CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SEDE SUR

DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS

Transposiciones didácticas del eje Número, álgebra y variación en el Libro de Texto Gratuito de Matemáticas 1° de primaria 2017

Tesis que presenta

María del Rocío Hernández Hernández

Para obtener el grado de

Maestra en Ciencias

En la Especialidad de

Investigaciones Educativas

Directora de la Tesis:

M. en C. Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez

Ciudad de México, México Diciembre, 2020

Para la elaboración de esta tesis, se contó con el apoyo de una beca de Conacyt

Resumen

El trabajo se ubica en las investigaciones en didáctica de la matemática, es un estudio de caso sobre las transposiciones didácticas de dos maestras, al implementar con sus alumnos lecciones del eje Número, álgebra y variación del Libro de Texto Gratuito Matemáticas Primer grado (LTG-M1°) de la propuesta curricular *Aprendizajes Clave para la Educación Integral (2017).*
El principal referente se toma de la teoría de la transposición didáctica que permite el análisis del saber matemático y cómo se realiza éste cuando se convierte en un objeto para la enseñanza. El análisis se hace en dos momentos transpositivos: uno realizado en la noosfera por el grupo de agentes e instituciones responsables de delimitar los parámetros educativos de una comunidad, específicamente, el que hacen los autores del LTG-M1°, y el otro, referido a las transformaciones de los docentes en el sistema didáctico —docente, alumnos y saber matemático—. Para la conformación del referente empírico se observaron y videograbaron tres sesiones de clase de matemáticas de cada profesora que laboran en escuelas públicas de la Ciudad de México; así mismo se audio grabaron entrevistas, algunas antes de las experiencias en aula y otras al término de éstas. En el primer momento transpositivo se observa un enfoque pedagógico híbrido que presenta contradicciones y antagonismos en sus planteamientos, lo que evidentemente genera dificultades para las profesoras en el segundo momento transpositivo analizado; ambos momentos están atravesados por dificultades cognitivas de los niños y una serie de restricciones institucionales que se reportan en la investigación.

Abstract

This work,located in the area of didactics of mathematics research, is a case study of the didactic transpositions of two teachers, when implementing with their students lessons from the number, algebra and variation unit of the Libro de Texto Gratuito Matemáticas Primer Grado [Free Mathematics Textbook for First Grade] (LTG- M1 °) of the Aprendizajes Clave para la Educación Integral [Key Learnings for Comprehensive Education] curriculum (2017).
The main reference is taken from didactic transposition theory, which permits the analysis of mathematical knowledge and how it is carried out when it becomes an object for teaching. The analysis takes place in two transpositional moments: one is carried out in the noosphere by the group of agents and institutions responsible for delimiting the educational parameters of a community, specifically the one made by the authors of the LTG-M1° and the other refers to the transformations of teachers in the didactic system - teacher, students and mathematical knowledge. In order to generate the empirical reference for this case study, three sessions of mathematics classes per teacher were observed and video recorded in public schools in Mexico City. In addition, audio recorded interviews were conducted before and after the classroom experiences. In the first transpositive moment, a hybrid pedagogical focus is observed that presents contradictions and antagonisms in its approaches, which evidently generates difficulties for the teachers in the second transpositive moment analyzed; two elements are present in both moments: the cognitive difficulties of the students and a series of institutional restrictions that are reported in the research

A mi madre, la mujer más importante en mi vida, quien me apoyó siempre, me enseñó a ser fuerte y a luchar por lograr mis metas… Gracias por tu fortaleza, tu generosidad y tu amor…

Agradecimientos

A mi Maestra Yimmy, por confiar en mí para la elaboración de esta tesis, fue un placer trabajar a su lado, aprendí mucho en cada una de sus retroalimentaciones, gracias por las largas charlas y por instruirme en este camino. Toda mi admiración a su trayectoria académica.

Al Doctor David Block, por todas las retroalimentaciones que le brindó a esta tesis, gracias a sus conocimientos, experiencia y exigencia, me siento muy satisfecha con este trabajo. Gracias por las excelentes clases y seminarios donde logra compartir e interesar al público con su conocimiento.

Al Doctor Apolo Castañeda, por las recomendaciones para mejorar esta tesis, por el detalle de su revisión. Admiro mucho la lectura que le da a los textos. Gracias por la clase de Tecnologías en la enseñanza de las matemáticas donde logré enriquecer mi bagaje como investigadora educativa.

A mi papá y a mi hermano, los hombres más importantes en mi vida, gracias por apoyarme en la culminación de esta tesis, por estar siempre ahí para mí y por impulsarme para terminar. Los amo.

A todos los investigadores del DIE, que cambiaron mi perspectiva de la vida en esta maestría, que me hicieron ver más allá del individuo y que me ayudaron a comprender los fenómenos sociales y a tener una visión crítica, especialmente, a la Doctora Alma Maldonado, de la cual, soy admiradora.

A la Doctora Rosalba Ramírez, coordinadora académica de la maestría, por su calidad humana y por hacer posible que las cosas funcionen de forma eficiente en el DIE.

A Rosa María, María Elena Maruri, Socorro Miranda, los trabajadores de la biblioteca y todas las personas que hacen posible que el DIE funcione eficazmente.

A Bertha Vivanco, por su amabilidad y apoyo en cada uno de los trámites importantes de principio a fin de esta maestría, por ayudarme a encontrar a mi maestra Yimmy en momentos de urgencia y por su disposición para apoyarme siempre.

A Yesenia Castaño, mi tercer sinodal, por la lectura de esta tesis desde el principio de la maestría, por tus retroalimentaciones a cada texto que escribía, por la confianza que construimos en este camino y por tu amistad.

A Rocío Ramírez, porque sin su apoyo esta tesis no hubiera sido posible, gracias por acompañarme a las escuelas, por estar al pendiente de mi trabajo de campo y por tus contactos maravillosos que me permitieron el levantamiento de datos. Eres una gran persona.

A Patricia Valdivia, Valeria Lemus y Fabiola Tlalolin, mis compañeras psicólogas preferidas, por hacer mi camino por esta maestría más ameno, por ser un gran equipo de trabajo, por sus consejos y su amistad.

A Misraim Pedraza, Carlos Aguilar, Fernando Martínez, Laura Aguilar y Yuri Paez, grandes compañeros en esta maestría, en los que pude confiar y en quienes me pude apoyar cuando los necesité, mucho éxito en sus caminos, ojalá que nos volvamos a encontrar.

A René Juárez, por tu amistad y tu impulso de amor al conocimiento desde la licenciatura, gracias por tu paciencia al enseñarme historia, política y sociología, sabes que este logro es también por todas esas clases que me diste. Eres el mejor y agradezco seguir contando contigo. Te quiero.

A Olga Flores, Marianela Nuñez y a los Maestros Javier Urbina y Javier Alatorre, porque desde hace cuatro años confiaron en mí para recomendarme en esta maestría y me apoyaron con las cartas y los trámites necesarios en 2016 y 2018. Son un gran ejemplo para mí, siempre los admiraré.

A María Félix, mi mejor amiga y gran apoyo en todos estos años de conocernos, gracias por estar siempre al pendiente de mí, por impulsarme y acompañarme en momentos difíciles. Sabes que este logro también es parte de todas esas llamadas y pláticas interminables. Te adoro amiga.

A Lizbeth Trujillo y Brenda Bautista grandes amigas, con las que inicié este camino, concluyendo otro más difícil. Gracias por su apoyo incondicional, su amistad, sus porras y sus consejos, son las mejores. Las quiero.

A las profesoras que participaron de esta tesis, por permitirme observar sus clases y grabarlas, gracias por la confianza. A José Luis por su disposición para la entrevista y compartirme su tiempo para las conclusiones de esta tesis.

A Dayane Hernández, por enseñarme a ser una mejor persona, por instruirme en el camino de la autocrítica y acompañar cada crisis y alegría con tu escucha, te admiro un montón.

A mi tía Ángeles y mi primo José Luis, que son siempre un apoyo y un impulso para seguir, por echarme siempre porras, sé que puedo contar con ustedes, aunque casi no los vea. Los quiero.

A Vladimir Jiménez, quien inició y culminó conmigo esta aventura, por todo el soporte emocional que me brindaste en este camino; desde que me enteré del resultado y lo celebramos juntos, hasta los días en que me agobié por la desigualdad del mundo y estuviste ahí animándome siempre. ♡

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

INTRODUCCIÓN

Tres propuestas curriculares de educación básica en nuestro país —1993, 2011 y 2017— enunciaron para el Campo de Pensamiento Matemático estar basadas en la resolución de problemas como medio para adquirir los conocimientos matemáticos. Sin embargo, el movimiento curricular ha sido lento y accidentado (Block, 2018). La propuesta de 1993 fue la más duradera, se mantuvo vigente hasta el 2009, y estuvo inspirada en referentes teóricos de la Teoría de Situaciones Didácticas y en resultados de investigación en Didáctica de la Matemática desarrollados en el Laboratorio de Psicomatemática del Departamento de Investigaciones Educativas (DIE) del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav). Los profesores, desde la última década del siglo pasado, se enfrentaron con una propuesta curricular y Libros de Texto Gratuitos que se proponían cambiar el paradigma de enseñanza. Se trataba de dejar que los niños enfrentaran con sus propias experiencias y conocimientos a una situación problemática que les supusiera un reto; asumiendo que, en el intento por resolverla, adquieren nociones matemáticas gracias a la interacción con sus pares y su profesor. Éste es el responsable de gestionar la situación y un componente importante es que debería procurar, en la medida de lo posible, no decirles a los alumnos cómo resolverla, tanto en el planteamiento de la situación como en la búsqueda de respuesta a la problemática planteada. Además, la misma situación, en principio, propiciaba el surgimiento (por necesidad) de un conocimiento matemático.

Durante el periodo de tiempo que se utilizaron estos libros hubo algunos cambios en las prácticas de los profesores, quienes, incorporaron los problemas en las aulas; estos cambios fueron lentos, no obstante, se apostaba por la investigación para sugerir cambios a la propuesta curricular, a los LTG y a la capacitación de profesores.

En 2009, con la intención, a la postre mal lograda, de articular los niveles preescolar, primaria y secundaria; Fernando González Sánchez, Subsecretario de Educación Básica y Normal, anunció la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), ésta se elaboró en tres años, no solo el Plan y Programas de Estudio sino también los Libros de Texto Gratuito para la primaria, que por su baja calidad editorial, matemática y didáctica, en el último momento fueron sustituidos por los *Desafíos Matemáticos* elaborados, durante la misma administración educativa, como material de apoyo complementario para el aprendizaje.

Los materiales a los que dio lugar la RIEB se publicaron, sin considerar los resultados de diversas investigaciones de las propuestas curriculares anteriores: Primaria 1993, Preescolar 2004 y Secundaria 2006. Los *Desafíos Matemáticos* —vigentes de 2014 a 2017—, como se ha dicho en el párrafo precedente, no estaban planeados como LTG, por lo que no se correlacionaban con los Programas de Estudio de la RIEB y ocasionaron problemas y dificultades de implementación a profesores y estudiantes. Si bien, en esta Reforma en el Acuerdo 592, se recuperó el discurso de la resolución de problemas para adquirir conocimientos matemáticos, éste resultó un compendio antagónico al exceso de contenidos de la propuesta curricular de la Reforma (Taboada y Fuenlabrada, 2014) si a ello se adiciona la desarticulación del currículum con los LTG resulta que la RIEB en sí misma fue cuestionable no solo por lo que al Campo de Pensamiento Matemático refiere (Rojano y Solares, 2017) sino en su totalidad.

En 2017 la propuesta *Aprendizajes Clave para la Educación Integral* se planteó subsanar los problemas ocasionados por la propuesta de la RIEB. Hubo un avance significativo en la articulación de los contenidos curriculares y se planteó el mismo enfoque para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática para los tres niveles de la Educación Básica y los LTG. Así mismo, hubo una reducción significativa de contenidos a fin de posibilitar la realización en aula del enfoque para la enseñanza propuesto, con base en la consideración de los conocimientos básicos e imprescindibles (Coll, 2013) que en la propuesta son señalados como conocimientos ‘clave’.

En el contexto que describimos brevemente en los párrafos anteriores se inserta el trabajo de tesis. Inicialmente, nos interesaba conocer, después de tantos cambios curriculares, cómo estaban recibiendo la propuesta curricular las y los profesores en las aulas. En las primeras indagatorias, el foco de atención lo inclinamos hacia la gestión de las docentes, desde el posicionamiento de analizar las transposiciones didácticas que hacían a la propuesta curricular y el LTG-M1°. Sin embargo, en el proceso de análisis del referente empírico vimos la necesidad de estudiar las transposiciones didácticas entre el enfoque metodológico para el desarrollo del Campo de formación académica Pensamiento matemático propuesto en *Aprendizajes Clave para la Educación Integral* (SEP, 2017) y el enfoque referente asumido por los autores del eje Número, algebra y variación del LTG-M1°. Lo anterior fue necesario con base en la gran cantidad de dificultades con las que se enfrentaron las profesoras en su intento por gestionar las sugerencias didácticas del Libro para los Maestros en concordancia con las actividades y preguntas planteadas en las lecciones del LTG-M1°.

En el Capítulo 1 presentamos los antecedentes de la propuesta curricular 2017 con una descripción más detallada que la realizada hasta ahora; así como los referentes teóricos y los recursos metodológicos que empleamos para esta investigación.

En el Capítulo 2 damos cuenta del análisis del referente empírico de la investigación con base en los referentes teóricos, pormenorizando la gestión de cada una de las docentes estudiadas. Finalmente, en el Capítulo 3 presentamos las conclusiones de la investigación.

CAPÍTULO I. Antecedentes, objeto de estudio, referentes teóricos y recursos metodológicos.

> Al poner el énfasis en los contenidos de enseñanza, la didáctica asume al mismo tiempo la complejidad total del acto de aprendizaje, inmerso en un medio que comprende los contenidos, el alumno, sus saberes, el maestro, la intencionalidad didáctica, las situaciones didácticas, la institución, etcétera (Ressia, 2003).

1.1 El saber matemático

Los contenidos que analizamos en este apartado son los referentes de la investigación que corresponden a los temas tratados por las docentes en las seis clases experimentales; iniciamos con una revisión histórica del saber sabio.

En primer lugar, presentamos una breve reseña sobre el surgimiento del número, el Sistema de Numeración Decimal (SND) y la adición como operación aritmética; sus propiedades y características. En segundo lugar, planteamos algunas dificultades conceptuales que los niños enfrentan en el aprendizaje de estos contenidos, que además suelen convertirse en problemas de enseñanza, así como algunos obstáculos de la enseñanza tradicional.

Finalmente, en tercer lugar, presentamos un breve recorrido histórico, que muestra tendencias en la enseñanza y el currículum nacional e internacional; así como en los Libros de Texto Gratuito de Matemáticas respecto a la enseñanza del número, el SND y operaciones aritméticas en el primer grado de primaria.

El número, el SND y la suma

Número

El número es un concepto estructurante de la disciplina matemática, históricamente fue el primero en desarrollarse. Un conjunto numérico está integrado por varias clases de números; los dos grandes grupos abarcan los reales y los imaginarios. Los reales están formados a su vez por los racionales e irracionales, dentro de los racionales se encuentran los enteros y fraccionarios, y finalmente, dentro de los enteros se encuentran los naturales. El conjunto de los naturales es definido comúnmente como aquel que permite contar objetos, su nombre hace referencia a que fueron considerados como obvios o dados por la naturaleza (García, De Gauna y Sarasua, 2012).

De acuerdo con Bartolomé y Fregona (2003) no hay documentos escritos para reconstruir el origen de la noción de número natural, no obstante, hay testimonios que permiten asegurar que la idea de número es mucho más antigua que los descubrimientos tecnológicos como el uso de los metales o los vehículos de ruedas. Se supone que gradualmente surgió la idea de usar correspondencia uno a uno y para cantidades pequeñas se correspondía un dedo de las manos o pies a cada objeto enumerado. Se necesitaron muchos siglos para pasar de los registros de rayas a un lenguaje escrito o hablado (Bartolomé y Fregona, 2003).

El número adquiere significados con base en la manera como se use la representación simbólica de éstos. Un primer uso es como cardinal para comunicar cantidades o retenerlas en la memoria, otra es como ordinal cuando actúa sobre una colección ordenada y señala el lugar que ocupa un elemento de la colección en ésta y, un tercer uso es cómo código para identificar una persona u objeto. También el número tiene significados diferentes en función de cómo actué en el contexto particular de un problema: como medida, transformación o relación (Fuenlabrada, 2009).

Sistema de Numeración Decimal

Un sistema de numeración se define como el conjunto de normas y convenios empleados para poder nombrar y representar cualquier número mediante un conjunto reducido de signos (García, De Gauna y Sarasua, 2012). Los diferentes sistemas de numeración son resultado de largos procesos históricos, derivando en representaciones arbitrarias y socialmente aceptadas (Brousseau, 2000).

Los sistemas de numeración que las personas desarrollaron a lo largo del tiempo permiten que no sea necesario tener presentes los objetos para recordar cuántos hay y, según el grado de desarrollo alcanzado, permiten realizar diferentes cálculos y anticipar hechos (Bartolomé y Fregona, 2003). La finalidad inicial de un sistema de numeración es asignar a cada número natural individual un nombre y una representación escrita, formada por combinaciones de un reducido número de signos, siguiendo leyes más o menos regulares (Bourbaki, 1972). Un sistema será mejor si es más breve, más fácil de leer y cuanto más lejos permita desarrollar el cálculo (Gómez, 1989).

El sistema decimal es el sistema más popular, utilizado convencionalmente, es el resultado de la estructuración de varios sistemas de numeración usados en la antigüedad (Escuela Normal Superior Veracruzana, 2009). La numeración decimal fue inventada en India, en los primeros siglos de nuestra era; los árabes los difundieron por Europa durante el siglo X. Los algoritmos se hicieron más accesibles y al aumentar la capacidad de cálculo, se produjo en ese periodo un importante desarrollo de conocimientos en aritmética (Bartolomé y Fregona, 2003).

Los sistemas de numeración de base y notación posicional; permiten escribir cualquier número con una cantidad relativamente pequeña de símbolos y permiten realizar fácilmente las operaciones aritméticas. Tienen las siguientes características:

a) La base es el número de unidades de un orden necesario para formar la unidad del orden inmediato superior; esta base es la misma para todos los órdenes; por ejemplo, en el SND la base es 10: 10 unidades del primer orden forman una decena, 10 decenas forman una centena, 10 centenas forman un millar; y así sucesivamente.

b) La base determina el número de los diferentes símbolos que se emplean para construir los numerales, en el caso del SND se utilizan diez símbolos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y 0) llamados dígitos, para representar todos los números.

c) La posición de un símbolo en el numeral define la potencia de la base de la cual es el coeficiente, es decir, el valor que representa cada cifra se obtiene multiplicando esa cifra por cierta potencia de la base; por ejemplo, para la base 10, el 7 de 735 es igual a 7×10^2.
d) La escritura de los símbolos en el numeral se realiza en forma horizontal de izquierda a derecha, en el orden de valores decrecientes. En el SND, '1' es la unidad del primer orden, con diez unidades del primer orden, se forma una decena y ésta corresponde a la unidad de segundo orden; diez unidades de segundo orden forman una centena, es decir, una unidad del tercer orden, equivalente a 100 unidades de primer orden, o a 10 unidades de segundo orden. Y así se continúa, teniendo en general que 10 unidades de un orden cualquiera, forma una unidad del orden inmediato superior.
e) En la escritura de los números se utiliza el cero para indicar la ausencia de unidades de determinado orden (Fuenlabrada y Saiz, 1981b).

En contraste con sistemas no posicionales como el sistema de numeración egipcio, que era aditivo y disponía de símbolos sólo para representar las potencias de 10; la cantidad de símbolos de un número no informaba acerca de su magnitud. Por ejemplo, para representar 9,999 se utilizaban 36 símbolos, en tanto que 10,000 se anotaba con uno solo. Además, cada símbolo representaba siempre el mismo valor sin importar el lugar que ocupara; si bien una convención establecía cierto orden de anotación, esta convención podía alterarse sin que por ello cambiara la interpretación del número representado (Lerner y Sadovsky, 1994).

Un sistema posicional es al mismo tiempo mucho menos transparente y mucho más económico que un sistema aditivo. Es menos transparente porque el valor de cada símbolo depende de la posición que ocupa, y porque esa posición es el único rastro de la presencia de una potencia de la base. Un sistema como el egipcio es casi una traducción de las acciones de contar, agrupar y reagrupar; en el SND fue necesario ocultar esas acciones detrás de la posicionalidad para lograr un sistema cuya economía es indiscutible (Lerner y Sadovsky, 1994).

Adición

El ser humano siempre ha necesitado de la habilidad de contar o reunir cantidades separadas, lo que conllevó al origen de la adición. La suma o adición $a + b$ es el cardinal de la unión de dos colecciones disjuntas (sin elementos en común), una con a elementos y la otra con b. La suma también ilustra el proceso de juntar dos colecciones de objetos con el fin de obtener una sola colección.

De acuerdo con Maza (s.f.) una de las formas más conocidas de representar esta operación aritmética es a través de la representación simbólica, como en el caso de 5 + 3 = 8. No obstante, estos símbolos no siempre se han utilizado de esta manera; durante un largo tiempo la descripción de este tipo de situaciones era a través de palabras, por ejemplo: ‘cinco más tres es igual a ocho’. Las operaciones aritméticas conocieron un gran impulso teórico en el siglo XVI, lo que condujo a que se utilizara como expresiones las palabras ‘piu o plus’ (mas) y ‘meno o minus’ (menos) y sus abreviaturas que funcionaban como símbolos: ‘p. y m’.

En esa época Widman (citado por Maza, s.f.) escribió una obra titulada *Cálculo rápido y elegante para todos los futuros comerciantes* en el que utilizó unos nuevos símbolos para estas operaciones, nuestros conocidos + y -. El origen del primero como una simbolización del término ‘et’ (copulativa ‘y’ en latín), en concreto, de la *t* de dicha palabra que solía escribirse con una forma ornamental. Además, Recorde (citado por Maza, s.f.), introdujo la aritmética mercantil en Inglaterra simbolizando el signo de la igualdad (=), que no fue universalmente admitido hasta bastante tiempo después.

La suma tiene tres propiedades: conmutatividad, asociatividad y transitividad; ésta última la relaciona con la multiplicación. (Panizza, 2003). La propiedad conmutativa se refiere a que el orden de los sumandos no altera el valor de la suma. La propiedad asociativa se refiere a que la suma de tres o más números no varía al sustituir varios sumandos por su suma.

Dificultades conceptuales y problemas de la enseñanza tradicional

El número es uno de los contenidos más importantes en los planes de estudio a nivel mundial; es de los primeros temas que se enseña formalmente a los estudiantes en la escuela y, a menudo, la disposición de los estudiantes hacia las matemáticas depende de su enseñanza (Pitta-Pantazi, 2014).

Se ha documentado que los niños construyen ideas acerca de los números y del SND antes de haber iniciado su escolaridad (Lerner y Sadovsky, 1994), por ejemplo, tienen conocimientos sobre el recitado de la serie numérica oral en distinta extensión en el intervalo numérico conocido por ellos. No obstante, este conocimiento es distinto al de conteo; un niño que puede recitar la serie hasta un determinado número no necesariamente podrá utilizar ese conocimiento a la hora de contar objetos o dibujos (Ressia, 2003).

Además, los niños no aprenden los números de uno en uno y según el orden de la serie, sino a partir del establecimiento de relaciones entre ellos; construyen diferentes criterios que les permiten comparar números aun desconociendo su denominación convencional; conocen la escritura convencional de las potencias de la base, y luego, apoyándose en ese conocimiento, la escritura de los múltiplos de dichas potencias antes de conocer la notación convencional para los intervalos entre ellos (Quaranta, Tarasow y Wolman, 2003).

Dificultades conceptuales que se convierten en problemas de enseñanza

Entender que los números son representaciones es un desafío para los niños: los números cuentan cosas, pero no son cosas: podemos coger dos tazas, pero no podemos coger el número dos. Los números son abstractos, son una construcción mental (Adamus y Bracho, 2017). De acuerdo con Panizza (2003) este es uno de los principales problemas de enseñanza, tomar los signos numéricos como el objeto matemático de número; por ejemplo, considerar erróneamente el numeral '2' como el número 2 y no como una representación gráfica de éste, que también puede representarse con dos 'i' mayúsculas (II) en el sistema de numeración romano.

Para que un numeral funcione como representación de un número, es necesario que el objeto no sea confundido con sus representaciones y que se le reconozca en cada una de ellas. El logro de estas dos condiciones es una de las primeras cuestiones a proponerse como objetivo a largo plazo para los estudiantes y requiere actividades específicas de enseñanza (Panizza, 2003). Este objetivo, en el Sistema Educativo Mexicano, se plantea en la propuesta curricular desde el nivel de preescolar.

Otra dificultad en el aprendizaje del número es la hipótesis, según la cual, la escritura numérica resulta de una correspondencia con la numeración hablada; y conduce a los niños a producir notaciones no convencionales, porque, a diferencia de la numeración escrita, la numeración hablada no es posicional (Lerner y Sadovsky, 1994).

Un problema frecuente en la enseñanza del SND es el valor posicional en términos de agrupamientos en base 10; es el intento de presentar la versión acabada de la organización del SND. Para que la búsqueda de los principios que rigen la organización del sistema de numeración adquiera sentido, una alternativa, pero no la única, es descubrir regularidades para poder preguntarse luego a qué obedecen (Quaranta, Tarasow y Wolman, 2003).

Enseñanza tradicional

Toda práctica pedagógica está determinada por concepciones acerca de cómo se enseña y cómo se aprende, estas concepciones muchas veces constituyen teorías implícitas que condicionan y regulan el accionar docente, si no se hacen explícitas en espacios de reflexión. Compartimos con Ressia (2003) que la visión de enseñanza clásica o tradicional es uno de los enfoques arraigados en la práctica docente, en ella se asume que, primero se enseñan las nociones, para después aplicarlas en la resolución de problemas; más aún, los niños no pueden resolver ningún problema, si previamente el maestro no les ha enseñado los procedimientos formales necesarios, como la escritura convencional de los números, las cuentas, etcétera.

De acuerdo con Ressia (2003) en la enseñanza tradicional de la suma el profesor fuerza el abandono de la cuantificación del total de varias colecciones que los niños resuelven a través del conteo de *uno en uno* y enseña a contar usando la sucesión numérica a partir de un número que no es el uno en una de las colecciones que se agrega al cardinal de la otra. Muchas veces esta última estrategia no resulta segura para los niños; porque, por ejemplo, para averiguar el total de 5 + 8 los alumnos empiezan a contar de manera ascendente a partir del 5, pero en lugar de iniciar con 6 para agregar los ocho, empiezan por el cinco y llegan a un resultado incorrecto (12). O les dicen a los niños, *el cinco va en la mente y ponemos ocho con los dedos y contamos, seis, siete, …, trece,* solo que muchos niños no atinan a entender cómo es que *el cinco va en la mente.*

Desde estos saberes docentes, aparecen diferentes maneras de contar que los maestros se encargan de "enseñar" sin que aparezcan como distintas estrategias para resolver problemas aditivos y, con ello, el conocimiento (número y conteo) se instale como una herramienta útil para resolver problemas (Fuenlabrada, 2009).

Algunos errores que cometen los niños durante su aprendizaje suelen ser tomados por los maestros, en la enseñanza tradicional, como faltas de atención; no obstante, que actualmente se sabe que esos “errores” son un estado particular del conocimiento en el camino hacia la apropiación progresiva del SND. Algunos de estos errores han sido señalados por Quaranta, Tarasow y Wolman (2003):

a) Sustituciones de decenas: en lugar de enunciar una decena, se refieren a otra, pero respetando el nombre de las unidades, por ejemplo, para el número ‘35’ dicen ‘veinticinco’. Algunas de estas podían deberse a la dificultad que representa la denominación ‘veinte’ que no guarda similitud alguna con la denominación del dígito correspondiente ‘dos’.
b) Inversiones: en lugar de decir ‘veinticuatro’ al leer ‘24’ leen ‘cuarenta y dos’ u ‘ochenta y uno’ para ‘18’. Los niños utilizan los nombres correspondientes de las decenas, solo que no tienen en cuenta el orden convencional; es común que conozcan con más frecuencia el número de la decena por el hecho de ser más frecuentado o que sea más fácil de relacionar con la serie numérica oral.
c) Confusiones entre el 60 y 70: este error se basa en la similitud sonora entre las denominaciones de ambas decenas.
d) Escribir los números como suenan: pasando de lo oral a lo escrito, por ejemplo, para referirse al 25 escriben 20 5.

Como puede apreciarse, muchos de los errores que los niños cometen están sostenidos por conocimientos parciales acerca del SND.

El saber sabio en el currículum

De acuerdo con Lerner y Sadovsky (1994) las dificultades para la enseñanza del SND y el que los niños encuentren problemas conceptuales para comprender las reglas de éste, han llevado a la discusión sobre la pertinencia de postergar los principios de base y posición en el currículum.

Block y Álvarez (1998) realizaron un estudio de las lecciones de número en el LTG-M1° de cuatro generaciones de propuestas curriculares en México; años sesenta, setenta, ochenta y noventa. En este estudio se dio cuenta de las prioridades sobre la enseñanza del número en las distintas épocas y cómo influyeron las ideas y corrientes de pensamiento en las propuestas. En este apartado serán descritas estas prioridades, aunado a otras tendencias internacionales sobre los contenidos en cuestión.

Por un lado, en los años sesenta se repartieron por primera vez en México los LTG, estos fueron elaborados por dos profesoras de primaria y tenían una concepción del aprendizaje centrada en la repetición de ejercicios muy similares entre sí y en la memorización de reglas, fórmulas y definiciones (Block y Álvarez, 1998). Por otro lado, Bartolomé y Fregona (2003) explican que, en Argentina, en esta época, proliferaron las representaciones geométricas de las colecciones para los diez primeros números; regletas de los números en colores por ejemplo para representar los múltiplos de 10: el 5 y el 2.

La Reforma de la Matemática Moderna de los años setenta recuperó ciertos aspectos de la teoría de conjuntos[1]; desde este enfoque, se enseñaba el número como una propiedad numérica de los conjuntos. La noción de número se entendía como la síntesis entre las operaciones de clasificación y seriación; hubo la necesidad de una etapa previa numérica —clasificar, seriar,

[1] La teoría de conjuntos es una rama de la lógica matemática que estudia las propiedades y relaciones de los conjuntos: colecciones abstractas de objetos, consideradas como objetos en sí mismas.

establecer correspondencias término a término— a través de la cual los alumnos constituirían la noción de número y sin la cual no podrían utilizarlos (Ressia, 2003).

En esta época también fueron difundidos los trabajos de Dienes —precursor en el campo de investigación en educación matemática— quien proponía presentar sistemas de numeración a los niños en diferentes bases y con distintos materiales para que ellos descubrieran los principios de un sistema posicional y posteriormente conocieran el SND como un caso particular (Block y Álvarez, 1998). En México los principios de base y posición que eran manejados de manera implícita y por asociación en los años sesenta, se estudiaron en los setenta explícitamente. Se presentó un extenso trabajo de agrupamientos en distintas bases y se consideró necesario en el currículum estudiar las reglas que subyacen al SND antes de escribir símbolos de dos cifras.

Una de las particularidades de la Reforma Educativa de los setenta fue que se apoyó en la Teoría Psicogenética de Jean Piaget; las nociones operatorias y la conservación de cantidades pasaron a ser contenidos de enseñanza como si ésta fuera una teoría general de enseñanza y no de desarrollo cognitivo. Las críticas principales a la Reforma de la Matemática Moderna surgieron de numerosas investigaciones que demuestran que el lenguaje de la teoría de conjuntos es inaccesible para los niños y que, clasificando y seriando se establecían relaciones cualitativas y no cuantitativas de los objetos (Ressia, 2003).

Es en los años ochenta, la influencia piagetiana pedagogizada se hizo visible en los LTG mexicanos, por ejemplo, en la organización de los contenidos teniendo en cuenta las etapas del desarrollo cognitivo, la manipulación de objetos concretos y la atención al proceso de aprendizaje del niño. Esto llevó a suavizar el grado de formalización de la propuesta anterior, sin embargo, también llevó a la reducción de una manipulación muy dirigida de material concreto, empobreciendo las situaciones a las que los niños se enfrentaban (Block y Álvarez, 1998).

En México, a partir de la Reforma Educativa de 1993 se incorporó un nuevo enfoque para la enseñanza de las matemáticas; que, en lugar de considerar a los problemas como el espacio para la aplicación de un conocimiento adquirido, se convierten en el medio a través del cual los alumnos aprenden. Desde esta Reforma, en los Libros de Texto Gratuito se promovió que los estudiantes se enfrentaran a la resolución de problemas utilizando procedimientos propios, construyendo estrategias personales y haciendo uso de sus conocimientos previos (García, 2014).

Las propuestas curriculares posteriores a la Reforma de 1993 han mantenido el discurso de la resolución de problemas como medio de aprendizaje de las matemáticas. No obstante, el tratamiento de los contenidos ha sido distinto, por ello en los siguientes apartados presentamos un análisis más detallado de la Reforma de 1993 y las dos posteriores en el ámbito de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

1.2 Propuesta curricular 1993 y LTG-M1° 1993

En este apartado exponemos una reseña del primer referente curricular en nuestro sistema educativo con enfoque basado en la resolución de problemas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Presentamos un breve contexto sobre la Reforma educativa de la década de los noventa; una descripción de la propuesta curricular y del enfoque enunciado; un análisis de las situaciones propuestas para la enseñanza del número y del SND en primero de primaria; y finalmente, un resumen de algunas investigaciones que analizaron la propuesta de matemáticas.

Contexto

Durante el sexenio de Carlos Salinas de Gortari (1988-1994) se promovió el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica (ANMEB) con el fin de elevar la calidad de la educación e introducir mejoras en la administración del Sistema Educativo Mexicano (SEM). Entre las principales acciones de este acuerdo se llevó a cabo la federalización, que trasladó la dirección y operación de las escuelas primarias a la autoridad estatal, bajo una normatividad nacional; la obligatoriedad de la educación secundaria y; la transformación de los planes y programas de estudio.

Esta última acción siguió un recorrido (SEP, 1993b): en 1989 se identificaron los principales problemas educativos del país en una etapa de consulta, el Programa para la Modernización Educativa 1989-1994, resultado de esta etapa, estableció como prioridad la renovación de los contenidos y los métodos de enseñanza, el mejoramiento de la formación de maestros y la articulación de los niveles educativos que conforman la educación básica. A partir de esta formulación, la Secretaría de Educación Pública (SEP) inició la evaluación de planes, programas y libros de texto y procedió a la formulación de propuestas para reformar la educación nacional.

En 1990 fueron elaborados planes experimentales para la educación preescolar, primaria y secundaria, que dentro del programa denominado *Prueba Operativa* fueron aplicados en un número limitado de planteles, con el objeto de probar su pertinencia y viabilidad. En 1992, al suscribirse el ANMEB, la SEP inició la última etapa de transformación de los planes y programas de estudio de educación básica siguiendo las orientaciones expresadas en el Acuerdo, principalmente, para establecer congruencia y continuidad entre los estudios de preescolar, primaria y secundaria.

Las actividades fueron acompañadas de una extensa actualización de los maestros en servicio, destinada a proporcionar una orientación inicial sobre el fortalecimiento de temas básicos, por ejemplo, los Talleres de "Enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria" (SEP, 1995). Durante la primera mitad de 1993 se formularon versiones completas de los planes y programas, se incorporaron las precisiones requeridas para la elaboración de una primera serie de nuevos Libros de Texto Gratuitos y se definieron los contenidos de las guías didácticas y materiales auxiliares para los maestros, necesarios para apoyar la aplicación del nuevo plan en su primera etapa (SEP, 1993b).

La propuesta: enfoque y organización de contenidos

La orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas puso énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas. Este enfoque implicó, entre otros cambios, organizar la enseñanza en torno a seis líneas o ejes temáticos (SEP, 1993b):

1. Los números, sus relaciones y sus operaciones
2. Medición
3. Geometría
4. Tratamiento de información
5. Procesos de cambio: razón y proporción
6. La predicción y el azar.

Los conocimientos matemáticos se clasificaron con base en los problemas que resuelven. Se eligieron aquellos problemas que son necesarios para que el niño adquiera ese conocimiento de acuerdo con sus posibilidades cognitivas y el tiempo disponible para la enseñanza, delimitado por la jornada escolar. La matemática se concebía en los planes y programas como un producto del quehacer humano y muchos desarrollos de esta disciplina derivados de la necesidad de resolver problemas concretos, propios de los grupos sociales.

Por ejemplo, los números son una abstracción de la realidad que se fue desarrollando durante largo tiempo. Este desarrollo está estrechamente ligado a las particularidades culturales de los pueblos: todas las culturas tienen un sistema para contar, aunque no todas cuenten de la misma manera. De acuerdo con la SEP (1993b) en la construcción de los conocimientos matemáticos, los niños también parten de experiencias concretas y paulatinamente, a medida que van haciendo abstracciones, pueden prescindir de los objetos físicos.

Los materiales para cada uno de los seis grados de la Escuela Primaria que se elaboraron en esta época para la enseñanza de las matemáticas fueron: LTG para los alumnos; Fichero de Actividades Didácticas para los maestros; Avance Programático que mostraba a los maestros la alternancia de uso del LTG y las actividades del Fichero y Libro para el Maestro con información sobre el enfoque y sobre cada eje conceptual (Block y Álvarez, 1998). En primero de primaria, los contenidos se organizaron en los primeros cuatro ejes, ya que los temas *Procesos de cambio* y *La predicción y el azar* no formaban parte de la propuesta para este grado (SEP, 2002).

El enfoque retomó elementos de la Teoría de Situaciones Didácticas que se había desarrollado en Francia desde los años setenta y los estudios en didáctica de la matemática desarrollados en DIE-Cinvestav, particularmente las secuencias de situaciones didácticas desarrolladas por David Block e Irma Fuenlabrada para el proyecto de desarrollo curricular denominado *Dialogar y Descubrir* para los Cursos Comunitarios del Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE, 1997). Lo que se pretendía era proporcionar a los niños las condiciones didácticas que pudieran favorecer el aprendizaje de las matemáticas a través de la interacción con un medio. A este medio los niños se enfrentarían con sus conocimientos previos y así se adaptarían a él poniéndolos en juego, aunado a la necesidad de un conocimiento nuevo, que eventualmente iba a emerger con la exposición constante a este tipo de situaciones.

Situaciones propuestas para la enseñanza de los números naturales y el SND

El interés de esta investigación es con respecto a los contenidos del primer eje: *Los números, sus relaciones y sus operaciones.* El primer problema que resuelven los números naturales es responder a la pregunta ¿cuántos son? Las situaciones planteadas en este eje exigían el uso de los números para cuantificar el total de objetos de colecciones y el uso de la sucesión oral; se plantearon también situaciones de representación de cantidades mayores a diez que permitían a los niños reconocer la función de los agrupamientos de diez elementos de un mismo orden, y el principio de valor posicional de los símbolos numéricos.

Asimismo, el planteamiento de problemas posibilitó que los niños reconocieran que el conteo uno a uno de colecciones, como recurso inicial privilegiado para realizar cálculos, se manifestara insuficiente cediendo su uso a las reglas del SND. El aprendizaje del SND corría alternadamente con la búsqueda de solución a problemas aditivos y multiplicativos, que se esperaba los niños resolvieran utilizando los agrupamientos (Fuenlabrada, 2005).

Los recursos didácticos sugeridos, en la propuesta de 1993, para la comprensión de la escritura de los números, en el contexto del SND son: *El caminito* y el juego *El cajero.* Estos dieron lugar a la escritura con sentido de los números y a la representación de los algoritmos de suma y resta en 1º y 2º de primaria. *El caminito* es un tablero formado por 100 casilleros marcados con sus correspondientes números, las decenas (diez, veinte, treinta, …, cien) tienen un fondo rojo y los demás números un fondo azul. Se trata de una expresión gráfica y accesible para que los niños se familiaricen con el orden de la serie numérica escrita; dado un número en la serie, los anteriores representan cardinalidades de colecciones menores y los posteriores corresponden a cardinalidades con más elementos (Fuenlabrada, 2005).

Si bien *El caminito* favorece el reconocimiento de las regularidades de la serie numérica oral y escrita, las reglas de agrupamiento y posición se trabajaban con el juego *El cajero.* En este juego se utiliza como material concreto un dado y fichas de colores, para representar el valor de los agrupamientos (una ficha amarilla representa una centena, una ficha roja una decena y una ficha azul una unidad) y se establece una regla de cambio de fichas: diez fichas azules se cambian por una ficha roja y diez fichas rojas por una amarilla (SEP, 1993a).

El cajero puede jugarse de dos maneras: cajero ascendente y cajero descendente. En el ascendente, al tirar los niños los dados piden al cajero el número de fichas azules correspondiente, gana el primer niño que llegue a un número preestablecido de fichas; por ejemplo, 5 rojas y 5 azules. En el cajero descendente cada niño, al empezar el juego, cuenta con la misma cantidad de fichas rojas y azules y, por turnos, al tirar los dados entrega al cajero el número de fichas azules según los puntos de los dados gana el niño que primero se quede sin fichas.

La interacción de los alumnos con las leyes del SND, en *El cajero* busca proporcionar elementos para acceder al conocimiento de las razones que subyacen a la representación simbólica en la que habitualmente se representan las cantidades. También les posibilitaba la manipulación de los algoritmos de las operaciones de suma; en el caso de *El Cajero* ascendente, al trabajar con procedimientos de agrupamiento y, con la resta en *El Cajero* descendente, al ir desagrupando (Fuenlabrada, 2005).

Para aprender la escritura posicional de los números, los niños inicialmente se basan en el color, poniendo el que vale más a la izquierda del que vale menos. Por ejemplo, si se tuvieran 43 fichas azules, se hacen todos los grupos de diez fichas azules, luego se cambian diez azules por una roja, encontrando que hay cuatro fichas rojas y quedan tres azules, que ya no se pueden cambiar por una roja, se anota el 3 en la columna de las fichas azules y 4 en la columna de las fichas rojas.

Hasta que los niños aceptaban que es suficiente con escribir el número que representa la cardinalidad de un color para informar sobre la cualidad de los elementos de la colección, es que serían capaces de trabajar con la cualidad de los agrupamientos (unos y dieces) que está determinada por la posición —unidades y decenas— (Fuenlabrada, 2005). En el caso de la resolución de problemas aditivos de suma y resta, la propuesta señalaba que éstos fueran propuestos a los niños paralelamente a su aprendizaje sobre el SND.

Es decir, antes de trabajar con los algoritmos convencionales para la suma y la resta los niños deberían resolver problemas aditivos. En principio como lo hacen los niños de preescolar, con recursos de conteo uno a uno, hasta que su conocimiento sobre el SND les permitiera reconocer los agrupamientos en la representación convencional de los números (por ejemplo, en el 43, podían mirar los 4 grupos de diez y las 3 unidades, en lugar de verlo como: uno, uno, uno, hasta el cuarenta y tres).

En ese momento, los niños, según el programa, estarían en posibilidad de resolver el cálculo implicado en los problemas aditivos a través de los agrupamientos y con ello sus posibilidades cognitivas son suficientemente próximas a la comprensión de los algoritmos convencionales de la suma y la resta. Este conocimiento debe afianzarse como el recurso de cálculo en la resolución de problemas, posteriormente los problemas siguen apareciendo para ampliar, profundizar y enriquecer el conocimiento sobre las estructuras aditivas.

Finalmente, en la propuesta curricular, el cálculo mental se planteó como una habilidad mental, en la que los niños recurren a estrategias en las que el cálculo se realiza empezando por las unidades de orden mayor hacia las de orden menor. Además, se sugería el uso controlado de la calculadora en actividades específicas para verificar resultados obtenidos mediante el cálculo mental o escrito. Por último, al respecto de la estimación de resultados, ésta se planteó como una forma de comprender las relaciones entre los datos del problema y, además, verificar si sus resultados eran razonables, posibles o imposibles (SEP, 2002).

Generalidades de la propuesta curricular

Los cambios que trajo consigo esta propuesta curricular se caracterizaron principalmente por no enseñar directamente la manera de resolver algoritmos para después aplicarlos en un problema. En cambio, se trataba de hacer que los niños reconocieran los distintos significados de las nociones, objeto de la enseñanza, enfrentándolos a situaciones que les supusieran un obstáculo a vencer, promoviendo que modificaran sus conocimientos previos para adecuarlos a la nueva situación que estaban resolviendo; a la vez que dichos conocimientos y experiencias previas se les evidenciaban como insuficientes o muy costosos. Con ello se hacía necesario el uso de la noción matemática en juego y el aprendizaje era más significativo.

A partir de esta innovación, se llevaron a cabo diversas investigaciones para conocer las dificultades de implementación de las situaciones y las formas de apropiación de los maestros sobre la propuesta en las aulas de clase:

> La principal limitación fue la débil comunicación al maestro de los aspectos más importantes de la propuesta. La información que se proporcionó acerca de la secuencia en general, y de las características de las situaciones en particular resultó insuficiente para permitir al maestro comprender su sentido y modificarlas o sustituirlas con mayor conocimiento de causa. Además, no se distinguieron suficientemente las diferentes funciones de la diversidad de situaciones que se presentaron, de manera que aquellas que eran fundamentales para el aprendizaje quedaban en cierta forma perdidas entre otras cuyo propósito no era más que repasar, ejercitar o evaluar. Probablemente la organización de la propuesta en tres materiales —libro de niños, fichero y avance programático— dificultó también su consulta. (Block y Álvarez ,1998, p. 70)

Con respecto a las formas o niveles de apropiación, Block, Moscoso, Ramírez y Solares (2007) evaluaron el impacto que tuvo en los docentes un curso nacional de actualización para la enseñanza de las matemáticas: el *Programa Nacional de Actualización Permanente* (PRONAP). El estudio se realizó diez años después de que dicho programa capacitara a los maestros, participantes en el estudio, en la nueva forma de concebir al aprendizaje de la matemática y consecuentemente su enseñanza; así como el empleo de los nuevos materiales diseñados como apoyo para la enseñanza y el aprendizaje.

Se encontró que la propuesta por sí sola no produce los cambios esperados, sino que hay una relación de adaptación, que, en la investigación, se define con el concepto de apropiación. Los principios más generales del enfoque de la propuesta parecían ser bien conocidos por los maestros entrevistados; sin embargo, se observó polarización y rigidez en algunas interpretaciones, al considerar como ajenas al enfoque prácticas como la enseñanza de las operaciones o el papel constructivo de los errores.

Frente a un cambio de enfoque en donde los contenidos no se "enseñan" a través de clases magistrales dictadas por los maestros al inicio de cualquier contenido nuevo, sino a través del enfrentamiento de los niños a las situaciones propuestas y la búsqueda de solución por parte de ellos, los procesos de apropiación del enfoque metodológico por parte de los profesores se tornaron lentos y fueron desiguales (Block, 2018). No obstante, esta propuesta curricular fue utilizada durante quince años, lo que permitió un cambio de concepción sobre la enseñanza de las matemáticas, lento y desigual debido a la diversidad del magisterio, pero no menor. Se intentó mejorar año con año con base en la investigación y lamentablemente fue sustituida en 2009 por una innovación con graves retrocesos, que describimos en el siguiente apartado.

1.3 Propuesta curricular 2011 y Desafíos matemáticos 2014

En este apartado describimos un segundo referente curricular que también consideró la resolución de problemas como medio para adquirir conocimientos matemáticos. Presentamos un breve contexto sobre la RIEB, una descripción de la propuesta curricular y el enfoque empleado, la organización de los contenidos en primero de primaria y un ejemplo de situación sobre número en los *Desafíos Matemáticos*. Finalmente, algunas críticas sobre el diseño curricular y los libros que sustituyeron a los LTG en esta propuesta.

Contexto

En 2009, a mitad del sexenio del presidente Felipe Calderón, se vio la necesidad de articular los tres niveles que conformaban la Educación Básica. Para entonces, cada nivel educativo contaba con una reforma reciente —Primaria en 1993, Preescolar en 2004 y Secundaria en 2006—, con sus respectivas propuestas curriculares que tenían propósitos compartidos pero expresados de maneras diferentes, con algunas ausencias y repeticiones temáticas; por lo que era necesario realizar un ajuste curricular que permitiera una articulación de contenidos y una clara continuidad metodológica entre los tres niveles educativos, lo que dio lugar a la Reforma Integral de la Educación Básica (Rojano y Solares, 2017).

De acuerdo con Ruiz (2012) un antecedente importante para la elaboración de la RIEB fue la creación del Instituto Nacional para la Evaluación Educativa (INEE) en 2002, que tenía como propósito la mejora continua del sistema de educación básica y el nivel medio superior mediante la evaluación integral de la calidad del Sistema Educativo Mexicano (SEM). Para llevar a cabo las evaluaciones, este Instituto consideró el logro de los aprendizajes de los estudiantes como el principal indicador de calidad, por lo que, desde entonces fungió como un organismo que manejaba las evaluaciones externas de manera transparente. Por ejemplo, el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos PISA por sus siglas en inglés, que permite conocer el nivel de desempeño de los alumnos que concluyen la Educación Básica.

Aunado al tema de las evaluaciones, la SEP en 2006 creó la Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) que se diferenciaba del INEE en su carácter censal, por llevar acabo evaluaciones individuales que permitían una valoración diagnóstica por escuela, zona escolar, entidad federativa o el país en su conjunto. Tanto el INEE como la SEP coincidían en mostrar las profundas brechas entre distintas modalidades educativas y niveles de logro por debajo de lo esperado, situación que ocasionó una presión política importante de búsqueda de mejora para el SEM (Ruiz, 2012).

En la educación primaria la Reforma curricular se fue implementando de forma gradual, combinando fases de prueba del nuevo currículum con fases de generalización a la totalidad de las escuelas primarias del país. La primera etapa, llevada a cabo en el ciclo escolar 2008-2009, se implementó en cinco mil escuelas de las distintas modalidades, tipos de servicio y organización en los grados de 1°, 2°, 5° y 6°. La segunda etapa se implementó durante el ciclo escolar 2009-2010; se pusieron a prueba los grados restantes 3° y 4° y se generalizaron para todo el país los grados de la primera etapa. Finalmente, en la tercera etapa 2010-2011 se generalizaron para todo el país los grados de 3° y 4° (SEP, 2008).

La propuesta curricular

En 2009 se sacaron de circulación los LTG de la Reforma de 1993 y durante 5 años, se utilizaron los que se iban generalizando con base en las supuestas 'pruebas', descritas en el párrafo precedente, éstos fueron elaborados con urgencia; y a decir de Block (2018) contenían bastantes errores.

La producción del Plan y Programas de Estudio concluyeron en 2011, pero fue hasta 2014 que éstos sustituyeron a los anteriores (Primaria de 1993, Preescolar de 2004 y Secundaria de 2006); al mismo tiempo que se publicaron los *Desafíos Matemáticos.* Estos libros, se elaboraron como un complemento de apoyo al trabajo docente que pretendía desestimar la consulta y uso por parte de los profesores de los libros de las editoriales particulares; es decir, no habían sido previstos como LTG y, al igual que los anteriores, se publicaron con premura sin ninguna advertencia a los maestros de su falta de correspondencia con la propuesta curricular de 2011 que los docentes fueron descubriendo en la marcha del ciclo escolar con bastante desconcierto. Las evidencias conducen a pensar que este ocultamiento fue políticamente intencional, puesto que, al margen de tanta propaganda oficial de pruebas y consultas difundida por Fernando González Sánchez, entonces Subsecretario de Educación Básica y Normal de la SEP de 2006 a 2011, para llevar a cabo la RIEB, ésta no había logrado concretar una buena articulación temática y metodológica entre los tres niveles de la Educación Básica, ni tampoco pudieron elaborar los LTG puestos a prueba y revisión con gran faramalla durante el sexenio, mismos que en su versión final contenían tantos errores de orden matemático, didáctico y editorial, que, a última hora y sin advertencia al Sistema Educativo Nacional, fueron sustituidos por los *Desafíos Matemáticos*.

En los programas de 1993 los contenidos de primaria y de secundaria estaban organizados conceptualmente de distintas maneras. Para la Educación Primaria, los contenidos estaban organizados en seis ejes temáticos; mientras que, para la Educación Secundaria se agruparon en cinco áreas. Esta discrepancia y otras desdibujaban la articulación entre los niveles de la Educación Básica, siendo una de las razones que justificó llevar a cabo la RIEB. Para favorecer la vinculación entre contenidos de distintas ramas de la matemática del nivel básico, éstos se organizaron en tres Ejes Temáticos: 1) Sentido numérico y pensamiento algebraico, 2) Forma, espacio y medida, y 3) Manejo de la información; que a su vez se disgregan en ocho temas: 1) Números y sistemas de numeración, 2) Problemas aditivos, 3) Problemas multiplicativos, 4) Figuras y cuerpos, 5) Ubicación espacial, 6) Medida, 7) Proporcionalidad y funciones, y 8) Análisis y representación de datos (SEP, 2009). Con el desarrollo de esas temáticas se pretendía favorecer el desarrollo de cuatro competencias matemáticas: 1) Resolver problemas de manera autónoma, 2) Comunicar información matemática, 3) Validar procedimientos y resultados, y 4) Manejar técnicas eficientemente.

El planteamiento central en relación con la metodología didáctica que se sugería consistía en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despertaran el interés de los alumnos y los invitaran a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y, a formular argumentos que validaran sus resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberían implicar los conocimientos y habilidades que se querían desarrollar. A la situación o situaciones problemáticas se les consideraba el medio para usar las herramientas matemáticas a estudiar y se señalaba la importancia de los conocimientos previos como el primer recurso que el estudiante ponía en juego al iniciar el proceso de resolución de la situación propuesta.

El enfoque de resolución de problemas parecía tener tintes de la Reforma curricular de 1993 basados en la TSD. Sin embargo, su orientación se inclinó hacia la forma de interacción entre maestros y alumnos al describir cómo había cambiado lo que antes era una clase frontal a lo que en ese momento era el trabajo en equipo y la importancia de favorecer la búsqueda de distintas estrategias; más que a establecer lo que fundamenta un acercamiento a la enseñanza en términos de la resolución de problemas (Rojano y Solares, 2017).

En cuanto a los LTG —*Desafíos Matemáticos*— estos se definían como situaciones que despertaban el interés de los alumnos y propiciaban su reflexión para que encontraran diferentes formas de resolver problemas matemáticos, propusieran nuevas preguntas, comunicaran sus estrategias, analizaran e interpretaran procedimientos de resolución, formularan argumentos que validaran sus resultados y los de los otros; en un ambiente de aprendizaje lúdico, interesante y colaborativo, con la intención de que manejaran las herramientas matemáticas en la escuela y en otros ámbitos de su vida cotidiana (SEP, 2013a). Sin embargo, fueron poco valorados por los profesores (Gómez, 2015), básicamente porque no encontraban, como esperaban, la relación entre lo que tenían que enseñar y las 'lecciones' de estos libros, aunado a que *era muy tardado* llegar a la solución de un problema. Es decir, las consideraciones didácticas subyacentes en los libros, definidas por los autores, no fueron cabalmente valoradas ni reconocidas por los profesores como útiles para favorecer el aprendizaje de los alumnos, al menos desde lo que para muchos de ellos significaba 'aprender matemática', más adelante regresaremos sobre esto.

Los contenidos de primero de primaria: un ejemplo de desafío

La oferta de primero de primaria, además de los temas, también estaba organizada en términos de Estándares Curriculares, así como en cinco Bloques. Para cada uno de estos últimos se señalaban las mismas cuatro competencias, y se disgregaban en aprendizajes esperados y en ejes; en estos últimos se enlistaban contenidos específicos. El término de competencia se usaba para designar diferentes aspectos como: habilidades, valores y actitudes, que se describían de manera general y eran los mismos para toda la primaria. Como no se proponían acciones específicas que las propiciaran o favorecieran; los profesores difícilmente entendieron que el desarrollo de competencias no es un contenido sino una consecuencia de la metodología que se implemente para la enseñanza (Fuenlabrada, 2009). Por ello, en las orientaciones didácticas sugeridas para primero de primaria, las competencias se desarrollaban indistinta y simultáneamente en todos los temas, todos los ejes y todos los contenidos. Para primer grado los contenidos se organizaron en cuatro Estándares curriculares: 1) Sentido numérico y pensamiento algebraico; 2) Forma, espacio y medida; 3) Manejo de la información y, un cuarto rubro denominado 4) *Actitudes hacia el estudio de la matemática*. Los tres primeros, en otro lugar del documento, aparecen como *Ejes Temáticos* y no como *Estándares Curriculares*; por lo tanto, no es claro cuáles son unos y cuáles otros; como tampoco las razones de este exceso de nomenclatura.

Los *Estándares Curriculares* se distribuyeron en cuatro periodos escolares de tres grados cada uno —tres grados de preescolar, 1º, 2º y 3º de primaria, 4º, 5º y 6º de primaria y tres grados de secundaria—. Estos cortes corresponden, de manera aproximada y progresiva, a ciertos rasgos o características clave del desarrollo cognitivo de los estudiantes (SEP, 2011).

En cuanto al contenido de número, que interesa para los propósitos de esta investigación, se establecía el trabajo con los primeros números, el conteo uno a uno de colecciones hasta el 20, así como la representación convencional hasta el 100. Se plantearon diversas situaciones sobre los usos y funciones de los números, la construcción de números mayores, el desarrollo de procesos de cuantificación a través de agrupamientos o cálculo mental, así como la aparición de las operaciones de suma y resta. En seguida, un ejemplo de desafío comparándolo con la organización de los contenidos del Bloque 4.

Competencias que se favorecen: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente		
Aprendizajes esperados	Ejes	
	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Forma, espacio y medida
• Resuelve mentalmente sumas de dígitos y restas de 10 menos un dígito. • Utiliza unidades arbitrarias de medida para comparar, ordenar, estimar y medir longitudes.	Números y sistemas de numeración • Resolución de problemas que impliquen la determinación y el uso de relaciones entre los números (estar entre, uno más que, uno menos que, mitad de, doble de, 10 más que, etcétera). • Resolución de problemas que permitan iniciar el análisis del valor posicional de números de hasta dos cifras. • Resolver problemas que impliquen relaciones del tipo "más n" o "menos n".	Medida • Medición de longitudes con unidades arbitrarias.

Figura 1. Bloque IV (SEP, 2013a).

Como puede apreciarse en la Figura 1, los aprendizajes esperados se subdividían en los temas relativos a los ejes. A continuación, un desafío centrado en el tema *Números y sistemas de numeración*. Cabe mencionar que los LTG venían acompañados con la guía para el maestro que contenía la organización de los contenidos y con un Libro para el Maestro. Este libro contenía las recomendaciones didácticas por desafío, acompañadas muchas veces de explicaciones sobre la enseñanza de un contenido.

El Libro para el Maestro muestra un problema didáctico de comprensión sobre el valor posicional relativo. De acuerdo con Ressia (2003) una de las situaciones a las que los niños pueden enfrentarse para entender la regla de posicionalidad en el SND es ordenar cifras por medio de criterios de comparación. Al parecer esta era la intención didáctica del desafío y parece estar lograda, como se muestra en las Figuras 2 y 3, pero ¿cuáles fueron las dificultades de esta propuesta y de los libros?

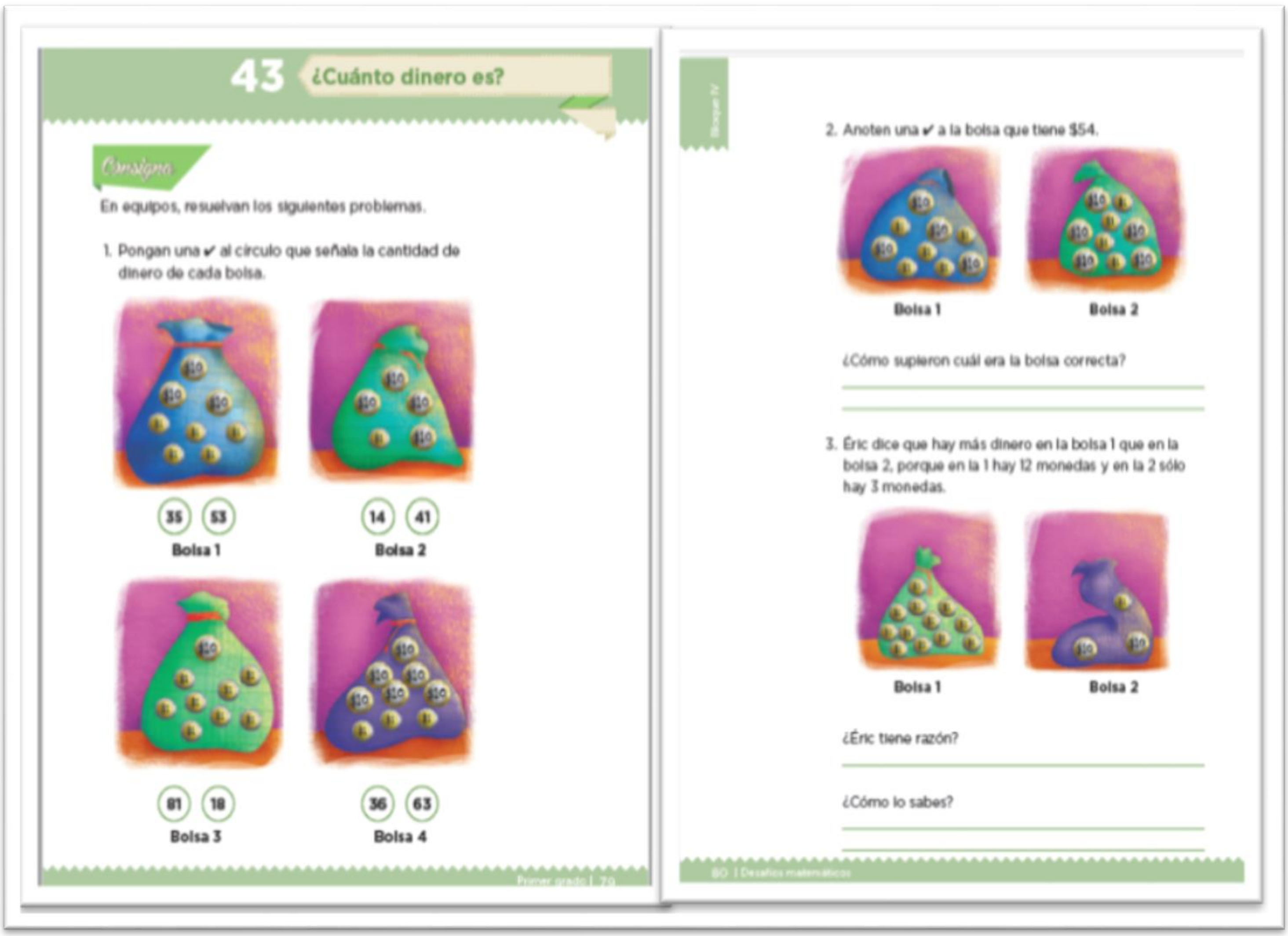


Figura 2. Ejemplo de desafío. Bloque IV (SEP, 2013b).

Consideraciones previas

La historia del sistema decimal de numeración muestra el grado de abstracción al que tuvo que llegar el ser humano para establecer que una misma cifra, cambiándola de posición, cambia de valor. Por ello, la comprensión del valor posicional (valor relativo) es una idea abstracta para un alumno de primer grado y requiere un tratamiento didáctico adecuado.

En el primer problema, los alumnos tendrán que elegir entre dos números que tienen las mismas cifras en diferente posición. La idea es que noten que el número de dieces se escribe a la izquierda y el de unos se escribe a la derecha. Mientras los alumnos trabajan, se les pueden plantear preguntas como: ¿por qué saben que esa es la cantidad de dinero? ¿Por qué no puede ser ésta? ¿Cuántas monedas de $10 se requieren para esta cantidad? ¿Cuántas de $1?

En el segundo problema se plantea la situación inversa: dada una cantidad, el alumno identificará cuántos dieces y cuántos unos la forman. La pregunta que se plantea tiene el propósito de que los alumnos argumenten que el 5 representa la cantidad de dieces y el 4 la cantidad de unos. Es probable que no puedan escribir lo que piensan, pero se les debe motivar para que expresen verbalmente sus argumentos.

En el tercer problema se espera que los alumnos noten que no importa el número de monedas, sino el valor de las mismas. Las cantidades se eligieron para que comparen 12 y 21, y se den cuenta de que, si bien las dos cantidades tienen las mismas cifras, hay más dinero en $21, aun cuando el número de monedas es menor. Nuevamente, si no pueden escribir cómo lo supieron, es importante apoyarlos durante la puesta en común para que lo expresen verbalmente.

Figura 3. Consideraciones previas (SEP, 2013a).

Dificultades del diseño curricular y los LTG

Una de las principales críticas a la propuesta curricular fue sobre su extensa terminología; se hablaba de estándares curriculares para matemáticas, competencias matemáticas, aprendizajes esperados y contenidos temáticos tanto disciplinares como transversales. Esta resultó confusa para los usuarios del currículo; el profesor debía articular y lograr cumplir con expectativas, muchas veces incomprensibles. Además, había mayor énfasis en unos ejes que en otros, y eso podía dar el mensaje de que es más importante desarrollar uno en detrimento de los otros.

De acuerdo con Rojano y Solares (2017), dentro de un mismo bloque, los contenidos que se trabajaban no tenían una conexión entre sí, pues se señalaban varios temas del mismo eje o distinto sin aparente relación entre ellos. Al cambiar de bloque, y aunque se retomaran ideas trabajadas anteriormente, se seguían estudiando contenidos aislados, lo que a la larga podía generar una percepción compartimentada de las matemáticas. Weiss, et. al (2019) consideraron que los libros de texto *Desafíos Matemáticos*, fueron portadores de algunas actividades interesantes, sin embargo, tenían limitaciones importantes, sobre todo, la falta de secuencias didácticas para abordar los temas.

Por otro lado, si bien se estipulaba una cantidad de horas para la asignatura de matemáticas por grado escolar, no había claridad de los tiempos para abordar el programa y su organización por bloques, aspecto que podía ser relevante para la planeación docente. De acuerdo con Rojano y Solares (2017) la dificultad matemática de los temas no era la misma por el nivel de profundización, las características de los propios estudiantes y del contexto, y los aspectos que se mencionaban en los propios contenidos; por lo tanto, el tiempo parecía ser insuficiente para el abordaje de todos los contenidos.

En el estudio de Gómez (2015) sobre la opinión de los docentes acerca de los libros de *Desafíos Matemáticos*, se encontraron de manera generalizada diversos juicios como: no había coincidencia entre los materiales y los programas; la redacción del desafío no estaba acorde con el vocabulario del niño; a los maestros también les costaba trabajo resolverlos; estaban descontextualizados; eran extensos, revoltosos, difíciles y ofrecían poca información (Gómez, 2015).

En otro estudio sobre los libros *Desafíos Matemáticos*, los docentes expresaron que muchos de ellos no los utilizaban, algunos argumentaron que no les daba tiempo de revisarlos o que los aprendizajes esperados y contenidos del programa no se relacionaban entre sí; además que preferían trabajar con otras actividades y otros libros, ya que no todos ayudaban al logro de los aprendizajes esperados o que sólo consideraban los más interesantes porque eran muy aburridos; uno de los profesores precisó que *nunca los usa porque tienen muchos errores metodológicos y de ortografía y prefiere trabajar con otras actividades* (Reyes y Ramos, 2017 p.7).

Los *Desafíos Matemáticos* fueron empleados durante cuatro ciclos escolares en todos los grados de la primaria y en 2018 se modificaron los de primer y segundo grado. En el siguiente apartado describimos la Reforma curricular que dio sustento a estos nuevos libros y analizamos las modificaciones que estos implicaron.

1.4 Propuesta curricular 2017 y LTG-M1° 2018

En este apartado exponemos una breve presentación del *Nuevo Modelo Educativo* (NME-2017) —Reforma educativa desarrollada durante el sexenio del presidente Enrique Peña Nieto—, a fin de contextualizar la descripción de la propuesta curricular *Aprendizajes Clave para la Educación Integral* subyacente en el Modelo, su enfoque metodológico para la enseñanza y el aprendizaje de los temas del Campo Académico de Pensamiento Matemático; así como, el LTG-M1°. Finalmente, presentamos algunas críticas generales que recibió la Reforma educativa, específicamente a la Ley constitucional que regula las relaciones laborales iniciales y de continuidad de los docentes con el Estado. Así mismo, los rasgos generales de la Nueva Escuela Mexicana (NEM), que pretende ser una Reforma educativa, pero por el momento solo es un discurso político más que educativo.

Cabe mencionar que, el análisis de las lecciones de matemáticas del LTG-M1° 2018 seleccionadas para el trabajo experimental —relativas a los temas de Número, Sistema de Numeración Decimal, Adición y Sustracción—, junto con sus fortalezas y debilidades las presentamos en el segundo Capítulo de esta tesis.

Contexto

El 26 de febrero del 2013 se promulgó una Reforma constitucional que establecía medidas para la Educación Básica como: el ingreso a la docencia, su promoción y permanencia al Servicio Profesional Docente (SPD) a través de un examen de oposición y, la obligación del estado de garantizar educación de calidad desde el preescolar hasta la educación media superior. Después de esta legislación, las decisiones técnicas, organizativas y financieras que definirían la operación de la Reforma en todo el territorio nacional, se desenvolvieron en un escenario político sumamente complejo y conflictivo, debido a la resistencia por parte de los profesores con respecto a la evaluación (Fuentes, 2018).

La evaluación docente no contó con un modelo educativo de referencia, pues dio inicio desde el 2013, cuando aún se operaba con la RIEB y, el Nuevo Modelo Educativo comenzó su prueba piloto hasta el 2017, entrando en vigor hasta el ciclo escolar 2018-2019.

Entre algunos de los cambios enunciados en la propuesta *Aprendizajes Clave para la Educación Integral* destacan: a) la autonomía de gestión otorgada a las escuelas; b) la reducción de los aprendizajes esperados y, c) la inserción del desarrollo socioemocional en el currículum.

La propuesta curricular del 2017

Desde el NME se planteó la Reforma curricular como respuesta a la ineficiencia del currículum anterior, basado en acumulación de contenidos más que en la asimilación efectiva de los mismos. El NME aludió a los aprendizajes clave como referente para organizar el currículum, este concepto fue acuñado como aprendizajes básicos imprescindibles por Cesar Coll (2013), retomado por Taboada y Fuenlabrada (2014) en su estudio sobre la propuesta curricular posible para el Sistema de Cursos Comunitarios que administra el Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE). Los aprendizajes básicos imprescindibles, son aquellos que, de no ser aprendidos por los estudiantes, se constituyen en un obstáculo para aprender otros; a la vez, que consideran las posibilidades cognitivas de los alumnos en función de su desarrollo. Es de hecho, una selección y redistribución de la gran cantidad de conocimientos básicos que tradicionalmente han aparecido en diferentes propuestas curriculares y la de la RIEB no fue la excepción. Desde estas consideraciones es que la SEP (2017) en los lineamientos del NME plantea:

> Los conocimientos, habilidades, prácticas, actitudes y valores que aportan al crecimiento integral del estudiante, se desarrollan específicamente en la escuela y sin ellos se dejaría una laguna muy grande en los niños que sería difícil subsanar en niveles posteriores. Dichos aprendizajes constituyen el referente fundamental para la planeación de una clase efectiva por parte del docente, se basan en las etapas del desarrollo de los estudiantes, señalan con claridad las expectativas de aprendizaje, están planteados para lograrse al término del ciclo escolar y su presentación va de lo sencillo a lo complejo. (p.107)

Un cambio importante en este nuevo modelo fue la autonomía del alcance de los aprendizajes esperados, ya que las evaluaciones dejaron de ser bimestrales, reduciéndose de cinco a tres. De acuerdo con la SEP (2017) aquí la autonomía curricular cobra fuerza para el docente ya que se le permite hacer uso de su criterio, con base en las necesidades e intereses de los estudiantes, llevar el currículo a su manera, teniendo como obligación solo tres momentos para comunicar calificaciones en el transcurso del año escolar: noviembre, marzo y julio.

En la propuesta *Aprendizajes Clave para la Educación Integral*, se describe la organización curricular para la Educación Básica, así como las perspectivas didácticas que orientan la enseñanza.

Particularmente, en el campo de Formación Académica Pensamiento Matemático el enfoque pedagógico para la Educación Básica define a la resolución de problemas como la parte nuclear para organizar la enseñanza y el aprendizaje, expresado de la siguiente manera:

> [se asume a] la resolución de problemas como la meta del aprendizaje y como el medio para aprender contenidos matemáticos y fomentar el gusto con actitudes positivas hacia su estudio (SEP, 2017: 297).

De acuerdo con lo anterior, encontramos que en este enfoque pedagógico subyacen planteamientos de la Teoría de Situaciones Didácticas. Por ejemplo, se retoma que para cada noción matemática existe un conjunto de problemas que le son específicos, esto implica que el conocimiento en cuestión aparece como la estrategia para resolver los problemas involucrados (Brousseau, 2007).

Consideramos que los diferentes tipos de problemas listados en los aprendizajes esperados de cada grado escolar son los problemas necesarios para que los estudiantes accedan al (o los) conocimiento(s) inmersos en ellos; por ello la resolución de problemas es meta: son aprendizajes esperados. A su vez, la resolución de problemas es medio para el aprendizaje, porque es a través de la búsqueda de solución que los estudiantes, por aproximaciones sucesivas al (o los) conocimiento(s) terminan por adquirirlo(s)[2] (Fuenlabrada, 2020).

En la propuesta curricular el aprendizaje de los diferentes temas, conceptos y procedimientos matemáticos está organizado en tres ejes:

- Número, algebra y variación
- Forma, espacio y medida
- Análisis de datos

Estos ejes se disgregan en doce temas: 1) Número; 2) Adición y sustracción; 3) Multiplicación y división; 4) Proporcionalidad; 5) Ecuaciones; 6) Funciones; 7) Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes; 8) Ubicación espacial, 9) Figuras y cuerpos geométricos; 10) Magnitudes y medidas; 11) Estadística, y 12) Probabilidad.

Esta tesis se circunscribe al eje de *Número, algebra y variación* con los temas de *Número, Adición y sustracción.*

Además del enfoque pedagógico basado en la resolución de problemas para el desarrollo de pensamiento matemático y la organización curricular con base en los problemas que dan lugar a ciertos conocimientos y saberes matemáticos; encontramos que el recorrido metodológico de las clases propuesto por la SEP (2017) podría enumerarse de la siguiente forma:

1. Los alumnos comprenderán la situación implicada en un problema
2. Plantearán rutas de solución

[2] Los diferentes tipos de problemáticas también se distribuyen por ciclos: Tres años de Preescolar; Primaria por pares de grados - 1º y 2º; 3º y 4º; 5º y 6º y tres años de Secundaria- para delimitar, momentos determinados del trayecto de la Educación Básica, sus alcances fundamentalmente en la estrategia de resolución que se espera los alumnos movilicen para resolver.

3. Los integrantes de los equipos asumirán la responsabilidad de resolver la tarea
4. Manejo adecuado del tiempo para que los alumnos construyan significados con relación al saber
5. Puesta en común de resultados, análisis de sus producciones
6. Formalización del saber

En este recorrido, consideramos que también aparecen tintes de la TSD, ya que se pretende que los alumnos se involucren en una situación didáctica para que pongan en juego sus conocimientos y planteen rutas de solución con devoluciones y retroacciones del medio en el que están inmersos. Además, se toma en cuenta el tiempo didáctico para que los alumnos se enfrenten a la situación que de manera importante debe gestionar el maestro para permitir que sus estudiantes construyan significados sobre los saberes que están en juego. Finalmente, la puesta en común e institucionalización del saber (Sadovsky, 2005) también se ven presentes en este recorrido.

El Libro de Texto Gratuito

La estructura del LTG-M1° se organiza a través de trayectos, cada uno formado por varias lecciones con problemas y actividades que abordan conceptos o procedimientos matemáticos con el propósito de alcanzar uno o varios de los aprendizajes esperados de un eje temático (SEP, 2018a).

EJE	TEMA	APRENDIZAJES ESPERADOS	TRAYECTOS		
			Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	Número	Lee, escribe y ordena números naturales hasta 100. Resuelve problemas de suma y resta con números naturales menores que 100.	T1. La decena T3. Hasta 15 T8. Hasta 30	T3. Hasta 50 T6. Otra vez 50 T9. Hasta 100	T1. Otra vez 100 T4. Estrategias de suma y resta T9. Cooperativa de manteles
	Adición y sustracción	Calcula mentalmente sumas y restas de números de una cifra y de múltiplos de 10.			

Figura 4. Eje Número, álgebra y variación (SEP, 2018a)

En la TSD se distingue entre *conocimientos* y *saberes* matemáticos, los primeros se obtienen de la interacción del alumno con un *medio* y le permiten controlar una situación, mientras que los saberes son productos culturales de una institución que tienen por objetivo identificar, analizar y organizar los conocimientos a fin de facilitar su comunicación (Brousseau, 2007).

Tomando como ejemplo la Figura 4, inferimos que los aprendizajes esperados constituyen la ruta didáctica para la conformación del *medio* con el que los alumnos van a interactuar. Es decir, el medio en esta propuesta está representado en las lecciones del LTG-M1º, para que de las interacciones de los alumnos con éste emerja el conocimiento sobre los primeros cincuenta números. Dicho conocimiento permitirá a los alumnos controlar, en principio, las situaciones propuestas en los trayectos; y a su vez, ese conocimiento tendrá una referencia al número natural como saber culturalmente validado; mismo que está expresado en el eje temático 1. Esto es, en el LTG-M1° se espera que, con las actividades planteadas en los trayectos, se contribuya a la construcción de saberes matemáticos pertinentes, en la medida en que no se proponen otras actividades que no se desprendan de las signadas en las lecciones del LTG-M1°.

En el LTG-M1°, el trabajo realizado en un trayecto en torno a un tema específico se retoma, profundiza y amplía en el siguiente trayecto. Por ejemplo, en el segundo bloque se incluye el trayecto *Hasta 50*, en el que se amplía el rango numérico iniciado en el primer bloque que incluye a los primeros 30 números. Posteriormente, en el trayecto *Otra vez 50*, se sigue trabajando con los primeros 50 números, profundizando sobre éstos y explorando con mayor detenimiento las regularidades en la serie numérica, las descomposiciones y las relaciones entre los números (SEP, 2018a).

Desde el Libro para el Maestro, las recomendaciones para gestionar las lecciones son las siguientes:

> El maestro inicia la clase dando instrucciones para que resuelvan las actividades del libro de texto, les da un tiempo de trabajo y, en la última parte de la clase los alumnos explican cómo las resolvieron. Constituye uno de los aprendizajes más difíciles para cualquier maestro, escuchar los razonamientos y no emitir juicios de bien o mal, sino convertirlos en preguntas para que todos reflexionen acerca de sus procedimientos. (SEP, 2018a, p.37)

1 ¿Cómo contamos? p. 87

¿Qué busco?

- Que expresen de forma oral y escrita números hasta 50.
- Que pongan en acción estrategias de conteo para contar colecciones no mayores a 50.

¿Qué material necesito?

- Una caja de sorpresas por cada cuatro niños.
- Colocar hasta 50 objetos dentro.
- Semillas, botones o cualquier material que pueda ser manipulado fácilmente.
- Cartulinas u hojas.
- Tableros de 10 (opcional). 2

¿Cómo guio el proceso?

- Inicie pidiendo que, sin contar, digan cuántos objetos piensan que hay en la caja. Pregunte, por ejemplo, si creen que son más de 10 o menos de 10 objetos, si son entre 20 y 30 o más de 30.
- Conviene pedirles registrar de alguna manera cómo contaron, de manera que puedan comunicar a otros sus métodos y reflexionar sobre éstos.

¿Qué errores comunes puedo encontrar?

- De conteo, ya sea al formar los grupos o al encontrar el total.

Pautas para evaluar

Al usar agrupamientos, es importante observar si utilizan el sobreconteo, o si forman los grupos y luego cuentan de nuevo. Al contar ya formados los grupos observe si necesitan contar nuevamente todos los elementos o si pueden contar de 10 en 10 o de 5 en 5. Fomente la comparación de estrategias de conteo preguntando en cuáles es menos probable cometer errores.

¿Cómo apoyar?

- Individualmente pida utilizar tableros de 10 para agrupar en decenas únicamente. Repita con distintas cantidades de objetos.

¿Cómo extender?

- Pídales hacer agrupamientos de 3 en 3 o de 7 en 7 y pregúnteles si contar así es más sencillo o no.

Figura 5. Ejemplo de lección (SEP, 2018a).

Las intenciones didácticas que pretenden alcanzarse a través de los problemas, actividades o juegos planteados en cada lección del LTG-M1°, aparecen en el Libro para el Maestro en el apartado "¿Qué busco?" así mismo las diferentes componentes del quehacer docente que los maestros deben tener presentes para cada lección se disgregan, como puede apreciarse en la Figura 5, en los apartados: "¿Qué material necesito?", "¿Cómo guío el proceso?", "¿Qué errores comunes puedo encontrar?" Y finalmente se le ofrecen al docente "Pautas para evaluar" y en caso necesario algunas sugerencias sobre "¿Cómo apoyar?" y "¿Cómo extender?"

De acuerdo con Fregona y Orús (2011) en la TSD se concibe al docente como el responsable de organizar los medios adecuados para que los estudiantes en interacción con ellos se relacionen con los saberes culturales. Forman parte del medio: el objeto matemático a enseñar; la distribución del tiempo en función de lo que es posible producir en torno a ese objeto de estudio con base en el tiempo disponible para la enseñanza; los materiales; la consigna, su manejo y sostenimiento a lo largo de la clase; los problemas; los textos, la organización de la clase; así como, la manera de favorecer algunas interacciones de los alumnos en búsqueda de la solución a las situaciones planteadas.

En el Libro para el Maestro se describen los elementos que forman parte del medio para cada una de las lecciones propuestas, se espera que el profesor se habitúe a resolver las lecciones de cada trayecto, previamente a la clase. De modo que el docente en el proceso de resolución determine: “¿qué se espera que aprendan los niños?”, “¿qué estrategias docentes puede implementar en el grupo?”, “¿cómo van a aprender los alumnos?”, y “¿qué deben saber hacer los estudiantes al terminar el trayecto?”

Críticas en el marco del contexto actual: La Nueva Escuela Mexicana (NEM)

Gil (2018) al analizar la Reforma constitucional —*Nuevo Modelo Educativo*— encuentra que los supuestos en los cuales descansó carecían de validez y coherencia. Destacó la poca consideración que se dio a los profesores como agentes de cambio, haciéndolos culpables de todas las deficiencias del sistema y la solución inmediata fue una evaluación que encubría prácticas inequitativas, debido a que los maestros mejor evaluados eran promovidos para atender a las zonas menos vulnerables.

Una de las primeras acciones de la actual administración federal fue la derogación de la Reforma constitucional de 2013 que, según uno de los documentos de la *Nueva Escuela Mexicana* (NEM), convirtió al magisterio en una profesión asediada, generó entre los docentes malestar, desmotivación y desmoralización. La transformación planteada por la NEM demanda un magisterio orgulloso de su profesión, comprometido y consciente de su papel social, que centre sus esfuerzos en el aprendizaje y desarrollo integral de los alumnos (Poy, 2019).

De acuerdo con Hernández (2019) dos aciertos de la NEM han sido; valorar el trabajo docente y enfatizar la importancia de su formación y acompañamiento, lo cual revierte el rechazo y el malestar, promoviendo el apoyo y la cercanía de los maestros. Además, la NEM define la práctica docente como diversa y compleja, pues a pesar de reconocer la modalidad tradicional de enseñanza, aprecia la coexistencia de prácticas alternativas impulsadas por los propios profesores; innovadoras, participativas y creativas que alcanzan, muchas veces, buenos resultados (Guevara, 2019).

Sin embargo, diversos autores (Poy, 2019; Hernández, 2019; Ibarra, 2019) coinciden en la necesidad de revisar el modelo pedagógico que sustenta a la NEM, ya que hasta el momento sólo se habla de una educación humanista, pero no se dice cómo se alcanzará.

Entre los cambios curriculares que se pretenden incorporar, destaca por primera vez la perspectiva de género; la referencia explícita al civismo como un contenido que debe formar parte en todos los niveles educativos; y la filosofía como disciplina que contribuye a la formación integral. Se distingue entre la educación física y el deporte porque la primera supone una disciplina para la realización de ejercicios y fortalecimiento del cuerpo, pero el deporte representa una acción que permite desarrollar valores de colaboración. La educación sexual, juega otro papel importante, con el fin de incidir en la solución de problemas tales como los embarazos adolescentes que han alcanzado dimensiones alarmantes (Andrade, 2019).

El NME devino de un artículo transitorio, en un momento político difícil; resultado de una Reforma centrada en la evaluación a los profesores con consecuencias punitivas. No obstante, hace falta una mirada integradora de los intentos de profesionalización del magisterio, para darle continuidad a los nuevos planes y programas de estudio, permitiendo una larga vigencia y sedimentación.

El principal acierto de la NEM ha sido el considerar a los profesores como la clave del cambio y no como los culpables de todos los problemas educativos del país.

A pesar de que el NME ha sido criticado (Arias y Bazdresch, 2017); cabe mencionar que la reducción de los contenidos de la propuesta de 2017 junto con su propuesta de nuevos libros de texto para preescolar y el primer ciclo de educación primaria está siendo aceptada y probada por los docentes en los salones de clase. Dado que el NME y la NEM son propuestas coexistentes en el ciclo escolar actual, es pertinente la investigación de los cambios de este modelo con respecto a la enseñanza.

1.5 Referentes teóricos

A continuación, presentamos los tres principales referentes teóricos que guían la tesis: la teoría de la Transposición Didáctica; la Teoría de Situaciones Didácticas y algunos estudios socioculturales sobre la práctica docente; se trata de una síntesis sobre los principales postulados y conceptos de las teorías, particularmente, los que utilizamos en el análisis de esta investigación.

La teoría de la Transposición Didáctica

Todo proyecto social de enseñanza y de aprendizaje se constituye dialécticamente con la identificación y la designación de saberes como contenidos a enseñar. Un contenido que ha sido designado para enseñarse sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo propicio para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza.

Al proceso de selección, reconstrucción y adaptación de los saberes matemáticos para ser enseñados en los contextos escolares se le llama *transposición didáctica*. Este proceso tiene cuatro momentos significativos; inicia cuando se instaura un saber matemático en el seno de la ciencia. Un matemático presenta un teorema o desarrollo teórico ante la comunidad científica de manera impersonal, desprovisto de cualquier elemento subjetivo; este es un primer momento de transposición dado que el saber científico se estructura, comunica y cobra sentido en la disciplina científica, apartado de los procesos de producción en que surgió (Chevallard, 1998).

El segundo momento transpositivo se lleva a cabo por un grupo de agentes e instituciones responsables de delimitar los parámetros educativos de una comunidad, a este grupo se le denomina *noosfera* y designa los saberes matemáticos que van a ser enseñados en las instituciones escolares y las perspectivas didácticas que pueden emplearse para comunicar dichos conocimientos. En este nivel de transposición se diseñan los programas y referentes curriculares —filosóficos, didácticos, metodológicos, cognitivos, entre otros—, que van a orientar los procesos de enseñanza de las matemáticas.

De acuerdo con Chevallard (1998) la transposición didáctica se entiende como el proceso de transformación desde el momento en que se instaura un saber científico hasta que es seleccionado para ser enseñado. En este proceso se pueden identificar cinco características especiales e inherentes al saber, se trata de componentes necesarios que participan en la transposición didáctica y que muchas veces lo desgastan:

- Nociones
- Desincretización
- Puesta en textos
- Tiempos didácticos
- Tiempos de aprendizaje

Con respecto a la especificidad de los saberes, estos son el resultado de ajustes didácticos elaborados en la noosfera a la luz de las necesidades del entorno social; cada saber científico se somete a un proceso didáctico único que lo justifica y valida. Los objetos de saber que se constituyen en material de enseñanza se denominan *nociones* matemáticas; son construidas a través de definiciones o por medio de la caracterización de sus propiedades y a partir de sus ocasiones de uso.

La incorporación y transmisión de los saberes en los contextos escolares implica la división del saber en campos específicos. El saber es presentado de manera analítica con un discurso detallado; por fragmentos, sucesiones de capítulos o lecciones, a este proceso se le conoce como *desincretización del saber*.

La delimitación del saber a enseñar se da cuando la comunidad participante del proceso de transposición conoce de manera explícita y escrita las nociones matemáticas con las que va a trabajar, lo que lleva a la *puesta en textos* del saber que involucra las concepciones y epistemología que orienta el aprendizaje con la característica de ser atemporales. Este proceso determina un camino progresivo del conocimiento pues el texto está organizado y estructurado con una lógica particular.

Para que estos saberes se integren como objetos de enseñanza se introducen como algo novedoso, que genere inquietudes y retos para el que aprende, logrando un engranaje inicial con los saberes antiguos y siendo punto de partida para la generación de nuevos aprendizajes. De esta manera, hay una tensión entre lo nuevo y lo antiguo, que se supera cuando se dan los aprendizajes, ya que el nuevo saber se articula a los precedentes, se automatiza, se hace cotidiano, se desgasta y envejece; en este punto se reinicia el proceso (Chevallard, 1998).

Estos parámetros señalados por la noosfera, junto con las concepciones, formación y experiencias personales del profesor son los elementos adoptados como base para el diseño de propuestas de trabajo en el aula y Chevallard propone analizarlas para comprender el proceso de transposición. En un tercer momento transpositivo; el docente organiza su propuesta de trabajo de forma que se articulen con los requerimientos institucionales —currículum, libros de texto, proyectos institucionales— y su postura personal acerca del conocimiento que va a enseñar, modelando su discurso y prácticas en el aula.

El profesor hace parte de un sistema didáctico; este sistema involucra tres elementos: el profesor con sus concepciones, experiencia e historia (docente); el alumno con una estructura cognitiva particular (alumnos) y; el saber (matemático) sometido a la transposición didáctica. Estos tres elementos se regulan a través del contrato didáctico con el saber matemático como punto de encuentro y motivo por el que surgen relaciones entre ellos.

Los saberes sufren transformaciones a través de las prácticas sociales en las diversas instituciones por las que transitan; por lo tanto, la escuela dialoga con otras instituciones que están ubicadas fuera de ella. Entonces el maestro no es el único que realiza transposiciones y tampoco debería culpársele por ello, más bien, la transposición permite analizar las condiciones en las que circula el saber en diversas prácticas sociales, restringidas por condiciones institucionales (Sadovsky, 2019).

Con respecto al tercer momento transpositivo, es importante resaltar la relación disímil que guardan el profesor y el alumno con respecto a la duración didáctica. *El tiempo didáctico* es un tiempo teórico lineal y secuencial que debería emplearse para enseñar un saber. Sin embargo, el tiempo del que aprende es diferente y varía con respecto a las condiciones de cada individuo. En el proceso de aprendizaje los conocimientos se reorganizan, recontextualizan e incorporan a la estructura cognitiva existente, por ello no puede preestablecerse, es el alumno quien determina cuando se apropia de una noción.

El docente conduce la *cronogénesis* del saber, es la condición que le permite llevar a cabo la renovación didáctica, esta situación de avance cronológico es destruida por el aprendizaje y vuelta a construir por la enseñanza. Asimismo, enseñante y enseñado difieren en sus lugares con respecto al saber en construcción: *topogénesis del saber*. El objeto de enseñanza se usa como objeto transaccional entre dos regímenes del saber: entre la versión oficialmente enseñada y la versión cuyo conocimiento se exige del enseñado. La diferenciación de los lugares debe manifestarse en el tratamiento explícito del saber.

Teoría de situaciones didácticas

La Teoría de Situaciones Didácticas estudia el conjunto de elementos que intervienen en la construcción del conocimiento matemático en el aula desde un enfoque constructivista del aprendizaje con base en algunos postulados de la Teoría Psicogenética de Piaget; al concebir que el conocimiento matemático se construye a partir de la resolución de problemas, de estar en un estado de desequilibrio que ayuda a generar nuevas respuestas, las cuales se traducen como aprendizajes. La Teoría de Situaciones Didácticas ve a la matemática como un conjunto organizado de saberes producidos por la cultura; estos saberes pueden ser comunicados a través de una situación fundamental empleada como estrategia.

Para cada noción matemática en la TSD existe un conjunto de problemas que le son específicos, esto implica que el conocimiento en cuestión aparece como la estrategia para resolver los problemas involucrados. Además, hay una distinción entre conocimientos y saberes matemáticos, los primeros se obtienen de la interacción del alumno con un *medio* y le permiten controlar una situación o problema, mientras que los saberes son productos culturales de una institución que tienen por objetivo identificar, analizar y organizar los conocimientos a fin de facilitar su comunicación (Brousseau, 2007).

En la TSD el concepto de *situación* se refiere a dos tipos de interacción: una entre el alumno con una problemática que ofrece resistencias y retroacciones relacionadas con los conocimientos matemáticos puestos en juego; y otra entre el docente y el alumno relativa a la interacción del alumno con la problemática. Las interacciones entre alumno y medio se describen en el concepto de *situación adidáctica,* en la cual el sujeto en interacción con una problemática pone en juego sus propios conocimientos; modificándolos, rechazándolos o produciendo nuevos a partir de las interpretaciones que hace sobre los resultados de sus acciones.

De acuerdo con Sadovsky (2005) la clase es un espacio de producción en el cual las interacciones sociales (alumno-alumno y alumno-docente) son condición necesaria para la emergencia y la elaboración de cuestiones matemáticas. En las situaciones adidácticas, los conocimientos puestos en juego suelen ser complejos y requieren tiempos de elaboración prolongados, por eso se piensa en una situación que se lleve a cabo varias veces, cambiando en cada oportunidad algunas condiciones; ya sean los números en juego, las herramientas que se permiten para abordarlo o las formulaciones que se proponen. Así mismo, cada conocimiento puede caracterizarse por una o más situaciones adidácticas que preservan su sentido; algunas de estas situaciones permiten un primer encuentro con el saber y todas dependen del sistema de conocimientos propio del alumno que entra en interacción con ellas.

En la TSD las situaciones adidácticas se clasifican en tipos de acuerdo con el modelo de interacciones posibles del alumno con su medio. Así se distinguen las situaciones de acción, formulación, validación y las interacciones que caracterizan a cada una de ellas están estrictamente relacionadas, tienen una relación dialéctica (Fregona y Orús, 2011).

Brousseau (2007) plantea que en una situación típica de acción los alumnos toman decisiones a cada paso, poniendo en juego sus conocimientos y desarrollando nuevas estrategias. Se adopta una estrategia, rechazando intuitiva o racionalmente una anterior; la nueva estrategia se somete a la experiencia y puede ser aceptada o rechazada según la apreciación que tenga el alumno sobre su eficacia. La sucesión de situaciones de acción constituye el proceso por el cual el alumno va a aprenderse un método de resolución a su problema; al conjunto de relaciones o reglas según las cuales el alumno toma sus decisiones se le conoce como modelo implícito. Las situaciones de formulación impiden la desaparición del modelo implícito de los estudiantes, su importancia puede culminar la tarea y permitir que los alumnos lleguen a una meta (Brousseau, 2007).

Las situaciones de validación, de acuerdo con Fregona y Orús (2011:28) podrían definirse como “situaciones organizadas para asegurar, en una tarea cooperativa, la búsqueda de la verdad en los conocimientos movilizados”, esta búsqueda de verdad se da a través de las propiedades matemáticas del medio (Sadovsky, 2005)

De acuerdo con Fregona y Orús (2011) en la TSD se concibe al docente como el responsable de organizar los medios adecuados para que los estudiantes en interacción con ellos se relacionen con los saberes culturales. Forman parte del medio; el objeto matemático a enseñar, la distribución del tiempo en función de lo que es posible producir en torno a ese objeto de estudio, los materiales, la consigna, los problemas, los textos, la organización de la clase y el hecho de favorecer algunas interacciones de los alumnos en búsqueda de ciertos procesos de aprendizaje.

La noción de *contrato didáctico* permite describir y explicar las interacciones entre docente y alumno a propósito de la interacción entre alumno y medio. Esta noción da cuenta de las elaboraciones con respecto a un conocimiento matemático en particular, que se producen cuando cada uno de los interlocutores de la relación didáctica interpreta las intenciones y las expectativas explícitas e implícitas del otro en el proceso de comunicación (Sadovsky, 2005). En la TSD las interacciones entre docente y alumno a propósito del medio se pueden encontrar en fases de la situación denominadas didácticas, en las que el docente interviene de forma intencional; ejemplos de fases didácticas son la devolución y la institucionalización (Fregona y Orús, 2011).

El trabajo del docente consiste en proponer al alumno una situación de aprendizaje devolviéndole al alumno la responsabilidad de hacerse cargo del problema que se le propone, para que produzca sus conocimientos, los haga funcionar o los modifique como respuesta a las exigencias del medio. A esta fase se le conoce como *devolución;* un proceso de negociación con el alumno, que se sostiene durante todo el transcurso de la situación adidáctica, implica un retorno reflexivo sobre las acciones desplegadas a raíz de los problemas propuestos para configurar la situación adidáctica. La devolución exige que el docente garantice ciertas condiciones sobre el plano de las normas matemáticas, necesarias para el trabajo de los alumnos en el problema.

La fase de *institucionalización* se refiere a la necesidad del docente de ordenar un espacio, dar cuenta de lo que los alumnos hicieron, describir lo sucedido y lo que está vinculado con el conocimiento en cuestión, brindarles un estatuto de saber a los eventos de la clase en cuanto a resultados de enseñanza (Brousseau, 2007). La institucionalización de los conocimientos comienza en el momento mismo de la devolución porque ya ahí es necesario que el maestro de al alumno el proyecto de adquirir esos conocimientos. Ambos procesos se imbrican y son en cierta medida contemporáneos (Fregona y Orús, 2011).

Estudios socioculturales sobre la práctica docente

Considerando que nuestro interés consiste en analizar las condiciones y circunstancias en que acontece el proceso de transposición didáctica, se toman en cuenta estudios de la perspectiva sociocultural a fin de comprender las condiciones institucionales por las cuales transita el saber. Por ello, tomamos en cuenta principalmente los estudios de Rockwell y Mercado (1988) que coinciden en que los maestros construyen su práctica a partir de su propia biografía, en condiciones escolares específicas, con los recursos culturales a su alcance.

En particular, Mercado (2002) plantea que las decisiones que los profesores toman sobre lo que enseñan y omiten en sus clases, son decisiones de conocimiento cotidiano propio de la profesión, implican el ensayo y la solución de los problemas que el trabajo mismo plantea en condiciones específicas, lo que Mercado concibe como saberes docentes. Estos tienen un carácter dialógico, es decir no han emergido únicamente de las construcciones de los profesores en su práctica; devienen de un diálogo con voces externas, con experiencias anteriores, que han obtenido desde su misma formación como estudiantes, en cursos de actualización y de las propuestas curriculares.

De acuerdo con Ezpeleta (1992) los profesores son sujetos enteros, es decir, personas conformadas a través de diversas relaciones sociales y comprometidas con diversos y no siempre coherentes referentes normativos. La edad, la etapa de la carrera, las experiencias de vida y los factores de género constituyen a la persona total. Todos estos factores afectan el interés de las personas y su reacción a los planteamientos normativos, así como su motivación para buscar mejoras en su práctica (Fullan y Hargreaves, 2000). Randy y Corno (2000) plantean que los profesores tienen una agencia, un rol activo ante el currículo y en vez de concebirlos como artesanos que simplemente reproducen lo que les enseñaron los ven como artistas, porque realizan creaciones, tienen autonomía e influencias externas. El profesor realiza una versión híbrida de las tensiones entre lo que se le pide y lo que realmente realiza en las aulas.

Por su parte, los estudios de Rockwell (2007) permiten entender la incidencia de las reformas en las acciones de los maestros al plantear que en la práctica de cada maestro se distingue la influencia de diversas reformas y consignas educativas, así como los efectos de la introducción de dispositivos pedagógicos, en particular los Libros de Texto Gratuitos, distribuidos en México desde los años sesenta del siglo pasado. Si bien los docentes amortiguan y diluyen el sentido de las reformas, no las anulan por completo; son actores clave que ejercen un efecto estabilizador sobre el sistema (Loyo, 2002). Reconocer la sabiduría práctica de los profesores es un trabajo analítico complejo, que puede permitir la inserción de propuestas curriculares mejor contextualizadas.

La experiencia ha demostrado que los cambios en educación no se logran sólo por decreto, es imprescindible generar distintas estrategias de negociación para vencer resistencias y favorecer que los actores del cambio participen en el diseño y ejecución de las reformas, para que estas operen (Rueda y Nava, 2013).

1.6 Recursos metodológicos

El universo empírico de la tesis se compone de: la propuesta curricular vigente del Campo de Formación Académica Pensamiento Matemático y los Libros de Texto Gratuito de primero de primaria, específicamente en el Eje Número, algebra y variación. Así como la gestión de tres clases de matemáticas de dos profesoras de escuela pública de la Ciudad de México. Planteamos dos niveles de análisis que se correlacionan con las preguntas principales de investigación.

a) Referentes a la propuesta curricular:

- ¿Qué transposiciones didácticas hacen los autores responsables del Eje Número, algebra y variación del LTG-M1º a los posicionamientos teóricos sugeridos en la propuesta curricular para organizar la enseñanza de la matemática en los niños de primer grado de primaria y con ello propiciar su aprendizaje?

b) Con respecto a la gestión docente:

- ¿Qué trasposiciones didácticas llevan a cabo dos maestras de primer grado cuando implementan en sus grupos las resoluciones didácticas sugeridas en el LTG-M1º y en el Libro para el Maestro?

A fin de indagar las posibles respuestas a las transposiciones didácticas planteadas en las preguntas de investigación, éstas las replanteamos en términos más procedimentales; es decir, pretendimos responder las preguntas: ¿qué posturas teóricas sugiere la propuesta curricular para organizar la enseñanza y propiciar el aprendizaje y cuáles el Libro de Texto Gratuito Matemáticas

Primer grado en el Eje Número, algebra y variación?, ¿en qué son coincidentes y en qué se diferencian?; así mismo, nos interesó indagar ¿cómo gestionan dos profesoras en sus grupos, las sugerencias didácticas del Libro de Texto Gratuito Matemáticas Primer grado?, ¿qué dificultades enfrentan? y, ¿cómo las resuelven?

Para llevar a cabo el análisis, asumimos una perspectiva metodológica en didáctica de las matemáticas conocida como “doble enfoque” (Artigue, 2004: 15) que pretende:

> Contribuir al análisis y a la comprensión de las prácticas de los docentes, tanto desde el punto de vista de lo que pueden generar (los maestros) en términos de aprendizaje de los alumnos, como desde el punto de vista de las normas y coerciones profesionales a las que responden.

Desde este enfoque, las sesiones de clase se analizan según tres dimensiones: la primera se vincula con los contenidos trabajados en clase y la distribución prevista de las actividades entre el docente y los alumnos, la segunda, refiere a las formas de trabajo de los alumnos durante las sesiones y la tercera concierne a la interacción de los alumnos con el docente. Se consideran dos componentes, el “social” relativo a las restricciones institucionales y sociales que pesan sobre las prácticas docentes, y el componente “personal”, ligado a las concepciones del profesor en cuanto al saber y a su oficio, su tolerancia en materia de correr riesgos, su necesidad de confort. Desde estas asunciones el docente es considerado como un profesional que trabaja en ambientes complejos y cambiantes a los que debe adaptarse sin cesar.

Asimismo, tomamos como base la línea de investigación de Didácticas Especializadas del Departamento de Investigaciones Educativas (DIE), particularmente los estudios y las tesis dirigidas por Fuenlabrada (Martiradoni, 2004; Jiménez, 2014) y Block (Moscoso, 2005) sobre la propuesta curricular de la Primaria de 1993 y la de Preescolar del 2004. Estas investigaciones combinan un enfoque etnográfico y didáctico (Block, Ramírez y Reséndiz, 2019). Es etnográfico desde la perspectiva de Rockwell y Mercado (1988) al reconocer que los profesores construyen sus prácticas a partir de sus experiencias, con los recursos culturales a su alcance y en diálogo con su formación y sus pares.

Con base en las perspectivas metodológicas mencionadas, empleamos concretamente tres recursos: observación en el aula, entrevistas y revisión documental; a continuación, las explicamos con detenimiento.

Observación en el aula

Con el objetivo de comprender en profundidad qué logra transmitir por sí misma la propuesta curricular respecto de su intención didáctica a los profesores de primero de primaria y qué distancia existe entre dicha propuesta y lo que sucede en las aulas, observamos y documentamos seis clases de matemáticas de primer grado; la razón de la elección del grado escolar fue porque era necesario que los maestros participantes contaran con los nuevos materiales: LTG-M1° y su Libro para el Maestro, correspondientes a la reforma educativa del 2017 y este grado era uno de los que los habían recibido. Por ello el estudio se centró en dos maestras de primero de primaria que voluntariamente aceptaron participar y estuvieran dispuestas a permitir que se les observara durante tres clases consecutivas en las que implementaran lecciones del LTG-M1º, específicamente del Eje: Número, álgebra y variación. Ambas profesoras trabajan en escuelas públicas.

En febrero del 2019, una de las maestras se encontraba en el Bloque 2; gestionó dos de las siete lecciones del Trayecto 3 titulado *Hasta el 50* y una clase diseñada por ella, que consideró necesaria para garantizar el aprendizaje de sus alumnos. La otra profesora gestionó tres de las diez lecciones del Trayecto 6 perteneciente al mismo Bloque titulado *Otra vez 50*.

Solicitamos permisos por escrito a las autoridades escolares, maestras y padres de familia para ingresar a las escuelas y videograbar las clases; a fin de realizar el levantamiento de datos. La videograbación es un recurso pertinente para estudios como el que nos ocupa, porque permiten dar cuenta de la gran cantidad y diversidad de elementos que suceden en las clases, conducentes específicamente a la construcción de conocimiento matemático; con la posibilidad adicional de observar las clases todas las veces que sean necesarias. El análisis de las videograbaciones nos ayudó a esclarecer los múltiples aspectos que no logran apreciarse en la observación de clases documentadas solamente a través de registros escritos de lo que sucede en éstas.

Entrevistas

Grabamos en audio dos tipos de entrevistas que se hicieron a las docentes participantes; unas se realizaron antes de que iniciaran la implementación de las lecciones del LTG-M1º pactadas para cada clase. El propósito de éstas era averiguar cómo se posicionaban frente a los materiales oficiales de la reforma educativa de 2017; así como, indagar algunos datos profesionales que permitieran hacer una semblanza de ellas, a fin de contextualizar su práctica docente. Otras entrevistas se realizaron al final de las clases documentadas, a fin de comprender las razones que dieron lugar a actuaciones de las docentes poco claras para la observadora.

Buscamos generar un vínculo de confianza con las profesoras participantes, pretendiendo con ello alcanzar una comprensión profunda del discurso que guía su práctica en relación con la propuesta curricular y los materiales oficiales de apoyo a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Revisión documental

Para el análisis hicimos una revisión documental de la propuesta curricular y el LTG-M1º, específicamente sobre el eje Número, algebra y variación. Contrastamos las posturas teóricas y metodológicas de ambos materiales, en relación con las recomendaciones y sugerencias didácticas por eje, trayecto y lección. Asimismo, revisamos investigaciones sobre las decisiones didácticas que asumieron los autores del eje estudiado, para comprender cómo se llevó a cabo.

CAPÍTULO II. Análisis de los Libros de Texto Gratuito (LTG-M1°) y de la gestión docente

> Los libros de texto sirven como vehículos críticos para la adquisición de conocimiento en la escuela "y pueden" reemplazar la charla del maestro como fuente primaria de información.
> (Garner, 1992)

El Capítulo está dividido en tres grandes apartados; el primero relativo al análisis del LTG-M1°, en el segundo describimos el análisis de la gestión docente y en el tercero realizamos una síntesis con conclusiones generales de los dos primeros análisis.

2.1 Análisis del LTG-M1° 2018

En este apartado analizamos la distancia entre lo planteado en los Planes y Programas de Estudio y la propuesta de los autores del eje Numero, algebra y variación del Libro de Texto Gratuito Matemáticas Primer grado. Dado que nuestro interés está en ese eje temático, describimos diversos estudios sobre el desarrollo del sentido numérico, como insumo central para propiciar aprendizaje sobre los números y sus operaciones, porque desde este posicionamiento los autores plantean la resolución didáctica que proponen en el LTG-M1°. Así mismo, discutimos las tensiones de dos posturas diferentes (resolución de problemas / desarrollo de sentido numérico) y en cierta medida antagónicas sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Distancia entre los planteamientos

Como mencionamos en el Capítulo 1, el enfoque pedagógico enunciado en Planes y Programas de Estudio de la propuesta curricular *Aprendizajes Clave para la Educación Integral* tiene algunos planteamientos que pueden relacionarse con la Teoría de Situaciones Didácticas. Aunque no es explícita la referencia, se infiere de consideraciones como la de Block (2018) quien explica que, desde la Reforma para la Primaria de 1993, la TSD ha sido fuente de inspiración y base teórica de enfoques que asumen la resolución de problemas como meta y como medio del aprendizaje.

También en ese Capítulo describimos el recorrido metodológico planteado para gestionar las clases de matemáticas, que, a su vez, conserva planteamientos de la TSD. En dicho recorrido se prevén momentos de discusión entre los alumnos; y también de institucionalización por parte del docente., planteando rutas de solución, discutiendo y analizando los procedimientos de los alumnos.

No obstante, al revisar con detenimiento lo referido al Campo de Formación Académica Pensamiento Matemático de la propuesta estudiada, encontramos algunos otros planteamientos que parecen distar de la TSD. Por ejemplo, enseguida de referir la resolución de problemas[3] como meta y como medio para propiciar aprendizaje, se expresa lo siguiente: “Se trata de que los estudiantes usen de manera flexible conceptos, técnicas, métodos o contenidos en general, aprendidos previamente” (SEP, 2017: 301). Una posible interpretación de esa frase es priorizar la adquisición de conocimiento *per se* para su posterior aplicación en la resolución de problemas, retornando con ello a la enseñanza directa de los números y sus relaciones aditivas y multiplicativas, sin gestionar, como lo señala la TSD, el medio para que los niños generen desde sus propias posibilidades cognitivas y experiencias, estrategias de solución a diversas situaciones problemáticas; con la intención que evolucionen las estrategias y se aproximen a los conocimientos objeto de la enseñanza.

En la propuesta curricular 2017, referente en este trabajo, cuando se habla de los organizadores curriculares, se describen para cada eje temático los aprendizajes que se esperan en cada nivel educativo: preescolar, primaria y secundaria. Con respecto al eje de Número, álgebra y variación se menciona lo siguiente:

> En los niveles de primaria y secundaria se profundiza en el estudio de la aritmética, se trabaja con los números naturales, fraccionarios, decimales y enteros, las operaciones que se resuelven con ellos y las relaciones de proporcionalidad. Se espera que los estudiantes se apropien de los significados de las operaciones y, de esta manera, sean capaces de reconocer las situaciones y los problemas en los que

[3] La palabra “problemas” en lugar de “situaciones” -en el sentido de la TSD- puede ser, en parte, la causante de la transposición didáctica de la noosfera. Esta diferencia ya ha sido mencionada por Block (2018).

> estas son útiles. Además, se busca que desarrollen procedimientos sistemáticos de cálculo escrito, accesibles para ellos, y también de cálculo mental. (SEP, 2017: 304)

Si bien, en este fragmento se alude al *significado de las operaciones*, no es claro a qué refiere esto y su correlación con la búsqueda de solución a problemas aditivos y multiplicativos que den sentido a la emergencia de la operatoria; por lo que el párrafo citado parece privilegiar nuevamente el estudio de la aritmética por encima de la resolución de situaciones o problemas. Es decir, parece que es más importante conocer los números (naturales, fraccionarios, decimales y enteros), aprender a resolver las operaciones con éstos, para identificar posteriormente en qué problemas pueden utilizarse los números y sus operaciones.

De acuerdo con Block (2018) el movimiento de evolución curricular ha sido lento y accidentado, y las últimas reformas plantean un discurso cargado de buenas pero vagas intenciones. En el Capítulo I dimos cuenta de los contextos sociales y políticos que influyeron en que haya sucedido de esta manera en las tres últimas reformas educativas. Ahora es necesario que revisemos las características de la Reforma *Aprendizajes Clave para la Educación Integral* publicada por la SEP (2017), por estar vigente en el momento de levantamiento de datos de la investigación que se reporta.

En la organización curricular de la Reforma educativa de 2017 en tres ejes y doce temas hay, por un lado, un avance respecto a las anteriores tanto en la reducción de contenidos (centrándose en los básicos e imprescindibles) como en la articulación de los niveles de preescolar, primaria y secundaria. Así mismo, hay un avance en la organización de las nociones matemáticas por medio de los problemas que éstas resuelven y de acuerdo con las posibilidades cognitivas de los niños (Fuenlabrada, 2019). Por otro lado, en el LTG-M1°, los autores, como ocurre siempre, plasman su interpretación particular de los programas, nos interesa ahora revisar esta interpretación.

El libro de primero de primaria, que es el estudiado en esta tesis, está organizado en tres bloques; cada uno se divide en nueve trayectos en promedio y cada trayecto se dedica a un eje[4]. Los trayectos tienen un promedio de 10 lecciones que se sugiere trabajar normalmente en un día, máximo en dos. Las sugerencias didácticas generales para los tres ejes plantean un discurso que nuevamente puede vincularse a la TSD, por ejemplo:

> Para aprender matemáticas es necesario hacer matemáticas y esto implica involucrarse en la resolución de problemas, hacer preguntas y construir significados. Esto no significa que los alumnos deban deducir por sí solos todos los conceptos y procedimientos matemáticos. En interacción con sus compañeros y con el docente, los estudiantes lleven a cabo acciones matemáticas: generación de conjeturas, búsqueda de patrones o regularidades y desarrollo de argumentos y justificaciones, incluyendo términos, procedimientos y conceptos matemáticos que construyen durante el mismo proceso de resolución de problemas. (SEP, 2018a, p.7)

Desde la TSD la clase es un espacio de producción en el cual las interacciones sociales (alumno-alumno y alumno-docente) son condición necesaria para la emergencia y la elaboración de cuestiones matemáticas Sadovsky (2005). En este sentido parece haber una relación con la TSD, sin embargo, hay otros fragmentos que parecen diluirse entre otros enfoques teóricos como, por ejemplo:

> Se presentan problemas significativos, ante los cuales los alumnos no tengan una respuesta inmediata y cuya solución requiera de un nivel cognitivo alto, dentro de un proceso continuo en el que se explora, generan estrategias, obtienen conclusiones y plantean otras preguntas para iniciar nuevos procesos de exploración. (SEP, 2018ª: 34)

En esta cita, si bien, se habla de resolver problemas, no se explicita que de esa manera se adquieren conocimientos específicos de matemáticas, entonces, queda indiferenciado de otro enfoque que enfatiza la resolución de problemas como una buena práctica matemática en sí misma. El "enfoque" es entonces un conjunto de ideas algo vagas, que se interpreta de distintas maneras en distintos documentos o en distintos momentos; y, ¿qué sucede particularmente con el eje Número, álgebra y variación?

[4] Al final de cada bloque, hay un trayecto que apela a un proyecto final, conjugando los tres ejes.

El sentido numérico

El Libro para el Maestro 2018 plantea recomendaciones didácticas por eje[5], por trayecto y por lección. Particularmente para el eje que interesa a la investigación, los autores plantean que:

> El énfasis de la propuesta se encuentra en la profundidad con la que se promueve la construcción del sentido numérico, es decir, en el trabajo conducente a una comprensión profunda de los números, que involucre relaciones y multiplicidad de representaciones, más que en una preocupación por ampliar el rango numérico. (SEP, 2018a: 44)

A lo largo de las recomendaciones didácticas sobre este eje, es claro que el desarrollo del sentido numérico es la clave del enfoque que los autores consideran para el aprendizaje del número y la operatoria ya que por lo menos se menciona en cinco ocasiones adicionales. Cabe mencionar que, en todas ellas, se intenta complementar la definición de esta noción nombrando otros componentes: la idea de parte-todo, la descomposición de un número en sumandos, la práctica necesaria para su desarrollo, la resolución de operaciones en una variedad de contextos y el cálculo mental (SEP, 2018a). Con base en esta recurrida mención, decidimos indagar sobre las implicaciones didácticas[6] de desarrollar de manera prioritaria el sentido numérico de los alumnos.

En las dos últimas décadas, algunas propuestas curriculares en el mundo —Estados Unidos de América, Alemania y Turquía, entre otras— utilizan ampliamente el término *sentido numérico*. A pesar de que, su importancia en el currículo matemático es reconocida, su utilidad en la investigación es controvertida (Pitta-Pantazi, 2014). Por un lado, diversos autores plantean que la noción es vaga y sin consenso sobre sus alcances e implicaciones (Verschaffel, Greer y De Corte,

---

[5] Los LTG-M1° fueron elaborados por tres subgrupos de investigación bajo una misma coordinación. Cada subgrupo dio una resolución didáctica al eje de su autoría, no necesariamente coincidente con la asumida por los otros subgrupos, al menos esto sucede entre el eje de Número, algebra y variación y el eje de Forma, espacio y medida. Se ahondará un poco sobre esto, al analizar los actores involucrados en la noosfera y cómo inciden en el saber.

[6] Inicialmente se había contemplado entrevistar a los autores del eje Número, Algebra y variación del LTG Matemáticas Primer Grado -por ofrecimiento de uno de ellos-, para conocer en profundidad la resolución didáctica de los contenidos temáticos del eje de su autoría; básicamente porque ese autor, en una conversación informal, mencionó al Enactivismo como una Teoría de aprendizaje que habían utilizado como inspiración en lugar de la TSD para la elaboración de las lecciones de su responsabilidad. No obstante que se revisó bibliografía sobre Enactivismo, no se logró comprender cómo se realizaba ésta en las lecciones, por lo que la entrevista ofrecida era de interés, pero lamentablemente no pudo concretarse.

2007; Wagner y Davis, 2010; Pitta-Pantazi, 2014; Can y Özdemir, 2019). Por otro lado, hay investigadores que exponen la noción explícitamente (Sood y Jitendra, 2007; Kathotia, 2009; Kuhn y Holling, 2014; Çekirdekci, Şengül y Doğan, 2018).

Para intentar comprender el término, citaremos inicialmente las investigaciones que lo exponen de manera más clara, una de éstas realiza una revisión teórica (Çekirdekci, Şengül y Doğan, 2018) y expone que el término apareció por primera vez en 1987 por el Consejo Nacional de Profesores de Matemática (NCTM), que señalaba que los niños con buen sentido numérico*:* (1) tienen un buen entendimiento sobre los significados numéricos, (2) pueden desarrollar múltiples relaciones entre los números, (3) reconocen las magnitudes relativas de los números, y (4) conocen el efecto de operar con números. Posteriormente fue definido como la intuición y la comprensión natural de los estudiantes que tienen la habilidad de realizar cálculos de más de una manera, en lugar de aplicar reglas para llegar a la solución.

También se entiende como un conocimiento que se obtiene como resultado de una interacción exitosa con el medio ambiente y como la capacidad para comprender patrones, haciendo cálculos mentales flexibles, estimando y razonando sobre valores numéricos. El sentido numérico es la información adquirida a través de la interacción, y es una habilidad cognitiva en la que la información se usa en situaciones numéricas. Es una riqueza de conocimiento matemático, es la habilidad para desarrollar estrategias efectivas para superar situaciones que requieren procesamiento. Con base en su revisión teórica, Çekirdekci, Şengül y Doğan (2018) concluyen que el sentido numérico es un proceso cognitivo que permite hacer inferencias lógicas sobre situaciones problemáticas, desarrollando estrategias, haciendo razonamientos matemáticos, tomando decisiones y notando patrones entre situaciones o conceptos.

Por su parte Kuhn y Holling (2014) definen al sentido numérico como un conjunto de habilidades relacionadas con el procesamiento de números, relaciones de números y operaciones numéricas. Así mismo, Sood y Jitendra (2007) en su revisión documental encuentran que es una conciencia y comprensión sobre qué son los números, sus relaciones, su magnitud, la relevancia de operar con ellos, incluido el uso del cálculo mental y la estimación. Es una forma de pensar sobre los números en términos de sus diversos usos e interpretaciones, que se consideran críticos para todos los aspectos de las matemáticas y también es la base para el desarrollo del aprendizaje y comprensión de los problemas. Se desarrolla gradualmente como resultado de la exploración de números, ubicándolos en una variedad de contextos y relacionándolos de maneras no limitadas por algoritmos tradicionales. Ha habido varios intentos de construir herramientas para medirlo, además, los investigadores también se centraron en diseñar intervenciones y programas para examinar su impacto.

En México, el INEE en 2014 hizo una síntesis de varias definiciones sobre sentido numérico, resumiéndolo como un conjunto de conocimientos, intuiciones y habilidades que una persona desarrolla acerca de los números, lo que le permite emplearlos con flexibilidad y creatividad al resolver operaciones o problemas, también le permite hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias numéricas propias. Tener sentido numérico implica que, frente a un problema matemático, una persona decida si es suficiente con estimar el resultado, en caso de que requiera el resultado exacto, si lo puede calcular mentalmente, por escrito, usando la calculadora o combinando dos o más de estos recursos. Se espera que los alumnos hagan estimación del resultado, que no siempre resuelvan haciendo uso de los algoritmos con cálculo escrito, sino que también utilicen el cálculo mental o la calculadora (García, 2014).

Hasta aquí se presentaron definiciones amplias sobre todo lo que implica el sentido numérico, cabe mencionar, que en todas ellas hay una alusión significativa a las relaciones entre los números, la estimación, el cálculo mental y la supresión de reglas o algoritmos tradicionales para resolver operaciones. Sin embargo, la resolución de problemas —enfoque didáctico que plantea la propuesta curricular estudiada— queda en segundo plano, parece ser que a partir de una buena adquisición del sentido numérico se puede aplicar la habilidad a la resolución de problemas. Por ejemplo, Sood y Jitendra (2007) señalan que el sentido numérico *es la base para el desarrollo del aprendizaje y comprensión de los problemas*; o bien, el INEE en 2014 reporta en su estudio *que* (el sentido numérico, específicamente el conocimiento de los números es) *lo que le permite* (al alumno) *emplearlos con flexibilidad y creatividad al resolver operaciones o problemas*. No obstante, a continuación, exponemos algunos hallazgos de investigaciones que cuestionan que el desarrollo del sentido numérico propicie en los alumnos una mejora significativa en su capacidad para resolver problemas.

Gerofsky (2004) (en Wagner y Davis, 2010) mostró que los problemas verbales derivados del sentido numérico no han cambiado mucho a lo largo de los años, en realidad se configuran para alentar a los estudiantes a ignorar los contextos. Por ejemplo, en un problema verbal típico que involucra a alguien llamado John midiendo arroz; 'John', 'arroz' y los números son marcadores de posición que podrían ser sustituidos por otras cosas o valores, pero las señales que indican operaciones aparentemente necesarias no pueden ser ignoradas. Con la prevalencia de estos problemas de palabras relativamente sin sentido, parece que se considera que el sentido numérico es la capacidad de trabajar con números en ausencia de contexto e intención.

La resolución de problemas se ve como una actividad posterior a la adquisición de sentido numérico; lo que de suyo es antagónico al planteamiento de propiciar el aprendizaje de la matemática desde los problemas, mismo que los ubica antes, durante y después de la adquisición de los números sus relaciones y operaciones. Primeramente, para propiciar la emergencia de dichos conocimientos, en seguida para favorecer el uso de herramientas convencionales como alternativas económicas y funcionales mejores que las que los alumnos han utilizado en la primera fase del proceso y finalmente, los problemas continúan apareciendo para ampliar y enriquecer el conocimiento adquirido (Block y Fuenlabrada, 1995; 1996).

Otras dificultades encontradas consecuencia de la priorización de la abstracción numérica por encima de los problemas contextualizados, son las que a continuación describimos.

En 1992 McIntosh (citado en Verschaffel, Greer y De Corte, 2007) realizó un estudio sobre el sentido numérico dividiéndolo en tres componentes: conocimientos numéricos, operaciones con los números y aplicaciones del número. El primer componente; conocimiento de los números, implica habilidades como sentido de orden del número; por ejemplo, indicar un número en una recta numérica vacía, dados algunos puntos de referencia, representaciones múltiples para números; por ejemplo, 3/4 = 0,75, sentido de magnitud relativa y absoluta de números; por ejemplo, ¿has vivido más o menos de 1,000 días?, y el sistema de puntos de referencia; por ejemplo, reconociendo que en la suma de números de dos dígitos los resultados son menores o iguales a 200. El segundo componente, llamado operaciones con los números, involucra comprender el efecto de las operaciones; por ejemplo, saber que la multiplicación no siempre hace al número más grande, como lo es en el caso de la multiplicación de fracciones, comprensión matemática de propiedades como la conmutatividad y asociatividad e intuitivamente aplicando estas propiedades al inventar procedimientos para el cálculo mental y, entender las relaciones entre las operaciones; por ejemplo, la relación inversa entre suma y resta, y entre multiplicación y división. Al final, se expone el tercer componente, la aplicación del conocimiento, que aparece en último lugar. Este implica habilidades como entender la relación entre contextos problemáticos y el cálculo necesario; por ejemplo, entender que un problema como "Skip gastó $2.88 en manzanas, $2.38 para plátanos y $3.76 para naranjas; ¿podría Skip pagar esta fruta con $10?" se puede resolver de forma rápida y segura estimando la suma de las tres cantidades enteras en lugar de hacer el cálculo exacto, conciencia de que existen múltiples estrategias de cálculo para un problema dado, e inclinación a utilizar una representación o método eficiente como puede ser no resolver [375 + 375 + 375 + 375 + 375] / 5 sumando los cinco números y luego dividiendo el resultado entre 5, sino visualizar que la suma es equivalente a 5X375 que al dividir entre 5 da 375, porque 5/5=1 y 1X375=375, e inclinación a revisar los datos y resultados (tener una tendencia natural a examinar la respuesta a la luz del problema original).

Por su parte, Can y Özdemir (2019) reportan que la investigación sobre el sentido numérico presenta argumentos y resultados contradictorios con respecto a los efectos de tareas y actividades basadas en el contexto; algunos estudios apoyan los efectos positivos de tareas basadas en el contexto en el desarrollo de sentido numérico, mientras que otros estudios muestran que el contexto tiene efectos negativos en el rendimiento matemático y el sentido numérico de los estudiantes. Partiendo de esta contradicción, su estudio tuvo como objetivo contribuir a la literatura al examinar el sentido numérico de los estudiantes con respecto al tipo del problema; es decir, basado en el contexto vs. no basado en el contexto. Sus resultados mostraron que los estudiantes con buen sentido numérico tuvieron más éxito en la prueba de problemas no basados en el contexto en comparación con la prueba de problemas basados en el contexto. En línea con estos hallazgos, los porcentajes correspondientes de incorrecto y las respuestas sin contestar fueron más altas para los ítems basados en el contexto que los ítems no basados en el contexto. Los resultados de este estudio sugieren que tener un buen sentido numérico no implica, necesariamente, poder resolver problemas, los estudiantes que participaron en él pudieron resolver procedimientos algorítmicos sin necesidad de fijarse en el problema, lo que deja ver, qué es lo que está desarrollando en los niños esta noción, no necesariamente la posibilidad de establecer la relación semántica entre los datos (Fuenlabrada, 2009).

Kathotia (2009) encontró en su investigación que, en una clase de matemáticas, es mucho menos importante ser competente con cálculos aritméticos y manipulaciones algebraicas que tener un verdadero significado de los números de interés; su magnitud e importancia están determinadas por su contexto (porcentajes, tasas, promedios, mediciones, pronósticos, clasificaciones), siendo los alumnos capaces de extraer una estimación significativa y comunicar esto a los demás. En esta investigación, parece ser que se asoma la necesidad de un contexto (basado en porcentajes, promedios o pronósticos) y se encuentra una dificultad en realizar cálculos sin sentido o saber aritmética sin comprender cuándo o dónde utilizarla.

Hasta aquí hemos presentado algunas dificultades para conceptualizar y reconocer al sentido numérico como una noción acabada, además hemos reportado dificultades relacionadas a la contextualización de los números al momento de emplearlos, sobre todo con la resolución de problemas, a continuación, presentamos cómo se manifestaron estas dificultades en el LTG-M1° analizado en esta investigación.

Tensiones entre los enfoques

Como hemos venido anticipando en este Capítulo, exponemos algunas tensiones entre el enfoque planteado desde Planes y Programas de Estudio y el asumido en el LTG-M1°, particularmente en el eje Número, álgebra y variación. Por un lado, hay varios planteamientos que responden a la Teoría de Situaciones Didácticas, no obstante, en el eje estudiado hay otros que responden al desarrollo del sentido numérico, como antecedente al planteamiento de problemas. ¿Son estos dos enfoques opuestos?, ¿pueden dialogar en una propuesta curricular?, ¿pueden implementarse en una sola lección?

Para responder si los enfoques son opuestos, es necesario recapitular sobre cómo se pretende la adquisición de conocimiento desde la TSD en comparación con los estudios alusivos al sentido numérico. La TSD toma postulados de la teoría psicogenética de Piaget al concebir que el conocimiento matemático se construye a partir de la resolución de problemas y de estar en un estado de desequilibrio, lo que ayuda a generar nuevas respuestas, las cuales se traducen como aprendizajes. La TSD ve a la matemática como un conjunto organizado de saberes producidos por la cultura; estos saberes pueden ser comunicados a través de una situación fundamental empleada como estrategia (Sadovsky, 2005).

Los autores del Eje Número, álgebra y variación del LTG-M1° por su parte, apelan a la noción de sentido numérico como la forma de adquirir el conocimiento de los primeros 100 números naturales (serie numérica oral y escrita) y sus relaciones aditivas.

Como vimos en el apartado anterior, las tareas propuestas para adquirir un buen sentido numérico son interesantes; no obstante, postergan el trabajo con los problemas y por tanto parecen opuestas a la TSD, más adelante regresaremos sobre esto en ejemplos concretos del libro. En la propuesta curricular *Aprendizajes Clave para la Educación Integral* se señala específicamente que para la educación básica "la resolución de problemas es tanto una meta de aprendizaje como un medio para aprender contenidos matemáticos" (SEP, 2017: 297).

Parece que los autores no son conscientes del antagonismo entre la postura que deviene de la TSD y la que sugiere desarrollar fundamentalmente el sentido numérico ya que, en las lecciones del LTG el énfasis está en el desarrollo del sentido numérico; mientras que, en las recomendaciones didácticas generales del Libro para el Maestro, se enuncian discursos como el siguiente:

> En el libro de texto se incluyen distintos problemas y actividades cuya finalidad es favorecer el aprendizaje matemático. Por un lado, se tienen problemas de tipo exploratorio en los que se invita a investigar lo que sucede en diversas situaciones, a registrar y analizar observaciones y a emplear procedimientos propios. Por otro, hay actividades específicas a través de las cuales se construye, por ejemplo, una estrategia, un procedimiento o un acercamiento puntual a un concepto. Los problemas exploratorios y las actividades puntuales se trabajan de manera entrelazada. (SEP, 2018ª:14)

Si partimos de este planteamiento, todo pareciera indicar una correspondencia con la TSD en donde el sentido numérico formaría parte de las actividades puntuales, mientras que las situaciones serían los problemas de tipo exploratorio. Pero debe tomarse en cuenta que estas recomendaciones son generales, y en las específicas del Eje Número, álgebra y variación se priorizan las actividades de sentido numérico para la adquisición de los conocimientos por encima de la resolución de problemas. Así se expresa en el siguiente fragmento:

> En este eje los estudiantes se familiarizan con la estructura del sistema de numeración decimal a través del conteo, la lectura, escritura y comparación de números, así como también por medio del desarrollo de estrategias de cálculo y de resolución de problemas de suma y resta. (SEP, 2018ª: 44)

Como puede apreciarse, después de todas las actividades alusivas al sentido numérico se menciona la resolución de problemas, si a ello se adiciona que concretamente en las lecciones del LTG-M1° al final de éstas, ocasionalmente se plantea solamente un problema, se tiene que, como señala Gerofsky (2004) en Wagner y Davis (2010) los problemas derivados del sentido numérico "(…) se configuran para alentar a los estudiantes a ignorar los contextos"; es decir, el enfoque didáctico que subyace en el LTG-M1° no considera a los problemas como el medio para propiciar la adquisición de los conocimientos previstos para el primer grado sobre el Eje Número, algebra y variación. A continuación, se presentan dos lecciones del LTG-M1° donde los problemas aparecen al final, tal como se menciona en párrafos anteriores, incluso con la leyenda *un paso más* que de acuerdo con la SEP (2018a:15) consiste en "retos para que los alumnos perciban el aprendizaje de las matemáticas como un proceso continuo en el que se explora, generan estrategias, obtienen conclusiones y plantean otras preguntas para iniciar nuevos procesos de exploración", cabría preguntarse por qué dejarlos al final, ya que muchas veces, como lo veremos en la gestión de las clases de las profesoras, ni siquiera alcanzan a resolverlos por falta de tiempo, o bien de manera apresurada las maestras se quedan con la primera respuesta satisfactoria por parte de los niños si es que no son ellas quienes la conducen.


108

4. Con 4 dados

Jueguen en parejas.

1. Pongan 50 fichas al centro.
2. Por turnos, cada uno lance 4 dados y tome esa cantidad de fichas.

3. Después, calculen cuántas fichas tienen en total entre los dos.
4. Cuenten las fichas para comprobar su respuesta.
5. Regresen las fichas al centro. Repitan la actividad varias veces.

Cierre

¿Cómo calcularon el total de fichas de cada ronda?

Araceli y Luis juntaron 35 fichas, si a Luis le salió en los dados 20, ¿cuánto le salió a Araceli?

Resolver problemas que impliquen reunir cantidades y verificar el resultado con material concreto.

Figura 6. Ejemplo 1 de lección donde aparece un problema al final de la lección (SEP, 2018b).

En esta lección, por un lado, se pide a los niños que calculen, lo cual es poco probable que ocurra, porque tienen frente a ellos las fichas para contarlas; por otro lado, la consigna dice que jueguen, pero no es un juego, porque no hay un ganador, se tiene entonces la típica idea de que, por tener dados, se trata de un juego. Como puede apreciarse al final de esta lección se plantea un problema, si bien no se trata de un ejemplo del enfoque tradicional que consiste en poner los problemas para la aplicación del conocimiento, se trata de un problema difícil, porque está implicada la resta. La lección como tal, también plantea una situación problemática en la que los niños tienen que poner en juego sus conocimientos, sin embargo, en el análisis de las clases se ve cómo el exceso de material de esta lección bloquea su propósito didáctico, lo que para la profesora le resulta difícil llegar al problema final. Un ejemplo más:

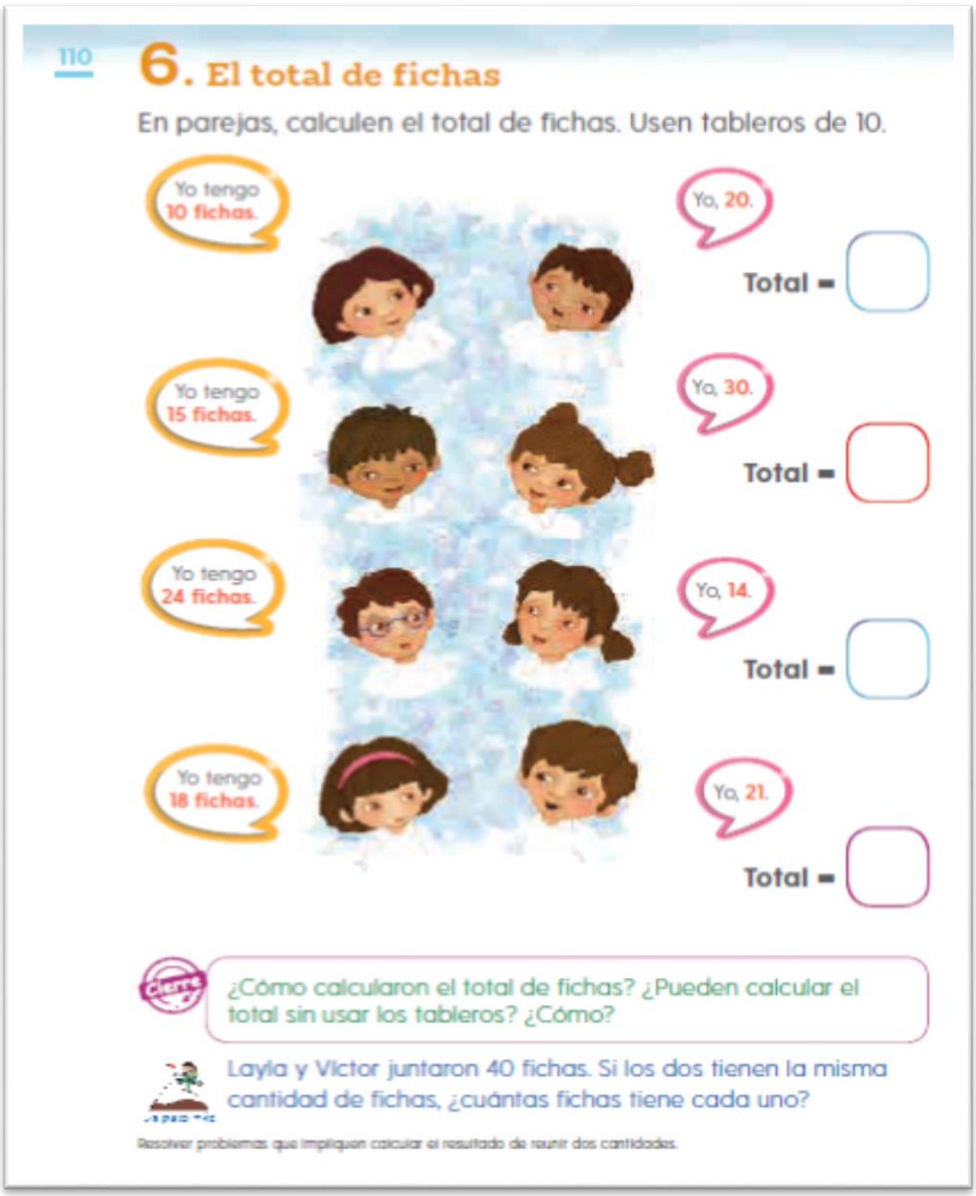


Figura 7. Ejemplo 2 de lección donde aparece un problema al final de la lección (SEP, 2018b).

En esta lección se sugiere el uso de tableros de 10 para poder realizar las sumas, después de que los niños emplean los tableros, propios del desarrollo de sentido numérico, se plantea un problema que, si bien se relaciona con la lección, también dista de ella, porque se pide a los niños hacer uso del cálculo mental, cuando anteriormente se les solicitó comprobar todos sus resultados haciendo uso de los tableros de 10. En el análisis de las clases de las profesoras se ahonda más sobre este tipo de contradicciones y las implicaciones para los niños.

En orden a otro tipo de cuestionamientos, nos preguntamos ¿cómo dialogan los enfoques (sentido numérico y resolución de problemas) en la propuesta del LTG-M1°?; más aún, ¿cómo se implementan en una lección? De entrada, podría pensarse que no es posible, porque la ruta de construcción de conocimiento es inversa en ambos enfoques. Para ilustrar esta posibilidad, analicemos para el conteo de colecciones grandes una de las lecciones propuestas.

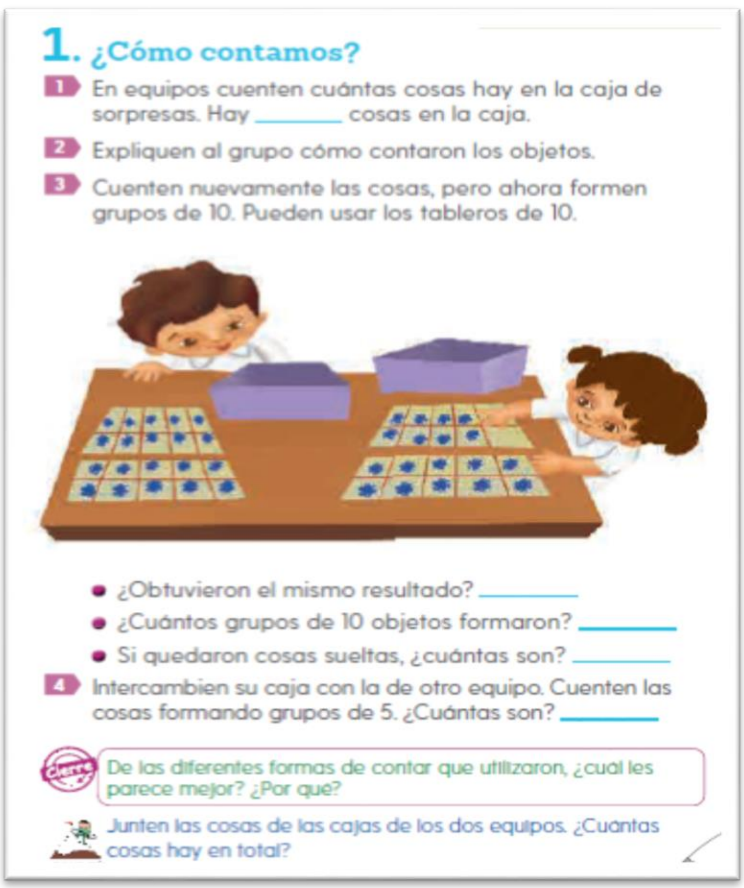


Figura 8. Lección 1. Trayecto 3. Bloque 2 (SEP, 2018b).

En esta lección se solicita a los niños que cuenten los objetos de una caja que el profesor les da, la pretensión es que reconozcan como insuficiente su conteo de *uno en uno* y por tanto, los autores anticipan, y la maestra asume esto como posibilidad, que los niños van a sustituirlo por una estrategia de conteo a través de agrupamientos, para que -en la misma sesión de clases-, se den cuenta de que el agrupamiento más fácil y rápido es el de diez en diez y puedan con este recurso contar colecciones, atendiendo al agrupamiento del SND. Sin embargo, este recorrido dista del que podría realizarse desde la TSD; en ésta habría que problematizar el conteo de colecciones con un número suficientemente grande para que los destinatarios se vean en la necesidad de cambiar su estrategia de conteo *uno a uno* por otra que sea más pertinente, de tal manera que la cantidad de elementos de las colecciones no desestime su interés por resolver de alguna manera la problemática de conteo planteada. Y, a través de una secuencia de situaciones que vayan cuestionando las estrategias que pongan en juego los niños, éstas evolucionen hacia el reconocimiento de la funcionalidad de los agrupamientos de diez elementos por sobre otro tipo de agrupamientos. Y, desde este nuevo conocimiento —el conteo de *diez en diez*—, los niños enfrenten la problemática de comunicar por escrito el resultado de conteo. Lo que se perseguiría, es que por aproximaciones sucesivas los niños vayan acercándose lo más posible a la representación simbólica convencional de los números, el que refiere al Sistema de Numeración Decimal.

En cambio, desde la perspectiva de desarrollo de sentido numérico, no es importante contextualizar, para poner a los niños en la necesidad de hacer agrupamientos; basta con solicitarles que cuenten las colecciones de diferentes maneras y las comparen, pero no tiene sentido para los niños encontrar diferentes formas de contar si pueden resolver la pregunta planteada, contando de *uno en uno.* Además, si en la organización de las lecciones se quiere visualizar cómo se realiza el planteamiento metodológico para propiciar el aprendizaje a través de la resolución de problemas; así como los lineamientos didácticos derivados de la TSD, esto es difícil de lograr por la supremacía que los autores dieron al desarrollo del sentido numérico. Sin embargo, se supone que cualquier autor de LTG, está obligado a atender las sugerencias metodológicas para la enseñanza y aprendizaje de la matemática establecidas en Planes y Programas de Estudio de *Aprendizajes Clave para la Educación Integral*; entonces, ¿cómo resolvieron los autores esta tensión?

Con base en la revisión del LTG-M1° encontramos, por un lado, que cuando los niños enfrentan la pregunta ¿cuántos hay? en relación a diferentes colecciones, se espera pongan en juego sus conocimientos (previos) de conteo —en ello hay un acercamiento entre ambos enfoques— y que, en las tres o cinco preguntas que plantea la lección, los niños transiten del conteo *uno a uno* —que deviene de lo aprendido en el preescolar— a estrategias de conteo por agrupamientos diversos —de dos en dos, de cuatro en cuatro, de diez en diez, entre otros— y por otro lado, que reconozcan que el conteo de *diez en diez* como la manera 'más fácil y rápida' para contestar las preguntas planteadas. Desde el posicionamiento de evolución de estrategias, pareciera haber un encuentro entre los dos enfoques, salvo que el tiempo didáctico necesario para que la estrategia de conteo *uno a uno* evolucione a la estrategia que los autores esperan: el conteo de *diez en diez* y el reconocimiento de la pertinencia de este sobre otros tipos de agrupamiento requiere mucho mayor tiempo que los 30 o 40 minutos previstos para el desarrollo en clase de una lección.

Pero fundamentalmente los autores no propician —como lo prevé la TSD— que la estrategia de conteo *uno a uno* se manifieste a los niños poco útil y funcional para resolver las problemáticas de conteo que les plantean las lecciones. Es por esto, que las maestras se ven en la necesidad de señalar a los niños que realicen agrupamientos diferentes para contar, que agrupen específicamente de *diez en* diez y que vean que hacerlo así es una mejor manera de contar. Es decir, de esta forma, las maestras al mejor estilo tradicional 'enseñan' diferentes maneras de contar incluida la de *diez en diez* a propósito de resolver las lecciones del LTG-M1°, no sin pocas dificultades, como se podrá apreciar en el análisis de las clases de la maestra Diana[7].

Los problemas, en caso de existir, aparecen al final de las lecciones aislados de la estructura de la clase. Como se verá posteriormente, un problema interesante que aparece en las lecciones estudiadas fue resuelto por la maestra *Araceli y Luis juntaron 35 fichas, si a Luis le salió en los dados 20, ¿cuánto le salió a Araceli?* (SEP, 2018b). El problema es interesante por la relación semántica involucrada (Fuenlabrada, 2009), pero no hubo oportunidad para que los niños se implicaran en la búsqueda de solución. Más aun, no obstante que un niño dijo que había *sumado*, la maestra ni siquiera reparó en esta respuesta y resolvió el problema con una resta porque tenía prisa por terminar la clase; pero fundamentalmente porque el problema no le mereció ninguna importancia.

De hecho, desde el posicionamiento de los autores, estos problemas no son más que un apéndice del trabajo central de las lecciones que prioritariamente se orienta hacia el desarrollo del *sentido numérico* de los niños. Como los problemas aparecen ocasionalmente y al final de las lecciones; es fácil anticipar que ni los estudiantes ni los maestros les otorguen demasiada importancia por la premura de dar por terminada la clase, como le sucedió a una de las maestras participantes.

Por otro lado, se recupera el juego de *El Cajero* —diseñado en la Reforma de la Primaria de 1993— éste constituye una situación adidáctica de la TSD, que pone en juego las reglas de

[7] El nombre de la profesora fue modificado para proteger su identidad

agrupamiento del Sistema de Numeración Decimal. Es probable que uno de los recursos de los autores para apelar a la TSD fue incluir situaciones de este tipo.

Finalmente, nos preguntamos ¿cómo sortean las maestras, las resoluciones didácticas para el desarrollo del sentido numérico de los niños, asumidas por los autores del Eje Número, algebra y variación del LTG-M1°?

2.2 Gestión docente

Para responder a esa pregunta presentamos a continuación, los análisis de las clases gestionadas por las profesoras.

2.2.1 Clases de Diana

Sesión 1

Las clases de matemáticas que analizamos a continuación se realizaron en febrero del 2019; la profesora a cargo del grupo es la maestra Diana, Licenciada en Educación Primaria por la Escuela Normal de Tlalnepantla con una Maestría en Educación por el Tecnológico de Monterrey; en el momento de la toma de datos tenía 17 años de experiencia docente; dos de ellos con el grado de primero. Trabaja en una escuela vespertina del norte de la Ciudad de México de 14:00 a las 18:00 horas. En las mañanas trabaja en otra primaria, también con el primer grado. Considera que el LTG-M1° del 2018 viene mejor organizado que los *Desafíos Matemáticos*; porque los trayectos de este Libro le ayudan a reconocer el inicio de un proceso de enseñanza y su correspondiente evaluación. Además, considera muy útil el Libro para el Maestro porque es poco lo que ella le modifica a las lecciones. El libro anterior lo percibe muy amplio en contenidos y estructura complicada, sentía que se perdía, nunca tuvo muy claro cómo debería usarlo y divagaba porque no sabía dónde empezaba ni dónde terminaba un tema o algún aspecto de éste.

El grupo de Diana tiene 20 alumnos: 11 niños y 9 niñas, el primer día de la observación asistieron 17 (10 niños y 7 niñas). Para llevar a cabo la lección, Diana organizó cuatro equipos: tres con cuatro estudiantes y uno formado por cinco. Cabe destacar que la escuela primaria, en dónde se llevaron a cabo las observaciones, es una escuela pública que cuenta con el mobiliario de aula sugerido en el Nuevo Modelo Educativo —mesas y sillas, en lugar de pupitres o mesabancos—, el cual permite la organización de los alumnos en equipos de trabajo, como lo sugiere la propuesta metodológica.

Al inicio de la sesión la profesora pretendió hacer un repaso sobre los usos del número, con la participación de los niños, que terminó en que éstos dijeron en qué lugares podrían encontrarse los signos numéricos, ésta es una práctica común y recurrente de los docentes quienes se ocupan y preocupan porque los niños vean que los números están en todas partes, pero difícilmente llevan la experiencia de saber en dónde están los números a que los niños comenten sobre cómo se están usando esos números. Es decir, los niños mencionaron que hay números, por ejemplo, en los teléfonos, en las casas, en los cumpleaños y al contar. Para empezar a comprender la función comunicativa del lenguaje matemático (los números naturales, son parte de éste), no basta con que los niños digan en qué lugares hay números escritos, sino que reflexionen sobre los diferentes usos del símbolo numérico, éste comunica cosas diferentes en función del lugar en donde está escrito a saber, como: cardinal, ordinal o código. No se espera, desde luego, que la profesora use en el primer grado de primaria esos tres términos, solo consideramos que es necesario tenerlos en cuenta en la enseñanza[8] para iniciar el largo proceso de reconocer a la matemática como un lenguaje que comunica cosas diferentes en función de cómo se le utilice; los números como códigos en el

[8] La propuesta curricular inicia este reconocimiento y diferenciación del uso de los números, desde preescolar.

teléfono se usan de manera distinta a cuando aparecen como el resultado de un conteo (cardinal) (Fuenlabrada, 2017a).

Diana, posteriormente dio a cada equipo una caja y las indicaciones generales para llevar a cabo un juego, por ejemplo: respetar reglas y compartir el material. Además, realizó un ejercicio de respiración, con la pretensión de favorecer la concentración de los niños quienes simulan tener una vela en una mano y una flor en la otra, y así, inhalan y exhalan, moviendo su cara de una mano hacia la otra. Una vez que los estudiantes tenían el material, la profesora planteó la siguiente consigna:

Ma[9]: Vamos a contar, a ver quién gana a contar cuántos cubitos tiene cada equipo.

Para contar los cubitos los niños tardaron 45 segundos, en la consigna del Libro para el Maestro se sugiere el uso de registros: "Conviene pedirles registrar de alguna manera cómo contaron, de manera que puedan comunicar a otros sus métodos" (SEP, 2018ª:104).

1. ¿Cómo contamos? p. 87

¿Qué busco?

- Que expresen de forma oral y escrita números hasta 50.
- Que pongan en acción estrategias de conteo para contar colecciones no mayores a 50.

¿Qué material necesito?

- Una caja de sorpresas por cada cuatro niños.
- Colocar hasta 50 objetos dentro.
- Semillas, botones o cualquier material que pueda ser manipulado fácilmente.
- Cartulinas u hojas.
- Tableros de 10 (opcional). 2

¿Cómo guío el proceso?

- Inicie pidiendo que, sin contar, digan cuántos objetos piensan que hay en la caja. Pregunte, por ejemplo, si creen que son más de 10 o menos de 10 objetos, si son entre 20 y 30 o más de 30.
- Conviene pedirles registrar de alguna manera cómo contaron, de manera que puedan comunicar a otros sus métodos y reflexionar sobre éstos.

Figura 9. Sugerencias didácticas. Lección 1. Trayecto 3. Bloque 2 (SEP, 2018a).

Sin embargo, cuando la profesora formuló la consigna, omitió pedir a los alumnos el registro sobre cómo habían contado las cantidades. Tampoco se hizo cargo de la sugerencia didáctica que

[9] Ma: maestra

viene en el Libro para el Maestro sobre la estimación de la cantidad de objetos "Inicie pidiendo que, sin contar, digan cuántos objetos piensan que hay en la caja…" En la entrevista, posterior a la observación de la clase, Dina explicó por qué no solicitó el registro, pero no se pronunció sobre el trabajo de estimación de cantidades[10]. Respecto a los registros, la maestra argumentó que los niños no habían completado su proceso de lectoescritura y por ello no les solicitó que registraran sus resultados. Diana, como muchos maestros, piensa que la única manera de comunicar algo por escrito es a través de la representación simbólica convencional tanto para la lengua escrita como para los números. Además, es probable que la profesora percibiera dificultades al seguir esta parte de la consigna, ya que no es muy claro desde el LTG-M1°, qué es exactamente lo que los niños deben registrar y cómo ese registro les podría ayudar a comunicar sus resultados.

La mayoría de los niños contaron de *uno en uno,* sacando todos los objetos y metiéndolos después a la caja de sorpresas. Al inicio, los equipos no se organizaron para contar, por lo que dos o tres integrantes metieron objetos simultáneamente a la caja, a la vez que el equipo, o algunos miembros involucrados, pronunciaba la serie numérica. Esto provocó un conteo incorrecto, mismo que se evidenció cuando los niños expresaron a la docente, la cantidad de objetos que tenían. Las cantidades que les resultaron eran muy pequeñas en comparación con la cantidad que la maestra había puesto en cada caja. Diana, después de solicitar las cantidades y preguntar cómo le hicieron para contar, les explicó cuál había sido su error, en lugar de darles oportunidad a los niños de encontrar una explicación; fue así como la maestra les dijo que el error que cometieron fue meter dos o tres objetos simultáneamente y hacer corresponder esa acción solamente con un número de la serie numérica oral.

[10] Tampoco la entrevistadora reparó en esta ausencia.

Uno de los equipos sugirió el conteo *uno en uno* estableciendo la correspondencia correcta de un objeto con un solo número de la sucesión numérica oral, la profesora así lo solicitó para la resolución de la segunda consigna:

> Ma: ¿De qué manera podríamos hacerlo?
> Ao: Una por una
> Ma: ¿Una por una? A ver vuélvanlo a hacer.

Pasados apenas un minuto y 50 segundos, cuando solo un equipo había terminado de contar, la profesora desestimó este tipo de conteo e interrumpió para lanzar una nueva consigna:

> Ma: A ver chicos, fíjense bien, ¿habrá una forma más fácil de contarlos? Porque ahorita...
> Ma: A ver posición de atención.
> Aos: ¡Sí señor cómo no! [los niños contestan a coro, como si estuviesen en la milicia]
> Ma: Ya ellos ya contaron las suyas [se refiere a un equipo], pero para poder comprobar lo que ellos hicieron, voy a tener que estar sacando uno a uno, uno por uno [los objetos]. ¿Qué les parece si hacemos torres? las torres que hacemos como las palanquitas del Atari11 que vimos el otro día, que poníamos tres, tres, tres y una hasta arriba (10 en total). Vamos a ver cuántas torres podemos formar. En sus marcas, listos, fuera[12].

Sensevy (2007) plantea que el transcurrir del tiempo didáctico es necesario para que ocurran los aprendizajes, en este sentido la *reticencia* refiere a una regla implícita que el profesor debería tener, al no revelar de inmediato lo referente al saber. Desde esta perspectiva, la profesora asumió una posición de no reticencia, al solicitar las torres de 10 sin dejar que los niños emplearan sus propios procedimientos que les facilitaran el conteo.

Esta situación se propició por la organización de la lección del LTG-M1° que presenta las preguntas consecutivamente, como puede apreciarse en la figura 10, aunado al requerimiento de resolver una lección por clase. Esto no favorece el tiempo didáctico necesario para que los alumnos, por su cuenta, elaboren alternativas de conteo. Es decir, desde el diseño de la lección en el LTG-M1° no es claro de qué forma los alumnos podrían enfrentarse a una reflexión para valorar

[11] Atari es una productora de videojuegos estadounidense, su control consta de un prisma rectangular como base y una palanca en forma de cilindro por encima de éste.
[12] Ma: maestra; Aos: alumnos; Aa: alumna; Ao: alumno

la pertinencia de sus procedimientos, por lo que la profesora señala el rumbo de la clase, pidiendo explícitamente el agrupamiento de 10, como sucede en los procesos de enseñanza directivos.

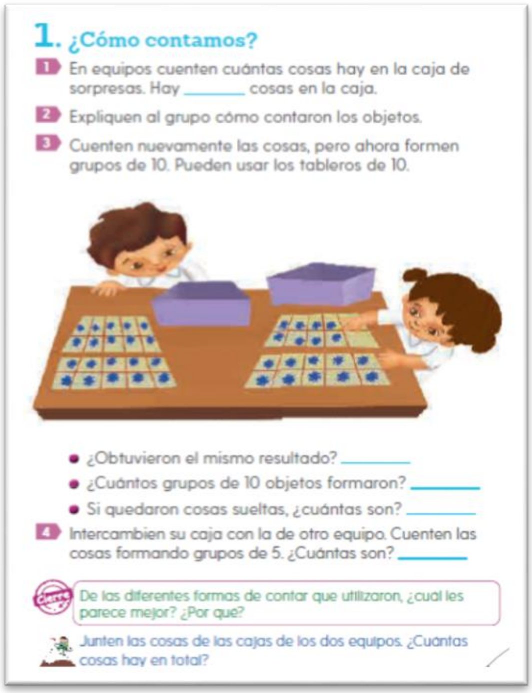


Figura 10. Lección 1. Trayecto 3. Bloque 2 (SEP, 2018b).

Los estudiantes reconocieron a qué se refería su maestra con formar torres, todo parece indicar que las habían construido en actividades anteriores. Como los objetos de la caja de sorpresas eran cubos, se favorecía con ello el agrupamiento solicitado a través de la construcción de torres: una base de tres por tres y un cubo por encima de esta. Los niños realizaron sus torres, sin embargo, no reconocieron el agrupamiento de 10 como una estrategia de conteo, ya que, en lugar de contar de *diez en diez*, lo hicieron de *uno en uno*; es decir, contaban los cubos que formaba cada una de las torres, dando continuidad a la serie oral (diez, once, doce, …)

> Ma: ¿Cuántas torres logró hacer este equipo? A ver enséñenoslas, pónganse manos atrás (sic). Vengan para acá de este lado todos, vengan todos de este lado [hace que los niños se paren en un lugar del salón], aquí está ¿Cuántas [torres] hay aquí? [Señalando 2 de las 5 torres que se formaron]
> Aos: Dos
> Ma: No, ¿cuántas hay? fichitas, ¿cuántos cubitos hay aquí?
> Aa: Diez
> Ao: Uno, dos, tres [cuenta uno a uno los cubitos de una de las torres]
> Ma: A ver ayúdenme o cuéntale. Ayúdenle a Alan
> Aos: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez.

Ma: A ver espérenme, espérenme, espérenme [los alumnos siguen contando sin detenerse]
Aos: Once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete, dieciocho, diecinueve, veinte
Ma: Veinte, síguele
Aos: Veintiuno, veintidós, veintitrés, veinticuatro, veinticinco, veintiséis, veintisiete, veintiocho… [los niños siguen contando hasta el 52]

En este fragmento, se puede advertir la intención de la profesora de impulsar el conteo de *diez en diez*, al decir *póngan las manos atrás*. Sin embargo, cuando los alumnos respondieron *dos* a propósito de las torres que ella señalaba, desatendió esa respuesta pidiéndoles el número de cubos. A pesar de que una niña dijo *diez*, la profesora aprobó que los alumnos iniciaran el conteo de *uno en uno*, perdió así, la oportunidad de ver si los niños podían o no contar de *diez en diez*. Hubo otro momento en donde parece que pretendía llevar a los niños al conteo por agrupamientos de 10, cuando les dijo *a ver espérenme, espérenme, espérenme*; sin embargo, los estudiantes no detuvieron su conteo de *uno en uno* y la maestra finalmente cede porque les dice a los niños: *veinte* [repite el número en el que va el conteo], *síguele*.

En la TSD la noción de contrato didáctico permite describir y explicar las interacciones entre docente y alumnos a propósito de la interacción entre alumno y medio. Esta noción da cuenta de las elaboraciones con respecto a un conocimiento matemático en particular, que se producen cuando cada uno de los interlocutores de la relación didáctica interpreta las intenciones y las expectativas explícitas e implícitas del otro en el proceso de comunicación (Sadovsky, 2005).

Como describimos en el fragmento anterior de la clase, hubo intentos de la profesora por llevar a los niños al conteo de *diez en diez*; sin embargo, no logró romperse el contrato del conteo *uno en uno*, ya que, por un lado, la situación propuesta en el LTG-M1° no demanda explícitamente el conteo de *diez en diez* y, por otro lado, las expectativas de la maestra respecto a lo que esperaba de sus alumnos se tornaron confusas.

Después la profesora intentó nuevamente apoyarse en las torres para hacer el conteo:

Ma: Pero ahora fíjense bien, ayúdenme a contar porque si no vamos a estar en cada uno, nos vamos a tardar más. Vamos a contar de diez. Diez, veinte…

> Aos: Treinta, cuarenta, cincuenta
> Ma: Cincuenta
> Aos: Sesenta
> Ma: No, cincuenta [mostrándoles las dos fichas sueltas]
> Aos: Dos
> Ma: Cincuenta y dos, entonces el equipo uno tiene cincuenta y dos. [escribe la cantidad en el pizarrón].

La profesora continuó con las torres de los otros tres equipos, solicitando a los alumnos el conteo de *diez en diez*; sin embargo, se repitió la misma situación. Los alumnos seguían sin reconocer que esas torres tenían 10 elementos. Cuando la profesora les pidió contar de *diez en diez*, los niños interpretaron que debían recitar la serie de *diez en diez* y en todos los casos en lugar de reparar sobre los elementos sueltos, continuaban la serie, mencionando la decena siguiente a la que realmente contabilizaba las que había.

El conocimiento matemático que la profesora pretendía en esta clase era que los niños utilizaran un conocimiento que ya tenían —la serie numérica de *diez en diez*— para contar una colección y además que se dieran cuenta que, con dicha serie, el conteo es más rápido, que el de *uno en uno*.

En ocasiones anteriores, seguramente la maestra había repasado con los niños, la serie numérica oral de *diez en diez*, sin que hubiera un conteo de por medio. En esta clase, los niños respondieron en concordancia con ese contrato establecido con su maestra; sin embargo, la solicitud de la profesora era que contaran, usando la serie y no solo que la recitaran. Fue hasta que llegaron al sesenta, en el caso del ejemplo citado, que se evidenció que el número de fichas (52) no correspondía con lo que, para ellos, la maestra les había pedido: el recitado de la serie de *diez en diez*. Este procedimiento se repitió en una siguiente consigna:

> Ma: Ahora les voy a robar unas fichas. Siguiente reto: van a salir rápidamente al patio y van a dar 5 saltos de tijera, cuando regresen con su equipo, van a empezar a contar nuevamente por torres cuántas hay.

Mientras los niños salieron al patio, la profesora quitó a todos los equipos algunas fichas, para que la cantidad se modificara. Una vez que los estudiantes regresaron al aula, empezaron a armar de nuevo las torres de 10, pero seguían contando de *uno en uno*, la profesora repetía constantemente que lo hicieran rápido. Esto probablemente era intencional para provocar en los niños la "necesidad" del agrupamiento; al solicitar que el conteo fuera rápido, había la posibilidad de que lo reconocieran como la forma más rápida de contar.

La actividad se realizó mientras la profesora les repartía el LTG-M1°, posteriormente les indicó que buscaran la página 87. En el pizarrón les ayudó a localizar la primera pregunta del libro, guiándose con la figura y el número 1. Les indicó que en esa línea *rayita* anotarían el número de fichas que tenían, de la actividad que acababan de terminar. Mientras los equipos respondían, la profesora se acercó a verificar que el resultado escrito fuera correcto, realizando el conteo de *diez en diez* de las torres y las fichas sueltas, ya que los niños no lo hacían por sí mismos. La lección del libro fue difícil de leer y de responder para los niños del grupo[13], Diana los fue guiando por medio de colores y números para facilitar la localización de las preguntas que debían responder.

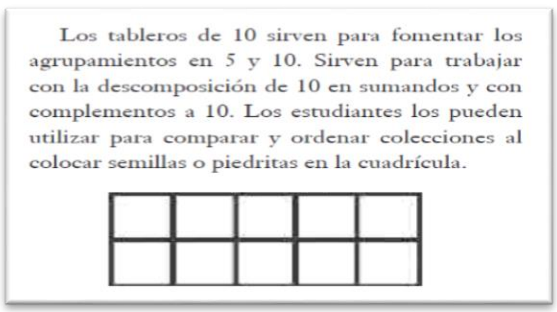
La siguiente consigna consistió en que los estudiantes contaran los cubos desarmando las torres y metiéndolos en la caja empleando el conteo *uno en uno.* Nuevamente la profesora, frente a la dificultad de los niños de saber dónde escribir, los guio por medio de los puntos que estaban debajo de la ilustración de la lección, para encontrar la línea del libro en la cual debían responder si les había salido la misma cantidad que la que habían anotado cuando el conteo lo hicieron de *diez en diez*.

Tres de los equipos obtuvieron la misma cantidad, sin embargo, en dos equipos los resultados que encontraron fueron distintos contando de las dos maneras sugeridas por la maestra. Por lo que,

[13] En el Capítulo 3 se profundiza el análisis sobre la cantidad de texto en el LTG-M1° y la poca competencia lectora, por demás anticipable en niños de primer grado de primaria.

a pesar de que en el LTG-M1° la respuesta esperada a la pregunta: “¿Obtuvieron el mismo resultado?” debería ser *sí*, la profesora justificó el resultado distinto con la dificultad del conteo de *uno en uno*, privilegiando el conteo de *diez en diez* porque con *ese se equivocan menos*.

La última consigna de la profesora se dio después de repartir a los niños los tableros de 10 en cada uno de los equipos. Estos tableros constituyen uno de los recursos que plantea el LTG-M1° para los agrupamientos de 10 y devienen del enfoque de *sentido numérico* (Thompson y Van de Walle, 1984).



Los tableros de 10 sirven para fomentar los agrupamientos en 5 y 10. Sirven para trabajar con la descomposición de 10 en sumandos y con complementos a 10. Los estudiantes los pueden utilizar para comparar y ordenar colecciones al colocar semillas o piedritas en la cuadrícula.

Figura 11. Sugerencias didácticas por eje (SEP, 2018a).

Ma. Necesito saber cuántos grupos de 10 les caben en las hojas.

En cada hoja había un tablero, por lo que la pregunta final consistió en solicitar el número de hojas completas que tenían usando los mismos objetos; y, con eso podían responder a la pregunta del LTG-M1°: “¿Cuántos grupos de 10 objetos formaron?” y los objetos sueltos los escribieron para responder a la pregunta: “Si quedaron sueltas, ¿Cuántas son?”

La última consigna planteada en el LTG-M1° consistía en agrupar de *cinco en cinco*, sin embargo, la profesora dio por terminada la clase con un cierre.

El cierre, desde el Libro para el Maestro se propone con el propósito de promover la reflexión en torno a lo que se busca con la lección.

> Es la parte sustantiva del trabajo de cada lección; en él se debe promover la participación de los estudiantes para que compartan sus procedimientos, razonamientos, argumentos e incluso comenten sus errores y los de sus compañeros. “En esta reflexión es recomendable hacer un alto y aprovechar la oportunidad para comentar y consolidar lo aprendido, ver hasta dónde se ha llegado y hacia dónde conviene dirigirse” (SEP, 2018a: 8).

Este momento de la clase puede compararse con la fase de institucionalización, que en la TSD se refiere a la necesidad de que el maestro prevea un espacio de la clase para organizar un intercambio entre los alumnos sobre lo que hicieron, para que describan lo sucedido, comenten conjuntamente con su maestro sobre lo que está vinculado con el conocimiento objeto de aprendizaje en ese momento del proceso de la enseñanza, para brindar a los eventos de la clase un estado en cuanto a resultados de enseñanza (Brousseau, 2007).

En la lección analizada, el momento de cierre se dio de la siguiente forma:

Ma: ¿Qué aprendimos ahorita con esto que hicimos?
Ao: A contar
Ma: Contar, ¿otra cosa que aprendimos?
Ao: Respetar
Ma: Respetar a los compañeros, pero de contar que ¿hay una sola forma de contar?
Aos: No
Ao: Hay muchas
Ma.: Hay muchas. En un principio este equipo había hecho otras pirámides de 7 y tenía todos sus montoncitos de 7. Si cambia… [la maestra no da ninguna explicación sobre el "cambio", ni tampoco la solicita a los alumnos] vamos a dejarlo hasta aquí. Todos un aplauso (sic).

En el LTG-M1° la sugerencia era preguntar cuál les parecía mejor de las diferentes formas de contar —de *uno en uno* o por agrupamientos—, a pesar de que la profesora detuvo su explicación, logró precisar que no hay una sola forma de contar, esta conclusión se relaciona con uno de los objetivos de la clase "poner en acción estrategias de conteo" (SEP, 2018a:104). No obstante, la pregunta "¿cuál [forma de contar] les parece mejor?*"*, sugerida en la lección en el recuadro de *"*cierre*"*; de haberla planteado Diana, podría haber propiciado una discusión sobre las ventajas del agrupamiento, pero no lo hizo. Es muy probable que la maestra —por sus esfuerzos en esta clase para que los niños orientaran su actividad hacia las anticipaciones de los autores de la lección y por lo que hizo la clase siguiente—, haya decidido en la marcha que para el cierre de la clase los niños no estaban en posibilidad de reconocer a los agrupamientos como un recurso para hacer un conteo más rápido, tanto como una conclusión esperada por ella como por los autores del libro.

Sesión 2

A continuación, presentamos el análisis de la clase diseñada por Diana en la segunda observación del trabajo de campo. A pesar de que el acuerdo inicial, fue darle continuidad al trayecto 3 y por tanto lo que correspondía, era trabajar con la lección 2, Diana nos comentó que realizó una clase diseñada por ella porque intentó subsanar las dificultades manifestadas por los alumnos el día anterior, para ello se ocupó de plantear actividades referentes al *sentido de conservación de cantidad*; para Diana en esta falta de sentido radicaba toda la dificultad manifestada por los niños.

Dicha conservación consiste, en que *a pesar de que cambien las cantidades de los agrupamientos, se alineen de 10, de 3, o de cualquier otra forma; se tiene una cantidad inicial que será la misma al final* (Profa. Diana, comunicación personal, 20.02.2019).

Diana tituló su clase como sentido de conservación de la cantidad, término que se puede asociar y que aparece en el Libro para el Maestro como como una cuestión a atender para realizar conteos correctos conocida como *invarianza de la cardinalidad,* que consiste en "reconocer que el número de elementos de un conjunto se mantiene sin importar el orden en el que se presentan los mismos; es decir si los objetos se separan, o se cambian de lugar, la cardinalidad se mantiene" (SEP, 2018a: 44).

El sentido de conservación es un concepto retomado de la Teoría Psicogenética de Jean Piaget, el cual se desarrolla en los niños alrededor de los 7 y 8 años; señala la transición entre el periodo preoperacional y operacional; marca el inicio del pensamiento lógico y, es el principal criterio de fundamentación para las operaciones concretas (Ferrarini y Rancich, 1989). La conservación consiste en la capacidad de entender que la redistribución de los elementos de una colección no afecta su cardinalidad; la redistribución de la materia no afecta la masa; y que lo mismo sucede con las magnitudes de: longitud, superficie y volumen.

Aunque los conceptos parecen tener algún punto de contacto, el sentido de conservación, en tanto objeto de enseñanza, ha sido punto de debate por la poca pertinencia de su introducción en el currículum, debido a que es una capacidad que los niños adquieren como parte de su desarrollo psicológico, por tanto, no es necesario enseñarlo. Piaget después de formular su teoría temía que esta fuera objeto de malinterpretaciones y que se utilizara como aplicación en las escuelas (Lerner, 1996). Es decir que la aparición del sentido de conservación dejara de entenderse como parte del desarrollo psicológico de los niños y se forzara su aparición antes de lo previsto “enseñándose” en las escuelas.

Cabe aclarar que, la Teoría Psicogenética de Jean Piaget responde a la pregunta ¿cómo se pasa de un estado de menor conocimiento a un estado de mayor conocimiento?, mientras que la didáctica constructivista responde a ¿cómo lograr que los alumnos pasen de un estado de menor conocimiento a un estado de mayor conocimiento, en relación con cada uno de los contenidos que se enseñan en la escuela? (Lerner, 1996).

En este sentido se puede apreciar que Diana conserva en sus creencias un debate epistemológico que se ha mantenido entre varias generaciones escolares; ya ha sido documentado que, en la práctica de cada maestro se encuentran sedimentadas innovaciones de diferentes épocas (Rockwell y Mercado, 2003). Si bien Piaget se encontraba interesado en la construcción de conocimiento, su teoría se refiere a la comprensión del desarrollo cognitivo; en cambio la didáctica sitúa al sujeto como alumno en una institución escolar en la que su aprendizaje depende de las condiciones de la enseñanza.

El día de la observación de la clase asistieron 17 alumnos —10 niños y 7 niñas—, Diana organizó cuatro equipos: tres equipos con cuatro estudiantes y un equipo formado por cinco. Inició la clase recordando que el día anterior habían trabajado con cubos, para formar torres de 10. También precisó que a muchos no les había salido el conteo, por lo cual iban a repetir la actividad.

El material que utilizó en esta sesión fueron hojas blancas, una para cada estudiante, dobladas previamente por Diana en una cuadrícula que dejaba el rastro de 20 espacios, que los niños debían remarcar con lápices de colores para elaborar una tabla con 5 filas y 4 columnas. Los niños tenían que hacerse cargo de 'trazar' la tabla y tuvieron dificultades para remarcar los dobleces, además tardaron seis minutos en hacerlo. La siguiente instrucción fue que copiaran los encabezados escritos por su profesora en el pizarrón[14].

Figura	Conjuntos	Sueltas	Total

Figura 12. Ejemplo 1 de tabla que realizaron los niños en sus hojas y Diana en el pizarrón (Elaboración propia).

Una vez que los estudiantes terminaron, Diana solicitó la presencia del integrante más alto de cada equipo, indicó que ellos serían los que ayudarían a contar los cubos de la caja para evitar confusiones como las que habían sucedido el día anterior. Con ello explicó que, como iban a contar de *uno en uno*, debían dibujar un cubito en la tabla, que ella dibujó en el pizarrón.

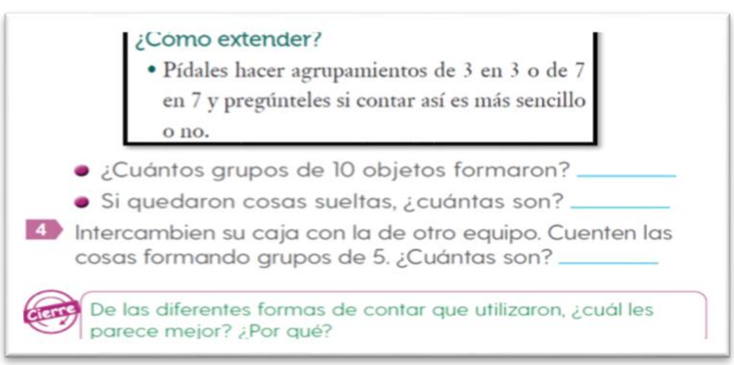
Figura	Conjuntos	Sueltas	Total
	X	35	35

[14] Un recurso que podría haber agilizado el trazo de la tabla y la escritura de los encabezados de cada columna son las fotocopias, Diana como muchos maestros utilizó mucho tiempo del poco disponible para la enseñanza con actividades como ésta o equivalentes. Algunos maestros dicen que con ellas se desarrollan capacidades motrices lo que no deja de ser cierto salvo que en no pocas ocasiones se convierten en distractores del objeto de enseñanza.

Figura 13. Ejemplo 2 de tabla que realizaron los niños en sus hojas y Diana en el pizarrón (Elaboración propia).

El integrante elegido de cada equipo contó los cubos de *uno en uno* metiéndolos en la caja, la profesora solicitó a los demás integrantes de los equipos que les ayudaran a contar. Una vez obtenido el resultado del conteo, Diana explicó cómo llenarían la primera fila de la tabla y, puntualizó que, como no habían realizado figuras con los cubos, escribirían una equis en la columna *conjuntos.* Mientras que las columnas *sueltas* y *total* quedarían iguales, porque habían contado de *uno en uno*, los niños no daban muestra de haber comprendido para qué iba a servir esto o hacia a dónde apuntalaban las intenciones de su maestra, por lo que se limitaron a copiar en su tabla lo expresado en el pizarrón.

Al parecer, Diana pretendía rehacer de manera ordenada las actividades de agrupamiento que faltaron la clase anterior. Para organizar la siguiente parte de la clase pidió que solo cuatro niños contaran los objetos de la caja de sorpresas simultáneamente. En la clase anterior, cada niño pudo o no contar bien, aventar los objetos, hacerlo precipitadamente, etcétera. y Diana no pudo hacer mucho para evitarlo. Por esta razón, la profesora consideró importante organizar una sesión especial en donde el trabajo con los agrupamientos fuera más dirigido con la pretensión de que resultara una actividad 'más fructífera'.


¿Como extender?

- Pídales hacer agrupamientos de 3 en 3 o de 7 en 7 y pregúnteles si contar así es más sencillo o no.

- ¿Cuántos grupos de 10 objetos formaron? ________
- Si quedaron cosas sueltas, ¿cuántas son? ________

4 Intercambien su caja con la de otro equipo. Cuenten las cosas formando grupos de 5. ¿Cuántas son? ________

Cierre De las diferentes formas de contar que utilizaron, ¿cuál les parece mejor? ¿Por qué?

Figura 14. Sugerencias didácticas Libro para el Maestro y Lección 1. Trayecto 3. Bloque 2 (SEP, 2018a, b)

Como puede apreciarse en la Figura 14, tanto el Libro para el Maestro como el libro para el alumno plantean la sugerencia de realizar agrupamientos distintos al de 10, que son los que se utilizan en el Sistema de Numeración Decimal. Los agrupamientos de 10 se privilegian y etiquetan en las lecciones posteriores, como la forma más fácil de contar. No obstante, los otros agrupamientos —de 3 en 3, de 5 en 5 y de 7 en 7— se plantean en esta lección para que los niños los lleven a cabo, pero también para que "decidan" reemplazarlos por los agrupamientos de *diez en diez* que a decir del libro es el 'mejor'. En el libro para el alumno, se pregunta también, por las cosas que quedaron sueltas porque no son suficientes para formar otro agrupamiento. Desde estas consideraciones, Diana intenta recuperar, en esta clase, ambos elementos de la lección anterior.

El conocimiento matemático en la lección anterior consistía en explorar distintas formas de agrupamiento para concluir, en principio, que el más fácil de realizar y cuantificar es el que subyace en el SND[15]. En cambio, el objeto de enseñanza en esta sesión fue completar una tabla con agrupamientos diversos, que resultó confusa para los estudiantes.

Para continuar la clase, Diana solicitó al niño más pequeño del salón que tomara los cubos que quisiera y armara una figura. El alumno armó una torre de 4, la profesora la dibujó enseguida en la tabla del pizarrón y pidió que todos los equipos armaran torres de 4 con sus cubos. Diana solicitó que contaran cuántas torres tenían por equipo, mismas que iban a anotar en la columna de *conjuntos*, además explicó que, si les habían quedado sueltas, las anotarían en la columna de *sueltas*. Uno de los equipos obtuvo 8 torres y les quedaron 3 piezas sueltas.

Por lo que la tabla quedó de la siguiente forma:

Figura	Conjuntos	Sueltas	Total
	X	35	35

[15] Ese es el planteamiento de la lección, al margen de que sea posible que los niños logren convencerse con tan pocas experiencias.

	8	3	35

Figura 15. Ejemplo 3 de tabla que realizaron los niños en sus hojas y Diana en el pizarrón (Elaboración propia).

Como se puede apreciar, los agrupamientos no cobran sentido en relación con las sueltas, ya que 8 y 3 sólo forman el 35 si se multiplica 8x4 y luego se le suman las 3 sueltas; estas operaciones están fuera de las posibilidades cognitivas de los estudiantes de primer grado. Una alternativa tanto para la clase de Diana como para la lección 1 del libro, podría ser plantear la situación en un momento en que los niños tuvieran más dominio sobre diversos tipos de conteo —de 2 en 2, de 3 en 3, de 7 en 7…—, aunado a cierto conocimiento sobre el comportamiento de la sucesión numérica oral, para que así el conteo *de diez en diez* pudiera manifestarse como la mejor forma de contar, tal como lo sugiere el libro para los niños.

Otra manera de usar el llenado de esta tabla —correspondiente a la forma de agrupar y considerar los elementos sueltos— en la que posiblemente Diana estuviera poniendo en juego de manera desarticulada e incompleta son las propiedades del sistema posicional de base 4. En este caso los agrupamientos estarían representados por las *figuras* en un registro gráfico; los *conjuntos* se representarían con 2 grupos de 16 ($2^{4)}$, 0 grupos de 4 (1^4) y 3 elementos sueltos (0^4). En la columna del total se escribiría 203 (en base 4) que es el 35 del SND (Fuenlabrada y Saiz, 1981b) pero este no podría leerse como ‘doscientos tres’ porque no está en base decimal, este tendría que leerse como “dos, cero, tres”. Desde luego que Diana no quería llegar a esto con los niños, pero hace una combinación híbrida de los agrupamientos en otros sistemas de base y posición y la representación decimal[16].

[16] Hacer agrupamientos de 10 elementos y considerar los que quedan ‘sueltos’ si lleva a la representación simbólica decimal de los números en el SND.

Durante el desarrollo de la clase surgió un conflicto relacionado con estos datos, debido a que Diana tenía en el pizarrón los resultados de todos; un equipo se confundió y en su tabla escribió lo siguiente:

Figura	Conjuntos	Sueltas	Total
	X	35	35
	8	3	38

Figura 16. Ejemplo 4 de tabla que realizaron los niños en sus hojas y Diana en el pizarrón (Elaboración propia).

Esta situación contravino la pretensión de Diana que era que los niños tuvieran a la mano como respuesta el 35, ya que la colección no había cambiado y por tanto los niños tendrían que saber que seguían siendo 35. Este hecho propició en Diana la necesidad de dar una larga explicación que acabó siendo recurrente durante el resto de la sesión:

1. Ma: A ver oigan, ayúdenme. Ayúdenme, chicos fíjense bien. Este equipo tenía 35 y ahorita que las contó así me están poniendo 38 [escribiendo las cantidades en el pizarrón], ¿sí será cierto?
2. Aos: No
3. Ma: ¿podrá ser cierto esto?
4. Aos: No
5. Ma: ¿por qué no?, ¿por qué no René?
6. Aa: Porque la acomodé así.
7. ¿si? Por ejemplo, si yo las acomodo así, ¿cuántas tengo? [Toma 3 fichas de una mesa y hace distintos acomodos]
8. Aos: Tres
9. Ma: Y si las acomodo ahora así, ¿cuántas tengo?
10. Aos: Tres
11. Ma: Y si la acomodo así ¿cuántas tengo?
12. Aos: Tres
13. Ma: Tres, aunque la acomode de diferente forma siempre voy a tener…
14. Aos: Tres
15. Ma: Tres. Y entonces si este equipo tenía 35 ¿cuántas tiene ahorita? [Señalando lo que acababa de escribir en el pizarrón 38, para señalar el error]
16. Aos: Treinta y ocho
17. Ma: ¿si?
18. Aa: Treinta y cinco
19. Ma: ¿cuántas tienen Alan?
20. Ao: Nos faltaron 3, nos faltaron 4
21. Ma: No yo las tengo aquí, pero si tenías 35 este equipo, ¿cuántas tiene ahorita?
22. Aos: Treinta y ocho

23. Ma: ¡No!
24. Ao: Treinta y cinco
25. Aa: Tiene treinta y cinco
26. Ma: A ver apoco si tienen 38 ¿apoco les regalaron cubitos?
27. Aos: No
28. Ma: ¿se encontraron cubitos?
29. Aos: No
30. Ma: ¿entonces cuántas deben de tener?
31. Aos: Treinta y cinco
32. Ma: Deben de tener la misma cantidad, ¿cuántas son?
33. Aos: Treinta y cinco
34. Ma: Treinta y cinco, pero cada quien tiene, ¿tú cuántas tuviste?
35. Ao: Treinta y ocho y treinta y ocho
36. Ma: ¿y tú?, ¿este equipo?
37. Ao: Treinta y tres
38. Ma: 33 y 33, ¿y este equipo?
39. Ao: Treinta y ocho y treinta y ocho
40. Ma: 38 y 38, ¿y este equipo entonces?
41. Ao: Treinta y cinco y treinta y cinco

Si bien Diana percibió el error del equipo en la línea 1 y detuvo la clase para hacer una aclaración, ella misma propició que los niños no comprendieran lo que les estaba explicando al escribir dos totales distintos en el pizarrón 35 y 38, aunado a la explicación de la *conservación de la cantidad* con una colección de 3. La expectativa de Diana era que los niños comprendieran que el acomodo —torres de 4— no afecta la cantidad total de cubos; mientras que los niños interpretaron que debían leer lo escrito y señalado por ella en la tabla, al margen de los agrupamientos de 4, que estaban a la vista, pero los niños no podían cuantificarlos como: cuatro, ocho, doce, dieciséis, veinte, veinticuatro, veintiocho, treinta y dos, treinta y tres, treinta y cuatro y treinta y cinco; sino como uno, dos, tres, cuatro, cinco,…, treinta y cinco; cuando Diana solicitó que contaran.

De la línea 15 a la línea 23 del diálogo de clase, descrito con anterioridad, se manifiesta claramente la intención de Diana por hacer que los niños respondieran treinta y cinco. Sin embargo, es hasta la línea 31 que lo logra, después de haber explicado, reiteradamente, de la línea 26 a la 30 que no había ninguna variable externa a los datos, que lo único que estaba haciendo eran torres de diferente tamaño y forma con la misma cantidad de cubos, por lo tanto, se mantenía el 35 como registro en la última columna. La aclaración de Diana que refiere a: *nadie les regaló cubos, ni se les perdieron*, le ayudó a sostener su objetivo durante el resto de la clase, aunque, aun bajo el supuesto que los niños realmente estuvieran convencidos que el 35 no podía cambiar, difícilmente comprendieron para qué servían los agrupamientos diferentes a 10 y la desventaja de aquellos con éstos, en el proceso de cuantificación y registro de una cantidad en el SND.

A continuación, Diana solicitó a otra alumna, elegida por el niño más pequeño, que realizara la figura que quisiera para que todos sus compañeros hicieran otras iguales. La torre que la niña elaboró tenía 8 cubos; Diana solicitó que la dibujaran en la tabla y nuevamente lo realizó ella en el pizarrón. Además, pidió que todos hicieran torres de 8 con sus mismos cubos y contaran cuántas sueltas les iban a quedar. Siguiendo con el ejemplo mencionado, la tabla quedó de la siguiente forma:

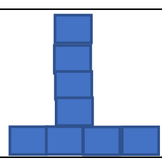
Figura	Conjuntos	Sueltas	Total
	X	35	35
	8	3	35
	4	3	35

Figura 17. Ejemplo 5 de tabla que realizaron los niños en sus hojas y Diana en el pizarrón (Elaboración propia).

Una vez que los equipos formaban sus torres correctamente, la profesora autorizaba el llenado de la tabla, mientras que enfatizaba que la cantidad total (35) no iba a cambiar. Como puede apreciarse, sucedió lo mismo que con el agrupamiento anterior: si bien 4x8 son 32 y sumándole las 3 sueltas, dan como resultado 35, no cobra sentido el agrupamiento, ya que los niños ni siquiera lo utilizaron para sumar de 8 en 8, porque siguieron contando de *uno en uno*.

La última consigna consistió en elaborar las torres de 10 de la clase anterior. Diana indicó que la forma de la torre iba a ser libre pero que debía tener 10 cubitos. Los alumnos elaboraron sus torres; sin embargo, no tener un modelo, les ocasionó más trabajo para decidir la forma. Mientras Diana ayudaba a otro equipo, se dieron cuenta que no tenían 38 cubos, sino que siempre habían tenido 39. En el cierre de la clase, Diana enfatizó que el número total siempre sería el mismo; si un equipo había tenido 35 cubos en un inicio, siempre tendría 35 independientemente de los agrupamientos creados. Diana mantuvo el objetivo que previó para su clase sobre la conservación de la cantidad*;* lo que no significa que el propósito de la lección 1 —el conteo de *diez en diez* es más fácil que cualquier otro— que no se alcanzó en la sesión anterior, se haya logrado en ésta.

En el terreno de las explicaciones docentes necesarias para completar y dar sentido a lo que se plantea en el libro de los niños, cuando esto es insuficiente, Diana pudo aprovechar para decir que 3 grupos de diez y 5 elementos que sobran, porque no alcanzan para formar otro grupo, son los que se registran para representar al treinta y cinco como 35 y por eso es el agrupamiento más importante y con el que deberían identificarse los alumnos para futuros conteos.

Una posible razón del por qué Diana decidió realizar una clase sobre este tema, es la poca explicación que se ofrece en el Libro para el Maestro sobre la importancia para la escritura simbólica convencional de los números que tienen: los agrupamientos de 10, la cantidad resultante de éstos, la consideración de los elementos que no alcanzan para hacer otro agrupamiento; así como, el valor posicional en la representación simbólica de los números. Al margen del Libro para el Maestro parece ser que Diana, al menos en la sesión que hemos analizado; tiene poca claridad sobre la función de los agrupamientos y su relación con la escritura posicional de los números en el SND. Diana reiteró la finalidad de la clase, que intercaló por iniciativa propia, explicando a los niños una y otra vez que la cantidad inicial (35) era la misma que debería resultar siempre, independientemente de la manera como agruparan los elementos, apelando a la conservación de cantidades.

Por su parte, los autores del LTG-M1°, también esperan que los niños se den cuenta que siempre sale 35, pero contando agrupamientos diferentes —de 3 en 3, de 4 en 4, de 5 en 5, de 10 en 10— a fin de que se percaten que hacerlo de *diez en diez* es la mejor manera y la más económica. En medio de estas dos posiciones, están los niños, quienes, en el momento de la observación, son incapaces de contar colecciones por agrupamientos y su único recurso es el conteo *uno a uno*; y, además no tienen ningún reparo en realizarlo frente a una colección de 35 elementos. Por lo que para los niños tanto el discurso de la maestra como las preguntas del libro no hicieron que cambiara o se cuestionara su estrategia de conteo *uno a uno* que utilizan desde el preescolar.

En la gestión de clase que se observa en Diana se entretejen como dice Mercado (2002), sus saberes docentes como el sentido de conservación*;* las preguntas planteadas en el LTG-M1° sobre los agrupamientos y los elementos sueltos; el apartado "¿Cómo extender?" del Libro para el Maestro que persigue un objetivo diferente al que ella le da —que expresen de forma oral y escrita números hasta 50 y que pongan en acción estrategias de conteo para contar colecciones no mayores a 50— y lo que estaba sucediendo en su clase al momento de implementarla.

Sesión 3

Uno de los componentes del *Nuevo Modelo Educativo* establece la *autonomía curricular* como parte del horario escolar. En este horario tenían presencia los clubes que de acuerdo con la SEP (2018c) consisten en espacios que responden a los intereses, habilidades y necesidades de los alumnos los cuales, siempre que sea posible, buscarán integrar a estudiantes de grados y grupos distintos.

Durante la observación, la escuela tenía planeado llevar a cabo los clubes los jueves, situación que ocasionaba tener durante todo ese día alguna actividad distinta —como robótica o computación— a la clase de matemáticas o cualquier otra asignatura en la que los grupos estuvieran organizados por grados, por lo que la sesión 3 se llevó a cabo el viernes, un día posterior a las dos primeras observaciones (martes y miércoles). A continuación, presentamos el análisis de esta sesión 3 que llevó a cabo Diana con base en la lección 2 del LTG-M1°.

El día de la observación asistieron 14 niños de los 20 que conformaban al grupo, Diana organizó tres equipos; dos con cinco estudiantes y uno con cuatro. La ausencia de los niños los viernes es habitual, de acuerdo con Diana, es una situación que le impide avanzar a un ritmo estable con sus estudiantes, ya que, siente que pierde prácticamente dos días de trabajo a la semana; además de los clubes de los jueves, 'pierde' los viernes por ausentismo de los niños.

El objetivo de la lección expuesto en el Libro para el Maestro consiste en *"que los alumnos desarrollen estrategias de conteo de colecciones dibujadas de hasta 50 elementos, reconociendo diferentes agrupamientos"* (SEP, 2018a: 105). A diferencia de las dos primeras sesiones gestionadas por Diana, en las que se hizo uso de material concreto, en esta lección la pretensión es explícita respecto a colecciones dibujadas.

Diana solicitó a los niños situarse en la página 88 del LTG-M1°; una vez en ella, señaló el título y pidió que uno de los niños leyera la instrucción número 1, la lectura del niño fue pausada, razón por la cual les costó entender la indicación del libro y tuvieron que hacer una segunda lectura. Una vez que llegaron a la palabra 'costurero', la profesora preguntó si sabían lo que era, explicando que es una cajita donde se guardan hilos, agujas y botones.

Algunos de los niños respondieron que sí tenían uno en casa, mientras que otros, aunque no tenían, los habían visto en casa de sus tías o abuelas. La profesora repitió la indicación leyéndola y también solicitó que observaran las cosas que había en el costurero. Posteriormente les dijo que contaran únicamente los hilos como ellos quisieran o pudieran. También verificó que la instrucción quedara comprendida, preguntando a tres niños qué era lo que tenían que hacer, los tres respondieron: contar los hilos.

Ante esta primera consigna todos los niños echaron mano del conteo *uno en uno* que era el recurso que conocían para resolver la tarea planteada y que habían utilizado durante las dos clases anteriores. No obstante, la intención tanto del libro como de Diana era que los niños realizaran el conteo a través de distintos agrupamientos, de tres en tres, de ocho en ocho, etc., privilegiándose el agrupamiento de *diez en diez.* Sin embargo, la lección favorece esto muy poco, ya que solamente hay dos hileras de 10.

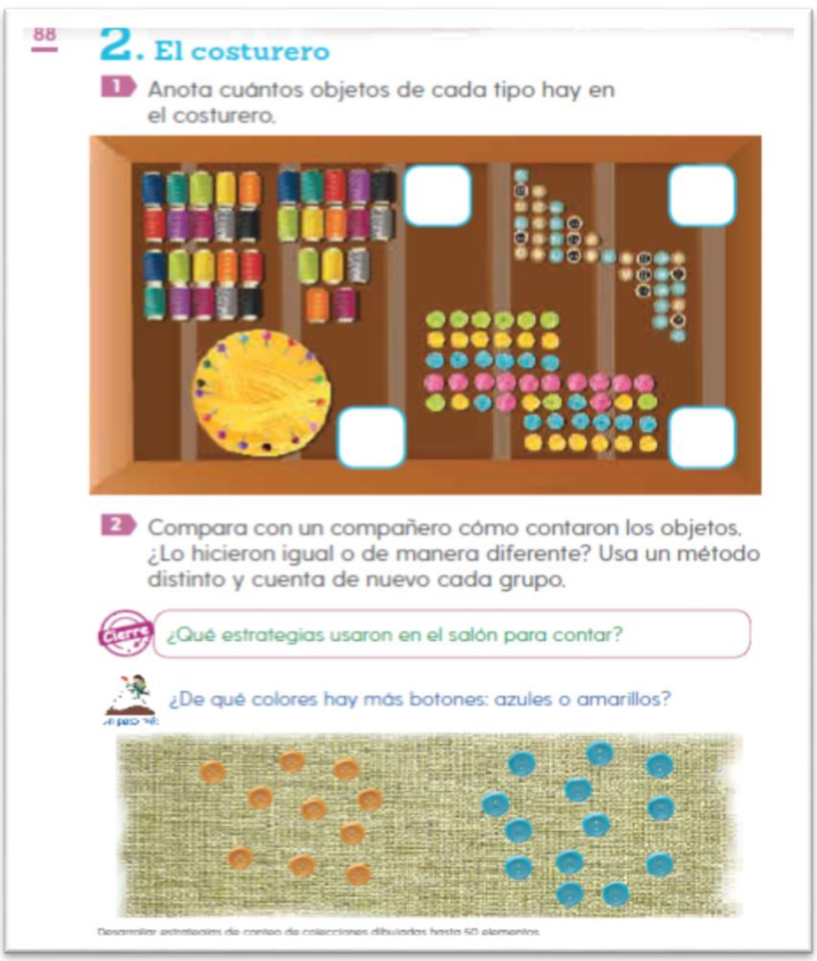
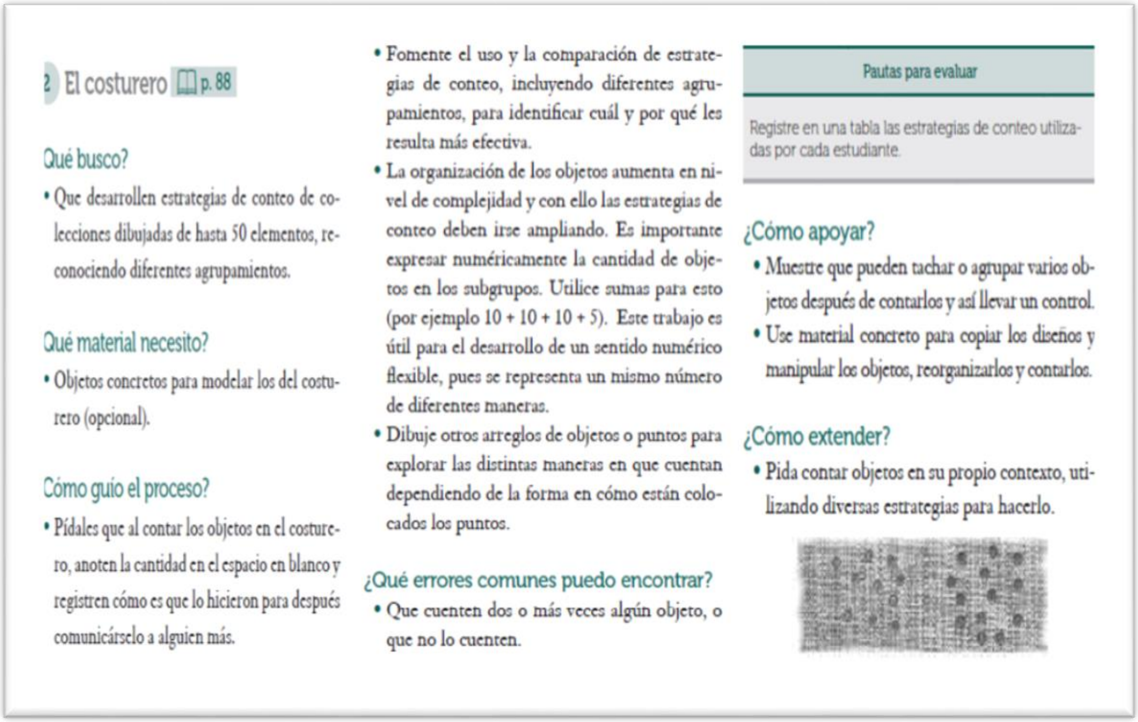


Figura 18. Lección 2. Trayecto 3. Bloque 2 (SEP, 2018b).

Durante la actividad de conteo, la maestra se acercó a uno de los equipos para sugerirle que hiciera montones de 10, como lo habían hecho la clase anterior con los cubos. Si bien, algunos lo intentaron, resultó problemático para otros encerrar los montones. Diana pidió a los que iban terminando, que se siguieran con los botones y las agujas, la mayoría de los niños seguía contando de *uno en uno.*

En esta lección del libro ocurre algo similar a la lección anterior; la situación por sí misma no promueve que los niños reconozcan, en general, a los agrupamientos como una manera de cuantificar una colección, ni a los agrupamientos de diez elementos en particular como la manera más fácil de realizar el conteo; en ese sentido no es una situación adidáctica (Sadovsky, 2005). Por esta razón Diana vio la necesidad primero de sugerir que los alumnos hagan agrupamientos de 10 elementos y posteriormente institucionalizar los montones de 10, sin dejar enfrentar a los niños con el problema de encontrar distintas estrategias de conteo, como sugiere la lección cuando señala: “usa un método distinto y cuenta de nuevo cada grupo” (SEP, 2018b: p. 88).

Es probable que Diana, por los resultados obtenidos con los niños en la sesión anterior, haya decidido distanciarse de la conservación de cantidades como objetivo de enseñanza y de los distintos agrupamientos que realizaron y centrarse en esta tercera clase exclusivamente en los agrupamientos de 10, lo cual responde a la organización del SND y al apartado “¿Cómo guío el proceso?” del Libro para el Maestro que sugiere utilizar sumas como 10+10+10+5.



2 El costurero p. 88

¿Qué busco?

- Que desarrollen estrategias de conteo de colecciones dibujadas de hasta 50 elementos, reconociendo diferentes agrupamientos.

¿Qué material necesito?

- Objetos concretos para modelar los del costurero (opcional).

¿Cómo guío el proceso?

- Pídales que al contar los objetos en el costurero, anoten la cantidad en el espacio en blanco y registren cómo es que lo hicieron para después comunicárselo a alguien más.
- Fomente el uso y la comparación de estrategias de conteo, incluyendo diferentes agrupamientos, para identificar cuál y por qué les resulta más efectiva.
- La organización de los objetos aumenta en nivel de complejidad y con ello las estrategias de conteo deben irse ampliando. Es importante expresar numéricamente la cantidad de objetos en los subgrupos. Utilice sumas para esto (por ejemplo 10 + 10 + 10 + 5). Este trabajo es útil para el desarrollo de un sentido numérico flexible, pues se representa un mismo número de diferentes maneras.
- Dibuje otros arreglos de objetos o puntos para explorar las distintas maneras en que cuentan dependiendo de la forma en cómo están colocados los puntos.

¿Qué errores comunes puedo encontrar?

- Que cuenten dos o más veces algún objeto, o que no lo cuenten.

Pautas para evaluar

Registre en una tabla las estrategias de conteo utilizadas por cada estudiante.

¿Cómo apoyar?

- Muestre que pueden tachar o agrupar varios objetos después de contarlos y así llevar un control.
- Use material concreto para copiar los diseños y manipular los objetos, reorganizarlos y contarlos.

¿Cómo extender?

- Pida contar objetos en su propio contexto, utilizando diversas estrategias para hacerlo.

Figura 19. Sugerencias didácticas. Lección 2. Trayecto 3. Bloque 2 (SEP, 2018a).

Posteriormente, tal como plantea la instrucción 2 del libro para el alumno, Diana solicitó a los niños que compararan sus cantidades con un compañero y si no las tenían iguales, podían revisar contando de nuevo y ayudarse para tener el mismo resultado.

Mientras los niños comparaban sus cantidades con el conteo de *uno en uno*, Diana se concentraba en ayudar a algunos de ellos a encontrar la cantidad que les había resultado en la serie numérica que estaba pegada en el salón; o bien, a escribir el número en los recuadros correspondientes. Por ejemplo, en el siguiente fragmento interactúa con uno de los niños que se levantó de su lugar hasta el escritorio de Diana para pedir ayuda sobre el total de hilos:

Ma: A ver ¿cuántos montoncitos te quedaron aquí?
Ao: Cuatro
Ma: [Al ver que el niño tenía cuatro agrupamientos, borra el círculo que sólo tenía 5 hilos] Este ya no es 10, ya no lo puedes hacer montoncito. ¿Cuántos montoncitos tienes?
Ao: Dos
Ma: No, aquí es uno [señalando el agrupamiento que le faltaba contar]

Ao: Contar
Ma: Ya, ya los encerraste y está bien, esta es una bolsa, otra bolsa y otra bolsa [remarcando los agrupamientos que ya había hecho el niño] y estos ya no los puedes meter en una bolsa [refiriéndose a los hilos sueltos] ¿cuántas bolsitas tienes?
Ao: Dos
Ma: A ver cuenta las bolsas
Ao: Las bolsas
Ma: Entonces, ¿cuántas bolsas son?
Ao: Tres
Ma: Tres [escribe el 3 en el libro del niño] ¿y cuántas sueltas? ¿cuántas solitas te quedaron?, ¿cuántas son?
Ao: Cinco
Ma: Póngale acá [señalando que debe escribirlo al lado del 3]
Ao: [El niño escribe el 5 al lado del 3 para formar 35 y se va a su lugar]

Como puede apreciarse en el fragmento, Diana estableció el agrupamiento de 10 y los elementos sueltos para formar cantidades con base en el SND y ayudó a su alumno a registrar la cantidad solicitándole que escribiera el '3' porque ese era el total de 'bolsitas' (de diez elementos) y luego el '5' a lado del tres, sin embargo la ayuda no estuvo mediada por ninguna posibilidad que le permitiera al niño relacionar el registro simbólico en el SND (35) del 'treinta y cinco' con los agrupamientos y elementos sueltos que le resultaron en la colección de los hilos. Además, Diana no retomó el nombre del número, ella no lo dijo y tampoco pidió al niño que le dijera cuál era el total de hilos que tenía, por lo que el treinta y cinco terminó por ser un tres que escribió Diana y un '5' que escribió el niño al lado el '3' por indicación de su maestra sin que en ello hubiera algún tipo de reflexión. Más adelante en la puesta en común de los resultados, la profesora intentó dar sentido a esas cantidades con explicaciones en el pizarrón.

Para continuar la clase Diana pidió que todos los equipos le dijeran cuántos hilos tenían porque ya los había notado confundidos; todos los niños a los que preguntó individualmente tenían 35 que era la cantidad correcta. Sin embargo, explicó que para verificar cuántos hilos había en realidad, iban a encerrar con un color naranja 10 hilos, además, que lo harían todos juntos, posteriormente pidió que con color morado encerraran otros 10 hilos y después 10 con color verde. Finalmente dijo que los hilos que sobraban quedarían sin encerrar.

Mientras los niños buscaban sus colores y encerraban agrupamientos de 10, Diana dibujó los 35 elementos de la colección en el pizarrón y encerraba a la par de los niños, los agrupamientos de 10. En el siguiente fragmento puede verse la interacción alrededor de ese resultado:

> Ao: A mí me sobraron 5
> Ma: Y me quedan aquí unos hilos
> Ao: Que son 5
> Ma: ¿Cuántos son? [señalando las sueltas]
> Ao: Treinta y cinco
> Ao: Cinco
> Ma: ¿Me alcanzará para hacer otro montoncito?
> Aos: No
> Ma: No, entonces verifiquen aquí [señalando el recuadro donde escribieron la cantidad final] ¿cuántos montoncitos tuvimos?
> Ao: Treinta y cinco
> Ma: No, ¿cuántos montoncitos tuvimos? Ayúdenme a contar [señalando uno de los agrupamientos]
> Aos: Diez
> Ma: [Niega con su cabeza] Montones
> Aos: Diez, veinte, treinta
> Ma: Treinta, tengo tres montones [escribe el número 3] y me da treinta, pero tengo algunos solitos, ¿cuántos me quedaron solitos
> Aa: Treinta y cinco
> Ao: Cinco, treinta y cinco
> Ma: Treinta y cinco [escribe el 5 en el pizarrón]

En el fragmento se evidencia, como en las clases anteriores, la expectativa de la maestra sobre las respuestas de sus alumnos; a pesar de que estaban reconociendo que cada agrupamiento encerrado tenía 10 elementos —algo que no sucedió en la lección 1—, Diana esperaba que le respondieran que tenían tres montones de 10, por ello insistía en que se refería a los montones y no al número de hilos que hay dentro de ellos. Sin embargo, los niños continuaron echando mano del conteo de *diez en diez*.

Aunque Diana insistió en decir que tenía tres montones mientras escribía el número en el pizarrón, los niños no respondieron 3, más bien decían una y otra vez el resultado final que era 35. Esta es una dificultad conceptual frecuente en alumnos que están aprendiendo las reglas del SND (Fuenlabrada y Saiz, 1981a); comprender que el treinta puede ser representado o equivale a 3 grupos de 10 es asignarle un valor relativo a una cifra y es muy difícil para los niños pequeños (Block y Álvarez, 1998).

Una vez que acordaron el resultado final, Diana solicitó a los niños que se autocalificaran la lección: en caso de tener 35, que era el resultado correcto, iluminaran su recuadro de verde y si tenían otra cantidad, *debían corregirlo e iluminarlo de amarillo porque si bien hicieron el esfuerzo para contar, no les había salido el resultado correcto.*

Para continuar la clase, Diana continuó con los botones más pequeños, que eran 37, solicitando que tomaran nuevamente el color naranja y tacharan 10 botones, posteriormente solicitó que tacharan otros 10 con azul y 10 con verde. La profesora preguntó si les alcanzaba con otro color:

Ma: ¿Me alcanzará para otro color?
Aos: No
Ma: ¿Ya no me alcanza?
Ao: No, ya nada más tenemos 6
Ma: Ya nada más nos quedan
Ao: Seis
Ma: Seis
Ao: Cinco
Ma: No, porque tú habías dejado uno de acá
Ao: Cinco
Aa: Ocho
Ao: Si es cierto nos quedan seis
Ma: Nos quedan seis
Ao: Porque aquí sólo puse una línea, pero me falto el tache
Ma: A ver [Al percatarse de la diversidad de respuestas se acerca a una mesa para contar los botones]
Ao: A mí me sobraron seis
Aa: A mí me sobraron ocho
Ma: ¿De qué color pintamos los botones chicos?
Aos: Verde
Ma: Primero
Aos: Naranja
Ma: Naranja, luego
Aos: Azules
Ma: Luego
Aos: Verde
Ma: Verdes y nos sobraron 7 botones
Ao: Cinco, cinco
Ao: No, seis
Ma: Es que algunos los pusieron después, pero aquí nos debieron haber sobrado 7 botones
Ao: Ah sí, a mí sí
Ao: Ay yo sí me puse treinta y siete, pero después lo cambié a treinta y cinco

Ma: Entonces si tengo 3 y… [no completa la frase] 30 y 7 ¿cuánto es?
Aos: Treinta y siete
Ma: Quien tiene 37 le pone verde, el que no le pone amarillo, pero le corrige el número

En este fragmento hubo un error de conteo por parte de varios niños y también por parte de Diana, quien, validó un resultado incorrecto para después corregirlo debido a la diversidad de respuestas que dieron los niños. Esta situación la propició la distribución de los botones en la imagen del libro, ya que, a diferencia de la de los hilos, que era visualmente más fácil de agrupar, los botones representan un reto distinto ya que se presentan en filas y columnas de distintas cantidades. Ésta es la intención de los autores, así se expresa en el Libro para el Maestro: “la organización de los objetos aumenta en nivel de complejidad y con ello las estrategias de conteo pueden irse ampliando” (SEP, 2018a: 105).

Para continuar la clase, los niños contaron las agujas encerrando nuevamente 10 por indicación de Diana:

Ma: ¿Quién ya encerró 10 agujas?
Aos: ¡Yo!
Ma: ¿Nos alcanza para encerrar otras 10?
Aos: No
Ma: ¿Cuántas agujas encerramos?
Aos: Diez
Ma: No, ¿cuántos montones me quedaron?
Aos: Seis
Ma: Digo, no, no, no, montones no, ¿cuántos montones me alcanzó?
Aos: Diez
Ma: Diez
Ao: Diez y seis
Ma: Diez y como me sobraron seis ¿cuánto fue?
Ao: Diez y seis
Ma: Diez y seis muy bien [escribiéndolo en el pizarrón], cuenten si sí son 16 corridas, cuenten si sí son 16 chicos, qué tal si me equivoqué, ¿sí son 16?
Aos: Sí
Ma: Quien sí había puesto 16 lo pone verde y el que no, amarillo, pero lo corrige

En este fragmento hubo otra confusión para Diana y para los niños con respecto a los montones que tenían y las agujas sueltas, si bien la expectativa de Diana era que respondieran que tenían un grupo de 10 y 6 sueltas, los alumnos se sostuvieron en decir el total de elementos que tiene el agrupamiento (diez) en lugar de responder *un montón*, ante la pregunta *¿para cuántos montones me alcanzó?*; Diana aceptó esa respuesta en lugar de la correcta, por cansancio o porque se percató que los niños no iban a responder como ella quería. Nuevamente apareció la dificultad conceptual sobre el valor posicional del “1” en el número 10, los niños siguen viendo 10 elementos y no (1) decena.

Para terminar la clase, faltaba contar los últimos botones, que eran 50; nuevamente encerraron 10 con naranja, 10 con morado, 10 con rojo y 10 azules tal como les indicó la profesora. Posteriormente, la mayoría coincidía en que el resultado era 49, por lo que entraron en una discusión:

> Ma: ¿Nos alcanzará para otro color?
> Aos: No
> Ma: No
> Aos: Porque ya sólo tenemos 9
> Ma: ¿Cuántos tenemos?
> Ao: Cuarenta y nueve
> Ma: ¿De cuántos colores tuvimos?
> Ao: Amarillo y verdes y azules
> Ma: Okey, entonces ahora le ponemos el número, ¿cuántos botones de esos hay?
> Ao: Cuarenta y nueve
> Ma: Cuarenta
> Ao: No maestra, 1,2,3,4… [cuenta nuevamente los botones]
> Ao: No maestra
> Ma: [Al darse cuenta de que hay niños que no tienen ese resultado se acerca nuevamente a contar los botones] Pero yo creo que no son 49 ¿eh?
> Ao: ¿Veinticinco?
> Ao: Sí son cuarenta y nueve, maestra
> Aa: Pues a ver, estás equivocado
> Ma: No son cuarenta y nueve
> Aa: No son
> Ma: No son cuarenta y nueve
> Ao: ¿Cuántas son? Ya descubra el número
> Ma: Entonces nadie va a tener el verde ahí, nadie va a tener verde ahí, ayúdenme a contar, vamos con el lápiz. Vamos a ponerle un puntito a cada botoncito de esos, listos con el lápiz, empezamos todos juntos para no revolvernos, empezamos todos juntos, ¿listos? Empezamos: uno…
> Aos: Dos
> Ma: No, no, no, no. Si no nos vamos a revolver, lentito porque tenemos compañeros que no cuentan tan rápido. Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis… [Los alumnos cuentan con su maestra hasta el 50, de *uno en uno*. Sin embargo, algunos de ellos no logran hacer la correspondencia de la serie con el conteo, ya que al hacer el conteo se saltan botones y la serie sigue, por lo que sólo la recitan]

Después de la discusión, Diana explicó que el resultado era 50 y *todos debían iluminar de amarillo porque a pesar de que se esforzaron en contar, el resultado no era 49.*

Fregona y Orús (2011) plantean que el profesor tiene un entorno como subsistema que le es antagonista en el sentido de la TSD y proponen estudiarlo tanto en la preparación como en la gestión de las clases.

En este sentido, Diana se enfrentó con un medio antagonista que le dio retroacciones: las diversas respuestas de los niños. Ahora bien, la profesora parecía estar al pendiente del conteo de los niños, sin embargo, cometió errores al validar la cantidad final de dos de las cuatro colecciones en juego. Cometer estos errores es muy común, y es bueno estar receptivo a las correcciones que hacen los alumnos, afortunadamente gracias a estas intervenciones, Diana logró detectar los errores y mediante una validación con el conteo de *uno en uno,* llegaron al resultado correcto. Aun así, si la pretensión de Diana era que los niños abandonaran el conteo de *uno en uno* para sustituirlo por el de *diez en diez* aquí continuó privilegiando al primero.

Siguiendo con la organización que propone el LTG-M1°, Diana pidió que todos los niños se acercaran a su escritorio y dio la siguiente indicación:

> Ma: Van a preguntarle a 5 compañeros cómo le hicieron para contar, si fue de *uno en uno,* si fue de *diez en diez* ¿cómo le hicieron para contar?

Posteriormente pidió las respuestas, a lo que la mayoría de los niños contestó que habían contado de *uno en uno* y algunos de *diez en diez.* Diana preguntó si había otras maneras de contar, y los niños mencionaron de 2 en 2 y de 3 en 3, aunque ninguno realmente realizó ese conteo, Diana concluyó con base en las respuestas de los alumnos, que todos cuentan de forma distinta y que a algunos les parece más fácil contar de *uno en uno,* pero no a todos, a algunos les parece más fácil de *diez en diez*.

Para terminar la clase Diana siguió la última indicación del libro diciendo que el último reto consistía en encerrar la colección que tuviera mayor cantidad de botones del tapete ilustrado en el libro, después dijo que a la cuenta de tres le dijeran qué montón tenía más. Todos los niños respondieron que el azul, aunque solo uno de ellos los contó realmente y a pesar de que el niño dijo en voz alta cuántos eran en cada montón, la profesora decidió considerar que era una respuesta correcta de todos pidiéndoles que se dieran un aplauso.

Aunque en el discurso de los niños y de Diana aparecen los agrupamientos de 2, 3 o 4 elementos, en la práctica, los niños contaron de *uno en uno* en las tres clases observadas. Algunos de ellos, 2 o 3 alumnos, lograron contar de *diez en diez*; sin embargo, no se enfrentaron realmente a la tarea del conteo con los distintos agrupamientos, ya que Diana insertó una clase que, si bien permitió a los niños la formación de distintas torres con distinto número de elementos, nunca contaron la colección total, tomándolos en cuenta (por ejemplo: cuatro, ocho, doce, dieciséis,…); para Diana era evidente que los niños no podían realizar este tipo de conteo, por lo que optó por la conservación de cantidades.

2.2.2 Clases de Mariana

Sesión 1

Mariana[17] es una profesora de 32 años con experiencia de 10 en servicio docente, de los cuales ha trabajado 5 de ellos con primer grado de primaria. La escuela en la que desempeña su labor se encuentra al sur de la Ciudad de México y tiene un horario de tiempo completo sin comedor de 7:50 a 14:40. Es Licenciada en Educación Primaria por la Benemérita Escuela Nacional de Maestros, considera que el libro anterior *Desafíos Matemáticos* contenía actividades sueltas, sin ninguna conexión entre ellas, los ejemplos que manejaba eran demasiado sencillos y las

[17] El nombre de la profesora fue modificado para proteger su identidad

actividades eran muy complicadas, estaba muy desorganizado y no favorecía el aprendizaje de los alumnos.

Una de las ventajas que percibe del LTG-M1° actual, es la reducción importante de los aprendizajes esperados; considera que está muy bien ordenado, que permite llevar a los niños paso por paso y por niveles. No obstante, también percibe que, al tener una actividad por día, los conocimientos no se consolidan y con la reducción de horas que se implementó en su escuela, no alcanza a terminar las lecciones.

El grupo de Mariana tiene 12 niños y 4 niñas. En la primera sesión, que analizamos a continuación, asistieron 15 estudiantes. Durante el desarrollo de toda la clase Mariana mantuvo la organización del grupo en parejas, tal como se sugiere en el Libro para el Maestro; al ser 15 estudiantes, un equipo trabajó en triada. Mariana ya había realizado las primeras tres lecciones del trayecto 6 titulado *Otra vez 50*, por lo que trabajó con la lección 4.

La profesora inició la clase con una actividad que consistía en dar un puño de cereal a cada niño, al parecer es una actividad realizada con frecuencia porque en la consigna hizo algunas alusiones a actividades de conteo con el cereal, posteriormente solicitó que por parejas dijeran cuántas bolitas de cereal tenían por separado (individualmente) y en total (por pareja).

En el Libro para el Maestro se describen algunas características del trayecto y sugerencias didácticas para gestionarlo que se relacionan con la consigna de Mariana al enunciar que tratarían de buscar la manera de saber cuánto cereal tienen entre los dos sin decirles directamente que las tenían que sumar con el algoritmo convencional (SEP, 2018a:117):

> No es el propósito que los alumnos trabajen con el algoritmo convencional para sumar o restar. Se espera que resuelvan estos problemas con procedimientos propios, no convencionales (uso de material concreto, tableros de 10, dibujos, el tablero del 1 al 50, conteo hacia adelante o atrás, sobreconteo, descomposición de números, etc.).

Con base en la información del Libro para el Maestro, Mariana enunció la consigna de la siguiente manera, evitando usar la palabra 'suma', en cierta forma, ella sabe que esa palabra alude al uso del algoritmo:

> Ma: Lo que voy a hacer es darle un puñito a cada quien (sic) en su sanita[18], pero ahora no las van a contar, ni me van a decir cuánto falta para un número. Lo que van a hacer es entre los dos ver cuántas tienen. Primer paso; cada quien (sic) cuenta su cereal; tú cuentas tu cereal [señala a un niño de una pareja] y tú tu cereal [señala al otro niño que conforma la misma pareja]. Cada quien (sic) cuenta el cereal que tiene, después sin revolverlo, van a tratar de buscar la manera de saber cuánto cereal tienen entre los dos. No lo van a mezclar, no lo van a revolver, solamente van a tratar de ver cuánto tienen entre todos.

En el Libro para el Maestro se especifica que el algoritmo convencional de la suma podría aparecer en la puesta en común como una manera más de resolver el problema planteado, pero no como la única o la mejor. Este planteamiento está en sintonía con lo planteado en la propuesta curricular al dejar que los niños se enfrenten a situaciones problemáticas donde pongan en uso sus propias estrategias para resolver y parece que Mariana valora la importancia de que esto suceda. No obstante, es clara la tensión que causa a los maestros dejar que los niños lleguen a cierto conocimiento sin decirles de qué se trata o a cuál conocimiento refiere eso que se les está planteando.

Para continuar la clase Mariana repitió dos veces más la consigna mientras repartía el material e hizo algunas especificaciones:

> Ma: Entonces primer paso; cuento mi cereal, mío, de cada uno. Cuando yo ya tenga mi número me lo voy a aprender de memoria, después entre las dos personas de la mesa van a tratar de buscar la manera de saber cuántos tienen en total. Voy a pasar, reparto, ya saben cómo en el orden y voy a volver a regresar. No les tengo que preguntar, ustedes me van a decir: Yo tengo cinco, yo tengo siete y entre los dos tenemos… Así me van a decir; cuántos tienes tú, cuántos tienes tú y entre los dos cuántos tienen. Si es correcta su suma, se pueden comer los de cada una. Si no es correcta tienen que volverlo a hacer y me paso a la siguiente mesa. Hasta el final vuelvo a regresar.

En esta segunda enunciación de la consigna se puede apreciar nuevamente la intención de Mariana de evitar decirles cómo tienen que resolver el problema, sin embargo, al seguir explicando se le

[18] Toalla de papel para manos predoblada.

escapó decir *si es correcta su suma*... En la práctica de Mariana se puede apreciar a nivel de discurso, su pretensión de responder a las sugerencias del libro; no obstante, también se aprecian las tensiones entre éstas y lo que la maestra sabe que debían hacer sus alumnos: una suma.

Algunos estudiantes recurrieron al sobreconteo[19] para resolver la situación, mientras que otros lo hacían empleando cálculo mental. Mariana preguntó a cada una de las parejas sus resultados; de las siete parejas, tres de ellas tuvieron un resultado correcto en la primera vuelta y cuatro tuvieron que contar nuevamente de *uno en uno*, para encontrar el total de cereal que habían recibido. Mientras Mariana pasaba a pedir resultados, interactuó con una de las parejas a la que les había dado más cereal que a otras —es probable que se deba a que eran los niños que respondían correctamente a las preguntas que formulaba—:

> Ma: Sí está bien así, ¿o quito cereal?
> Aa: [entrega a la maestra 7 anillos del cereal]
> Ao: Yo los quiero
> Ma: Ahorita te doy los de Natalia. Ustedes tienen que hacer una suma más grande, ¿si te los doy o no?
> Ao: Sí
> Ma: [entrega los 7 anillos de cereal que recibió de la alumna al alumno de la misma pareja] ¿cuántos tienes? [señala a la niña] ¿cuántos tienes? [señala al niño] súmenlos

El hecho de que esta pareja tuviera más cereal representó un reto mayor para los niños, ya que uno de los integrantes tuvo que reducir la cantidad de cereal que tenía para poder contar. Además, Mariana expresaba ya sin ningún reparo que se trataba de hacer una suma: *ustedes tienen que hacer una suma más grande, ¿cuántos tienes? [señala a un niño] súmenlos* para averiguar el total de cereal que tenían los dos niños de la pareja.

A pesar de que Mariana insistió que sólo iba a hacer una ronda, decidió realizar la actividad dos veces; la mayoría de los errores de los niños era por uno o dos anillos de cereal, a lo que ella respondía: *¡casi!*; esto los motivaba a intentarlo de nuevo.

[19] Partir del cardinal de un conjunto y luego seguir el conteo considerando los elementos del otro conjunto. Por ejemplo: para 5 y 7 pueden partir del 5 y seguir contando, seis, siete, ocho, nueve, diez, once y doce.

Para continuar la clase, la profesora planteó otra actividad que consistía en estimar el resultado de una suma y compararlo con lo que ella llamaba *real*, que es un cálculo hecho con lápiz y papel. Para ello solicitó que los niños sacaran su cuaderno de matemáticas y escribieran la fecha y su nombre. Ya habían pasado veinticinco minutos de la sesión; y mientras los niños escribían lo que Mariana había pedido, ella escribía en el pizarrón en una tabla: *Nombre-Cálculo-Real.* Explicó que copiarían esas palabras y agregarían su nombre y el de su pareja, les dio 15 minutos para hacerlo que fueron 10, porque los niños fueron terminando rápido.

Nombre	**Cálculo**	**Real**
Mariana		
Randy		

Figura 20. Ejemplo 1 de tabla que realizaron los niños en sus hojas y Mariana en el pizarrón (Elaboración propia).

La consigna que planteó Mariana posterior a la elaboración de la tabla fue la siguiente:

Ma: Yo voy a dar una bolsa con 50 fichas, ¿cuántas?
Aos[20]: 50 fichas
Ma: Son de diferente color, una persona, cada uno va a elegir qué color va a agarrar, no se tiene que ocupar mucho tiempo decidiendo, son todas así, son de varios colores. Por ejemplo, Ana agarra las azules, Valentina las amarillas, sin pelearse sin enojarse. Cada persona, ustedes deciden quien empieza, lanza los 4 dados; no los voy a aventar, no los voy a tirar, los voy a aventar bonito, que caigan bonito [lanza los dados en su escritorio despacio para modelar cómo deberían de caer] ¿sí?, no sé si se alcanzó a ver, no los aventé, sólo dejé que cayeran. Voy a sumar mis cuatro dados; seis más cuatro, más tres más cuatro. Yo los sumo seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete. Son diecisiete, si yo elijo los azules, voy a agarrar diecisiete azules y me las quedo, nada más. Mi compañero de mesa va a lanzar los dados, va a sumar los cuatro dados y agarra esa cantidad, imagínense que a mi compañero de mesa le salió quince y agarra sus quince fichitas. Después sin contarlas una por una, sin contarlas, yo calculo más o menos que diecisiete más quince serían veintiocho [lo escribe en la tabla del pizarrón] yo Mariana tengo diecisiete y quince, yo Mariana digo que sin contar una por una, busquen la manera de no contar una por una, hacerlo lo más mental posible. Yo Mariana digo que entre los dos tenemos veintiocho, yo. Randy, si a mí me salió diecisiete y a ti quince, ¿cuántas crees más o menos que tengamos los dos?
Ao: Treinta
Ma: Treinta [vacía el dato en la tabla] ¡ojo! No es de ¡ah treinta!, no traten de pensar, [no traten] de contar como lo hemos contado, traten de pensar, de verlo, de imaginarse cuánto creen que tienen entre los dos. Después que tengan eso, me levantan la mano y les digo qué hacer; después de que yo Marisol digo que entre los dos tenemos 28. Randy dice que entre los dos tenemos treinta, cuando tengan esto me levantan la mano y yo les digo qué hacer.

[20] Aos: Alumnos

Mariana dio una larga y controvertida consigna, en su ejemplo para calcular el total de puntos de una tirada de cuatro dados —seis, cuatro, tres y cuatro—, primero mencionó la palabra suma que parece ser no quería mencionar al inicio de la clase y dijo: *voy a sumar* [los puntos que salieron en] *mis cuatro dados*; recurriendo al conteo uno a uno para averiguar el total de puntos que salieron en los dados: *yo los sumo seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete*. El conteo *uno en uno* es una manera de conocer el total de puntos que salieron en los 4 dados, que los niños utilizan —sobre todo en preescolar— cuando todavía no dominan las relaciones aditivas de los primeros números, que posibilita al cálculo mental cuando están involucrados más de dos dígitos; por ejemplo, para la suma mental de seis, cuatro, tres y cuatro: seis más cuatro diez; diez y tres son trece; trece y cuatro son diecisiete.

Mariana en la segunda parte de la situación problemática, bloquea el conteo de *uno en uno* como recurso para saber qué número va en la columna *cálculo* (bidígito más bidígito). ¿Para Mariana *calcular* es sinónimo de cálculo aproximado o supone que el cálculo mental puede no ser *real* ("correcto")?

En la explicación de Mariana no está claro si se trata de pensar o se trata de no pensar: *No es de ¡ah treinta!, no traten de pensar, [no traten] de contar como lo hemos contado, traten de pensar, de verlo, de imaginarse cuánto creen que tienen entre los dos*.

Después de la consigna (repartió el material a los estudiantes) y la tabla del pizarrón quedó de la siguiente manera:

Nombre	**Cálculo**	**Real**
Mariana	28	
Randy	30	

Figura 21. Ejemplo 2 de tabla que realizaron los niños en sus hojas y Mariana en el pizarrón (Elaboración propia).

El diseño de la tabla resultó confuso para los niños quienes lanzaron los dados y registraron el resultado individual de su lanzamiento en el lugar correspondiente de la tabla. Es decir, en lugar de que cada niño de la pareja registrara su estimación del total de puntos obtenidos por la pareja, registro que Mariana esperaba, registraron el total de puntos de cada uno de los lanzamientos. Por ejemplo, Randy sacó 11 puntos en total y Axel 17 en su oportunidad de lanzar los dados, el registro en la tabla de esa pareja quedó de la siguiente forma:

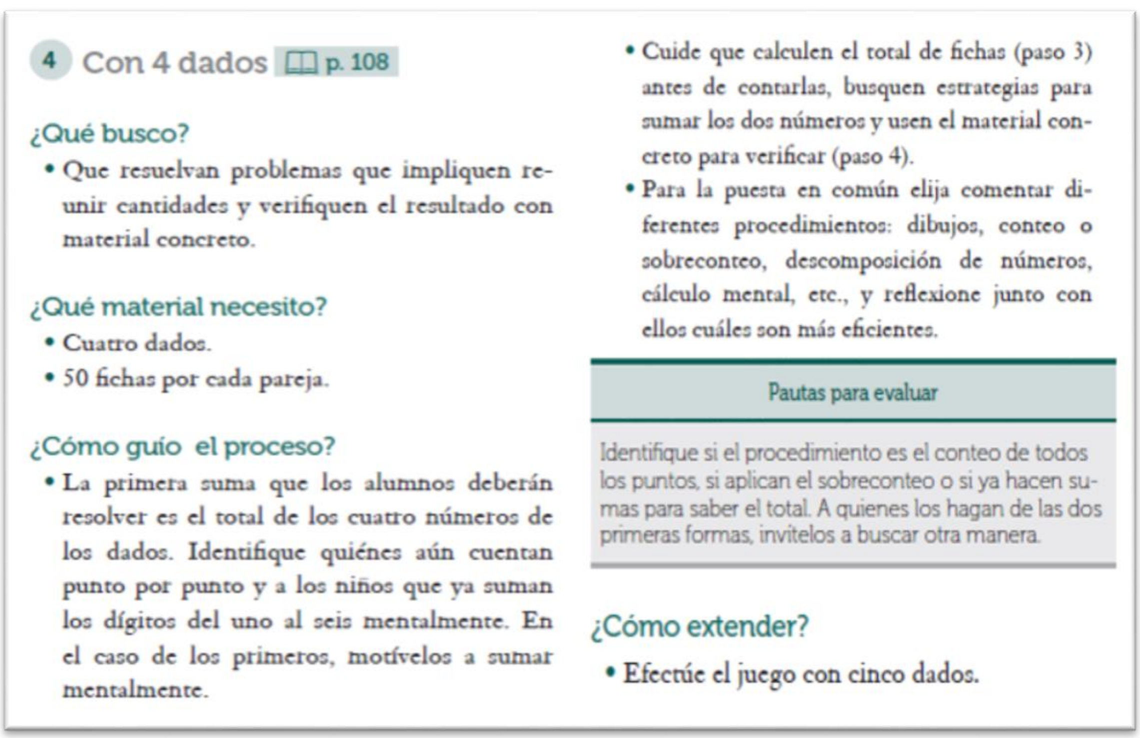
Nombre	**Cálculo**	**Real**
Randy	11	
Axel	17	

Figura 22. Ejemplo 1 de tabla que realizaron los niños en sus hojas y Mariana en el pizarrón (Elaboración propia).

Conforme los niños iban terminando de registrar sus resultados Mariana se percató de que estaban registrando solo el total de puntos que cada niño de la pareja había obtenido de los dados, por lo que replanteó la consigna:

Ma: Alto, brazos cruza…
Aos: dos
Ma: Creo que hubo un pequeño problema en algunos casos, ¡ojo! Yo no dije: pongan aquí las que les salieron [señalando la tabla], no, yo dije: lanzo mis cuatro dados las agarro, Valentina es mi equipo, lanza los cuatro dados, las agarra. Yo agarré diecisiete, por ejemplo, yo no le puse diecisiete, yo agarré diecisiete y en el caso de Randy que es mi ejemplo agarró quince, es un ejemplo. Randy no puso quince, ¿ya vieron? Ya que tenemos mis diecisiete y sus quince yo voy a ver, a ver diecisiete más quince ¿cuánto será? Lo cuento, que no sea con las fichas, busco la manera de saber, ay pues creo, creo que son entre los dos veintiocho, entre los dos veintiocho. Randy hizo sus cuentas; ay yo pienso que así y lo contó, Randy cree que entre los dos tenemos treinta, ¿sí? No es lo que me salió, es lo que entre los dos yo creo que tenemos y él cree que tenemos. Cuando tengan esto, me levantan la mano para dar el siguiente material.

A pesar de que Mariana percibió la confusión, habían transcurrido 52 minutos de la clase, los niños estaban agotados y respondían poco a las consignas tan largas, por lo que continuaron haciendo el registro individual. Por otro lado, el exceso de material (50 fichas de dos diferentes colores y 4 dados por pareja) resultó un distractor constante para los estudiantes quienes tiraban constantemente las fichas y sacaban todas de la bolsa, lanzaban los dados y se les caían al suelo. La clase empezó a tornarse tensa para todos, ya que Mariana no lograba que los niños respetaran el registro que ella quería que hicieran y les decía frases como: *¡Borra eso! Yo no quiero eso ¡Bórralo!* Incluso, a niños que habían realizado correctamente el conteo no así una estimación del resultado como se había pedido; Mariana les pedía que lo volvieran a hacer porque *tenían el material regado*. Lo que de suyo es desconcertante para los niños. Más aun, no obstante que la consigna era hacer un cálculo aproximado, a uno de los niños le pidió que contara correctamente expresando: *tú eres muy inteligente para adivinar. No quiero que adivines.*



4 Con 4 dados p. 108

¿Qué busco?

- Que resuelvan problemas que impliquen reunir cantidades y verifiquen el resultado con material concreto.

¿Qué material necesito?

- Cuatro dados.
- 50 fichas por cada pareja.

¿Cómo guío el proceso?

- La primera suma que los alumnos deberán resolver es el total de los cuatro números de los dados. Identifique quiénes aún cuentan punto por punto y a los niños que ya suman los dígitos del uno al seis mentalmente. En el caso de los primeros, motívelos a sumar mentalmente.
- Cuide que calculen el total de fichas (paso 3) antes de contarlas, busquen estrategias para sumar los dos números y usen el material concreto para verificar (paso 4).
- Para la puesta en común elija comentar diferentes procedimientos: dibujos, conteo o sobreconteo, descomposición de números, cálculo mental, etc., y reflexione junto con ellos cuáles son más eficientes.

Pautas para evaluar

Identifique si el procedimiento es el conteo de todos los puntos, si aplican el sobreconteo o si ya hacen sumas para saber el total. A quienes los hagan de las dos primeras formas, invítelos a buscar otra manera.

¿Cómo extender?

- Efectúe el juego con cinco dados.

Figura 23. Sugerencias didácticas. Lección 4. Trayecto 6. Bloque 2 (SEP, 2018a).

Como puede apreciarse en la información que ofrece la Figura 23, el material que se necesitaba para la gestión de esta lección estaba acorde con lo que la profesora les repartió a sus estudiantes. Finalmente, cuando Mariana se acercó a cada pareja para corregir sus resultados; se complicó aún más la clase, ya que además del material que tenían, les repartió tableros de diez para que comprobaran sus resultados. Este material no estaba previsto por los autores del libro para utilizarse en esta lección del trayecto, no obstante, a Mariana le pareció pertinente emplearlos.

Esta decisión de la profesora pudo ser porque en la lección 5 de este trayecto —que es la que implementaría al día siguiente— se sugiere el uso de los tableros de diez para comprobar sumas, con la misma actividad de esta lección.


4. Con 4 dados

Jueguen en parejas.

1 Pongan 50 fichas al centro.
2 Por turnos, cada uno lance 4 dados y tome esa cantidad de fichas.

3 Después, calculen cuántas fichas tienen en total entre los dos.
4 Cuenten las fichas para comprobar su respuesta.
5 Regresen las fichas al centro. Repitan la actividad varias veces.

Cierre ¿Cómo calcularon el total de fichas de cada ronda?

Araceli y Luis juntaron 35 fichas, si a Luis le salió en los dados 20, ¿cuánto le salió a Araceli?

Resolver problemas que impliquen reunir cantidades y verificar el resultado con material concreto.

Figura 24. Lección 4. Trayecto 6. Bloque 2 (SEP, 2018b).

Mientras que algunos niños comprendían poco a poco lo que Mariana les pedía, había otros que les costaba más trabajo, por lo que la profesora cada vez les hablaba más fuerte. Una de las preguntas más confusas para los niños fue responder cuántos tableros de 10 tenían llenos, ya que por ejemplo para el número 32, en lugar de decir que tenían 3 tableros de 10, los niños decían que tenían 30. Esta dificultad conceptual de saber que el 30 puede ser representado o equivale a 3 grupos de 10 se ve frecuentemente en los niños que aprenden las reglas del SND (Fuenlabrada y Saiz, 1981a) ya que la comprensión de asignarle un valor relativo a una cifra —concebir a un grupo de unidades como una nueva unidad— es más difícil para los niños pequeños de lo que se pensaba (Steffe, 1980 en Block y Álvarez, 1998).

Otra de las indicaciones que les costó trabajo entender a los niños fue que los tableros tenían que llenarse y se podían revolver colores. Por ejemplo, en un equipo las niñas hicieron lo siguiente:

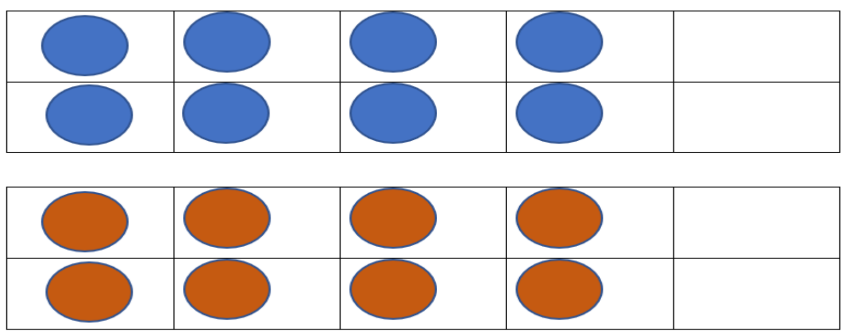


Figura 25. Ejemplo del llenado de tableros de 10 que realizaron alumnas de Mariana (Elaboración propia)

Mariana insistía en que quería tableros llenos: *¡Quiero tableros llenos! ¡Quiero tableros llenos!* Sin embargo, a las niñas les costó mucho trabajo aceptar, en primer lugar, que los tableros podían tener fichas de los dos colores y, en segundo lugar, que al llenar con fichas la mayor cantidad posible de tableros, tendrían a la vista el resultado de la suma.

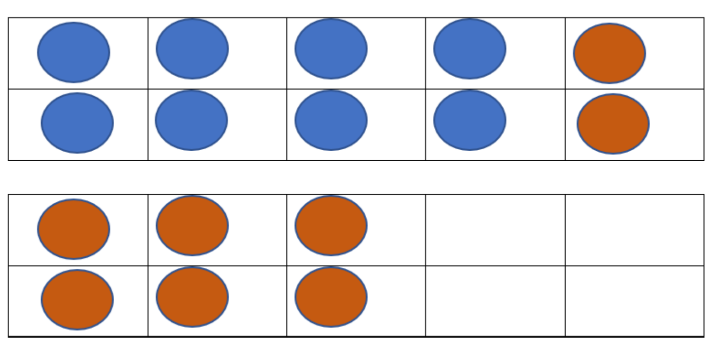


Figura 26. Ejemplo del llenado de tableros de 10 que se les pide a los niños (Elaboración propia).

Los alumnos de Mariana manifestaron problemas con el uso del tablero de diez como los que Walter (2018) reporta en su estudio realizado en Alemania, este autor encontró que las ayudas de estructuración que estos tableros pueden dar a los niños no siempre son compatibles con los métodos individuales de sus representaciones; el exceso en la restricción puede limitar el individualismo de los métodos procesales de los niños. Esto explica el que las niñas no vieran necesario el llenar los tableros; sin embargo, Mariana estaba intentando atender a las sugerencias de la lección 5 del libro en donde se propone el llenado de los tableros para poder agrupar de *diez en diez* y con ello resolver el problema de cálculo aditivo.

Una vez que todos los equipos terminaron la actividad, Mariana planteó el problema final de la lección a manera de cierre: *vamos a resolver un pequeño problema para terminar la clase de matemáticas.*

> Ma: Araceli y Luis juntaron 35 fichas, si a Luis le salió en los dados 20[21] ¿Cuánto le salió a Araceli? [Anotando las cifras en el pizarrón]

Después solicitó que le dijeran una respuesta, varios niños levantaron la mano para dar el resultado. Sin embargo, sólo repetían 25 y 26, por lo que Mariana advirtió que no debían responder lo que su amigo había dicho. Entonces uno de los niños dijo que eran 45, a lo que la profesora insistió que pensaran en que Araceli y Luis habían jugado lo mismo que ellos.

Finalmente, uno de los niños dijo 15, la profesora pidió que explicara y el niño dijo que había sumado. Mariana no cuestionó esa manera de expresar lo que el niño hizo: él dijo que sumó, pero ¿qué números sumó? En sentido estricto se trata de una resta 35-20, pero los niños tienden a resolver este tipo de cálculo por complemento aditivo, a veces por aproximaciones sucesivas: 20 más 5 son 25, falta, entonces 20 más 10 son 30, todavía falta, entonces 20 más 15, son 35. Por lo

[21] La redacción en el libro es confusa: *le salió en los dados 20*; el 20 no sale en los dados, debería ser algo equivalente a: le salieron en total 20 puntos al tirar sus dados.

tanto, Araceli tenía 15 fichas. En otras ocasiones, si las cantidades involucradas lo permiten, usan el conteo uno a uno a partir del 20 como es el caso en este problema hasta llegar al 35 y controlan lo que agregaron, usan el sobreconteo después para encontrar el resultado (15).

En cambio, Mariana aceptó que la respuesta correcta era 15 y pidió que pusieran atención para que supieran por qué:

Ma: ¿Cuántas sueltas tengo? [señalando al 20] y, ¿cuántas quiero? [señalando al 35]
Aos: 35
Ma: ¡No! ¿Cuántas sueltas quiero? [Señalando el 5]
Aos:35
Ma: ¡No! Escuchen ¿Cuántas sueltas tengo? [Señalando al 20]
Aos: cero
Ma: ¿Cuántas quiero?
Aos: 5

Nuevamente apareció el problema conceptual del valor posicional entre las sueltas que Mariana solicitaba y el total que los niños veían. Finalmente dijo que debían practicar mucho y que más tarde revisaría sus cuadernos.

Sin embargo, es necesario advertir que la 'explicación' de Mariana sobre de dónde salió el 15 es poco probable que haya sido la manera que utilizó el niño que encontró el 15. En la explicación de Mariana subyace la resta 35 menos 20, mediada por el referente a cómo funciona el registro de los números en el Sistema de Numeración de base 10.

$$\begin{array}{r} 35 \\ - \; 20 \\ \hline \end{array}$$

En la manera dominante de explicar el algoritmo de la resta, los maestros solían decir para resolver, por ejemplo, la resta (35-20): ¿cuánto le falta al cero para llegar al 5?

Mariana en cambio, dice: *¿cuántas sueltas tengo?* [señalando al 20] y, *¿cuántas quiero?* [señalando al 35]; "las [fichas] sueltas" que se tienen en 20 son cero y las que se quieren tener en 35 son 5, refieren a los agrupamientos de 10 y los elementos sueltos que no forman un agrupamiento, mismos que se registraran en su orden inicial; éstas son las unidades que quedaron *sueltas* porque no alcanzaron para hacer un grupo de 10: una decena.

Finalmente cabe señalar que ya no hubo tiempo para que Mariana organizara la puesta en común que se sugiere en el Libro para el Maestro en el que se especifica que el algoritmo convencional de la suma podría aparecer como una manera más de resolver el problema planteado, pero no como la única o la mejor.

Sesión 2

El segundo día de observación asistieron los 16 estudiantes del grupo y uno más; un niño nuevo, situación que resultó un reto para Mariana, quien tuvo que explicar con más detenimiento, las rutinas que los demás ya conocían. Además, incluyó actividades distintas para él, que le implicaron una atención extraordinaria durante toda la clase. La organización del grupo se conservó en parejas, como en la sesión anterior y como el Libro para el Maestro lo sugiere.

La actividad inicial consistió en el ejercicio del cereal del día anterior —Mariana repartió un puño de cereal a cada niño para que averiguaran cuántos les había dado individualmente, y posteriormente, calcular cuál era el total de cereal de la pareja— con una variante, que consistió en registrar tanto las cantidades de ambos estudiantes como la suma final. Es probable que los inconvenientes de la clase anterior hayan sido la causa por la que Mariana agregó a la consigna original un paso adicional, incluso en la entrevista anterior a esta sesión ella misma expresó lo que sentía que le faltaba al libro:

> Ma: es uno como docente que dice; es que, si no hay algo plasmado, no tienen esa continuidad. Yo prefiero trabajar en el cuaderno, porque por ejemplo esta lección del libro solo tiene una rayita para que escriban. Pero ahí es la parte de observa cómo lo hicieron, a ver inténtalo tú. A fin de cuentas, ellos ya lo dieron en automático, pero el problema que ellos tienen es la sistematización al escribirlo, porque si viste en la actividad ellos solitos lo hicieron. En el cereal, por ejemplo, que es lo que promueve mucho el programa cálculo mental, ellos lo dan, pero ya al momento de escribirlo ya no. Son esas cosas que también yo veo la necesidad de mejor escríbanlo, porque a fin de cuentas en un examen se tiene que escribir. Según yo.

Como puede apreciarse, Mariana concibe la escritura como una pieza fundamental para el aprendizaje de sus estudiantes. Para ella entre decir y escribir lo que saben hay un paso que a los niños les cuesta dar y considera que esa es una razón importante para realizar actividades en la libreta sobre las lecciones del libro. La explicación de Mariana es una discusión trabajada por autores como Cassany (1989) quien demostró que el código escrito no es un simple sistema de signos para transcribir el código oral, sino que constituye un código completo e independiente, un verdadero medio de comunicación.

En el caso de la consigna enunciada por Mariana, la escritura de las cantidades parecía tener la función de recordar las cantidades de su conteo en cada paso del proceso, así lo expresa en la consigna:

> Ma: Vamos a hacer nada más dos rondas; la primera ronda es normal [refiere a la actividad del día anterior donde le decían las cantidades sin escribirlas] pero la segunda ronda va a ser especial. En la segunda ronda yo voy a dar una hoja y un plumón por mesa, por mesa. En la segunda ronda lo mismo; paso, doy cereal, hasta que llegue aquí me regreso, nadie me está: ¡yo maestra, yo! ¡ya acabé maestra!, nada. Equipo o persona que me esté hable y hable, persona que me esté hable y hable pues no voy a pasar porque yo ya dije las reglas. Entrego cereal hasta acá, mientras estoy entregando aquí, los que ya les di tienen que contar cuánto tiene cada uno, cuánto tiene Daniel, cuánto tiene Hugo, se lo aprenden de memoria porque ayer me di cuenta que se les olvidaba el número y entre los dos busquen la forma de saber cuánto tienen entre los dos. Yo paso a entregar, termino aquí de entregar y me voy de regreso. Nada de: ¡maestra ya acabé!, ¡maestra! No; ni siquiera me levanten la mano, yo solita paso, llego aquí y me tienen que decir: Daniel yo tengo 8, Hugo yo tengo 10, entre los dos tenemos 18, eso es lo que me tienen que decir, el número que yo les entregue. Primera ronda; si tienen la razón se los pueden comer, segunda ronda; si alguien se equivoca no voy a regresar, aunque me hable y aunque me diga, tengo que terminar aquí y otra vez vuelvo a regresar. Segunda ronda, es casi lo mismo, voy a entregar el cereal todo normal, pero ahora en la hoja me tienen que escribir como ustedes quieran, como ustedes puedan, con puros números, con palabras, con sumas, lo que ustedes gusten, me tienen que poner lo que me van a decir. Daniel tiene que poner sus 8, Hugo tiene que poner sus 10 y tienen que poner entre los dos dan 18. Pueden hacerlo con letra, pueden hacerlo con números, con sumas, con dibujos, como ustedes quieran porque cuando lo tengan, van a pasar aquí y con los imanes lo pegan, pegan la hoja. En la hoja tiene que estar el nombre de las personas que son y como ustedes gusten las cantidades que tienen.

En esta larga consigna Mariana explicó lo que los niños realizarían en las dos rondas, dando especial atención a la importancia de recordar sus cifras porque *ayer me di cuenta de que se les olvidaba el número*. Esta importancia que Mariana le confiere a no olvidar las cifras puede compararse con el momento de formulación —en una situación didáctica— en el que la importancia del registro, radica en impedir la desaparición del modelo implícito de los estudiantes (Brousseau, 2007); aunque, en este caso, recordar las cantidades del conteo no tiene mucha influencia sobre los conocimientos y las convicciones de los alumnos, como lo es en la fase de formulación, pero sí cumple con esta función en los saberes docentes de Mariana.

Respecto a la segunda ronda planteada por la maestra, parece que se dio cuenta del efecto que tuvo su consigna de la clase anterior; en la que el registro de cantidades a través de una tabla de doble entrada no resultó como esperaba: los niños veían los nombres de ellos y el de su pareja y les costó mucho trabajo entender que la consigna refería al registro de la estimación de la suma de dos cantidades y no simplemente a la cantidad individual de cereal. Es probable que esa sea la razón por la que Mariana modificó la consigna solicitando el registro que los niños ya habían realizado la clase pasada, pero dándoles libertad para elaborarlo *me tienen que escribir como ustedes quieran, como ustedes puedan, con puros números, con palabras, con sumas, lo que ustedes gusten, me tienen que poner lo que me van a decir*.

Fuenlabrada (2017b) refiere a efectos de la consigna sobre el aprendizaje de los niños, entre ellos está el que alude al material; suele pasar que este resulte poco útil para atender la consigna por lo que es difícil que los alumnos respondan coherentemente a ésta.

Después de la consigna enunciada por la profesora, los niños realizaron la primera ronda sin errores, al parecer tenían muy claro lo que debían hacer. Si bien la consigna fue muy larga y combinaba instrucciones del juego con reglas de convivencia en el aula, parece que tuvo un efecto positivo en los niños, pues no tuvieron ningún problema en realizar la actividad. La mayoría de los niños realizó conteo de *uno en uno* y la profesora estuvo atenta solo de los resultados.

En la segunda ronda Mariana explicó de nuevo cómo debían realizar el registro; para los niños resultó mucho más sencillo hacerlo en comparación con el registro solicitado la clase anterior.

Figura 27. Ejemplo de registro de cantidades hecho por estudiantes de Mariana (Elaboración propia)

El registro de todos los niños se hizo con los cardinales de las dos colecciones y el resultado final, por lo que todos comieron su cereal y pasaron a una actividad en la libreta de matemáticas. La actividad consistía en escribir una frase referente a los resultados de su registro del cereal, estos se encontraban pegados en el pizarrón. Mariana dio el siguiente ejemplo: *Alan tenía 10, más los 10 de Marco es igual a 20*. Nuevamente se evidencia la intención de Mariana de plasmar los aprendizajes por medio de la escritura, para ella resultó insuficiente el registro de las cantidades en esta clase y buscó que los estudiantes escribieran la relación entre esos números de alguna forma; a lo que se adiciona la disposición de Mariana para atender las indicaciones sugeridas en el libro, en el que se representa con un texto el procedimiento seguido por Lupita y Paco. Conforme los niños terminaron sus frases, Mariana revisó una por una y mientras calificaba a todos, los que iban terminando podían tomar plastilina, juguetes, libros para colorear o cualquier otro material de un estante que había en el salón.

Cuando todos terminaron, la maestra solicitó que sacaran el libro de matemáticas para trabajar la lección, entonces, ya habían transcurrido 55 minutos. Pidió a los niños que buscaran la página 109 que ella anotó en el pizarrón y que leyeran lo que decía. Pasados 5 minutos en que los niños ya tenían abierto el libro en la página correspondiente y habían comenzado a leer, la profesora inició una lectura en voz alta: *Lupita usa tableros de 10. Lupita y Paco jugaron a lanzar cuatro* *dados*. Posteriormente solicitó que las niñas leyeran lo que decía Lupita y los niños lo que decía Paco.

Para continuar, Mariana preguntó a los estudiantes quién podía decir lo que hicieron Lupita y Paco para sumar. Los niños dijeron que contaron verdes y azules, la profesora dibujó los tableros en el pizarrón y enfatizó que *Paco había comenzado a contar en el tablero de Lupita*. Mariana dibujó fichas en un nuevo tablero sin llenar el anterior, cometiendo un “error” intencional, que los niños no notaron. Pretendía que los niños se dirán cuenta que el segundo tablero no estaba lleno y que Paco en lugar de empezar en el siguiente tablero, debería haber empezado a dibujar en el tablero de Lupita.

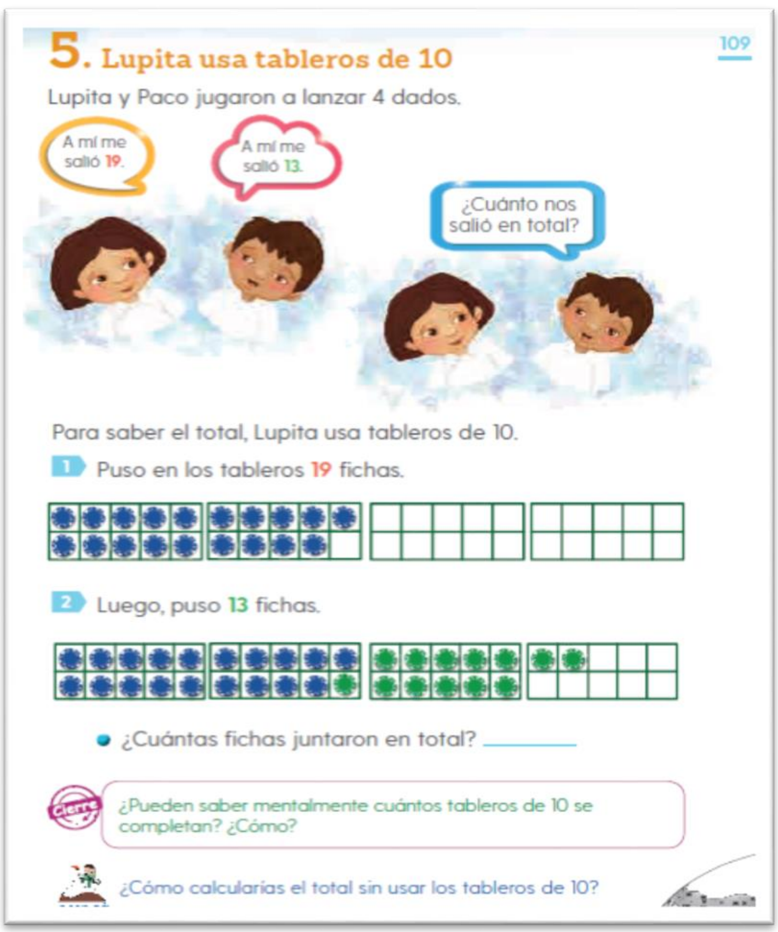


Figura 28. Lección 5. Trayecto 6. Bloque 2 (SEP, 2018b).

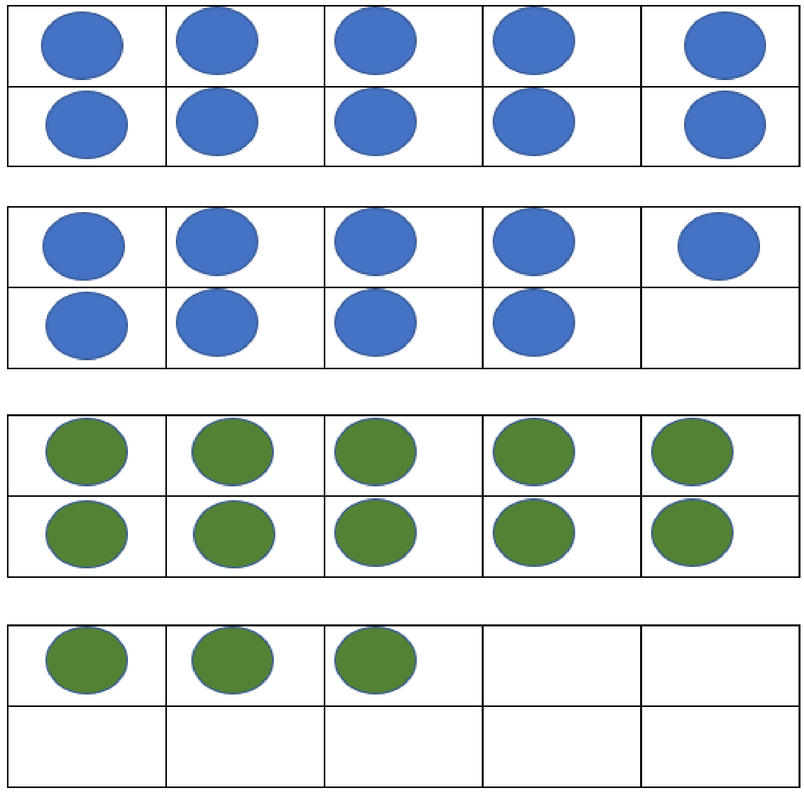
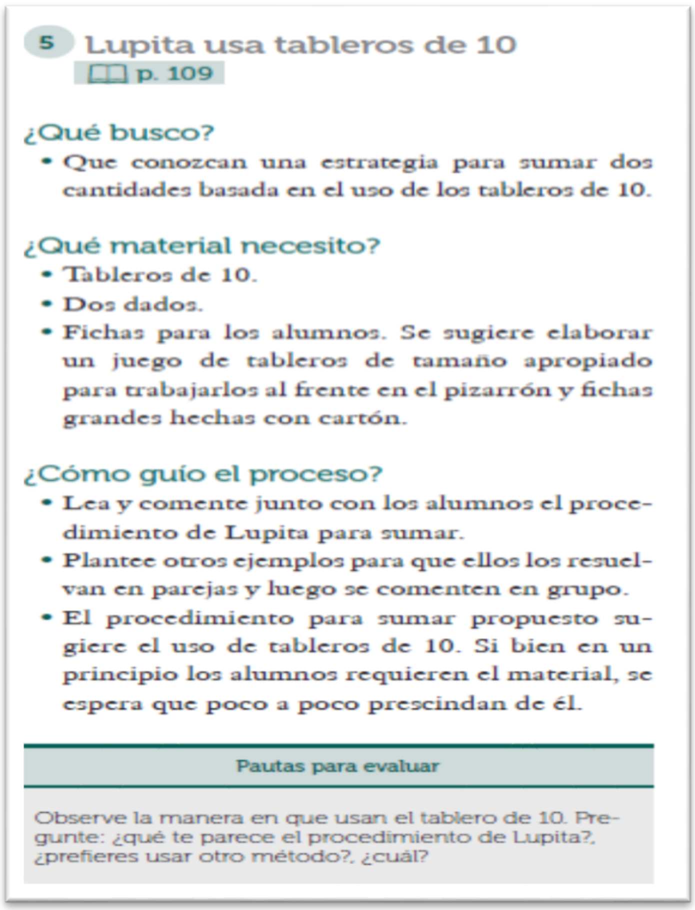


Figura 29. Ejemplo de tableros de 10 llenados "erróneamente" realizados por Mariana en el pizarrón (Elaboración propia).

Ningún niño notaba errores, porque en la clase anterior, aunque llenaron tableros, todavía no reconocían la función de esto. Por ello, Mariana tuvo que enfatizar que se había equivocado en algo y nadie le había dicho nada, señalando el espacio vacío del segundo tablero; dos de los niños finalmente le dijeron que debía iniciar desde el tablero de Lupita que aún tenía un espacio. Mariana especificó que lo que se tiene que hacer, es llenar tableros de 10 y que *siempre primero deben llenarse por completo, para poder llenar otros.*

Walter (2018) demostró en su investigación —empleando tableros de 10— que los niños no llenan por completo los tableros de forma natural. Cuando reciben la consigna de emplearlos para sumar, los niños acomodan las fichas según sus preferencias y es hasta que les exigen el llenado para poder usar otro tablero —enseñándoles que así debe ser—, que emplean tal procedimiento.

La intención de los autores del LTG-M1° es que los niños reconozcan los tableros de 10 como una forma fácil de sumar, agrupando mentalmente las decenas y considerando el tablero incompleto. Si bien, el agrupamiento favorece decir: diez, veinte, treinta y dos sueltas de otro tablero incompleto son 32; Mariana, como en la clase anterior, tuvo dificultades para la gestión del uso de los tableros.



5 Lupita usa tableros de 10
p. 109

¿Qué busco?
- Que conozcan una estrategia para sumar dos cantidades basada en el uso de los tableros de 10.

¿Qué material necesito?
- Tableros de 10.
- Dos dados.
- Fichas para los alumnos. Se sugiere elaborar un juego de tableros de tamaño apropiado para trabajarlos al frente en el pizarrón y fichas grandes hechas con cartón.

¿Cómo guío el proceso?
- Lea y comente junto con los alumnos el procedimiento de Lupita para sumar.
- Plantee otros ejemplos para que ellos los resuelvan en parejas y luego se comenten en grupo.
- El procedimiento para sumar propuesto sugiere el uso de tableros de 10. Si bien en un principio los alumnos requieren el material, se espera que poco a poco prescindan de él.

Pautas para evaluar

Observe la manera en que usan el tablero de 10. Pregunte: ¿qué te parece el procedimiento de Lupita?, ¿prefieres usar otro método?, ¿cuál?

Figura 30. Sugerencias didácticas de lección 5. Trayecto 6. Bloque 2 (SEP, 2018a).

La maestra solicitó a los niños su libreta, para evitar la distracción que generaron los materiales en la clase anterior, imprimió y cortó tableros para cada uno de los alumnos, les pidió que los pegaran en la libreta y en lugar de darles fichas, solicitó que las dibujaran. De esta manera el único material que tenían los niños eran 4 dados por pareja y las fichas que iban a dibujar en los tableros que tenían pegados en su cuaderno; de esta manera, Mariana resolvió el problema que ocasionó el exceso de material en la clase anterior.

Fuenlabrada (2017b) explica cómo, en ocasiones, el efecto del material como parte de la consigna, se convierte en un distractor, porque resulta demasiado atractivo para los niños; pero también puede suceder, como en la clase de Mariana que el material no significó para los niños un apoyo a su razonamiento, por lo que les dio por hacer otras cosas y no lo solicitado en la consigna. Mariana basándose en los resultados de la clase anterior decidió ofrecer un medio a sus estudiantes que los centrara en la tarea. A continuación, modeló a sus alumnos con un ejemplo en el pizarrón, cómo debían dibujar las fichas:

> Ma: Les voy a dar por mesa otra vez los 4 dados. Van a lanzar sus 4 dados. A mí me salió [lanza los 4 dados] 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10 [cuenta de uno en uno los puntos de los dados, a partir del 3 que salió en uno de ellos] A mí me salió 10. En mi cuaderno le pongo 10. Ana ¿los puedes lanzar, por favor? 6,7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 y 14 [la niña lanza los dados y es la profesora quien cuenta por ella, de uno en uno a partir del 5 que salió en uno de los dados]. Anoté mi número y anoté el de Ana, después los voy a sumar. Voy a dibujar en mi tablero con diferente color, ¿cuántos voy a dibujar?
> Aos: Diez
> Ma: [Asiente] Diez, ¿me ayudan a contar? [comienza a dibujar puntos en los tableros del pizarrón]
> Aos: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez
> Ma: Diez y después, ¿cuántos voy a dibujar?
> Aos: Catorce
> Ma: Catorce, ¿me ayudan a contar? [dibuja puntos en los tableros]
> Aos: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve diez, once, doce, trece, catorce.
> Ma: Eso es lo que ustedes van a hacer
> Ao: Veinticuatro
> Ma: ¡Ah! Y ahorita si se dan cuenta que sin sumar uno por uno ya supe cuánto fue, ¿cuánto fue?
> Ao: Veinticuatro
> Ma: 24 exactamente Alan, ¡felicidades! ¿por qué supiste que eran 24?
> Ao: Porque vi los dos tableros llenos y vi cuatro en el otro y así son veinticuatro
> Ma: Dos tableros llenos y tengo 4 sueltas, 24. Eso es lo que van a hacer, solamente lo van a hacer dos veces.

En este fragmento Mariana se entusiasmó porque uno de los niños respondió exactamente lo que ella esperaba y que estaba acorde con lo que señala el LTG-M1°; seguramente, como les sucede a muchos maestros, dio por hecho que todos sus alumnos habían comprendido lo que tenían que hacer con base en que uno de los alumnos había dado una respuesta correcta. Efectivamente con dos tableros llenos y cuatro en otro tablero fue fácil para Alan visualizar el 24, pero el procedimiento lo realizó la docente. Los problemas empezaron cuando los niños tuvieron que lanzar sus propios dados, pegar los tableros y dibujar las fichas.

La primera confusión fue que algunos niños empezaron a pegar tableros sin haber lanzado los dados. Mariana interrumpió para decirles *que primero debían lanzar los dados, hacer la suma de las dos cantidades y después imaginarse cuántos tableros tenían que pegar para poder dibujar sus fichas*. Esta instrucción fue muy confusa, los niños no lograban entender cómo podían *imaginarse el número de tableros que tenían que pegar*; además en sentido estricto, si primero tenían que "hacer la suma de las dos cantidades", ¿cuál es el sentido de usar los tableros?

Finalmente, para resolver la confusión Mariana tuvo que pasar mesa por mesa a decirles *pega tres, pega cuatro*; uno de los niños tras esta instrucción preguntó: *¿entonces son cuarenta?* Mariana le respondió *no lo sé, yo me imagino*. La dificultad de los niños era imaginarse cuántos tableros debían pegar y tiene que ver con la estimación de una cantidad final; los niños al sumar las cantidades de los ocho dados tenían que estimar el resultado; por ejemplo, si les salía 20 en una tirada de los dados y 15 en la otra, la estimación debía ser de 3 tableros de 10 y las sueltas que conforman un tablero más, o sea 4 en total y pegar los tableros que consideraran pertinentes.

Algunos de los niños contaron los dados correctamente, otros en cambio tuvieron errores, por ejemplo, una pareja descompuso el número de puntos que les había salido en una sola tirada, en vez de sumar las dos tiradas, no escribieron 16 que fue el resultado obtenido de un solo niño, en cambio escribieron una suma de 10+6. Es probable que los niños hubieran realizado en otras ocasiones descomposición aditiva canónica y por esta razón realizaran este procedimiento.

Mariana se paseaba por las mesas verificando que estuvieran realizando correctamente la actividad, recordando que debían *pegar tableros y diferenciar por colores las fichas*. Sin embargo, ante procedimientos distintos como el descrito en el párrafo anterior, hacía caso omiso pidiéndoles que borraran sus respuestas porque era *imposible* que eso les hubiera salido; sin detenerse a interrogar por qué lo habían puesto de esa manera. Para Mariana, lo dicho en la consigna sobre lo que tenían que hacer estaba claro, pero estaba mal lo que los niños estaban haciendo y por tanto tenían que borrarlo; los niños se limitaron a ejecutar la instrucción de borrar, aunque no sabían en qué se habían equivocado, ni por qué.

Como en la clase anterior, nuevamente hubo conflicto con algunos niños que se les dificultaba decir cuántos tableros completos tenían, Mariana se enfrentó a más dificultades de las que creía. Si bien, la respuesta dada por Alan, al inicio de la clase, era exactamente la esperada por Mariana y por el LTG-M1°, muchos niños no entendieron qué era lo que tenían que hacer, ni por qué era necesario llenar tableros, ni cuántos tenían que utilizar como tampoco, salvo Alan, supieron por qué dos tableros llenos y un tablero con cuatro fichas formaban el 24.

Para finalizar, Mariana decidió hacer la pregunta que sugiere el LTG-M1° en su sección *Un paso más* la cual dice: "¿Cómo calcularías el total sin usar los tableros de 10?"

> Ma: Para terminar, para terminar ¿hay alguna manera, sin usar el tablero de 10 que yo pueda saber cuántas decenas tengo? [Señala la suma del pizarrón 10+14=]
> Aa: Usando tableros de 10
> Ma: Pero si yo no tengo tableros
> Ao: Dedos
> Aa: No hay
> Ma: No, si yo no tengo tableros ¿cómo puedo saber si en esta suma…? ¿cuántos grupos de 10 hay?
> Ao: Contando con tus dedos
> Ma: Pero yo no tengo 14 dedos
> Ao: Pero pon diez, diez y después cuentas los catorce y después guarda el número para saber qué
> Ma: Puede ser
> Ao: Catorce, quince, dieciséis, diecisiete, dieciocho, diecinueve, veinte, veintiuno, veintidós, veintitrés, veinticuatro
> Ma: Pero aquí la cosa es que no todos sabemos hacer eso
> Aa: Con el tablero de diez
> Ma: Pero si yo no puedo sacar mi tablero de 10, si yo voy feliz de la vida a la tienda y voy a gastar 10 pesos en una cosa y 14 en otra cosa y no tengo tablero de 10 y no me alcanzan mis dedos, ¿cómo le hago?

Como puede apreciarse, Mariana nuevamente encontró problemas para gestionar lo que propone el LTGM-1°. Los niños habían intentado utilizar, con muchas dificultades, durante una hora los tableros de 10, también en la clase anterior, y por tanto estaban en el entendido que lo que quería su maestra era que usaran los tableros. Pero ahora su profesora estaba desestimando el uso de los tableros, *pero si yo no tengo tableros,* esto evidentemente desconcertó a los niños y empezaron a proponer estrategias usadas por ellos con anterioridad.

Ni los autores del libro, ni la profesora mostraron un medio alternativo que permitiera ver a los niños la posibilidad de otros procedimientos. Más aún, uno de los niños intentó responder algo distinto explicando que se puede hacer usando los dedos; sin embargo, Mariana invalidó también esta estrategia, pues esperaba la respuesta que sugiere el Libro para el Maestro en la lección programada para el día siguiente: la suma primero de decenas y luego de unidades.

Finalmente, uno de los niños dijo que había *dos unos,* respuesta que la profesora completó con una explicación amplia de la suma 10 +14 diciendo que eran *dos unos,* por lo tanto, eran *dos decenas* y que hasta después de saber eso, podrían decir si la suma de las unidades les daría para otro tablero. Fue en este momento de la clase que Mariana explicó la forma en la que podían estimar el resultado de la suma para saber si necesitaban usar más de dos tableros.

En síntesis, Mariana intentó modificar el medio de los estudiantes para facilitárselos con base en la experiencia de la clase anterior con acciones como; el registro de las cantidades en lugar del registro de las estimaciones, la reducción de material didáctico para evitar distracciones y la explicación en el pizarrón sobre el llenado de los tableros. Sin embargo, las confusiones siguieron presentes, los niños no atinaban a saber cuál era 'la suma' que debían realizar, porque ellos resolvieron el cálculo aditivo solicitado con el conteo en diversas modalidades —conteo *uno a uno* desde el primer elemento considerado, sobreconteo, etc. —, incluso en algunos casos sumaron mentalmente —cálculo mental—. No obstante, esto no acabó por satisfacer las expectativas de su maestra; es decir, sumar con los tableros quedó en el tintero. Los niños no supieron bien a bien, cuál era el uso "correcto" de los tableros, cómo era que analizando cuántos estaban llenos y cuántas fichas había en el tablero incompleto, en caso de existir, era posible conocer *sin contar* como decía su maestra, el resultado de la suma. Más aún, tampoco encontraron la relación entre estimar el resultado de la suma y con base en ello anticipar el número de tableros que debían usar para tener a vista el resultado de la suma.

Desde este escenario encontramos que la lección propuesta por el LTG-M1° no favorece que los alumnos encuentren en los tableros de 10 una manera fácil de sumar, no obstante que esa es la prevención de los autores. Si bien, emplear estos tableros es una de las tantas estrategias para realizar una suma, no es para nada fácil, al menos no lo fue para los alumnos de Mariana y, ella misma se dio cuenta que la clase no fluyó en apego a la propuesta del libro no obstante sus esfuerzos porque así sucediera.

A los alumnos se les dificultó la manipulación de los materiales y esto propició el malestar de su maestra, que en algunos momentos se mostró verdaderamente desesperada; para los niños fue difícil: tirar el dado sobre la mesa sin que se les cayera al suelo, tomar la cantidad de fichas que les correspondía sin confundir con las del compañero ni con las que restaban sobre la mesa; y con ello resolver los cálculos aditivos propuestos para lo que era necesario llenar con las fichas los tableros y que éstas se mantuvieran arriba de aquellos.

Cabe destacar, sin embargo, que, frente a las dificultades de los niños con el material sugerido por el LTG-M1°, Mariana intentó ayudarlos facilitándoles el medio, dándoles fotocopias de tableros para que los pegaran en su cuaderno y que dibujaran fichas en lugar de manipularlas. Aun así, para poder pegar una cantidad adecuada de tableros y dibujar las fichas que cada niño de la pareja tenía, era necesario estimar el resultado de la suma —porque su maestra no quería que usaran y pegaran tableros de más—, que los niños no pueden hacer y de hecho no comprenden bien en qué consiste *estimar el resultado de una suma,* no se trata de *contar*, ni de *adivinar*, ¿entonces qué es?

Sesión 3

En la tercera sesión asistieron únicamente 12 niños del grupo, según Mariana, es común que esto suceda en la escuela, los viernes. Nuevamente la profesora respetó la organización del grupo en parejas como lo sugiere el LTG-M1°. Para iniciar la clase dibujó 3 tableros de 10 casillas en el pizarrón mientras decía a los niños: *vamos a practicar lo que estuvimos haciendo ayer;* después explicó que harían dos equipos, uno de niñas y uno de niños.

Para continuar, solicitó a un niño que pasara al frente a lanzar un dado gigante, Mariana dibujó la cara del dado que había salido con los puntos obtenidos en el pizarrón. Así pasaron otros 3 niños con la misma consigna: lanzar el dado y decir los puntos obtenidos, mientras que Mariana dibujaba el resultado del dado en el pizarrón. Una vez dibujados los puntos de los 4 turnos, pidió que a la cuenta de tres dijeran, sin ayuda de ella, cuántos puntos en total habían salido.

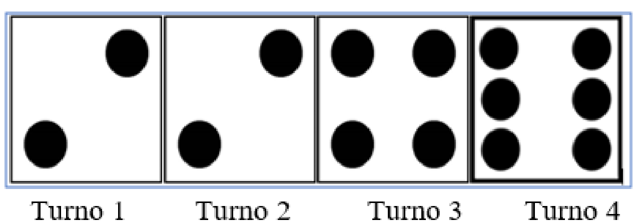


Figura 31. Caras de los dados obtenidas por los estudiantes de Mariana (Elaboración propia).

Los niños contaron *uno a uno* los puntos, la mayoría dijo el resultado correcto (14), sin embargo, un niño insistía en que eran doce. Con base en esta última intervención Mariana averiguó contando los puntos dibujados en el pizarrón, para resolver la controversia:

> Ma: [Inicia el conteo desde la derecha con el dado que tenía 6 puntos] seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce. Catorce [escribe el resultado 14 por encima de los dados en el pizarrón].

En la sesión anterior, la maestra gestionó en aula la lección 4 del trayecto en curso; en el Libro para el Maestro se señala como posibilidad que algunos niños sigan resolviendo el cálculo del total de puntos, contando de *uno en uno*; pero se sugiere a los docentes que traten de desestimar esta estrategia promoviendo el cálculo mental de la suma de puntos:

> La primera suma que los niños deberán resolver es el total de los cuatro números de los dados. Identifique quiénes aún cuentan punto por punto y a los niños que ya suman los dígitos del uno al seis mentalmente. En el caso de los primeros, motívelos a sumar mentalmente. (SEP, 2018a: 119)

Durante las clases anteriores, la mayoría de los niños habían recurrido al conteo de *uno en uno* en los puntos de los dados y, en esta ocasión, Mariana intentó reforzar la suma mental de los puntos, percibió la cantidad de puntos del primer sumando elegido convenientemente (el sumando de mayor valor), sin que los niños participaran de las razones de esta elección. Es decir, la profesora misteriosamente eligió empezar por la cara que tiene 6 puntos en lugar de empezar por la que tenía dos que es la que es la primera que salió; además no contó de uno en uno los puntos de esa cara —percibió la cantidad— pero si lo hizo con el resto de los puntos por lo que la serie oral empezó en un número diferente al uno: *seis* [señala la cara con seis puntos], *siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce*. Esto contraviene la propuesta del libro, donde esperarían que la profesora calculara usando cada vez solo el total de puntos de cada dado y a través del cálculo mental dijera, por ejemplo: seis y cuatro son diez, más dos son doce, más dos son catorce. El dominio del cálculo mental de la suma de los números menores a 10 es algo que se espera que los niños de primero de primaria consoliden para que, en su momento, puedan agilizar el cálculo de la suma de bidígitos, por lo que sería deseable que su profesora lo fomentara cuando interviene en plenaria con todo el grupo. Mariana procedió análogamente con el turno de las niñas, los cuatro resultados fueron:

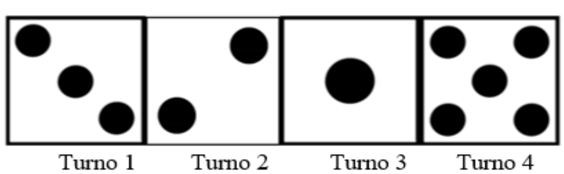


Figura 32. Caras de los dados obtenidas por las estudiantes de Mariana (Elaboración propia).

Ma: Solo niñas, solo las niñas díganme cuánto es ahí. A la cuenta de 3; uno, dos y tres.
Aas: ¡Once!
Ma: Once a ver; cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once. [Escribe el signo de más + junto al 14 y el resultado de esta suma 14+11=]

Es probable que la maestra resolviera las sumas que planteó en plenaria, prácticamente contando de *uno en uno* a pesar de las indicaciones del Libro para el Maestro, porque no consideró importante sugerir el cálculo mental de los primeros diez números como un importante insumo para propiciar el cálculo mental de los números mayores. La maestra en ninguna de sus intervenciones, en las tres clases estudiadas, se detuvo a observar la manera en que los niños hacían esas primeras sumas. En cambio, siempre su interés estuvo en que los niños aprendieran a usar adecuadamente los tableros de 10 y por tanto que la suma de las dos cantidades finales fuera correcta. Esta última suma constituyó el objetivo de las tres sesiones gestionadas por Mariana, de acuerdo con el Libro para el Maestro en los tres casos se plantea el reunir o sumar dos cantidades.

Para continuar la clase, Mariana tenía dibujado en el pizarrón tres tableros de 10 y la suma escrita con dos colores diferentes de la siguiente manera: 14+11 =

A continuación, le solicitó a una niña que le dijera lo que seguía:

Ma: Solo la persona que yo le pregunte, solo a quien yo le pregunte. Valentina, ¿qué hago primero?
Aa: Este, pones.
Ma: ¿Qué pongo?
Aa: Este, las, las fichas
Ma: ¿Las puedes poner por favor? [Estira la mano dándole el plumón a la niña para que pase]
Aa: [Pasa al frente y destapa el plumón rojo para dibujar]
Ma: ¿Qué color vas a poner primero?
Aa: Rojas
Ma: Dice Valentina que primero vamos a poner las rojas
Aa: [Empieza a dibujar las bolitas rojas]
Ma: Rodrigo, ¿cuántas bolitas va a dibujar Valentina?
Ao: Once
Ma: ¡Casi! ¿Alexis?
Ao: Veintiséis
Ma: No, bolitas va a dibujar Valentina
Ao: Diez
Ma: Hay que poner atención
Ao: Diez
Ma: ¿Diez?
Ao: Ninguna

Ma: ¿Diego?
Ao: Catorce
Ma: Catorce

De acuerdo con el fragmento, Valentina (la alumna que pasó al frente), tenía claro que el siguiente paso era llenar los tableros con las fichas —o bolitas en el caso de los tableros dibujados—; sin embargo, cuando Mariana preguntó a Rodrigo *¿cuántas bolitas tenía que dibujar Valentina?,* él dijo que *once*. Esta respuesta es consecuencia de los equipos de niños y niñas formados por Mariana al inició la sesión. Ya que anteriormente, las niñas habían obtenido once puntos y para Rodrigo, resultaba lógico que Valentina debería dibujar 11 fichas que fueron las que habían obtenido las niñas al tirar los dados.

Posteriormente, cuando Rodrigo dijo *once* Mariana respondió *casi* con ello, recurrió a una expresión, que había utilizado en las clases anteriores, para señalar que el número que los niños habían encontrado como resultado de una suma, era muy próximo al resultado correcto. En cambio, en esta clase, Mariana usó la palabra *casi* para aludir a la cercanía espacial de los dos números escritos en el pizarrón (14 y 11), mientras que para los niños la expresión *casi* los hizo pensar en el 10 antecesor del 11, que como su sucesor 12 son los más cercanos en valor a 11.

Finalmente, cuando uno de los niños dijo *catorce*, Mariana preguntó la razón de esta respuesta:

Ma: Catorce, ¿por qué Diego?
Ao: Para sumarlo
Ma: Pero ¿por qué 14 y por qué no 10?
Ao: Porque el 10 no es igual de grande
Ma: Marisela, ¿por qué va a dibujar 14?
Aa: Porque si no, si fueran 10 no llegaríamos al número que debe de ser, porque el 11 también vale
Ma: ¿Por qué va a dibujar 14 y no otro número? Natalia ¿por qué va a dibujar 14 y no otro número?
Aa: Porque es el primer número y está más grande que el otro
Ma: Exacto, aquí son catorce es el primer número [señala al 14 de la suma del pizarrón] y lo está haciendo ¿con qué color?
Aos: Rojo
Ma: Con el mismo color, por eso está dibujando los 14, los 14 son lo que salió en los dados de los niños, es el primer número.
Ao: Es quince
Ma: No, el de acá es 14
Aa: Y además está más grande

> Ma: No siempre, no siempre el primer número es el más grandote. A veces es al revés, pero la mayoría de las veces sí es el número más grande arriba, o antes.

Como puede apreciarse Mariana esperaba una respuesta que los niños tardaron en darle, su pregunta inicial los llevó a comparar al 14 con el 10, por lo que explicaban las diferencias entre estos: *porque el 10 no es igual de grande, si fueran 10, no llegaríamos al número que debe ser.* Finalmente, Natalia dijo que era el primer número y estaba más grande que el otro; Mariana completó la respuesta explicando que además estaban del mismo color —estaba escrito con color rojo—.

Natalia insistió en que además el 14 estaba más grande que el 11, probablemente esta expresión se debía a la explicación tradicional de cómo resolver el algoritmo de la resta, pero la respuesta de Mariana fue *no necesariamente el primer número es el más grande en las sumas*. En esta ocasión coincidió el número mayor con la primera cifra, sin embargo, fue algo arbitrario, como intentó explicar Mariana; *no siempre, no siempre el primer número es el más grandote. A veces es al revés, pero la mayoría de las veces sí es el número más grande arriba, o antes.*

En seguida la profesora preguntó a Valentina, la niña que estaba dibujando las fichas rojas en el pizarrón, cuántas bolitas le había pedido que dibujara, ya que la niña llenó un tablero de 10 y dibujó cinco más en otro tablero. La cantidad que Mariana esperaba era catorce, entonces Valentina se detuvo y contó *una por una*; lo que muestra que Valentina aún se encontraba lejos de identificar un tablero lleno como una decena, esto era válido para varios niños, ninguno de los que estaban atentos a la clase identifico al diez en un tablero lleno. Una vez que Valentina terminó, Mariana solicitó a un niño que pasara a dibujar las restantes; el niño expresó que debía dibujar *once con el plumón negro*.

El niño comenzó a dibujar las fichas negras en el segundo tablero que ya tenía 4 espacios llenos, y como aún tenía 6 espacios vacíos, quedaron de la siguiente manera:

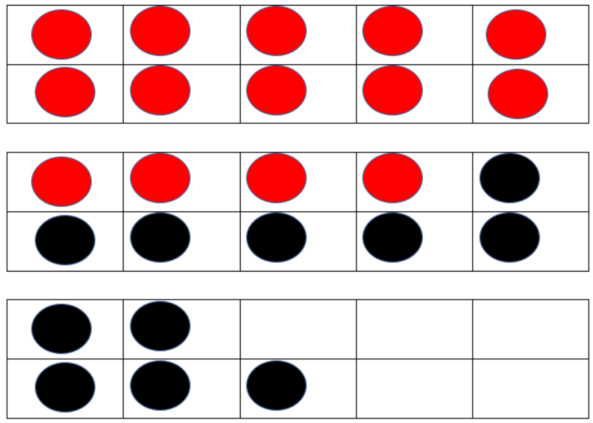


Figura 33. Tableros de 10 llenados por los alumnos de Mariana en el pizarrón (Elaboración propia).

Al parecer, la clase anterior ayudó a que los niños llenaran los tableros por completo antes de utilizar otro; Mariana se concentró nuevamente en preguntar a sus alumnos: a) *¿por qué tenía que dibujar 11?* b) *¿por qué con otro color?* y c) *¿por qué el niño que dibujó las fichas negras había empezado a dibujar en el segundo tablero?* Especialmente Mariana le preguntó a uno de los niños que casi no participaba, esto le llevó 7 minutos de la clase ya que el niño no daba la respuesta que la maestra quería escuchar. Finalmente, al preguntarle a todo el grupo cuál era el resultado, todos los niños dijeron que eran *veinticinco*. Después preguntó:

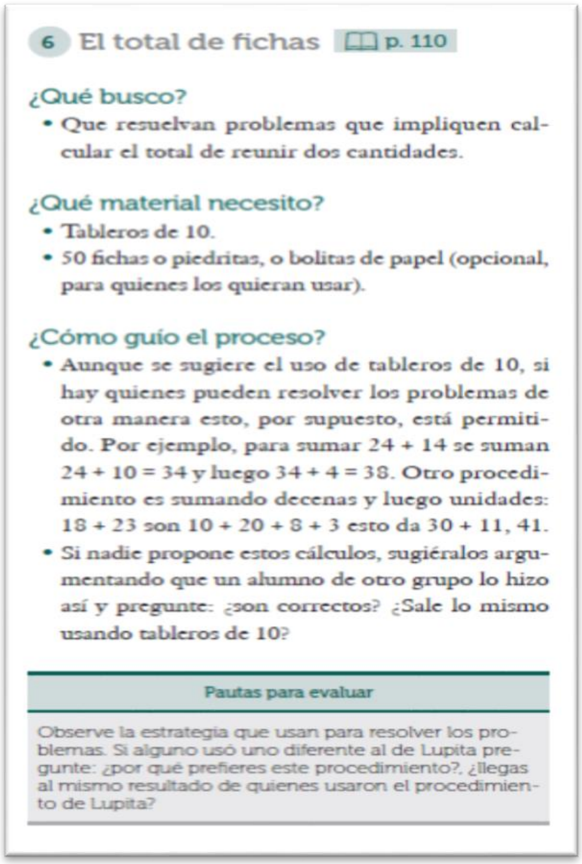
> Ma: Rodrigo, ¿cuántos grupos de 10 tengo? [silencio prolongado] o sea que tableros llenos de bolitas, ¿cuántos?
> Ao: Dos
> Ma: Dos [Se dispone a escribirlo, sin embargo, hace una pausa] ¡Ay! ¿Con qué color lo puedo poner?
> Aos: ¡Azul! ¡Azul!
> Aos: ¡Rojo! ¡Rojo!
> Ma: No a ver alto, Natalia
> Aa: Primero rojo y ya después el azul
> Ma: ¿Por qué primero el rojo?
> Aa: Porque es este, el número de diez, los tableros que tengo llenos
> Ma: Quedamos que las fichas rojas, las fichas rojas valen 10 y que ¿cuántas azules?
> Ao: Cinco
> Aos: ¡Veinticinco!
> Aa: ¡Veinticinco!
> Ao: ¡Veinticinco!

En este fragmento se alude al conocimiento de las reglas del Sistema de Numeración Decimal sugerido en el Libro para el Maestro, trabajado por la profesora previamente. Éste proviene del juego *El Cajero* recuperado de la propuesta del LTG-M1° de 1993 con el que los niños interactúan con las reglas del SND —fichas rojas valen 10 y fichas azules valen 1—. Mariana se apoyó en la memoria didáctica[22] de sus estudiantes al preguntarles de qué color debía escribir cada número. La niña a la que le preguntó Mariana respondió haciendo uso de un conocimiento anterior, que sobrepasa la anterioridad secuencial de la clase y que se refiere a una serie de problemas sobre un tema que se ha manejado durante un periodo prolongado de tiempo (Brousseau y Centeno, 1991).

Mariana escribió el resultado de la suma (25) en el pizarrón con los colores correspondientes: el 2 con rojo y el 5 con azul. Cabe destacar que Mariana usa el color como código, pero no tiene ningún reparo en cambiar éste constantemente, por ejemplo: escribió en el pizarrón, al inicio de la clase, el 14 con rojo y el 11 con negro en la suma14+11 para que los niños en los tableros de 10 dibujaran catorce fichas rojas y luego once fichas negras. Luego abruptamente dice: *quedamos que las fichas rojas, las fichas rojas valen 10*; efectivamente, en el juego *El Cajero* la ficha roja representa una decena; pero un momento antes, en los tableros, la ficha roja funcionó como una unidad. De la misma manera, en la representación numérica escribe el 14 con rojo y en el resultado de la suma (25) solo el ‘2’ lo anota con rojo.

[22] Noción empleada en la TSD para aludir a las referencias que el docente puede hacer al pasado de los alumnos mediante la evocación de conocimientos y apunta a fortalecer los procesos de despersonalización y descontextualización de aquellos.

La maestra, informó a los niños que iban a practicarlo en su libreta dos veces y les pidió que fueran pensando en una manera de saber el resultado de la suma de dos cantidades sin utilizar los tableros de 10. Esta petición se relaciona con lo enunciado en el Libro para el Maestro.



6 El total de fichas p. 110

¿Qué busco?

- Que resuelvan problemas que impliquen calcular el total de reunir dos cantidades.

¿Qué material necesito?

- Tableros de 10.
- 50 fichas o piedritas, o bolitas de papel (opcional, para quienes los quieran usar).

¿Cómo guío el proceso?

- Aunque se sugiere el uso de tableros de 10, si hay quienes pueden resolver los problemas de otra manera esto, por supuesto, está permitido. Por ejemplo, para sumar 24 + 14 se suman 24 + 10 = 34 y luego 34 + 4 = 38. Otro procedimiento es sumando decenas y luego unidades: 18 + 23 son 10 + 20 + 8 + 3 esto da 30 + 11, 41.
- Si nadie propone estos cálculos, sugiéralos argumentando que un alumno de otro grupo lo hizo así y pregunte: ¿son correctos? ¿Sale lo mismo usando tableros de 10?

Pautas para evaluar
Observe la estrategia que usan para resolver los problemas. Si alguno usó uno diferente al de Lupita pregunte: ¿por qué prefieres este procedimiento?, ¿llegas al mismo resultado de quienes usaron el procedimiento de Lupita?

Figura 34. Sugerencias didácticas. Lección 6. Trayecto 6. Bloque 2 (SEP, 2018a).

Como puede apreciarse, en el apartado "¿Cómo guío el proceso?" se pide al profesor que sugiera hacer otros procedimientos para reunir dos cantidades que sean diferentes al uso de los tableros de 10. Para continuar la clase, Mariana pidió a los niños que sacaran su cuaderno rojo y que escribieran la fecha y su nombre. Mientras los niños escribían, Mariana les repartió tableros de 10 como lo había hecho la clase anterior para que los pegaran y cuatro dados por pareja.

En esta ocasión decidió conservar la cantidad de materiales de la clase anterior y modelar la forma en la que iban a trabajar con la actividad del dado gigante, incluso dejó escrita en el pizarrón la suma junto con los tableros, indicando que con ese resultado podrían apoyarse para hacer bien su trabajo. Una vez que repartió el material a todos los niños, enunció la consigna:

> Ma: Viendo todos para acá. Primero, yo voy a lanzar el dado, los 4 juntos. Acá lo lanzamos 4 veces porque no teníamos 4 dados, pero aquí si tengo los 4 daditos. Lanzo los 4, no los voy a aventar, no los voy a tirar de la mesa, porque no quiero que a cada rato estén rodando en el suelo, ayer casi se pierde uno, entonces tengan mucho cuidado, los lanzo [lanza los dados en la mesa despacio y procurando que caigan lo más juntos posible]. No tuve que aventarlos, no tuve que hacerles así, nada más los muevo bien en mi manita, le hago así para moverlos bien [mueve los 4 dados en su mano] y los dejo caer. Junto mis puntos, lo que me cayó lo junto, lo cuento; 5 más 5 diez más 5 quince, no, diez más 3 trece, más 1 catorce, me equivoqué. El número, el primer número que saque, el primero se escribe, más, mi compañero de mesa hace lo mismo, lanza dados y el número se escribe. Si necesitan ayuda, lo pueden hacer entre los dos, pegan sus papelitos, sus tableros, para esta suma yo pegué tres tableros [señala la suma que estaba en el pizarrón, traten de buscar la manera de saber cuántos tableros más o menos van a pegar. Repito no se vale pegarme 5, 6, 7, 8 tableros, no se vale pegar todos los tableros juntos, porque no los voy a ocupar. Y yo recomiendo que cada número lo pongan de un color diferente. ¿Dudas?

Como hemos visto a lo largo de las tres sesiones, Mariana tiende a dar consignas extensas, parece ser que es un recurso estable en su práctica docente (Robert, 2007) el efecto de esta estabilidad en los niños se traduce —al menos, en las ocasiones observadas— en confusión, ya que no comprenden lo que deben hacer para responder acertadamente a su maestra. Una posible razón de esto, señalada desde el primer análisis, es la dificultad de Mariana para gestionar el uso del material y la tendencia a dar en la consigna demasiadas explicaciones a los niños sobre cómo espera que lo usen.

Ciertamente, frente al exceso de materiales, los niños se distraen constantemente durante la clase, esto obliga a Mariana a incorporar en la consigna estrategias de control de grupo quedándose en segundo plano el propósito didáctico.

En la consigna anterior, puede apreciarse cómo Mariana anticipó a los niños, una vez más, cómo debían tirar los dados para tratar de evitar que éstos terminaran en el piso en cada tirada. Además, vuelve a solicitarles que anticipen *cuántos tableros van a utilizar*, para que solo peguen los necesarios; ésta fue la principal dificultad que tuvieron en la sesión anterior, pero parece que Mariana no la identificó, en la medida en que siguió esperando que los niños lo hicieran, como si solo se tratara de no desperdiciar material. Es decir, la profesora, no se percata, y esto es lo más importante de la interesante situación de cálculo aproximado de la suma planteada, que subyace en la anticipación del material que se requiere para representar concretamente la suma solicitada.

La explicación sobre la estimación de tableros que deben pegarse, Mariana la hace con base en el resultado de la suma, pero los niños ni siquiera habían acabado de entender que los tableros debían irse llenando. Cabe señalar que, en la primera parte de la clase, cuando la maestra modeló cómo debía realizarse la actividad, ella misma omitió evidenciar esta estimación. Ella puso tres tableros, pero los niños no supieron por qué tres y no cualquier otro número de tableros, ni siquiera repararon en la 'importancia' de hacerlo.

Particularmente en esta consigna, Mariana centró la actividad de los niños en cómo debían lanzar los dados. En esta sesión no hubo dados en el suelo, ni tampoco los aventaron con la intención de jugar; parece que los niños atendieron a la recomendación de su profesora quien repitió constantemente la importancia de lanzarlos despacio, *sin estar jugando, sin tirarlos al suelo*. Los niños percibieron que esto era lo que se esperaba de ellos respecto a la manipulación de los dados, pero no fue así con la estimación del número de tableros que tenían que pegar, que implica al desarrollo de una habilidad matemática, nuevamente hubo problemas.

Incluso en el conteo final de las fichas dibujadas en los tableros, había niños que seguían contando de *uno en uno*. Mariana explicó constantemente a varias parejas que, para escribir el resultado final de la suma, los mismos tableros *les decían cómo hacerlo*; lo que para los alumnos fue difícil de comprender. Mariana se esforzó en explicar que los tableros llenos *se escribían primero* —en la representación simbólica de los bidígitos primero se escriben las decenas— *y después las sueltas del tablero incompleto.*

La consigna larga y las dificultades de los niños para comprenderla implicaron que su maestra les ayudara de manera constante durante toda la actividad. Sin embargo, como en las dos clases anteriores, Mariana empezó nuevamente a perder la calma frente a las dificultades de sus alumnos para resolver las sumas con los tableros. Sus intervenciones frente a las acciones de los niños eran evaluativas más que orientadoras, por ejemplo, decía molesta y desesperada: *¡Bórralo!, ¡Borra esto!, ¡Yo no quiero esto!*

De acuerdo con Robert (2007) es más difícil para un maestro cambiar la gestión de la clase en el momento que ésta ocurre, que durante su preparación. Esto es lo que le sucedió a Mariana; clase tras clase intentó facilitar el medio de los niños; modificando los materiales y modelando las actividades. Fue evidente que estas decisiones las tomó durante su planeación, sin embargo, al momento de la clase esperaba que los niños por sí mismos se hicieran cargo de resolver la consigna que les planteaba, en sus intentos por no decirles cómo resolverla y ante la imposibilidad de los niños para actuar como ella esperaba, fácilmente se desesperaba, culpando a los niños de falta de atención e invalidando sus respuestas sin explicación alguna.

Después de una hora de realizar esta caótica actividad con los tableros, Mariana solicitó que no guardaran el lápiz ni la goma, que le ayudaran además a repartir los libros, buscaran la página 110 y leyeran lo que decía el libro; posteriormente dio la consigna:

> Ma: Cada par de niños hicieron lo mismo que hace rato ustedes hicieron. La niña dice yo tengo 10 fichas, el niño dice yo tengo 20. Total, hay un cuadrito de total; lo que van a hacer es lo mismo que hicieron en el cuaderno, pero ahora sin dibujar las fichas. Lo que van a hacer es esto, hacer las sumas en parejas, estos dos [señala al libro] aquí tienen su resultado, aquí tienen su resultado, el cuadrito es el resultado de los números que tienen arriba en un diálogo. Yo voy a dejar en la mesa una bolsa con tableros y donitas [fichas en forma de aro]. Si ustedes como equipo de dos, como pareja, deciden no ocuparlo está bien, pero entre los 2 tienen que explicarme al ratito cómo hicieron para resolverlo; yo recomiendo y el libro recomienda que usen sus tableros de 10, ¿sí?, por eso estoy dando material. Si ustedes como equipo dicen que no lo van a usar, el equipo que me diga que no va a usar el tablero nos

va a pasar a explicar cómo le hicieron para resolverlo. Esto lo voy a dejar en su mesa, si requieren más tableros me avisan.

Figura 35. Lección 6. Trayecto 6. Bloque 2 (SEP, 2018b).

De acuerdo con la consigna de Mariana, los niños debían, preferentemente, utilizar sus tableros de 10, ella asumió la sugerencia del LTG-M1° al recomendar que los usaran. La advertencia a los niños de que tendrían que pasar a explicar cómo le habían hecho para sumar en caso de no emplear los tableros impactó en la decisión de los niños, ya que cinco de las seis parejas decidieron emplearlos. Nuevamente hubo dificultades con el uso de los materiales, al tener que poner las donitas (fichas)sobre los tableros. Los niños siguieron contando de *uno en uno*, a pesar de tener los tableros llenos, en ello no visualizaban los agrupamientos de diez elementos como un insumo importante para hacer el registro del resultado de la suma.

La única pareja que no empleó los tableros se basó en el cálculo mental de uno de los niños, quien terminó en un minuto de calcular y escribir los resultados correctos. Mariana les dijo que le explicaran cómo lo habían hecho y al niño le costó mucho trabajo hacer explícito su cálculo mental; por lo tanto, él y su pareja tuvieron que regresar a su lugar para hacer uso de los tableros de 10. Para terminar la clase, Mariana atendió al cierre propuesto en el LTG-M1° leyéndolo a los niños; *Layla y Víctor tienen 40 fichas entre los dos. Si los dos tienen la misma cantidad de fichas ¿cuántas fichas tiene cada uno?*

Los niños comenzaron a dar diferentes respuestas y Mariana las fue escribiendo en el pizarrón, incluso, aunque uno de los niños dio la respuesta correcta (20), ella siguió tomando participaciones y escribiendo los diferentes números que le decían. Para hacer la comprobación de la suma correcta decidió utilizar un tablero de 100 de tela gigante que tenía donde podía pegar círculos, fue pegándolos de uno en uno y solicitó a los niños que le ayudaran a contar:

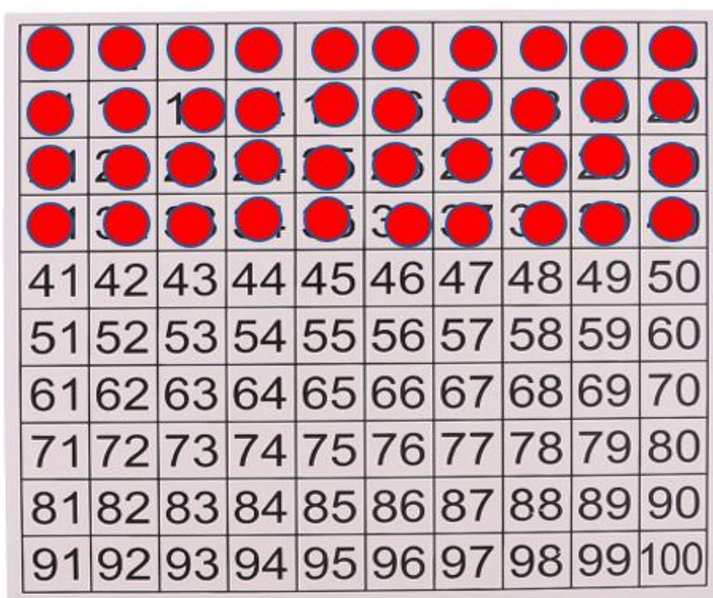


Figura 36. Ejemplo de tablero de 100 empleado por Mariana en el pizarrón (Elaboración propia).

Posteriormente, Mariana le preguntó a la niña que tuvo la respuesta correcta, ¿por qué pensaba que eran 20?, la niña explicó que era la mitad de 40, como si fuera la mitad de 4. Una vez que la profesora validó esta respuesta, explicó con fichas rojas, que valen 10, que se podían imaginar los grupos de 10 tal como había dicho Natalia y entonces sólo con 4 fichas, la mitad serían 2. Para concluir dijo que eso era cálculo mental, *contarlo lo más rápido posible sin tener que contarlas todas.*

Finalmente, escribió en el pizarrón dos sumas, la primera fue 22+31= y pidió que le dijeran cuántos tableros completos llenarían con esa suma; uno de los niños respondió 5 y Mariana pasó a la segunda suma que fue 27+35=, nuevamente pidió que le dijeran cuántos tableros se llenarían por completo. En esta ocasión realizó el conteo ella misma para comprobar que se llenaban 6 por completo, pues la suma de las unidades aumentaba una decena.

De acuerdo con las sumas anteriores, los niños entendieron con el ejemplo del cierre, que al fijarse en las decenas era fácil saber cuántos tableros llenos tendrían. No obstante, Mariana planteó un contraejemplo para mostrar cómo es que el lugar de las decenas no determina por completo el número de tableros, es posible que las unidades formen una nueva decena y en el caso de esa suma sean 6 tableros los que se utilicen.

En síntesis, Mariana intentó en esta tercera clase facilitar el uso de los tableros a los niños explicándoles finalmente cómo debía realizar la actividad, además intentó que los niños dijeran otras formas de resolver las sumas como lo es el cálculo mental. Aunque en la lección del libro no fue muy flexible con respecto al empleo de otros métodos, en el cierre dejó participar a los niños, escuchando y atendiendo al cálculo mental. Durante la clase hubo una tensión entre el uso de los tableros que resulta difícil de manipular versus el cálculo mental que resulta difícil de explicitar para los niños.

El mismo Libro para el Maestro propicia esta tensión, ya que, por un lado, sugiere el empleo de los tableros de 10 y, por otro lado, invita a realizar otro tipo de procedimientos; es probable que el problema se encuentre en que los niños deben explicar cómo le hicieron para resolver la suma sin el tablero. Por un lado, ni siquiera dominan el cálculo mental, porque repetidamente resuelven contando de *uno en uno*; por otro lado, frente a la amenaza de *tener que pasar al frente a explicar, a decir algo,* es mejor opción usar los tableros o al menos colocar las fichitas arriba de esos, aunque esto no les signifique nada en la medida en que no 'ven' los grupos de diez y la relación de estos con el registro convencional de los números en el SND.

Además, la actuación de Mariana fue un poco rígida frente a un niño que estaba resolviendo bien con cálculo mental, pero que, no pudo explicar cómo lo hizo, tuvo que hacer nuevamente el cálculo con los tableros. Esto resulta desconcertante para los niños, cuando en otras ocasiones los maestros esperan que los niños muestren qué tanto dominan el cálculo mental.

Para Mariana en realidad se trataba de la clase del tablero: *yo les sugiero, y el libro también que usen los tableros* cuando un instante antes les había dicho que los utilizaran si querían o no.

2.3 Síntesis

El análisis del LTG-M1°, específicamente el eje Número álgebra y variación, nos permitió anticipar que las transposiciones de la noosfera tendrían un impacto significativo en la gestión de las clases de las profesoras Diana y Mariana. No obstante, en las dificultades que las docentes enfrentaron se evidenciaron otros problemas que se entretejen en la complejidad de las transposiciones didácticas. Estas dificultades van más allá de las decisiones tomadas por los autores, son dificultades que vienen arrastrándose desde propuestas curriculares anteriores o tienen que ver con las posibilidades cognitivas de los alumnos, problemas institucionales, políticos y administrativos. Por ejemplo, la dificultad de los niños para comprender el valor posicional, que manifestaron los alumnos de ambos grupos y que ha sido reportada en otros estudios, la atomización del saber; la insuficiencia del tiempo didáctico previsto en las lecciones y el poco tiempo dado por la Secretaría de Educación Pública para la elaboración de los LTG. Las dificultades sobre el LTG-M1° las analizamos en el siguiente capítulo a manera de cierre y conclusiones generales.

En este último apartado de capítulo sintetizaremos y enunciaremos algunas conclusiones que se relacionan específicamente con el enfoque pedagógico planteado en la propuesta curricular, las decisiones de los autores del eje Número, álgebra y variación y lo que las profesoras hicieron alrededor de éste en su gestión en el aula.

El enfoque pedagógico de la propuesta curricular

En el primer apartado de este Capítulo nos hicimos algunas preguntas que pretendimos responder con el análisis de las clases de las profesoras, específicamente en lo que refiere a los dos enfoques didácticos analizados y aparentemente opuestos que se asumen en la noosfera, particularmente en la distancia entre el enfoque asumido en el Plan y Programas de Estudio y el de los autores del eje Número, álgebra y variación en el LTG-M1°.

Sin embargo, como pudimos dar cuenta, estamos frente a un enfoque híbrido que se manifiesta en los planteamientos de la propuesta curricular *Aprendizajes Clave para la Educación Integral*; es decir, no está claro que se haya tomado una sola postura teórica para la elaboración del enfoque pedagógico. Y aunque el referente teórico dominante puede rastrearse en la TSD; cabe aclarar que no se pretende ver en la propuesta una realización 'pura' de esta teoría, que por demás es imposible e inesperable en el entendido que, las teorías son un buen referente para interpretar la realidad, pero no son la realidad misma. Más bien, intentamos dar cuenta de la diversidad de posturas que surgen de distintas interpretaciones susceptibles de ser asumidas por los autores del LTG-M1°, pero ¿a qué se deben esta variedad de planteamientos dentro de una propuesta curricular?

El sistema didáctico (profesor, estudiante y saber) se desenvuelve en un entorno complejo denominado sociedad. A este entorno pertenecen los padres de familia, los académicos (matemáticos), las instancias políticas, decisionales y ejecutivas. Entre la sociedad y el sistema didáctico se encuentra la noosfera, en la que se enfrentan los problemas que surgen del encuentro de los objetos de enseñanza con la sociedad y sus exigencias, allí se desarrollan los conflictos, las negociaciones y las soluciones (Chevallard, 1998).

Para hacernos una idea sobre la cantidad y la complejidad de instancias que participan en la creación de una reforma educativa, a continuación, un fragmento de la Propuesta curricular *Aprendizajes Clave para la Educación Integral* que explica cómo se llevó a cabo la revisión de ésta:

> En total, se capturaron más de 81 800 registros y 298 200 comentarios, adicionales a los de los 28 documentos externos recibidos. El Programa Interdisciplinario sobre Política y Prácticas Educativas (PIPE) del Centro de Investigación y Docencia Económicas (CIDE) recopiló, ordenó y sistematizó en un informe todas estas aportaciones hechas por niños y jóvenes, docentes, padres de familia y tutores, académicos y representantes de distintos sectores de la sociedad, así como por las propias autoridades educativas, sobre los documentos presentados por la SEP. De forma paralela, el CONAPASE llevó a cabo una consulta en línea para capturar las opiniones de madres y padres de familia. Con el apoyo de las autoridades educativas locales se obtuvieron más de 28 000 respuestas que fueron sistematizadas por el mismo Consejo. (SEP, 2017:14)

Aunque muchas veces hay cierta demagogia en fragmentos como el anterior, se puede ver la intención de negociar y atender a la diversidad de demandas; a lo que se adiciona para el diseño curricular y la elaboración de los Libros de Texto Gratuito de nuestro país, la opinión de instancias extranjeras que inciden en lo que éstos deberían contener. Por ejemplo, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) como organismo internacional al que México pertenece, plantea los estándares a los que todo país con aspiraciones a tener una educación de calidad o excelencia debe contemplar. Estos estándares se refieren al perfil de conocimientos habilidades y actitudes que cada ciudadano debería alcanzar en determinada etapa de su vida.

Entre las sugerencias o exigencias de la sociedad y el currículum que llega a las aulas, la noosfera delimita los referentes curriculares (filosóficos, didácticos, metodológicos, cognitivos, entre otros) que van a orientar los procesos de enseñanza de las matemáticas. En este sentido, coincidimos con Chevallard (1998) en hacer justicia a la complejidad de las posiciones diferenciales de los diversos agentes en su intervención en el seno de la noosfera donde las competencias están delimitadas con precisión, los registros están asignados, las responsabilidades distribuidas y los poderes circunscritos.

Una de las principales dificultades reportada alrededor de los planteamientos de la propuesta curricular es acerca de la resolución de problemas. Si bien, parece apelar a la TSD cuando se plantean como medio y como fin del aprendizaje de las matemáticas, hay otros fragmentos donde parecen ser un espacio de aplicación de los conocimientos aprendidos previamente o una buena práctica que complementa a otras. Esta diversidad de planteamientos responde a una serie de miradas alrededor de la resolución de problemas que ha sido analizada por algunos autores. De acuerdo con Sepúlveda, Medina y Sepúlveda (2009) la resolución de problemas es la línea sobre la que se han centrado el mayor número de esfuerzos, tanto por lo escrito sobre el tema como por el desarrollo de proyectos de investigación en los últimos 30 años y, en consecuencia, la que mayor impulso ha proporcionado a la educación matemática. Quizás la razón sea que se nutre de los aspectos esenciales del quehacer matemático: los problemas y las acciones típicas del pensamiento que intervienen en el proceso de solución.

Fonseca y Alfaro (2010) plantean que, tradicionalmente, la resolución de problemas ha sido utilizada como actividad posterior al desarrollo de conceptos matemáticos, donde la aplicación casi mecánica de los conceptos es el objetivo final. No obstante, en México desde la década de los noventa, se ha propuesto a la resolución de problemas como estrategia metodológica para la enseñanza de la matemática y con ello pretender un aprendizaje significativo de ésta. Esta perspectiva ha tenido, de acuerdo con estos autores, una evolución importante: desde el análisis de estrategias heurísticas de solución con Polya (1945), hasta el estudio de elementos cognitivos más complejos con Schoenfeld (1985), Brousseau (1986), Lesh (2000) y otros (en Fonseca y Alfaro, 2010).

Santos (2014) realizó una revisión de estos enfoques y cómo han incursionado en algunas propuestas curriculares alrededor del mundo; en los años ochenta, las etapas de resolución de problemas y los métodos heurísticos propuestos por Polya (1945, en Santos, 2014) dieron forma a programas de investigación iniciales en resolución de problemas y aparecieron en planes de estudios y escenarios didácticos; sin embargo, los resultados de la investigación señalaron que la identificación de estrategias para la resolución de problemas y el proceso de modelar su uso no fue suficiente para propiciar en los estudiantes la comprensión de la matemática. Posteriormente, hacia mediados de esa década, las ideas de Schoenfeld (1985, en Santos, 2014) sobre el análisis del comportamiento de los estudiantes en la resolución de problemas y la propuesta de un marco para este análisis cobraron fuerza para documentar hasta qué punto los estudiantes tenían éxito en sus intentos de resolución de problemas y también para organizar y fomentar el desarrollo de experiencias de resolución de problemas en las aulas. Un avance de Schoenfeld en relación con Polya fue darle importancia al conocimiento previo de los estudiantes al involucrarse en discusiones sobre resolución de problemas; los estudiantes se convirtieron en el centro y se valoraba su participación como parte de una comunidad de aprendizaje.

De acuerdo con Santos (2014) el desarrollo de la investigación en la resolución de problemas matemáticos ha ido de la mano con el desarrollo y las discusiones en educación matemática. Por ejemplo, una perspectiva de cognición situada enlaza el proceso de aprendizaje para las actividades de resolución de problemas dentro de contextos específicos en una comunidad de práctica. Esta perspectiva enfatiza las interacciones como una forma de dar sentido a los problemas matemáticos. En los Países Bajos, el enfoque de solución de problemas está asociado con la teoría de la matemática realista de Freudenthal (1968) que presta especial atención al proceso involucrado en modelados de situaciones del mundo real. Otra perspectiva de naturaleza didáctica es la de Brousseau en Francia (reportada en los referentes teóricos de esta tesis), quien con base en la teoría de desarrollo psicogenético de Piaget desde los años setenta realiza investigación sobre los problemas y situaciones fundamentales a los que los niños deberían enfrentarse para poder construir conocimiento matemático.

Fonseca y Alfaro (2010) reportan otros dos enfoques que utilizan la resolución de problemas como el medio para adquirir los conocimientos matemáticos; en Estados Unidos Lesh y su equipo de investigación (2000, en Fonseca y Alfaro, 2010) y el enfoque Open-Ended en Japón (1997, en Fonseca y Alfaro, 2010). Por un lado, el enfoque de Lesh consiste en la estructuración cuidadosa de experiencias, en las cuales, los estudiantes confronten la necesidad de construir modelos que les permitan constantemente expresar, evaluar y refinar o revisar sus formas de pensar. Con base en esta perspectiva han trabajado en el diseño, implementación e investigación de experiencias que cumplan con las características antes descritas. Estas experiencias son conocidas como actividades provocadoras de modelos o *Model-Eliciting Activities* (MEAs) y han mostrado tener un gran potencial en el aprendizaje de las matemáticas. Por otro lado, el enfoque *Open-Ended* o de 'final abierto' ha sido una de las principales metodologías utilizadas por los japoneses en sus aulas para la enseñanza de las matemáticas. Los problemas de 'final abierto' son formulados de tal manera que múltiples soluciones pueden ser generadas y evaluadas por los estudiantes como parte del proceso de resolución de problemas. Estos problemas se caracterizan por sus ricos contextos sociales que permiten enlazar los contenidos matemáticos con otras disciplinas y con la vida cotidiana del estudiante. Los docentes japoneses se enfocan en la solución de un solo problema de 'final abierto' de principio a fin de sus lecciones.

Es probable que esta diversidad de miradas alrededor de la resolución de problemas haya impactado de alguna manera a los actores de la noosfera, quienes, con diferentes trayectorias formativas y experiencias académicas, hayan plasmado en la propuesta curricular diversos enfoques y con distintos matices en los planteamientos finalmente publicados.

Las características didácticas del nuevo libro

Una decisión tomada por los autores del LTG-M1°, seguramente por el poco tiempo para entregar la publicación de los libros, fue distribuirse la autoría con base en cada uno de los tres ejes que organizan a la propuesta curricular: Número, álgebra y variación; Forma espacio y medida; Análisis de datos, por lo que un subgrupo de autores asumió la responsabilidad de la elaboración de todas las lecciones de un mismo eje. Las implicaciones de esta decisión no se abordaron explícitamente como referente empírico de esta tesis, no obstante, sabemos, porque así lo expresó uno de los autores, que algunos ejes como el de Forma, espacio y medida, tienen como referente la perspectiva teórica de la TSD, pero no es así con el eje de Número, algebra y variación. No obstante, los diferentes posicionamientos teóricos de cada subgrupo de autores, cabe preguntarse si los de un mismo Libro de Texto Gratuito deberían o no asumir el mismo enfoque pedagógico en la medida en que conjuntamente tienen que hacerse cargo de la elaboración de un libro que en última instancia tiene como interlocutor un solo maestro. Al parecer, usualmente ocurren estas diferencias dentro de un mismo libro al pasar de un tema a otro o en diferentes grados, así lo reportan Block y Álvarez (1998) quienes encontraron ciertas tendencias en común referentes a los materiales de alguna década en la que centraron su investigación, años sesenta a noventa, pero también diferencias. Por ejemplo, en el LTG-M de sexto grado de la década de los setenta, en lugar de centrarse en la formalización de los contenidos con base en la disciplina matemática, como era la tendencia de la época, hay en cambio una selección muy variada de problemas de aplicación.

Pero ¿qué implica dentro de un mismo libro de texto tratar de acomodar diferentes enfoques didácticos antagónicos?, y más aún ¿qué implica intentarlo hacer en una misma lección? Si bien es común, no por ello lo consideramos óptimo.

Recordemos que las profesoras Diana y Mariana tenían, al inicio del ciclo escolar, una buena percepción del LTG-M1°, en principio porque acababan de enfrentarse con los libros de la RIEB que no fueron pensados ni diseñados como LTG aunado a una propuesta curricular con muchas deficiencias (Rojano y Solares, 2017); las profesoras percibían además que la reducción de contenidos y la relación del LTG con la organización de la propuesta curricular representaba un avance favorable a su implementación en aula.

Incluso las recomendaciones didácticas apegadas a la TSD y la correspondencia de éstas con alguno de los ejes alentaron inicialmente la valoración positiva de las docentes sobre el LTG-M1°. Sin embargo, las profesoras empezaron a notar que implementar un trayecto elaborado con base en ciertas recomendaciones didácticas fluían mejor que otros trayectos, en los que les costaba más trabajo hacer que los niños comprendieran de qué se trataba y con ello fueran más propositivas. Ellas desconocen lo que sucede a nivel de la noosfera y entre sus opciones para que los niños pudieran contestar correctamente los cuestionamientos de las lecciones de los trayectos estudiados, estuvieron intervenir constantemente durante la clase para orientar las respuestas de los alumnos y con ello poder terminar la lección con cierto ‘éxito’; o bien, en atención a su alta posición topogenética[23], culpar a los niños por su falta de concentración en la tarea emprendida; o, finalmente, percibir que los niños tenían dificultad para comprender los contenidos. Estas cosas les sucedieron a las dos maestras, pero de ello hablaremos en el siguiente apartado.

[23] Volveremos a este asunto en el siguiente apartado cuando hablo de las prácticas de las profesoras.

Pasar de un trayecto a otro representa en sí mismo un reto importante para las profesoras, aún más si de trayecto a trayecto los autores de éstos tienen diferentes posturas metodológicas para la enseñanza; sin embargo, sobre esto no ahondaremos porque cada una de las maestras en esta experiencia se movió en el mismo trayecto. Pero ¿qué sucede al interior de una misma lección, cuando se cambia de referente teórico?

Las recomendaciones didácticas generales estimulan a los profesores a dirigir las clases de una manera que no se sostiene al implementar los trayectos del eje Número, álgebra y variación, ya que la propuesta sugiere y las maestras asumen que los niños enfrentan una situación, problema o actividad y pongan en juego sus conocimientos previos. Sin embargo, no con poco desconcierto las docentes se dan cuenta que conforme avanza el tiempo de las clases no aparecen las estrategias que el libro anticipa deben mostrar los niños para resolver. Por ello, tienen que intervenir y pedir que los niños agrupen por ejemplo de *diez en diez*, en el caso de Diana, y que decidan que esa es la forma más fácil de contar una colección y una vez establecido esto, lo repitan una y otra vez; aunque para los niños no quede muy claro por qué hay que hacer torres de diez elementos para saber cuántos elementos tiene una colección, si ellos contando de *uno en uno* pueden saberlo, aunado a que no hay ninguna condición didáctica que les impide hacerlo. Por otro lado, en las clases de Mariana se asoma la necesidad de emplear el tablero de 10 como una manera fácil de sumar, pero como vimos la gestión de los materiales es problemática y se convierte en un obstáculo para hacer avanzar la clase.

Parece que la decisión de incorporar dos enfoques es más conflictiva de lo que pudieron prever los autores del LTG-M1°, hay una distancia conceptual entre lo que se consideran problemas desde el sentido numérico o situaciones problemáticas (o problemas) desde la TSD. Si bien las actividades para el desarrollo de sentido numérico se presentan en un inicio de la clase, éstas no pueden sostenerse en el transcurso de la sesión en apego a las expectativas de los autores. Hay una distancia que se manifiesta en el orden de aparición de los problemas, aunque ambas posturas plantean problemas de contexto intramatemático, la diferencia es que desde el sentido numérico se apela a que los niños desarrollen habilidades a partir de conocimientos que se enseñan en las mismas lecciones para su posterior aplicación y en la TSD se apela a que los conocimientos sean la solución óptima para la resolución de la situación enfrentada, es decir, que los niños vean la necesidad de utilizar el conocimiento que no tienen pero que irán construyendo para dar resolución a la situación plateada.

Otra dificultad para la gestión de los LTG-M1° fueron los materiales. El uso de materiales concretos para representar la decena no es un asunto nuevo, estos han sido utilizados por años con la finalidad de facilitar a los niños —casi siempre de primer grado por ser éste donde se enseña el contenido— su encuentro con el SND, la finalidad de estos materiales es siempre bien intencionada; autores como Cid, Godino y Batanero (2003) o Moreno (2016) encuentran ventajas en el empleo de materiales concretos como el ábaco, los bloques multibase, el dinero, etc.; principalmente, los describen como atractivos y consideran que mediante la manipulación de estos se captará el interés y la atención de los pequeños, motivando su encuentro con las matemáticas. Incluso han sido clasificados en proporcionales y no proporcionales; por un lado, los proporcionales son materiales que expresan la decena 10 veces mayor que la unidad, la centena 10 veces mayor que la decena, etcétera; por otro lado, los materiales no proporcionales no mantienen ninguna relación de tamaño entre las distintas piezas que representan los números (Cid, Godino y Batanero, 2003). Pese a que existen una variedad de materiales para representar la decena, en el LTG-M1° los tableros de 10 fueron tomados del sentido numérico; autores como Thompson y Van de Walle (1984) tienen una serie de artículos de investigación referente a las bondades de estos materiales para la construcción y desarrollo de sentido numérico. Empleando la clasificación de Cid, Godino y Batanero (2003) los tableros serían materiales proporcionales, ya que 10 tableros llenos equivalen a una centena, así se trabajan a lo largo del LTG-M1° por ejemplo, en el trayecto número 4 del tercer bloque, último del eje Número, álgebra y variación del libro, se sigue sugiriendo el empleo de tableros de 10 para realizar sumas con cantidades mayores a 60 elementos. Por las experiencias observadas con las profesoras, respecto al uso de tableros de 10 con cantidades menores a 50 elementos que resultaron tan problemáticas, suponemos que mientras más aumente la cantidad de tableros y de fichas, la gestión en el aula seguirá dificultándose.

Entre el problema cognitivo de los niños de reconocer el valor posicional o tener la posibilidad de contar de *diez en diez*, pasando por el conteo de cuatro en cuatro o de ocho en ocho, para corroborar que el de *diez en diez* es el más fácil; la dificultad de manipulación de los materiales y las dos posturas planteadas en el LTG-M1°, se encontraron las profesoras Diana y Mariana intentando implementar una sesión ejemplar, frente a una observadora con cámara de video en mano. En el siguiente apartado enunciaremos discusiones alrededor de su gestión en el aula.

Las prácticas de las profesoras

Las profesoras Diana y Mariana, como ya hemos mencionado anteriormente, percibían en los LTG-M1° una serie de mejoras sobre los *Desafíos Matemáticos*. Sin duda, como vimos en el Capítulo 1 había razones importantes para que esto sucediera. La propuesta *Aprendizajes Clave para la Educación Integral* logró su cometido con respecto a la reducción de contenidos y la correspondencia con los LTG-M1°. Pero además de esta ventaja percibida por las docentes, cabe mencionar que ambas se apegaron fielmente a lo que estaban implementando, es decir, las transposiciones que realizaron en las lecciones no se contrapusieron con lo planteado en los LTG-M1°, más bien intentaron de una y otra forma hacer lo que el libro decía. Así como en el apartado anterior, en éste nos referiremos específicamente a las dificultades enfrentadas por las profesoras con respecto a tener frente a ellas un enfoque híbrido. Respecto a sus saberes docentes y otras decisiones tomadas por ellas con base en las exigencias institucionales hablaremos en el siguiente Capítulo a manera de cierre y conclusiones sobre las transformaciones que hicieron a la propuesta.

Para recapitular las dificultades que enfrentó Diana, las enunciaremos una por una, analizando todo lo que hizo para intentar que funcionaran las clases.

En la primera lección aparece un problema con el conteo de los objetos de la caja de sorpresas, ya que en esta se pretende que los niños sustituyan el conteo de *uno en uno* para hacer distintos agrupamientos y así darse cuenta de que el más fácil es el agrupamiento de 10. En este sentido, Diana inició las actividades solicitando a los niños que *contaran rápido* una y otra vez, con ello pretendía hacer que los niños desestimaran el conteo de *uno en uno* que ya sabían hacer y lo sustituyeran por uno más económico que les permitiera hacerlo con mayor velocidad. Esta es la primera estrategia que Diana puso en marcha para hacer avanzar la clase y está relacionada con la tensión entre el enfoque de la TSD y el del sentido numérico, ya que desde la TSD se esperaría que la situación de conteo permitiera a los niños el encuentro con la ignorancia (Sensevy, 2011) en el sentido de que al ver como insuficiente el conocimiento que tienen con el conteo *uno a uno*, buscaran la manera de sustituirlo. En cambio, desde el sentido numérico se pretende que los niños tengan la habilidad de realizar cálculos de más de una manera (Çekirdekci, Şengül y Doğan, 2018) en este caso la pretensión es que los niños cuenten de 3 en 3 (tres, seis, nueve, …) o, de 7 en 7 (siete, catorce, veintiuno, veintiocho…), esta es una habilidad que los niños de primero de primaria no tienen desarrollada y es sumamente complicada para ellos, por lo tanto tienen pocas posibilidades, sino es que ninguna, de comparar estas maneras de contar con la de *diez en diez* como tampoco pueden reconocerla como más fácil y económica que las otras. Mientras la lección seguía avanzando y los niños no agrupaban, porque no le encontraban sentido, como tampoco tenían necesidad de hacerlo, ya que dominaban el conteo de *uno en uno*; Diana tuvo que solicitarles explícitamente que lo hicieran al sugerir la construcción de torres de 10 elementos.

Chevallard (1998) plantea dos conceptos para analizar la posición del saber dentro del aula: cronogénesis y topogénesis. Aquí retomamos el planteamiento de Sensevy (2011) quien utiliza el concepto de cronogénesis para analizar fragmentos de clase en situaciones didácticas y plantea que una posición topogenética alta del profesor se da cuando este toma cada vez más la responsabilidad didáctica para hacer avanzar la clase. Desde la TSD, la situación didáctica debe favorecer que los estudiantes busquen resolver la situación problemática planteada ideando formas de hacerlo y con ello se les sitúa en condición de construir conocimiento. En este caso, los niños no encontraron ninguna dificultad en seguir contando de *uno en uno*, la situación que se les planteaba no les producía ningún conflicto en la medida en que el recurso que tenían para resolverla lo podían usar sin ninguna dificultad. Diana al ver que ningún equipo agrupaba, ella lo solicitó tomando una posición topogenética alta para hacer avanzar la cronogénesis del saber. Finalmente, en esta sesión hubo errores de conteo por parte de dos equipos de niños del grupo de Diana, y, en lugar de reparar sobre ese conteo incorrecto y pedir a los niños que lo realizaran de nuevo, Diana privilegió al conteo de *diez en diez* por encima del de *uno en uno*, explicando que ese error se debía a que cuando contaban de *uno en uno* se cometían más errores que haciéndolo de *diez en diez*. Seguramente los niños se quedaron con la impresión de que así era, pero veamos lo que sucedió en la siguiente clase.

Recordemos que Diana introdujo una clase adicional e intermedia entre las dos lecciones del libro. La razón de esta decisión se debe a que Diana reconoció la imposibilidad de sus alumnos de contar de 3 en 3 o de 7 en 7, como lo sugiere el LTG-M1° por ello optó por otro conocimiento, que, como bien vimos, no es un saber escolar sino parte del desarrollo cognitivo de los niños: la conservación de cantidades. Ya enunciamos en el párrafo anterior que, si bien esta habilidad de realizar conteos de más de una manera es propia del desarrollo del sentido numérico, el conteo de 3 en 3 o de 7 en 7 no es un conocimiento posible para niños de primer grado, por lo tanto, Diana tomó la decisión de enseñar algo que desde su perspectiva era más pertinente para los niños de primero y es que, al agrupar de distintas maneras los elementos de una colección, la cantidad final es siempre la misma.

Finalmente, en la tercera sesión de clase de Diana, la del costurero, aparece una dificultad relacionada con las ilustraciones del LTG-M1°, nuevamente se pretende que los niños empleen distintos agrupamientos, pero ahora con colecciones dibujadas y decidan que el más fácil de utilizar es el de 10 elementos. Diana, en esta ocasión, omitió por completo el que los niños realizaran otros agrupamientos y nuevamente con una posición topogenética alta instauró el agrupamiento de 10 elementos para resolver toda la lección. Sin embargo, la lección favorece muy poco este tipo de agrupamiento, ya que solo hay dos hileras con esta cantidad, en cambio se favorecen otros agrupamientos; como el de 4 o de 3. Lamentablemente, los niños no están en posibilidad de realizar el conteo de esa manera. Para el cierre a esta clase, el LTG-M1° sugiere que la profesora pregunte a los niños qué estrategias emplearon para contar. Como en esta ocasión todos emplearon el conteo de *diez en diez* por sugerencia de Diana, aunque en realidad siempre contaron de *uno en uno*, la profesora solicitó a los niños que se preguntaran entre ellos cómo habían contado y qué forma les parecía más fácil de contar. A pesar de que los niños siempre contaron de *uno en uno*, muchos de ellos dijeron que contar de *diez en diez* era la manera más fácil de hacerlo, por lo que, el aprendizaje de las clases quedó institucionalizado, al menos desde el discurso de Diana asumido por los niños.

Con respecto a Mariana, recordemos que antes de trabajar con las lecciones, la tendencia en las tres clases observadas fue la realización de actividades; éstas funcionaban como una pre-clase en donde Mariana intentaba facilitar el medio de los niños para que así cuando trabajaran con el LTG-M1° tuvieran menos obstáculos para resolver. En la primera lección, Mariana tuvo dificultades para enunciar la consigna, ya que las sugerencias del Libro para el Maestro al inicio del trayecto recuperan un planteamiento del sentido numérico (SEP, 2018[a]: 117) “no es el propósito que los alumnos trabajen con el algoritmo convencional para sumar o restar”. Sood y Jitendra (2007) plantean que el sentido numérico se desarrolla gradualmente como resultado de la exploración de números, ubicándolos en una variedad de contextos y relacionándolos de maneras no limitadas por algoritmos tradicionales. Ante este planteamiento, Mariana interpretó que no debía decir a los niños que tenían que sumar, cuando en realidad lo que se esperaba era que no les enseñara el algoritmo convencional para realizar la suma y los dejara relacionar los números de todas las maneras posibles para poder reunir dos cantidades. Entre este enredo y la cantidad de material que se repartió en esta lección (50 fichas de dos diferentes colores, 4 dados y 6 tableros de 10) que Mariana decidió incluir por parejas, la docente presentó la forma de sumar propuesta en el libro, que es por medio de los tableros de 10. A los niños se les dio la consigna de tirar los 4 dados por turnos; obteniendo dos resultados, con los cuales debían hacer una estimación del total de la suma de las dos cantidades obtenidas y registrarla, para después comprobar esa estimación empleando los tableros de 10. Como puede apreciarse, es una consigna complicada; los niños ni siquiera terminaron de comprender cómo se podía estimar el resultado de la suma de 8 dados, en cambio el registro que realizaron fue el de la suma de sus turnos individuales, es decir de 4 dados. Aquí, nuevamente se presenta una tensión con el sentido numérico, pues desde este se espera que los alumnos hagan estimación del resultado, que no siempre resuelvan haciendo uso de los algoritmos con cálculo escrito, sino que también utilicen el cálculo mental o la calculadora (García, 2014). Si bien es cierto que es una habilidad importante en el desarrollo cognitivo de los niños, fue muy complicado que lograran hacer estimaciones y ésta fue una de las principales dificultades que implicó un reto importante para las profesoras a lo largo de las tres clases.

No obstante, día con día Mariana se esforzaba en modificar las actividades en lo que ella consideraba había sido el problema de la clase anterior, Por ejemplo, al percatarse de la dificultad de sus alumnos para registrar estimaciones de la suma con 8 dados, en la segunda clase les pidió que el registro fuera de los resultados individuales, es decir de los turnos de cada niño al tirar 4 dados para que después registraran la suma total. Además, en esta sesión no repartió fichas, pidió que las dibujaran en los tableros que ella llevó impresos para todos los niños. Para continuar esta sesión, Mariana intentó dar una explicación en el pizarrón de cómo los tableros llenos les decían a los niños la forma de escribir cantidades. En la suma que Mariana hizo en el pizarrón tenía dos tableros llenos y uno con solo 4 fichas, uno de los niños respondió exactamente lo que Mariana y el libro pretenden; que se formaba el número 24. Mariana, como muchos maestros, dio por hecho que como un alumno había comprendido, todos los demás alumnos lo harían, lamentablemente al dejar a los niños hacer sus propias sumas nuevamente hubo dificultades. Esta vez los niños debían estimar el número de tableros que iban a utilizar para representar la suma de las cantidades que les habían salido en los dados y pegarlos en sus libretas. Ya mencionamos que la estimación representó una dificultad grande y tener que estimar ahora, además, cuántos tableros debían utilizar lo fue aún más. De entrada, porque pegaban tableros de más o de menos sin hacer estimaciones y, además la mayoría de los niños no reconocía al tablero de 10 como una decena, siguieron contando de *uno en uno* todo el tiempo; también se presentó el problema, como en la clase anterior al llenar los tableros, que no todos los niños comprendieron que se debía llenar por completo uno para poder utilizar otro. Walter (2018), como ya hemos mencionado en el análisis de las clases, realizó una investigación sobre los tableros de 10 y concluyó que son demasiado rígidos para apoyar el razonamiento de los niños alrededor de la decena. En este sentido, no representó un apoyo para la escritura de las cantidades. Para finalizar esta clase, Mariana tuvo una última dificultad respecto a la resolución de una suma, ya que en el LTG-M1° se plantea la pregunta SEP (2018b: 109) "¿Cómo calcularías el total sin usar los tableros de 10?". En el Libro para el Maestro se tiene previsto que aparezca en los niños una forma de sumar: primero las decenas y después las unidades, y que, si ésta no aparece, los profesores la sugieran, argumentando que un niño de otro grupo dijo que lo hizo así (SEP, 2018a). Los niños dieron dos respuestas: con los dedos y con sobreconteo; pero Mariana, influenciada por el libro, no estaba conforme, les pedía buscar otra forma, finalmente un niño dijo que había *dos unos*. Esta fue la oportunidad perfecta para que Mariana iniciara una explicación referente a la suma; primero de decenas y después de unidades. Sumar de distintas maneras, como vimos anteriormente, también es un planteamiento propio del sentido numérico. No estamos en contra de ello, al tiempo es una posibilidad para los niños de hacer el cálculo solicitado; sin embargo, en la clase de Mariana, fue forzada la aparición de esta forma de sumar porque por pretensiones de los autores, tenía que surgir al final del trabajo con la lección.

Para finalizar, en la tercera lección gestionada por Mariana, se dejó ver una tensión entre la TSD y el sentido numérico; el tablero de 10 uno de los modelos principales que utiliza el libro para la construcción de este último es incompatible con el juego *El Cajero* —situación diseñada con base en la TSD como referente teórico— y no solamente porque tengan diferentes referentes teóricos, sino por el uso del color de las fichas y lo que éste representa. Al emplear los tableros de 10, se propone que los niños usen diferentes colores de fichas para que cada niño identifique con éste las fichas que obtuvo al tirar un dado; entre los colores de fichas están el azul y el rojo que en el Juego representan a las unidades y decenas respectivamente. Cuando los niños, por ejemplo, utilizan fichas rojas para llenar sus tableros y obtienen el resultado de una suma con tres tableros llenos, les resulta confuso escribir 30 con color rojo (éste es el color de sus fichas) mientras que cuando juegan con *El Cajero* tenían que escribir el 3 de color rojo y el cero de color azul.

Nuevamente Mariana hizo ajustes al medio de los alumnos con la intención de facilitarlo, esta vez incorporó en las consignas sugerencias detalladas sobre cómo emplear los materiales; para no tirar los dados, para no desperdiciar tableros pegando de más, etcétera. Lamentablemente, entre estas largas consignas, se perdía el propósito didáctico de la actividad, por lo que, si bien los niños utilizaron el material tal como su profesora lo solicitaba, no hicieron estimaciones, ni tampoco contaron de *diez en diez* ayudándose del tablero.

Desgraciadamente, a lo largo de las tres sesiones observadas, Mariana perdió la calma constantemente culpando a los niños de no poner atención sobre lo que ella explicaba, o bien, de estar jugando con los materiales y distrayéndolos. Aunque esto fue consecuencia de las dificultades que le ocasionó la gestión de las lecciones del libro y los problemas cognitivos de los niños alrededor del SND, Mariana no logró ver ni una, ni la otra.

Ante todas estas dificultades enfrentadas por las profesoras, consideramos que los planteamientos de la propuesta curricular deberían afinarse, para que el mensaje a los autores de LTG sobre la metodología a utilizar quede más clara. Consideramos que la decisión de los autores de utilizar un enfoque híbrido debería revisarse, no porque condenemos *per se* el desarrollo del sentido numérico en los niños, sino porque cuestionamos su pertinencia al inicio del conocimiento del SND, en la medida en que éste anticipa que los niños en primer grado puedan contar por agrupamientos diversos incluido el de *diez en diez* cuando no tienen posibilidades cognitivas para hacerlo; lo que se constituye en un gran problema para la gestión de la clase cuando la pretensión de autores y docentes, es que de los niños surja de manera espontánea dicha manera de contar. Finalmente, consideramos que alrededor de este análisis hay otras problemáticas que se asoman y que permean las transposiciones de la noosfera, estas se analizarán en el siguiente capítulo para comprender el peso de otros factores: como el poco tiempo para la elaboración del libro y las restricciones que enfrentan los autores, así como la dificultad cognitiva de los niños sobre el aprendizaje del SND.

CAPÍTULO III. Conclusiones

> El orden didáctico, que no se pliega a nuestros deseos, viene a recordarle —a la noosfera— que una enseñanza, antes de ser buena, debe ser simplemente posible.
> (Chevallard, 1998).

En este último Capítulo pretendemos traer a cuenta las preguntas principales de esta tesis, para concluir sobre el alcance de las respuestas que pudimos dar a través de la investigación, así como las limitaciones de ésta. También atender algunas cuestiones que quedaron pendientes en el segundo Capítulo, relacionadas con factores que inciden en los dos momentos transpositivos analizados y que no necesariamente se relacionan con la distancia entre el sentido numérico y la TSD.

3.1 Discusiones sobre el LTG-M1°

Recordemos que la pregunta principal relacionada con el LTG-M1° fue: ¿Qué transposiciones didácticas hacen los autores responsables del Eje Número, algebra y variación del LTG-M1º a los posicionamientos teóricos sugeridos en la propuesta curricular para organizar la enseñanza de la matemática para los niños de primer grado de primaria y con ello propiciar su aprendizaje? Ya en el Capítulo 2 anticipamos algunas conclusiones respecto a esta pregunta; la propuesta curricular no tiene un único enfoque teórico en sus planteamientos, lo que da pie a que se realicen diversas interpretaciones de lo que se espera por parte de los autores de los LTG-M1°. Sabemos que la decisión de no atender a la TSD fue consciente, porque así lo expresó uno de los autores, es decir, no hubo una interpretación equivocada, sin embargo, también advertimos que las confusiones emergidas debido a la combinación de enfoques fueron bastantes y significativas. Cabe mencionar que, en el camino de análisis de estas transposiciones, nos enfrentamos con que los autores también están rodeados de diversas pautas, pretensiones y restricciones de otros actores a las que tienen que responder, a continuación, presentaremos algunas de ellas.

Problemas institucionales

Para conocer las restricciones a las cuales se enfrentaron los autores del LTG-M1° entrevistamos a uno de los supervisores de contenidos de Ciencias Naturales, quien en la elaboración de los LTG coordinó las lecciones finales escritas por los autores de esta asignatura. Ya mencionamos en el Capítulo 2 que se intentó una entrevista directa con los autores del eje Número, álgebra y variación, lamentablemente no pudo concretarse, por lo que decidimos entrevistar al supervisor de contenidos (en adelante supervisor) (Supervisor de contenidos, comunicación personal, 09.09.2020), quien en una de las presentaciones públicas nos sugirió tener presentes las pautas a las cuales los autores tienen que adscribirse. A continuación, sintetizaremos lo que nos pareció más relevante reportar de todo lo que él nos platicó.

Cuando la SEP contrató al supervisor era agosto del 2017, de acuerdo con él, en ese momento se iniciaron las construcciones de las lecciones de los LTG de las tres asignaturas con las que él interactuó: español, matemáticas y ciencias. Fueron siete meses de arduo trabajo, pues en marzo del 2018 debían entregarse las lecciones finales para que la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuito (CONALITEG) tuviera tiempo de imprimirlos, encuadernarlos, empastarlos y distribuirlos Por supuesto que esta fue una restricción de tiempo importante, tomando en cuenta que además se atravesó el sismo del 19 de septiembre en la Ciudad de México, este dejó daños en los edificios donde se encontraban trabajando los autores y, por ende, retrasó el trabajo que se tenía empezado y alteró el ritmo de avance.

En siete meses y con un grupo de autores que provenía de diversas instituciones, parecía lógica la división de los ejes en el caso de matemáticas, ya hablamos en el Capítulo 2 de las implicaciones de dividir los ejes, no obstante, cabe mencionar que, frente a una restricción de tiempo de esta naturaleza, es entendible que la premura diera poco tiempo para pensar en aquellas. Ya en el primer

Capítulo mencionamos algunas cuestiones alusivas al contexto del Nuevo Modelo Educativo. De acuerdo con Fuentes (2018) las decisiones técnicas, organizativas y financieras que definirían la operación de la Reforma en todo el territorio nacional, se desenvolvieron en un escenario político sumamente complejo y conflictivo, debido a la resistencia por parte de los profesores con respecto a la evaluación. Es de esperarse que la resistencia a la evaluación durante los cinco años que habían transcurrido del sexenio representara una prioridad para los tomadores de decisiones y se aplazara la elaboración de los LTG, no por ello lo consideramos óptimo. Era necesaria la reestructuración de los contenidos en la reforma, como pudimos advertir en el primer Capítulo de esta tesis, así como la elaboración de nuevos LTG que estuvieran más estructurados y coincidieran con el currículum, sin embargo, también era necesario que se invirtiera mayor tiempo en esto, que los actores participantes en la elaboración de la propuesta curricular pudieran definir un solo camino, para facilitar el rumbo que seguirían los LTG y que los autores tuvieran la oportunidad de estudiar y discutir con mayor profundidad el enfoque que debía utilizarse, por ser los LTG materiales de apoyo al aprendizaje derivados de los planteamientos pedagógicos descritos en el Plan y Programas de Estudio.

Además del poco tiempo para la elaboración de los LTG, cabe mencionar la restricción de hojas que se tiene para la impresión de estos. De acuerdo con el supervisor, los autores se limitan al número de hojas que les permite la CONALITEG, aun asumiendo la pertinencia de esta restricción, ¿qué implicaciones tiene? Si una lección pretende extenderse por la naturaleza del contenido matemático, hay poca flexibilidad para que esto suceda, porque las impresiones se hacen en volumen, y se imprimen determinado número de hojas carta en una más grande tipo pliego. Constantemente hay tensiones entre los supervisores de contenidos y los autores, quienes en la toma de decisiones deben restringirse a lo que las exigencias técnicas les indican. Incluso hay otros actores que intervienen en la edición de las decisiones autorales, por ejemplo, los diseñadores e ilustradores, quienes modifican imágenes o figuras. Todo esto en un periodo de tiempo de siete meses o menos, resulta bastante apresurado. Incluso el supervisor narra que después del sismo de septiembre recuerda estar ajustando lecciones en la cena de navidad y año nuevo ¿estos contextos perjudicaron la elaboración de los LTG?, consideramos que sí.

Hasta ahora hemos hablado de las restricciones al momento de escribir los LTG y las limitaciones de publicarse tal como los autores los escriben, ya vimos que las pautas son rígidas, pero ¿qué sucedió antes de la escritura de los autores? Ya había una propuesta curricular que debía tomarse como referente, en ella se aludía a que el principal cambio era la reducción de aprendizajes esperados, basándose en los aprendizajes básicos e imprescindibles (Coll, 2013). Sin embargo, en el caso de ciencias naturales, el supervisor explica que los contenidos les parecieron, tanto a los supervisores de contenidos, como a los coordinadores de asignatura muy abiertos y sentían que hacían falta algunos para que los profesores llevaran a sus alumnos al logro de los aprendizajes. Por ello, decidieron aumentar la cantidad de contenidos para que, por medio de pasos más simples, se alcanzara el aprendizaje esperado.

Esta situación encuentra su equivalente en el grupo de autores de matemáticas y aunque no fue una decisión consensuada exógena a los autores, ya que como vimos, en el caso de ciencias, había más actores supervisando y proponiendo contenidos. En matemáticas, la propuesta curricular no plantea la división del aprendizaje esperado en pasos más pequeños de: “Lee, escribe y ordena números naturales hasta 100” ni tampoco de “Resuelve problemas de suma y resta con números naturales menores que 100”. Sin embargo, en el LTG-M1° se plantean lecciones en donde solo se trabaja con un número restringido de cantidades “Hasta el 15”, “Hasta el 30”, o “Hasta el 50” ¿cuáles son las implicaciones de esta división? Sadovsky (2019) señala que, definir lo que se tiene que estudiar en la escuela en un programa de estudios, implica que los contenidos queden separados de los problemas que les dan origen, por lo que se pierde su razón de ser y que se separen contenidos que en teoría tendrían que ir juntos. Las implicaciones de esta desincretización inciden en el enfoque de resolución de problemas, porque esos problemas intentan juntar los contenidos, pero como están separados en el programa y éste define para muchos autores la organización de las lecciones, entonces se dejan de lado los problemas o se plantean otros de menor calidad que se ajustan en una relación muy "directa" con el aspecto particular del concepto que se esté trabajando. Nos encontramos entonces frente a una dificultad que no es nueva y que ocasiona conflictos, como lo vimos en las lecciones de Diana, por ejemplo, cuando sus alumnos no tenían reparo en contar de *uno en uno* colecciones de 50 elementos, mientras que es muy probable que con una colección de cerca de 100 objetos no estuvieran dispuestos a hacerlo y a lo mejor estarían más dispuestos a buscar otra manera de hacer el conteo. En este sentido, las propuestas curriculares siempre representarán una dificultad para el enfoque de resolución de problemas, pues los contenidos quedan separados, ya sea porque así se empatan mejor con la evaluación, o con la organización en bloques, trayectos o lecciones. Sin embargo, podría existir mayor flexibilidad para que los problemas que propician la aparición de los conocimientos no queden separados de la organización de los contenidos curriculares, pero es un trabajo que lleva tiempo, que no se resuelve cambiando de autores cada sexenio, o cambiando el enfoque "pedagógico" por "humanista", como sucede con la actual administración. Se requiere un diálogo consciente en la noosfera que no esté presionado por el tiempo y que tampoco se apoye del sentido común, más bien que se apuntale en la experiencia de la investigación en currículum y didáctica para que pueda ser objetiva y efectiva.

Tiempo didáctico VS tiempo de aprendizaje

En el apartado anterior hablamos de las restricciones del número de hojas que tienen los autores para escribir las lecciones, pero no hablamos de otra restricción que es importante reportar y que Chevallard (1998) la plantea en términos de ficción y es que el tiempo didáctico coincida con el tiempo de aprendizaje de los niños. Es una ficción porque el tiempo disponible para la enseñanza está normado por tiempos institucionales y el tiempo de aprendizaje por procesos cognitivos individuales y colectivos en el salón de clases. Entonces, en la noosfera se deciden los contenidos que han de ajustarse a los tiempos para desarrollar un currículo, que en el caso de México se ajustan inicialmente a las horas lectivas (SEP, 2017), estas se refieren a las horas dedicadas al trabajo educativo escolar, sinónimo de horas de clase, para la primaria son 900 horas anuales. El currículo asigna un cierto número de horas lectivas semanales a cada espacio curricular, de manera que cada escuela pueda definir su organización específica; en el caso de la asignatura de matemáticas se delimita a 200 horas anuales. A su vez, estas 200 horas se dividen en cinco horas semanales que deberían ser dedicadas a la asignatura, de acuerdo con la SEP (2017) la duración de cada clase puede no ser de sesenta minutos, o sea que las escuelas son libres de decidir si se ve una sesión de 50 a 60 minutos diaria de matemáticas o si en un solo día se le dedican 120 minutos, etcétera. Lo cierto es que los autores de los LTG en conjunto con los supervisores de contenidos y los directores de asignatura tienen que ajustarse a esas 200 horas. En efecto, el LTG-M1° está organizado en 153 lecciones, en algunas de ellas se solicita que se trabajen más de 60 minutos, por lo que en esas 153 lecciones se repartieron los contenidos de los 3 ejes, como vimos en el primer Capítulo esto se hizo en trayectos distintos dedicados a un solo eje de entre 4 y 12 lecciones cada uno, en promedio hay 9 trayectos por bloque y 3 bloques.

Acomodar los contenidos en sesiones de 60 minutos también es un reto, sobre todo, cuando se pretende el logro de aprendizajes tan complejos como los analizados en las clases de las profesoras que participaron en esta investigación. Pretender, por ejemplo, que los niños de primer grado cuenten colecciones de diferentes maneras; de 3 en 3, de 7 en 7 y decidan que el conteo de *diez en diez* es el más fácil está totalmente fuera de las posibilidades cognitivas de los niños que recién empiezan la escuela primaria. Los autores del LTG-M1° asumen que este aprendizaje debe quedar comprendido para que, con base en éste, en las clases inmediatamente posteriores, (clases del trayecto 6), utilicen el agrupamiento de *diez en diez*, para resolver sumas en el tablero; o sea que, a pesar de que no han comprendido el conteo por agrupamientos, ni tampoco reconocido que, dentro de estos, el conteo de *diez en diez* es el más fácil, ahora se espera que lo empleen en la suma de cantidades. Nos encontramos entonces, frente a otra restricción que se deriva de la organización temporal de contenidos y ésta conlleva a la ficción: un contenido se estudia una vez y debería quedar aprendido por parte de los niños y, no hay posibilidad de retorno; como si el aprendizaje fuera lineal avanzando siempre hacia adelante y la dupla enseñanza-aprendizaje se diera en franca correspondencia. Sadovsky (2019) plantea que la posibilidad de estudiar los saberes vinculados a la problemática que les da origen implica una reconfiguración del tiempo; un tiempo que va y viene transformando saberes, en oposición a uno que avanza acumulando saberes. Pero esto podría tener posibilidades de realizarse en el aula, si en la noosfera se tomaran decisiones conscientes susceptibles de ser comunicadas a autores de LTG, supervisores de contenidos y directores de asignatura sobre la asunción de que la adquisición de conocimiento sucede en periodos de tiempo más largo a los previstos en la Propuesta Curricular del 2017; y que, el aprendizaje se realiza por aproximaciones sucesivas al conocimiento y no de manera lineal.

Los aprendizajes esperados se redujeron en la propuesta curricular del 2017 en relación a la del 2011; pero la partición de rangos numéricos para el tratamiento didáctico de los números hasta el 100, como vimos en el análisis de las clases, facilita su organización en los trayectos, sin embargo, no logra cuestionar a los niños sobre la pertinencia o no de usar el conteo *uno a uno*, que como pudimos ver en las clases de Diana y Mariana, aparecía recurrentemente en las maneras de proceder de los niños frente a las diversas tareas que enfrentaron en los trayectos estudiados. En el apartado 3.2, en la recuperación de las discusiones y conclusiones acerca de las prácticas de las profesoras ahondaremos en cómo la no consideración del tiempo didáctico se convirtió en un obstáculo para las clases de las profesoras.

Problemas cognitivos de los niños

Hasta aquí hemos visto restricciones de tipo institucional, pero ¿qué sucede con el aprendizaje de los niños? ya anunciamos en el apartado anterior, que este depende de procesos cognitivos individuales y que el tiempo previsto en la propuesta del LTG-M1° dista significativamente del tiempo de aprendizaje. En esta tesis, tal como lo delimitamos en el Capítulo 1, nos concentramos en los temas de Número Natural, Sistema de Numeración Decimal y sumas. Si bien anticipamos dificultades conceptuales a las que se enfrentan los niños cuando construyen conocimientos alrededor de estos temas en el Capítulo 1, los sucesos que se generaron en el aula al respecto nos permitieron mirar otras dificutades con mayor claridad, encontrando que juegan un rol fundamental en el transcurso de una clase. En el apartado 3.2 enunciaremos y analizaremos los momentos en que las profesoras se enfrentaron con las dificultades conceptuales de los niños, pero antes, vale la pena mencionar, que también resultó un reto para los autores, porque lo ha sido para la investigación en didáctica. Lerner y Sadovsky (1994) reportaron lo complejo que ha sido generar las condiciones didácticas para que los conocimientos alrededor del SND emerjan fácilmente en los niños, pero ¿por qué es tan difícil para los niños apropiarse de estos conocimientos?

Cabe recordar que el desarrollo de las características de funcionamiento del SND se fueron configurando a lo largo de 4500 años de historia (Ávalos y Solares, 2017), como lo vimos en el primer Capítulo, el SND es resultado de la articulación de varios sistemas de numeración usados en la antigüedad (Bartolomé y Fregona, 2003), por ello, es de esperarse que los conocimientos que los niños generan alrededor del SND no sean tan fáciles de aprender. Por ejemplo, la asunción de que un 3 en la posición de las unidades equivale a tres elementos, pero en la posición de las decenas equivale a 3 conjuntos de 10, que fue una de las dificultades de los alumnos de Diana y Mariana, ha sido reportada por Bedoya y Orozco (1991) como un problema que tiene su origen en que la decena constituye una unidad cuyo valor relativo a los objetos discretos y análogos es diez, es decir, diez elementos sueltos no constituyen por sí solos una decena a no ser que en la mente de las personas se configure como una unidad a partir de algunas relaciones y operaciones complejas; una decena es una unidad de orden superior al de las unidades que la conforman. De acuerdo con Cid, Godino y Batanero (2003) quienes estudiaron cómo surge la noción de valor posicional en los niños, encontraron que ésta se va construyendo lentamente y que los niños aprenden a escribir números sin ser enteramente conscientes del valor que representa cada cifra, son las similitudes de los sonidos las que permiten leer y escribir correctamente números de dos cifras, más que una correcta interpretación del número en términos de decenas y unidades.

Pero ¿qué sucede con el empleo de material concreto para la representación de la decena? recordemos que el libro sugiere materializarlo por medio de los tableros de 10 o de agrupamientos con fichas, Moreno (2016) reportó en su investigación las etapas por las que pasan los niños en la construcción de la noción de decena haciendo uso de material concreto: en primer lugar, los niños modelizan con los grupos de 10, pero siguen contando de *uno en uno* las unidades que componen las decenas, posteriormente, cuentan las modelizaciones de *diez en diez* y, finalmente, identifican a los grupos de 10 como decenas y a las sueltas como unidades. Podríamos concluir hasta aquí, que se trata de un proceso que se alcanza lentamente por medio del uso de material concreto, sin embargo, el empleo de diversos materiales para representar la decena ha sido criticado; Lerner y Sadovsky (1994) plantean que en estos casos la posición deja de ser relevante para entender de qué número se trata ya que, sea cual fuere el orden en que estén colocados los agrupamientos y las sueltas, el total de elementos será siempre el mismo, además explican que la noción de agrupamiento no es el origen de la comprensión de la posicionalidad, los chicos descubren este principio de manera totalmente independiente de las acciones de agrupar y reagrupar objetos, lo elaboran a partir de su acción intelectual sobre las escrituras numéricas que los rodean. Entonces, además de tener presentes todos los problemas cognitivos con los que los niños pueden enfrentarse al momento de aprender el SND, también cabe preguntarse si el material con el que se sugiere llevar a cabo las lecciones está siendo realmente de ayuda o si sería mejor sustituirlo, pues como vimos, no favorece la estructura cognitiva de los niños sobre el valor posicional así como el agrupamiento; por ello, desde nuestro punto de vista conviene suprimirlo de las lecciones de número y fortalecer otros recursos que, de acuerdo con otras investigaciones, han tenido mejores resultados, como lo son los tableros de 100 para la búsqueda de regularidades y que los niños se pregunten luego a qué obedecen (Quaranta, Tarasow y Wolman, 2003).

O bien, valdría la pena revisar la propuesta sobre enseñanza del SND en los LTG de Matemáticas Primer Grado y Matemáticas Segundo Grado editados por la SEP en 1993 y 1994 respectivamente en la que se asume que los niños no van a comprender la posicionalidad con base en los agrupamientos -como bien lo señalan los estudios de Lerner y Sadovsky (1994)-, por lo que la secuencia didáctica enfrenta a los niños primero a la estructura recurrente de los agrupamientos y posteriormente a la representación simbólica de éstos; en la que no es relevante la posición porque recurren al código de color que identifica a cada tipo de agrupamiento. Sin embargo, cuando se bloquea en la comunicación entre los niños el uso de color, como lo señalan Fuenlabrada y Sáiz (1981b), ellos llegan a sugerir la posición como indicador del tipo de agrupamiento y toman acuerdo sobre esto, salvo que deciden empezar la escritura de los números de izquierda a derecha (unidades-decenas-centenas) y no de derecha a izquierda como sucede en la representación numérica convencional y lo sugiere el nombre de los números. En la secuencia didáctica apoyan su razonamiento en dos tipos de materiales uno que les permite tener a vista los agrupamientos y otro en el que éstos son vistos como unidades de órdenes diferentes.

Exceso de texto en las lecciones

Ya hemos visto que los autores tuvieron una serie de limitaciones a las que se restringieron para poder concluir la publicación del LTG-M1°, mencionamos también que interactuaron hasta el final con ilustradores y diseñadores.

No obstante, hubo otro inconveniente que enfrentaron las profesoras al trabajar con las lecciones del libro; éste es la cantidad de texto y la dificultad de los niños para poder leer las lecciones y consecuentemente responder las preguntas que se les plantean. Es muy probable que estas características del libro también hayan tenido poca oportunidad de ser reflexionadas por los autores por falta de tiempo. Sin embargo, es necesario hacer una revisión de las lecciones y ajustar la cantidad de texto utilizado ya que los niños no pueden acceder a éste por falta de competencia lectora y, en consecuencia, las profesoras tienen que hacer comentarios del tipo: *busquen en el tercer renglón una rayita*, *ahí van a poner el resultado que encontraron*, lo que no deja de desviar la atención de los niños y un problema más para resolver por parte de las maestras.

En la revisión del LTG-M1° se puede observar cómo la mayoría de las lecciones de número tienen una serie de instrucciones, casi siempre del 1 al 4 que ocupan la mayor parte de la hoja, por ejemplo, en el trayecto 8 titulado *Hasta 30* la lección número 8 contiene instrucciones como las siguientes (SEP, 2018:70):

- Cada uno coloca la misma cantidad de fichas en su caja
- Uno duerme y el otro agrega o quita fichas de su caja
- El despierto entrega tarjetas al dormilón con el número de fichas que agregó o quitó con el signo + o -.
- El dormilón agrega o quita fichas a su caja, de acuerdo con las tarjetas que le dio su compañero.

Si bien se explica cómo llevar a cabo el juego, esta consigna podría darla la profesora, la imagen que acompaña a la lección tiene dos niños jugando al *dormilón*, pero solo ilustra un momento del juego, sin acompañar con algún dato. Otras lecciones, en cambio, tienen una imagen de la que se pretende que los niños extraigan información para responder preguntas o bien que completen tiras de números o tableros. Estas dos últimas resultan más pertinentes de emplear, ya que cumplen con la función no sólo de ser atractivas para los destinatarios, sino que funcionan como lo que Block y Fuenlabrada (1995,1996) han definido como imagen didáctica, diseñadas para que los niños interactúen con ellas, obtengan la información que necesiten en función de lo que las lecciones les plantean y, en caso de que lo consideren conveniente, les sirvan de apoyo a sus razonamientos. De acuerdo con Fuenlabrada (2005) en una imagen didáctica, los niños y no los maestros son quienes deben encontrar los datos que hacen falta para resolver los problemas. Si bien sabemos que la decisión de los autores no fue necesariamente emplear problemas como el medio para adquirir conocimientos matemáticos, sino como una aplicación de lo aprendido a partir de las actividades para el desarrollo del sentido numérico, tendría más sentido utilizar imágenes que fueran aprovechadas por los niños para resolver, que aquellas que solo se emplearan para ilustrar las lecciones sin ningún fin didáctico.

Cierres de lecciones frágiles

Como mencionamos en los capítulos anteriores, en el Libro para el Maestro se sugiere un recorrido metodológico para gestionar las clases que se asemeja mucho al construido por la TSD. En este se alude a que el cierre de las clases (SEP, 2018: 34) “es la parte sustantiva del trabajo de cada lección; en éste se debe promover la participación de los estudiantes para que compartan sus procedimientos, razonamientos, argumentos e incluso comenten errores propios y los de sus compañeros". Este momento de la clase se asemeja a la institucionalización de la TSD, aunque los autores del eje Número, álgebra y variación no se hayan posicionado desde este enfoque, parece que un acuerdo tomado en el Libro para el Maestro es darle una importancia fundamental al cierre de las lecciones, ya que en éste se consolidan algunos conocimientos alrededor del saber matemático que se trabajan durante la sesión.

No obstante, al analizar la gestión de las clases y particularmente las preguntas propuestas en todas las lecciones estudiadas del LTG-M1° para cerrar las sesiones, encontramos que éstas distan mucho de lo sucedido en la clase. Por ejemplo, en la primera lección del trayecto 3 bloque 2, después de una clase que pedía mucho de los niños y que evidentemente no se cumplió; en el cierre se solicita que de las diferentes formas de contar que utilizaron digan cuál les parece mejor y por qué. Como los niños manifestaron solo una forma de contar (de *uno en uno*), el cierre quedó a modo de discurso de la profesora destacando algunos sucesos de la clase y Diana ni siquiera planteó la pregunta porque resultaba fuera de lugar; por lo que no hubo un cierre en el sentido esperado por los autores de la propuesta. Después, en el mismo trayecto, pero en la lección 2, que se trataba de colecciones dibujadas, nuevamente aparece un cierre que pregunta a los alumnos: "¿Qué estrategias usaron en el salón para contar?" Como los niños usaron nuevamente solo el conteo *uno en uno*, una vez más, quedaron en la expectativa de los autores las otras maneras de contar que no fueron empleadas por los alumnos; más bien la profesora, con una posición topogenética alta, sugirió en el transcurso de toda la lección el conteo de *diez en diez*.

En el caso de la profesora Mariana quien gestionó el trayecto 6 del mismo bloque, recordemos que, en la lección 4 el juego se trataba de tirar 4 dados en parejas y sumar los dos turnos de los resultados de las 8 caras. La profesora no atendió al cierre sugerido por el LTG-M1° que es la pregunta: “¿Cómo calcularon el total de las fichas de cada ronda?” Como pudimos advertir en el Capítulo anterior, hubo muchas dificultades para gestionar el uso de los materiales por lo que los niños se distrajeron del objetivo de la clase; el cierre apunta que los niños comenten sobre las diferentes formas para sumar que podrían haber utilizado: cálculo mental, sobreconteo, o estimación; pero tampoco estuvo en las posibilidades cognitivas de los niños echar mano de dichas estrategias; aunado a que la estimación fue un recurso que los niños utilizaron muy poco. No obstante que, para los autores, ésta era la estrategia para utilizar en las tres clases de Mariana. En la lección 5 del mismo trayecto, el cierre propuesto también es distante a lo que los niños pudieron lograr en la clase. La maestra les pregunta si *¿pueden saber mentalmente cuántos tableros se completan?* y *¿cómo?* pero los niños estaban lejos de poder estimar el número de tableros que emplearían para hacer las sumas. Finalmente, en la lección 6, aunque se sugiere el empleo de los tableros de 10 para realizar las sumas, con la consigna de que si los usan deben explicar cómo sumaron; ante la imposibilidad de dar explicaciones los niños trabajaron con el tablero, que además estaba sobrevalorado por su maestra. En la clase cuando la docente pregunta a los niños *si pueden calcular el total de puntos sin usar tableros*, éstos no saben que contestar. Hubo una tensión en los alumnos durante toda la clase sobre cómo sumar ‘de otra forma’ y qué era lo que realmente esperaba su maestra cuando decía esto: ¿a través del cálculo mental?, ¿por sobreconteo?, o bien ¿calculando primero decenas y después unidades? o ¿utilizando los tableros de 10? Al final si bien, los niños dieron respuestas más o menos orientadas por la maestra, sobre cómo podrían haber sumado sin usar los tableros de 10, de alguna manera la docente bloqueó la posibilidad de explorar otras formas de hacerlo.

En este sentido, valdría la pena añadir una sección en las sugerencias didácticas de cada una de las lecciones, donde las profesoras tengan acceso directo a lo que se espera que se discuta en los cierres y también una explicación detallada sobre cómo se espera que lo hagan. Es decir, si en las sugerencias generales se alude a que se debería "promover la participación de los estudiantes para que compartan sus procedimientos, razonamientos, argumentos e incluso comenten los errores propios y de sus compañeros" (SEP, 2018a) los cierres podrían ir más allá de una simple pregunta, que como vimos en las clases analizadas, las profesoras a veces ni siquiera alcanzan a abordarlas. A la vez que, es un espacio que no propicia discusión entre los niños ni ninguna explicación sobre el conocimiento que debería quedar instaurado. Además, si es la parte sustantiva de la clase, como se anuncia en el Libro para el Maestro, podrían tener un mejor sustento en las preguntas de las lecciones para que los docentes tengan la posibilidad de una mayor y mejor consolidación.

El sentido numérico

En el Capítulo 2 ahondamos sobre la distancia entre el sentido numérico y la TSD y cómo esta perjudicó de algún modo las clases de las profesoras Diana y Mariana. Pero ¿es el sentido numérico una noción útil?, ¿tiene implicaciones positivas sobre el aprendizaje de los niños?, ¿podría abordarse de una forma distinta en el libro, para que su impacto fuera más provechoso? A continuación, intentaremos responder a estas interrogantes, que surgieron en el análisis de los datos empíricos reportados en el Capítulo anterior, cuando hicimos una recopilación sobre las críticas que el sentido numérico ha tenido en la investigación. Se trata de una noción polémica; así como es fuertemente criticada, también hay investigaciones que la valoran positivamente; incluso como vimos, es la base de algunos planes de estudio de matemáticas en otros países del mundo.

Recordemos ahora algunas definiciones expuestas en el segundo Capítulo acerca del sentido numérico: “intuición sobre los números, habilidad para realizar cálculos de más de una manera, capacidad para comprender patrones, cálculos mentales flexibles, hacer inferencias lógicas sobre situaciones problemáticas, conciencia y comprensión de lo que son los números en términos de sus diversos usos e interpretaciones, relaciones entre los números no limitadas por algoritmos tradicionales” (Verschaffel, Greer y De Corte, 2007; Wagner y Davis, 2010; Pitta-Pantazi, 2014; Can y Özdemir, 2019; Sood y Jitendra, 2007; Kathotia, 2009; Kuhn y Holling, 2014; Çekirdekci, Şengül y Doğan, 2018), y quizá una definición integral como la que publicó el INEE en 2014: “conjunto de conocimientos, intuiciones, habilidades acerca de los números, que permite emplearlos con flexibilidad y creatividad, desarrollando estrategias numéricas propias” (García, 2014). Tenemos entonces una serie de definiciones que vale la pena analizar, por ejemplo, la habilidad para realizar cálculos de más de una manera y que estos no estén limitados por algoritmos tradicionales es una apuesta interesante que vale la pena desarrollar en los niños. O bien, también resulta interesante desarrollar en los estudiantes las habilidades de cálculo mental y la estimación, que de acuerdo con Monchón y Vázquez (1995) son habilidades que involucran procesos cognitivos sustancialmente diferentes a los algoritmos de lápiz y papel. El algoritmo de lápiz y papel trabaja separadamente con los dígitos de los números; en cambio el cálculo mental es holístico, ya que la persona mantiene la identidad de los números completos. El algoritmo para una operación es fijo y todas las personas lo aplican igual. El cálculo mental es variable; es decir, un mismo cálculo puede ser resuelto de muchas formas. Los algoritmos son generales y se aplican igual a una operación sin importar los números. En cambio, el cálculo mental es flexible, ya que un mismo individuo puede usar diferentes estrategias para resolver diferentes cálculos aritméticos.

Por su parte, el cálculo estimativo se usa frecuentemente para resolver problemas aditivos o multiplicativos cotidianos en los que una respuesta aproximada es suficiente.

Desarrollar estas habilidades en los niños es importante para que su pensamiento sea flexible respecto a los números y no tengan una estructura rígida sobre cómo operar con ellos. No obstante, las implicaciones positivas enunciadas al desarrollar el sentido numérico en los niños, se tiene que, como vimos en el Capítulo anterior, las actividades que se plantean en el LTG-M1° para que estas habilidades se desarrollen en los niños, no necesariamente pueden integrarse en una sola lección con el enfoque de resolución de problemas y en consecuencia con las propuestas de gestión que se sugieren en el Libro para el Maestro para implementar en el aula las lecciones.

Si bien en las lecciones del LTG-M1° hay actividades interesantes sobre cálculos flexibles con los números, éstas se desfasan de lo que esperan las profesoras de acuerdo con el recorrido metodológico de cada lección; lo que por desconcertante es contraproducente en el hacer de las docentes, quienes se empeñan con diversos recursos porque las cosas resulten como los autores anticipan que deben suceder; instalándose en la clase una sola manera de resolver el cálculo, para su aplicación posterior en la resolución de problemas, lo que significa un retroceso en los planteamientos metodológicos para la enseñanza de un conocimiento, característico de las prácticas docentes anteriores a la década de los noventa de siglo pasado. Por lo que consideramos que apelar al enfoque de resolución de problemas resultaría más provechoso. Es decir, el desarrollo *per se* del sentido numérico en los niños si bien es importante para favorecer un pensamiento flexible, éste se circunscribe al conocimiento de los números y sus relaciones; dejando sin resolución didáctica que estos conocimientos (números y sus relaciones) se constituyan en una herramienta para resolver problemas en los que sea necesario que los niños desarrollen, en primer lugar, su capacidad para establecer la relación entre los datos en función del contexto en el que éstos aparecen; y en segundo lugar, que tengan un recurso para resolver el cálculo involucrado en el problema que, en todo caso es subsidiario del desarrollo del sentido numérico (Fuenlabrada, 2009). Es decir, este último puede resolverse de diversas maneras; manipulación mental de los números -cálculo mental-, o cualquier tipo de algoritmo incluido el convencional para a través de una manipulación simbólica de los números.

Sin embargo, las actividades para el desarrollo del sentido numérico, como vimos en el Capítulo 2, se quedan cortas en la medida en que, de pregunta a pregunta en cada lección, se minimiza el tiempo necesario y cuestionamiento para que los niños dejen de lado el conteo *uno a uno* y éste ceda su lugar a estrategias de conteo por agrupamientos y con ello los niños estén en posibilidad de reconocer el conteo de *diez en diez*, como el más económico y pertinente. Al margen, desde luego de que este proceso sea suficiente para propender a la compresión significativa del conocimiento matemático.

3.2 Discusiones sobre las transposiciones de las profesoras

La pregunta principal de investigación sobre el nivel transpositivo de las profesoras fue ¿Qué trasposiciones didácticas llevan a cabo dos maestras de primer grado cuando implementan en sus grupos las resoluciones didácticas sugeridas tanto en el LTG-M1º como en el Libro para el Maestro? ya en el Capítulo 2 anticipamos todas las dificultades que las profesoras enfrentaron respecto a tener en sus manos un enfoque híbrido, a lo que se adicionan sus saberes docentes, los problemas cognitivos de los niños e incluso algunas restricciones de tiempo. A continuación, ahondaremos al respecto.

Tiempo para la enseñanza vs tiempo de aprendizaje

Tal como lo expresamos en el apartado anterior sobre el LTG-M1°, la ficción de que el tiempo disponible para la enseñanza coincida con el tiempo de aprendizaje (Chevallard, 1998) es un reto fundamentalmente para los autores de los libros, quienes deben tomar en cuenta los tiempos disponibles para la enseñanza determinados por el Plan y Programas de Estudio; por lo que si los autores del libro no los toman en cuenta, esto genera problemas diversos a los profesores en el momento de pretender implementar con su grupo las sugerencias provenientes del libro y esto evidentemente tiene consecuencias en el aprendizaje previsto para los estudiantes. Los autores del Libro de Texto Gratuito no lograron controlar ese tiempo previsto oficialmente para la enseñanza de la matemática en primer grado; a la vez, que las profesoras Diana y Mariana echaron mano de diferentes estrategias porque, con claras intenciones, estaban empeñadas en que todos sus estudiantes avanzaran conforme a la programación oficial.

Desde la primera lección, Diana tuvo claro que lo que se solicitaba en el LTG-M1° —las diferentes formas de contar— era algo imposible de lograr para sus alumnos, quienes solo podían hacerlo de *uno en uno* y recitar la serie de *diez en diez.* Con base en que los niños no mostraron ningún indicio de poder contar por agrupamientos los objetos de la caja de sorpresas, Diana apresuró la cronogénesis del saber instaurando las torres de 10 como la manera más rápida de contar. Cabe aclarar, que no había otra manera de hacer avanzar la clase, el agrupamiento no es algo que surja en los niños para contar cantidades menores a 50 elementos, se requiere que enfrenten el conteo de cantidades mayores para que estén en la posibilidad de abandonar su estrategia de conteo de *uno en uno* y con ello se animen a explorar otras formas de resolver el conteo. Para la segunda lección, Diana tenía absoluta claridad respecto a que los niños no iban a agrupar de 3 en 3, ni de 7 en 7 para responder la cantidad de elementos de una colección; pero sí podían hacer agrupamientos si algún compañero lo solicitaba y con base en la conservación de la cantidad, podrían darse cuenta de que la cantidad de elementos de la colección no dependía de la forma como estuvieran agrupados los elementos.

El problema para Diana fue que los niños no recurrieron a la conservación de la cantidad para, una vez hechos los agrupamientos, decir que siempre salía, por ejemplo 35 elementos. En su lugar contaron nuevamente de *uno en uno* los elementos de cada agrupamiento pasando de uno a otro de manera continua, para responder a la pregunta sobre la cantidad de elementos de la colección. Diana después de observar las idas y vueltas de los niños decidió en la última lección, privilegiar el conteo de *diez en diez* al solicitar explícitamente que con ese tipo de agrupamiento contaran las colecciones dibujadas. Resultó interesante ver durante las tres sesiones de clase, cómo a pesar de que los niños no daban muestra de avanzar hacia al conocimiento que el LTG-M1° pretendía manifestaran, Diana se empeñó en que esto sucediera sugiriéndoles una y otra vez el conteo de *diez en diez*, hasta que lo instauró como la manera en que ella esperaba que resolvieran el conteo, bloqueando, en principio, el que los niños insistían en utilizar: el conteo de *uno en uno*.

En el caso de Mariana, el tiempo previsto para la enseñanza también le resultó un obstáculo, ella tenía clara una cosa; una lección de 50 minutos no era suficiente para hacer que los conocimientos esperados en el LTG-M1° se instauraran y quedaran comprendidos por la mayoría de los niños. Como vimos, a diferencia de Diana que tenía una posición topogenética alta para avanzar en la cronogénesis, Mariana avanzaba lentamente introduciendo actividades que ayudaran a los niños a comprender la lección, sus clases duraron siempre más de dos horas, no porque las horas lectivas estuvieran previstas de esa forma, más bien, ella alargaba las clases, —quizá por la presencia de la observadora, ya que puede anticiparse que este ritmo es imposible de sostener durante todo el ciclo escolar— porque consideraba necesario que los conocimientos pretendidos en el LTG-M1° quedaran bien comprendidos; a la vez que anticipaba que esto no iba a ser posible en los 50 min. previstos para cada lección.

Desde la primera clase enfrentó la excesiva cantidad de material sugerida en la lección, dicho exceso fue un distractor para que los niños avanzaran a pesar de las dos horas de clase; Mariana intentó subsanarlo en la segunda clase, donde redujo la cantidad de material. No obstante, surgió otro problema: los niños no pudieron estimar el número de tableros que deberían tomar para resolver la suma planteada. Finalmente, el problema de la última clase observada fue encontrar otras formas de sumar diferentes al tablero de 10, Mariana dejó avanzar el tiempo de aprendizaje, es decir, no intervino en decir a los niños cómo resolver; aunque fue muy difícil para los niños comprenderlo, al final un alumno sugirió la suma primero de decenas y después de unidades. Al ser la respuesta esperada, Mariana quedó satisfecha con lo que ese niño había avanzado en la clase, pero seguramente no fue un logro de los otros alumnos, aunque sí significó un cierre que de algún modo salvó la intención de Mariana basada en las pretensiones del LTG-M1°.

Problemas cognitivos de los niños

También nos referimos en el apartado anterior a que, en el aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal para los niños entre los 6 y 7 años, subyacen dificultades cognitivas en la conceptualización de algunos aspectos. Veamos primero, cómo sorteó Diana las que sobre este aprendizaje tuvieron sus alumnos.

Recordemos que en la primera lección los niños de Diana armaron torres de 10 elementos, que su maestra les pidió, para que tomándolas en cuenta dijeran cuántos objetos eran; no obstante, al pasar Diana a verificar los resultados en cada equipo y a que le contaran cómo lo habían encontrado, se dio cuenta que, aunque las torres de 10 elementos estaban armadas, éstas no habían llevado a los niños al conteo de *diez en diez,* sino a ratificar su conteo de *uno en uno*. En el primer equipo Diana les permitió hacer el conteo de *uno en uno*, pero al cambiar de equipo sugirió el conteo de *diez en diez,* solo para verificar, no sin cierto asombro y preocupación, que los niños sabían recitar la serie de *diez en diez,* pero que no les servía para contar porque que no la ponían en correspondencia uno a uno con cada torre y en consecuencia no consideraban los elementos sueltos; es decir, si había 52 objetos, los niños recitaban la serie hasta el 60. Diana insistió en que no siguieran con las decenas, sino que, a partir del 50 consideraran los elementos sueltos. Esto sucedió con todos los equipos, no obstante, las aclaraciones de Diana, los niños siempre se seguían hasta la siguiente decena. Durante el resto de la clase, Diana pidió a los niños que reconocieran los elementos sueltos y los registraran, después de muchos intentos los niños lograban decir *que tenían 4 sueltas* o *que les sobraban 4*. De la segunda clase de Diana hemos hablado en otros apartados, aquí solo cabe resaltar que la conservación de la cantidad no es un objeto de la enseñanza, sino que compete al desarrollo (Ressia, 2003) y se consolida en los niños entre los 7 y 8 años, los alumnos de Diana rondaban los 7. Sin embargo, al margen de esto, parece ser que la pretensión de Diana no era enseñar la conservación de cantidades sino que, sin considerar que sus alumnos tuvieran o no consolidada la conservación, quiso apelar a ella para que se dieran cuenta que, de las diferentes maneras de agrupar los elementos de una colección, se tiene que: en primer lugar, el total de elementos no cambia y en segundo lugar, de todos los distintos agrupamientos, el de 10 es el que permite contar más ‘fácilmente’ que cualquiera de los otros; cabe mencionar que algunos alumnos sí creían que, al acomodar de otra forma las fichas se obtenían cantidades diferentes, para éstos niños todavía el discurso de su maestra distó mucho de sus posibilidades de aprendizaje. Para finalizar, recordemos que en la última sesión Diana se enfrentó al valor relativo del 3 en las decenas, cuando les preguntaba a los niños la cantidad final de una colección dibujada, ella esperaba que dijeran que tenían 3 montones de 10, pero los niños siempre dijeron que tenían 35, pese a la pregunta insistente de su profesora: *¿cuántos montoncitos tengo?,* a Diana no le quedó más que ceder ante la respuesta de los niños que siempre fue *treinta y cinco* porque esa era la cantidad total de la colección y además la registrada.

En el caso de Mariana, entre las dificultades que enfrentó hubo una similar a la de Diana. Desde la primera lección los niños utilizaron los tableros de 10, Mariana les pedía que dijeran cuántos tableros tenían llenos, por ejemplo, para 32 fichas Mariana esperaba que los niños respondieran que tenían 3 tableros llenos, nuevamente el valor relativo de 3 en el lugar de las decenas, pero los niños siempre dijeron que eran *treinta*, a pesar de la insistencia de su profesora en preguntar *¿cuántos tableros?* Otro conflicto que enfrentó Mariana, también en la primera clase, fue cuestionar sobre cuántas fichas sueltas (que no completaban un tablero de 10) tiene el número 35, ella esperaba que dijeran cinco, pero los niños repitieron una y otra vez *treinta y cinco*, porque ese era el número total de fichas, fue hasta que Mariana insistió en que el '5' tenían que separarlo en el 35, lo empezaron a hacer, pero no porque comprendieran el valor posicional de los números, sino por la insistencia de su profesora al señalar únicamente al número que estaba a la derecha, el '5' en el 35, por ejemplo. Al ver los conflictos que se generaron en los dos grupos y habiendo éstos trabajado con diferentes materiales, podemos especular que las dificultades cognitivas sobre el valor relativo de los signos numéricos en la representación del SND de los números, es un componente del conocimiento que habría que seguir explorando desde lo didáctico para solventar dichas dificultades.

Los saberes docentes de las profesoras

Hasta ahora hemos hablado de todos los factores externos que de alguna manera influyeron en las clases de las profesoras y de cómo echaron mano de una estrategia tras otra para hacer avanzar el conocimiento en sus alumnos hacia lo esperado en cada lección. No obstante, es importante mencionar que dentro de todo lo que hicieron para que sus clases funcionaran, también estuvieron sus saberes docentes, a continuación, ahondaremos al respecto.

En la primera clase de Diana, recordemos que omitió solicitar a los niños el registro de las cantidades de su caja de sorpresas, tal como lo solicitaba el LTG-M1°. Al preguntarle por qué razón se había saltado ese paso, su respuesta fue que los niños no tenían completo su proceso de lectoescritura, por lo que les sería imposible escribir. Esta justificación es parte de lo que Diana ha aprendido en su carrera como docente, para ella, los niños de primer año están consolidando su proceso de lectoescritura y antes de que esto suceda es imposible que hagan registros. Sin embargo, se ha demostrado que desde el preescolar los niños pueden hacerlos para comunicar cantidades con recursos gráficos diversos en los que no necesariamente usan los números (Fuenlabrada, 2009), es probable que la poca experiencia de Diana con niños pequeños, de primer grado, le haya llevado a alimentar esta creencia.

Una dificultad de las dos primeras clases de Diana fue repartir diferentes cantidades de objetos a todos los equipos, ya que, al momento de hacer la verificación, todas las cantidades eran distintas. Este registro en la puesta en común fue confuso, por ejemplo, mientras Diana registraba 35 objetos de un equipo, otro equipo decía que tenía 38, adicionado a que la maestra tenía en el pizarrón un registro para anotar resultados que admitía anotar el de un solo equipo cuando había cinco; explicar lo que pasaba con resultados distintos y el registro de uno solo de ellos fue problemático tanto para la maestra como para los niños que no atinaban a saber de qué cantidad se estaba hablando. Además, la situación no era la puesta en común del resultado de una situación que se prestara a respuestas diferentes y esto pudiera suscitar eventualmente la discusión entre los niños; desde el planteamiento de la situación, al entregar a los equipos cantidades diferentes, los resultados iban a ser distintos.

Es probable que para Diana entregar la misma cantidad de objetos a todos los equipos le pareciera demasiado ‘sencillo’, pero desde la perspectiva de los niños todos iban a enfrentar un problema de conteo, tampoco advirtió que de esta manera el registro de un solo resultado era factible si a partir del primero anotado, los niños se hubieran pronunciado sobre si su resultado coincidía o no con aquél. Y de esta manera si hubiese puesto una situación de puesta en común de resultados y no solo la revisión de resultados sin ningún anclaje en discusiones posibles con base en diferencias detectadas.

Las confusiones de las docentes entre una situación de cierre de clase que refiere a una revisión de resultados para deslindar correctos de incorrectos con la que, en la metodología de enseñanza propuesta, se denomina como: puesta en común de resultados, se observa en las clases de Diana.

A los maestros en general, todavía les cuesta trabajo reconocer el valor para el aprendizaje matemático de los niños que supone este espacio de puesta en común, por lo que persiste la tradicional revisión de resultados para terminar la clase. La puesta en común de resultados, sugerida en la propuesta, tiene como finalidad mostrar no solo que las maneras de obtener un resultado conllevan a formas de resolver que pueden ser diferentes y que frente a resultados diferentes que debieran ser iguales, es necesario empezar a encontrar explicaciones

La segunda clase de Diana fue dedicada a la conservación de la cantidad; de acuerdo con Ressia (2003), desde la década de los setenta la transposición directa de la teoría de Piaget al aula es un hecho recurrente, es probable que en la época en la que Diana fue formada, se enseñara indebidamente la conservación de cantidades a los niños y que posteriormente, ella en su carrera normalista haya reforzado este saber y por ello lo haya evocado para organizar su clase. Finalmente, en la tercera sesión recordemos que Diana cometió varios errores de conteo en las colecciones dibujadas, si bien encontró el resultado correcto al contar las colecciones nuevamente;

esta situación podría haberse evitado si hubiera hecho una revisión previa más cuidadosa de las actividades del libro; ya que una vez metida en el lío de resultados que no coincidían, contó las colecciones de *uno en uno* frente a los niños, cuando durante toda la lección había promovido el conteo de *diez en diez*.

Respecto a Mariana, recordemos que durante las tres observaciones las clases fueron excesivamente largas, ella sabía que algo andaba mal con el LTG-M1° pues había notado que los niños no lograban en 50 minutos, responder ni tampoco proceder en apego a lo esperado en las lecciones, incluso a veces (como hemos visto) sus posibilidades distan mucho de lo esperado. Ya hemos explicado en el Capítulo 2 y en el apartado de discusiones sobre el libro por qué razón 50 minutos son insuficientes.

Al margen de esto, es importante señalar, que dentro de los saberes de Mariana hay algo interesante. Ella considera que los niños deben escribir mucho más de lo que les pide el LTG-M1°, a veces solo hay una línea que los niños deben llenar y Mariana pensaba que eso no era suficiente porque para que los niños aprendieran algo durante la clase, tenían que saber escribirlo y por ello hacía ejercicios adicionales en la libreta de los niños, donde tuvieran que formar una frase con sus resultados, llenar una tabla, registrar resultados de sumas y estimaciones, etc.

Actividades sofisticadas

En este apartado mencionaremos un tipo de transposiciones que las profesoras hicieron a las lecciones y que denominamos: actividades sofisticadas. Porque, de acuerdo con lo que pudimos observar, los niños estuvieron lejos de comprenderlas, les costó mucho trabajo seguir lo que la profesora planteaba y por tanto tuvieron poco sentido para ellos, sin embargo, las docentes se empeñaron en prepararlas una clase antes y según expresaron, ellas mismas las diseñaron; nos referimos a las tablas de doble entrada que ambas profesoras elaboraron, a continuación, ahondaremos en ello.

En el caso de Diana, recordemos que la segunda sesión la realizó con base en una tabla de doble entrada, donde solicitó a los niños que registraran, inicialmente, en una columna titulada *figura*, el dibujo de las torres que resultantes con la cantidad de fichas que tenían (torres de 4, de 8 y de 10). Posteriormente, en la segunda columna bajo el rubro *conjuntos*, les pidió que registraran la cantidad de torres que habían armado, en la columna siguiente etiquetada como *sueltas* debían registrar las piezas que les hubieran sobrado al armar las torres y, finalmente, en la última columna debían registrar el total. Ya analizamos en el segundo Capítulo la dificultad de llenar esta tabla, aquí conviene mencionar que para los niños representó los siguientes retos: el trazado de la tabla; tener la posibilidad de seguir a su maestra quien registraba los diferentes resultados de todos los equipos y llenar correctamente los espacios de la tabla. La mayoría de los niños cometió errores al momento de llenar la tabla anotando resultados donde no correspondían; no obstante, esto no era importante para Diana quien se esforzó durante toda la clase en que todos los equipos anotaran en la última columna, el mismo resultado ya que la clase se trataba de la conservación de cantidades y el total era el único que no cambiaba.

La justificación de Diana sobre la elaboración de esta tabla fue que los niños en los siguientes grados, especialmente en 5° y 6°, hacían tablas de doble entrada todo el tiempo y era mejor que se fueran acostumbrando. Sin embargo, esta decisión de iniciar a los niños de primero en la elaboración de estas tablas se contradecía con la decisión de la primera clase de no pedirles a los niños que registraran por el hecho de que no habían consolidado su proceso de lectoescritura, cabe mencionar que, la elaboración de esta tabla requería de un esfuerzo mucho más grande que el registro de las cantidades de la primera clase.

En el caso de Mariana, recordemos que la tabla de doble entrada se presentó en la primera clase, cuando solicitó a los niños el registro de la estimación de la suma de dos cantidades en la segunda columna que tituló *cálculo* y el registro de la suma correcta en la columna siguiente que tituló *real.*

Si bien no hubo tantas columnas en la tabla como la de la clase de Diana, la dificultad estuvo en que la maestra registró en la segunda fila, de la primera columna el nombre de dos niños integrantes de una pareja, ¿qué sucedió en esta clase? los niños no comprendieron que tenían que registrar la estimación de la suma de las cantidades que hubiera obtenido cada niño de la pareja; en cambio, al ver los nombres creyeron que cada niño debería registrar la cantidad que les había salido al lanzar los dados. Además, recordemos que había un exceso de material, al tirar uno de los niños los 4 dados, era lógico que pensara que lo que debía hacer era registrar el número de puntos que le había salido en esa tirada, es decir, era difícil retener esa cantidad que pertenecía a un turno, después retener la del turno de su compañero y además estimar la suma de las dos cantidades para posteriormente registrarla. Mariana se enfrentó a unas dificultades importantes durante toda esta primera lección, y, lamentablemente, perdía la paciencia y recordaba a los niños lo que tenían que hacer con consignas excesivamente largas y confusas, además se molestaba constantemente con los niños y les hablaba fuerte por no seguir las indicaciones que para ella eran sumamente claras y precisas. Afortunadamente, Mariana analizaba lo que pasaba en cada clase, y lo intentaba mejorar en la siguiente, la resolución de estos conflictos al otro día la hizo solicitando el registro de la cantidad obtenida en la tirada de los 4 dados por turno, esta actividad le resultó más pertinente y para los niños fue mucho más fácil de realizar.

¿Y los niños?

En este apartado pretendemos traer a cuenta una figura que forma parte del sistema didáctico y que no podíamos dejar fuera del análisis, si bien no fue el foco de investigación de esta tesis, resulta pertinente preguntarse ¿qué aprendieron los niños? en medio de toda esta complejidad que permea la transposición didáctica ¿este proceso termina con los docentes o continúa con los alumnos? a continuación, ahondaremos en los aprendizajes que adquirieron los niños durante las clases, de acuerdo con las observaciones realizadas.

Con respecto a los alumnos de Diana, recordemos que durante la primera clase pusieron en juego un conocimiento que tenían: la serie numérica oral de *diez en diez* sin hacerla corresponder con los agrupamientos que contaban. Recordemos también que la pretensión de los autores era que los niños contaran de varias maneras —de 3 en 3, de 5 en 5 y de 7 en 7— para concluir que la más fácil era la de *diez en diez* , en cambio, la pretensión de Diana era menos ambiciosa, ella pretendía privilegiar el conteo de *diez en diez* porque era el que consideraba más fácil de enseñar a los niños y además sabía que sería imposible contar de las otras formas. Sin embargo, como vimos, los niños no emplearon el conteo de 10, salvo un par de ellos que avanzaron en la cronogénesis, pero, para el resto de la clase, el aprendizaje fue contar cuidadosamente para no equivocarse, incluso esa fue una de las conclusiones de Diana en la clase, que deberían cometer menos errores al contar de *diez en diez*.

En la segunda clase, al cabo de tanta insistencia por parte de la maestra sobre el hecho de que al hacer las torres con diferente altura, la cantidad total no cambiaba porque no habían ni agregado ni quitado elementos a la cantidad original, todos los niños salvo dos (que abiertamente no tenían la conservación de cantidades) aceptaron que la cantidad final de la tabla debía ser siempre la misma, pero no comprendieron qué tenían que ver las torres de diferente cantidad de piezas con el hecho de que, para contar una colección era más fácil hacerlo de *diez en diez* y sabiendo esto dejar de contar de *uno en uno*.

Finalmente, en la tercera clase recordemos que se trataba de colecciones dibujadas y que Diana siempre intentó que los niños contaran de *diez en diez*, al solicitarles encerrar diez objetos con un color, diez con otro, etcétera. Sin embargo, al verificar el número de objetos de cada colección hubo errores de conteo, tanto de Diana como de los niños. Para resolver las diferencias en el conteo, Diana junto con los niños contaron de nuevo las colecciones, pero lo hicieron contando de *uno en uno*. Ya hablamos en un apartado anterior que esto fue un retroceso y en efecto, el aprendizaje de la clase para muchos niños fue verificar el resultado contando de *uno en uno* para no equivocarse, exactamente lo contrario a lo enunciado por Diana en la primera clase: *con el conteo de 10 en 10 se equivocan menos.* Otros alumnos ni siquiera pudieron seguir el conteo de *uno en uno* porque no lograban hacerlo coordinadamente con sus compañeros y Diana lo hizo en voz alta para ellos, pero no todos pronunciaban la serie y se perdieron en la correspondencia con los objetos representados.

En el caso de Mariana, recordemos que tuvo muchos conflictos para poder llevar a cabo la primera clase, principalmente por el exceso de material. Aunque la pretensión de los autores era la resolución de la suma de dos cantidades y la de Mariana era la estimación de los resultados de 8 dados, los niños habrán entendido algo mucho más simple: que su profesora se iba a molestar si tiraban el material o jugaban con él. Para la segunda clase, recordemos que Mariana se empeñó en explicar a los niños cómo funcionaban los tableros de 10 y la estimación de los que debían usar para representar la suma. Sin embargo, los niños nuevamente vieron la molestia de su maestra *¡Quiero tableros llenos!* por lo que eso les habrá quedado claro, era mejor llenar los tableros, evitando así que su profesora se molestara. Finalmente, la tercera clase fue sobre el cálculo mental con la suma de dos cantidades, como a los niños no se les permitió hacerlo porque les era difícil explicar sus métodos, se les obligó de alguna manera, a emplear los tableros de 10. En esta ocasión, el aprendizaje, especialmente para la pareja que resolvió sin usar los tableros, fue que al no poder explicar cómo lo hicieron debían hacer el tardado proceso de llenar los tableros.

Como puede verse a lo largo de toda esta investigación, nos quedan claras tres cosas; 1) los autores del LTG-M1° no pudieron seguir las pretensiones, restricciones y pautas de la propuesta metodológica, ni de la desincretización del saber, ya sea por falta de tiempo o falta de afinidad con el enfoque pedagógico, que tampoco era muy claro; 2) Las profesoras tampoco pudieron seguir las pautas, restricciones y pretensiones del LTG-M1° porque tenía un enfoque híbrido e incluso antagónico, porque el tiempo previsto para la realización de la lección no coincidía con el tiempo de aprendizaje de los niños para las cuestiones planteadas y, además, por las dificultades cognitivas de los niños, y finalmente, 3) los niños tampoco pudieron seguir la pretensión de sus maestras, que estaba muy bien intencionada, sin embargo, por todos los motivos anteriores fue poco lo que pudieron aprender. Cabe resaltar que no buscamos un culpable en toda esta complejidad del proceso de transposición, pues como vimos, todos los actores que participan del sistema didáctico y de la transposición de saberes tienen sus restricciones y acciones que benefician o perjudican el aprendizaje.

Referencias

Adamus, N. y Bracho, R. (2017). *La aritmética del siglo XXI.* Madrid: Catarata.

Andrade, E. (2019). La nueva escuela mexicana. *El Sol de México.* Recuperado de https://www.elsoldemexico.com.mx/analisis/la-nueva-escuela-mexicana-3778761.html

Arias, E. y Bazdresch, M. (2017). El ¿nuevo? modelo educativo. *Análisis Plural*, primer semestre de 2017. Tlaquepaque, Jalisco: ITESO.

Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos? *Educación matemática*, 5-28.

Ávalos, O. y Solares, D. (2017). *Identificación de conocimientos sobre el sistema de numeración decimal en alumnos de sexto de primaria a partir de la justificación de un cálculo aritmético*. Memoria del XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa. San Luis Potosí: México.

Bartolomé O. y Fregona, D. (2003). El conteo en un problema de distribución: una génesis posible en la enseñanza de los números naturales. En M. Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el nivel inicial y en el primer ciclo de la EGB.* (pp. 131-162). Buenos Aires: Paidós.

Bedoya, E. y Orozco, M. (1991). El niño y el sistema de numeración decimal. *Comunicación, lenguaje y educación.* 11 (12), 55-62.

Block, D. (2018). La enseñanza de las matemáticas en la Reforma curricular de 1993 en México. Algunas reflexiones 25 años después. En A. Ávila (Coord.), *Rutas de la educación matemática.* (pp. 293-311). Ciudad de México, México: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, A.C.

Block, D. y Álvarez, A. (1998). Los números en primer grado: Cuatro generaciones de situaciones didácticas. *Educación Matemática*, 11(01), 57-76.

Block, D. y Fuenlabrada, I. (1995). Cómo elaborar materiales de matemáticas para el nivel básico (1). *Educación 2001, Instituto Mexicano de Investigaciones Educativas,* México, 7,42-46.

Block, D. y Fuenlabrada, I. (1996). Cómo elaborar materiales de matemáticas para el nivel básico (2). *Educación 2001, Instituto Mexicano de Investigaciones Educativas,* México,8,31-37.

Block, D., Moscoso, A., Ramírez, M., y Solares, D. (2007). La apropiación de innovaciones para la enseñanza de las matemáticas por maestros de educación. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 726-731.

Block, D., Ramírez, M. y Reséndiz, L. (2019). ¿Cuánto pesa?, ¿Cuánto mide? Una experiencia didáctica en una escuela primaria unitaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa,* 24 (81), 537-564.

Bourbaki, N. (1972). *Elementos de historia de las matemáticas.* Alianza Universidad: Madrid.

Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación matemática,* 12(1), 5-38.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

Brousseau, G. y Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11 (23), 167-210.

Can, D. y Özdemir, I. (2019). An Examination of Fourth-Grade Elementary School Students' Number Sense in Context-Based and Non-Context-Based Problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*.

Cassany, D. (1989). *Describir el escribir*. Barcelona: Paidós. pp. 27-49.

Çekirdekci, S., Şengül, S. and Doğan, M. C. (2018). The Relationship Between Number Sense and Metacognition. *International Journal of Eurasia Social Sciences*, 9(34), 2465-2481.

Cid, E., Godino, J. y Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros.* Universidad de Granada, Departamento de didáctica. Facultad de Ciencias de la Educación: Granada.

Coll, C. (2013). El currículo escolar en el marco de la nueva ecología del aprendizaje. *Aula* 219, 31-36.

CONAFE. (1997). *Dialogar y descubrir: manual del instructor comunitario: niveles I y II.* México: CONAFE

Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica*. Argentina: Aique.

Escuela Normal Superior Veracruzana. (2009). Concepto de número, los sistemas de numeración. Problematización en su proceso de enseñanza. Curso: Didáctica de la Matemática. Veracruz, México.

Ezpeleta, J. (1992). El trabajo docente y sus condiciones invisibles, Nueva Antropología, 42 (XII), 27- 42.

Ferrarini, S. y Rancich, A. (1989). Conservación de masa, peso y volumen en escolares de una población marginal de Argentina. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 21:2, 165-175.

Fonseca, J. y Alfaro, C. (2010). Resolución de problemas como estrategia metodológica en la formación de docentes de matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática,* 5 (6), 175-191.

Fregona, D. y Orús, P. (2011). *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas: una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemática.* Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

Freudenthal, H. (1968). Why to Teach Mathematics As to Be Useful? *Educational Studies in Mathematics.*

Fuenlabrada, I. (2005). Los problemas, recurso metodológico en el que los números y sus relaciones encuentran significado. En A. Guerrero e I. Vidales (Coords.), *Aprender a enseñar matemáticas*. (pp. 26-53). Nuevo León, México: Centro de Altos Estudios e Investigación Pedagógica.

Fuenlabrada, I. (2009). *¿Hasta el 100?... ¡No! ¿Y las cuentas?... TAMPOCO Entonces… ¿Qué?* Dirección General de Desarrollo Curricular: Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública. México.

Fuenlabrada, I. (2017a). *Desarrollo del Pensamiento Matemático en Preescolar*. Conferencia interactiva para educadoras, solicitada por el Subsecretario de Recursos Humanos y Servicio Profesional Docente. México: Guanajuato. Abril 7.

Fuenlabrada, I. (2017b). *Documento de trabajo para el curso DIE* – Selección de fragmentos del Informe 2010 entregado a la SEP. México.

Fuenlabrada, I. (2019). *Conocimientos Clave en la Educación Básica. ¿Por qué y para qué?* Conferencia magistral. Centro de Investigación y Enseñanza de la Matemática (CIEM). Departamento de vinculación. México: Michoacán. Octubre 10.

Fuenlabrada, I. (2020). La enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica. ¿Qué permanece?, ¿qué cambia? *Conferencia plenaria presentada en el Sexto Congreso Internacional "El docente como agente de cambio ante el reto de la escuela mexicana"* realizado en Cedral, SLP; 22 y 23 enero 2020.

Fuenlabrada, I. y Saiz, I. (1981a). Sistema de numeración suma y resta. *Escuela de verano para profesores de matemáticas*. Ayotzinapa, Guerrero.

Fuenlabrada, I. y Saiz, I. (1981b). *Sistema de numeración, suma y resta en la escuela primaria. Un estudio experimental* (Tesis de maestría). Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Sección Matemática Educativa.

Fuentes, O. (2018). Las tareas del maestro y los desafíos de la evaluación docente. En R. R. (coord.), *La Reforma constitucional en materia educativa; alcances y desafíos* (págs. 17-34). México: Instituto Belisario Domínguez. Senado de la República.

Fullan M. y Hargreaves, A. (2000) Educadores totales. En La escuela que queremos. (pp. 47-78). México: Secretaría de Educación Pública, Biblioteca para la actualización del maestro.

García, J., De Gauna J. y Sarasua, J. (2012). *Matemáticas y su didáctica*. Escuela de Magisterio de Leioa Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales. Universidad del País Vasco: España.

García, S. (2014). *Sentido numérico*. Materiales para apoyar la práctica educativa. México: INEE.

Garner, R. (1992). Learning from school texts. *Educational Psychologist*, 27, 53–63.

Gil, M. (2018). La Reforma educativa. Fracturas estructurales. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 303-321.

Gómez, A. (1989). *Numeración y cálculo*. Editorial Síntesis: Madrid, España.

Gómez, L. (2015). Comprensión lectora como elemento primario para la resolución de los desafíos matemáticos en educación primaria. *Revista Internacional de Investigación y Formación Educativa.* 1 (1).

Guevara, G. (2019). La nueva escuela mexicana. *Nexos*. Recuperado de https://www.nexos.com.mx/?p=44270

Hernández, J. (2019). La “nueva escuela mexicana”, ¿una “cuarta transformación” en materia educativa? *Nexos.* Recuperado de https://educacion.nexos.com.mx/?p=1807

Ibarra, F. (2019). La “Nueva Escuela Mexicana”: ¿hacia dónde se dirige como Modelo Educativo en México? *Educación Futura.* Recuperado de http://www.educacionfutura.org/la-nueva-escuela-mexicana-hacia-donde-se-dirige-como-modelo-educativo-en-mexico/

Jiménez, Y. (2014). *La transposición didáctica de una maestra de 3° de preescolar frente a una innovación matemática basada en el PEP04*. México: Tesis de maestría. DIE CINVESTAV.

Kathotia, V. (2009). Number sense. *Mathematics Teaching,* 216, 12-15.

Kuhn, J y Holling, H. (2014). Number sense or working memory? The effect of two computer based trainings on mathematical skills in elementary school. *Advances in Cognitive Psychology*, 10(2), 59-67.

Lerner, D. (1996). La enseñanza y el aprendizaje escolar. Alegato contra una falsa oposición. En J. Castorina. E. Ferreiro, M. Kohl de Oliveira y D. Lerner (Eds). *Piaget-Vigotsky: contribuciones para replantear el debate.* (pp. 69-117). México, Buenos Aires, Barcelona: Paidós.

Lerner, D. y Sadovsky, P. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En Parra y Saiz (comp). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires. Paidós.

Loyo A. (2002). “La reforma educativa en México vista a través de los maestros. Un estudio exploratorio”. *Revista Mexicana de Sociología*, 64 (3), pp.37-62.

Martiradoni, Z. (2004). *El profesor, el saber a enseñar y el saber enseñado: un estudio de caso sobre la enseñanza de la multiplicación en segundo grado de primaria*. México: Tesis de maestría. DIE CINVESTAV.

Maza, C. (s.f.). *Adición y sustracción.* Recuperado de https://personal.us.es/cmaza/maza/capitulo.PDF

Mercado, R. (2002). Desde experiencias de actualización y normal superior hasta la escritura y exposiciones por parte de los niños. En *Los saberes docentes como construcción social*. La enseñanza centrada en los niños. (pp. 41-51). México: FCE.

Monchón, S. y Vázquez, J. (1995). Cálculo mental y estimación: Métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza. *Educación matemática.* 7 (3), 93-105.

Moreno, M. (2016). *La decena a través de materiales manipulativos*. Barcelona: Tesis de maestría en educación primaria. Universidad Internacional de la Rioja.

Moscoso, J. (2005). *Proceso de apropiación de una propuesta curricular para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria: un estudio de caso.* México: Tesis de maestría. DIE CINVESTAV.

Panizza, M. (2003). Reflexiones generales acerca de la enseñanza de la matemática. En M. Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB.* (pp. 31-57). Buenos Aires: Paidós.

Pitta-Pantazi D. (2014) Number Teaching and Learning. En: Lerman S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Dordrecht, 470-476.

Poy, L. (2019). Cambiarán planes de estudio con la Nueva Escuela Mexicana: SEP. La jornada. Recuperado de https://www.jornada.com.mx/ultimas/politica/2019/08/03/cambiaran-planes-de-estudio-con-la-nueva-escuela-mexicana-sep-9263.html

Quaranta, M.; Tarasow, P. y Wolman, S. (2003). Aproximaciones parciales a la complejidad del sistema de numeración: avances de un estudio acerca de las interpretaciones numéricas. En M. Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el nivel inicial y en el primer ciclo de la EGB.* (pp. 163-188). Buenos Aires: Paidós.

Randy, J. y Corno, L. (2000). Los profesores como innovadores. En Biddle, B.; Good, T. y Goodson, I. (Coords.), La Enseñanza y los Profesores. Temas de Educación, (pp.185-214, 216-228). Barcelona, España: Paidós.

Ressia, B. (2003). La enseñanza del número y del sistema de numeración en el nivel inicial y el primer año de la E.G.B. En M. Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el nivel inicial y en el primer ciclo de la EGB.* (pp. 73-130). Buenos Aires: Paidós.

Reyes, M. y Ramos, K. (2017). Los desafíos matemáticos como propuesta teórico-metodológica en la enseñanza de la matemática: una indagación de caso en espacios de formación inicial. *Memoria del Congreso Nacional de Investigación Educativa. COMIE*. México: San Luis Potosí.

Robert, A. (2007). Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré): Une hypothèse, des inférences en formation. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 27 (3): 271-312.

Rockwell, E. (2007). Huellas del pasado en las culturas escolares. *Revista de Antropología Social*, 16, 175-212.

Rockwell, E. y Mercado, R (1988). La práctica docente y la formación de maestros. *Investigación en la Escuela*, (4), 65-78.

Rockwell, E. y Mercado, R. (2003). La escuela, lugar de trabajo docente. *Descripciones y debates*, 2a ed., Ciudad de México: DIE-Cinvestav.

Rojano, M. y Solares, A. (coords.) (2017). *Estudio comparativo de la propuesta curricular de matemáticas en la educación obligatoria en México y otros países*. México: INEE-CINVESTAV.

Rueda, M., y Nava, M. (2013). El nuevo escenario para el desarrollo profesional de los docentes y el sistema nacional de evaluación educativa. En R. R. (coord.*), La reforma constitucional en materia educativa: alcances y desafíos* (págs. 43-56). México: Instituto Belisario Domínguez. Senado de la República.

Ruiz, G. (2012). La Reforma Integral de la Educación Básica en México (RIEB) en la educación primaria: desafíos para la formación docente. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 15 (1), 51-60.

Sadovsky, P. (2005). La Teoría de las Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática. En H. Alagia, A. Bressan y P. Sadovsky (Eds*). Reflexiones teóricas para la Educación Matemática.* (pp. 13-68). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

Sadovsky, P. (2019). La Teoría de la Transposición Didáctica como marco para pensar la vida de los saberes en las instituciones. *Bitácoras de la innovación pedagógica.* Comp. por Claudia Balagué, 101-120, Argentina: Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe, 101-120.

Santos, M. (2014). Problem solving in mathematics education. En: Lerman S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Dordrecht, 470-476.

Sensevy, G. (2007). Categorías para describir y comprender la acción didáctica. En G. Sensevy, & A. Mercier*. Agir ensemble: l'action didactique conjointe du professeur et des élèves. Rennes:* PUR. Traducido por Recursos escuela-museo para la enseñanza de las ciencias, Universidad de Antioquía y Universidad de Ginebra.

Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles: De Boeck.

SEP. (1993a). *Fichero de actividades didácticas Matemáticas Primer grado.* México: Subsecretaría de Educación Básica y Normal.

SEP. (1993b). *Plan y programas de estudio 1993*. Educación Básica. Primaria. México: SEP

SEP. (1994). *Matemáticas. Segundo Grado*. México: Subsecretaría de Educación Básica y Normal de la SEP. Distribución gratuita.

SEP, (1995). *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller Para maestros* (Parte 1 y 2). México: Programa Nacional de Actualización Permanente.

SEP. (2002). *Libro para el maestro Matemáticas Primer grado*. México: SEP Distribución gratiuta.

SEP. (2008). *Educación Básica. Primaria. Plan de estudios 2009. Etapa de prueba.* México: SEP Distribución gratuita.

SEP. (2009). Planes y programas de estudio de 1993 y 2009. Puntos de continuidad y/o cambio. México: SEP Distribución gratuita.

SEP. (2011). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Primaria. Primer grado.* Dirección General de Desarrollo Curricular (DGDC) y de la Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio (DGFCMS). México: SEP Distribución gratuita.

SEP. (2013a). *Desafíos Matemáticos. Libro para el maestro. Primer grado*. Subsecretaria de Educación Básica. México: SEP Distribución gratuita.

SEP. (2013b). *Desafíos Matemáticos. Primer grado*. Subsecretaria de Educación Básica. México: SEP Distribución gratuita.

SEP. (2017). Aprendizajes clave para la educación integral. *Plan y programas de estudio para la educación básica*. México: Subsecretaría de Educación Básica.

SEP. (2018a). *Libro para el maestro Matemáticas Primer grado*. México: SEP Distribución gratuita.

SEP. (2018b). *Matemáticas Primer grado*. México: SEP Distribución gratiuta.

SEP. (2018c). *Portal de Propuestas de Clubes de Autonomía Curricular*. México: SEP. Recuperado de https://modulos.siged.sep.gob.mx/propuestas_curriculares_cicloescolar_18-19/

Sepúlveda, A., García, C. y Sepúlveda, D. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*, 21 (2), 79-115.

Sood, S. y Jitendra, A. (2007). A Comparative Analysis of Number Sense Instruction in Reform-Based and Traditional Mathematics Textbooks. *The Journal of Special Education*, 41(3), 145–157.

Taboada, E. y Fuenlabrada, I. (2014). Modelo de Educación Básica Comunitaria. *Informe final*. Diseño del currículum de Educación Básica Comunitaria. México.

Thompson, C. y Van de Walle, J. (1984). The Power of 10. *The Arithmetic Teacher*, 32 (3), 6-11.

Verschaffel, L., Greer, B. y De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 557-628.

Wagner, D. y Davis, B. (2010). Feeling number: grounding number sense in a sense of quantity. *Educational Studies in Mathematics*, 74 (1), 39-51.

Walter, D. (2018). How Children Using Counting Strategies Represent Quantities on the Virtual and Physical ‘Twenty Frame’. En Ball, L. (et al) (Editores), *Uses of Technology in Primary and Secondary Mathematics Education.* Alemania: Springer International Publishing.

Weiss, E.; Block, D.; Civera, A.; Dávalos, A. y Naranjo, G. (2019). La enseñanza de distintas asignaturas en escuelas primarias: una mirada a la práctica docente. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 24, (81): 349-374.