



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO

DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO

**Estudio comparativo de servomotores de CD orientados
a la construcción de prototipos educativos de bajo costo
para la enseñanza del Control Automático**

TESIS

Que presenta

OLGA LIDIA JIMÉNEZ MORALES

Para obtener el Grado de

MAESTRA EN CIENCIAS

En la Especialidad de

CONTROL AUTOMÁTICO

Director de la Tesis

Dr. Rubén Alejandro Garrido Moctezuma

Ciudad de México

AGOSTO, 2019

Dedicatoria

Quiero dedicar este trabajo de tesis a mis sobrinos: Michel, Jaret, Carlos, Kathie, Yami, Alondra, Emiliano, Alexis, Irain, Abi, Oscarito, Emanuel (Molito), Richi, Kevin, Dara y Violetita. Por que ellos son mi motivo para seguir adelante. Quiero que sepan que todos los sueños pueden ser posibles que no hay límites para continuar y que siempre tendrán a su tía para guiarlos en su camino.

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mi mamá Esperanza Morales que a pesar de las altas y bajas que hemos tenido ella ha estado ahí siempre para mí. A mi hermano Miguel que tomo el papel de padre en la familia, que nunca me ha dejado sola y siempre me ha encaminado con sabiduría en mi educación. Mi hermano Eduardo el cual desde pequeño ha sido mi cómplice y ha compartido el gusto conmigo de seguir superándonos día con día y a mis hermanos Manuel, Paulina y Sara que siempre han estado presentes cuando los necesito. A mi cuñada Paola por sus consejos, ánimos y me ha ayudado a seguir adelante y no darme por vencida. A mi familia Peralta Martínez por recibirme en su hogar desde que inicie la maestría y por que no me han dejado sola en los momentos más difíciles.

En especial muchas gracias a mi asesor el Dr. Rubén Garrido por su apoyo en este trabajo de tesis, por el tiempo dedicado a revisar y corregir este trabajo. Por todo lo que me enseñó en los dos años de la maestría, por que sin su apoyo nada hubiera sido posible. Gracias por que aparte de compartir sus conocimientos también me ayudo a mejorar mi desempeño en la escritura y motivarme ha superarme día a día.

También quiero agradecer de manera especial al M.C Jose L. Luna por su apoyo en la etapa experimental de este trabajo de tesis, por compartir sus conocimientos y siempre animando a seguir adelante. Además por considerarme como su hermanita menor y se ha convertido en un gran amigo. Al igual a la M.C. Jessica Maldonado por que en este trabajo de tesis fue como una co-asesora, por el tiempo dedicado a introducirme en el tema, por sus consejos y por compartir sus conocimientos.

Quiero agradecer a mi maestro de la Licenciatura al Dr. Hiram N. García por motivarme a entrar a la maestría y por sus consejos en mi preparación profesional.

A mis amigos Jose Antonio y Gladys por siempre estar a mi lado apoyándome en los momentos más difíciles y dándome ánimos de seguir adelante, además de estar juntos compartiendo los mismos sueños. A Eduardo el cual en estos dos años de maestría ha sido un buen compañero de aventuras y además se ha convertido en un gran amigo, por todo ese apoyo brindado.

Además quiero agradecer a los ingenieros Gerardo Castro y Jesús Meza por el apoyo brindado en el laboratorio.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología(CONACYT) por el apoyo otorgado.

Índice general

Dedicatoria	II
Agradecimientos	III
Índice de figuras	V
Índice de tablas	VII
Resumen	IX
Abstract	X
1. Introducción	1
1.1. Motivación	2
1.2. Objetivo de la tesis	3
1.3. Objetivos Principales	3
1.4. Estructura de la tesis	3
2. Descripción de los servomotores de CD empleados	4
2.1. Motor de CD	4
2.2. Sensores de posición	5
2.2.1. Codificador óptico incremental	6
2.2.2. Potenciómetro	6
2.3. Características de los servomotores de CD empleados en el estudio comparativo	8
2.3.1. Servomotor marca <i>Make Block</i>	8
2.3.2. Servomotores marca <i>LEGO</i>	9
2.3.3. Servomotor Analógico de Radio Control (SARC)	11
3. Descripción de la plataforma experimental	12
3.1. Etapa de potencia	12
3.2. Fuente de voltaje	14
3.3. Tarjeta de adquisición de datos marca <i>Sensoray 626</i>	15
4. Identificación de Parámetros	16
4.1. Identificación paramétrica de un servomotor de CD	16
4.1.1. Algoritmo de Mínimos Cuadrados fuera de línea	18

4.1.2. Condición de Excitación Persistente	20
5. Leyes de control aplicadas a los servomotores de CD	21
5.1. Observador de Estados	21
5.2. Algoritmo de control PID	23
5.3. Algoritmo de control basado en un Observador de Perturbaciones	25
5.3.1. OP aplicado a un servomotor	26
5.3.2. Control Proporcional con Realimentación Taquimétrica	27
5.3.3. Controlador PRT+OP	29
6. Resultados experimentales	30
6.1. Identificación de parámetros	30
6.2. Diseño de los observadores de estados	31
6.3. Controlador PID	34
6.3.1. Ley de control PID aplicada al servomotor marca LEGO NXT	34
6.3.2. Ley de control PID aplicada al servomotor marca LEGO EV3	34
6.3.3. Ley de control PID aplicada al servomotor marca <i>Make Block</i>	34
6.3.4. Ley de control PID aplicada al servomotor de RC	34
6.4. Controlador PRT+OP	39
6.4.1. Ley de control PRT+OP aplicado al servomotor marca LEGO NXT	39
6.4.2. Ley de control PRT+OP aplicado al servomotor marca LEGO EV3	39
6.4.3. Ley de Control PRT+OP aplicada al servomotor marca <i>Make Block</i>	39
6.4.4. Ley de control PRT+OP aplicado al servomotor de RC	39
6.5. Desempeño y comparación de los servomotores controlados en posición por los algoritmos de control PID y PRT+OP	44
7. Conclusiones y trabajo futuro	47
7.1. Trabajo futuro	48
A. Modelo matemático de un motor de CD de imanes permanentes	49
B. Código utilizado para el observador de estados	54

Índice de figuras

2.1.	Componentes de un motor de CD [1].	5
2.2.	Codificador óptico incremental [2].	7
2.3.	Representación del circuito del potenciómetro.	7
2.4.	Servomotor marca <i>Make Block</i>	8
2.5.	Servomotor marca <i>LEGO</i> modelo <i>NXT</i>	9
2.6.	Servomotor Lego EV3 45503.	9
2.7.	SARC HS-485HB [3].	11
3.1.	Plataforma experimental utilizada para la aplicación de algoritmos de control a los servomotores de CD.	13
3.2.	Diagrama eléctrico del amplificador de potencia para alimentar a los servomotores de CD [4].	13
3.3.	Diagrama de la fuente de alimentación[4].	15
3.4.	Tarjeta de adquisición de datos marca <i>Sensoray</i> modelo 626 [5].	15
4.1.	Identificación de parámetros en lazo cerrado de un servomotor de CD utilizando el algoritmo de Mínimos Cuadrados.	20
5.1.	Diagrama de bloques del OP [6].	25
5.2.	Diagrama de bloques del OP más un Controlador [7].	26
5.3.	Diagrama de bloques del controlador PRT+OP.	29
6.1.	Velocidad estimada \dot{y}_e del servomotor <i>LEGO NXT</i>	32
6.2.	Velocidad estimada \dot{y}_e del servomotor <i>LEGO EV3</i>	33
6.3.	Velocidad estimada \dot{y}_e del servomotor <i>MB</i>	33
6.4.	Velocidad estimada \dot{y}_e del servomotor de RC.	33
6.5.	Respuestas del servomotor <i>LEGO NXT</i> controlado en posición por un algoritmo de control PID.	35
6.6.	Respuestas del servomotor <i>LEGO EV3</i> controlado en posición por un algoritmo de control PID.	36
6.7.	Respuestas del servomotor <i>Make Block</i> controlado en posición por un algoritmo de control PID.	37
6.8.	Respuestas del servomotor de RC controlado en posición por un algoritmo de control PID.	38
6.9.	Resultados de los controladores PRT y PRT+OP aplicados al servomotor <i>LEGO NXT</i>	40

6.10. Resultados de los controladores PRT y PRT+OP aplicados al servomotor <i>LEGO EV3</i>	41
6.11. Resultados de los controladores PRT y PRT+OP aplicados al servomotor <i>Make Block</i>	42
6.12. Resultados de los controladores PRT y PRT+OP aplicados al servomotor de RC.	43
A.1. Diagrama de un motor de CD.	49
A.2. Representación esquemática de un motor de CD con carga.	52

Índice de tablas

2.1. Especificaciones técnicas del servomotor marca <i>MakeBlock</i> [8].	10
2.2. Especificaciones técnicas del servomotor marca <i>LEGO NXT</i> [9].	10
2.3. Especificaciones técnicas del servomotor marca <i>LEGO EV3</i>	10
2.4. Especificaciones técnicas del SARC <i>HS-485HB</i>	11
3.1. Voltajes de alimentación para el circuito de amplificación de potencia basado en el circuito integrado LM675.	14
6.1. Parámetros estimados de los servomotores de CD.	31
6.2. Parámetros utilizados para el diseño de los observadores de estados y los filtros.	32
6.3. Desempeño del controlador PID.	45
6.4. Desempeño de los controladores PRT y PRT+DOB.	45
6.5. Tabla comparativa de costos (pesos mexicanos), voltaje de alimentación, tipo de sensor en posición y disponibilidad de los servomotores de CD en el mercado nacional.	45
A.1. Variables y parámetros de un motor de CD.	50

Resumen

El objetivo de este trabajo de tesis es presentar un estudio comparativo de cuatro servomotores de CD, con el fin de que sirvan como actuadores dentro de la construcción de prototipos de enseñanza. Tres de ellos están dotados de sensores de posición de tipo codificador óptico, y uno tiene como sensor de posición un potenciómetro. Dos de estos servomotores corresponden a la marca *LEGO*, modelos *NXT* y *EV3*, un servomotor es de la marca *MakeBlock (MB)* y otro corresponde a un servomotor analógico de Radio Control (SARC). Se describen sus características técnicas, disponibilidad, costos así como también su desempeño cuando se implementan en ellos estrategias de control tales como el controlador Proporcional Integral Derivativo (PID) y el controlador Proporcional con Realimentación Taquimétrica dotado de un Observador de Perturbaciones (PRT+OP). Además, los parámetros de un modelo de segundo orden que describe la dinámica de estos servomotores se identifican mediante el algoritmo de Mínimos Cuadrados. Los experimentos reportados permiten apreciar aspectos no observados en simulaciones numéricas como lo son perturbaciones, fricción, ruidos de medición, entre otros. Los resultados obtenidos en el estudio comparativo ponen en evidencia las ventajas y las desventajas de cada uno de los servomotores de CD estudiados, lo cual permite una elección adecuada para la construcción de prototipos educativos de bajo costo para la enseñanza del Control Automático, la Robótica y la Mecatrónica.

Abstract

The goal of this work is to present a comparative study of four servomotors aimed to build educational laboratory prototypes. Three of them are endowed with optical encoders for measuring their angular position, and the fourth has a potentiometer as a position sensor. Two servomotors are of the Lego brand, models NXT and EV3, the third servomotor is of the Make Block brand, and the fourth is a widely available Radio Control servomotor. This document describes their technical features, availability in the Mexican market, their costs as well as their performance when they are controlled through the classic Proportional Integral Derivative (PID) control law and a Proportional controller with velocity feedback endowed with a disturbance observer, which is termed as the PVF-DOB controller. Besides, a parameter identification procedure based on the Least Squares algorithm allows obtaining estimates of the parameters of a second order model describing the dynamics of the servomotors. The experiments reported here allow assessing issues not observed using numerical simulations such that disturbances, non-modeled friction phenomena, and measurement noise. The outcomes reported in this thesis allows evaluating the advantages and disadvantages of each servomotor, which in turn would help to choose the right one for building low-cost laboratory prototypes for teaching Automatic Control, Robotics and Mechatronics.

Capítulo 1

Introducción

La evaluación en tiempo real de algoritmos de control desempeña un papel importante en la enseñanza y la investigación en las áreas de Control Automático, Robótica y Mecatrónica. Lo anterior permite al estudiante apreciar aspectos no observados en simulaciones numéricas como pueden ser dinámicas no modeladas, perturbaciones, incertidumbres, ruidos de medición, entre otros. La evaluación se realiza empleando prototipos de laboratorio los cuales están equipados con fuentes de alimentación, actuadores, sensores y son controlados mediante una plataforma experimental de control en tiempo real.

En la literatura existen varios prototipos comerciales orientados a la enseñanza. En las referencias [10] y [11] se describe un sistema marca QUANSER (QET por sus siglas en inglés). Este consiste de un motor de Corriente Directa (CD) equipado con un codificador óptico y un controlador integrado QUANSER (QIC) el cual contiene un microcontrolador y los periféricos necesarios para controlar al motor. En [12] se presenta un prototipo educativo el cual consta de siete módulos mecánicos lineales y no lineales diseñados para demostrar la influencia del amortiguamiento, la elasticidad y la fricción. Este incluye un motor de CD el cual tiene acoplado directamente un taco-generador que genera señales de voltaje proporcional a la velocidad y un codificador óptico que mide la posición angular. En [13] se presenta el diseño de un sistema de control de movimiento rotacional el cual consiste de dos discos accionados por un motor de CD que se acoplan mediante bandas dentadas y poleas. Este sistema es ideal para enseñar la teoría de Control Automático de manera práctica.

Sin embargo, el alto costo de los prototipos comerciales mencionados anteriormente ha mo-

tivado que educadores e investigadores desarrollen plataformas educativas a un costo accesible que les permita ser reproducidos en gran número. La referencia [14] presenta experimentos utilizando un prototipo de bajo costo el cual consta de un motor de imán permanente controlado mediante un microcontrolador. En el trabajo presentado en [15] se describe el desarrollo de un prototipo de laboratorio para la prueba de algoritmos de control el cual pueda ser asequible a estudiantes de nivel licenciatura. El prototipo consta de una tarjeta Raspberry Pi, un motor de CD y varios circuitos necesarios para las prácticas de laboratorio. En [16] se presenta el desarrollo de un laboratorio de aprendizaje avanzado para un motor de CD que permite a los estudiantes realizar experimentos de manera remota. Las diferencias más importantes entre los prototipos educativos mencionados en párrafos anteriores corresponden a los componentes, es decir, el tipo de motor de CD empleado y el tipo de sensores que requieren para obtener las señales de medición.

En este trabajo se realizará un estudio comparativo de tres tipos de servomotores de CD: Servomotor Analógico de Radio Control (SARC), servomotor de la marca *Make Block* (MB) y los servomotores de la marca *LEGO* modelos *NXT* y *EV3*, con el fin de determinar sus diferencias tanto en costo como en su desempeño al ser controlados en lazo cerrado, con el propósito de construir un prototipo educativo de bajo costo que sea asequible para estudiantes de licenciatura y posgrado.

1.1. Motivación

El motor de CD es un componente importante para la construcción de prototipos educativos ya que puede ser descrito matemáticamente mediante modelos lineales basados en funciones de transferencia o en variables de estado. Esta característica permite el empleo de una alta variedad de estrategias de control lineal descritas en libros de texto [17], [18]. Además, es posible tomar en cuenta perturbaciones y pares o dinámicas no modeladas [19]. Por otro lado, la literatura sobre prototipos educativos se ha limitado, en su mayoría a describir el propósito de éstos, sus componentes eléctricos y su funcionamiento. Así como no especifican la razón del por qué elegir un motor de CD en particular. Por consiguiente, esta tesis está enfocada en el estudio comparativo de tres tipos de servomotores de CD de bajo costo existentes en el mercado, el cual

permita observar las ventajas y desventajas en cada uno de ellos al implementar algoritmos de control en lazo cerrado, identificación paramétrica y observadores de estados.

1.2. Objetivo de la tesis

El objetivo principal de esta tesis es la evaluación de cuatro servomotores de CD con el fin de construir plataformas de bajo costo para la enseñanza del Control Automático, la Robótica y la Mecatrónica.

1.3. Objetivos Principales

- i** Identificar los parámetros de los modelos de cuatro servomotores de CD.
- ii** Implementar estrategias de control incluyendo algoritmos de control Proporcional Integral Derivativo (PID), controladores basados en rechazo activo de perturbaciones y observadores de estados .
- iii** Evaluar la idoneidad de los servomotores de CD en función de su costo, voltajes de operación, tipo de sensor de posición que emplean y facilidad de montaje.
- iv** Realizar una publicación de un artículo en congreso y/o revista indexada.

1.4. Estructura de la tesis

La tesis se divide de la siguiente manera: En el Capítulo 2 se describen las características de los servomotores utilizados en el estudio comparativo. En el Capítulo 3 se presenta el algoritmo de identificación paramétrica, el cual permite diseñar un observador de estados a partir de los parámetros estimados. En el Capítulo 4 se describe la plataforma experimental utilizada para la aplicación de los algoritmos de control a los servomotores. En el Capítulo 5 se muestran los algoritmos de control aplicados a los servomotores de CD. Los resultados experimentales se presentan en el Capítulo 6. Finalmente, se mencionan las conclusiones de esta tesis y el trabajo futuro en el tema.

Capítulo 2

Descripción de los servomotores de CD empleados

En este trabajo de tesis, es denominado servomotor a un motor de Corriente Directa (CD) que tiene acoplado un juego de engranajes para la reducción de velocidad de giro y aumento de par en su eje motriz, un sensor de posición que es utilizado para medir la posición angular. Estos son ampliamente utilizados en las áreas de Control Automático, Robótica y Mecatrónica, para el movimiento de sistemas robotizados y la aplicación de algoritmos de control gracias a su reducido tamaño, precisión de movimientos y bajo costo. Además, la electrónica de potencia requerida para su alimentación es de fácil implementación y los sensores de posición y/o velocidad son ampliamente disponibles.

El capítulo se divide de la manera siguiente: En la sección 2.1 se presenta una breve definición de un motor de CD. En la sección 2.2 se describen los tipos de sensores de posición, en particular el potenciómetro y el codificador óptico. En la Sección 2.3 se especifican las características técnicas de los servomotores empleados.

2.1. Motor de CD

Un motor de CD es una máquina encargada de convertir energía eléctrica en energía mecánica. Su principio básico consiste de varias espiras de alambre de cobre que giran de manera libre en medio del campo magnético generado por un imán permanente. Las espiras de alambre se montan en las ranuras de un cilindro de material magnético conocido como armadura. Los extremos de las espiras de la armadura se conectan con los segmentos adyacentes de un anillo segmentado denominado conmutador y el contacto eléctrico con los segmentos se logra mediante contactos de carbón llamadas escobillas. La dirección de rotación del motor de CD cambia de sentido al invertirse el voltaje aplicado a las escobillas [20]. En la Fig. 2.1 se pueden ver cada uno de estos elementos.

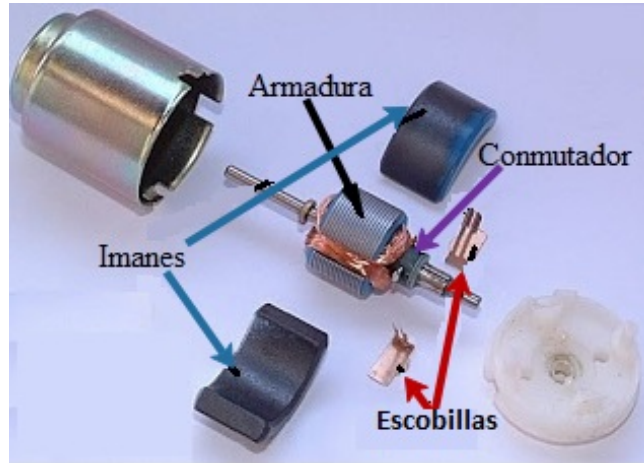


Figura 2.1: Componentes de un motor de CD [1].

El motor de CD es uno de los sistemas electromecánicos rotacionales más fáciles de modelar matemáticamente como sistema lineal, lo cual permite que pueda ser estudiado desde el punto de vista del Control Automático. Además, su característica par-velocidad permite que sea fácilmente controlado.

2.2. Sensores de posición

Los sensores permiten la adquisición de la información necesaria para la realimentación en sistemas de control. Existen diferentes tipos de sensores basados en distintos principios físicos y químicos [2]. Las características principales para evaluarlos son:

- **Linealidad:** Es una medida importante que evalúa el comportamiento de la señal de salida del sensor de acuerdo a la variación de la señal de entrada. Lo anterior significa que un sensor tiene una característica lineal si su relación entrada-salida se aproxima a una línea recta.
- **Ancho de banda o frecuencia:** Se utiliza para medir la velocidad con la que un sensor puede proporcionar un flujo de lecturas. El número de medidas por segundo es definido como la frecuencia del sensor en Hz.
- **Resolución:** Es el cambio mínimo en la entrada que puede ser detectable a la salida.
- **Sensibilidad:** Es la razón de cambio de la respuesta del sensor a un cambio en la cantidad de la señal de medición [21].
- **Ruido:** Es el resultado de señales eléctricas aleatorias que distorsionan las señales de

medición, es decir, el nivel de señal no deseada en la salida que no corresponde a un cambio en la entrada.

Existen una gran variedad de sensores de posición, sin embargo, en este trabajo se describen los codificadores ópticos y potenciómetros ya que éstos son los utilizados en los servomotores empleados para el estudio comparativo.

2.2.1. Codificador óptico incremental

Los codificadores ópticos incrementales constan de un disco transparente con una serie de marcas opacas colocadas gradualmente y equidistantes entre si (Fig. 2.2a). Este disco se encuentra acoplado en el eje cuya posición se quiere medir. Como se puede ver en la Fig. 2.2b el principio básico de operación se basa en un emisor el cual puede ser una fuente incandescente o un diodo emisor de luz y de un receptor que típicamente es un foto-diodo. Por lo que a medida que el eje gira se generan transiciones oscuro-luz y luz-oscura. Es necesario un circuito que proporcione una señal adicional que indique cual es el sentido de giro, y que actúe sobre el contador correspondiente indicando un incremento o decremento en la cuenta de pulsos de cada transición [22].

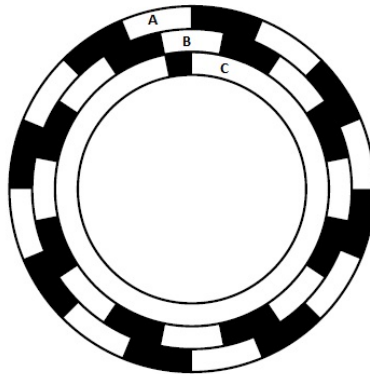
De la Fig. 2.2a, los pares A y B producen ondas cuadradas separadas a un ángulo de fase de 90° . Si A adelanta a B en 90° entonces el disco gira en sentido antihorario. Por el contrario si B se adelanta a A, el disco rota en sentido horario [2]. El fotodetector C producirá un pulso en cada revolución. El número de pulsos por revolución (ppr) especifica la resolución del sensor.

Estos sensores convierten un desplazamiento rotacional en una señal digital sin necesidad de conversión analógica-digital (AD).

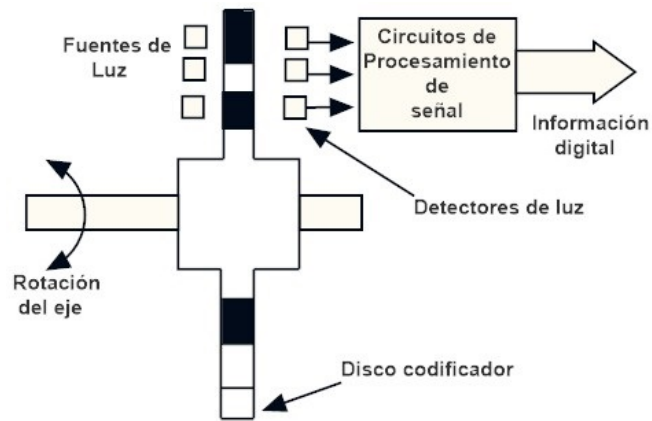
2.2.2. Potenciómetro

Un potenciómetro es un transductor electromecánico que convierte energía mecánica en energía eléctrica. La entrada del dispositivo es un desplazamiento mecánico lineal o de rotación. El principio de operación de este dispositivo se basa en aplicar un voltaje en las terminales fijas del potenciómetro y el voltaje medido entre la terminal variable y una de las terminales fijas es proporcional al desplazamiento mecánico [17]. En la Fig. 2.3 se muestra la representación del circuito eléctrico de un potenciómetro. Un aspecto de carácter práctico que se debe considerar es la dificultad de medir giros de más de 300° en algunos potenciómetros debido a que su rotación está mecánicamente limitada.

Los potenciómetros son sensores de bajo costo, sin embargo, su precisión es limitada. En general presentan problemas de fiabilidad debido a desgaste y fricción, entre otros. Además, la señal que proporcionan puede contener niveles de ruido considerables y la salida es una señal



(a) Disco codificador.



(b) Principio básico de un codificador óptico incremental.

Figura 2.2: Codificador óptico incremental [2].

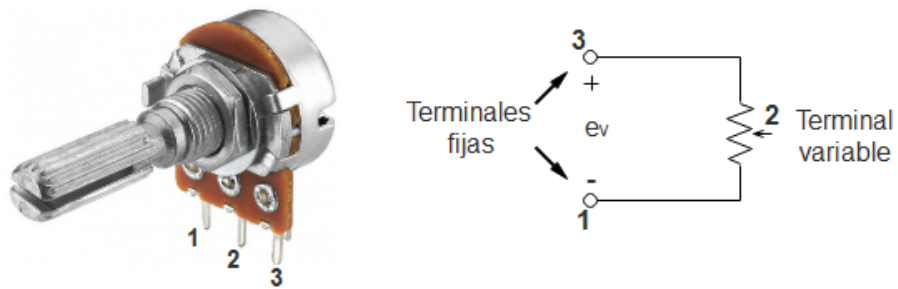


Figura 2.3: Representación del circuito del potenciómetro.

analógica por lo que es necesario utilizar un convertidor analógico-digital en sistemas de control digitales.

2.3. Características de los servomotores de CD empleados en el estudio comparativo

Para llevar a cabo el estudio comparativo se hizo uso de cuatro servomotores de CD; servomotor marca *Make Block*, servomotores marca *LEGO* modelos *NXT* y *EV3*, y servomotor Analógico de Radio Control (SARC). Los cuales se describen a continuación.

2.3.1. Servomotor marca *Make Block*

En la Tabla 2.1 se muestran las especificaciones técnicas del servomotor marca *MakeBlock* (*MB*) (Fig. 2.4). Este servomotor cuenta con las siguientes características [8]:

- Codificador óptico: Permite la medición de la posición angular del motor.
- Instalación flexible: Cuenta con un eje de salida de acero especial que permite acoplar directamente engranes, piñones y correas síncronas, entre otros.
- Altas prestaciones: Este motor tiene un alto par, una alta relación de reducción y una alta velocidad de rotación de salida.
- Menor ruido acústico: Está equipado con una caja de engranajes hecha de un material anti-abrasivo, lo cual se traduce en un menor ruido acústico durante su funcionamiento.

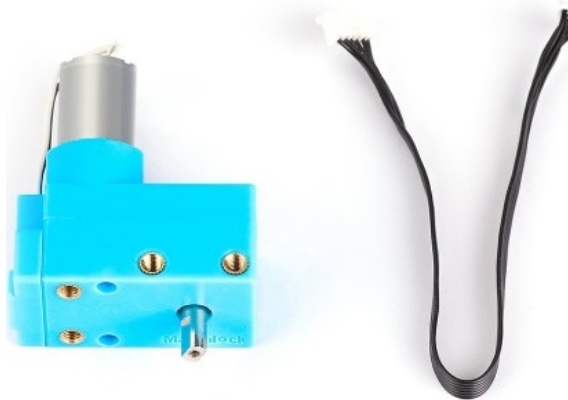


Figura 2.4: Servomotor marca *Make Block* .

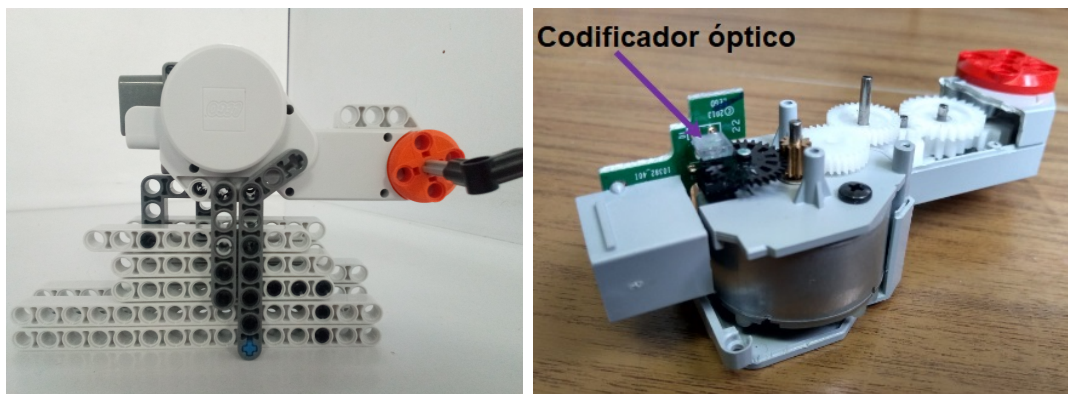
2.3.2. Servomotores marca *LEGO*

Servomotor modelo *LEGO NXT*

El servomotor modelo *NXT* mostrado en la Fig. 2.5a incluye un codificador óptico acoplado al eje de salida del motor a través de un engrane (ver Fig. 2.5b) el cual permite la medición de la posición angular del motor. La Tabla 2.2 muestra las características técnicas de este servomotor.

Servomotor modelo *LEGO EV3 45503*

El servomotor *LEGO* modelo *EV3* cuenta con un codificador óptico que permite la medición angular del motor. Debido a su reducido tamaño es utilizado para aplicaciones de menor carga y mayor velocidad en su respuesta (ver Fig. 2.6) [8]. La Tabla 2.3 muestra las características técnicas del servomotor.



(a) Vista lateral.

(b) Vista interior.

Figura 2.5: Servomotor marca *LEGO* modelo *NXT*.



Figura 2.6: Servomotor Lego EV3 45503.

Voltaje nominal	7.4 V
Corriente de consumo sin carga	240 mA
Velocidad de rotación	178 ± 10 RPM
Par de arranque	5 kg·cm
Realimentación	codificador óptico
Rotación	ilimitada
Resolución del codificador	360 ppr
Peso	0.0615 kg

Tabla 2.1: Especificaciones técnicas del servomotor marca *MakeBlock* [8].

Voltaje nominal	9 V
Corriente de consumo sin carga	60 mA
Velocidad de rotación	170 RPM
Par de arranque	50 N·cm
Realimentación	codificador óptico
Rotación	ilimitada
Resolución del codificador	180 ppr
Peso	0.080 kg

Tabla 2.2: Especificaciones técnicas del servomotor marca *LEGO NXT* [9].

Voltaje nominal	9 V
Corriente de consumo sin carga	90 mA
Velocidad de rotación	260 RPM
Par de arranque	15 N·cm
Realimentación	Codificador óptico
Rotación	ilimitada
Resolución del codificador	180 ppr
Peso	0.039 kg

Tabla 2.3: Especificaciones técnicas del servomotor marca *LEGO EV3*.

Rango de Voltaje nominal	4.8 V-6.0 V
Corriente de consumo sin carga (4.8V-6.0V)	150mA-180mA
Velocidad de rotación (4.8V-6.0V)	0.22-0.18 sec/60°
Par de arranque (4.8V-6.0 V)	4.8-6.0 kg·cm
Realimentación	Potenciómetro de 5 K Ω
Rotación	limitada
Rango de Movimiento	180°
Peso	0.0451 kg

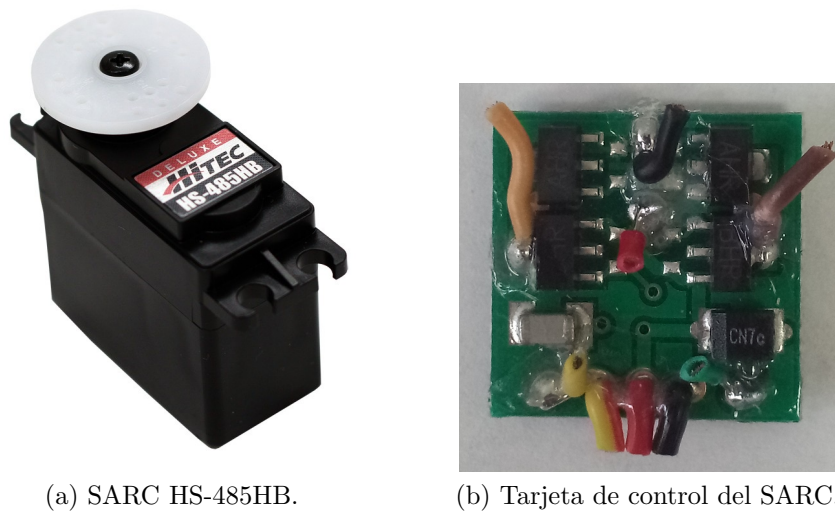
Tabla 2.4: Especificaciones técnicas del SARC *HS-485HB*.

Figura 2.7: SARC HS-485HB [3].

2.3.3. Servomotor Analógico de Radio Control (SARC)

Para el estudio comparativo desarrollado en la tesis se utilizó un servomotor analógico de Radio Control (SARC) marca Hitec modelo HS-485HB (Fig. 2.7a). Este servomotor está constituido por un motor de CD, un juego de engranes, un potenciómetro conectado a este eje de salida, que es utilizado para medir la posición, y un circuito de control [23]. Para propósitos de la tesis el servomotor es modificado eliminando su tarjeta de control (Fig. 2.7b), ésto con el objetivo de tener acceso al potenciómetro y al motor de CD por separado. Dicha tarjeta es sustituida por dispositivos externos que incluyen un amplificador de potencia y un controlador programable los cuales serán descritos en el siguiente capítulo. La Tabla 2.4 muestra las especificaciones técnicas del SARC HS-485HB.

Capítulo 3

Descripción de la plataforma experimental

La plataforma experimental utilizada para realizar los experimentos consta de una computadora personal equipada de una tarjeta de adquisición de datos marca *Sensaray* modelo 626. Los algoritmos de control se codificaron en la plataforma de programación MATLAB/SIMULINK bajo el ambiente en tiempo real *QUARC* de *Quanser Consulting* con un tiempo de muestreo de 1 ms y el método de integración Euler01. La salida de la señal de control producida por la tarjeta de adquisición de datos pasa a través de una etapa de potencia para accionar a los servomotores. En la Fig. 3.1 se muestra un diagrama general de la plataforma experimental.

El capítulo se divide de la siguiente manera: En la sección 3.1 se describe la etapa de potencia utilizada para el accionamiento de los servomotores. En la sección 3.2 se especifican los componentes de las fuentes de alimentación de la etapa de potencia de acuerdo a las características de los servomotores. En la sección 3.3 se presentan algunas de las características de la tarjeta de adquisición de datos marca *Sensaray*.

3.1. Etapa de potencia

La elección de un circuito de amplificación lineal de potencia estriba en su posibilidad de recibir señales de voltaje de una tarjeta de adquisición de datos dotada de convertidores Digital-Analógicos, para generar un rango de voltaje y corriente más elevados necesarios para alimentar a los servomotores de CD.

El amplificador lineal de potencia *National Semiconductor* modelo LM675 [24], consiste de un amplificador operacional que proporciona alta ganancia en el bucle de realimentación para reducir la no linealidad y distorsión que introduce la etapa de potencia. Por otro lado, cabe mencionar que la disipación de potencia no es elevada en esta aplicación ya que los servomotores de CD estudiados consumen menos de 1A [4]. En la Fig. (3.2) se muestra el diagrama eléctrico

de la implementación del amplificador de potencia.

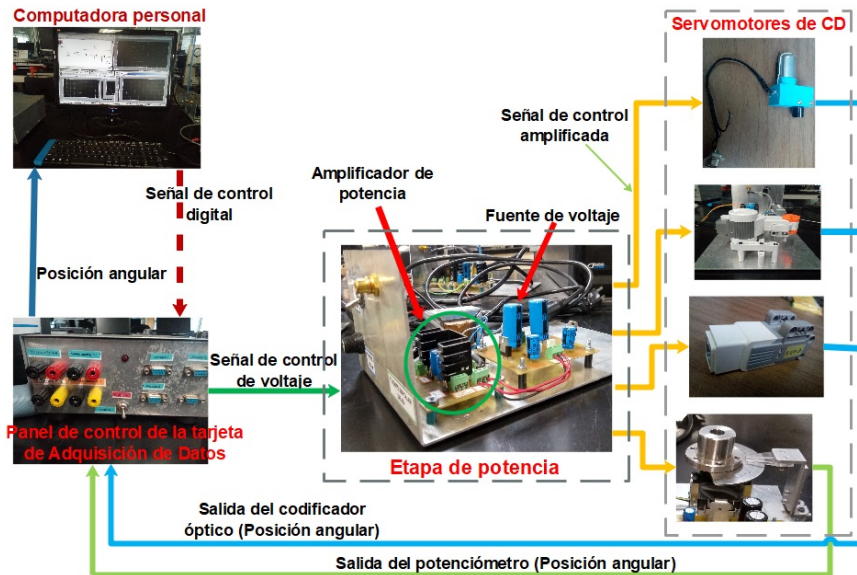


Figura 3.1: Plataforma experimental utilizada para la aplicación de algoritmos de control a los servomotores de CD.

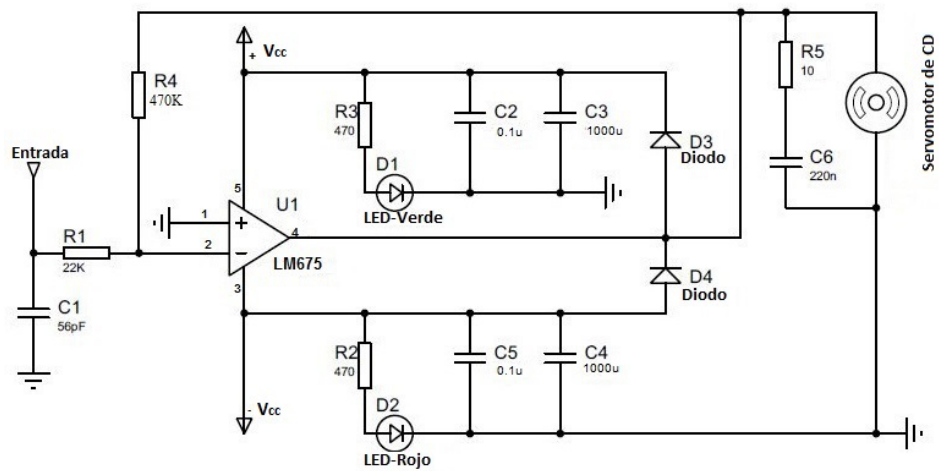


Figura 3.2: Diagrama eléctrico del amplificador de potencia para alimentar a los servomotores de CD [4].

3.2. Fuente de voltaje

En la Tabla 3.1 se muestran los voltajes aplicados al amplificador de potencia LM675 según las características de los servomotores de CD, así como los componentes principales para la construcción de la fuente para alimentar al circuito del amplificador de potencia. La Fig. 3.3 muestra el diagrama del circuito de la fuente de alimentación. Se ilustra el caso en que se emplean reguladores LM7805 y LM7905. El circuito es el mismo para los reguladores LM7809 y LM7909 y para los reguladores LM7808 y LM7908.

Servomotor (marca)	Tensión de alimentación	Rango de entrada al amplificador de potencia	Componentes de la fuente de alimentación
<i>LEGO</i>	$\pm 9 \text{ V}$	$\pm 8.8 \text{ V}$	Trasformador de 24 V-CA 1 A. Reguladores de voltaje LM7809 y LM7909
<i>Make Block</i>	$\pm 8 \text{ V}$	$\pm 7.8 \text{ V}$	Trasformador de 28 V-CA 1 A. Reguladores de voltaje LM7808 y LM7908
<i>SARC</i>	$\pm 5 \text{ V}$	$\pm 4.8 \text{ V}$	Trasformador de 12 V-CA 500 mA. Reguladores de voltaje LM7805 y LM7905

Tabla 3.1: Voltajes de alimentación para el circuito de amplificación de potencia basado en el circuito integrado LM675.

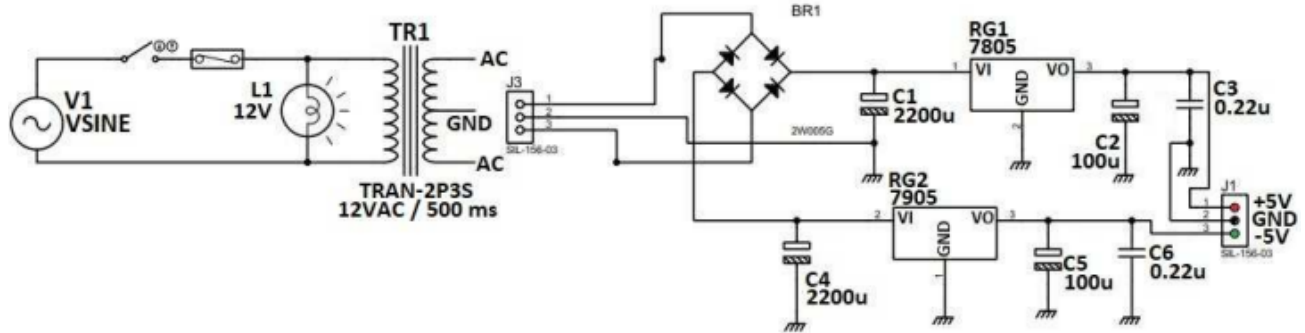


Figura 3.3: Diagrama de la fuente de alimentación[4].

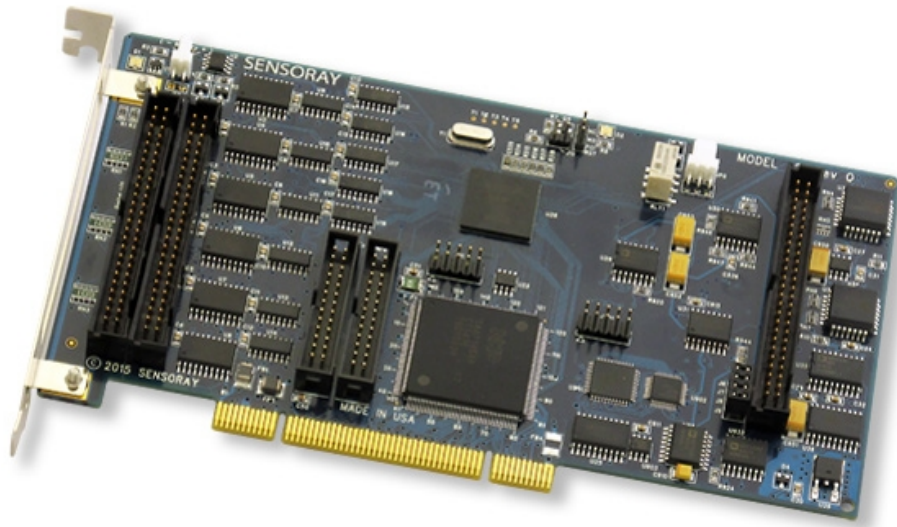


Figura 3.4: Tarjeta de adquisición de datos marca *Sensoray* modelo 626 [5].

3.3. Tarjeta de adquisición de datos marca *Sensoray* 626

La tarjeta de adquisición de datos marca *Sensoray* modelo 626 (ver Fig. 3.4) cuenta con seis contadores de 24 bits que pueden leer codificadores incrementales, 48 Entradas/Salidas digitales bidireccionales, 16 entradas analógicas diferenciales y 4 salidas analógicas.

El convertidor Analógico-Digital tiene una resolución de 14 bits, con rangos de voltaje de entrada de ± 5 V y ± 10 V y un tiempo de conversión de aproximadamente $20 \mu\text{s}$ por canal. La resolución del convertidor Digital-Analógico es de 14 bits, con un rango de voltaje de salida de ± 10 V y un tiempo de conversión de aproximadamente $200 \mu\text{s}$ por canal.

Capítulo 4

Identificación de Parámetros

En el área de Control Automático la identificación de parámetros es un aspecto primordial para el diseño de algoritmos de control basados en un modelo de la planta a controlar. La identificación trata de inferir un modelo del sistema a partir de las variables medidas tales como entradas o variables de control, salidas o variables controladas y posiblemente perturbaciones. En la literatura existen varios métodos de identificación paramétrica [25, 26, 27, 28, 29], dentro de estos métodos se encuentra el algoritmo de Mínimos Cuadrados.

La identificación de parámetros del modelo matemático de los servomotores de CD empleados en esta tesis se realiza mediante el algoritmo de Mínimos Cuadrados fuera de línea. Es decir, los datos de entrada y salida de la planta son almacenados por un periodo de tiempo para posteriormente ser utilizados por dicho algoritmo de identificación.

El propósito de este capítulo trata de describir el algoritmo de Mínimos Cuadrados aplicado a la identificación de parámetros del modelo de un servomotor de CD controlado en posición.

4.1. Identificación paramétrica de un servomotor de CD

Considérese el modelo matemático de un servomotor de CD (Apéndice A), expresado mediante la función de transferencia:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b}{s(s+a)} \quad (4.1)$$

en donde a y b son parámetros positivos. La representación del modelo (4.1) en forma de ecuación diferencial es la siguiente:

$$\ddot{y} = -a\dot{y} + bu \quad (4.2)$$

Se puede apreciar que el modelo (4.1) tiene un polo en el origen del plano complejo y por lo tanto el sistema es marginalmente estable. Esta característica dificulta su identificación en

lazo abierto razón por la cual es necesario estimar los parámetros en lazo cerrado. Se propone utilizar un algoritmo de control Proporcional con Realimentación Taquimétrica (PRT), ya que este es capaz de estabilizar un servomecanismo sin necesidad de conocer sus parámetros para su sintonización. La ley de control utilizada está dada por la ecuación:

$$u = k_p e - k_d \dot{y}_{ef} \quad (4.3)$$

donde k_p representa una ganancia proporcional a la señal del error definido por $e = r - y$, con r como señal de referencia, y la salida en posición, y k_d es conocida como una ganancia derivativa. El término \dot{y}_{ef} es un estimado de la velocidad \dot{y} y es obtenido mediante la función de transferencia (4.4) compuesta por un filtro pasa altas en cascada con un filtro pasa bajas a partir de mediciones de la señal de posición y .

$$y \rightarrow \left[\frac{f_{01}s}{s + f_{01}} \right] \left[\frac{f_{02}}{s + f_{02}} \right] \rightarrow \dot{y}_{ef} \quad (4.4)$$

con f_{01} y f_{02} constantes reales positivas.

Para aplicar el método de Mínimos Cuadrados al modelo del servomotor son necesarias las mediciones de u , la velocidad \dot{y} y la aceleración \ddot{y} en instantes de tiempo diferentes para formar un sistema sobredeterminado. Sin embargo, sólo se tiene acceso a la posición y obtenida de mediciones del sensor. Para solucionar este problema se hace uso de filtros con la finalidad de obtener una expresión que contenga los parámetros desconocidos pero esta vez asociados a señales disponibles [27].

Se define el filtro:

$$F(s) = \frac{f_2}{s^2 + f_1 s + f_2} \quad (4.5)$$

con f_1 y f_2 reales positivos.

Filtrado del modelo (4.1):

$$\begin{aligned} F(s)(s^2 + as)Y(s) &= F(s)bU(s) \\ s^2 F(s)Y(s) + asF(s)Y(s) &= bF(s)U(s) \end{aligned} \quad (4.6)$$

De (4.6) se definen:

$$\begin{aligned} Y_f(s) &= F(s)Y(s) \\ U_f(s) &= F(s)U(s) \end{aligned}$$

en consecuencia:

$$(s^2 + as)Y_f(s) = bU_f(s) \quad (4.7)$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace a (4.7):

$$\ddot{y}_f + a\dot{y}_f = bu_f \quad (4.8)$$

donde $\dot{y}_f = \mathcal{L}^{-1}\{sY_f(s)\}$, $\ddot{y}_f = \mathcal{L}^{-1}\{s^2Y_f(s)\}$, $u_f = \mathcal{L}^{-1}\{U_f(s)\}$ y el operador $\mathcal{L}^{-1}\{\bullet\}$ corresponde a la transformada inversa de Laplace.

Los filtros empleados para generar las variables u_f , \ddot{y}_f y \dot{y}_f son los siguientes:

$$y \rightarrow \frac{f_2 s}{s^2 + f_1 s + f_2} \rightarrow \dot{y}_f$$

$$y \rightarrow \frac{f_2 s^2}{s^2 + f_1 s + f_2} \rightarrow \ddot{y}_f$$

$$u \rightarrow \frac{f_2}{s^2 + f_1 s + f_2} \rightarrow u_f$$

El modelo filtrado dado por (4.8) permite obtener una regresión lineal en función de señales disponibles, esto es:

$$z(t) = \phi^T(t)\theta \quad (4.9)$$

donde:

$$z(t) = \ddot{y}_f$$

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} -\dot{y}_f \\ u_f \end{bmatrix}, \quad \theta = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

el vector $\phi(t)$ es un vector de funciones conocidas y θ es un vector de parámetros constantes desconocidos.

4.1.1. Algoritmo de Mínimos Cuadrados fuera de línea

Si (4.9) es válida para cualquier tiempo t , también es válida para los instantes de tiempo $T, 2T, \dots, (k-1)T, kT$, donde T es el periodo de muestreo. Lo anterior permite escribirla como:

$$z(k) = \phi^T(k)\theta \quad (4.10)$$

Tomando mediciones en instantes de tiempo diferentes para formar un sistema de ecuaciones

sobredeterminado:

$$\begin{array}{l}
 -\dot{y}_f(1)\theta_1 + u_f(1)\theta_2 = \ddot{y}_f(1) \\
 -\dot{y}_f(2)\theta_1 + u_f(2)\theta_2 = \ddot{y}_f(2) \\
 \quad \quad \quad \cdot \\
 \quad \quad \quad \cdot \\
 -\dot{y}_f(k)\theta_1 + u_f(k)\theta_2 = \ddot{y}_f(k)
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{bmatrix}
 \phi^T(1) \\
 \phi^T(2) \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \phi^T(k)
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \theta_1 \\
 \theta_2
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 z(1) \\
 z(2) \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 z(k)
 \end{bmatrix}$$

De lo anterior se define al sistema de ecuaciones como:

$$A\theta = Y \quad (4.11)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix}
 \phi^T(1) \\
 \phi^T(2) \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \phi^T(k)
 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times 2} ; \quad Y = \begin{bmatrix}
 z(1) \\
 z(2) \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 z(k)
 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$$

Finalmente, aplicando el algoritmo de Mínimos Cuadrados [30], se tiene:

$$\hat{\theta} = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (4.12)$$

Notar que (4.12) es la solución óptima $\hat{\theta}$ respecto del criterio cuadrático (4.13):

$$J = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (\phi^T(i)\hat{\theta} - z(i))^2 = (A\hat{\theta} - Y)^T (A\hat{\theta} - Y) \quad (4.13)$$

La condición necesaria para que se lleve a cabo la identificación paramétrica es que la inversa de la matriz $(A^T A)$ exista. Esta condición se cumple si la planta es excitada con señales que hagan que sus entradas, sus salidas y sus derivadas cambien lo suficiente con el tiempo.

En la Fig. 4.1 se muestra el diagrama del proceso de identificación de parámetros del modelo de un servomotor.

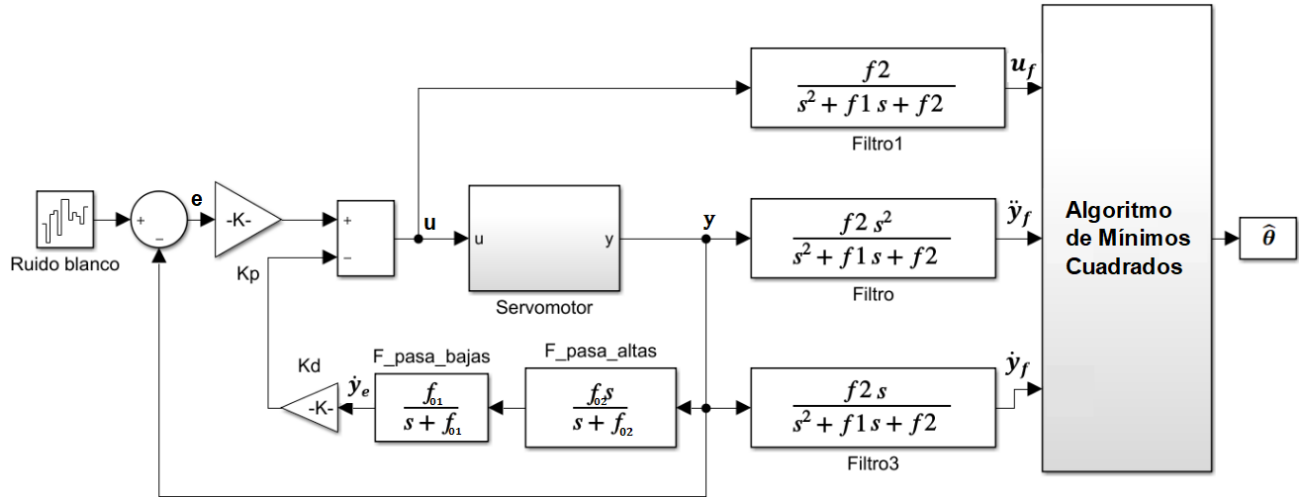


Figura 4.1: Identificación de parámetros en lazo cerrado de un servomotor de CD utilizando el algoritmo de Mínimos Cuadrados.

4.1.2. Condición de Excitación Persistente

Para que el vector de parámetros estimados $\hat{\theta}$ converja al vector θ , el vector regresor ϕ debe cumplir la siguiente condición de Excitación Persistente (EP):

Definición 4.1 Un vector $\phi: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ es de EP en \mathbb{R}^n si existen constantes $\alpha_1, \alpha_2, \delta > 0$ tales que:

$$\alpha_2 I \geq \frac{1}{\delta} \int_{t_0}^{t_0+\delta} \phi^T(\tau)\phi(\tau)d\tau \geq \alpha_1 I, \quad \forall t_0 \geq 0$$

La condición de EP requiere que $\phi(\tau)$ varíe con el tiempo de manera que la integral de la matriz $\phi^T(\tau)\phi(\tau)$ sea uniformemente definida positiva en cualquier intervalo de tiempo $[t_0; t_0 + \delta]$ [26].

Algunas señales de EP pueden ser ruido blanco, ruido blanco filtrado, señal binaria aleatoria, señal binaria pseudo-aleatoria, entre otras [27].

Capítulo 5

Leyes de control aplicadas a los servomotores de CD

Para la evaluación del desempeño de los servomotores de CD se implementan estrategias de control tales como el Control Proporcional Integral Derivativo (PID) y el Control basado en un Observador de Perturbaciones (OP). Además, se implementó un observador de estados para la estimación de la velocidad angular de los servomotores. Estos algoritmos se describen en las siguientes secciones.

5.1. Observador de Estados

Para el caso de los servomotores de CD empleados en esta tesis que sólo poseen sensores de posición, se diseña un observador de estados que proporcione un estimado de la derivada temporal \dot{y} a partir de mediciones de la posición y .

Se representa el modelo del servomotor (4.2) en la forma de variables de estado sin considerar la perturbación.

$$\begin{aligned}x_1 &= y & \dot{x}_1 &= \dot{y} = x_2 \\x_2 &= \dot{y} & \dot{x}_2 &= -ax_2 + bu\end{aligned}\tag{5.1}$$

el cual tiene la siguiente escritura alternativa:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\y &= Cx\end{aligned}\tag{5.2}$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

El modelo matemático del observador de estados es una copia del sistema original más un término adicional que contiene el error de observación ($y - \hat{y}$). Este es representado por:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + K_o(y - C\hat{x}) \\ &= (A - K_oC)\hat{x} + Bu + K_o y\end{aligned}\tag{5.3}$$

en donde \hat{x} es el vector de estados estimados y $C\hat{x} = \hat{y}$ es la salida estimada. La matriz K_o es llamada matriz de ganancia del observador. Para el diseño del observador el sistema debe cumplir la condición de observabilidad, es decir el sistema es completamente observable si cada estado inicial $x(t_0)$ se puede determinar a partir de mediciones de $y(t)$ en un intervalo de tiempo finito $t_0 \leq t \leq t_1$. La condición necesaria y suficiente para que un sistema lineal sea completamente observable es que la matriz de observabilidad (5.4):

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \cdot \\ \cdot \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}\tag{5.4}$$

sea de rango pleno, es decir $\text{rango}(O) = n$, para $n = \text{número de estados}$.

Para el caso del modelo (5.2) la matriz de observabilidad (5.4) está dada por:

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

en donde el rango de la matriz es igual a 2 y su determinante es diferente de cero, por lo tanto se cumple la condición de observabilidad.

La ganancia del observador K_o se obtiene mediante la formula de Ackerman (5.5):

$$K_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} O^{-1} \phi(A^*)\tag{5.5}$$

en donde $\phi(A^*)$ es definida a partir del polinomio característico deseado (5.6):

$$\begin{aligned}\phi(s) &= (s + \mu_{o1})(s + \mu_{o2}) \\ &= s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0\end{aligned}\tag{5.6}$$

μ_{o1}, μ_{o2} son los polos deseados. Entonces:

$$\phi(A^*) = (A^*)^2 + \gamma_1(A^*) + \gamma_0 \quad (5.7)$$

La notación A^* corresponde a la matriz compleja conjugada de A . Es posible emplear Matlab para el cálculo de la ganancia K_o utilizando el comando $acker(A', B', J)$, en donde A' , B' representan a las matrices transpuestas de A , B respectivamente y J corresponde al vector de los polos deseados μ_{o1}, μ_{o2} obtenidos de la ecuación característica (5.6).

Para el caso del modelo de los servomotores de CD empleados en esta tesis el observador de estados correspondiente es:

$$\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + k_{o1}(y - \hat{y}) \quad (5.8)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = -a\hat{x}_2 + bu + k_{o2}(y - \hat{y}) \quad (5.9)$$

El estimado de la velocidad \hat{x}_2 es representado en los algoritmos de control PID y PRT basado en un Observador de Perturbaciones como \dot{y}_e .

5.2. Algoritmo de control PID

El controlador PID es una de las leyes de control más utilizado tanto en la estabilización y regulación de procesos industriales como en la enseñanza de la Teoría de Control debido a su simplicidad de sintonización e implementación, así como a su efectividad.

La expresión matemática que define al control PID está dada por [31]:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (5.10)$$

donde k_p representa una ganancia proporcional al error definido por $e = r - y$, con r una señal de referencia, y la salida, k_i es la ganancia integral y k_d es conocida como la ganancia derivativa. En el caso de los servomotores y corresponde a su posición angular.

A continuación, se describen los términos que componen la ecuación (5.10).

Acción Proporcional: Esta acción se define por:

$$u_p(t) = k_p e(t) \quad (5.11)$$

El objetivo de esta acción es incrementar la señal de control cuando el error e es grande, esto hace que el transitorio sea más rápido. Sin embargo, el principal inconveniente de utilizar un

controlador proporcional puro es que generalmente produce error en estado estacionario y valores elevados de k_p pueden producir oscilaciones.

Acción Integral: Esta es proporcional a la integral del error e y permite la eliminación del error en estado estacionario cuando existen perturbaciones constantes en la planta a controlar. Esta acción de control se describe como:

$$u_i(t) = k_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (5.12)$$

Un valor elevado de la ganancia integral puede generar una respuesta oscilatoria.

Acción Derivativa: En el caso de los servomotores, el objetivo de la acción derivativa es mejorar la estabilidad en lazo cerrado y está descrita por:

$$u_d(t) = k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (5.13)$$

La acción derivativa inyecta amortiguamiento, sin embargo, también tiene algunos problemas que hacen que frecuentemente no se utilice en casos prácticos. Uno de estos problemas que se tiene al utilizar la acción derivativa sucede cuando se produce un cambio brusco de la señal de referencia r . En este caso la acción derivativa produce una señal muy grande y da como resultado un pico en la señal de control, lo cual en muchos casos es indeseable. Una solución simple para evitar este problema es aplicar el término derivativo únicamente a la salida del sistema [32]. En este caso la acción derivativa se expresa como:

$$u_d(t) = -k_d \frac{dy(t)}{dt} \quad (5.14)$$

Al combinar las tres acciones de control descritas anteriormente y con una sintonización adecuada se obtiene un controlador que no tiene error en estado estacionario y disminuye la tendencia a que se produzcan oscilaciones [32]. Con base a las ecuaciones (5.11), (5.12) y (5.14) se tiene una expresión alternativa de la ley de control (5.10):

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau - k_d \dot{y}_e \quad (5.15)$$

donde el término \dot{y}_e es un estimado de la derivada temporal \dot{y} de la posición y , obtenido mediante el observador de estados descrito anteriormente.

5.3. Algoritmo de control basado en un Observador de Perturbaciones

Compensar perturbaciones internas y externas en los sistemas de control de manera exacta o aproximada ha sido un tema ampliamente investigado en la literatura [33, 34, 35]. Existen trabajos en donde se reporta la relación entre un controlador PID y un controlador basado en un Observador de Perturbaciones (OP) [7, 33, 36] para una clase general de plantas lineales. En ellos se concluye que la acción integral del control PID compensa las perturbaciones constantes y se ha considerado como un observador de perturbaciones implícito. Por otro lado, el controlador basado en un OP contrarresta las perturbaciones constantes y variables en el tiempo, por lo que se define como un control robusto basado en la estimación y compensación en línea de perturbaciones. Lo anterior motivó ha estudiar el desempeño de los servomotores de CD empleados en esta tesis ante la implementación del controlador basado en un OP.

Cabe mencionar que un aspecto que caracteriza al OP es la propiedad de separación entre el OP y el controlador [6]. Esta propiedad está dada a partir de la función de transferencia (5.16) obtenida del diagrama de bloques mostrado en la Fig. 5.1:

$$G_{u_1y} = \frac{Y(s)}{U_1(s)} = \frac{PP_m}{F(P - P_m) + P_m} \quad (5.16)$$

suponiendo que el modelo nominal de la planta P_m es igual a la planta real P , entonces:

$$G_{u_1y} = P \quad (5.17)$$

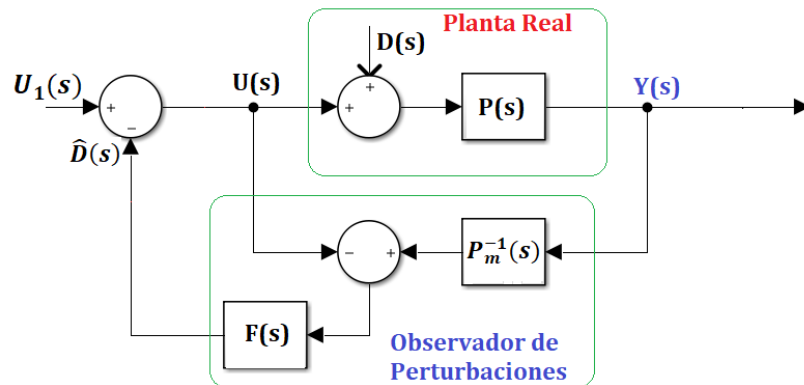


Figura 5.1: Diagrama de bloques del OP [6].

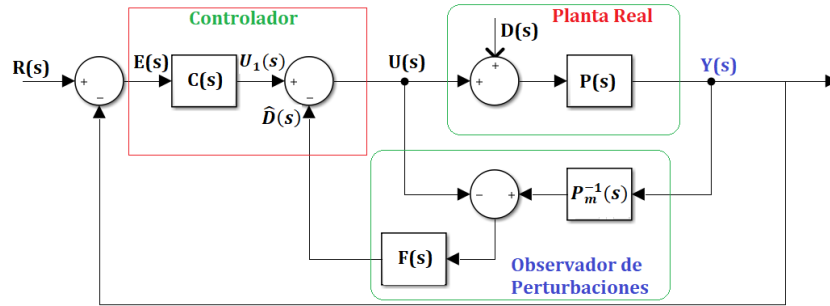


Figura 5.2: Diagrama de bloques del OP más un Controlador [7].

Por consiguiente, la función de transferencia (5.17) indica que el controlador de la Fig. 5.2 no considera la presencia del OP. Por lo tanto, se concluye que el controlador y el OP pueden ser diseñados de manera independiente en virtud de esta propiedad.

5.3.1. OP aplicado a un servomotor

La idea principal del OP desarrollado en [34, 37] es utilizar medidas de la salida y la entrada de la planta a controlar para reconstruir la perturbación como se puede ver en la Fig. 5.2. En el diagrama se tiene que la salida de la planta está dada por (5.18):

$$Y(s) = P(s)[U(s) + D(s)] \quad (5.18)$$

donde $D(s)$ corresponde a una perturbación.

Se supone que la planta es de fase mínima, entonces la perturbación $D(s)$ podría estimarse como:

$$D(s) = P^{-1}(s)Y(s) - U(s) \quad (5.19)$$

Uno de los problemas que presenta esta expresión en el caso de los servomotores es que la inversa de la planta $P(s)$ no es propia y consecuentemente se requieren mediciones de la aceleración \ddot{y} y de la velocidad \dot{y} . Para evitar estos problemas la estimación de la perturbación puede ser expresada como sigue:

$$\hat{D}(s) = [P_m^{-1}(s)Y(s) - U(s)]F(s) \quad (5.20)$$

en donde $P_m^{-1}(s)$ es la inversa del modelo nominal del servomotor el cual se conoce *a priori* a partir del algoritmo de identificación presentando en el capítulo 4. La función de transferencia $F(s)$ es un filtro estable estrictamente propio con el grado del polinomio característico $n_f \geq n$ donde n corresponde al grado de la ecuación característica de $P_m(s)$. Esta condición garantiza

una función de transferencia $P_m^{-1}(s)F(s)$ propia o estrictamente propia.

Para el caso de los servomotores de CD empleados en esta tesis, el diseño del OP se realiza a partir del modelo matemático (4.2) con un término extra d_e el cual representa la perturbación externa, esto es:

$$\ddot{y} = -a\dot{y} + bu + d_e \quad (5.21)$$

Considérese que el término a que representa la fricción se desconoce, por lo tanto la ecuación (5.21) se simplifica a:

$$\ddot{y} = bu + d \quad (5.22)$$

en donde $d = d_e - a\dot{y}$. Suponiendo que la transformada de Laplace de d existe, entonces la transformada de Laplace de (5.22) está dada por:

$$s^2Y(s) = bU(s) + D(s) \quad (5.23)$$

De la ecuación (5.23) se tiene que el modelo nominal de la planta P_m corresponde a:

$$P_m(s) = \frac{b}{s^2} \quad (5.24)$$

Por lo tanto, el estimado de la perturbación $D(s)$ a partir de la ecuación (5.20) es:

$$\hat{D}(s) = [s^2Y(s) - bU(s)]F(s) \quad (5.25)$$

Se define el filtro $F(s)$:

$$F(s) = \frac{\beta}{s + \beta} \quad (5.26)$$

con la frecuencia de corte $\beta > 0$.

Finalmente sustituyendo $F(s)$ en (5.25) se tiene:

$$\hat{D}(s) = \frac{\beta s}{s + \beta} sY(s) - \frac{\beta b}{s + \beta} U(s) \quad (5.27)$$

en donde $sY(s) = \mathcal{L}\{\dot{y}\}$ en el dominio del tiempo representa la velocidad angular del servomotor la cual será obtenida a partir del observador de estados (5.9).

5.3.2. Control Proporcional con Realimentación Taquimétrica

En este trabajo de tesis el objetivo del controlador es llevar la señal de salida y a una referencia deseada r . Esto se logra a partir de la convergencia del error de posición $e = r - y$ a

cero.

Considérese la señal de referencia deseada r constante, lo cual implica que las derivadas del error e están dadas por:

$$\dot{e} = -\dot{y} \quad (5.28)$$

$$\ddot{e} = -\ddot{y} \quad (5.29)$$

Sustituyendo el modelo matemático del servomotor de CD (4.2) en (5.29) e igualando a la dinámica deseada del error la cual es asintóticamente estable se tiene:

$$\ddot{e} = a\dot{y} - bu_1 = -k_d\dot{e} - k_p e \quad (5.30)$$

Despejando la señal de control u_1 de (5.30) se obtiene:

$$u_1 = \frac{1}{b} (k_p e + a\dot{y}_e + k_d\dot{e}) = \frac{1}{b} (k_p e + (a - k_d)\dot{y}_e) \quad (5.31)$$

en donde k_p representa la ganancia proporcional al error e , $a - k_d$ incluye a la ganancia derivativa y el término \dot{y}_e corresponde al estimado de la velocidad angular obtenido del observador de estados. Esta ley de control corresponde a un control Proporcional con Realimentación Taquimétrica (PRT).

5.3.3. Controlador PRT+OP

La ley de control $U(s)$ aplicada al servomotor de CD está dada por:

$$\begin{aligned} U(s) &= U_1(s) - \hat{D}(s) = \frac{1}{b} (k_p E(s) + (a - k_d) s Y_e(s)) - \hat{D}(s) \\ &= \frac{1}{b} (k_p E(s) + (a - k_d) s Y_e(s)) - \left[\frac{\beta s}{s + \beta} s Y_e(s) - \frac{\beta b}{s + \beta} U(s) \right] \end{aligned} \quad (5.32)$$

En la Fig. 5.3 se muestra el diagrama esquemático del controlador PRT+OP aplicado al servomotor de CD.

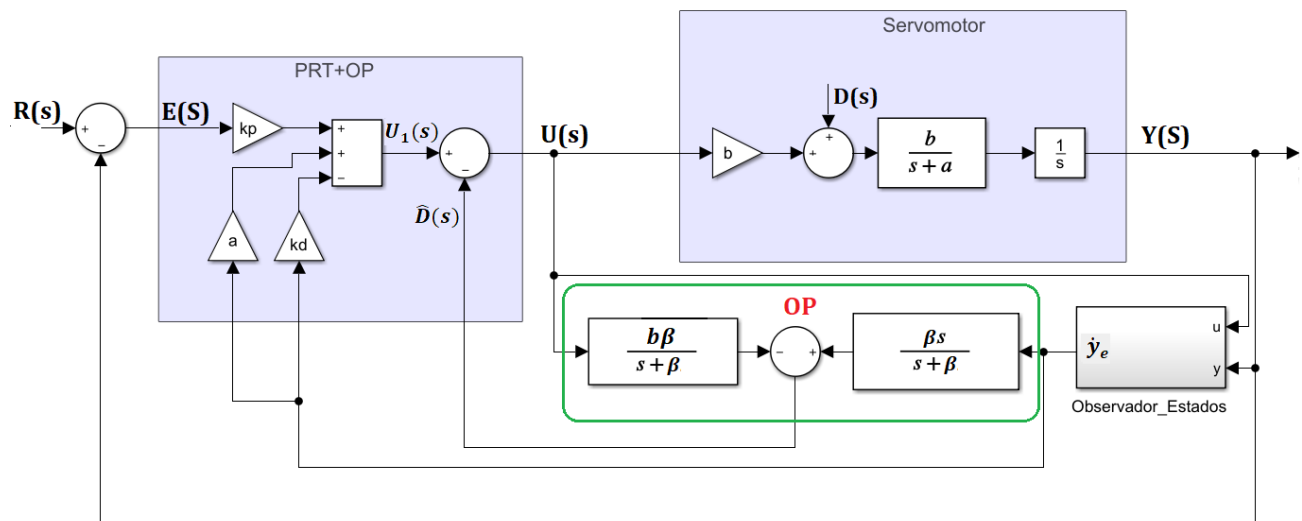


Figura 5.3: Diagrama de bloques del controlador PRT+OP.

Capítulo 6

Resultados experimentales

La aplicación de los algoritmos de control e identificación paramétrica fueron realizados en la plataforma experimental descrita en el capítulo 3. Se utiliza como referencia una señal de onda cuadrada filtrada con el filtro (6.1):

$$G(s) = \frac{20}{s + 20} \quad (6.1)$$

El periodo de muestreo es de 1 ms y el algoritmo de integración corresponde al método Euler01. Para estabilizar a los servomotores se utiliza la ley de control (4.3).

El capítulo se divide de la siguiente manera: En la sección 6.1 se presentan los resultados obtenidos al aplicar el algoritmo de Mínimos Cuadrados a los servomotores de CD empleados en el estudio comparativo. En la sección 6.2 se pueden ver las velocidades estimadas de cada uno de los servomotores obtenidas mediante un observador de estados. En la sección 6.3 se muestran las gráficas de los resultados experimentales correspondientes al controlador PID. En la sección 6.4 se encuentran las gráficas obtenidas al aplicar un controlador PRT basado en un OP, a los servomotores de CD. Finalmente se presentan tablas comparativas del desempeño de los controladores aplicados a los servomotores de CD y las principales diferencias entre sus características.

6.1. Identificación de parámetros

De acuerdo al algoritmo de Mínimos Cuadrados presentando en el capítulo 4, los filtros utilizados para estimar las señales \dot{y} , \ddot{y} y para filtrar la señal de control u fueron los siguientes:

$$y \rightarrow \frac{400s}{s^2 + 40s + 400} \rightarrow \dot{y}_f$$

$$y \rightarrow \frac{400s^2}{s^2 + 40s + 400} \rightarrow \ddot{y}_f$$

Servomotor	Ganancias del controlador		Parámetros estimados	
	k_p	k_d	a	b
<i>LEGO NXT</i>	2.500	0.250	12.4036	36.1010
<i>LEGO EV3</i>	5	0.154	18.5641	38.2092
<i>MB</i>	2.000	0.031	27.5649	165.2035
SARC	1.520	0.067	10.68	192.59

Tabla 6.1: Parámetros estimados de los servomotores de CD.

$$u \rightarrow \frac{400}{s^2 + 40s + 400} \rightarrow u_f$$

y utilizando el ruido blanco filtrado, procesado por un filtro pasa bajas de frecuencia de corte de 10 rad/s como señal de excitación, se obtuvieron los parámetros estimados del modelo de cada uno los servomotores empleados en el estudio comparativo. Estos estimados se muestran en la Tabla 6.1, así como las ganancias del controlador (4.3).

6.2. Diseño de los observadores de estados

Para el diseño de los observadores de estados representados por el modelo matemático (5.3) se requiere de los parámetros estimados del modelo de cada uno de los servomotores de CD presentados en la Tabla 6.1 y de la ganancia del observador K_o . El cálculo de esta ganancia es obtenida mediante la fórmula de Ackerman (5.5), para esto se define el polinomio característico deseado el cual está representado por:

$$P_{do}(s) = s^2 + 2\zeta_o\omega_{no} + \omega_{no}^2 \quad (6.2)$$

en donde el término ζ_o representa el factor de amortiguamiento y ω_{no} la frecuencia natural amortiguada del observador. Este polinomio permite obtener los polos deseados los cuales se requieren al emplear la fórmula (5.5). Como ya se menciona en el capítulo 5 esta fórmula puede ser obtenida mediante el comando `acker(A', B', J)` en el editor de *MATLAB*. En el apéndice B se muestra el código generado para obtener las ganancias del observador K_o . Dado que se emplea un modelo matemático de segundo orden este comando genera un vector $K_o \in \mathfrak{R}^{1 \times 2}$, esto es:

$$K_o = \begin{bmatrix} k_{o1} & k_{o2} \end{bmatrix}$$

En la Tabla 6.2 se muestran las frecuencias de corte utilizadas en la función de transferencia (4.4) para la obtención de las velocidades de cada uno de los servomotores de CD empleados en esta tesis. Asimismo se presentan las ganancias de los observadores y los términos ζ_o y ω_{no}

deseados.

En las Fig. 6.1 - Fig. 6.4 se muestran las velocidades estimadas \dot{y}_e de los servomotores *LEGO NXT*, *LEGO EV3*, *MB* y del SARC respectivamente obtenidas del observador de estados (5.3). De la misma manera, en estas gráficas se muestran las velocidades \dot{y}_{ef} de los servomotores obtenidas mediante la función de transferencia (4.4). Notar que las velocidades obtenidas mediante el observador son más suaves que aquellas obtenidas mediante el filtro.

Servomotor	frecuencias de corte		Ganancias del Observador		ζ_o	ω_{no}
	f_{01}	f_{02}	k_{o1}	k_{o2}		
<i>NXT</i>	200	100	99.5964	5164.6461	0.7	80
<i>EV3</i>	160	90	110.9605	6431.2096	0.7	90
<i>MB</i>	200	100	32.4351	1605.9297	0.6	50
<i>SARC</i>	150	100	59.3200	1886.4624	0.7	50

Tabla 6.2: Parámetros utilizados para el diseño de los observadores de estados y los filtros.

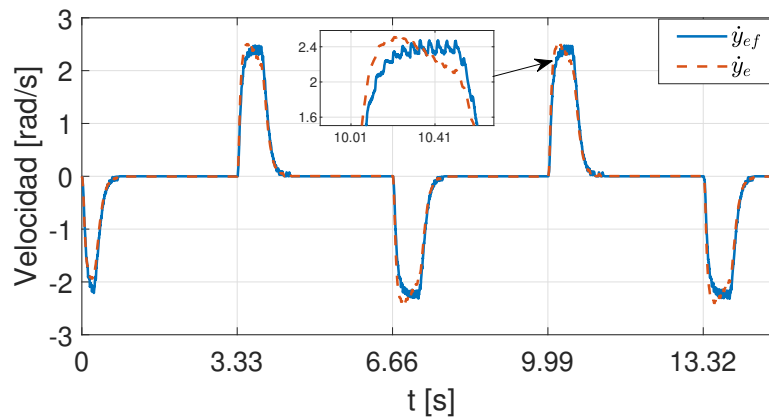


Figura 6.1: Velocidad estimada \dot{y}_e del servomotor *LEGO NXT*.

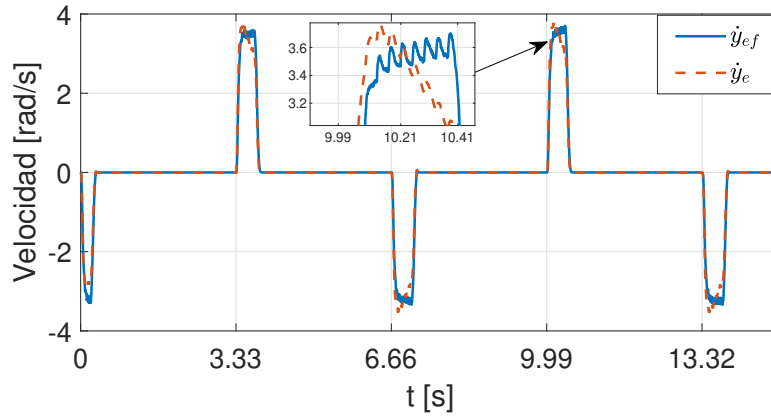


Figura 6.2: Velocidad estimada \dot{y}_e del servomotor *LEGO EV3*.

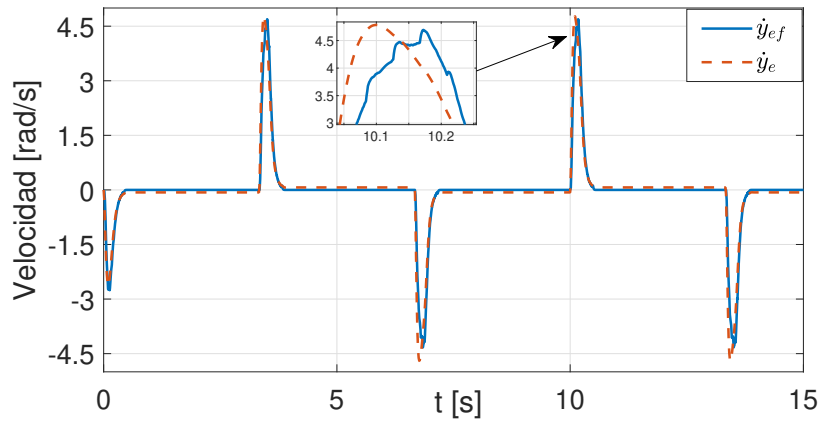


Figura 6.3: Velocidad estimada \dot{y}_e del servomotor *MB*.

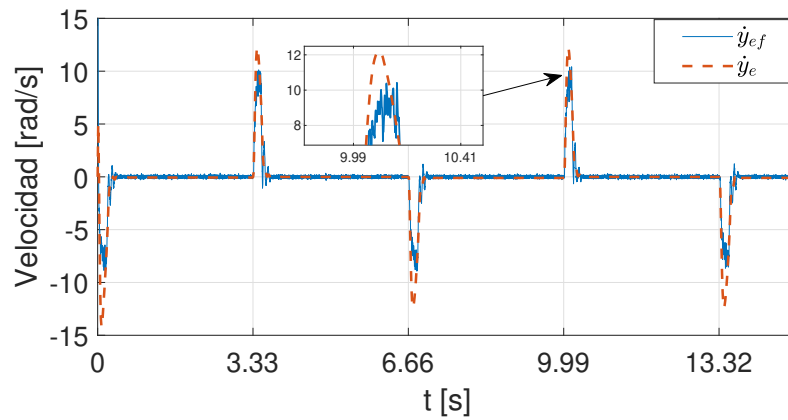


Figura 6.4: Velocidad estimada \dot{y}_e del servomotor de RC.

6.3. Controlador PID

Para la aplicación del algoritmo de control PID (5.15) se utiliza como referencia una señal de onda cuadrada filtrada con amplitud de 0.7 rad y una frecuencia de 0.15 Hz.

6.3.1. Ley de control PID aplicada al servomotor marca LEGO NXT

En la Fig. 6.5a se muestra la salida controlada en posición del servomotor marca *LEGO NXT* ante la referencia deseada, en la Fig. 6.5b se presenta la señal de control correspondiente al controlador PID y en la Fig. 6.5c el error en posición. Las ganancias utilizadas en el algoritmo de control PID fueron; $k_p = 1,25$, $k_d = 0,05$ y $k_i = 0,01$.

6.3.2. Ley de control PID aplicada al servomotor marca LEGO EV3

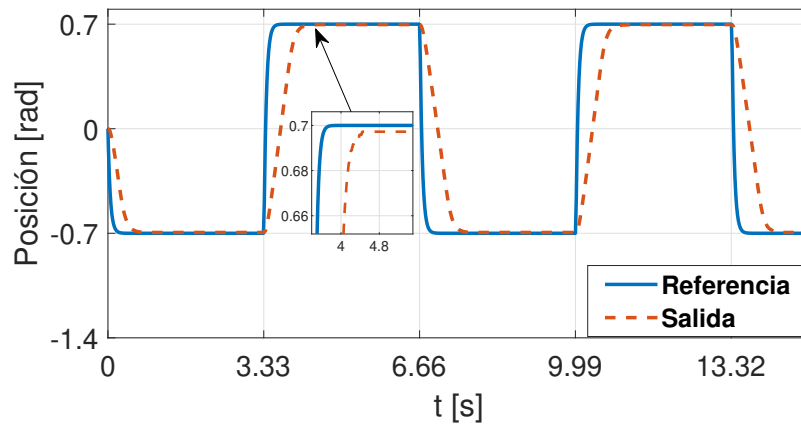
En la Fig. 6.6a se puede ver la salida controlada en posición del servomotor marca *LEGO EV3* contra la referencia deseada, en la Fig. 6.6b se presenta la señal del controlador PID utilizando ganancias ; $k_p = 2,5$, $k_d = 0,013$ y $k_i = 0,01$ y en la Fig. 6.6c se puede ver el error en posición.

6.3.3. Ley de control PID aplicada al servomotor marca *Make Block*

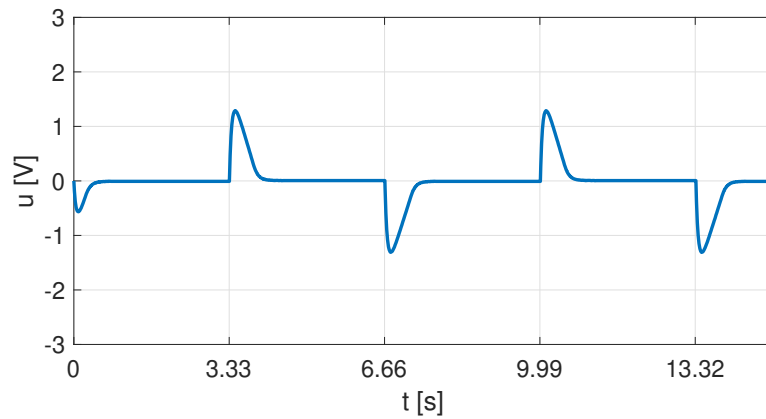
En la Fig. 6.7a se puede ver la señal de salida controlada en posición del servomotor *Make Block* ante la referencia deseada, en la Fig. 6.7b se muestra la señal de control correspondiente al controlador PID utilizando las ganancias; $k_p = 4$, $k_d = 0,3$ y $k_i = 0,345$ y en la Fig. 6.7c se presenta la señal del error en posición.

6.3.4. Ley de control PID aplicada al servomotor de RC

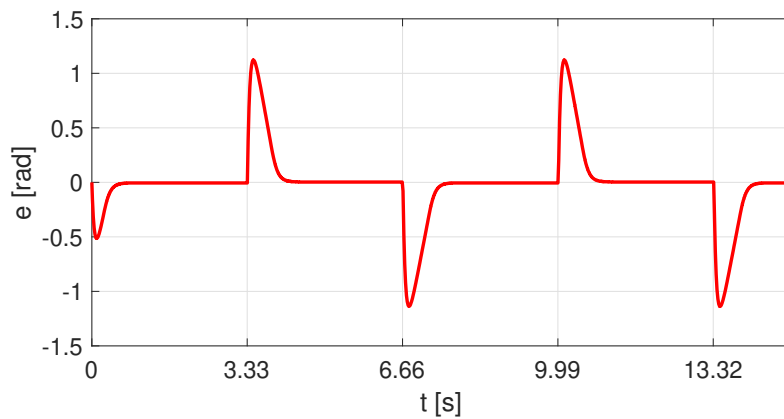
En la Fig. 6.8a se muestra la señal de salida controlada en posición del servomotor de RC contra la referencia deseada, en la Fig. 6.8b se encuentra la señal del controlador PID utilizando las ganancias; $k_p = 3$, $k_d = 0,06$ y $k_i = 0,02$ y en la Fig. 6.8c el error en posición.



(a) Salida en posición vs Referencia deseada.

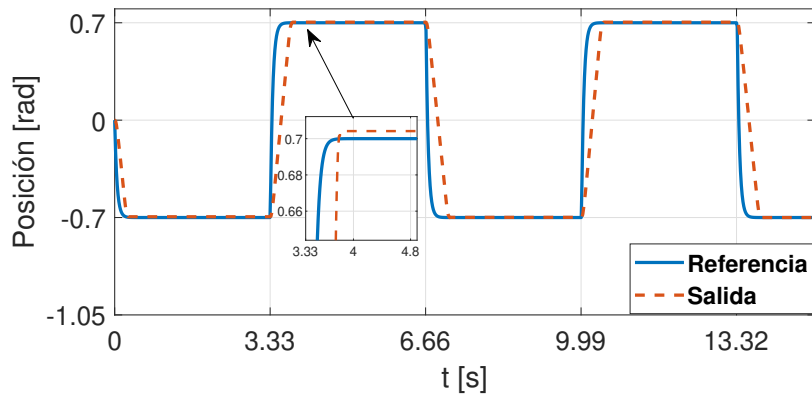


(b) Señal de control correspondiente al controlador PID.

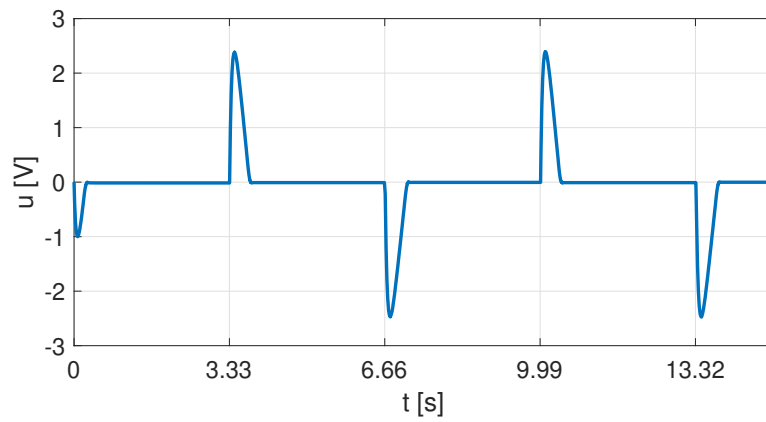


(c) Error en posición.

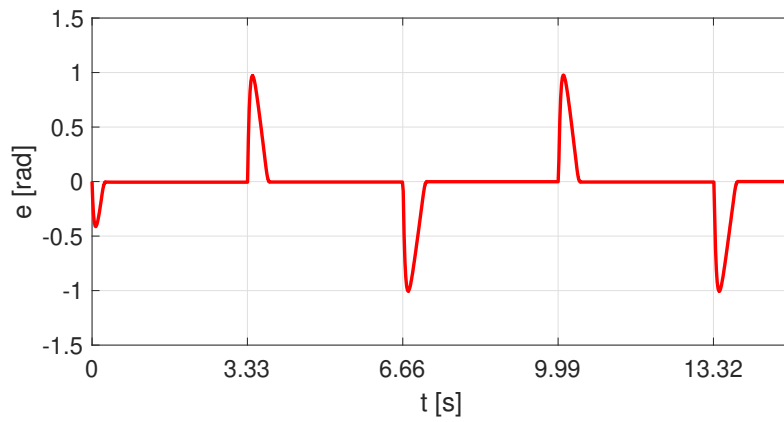
Figura 6.5: Respuestas del servomotor *LEGO NXT* controlado en posición por un algoritmo de control PID.



(a) Salida en posición vs Referencia deseada.

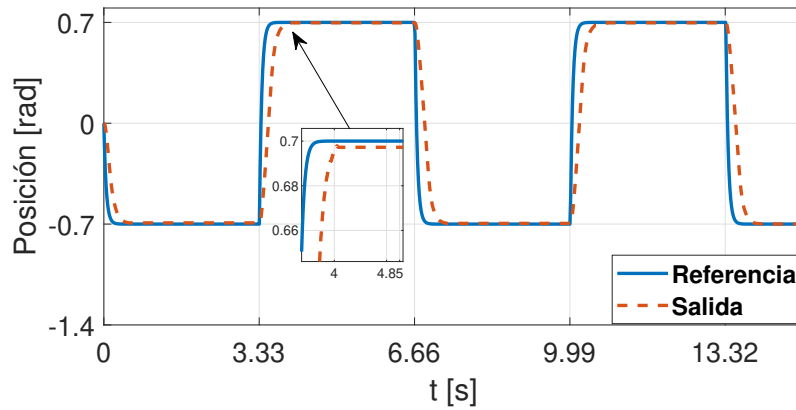


(b) Señal de control correspondiente al controlador PID.

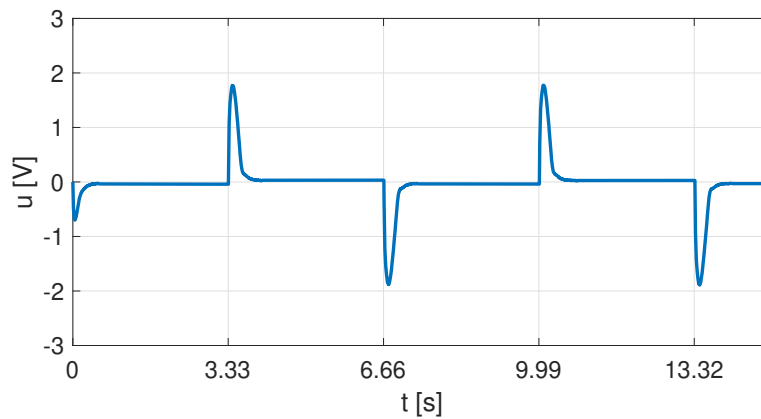


(c) Error en posición.

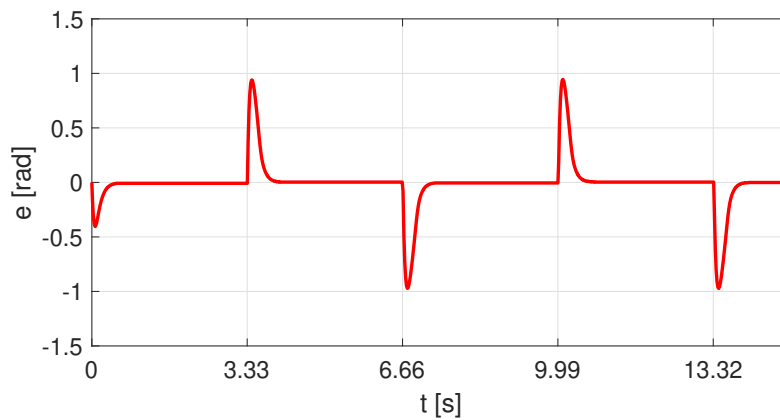
Figura 6.6: Respuestas del servomotor *LEGO EV3* controlado en posición por un algoritmo de control PID.



(a) Salida en posición vs Referencia deseada.

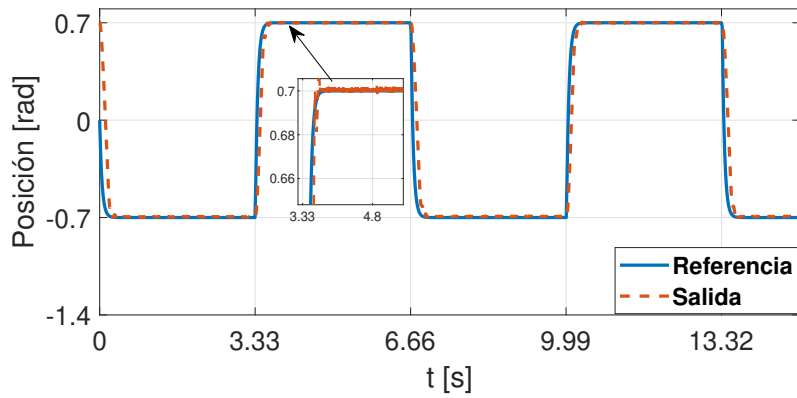


(b) Señal de control correspondiente al controlador PID.

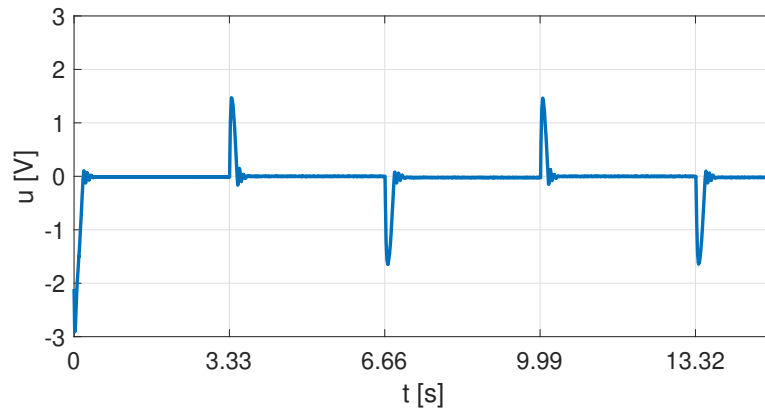


(c) Error en posición.

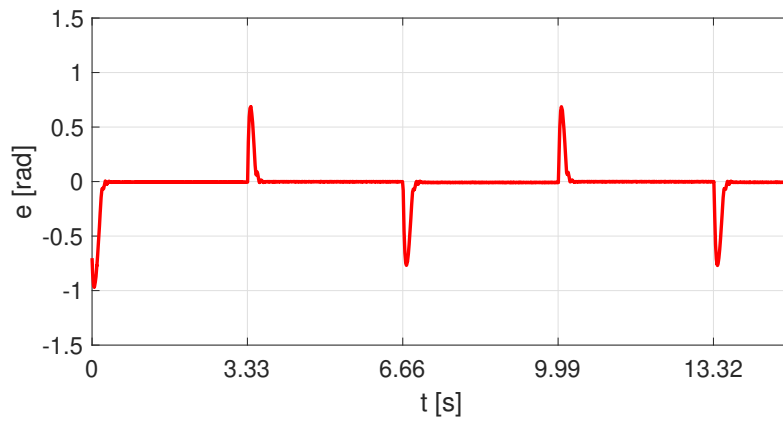
Figura 6.7: Respuestas del servomotor *Make Block* controlado en posición por un algoritmo de control PID.



(a) Salida en posición vs Referencia deseada.



(b) Señal de control correspondiente al controlador PID.



(c) Error en posición.

Figura 6.8: Respuestas del servomotor de RC controlado en posición por un algoritmo de control PID.

6.4. Controlador PRT+OP

Para la aplicación del controlador PRT+OP (5.32) se utiliza como referencia una señal de onda cuadrada filtrada con amplitud de 0.5 rad y una frecuencia de 0.1 Hz.

6.4.1. Ley de control PRT+OP aplicado al servomotor marca LEGO NXT

En la Fig. 6.9a se muestran las gráficas comparativas de la señal de salida controlada en posición del servomotor marca *LEGO NXT* al aplicar un controlador PRT con y sin un OP. En la Fig. 6.9b se pueden ver las señales de control correspondientes a los controladores mencionados anteriormente. En la Fig. 6.9c se muestran los errores en posición. Las ganancias del controlador PRT son: $k_p = 225$ y $k_d = 51$.

6.4.2. Ley de control PRT+OP aplicado al servomotor marca LEGO EV3

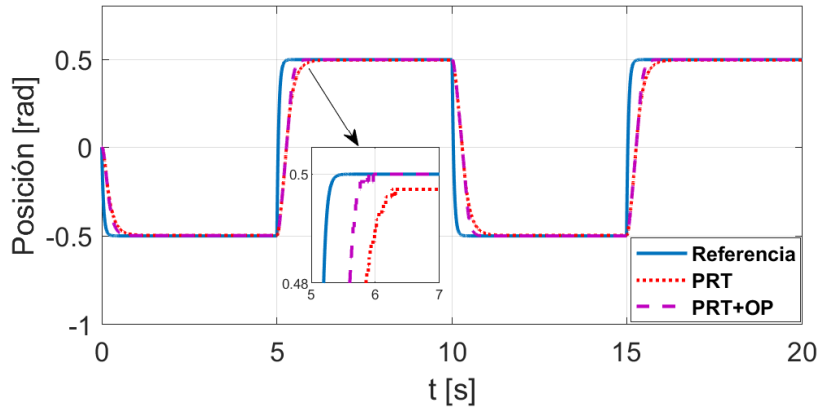
En la Fig. 6.10a se muestran las gráficas comparativas de la señal de salida controlada en posición del servomotor marca *LEGO EV3* al aplicar un controlador PRT con y sin un OP. En la Fig. 6.10b se pueden ver las señales de control correspondientes a dichos controladores, con ganancias del controlador PRT de: $k_p = 100$ y $k_d = 43,6$. En la Fig. 6.10c se muestran los errores en posición.

6.4.3. Ley de Control PRT+OP aplicada al servomotor marca *Make Block*

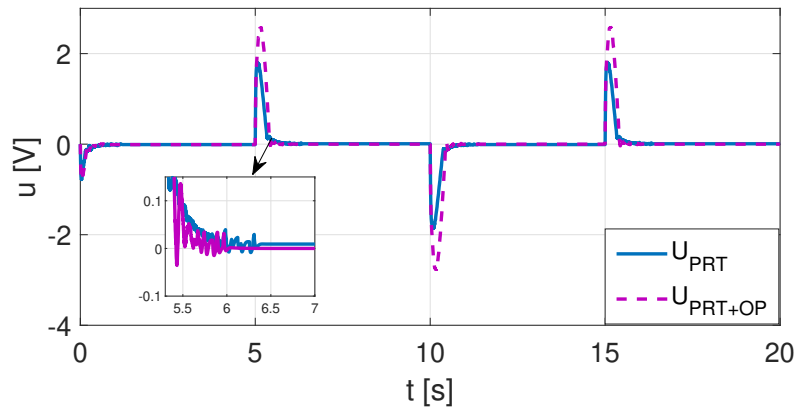
En la Fig. 6.11a se muestran las gráficas comparativas de la señal de salida controlada en posición del servomotor marca *Make Block* al aplicar un controlador PRT con y sin un OP. Las señales de control de estos controladores se pueden ver en la Fig. 6.11b. Las ganancias utilizadas en el algoritmo de control PRT fueron: $k_p = 1600$ y $k_d = 160$. En la Fig. 6.11c se muestran los errores en posición.

6.4.4. Ley de control PRT+OP aplicado al servomotor de RC

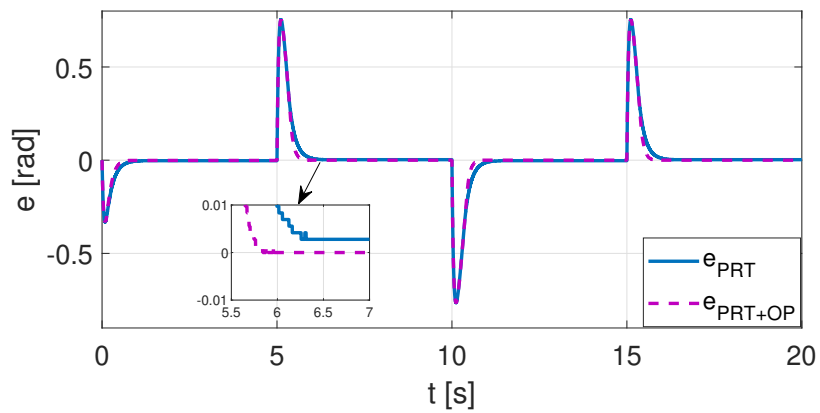
En la Fig. 6.12a se muestran las gráficas comparativas de la señal de salida controlada en posición del servomotor de RC al aplicar un controlador PRT con y sin un OP. En la Fig. 6.12b se pueden ver las señales de control correspondientes a estos controladores. Con ganancias del controlador PRT de: $k_p = 625$ y $k_d = 85$. En la Fig. 6.11c se muestran los errores en posición.



(a) Salidas en posición vs Referencia deseada.

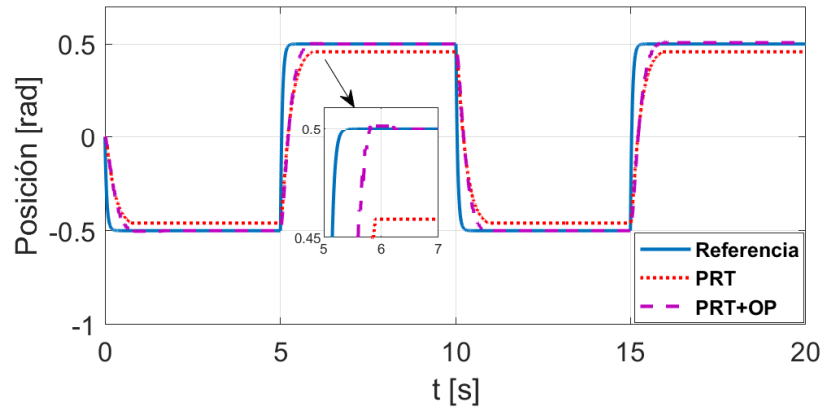


(b) Señales de control correspondientes a los controladores PRT y PRT+OP.

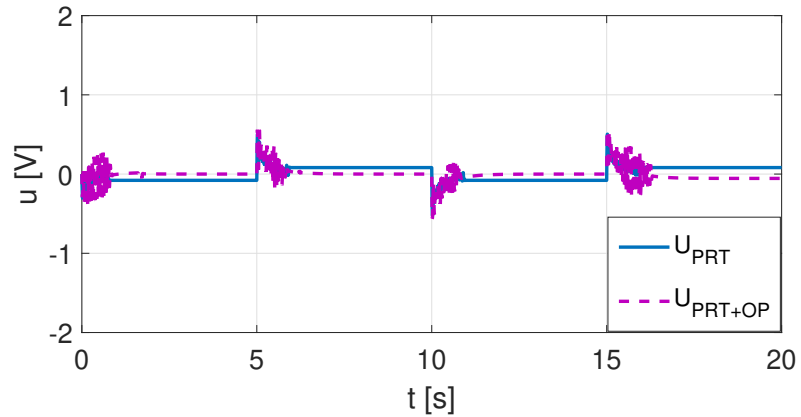


(c) Errores en posición.

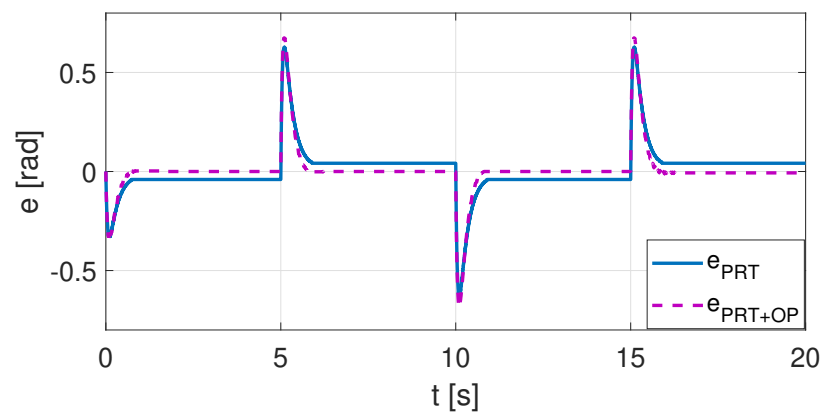
Figura 6.9: Resultados de los controladores PRT y PRT+OP aplicados al servomotor *LEGO NXT*.



(a) Salidas en posición vs Referencia deseada.

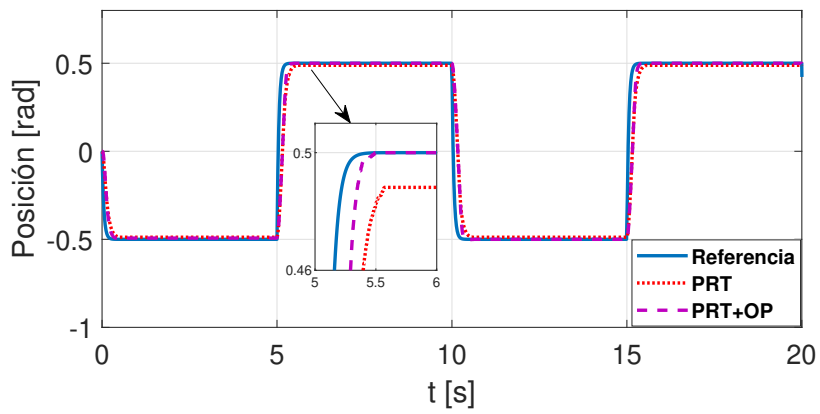


(b) Señales de control correspondientes a los controladores PRT y PRT+OP.

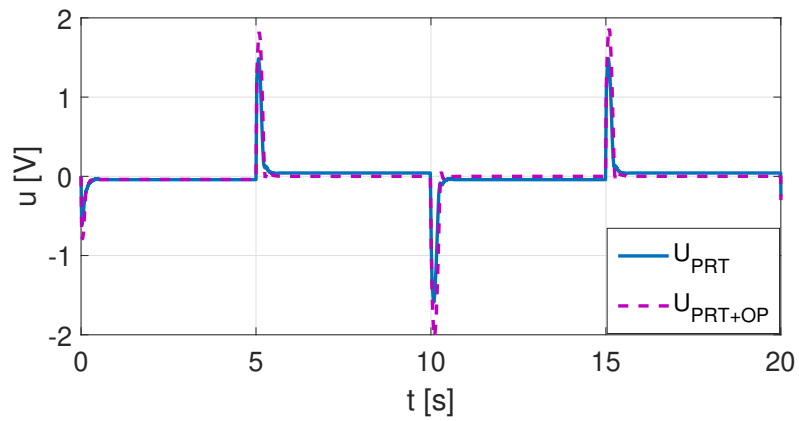


(c) Errores en posición.

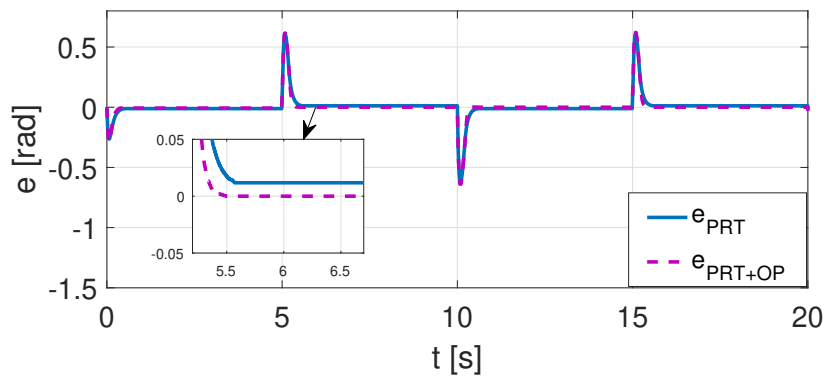
Figura 6.10: Resultados de los controladores PRT y PRT+OP aplicados al servomotor *LEGO EV3*.



(a) Salidas en posición vs Referencia deseada.

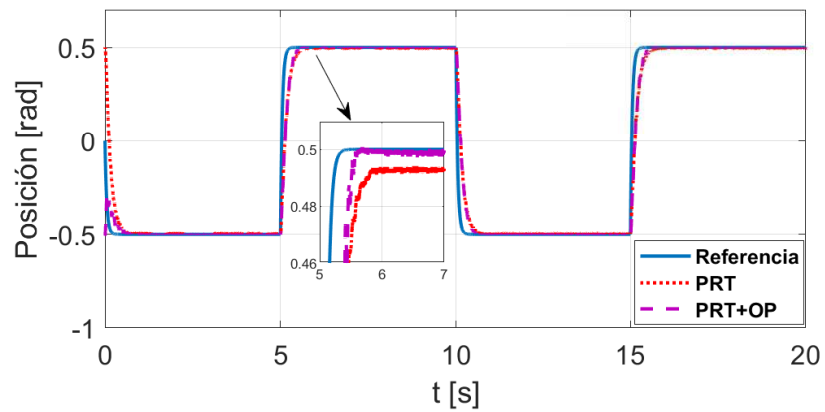


(b) Señales de control correspondientes a los controladores PRT y PRT+OP.

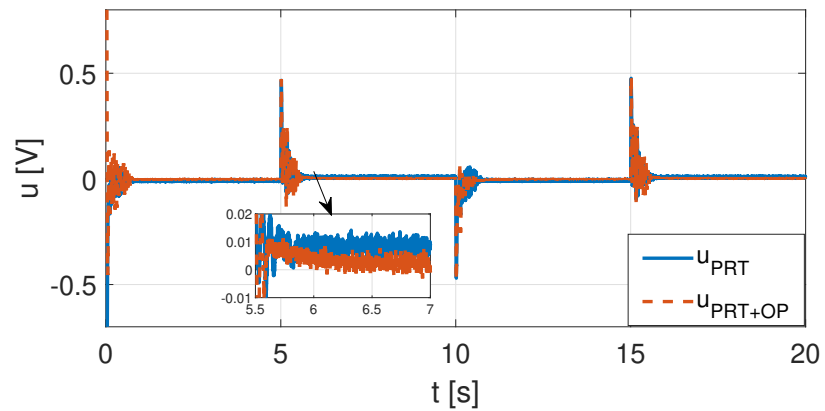


(c) Errores en posición.

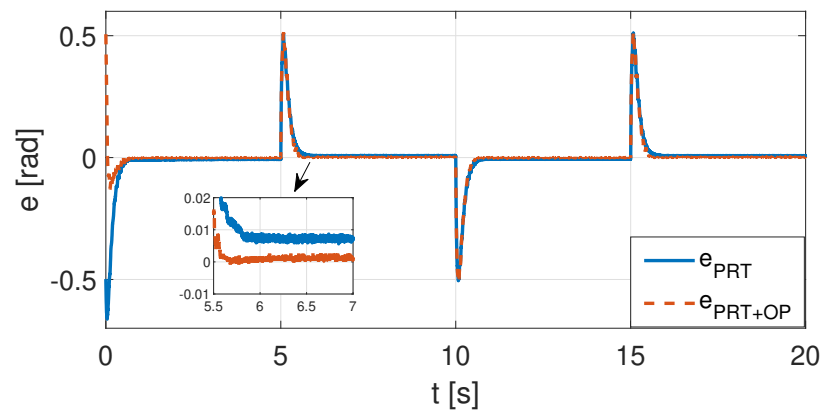
Figura 6.11: Resultados de los controladores PRT y PRT+OP aplicados al servomotor *Make Block*.



(a) Salidas en posición vs Referencia deseada.



(b) Señales de control correspondientes a los controladores PRT y PRT+OP.



(c) Errores en posición.

Figura 6.12: Resultados de los controladores PRT y PRT+OP aplicados al servomotor de RC.

6.5. Desempeño y comparación de los servomotores controlados en posición por los algoritmos de control PID y PRT+OP

Para medir el desempeño de los controladores PID, PRT y PRT+OP aplicados a los servomotores de CD se utilizaron: La Integral del Error Cuadrático (IEC), la Integral del Valor Absoluto del Control (IAC) y la Integral de la Derivada del Valor Absoluto del Control (IDAC). Estos índices están expresados matemáticamente como sigue:

$$IEC = \int_{T_1}^{T_2} k[e(t)]^2 dt \quad (6.3)$$

$$IAC = \int_{T_1}^{T_2} |u(t)| dt \quad (6.4)$$

$$IDAC = \int_{T_1}^{T_2} \left| \frac{du(t)}{dt} \right| dt \quad (6.5)$$

en donde k representa un factor de escalamiento y $\{T_1, T_2\}$ definen un intervalo de tiempo durante el cual se calculan los índices de desempeño. Para el estudio comparativo se utilizó un valor de $k = 100$ con intervalos de tiempo $T_2 - T_1 = 3.33$ s para el controlador PID y de $T_2 - T_1 = 5$ s para los controladores PRT y PRT+DOB.

En la Tabla 6.3 se muestra el desempeño del controlador PID. Se puede observar que los índices IEC e IAC con los valores más pequeños los produce el SARC y el índice IDAC más pequeño lo produce el servomotor *LEGO NXT*. Estos resultados pueden deberse al hecho de que el SARC posee una caja de engranajes con un radio de reducción muy elevado. Notar también que el SARC no produce el valor más pequeño del índice IDAC lo cual puede ser el resultado de los niveles de ruido elevado que produce su potenciómetro. Lo anterior se confirma a partir de la gráfica en la Fig. 6.8b en donde se observa que la señal de control muestra variaciones apreciables comparada con las señales producidas por los otros servomotores. Por otro lado, los valores de los índices de desempeño pueden cambiar con una sintonización diferente de los controladores, por lo que los valores reportados se deben de considerar únicamente como ejemplos y es posible que el desempeño mejore con otras sintonizaciones.

La Tabla 6.4 presenta los resultados obtenidos del desempeño de los algoritmos de control PRT y PRT+OP aplicados a cada uno de los servomotores de CD. Puede observarse que el empleo del Observador de incertidumbres reduce el índice de desempeño en todos los servomotores siendo el valor más pequeño el correspondiente al SARC. Este servomotor también produce el

índice IAC más pequeño como se observó en el caso del controlador PID. Sin embargo, el índice IDAC, el cual refleja el contenido de alta frecuencia de la señal de control es el más alto con este servomotor. Este valor es muy probable que se deba al valor elevado de ruido de medición del potenciómetro del SARC.

También es importante mencionar que no se tuvieron dificultades mayores en la implementación de los dos controladores empleados.

Servomotor	IEC	IAC	IDAC
<i>NXT</i>	35.2938	0.4798	1.9312
<i>EV3</i>	18.2167	0.6091	3.4827
<i>MB</i>	14.1979	0.4142	2.2908
<i>SARC</i>	3.8219	0.1369	2.5975

Tabla 6.3: Desempeño del controlador PID.

Servomotor	Controlador	Beta(β)	IEC	IAC	IDAC
NXT	PRT	-	12.6476	0.4332	2.4557
	PRT+OP	22	12.2161	0.6959	4.2658
EV3	PRT	-	9.6514	0.4334	1.798
	PRT+OP	9.5	9.2422	0.1458	6.0465
MB	PRT	-	4.906	0.3462	1.768
	PRT+OP	20	4.7220	0.2711	1.5815
SARC	PRT	-	3.4025	0.0634	11.7143
	PRT+OP	6	3.3668	0.0487	11.9317

Tabla 6.4: Desempeño de los controladores PRT y PRT+DOB.

Servomotor	Costo	Voltaje	Tipo de Sensor	Disponibilidad
<i>LEGO NXT</i>	\$ 549.00	9 V	Codificador óptico	Disponible
<i>LEGO EV3</i>	\$ 279.00	9 V	Codificador óptico	Disponible
<i>MB</i>	\$ 399.99	7.8 V	Codificador óptico	Difícilmente disponible
<i>RC</i>	\$ 330.00	5 V	Potenciómetro	Fácilmente disponible

Tabla 6.5: Tabla comparativa de costos (pesos mexicanos), voltaje de alimentación, tipo de sensor en posición y disponibilidad de los servomotores de CD en el mercado nacional.

La Tabla (6.5) muestra el estudio comparativo de los servomotores de CD empleados en la tesis respecto a costos, voltaje de alimentación, tipo de sensor de posición y su disponibilidad en el mercado nacional. Los servomotores marca *LEGO* se pueden obtener a través de proveedores nacionales, el servomotor *Make Block* sólo se puede conseguir, al menos por el momento, a través de importación. El servomotor de RC es el de más fácil adquisición.

A continuación se resumen las ventajas y desventajas de cada uno de los servomotores.

■ Servomotor *LEGO NXT*.

- Ventajas: Compatibilidad mecánica con otros productos marca *LEGO*, empleo de un codificador óptico lo cual se traduce en la ausencia de ruido de medición.
- Desventajas: Precio de adquisición elevado, produce niveles de ruido acústico elevados cuando funciona, no está ampliamente disponible en el mercado nacional.

■ Servomotor *LEGO EV3*.

- Ventajas: Compatibilidad mecánica con otros productos *LEGO*, empleo de un codificador óptico lo cual se traduce en la ausencia de ruido de medición, precio de adquisición moderado.
- Desventajas: Produce niveles de ruido acústico elevados cuando funciona, no está ampliamente disponible en el mercado nacional.

■ Servomotor *Make Block*.

- Ventajas: Compatibilidad mecánica con otros productos *Make Block*, empleo de un codificador óptico el cual tiene la mejor resolución con 1440 pulsos, lo cual se traduce en mejor precisión de posicionamiento, precio de adquisición moderado, produce niveles de ruido acústico bajos cuando funciona.
- Desventajas: No está disponible en el mercado nacional y se debe importar.

■ Servomotor de RC.

- Ventajas: Ampliamente disponible en el mercado nacional, mecánicamente robusto, es posible obtener modelos de este tipo de servomotores con engranes de metal.
- Desventajas: Emplea un potenciómetro como sensor de posición lo cual tiene como consecuencia elevados niveles de ruido de medición, rotación limitada.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajo futuro

De acuerdo al estudio comparativo realizado en esta tesis se obtuvieron las siguientes conclusiones sobre las ventajas y desventajas de cada uno de los servomotores de CD.

Los sensores ópticos que poseen los servomotores marca *LEGO* y *Make Block* representan una ventaja con respecto al potenciómetro utilizado en el servomotor analógico de Radio Control (SARC), ya que los primeros no poseen ruido en las señales de medición. En este sentido el potenciómetro es un sensor con elevados niveles de ruido de medición. Además, el empleo de los codificadores ópticos permiten que el giro de la salida de un servomotor sea ilimitado a diferencia del servomotor de RC, el cual tiene un giro máximo menor a 360° debido al potenciómetro.

En cuestiones de costo el servomotor marca *EV3* es el más barato, sin embargo su disponibilidad no es amplia en el mercado nacional por lo que este aspecto podría ser considerado como una ventaja en los SARC los cuales son ampliamente disponibles en México.

De acuerdo al trabajo desarrollado en la tesis, se concluye que la elección de un servomotor de CD para la construcción de prototipos depende de los requerimientos de estos últimos, así como de la disponibilidad de los servomotores y de su costo. Por ejemplo, en cuestiones de costo convendría elegir al servomotor marca *LEGO* modelo *EV3*, pero si lo que se busca es un servomotor en el cual el consumo de energía sea menor podría utilizarse un SARC. Ahora bien, si lo que se quiere es una respuesta suave con bajos niveles de ruido audible se recomendaría el servomotor de marca *Make Block*.

También se observó que es posible implementar sin dificultades particulares los algoritmos de control Proporcional Integral Derivativo (PID) y Proporcional con Realimentación Taquimétrica más un Observador de Perturbaciones (PRT+OP) en todos los servomotores.

Es interesante mencionar que, a diferencia de los servomotores de CD dotados de un codificador óptico, el servomotor de Radio Control (SARC) tiene la característica de tener señales de voltaje tanto en la entrada como en la salida. Esto posibilita el empleo de controladores basados en circuitos analógicos para su control, aspecto de posible utilidad para que los estudiantes empleen conocimientos de electrónica analógica en el desarrollo de prácticas de laboratorio.

7.1. Trabajo futuro

Como trabajo futuro se considera la aplicación de los servomotores de CD evaluados en esta tesis en otras plataformas experimentales como lo son:

- Péndulo de Furuta
- Péndulo invertido
- *Ball and Beam*
- *Ball and Table*
- Robot manipulador

También convendría desarrollar el control en velocidad de los servomotores de CD dotados de un codificador óptico, cosa que no es posible con los SARC. Estos controladores junto con los servomotores pueden ser útiles en la construcción de prototipos de robots móviles.

Apéndice A

Modelo matemático de un motor de CD de imanes permanentes

Un motor de Corriente Directa (CD) es una máquina encargada de convertir energía eléctrica en mecánica. Este consiste de varias espiras de alambre de cobre que giran de manera libre en medio del campo magnético generado por un imán permanente. Las espiras de alambre se montan en las ranuras de un cilindro de material magnético conocido como armadura. Los extremos de las espiras de la armadura se conectan con los segmentos adyacentes de un anillo segmentado denominado conmutador y el contacto eléctrico con los segmentos se logra mediante contactos de carbón llamadas escobillas. La dirección de rotación del motor de CD cambia de sentido al invertirse el voltaje aplicado a las escobillas [20].

En la Figura A.1 se muestra un circuito eléctrico equivalente a un motor de CD, es decir, la armadura se modela como un circuito con resistencia R_a conectada en serie a una inductancia L_a y a una fuente de voltaje e_b que representa la fuerza contraelectromotriz cuando el rotor gira. El campo magnético se representa mediante una bobina y una corriente i_f . Las variables y parámetros del motor se definen en la Tabla A.1: Puesto que la armadura, la cual conduce

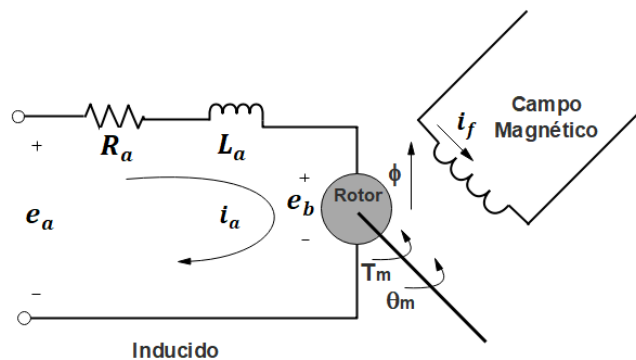


Figura A.1: Diagrama de un motor de CD.

Variabes	Descripción (Unidad de medida)
T_m	Par electromagnético del motor (N-m)
ϕ	Flujo magnético (Wb)
i_f	Corriente de excitación (A)
i_a	Corriente de armadura (A)
L_a	Inductancia (H)
R_a	Resistencia (Ω)
k_m	Constante de par (N-m/A)
k_c	Constante de la fuerza contraelectromotriz (V-s/rad)
e_b	Fuerza contraelectromotriz (V)
e_a	Señal de control (V)
ω_m	Velocidad angular (rad/s)
J_m	Momento de inercia del motor (kg-m ²)
b_m	Coefficiente de fricción viscosa del motor (N-m-s)
θ_m	Desplazamiento angular del motor (rad).

Tabla A.1: Variables y parámetros de un motor de CD.

corriente, gira dentro de un campo magnético se induce una fuerza contraelectromotriz e_b que es proporcional a la velocidad angular ω_m de la armadura:

$$e_b = k_c \omega_m = k_c \frac{d\theta_m}{dt} \quad (\text{A.1})$$

Aplicando la ley de Kirchhoff de mallas al circuito de la armadura se cumple que:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + e_b = e_a \quad (\text{A.2})$$

o bien:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + k_c \frac{d\theta_m}{dt} = e_a \quad (\text{A.3})$$

Para un análisis lineal se supone que el par T_m desarrollado en el eje del motor es directamente proporcional al flujo ϕ en el campo y a la corriente de armadura i_a :

$$T_m = k_1 i_a \phi \quad (\text{A.4})$$

donde

$$\phi = k_f i_f$$

Considerando que el motor de CD tiene imanes permanentes, se utiliza la corriente de armadura i_a como la variable de control. Lo anterior implica una corriente i_f constante en la

bobina de excitación por lo que la densidad de flujo de campo ϕ es constante. Por lo tanto, el par generado por el motor es proporcional a la corriente de armadura. Entonces la ecuación A.4 puede escribirse como:

$$T_m = k_m i_a \quad (\text{A.5})$$

Ahora bien, la ecuación que relaciona a los pares del motor es:

$$J_m \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + b_m \frac{d\theta_m}{dt} = T_m = k_m i_a \quad (\text{A.6})$$

Aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones (A.3 y A.6) suponiendo condiciones iniciales iguales a cero, se obtiene:

$$L_a s I_a(s) + R_a I_a(s) + k_c s \Theta_m(s) = E_a(s) \quad (\text{A.7})$$

y

$$J_m s^2 \Theta_m(s) + b_m s \Theta_m(s) = k_m I_a(s) \quad (\text{A.8})$$

donde $I_a(s) = \mathcal{L}\{i_a\}$, $\Theta_m(s) = \mathcal{L}\{\theta_m\}$, $E_a(s) = \mathcal{L}\{e_a\}$ y el operador $\mathcal{L}\{\bullet\}$ corresponde a la transformada de Laplace.

Despejando $I_a(s)$ de A.7 y A.8 e igualando ambas ecuaciones se tiene:

$$\frac{E_a(s) - k_c s \Theta_m(s)}{L_a s + R_a} = \frac{J_m s^2 + b_m s}{k_m} \Theta_m(s) \quad (\text{A.9})$$

$$E_a(s) = \frac{[(L_a s + R_a)(J_m s^2 + b_m s) + k_m k_c s] \Theta_m(s)}{k_m} \quad (\text{A.10})$$

A partir de la ecuación A.10 se obtiene la función de transferencia entre el desplazamiento angular del eje del motor $\Theta_m(s)$ y el voltaje de entrada $E_a(s)$.

$$\frac{\Theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{k_m}{s(L_a s + R_a)(J_m s + b_m) + k_c k_m s} \quad (\text{A.11})$$

Ahora bien, si el motor de CD tiene acoplado una carga por medio de un juego de engranajes como se muestra en la Figura A.2, entonces, el momento de inercia J_L y el coeficiente de fricción viscosa B_L de la carga se pueden reflejar en la armadura como una inercia y un amortiguamiento equivalente. El momento de inercia y el coeficiente de fricción viscosa del conjunto de engranajes se incluyen en los de la carga, es decir:

$$J_{eq} = J_m + n^2 J_L$$

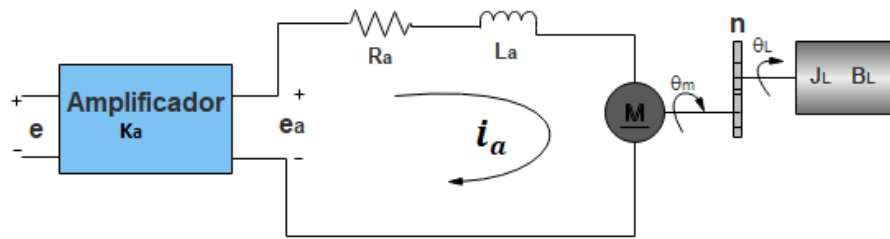


Figura A.2: Representación esquemática de un motor de CD con carga.

$$b_{eq} = b_m + n^2 B_L$$

Donde se tiene que la relación de engranajes es tal que la flecha de salida conectada a la carga gira n veces por cada revolución de la flecha del motor. Entonces:

$$\Theta_L(s) = n\Theta_m(s) \quad (\text{A.12})$$

En consecuencia, la ecuación A.11 se escribe como:

$$\frac{\Theta_L(s)}{E_a(s)} = \frac{nk_m}{s(L_a s + R_a)(J_{eq} s + b_{eq}) + k_c k_m s} \quad (\text{A.13})$$

Como se logra ver en la Figura A.2 se incluye un amplificador de potencia, el cual se representa mediante una ganancia k_a . Por lo tanto, el voltaje de entrada $E_a(s)$ es proporcional al voltaje de referencia $E(s)$, esto es:

$$E_a(s) = K_a E(s) \quad (\text{A.14})$$

En consecuencia se tiene que:

$$\frac{\Theta_L(s)}{E(s)} = \frac{nK_a k_m}{s(L_a s + R_a)(J_{eq} s + b_{eq}) + k_c k_m s} \quad (\text{A.15})$$

Dividiendo la función de transferencia A.15 entre R_a produce:

$$\frac{\Theta_L(s)}{E(s)} = \frac{nK_a k_m}{R_a s \left(\frac{L_a}{R_a} s + 1 \right) (J_{eq} s + b_{eq}) + k_c k_m s} \quad (\text{A.16})$$

Finalmente, considerando que los servomotores empleados en este trabajo son pequeños, lo anterior implica que la inductancia de armadura L_a es pequeña en comparación con la resistencia R_a [18], entonces el cociente $\frac{L_a}{R_a}$ es pequeño. Entonces, la función de transferencia A.16 se reduce

a:

$$G(s) = \frac{\Theta_L(s)}{E(s)} = \frac{\frac{nK_a k_m}{R_a}}{s(J_{eq}s + b_{eq} + \frac{k_c k_m}{R_a})}$$

Por lo que simplificando se llega a:

$$G(s) = \frac{b}{s(s + a)} \tag{A.17}$$

en donde:

$$b = \frac{K_a k_m n}{R_a J_{eq}}$$
$$a = \frac{b_{eq} + \frac{k_m k_c}{R_a}}{J_{eq}}$$

Apéndice B

Código utilizado para el observador de estados

```
//observador lego NXT
a=12.4036;
b=36.1010;
wno=80;
zetao=0.7;
//observador lego EV3
a=15.2807;
b=30.5953;
wno=90;
zetao=0.7;
//observador makeBlock
a=27.5649;
b=165.2035;
wno=50;
zetao=0.6;
//observador RC
a=10.68;
b=192.59;
wno=50;
zetao=0.7;
A=[0 1;0 -a];
B=[0;b];
C=[1 0];
//observabilidad
O=[C;C*A];
det(O)
pdo=[1 2*wno*zetao wno^2]
Jo=roots(pdo)
Ko=acker(A',C',Jo)
```


Bibliografía

- [1] Ingeniería Mecafenix. Motor de corriente continua (cd). <https://www.ingmecafenix.com/electricidad-industrial/motor-corriente-continua>.
- [2] Aníbal Ollero Baturone. *Robótica, Manipuladores y Robots Móviles*. AlfaOmega, 2001.
- [3] ServoDatabase.com. Hitec hs-485hb. <https://servodatabase.com/servo/hitec/hs-485hb>.
- [4] Jessica J. Maldonado and Rubén Garrido. Prototipo educativo basado en un servomotor analógico de radio control. *Congreso Nacional de Control Automático*, 2017.
- [5] Sensoray. *Sensoray Model 626 PCI Multifunction I/O Board*. Sensoray Co., Inc., January 2004.
- [6] Erwin Schrijver and Johannes van Dijk. On the design of robust disturbance observers for mechatronic systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 33(26):819–824, 2000.
- [7] Luis Luna and Rubén Garrido. On the equivalence between P+ DOB and set point weighted PI controllers for velocity control of servodrives under load disturbances. In *2018 XX Congreso Mexicano de Robótica (COMRob)*, pages 1–6. IEEE, 2018.
- [8] LEGO. Ev3-medium-servo-motor-45503. <https://shop.lego.com/en-CA/product/EV3-Medium-Servo-Motor-45503>.
- [9] LEGO. 9v-technic-motors-compared-characteristics. <http://www.philohome.com/motors/motorcomp>. 2006.
- [10] J. Apkarian and K. J. Astrom. A lapton servo for control education. *IEEE Control Systems*, 2004.
- [11] D. S. Bernstein. The quanser dc motor control trainer. *IEEE Control Systems Magazine*, 2005.
- [12] Inteco. *Modular Servo System*. Inteco, 2016.
- [13] Educational Products Company. Model 220 industrial plant emulator. http://www.ecpsystems.com/docs/ECP_Ind_Emulator_Model_220.pdf, 1995-2000.
- [14] M. Gunasekaran and R. Potluri. Low cost undergraduate control systems experiments using microcontroller based control of a dc motor. *IEEE Transactions on Education*, 55(4):508–516, November 2012.

- [15] Rebecca M. Reck and Ramavarapu S. Sreenivas. Developing a new affordable dc motor laboratory kit for an existing undergraduate controls course. In *American Control Conference*. IEEE, 2015.
- [16] S. Sagioglu I. Colak, S. Demirbas and Erdal Irmak. A novel web-based laboratory for dc motor experiments. *Computer Applications in Engineering Education*, 2011.
- [17] Benjamin C. Kuo. *Sistemas de Control Automatico*. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A., 1996.
- [18] Katsuhiko Ogata. *Ingeniería de Control Moderna*. Pearson Education, S.A., Madrid, 2010.
- [19] S. Hutchinson Spong, M. W. and M. Vidyasagar. *Robot Modeling and Control*. Wiley New York, 2006.
- [20] W. Bolton. *Mecatrónica, Sistemas de Control Electrónico en Ingeniería Mecánica y Eléctrica*. AlfaOmega, 2001.
- [21] Prithwiraj Purkait. *Electrical and Electronics Measurements and Instrumentation*. McGraw-Hill Education, 2013.
- [22] Antonio Barrientos Cruz. *Fundamentos de Robótica*. McGraw-Hill/Interamericana, 2007.
- [23] C. Urrea and J. Kern. Characterization, simulation and implementation of a new dynamic model for a dc servomotor. *IEEE Latin America Transactions*, September 2014.
- [24] Texas-Instruments. Lm675-power-operational-amplifier. <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm675.pdf>, May 1999.
- [25] R Vallejo et al. Identificación paramétrica de sistemas dinámicos. *Revista Científica Ingeniería y Desarrollo*, (2):10–22, 2011.
- [26] Petros A. Ioannou Jing Sun. *Robust Adaptive Control*. Prentice Hall, 1995.
- [27] Shankar Sastry. *Adaptive Control; Stability, Convergence and Robustness*. Prentice Hall Information and System Sciences Series, 1989.
- [28] Lennart Ljung. System identification. *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, pages 1–19, 1999.
- [29] B. Wittenmark K. J. Astrom. *Adaptive Control*. Addison Esley, 1989.
- [30] Rolf Isermann and Marco Münchhof. *Identification of dynamic systems: an introduction with applications*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [31] K. Johan Astrom and C. Canudas De Wit. *Revisiting the LuGre friction model*. IEEE Control systems, 2008.
- [32] Antonio Visioli. *Practical PID Control*. Springer, 2006.

- [33] Koji Yamada, Satoshi Komada, Muneaki Ishida, and Takamasa Hori. Analysis and classical control design of servo system using high order disturbance observer. In *Proceedings of the IECON'97 23rd International Conference on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation (Cat. No. 97CH36066)*, volume 1, pages 4–9. IEEE, 1997.
- [34] Kiyoshi Ohishi, Kouhei Ohnishi, and Kunio Miyachi. Adaptive dc servo drive control taking force disturbance suppression into account. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 24(1):171–176, 1988.
- [35] Youngjin Choi, Kwangjin Yang, Wan Kyun Chung, Hong Rok Kim, and Il Hong Suh. On the robustness and performance of disturbance observers for second-order systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(2):315–320, 2003.
- [36] Rubén Garrido and J Luis Luna. On the equivalence between PD+ DOB and PID controllers applied to servo drives. *IFAC-PapersOnLine*, 51(4):95–100, 2018.
- [37] Kouhei Ohnishi, Masaaki Shibata, and Toshiyuki Murakami. Motion control for advanced mechatronics. *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 1(1):56–67, 1996.