M_m).



(a) Error en la masa móvil (M_m)

(b) Control en la masa móvil (M_m)

Figura 6.14: Respuestas de la masa móvil (M_m).

6.2.2. Resultados del Control PD con Perturbación Externa para Seguimiento de Trayectoria

Se propone la siguiente ley de Control PD para profundidad:

$$\tau_z = K_p e_z - K_d \dot{e}_z \quad (6.6)$$

En esta prueba se tiene dos tipos de perturbaciones para nuestro sistema.

- Un reinicio del sensor de presión se considera un perturbación interna. Es debido a la comunicación que existe entre la computadora central MIRIO y la tarjeta Arduino, pero muchas pruebas se observa que el control es capaz de realizar una acción de corrección después del reinicio.
- Un ligero golpe en el planeador con el Stick para evitar que pegara con la pared de la Fosa. Se considera un perturbación externa, en la prueba se puede observar que el control es capaz de realizar un acción de corrección en menos de 60 segundos.

Obteniendo los siguientes resultados:

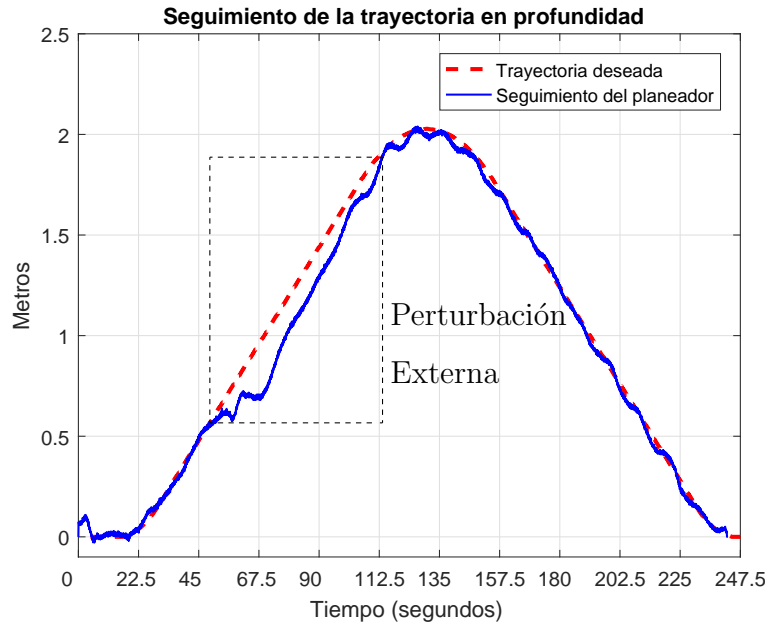
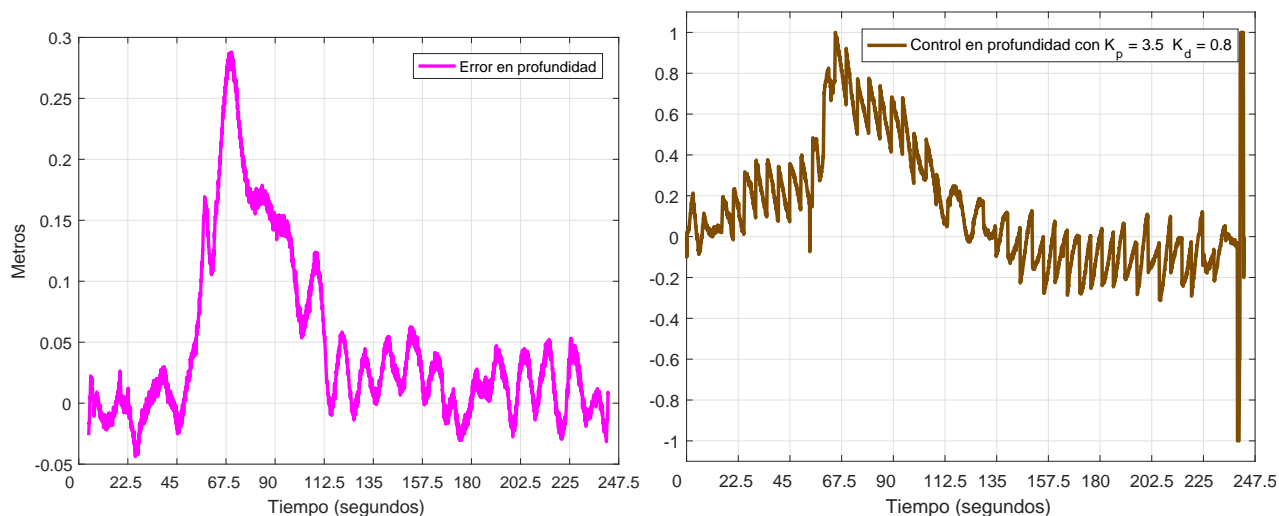


Figura 6.15: Seguimiento de la Trayectoria en Profundidad

Donde también se observa un ruido en la señal del Sensor de Precisión con el se mide la Profundidad. Además se puede ver la perturbación externa en el error en profundidad y la señal de control.



(a) Error en Seguimiento en Profundidad

(b) Control en Profundidad

Figura 6.16: Respuestas del Seguimiento en Profundidad.

La Figura (6.17) muestra la regulación en el Angulo de Pitch (θ) para obtener la profundidad en el planeador. Se puede observar que existe un desfase por la respuesta del sistema, la cual es lenta a comparación de la lectura en la IMU, también se observa la saturación implementada en el control de 15° . Debido a que un ángulo de cabeceo (θ) mayor a 25° la masa móvil (M_m) no podría generar el momento contrario para que el planeador ascendiese.

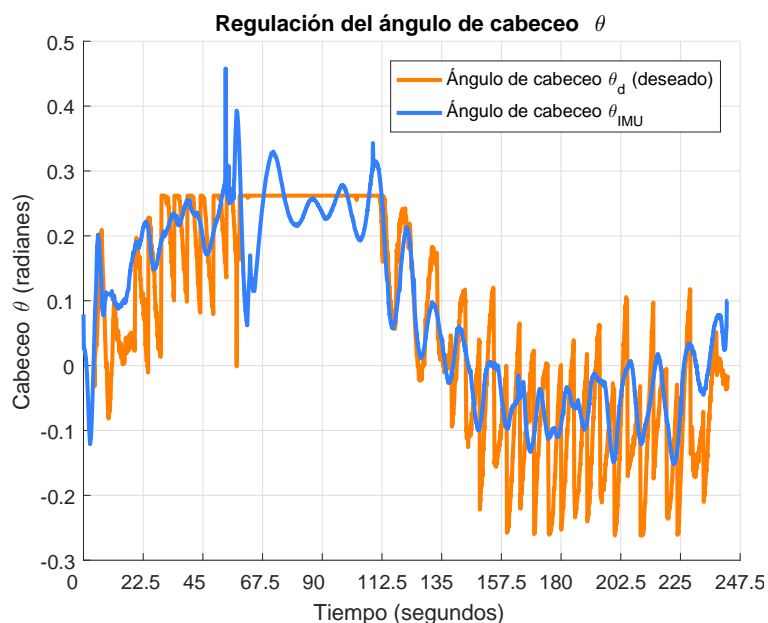


Figura 6.17: Referencia del ángulo de cabeceo (θ)

En la Figura (6.18) se presentan a señal del error y la acción de control de la regulación para el ángulo de cabeceo (θ) durante esta prueba.

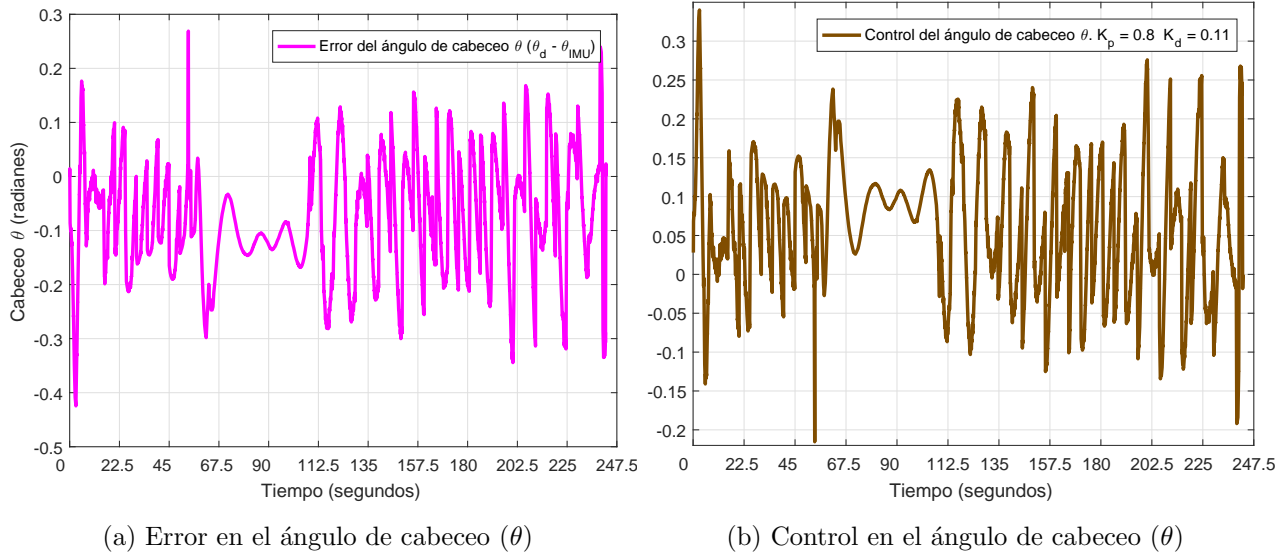


Figura 6.18: Respuestas de regulación para el ángulo de cabeceo (θ).

En la Figura (6.19) se observa el control para la Posición de la masa móvil (M_m). Esta gráfica es interesante ya que muestra que el planeador, requiere compensar más fuerzas cuando busca ascender a la superficie que cuando gana profundidad. Se señala donde la masa móvil (M_m) compensa la perturbación generada sobre el planeador.

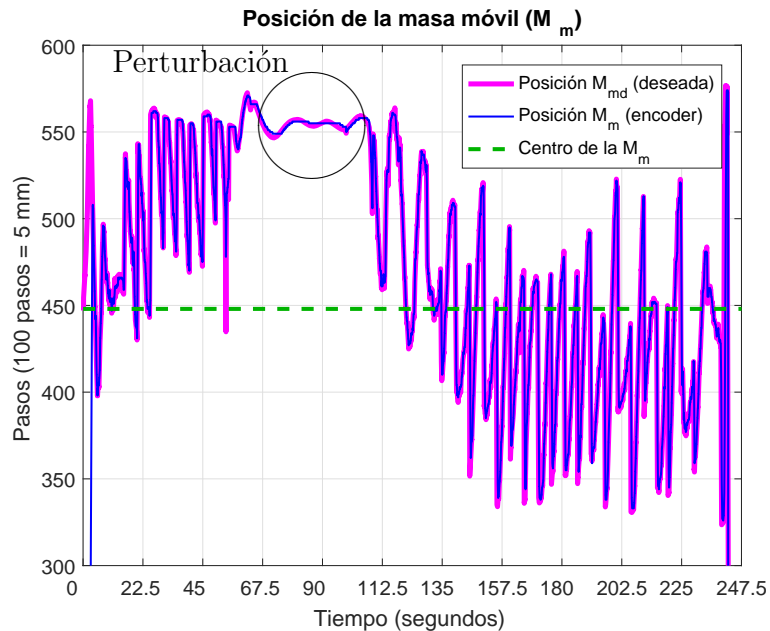


Figura 6.19: Cambio de posición de la masa móvil (M_m)

En la Figura (6.20) se presentan a señal del error y la acción de control para la masa móvil (M_m).

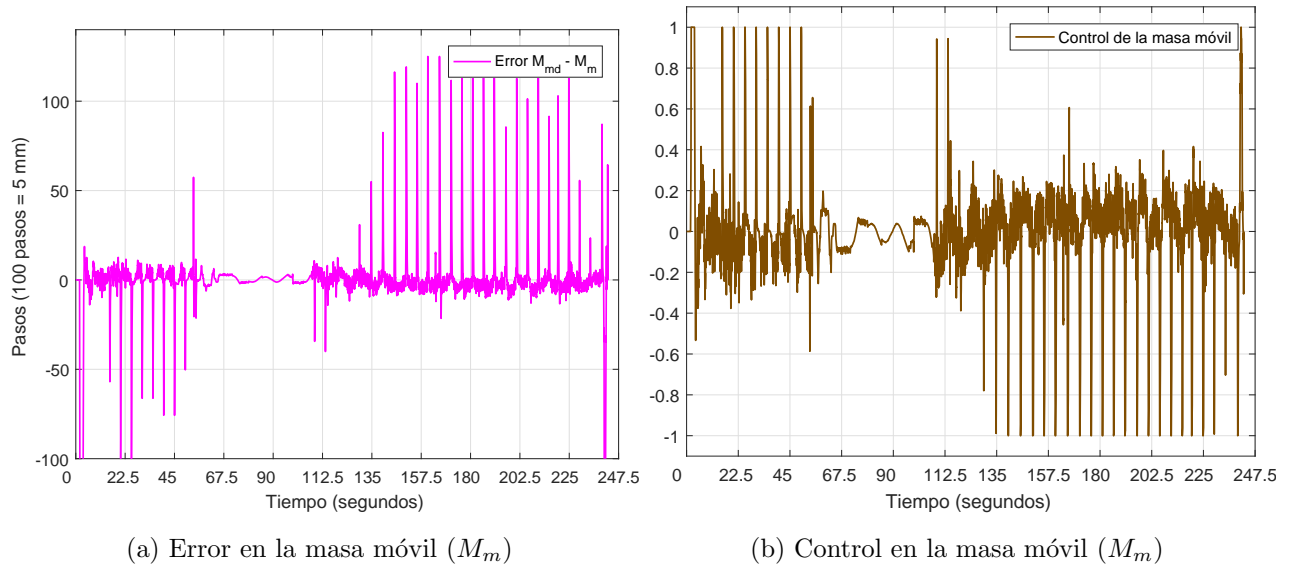


Figura 6.20: Respuestas de la masa móvil (M_m).

A pesar de la simplicidad que tiene el Control PD propuesto en profundidad, se puede observar que el sistema es robusto ante las perturbaciones explicadas anteriormente. Ya que los resultados de este experimento así los demuestra. Para comprobar los buenos resultados con el Control PD se implemento un Control PID para poderlos comparar y ver si los resultados de la simulación coinciden. Obteniendo los siguientes Resultados.

6.2.3. Resultados del Control PID para Seguimiento de Trayectoria

Se propone la siguiente ley de Control PID para profundidad:

$$\tau_z = K_p e_z + K_i \int e_z dt + k_d \dot{e}_z \quad (6.7)$$

Obteniendo los siguientes resultados:

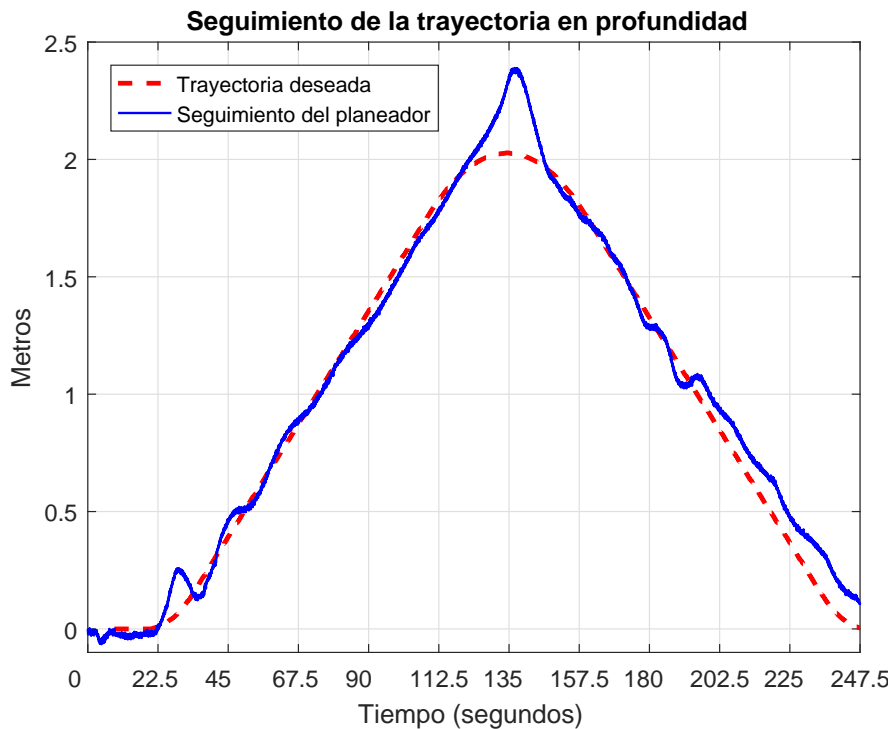


Figura 6.21: Seguimiento de la Trayectoria en Profundidad

Como se observa que la respuesta del sistema no fue mejor, se puede que ver que se pasa de los 2m de profundidad y que presenta oscilaciones cuando el planeador se sumerge y asciende.

Ademas que el comportamiento del sistema no fue el esperado, ya que parece que el Control PID genera que el sistema tenga problemas

Ademas se muestra el error en profundidad y la señal de control.

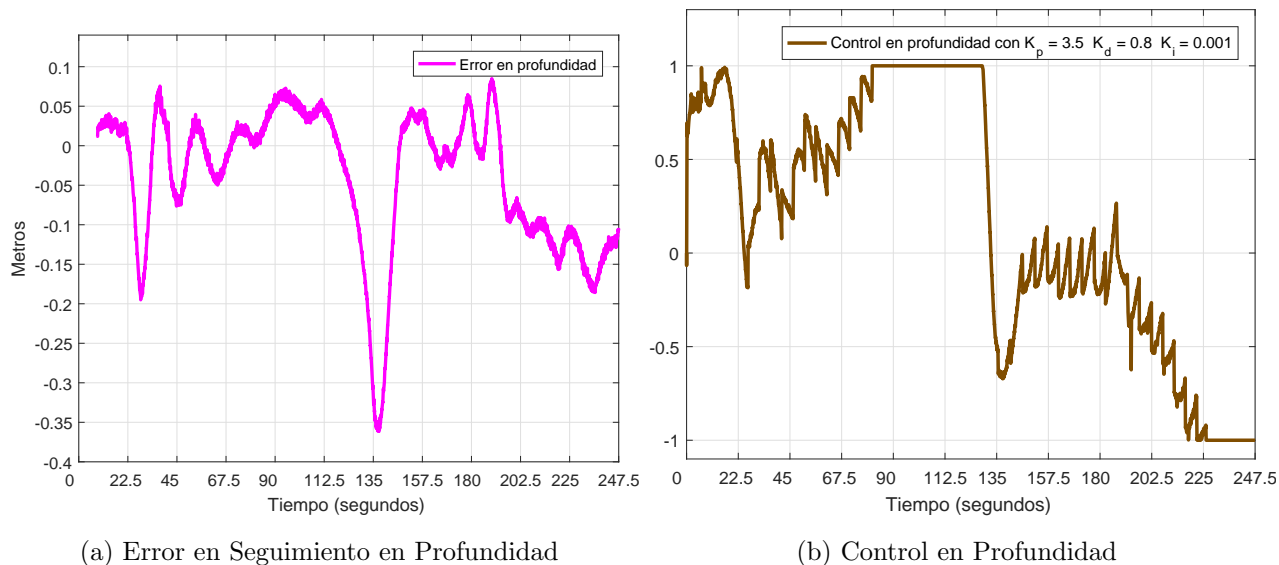


Figura 6.22: Respuestas del Seguimiento en Profundidad.

La Figura (6.23) muestra la regulación en el ángulo de cabeceo (θ) para obtener la profundidad en el planeador. Se puede observar que existe un desfase por la respuesta del sistema, la cual es lenta a comparación de la lectura en la IMU, también se observa la saturación implementada en el control de 15° .

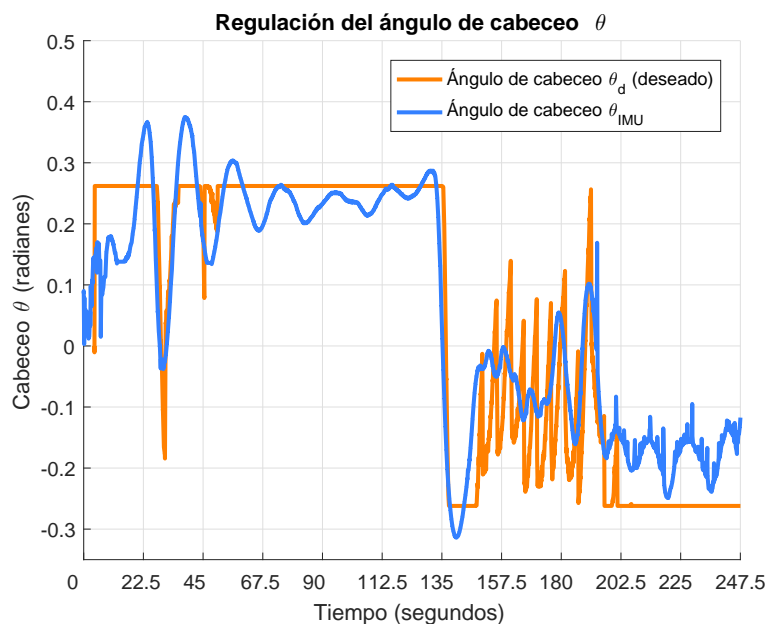


Figura 6.23: Referencia del ángulo de cabeceo (θ)

En la Figura (6.24) se presentan a señal del error y la acción de control de la regulacion para

el ángulo de cabeceo (θ) durante esta prueba.

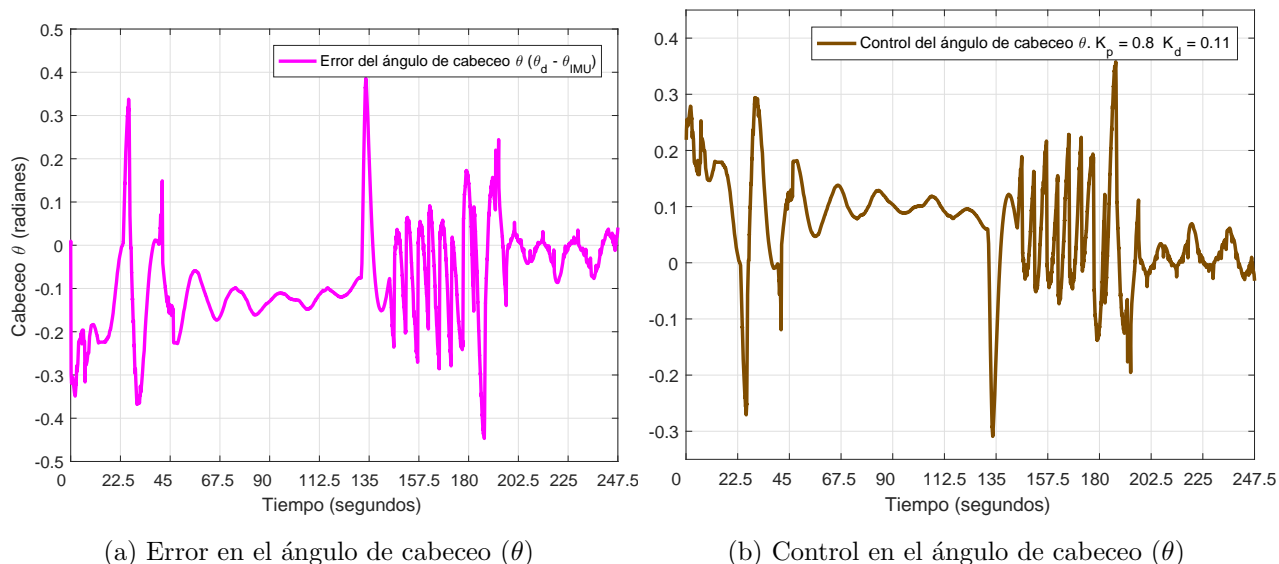


Figura 6.24: Respuestas de regulación para el ángulo de cabeceo (θ).

En la Figura (6.25) se observa el control para la Posición de la masa móvil (M_m). Además que el sistema de la masa móvil se tiene la posición de Inicio (D_m) en 448 pulsos en el encoder. Además se observa el Control que se realiza para la posición de la masa móvil.

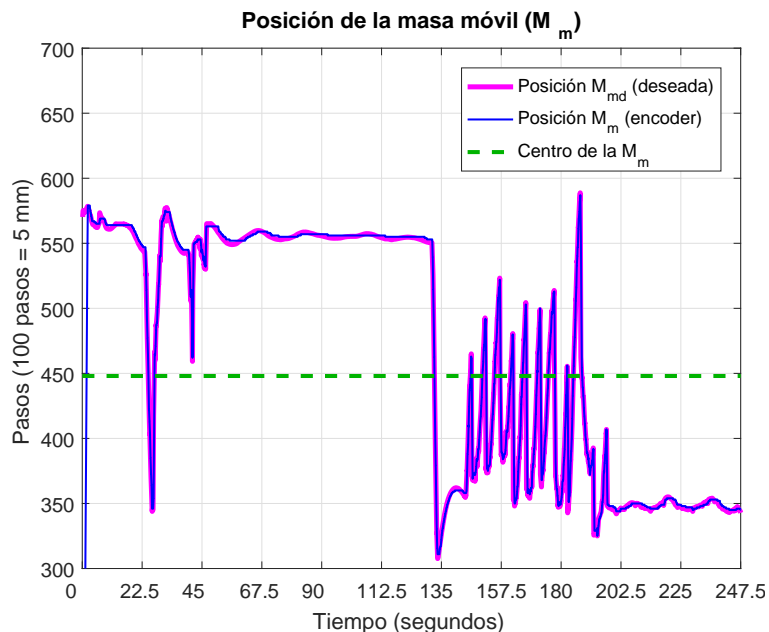
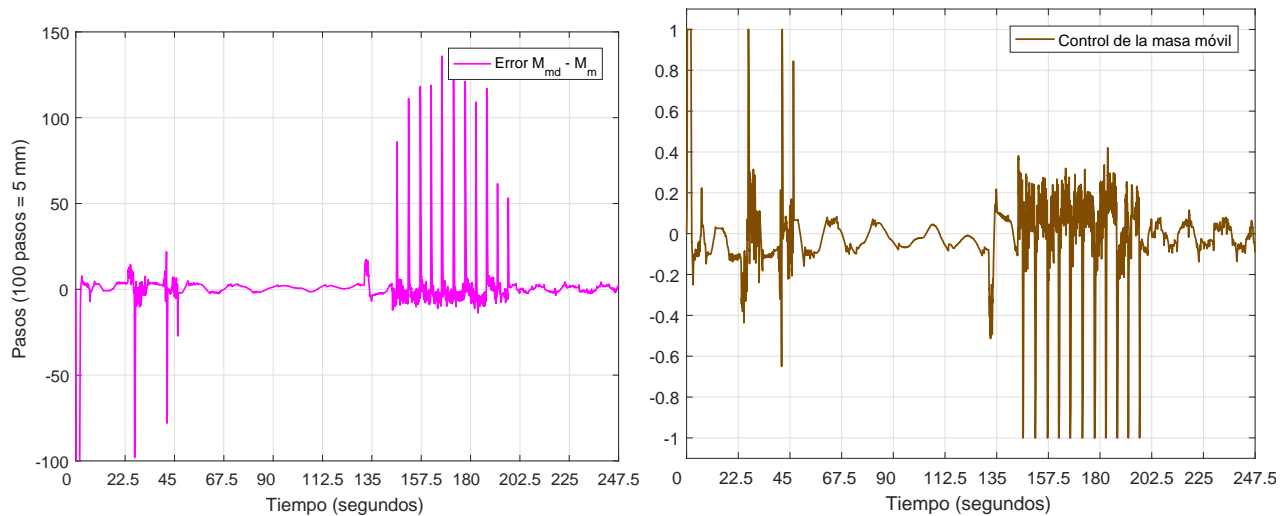


Figura 6.25: Cambio de posición de la masa móvil (M_m)

En la Figura (6.12) se presentan a señal del error y la acción de control de la masa móvil

(M_m) .



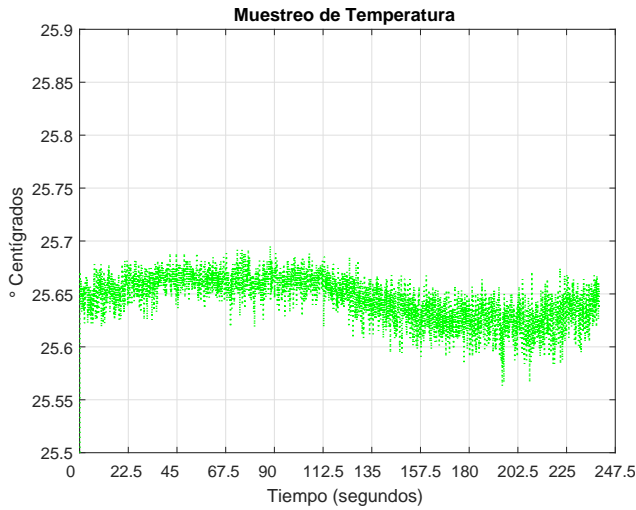
(a) Error en la masa móvil (M_m)

(b) Control en la masa móvil (M_m)

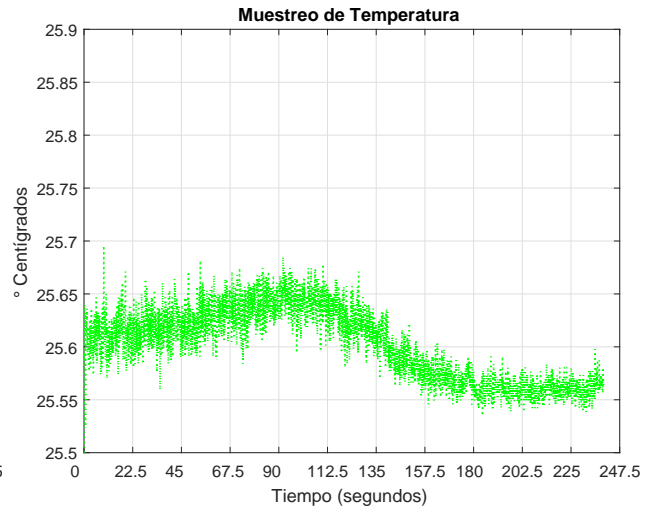
Figura 6.26: Respuestas de la masa móvil (M_m).

6.3. Muestreo de Temperatura

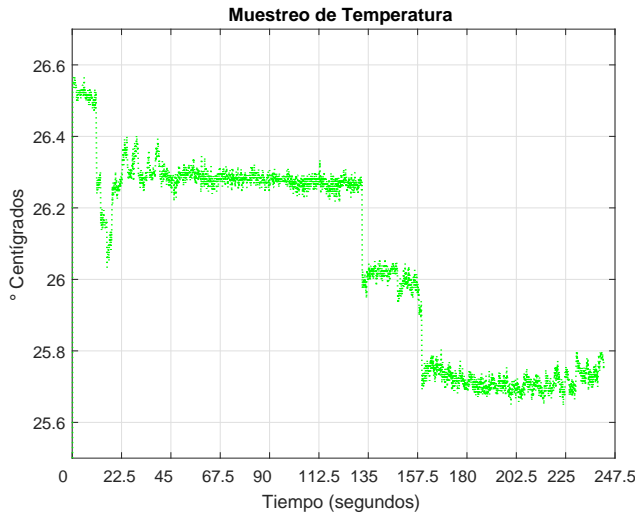
En esta sección se muestran algunos resultados obtenidos por el sensor de temperatura externo en el planeador híbrido.



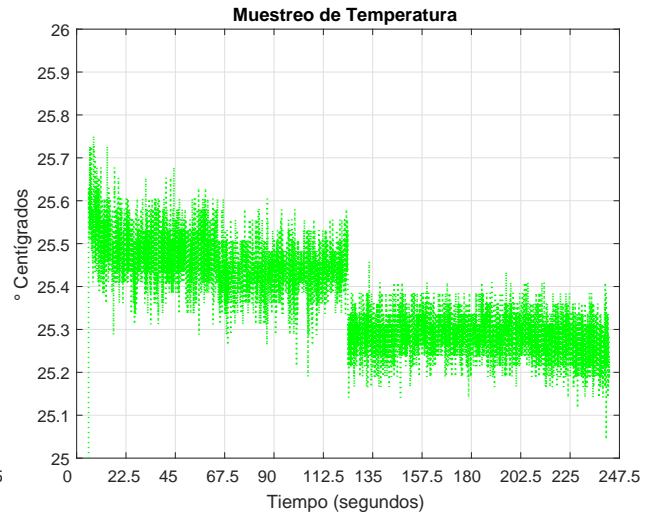
(a) Muestra 1



(b) Muestra 2



(c) Muestra 3



(d) Muestra 4

Figura 6.27: Muestra de Temperatura en Profundidad.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES

El desempeño del Planeador en el trabajo experimental fue excelente ya que no presento filtraciones, además la implementación de nuevos conectores secos para esta etapa, se logro una buena hermeticidad para el uso de sensores fuera del fuselaje.

La computadora embebida permitió un mejor procesamiento y una mayor velocidad de lectura de los sensores. lo cual se mejoro mucho el desempeño del sistema del planeador. Obteniendo una mejor implementación de correcciones y ajustes debido a la comunicación Wifi que tiene esta computadora embebida.

El Control PD implementado en el ángulo de cabeceo (θ) demostró hacer una buena regulación a pesar de la baja velocidad del actuador lineal, que debido a que la respuesta del desplazamiento de la masa móvil, es muy importante para realizar un buen seguimiento de trayectoria. Un trabajo a futuro seria la sustitución del actuador lineal por otro con mayor velocidad.

La implementación del mecanismo de banda, para mejorar la resolución del posicionamiento de la masa móvil, obteniendo un gran impacto en el desempeño de la ley de control, ya el sistema pudo corregir errores de hasta $3 \mu m$ y logro eliminar las oscilaciones con amplitud promedio de 0.5 grados que tenia el sistema.

La dinámica del sistema mejoro debido a las fuerzas hidrodinámicas generadas por las alas y el thruster implementados en este trabajo, ya que para hacer el seguimiento de la trayectoria se necesitaba una mejor respuesta y estabilidad del planeador.

El Control PD acoplado permite que el planeador realizar un buen seguimiento de trayectoria en profundidad, ya que debido a la velocidad.

7.1. Trabajo a Futuro

Se plantea como objetivo próximo el desarrollo de un algoritmo de control que permita el seguimiento de trayectoria en tres dimensiones, es decir, se modificara el modelo del planeador para incluir el desplazamiento de y_g por medio del movimiento del péndulo. Además se agregara al modelo los efectos producidos por el tanque de lastre para realizar el cambio de masa del Planeador.

La implementación de sensores para medir mas viables del agua como Ph, oxigeno disuelto, etc. Por otro lado, la implementación de sensores acústicos, infrarrojos o de visión, para poder implementar leyes de control para logras mas aplicaciones en el planeador, como por ejemplo para evasión de obstáculos o seguimiento de una tubería.

Como otro trabajo a futuro se podrían emplear técnicas de control adaptable en la estimación de parámetros, tan importaste como masas agregadas, en el tanque de lastre (para lograr más profundidad) y la resolución del posicionamiento de $r_g = [x_g, y_g, z_g]^T$. Ya que esta resolución tienen un impacto en el desempeño en la ley de control.

Se prevé el diseño de cubierta externa que le permitirá al Planeador tener un flujo laminar al desplazarse y mejorara su capacidad de planeo, además de darle mas estabilidad al Prototipo. Por otro lado, una de las principales reconsideraciones para realizar pruebas a mayor profundidad, se requerirá adecuar la capacidad del tanque del lastre (limitada a 10 m), para poder observar la capacidad de operación de los conectores secos que se implementaron en esta etapa.

Bibliografía

- [1] Ivan Torres Tamanaja. *Navegación y Control de un mini vehículo submarino autónomo*. PhD thesis, CINVESTAV, 2013.
- [2] Pushkin Karchroo Sabiha Wadoo. *Autonomous Underwater Vehicles*, volume 1. CRC Press, Taylor and Francis Group, 2011.
- [3] Lisandro Publisi Pedro Cardenas Cesar Alvarez Héctor A. Moreno, Roque Saltarén. Robótica submarina: Conceptos, elementos, modelo y control. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 2014.
- [4] Eduardo Campos Mercado. *Design, Modeling and Control de AUV's Usig*. PhD thesis, CINVESTAV, 2012.
- [5] S. Wood. *Autonomous Underwater Glider*. 2009.
- [6] Carlos Honorio de la Cruz Alemán. Diseño y construcción de un prototipo de planeador sumergible y el control pd del ángulo de cabeceo. Master's thesis, CINVESTAV, 2015.
- [7] J.G. Graver y N.E. Leonard. *Underwater Glider Dynamics and Control*. Symposium on Unmanned Unteihered Submersible Tech, 2001.
- [8] Thor I Fossen. *Handbook of marine Craft. Hydrodynamics and Motion Control*. United Kingdom, 2011.
- [9] Gianluca Antonelli. *Underwater Robotis, Motion and Force Control of Vehicle-Manipulator Systems*, volume 2. Springer Tracts in Advanced Robotics, 2003.
- [10] V Upadhyay, S Gupta, AC Dubey, MJ Rao, P Siddhartha, V Gupta, S George, R Bobba, R Sirikonda, A Maloo, et al. Design and motion control of autonomous underwater vehicle, amogh. In *Underwater Technology (UT), 2015 IEEE*, pages 1–9. IEEE, 2015.
- [11] Thor I Fossen. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. United Kingdom, 1994.
- [12] Paul J Craven, Robert Sutton, and Roland S Burns. Control strategies for unmanned underwater vehicles. *The Journal of Navigation*, 51(1):79–105, 1998.

- [13] Joshua G Graver, Ralf Bachmayer, Naomi Ehrich Leonard, and David M Fratantoni. Underwater glider model parameter identification. In *Proc. 13th Int. Symp. on Unmanned Untethered Submersible Technology (UUST)*, volume 1, pages 12–13, 2003.
- [14] Nina Mahmoudian and Craig Woolsey. Underwater glider motion control. In *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*, pages 552–557. IEEE, 2008.
- [15] Sabiha A Wadoo, Sadiksha Sapkota, and Keerthish Chagachagere. Optimal control of an autonomous underwater vehicle. In *Systems, Applications and Technology Conference (LISAT), 2012 IEEE Long Island*, pages 1–6. IEEE, 2012.
- [16] Halil Akçakaya, H Alpaslan Yildiz, Gaye Sağlam, and Fuat Gürleyen. Sliding mode control of autonomous underwater vehicle. In *Electrical and Electronics Engineering, 2009. ELECO 2009. International Conference on*, pages II–332. IEEE, 2009.
- [17] Yintao Wang, Weisheng Yan, Bo Gao, and Rongxin Cui. Backstepping-based path following control of an underactuated autonomous underwater vehicle. In *Information and Automation, 2009. ICIA'09. International Conference on*, pages 466–471. IEEE, 2009.
- [18] Basant Kumar Sahu and Bidyadhar Subudhi. Adaptive tracking control of an autonomous underwater vehicle. *International Journal of Automation and Computing*, 11(3):299–307, 2014.
- [19] Ryan N Smith, Arvind Pereira, Yi Chao, Peggy P Li, David A Caron, Burton H Jones, and Gaurav S Sukhatme. Autonomous underwater vehicle trajectory design coupled with predictive ocean models: A case study. In *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*, pages 4770–4777. IEEE, 2010.
- [20] Ye Li, Yan-qing Jiang, Lei-feng Wang, Jian Cao, and Guo-cheng Zhang. Intelligent pid guidance control for auv path tracking. *Journal of Central South University*, 22(9):3440–3449, 2015.
- [21] E Campos, Ahmed Chemori, Vincent Creuze, J Torres, and Rogelio Lozano. Saturation based nonlinear depth and yaw control of underwater vehicles with stability analysis and real-time experiments. *Mechatronics*, 45:49–59, 2017.

- [22] W. Khalil. *Modeling Identification and Control of Robots*. Kogan Page Science, 2004.
- [23] Antonio Barrientos, Pedro Gutiérrez, and Julián Colorado. Advanced uav trajectory generation: Planning and guidance. In *Aerial Vehicles*. InTech, 2009.
- [24] A Pedro Aguiar and Joao P Hespanha. Trajectory-tracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(8):1362–1379, 2007.
- [25] Clement Petres, Yan Pailhas, Pedro Patron, Jonathan Evans, Yvan Petillot, and Dave Lane. Trajectory planning for autonomous underwater vehicles. In *Underwater Vehicles*. InTech, 2009.
- [26] Xianbo Xiang, Lionel Lapierre, Chao Liu, and Bruno Jouvencel. Path tracking: Combined path following and trajectory tracking for autonomous underwater vehicles. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 3558–3563. IEEE, 2011.
- [27] Andrea Alessandretti, A Pedro Aguiar, and Colin N Jones. Trajectory-tracking and path-following controllers for constrained underactuated vehicles using model predictive control. In *Control Conference (ECC), 2013 European*, pages 1371–1376. IEEE, 2013.
- [28] Pedro Encarnação and António Pascoal. Combined trajectory tracking and path following: an application to the coordinated control of autonomous marine craft. In *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, volume 1, pages 964–969. IEEE, 2001.
- [29] Xiao Liang, Lei Wan, James IR Blake, R Ajit Shenoi, and Nicholas Townsend. Path following of an underactuated auv based on fuzzy backstepping sliding mode control. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 13(3):122, 2016.
- [30] Brandon Brandon Douglas Luders. *Robust trajectory planning for unmanned aerial vehicles in uncertain environments*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2008.

- [31] Mernout Burger and Kristin Y Pettersen. Smooth transitions between trajectory tracking and path following for single vehicles and formations. *IFAC Proceedings Volumes*, 43(19):115–120, 2010.
- [32] Min Xue. Uav trajectory modeling using neural networks. In *17th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference*, page 3072, 2017.
- [33] L Biagiotti. C Melchiorri. *Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots*. Springer, 2008.