



CENTRO DE
INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
SECCIÓN DE MECATRÓNICA

**Navegación, guía de vuelo y control de la dinámica lateral-direccional de
una aeronave de ala fija**

Tesis que presenta:

M. en C. José Juan Corona Sánchez

Para obtener el grado de:

Doctor en ciencias

En la especialidad de:

Ingeniería Eléctrica

Director de Tesis:

Dr. Hugo Rodríguez Cortés

Índice general

| | |
|---|-------------|
| Lista de figuras | VIII |
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Historia de los vehículos aéreos no tripulados | 1 |
| 1.1.1. Clasificación de los UAV | 5 |
| 1.2. Guía de vuelo, navegación y control | 6 |
| 1.2.1. Navegación | 6 |
| 1.2.2. Guía de vuelo | 6 |
| 1.2.3. Sistema control | 7 |
| 1.3. Revisión bibliográfica | 7 |
| 1.3.1. Modelado de aeronaves de ala fija | 7 |
| 1.3.2. Control dinámica lateral-direccional | 9 |
| 1.4. Planteamiento del problema | 12 |
| 1.5. Objetivos y aportaciones | 14 |
| 1.5.1. Objetivo general | 14 |
| 1.5.2. Objetivos particulares | 14 |
| 1.5.3. Aportaciones | 14 |
| 1.6. Organización de la tesis | 15 |
| 2. Modelo matemático | 17 |
| 2.1. Marcos de referencia | 17 |
| 2.1.1. Ejes inerciales | 18 |
| 2.1.2. Ejes cuerpo | 18 |

| | |
|---|-----------|
| 2.1.3. Ejes viento | 18 |
| 2.2. Convención de signos | 19 |
| 2.3. Cinemática rotacional | 20 |
| 2.3.1. Ángulos de Euler | 21 |
| 2.3.2. Matriz de rotación | 22 |
| 2.4. Modelo dinámico de la aeronave | 23 |
| 2.5. Modelo dinámico ejes viento | 25 |
| 2.5.1. Modos de vuelo | 27 |
| 2.5.2. Dinámica longitudinal de la aeronave | 28 |
| 2.5.3. Dinámica lateral-direccional de la aeronave | 30 |
| 2.5.3.1. Desacoplamiento de la dinámica lateral-direccional | 32 |
| 2.5.3.2. Separación de la dinámica lateral-direccional | 34 |
| 2.6. Ecuaciones de navegación | 36 |
| 2.7. Colección de ecuaciones de movimiento | 37 |
| 3. Control de una aeronave | 39 |
| 3.0.1. Ejemplo | 41 |
| 3.1. Maniobras de giro para aeronaves | 44 |
| 3.1.1. Giro plano | 45 |
| 3.1.2. Giro con alabeo | 45 |
| 3.1.2.1. Guiñada adversa | 46 |
| 3.1.3. Giro coordinado no lineal | 47 |
| 3.1.4. Giro coordinado lineal | 48 |
| 3.2. Control lateral-direccional | 48 |
| 3.2.1. Control por retroalimentación parcial de estados | 49 |
| 3.2.2. Control basado en TECS/THCS | 50 |
| 3.3. Análisis de estabilidad | 55 |
| 3.4. Sistema de navegación | 59 |
| 3.5. Algoritmo de guía de vuelo | 61 |
| 3.6. Error de guiñada en $SO(3)$ | 61 |

| | |
|--|------------|
| 4. Simulaciones en X-Plane | 65 |
| 4.1. Simulaciones para GP-PT-60 | 65 |
| 4.2. Simulaciones para Cessna 172-S | 68 |
| 5. Plataforma experimental | 73 |
| 5.1. Avión TELEMASTER | 73 |
| 5.2. Sistema de vuelo autónomo (SVA) | 74 |
| 5.2.1. Sistema de piloto automático o manual (PAM) | 75 |
| 5.2.2. Sistema de control y grabación de datos | 77 |
| 5.3. Consideraciones eléctricas SVA | 78 |
| 6. Implementación y resultados experimentales | 81 |
| 6.1. Caracterización de las superficies de control | 81 |
| 6.2. Convención de signos y configuración AHRS | 82 |
| 6.3. SVA tiempo real | 84 |
| 6.4. Desempeño de la aeronave | 92 |
| 6.5. Pruebas y resultados experimentales | 94 |
| 6.5.1. Prueba 1 (Retroalimentación de estados) | 96 |
| 6.5.2. Prueba 2 (Retroalimentación de estados y THCS) | 98 |
| 6.5.3. Prueba 3 (Retroalimentación de estados, THCS y guía de vuelo) | 101 |
| 7. Conclusiones y trabajo futuro | 105 |
| 7.1. Conclusiones | 105 |
| 7.2. Trabajo futuro | 107 |
| A. Publicaciones | 115 |
| A.1. Publicaciones en revistas | 115 |
| A.2. Publicaciones en congreso | 115 |

Índice de figuras

| | |
|--|----|
| 1.1. Bombardero Aéreo Perley (USA 1863) | 1 |
| 1.2. Torpedo Aéreo Sperry (USA 1917) | 2 |
| 1.3. Kettering bug (USA 1920) | 2 |
| 1.4. Queen Bee (Reino Unido 1930) | 2 |
| 1.5. Radioplano OQ Target (USA 1939) | 3 |
| 1.6. Bomba voladora V-1 (Alemania 1940) | 3 |
| 1.7. PB4Y-1 Liberator (USA 1942) | 3 |
| 1.8. AQM-34 Ryan Firebee (USA 1960) | 4 |
| 1.9. Scout de IAI Corporation (Israel 1982) | 4 |
| 1.10. Pioneer de AAI Corporation e Israel Aircraft Industries (Israel 1988) | 5 |
| 1.11. Predator de General Atomics (USA 1990) | 5 |
| 1.12. Pathfinder de AeroVironment Corporation (USA 1997) | 6 |
| 1.13. Global Hawk de Northrop Grumman (USA 2001) | 6 |
| 1.14. Helios de AeroVironment Corporation (USA 2005) | 7 |
| 2.1. Ejes inerciales x^e, y^e, z^e y ejes ECEF x^{ec}, y^{ec}, z^{ec} [1] | 18 |
| 2.2. Ejes cuerpo y ejes viento | 18 |
| 2.3. Convención de signos para las superficies de control | 19 |
| 2.4. A) ϕ ángulo de alabeo, p velocidad angular de alabeo, B) θ ángulo de cabeceo, q velocidad angular de cabeceo, C) ψ ángulo de guiñada, r velocidad angular de guiñada | 20 |
| 2.5. Ejes de un aeronave de ala fija | 27 |
| 3.1. Péndulo simple | 41 |

| | |
|--|----|
| 3.2. Giro plano | 45 |
| 3.3. Giro con alabeo | 45 |
| 3.4. Cambio del ángulo de ataque debido a la superficie de control | 46 |
| 3.5. Guiñada adversa | 46 |
| 3.6. Guía de vuelo | 61 |
| 4.1. Ángulo de derrape β | 66 |
| 4.2. Velocidades angulares p y r | 67 |
| 4.3. Ángulo de alabeo ϕ | 67 |
| 4.4. Ángulo de guiñada ψ | 67 |
| 4.5. Error en el ángulo de guiñada ψ | 68 |
| 4.6. Deflexión del alerón δ_a | 68 |
| 4.7. Deflexión del timón δ_r | 68 |
| 4.8. Trayectoria en el plano x^e, y^e | 69 |
| 4.9. Ángulo de derrape β | 70 |
| 4.10. Velocidades angulares p y r | 70 |
| 4.11. Ángulo de alabeo ϕ | 70 |
| 4.12. Ángulo de guiñada ψ | 71 |
| 4.13. Deflexión del alerón δ_a | 71 |
| 4.14. Deflexión del timón δ_r | 71 |
| 4.15. Trayectoria en el plano x^e, y^e | 72 |
| 5.1. Avión TELEMASTER | 73 |
| 5.2. Avión de pruebas | 73 |
| 5.3. Sistema de propulsión | 74 |
| 5.4. Sistema de vuelo autónomo SVA | 75 |
| 5.5. Bahía de carga para el SVA | 75 |
| 5.6. Sistema PAM | 76 |
| 5.7. Radio control | 76 |
| 5.8. Tarjeta de control y grabación de datos | 77 |
| 5.9. AHRS <i>Attitude Heading Reference System</i> | 77 |
| 5.10. Características eléctricas SVA | 79 |

| | |
|--|-----|
| 6.1. Mandos | 81 |
| 6.2. Caracterización del elevador | 82 |
| 6.3. Caracterización del acelerador | 82 |
| 6.4. Caracterización del alerón | 82 |
| 6.5. Caracterización del timón | 83 |
| 6.6. Alerones | 83 |
| 6.7. Timón | 83 |
| 6.8. Elevador | 84 |
| 6.9. Observador | 84 |
| 6.10. Giotto: Típica definición de tarea | 85 |
| 6.11. Modo inicio m_1 | 86 |
| 6.12. Modo vuelo automático m_2 | 86 |
| 6.13. Demanda del procesador | 92 |
| 6.14. Velocidad respecto al ángulo de ataque | 94 |
| 6.15. Radio de giro a diferentes velocidades | 94 |
| 6.16. Campo de vuelo Xaltocan vista satélite 2018 | 95 |
| 6.17. Campo de vuelo Xaltocan | 95 |
| 6.18. Ángulo de alabeo ϕ (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) . . | 96 |
| 6.19. Ángulo de cabeceo θ (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) . | 96 |
| 6.20. Ángulo de guiñada ψ (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) . | 97 |
| 6.21. Deflexión del alerón δ_a | 97 |
| 6.22. Deflexión del timón δ_r | 97 |
| 6.23. Ángulo de ataque α (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) . . | 98 |
| 6.24. Ángulo de derrape β (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) . | 98 |
| 6.25. Velocidad relativa del viento V (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | 99 |
| 6.26. Plano x^e, y^e | 99 |
| 6.27. Ángulo de alabeo (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) . . . | 99 |
| 6.28. Ángulo de cabeceo (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) . . | 99 |
| 6.29. Ángulo de guiñada (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) . . | 100 |
| 6.30. Deflexión del alerón δ_a (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | 100 |

| | |
|---|---------------|
| 6.31. Deflexión del timón δ_r (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | 101 |
| 6.32. Ángulo de ataque α (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | . . 101 |
| 6.33. Ángulo de derrape β (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | . 101 |
| 6.34. Velocidad relativa del viento (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | 101 |
| 6.35. Plano x^e, y^e | 102 |
| 6.36. Ángulo de alabeo ϕ (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | . . 102 |
| 6.37. Ángulo de cabeceo (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | . . 102 |
| 6.38. Ángulo de guiñada ψ (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | . 102 |
| 6.39. Deflexión del alerón δ_a (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | 102 |
| 6.40. Deflexión del timón δ_r (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | 103 |
| 6.41. Ángulo de ataque α (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | . . 103 |
| 6.42. Ángulo de derrape β (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | . 103 |
| 6.43. Velocidad relativa del viento V (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático) | 103 |
| 6.44. Plano x^e, y^e | 104 |

A mis padres

Alberto Corona
Guadalupe Sánchez

Agradecimientos

Al CONACyT por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de doctorado. Al CINVESTAV por darme la oportunidad de pertenecer a este gran centro de investigación. A la sección de mecatrónica por ayudarme en estos 4 años. Al Doctor Hugo Rodríguez, porque a pesar de los momentos difíciles y de las decepciones siempre creyó en mí para sacar este proyecto adelante. A mis compañeros de generación Mario González, Oscar García, Luis Trujillo, Jesús Santiaguillo, Omar Mendoza, Rolando Cortes y Yarei Tlatelpa por demostrarme la gran calidad de personas que son y por hacer de éste doctorado una de las mejores experiencias de mi vida. A mi padre Alberto Corona y a mi madre Guadalupe Sánchez por tenerme la paciencia a lo largo de este gran camino llamado vida, con mi mayor respeto y admiración hacia ellos, esta tesis es un logro tanto de ellos como mío, eternamente agradecido. A mi hermana Dulce Corona, por impulsarme a llegar cada vez mas alto, por su apoyo incondicional, gracias. Al piloto de pruebas Luis Munguía por la disposición de realizar las pruebas necesarias para que este trabajo tuviera buenos resultados y por la donación de la plataforma experimental. Al Ingeniero Roberto Guzmán por su apoyo en las pruebas de vuelo y en la reparación de las aeronaves dañadas.

Resumen

El presente trabajo aborda los problemas de navegación, guía de vuelo y control para una aeronave de ala fija. Primeramente se realiza un estudio del modelo dinámico de la aeronave. Donde dicho modelo se divide en dos, dinámica longitudinal y dinámica lateral-direccional, enfocando este trabajo al estudio a fondeo de la dinámica lateral-direccional. Se analizan los diferentes tipos de viraje para una aeronave de ala fija, siendo el giro coordinado la maniobra elegida para dirigir el rumbo de la aeronave. Se propone un esquema de control para la dinámica lateral-direccional basado en la técnica TECS/THCS. Se lleva a cabo la implementación en tiempo real del controlador propuesto en el simulador de vuelo X-Plane. El controlador se prueba en dos aeronaves con diferentes características de vuelo (avión de aeromodelismo GP-PT-60 y Cessna 172-S). Se realiza un prototipo experimental para evaluar los algoritmos de navegación, guía de vuelo y control propuestos durante el desarrollo de ésta investigación. Resultados experimentales se muestran.

Abstract

This work develops the navigation, guidance and control problems for a fixed wing aircraft. First, a study of the mathematical model for a fixed wing aircraft was done. The aircraft dynamic model is divided in two, longitudinal dynamic and lateral-directional dynamic. For this work, the lateral-directional dynamic is studied hard. The different kind of turns for a fixed wing aircraft are studied, choosing the coordinated turn as the maneuver to drive the heading of the fixed wing aircraft. A control for the lateral-directional dynamics based in TECS/THCS is proposed. An implementation in real time was made, this simulation was developed in X-Plane an aircraft simulator. The controller proposed was implemented in two aircraft with different flight characteristics (aeromodelling aircraft GP-PT-60 and Cesna 172-S). An experimental prototype was developed in order to evaluate the navigation, guidance and control algorithms proposed in this research. Finally, experimental results are presented.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Historia de los vehículos aéreos no tripulados

Los vehículos conocidos como UAV (por sus siglas en inglés *Unmanned aerial vehicle*), son aeronaves sin un piloto humano a bordo. El vuelo de estas aeronaves se controla mediante computadoras a bordo del vehículo o desde estaciones en tierra a través de radio control. El primer registro que se tiene de un UAV es de febrero de 1863. Dos años después del inicio de la guerra civil estadounidense, un inventor de la ciudad de Nueva York llamado Charles Perley registró y patentó un bombardero aéreo no tripulado. Perley diseñó un globo de aire caliente que cargaba una canasta con explosivos [2], Figura 1.1.

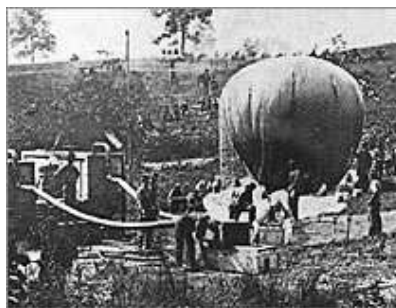


Figura 1.1: Bombardero Aéreo Perley (USA 1863)

En 1917, el Dr. Peter Cooper y Elmer A. Sperry inventaron un estabilizador automático basado en un giroscopio, capaz de mantener el ángulo de cabeceo de una aeronave de ala fija [3]. Cooper y Sperry utilizaron su tecnología para convertir al U.S. Navy Curtiss N-9, de aeronave de entrenamiento, a un UAV radio controlado, Figura 1.2. El torpedo aéreo Sperry tuvo pruebas satisfactorias aunque jamás se utilizó en combate.

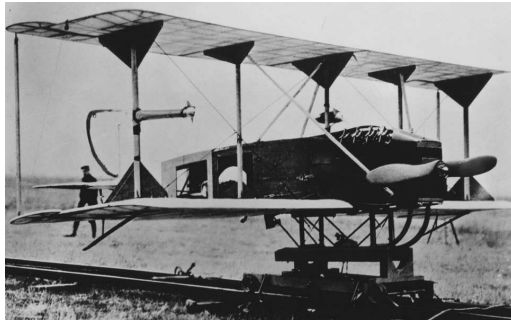


Figura 1.2: Torpedo Aéreo Sperry (USA 1917)

La *Kettering bug* fue un pequeño aeroplano equipado para cargar un peso de 300 libras [3]. Chales F. Kettering de General Motors diseñó este vehículo. El ejército estadounidense ordenó varios de estos vehículos pero el final de la primera guerra mundial canceló la producción, Figura 1.3.



Figura 1.3: Kettering bug (USA 1920)

Para los años 30, la llamada *Queen Bee*, fue el primer UAV reutilizable [3], se utilizó para entrenar soldados en pruebas de tiro. La *Queen Bee* era radio controlada, podía lograr una altura máxima de 17,000 ft y velocidades de 100 mph. Muchos de estos vehículos fueron usados por la Fuerza Aérea Real (Reino Unido), la *Queen Bee* fue retirada de servicio en 1947, Figura 1.4.

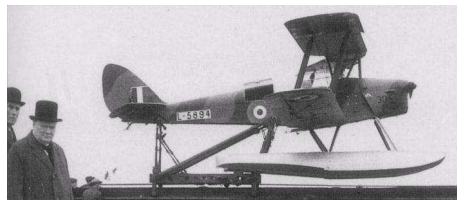


Figura 1.4: Queen Bee (Reino Unido 1930)

En 1939, el actor inglés Reginald Denny crea la compañía Radioplane, ahora conocida como Northrop Grumman [3], [2]. Los ingenieros de esta empresa desarrollaron un avión a control remoto, el radio control utilizando tenía el mayor alcance en ese momento. Varias series de estos aviones se manufacturaron con éxito, con el nombre de OQ Targets, Figura 1.5.

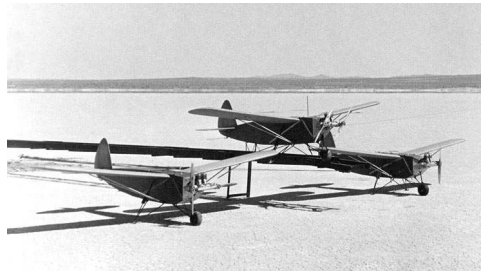


Figura 1.5: Radioplane OQ Target (USA 1939)

A principios de la segunda guerra mundial, Adolf Hitler comisionó a sus ingenieros diseñar una “bomba voladora” [2]. Fieseler Flugzeugbau diseñó la V-1, una bomba lanzada mediante una catapulta, una vez en el aire la impulsaba una turbina. El primer lanzamiento de esta bomba tuvo lugar en 1944 causando grandes bajas

materiales, Figura 1.6.

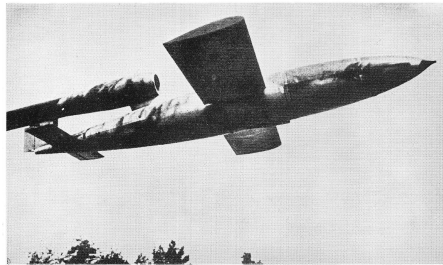


Figura 1.6: Bomba voladora V-1 (Alemania 1940)

La contra parte de la bomba voladora V-1 fue el PB4Y-1 *liberator*, el cual fue modificado para ser guiado mediante radio control [3]. Esta aeronave despegaba con dos tripulantes que piloteaban la aeronave hasta colocarla cerca de las bombas voladoras alemanas V-1, cuando los tripulantes dejaban la aeronave, esta era guiada a control remoto para destruirlas. En el año de 1944 estas operaciones comenzaron a tener éxito. Este hecho quedará registrado en la historia como la primera vez que se uso un UAV en contra de otro UAV, Figura 1.7.



Figura 1.7: PB4Y-1 Liberator (USA 1942)

En los años 60, Estados Unidos comienza un programa para diseñar UAV invisibles a los radares para misiones de reconocimiento [3]. El resultado fue el AQM-34 Ryan Firebee, Figura 1.8, estas aeronaves realizaron varias misiones de reconocimiento en el sur de Asia.



Figura 1.8: AQM-34 Ryan Firebee (USA 1960)

En 1978, Israel Aircraft Industries (IAI) construyó el Scout, Figura 1.9, un UAV de 13 ft de envergadura hecho de fibra de vidrio [3]. El Scout es capaz de transmitir en tiempo real una vista de 360° del campo sobre el cual vuela. En 1982 durante el conflicto entre Israel y Siria se utilizó una flota de Scouts para buscar bases de lanzamiento de misiles. Con el éxito obtenido por el Scout, Israel comercializó una versión del Scout más pequeña. Este nuevo UAV recibió el nombre de Pioneer (Figura 1.10). Estados Unidos adquirió varios Pioneer para usarlos en la guerra del golfo Pérsico.



Figura 1.9: Scout de IAI Corporation (Israel 1982)



Figura 1.10: Pioneer de AAI Corporation e Israel Aircraft Industries (Israel 1988)

Hasta este punto los UAV ya formaban parte de la historia, pero en noviembre del 2002 los UAV se vuelven protagonistas en las guerras cuando un Predator, Figura 1.11, lanzó un misil *Hellfire* contra el vehículo todo terreno del supuesto líder de Al Qaeda [2]. Es ahí donde EUA da a conocer en un informe que cada día recorría los cielos de Iraq, Afganistán, Somalia y Pakistán con un vehículo aéreo no tripulado. El Predator de General Atomics también se utiliza para la vigilancia de la frontera entre Estados Unidos y México.



Figura 1.11: Predator de General Atomics (USA 1990)

Además de las aplicaciones bélicas los UAV tienen aplicaciones civiles y estas van desde la toma artística de fotografías aéreas, el monitoreo de multitudes hasta la recolección de datos naturales. Un ejemplo de una aplicación distinta a la militar de un UAV es el Pathfinder, un UAV que utiliza energía solar. El Pathfinder es una aeronave ultraligera desarrollada por AeroVironment Corporation [3]. El principal objetivo de esta aeronave es recolectar datos del viento, del clima y capturar fotografías en alta resolución, Figura 1.12.



Figura 1.12: Pathfinder de AeroVironment Corporation (USA 1997)

A lo largo de la historia, los vehículos aéreos no tripulados con mayor inteligencia siguen siendo tecnología militar, por lo que no hay información acerca de como se logran los vuelos autónomos. Una demostración de la enorme capacidad de los UAV militares es el *Global Hawk* 1.13, siendo el primer vehículo no tripulado en cruzar el océano más grande de la Tierra. El 23 de abril del 2001 despegó de USA y 23 horas 20 minutos después aterrizó en Australia, todo esto con un plan de vuelo previamente calculado.

El último UAV registrado y aún en desarrollo es el Helios [3], Figura 1.14, al igual que el Pathfinder este es un vehículo solar con una gran capacidad de autonomía, se calcula que el Helios podrá volar en modo continuo por meses. Este UAV se usará para ayudar con las comunicaciones satelitales reduciendo su costo.



Figura 1.13: Global Hawk de Northrop Grumman (USA 2001)



Figura 1.14: Helios de AeroVironment Corporation (USA 2005)

1.1.1. Clasificación de los UAV

A lo largo de la historia se han manufacturado diferentes tipos de UAV. Es necesario por lo tanto clasificarlos para centrarnos un tipo de vehículos. Una clasificación de los UAV se refiere al tipo de ala sustentadora.

- Vehículo de ala rotativa.
- Vehículos de ala fija.

Un vehículo de ala rotativa se caracteriza por que la principal fuerza sustentadora se produce por alas que tienen un movimiento relativo al fuselaje, tal es el caso

de los helicópteros y de los multirrotores. En cambio en un vehículo de ala fija, la principal fuerza sustentadora se produce por el ala, la cual esta adosada rígidamente al fuselaje. Los vehículos de ala rotativa tienen ciertas ventajas sobre los de ala fija como despegue y aterrizaje vertical, la capacidad de vuelo en estado estacionario y mayor maniobrabilidad. Por otro lado, los vehículos de ala fija tienen la ventaja de mayor autonomía y mayor capacidad de carga, lo cual los hace ideales para recorridos de largas distancias, un ejemplo de esto son las aeronaves comerciales.

1.2. Guía de vuelo, navegación y control

La navegación, la guía de vuelo y el control mejor conocido como GNC (por sus siglas en inglés *guidance, navigation and control*) es una rama de ingeniería encargada de diseñar sistemas para controlar el movimiento de vehículo aéreos [4]. El GNC calcula la posición, la ruta y los movimientos de las superficies de control en tiempo real. Estos cálculos se realizan mediante procesadores a bordo de la aeronave [5].

1.2.1. Navegación

La navegación es la determinación de la posición, la velocidad y la orientación de un vehículo con respecto a un marco de referencia. Para vehículos que se mueven en exteriores el GPS (*Global Positioning System*) es la mejor opción para determinar la posición y velocidad translacionales, la orientación se puede determinar usando giroscopios, acelerómetros y magnetómetros [4].

1.2.2. Guía de vuelo

La guía de vuelo es la determinación de la ruta o trayectoria de viaje del vehículo, desde su posición original hasta un punto deseado. La guía de vuelo debe ser capaz de adaptarse a diferentes eventos que se pueden presentar durante el vuelo. La función de la guía de vuelo es integrar matemáticamente a las funciones de navegación y de control [4].

1.2.3. Sistema control

La función del sistema de control es manejar la orientación y la posición del vehículo. El control de la aeronave se logra mediante la manipulación de sus superficies de control: alerones, *flaps*, elevadores, timón, etc. El sistema de control necesita de las funciones de navegación y guía de vuelo para dirigir los movimientos del vehículo y lograr el objetivo deseado [4]. El principal reto en el diseño de algoritmos de control para vehículos de ala fija es reducir su dependencia de las características aerodinámicas de la aeronave. Un controlador que no dependa de dichos parámetros tendría un mejor funcionamiento, esto sigue siendo un problema abierto, aún para las aeronaves comerciales y militares.

1.3. Revisión bibliográfica

Esta sección esta destinada a dar una revisión bibliográfica sobre el modelado dinámico y control de vehículos de ala fija.

1.3.1. Modelado de aeronaves de ala fija

El modelo dinámico de una aeronave de ala fija proviene del modelo de un cuerpo rígido que se mueve en el espacio, las ecuaciones diferenciales que lo describen se obtienen a partir de diferentes metodologías. Por ejemplo en [6], se obtiene por medio del método de Quasi-Langrange, una modificación de Euler-Lagrange para considerar variables expresadas en coordenadas no inerciales. Al modelo del cuerpo rígido se agregan fuerzas y momentos aerodinámicos, que se generan debido a la interacción de la geometría de la aeronave con el aire, fuerzas y momentos de propulsión y fuerzas gravitacionales.

Otra metodología para obtener el modelo de un cuerpo rígido es mediante la segunda ley de Newton como se muestra en [7], donde al igual que en la referencia [6] las fuerzas y momentos externos dependen de la gravedad, de la fuerza la planta motriz y de las características aerodinámicas.

La complejidad del modelo de una aeronave de ala fija conduce a buscar estrategias

para su análisis. En [7], [8] y [9], se presentan las condiciones para dividir a la dinámica de la aeronave en longitudinal y lateral-direccional y su representación lineal en diferentes condiciones de vuelo.

Las fuerzas y momentos aerodinámicos se expresan en función de coeficientes aerodinámicos. Los coeficientes aerodinámicos modelan la interacción del aire y la geometría de la aeronave. Los coeficientes aerodinámicos se han estudiado ampliamente en la literatura, por ejemplo en [7], [8], [10]. A pesar de entender la naturaleza de los coeficientes aerodinámicos su cálculo resulta todo un reto.

Desde los años 50 se ha hecho un esfuerzo importante para realizar la identificación de los coeficientes aerodinámicos de una aeronave. Por ejemplo en [11] se usa la repuesta en frecuencia de la aeronave, para obtener los parámetros aerodinámicos a partir de datos del vuelo. Utilizando el método de mínimos cuadrados en [12], se establece un procedimiento para realizar la estimación de los parámetros aerodinámicos. En el libro [7], se detallan diversos métodos para la identificación de parámetros que van desde métodos de regresión como los mínimos cuadrados, métodos dominio de la frecuencia y métodos de estimación fuera de línea, los métodos detallados en este libro necesitan una previa adquisición de datos experimentales, lo cual dificulta el cálculo de los coeficientes aerodinámicos.

En décadas más recientes se logró un gran avance en cuanto al cálculo de los coeficientes aerodinámicos, debido a la capacidad de procesamiento de las computadoras. Los métodos actuales abarcan el uso de túneles de viento y software de dinámica de fluidos CFD (*Computational fluid dynamics*) para la estimación de estos coeficientes. Un ejemplo de la determinación de los coeficientes aerodinámicos en forma experimental en un túnel de viento se presenta en [13]. En este trabajo se calculan los coeficientes aerodinámicos del modelo a escala del avión LASTA-95; se realiza una comparación entre los resultados obtenidos en el túnel de viento y los resultados calculados en CFD. La utilización de CFD para obtener los coeficientes aerodinámicos se presentan en [1] y [14]. En estos trabajos se utiliza Digital Datcom para obtener los coeficientes aerodinámicos, además en [1] se realizan vuelos experimentales, utilizando una regresión lineal, para refinar los coeficientes aerodinámicos. Aunque se cuenta con gran información en la literatura calcular los coeficientes aerodinámicos

sigue siendo un caso de estudio en la actualidad.

1.3.2. Control dinámica lateral-direccional

Los vehículos no tripulados (UAVs) tienen distintas aplicaciones; tales como monitoreo de multitudes, búsqueda y rescate, fotografía aérea, etc. Para realizar estas actividades, los UAV deben seguir trayectorias preprogramadas en el plano Cartesiano a una altura específica. El control de movimiento, en el plano Cartesiano, de una aeronave de ala fija requiere el control de la dinámica lateral-direccional. En la literatura comúnmente se refiere a dinámica lateral-direccional de una aeronave al conjunto de ecuaciones diferenciales que definen el comportamiento de los ángulos de alabeo y derrape, y de las velocidades angulares de alabeo y guiñada. La dinámica lateral-direccional de una aeronave de ala fija es no lineal, sub actuada y además depende de las características aerodinámicas de la aeronave, por lo tanto el diseño de una estrategia de control no es una tarea trivial.

La literatura reportada sobre el control de la dinámica lateral-direccional no es tan amplia como la literatura disponible sobre el control de la dinámica longitudinal. En [15] se presenta una ley de control PID longitudinal y lateral-direccional para una aeronave de ala fija en fase de aterrizaje. Una guía de vuelo lógica resuelve el problema de determinar el rumbo de la aeronave por medio de la definición del ángulo de alabeo deseado. El diseño del controlador considera estabilidad marginal para obtener robustez contra deficiencias del modelo, turbulencias o ráfagas de viento. Simulaciones numéricas muestran que la guía de vuelo y el control propuestos trabajan de forma adecuada. En la referencia [16] se diseñan, usando la estructura de valor-singular μ , controles lineales para estabilizar la dinámica lateral-direccional de un avión F-14 durante la etapa de propulsión. Los controles consideran el punto de operación definido por un ángulo de ataque de 10.5 grados y una velocidad del viento de 137 kilo nudos. Pilotos verifican el funcionamiento del controlador propuesto en simuladores de vuelo, llegan a la conclusión de que este supera a los controladores disponibles en el mercado.

También se han realizado trabajos para darle robustez a los controladores de la

dinámica lateral-direccional. Por ejemplo, en [17] se diseña una ley de control siguiendo la técnica μ e inmersión dinámica para mantener niveles de vuelo aceptables durante ángulos de ataque grandes para la aeronave F-16/MATV. La ley de control se diseña para dar robustez ante la variación de parámetros aerodinámicos durante el vuelo. Simulaciones numéricas muestran el desempeño del control propuesto. En [18], se propone un control para la dinámica lateral-direccional de una aeronave flexible. El diseño del control se basa en el problema estándar de dos-entradas dos-salidas y en síntesis H_2 . La robustez del controlador se prueba con simulaciones numéricas.

Otras técnicas de control para controlar la dinámica lateral-direccional se presentan, por ejemplo en [19], se diseña un control múltiple de modelo adaptable (MMAC). En [20] se presenta un control desacoplando las dinámicas longitudinal y lateral-direccional. Se presenta una serie de ejemplos para mostrar las múltiples salidas de las dinámicas longitudinal y lateral-direccional y una ley de control se diseña siguiendo la teoría de retroalimentación cuantitativa (QFT). Esta ley de control es para aeronaves acrobáticas (F-14 HARV).

La literatura también reporta el uso de métodos de control no lineal para la dinámica lateral-direccional de una aeronave de ala fija. Por ejemplo, un esquema de integración de la guía de vuelo lateral y el esquema de control, usando modos deslizantes se presenta en [21]. El lazo de guía de vuelo, calculado a nivel cinemático, se basa en un algoritmo de *twisting* y genera un error de alabeo. El lazo de control se basa en método de *super-twisting*. La prueba de existencia de las dos superficies de deslizamiento, la prueba de estabilidad en lazo cerrado y validación experimental completan este trabajo.

La estrategia de control por perturbación singular se emplea para regular la dinámica lateral-direccional en [22]. La estrategia de control descompone a la dinámica lateral-direccional en cuatro subsistemas singularmente perturbados y dirige a las referencias deseadas al ángulo de alabeo, a la velocidad angular de derrape y a la velocidad angular de guiñada. La velocidad angular de guiñada deseada se calcula en términos del factor de carga. Adicionalmente, el controlador permite la selección de

escalas de tiempo para cada subsistema. Simulaciones numéricas verifican el algoritmo de control propuesto. En [23] la técnica de *backstepping* se emplea para diseñar un controlador lateral-direccional. Se desarrolla un esquema de control adaptable para lidiar con las incertidumbres de los coeficientes aerodinámicos. Simulaciones numéricas prueban que el controlador propuesto proporciona resultados satisfactorios para seguir una referencia de alabeo usando los alerones y regulando el ángulo de derrape a cero usando el timón.

El control total de la energía (TECS) fue introducido por Lambregts en [24] para controlar la dinámica longitudinal de un aeronave de la fija. La estrategia del TECS fue probada por la NASA en el Boieng 737 [25]. Como se establece en [24] comandando la tasa de energía total y la tasa de distribución de la energía se puede mantener una velocidad aerodinámica y un ángulo de vuelo deseado.

El enfoque del TECS se basa en un control Proporcional-Integral PI, en función de las tasas de la energía total y la distribución de la energía. Las tasas de energía total y distribución de la energía son proporcionales a las derivadas con respecto del tiempo de las funciones Hamiltoniana y Lagrangiana [14] y tienen una clara interpretación en términos del intercambio entre energía potencial y de energía cinética que se producen cuando una aeronave vuela [24]. El TECS acopla la acción del elevador y del acelerador. En el caso de la dinámica longitudinal de un aeronave, el control TECS gestiona la energía de la aeronave como lo hacen los pilotos [24]. En la referencia [26], Lambregts propone una solución para la dinámica lateral-direccional. Lambregts genera una referencia de alabeo y una referencia de guiñada a partir de las integrales de la suma y resta, respectivamente, de dos funciones dependientes del estado de la dinámica lateral-direccional. Estas funciones, son llamadas tasa de error del ángulo de guiñada y tasa del error del ángulo de derrape, respectivamente. Ningún concepto de energía se utiliza en la generación de estas funciones, sin embargo su estructura es similar a las tasas de energía total y distribución de energía.

Bruzzini en [27] propone un controlador lateral-dieccional inspirado en la técnica TECS. Los fundamentos de energía para la dinámica lateral-direccional no son evidentes; por lo tanto, Bruzzini considera un “balance de energía” entre los movimientos de alabeo y de guiñada cuando la aeronave realiza un giro coordinado.

Siguiendo esta consideración, Bruzzini da un fundamento teórico para el error en velocidad angular de guiñada y el error en el ángulo de derrape propuestos en [26] con ciertas diferencias. En [26] la integral de la suma y diferencia del error en velocidad angular de la guiñada y el error en el ángulo de derrape definen las referencias para el ángulo de alabeo y para el ángulo de guiñada, mientras que en [27] la suma y diferencia de la velocidad angular de la guiñada y el error en el ángulo de derrape entran directamente a un controlador proporcional-integral. Además, cuando Lambregts incluye la saturación [26], Bruzzini no las incluye [27]. En [28], Lambregts introduce el título de *total heading control system* (THCS) para el control de la dinámica lateral-direccional presentado en [26]. La NASA probó exitosamente los controles TECS y THCS en el proyecto Condor [26]. THCS capturó la atención de varios investigadores, por ejemplo, Chudy [29] y Ji [30] presentan simulaciones numéricas del TECS/THCS y THCS respectivamente. Avances más recientes en TECS y THCS pueden encontrarse en [31] y [32].

1.4. Planteamiento del problema

A partir de la revisión bibliográfica se identifican dos tendencias en el control no lineal de la dinámica lateral-direccional de una aeronave de ala fija. La primera se basa en utilizar una técnica de control disponible en la literatura, por ejemplo *backstepping* [23], linealización por retroalimentación de estado [33], modos deslizantes [21] y control basado en pasividad (PBC), etc. En esta tendencia de diseño, el modelo de la aeronave debe tener una estructura particular. Una estructura triangular superior en el caso de *backstepping* y modos deslizantes. Un grado relativo bien definido y con dinámica interna estable en el caso de linealización por retroalimentación de estados. Una estructura Lagrangiana o Hamiltoniana en el caso del control basado en pasividad, etc. Una vez seleccionada la técnica de control y si es posible realizar suposiciones que le den al modelo de la aeronave la estructura requerida, el proceso de diseño es sistemático, con particularidades específicas. Por ejemplo evitar singularidades, añadir esquemas de adaptación de parámetros, considerar límites en los actuadores, etc. Durante el proceso de diseño es posible identificar también si la

técnica seleccionada resuelve el objetivo de control. Por ejemplo, es posible que la salida linealizante por retroalimentación de estados produzca una dinámica de ceros inestable.

El segundo enfoque se basa en encontrar una relación entre los estados del sistema dinámico cuyo comportamiento permita conducirlo a la condición de operación deseada. El diseño de la estrategia de control parte de esta función. En este caso no se requiere una estructura particular para el modelo dinámico sin embargo el proceso de diseño no es sistemático; por lo cual el análisis de estabilidad tampoco puede sistematizarse. Ambos enfoques de diseño convergen, si por ejemplo la relación puede considerarse como la salida linealizante; si es el caso, el sistema dinámico toma también la estructura triangular superior, requerida por los métodos de *backstepping* y modos deslizantes. La estrategia de Control Total de la Energía sigue el segundo enfoque. Debido a que la búsqueda de la función de estados no puede sistematizarse no es trivial definir a TECS como un método de control. Considerando los trabajos de Lambregts [32] y Bruzzini [27] en esta tesis se busca diseñar una nueva versión de THCS utilizando el modelo no lineal de la condición de giro coordinado y considerando un modelo no lineal de la dinámica lateral-direccional. A diferencia de los modelos de la dinámica lateral considerados en [21], [23], [27], [32], en este trabajo se considera un modelo que incluye a la dinámica de los ángulos de alabeo, guiñada y derrape y la dinámica de las velocidades de alabeo y guiñada. Este esquema de control se combinará con una estrategia de navegación, basada en las mediciones de un sistema de referencia de orientación y rumbo asistido con Sistema de Posicionamiento Global, y un algoritmo de guía de vuelo para determinar el rumbo deseado de la aeronave. El sistema de navegación, guía de vuelo y control deberán validarse experimentalmente.

1.5. Objetivos y aportaciones

1.5.1. Objetivo general

Desarrollar un sistema de vuelo autónomo para la dinámica lateral-direccional de una aeronave de ala fija, basado en la condición de giro coordinado.

1.5.2. Objetivos particulares

Para lograr el objetivo general, se presentan los siguientes objetivos particulares:

1. Estudiar las diferentes tipos de maniobras para una aeronave de ala fija.
2. Diseñar una estrategia de control para la dinámica lateral-direccional basada en el giro coordinado.
3. Instrumentar a la aeronave con los sensores necesarios para la navegación en exteriores.
4. Validar la ley de control en un simulador de vuelo.
5. Validar experimentalmente el sistema de vuelo autónomo.

1.5.3. Aportaciones

En el desarrollo de éste trabajo se contempla aportar:

- El estudio de dos modelos para la dinámica lateral-direccional, uno de ellos desacoplado mediante linealización alrededor de un modo de vuelo. El segundo modelo considera términos de acoplamiento entre la dinámica longitudinal y la lateral-direccional.
- El diseño de una ley de control basada en el algoritmo THCS para el control de la dinámica lateral-direccional a partir de la versión no lineal de la condición de giro coordinado.

- Un método de solución para la navegación y la guía de vuelo, que ayuden a un vuelo completamente autónomo.
- La implementación de los controladores propuestos para distintas aeronaves en el simulador de vuelo X-Plane.
- El desarrollo del sistema embebido en tiempo real que se encargará del control total de la aeronave. Esto abarca la instrumentación utilizando diversos sensores.
- La implementación experimental de los controladores en un avión de aeromodelismo.

1.6. Organización de la tesis

La organización de la tesis es como sigue. El Capítulo 2 se destina al modelo matemático de una aeronave de ala fija. Se muestran con detalle un modelo lineal y no lineal para la dinámica lateral- direccional. En el Capítulo 3 se describe la estrategia de control propuesta y se presenta un análisis de estabilidad de la dinámica en lazo cerrado. El Capítulo 4 muestra simulaciones en X-plane, un simulador de vuelo avanzado. Se utilizan dos tipos de aeronaves para demostrar la viabilidad del control a los cambios naturales que presenta cada aeronave. En el Capítulo 5 describe de manera detallada la plataforma experimental usada para este trabajo. En el Capítulo 6 detalla el proceso de implementación de la ley de control propuesta, esto va desde el sistema de tiempo real, la caracterización de las superficies de control y los resultados experimentales obtenidos. Finalmente, el Capítulo 7 se presentan conclusiones y propuestas para el trabajo futuro.

Capítulo 2

Modelo matemático

Una aeronave de ala fija puede modelarse como un cuerpo rígido que se mueve en un espacio tridimensional sujeto a fuerzas y momentos externos (propulsión, gravedad y aerodinámicos), bajo las siguientes consideraciones

- La aeronave es un cuerpo rígido con masa constante (esto implica que los efectos debidos al consumo de combustible y deformaciones estructurales se desprecian).
- El aire está en reposo relativo a la tierra.
- La Tierra se supone un marco de referencia inercial.
- El vuelo en la atmósfera terrestre es cercano a la superficie de la misma, por lo tanto la superficie terrestre puede aproximarse como plana.
- La gravedad es uniforme, por lo tanto el centro de masa y el centro de gravedad coinciden, la fuerza gravedad no cambia con la altitud.

2.1. Marcos de referencia

El modelo dinámico de la aeronave puede expresarse en diferentes marcos de referencia tales como: ejes viento, ejes de estabilidad, ejes cuerpo y ejes inerciales, estos marcos de referencia se describen a continuación.

2.1.1. Ejes inerciales

También conocidos como ejes Tierra. Es un sistema que tiene por origen un punto sobre la superficie de la Tierra. El eje x^e apunta hacia el Norte verdadero, el eje y^e apunta hacia el Este y el eje z^e apunta hacia el centro de la Tierra, ver Figura 2.1. A este sistema también se le denomina NED (*North-East-Down*) [1]. Una variación de este sistema de referencia es el ECEF (*Earth-Centered, Earth-Fixed* por sus siglas en Inglés), el cual tiene por origen el centro de masa de la Tierra.

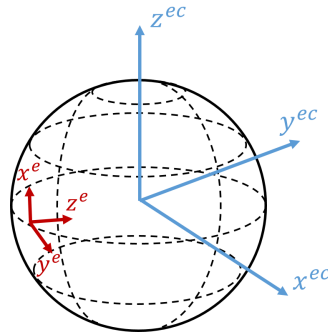


Figura 2.1: Ejes inerciales x^e , y^e , z^e y ejes ECEF x^{ec} , y^{ec} , z^{ec} [1]

2.1.2. Ejes cuerpo

Este sistema se encuentra fijo en la aeronave y tiene por origen el centro de gravedad (c.g.), con el eje x_b apuntando hacia la nariz del avión, el eje z_b positivo hacia la parte inferior de la aeronave y el eje y_b se define por la regla de la mano derecha [1], ver Figura 2.2.

2.1.3. Ejes viento

Este sistema de referencia tiene por origen el centro de gravedad. El eje x_w está alineado con el vector de velocidad aerodinámica V , el eje z_w es perpendicular al vector de velocidad aerodinámica, positivo por debajo del plano x_b, z_b y el eje y_w se alinea automáticamente con la regla de la mano derecha. Se debe notar que la orientación

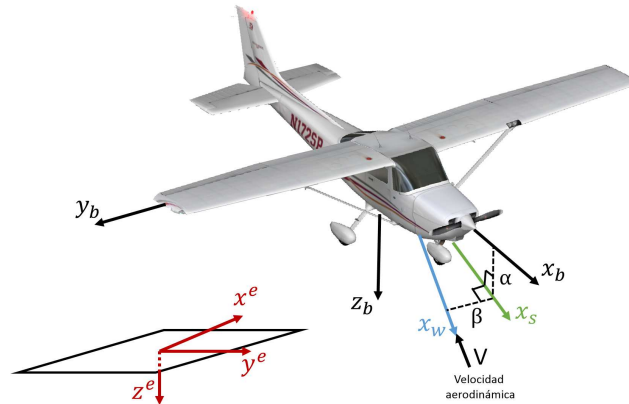


Figura 2.2: Ejes cuerpo y ejes viento

de este sistema de referencia cambia constantemente respecto de la aeronave, dependiendo de la dirección del viento relativo [1]. Los ejes viento se obtienen rotando a través de los ángulos aerodinámicos α y β , ver Figura 2.2, donde el ángulo de ataque α es la proyección del viento relativo sobre el plano $x_b - z_b$ y es positivo cuando el viento relativo se encuentra por debajo de la aeronave. El ángulo de derrape β es medido a partir de la misma proyección y es positivo cuando el viento relativo esta del lado derecho de la aeronave.

2.2. Convención de signos

Es importante antes definir el modelo dinámico de la aeronave establecer una convención de signos. Para ángulos y velocidades angulares, la convención de signos sigue la regla de la mano derecha.

Las superficies básicas de control para una aeronave de ala fija son: alerones δ_a (alerón derecho δ_{a_R} y alerón izquierdo δ_{a_L}), timón δ_r y elevador δ_e como se muestra

en la Figura 2.3. Estas tres superficies de control se encargan de producir momentos aerodinámicos alrededor de los ejes cuerpo. Los alerones son los encargados del movimiento alrededor del eje x_b (alabeo), el elevador se encarga del movimiento alrededor del eje y_b (cabeceo) y el timón se encarga del giro alrededor de z_b (guiñada), Figura 2.4.

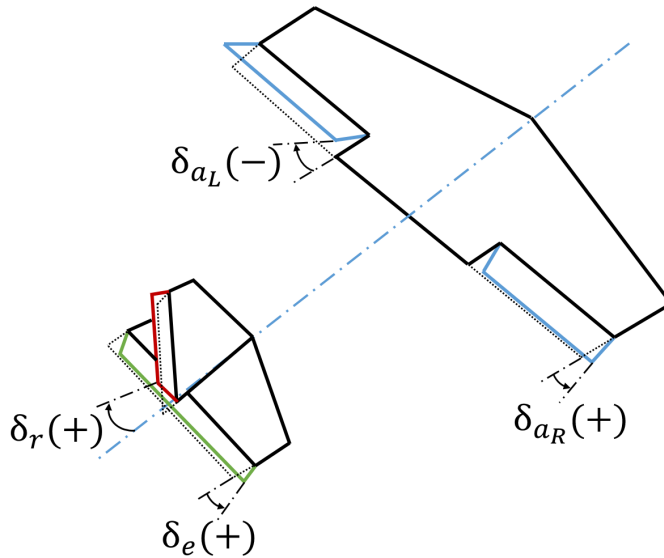


Figura 2.3: Convención de signos para las superficies de control

La convención de signos para las superficies de control δ_r y δ_e es una deflexión positiva de la superficie de control produce un momento negativo a la aeronave [7], ver Figura 2.3. En el caso de δ_a la situación cambia, debido a que se tienen dos superficies que se mueven de forma antisimétrica. Para los alerones se toma como base a la semi ala derecha para definir el sentido positivo de la superficie de control [7], ver Figura 2.3. Además, se considera que

$$\delta_a = \frac{1}{2} (\delta_{aR} - \delta_{aL})$$

A este tipo de configuración de alerones se le conoce como alerones antisimétricos.

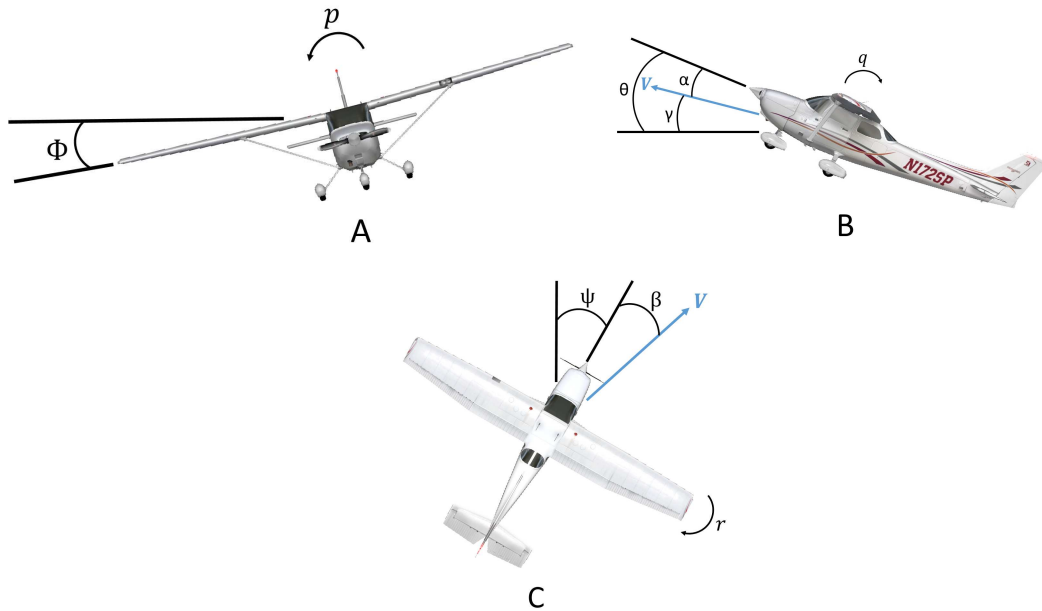


Figura 2.4: A) ϕ ángulo de alabeo, p velocidad angular de alabeo, B) θ ángulo de cabeceo, q velocidad angular de cabeceo, C) ψ ángulo de guiñada, r velocidad angular de guiñada

2.3. Cinemática rotacional

Antes de describir el modelo cinemático rotacional de un vehículo de ala fija, debe considerarse la parametrización de la orientación del vehículo. La orientación del vehículo puede parametrizarse utilizando ángulos de Euler, cuaterniones, parámetros de Rodrigues o matrices de rotación, entre otras [34]. La selección de la parametrización de la orientación debe ser acorde a las maniobras que realizará el vehículo. Por ejemplo, si el vehículo realizará maniobras agresivas que involucran giros de más de noventa grados, parametrizar la orientación del vehículo con ángulos de Euler no es la mejor opción, debido a que la parametrización con ángulos de Euler tiene singularidades en ciertas configuraciones. Para maniobras agresivas parametrizar la orientación utilizando cuaterniones parece ser una opción viable, sin embargo, se debe considerar la ambigüedad de ciertas configuraciones, lo que puede ocasionar el

fenómeno de desenrollo descrito en [35]. Otra opción para maniobras de más de noventa grados son las matrices de rotación, las cuales dan una parametrización global al costo de calcular nueve elementos, para representar tres variables independientes. Las características de cada representación se muestran en la Tabla 2.1, [34].

| Representación de la orientación | Global | Única |
|----------------------------------|--------|-------|
| Ángulos de Euler | No | No |
| Cuaterniones | Sí | No |
| Parámetros de Rodrigues | No | No |
| Matriz de rotación | Sí | Sí |

Tabla 2.1: Propiedades de las representaciones de la orientación

En este trabajo se usan ángulos de Euler en la etapa de diseño de la estrategia de control y matrices de rotación para diseñar la estrategia de guía de vuelo.

2.3.1. Ángulos de Euler

La siguiente ecuación diferencial describe la cinemática rotacional de una aeronave de ala fija con la orientación parametrizada por ángulos de Euler [1]

$$\Omega = W(\Phi)\dot{\Phi} \quad (2.1)$$

donde $\Phi = [\phi, \theta, \psi]^\top$, con ϕ el ángulo de alabeo, θ el ángulo de cabeceo, ψ el ángulo de guiñada, y $\Omega = [p, q, r]^\top$, p es velocidad angular de alabeo en ejes cuerpo, q velocidad angular de cabeceo y r velocidad angular de guiñada. Adicionalmente, $\dot{\Phi}$ es la derivada con respecto del tiempo de los ángulos de Euler¹ y $W(\Phi)$ es la matriz que relaciona las velocidades angulares en ejes cuerpo con la derivada con respecto del tiempo de los ángulos de Euler

$$W(\Phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & c_\theta s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix}$$

¹Considerando, $\cos(x) = c_x$, $\sin(x) = s_x$, $\tan(x) = t_x$

Las derivadas con respecto del tiempo de los ángulos de Euler en forma escalar son

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= p + t_{\theta}(qs_{\phi} + rc_{\phi}) \\ \dot{\theta} &= qc_{\phi} - rs_{\phi} \\ \dot{\psi} &= \frac{qs_{\phi} + rc_{\phi}}{c_{\theta}}\end{aligned}\tag{2.2}$$

El siguiente conjunto define el espacio de configuración de la cinemática rotacional parametrizada en ángulos de Euler

$$\mathcal{D} = \left\{ (\phi, \theta, \psi, p, q, r) \mid \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \times \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \times [-\pi, \pi) \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \right\}\tag{2.3}$$

2.3.2. Matriz de rotación

La cinemática rotacional de una aeronave de ala fija también puede parametrizarse con matrices de rotación. La rotación de un sistema de referencia con respecto a otro puede obtenerse mediante una secuencia de tres rotaciones. Existen doce posibilidades, en Aeronáutica se utiliza la secuencia ZYX, las matrices de rotación alrededor de cada uno de los ejes son las siguientes.

$$\begin{aligned}R_{x,\phi} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\phi} & s_{\phi} \\ 0 & -s_{\phi} & c_{\phi} \end{bmatrix}; & R_{y,\theta} &= \begin{bmatrix} c_{\theta} & 0 & -s_{\theta} \\ 0 & 1 & 0 \\ s_{\theta} & 0 & c_{\theta} \end{bmatrix} \\ R_{z,\psi} &= \begin{bmatrix} c_{\psi} & s_{\psi} & 0 \\ -s_{\psi} & c_{\psi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

por lo tanto

$$R = R_{z,\psi}^{\top} R_{y,\theta}^{\top} R_{x,\phi}^{\top} = \begin{bmatrix} c_{\psi}c_{\theta} & -s_{\psi}c_{\theta} + c_{\psi}s_{\theta}s_{\phi} & s_{\psi}s_{\theta} + c_{\psi}s_{\theta}c_{\phi} \\ s_{\psi}c_{\theta} & c_{\psi}c_{\theta} + s_{\psi}s_{\theta}s_{\phi} & -c_{\psi}s_{\theta} + s_{\psi}s_{\theta}c_{\phi} \\ -s_{\theta} & c_{\theta}s_{\phi} & c_{\theta}c_{\phi} \end{bmatrix}$$

Las matrices de rotación pertenecen al grupo especial $SO(3)$ [34]. Cada matriz de rotación $R \in SO(3)$ satisface

$$R^{\top}R = I = RR^{\top}, \quad \det(R) = 1$$

donde I denota la matriz identidad de dimensión 3×3 , la cual también es un elemento de $SO(3)$. La siguiente ecuación diferencial describe la cinemática rotacional utilizando a la matriz de rotación

$$\dot{R} = RS(\Omega) \quad (2.4)$$

donde $S(\Omega)$ es una matriz antisimétrica definida como

$$S(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}$$

2.4. Modelo dinámico de la aeronave

El modelo dinámico de un cuerpo rígido que se mueve en el espacio se establece en diferentes trabajos. En [6] el modelo dinámico establece que siguiendo la formulación Quasi-Lagrange; las siguientes ecuaciones describen el modelo dinámico de un vehículo en ejes cuerpo

$$m\dot{V}_{CM}^b + m\Omega \times V_{CM}^b = F_e^b \quad (2.5)$$

$$J\dot{\Omega} + \Omega \times J\Omega = M_e^b$$

donde la primer ecuación de (2.5) describe la dinámica traslacional del vehículo y la segunda ecuación de (2.5) representa la dinámica rotacional. Con m la masa del vehículo, F_e^b y M_e^b las fuerzas y momentos externos aplicados al vehículo respectivamente. Además

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad V_{CM}^b = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

con J la matriz de inercia ², V_{CM}^b la velocidad traslacional en ejes cuerpo. Se asume que las fuerzas y momentos externos tienen la estructura siguiente

$$F_e^b = F_A^b + F_T^b + F_G^b$$

$$M_e^b = M_A^b + M_T^b$$

donde F_G^b es la fuerza debida a la gravedad, F_A^b son las fuerzas aerodinámicas y F_T^b es la fuerza de la planta motriz. M_A^b los momentos aerodinámicos y M_T^b los momentos producidos por la planta motriz. En Aeronáutica se considera que las fuerzas y momentos aerodinámicos están definidos como

$$F_A^b = \begin{bmatrix} X \\ \bar{Y} \\ Z \end{bmatrix}; \quad M_A^b = \begin{bmatrix} \bar{L}^b \\ M^b \\ N^b \end{bmatrix}$$

donde X , \bar{Y} y Z son las fuerzas externas que actúan sobre los ejes cuerpo x_b , y_b y z_b respectivamente y los momentos \bar{L}^b , M^b , N^b alrededor de cada eje. Los momentos y fuerzas de propulsión están dados por

$$F_T^b = \begin{bmatrix} T \cos \epsilon \\ 0 \\ -T \sin \epsilon \end{bmatrix}; \quad M_T^b = \begin{bmatrix} 0 \\ T (l_{Tx} \sin \epsilon + l_{Tz} \cos \epsilon) \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde T es el empuje generado por la planta motriz de la aeronave y ϵ es el ángulo de desviación que existe entre el eje x_b y el eje longitudinal de la planta motriz³, l_{Tx} y l_{Tz} son las componentes del vector de empuje T respecto al centro de gravedad de la aeronave.

Sustituyendo las fuerzas y momentos en las ecuaciones (2.5), la dinámica de la aeronave de ala fija se puede expresar en ejes cuerpo mediante las siguientes ecuaciones

²Se supone que el vehículo tiene dos ejes de simetría.

³Para este trabajo se consideran que los momentos de propulsión son cero $M_T^b = 0$, ya que la planta motriz se encuentra alineada con el eje x_b .

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= \frac{X + T \cos \epsilon}{m} + rv - qw - g \sin \theta \\
\dot{v} &= \frac{\bar{Y}}{m} + pw - ru + g \sin \phi \cos \theta \\
\dot{w} &= \frac{Z - T \sin \epsilon}{m} + qu - pv + g \cos \phi \cos \theta \\
\dot{p} &= \frac{I_{zz} \bar{L}^b + I_{xz} N^b - \{I_{xz} (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) p + [I_{xz}^2 + I_{zz} (I_{zz} - I_{yy})] r\} q}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \\
\dot{q} &= \frac{M^b - (I_{xx} - I_{zz}) pr - I_{xz} (p^2 - r^2)}{I_{yy}} \\
\dot{r} &= \frac{I_{xx} N^b + I_{xz} \bar{L}^b + \{I_{xz} (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) r + [I_{xz}^2 + I_{xx} (I_{xx} - I_{yy})] p\} q}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

con lo que el modelo dinámico de una aeronave de ala fija en ejes cuerpo queda establecido.

2.5. Modelo dinámico ejes viento

En Aeronáutica es común trabajar con los llamados ejes viento, debido a que generalmente los coeficientes aerodinámicos de fuerza y momento son funciones del ángulo de derrape β , del ángulo de ataque α y de la velocidad aerodinámica V , dicho en otras palabras las fuerzas y momentos aerodinámicos que actúan sobre la aeronave están descritos en ejes viento. Para pasar del modelo en ejes cuerpo a ejes viento primero se relaciona la velocidad en ejes cuerpo V_{CM}^b con la velocidad en ejes viento V_w , esto se logra con una secuencia de rotaciones, una rotación alrededor del eje lateral de la aeronave igual al ángulo de ataque α seguida por una rotación alrededor del eje vertical resultante igual al ángulo de derrape β , esto es,

$$V_{CM}^b = R_{bw} V_w$$

donde $V_w = [V, 0, 0]$ y

$$R_{bw} = \begin{bmatrix} c_\alpha & 0 & -s_\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\alpha & 0 & c_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\beta & -s_\beta & 0 \\ s_\beta & c_\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & -c_\alpha s_\beta & -s_\alpha \\ s_\beta & c_\beta & 0 \\ s_\alpha c_\beta & -s_\alpha s_\beta & c_\alpha \end{bmatrix}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} u &= V c_\alpha c_\beta \\ v &= V s_\beta \\ w &= V s_\alpha c_\beta \end{aligned} \tag{2.7}$$

y

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\ \alpha &= \arctan\left(\frac{w}{u}\right) \\ \beta &= \arcsin\left(\frac{v}{V}\right) \end{aligned} \tag{2.8}$$

Derivando las ecuaciones (2.8) con respecto del tiempo se obtiene el modelo dinámico en ejes viento

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{u\dot{u} + v\dot{v} + w\dot{w}}{V} \\ \dot{\alpha} &= \frac{u\dot{w} - w\dot{u}}{u^2 + w^2} \\ \dot{\beta} &= \frac{V\dot{v} - v\dot{V}}{V^2 c_\beta} \end{aligned} \tag{2.9}$$

El siguiente paso es transformar las fuerzas aerodinámicas en ejes cuerpo a ejes viento con la siguiente expresión

$$F_A^w = R_{bw}^\top F_A^b$$

donde la expansión escalar toma la siguiente forma

$$D = -Xc_\alpha c_\beta - \bar{Y}s_\alpha - Zs_\alpha s_\beta$$

$$Y = Xc_\alpha s_\beta - \bar{Y}c_\beta + Zs_\alpha s_\beta$$

$$L = Xs_\alpha - Zc_\alpha$$

con L la fuerza de levantamiento, Y la fuerza lateral y D la fuerza de arrastre [1].

Suponiendo que el centro gravedad y el centro aerodinámico coinciden los momentos son

$$\bar{L} = \bar{L}^b$$

$$M = M^b$$

$$N = N^b$$

con \bar{L} el momento de alabeo, M el momento de cabeceo y N el momento de guiñada.

Ahora sustituyendo (2.6) en (2.9), se obtiene el modelo dinámico de una aeronave de ala fija en ejes viento

$$\begin{aligned} \dot{V} &= g(s_\beta c_\theta s_\phi - c_\alpha c_\beta s_\theta + s_\alpha c_\beta c_\theta c_\phi) + \frac{Tc_\beta c_\alpha - D}{m} \\ \dot{\alpha} &= \frac{mg(c_\alpha c_\theta c_\phi + s_\alpha s_\theta) - mVs_\beta(rs_\alpha + pc_\alpha)}{mVc_\beta} + q - \frac{Ts_\alpha + L}{mVc_\beta} \\ \dot{\beta} &= \frac{g(c_\beta c_\theta s_\phi + s_\beta c_\alpha s_\theta - s_\alpha s_\beta c_\theta c_\phi)}{V} + ps_\alpha - rc_\alpha + \frac{Ts_\beta c_\alpha + Y}{mV} \\ \dot{p} &= \frac{I_{zz}\bar{L} + I_{xz}N - I_{xz}(I_{yy} - I_{xx} - I_{zz})pq}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} - \frac{[I_{xz}^2 + I_{zz}(I_{zz} - I_{yy})]rq}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\ \dot{q} &= \frac{M - (I_{xx} - I_{zz})pr - I_{xz}(p^2 - r^2)}{I_{yy}} \\ \dot{r} &= \frac{I_{xx}N + I_{xz}\bar{L} - I_{xz}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})rq}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{[I_{xz}^2 + I_{xx}(I_{xx} - I_{yy})]pq}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Es común que el modelo dinámico de una aeronave de ala fija se divida en las dinámicas longitudinal y lateral-direccional, el eje longitudinal y lateral se muestran en la Figura 2.5. Esto se realiza para trabajar con modelos más simples que describan



Figura 2.5: Ejes de un aeronave de ala fija

el comportamiento de la aeronave en los diferentes modos de vuelo. Estos modos de vuelo resultan importantes para saber que parte de la dinámica de la aeronave tiene más peso dependiendo de la maniobra deseada. En la siguiente sección se describen diferentes modos de vuelo de una aeronave de ala fija.

2.5.1. Modos de vuelo

Una aeronave de ala fija puede operar en distintos modos de vuelo, los modos de vuelo convencionales son: vuelo recto y nivelado, giro estable, ascenso estable, alabeo constante [36]. Es importante conocer las características de cada modo de vuelo, para seleccionar las ecuaciones dinámicas que deben considerarse.

En la Tabla 2.2 se muestran las características de los modos de vuelo comunes

| Modos de vuelo | Características |
|------------------------|---|
| Vuelo recto y nivelado | $\dot{\phi} = 0, \dot{\psi} = 0, \dot{\theta} = 0, \dot{p} = 0, \dot{q} = 0, \dot{r} = 0$ |
| Giro estable | $\dot{\phi} = 0, \dot{\theta} = 0, \dot{\psi} = \text{velocidad de giro}$ |
| Ascenso estable | $\dot{\phi} = 0, \dot{\psi} = 0, \dot{\theta} = \text{velocidad de ascenso}$ |
| Alabeo estable | $\dot{\theta} = 0, \dot{\psi} = 0, \dot{\phi} = \text{velocidad de alabeo}$ |

Tabla 2.2: Modos de vuelo

2.5.2. Dinámica longitudinal de la aeronave

La dinámica longitudinal en ejes viento puede obtenerse del conjunto de ecuaciones (2.10), donde los estados que intervienen directamente sobre el eje longitudinal de la aeronave son

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= g(s_\beta c_\theta s_\phi - c_\alpha c_\beta s_\theta + s_\alpha c_\beta c_\theta c_\phi) + \frac{T c_\beta c_\alpha - D}{m} \\
 \dot{\alpha} &= \frac{mg(c_\alpha c_\theta c_\phi + s_\alpha s_\theta) - mV s_\beta (r s_\alpha + p c_\alpha)}{mV c_\beta} + q - \frac{T s_\alpha + L}{mV c_\beta} \\
 \dot{q} &= \frac{M - (I_{xx} - I_{zz})pr - I_{xz}(p^2 - r^2)}{I_{yy}}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Los modelos de las fuerzas y los momentos aerodinámicos dependen de la geometría de la aeronave y son particulares para cada vehículo, pero una forma general de expresarlos es [7]

$$\begin{aligned}
 L &= q_0 C_L \left(\frac{V}{V_0}, \dot{\alpha}, \alpha, q, \delta_e \right) && \text{Fuerza de levantamiento} \\
 D &= q_0 C_D \left(\frac{V}{V_0}, \alpha, q, \delta_e \right) && \text{Fuerza de arrastre} \\
 M &= q_0 \bar{c} C_M \left(\frac{V}{V_0}, \dot{\alpha}, \alpha, q, \delta_e \right) && \text{Momento de cabeceo}
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

donde la presión dinámica es

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho V_0^2$$

además $q_0 = \bar{q}S$, \bar{c} es la cuerda aerodinámica, ρ es la densidad del aire, S es la superficie alar de referencia, V_0 es la velocidad de referencia del viento, C_D , C_L , C_M son los coeficientes de sustentación, arrastre y momento de cabeceo respectivamente⁴ y δ_e representa la deflexión del elevador. Los coeficientes aerodinámicos se pueden expresar en la siguiente forma [7]

$$C_L = \mathbf{C}_L^\top \chi_1 + C_{L\delta_e} \delta_e$$

$$C_D = \mathbf{C}_D^\top \chi_1 + C_{D\delta_e} \delta_e$$

$$C_M = \mathbf{C}_M^\top \chi_1 + C_{M\delta_e} \delta_e$$

donde

$$\mathbf{C}_L = \begin{bmatrix} C_{L_0} \\ C_{L_V} \\ C_{L_{\dot{\alpha}}} \\ C_{L_\alpha} \\ C_{L_q} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_D = \begin{bmatrix} C_{D_0} \\ C_{D_V} \\ 0 \\ C_{D_\alpha} \\ C_{D_q} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_M = \begin{bmatrix} C_{M_0} \\ C_{M_V} \\ C_{M_{\dot{\alpha}}} \\ C_{M_\alpha} \\ C_{M_q} \end{bmatrix}, \quad \chi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{V}{V_0} \\ \dot{\alpha} \\ \alpha \\ c_{0_l} q \end{bmatrix}$$

con $c_{0_l} = \frac{\bar{c}}{2V_0}$. Sustituyendo las fuerzas y momentos aerodinámicos (2.12) en (2.11) se tiene

⁴Cabe mencionar que una aproximación a estos coeficientes se obtiene mediante el software Digital Datcom.

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= g(s_\beta c_\theta s_\phi - c_\alpha c_\beta s_\theta + s_\alpha c_\beta c_\theta c_\phi) + \frac{T c_\beta c_\alpha}{m} - \frac{q_0 (\mathbf{C}_D^\top \boldsymbol{\chi}_1 + C_{D_{\delta_e}} \delta_e)}{m} \\
\dot{\alpha} &= \frac{mg(c_\alpha c_\theta c_\phi + s_\alpha s_\theta) - mV s_\beta (rs_\alpha + pc_\alpha)}{mV c_\beta} + q - \frac{T s_\alpha}{mV c_\beta} \\
&\quad - \frac{q_0 (\mathbf{C}_L^\top \boldsymbol{\chi}_1 + C_{L_{\delta_e}} \delta_e)}{mV c_\beta} \\
\dot{q} &= \frac{q_0 \bar{c} (\mathbf{C}_M^\top \boldsymbol{\chi}_1 + C_{M_{\delta_e}} \delta_e)}{I_{yy}} - \frac{(I_{xx} - I_{zz}) pr + I_{xz} (p^2 - r^2)}{I_{yy}}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Es importante notar que las ecuaciones (2.13) a pesar de que representan únicamente la dinámica longitudinal, tienen influencia de la dinámica lateral-direccional por medio de p , r , ϕ y β .

2.5.3. Dinámica lateral-direccional de la aeronave

En este trabajo se proponen dos opciones para analizar la dinámica lateral-direccional de una aeronave de ala fija. Desacoplamiento entre la dinámica longitudinal y lateral-direccional, separación de la dinámica longitudinal y lateral-direccional. El desacoplamiento entre la dinámica longitudinal y la dinámica lateral-direccional ayuda para modos específicos de vuelo tal como el vuelo recto y nivelado, sin embargo, si se desea usar un modelo más general para establecer cualquiera de los modos de vuelo se debe buscar una alternativa al modelo desacoplado, la cual a sido referida como separación de la dinámica lateral direccional.

Las fuerzas y momentos que intervienen en la dinámica lateral-direccional, a partir de las ecuaciones (2.10), son

$$\begin{aligned}
\dot{\beta} &= \frac{g(c_\beta c_\theta s_\phi + s_\beta c_\alpha s_\theta - s_\alpha s_\beta c_\theta c_\phi)}{V_0} + ps_\alpha - rc_\alpha + \frac{T s_\beta c_\alpha + Y}{mV_0} \\
\dot{p} &= \frac{I_{zz} \bar{L} + I_{xz} N - I_{xz} (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) pq}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} - \frac{[I_{xz}^2 + I_{zz} (I_{zz} - I_{yy})] rq}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \\
\dot{r} &= \frac{I_{xx} N + I_{xz} \bar{L} - I_{xz} (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) rq}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{[I_{xz}^2 + I_{xx} (I_{xx} - I_{yy})] pq}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

La fuerza y momentos aerodinámicos dependen de la geometría de la aeronave pero de forma general se pueden expresar como [7]

$$\begin{aligned}
 \bar{L} &= q_0 b C_{\bar{L}}(\beta, p, r, \delta_a, \delta_r) && \text{Momento de alabeo} \\
 N &= q_0 b C_N(\beta, p, r, \delta_a, \delta_r) && \text{Momento de guiñada} \\
 Y &= q_0 C_Y(\beta, p, r, \delta_r) && \text{Fuerza lateral}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

donde $C_{\bar{L}}$ es el coeficiente de momento de alabeo, C_N el coeficiente de momento de guiñada, C_Y el coeficiente de la fuerza lateral y las entradas de control δ_a deflexión de los alerones y δ_r deflexión del timón. Se asume que la estructura de los coeficientes aerodinámicos pueden expresarse como [7]

$$\begin{aligned}
 C_{\bar{L}} &= \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{L}}}^\top \chi + C_{\bar{L}_{\delta_a}} \delta_a + C_{\bar{L}_{\delta_r}} \delta_r \\
 C_N &= C_{N_0} + \mathbf{C}_{\mathbf{N}}^\top \chi + C_{N_{\delta_r}} \delta_r + C_{N_{\delta_a}} \delta_a \\
 C_Y &= C_{Y_0} + \mathbf{C}_{\mathbf{Y}}^\top \chi + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r
 \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{L}}} &= \begin{bmatrix} C_{\bar{L}_0} \\ C_{\bar{L}_\beta} \\ C_{\bar{L}_p} \\ C_{\bar{L}_r} \end{bmatrix}, & \mathbf{C}_{\mathbf{N}} &= \begin{bmatrix} C_{N_0} \\ C_{N_\beta} \\ C_{N_p} \\ C_{N_r} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{C}_{\mathbf{Y}} &= \begin{bmatrix} C_{Y_0} \\ C_{Y_\beta} \\ C_{Y_p} \\ C_{Y_r} \end{bmatrix}, & \chi &= \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \\ c_0 p \\ c_0 r \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Las constantes C_{ij} , $i = \bar{L}, N, Y$, $j = p, r, \delta_a, \delta_r$ modelan la influencia del estado o de la entrada de control j en cada coeficiente aerodinámico. Además, $c_0 = \frac{b}{2V}$, donde b es envergadura de la aeronave, sustituyendo la fuerza lateral y momentos

aerodinámicos en (2.14)

$$\begin{aligned}
\dot{\beta} &= \frac{g(c_\beta c_\theta s_\phi + s_\beta c_\alpha s_\theta - s_\alpha s_\beta c_\theta c_\phi)}{V_0} + ps_\alpha - rc_\alpha + \frac{Ts_\beta c_\alpha}{mV_0} \\
&\quad + \frac{q_0(\mathbf{C}_Y^\top \chi + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r)}{mV_0} \\
\dot{p} &= q_0 b [c_1(\mathbf{C}_L^\top \chi + C_{L_{\delta_a}} \delta_a + C_{L_{\delta_r}} \delta_r) + c_2(\mathbf{C}_N^\top \chi + C_{N_{\delta_a}} \delta_a + C_{N_{\delta_r}} \delta_r)] \\
&\quad - c_2(I_{yy} - I_{xx} - I_{zz})pq - [c_2 I_{xz} + c_1(I_{zz} - I_{yy})]rq \\
\dot{r} &= q_0 b [c_2(\mathbf{C}_L^\top \chi + C_{L_{\delta_a}} \delta_a + C_{L_{\delta_r}} \delta_r) + c_3(\mathbf{C}_N^\top \chi + C_{N_{\delta_a}} \delta_a + C_{N_{\delta_r}} \delta_r)] \\
&\quad - c_2(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})rq + [c_2 I_{xz} + c_3(I_{xx} - I_{yy})]pq
\end{aligned} \tag{2.16}$$

además

$$\begin{aligned}
c_1 &= \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}, & c_2 &= \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}, \\
c_3 &= \frac{I_{xx}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}
\end{aligned}$$

Las ecuaciones (2.16) representan la dinámica lateral-direccional, pero al igual que en el caso de la dinámica longitudinal, la dinámica lateral-direccional tiene influencia de la dinámica longitudinal a través de el ángulo de ataque α , el ángulo de cabeceo θ y velocidad angular de cabeceo q , se exploran dos métodos para simplificar dicha dinámica, los cuales se describen a continuación.

2.5.3.1. Desacoplamiento de la dinámica lateral-direccional

El modelo desacoplado de la dinámica lateral-direccional se realiza linealizando alrededor de un punto de equilibrio definido por el modo de vuelo deseado. Tomando al vuelo recto y nivelado como punto de equilibrio, el modelo dinámico lateral-direccional puede expresarse como

$$\dot{x}_{ld} = A_{ld}x_{ld} + B_{ld}u_{ld}$$

donde

$$x_{ld} = \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix}; \quad u_{ld} = \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

Linealizando el modelo (2.16) mediante una expansión de series de Taylor alrededor del vuelo recto y nivelado mostrado en la Tabla 2.2, con \bar{T} , $\bar{\alpha}$ y $\bar{\theta}$ constantes⁵, se tiene que

$$A_{ld} = \begin{bmatrix} \frac{g(c_{\bar{\alpha}}s_{\bar{\theta}} - s_{\bar{\alpha}}c_{\bar{\theta}})}{V_0} + \frac{\bar{T}c_{\bar{\alpha}}}{mV_0} + \frac{q_0C_{Y\beta}}{mV_0} & s_{\bar{\alpha}} + \frac{q_0C_{Y_p}c_0}{mV_0} & -c_{\bar{\alpha}} + \frac{q_0C_{Y_r}c_0}{mV_0} & \frac{gc_{\bar{\theta}}}{V_0} & 0 \\ q_0b(c_1C_{L\beta} + c_2C_{N\beta}) & q_0b(c_1C_{L_p} + c_2C_{N_p})c_0 & q_0b(c_1C_{L_r} + c_2C_{N_r})c_0 & 0 & 0 \\ q_0b(c_2C_{L\beta} + c_3C_{N\beta}) & q_0b(c_2C_{L_p} + c_3C_{N_p})c_0 & q_0b(c_2C_{L_r} + c_3C_{N_r})c_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & t_{\bar{\theta}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c_{\bar{\theta}}} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{ld} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{q_0C_{Y\delta_r}}{mV_0} \\ q_0b(c_1C_{L\delta_a} + c_2C_{N\delta_a}) & q_0b(c_1C_{L\delta_r} + c_2C_{N\delta_r}) \\ q_0b(c_2C_{L\delta_a} + c_3C_{N\delta_a}) & q_0b(c_2C_{L\delta_r} + c_3C_{N\delta_r}) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

⁵La notación \bar{x} es referida a una constante.

El termino $\frac{\beta}{V_0}$ se desprecia dado que es muy pequeño. Por lo tanto la dinámica lateral-direccional lineal esta representa por

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{q_0 C_{Y_{\beta}}}{mV_0} & s_{\bar{\alpha}} + \frac{q_0 C_{Y_{\beta}} c_0}{mV_0} & -c_{\bar{\alpha}} + \frac{q_0 C_{Y_r} c_0}{mV_0} & \frac{g c_{\bar{\theta}}}{V_0} & 0 \\ q_0 b (c_1 C_{\bar{L}_{\beta}} + c_2 C_{N_{\beta}}) & q_0 b (c_1 C_{\bar{L}_p} + c_2 C_{N_p}) c_0 & q_0 b (c_1 C_{\bar{L}_r} + c_2 C_{N_r}) c_0 & 0 & 0 \\ q_0 b (c_2 C_{\bar{L}_{\beta}} + c_3 C_{N_{\beta}}) & q_0 b (c_2 C_{\bar{L}_p} + c_3 C_{N_p}) c_0 & q_0 b (c_2 C_{\bar{L}_r} + c_3 C_{N_r}) c_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & t_{\bar{\theta}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c_{\bar{\theta}}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{q_0 C_{Y_{\delta_r}}}{mV_0} & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} 0 & \frac{q_0 C_{Y_{\delta_a}}}{mV_0} \\ q_0 b (c_1 C_{\bar{L}_{\delta_a}} + c_2 C_{N_{\delta_a}}) & q_0 b (c_1 C_{\bar{L}_{\delta_r}} + c_2 C_{N_{\delta_r}}) \\ q_0 b (c_2 C_{\bar{L}_{\delta_a}} + c_3 C_{N_{\delta_a}}) & q_0 b (c_2 C_{\bar{L}_{\delta_r}} + c_3 C_{N_{\delta_r}}) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

Notar que el termino $\frac{q_0 \beta}{mV_0}$ no puede ser despreciado debido a que q_0 es un valor grande, que depende de las características físicas de la aeronave.

El problema que se tiene con el desacoplamiento de las dinámicas es que se linealiza alrededor de un modo de vuelo, pero para realizar navegación en un plano se necesitan al menos dos modos de vuelo (vuelo recto y nivelado y giro estable), así como para navegación en un espacio tridimensional se necesitan tres modos de vuelo. Debido a este problema se busca un modelo lateral-direccional más general, el cual se basa en la separación no lineal de la dinámica longitudinal y lateral-direccional.

2.5.3.2. Separación de la dinámica lateral-direccional

El objetivo de buscar otra forma de obtener un modelo simplificado para la dinámica lateral-direccional es realizar distintos modos de vuelo en una aeronave convencional, por lo tanto, a partir de las ecuaciones cinemáticas en ejes cuerpo (2.2) y las ecuaciones dinámicas en ejes viento (2.14), considerando que un algoritmo de control longitudinal mantiene a $\bar{\alpha}$, $\bar{\theta}$ y \bar{T} en valores constantes, se tiene

$$\begin{aligned}
\dot{\beta} &= \frac{g(c_\beta c_{\bar{\theta}} s_\phi + s_\beta c_{\bar{\alpha}} s_{\bar{\theta}} - s_{\bar{\alpha}} s_\beta c_{\bar{\theta}} c_\phi)}{V_0} + p s_{\bar{\alpha}} - r c_{\bar{\alpha}} + \frac{\bar{T} s_\beta c_{\bar{\alpha}} + Y}{m V_0} \\
\dot{p} &= c_1 \bar{L} + c_2 N - c_2 (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) p q - [c_2 I_{xz} + c_1 (I_{zz} - I_{yy})] r q \\
\dot{r} &= c_2 \bar{L} + c_3 N - c_2 (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) r q + [c_2 I_{xz} + c_3 (I_{xx} - I_{yy})] p q \\
\dot{\phi} &= p + t_{\bar{\theta}} (q s_\phi + r c_\phi) \\
0 &= q c_\phi - r s_\phi \\
\dot{\psi} &= \frac{q s_\phi + r c_\phi}{c_{\bar{\theta}}}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Las ecuaciones anteriores representan un modelo matemático para la dinámica y cinemática lateral-direccional en el cual todos los modos de vuelos descritos en la Tabla 2.2 pueden representarse. Un punto importante a considerar es que cuando el ángulo de cabeceo es constante la derivada con respecto del tiempo del ángulo de cabeceo es igual a cero, pero esto no implica que la velocidad de cabeceo en ejes cuerpo sea cero. La velocidad de cabeceo en ejes cuerpo es el estado que acopla a ambas dinámicas. Por lo tanto a partir de la quinta ecuación de (2.18) se tiene

$$q = r t_\phi \tag{2.19}$$

sustituyendo (2.19) en (2.18), se obtiene

$$\begin{aligned}
\dot{\beta} &= \frac{g(c_\beta c_{\bar{\theta}} s_\phi + s_\beta c_{\bar{\alpha}} s_{\bar{\theta}} - s_{\bar{\alpha}} s_\beta c_{\bar{\theta}} c_\phi)}{V_0} + p s_{\bar{\alpha}} - r c_{\bar{\alpha}} + \frac{\bar{T} s_\beta c_{\bar{\alpha}} + Y}{m V_0} \\
\dot{p} &= c_1 \bar{L} + c_2 N - c_2 (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) p r t_\phi - [c_2 I_{xz} + c_1 (I_{zz} - I_{yy})] r^2 t_\phi \\
\dot{r} &= c_2 \bar{L} + c_3 N - c_2 (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) r^2 t_\phi + [c_2 I_{xz} + c_3 (I_{xx} - I_{yy})] p r t_\phi \\
\dot{\phi} &= p + r \frac{t_{\bar{\theta}}}{c_\phi} \\
\dot{\psi} &= \frac{r}{c_\phi c_{\bar{\theta}}}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Reescribiendo de forma compacta a la ecuación (2.20), se tiene

$$\begin{aligned}
\dot{\beta} &= \frac{g}{V_0} (c_\beta c_{\bar{\theta}} s_\phi + s_\beta c_{\bar{\alpha}} s_{\bar{\theta}} - s_{\bar{\alpha}} s_\beta c_{\bar{\theta}} c_\phi) + p s_{\bar{\alpha}} - r c_{\bar{\alpha}} + \frac{\bar{T}}{m V_0} s_\beta c_{\bar{\alpha}} \\
&\quad + \frac{q_0}{m V_0} \mathbf{C}_Y^\top \chi + \frac{q_0}{m V_0} C_{Y_{\delta_r}} \delta_r \\
\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} &= q_0 b \left(\begin{bmatrix} \mathbf{C}_1^\top \chi \\ \mathbf{C}_2^\top \chi \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} \sigma_{qp} \\ \sigma_{qr} \end{bmatrix} \\
\dot{\phi} &= p + r \frac{t_{\bar{\theta}}}{c_\phi} \\
\dot{\psi} &= \frac{r}{c_\phi c_{\bar{\theta}}}
\end{aligned} \tag{2.21}$$

donde $\mathbf{C}_1 = [c_{11}, c_{12}, c_{13}]^\top = c_1 \mathbf{C}_{\bar{L}} + c_2 \mathbf{C}_{\mathbf{N}}$, $\mathbf{C}_2 = [c_{11}, c_{12}, c_{13}]^\top = c_2 \mathbf{C}_{\bar{L}} + c_3 \mathbf{C}_{\mathbf{N}}$, además

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 C_{\bar{L}_{\delta_a}} + c_2 C_{N_{\delta_a}} & c_1 C_{\bar{L}_{\delta_r}} + c_2 C_{N_{\delta_r}} \\ c_2 C_{\bar{L}_{\delta_a}} + c_3 C_{N_{\delta_a}} & c_2 C_{\bar{L}_{\delta_r}} + c_3 C_{N_{\delta_r}} \end{bmatrix}$$

y

$$\begin{bmatrix} \sigma_{qp} \\ \sigma_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_2 (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) prt_\phi - [c_2 I_{xz} + c_1 (I_{zz} - I_{yy})] r^2 t_\phi \\ -c_2 (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) r^2 t_\phi + [c_2 I_{xz} + c_3 (I_{xx} - I_{yy})] prt_\phi \end{bmatrix}$$

Estas ecuaciones representan a la dinámica lateral-direccional de una aeronave de ala fija en al menos dos condiciones de vuelo.

2.6. Ecuaciones de navegación

Las ecuaciones de navegación se escriben a partir del vector de velocidad en ejes Tierra (inerciales), empezando con las componentes en ejes cuerpo [7]

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & -s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\psi & s_\psi & 0 \\ -s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}^e \\ \dot{y}^e \\ \dot{z}^e \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

desarrollando las ecuaciones anteriores se tiene que

$$\begin{aligned}
\dot{x}^e &= c_\theta c_\psi u + (s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi) v + (s_\psi s_\phi + c_\phi s_\theta c_\psi) w \\
\dot{y}^e &= s_\psi c_\theta u + (s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi) v + (c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi) w \\
-\dot{z}^e &= s_\theta u - s_\phi c_\theta v - c_\phi c_\theta w
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Estas ecuaciones permiten navegar en un espacio tridimensional. Es importante recordar que en aplicaciones aeronáuticas se utilizan las coordenadas NED (North, East, Down) por sus siglas en ingles, por lo tanto, x^e apunta hacia el Norte de la tierra, y^e apunta al Este y z^e apunta hacia en centro de la tierra.

2.7. Colección de ecuaciones de movimiento

En esta sección se hace un recuento de todas las ecuaciones de movimiento para simplificar el uso de estas mismas en capítulos posteriores

Ecuaciones laterales-direccionales ejes viento:

$$\begin{aligned}
\dot{\beta} &= \frac{g(c_\beta c_\theta s_\phi + s_\beta c_\alpha s_\theta - s_\alpha s_\beta c_\theta c_\phi)}{V_0} + ps_\alpha - rc_\alpha + \frac{Ts_\beta c_\alpha}{mV_0} \\
&\quad + \frac{q_0(\mathbf{C}_Y^\top \chi + C_{Y\delta_r} \delta_r)}{mV_0} \\
\dot{\phi} &= p + t_\theta (qs_\phi + rc_\phi) \\
\dot{\psi} &= \frac{qs_\phi + rc_\phi}{c_\theta} \\
\dot{p} &= q_0 b [c_1(\mathbf{C}_L^\top \chi + C_{L\delta_a} \delta_a + C_{L\delta_r} \delta_r) + c_2(\mathbf{C}_N^\top \chi + C_{N\delta_a} \delta_a + C_{N\delta_r} \delta_r)] \\
&\quad - c_2(I_{yy} - I_{xx} - I_{zz})pq - [c_2 I_{xz} + c_1(I_{zz} - I_{yy})]rq \\
\dot{r} &= q_0 b [c_2(\mathbf{C}_L^\top \chi + C_{L\delta_a} \delta_a + C_{L\delta_r} \delta_r) + c_3(\mathbf{C}_N^\top \chi + C_{N\delta_a} \delta_a + C_{N\delta_r} \delta_r)] \\
&\quad - c_2(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})rq + [c_2 I_{xz} + c_3(I_{xx} - I_{yy})]pq
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Ecuaciones laterales-direccionales desacopladas ejes viento:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{q_0 C_{Y\beta}}{mV_0} & s_{\bar{\alpha}} + \frac{q_0 C_{Yp} c_0}{mV_0} & -c_{\bar{\alpha}} + \frac{q_0 C_{Yr} c_0}{mV_0} & \frac{g c_{\bar{\theta}}}{V_0} & 0 \\ q_0 b (c_1 C_{\bar{L}\beta} + c_2 C_{N\beta}) & q_0 b (c_1 C_{\bar{L}p} + c_2 C_{Np}) c_0 & q_0 b (c_1 C_{\bar{L}r} + c_2 C_{Nr}) c_0 & 0 & 0 \\ q_0 b (c_2 C_{\bar{L}\beta} + c_3 C_{N\beta}) & q_0 b (c_2 C_{\bar{L}p} + c_3 C_{Np}) c_0 & q_0 b (c_2 C_{\bar{L}r} + c_3 C_{Nr}) c_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & t_{\bar{\theta}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c_{\bar{\theta}}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{q_0 C_{Y\delta_r}}{mV_0} & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & \frac{q_0 C_{Y\delta_a}}{mV_0} \\ q_0 b (c_1 C_{\bar{L}\delta_a} + c_2 C_{N\delta_a}) & q_0 b (c_1 C_{\bar{L}\delta_r} + c_2 C_{N\delta_r}) \\ q_0 b (c_2 C_{\bar{L}\delta_a} + c_3 C_{N\delta_a}) & q_0 b (c_2 C_{\bar{L}\delta_r} + c_3 C_{N\delta_r}) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Ecuaciones laterales-direccionales separadas ejes viento:

$$\begin{aligned}
\dot{\beta} &= \frac{g}{V_0} (c_{\beta} c_{\bar{\theta}} s_{\phi} + s_{\beta} c_{\bar{\alpha}} s_{\bar{\theta}} - s_{\bar{\alpha}} s_{\beta} c_{\bar{\theta}} c_{\phi}) + s_{\bar{\alpha}} p - c_{\bar{\alpha}} r + \frac{\bar{T}}{mV_0} s_{\beta} c_{\bar{\alpha}} \\
&+ \frac{q_0}{mV_0} \mathbf{C}_Y^{\top} \chi + \frac{q_0}{mV_0} C_{Y\delta_r} \delta_r \\
\dot{\phi} &= p + \frac{t_{\bar{\theta}}}{c_{\phi}} r \\
\dot{\psi} &= \frac{r}{c_{\phi} c_{\bar{\theta}}}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = q_0 b \left(\begin{bmatrix} \mathbf{C}_1^{\top} \chi \\ \mathbf{C}_2^{\top} \chi \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} \sigma_{qp} \\ \sigma_{qr} \end{bmatrix}$$

Es importante notar que las ecuaciones en (2.24) representan un modelo dinámico lateral-direccional total de una aeronave de ala fija. Las ecuaciones (2.25) representan el modelo desacoplado de la dinámica lateral-direccional proveniente de la linealización alrededor de un modo de vuelo. Finalmente, las ecuaciones (2.26) representan un modelo no lineal lateral-direccional de una aeronave.

Capítulo 3

Control de una aeronave

Diversas técnicas de control se usan para el control de una aeronave de ala fija, en general es posible identificar dos tendencias, la primera se basa en utilizar una técnica de control disponible en la literatura, por ejemplo *backstepping*, modos deslizantes. En este enfoque de diseño de control, el modelo de la aeronave debe tener una estructura particular. En [23] se utiliza la técnica de control de backstepping, para dar al modelo lateral-direccional la estructura requerida se realizan las siguientes suposiciones. 1) los ángulos aerodinámicos α y β son pequeños, 2) la velocidad V es constante durante la maniobra lateral-direccional, 3) la velocidad angular de cabeceo $q = 0$, 4) $I_{xz} = 0$ por lo tanto $c_2 = 0$, 5) el termino $\frac{s\beta}{V_0}$ se desprecia. Tomando en cuenta estas suposiciones, la ecuación (2.24) puede expresarse como sigue

$$\begin{aligned}\dot{\beta} &= \frac{gc_\theta s_\phi}{V_0} - r + \frac{Y}{mV_0} \\ \dot{\phi} &= p + rt_\theta c_\phi \\ \dot{p} &= q_0 bc_1 (\mathbf{C}_{\mathbf{L}}^\top \chi + C_{L_{\delta_a}} \delta_a + C_{L_{\delta_r}} \delta_r) \\ \dot{r} &= q_0 bc_3 (\mathbf{C}_{\mathbf{N}}^\top \chi + C_{N_{\delta_a}} \delta_a + C_{N_{\delta_r}} \delta_r)\end{aligned}\tag{3.1}$$

la derivada con respecto del tiempo del ángulo de guiñada $\dot{\psi}$ no se toma en cuenta en este trabajo. Para que el modelo en (3.1) tenga la estructura triangular superior se requieren dos suposiciones adicionales. La fuerza lateral $Y(\beta)$ es función únicamente

del ángulo de derrape, y los términos cruzados de control $C_{\bar{L}\delta_r}$ y $C_{N\delta_a}$ se desprecian, por lo tanto

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= p + rt_\theta c_\phi \\ \dot{p} &= q_0 b c_1 (\mathbf{C}_{\bar{\mathbf{L}}}^\top \chi + C_{\bar{L}\delta_a} \delta_a) \\ \dot{\beta} &= -r + \frac{1}{V_0} \left[g s_\phi c_\theta + \frac{Y(\beta)}{m} \right] \\ \dot{r} &= q_0 b c_3 (\mathbf{C}_{\bar{\mathbf{N}}}^\top \chi + C_{N\delta_r} \delta_r)\end{aligned}$$

donde el subsistema ϕ, p tiene una estructura triangular superior al igual que el subsistema β, r .

Otro caso de una ley de control que depende de una forma específica del modelo son los modos deslizantes, en [21] se presenta un control basado en la técnica de modos deslizantes. El modelo de la dinámica lateral-direccional usado para el calculo de la ley de control es un modelo no lineal simplificado. Este modelo considera la dinámica de los ángulos de alabeo y guiñada, de la velocidad angular de alabeo y del desplazamiento lateral; la dinámica del ángulo de derrape y de la velocidad de guiñada no se consideran. Además, se considera que la dinámica del ángulo de guiñada satisface la condición de giro coordinado y que el movimiento del timón no afecta a la dinámica del ángulo de alabeo. Por lo que el modelo que se propone para realizar el diseño del controlador es

$$\begin{aligned}\dot{y} &= V s_\psi \\ \dot{\psi} &= \frac{g}{V_0} t_\phi \\ \dot{\phi} &= p \\ \dot{p} &= q_0 b [c_1 (p C_{\bar{L}p} c_0 + C_{\bar{L}\delta_a} \delta_a) + c_2 (p C_{Np} c_0 + C_{N\delta_a} \delta_a)]\end{aligned}\tag{3.2}$$

este conjunto de ecuaciones tiene la forma triangular superior que el control por modos deslizantes requiere.

A pesar de los buenos resultados que presentan las estrategias de control tradicionales, si el objetivo es trabajar con la dinámica lateral-direccional completa las estrategias de control tradicionales requieren suposiciones adicionales sobre el modelo dinámico para ser utilizadas. Es importante mencionar que la dinámica del ángulo de guiñada en la segunda ecuación de (3.2) no es igual a la dinámica del ángulo de guiñada descrita en las ecuaciones (2.24), (2.25) y (2.26). Alternativas para diseñar estrategias de control sin modificar al modelo dinámico son TECS (*total energy control system*) y THCS (*total heading control system*).

En ocasiones, para el control de la dinámica lateral-direccional no es claro como establecer estas salidas en términos de energía, por lo tanto, en lugar de tratar de encontrar un equivalente para la “energía”, en la dinámica lateral-direccional se construyen señales similares a la tasa de la energía total y a la distribución de la energía, la estrategia del TECS es interpretada en forma diferente. En este trabajo, TECS se entiende como la construcción de salidas que comandan sus referencias deseadas para resolver el objetivo de control. Determinar exactamente la salida para dirigir al sistema es un problema clásico de control donde se tienen buenas soluciones, una de ellas es el concepto de planitud [37]. Sin embargo, definir las salidas para el TECS/THCS no es proceso sistemático; por lo cual el análisis de estabilidad tampoco puede sistematizarse.

El siguiente ejemplo describe una forma de construir las salidas para el control basado en TECS/THCS, sin que éstas dependan de la energía.

3.0.1. Ejemplo

Considere el modelo del péndulo simple que se muestra en la Figura 3.1. El objetivo de control es llevar la posición angular del péndulo x_1 a una referencia deseada constante x_{1d} .

El modelo matemático que describe la dinámica del péndulo es

$$ml^2\ddot{x}_1 + mgl \sin(x_1) = \tau \quad (3.3)$$

donde m es la masa del péndulo, l la longitud del péndulo y g es la aceleración de

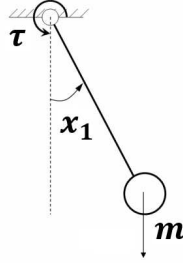


Figura 3.1: Péndulo simple

la gravedad. Expresando el modelo del péndulo en variables de estado se tiene

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{\tau}{ml^2} - \frac{g}{l} \sin(x_1) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Los puntos de equilibrio del sistema en lazo abierto son

$$\begin{aligned} x_2 &= 0 \\ \tau &= gml \sin(x_1) \end{aligned}$$

La versión inspirada en TECS/THCS que se considera en este trabajo impone que en las ecuaciones que definen al punto de equilibrio en lazo cerrado aparezca explícitamente el objetivo de control, en este caso

$$\tilde{x}_1 = x_1 - x_{1_d} \quad (3.5)$$

donde la referencia deseada x_{1_d} se considera constante. La ecuación (3.5) se define como la condición de equilibrio deseada. Para lograr que la condición de equilibrio deseada aparezca explícitamente en las ecuaciones que definen al punto de equilibrio en lazo cerrado, la primera ecuación de (3.4) se modifica como sigue

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_2 + \tilde{x}_1 - \tilde{x}_1 \\ \frac{\tau}{ml^2} - \frac{g}{l} \sin(x_1) \end{bmatrix}$$

Definiendo

$$y = x_2 + \tilde{x}_1$$

se tiene que

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\tilde{x}_1 + y \\ \frac{\tau}{ml^2} - \frac{g}{l} \sin(x_1) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Las ecuaciones que definen al punto de equilibrio son

$$\begin{aligned} -\tilde{x}_1 + y &= 0 \\ \frac{\tau}{ml^2} - \frac{g}{l} \sin(x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Notar que si $y = 0$ la condición de equilibrio deseada aparecerá explícitamente en las ecuaciones que definen a los puntos de equilibrio. El paso siguiente es asegurar que y converja a cero. En este trabajo utilizaremos el control proporcional-integral de la versión original de TECS. Por lo tanto, se define

$$\begin{aligned} \tau &= ml^2(-k_p y - k_i \eta + v) \\ \dot{\eta} &= y \end{aligned} \quad (3.8)$$

con k_p y k_i ganancias positivas y v una nueva entrada de control. Para simplificar los cálculos en este ejemplo se cancela el término de gravedad y se inyecta amortiguamiento definiendo

$$v = \frac{g}{l} \sin(x_1) - k_d x_2$$

con k_d una ganancia positiva de control. La dinámica en lazo cerrado puede ser escrita como

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{y} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tilde{x}_1 + y \\ -(k_p + k_d - 1)y + (k_d - 1)\tilde{x}_1 - k_i \eta \\ y \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

El punto de equilibrio de la dinámica en lazo cerrado es

$$\begin{aligned}\tilde{x}_1 - y &= 0 \\ -(k_p + k_d - 1)y + (kd - 1)\tilde{x}_1 - k_i\eta &= 0 \\ y &= 0\end{aligned}\tag{3.10}$$

se concluye fácilmente que el punto de equilibrio es

$$\tilde{x}_1 = 0, y = 0, \eta = 0\tag{3.11}$$

En este ejemplo la dinámica en lazo cerrado es lineal por lo que su estabilidad puede analizarse a partir de su polinomio característico. El polinomio característico es

$$pc = \lambda^3 + (k_p + k_d)\lambda^2 + (k_i + k_p)\lambda + k_i$$

por lo tanto bajo la metodología de Routh Hurwitz la siguiente condición se debe de cumplir para que el sistema sea estable

$$(k_p + k_d)(k_i + k_p) - k_i > 0$$

En la siguiente sección se diseñará una estrategia de control para la dinámica lateral-direccional de una aeronave de ala fija siguiendo la metodología del ejemplo anterior. Para el caso de la dinámica lateral-direccional la condición de equilibrio deseada es la condición de giro coordinado. En la primera etapa de diseño se construirán funciones de salida, con el mismo rol que y en el ejemplo, de tal forma que la condición de equilibrio deseada aparezca explícitamente en las ecuaciones que definen los puntos de equilibrio en lazo cerrado. Las funciones de salida que se construyan en esta etapa se controlarán con esquemas proporcional e integral. Finalmente, la dinámica rotacional de la aeronave tiene el rol de la dinámica de x_2 en el ejemplo, aprovechando que esta dinámica es completamente actuada se diseñará un control linealizante por retroalimentación de estados.

3.1. Maniobras de giro para aeronaves

Para controlar la dinámica lateral-direccional de una aeronave de ala fija es necesario conocer las maniobras que ésta puede realizar. Si el objetivo de control es llevar a

la aeronave a distintos puntos en el espacio, ésta tendrá que realizar giros para reorientarse y alcanzar los puntos seleccionados, por lo tanto se analizan las formas de giro de un avión. Una aeronave de ala fija, tiene tres métodos para realizar un giro en el plano cartesiano (x^e, y^e) , giro plano, giro con alabeo, giro coordinado [10].

3.1.1. Giro plano

El llamado giro plano se logra por la acción del timón, el cual al tener una deflexión produce un momento alrededor del eje z_b de la aeronave debido a la fuerza que se genera sobre el empenaje vertical. Este mismo efecto es el que usan los barcos para realizar un giro [10]. Este tipo de maniobra no se utiliza comúnmente en vehículos de ala fija, ya que el ángulo de derrape que se produce es grande aumentando la fuerza lateral sobre la aeronave. El precio a pagar para evitar que el ángulo de derrape crezca de forma considerable es aumentar el radio de giro R . La Figura 3.2 muestra de forma gráfica como se realiza el giro plano.

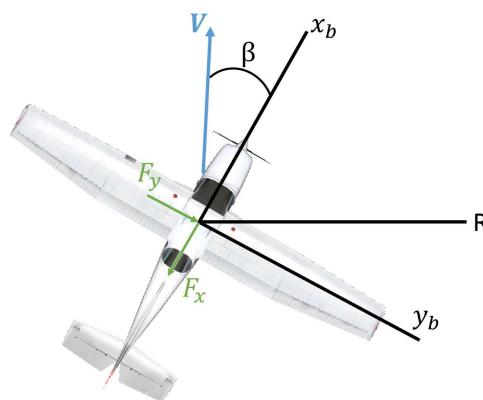


Figura 3.2: Giro plano

3.1.2. Giro con alabeo

Uno de los descubrimientos hechos por los hermanos Wright es que un aeronave de ala fija gira mejor si ésta se inclina sobre su ángulo de alabeo. El ángulo de inclinación reorienta el vector de empuje, produciendo una aceleración lateral la cual induce a que la aeronave gire. Este tipo de maniobra se realiza con los alerones en lugar del timón [9]. El giro con alabeo se emplea en la mayoría de las situaciones [10]. La Figura 3.3 muestra a μ que es conocido como ángulo de inclinación o *bank angle*. Idealmente este ángulo de inclinación se relaciona directamente con el ángulo de alabeo $\mu \approx \phi$ para maniobras en las que la altura se mantiene constante.

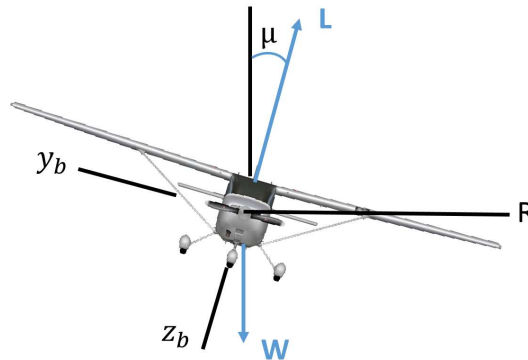


Figura 3.3: Giro con alabeo

El giro con alabeo presenta el inconveniente de la guiñada adversa la cual se describe a continuación.

3.1.2.1. Guiñada adversa

La guiñada adversa es un fenómeno producido en el giro con alabeo. La deflexión de los alerones induce un momento adverso al sentido del viraje. Cuando se accionan los alerones, uno sube y otro baja el borde de salida de cada semi ala, Figura 3.4. El movimiento de los alerones produce que el ángulo de ataque varíe, lo cual implica que se produce una mayor sustentación en la semi ala en la cual el alerón baja, Figura 3.4. La semi ala que tiene mayor sustentación también producirá una mayor

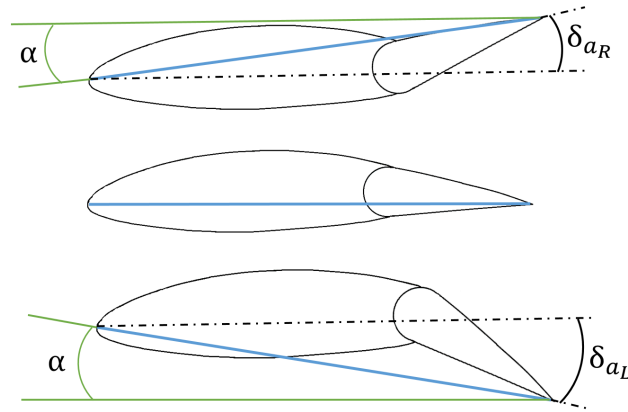


Figura 3.4: Cambio del ángulo de ataque debido a la superficie de control

resistencia al avance, lo cual provoca un momento sobre el eje z_b contrario a la guiñada natural que se desea con el alabeo de la aeronave impidiendo una rotación eficiente, Figura 3.5.

La configuración de los alerones puede a reducir la guiñada adversa. Existen varios tipos de configuración de alerones, dos de los convencionales son los alerones anti simétricos y los alerones diferenciales. En los alerones anti simétricos ambos alerones se mueven exactamente la misma distancia pero en direcciones opuestas, esto es

$$\delta_a = \frac{1}{2} (\delta_{aR} - \delta_{aL}) \quad (3.12)$$

En los alerones diferenciales, un alerón baja un menor ángulo de lo que otro alerón sube, por lo tanto

$$\begin{aligned} \delta_a &= k_{a_1} \delta_{aR} - k_{a_2} \delta_{aL} & \forall \delta_a \geq 0 \\ \delta_a &= k_{a_2} \delta_{aR} - k_{a_1} \delta_{aL} & \forall \delta_a < 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde k_{a_1} y k_{a_2} son constantes positivas, además $k_{a_1} < k_{a_2}$ y $k_{a_1} + k_{a_2} = 1$. Los alerones diferenciales reducen considerablemente la guiñada adversa. Cuando la deflexión del alerón que baja es menor el ángulo de ataque también es menor, reduciendo así el levantamiento y la resistencia al avance, ecuación (2.12). Por lo tanto, en los alerones

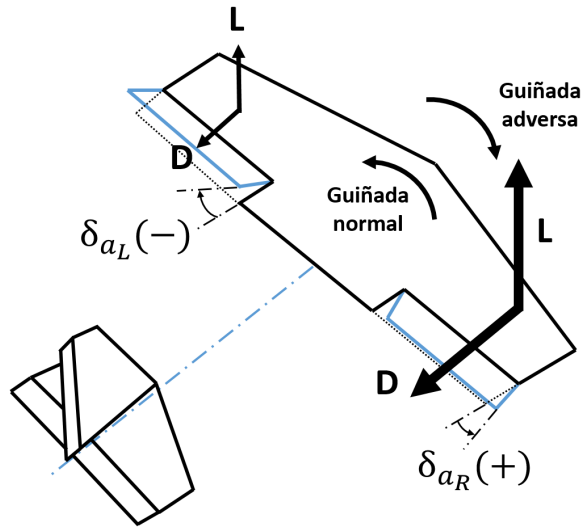


Figura 3.5: Guiñada adversa

diferenciales disminuye la resistencia al avance de la semi ala que baja, por lo cual la guiñada adversa disminuye pero no desaparece, es por eso que la acción del timón es necesaria para contrarrestar la guiñada adversa.

3.1.3. Giro coordinado no lineal

La idea de giro coordinado nace de la necesidad de evitar el fenómeno de guiñada adversa. En un giro coordinado, la fuerza lateral neta en el cuerpo de la aeronave es cero. Un giro coordinado se produce cuando los alerones y el timón se combinan para lograr un cambio en la dirección del vehículo [9], lo cual brinda una maniobra más eficiente. El objetivo de usar el timón es contrarrestar la guiñada adversa producida por los alerones [27].

Las condiciones para un giro coordinado ideal son ángulos aerodinámicos pequeños, esto es, $\bar{\alpha} \approx 0$ y $\beta \approx 0$ por lo tanto $\dot{\beta} = 0$, y la fuerza lateral $Y = 0$ [36]. Entonces sustituyendo éstas condiciones en la primera ecuación de (2.14) se obtiene la condición para el giro coordinado ideal

$$\frac{g}{\bar{V}} s_{\phi_d} c_{\bar{\theta}} - r_d = 0 \quad (3.14)$$

con ϕ_d como el ángulo de alabeo deseado y r_d la velocidad angular de guiñada deseada. Por lo tanto, el seno del ángulo de alabeo deseado puede expresarse como

$$s_{\phi_d} = \frac{\bar{V}}{g c_{\bar{\theta}}} r_d \quad (3.15)$$

otra posible definición es la velocidad angular de guiñada deseada, la cual puede expresarse como

$$r_d = \frac{g}{\bar{V}} s_{\phi_d} c_{\bar{\theta}} \quad (3.16)$$

Asumiendo que existen trayectorias $\dot{\psi}_d$, r_d y ϕ_d tales que la segunda ecuación de (2.2) se satisface, la condición de giro coordinado puede expresarse de la siguiente forma

$$\dot{\psi}_d = \frac{r_d}{c_{\phi_d} c_{\bar{\theta}}} \quad (3.17)$$

por lo tanto, sustituyendo la ecuación (3.16) en la ecuación (3.17), se tiene que

$$\dot{\psi}_d = \frac{g}{\bar{V}} t_{\phi_d} \quad (3.18)$$

La expresión (3.18) es la condición de giro coordinado ideal comúnmente encontrada en la literatura, por ejemplo en [38] y [21].

3.1.4. Giro coordinado lineal

La restricción de giro coordinado también se obtiene a partir del modelo lateral-direccional lineal de la ecuación (2.25). Tomando las condiciones para un giro coordinado ideal: ángulos aerodinámicos pequeños, esto es, $\bar{\alpha} \approx 0$, $\bar{\theta} \approx 0$ y $\beta \approx 0$ por lo tanto $\dot{\beta} = 0$, y la fuerza lateral $Y = 0$ [36]. Sustituyendo éstas condiciones en la primer ecuación de (2.25), se obtiene

$$\frac{g c_{\bar{\theta}}}{V_0} \phi - r = 0 \quad (3.19)$$

La ecuación (3.19) es la condición de giro coordinado que usa Bruzzini para construir a el control THCS en [27]. Cabe mencionar que la forma de llegar a la ecuación

(3.19) es a través de la linealización del sistema en vuelo recto y nivelado. En este trabajo se usa la condición de giro coordinado no lineal, comúnmente encontrada en la literatura.

3.2. Control lateral-direccional

El primer paso desarrolla un control por linealización parcial de los estados para la dinámica rotacional de la aeronave; la condición de giro coordinado definirá las referencias para la velocidad angular en guiñada y el ángulo de alabeo. El segundo paso considera la dinámica del ángulo de derrape y presenta el desarrollo para generar funciones dependientes de la velocidad angular de guiñada y del ángulo de derrape. Dos controladores proporcional-integral basados en las técnicas TECS/THCS dirigen a estas funciones del estado a la referencia deseada.

3.2.1. Control por retroalimentación parcial de estados

En esta sección se describe el control por retroalimentación de estados. El control por retroalimentación de estados se realiza únicamente sobre la dinámica rotacional dejando de lado la la dinámica del ángulo de derrape en este primer paso.

Definiendo el error angular de alabeo y los errores para las velocidades angulares de alabeo y guiñada como

$$\tilde{\phi} = \phi - \phi_d, \quad \tilde{p} = p - p_d, \quad \tilde{r} = r - r_d \quad (3.20)$$

La derivada con respecto del tiempo de los errores (3.20) es

$$\dot{\tilde{\phi}} = \dot{\phi} - \dot{\phi}_d, \quad \dot{\tilde{p}} = \dot{p} - \dot{p}_d, \quad \dot{\tilde{r}} = \dot{r} - \dot{r}_d \quad (3.21)$$

Sustituyendo a $\dot{\phi}$, \dot{p} y \dot{r} de (2.26) en las ecuaciones (3.21)

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \tilde{p} + p_d + \frac{\tilde{r} + r_d}{c(\tilde{\phi} + \phi_d)} t_{\bar{\theta}} - \dot{\phi}_d \\ \begin{bmatrix} \dot{\tilde{p}} \\ \dot{\tilde{r}} \end{bmatrix} &= q_0 b \left(\begin{bmatrix} \mathbf{C}_1^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) \\ \mathbf{C}_2^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} \delta_a^L \\ \delta_r^L \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} \dot{p}_d \\ \dot{r}_d \end{bmatrix} + q_0 b \mathbf{B} \begin{bmatrix} \bar{\delta}_a \\ \bar{\delta}_r \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{qp} \\ \tilde{\sigma}_{qr} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.22)$$

donde δ_a^L y δ_r^L serán los controles por retroalimentación de estados, $\bar{\delta}_a$ y $\bar{\delta}_r$ son los controles basados en TECS/THCS. Más aún, p_d se define como

$$p_d = \dot{\phi}_d - \frac{t_{\bar{\theta}}}{c(\tilde{\phi} + \phi_d)} r_d$$

a su vez el vector de acoplamiento con la dinámica longitudinal expresado en términos del error es

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{qp} \\ \tilde{\sigma}_{qr} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -c_2 (I_{yy} - I_{xx} - I_{zz}) (\tilde{p} + p_d + \tilde{r} + r_d) t_{(\tilde{\phi} + \phi_d)} \\ -c_2 (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) (\tilde{r} + r_d)^2 t_{(\tilde{\phi} + \phi_d)} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -[c_2 I_{xz} + c_1 (I_{zz} - I_{yy})] (\tilde{r} + r_d)^2 t_{(\tilde{\phi} + \phi_d)} \\ + [c_2 I_{xz} + c_3 (I_{xx} - I_{yy})] (\tilde{p} + p_d + \tilde{r} + r_d) t_{(\tilde{\phi} + \phi_d)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

y

$$\tilde{\chi} + \chi_d = \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{\beta} \\ c_0 \tilde{p} \\ c_0 \tilde{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_d \\ c_0 p_d \\ c_0 r_d \end{bmatrix}$$

Para finalizar este primer paso se definen los controles por retroalimentación de estados como

$$\begin{bmatrix} \delta_a^L \\ \delta_r^L \end{bmatrix} = q_0 b \mathbf{B}^{-1} \left(- \begin{bmatrix} q_0 b \mathbf{C}_1^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) + \dot{p}_d \\ q_0 b \mathbf{C}_2^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) + \dot{r}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\phi \tilde{\phi} + k_p \tilde{p} \\ k_r \tilde{r} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{qp} \\ \tilde{\sigma}_{qr} \end{bmatrix} \right) \quad (3.23)$$

El lazo cerrado para esta de la dinámica lateral-direccional en este primer paso es

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\phi}} &= \tilde{p} + \tilde{r} \frac{t_{\bar{\theta}}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}} \\ \begin{bmatrix} \dot{\tilde{p}} \\ \dot{\tilde{r}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_{\phi}\tilde{\phi} + k_p\tilde{p} \\ k_r\tilde{r} \end{bmatrix} + q_0 b \mathbf{B} \begin{bmatrix} \bar{\delta}_a \\ \bar{\delta}_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.24)$$

3.2.2. Control basado en TECS/THCS

El segundo paso es controlar la dinámica del ángulo de derrape siguiendo el enfoque de diseño del ejemplo del péndulo TECS/THCS. Definiendo las referencias deseadas con base en la restricción de giro coordinado (3.16), ϕ_d y r_d son

$$\begin{aligned} r_d &= \frac{g}{V} s_{\phi_d} c_{\bar{\theta}} \\ \phi_d &= k_{\phi_m} \tanh(k_{\psi} \tilde{\psi}) \end{aligned}$$

ésta definición para las referencias deseadas es la más común, dado que el cambio en la guiñada es conducido de una forma deseable por el alabeo. En [36] se define al alabeo deseado como una función del error de guiñada, aquí se realiza una definición parecida pero con el cambio principal de tener una función de saturación la cual esta acotada por la ganancia positiva k_{ϕ_m} , ésta ganancia se define en función del desempeño de la aeronave el cual se analiza en el Capítulo 6. Obteniendo las derivadas con respecto del tiempo de las referencias deseadas

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_d &= k_{\phi_m} \left[1 - \tanh(k_{\psi} \tilde{\psi})^2 \right] k_{\psi} \dot{\tilde{\psi}} \\ \dot{p}_d &= \ddot{\phi}_d - \frac{g}{V} s_{\bar{\theta}} \left[\frac{c_{\phi_d}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}} \dot{\phi}_d + \frac{s_{\phi_d} s_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}^2} (\dot{\tilde{\phi}} + \dot{\phi}_d) \right] \\ \dot{r}_d &= \frac{g}{V} c_{\phi_d} c_{\bar{\theta}} \dot{\phi}_d \end{aligned} \quad (3.25)$$

para obtener \dot{p}_d , es necesario calcular la segunda derivada con respecto del tiempo de el ángulo deseado de alabeo, esto es

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_d &= -2k_{\phi_m} \tanh(k_{\psi}\tilde{\psi}) \left[1 - \tanh(k_{\psi}\tilde{\psi})^2 \right] k_{\psi}^2 \dot{\tilde{\psi}}^2 \\ &\quad + k_{\phi_m} \left[1 - \tanh(k_{\psi}\tilde{\psi})^2 \right] k_{\psi} \ddot{\tilde{\psi}} \end{aligned} \quad (3.26)$$

donde

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{\psi}} &= \frac{\dot{\tilde{r}}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}c_{\tilde{\theta}}} + \frac{g c_{\phi_d}}{\bar{V} c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}} \dot{\phi}_d + \frac{(\tilde{r} + r_d) s_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}^2 c_{\tilde{\theta}}} \left(\tilde{p} + \tilde{r} \frac{t_{\tilde{\theta}}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}} + \dot{\phi}_d \right) \\ \dot{\tilde{r}} &= q_0 b \mathbf{C}_2^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) - \dot{r}_d + \tilde{\sigma}_{qr} + b_{21} \delta_a + b_{22} \delta_r \end{aligned}$$

se puede observar que la definición de \dot{p}_d depende del control debido a que $\dot{\tilde{r}}$ depende de δ_a^L and δ_r^L . Por lo tanto se agrupan los términos que no dependen de las entradas de control como sigue

$$\begin{aligned} \dot{p}_d^p &= \frac{k_{\phi_m} \left[1 - \tanh(k_{\psi}\tilde{\psi})^2 \right] k_{\psi}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}c_{\tilde{\theta}}} \left[\tilde{\sigma}_{qr} + \frac{(\tilde{r} + r_d) s_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}c_{\tilde{\theta}}} \left(\tilde{p} + \tilde{r} \frac{t_{\tilde{\theta}}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}} + \dot{\phi}_d \right) \right. \\ &\quad \left. + q_0 b \mathbf{C}_2^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) \right] - \frac{g}{\bar{V}} s_{\tilde{\theta}} \left[\frac{c_{\phi_d}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}} \dot{\phi}_d + \frac{s_{\phi_d} s_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}^2} \left(\tilde{p} + \tilde{r} \frac{t_{\tilde{\theta}}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}} + \dot{\phi}_d \right) \right] \\ &\quad - 2k_{\phi_m} \tanh(k_{\psi}\tilde{\psi}) \left[1 - \tanh(k_{\psi}\tilde{\psi})^2 \right] k_{\psi}^2 \left(\frac{(\tilde{r} + r_d)}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}c_{\tilde{\theta}}} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Ahora recolectando los términos que dependen de las entradas de control, el control por linealización parcial de los estados es

$$\begin{bmatrix} \delta_a^L \\ \delta_r^L \end{bmatrix} = \mathbf{B}_c^{-1} \left(- \begin{bmatrix} q_0 b \mathbf{C}_1^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) + \dot{p}_d^p \\ q_0 b \mathbf{C}_2^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) + \dot{r}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{\phi} \tilde{\phi} + k_p \tilde{p} \\ k_r \tilde{r} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{qp} \\ \tilde{\sigma}_{qr} \end{bmatrix} \right) \quad (3.28)$$

con

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_c &= q_0 b \begin{bmatrix} b_{c11} & b_{c12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \\ &= q_0 b \begin{bmatrix} b_{11} - k_{\phi_m} \left[1 - \tanh(k_{\psi}\tilde{\psi})^2 \right] k_{\psi} \frac{b_{21}}{c_{\phi} c_{\tilde{\theta}}} & b_{12} - k_{\phi_m} \left[1 - \tanh(k_{\psi}\tilde{\psi})^2 \right] k_{\psi} \frac{b_{22}}{c_{\phi} c_{\tilde{\theta}}} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Una vez establecidos δ_a^L y δ_r^L , se realiza el diseño del controlador basado en TECS/THCS. A partir de la primera ecuación de (2.26) y considerando que el ángulo de ataque es pequeño $\bar{\alpha} \approx 0$, entonces

$$\dot{\beta} = \frac{g}{\bar{V}} (c_{\beta} c_{\bar{\theta}} s_{\phi} + s_{\beta} c_{\bar{\alpha}} s_{\bar{\theta}}) - r + \frac{\bar{T}}{m\bar{V}} s_{\beta} + \frac{q_0}{m\bar{V}} \mathbf{C}_Y^{\top} \chi + \frac{q_0}{m\bar{V}} C_{Y_{\delta_r}} \delta_r$$

la ecuación anterior puede representarse en términos del error como

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\beta}} &= \frac{g}{\bar{V}} \left(c_{(\tilde{\beta}+\beta_d)} c_{\bar{\theta}} s_{(\tilde{\phi}+\phi_d)} + s_{(\tilde{\beta}+\beta_d)} s_{\bar{\theta}} \right) - (\tilde{r} + r_d) + \frac{\bar{T}}{m\bar{V}} s_{(\tilde{\beta}+\beta_d)} \\ &\quad + \frac{q_0}{m\bar{V}} \mathbf{C}_Y^{\top} (\tilde{\chi} + \chi_d) + \frac{q_0}{m\bar{V}} C_{Y_{\delta_r}} \delta_r + k_{\beta} \tilde{\beta} - k_{\beta} \tilde{\beta} \end{aligned}$$

donde se han sumado y restado el término $k_{\beta} \tilde{\beta}$. Reescribiendo la ecuación anterior de la forma

$$\begin{aligned} \beta_e + r_e &= \frac{g}{\bar{V}} \left(c_{(\tilde{\beta}+\beta_d)} c_{\bar{\theta}} s_{(\tilde{\phi}+\phi_d)} + s_{(\tilde{\beta}+\beta_d)} s_{\bar{\theta}} \right) - r_d + \frac{\bar{T}}{m\bar{V}} s_{(\tilde{\beta}+\beta_d)} \\ &\quad + \frac{q_0}{m\bar{V}} \mathbf{C}_Y^{\top} (\tilde{\chi} + \chi_d) + \frac{q_0}{m\bar{V}} C_{Y_{\delta_r}} \delta_r + k_{\beta} \tilde{\beta} \end{aligned} \quad (3.29)$$

definiendo las señales β_e y r_e como

$$\begin{aligned} r_e &= \tilde{r} \\ \beta_e &= \dot{\tilde{\beta}} + k_{\beta} \tilde{\beta} \end{aligned} \quad (3.30)$$

con k_{β} una ganancia constante. Si r_e y β_e convergen a cero, se obtiene

$$\beta = \beta_d, \quad r = r_d = \frac{g}{\bar{V}} s_{\phi_d} c_{\bar{\theta}}$$

por lo tanto la ecuación (3.29) es

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{g}{\bar{V}} \left(c_{\beta_d} c_{\bar{\theta}} s_{(\tilde{\phi}+\phi_d)} + s_{\beta_d} s_{\bar{\theta}} \right) - \frac{g}{\bar{V}} s_{\phi_d} c_{\bar{\theta}} + \frac{\bar{T}}{m\bar{V}} s_{\beta_d} + \frac{q_0}{m\bar{V}} \mathbf{C}_Y^{\top} (\tilde{\chi} + \chi_d) \\ &\quad + \frac{q_0}{m\bar{V}} C_{Y_{\delta_r}} \delta_r \end{aligned} \quad (3.31)$$

Asumiendo que existe un señal de control que regule a $\tilde{\phi}$ y que la fuerza lateral es cero, entonces

$$0 = \frac{g}{\bar{V}} (c_{\beta_d} c_{\bar{\theta}} s_{\phi_d} + s_{\beta_d} s_{\bar{\theta}}) - \frac{g}{\bar{V}} s_{\phi_d} c_{\bar{\theta}} \quad (3.32)$$

Notar que (3.32) es la llamada condición de giro coordinado ideal (3.16) cuando $\beta_d = 0$.

Observación 1. *Es posible interpretar las funciones definidas en (3.30) como mediciones de la precisión del seguimiento [39] o como una superficie de deslizamiento [40]. Como en las referencias [39] y [40] el objetivo de control es llevar a dichas funciones a cero.*

Ahora, para forzar a la ecuación (3.29) a converger al comportamiento de la ecuación (3.14) es necesario diseñar un controlador que dirija a las señales β_e y r_e a cero. Este objetivo puede ser alcanzado si las señales $\beta_e + r_e$ y $\beta_e - r_e$ convergen simultáneamente a cero. Por lo tanto, las salidas para el control THCS son

$$\begin{aligned} y_a &= \beta_e + r_e \\ y_r &= \beta_e - r_e \end{aligned} \quad (3.33)$$

Para establecer una relación entre las entradas de control y las salidas, definidas en la ecuación (3.33), se considera la siguiente ecuación

$$\beta_e + r_e = \frac{g}{\bar{V}} (c_\beta c_{\bar{\theta}} s_\phi + s_\beta s_{\bar{\theta}}) - r_d + \frac{\bar{T}}{m\bar{V}} s_\beta + \frac{Y}{m\bar{V}} + k_\beta \tilde{\beta}$$

El giro coordinado ideal requiere que la fuerza lateral sea igual con cero; por lo tanto, controlando la salida y_a usando δ_r no es una opción. Una opción para controlar y_a es a través de r_d pero en este trabajo r_d se definió en la ecuación (3.16). Otra alternativa es controlar a y_a es con el ángulo ϕ . Como la entrada de alerón δ_a tiene una fuerte influencia sobre el ángulo de alabeo, con δ_a destinado para controlar a y_a , δ_r es destinada a controlar y_r .

Los desarrollos previos dan una base teórica para la construcción de las salidas del control basado en TECS/THCS. Como en el caso del TECS, dirigir ambas salidas y_a y y_r a cero permite alcanzar el objetivo de control. En [26], la integral de éstas salidas define la referencia para el ángulo de guiñada y el ángulo de derrape, respectivamente. En [27] dos controles proporcional-integral se construyen, uno para los alerones y otro para el timón. Este trabajo sigue la formulación THCS de [27];

entonces los dos controles se definen como

$$\begin{aligned}\bar{\delta}_a &= k_{a_p} y_a + k_{a_i} \eta_1 \\ \bar{\delta}_r &= k_{r_p} y_r + k_{r_i} \eta_2\end{aligned}\tag{3.34}$$

con k_{a_p} , k_{a_i} las ganancias del alerón y k_{r_p} , k_{r_i} las ganancias del timón. Más aún,

$$\begin{aligned}\dot{\eta}_1 &= y_a \\ \dot{\eta}_2 &= y_r\end{aligned}$$

Finalmente, de la (3.28) y (3.34) las entradas de control del timón y del alerón toman la siguiente forma¹

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} &= \mathbf{B}_c^{-1} \left(- \begin{bmatrix} q_0 b \mathbf{C}_1^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) + \dot{p}_d^p \\ q_0 b \mathbf{C}_2^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) + \dot{r}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\phi \tilde{\phi} + k_p \tilde{p} \\ k_r \tilde{r} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{qp} \\ \tilde{\sigma}_{qr} \end{bmatrix} \right) \\ &\quad + \begin{bmatrix} k_{a_p} (\beta_e + r_e) + k_{a_i} \eta_1 \\ k_{r_p} (\beta_e - r_e) + k_{r_i} \eta_2 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{3.35}$$

El lazo cerrado de la dinámica lateral-direccional (3.22)-(3.35) es descrito por las

¹El signo de δ_a y δ_r depende directamente de los coeficientes $C_{N_{\delta_r}}$ y $C_{\bar{L}_{\delta_a}}$, respectivamente.

siguientes ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{\phi}} &= \tilde{p} + \tilde{r} \frac{t_{\bar{\theta}}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}} \\
\dot{\tilde{\psi}} &= \frac{\tilde{r}}{c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)} c_{\bar{\theta}}} + \frac{g s_{\phi_d}}{\bar{V} c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)}} \\
\begin{bmatrix} \dot{\tilde{p}} \\ \dot{\tilde{r}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_{\phi} \tilde{\phi} + k_p \tilde{p} \\ k_r \tilde{r} \end{bmatrix} + q_0 b \mathbf{B} \begin{bmatrix} k_{a_p} \left(\dot{\tilde{\beta}} + k_{\beta} \tilde{\beta} + \tilde{r} \right) + k_{a_i} \eta_1 \\ k_{r_p} \left(\dot{\tilde{\beta}} + k_{\beta} \tilde{\beta} - \tilde{r} \right) + k_{r_i} \eta_2 \end{bmatrix} \\
\dot{\tilde{\beta}} &= \frac{g}{\bar{V}} \left(c_{(\tilde{\beta}+\beta_d)} c_{\bar{\theta}} s_{(\tilde{\phi}+\phi_d)} + s_{(\tilde{\beta}+\beta_d)} c_{\bar{\alpha}} s_{\bar{\theta}} - s_{\bar{\alpha}} s_{(\tilde{\beta}+\beta_d)} c_{\bar{\theta}} c_{(\tilde{\phi}+\phi_d)} \right) + (\tilde{p} + p_d) s_{\bar{\alpha}} \\
&\quad - (\tilde{r} + r_d) c_{\bar{\alpha}} + \frac{\bar{T}}{m \bar{V}} s_{(\tilde{\beta}+\beta_d)} c_{\bar{\alpha}} + \frac{q_0}{m \bar{V}} C_{Y_{\delta_r}} \left[k_{r_p} \left(\dot{\tilde{\beta}} + k_{\beta} \tilde{\beta} - \tilde{r} \right) + k_{r_i} \eta_2 \right] \\
&\quad + \frac{q_0}{m \bar{V}} \mathbf{C}_Y^{\top} (\tilde{\chi} + \chi_d) - \frac{q_0}{m \bar{V}} C_{Y_{\delta_r}} \mathbf{b}_1 \mathbf{B}_c^{-1} \begin{bmatrix} q_0 b \mathbf{C}_1^{\top} (\tilde{\chi} + \chi_d) + \dot{p}_d^p \\ q_0 b \mathbf{C}_2^{\top} (\tilde{\chi} + \chi_d) + \dot{r}_d \end{bmatrix} \\
&\quad + \frac{q_0}{m \bar{V}} C_{Y_{\delta_r}} \mathbf{b}_1 \mathbf{B}_c^{-1} \left(\begin{bmatrix} k_{\phi} \tilde{\phi} + k_p \tilde{p} \\ k_r \tilde{r} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{qp} \\ \tilde{\sigma}_{qr} \end{bmatrix} \right) \\
\dot{\eta}_1 &= \dot{\tilde{\beta}} + k_{\beta} \tilde{\beta} + \tilde{r} \\
\dot{\eta}_2 &= \dot{\tilde{\beta}} + k_{\beta} \tilde{\beta} - \tilde{r}
\end{aligned} \tag{3.36}$$

con $\mathbf{b}_1 = [0 \ 1]$. Notar que el resultado de la dinámica en lazo cerrado no tiene una estructura en particular. La estructura de la dinámica en lazo cerrado hace difícil establecer propiedades de estabilidad. Las propiedades de estabilidad serán analizadas usando herramientas de la teoría de control de sistemas lineales.

3.3. Análisis de estabilidad

Las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado son determinadas alrededor de un punto de equilibrio. El punto de equilibrio se determinan como sigue

$$\tilde{\phi} = 0, \quad \tilde{\psi} = 0, \quad \tilde{p} = 0, \quad \tilde{r} = 0, \quad \tilde{\beta} = 0, \quad \eta_1 = 0, \quad \eta_2 = 0 \tag{3.37}$$

Las propiedades de estabilidad del punto de equilibrio se evalúan mediante una aproximación lineal de los sistemas (3.36) al rededor de (3.37) [41]. El primer paso a seguir para probar la estabilidad del sistema en lazo cerrado es verificar que el equilibrio es (3.37).

Considerando que el sistema en lazo cerrado (3.36) tiene un punto de equilibrio en (3.37). De las últimas dos ecuaciones de (3.36) se tiene

$$0 = \dot{\tilde{\beta}} + k_\beta \tilde{\beta} + \tilde{r}$$

$$0 = \dot{\tilde{\beta}} + k_\beta \tilde{\beta} - \tilde{r}$$

entonces,

$$\dot{\tilde{\beta}} = -k_\beta \tilde{\beta} \tag{3.38}$$

$$\tilde{r} = 0$$

como consecuencia, para $k_\beta > 0$ se tiene que $\beta = \beta_d$; además $r = r_d = \frac{g}{V} s_{\phi_d} c_{\bar{\theta}}$. Considerando $\tilde{\beta} = 0$, $\tilde{r} = 0$, $\beta_d = 0$, y $r_d = \frac{g}{V} s_{\phi_d} c_{\bar{\theta}}$ la primera ecuación de (3.36) permite concluir que $\tilde{p} = 0$. Las siguientes ecuaciones algebraicas caracterizan los puntos de equilibrio

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{g}{V} \frac{s(k_{\phi_m} \tanh(k_\psi \tilde{\psi}))}{c(\tilde{\phi} + k_{\phi_m} \tanh(k_\psi \tilde{\psi}))} \\ 0 &= k_\phi \tilde{\phi} + q_0 b (b_{11} k_{a_i} \eta_1 + b_{12} k_{r_i} \eta_2) \\ 0 &= q_0 b (b_{21} k_{a_i} \eta_1 + b_{22} k_{r_i} \eta_2) \\ 0 &= \frac{g}{V} s(\tilde{\phi} + k_{\phi_m} \tanh(k_\psi \tilde{\psi})) - \frac{g}{V} s(k_{\phi_m} \tanh(k_\psi \tilde{\psi})) + \frac{q_0}{mV} \mathbf{C}_Y^\top \chi_d + \frac{q_0}{mV} C_{Y_{\delta_r}} k_{r_i} \eta_2 \\ &\quad + \frac{q_0}{mV} C_{Y_{\delta_r}} \mathbf{b}_1 \mathbf{B}_c^{-1} \left(- \begin{bmatrix} q_0 b \mathbf{C}_1^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) + \dot{p}_d^p \\ q_0 b \mathbf{C}_2^\top (\tilde{\chi} + \chi_d) + \dot{r}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\phi \tilde{\phi} + k_p \tilde{p} \\ k_r \tilde{r} \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. - \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{qp} \\ \tilde{\sigma}_{qr} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \tag{3.39}$$

A partir de la primera ecuación de (3.39)

$$0 = \frac{g}{\bar{V}} \frac{S(k_{\phi m} \tanh(k_{\psi} \tilde{\psi}))}{c_{\phi}} \quad (3.40)$$

Un punto importante a remarcar es que dentro del conjunto \mathcal{D} , se mantiene $1 > c_{\phi} > 0$. Como consecuencia, la única solución de la ecuación (3.40), dentro del conjunto \mathcal{D} , es $\tilde{\psi} = 0$. Más aún, todas las referencias ϕ_d , p_d y r_d son funciones de $\tilde{\psi}$, por lo tanto cuando $\tilde{\psi}$ es igual a cero ϕ_d , p_d , y r_d también son cero. Esto reduce la ecuación (3.39) a

$$\begin{aligned} 0 &= k_{\phi} \tilde{\phi} + q_0 b (b_{11} k_{a_i} \eta_1 + b_{12} k_{r_i} \eta_2) \\ 0 &= q_0 b (b_{21} k_{a_i} \eta_1 + b_{22} k_{r_i} \eta_2) \\ 0 &= \frac{g}{\bar{V}} s_{\tilde{\phi}} + \frac{q_0}{m\bar{V}} C_{Y_{\delta_r}} \mathbf{b}_1 \mathbf{B}_c^{-1} \begin{bmatrix} k_{\phi} \tilde{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{q_0}{m\bar{V}} C_{Y_{\delta_r}} k_{r_i} \eta_2 \end{aligned} \quad (3.41)$$

El conjunto de ecuaciones en (3.41) puede ser agrupado en forma matricial, asumiendo que $s_{\tilde{\phi}} \approx \tilde{\phi}$ como sigue

$$\begin{bmatrix} k_{\phi} & q_0 b b_{11} k_{a_i} & q_0 b b_{12} k_{r_i} \\ 0 & q_0 b b_{21} k_{a_i} & q_0 b b_{22} k_{r_i} \\ \frac{g}{\bar{V}} - \frac{b_{21} C_{Y_{\delta_r}}}{b (b_{22} b_{11} - b_{21} b_{12}) m \bar{V}} k_{\phi} & 0 & \frac{q_0}{m \bar{V}} C_{Y_{\delta_r}} k_{r_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\phi} \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

entonces, para asegurar que el punto de equilibrio es único igual a (3.37) las ganancias de control k_{ϕ} , k_{a_i} y k_{r_i} deberán de ser seleccionadas de forma adecuada. En una vecindad cercana al punto de equilibrio (3.37) la dinámica en lazo cerrado puede ser aproximada por su linealización alrededor de (3.37). La aproximación lineal de (3.36) puede ser expresada como

$$\mathbf{E} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \mathbf{X} \quad (3.43)$$

cabe mencionar que la matriz \mathbf{E} aparece debido a que los controles $\bar{\delta}_a$ y $\bar{\delta}_r$ dependen de $\dot{\beta}$, además

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \tilde{\phi} \\ \tilde{\psi} \\ \tilde{p} \\ \tilde{r} \\ \tilde{\beta} \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -q_0 b (b_{11} k_{a_p} + b_{12} k_{r_p}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -q_0 b (b_{21} k_{a_p} + b_{22} k_{r_p}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{q_0}{m\bar{V}} C_{Y_{\delta r}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_4 \end{bmatrix}$$

y

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{g k_{\phi_m} k_{\psi}}{\bar{V}} & 0 & 1 \\ k_{\phi} & 0 & k_p & q_0 b (b_{11} k_{a_p} - b_{12} k_{r_p}) \\ 0 & 0 & 0 & q_0 b (b_{21} k_{a_p} - b_{22} k_{r_p}) + k_r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_2 = q_0 b \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{11} k_{a_p} k_{\beta} + b_{12} k_{r_p} k_{\beta} & b_{11} k_{a_i} & b_{12} k_{r_i} \\ b_{21} k_{a_p} k_{\beta} + b_{22} k_{r_p} k_{\beta} & b_{21} k_{a_i} & b_{22} k_{r_i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} a_{15} & 0 & \frac{q_0 k_{r_i}}{m\bar{V}} \\ k_{\beta} & 0 & 0 \\ k_{\beta} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \frac{g}{\bar{V}} + \frac{C_{Y_{\delta_r}} b_{22} k_\phi}{d_a} \\
a_{12} &= q_0 \frac{c_{0g} (C_{Y_p} k_{\phi_m}^2 k_\psi^2 + C_{Y_r} k_{\phi_m} k_\psi)}{m \bar{V}^2} + \frac{C_{Y_{\delta_r}} b_{22} [-c_{12} k_{\phi_m}^2 k_\psi^2 - c_{13} k_{\phi_m} k_\psi] c_{0g}}{d_a \bar{V}} \\
&\quad - C_{Y_{\delta_r}} [b_{11} - k_{\phi_m} k_\psi b_{22}] \left[\frac{[-c_{22} k_{\phi_m}^2 k_\psi^2 - c_{23} k_{\phi_m} k_\psi] c_{0g}}{d_a \bar{V}} + \frac{k_\psi}{d_a} + \frac{g^2 k_{\phi_m}^2 k_\psi^3}{d_a \bar{V}^2} \right] \\
a_{13} &= \frac{q_0 C_{Y_p} c_0}{m \bar{V}} + \frac{C_{Y_{\delta_r}} b_{22} [-c_{12} c_0 + k_p]}{d_a} + \frac{C_{Y_{\delta_r}} [b_{11} - k_{\phi_m} k_\psi b_{22}] c_{13} c_0}{d_a} \\
a_{14} &= -1 + q_0 \frac{C_{Y_p} c_0 k_{\phi_m} k_\psi + C_{Y_r} c_0 - C_{Y_{\delta_r}} k_{r_p}}{m \bar{V}} + \frac{C_{Y_{\delta_r}} b_{22} [-c_{12} c_0 k_{\phi_m} k_\psi - c_{13} c_0]}{d_a} \\
&\quad - C_{Y_{\delta_r}} [b_{11} - k_{\phi_m} k_\psi b_{22}] \left[\frac{-c_{22} c_0 k_{\phi_m} k_\psi - c_{23} c_0 + k_r}{d_a} + \frac{g k_{\phi_m} k_\psi^2}{d_a \bar{V}} \right] \\
a_{15} &= \frac{\bar{T}}{m \bar{V}} + q_0 \frac{C_{Y_\beta} + C_{Y_{\delta_r}} k_{r_p} k_\beta}{m \bar{V}} - \frac{C_{Y_{\delta_r}} b_{22} c_{11}}{d_a} + \frac{C_{Y_{\delta_r}} [b_{11} - k_{\phi_m} k_\psi b_{22}] c_{21}}{d_a} \\
d_a &= m \bar{V} b \left[- (b_{11} - k_{\phi_m} k_\psi b_{22}) c_3 C_{N_{\delta_r}} + b_{22} (c_2 C_{N_{\delta_r}} - k_{\phi_m} c_3 C_{N_{\delta_r}}) \right]
\end{aligned}$$

El método indirecto de Lyapunov permite concluir la estabilidad de la dinámica en lazo cerrado (3.36) en la vecindad de (3.37) investigando su estabilidad como un punto de equilibrio para la aproximación lineal (3.43), ver Teorema 4.7 de [41]. El Teorema 4.7 de [41] afirma que el punto de equilibrio (3.37) es asintóticamente estable si la matriz $\mathbf{E}^{-1}\mathbf{A}$ es Hurwitz. Por lo tanto, las ganancias de control k_{a_p} , k_{a_i} , k_{r_p} , k_{r_i} , k_ϕ , k_p , k_r , k_ψ y k_β se deberán seleccionar de tal forma que los valores propios de $\mathbf{E}^{-1}\mathbf{A}$ tengan parte real negativa.

3.4. Sistema de navegación

La navegación de la aeronave esta basada en un sistema de posicionamiento global GPS. El GPS se encarga de dar las coordenadas de forma global en la tierra mediante la latitud, longitud y altitud (LLH). Para los fines de este trabajo las coordenadas LLH necesitarán ser transformadas a coordenadas en un plano tangente a la superficie terrestre. Para esta transformación se usará un algoritmo conocido que

transforma coordenadas LLH a coordenadas en un plano local ENU (por sus siglas en inglés *East, North, Up*), mediante las siguientes ecuaciones [42]

$$\begin{aligned}
 de &= \left(\frac{a}{\chi} + h \right) c_{\phi_g} d\lambda_g - \left(\frac{a(1-e^2)}{\chi^3} + h \right) s_{\phi_g} d\phi_g d\lambda_g + c_{\phi_g} d\lambda_g dh \\
 dn &= \left(\frac{a(1-e^2)}{\chi^3} + h \right) d\phi_g + \frac{3}{2} c_{\phi_g} s_{\phi_g} a e^2 d\phi_g^2 + s_{\phi_g}^2 dh d\phi_g \\
 &\quad + \frac{1}{2} s_{\phi_g} c_{\phi_g} \left(\frac{a}{\chi} + h \right) d\lambda_g^2 \\
 du &= dh - \frac{a}{2} \left(1 - \frac{3}{2} e^2 c_{\phi_g}^2 + \frac{1}{2} e^2 + \frac{h}{a} \right) d\phi_g^2 - \frac{1}{2} c_{\phi_g}^2 \left(\frac{a}{\chi} - h \right) d\lambda_g^2
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

donde las constantes debidas a la geometría terrestre son: a la longitud del semi-eje mayor de la tierra, b la longitud del semi-eje menor de la tierra y e^2 es la primera excentricidad numérica de la tierra. Además ϕ_g es la latitud de referencia, λ_g la longitud de referencia, h la altura de referencia, de desplazamiento hacia el este, dn desplazamiento hacia el norte, du desplazamiento hacia el lado opuesto al centro terrestre, $d\phi_g$ la latitud actual del vehículo, $d\lambda_g$ la longitud actual del vehículo² y dh la altura actual del vehículo. En la siguiente Tabla 3.1 se muestran las constantes debidas a la geometría terrestre

| | | |
|--------|-------------------------------|---|
| a | 6378137 [m] | Longitud del semi-eje mayor de la tierra |
| b | 6356752.3142 [m] | Longitud del semi-eje menor de la tierra |
| e^2 | 0.00669473 | Primera excentricidad numérica de la tierra |
| χ | $\sqrt{1 - e^2 s_{\phi_g}^2}$ | |

Tabla 3.1: Parámetros terrestres

Las coordenadas de , dn y du son las posiciones de vehículo en metros. Un cambio final se realizará a esta posición para trabajar con coordenadas NED, quedando definida x^e apuntando al Norte verdadero, y^e apuntando al Este y z^e hacia el centro

²Un punto importante a remarcar es que la latitud y longitud deberán estar representadas en radianes.

de la Tierra, por lo tanto

$$x = dn; \quad y = de; \quad z = -du \quad (3.45)$$

donde x , y y z representan la posición del vehículo en metros.

3.5. Algoritmo de guía de vuelo

La determinación del rumbo que la aeronave se basa en un algoritmo sencillo en el cual calcula la guiñada deseada necesaria para dirigir a la aeronave a un punto pre programado.

Considerando la posición actual del vehículo x , y , la referencia deseada x_w , y_w y x_0 , y_0 la coordenada de origen, gráficamente la distancia del vehículo al punto deseado y la referencia de guiñada se observan en la Figura 3.6

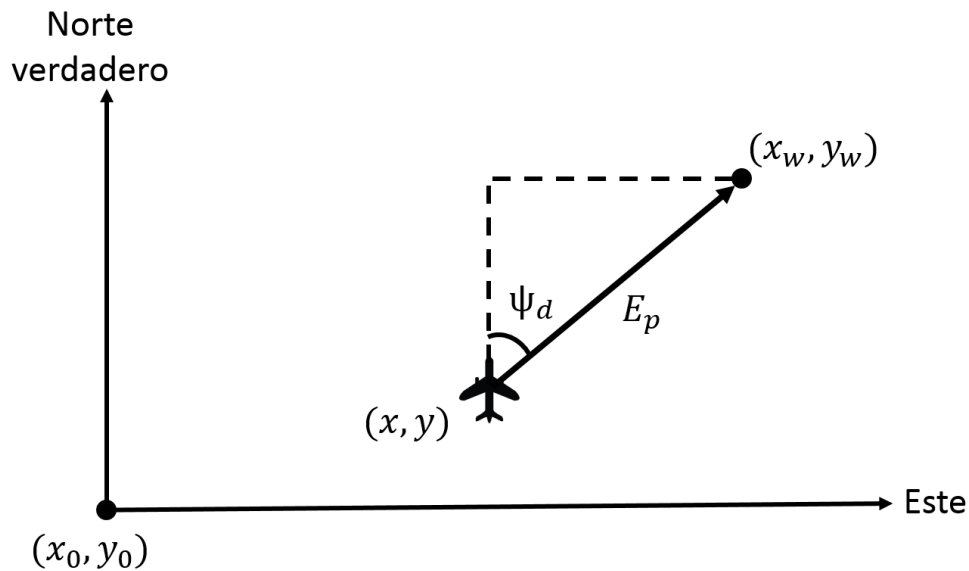


Figura 3.6: Guía de vuelo

la distancia entre la posición actual del vehículo y el punto de referencia deseado esta dada por

$$E_p = \sqrt{(x - x_w)^2 + (y - y_w)^2} \quad (3.46)$$

y la guía de vuelo se calcula a partir de

$$\psi_d = \arctan \left(\frac{y_w - y}{x_w - x} \right) \quad (3.47)$$

este método tiene una singularidad cuando la distancia en el eje x es cero, sin embargo, esto no representa un gran problema durante la implementación, debido a que se establece un círculo de radio definido donde se considera que el avión cumple con alcanzar el punto predefinido.

3.6. Error de guiñada en SO(3)

La representación de ángulos de Euler para alabeo y cabeceo resulta ser adecuada dado que no se contemplan maniobras agresivas de más de 90 grados sobre estos ejes, sin embargo para el caso de guiñada se necesitará una representación global, debido a que la aeronave podría girar hasta 360 grados, dependiendo del rumbo calculado con la guía de vuelo. Cabe mencionar que debido a que el calculo del error en SO(3) solo se lleva a cabo en guiñada los ángulos de alabeo y cabeceo son considerados $\phi = 0$ y $\theta = 0$. De acuerdo a [43] la función de error angular $e_R \in \mathbb{R}^3$ y la función de error de velocidad angular $e_\Omega \in \mathbb{R}^3$ se seleccionan como

$$\begin{aligned} e_R &= \frac{1}{2} (R_d^\top R - R^\top R_d)^\vee \\ e_\Omega &= \Omega - R^\top R_d \Omega_d \end{aligned} \quad (3.48)$$

con el mapa $\vee: SO(3) \rightarrow \mathbb{R}^3$. Donde la dinámica del error de orientación desarrollada en [43] es

$$\dot{e}_R = \frac{1}{2} (tr(R^\top R_d) I - R^\top R_d) e_\Omega \quad (3.49)$$

donde $tr(x)$ es la traza de la matriz x . Siguiendo las ecuaciones (3.48) y (3.49) se calcula el error en guiñada, definiendo la matriz de rotación y de rotación deseada

alrededor el eje z^b son

$$R = \begin{bmatrix} c_\psi & s_\psi & 0 \\ -s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_d = \begin{bmatrix} c_{\psi_d} & s_{\psi_d} & 0 \\ -s_{\psi_d} & c_{\psi_d} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

por lo tanto

$$e_R = \begin{bmatrix} 0 & c_{\psi_d}s_\psi - s_{\psi_d}c_\psi & 0 \\ s_{\psi_d}c_\psi - c_{\psi_d}s_\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^v$$

$$e_\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r - r_d \end{bmatrix}$$

y

$$\dot{e}_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (c_{\psi_d}c_\psi + s_{\psi_d}s_\psi)(r - r_d) \end{bmatrix}$$

Finalmente el error angular en guiñada y la derivada con respecto del tiempo del error de guiñada están dados por

$$\begin{aligned} \tilde{\psi} &= s_{\psi_d}c_\psi - c_{\psi_d}s_\psi = s_{(\psi-\psi_d)} \\ \dot{\tilde{\psi}} &= (c_{\psi_d}c_\psi + s_{\psi_d}s_\psi)\tilde{r} = c_{(\psi-\psi_d)}\tilde{r} \end{aligned} \tag{3.50}$$

Lo cual garantiza una representación global del error de guiñada, la ecuación (3.50) será usada para la implementación en simulaciones y en el prototipo físico.

Capítulo 4

Simulaciones en X-Plane

Las simulaciones numéricas para mostrar el desempeño del controlador propuesto han sido realizadas paralelamente en Matlab y X-plane. X-plane es un simulador de vuelo producido por Laminar Research, este software cuenta con una numerosa librería de aeronaves tanto militares, comerciales, convencionales y de radio frecuencia. También cuenta con escenarios a lo largo de todo el planeta Tierra [44]. Matlab obtiene los estados de la aeronave desde X-plane, a través de un protocolo de comunicación TCP/IP, para proceder con el cálculo de la ley de control. Una vez calculada la ley de control se envía a X-plane para que este dirija a la aeronave en tiempo real.

4.1. Simulaciones para GP-PT-60

La aeronave seleccionada para las simulaciones es el GP-PT-60, un avión de radio control con características similares a las del avión TeleMaster que se utiliza en los vuelos experimentales. Los parámetros de la aeronave y los coeficientes aerodinámicos se consideran iguales a los del TeleMaster, estos se presentan en las Tablas 4.1 y 4.2

Para las simulaciones numéricas se considera que $V_0 = V_d$, además, $\bar{\alpha}$ y $\bar{\theta}$ se mantienen constantes por la acción del controlador TECS longitudinal propuesto en [45].

| | |
|-------------------|--------------------|
| $I_{xx} = 11.671$ | $m = 6kg$ |
| $I_{zz} = 17.285$ | $S = 0.858m^2$ |
| $I_{xz} = -0.024$ | $b = 2.386m$ |
| $\rho = 0.96672$ | $\bar{c} = 0.359m$ |

Tabla 4.1: Parámetros del GP-PT-60

| Coefficientes de fuerza de lateral | Coefficientes del momento de alabeo | Coefficientes de momento de guiñada |
|---|--|--|
| $C_{y\beta} = -0.18$ | $C_{L\beta} = -0.34\alpha - 0.07$ | $C_{N\beta} = 0.032$ |
| $C_{yp} = 0.3\alpha - 0.06$ | $C_{Lp} = 2.4\alpha^2 + 0.2\alpha$ | $C_{Np} = -0.43\alpha - 0.01$ |
| $C_{yr} = 0$ | $C_{Lr} = 1.11\alpha + 0.04$ | $C_{Nr} = -0.34\alpha^2 - 0.03\alpha$ |
| $C_{y\delta_r} = -0.09$ | $C_{L\delta_a} = 0.29$ | $C_{N\delta_r} = -0.064$ |
| | | $C_{N\delta_a} = -0.006076$ |

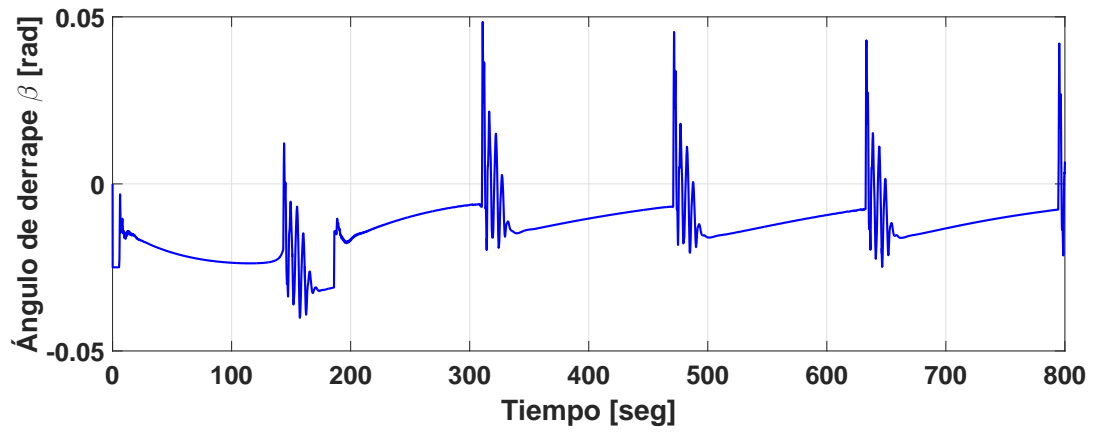
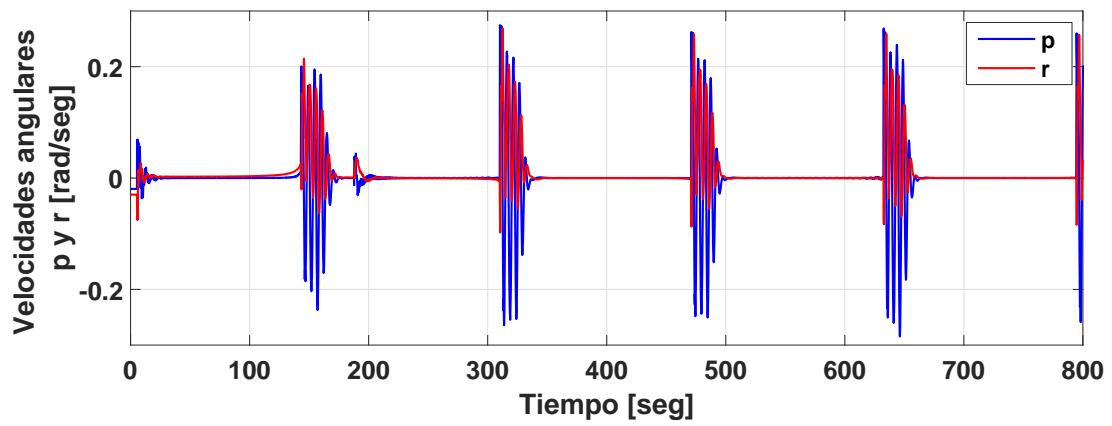
Tabla 4.2: Coeficientes Aerodinámicos del GP-PT-60

$$\begin{aligned}
\delta_e &\in \{-15^\circ \text{ (arriba)}, \dots, 15^\circ \text{ (abajo)}\} \\
\delta_T &\in \{0 \text{ (cerrado)}, \dots, 1 \text{ (abierto)}\} \\
\delta_a &\in \{-10^\circ \text{ (arriba)}, \dots, 10^\circ \text{ (abajo)}\} \\
\delta_r &\in \{-15^\circ \text{ (izquierda)}, \dots, 15^\circ \text{ (derecha)}\}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Los resultados se presentan en las Figuras 4.1-4.8. La simulación consiste en llegar a 4 puntos en el espacio, el recorrido por los 4 puntos se hace a una altura constante. La Figura 4.1 muestra el ángulo de derrape β , el cual queda acotado en un rango pequeño de operación. Cuando un giro se produce provoca una perturbación en el ángulo de derrape.

La Figura 4.2 muestra las velocidades angulares, las cuales están acotadas en una vecindad cercana de cero debido al giro que la aeronave efectúa, lo cual regresa a la aeronave a las condiciones de vuelo recto y nivelado.

El ángulo de alabeo se muestra en la Figura 4.3. En la Figura 4.4 es fácil ver el

Figura 4.1: Ángulo de derrape β Figura 4.2: Velocidades angulares p y r

cambio de dirección en el rumbo de la aeronave. En el recorrido por los cuatro puntos se observa como la guiñada cambia de una forma constante.

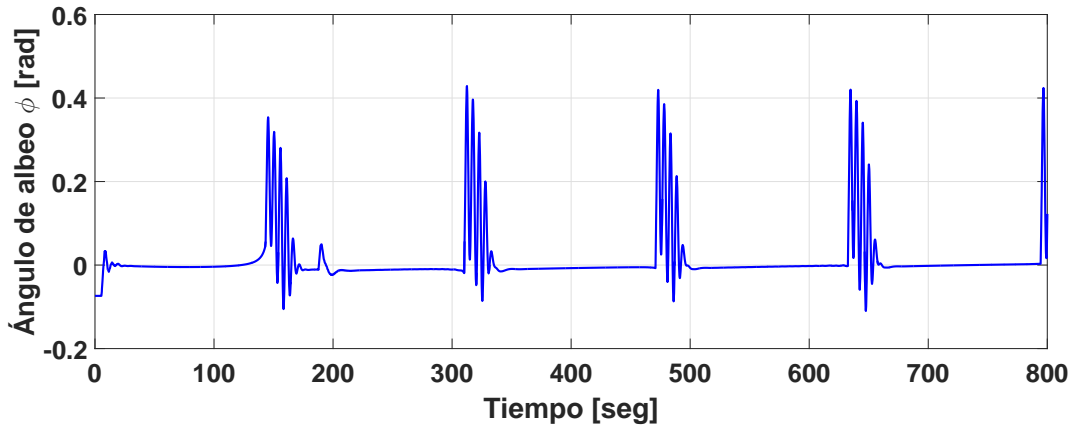


Figura 4.3: Ángulo de alabeo ϕ

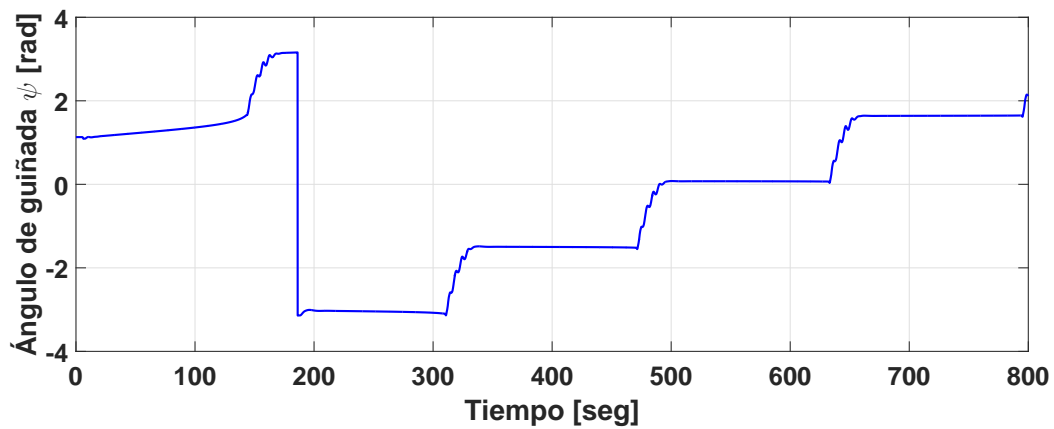


Figura 4.4: Ángulo de guiñada ψ

La Figura 4.5 muestra como el error sobre guiñada converge a cero, también se aprecian los momentos en los que se hace un cambio en la guiñada deseada para dirigir a la aeronave al siguiente punto, esto es cuando el error se dispara, cabe recordar que para estas simulaciones el error se calcula a partir de la estrategia en

en $SO(3)$.

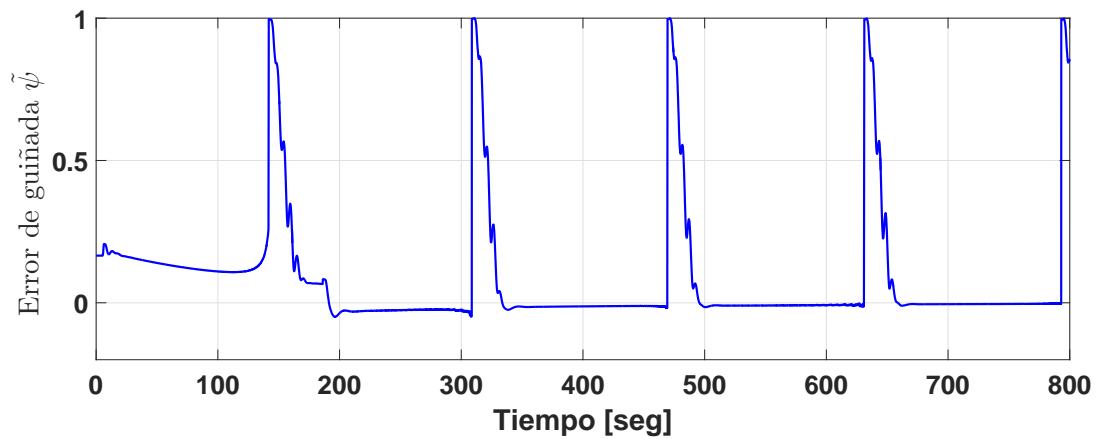


Figura 4.5: Error en el ángulo de guiñada ψ

Las Figuras 4.6 y 4.7 presentan la acción de control de los alerones y el timón. Se observa el trabajo en conjunto de alerones y timón para lograr un giro coordinado.

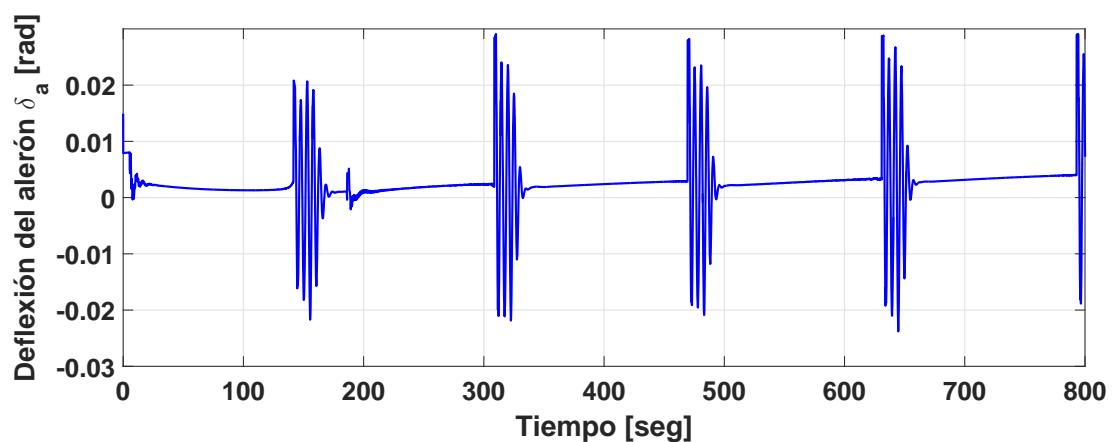
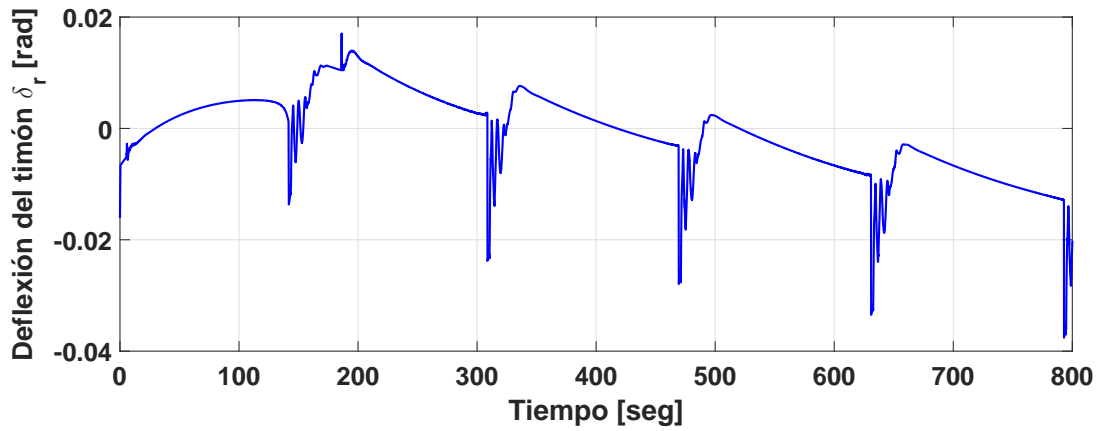
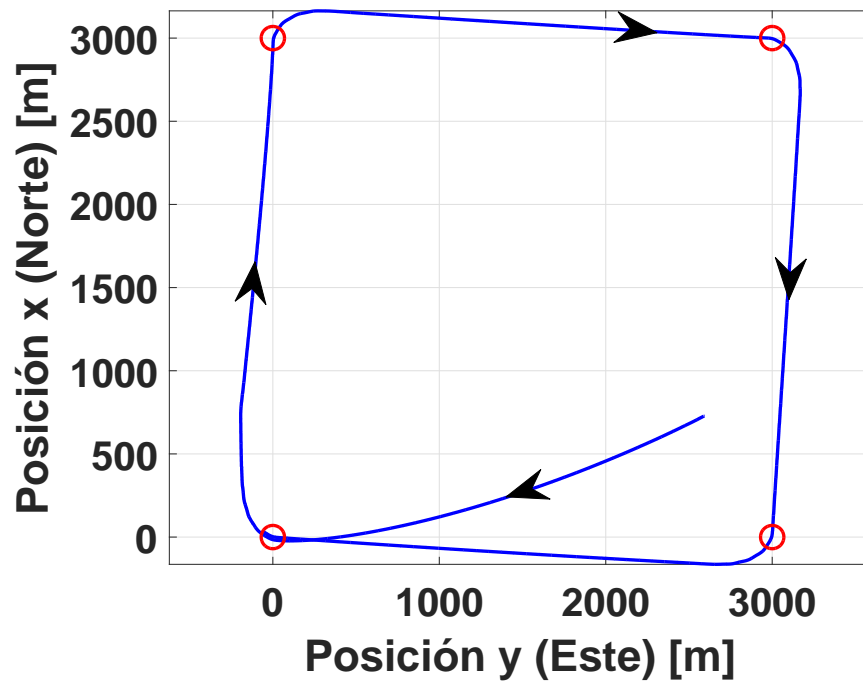


Figura 4.6: Deflexión del alerón δ_a

Finalmente, en la Figura 4.8 se muestra como es el movimiento del vehículo en el plano x, y .

Figura 4.7: Deflexión del timón δ_r Figura 4.8: Trayectoria en el plano x^e, y^e

4.2. Simulaciones para Cessna 172-S

Esta simulación se realiza con un avión distinto, principalmente con el objetivo de mostrar el desempeño del controlador en una aeronave distinta de un tamaño mayor. La aeronave seleccionada es un Cessna 172-S, los parámetros de la aeronave se describen en la Tabla 4.3 y los coeficientes aerodinámicos en la Tabla 4.4, estos se obtiene a partir de [46].

| | |
|-------------------------------------|-----------------|
| $I_{xx} = 1285.2734 \frac{kg}{m^2}$ | $m = 680.39 kg$ |
| $I_{zz} = 2666.8066 \frac{kg}{m^2}$ | $S = 16.16 m^2$ |
| $I_{xz} = 0.0 \frac{kg}{m^2}$ | $b = 10.9 m$ |
| $\rho = 0.96672 \frac{kg}{m^3}$ | |

Tabla 4.3: Parametros del Cessna 172-S

| Coficiente aerodinámico C_Y | Coficiente aerodinámico $C_{\bar{L}}$ | Coficiente aerodinámico C_N |
|---|---|---|
| $C_{Y_\beta} = -0.392$ | $C_{\bar{L}_\beta} = -0.0916$ | $C_{N_\beta} = 0.0601$ |
| $C_{Y_p} = -0.744\alpha - 0.075$ | $C_{\bar{L}_p} = -0.484$ | $C_{N_p} = -0.0278$ |
| $C_{Y_r} = 0.563\alpha + 0.214$ | $C_{\bar{L}_r} = 1.138\alpha + 0.08$ | $C_{N_\beta} = -0.0937$ |
| $C_{Y_{\delta_r}} = 0.187$ | $C_{\bar{L}_{\delta_a}} = 0.229$ | $C_{N_{\delta_a}} = -0.0053$ |
| | | $C_{N_{\delta_r}} = -0.0430$ |

Tabla 4.4: Coeficientes aerodinámicos Cessna 172-S

Los límites de las superficies de control definidas por X-plane para el Cessna 172-S

son

$$\begin{aligned}
 \delta_e &\in \{-30^\circ \text{ (arriba)}, \dots, 30^\circ \text{ (abajo)}\} \\
 \delta_T &\in \{0 \text{ (cerrado)}, \dots, 1 \text{ (abierto)}\} \\
 \delta_a &\in \{-20^\circ \text{ (arriba)}, \dots, 15^\circ \text{ (abajo)}\} \\
 \delta_r &\in \{-30^\circ \text{ (izquierda)}, \dots, 30^\circ \text{ (derecha)}\}
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Las pruebas que se hacen con el Cessna, Figuras 4.9-4.15, son dadas por un referencia de guiñada $\psi_d = \frac{\pi}{2}$ radianes, la aeronave se dirige a esta referencia y la mantiene por 500 segundos. Una vez pasados los 500 segundos, la referencia de guiñada cambia a $\psi_d = -\frac{\pi}{2}$ radianes y esta se mantiene por 500 segundos, para así cambiar de nuevo a $\psi_d = \frac{\pi}{2}$. Finalmente para evaluar el desempeño del controlador THCS se da una referencia de ángulo de derrape $\beta_d = 0.1$ radianes manteniendo la referencia de guiñada de $\psi_d = \frac{\pi}{2}$, esta condición de vuelo es mantenida hasta el final de la simulación.

La Figura 4.9 muestra el ángulo de derrape β , el cual converge a cero, a diferencia de la simulación anterior el vuelo recto y nivelado que se tiene por aproximadamente 500 segundos permite observar como el controlador lleva al ángulo de derrape a cero. la aeronave se queda dando giros. Cuando un giro se produce provoca una perturbación de en el ángulo de derrape.

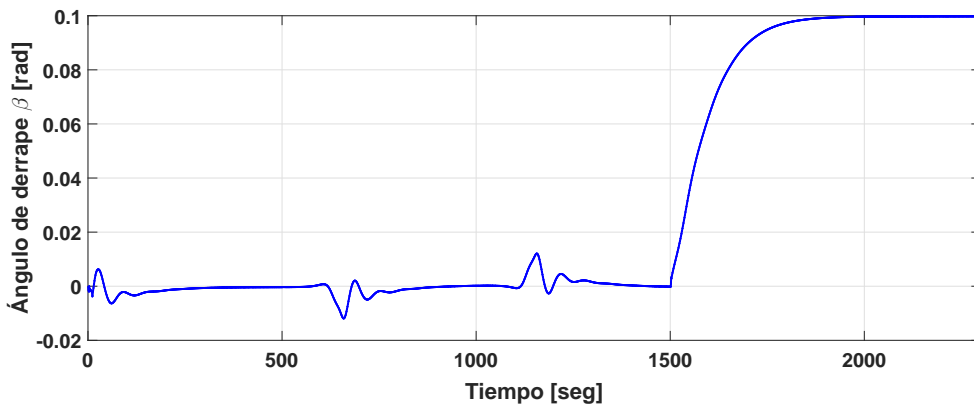


Figura 4.9: Ángulo de derrape β

La Figura 4.10 muestra las velocidades angulares, estas también convergen a cero en vuelo recto y nivelado y en las condiciones de giro coordinado estas se mantienen acotadas.

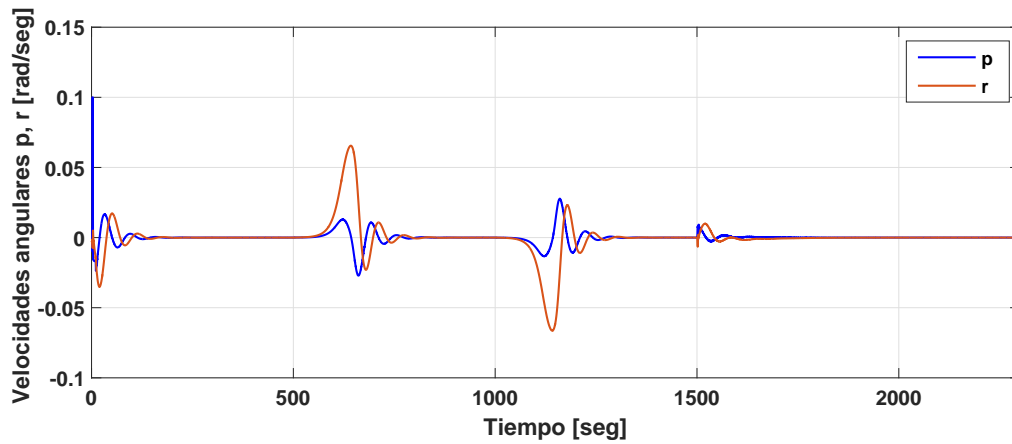


Figura 4.10: Velocidades angulares p y r

El ángulo de alabeo se muestra en la Figura 4.11 y en la Figura 4.12 es fácil ver el cambio de dirección.

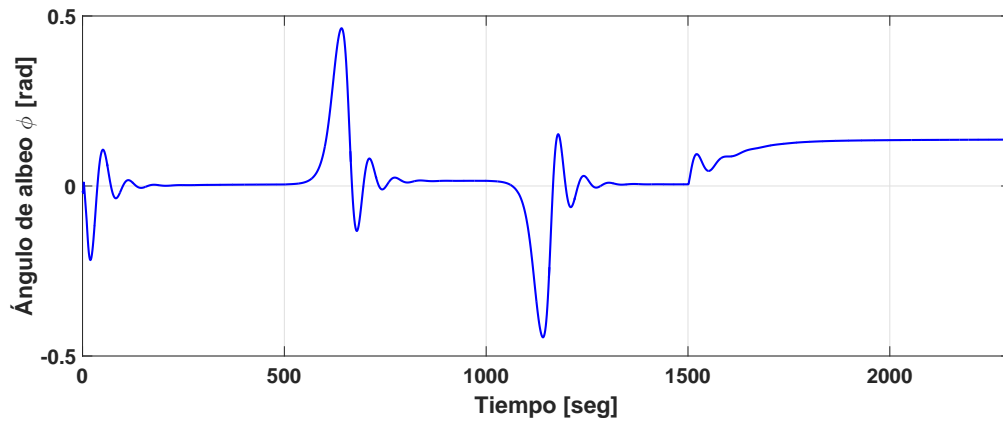


Figura 4.11: Ángulo de alabeo ϕ

Para la Figura 4.12 se aprecia como llega a la referencia deseada y en el segundo 1500

se observa una pequeña perturbación, la cual es debida a el cambio en la referencia del ángulo de derrape, sin embargo, el controlador actúa para compensar este efecto.

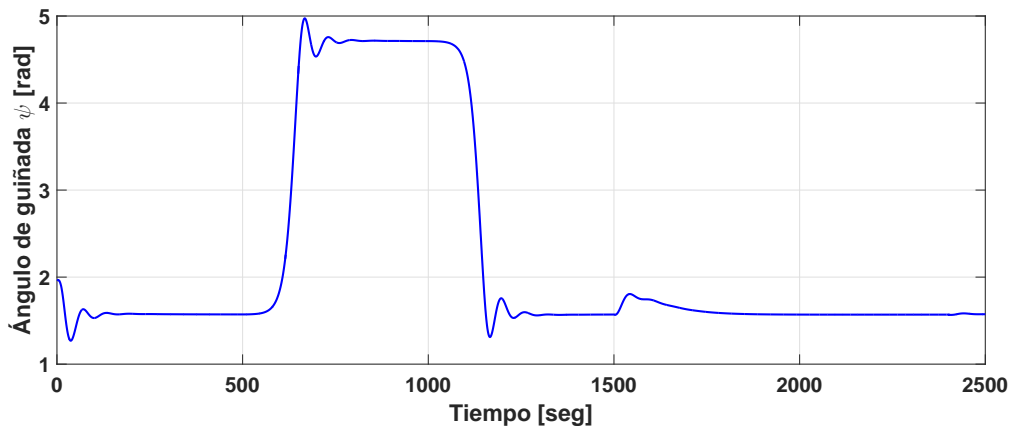


Figura 4.12: Ángulo de guiñada ψ

Las Figuras 4.13 y 4.14 presentan la acción de control de los alerones y el timón. Además estas figuras dan una representación gráfica del giro coordinado.

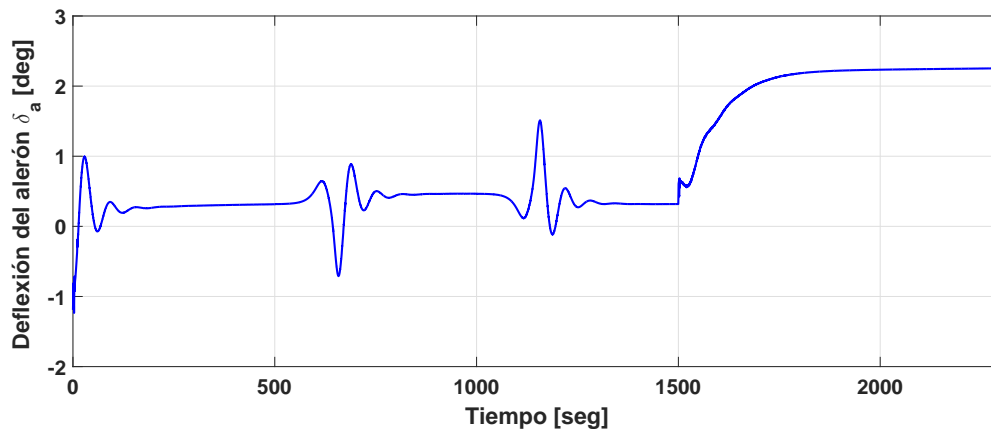


Figura 4.13: Deflexión del alerón δ_a

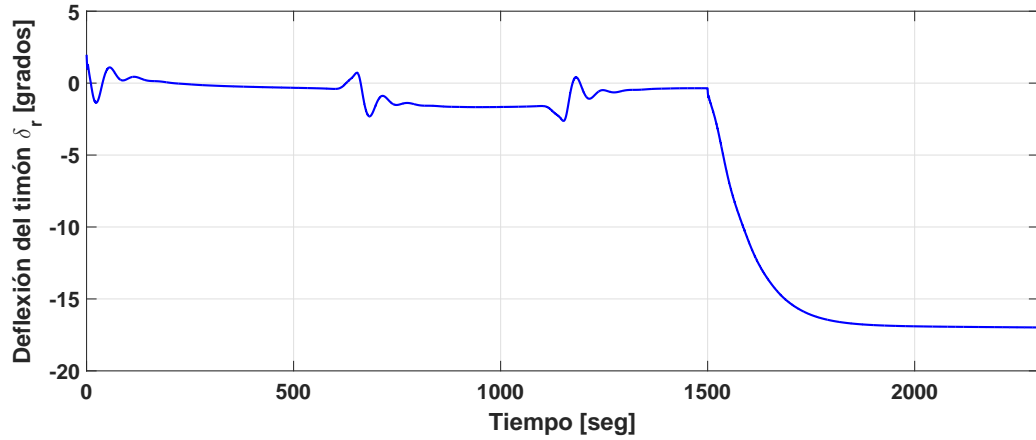


Figura 4.14: Deflexión del timón δ_r

Finalmente, se muestra como es el movimiento del vehículo en el plano x, y en la Figura 4.15. La posición se ve afectada por el ángulo de derrape diferente de cero por lo tanto se observa como la trayectoria cambia en la Figura 4.15.

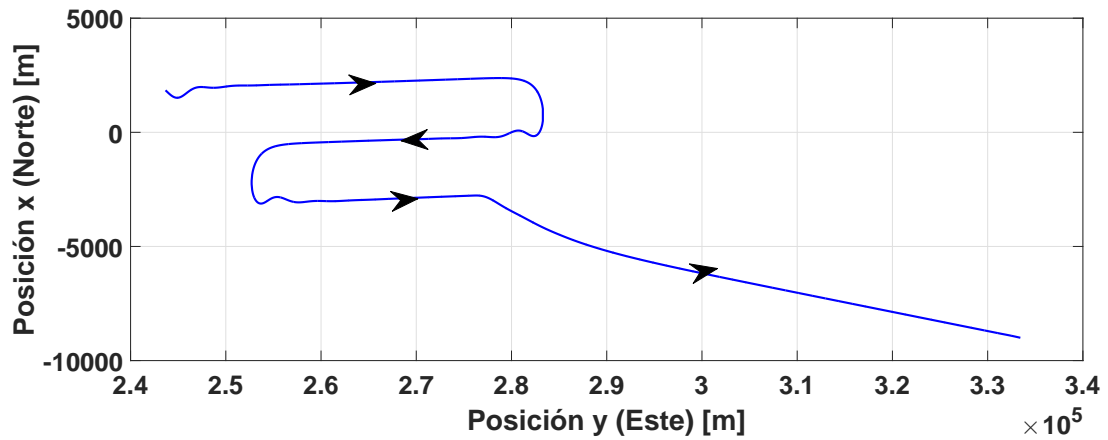


Figura 4.15: Trayectoria en el plano x^e, y^e

Capítulo 5

Plataforma experimental

Este capítulo describe a la plataforma experimental, así como las condiciones necesarias para poner a punto la aeronave, con el fin de realizar pruebas experimentales de los controles automáticos propuestos en el Capítulo 3. Se detalla cada parte de la plataforma experimental a nivel de hardware tanto electrónico como mecánico. Para iniciar en la Figura 5.1 se muestran las aeronaves usadas para este trabajo



Figura 5.1: Avión TELEMASTER

5.1. Avión TELEMASTER

La aeronave TELEMASTER de la Figura 5.2 es un avión de ala alta diedro positivo, con un perfil aerodinámico plano-convexo Clark Y. El vehículo cuenta con una superficie alar de 0.8581 metros cuadrados, una envergadura de 2.3876 metros y una cuerda media aerodinámica de 0.3594 metros.



Figura 5.2: Avión de pruebas

Esta aeronave es propulsada por un motor a dos tiempos 61 AX de la compañía O.S.ENGINE, este motor tiene una cilindrada de 0.65 cu in (10.63 cc), una potencia de 1.73 hp a 16,000 RPM, la hélice es de 12 pulgadas de diámetro y 6 pulgadas de paso, Figura (5.3). A su vez cuenta con un tanque de 360 ml, lo cual dota a la aeronave de entre 15 y 20 minutos de autonomía.

La matriz de inercia J se calcula a partir del CAD del vehículo y esta representada por la siguiente matriz

$$J = \begin{bmatrix} 11.671 & 0 & -0.024 \\ 0 & 6.076 & 0 \\ -0.024 & 0 & 17.285 \end{bmatrix}$$



Figura 5.3: Sistema de propulsión

Cabe mencionar que este avión posee las cuatro superficies de control fundamentales, alerones, timón, acelerador y elevador donde cada una de ellas se controla de forma individual por un servomotor, por lo tanto es posible disponer de alerones diferenciales. Los servomotores son analógicos y reciben señales PWM de entre 60 - 80 Hz.

5.2. Sistema de vuelo autónomo (SVA)

Los componentes electrónicos para el control de la aeronave se agrupan de forma compacta en un sistema que recibe el nombre de “Sistema de Vuelo Autónomo” (SVA), Figura 5.4. Este sistema se diseña para utilizarse tanto en los aviones TELEMASTER como en el NexSTAR a pesar de la diferencia de dimensiones, además de tener en consideración todas las conexiones del SVA.

El SVA debe tener la característica de un fácil desmontaje y montaje en los vehículos, ya que en las pruebas de campo cualquier reparación se debe hacer en el momento. En la Figura 5.5 se aprecia la bahía de carga la cual, se desmonta con un deslizamiento vertical. Sus componentes están en lugares estratégicos para el rápido acceso

a ellos, incluso cuando la bahía se encuentra en el vehículo. Otra característica importante es que la AHRS debe montarse en el centro aerodinámico de la aeronave, por lo tanto la colocación de la AHRS debe de ser flexible.

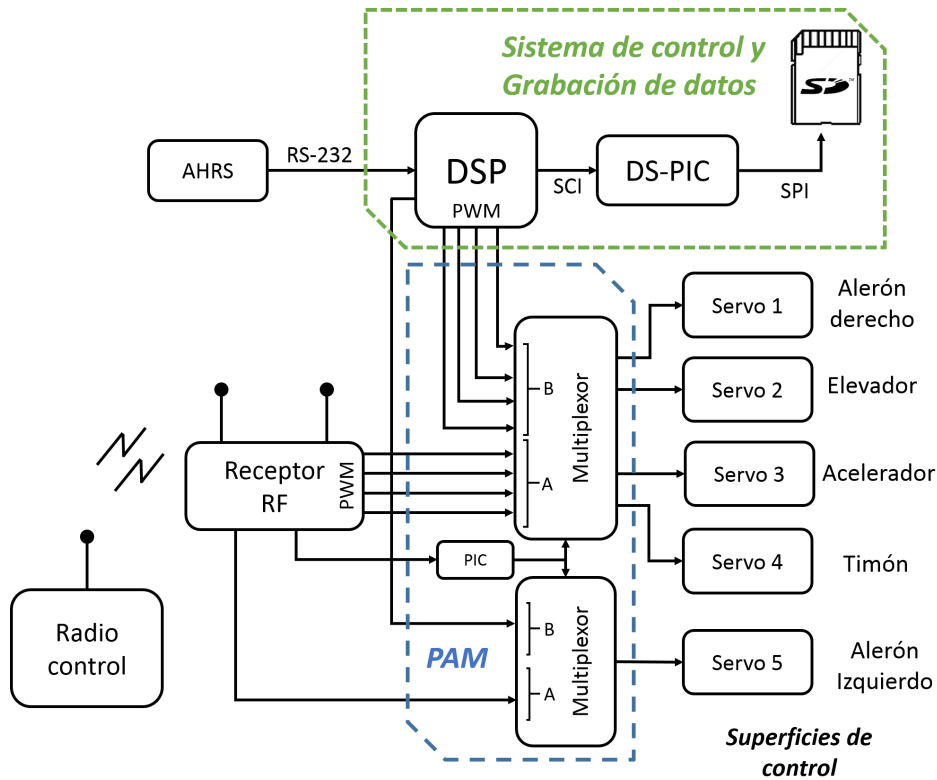


Figura 5.4: Sistema de vuelo autónomo SVA

El SVA tiene un microcontrolador que se encarga de realizar el cómputo de las operaciones involucradas en el algoritmo de control, una AHRS que realiza el cálculo de la navegación de la aeronave, una estación de grabación de datos para ser analizados en tierra, un sistema de conmutación entre piloto manual y automático según sea la necesidad, estos componentes se detallan a continuación.

5.2.1. Sistema de piloto automático o manual (PAM)

El PAM, encerrado en azul en la Figura 5.4, es un sistema de seguridad, el cual nos brinda la posibilidad de que al avión pueda ser piloteado de forma remota por una

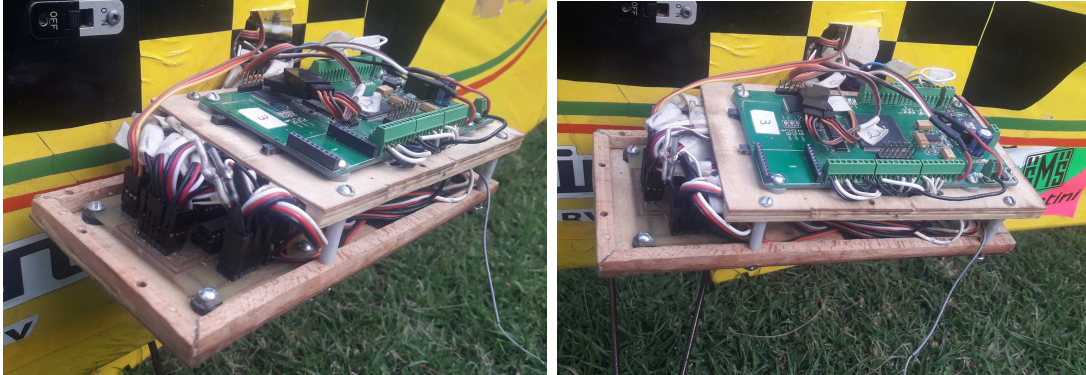


Figura 5.5: Bahía de carga para el SVA

persona en tierra, mediante una acción en el radio control se realiza la conmutación para el piloto automático.

El sistema PAM, se compone de un microcontrolador PIC que recibe una señal directa del radio control, esta señal se controla por el piloto en tierra, así cuando se alcanzado una altura correcta para realizar las pruebas del controlador automático, el piloto cambia de estado una de las palancas del radio control. Una vez que se detecta este cambio el microcontrolador envía una señal a los multiplexores, los cuales permiten el paso de las señales calculadas por el controlador diseñado en el Capítulo 3, cuando esto sucede señales provenientes del radio control quedan bloqueadas. Esto también se puede hacer de forma inversa para que el piloto en tierra recupere el control de la aeronave.

Este sistema fue realizado con un microcontrolador PIC 12F635, la señal del radio control se recibe mediante la interrupción externa del PIC. A su vez este monitorea la señal y cuando detecta que la palanca del mando cambia de estado envía la señal a los multiplexores. El multiplexor usado es el *74LS157P* el cual tiene 8 entradas y 4 salidas. Las entradas se dividen en dos bloques A y B; además cuenta con una entrada por medio de la cual se le envía la señal desde microcontrolador (1 o 0) para realizar el cambio. Las señales de control calculadas están agrupadas en el bloque B y las señales provenientes de radio control en el bloque A como se muestra en la Figura 5.4.

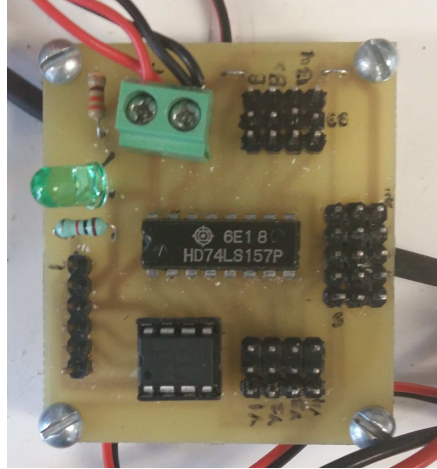


Figura 5.6: Sistema PAM

El PAM es un sistema desarrollado y manufacturado en la sección de Mecatrónica, se diseñó de tal forma que fuera lo más compacto posible, dado que en un UAV las cuestiones de espacio son temas importantes a considerar, Figura 5.6. Para lograr el control de una aeronave como lo es el TELEMASTER se necesitan al menos seis canales de radio frecuencia disponibles, cinco de ellos destinados a los servomotores de cada superficie de control y uno para la conmutación entre manual y automático, por lo tanto el radio control usado es de la marca Futaba modelo T6J a 2.4 GHz, Figura 5.7. El receptor de radio frecuencia, es el encargado de transmitir los movimientos de las palancas del radio control a los servomotores, a través de señales PWM que varían su ciclo de trabajo a raíz de que las posiciones de los mandos cambian.

5.2.2. Sistema de control y grabación de datos

Para realizar el control a bordo del vehículo se diseñó un sistema mínimo, ver Figura 5.8, el cual consiste en:

- Un procesador digital de señales TMS320F28335 DSP de *Texas Instrument*. El procesador es de 32 bits de arquitectura Harvard, con una memoria RAM



Figura 5.7: Radio control

de 4 MB, el procesador puede alcanzar una velocidad máxima de 150 MHz.

- Un DSPic 30F5013. Este cuenta con un procesador de 16 bit, una memoria de 4 MB, y alcanza un velocidad máxima de 120 MHz.

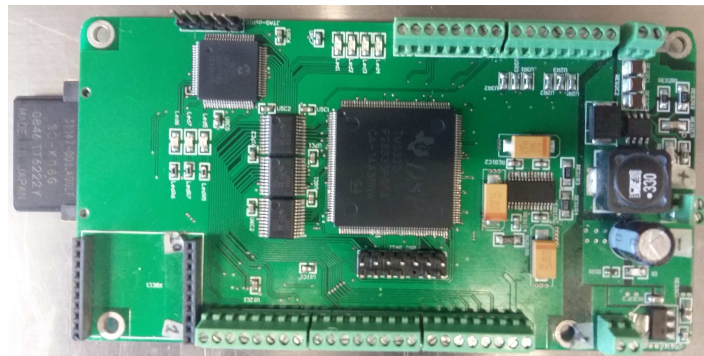


Figura 5.8: Tarjeta de control y grabación de datos

El DSP es el encargado de realizar los cálculos guía de vuelo, navegación y de la ley de control para la aeronave, este genera cinco señales PWM, una para cada servomotor. Para realizar dichos cálculos es necesario obtener los estados del sistema, esto se hace mediante la adquisición de datos de los sensores, los retroalimentan a la ley

de control programada. Para este trabajo se usa una AHRS (*Attitude heading reference system*) para medir la orientación y la velocidad lineal y posición relativa del vehículo. La AHRS usada es de la marca LORD MicroStrain modelo 3DM-GX4-45. La 3DM-GX4-45 es un modelo de alto desempeño, miniatura, que integra sensores inerciales con un sistema de navegación GPS. La combinación de los sensores, junto con correcciones ambientales son procesadas mediante un filtro de Kalman extendido (EKF). Los sensores incorporados a este modelo de AHRS son acelerómetros de 3-ejes, giroscopios de 3-ejes, magnetómetros de 3-ejes, sensores de temperatura, altímetro de presión y GPS, Figura 5.9.



Figura 5.9: AHRS *Attitude Heading Reference System*

Los datos que se pueden obtener de este sistema de orientación son

- **Mediciones inerciales:** aceleración, velocidad angular, campos magnéticos, presión ambiental. Velocidad de salida hasta 500 Hz.
- **Salidas calculadas (EKF):** GPS tiempo de muestreo, posición LLH, velocidad NED, orientación en cuaterniones, ángulos de Euler, matriz de rotación, etc. Con una velocidad de salida de hasta 500 Hz.
- **Posición global GPS:** posición LLH, posición y velocidad ECEF, velocidad NED, tiempo GPS, tiempo universal coordina UTC. Velocidad de salida de 1 a 4 Hz.

Por otro lado, en los vehículo aéreos de ala fija es complicado tener una telemetría en tiempo real debido a las distancias que el avión recorre, es por eso que se desarrollo un sistema de grabación de datos, el cual se encuentra en la misma tarjeta del DSP, Figura 5.8. La grabación de datos se realiza mediante un microcontrolador DSPIC, este graba los datos recibidos de los sensores, así como las señales de control provenientes del DSP, todo esto se guarda en una tarjeta de memoria SD a través del protocolo SPI (*Serial Peripheral Interface*). Los datos se graban en un archivo de texto, el se procesa cuando el avión esta en tierra, desde Matlab para así analizar los datos de vuelo.

5.3. Consideraciones eléctricas SVA

Para cerrar este Capítulo se muestran las características eléctricas, que deben considerarse al momento del diseño del SVA. Cuando se tienen diferentes dispositivos electrónicos funcionando con distintos voltajes, se debe buscar una forma de emparar estos niveles de tensión sin tener que recurrir a usar una batería para cada componente, en la Figura 5.10 se muestra como se realizó el acople de los distintos dispositivos.

El diagrama 5.10 también nos ayuda a realizar un ejercicio rápido del consumo eléctrico del SVA. Este ejercicio se realiza con el fin de tener la certeza de que la batería que se esta usando tendrá el desempeño correcto y permitirá un tiempo largo en la autonomía de vuelo.

El consumo de corriente aproximado del SVA es 1,087 mA, por lo tanto con la batería propuesta se tendrían aproximadamente 2 horas y media de vuelo, lo cual es suficiente para nuestro caso donde el avión tiene una autonomía de 15 minutos aproximadamente, debido al tamaño del tanque de combustible.

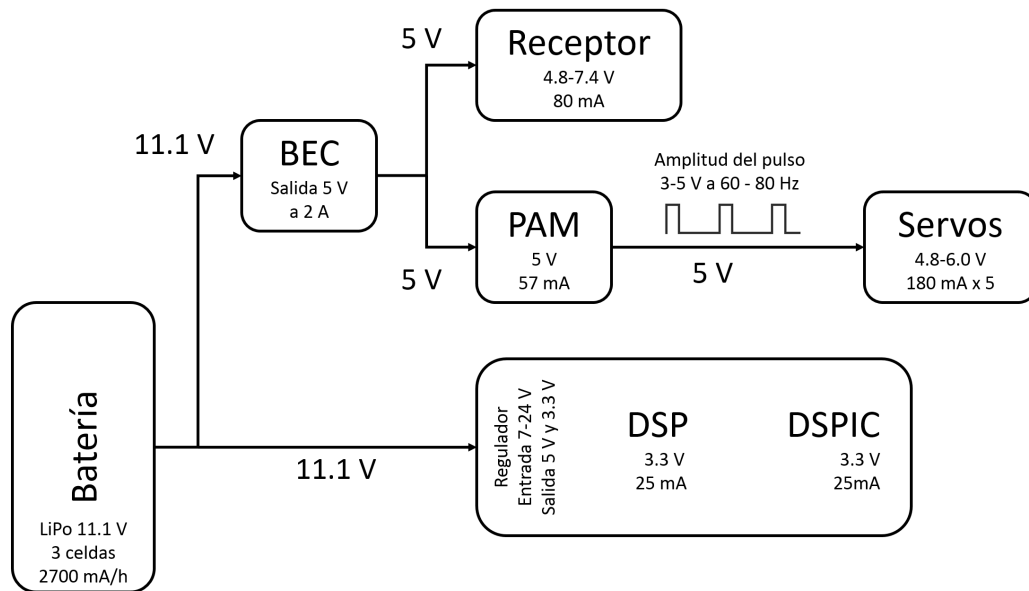


Figura 5.10: Características eléctricas SVA

Capítulo 6

Implementación y resultados experimentales

El entendimiento del comportamiento de una aeronave de ala fija y el diseño del control son solo unos pasos en el proceso de alcanzar vuelos automáticos en un prototipo físico. El objetivo de este capítulo es describir de una forma sistemática como lograr la implementación del piloto automático en la plataforma experimental.

6.1. Caracterización de las superficies de control

La caracterización del movimiento que tiene cada superficie de control es fundamental en el proceso de implementación. Cada superficie de control se maneja por un servomotor y una varilla que va conectada a cada mando como se muestra en la Figura 6.1, dicha conexión puede variar entre cada superficie, así como en cada vehículo.

Por lo tanto es importante conocer la relación existente entre el ciclo de trabajo del PWM ingresado al servomotor y la deflexión que la superficie de control alcanza. El desplazamiento de las superficies de control se aproxima de forma lineal con buena exactitud. Los límites de movimientos de las superficies de control son

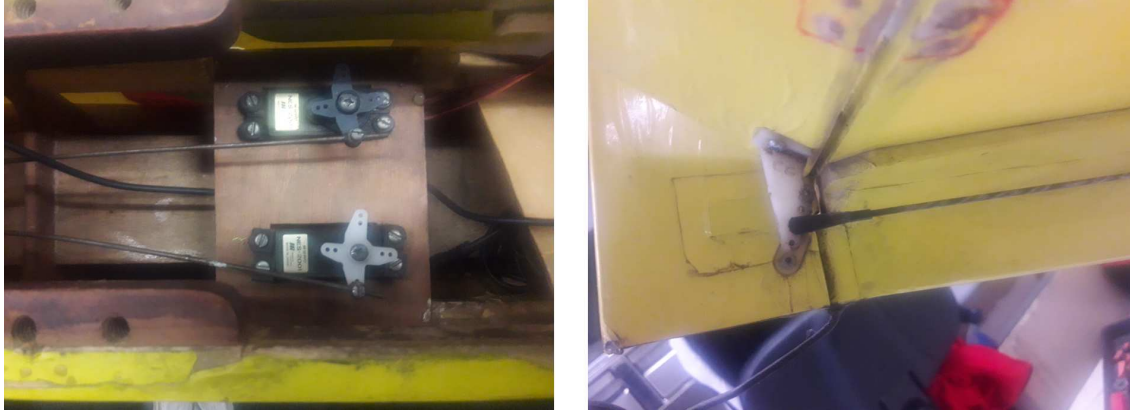


Figura 6.1: Mandos

$$\begin{aligned}
 \delta_e &\in \{-20^\circ \text{ (arriba)}, \dots, 20^\circ \text{ (abajo)}\} \\
 \delta_T &\in \{0 \text{ (cerrado)}, \dots, 1 \text{ (abierto)}\} \\
 \delta_a &\in \{-15^\circ \text{ (arriba)}, \dots, 15^\circ \text{ (abajo)}\} \\
 \delta_r &\in \{-30^\circ \text{ (derecha)}, \dots, 30^\circ \text{ (izquierda)}\}
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Las gráficas 6.2 - 6.5 muestran la relación entre el PWM y la deflexión de cada superficie de control. Las ecuaciones lineales obtenidas se programan para calcular el PWM necesario.

El proceso de caracterización se debe realizar cada vez que alguna superficie de control sufra una modificación ya sea en el servo o en la conexión de la varilla. Una mala caracterización de las superficies de control provoca un bajo desempeño en el control.

6.2. Convención de signos y configuración AHRS

Es importante tener en mente la convención de signos detallada en el Capítulo 2. Para el caso de los alerones, el alerón que sube es el que indica el sentido del giro alrededor de alabeo y de guiñada, Figura 6.6. Los alerones pueden configurarse de

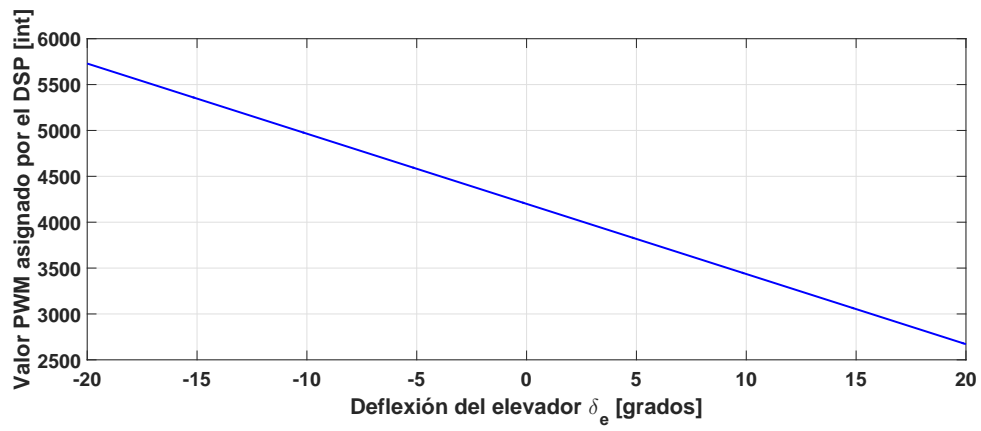


Figura 6.2: Caracterización del elevador

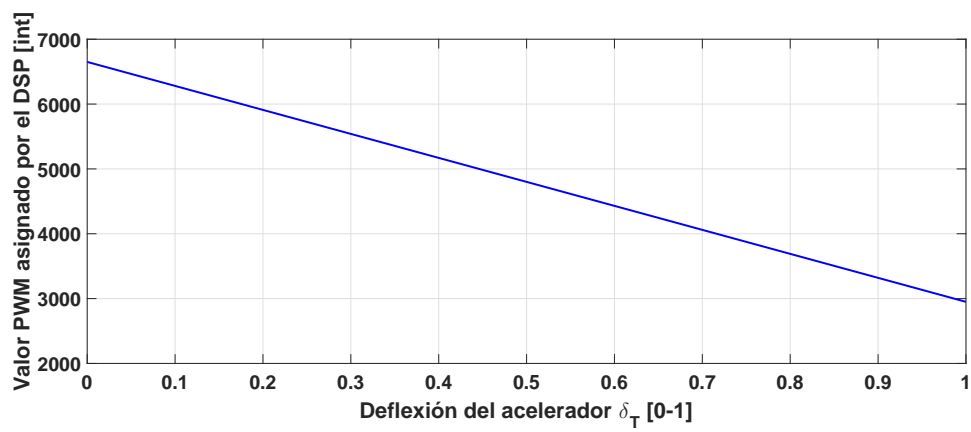


Figura 6.3: Caracterización del acelerador

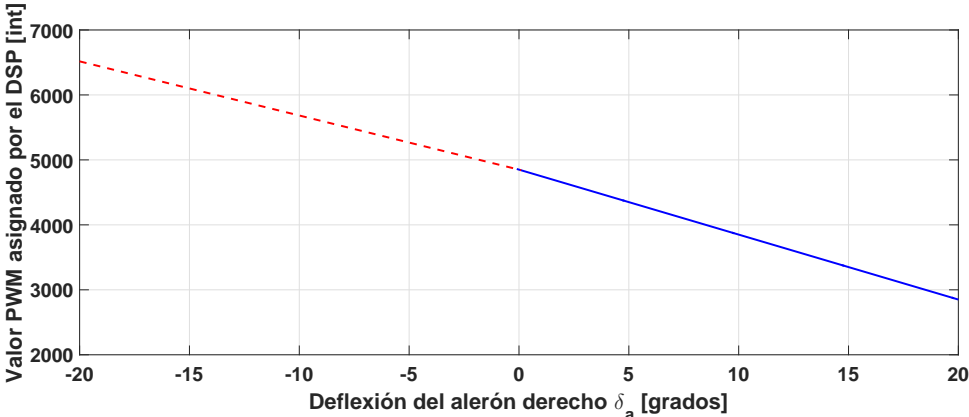


Figura 6.4: Caracterización del alerón

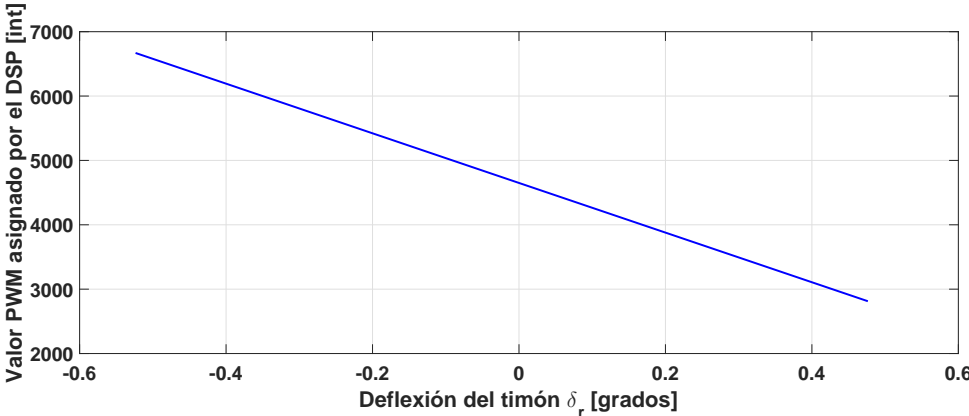


Figura 6.5: Caracterización del timón

dos formas; alerones simétricos o diferenciales. En los alerones simétricos el alerón baja exactamente la misma cantidad que el alerón opuesto sube y en cambio para los alerones diferenciales el alerón que baja presenta una cantidad menor en su movimiento con respecto al alerón que sube. En la práctica es común trabajar con alerones diferenciales con el fin de que la guiñada adversa producida sea menor, como se explico en el Capítulo 3.

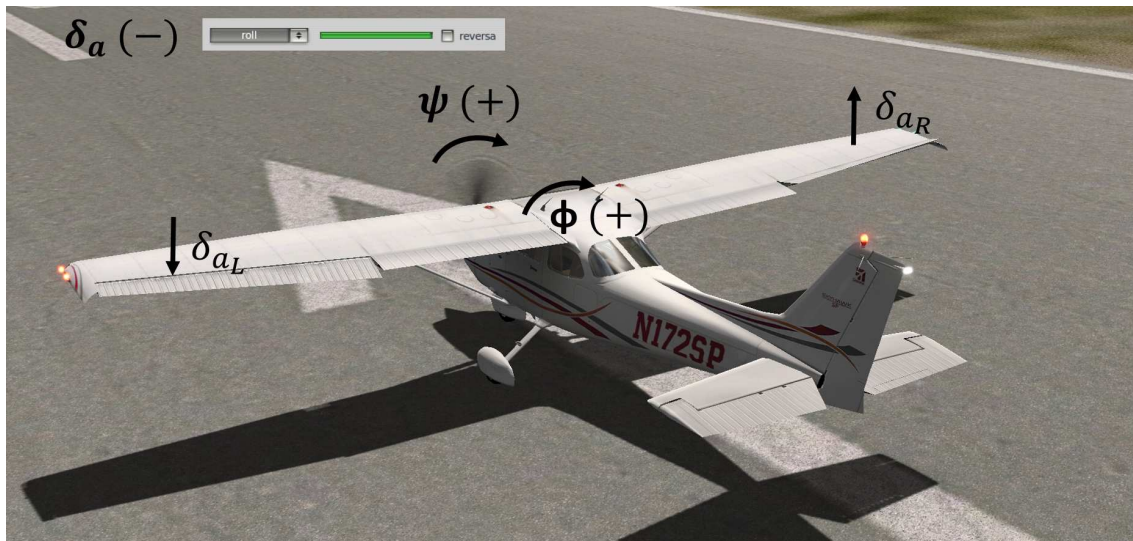


Figura 6.6: Alerones

El sentido en el movimiento del timón producirá una guiñada en el mismo sentido, Figura 6.7, por ejemplo el movimiento del timón a la derecha produce una guiñada a la derecha y viceversa.

Para el caso del elevador, cuando este baja producirá que la aeronave tienda a descender y cuando el timón presenta un movimiento hacia arriba la aeronave tenderá a ascender, Figura 6.8. Es importante mencionar que por convención la derecha e izquierda del avión se toman teniendo como referencia la parte trasera de la aeronave, esto es colocándose detrás del avión con vista perpendicular a la nariz de este, como se muestra en la Figura 6.9. El movimiento del acelerador no se mide como en las superficies control. El acelerador se caracteriza de 0 a 1, siendo 0 la posición en la

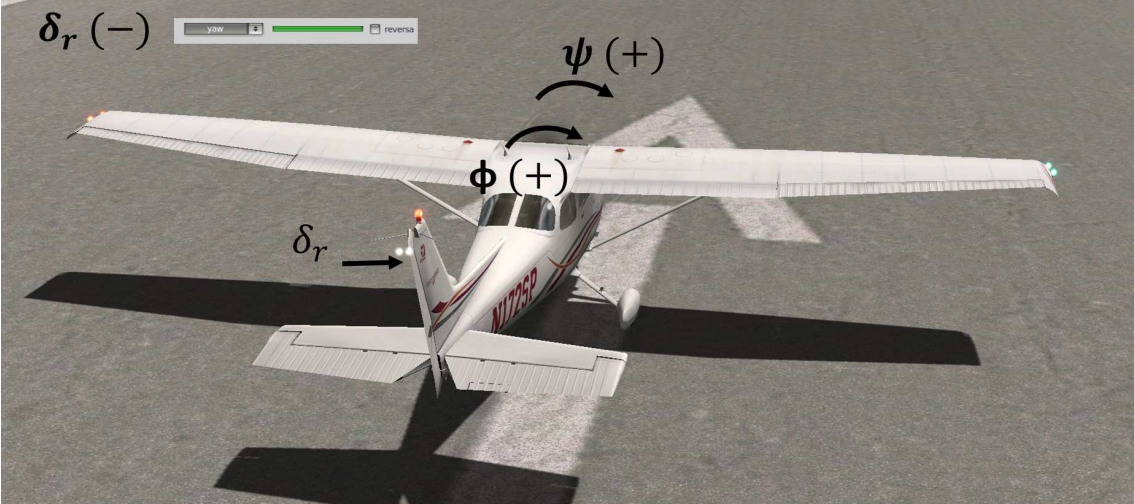


Figura 6.7: Timón

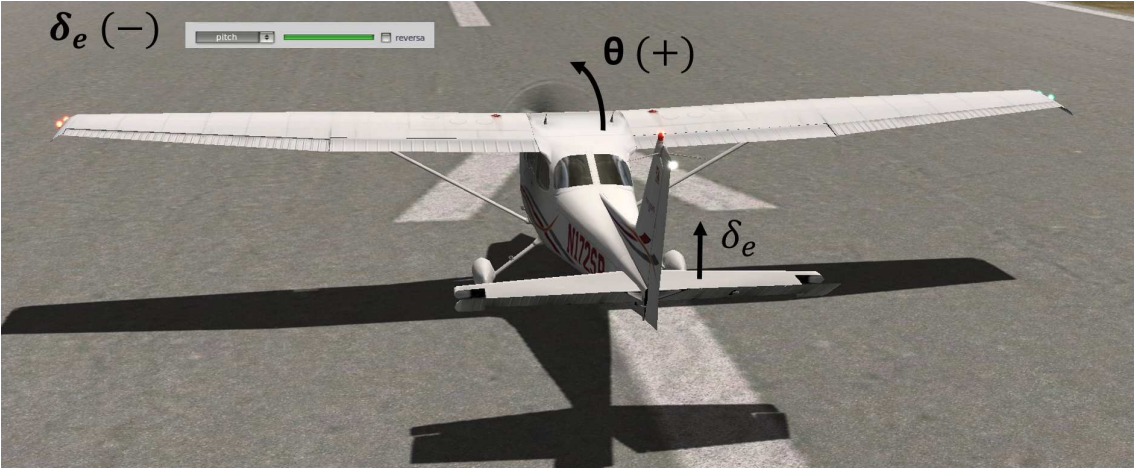


Figura 6.8: Elevador



Figura 6.9: Observador

que el acelerador esta en su parte más baja lo cual implica un cierre total en el carburador y 1 la posición alta del acelerador abriendo el carburador en su totalidad. De forma practica es común no cerrar en su totalidad el carburador del motor dado que esto producirá que el motor se apague, lo cual es peligroso para la aeronave ya que el motor solo puede ser encendido en tierra. Finalmente, la configuración de la AHRS se establece bajo el sistema de coordenadas NED. La correcta interpretación de los signos de los sensores y de las superficies de control será un aspecto importante a considerar para lograr el correcto funcionamiento del piloto automático.

6.3. SVA tiempo real

El sistema de control SVA se dirige principalmente por un DSP como se describió anteriormente. El hecho de tener solo un procesador recibiendo las señales de los sensores, enviando las señales de control a los motores y calculando la ley de control preprogramada implica que un conjunto de tareas se deben de cumplir en tiempo y forma en el DSP, si el procesador no es capaz de ejecutar todas las tareas podría

ocasionar una lectura errónea de los sensores, por lo tanto un calculo de erróneo del algoritmo de control.

Los sistemas de tiempo real *Hard* tienen las siguientes propiedades [47]:

- Operan bajo rigurosas restricciones de tiempo real.
- Integran diferentes subsistemas que fueron creados para trabajar independientemente.
- Su correcta operación es importante para asegurar la seguridad del sistema.

Para realizar un análisis de tiempo real se sigue la metodología de Giotto, la cual fue formalizada en [48]. La metodología de Giotto ofrece una capa intermedia de la abstracción del modelo matemático del controlador y el código del programa. En [49] se desarrolla la metodología Giotto para la implementación de un controlador no lineal de un cuadrirotor, el cual fue desarrollado en la sección de Mecatrónica del Cinvestav. Como se describe en [49] el primer paso en la metodología Giotto es la generación del programa, siendo las tareas t_i la unidad básica para el modelo del sistema embebido, las cuales son ejecutadas periódicamente. Las tareas transmiten información a través de los puertos de salida o_i y reciben información a través de puertos de entrada i_i , en general una tarea típica de Giotto es la mostrada en la Figura 6.10. Al conjunto de tareas concurrentes se les conoce como modos m_i . Para definir el modelo del sistema embebido es necesario definir las tareas así como

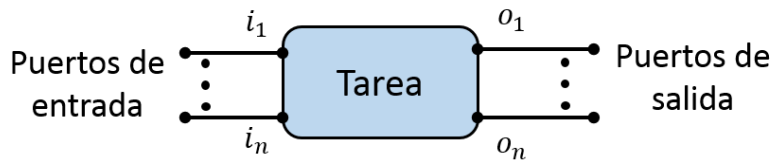


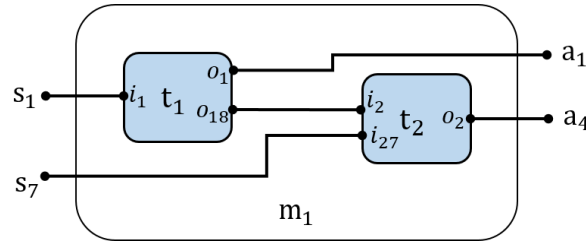
Figura 6.10: Giotto: Típica definición de tarea

sus entradas y salidas, además de la frecuencia de invocación ω_{t_i} , en las Tablas 6.1 y 6.2 se muestran las tareas en el modo de inicio m_1 y modo automático m_2 , respectivamente.

| Tarea t_i | Entrada | Salida | Función f_i | ω_{t_i} |
|-------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--|----------------|
| t_1 | i_1 . bit. | o_1 . string. o_{18} . string. | f_1 Envío de solicitud de datos a la AHRS. | 1 |
| t_2 | i_2 . string. i_{27} . string. | o_2 . bit. | f_2 Espera de la primera cadena de datos de la AHRS. | 1 |

Tabla 6.1: Modo de inicio m_1

El modo inicio m_1 definido en la Tabla 6.1, cuenta con dos tareas t_1 y t_2 y solo se lleva a cabo una sola vez en todo el proceso. El modo de vuelo automático m_2 esta compuesto por tareas que van desde la t_3 hasta t_{16} , este inicia una vez que m_1 ha finalizado, siendo 125 Hz su frecuencia principal. Gráficamente los modos m_1 y m_2 se muestran en las Figuras 6.11 y 6.12.

Figura 6.11: Modo inicio m_1

Para finalizar con el modelo del software embebido se muestra en las Tablas 6.3 y 6.4 la sintaxis abstracta para el modelo del software. Donde g_1 representa la habilitación de las interrupciones, g_2 una entrada verdadera, g_3 es una interrupción interna debida a s_2 el canal de comunicación con la AHRS, s_3 PWM del alerón, s_4 PWM del timón, s_5 PWM del acelerador y s_6 PWM del elevador.

Ahora para compilar el modelo del software embebido es necesario expresar la plataforma en términos numéricos, en este caso el peor tiempo de ejecución de cada tarea. La utilización del procesador U_i para la tarea t_i esta dada por

$$U_i = \frac{C_i}{P_i}$$

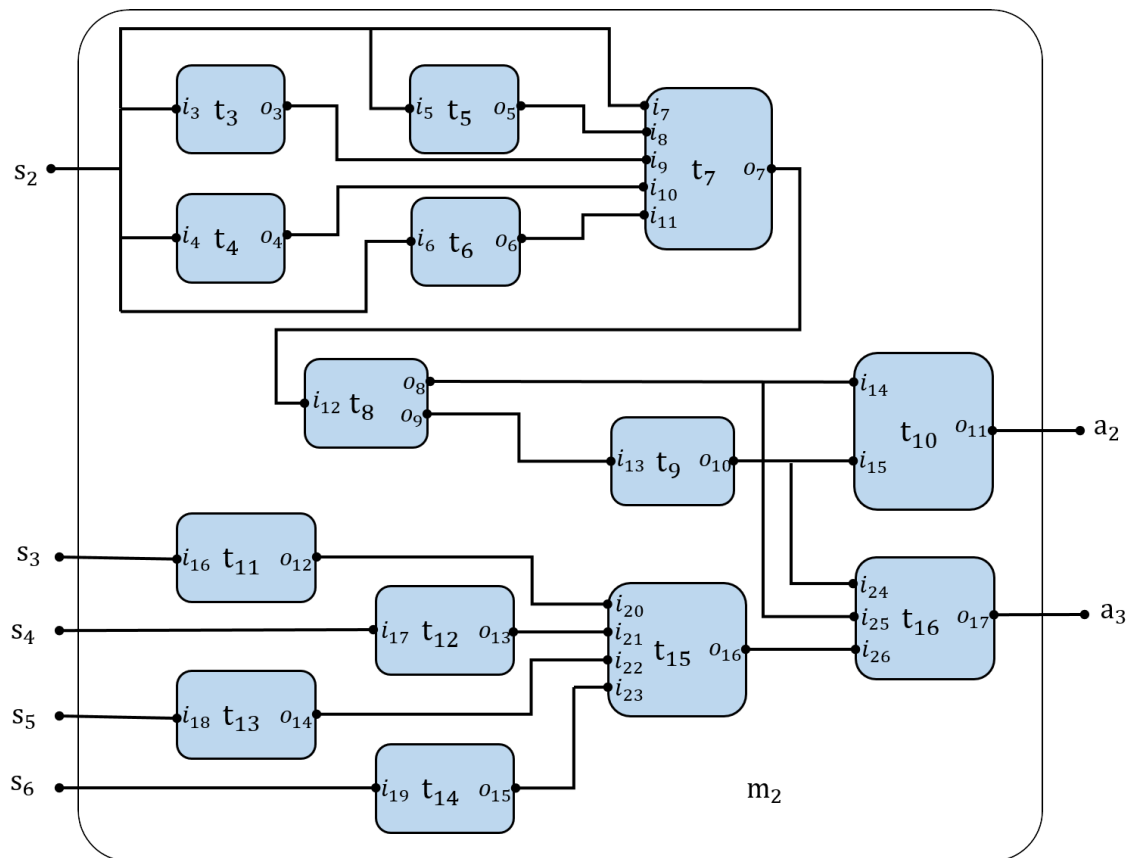


Figura 6.12: Modo vuelo automático m_2

| Tarea t_i | Entrada | Salida | Función f_i | ω_{t_i} |
|----------------|--|--|---|----------------|
| t_3 | i_3 . Φ string. | o_3 . Φ string. | f_3 copiar Φ desde FIFO (Sci-b) a un bloque de memoria. | 1 |
| t_4 | i_4 . Ω string. | o_4 . Ω string. | f_4 copiar Ω desde FIFO (Sci-b) a un bloque de memoria. | 1 |
| t_5 | i_5 . llh string. | o_5 . llh string. | f_5 copiar llh desde FIFO (Sci-b) a un bloque de memoria. | 1 |
| t_6 | i_6 . llh string. | o_6 . llh string. | f_6 copiar llh desde FIFO (Sci-b) a un bloque de memoria. | 1 |
| t_7 | i_7 . V string, i_8 . Φ string, i_9 . Ω string, i_{10} . llh string, i_{11} . llh string. | o_7 . Φ , Ω , llh, V string. | f_7 copiar V desde FIFO (Sci-b) a un bloque de memoria. | 1 |
| t_8 | i_{12} . Φ , Ω , llh, V string. | o_8 . Φ , Ω , V float. o_9 . llh double. | f_8 convertir Φ , Ω , V a float y llh a double. | 1 |
| t_9 | i_{13} . llh double. | o_{10} . x, y, z float. | f_9 convertir llh a coordenadas ENU. | 1 |
| t_{10} | i_{14} . Φ , Ω , V float, i_{15} . x, y, z float. | o_{11} . PWM entero. | f_{10} calcula las señales de control δ_a , δ_r , δ_T y δ_e y las convierte a PWM. | 1 |
| t_{11} | i_{16} . δ_a PWM. | o_{12} . δ_a ciclo de trabajo float. | f_{11} calcula el ciclo de trabajo del PWM de δ_a . | 1 |
| t_{12} | i_{17} . δ_r PWM. | o_{13} . δ_r ciclo de trabajo float. | f_{12} calcula el ciclo de trabajo del PWM de δ_r . | 1 |
| t_{13} | i_{18} . δ_T PWM. | o_{14} . δ_T ciclo de trabajo float. | f_{13} calcula el ciclo de trabajo del PWM de δ_T . | 1 |
| t_{14} | i_{19} . δ_e PWM. | o_{15} . δ_e ciclo de trabajo float. | f_{14} calcula el ciclo de trabajo del PWM de δ_e . | 1 |
| t_{15} | i_{20} . δ_a ciclo de trabajo float, i_{21} . δ_r ciclo de trabajo float, i_{22} . δ_T ciclo de trabajo float, i_{23} . δ_e ciclo de trabajo float. | o_{16} . δ_a , δ_r , δ_T y δ_e string. | f_{15} convierte en ciclo de trabajo de δ_a en string. | 1 |
| t_{16} | i_{24} . x, y string, i_{25} . Φ , V string, i_{26} . δ_a , δ_r , δ_T y δ_e string. | o_{17} . Φ , V , x, y, z, δ_a , δ_r , δ_T y δ_e string. | f_{16} copiar Φ , V , x, y, z, δ_a , δ_r , δ_T y δ_e al buffer de salida de Sci-c. | 1 |

Tabla 6.2: Modo vuelo automático m_2

Sensor

puerto s_1 tipo $\{0,1\}$, puerto s_2 tipo byte [], puerto s_3 tipo PWM [],
 puerto s_4 tipo PWM [], puerto s_5 tipo PWM [], puerto s_6 tipo PWM [],
 puerto s_7 tipo byte []

Actuador

puerto a_1 tipo byte [], puerto a_2 tipo int inicio { 2500, 2500, 2500, 2500},
 puerto a_3 tipo byte [], puerto a_4 tipo $\{0,1\}$

Entradas

puerto i_1 tipo $\{0,1\}$, puerto i_2 tipo byte [], puerto i_3 tipo byte [],
 puerto i_4 tipo byte [], puerto i_5 tipo byte [], puerto i_6 tipo byte [],
 puerto i_7 tipo byte [], puerto i_8 tipo byte [], puerto i_9 tipo byte [],
 puerto i_{10} tipo byte [], puerto i_{11} tipo byte [], puerto i_{12} tipo byte [],
 puerto i_{13} tipo byte [], puerto i_{14} tipo byte [], puerto i_{15} tipo byte [],
 puerto i_{16} tipo PWM, puerto i_{17} tipo PWM, puerto i_{18} tipo PWM,
 puerto i_{19} tipo PWM, puerto i_{20} tipo byte [], puerto i_{21} tipo byte [],
 puerto i_{22} tipo byte [], puerto i_{23} tipo byte [], puerto i_{24} tipo byte [],
 puerto i_{25} tipo byte [], puerto i_{26} tipo byte [], puerto i_{27} tipo byte []

Salidas

puerto o_1 tipo byte [], puerto o_2 tipo $\{0,1\}$, puerto o_3 tipo byte [],
 puerto o_4 tipo byte [], puerto o_5 tipo byte [], puerto o_6 tipo byte [],
 puerto o_7 tipo byte [], puerto o_8 tipo byte [], puerto o_9 tipo byte [],
 puerto o_{10} tipo byte [], puerto o_{11} tipo PWM, puerto o_{12} tipo byte [],
 puerto o_{13} tipo byte [], puerto o_{14} tipo byte [], puerto o_{15} tipo byte [],
 puerto o_{16} tipo byte [], puerto o_{17} tipo byte [], puerto o_{18} tipo byte []

Tareas

tarea t_1 entrada i_1 salida o_1, o_{18} función f_1 ,
 tarea t_2 entrada i_2, i_{27} salida o_2 función f_2 ,
 tarea t_3 entrada i_3 salida o_3 función f_3 , tarea t_4 entrada i_4 salida o_4 función f_4 ,
 tarea t_5 entrada i_5 salida o_5 función f_5 , tarea t_6 entrada i_6 salida o_6 función f_6 ,
 tarea t_7 entrada $i_7, i_8, i_9, i_{10}, i_{11}$ salida o_7 función f_7 ,
 tarea t_8 entrada i_{12} salida o_8, o_9 función f_8 , tarea t_9 entrada i_{13} salida o_{10} función f_9 ,
 tarea t_{10} entrada i_{14}, i_{15} salida o_{11} función f_{10} ,
 tarea t_{11} entrada i_{16} salida o_{12} función f_{11} , tarea t_{12} entrada i_{17} salida o_{13} función f_{12} ,
 tarea t_{13} entrada i_{18} salida o_{14} función f_{13} , tarea t_{14} entrada i_{19} salida o_{15} función f_{14} ,
 tarea t_{15} entrada $i_{20}, i_{21}, i_{22}, i_{23}$ salida o_{16} función f_{15} ,
 tarea t_{16} entrada i_{24}, i_{25}, i_{26} salida o_{17} función f_{16}

Tabla 6.3: Sintaxis abstracta del modelo del software embebido (parte 1)

Drivers

driver d_1 fuente s_1 protege g_3 destino i_1 ,
driver d_2 fuente s_7, o_{18} protege g_3 destino i_2, i_{27} ,
driver d_3 fuente s_2 protege g_1 destino i_3 , *driver* d_4 fuente s_2 protege g_1 destino i_4 ,
driver d_5 fuente s_2 protege g_1 destino i_5 , *driver* d_6 fuente s_2 protege g_1 destino i_6 ,
driver d_7 fuente s_2, o_3, o_4, o_5, o_6 protege g_1 destino $i_7, i_8, i_9, i_{10}, i_{11}$,
driver d_8 fuente o_7 , protege g_2 destino i_{12} , *driver* d_9 fuente o_9 , protege g_2 destino i_{13} ,
driver d_{10} fuente o_{10}, o_8 protege g_2 destino i_{14}, i_{15} ,
driver d_{11} fuente s_3 protege g_3 destino i_{16} , *driver* d_{12} fuente s_4 protege g_3 destino i_{17} ,
driver d_{13} fuente s_5 protege g_3 destino i_{18} , *driver* d_{14} fuente s_6 protege g_3 destino i_{19} ,
driver d_{15} fuente $o_{12}, o_{13}, o_{14}, o_{15}$ protege g_3 destino $i_{20}, i_{21}, i_{22}, i_{23}$,
driver d_{16} fuente o_{16}, o_8, o_{10} protege g_3 destino i_{24}, i_{25}, i_{25} ,
driver d_{17} fuente o_{11} protege g_2 destino a_2 , *driver* d_{18} fuente o_{17} protege g_2 destino a_3 ,
driver d_{19} fuente o_2 protege g_2 destino a_4

Modo 1 periodo 1 puertos s_1, a_1, a_4

frecuencia 1 invoca t_1 *driver* d_1
frecuencia 1 invoca t_2 *driver* d_2
frecuencia 1 cambio m_2 *driver* d_{19}

Modo 2 periodo 1 puertos $s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, a_2, a_3$

frecuencia 1 invoca t_3 *driver* d_3
frecuencia 1 invoca t_4 *driver* d_4
frecuencia 1 invoca t_5 *driver* d_5
frecuencia 1 invoca t_6 *driver* d_6
frecuencia 1 invoca t_7 *driver* d_7
frecuencia 1 invoca t_8 *driver* d_3
frecuencia 1 invoca t_9 *driver* d_9
frecuencia 1 invoca t_{10} *driver* d_{10}
frecuencia 1 invoca t_{11} *driver* d_{11}
frecuencia 1 invoca t_{12} *driver* d_{12}
frecuencia 1 invoca t_{13} *driver* d_{13}
frecuencia 1 invoca t_{14} *driver* d_{14}
frecuencia 1 invoca t_{15} *driver* d_{15}
frecuencia 1 invoca t_{16} *driver* d_{16}
frecuencia 1 actualización d_{17}
frecuencia 1 actualización d_{18}

Inicia m_1

Tabla 6.4: Sintaxis abstracta del modelo del software embebido (parte 2)

donde C_i es el peor caso de tiempo de ejecución de la tarea t_i y P_i es el periodo de ejecución de la tarea t_i . La utilización del procesador para todas las tareas es

$$U = \sum_{i=1}^n U_i \quad (6.2)$$

Finalmente se define a D_i como el tiempo limite para la ejecución de la tarea t_i , es común encontrar que $D_i = P_i$, por lo tanto se dice que un modo es planificable si $U \leq 1$ [50]. Más aún, las condiciones necesarias y suficientes para que el sistema sea panificable son [51]

$$\forall t > 0, \quad h(t) \leq t$$

donde $h(t)$ es la demanda del procesador, la cual se define como

$$h(t) = \sum_{i=1}^n \max \left\{ 0, 1 + \left\lfloor \frac{t - D_i}{P_i} \right\rfloor \right\} C_i \quad (6.3)$$

con $\lfloor x \rfloor$ como la función suelo [52].

Teorema [51] Un conjunto de tareas es planificable si y solo si $U \leq 1$ y

$$\forall t < L_a, \quad h(t) \leq t$$

donde L_a se define como

$$L_a = \max \left\{ D_1, \dots, D_n, \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - D_i) U_i}{1 - U} \right\} \quad (6.4)$$

El análisis para verificar que un modo es planificable solo se lleva a cabo para el modo 2, debido a que el modo uno solo se ejecuta una sola vez. Los tiempos de ejecución de cada tarea se calculan de forma experimental, activando una salida digital del procesador cuando la tarea inicia y desactivandola cuando la tarea a finalizado, el tiempo en que la salida digital esta activada puede ser medido con un osciloscopio. La Tabla 6.5 muestra las características de computo de cada una de las tareas. El periodo P_i de las tareas queda definido con base en la frecuencia del la AHRS que es de 125 Hz, por la tanto $P_i = 8$ ms. Finalmente para los tiempos limite de cada tarea se toman las siguientes consideraciones

- Para las tareas t_3, t_4, t_5, t_6, t_7 , los tiempos limite $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7$ son definidos con base en el tiempo que tarda en ser recibido 1 byte por el puerto serial, cuya velocidad de transferencia es 115,200 bits por segundo, lo que significa que tarda $69 \mu s$ en recibir 1 byte. El no cumplir con este tiempo limite conlleva a una sobre escritura de datos en el FIFO conectado a la AHRS, por lo tanto se tendrá una lectura equivocada del sensor.
- Las tareas t_8, t_9, t_{10} tienen un tiempo limite de $D_8 = P_8, D_9 = P_9$ y $D_{10} = P_{10}$, respectivamente.
- Para las tareas $t_{11}, t_{12}, t_{13}, t_{14}$ y t_{15} su periodo cambia con respecto a las tareas anteriores, aquí el tiempo viene definido por la frecuencia del PWM de los actuadores, la cual es a 70 Hz. Sin embargo, $D_{11}, D_{12}, D_{13}, D_{14}$ y D_{15} quedan definidas por el tiempo en que se tarda en recibir 1 byte, dado que estas tareas se llevan a través de interrupciones.
- La tarea t_{16} tendrá un tiempo limite $D_{16} = P_{16}$.

Calculando U, L_a y $h(t)$ a partir de las ecuaciones 6.2, 6.4, 6.3 se tiene

$$U = 0.0287 < 1, \quad L_a = 14.2$$

tomando a $t = L_a$, la demanda del procesador es

$$\begin{aligned}
h(t) &= \max\{0, 1 + \lfloor 1.7 \rfloor\} C_3 + \max\{0, 1 + \lfloor 1.7 \rfloor\} C_4 + \max\{0, 1 + \lfloor 1.7 \rfloor\} C_5 \\
&+ \max\{0, 1 + \lfloor 1.7 \rfloor\} C_6 + \max\{0, 1 + \lfloor 1.7 \rfloor\} C_7 + \max\{0, 1 + \lfloor 0.7 \rfloor\} C_8 \\
&+ \max\{0, 1 + \lfloor 0.7 \rfloor\} C_9 + \max\{0, 1 + \lfloor 0.7 \rfloor\} C_{10} + \max\{0, 1 + \lfloor 0.9 \rfloor\} C_{11} \\
&+ \max\{0, 1 + \lfloor 0.9 \rfloor\} C_{12} + \max\{0, 1 + \lfloor 0.9 \rfloor\} C_{13} + \max\{0, 1 + \lfloor 0.9 \rfloor\} C_{14} \\
&+ \max\{0, 1 + \lfloor 0 \rfloor\} C_{15} + \max\{0, 1 + \lfloor 0 \rfloor\} C_{16} \\
&= 2(C_3 + C_4 + C_5 + C_6 + C_7) + C_8 + C_9 + C_{10} + C_{11} + C_{12} + C_{13} + C_{14} \\
&+ C_{15} + C_{16} = 0.28
\end{aligned}$$

| Tarea | C_i (ms) | P_i (ms) | D_i (ms) |
|----------|------------|------------|------------|
| t_3 | 0.010 | 8.0 | 0.069 |
| t_4 | 0.010 | 8.0 | 0.069 |
| t_5 | 0.010 | 8.0 | 0.069 |
| t_6 | 0.010 | 8.0 | 0.069 |
| t_7 | 0.010 | 8.0 | 0.069 |
| t_8 | 0.027 | 8.0 | 8.0 |
| t_9 | 0.026 | 8.0 | 8.0 |
| t_{10} | 0.077 | 8.0 | 8.0 |
| t_{11} | 0.008 | 14.2 | 0.069 |
| t_{12} | 0.008 | 14.2 | 0.069 |
| t_{13} | 0.008 | 14.2 | 0.069 |
| t_{14} | 0.008 | 14.2 | 0.069 |
| t_{15} | 0.008 | 14.2 | 14.2 |
| t_{16} | 0.010 | 14.2 | 14.2 |

Tabla 6.5: Características del tiempo de computo de la tareas

entonces $\forall t \in (0, L_a)$ se tiene que $h(t) < L_a$, esta gráfica se muestra en la Figura 6.13. Se observa que el procesador solo ocupa una mínima parte de su capacidad, esto se debe al periodo impuesto por la AHRS. A su vez es una ventaja dado que esto hace flexible al sistema mínimo diseñado, así que más tareas pueden ser agregadas.

6.4. Desempeño de la aeronave

Es importante conocer las capacidades de la aeronave para una implementación física de las leyes de control propuestas. Como este trabajo se centra en el vuelo recto y nivelado y el giro coordinado, por lo tanto se analizan las características implícitas para el Telemaster. Las características de la aeronave son mostradas en la Tabla 6.6 y el coeficiente aerodinámico de levantamiento en la Tabla 6.7¹

Primeramente se desea mantener un nivel de vuelo recto y nivelado lo cual implica

¹Este coeficiente aerodinámico fue calculado con el software DATCOM.

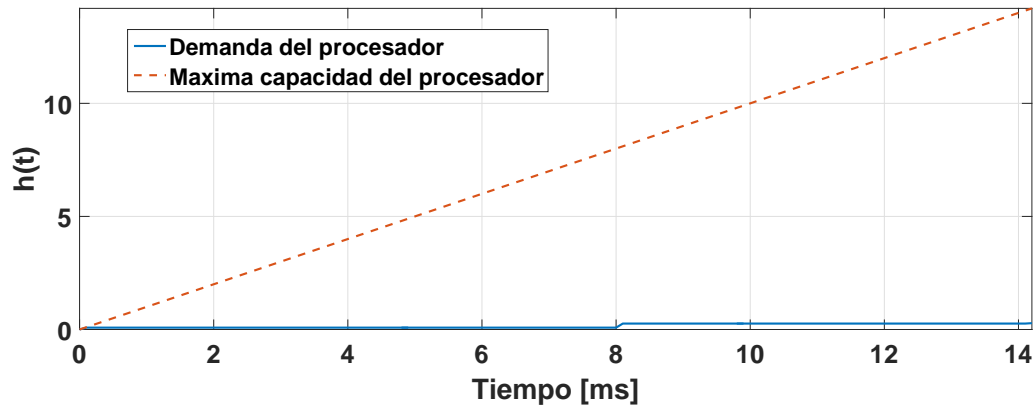


Figura 6.13: Demanda del procesador

| | |
|-------------------|---------------------|
| $I_{xx} = 11.671$ | $m = 6kg$ |
| $I_{zz} = 17.285$ | $S = 0.858m^2$ |
| $I_{xz} = -0.024$ | $b = 2.386m$ |
| $\rho = 0.96672$ | $\bar{c} = 0.3594m$ |

Tabla 6.6: Parámetros de la aeronave

| |
|--------------------------------------|
| $C_{L\alpha} = 0.1419 + 5.292\alpha$ |
| $C_{L\delta_e} = 0.1713$ |
| $C_{Lq} = 4.34$ |

Tabla 6.7: Coeficiente aerodinámico de levantamiento

mantener una altura constante, a su vez en el nivel de giro coordinado también se desea mantener una altura constante, por lo tanto el levantamiento producido por la aeronave debe ser igual al peso de la misma, esto es

$$L \cos(\mu) = W$$

donde

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L(\alpha, \delta_e, q)$$

con

$$C_L = 0.1419 + 0.07123\alpha + 4.34 \frac{\bar{c}}{2V} q + 0.1713\delta_e$$

por lo tanto

$$V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L(\alpha, \delta_e, q) \cos(\mu)}}$$

considerando los parámetros aerodinámicos es posible graficar la velocidad contra el ángulo de ataque, para el caso del vuelo recto y nivelado $\mu = 0$ y $q = 0$ Figura 6.14.

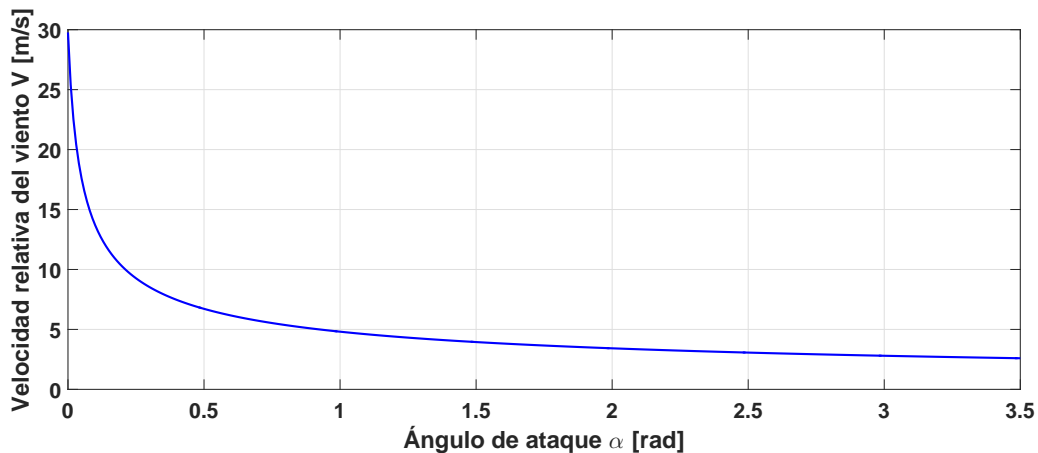


Figura 6.14: Velocidad respecto al ángulo de ataque

En la Gráfica 6.14 se puede observar que $\alpha \approx 0$ cuando $V = 30\text{m/s}$, esta velocidad es conocida como velocidad crucero. Ahora para el giro es necesario considerar al ángulo de inclinación $\mu \neq 0$, entonces es importante definir el factor de carga, el

cual es definido como la relación entre el levantamiento y el peso de la aeronave, es decir

$$n = \frac{L}{W} = \frac{1}{c_\mu}$$

en una aeronave de tipo convencional es común definir el factor de carga como $1 \geq n \leq 2$, por lo tanto el máximo ángulo de inclinación son $\mu = 60$ grados [53]. Ahora, el radio de giro se expresa en términos de la velocidad relativa del viento y ángulo de inclinación [53] como

$$R_{min} = \frac{V^2}{g \tan(\mu)}$$

es posible graficar el radio de giro contra la velocidad de la aeronave, esto se muestra en la Figura 6.15, con dos ángulos de inclinación 30 y 60 grados, es posible definir a $\phi_d = \mu$, con base al radio de giro que más se adecue a la tarea a realizar.

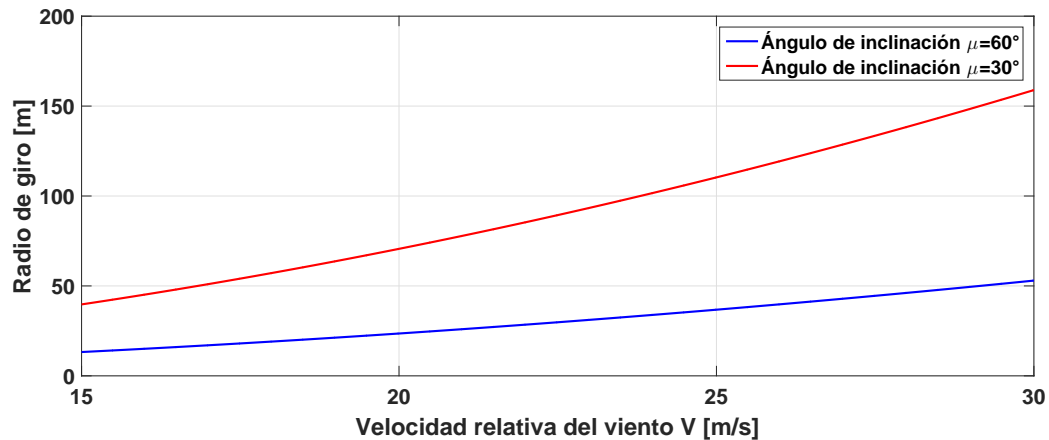


Figura 6.15: Radio de giro a diferentes velocidades

6.5. Pruebas y resultados experimentales

Las pruebas experimentales fueron realizadas en campos de aeromodelismo, debido a que las dimensiones de la aeronave necesitan un espacio considerable para el despegue y el aterrizaje. La mayor parte de estas pruebas fueron realizadas en el Estado

de México en el municipio de Xaltocan Figura 6.16 y 6.17, con pruebas esporádicas en Texcoco y Cuatlalpan.



Figura 6.16: Campo de vuelo Xaltocan vista satélite 2018

El proceso para cada prueba fue siendo mejorado conforme el tiempo avanzaba, para así lograr realizar una mayor cantidad de pruebas en un día. En general los siguientes pasos describen el proceso que se llevaba a cabo en cada prueba.

- El primer paso es revisar con el radio control que todas las superficies de control este funcionando de forma adecuada (un paso preventivo).
- Encender el motor de combustión, un paso que requiere a más de una persona. La carburación de este es muy importante para el correcto funcionamiento durante el vuelo. La carburación se realiza de forma empírica, al escuchar al motor en sus diferentes etapas de aceleración.
- Una vez que se a corroborado el correcto funcionamiento físico del avión, se procede al despegue, el cual se realiza en contra del viento. Paso que realiza el piloto en tierra.



Figura 6.17: Campo de vuelo Xaltocan

- Se realiza a un ascenso hasta alcanzar una altura deseada. Esta altura es variable debido a que se desea que sea una altura segura y cómoda para que el ojo humano pueda ver a la aeronave en todo momento.
- Una vez que se tiene una altura segura, el controlador automático se activa. Las condiciones iniciales del controlador son aleatorias, sin embargo se intentan realizar distintas pruebas con diferentes condiciones iniciales, para intentar evaluar de la mejor forma el desempeño del piloto automático. El control automático puede desactivarse en cualquier instante, para que el piloto en Tierra recupere el control de la aeronave. Las referencias deseadas para el controlador propuesto varían dependiendo de la prueba a realizar.
- Después de realizar las pruebas necesarias, se procede al aterrizaje. Al igual que el despegue, el aterrizaje se realiza en contra del viento.

Las gráficas que se muestran a continuación tienen líneas de colores azul y rojo, siendo la parte azul la correspondiente al movimiento del avión realizado por el piloto y la línea roja corresponde a la parte donde actúa el control automático.

6.5.1. Prueba 1 (Retroalimentación de estados)

El primer paso es realizar las pruebas de control por retroalimentación parcial de estados. La sintonización de este controlador y de los posteriores es con el vuelo recto y nivelado. La referencia de guiñada a seguir son $\psi_d = 0$, esto es rumbo norte. La elección de esa referencia se tomo con base en la posición del campo con respecto del sol, a la hora en que los vuelos se realizan.

Las Gráficas 6.18, 6.19 y 6.20 muestran los ángulos de alabeo, cabeceo y guiñada respectivamente. En las gráficas de alabeo y guiñada se puede apreciar que cuando la aeronave se inclina en su ángulo de alabeo, el ángulo de guiñada también se ve empieza a cambiar, produciendo el viraje. En la gráfica para alabeo es claro ver como el ángulo máximo no sobrepasa los 0.52 radianes (30 grados), que es el limite máximo definido con la ganancia k_{ϕ_m} .

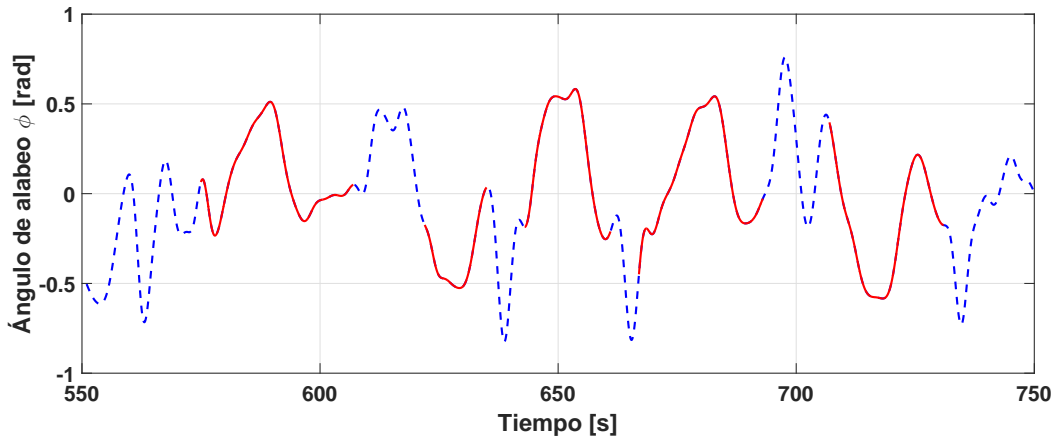


Figura 6.18: Ángulo de alabeo ϕ (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

Para el ángulo de cabeceo se puede apreciar como a pesar de las distintas condiciones iniciales este converge a la referencia deseada $\theta_d = 0$.

En la gráfica de guiñada se muestra como converge a la referencia deseada a pesar de las distintas condiciones iniciales. Cabe mencionar que el piloto automático debe ser interrumpido una vez que el avión a recorrido todo el campo para evitar que se aleje, es por eso que en promedio los lapsos de tiempo para el piloto automático son

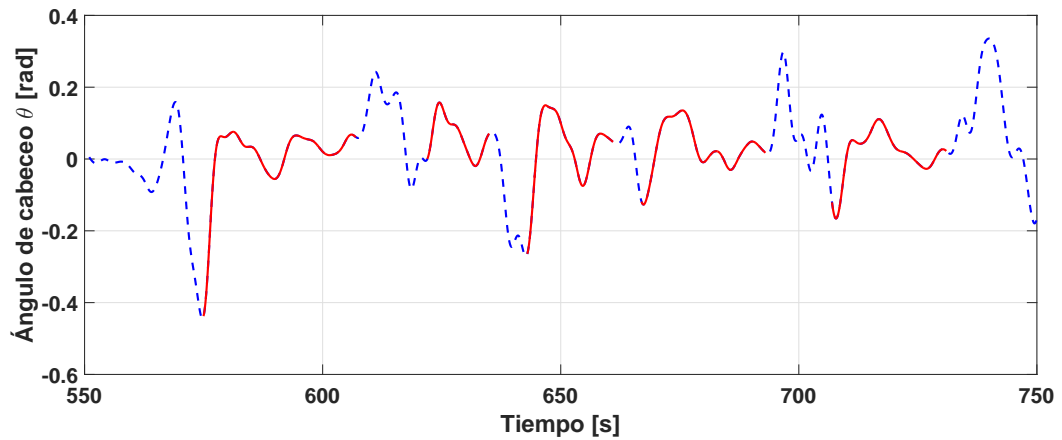


Figura 6.19: Ángulo de cabeceo θ (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

de 20 segundos.

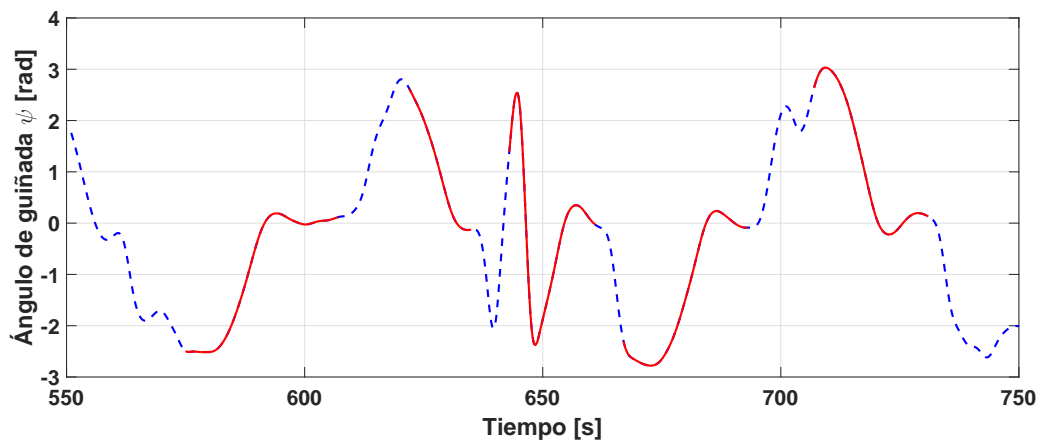
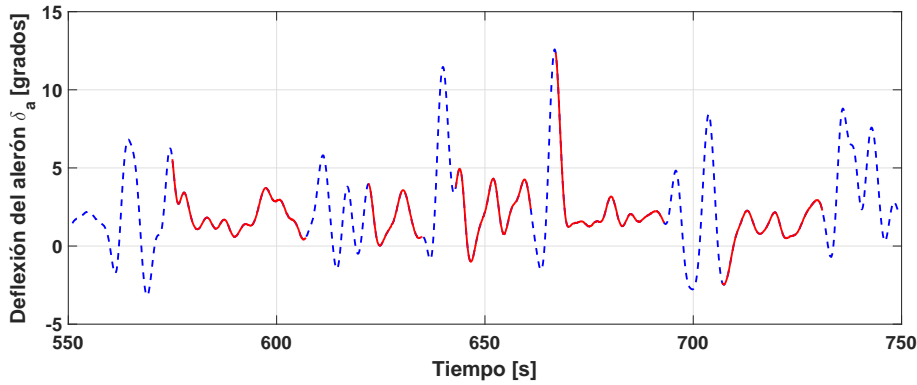
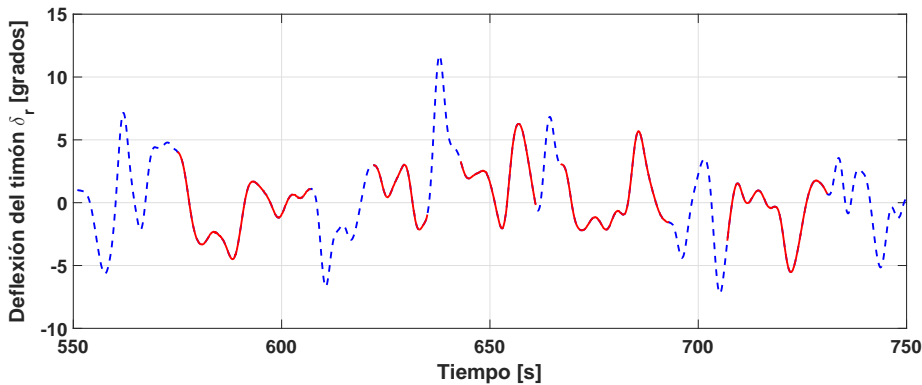


Figura 6.20: Ángulo de guiñada ψ (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

En la Figura 6.21 y 6.22 se muestra el movimiento de las superficies de control. Es importante notar que un desplazamiento pequeño en las superficies de control implica un cambio considerable en la aeronave, esto depende de las características inherentes del vehículo. Las Gráficas 6.21 y 6.22 muestran el trabajo conjunto de los alerones y el timón para dirigir a la aeronave a la referencia de rumbo deseada.

Figura 6.21: Deflexión del alerón δ_a Figura 6.22: Deflexión del timón δ_r

Las Figuras 6.23 y 6.24 muestran los ángulos aerodinámicos y la Figura 6.25 velocidad relativa del viento. El ángulo de ataque se mantiene cerca de cero que es el objetivo de control.

Cabe recordar que el ángulo de derrape en esta prueba aun no se controla, sin embargo se aprecia que es un ángulo pequeño.

Finalmente para esta primera prueba, la Figura 6.26 representa la posición del vehículo en el plano x^e, y^e , se puede apreciar como la aeronave siempre se orienta hacia el Norte, cabe mencionar que el centro del plano x^e, y^e fue colocado aproximadamente al centro del campo de vuelo.

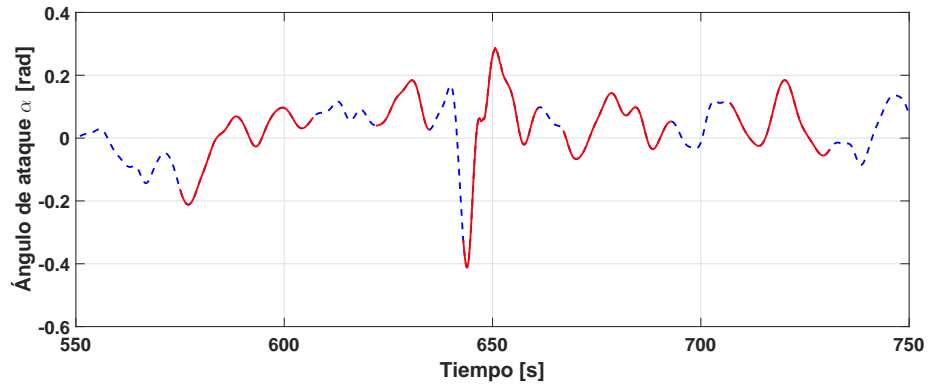


Figura 6.23: Ángulo de ataque α (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

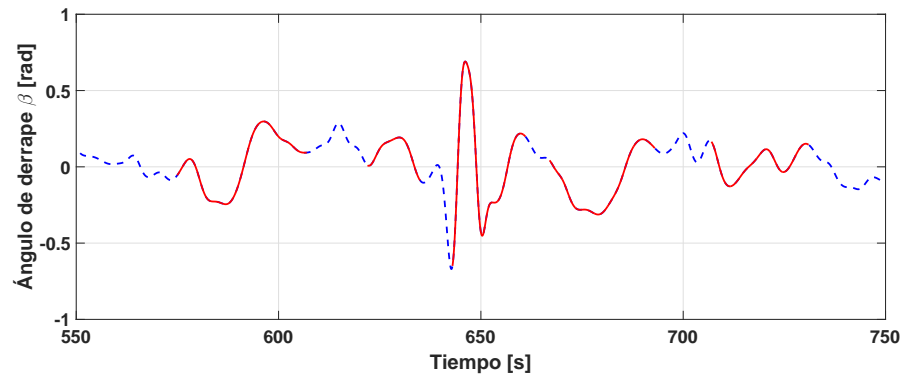


Figura 6.24: Ángulo de derrape β (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

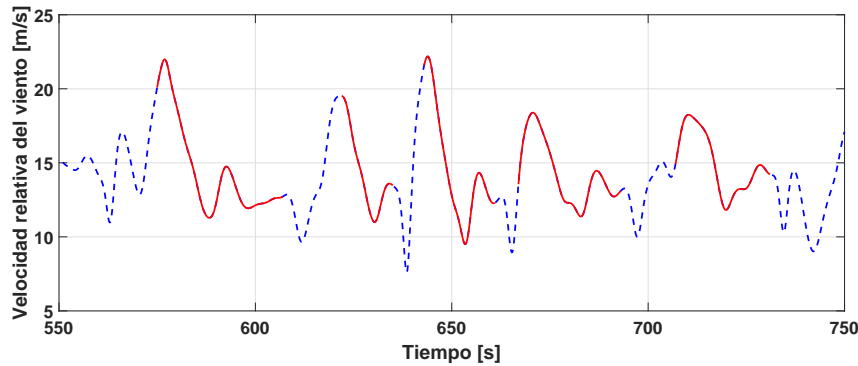


Figura 6.25: Velocidad relativa del viento V (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

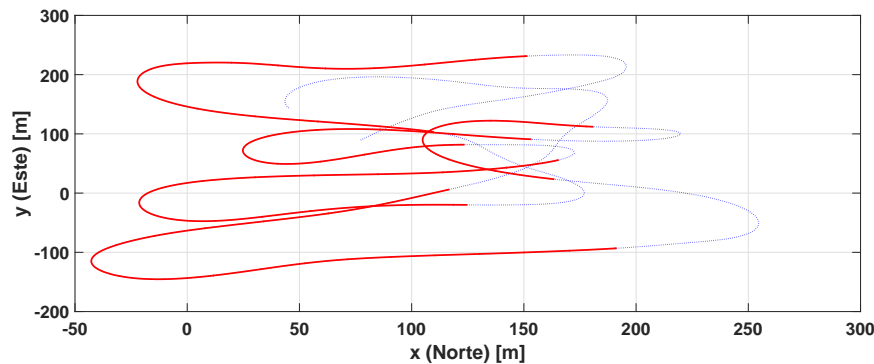


Figura 6.26: Plano x^e, y^e

6.5.2. Prueba 2 (Retroalimentación de estados y THCS)

En esta prueba se muestra la ley de control para la dinámica lateral-direccional separada mostrada en el Capítulo 3, Figuras 6.28 a 6.35. Aquí las pruebas a realizar son para la sintonización del TECS/THCS, dado que en la prueba 1 se sintonizó el controlador por retroalimentación de estados. Las referencias para el controlador son $\psi_d = 0$ (Norte) durante 20 segundos, para proceder al cambio de dirección $\psi_d = \pi$

(Sur) durante otros 20 segundos, este proceso es repetitivo durante todas las prueba, es claro notar que el tiempo del vuelo de forma automática es mucho mayor que para la prueba 1.

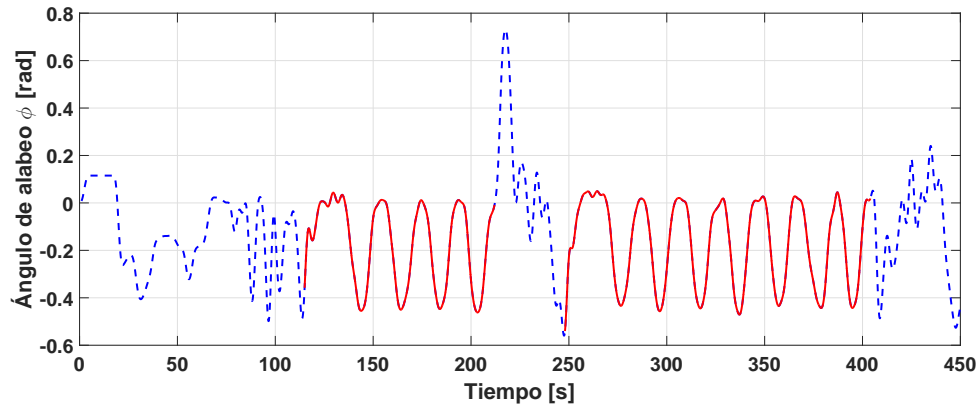


Figura 6.27: Ángulo de alabeo (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

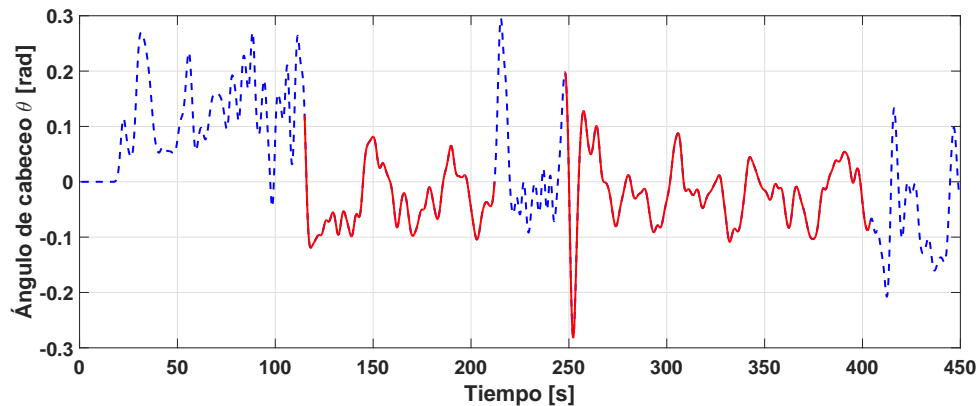


Figura 6.28: Ángulo de cabeceo (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

Se puede apreciar como en el ángulo de alabeo se repite de una forma constante durante la prueba. El ángulo de cabeceo me mantiene cerca de cero para evitar que la aeronave suba o baje. También se observa como se repite el ángulo de guiñada en una forma constante cada 20 segundos, Figura 6.29.

Las superficies de control δ_a y δ_r se muestran en las Figuras 6.30 y 6.31. Se observa

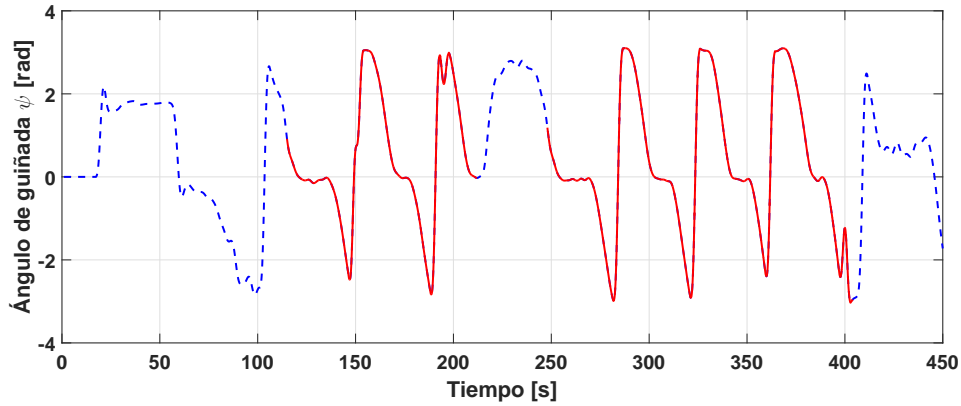


Figura 6.29: Ángulo de guiñada (*Azul piloto en tierra, rojo piloto automático*)

como el alerón y el timón trabajan en conjunto para lograr un giro coordinado y a su vez para un vuelo recto y nivelado.

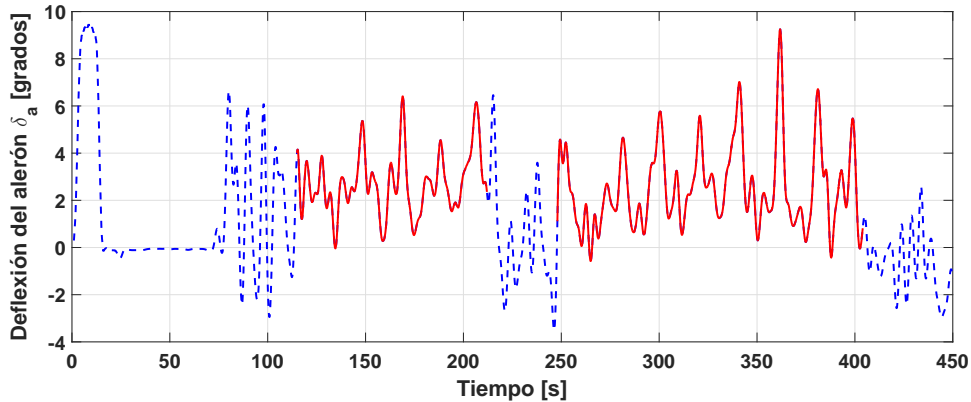


Figura 6.30: Deflexión del alerón δ_a (*Azul piloto en tierra, rojo piloto automático*)

El ángulo de ataque se mantiene pequeño durante toda la prueba, en las etapas en las que el piloto automático entra en acción, Figura 6.32.

El ángulo de derrape, Figura 6.33, se ven ciertos sobrepasos cuando se hace un giro, pero el controlador inmediatamente lo compensa. A pesar de que el controlador lleva a al ángulo de derrape a alrededor de cero, resulta complicado evaluar plenamente

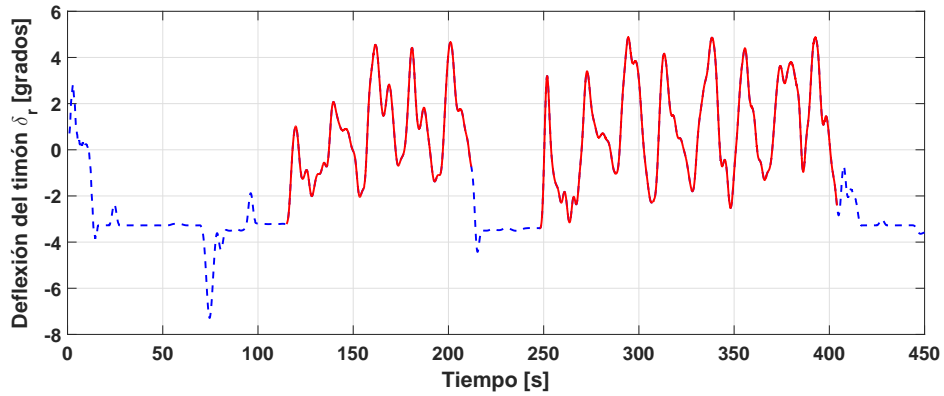


Figura 6.31: Deflexión del timón δ_r (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

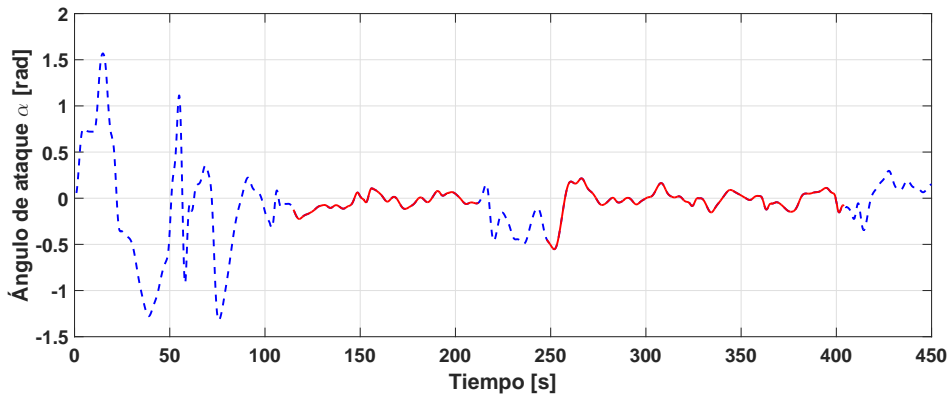


Figura 6.32: Ángulo de ataque α (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

al controlador en distancias cortas.

La velocidad relativa del viento para esta prueba es de 15 m/s, la cual es controlada por la ley TECS longitudinal propuesta en [54], esta velocidad es controlada directamente con la acción del acelerador δ_T , Figura 6.34.

Finalmente en esta segunda prueba se ven la posición del vehículo. Las figuras dibujadas por la trayectoria del vehículo son muy similares en cada pasada solo son un pequeño corrimiento hacia el Oeste, cabe recordar que la posición no es algo que se este controlando.

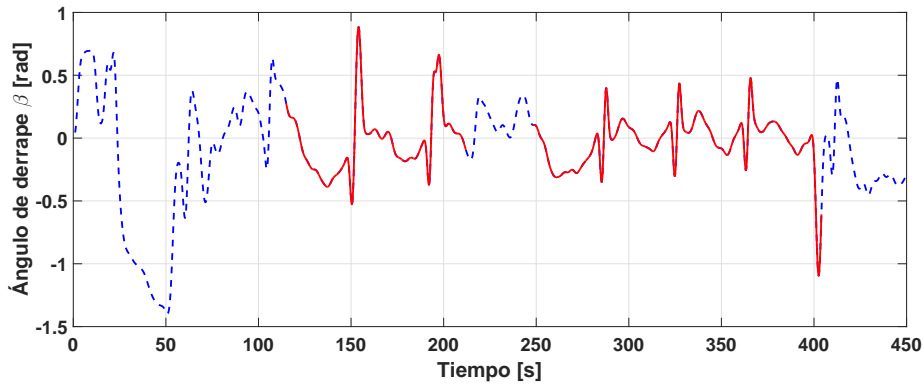


Figura 6.33: Ángulo de derrape β (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

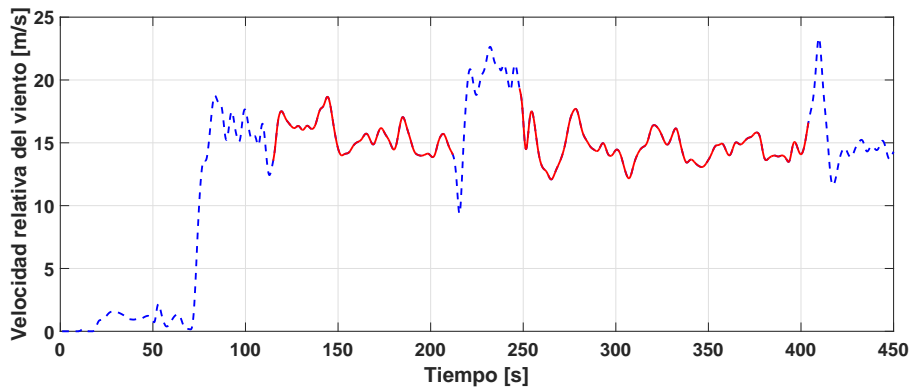
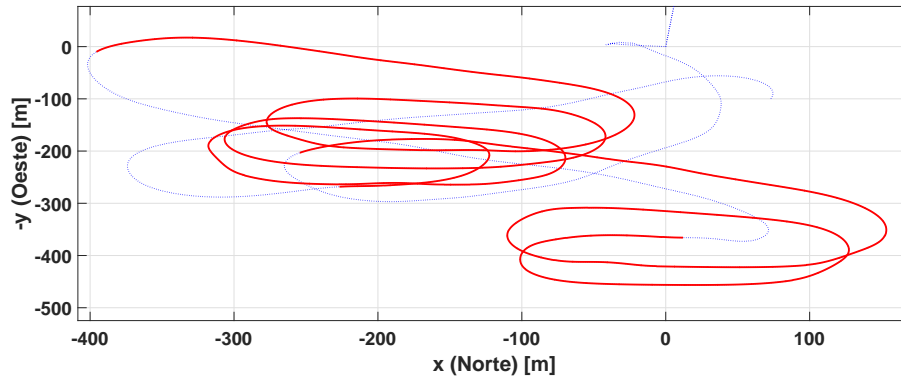


Figura 6.34: Velocidad relativa del viento (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

Figura 6.35: Plano x^e, y^e

6.5.3. Prueba 3 (Retroalimentación de estados, THCS y guía de vuelo)

En la prueba 3 se marca un punto en el espacio $(100, 0)$, el algoritmo de guía de vuelo calcula el ángulo de guiñada deseado y el controlador de la aeronave dirige a esta a la referencia de rumbo. La aeronave girará alrededor del punto deseado durante toda la prueba. Se puede apreciar en el conjunto de Figuras 6.36 - 6.44 que el control automático entra una sola vez, logrando así un vuelo autónomo de aproximadamente dos minutos.

Las Gráficas 6.36, 6.37 y 6.38 muestran los ángulos de alabeo, cabeceo y guiñada respectivamente. En las gráficas de alabeo y guiñada se puede apreciar que cuando la aeronave se inclina en su ángulo de alabeo, el ángulo de guiñada también se ve empieza a cambiar, produciendo el viraje. La inclinación máxima de la aeronave 30 grados, que es el límite máximo definido con la ganancia k_{ϕ_m} . El ángulo de cabeceo es pequeño durante la etapa de piloto automático, Figura 6.37, se observa como el cabeceo se mantiene mejor que cuando el piloto en tierra tiene el control de la aeronave.

El ángulo de guiñada se observa en la Figura 6.38, se aprecia como tiene un patrón similar a lo largo de todo el tiempo en que el piloto automático se encuentra activo. Es claro ver como la aeronave se encuentra girando a lo largo del todo el periodo de

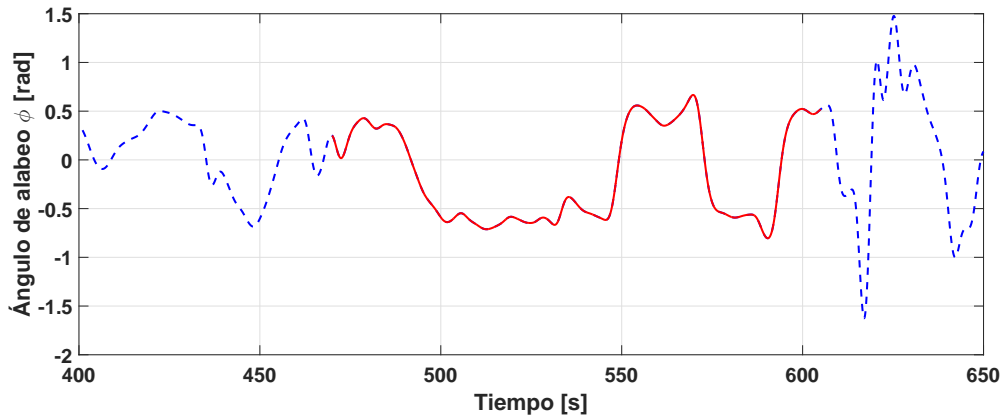


Figura 6.36: Ángulo de alabeo ϕ (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

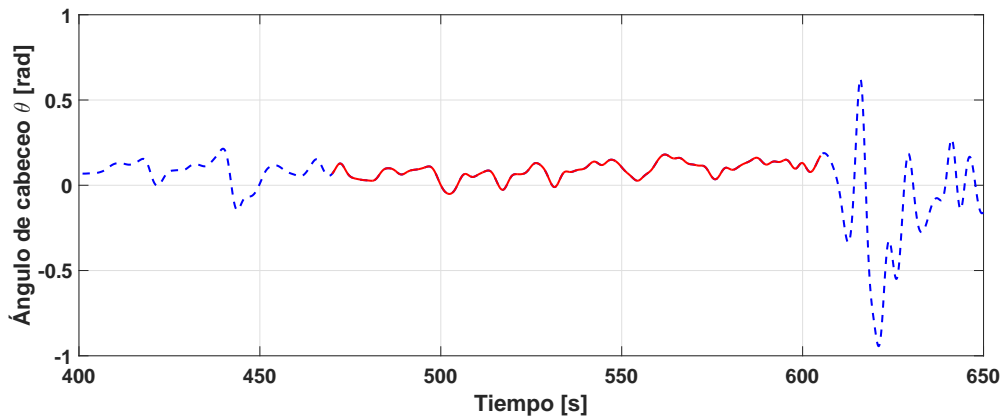


Figura 6.37: Ángulo de cabeceo (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

prueba.

Las superficies de control δ_a y δ_r se muestran en las Figuras 6.39 y 6.40. Se observa como el alerón y el timón trabajan en conjunto para lograr un giro coordinado y a su vez para un vuelo recto y nivelado.

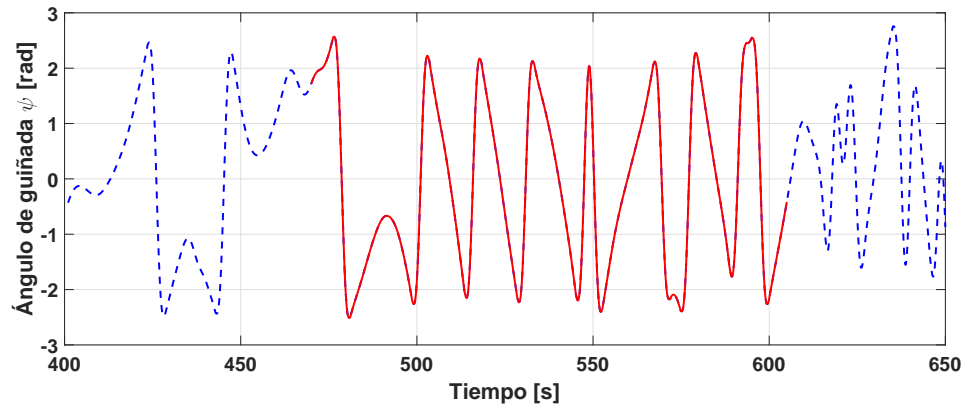


Figura 6.38: Ángulo de guiñada ψ (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

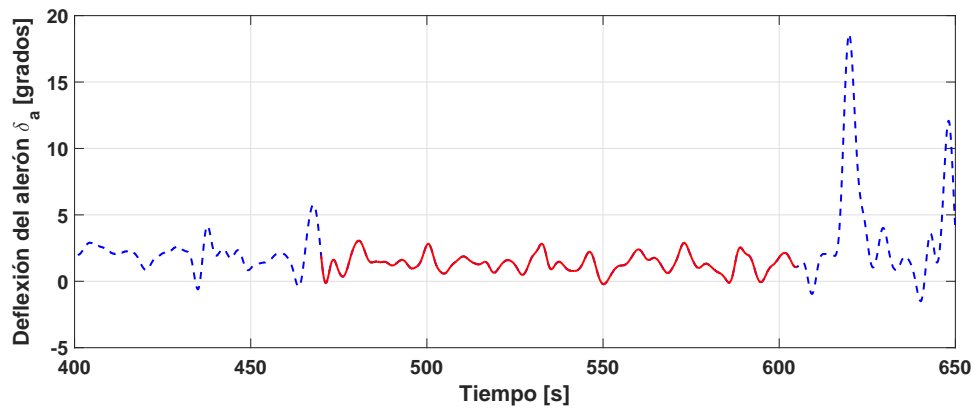


Figura 6.39: Deflexión del alerón δ_a (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

El ángulo de ataque se mantiene pequeño durante toda la prueba, en las etapas en las que el piloto automático entra en acción, Figura 6.41.

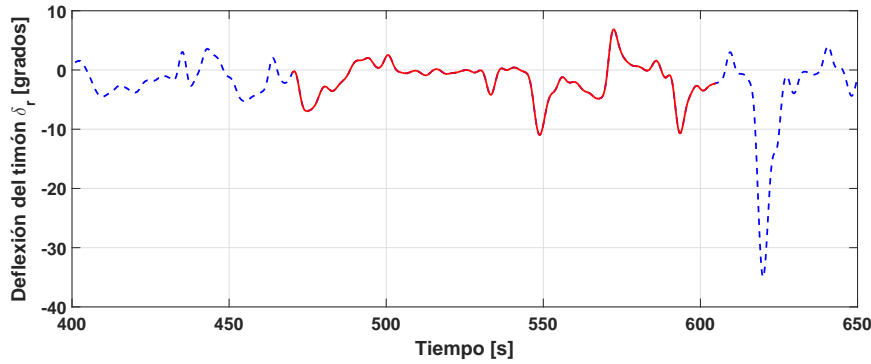


Figura 6.40: Deflexión del timón δ_r (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

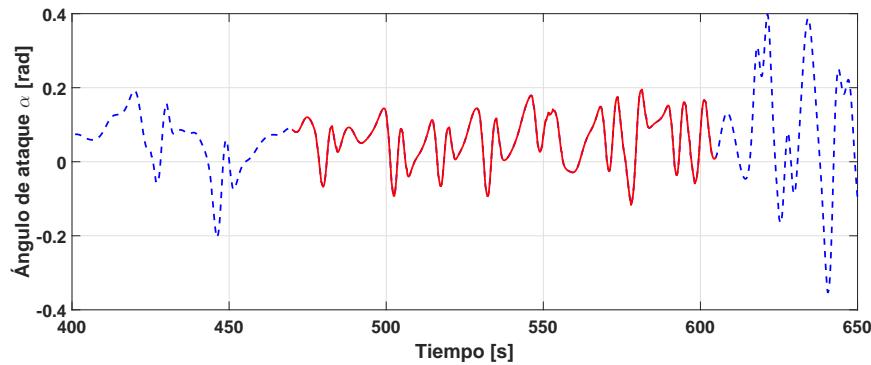


Figura 6.41: Ángulo de ataque α (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

El ángulo de derrape, Figura 6.42, muestra ciertos sobrepasos cuando se hace un giro, pero el controlador inmediatamente lo compensa y lo lleva a cero. A pesar de que el controlador lleva al ángulo de derrape alrededor de cero, resulta complicado evaluar plenamente al controlador en distancias cortas.

La velocidad relativa del viento para esta prueba es de 15 m/s, la cual es controlada por la ley TECS longitudinal propuesta en [54], esta velocidad es controlada directamente con la acción del acelerador δ_T , Figura 6.43.

Finalmente se muestra la posición del vehículo en la Figura 6.44. Se puede observar

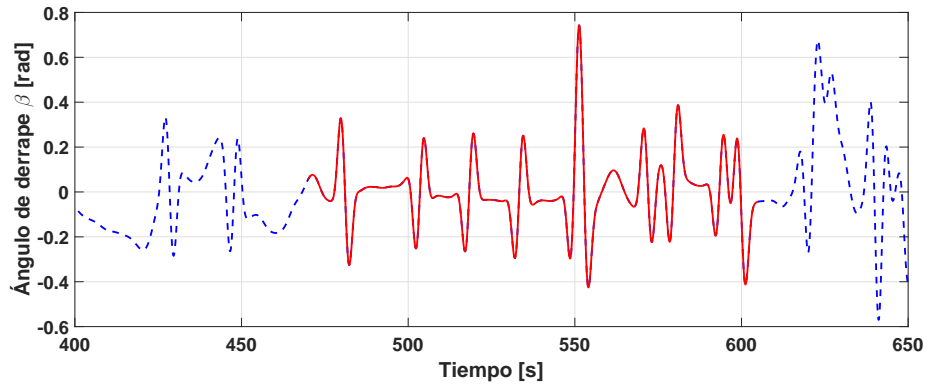


Figura 6.42: Ángulo de derrape β (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

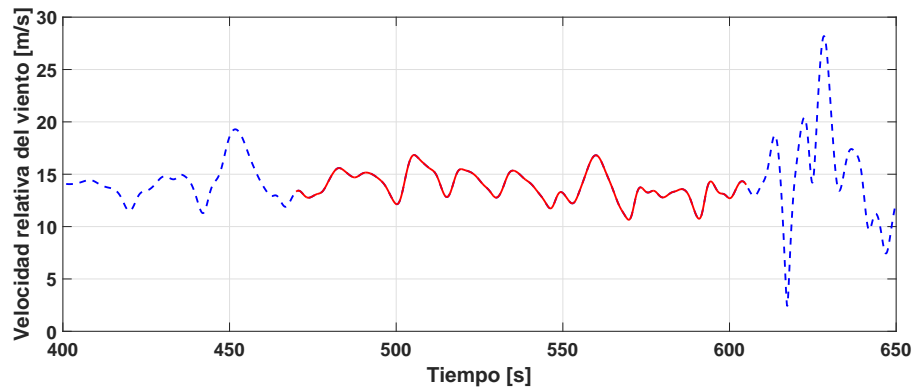


Figura 6.43: Velocidad relativa del viento V (Azul piloto en tierra, rojo piloto automático)

como la aeronave gira alrededor del punto marcado en verde.

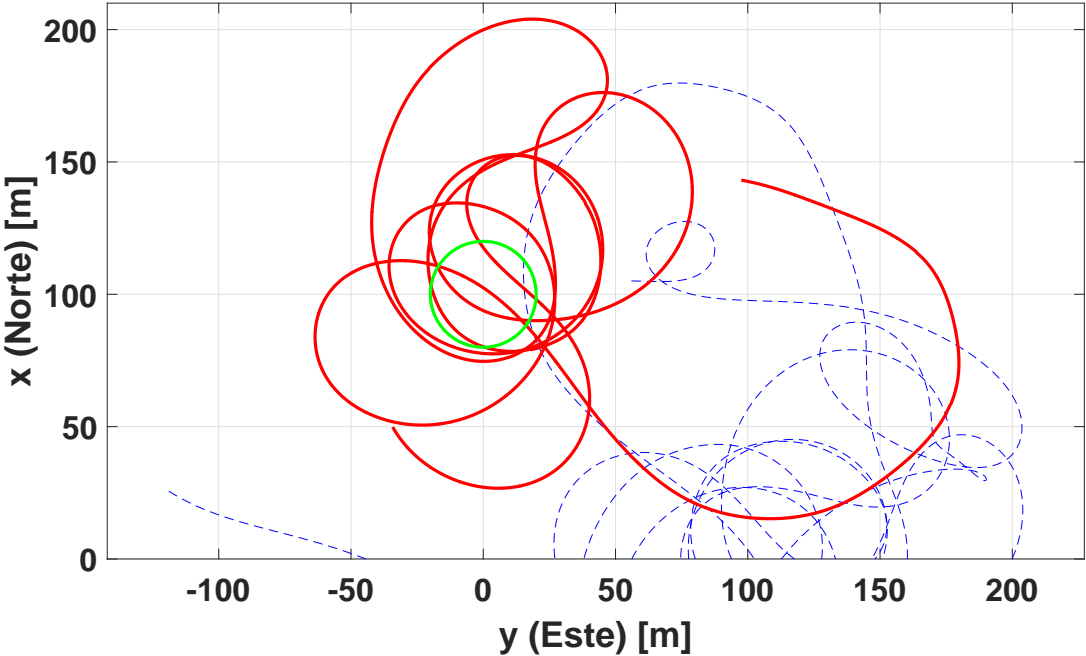


Figura 6.44: Plano x^e, y^e

Capítulo 7

Conclusiones y trabajo futuro

7.1. Conclusiones

El estudio de aeronaves autónomas con lleva tres ramas principales, la navegación, la guía de vuelo y el control. El control de una aeronave de ala fija se realiza a partir del modelo dinámico longitudinal y lateral-direccional, donde cada modelo dinámico se trabaja de forma independiente.

Los diseños de los controladores generalmente se realizan considerando ciertas restricciones sobre los modelos dinámicos, estas restricciones son dadas por el modo de vuelo que la aeronave llevara a cabo. Para realizar recorridos en un plano bidimensional paralelo a la superficie terrestre se necesitan dos modos de vuelo, vuelo recto y nivelado y giro estable. Centrando este trabajo en la dinámixa lateral.-direccional, se estudian las diferentes maniobras para que la aeronave logre un viraje, siendo el giro coordinado la mejor opción. El giro coordinado es la interrelación entre los alerones y el timón. Proponiendo un modelo dinámico lateral-direccional que perciba el acoplamiento con la dinámica longitudinal a través de la velocidad angular de guiñada. Se diseña un controlador basado en las técnicas de retroalimentación parcial de estados y TECS/THCS, tomando a la restricción de giro coordinado como objetivo de control. La retroalimentación parcial de estados se diseña para la dinámica de alabeo y guiñada, mientras que el control basado en TECS/THCS se realiza para el control de la dinámica del ángulo de derrape. A diferencia de la

técnicas clásicas de control el TECS/THCS no depende de un modelo con forma particular, esta técnica en cambio genera salidas dependiente de los estados a partir de la dinámica y el objetivo de control, estas salidas no tienen una metodología para construirlas lo cual dificulta su búsqueda y a la vez de que no hay un proceso sistemático para el análisis de estabilidad del sistema en lazo cerrado. Este análisis de estabilidad se realiza por métodos de control lineal.

Se diseñó un algoritmo para la guía de vuelo para que la aeronave se dirija al punto deseado. Este algoritmo de guía de vuelo calcula la referencia de guiñada de una forma geométrica. Esta referencia de guiñada es la referencia que usa el controlador para dirigir a la aeronave. Se implementó el controlador propuesto en un simulador de vuelo avanzado X-plane. Este simulador ayuda a observar el desempeño del controlador propuesto. Las simulaciones se llevan a cabo sobre dos aeronaves, avión de radio control GP-PT-60 y Cessna S-72, con el fin de ver la flexibilidad y el desempeño en aeronaves con distintas características de vuelo. Las simulaciones muestran resultados satisfactorios del controlador propuesto en las diferentes pruebas y realizadas a ambas aeronaves.

Se realiza la implementación en un prototipo físico, avión de aeromodelismo Telemaster, el cual contiene un sistema embebido, encargado de los cálculos de navegación, guía de vuelo y control. El desempeño del sistema embebido es evaluado a través de una prueba de tiempo real. Se modela al software embebido mediante la metodología de Giotto. Llegando a la conclusión de que el sistema embebido SVA cumple con los requerimientos para un tiempo real estricto. Donde a su vez la integración de nuevas tareas es fácilmente aplicable siguiendo la metodología de Giotto.

Pruebas de vuelo con la aeronave se presentan a fin de evaluar el controlador, el algoritmo de guía de vuelo y el sistema embebido. Las pruebas de vuelo se realizaron en el municipio de Xaltocan en el Estado de México, con ayuda del piloto de pruebas Luis Mungia. Tres pruebas se muestran en documento con el fin de observar la evolución del proyecto mostrando al final vuelo autónomos alrededor de un punto previamente seleccionado, lo cual permite concluir de forma satisfactoria el correcto funcionamiento del controlador propuesto. A su vez las pruebas permiten ver que el comportamiento del sistema embebido es el adecuado, brindando así una base fuerte

para en un futuro lograr vuelos autónomos más complejos.

7.2. Trabajo futuro

Como trabajo futuro para el control de la dinámica lateral-direccional se tiene

- Proponer una prueba de estabilidad para el sistema en lazo cerrado no lineal.
- Instrumentar a la aeronave con el tubo pitot para una mejor medición de la velocidad relativa del viento V .
- Realizar un análisis de estabilidad de la aeronave en lazo abierto.
- Utilizar un modelo dinámico lateral-direccional donde se consideren más efectos producidos por la dinámica longitudinal, como son fenómenos producidos por la planta motriz.
- Implementar la ley de control propuesta en diferentes aeronaves con distintas características de vuelo.
- Proponer una ley de control para seguimiento de trayectoria en guiñada.
- Proponer un algoritmo de guía de vuelo más eficiente.

Bibliografía

- [1] Estrada SAA. Estimación de los parámetros aerodinámicos de una mini aeronave de ala fija. CINVESTAV; Agosto, 2010.
- [2] Magazine A;. Available from: <http://www.airspacemag.com/photos/a-brief-history-of-unmanned-aircraft-174072843/?no-ist>.
- [3] NOVA;. Available from: <http://www.pbs.org/wgbh/nova/>.
- [4] Lin CF. Modern navigation, guidance, and control processing. vol. 2. Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ; 1991.
- [5] Suresh B, Sivan K. Integrated Design for Space Transportation System. Springer; 2015.
- [6] Sánchez JJC. Control en el plano de un vehículo aéreo de ala rotativa impulsado por cuatro rotores. CINVESTAV; 2013.
- [7] Klein V, Morelli EA. Aircraft system identification: theory and practice. American Institute of Aeronautics and Astronautics Reston, VA, USA; 2006.
- [8] Roskam J. Airplane flight dynamics and automatic flight controls. Roskam J, editor. DAR corporation; 1995.
- [9] Stengel RF. Flight dynamics. Princeton University Press; 2015.
- [10] Von Mises R. Theory of flight. Courier Corporation; 1959.
- [11] Milliken Jr WF. Progress in dynamic stability and control research. Journal of the Aeronautical Sciences (Institute of the Aeronautical Sciences). 2012;14(9).

- [12] Willsky AS. A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. *Automatica*. 1976;12(6):601–611.
- [13] Ocofoljić G, Anastasijević Z. Determination of Aerodynamic Coefficients and Visualization of the Flow Around the LASTA-95 Aircraft Model Part I: Experimental Method. *Scientific Technical Review*. 2008;58(1):55.
- [14] González JDB, Cortés HR. Estabilización de la dinámica longitudinal de una aeronave de ala fija usando el control total de la energía adaptable. *Congreso Mexicano de Robótica-COMROB*. 2013;.
- [15] Salfi MI, Ahsun U, Bhatti HA. Lateral and longitudinal guidance and control design of a UAV in auto landing phase. In: *Applied Sciences and Technology (IBCAST), 2009 6th International Bhurban Conference on*. IEEE; 2009. p. 162–168.
- [16] Balas GJ, Packard AK, Renfrow J, Mullaney C, MRT, Closkey. Control of the F-14 aircraft lateral-directional axis during powered approach. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1998;21(6):899–908.
- [17] Reigelsperger WC, Hammett KD, Banda SS. Robust control law design for lateral-directional modes of an F-16/MATV using μ -synthesis and dynamic inversion. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 1997;7(8):777–795. Modelo no lineal.
- [18] Alazard D. Robust H Design for Lateral Flight Control of Highly Flexible Aircraft. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2002;25(3):502–509. Modelos linealizados.
- [19] Athans M, Castanon D, Dunn KP, Greene CS, Lee WH, Sandell NR, et al. The stochastic control of the F-8C aircraft using a multiple model adaptive control (MMAC) method—Part I: Equilibrium flight. *Automatic Control, IEEE Transactions on*. 1977;22(5):768–780.

- [20] Snell A. Decoupling control design with applications to flight. *Journal of guidance, control, and dynamics*. 1998;21(4):647–655.
- [21] Ali SU, Samar R, Shah MZ, Bhatti AI, Munawar K, Al-Sggaf UM. Lateral guidance and control of UAVs using second-order sliding modes. *Aerospace Science and Technology*. 2016;49:88–100.
- [22] Esteban S, Gavilan F, Acosta J. Singular perturbation control of the lateral-directional flight dynamics of an uav. *IFAC-PapersOnLine*. 2015;48(9):120–125.
- [23] Swarnkar S, Kothari M. A Simplified Adaptive Backstepping Control of Aircraft Lateral/Directional Dynamics. *IFAC-PapersOnLine*. 2016;49(1):579–584.
- [24] Lambregts A. Integrated system design for flight and propulsion control using total energy principles. In: *American Institute of Aeronautics and Astronautics, Aircraft Design, Systems and Technology Meeting, Fort Worth, TX*. vol. 17; 1983. p. 2561.
- [25] Bruce K, Kelly J, PERSON L JR. NASA B737 flight test results of the total energy control system. In: *Astrodynamics Conference*; 1987. p. 2143.
- [26] Lambregts AA. Aircraft lateral-directional control system. *Google Patents*; 1991. US Patent 5,050,086.
- [27] Bruzzini MA. Development of a TECS Control-Law for the Lateral Directional Axis of the McDonnell Douglas F-15 Eagle. *DTIC Document*; 1994.
- [28] Lambregts AA. *Fundamentals of FBW augmented manual control*. Washington, DC, USA: SAE Technical Paper; 2005.
- [29] Chudy P, Rzucidlo P. TECS/THCS based flight control system for general aviation. In: *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference*. Chicago, Illinois: American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2009. p. 5689. Available from: <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2009-5689>.

- [30] Ji K, Wei W, Ai-jun L, Chang-qing W. Lateral Directional Axis Control of Aircraft Based on TECS. In: Image and Signal Processing, 2009. CISP'09. 2nd International Congress on. IEEE; 2009. p. 1–5.
- [31] Lambregts AA. TECS Generalized Airplane Control System Design—An Update. In: Advances in Aerospace Guidance, Navigation and Control. Berlin, Heidelberg: Springer; 2013. p. 503–534.
- [32] Lambregts A. THCS Generalized Airplane Control System Design. In: In: 2013 CEAS Conference on Guidance, Navigation and Control. Delft, The Netherlands; 2013. p. 1304–1323.
- [33] Ochi Y, Kanai K. Design of restructurable flight control systems using feedback linearization. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1991;14(5):903–911.
- [34] Chaturvedi NA, Sanyal AK, McClamroch NH. Rigid-body attitude control. *IEEE Control Systems*. 2011;31(3):30–51.
- [35] Bhat SP, Bernstein DS. A topological obstruction to continuous global stabilization of rotational motion and the unwinding phenomenon. *Systems & Control Letters*. 2000;39(1):63–70.
- [36] Stevens BL, Lewis FL. *Aircraft control and simulation*. John Wiley & Sons; 2003. En la pagina 114 se encuentra la explicacion de porque se desacoplan las dinamicas del avion.
- [37] Fliess M, Lévine J, Martin P, Rouchon P. Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples. *International journal of control*. 1995;61(6):1327–1361.
- [38] Beard RW, McLain TW. *Small unmanned aircraft: Theory and practice*. Princeton university press; 2012.
- [39] Slotine JJE, Li W. On the Adaptive Control of Robot Manipulators. *The International Journal of Robotics Research*. 1987;6(3):49–59. Available from: <http://dx.doi.org/10.1177/027836498700600303>.

- [40] Utkin V. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1977 Apr;22(2):212–222.
- [41] Khalil HK. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall; 2002.
- [42] Drake S. Converting gps coordinates () to navigation coordinates (). Technical Report, DSTO Electronics and Surveillance Research Laboratory. 2002;.
- [43] Lee T, Leok M, McClamroch NH. Nonlinear robust tracking control of a quadrotor UAV on SE (3). *Asian Journal of Control*. 2013;15(2):391–408.
- [44] Research L. X-Plane; 2017. Available from: <http://www.x-plane.com/>.
- [45] Brigido JD. Control de la dinámica longitudinal de una aeronave de ala fija por el sistema de control adaptable total de energía. Cinvestav; 2014.
- [46] Murillo MH, Limache AC, Fredini PSR, Giovanini LL. Generalized nonlinear optimal predictive control using iterative state-space trajectories: Applications to autonomous flight of UAVs. *International Journal of Control, Automation, and Systems*. 2015;13(2):361.
- [47] Horowitz B, Liebman J, Ma C, Koo TJ, Henzinger TA, Sangiovanni-Vincentelli A, et al. Embedded software design and system integration for rotorcraft UAV using platforms. *IFAC Proceedings Volumes*. 2002;35(1):447–452.
- [48] Henzinger TA, Horowitz B, Kirsch CM. Giotto: A time-triggered language for embedded programming. In: *International Workshop on Embedded Software*. Springer; 2001. p. 166–184.
- [49] Guadarrama-Olvera JR, Corona-Sánchez JJ, Rodríguez-Cortés H. Hard real-time implementation of a nonlinear controller for the quadrotor helicopter. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2014;73(1-4):81–97.
- [50] Liu F, Narayanan A, Bai Q. *Real-time systems*. Citeseer; 2000. Citeseer.
- [51] Buttazzo GC. *Hard real-time computing systems: predictable scheduling algorithms and applications*. vol. 24. Springer Science & Business Media; 2011.

- [52] Baruah SK, Mok AK, Rosier LE. Preemptively scheduling hard-real-time sporadic tasks on one processor. In: Real-Time Systems Symposium, 1990. Proceedings., 11th. IEEE; 1990. p. 182–190.
- [53] McClamroch NH. Steady aircraft flight and performance. Princeton University Press; 2011.
- [54] Rodriguez H, Siguerdidjane H, Ortega R. Experimental comparison of linear and nonlinear controllers for a magnetic suspension. In: Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications. Anchorage, Alaska (USA); 2000. p. 715–719.

Apéndice A

Publicaciones

A.1. Publicaciones en revistas

- José J Corona-Sánchez and Óscar Roberto Guzmán Caso and H Rodríguez-Cortés. A coordinated turn controller for a fixed-wing aircraft. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2018, SAGE.

A.2. Publicaciones en congreso

- José J. Corona-Sánchez y Hugo Rodríguez-Cortes. Control Total De La Energía Adaptable Para La Dinámica Lateral-Direccional De Un Aeronave De Ala Fija, Congreso Nacional de Control Automático (AMCA), conferencia nacional, septiembre 2016.
- José J. Corona-Sánchez and Hugo Rodríguez-Cortes. Lateral-directional control for a fixed wing vehicle based on the total energy control system approach, Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2015 International Conference on, June 2015.