

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL INSTITUTO
POLITÉCNICO NACIONAL

SEDE SUR
DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS

**El uso de un recurso didáctico electrónico para propiciar el
desarrollo del cálculo mental en niños de 3º de primaria**

Tesis que presenta

Alam Valdez Patricio

para obtener el grado de

Maestro en Ciencias

En la especialidad de
Investigaciones Educativas

Directora de la Tesis:
M. en C. Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez

Para la elaboración de esta tesis, se contó con el apoyo de una Beca **CONACYT**



A ustedes.

Mamá Lola, Abuelito Chimino, Tía Chata, Tío Víctor, Chango.

Hasta pronto.



Agradecimientos

A mis padres, a mi hermana y a mi familia entera. Por todo su apoyo incondicional.

A mi mejor amiga, mi amor infinito, mi compañera eterna y la mujer de mi vida. Por regalarme todo lo que eres y aceptar todo lo que soy.

A mi mejor amigo, mi hermano de décadas, mi camarada intelectual y cómplice de disparates. Por avanzar siempre hombro a hombro.

A mis profesores, mentores y formadores. Por toda su sabiduría, su experiencia y su paciencia.

A Juan, Isabel y Celic.

A mi Sulem.

A Mauricio.

A Yimmy, David, Álvaro y Judith.

Y en especial gracias a Axel, Rafa, Aldo y Pablo por ser los protagonistas de esta tesis.

Índice

Resumen	1
Introducción	2
Capítulo 1. Planteamiento de la Investigación	6
Justificación del problema de investigación	6
Uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la educación	6
Definición	7
Importancia del uso de las TIC en la educación	7
Videojuegos como vehículo de aprendizaje	9
Objetivo y preguntas de investigación	10
Propósito de la investigación	11
Marco teórico	13
La Ingeniería didáctica	14
La Teoría de Situaciones Didácticas	16
El cálculo mental	18
Capítulo 2. Recorrido Metodológico	24
La ingeniería didáctica implementada	24
a) Análisis preliminar	24
b) Concepción y análisis <i>a priori</i> de las situaciones didácticas	26
c) Experimentación	37
d) Análisis <i>a posteriori</i> y evaluación	39
Capítulo 3. Análisis de Resultados	40
Información general	40
Información por nivel	41
Aspectos importantes	43
Reflexión sobre el valor posicional y la descomposición aditiva en potencias de 10 y elementos sueltos	44
Reflexión sobre la transformación y la agrupación: suma de derecha a izquierda	47
Tipos de tareas dentro del juego	52
Tipos de resultado y estrategias de solución	56

Nivel 1. Bidígito más Bidígito	57
Tipo de tarea: suma sin transformaciones.	57
Tipo de tarea: suma con transformación de unidades sin transformación de decenas.	58
Tipo de tarea: suma con transformación de decenas sin transformación de unidades.	60
Tipo de tarea: suma con transformación de unidades y decenas.	62
Desarrollo del Nivel 1	64
Nivel 2. Bidígito más Tridígito	66
Tipo de tarea: suma sin transformaciones	66
Tipo de tarea: suma con transformación de unidades sin transformación de decenas.	68
Tipo de tarea: suma con transformación de decenas sin transformación de unidades.	70
Tipo de tarea: suma con transformación de unidades y decenas.	72
Desarrollo del Nivel 2	74
Nivel 3. Tridígito más Tridígito	75
Tipo de tarea: suma sin transformación de unidades ni decenas.	75
Tipo de tarea: suma con transformación de unidades sin transformación de decenas.	76
Tipo de tarea: suma con transformación de decenas sin transformación de unidades.	78
Tipo de tarea: suma con transformación de unidades y decenas.	80
Desarrollo del Nivel 3	81
Desarrollo general de niveles y estrategias	83
Capítulo 4. Conclusiones	86
Posicionamientos generales	86
Respuesta a las preguntas de investigación	88
¿De qué manera el videojuego <i>Miautomáticas</i> apoya el desarrollo de estrategias de cálculo mental para resolver sumas de números de dos y/o tres cifras?	89
¿Sobre cuáles características del Sistema de Numeración Decimal, el recurso tecnológico utilizado promueve la reflexión?	90

¿En qué medida las características del videojuego <i>Miautomáticas</i> favorece el cálculo mental empezando por las unidades de menor orden hacia las de mayor orden?	93
<i>Análisis a priori vs a posteriori</i>	96
Consideraciones sobre <i>Miautomáticas</i> : aplicaciones educativas y novedades de la investigación	97
Relación jugador-videojuego: el caso de Rafa y la salud del gato	99
Otras conclusiones a las que dio lugar a investigación.	100
Futuro de la investigación	100
Referencias	103
Anexo	109

Resumen

Esta investigación plantea el estudio exploratorio de la implementación de un videojuego para propiciar el desarrollo de cálculo mental de la suma de dos números de dos y tres cifras. Se asume como metodología de investigación la Ingeniería didáctica (Artigue, 2002) que consiste en el diseño, experimentación y análisis de situaciones didácticas. Dicho diseño se llevó a cabo en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas desarrollada por Guy Brousseau (2007) y los estudios sobre el cálculo mental realizados por Mochón y Vázquez (1995) y Parra (1994). Las situaciones se experimentaron con un grupo de 4 niños que cursaban el 3º de primaria en escuelas públicas de la Ciudad de México durante el ciclo escolar 2017-2018.

Resume

This research proposes the exploratory study of the implementation of a video game to encourage the practice of mental calculation to solve the sum of two numbers of two and three figures. Didactic Engineering is assumed as a research methodology (Artigue, 2002) that consists of the design, experimentation and analysis of didactic situations. This design was carried out in accordance with the Theory of Didactic Situations developed by Guy Brousseau (2007) and the studies on mental calculation performed by Mochón and Vázquez (1995) and Parra (1994). The situations were experienced with a group of 4 children who attended the 3rd grade of elementary school in public schools of Mexico City during the 2017-2018 school year.

Introducción

La investigación tiene por objetivo explorar el desarrollo del cálculo mental de niños que cursan el 3° de primaria, a través de la implementación de un recurso didáctico electrónico. El instrumento en cuestión es el videojuego llamado *Miautemáticas* donde se presentan diversas tareas aditivas con tres niveles de dificultad, que hay que resolver mentalmente.

Miautemáticas se fundamenta en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) desarrollada por Guy Brousseau (2007), su experimentación y análisis se realizó con apego a la Ingeniería didáctica (Artigue, 2002) como metodología de investigación. El análisis permitió estudiar las producciones de los niños en relación con las tareas de cálculo mental que les fueron propuestas.

El interés de acercar la mirada a esta habilidad matemática nace, en primer lugar, de su relación con la resolución de problemas. Sobre esto, Mochón y Vázquez (1995) señalan que, para resolver problemas aditivos, es necesario utilizar diversas herramientas y habilidades de las cuales el cálculo mental permite llegar a una respuesta más rápida y exacta.

En segundo lugar, el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) es una prueba internacional que evalúa la capacidad de resolución de problemas a través del uso de diversas habilidades matemáticas entre las que se destaca el cálculo numérico escrito y mental. Esta prueba se aplicó en 2013 a un total de 3,657 estudiantes de 3° de primaria en 175 escuelas de México. Los resultados muestran que en México tan sólo el 14% de alumnos están en el nivel 4 de desempeño en Matemáticas que es donde se observa la capacidad para resolver problemas complejos en el ámbito de los números naturales, mientras que un 32% de estudiantes se encuentran en el nivel más bajo.

En tercer lugar, de acuerdo con los resultados reportados por el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) del año 2015, en México 60.5% de los niños en 6° de primaria alcanzaron el Nivel 1 en la evaluación de matemáticas, pero es en el Nivel 2, según la descripción de logro curricular que hace el INEE, en donde los alumnos son capaces de leer números naturales y resolver problemas de suma con ellos. Es decir, aproximadamente 6 de cada 10 niños no han desarrollado satisfactoriamente habilidades de cálculo, entre ellos el cálculo mental, que les permitan resolver correctamente problemas aditivos al terminar la escuela primaria.

A lo anterior se agrega la importancia que -en el momento de llevar a cabo la fase experimental de este estudio-, se le confiere al cálculo mental en los Programas de Estudio 2011 para 3º de la SEP, donde se le reconoce como una habilidad que favorece el desarrollo particularmente de dos competencias, a saber: *Resolver problemas de manera autónoma* y *Comunicar información matemática* (SEP, 2011, p. 74). Dicha importancia se ratifica en el Programa de Estudios 2017, actualmente vigente, en el que se establece como propósito para la educación primaria, que los niños sean capaces de desarrollar procedimientos sistemáticos de cálculo mental y escrito, accesibles para ellos (SEP, 2017, p.220).

En paralelo a la importancia de desarrollar en los niños el cálculo mental -tanto el Programa del 2011 como el del 2017-, plantean la inclusión de la tecnología en el salón de clases como un recurso de apoyo al aprendizaje. En la propuesta didáctica de inclusión tecnológica vigente de la SEP, denominado *Programa de Inclusión Digital* (PIAD) se plantea, por una parte, la entrega de tabletas electrónicas a niños de 5º y 6º de primaria, y por otra ofrece cursos en línea de acceso libre para docentes, alumnos y padres de familia en la plataforma @prende2.0 que, entre otras cosas, muestra diversos recursos para la enseñanza y el aprendizaje.

Una de las bondades más importantes del PIAD radica en que aun cuando en el marco normativo no existe un planteamiento didáctico que incorpore el uso de herramientas tecnológicas como eje de la práctica docente, que garantice la adquisición de saberes en los alumnos, los contenidos presentados en el portal pueden ser bien aprovechados siempre y cuando los educadores logren diseñar secuencias didácticas apegadas a los planes de estudio con apoyo de las tabletas.

En atención al interés por incorporar recursos tecnológicos en el sistema educativo mexicano y a la preocupación por los resultados de pruebas nacionales e internacionales que reportan un bajo rendimiento en la resolución de problemas aditivos, lugar donde el cálculo mental es una herramienta importante, esta investigación presenta una alternativa didáctica enfocada a propiciar el desarrollo de cálculo mental en niños de 3º de primaria a través de un recurso tecnológico.

Este trabajo presenta el proceso de una investigación cuya intención principal es comunicar el acontecer teórico y metodológico de una propuesta constructivista del aprendizaje matemático, mediado por las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), con el propósito de aportar elementos útiles que sirvan como antecedente de las

posibilidades didácticas que tiene la implementación fundamentada de recursos tecnológicos. El reporte se organiza en cuatro capítulos.

En el Capítulo 1 se exponen las cuestiones teóricas que sustentan al estudio. Inicialmente se realiza una justificación argumentada acerca del interés por experimentar un recurso didáctico tecnológico a través de la revisión de las propuestas curriculares de la Secretaría de Educación Pública de los años 2011 y 2017 en relación con la inclusión de las TIC en la educación. De esta manera, es posible dirigir la mirada hacia un recurso tecnológico didáctico lúdico adherido a una perspectiva constructivista del aprendizaje. Con base en lo dicho se plantean los objetivos y preguntas de investigación que orientan la realización del estudio. Para ello se asume como metodología de investigación la Ingeniería Didáctica (Artigue, 2002) modelo que, mediante la confrontación entre los análisis *a priori* y *a posteriori* de la experimentación de situaciones –en este caso del juego *Miautomáticas*– con un grupo de niños, hizo posible documentar y estudiar los alcances y limitaciones didácticas del recurso tecnológico objeto de estudio.

En consecuencia y de acuerdo con los planteamientos expuestos, se presenta el referente teórico que guó el desarrollo de la investigación; éste se compone de la revisión de:

- 1) Algunos supuestos de la TSD (Brousseau, 2007) como el referente didáctico adecuado para transmitir y construir conocimiento matemático;
- 2) El estudio del cálculo mental de acuerdo con la dimensión epistémica que plantea la propuesta curricular;
- 3) Revisión de las características cognitivas de los niños a quienes va dirigido el estudio.

El Capítulo 2 se compone de los argumentos metodológicos de la investigación. En apego a la estructura planteada por la ingeniería didáctica, se presenta un análisis preliminar compuesto por la exploración previa sobre la situación educativa del país, de acuerdo con los propósitos de este trabajo. Posteriormente, se presentan la concepción y análisis *a priori* de las situaciones didácticas que incluye el desarrollo y construcción del videojuego de acuerdo con las previsiones e hipótesis en torno al desempeño e interacción de los niños con las situaciones contenidas en el recurso.

Por otro lado, se enuncian los pormenores del piloteo de la propuesta didáctica y la conformación de la población de estudio para dar pie a la tercera fase que consiste en narrar

lo acontecido durante la experimentación. En último lugar se encuentra el análisis *a posteriori* y evaluación de los que se desprende el capítulo siguiente.

En el Capítulo 3 se presentan los resultados de la investigación, así como su análisis a partir del tipo de tareas propuestas y las técnicas de solución utilizadas. De tal forma que los insumos presentados corresponden a la descripción del tipo de tareas que se plantearon durante el juego, la caracterización de las técnicas que los niños emplearon durante la experimentación, el cruce entre las técnicas más recurrentes respecto a cada tipo de tarea y, finalmente, una vista general sobre el desarrollo de las técnicas durante el paso de niveles dentro del juego.

Una vez presentado el acontecer experimental, en el Capítulo 4 se hace una comparación de hipótesis, así como un análisis de los resultados de acuerdo con el marco teórico de referencia dando lugar a las conclusiones y reflexiones finales de la investigación.

Capítulo 1. Planteamiento de la Investigación

En este primer capítulo se da cuenta del interés por explorar la implementación de un recurso tecnológico como medio para desarrollar el cálculo mental en niños de 3° de primaria. Así mismo, se plantea la Ingeniería Didáctica (Artigue, 2002) como metodología de investigación, en la que subyace la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007); así como la revisión bibliográfica sobre el estudio del cálculo mental.

Justificación del problema de investigación

Esta investigación trata sobre el estudio exploratorio de la implementación del videojuego *Miautemáticas*, diseñado *exprofeso*, con el objetivo de propiciar la práctica y desarrollo del cálculo mental como recurso de solución a la suma de dos números (bidígitos y/o tridígitos), en niños que cursan 3° de primaria. Esta propuesta encuentra su justificación, en primer lugar, en dos lugares correlacionados entre sí, a saber: el uso cada vez más frecuente de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en todas las actividades humanas y las pretensiones mundiales por la aplicación de las TIC en el sector educativo. A continuación, se presenta un breve recorrido bibliográfico que da cuenta de ello.

Uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la educación

El aprendizaje tiene lugar en el momento en que hay una interacción entre las personas y el conocimiento. Así, de acuerdo con la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) (2017, p. 19), es evidente que el impacto del aprendizaje en los estudiantes es poderoso cuando el flujo de la información proviene de medios interesantes e innovadores. Esto debe tomarse en cuenta si se busca proveer contenidos educativos útiles generando su comprensión y aplicabilidad. Las razones anteriores hacen que, a nivel mundial, los sistemas educativos hayan comenzado a introducir las TIC como un campo rico en oportunidades de aprendizaje.

Para Waldman (2000, pp. 227-243), una educación que busque ser el pilar de la comunión social y la evolución intelectual dentro y entre los países del futuro, indiscutiblemente tendrá la obligación de voltear a ver su propio contexto socio histórico para vincular la nueva revolución tecnológica que crece a pasos agigantados con los

contenidos educativos, a fin de ofrecer una atención multidisciplinaria y multidimensional a las nuevas generaciones de las cuales es necesario tener en cuenta sus características y las condiciones en las que se desenvuelven, a fin de no caer en un escenario donde la enseñanza quede delegada, e incluso superada, por las nuevas tecnologías.

Definición

De acuerdo con el Instituto de Estadística de la UNESCO (2013), definir las TIC resulta sencillo al diferenciar entre dos ideas separadas pero complementarias:

- Por una parte, es el conocimiento que ejerce el hombre para transformar la tecnología con el fin de mejorar la calidad de vida de las personas.
- Por otro lado, se refiere al uso, adecuación e incorporación de la tecnología para integrar un sistema de información interconectado con el fin de romper las barreras físicas entre dos o más usuarios a través de la difusión, almacenamiento y análisis de datos.

Así, es posible señalar que las TIC son un conjunto de servicios, medios, redes, software y hardware que permiten la compilación, procesamiento, almacenamiento y transmisión de información (UNESCO, 2004); los cuales se encuentran integrados a un sistema interconectado y complementario que sirven para mejorar las condiciones de un entorno, apuntando siempre a la innovación y a la adecuación histórica. En la actualidad, la educación es uno de los campos en donde el uso de las TIC ha tenido mayor desarrollo.

Importancia del uso de las TIC en la educación

La integración de las TIC dentro del aula beneficia y fortalece el aprendizaje. Los sistemas educativos actuales se enfrentan al desafío de acoplar planes de estudio y métodos de enseñanza con las nuevas tecnologías con el objetivo de proveer a los alumnos las herramientas y conocimientos necesarios para afrontar los retos del siglo XXI.

Para la UNESCO (2004), los objetivos estratégicos deben apuntar a mejorar la calidad de la educación apoyándose en la interacción tecnológica. Aquí es donde se sobreponen dos necesidades fundamentales: por un lado, la adecuación de planes de estudio para ubicar a la tecnología como auxiliar de aprendizaje y no como reemplazo de contenidos, y por el otro educar a docentes en el uso de las tecnologías para que ellos, a

su vez, puedan instruir en el uso adecuado de los medios tecnológicos y encausar el interés estudiantil hacia fines educativos más que de entretenimiento.

Es en esta última consideración, donde se pretende que los alumnos se vuelvan elementos activos en el uso tecnológico y en su propio desarrollo educativo. Dicho de otro modo, en el momento histórico actual donde la tecnología está al alcance de la mayoría y las nuevas generaciones están en contacto constante con la misma, el aprendizaje debe estar basado en un modelo que beneficie el contacto con las habilidades tecnológicas, los intereses y la cultura de los estudiantes (Matamala, 2016). De tal forma que la enseñanza apoyada por las TIC permita a los individuos adquirir conocimiento.

Como apunta Rastrero (2007) es necesario comentar que en la actualidad aún son pocos los niveles educativos que han logrado confeccionar un entorno en donde la tecnología se vuelva un auxiliar y no una distracción. Sin embargo, también se debe mencionar que estos escenarios comienzan con elementos muy sencillos pero bastante significativos, por ejemplo abrir la página web de una asignatura, promover el uso de herramientas de comunicación entre los actores de la educación (correo, blogs, grupos en redes sociales, etc.), ampliar un sitio web con contenido para docentes o para alumnos (materiales, tareas, ejercicios, etc.), incluir actividades interactivas (simulaciones, exámenes, problemas, etc.) dentro y fuera del aula, entre otros.

En el contexto mexicano, en el plan de estudios 2011 de la Secretaría de Educación Pública (SEP), se planteó la estrategia Habilidades Digitales para Todos (HDT) bajo el objetivo de:

(...) impulsar el desarrollo y la utilización de tecnologías de la información y la comunicación en el sistema educativo para apoyar el aprendizaje de los estudiantes, ampliar sus competencias para la vida y favorecer su inserción en la sociedad del conocimiento. (pp. 65-66)

De acuerdo con esto, se establecieron como indicadores de desempeño para los docentes en el uso de las TIC, entre otros, el uso de herramientas y recursos digitales para apoyar la comprensión de conocimientos y conceptos, así como la implementación de modelos y simulaciones con el fin de explorar algunos temas.

Análogamente en los *Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Plan y Programas de Estudio para la Educación Básica* (SEP, 2017), la incorporación de las TIC al aprendizaje se convirtió en eje de la formación y desarrollo profesional de los maestros.

De acuerdo con dicho planteamiento, las TIC son una herramienta clave para transmitir contenidos educativos pues su implementación “puede facilitar la creación de ambientes de aprendizaje más dinámicos, que apoyen el desarrollo de conocimientos, habilidades, actitudes y valores” (SEP, 2017, p. 143).

De entre las múltiples posibilidades que ofrece la inclusión de la tecnología en el ámbito escolar, uno de los marcos de aplicación más interesantes lo proporciona el software educativo; entendido, en este estudio, como un recurso tecnológico que le permite al alumno aprender algo relacionado con los propósitos de aprendizaje signados en la propuesta curricular. No hay que asumirlo entonces como un sinónimo del software académico que busca apoyar las diversas actividades escolares dentro y fuera del aula; como es caso del software creativo o de edición de la paquetería Office que contiene editores de texto, hojas de cálculo, programas de presentación y análisis de datos, entre otros.

Papert (1996) señala que debido a las grandes posibilidades que ofrece la tecnología, sobre todo para las nuevas generaciones, hay que preguntarse si en realidad es la tecnología la que programa el aprendizaje del alumno o si es éste quien la manipula para sí mismo. De esta forma, una de las contribuciones más importantes de los medios digitales a la educación es la capacidad que se le otorga a cada individuo de encontrar sus propios caminos para aprender.

Videojuegos como vehículo de aprendizaje

Es posible distinguir de entre muchos tipos de software educativo a los videojuegos como uno de los más importantes en la actualidad; investigaciones como las realizadas por Prensky, M. (2001) y Gee, J. (2003), señalan que, al jugar un videojuego, el aprendizaje se nutre por la puesta en marcha de diversos procesos cognitivos, intelectuales y emocionales que son ejercitados con base en las características de las tareas propuestas durante el juego.

Antes de seguir, hay que señalar que el juego es una actividad diaria y universal, y que a través de ésta es como los niños encuentran una buena forma de desenvolverse con naturalidad en el mundo. Por otra parte, como señalan Fuenlabrada, et al. (1992, p.5), “un buen juego permite que se pueda jugar con pocos conocimientos, pero, para empezar a

ganar de manera sistemática, exige que se construyan estrategias que implican mayores conocimientos”.

Esta idea lleva a argumentar que “jugar por jugar no es suficiente para aprender” (Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación, 2004, p.5), pues la puesta en marcha de estrategias, la posibilidad de saber si se ganó o se perdió, así como de saber por qué se obtuvo tal o cual resultado, da pie a que se vayan construyendo mejores caminos para llegar a la meta. Es entonces cuando es posible decir que el jugador ha aprendido de manera autónoma, es decir que ha fabricado su propio conocimiento vinculando sus experiencias con el juego. En este sentido, cuando el objetivo del juego es el de aprender contenidos académicos, esta actividad lúdica se transforma en un trabajo escolar desapegándolo, sólo en parte, de su uso social.

Teniendo en cuenta lo anterior y aun cuando existe cierta desconfianza hacia los videojuegos pues son encasillados como un software de entretenimiento sin propiedades educativas, en realidad pueden tener características para propiciar la adquisición de conocimiento. Entre sus ventajas, el videojuego educativo permite la reflexión sobre los pasos y las decisiones que se van tomando de acuerdo con la retroalimentación que el juego mismo ofrece al usuario. Por otra parte, propiciar el ensayo y error a través del reto, pone a prueba conocimientos y habilidades de quien juega, mientras se ejercita la creatividad y la perspicacia al buscar, modificar o desechar hipótesis y estrategias de juego (Prensky, 2001 y Gee, 2003).

Así, esta investigación se sitúa dentro del llamado software constructorista, género que “en lugar de darle a los niños piezas de contenido por separado, explota las capacidades de los ordenadores para apoyar el enfoque centrado en el niño donde se le provee de un conjunto único de recursos para construir, apropiarse y ejercitar su agencia, así como de un tipo de conocimiento práctico procedimental.” (Ito, 2009, p.184).

Objetivo y preguntas de investigación

La indagatoria se centra en aportar información acerca de cómo un juego electrónico lúdico de nueva creación (*Miautemáticas*) apoya el desarrollo del cálculo mental en niños de 3° de

primaria; a la vez, que le ofrece un espacio para reflexionar acerca del Sistema de Numeración Decimal (SND)¹.

De dicho interés se desprenden las siguientes preguntas:

- ¿De qué manera el videojuego *Miautomáticas* apoya el desarrollo de estrategias de cálculo mental para resolver sumas de números de dos y/o tres cifras?
- ¿En qué medida las características del videojuego *Miautomáticas* favorece el cálculo mental empezando por las unidades de menor orden hacia las de mayor orden²?
- ¿Sobre cuáles características del SND, el recurso tecnológico utilizado promueve la reflexión?

Propósito de la investigación

El propósito de esta investigación se fundamenta en la importancia que tienen las TIC en la vida cotidiana, así como el interés por incorporarlas al ámbito escolar. Con base en ello y aprovechando el gusto generalizado de los niños por los videojuegos, se decide diseñar uno y ponerlo a prueba con un pequeño grupo. Esta propuesta se apega a la idea del juego como un lugar donde las características de éste permiten que los niños se involucren en las tareas propuestas de manera autónoma.

Un buen juego, dice Fuenlabrada et. al (1992), permite que se pueda jugar con pocos conocimientos, pero, para empezar a ganar de manera sistemática, exige que se construyan estrategias que implican mayores conocimientos. Como menciona Block (1996), el interés por jugar un juego está en vencer un reto utilizando los conocimientos que uno tiene, en los caminos que se eligen para enfrentarse a los obstáculos que aparecen.

El juego que se plantea en esta investigación es un juego con reglas que permite al jugador, saber el momento en que éste termina y si ganó o perdió. Esto hace posible que pueda mejorar sus estrategias en un proceso adaptativo; lo cual aleja, al juego, de ser solamente una actividad lúdica.

¹ Sobre esta última pretensión del videojuego (diseñado para este estudio), se regresa más adelante cuando se caracteriza el recurso electrónico, en el Capítulo 2.

² De derecha a izquierda y no al revés según reportan estudios de desarrollo de cálculo mental reportados hace más de dos décadas.

El diseño del videojuego se realizó con la pretensión de propiciar el desarrollo del cálculo mental implicado en la suma de números de dos y tres cifras; a la vez de favorecer la reflexión sobre el Sistema de Numeración de Base 10 y Posición, en el que usualmente se escriben los números. Es decir, se asume que los niños resolverán las situaciones problemáticas de cálculo mental a través de las estrategias que sus posibilidades cognitivas les permitan; asimismo, que irán aprendiendo a expresar el resultado a través de agrupamientos de cienes, dieces y unos para lo que será necesario que realicen transformaciones de agrupamientos de menor a mayor orden.

Se anticipa que el trabajo con el videojuego posibilitará en los niños, por un lado, una mejor comprensión entre la representación simbólica usual de los números y su representación como la suma de cienes, dieces y unos -correlacionada con la expresión canónica³ de los números-; por otro lado, un mejor entendimiento de técnicas de cálculo aditivo escrito, particularmente del algoritmo que opera con transformaciones sucesivas de unidades de un orden menor al siguiente de orden mayor, que resulta útil cuando, en esta experiencia, es necesario sumar bidígitos más tridígitos y con mayor pertinencia cuando se trata de sumar tridígitos (o, en general, de mayor orden).

No obstante que se sabe por estudios como el de Parra (1994), que en el cálculo mental la estrategia que termina siendo dominante, es el cálculo de izquierda a derecha, la estrategia de cálculo que presumiblemente a la larga resultaría privilegiada con el videojuego sería la que se realiza de derecha a izquierda. Esto es porque -a diferencia de estudios como los de Parra-, la investigación que estamos reportando en esta tesis, propone la inclusión de un dispositivo electrónico que plantea a los alumnos un juego, cuyas características favorecen para el cálculo mental, la transformación de unidades a decenas y de decenas a centenas, específicamente cuando es necesario comunicar un resultado como la expresión aditiva de múltiplos del 10 y unidades (por ejemplo, $275=200+70+5$).

En principio, las características del videojuego que propician este tipo de transformación son: a) el tipo de números que hay que sumar; b) espacio mínimo necesario para escribir el resultado a través de la expresión canónica que demanda la transformación de unidades a decenas y de decenas a centenas, específicamente cuando es necesario

³ La expresión canónica de un número es la que lo representa a través de la adición de potencias de la Base del Sistema. Por ejemplo, en el caso del Sistema de Base 10, el número $325 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$, en el caso de los niños del estudio se espera que puedan expresar el $325 = 300 + 20 + 5$ sin desde luego, hacer referencia a las potencias del 10. De ahora en adelante, en el trabajo cuando aparezca la expresión “descomposición canónica” se refiere a expresar un número como la suma de potencias de 10 más unidades.

realizar sumas de bidígitos y tridígitos o de tridígitos y c) el tiempo disponible para realizar dicho proceso.

Los estudios referidos se detallan más adelante en este Capítulo, mientras que las características y condiciones del videojuego se describen en el Capítulo 2. Sin embargo, antes de continuar, es necesario ofrecer una explicación sobre el interés de modificar con el videojuego, la tendencia del cálculo mental de operar de izquierda a derecha reportada por Mochón y Vázquez (1995) y Parra (1994).

Estos resultados son conocidos desde hace tiempo, la novedad actual en las propuestas curriculares de los últimos años en México, particularmente las del 2011 y 2017, es reinstalar, al inicio de la escuela primaria, el desarrollo del cálculo mental y el conocimiento de los niños sobre la serie numérica oral como recurso para que los alumnos accedan al conocimiento de propiedades de los sistemas de numeración de base y posición, particularmente el Sistema Decimal de Numeración (SDN); sin embargo, como esto es insuficiente se prevé en la propuesta didáctica espacios de reflexión áulicos sobre cómo los niños realizan dicho cálculo mental.

En esta tesis, se asume que la propuesta arriba descrita ocupa mucho del poco tiempo disponible para el trabajo de enseñanza previsto en la jornada y el ciclo escolar para la atención del Campo de Pensamiento Matemático, por las siguientes razones: a) el cálculo mental es un proceso interno; b) para los niños pequeños resulta complejo expresar lo que mentalmente hacen para resolver algo; y c) para los docentes resulta difícil gestionar estas explicaciones e intercambio de estrategias entre los niños.

Por eso, interesa explorar las posibilidades del videojuego para desarrollar el cálculo mental de los niños, así como la reflexión sobre la composición decimal de la representación simbólica de los números. Porque de involucrarse los niños en jugar con el videojuego, esto sería fuera del espacio del aula, dejando este importante tiempo para la resolución de problemas aditivos, desarrollo de estrategias de cálculo escrito, entre otros temas importantes por aprender al inicio de la escuela primaria.

Marco teórico

La Ingeniería didáctica

Para responder las preguntas de investigación, se asume como metodología la Ingeniería Didáctica (Artigue, 2002), ésta tiene su origen en la didáctica de la matemática de la escuela francesa de los años ochenta a partir de los estudios sobre la gestión de las situaciones didácticas, de la que se hablará más adelante.

Esta metodología posee validación interna mediante la confrontación entre un análisis *a priori* y uno *a posteriori* a través de cuatro fases metodológicas que de manera breve se caracterizan a continuación:

- 1) *Análisis preliminar*. Aquí se profundiza el análisis epistemológico de los contenidos que contempla la enseñanza, el análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos, el análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución o el análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica. Los distintos componentes del análisis preliminar toman distintas funciones y marca caminos para el investigador durante su trabajo.
- 2) *Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas*. En esa fase, el investigador actúa sobre las variables que determinan la puesta en marcha de una relación entre la enseñanza y el aprendizaje, es decir, valora las particularidades de una tarea o propuesta didáctica dirigida a los alumnos. De acuerdo con Artigue (2002), estas variables de comando son macro-didácticas o globales de un saber, y micro-didácticas o locales de una secuencia didáctica, donde ninguna de las variables resulta independiente una de otra.

Por otra parte, desde esta fase se inicia un proceso de validación interna a través de un análisis *a priori*. Dicho análisis se compone de una parte descriptiva y otra predictiva de la situación diseñada que debe determinar si las elecciones tomadas por el investigador logran controlar las producciones de los alumnos, así como “las relaciones entre el significado y las situaciones” (Artigue, 2002, 44); convirtiéndose también así en un análisis de control de significado.

Sumado a lo anterior, el investigador deberá describir sus selecciones a nivel local en torno a las particularidades de la situación que ha diseñado, analizar lo que dicha situación les permite o no realizar a los estudiantes en función de sus posibilidades para interactuar con ella, así como anticipar sus posibles comportamientos para asegurar que sus producciones sean resultado de la apropiación de un nuevo conocimiento. El análisis *a priori* es un conjunto de

hipótesis bien fundamentadas que serán puestas a prueba en la fase 3 y valoradas en el análisis *a posteriori*.

- 3) *Experimentación*. Aquí se pone en marcha la ingeniería específicamente diseñada para un cierto tipo de alumnos, en un lugar determinado y durante cierto tiempo convenido previamente con el profesor, representante del sistema educativo, o como lo fue en el caso de esta tesis, con los padres de los niños de la muestra.

Durante esta fase se explicitan los objetivos, reglas y condiciones de la ingeniería a aplicar. De igual forma, se contempla el registro de datos que aportan información sobre lo acontecido durante la o las sesiones que dure la experimentación.

Finalmente, se recomienda elaborar un análisis *a posteriori* de cada sesión a fin de realizar modificaciones o correcciones en la ingeniería que alineen el trabajo realizado con los objetivos de la investigación considerando los lineamientos establecidos en el análisis *a priori*.

- 4) *Análisis a posteriori y evaluación*. En esta fase se contrastan el análisis *a priori* con el análisis de los datos recopilados durante la fase de experimentación o análisis *a posteriori*. Aquí se busca validar o refutar las hipótesis de la investigación teniendo en cuenta lo acontecido durante la experimentación, lo que puede contemplar el trabajo de los alumnos, así como las modificaciones hechas por el investigador.

La Ingeniería Didáctica como metodología de investigación resulta ser una herramienta eficiente y dinámica que permite fabricar situaciones didácticas y ponerlas a prueba, posibilitando durante sus fases la toma de decisiones por parte del investigador, la comprensión de los procedimientos llevados a cabo por los alumnos, el contraste entre los análisis (*a priori* y *a posteriori*) y el de los elementos que necesariamente forman parte del diseño de situaciones didácticas; incorporándose todo ello en la perspectiva constructivista del aprendizaje.

Esta propuesta metodológica -la perspectiva constructivista del aprendizaje, contempla tres dimensiones que vinculan las relaciones que se establecen entre un saber, los alumnos y un sistema educativo con el fin de que los segundos se apropien de dicho saber. La primera dimensión es la epistémica dado que se asocia a las características del saber que se pretende transmitir; la segunda dimensión es la cognitiva que se inscribe a las características cognitivas de los alumnos a los que irá dirigida la situación didáctica; y la tercera dimensión es la didáctica, que se relaciona con las características del sistema de enseñanza puesto en juego.

En este capítulo, más adelante, se da cuenta de la primera y segunda dimensiones de la ingeniería, para lo cual se hace una revisión de la habilidad cognitiva de cálculo mental, a la vez que se caracterizan las posibilidades cognitivas de los alumnos; mientras que la tercera dimensión se retoma en el Capítulo 2.

La Teoría de Situaciones Didácticas

En la Francia de los años 70, Guy Brousseau desarrolló la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD). Dicha teoría, desarrollada desde una perspectiva constructivista del aprendizaje, propone pensar la enseñanza como un proceso centrado en la génesis artificial de conocimiento matemático dentro del aula a través de la resolución de problemas. En palabras de Brousseau (1993), “el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje” (p.11).

De acuerdo con lo anterior, una situación didáctica será el momento de interacción entre el alumno y un medio didáctico que le permita construir su propio conocimiento. Brousseau (2007) categoriza las situaciones de acción, cuando el alumno toma decisiones sobre la manera en que va a resolver el problema planteado, de formulación donde el alumno modifica su lenguaje para poder comunicar su proceder, de validación cuando el alumno debe probar que sus aseveraciones son ciertas y explicar por qué es así y de institucionalización donde los alumnos establecen en conjunto, bajo la coordinación del maestro, el significado de un saber producido por ellos y que proviene de cualquiera de las tres situaciones anteriores.

Situaciones didácticas y a-didácticas

Brousseau (2007) asevera que en el centro de esta construcción de conocimiento dentro del aula se encuentra la situación didáctica, definida por él como “un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución” (Brousseau, 1982, p. 39).

Así, el objetivo de una situación didáctica, construida intencionalmente por el profesor, es hacer emerger un conocimiento específico como la mejor herramienta para alcanzar un objetivo o mantener un estado favorable, es decir, el conocimiento construido se vuelve útil y cobra sentido. Por otra parte, el diseño de situaciones debe contemplar momentos en los que un problema ofrece resistencia al niño al mismo tiempo que le permite validar el conocimiento que pone a prueba al devolverle información sobre las decisiones que va tomando. A esta relación alumno-situación se le llama situación a-didáctica pues no contempla la intervención del profesor para indicar si las acciones del alumno son adecuadas o no.

En palabras de Brousseau (1986, citado por Panizza, 2003, p. 62), una situación a-didáctica será:

(...) toda situación que, por una parte, no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego.

En otros términos, la situación a-didáctica se inscribe dentro de una situación didáctica como el proceso controlado a través del cual el alumno se enfrenta a un problema de manera independiente con la intención de generar de forma artificial un aprendizaje por adaptación. Aquí, la retroalimentación que recibe del medio le permite crear, probar y validar hipótesis sobre sus producciones.

En esta investigación se propone, como ya se ha anticipado, la implementación de un recurso tecnológico que funge como medio didáctico que condiciona y sanciona las respuestas de los alumnos con base en ciertos criterios. Plantea al alumno situaciones de acción donde él toma las decisiones que considera convenientes para resolver el cálculo implicado en la suma de dos números. Las situaciones son a-didácticas, según la caracterización de la TSD, pues no hay intervención del profesor (en este caso del investigador) sobre los caminos de solución que el alumno decida tomar, además la situación, mediada por el recurso tecnológico, regresa al alumno información una vez que éste registra su respuesta. Las características didácticas del recurso se presentan en el Capítulo 2.

El cálculo mental

Lo primero que habría que apuntar sobre el cálculo mental es que se trata de un proceso interno que como tal resulta de un trabajo personal y privado; es decir, en general no es necesario verbalizar los procesos mentales que se llevan a cabo a menos que alguien requiera conocerlos. En el caso de esta investigación, se asume al cálculo mental como un trabajo personal y privado, pues el interés radica en saber si el recurso electrónico, con base en sus características y condiciones, propicia que los alumnos se comprometan con la tarea de realizar cálculos mentales; es decir, que por iniciativa personal se instalen en jugar con el recurso electrónico por el puro placer de cambiar de nivel.

En el uso del recurso electrónico planteado, el avance y desarrollo del cálculo mental se aprecia a través de la cantidad de resultados correctos dentro del juego, condicionado por la forma de expresar el resultado del cálculo y mediado por el cambio de nivel. Aquí, pasar al siguiente nivel implica acertar varias veces en el tiempo preestablecido. La forma de comunicar los resultados y la configuración de niveles se tratará en el Capítulo 2.

Si se piensa en el desarrollo de las capacidades físicas y mentales del ser humano, las habilidades cognitivas como el cálculo mental resultan ser procesos inacabados en continuo desarrollo, donde el trabajo escolar, en los últimos años, ha tomado un papel predominante. Si bien desde temprana edad el niño va descubriendo por sí mismo curiosidades en las matemáticas, atajos y regularidades que le aportan comodidad en su trabajo intelectual, también es cierto que en la escuela existe todavía una postura ambivalente en cuanto a la importancia que tiene la construcción propia del conocimiento.

Aun cuando todos los cálculos aritméticos son mentales en alguna medida (Tirado, 1969), el cálculo mental se ha traducido en una serie de reglas sistematizadas que deben ser aprendidas y memorizadas con el fin de realizar cálculos rápidos y precisos de modo que se enseña como una habilidad externa al alumno (Parra, 1994).

A pesar de la exigencia de rapidez y exactitud que premia la memorización antes que la búsqueda de procedimientos propios, el cálculo mental no es mecanizable pues si bien permite la adquisición y comprensión de hechos aritméticos básicos, su objetivo principal es resolver problemas diversos y situados. Esta habilidad cotidiana y universal toma sentido de acuerdo con las actividades en donde es necesario que se ponga en práctica.

Por lo anterior, se coincide con la propuesta de Plunkett (1979), quien señala que el cálculo mental se lleva a cabo a través de procesos mentales que varían entre los usuarios y según la tarea a la que cada uno se enfrenta. Apunta también que permite la puesta en marcha de procedimientos holísticos y flexibles que promueven la construcción de distintos caminos de solución lo que conlleva al desarrollo de un calculista activo que se hace responsable de sus procesos y resultados.

A lo anterior es necesario agregar que se origina primordialmente de la necesidad de resolver problemas y que más allá de ser enseñado como una serie de reglas que hay que aprender, es necesario propiciar su desarrollo a partir de la propuesta de situaciones que permita a los alumnos acrecentar su dominio del cálculo a través de la anticipación de resultados, la elección de procedimientos, la misma resolución y la posibilidad de validar, contrastar y controlar sus producciones haciendo suyo el aprendizaje que se va originando mientras se crea una actitud ante la toma de decisiones al hacerse responsable de la valía de sus resultados.

En síntesis, es posible apuntar que el cálculo mental es un proceso cognitivo individual que permite el uso reflexivo de las relaciones entre los números a través de estrategias diferentes a las implementadas a lápiz y papel, con el objetivo de encontrar un resultado exacto o aproximado que lleve a solucionar un problema.

Procedimientos más comunes

Diversas investigaciones centraron la mirada en los procedimientos de los alumnos de la escuela primaria al momento de recurrir al cálculo mental como un recurso para resolver problemas. Una de ellas fue la realizada por Mochón y Vázquez (1995), quienes encontraron que los métodos más recurrentes a la hora de poner en práctica el cálculo mental son:

- a) *Descomposición sencilla* de $65 + 35$. Se descompone sólo uno de los números, por ejemplo 35 puede ser visto como $30 + 5$, haciendo más cómoda la suma entre $65 + 5 + 30$, resultando 100.
- b) *Redondeo sencillo más compensación* de $68 + 39$. Como indica el nombre, resulta más cómodo redondear a la decena siguiente en este caso 68 a 70 y 39 a 40. Así la suma de $70 + 40$ (130) se compensa con la resta de las cantidades que dieron el redondeo ($- 3$), resultando 127.

- c) *Descomposición doble* de $65 + 35$. Similar a la descomposición sencilla pero esta vez se descomponen ambos números quedando como una suma de $60 + 30 + 5 + 5$. Este método se realiza frecuentemente operando primero con las cantidades de mayor valor.
- d) *Compensación* de $16 + 14$. Aquí se altera uno de los números compensando inmediatamente con el otro realizando la operación inversa. Así resulta más cómodo operar con el 16 como $16 - 1 = 15$, compensando el 14 como $14 + 1 = 15$.
- e) *Ensayo y error*. Como su nombre indica se tantea de forma intuitiva hasta llegar al resultado correcto. Es necesario un parámetro de control sobre la suma para determinar si está cerca o lejos del resultado correcto. Por ejemplo, al dividir 125 entre 5, se buscan múltiplos del 5 que poco a poco se acerquen a 125. Si 5×8 son 40, entonces 5×24 son 120. El resultado es entonces 5×25 , de tal forma que $125 / 5$ es 25.
- f) *Pasos repetidos* de $90 + 15$. En este método, se decretan pasos bien definidos desde el principio que se van repitiendo hasta que se acerca a la respuesta correcta. Aquí el 15 puede ser visto como $5 + 5 + 5$ por lo que es más sencillo aumentar en 5 el 90, repitiendo el mismo proceso hasta llegar al resultado: $90 + 5 = 95$, $95 + 5 = 100$, $100 + 5 = 105$.

Parra (1994), por su parte, también concuerda en que uno de los procedimientos más usados por niños de primaria es la descomposición numérica que consiste en expresar un número a través de la relación aditiva de otros números. Por ejemplo, $130 = 50 + 50 + 30$. Apunta también que esta habilidad es una base importante para desarrollar otros métodos. Además de esto, recalca que puede haber combinaciones entre los distintos procesos de acuerdo con las necesidades del usuario, los requerimientos que la tarea conlleva y la comodidad que provee para realizar cálculos más complejos.

Aunado a esto es necesario señalar que, de acuerdo con el dominio numérico del niño, con cada estrategia se obtienen resultados parciales que va reteniendo en la memoria para dar paso a la consecución del resultado final. Es decir, se ejercita la capacidad de visualizar un panorama de la resolución del problema más amplio y flexible. Aquí cabe apuntar que las adiciones simples resultan ser el reto principal al que un niño puede enfrentarse echando mano del cálculo mental siendo el uso espontáneo del conteo de uno en uno, el primer recurso de resolución (Fayol, 1985).

Al calcular mentalmente una adición, el niño con frecuencia se aproxima tomando primero en cuenta las cifras de la izquierda sin dejar de considerar el valor completo de la suma (Plunkett, 1979). Esta organización mental de las cifras significativas es, según Maza (1998), una estrategia para economizar la memoria. Lo anterior resulta cómodo de acuerdo con la naturaleza de la tarea y a la disposición espacial con la que se presentan los datos.

Sumado a lo anterior, Groen y Parkman (citados por Fayol, 1985), nombran dos procedimientos para la resolución mental de adiciones: recuperar resultados de la memoria a largo plazo o método reproductivo, y verse en la necesidad de reconstruir el resultado a través de un cálculo o método reconstructivo. Aquí, la confianza en la memoria propia permite alcanzar un método reproductivo reflexivo que posibilita llevar a cabo cálculos mentales cada vez más complejos. Ejemplo de esto es que hay niños que han comprendido y memorizado que $4 + 2$ siempre será 6 y lo reproducen cuando es necesario, mientras que otros necesitan contar 4, 5 y 6 para saber el resultado aun cuando lo han obtenido previamente, es decir reconstruyen el procedimiento.

Propuestas curriculares

A finales del siglo XIX y principios del XX, el cálculo mental poseía una importancia protagónica dentro del currículum escolar pues era entendido como el *hacer* matemática. De acuerdo con Gómez (2005), el cálculo mental se enseñaba a través de una gran cantidad de reglas breves siendo útil al responder ejercicios de suma, resta, multiplicación y división. En México, por ejemplo, se estableció en el Segundo Congreso Nacional de Instrucción de 1891 que para la materia de aritmética de 2° se debía revisar:

Cálculo objetivo, mental y con cifras, comprendiendo las cuatro operaciones en la serie de uno a mil. Formar objetivamente la tabla de multiplicar hasta el diez, y fijarla en la memoria de los niños por medio de ejercicios diarios en el ábaco (Legislación mexicana o colección completa de las disposiciones legislativas expendidas desde la Independencia de la República. Tomo XXI, 1876, art. 4, p. 26).

A partir de los años 70 en México poco a poco el cálculo mental se fue subordinando al uso de las leyes del sistema de numeración base 10 y las operaciones de números pequeños. Esta perspectiva encontró funcionalidad en situaciones de compraventa que

conformaban una parte de los libros de texto de aquella época.⁴ Ya en los 90 se señaló la importancia del cálculo mental como una “destreza para resolver problemas de cálculo en la vida cotidiana” (Balbuena, Block, et al., 1991, p. 55).

Mientras que en el programa de estudios 2011 de la Secretaría de Educación Pública (SEP) se describe como propósito para la educación primaria, que los alumnos “utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números naturales, así como la suma y resta con números fraccionarios y decimales para resolver problemas aditivos y multiplicativos” (SEP, 2011, p. 70). Este propósito lo ratifica la SEP en la propuesta curricular de año 2017, actualmente vigente en el sistema educativo nacional (SEP, 2017, p. 216).

Además, como competencia matemática para todos los grados, se puntualiza el “manejo eficiente de técnicas tales como el cálculo mental y la estimación en el empleo de procedimientos abreviados o atajos a partir de las operaciones que se requieren en un problema, y en evaluar la pertinencia de los resultados” (SEP, 2011, p. 79), señalando también que para lograr el manejo eficiente de una técnica es necesario que los alumnos la sometan a prueba en muchos problemas distintos pues de esa manera crece la confianza en ella y la adaptan a nuevas tareas. Un posicionamiento equivalente aparece en la propuesta del 2017 (SEP, 2017, p. 7).

El cálculo mental debe comenzar a desarrollarse desde 1° de primaria, si no es que, hacia finales de preescolar con las relaciones entre dígitos, cuando las capacidades cognitivas de los alumnos les permiten acrecentar su dominio numérico para comenzar a descubrir las relaciones entre los números. De acuerdo con Ashcraft y Fierman (como se cita en Fayol, 1985), el pasaje del método de solución de adiciones reconstructivo (reconstruir el resultado) al reproductivo (recuperar resultados de la memoria a largo plazo) sucede durante la escuela primaria.

Sin embargo, aun cuando en los Programas de estudio 2011 de la SEP se proponen “la suma de dígitos, complementos a 10, restas de la forma 10 menos un dígito, etcétera.” (SEP, 2011 p. 85), como los recursos mentales de cálculo más importantes para la resolución de problemas en primer grado, para el programa de estudios de sexto grado ya

⁴ De acuerdo con una revisión de los libros de texto de Matemáticas de la SEP del Plan 1972.

no se hace explícito que el cálculo mental sea un recurso de solución de problemas; más aún, ni si quiera se propone que se siga desarrollando.

Así como la SEP, otros autores han propuesto métodos de enseñanza del cálculo mental, entre las cuales destacamos los siguientes:

- a) *Propuesta de enseñanza de Mialaret (1989)*. Se propone agrupar y desagrupar objetos para conocer todas las relaciones entre dos números.
- b) *Propuesta de Maza (1998)*. Aquí a partir de dobles, luego inversos sustractivos, dobles más menos 1, más menos 2, etc., propone ir descubriendo las relaciones entre los números.
- c) *Propuesta de Castro (1988)*. Plantea mostrar todas las relaciones que den un número como resultado, invertir el camino, encontrar el sucesor en la relación más uno o menos dos, etc.
- d) Beishuizen (1993) enumera las estrategias de enseñanza predominantes en la escuela holandesa, tales como la N10 basada en la descomposición sencilla seguida de una compensación ($45 + 22$, $45 + 20$, $65 + 2$), y la 1010 que retoma la descomposición doble con compensación ($45 + 22$, $40 + 20$, $5 + 2$, $60 + 7$). Este autor señala que para lograr el dominio de estas técnicas se requieren apoyos materiales como libros de texto, regletas, *hundred square* o cuadrículas de 100 siendo imperante la verbalización del procedimiento por parte de los alumnos.

Capítulo 2. Recorrido Metodológico

La ingeniería didáctica implementada

Como se había anticipado en el capítulo precedente, la ingeniería didáctica contempla cuatro fases. A continuación, se describen en relación con el objeto de estudio de la indagatoria.

a) Análisis preliminar

El cálculo mental permite organizar el conocimiento matemático con el fin de proveer herramientas cómodas para trabajar sobre un problema en específico.

Un niño que enfrenta una novedad que le representa un desafío piensa en varias formas de resolución a la par que valora los recursos con los que cuenta y el camino a seguir para llevar a cabo lo que piensa. Mientras intenta resolver una tarea, el niño falla, evalúa, reintentando y aprende del problema y de sí mismo hasta que obtiene un resultado favorable. Es hasta entonces, cuando el niño abre la posibilidad de preguntarse si existe otra forma más rápida y sencilla de resolver el mismo problema; en este momento puede decirse que ha adquirido un conocimiento y que es muy probable que actúe de la misma forma la próxima vez que se enfrente a una situación similar. Es decir, su repertorio de respuestas se habrá ampliado.

Cuando se necesita conocer una cantidad o una medida y no se cuenta con las herramientas necesarias para obtener un resultado exacto, ya sea un algoritmo escrito, un dispositivo de cálculo o la capacidad cognitiva para operar de dicha forma, se vuelve necesario utilizar todos los recursos disponibles para acercarse lo más posible a un resultado aproximado.

En este proceso se evocan elementos memorizados, alojados en la memoria a largo plazo como la serie numérica, que resulta básica para el cálculo mental, al tiempo que se recurren a estrategias de cálculo como el conteo, el redondeo, los dobles, entre otros; para lo que se ocupa la memoria a corto plazo, haciendo del cálculo mental una actividad que exige un trabajo interno bastante complejo.

Para explicar un poco mejor el papel que juegan las memorias a corto y largo plazo hay que especificar que la memoria de trabajo a corto plazo sólo opera con un número limitado de elementos durante un tiempo breve, por lo que un cálculo complejo exige el uso

de la memoria a largo plazo pues opera con una capacidad bastante mayor permitiendo el cálculo automático, haciendo posible liberar espacio mental para centrar los recursos en aspectos más complicados.

Con respecto a esto, Fayol (1985) menciona que en 3º de primaria aproximadamente, se da una división de posibilidades cognitivas entre los niños de acuerdo con su capacidad de tratar información en la memoria. En otras palabras, las necesidades mentales de cálculo exigen el uso de la memoria a largo plazo apelando al método reproductivo debido a las propiedades limitadas de la memoria a corto plazo.

A través del uso y dominio de las propiedades de la serie numérica, se va entretejiendo una red mental de relaciones entre los números que se convierten en hechos numéricos⁵ al momento de anclarse en la memoria a largo plazo para ser evocados de manera inmediata cuando el calculista lo requiera. Este proceso se ve automatizado mediante el uso escolar de algoritmos y estrategias de resolución. Por lo tanto, el cálculo mental permite la reflexión sobre las relaciones numéricas mientras se ejercitan la memoria a largo y corto plazo al anclar ciertos hechos numéricos. De esta forma la visión antagónica tradicional entre memorizar o comprender se desvanece.

Ahora bien, aun cuando tradicionalmente en la escuela no ha sido necesario comprender un algoritmo para obtener un resultado correcto, el cálculo mental apoya de buena forma la comprensión de algoritmos escritos, pues como mencionan Barba y Calvo (2009), a comparación de los algoritmos que esconden su lógica detrás de una serie de pasos mecánicos, la transparencia del cálculo mental permite reflexionar sobre el significado de dichos procesos intermedios en lugar de memorizarlos. Es decir, los algoritmos resultan ser una extensión del razonamiento inmerso en el trabajo de cálculo mental.

De igual forma, el cálculo mental aporta beneficios al uso del algoritmo a lápiz y papel, como por ejemplo la automaticidad de los hechos numéricos que, de acuerdo con Fisher (1987), permite un cálculo más cómodo y rápido que no interfiere con el trabajo mental en cuestión, pero sí aporta parámetros de control frente a errores de cálculo que

⁵ De acuerdo con Balbi & Dansilio (2010), se le llama hecho numérico a cualquier número o evento matemático que puede ser evocado de manera automática, sin la necesidad de repetir el procedimiento del cual fue obtenido y en cualquier momento en el que sea necesario.

puedan aparecer. Así, como menciona Parra (1994), el cálculo mental se vuelve una vía de acceso al algoritmo y, a su vez, su herramienta de control.

Con base en esta información se valoró la pertinencia de realizar una investigación que permitiera estudiar el uso de un videojuego, el cual enfrenta al usuario al cálculo de la suma de números no mayores a 1000 y que, presumiblemente, propicia el desarrollo de cálculo mental en niños de 3° de primaria, aunado a la reflexión sobre la composición decimal de los números, para con ello contribuir a la comprensión de técnicas de cálculo escrito, particularmente la que refiere a las transformaciones ordenadas de unidades en decenas y éstas a centenas en el algoritmo que usualmente priorizan no solo los maestros sino también los padres de familia.

Cabe aclarar, que el recurso tecnológico también puede utilizarse para el desarrollo del cálculo de restas; sin embargo, esta investigación no se hizo cargo del estudio de este componente por restricciones en el tiempo preestablecido para conformar el referente empírico del trabajo de tesis.

b) Concepción y análisis *a priori* de las situaciones didácticas

Como parte del análisis *a priori* y tomando en cuenta que se trataba de diseñar una situación a-didáctica a través de la interacción de los niños con un dispositivo electrónico, se elaboraron diversas hipótesis sobre el diseño y construcción de las situaciones, con el fin de:

- Tomar decisiones para que fuera posible describir las producciones hechas por los participantes;
- Analizar los conocimientos puestos en marcha, así como su significado; y,
- Prever las posibles pautas de acción conforme al conocimiento que se espera los niños pongan en práctica.

En primer lugar, se planteó la necesidad de registrar de la forma más cómoda y eficiente, lo acontecido durante la experimentación. De tal forma, se optó por el uso de una tableta que fuera capaz de grabar la pantalla del videojuego mientras el niño interactuaba con éste. De esta forma se aseguró el registro en vídeo de las producciones hechas por los niños. Sin embargo, la información contenida en dichos vídeos tendría que ser convertida en datos manipulables a través de transcripciones.

Con respecto a la concepción de las situaciones, como el objetivo principal es que los niños desarrollen su cálculo mental a través de la interacción con recurso electrónico, inicialmente se caracterizó la situación problemática general de la siguiente forma:

- Es necesario ahuyentar a dos perros antes de que asusten a un gato. Los perros portan dos cantidades que el usuario debe sumar para ahuyentarlos antes de que lleguen al lugar donde se encuentra el gato.
- El tiempo disponible para hacer el cálculo se controla con el tiempo que tardan los perros en desplazarse, desde que aparecen hasta que llegan con el gato. Los números que muestran los perros aparecen de manera aleatoria.

La situación descrita se elaboró por medio de un software de desarrollo que dio lugar al recurso tecnológico denominado *Miautemáticas*, en principio, su estructura debería anticipar y responder a las posibles acciones de los niños. A continuación, se describen los diferentes componentes del recurso tecnológico y sus funciones en relación a las predecibles respuestas de los niños.

i) Estructura del juego y Niveles

Al iniciar el juego se muestran tres pantallas de selección, la primera presenta el título del videojuego: *Miautemáticas*; y tres botones de opciones a elegir: *Jugar* que al presionar lleva a la siguiente pantalla de selección, *Borrar Datos* que borra los avances del juego anterior, y *Salir* que cierra el juego (Figura 1)



Figura 1. Pantalla inicial del juego

La segunda pantalla de selección presenta dos opciones que corresponden a los modos de juego: *Sumar* que lleva a la última pantalla de selección y *Restar* que se encuentra bloqueada hasta que se completa el modo de suma (Figura 2).



Figura 2. Pantalla de selección de modo de juego

La última pantalla de selección (Figura 3) muestra los 4 niveles que componen el modo de suma (o resta)⁶, también se encuentra el botón *Tutorial* que presenta cómo se realiza el juego; así como un botón de retroceso para regresar a la pantalla de selección de modos de juego.



Figura 3. Pantalla de selección de niveles de suma y Tutorial

⁶ El modo de resta formaba parte del diseño del videojuego, sin embargo, no fue considerada pues ninguno de los niños logró superar el modo de suma en el tiempo previsto para la experimentación, en apego al espacio curricular previsto para concluir el trabajo de tesis.

Los niveles se construyeron con base en las siguientes consideraciones:

El nivel transcurre a través de oleadas en donde, en cada una de ellas, dos perros caminan desde los extremos de la pantalla hacia el centro de ésta, donde se encuentra inmóvil el gato que hay que proteger. Ambos perros traen consigo un número encima, que aparece aleatoriamente. Para salvar al gato y así superar la oleada, el usuario debe sumar dichos números antes de que los perros lleguen a él (Figura 4). Con este recurso se controla el tiempo del que dispone el usuario para responder.



Figura 4. Pantalla de juego de una oleada con los perros y el gato

Una de las partes más importantes dentro del juego es la manera en la que los niños comunican el resultado de la suma. Dicho instrumento se confeccionó con base en la descomposición “canónica”⁷ de números debido a que, por un lado, es la forma más económica para representar un número a través de potencias del 10, pero por otro, esta descomposición implica no solo la comprensión del Sistema de Numeración de Base 10 Posicional, en el que usualmente se representan los números, sino también es un referente importante para la elaboración de algoritmos simbólicos escritos para las operaciones aditivas y multiplicativas.

Así, para introducir el resultado de la suma, el jugador tiene a su disposición un tablero con 27 botones organizados en 3 filas de 9 botones cada una. En la primera fila aparecen los números del 1 al 9 (unidades), en la segunda del 10 al 90 (decenas) y en la

⁷ Sin la representación explícita de las potencias de 10.

tercera de 100 al 900 (centenas). De esta forma, la selección se concretaría al presionar uno de estos botones (Figura 5).

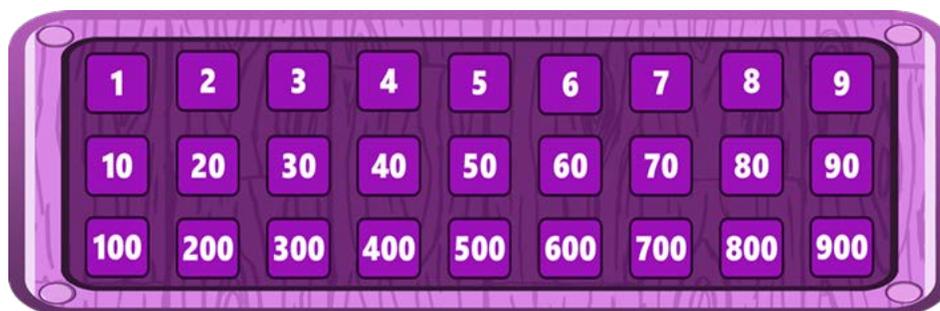


Figura 5. Tablero que permite la descomposición canónica del resultado de la suma

Una vez elaborado el instrumento de interacción entre el medio y el niño, se estableció que la manera más eficaz en la que se le comunicarían al usuario sus selecciones sería a través de un panel situado arriba del tablero con una cantidad determinada de espacios en los cuales aparecerían una por una las selecciones realizadas (Figura 6). Lo anterior de acuerdo con procedimientos que conllevan la descomposición canónica, que es representada mediante la suma de las unidades, dieces y cienes que quedan, una vez que se han hecho todos los agrupamientos posibles de diez en diez. De esta forma el panel de selección también sirve como una forma de registrar las sumas parciales que se van realizando.



Figura 6. Panel de selección en donde se presentan las selecciones realizadas con el tablero

En síntesis, el juego enfrenta al usuario a obtener el resultado de una suma mediante procedimientos de cálculo mental específicos, determinados, principalmente por la forma en la que debe ser comunicado el resultado, que es a través de la descomposición canónica del número con ayuda de un tablero diseñado expofeso. Cabe mencionar que el tablero permite introducir el mismo número más de una vez. Para introducir, por ejemplo, el número

320 se pueden presionar los botones que corresponden a los números 10, 300 y 10. Dicha selección sería presentada como $10 + 300 + 10$ sin que el orden en el que van siendo introducidos afecte el resultado final (Figura 7).

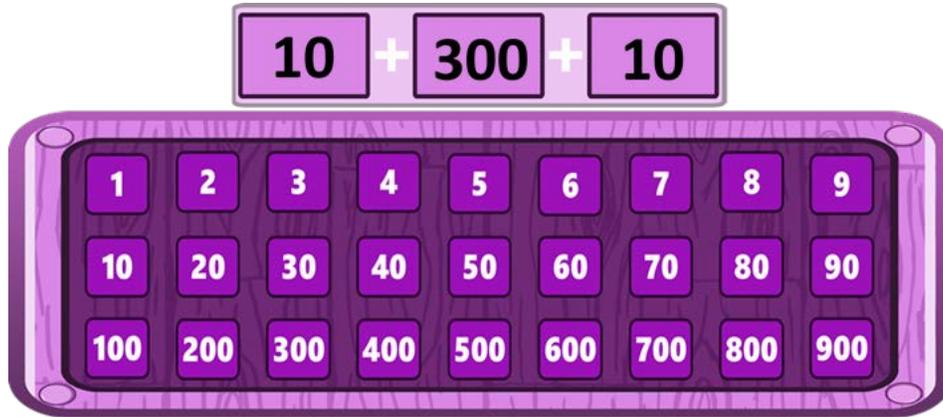


Figura 7. Presentación de las selecciones 10, 300 y 10

Una vez contruidos los instrumentos para comunicar y visualizar un resultado, el siguiente componente por resolver, fue la forma de validar la producción del usuario. Desde luego, interesaba que el mismo instrumento devolviera a los niños información sobre lo que estaban respondiendo. Para esto, se decidió utilizar un botón para corroborar si la suma de las selecciones realizadas era correcta. Dicho botón se encuentra del lado derecho del tablero y tiene otra función, pues aún si el resultado es incorrecto, presionarlo borra por completo las selecciones hechas con el tablero (Figura 8).

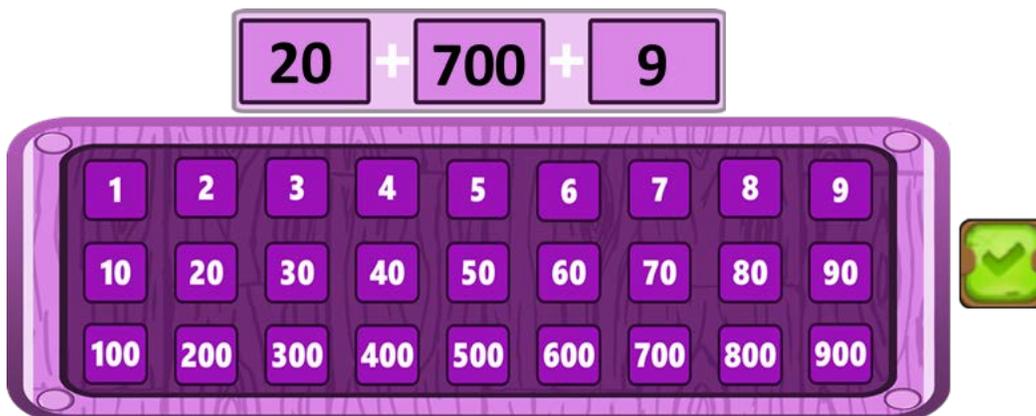


Figura 8. Tablero con panel de selección y botón de validación

Finalmente, para dar lugar a las opciones de los tres niveles de complejidad que ofrece el juego, es necesario señalar un aspecto importante de la validación del resultado. Si el resultado introducido es correcto los perros salen corriendo hacia el lado por el que aparecieron y comienza la siguiente oleada, pero si el resultado es incorrecto los perros siguen avanzando y el resultado que introdujo el jugador se borra; mientras que el gato invita al jugador que siga intentando salvarlo, a través de una onomatopeya que aparece encima de él. De esta forma, el botón de validación es, al mismo tiempo, un botón de borrado (Figura 9).



Figura 9. Pantalla de juego con tablero y rectificación/borrado de resultados

ii) Mecánicas de Niveles

Al jugar la suma por primera vez, sólo está disponible el Nivel 1 pues es necesario pasar todo el nivel para desbloquear el que sigue. En los juegos posteriores se podrá iniciar a partir del último nivel jugado sin necesidad de volver a desbloquearlo. Cada nivel está formado por 10 oleadas apareciendo sólo dos perros en cada una de ellas. El juego contempla 3 niveles de dificultad siendo el siguiente más complejo que el anterior.

Los componentes que hacen del juego un reto para el usuario son los siguientes:

- a) *Tipo de números involucrados en la suma.* Estos pueden ser *bidígitos* (números de 2 cifras) o *tridígitos* (números de 3 cifras), los cuales hay que sumar a través

de distintas combinaciones en cada nivel. El resultado no puede ser mayor a 999 debido al diseño del tablero:

- Nivel 1: Suma de bidígito + bidígito con resultado máximo de 198.
- Nivel 2: Suma de bidígito + tridígito con resultado máximo de 999.
- Nivel 3: Suma de tridígito + tridígito con resultado máximo de 999.

Una parte importante del sistema decimal de numeración es la cualidad de poder transformar unidades menores al orden siguiente mediante la agrupación. Presumiblemente, esto se verá propiciado en el videojuego a través de la presentación de sumandos que requieren de dichas transformaciones, ya sea de unidades a decenas ($15+46$), decenas a centenas ($152+84$) o ambos ($289+154$). Estas combinaciones aparecen aleatoriamente dentro de cada nivel de acuerdo con el diseño arriba descrito.

Se espera que lo anterior junto con el uso del tablero propiciará otra característica del sistema decimal que es el valor posicional de las cifras dentro de un número, que se busca propiciar en el recurso a través de la necesidad de comunicar el resultado de la suma como una descomposición canónica. De acuerdo con los propósitos de la investigación, la naturaleza de los números que hay que sumar encuentra otra razón al complementarse con otra característica del videojuego que son los espacios disponibles para introducir un resultado. Dicha cualidad se explora a continuación.

b) *Espacios disponibles para formar el resultado.* Cada nivel inicia con un número determinado de espacios disponibles para formar el resultado, sin embargo, al llegar a la oleada 5 de 10 se reduce un espacio. Esto está configurado para que suceda en todos los niveles. Así, al llegar a la mitad del nivel y ante cierto tipo de tareas, el jugador se verá en la necesidad de realizar las transformaciones correspondientes y, de acuerdo con los espacios disponibles tendrá que introducir el resultado en agrupamientos de diez o de cien según sea el caso:

- Nivel 1: Inicia con 3 espacios disponibles reduciéndose a 2 a mitad de nivel.
- Nivel 2: Inicia con 4 espacios disponibles reduciéndose a 3 a mitad de nivel.
- Nivel 3: Inicia con 4 espacios disponibles reduciéndose a 3 a mitad de nivel.

La reducción de espacios lleva a pensar en el agrupamiento y le proporciona una importancia muy grande a las transformaciones en el momento en el que los espacios no son suficientes para realizar alguna de las siguientes acciones: a) introducir las cifras de los números a sumar por separado (por ejemplo, al tener sólo 3 espacios disponibles intentar introducir $53+125$ como $50+3+100+20+5$), b) registrar sumas parciales comenzando a sumar desde la izquierda.

Ante esta última, la naturaleza de los números a sumar es determinante pues se prevé que, al requerir una o dos transformaciones, la reducción de espacios promueva la suma a partir de la derecha. Por ejemplo, sumar de izquierda a derecha $294+37$ daría como resultado: $200+100+20+10+1$. Pero al tener sólo 3 espacios disponibles, es necesario agrupar en 100 y 10 de la siguiente forma: $300+30+1$. Se espera que, ante este tipo de situaciones, los jugadores contemplen la suma de derecha a izquierda como más útil pues de esta forma es más fácil ir agrupando y registrando en el tablero los resultados parciales de las transformaciones.

c) *Tiempo disponible desde la aparición de los perros, hasta que llegan al gato.* En todos los niveles se reduce varios segundos el tiempo que toma a los perros llegar al centro de la pantalla y asustar al gato. De esta forma se le exige al usuario realizar el cálculo de una manera más rápida y eficiente para salvar al gato:

- Nivel 1: 30 segundos para que los perros lleguen al gato.
- Nivel 2: 25 segundos para que los perros lleguen al gato.
- Nivel 3: 20 segundos para que los perros lleguen al gato.

La reducción de tiempo encuentra su utilidad al momento de enfrentarse a la necesidad de comunicar el resultado de una suma que requiera registrar una o varias transformaciones en el panel de selección con pocos espacios, por ejemplo, si sólo se cuenta con 3 espacios para introducir el resultado de $158+66$, el registro a partir de las centenas provoca que al llegar a la transformación de decenas ($50+60=100+10$), se habrán gastado todos los espacios: $100+100+10$.

Esto provoca que, ante la necesidad de ocupar más espacios para comunicar las transformaciones siguientes, se requiera agrupar todos los dieces y cienos para ser introducidos en un solo espacio. Mientras sucede esto, es

necesario borrar el contenido del panel para introducir nuevos registros. Este proceso consume mucho tiempo por lo que su reducción jugará, presumiblemente, un papel importante para lograr salvar al gato, en tanto que agrupar a partir de las unidades será una estrategia más útil ante este tipo de situaciones.

- d) *Salud del gato*. Sin importar el nivel, el gato presentará arriba de él una barra de salud (Figura 10). Cada perro disminuye un 25% la salud del gato por lo que fallar una oleada (2 perros) supondría una reducción del 50% de la barra de salud. Al llegar a 0%, el gato quedará completamente asustado y el juego terminará con la opción a reintentar el nivel o jugar un nivel diferente.

Esta característica se diseñó con la intención de tener reintentos dentro de un solo juego para que los jugadores tuvieran cierto margen de error y fueran capaces de reintentar en una nueva oleada sin perder su progreso dentro de una sola oportunidad.



Figura 10. Gato con su barra de salud

Existe una manera de ganar la oleada sin recurrir al cálculo mental: cuando hay espacios disponibles, los números pueden ser introducidos directamente a través de su descomposición canónica. Por ejemplo, supongamos que los perros traen el 27 y el 35, y en el tablero hay cuatro espacios para poner el resultado. Si se introduce $20+7+30+5$, el resultado sería correcto. Se espera que este tipo de situaciones propicien la reflexión sobre una característica del sistema decimal de numeración que es el valor posicional a través de la descomposición canónica de un número.

Por otra parte, existe la posibilidad de ahuyentar sólo a un perro por oleada si se introduce el número que éste lleva encima. Para propiciar la suma de ambos números, las oleadas se configuraron de tal manera que, al introducir el número de un solo perro, el perro

restante corre al centro de la pantalla para asustar al gato quedando bloqueada la posibilidad de introducir su número (Figura 11).



Figura 11. Gato perdiendo 25% de salud al ahuyentar a un solo perro

En concordancia con lo descrito anteriormente, los niveles se configuran de la siguiente forma (Tabla 1).

Tabla 1. Configuración de niveles del videojuego.

Nivel	Variable didáctica: tipo de números	Espacios	Tiempo disponible	Resultado máximo
1	Bidígito + Bidígito	3 a 2	30 segundos	198
2	Bidígito + Tridígito	4 a 3	25 segundos	999
3	Tridígito + Tridígito	4 a 3	20 segundos	999

iii) Tutorial

Como último paso en la construcción del videojuego, era necesario elaborar un video tutorial para mostrar a los niños, a través de un ejemplo, la consigna del juego, así como la forma en que se utiliza el tablero para poner el resultado.

iv) Población y piloteo

Una vez construido el videojuego se hizo una experiencia piloto de las situaciones con una población de 8 niños que cumplieran con los siguientes requisitos: cursaban el 3º de primaria en una escuela pública con rango de edad entre 7 y 9 años. Dicha aplicación se llevó a

cabo en una sola sesión dentro de un ambiente controlado de atención psicoeducativa al que los niños seleccionados acudían. De esta experiencia se realizaron algunas adecuaciones, siendo la más importante incorporar un ejemplo al tutorial para hacer más explícita la forma de introducir el resultado.

Posteriormente se conformó un grupo de 4 niños que no participaron en el piloteo: Rafa de 8 años 3 meses, Axel de 8 años 4 meses, Pablo de 8 años 5 meses y Aldo de 9 años 1 mes. Se acordaron 6 sesiones de juego de 30 minutos cada una. La experimentación se llevó a cabo en el domicilio particular del investigador utilizando recursos tecnológicos propiedad de éste.

c) Experimentación

En la primera sesión se observaron diversos problemas en la aplicación del videojuego similares a los que aparecieron durante el piloteo, principalmente con el uso del tablero para introducir un resultado. Sin embargo, con el fin de identificar si dichos problemas se debían fundamentalmente a fallos en el tutorial o bien a que los niños no tenían suficientemente desarrollado el cálculo mental para resolver los ejercicios propuestos, se realizaron 2 adecuaciones:

1. Se reconfiguró el tutorial agregándole un ejemplo más explícito donde se apreciaba completamente la descomposición canónica del resultado de una suma y su introducción completa con ayuda del tablero (Figura 12).

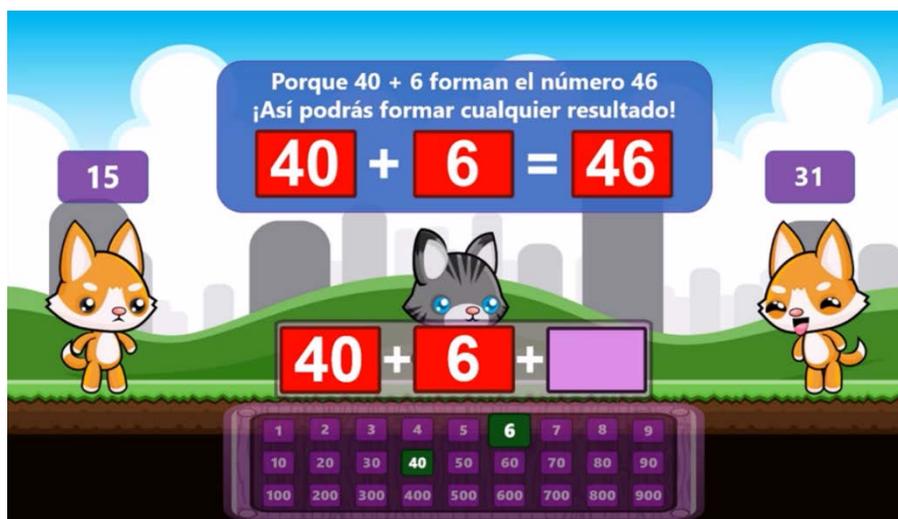


Figura 12. Tutorial mostrando la descomposición canónica y la manera de introducirla en el tablero

2. Del registro de la primera sesión, se tomaron las sumas con las que los niños tuvieron problema, a fin de plantearlas oralmente en la sesión siguiente. Se tomó registro del tiempo de solución de cada niño, así como de la cantidad de resultados correctos e incorrectos (Tabla 2).

Tabla 2. Exploración del desarrollo del cálculo mental luego de la primera sesión.				
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo
<i>Sumas</i>	27	25	24	28
<i>Correctas</i>	17	8	16	4
<i>Tiempo min.</i>	3 seg.	3 seg.	7 seg.	9 seg.
<i>Tiempo máx.</i>	36 seg.	24 seg.	41 seg.	51 seg.
<i>Incorrectas</i>	10	17	8	24
<i>Tiempo min.</i>	13 seg.	3 seg.	11 seg.	11 seg.
<i>Tiempo máx.</i>	59 seg.	46 seg.	1 min. 24 seg.	1 min. 23 seg.
<i>Valoración</i>	Apto	En desarrollo	Apto	En desarrollo

Con base en los resultados de cálculo mental de los niños, se determinó que el problema con el videojuego radicaba en el tutorial pues no comunicaba con claridad cómo usar correctamente el tablero. A partir del nuevo tutorial, los niños comenzaron a mostrar un mejor desempeño, el cual se reporta más adelante. La experimentación comprendió el siguiente calendario (Tabla 3).

Tabla 3. Calendario de sesiones de juego con progreso de niveles.				
Fecha	Axel	Rafa	Aldo	Pablo
28-abr-18	Sesión1-Nivel 1	Sesión1-Nivel 1	Sesión 1-Nivel 2	
01-may-18	Sesión 2-Nivel 1 Cálculo mental	Sesión 2-Nivel 1 Cálculo mental		Sesión1-Nivel 1
03-may-18	Sesión 3-Nivel 2 Nuevo tutorial	Sesión 3-Nivel 2 Nuevo tutorial	Sesión 2-Nivel 1 Cálculo mental	Sesión 2-Nivel 1 Cálculo mental
05-may-18		Sesión 4-Nivel 2	Sesión 3-Nivel 2 Nuevo tutorial	
08-may-18	Sesión 4-Nivel 2	Sesión 5-Nivel 2	Sesión 4-Nivel 2	
09-may-18	Sesión 5-Nivel 2	Sesión 6-Nivel 3	Sesión 5-Nivel 2	Sesión 3-Nivel 1 Nuevo tutorial
12-may-18	Sesión 6-Nivel 2		Sesión 6-Nivel 3	
29-may-18				Sesión 4-Nivel 1
03-jun-18				Sesión 5-Nivel 1
07-jun-18				Sesión 6-Nivel 2
	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	

d) Análisis *a posteriori* y evaluación

Finalmente, en el Capítulo 3 se reportan los resultados obtenidos en la fase de experimentación, así como su análisis.

Capítulo 3. Análisis de Resultados

Información general

Durante la experimentación se jugaron 1088 oleadas en un periodo de 8 horas con 38 minutos y 52 segundos, distribuidos a lo largo de 6 sesiones de juego. En total se obtuvieron 504 oleadas correctas que corresponden a 46.32% de todas las oleadas jugadas. El Nivel 1 fue el nivel más jugado por los 4 niños (5h 30 min 07s) con un total de 670 oleadas; le sigue el Nivel 2 con 379 tareas realizadas también por todos los niños (2h 52min 14s), mientras que al Nivel 3 sólo llegaron 2 niños quienes jugaron 39 oleadas (16 min 31s). Este comportamiento se muestra en la Tabla 4.

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Total
Tiempo de juego	5 h 30 min 07 s	2 h 52min 14 s	16 min 31 s	8 h 38 min 52 s
No. de tareas	670	379	39	1088
Correctas	344	152	8	504
Incorrectas	326	227	31	584
Aciertos (%)	51.34%	40.11%	20.51%	46.32%

De acuerdo con la información de la tabla, el Nivel 1 fue el que tuvo la mayor cantidad de éxitos en relación con la cantidad de oleadas jugadas. Caso contrario, es el Nivel 3 donde se obtuvieron muy pocas oleadas correctas. Los datos son producto de la recopilación de las 6 sesiones de juego, donde la re-jugabilidad permitió a los niños salir de un nivel para jugar de nueva cuenta los niveles anteriores. Esto sucedió en múltiples ocasiones durante la misma sesión por lo que las cifras presentadas corresponden al progreso total acumulado, convirtiéndose también en un indicador interesante que muestra el interés de los niños por acumular oleadas correctas y consecuentemente esforzarse por mejorar su cálculo mental.

Cuando los niños eligieron jugar con el nivel anterior al que ya tenían acceso, permitió observar su interés por medir sus propias capacidades de cálculo, porque la intención de re-jugar un nivel previo, era poder resolver todas las oleadas sin equivocarse. Cabe precisar que la decisión de los niños por jugar varias veces con el mismo nivel, no demerita el desarrollo de su cálculo mental en la medida que los números involucrados en

cada oleada son aleatorios; pero sobre todo es evidencia de las bondades del recurso electrónico utilizado en esta tesis, como se había anticipado en su diseño, porque propicia que los niños por sí mismos se instalen con placer en situaciones que les permitan desarrollar su cálculo mental fuera de los espacios áulicos, dejando liberados éstos para el trabajo con los problemas y las técnicas de cálculo escrito.

Información por nivel

En el Nivel 1, se jugaron 670 oleadas en un periodo de 5 horas, 30 minutos y 7 segundos consiguiendo un total de 344 oleadas correctas (51% de aciertos). El niño que jugó más este nivel fue Pablo con 203 tareas a lo largo de 1h 46 min 54 s; le siguen Axel con 178 oleadas jugadas durante 1 h 30 min 08 s; Rafa quien jugó 159 oleadas en 1 h 13 min 42 s y Aldo con 130 tareas durante 59 min 23 s (Tabla 5).

<i>Tabla 5. Resumen de tareas resueltas a lo largo del Nivel 1</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
Tiempo de juego	1 h 30 min 08 s	1 h 13 min 42 s	59 min 23 s	1 h 46 min 54 s	5 h 30 min 07 s
No. de tareas	178	159	130	203	670
Correctas	94	78	92	82	344
Incorrectas	84	81	38	121	326
Aciertos (%)	52.81%	49.06%	70.77%	40.39%	51.34%

De acuerdo con la tabla, y al margen de haber jugado o no muchas oleadas, el niño con mejor rendimiento fue Aldo con 71 % aciertos, mientras que el niño que mostró mayores dificultades fue Pablo con 40% de aciertos. Sin embargo, cabe destacar que Pablo si bien fue quien tuvo menos aciertos, fue quien más veces jugó, estaba interesado intelectualmente en lograrlo y esto es alentador en cuanto a las bondades del recurso electrónico. En este sentido, el recurso se vislumbra como un interesante apoyo para los niños que particularmente tienen algunas dificultades con el cálculo mental y por ende requieren de tener mayores oportunidades de desarrollarlo sin la necesidad de que un adulto esté presente.

En cambio, se tiene el caso de Aldo que jugó menos veces que sus compañeros, pero presentó un mejor desempeño. Es decir, se evidencia que los niños se comprometieron con el objetivo del juego y además ambos respondieron frente al juego en función de sus propios alcances y limitaciones de cálculo mental.

En el Nivel 2, se jugaron un total de 379 oleadas en 2 horas 52 minutos 14 segundos, de las cuales 151 fueron correctas (40% de aciertos). El niño que jugó más oleadas de este nivel fue Rafa con 165 en 1 h 5 min 22s, de las cuales 84 fueron correctas (51% de aciertos); le siguen Aldo con 122 oleadas a lo largo de 52 min 55 s, consiguiendo 53 correctas (43% de aciertos); enseguida está Axel con 84 oleadas en 49 min 49 s teniendo 15 correctas (18% de aciertos); mientras que Pablo sólo jugó 8 oleadas a lo largo de 4 min 08 s obteniendo 0 correctas (0% de aciertos) (Tabla 6).

Tabla 6. Resumen de tareas resueltas a lo largo del Nivel 2

	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
Tiempo de juego	49 min 49 s	1 h 5 min 22 s	52 min 55 s	4 min 08 s	2 h 52min 14 s
No. de tareas	84	165	122	8	379
Correctas	15	84	53	0	152
Incorrectas	69	81	69	8	227
Aciertos (%)	17.86%	50.91%	43.44%	0.00%	40.11%

Con base en la tabla, el niño con mejor rendimiento fue Rafa con 51% de aciertos, mientras que el niño con más dificultades fue Pablo con 0% de resultados. Esto muestra, a diferencia del Nivel 1, que el niño con mejor desempeño fue el que jugó en más ocasiones durante más tiempo, mientras que el niño que jugó menos (8 vs 165) fue quien tuvo un bajo rendimiento. Es decir, el reto al que los niños se enfrentaron en el Nivel 2, se correspondió de mejor manera a las posibilidades de los niños, superarlo implicaba intentar resolverlo en muchas ocasiones, hasta lograrlo. Es decir, el empeño e interés de Pablo mostrado en el Nivel 1, permite anticipar que de haber tenido más tiempo hubiera mejorado en el Nivel 2 y con ello, su desarrollo general de cálculo mental.

El Nivel 3 fue jugado sólo por Aldo y Rafa quienes mostraron el mejor desempeño en los Niveles 1 y 2 respectivamente. En el Nivel 3 se jugaron un total de 39 oleadas a lo largo de 16 minutos 31 segundos, de las cuales 8 fueron correctas (21% de aciertos), convirtiéndolo en el nivel menos jugado y con menos éxito. El niño que jugó más oleadas fue Aldo con 25 en 10 min 20 s, de las cuales 5 fueron correctas (20% de aciertos), seguido de Rafa con 14 oleadas durante 6 min 11 s, obteniendo 3 correctas (21% de aciertos) (Tabla 7).

	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
Tiempo de juego	-	6 min 11 s	10 min 20 s	-	16 min 31 s
No. de tareas	-	14	25	-	39
Correctas	-	3	5	-	8
Incorrectas	-	11	20	-	31
Aciertos (%)	-	21.43%	20.00%	-	20.51%

De acuerdo con la tabla, Rafa y Aldo en porcentaje de aciertos tuvieron prácticamente el mismo desempeño salvo que Rafa lo logró en 14 oleadas contra las 25 de Aldo. Los datos indican que el tiempo dedicado a jugar el Nivel 3 fue drásticamente menor (39 oleadas en total) que el Nivel 2 (379 oleadas) y el Nivel 1 (670 oleadas), la razón de ello fue el límite previsto para la experimentación (6 sesiones en total), ello explica también que al Nivel 3 solo hayan accedido 2 de los 4 niños.

Con base en el comportamiento de la muestra en los tres niveles, se puede anticipar que las características del dispositivo tecnológico, sí enfrenta a los niños a tareas placenteras que posibilitan el desarrollo de su cálculo mental de sumas, por las siguientes razones: a) los enfrenta a tareas de mayor complejidad según avanzan en los niveles, y ellos mismos reconocen esa complejidad; b) los mantiene interesados en jugar y por ende en situación de desarrollar su cálculo mental y perfeccionarlo, prueba de ello es, por un lado, la cantidad de tareas que enfrentan y, por otro, su decisión de re-jugar un nivel no obstante que ya podían jugar con el siguiente, en su afán de recórrelo sin resultados incorrectos.

Aspectos importantes

Se observaron estrategias donde los niños sumaban las cifras considerando su posición, pero no necesariamente el valor posicional de éstas; consecuentemente tampoco reflexionaban sobre la representación en potencias de 10 para comunicar el resultado de la suma con el apoyo del tablero. Debido a esto expresaban los resultados con cifras sin considerar su valor posicional, por ejemplo, para $15+10$ registran $2+5$ en el tablero. Dichos casos fueron tomados como resultados correctos al tiempo que se puso especial atención en ver en qué momento se pasaba de dicha representación a una reflexión sobre las características del sistema de numeración decimal, específicamente al valor posicional de los números y a la descomposición aditiva en múltiplos del 10.

Hubo también casos considerados como excepcionales dadas las pocas veces que sucedieron, donde por la aleatoriedad los niños resolvieron sumas donde uno de los números era un múltiplo del 10 y el otro un dígito, por ejemplo $40+6$; o bien, cuando aparecieron decenas y centenas cerradas en ambos sumandos, por ejemplo $100+20$. En éstos, los niños repitieron los sumandos en el tablero y se consideraron respuestas correctas; aunque en sentido estricto, los niños no enfrentaron ninguna tarea de cálculo mental, sí reflexionaron sobre la composición decimal del resultado al decidir que, para anotarlo, usando el tablero, bastaba con repetir los sumandos que habían aparecido en los perros.

En otras situaciones, los niños ya conocían la suma como un hecho aditivo ($11+11=22$). Estos casos desde luego se reportan como resultados correctos; se asume que ya formaban parte del bagaje numérico de los niños porque evocaron los resultados, aunque no se cuenta con evidencia sobre el proceso mental involucrado, si se tiene como dato la rapidez de respuesta de los niños y la expresión de su cara video grabada, en la que instantáneamente miran hacia el tablero para anotar el resultado.

Existen otro tipo de situaciones circunstanciales donde los niños reflexionaron más sobre la composición decimal de los números que sobre el cálculo mental involucrado. Por ejemplo, para $71+20$ el requisito de expresar con el tablero el resultado en potencias de 10 y contar con espacios disponibles suficientes, llevó específicamente a Rafa y a Aldo a expresar el resultado, como $70+1+20$ en casos como $(71+20)$ o equivalentes. Este tipo de resultados fueron considerados también como correctos.

Reflexión sobre el valor posicional y la descomposición aditiva en potencias de 10 y elementos sueltos

La necesidad de utilizar el tablero para comunicar el resultado evidenció que algunos niños no poseían un conocimiento suficientemente claro sobre el valor posicional y la descomposición aditiva en potencias de 10 más elementos sueltos, que subyace en el sistema decimal de numeración. El referente utilizado para identificar las producciones de los niños fue el registro en la computadora de lo que iban realizando, donde se recuperaron diversas situaciones, como las que se enlistan a continuación:

- 1) El resultado lo representan con cifras sin considerar su valor posicional, por ejemplo, para $52+46$ anotan $9+8$, en lugar de $90+8$; o bien, para $56+28$, anotan $8+4$ en lugar de $80+4$. El cálculo se registró como correcto,
- 2) Suman unidades de un sumando con las decenas del otro o bien las decenas de uno con las centenas de otro, por ejemplo, el resultado de $72+34$, lo registran como $7+5+6$ donde '7' son las decenas del 72, el '5' es resultado de sumar 2 unidades del 72, y 3 decenas del 34, y el '6' es la suma de 2 unidades del 72, y 4 unidades del 34,
- 3) Ambos sumandos se introducen como cifras separadas sin considerar el valor posicional de éstas, siempre y cuando hubiera espacios disponibles suficientes, por ejemplo, para $21+13$ anotan como resultado $2+1+1+3$.

Estas dificultades las presentaron fundamentalmente Axel y Pablo a lo largo de los Niveles 1 y 2, en las 6 sesiones de juego, disminuyendo considerablemente en la sesión 3 para el caso de Axel; en cambio en Pablo permanecieron, aunque en menor proporción, hasta la sesión 6.

En la muestra, estos niños manifiestan tener más dificultades para realizar el cálculo mental que Aldo y Rafa, y son también quienes tienen problemas con la comprensión de la información que ofrece la representación simbólica de los números en el Sistema de Numeración Decimal. Recuérdese que desarrollar la habilidad de cálculo mental a la vez de ofrecer espacios de reflexión sobre la representación simbólica de los números en el Sistema de Numeración Decimal a través de un dispositivo electrónico, son objetivos de este trabajo de tesis

Lo que le sucede a Axel y Pablo evidencian como es que el cálculo mental y el conocimiento del Sistema de Numeración Decimal se van complementando, uno apoya el desarrollo del otro y viceversa, lo que apuntala a la validez de las hipótesis iniciales que sirvieron como base para el diseño del dispositivo electrónico.

Ahondando sobre las aseveraciones anteriores, tenemos que la dificultad de expresar el resultado a través de la descomposición canónica solicitada apareció 44 veces en total dando como resultado 26 tareas correctas. Aldo presentó esto en una sola ocasión durante el Nivel 1 como se muestra en la Tabla 8.

<i>Tabla 8. Tareas resueltas sin reflexión del valor posicional ni descomposición en base 10</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
	N1				
No. de tareas	18	0	1	25	44
Correctas	16	0	0	10	26
	N2				
No. de tareas	11	0	0	8	19
Correctas	0	0	0	0	0
	N3				
No. de tareas		0	0		0
Correctas		0	0		0
		Total de tareas	63	Total correctas	26

De acuerdo con la tabla, el niño que presentó en mayor medida esta dificultad fue Pablo durante el Nivel 1 (25 tareas obteniendo 10 correctas), mientras que en el Nivel 2 fue Axel quien mostró más esta dificultad (11 tareas sin resultados correctos). Esto se explica debido al tiempo de juego de cada uno, pues Pablo fue el niño que menos tiempo jugó el Nivel 2 presentando esta dificultad en todas las oleadas de dicho nivel (8 tareas).

La evidencia del paso de esta dificultad a la reflexión del valor posicional y la descomposición en base 10 se obtiene en el caso de Axel a lo largo de las Sesiones 1 a 3, donde la necesidad de utilizar el tablero lo llevó a revisar el tutorial en 3 ocasiones. A través del ejemplo que se da en dicho tutorial y la cantidad de intentos dentro del juego, Axel comenzó a ver los números como conjuntos de 10 y unidades de tal forma que propició el uso correcto del tablero introduciendo los resultados en sus potencias de 10, por ejemplo, para $51+24$ registra primero $7+5$ pero borra inmediatamente para introducir $70+5$. Lo anterior se aprecia en la cantidad de resultados correctos en este nivel conforme avanzaban las sesiones y la desaparición de esta dificultad.

A partir de la Sesión 3 esta dificultad desaparece en el Nivel 1 para Axel. Sin embargo, reaparece en el Nivel 2 (nivel al que llega en la sesión 3) lo que indica que la introducción de tridígitos sí se convirtió en factor de dificultad dentro del juego. En este nivel permaneció hasta el fin de la experimentación, sin embargo, conforme avanzaban las sesiones se presentaba en menor medida.

En el caso de Pablo esta dificultad también aparece, pero con ayuda del tutorial y la cantidad de intentos realizados va disminuyendo a lo largo de las 6 sesiones de juego. Evidencia de esto es que en la Sesión 5, calcular $70+36$ lo lleva primero a introducir $10+6$, borra ese registro inmediatamente para introducir $100+6$. Para la Sesión 6, esta dificultad

sólo aparece en 4 ocasiones. Esto es un indicador de que el tutorial y la implementación del tablero propiciaron la comprensión del valor posicional y la descomposición canónica en los casos de Axel y Pablo, mientras que para Aldo y Rafa este conocimiento se manifestó desde el inicio, así como sus mejores posibilidades de cálculo mental que las que ostentaron sus otros dos compañeros.

Reflexión sobre la transformación y la agrupación: suma de derecha a izquierda

Cabe recordar que las características del dispositivo electrónico iban encaminadas a que, ante ciertas tareas -particularmente las que implican suma de tridígitos, con al menos una transformación-, la estrategia más económica para los niños fuera el cálculo de derecha a izquierda. Dichas características son: a) el tablero como medio para comunicar el resultado; b) la reducción de los espacios disponibles para introducir el resultado; c) la reducción del tiempo para realizar el cálculo; y, d) la salud del gato (que disminuye cuando se termine el tiempo y no se responde correctamente).

Las características enunciadas, tuvieron la intención de llevar a los niños a pensar en otro orden (de derecha a izquierda) para realizar las transformaciones y los agrupamientos necesarios para comunicar el resultado en pocos espacios, poco tiempo y eventualmente sin agotar la salud del gato. Esto está correlacionado con uno de los propósitos de la investigación de propiciar que los niños calculen de derecha a izquierda como la estrategia más económica al momento de sumar números grandes que requieran transformaciones.

Por ejemplo, frente a la suma $136+486$, con tres lugares disponibles para registrar el resultado; si lo hacen de izquierda a derecha, se instalan, los siguientes procesos posibles:

- a) No anticipan la transformación de las decenas: eligen en el tablero 500; al calcular las decenas y obtener once, si eligen 10 y 1 en el tablero, se les acaban los lugares disponibles y el resultado es incorrecto (falta el cálculo de las unidades), al oprimir el botón de revisar se borra el registro y el tiempo disponible para rectificar es menor al que se tenía. Algo equivalente le sucede a la disposición de tiempo si después de poner el 500 deciden realizar el cálculo

36+86, obtienen ciento veinte y dos que en el tablero requiere tres lugares para registrarlo (100, 20 y 2) pero solo hay dos disponibles.

- b) Anticipan la transformación de las decenas y con base en ello, eligen en el tablero 600 y 10; al calcular las unidades obtienen doce, no pueden seleccionar en el tablero 10 y 2 porque solo hay un lugar disponible, por lo que corregir pasa por oprimir el botón de revisar y entonces posiblemente el tiempo disponible se termine o esté por terminarse. Y aun les faltaría el cálculo de las unidades, la transformación de éstas en decenas los enfrentaría nuevamente a la falta de lugares disponibles para registra el resultado y a la necesidad de oprimir el botón de revisar para volver a registrar el resultado en el tablero con las consecuencias sabidas de la salud del gato y el avance de los perros hacia el gato (terminación del tiempo).

Es decir, hipotéticamente están instaladas en el recurso tecnológico las condiciones para favorecer el cálculo de derecha a izquierda.

La suma de derecha a izquierda se utilizó como estrategia de solución en 153 ocasiones (Tabla 9). Contrario a las expectativas iniciales, descritas en los párrafos precedentes, como estrategia con mayor presencia en el Nivel 3, ésta aparece desde el Nivel 1 y también está presente en el Nivel 2, prácticamente frente a la misma cantidad de tareas. Aunque propició mejores resultados en las 79 tareas realizadas del Nivel 1 en el que hubo 64 resultados correctos, mientras que para el Nivel 2 se obtuvieron solo 44 resultados correctos.

Tabla 9. Uso de la estrategia: suma comenzando con las unidades (derecha a izquierda)

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Total
No. de usos	79	72	2	153
Correctas	64	44	0	108
Mitad de nivel	31	10	0	41
Correctas	31	5	0	36

Según la información de la tabla, ante la reducción de espacios (mitad de nivel) disponibles para registrar el resultado, en el Nivel 1 la estrategia de suma de derecha a izquierda se utilizó en 31 ocasiones con una efectividad del 100%. Mientras que en el Nivel 2 ante la reducción de espacios, se utilizó en 10 ocasiones aportando 5 resultados correctos.

En estos resultados subyacen dos datos importantes: el primero, es que el Nivel 1 fue el que más re-jugaron los niños y por tanto tuvieron mayor cantidad de oportunidades de explorar las dos alternativas de cálculo posible: de derecha a izquierda y de izquierda a derecha⁸, aunado a su interés de recrearse en un mismo nivel para resolver las tareas solamente con aciertos. Esto también podría ser una explicación a la presencia de la estrategia de cálculo de derecha a izquierda en el Nivel 2 con un número de aciertos menor a los obtenidos en el Nivel 1.

El segundo dato, es que la aparición de la estrategia de cálculo de derecha a izquierda en los Niveles 1 y 2, al margen de que los resultados sean correctos o no, sucede frente a situaciones de transformación como se tenía anticipado al diseñar las condicionantes del recurso electrónico. Aunque esto no sucede de manera exclusiva; es decir, hubo situaciones de transformación en los Niveles 1 y 2 en los que el cálculo fue de derecha a izquierda.

Para ilustrar lo arriba descrito se narran algunos casos que ejemplifican lo acontecido con respecto a la reflexión sobre las transformaciones y agrupación apuntando a la suma de derecha a izquierda:

Durante el Nivel 1, Axel mostró en mayor medida durante la sesión 4 que era capaz de trabajar con tareas que requieren transformaciones al introducir 70 para la suma $41+29$ sin realizar registros anteriores. Más adelante en la misma sesión introduce 90 ante $22+68$.

Ya para la sesión 6, en el mismo nivel, pero con espacios disminuidos se presenta la suma $68+72$, Axel introduce 10 (suma las unidades: $8+2$), borra inmediatamente dicho registro porque sólo le queda un espacio disponible e introduce $100+40$ lo que indica tres cosas: comenzó la suma desde la derecha; ante la transformación agrupó 10 unidades para formar entonces catorce decenas que fue capaz de comunicar como 1 centena y 4 decenas expresadas en los dos espacios disponibles. Posteriormente durante la misma sesión procede de manera análoga con la suma $74+56$, introduciendo $100+30$.

En el Nivel 2, la naturaleza de los números que se tienen que sumar trajo consigo un aumento en la dificultad, así como la posibilidad de probar las estrategias utilizadas en el nivel anteriores. De esta forma, similar a lo que sucedió durante el Nivel 1 en la sesión 4, Rafa en el Nivel 2 enfrenta una tarea donde era necesario realizar una transformación de

⁸ A excepción de aquellas situaciones donde conocen de antemano la relación aditiva o se trata del cálculo de decenas cerradas ($20+20$).

unidades: $48+314$, comienza a sumar desde la izquierda introduciendo primero $300+50$, pero al percatarse que la suma de unidades formaba una nueva decena y que los espacios disponibles no le alcanzaban, decide borrar. De esta forma es capaz de agrupar todas las decenas e introduce entonces $300+60+2$.

Más adelante en esa sesión y en el mismo Nivel 2, se vuelve a encontrar con una tarea que requiere transformación ahora de decenas: $61+440$. Aunque los espacios son suficientes para realizar una suma desde la izquierda, Rafa decide borrar su primer registro 400 , para realizar la transformación y el agrupamiento necesario para introducir $500+1$. Esto es evidencia de que, en ocasiones encuentra útil sumar de derecha a izquierda.

Aldo, por su parte, se enfrentó en diversas ocasiones durante el Nivel 1 a tareas donde requería transformar y donde también se vio en la necesidad de borrar para agrupar desde la derecha al tener espacios reducidos. Por ejemplo, durante la sesión 4 aparece $64+66$, primero introduce $100+20$ ($60+60$), sin embargo, al ya no tener espacios disponibles y tener que poner otra decena ($4+6$), borra y registra rápidamente $100+30$ pues el tiempo estaba por terminar. Esto se repite en la sesión 5 donde ante $71+59$ con dos espacios disponibles introduce primero $100+20$, borra y registra $100+30$.

En el caso del Nivel 2 para Aldo, sucede algo similar a lo que experimentó Pablo durante el Nivel 1, frente a tareas que requerían una o dos transformaciones y con la necesidad de borrar el registro previo pues al agrupar necesitaba más espacios, el tiempo les resultaba insuficiente para reintentar el cálculo desde la derecha, mismo que en ocasiones empezaba y no lograba terminar.

Finalmente, para este rubro de la aparición del cálculo de derecha a izquierda, a continuación, se hace un par de comentarios:

Los niños utilizaron en más ocasiones durante el Nivel 2, la suma de derecha a izquierda en situaciones donde aparecen transformaciones, más que por la reducción de espacios. Esto se analiza en la descripción por tipo de tareas que se presenta más adelante. En ocasiones, aun no habiendo transformación hay evidencia en el registro que empezaron a calcular desde la derecha hacia la izquierda; por ejemplo, en $50+52=102$, registran $2+100$, así como ante sumas que resultaban en una decena cerrada $53+17=70$, introducían directamente 70 sin necesidad de registrar parciales.

En general, la cantidad de usos de dicha estrategia indicaría que el dispositivo sí permitió en cierta medida la reflexión sobre las transformaciones y la agrupación de dieces

y cienes para ser expresados en un solo grupo. Esto es un insumo muy importante para la comprensión de las características del sistema decimal de numeración.

De acuerdo con lo anterior, las estrategias que se reportan más adelante en este Capítulo no corresponden en su totalidad con la estrategia de cálculo mental más utilizado reportado en las investigaciones de Mochón y Vázquez (1995) y las de Parra (1994). Esto debido a que el diseño de las situaciones planteadas en esta tesis es didácticamente diferente al utilizado por los autores citados. Específicamente las situaciones de Mochón, Vázquez y Parra no están mediadas por ningún dispositivo electrónico, máxime las restricciones impuestas sobre cómo anotar el resultado a través del uso del tablero que posibilita que el cálculo mental se vea condicionado por la descomposición en potencias de 10 de los resultados, y el papel que jugaron los espacios disponibles para comunicar el resultado, el tiempo disponible y la salud del gato.

Cabe aclarar que, no obstante, la aparición de la estrategia de cálculo de derecha a izquierda en los Niveles 1 y 2, el cálculo de izquierda a derecha fue dominante en éstos. Previo al análisis de las tareas y técnicas empleadas en la experiencia con el recurso tecnológico, es necesario definir dos conceptos que se utilizarán a lo largo del mismo. En esta investigación se entenderá que algo es eficaz cuando se cumple un objetivo específico, mientras que será eficiente si dicho logro se alcanza utilizando la menor cantidad de recursos posible.

Respecto a lo que sucede con esta estrategia de cálculo de derecha a izquierda, en la suma de tridígitos, el dato duro es que aparece 2 veces en el Nivel 3 sin éxito. Es decir, desgraciadamente no hubo suficiente evidencia empírica, para sostener o no la anticipación sobre cómo las características del dispositivo electrónico llegan a obstaculizar la estrategia dominante de cálculo mental de izquierda a derecha, reportado por Mochón y Vázquez (1995) y Parra (1994), propiciando el cambio de estrategia de cálculo de derecha a izquierda y con ello los niños tuvieron un acercamiento reflexivo al algoritmo escrito de la suma de mayor presencia en las prácticas docentes de muchos profesores.

La falta de evidencia empírica encuentra una posible explicación en que el tiempo previsto para el trabajo de campo en el programa de maestría, no permitió ampliar el trabajo empírico, por lo que solo dos niños accedieron al Nivel 3, con pocas tareas en relación con los otros dos niveles. Es decir, de haber contado con mayor tiempo para que los niños jugaran con el Nivel 3 es probable que hubiera podido demostrarse la hipótesis porque, hay

que recordar que la estrategia de cálculo de derecha a izquierda apareció en los Niveles 1 y 2, frente a situaciones de transformación y con base en las condicionantes del recurso electrónico, lo que no deja de ser alentador.

Tipos de tareas dentro del juego

Para llevar a cabo el análisis de los datos recopilados se puso especial atención a los distintos tipos de tareas que aparecieron durante el juego y a la forma en la que los niños les iban dando solución de acuerdo con las posibilidades que les daba éste para comunicar el resultado. Los gráficos que se presentan en este apartado no muestran las estrategias de cálculo observadas en la experiencia. Sin embargo, se consideró pertinente clasificar las tareas en función de las transformaciones y agrupaciones implicadas para visualizar de mejor forma las diferentes tareas que enfrentaron los niños; a la vez, de tener una idea de cuántas veces aparecieron en la experiencia, cada una de ellas. De igual forma la representación del resultado con el tablero en los Gráficos es sólo ilustrativa.

El tipo de tareas estuvo determinado por la aleatoriedad de la presentación de números y a la naturaleza de éstos, independientemente si había que calcular la suma de dos bidígitos, un bidígito y un tridígito o dos tridígitos. Es decir, en los 3 niveles de juego, podían aparecer las siguientes categorías de tareas:

- a) *Suma sin transformaciones.* En este tipo de tareas, no era necesario transformar unidades de un orden en unidades de otro inmediato superior, debido a que el total de unidades no formaba una nueva decena ni el de decenas una centena, Gráfico 1.

Ejemplo: 152+10=162	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	152	+	10		
Descomposición	100+50+2	+	10		
Unidades	2				2
Decenas	50	+	10		60
Centenas	100				100
Resultado con el tablero					

Gráfico 1. Suma sin transformaciones.

La suma sin transformaciones fue la tarea que más se presentó durante las 6 sesiones de juego apareció en 341 ocasiones, obteniendo 73.6% de resultados correctos lo que indica que fue relativamente sencilla para los niños. El Nivel 1 fue el nivel donde se jugaron más oleadas de esta tarea y donde se obtuvieron mejores resultados (78.6% de éxitos). Esto se corresponde a la cantidad de tiempo de juego de cada nivel donde el Nivel 1 fue jugado más tiempo, Tabla 10.

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Total
No. de tareas	187	142	12	341
No. correctas	147	97	7	251
Aciertos (%)	78.60%	68.30%	58.33%	73.60%

b) *Suma con transformación de unidades sin transformación de decenas.* Ante este tipo de tareas, la suma de unidades formaba una nueva decena que era posible agrupar con las otras decenas. Dicho agrupamiento se volvía necesario siempre y cuando los espacios disponibles para introducir el resultado no alcanzaran, es decir, si los espacios eran suficientes se podían introducir los registros de las transformaciones sin necesidad de agruparlos, por ejemplo, $126+325$ podía ser registrado como $400+40+10+1$, Gráfico 2.

Ejemplo: $126+325=451$	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	126	+	325		
Descomposición	$100+20+6$	+	$300+20+5$		
Unidades	6	+	5	$11=10+1$	1
Decenas	20	+	20		$40+10=50$
Centenas	100	+	300		400
Resultado con el tablero					

Gráfico 2. Suma con transformación de unidades sin transformación de decenas.

La suma con transformación de unidades sin transformación de decenas apareció 227 veces durante toda la experimentación obteniendo 106 respuestas correctas (46.69%), es decir cerca de la mitad de las tareas se resolvieron correctamente. El nivel donde más se jugó dicha tarea fue el Nivel 1, similar a la suma sin transformaciones. A comparación de la tarea anterior, la cantidad de

resultados correctos disminuyó considerablemente conforme se avanzó a los niveles siguientes hasta llegar a 10% en el Nivel 3, Tabla 11.

Tabla 11. Tarea suma con transformación de unidades sin transformación de decenas

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Total
No. de tareas	148	69	10	227
No. correctas	83	22	1	106
Aciertos (%)	56.08%	31.88%	10.00%	46.69%

En general los resultados sobre este tipo de tarea indican que fue difícil para los niños, por la complejidad de realizar una transformación y una agrupación, si es que era necesaria. Además, si dicha agrupación venía después de haber hecho un registro previo de la suma de decenas, la tarea se complejizaba más si los espacios disponibles eran insuficientes pues había que borrar.

- c) *Suma con transformación de decenas sin transformación de unidades.* En este tipo de tareas, la suma de decenas formaba una centena mientras que la suma de unidades no formaba una nueva decena, Gráfico 3.

Ejemplo: 82+34=116	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	82	+	34		
Descomposición	80+2	+	30+4		
Unidades	2	+	4		6
Decenas	80	+	30	110=100+10	10
Centenas					100
Resultado con el tablero					

Gráfico 3. Suma con transformación de decenas sin transformación de unidades.

En los Niveles 1 y 2 este tipo de tarea apareció en mayor cantidad que la tarea donde sólo había transformación de unidades (268 ocasiones). Sin embargo, similar a la tarea anterior el total de resultados correctos estuvo por debajo de la mitad del total de situaciones, pero en un porcentaje menor al observado en el Nivel 1 (47% vs 33%). De igual forma fue en el Nivel 1 donde este tipo de tarea apareció más veces, mientras que en el Nivel 3 salió solamente en 9 ocasiones, Tabla 12.

Tabla 12. Tarea suma con transformación de decenas sin transformación de unidades

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Total
No. de tareas	169	90	9	268
No. correctas	64	25	0	89
Aciertos (%)	37.86%	27.77%	0.00%	33.20%

De acuerdo con los datos de la tabla, en todos los niveles los resultados correctos estuvieron por debajo del 50% de las situaciones totales. Así como en el tipo de tarea anterior, la transformación y agrupación son elementos que aumentan la dificultad del cálculo. Además, se aprecia el impacto del tiempo de juego en la experiencia pues hay que recordar que sólo dos niños llegaron al Nivel 3 y tuvieron muy pocas oportunidades de jugarlo. Este tipo de tarea sólo apareció en 9 ocasiones sin obtener resultados correctos.

- d) *Suma con transformación de unidades y decenas.* Ante este tipo de tareas, era necesario realizar transformaciones y agrupaciones tanto en unidades como en decenas el cálculo con las unidades llevaba a la formación de una nueva decena, y en el cálculo de decenas, era necesario considerar la decena proveniente de las unidades y la transformación del total en una nueva centena, Gráfico 4.

Ejemplo: 125+297=422	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	125	+	297		
Descomposición	100+20+5	+	200+90+7		
Unidades	5	+	7	12=10+2	2
Decenas	20	+	90	110=100+10	10+10=20
Centenas	100	+	200		300+100=400
Resultado con el tablero					

Gráfico 4. Suma con transformación de unidades y decenas.

Este tipo de tarea fue la que menos resultados correctos obtuvo en comparación con las otras 3 categorías (26.48%). Apareció en 169 ocasiones durante el Nivel 1 siendo el nivel donde se presentó en mayor medida obteniendo 35.54% de resultados correctos, Tabla 13.

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Total
No. de tareas	166	79	8	253
No. correctas	59	8	0	67
Aciertos (%)	35.54%	10.12%	0.00%	26.48%

Los resultados de la tabla confirman que la complejidad de las tareas fue aumentando al pasar de un nivel a otro y al interior de cada nivel en función de la necesidad o no de realizar transformaciones y agrupaciones. Por otra parte, se tuvo

oportunidad de verificar el funcionamiento aleatorio de las tareas dentro del juego pues al observar los que realmente salieron no hay una diferencia notable con respecto a la cantidad de ocasiones en que aparecieron los cuatro tipos de tarea en lo general, no obstante que en el Nivel 2 el cálculo sin transformaciones sí apareció con una frecuencia mayor en relación con los otros tres tipos de tarea.

El tiempo preestablecido para realizar la experimentación fue un factor importante, pues los niños no tuvieron oportunidad de enfrentar todos los tipos de tarea un mayor número de veces. De haber sido esto posible y dadas las tendencias observadas -jugar varias veces un mismo nivel y el progreso de los niños-, su desempeño con el videojuego habría mejorado y con ello el desarrollo de su cálculo mental.

Las estrategias que desarrollaron los niños para resolver estos tipos de tareas se muestran a continuación, además del tipo de resultado que podían producir dichas tareas y la manera en la que fueron registradas en el tablero.

Tipos de resultado y estrategias de solución

Para poder analizar las estrategias de solución de los niños es necesario poner atención a los tipos de resultados que podían formar los distintos tipos de tareas, además de la forma en la que los niños registraron los resultados en el tablero, así como las características del recurso tecnológico que buscaban propiciar el cálculo de derecha a izquierda la suma como la estrategia más económica ante cierto tipo de tareas.

Los tipos de resultado que se podían obtener, de acuerdo con la naturaleza de los números que había que sumar según el nivel jugado se muestran en el Gráfico 5.

Nivel	Resultado posible		Ejemplos	Espacios mínimos
Nivel 1	Bidígito	Cerrado	20, 80	1
		Con unidades	58, 96	2
Nivel 1 Nivel 2 Nivel 3	Tridígito	Cerrado	100, 500	1
		Con unidades sin decenas	102, 608	2
		Con decenas sin unidades	180, 940	2
		Con decenas y unidades	156, 981	3

Gráfico 5. Tipos de resultados posibles de acuerdo con el nivel jugado.

De acuerdo con el gráfico el tipo de resultado determinaba, junto con el tablero y la cantidad de espacios mínimos para registrar un resultado, la forma más económica en la

que el resultado podía ser comunicado. Es importante mencionar que un mismo tipo de tarea podía producir distintos tipos de resultados de acuerdo con la aleatoriedad del juego. Así, la información que se presenta a continuación comprende las estrategias de solución por nivel, por tipo de tarea y por niño, acotando los posibles tipos de resultado y las características del recurso que intentaron propiciar el cálculo de derecha a izquierda de la suma.

Nivel 1. Bidígito más Bidígito

Tipo de tarea: suma sin transformaciones.

En la medida en que no hay transformación de ningún tipo, la suma de unidades y decenas puede realizarse directamente de derecha a izquierda o a la inversa. De esta forma pueden obtenerse: un bidígito cerrado ($50+20=70$) ocupándose un espacio en el tablero, o un bidígito con unidades ($28+11=39$) ocupándose dos espacios ($30+9$), Gráfico 6.

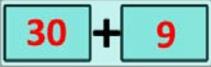
Ejemplo: $28+11=39$	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	28	+	11		
Descomposición	$20+8$	+	$10+1$		
Unidades	8	+	1		9
Decenas	20	+	10		30
Resultado con el tablero					

Gráfico 6. Suma directa de bidígitos sin transformaciones.

Este tipo de tarea se presentó en 187 ocasiones de las cuales 147 se resolvieron correctamente (78.61%), convirtiéndola así en la tarea más jugada y la menos compleja en términos de desempeño en el Nivel 1. Pablo fue el niño que obtuvo el mejor rendimiento frente a este tipo de tarea al jugar en 66 ocasiones de las cuales contestó correctamente el 84.85% (56 oleadas). Mientras que Rafa, quien le sigue a Pablo en cantidad de tareas resueltas, obtuvo 32 respuestas correctas de 47 (68.09%) siendo el niño con el rendimiento más bajo de los cuatro. En general los niños tuvieron buenos resultados frente a este tipo de tarea, Tabla 14.

<i>Tabla 14. Tipo de tarea suma sin transformaciones en el Nivel 1</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	43	47	31	66	187
Correctas	33	32	26	56	147
Incorrectas	10	15	5	10	40
Aciertos (%)	76.74%	68.09%	83.87%	84.85%	78.61%
<i>Estrategia de solución</i>					
<i>Suma comenzando con las decenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	28	24	24	58	134
Correctas	28	24	24	55	131
Incorrectas	0	0	0	3	3
Aciertos (%)	100.00%	100.00%	100.00%	94.83%	97.76%

La tabla indica que la estrategia más utilizada por los cuatro niños para enfrentar este tipo de tarea fue comenzar a calcular desde la izquierda. Tres de los niños, cuando la usaron tuvieron 100% de aciertos. Dicha técnica fue utilizada en 134 oportunidades obteniendo 131 resultados correctos (97% aciertos) lo que refleja una gran eficacia en su uso. Dicha estrategia se convirtió en la más recurrente durante todo el nivel. De acuerdo con la naturaleza de la tarea, no fue útil pensar en la suma de derecha a izquierda pues la suma no requería transformaciones y los espacios disponibles fueron suficientes.

Tipo de tarea: suma con transformación de unidades sin transformación de decenas.

Para esta tarea, a partir del cálculo de unidades se obtiene una nueva decena que posiblemente será evocada al momento de calcular las decenas. El cálculo de decenas, incluso con la transformación de unidades, no genera una centena, de lo contrario la tarea correspondería al cálculo de una suma con transformación de unidades y decenas.

Similar a la tarea anterior, aquí existen dos posibles resultados de acuerdo con la transformación de unidades, que pueden ser expresados en el tablero mediante una cantidad mínima de espacios; si se produce un bidígito cerrado, sólo se ocupa un lugar del tablero ($53+17=70$), mientras que, si el resultado es un bidígito con unidades ($28+13=41$), será necesario mínimo dos espacios ($40+1$), como se muestra en el Gráfico 7.

Ejemplo: 28+13=41	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	28	+	13		
Descomposición	20+8	+	10+3		
Unidades	8	+	3	10+1	1
Decenas	20	+	10		30+10=40
Resultado con el tablero					

Gráfico 7. Suma de bidígitos con transformación de unidades sin transformación de decenas.

En el Nivel 1, este tipo de tarea apareció 148 veces de las cuales los niños pudieron resolver correctamente 83 (56% de aciertos). El niño con mejor desempeño en este tipo de situaciones fue Aldo quien resolvió correctamente 31 tareas de 35 (88% aciertos), mientras que Pablo y Rafa mostraron un bajo desempeño al resolver correctamente sólo 14 y 15 tareas de 35 respectivamente, Tabla 15.

Tabla 15. Tipo de tarea suma con transformación de unidades sin transformación de decenas en el Nivel 1					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	43	35	35	35	148
Correctas	23	15	31	14	83
Incorrectas	20	20	4	21	65
Aciertos (%)	53.49%	42.86%	88.57%	40.00%	56.08%
<i>Estrategias de solución</i>					
<i>Suma comenzando con las unidades (derecha a izquierda)</i>					
No. de usos	26	16	5	-	47
Correctas	16	15	4	-	35
Incorrectas	10	1	1	-	12
Aciertos (%)	61.54%	93.75%	80.00%	-	74.47%
Mitad de nivel	5	3	1	-	9
<i>Suma comenzando con las decenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	7	2	28	23	60
Correctas	7	0	27	14	48
Incorrectas	0	2	1	9	12
Aciertos (%)	100.00%	0.00%	96.43%	60.87%	80.00%
Mitad de nivel	3	1	16	4	24
No. de usos en conjunto					107
Respuestas correctas en conjunto					83

De acuerdo con la tabla, ante este tipo de tarea, 3 de los 4 niños utilizaron la estrategia de cálculo de derecha a izquierda. Pablo fue el único que no utilizó esa estrategia. El niño que más veces calculó de esta manera fue Axel quien también fue el que más veces

se enfrentó a este tipo de tarea (43 oleadas). Le sigue Rafa quien utiliza dicha estrategia y obtuvo un 93.75% de respuestas correctas. Finalmente, Aldo la ocupó, aunque en muy pocas ocasiones. Por otra parte, los tres niños usaron la estrategia de calcular de derecha a izquierda, dos de ellos obtuvieron un buen rendimiento pues Axel obtuvo 100% de respuestas correctas, aunque fueron pocas tareas (7), y por su parte Aldo obtuvo 27 resultados correctos (96.43%) de 28 ocasiones donde ocupó dicha estrategia.

La cantidad de usos de ambas estrategias para darle solución a este tipo de tarea y ante la reducción de espacios a mitad de nivel fue poca, a excepción del caso de Aldo quien ocupó el cálculo de izquierda a derecha en 16 ocasiones con espacios reducidos. Esto indica que en general, la reducción de espacios frente a este tipo de tarea no impactó en la elección de estrategias. Esto debido a que los espacios alcanzaron para introducir los resultados parciales, aun habiéndose reducido los espacios.

Sin embargo, los datos también muestran que la necesidad de transformar unidades llevó a algunos niños a comenzar el cálculo desde la derecha, independientemente de la reducción de espacios; como lo fue en los casos de Aldo y Rafa. En síntesis, en el grupo de resultados correctos el cálculo de izquierda a derecha fue el más utilizado; sin embargo, el cálculo de derecha a izquierda también apareció, no pocas veces.

Tipo de tarea: suma con transformación de decenas sin transformación de unidades.

En este tipo de tarea el cálculo de decenas implica una transformación en una centena, mientras que el cálculo de unidades no forma una nueva decena. De acuerdo con la naturaleza de los sumandos, este tipo de tarea puede dar diferentes resultados que pueden comunicarse con una cantidad mínima de espacios en el tablero, teniéndose entonces:

- a) Un tridígito cerrado ($80+20=100$), ocupa un espacio en el tablero (100).
- b) Un tridígito con decenas, sin unidades ($60+80=140$), ocupa dos espacios (100+40).
- c) Un tridígito con unidades, sin decenas ($62+43=105$), ocupa dos espacios (100+5).

- d) Un tridígito con decenas y unidades ($48+80=128$), ocupa tres espacios en el tablero ($100+20+8$) Gráfico 8.

Ejemplo: $48+80=108$	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	48	+	80		
Descomposición	$40+8$	+	80		
Unidades	8	+	0		8
Decenas	40	+	80	$100+20$	20
Centenas					100
Resultado con el tablero					

Gráfico 8. Suma de bidígitos con transformación de decenas sin transformación de unidades.

En el Nivel 1 este tipo de tarea apareció en 169 ocasiones y se resolvieron correctamente 64 tareas (37.87%) donde el niño con mejor rendimiento fue Rafa al resolver correctamente 14 oleadas de 16 (53.33%), mientras que el niño con el peor desempeño fue Pablo quien obtuvo sólo 10 resultados correctos de 62 tareas (16.13%). En general este tipo de tarea resultó más complejo para los niños que las tareas anteriores, Tabla 16.

<i>Tabla 16. Tipo de tarea suma con transformación de decenas sin transformación de unidades en el Nivel 1</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	52	30	25	62	169
Correctas	25	16	13	10	64
Incorrectas	27	14	12	52	105
Aciertos (%)	48.08%	53.33%	52.00%	16.13%	37.87%
<i>Estrategia de solución</i>					
<i>Suma comenzando con las decenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	26	13	10	22	71
Correctas	22	12	9	10	53
Incorrectas	4	1	1	12	18
Aciertos (%)	84.62%	92.31%	90.00%	45.45%	74.65%
Mitad de nivel	1	0	0	0	1

La tabla sólo muestra la información de la estrategia de cálculo de izquierda a derecha pues estuvo presente en mayor medida en el juego de todos los niños, la utilizaron en 71 de 169 ocasiones, mientras que el cálculo de derecha a izquierda fue utilizada una sola vez sin éxito. El cálculo de izquierda a derecha proporcionó 53 resultados correctos de 64 tareas (82% de aciertos). Es decir, su uso fue eficiente en términos generales.

Rafa consiguió 92.31% de aciertos utilizando dicha estrategia, seguido de Aldo con 90% y Axel con 84.62% de éxito, mientras que Pablo obtuvo sólo 45.45% de aciertos. Si bien, mediante esta estrategia consiguieron la mayoría de los aciertos, al compararla con la cantidad total de resultados incorrectos se aprecia que en realidad este tipo de tarea resultó complicada para los niños.

De este modo podría pensarse que la transformación de decenas en centenas y su posterior descomposición canónica, elevó la complejidad del cálculo mental inmerso. Esto confirmaría que ante tipos de tarea que requieran transformaciones y/o agrupaciones, el nivel de dificultad aumenta, en especial cuando el resultado es un tridígito, pues en los tipos de tarea anteriores, los resultados sólo podían ser bidígitos.

Además de esto, los resultados indican que la reducción de espacios no impactó en la estrategia de solución frente a este tipo de tarea. Esto puede deberse a que los espacios eran suficientes para comenzar el cálculo desde la izquierda y que, además, la misma naturaleza de los resultados redujo la probabilidad de aparición de este tipo de tarea a la mitad del nivel, ya que para introducir el resultado en dos espacios éste debía ser un tridígito cerrado (100), un tridígito sin decenas, pero sí con unidades (108) o viceversa (170). Es decir, la reducción de espacios disminuyó la aparición de ciertas tareas.

Finalmente, los resultados correctos que no se obtuvieron a través del cálculo de izquierda a derecha pueden consultarse en el Anexo de este trabajo y corresponden a suma de decenas cerradas ($80+30$), así como a la evocación de hechos aditivos ($50+50$). En estos casos, no hay evidencia del uso de alguna estrategia para resolver.

Tipo de tarea: suma con transformación de unidades y decenas.

En este tipo de tarea, la suma de unidades genera una nueva decena, la cual será evocada al momento de sumar las decenas formando con esto una centena. Así como en el tipo de tarea anterior, la naturaleza de los bidígitos que se suman determina la representación mínima con el tablero:

- a) Un tridígito cerrado ($75+25=100$), ocupa un espacio en el tablero (100).
- b) Un tridígito con decenas, sin unidades ($64+86=150$), ocupa dos espacios (100+50).
- c) Un tridígito con unidades, sin decenas ($67+34=101$), ocupa dos espacios.
- d) Un tridígito con decenas y unidades ($38+83=121$), ocupa tres espacios, Gráfico 9.

Ejemplo: 38+83=121	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	38	+	83		
Descomposición	30+8	+	80+3		
Unidades	8	+	3	11= 10 +1	1
Decenas	30	+	80	110= 100 +10	10+ 10 =20
Centenas					100
Resultado con el tablero					

Gráfico 9. Suma de bidígitos con transformación de unidades y decenas.

Este tipo de tarea apareció 166 veces durante el Nivel 1 teniendo sólo 59 resultados correctos (35.54%). De los 4 niños Aldo fue quien presentó un mejor desempeño al lograr 56.41% de aciertos. Le siguen Axel con 32.50%, Rafa con 31.91% siendo el niño que más veces jugó esta tarea, mientras que Pablo fue el niño con el rendimiento más bajo obteniendo 9 resultados correctos de 40 oleadas jugadas (22.50%). En general, este tipo de tarea fue la que obtuvo menos resultados correctos de todo el Nivel 1, Tabla 17.

<i>Tabla 17. Tipo de tarea suma con transformación de unidades y decenas en el Nivel 1</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	40	47	39	40	166
Correctas	13	15	22	9	59
Incorrectas	27	32	17	31	107
Aciertos (%)	32.50%	31.91%	56.41%	22.50%	35.54%
<i>Estrategias de solución</i>					
<i>Suma comenzando con las unidades (derecha a izquierda)</i>					
No. de usos	7	15	10	-	32
Correctas	4	15	10	-	29
Incorrectas	3	0	0	-	3
Aciertos (%)	57.14%	100.00%	100.00%	-	90.63%
Mitad de nivel	2	12	9	-	23
<i>Suma comenzando con las decenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	10	-	12	14	36
Correctas	9	-	12	9	30
Incorrectas	1	-	0	5	6
Aciertos (%)	90.00%	-	100.00%	64.29%	83.33%
Mitad de nivel	3	-	6	1	10
No. de usos en conjunto					68
Respuestas correctas en conjunto					59

Según los datos de la tabla, la estrategia de solución más eficiente fue el cálculo de derecha a izquierda pues en 32 usos, se obtuvieron 29 resultados correctos (90.63%), mientras que el cálculo de izquierda a derecha consiguió 30 resultados correctos de 36 usos (83.33%). En ambas, un niño no la utilizó en ninguna ocasión. Destaca que Aldo obtuvo 100% de resultados correctos al utilizar ambas estrategias casi la misma cantidad de veces; por su parte Rafa también consiguió 100% de aciertos al usar solamente la estrategia de cálculo de derecha a izquierda.

Pablo sólo utilizó el cálculo de izquierda a derecha y obtuvo 9 resultados correctos de 14 intentos (64.29%). Por su parte, Axel, quien ocupó las dos estrategias, obtuvo mejores resultados con el cálculo de izquierda a derecha con 9 resultados correctos de 10 tareas.

Destacan los resultados de Rafa y Aldo en el uso que le dieron al cálculo de derecha a izquierda pues respondieron correctamente a todas las tareas de este tipo que se presentaron con la reducción de espacios. En términos generales, la estrategia de cálculo de derecha a izquierda fue utilizada en mayor medida ante la disminución de espacios para este tipo de tarea.

Lo anterior indica que las características del recurso electrónico como lo son la reducción de espacios para registrar el resultado y el tiempo para resolver las oleadas influyeron en cierta medida para que los niños optaran por el cálculo de derecha a izquierda, sobre todo ante situaciones donde es necesario realizar una doble transformación y no se cuenta con los espacios suficientes para registrar los resultados parciales de izquierda a derecha. Esto provoca borrar necesariamente los resultados y comenzar a calcular desde las unidades para poder comunicar el resultado en la cantidad mínima de espacios posible, consumiéndose con ello el tiempo disponible para resolver la oleada. De esta forma es como el recurso electrónico con las características enunciadas, propicia la reflexión sobre la conveniencia de empezar a calcular de derecha a izquierda.

Desarrollo del Nivel 1

Con base en los resultados de todos los tipos de tarea, durante el Nivel 1 Axel y Rafa contemplaron el cálculo de derecha a izquierda como un método de solución viable, mientras que Aldo utilizó en mayor medida el cálculo de izquierda a derecha y Pablo no ocupó el cálculo de derecha a izquierda en ninguna ocasión. La tarea que se presentó en

más ocasiones fue la suma sin transformaciones siendo también la que obtuvo más respuestas correctas, sin que el cálculo de derecha a izquierda fuera necesario.

En la suma con transformación de unidades sin transformación de decenas se obtuvo más de la mitad de las tareas correctas, mientras que la transformación de decenas sin transformación de unidades consiguió menos resultados correctos con apenas el 35.54% de aciertos, dejando ver que la necesidad de transformar unidades del mismo orden en otras de orden mayor hizo más difícil el juego para los niños de la muestra. Finalmente, la tarea que requería doble transformación fue la que en general, obtuvo menos resultados correctos. Es decir, se sabe que la dificultad principal del juego radica en la naturaleza de la suma, con base en sus requerimientos de transformación y agrupación para llegar al resultado correcto y el comportamiento de los niños en cuanto a sus posibilidades de resolución se manifestó en concordancia.

Por otro lado, el registro de un resultado tridígito (ante las tareas con transformaciones) complejizó la forma de comunicarlo a través del tablero; a la vez, que le dio una nueva importancia a la disminución de espacios en ciertas situaciones. Con respecto a la disminución de espacios, la evidencia muestra que no fue determinante para la elección de la suma de derecha a izquierda. Sin embargo, sí llevó a algunos niños a preferir dicha estrategia sobre todo ante tareas donde era necesario realizar una doble transformación y los espacios disponibles no permitían realizar sumas parciales de izquierda a derecha.

En términos generales la estrategia más utilizada por todos los niños y la más eficiente durante el Nivel 1, fue la suma de izquierda a derecha, que aportó 262 tareas correctas de 301 usos que se le dio (81.01%). Sin embargo, en términos de desempeño personal, Rafa ocupó ambas estrategias una cantidad de veces equivalente obteniendo mejores resultados con el cálculo de derecha a izquierda (96.77% de aciertos). Mientras que Aldo fue el niño con mejor desempeño durante todo el Nivel ocupando en mayor medida el cálculo de izquierda a derecha, alcanzando 97.30% de efectividad al utilizar dicha estrategia, Tabla 18.

Tabla 18. Resumen de tareas resueltas a lo largo del Nivel 1					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
Tiempo de juego	1 h 30 min 08 s	1 h 13 min 42 s	59 min 23 s	1 h 46 min 54 s	5 h 30 min 07 s
No. de tareas	178	159	130	203	670
Correctas	94	78	92	82	344
Incorrectas	84	81	38	121	326
Aciertos (%)	52.81%	49.06%	70.77%	40.39%	51.34%
<i>Suma comenzando con las unidades (derecha a izquierda)</i>					
No. de usos	33	31	15	-	79
Correctas	20	30	14	-	64
Aciertos (%)	60.61%	96.77%	93.33%	-	81.01%
<i>Suma comenzando con las decenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	71	39	74	117	301
Correctas	66	36	72	88	262
Aciertos (%)	92.96%	92.31%	97.30%	75.21%	87.04%
No. de usos en conjunto					380
Respuestas correctas en conjunto					326

De acuerdo con la tabla, Pablo fue el niño que más oleadas jugó en este nivel, sin embargo, la cantidad de resultados correctos está por debajo de la mitad de las tareas totales (40.39%).

Con base en los datos obtenidos y las actitudes de los niños observadas frente al juego, ofrecido por el recurso electrónico, es factible pensar que, de haber dispuesto de más tiempo para la experimentación, los resultados de los niños hubieran sido mejores. Básicamente, al favorecerse en mayor medida la reflexión sobre las características del Sistema Decimal de Numeración, particularmente la posibilidad de pensar en los unos, dieces y cienos inmersos en la representación simbólica de los números en el SND y con ello mejorar el dominio de las transformaciones y agrupamientos implicados en el cálculo de la suma; a la vez que, los niños hubieran mejorado su cálculo mental con base en ese conocimiento.

Nivel 2. Bidígito más Tridígito

Tipo de tarea: suma sin transformaciones

Al igual que en el Nivel 1, el cálculo de unidades y decenas se realiza de forma directa pues no se realiza ninguna transformación. Las centenas no sufren cambios por lo que el resultado puede ser un tridígito con decenas ($10+120=130$) que puede expresarse en 2

espacios, o un tridígito con unidades y decenas ($11+128=139$) cuyo registro requiere de 3 espacios, como se muestra en el Gráfico 10.

Ejemplo: 11+128=139	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	11	+	128		
Descomposición	10+1	+	100+20+8		
Unidades	1	+	8		9
Decenas	10	+	20		30
Centenas			100		100
Resultado con el tablero					

Gráfico 10. Suma de bidígito y tridígito sin transformaciones.

Este tipo de tarea apareció en 142 ocasiones durante el Nivel 2 convirtiéndola en la tarea más recurrente durante todo el tiempo de juego. Entre todos los niños obtuvieron 97 resultados correctos (68.31%). El niño con mejor desempeño fue Rafa con 46 aciertos de 53 tareas, seguido de Aldo con 38 correctas de 51, luego está Axel con 13 de 35 y Pablo con ningún resultado correcto de 3 tareas de este tipo. El tiempo de juego en el caso de Pablo fue muy poco, Tabla 19.

<i>Tabla 19. Tipo de tarea suma sin transformación de unidades ni decenas en el Nivel 2</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	35	53	51	3	142
Correctas	13	46	38	0	97
Incorrectas	22	7	13	3	45
Aciertos (%)	37.14%	86.79%	74.51%	0.00%	68.31%
<i>Estrategia de solución</i>					
<i>Suma comenzando con las centenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	17	49	44	3	113
Correctas	13	46	38	0	97
Incorrectas	4	3	6	3	16
Aciertos (%)	76.47%	93.88%	86.36%	0.00%	85.84%

De acuerdo con la tabla, calcular de izquierda a derecha fue la única estrategia de solución frente a este tipo de tarea. A través de ésta los niños obtuvieron todos sus resultados correctos lo que la hace eficiente ante tareas que no requieren transformaciones de ningún tipo. Este tipo de tarea fue el más sencillo del Nivel 2. También se aprecia que la experiencia exitosa con esta estrategia en el nivel anterior en casos equivalentes se repite, lo que permite su permanencia aun cuando la naturaleza de los números que hay que sumar eleve, en principio, el nivel de dificultad de las tareas. Cabe aclarar que al no haber

transformación y dada la tendencia de los niños de registrar en el tablero cálculos parciales, al terminar los “registros parciales” obtenían de hecho el resultado; por ejemplo, frente a $136+42$, los niños empiezan por registrar 100, luego 70 y finalmente 8 y ese es el resultado.

Tipo de tarea: suma con transformación de unidades sin transformación de decenas.

Para este tipo de tarea, el cálculo de unidades forma una nueva decena que debe considerarse en el cálculo de decenas, mientras que el cálculo de decenas no forma nuevas centenas. Este tipo de tarea puede producir como resultado un tridígito sin unidades ($16+424=440$), que se registra en 2 espacios mínimo ($400+40$), o bien un tridígito con unidades y decenas ($13+128=141$), que ocupa 3 espacios mínimos ($100+40+1$) como se aprecia en el Gráfico 11.

Ejemplo: $13+128=141$	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	13	+	128		
Descomposición	$10+3$	+	$100+20+8$		
Unidades	1	+	8	$11=10+1$	1
Decenas	10	+	20		$30+10=40$
Centenas			100		100
Resultado con el tablero					

Gráfico 11. Suma de bidígito y tridígito con transformación de unidades sin transformación de decenas.

Este tipo de tarea aparece en 69 ocasiones durante todas las sesiones de juego se obtuvieron 22 resultados correctos. En estas tareas, Axel y Pablo no obtuvieron resultados correctos. Para estos dos niños la incorporación de un tridígito en la suma, aumenta aún más el nivel de dificultad. De nueva cuenta el niño que presenta el mejor desempeño es Rafa con 48.39% de aciertos de 31 tareas de este tipo, seguido de Aldo con sólo 7 tareas correctas de 22 (31.82%). El tiempo de juego pone en claro las escasas oportunidades que tuvieron Axel y Pablo para seguir practicando frente a este tipo de tarea, Tabla 20.

<i>Tabla 20. Tipo de tarea suma con transformación de unidades sin transformación de decenas en el Nivel 2</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	15	31	22	1	69
Correctas	0	15	7	0	22
Incorrectas	15	16	15	1	47
Aciertos (%)	0.00%	48.39%	31.82%	0.00%	31.88%
<i>Estrategias de solución</i>					
<i>Suma comenzando con las unidades (derecha a izquierda)</i>					
No. de usos	2	21	1	-	24
Correctas	0	15	0	-	15
Incorrectas	2	6	1	-	9
Aciertos (%)	0.00%	71.43%	0.00%	-	62.50%
Mitad de nivel	0	0	0	-	0
<i>Suma comenzando con las centenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	1	-	12	1	14
Correctas	0	-	7	0	7
Incorrectas	1	-	5	1	7
Aciertos (%)	0.00%	-	58.33%	0.00%	50.00%
Mitad de nivel	0	-	0	0	0
No. de usos en conjunto					38
Respuestas correctas en conjunto					22

De acuerdo con la tabla, la estrategia más utilizada en este tipo de tarea fue el cálculo de derecha a izquierda usado en mayor medida por Rafa quien obtuvo 15 resultados correctos de 21 usos (71.43%). Axel y Aldo utilizaron dicha estrategia en muy pocas ocasiones mientras que Pablo no la tomó en cuenta. Con respecto al cálculo de izquierda a derecha el niño que más la utilizó fue Aldo en 12 ocasiones, de las cuales 7 resultaron correctas (58.33%). Destaca la poca actividad de Axel y Pablo pues utilizaron dicha estrategia en una sola ocasión.

Finalmente hay que mencionar que Rafa aportó la mayor parte de los resultados correctos para este tipo de tarea al emplear el cálculo de derecha a izquierda, aunque en menor medida, calcular de izquierda a derecha también aportó resultados correctos. Se confirma, como se había anticipado, desde el diseño, que la dificultad aumenta con base en la naturaleza de los números; esto es, con la necesidad o no de transformar unidades en decenas y agruparlas.

Tipo de tarea: suma con transformación de decenas sin transformación de unidades.

En esta tarea, el cálculo de unidades no genera nuevas decenas, sin embargo, el de decenas sí produce una nueva centena que hay que considerar junto con las centenas del tridígito. Al igual que en el Nivel 1, la expresión mínima en la que los niños pueden registrar el resultado depende de la naturaleza de los números que se suman, teniendo como posibles resultados:

- a) Un tridígito cerrado ($80+220=300$), ocupa un espacio (300).
- b) Un tridígito con decenas sin unidades ($80+130=210$), ocupa dos espacios (200+10).
- c) Un tridígito con unidades sin decenas ($53+154=207$), ocupa dos espacios (200+7).
- d) Un tridígito con decenas y unidades ($85+132=217$), ocupa 3 espacios (200+10+7),

Gráfico 12.

Ejemplo: $85+132=217$	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	85	+	132		
Descomposición	80	+	$100+30+2$		
Unidades	5	+	2		7
Decenas	80	+	30	$110=100+10$	10
Centenas			100		$100+100=200$
Resultado con el tablero					

Gráfico 12. Suma de bidígito y tridígito con transformación de decenas sin transformación de unidades.

Este tipo de tarea apareció en 90 ocasiones siendo la segunda tarea más jugada en el Nivel 2, sólo por debajo de la suma sin transformaciones. Se obtuvieron 25 resultados correctos (27.78%) donde Rafa fue el niño que de nueva cuenta aportó la mayor cantidad de aciertos con 18 de 42 tareas resueltas (42.86%). Este tipo de situaciones resultó más complicado, por la necesidad de transformar decenas en centenas y su posterior agrupación con las centenas de un tridígito, evento que no había ocurrido hasta este tipo de tarea en el Nivel 2, Tabla 21.

<i>Tabla 21. Tipo de tarea suma con transformación de decenas sin transformación de unidades en el Nivel 2</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	22	42	23	3	90
Correctas	2	18	5	0	25
Incorrectas	20	24	18	3	65
Aciertos (%)	9.09%	42.86%	21.74%	0.00%	27.78%
<i>Estrategias de solución</i>					
<i>Suma comenzando con las unidades (derecha a izquierda)</i>					
No. de usos	6	21	3	-	30
Correctas	2	18	3	-	23
Incorrectas	4	3	0	-	7
Aciertos (%)	33.33%	85.71%	100.00%	-	76.67%
Mitad de nivel	0	4	1	-	
<i>Suma comenzando con las centenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	1	-	4	3	8
Correctas	0	-	2	0	2
Incorrectas	1	-	2	3	6
Aciertos (%)	0.00%	-	50.00%	0.00%	25.00%
Mitad de nivel	0	-	1	0	
No. de usos en conjunto					38
Respuestas correctas en conjunto					25

Los resultados de la tabla muestran que la dificultad aumentó de acuerdo con el tipo de transformación que se requería y que, al igual que en el tipo de tarea anterior, el cálculo de derecha a izquierda fue utilizada más veces. Esto indica que, ante la suma de un trídígito más un bidígito que requiera transformaciones de decenas o unidades, la estrategia de cálculo de izquierda a derecha, que fue la más frecuente en el Nivel 1 ya no resultó tan útil para los niños de la muestra.

Los datos revelan también que los dos niños que más jugaron este tipo de tarea fueron Rafa y Aldo, donde Rafa fue el que tuvo mejor rendimiento, utiliza el cálculo de derecha a izquierda en 21 ocasiones y obtiene 18 resultados correctos (85.71%). Destaca de nueva cuenta el poco tiempo de juego de Axel y Rafa pues no pudieron enfrentarse a este tipo de tarea en más ocasiones, lo que probablemente les hubiera permitido mejorar sus resultados.

Similar al tipo de tarea anterior, la reducción de espacios no impactó en la elección de estrategia de solución. En general, estos tipos de tarea no aparecieron tanto como nos hubiese gustado cuando se daba la reducción de espacios. Por lo tanto, la elección de calcular de derecha a izquierda obedeció más a la complejidad que supone la suma de

tridígito más bidígito con transformaciones. Aunque, de igual forma, dicha complejidad repercutió en una cantidad considerable de oleadas incorrectas.

Tipo de tarea: suma con transformación de unidades y decenas.

En este tipo de tarea, el cálculo de unidades forma una nueva decena que deberá considerarse al calcular las decenas. Del cálculo de decenas se forma una nueva centena que, a su vez, también deberá calcularse junto con las centenas del tridígito. Aquí, la naturaleza de los números que se suman determina el tipo de resultado obtenido, así como la cantidad mínima de espacios donde puede ser expresado. De esta forma se pueden obtener:

- a) Un tridígito cerrado ($72+128=200$) ocupa un solo espacio (200).
- b) Un tridígito con decenas sin unidades ($72+138=210$), ocupa 2 espacios (200+10).
- c) Un tridígito con unidades sin decenas ($73+128=201$), ocupa 2 espacios (200+1).
- d) Un tridígito con unidades y decenas ($83+128=211$), ocupa 3 espacios (200+10+1),

Gráfico 13.

Ejemplo: $83+128=211$	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	83	+	128		
Descomposición	$80+3$	+	$100+20+8$		
Unidades	3	+	8	$11=10+1$	1
Decenas	80	+	20	100	10
Centenas			100		$100+100=200$
Resultado con el tablero					

Gráfico 13. Suma de bidígito y tridígito con transformación de unidades y decenas.

Este tipo de tarea se presentó en 79 ocasiones de las cuales sólo se obtuvieron 8 respuestas correctas, lo que la convierte en la tarea más complicada y con el peor desempeño del Nivel 2. Al igual que en tareas anteriores, Rafa fue quien tuvo mejor rendimiento con 5 éxitos en 39 oportunidades (12% de aciertos), mientras que Axel y Pablo no obtuvieron ningún resultado correcto, Tabla 22.

<i>Tabla 22. Tipo de tarea suma con transformación de unidades y decenas en el Nivel 2</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	12	39	26	1	79
Correctas	0	5	3	0	8
Incorrectas	12	34	23	1	70
Aciertos (%)	0.00%	12.82%	11.54%	0.00%	10.13%
<i>Estrategias de solución</i>					
<i>Suma comenzando con las unidades (derecha a izquierda)</i>					
No. de usos	4	13	1	-	18
Correctas	0	5	1	-	6
Incorrectas	4	8	0	-	12
Aciertos (%)	0.00%	38.46%	100.00%	-	33.33%
Mitad de nivel	0	2	0	-	2
<i>Suma comenzando con las centenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	-	-	9	1	10
Correctas	-	-	2	0	2
Incorrectas	-	-	7	1	8
Aciertos (%)	-	-	22.22%	0.00%	20.00%
Mitad de nivel	-	-	1	0	1
No. de usos en conjunto					28
Respuestas correctas en conjunto					8

Los pocos resultados correctos permiten señalar que las transformaciones requeridas, así como la necesidad de realizar agrupaciones, hicieron de este tipo de tarea la más complicada de todo el Nivel 2. Por otra parte, la estrategia más utilizada para darle solución fue el cálculo de derecha a izquierda que fue ocupada en mayor medida por Rafa obteniendo con ella 5 resultados correctos de 13 usos que le dio (38.46%). Mientras que Aldo utilizó el cálculo de izquierda a derecha en 9 ocasiones logrando sólo 2 resultados correctos (22.22%).

Similar a lo que pasó con los tipos de tarea anteriores, Axel y Pablo tuvieron muy poco tiempo para jugar, esto se refleja en el bajo desempeño de ambos. Además, los espacios disponibles no impactaron en la elección de estrategias lo que confirma que la dificultad dentro del juego radicó en la suma de tridígitos con bidígitos que requerían transformaciones y agrupaciones, así como en el requisito de comunicar el resultado mediante una descomposición canónica.

Desarrollo del Nivel 2

En el Nivel 1 la transformación de decenas en centenas aumento la complejidad del juego pues hasta ese momento no habían aparecido los tridígitos como sumandos ni como resultados. Posteriormente en el Nivel 2 se introduce la suma de un tridígito más un bidígito lo que complejizó todas las tareas, prueba de esto fue la baja cantidad de resultados correctos: 152 aciertos de 379 (40.11%). Rafa obtuvo el mejor rendimiento durante este nivel al conseguir 84 resultados correctos de 165 oleadas jugadas (50.91%), mientras que Pablo no consiguió ningún resultado correcto (Tabla 23).

<i>Tabla 23. Resumen de tareas resueltas a lo largo del Nivel 2</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
Tiempo de juego	49 min 49 s	1 h 5 min 22 s	52 min 55 s	4 min 08 s	2 h 52min 14 s
No. de tareas	84	165	122	8	379
Correctas	15	84	53	0	152
Incorrectas	69	81	69	8	227
Aciertos (%)	17.86%	50.91%	43.44%	0.00%	40.11%
<i>Suma comenzando con las unidades (derecha a izquierda)</i>					
No. de usos	12	55	5	-	72
Correctas	2	38	4	-	44
Aciertos (%)	16.67%	69.09%	80.00%	-	61.11%
<i>Suma comenzando con las centenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	19	49	69	8	145
Correctas	13	46	49	0	108
Aciertos (%)	68.42%	93.88%	71.01%	0.00%	74.48%
No. de usos en conjunto					217
Respuestas correctas en conjunto					152

De acuerdo con la tabla, la estrategia de solución que más utilizaron los niños fue el cálculo de izquierda a derecha, siendo también el más eficiente pues con él se obtuvieron 108 resultados correctos de 145 usos (74.48%). Destaca que Rafa optó por el cálculo de derecha a izquierda ante las tareas más complicadas lo que lo convirtió en el niño que más jugó el Nivel 2 y quien presentó un mejor rendimiento. Estos datos confirman nuevamente el impacto del poco tiempo de juego en el desempeño de los niños, pues los que jugaron más tiempo este nivel fueron quienes tuvieron más resultados correctos.

Así como en el Nivel 1, la suma sin transformaciones fue la tarea más sencilla y la más jugada para los niños. A partir de las tareas que requerían transformaciones, la dificultad aumentó y el cálculo de derecha a izquierda fue utilizado en mayor medida, sobre todo por Rafa. Esto ocurrió posiblemente porque el procedimiento de transformar y agrupar resulta más complicado si se realiza de izquierda a derecha pues ante una nueva

transformación es necesario registrarla en el tablero o bien retenerla en la memoria para registrarla de nuevo luego de haberla agrupado.

Por otra parte, los resultados no muestran que la reducción de espacios haya impactado en la elección de una estrategia, esto debido a que en este nivel reducir espacios de 4 a 3 funciona como una forma de propiciar el cálculo de derecha a izquierda particularmente frente a los tipos de tarea que producen un tridígito con unidades y decenas, de lo contrario los espacios alcanzan. Finalmente, el desempeño de Axel y Pablo no fue suficiente para avanzar al siguiente nivel, caso contrario al de Rafa y Aldo.

Nivel 3. Tridígito más Tridígito

Tipo de tarea: suma sin transformación de unidades ni decenas.

Al igual que en los niveles anteriores, ante este tipo de tarea la suma se realiza de forma directa pues no es necesario realizar ninguna transformación. Por esto, los posibles resultados podrían ser:

- a) Un tridígito cerrado ($100+500=600$) ocupa un espacio (600).
- b) Un tridígito con decenas, sin unidades ($240+510=750$) ocupa 2 espacios (700+50).
- c) Un tridígito con unidades, sin decenas ($304+502=806$), ocupa 2 espacios (800+6).
- d) Un tridígito con decenas y unidades ($128+110=238$), ocupa 3 espacios mínimamente ($200+30+8$) Gráfico 14.

Ejemplo: $128+110=238$	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	128	+	110		
Descomposición	$100+20+8$	+	$100+10$		
Unidades	8				8
Decenas	20	+	10		30
Centenas	100	+	100		200
Resultado con el tablero					

Gráfico 14. Suma de tridígitos sin transformaciones.

El Nivel 3 sólo lo jugaron Aldo y Rafa de forma moderada debido al tiempo disponible, pues ambos llegaron a este nivel en la última sesión prevista. El tipo de tarea sin transformaciones apareció en 12 ocasiones, de las cuales 7 fueron contestadas correctamente. Esto lo convierte en el tipo de tarea más jugado y con mejor desempeño en este nivel, similar a lo que sucedió con los niveles anteriores. Aquí el niño con mejor rendimiento fue Rafa obteniendo 3 resultados correctos de 5 tareas resueltas (60%) (Tabla 24).

<i>Tabla 24. Tipo de tarea suma sin transformación de unidades ni decenas en el Nivel 3</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	-	5	7	-	12
Correctas	-	3	4	-	7
Incorrectas	-	2	3	-	5
Aciertos (%)	-	60.00%	57.14%	-	58.33%
<i>Estrategia de solución</i>					
<i>Suma comenzanco con las centenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	-	5	6	-	11
Correctas	-	3	4	-	7
Incorrectas	-	2	2	-	4
Aciertos (%)	-	60.00%	66.67%	-	63.64%
		Total usos	11	Total correctas	7

De acuerdo con la tabla, ambos niños ocuparon la estrategia de calcular de izquierda a derecha, aportando así el total de respuestas correctas. Esto concuerda con la experiencia en los niveles anteriores frente a tareas que no requerían de transformaciones. De igual forma los resultados permiten señalar que en general, si los niños consideraban que la tarea no requería transformaciones, elegían calcular desde la izquierda pues resulta ser la estrategia más cómoda de solución.

Tipo de tarea: suma con transformación de unidades sin transformación de decenas.

En este tipo de tarea el cálculo de unidades forma una nueva decena, la cual se calcula con las decenas de ambos números. No hay transformación de decenas en centenas. Se pueden obtener como resultados un tridígito con decenas sin unidades ($152+618=770$) que ocupa como mínimo 2 espacios en el tablero ($700+70$), así como un tridígito con decenas y unidades ($128+113=241$) que ocupa 3 espacios ($200+40+1$), Gráfico 15.

Ejemplo: 128+113=241	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	128	+	113		
Descomposición	100+20+8	+	100+10+3		
Unidades	8	+	3	11= 10 +1	1
Decenas	20	+	10		30+ 10 =40
Centenas	100	+	100		200
Resultado con el tablero					

Gráfico 15. Suma de tridígitos con transformación de unidades sin transformación de decenas.

Este tipo de tarea apareció 10 veces en total durante el Nivel 3, con sólo 1 respuesta correcta por parte de Aldo, quien fue el que más veces se enfrentó a esta tarea (8 ocasiones). Contrario fue el caso de Rafa que sólo jugó esta tarea en 2 ocasiones sin resultados correctos, Tabla 25.

<i>Tabla 25. Tipo de tarea suma con transformación de unidades sin transformación de decenas en el Nivel 3</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	-	2	8	-	10
Correctas	-	0	1	-	1
Incorrectas	-	2	7	-	9
Aciertos (%)	-	0.00%	12.50%	-	10.00%
<i>Estrategias de solución</i>					
<i>Suma comenzando con las unidades (derecha a izquierda)</i>					
No. de usos	-	1	-	-	1
Correctas	-	0	-	-	0
Incorrectas	-	1	-	-	1
Aciertos (%)	-	0.00%	-	-	0.00%
Mitad de nivel	-	0	-	-	0
<i>Suma comenzando con las centenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	-	-	2	-	2
Correctas	-	-	1	-	1
Incorrectas	-	-	1	-	1
Aciertos (%)	-	-	50.00%	-	50.00%
Mitad de nivel	-	-	0	-	0
No. de usos en conjunto					3
Respuestas correctas en conjunto					1

La tabla muestra que el único resultado correcto fue obtenido mediante el cálculo de izquierda a derecha de dos usos que se le dieron. Estos resultados se deben por un lado a la dificultad de la propia tarea y por otro al poco tiempo de juego dedicado a este nivel. Con respecto a la dificultad de la tarea. En varias ocasiones el intento de solución de Aldo quedó

incompleto, al calcular de izquierda a derecha y encontrarse con la transformación de unidades, se detenía algunos instantes por lo que el tiempo de oleada terminaba.

Las situaciones no estuvieron influenciadas por la reducción de espacios ya que tal disminución no se presentó durante todo el tiempo de juego en este nivel. Probablemente lo que sucedió con Aldo fue que, al llegar a la transformación de unidades, dicha transformación le hizo dudar sobre los cálculos parciales de centenas y decenas que ya había hecho, esto le restó tiempo de oleada. Lo anterior reafirma que la dificultad principal durante el juego estuvo dada por la naturaleza de los números que había que sumar.

Hay que señalar que, con más tiempo de juego, probablemente habrían aparecido más tareas de este tipo. Adicionado a esto, los niños llegarían a la reducción de espacios a mitad de nivel y posiblemente, sucedería algo similar a lo que pasó con los tipos de tarea con transformaciones en el Nivel 2, donde los espacios no alcanzaban para registrar los cálculos⁹ parciales de izquierda a derecha (siempre y cuando el resultado no fuera un tridígito cerrado), propiciando recuperar el cálculo de derecha a izquierda.

Tipo de tarea: suma con transformación de decenas sin transformación de unidades.

Para este tipo de tarea, la suma de unidades no genera una nueva decena, mientras que la suma de decenas genera una nueva centena que es necesario evocar a la hora de sumar las centenas en conjunto. Similar a los niveles anteriores, la naturaleza de los números que se suman determina el tipo de resultado obtenido, así como los espacios mínimos en los que puede ser expresado:

- a) Se puede obtener un tridígito cerrado ($120+180=300$) que ocupará un solo espacio.
- b) Si el resultado es un tridígito con decenas, pero sin unidades ($130+180=310$), ocupará como mínimo 2 espacios del tablero ($300+10$).
- c) Si el resultado es un tridígito con unidades, pero sin decenas ($128+180=308$), se ocupará un mínimo de 2 espacios ($300+8$).
- d) Si se obtiene un tridígito con decenas y unidades ($138+181=241$) se necesitan al menos 3 espacios en el tablero ($200+40+1$), Gráfico 16.

⁹ Sólo ante ciertos tipos de tarea y ciertos tipos de resultados, la reducción de espacios impacto y promovió el cálculo de derecha a izquierda. En realidad, estos eventos fueron escasos durante la experimentación.

Ejemplo: 138+181=319	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	138	+	181		
Descomposición	100+30+8	+	100+80+1		
Unidades	8	+	1		9
Decenas	30	+	80	110=100+10	10
Centenas	100	+	100		200+100=300
Resultado con el tablero					

Gráfico 16. Suma de tridígitos con transformación de decenas sin transformación de unidades.

Este tipo de tarea apareció en 9 ocasiones de las cuales no se obtuvieron resultados correctos. En este caso, Aldo jugó una tarea más que Rafa. La frecuencia de aparición de este tipo de tarea fue menor a las tareas descritas anteriormente (Tabla 26).

Tabla 26. Tipo de tarea suma con transformación de decenas sin transformación de unidades en el Nivel 3

	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	-	4	5	-	9
Correctas	-	0	0	-	0
Incorrectas	-	4	5	-	9
Aciertos (%)	-	0.00%	0.00%	-	0.00%
<i>Estrategias de solución</i>					
<i>Suma de centenas</i>					
No. de usos	-	-	3	-	3
Correctas	-	-	0	-	0
Incorrectas	-	-	3	-	3
Aciertos (%)	-	-	0.00%	-	0.00%
Mitad de nivel	-	-	0	-	0
<i>Suma comenzando con las unidades (derecha a izquierda)</i>					
No. de usos	-	1	-	-	1
Correctas	-	0	-	-	0
Incorrectas	-	1	-	-	1
Aciertos (%)	-	0.00%	-	-	0.00%
Mitad de nivel	-	0	-	-	0
No. de usos en conjunto					4
Respuestas correctas en conjunto					0

De acuerdo con la tabla, Aldo utilizó el cálculo de izquierda a derecha de forma incompleta, registró en el tablero sólo la suma de centenas, mientras que Rafa utilizó dicha estrategia en una sola ocasión sin resultado correcto. Esto se explica de acuerdo con base en el nivel de dificultad que supone la transformación de decenas y la retención mental de

resultados parciales que eso conlleva. En el caso de Aldo esta situación se repitió en 3 ocasiones, lo que reafirma que probablemente la naturaleza de la tarea lo hizo dudar al momento de llegar a la transformación de decenas, por lo que sólo registró la suma de centenas previa. Este tipo de tarea es el primer caso donde no hubo resultados correctos durante la experimentación.

Tipo de tarea: suma con transformación de unidades y decenas.

En este tipo de tarea, el cálculo de unidades forma una nueva decena que deberá juntarse con las decenas restantes. De tal cálculo de decenas se forma una nueva centena que también se calcula junto con las centenas de ambos tridígitos. La naturaleza de los sumandos permite que aparezcan distintos tipos de resultados, que pueden ser expresados en espacios mínimos del tablero:

- a) Se puede obtener un tridígito cerrado ($138+162=300$), ocupa como mínimo un espacio.
- b) Si la suma produce un tridígito con decenas, sin unidades ($182+128=310$), ocupa 2 espacios mínimo ($300+10$).
- c) Si se obtiene un tridígito con unidades, sin decenas ($183+118=301$), ocupa también 2 espacios mínimo ($300+1$).
- d) Si el resultado es un tridígito con unidades y decenas ($148+183=331$), necesita al menos 3 espacios ($300+30+1$), Gráfico 17.

Ejemplo: $148+183=331$	Sumando 1		Sumando 2	Transformación	Agrupación
Suma	148	+	183		
Descomposición	$100+40+8$	+	$100+80+3$		
Unidades	8	+	3	$11=10+1$	1
Decenas	40	+	80	$120=100+20$	$20+10=30$
Centenas	100	+	100		$200+100=300$
Resultado con el tablero					

Gráfico 17. Suma de tridígitos con transformación de unidades y decenas.

Este tipo de tarea se presentó en 8 ocasiones de las cuales no se obtuvieron resultados correctos, siendo así la tarea menos jugada de todo el Nivel 3. Al igual que en el tipo de tarea anterior, el poco juego y la complejidad de las transformaciones se tradujo en

un bajo desempeño por parte de los niños que jugaron el Nivel 3. Aldo se enfrentó a esta tarea en 5 oportunidades, mientras que Rafa sólo en 3, Tabla 20.

<i>Tabla 27. Tipo de tarea suma con transformación de unidades y decenas en el Nivel 3</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	-	3	5	-	8
Correctas	-	0	0	-	0
Incorrectas	-	3	5	-	8
Aciertos (%)	-	0.00%	0.00%	-	0.00%
<i>Estrategias de solución</i>					
<i>Suma de centenas (izquierda a derecha incompleta)</i>					
No. de usos	-	1	3	-	4
Correctas	-	0	0	-	0
Incorrectas	-	1	3	-	4
Aciertos (%)	-	0.00%	0.00%	-	0.00%
Mitad de nivel	-	0	0	-	0
<i>Suma comenzando con las centenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	-	1	-	-	1
Correctas	-	0	-	-	0
Incorrectas	-	1	-	-	1
Aciertos (%)	-	0.00%	-	-	0.00%
Mitad de nivel	-	0	-	-	0
No. de usos en conjunto					5
Respuestas correctas en conjunto					0

A comparación del tipo de tarea anterior, aquí los dos niños ocuparon el cálculo de izquierda a derecha de forma incompleta, llegaron hasta la transformación de decenas y solo registraron la suma de centenas. A diferencia del Nivel 2, Rafa no utilizó el cálculo de derecha a izquierda, probablemente por las pocas oportunidades que tuvo de enfrentarse a este tipo de tarea debido al poco tiempo de juego.

Desarrollo del Nivel 3

Durante el Nivel 3 el cálculo de izquierda a derecha fue la estrategia de solución más utilizada y la más eficiente, consiguiendo con ella todos los resultados correctos del nivel (8 aciertos), pero en cantidad distan significativamente de la cantidad de oleadas de los otros niveles. Ambos niños lo ocuparon en muy pocas ocasiones, comparado con la cantidad de oleadas a las que se enfrentaron. Rafa la ocupó sólo en 6 ocasiones de 14 oleadas jugadas, mientras que Aldo lo utilizó 8 veces de 25 oportunidades.

Por otra parte, Rafa llegó a utilizar también el cálculo de derecha a izquierda sólo en 2 ocasiones sin resultados correctos, mientras que ambos niños ocuparon el cálculo de izquierda a derecha de forma incompleta, llegando hasta las transformaciones por lo que sólo introdujeron el total de centenas, Tabla 28.

<i>Tabla 28. Estrategias de solución a lo largo del Nivel 3</i>					
	Axel	Rafa	Aldo	Pablo	Total
No. de tareas	-	14	25	-	39
Correctas	-	3	5	-	8
Incorrectas	-	11	20	-	31
Aciertos (%)	-	21.43%	20.00%	-	20.51%
<i>Suma comenzando con las unidades (derecha a izquierda)</i>					
No. de usos	-	2	-	-	2
Correctas	-	0	-	-	0
Aciertos (%)	-	0.00%	-	-	0.00%
Mitad de nivel	-	0	-	-	0
<i>Suma de centenas</i>					
No. de usos	-	1	6	-	7
Correctas	-	0	0	-	0
Aciertos (%)	-	0.00%	0.00%	-	0.00%
Mitad de nivel	-	0	0	-	0
<i>Suma comenzando con las centenas (izquierda a derecha)</i>					
No. de usos	-	6	8	-	14
Correctas	-	3	5	-	8
Aciertos (%)	-	50.00%	62.50%	-	57.14%
Mitad de nivel	-	0	0	-	0
No. de usos en conjunto					23
Respuestas correctas en conjunto					8

Los datos de la tabla permiten pensar en el posible desarrollo de las estrategias de cálculo de izquierda a derecha y viceversa, pues el uso de dichas técnicas, aunque de forma incompleta, posibilita llegar en cierto momento a un procedimiento completo de acuerdo con los requisitos de las tareas y la dificultad de cada nivel.

Sobre esto último, el poco tiempo de juego en este nivel no permitió apreciar si la disminución de espacios impacta o no en la elección de estrategias. Posiblemente habría ocurrido algo similar a lo que sucedió en el Nivel 2, donde hay evidencia que indica que ante las tareas que requerían transformaciones y el resultado era un tridígito con unidades y decenas, dicha disminución, sí llegó a favorecer el uso del cálculo de derecha a izquierda.

Desarrollo general de niveles y estrategias

Lo primero que hay que mencionar sobre el desarrollo del juego de los niños es que, si bien el Nivel 1 fue el nivel más jugado, el Nivel 2 fue el más difícil. Esto se debió a la inclusión de tridígitos dentro de la suma. Ya había evidencia de esto en el Nivel 1, específicamente ante el tipo de tarea que requería una transformación de decenas o una transformación doble, sobre todo si el resultado era un tridígito con unidades y decenas.

Esto significaba transformar y agrupar para poder comunicar el resultado. Esto siguió ocurriendo en el Nivel 3, aunque fue jugado muy poco tiempo. En otras palabras, obtener un resultado tridígito complicó el Nivel 1, mientras que en los Niveles 2 y 3 tener que realizar cálculos con tridígitos aumentó todavía más la dificultad del juego.

Sin embargo, los niños se enfrentaron a las tareas utilizando las dos estrategias disponibles. En general el cálculo de izquierda a derecha fue la estrategia más utilizada por todos los niños durante todo el juego y fue la estrategia que arrojó mejores resultados, especialmente ante las tareas que no requerían transformaciones. Esto se debió principalmente a que los espacios disponibles en el tablero, aun si eran disminuidos a mitad del nivel, alcanzaron para introducir los resultados de los cálculos parciales de centenas, decenas y unidades, lo que no hizo necesario realizar agrupaciones (juntar todos los elementos de un mismo orden) en los tipos de tarea con transformaciones.

Por ejemplo, en el juego de Aldo durante el Nivel 2 se le pide calcular $80+630$ con 3 espacios disponibles, por lo que introdujo 600 del tridígito, posteriormente otro 100 producto de la transformación de decenas ($80+30=100+10$), quedando un espacio disponible donde introdujo la decena que sobraba de dicha transformación.

No obstante, lo expresado en el párrafo anterior, esto no quiere decir que el cálculo de derecha a izquierda no fuera utilizado. De hecho, Rafa mostró un buen desempeño utilizando esta estrategia, sobre todo en el Nivel 2 ante tareas con transformaciones y con espacios reducidos. En menor medida Aldo y Axel también utilizaron dicha estrategia. Los resultados mostraron que las condiciones donde esta estrategia se volvía necesaria fueron:

- a) En el Nivel 1, los espacios disminuidos a 2, enfrentarse a un tipo de tarea con transformación de unidades que resultara en un bidígito con decenas y unidades (por ejemplo, $68+29=97$). Resolver desde la izquierda ocuparía 3 espacios pues al calcular las decenas se ocuparía un espacio ($60+20=80$), mientras que la calcular las unidades se ocuparían dos espacios ($9+8=17$, representado por $10+7$).

- b) En el Nivel 1, con los 3 espacios disponibles, enfrentarse a un tipo de tarea con doble transformación que resultara en un tridígito con decenas y unidades (por ejemplo, $57+64=121$). Resolver desde la izquierda ocuparía 4 espacios pues al calcular las decenas se usarían dos espacios ($50+60=110$) representado como $100+10$, mientras que el cálculo de unidades ocuparía otros dos espacios ($7+4=11$, registrado como $10+1$).
- c) En los Niveles 2 y 3, con los espacios disminuidos a 3, enfrentarse a un tipo de tarea con transformación de unidades que resultara en un tridígito con decenas y unidades (por ejemplo, $53+129=182$). Resolver desde la izquierda ocupa 4 espacios pues la centena ya ocuparía un lugar (100), el cálculo de decenas ocuparía otro ($50+20=70$), mientras que el cálculo de unidades necesitaría otros dos espacios ($39=12$, expresado como $10+2$).
- d) En los Niveles 2 y 3, con los espacios disminuidos a 3, enfrentarse a un tipo de tarea con transformación de decenas que resultara en un tridígito con decenas y unidades (por ejemplo, $62+456=518$). Resolver desde la izquierda ocuparía 4 espacios ya que la centena ocuparía un lugar (500), el cálculo de decenas ocuparía dos ($50+60=110$, expresado como $100+10$), mientras que el cálculo de unidades ocuparía un lugar más ($2+6=8$).
- e) En los Niveles 2 y 3, con los espacios disminuidos a 3, enfrentarse a un tipo de tarea con doble transformación que resultara en un tridígito con unidades, pero sin decenas (por ejemplo, $259+345=604$). Resolver desde la izquierda ocuparía 4 espacios ya que el cálculo de centenas ocuparía un lugar ($200+300=500$), el cálculo de decenas ocuparía otro ($50+40=90$), mientras que el cálculo de unidades ocuparía dos ($9+5=14$, expresado como $10+4$).
- f) En los Niveles 2 y 3, con los espacios disminuidos a 3, enfrentarse a un tipo de tarea con doble transformación que resultara en un tridígito con decenas y unidades (por ejemplo, $267+457=724$). Resolver el cálculo desde la izquierda ocupa 5 espacios ya que el cálculo de centenas ocupa un espacio ($200+400=600$), el de decenas ocupa dos ($60+50=110$, registrado como $100+10$), mientras que el cálculo de unidades ocupa otros dos espacios ($7+7=14$, registrado como $10+4$).

Los resultados obtenidos indican que los niños se comprometieron con el videojuego para resolver las sumas que se les iban presentando. La dificultad principal en el juego radicó en el tipo de números que había que sumar, más que en la disminución de espacios o el tiempo de cada oleada. Aunque la reducción de espacios apoyó en poca medida a la

reflexión sobre las transformaciones, dirigiendo el uso del cálculo de derecha a izquierda, no tuvo el impacto que se esperaba.

Sin embargo, el uso de las dos estrategias de solución disponibles sí apoyó el desarrollo del cálculo mental. Prueba de esto es la cantidad de resultados correctos que permitió el avance a los niveles siguientes. Además, el uso del tablero logró propiciar la reflexión sobre el valor posicional en base 10 pues a partir de las primeras sesiones, todos los niños fueron capaces de comunicar correctamente la mayor parte de los resultados que iban obteniendo. En el siguiente Capítulo se exponen las reflexiones originadas de la interpretación de los resultados, así como las conclusiones que el contraste entre el análisis *a priori* y *a posteriori* permite fundamentar.

Capítulo 4. Conclusiones

Posicionamientos generales

El propósito de este estudio exploratorio fue indagar sobre los alcances y limitaciones de un recurso tecnológico didáctico lúdico adherido a una perspectiva constructivista del aprendizaje (Brousseau, 2007) y dentro del llamado software constructorista (Ito, 2009) para propiciar el desarrollo de la habilidad de cálculo mental de la suma de bidígitos y tridígitos; a la vez, que ofrece un espacio para reflexionar acerca del Sistema de Numeración Decimal (SND).

El recurso electrónico es el videojuego denominado *Miautemáticas* diseñado *exprofeso* para los fines de esta investigación, bajo el supuesto que el desarrollo del cálculo mental mejora la comprensión de las propiedades del SND; de la misma manera que trabajar con algunas de las implicaciones de éste¹⁰ coadyuva a mejorar el desarrollo del cálculo mental.

Es decir, se asume como hipótesis que el trabajo con el videojuego iba a posibilitar en los niños, por un lado, una mejor comprensión entre la representación simbólica usual de los números y su representación como la suma de cienes, dieces y unos, correlacionada con la expresión canónica¹¹ de los números; por otro lado, *a posteriori* un mejor entendimiento de técnicas de cálculo aditivo escrito, particularmente del algoritmo que opera con transformaciones sucesivas de derecha a izquierda. El cálculo mental que opera de esta manera, se esperaba que resultase útil cuando, en esta experiencia, fuera necesario sumar bidígitos más tridígitos (Nivel 2 del videojuego) y con mayor pertinencia cuando se tratara de sumar tridígitos (Nivel 3 del videojuego).

¹⁰ Expresiones aditivas de tres o dos sumandos de múltiplos de diez y elementos sueltos para los bidígitos –por ejemplo: $56=30+20+6$; $56=50+4+2$; $56=50+6$ -, o bien, a través de expresiones aditivas de cuatro o tres sumandos de múltiplos de diez y elementos sueltos para los tridígitos -por ejemplo: $328=200+100+20+8$; $328=300+10+10+8$; $328=300+20+8$

¹¹ La expresión canónica de un número es la que lo representa a través de la adición de potencias de la Base del Sistema. Por ejemplo, en el caso del Sistema de Numeración de base 10 y posición, el número:

$325 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$, en el caso de los niños del estudio se espera que puedan expresar el 325 como: $325 = 300 + 20 + 5$ sin desde luego, hacer referencia a las potencias del 10.

En el trabajo cuando aparece la expresión “descomposición canónica” se refiere a expresar un número como la suma de potencias de 10 más unidades.

Cabe recordar que estudios sobre cálculo mental en niños de la escuela primaria reportados desde hace más de dos décadas (Mochón y Vázquez, 1995; Parra, 1994) señalan que en el cálculo mental la estrategia que termina siendo dominante, es el cálculo de izquierda a derecha; sin embargo, la estrategia de cálculo que, a la larga, presumiblemente, resultaría privilegiada con el videojuego sería el cálculo de derecha a izquierda.

Esto es porque -a diferencia de estudios como los de Mochón, Vázquez y Parra-, en esta tesis se propone que los niños para desarrollar su cálculo mental interactúen con el *Mi matemáticas* videojuego cuyas características para comunicar el resultado del cálculo, favorece la transformación de unidades a decenas y de decenas a centenas.

Una de las razones que subyace en las características del videojuego es propiciar un acercamiento desde el cálculo mental y la exploración del SND, al algoritmo escrito de la suma que opera de derecha a izquierda con transformaciones sucesivas de unidades de un orden menor al siguiente de orden mayor¹² porque esta perspectiva didáctica aparece en las sugerencias didácticas de los Programa de Estudios del 2011 y 2017 y encontró su expresión en los Libros de Texto Gratuitos 1º y 2º de la propuesta del 2017, aún vigentes en el Sistema Educativo Nacional.

La otra razón que explica el interés de modificar con el videojuego, la tendencia del cálculo mental de operar de izquierda a derecha es la propensión de los últimos años en México, por reinstalar, desde los primeros grados de la escuela primaria, el desarrollo del cálculo mental y el conocimiento sobre la serie numérica oral como recursos para que los alumnos accedan al conocimiento de las propiedades del SDN. Previendo además espacios de reflexión en el aula sobre cómo los niños realizan dicho cálculo mental.

Esta propuesta, ocupa mucho del poco tiempo disponible para el trabajo de enseñanza de la matemática, a lo que se le adiciona que el cálculo mental es un proceso interno; para los niños pequeños resulta complejo expresar lo que mentalmente hacen para resolver algo; y, para los docentes resulta difícil gestionar estas explicaciones e intercambio de estrategias entre los niños¹³. Por ello, fue importante para esta investigación explorar las

¹² Este algoritmo aparece como recurso dominante para enseñar la suma en la práctica docente de muchos maestros, pero que en muchos casos adolece de un conocimiento (el SND) que permita a los niños comprender las razones que explican a dicho algoritmo.

¹³ Datos empíricos en proceso de análisis documentados por María del Rocío Hernández Hernández, alumna del Programa de Maestría del DIE-Cinvestav.

posibilidades del videojuego, con las pretensiones señaladas, porque de involucrarse los niños en jugar con el videojuego, podrían hacerlo sin la presencia de un adulto fuera de la escuela, dejando tiempo del aula para trabajar temas importantes por aprender al inicio de la escuela primaria.

El análisis de los datos empíricos obtenidos en la experimentación (6 sesiones de media hora cada una, aproximadamente) del *Miautomáticas* permitió estudiar las maneras de proceder de cuatro niños -que en el ciclo escolar 2017-2018 cursaban el 3º de primaria en relación con las tareas de cálculo mental de sumas y comunicación del cálculo en función de las tareas que el videojuego les propuso. Y con ello, encontrar posibles respuestas a las preguntas de investigación que orientaron la realización de esta tesis:

- ¿De qué manera el videojuego *Miautomáticas* apoya el desarrollo de estrategias de cálculo mental para resolver sumas de números de dos y/o tres cifras?
- ¿En qué medida las características del videojuego *Miautomáticas* favorece el cálculo mental empezando por las unidades de menor orden hacia las de mayor orden¹⁴?
- ¿Sobre cuáles características del Sistema de Numeración Decimal, el recurso tecnológico utilizado promueve la reflexión?

Respuesta a las preguntas de investigación

Esta investigación estuvo enmarcada a través de tres preguntas de investigación correlacionadas entre sí, que se enunciaron en el apartado anterior. Ahora se da cuenta de las respuestas encontrada a ellas, pero no se conserva el orden para dar mayor legibilidad a la lectura.

Se anticipó, en el análisis *a priori*, que a través de situaciones a-didácticas funcionalizadas por medio del videojuego, donde era necesario sumar mentalmente bidígitos y tridígitos, se favorecería el desarrollo del cálculo mental y la reflexión acerca del sistema de numeración de base 10 y posición.

La implementación del videojuego, mostró en las primeras observaciones del trabajo experimental, que el uso del tablero para registrar los resultados del cálculo mental, resultó complicado para los niños debido a que: a) La información vertida en la primera versión del

¹⁴ De derecha a izquierda y no al revés según reportan estudios de desarrollo de cálculo mental reportados hace más de dos décadas.

tutorial que explicaba la función y uso del tablero no resultó de utilidad a los niños para resolver sus dudas sobre el manejo de éste; b) Algunos niños como Axel y Pablo no habían comprendido el valor posicional de las cifras, pero esto era materia de observación y análisis en relación a los efectos del videojuego. Debido a esto se reelaboró el tutorial para dar más información sobre el tablero.

A partir de este reajuste los niños comenzaron a usar el tablero de manera más asertiva para registrar los resultados, unos niños con mayor claridad sobre el valor posicional de las cifras que otros; en función de sus posibilidades cognitivas, esta dificultad fue desapareciendo durante las sesiones siguientes.

Los resultados permiten concluir -en términos generales y a reserva de ir puntualizando algunas limitaciones-, que el recurso diseñado sí favoreció el desarrollo del cálculo mental toda vez que propició también la reflexión sobre las características del Sistema de Numeración Decimal, como puede apreciarse en las respuestas a las preguntas de investigación que se describen a continuación.

¿De qué manera el videojuego *Miautemáticas* apoya el desarrollo de estrategias de cálculo mental para resolver sumas de números de dos y/o tres cifras?

La evidencia del desarrollo del cálculo mental propiciada por el videojuego para resolver sumas de números de dos y/o tres cifras se encuentra:

En el desempeño de los niños, medido por la cantidad de resultados correctos de acuerdo con la cantidad de tareas resueltas, esto muestra que los niveles donde había que sumar un tridígito fueron más complejos; es decir, la incorporación de tridígitos aumentó la dificultad del juego.

Además, de acuerdo con las posibilidades de cálculo de cada niño, para algunos el Nivel 1 resultó más sencillo que para otros, por ejemplo, Aldo logró superar dicho nivel desde la primera sesión, mientras que Pablo logró pasar al Nivel 2 hasta la última sesión de juego. Así mismo, el desempeño de los niños mostró que el tipo de tarea más sencillo durante el juego fue aquella que no presentaba transformaciones, mientras que las tareas con transformaciones suponían un reto más elevado.

Finalmente, los resultados de los niños permitieron observar que todos fueron capaces de resolver los tipos de tarea que requerían transformaciones, aunque en diferente

medida y con distinta cantidad de intentos de acuerdo con sus posibilidades de cálculo mental. Esto se complementa con el cambio de nivel pues esto es otro indicador de que el recurso a través del tipo de números que había que sumar, sí permitió a todos los niños desarrollar su cálculo mental y ahondar sobre la transformación de unidades y decenas y estas en centenas como característica del sistema decimal de numeración.

Los cuatro niños de la muestra lograron terminar el Nivel 1, superaron 10 tareas sin perder en ninguna ocasión lo que les permitió cambiar de Nivel; sin embargo, esto no lo lograron sino hasta después de haber tenido resultados incorrectos intercalados con correctos.

De la misma manera, dos de los cuatro niños pasaron del Nivel 2 al Nivel 3. Pasar de un nivel a otro, implica que los niños pusieron en práctica estrategias de cálculo mental que les permitieron resolver correctamente de manera consecutiva 10 tareas aleatorias, y que fueron capaces de comunicar los resultados a través del tablero que les exigía la descomposición canónica del resultado.

Los niños mostraron distintas posibilidades de cálculo mental, sin tener dominada por completo esta habilidad. Por ejemplo, Aldo llegó al Nivel 2 desde la Sesión 1, lo que indica que tenía un buen desarrollo de cálculo mental ante tareas del Nivel 1 (suma de bidígitos). Sin embargo, su experiencia inicial en el Nivel 2 arrojó pocos resultados correctos lo que mostró que ante la suma de tridígitos más bidígitos, su cálculo mental no estaba tan desarrollado. Por otro lado, tanto Rafa como Pablo mostraron tener menos desarrollado su cálculo mental que el de sus otros dos compañeros; sin embargo, después de más de una sesión lograron superar el Nivel 1.

De esta forma, la presencia de resultados incorrectos, cantidad de resultados correctos y el consecuente avance de niveles es la principal evidencia del desarrollo de cálculo mental, propiciado por el videojuego.

¿Sobre cuáles características del Sistema de Numeración Decimal, el recurso tecnológico utilizado promueve la reflexión?

Las características del SND promovidas por *Miautomáticas* se pueden rastrear en el uso del tablero, requerimiento para registrar el resultado a través expresiones aditivas de múltiplos del 10 más unidades, ello implicaba considerar el valor posicional de las cifras en la representación simbólica en la que habitualmente se escriben los números al mismo

tiempo de poder considerar los cienes, dieces y unos que pueden visualizarse en dicha representación favoreciéndose, en principio, la reflexión sobre el sistema de numeración de base 10 y posición.

Para informar a los niños la manera en la que debían utilizar el tablero, se elaboró, como ya se dijo, un tutorial al cual podían acceder en cualquier momento durante el juego a través de un botón situado en el menú de niveles.

La necesidad de utilizar el tablero para comunicar el resultado mostró que algunos niños no contaban con un conocimiento claro sobre el valor posicional y la descomposición aditiva que subyace en el sistema decimal de numeración.

Después de la primera sesión de juego, los resultados arrojaron que aún después de ver dicho tutorial en varias ocasiones, los niños registraban las cifras sin considerar su valor posicional, por ejemplo, para comunicar 89, presionaban los botones correspondientes al 8 y al 9 y no al 80 y al 9

Una vez reelaborado el tutorial agregando un ejemplo para ilustrar cómo debía verse el resultado al expresarlo a través de potencias de 10 y unidades sueltas, los niños empezaron a expresar los resultados atendiendo al valor posicional de las cifras. Los registros analizados mostraron que la dificultad con el tablero desapareció entre las Sesiones 2 y 3 y que las capacidades de reflexión de cada niño fueron distintas.

Tanto Rafa como Aldo comprendieron más rápido el uso del tablero, en cambio a Axel y a Pablo les tomó más tiempo comprenderlo y usarlo correctamente, estos niños manifestaron dificultades con el valor posicional a lo largo de los Niveles 1 y 2, en las 6 Sesiones de juego, disminuyendo considerablemente en la Sesión 3 para el caso de Axel; pero en el caso de Pablo las dudas sobre el valor posicional permanecieron hasta la Sesión 6, aunque en menor proporción.

La evidencia del paso de esta dificultad a la reflexión del valor posicional y la descomposición en base 10 se obtiene con mayor claridad en el caso de Axel a lo largo de las Sesiones 1 a 3, donde la necesidad de utilizar el tablero lo llevó a revisar el tutorial en tres ocasiones.

A través de la cantidad de intentos dentro del juego, Axel comenzó a ver los números como conjuntos de 10 y unidades sueltas en el Nivel 1, de tal forma que esto propició el uso correcto del tablero anotando los resultados a través de potencias de 10. Por ejemplo, para

51+24 registra primero 7+5 pero borra inmediatamente para introducir 70+5. Lo anterior se aprecia en la cantidad de resultados correctos en este nivel conforme avanzaban las sesiones y la ausencia de esta dificultad en la Sesión 3 en el Nivel 1 y cómo reaparece frente a la complejidad de las tareas del Nivel 2; pero, conforme avanza la experiencia las dificultades con el valor posicional van siendo menos cada vez.

Cabe señalar que Axel y Pablo no solo tuvieron dificultades con el valor posicional, sino que fueron estos niños quienes evidenciaron tener más problemas para realizar el cálculo mental que lo observado en los casos de Aldo y Rafa. Aun así, lograron pasar del Nivel 1 al Nivel 2, aunque Pablo lo logró más tardíamente que Axel, de hecho, hasta la Sesión 6 y fue quien, hasta el final de la experiencia, siguió mostrando dificultades con el valor posicional de las cifras.

Lo observado en el comportamiento de Axel y Pablo evidencia cómo es que el cálculo mental y el conocimiento del SND se van complementando. Uno apoya el desarrollo del otro y viceversa, lo que apuntala a la validez de las hipótesis iniciales que sirvieron como base para el diseño del dispositivo electrónico¹⁵.

Posteriormente tres de los cuatro niños empezaron a usar el tablero, como se había previsto, como un recurso para registrar resultados parciales del cálculo que estaban realizando. Por ejemplo, para calcular $23+69$ con tres espacios disponibles para registrar el resultado y dada la tendencia (observada fundamentalmente en el Nivel 1) de empezar a calcular de izquierda a derecha, empezaban por registrar en el tablero 80 (20 del 23 y 60 del 69) y después anotaban 10 y 2 (cálculo de 3 y 9 unidades), finalmente el registro del cálculo quedaba como $80+10+2$.

En los casos donde solo había dos espacios disponibles para registrar el resultado, al usar el tablero para registrar resultados parciales del cálculo, esto los llevaba a borrar; en el ejemplo, tenían que borrar el 80 para poder registrar el resultado como $90+2$ una vez que habían calculado el total de unidades (doce) y habían considerado la transformación de éstas en decenas (10 y 2).

Así el desempeño con respecto al uso del tablero componente importante del videojuego *Miautomáticas* permite concluir que esta cualidad del dispositivo sí permitió la

¹⁵ Cabe recordar que desarrollar la habilidad de cálculo mental a la vez de ofrecer espacios de reflexión sobre la representación simbólica de los números en el SND a través del videojuego son objetivos de este trabajo de tesis y fueron consideradas en el diseño de *Miautomáticas*.

reflexión sobre la descomposición canónica, así como la del valor posicional como características del sistema decimal de numeración. Y éstas a su vez, coadyuvaban al desarrollo de cálculo mental de Aldo, Rafa y Axel, en mayor medida.

¿En qué medida las características del videojuego *Miautomáticas* favorece el cálculo mental empezando por las unidades de menor orden hacia las de mayor orden¹⁶?

Al momento de diseñar el *Miautomáticas*, se pensó que, entre otros insumos que se analizan más adelante, la aleatoriedad en los datos como condición para proponer las sumas que ofrecía el juego, aunado a las restricciones de cada nivel¹⁷ traería consigo la aparición suficientemente de cálculos mentales de la suma de números que requieren transformaciones, favoreciéndose así la estrategia de cálculo de derecha a izquierda más que la del cálculo de izquierda a derecha.

Sin embargo, al momento de analizar los resultados fue posible detectar solo cuatro tipos de tareas diferentes que aparecieron durante toda la experimentación y corroborar, además, que en tres de ellas si bien era necesario realizar transformaciones, éstas apelaban solo a uno de los órdenes (unidades o decenas) y solo hubo un tipo con doble transformación, que apareció escasamente. Los cuatro tipos de tareas que los niños realmente enfrentaron, independientemente del nivel, son: suma sin transformaciones; suma con transformaciones de unidades, pero no de decenas; suma con transformación de decenas, pero no de unidades y suma con transformaciones de unidades y decenas.

Este tipo de tareas podían aparecer en mayor o en menor medida durante el juego de cada uno de los niños por lo que se enfrentaron a ellas en proporciones diferentes.

Los resultados indicaron que las características del recurso sí permitieron el desarrollo del cálculo mental, como ya quedó asentado anteriormente, pero esto sucedió a través de dos estrategias: el cálculo de la suma comenzado por los números de mayor valor hacia los de menor valor (izquierda a derecha) y el cálculo de la suma iniciando por las unidades hacia las decenas y/o centenas (derecha a izquierda). Dichas estrategias aparecieron y fueron utilizadas en cierta medida por todos los niños. Sin embargo, los resultados también permiten concluir que después de 6 sesiones de juego, el cálculo de

¹⁶ De derecha a izquierda y no al revés según reportan estudios de desarrollo de cálculo mental reportados hace más de dos décadas.

¹⁷ Nivel 1 suma de bidígitos; Nivel 2 suma de un bidígito y un tridígito; Nivel 3 suma de tridígitos.

derecha a izquierda fue utilizado en menor número de tareas en comparación con la cantidad en las que los niños usaron el cálculo de izquierda a derecha. Además, los niños consiguieron una cantidad mayor de resultados correctos utilizando la suma de izquierda a derecha.

Aun lo reportado en el párrafo anterior, es necesario precisar que hay evidencia del uso exitoso del cálculo de derecha a izquierda, ante situaciones en las que la estrategia, como se anticipó, es más pertinente para resolver, como lo es cuando se trata de sumas que implican una doble transformación, que se esperaba aparecieran desde el Nivel 2 y con mayor frecuencia en el Nivel 3. La aleatoriedad, actuó en contra en esta experiencia, porque tareas de este tipo aparecieron poco en el Nivel 2 y respecto al Nivel 3 solo dos niños llegaron a éste; además, el tiempo previsto para la experimentación (6 Sesiones) se terminó, de tal manera que tareas con transformación aparecieron solo dos veces en el Nivel 3.

Además del cálculo de sumas que implican dos transformaciones, se pensó que la reducción de espacios, para registrar los resultados, llevaría a los niños a realizar un cálculo que atendiera al orden en que iban a realizar las transformaciones implicadas en el cálculo, de tal forma que los resultados fueran expresados en la menor cantidad de espacios disponibles.

Por ejemplo, sumar $56+28$ con dos espacios disponibles y de iniciar el cálculo de izquierda a derecha, el 70 ocuparía un espacio y el cálculo de unidades que produce una nueva decena y 4 unidades, no pueden registrarse en un solo espacio. De esta forma, es necesario introducir en un solo espacio todas las decenas (80) y en el espacio restante las unidades (4), y el cálculo se estaría realizando de derecha a izquierda.

Sin embargo, estas situaciones no ocurrieron tan frecuentemente como se esperaba debido, principalmente, a que los espacios aún reducidos alcanzaban para introducir las transformaciones de forma independiente al resto del cálculo. Es decir, en una gran cantidad de tareas los espacios disponibles alcanzaban, aún disminuidos, para registrar los resultados de las transformaciones por separado. Por ejemplo, para calcular $125+83$ con tres espacios disminuidos en el Nivel 2 para anotar el resultado, se registró primero 100, luego otro 100 del cálculo de $20+80$, y finalmente 8 de la suma de unidades.

Aún con esto, las situaciones donde la disminución de espacios hizo necesario transformar y juntar los elementos del mismo orden para poder expresarlo en un solo

espacio, sí ocurrieron, pero en menor medida. Posiblemente con algunas adecuaciones a las características del recurso y jugando más tiempo, estas situaciones habrían aparecido más veces por lo que el impacto de la reducción de espacios propiciaría una reflexión más amplia sobre la pertinencia de realizar las transformaciones y agrupaciones de derecha a izquierda.

Finalmente, otro componente para favorecer el cálculo de derecha a izquierda fue tiempo disponible para resolver cada oleada. Justo ante situaciones como la descrita (125+83) donde los espacios no son suficientes para introducir de forma independiente los resultados de las transformaciones, que el tiempo que tardan los perros en llegar al gato tiene su propósito. Se pensó que los niños al notar que los espacios eran insuficientes se verían en la necesidad de juntar y transformar todos los elementos de un solo orden empezando por la derecha. Porque de no hacerlo así tendrían que ir borrando los registros previos y esto les consumiría mucho tiempo, llegando a ser un factor que los llevara a considerar las agrupaciones y las transformaciones de derecha a izquierda; pero nuevamente esto pudo observarse solo en pocas ocasiones.

Esto indica que en la experimentación tanto el efecto de la reducción de espacios, como el tiempo disponible para realizar el cálculo, por sí solos, no tuvieron oportunidad de ser observados suficientemente para concluir algo sostenible sobre sus efectos en la elección de la estrategia de cálculo. Posiblemente con un tiempo de experimentación más amplio y fundamentalmente a través de adecuaciones al recurso sobre el manejo de la “aleatoriedad”, este tipo de situaciones ocurrirían con mayor frecuencia y por tanto sería posible documentar y analizar la validez o no de la hipótesis.

Es decir, desgraciadamente no hubo suficiente evidencia empírica, para sostener o no, la anticipación sobre cómo las características del dispositivo electrónico¹⁸ para obstaculizar la estrategia dominante de cálculo mental de izquierda a derecha que propiciara el cambio de estrategia al de cálculo de derecha a izquierda y con ello los niños tuvieran un acercamiento reflexivo al algoritmo escrito de la suma de mayor presencia en las prácticas docentes de muchos profesores.

¹⁸ El uso de un tablero para comunicar el resultado a través de una suma de potencias de 10 y elementos sueltos; el tipo de números por sumar a partir del Nivel 2 que implicaran una doble transformación; la disminución de espacios para introducir la respuesta al llegar a la mitad de nivel, el tiempo disponible para resolver cada situación y el término del juego mediado por la salud del gato

En síntesis, se pensó hipotéticamente que las características derivadas del recurso tecnológico favorecerían la aparición del cálculo de derecha a izquierda, pero esto no pudo verificarse, como se ha dicho, por falta de evidencia empírica, ésta encuentra dos explicaciones:

- a) Hubo pocas tareas (por efecto de la aleatoriedad) en las que esta estrategia podría resultar más pertinente en relación con el cálculo de izquierda a derecha.
- b) El tiempo previsto para el trabajo de campo en el Programa de Maestría, no permitió ampliar el trabajo empírico, por lo que solo dos niños accedieron al Nivel 3, con pocas tareas en relación con los otros dos niveles.
- c) La decisión de los niños por jugar nuevamente con el mismo nivel (1 y 2), aun habiéndolos superado, le restó tiempo al Nivel 3.

Es decir, de haber contado con mayor tiempo para que los niños jugaran con el Nivel 3 es probable que hubiera podido demostrarse la hipótesis porque, la estrategia de cálculo de derecha a izquierda apareció en los Niveles 1 y 2, frente a situaciones de transformación y con base en las condicionantes del recurso electrónico, lo que no deja de ser alentador.

Análisis a priori vs a posteriori

Durante el análisis *a priori* se formaron tres hipótesis que fueron contrastadas con los resultados de la investigación, por un lado, si las características del recurso llevarían a los niños a desarrollar estrategias de cálculo mental; por el otro si la estrategia favorecida sería la suma de derecha a izquierda frente a la necesidad de sumar números que requerían transformaciones y finalmente, si dichas características serían suficientes para mantener el interés de los niños en el juego.

Con respecto a las dos primeras cuestiones, ya se han vertido comentarios suficientes en el apartado que corresponde a *Repuestas a las preguntas de investigación*.

Con relación al interés de los niños por jugar el videojuego, se pensaba que, al pasar a los niveles siguientes, seguirían jugando dicho nivel hasta pasar al siguiente. Sin embargo, regresaron a jugar los niveles anteriores, específicamente el Nivel 1, estando ya en el Nivel 2 y 3.

Esta situación estaba permitida ya que una de las principales bondades del videojuego era poder re-jugar, lo que se traduce en continuar desarrollando el cálculo mental sobre cierto tipo de números cuando todavía no se tiene la certeza de éxito total.

Por otra parte, volver a los niveles anteriores mostró que dicho nivel seguía siendo un reto para los niños y por consiguiente su interés principal era pasar el nivel sin errores hasta sentirse satisfechos. Es decir, los niños se recrearon buscando dominar el juego.

Como toda habilidad matemática, utilizar el cálculo mental nace de la necesidad natural de resolver un problema. En este caso los niños se comprometieron a dar solución al cálculo mental de las sumas, pues esto suponía ayudar al gato que estaba en peligro. Las situaciones a-didácticas permiten que los alumnos tomen una posición frente a una circunstancia que resulta un reto para ellos. Se hacen responsables de su andar y en el vaivén de sus respuestas, sean exitosas o no, nace la reflexión propia, se dan tensiones entre la realidad y los conocimientos que ponen en juego, reintentan y adecuan, y justo ahí aprenden.

En los reintentos, que fueron muchos, se encuentra otra de las grandes bondades del recurso ya que la salud del gato estuvo dirigida precisamente a darles oportunidad a los niños de repensar sus estrategias sin perder el progreso dentro de un nivel. Es decir, se les permitía equivocarse sin que el juego terminara inmediatamente y ellos fallaron hasta que lograron pasar al nivel siguiente. Durante el proceso de enseñanza, el error es una oportunidad de aprendizaje siendo una buena oportunidad para poner a prueba estrategias que pueden ser resignificadas o modificadas.

Así una habilidad tan importante como lo es el cálculo mental no está exenta de fallos en el andar hacia su dominio y comprensión. Como menciona Parra (1994, p. 245) "el aprendizaje está lleno de dudas, de retrocesos, de aparentes detenciones hasta que las adquisiciones se estabilizan".

Consideraciones sobre Miautemáticas: aplicaciones educativas y novedades de la investigación

Complementando la idea del apartado anterior, los datos que se analizaron fueron producto de la recopilación de las 6 sesiones de juego, donde la re-jugabilidad permitió a los niños salir de un nivel para jugar de nueva cuenta los niveles anteriores. Es decir, los niños intentaron resolver una cantidad de tareas muy grande. Además, durante el juego, donde desarrollaron estrategias de cálculo mental y reflexionaron sobre algunas características del sistema de numeración de base 10 y posición, tuvieron un 50% de oleadas exitosas.

Sumado a lo anterior, entre todos los niños jugaron un total de 5 horas con 30 minutos, donde todos lograron llegar al Nivel 2. Esto indica que, en general, el dispositivo ofrece buenas posibilidades para el desarrollo del cálculo mental y la reflexión sobre el sistema, comparado con la recomendación áulica de 10 y o 15 minutos diarios destinados a tal actividad. Además, los resultados permiten señalar que el videojuego garantiza que los niños, en un trabajo completamente individual, se pongan en situaciones de desarrollar el cálculo mental. Algo que resulta complicado de acuerdo con las condiciones dentro del aula, donde son muchos alumnos, es poco el tiempo disponible y donde los niños pueden perder el interés fácilmente.

De esta forma, que en poco tiempo los niños hayan presentado muchos intentos y una cantidad considerable de tareas correctas, mediante un trabajo personal, reflexivo e intencional, el juego se vuelve potencialmente útil para ser trabajado fuera del salón de clases, dejando así libre el tiempo de aula para otro tipo de actividades.

En síntesis, la habilidad de cálculo mental está en continuo desarrollo y a través de situaciones a-didácticas lúdicas, mediada por un recurso tecnológico, puede su progreso verse beneficiado.

Por otra parte, las posibilidades del recurso tecnológico permitieron implementar condiciones que tuvieron como uno de sus propósitos, promover la suma de derecha a izquierda como una estrategia de cálculo mental útil ante cierto tipo de tareas, específicamente la suma de números grandes que requieren doble transformación. Este posicionamiento parece ser una contradicción con lo reportado en los estudios de Parra (1994) y Mochón y Vázquez (1995), donde la estrategia privilegiada es la que se realiza con cálculos parciales de izquierda a derecha; más aún, es la que frecuentemente se utiliza en los casos en que es suficiente un resultado aproximado de la suma y, de requerirse un resultado exacto, puede seguirse el cálculo preciso hasta las unidades.

En la experimentación ocurrió lo anterior pues todos los niños utilizaron la suma de izquierda a derecha en mayor medida a la suma de derecha a izquierda, siendo Aldo el niño que obtuvo mejor rendimiento con ella. De esta forma se confirma que dicha estrategia es la estrategia dominante en el cálculo mental. Sin embargo, la suma de derecha a izquierda también fue utilizada en esta experiencia, sobre todo en el trabajo de Rafa durante el Nivel 2.

Así, esta investigación planteó, a través de un recurso tecnológico que cumplía ciertas características, condiciones diferentes a los estudios mencionados. En las experiencias de Mochón, Vázquez y Parra los niños podían apoyar su cálculo con algunos registros, En esta experiencia, en cambio, se instaló la posibilidad de ir registrando resultados parciales en el tablero como un apoyo a la memoria para ir completando el cálculo; pero se trató de un registro condicionado por la cantidad de espacios disponibles para hacerlo y la necesidad de utilizar la descomposición canónica de los números.

Esta investigación no confronta el hecho de que, en el cálculo mental, la estrategia dominante es la suma desde la izquierda, pero sí contempla un propósito donde la estrategia más económica es la suma de derecha izquierda, sobre todo cuando los números que hay que sumar requieren de dos transformaciones.

Relación jugador-videojuego: el caso de Rafa y la salud del gato

La implementación de una novedad como lo son las TIC en el aprendizaje trae consigo situaciones no previstas. En el caso del videojuego en cuestión, la interacción de los niños con el recurso no estuvo exenta de ser utilizada de forma diferente a la pensada. Se relata el caso de Rafa quien convivió con una mecánica preestablecida para un propósito definido, utilizándola con otros fines de acuerdo con la forma en la que se relacionó con su propio desarrollo de cálculo mental durante el juego.

El videojuego se diseñó de tal forma que les permitiera a los niños reflexionar sobre sus respuestas anteriores sin perder el progreso alcanzado. Para esto, la medida implementada fue la salud del gato, donde por cada perro que llegara a él su barra de salud disminuía en un 25%. De esta forma, los niños podían permitir que hasta 3 perros asustaran al gato ya que un cuarto supondría el fin del juego.

Por otra parte, se contempló la posibilidad de que los jugadores introdujeran el número de un solo perro para ahuyentarlo sólo a él, y posteriormente registraran el número del perro restante. Por esto, al diseñar el juego se decidió que, ante esta circunstancia, el perro que quedaba corría a asustar al gato, impidiendo así que se introdujeran los números de los perros por separado. Después de esto, aparecía una nueva oleada de perros. Por ejemplo, al sumar $148+26=174$, se introducía $100+40+8$ del primer número y se presionaba el botón para confirmar la respuesta. El perro con dicho número sí era ahuyentado, sin

embargo, el perro que traía consigo el número 26 corría a asustar al gato sin que hubiera oportunidad de introducir su número, reduciendo con esto el 25% de la salud del gato.

Rafa fue el primer niño que notó las dinámicas anteriores, por lo que muy temprano en el juego comenzó a utilizar la regla de no introducir los números por separado como una forma de alargar su juego sacrificando 25% de salud por una nueva oleada. Recurrió a esta estrategia siempre y cuando considerara que los números a sumar eran difíciles o bien si los perros ya estaban cerca del gato y sus respuestas anteriores habían sido incorrectas.

Dicha estrategia fue utilizada en una sola ocasión por Aldo, mientras que Axel y Pablo encontraron por error dicha condición, pero no hicieron uso de ella. Lo anterior, permite ver el uso que los niños le dieron al recurso, más allá del cálculo mental, así como el alcance de las situaciones propuestas.

Si bien esa estrategia de juego no correspondió a una forma de desarrollar el cálculo mental para sumar, sí influyó en la presentación de las tareas ya que al utilizarla se generaba una nueva oleada aleatoria donde podría o no aparecer un tipo de tarea más sencilla para el jugador. Esto se permitió durante el resto del juego pues no afectaba en ninguna forma los propósitos de la experimentación.

Otras conclusiones a las que dio lugar a investigación.

Los datos empíricos indican que el tiempo de cada oleada no fue determinante para llegar a favorecer la estrategia de cálculo de derecha a izquierda. Sin embargo, sí funcionó como un componente que formaba parte de la presión de un juego con reglas, es decir que el juego contaba con un límite de tiempo antes de perder una oleada. Esto también promovió el compromiso de los niños en interesarse por resolver los cálculos propuestos. Lo anterior es evidente de acuerdo con la cantidad de intentos durante una misma oleada que los niños iban realizando y la cantidad de tareas resueltas correctamente durante todas las sesiones y, además, en ningún momento los niños mostraron intenciones de abandonar la experimentación por desinterés en el juego.

Futuro de la investigación

Una de las primeras consideraciones que habría que hacer sobre la experimentación es aumentar el tiempo de juego previsto, o bien no tener un límite de experimentación con el

fin de documentar el tiempo que les toma a los jugadores dominar todos los niveles del juego. De esta forma, los resultados permitirían ir realizando modificaciones a las condiciones previas de acuerdo con las posibilidades de los niños. Por ejemplo, una de ellas, sería la implementación en casa de un grupo controlado durante todo un ciclo escolar para comparar su desarrollo del cálculo mental con los compañeros que no tuvieron la oportunidad de jugar con el recurso.

Uno de los principales problemas con las mecánicas del videojuego fue la reducción de espacios que no tuvo la funcionalidad pensada y que incluso obstaculizó la aparición de ciertas tareas. Durante el Nivel 1, las tareas con doble transformación podían dar como resultado un tridígito con unidades y decenas, lo que requería 3 espacios para poder comunicarlo. Sin embargo, a partir de la disminución de espacios (de 3 a 2) a mitad de nivel, se eliminó la posibilidad de que se presentaran ese tipo de tareas.

Por lo anterior, se propone como modificación, el control de lo aleatorio. De acuerdo con la información sobre el tipo de tareas, el tipo de resultados que resultan en transformaciones y la necesidad de introducir el resultado en espacios mínimos, es posible reconfigurar los niveles y adaptar la aleatoriedad para presentar tareas condicionadas de acuerdo con el tipo de resultado que se requiera. Esto sin eliminar los niveles que contengan las tareas para diferenciar la complejidad de las tareas.

Por ejemplo, configurar un subnivel del Nivel 1 donde también se tengan que calcular la suma de dos bidígitos, pero con la condición de que todas las tareas que se presenten en dicho subnivel sean sumas con doble transformación y que el tipo de resultado que produzcan sea un tridígito con decenas y unidades, contando sólo con 3 espacios disponibles para comunicar el resultado. De esta forma, tanto el tipo de números que hay que sumar, como la cantidad de espacios disponibles se vuelven factores que sí influirían en la reflexión de la transformación de unidades de orden menor hacia las de orden mayor.

Por otro lado, queda la posibilidad de implementar el juego cooperativo, ya sea en parejas o en grupos numerosos. También está la posibilidad de utilizar el tablero en solitario para comunicar resultados mediante la descomposición canónica. Además de llevar a cabo la experimentación hasta desbloquear el tipo de juego de la resta. De igual forma, se podría explorar qué tanto el juego impacta en la resolución de problemas, donde el cálculo mental se encuentra inmerso, con el objetivo de apreciar si, a través del dominio de esta habilidad de cálculo, los niños son capaces de comprender de mejor forma la relación semántica

entre los datos de un problema. Estos planteamientos requieren una revisión metodológica para poner a prueba las nuevas condiciones.

Como experiencia de aprendizaje; concebir, planear, construir, probar y analizar una situación a-didáctica, es una de las formas más gratas a través de las cuales el investigador en didáctica puede acercarse a su objeto de estudio, pues es un encuentro muy honesto, aunque controlado, con el conocimiento que emerge de la interacción entre un saber, un alumno y un sistema educativo. En conclusión, a través de esta investigación fue posible explorar el desarrollo del cálculo mental a través de la implementación de un recurso didáctico electrónico en niños que cursan el 3° de primaria.

Referencias

- Artigue, M. (2002). Ingeniería Didáctica. En Moreno, P. (Ed.). Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Pp. 41–148). Bogotá: Libros del Zorzal.
- Balbi, A., & Dansilio, S. (2010). Dificultades de aprendizaje del cálculo: Contribuciones al diagnóstico psicopedagógico. *Ciencias Psicológicas*, 4 (1), 7-15.
- Balbuena, H., Block, D., Fuenlabrada, I., Ortega, J., & Valencia, R. (1991). Reflexiones en torno a la modernización educativa. El caso de las Matemáticas en los primeros grados de la primaria. En *Matemática Educativa*, 3(3), Pp. 40-57.
- Barba, D. & Calvo, C. (2009). Sentido numérico, aritmética mental y algoritmos. Elementos y razonamientos en la competencia matemática. Taller llevado a cabo en los cursos de verano de la Universidad Internacional Menéndez Pelayo, España.
- Beishuizen, M. (1993). Mental Strategies and Materials or Models for Addition and Subtraction up to 100 in Dutch Second Grades. *Journal for research for mathematics education*, 24(4), 294-323.
- Block, D. (1996). Juegos para el aprendizaje en primaria. Crear, conocer y enseñar en Básica. *Revista de la escuela y del maestro*, 13(3), 6-17.
- Bosch, M., Espinoza, L. & Gascón, J. (2003). El profesor como director de procesos de estudio: análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *Recherches en Didactique des Mathematiques*. 23(1), 79-139.

- Bosch, M., García, F., Gascón, J. & Ruiz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática*. 18(2), 37-74.
- Brousseau, G. (1982). *Ingénierie didactique. D'un problème à l'étude a priori d'une situation didactique*. Deuxième École d'Été de Didactique des Mathématiques: Olivet.
- _____ (1993). *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*. Universidad Nacional de Córdoba: Trabajos de Matemática.
- _____ (1994). Los diferentes roles del maestro. En Parra, C. & Sáiz, I. (Comps.) *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. (pp. 65-94). Buenos Aires, Argentina: Paidós Educador.
- _____ (2007). *Iniciación al estudio de las teorías de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Castro, E. (1988). *Números y operaciones: fundamentos para una aritmética escolar*. Madrid, España: Editorial Síntesis.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Fayol, M. (1985). Number, numération et dénombrement: ¿que sait-on de leur acquisition? *Revue Française de Pédagogie*, 70, 59-77.
- Fisher, J. P. (1987). L'automatisation des calculs élémentaires à l'École. *Revue Française de Pédagogie*, 80, 17-24.
- Fuenlabrada, et al. (1991). *Juega y aprende matemáticas: actividades para divertirse y trabajar en el aula*. México: Libros del Rincón SEP.

Gálvez, G. (1985). La didáctica de las matemáticas. En Parra, C. & Saiz, I (Comp.).
Didáctica de Matemáticas. Aportes y Reflexiones. (Pp. 39-50). Buenos Aires:
Paidós.

Gardner, M. (1983). Carnaval matemático. Madrid, España: Alianza editorial.

Gee, J. P. (2003). Lo que nos enseñan los videojuegos sobre el aprendizaje y el alfabetismo.
Málaga: Ediciones Aljibe.

Gómez, B. (2005). La enseñanza del cálculo mental. Unión: revista iberoamericana de
educación matemática, 4, 17-29.

Groen, G. y Parkman, J. (1972). A chronometric analysis of simple addition. Psychological
Review, 79(4), 329,343.

Hall, L. (1984). Estimation and Approximation. Not Synonyms. The Mathematics Teacher,
77(7), 516-517.

Instituto de Estadística de la UNESCO. (2013). Uso de TIC en educación en américa latina
y el caribe. Análisis regional de la integración de las TIC en la educación y de la
aptitud digital (e-readiness). Montreal, Canada: Autor.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación INEE. (2015). Resultados nacionales
PLANEA 2015. Matemáticas. México: INEE.

(2016). Resultados
Nacionales del Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo TERCE 2013.
(Pp. 15-22). México: INEE.

Ito, M. (2009). Engineering Play. A Cultural History of Children's Software. Cambridge: MIT
Press.

Ley N° 11,114. Legislación mexicana ó colección completa de las disposiciones legislativas expendidas desde la Independencia de la República. Tomo XXI, Ciudad de México, México, 21 de marzo de 1891.

Matamala, (2016). Uso de las TIC en el hogar: Entre el entretenimiento y el aprendizaje informal. *Estudios Pedagógicos*, 42(3), 293-311.

Maza, C. (1998). Enseñanza de la suma y de la resta. Madrid, España: Editorial Síntesis.

México Digital. (2014). Programa de Inclusión y Alfabetización Digital (PIAD) [en línea]. Recuperado de <http://www.gob.mx/mexicodigital/articulos/programa-de-inclusion-y-alfabetizacion-digital-piad>

_____ (s/f). @prende2.0 [en línea]. Recuperado el 31 de mayo de 2017 de <http://docentes.aprende.edu.mx/>

Mialaret, G. (1989). Las matemáticas, cómo se aprender, cómo se enseñan. Madrid, España: Editorial Síntesis.

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2004). Juegos en Matemática 2°EGB. El juego como recurso para aprender. Buenos Aires: Material para docentes

Mochón, S. y Vázquez, J. (1995). Cálculo mental y estimación: métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza. *Educación matemática*, 7(3), 94-105.

Mochón, S. y Vázquez, J. (1998). Strategies of Mental Computation Used by elementary and secondary school children. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20(4), 35-49.

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). (2004). Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente. Guía de planificación. Montevideo, Uruguay: Ediciones Trilce.

_____ (2017). TIC, educación y desarrollo social en América Latina y el Caribe. Montevideo, Uruguay: UNESCO.

Panizza, M. (2003), Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas. En M. Panizza. (comp.) Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas (pp. 59-71). Buenos Aires: Paidós.

Papert, S. (1996). An Exploration in the Space of Mathematics Educations. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 1(1), 95-123.

Parra, C. (1994). Cálculo mental en la escuela primaria. En C. Parra e I, Sáiz. (Comps.), Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones. (pp. 219-271). Buenos Aires, Argentina: Paidós educador.

Plunkett, S. (1979). Descomposition and all that rot. Mathematical association, 8, 2-5.

Prensky, M. (2001). Digital game-based learning. New York, NY: McGraw-Hill.

Rastrero, M. (2007). El portafolio reflexivo del profesor como herramienta para la práctica reflexiva: un estudio de caso. Tesis de Maestría. Universidad de Barcelona: España.

Resnick, L. (1983). A developmental Theory of Number Understanding. En Guinsburg, H. (Ed.), The Development of mathematical thinking. (pp. 109-155). Nueva York, Estados Unidos: Academic Press.

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2011). Plan de Estudios 2011 Educación Básica.

México: SEP. Recuperado de

https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/20177/Plan_de_Estudios_2011_f.pdf

_____ (2011). Programas de Estudio 2011 Guía para el maestro Tercer grado. Matemáticas. México: SEP. Recuperado de https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/15547/Programa_de_Estudio_2011_Educacion_Basica Primaria.pdf

_____ (2017). Modelo Educativo para la Educación Obligatoria. México: SEP. Recuperado de https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/198738/Modelo_Educativo_para_la_Educacion_Obligatoria.pdf

_____ (2017). Aprendizajes Clave para la educación integral. Educación Primaria. 3° Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación. México: SEP. Recuperado de https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/primaria/3grado/1LpM-Primaria3grado_Digital.pdf

Tirado, D. (1969). ¿Cómo se enseña la aritmética? Ciudad de México, México: Fernández editores.

Waldman, G. (2000). Los rumbos de la educación superior: tendencias y desafíos. Revista Mexicana de Ciencias Políticas, (180), 227-243.

Anexo

Este apartado contiene de forma íntegra lo acontecido durante las 6 sesiones de juego con *Miautomáticas*. La información se encuentra organizada a través de la experiencia individual de los 4 niños, estructurada de acuerdo con la sesión y el nivel de progreso dentro del videojuego.

Por cada sesión se presentan todas las sumas a las que se enfrentaron los niños por categorías de acuerdo con el tipo de tareas que las enmarcan. De igual forma se representan los intentos de solución por cada situación, a través de la suma de los números que los niños fueron introduciendo con ayuda del tablero canónico. Los múltiples intentos de solución para una misma tarea se encuentran separados por comas.

Posteriormente se presentan las interpretaciones de las estrategias utilizadas, producto del análisis de los intentos de solución. Aquí hay que señalar que en múltiples ocasiones se presentaron más de dos estrategias de resolución, de acuerdo con el registro obtenido. De tal forma, en estos casos se consideraron sólo las estrategias que aportaron resultados correctos, las que mostraron un avance en relación con el desarrollo de estrategias más exitosas o bien las que se repitieron en mayor medida durante la misma tarea.

Cabe destacar que la decisión de tomar en cuenta sólo una estrategia por tarea estuvo determinada por la necesidad de realizar una interpretación que apoyara al análisis de los resultados evitando, principalmente, el sobre conteo de estrategias por una misma situación.

Finalmente, se muestran los datos correspondientes a las sesiones dedicadas a la exploración del cálculo mental, tomando en cuenta los fallos presentados en la primera sesión de juego que corresponde al uso de la primera versión del tutorial. Aquí se presentan las sumas a resolver, los tiempos que tardaron en encontrar una respuesta, los resultados incorrectos, así como los mayores y menores tiempos obtenidos.

Para fines de organización de este apartado, se establecieron los siguientes formatos de estilo para dar a conocer otro tipo de información:

- Los intentos en color verde son aquellos que dieron resultados correctos dentro del videojuego.

- Los intentos en color azul son aquellos que fueron mal comunicados con el tablero, pero son correctos. En el registro de estos casos, se evidencia el paso a la reflexión sobre el valor posicional de los números, que era requisito para poder comunicar el resultado a través de la descomposición.
- Las tareas resaltadas en color rojo indican que al resolver dicha suma se contaban con menos espacios disponibles para introducir el resultado. Es decir, corresponden a la segunda mitad de nivel.

Se agregan algunos comentarios sobre el acontecer de la experiencia para ofrecer un panorama más profundo acerca del desarrollo de los resultados.

Resultados de Axel en el Nivel 1

Sesión 1 - 28 de abril de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	54+32	5+4+3	Suma de cifras
Sin transformaciones	11+11	1+1+1	Suma de cifras
Sin transformaciones	23+40	7, 1	Sin interpretación
Sin transformaciones	24+71	8+5	Sin interpretación
Sin transformaciones	20+34	4, 4+2+3, 2+3+4	Suma de cifras
Sin transformaciones	42+46	80+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	33+64	7+9	Suma de derecha a izquierda
Sin transformaciones	46+41	7+8, 7+8	Suma de derecha a izquierda
Sin transformaciones	10+44	50+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	83+15	8+9, 9+8	Suma de derecha a izquierda
Sin transformaciones	52+26	8+7, 7	Suma de derecha a izquierda
Sin transformaciones	62+27	9+8	Suma de derecha a izquierda
Sin transformaciones	21+13	30+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	75+14	9+8, 80+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	16+71	80, 9	Suma de decenas
Sin transformaciones	25+30	5+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	16+36	2, 1+2	Suma de unidades
Transformación unidades	48+13	1+5	Sin interpretación
Transformación unidades	55+25	10+7	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	36+26	50, 3, 5+1+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	36+57	70+3, 70+4	Sin interpretación
Transformación unidades	65+25	80, 90	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	57+26	10+3+7	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	26+35	60+1	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	74+50	4	Sin interpretación

Transformación decenas	51+82	3	Sin interpretación
Transformación decenas	82+25	7+1	Suma de cifras
Transformación decenas	82+35	7, 1+1, 1+7	Sin interpretación
Transformación decenas	50+51	1+10, 10+1	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	81+48	9, 1+2	Suma de decenas
Transformación decenas	74+42	10+1+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	61+56	1+1+5	Suma de decenas
Transformación decenas	72+51	3, 3	Suma de unidades
Transformación decenas	73+55	8	Suma de unidades
Transformación decenas	81+48	9	Suma de unidades
Transformación decenas	81+65	6+10+3	Sin interpretación
Transformación decenas	61+58	50+8	Suma de cifras
Transformación decenas	85+20	100+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	56+83	9	Suma de unidades
Transformación decenas	40+68	8	Suma de unidades
Transformación decenas	32+74	10+6, 100+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	45+62	100+7+8	Suma de cifras
Transformación decenas	40+77	100+7	Sin interpretación
Transformación decenas	52+84	6+10+3	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	65+67	2+1+2	Sin interpretación
Doble transformación	75+66	1, 10+1	Suma de unidades
Doble transformación	57+65	10+3	Sin interpretación
Doble transformación	77+68	10+6	Sin interpretación
Doble transformación	82+48	100+20+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	85+57	10+3	Suma de decenas
Doble transformación	87+35	10+2+10	Suma de unidades
Doble transformación	55+65	10+10+1, 100	Suma de derecha a izquierda

Sesión 2 - 1 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	
Sin transformaciones	80+13	9+3, 3+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	60+18	8+7	Suma de derecha a izquierda
Sin transformaciones	36+31	7+6, 6+7, 60+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	76+10	80+60+6, 700, 80+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	33+48	10+1	Suma de unidades
Transformación decenas	85+71	6+10, 10+5	Sin interpretación
Transformación decenas	53+51	4+10, 10+4	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	64+71	5+10+3, 5+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	63+82	5+10+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	72+76	8+10	Sin interpretación
Transformación decenas	81+78	9+10+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	65+63	8+10+2, 10+2	Suma de derecha a izquierda

Doble transformación	86+45	10+1+10	Suma de unidades
Doble transformación	85+67	10+2+10	Suma de unidades
Doble transformación	68+37	9+10+5	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	56+66	10+2, 10, 10+2	Suma de unidades

Sesión 3 - 3 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	
Sin transformaciones	12+45	50+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	31+32	60+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+24	7+5, 70+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	11+18	20+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+42	90	Suma de decenas
Sin transformaciones	20+72	90+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	35+10	40+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+30	50	Suma de decenas
Transformación unidades	13+57	600, 60	Suma de decenas
Transformación unidades	25+35	100, 50+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	58+23	10+1, 100, 10+1+7	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	56+26	100+2, 10+2+7, 10+2+7	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	56+37	10+3+8, 100+30+8	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	26+45	10+1+6, 60	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	66+17	10+3+7, 70	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	57+38	10+5+8	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	18+22	10+3+10	Sin interpretación
Transformación unidades	26+55	80+1	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	65+25	80+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	24+26	40+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	40+84	100+20+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	70+54	100+40, 100+30+4, 2+4	Sin interpretación
Transformación decenas	80+58	100+30+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	85+24	9+10, 10+8, 10+9, 100+20	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	65+71	10+3+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	86+71	10+5+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	51+60	100+1, 1+100+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	76+51	10+2+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	61+46	100+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	78+61	100	Sin interpretación
Transformación decenas	37+71	100+8	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	65+47	10+3+100, 10+3+10	Sin interpretación
Doble transformación	74+36	10+100	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	67+77	10+4	Suma de unidades
Doble transformación	48+53	90+10+1	Suma de izquierda a derecha

Doble transformación	88+77	10+5, 100+5	Suma de unidades
Doble transformación	85+37	10+2	Suma de unidades
Doble transformación	18+86	10+4, 90+10+4	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	55+56	100+10+1	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	63+78	100+10+1, 100+10	Sin interpretación
Doble transformación	43+67	100+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	64+46	100+10	Suma de izquierda a derecha

Sesión 4 - 8 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	
Sin transformaciones	53+13	60+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	11+37	40+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	11+10	20+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	31+56	8, 80+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	45+13	50+7, 50+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	10+10	20	Suma de decenas
Sin transformaciones	20+78	90+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	41+29	70	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	36+34	60+6	Sin interpretación
Transformación unidades	15+75	90	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	22+68	90	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	27+33	50+5	Sin interpretación
Transformación unidades	25+45	70	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	80+67	100+40+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	40+80	100+20	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	81+84	100+20+5, 100+20+6	Sin interpretación
Transformación decenas	84+54	100+30+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	85+40	100+20+5	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	73+77	100+10, 100+10	Sin interpretación
Doble transformación	66+77	10+3+10	Sin interpretación
Doble transformación	86+36	100+20, 100	Sin interpretación
Doble transformación	75+65	100+40	Sin interpretación
Doble transformación	75+55	100+50	Sin interpretación
Doble transformación	16+88	10+4, 100+40+9	Suma de derecha a izquierda

Sesión 6 - 12 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	
Sin transformaciones	14+52	60+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	31+15	40+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	34+43	40+7, 70+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	15+73	80+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	23+22	40+5	Suma de izquierda a derecha

Sin transformaciones	30+14	40+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	86+12	90+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	66+33	90+9	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	26+25	50+2, 10+1+4	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	14+66	80	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	47+17	50+10+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	36+26	60+2	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	11+69	70, 80	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	14+76	100, 90	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	48+42	90	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	13+27	30, 20, 30	Suma de decenas
Transformación unidades	15+35	50	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	36+37	10+3+6	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	28+65	10+3+8, 10+30+8	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	26+18	30+8, 20	Suma de decenas
Transformación unidades	26+44	70	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	54+27	70+1, 70+10+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	28+52	70, 70+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	61+29	80, 90	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	30+80	100+10+1, 100+10	Suma de decenas
Transformación decenas	43+61	100+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	67+41	100+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	41+86	100+20+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	66+80	100+40+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	40+68	100+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	48+61	100+90, 100+9	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	81+44	100+20+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	82+70	100+50+2	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	65+75	80, 80+5	Sin interpretación
Doble transformación	64+66	100+30	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	68+83	10+30	Sin interpretación
Doble transformación	35+75	90, 80, 100, 100+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	84+36	100+10, 100	Suma de decenas
Doble transformación	77+35	10+10+2	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	71+49	100+10+50	Suma de decenas
Doble transformación	45+58	10+3+9	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	68+72	10, 100+40	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	63+47	100+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	74+56	100+30	Suma de derecha a izquierda

En la sesión 5 Axel jugó solamente el Nivel 2, por lo que dicha sesión no aparece en esta recopilación. Hay que destacar que, en este nivel, el niño no dejó nunca una tarea

sin respuesta. En muchas ocasiones introdujo números aleatoriamente como una forma de complementar la suma de unidades. También se aprecia que, durante el desarrollo de las sesiones, comenzó a obtener más resultados correctos ante tres tipos de tareas principalmente: *Sin transformación de unidades ni decenas*, *Transformación de unidades, pero no de decenas* y la *Transformación de decenas, pero no de unidades*. De igual forma es notable la mejora en su desempeño a partir del uso del nuevo tutorial en la sesión 2.

Resultados de Axel en el Nivel 2

Sesión 3 - 3 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	10+308		
Sin transformaciones	33+856	9	Suma de unidades
Sin transformaciones	11+114	200+20+2, 200	Sin interpretación
Sin transformaciones	58+410	90	Sin interpretación
Sin transformaciones	14+815	9+5+9	Sin interpretación
Transformación unidades	56+138		
Transformación decenas	60+170	100+30	Suma de decenas
Transformación decenas	45+770	100+5, 5	Sin interpretación
Transformación decenas	44+265	9+10	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	88+327	10+5+10	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	43+569		
Doble transformación	28+283	10+1+10+6	Suma de derecha a izquierda

Sesión 4 - 8 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	34+243		
Sin transformaciones	33+914	7, 70+7	Sin interpretación
Sin transformaciones	22+746	900+40+8, 900+40+8	Sin interpretación
Sin transformaciones	11+881	800+90+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	16+500	500+10+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	24+804	800+20+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	14+372	6+10+1+4	Sin interpretación
Sin transformaciones	25+832	100+30+7, 7	Sin interpretación
Sin transformaciones	54+632	6+7	Sin interpretación
Transformación unidades	22+839	10+1+5+10	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	64+319	600+20+3	Sin interpretación
Transformación unidades	16+726	10+2+8	Sin interpretación
Transformación unidades	76+908		

Transformación decenas	76+241	7+10+9, 30+300+500+60	Sin interpretación
Transformación decenas	36+882	900+100+100+80	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	81+840	10+6	Sin interpretación
Transformación decenas	54+565	9+10+100	Sin interpretación
Transformación decenas	74+292	6	Suma de unidades
Transformación decenas	81+471	800+70+2	Sin interpretación
Transformación decenas	73+562	5+1+10+10	Sin interpretación
Transformación decenas	70+790	9+10	Sin interpretación
Doble transformación	36+887	10+3+10+1	Suma de derecha a izquierda

Sesión 5 - 9 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	20+611	800+10+1, 800	Sin interpretación
Sin transformaciones	22+541	5+8+7	Sin interpretación
Sin transformaciones	41+812	900+100+10+3	Sin interpretación
Sin transformaciones	12+906	900+10+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	40+101	100+40+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	82+702	700+80+6, 700+80+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	26+170	100+90+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	32+431	100+60+2, 100+60+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	56+620	600+70+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	22+221	3+5+4	Sin interpretación
Sin transformaciones	21+641	600+80+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	16+153	100+60+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	58+141	100+40+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	70+408	400+70+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	44+915	9+5	Suma de derecha a izquierda
Sin transformaciones	70+705	700+70+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	48+128	10+6+10+5	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	38+236	10+4+10+1	Sin interpretación
Transformación unidades	73+919	10+2+4+40	Sin interpretación
Transformación unidades	18+826		
Transformación unidades	34+649	600+70+3, 600+70+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	55+738	700	Sin interpretación
Transformación unidades	48+206	10+4	Suma de unidades
Transformación unidades	54+828	10+2+6	Sin interpretación
Transformación decenas	63+691	10+2+10+2	Sin interpretación
Transformación decenas	55+892	900+10+4	Sin interpretación
Transformación decenas	85+273	7	Sin interpretación
Transformación decenas	40+560	600	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	22+392	4+10+1	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	82+421	3	Suma de unidades

Transformación decenas	17+592	9+10+6	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	22+480	500, 500+2	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	84+845	900+40+9	Sin interpretación
Transformación decenas	63+665	7, 900	Sin interpretación
Doble transformación	77+668	10+5	Suma de unidades
Doble transformación	55+859	10+4+10	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	84+296	10+10	Sin interpretación
Doble transformación	45+488	10+3, 3, 10+4+10+4	Sin interpretación
Doble transformación	85+238	10+3+8	Sin interpretación

Sesión 6 - 12 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	12+306	300+10+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	74+723	10+4+6	Sin interpretación
Sin transformaciones	22+570	500+90+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	42+741	700+80+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	27+241	200+40+8	Sin interpretación
Transformación unidades	35+156		
Transformación unidades	46+819	8	Sin interpretación
Transformación decenas	83+180	100+60+3	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	87+696	10+3+9	Sin interpretación
Doble transformación	56+794	800+200	Sin interpretación
Doble transformación	68+899	10+7+10+7	Sin interpretación

Axel llegó al Nivel 2 a la mitad de la experiencia sin resultados favorables. En este nivel sí dejó tareas sin respuesta, obteniendo su mejor desempeño en la sesión 5 principalmente ante la tarea *Sin transformación de unidades ni decenas*. Similar al nivel anterior, introduce números de forma aleatoria para complementar alguna suma realizada. Comete en numerosos casos el error de sumar decenas con centenas. No avanza al Nivel 3.

Exploración del cálculo mental de Axel

Exploración del cálculo mental - 1 de mayo del 2017			
Suma	Tiempo	Resultado	Observaciones
54+32	17"	Correcto	
11+11	3"	Correcto	Menor tiempo, resultado correcto
16+36	24"	50	

48+13	36"	Correcto	Mayor tiempo, resultado correcto
74+50	22"	Correcto	
51+82	24"	Correcto	
82+25	57"	137	
65+67	59"	142	Mayor tiempo, resultado incorrecto
23+40	6"	Correcto	
82+35	13"	113	Menor tiempo, resultado incorrecto
24+71	27"	Correcto	
55+25	19"	Correcto	
50+51	6"	Correcto	
81+48	24"	Correcto	
74+42	19"	Correcto	
61+56	21"	Correcto	
75+66	42'	140	
57+65	2'27"	Sin respuesta	
72+51	29"	Correcto	
20+34	5"	Correcto	
73+55	26"	148	
81+48	8"	Correcto	
81+65	15"	96	
77+68	41"	136	
33+64	29"	100	
46+41	29"	Correcto	
61+58	28"	Correcto	

Los resultados indicaron que no existían problemas de cálculo mental, por lo que se concluyó que la baja efectividad de la primera sesión de juego se debió a un tutorial inadecuado. Destaca que el menor tiempo en el que obtuvo un resultado correcto fue de 3 segundos.

Resultados de Rafa en el Nivel 1

Sesión 1 - 28 de abril de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	73+16	80	Suma de decenas
Sin transformaciones	12+86	80+10	Suma de decenas
Sin transformaciones	33+32	30+30, 30+30+2	Suma canónica
Sin transformaciones	36+21	30+20, 30+20+1	Suma canónica
Sin transformaciones	31+53	50+30+2	Suma canónica
Sin transformaciones	43+40	20+20+3	Descomposición

Sin transformaciones	52+26	20	Sin interpretación
Sin transformaciones	21+20	10+10+1	Descomposición
Sin transformaciones	71+20	70+1+20	Descomposición
Sin transformaciones	16+60	10+6+60	Descomposición
Sin transformaciones	25+23	20+5+3, 20+5	Sin interpretación
Sin transformaciones	41+16	40+5+10, 40+5+40	Sin interpretación
Sin transformaciones	30+14	30+10+4	Descomposición
Sin transformaciones	17+10	10+7+10	Descomposición
Sin transformaciones	21+27	20+7+1, 30, 20+20+7	Sin interpretación
Sin transformaciones	53+10	50+3+10	Descomposición
Sin transformaciones	24+61	20+4+60, 60+20+4	Sin interpretación
Sin transformaciones	14+81	10+4+80, 80+1	Descomposición
Sin transformaciones	42+12	40+10+2, 40+2	Descomposición
Transformación unidades	18+74	40+60	Sin interpretación
Transformación unidades	16+38	30+8+10	Suma canónica
Transformación unidades	37+24	30+20+7	Suma canónica
Transformación unidades	78+12		
Transformación unidades	43+28	20+20+3	Descomposición
Transformación unidades	57+23		
Transformación unidades	44+17	40+4	Descomposición
Transformación unidades	55+35	50+5+30, 50+5+3	Sin interpretación
Transformación unidades	52+18	50+10, 50+2	Descomposición
Transformación unidades	37+14	30+1+1, 30+7	Descomposición
Transformación unidades	18+68	10+60+8, 60+10+8	Sin interpretación
Transformación decenas	46+83		
Transformación decenas	44+85	100+20	Suma de decenas
Transformación decenas	74+52	100+20+9, 70	Sin interpretación
Transformación decenas	53+55	40+10+5	Descomposición
Transformación decenas	41+73	2, 20+20+1	Descomposición
Transformación decenas	85+41	20+20+1	Descomposición
Transformación decenas	77+62	70+7	Descomposición
Transformación decenas	80+68	60+8+80	Descomposición
Transformación decenas	70+63	60+3+70	Descomposición
Transformación decenas	81+40	80+1+40	Descomposición
Transformación decenas	63+53	60+3+50, 50+3+6	Sin interpretación
Transformación decenas	70+45	70+40+5	Descomposición
Doble transformación	67+74		
Doble transformación	35+76	30+70+6	Suma canónica
Doble transformación	84+36	80+30+6	Suma canónica
Doble transformación	77+24	70+2	Sin interpretación
Doble transformación	77+63	70+60	Suma de decenas
Doble transformación	43+67	40+40+7, 20+20+3	Descomposición
Doble transformación	85+38	80+5+30	Suma canónica

Doble transformación	68+68	60+8	Descomposición
Doble transformación	58+77	50+8+70, 70+7+8	Sin interpretación
Doble transformación	56+56	5, 50+6+50	Sin interpretación
Doble transformación	68+72	60+8+8, 60+8+7	Sin interpretación

Sesión 2 - 1 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	65+31	90+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+62	80+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	36+21	40+7, 50+6, 50+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+70	90	Suma de decenas
Sin transformaciones	10+74	80+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	30+56	80+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	25+50	70, 70+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	13+35	40+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	68+20	80+80, 80+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+43	60+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	35+22	50+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	16+33	40+9	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	45+17	60+2	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	34+36	10+60+10	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	13+38	50+1	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	17+43	50, 60	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	34+56	90	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	48+32	70, 100+70	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	23+28	50, 60	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	28+14	30+2	Suma de decenas
Transformación unidades	36+18	50+4	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	88+70	100+60, 100+10+6	Sin interpretación
Transformación decenas	75+81		
Transformación decenas	50+80	100+30	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	65+60	100+20+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	58+51	100+9	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	82+63	100+4	Suma de decenas
Transformación decenas	78+51	100+30, 100+20+9	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	76+44		
Doble transformación	47+87		
Doble transformación	86+74	100+60	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	66+74	100+40	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	87+23	200, 100+10	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	35+75	100+10	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	48+62	100, 20, 200	Sin interpretación

Doble transformación	64+38	100+90, 100+60+4	Sin interpretación
Doble transformación	43+88	100+30, 100+20	Suma de decenas
Doble transformación	76+76	100	Sin interpretación
Doble transformación	87+33	70+9, 70+8	Sin interpretación
Doble transformación	58+63	100+20, 100+10, 100+30	Sin interpretación
Doble transformación	67+33	100+100, 100	Suma de derecha a izquierda

Sesión 3 - 3 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	73+24	80, 90+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	61+16	70+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	11+75	80+8, 80+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	44+35	70+8, 70+8	Suma de decenas
Sin transformaciones	12+72	80+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	32+42	70+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+50	70	Suma de decenas
Sin transformaciones	51+25	70+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	12+34	40+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	12+86	90+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+12	30+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	85+12	90+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	24+70	90+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	25+42	60+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	15+17	30+2	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	46+35	70+2	Suma de decenas
Transformación unidades	55+15	70	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	44+46	90	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	46+48	100, 80, 90, 80+8	Suma de decenas
Transformación unidades	64+18	100+2, 100+2, 100+1	Sin interpretación
Transformación unidades	42+38	80	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	37+55	90, 100, 200	Sin interpretación
Transformación unidades	74+17	90, 90+1	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	67+13	80	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	18+52	60, 70	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	44+26	70	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	62+53	100+60+60, 100+60+5	Sin interpretación
Transformación decenas	75+63	100+90, 100+80	Sin interpretación
Transformación decenas	87+60	100+40+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	73+46	100+30, 100+20+9	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	80+75	100+50+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	40+86	100+20+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	60+70	100+30	Suma de izquierda a derecha

Transformación decenas	81+51	100+30+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	71+43	100+10+4	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	77+53	100+30	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	52+78	70+8	Suma canónica
Doble transformación	33+67		
Doble transformación	68+77	100, 100+20+8, 100+90+9	Sin interpretación
Doble transformación	73+57	100+30	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	76+54	100+30	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	38+72	200, 100	Suma de decenas
Doble transformación	24+76	100	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	76+54	100+30	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	53+47	100	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	56+44	100	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	87+66		
Doble transformación	67+87	200	Sin interpretación
Doble transformación	68+77	100+60	Sin interpretación
Doble transformación	45+66	100, 100+10	Suma de decenas
Doble transformación	76+67	100+50, 100+40	Sin interpretación
Doble transformación	16+84	100+1, 100	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	86+84	100+70	Suma de derecha a izquierda

Sesión 4 - 5 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	10+50	60	Suma de decenas
Transformación unidades	68+24	90, 90, 60+8	Suma canónica
Transformación unidades	43+27	70	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	17+33	50	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	33+75	100+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	72+71	100+70+3, 100+40+3	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	28+72	100	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	37+87	80+7	Suma canónica
Doble transformación	83+67	80+3	Suma canónica

Sesión 6 - 9 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	25+53	70+8	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	88+54	60, 80, 90, 70	Sin interpretación
Doble transformación	57+88	100, 90	Sin interpretación

Similar a Axel, Rafa mejoró notablemente su desempeño a partir del nuevo tutorial. En ocasiones dejó tareas sin resolver y en otras comenzó a utilizar la descomposición de uno de los sumandos como una forma de alargar su juego a costa del 25% de la vida del gato. Fue en la sesión 3 donde obtuvo una gran cantidad de resultados correctos, alcanzando con ello el Nivel 2. Sin embargo, no abandonó el juego de este nivel a excepción de la sesión 5. Obtuvo mejores resultados ante la tarea *Sin transformación de unidades ni decenas*.

Resultados de Rafa en el Nivel 2

Sesión 3 - 3 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	62+325		
Sin transformaciones	50+118	100+60+80, 100+60+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	54+725	700+60	Sin interpretación
Transformación decenas	85+844	800+90	Sin interpretación
Transformación decenas	20+387	400, 400+8, 400+7	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	71+182	200, 300, 200+50	Sin interpretación
Doble transformación	55+255	300, 300, 400, 100	Sin interpretación
Doble transformación	56+494	500, 500	Sin interpretación

Sesión 4 - 5 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	48+450	400+90+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	10+719	700+20+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	88+800	800+80+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	11+216	200+20+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	25+321	300+40+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	44+650	600+90+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	33+840	800+60+3, 800+60+3, 800	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	40+101	100+40+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	26+672	600+90+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	25+242	200+60+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	43+725	700+60+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+139	100+60+9, 100+50+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	64+305	300+60+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	11+876	700, 800+80+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	50+821	800+70+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	63+335	300+30	Sin interpretación

Sin transformaciones	17+842	800+50+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	54+833	800+80, 800	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	78+910	900+80+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	40+542	500+80+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	24+861	800+80+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	11+804	800+10+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	16+550	500+6, 600, 500+60+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	38+612	600+50	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	27+204	200+30, 200	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	48+314	300+50, 300+60+2	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	24+718	700	Sin interpretación
Transformación unidades	35+507	500+40+2	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	32+538	500+70	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	18+657	600+80+5	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	45+546	500, 600	Sin interpretación
Transformación unidades	46+325	300+70, 500+70	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	52+109	100+60+1	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	66+615	600+80+1	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	41+385	400	Sin interpretación
Transformación decenas	57+462	400+80	Sin interpretación
Transformación decenas	16+793	800+9	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	80+780	800+10+6, 800+100+60	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	33+474	500, 500	Sin interpretación
Transformación decenas	61+441	400, 500+2	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	61+851	900+1, 800+90	Sin interpretación
Transformación decenas	84+371	400+6, 80+4	Descomposición
Transformación decenas	41+172	800+3, 40+1	Descomposición
Transformación decenas	82+427	500+9	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	16+191	200+7	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	80+844	900+4, 900+10, 100+10+4	Sin interpretación
Transformación decenas	81+651	80+1	Descomposición
Transformación decenas	45+583	600+10+2	Sin interpretación
Transformación decenas	70+756	800+20+6	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	67+251	300+30+8	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	52+783	700+30+6,800	Sin interpretación
Doble transformación	86+548	600+30	Sin interpretación
Doble transformación	66+498	500+70+8	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	14+486	500	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	66+899	900+40, 900	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	13+588	600, 600+1	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	83+399	400, 300+9+9	Descomposición
Doble transformación	75+866	900+100+20	Sin interpretación
Doble transformación	48+778	700+70+70, 700+70+8	Descomposición

Doble transformación	68+177		
Doble transformación	38+779	700+70+9	Descomposición
Doble transformación	75+847	800, 900,	Sin interpretación
Doble transformación	43+897	900+30, 900+40	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	77+758	800, 700+90+9, 700+50	Sin interpretación

Sesión 5 - 8 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	75+420	400+90+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	14+653	600+60+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	12+412	400+20+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	12+753	700+60+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	13+823	800+30+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+622	600+70+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	46+902	900+40+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	42+800	800+40+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	23+265	200+20, 600+80+8	Sin interpretación
Sin transformaciones	23+215	200+30+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	24+875	800+90+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	56+203	200+50+8, 200+50+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	22+511	500+40+4, 500+30+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	10+563	500+70+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	30+417	400+90+7, 400+40+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	27+740	700+60+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	40+852	800+90+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	26+849	800+70, 800+70+5	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	16+237	300+40, 200	Sin interpretación
Transformación unidades	15+168	100	Sin interpretación
Transformación unidades	87+404	500, 400+90+1	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	88+602	600+90	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	43+729	800+80, 800+90	Sin interpretación
Transformación unidades	18+109	100+20+7	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	36+436	400+90, 400+80	Sin interpretación
Transformación unidades	42+928	900+70	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	38+249	200+40+9	Descomposición
Transformación unidades	54+907	900+60+1	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	60+873	900+30+3	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	50+387	400+30+7	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	62+676	600+70+6	Descomposición
Transformación decenas	35+873	900+9, 800+70+3	Descomposición
Transformación decenas	85+291	200+90+1	Descomposición
Transformación decenas	84+554	500+50+4	Descomposición

Transformación decenas	44+591	600+30+5	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	81+337	300+10+8, 400	Sin interpretación
Transformación decenas	73+534	500+20, 600	Sin interpretación
Transformación decenas	87+841	900+90	Sin interpretación
Transformación decenas	80+231	300+30+1, 300+10	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	86+151	100+50+1	Descomposición
Doble transformación	88+225	300, 200+20+5	Descomposición
Doble transformación	87+497	500+70, 400+90+7	Descomposición
Doble transformación	82+569	600+50,80	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	27+679	600+90+9, 700+10+1	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	36+489	500, 500+20	Sin interpretación
Doble transformación	78+439	500+10	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	57+288	200+30+7	Sin interpretación
Doble transformación	87+449	400+40+9	Descomposición
Doble transformación	64+639	600+90+3	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	87+817		
Doble transformación	82+658	900+600+50+9, 600+50+8	Descomposición
Doble transformación	23+198	100+10+1, 100+10+1	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	77+879	900, 900+40+8	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	66+444	500+20, 500+40+4	Sin interpretación
Doble transformación	85+625	700+20, 80+5	Sin interpretación
Doble transformación	85+169	200, 100+60+9	Descomposición
Doble transformación	77+644	600+40+4	Descomposición
Doble transformación	55+897	800+90+7	Descomposición
Doble transformación	48+182	200+30	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	25+798	800+10	Sin interpretación

Sesión 6 - 9 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	14+275	200+80+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	35+823	800+50+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	33+816	800+40	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	66+311	300+70+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	15+244	200+50+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	17+410	400+20+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+620	600+70+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	10+720	700+30	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	67+110	100+70+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	83+802	800+80+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	75+807	800+80+2	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	84+306	300+90+4, 300+90+4	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	54+526	500+80	Suma de derecha a izquierda

Transformación unidades	46+844	800+80+8, 800+40+4	Descomposición
Transformación unidades	37+456	400+30+8, 400+30+8	Sin interpretación
Transformación unidades	35+139	300, 200, 200+20	Sin interpretación
Transformación unidades	17+627	600+40+4	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	55+327	300+80, 300+90	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	26+758	800+80, 800, 700+80	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	68+141	200+9	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	63+261	300+20+4	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	52+180	200+2, 200+30+2	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	52+774	400, 800+20+6	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	87+441	500+20+8	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	71+465	500+30+6	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	57+790	800+40+7	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	63+292	300+20+5, 300+20+5	Sin interpretación
Transformación decenas	42+285	300+20+7	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	82+276	300+50+8	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	88+838	900+60, 900+80	Sin interpretación
Doble transformación	48+875	800+70+5	Descomposición
Doble transformación	75+886	900, 900+10+9, 900+40+8	Sin interpretación
Doble transformación	81+119	200	Suma de derecha a izquierda

Durante el Nivel 2, Rafa obtuvo buenos resultados sobre todo ante la tarea *Sin transformación de unidades ni decenas*. Sin embargo, su mejor desempeño en este nivel lo presentó durante la sesión 6. Además, la descomposición de un solo sumando se mantuvo como una estrategia para alargar su juego. En múltiples ocasiones cometió el error de olvidar las sumas parciales e incluso omitir una o más cifras de un sumando. Logra llegar al Nivel 3 en la última sesión.

Resultados de Rafa en el Nivel 3

Sesión 6 - 9 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	532+456	900+80+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	805+123	900+20+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	524+223	500+40+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	601+360	500+60+1, 900+60+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	732+117	700+40+9	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	719+231	800+50, 800	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	226+716	800	Sin interpretación

Transformación decenas	235+383	400+20+8	Sin interpretación
Transformación decenas	266+690	900+50, 900+900+900	Sin interpretación
Transformación decenas	674+143	700+10+7	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	366+561	800, 800+5+50	Sin interpretación
Doble transformación	119+593	600+20+9	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	498+124	500, 500+30	Suma de centenas
Doble transformación	746+155	900	Sin interpretación

Rafa jugó el Nivel 3 poco tiempo, donde obtuvo muy pocos resultados correctos ante la tarea *Sin transformación de unidades ni decenas*.

Exploración del cálculo mental de Rafa

Exploración del cálculo mental - 1 de mayo del 2017			
Suma	Tiempo	Resultado	Observaciones
73+16	20"	Correcto	
18+74	28"	91	
67+74	46"	148	Mayor tiempo, resultado incorrecto
46+83	32"	117	
44+85	28"	119	
74+52	25"	124	
12+86	13"	Correcto	
16+38	11"	Correcto	
35+76	29"	104	
37+24	15"	56	
33+32	8"	Correcto	
84+36	15"	107	
77+24	20"	94	
78+12	11"	Correcto	
36+21	16"	47	
77+63	21"	115	
31+53	19"	82	
43+40	3"	Correcto	Menor tiempo, resultado correcto
43+28	23"	5	
52+26	20"	Correcto	
53+55	5"	103	
41+73	24"	Correcto	Mayor tiempo, resultado correcto
85+41	11"	125	
43+67	6"	120	
21+26	3"	46	Menor tiempo, resultado incorrecto

Esta exploración indicó que existían deficiencias en el cálculo mental se Rafa. Sin embargo, en múltiples ocasiones se apreció que su error estuvo dado por la omisión de sumas parciales o de cifras de algún sumando. En la siguiente sesión de juego con el nuevo tutorial, su desempeño mejoró notablemente.

Resultados de Aldo en el Nivel 1

Sesión 1 - 28 de abril de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	64+20		
Sin transformaciones	26+41		
Sin transformaciones	47+41		
Sin transformaciones	33+23		
Sin transformaciones	17+10	20+7+7, 20+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	52+13	50, 60	Suma de decenas
Sin transformaciones	45+42	80+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	60+33	90+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	82+13	90+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	52+14	60+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	80+10	90	Suma de decenas
Sin transformaciones	11+48	50+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+70	90	Suma de decenas
Transformación unidades	47+45	80+10+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	33+17	40+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	32+58	80+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	25+45	60+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	45+15	50+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	36+34	60+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	64+16	70+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	36+54	80+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	45+25	60+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	16+44	50+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	63+27	80+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	44+16	50+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	22+58	70+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	61+53	1+1	Suma de decenas
Transformación decenas	55+51	100	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	43+75		
Transformación decenas	83+53		
Transformación decenas	74+40	100+10+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	73+30	100+3	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	21+81	100+2	Suma de izquierda a derecha

Transformación decenas	84+74	100	Sin interpretación
Transformación decenas	72+45	100+10+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	80+30	100+10	Suma de decenas
Doble transformación	74+26	90+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	65+35	90+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	26+84		
Doble transformación	78+36	100+10+1, 100+20	Suma de decenas
Doble transformación	57+87	100+20	Sin interpretación
Doble transformación	71+79	10+10	Suma de unidades
Doble transformación	74+48	100+10+8	Suma de decenas

Sesión 2 - 3 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	50+33	80+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	70+18	80+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	41+24	60+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	28+30	50+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	31+33	60+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	72+26	90+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	25+15	30+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	16+34	40+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	15+26	30+10+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	23+67	80	Suma de decenas
Transformación unidades	44+16	60	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	54+36	80+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	56+34	80+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	83+55	100+30+3	Suma de decenas
Transformación decenas	72+40		
Transformación decenas	71+66		
Transformación decenas	53+83	100+6	Sin interpretación
Transformación decenas	34+80	100+20+4, 100+20+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	72+65	100, 200, 60+6+7	Sin interpretación
Doble transformación	67+53	100+20	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	28+85	100+10+3	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	65+55	100+20	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	73+47	100	Sin interpretación
Doble transformación	38+84	600+60+70, 70+90+90	Sin interpretación
Doble transformación	86+76	100+10	Sin interpretación
Doble transformación	48+64	100+10+2	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	55+55	100+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	54+56	100+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	62+68	100+20, 100	Suma de decenas

Sesión 3 - 5 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	22+10	20+10+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	34+21	50+6, 4, 50+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	17+22	10+20+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	74+11	80+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	11+42	50+20, 60, 50+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+38	80+9	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	28+32	60+60, 60+10, 70, 50	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	27+23	40+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	58+26	70+10+3	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	28+58	70+10+8	Suma de decenas
Transformación decenas	80+35	100+5, 100+10+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	71+63	100+40	Sin interpretación
Doble transformación	64+77	200, 100+20+10, 6	Sin interpretación
Doble transformación	77+26	90+10+3	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	67+33	90+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	56+64	100+30	Sin interpretación
Doble transformación	53+88	100+30+10	Suma de decenas
Doble transformación	88+62	40	Sin interpretación

Sesión 4 - 8 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	31+25	50+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	71+16	80+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	14+66	80	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	57+33	80+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	67+14	70+10+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	27+27	40+10+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	45+25	60, 70	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	70+44	100+10+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	46+60	100+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	80+40	100+20	Suma de decenas
Transformación decenas	60+80	10, 100+40	Suma de decenas
Transformación decenas	80+63		
Doble transformación	34+68	90+10+2	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	86+14	100	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	86+54	100+50, 100+40	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	52+88	77+60, 8+8+8	Sin interpretación
Doble transformación	82+78	50, 500, 10	Sin interpretación
Doble transformación	62+48	100+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	15+85	90, 100	Suma de derecha a izquierda

Doble transformación	81+69	100+50	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	64+66	100+20, 100+30	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	45+55	90+10	Suma de izquierda a derecha

Sesión 5 - 9 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	30+53	80+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	37+31	60+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+57	70+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	62+14	50, 70+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	46+15	50+10+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	15+35	40+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	16+34	40+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	35+45	80	Suma de derecha a izquierda
Transformación unidades	44+46	80+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	58+12	60+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	70+60	100+30	Suma de decenas
Transformación decenas	34+75	50, 100+9	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	75+55	100+30	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	48+72	100+20	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	74+26	90+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	86+37	100+10	Suma de decenas
Doble transformación	71+59	100+20, 100+30	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	44+76	100+10, 100+30	Suma de decenas

Aldo tuvo un muy buen desempeño durante este nivel, pues mantuvo un progreso considerable durante cada sesión frente a cada tipo de tarea. Su logro lo llevó a alcanzar el Nivel 2 desde la primera sesión. En diversas ocasiones dejó tareas sin resolver.

Resultados de Aldo en el Nivel 2

Sesión 1 - 28 de abril de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	50+127	4+100, 20	Sin interpretación
Sin transformaciones	21+958		
Sin transformaciones	20+354	50+80+6+5, 300+70+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	22+431	400+40	Sin interpretación
Sin transformaciones	10+716	700+20+6	Suma de izquierda a derecha

Sin transformaciones	81+801	800+80+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+526	500+40+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	30+436	400+70, 400+60+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	36+247	200	Sin interpretación
Transformación unidades	87+909	900	Sin interpretación
Transformación unidades	16+835	800+40+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	34+958	900	Sin interpretación
Transformación decenas	25+190	100+200+5, 300+5	Sin interpretación
Transformación decenas	82+325	300+10	Sin interpretación
Transformación decenas	66+362	300+100	Sin interpretación
Transformación decenas	50+166	100+100+6	Sin interpretación
Transformación decenas	73+586		
Transformación decenas	70+560	500+10+3	Sin interpretación
Transformación decenas	85+871		
Doble transformación	65+496		
Doble transformación	66+686	600+10	Sin interpretación
Doble transformación	57+594	600+500, 50+70+70	Sin interpretación
Doble transformación	88+893	800	Sin interpretación
Doble transformación	85+217	800, 200	Sin interpretación

Sesión 3 - 5 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	12+327	300+30+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	11+985	900+90+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	14+203	200+10+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	41+941	900+80+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	40+321	30, 300+60+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	26+371	300+500+4	Sin interpretación
Sin transformaciones	23+275	200+90	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	71+617	600+80+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	55+843	800+90+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	52+811	800+60+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	75+518	500+80	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	37+415	400+40+10+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	25+126	100+40, 100+50+2	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	50+683	600+100	Sin interpretación
Transformación decenas	80+161	100+200+10+2	Sin interpretación
Transformación decenas	70+361	600, 300	Sin interpretación
Transformación decenas	62+140	200+2	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	51+263	300, 300+10+4	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	55+356	300+100+10+2	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	44+578	500+30	Sin interpretación

Doble transformación	86+538	600+10	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	65+135	100+80+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	38+388		
Doble transformación	24+578	500	Sin interpretación
Doble transformación	82+529	600+10+1	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	57+873	900	Sin interpretación
Doble transformación	87+744		
Doble transformación	75+256	200+100	Sin interpretación

Sesión 4 - 8 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	62+833	800+90	Sin interpretación
Sin transformaciones	15+730	700+40+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	81+316	300+90	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	26+222	200+40+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	35+661	600+90	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	74+815	800+80+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	81+408	400+80+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	73+501	500+70+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	12+752	700+60+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	34+233	200+60+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	22+659	500, 600+70	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	44+729	700+60+10+3	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	34+936	900+60+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	16+808	800+10+3	Sin interpretación
Transformación decenas	71+357	300+10+8	Sin interpretación
Doble transformación	13+899	800+100+10+20	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	36+894	800	Sin interpretación
Doble transformación	32+178	100	Sin interpretación

Sesión 5 - 9 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	52+106	100+50+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+805	800+50+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	21+558	500+70+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	12+743	700+50+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+306	300+20+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	27+720	700+40+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	30+567	500+90+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+517	500+20+7	Sin interpretación
Sin transformaciones	30+664	600+90+4	Suma de izquierda a derecha

Sin transformaciones	10+651	600+60, 600+50+1	Descomposición
Transformación unidades	72+118	100+9+10	Sin interpretación
Transformación unidades	22+209	200+30	Sin interpretación
Transformación unidades	35+116	100+40+10+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	27+749	700	Sin interpretación
Transformación unidades	37+605	600+30+10+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	74+507	500+70+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	56+438	400+80+10+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	18+244	200+40+10+2	Sin interpretación
Transformación decenas	76+392	300+100+50	Sin interpretación
Transformación decenas	76+392	300+100	Sin interpretación
Transformación decenas	35+174	100+100+9+9, 100+70+9	Sin interpretación
Transformación decenas	44+793	700+30+7	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	73+331	300+100+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	80+674	600+100+50	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	56+345	300+90	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	25+477	400+90+10+2	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	57+895	800+40+10+2	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	65+147	100+90+10+2	Sin interpretación
Doble transformación	78+532	500+100+10	Suma de izquierda a derecha

Sesión 6 - 12 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	10+278	200+80+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	66+403	400+60+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	67+902	9+60, 900+60+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	12+886	800+90+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	12+254	200+60+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	55+300	300+50+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	10+210	200+20	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	15+310	300+20+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+636	600+80+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+806	800+50+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	80+507	500+80+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	21+457	400+70+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	66+412	400+70+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	14+627	600+30+10+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	23+258	200+70+10+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	86+606	600	Sin interpretación
Transformación decenas	80+630	600+100+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	55+760	800+5, 700, 800	Sin interpretación
Transformación decenas	53+496		

Transformación decenas	74+485	400, 500+50+9	Suma de derecha a izquierda
Doble transformación	65+839	800+90	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	84+636	600+100+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	56+184	100+60+8	Sin interpretación

A medida que Aldo avanzaba en las sesiones, su desempeño en este nivel fue aumentando hasta alcanzar el Nivel 3 en la última sesión. Aquí obtuvo la mayoría de sus resultados correctos frente a la tarea *Sin transformación de unidades ni decenas*. Al igual que Rafa, Aldo encuentra que la descomposición de un sumando y su consecuencia dentro del juego, le permite alargar su tiempo de juego. Sin embargo, no la utiliza de forma recurrente.

Resultados de Aldo en el Nivel 3

Sesión 6 - 12 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	830+136	900+60+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	310+447	300, 600	Sin interpretación
Sin transformaciones	447+352	700+90+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	890+101	900+90+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	414+570	900+80+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	431+452	800+80+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	203+413	600, 60+10+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	211+359		
Transformación unidades	631+319		
Transformación unidades	613+148	700	Suma de centenas
Transformación unidades	785+105	800+80+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	539+323	800	Suma de centenas
Transformación unidades	328+134	900+50+10+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	729+227		
Transformación unidades	225+447	600+60	Sin interpretación
Transformación decenas	491+315	7, 700	Suma de centenas
Transformación decenas	385+374	600	Suma de centenas
Transformación decenas	442+381	700+20	Sin interpretación
Transformación decenas	470+281	600	Suma de centenas
Transformación decenas	781+143	800+20+4	Sin interpretación
Doble transformación	129+374	400	Suma de centenas
Doble transformación	768+195		
Doble transformación	738+164	800+90	Sin interpretación

Doble transformación	166+668	700	Suma de centenas
Doble transformación	798+155	600+800, 800	Suma de centenas

Similar al Nivel 2, Aldo obtuvo aquí la mayoría de sus resultados correctos al enfrentarse a la tarea *Sin transformación de unidades ni decenas*. Su desempeño no le permitió llegar a la mitad del nivel. En múltiples ocasiones sólo se limitó a realizar una suma de centenas.

Exploración del cálculo mental de Aldo

Exploración del cálculo mental - 3 de mayo del 2017			
Suma	Tiempo	Resultado	Observaciones
64+20	7"	Correcto	Menor tiempo, resultado correcto
61+53	14"	Correcto	
26+84	11"	50	Menor tiempo, resultado incorrecto
26+41	41"	Correcto	Mayor tiempo, resultado correcto
47+41	16"	Correcto	
33+23	21"	Correcto	
43+75	14"	Correcto	
83+53	34"	Correcto	
52+13	15"	66	
78+36	1'24"	124	Mayor tiempo, resultado incorrecto
57+87	10"	Correcto	
65+496	2'	Sin respuesta	

Aldo no presentó deficiencias en su cálculo mental obteniendo 8 resultados correctos de 12 tareas propuestas. Esta experiencia confirmó la necesidad de elaborar un nuevo tutorial para la siguiente sesión de juego.

Resultados de Pablo en el Nivel 1

Sesión 1 - 1 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	57+32	8+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	33+31	4+30,60+3	Sin interpretación
Sin transformaciones	11+30	40+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	10+82	90+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	11+14	20+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	21+10	30+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	17+82	90+90, 90+2, 90	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	56+30	80+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	27+22	4+90, 4+90	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	41+58	90+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	23+25	40+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	26+50	70+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	63+17	7, 700+10, 70+10	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	26+52	70+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	37+46		
Transformación unidades	23+38	50+1+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	27+57	70+1+4, 7+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	28+45	6+10+6	Sin interpretación
Transformación unidades	34+38	10+6+2	Sin interpretación
Transformación unidades	78+18	900+10, 90+1+6	Sin interpretación
Transformación decenas	41+72	50+3	Sin interpretación
Transformación decenas	87+61	4	Sin interpretación
Transformación decenas	81+84	1+6, 1+6	Suma de decenas
Transformación decenas	68+40	1+8, 10, 10+8	Sin interpretación
Transformación decenas	51+85	30+7	Sin interpretación
Transformación decenas	84+35	10+1	Suma de decenas
Transformación decenas	80+48	1, 10+2	Suma de decenas
Transformación decenas	82+61	10+4	Suma de decenas
Transformación decenas	42+72	90+4	Sin interpretación
Transformación decenas	42+83	20+6, 20+6	Sin interpretación
Doble transformación	53+78		
Doble transformación	64+48		
Doble transformación	74+26	90+100, 90+100	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	73+77	4	Sin interpretación
Doble transformación	56+85		
Doble transformación	87+78		
Doble transformación	77+35	70+10+2, 70+2	Sin interpretación
Doble transformación	77+53		

Sesión 2 - 3 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	27+31	50+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	30+46	70+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	52+35	80+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+20	70+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	44+21	60+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	75+12	60+7, 80+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+23	70+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	11+70	80+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	25+23	40+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	51+19	600+10, 900+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	38+26	10+5, 10+5	Sin interpretación
Transformación unidades	58+27	700+10+6, 700+10+6	Sin interpretación
Transformación unidades	17+53	600+10, 60+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	22+84	10+6, 10+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	41+63	10+4, 5	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	87+52	100+10, 10+100, 10	Sin interpretación
Transformación decenas	73+80	100+4	Sin interpretación
Transformación decenas	23+86	10+6, 10+9, 10+9	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	76+64	10+1, 10+10+1	Sin interpretación
Doble transformación	77+57	10+2+10	Sin interpretación
Doble transformación	48+63	100+10+1	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	78+72	10+6, 10+10, 10+6	Sin interpretación

Sesión 3 - 9 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	21+12	30+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	63+35	90+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	12+75	80+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	14+40	50+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	76+11	80+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	14+23	30+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	24+52	70+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	33+35	10+9	Sin interpretación
Transformación unidades	48+37	700+10+5, 70+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	35+56	800+10+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	55+37	800+10+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	16+54	600+10, 600+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	50+81	10+4, 30+2, 30	Sin interpretación
Transformación decenas	87+70	100+10+2	Sin interpretación
Transformación decenas	77+41	10+9	Sin interpretación

Transformación decenas	84+70	10+9, 4+1+50	Suma de derecha a izquierda
Transformación decenas	64+40	10	Suma de decenas
Transformación decenas	68+50	10+9	Sin interpretación
Transformación decenas	62+77	10+100, 10+10	Sin interpretación
Transformación decenas	53+84	10	Sin interpretación
Transformación decenas	80+36	10+7	Sin interpretación
Transformación decenas	71+35	10+7, 10+6	Sin interpretación
Transformación decenas	75+31	10+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	56+63	2+20+4, 60, 100+10	Suma de decenas
Transformación decenas	77+41	10+8+7, 10+7	Sin interpretación
Transformación decenas	61+57	10+1+8	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	54+58	5+1+50	Sin interpretación
Doble transformación	87+23	100+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	67+78	20+7+1, 20+1	Sin interpretación
Doble transformación	76+65	10+10+1, 500+500+4	Sin interpretación

Sesión 4 - 29 de mayo de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	11+76	70+8, 80+6	Suma de decenas
Sin transformaciones	74+21	90+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	22+15	30+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	23+41	60+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	30+11	40+10, 40+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	63+22	80, 80+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	33+52	50+5, 80+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	15+40	30+200+200, 60+5, 50+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	41+37	70+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	60+35	90+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	26+37	500+1, 500+10+1, 80+4+40	Sin interpretación
Transformación unidades	24+26	400 + 10	Sin interpretación
Transformación unidades	15+35	400+10, 40+400+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	35+55	800+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	14+58	100+10+2	Sin interpretación
Transformación unidades	68+12	70, 700+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	28+37	500+10+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	36+24	50, 500+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	77+13	80+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	46+61	10+6, 100+6	Sin interpretación
Transformación decenas	65+43	10+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	70+36	10+6, 100+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	56+80		
Transformación decenas	71+48	400+30+30, 700+800+900, 800	Sin interpretación

Transformación decenas	81+55	10+9, 40+5+40	Sin interpretación
Transformación decenas	51+60	10+2	Sin interpretación
Transformación decenas	54+53	10+7, 100	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	44+81	10+7, 10+7	Sin interpretación
Doble transformación	17+86	600+10+3, 80+60+4, 4+60+60	Sin interpretación
Doble transformación	38+75	100+1, 100+10+3	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	28+82	100+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	54+78	700+600+500	Sin interpretación
Doble transformación	87+38	10+20+5	Sin interpretación
Doble transformación	77+87	10+10, 1+2+3	Sin interpretación
Doble transformación	58+58	100+10+6	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	65+46	100+10+1	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	72+58	100+10, 100+10	Sin interpretación

Sesión 5 - 3 de junio de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	12+71	4+4+4	Sin interpretación
Sin transformaciones	42+40	10+6+2, 100+6+2	Sin interpretación
Sin transformaciones	54+24	70, 700+10+6	Suma de decenas
Sin transformaciones	22+46	60+8	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	36+11	4, 40+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	45+31	70+6	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	33+52	70, 80+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	40+34	70+4	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	40+51	90+1	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	15+50	60+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	10+62	1, 7, 70+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	25+63	80+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	77+17	80, 800+10+6, 80+10+6	Sin interpretación
Transformación unidades	15+65	600, 700+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	48+24	600+10+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	36+24	50+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	53+27	700+10, 70+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	54+17	60+10+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	74+83	10+10+10	Sin interpretación
Transformación decenas	62+77	100+10+2, 100+100+100	Sin interpretación
Transformación decenas	47+70	10+8, 10+8	Sin interpretación
Transformación decenas	72+76	10, 10, 100+1+2	Sin interpretación
Transformación decenas	32+82	10+5, 20+40	Sin interpretación
Transformación decenas	73+56	10, 100, 10+2+8	Sin interpretación
Transformación decenas	58+80	100+10, 10+2	Sin interpretación
Transformación decenas	82+64	10+4+6, 7+7	Sin interpretación

Transformación decenas	21+85	100,10+6, 10+6, 10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	35+71	10+6, 100+6	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	47+61	10+8, 100+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	80+35	10+1+5, 100+10+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	82+82	100, 10+6+4, 100+6+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	74+40	100, 10+1+4, 100, 100+1+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	83+86	10+6+9, 100, 10+10, 10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	22+81	10+3, 100+3	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	47+63	10+10, 100+10+10	Sin interpretación
Doble transformación	36+68	90, 800+10+4	Suma de decenas
Doble transformación	86+48	10+2, 100+2+2	Suma de decenas
Doble transformación	33+77	100+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	47+73	10+1+10, 80+80+80	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	76+35	10+10+1, 100+10+1	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	82+18	900+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	52+68	1, 10	Suma de unidades
Doble transformación	76+54		

Sesión 6 - 7 de junio de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	22+40	60+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	18+31	40+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	62+21	80+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	28+11	30+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	34+40	40, 30	Sin interpretación
Sin transformaciones	12+50	60+2	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	37+42	70+9	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	51+46	80+7, 900+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	17+60	70+7	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	23+62	80+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	20+73	90+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	31+42	70+3	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	60+30	90	Suma de decenas
Transformación unidades	28+47	600+10+5, 10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	38+32	300, 600+10, 60+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	38+12	9, 1, 2, 400+10, 40+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	32+38	600+10, 60+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	42+28	60+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	25+45	60, 600+10, 60+10	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	65+51	10+1	Suma de decenas
Transformación decenas	33+72	100, 10+5, 100+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	81+62	10+4+3, 100+3	Suma de izquierda a derecha

Transformación decenas	82+26	10+8, 100+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	82+64	50, 80+700+700, 60+50+7	Sin interpretación
Transformación decenas	55+63	10+1+8	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	53+60	10+1+3, 100+3	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	62+45	10, 100+7	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	74+57	10+2, 100+1	Suma de decenas
Doble transformación	82+38	10+1+10, 100+1+10, 100+10, 10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	86+54	10+3+10, 100+10	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	74+66	10+4+10, 3+3	Sin interpretación
Doble transformación	67+35	9	Suma de decenas
Doble transformación	57+53	100+10	Suma de izquierda a derecha

Durante el Nivel 1, Pablo mostró dificultades de cálculo independientes al cambio de tutorial. Al igual que Axel, presentó problemas en la forma de comunicar el resultado a través del tablero hasta la última sesión, donde experimentó su mejor desempeño llegando así al Nivel 2. En general, la tarea ante la cual obtuvo mejores resultados fue *Sin transformación de unidades ni decenas*.

Resultados de Pablo en el Nivel 2

Sesión 6 - 7 de junio de 2017			
Tipo tarea	Suma	Intentos	Estrategias
Sin transformaciones	13+720	800+5	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	53+713	10+2+40	Suma de izquierda a derecha
Sin transformaciones	21+800	100+1	Suma de izquierda a derecha
Transformación unidades	35+405	600+5+5	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	10+292	300+9+2	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	85+834	100+6+8+4	Suma de izquierda a derecha
Transformación decenas	55+364	80+80+80+90	Suma de izquierda a derecha
Doble transformación	68+248	800+10+2+10	Suma de izquierda a derecha

Similar al desempeño de Axel, Pablo jugó muy poco el Nivel 2 donde no obtuvo ningún resultado correcto. De igual forma, sumó centenas con las decenas del otro sumando. Omitió en diversas ocasiones las cifras restantes de ambos números a sumar. Se aprecian problemas de comprensión del valor posicional.

Exploración del cálculo mental de Pablo

Exploración del cálculo mental - 3 de mayo del 2017			
Suma	Tiempo	Resultado	Observaciones
57+32	51"	Correcto	Mayor tiempo, resultado correcto
41+72	39"	14	
37+46	17"	714	
57+38	1'23"	815	Mayor tiempo, resultado incorrecto
87+61	1'09"	410	
33+31	9"	Correcto	Menor tiempo, resultado correcto
23+38	52"	511	
64+48	11"	18	Menor tiempo, resultado incorrecto
27+57	24"	714	
81+84	55"	66	
68+40	24"	18	
51+85	25"	66	
84+35	20"	110	
74+26	37"	910	

Esta experiencia reveló que Pablo presentaba graves problemas de cálculo mental, pues independientemente del tutorial, el niño no comprendía el valor posicional de las cifras en los números. Además de confirmar la predilección por la suma de izquierda a derecha por sobre el trabajo mental inmerso en las tareas propuestas.

La presentación de estos registros busca favorecer la comprensión de las distintas estrategias puestas en juego durante la experiencia. De igual forma el objetivo de este apartado es el de permitir profundizar en aspectos que le confieran validez al trabajo presentado, así como mostrar el referente empírico que dio paso al análisis *a posteriori* de las situaciones planteadas. Finalmente, la decisión de elaborar un anexo compuesto de todos los datos obtenidos mediante el registro se tomó con base en la necesidad de fundamentar las decisiones tomadas, así como las conclusiones a las que se llegaron.