



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
SECCIÓN MECATRÓNICA

**Esquema Predictor-Observador para el control de
un Robot Omnidireccional sujeto a retardos de
tiempo**

Tesis que presenta:
Edgar Alejandro Mandujano García

Para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias

En la especialidad de:
Ingeniería Eléctrica

Directores de Tesis:
Dr. Martín Velasco Villa
Dr. Hebertt Sira Ramirez

México D.F. 10 de febrero de 2015

[this page intentionally left blank]

Dedicatoria

*A mi padre por su dedicación.
A mi madre por toda su comprensión
A mis hermanos por su apoyo
A Adriana por acompañarme desde el inicio*

[this page intentionally left blank]

Agradecimientos

- A mis padres por apoyarme en todo momento, por los valores que de ellos he aprendido y por todo el tiempo y apoyo que me han dedicado, ellos han sido y seguirán siendo mi ejemplo de vida.
- A mis hermanos por ser parte importante de mi vida, por sus consejos, por su apoyo, por todos esos momentos que hemos compartido juntos.
- A Adriana por ser parte importante en esta etapa de mi vida, yo se que ha sido difícil, agradezco su infinita paciencia y todo su apoyo.
- A todos mis compañeros de generación, pues con ellos he compartido nuevos conocimientos y experiencias. Especialmente agradezco toda la ayuda prestada para la construcción de los Frankies por parte de Rubén, Mauricio y Jesus.
- A el Departamento de Ingeniería Eléctrica, sección Mecatrónica del CINVESTAV unidad Zacatenco, por brindarme la oportunidad de crecer intelectualmente y compartir conocimientos y experiencias.
- A mis asesores de tesis por todas sus observaciones y recomendaciones y sobre todo por la paciencia que me han tenido.
- A la Auxiliar de Investigación, la Ing. Martha A. Chávez González por brindarme todo el apoyo posible en la adquisición de los materiales necesarios.
- A el pueblo de México, que a través de CONACyT me brindo el soporte económico para realizar este trabajo.

[this page intentionally left blank]

Resumen

En el presente trabajo de Tesis se presenta una propuesta de solución al problema de un sistema no lineal sujeto a retardos de tiempo en su entrada de control. Para resolver este problema se considera un adecuado cambio de variable que permite diseñar un observador de estados adelantado "Tünidades de tiempo sobre la dinámica original. Utilizando las dinámicas de error generadas se demuestra la estabilidad del sistema en lazo cerrado utilizando la retroalimentación de estados observados. Se evalúa el esquema propuesto mediante simulaciones numéricas y experimentos en una plataforma real.

Primeramente se describen los modelos cinemático y dinámico para un robot móvil omnidireccional así como también algunas de sus características estructurales.

Posteriormente se presenta el desarrollo de la propuesta de predicción y control en lazo cerrado y se analiza la estabilidad de dicho sistema.

Finalmente se describe la plataforma experimental utilizada para validar la teoría presentada. Esta plataforma incluye un sistema de visión artificial, programación específica para el cálculo del algoritmo de control propuesto y un robot móvil omnidireccional, detallándose la construcción de este último. Se presentan conclusiones finales y perspectivas de trabajo a futuro.

Abstract

This thesis work presents a proposal to the solution to the non-linear system whose inputs are time delayed. To solve the problem it is considered an appropriated change of variable that allows the design of a future states observer in T time units over the original dynamics. Based in the error dynamics it is possible to show the closed-loop system stability taking in consideration the feedback of the observed states. The proposal approach is evaluated using numeric simulations and real experiments.

First of all it is necessary describe the cinematic and dynamic models for an omnidirectional mobile robot as well some of its structural properties.

Furthermore, the development of the prediction and closed-loop control proposal is presented and system stability is analyzed.

Finally, the experimental platform used to validate this proposal is described, with specific details in the mobile robot construction. The platform includes an artificial vision system, the omnidirectional mobile robot and the control algorithm programming. Also it is presented the final conclusions and future work.

Índice general

Resumen	v
Índice de figuras	XII
Índice de tablas	XIII
Lista de Símbolos	xv
1. Introducción	1
1.1. Clasificación de robots móviles	1
1.2. Antecedentes	3
1.3. Planteamiento del Problema	5
1.4. Objetivo	5
1.5. Organización del Documento	6
2. Robot Móvil Omnidireccional	7
2.1. Modelo Cinemático	7
2.2. Modelo Dinámico	9
3. Esquema Predictor-Observador: Caso Dinámico	15
3.1. Estrategia de Predicción considerando el Modelo Dinámico	15
3.1.1. Dinámica de error de predicción	17
3.2. Sistema Controlado por Valores Futuros	22
3.3. Resultados en simulación numérica: caso dinámico	26
4. Esquema Predictor-Observador: Caso Cinemático	33
4.1. Estrategia de Predicción considerando el Modelo Cinemático del robot móvil omnidireccional	33
4.1.1. Análisis del error de observación	34
4.2. Problema de Seguimiento de Trayectoria: Caso Cinemático	35
4.3. Resultados en simulación numérica: caso cinemático	41
5. Plataforma Experimental	45

5.1.	Descripción de la plataforma experimental	45
5.2.	Robot Móvil Omnidireccional	46
5.2.1.	Estructura mecánica	47
5.2.2.	Actuador Eléctrico	48
5.2.3.	Etapa de potencia	48
5.2.4.	Diseño Electrónico	49
5.2.5.	Baterías	52
5.2.6.	Visión y sensado	52
5.2.7.	Programa de Control	57
6.	Resultados experimentales	59
6.1.	Implantación en tiempo real	59
6.1.1.	Experimento #1	60
6.1.2.	Experimento #2	64
6.1.3.	Experimento #3	68
7.	Conclusiones y Perspectivas	73
7.1.	Conclusiones	73
7.2.	Perspectivas	74
A.	Construcción de la plataforma experimental	75
A.1.	Motor Maxon 250443	75
A.2.	Servo Control LSC30/2	76
A.3.	Stellaris Launchpad	77
A.4.	WiFly RN-XV	78
A.5.	Diagramas mecánicos	78
B.	Diseño de PCBs	81

Índice de figuras

1.1. Tipos de ruedas.	2
2.1. Vista superior de la configuración del robot móvil omnidireccional.	8
3.1. Control a distancia de un robot móvil a través de una red de comunicación.	15
3.2. Diagrama de Simulación en Matlab Simulink.	26
3.3. Trayectoria deseada.	27
3.4. Trayectoria obtenida de los estados del sistema para $T = 0.1s$	28
3.5. Errores de seguimiento e_1 para el sistema con $T = 0.1s$	28
3.6. Errores de observación e_w para el sistema con $T = 0.1s$	29
3.7. Señales de control para el sistema con $T = 0.1s$	29
3.8. Trayectoria obtenida para el sistema con $T = 0.35s$	30
3.9. Errores de observación e_w para el sistema con $T = 0.35s$	30
3.10. Errores de seguimiento e_1 para el sistema con $T = 0.35s$	31
3.11. Señales de control para el sistema con $T = 0.35s$	31
4.1. Diagrama de bloques para la propuesta de control.	41
4.2. Trayectoria deseada.	42
4.3. Resultados de simulación con $T = 0.80s$	43
4.4. Resultados de simulación con $T = 0.80s$	43
5.1. Diagrama a bloques de la plataforma experimental.	45
5.2. Diseño del robot móvil omnidireccional.	46
5.3. Base del robot móvil omnidireccional	47
5.4. Motor de la empresa Maxon Motors.	48
5.5. Servo-Amplificador de la empresa Maxon Motors	49
5.6. Configuraciones para los diferentes modos de funcionamiento del servo-amplificador.	49
5.7. Diagrama Esquemático de los circuitos electrónicos utilizados.	51
5.8. Constelación de cámaras para el Sistema <i>OptiTrack</i>	53
5.9. Cámara Flex 13.	53
5.10. Optihub 2 vista frontal y vista posterior.	54
5.11. Marcadores reflejantes.	55

5.12. Diagrama de flujo para la programación en C.	58
6.1. Estados estimados y seguimiento de trayectoria.	61
6.2. Señales de error.	62
6.3. Señales de control.	63
6.4. Estados estimados y seguimiento de trayectoria.	65
6.5. Señales de error.	66
6.6. Señales de control.	67
6.7. Estados estimados y seguimiento de trayectoria.	69
6.8. Señales de error.	70
6.9. Señales de control.	71
A.1. Diagrama de medidas para la base del robot.	79
A.2. Diagrama de medidas diferentes elementos del robot.	80
B.1. Diseño de PCB para la placa de control del robot móvil omnidireccional.	81
B.2. Diagrama esquemático.	82

Índice de tablas

1.1. Tipos de robot móvil con ruedas en función a sus grados movilidad y de direccionalidad.	2
3.1. Parámetros para simulación 1.	27
4.1. Parámetros del robot móvil.	41
4.2. Parámetros para simulación 1.	42
5.1. Funciones de los potenciómetros de ajuste del servo-amplificador. . .	50
5.2. Especificaciones cámara Flex 13	53
6.1. Parámetros constantes para los experimentos.	59
6.2. Condiciones iniciales.	60
6.3. Condiciones iniciales	64
A.1. Características a considerar del motorreductor.	75
A.2. Características a considerar del motor.	76
A.3. Características a considerar del encoder.	76
A.4. Características del microcontrolador.	77
A.5. Especificaciones del módulo WiFly.	78

Lista de Símbolos

$\{\mathbf{X}, \mathbf{Y}\}$	Marco de referencia inercial
$\{x_m, y_m\}$	Marco de referencia móvil
$\{\xi\} = \{x, y, \phi\}$	Coordenadas inerciales
$\{\phi\}$	Ángulo de orientación
$\{\theta\}$	Posición de giro de la rueda
\hat{w}	Estados estimados
u_i	Velocidades lineales y rotacional del robot
$\theta_i = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$	Velocidades angulares de cada rueda

Capítulo 1

Introducción

El análisis de sistemas dinámicos con retardos ha sido abordado durante muchos años. Los retardos están presentes en numerosos procesos naturales e incluso en procesos industriales, se tiene por ejemplo, retardos en líneas de comunicación, retardos en tiempos de cálculos finitos, tiempos de medición de sensores o en la respuesta de actuadores, etc. La presencia de retardos en los sistemas y procesos resulta, en muchos casos, en sistemas oscilatorios y generalmente inestables.

Este trabajo presenta una propuesta de solución para un sistema dinámico sujeto a retardos en el área de robótica móvil. Así, se presentan resultados para un robot móvil sujeto a retardos en la línea de comunicación, los cuales se modelan por medio de retardos en la entrada de control.

1.1. Clasificación de robots móviles

Los robots móviles son dispositivos electro-mecánicos capaces de desplazarse en un espacio de trabajo con cierto grado de autonomía. Una clasificación básica de éstos es de acuerdo al medio en que se desenvuelven, donde se puede distinguir robots acuáticos, robots aéreos y robots terrestres. Dentro de los robots acuáticos tenemos dos diferentes categorías, los marinos y los submarinos. Para los robots móviles aéreos se tiene por ejemplo los de ala fija, de ala rotativa, entre otros. Los robots móviles terrestres pueden dividirse de acuerdo a su forma de locomoción: locomoción mediante orugas, patas y mediante ruedas.

Los robots móviles propulsados por ruedas, a su vez, se clasifican de acuerdo al número de grados de movilidad y grados de direccionabilidad. El grado de movilidad es un grado de libertad asociado a una variable de velocidad del robot y el grado de direccionabilidad es un grado de libertad asociado a una variable de dirección de

robot, [1].

Más aún, siguiendo con la clasificación de los robots móviles se puede mencionar que existen diferentes tipos de ruedas. Así, tenemos, las llamadas convencionales y las ruedas suecas. Dentro de las ruedas convencionales existen la rueda fija, la rueda de conducción (o rueda directriz) y la rueda tipo castor. Para las ruedas convencionales se supone un único punto de contacto entre la misma rueda y el suelo y también se satisfacen las condiciones de rodamiento puro y no deslizamiento a lo largo del eje de locomoción; las ruedas suecas, también conocidas como omnidireccionales, son ruedas más sofisticadas debido a que permiten más movimiento que las ruedas convencionales. Los diferentes tipos de ruedas se ilustran en la Figura 1.1.

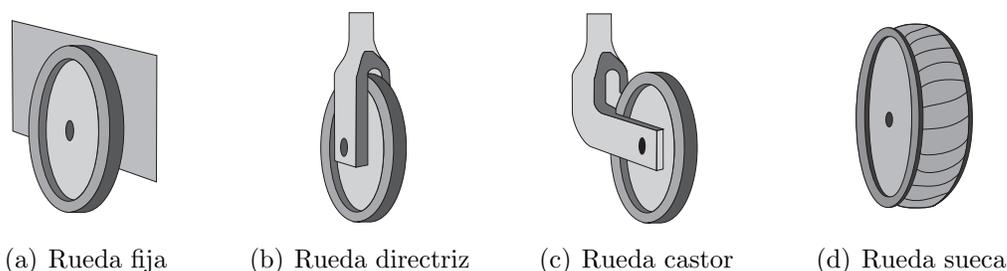


Figura 1.1: Tipos de ruedas.

Los robots móviles propulsados por ruedas se pueden clasificar de acuerdo al número y tipo de grados de libertad, que depende del tipo, ubicación y configuración de las ruedas a utilizar. Podemos distinguir dos tipos de grados de libertad: el grado de movilidad (δ_m) de un robot móvil va asociado a su velocidad y satisface la desigualdad $1 \leq \delta_m \leq 3$; y el grado de direccionabilidad (δ_s), el cual esta asociado al número de ruedas direccionales que pueden ser orientadas independientemente a fin de direccionar el robot, y satisface la desigualdad $0 \leq \delta_s \leq 2$. Más aún, de acuerdo con [1], el número total de grados de libertad de un móvil es la suma de los grados de movilidad más los grados de direccionabilidad que presenta, y para tener un robot móvil realizable que se mueve sobre un marco inercial debe tener como mínimo dos grados de libertad y máximo tres, es decir,

$$2 \leq \delta_m + \delta_s \leq 3.$$

Entonces, los robots móviles propulsados por ruedas se pueden clasificar en cinco categorías diferentes, las cuales se pueden observar en la Tabla 1.1.

δ_m	3	2	2	1	1
δ_s	0	0	1	1	2

Tabla 1.1: Tipos de robot móvil con ruedas en función a sus grados movilidad y de direccionabilidad.

1.2. Antecedentes

En los últimos años el desarrollo y utilización de robots móviles ha ido en aumento, prueba de ello son los drones, los vehículos terrestres, mini-helicópteros, robots móviles enviados al explorar otros planetas, etc., incluso muchos de ellos son juguetes para los niños. A la par de estos robots móviles, el control a distancia esta teniendo un gran auge con ayuda del avance que esta teniendo la tecnología inalámbrica y de los usos que se le pueden dan a este tipo de dispositivos que van desde divertir a las personas hasta introducirlos en el cuerpo humano en busca de algún diagnostico.

El control a distancia de un robot móvil implica tener un medio en donde va a existir la comunicación, un móvil y una ubicación remota. Muchas veces no es fácil pensar en toda la información que se requiere entre el robot y la ubicación remota y el número de datos es suficientemente grande que si la comunicación tiene un error apenas perceptible el robot no va a tener un buen desempeño, y tomando en cuenta que existen numerosas causas que producen una comunicación deficiente, la probabilidad de error es grande.

Así, las nuevas tendencias en el uso de robots móviles controlados a distancia ha generado un problema adicional: la introducción de tiempos muertos en el esquema de control. Este problema produce un nuevo sistema el cual puede modelarse a partir de la consideración de tiempos de retardo en señales de entrada. Estos retardos a la entrada son también fenómenos comunes en procesos industriales, tiempos de análisis, retardos de comunicación, procesamiento, etc. y todos ellos generan retardos en el lazo de control.

El análisis y control de sistemas con retardos de tiempo ha sido abordado extensamente en la literatura, véase por ejemplo, [2], [3]. Algunos criterios son obtenidos directamente de la ecuación característica [4], algunos otros involucran la determinación de eigenvalores y/o normas de matrices [5], algunos otros involucran teorías de Lyapunov-Razumikhin y Ricatti o ecuaciones de Lyapunov [6],[2]y algunos otros lo hacen con condiciones escalares en términos de matrices y normas or matrices en términos de matrices Hurtwitz [7].

En el caso lineal, el problema de control de sistemas con retardo a la entrada fue tratado inicialmente en el trabajo de [8] y sus generalizaciones en [9]. Desafortunadamente, la consideración de un esquema de predicción como el compensador de Smith estaba limitado a sistemas estables en lazo abierto por lo que su aplicación a sistemas lineales inestables o a sistemas no lineales no fue posible.

La consideración de sistemas no lineales con retardo a la entrada tuvo como consecuencia el estudio del problema de observación para esta clase de sistemas [10],[11],[12] que en la mayoría de los casos están basados en el estudio pionero del problema de observación debido a [13] o su generalización posterior en [14] desarrollados en el

caso de sistemas libres de retardo. La necesidad de retroalimentaciones causales en la mayoría de los casos ha inducido la obtención de soluciones aproximadas a problemas de estabilización o seguimiento de trayectorias véase [15], [16] o más recientemente [17], [18].

En [19], se propone un controlador PID difuso predictivo para procesos complejos de alto orden y con retardo en el tiempo. El controlador propuesto combina las ideas del PID difuso y el control predictivo generalizado, que está equipado con una capacidad de optimización que minimiza una función costo en el manejo de sistemas no lineales. En [20] se considera un controlador predictivo diseñado a base de métodos estocásticos para compensar el retardo de un sistema que tiene un retardo causado por la separación espacial entre los controladores y los actuadores. El controlador predictivo estima las salidas actuales usando una función lineal de predicción y una función de probabilidad en términos de las salidas previas, este algoritmo se aplica al control de un servomotor de DC operado remotamente.

En el caso de robótica móvil, la consideración de retardos en el tiempo a la entrada del sistema se ha analizado primordialmente en el caso de los modelos cinemáticos de los robots. Un esquema aproximado del predictor de Smith es presentado por [21] en el caso continuo y en el caso discreto por [22]. El caso del robot móvil tipo unicycle ha sido analizado en [23]. El caso de robots móviles aéreos fue tratado en [24] mediante una predicción aproximada.

En [25] se presenta una metodología para seguimiento de trayectorias en robots móviles con ruedas no-holónomos usando un controlador PID; se utiliza un modelo linealizado del robot móvil que bajo el uso de mínimos cuadrados recursivos se evita la no linealidad comúnmente adoptan los robots móviles no-holónomos. En [26] se propone un esquema de control de robots móviles con retroalimentación visual en presencia de retardos variables. Este esquema esta basado en el uso de un modelo del operador que combina la velocidad generada por el operador en un instante de tiempo retrasado, la información recibida en ese instante y el estado actual del sitio remoto a fin de establecer la referencia de velocidad que se aplica al robot.

En el presente trabajo se presenta un esquema de control basado en estados futuros estimados para el modelo dinámico y cinemático [27] del robot móvil omnidireccional. Primero se desarrolla una estrategia de predicción de estados futuros, adelantados T unidades de tiempo, los cuales serán usados en el diseño de una retroalimentación basada en estados futuros que resuelve el problema de seguimiento de trayectorias. Se detalla cómo el resultado obtenido puede ser equiparado con el predictor de Smith original [8] en el caso de los sistemas no lineales con retardo. Se muestra que este predictor es equivalente a un observador de estados para el caso de un sistema en adelanto generado a partir de un adecuado cambio de variable. Se muestra también cómo el sistema en lazo cerrado controlado con estados predecidos genera errores de predicción y seguimiento convergentes.

1.3. Planteamiento del Problema

El presente trabajo esta centrado en la utilización de una propuesta de control para seguimiento de trayectorias basada, no en los estados del sistema, sino en los estados de un predictor-observador. El predictor-observador propuesto se basa en un observador de Leunberger adelantado T unidades de tiempo.

Para asegurar la estabilidad del sistema se requiere asegurar la estabilidad tanto del observador como del sistema retroalimentado completo. Entonces, si se asegura la convergencia a cero de los errores de predicción se puede obtener la estabilidad del sistema completo.

Por otro lado, utilizando la plataforma experimental desarrollada se comprueba la efectividad del esquema de control propuesto. La plataforma se compone de un sistema de visión artificial que ayuda a obtener la retroalimentación de posición y orientación absoluta del robot; un robot móvil omnidireccional diseñado y construido para el desarrollo del presente trabajo; un conjunto de programas computacionales para la implementación del esquema de control propuesto; y finalmente, un sistema de comunicación inalámbrica para la correcta transmisión de información entre el dispositivo para el cálculo del control y el robot móvil.

1.4. Objetivo

El objetivo general de la tesis es proponer una solución al problema de retardos de tiempo a la entrada para un sistema no lineal basada en estados futuros.

Los objetivos particulares del presente trabajo son:

- Diseño y construcción de un robot móvil tipo omnidireccional.
- Diseño e implementación de una interfaz de comunicación entre en robot y un equipo de manejo remoto.
- Diseño de una retroalimentación basada en estados futuros que resuelve el problema de seguimiento de trayectorias.
- Realización de simulación numéricas para la solución del objetivo general.
- Implementación del esquema propuesto en la plataforma experimental para la solución del objetivo general.

1.5. Organización del Documento

La estructura del escrito toma la siguiente forma:

En el Capítulo 2 se presenta primero el modelo cinemático y dinámico del robot móvil omnidireccional. Posteriormente se describe la propuesta de un predictor-observador de estados tipo Leunberger para un sistema en adelante. Finalizando con una propuesta de control basada en los estados predecidos. Es importante mencionar que el resultado mostrado en este Capítulo se obtiene tanto para el modelo cinemático como para el dinámico.

El Capítulo 5 contiene una descripción de cada uno de los elementos que conforman la plataforma experimental, incluyendo el diseño y construcción del robot móvil omnidireccional. Se explica también el principio de utilización del sistema de posicionamiento (sistema de cámaras) y los requerimientos de programación utilizados para la implementación de los esquemas presentados en el Capítulo 2.

El Capítulo 6 contiene los resultados experimentales obtenidos de los esquemas de control presentados en el presente trabajo.

En el Capítulo 7 se presentan las conclusiones referentes al trabajo realizado y al mismo tiempo se proponen nuevas ideas y perspectivas para trabajos futuros.

Al final del documento se coloca información específica sobre el diseño y programación utilizados para la construcción del robot móvil.

Capítulo 2

Robot Móvil Omnidireccional

De acuerdo con la clasificación de los robots móviles mostrada en el Capítulo 1, basada en los grados de direccionabilidad y de movilidad, el robot a utilizar en el presente trabajo es un robot $(3, 0)$, es decir, que posee tres grados de direccionabilidad y ningún grado de movilidad. Estos robots también son conocidos como robots móviles omnidireccionales.

Una de las ventajas de utilizar este tipo de robots es que no poseen restricciones no-holónomas como los demás tipos de robots móviles propulsados por ruedas. Es decir, no posee restricciones de movimiento dentro del plano inercial.

El presente Capítulo muestra la obtención tanto del modelo cinemático como del dinámico para el robot móvil omnidireccional.

2.1. Modelo Cinemático

El modelo cinemático de un robot móvil omnidireccional puede ser fácilmente obtenido considerando las relaciones geométricas dadas en la Figura 2.1. Las componentes de velocidad con respecto a los ejes $X - Y$ se obtienen en la forma,

$$\dot{\xi} = R^T(\phi)u \quad (2.1)$$

donde,

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad R(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

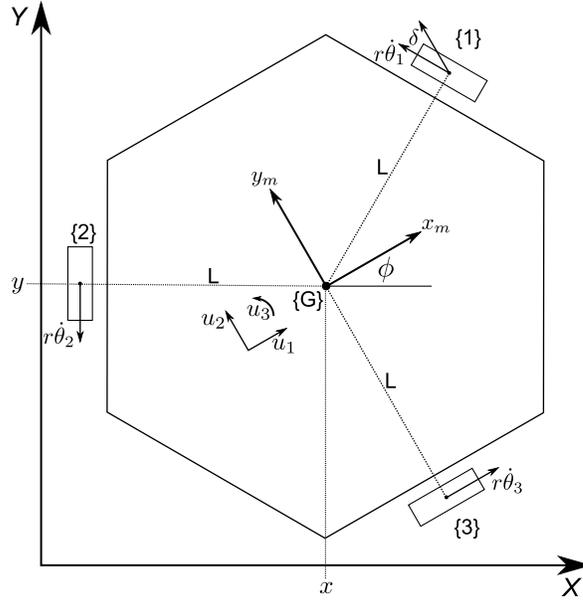


Figura 2.1: Vista superior de la configuración del robot móvil omnidireccional.

El punto (x, y) es la posición del centro de masa del robot en el plano $X - Y$ y ϕ es la posición angular con respecto al eje X . Las señales de entrada están dadas por u_1, u_2, u_3 ; donde u_1 y u_2 son las componentes de velocidad del robot en las direcciones de los ejes X_m, Y_m respectivamente y u_3 es la velocidad rotacional del robot móvil, medidas en el sistema de referencia móvil, como se muestra en la Figura 2.1.

Un análisis simple de las restricciones de velocidad en la Figura 2.1 produce,

$$J_1 R(\phi) \dot{\xi} - J_2 \dot{\theta} = 0 \quad (2.2)$$

donde,

$$J_1 = \begin{bmatrix} -\sin(\delta) & \cos(\delta) & L \\ -\sin(\delta) & -\cos(\delta) & L \\ 1 & 0 & L \end{bmatrix}, \quad J_2 = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix}$$

y $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ representa el vector de los desplazamientos angulares de las ruedas uno, dos y tres respectivamente; δ es la orientación de la rueda- i con respecto a sus ejes longitudinales; L es la distancia del centro de cada rueda al centro del vehículo y r es el radio de las ruedas.

Se tiene entonces el modelo cinemático,

$$\dot{\xi} = r[J_1 R]^{-1}\dot{\theta}(t). \quad (2.3)$$

A partir de la ecuación (2.2) es posible obtener la relación de la cinemática inversa del robot móvil omnidireccional con respecto a la velocidad angular de las ruedas, esto es,

$$\dot{\theta} = J_2^{-1}J_1 R(\phi)\dot{\xi} \quad (2.4)$$

lo cual es equivalente a,

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin(\delta + \phi) & \cos(\delta + \phi) & L \\ -\sin(\delta - \phi) & -\cos(\delta - \phi) & L \\ \cos(\phi) & \sin(\phi) & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Para el caso de un sistema controlado remotamente, el modelo (2.5) se reescribe ahora en la forma,

$$\dot{\xi} = r[J_1 R(\phi)]^{-1}\dot{\theta}(t - T) \quad (2.6)$$

donde $\dot{\theta}(t-T) = [\dot{\theta}_1(t-T) \quad \dot{\theta}_2(t-T) \quad \dot{\theta}_3(t-T)]^T$ representa las entradas retardadas del sistema. Y T representa el retardo total mostrado en la red de comunicación (envío y recepción) y se considera constante a lo largo de este trabajo.

2.2. Modelo Dinámico

El modelo dinámico del robot nos permite conocer la evolución de la posición, velocidad y aceleración en respuesta a los pares aplicados a cada una de las ruedas. Así, en esta sección se obtendrá el modelo dinámico del robot considerando las dinámicas producidas por los pares y las fuerzas inerciales y de coriolis.

Existen diversas metodologías para la obtención del modelo dinámico, en [28] el modelo dinámico es obtenido considerando la formulación de Newton-Euler. La metodología a utilizar en el presente trabajo es la propuesta a partir del formalismos de Euler-Lagrange [29], [30]. Para tal efecto, considere el centro de masa G localizado en el origen de los ejes de referencia móvil de la Figura 2.1.

Siguiendo [1][27], la energía cinética del robot está dada por la energía rotacional de las ruedas más la energía rotacional y traslacional del cuerpo del robot. Por lo tanto, el Lagrangiano del sistema es obtenido en la forma,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left[M_p (V_{Gx}^2 + V_{Gy}^2) + I_p^2 \dot{\phi}^2 \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 I_{ri} \dot{\theta}_i^2 \quad (2.7)$$

donde V_{Gx} y V_{Gy} representan las velocidades a lo largo de los ejes X_m y Y_m respectivamente; M_p e I_p son la masa total y el momento de inercia total del robot, y se considera también I_{ri} como el momento de inercia de la rueda i -ésima.

Considerando que las restricciones cinemáticas (2.5) son satisfechas para todo t , despreciando la fricción y los efectos de deslizamiento entre las ruedas y la superficie de trabajo, entonces las ecuaciones de Euler-Lagrange se describen como,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = F_j \quad j = 1, \dots, 6. \quad (2.8)$$

donde, para este caso, F_j es el conjunto de fuerzas generalizadas y q_j resulta ser el conjunto de coordenadas generalizadas $[x, y, \phi, \theta_1, \theta_2, \theta_3]$.

Las fuerzas generalizadas correspondientes a θ_i , con $i = 1, 2, 3$, están dadas por $\tau_i - F_{t_i} r$, para $i = 1, 2, 3$, donde τ_i son las entradas de torque aplicado a cada una de las ruedas y $F_{t_i} r$ son las fuerzas de fricción. Estas consideraciones producen el sistema dado por (2.9) y (2.10)

$$\begin{bmatrix} M_p & 0 & 0 \\ 0 & M_p & 0 \\ 0 & 0 & M_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{y}_m \\ \ddot{\phi}_m \end{bmatrix} + \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 & -M_p & 0 \\ M_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\phi}_m \end{bmatrix} = r [T]^T \begin{bmatrix} F_{t1} \\ F_{t2} \\ F_{t3} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\begin{bmatrix} I_{r1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{r2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{r3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + r \begin{bmatrix} F_{t1} \\ F_{t2} \\ F_{t3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_1 \\ \tau_1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

donde

$$T = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin(\delta) & \cos(\delta) & L \\ -\sin(\delta) & -\cos(\delta) & L \\ 1 & \sin(\phi) & L \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Si se desprecia los efectos de fricción y deslizamiento entre las ruedas y la superficie, así como considerando que las inercias de cada rueda son iguales, las expresiones (2.9) y (2.10) forman la nueva representación (ver [30]),

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} M_p + \frac{3I_r}{2r^2} & 0 & 0 \\ 0 & M_p + \frac{3I_r}{2r^2} & 0 \\ 0 & 0 & I_p + \frac{3L^2I_r}{r^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{y}_m \\ \ddot{\phi}_m \end{bmatrix} + \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 & -M_p & 0 \\ M_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\phi}_m \end{bmatrix} \\
 = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin(\delta) & -\sin(\delta) & 1 \\ \cos(\delta) & -\cos(\delta) & 0 \\ L & L & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Obsérvese que la ecuación (2.12) define la dinámica completa del robot móvil expresada en el marco de referencia móvil $X_m - Y_m$. Por lo tanto, para obtener una información adecuada de las posiciones del sistema con respecto al marco de referencia inercial, se propone una transformación a las coordenadas del marco inercial $X - Y$. Para tal efecto, se considera la transformación dada por la matriz ortogonal,

$$R(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

que permite establecer el mapeo,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\phi}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

que a su vez produce,

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{y}_m \\ \ddot{\phi}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\phi} \sin(\phi) & \dot{\phi} \cos(\phi) & 0 \\ -\dot{\phi} \cos(\phi) & -\dot{\phi} \sin(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}. \tag{2.15}$$

Es entonces posible, mediante la sustitución correspondiente en (2.12) de (2.14) y (2.15), la obtención de la representación del modelo en coordenadas inerciales en la forma,

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2rb_1} \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2Lb_1}{b_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \frac{3I_r \dot{\phi}}{2r^2} \begin{bmatrix} -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ -\cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \\
 = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin(\delta) & -\sin(\delta) & 1 \\ \cos(\delta) & -\cos(\delta) & 0 \\ L & L & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

donde $b_1 = \frac{r}{3I_r + 2r^2 M_p}$ y $b_2 = \frac{Lr}{3L^2 I_r + r^2 I_p}$.

En el modelo en (2.16), la matriz de inercias obtenida no cumple con ser simétrica definida positiva, así, con el fin de simplificar la representación anterior considere ahora la premultiplicación de la ecuación (2.16) por la inversa de la transformación (2.13),

$$R^{-1}(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

lo cual produce la siguiente representación,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} M_p + \frac{3I_r}{2r^2} & 0 & 0 \\ 0 & M_p + \frac{3I_r}{2r^2} & 0 \\ 0 & 0 & I_p + \frac{3L^2 I_r}{r^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 & \frac{3I_r}{2r^2} & 0 \\ -\frac{3I_r}{2r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \\
 = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin(\delta + \phi) & -\sin(\delta - \phi) & \cos(\phi) \\ \cos(\delta + \phi) & -\cos(\delta - \phi) & \sin(\phi) \\ L & L & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

El sistema dinámico (2.18) puede escribirse vectorialmente en la forma,

$$D\ddot{\xi} + C(\dot{\xi})\dot{\xi} = B(\xi)\tau \tag{2.19}$$

donde

$$\begin{aligned}
D &= \begin{bmatrix} M_p + \frac{3I_r}{2r^2} & 0 & 0 \\ 0 & M_p + \frac{3I_r}{2r^2} & 0 \\ 0 & 0 & I_p + \frac{3L^2I_r}{r^2} \end{bmatrix} \\
C(\dot{q}) &= \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 & \frac{3I_r}{2r^2} & 0 \\ -\frac{3I_r}{2r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
B &= \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\sin(\delta + \phi) & -\sin(\delta - \phi) & \cos(\phi) \\ \cos(\delta + \phi) & -\cos(\delta - \phi) & \sin(\phi) \\ L & L & L \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Si se toma en cuenta el caso de retardo a la entrada de control, el sistema (2.19) puede escribirse como,

$$D\xi''(t) + C(\xi'(t))\xi'(t) = B(\xi(t))\tau(t - T), \quad (2.20)$$

con T un retardo de tiempo tal que $T > 0$.

Capítulo 3

Esquema Predictor-Observador: Caso Dinámico

La implantación práctica de una ley de control a distancia para cualquier robot móvil implica la necesidad de considerar los retardos de tiempo debidos a la red de comunicación que enlaza los sensores y actuadores del robot móvil y un controlador colocado en una posición remota. La representación esquemática de esta situación se describe en la Figura 3.1.

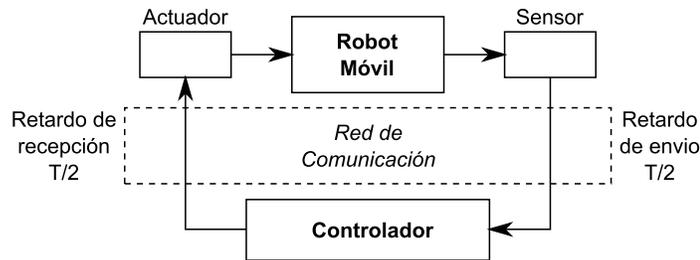


Figura 3.1: Control a distancia de un robot móvil a través de una red de comunicación.

3.1. Estrategia de Predicción considerando el Modelo Dinámico

La existencia de retardos de tiempo como los mostrados en la Figura 3.1, producen la representación con retardo a la entrada,

$$\begin{aligned} D\ddot{\xi}(t) + C(\xi(t), \dot{\xi}(t))\dot{\xi}(t) &= B(\xi(t))\tau(t - T) \\ \ddot{\xi}(t) + D^{-1}C(\xi(t), \dot{\xi}(t))\dot{\xi}(t) &= D^{-1}B(\xi(t))\tau(t - T) \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde $T > 0$ es un retardo constante.

La estrategia de predicción se llevará a cabo considerando la representación en adelanto del sistema (3.1). Para tal efecto, defínase inicialmente $z_1 = [z_{11} \ z_{12} \ z_{13}]^T$ y $z_2 = [z_{21} \ z_{22} \ z_{23}]^T$ y considere la representación en variables de estado obtenida a partir de,

$$z_1(t) = \xi(t), \quad z_2(t) = \dot{\xi}(t). \quad (3.2)$$

De esta forma se obtiene,

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -D^{-1}C(z_{23})z_2 + D^{-1}B(z_{13})\tau(t-T). \end{aligned} \quad (3.3)$$

El sistema en adelanto a proponer se obtiene al considerar el nuevo cambio de variable,

$$w_1(t) = z_1(t+T), \quad w_2(t) = z_2(t+T) \quad (3.4)$$

que produce directamente la nueva representación,

$$\begin{aligned} \dot{w}_1(t) &= \dot{z}_1(t+T) = z_2(t+T) = w_2(t) \\ \dot{w}_2(t) &= -D^{-1}C(z_{23}(t+T))z_2(t+T) + D^{-1}B(z_{13}(t+T))\tau(t) \\ &\quad - D^{-1}C(w_{23}(t))w_2(t) + D^{-1}B(w_{13}(t))\tau(t) \end{aligned}$$

esto es,

$$\begin{aligned} \dot{w}_1(t) &= w_2(t) \\ \dot{w}_2(t) &= -D^{-1}C(w_{23}(t))w_2(t) + D^{-1}B(w_{13}(t))\tau(t). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Nótese que el modelo representado en (3.5), provee la dinámica del sistema (3.2) adelantada T unidades de tiempo. Esto es,

$$w_1(t) = \xi(t+T). \quad (3.6)$$

Para el sistema auxiliar (3.5) se propone ahora el *observador de estados del sistema adelantado con inyecciones presentes del error*, descrito en la forma,

$$\begin{aligned}\dot{\hat{w}}_1(t) &= \hat{w}_2(t) + \lambda_1 e_{w_1}(t - T) \\ \dot{\hat{w}}_2(t) &= -D^{-1}C(\hat{w}_{23}(t))\hat{w}_2(t) + D^{-1}B(\hat{w}_{13}(t))\tau(t) + \lambda_0 e_{w_1}(t - T)\end{aligned}\tag{3.7}$$

donde,

$$\begin{aligned}e_w(t) &= [e_{w_1}(t) \quad e_{w_2}(t)]^T \\ &= [w_1(t) - \hat{w}_1(t) \quad w_2(t) - \hat{w}_2(t)]^T\end{aligned}\tag{3.8}$$

representa el error de observación para el sistema en adelante.

Es importante mencionar que se pretende diseñar un observador de estados del tipo Luenberger para el sistema en adelante (3.5) que a su vez representa un predictor para el sistema original dado por la ecuación (3.3). Nótese también que la inyección del error $e_{w_1}(t - T)$ en el predictor-observador (3.7) se realizó T unidades de tiempo en el pasado debido al requerimiento de causalidad que impone la ecuación (3.2) ya que en las coordenadas originales,

$$\begin{aligned}e_{w_1}(t - T) &= w_1(t - T) - \hat{w}_1(t - T) \\ &= z_1(t) - \hat{z}_1(t) \\ &= \xi(t) - \hat{\xi}(t).\end{aligned}\tag{3.9}$$

Dado que $\xi(t)$ corresponde a la posición del robot móvil, esta señal puede considerarse como medible y, por lo tanto, se obtiene un estimador-predictor realizable. Es claro entonces que en el sistema (3.7) no es posible utilizar la señal de error $e_{w_1}(t)$ dado que corresponde a una señal que no se tiene disponible por considerar valores futuros del sistema original.

3.1.1. Dinámica de error de predicción

Considerando entonces el error de observación $e_w(t)$ dado en (3.8) se obtiene,

$$\begin{aligned}\dot{e}_{w_1} &= \dot{w}_1(t) - \dot{\hat{w}}_1 = w_2(t) - \hat{w}_2(t) - \lambda_1 e_{w_1}(t - T) \\ &= e_{w_2}(t) - \lambda_1 e_{w_1}(t - T)\end{aligned}\tag{3.10}$$

y

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_{w_2}(t) &= \dot{w}_2(t) - \dot{\hat{w}}_2(t) \\
 &= -D^{-1}C(w_{23}(t))w_2(t) + D^{-1}B(w_{13}(t))\tau(t) \\
 &\quad + D^{-1}C(\hat{w}_{23}(t))\hat{w}_2(t) - D^{-1}B(\hat{w}_{13}(t))\tau(t) - \lambda_0 e_{w_1}(t-T) \\
 &= -D^{-1}C(w_{23}(t))w_2(t) + D^{-1}C(\hat{w}_{23}(t))\hat{w}_2(t) \\
 &\quad + D^{-1}B(w_{13}(t))\tau(t) - D^{-1}B(\hat{w}_{13}(t))\tau(t) - \lambda_0 e_{w_1}(t-T) \\
 &= -D^{-1}[C(w_{23}(t))w_2(t) - C(\hat{w}_{23}(t))\hat{w}_2(t)] \\
 &\quad + D^{-1}[B(w_{13}(t))\tau(t) - B(\hat{w}_{13}(t))\tau(t)] - \lambda_0 e_{w_1}(t-T)
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Obteniéndose la dinámica de observación expresada en la forma,

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_{w_1} &= e_{w_2}(t) - \lambda_1 e_{w_1}(t-T) \\
 \dot{e}_{w_2} &= -D^{-1}[C(w_{23}(t))w_2(t) - C(\hat{w}_{23}(t))\hat{w}_2(t)] \\
 &\quad + D^{-1}[B(w_{13}(t)) - B(\hat{w}_{13}(t))]\tau(t) - \lambda_0 e_{w_1}(t-T).
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

La dinámica dada en (3.12) puede escribirse alternativamente en la forma,

$$\begin{aligned}
 \ddot{e}_{w_1}(t) &= \dot{e}_{w_2}(t) - \lambda_1 \dot{e}_{w_1}(t-T) \\
 &= -D^{-1}[C(w_{23}(t))w_2(t) - C(\hat{w}_{23}(t))\hat{w}_2(t)] \\
 &\quad + D^{-1}[B(w_{13}(t)) - B(\hat{w}_{13}(t))]\tau(t) - \lambda_1 \dot{e}_{w_1}(t-T) - \lambda_0 e_{w_1}(t-T).
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Por otra parte, nótese que,

$$\begin{aligned}
 &C(w_{23})w_2 - C(\hat{w}_{23})\hat{w}_2 \\
 &= \begin{bmatrix} aw_{23}w_{22} \\ -aw_{23}w_{21} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a\hat{w}_{23}\hat{w}_{22} \\ -a\hat{w}_{23}\hat{w}_{21} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} a(w_{23}w_{22} - \hat{w}_{23}\hat{w}_{22} + w_{23}\hat{w}_{22} - w_{23}\hat{w}_{22}) \\ -a(w_{23}w_{21} - \hat{w}_{23}\hat{w}_{21} + w_{23}\hat{w}_{21} - w_{23}\hat{w}_{21}) \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} aw_{23}e_{w_{22}} + a\hat{w}_{22}e_{w_{23}} \\ -aw_{23}e_{w_{21}} - a\hat{w}_{21}e_{w_{23}} \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

esto es,

$$\begin{aligned}
 & C(w_{23})w_2 - C(\hat{w}_{23})\hat{w}_2 \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & aw_{23} & a\hat{w}_{22} \\ -aw_{23} & 0 & -a\hat{w}_{21} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{w_{21}} \\ e_{w_{22}} \\ e_{w_{23}} \end{bmatrix} \\
 &= C_a(w_2, \hat{w}_2)e_{w_2}.
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Por otra parte,

$$\begin{aligned}
 B(w_{13}) - B(\hat{w}_{13}) &= \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \sin(\delta + w_{13}) & \sin(\delta - w_{13}) & -\cos w_{13} \\ -\cos(\delta + w_{13}) & \cos(\delta - w_{13}) & -\sin w_{13} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 &\quad - \begin{bmatrix} \sin(\delta + \hat{w}_{13}) & \sin(\delta - \hat{w}_{13}) & -\cos \hat{w}_{13} \\ -\cos(\delta + \hat{w}_{13}) & \cos(\delta - \hat{w}_{13}) & -\sin \hat{w}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Tomando en cuenta las identidades trigonométricas,

$$\begin{aligned}
 \sin(\alpha) \pm \sin(\beta) &= 2 \sin\left(\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right) \\
 \cos(\alpha) - \cos(\beta) &= -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right).
 \end{aligned}$$

La ecuación (3.15) se reescribe como,

$$\begin{aligned}
 & B(w_{13}) - B(\hat{w}_{13}) \\
 &= \frac{2}{r} \sin\left(\frac{w_{13} - \hat{w}_{13}}{2}\right) \begin{bmatrix} \cos \frac{\delta + w_{13} + \hat{w}_{13}}{2} & -\sin \frac{\delta - w_{13} - \hat{w}_{13}}{2} & \sin \frac{w_{13} + \hat{w}_{13}}{2} \\ \sin \frac{\delta + w_{13} + \hat{w}_{13}}{2} & \sin \frac{\delta - w_{13} - \hat{w}_{13}}{2} & -\sin \frac{w_{13} + \hat{w}_{13}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Equivalentemente,

$$B(w_{13}) - B(\hat{w}_{13}) = \frac{2}{r} \sin\left(\frac{w_{13} - \hat{w}_{13}}{2}\right) \bar{S}(\bar{w}_{13}) \tag{3.17}$$

donde

$$\bar{S} = \begin{bmatrix} \cos \frac{2\delta + \bar{w}_{13}}{2} & -\cos \frac{2\delta - \bar{w}_{13}}{2} & \sin \frac{\bar{w}_{13}}{2} \\ \sin \frac{2\delta + \bar{w}_{13}}{2} & \sin \frac{2\delta - \bar{w}_{13}}{2} & -\cos \frac{\bar{w}_{13}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

y $\bar{w}_{13} = w_{13} + \hat{w}_{13}$.

Es fácil ver que a partir del sistema (3.13) puede obtenerse alternativamente,

$$\begin{aligned} \ddot{e}_{w_{11}} &= -\lambda_1 \dot{e}_{w_{11}}(t-T) - \lambda_0 e_{w_{11}}(t-T) - \frac{a}{d_1} (w_{23} e_{w_{12}} + \hat{w}_{22} e_{w_{23}}) + \frac{2}{r} \sin\left(\frac{w_{13} - \hat{w}_{13}}{2}\right) \bar{S}_1 \tau \\ \ddot{e}_{w_{12}} &= -\lambda_1 \dot{e}_{w_{12}}(t-T) - \lambda_0 e_{w_{12}}(t-T) + \frac{a}{d_1} (w_{23} e_{w_{21}} + \hat{w}_{21} e_{w_{23}}) + \frac{2}{r} \sin\left(\frac{w_{13} - \hat{w}_{13}}{2}\right) \bar{S}_2 \tau \\ \ddot{e}_{w_{13}} &= -\lambda_1 \dot{e}_{w_{13}}(t-T) - \lambda_0 e_{w_{13}}(t-T) \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde \bar{S}_1 y \bar{S}_2 representan la primera y segunda fila de la matriz \bar{S} .

A partir de la consideración de la señal de entradas $\tau(t)$ acotadas; se puede establecer que las velocidades del robot móvil permanecerán también acotadas.

Considere primero la ecuación (3.14), entonces se tiene,

$$\|C(w_{23})w_2 - C(\hat{w}_{23}\hat{w}_2)\| \leq m_1 \|e_w\|. \quad (3.19)$$

A partir de (3.17), considerando que las funciones trigonométricas son acotadas, puede escribirse,

$$\|[B(w_{13}) - B(\hat{w}_{13})]\tau\| \leq m_2 \|e_{w_{13}}\| \leq m_3 \|e_w\|. \quad (3.20)$$

Para establecer la convergencia del observador propuesto, en el caso particular de los pares de entrada acotados, es posible recurrir ahora a un resultado previo reportado en la literatura por [31], el cual puede ser particularizado al caso de interés de este trabajo.

Considere el sistema no lineal

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-T) + f(x(t), t) \quad (3.21)$$

donde $x \in R^n$ es el estado, $A, A_d \in R^{n \times n}$ son matrices reales constantes, T es un tiempo de retardo constante y $f : R^n \times R \rightarrow R^n$ es una función no lineal, tal que,

$$\|f(x, t)\| \leq \beta \|x\| \quad (3.22)$$

Corolario ([31]). Considere el sistema (3.21) y suponga que $A + A_d$ es una matriz Hurwitz. Si se satisface la desigualdad

$$\mu(A + A_d) + T(\|A_d A\| + \|A_d^2\| + \|A_d\|\beta) + \beta < 0 \quad (3.23)$$

entonces el sistema (3.21) es exponencialmente estable.

En el corolario anterior $\mu(A + A_d)$ representa a una medida de la matriz de $A + A_d$ definida de la forma

$$\mu(\chi) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{\|I + \epsilon\chi\| - 1}{\epsilon}.$$

En el caso de considerar la norma Euclidiana, se tiene entonces que,

$$\mu(\chi) = \max_i \left\{ \lambda_i \left(\frac{\chi + \chi^T}{2} \right) \right\}.$$

Nótese que el resultado anterior es fácilmente aplicable al sistema (3.12) al reescribirlo de la forma,

$$\dot{e}_w(t) = A e_w(t) + A_d e_w(t - T) + f(e_w(t), t)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & 0_{n \times n} \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} -\lambda_1 I_{n \times n} & 0_{n \times n} \\ -\lambda_0 I_{n \times n} & 0_{n \times n} \end{bmatrix}$$

$$f = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ -D^{-1}[C(w_{23})w_2 - C(\hat{w}_{23})\hat{w}_2] \\ +D^{-1}[B(w_{13}) - B(\hat{w}_{13})]\tau \end{bmatrix}$$

al considerar las cotas dadas en (3.19) y (3.20).

A pesar de la convergencia mostrada para el error de observación (3.12), el resultado anterior es limitado en el sentido que una posible retroalimentación τ basada en retroalimentación de estados estimados podría inestabilizar al sistema, por lo que a partir de lo anterior no es posible garantizar la estabilidad de un sistema en lazo cerrado controlado a partir de estados estimados.

A continuación se mostrará que en el caso particular del robot móvil omnidireccional, es posible utilizar el predictor-observador dado en (3.12) y asegurar al mismo tiempo la convergencia global del error de observación y la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

3.2. Sistema Controlado por Valores Futuros

Es claro que no se puede establecer el principio de separación en el caso del control del robot móvil omnidireccional. A continuación se muestra el control del robot por medio de los estados predecidos estimados con el fin de resolver el problema estándar de seguimiento de trayectorias.

Considérese la retroalimentación,

$$\tau(t) = [D^{-1}B(w_{13}(t))]^{-1}\{v(t) + D^{-1}C(w_{23}(t))w_2(t)\} \quad (3.24)$$

que en lazo cerrado con el sistema en adelante (3.5) produce

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= w_2 \\ \dot{w}_2 &= v(t). \end{aligned} \quad (3.25)$$

Como la retroalimentación (3.24) no es implementable debido a que $w_1(t) = \xi(t + T)$ y $w_2(t) = \dot{\xi}(t + T)$, se propone la retroalimentación alternativa basada en los estados predecidos,

$$\tau(t) = [D^{-1}B(\hat{w}_{13}(t))]^{-1}\{v(t) + D^{-1}C(\hat{w}_{23}(t))\hat{w}_2(t)\} \quad (3.26)$$

la cual produce en lazo cerrado con el sistema, (3.5), la dinámica,

$$\begin{aligned} \dot{w}_1(t) &= w_2(t) \\ \dot{w}_2(t) &= D^{-1}C(w_{23}(t))w_2(t) + D^{-1}B(w_{13}(t))B^{-1}(\hat{w}_{13}(t))D \times \\ &\quad \times \{v(t) + D^{-1}C(\hat{w}_{23}(t))\hat{w}_2(t)\}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Nótese que,

$$\begin{aligned} B(w_{13}(t))B^{-1}(\hat{w}_{13}(t)) &= D^{-1}B(w_{13}(t))B^{-1}(\hat{w}_{13}(t))D \\ &= I_{3 \times 3} + S(e_{w_{13}}) \end{aligned} \quad (3.28)$$

donde

$$S(e_{w_{13}}) = \begin{bmatrix} -\sin^2(e_{w_{13}}) & -\sin(e_{w_{13}}) & 0 \\ -\sin(e_{w_{13}}) & -\sin^2(e_{w_{13}}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Es fácil ver, que la ecuación (3.27) toma entonces la forma,

$$\begin{aligned}\dot{w}_1(t) &= w_2(t) \\ \dot{w}_2(t) &= v(t) - D^{-1} [C(w_{23}) w_2 - C(\hat{w}_{23}) \hat{w}_2] \\ &\quad + S(e_{w_{13}}) [v(t) + D^{-1} C(\hat{w}_{23}) \hat{w}_2].\end{aligned}\quad (3.29)$$

Defínase ahora la nueva entrada de control $v(t)$ en la forma

$$\begin{aligned}v(t) &= \ddot{w}_{2d} - k_2(w_2 - w_{2d}) - k_1(w_1 - w_{1d}) \\ &= \ddot{w}_{2d} - k_2 e_{w_{2d}} - k_1 e_{w_{1d}}\end{aligned}\quad (3.30)$$

donde $w_d = [w_{1d} \ w_{2d}]^T$ corresponde a las trayectorias predefinidas que se desea que el robot móvil siga.

Considerando (3.30), el sistema (3.29) puede escribirse como,

$$\begin{aligned}\dot{w}_1 &= w_2 \\ \dot{w}_2 &= \dot{w}_{2d} - k_2 e_{w_{2d}} - k_1 e_{w_{1d}} - D^{-1} [C(w_{23}) w_2 - C(\hat{w}_{23}) \hat{w}_2] \\ &\quad + S(e_{w_{13}}) \{v(t) + D^{-1} C(\hat{w}_{23}) \hat{w}_2\}.\end{aligned}\quad (3.31)$$

Definiendo ahora, los errores de seguimiento en la forma,

$$e_{w_d} = [e_{w_{1d}} \ e_{w_{2d}}]^T = [w_1 - w_{1d} \ w_2 - w_{2d}]^T$$

el sistema (3.31) puede expresarse como,

$$\begin{aligned}\dot{e}_{w_{1d}} &= e_{w_{2d}} \\ \dot{e}_{w_{2d}} &= -k_1 e_{w_{1d}} - k_2 e_{w_{2d}} \\ &\quad - D^{-1} [C(w_{23}) w_2 - C(\hat{w}_{23}) \hat{w}_2] + S(e_{w_{13}}) \{v(t) + D^{-1} C(\hat{w}_{23}) \hat{w}_2\}.\end{aligned}\quad (3.32)$$

Por lo tanto, la dinámica del sistema en lazo cerrado controlada mediante estados predecidos está formada por las dinámicas de los errores de predicción y seguimiento dadas por,

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_{w_1}(t) &= e_{w_2}(t) - \lambda_1 e_{w_1}(t - T) \\
 \dot{e}_{w_2}(t) &= -\lambda_0 e_{w_1}(t - T) \\
 &\quad - D^{-1}[C(w_{23}(t))w_2(t) - C(\hat{w}_{23}(t))\hat{w}_2(t)] \\
 &\quad + D^{-1}[B(w_{13}(t)) - B(\hat{w}_{13}(t))]\tau(t) \\
 \dot{e}_{w_{1d}}(t) &= e_{w_{2d}}(t) \\
 \dot{e}_{w_{2d}}(t) &= -k_1 e_{w_{1d}}(t) - k_2 e_{w_{2d}}(t) \\
 &\quad - D^{-1}[C(w_{23}(t))w_2(t) - C(\hat{w}_{23}(t))\hat{w}_2(t)] \\
 &\quad + S(e_{w_{13}(t)})\{\nu(t) + D^{-1}C(\hat{w}_{23}(t))\hat{w}_2(t)\}
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

Considerando los errores previamente definidos,

$$e_w = w - \hat{w} \quad e_{wd} = w - w_d \tag{3.34}$$

se tiene entonces a partir de la ecuación (3.14), que

$$\begin{aligned}
 f_{a_1} &= -D^{-1}[C(w_{23})w_2 - C(\hat{w}_{23})\hat{w}_2] \\
 &= -D^{-1}C_a(w_2, \hat{w}_2)e_{w_2} \\
 &= -D^{-1}C_a(e_{w_2}, e_{w_{2d}}, w_{2d})e_{w_2}
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

es una función de las señales de error y de los valores deseados, donde C_a toma la forma,

$$C_a = a \begin{bmatrix} 0 & e_{w_{23}} - w_{23d} & e_{w_{22d}} - e_{w_{22}} - w_{22d} \\ -e_{w_{23}} + w_{23d} & 0 & -e_{w_{21d}} + e_{w_{21}} + w_{21d} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Tomando en cuenta que la señal de control esta dada por la ecuación (3.26), es fácil ver que,

$$\begin{aligned}
 f_{a_2} &= D^{-1}[B(w_{13}) - B(\hat{w}_{13})]\tau \\
 &= S(e_{w_{13}})\{v + D^{-1}C(\hat{w}_{23})\hat{w}_2\}.
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Considerando $v(t)$ dada en (3.30) y los errores (3.34), se obtiene equivalentemente,

$$\begin{aligned}
 f_{a_2} &= -S(e_{w_{13}})\{\dot{w}_{2d} - k_2 e_{w_{2d}} - k_1 e_{w_{1d}} \\
 &\quad + D^{-1}C(e_{w_{23d}} - e_{w_{23}} - w_{23d})(e_{w_{2d}} - e_{w_2} - w_{2d})\hat{w}_2\}
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

la cual es otra función que depende de las señales de error y de los valores deseados. Considérese ahora el vector de estados extendido,

$$e = [e_{w_1} \quad e_{w_2} \quad e_{w_{1d}} \quad e_{w_{2d}}]^T \quad (3.38)$$

y defínase la función,

$$f_a = f_{a_1}(e_w, e_{w_d}, w_d) + f_{a_2}(e_w, e_{w_d}, w_d). \quad (3.39)$$

Es posible entonces escribir el sistema (3.33) en la forma,

$$\dot{e}(t) = A_1 e(t) + A_2 e(t - T) + f_a(e, w_d) \quad (3.40)$$

con

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & I_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{3 \times 3} \\ 0 & 0 & -k_1 I_{3 \times 3} & -k_2 I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad f_e = \begin{bmatrix} 0 \\ f_a \\ 0 \\ f_a \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\lambda_1 I_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 \\ -\lambda_2 I_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

donde $A_1, A_2 \in R^{12 \times 12}$ y 0 representa bloques con entradas cero de dimensión adecuada.

Considerando que los valores deseados w_d están acotados por diseño y considerando f_{a_1}, f_{a_2} dadas respectivamente en (3.35) y (3.37) es posible entonces encontrar cotas de la forma,

$$\|f_{a_1}(e_w, e_{w_d}, w_d)\| \leq m_4 \|e\|$$

$$\|f_{a_2}(e_w, e_{w_d}, w_d)\| \leq m_5 \|e\|$$

con lo cual se obtiene,

$$\|f_a(e_w, e_{w_d}, w_d)\| \leq m_6 \|e\|. \quad (3.42)$$

Considérese ahora la representación del sistema en lazo cerrado dado en la ecuación (3.40) - (3.41). Nótese ahora que la matriz $A_1 + A_2$ toma la forma

$$A_1 + A_2 = \begin{bmatrix} -\lambda_1 I_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ -\lambda_2 I_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{3 \times 3} \\ 0 & 0 & -k_1 I_{3 \times 3} & -k_2 I_{3 \times 3} \end{bmatrix}.$$

Por lo tanto, la elección adecuada de los parámetros de diseño k_1 , k_2 , λ_1 , λ_2 permite colocar los valores propios de $A_1 + A_2$ en el lado izquierdo del plano complejo.

Entonces, la consideración de la cota dada en (3.42) permite la aplicación directa del Corolario 2, con lo cual se asegura la convergencia de los errores de predicción y seguimiento.

3.3. Resultados en simulación numérica: caso dinámico

La Figura 3.2 muestra un diagrama a bloques sencillo para la realización del esquema predictor-observador utilizando el modelo dinámico del robot móvil omnidireccional.

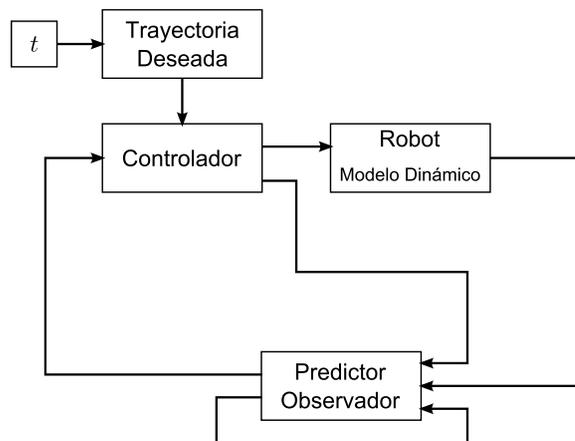


Figura 3.2: Diagrama de Simulación en Matlab Simulink.

Los experimentos en simulación numérica fueron implementados en Matlab®Simulink tomando como base los desarrollos obtenidos con anterioridad. Para el desarrollo de estos experimentos se requieren las condiciones iniciales para los estados del modelo del robot y del observador-predictor, las ganancias para las señales de control, las ganancias para el predictor-observador, el tiempo de retardo y el tiempo de ejecución, estos datos se muestran en la Tabla 3.1.

La trayectoria a seguir es una flor de tres pétalos como la mostrada en la Figura 3.3 cuyas ecuaciones se muestran a continuación,

$$\begin{aligned}
 w_{11d} &= A \cos(3Bt) \cos(Bt) \\
 w_{12d} &= A \cos(3Bt) \sin(Bt) \\
 w_{13d} &= -0.4t
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

donde $A = 1.5$, $B = \frac{\pi}{60}$ y t es el tiempo de simulación.

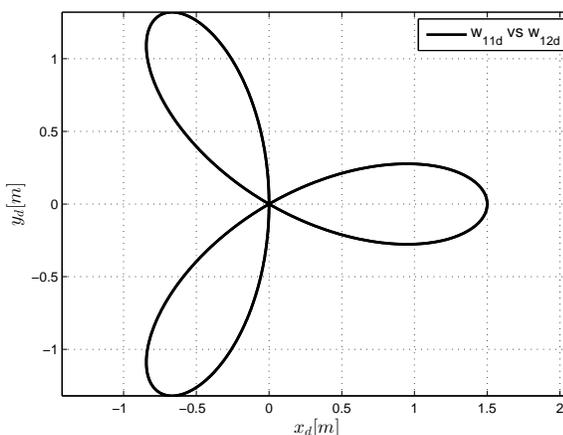


Figura 3.3: Trayectoria deseada.

$\xi_{11}(0)$	$\xi_{12}(0)$	$\xi_{13}(0)$	$w_{11}(0)$	$w_{12}(0)$	$w_{13}(0)$	λ_0	λ_1	k_p	k_d	T	t
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	4	4	0.25	1.0	0.1s	60s

Tabla 3.1: Parámetros para simulación 1.

La Figura 3.4 muestra los resultados obtenidos en el seguimiento de trayectoria en el plano $X - Y$.

Los errores de seguimiento se observan en la Figura 3.5. En la Figura 3.5(a) se presenta el error de seguimiento de posición, los errores para los tres estados tienden a cero; en este caso el error es el obtenido por la operación $w_1 - w_{1d}$. De igual manera en la Figura 3.5(b) se muestra la convergencia a cero de los errores de velocidad e_{w2} .

Otras de las señales de importancia son los errores de observación definidos por $\xi_1 - w_{1r}$. Debido a que el observador w está adelantado T unidades de tiempo es necesario retrasarlo para poder compararlo con los estados obtenidos por el robot. En la Figura 3.6 se aprecia cómo los errores de observación, tanto en posición como en velocidad, para los tres estados tienden a cero.

La convergencia de los estados a los estados deseados es rápida y con ello se genera un error cercano al cero. Por otro lado, la Figura 3.7 muestra las señales de control obtenidas, todas ellas dentro de los parámetros propios del robot móvil. También

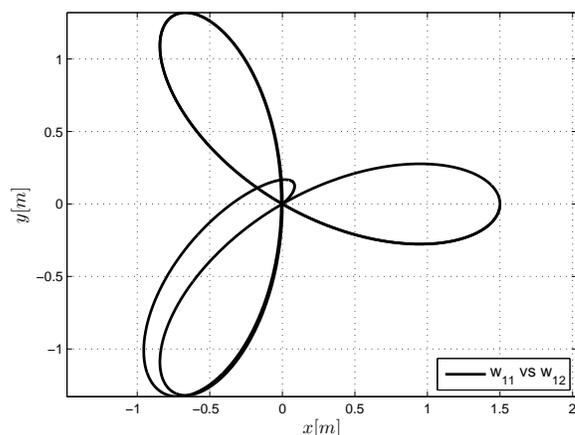
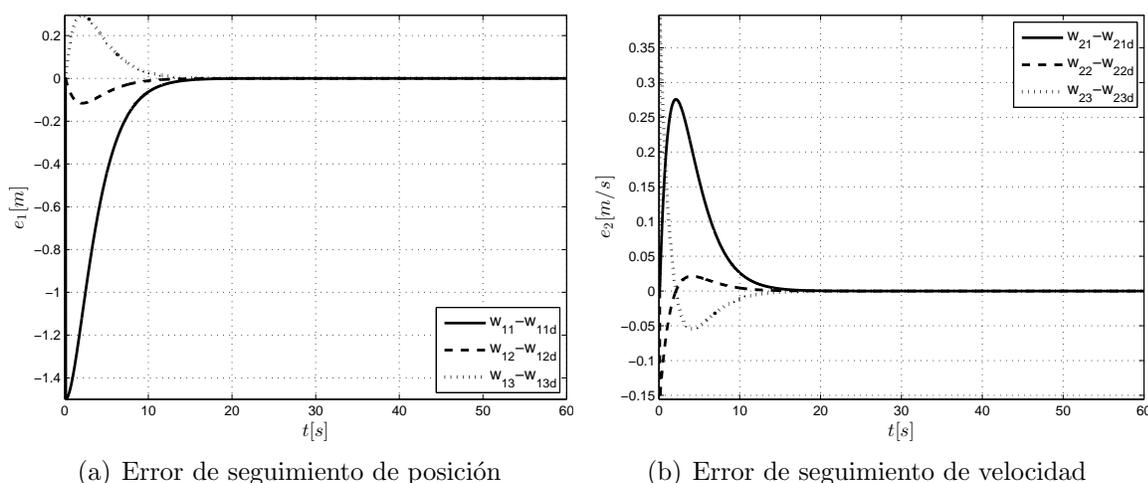


Figura 3.4: Trayectoria obtenida de los estados del sistema para $T = 0.1s$.



(a) Error de seguimiento de posición

(b) Error de seguimiento de velocidad

Figura 3.5: Errores de seguimiento e_1 para el sistema con $T = 0.1s$.

se observan cambios considerables al principio de la simulación, éstos debido a las condiciones iniciales alejadas del inicio de la trayectoria.

El siguiente experimento es para evaluar el comportamiento del sistema en lazo cerrado ante un retardo mayor. Manteniendo las mismas condiciones iniciales dadas en la Tabla 3.1 se considera ahora $T = 0.35s$.

El valor de retardo deseado es ligeramente superior al valor de retardo máximo que soportan la elección de los valores para λ_0 y λ_1 . En la Figura 3.8 se aprecia cómo diverge conforme el tiempo aumenta, pasados 40s, el objetivo se pierde y el observador-predictor no es capaz de seguir la trayectoria.

En la Figura 3.9 se presentan los errores de observación, tanto en posición como en velocidad. Es fácil ver que ambos errores se inestabilizan.

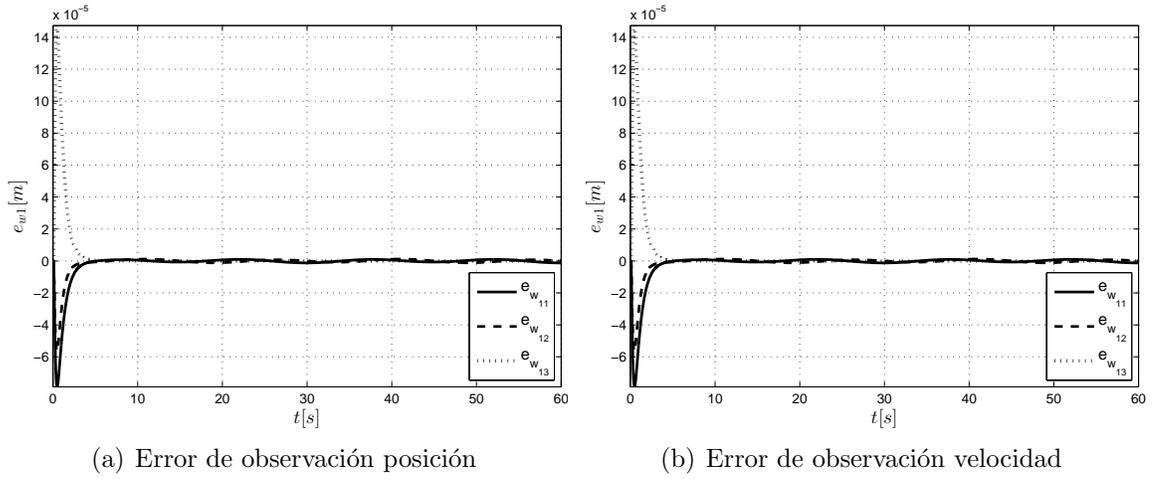


Figura 3.6: Errores de observación e_w para el sistema con $T = 0.1s$.

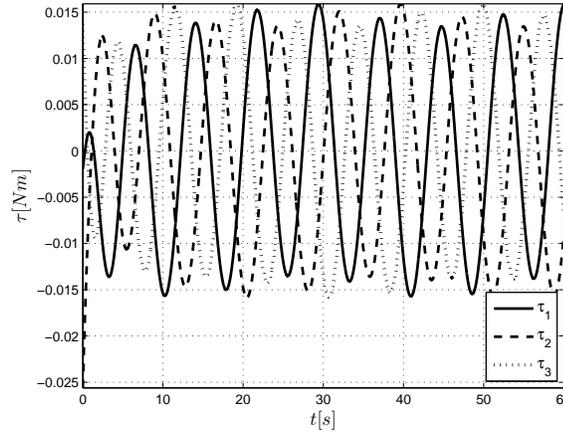


Figura 3.7: Señales de control para el sistema con $T = 0.1s$.

Los errores de seguimiento de trayectoria se muestran en la Figura 3.10, los cuales también son inestables.

En la Figura 3.11 se tiene el comportamiento de las señales de control para el robot móvil.

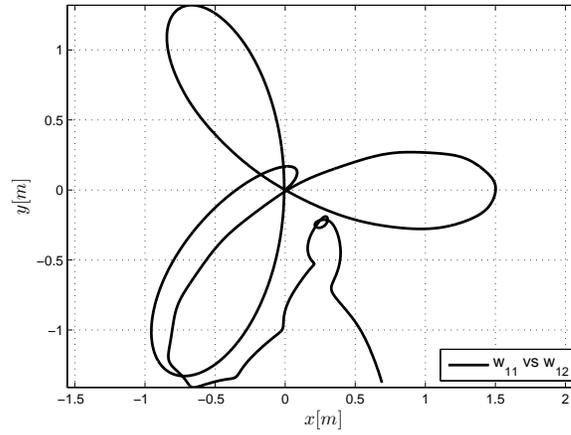
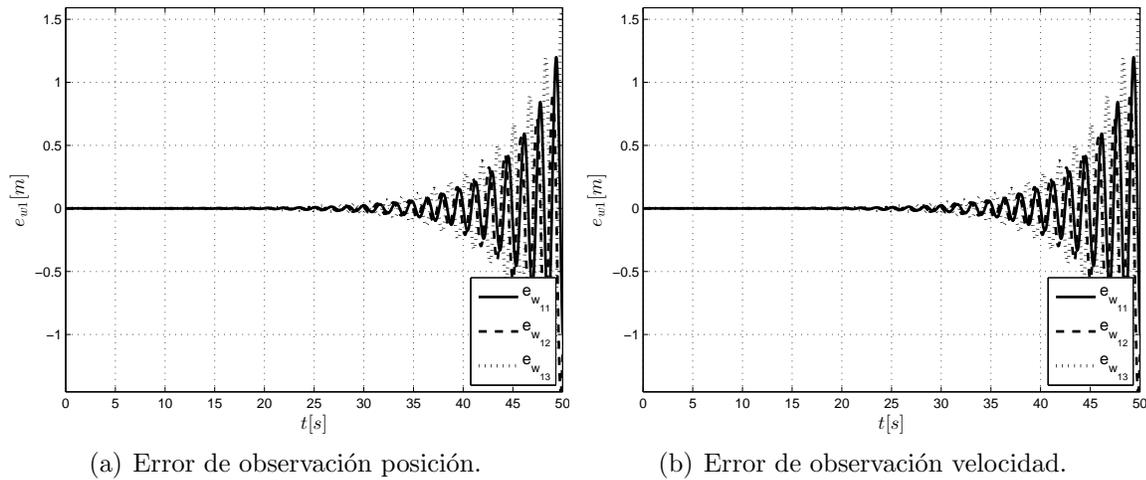


Figura 3.8: Trayectoria obtenida para el sistema con $T = 0.35s$.



(a) Error de observación posición.

(b) Error de observación velocidad.

Figura 3.9: Errores de observación e_w para el sistema con $T = 0.35s$.

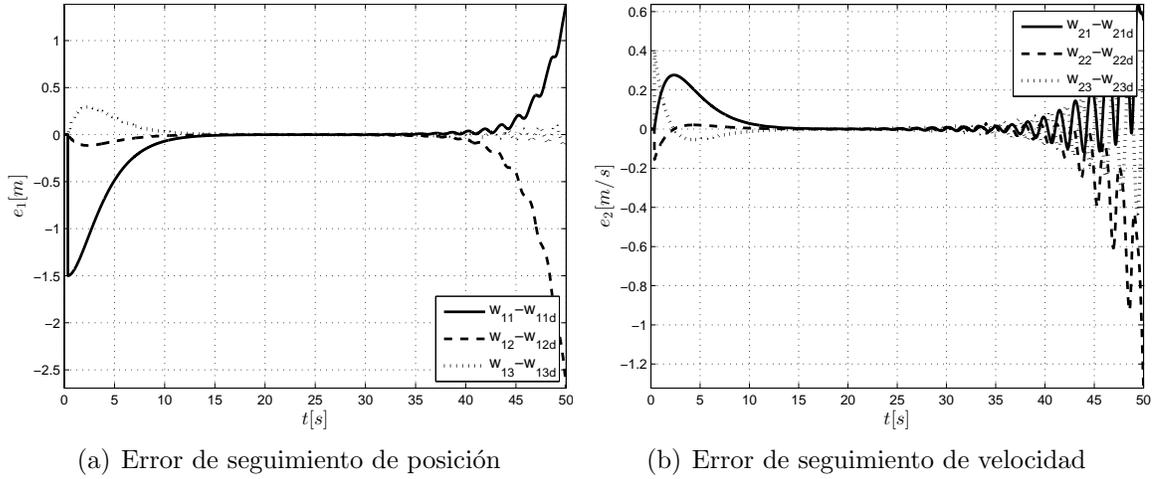


Figura 3.10: Errores de seguimiento e_1 para el sistema con $T = 0.35s$.

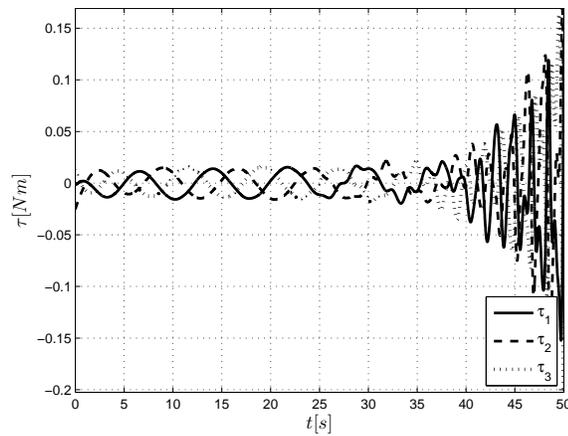


Figura 3.11: Señales de control para el sistema con $T = 0.35s$.

Capítulo 4

Esquema Predictor-Observador: Caso Cinemático

4.1. Estrategia de Predicción considerando el Modelo Cinemático del robot móvil omnidireccional

Considérese el modelo cinemático del robot móvil (2.6) y el cambio de variable,

$$w(t) = \xi(t + T). \quad (4.1)$$

Entonces, es posible obtener,

$$\begin{aligned} \dot{w}(t) &= \dot{\xi}(t + T) \\ &= r[J_1 R(w_\phi(t))]^{-1} \dot{\theta}(t) \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde $w(t - T) = [w_x(t) \quad w_y(t) \quad w_\phi(t)]^T$.

De lo anterior es importante notar que el sistema (4.2) es un sistema adelantado libre de retardo con respecto a la dinámica del sistema original (2.6).

Siguiendo el procedimiento anterior mostrado en el caso dinámicos del Capítulo anterior, para el sistema (4.2) se propone el Predictor-Observador denotado por,

$$\dot{w}(t) = r[J_1 R(\hat{w}_\phi)]^{-1} \dot{\theta}(t) + \lambda e_w(t - T). \quad (4.3)$$

Observación. Nótese que $e_w(t-T) = w(t-T) - \hat{w}(t-T)$ puede escribirse en función de los estados originales como $e_w(t-T) = x(t) - \hat{x}(t)$ lo que produce un observador (4.3) realizable.

4.1.1. Análisis del error de observación

Considere el error de predicción-observación

$$e_w(t) = w(t) - \hat{w}(t) \quad (4.4)$$

su solución con respecto al tiempo puede obtenerse al considerar

$$\begin{aligned} \dot{e}_w(t) &= \dot{w}(t) - \dot{\hat{w}}(t) = r[J_1 R(w_\phi(t))]^{-1} \dot{\theta}(t) - \\ &\quad r[J_1 R(\hat{w}_\phi(t))]^{-1} \dot{\theta}(t) + \lambda e_w(t-T) \\ &= r[R^T(w_\phi(t))J_1^{-1} - R^T(\hat{w}_\phi(t))J_1^{-1}] \dot{\theta}(t) + \lambda e_w(t-T) \\ &= r[R^T(w_\phi(t)) - R^T(\hat{w}_\phi(t))]J_1^{-1} \dot{\theta}(t) + \lambda e_w(t-T) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Esto es

$$\dot{e}_w(t) = \lambda e_w(t-T) + r[R^T(w_\phi(t)) - R^T(\hat{w}_\phi(t))]J_1^{-1} \dot{\theta}(t) \quad (4.6)$$

Nótese ahora que,

$$\begin{aligned} R^T(w_\phi(t)) - R^T(\hat{w}_\phi(t)) &= \begin{bmatrix} \cos(w_\phi) - \cos(\hat{w}_\phi) & -(\sin(w_\phi) - \sin(\hat{w}_\phi)) & 0 \\ \sin(w_\phi) - \sin(\hat{w}_\phi) & \cos(w_\phi) - \cos(\hat{w}_\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -2 \sin\left(\frac{w_\phi + \hat{w}_\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{w_\phi - \hat{w}_\phi}{2}\right) & -2 \cos\left(\frac{w_\phi + \hat{w}_\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{w_\phi - \hat{w}_\phi}{2}\right) & 0 \\ 2 \cos\left(\frac{w_\phi + \hat{w}_\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{w_\phi - \hat{w}_\phi}{2}\right) & -2 \sin\left(\frac{w_\phi + \hat{w}_\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{w_\phi - \hat{w}_\phi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.7)$$

de lo anterior,

$$R^T(w_\phi(t)) - R^T(\hat{w}_\phi(t)) = -2 \sin\left(\frac{w_\phi - \hat{w}_\phi}{2}\right) \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{w_\phi + \hat{w}_\phi}{2}\right) & \cos\left(\frac{w_\phi + \hat{w}_\phi}{2}\right) & 0 \\ -\cos\left(\frac{w_\phi + \hat{w}_\phi}{2}\right) & \sin\left(\frac{w_\phi + \hat{w}_\phi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Como $w(t) = e_w(t) + \hat{w}(t)$ se tiene que,

$$\frac{w_\phi(t) + \hat{w}_\phi(t)}{2} = \frac{e_{w_\phi}(t) + \hat{w}_\phi(t) + \hat{w}_\phi(t)}{2} = \frac{e_{w_\phi}(t)}{2} + \hat{w}_\phi(t)$$

por lo que,

$$\begin{aligned} R^T(w_\phi(t)) - R^T(\hat{w}_\phi(t)) &= -2 \sin\left(\frac{e_{w_\phi}(t)}{2}\right) \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{e_{w_\phi}(t)}{2} + \hat{w}_\phi(t)\right) & \cos\left(\frac{e_{w_\phi}(t)}{2} + \hat{w}_\phi(t)\right) & 0 \\ -\cos\left(\frac{e_{w_\phi}(t)}{2} + \hat{w}_\phi(t)\right) & \sin\left(\frac{e_{w_\phi}(t)}{2} + \hat{w}_\phi(t)\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= -2 \sin\left(\frac{e_{w_\phi}(t)}{2}\right) F(e_{w_\phi}, \hat{w}_\phi). \end{aligned} \tag{4.8}$$

A partir de los desarrollos anteriores, la ecuación (4.6) puede escribirse en la forma,

$$\dot{e}_w(t) = \lambda e_w(t - T) + 2r \sin\left(\frac{e_{w_\phi}(t)}{2}\right) F(e_{w_\phi}, \hat{w}_\phi) J_1^{-1} \dot{\theta}.$$

4.2. Problema de Seguimiento de Trayectoria: Caso Cinemático

Considere el modelo cinemático retardado del robot omnidireccional dado en (2.6),

$$\dot{\xi}(t) = r[J_1 R(\phi(t))]^{-1} \dot{\theta}(t - T). \tag{4.9}$$

Una retroalimentación que resuelve el problema de seguimiento de trayectorias puede elegirse como,

$$\dot{\theta}(t - T) = \frac{1}{r} [J_1 R(\phi(t))] \{ \dot{\xi}_d(t) - k e(t) \} \tag{4.10}$$

donde $\xi(t) = [x_d(t), y_d(t), \phi_d(t)^T]$ representan los estados deseados y $e(t) = [x(t) - x_d(t), y(t) - y_d(t), \phi(t) - \phi_d(t)]^T = [e_x(t), e_y(t), e_\phi(t)]^T$ representa los errores de seguimiento con respecto a la trayectoria deseada y k representa la ganancia proporcional del controlador.

La consideración de la retroalimentación no causal (4.10) produce el sistema en lazo cerrado,

$$\dot{e}(t) = -ke(t) \quad (4.11)$$

Ahora, nótese que la retroalimentación (4.10) es equivalente a,

$$\dot{\theta}(t) = \frac{1}{r}[J_1 R(\phi(t+T))]\{\dot{\xi}_d(t+T) - ke(t+T)\} \quad (4.12)$$

que puede implementarse mediante la utilización de estados estimados en la forma,

$$\dot{\theta}(t) = \frac{1}{r}[J_1 R(\phi(t+T))]\{\dot{\xi}_d(t+T) - ke(t, t+T)\} \quad (4.13)$$

donde $e(t, t+T) = [\hat{w}_x(t) - x_d(t+T) \quad \hat{w}_y(t) - y_d(t+T) \quad \hat{w}_\phi(t) - \phi_d(t+T)]^T$

Equivalentemente,

$$\dot{\theta}(t) = \frac{1}{r}[J_1 R(\hat{w}_\phi(t))]\{\dot{w}_d(t) - k(\hat{w}(t) - w_d(t))\} \quad (4.14)$$

El sistema en lazo cerrado (2.6) y (4.13) produce,

$$\dot{\xi}(t) = r[J_1 R(\phi(t))]^{-1} \frac{1}{r}[J_1 R(\hat{\phi}(t))]\{\dot{\xi}_d(t) - ke(t-T, t)\} \quad (4.15)$$

donde $e(t, t-T) = [\hat{w}_x(t-T) - x_d(t) \quad \hat{w}_y(t-T) - y_d(t) \quad \hat{w}_\phi(t-T) - \phi_d(t)]^T$.

La ecuación (4.15) es equivalente a

$$\dot{\xi}(t) = R(\phi(t))R(\hat{\phi}(t))\{\dot{\xi}_d(t) - ke(t-T, t)\}. \quad (4.16)$$

Por otra parte, es posible ver que,

$$\begin{aligned}
 R^T(\phi)R^T(\hat{\phi}) &= \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\hat{\phi}) & \sin(\hat{\phi}) & 0 \\ -\sin(\hat{\phi}) & \cos(\hat{\phi}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos(\phi - \hat{\phi}) & -\sin(\phi - \hat{\phi}) & 0 \\ \sin(\phi - \hat{\phi}) & \cos(\phi - \hat{\phi}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2\sin^2\left(\frac{e_\phi}{2}\right) & -\sin(e_\phi) & 0 \\ -\sin(e_\phi) & -2\sin^2\left(\frac{e_\phi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= I + E(e_\phi).
 \end{aligned}$$

Entonces, el sistema (4.16) se puede reescribir de la forma,

$$\dot{\xi}(t) = \dot{\xi}_d(t) - ke(t - T, t) + E(e_\phi)\{\dot{\xi}(t) - ke(t - T, t)\}. \quad (4.17)$$

El problema de seguimiento de trayectoria se analiza al considerar el sistema en lazo cerrado (2.6) y (4.13) o equivalentemente el lazo cerrado (4.2) y (4.14), obteniéndose alternativamente,

$$\dot{w}(t) = R^T(w_\phi(t))R(\hat{w}_\phi(t))\{\dot{w}_d(t) - k(\hat{w}(t) - w_d(t))\}. \quad (4.18)$$

Como $R^T(w_\phi(t))R(\hat{w}_\phi(t)) = I + E(w_\phi(t) - \hat{w}_\phi(t)) = I + E(e_{w_\phi}(t))$ y como $\hat{w}(t) - w_d(t) = w(t) - e_w(t) - w_d(t) = e(t) - e_w(t)$ se obtiene entonces,

$$\begin{aligned}
 \dot{w}(t) &= [I + E(e_{w_\phi}(t))]\{\dot{w}_d(t) - ke(t) + ke_w(t)\} \\
 &= \dot{w}_d(t) + ke_w(t) - ke(t) + E(e_{w_\phi}(t))\{\dot{w}_d(t) + ke_w(t) - ke(t)\}.
 \end{aligned}$$

Produciéndose entonces la dinámica del error de seguimiento $e(t)$ en la forma,

$$\dot{e}(t) = ke_w(t) - ke(t) + E(e_{w_\phi}(t))\{\dot{w}_d(t) + ke_w(t) - ke(t)\}. \quad (4.19)$$

La dinámica completa del sistema toma entonces la forma,

$$\begin{aligned}
 \dot{e}(t) &= ke_w(t) - ke(t) + E(e_{w_\phi}(t))\{\dot{w}_d(t) + ke_w(t) - ke(t)\} \\
 \dot{e}_w(t) &= \lambda e_w(t - T) + 2r \sin\left(\frac{e_{w_\phi}}{2}\right) F(e_{w_\phi}, \hat{w}_\phi) J_1^{-1} \dot{\theta}.
 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Nótese también que, como

$$\dot{e}_w(t) = \lambda e_w(t - T) + r[R^T(w_\phi) - R^T(\hat{w}_\phi)]J_1^{-1}\dot{\theta}$$

con

$$\dot{\theta}(t) = \frac{1}{r}[J_1 R(\hat{w}_\phi(t))]\{\dot{w}_d(t) - ke(t) + ke_w(t)\}$$

se obtiene alternativamente,

$$\begin{aligned} \dot{e}_w(t) &= \lambda e_w(t - T) + [R^T(w_\phi) - R^T(\hat{w}_\phi)]R(\hat{w}_\phi(t))\{\dot{w}_d(t) - ke(t) + ke_w(t)\} \\ &= \lambda e_w(t - T) + R^T(w_\phi)R(\hat{w}_\phi(t))\{*\} - R^T(\hat{w}_\phi)R(\hat{w}_\phi(t))\{*\} \\ &= \lambda e_w(t - T) + [I + E(e_w(t))]\{\dot{w}_d(t) - ke(t) + ke_w(t)\} - I\{\dot{w}_d(t) - ke(t) + ke_w(t)\} \\ &= \lambda e_w(t - T) + E(e_w(t))\{\dot{w}_d(t) - ke(t) + ke_w(t)\}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Por lo tanto, la ecuación (4.20) toma la forma,

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= ke_w(t) - ke(t) + E(e_{w_\phi}(t))\{\dot{w}_d(t) + ke_w(t) - ke(t)\} \\ \dot{e}_w(t) &= \lambda e_w(t - T) + E(e_{w_\phi}(t))\{\dot{w}_d(t) - ke(t) + ke_w(t)\} \end{aligned} \quad (4.22)$$

que puede reescribirse como,

$$\dot{e}(t) = Ae(t) + A_d e(t - T) + \Gamma(t) \quad (4.23)$$

donde,

$$A = \begin{bmatrix} -kI & kI \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda I \end{bmatrix}, \quad \Gamma(t) = \begin{bmatrix} \gamma(t) \\ \gamma(t) \end{bmatrix} = \gamma(t) \begin{bmatrix} I_3 \\ I_3 \end{bmatrix}.$$

Por otra parte, nótese que,

$$\|\Gamma(t)\| \leq \|\gamma(t)\| \left\| \begin{bmatrix} I_3 \\ I_3 \end{bmatrix} \right\| \leq \sqrt{2}\|\gamma(t)\|$$

donde,

$$\begin{aligned}
 \gamma(t) &= E(e_{w_\phi}(t)) \{ \dot{w}_d(t) - ke(t) + ke_w(t) \} \\
 &= E(e_{w_\phi}(t)) \left\{ \dot{w}_d(t) - \begin{bmatrix} kI_3 & -kI_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ e_w(t) \end{bmatrix} \right\} \\
 &= E(e_{w_\phi}(t)) \dot{w}_d(t) - kE(e_{w_\phi}(t)) \begin{bmatrix} I_3 & -I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ e_w(t) \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Entonces,

$$\|\gamma(t)\| \leq \|E(e_{w_\phi}(t))\| \|\dot{w}_d(t)\| + k \|E(e_{w_\phi}(t))\| \left\| \begin{bmatrix} I_3 & -I_3 \end{bmatrix} \right\| \left\| \begin{bmatrix} e(t) \\ e_w(t) \end{bmatrix} \right\|.$$

Es fácil ver que,

$$\left\| \begin{bmatrix} I_3 & -I_3 \end{bmatrix} \right\| = \sqrt{2}.$$

Tomando en cuenta que,

$$\|E(e_{w_\phi}(t))\| = \sqrt{\lambda_{max}(E^T E)}$$

y dado que,

$$E^T E = \begin{bmatrix} 4 \sin^4 \left(\frac{e_{w_\phi}}{2} \right) + \sin^2(e_{w_\phi}) & 0 & 0 \\ 0 & 4 \sin^4 \left(\frac{e_{w_\phi}}{2} \right) + \sin^2(e_{w_\phi}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

entonces,

$$\lambda_{max}(E^T E) = 4 \sin^4 \left(\frac{e_{w_\phi}}{2} \right) + \sin^2(e_{w_\phi}).$$

Nótese además que,

$$\begin{aligned}
 \lambda_{max}(E^T E) &= \left(2 \sin^2 \left(\frac{e_{w_\phi}}{2}\right)\right) \left(2 \sin^2 \left(\frac{e_{w_\phi}}{2}\right)\right) + \sin^2(e_{w_\phi}) \\
 &= (1 - \cos(e_{w_\phi}))(1 - \cos(e_{w_\phi})) + \sin^2(e_{w_\phi}) \\
 &= 1 - 2 \cos(e_{w_\phi}) + \cos^2(e_{w_\phi}) + \sin^2(e_{w_\phi}) \\
 &= 2 - 2 \cos(e_{w_\phi}) \\
 &= 2(1 - \cos(e_{w_\phi})) \\
 &= 2 \left(2 \sin^2 \left(\frac{e_{w_\phi}}{2}\right)\right) \\
 &= 4 \sin^2 \left(\frac{e_{w_\phi}}{2}\right).
 \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\sqrt{\lambda_{max}(E^T E)} = 2 \sin \left(\frac{e_{w_\phi}}{2}\right).$$

Considerando de manera natural que \dot{w}_d es acotada, esto es $\|\dot{w}_d\| \leq k_1$, se obtiene entonces,

$$\|\gamma(t)\| \leq 2 \left\| \sin \left(\frac{e_{w_\phi}}{2}\right) \right\| k_1 + 2\sqrt{2}k \left\| \sin \left(\frac{e_{w_\phi}}{2}\right) \right\| + \left\| \begin{bmatrix} e(t) \\ e_w(t) \end{bmatrix} \right\|.$$

Por otra parte, como,

$$\left\| \sin \left(\frac{e_{w_\phi}}{2}\right) \right\| \leq \left\| \frac{e_{w_\phi}}{2} \right\|, \left\| \sin \left(\frac{e_{w_\phi}}{2}\right) \right\| \leq 1$$

el término de perturbación $\gamma(t)$ puede acotarse como,

$$\|\gamma(t)\| \leq 2k_1 \left\| \frac{e_{w_\phi}}{2} \right\| + 2\sqrt{2}k \left\| \begin{bmatrix} e(t) \\ e_w(t) \end{bmatrix} \right\| \leq (k_1 + 2\sqrt{2}k) \left\| \begin{bmatrix} e(t) \\ e_w(t) \end{bmatrix} \right\|.$$

Finalmente la estabilidad del sistema (4.23) puede establecerse al considerar el Corolario 2 [31] al notar que $A + A_d$ es una matriz Hurwitz y que dado que $\gamma(t)$ es acotado es posible satisfacer la desigualdad,

$$\mu(A + A_d) + T(\|A_d A\| + \|A_d^2\| + \|A_d\|\beta) + \beta < 0.$$

4.3. Resultados en simulación numérica: caso cinemático

La evaluación numérica del sistema del robot móvil omnidireccional sujeto a retardos a la entrada, para el caso cinemático se realiza utilizando la herramienta de Matlab®Simulink.

La Figura 4.1 muestra un diagrama completo para este sistema.

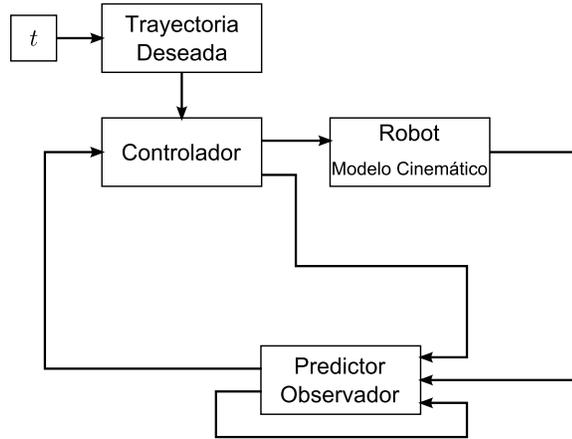


Figura 4.1: Diagrama de bloques para la propuesta de control.

Los experimentos numéricos se realizan para evaluar la eficacia del control basado en la utilización del esquema predictor-observador considerando un robot móvil omnidireccional.

Los parámetros considerados para el modelo cinemático (2.4) se muestran en la Tabla 4.1 y están basados en el prototipo de laboratorio descrito en el Capítulo 5.

δ	=	30°	
r	=	$0.0349 m$	Radio de las ruedas
L	=	$0.15764m$	Distancia del centro de masa del robot móvil a las ruedas
T	=	$0.8 s$	Tiempo de Retardo

Tabla 4.1: Parámetros del robot móvil.

Se considera una trayectoria deseada $w_d(t) = [w_{11d} \ w_{12d} \ w_{13d}]^T$ descrita por una Lemniscata, cuyas ecuaciones están dadas por,

$$w_d(t) = \begin{bmatrix} A \cos(Bt) \\ A \sin(2Bt) \\ 0.5t \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

donde $A = 1.5$, $B = 2\pi/90$ y t el tiempo del sistema. Su representación en el plano inercial $\{X - Y\}$ se muestra en la Figura 4.2.

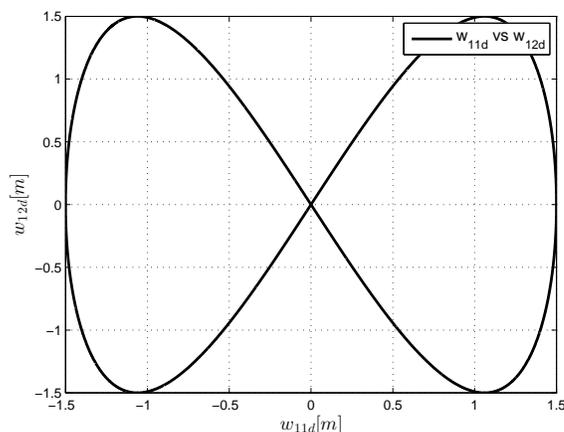


Figura 4.2: Trayectoria deseada.

Se consideran además los parámetros de simulación mostrados en la Tabla 4.2.

$\xi_{11}(0)$	$\xi_{12}(0)$	$\xi_{13}(0)$	λ	k_p	Retardo (T)	Tiempo
0.0	0.0	0.0	1.0	0.5	0.8	90s

Tabla 4.2: Parámetros para simulación 1.

La Figura 4.3(a) muestra la evolución en el marco de referencia inercial $X - Y$ del robot.

La Figura 4.3(b) muestra la convergencia de los errores de observación, los cuales convergen a cero según lo esperado. Los errores de seguimiento se muestran en la Figura 4.4(a) donde también se observa su convergencia a cero. Finalmente, la Figura 4.4(b) muestra la evolución temporal de la señales de control resultantes.

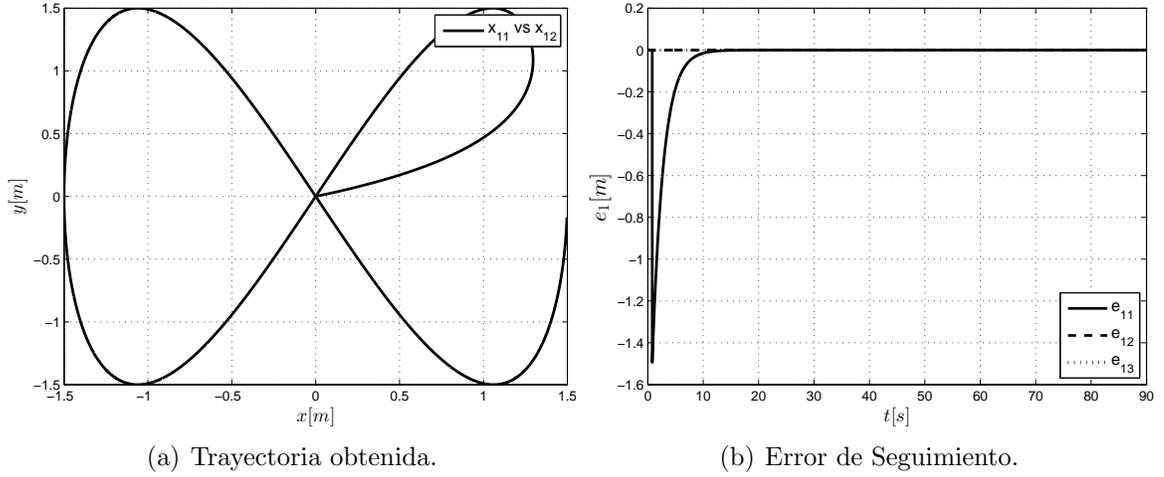


Figura 4.3: Resultados de simulación con $T = 0.80s$.

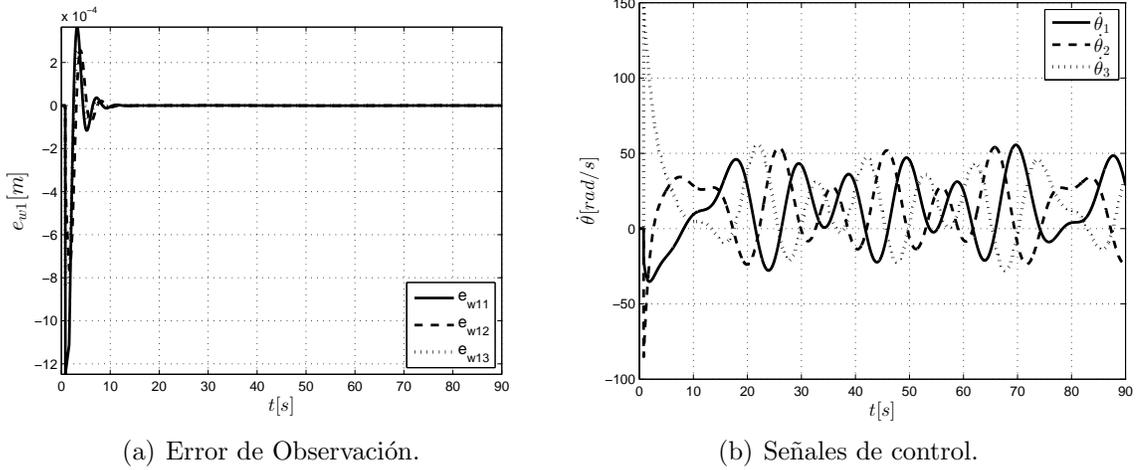


Figura 4.4: Resultados de simulación con $T = 0.80s$.

Capítulo 5

Plataforma Experimental

El presente capítulo describe de forma general el diseño, construcción e implementación de la plataforma experimental utilizada. Se toma en cuenta la parte de instrumentación mecánica y electrónica así como el trabajo realizado en la PC con el objetivo de que el robot reciba, traduzca y ejecute información necesaria para realizar las tareas de acuerdo a los objetivos de este trabajo de tesis.

5.1. Descripción de la plataforma experimental

Es importante tener claro qué es lo que se busca obtener con los experimentos a realizar debido a que de ello depende el tipo de plataforma a utilizar. Para el caso del presente trabajo, el objetivo a seguir es tener una plataforma que permita la implementación de técnicas de control para el seguimiento de trayectorias y corroborar los resultados obtenidos en simulaciones. Como parte de la plataforma experimental se requiere un sistema de localización, un robot móvil que posea las características de un vehículo omnidireccional y un dispositivo remoto con el cual se pueda manipular externamente al robot móvil. La Figura 5.1 muestra la propuesta a bloques de los componentes principales de la plataforma experimental.

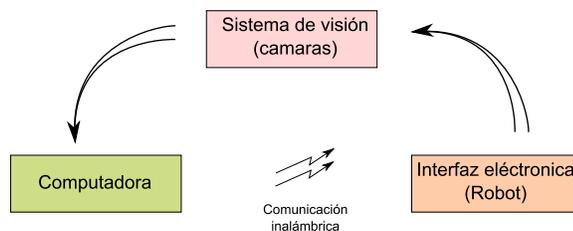


Figura 5.1: Diagrama a bloques de la plataforma experimental.

Una computadora personal es la encargada de dos de las tareas importantes: por un lado se encarga de obtener la información de posicionamiento del móvil en tiempo real y por otro lado genera y envía la ley de control al robot móvil vía inalámbrica utilizando algún protocolo de comunicación conocido.

Otro elemento importante es el robot móvil omnidireccional, éste vehículo consta de tres ruedas por lo que se hacen necesarios tres etapas de potencia para proporcionar el voltaje y corriente necesarios para controlar cada uno de los actuadores. Además se requiere un modulo de comunicación inalámbrica WIFI para recibir las instrucciones desde la computadora y una placa de control que traduzca la información recibida por el modulo inalámbrico y proporcione los voltajes diferenciales que requieren los servo-amplificadores para su funcionamiento.

Para realizar su tarea, la placa de control deberá incluir un dispositivo microcontrolador, una interfaz digital-analógico para el uso de la etapa de potencia, el modulo inalámbrico y todos los elementos requeridos para el correcto funcionamiento de los dispositivos mencionados.

Para el sistema de localización se cuenta con un sistema de cámaras que proporcionan la posición del móvil en el espacio tridimensional, del cual únicamente se utilizará la posición en el plano. Estas cámaras están conectadas a la PC via USB y proporcionan la información de posición utilizando software especializado.

5.2. Robot Móvil Omnidireccional

La Figura 5.2 muestra el diseño final para el robot móvil omnidireccional. A continuación se detalla el diseño y construcción de cada uno de sus componentes.

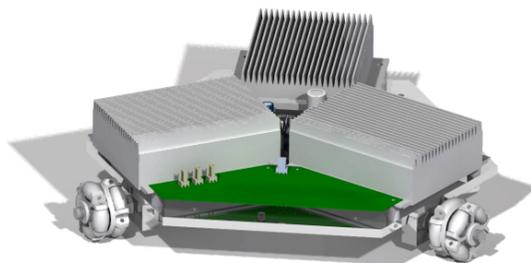


Figura 5.2: Diseño del robot móvil omnidireccional.

5.2.1. Estructura mecánica

Para el desarrollo del presente trabajo se diseña un robot móvil de tres ruedas omnidireccional utilizando la configuración mostrada en la Figura 2.1.

Dentro de las restricciones de diseño se busca que el móvil sea del menor tamaño posible y que incorpore todos los elementos para su correcto funcionamiento. Con esto en mente, y conociendo parte de los elementos que componen al móvil se realizan bosquejos en papel acerca de las dimensiones y la distribución de los elementos. La base fue un hexágono irregular sobre el cual se puede colocar perfectamente cada uno de los elementos del móvil, tomando en cuenta actuadores, etapas de potencia, ruedas, elementos electrónicos y pilas.

Se hizo necesario el uso de herramientas especializadas para el diseño mecánico del robot, para esta tarea existe el paquete computacional DS Catia, el cual nos permite realizar el diseño tridimensional de piezas individuales para posteriormente unirlos en un único ensamble.

Para la forma de la base que conforma la estructura mecánica se consideró inicialmente un círculo como base pero finalmente se optó por utilizar un hexágono como se muestra en la Figura 5.3. El hexágono considerado se maquinó en placa de policarbonato de $8mm$ de espesor.

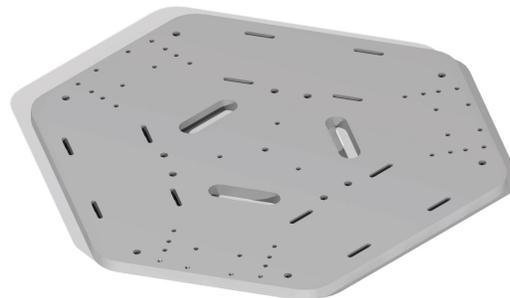


Figura 5.3: Base del robot móvil omnidireccional

También se realizó el diseño y construcción de los siguientes elementos:

- Soportes para los motores. Éstos fueron tres elementos iguales con forma rectangular de tal manera que el motor acoplara perfectamente sobre estos soportes y que a su vez éste acoplara con la base del robot. Este elemento se construyó de aluminio debido al mejor manejo que tiene en el maquinado.
- Eje para las ruedas. Debido a que las ruedas utilizadas necesitan estar por fuera de la base y el eje del motor y la rueda no logran empatar se hizo necesaria una adaptación entre el motor y la rueda. Este elemento fue construido de acero para soportar las cargas a las que estará sujeto el motor, el eje y la rueda.

Todas las especificaciones mecánicas se pueden encontrar en el Apéndice [A](#).

5.2.2. Actuador Eléctrico

El motor a utilizar es de la marca Maxon Motors, serie 250443. Un motor de corriente directa con escobillas a $6V$ y máximo $0.5A$ de corriente. Este motor posee un motorreductor planetario cuya relación es $19 : 1$ dando mayor torque al motor y reduciendo su velocidad máxima. El torque máximo que el motor entrega es de $0.6Nm$ (para más información ver el Apéndice [A](#)).

El motor cuenta además con un encoder de cuadratura de 16 pulsos por giro montado en el eje del motor, lo que entrega un total de 304 pulsos por revolución de salida (es decir, por revolución del motorreductor). La Figura [5.4](#) muestra una imagen del motor mencionado.



Figura 5.4: Motor de la empresa Maxon Motors.

5.2.3. Etapa de potencia

Para controlar cada uno de los motores se cuenta con tres servo-amplificadores marca Maxon Motors modelo 250521 el cual puede proporcionar una corriente máxima de $2A$. Este servo-amplificador tiene control interno de velocidad y control interno de corriente, siendo entonces lo único que requiere una señal de referencia que debe ser proporcionada como entrada diferencial entre dos de sus terminales. Esta entrada diferencial debe ser de $\pm 10V$. En la Figura [5.5](#) se puede apreciar el servo-amplificador disponible.

El servo-amplificador utiliza la técnica de PWM a altas frecuencias de conmutación y presenta cinco modos de funcionamiento; regulador de voltaje, compensación de IR, tacodinamo, encoder y corriente. Estos modos de funcionamiento se configuran utilizando 7 de 10 microinterruptores tal como se muestra en la Figura [5.6](#).



Figura 5.5: Servo-Amplificador de la empresa Maxon Motors

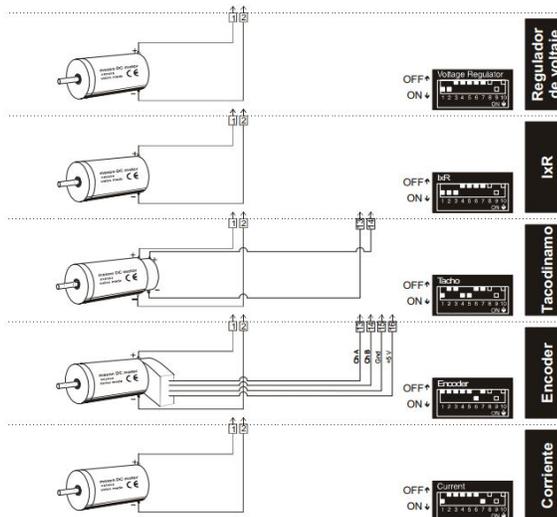


Figura 5.6: Configuraciones para los diferentes modos de funcionamiento del servo-amplificador.

Para sintonizar las ganancias que el servo-amplificador va a utilizar se dispone de cinco potenciómetros cuyas funciones se enlistan en la Tabla 5.1

5.2.4. Diseño Electrónico

Como se mencionó anteriormente, se requiere una entrada diferencial hacia los servo-amplificadores. Una de las soluciones es mandar una línea conectada a tierra y en la otra mandar una señal analógica de $\pm 10V$ para tener cubierto todo el rango de funcionamiento del servo-amplificador. Esta señal analógica será proporcionada por

Potenciómetros	Función	Giro izquierda	Giro derecha
P1 nmax	Velocidad máxima con la máx. señal de control	Reducir velocidad	Aumentar velocidad
P2 IxR	Compensación de IxR	Compensación débil	Compensación fuerte
P3 Offset	Ajuste velocidad a 0 rpm con señal de control 0V	El motor gira a la izda.	El motor gira a la dcha.
P4 I_{max}	Límite de corriente	Menor min. aprox 0A	Mayor max. aprox 2A
P5 gain	Ganancia de control de velocidad	Menor	Mayor

Tabla 5.1: Funciones de los potenciómetros de ajuste del servo-amplificador.

un convertidor digital-analógico.

El convertidor digital-analógico elegido es el *DAC7614* de Texas Instruments, este convertidor es de 12 bits y una resolución de aproximadamente $0.98mV$ por bit menos significativo. Posee además 4 canales de conversión demultiplexados internamente y una salida máxima de $\pm 2.5V$.

Los valores digitales son proporcionados por comunicación SPI (por sus siglas en inglés Serial Peripheral Information) el cual es un protocolo estándar. La velocidad de funcionamiento es de 10 millones de muestras por segundo, haciéndolo una elección a considerar dado el material con que se cuenta.

Para cubrir el rango completo de los servo-amplificadores se hace necesaria una etapa de amplificación, la cual se implementa utilizando tres amplificadores operacionales de instrumentación debido a su gran precisión. Así, el diagrama esquemático completo se muestra en la Figura 5.7.

En el bloque de interfaz física, la información enviada desde la computadora será procesada por un microcontrolador principal. El trabajo de este microcontrolador será recibir la información, separarla por instrucciones para cada motor, realizar los manejos necesarios y proporcionar un dato digital hacia el convertidor digital-analógico. La velocidad interna de funcionamiento debe ser suficientemente alta para asegurar que los datos llegarán al robot y serán ejecutados sin interferir con el tiempo mínimo de muestreo deseado. Dentro de las características del microcontrolador se debe contar con un puerto de comunicación SPI, al menos un puerto de comunicación UART y salidas digitales. La placa elegida es una “Stellaris Launchpad” de Texas Instruments, la cual posee un microcontrolador modelo *lm4f120h5qr* trabajando a una velocidad máxima de $80MHz$. La Figura 5.8(a) muestra la placa del microcontrolador mencionado.

El módulo de comunicación inalámbrica utilizado es el WiFly RN-XV de Microchip. La comunicación utilizada es WiFi, el módulo soporta diferentes protocolos, entre ellos TELNET, FTP, TCP-IP, UDP y un modo de puerto a puerto Ad-hoc en modo maestro. Se comunica con el microcontrolador por medio del protocolo de comunicación *RS232* y llega a una velocidad de trasmisión de $1Mbps$. Es un modulo de un tamaño

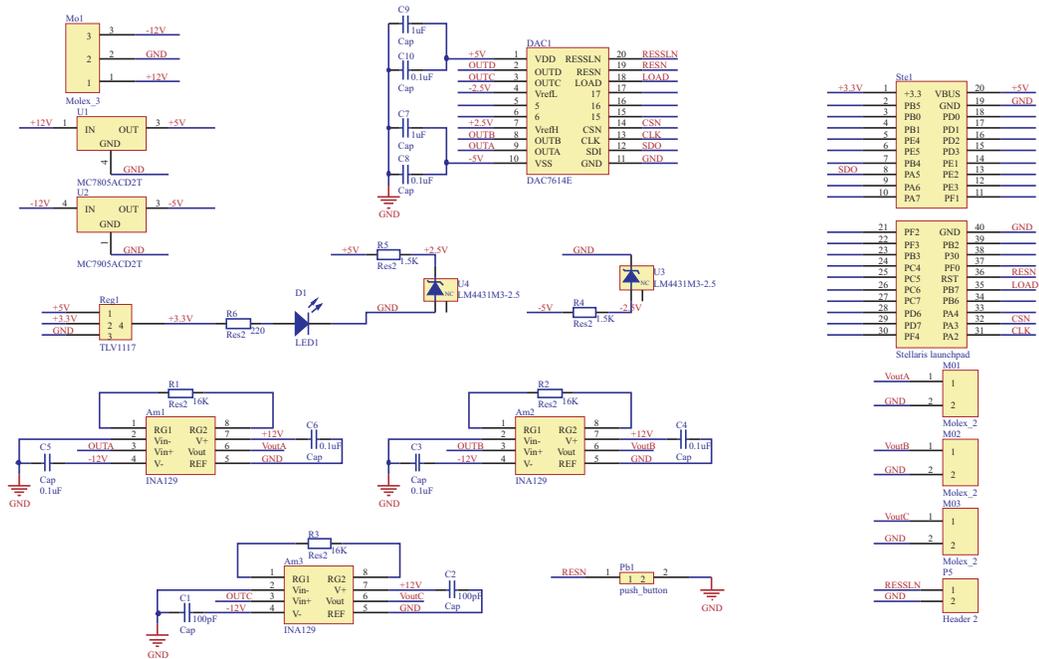
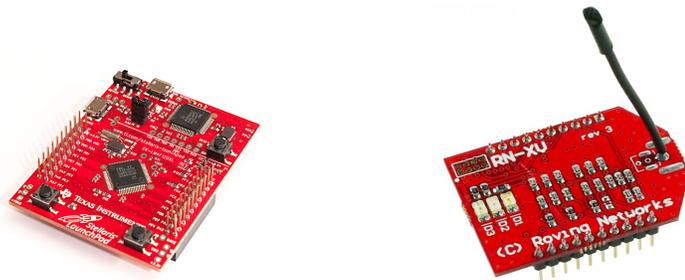


Figura 5.7: Diagrama Esquemático de los circuitos electrónicos utilizados.

apropiado tal como se muestra en la Figura 5.8(b).



(a) Tarjeta Stellaris Launchpad.

(b) Módulo Inalámbrico Wify RN-XV.

Haciendo uso de software especializado se diseña el circuito impreso a partir del esquemático presentado en la Figura 5.7, este diseño se puede encontrar a detalle en el Apéndice A.

Para mayor información sobre las características de los elementos presentados consultar el Apéndice B o las hojas de datos de los elementos considerados.

5.2.5. Baterías

Las baterías de polímero de litio (LiPo) presentan las mejores características en cuanto a tamaño peso y energía entregada. Aún con ello se presentaban dos opciones: una sola batería de $14.8V$ o 2 baterías de $7.4V$, aunque parecen opciones equivalentes cada una ofrece sus ventajas, por un lado la batería de $14.8V$ provee de energía suficiente y pesa ligeramente menos que dos baterías más pequeñas. Sin embargo, la elección fue utilizar dos baterías de $7.4V$, esto debido a que por sus dimensiones se acoplan perfectamente por debajo de la base, no existe mucha diferencia en peso y para mantener el centro de masa del robot lo más cercano al centro del mismo funcionan mucho mejor que una sola batería.

Se consideran entonces dos baterías de Polímero de Litio *Electrify* de $7.4V$ a 4000 mAh, que puede entregar una descarga de hasta $100A$ por un par de segundos, perfectas para proporcionar la energía suficiente a todos los servo-amplificadores y los circuitos de control.

5.2.6. Visión y sensado

Para la tarea de obtener la posición del robot móvil se cuenta con un sistema de visión y sensado especializado. El sistema *Optitrack* es desarrollado por la compañía *NaturalPoint* y determina la posición y orientación de objetos en un espacio tridimensional limitado por el rango de trabajo de una constelación de cámaras. Cada una de las cámaras no solo captura imágenes sino también captura movimiento vía señales infrarrojas auxiliares.

En la Figura 5.8 se muestra la disposición de las cámaras y el equipo de computo utilizados, así, el sistema *OptiTrack* utilizado esta conformado por las siguientes partes:

- 12 cámaras Flex 13.
- 2 OptiHubs 2.
- Múltiples marcadores reflejantes $7/16''$.
- Equipo de calibración OptiWand y escuadra de volumen.
- Llave USB de licencia para uso de software.
- Cableado.
- Software Motive.



Figura 5.8: Constelación de cámaras para el Sistema *OptiTrack*.

Cámara Flex 13

La cámara Flex 13 está diseñada para trabajar en espacios de trabajos de volumen medio y a un máximo de 120 cuadros por segundo. Esta cámara fue diseñada por el fabricante del sistema como parte de un conjunto de productos especializados en la captura de movimiento en tiempo real con una gran resolución. Una de las grandes ventajas que ofrece este tipo de cámaras es su preprocesamiento interno al contar con un microprocesador que no solo ayuda al proceso de captura de las imágenes sino que además realiza cálculos de visión artificial entregando al software datos de la posición de un conjunto de marcadores reflejantes filtrados, lo que se refleja significativamente en la capacidad de procesamiento aligerando los cálculos en la computadora de control. La Tabla 5.2 muestra las especificaciones de la cámara Flex 13 y en la Figura 5.9 se muestra la cámara Flex 13.

Tipo	Resolución	FPS	Latencia	No. LEDs
Flex 13	1280x1024	120	8.33ms	28

Tabla 5.2: Especificaciones cámara Flex 13



Figura 5.9: Cámara Flex 13.

OptiHubs

La conexión y recopilación de datos de las 12 cámaras Flex 13 esta a cargo de dos controladores repetidores de paquetes de datos mejor conocidos como “*Hubs*”. El sistema cuenta con dos *OptiHubs 2*, y cada uno de ellos tiene la posibilidad de conectar 6 cámaras del tipo utilizado, múltiples configuraciones de conexión en red y amplificación de la señal de los datos hasta por un rango de 5 metros bajo la restricción de tener un cableado adecuado. En la Figura 5.10 se aprecia dicho aparato.



Figura 5.10: Optihub 2 vista frontal y vista posterior.

Marcadores Reflejantes

La plataforma experimental utiliza una serie de marcadores reflejantes de señales infrarrojas configurados en patrones geométricos irregulares con la finalidad de distinguir los objetos rígidos a sensar. Cada uno de estos marcadores tiene un radio de $7/16$ de pulgada y va colocado sobre bases plásticas también proporcionadas por el fabricante.

Con respecto a los patrones irregulares, cada uno de ellos (formado por esferas de plástico de material reflejante de señales infrarrojas) debe ser único y se debe de tener la característica de que si un marcador de un patrón dado es perdido por las cámaras, los restantes marcadores no generen un patrón similar al de otra configuración, ya que el sistema no distinguiría entre cuerpos rígidos al tener el mismo patrón geométrico.

También se debe tomar en cuenta cuando se busque el patrón de marcadores que en caso de que uno de ellos se pierda, la figura formada resultante no pierda el ángulo de orientación del patrón completo para evitar cambios considerables en este dato y por tanto efectos bruscos en la ley de control implementada.

Otro dato importante al colocar los marcadores reflejantes es que su centro geométrico debe coincidir con el centro de masa del robot móvil.

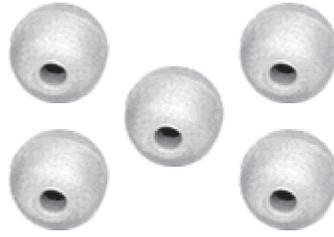


Figura 5.11: Marcadores reflejantes.

Software “Motive”

Motive es un programa creado por la compañía *NaturalPoint* que sirve como interfaz para el sistema *OptiTrack*. Esta interfaz está diseñada para aplicar una gran gama de configuraciones del sistema, las cuales se extienden principalmente al sensado de cuerpos rígidos, sensado facial y sensado de cuerpos variables.

Para los experimentos sólo se utilizaron las herramientas incluidas en *Motive: Tracker* para el sensado de cuerpos rígidos móviles, identificados por configuraciones geométricas irregulares de marcadores reflejantes de tamaño 7/16”. Las herramientas básicas a usar del programa son:

- Calibración del área de trabajo y cámaras.
- Tasas de muestreo y captura.
- Configuración de constelaciones, en particular la constelación de 12 cámaras Flex 13.
- Identificación, creación, configuración y envío de datos de cuerpos rígidos.
- Transmisión de datos en tiempo real, formato y puertos de salida.
- Rastreo de cuerpos en sus 6 grados de libertad.
- Procesamiento de centroides.
- Grabación, visualización y reproducción de datos.

Este software permite diversos protocolos de transmisión para los datos obtenidos en las mediciones. Para el desarrollo de este trabajo se utiliza el protocolo de servidor VRPN utilizando un puerto local de la PC.

La información enviada continuamente hacia un cliente es la posición y orientación de cada uno de los móviles que están sensando el sistema *OptiTrack*.

Servidor VRPN

Red Periférica de Realidad Virtual (por sus siglas en inglés *Virtual Reality Peripheral Network*) es un conjunto de clases que pertenecen a una librería y a un conjunto de servidores los cuales han sido diseñados para implementar una interfaz transparente en red entre programas de aplicaciones y el conjunto físico de dispositivos (sensores, botones, cámaras, etc.) usados en un sistema de realidad virtual. VRPN es software libre colocado en el dominio público por Russel M. Taylor II de la Universidad de Carolina del Norte [32].

El sistema en sí funciona por medio de una PC o cualquier otro servidor en cada estación de realidad virtual que controle los periféricos (*rastreador* o tracker, botones, dispositivos hápticos, entradas analógicas, sonido, etc.). VRPN permite conexiones entre las aplicaciones y todos los dispositivos usando las clases de servicio apropiadas para cada tipo de dispositivo que comparten el enlace de red, las clases de servicio son identificadores que distinguen cada tipo de periférico que se está utilizando y sus características de funcionamiento.

Note que el VRPN es posible usarlo con dispositivos que están conectados directamente a la máquina que está en ejecución usando programas diferentes o ejecutando todo en un solo programa. En general VRPN proporciona una capa de abstracción que permite que todos los dispositivos de la misma clase base tengan el mismo tipo. El artículo [33] describe con detalle el funcionamiento de VRPN.

Las librerías cliente de VRPN han sido probadas en las siguientes plataformas SGI/Irix, PC/Win32, PC/Cygwin (actualmente sin soporte), HP700/Hpux, Sparc/-Solaris (incluyendo 64-bit), PC/Linux, Mac/OSX, Ipaq/Linux, and Zaurus/Linux. VRPN tiene controladores para las siguientes plataformas:

Además de todas las plataformas anteriores, VRPN permite crear controladores para periféricos que tengan sensores compatibles con las librerías de VRPN.

Así, VRPN funciona como un servidor, se puede configurar VRPN para sensar dispositivos, y a la vez realizar un programa cliente para conectar al servidor y obtener todos los datos del dispositivo en una forma estándar. Otro punto importante para VRPN es que puede ser manejado en diferentes plataformas Windows, Mac OS y UNIX.

VRPN adquiere información de los periféricos de un dispositivo y la divide en tres tipos: Tracker, Analógico y Botón. El tipo Tracker contiene una posición y una orientación (tridimensional); el tipo Analógico es usado para cualquier tipo de ejes, tales como ejes de joystick, ejes de mouse, etc.; el tipo Botón es usado para cualquier tipo de botón booleano; botón de joystick o de ratón. Por ejemplo, un ratón de computadora tiene 2 canales analógicos que proporcionan información sobre la ubicación del puntero en el plano de la pantalla, y al menos tres botones.

Para el caso de *Motive*, el servidor VRPN adquiere la información de cada uno de

los objetos detectados por las cámaras y la coloca en forma de Tracker, teniendo finalmente la posición y orientación tridimensional de cada objeto.

5.2.7. Programa de Control

La propuesta de control en el presente trabajo se desarrolla bajo los estándares del lenguaje de programación C++. Se desea emular un retardo en el sistema completo utilizando las herramientas de este lenguaje. El software a utilizar es Visual C++ 2010 Express que da acceso a todos sus componentes en su versión estudiantil.

Se requiere que el programa asegure un periodo de muestreo constante y rápido, este lenguaje de programación proporciona las herramientas y velocidad necesarios, sin embargo se hace uso de un par de librerías adicionales para el manejo de operaciones matemáticas avanzadas, sobre todo operaciones con matrices y resolución de ecuaciones diferenciales.

La Figura 5.12 muestra en diagrama de flujo del algoritmo para la programación del control y el predictor-observador en la PC.

Librería *Boost*

C++ es un lenguaje de programación muy utilizado actualmente gracias a su dinamismo y funcionalidad, sin embargo, el conjunto de librerías que este lenguaje incluye no realizan todas las tareas. *Boost* es un conjunto de librerías diseñadas con el fin de extender la funcionalidad y las capacidades del lenguaje C++.

Boost,[\[34\]](#), es una librería que se adapta fácilmente a las librerías ya incluidas en C++ reduciendo errores de implementación, además por su forma de trabajo permite ser utilizada en muchas y variadas aplicaciones y diferentes sistemas operativos. Actualmente *Boost* cuenta con más de 130 librerías individuales dentro de las cuales se puede encontrar librerías de álgebra lineal, punteros inteligentes, resolución de ecuaciones diferenciales, comunicaciones internas de la computadora, grafos, multihilos, temporizadores, entre otras.

Un punto importante sobre esta librería es que es de licencia libre y su utilización está permitida para cualquier tipo de proyectos. Es importante mencionar que algunas librerías de *Boost* han sido realmente eficientes que el estándar de C++ las ha incluido en su nueva versión.

Boost es utilizada en la implementación de la propuesta de control para la resolución de ecuaciones diferenciales y para un temporizador que permite asegurar tiempos de muestreo exactos.

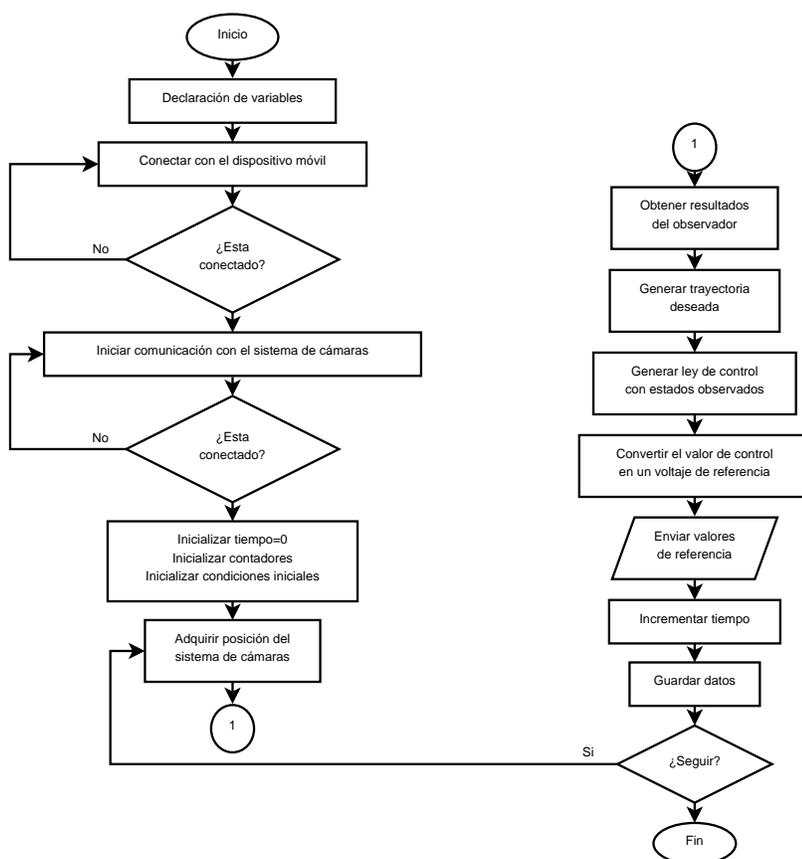


Figura 5.12: Diagrama de flujo para la programación en C.

Librería *Eigen*

Eigen, [35], al igual que *Boost* es una librería de C++ que incluye un manejo elegante y sencillo de operaciones de álgebra lineal, operaciones con matrices y vectores, soluciones numéricas, entre otras. Se caracteriza por su capacidad de definir y utilizar matrices y vectores fijos y dinámicos, y métodos para la solución de sistemas con matrices densas y dispersas.

Un dato importante acerca de la librería *Eigen* es que es de código abierto, presentando una licencia tipo MPL2.

Dentro de las herramientas que *Eigen* ofrece, fueron de mucha utilidad las relacionadas con el manejo matricial y de vectores, poniendo a disposición del usuario una programación de alto nivel donde es realmente sencillo trabajar. En la implementación de la propuesta de control es de mucha ayuda poder realizar operaciones matriciales sin necesidad de hacer difíciles cálculos externos para posteriormente incluirlos en programación.

Capítulo 6

Resultados experimentales

El presente Capítulo se ha dedicado a presentar el resultado de los experimentos realizados en la plataforma experimental descrita en el Capítulo 5. Los gráficos a presentar muestran el comportamiento del esquema Predictor-Observador propuesto en este trabajo. Se presentan resultados para tres diferentes trayectorias a seguir, notando que a mayor dificultad de la trayectoria, se complica el seguimiento, sin embargo, el esquema propuesto funciona, llevando errores de seguimiento y observación a valores cercanos a cero.

6.1. Implantación en tiempo real

Los resultados presentados fueron realizados utilizando la plataforma experimental descrita en el Capítulo 5, los parámetros del móvil y valores constantes presentes en los experimentos se muestran en la Tabla 6.1.

Parámetro	Valor	Descripción
δ	= 30°	
r	= $0.0349\ m$	Radio de las ruedas
L	= $0.15764\ m$	Distancia del centro de masa del robot móvil a las ruedas
T	= $0.8\ s$	Tiempo de Retardo
k_p	= 5.0	Ganancia de controlador
λ	= 1.0	Ganancia de observación

Tabla 6.1: Parámetros constantes para los experimentos.

6.1.1. Experimento #1

Para el primer experimento se consideró una trayectoria circular de $1m$ de radio, dada por,

$$w_d(t) = \begin{bmatrix} A \cos(Bt) \\ A \sin(Bt) \\ 0.5t \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

donde $A = 1$ y $B = \frac{2\pi}{90}$. Las condiciones iniciales del robot y de los integradores del observador se muestran en la Tabla 6.2.

$\xi_{11}(0)$	$\xi_{12}(0)$	$\xi_{13}(0)$	$w_{11}(0)$	$w_{12}(0)$	$w_{13}(0)$
$1.0m$	$0.0m$	$0.0rad$	$0.0m$	$0.0m$	$0.0rad$

Tabla 6.2: Condiciones iniciales.

La duración del experimento es de aproximadamente 90 segundos para completar una vuelta sobre la trayectoria deseada. Esta trayectoria deseada es una trayectoria suave, donde se observa un correcto funcionamiento de la propuesta de predicción-observación, cerrando un lazo de control retroalimentado con los estados observados en lugar de los estados reales del robot.

La Figura 6.1 muestra el seguimiento de trayectoria en el plano $X - Y$. Por un lado se tiene la convergencia del observador en adelante a la trayectoria deseada. Tomando en cuentas las condiciones iniciales en el origen, se observa cómo el observador converge rápidamente a la trayectoria deseada. También se observa el seguimiento de trayectoria real del robot, las condiciones iniciales para el robot se encuentran a aproximadamente $1m$ del origen sobre el eje X , se observa entonces cómo la trayectoria del robot también converge rápidamente a la trayectoria deseada.

En la Figura 6.2 podemos ver los errores de observación y los errores de seguimiento para cada uno de los estados de interés. Se observa que tanto el predictor-observador como el móvil tardan poco más de 10 segundos en mostrar errores en una vecindad cercana a cero. Es importante señalar que para que exista la convergencia de los errores de seguimiento a cero primero deben existir errores de observación cercanos a cero.

Finalmente en la Figura 6.3 se muestran las señales de control que se inyectaron al robot durante este experimento. Todas ellas se muestran acotadas y, aunque hay algunos valores que sobresalen de las capacidades del robot, éstos se acotan antes de ser enviados al robot para evitar fallas mecánicas y/o eléctricas.

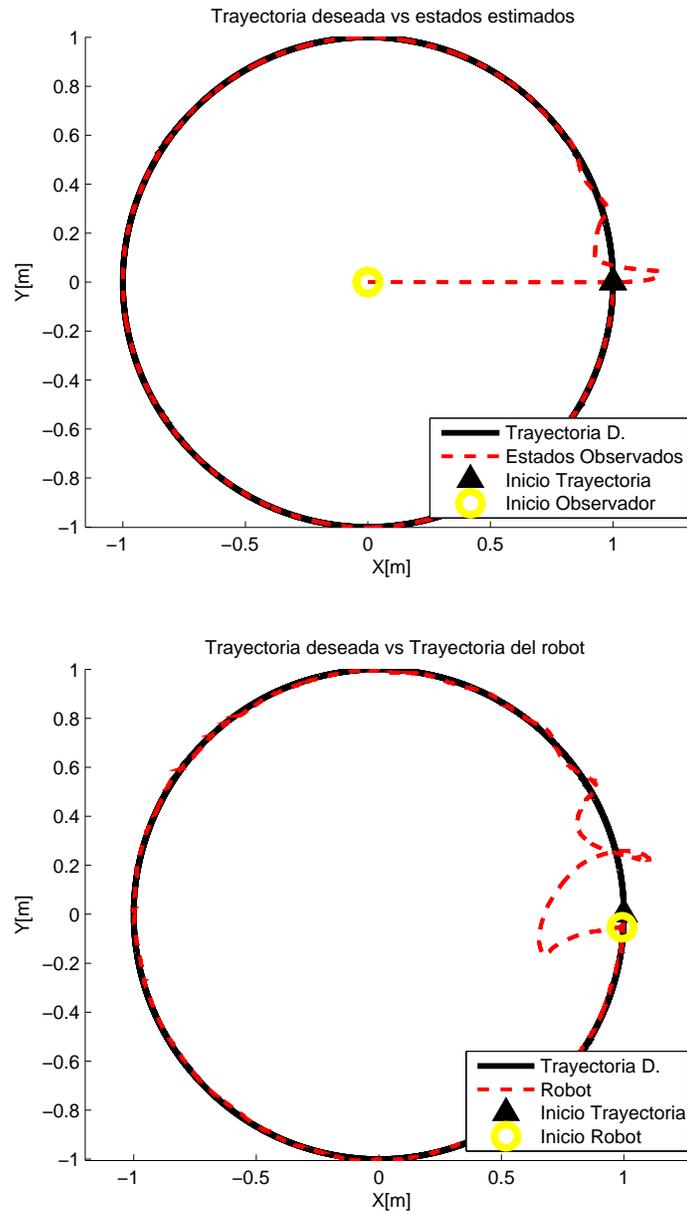


Figura 6.1: Estados estimados y seguimiento de trayectoria.

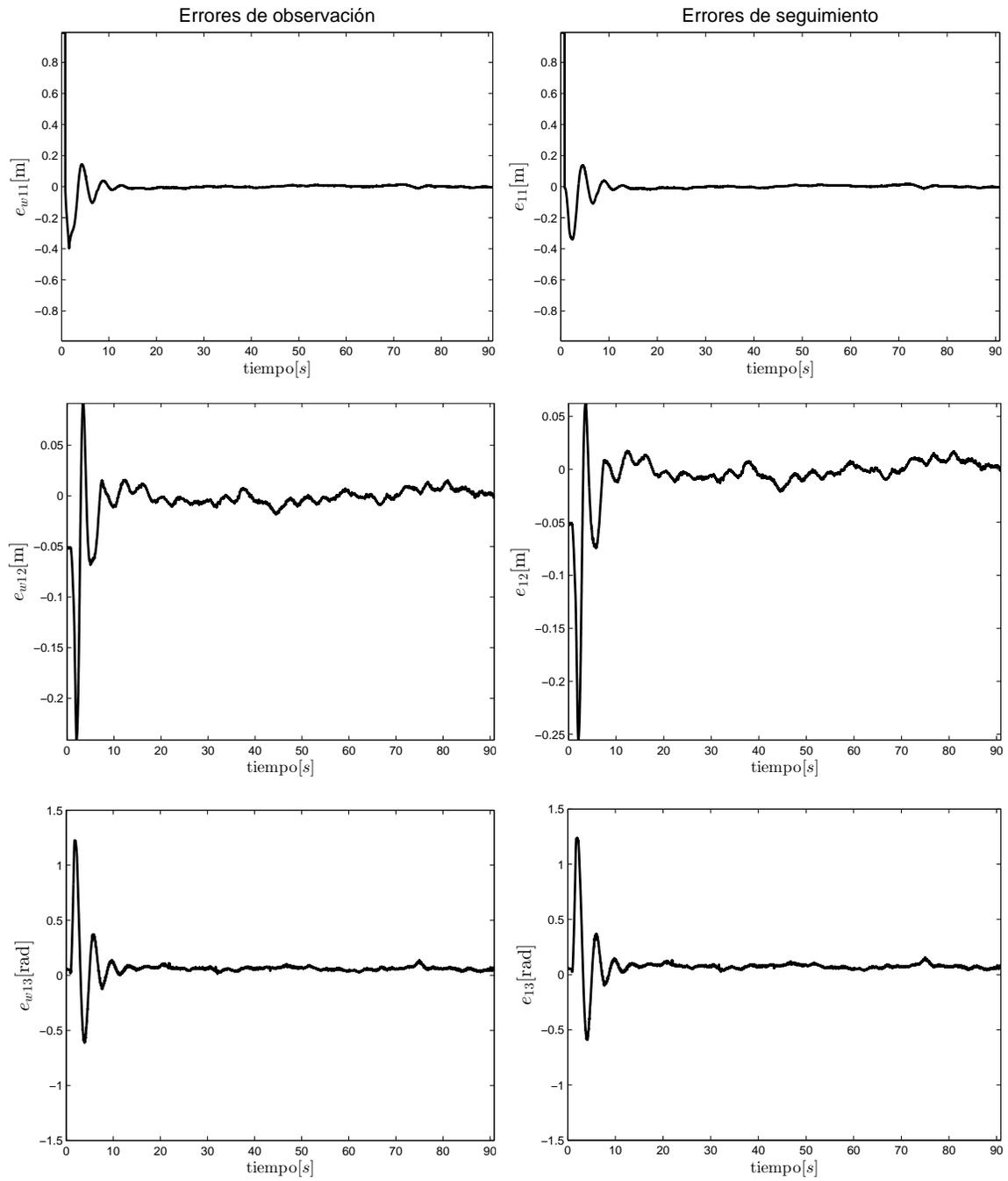


Figura 6.2: Señales de error.

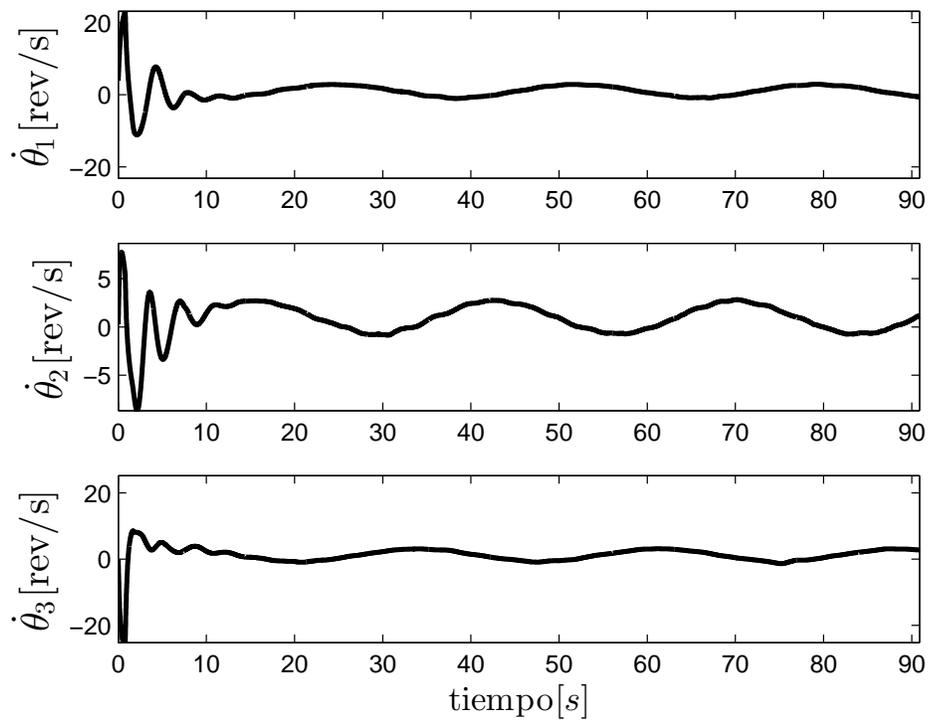


Figura 6.3: Señales de control.

6.1.2. Experimento #2

Para este segundo experimento se toma en cuenta una trayectoria diferente y ligeramente más complicada de ejecutar por el robot móvil. Las ecuaciones de la trayectoria deseada son,

$$w_d(t) = \begin{bmatrix} A \cos(Bt) \\ A \sin(2Bt) \\ 0.3t \end{bmatrix}. \quad (6.2)$$

En este experimento los valores de A y B se mantienen constantes, tomando entonces un tiempo de 90 segundos en completar una trayectoria.

Las condiciones iniciales para los observadores se mantienen iguales al experimento anterior mientras que las condiciones iniciales del robot cambian ligeramente, esto se puede apreciar en la Tabla 6.3.

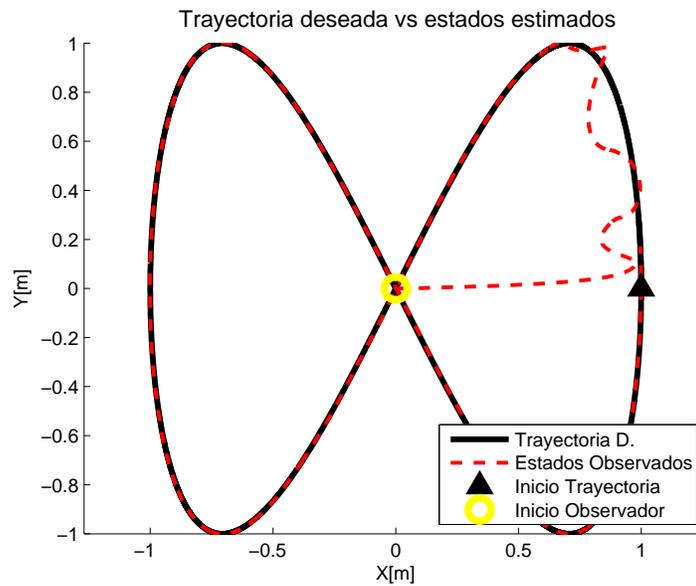
$\xi_{11}(0)$	$\xi_{12}(0)$	$\xi_{13}(0)$	$w_{11}(0)$	$w_{12}(0)$	$w_{13}(0)$
0.0m	0.0m	0.0rad	0.0m	0.0m	0.0rad

Tabla 6.3: Condiciones iniciales

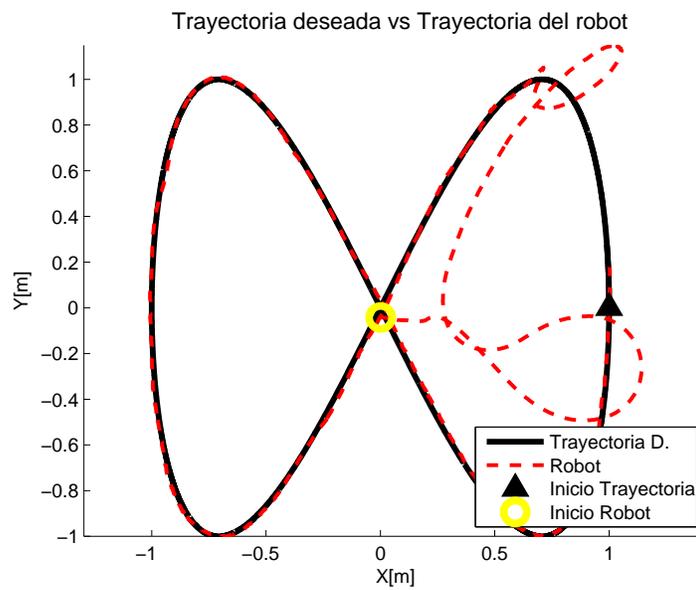
La Figura 6.4 muestra el resultado de seguimiento de trayectoria. En la Figura 6.4(a) es fácil ver que los estados estimados convergen a la trayectoria deseada realizando pequeñas oscilaciones. En la Figura 6.4(b) se observa cómo el robot se mueve rápidamente al inicio haciendo una trayectoria complicada pero finalmente converge a la trayectoria deseada en un tiempo muy similar al tiempo en que lo logran los estados estimados.

Aproximadamente a los 12 o 13 segundos de experimento es cuando los errores de seguimiento y observación convergen a una región cercana a cero. Este comportamiento se puede observar en la Figura 6.5, donde se muestran las señales de error asociadas. Aquí, aunque las gráficas parecen tener un mismo comportamiento, un análisis más a detalle muestra que el error de observación tiende más rápido a cero, tomando un par de segundos para que el controlador logre llevar al robot a la trayectoria propuesta por el observador. En este experimento se observa que es ligeramente más difícil para el controlador seguir la trayectoria, sin embargo, se observa el correcto funcionamiento del predictor-observador.

En la Figura 6.6 se tienen las señales de control para cada uno de los motores, nuevamente se observan velocidades angulares de cada rueda dentro de los parámetros del robot por lo que la implementación se logra de forma correcta.



(a) Trayectoria deseada contra estados estimados.



(b) Trayectoria deseada contra Trayectoria del robot.

Figura 6.4: Estados estimados y seguimiento de trayectoria.

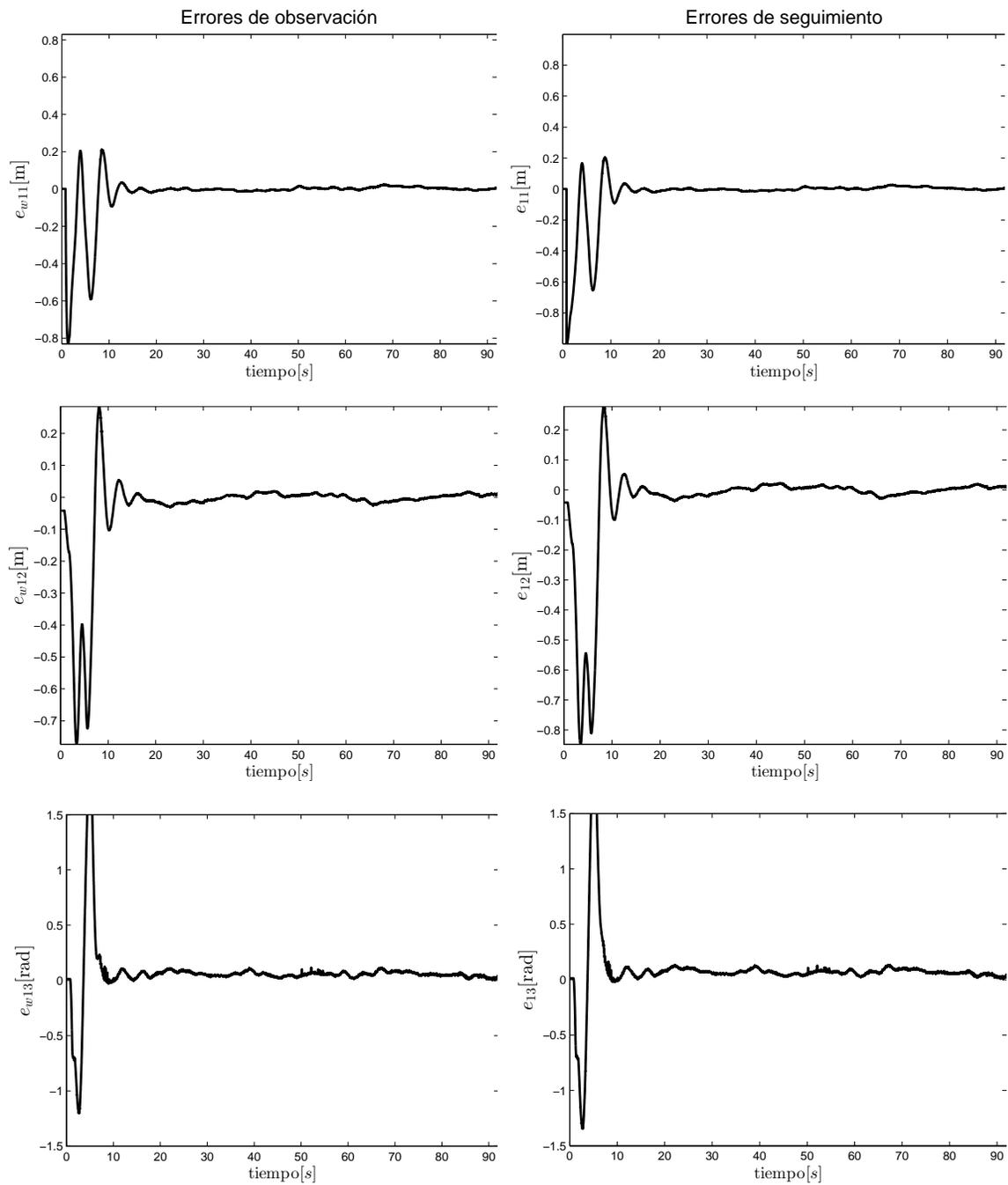


Figura 6.5: Señales de error.

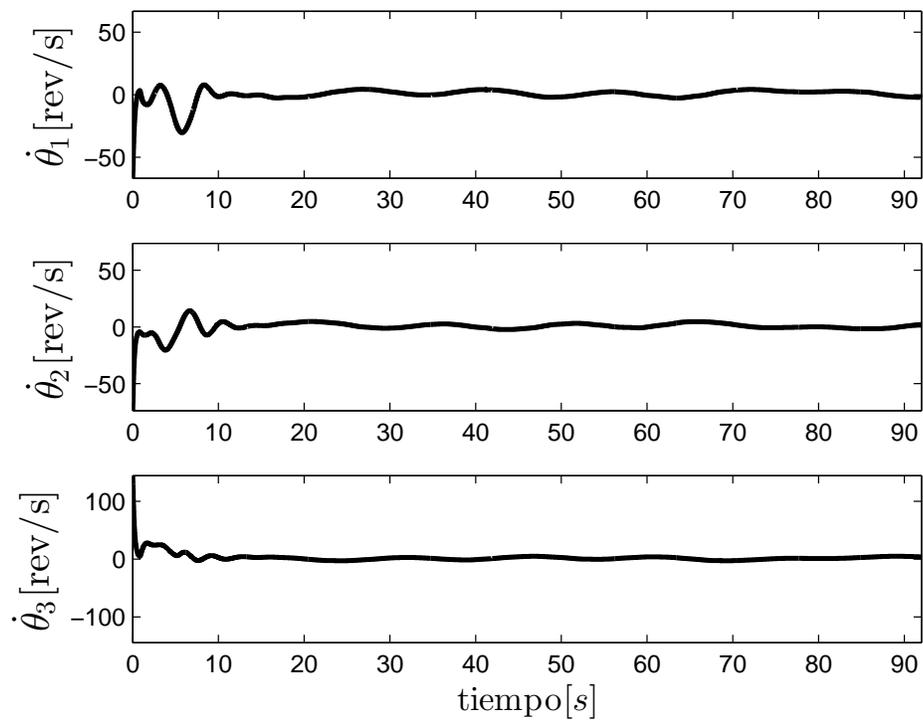


Figura 6.6: Señales de control.

6.1.3. Experimento #3

En este tercer experimento se realiza el seguimiento de una trayectoria en forma de Flor, dada por las ecuaciones,

$$w_d(t) = \begin{bmatrix} A \cos(3Bt) \cos(Bt) \\ A \cos(3Bt) \sin(Bt) \\ -0.4t \end{bmatrix}. \quad (6.3)$$

Para esta trayectoria los valores propuestos de A y B fueron 1.5 y $2\pi/90$ respectivamente. Esta trayectoria es más rápida que las anteriores debido a que se tiene que cubrir una mayor distancia en el mismo tiempo, se ha considerado realizar la trayectoria en un total de 90 segundos.

Las condiciones iniciales necesarias para el experimento permanecen constantes, éstas se observan en la Tabla 6.3.

En este experimento toma más tiempo que las señales de error de seguimiento tiendan a una región cercana a cero, siendo aproximadamente entre 20 y 25 segundos cuando el robot lo logra. Estos resultados se pueden observar en la Figura 6.8 de las señales de error. En la Figura 6.7 se puede observar cómo los estados estimados con el predictor-observador se acercan rápido a la trayectoria deseada, mostrando así unas gráficas muy parecidas. Sin embargo, es importante notar que al aumentar la complejidad de la trayectoria deseada es ligeramente más complicado para el robot el seguimiento de trayectoria, saliendo en algún instante de tiempo de la misma. Para finalizar se observa en la Figura 6.9 las señales de control que fueron resultado de este experimento, las cuales mantienen valores oscilantes y constantes que pueden ser reproducidos por el robot sin ninguna dificultad.

Los cambios en los parámetros de los experimentos fueron pocos y los resultados para cada uno de ellos fueron parecidos, mostrando el funcionamiento del predictor-observador ante diferentes trayectorias y diferentes condiciones iniciales.

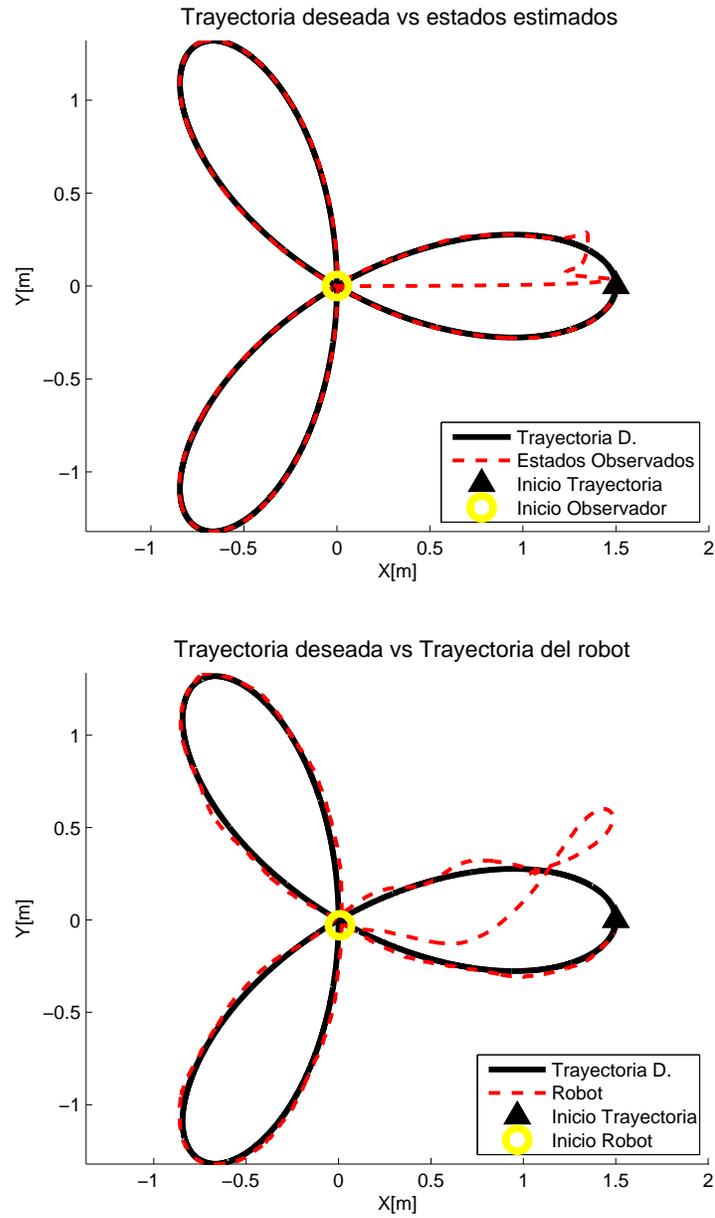


Figura 6.7: Estados estimados y seguimiento de trayectoria.

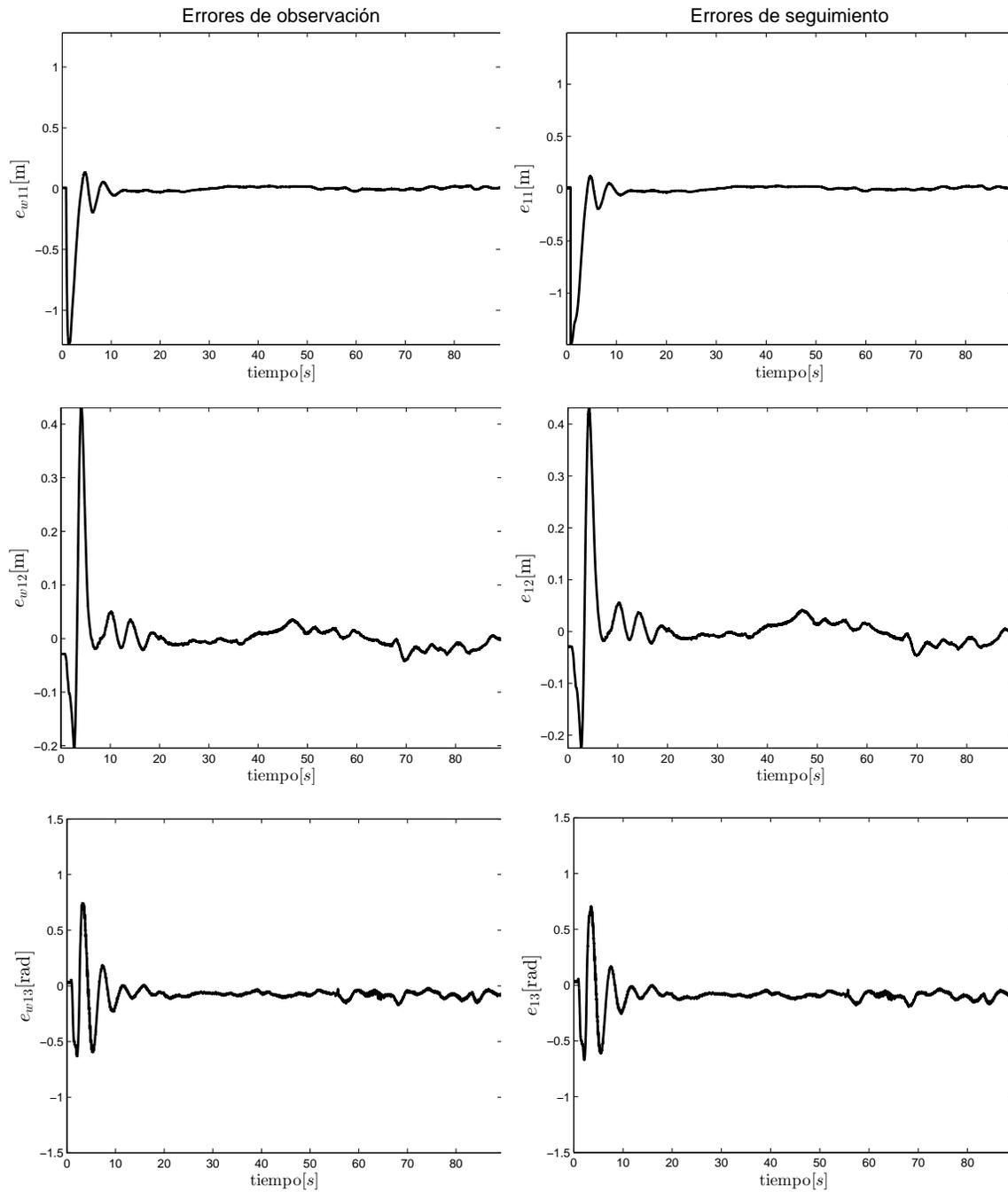


Figura 6.8: Señales de error.

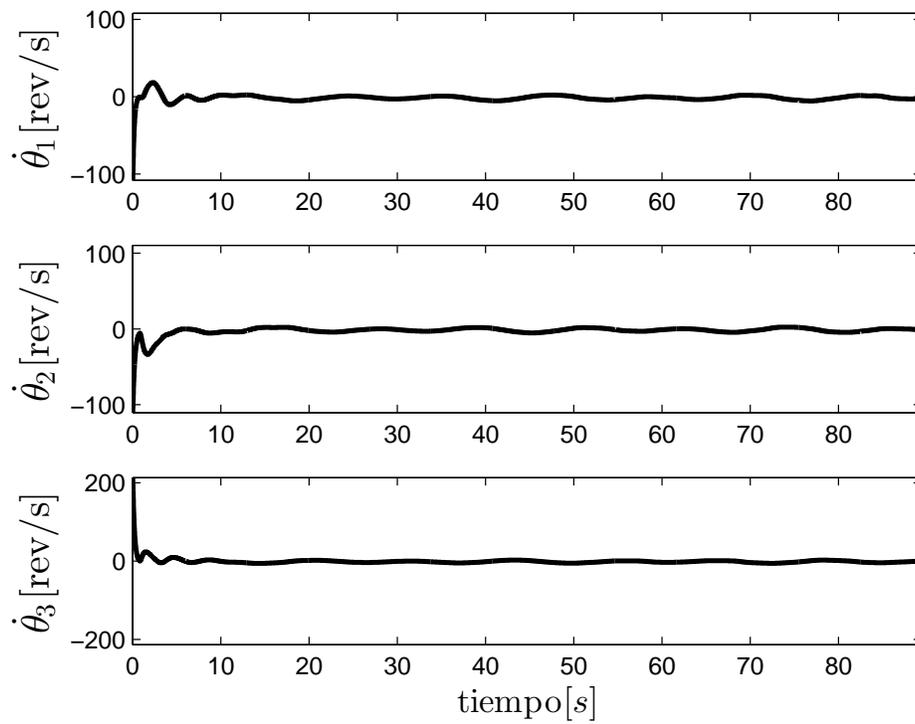


Figura 6.9: Señales de control.

Capítulo 7

Conclusiones y Perspectivas

7.1. Conclusiones

En este trabajo de tesis se ha considerado el caso de un sistema no lineal sujeto a retardos. El sistema no lineal propuesto fue un robot móvil omnidireccional presentando retardos de tiempo en la comunicación entre una controladora remota y el móvil mismo.

Para atacar el problema del retardo en la entrada de control se propuso un observador de estados de tipo Luenberger con la característica de observar una dinámica adelantada del sistema. Por medio de un específico cambio de variable el ahora predictor-observador mencionado será capaz de compensar el retardo presente en el sistema. Posteriormente trabajando con la señal de error generada, error de predicción, se logra demostrar la estabilidad del sistema en adelante, lo cual garantiza que el observador va a lograr su objetivo.

La estrategia de control utilizada fue un controlador tipo proporcional y un controlador proporcional-derivativo en seguimiento de trayectorias. Se presentan resultados importantes tanto para el modelo dinámico como para el cinemático del robot móvil omnidireccional utilizando el resultado del predictor observador. La estrategia de control propuesta utilizando la retroalimentación de los estados observados fue evaluada, primeramente, mediante experimentos en simulación para después pasar a la realización de pruebas en un móvil real haciendo uso de la plataforma experimental. En ambos casos el funcionamiento del predictor-observador es corroborado, obteniendo convergencia a cero de los errores presentes, es decir, obteniendo un seguimiento de trayectoria adelantada satisfactorio.

Por otro lado, al inicio del trabajo se hizo necesario el diseño y construcción de un robot móvil omnidireccional que permitiera comprobar el correcto funcionamiento de la teoría propuesta. Para ello se realizó un diseño que cubriera las necesidades requeridas

para funcionalidad y tamaño. Aquí es importante resaltar que en requerimientos de funcionalidad el robot móvil construido posee la característica de estar preparado para utilizar control de velocidad de los motores (utilizando encoders) o utilizar un control por par de entrada (utilizando control por corriente). La plataforma experimental completa involucra también un sistema de localización basado en una serie de cámaras, con el cual ya se contaba dentro de la infraestructura de la Sección de Mecatrónica. Haciendo uso de ambos elementos se logra que el robot omnidireccional realice las acciones que la estrategia de control presentada precisa.

En la implementación utilizando el modelo dinámico de la teoría propuesta en este trabajo de tesis se presentaron un par de problemas importantes. El primero fue que el predictor-observador requiere de un modelo dinámico lo más completo posible para involucrar todas las dinámicas de su movimiento e interacción con el exterior. Y el segundo fue, que debido a no tener a la mano una forma fiable de retroalimentar el par de entrada aplicado a cada una de las ruedas en tiempo de ejecución, el observador-predictor no lograba llevar los errores de predicción ni de seguimiento a una región estable. Este segundo problema no tiene exactamente el mismo efecto en el modelo cinemático.

7.2. Perspectivas

El desarrollo de diferentes técnicas para tratar sistemas con retardo es un tema en el que se lleva trabajando ya poco más de medio siglo y aún siguen apareciendo nuevos temas, nuevas soluciones y nuevos problemas de aplicaciones prácticas.

Haciendo un recuento de los objetivos y de los resultados, para este trabajo se plantean los siguientes objetivos a futuro:

- Ampliar el diseño y robustez de controladores para simular procesos más complejos.
- Realizar un control embebido en el robot, los componentes utilizados tienen potencial, y en caso de no ser así, utilizar un componente con mayor capacidad de cómputo.
- Utilizar la plataforma preparada para otro tipo de ambientes para ampliar el campo de trabajo, por ejemplo en exteriores, con componentes que necesiten tiempo y retrasen la generación del controlador.
- Tomar en consideración una forma para retroalimentar el valor de corriente utilizado en el robot e implementarla para poder corroborar la propuesta dinámica.
- Realizar un modelo dinámico más completo que incluya, por ejemplo, fenómenos de fricción, y revisar el funcionamiento de la propuesta dinámica.

Apéndice A

Construcción de la plataforma experimental

En este apartado se presentan los diagramas esquemáticos, las hojas de diseño mecánico, características y formas de configuración de los componentes utilizados.

A.1. Motor Maxon 250443

Maxon Motors es una empresa dedicada al diseño y construcción de motores de corriente continua de muy alta calidad. El motor utilizado en la construcción del robot es el modelo 250443. Este motor es un ensamble de tres componentes el motor de escobillas(modelo 110130), una caja de engranes planetarios(modelo 143976) y un encoder de cuadratura(modelo 110778). Algunas especificaciones importantes de cada uno de estos elementos se colocan a continuación.

Especificación	
Tipo de reductor	planetario
Diámetro exterior	22mm
Relación de reducción	19 : 1
Máx. par en continuo	0.6Nm
Longitud del reductor	32.2mm
Máx. velocidad de entrada en continuo	8000rpm
Peso	55g

Tabla A.1: Características a considerar del motorreductor.

Especificación	
Tensión nominal	$4.5V$
Velocidad nominal	$5010rpm$
Par nominal (máx. par en continuo)	$4.82mNm$
Corriente nominal (máx. corriente en continuo)	$0.84A$
Par de arranque	$15.4mNm$
Corriente de arranque	$2.61A$
Máx. rendimiento	81%
Peso	$55g$

Tabla A.2: Características a considerar del motor.

Especificación	
Número de pulsos por vuelta	16
Número de canales	2
Max. velocidad eléctrica	$18750rpm$
Máx. velocidad	$75000rpm$
Tensión de alimentación V_{cc}	$24...3.8V$
Lógica de driver de salida	<i>TTL</i>
Corriente por canal máx.	$-40mA$

Tabla A.3: Características a considerar del encoder.

A.2. Servo Control LSC30/2

El LSC 30/2 (Linear Servo Controller) es un servoamplificador lineal de 4 cuadrantes para el control de motores CC de imanes permanentes hasta $50W$. Dispone de los siguientes modos de funcionamiento:

- Control de velocidad IxR.
- Regulador de voltaje.
- Control de velocidad con encoder.
- Control de velocidad con tacodinamo.
- Control de paro corriente.

El modo de funcionamiento requerido es fácilmente de seleccionar usando un micro-interruptor. Hay también diferentes modos de elegir el tipo de señal de control de entrada:

- $\pm 10V$ para conectar a un sistema superior, como por ejemplo un controlador deposición.

- El LSC suministra voltajes auxiliares de $\pm 3.9V$ para utilizar un potenciómetro externo.
- Adecuado para un ajuste fijo de la velocidad usando un potenciómetro interno.

Su amplio rango de voltaje de entrada, 12–30 VCC, hace al LSC muy versátil y puede usarse con diferentes fuentes de alimentación. El estilo modular de la caja de aluminio ofrece varias opciones de instalación, por ejemplo montaje en rack de 19" (3HE). La regleta de terminales de atornillar enchufable y un diseño robusto del controlador hacen que el servoamplificador sea de fácil uso.

A.3. Stellaris Launchpad

La placa de control a utilizar es la Stellaris Launchpad de Texas Instruments, la cual posee un microcontrolador *lm4f120h5qr*. A continuación se presentan las más importantes a considerar.

Especificación	
Velocidad	80 MHz
Memoria Flash	256KB
EEPROM	32KB
ADCs	24 canales de 12 bits
PWM	16 canales
Temporizadores	24
Comunicación	4x SPI/SSI, 4x I2C, 8x UART
GPIO	43 pines

Tabla A.4: Características del microcontrolador.

A.4. WiFly RN-XV

Es un módulo de comunicación inalámbrica basado en tecnología WIFI, el cual soporta diferentes protocolos de funcionamiento y debido a su antena externa posee buenas características de alcance y estabilidad de conexión. A continuación se enlistan sus especificaciones.

Ultra baja potencia en modo activo 38mA.
Protocolos TCP/IP,DHCP,UDP,DNS,ARP,FTP,TCP,HTTP y ICMP.
Potencia de transmisión de 0dBm a 12 dBm.
TTL,UART.
Soporte de redes AdHOC.
Posibilidad de antena integrada o conector para antena.

Tabla A.5: Especificaciones del módulo WiFly.

A.5. Diagramas mecánicos

Todos los diagramas mecánicos fueron diseñados utilizando el software DS Catia V5. Se agregan las medidas de los elementos en *mm*. En la Figura B.2 se tiene el diagrama de la base del robot, esta base se diseño con el propósito de poder cambiar ciertos elementos como son los servoamplificadores, los motores, el lugar de la placa de control. En la Figura A.2 se coloca el diagrama de otras partes importantes del diseño, como son las bases para motor, bases para baleros y el nuevo eje para las ruedas.

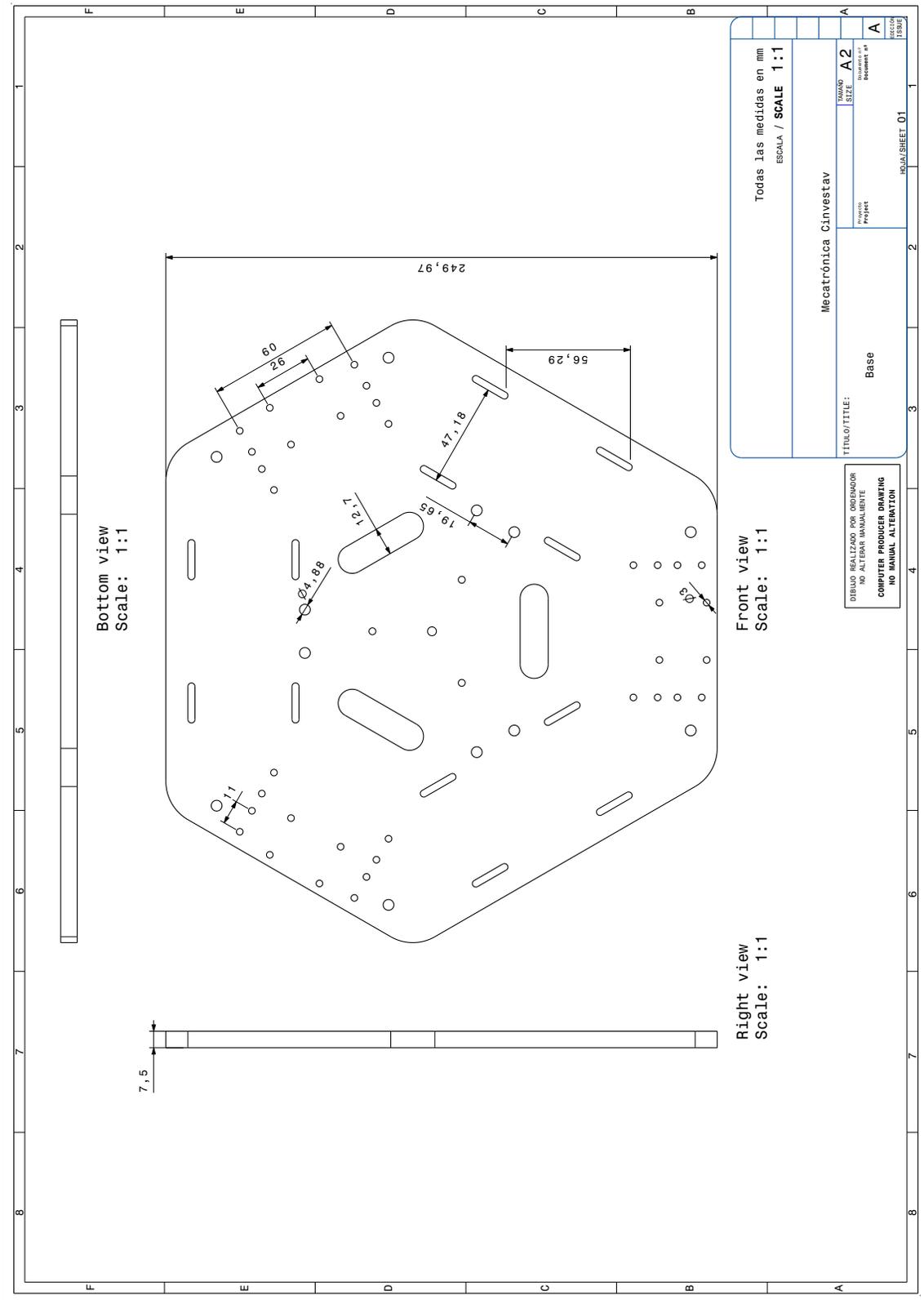


Figura A.1: Diagrama de medidas para la base del robot.

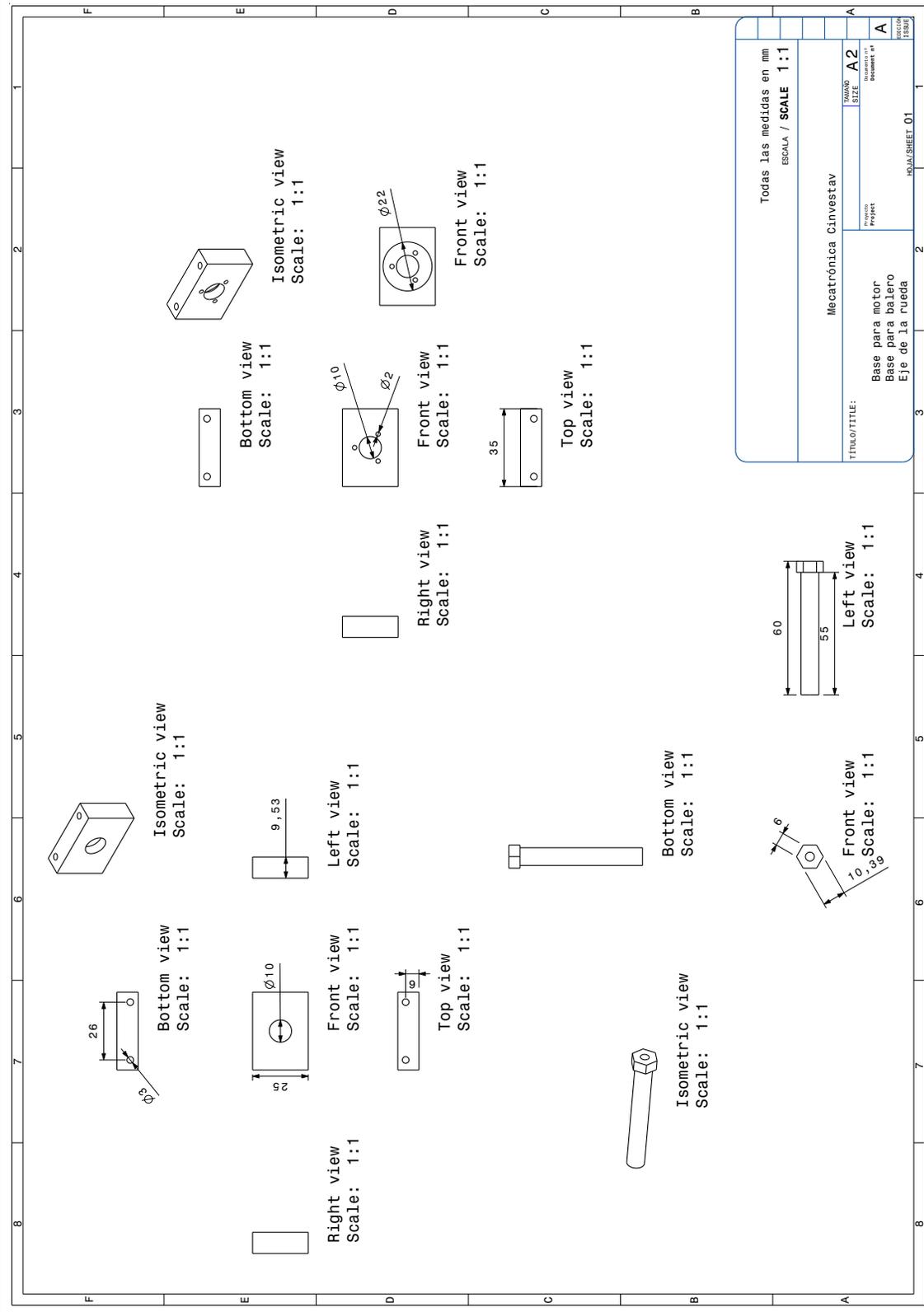


Figura A.2: Diagrama de medidas diferentes elementos del robot.

Apéndice B

Diseño de PCBs

A continuación se presenta el diagrama esquemático de las placas principales para el robot móvil omnidireccional. El diseño de PCBs se realizó en el software Altium Designer. Se realizó el diseño de una placa donde se colocarán todos los elementos que forman parte de la recepción e interpretación de información enviada por la PC. También se realizó el diseño de una placa donde se colocarán los conectores para las pilas y los micro-switch, sin embargo este último no se presenta en este Apéndice.

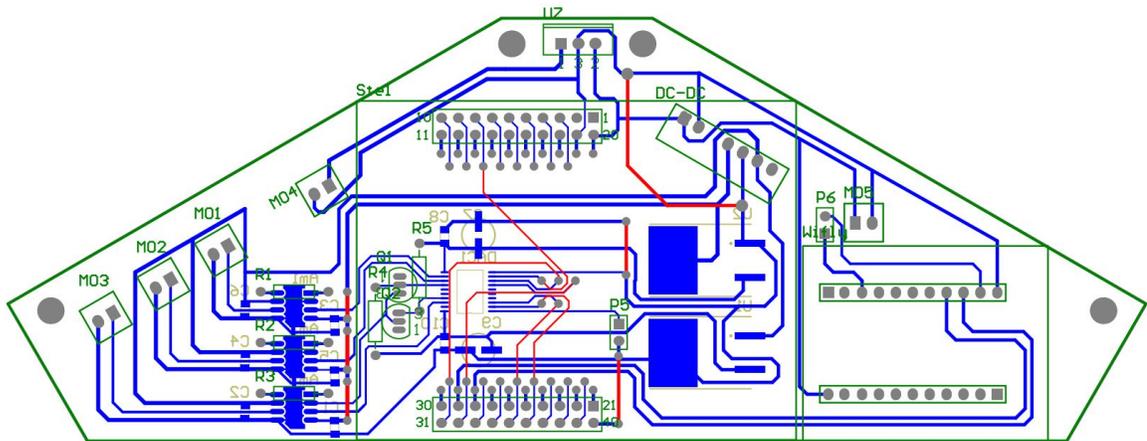


Figura B.1: Diseño de PCB para la placa de control del robot móvil omnidireccional.

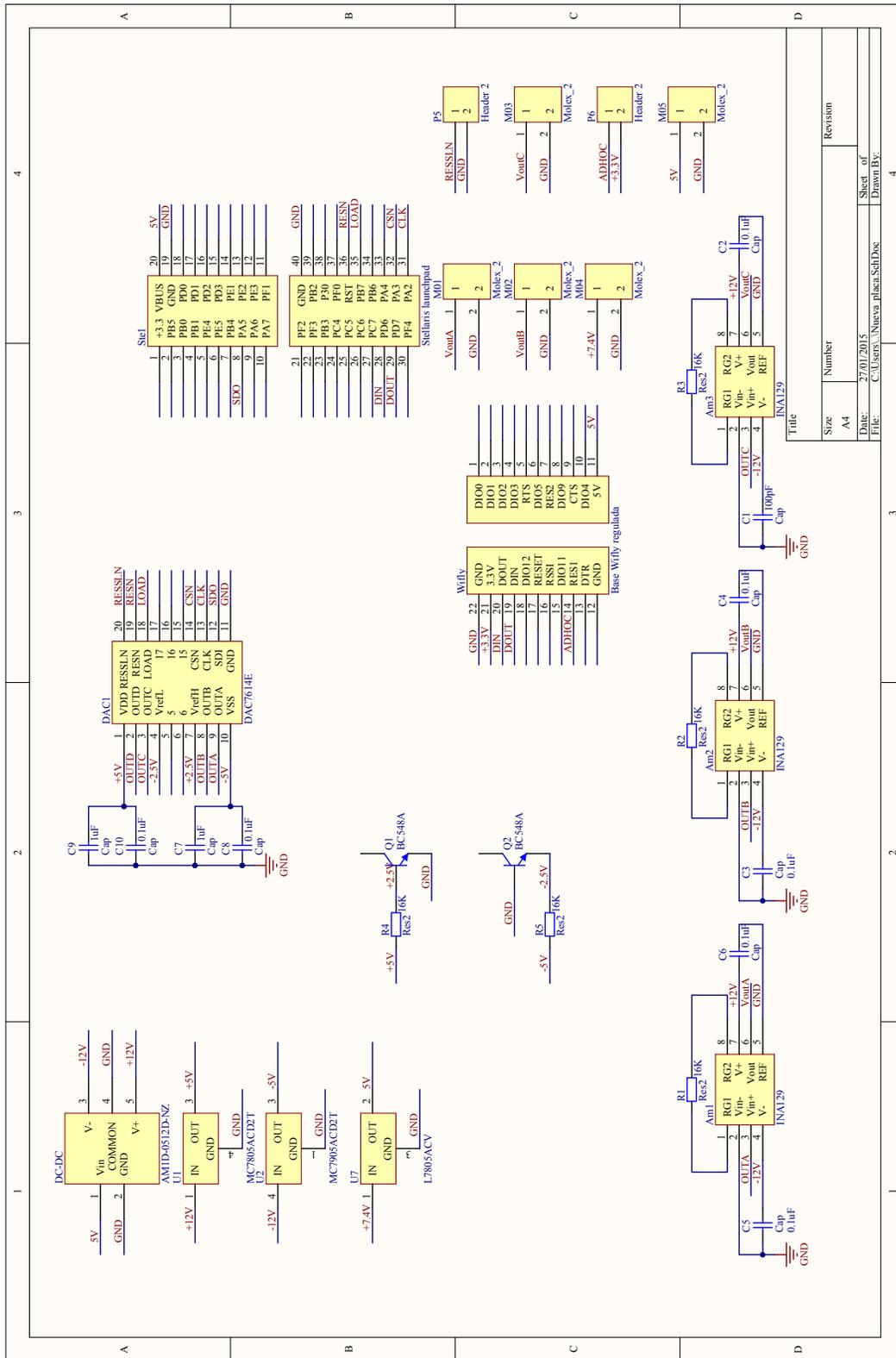


Figura B.2: Diagrama esquemático.

Bibliografía

- [1] G. Campion, G. Bastin, and B. D'Andrea-Novet. Structural properties and clasification of kinematics anda dynamics models of wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1996.
- [2] J.K. Hale. *Theory of functional differential equations*. Springer-Verlag, New York, 1977.
- [3] V. Kolmanovskii and A. Myshkis. *Applied theory of functional differential equations*. Kluwer Academic Publishers, Drodrecht, Netherlands, 1992.
- [4] T. Mori and H. Kokame. Stability of $\dot{x} = ax(t) + bx(t - \tau)$. *IEEE Trans. Automation Control*, page 34(4), 1989.
- [5] T.J. Su, I.K. Fong, and Tseng C.L. Stability analysis of linear systems with time delay. *IEEE Transactions on Automation Control*, page 39(6), 1994.
- [6] S.I. Niculescu, C.E. de Souze, J.M. Dion, and L. Dugartd. Robust stability and stabilization for uncertain linear systems with state delay:single delay case. *IFAC Workshop on Robust Control Design*, pages 469–474, 1994.
- [7] A. Bartholomeus, M. Dambrine, and J.P. Richard. Stability of perturbed systems with time-varying delays. *System and Control Letters*, pages 155–163, 1997.
- [8] O.J.M Smith. Closer control of loops with deadtime. *Chem. Eng. Prog.*, pages 53(5):217–219, 1957.
- [9] Z.J. Palmor. Time-delay compensation smith predictor and its modifications. *The control handbook*, pages 224–237, 1996.
- [10] A. Germani, C. Manes, and P. Pepe. A new approach to state observation of nonlinear systems with delayed output. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 47(1):96–101, 2002.
- [11] M. Hou, P. Zítek, and R.J. Patton. An observer design for linear time-delay systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 47(1):121–125, 2002.

- [12] B. Targui, C.M. Astorga-Zaragoza, M. Frikel, M. M'Saad, and E. Magarotto. Observer design for time delay nonlinear triangular systems. In *IFAC World Congress*, volume 18, pages 680–685, 2011.
- [13] FE. Thau. Observing the state of non-linear dynamic systems†. *International Journal of Control*, 17(3):471–479, 1973.
- [14] R. Rajamani. Observers for lipschitz nonlinear systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 43(3):397–401, 1998.
- [15] C. Kravaris and R.A. Wright. Deadtime compensation for nonlinear chemical processes. *AIChE Journal*, pages 35:1535–1542, 1989.
- [16] M.A. Henson and D.E. Seborg. Time delay compensation for nonlinear processes. *Industrial Engineering Chem.*, pages 33:1493–1500, 1994.
- [17] F. Mazenc and P. Bliman. Backstepping design for time-delay nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(1):149–154, 2006.
- [18] M. Krstic. Input delay compensation for forward complete and strict-feedforward nonlinear systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 55(2):287–303, 2010.
- [19] Jialiang Lu R.S., G. Guanrong, C, and H.A. Malki. Predictive fuzzy pid control for complex processes. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pages 2:544–548, 2000.
- [20] H.R. Hur, J.M. Lee, Suk Lee, and M.H. Lee. Compensation of time delay using a predictive controller. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pages 3.1087–1092, 1999.
- [21] M. Velasco-Villa, B. Del Muro-Cuellar, and A. Alvarez-Aguirre. Smith-predictor compensator for a delayed omnidirectional mobile robot. In *15th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages T30–027, 2007b.
- [22] M. Velasco-Villa, A. Alvarez-Aguirre, and G. Rivera-Zago. Discrete-time control of an omnidirectional mobile robot subject to transport delay. In *American Control Conference 2007*, 2007a.
- [23] M. Wargui, A. Tayebi, Tadjine.M., and A. Rachid. On the stability of an autonomous mobile robot subject to network induced delay. In *Proc. of the IEEE International Conference on Control Applications International Conference on Control Applications*, pages 28–30.
- [24] Jairo Ordaz, Sergio Salazar, Sabine Mondy, Hugo Romero, and Rogelio Lozano. Predictor-based position control of a quad-rotor with delays in gps and vision measurements. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, pages 70(1–4):13–26, 2013.

-
- [25] P.K. Padhy, S. Takeshi, N. Sousuke, and H. Hideky. Modeling and position control of mobile robot. *IEEE International Workshop on Advanced Motion Control*, 2010.
- [26] E. Slawinsky, V. A.Mut, and J.F. Postigo. Teleoperation of mobile robots with time-varying delay. *IEEE Transactions on Robotics*, page 23, 2007.
- [27] C. Canudas, B. Siciliano, G. Bastin, B. Brogliato, G. Campion, D'Andrea-Novell, A. De Luca, W. Khalil, R. Lozano, R. Ortega, C. Samson, and P. Tomei. *Theory of Robot Control*. Springer-Verlag, London, 1996.
- [28] K. Watanabe. Control of an omnidirectional mobile robot. *IEEE Second International Conference on Knowledge-Based Intelligent Electronic Systems*, pages 51–60, 1998.
- [29] R. Balakrishna and G. Ashitava. Modelling of slip for wheeled mobile robot. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pages 126–132, 1995.
- [30] G. Rivera-Zago. Diseño, construcción y control para seguimiento de trayectorias de un robot móvil omnidireccional. 2006.
- [31] S-I Niculescu, C.E. de Souza, L. Dugard, and J-M. Dion. Robust exponential stability of uncertain systems with time-varying delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pages 43(5):743–748, 1998.
- [32] Taylor Russel. url <http://www.cs.unc.edu/~taylorr/>.
- [33] R.M. Taylor II, T.C. Hudson, A. Seeger, J. Juliano, and A.T Helser. Vrpn: A device-independent, network-transparent vr peripheral system. *VRST Conference*, 2001.
- [34] Boost.org. boost c++ libraries. url <http://www.boost.org/>, 2007.
- [35] Tuxfamily. Eigen. url <http://eigen.tuxfamily.org/>, 2015.