



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

Unidad Zacatenco

Departamento de Control Automático

**Control autónomo de los 6 grados de libertad de
un helicóptero miniatura de cuatro rotores en
exteriores**

Tesis que presenta

M. en C. Iván González Hernández

para obtener el grado de

Doctor en Ciencias

en la especialidad de

Control Automático

Director(es) de tesis:

Dr. Jorge A. Torres Muñoz **Director de tesis**

Dr. Sergio Salazar Cruz **Codirector de tesis**

México D.F.

Septiembre 2013

*“A mi mamá y a mi tía,
por haberme brindado todo su apoyo y ayuda
así como la oportunidad que me dieron para alcanzar este gran logro,
Gracias!”*

*Recuerden, la vida es cara, la hay más barata pero esa ya no es vida...
“R.L.”*

Agradecimientos

A mi mamá y a mi tía, por estar siempre conmigo en las buenas y en las malas y por todo el apoyo que me brindaron para lograr este gran sueño que jamás imagine lograr.

A los doctores Jorge Torres y Rogelio Lozano por haberme dado la oportunidad de continuar en este proyecto, sin su ayuda nada de esto hubiera sido posible. Y en especial al Dr. Juan Escareño y al Dr. Sergio Salazar por haberme enseñado toda la experiencia que tiene en el área de los vehículos aéreos autónomos, por la paciencia que me tuvieron para conseguir culminar este trabajo de investigación y por toda la ayuda que siempre me brindaron en cada momento de la elaboración de esta tesis.

Al programa de Becas para Estudios de Posgrado del CONACYT por el apoyo económico que me fue otorgado.

Y claro, no podía faltar agradecerle a todos mis compañeros del laboratorio que en todo momento siempre me brindaron su apoyo y ayuda durante todo el transcurso de mi doctorado.

A todos ustedes, Gracias...!

Resumen

Actualmente, diferentes grupos y centros de investigación en México se han abocado a la tarea del desarrollo científico y tecnológico en aplicaciones de los vehículos aéreos autónomos, en particular en el área de los helicópteros de cuatro rotores.

En este contexto, gracias a un acuerdo entre los gobiernos francés y mexicano, se creó la Unidad Mixta Internacional (UMI) dentro de las instalaciones del Cinvestav, donde desde 2008 fue instalado el Laboratorio Franco-Mexicano de Informática y Automática (LAFMIA, por sus siglas en francés) dedicado al diseño, control, desarrollo y construcción de plataformas de vehículos aéreos autónomos. A partir de la fundación del laboratorio con fondos de los programas del CONACyT en México y del Centro Nacional de Investigación Científica (CNRS, por sus siglas en francés) en Francia se han construido seis prototipos de estos vehículos, cuatro de ellos con capacidad de efectuar vuelos estacionarios en interiores bajo las condiciones de un ambiente controlado usando flujo óptico o el sistema de cámaras Optitrack, mientras que los otros dos vehículos restantes cuentan con la instrumentación necesaria para realizar vuelos al exterior. Sin embargo, estos vehículos no cuentan con sensores de posicionamiento y altura que les permitan cumplir una misión de vuelo completa o un seguimiento de trayectoria definido por el usuario o piloto en cuestión.

El presente trabajo de investigación tiene como principal objetivo el exponer al lector el desarrollo del control autónomo en tiempo real de los seis grados de libertad para un helicóptero miniatura de cuatro rotores (*Quadrirotor*) en exteriores. La principal característica que destaca en la arquitectura de este helicóptero a diferencia de los demás, radica en la implementación de una retroalimentación de la velocidad angular de cada uno de los motores con la finalidad de mejorar la estabilidad del lazo de control en orientación.

En virtud de lo señalado, es necesario que el vehículo aéreo miniatura desarrollado en este trabajo de tesis posea un buen desempeño en el control de orientación y altura ante posibles perturbaciones externas que se presenten en el momento de realizar un vuelo. Para lo cual, se considera emplear un esquema de control no-lineal basado en modos deslizantes sobre el control de altura para garantizar una estabilidad robusta del vehículo. Asimismo, se utiliza un controlador PD con el fin de realizar una comparativa entre estos dos algoritmos de control y evaluar cual es la mejor opción a implementar en el sistema de control embebido.

El sistema de control embebido (*auto-pilot*) permitirá automatizar las tareas a realizar durante un vuelo (adquisición, procesamiento y salida de datos), reduciendo de este modo la posibilidad de daños ante un manejo sin experiencia del vehículo. Por lo que, se considera el uso de varios sensores, dispositivos y componentes de bajo costo, como el sistema de posicionamiento global (GPS), el sistema de navegación inercial (IMU-Inertial Measurement Unit), la brújula digital (compass), sensores infrarrojos, entre otros, para controlar la orientación y la altura del Quadrirotor. Este sistema está basado en un microcontrolador Rabbit RCM4300 el cual trabaja a una frecuencia de 58.98 MHz, lo cual permite ejecutar tareas en tiempo real. El helicóptero considerado en el desarrollo de este trabajo es clasificado como un mini-robot volador el cual tiene limitada su carga útil a un valor menor de 500 gramos.

Adicionalmente, se ha diseñado una *central inercial* fiable y de bajo costo de dimensiones reducidas, que contempla las mediciones de la posición y la velocidad angular que se originan y/o producen sobre el vehículo. Las ventajas de implementar el control de orientación en base a una central inercial con estas características son varias, dentro de ellas podemos mencionar principalmente la disminución del peso total del vehículo y su bajo consumo de energía. Cabe resaltar, que la retroalimentación de velocidad implementada en la arquitectura del helicóptero funge como una aportación en el esquema general del control de orientación.

Con base en lo anterior, diferentes factores se investigaron, los cuales influyen en el rendimiento del sistema de control, tales como la velocidad de procesamiento del microcontrolador, materiales con los cuales está elaborada la estructura del vehículo, leyes de control, tipo de sensores y actuadores que se utilizaron para el control de orientación y altura del vehículo con el objetivo principal de brindar una una estabilidad robusta de vuelos en exteriores.

Este trabajo consta de cinco capítulos. El primero expone la motivación, así como los objetivos y contribuciones del presente trabajo; el segundo capítulo describe la obtención del modelo matemático del vehículo aplicando el formalismo de Euler-Lagrange que considera los efectos producidos por la dinámica de los motores en el vehículo; el tercer capítulo presenta las leyes de control propuestas para resolver el problema del control autónomo de los seis grados de libertad del mini-helicóptero; el cuarto capítulo describe la arquitectura y el esquema de control e instrumentación del vehículo, además recopila los resultados experimentales obtenidos de la aplicación directa de los algoritmos de control en tiempo real en pruebas de vuelos estacionarios; el quinto y último capítulo dedica un espacio a las conclusiones y trabajo a futuro de la investigación, en las que se sugieren algunas ideas interesantes y novedosas para que se sometan a la consideración del lector.

Para llevar a cabo esta investigación se consultaron trabajos de renombrados autores, especialistas en el tema, así como diversos artículos de congresos y revistas nacionales e internacionales.

Abstract

Today, various groups and research centers in México have undertaken the task of scientific and technological applications of autonomous aerial vehicles, particularly in the area of the four-rotor helicopter.

In this context, thanks to an agreement between the French and Mexican governments, Joint International Unit has been created within Cinvestav which since 2008 was installed the Franco-Mexican Laboratory of Informatics and Automation, dedicated to the design, control, development and construction of autonomous aerial vehicle platforms. Since the foundation of the laboratory with funds from CONACyT programs in México and the CNRS in France have built six prototypes of these vehicles, four of them available for stationary flights indoors under controlled atmosphere conditions using optical flow or Optitrack camera system, while the other two vehicles have the necessary instrumentation for flights outdoor. However, these vehicles do not have position and altitude sensors that allow them to perform a mission flight or a path tracking.

The present research work considers the development and implementation of different control techniques in real-time to perform the autonomous control of the 6 degrees of freedom for a miniature four-rotor helicopter (*Quad-rotor*) in outdoor applications which is characterized by integrating in its architecture a speed feedback in each of the motors in order to improve the stability by adding direct measurement of the angular velocity.

For this end, it is necessary that the miniature air vehicle developed as a final part of this thesis holds a good performance in attitude and altitude control in presence of external disturbances during the time of flight. So, it is considered to use a nonlinear control scheme based on sliding mode control to ensure a robust stability onto the vehicle. Also, a typical PD controller is used to make a comparison between these two algorithms and form a criterion to determine which is the best option to solve the problem proposed.

The design and development of a low cost embedded flight control system is proposed to automate the tasks during a flight (acquisition, processing and output of data), reducing the possibility of damage to the helicopter. So, we consider the use of multiple sensors, devices and low-cost components, such as the global positioning system (GPS), inertial measurement unit (IMU), compass, etc. This system is based on a Rabbit RCM4300 microcontroller which operates at a frequency of 58.98 MHz, which allows you to run real-time tasks. The helicopter considered in the development of this work is classified as a mini-flying robot. The payload is limited to less than 500 grams.

This research has been analyzed and validated using a miniature helicopter of four rotors. This vehicle was built and subjected to various experimental tests to observe its behavior on indoor and outdoor environments. Based on the foregoing, several factors were examined, such as the speed of microcontroller processing, materials with which it is made the vehicle structure, control laws, types of sensors and actuators were used to control orientation and altitude the vehicle with the main objective to provide an robust stability for outdoor flights.

This work consists of five chapters. The first explains the motivation, as well as objectives and contributions of this study, the second chapter describes the mathematical model of the vehicle by applying the Euler-Lagrange approach that considers the effects of the dynamics of the motors in the vehicle, the third chapter presents the proposed control laws to address the problem of autonomic control of six degrees of freedom of the mini-helicopter, the fourth chapter describes the architecture and the control and instrumentation diagram of the vehicle, and the experimental results gathered from the direct implementation of control algorithms in real time hover flight tests, the fifth and final chapter devotes considerable space to the conclusions and future work of the research, which suggests some interesting ideas and innovative to undergo consideration of the reader.

In order to achieve this research work were consulted articles of renowned authors, experts in the field, as well as various conference papers and international journals.

Índice general

Agradecimientos	III
Resumen	V
Abstract	VII
Lista de Figuras	XVI
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	4
1.3. Contribuciones del trabajo	5
1.4. Estado del Arte de los vehículos aéreos autónomos	5
1.5. Definición y conceptos generales	
de un vehículo aéreo autónomo: <i>Quadrirotor</i>	7
1.5.1. <i>Quadrirotor</i>	7
1.5.2. Desafíos en el control de un Quadrirotor	8
2. Modelado del vehículo aéreo	11
2.1. Introducción	11
2.2. Modelo dinámico del vehículo	11
2.2.1. Formalismo de Euler-Lagrange	12
2.3. Modelo dinámico del motor	17
2.3.1. Características de modelo matemático del motor	17
2.3.2. Determinación del modelo matemático del motor	18
3. Control	21
3.1. Introducción	21
3.2. Control de orientación	22
3.2.1. Control de orientación utilizando un controlador PD-saturado basado en una retroalimentación de velocidad	22
3.2.2. Simulaciones	25
3.3. Control de altura	31
3.3.1. Control de altura utilizando un controlador PD	31
3.3.2. Control de altura utilizando modos deslizantes (<i>Sliding Mode</i>)	32
3.3.3. Simulaciones	34

3.4.	Control de posición	38
3.4.1.	Control de posición en “y”	39
3.4.2.	Control de posición en “x”	45
3.4.3.	Simulaciones	45
4.	Resultados	47
4.1.	Introducción	47
4.2.	Implementación y especificaciones del vehículo	48
4.3.	Retroalimentación de velocidad en los motores	50
4.4.	Resultados Experimentales	52
4.4.1.	Control de orientación	52
4.4.2.	Control de altura	57
4.4.3.	Control de posición	59
5.	Conclusiones	61
5.1.	Conclusiones	61
5.2.	Trabajo a futuro	63
A.	Descripción y conceptos generales para el modelado del vehículo aéreo	65
A.1.	Conceptos generales	65
A.1.1.	Modelos matemáticos	65
A.1.2.	Cinemática	65
A.1.3.	Dinámica	66
A.2.	Generalidades y funcionamiento de un Quadrirotor	66
A.2.1.	Operación de un Quadrirotor	66
A.2.2.	Características de un Quad-rotor	66
A.3.	Cinemática del Quad-rotor	68
A.3.1.	Marcos de referencia	69
A.3.2.	Rotaciones	70
A.3.3.	Matriz de transformación	71
B.	Detalles de la implementación del vehículo aéreo	73
B.1.	Descripción del vehículo aéreo	73
B.1.1.	Estructura	73
B.1.2.	Motores y hélices	74
B.2.	Aviónica	75
B.2.1.	Unidad de medición inercial	75
B.2.2.	Sistema de control embebido	78
B.2.3.	Sistema de comunicación inalámbrica	78
B.2.4.	Módulo de Alimentación	79

C. Fusión de datos: <i>el filtro de Kalman</i>	81
C.1. Fusión de datos	81
C.1.1. Conceptos generales	81
C.1.2. El filtro de Kalman	82
C.1.2.1. Preliminares	82
C.1.2.2. Definición y conceptos básicos	82
C.1.2.3. Algoritmo del Filtro de Kalman	83
C.1.2.4. Fusión de sensores usando el filtro de Kalman	85
 Bibliografía	 87

Índice de figuras

1.1. Fotografía de nuestro vehículo aéreo autónomo: <i>Quadrirotor</i>	2
1.2. Fotografía del vehículo aéreo autónomo (Quadrirotor) desarrollado como proyecto de investigación en el laboratorio de la UMI-LAFMIA del Cinvestav.	7
2.1. Marcos de referencia inercial y móvil en el Quad-rotor.	13
2.2. Circuito eléctrico equivalente del motor.	17
2.3. Disposición del sistema electro-mecánico del motor.	17
3.1. Esquema del lazo interno implementado en el sistema de orientación general para el control de la velocidad angular de los motores BLDC.	23
3.2. Diagrama a bloques general para el control de orientación del Quadrirotor.	24
3.3. Diagrama a bloques en Simulink del motor BLDC.	25
3.4. Esquema general de la retroalimentación de velocidad de los motores basado en un lazo interno de control.	27
3.5. Comportamiento del <i>ángulo de Roll</i> utilizando el controlador PD-saturado sin retroalimentación de velocidad con perturbaciones externas agregadas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$	28
3.6. Comportamiento del <i>ángulo de Pitch</i> utilizando el controlador PD-saturado sin retroalimentación de velocidad con perturbaciones externas agregadas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$	29
3.7. Comportamiento del <i>ángulo de Yaw</i> utilizando el controlador PD-saturado sin retroalimentación de velocidad con perturbaciones externas agregadas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$	29
3.8. Comportamiento del <i>ángulo de Roll</i> utilizando el controlador PD-saturado con retroalimentación de velocidad ante la presencia de perturbaciones externas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$. La posición angular converge con mayor rapidez al equilibrio.	30
3.9. Comportamiento del <i>ángulo de Pitch</i> utilizando el controlador PD-saturado con retroalimentación de velocidad ante la presencia de perturbaciones externas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$. La posición angular converge con mayor rapidez al equilibrio.	30
3.10. Comportamiento del <i>ángulo de Yaw</i> utilizando el controlador PD-saturado con retroalimentación de velocidad ante la presencia de perturbaciones externas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$. La posición angular converge con mayor rapidez al equilibrio.	31

3.11. Respuesta del control de altura (<i>dinámica en z</i>) utilizando un controlador PD sin perturbaciones externas agregadas.	34
3.12. Respuesta del control de altura (<i>dinámica en z</i>) utilizando un controlador PD con perturbaciones externas agregadas de la forma $f(\dot{z}, z, t) = \sin 0,15t$	35
3.13. Respuesta del <i>control de altura por modos deslizantes</i> ante la presencia de perturbaciones acotadas de la forma $f(\dot{z}, z, t) = \sin 0,15t$. La posición en el eje z converge más rápido a la altura deseada.	36
3.14. Ampliación (zoom) de la respuesta del control de altura. Se observa el fenómeno característico de esta estrategia de control llamado castaño	36
3.15. Señal de control aplicada al vehículo para alcanzar el valor de altura deseada.	37
3.16. Comportamiento de la <i>velocidad lineal</i> en el eje-z del vehículo usando la técnica por modos deslizantes con condiciones iniciales $z(0) = 0,2rad, \dot{z}(0) = 0,3rad/s$ y una perturbación inducida de la forma $f(\dot{z}, z, t) = \sin 0,15t$. De igual manera, la velocidad sobre el eje-z converge de manera más rápida al punto de equilibrio.	37
3.17. Respuesta del control de posición sobre el eje y con condiciones iniciales diferentes de cero. Se observa que el vehículo regresa a su posición original (referencia) en un tiempo razonable.	45
3.18. Respuesta del control de posición sobre el eje x con condiciones iniciales diferentes de cero. Se observa que el vehículo regresa a su posición original (referencia) en un tiempo razonable.	46
4.1. Esquema general de las etapas que conforman el funcionamiento del Quadrirotor.	48
4.2. Fotografía del helicóptero miniatura.	49
4.3. Esquema del lazo interno para controlar la velocidad de los motores.	50
4.4. Circuito impreso (PCB) basado un sensor reflectivo para medir la velocidad actual de los motores BLDC.	51
4.5. Comportamiento del <i>ángulo de Roll</i> sin retroalimentación de velocidad en vuelo estacionario (<i>hover</i>) con perturbaciones externas agregadas.	52
4.6. Comportamiento del <i>ángulo de Pitch</i> sin retroalimentación de velocidad en vuelo estacionario (<i>hover</i>) con perturbaciones externas agregadas.	52
4.7. Comportamiento del <i>ángulo de Yaw</i> sin retroalimentación de velocidad en vuelo estacionario (<i>hover</i>) con perturbaciones externas agregadas.	53
4.8. Respuesta de la <i>velocidad angular en roll</i> del vehículo en modo estacionario con perturbaciones externas adicionadas.	53
4.9. Respuesta de la <i>velocidad angular en pitch</i> del vehículo en modo estacionario con perturbaciones externas adicionadas.	54
4.10. Respuesta de la <i>velocidad angular en yaw</i> del vehículo en modo estacionario con perturbaciones externas adicionadas.	54
4.11. Comportamiento del <i>ángulo de Roll</i> utilizando el controlador PD-saturado propuesto y la retroalimentación de velocidad en un vuelo estacionario (<i>hover</i>) ante perturbaciones externas agregadas.	55

4.12. Comportamiento del <i>ángulo de Pitch</i> utilizando el controlador PD-saturado propuesto y la retroalimentación de velocidad en un vuelo estacionario (<i>hover</i>) ante perturbaciones externas agregadas.	55
4.13. Comportamiento del <i>ángulo de Yaw</i> utilizando el controlador PD-saturado propuesto y la retroalimentación de velocidad en un vuelo estacionario (<i>hover</i>) ante perturbaciones externas agregadas.	56
4.14. Respuesta del control de altura (<i>dinámica en z</i>) utilizando el controlador PD para alcanzar una referencia de 2.5 metros al exterior.	57
4.15. Respuesta del control de altura (<i>dinámica en z</i>) utilizando el controlador PD en una referencia de altitud dada al exterior ante perturbaciones externas agregadas.	57
4.16. Comportamiento del <i>control de altura</i> usando la técnica por modos deslizantes (Sliding Mode) ante perturbaciones externas inducidas durante el vuelo. La posición sobre el eje-z del Quadrirotor se mantiene sobre la altitud deseada pero con pequeñas oscilaciones abruptas en el trayecto del vuelo.	58
4.17. Comportamiento de la <i>señal de control</i> aplicada al sistema del Quadrirotor vía la técnica por modos deslizantes (Sliding Mode). Observe el fenómeno del <i>castaño</i> característico de este tipo de control.	58
4.18. Respuesta del control robusto de posición sobre el (<i>eje-X</i>) basado en las mediciones de posición y velocidad provenientes del GPS, en presencia de pequeñas ráfagas de viento.	59
4.19. Respuesta del control robusto de posición sobre el (<i>eje-Y</i>) basado en las mediciones de posición y velocidad provenientes del GPS, en presencia de pequeñas ráfagas de viento.	59
A.1. Momentos de <i>roll</i> , <i>pitch</i> y <i>yaw</i> en el Quad-rotor.	67
A.2. Gráfico de un <i>Plato cíclico</i> de un helicóptero convencional.	68
A.3. Esquema de fuerzas y pares generados en el Quad-rotor.	69
A.4. Marcos de referencia inercial y móvil para un vehículo aéreo.	70
B.1. Quadrirotor elaborado sobre una estructura de fibra de carbono.	73
B.2. Cruceta de aluminio para la elaboración de la estructura del Quadrirotor.	74
B.3. Motores Brusless DC utilizados en la construcción del Quadrirotor.	74
B.4. Módulo de la central inercial (derecha) basada en el sensor <i>Razor-6DOF Ultra-Thin</i> de Sparkfun. Se observa el módulo montado sobre el vehículo (izquierda) para la medición de la orientación.	75
B.5. Se observa a la derecha la brújula digital utilizada para obtener la dirección actual del vehículo.	76
B.6. Sensor ultrasónico usado para medir la altura actual de vuelo del vehículo.	76
B.7. Sensor de presión utilizado para medir la altura de vuelo del vehículo en exteriores.	77
B.8. Tarjeta de desarrollo con GPS empleada para obtener la posición <i>xy</i> del helicópteor miniatura en exteriores.	77
B.9. Sistema de control embebido basado en el módulo Rabbit RCM4300.	78

B.10. Sistema de radio-control de 7 canales FUTABA con receptor para maniobrar el vehículo.	79
B.11. Baterías de polímero de litio (Li-Po) utilizadas para el suministro de energía del Quadrirotor.	80
C.1. Esquema del funcionamiento del <i>Filtro de Kalman</i>	84
C.2. Diagrama a bloques general de la estimación de un estado de un proceso mediante la fusión de sensores usando el <i>filtro de Kalman</i>	85
C.3. Mediciones directas de los sensores (señales sin filtrar)	86
C.4. Estimación de la posición angular del helicóptero usando el filtro de Kalman.	86
C.5. Amplificación de la estimación de la posición angular del helicóptero usando el filtro de Kalman.	86
C.6. Estimación de la velocidad angular del helicóptero usando el filtro de Kalman.	87
C.7. Amplificación de la estimación de la posición angular del helicóptero usando el filtro de Kalman.	87

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

La teoría del control automático ha adquirido singular importancia en la actualidad, su trascendencia y alcance en el diseño y control de *vehículos aéreos autónomos* - UAV¹ han despertado un gran interés en los últimos años en la rama de la teoría de control. En importantes universidades e institutos de investigación a nivel mundial se está explorando el campo de los UAV. Hasta hace poco tiempo, la necesidad e inquietud de explorar nuevos campos y áreas en la teoría de control así como de su aplicación e integración, se ha debido en gran parte al avance científico y tecnológico de los sistemas que caracterizan a este tipo de artefactos.

Los vehículos aéreos autónomos son aptos para seguir objetivos en movimiento; realizar tareas de vigilancia; apoyar en búsqueda y rescate de personas, supervisar cultivos, explorar bosques e inspeccionar sitios de riesgo como instalaciones eléctricas, oleoductos o carreteras. Además pueden tomar fotografías o video de terrenos, hacer monitoreo o realizar cartografía digital. Gracias a la versatilidad y libertad de movimientos de estos vehículos aéreos se tienen muchas más aplicaciones en diferentes áreas y rubros de interés (civiles o militares). El desarrollo en los materiales, los actuadores mecánicos, la aviónica y algoritmos de control así como de generación de trayectorias llevan al mejoramiento de estos vehículos, como mayor capacidad de carga, mayor autonomía de vuelo y eficiencia en la exploración. Este es un campo de gran repercusión para el desarrollo tecnológico en sistemas aeroespaciales y representa una inmensa cantidad de posibles aplicaciones en las diferentes áreas de la teoría del control automático.

Actualmente, el *Quadrirotor* (ver figura 1.1) es un tipo de helicóptero que está siendo muy referenciado en el ámbito de la teoría de control debido a las características que presenta a la hora de . Básicamente, este helicóptero consiste en cuatro rotores ubicados en cada uno de los extremos de su estructura. El desarrollo de sistemas de control para este tipo de vehículos no es trivial, debido principalmente a la dinámica tan compleja inhe-

¹de sus siglas en inglés: *Unmanned Aerial Vehicles*. Nomenclatura internacional adoptada en el presente trabajo.

rente en los sistemas aerodinámicos, los cuales son multivariantes, subactuados y además presentan diversas características no lineales. Esto significa que las leyes clásicas de control lineales pueden ser no suficiente para abarcar el amplio rango de control de todas las variables que involucran la estabilidad de un vehículo aéreo como estos provocando inestabilidades cuando se opera en condiciones no muy lejanas a las del punto de operación. Por otra parte, las técnicas desarrolladas para robots totalmente actuados tampoco se aplican directamente al caso de sistemas mecánicos no lineales subactuados [6].

El interés de estudiar este tipo de vehículos aéreos autónomos (Quadrirotor) se deriva en su versatilidad y su maniobrabilidad que les permite la ejecución de un gran número de tareas. Además, este tipo de plataformas son una gran herramienta tecnológica que es muy útil para la comprobación y validación de conceptos, como lo son:

- Leyes de control
- Propiedades aerodinámicas.
- Instrumentación (sensores, actuadores, etc.)

Hoy en día, existen muchos trabajos que aportan las herramientas básicas requeridas para obtener el modelo matemático así como el análisis de leyes de control para la estabilización de este tipo de helicópteros con el fin de lograr el incremento en la autonomía de dichos vehículos.



Figura 1.1: Fotografía de nuestro vehículo aéreo autónomo: *Quadrirotor*.

Del contexto anterior, en México el desarrollo de tecnología relacionada con la construcción de vehículos aéreos autónomos para cubrir diferentes necesidades, es un rubro

incipiente en el país. Por ello, para fortalecer la infraestructura en dicho sector e impulsar el talento científico mexicano, el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav) del I.P.N., cuenta desde 2008 con el Laboratorio de la Unidad Mixta Internacional UMI-LAFMIA.

Aunque el laboratorio inició con recursos limitados, en la actualidad se cuenta con resultados satisfactorios, entre ellos contamos con la fabricación de seis prototipos de vehículos aéreos en diferentes configuraciones, así como el diseño de dos sistemas de navegación inercial (INS²) basados en un módulo de control embebido:

- RabbitCore: RCM4300 de Digi International Inc. y
- DSP: TMS320F2812 de Texas Instruments Inc.

El tamaño de la estructura de los prototipos y vehículos aéreos desarrollados en el laboratorio son inferiores a un metro, y pesan menos de 900 gramos, cuenta con sistemas de control embebidos, sensores inerciales y magnéticos. Asimismo tiene la capacidad de llevar a bordo una cámara portátil, la cual está conectada a un módulo de transmisión de video de largo alcance y puede mantener comunicación directa en tiempo real con una computadora ubicada en tierra. Los anteriores dispositivos en conjunto con una batería de polímero de litio (Li-Po) le permiten al mini-helicóptero una autonomía de vuelo entre los 10 a 15 minutos, en un radio de acción de hasta 100 metros. A su vez, el laboratorio cuenta con modelos de mini-helicópteros de cuatro, seis y ocho rotores.

Una de las principales ventajas que presentan estos vehículos aéreos desarrollados en este laboratorio radica en que son *sistemas abiertos*, es decir, se le pueden adaptar o implementar equipo y funciones, según las necesidades específicas de los clientes o usuarios. En la UMI el desarrollo de vehículos aéreos autónomos ayuda a la formación de estudiantes de posgrado (maestría y doctorado). Los prototipos son el resultado de cinco años de trabajo y en ellos han participado varias generaciones de alumnos.

²de sus siglas en inglés: *Inertial Navigation System*. Nomenclatura internacional adoptada en el presente trabajo.

1.2. Objetivos

El objetivo principal que se persigue en esta tesis se centra en el problema de realizar un control autónomo de los seis grados de libertad de un helicóptero miniatura de cuatro rotores en exteriores. Para lo cual, se considera el desarrollo de diferentes técnicas de control para su implementación en tiempo real, con la finalidad de conseguir, el control de orientación y altura del vehículo aéreo aplicando un controlador PD-saturado basado en una retroalimentación de la velocidad en los motores. Además, se toma como opción el diseñar un controlador no-lineal vía modos deslizantes (*Sliding Mode*) para mejorar la estabilización del control de altura ante posibles perturbaciones externas y considerando incertidumbres en los parámetros de la masa e inercia de nuestro vehículo.

Asimismo, dentro del contexto de este trabajo se consideran los siguientes objetivos particulares:

- Diseñar una central inercial de bajo costo basada en acelerómetros y giróscopos para medir la orientación de nuestro vehículo, que sea accesible para la mayoría de las personas dedicadas a la investigación de este rubro.
- Desarrollar e implementar un módulo (tacómetro) capaz de sensar y/o medir la velocidad de giro de cada uno de los motores, con el fin, de obtener una mejoría en la estabilización de la orientación del vehículo.
- Construir una protección para la estructura final del vehículo, con el propósito de evitar posibles daños ante un descenso rápido en pruebas de vuelo.
- Desarrollar e integrar un sistema de control de vuelo embebido de bajo costo que sea capaz tanto de procesar los diferentes algoritmos de control (lineal y no-lineal) propuestos en este trabajo, así como la adquisición de datos provenientes de los sensores que conforman al vehículo.
- Incorporar un GPS al vehículo para poder realizar el control de su posición en exteriores así como para compensar, reducir e incluso eliminar posibles perturbaciones externas como ráfagas de viento.

Además, las leyes de control desarrolladas en esta investigación serán presentadas a partir de dos enfoques: el *Teórico* y el *Práctico*. A lo largo de la tesis se procede a describir ambos enfoques mediante resultados teóricos y experimentales que se ilustrarán a través de una serie de simulaciones y de varias pruebas de vuelos estacionarios en tiempo real para observar y determinar el desempeño de los algoritmos de control propuestos en orientación y altura en la tarea de realizar el control autónomo de los 6 grados de libertad de nuestro vehículo aéreo.

1.3. Contribuciones del trabajo

Como sabemos, las maniobras del despegue y aterrizaje de un Quadrirotor son puntos críticos a controlar, por lo que, la contribución fundamental del presente trabajo se enfoca en el desarrollo e implementación de diferentes algoritmos de control en tiempo real que nos permitan establecer un criterio para seleccionar la estrategia de control más acorde a las necesidades que presente nuestro vehículo para el control autónomo de los seis grados de libertad que involucran la estabilización de un vuelo en modo estacionario.

También, como parte de las contribuciones del proyecto, se ha diseñado y elaborado una central inercial de bajo costo, con el fin, de hacer más accesible este tipo de sistemas de medición inercial para el control en orientación de un vehículo de esta índole y así obtener los mismos resultados que si se emplearán dispositivos y/o tarjetas comerciales. Adicionalmente, se plantea mejorar el control de orientación agregando una medición directa de la velocidad angular de cada uno de los motores al sistema embebido de control y con esto incrementar la estabilidad rotacional del vehículo mediante el desarrollo de un tacómetro (retroalimentación de velocidad) de fácil construcción utilizando un simple sensor REFLEX y un convertidor de frecuencia a voltaje (FVC).

1.4. Estado del Arte de los vehículos aéreos autónomos

Hoy en día, los vehículos aéreos autónomos (UAV) han sido un área de investigación a la que se ha prestado gran interés por muchos años. Estas plataformas han sido utilizadas para investigar áreas que van desde el control no lineal, control multivariable, navegación, planificación de trayectorias hasta la detección y seguimiento visual de motivos. Esto se debe en gran parte al desarrollo y reducción en el costo de los sistemas de navegación inercial y de visión artificial entre otros. Por ejemplo, el control de la orientación así como la altura en un UAV es una tarea multidisciplinaria la cual implica realizar investigación en diversos campos tales como el filtrado digital de las señales provenientes de los sensores, estimación de la posición angular, fusión de datos, modelado y control de este tipo de plataformas.

Este tipo de artefactos son muy útiles cuando el ambiente es de difícil acceso o cuando el vuelo es peligroso debido a determinadas condiciones del área que se pretende sobrevolar. También, como helicóptero, tiene grandes ventajas frente a las aeronaves convencionales ya que pueden despegar y aterrizar en áreas limitadas y volar sobre objetos estáticos o en movimiento [42]; es decir, su inherente habilidad de volar lateralmente o longitudinalmente, realizar vuelos estacionarios y maniobrar en espacios reducidos los hacen vehículos ideales para dichas tareas. Misiones típicas requieren que el helicóptero vuele a determinadas referencias de altura o se mantenga en vuelo estacionario próximo a un objeto de interés. Esta proximidad en el vuelo se realiza usando las mediciones de una central inercial así como las lecturas entregadas por un GPS, lo que limita el vuelo a un conocimiento previo de la posición global del objeto o a una ruta pre-programada de coordenadas. Un sistema de visión artificial que pueda en tiempo real controlar el heli-

cóptero en una trayectoria arbitraria no está sujeto a estas limitaciones, y por el contrario, combinado con otros sensores puede aumentar la precisión en los vuelos próximos a objetos de interés, permitiendo conocer la posición relativa del vehículo con respecto a dicho objeto.

Aunque el control de un Quadrirotor es un problema de mucho interés en la actualidad, el concepto de Quadrirotor en sí mismo no es nuevo. Un helicóptero de cuatro rotores en escala completa (tamaño real) fue construido por Bothezat en 1921. Los estudios acerca del modelado matemático y control de los Quadrirotor se han incrementado en los últimos años. Algunos ejemplos de estos son los siguientes; T. Hamel [19], modelo un Quad-rotor incluyendo las dinámicas del motor y el fuselaje como también la aerodinámica y los efectos giroscópicos separando la dinámica del cuerpo rígido de la dinámica del motor. Altug [23], modelo el Quadrirotor usando el método de Euler-Newton, trabajo con una visión basada en la estabilización y controlando las salidas usando cámaras. A. Mokhtari [25], presento un modelo dinámico no lineal para un Quad-rotor con un control por parámetros de estado basado en los ángulos de Euler y la posición en lazo abierto observada. En [20], S. Salazar y J. Escanero, usaron un modelo Lagrangiano y un control basado en un análisis de Lyapunov usando un algoritmo de control por saturaciones anidadas y diseñaron una arquitectura de control embebida para vuelo autónomo. Por otra parte, en [21], H. Romero y S. Salazar, presentan un sistema de visión para el control de orientación y posición local de un helicóptero de ocho rotores. P. Castillo [22], uso un modelo Lagrangiano del Quadrirotor y lo controlo basado en un análisis de Lyapunov además, entre sus aportaciones se tiene un libro dedicado al modelado y control de mini-helicópteros junto con R. Lozano y A. Dzul.

Posteriormente, en [24] se realiza un control de altura aplicando modos deslizantes (*Sliding Mode Control*) ante perturbaciones externas en una trayectoria deseada, para lo cual el algoritmo de control propuesto presenta un buen desempeño en simulaciones. En [25] los autores utilizan de igual manera, un control vía modos deslizantes para controlar la orientación del Quadrirotor empleando un observador de grado superior, con el fin, de usar los mínimos sensores requeridos para lograr el control general del vehículo. Considerando las contribuciones de los trabajos anteriores en el marco del control de altura, en [30] los autores proponen un algoritmo de fusión de datos para estimar la medición de la altura en base a las lecturas de dos sensores (presión y ultrasónico) para mejorar la calidad de la señal ante posibles cambios o perturbaciones existentes, mientras que en [35] proponen una fusión de datos entre las mediciones provenientes de un GPS con los sensores de un sistema de navegación inercial, ambos de bajo costo. Similarmente, abordando otro tipo de problemas que surgen en el ámbito de los vehículos aéreos autónomos, en [31] abordan el problema de realizar un despegue y aterrizaje autónomo utilizando flujo óptico por medio de una cámara miniatura y una central inercial para la estabilización del vehículo, no obstante en [32], los autores emplean un sistema de visión (*visual servoing*) para realizar el despegue y aterrizaje pero sobre una plataforma móvil usando un controlador no-lineal vía modos deslizantes adaptable. Por otra parte, en cuanto al diseño y control de las plataformas, en [33], [34], [40] y [42] utilizan métodos de medición indirecta (sensorless) para el control de la velocidad angular de los motores.

Asimismo, muchos grupos han demostrado vuelos en interiores bajo ambiente controlado, como el proyecto de quadrotor OS4 [15] y el proyecto SWARM del MIT [44]. En estos proyectos, los algoritmos de control desarrollados usan modelos dinámicos reducidos, en donde no se considera la aerodinámica del vehículo. El proyecto X4-Flyer de la Universidad Nacional de Australia [43] considero los efectos del movimiento en las hélices. Como hemos visto, son muchas las aportaciones realizadas en cuanto al control de la orientación y la altura de un vehículo Quadrirotor, en los últimos años.

1.5. Definición y conceptos generales de un vehículo aéreo autónomo: *Quadrirotor*

1.5.1. *Quadrirotor*

Un *Quadrirotor* o también llamado *Quadrocopter* o *Quad-rotor* se define como un vehículo aéreo autónomo multirotor propulsado y sustentado por 4 rotores³, el cual es controlado a distancia en forma automática o semi-automática a través de un radiocontrol y generalmente recuperable al final del vuelo, susceptible de llevar diferentes cargas, que le servirán de ayuda para efectuar diferentes tareas durante un vuelo y que pueden variar en función de sus capacidades y tamaño. Además, este tipo de vehículos aéreos son discretos y su recuperación no es tan sensible o costosa en caso de choque como la de un helicóptero convencional. La principal característica que distingue a estos vehículos de los demás diseños o modelos de UAV es la configuración en cruz en la cual se basa la construcción de su estructura y en donde el control de navegación (orientación y posición) se logra a través de una variación en la velocidad angular correspondiente de cada uno de los rotores del vehículo.



Figura 1.2: Fotografía del vehículo aéreo autónomo (Quadrirotor) desarrollado como proyecto de investigación en el laboratorio de la UMI-LAFMIA del Cinvestav.

³rotor: refiérase a la unión del motor con su respectiva hélice

Generalmente, para realizar y ejecutar un vuelo con un Quadrirotor, se consideran los siguientes puntos:

- **La estación en tierra (o de control):** La estación en tierra, la cual puede ser fija o móvil controla y coordina los comandos e instrucciones que serán enviados al vehículo aéreo.
- **El enlace de datos:** El enlace de datos es responsable de la transferencia fiable y segura de la información a través de un modem que realiza la transmisión de datos entre el Quadrirotor y la estación en tierra.
- **La plataforma aérea:** La plataforma aérea está compuesta de varios vehículos (Quadrirotor) los cuales pueden estar equipados por cámaras, GPS, central inercial, brújula digital, modem, etc.

El tamaño de este tipo de vehículos puede variar, al igual que su forma y su tipo de propulsión, por ejemplo algunos están equipados con motores de corriente directa (DC), otros con motores sin escobillas (BLDC-BrushLess DC), etc.

Los diseños y modelos de este tipo de helicópteros se han hecho muy populares en el rubro de los UAV. La mayoría de estos vehículos en sus diferentes versiones y tamaños utilizan un sistema de control embebido y sensores para estabilizar la aeronave en el espacio 3D. Con su pequeño tamaño y fácil operación así como maniobrabilidad, los Quadrirotores se puede volar tanto en interiores como en exteriores. Un claro ejemplo de lo anterior, es la compañía francesa Parrot SA, la cual se dedica a diseñar y manufacturar dispositivos y sistemas empotrados (embarcados). Entre sus muchos productos podemos encontrar el *Parrot AR.Drone*, el cual es un pequeño helicóptero Quad-rotor con dos cámaras integradas en su estructura y diseñado para ser piloteado mediante un *smartphone* o un dispositivo *tablet*.

1.5.2. Desafíos en el control de un Quadrirotor

Hoy en día existen vehículos de este tipo que ya son comercializables por diferentes empresas extranjeras (en su mayor parte europeas) las cuales poseen la habilidad de realizar vuelos en interiores como en exteriores, los últimos gracias a la incorporación de un GPS, pero la mayor parte de estos vehículos aéreos no cuentan con la función de realizar un despegue y/o aterrizaje de manera automática para lo cual se tiene que requerir de una persona que tenga el conocimiento necesario.

A pesar de que un Quadrirotor poseen muchas ventajas al ejecutar determinadas tareas, cuando realizan vuelos en exteriores presentan la dificultad extra de ser sensibles a las condiciones climatológicas existentes en ese preciso momento como pueden ser ráfagas de viento, lluvia, etc., las cuales podrían llegar a desestabilizar el vehículo haciendo que caiga y sufra daños considerables, por lo cual, requieren de un piloto en tierra que maniobre y controle la trayectoria del vehículo ante las perturbaciones que puedan presentarse en el recorrido.

Por ejemplo, si un helicóptero deja de recibir comandos o sentencias de control (aunque sea por un corto periodo de tiempo), se volverá inestable y caerá. Al trabajar con estas plataformas existe un pequeño margen para el error, debido a que se tiene en tiempo real la evolución de los diferentes tipos de control que estén actuando sobre el helicóptero en ese preciso momento. El problema del control de la orientación aplicado a robots terrestres o robots articulados es un tema que ha sido estudiado ampliamente y donde se han aportado numerosas contribuciones. Sin embargo, para los robots aéreos muchos problemas y desafíos quedan por resolver.

El problema es aún más arduo dado que los robots aéreos operan en un espacio 3D más amplio, que los robots terrestres los cuales operan en 2D, y por si fuera poco las capacidades y carga útil de los vehículos de pequeña a mediana escala son muchos más limitadas que la de los robots terrestres.

Después de más de tres décadas de trabajos en el campo de la integración de circuitos y dispositivos electrónicos a gran escala, muchas técnicas han sido desarrolladas las cuales permiten a una máquina sensor el movimiento angular en un espacio tridimensional (3D), no obstante, queda mucho por desarrollar en términos de precisión para las centrales inerciales (IMU) las cuales generan datos dispersos y son propensas al ruido, como la mayoría de los sensores.

Desde hace años, grupos de investigación en el área de control automático, robótica y mecatrónica se interesan cada vez más por el estudio y desarrollo de leyes de control que mejoren y optimicen el control de la dinámica de dichos vehículos. Por lo tanto, surge la necesidad de comprender los fenómenos involucrados en la dinámica de estas aeronaves principalmente en vuelo estacionario. Por ejemplo, el despegue y aterrizaje de estos vehículos aéreos son puntos críticos de controlar a causa de diferentes condiciones (efecto vortex, efecto suelo, etc.) que se presentan en determinado momento del vuelo y a su vez hacen indispensable el investigar y desarrollar nuevos sistemas de control redundantes lo cual le permita al helicóptero realizar maniobras de emergencia como por ejemplo, un aterrizaje automático para evitar un posible daño.

Una de las principales características que resaltan de estos vehículos aéreos son las diferentes versiones compactas en los que se les puede encontrar, esto brinda una gran ventaja al querer maniobrar en espacios relativamente pequeños. Sin embargo, estas características a su vez, limitan la carga que pueden llevar consigo debido al pequeño tamaño que los caracteriza.

Capítulo 2

Modelado del vehículo aéreo

2.1. Introducción

El propósito de este capítulo consiste en obtener el modelo dinámico de los movimientos de rotación y traslación del helicóptero miniatura en la configuración de cuatro rotores a través del formalismo de *Euler-Lagrange*. Este modelo será presentado también en forma adecuada para el diseño de los controladores. Dado que, el objetivo principal de esta tesis es la estabilización de la orientación y el control de altura, se utiliza el trabajo propuesto en [1], [3], [10], [13], [15], [18] y [20], como base para el desarrollo del modelo dinámico de nuestro vehículo.

2.2. Modelo dinámico del vehículo

Esta sección proporciona algunos conceptos preliminares para abordar el desarrollo del modelo dinámico del Quadrirotor. Empezaremos por mencionar los diferentes métodos que existen para implementar un conjunto de ecuaciones que nos describan el comportamiento del sistema en función de fuerzas externas a él. Posteriormente, se definen las ecuaciones dinámicas de un cuerpo rígido para entonces describir el formalismo de Euler-Lagrange utilizada para elaborar el modelo de nuestro vehículo.

Existen varias formas de plantear ecuaciones de movimiento que permitan predecir la evolución en el tiempo de un sistema mecánico en función de las condiciones iniciales y las fuerzas actuantes. En mecánica clásica existen varias formulaciones posibles para plantear dichas ecuaciones:

- La mecánica newtoniana: Esta recurre a escribir directamente ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden en términos de fuerzas y en coordenadas cartesianas.
- La mecánica lagrangiana: Este método usa también ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, aunque permite el uso de coordenadas totalmente generales, llamadas coordenadas generalizadas, que se adaptan mejor a la geometría del

problema planteado. Además las ecuaciones son válidas en cualquier sistema de referencia sea éste inercial o no.

Dado lo anterior, el modelo dinámico constituye una parte fundamental en el diseño y desarrollo del Quadrirotor, ya que permite tener un conocimiento previo del comportamiento que tendrá el vehículo en un determinado tiempo ante diferentes condiciones iniciales que se propongan. Además, mediante simulaciones que se pueden realizar en varios paquetes de programación conocidos (Mathematica, Modelica, Simulink entre otros) podemos observar el comportamiento que tiene el vehículo con diferentes señales de entrada de control, aún sin tener la plataforma experimental.

2.2.1. Formalismo de Euler-Lagrange

Las ecuaciones de movimiento de Newton es el formalismo que permite obtener las ecuaciones de movimiento de un sistema mecánico. Sin embargo su aplicación llega ser compleja si la geometría del sistema no es tan simple en la presencia de restricciones. Por lo tanto, el formalismo de Euler-Lagrange representan una herramienta importante para estos casos, debido a que están basadas en el concepto de coordenadas generalizadas (distancias, ángulos, etc...), el cual permite describir la dinámica del sistema en términos de las variables de interés (*grados de libertad*). Esta particularidad hace posible modelar sistemas eléctricos, sistemas electromecánicos o de cualquier otra índole.

El modelo dinámico del Quad-rotor se obtiene representando al vehículo aéreo como un cuerpo sólido evolucionando en tres dimensiones, sujeto a una fuerza principal y tres momentos (pares).

Ahora bien, para obtener el modelo dinámico primero consideremos un marco de referencia inercial y un marco móvil fijo en el centro de gravedad del vehículo denotados por $\mathbf{I} = \{i_I, j_I, k_I\}$ y $\mathbf{B} = \{i_B, j_B, k_B\}$, respectivamente, tal y como se muestra en la figura 2.1.

La función de Lagrange (*lagrangiano*¹) para un sistema mecánico, está definido como la diferencia entre la energía cinética total y la energía potencial:

$$L = K_{total} - U \quad (2.1)$$

por lo tanto, la ecuación de Lagrange para nuestro vehículo, está dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{F} \quad (2.2)$$

donde:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_I \\ \tau_\eta \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

¹Energía mecánica del sistema

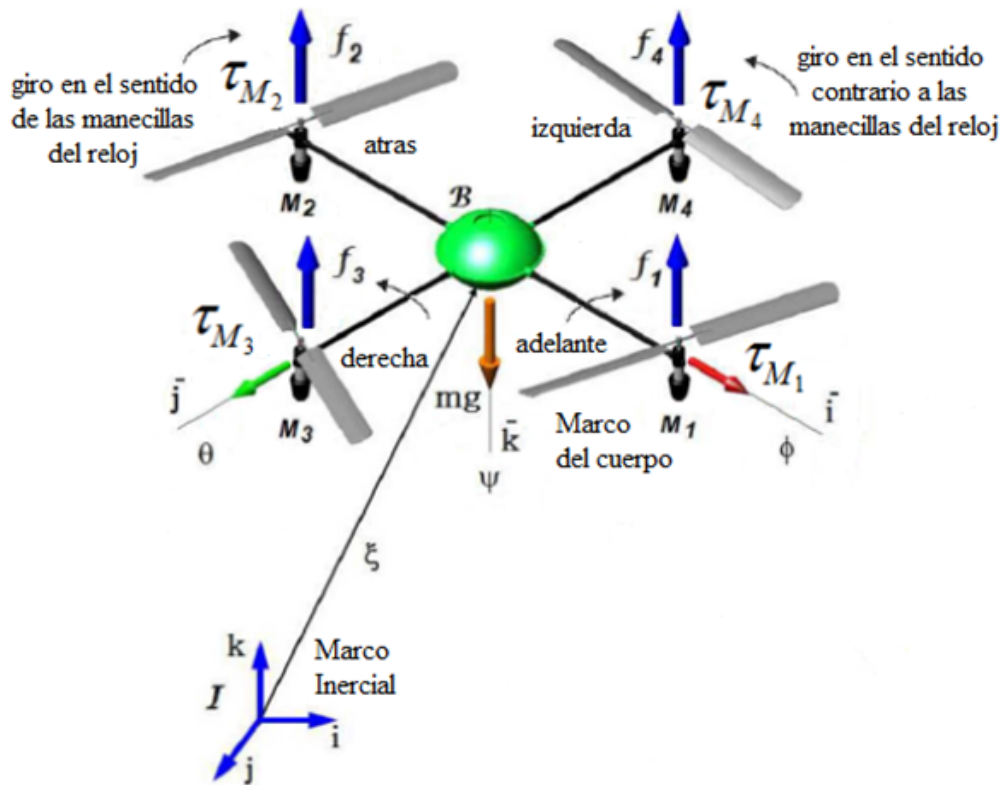


Figura 2.1: Marcos de referencia inercial y móvil en el Quad-rotor.

F: representa las fuerzas (F_I) y pares (τ_η) externas aplicadas al centro de masa del cuerpo. Ahora, considere \mathbf{q} como un vector de coordenadas generalizadas, que involucra las coordenadas de traslación y rotación:

$$\mathbf{q} = (x, y, z, \phi, \theta, \psi)^T \in \mathbb{R}^6 = (\xi, \eta)^T$$

donde:

- $\xi = (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3$: denota la posición del centro de masa del vehículo relativo al eje de referencia (I).
- $\eta = (\phi, \theta, \psi)^T \in \mathbb{R}^3$: denotan los tres ángulos de Euler, los cuales representan la orientación del mini-helicóptero.
 - ϕ es el ángulo de roll
 - θ es el ángulo de pitch
 - ψ es el ángulo de yaw

Así mismo, la energía cinética total del cuerpo está dada por las siguientes ecuaciones:

$$L = K - U \tag{2.4}$$

$$L(q, \dot{q}) = (K_{trasl} + K_{rot}) - U \quad (2.5)$$

donde:

- K_{trasl} : es la energía cinética traslacional.

$$K_{trasl} = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} \quad (2.6)$$

- K_{rot} : es la energía cinética rotacional.

$$K_{rot} = \frac{1}{2} \omega^T \mathbf{I} \omega \quad (2.7)$$

- U : es la energía potencial del vehículo.

$$U = mgz \quad (2.8)$$

- m : masa del vehículo.
- g : aceleración gravitacional.
- z : altura del vehículo.
- ω : velocidad angular.
- \mathbf{I} : matriz de Inercia.

El vector de la velocidad angular ω respecto a los ejes de coordenadas del cuerpo se relacionan con las velocidades generalizadas $\dot{\eta}$ (en la región donde los ángulos de Euler son válidos) utilizando la relación estándar (A.6) de cinemática

$$\omega = W_{\eta} \dot{\eta}, \quad (2.9)$$

donde:

$$W_{\eta} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & 0 & 1 \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ \cos \theta \cos \psi & -\sin \psi & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

sustituyendo (2.9) en (2.7) obtenemos,

$$\mathbb{J} = \mathbb{J}(\eta) = W_{\eta}^T \mathbf{I} W_{\eta} \quad (2.11)$$

tal que:

$$K_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta} \quad (2.12)$$

La matriz $\mathbb{J} = \mathbb{J}(\eta)$ actúa como matriz de inercia para la energía cinética total rotacional del helicóptero, expresada directamente en términos de las coordenadas generalizadas η .

El modelo dinámico completo del mini-helicóptero es obtenido de las ecuaciones de Euler-Lagrange con las fuerzas generalizadas externas:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \begin{bmatrix} F_I \\ \tau_\eta \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

donde, $F_I \in \mathbb{R}^3$ es la fuerza traslacional aplicada al vehículo debido a la entrada de control principal referenciada en el marco inercial. Finalmente, $\tau_\eta \in \mathbb{R}^3$ representa los momentos de roll, pitch y yaw.

A continuación, la ecuación de Euler-Lagrange para el movimiento de traslación es:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \xi} = F_I \quad (2.14)$$

y realizando los cálculos correspondientes, se obtiene:

$$m\ddot{\xi} + mg_k = F_I \quad (2.15)$$

donde:

$$F_I = R^{B \rightarrow I} F_B \quad (2.16)$$

para lo cual, F_B representa el vector de fuerzas en el marco móvil del vehículo, denotado por

$$F_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{pmatrix}$$

donde u es la suma de las fuerzas de empuje ($u = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$) y la matriz de transformación $R^{B \rightarrow I}$ nos permite expresar este vector de fuerzas del vehículo sobre el marco inercial F_I .

Ahora, la ecuación de Euler-Lagrange para el movimiento de rotación es:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \eta} = \tau_\eta \quad (2.17)$$

y realizando los cálculos necesarios como en el caso anterior, se tiene:

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} + \dot{\mathbb{J}}\dot{\eta} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta}) = \tau_\eta \quad (2.18)$$

$$\mathbb{J}(\eta)\ddot{\eta} + \dot{\mathbb{J}}(\eta)\dot{\eta} - \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \frac{\partial \mathbb{J}(\eta)}{\partial \eta} \dot{\eta} = \tau_\eta \quad (2.19)$$

Aplicando la siguiente propiedad [6]:

$$\dot{\eta}^T \frac{\partial \mathbb{J}(\eta)}{\partial \eta} = \dot{\mathbb{J}}(\eta) \quad (2.20)$$

obtenemos lo siguiente:

$$\mathbb{J}(\eta)\ddot{\eta} + \dot{\mathbb{J}}(\eta)\dot{\eta} - \frac{1}{2}\dot{\mathbb{J}}(\eta)\dot{\eta} = \tau_\eta \quad (2.21)$$

$$\mathbb{J}(\eta)\ddot{\eta} + \frac{1}{2}\dot{\mathbb{J}}(\eta)\dot{\eta} = \tau_\eta \quad (2.22)$$

donde:

$$\frac{1}{2}\dot{\mathbb{J}}(\eta)\dot{\eta} = C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} \quad (2.23)$$

para lo cual, $C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}$ representan los términos de Coriolis, los cuales contiene los efectos giroscópicos y centrífugos asociados con η . Puesto que el Lagrangiano no contiene términos en la energía cinética combinando ξ con η las ecuaciones de Euler-Lagrange pueden ser divididas en su parte traslacional (ξ) y rotacional (η), dándonos por resultado el modelo dinámico del mini-helicóptero [1]:

$$F_l = m\ddot{\xi} + mg \quad (2.24)$$

$$\tau_\eta = \mathbb{J}\ddot{\eta} + \dot{\mathbb{J}}\dot{\eta} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \eta}(\dot{\eta}^T \mathbb{J}\dot{\eta}) \quad (2.25)$$

Reescribiendo el modelo dinámico anterior en términos de Coriolis, se obtiene:

$$m\ddot{\xi} + mg = F_l \quad (2.26)$$

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau_\eta \quad (2.27)$$

Dado que, los ángulos (η) son muy pequeños, se puede considerar trabajar sobre una región lineal y de esta manera podemos simplificar la parte rotacional del modelo matemático considerando un cambio de coordenadas proponiendo nuevas variables para la entrada de control τ_η a través de la siguiente expresión:

$$\tilde{\tau}_\eta = \begin{pmatrix} \tilde{\tau}_\phi \\ \tilde{\tau}_\theta \\ \tilde{\tau}_\psi \end{pmatrix} = \mathbb{J}^{-1}(\tau_\eta - C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}) \quad (2.28)$$

Entonces, reemplazando (2.28) y (2.16) en (2.27) y (2.26) respectivamente, tenemos que el modelo dinámico del vehículo está dado por:

$$\begin{pmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \sin \theta \\ -u \sin \phi \cos \theta \\ u \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\tau}_\phi \\ \tilde{\tau}_\theta \\ \tilde{\tau}_\psi \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

donde x y y son las coordenadas en el plano horizontal, z es la posición vertical y $\tilde{\tau}_\phi$, $\tilde{\tau}_\theta$, $\tilde{\tau}_\psi$ son los momentos de *roll*, *pitch* y *yaw*.

2.3. Modelo dinámico del motor

2.3.1. Características de modelo matemático del motor

Un motor de corriente directa (DC) está formado por un estator o inductor que es la parte fija del motor y un rotor o inducido que es la parte móvil. El motor a utilizar es un motor *Brushless* (BLDC), es decir, “sin escobillas”, cuya característica principal es la bobina (inductor) que genera el campo magnético no se encuentra dentro del circuito del motor, es decir no existe conexión eléctrica entre el rotor y el estator. Debido a que, el funcionamiento de un motor BLDC es muy parecido al de un motor de DC se usará el modelo matemático de éste, con el propósito de reducir la complejidad de las expresiones que describan el comportamiento del actuador. El circuito equivalente del motor se muestra en las figuras 2.2 y 2.3.

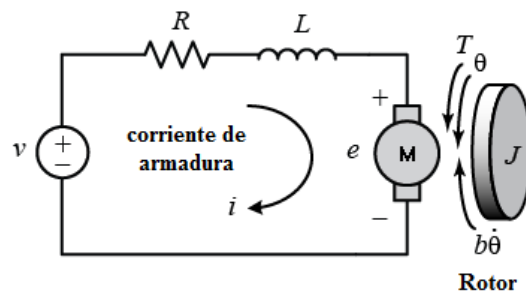


Figura 2.2: Circuito eléctrico equivalente del motor.

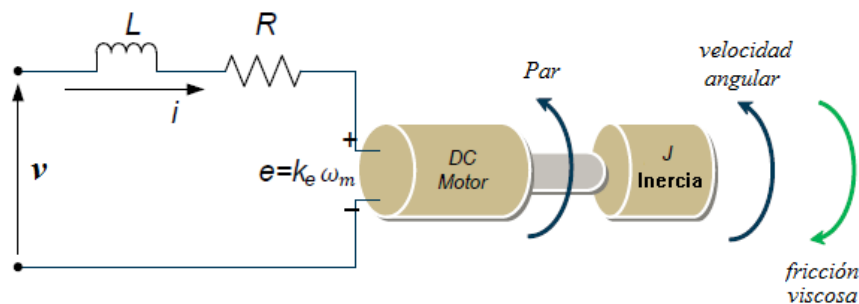


Figura 2.3: Disposición del sistema electro-mecánico del motor.

Para nuestro caso, asumiremos que la entrada del sistema es la tensión de alimentación del rotor (V) aplicada a la armadura del motor, mientras que la salida es la velocidad angular de giro a la cual trabaja el rotor (ω). Por otra parte, I es la corriente que va a circular por el rotor también conocida por corriente de armadura, R es la resistencia del bobinado del rotor, L es la inductancia del bobinado del rotor, J es el momento de inercia del rotor con carga y e es la fuerza contra-electromotriz del motor. También, el rotor y el eje se suponen rígidos. Asimismo, se asumirá un modelo de fricción viscosa (B), es decir, el par de fricción es proporcional a la velocidad angular del eje.

Los parámetros físicos de nuestros motores son:

<i>Momento de inercia del rotor, (J)</i>	0,01	<i>kg · m²</i>
<i>Coefficiente de amortiguamiento del sistema mecanico, (b)</i>	0,1	<i>Nm · s</i>
<i>Constante de fuerza electromotriz, (Ke)</i>	0,01	<i>V/rad/sec</i>
<i>Constante de par del motor, (Kt)</i>	0,01	<i>Nm/Amp</i>
<i>Resistencia electrica, (R)</i>	0,4	<i>Ohm</i>
<i>Inductancia electrica, (L)</i>	0,035	<i>H</i>

En general, el par generado por un motor de corriente continua es proporcional a la corriente de armadura y la fuerza del campo magnético. Para nuestro caso, supondremos que el campo magnético es constante y por lo tanto, el par del motor es proporcional a la corriente de armadura (i) por un factor constante (K_t) como se muestra en la siguiente ecuación,

$$\tau = k_t i$$

y la fuerza contra-electromotriz, e , es proporcional a la velocidad angular del eje por un factor constante (K_e),

$$e = k_e \dot{\theta}$$

Cabe resaltar, que en el S.I. de unidades, el par del motor y la constante de fuerza-electromotriz son iguales: $k_t = k_e$.

2.3.2. Determinación del modelo matemático del motor

El modelado matemático del motor requiere de dos ecuaciones, una ecuación mecánica y otra ecuación eléctrica. Estas ecuaciones están acopladas y se basan en las leyes de la dinámica y de Kirchhoff, respectivamente. Por una parte, la ecuación mecánica modela principalmente el movimiento del rotor, y por otra parte la ecuación eléctrica modela lo que ocurre en el circuito eléctrico del estator.

El sistema del motor será modelado a partir de las ecuaciones de la aceleración rotacional y de la velocidad de cambio en la corriente de armadura, respectivamente, para describir su operación.

$$\int \frac{d^2\theta}{dt^2} dt = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\int \frac{di}{dt} dt = i$$

Primero, usando la ecuación de voltaje de Kirchhoff, se obtiene la siguiente expresión,

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} + e \quad (2.31)$$

y en estado estacionario (frecuencia cero),

$$V = Ri + e$$

mientras que para un estado de excitación persistente (frecuencia variable), la ecuación (2.31) adquiere la siguiente forma,

$$L \frac{di}{dt} = -Ri + V - e \quad (2.32)$$

donde:

V = voltaje de alimentación

i = corriente de armadura

Similarmente, teniendo en cuenta las propiedades mecánicas del motor asociadas con la segunda *Ley de Newton* de movimiento, y considerando la disposición del sistema mecánico en la figura 2.3, se deduce la siguiente ecuación:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = T - b \frac{d\theta}{dt} \quad (2.33)$$

donde:

T = par mecánico (carga)

θ = posición del rotor

Por lo tanto, reescribiendo las ecuaciones (2.32) y (2.33), obtenemos

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \left(-Ri + V - k_e \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (2.34)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{J} \left(k_t i - b \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (2.35)$$

De esta manera, las ecuaciones (2.34) y (2.35) describen el modelo matemático que permitirá observar el comportamiento de la velocidad angular en función del tiempo para un motor de corriente continua.

Capítulo 3

Control

3.1. Introducción

En este capítulo se presentan tres diferentes estrategias para el control de los 6 grados de libertad del Quadrirotor. Como sabemos, existen algoritmos de control como el PD, PID, PD-saturado, etc., que proporcionan cierta estabilidad alrededor del punto de operación del sistema a controlar, pero cuando se presentan perturbaciones externas o incertidumbres no consideradas al caracterizar el modelo que describe al sistema este tipo de controladores no son adecuados para reducir o eliminar estas alteraciones que sufre el sistema. Para estos casos surge la necesidad de implementar otras técnicas de control de tal modo que contrarresten las perturbaciones no deseadas sobre el vehículo.

El objetivo principal de este apartado busca proponer y desarrollar controladores que brinden robustez al vehículo en presencia de perturbaciones externas que puedan afectar su misión de vuelo. Para lo cual, se considera emplear técnicas de control no-lineal que sean capaces de absorber las perturbaciones externas que puedan presentarse en un determinado momento afectando la dinámica del sistema.

La primer técnica de control que se expone está basada en un análisis de Lyapunov aplicando un controlador **PD saturado** para lograr la estabilización de la orientación. Además, en este esquema de control se introduce la medición directa de la velocidad de cada uno de los motores BLDC como información de estado para el lazo cerrado de control, con lo cual se consigue una estabilización robusta sobre la orientación del vehículo. Esta técnica considera dos lazos de control; uno interno y otro externo. El lazo interno se dedica a controlar la velocidad angular de los motores mientras que el lazo externo se dedica a controlar la orientación completa del sistema. Posteriormente, se utiliza este mismo enfoque para regular nuestro vehículo a una altitud deseada.

Para la segunda técnica de control se diseña un controlador con el objetivo de garantizar la robustez de la dinámica de desplazamiento sobre el eje z (*control de altura*) del sub-sistema de traslación en presencia de perturbaciones externas sobre el vehículo. Para este fin, se propone un control por modos deslizantes o también conocido como **Sliding Mode**, el cual tiene la principal característica de rechazar e incluso de eliminar perturba-

ciones externas al que se encuentra sometido nuestro vehículo aéreo.

Para finalizar, la tercer técnica de control utiliza el diseño de un control robusto basado en **saturaciones anidadas**, el cual usa funciones de Lyapunov, para garantizar estabilidad asintótica de los movimientos de traslación en x y y . La tarea principal que se persigue con esta técnica radica en el control de posición (xy) del vehículo, proporcionando una estabilidad robusta en presencia de perturbaciones acotadas.

Las estrategias de control propuestas para la estabilización de la orientación, control de altura y de traslación utilizan el modelo dinámico reducido del vehículo aéreo que se obtuvo a partir de la formulación de Euler-Lagrange. Cabe mencionar, que una de las principales ventajas que ofrecen los algoritmos planteados es que las ganancias son fáciles de ajustar además de que son relativamente sencillos de implementar en un microcontrolador o en una unidad de DSP¹.

Finalmente, para verificar el desempeño satisfactorio de cada una de las leyes de control se presentan los resultados en simulación y en tiempo real a partir de un vuelo en modo estacionario del vehículo. Asimismo, se consideran los trabajos previos en [1], [3], [9] y [24] para el desarrollo de las estrategias de control descritas en este capítulo, con el fin, de obtener una estabilización robusta de la orientación, posición y altura de nuestro vehículo aéreo.

3.2. Control de orientación

A continuación, se presenta la primer estrategia de control basada en una retroalimentación de velocidad en los motores para mejorar la estabilización de la orientación del Quadrirotor.

3.2.1. Control de orientación utilizando un controlador PD-saturado basado en una retroalimentación de velocidad

El control de orientación es la parte más importante de nuestro Quadrirotor donde el objetivo del algoritmo de control es estabilizar al vehículo en una orientación descrita por $\eta_d = (\phi, \theta, \psi)^T = (0, 0, 0)^T$. Para mejorar la estabilización se ha considerado agregar un *lazo interno de control*, el cual se encargará de controlar la velocidad angular proveniente de los motores. Para lo anterior, consideramos primero el modelo no-lineal,

$$M(\eta)\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau_{M_i} \quad (3.1)$$

donde

$$\tau_{M_i} \approx k_{M_i} \omega_{M_i}^2 \quad (3.2)$$

¹De sus siglas en inglés *Digital Signal Processor*

donde τ_{M_i} es el par producido por el motor M_i , k_{M_i} es una constante que relaciona la velocidad angular con el par y ω_i es la velocidad angular del rotor. Como primer paso, hacemos el análisis para el lazo interno de control es decir, la retroalimentación de la velocidad angular del motor (ω) motivado en el problema de perturbaciones singulares (ver [5], Chapter 11), el cual está descrito por las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\dot{x} = f(t, x, z, \varepsilon) \quad (3.3)$$

$$\varepsilon \dot{z} = g(t, x, z, \varepsilon) \quad (3.4)$$

donde ε es un parámetro positivo pequeño. Ahora, consideremos el sistema de control de retroalimentación de velocidad angular del motor que se muestra en la figura 3.1, en donde el lazo interno representa la retroalimentación de la velocidad del motor descrita por un subsistema SISO ².

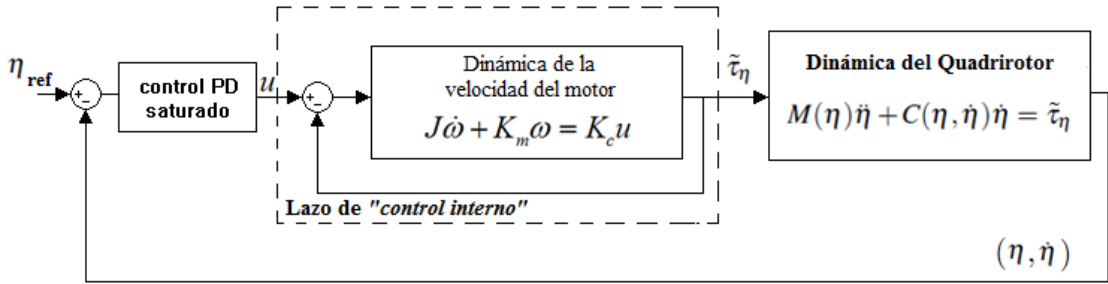


Figura 3.1: Esquema del lazo interno implementado en el sistema de orientación general para el control de la velocidad angular de los motores BLDC.

La dinámica de un motor BLDC en términos de la velocidad angular puede ser modelada por la siguiente ecuación diferencial de primer orden,

$$J\dot{\omega} + \left(\frac{k_t k_e}{R} + b\right) \omega = \frac{k_t}{R} u \quad (3.5)$$

donde u , b and R son el voltaje de entrada, coeficiente de amortiguamiento del sistema mecánico y la resistencia. J es el momento de inercia y normalmente $J \ll 1$, ω es la velocidad angular, k_t y k_e son el par y la fuerza electromotriz (f.e.m.) respectivamente. Asumimos que los motores tienen flujo de excitación constante. Notesé que (3.5) tiene la misma forma que (3.4) con $\varepsilon = J$ y $\omega = z$. Introduciendo $\varepsilon = 0$, o de forma equivalente $J = 0$, por lo que (3.5) toma la siguiente forma

$$\frac{k_t}{R} u - \left(\frac{k_t k_e}{R} + b\right) \omega = 0 \quad (3.6)$$

en donde se puede deducir que

$$\omega = \frac{k_t}{(k_t k_e + Rb)} u \quad (3.7)$$

²Single-Input and Single-Output

siendo está la única raíz. Por lo que, sustituyendo (3.7) en (3.1), obtenemos el siguiente modelo reducido (ver la figura 3.2),

$$M(\eta)\dot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tilde{\tau}_\eta \quad (3.8)$$

Dado lo anterior, se propone la siguiente función candidata de Lyapunov:

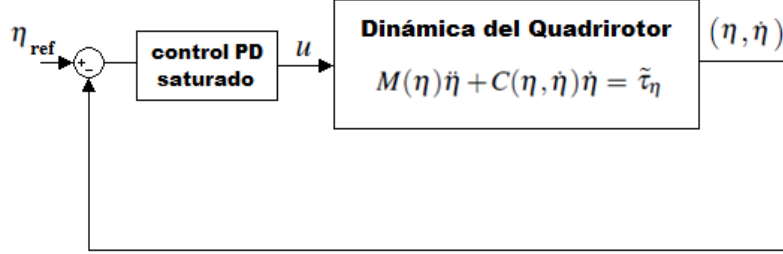


Figura 3.2: Diagrama a bloques general para el control de orientación del Quadrirotor.

$$V(\eta, \dot{\eta}) = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T M(\eta) \dot{\eta} + \sum_{i=1}^3 K_{a_i} \ln(\cosh(K_{p_i} \eta_i)) \quad (3.9)$$

donde, η_i representa el i -ésimo elemento del vector η , K_{a_i} y K_{p_i} represent the i -ésimo elemento de las matrices definidas diagonales positivas K_a y $K_p \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, respectivamente. La función candidata de Lyapunov es $V(\eta, \dot{\eta}) \geq 0$ debido a que $M(\eta) > 0$ y en donde $\ln(\cosh(\cdot))$ es una función definida positiva creciente.

Diferenciando (3.9) con respecto al tiempo, obtenemos

$$\dot{V}(\eta, \dot{\eta}) = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \dot{M}(\eta) \dot{\eta} + \dot{\eta}^T M \ddot{\eta} + \sum_{i=1}^3 \dot{\eta}_i K_{a_i} K_{p_i} \tanh(K_{p_i} \eta_i) \quad (3.10)$$

así (3.10) puede ser reescrito como

$$\dot{V}(\eta, \dot{\eta}) = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \dot{M}(\eta) \dot{\eta} + \dot{\eta}^T M \ddot{\eta} + \dot{\eta}^T K_a K_p \tanh(K_p \eta) \quad (3.11)$$

donde

$$\tanh(K_p \eta) = (\tanh(k_{p_1} \phi), \tanh(k_{p_2} \theta), \tanh(k_{p_3} \psi))^T$$

Considerando el control de orientación como un problema de regulación ($\eta = \eta_d$) y reemplazando (3.1) en (3.11) tenemos que

$$\dot{V}(\eta, \dot{\eta}) = \dot{\eta}^T \left(\frac{1}{2} \dot{M}(\eta) - C(\eta, \dot{\eta}) \right) \dot{\eta} + \dot{\eta}^T (\tau_\eta + K_a K_p \tanh(K_p \eta)) \quad (3.12)$$

usando la siguiente propiedad en [8],

$$v^T \left(\frac{1}{2} \dot{M}(\eta) - C(\eta, \dot{\eta}) \right) v = 0 \quad \forall v \in \mathbb{R}^3 \quad (3.13)$$

tenemos que,

$$\dot{V}(\eta, \dot{\eta}) = \dot{\eta}^T (\tilde{\tau}_\eta + K_{s_p} \tanh(K_p \eta)) \quad (3.14)$$

donde, $K_{s_p} = K_a K_p$. Ahora, introducimos el siguiente *control PD saturado* para conseguir la estabilización del sistema

$$\tilde{\tau}_\eta = -K_{s_p} \tanh(K_p \eta) - K_{s_v} \tanh(K_v \dot{\eta}) \quad (3.15)$$

en donde K_{s_p} y $K_{s_v} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ son matrices diagonales positivas. Notesé que, K_p y $K_v \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ son las constantes *Proporcional* y *Derivativa* del controlador PD saturado, respectivamente. Por lo tanto, sustituyendo (3.15) en (3.14) obtenemos que

$$\dot{V}(\eta, \dot{\eta}) = -\dot{\eta}^T K_{s_v} \tanh(K_v \dot{\eta}) \quad (3.16)$$

Finalmente, resulta que $\dot{V} < 0$, lo cual demuestra que el *control PD saturado* en (3.15) estabiliza la orientación del vehículo alrededor del origen y por consiguiente las trayectorias $\eta(t)$ y $\dot{\eta}(t)$ son asintóticamente estables.

3.2.2. Simulaciones

En esta sección se presentan los resultados de las simulaciones aplicando la técnica de control desarrollada en el apartado anterior basado en el modelo del Quadrirotor. Se observa el comportamiento de los ángulos de orientación y la altura del vehículo.

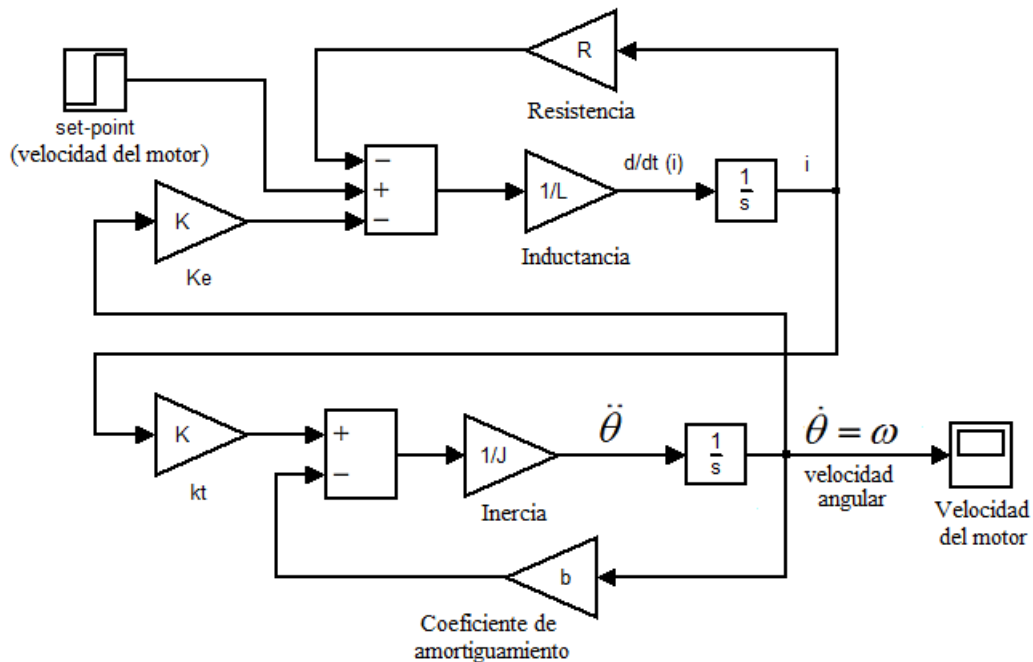


Figura 3.3: Diagrama a bloques en Simulink del motor BLDC.

Asimismo, se ha considerado también el modelo dinámico de la velocidad angular producida por los motores (ver figura 3.3). El esquema de simulación del control global de la retroalimentación de velocidad de los motores es implementado en Simulink como se muestra en la figura 3.4.

Se realizaron varias simulaciones para evaluar el controlador propuesto del lazo interno de control y de esta manera verificar los resultados que se obtienen ante diferentes condiciones iniciales. Además, para comprobar la estabilidad de estos ángulos en simulación, se han introducido perturbaciones externas a través de una herramienta en Simulink que genera impulsos discretos para poner a prueba la robustez del controlador.

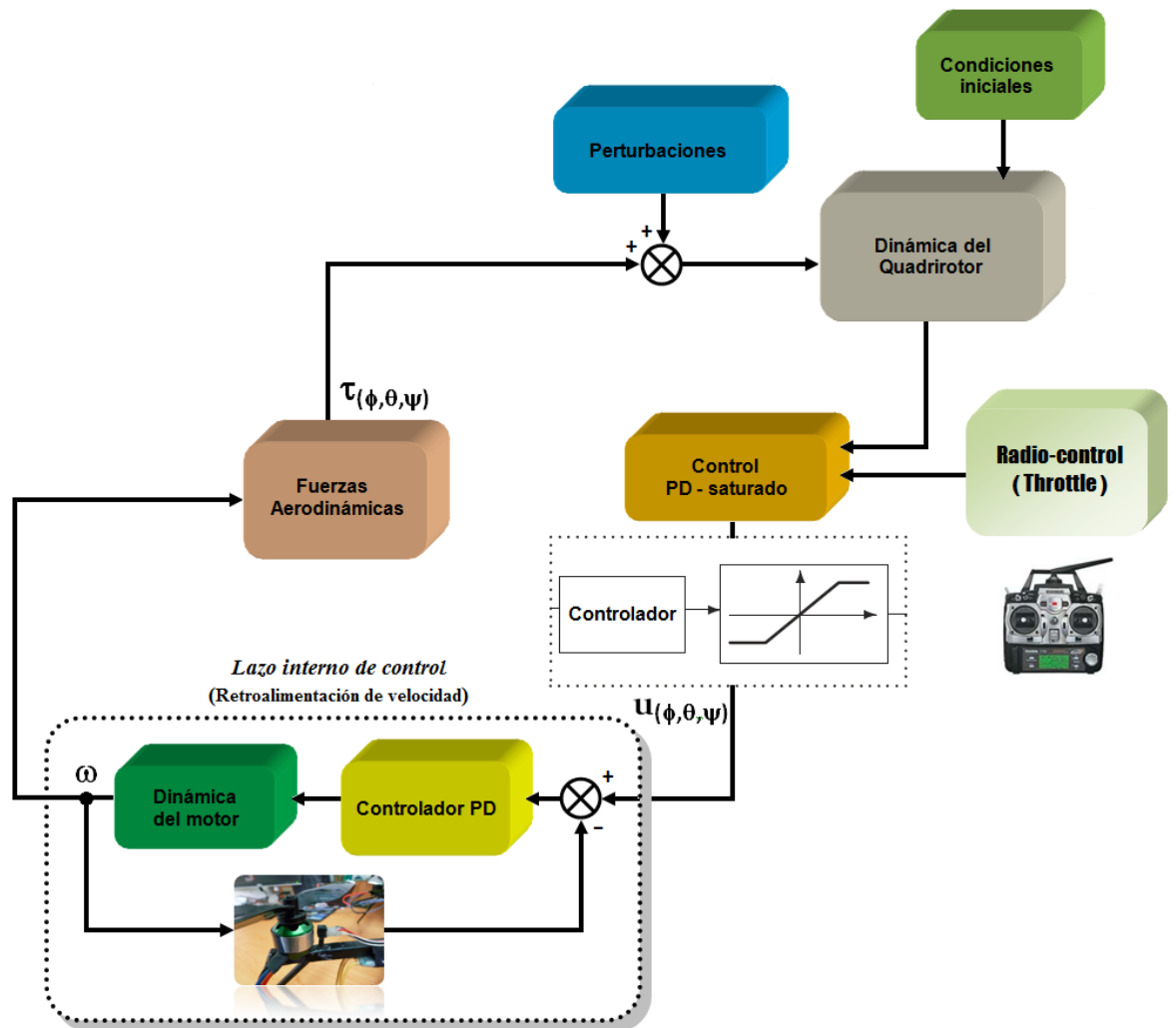


Figura 3.4: Esquema general de la retroalimentación de velocidad de los motores basado en un lazo interno de control.

Como sabemos, un Quadricóptero es un sistema mecatrónico muy complejo en el cual se agrupan numerosos efectos físicos provenientes de las fuerzas aerodinámicas. No obstante, en el modelo del Quadricóptero se considera la dinámica de los motores. La tabla 3.1 proporciona una breve lista de los principales parámetros físicos de los motores utilizados en simulación que corresponden al dispositivo real montado sobre el vehículo.

Cuadro 3.1: Parámetros físicos de los motores utilizados en la simulación del Quadrirotor.

Parámetros	Valor
Momento de inercia del rotor, (J) [$kg \cdot m^2$]	0.01
Coefficiente de amortiguamiento del sistema mecánico, (b) [$Nm \cdot s$]	0.1
Constante de fuerza electromotriz, (K) [Nm/Amp]	0.01
Resistencia eléctrica, (R) [Ohm]	0.4
Inductancia eléctrica, (L) [H]	0.035

Los resultados de las simulaciones para la estabilización del Quad-rotor se presentan a continuación. Para el primer caso, se considera el control de la orientación de nuestro vehículo *sin retroalimentación de velocidad* de los motores. Las figuras 3.5 a 3.7 muestran dicho caso, así como el comportamiento de la ley de control ante perturbaciones externas agregadas al sistema en el instante $t = 10s$, $15s$ sobre los ángulos de roll, pitch y yaw, respectivamente.

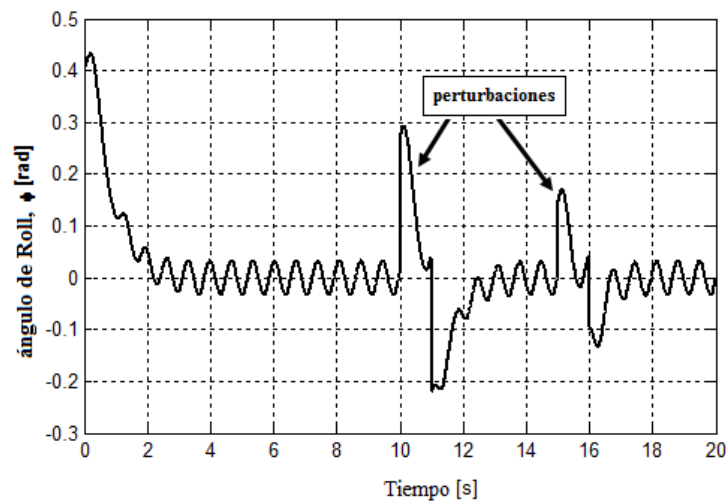


Figura 3.5: Comportamiento del *ángulo de Roll* utilizando el controlador PD-saturado sin retroalimentación de velocidad con perturbaciones externas agregadas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$.

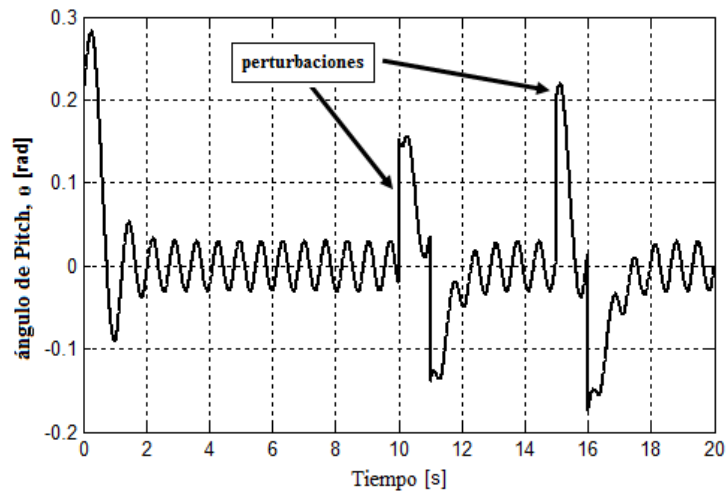


Figura 3.6: Comportamiento del *ángulo de Pitch* utilizando el controlador PD-saturado sin retroalimentación de velocidad con perturbaciones externas agregadas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$.

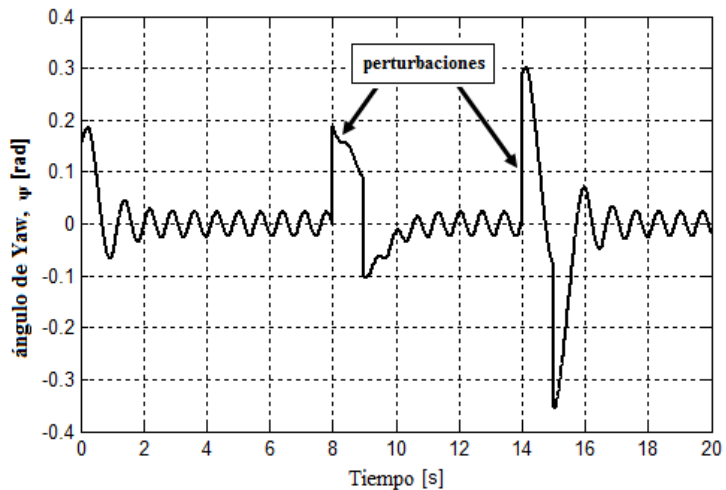


Figura 3.7: Comportamiento del *ángulo de Yaw* utilizando el controlador PD-saturado sin retroalimentación de velocidad con perturbaciones externas agregadas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$.

Se puede observar a través de las gráficas que los ángulos de orientación regresan en un tiempo razonable a su punto de operación. Sin embargo, existe un pequeño comportamiento oscilatorio alrededor de los valores de referencia, debido a la dinámica de los motores ejercida sobre cada una de las coordenadas angulares en el modelo dinámico del Quadrirotor.

Ahora bien, para nuestro segundo caso, las figuras 3.8 a 3.10 ilustran el desempeño de la ley de control en el sistema del Quadrirotor *con retroalimentación de velocidad* en los motores ante la presencia de perturbaciones externas agregadas en los momentos $t = 10s$ y en $t = 15s$.

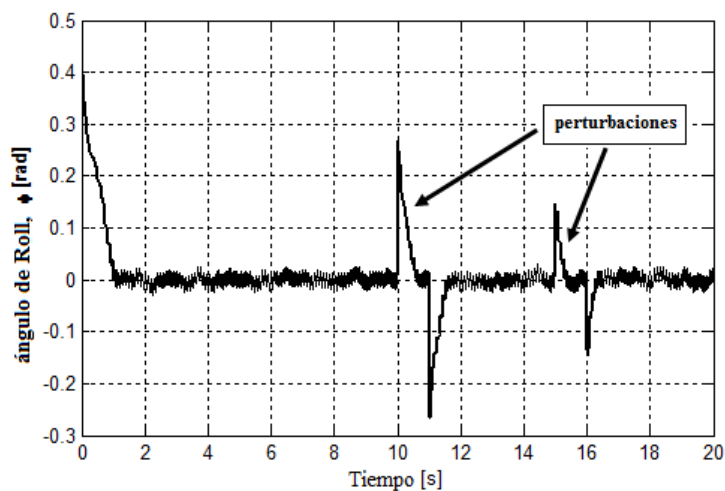


Figura 3.8: Comportamiento del *ángulo de Roll* utilizando el controlador PD-saturado con retroalimentación de velocidad ante la presencia de perturbaciones externas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$. La posición angular converge con mayor rapidez al equilibrio.

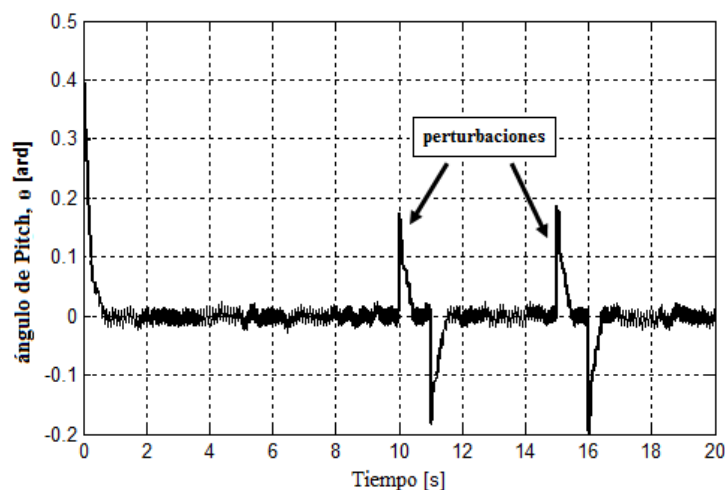


Figura 3.9: Comportamiento del *ángulo de Pitch* utilizando el controlador PD-saturado con retroalimentación de velocidad ante la presencia de perturbaciones externas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$. La posición angular converge con mayor rapidez al equilibrio.

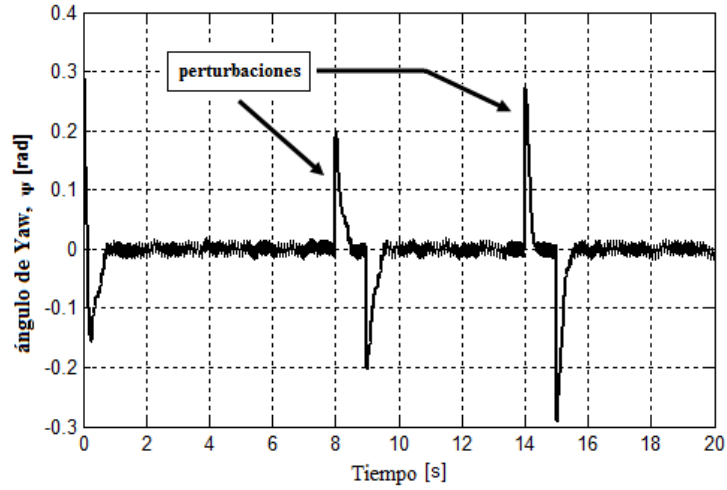


Figura 3.10: Comportamiento del *ángulo de Yaw* utilizando el controlador PD-saturado con retroalimentación de velocidad ante la presencia de perturbaciones externas en los instantes $t=10s$ y $t=15s$. La posición angular converge con mayor rapidez al equilibrio.

Al igual que en el caso anterior, las gráficas obtenidas ahora con la implementación de la retroalimentación de velocidad permiten observar un mejor funcionamiento del Quadrirotor, en donde la diferencia fundamental es que, a pesar de tener condiciones iniciales diferentes de cero y asimismo incluir perturbaciones externas en los ángulos de roll, pitch y yaw, el sistema converge más rápido hacia el equilibrio (valor cero).

3.3. Control de altura

En esta sección se desarrolla la segunda estrategia de control para el problema de conseguir una altitud deseada por el Quadrirotor utilizando un control no-lineal basado en la técnica de Sliding Mode, con el fin, de obtener una estabilización robusta de la altura ante perturbaciones externas que puedan afectar al vehículo en una misión de vuelo. De tal manera que, el control coordinado de los cuatro rotores se encargará de trasladar el vehículo a la altitud deseada. A fin de comprobar la robustez de esta técnica de control se hace la comparativa con un controlador PD para examinar la eficiencia al rechazo de perturbaciones.

3.3.1. Control de altura utilizando un controlador PD

Puesto que el control de altura concierne únicamente el desplazamiento en el eje z , se puede considerar dicha dinámica del modelo traslacional obtenido en (2.29) dada por:

$$\ddot{z} = \frac{1}{m}(u \cos \phi \cos \theta - mg) \quad (3.17)$$

lo que nos permite proponer la siguiente *ley de control*:

$$u = \frac{m(c_1 + mg)}{\cos \phi \cos \theta} \quad (3.18)$$

donde por simplicidad el término c_z representa la acción PD, la cual está descrita de la siguiente manera,

$$c_z = -k_{D_z}\dot{z} - k_{P_z}(z - z_d) \quad (3.19)$$

donde k_{D_z} , k_{P_z} son constantes positivas y z_d es la altura deseada. De (3.18) se deduce que los ángulos de *roll* y *pitch* están restringidos al intervalo de operación $\phi, \theta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ con el fin de evitar las singularidades que representan estos ángulos en determinadas posiciones ante una situación real de un vuelo estacionario. Entonces, sustituyendo (3.18) en (3.21) se obtiene

$$\ddot{z} = c_z \quad (3.20)$$

Finalmente, seleccionando los valores correctos en (3.19) se asegura un control estable de la altitud deseada.

3.3.2. Control de altura utilizando modos deslizantes (*Sliding Mode*)

Sabemos que, para abordar el control de altura únicamente necesitamos la dinámica sobre el *eje-z* del Quadrirotor, por lo que podemos considerar el modelo descrito en (2.29) con perturbaciones acotadas,

$$\ddot{z} = \frac{1}{m}(u \cos \phi \cos \theta - mg) + f(z, \dot{z}) \quad (3.21)$$

con

$$|f(z, \dot{z})| < L$$

Ahora, el problema del control radica en trasladar los estados (z, \dot{z}) que definen el comportamiento del sistema hacia las trayectorias de referencia deseadas, que son conocidas. Para lo cual, denotamos las trayectorias de referencia por \dot{z}_d y z_d que son la velocidad y la altitud deseada, respectivamente. Posteriormente, se definen los errores de seguimiento por $e_z = z - z_d$ y $\dot{e}_z = \dot{z} - \dot{z}_d$, donde z_d es la altura deseada.

En primer lugar, el esquema de control por modos deslizantes introduce una “*superficie de deslizamiento*” a lo largo de la cual, el movimiento de deslizamiento (control) tomará lugar. Esta superficie se denota por “*s*” y se define de la siguiente manera

$$\begin{aligned} s &= \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right) e_z \\ s &= \dot{e}_z + \lambda e_z \end{aligned} \quad (3.22)$$

donde $\lambda > 0$ es la pendiente de la línea de deslizamiento. Ahora bien, si proponemos una ley de control que force a las trayectorias en el espacio de fase, tal que $s = 0$ en (3.22), entonces los errores convergerán asintóticamente al origen debido a

$$\begin{aligned} 0 &= \dot{e}_z + \lambda e_z \\ \dot{e}_z &= -\lambda e_z \end{aligned} \quad (3.23)$$

para lo cual, se sabe que su solución es: $e_z(t) = e_z(0) e^{-\lambda t}$. A fin de proporcionar estabilidad asintótica global alrededor del punto de equilibrio, se propone la siguiente función candidata de Lyapunov, expresada por

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (3.24)$$

luego, la derivada en el tiempo de la función candidata de Lyapunov (3.24) puede ser calculada de la siguiente manera

$$\dot{V} = s\dot{s} \quad (3.25)$$

y realizando las operaciones matemáticas correspondientes, obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s(\ddot{e}_z + \lambda \dot{e}_z) \\ \dot{V} &= s(\ddot{z} - \ddot{z}_d + \lambda(\dot{z} - \dot{z}_d)) \end{aligned} \quad (3.26)$$

para lo cual, necesitamos que $\ddot{z}_d = 0$ y $\dot{z}_d = 0$, dando por resultado

$$\dot{V} = s(\ddot{z} + \lambda \dot{z}) \quad (3.27)$$

entonces, sustituyendo (3.21) en (3.27) tenemos

$$\dot{V} = s \left(\frac{1}{m} (u \cos \phi \cos \theta - mg) + \lambda \dot{z} \right) \quad (3.28)$$

Asimismo, podemos considerar perturbaciones acotadas en $f(z, \dot{z})$, de la siguiente manera

$$\dot{V} = s \left(\frac{1}{m} (u \cos \phi \cos \theta - mg) + \lambda \dot{z} + f(z, \dot{z}) \right) \quad (3.29)$$

entonces, se requiere llevar a la variable s en (3.22) a cero en un tiempo finito a través de un control u . Por lo tanto, proponemos la siguiente ley de control

$$u = \frac{m(-\lambda \dot{z} + mg)}{\cos \phi \cos \theta} + v \quad (3.30)$$

sustituyendo esta expresión en (3.29) obtenemos

$$\dot{V} = s(f(z, \dot{z}) + v) = sf(z, \dot{z}) + sv \leq |s|L + sv \quad (3.31)$$

entonces

$$\dot{V} \leq |s|L + sv \quad (3.32)$$

seleccionando

$$v = -\rho \operatorname{sign}(s) \quad (3.33)$$

donde $\rho > 0$ y $\operatorname{sign}(s) = \frac{s}{|s|}$. Así, sustituyendo estas expresiones en (3.32) conseguimos

$$\dot{V} \leq |s|L + s \left(-\rho \frac{s}{|s|} \right) = |s|L - |s|\rho \quad (3.34)$$

para lo cual

$$\dot{V} \leq -|s|(\rho - L) \text{ si } \rho > L \quad (3.35)$$

Finalmente, sustituyendo (3.33) en (3.30) obtenemos la ley de control por modos deslizantes u que llevará a nuestro Quadrirotor a una referencia de altura deseada en un tiempo finito, queda definida por

$$u = \frac{m(c_1 + mg)}{\cos \phi \cos \theta} - f(z, \dot{z}) \quad (3.36)$$

donde por simplicidad el término c_1 incluye la acción del controlador por modos deslizantes, el cual está descrito por:

$$c_1 = -\lambda \dot{z} - \rho \text{ sign}(s) \quad (3.37)$$

A partir de la ley de control (3.36) descrita anteriormente, es claro que los ángulos de roll y pitch deben de pertenecer al siguiente intervalo de operación: $\phi, \theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ con el fin de evitar singularidades en posiciones de desplazamiento angular, que podrían presentarse en una situación real de vuelo. Por lo que, usando (3.36) en (3.21) obtenemos

$$\ddot{z} = -\lambda \dot{z} - \rho \text{ sign}(s) \quad (3.38)$$

de tal manera que, seleccionando los valores correctos para λ y ρ en (3.38) aseguramos un desempeño estable del control de altura para nuestro vehículo.

3.3.3. Simulaciones

A continuación, las figuras 3.11 y 3.12 muestran las simulaciones de la respuesta del control de altura utilizando el controlador PD, para lo cual se consideran perturbaciones externas inducidas en la referencia de altura dada.

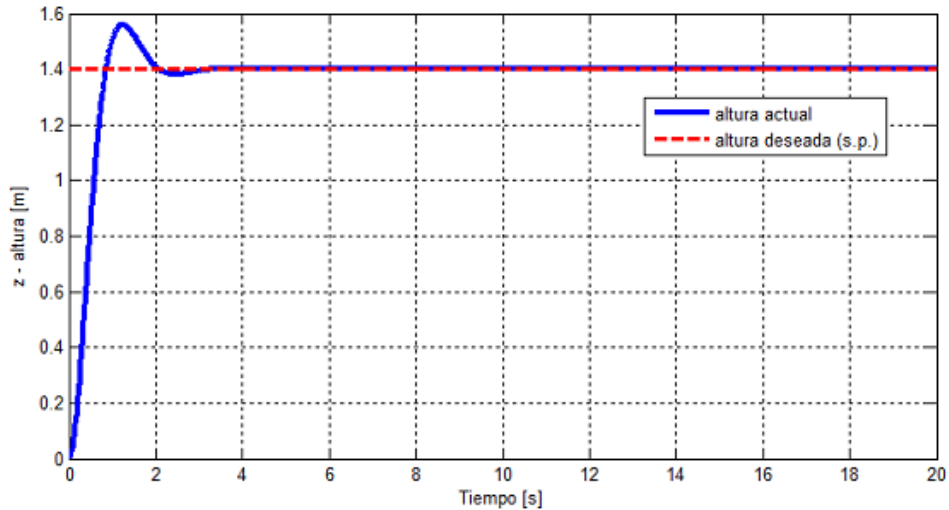


Figura 3.11: Respuesta del control de altura (*dinámica en z*) utilizando un controlador PD sin perturbaciones externas agregadas.

En la primer simulación, se considera como referencia deseada una altura de 1.4 metros sin tener en cuenta perturbaciones externas. De igual manera, para la segunda simulación también se considera el mismo valor de referencia, sin embargo para este caso se adicionaron perturbaciones externas con el propósito de observar el desempeño del controlador ante la presencia de cambios abruptos sobre la altura deseada.

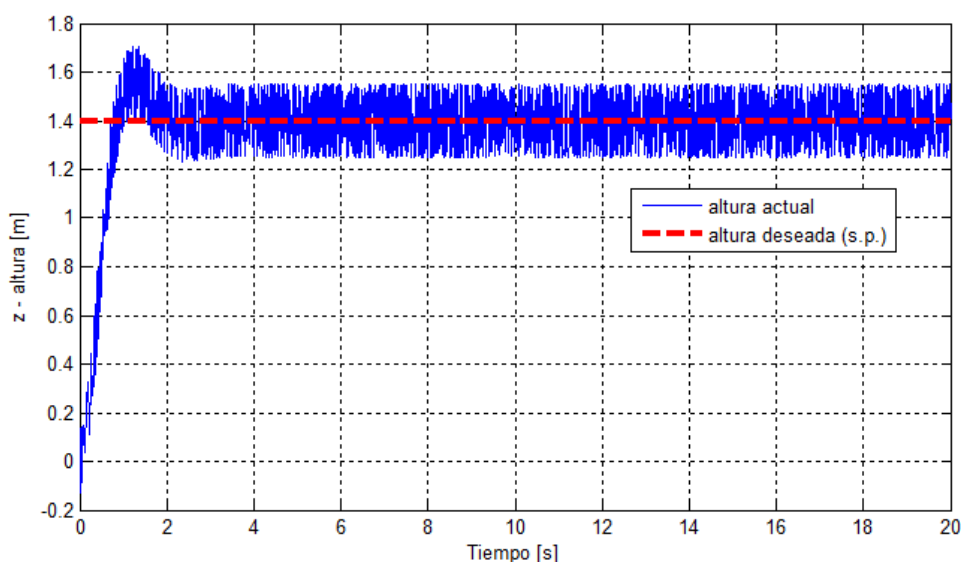


Figura 3.12: Respuesta del control de altura (*dinámica en z*) utilizando un controlador PD con perturbaciones externas agregadas de la forma $f(\dot{z}, z, t) = \sin 0,15t$.

De las gráficas anteriores se puede observar, que el desempeño del controlador es satisfactorio solo para el primer caso, en donde no se consideran perturbaciones en el valor deseado de altura, mientras que para el segundo caso, cuando se agrega una perturbación externa al vehículo de la forma $f(\dot{z}, z, t) = \sin 0,15t$, se puede notar que el controlador PD no logra rechazar en su totalidad la perturbación existente.

Para finalizar, los resultados en simulación del control de altura del Quadrirotor utilizando la técnica por modos deslizantes ("*sliding mode*") son presentados a continuación, así como una pequeña lista de los parámetros utilizados en la sintonización del controlador, los cuales se muestran en la tabla 3.2. En las simulaciones, algunas perturbaciones externas se han introducido para poner a prueba la robustez del algoritmo en la tarea de conseguir un control estable de la altura del vehículo.

Las figuras 3.13 a 3.16 muestran los resultados de las simulaciones del control de altura con la técnica de modos deslizantes. Además, perturbaciones acotadas de la forma $f(\dot{z}, z, t) = \sin 0,15t$ fueron agregadas para observar el desempeño del controlador.

Cuadro 3.2: Parámetros de simulación del controlador.

Parámetros	Valor
Masa del vehículo, (m) [kg]	1.00
Constante de gravedad, (g) [m/s^2]	9.81
Parámetro de acotamiento, (ρ)	0.80
Parámetro de velocidad de decaimiento, (λ)	1.20

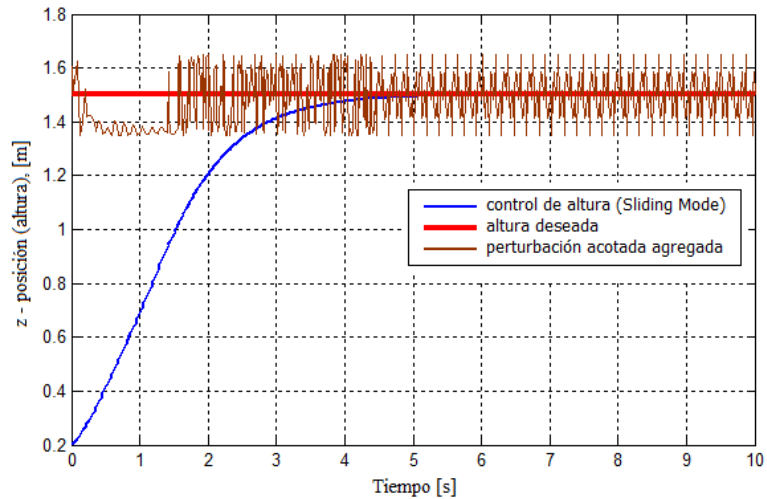


Figura 3.13: Respuesta del *control de altura por modos deslizantes* ante la presencia de perturbaciones acotadas de la forma $f(\dot{z}, z, t) = \sin 0,15t$. La posición en el eje z converge más rápido a la altura deseada.

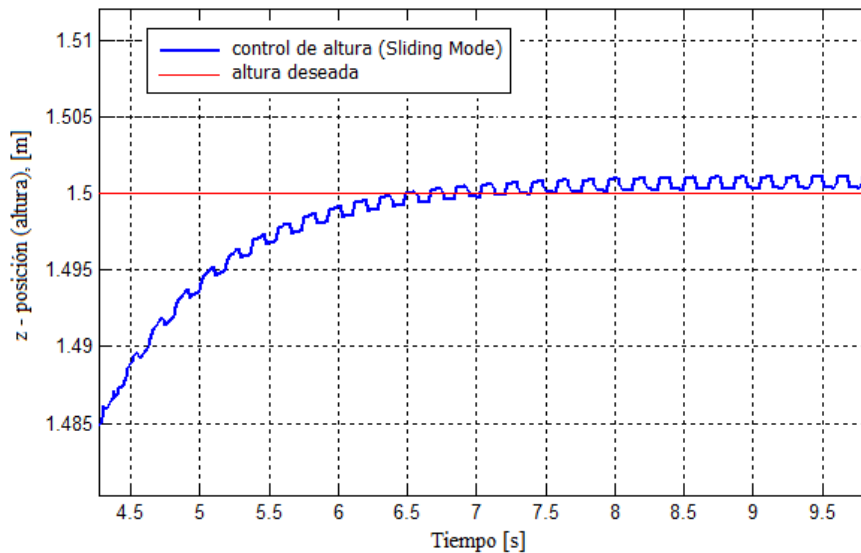


Figura 3.14: Ampliación (zoom) de la respuesta del control de altura. Se observa el fenómeno característico de esta estrategia de control llamado **castaño**.

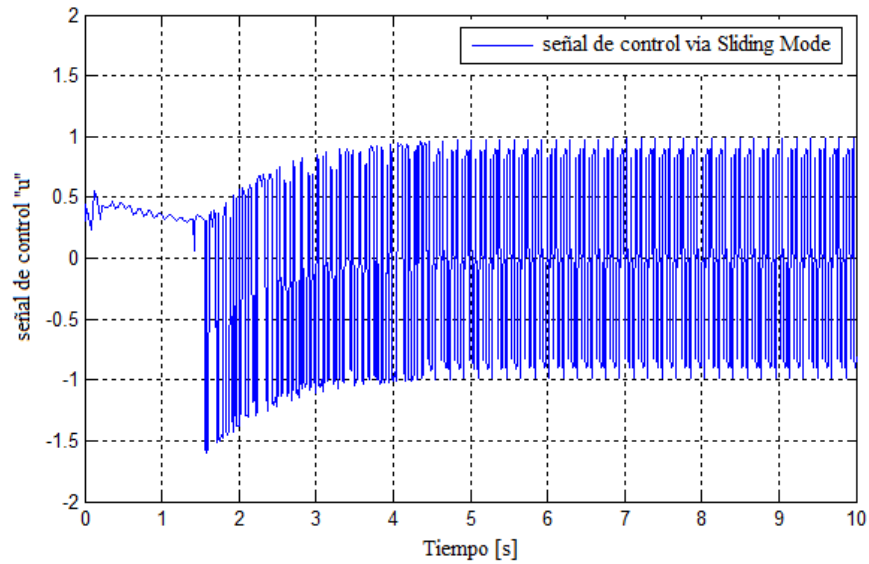


Figura 3.15: Señal de control aplicada al vehículo para alcanzar el valor de altura deseada.

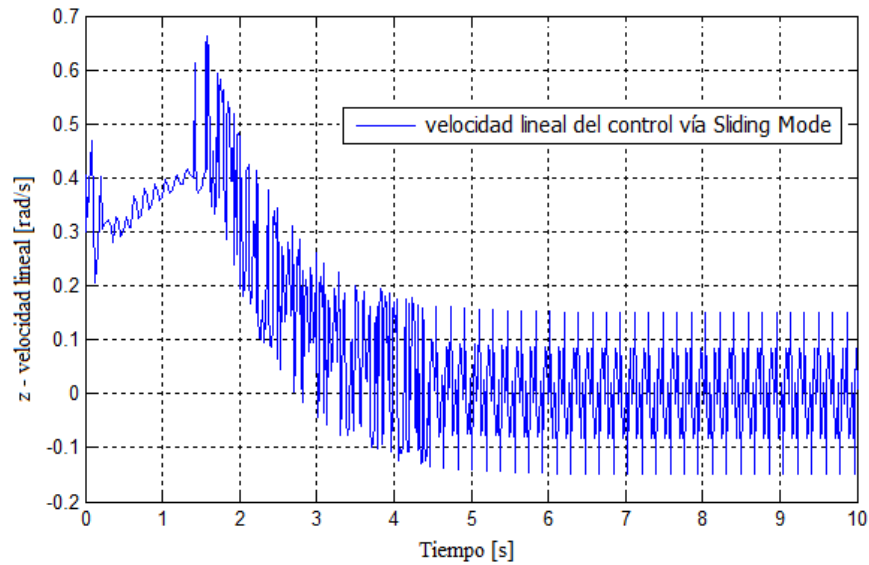


Figura 3.16: Comportamiento de la *velocidad lineal* en el eje-z del vehículo usando la técnica por modos deslizantes con condiciones iniciales $z(0) = 0,2rad$, $\dot{z}(0) = 0,3rad/s$ y una perturbación inducida de la forma $f(\dot{z}, z, t) = \sin 0,15t$. De igual manera, la velocidad sobre el eje-z converge de manera más rápida al punto de equilibrio.

Observe que, el Quadrirotor consigue llegar a la altura deseada en un tiempo razonable y el desempeño del controlador por modos deslizantes resulta ser satisfactorio al rechazar la mayor parte de las perturbaciones existentes entorno al valor de la altura deseada mientras que con el controlador PD no se logró rechazar completamente estas perturbaciones. Además, de las gráficas anteriores, se puede apreciar unas pequeñas oscilaciones en torno

al valor de referencia de altitud. Este fenómeno llamado “**castaño**” es característico de este controlador y se debe en gran parte a las imperfecciones de los dispositivos tales como pequeñas demoras (delays), zonas muertas e histéresis, (ver figura 3.14).

3.4. Control de posición

En este apartado se presenta la tercera estrategia de control no-lineal utilizando un controlador robusto por saturaciones anidadas para resolver el problema del control de los movimientos de traslación lineal en el plano xy del helicóptero miniatura. Con este algoritmo se busca que el sistema sea robusto ante perturbaciones acotadas. Debido a la configuración que presenta este helicóptero miniatura, sabemos que es un *sistema subactuado*, lo cual implica que, para realizar un movimiento traslacional es necesario modificar la posición angular del vehículo en el sub-sistema rotacional, por lo que se tomarán las dinámicas correspondientes sobre cada eje de rotación para realizar el control pertinente y efectuar los desplazamientos lineales sobre el plano xy .

Con base a lo anterior, sabemos que los movimientos de traslación dependen de las rotaciones en cada uno de los ejes (roll, pitch, yaw). De tal manera que, empezaremos por regular el ángulo de *yaw*, y posteriormente haremos lo mismo para el ángulo de roll y pitch, con el fin, de obtener el control sobre la posición en los ejes de x y y , regulando la posición angular de estas dos coordenadas, respectivamente. Entonces, la posición angular de ψ se puede controlar aplicando el siguiente control,

$$\tau_\psi = -a_{\psi_1} \ddot{\psi} - a_{\psi_2} (\psi - \psi_d) \quad (3.39)$$

donde ψ_d es la posición angular deseada de yaw. Después, sustituyendo (3.18) en (2.29) y considerando que: $\cos \phi \cos \theta \neq 0$, obtenemos

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -\frac{(c_1 + mg)}{\cos \phi} \tan \theta & (a) \\ m\ddot{y} &= (c_1 + mg) \tan \phi & (b) \\ m\ddot{z} &= c_1 & (c) \\ \ddot{\phi} &= \tilde{\tau}_\phi & (d) \\ \ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_\theta & (e) \\ \ddot{\psi} &= -a_{\psi_1} \ddot{\psi} - a_{\psi_2} (\psi - \psi_d) & (f) \end{aligned} \quad (3.40)$$

para lo cual, si seleccionamos los valores correctos de a_{ψ_1} , a_{ψ_2} se garantiza una respuesta rápida y estable sobre el eje de yaw.

Como se ha mencionado, el control de orientación es la parte fundamental de nuestro sistema (Quadrirotor), ya que estabiliza al vehículo sobre la horizontal y permite que se realicen de manera adecuada y correcta los movimientos traslacionales y obviamente rotacionales. Ahora bien, si consideramos que c_1 en (3.18) sea lo suficientemente pequeño, la dinámica en x y y en (3.40) adquieren la siguiente forma,

$$\ddot{x} = -g \frac{\tan \theta}{\cos \phi} \quad (3.41)$$

$$\ddot{y} = g \tan \phi \quad (3.42)$$

3.4.1. Control de posición en “y”

En primer lugar, para realizar el control del desplazamiento sobre el eje x , se considera la dinámica expresada por las ecuaciones (3.40.d) y (3.42) sobre el *eje de roll*. Dado lo anterior, se propone el diseño de un controlador robusto basado en saturaciones anidadas. Este tipo de control permite garantizar estabilidad asintótica ante perturbaciones acotadas para ϕ , $\dot{\phi}$, y and \dot{y} . Para simplificar el análisis correspondiente, vamos a suponer que

$$\tan \phi \approx \phi \quad \exists \quad |\phi| < \frac{\pi}{6}$$

sea arbitrariamente pequeño y normalizar la constante gravitacional

$$g = 1 \text{ (normalizada)}$$

entonces, reescribiendo (3.40.d) y (3.42) se obtiene

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= \phi \\ \ddot{\phi} &= \tilde{\tau}_\phi \end{aligned} \quad (3.43)$$

y si diferenciamos dos veces $\dot{y} = \phi$ implica que

$$y^{(iv)} = \tilde{\tau}_\phi \quad (3.44)$$

que representa cuatro integradores en cascada.

Ahora bien, en las fuerzas centrífugas y de Coriolis $C(\eta, \dot{\eta})$ existen incertidumbres. Por otra parte, la suposición de que la dinámica del sistema opere en una pequeña región lineal ($\tan \phi \approx \phi$) y dado que los términos en (3.38) afectan directamente la estabilidad de (3.40.a)-(3.40.b), se ha considerado proponer una ley de control robusta basada en [38] para garantizar la estabilidad de nuestro sistema sobre un desplazamiento traslacional en el *eje-x* considerando dinámicas no modeladas en (3.43) y perturbaciones acotadas inducidas. Para lo cual, se sugiere el siguiente conjunto de variables en el espacio de estados,

$$\dot{y}_1 = y_2 + g_1 \quad (3.45)$$

$$\dot{y}_2 = \phi_1 + g_2 \quad (3.46)$$

$$\dot{\phi}_1 = \phi_2 + g_3 \quad (3.47)$$

$$\dot{\phi}_2 = \tilde{\tau}_\phi + g_4 \quad (3.48)$$

donde g_1, g_2, g_3 y g_4 son los términos que involucran a las perturbaciones acotadas que existen en cualquier problema real, afectando la dinámica del sistema dadas por $\|g_i\| < d$

para $i=1,2,3,4$ donde $d > 0$ y es lo suficientemente pequeña. Para esto, se propone la siguiente ley de control

$$\tilde{\tau}_\phi = -\sigma_{\phi_1} (k_1\phi_2 + \sigma_{\phi_2} (\xi_{\phi_1})) \quad (3.49)$$

donde $\sigma_i(s)$ es una función de saturación, definida por

$$\sigma(s) = \begin{cases} M & \text{si } s > M \\ s & \text{si } -M \leq s \leq M \\ -M & \text{si } s < -M \end{cases} \quad (3.50)$$

de tal manera que $|\sigma_{i(s)}| \leq M_i$ para $i = 1, 2, \dots, n$. La función ξ_{ϕ_i} para $i = 1, 2, \dots, n$ se define más adelante para asegurar la estabilidad del sistema. Ahora, para demostrar la estabilidad de los estados $(y_1, y_2, \phi_1, \phi_2)$ proponemos la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V_1 = \frac{1}{2}\phi_2^2 \quad (3.51)$$

Diferenciando (3.51) con respecto al tiempo, obtenemos

$$\dot{V}_1 = \phi_2 \dot{\phi}_2 \quad (3.52)$$

después, utilizando (3.48) y (3.49) en la ecuación anterior, tenemos

$$\dot{V}_1 = \phi_2 [-\sigma_{\phi_1} (k_1\phi_2 + \sigma_{\phi_2} (\xi_{\phi_1})) + g_4] \quad (3.53)$$

y si

$$k_1 |\phi_2| > M_{\phi_2} + |g_4| \quad \Rightarrow \quad \dot{V}_1 < 0$$

implica que existe un $t > T_1$ tal que

$$|\phi_2| \leq \frac{M_{\phi_2} + |g_4|}{k_1} \quad \langle \text{acotado} \rangle \quad (3.54)$$

Ahora, vamos a definir una nueva variable v_1 como sigue

$$v_1 = \phi_2 + k_1\phi_1 \quad (3.55)$$

diferenciándola, conseguimos

$$\dot{v}_1 = \dot{\phi}_2 + k_1\dot{\phi}_1 \quad (3.56)$$

y reemplazando (3.47) y (3.48) se obtiene

$$\dot{v}_1 = -\sigma_{\phi_1} (k_1\phi_2 + \sigma_{\phi_2} (\xi_{\phi_1})) + g_4 + k_1(\phi_2 + g_3) \quad (3.57)$$

Elijamos

$$M_{\phi_1} \geq 2M_{\phi_2} \quad (3.58)$$

A partir de la definición de $\sigma(s)$, podemos observar que $|\sigma_i(s)| \leq M_i$ para $i = 1, 2, \dots, n$. Esto implica que en un tiempo finito, existe T_1 tal que $|\phi_2| \leq (M_{\phi_2} + |g_4|)/k_1$ para $t \geq T_1$. Por lo tanto, vemos que $|k_1\phi_2 + \sigma_{\phi_2} (\xi_{\phi_1})| \leq 2M_{\phi_2}$ para $t \geq T_1$. A continuación, se deduce que para $t \geq T_1$ podemos considerar

$$\sigma_{\phi_1} (k_1\phi_2 + \sigma_{\phi_2} (\xi_{\phi_1})) = k_1\phi_2 + \sigma_{\phi_2} (\xi_{\phi_1}) \quad (3.59)$$

luego, sustituyendo la igualdad anterior en (3.57) conseguimos

$$\dot{v}_1 = -\sigma_{\phi_2}(\xi_{\phi_1}) + g_4 + k_1 g_3 \quad (3.60)$$

Enseguida, se define

$$\xi_{\phi_1} = k_2 v_1 + \sigma_{\phi_3}(\xi_{\phi_2}) \quad (3.61)$$

Introduciendo la ecuación anterior en (3.60), se deduce que

$$\dot{v}_1 = -\sigma_{\phi_2}(k_2 v_1 + \sigma_{\phi_3}(\xi_{\phi_2})) + g_4 + k_1 g_3 \quad (3.62)$$

Propongamos la siguiente función candidata de Lyapunov para demostrar la estabilidad de (3.55)

$$V_2 = \frac{1}{2} v_1^2 \quad (3.63)$$

diferenciando la ecuación anterior con respecto al tiempo

$$\dot{V}_2 = v_1 \dot{v}_1 \quad (3.64)$$

y usando (3.62) en la ecuación de arriba, tenemos

$$\dot{V}_2 = v_1 [-\sigma_{\phi_2}(k_2 v_1 + \sigma_{\phi_3}(\xi_{\phi_2})) + g_4 + k_1 g_3] \quad (3.65)$$

Observe que

$$k_2 |v_1| > M_{\phi_3} + |g_4| + k_1 |g_3| \Rightarrow \dot{V}_2 < 0$$

lo cual significa que existe para $t > T_2$ tal que

$$|v_1| \leq \frac{M_{\phi_3} + |g_4| + k_1 |g_3|}{k_2} \quad \langle \text{acotado} \rangle \quad (3.66)$$

Como en el caso anterior, vamos a definir v_2 como

$$v_2 = v_1 + k_1 k_2 y_2 + k_2 \phi_1 \quad (3.67)$$

diferenciando de igual manera, que en los casos anteriores

$$\dot{v}_2 = \dot{v}_1 + k_1 k_2 \dot{y}_2 + k_2 \dot{\phi}_1 \quad (3.68)$$

sustituyendo (3.46), (3.47) y (3.62) tenemos lo siguiente

$$\begin{aligned} \dot{v}_2 = & -\sigma_{\phi_2}(k_2 v_1 + \sigma_{\phi_3}(\xi_{\phi_2})) + g_4 + k_1 g_3 + k_1 k_2 (\phi_1 + g_2) \\ & + k_2 (\phi_2 + g_3) \end{aligned} \quad (3.69)$$

Los límites superiores son asumidos para satisfacer la siguiente condición

$$M_{\phi_2} \geq 2M_{\phi_3} \quad (3.70)$$

Esto implica que existe un T_2 tal que $|v_1| \leq (M_{\phi_3} + |g_4| + k_1 |g_3|)/k_2$ para $t \geq T_2$. De la ecuación (3.69) y (3.70), tenemos que $|k_2 v_1 + \sigma_{\phi_3}(\xi_{\phi_2})| \leq 2M_{\phi_3}$ para $t \geq T_2$. A continuación, se deduce que para $t \geq T_2$

$$\sigma_{\phi_2}(k_2 v_1 + \sigma_{\phi_3}(\xi_{\phi_2})) = k_2 v_1 + \sigma_{\phi_3}(\xi_{\phi_2}) \quad (3.71)$$

empleando (3.55) y (3.71) en (3.69) conseguimos que

$$\dot{v}_2 = -\sigma_{\phi_3}(\xi_{\phi_2}) + g_4 + (k_1 + k_2)g_3 + (k_1k_2)g_2 \quad (3.72)$$

Al igual que en el caso anterior, definimos ξ_{ϕ_2} como

$$\xi_{\phi_2} = k_3v_2 + \sigma_{\phi_4}(\xi_{\phi_3}) \quad (3.73)$$

Por lo tanto, podemos reescribir (3.72) así

$$\dot{v}_2 = -\sigma_{\phi_3}(k_3v_2 + \sigma_{\phi_4}(\xi_{\phi_3})) + g_4 + (k_1 + k_2)g_3 + (k_1k_2)g_2 \quad (3.74)$$

Ahora bien, proponemos la siguiente función candidata de Lyapunov para demostrar la estabilidad de (3.67)

$$V_3 = \frac{1}{2}v_2^2 \quad (3.75)$$

diferenciando V_3 con respecto al tiempo

$$\dot{V}_3 = v_2\dot{v}_2 \quad (3.76)$$

y sustituyendo (3.74) en el resultado anterior, obtenemos

$$\dot{V}_3 = v_2 [-\sigma_{\phi_3}(k_3v_2 + \sigma_{\phi_4}(\xi_{\phi_3})) + g_4 + (k_1 + k_2)g_3 + (k_1k_2)g_2] \quad (3.77)$$

Notese que

$$k_3|v_2| > M_{\phi_4} + |g_4| + (k_1 + k_2)|g_3| + \dots \\ \dots + (k_1k_2)|g_2| \Rightarrow \dot{V}_3 < 0$$

lo cual significa que existe un $t > T_3$ tal que

$$|v_2| \leq \frac{M_{\phi_4} + |g_4| + (k_1 + k_2)|g_3| + (k_1k_2)|g_2|}{k_3} \quad \langle \text{acotado} \rangle \quad (3.78)$$

Ahora, para este último caso, se define

$$v_3 = v_2 + k_3\phi_1 + (k_1k_2k_3)y_1 + (k_1 + k_2)k_3y_2 \quad (3.79)$$

y diferenciando

$$\dot{v}_3 = \dot{v}_2 + k_3\dot{\phi}_1 + (k_1k_2k_3)\dot{y}_1 + (k_1 + k_2)k_3\dot{y}_2 \quad (3.80)$$

Finalmente, si utilizamos (3.45), (3.46), (3.47) y (3.74) en (3.80) obtendremos

$$\dot{v}_3 = -\sigma_{\phi_3}(k_3v_2 + \sigma_{\phi_4}(\xi_{\phi_3})) + g_4 + (k_1 + k_2)g_3 + (k_1k_2)g_2 + k_3(\phi_2 + g_3) + k_1k_2k_3(y_2 + g_1) + (k_1 + k_2)k_3(\phi_1 + g_2) \quad (3.81)$$

Por último, si elegimos

$$M_{\phi_3} \geq 2M_{\phi_4} \quad (3.82)$$

Tenemos que, para un tiempo finito T_3 , existe (3.78) para $t \geq T_3$. Posteriormente, para $t \geq T_3$, $|k_3 v_2 + \sigma_{\phi_4}(\xi_{\phi_3})| \leq 2M_{\phi_4}$. Se deriva que,

$$\sigma_{\phi_3}(k_3 v_2 + \sigma_{\phi_4}(\xi_{\phi_3})) = k_3 v_2 + \sigma_{\phi_4}(\xi_{\phi_3}) \quad (3.83)$$

ahora, usando (3.55), (3.67) y (3.83) en (3.81) obtenemos que

$$\begin{aligned} \dot{v}_3 = & -\sigma_{\phi_4}(\xi_{\phi_3}) + g_4 + (k_1 + k_2 + k_3)g_3 \\ & + (k_1 k_3 + k_2 k_3 + k_1 k_2)g_2 + (k_1 k_2 k_3)g_1 \end{aligned} \quad (3.84)$$

proponemos ξ_{ϕ_3} de la siguiente forma

$$\xi_{\phi_3} = k_4 v_3 \quad (3.85)$$

luego, tenemos

$$\begin{aligned} \dot{v}_3 = & -\sigma_{\phi_4}(k_4 v_3) + g_4 + (k_1 + k_2 + k_3)g_3 \\ & + (k_1 k_3 + k_2 k_3 + k_1 k_2)g_2 + (k_1 k_2 k_3)g_1 \end{aligned} \quad (3.86)$$

Finalmente, proponemos la última función candidata de Lyapunov para (3.79)

$$V_4 = \frac{1}{2} v_3^2 \quad (3.87)$$

diferenciando

$$\dot{V}_4 = v_3 \dot{v}_3 \quad (3.88)$$

sustituyendo (3.86) en (3.88), obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = & v_3 [-\sigma_{\phi_4}(k_4 v_3) + g_4 + (k_1 + k_2 + k_3)g_3 \\ & + (k_1 k_3 + k_2 k_3 + k_1 k_2)g_2 + (k_1 k_2 k_3)g_1] \end{aligned} \quad (3.89)$$

entonces, si

$$\begin{aligned} k_4 |v_3| > |g_4| + (k_1 + k_2 + k_3)|g_3| + (k_1 k_3 + k_2 k_3 + \dots \\ \dots + k_1 k_2)|g_2| + (k_1 k_2 k_3)|g_1| \Rightarrow \dot{V}_4 < 0 \end{aligned}$$

lo cual significa que existe un $t > T_4$ tal que

$$\begin{aligned} |v_3| \leq & \frac{|g_4| + (k_1 + k_2 + k_3)|g_3|}{k_4} \dots \\ & \dots + \frac{(k_1 k_3 + k_2 k_3 + k_1 k_2)|g_2| + (k_1 k_2 k_3)|g_1|}{k_4} \quad \langle \text{acotado} \rangle \end{aligned} \quad (3.90)$$

Análisis de convergencia

Para el análisis de convergencia partimos del resultado obtenido en v_3 , para lo cual tenemos que si $k_i, g_i > 0$ para $i = 1, 2, 3, 4$ luego $M_{\phi_4} > 0$ en (3.86) son seleccionadas lo suficientemente pequeñas y además $k_4 \gg k_i, g_j$ para $i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4$ en (3.90), entonces $|v_3(t)| \rightarrow 0$ for $t \rightarrow \infty$. Por lo tanto, si los valores de $k_i, g_i > 0$ y $M_{\phi_i} > 0$ para $i = 1, 2, 3, 4$ en (3.49), (3.62), (3.74), (3.86) respectivamente, son seleccionados lo suficientemente pequeños, entonces

$$|v_3(t)| \rightarrow 0_\varepsilon \quad (3.91)$$

$$|v_2(t)| \rightarrow 0_\varepsilon \quad (3.92)$$

$$|v_1(t)| \rightarrow 0_\varepsilon \quad (3.93)$$

$$|\phi_2(t)| \rightarrow 0_\varepsilon \quad (3.94)$$

Después, utilizando (3.93) y (3.94) en (3.55) implica que

$$|\phi_1(t)| \rightarrow 0_\varepsilon \quad (3.95)$$

luego, sustituyendo (3.92), (3.93) y (3.95) en (3.67) se obtiene

$$|y_2(t)| \rightarrow 0_\varepsilon \quad (3.96)$$

y finalmente, empleando los resultados de (3.91), (3.92), (3.95) y (3.96) en (3.79) se logra que

$$|y_1(t)| \rightarrow 0_\varepsilon \quad (3.97)$$

Por último, usando (3.55), (3.61), (3.67), (3.73), (3.79) y (3.85) en (3.49) se obtiene la ley de control que regulará el desplazamiento lineal sobre el eje y y del plano cartesiano, la cual está descrita por

$$\begin{aligned} \tau_\phi = & -\sigma_{\phi_1} (k_1 \phi_2 + \sigma_{\phi_2} (k_2 (\phi_2 + k_1 \phi_1) \\ & + \sigma_{\phi_3} (k_3 ((\phi_2 + k_1 \phi_1) + k_1 k_2 y_2 + k_2 \phi_1) \\ & + \sigma_{\phi_4} (k_4 ((\phi_2 + k_1 \phi_1) + k_1 k_2 y_2 + k_2 \phi_1) \\ & + k_3 \phi_1 + k_1 k_2 k_3 y_1 + (k_1 + k_2) k_3 y_2)))) \end{aligned} \quad (3.98)$$

Esta ley de control garantiza estabilidad asintótica para las trayectorias descritas por las variables de estados: $\dot{\phi}$, ϕ , \dot{y} y y .

3.4.2. Control de posición en “x”

Para el control en pitch, vamos a utilizar el mismo procedimiento que se siguió para obtener el control en roll. Ahora, se considera la dinámica en el eje pitch descrita por (3.40.e) y (3.41). Al igual que en el caso anterior, se emplea una estrategia de control tal que después de un tiempo finito θ es lo suficientemente pequeña, tal que $\tan \theta \approx \theta$. Por lo tanto,

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -\theta \\ \ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_\theta\end{aligned}\quad (3.99)$$

Usando el mismo procedimiento utilizado para el control de roll, tenemos

$$\begin{aligned}\tau_\theta &= -\sigma_{\theta_1} (k_1 \theta_2 + \sigma_{\theta_2} (k_2 (\theta_2 + k_1 \theta_1) \\ &\quad + \sigma_{\theta_3} (k_3 ((\theta_2 + k_1 \theta_1) - k_1 k_2 x_2 + k_2 \theta_1) \\ &\quad + \sigma_{\theta_4} (k_4 ((\theta_2 + k_1 \theta_1) - k_1 k_2 x_2 + k_2 \theta_1) \\ &\quad + k_3 \theta_1 - k_1 k_2 k_3 x_1 - (k_1 + k_2) k_3 x_2))))\end{aligned}\quad (3.100)$$

De igual manera, esta ley de control garantiza estabilidad asintótica para las trayectorias descritas por las variables de estados: $\dot{\theta}$, θ , \dot{x} y x .

3.4.3. Simulaciones

Los resultados obtenidos de las simulaciones descritas por las ecuaciones (3.98) y (3.100) para el control de la posición sobre el eje x y y y aplicando el controlador robusto basado en la técnica de saturaciones anidadas ante perturbaciones externas agregadas, se muestran en las figuras 3.17 y 3.18. Los parámetros utilizados en las simulaciones son: $\sigma_{\phi_1, \theta_1} = 1$, $\sigma_{\phi_2, \theta_2} = 0,5$, $\sigma_{\phi_3, \theta_3} = 0,25$ y $\sigma_{\phi_4, \theta_4} = 0,125$. Las ganancias de sintonización para el control de posición en x son $k_{\phi_1} = 0,2$, $k_{\phi_2} = 0,3$, $k_{\phi_3} = 0,7$, $k_{\phi_4} = 0,9$ mientras que las ganancias para el control de posición en y son $k_{\theta_1} = 0,35$, $k_{\theta_2} = 0,4$, $k_{\theta_3} = 0,6$, $k_{\theta_4} = 0,9$.

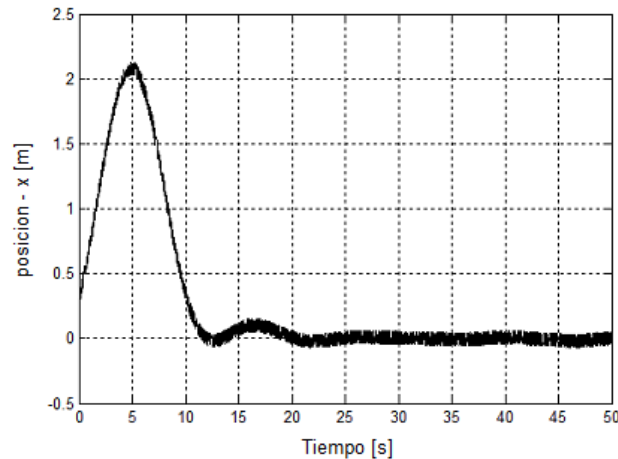


Figura 3.17: Respuesta del control de posición sobre el eje y con condiciones iniciales diferentes de cero. Se observa que el vehículo regresa a su posición original (referencia) en un tiempo razonable.

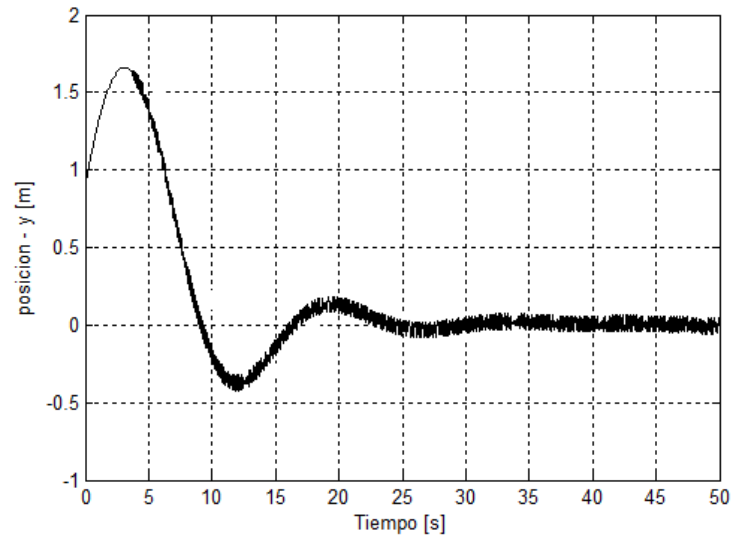


Figura 3.18: Respuesta del control de posición sobre el eje x con condiciones iniciales diferentes de cero. Se observa que el vehículo regresa a su posición original (referencia) en un tiempo razonable.

Claramente, se puede observar de las figuras anteriores que los desplazamientos lineales sobre los ejes x y y regresan en un tiempo razonable a su punto de operación con algunas pequeñas oscilaciones alrededor del valor de referencia. Este comportamiento oscilatorio en el sistema, se debe al error en las mediciones de la posición xy provenientes del GPS y en gran parte al retardo (delay) existente en el dispositivo por su baja frecuencia de trabajo. A pesar de los inconvenientes que se mencionaron, los resultados del controlador se han encontrado satisfactorios.

Capítulo 4

Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en tiempo real de las leyes de control propuestas en el capítulo anterior, mediante el desarrollo y elaboración del helicóptero miniatura de cuatro rotores, *Quadrirotor*, que sirve como plataforma para comprobar el desempeño de dichos algoritmos de control. Por otra parte, se muestra el esquema general de la implementación del módulo de retroalimentación de velocidad de los motores, el cual funge como una de las contribuciones para mejorar la estabilidad de la orientación de nuestro Quadrirotor. Cabe resaltar, que se pueden consultar las diferentes facetas y detalles de la implementación del vehículo, haciendo hincapié en la aviónica, los actuadores (motores) y de todas las etapas que lo conforman en el apéndice B.

4.1. Introducción

El helicóptero miniatura desarrollado como parte fundamental de este trabajo en comparación con otros vehículos aéreos tiene la habilidad de trabajar sobre los 6 grados de libertad; tres de orientación (ϕ , θ , ψ) y tres de posición (x , y , z) a través de los cuales se puede desplazar sobre los tres ejes del plano cartesiano. Ahora bien, la razón principal por la cual se opta en utilizar un helicóptero miniatura de cuatro hélices, se debe a que su configuración y tipo de modelo elimina la compleja mecánica que se requiere en su construcción e implementación como suele suceder con los helicópteros convencionales. Generalmente, en los helicópteros convencionales; la elevación y el resto de movimientos posibles no dependen sólo de la velocidad de giro del rotor, sino también del ángulo de ataque de las palas y de su inclinación producida por el plato cíclico.

En un helicóptero de cuatro hélices como el que se desarrolla en este trabajo, todos los movimientos y desplazamientos posibles se controlan únicamente con las velocidades de giro de cada rotor, concretamente con las combinaciones de las velocidades de giro de los cuatro rotores. De esta manera se simplifica mucho los problemas mecánicos que se pueden encontrar en la construcción y acoplamiento de la estructura sobre los dispositivos que conforman al vehículo. Asimismo, este helicóptero miniatura resulta ser una maqueta didáctica muy práctica en el campo de la investigación de los robots aéreos miniatura en el área de la ingeniería del control automático.

Comenzaremos por describir la implementación de los componentes y módulos que constituyen al vehículo. Y como parte final del presente capítulo, nos avocaremos en la descripción del sistema de la retroalimentación de velocidad en cada uno de los motores BLDC del Quadrirotor.

4.2. Implementación y especificaciones del vehículo

En esta sección se presentan los módulos que constituyen al Quadrirotor así como los componentes necesarios para realizar la instrumentación correspondiente. Las figuras 4.1 y 4.2 muestran el esquema general de los módulos que integran el sistema de control embebido y el vehículo aéreo desarrollado, respectivamente. Básicamente, el vehículo consiste de cuatro rotores acoplados en una estructura de fibra de carbono en forma de “X”, un módulo de medición (*Sensores*), un módulo de adquisición de datos y control (*Sistema embebido: DSP y/o Rabbit RCM4300*), un módulo de Tx/Rx (*Radio-Control*) y un módulo de potencia (*Baterías de polímero de litio - Li-Po*).

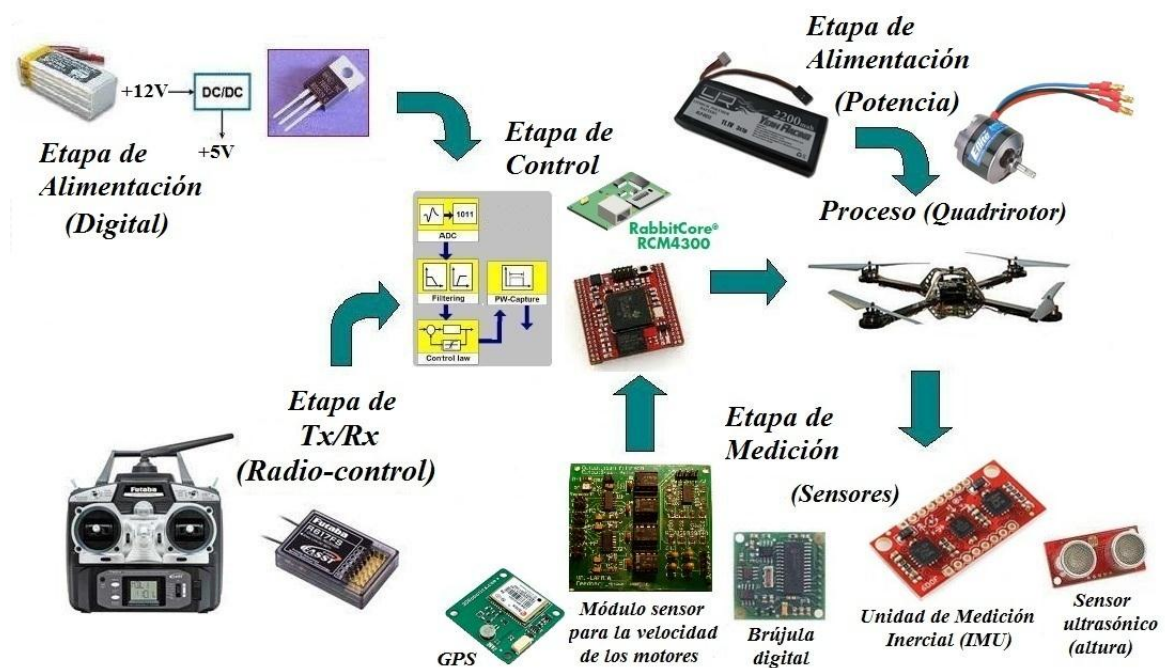


Figura 4.1: Esquema general de las etapas que conforman el funcionamiento del Quadrirotor.

Ahora bien, los componentes que conforman los módulos de nuestro helicóptero miniatura antes descrito son:

- Cuatro rotores (rotor = motor y hélice).
- Estructura de fibra de carbono en forma de cruz.
- Sensor ultrasónico.
- Sensor de presión.
- Brújula digital (medición de la orientación con respecto al campo magnético de la Tierra).
- Central Inercial (medición de la orientación).
- Dispositivo GPS (medición de la posición).
- Microcontrolador Rabbit RCM4300 o DSP (sistema embebido de control).
- Transmisor y Receptor RC-Futaba (PPM - Modulación por Posición de Pulso).
- Modem XBee 2.4 GHz para transmisión y recepción de datos de los sensores, antes mencionados.



Figura 4.2: Fotografía del helicóptero miniatura.

4.3. Retroalimentación de velocidad en los motores

El sistema de hardware desarrollado para realizar la retroalimentación de velocidad en cada uno de los motores consiste de un sensor REFLEX (CNY70), un convertidor de frecuencia a voltaje (FVC), un convertidor analógico a digital (ADC) y un controlador PD que proporcionará las señales de control hacia los motores BLDC. Cabe mencionar, que este esquema de retro de velocidad utiliza el protocolo I^2C debido a que se puede incrementar la frecuencia de envío de datos en el bus y por consiguiente se consigue mejorar la comunicación entre el sistema de control y los actuadores (motores).

Lazo interno de control

Como se mencionó en el apartado de control se ha implementado un lazo interno de control al esquema general de la orientación, con el fin de regular la velocidad angular de los motores y así conseguir un mejor desempeño en la estabilización del Quadrirotor con respecto a las coordenadas angulares. Por lo que, el control de velocidad en lazo cerrado empieza midiendo el valor actual de la velocidad angular en cada uno de los motores a través del sensor CNY70, el cual entrega un tren de pulsos en su salida a una frecuencia que es proporcional a la velocidad de giro del eje de los motores, después el FVC toma la señal de salida (tren de pulsos) del CNY70 y convierte esta señal en un valor equivalente de voltaje con respecto a la frecuencia de entrada registrada por el sensor reflex. Posteriormente, interviene el controlador PD amplificando y evaluando el error de la velocidad para calcular la señal de control adecuada y compensar las posibles desviaciones producidas en la velocidad de giro de cada uno de los motores. Para finalizar, las señales de ajuste generadas por el controlador PD son enviadas a través del bus de comunicaciones I^2C al controlador de velocidad electrónico (ESC). El esquema completo del *lazo interno de control* implementado para la regulación de la velocidad angular de los motores se muestra en la figura 4.3.

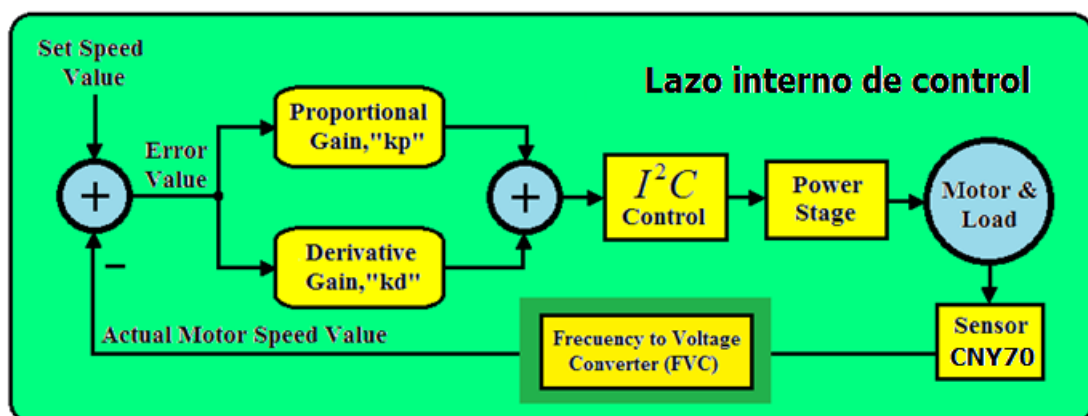


Figura 4.3: Esquema del lazo interno para controlar la velocidad de los motores.

Si existe un error con respecto a la consigna de velocidad deseada, el controlador genera una señal de corrección, si es necesario,

$$e(k) = r(k) - v(k) \quad (4.1)$$

donde $e(k)$ es el *error* en la velocidad, $r(k)$ es la consigna (set-point) de velocidad, la cual está dada por los ángulos de orientación generados por la central inercial y $v(k)$ es la *velocidad actual* en el motor. Dependiendo del error de velocidad, el algoritmo de control programado en el sistema embebido RCM4300 calcula la acción de corrección de acuerdo con la dirección de la deriva inducida en los ángulos. Así, la rutina del controlador proporcional-derivativo (PD) produce la siguiente señal de control en base al error de velocidad calculado,

$$u(k) = k_p e(k) + \left(\frac{k_d [e(k) - e(k-1)]}{T_s} \right) \quad (4.2)$$

donde $u(k)$ es la señal de control hacia los motores y T_s es el tiempo de muestreo del microcontrolador. Las ganancias de k_p y k_d se eligen para proporcionar una respuesta rápida sin sobrepasos u oscilaciones en el control del vehículo. Cabe resaltar, que la inercia, la carga acoplada a los motores y su respectivo par son factores importantes en determinar los valores de las constantes de ganancia del control PD.

Finalmente, la figura 4.4 muestra la tarjeta del circuito impreso (PCB) dedicada al sensado de la velocidad de los motores.

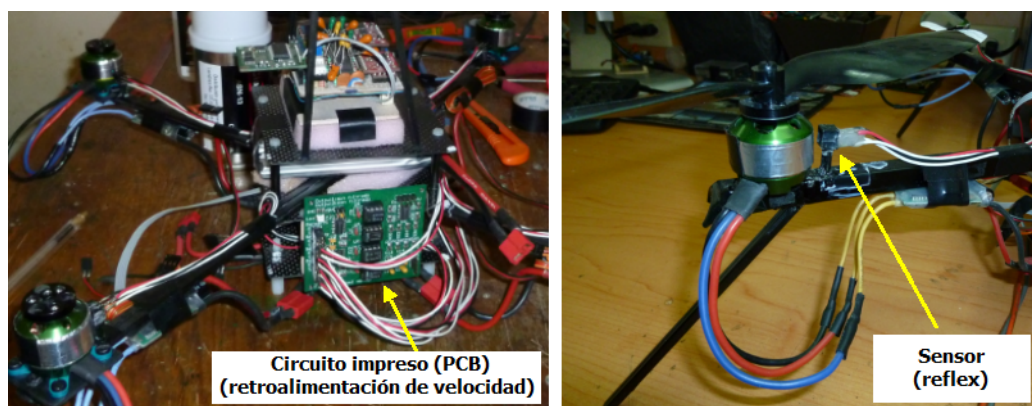


Figura 4.4: Circuito impreso (PCB) basado un sensor reflectivo para medir la velocidad actual de los motores BLDC.

4.4. Resultados Experimentales

Con el fin de validar las técnicas de control propuestas en el capítulo anterior, se presentan algunos resultados experimentales del control de orientación, de altura y de posición (6 DOF) utilizando el helicóptero miniatura de cuatro rotores antes descrito.

4.4.1. Control de orientación

Las figuras 4.5 a 4.7 muestran el comportamiento del controlador PD-saturado en tiempo real sobre los ángulos de roll, pitch y yaw *sin retroalimentación de velocidad* en presencia de perturbaciones externas.

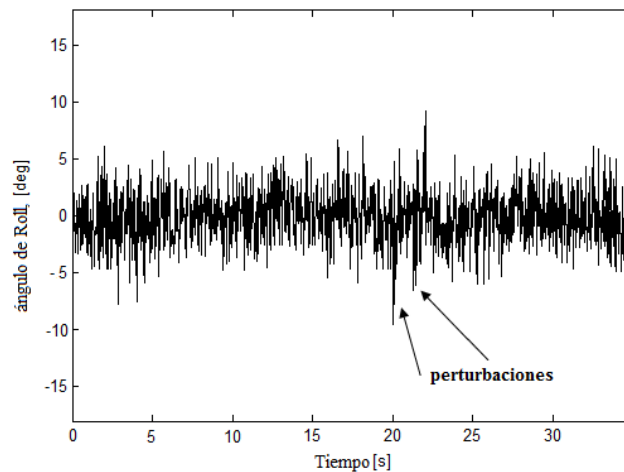


Figura 4.5: Comportamiento del *ángulo de Roll* sin retroalimentación de velocidad en vuelo estacionario (*hover*) con perturbaciones externas agregadas.

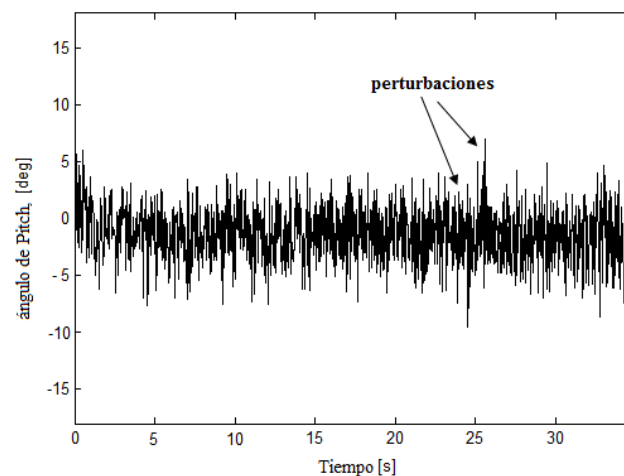


Figura 4.6: Comportamiento del *ángulo de Pitch* sin retroalimentación de velocidad en vuelo estacionario (*hover*) con perturbaciones externas agregadas.

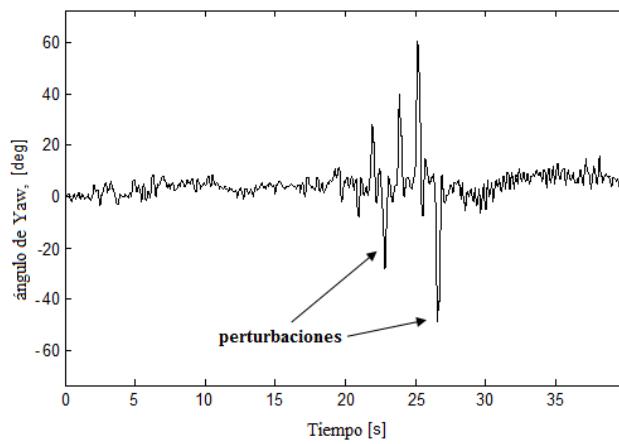


Figura 4.7: Comportamiento del *ángulo de Yaw* sin retroalimentación de velocidad en vuelo estacionario (*hover*) con perturbaciones externas agregadas.

Se puede notar, que la estrategia de control propuesta utilizando el controlador PD-saturado en el sistema de rotación (η) presenta un desempeño considerable apesar de las oscilaciones existentes alrededor de la referencia deseada.

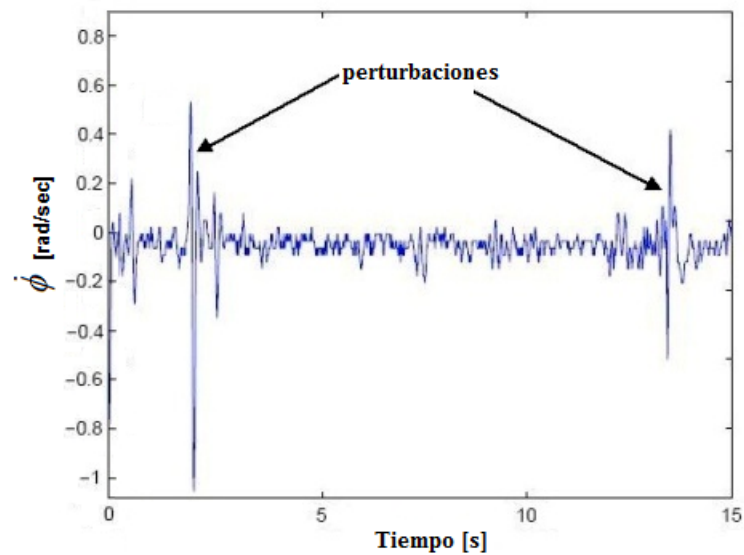


Figura 4.8: Respuesta de la *velocidad angular en roll* del vehículo en modo estacionario con perturbaciones externas adicionadas.

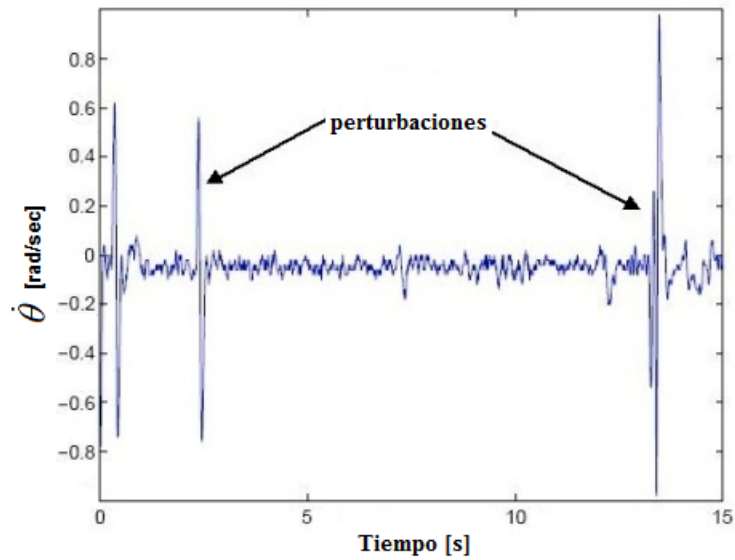


Figura 4.9: Respuesta de la *velocidad angular en pitch* del vehículo en modo estacionario con perturbaciones externas adicionadas.

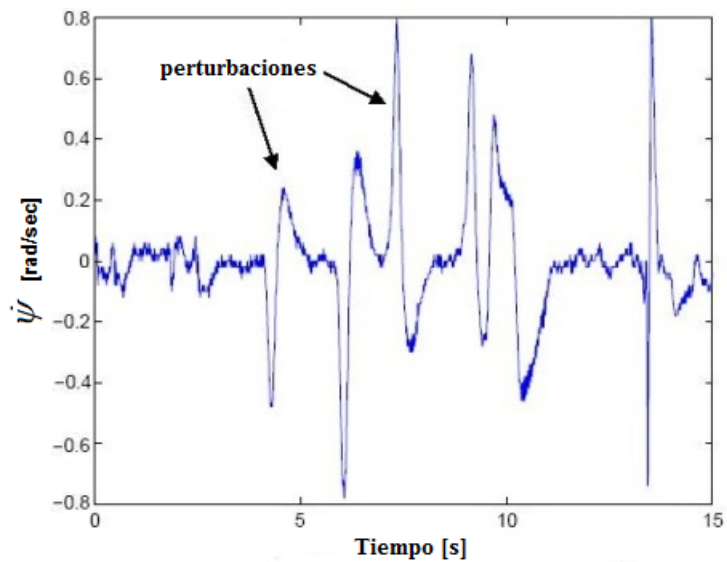


Figura 4.10: Respuesta de la *velocidad angular en yaw* del vehículo en modo estacionario con perturbaciones externas adicionadas.

Asimismo, en complemento a los resultados anteriores, las figuras 4.8 a 4.10 reportan la velocidad angular del vehículo en cada uno de los eje de rotación (p , q y r). Posteriormente, las figuras 4.11 a 4.13 muestran el comportamiento de la posición angular (ϕ , θ y ψ) del Quadrirotor incluyendo el lazo cerrado de control *con retroalimentación de velocidad* en cada uno de los motores. Hay que hacer notar, que la estabilización de la orientación con está técnica es más rápida.

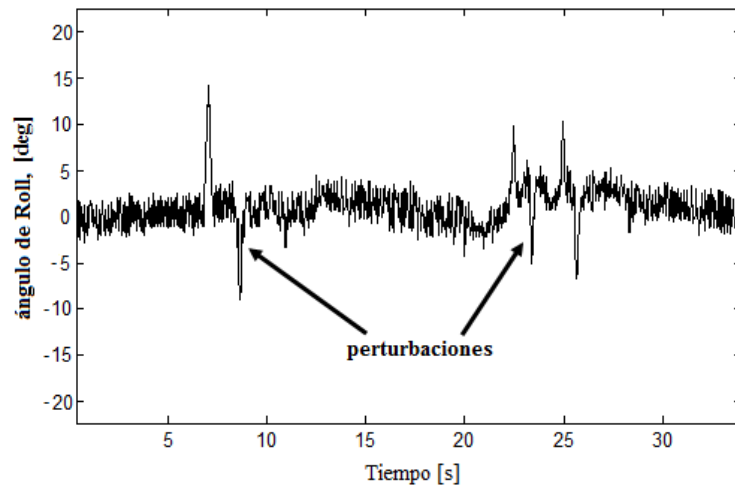


Figura 4.11: Comportamiento del *ángulo de Roll* utilizando el controlador PD-saturado propuesto y la retroalimentación de velocidad en un vuelo estacionario (*hover*) ante perturbaciones externas agregadas.

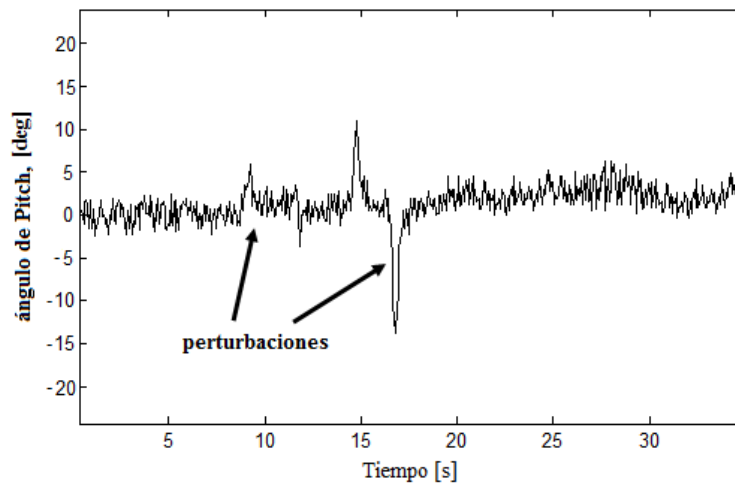


Figura 4.12: Comportamiento del *ángulo de Pitch* utilizando el controlador PD-saturado propuesto y la retroalimentación de velocidad en un vuelo estacionario (*hover*) ante perturbaciones externas agregadas.

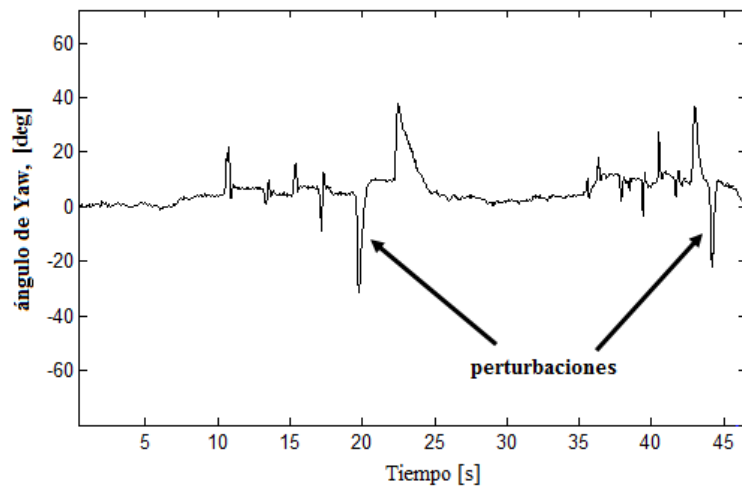


Figura 4.13: Comportamiento del *ángulo de Yaw* utilizando el controlador PD-saturado propuesto y la retroalimentación de velocidad en un vuelo estacionario (*hover*) ante perturbaciones externas agregadas.

En ambos casos, se puede apreciar que las perturbaciones externas aparecen en cualquier momento y dirección. En particular, observamos que los ángulos de roll y pitch muestran un buen comportamiento permaneciendo estabilizados adecuadamente cerca del estado de equilibrio. No obstante, las perturbaciones sobre el ángulo de Yaw fueron más importantes en amplitud así como en el tiempo de recuperación, esta situación se debe al hecho de que la respuesta del control demanda un par de reacción coordinada que implica la intervención de los cuatro rotores debido a la geometría del Quadrirotor.

4.4.2. Control de altura

Las figuras (4.14) y (4.15) muestran la respuesta del controlador PD para alcanzar una referencia de 2.5 metros de altura ante perturbaciones externas.

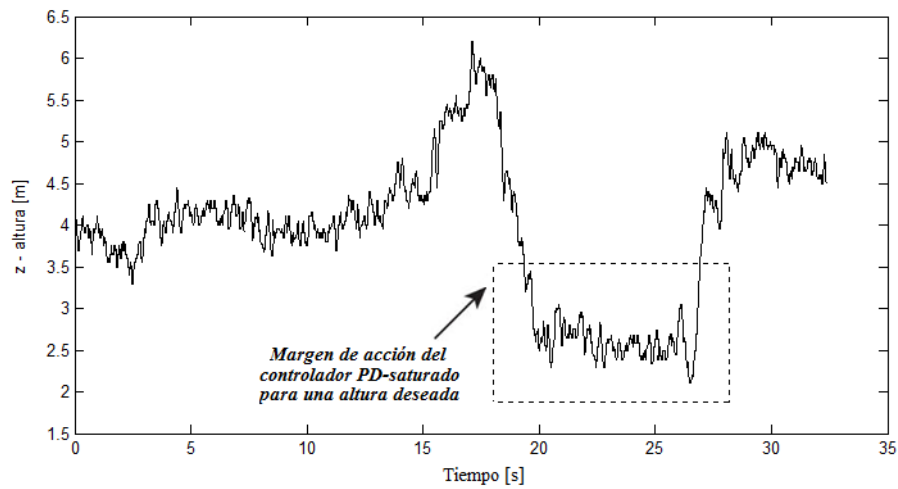


Figura 4.14: Respuesta del control de altura (*dinámica en z*) utilizando el controlador PD para alcanzar una referencia de 2.5 metros al exterior.

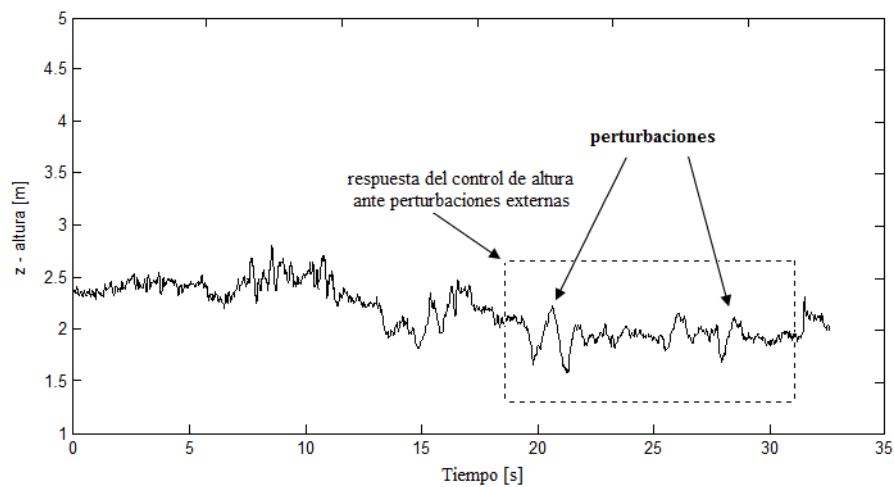


Figura 4.15: Respuesta del control de altura (*dinámica en z*) utilizando el controlador PD en una referencia de altitud dada al exterior ante perturbaciones externas agregadas.

A continuación, las figuras 4.16 y 4.17 presentan los resultados experimentales obtenidos del control de altura utilizando la técnica por modos deslizantes (*Sliding Mode*) durante un vuelo en modo estacionario.

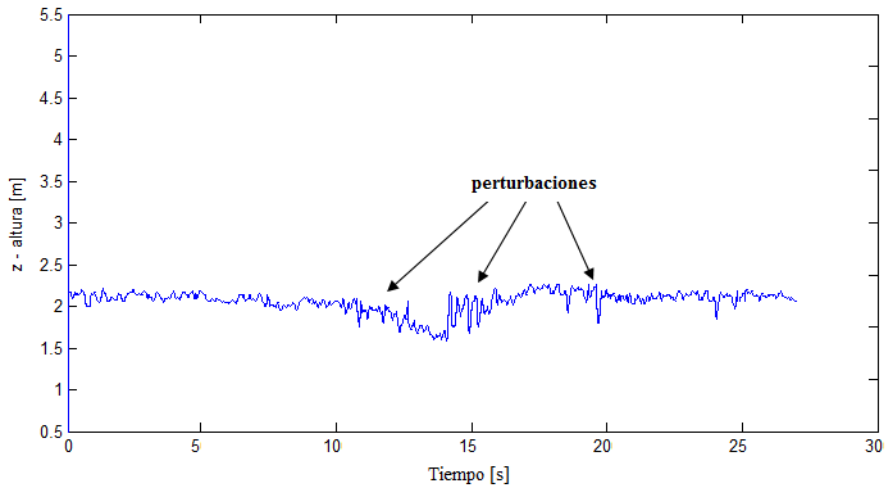


Figura 4.16: Comportamiento del *control de altura* usando la técnica por modos deslizantes (Sliding Mode) ante perturbaciones externas inducidas durante el vuelo. La posición sobre el eje-z del Quadrirotor se mantiene sobre la altitud deseada pero con pequeñas oscilaciones abruptas en el trayecto del vuelo.

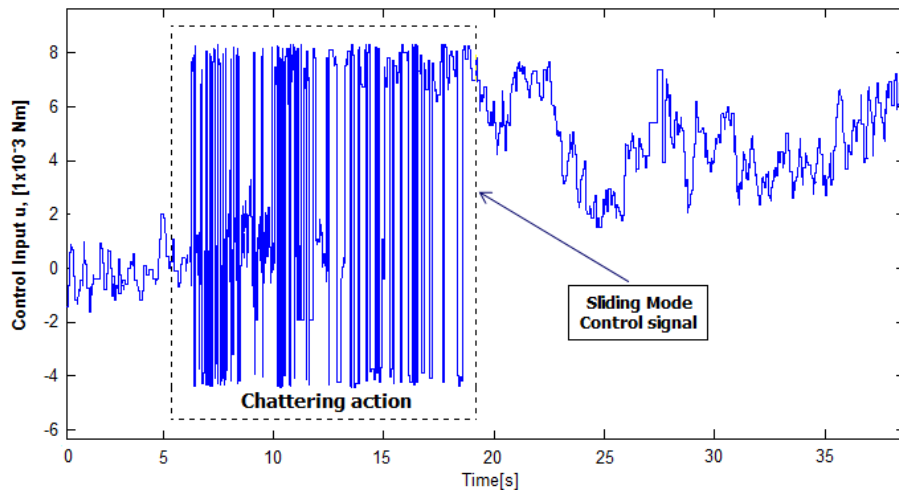


Figura 4.17: Comportamiento de la *señal de control* aplicada al sistema del Quadrirotor vía la técnica por modos deslizantes (Sliding Mode). Observe el fenómeno del *castaño* característico de este tipo de control.

Se pueden observar, ciertas oscilaciones que se presentan alrededor del punto de referencia de la altura deseada (aproximadamente 2 metros). Como se ha mencionado, este comportamiento de “*castaño*” que experimenta el control de altura es un fenómeno normal que caracteriza a esta estrategia de control. No obstante, se demuestra con las gráficas obtenidas de los vuelos realizados al exterior, que la respuesta que experimenta el vehículo al utilizar este controlador es muy abrupta ante determinadas perturbaciones debido a la alta frecuencia de conmutación en la señal de control lo cual implica un desgaste relativamente rápido de las partes mecánicas de los actuadores.

4.4.3. Control de posición

Las figuras 4.18 y 4.19 muestran los resultados experimentales obtenidos del control de posición x y y respectivamente, utilizando el controlador robusto por saturaciones anidadas durante un vuelo en modo estacionario en presencia de perturbaciones externas.

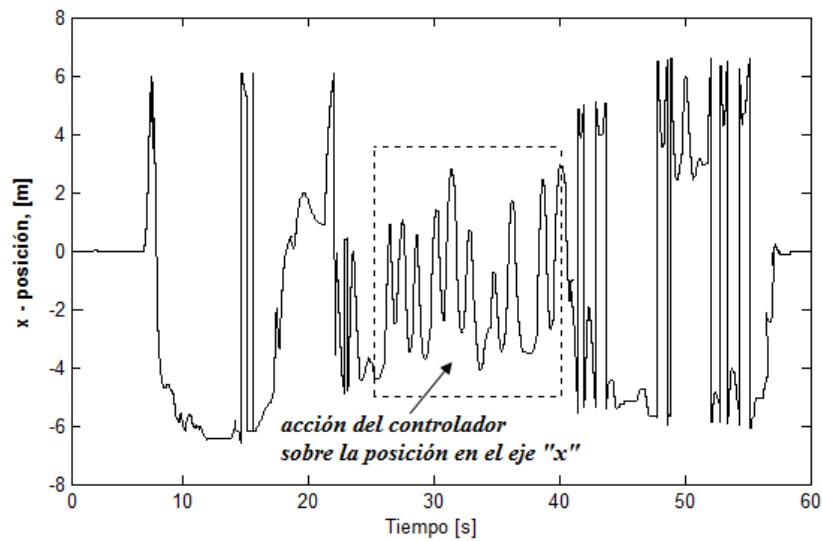


Figura 4.18: Respuesta del control robusto de posición sobre el (*eje-X*) basado en las mediciones de posición y velocidad provenientes del GPS, en presencia de pequeñas ráfagas de viento.

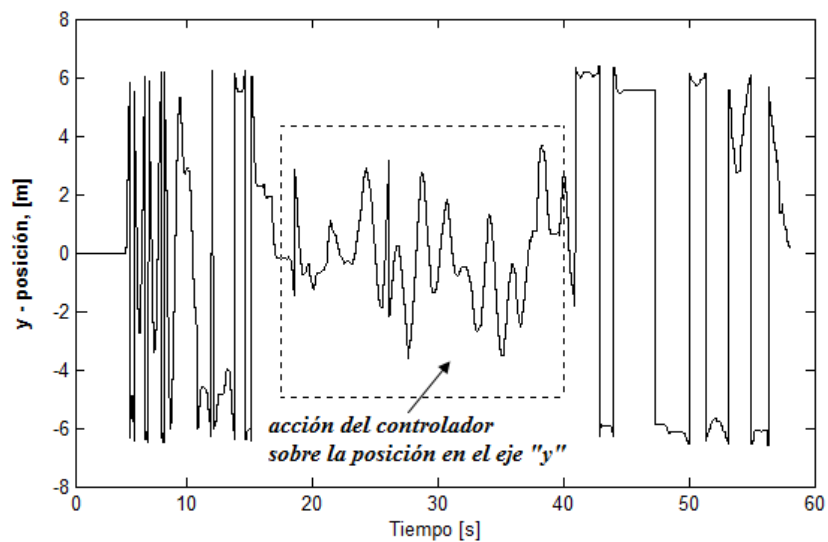


Figura 4.19: Respuesta del control robusto de posición sobre el (*eje-Y*) basado en las mediciones de posición y velocidad provenientes del GPS, en presencia de pequeñas ráfagas de viento.

Podemos observar un resultado satisfactorio en el desempeño de la ley de control robusta para posicionar el vehículo en un punto local sobre el plano xy . Adicionalmente, de las gráficas anteriores se observa que existe un error de entre 2 y 3 metros aproximadamente sobre la referencia deseada de posición sobre cada eje del plano, esto se debe a las características y especificaciones en el rango de error ($\pm 3\text{m}$) que presenta la versión del GPS que utilizamos para el control de posición de nuestro vehículo.

Capítulo 5

Conclusiones

5.1. Conclusiones

El vehículo (*Quadrirotor*) desarrollado como producto de esta investigación constituye una opción de bajo costo que en primera instancia pretende reducir la dependencia tecnológica en cuanto a este nuevo rubro en el área de vehículos aéreos autónomos y así fomentar el aprendizaje de la arquitectura, funcionamiento, programación y aplicación de los UAV como sistemas o plataformas abiertas que en su momento constituyen una opción de apoyo didáctico en Institutos Tecnológicos y Universidades orientados a la enseñanza e investigación en el área de control automático.

Por otra parte, se consiguió diseñar y elaborar una central inercial de bajo costo basada en una tarjeta con tecnología de montaje superficial (SMD) en donde se incluyen 3 acelerómetros y 3 giróscopos que se necesitan para controlar la orientación del vehículo, así como un módulo con componentes electrónicos básicos (tacómetro) capaz de sensar la velocidad de giro de cada uno de los motores que constituyen a nuestro Quadrirotor, con el fin, de mejorar la estabilidad en orientación implementando una retroalimentación de velocidad en el lazo de control a través de esta medición.

A través de simulaciones, pruebas y resultados experimentales de vuelos en modo estacionario realizados con el vehículo en el exterior, se pudo corroborar el buen desempeño del control por modos deslizantes en tiempo real, considerando incertidumbres en los parámetros de masa e inercia y en presencia de perturbaciones externas agregadas, donde nuestro helicóptero miniatura logró conseguir la estabilización y el control en los seis grados de libertad para cualquier referencia dada por el operador y/o piloto. La ventaja principal que se tiene con este vehículo a comparación de otras plataformas multi-rotor es que brinda la posibilidad de realizar cualquier tipo de prueba sobre leyes de control lineal y no-lineal así como también, el poder desarrollar y efectuar seguimientos de trayectorias entre muchas otras aplicaciones.

Adicionalmente, el vehículo se utiliza actualmente en pruebas para observar el desempeño y comportamiento de las diferentes estrategias de control en tiempo real para vuelos en modo estacionario dentro del laboratorio perteneciente a las instalaciones de la Unidad Mixta Internacional (*UMI-LAFMIA*) ubicadas en el Cinvestav del Instituto Politécnico Nacional.

Además de fungir como material académico para la enseñanza e investigación de técnicas de control, este proyecto pretende ser un producto que genere utilidades y beneficios a largo plazo para la sociedad. Por ello se someterá en las próximas fechas a un estudio de mercado y de factibilidad económica. Las características principales del mini-helicóptero son: usa componentes y dispositivos baratos que lo hacen accesible y fácil de reparar, con el objetivo de abatir costos. La estructura fue construida con elementos comerciales, sin embargo, un hecho a destacar es que las estructuras, tarjetas de control y desarrollo de algoritmos fueron diseñados con el apoyo y trabajo de los Doctores Sergio Salazar y Jorge Torres de la unidad mixta internacional (*UMI-LAFMIA*) y del departamento de control automático (*DCA*) respectivamente, que fungen como asesores directos de esta tesis.

En general, podemos concluir que:

Gracias al apoyo de académicos del área de instrumentación y control automático, en colaboración con estudiantes del laboratorio de la *UMI-LAFMIA* involucrados en este proyecto, se consiguió demostrar experimentalmente las técnicas de control no-lineal propuestas mediante un sistema de control embebido basado en un microcontrolador Rabbit *RCM4300* de la serie 4000 montado sobre la construcción del vehículo aéreo.

Se presentó la descripción del vehículo en conjunto con los módulos o etapas que lo conforman para su funcionamiento. Tanto la instrumentación como el control de orientación y altura se encuentran embarcados sobre el vehículo, lo cual es una gran ventaja porque permite observar el comportamiento de las leyes de control ante perturbaciones externas en un vuelo estacionario. Cabe resaltar, que este vehículo forma parte del trabajo de investigación realizado en la Unidad Mixta Internacional (*UMI*), integrada por el gobierno mexicano en coordinación con el gobierno francés.

El vehículo desarrollado logra elevarse a una altura de 100 metros y tiene la capacidad para volar cuando hay viento o lluvia. Está diseñado con material resistente pero ligero, por lo que tiene un costo mucho menor que productos similares importados, además de que cuenta con la ventaja de acoplarse a las necesidades de la industria nacional. De esta manera, se sustenta que es posible desarrollar soluciones tecnológicas de bajo costo y competitivas en México.

5.2. Trabajo a futuro

Como trabajo a futuro se contempla,

- Mejorar el sistema autónomo en energía y acción, para perfeccionar el mecanismo y lograr un mayor tiempo de vuelo y de recorrido.
- Diseñar el sistema de navegación inercial sobre una tarjeta principal, la cual englobe todos los módulos de expansión, retroalimentación de velocidad y de instrumentación para el sistema de control embebido (Rabbit RCM4300) en un solo circuito impreso (PCB), con el fin, de reducir el peso total y así conseguir un incremento en la carga útil que pueda transportar nuestro vehículo.
- Abordar el problema del despegue y aterrizaje autónomo del vehículo en exteriores y evaluar que algoritmos de control son pertinentes para resolver esta tarea.
- Realizar a través de pruebas de vuelo en tiempo real el despegue y aterrizaje autónomo del vehículo en exteriores aplicando los algoritmos de control antes propuestos.

Apéndice A

Descripción y conceptos generales para el modelado del vehículo aéreo

A.1. Conceptos generales

A.1.1. Modelos matemáticos

El modelado matemático de un sistema y/o proceso real (físicos, biológicos, económicos, químicos, etc.) se puede definir como el conjunto de ecuaciones diferenciales que denotan el comportamiento de la dinámica propia del sistema. Noté que, entre más precisa sea la descripción del sistema, más complejo será el modelo matemático. Un mismo sistema puede ser representado por diferentes modelos matemáticos que varían principalmente en su nivel de detalle comparado con el sistema real y de los fundamentos físicos empleados para su obtención. En la elaboración de un modelo se hacen algunos supuestos y se consideran algunas simplificaciones de la realidad.

Las ecuaciones de movimiento que describen el comportamiento del Quad-rotor son básicamente aquellas que se utilizan para definir su evolución temporal en el espacio y pueden obtenerse de diversas maneras pero en base a los textos científicos publicados existen dos métodos que son los más utilizados para elaborar el modelo matemático de un sistema, el primero nace a partir de las ecuaciones de movimiento de Newton, o bien, a través de las ecuaciones de Euler-Lagrange.

A.1.2. Cinemática

La cinemática es la descripción general del movimiento (posición, velocidad y aceleración) de un objeto sin considerar las fuerzas y pares que en él intervienen. En la cinemática se utiliza un sistema de coordenadas para describir las trayectorias al cual se le denomina sistema de referencia inercial o fijo [8]. A través de los conceptos de posición, velocidad y aceleración es posible describir los movimientos de un cuerpo sin considerar cómo han sido producidos. La velocidad y la aceleración son las dos principales cantidades que describen como cambia la posición en función del tiempo.

A.1.3. Dinámica

La dinámica es la parte de la física que describe la evolución en el tiempo de un sistema físico en relación a las causas que provocan los cambios de estado físico y/o de movimiento. El objetivo de la dinámica es describir los factores capaces de producir las alteraciones en un sistema físico, cuantificarlos y plantear ecuaciones de movimiento o ecuaciones de evolución para dicho sistema en operación. El cálculo dinámico se basa en el planteamiento de ecuaciones de movimiento y su integración. Para el análisis de la dinámica de un sistema sencillo (si el sistema es muy complejo, se trata de simplificar, realizando ciertas suposiciones) se pueden utilizar las ecuaciones de la mecánica newtoniana directamente auxiliadas de las leyes de conservación. La ecuación esencial de la dinámica es la segunda ley de Newton (o ley de Newton-Euler) $F = ma$ donde F es la resultante de las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo, m es la masa del cuerpo y a es la aceleración del mismo.

A.2. Generalidades y funcionamiento de un Quadrirotor

A.2.1. Operación de un Quadrirotor

Nuestro helicóptero miniatura (*Quadrirotor*) es impulsado por cuatro motores (M_i para $i=1,2,3,4$) que están acoplados a una estructura rígida en forma de “**X**” y al variar la velocidad angular de estos motores se consiguen los *momentos* (pares): roll, pitch y yaw (ϕ, θ, ψ) respectivamente, lo cual le permite al helicóptero realizar movimientos de orientación y posición en el espacio 3D tal y como se ilustra en la figura A.1. Posteriormente, para lograr que el Quad-rotor realice un avance, se debe incrementar la velocidad del motor trasero M_2 y simultáneamente reducir la velocidad del motor delantero M_1 y para retroceder se ejecuta la operación anterior pero de forma inversa. De manera similar, el movimiento lateral del vehículo se ejecuta con el mismo procedimiento, pero usando los motores de la derecha e izquierda M_3 y M_4 , respectivamente. El desplazamiento sobre su eje vertical, o movimiento de *yaw*, se obtiene incrementando el par en el motor delantero y trasero (M_1, M_2) y reduciendo al mismo tiempo el par en los motores laterales (M_3, M_4) y viceversa.

A.2.2. Características de un Quad-rotor

Existen varias ventajas de un helicóptero Quad-rotor en comparación con los helicópteros coaxiales o de rotor de cola, una de ellas es que, a diferencia de un helicóptero clásico, éste no posee un plato cíclico (ver fig. A.2), lo cual implica que no requiere de transmisiones y elementos mecánicos de precisión para variar el ángulo de las hélices del rotor que proporcionan el control de movimiento. Como se mencionó anteriormente, el Quad-rotor se controla variando la velocidad angular de cada uno de los rotores. Cada rotor produce un empuje (fuerzas f_1, f_2, f_3, f_4) que es proporcional al cuadrado de la velocidad angular (ver fig. A.3), es decir,

$$f_i = k\omega_i^2; \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

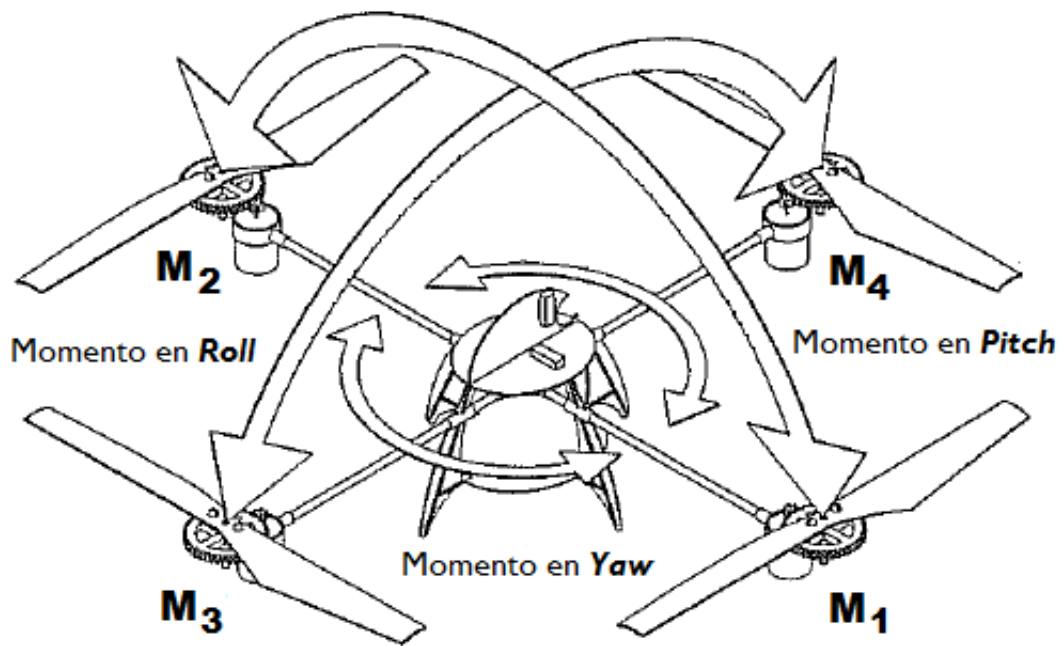


Figura A.1: Momentos de *roll*, *pitch* y *yaw* en el Quad-rotor.

Algunas de las principales características del funcionamiento de un Quad-rotor son que el motor delantero y el motor trasero del vehículo rotan en el sentido de las manecillas del reloj, mientras que los otros dos motores laterales (izquierdo y derecho) rotan en sentido anti-horario. Con ello, los efectos giroscópicos y los momentos aerodinámicos tienden a cancelarse en vuelo estacionario. El par generado para realizar un movimiento de balanceo o de *roll*¹ (ángulo ϕ) es producido por la diferencia entre las fuerzas $f_3 - f_4$ (ver fig. A.3). Después, para el movimiento de cabeceo o de *pitch*² (ángulo θ), la diferencia se realizará entre las fuerzas $f_1 - f_2$. Posteriormente, el movimiento de guiñada o de *yaw*³ (ángulo ψ) se realizará por el aumento y disminución entre el conjuntos de fuerzas $(f_1 + f_2) - (f_3 + f_4)$ donde este movimiento será posible ya que los rotores 1 y 2 giran en sentido contrario a los rotores 3 y 4. Finalmente, la entrada de control principal o empuje total, que hará al Quad-rotor desplazarse perpendicularmente al plano de los rotores, se obtiene mediante la suma de las fuerzas producidas por cada uno de los rotores, tal y como se muestra en la figura A.3, donde:

$$u = \sum_{i=1}^4 f_i$$

Asimismo, este vehículo es un sistema mecánico subactuado porque posee 6 grados de libertad y solamente 4 entradas de control. Debido a las diversas complejidades presentadas, se realizaran algunas de las siguientes suposiciones para desarrollar el modelado:

¹Momento generado para obtener un giro sobre el eje X

²Momento generado para obtener un giro sobre el eje Y

³Momento generado para obtener un giro sobre el eje Z

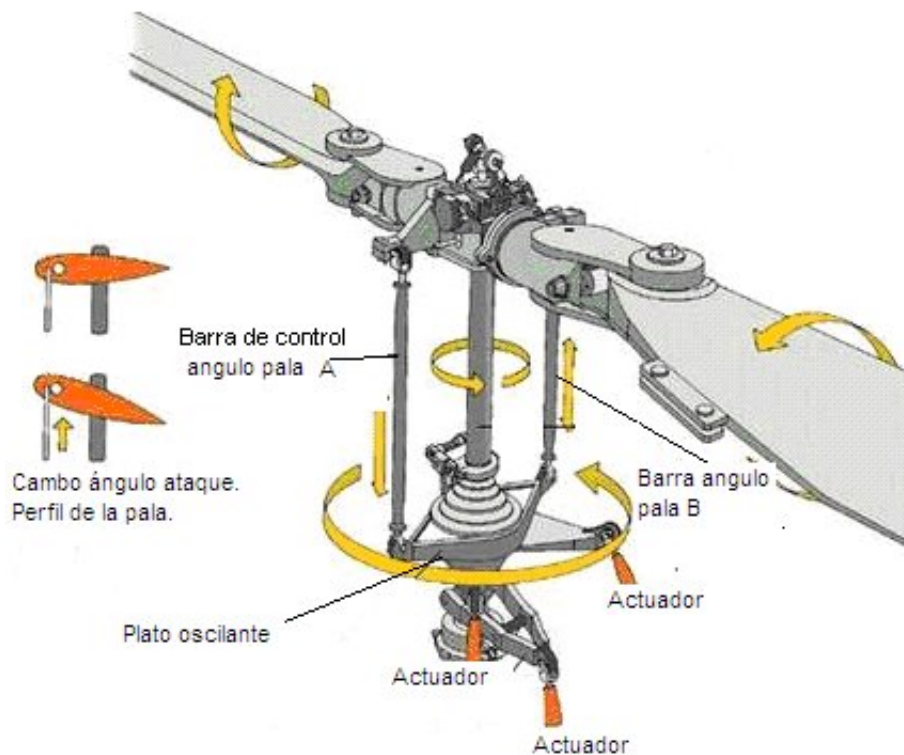


Figura A.2: Gráfico de un *Plato cíclico* de un helicóptero convencional.

- La estructura se supone rígida.
- La estructura se supone simétrica.
- El centro de gravedad se asume coincidente con el origen del sistema de coordenadas fijo al vehículo.
- La fuerzas producidas por los rotores f_1 a f_4 son aproximadamente proporcional al cuadrado de la velocidad angular.

A.3. Cinemática del Quad-rotor

A continuación, veremos los movimientos clásicos que se asocian a la cinemática de los vehículos aéreos descritos en [1]. En cinemática es de gran importancia definir un referencial, el cual es un marco de referencia, cuya característica principal es la de no estar acelerado. Cualquier marco de referencia que se mueve con velocidad constante respecto de un marco inercial es por sí mismo un marco inercial, dado lo anterior, se abordan los siguientes conceptos y definiciones.

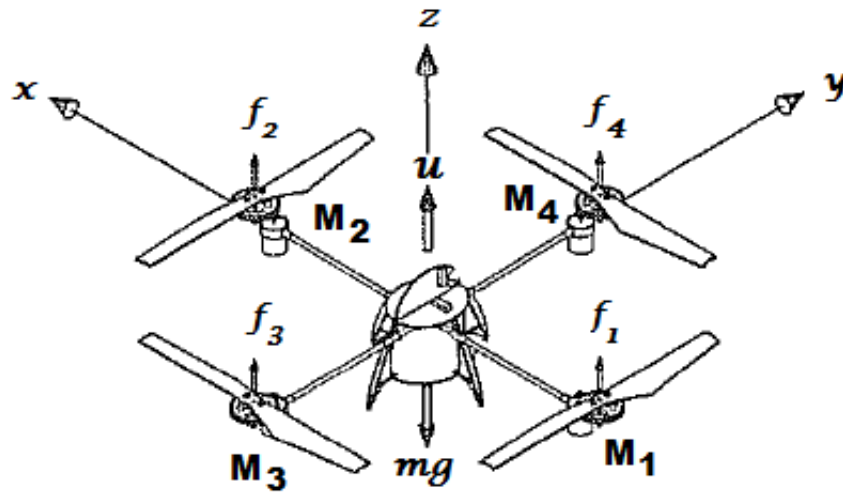


Figura A.3: Esquema de fuerzas y pares generados en el Quad-rotor.

A.3.1. Marcos de referencia

El sistema de referencia o marco de referencia es el conjunto de convenciones usadas por un *observador* para poder medir la posición y otras magnitudes físicas de un objeto o sistema físico en el tiempo y el espacio. En mecánica clásica frecuentemente se usa el término para referirse a un sistema de coordenadas ortogonales para el espacio euclideo (dados dos sistemas de coordenadas de ese tipo, existe un giro y una traslación que relacionan las medidas de esos dos sistemas de coordenadas). Surgiendo así, la siguiente terminología:

- **I** denota el sistema inercial en base a la regla de la mano derecha, para el cual su origen O se encuentra localizado en la superficie de la Tierra. Podemos asociar I al sistema de ejes coordenados $\{i_O^I, j_O^I, k_O^I\}$.
- **B** es el sistema de ejes coordenados acoplado al cuerpo (para este caso, el vehículo aéreo) y donde su origen se encuentra localizado en el centro de masa del propio cuerpo (C). Este marco está asociado al sistema de ejes $\{i_C^B, j_C^B, k_C^B\}$, donde i_C^B , es el eje de *roll*, el cual está orientado para generar un ángulo de balanceo del vehículo, j_C^B , es el eje de *pitch*, el cual está orientado para generar un ángulo de cabeceo del vehículo y k_C^B , es el eje de *yaw*, el cual está orientado para generar un ángulo de guiñada sobre el eje vertical del vehículo.

La figura A.4 muestra los marcos de referencia asociados al Quad-rotor, en donde se puede visualizar los ángulos de navegación: *roll*, *pitch* y *yaw* empleados para describir los movimientos angulares del vehículo.

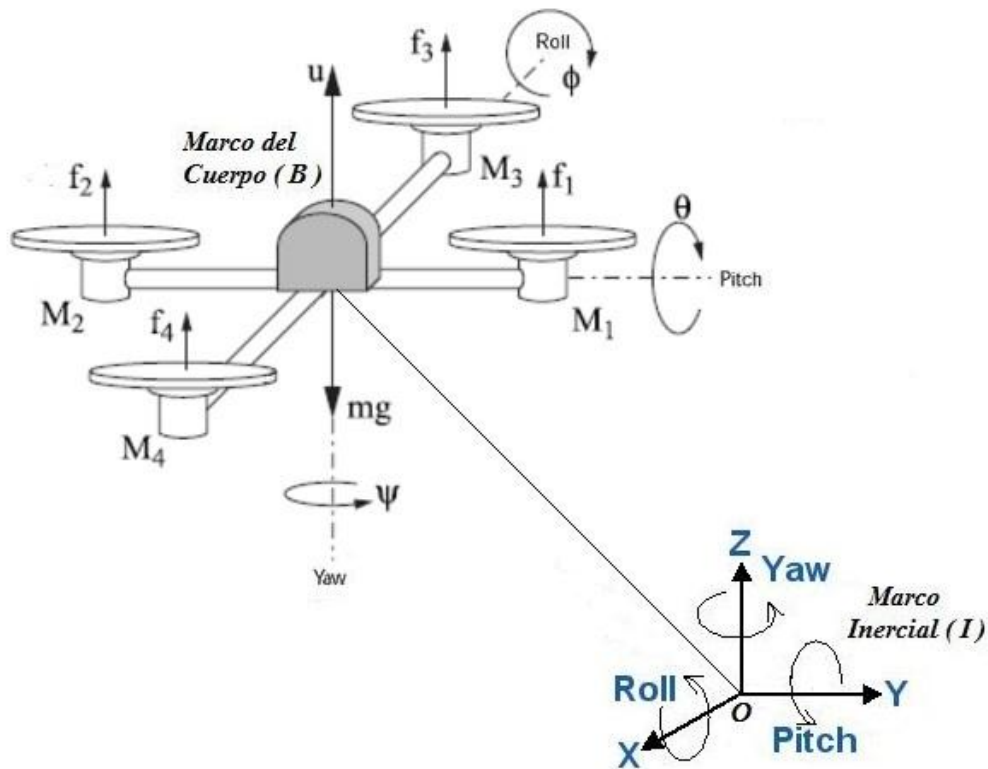


Figura A.4: Marcos de referencia inercial y móvil para un vehículo aéreo.

A.3.2. Rotaciones

La orientación del Quadrirotor o en términos más generales, la de un cuerpo rígido puede especificarse completamente considerando un sistema de coordenadas fijo a él. Pero, es necesario especificar la orientación entre un sistema de referencia de ejes ortogonales, normalmente móvil (cuerpo), respecto a otro sistema de referencia de ejes ortogonales, normalmente fijos (inercial). Para lo cual, podemos construir la transformación de la orientación relativa entre estos dos sistemas de coordenadas mediante tres rotaciones virtuales sucesivas del cuerpo rígido; de esta manera se introducen los **ángulos de Euler** los cuales nos permiten describir una rotación general en el espacio euclidiano tridimensional y por tanto actúan como tres coordenadas generalizadas. Existen muchas convenciones para elegir el orden de las rotaciones; sin embargo, para nuestro caso se usará la convención *xyz* la cual es muy utilizada en aplicaciones de ingeniería aeroespacial.

Así, la secuencia de rotaciones (convención) que nos permite llevar del marco fijo del cuerpo al marco inercial, está definida por:

$$roll(\phi) \rightarrow pitch(\theta) \rightarrow yaw(\psi)$$

donde las matrices de rotación que representan la orientación del *Quadrirotor* alrededor de cada uno de sus ejes son:

$$\bullet R(x, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\bullet R(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\bullet R(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Ahora, podemos definir la matriz de transformación (rotación) que nos permitirá conocer la orientación relativa del marco móvil (Quad-rotor) al marco fijo (inercial) a través de estas tres rotaciones sucesivas.

A.3.3. Matriz de transformación

A partir de las rotaciones presentadas anteriormente, se define la matriz de rotación tridimensional que representa la transformación del sistema de coordenadas fijo al cuerpo (**B**) con respecto al sistema de coordenadas inerciales (**I**) está dada por sus respectivos productos de matrices [10]:

$$R_I = R(x, \phi) \cdot R(y, \theta) \cdot R(z, \psi) \quad (\text{A.4})$$

El producto de estas tres rotaciones, da como resultado la matriz de rotación que permite llevar un vector del marco fijo del cuerpo al marco inercial: ($R^{B \rightarrow I}$), la cual está definida por

$$R^{B \rightarrow I} = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & s_\psi c_\theta & -s_\theta \\ c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & c_\theta s_\phi \\ c_\psi s_\theta s_\phi + s_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta s_\phi - c_\psi c_\phi & c_\theta c_\phi \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Asimismo, la velocidad angular $\omega = (p, q, r)^T$ en el marco fijo del cuerpo (**B**) se puede relacionar con las velocidades generalizadas $\dot{\eta} = (\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi})^T$ mediante la siguiente expresión:

$$\omega = R(x, \phi) \cdot R(y, \theta) \cdot \dot{\psi} + R(x, \phi) \cdot \dot{\theta} + \dot{\phi}$$

con

$$\dot{\psi} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}; \dot{\theta} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix}; \dot{\phi} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

para obtener

$$\omega = \begin{pmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \\ \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \end{pmatrix}$$

por lo que reordenando términos tenemos que

$$\omega = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \theta & 0 & 1 \\ \cos \theta \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ \cos \theta \cos \phi & -\sin \phi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = W_{\eta} \dot{\eta} \quad (\text{A.6})$$

donde:

$$W_{\eta} = \begin{pmatrix} -\sin \theta & 0 & 1 \\ \cos \theta \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ \cos \theta \cos \phi & -\sin \phi & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

por lo tanto,

$$\dot{\eta} = W_{\eta}^{-1} \omega \quad (\text{A.8})$$

Apéndice B

Detalles de la implementación del vehículo aéreo

B.1. Descripción del vehículo aéreo

B.1.1. Estructura

La estructura del Quadrirotor está construída sobre un marco principal (*cruceta*) de tubos de fibra de carbono que están conectados entre sí en el centro por una pieza cuadrada de plástico que acopla los tubos de fibra de carbono y en donde se monta toda la instrumentación y tarjetas electrónicas, como se muestra en la figura B.1.



Figura B.1: Quadrirotor elaborado sobre una estructura de fibra de carbono.

En primera instancia, se optó por utilizar una estructura elaborada en aluminio (ver figura B.2) debido al hecho de tener un marco más rígido ante posibles caídas que se pudieran presentar al pilotear el Quadrirotor. No obstante, lo anterior implica un incremento considerable en el peso total del vehículo y como sabemos, existe un fuerte compromiso entre el peso total del vehículo y el tiempo de vuelo útil, ya que si consideramos que a mayor peso del vehículo, mayor es la demanda de corriente por parte de los rotores y como consecuencia se reduce el tiempo efectivo de vuelo. Es por esto, que se inclino por

utilizar una estructura elaborada con fibra de carbono ya que proporciona muchas ventajas en cuanto a peso, versatilidad y rigidez, entre otras; para la elaboración de la estructura de nuestro Quadrirotor.

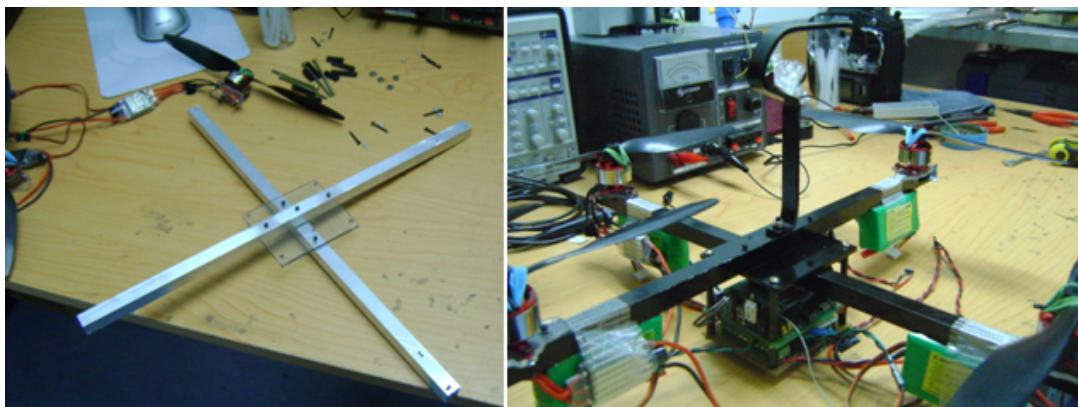


Figura B.2: Cruceta de aluminio para la elaboración de la estructura del Quadrirotor.

B.1.2. Motores y hélices

Los motores empleados en nuestro Quadrirotor son del tipo *Brushless DC*, es decir, motores de corriente continua sin escobillas, modelo Robbe Roxxy BL-Outrunner serie 2824-34 (ver figura B.3). Se considera utilizar este tipo de motores debido a que no generan chispas, presentan bajas vibraciones y ruido. Además, tienen una respuesta rápida y eficiente ante cambios abruptos de velocidad que se le puedan exigir. Posteriormente, las hélices que se utilizan en los motores del vehículo son las EPP1045, lo cual significa que poseen 10 pulgadas de longitud, un paso de 4.5 pulgadas por revolución y un empuje de 250 gramos.

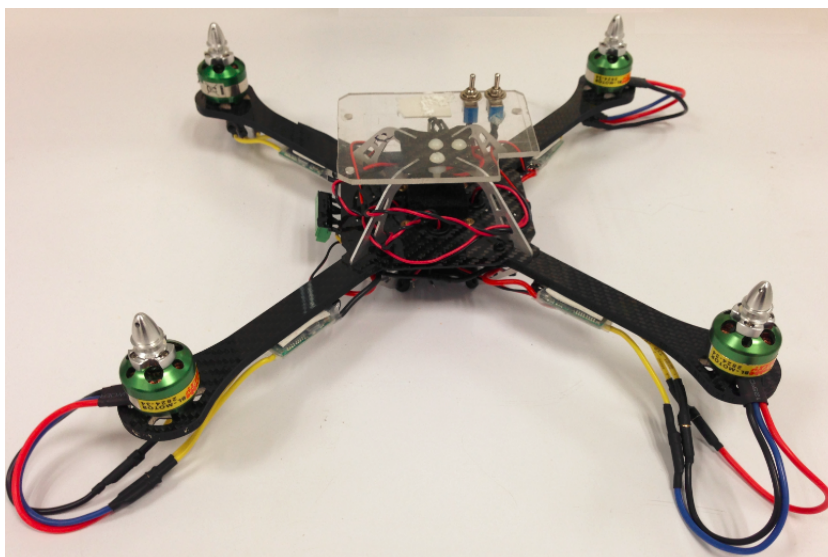


Figura B.3: Motores Brushless DC utilizados en la construcción del Quadrirotor.

B.2. Aviónica

B.2.1. Unidad de medición inercial

En el contexto de la adquisición de datos de la posición y velocidad angular del vehículo, se diseñó una central inercial (IMU-Inertial Measurement Unit) de bajo costo con base en una pequeña tarjeta analógica de medición inercial (*Board Razor-6DOF Ultra-Thin*) distribuida por la empresa de Sparkfun. Esta tarjeta consiste de tres dispositivos de montaje superficial,

- LPR530AL (giróscopo de 2-ejes, *pitch* y *roll*).
- LY530ALH (giróscopo de un solo eje, *yaw*).
- ADXL335 (acelerómetro de 3-ejes, *xyz*).

Este módulo contiene una etapa de acondicionamiento de señal para amplificación en conjunto con una serie de filtros pasa-bajas para reducir el ruido proveniente de la medición de orientación (3-acelerómetros y 3-giróscopos) que proporciona este sensor. La figura B.5 muestra la tarjeta de la central inercial elaborada. Las señales procedentes de la central inercial son muestreadas usando un convertidor ADC de 12 bits.

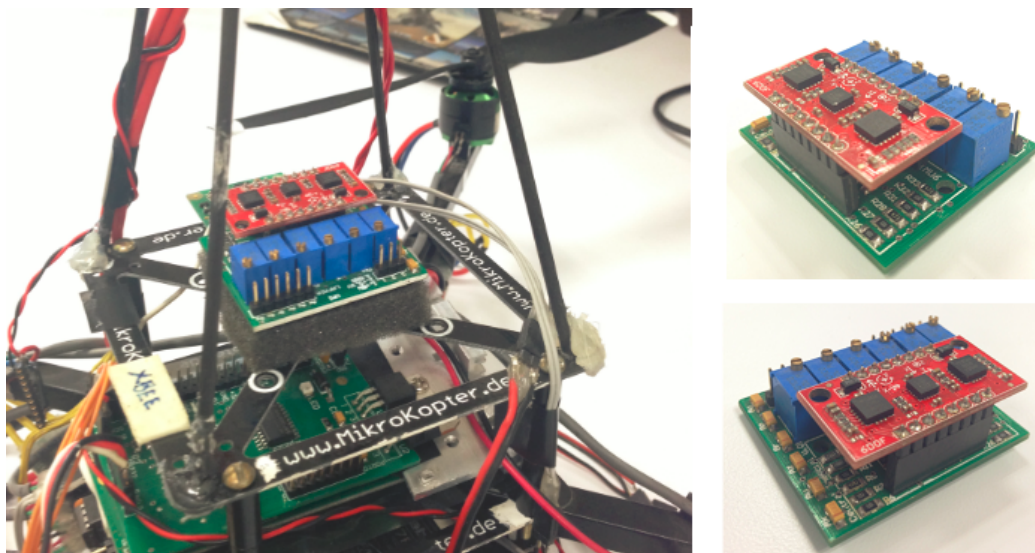


Figura B.4: Módulo de la central inercial (derecha) basada en el sensor *Razor-6DOF Ultra-Thin* de Sparkfun. Se observa el módulo montado sobre el vehículo (izquierda) para la medición de la orientación.

La central inercial es la responsable de proveer los ángulos de navegación que permiten orientar al vehículo en el espacio 3D mediante la medición de tres velocidades angulares ($\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$) y dos posiciones angulares (ϕ , θ) utilizando el acelerómetro sobre los ejes *xy*, en cuanto al ángulo de (ψ) se utiliza una brújula digital CMPS03, (ver figura B.5). Este sensor magnético está específicamente diseñado como sistema de navegación que determina la dirección del Quadrirotor. La brújula esta basada en los sensores KMZ51

de Philips que son lo suficientemente sensibles para captar el campo magnético de la Tierra. Por lo que, colocando dos de estos sensores en un ángulo de 90 grados, permite al microprocesador calcular la dirección de la componente horizontal del campo magnético natural.

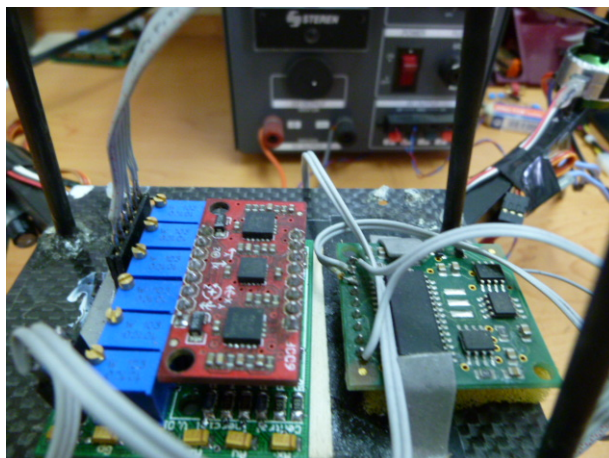


Figura B.5: Se observa a la derecha la brújula digital utilizada para obtener la dirección actual del vehículo.

Posteriormente, se emplea un sensor ultrasónico SRF08 para medir la distancia actual (altura) entre el vehículo y el suelo (ver figura B.6). Básicamente, la forma en que opera este sensor, es emitiendo un sonido y la distancia al objetivo se determina midiendo el tiempo que la señal (eco producido) tarda en regresar.

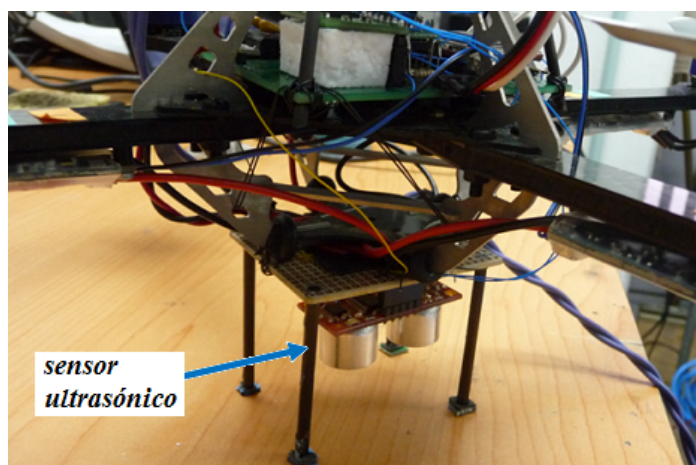


Figura B.6: Sensor ultrasónico usado para medir la altura actual de vuelo del vehículo.

También, se usa un sensor de presión MPX4115A como altímetro (ver figura B.7), para medir la altura que desarrolla nuestro vehículo en vuelos al exterior. Cabe resaltar, que este sensor posee un circuito que compensa el factor de la temperatura a medida que se adquiere mayor altitud, dando por resultado una mejor medición de la presión atmosférica absoluta para calcular la altura actual del vehículo.

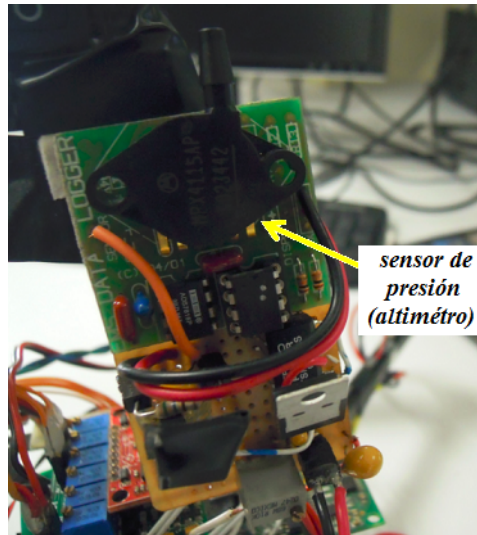


Figura B.7: Sensor de presión utilizado para medir la altura de vuelo del vehículo en exteriores.

Finalmente, se utiliza un sistema de posicionamiento global (GPS) para determinar la posición actual xyz de nuestro vehículo, con una precisión hasta de centímetros (si se utiliza GPS diferencial), aunque lo habitual son unos pocos metros de precisión.

Para poder usar este sistema de medida se necesita un elemento receptor (ver figura B.8). Realmente lo que se calcula es la posición de este receptor. El procedimiento es sencillo: el receptor mide el tiempo de las señales provenientes de los distintos satélites y por triangulación es capaz de calcular su posición exacta en términos de longitud, latitud y altitud.

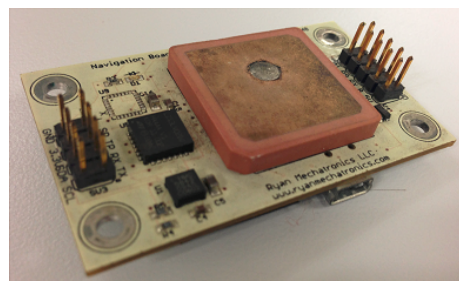


Figura B.8: Tarjeta de desarrollo con GPS empleada para obtener la posición xy del helicóptero miniatura en exteriores.

Como se mencionó, el tiempo de comunicación en un sistema GPS es fundamental, y para tener una idea de lo importante que es la velocidad de comunicación entre el receptor y los satélites, podemos decir que, la precisión en la determinación de las coordenadas terrestres, depende de varios factores, pero un factor clave es la fiabilidad del reloj del receptor: un error de un nanosegundo puede provocar un error de 30 m en el cálculo de la posición.

B.2.2. Sistema de control embebido

En esta etapa se aborda el problema del control del Quad-rotor en tiempo real mediante un microcontrolador RabbitCore RCM4300 con una memoria flash de programación de 8 bits (sistema embebido), el cual tendrá la tarea principal de controlar la orientación y la altura de nuestro helicóptero miniatura.

El microcontrolador RCM4300 se encarga de ejecutar el algoritmo de control en tiempo real para estabilizar el vehículo gestionando la información proveniente de la central inercial y enviando las señales de control correspondientes a los cuatro rotores. La figura B.9 muestra el diagrama a bloques de la arquitectura del microcontrolador RCM4300 utilizado para el control de la orientación y de la altura, así como el flujo de información (datos) de los sensores empotrados en el vehículo.

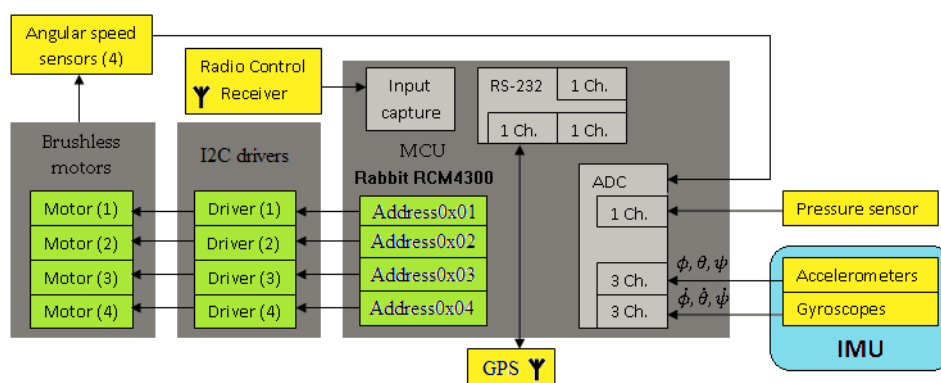


Figura B.9: Sistema de control embebido basado en el módulo Rabbit RCM4300.

Las principales características de este módulo son: opera a una frecuencia de trabajo de 58.98 Mhz (ciclo de operación de 10-ns), con 512K bits de memoria EEPROM, bajo consumo de energía (1.8-V para el núcleo, 3.3-V para los puertos I/O), 4 canales PWM (Modulación por Ancho de Pulso) de 10-bits de resolución, 8 canales ADC de 12-bits de resolución, 5 puertos seriales, 2 canales de entrada de captura (detección de 2 flancos: subida y bajada), 5 temporizadores de 16-bits de resolución y un puerto de comunicación I^2C .

B.2.3. Sistema de comunicación inalámbrica

Para esta etapa se utiliza un sistema de radio-control (RC) comercial de 7-Channel a 2.4GHz de FUTABA (ver figura B.10). La señal principal (PPM) es capturada y decodificada de tal manera que le permite al usuario operar el Quadrirotor en modo manual y/o automático. Asimismo, el radio se puede usar para enviar *trimmers* (pequeñas desviaciones) para compensar las posibles derivaciones (desplazamientos indeseados) que puedan surgir durante una prueba de vuelo.

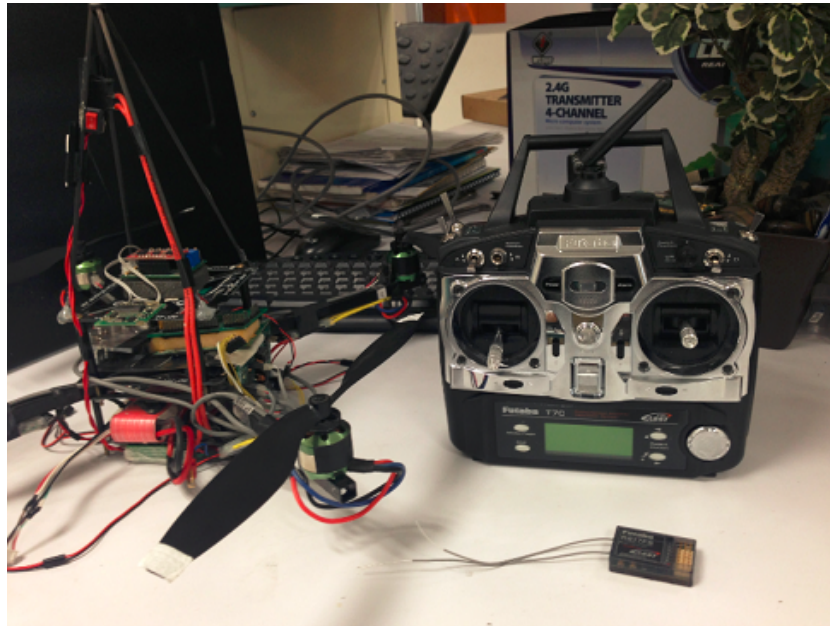


Figura B.10: Sistema de radio-control de 7 canales FUTABA con receptor para maniobrar el vehículo.

B.2.4. Módulo de Alimentación

Esta etapa podría considerarse como la más importante de todas porque es la responsable de suministrar la alimentación (voltage y corriente) a las demás etapas que conforman el vehículo. Para lo anterior, utilizamos reguladores de voltage fijo de +5V (LM7805) y +3.3V (LF33CV) que alimentan los dispositivos de electrónica digital.

Como protección ante corrientes parásitas, caídas de tensión o conexiones inversas se ha incluido un diodo de propósito general para evitar cualquier daño en los reguladores de voltage. Dado que los motores BLDC demandan grandes cantidades de corriente, se ha optado por utilizar baterías de polímero de litio (Li-Po).

La figura B.11 muestra las baterías Li-Po empleadas para alimentar los módulos que integran al Cuadrirrotor. Este tipo de baterías pueden suministrar un amplio rango de corriente. Además, tienen la ventaja de ser pequeñas y relativamente ligeras, claro que lo anterior va a depender de la cantidad de corriente a demandar por el vehículo. Las características de las pilas Li-Po que usamos son: 2200mAh, 11.1V (configuración de 3-celdas), con lo cual tenemos un tiempo de vuelo útil de aproximadamente 10 minutos dependiendo de las condiciones meteorológicas que se presenten en el momento del vuelo.



Figura B.11: Baterías de polímero de litio (Li-Po) utilizadas para el suministro de energía del Quadrirotor.

Apéndice C

Fusión de datos: *el filtro de Kalman*

C.1. Fusión de datos

C.1.1. Conceptos generales

En esta parte del apéndice se dedica a la definición y aproximación del concepto de *fusión de datos*. Asimismo, se presenta esta técnica utilizando el *filtro de Kalman* como herramienta para conseguir este propósito.

Algunas razones del uso de las técnicas de fusión de datos son: mejor estimación de las variables que intervienen en el proceso, mayor velocidad y exactitud.

La fusión de datos surge como una alternativa a la fuente única de datos frente a la necesidad de conseguir el máximo de información posible al menor costo. Tiene como objetivo combinar datos de diferentes fuentes para poder disponer de toda la información en un solo archivo, aunque artificial, con todas las variables de interés. Utiliza lo mejor de la información existente en un archivo para reconstruir la información ausente en otro archivo. Es una estimación estadística de los datos faltantes. Es un medio de limitar la recolección de datos, reconstruyendo la información faltante. No es un problema de análisis estadístico con datos faltantes en el cual se consideran los mecanismos que conducen a la ausencia de datos. En el caso de la fusión de datos, se presentan bloques completos de datos ausentes, en general, muestras independientes.

Resumiendo, el objetivo de la *fusión de datos* es:

Obtener una sola medición que contenga una mezcla de las mejores cualidades y características de cada uno de los sensores empleados para su estimación.

C.1.2. El filtro de Kalman

C.1.2.1. Preliminares

En un sistema determinístico trabajaríamos de la siguiente forma:

1. Se construye un modelo del sistema a partir de las leyes físicas que definen las dinámicas.
2. Se estudia su estructura y su respuesta.
3. Por último, y si fuera necesario, se diseñan compensadores o reguladores para alterar las características del sistema. Para ello se tendríamos además un amplio conjunto de experiencias que han sido aplicadas con anterioridad sobre estos sistemas.

En la realidad ocurre que los sistemas determinísticos son aproximaciones de lo que realmente son, principalmente por tres motivos:

- No existe un modelo matemático perfecto de un sistema real.
- Existen perturbaciones que no se pueden modelar de una forma determinística.
- Los sensores no son perfectos.

Esto nos lleva a plantearnos una serie de preguntas:

- ¿Cómo desarrollar modelos de sistemas que tengan en cuenta las incertidumbres?
- ¿Cómo estimar de una forma óptima los datos que me interesan de un sistema mal modelado y con datos alterados por el ruido?
- ¿Cómo controlar de una forma óptima sistemas estocásticos?

En el siguiente apartado se da una explicación general de un método (*filtro de Kalman*) para estimar los estados de un sistema estocástico. El método fue descrito por Rudolf E. Kalman en 1958, y ha llegado a ser un componente integral dentro de miles de Sistemas de navegación tanto militares como civiles. Este algoritmo digital recursivo aparentemente simple, ha sido el favorito para integrar (fusionar) los datos de los diferentes sensores de navegación para alcanzar un rendimiento óptimo de todo el sistema.

C.1.2.2. Definición y conceptos básicos

La orientación y localización de robots están fuertemente ligados a técnicas de estimación de estados, filtrado digital, fusión de datos, etc. El filtro de Kalman surge como una herramienta práctica para estimar los estados de un proceso en donde la solución es óptima siempre y cuando el sistema sea lineal, el criterio del error sea cuadrático y el ruido Gaussiano¹. La teoría de control en general y la estimación de estados a través del filtro de Kalman en particular, proveen un marco teórico para la ingeniería de *fusión de datos*

¹Se ha investigado que la mayoría de los procesos presentan ruidos del tipo Gaussiano

de varios sensores hacia un modelo predictivo subyacente para el sistema de navegación inercial. En un sistema de navegación inercial, el filtro de Kalman involucra la combinación de 2 estados de una variable para formar una media ponderada, donde los factores de ponderación se eligen para obtener la estimación más probable. En general, el filtro de Kalman se puede ver desde dos diferentes enfoques: el matemático y el computacional; como a continuación se muestra.

Enfoque matemático

El filtro de Kalman es un conjunto de ecuaciones matemáticas que proveen una solución recursiva eficiente por medio del método de mínimos cuadrados. Esta solución permite calcular un estimador lineal, insesgado² y óptimo del estado de un proceso en cada momento del tiempo con base en la información disponible en el momento $t - 1$, y actualizar, con la información adicional disponible en el momento t , dichas estimaciones. Este filtro es el principal algoritmo para estimar sistemas dinámicos descritos en la forma del espacio de estados.

Enfoque computacional

Es un algoritmo óptimo recursivo de procesamiento de datos. Óptimo porque minimiza un criterio cuadrático del error de medida, además de que incorpora toda la información que se le suministra para determinar el filtrado. Recursivo porque no precisa mantener los datos previos, lo que facilita su implementación en sistemas en tiempo real. Por último, es un algoritmo de procesamiento de datos, ya que actúa como un filtro digital, pensado para sistemas discretos. El objetivo del filtro de Kalman es estimar los estados de una manera óptima, minimizando el índice del error medio cuadrático.

En general, se puede decir que:

El filtro de Kalman: Es una herramienta que sirve para estimar los estados de un proceso sujeto a ruido.

Por consiguiente, el objetivo del filtro es la obtención de un estimador óptimo de las variables de estado de un sistema dinámico lineal en tiempo discreto, basado en mediciones con ruido y en un modelo de incertidumbre de la dinámica del sistema.

C.1.2.3. Algoritmo del Filtro de Kalman

El filtro de Kalman lineal es muy atractivo en cuanto se refiere a aplicaciones en UAV, debido a que es muy práctica su implementación en lenguajes de programación de alto nivel y su demanda computacional en el momento de ejecutarse es muy baja. El algoritmo consta de dos etapas que son ejecutadas de forma iterativa (ver figura C.1):

²Es cuando el valor esperado es igual al parámetro que se desea estimar.

- **Predicción** del estado: Es responsable de la proyección del estado al momento “k” tomando como referencia el estado en el momento “k-1” y la actualización intermedia de la matriz de covarianza del estado.
- **Corrección** o actualización del estado: Es responsable de la retroalimentación, es decir, incorpora nueva información dentro de la estimación anterior, con lo cual se llega a una estimación mejorada del estado.

En la figura C.1 se puede ver el proceso de cálculo, antes mencionado.

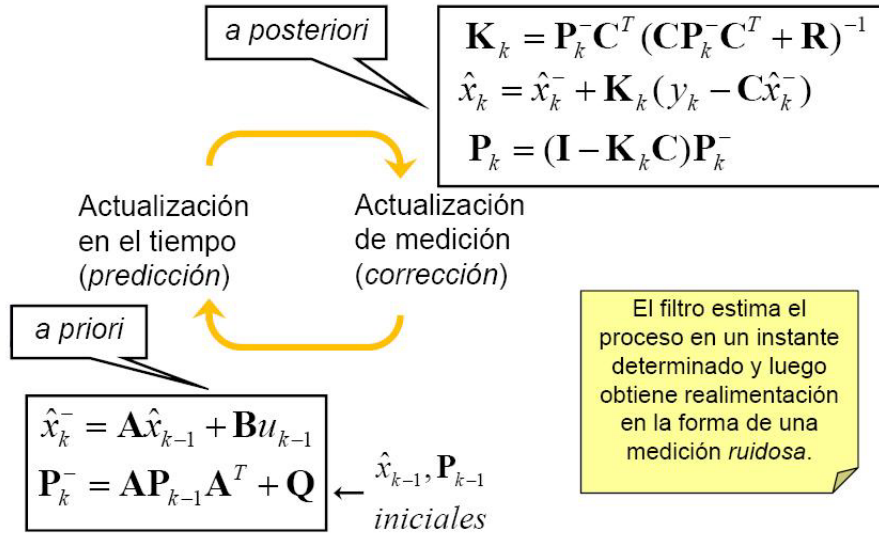


Figura C.1: Esquema del funcionamiento del *Filtro de Kalman*.

El esquema de la implementación del algoritmo en una computadora, microcontrolador, etc., para estimar el estado de un proceso, está dado por:

$$\begin{aligned}
 &\text{Initialization } \hat{\mathbf{x}} = \text{value}; \mathbf{P}_{pred} = \text{value}; \mathbf{K} = \mathbf{P} \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{P}_{pred} \mathbf{C}^T + \mathbf{Q}_\beta)^{-1} \\
 &\text{Loop} \\
 &\quad \text{Estimation stage} \\
 &\quad y_k = \text{measurement vector} \\
 &\quad \hat{\mathbf{x}}_{est} = \hat{\mathbf{x}}_{pred} + \mathbf{K} (y_k - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}_{pred}) \\
 &\quad \mathbf{P}_{est} (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{C}) \mathbf{P}_{pred} (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{C})^T + \mathbf{K} \mathbf{Q}_\beta \mathbf{K}^T \\
 &\quad \text{Prediction stage} \\
 &\quad \hat{\mathbf{x}}_{est} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}_{est} + \mathbf{B} u_k \\
 &\quad \mathbf{P}_{pred} = \mathbf{A} \mathbf{P}_{est} \mathbf{A}^T + \mathbf{Q}_\alpha \\
 &\quad \mathbf{K} = \mathbf{P} \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{P}_{pred} \mathbf{C}^T + \mathbf{Q}_\beta)^{-1} \\
 &\text{end Loop}
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

donde, \mathbf{K} denota la ganancia del Filtro de Kalman, la \mathbf{I} es la matriz Identidad, \mathbf{P} es la dispersión de la estimación debida al modelo dinámico del sistema y \mathbf{Q} son las matrices de covarianza.

C.1.2.4. Fusión de sensores usando el filtro de Kalman

De acuerdo con el algoritmo del filtro de Kalman de la sección previa, ahora realizamos la fusión de los sensores que utilizamos para medir la inclinación del mini-helicóptero, (es decir, el acelerómetro con el giróscopo) y así obtener una mejor estimación de la posición angular del vehículo ante cualquier ruido que pueda inducirse en la medición de la orientación correspondiente.

El modelo del sistema dinámico en tiempo discreto para fusionar los datos provenientes del acelerómetro con el giróscopo utilizando el Filtro de Kalman es:

$$\begin{aligned}\theta_{k+1} &= \theta_k + \omega_k T_s \\ \omega_{k+1} &= \omega_k\end{aligned}\quad (C.2)$$

donde, su representación en el espacio de estados es:

$$\begin{pmatrix} \theta_{k+1} \\ \omega_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & T_s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_k \\ \omega_k \end{pmatrix}\quad (C.3)$$

para lo cual tenemos que T_s es el tiempo de muestreo, θ_k es la posición angular y ω_k es la velocidad angular.

La fusión de datos del acelerómetro con el giróscopo usando el filtro de Kalman para estimar la posición angular de nuestro vehículo se observa en la figura C.2.

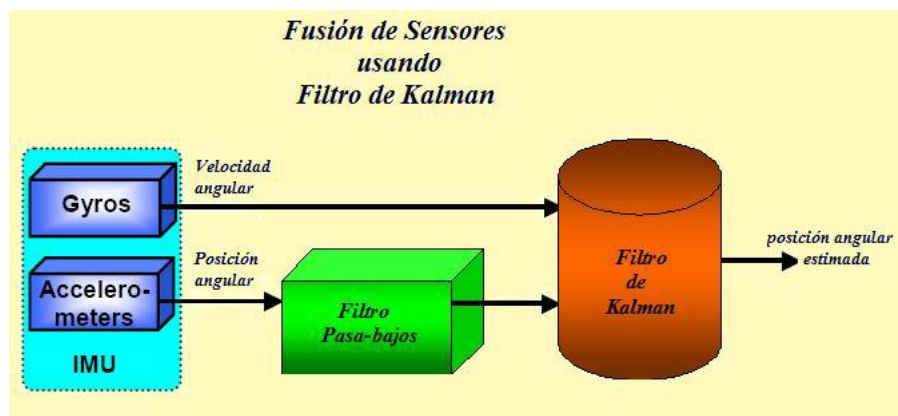


Figura C.2: Diagrama a bloques general de la estimación de un estado de un proceso mediante la fusión de sensores usando el *filtro de Kalman*.

Implementando el algoritmo correspondiente del filtro de Kalman en Matlab y tomando algunas mediciones de los sensores de inclinación (acelerómetros) y velocidad angular

(giróscopos), montados sobre el Quadrirotor. Las figuras C.4 a C.7 muestran los resultados de la estimación de posición y velocidad angular al aplicar el filtro de Kalman para la fusión de datos de la salida del acelerómetro con la salida del giróscopo.

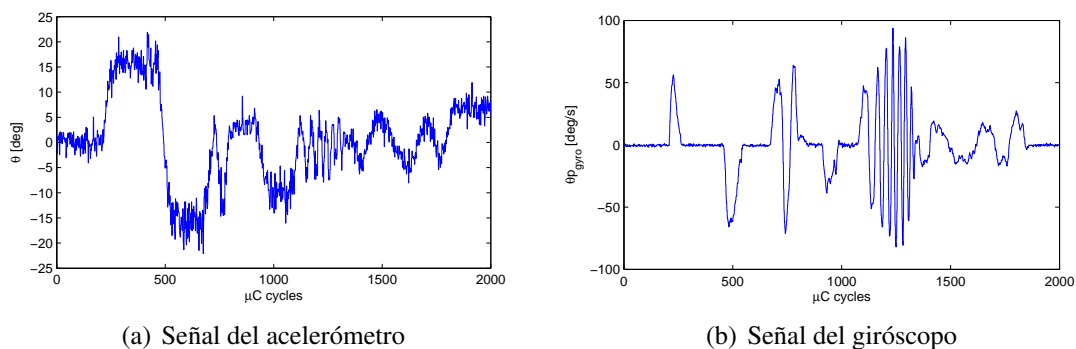


Figura C.3: Mediciones directas de los sensores (señales sin filtrar)

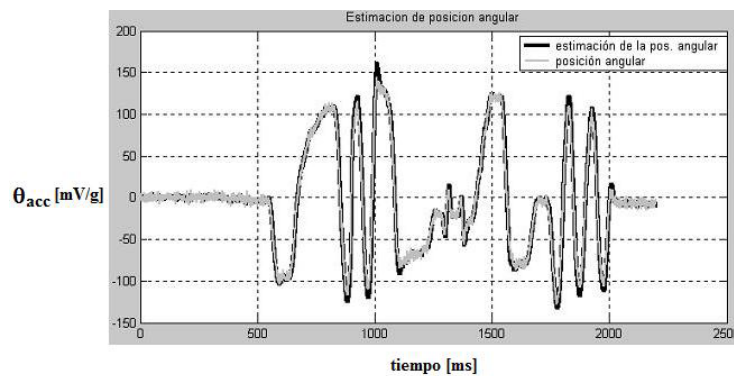


Figura C.4: Estimación de la posición angular del helicóptero usando el filtro de Kalman.

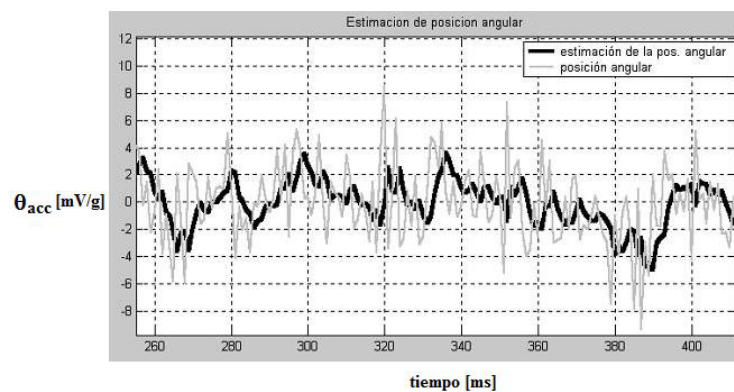


Figura C.5: Amplificación de la estimación de la posición angular del helicóptero usando el filtro de Kalman.

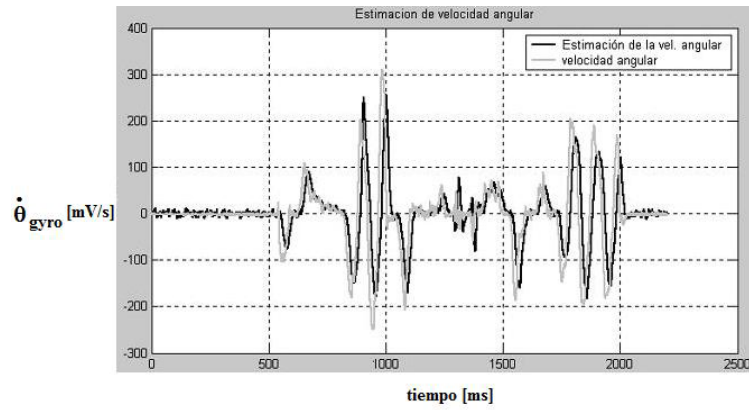


Figura C.6: Estimación de la velocidad angular del helicóptero usando el filtro de Kalman.

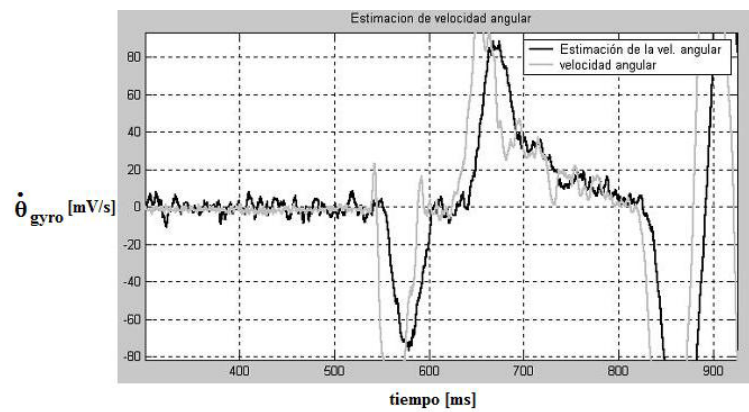


Figura C.7: Amplificación de la estimación de la posición angular del helicóptero usando el filtro de Kalman.

Entre los usos y aplicaciones más comunes del *filtro de Kalman* podemos encontrar las siguientes:

- Estimación de parámetros que cambian en el tiempo.
- Estimación del estado de un sistema en el pasado, presente y futuro, aún cuando la naturaleza precisa del sistema modelado es desconocida.
- Estimación de los estados de un sistema lineal en presencia de ruido.

Bibliografía

- [1] R. Lozano, *Unmanned Aerial Vehicles: Embedded Control*, ISTE Ltd. London and John Wiley & Sons, Inc. Hoboken (2010).
- [2] J. A. Farrell, *Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors*, McGraw-Hill (2008).
- [3] P. Castillo, R. Lozano and A. Dzul, *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*, Springer-Verlag. London (2005).
- [4] R. Kelly, and V. Santibanez, *Control de Movimiento de Robots Manipuladores*, Prentice Hall, Madrid (2003).
- [5] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice Hall (2002).
- [6] I. Fantoni and R. Lozano, *Non-linear control for underactuated mechanical systems*, Communications and Control Engineering Series, Springer-Verlag. London (2001).
- [7] J.V. José and E.J. Saletan, *Classical Dynamics: A Contemporary Approach*, Cambridge University Press, (1998).
- [8] R. M. Murray, Z. Li, and S. S. Sastry, *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, Boca Raton, FL: CRC Press (1994).
- [9] Slotine, J.-J. E. and Li, W., *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, New Jersey, (1991).
- [10] H. Goldstein, C.P. Poole and J.L. Safko, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Massachusetts (1983).
- [11] B. Etkin, R. Duff, *Dynamics of flight*, John Wiley & Sons, Inc. New York (1959).
- [12] M. D. Shuster, A survey of attitude representations in *The Journal of the Astronautical Sciences*, vol 41, pp.439-517 (1993).
- [13] J. Escareño, “*Conception, modélisation et commande dt’un drone convertible*”, PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, France, (2008).
- [14] E. S. Espinoza, “*Helicóptero Coaxial de Largo Alcance*”, PhD thesis, CINVESTAV-IPN, México, (2013).
- [15] S. Bouabdallah, “*Design and control of quadrotors with application to autonomous flying*”, PhD thesis, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Suiza, (2007).

- [16] J. M. Cotte and A. F. Moreno, “*Diseño de control robusto de velocidad de motores Brushless para robótica aérea*”, PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia, Bogota, (2010).
- [17] G. Raffo, “*Modelado y Control de un Helicóptero Quadrotor*”, PhD thesis, Universidad de Sevilla, España, (2007).
- [18] P. Castillo, P. García, R. Lozano, P. Albertos, “Modelado y Estabilización de un helicóptero con cuatro rotores”, en *RIAI, Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* (2007).
- [19] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano and J. Ostrowski, “Dynamic Modelling and Configuration Stabilization for an X4-Flyer”, in *IFAC, 15th Triennial World Congress*, (2002).
- [20] J. Escareño, S. Salazar and R. Lozano, “Embedded control of a four-rotor UAV”, in *Proceedings. American Control Conference*, Minneapolis, Minnesota, USA (2006).
- [21] H. Romero, S. Salazar and R. Lozano, “Real-Time Stabilization of an Eight-Rotor UAV Using Optical Flow”, in *IEEE Transactions on Robotics*, vol.25, pp.809-817 (2009).
- [22] P. Castillo, A. Dzul and R. Lozano, “Real-time stabilization and tracking of a four rotor mini rotorcraft”, in *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol.12, no.4, pp.510-516 (2004).
- [23] E. Bora and A. Erdinc, “Modeling and PD Control of a Quadrotor VTOL Vehicle”, in *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pp.894-899 (2007).
- [24] Mehmet Onder Efe, “Robust Low Altitude Behavior Control of a Quadrotor Rotorcraft Through Sliding Modes”, in *Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp.1-6 (2007).
- [25] A. Benallegue, A. Mokhtari and L. Fridman, “High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV”, in *International Journal of Robust And Nonlinear Control*, Vol. 18, pp.427-440 (2007).
- [26] K. Joo Kim, J. Bea Park, and Y. Ho Choi, “Chattering Free Sliding Mode Control”, in *International Joint Conference SICE-ICASE*, pp.732-735 (2006).
- [27] I. Boiko, and L. Fridman, “Analysis of chattering in continuous sliding-mode controllers”, in *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 50, No. 9, pp.1442-1446 (2005).
- [28] Qiong Hu, Qing Fei, Qinghe Wu, and Qingbo Geng, “Research and application of nonlinear control techniques for Quadrotor UAV”, in *31st Chinese Control Conference*, pp.706-710 (2012).
- [29] G. Bartolini, A. Ferrara, and E. Usai, “Chattering avoidance by second-order sliding mode control”, in *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 43, No. 2, pp.241-246 (1998).

- [30] G. Szafranski, R. Czyba, W. Janusz and W. Blotnicki, “Altitude Estimation for the UAVs Applications Based on Sensors Fusion Algorithm”, in *International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pp.508-515 (2013).
- [31] B. Herisse, T. Hamel, R. Mahony, F. Russotto, “The landing problem of a VTOL Unmanned Aerial Vehicle on a moving platform using optical flow”, in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp.1600-1605 (2010).
- [32] D. Lee, T. Ryan and H. J. Kim, “Autonomous Landing of a VTOL UAV on a Moving Platform Using Image-based Visual Servoing”, in *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp.971-976 (2012).
- [33] S. Bouabdallah and R. Siegwart, “Full Control of a Quadrotor”, in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp.153-158 (2007).
- [34] S. Bouabdallah, “Design and control of an indoor micro quadrotor”, in *Proceedings. Internacional Conference on Robotics and Automation*, Vol.5, pp.4393-4398 (2004).
- [35] Chang-Sun Yoo, and Iee-Ki Ahn, “Low cost GPS/INS sensor fusion system for UAV navigation”, in *Proc. Digital Avionics Systems Conference*, Vol.2, pp.8.A.1-1 - 8.A.1-9 (2003).
- [36] A. R. Teel, “Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls”, in *Systems & Control Letters*, Vol.18, pp.165-171 (1992).
- [37] A. R. Teel, “A nonlinear small gain theorem for the analysis of control systems with saturation”, in *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 41, No. 9, pp.1256-1271 (1996).
- [38] M. Arcak, A. R. Teel, and P.Kokotovic, “Robust Nested Saturation Redesign for Systems with Input Unmodeled Dynamics”, in *Proceedings. American Control Conference*, pp.150-154 (2000).
- [39] X. Liu, X. Zhao, A. Sanchez, and R. Lozano, “Design and Implementation of an Embedded Control System for Small Unmanned Aerial Vehicles: Application to a Four-rotor Mini Rotorcraft”, in *4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, pp.414-419 (2009).
- [40] A. Sanchez, L. R. García-Carrillo, E. Rondon, R. Lozano, and O. Garcia, “Hovering Flight Improvement of a Quad-rotor Mini UAV Using Brushless DC Motors”, in *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol.61, pp.85-101 (2010).
- [41] S. Salazar and R. Lozano, “Stabilization and Nonlinear Control for a Novel Trirotor Mini-Aircraft”, in *Control Engineering Practice*, Vol.17, pp.886-894 (2009).
- [42] L. Acosta, J. Toledo, G.N. Marichal, S. Hernández, J.N. Rodríguez and S. Torres, “Diseño e Implementación de una Maqueta de un Helicóptero de 4 rotores para un Laboratorio de Control”, en *XXV Jornadas de Automática*, La Laguna, Tenerife (2004).

- [43] Australian National University - Faculty of Engineering and Information Technology
<http://users.cecs.anu.edu.au/Robert.Mahony/Demos.htm>
- [44] UAV SWARM project
<http://vertol.mit.edu/>
- [45] Parrot A.R. Drone
<http://ardrone2.parrot.com/>