

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
SECCIÓN DE MECATRÓNICA

Evasión de Colisiones para Sistemas Multi-Agente de Segundo Orden

Tesis que presenta:

Jessica Meza Herrera

Para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias

En la especialidad de:

Ingeniería Eléctrica

Director de la Tesis:

Dr. Eduardo Aranda Bricaire

*Dedicado a
mi familia.*

Agradecimientos

A mi familia y amigos: *Por su apoyo en todo momento. Por creer en mí. Por el soporte emocional, físico y económico que me han brindado siempre.*

Al Dr. Eduardo Aranda Bricaire: *Por su paciencia y sus conocimientos que me brindó para poder concluir este trabajo de tesis. Por su confianza para dejarme trabajar con él. Por su comprensión y apoyo que me brindó en momentos difíciles de mi vida personal.*

A los miembros del jurado: *Por el tiempo que se han tomado para evaluar este trabajo y realizar valiosas aportaciones*

A los doctores de la sección de Mecatrónica: *Por compartir sus conocimientos para poder sustentar esta tesis. Por la paciencia que tuvieron y sus valiosos consejos.*

A mis compañeros y amigos del CINVESTAV: *A mi compañero Marcos por compartir sus conocimientos pacientemente y sus valiosos consejos durante el último año de maestría. De igual manera gracias a mi compañero Jesús por darme sus consejos y enseñanzas para mi trabajo de tesis. A mis compañeros de generación especialmente a Julio, Erik, Fernando y Mario por tantos buenos momentos compartidos y por brindarme su apoyo moral siempre.*

Al CINVESTAV: *Por el apoyo económico para la terminación de este trabajo de tesis. Por albergar mis estudios y dejarme trabajar en sus instalaciones durante los dos años de maestría y por los diversos apoyos culturales y de crecimiento humano que ofrece.*

Al CONACYT: *Por su apoyo económico para realizar los estudios de maestría a través de la beca número 422349 con número de registro 589507.*

Resumen

En este trabajo se diseñan leyes de control de movimiento para sistemas multi-agente formados por agentes de segundo orden. Asimismo, se considera la evasión de colisiones contra obstáculos conocidos y entre los agentes del sistema. Las leyes de control se basan en el algoritmo fundamental de consenso para llegar a la formación deseada y campos vectoriales artificiales repulsivos para evitar colisiones. Los campos vectoriales estarán debidamente escalados por medio de un parámetro de diseño para repeler las fuerzas inerciales entre agentes.

Se hace uso de robots tipo unicycle como agentes del sistema. Se realiza una extensión dinámica al modelo cinemático de los unicycles para forzarlos a comportarse como agentes de segundo orden. Los resultados teóricos son validados mediante simulaciones numéricas y experimentos en tiempo real.

Palabras clave: Sistemas multi-agente, algoritmo fundamental de consenso, control de movimiento, evasión de colisiones, campos vectoriales artificiales.

Abstract

Motion coordination control laws for second-order multi-agent systems are designed in this work. Collision avoidance against known obstacles and between the agents of the system is considered as well. The control laws are based on the double-integrator consensus algorithm to achieve convergence to the desired formation. Subsequently repulsive artificial vector fields are added so as to avoid collisions. The repulsive vector fields will be properly scaled by a design parameter to repel the inertial forces between agents.

Unicycle robots are used as system agents. A dynamic extension is performed to the unicycles kinematic model to force them to behave as second order agents. The theoretical results are validated through numerical simulations and real-time experiments.

Keywords: Multi-agent systems, consensus algorithm, motion control, collision avoidance, artificial vector fields.

Contenido

Lista de figuras	XIII
1. Introducción	1
1.1. Sistemas Multi-Agente (MAS)	1
1.2. Trabajo Relacionado	2
1.3. Planteamiento del Problema	3
1.4. Objetivos	4
1.5. Organización de este Trabajo	5
2. Preliminares	7
2.1. Teoría de Grafos	7
2.2. Algoritmo Fundamental de Consenso	9
2.2.1. Algoritmo de Consenso para Sistemas de Primer Orden	9
2.2.2. Algoritmo de Consenso para Sistemas de Segundo Orden	9
2.3. Estrategias de No Colisión	11
2.3.1. Campos Vectoriales Artificiales Repulsivos	11
3. Control de Movimiento para Sistemas Multi-Agente de Segundo Orden	13
3.1. Modelo Cinemático de un Robot Tipo Uniciclo	13
3.2. Control de Formación para Agentes de Primer Orden	14
3.3. Implementación de la Dinámica de Segundo Orden	15
3.4. Control de Formación para Agentes de Segundo Orden	16
3.5. Control de Marcha para Agentes de Segundo Orden	17
4. Problema de No Colisión	19
4.1. Campos Vectoriales Repulsivos	19
4.2. Escalamiento del Campo Vectorial Repulsivo	20
4.3. Conclusiones del Capítulo	27

5. Resultados Experimentales: Simulación Numérica	29
5.1. Formación	29
5.2. Marcha	38
6. Experimentos en Tiempo Real	45
6.1. Plataforma Experimental	45
6.2. Experimentos	46
6.2.1. Formación	46
6.2.2. Marcha	50
6.3. Conclusiones del Capítulo	55
7. Conclusiones y Trabajo a Futuro	59
Bibliografía	60

Lista de figuras

2.1. Campo Vectorial Repulsivo Tipo Foco Inestable.	12
3.1. Diagrama Cinemático de un robot unicycle	14
4.1. Zona de acción del campo repulsivo.	21
4.2. Función con cota superior.	23
5.1. Trayectoria recorrida por los agentes(velocidad constante).	30
5.2. Formación deseada.	31
5.3. Trayectoria recorrida por los agentes.	31
5.4. Distancias entre los agentes.	32
5.5. Simulación. Errores de posición. (ε con valor fijo)	32
5.6. Simulación. Control únicamente formación (ε con valor fijo=1.) . . .	33
5.7. Simulación. Control de formación. (Algoritmo Fundamental desactiva- do en D).	34
5.8. Respuesta del campo repulsivo a distintos valores del parámetro ε . .	35
5.9. Trayectoria recorrida por agentes sobre plano XY.	37
5.10. Distancias relativas entre agentes.	37
5.11. Simulación. Formación. Errores de posición con nuevo parámetro ε . .	38
5.12. Trayectoria recorrida por los agentes.	39
5.13. Distancias entre los agentes.	39
5.14. Simulación. Marcha 2 (Epsilon con valor variable)	42
5.15. Trayectoria recorrida por los agentes.	43
5.16. Distancias entre los agentes.	43
5.17. Simulación. Marcha. Lemniscata (ε con valor variable)	44
6.1. Plataforma Experimental.	46
6.2. Trayectoria recorrida por los agentes.	47
6.3. Distancia relativa entre agentes.	47
6.4. Tiempo Real. Formación (Epsilon con valor fijo)	48
6.5. Trayectoria recorrida por agentes sobre plano XY.	49
6.6. Distancias relativas entre agentes.	49
6.7. Tiempo Real. Formación (Epsilon con valor fijo)	50
6.8. Trayectoria recorrida por los agentes.	51

6.9. Distancias entre los agentes.	51
6.10. Tiempo Real. Formación (Epsilon con valor fijo)	52
6.11. Trayectoria recorrida por los agentes.	53
6.12. Distancias entre los agentes.	53
6.13. Tiempo Real. Formación (Epsilon con valor fijo)	54
6.14. Formación. Comparación entre trayectorias sobre el plano XY.	55
6.15. Marcha, punto fijo. Comparación de trayectorias sobre el plano XY.	56
6.16. Marcha. Lemniscata. Comparación de trayectorias sobre el plano XY.	57

Capítulo 1

Introducción

Este capítulo pretende dar una visión general sobre este trabajo de investigación. Se presenta un panorama general sobre investigaciones previas que han llevado a proponer este trabajo, las hipótesis sobre las que se comienza a trabajar y las aportaciones que se hacen sobre el área de control de sistemas multi-agente.

1.1. Sistemas Multi-Agente (MAS)

Un sistema formado por un grupo de agentes trabajando en conjunto para lograr una meta común, se denomina sistema multi-agente, MAS por sus siglas en inglés. Dentro del MAS cada agente puede no tener información sobre el sistema completo, la meta puede compartirse entre los agentes o alternativamente, la meta es conocida por una unidad central que controla lo que será enviado a cada agente [1].

En este trabajo se tomará el concepto de *agente* como un robot con cierto grado de autonomía, situado en determinado ambiente, el cual es capaz de tomar decisiones con el fin de cumplir su objetivo de diseño. La autonomía es un concepto difícil de definir con precisión, pero lo utilizaremos en el sentido en que el sistema es capaz de actuar sin la intervención de ninguna persona y debe tener control sobre sus acciones y estado interno [2]. Los agentes que habitan el mundo físico son generalmente robots, los cuales pueden tener sensores para ubicarse en el espacio y actuadores para moverse a través del mismo. Los agentes coexisten e interactúan de diversas maneras.

El completar una tarea implica diversos retos para el sistema Multi-agente y se deben resolver las preguntas de ¿Quién interactúa con quién? y ¿Cómo?. A partir de esto ha crecido el campo de investigación en sistemas multi-agentes en los últimos años. Muchas investigaciones se han originado del análisis de comportamiento e interacciones de multitudes biológicas (parvadas, cardúmenes, manadas, etc), las cuales interactúan en distintos niveles. La tecnología explora todas las posibilidades para resolver los problemas de una manera sencilla y funcional, es por esto que surge el interés en tratar de imitar sistemas biológicos para los cuales la naturaleza ya ha resuelto problemas complejos.

El modelo más simple de los sistemas multi-agente puede estar descrito por ecuaciones diferenciales de primer orden, en dónde sólo tomaremos en cuenta el efecto

de la velocidad sobre cada agente en el sistema y se despreciarán otros parámetros importantes que repercuten directamente sobre el comportamiento de los agentes. Es por esto que el modelado del sistema multi-agente puede considerar ecuaciones diferenciales de segundo orden, en dónde se pueden tomar en cuenta efectos inerciales, de fricción, masa, etc. Es más apegado al mundo real el manejar en el sistema con un mayor número de parámetros, sin embargo el análisis y control se vuelven más complejos y se consumen más recursos computacionales en el sistema.

En este trabajo se consideran como agentes robots tipo unicycle, los cuales tienen un modelo cinemático descrito por ecuaciones diferenciales de primer orden. Las velocidades requeridas para llegar a una posición deseada son enviadas a cada agente. Sin embargo dicho modelo cinemático no toma en cuenta los efectos inerciales. El efecto inercial sobre el agente en movimiento puede hacer que el agente sobrepase la posición deseada en repetidas ocasiones y tal vez tarde más tiempo en converger. En la literatura existen varios trabajos relacionados al control de sistemas multi-agente de primer orden ([3], [4],[5]). Como primera contribución de este trabajo se implementa una extensión dinámica que fuerza a los agentes, cuyo modelo cinemático inicial es de primer orden, a describir dinámicas de segundo orden y tomar en cuenta los efectos que la aceleración puede causar sobre el sistema.

1.2. Trabajo Relacionado

En los sistemas multi-agente la coordinación y colaboración de distintos agentes para cumplir una tarea específica, que por sí solos no podrían realizar, es esencial y se le ha dado diversas aplicaciones en los últimos años (localización, rescate, exploración de ambientes, seguridad, transporte de objetos, etc).

Los agentes de un sistema pueden ser idénticos, en cuyo caso hablamos de sistemas homogéneos, o bien, pueden ser de distinta naturaleza, en cuyo caso hablamos de sistemas heterogéneos.

La coordinación de movimiento para sistemas multi-agente es un campo de estudio muy activo en la actualidad [6],[7]. Los agentes son considerados como entidades autónomas que trabajan en conjunto para realizar tareas difíciles e incluso imposibles de realizar para un solo agente. Por ejemplo, imagine que un robot móvil debe empujar un objeto muy pesado para llevarlo a una posición deseada. Podría ser que la batería con la que cuenta se drene antes de completar la tarea o que la tracción que tiene no sea suficiente para mover el objeto. Tal vez esta tarea sería posible y más eficaz si ahora se tiene un conjunto de robots móviles trabajando cooperativamente. Entre todos necesitarían los mismos recursos que en el primer caso pero ahora esos recursos necesarios serían distribuidos. La tracción total que aporta el conjunto de robots sería suficiente para mover el objeto y llevarlo al objetivo en un tiempo finito.

Un interesante problema a resolver en un sistema multi-agente es la coordinación de movimiento del grupo de agentes. Como solución a éste problema se han diseñado protocolos y algoritmos. Por ejemplo el algoritmo fundamental de consenso [8], el

cual utiliza herramientas de la teoría de grafos para revisar la interacción y el intercambio de información dentro de la red de comunicación del sistema multi-agente. Generalmente el problema de consenso es considerado para sistemas gobernados por ecuaciones diferenciales de primer orden ([9], [3], [10]). Sin embargo recientemente ha ido creciendo la atención en sistemas descritos por ecuaciones diferenciales de orden superior. Sistemas mecánicos como vehículos no-holonomos requieren que se tome en cuenta un orden superior para considerar más parámetros en el control. Por ejemplo un aeroplano requiere mantener una velocidad lineal constante mínima para generar el suficiente empuje y mantenerse en el aire, al igual que un vehículo submarino para continuar avanzando a través del agua. Estos dos ejemplos requieren considerar los efectos inerciales ya que no pueden detener su movimiento instantáneamente. Es por esto que ahora se toma el algoritmo de consenso para sistemas con doble integrador o de orden superior [8] e incluso se han desarrollado condiciones para llegar al consenso de sistemas de segundo orden ([11],[12]) u orden mayor [13]. En multiples trabajos el algoritmo de consenso para sistemas descritos por doble integrador es usado, ya sea para coordinar el movimiento de vehículos autónomos[14], para analizar su comportamiento ante retardos [15], etc.

Otro problema que siempre está presente en el control de movimiento es la evasión de colisiones, el cual sigue siendo un foco de investigación activa. La evasión de colisiones permite que el sistema opere de manera segura bajo una amplia gama de condiciones. Existen diversas soluciones al problema de evasión de colisiones, por ejemplo, el control predictivo por modelo [16], técnicas basadas en sensores[17] o técnicas basadas en campos potenciales artificiales ([18], [19], [20], [3], [21] [22]). En este trabajo abordamos un punto de vista relacionado con la técnica de campos potenciales artificiales. Específicamente, emplearemos campos vectoriales repulsivos, los cuales no se obtienen como el gradiente de ninguna función escalar. Esto nos permite eliminar la existencia de puntos de equilibrio no deseados, lo cual ocurre frecuentemente al emplear campos potenciales tipo gradiente [23].

Algunos otros trabajos que tratan la evasión de colisiones han analizado las areas de peligro de colisión y propuesto radios para la detección previa de agentes en riesgo de colisión [24] [25]. Algunas investigaciones, además de proponer estas areas de peligro de colisión, han propuesto una reducción de velocidad al escalar el campo repulsivo cuando un agente se aproxima [26]. Otros trabajos se han enfocado en desarrollar técnicas específicas para vehículos no-holonomos, tomando en cuenta sus restricciones de velocidad y aceleración y monitoreando la proximidad entre agentes [27].

1.3. Planteamiento del Problema

El problema de evasión de colisiones es omnipresente en el control de movimiento de sistemas multi-agente. Las colisiones pueden presentarse ya sea contra obstáculos estáticos o dinámicos o bien contra otros agentes (en cuyo caso se habla de evasión recíproca de colisiones). En el caso de agentes modelados por ecuaciones diferenciales de primer orden, se han diseñado leyes de control basadas en campos vectoriales tipo

foco inestable que garantizan la evasión de colisiones, bajo la hipótesis de que la posición del obstáculo es medible [3][21]. También se han diseñado estrategias de evasión basadas en visión artificial con previo conocimiento del entorno físico en donde los agentes se moverán [28], o estrategias de imitación de comportamiento humano por medio de sensores o algoritmos predictivos basados en la ubicación del obstáculo y la velocidad relativa [29]. En el caso de agentes de segundo orden, la dificultad radica en que, aún habiendo detectado el obstáculo, la acción evasiva no puede tener lugar instantáneamente, debido a la inercia de los agentes. Por tanto se propone un trabajo en donde los agentes sean modelados bajo ecuaciones diferenciales de segundo orden tomando en cuenta los efectos inerciales para que la evasión de colisiones sea efectiva.

1.4. Objetivos

Como objetivo general se propone diseñar y probar experimentalmente el funcionamiento de una ley de control que permita a un MAS, modelado por ecuaciones diferenciales de segundo orden llegar a una formación deseada y seguir grupalmente una trayectoria evadiendo colisiones durante la coordinación de movimiento.

El objetivo anterior puede descomponerse en los siguientes objetivos específicos:

- Implementación de una dinámica de segundo orden a partir del modelo cinemático del robot tipo unicycle.
- Diseño de leyes de control de movimiento (formación y marcha) por medio del algoritmo fundamental de consenso para sistemas de segundo orden.
- Acotamiento las leyes de control de movimiento para evitar la saturación en los actuadores de los agentes.
- Diseño de una ley de control reactiva para resolver el problema de no colisión, basada en la adición de campos vectoriales repulsivos a la ley de control de movimiento.
- Escalamiento los campos vectoriales para contrarrestar efectivamente las fuerzas atractivas e inerciales del movimiento.
- Verificación del funcionamiento de la ley de control por medio de simulaciones en el software de MatLab y Simulink.
- Validación de los resultados de la simulación por medio de la plataforma experimental conformada por robots tipo unicycle y el sistema Optitrack.

1.5. Organización de este Trabajo

Este trabajo de Tesis está organizado de la siguiente manera:

- En el capítulo número dos se presentan conceptos básicos sobre topologías de sistemas multi-agentes y su análisis por medio de teoría de grafos. El formalismo de teoría de grafos permite expresar de manera abstracta las propiedades de una topología específica de comunicación.
- En el capítulo número tres se obtiene un modelo dinámico de segundo orden partiendo del modelo cinemático en función de ecuaciones diferenciales de primer orden. Se realiza una extensión dinámica con el fin de tomar en cuenta los efectos de aceleración. En este capítulo también se diseña la ley de control de movimiento para un sistema multi-agente conformado por agentes modelados bajo ecuaciones diferenciales de segundo orden. Dicha ley se modifica para acotarla mediante funciones tipo sigmoide.
- En el capítulo número cuatro se aborda el problema de evasión de colisiones contra objetos conocidos, estáticos o dinámicos. Esto se logra mediante la adición de campos vectoriales repulsivos debidamente escalados. Es fundamental hacer notar que dichos campos vectoriales no se obtienen como el gradiente de ninguna función escalar.
- El capítulo quinto muestra los resultados obtenidos mediante experimentos numéricos y experimentos en tiempo real. Los segundos se realizaron en una plataforma compuesta de 12 cámaras OptiTrack y 3 robots móviles tipo AmigoBot.
- Finalmente en el capítulo seis se presentan las conclusiones obtenidas y lo que se propone como trabajo a futuro.

Capítulo 2

Preliminares

En este capítulo se presentan las nociones fundamentales de la teoría de grafos. Los grafos permiten una representación matemática de la topología de comunicación entre los agentes. Posteriormente se presenta el algoritmo fundamental de consenso para sistemas de segundo orden. El algoritmo fundamental de consenso es una herramienta poderosa que permite asegurar la convergencia a una posición y velocidades relativas entre agentes. Desafortunadamente, el algoritmo fundamental no garantiza la convergencia a una posición estática. Este obstáculo será objeto de estudio en capítulos posteriores. Finalmente, se introduce la noción de campos vectoriales artificiales y se explica su importancia para la evasión de colisiones.

2.1. Teoría de Grafos

El intercambio de información de casi cualquier sistema físico puede ser representado mediante la teoría de grafos. Por ejemplo circuitos eléctricos, personas en un ambiente laboral, robots cooperativos, etc.

El primer problema de coordinar múltiples robots móviles es encontrar una representación que ejemplifique la complejidad del diseño asociada al control de formación. La teoría de grafos provee dicha representación abstracta.

Suponga que un grupo de agentes interactúa entre sí a través de una red de comunicación, de sensado, o una combinación de ambas. Es natural modelar la interacción entre estos agentes por medio de gráficas dirigidas o no dirigidas.

Suponga un grupo de N agentes móviles, $N = \{R_1, \dots, R_n\}$, que se desplazan en el plano con posiciones $z_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$ con $i = 1, \dots, n$. Una gráfica dirigida se define como $G_n = (\nu, \varepsilon)$ en donde $\nu = \{1, 2, \dots, n\}$ es un conjunto de nodos y $\varepsilon \subseteq \nu \times \nu$ es un conjunto de pares de nodos ordenados llamados aristas, que representan las comunicaciones posibles entre los agentes. La arista (i, j) en una gráfica directa denota que el agente j obtiene información del agente i pero no necesariamente viceversa. Si una arista $(i, j) \in \varepsilon$ entonces el nodo i es vecino del nodo j . El conjunto de vecinos del nodo i se denomina N_i . En contraste con una gráfica dirigida, los pares de nodos en una gráfica no dirigida no tienen orden, un arista (i, j) denota que los agente i y j pueden obtener información el uno del otro. Note que una gráfica no dirigida puede

verse como un caso especial de una gráfica dirigida donde una arista (i, j) en la gráfica no dirigida corresponde a una arista (i, j) y una arista (j, i) en la gráfica dirigida [30]. La gráfica de formación que no satisface la definición de dirigida o no dirigida se considera como gráfica mixta. Para definir la formación deseada de un sistema multi-agente se toma un conjunto de etiquetas $C = \{c_{ij}\}$ con la arista $(i, j) \in \varepsilon$ donde c_{ij} es un vector que especifica la posición relativa deseada entre los agentes j e i , es decir, $z_i - z_j = c_{ji} \in \mathfrak{R}^2 \forall i \neq j, j \in N_i$. Antes de continuar, supondremos que las gráficas de formación utilizadas en este trabajo satisfacen las siguientes propiedades [31]:

- La gráfica es conexa, es decir, no existen nodos o grupos de nodos aislados.
- No existe conflicto entre los vectores de posición relativa, i.e. si $c_{ij}, c_{ji} \in C$ con $i \neq j$, entonces $c_{ij} = -c_{ji}$.
- Formación cerrada, esto es, deben existir subcadenas que satisfagan

$$c_{ji} + c_{m_1j} + c_{m_2m_1} + \dots + c_{m_rj} = 0, \forall i \neq j, m_r \neq i, j.$$

Es decir, los vectores de posición forman polígonos cerrados.

- Distancias deseadas entre agentes que son realizables (mayores a la zona de influencia), es decir, $c_{ji} > d \forall c_{ij} \in C$. Esto significa que cuando los agentes están colocados en su posición deseada, entonces sus respectivas zonas de influencia (con peligro de colisión) no se traslapan.

El Laplaciano de una gráfica de formación G es la matriz

$$\mathcal{L}(G) = D - A_d$$

donde $D = [d_{ij}] \in \mathfrak{R}^{N \times N}$ es la matriz diagonal de grados dada por $d_{ij} = 0, i \neq j$ y $d_{ij} = \sum_{j=1}^N a_{ij}, i = 1, \dots, N$. La matriz $A_d = (a_{ij})$ es la matriz de adyacencia de $N \times N$ dada por

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } (j, i) \in \varepsilon \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.1)$$

El Laplaciano captura muchas propiedades topológicas de la gráfica. Para un grafo no dirigido, \mathcal{L} es simétrico y se llama matriz Laplaciana. Sin embargo, para un grafo dirigido, \mathcal{L} no es necesariamente simétrico y es llamado matriz Laplaciana no simétrica o matriz Laplaciana dirigida. Obsérvese que \mathcal{L} es diagonal tiene entradas en su diagonal no negativas. De acuerdo con el teorema del disco de Gershgorin, para un grafo no dirigido, todos los valores propios no iguales de \mathcal{L} son positivos (\mathcal{L} es semidefinido positivo simétrico), mientras que para un grafo dirigido todos los valores propios no iguales de \mathcal{L} tienen partes reales positivas. [30].

La posición deseada de un agente dada una gráfica de formación, puede definirse como

$$z_i^* = \frac{1}{g_i} \sum_{j \in N_i} (z_j + c_{ji}), i = 1, \dots, n$$

La posición deseada de un robot R_i puede interpretarse como el promedio de las posiciones relativas deseadas con respecto a los robots detectables para el mismo.

2.2. Algoritmo Fundamental de Consenso

La idea básica de un algoritmo de consenso es imponer dinámicas similares en la información de cada agente. Cuando un grupo de agentes convergen en términos de una variable de interés a un valor común, se dice que logran un consenso. Para lograr un consenso en sistemas multi-agente, todos los agentes deben de estar gobernados o manejar cierto parámetro de interés. De esta manera se definen reglas de interacción que especifiquen el intercambio de información entre cada agente y sus vecinos en la red. Estas reglas de comunicación entre agentes, generalmente, son representadas mediante un grafo dirigido, el cual indicará la topología de comunicación a seguir para el intercambio de información entre agentes vecinos.

2.2.1. Algoritmo de Consenso para Sistemas de Primer Orden

De acuerdo a Ren y Beard [8], en los algoritmos de consenso fundamentales un estado de información escalar se actualiza por cada vehículo utilizando. Considere los siguientes estados de información con dinámica un solo integrador:

$$\dot{\xi}_i = u_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

donde $\xi_i \in \mathfrak{R}^m$ es el estado de información y $u_i \in \mathfrak{R}^m$ es la entrada de control de información del i -ésimo vehículo. El algoritmo de consenso en tiempo continuo está dado por:

$$u_i = - \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) [\xi_i(t) - \xi_j(t)], \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.2)$$

donde $a_{ij}(t)$ es la entrada (i, j) de la matriz de adyacencia $A_n \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ asociada con la gráfica G_n en el tiempo t .

2.2.2. Algoritmo de Consenso para Sistemas de Segundo Orden

Los algoritmos de consenso para sistemas con dinámica de doble integrador tienen en cuenta la variable considerada de interés y su derivada en el tiempo. El caso del análisis para agentes de segundo orden nos permiten considerar dinámicas más realistas. Extendiendo los algoritmos para la dinámica de un solo integrador, se propone un algoritmo fundamental de consenso y posteriormente derivar respecto al tiempo las condiciones bajo las cuales se llega a un consenso sobre topologías de interacción dirigida o fija.

Las ecuaciones de movimiento de una amplia clase de vehículos móviles poseen un modelo dinámico de doble integrador. Por ejemplo, algunas dinámicas de vehículos pueden ser retroalimentadas linealmente como integradores dobles, por ejemplo, modelos dinámicos de robot móvil.

Considere los estados de información con dinámica de doble integrador dada por

$$\dot{\xi}_i = \zeta_i, \quad \dot{\zeta}_i = u_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.3)$$

donde $\xi_i \in R^m$ es el estado de información, $\zeta_i \in R^m$ es la derivada del estado de información, y $u_i \in R^m$ es la entrada de control de información asociada con el i -ésimo agente. Utilizamos grafos dirigidos $G_n^A = (\nu_n, \varepsilon_n^A)$, donde $\nu_n = \{1, \dots, n\}$ es el conjunto de nodos y $\varepsilon_n^A \subseteq \nu_n \times \nu_n$ es la arista establecida, $G_n^B = (\nu_n, \varepsilon_n^B)$ donde ν_n es el mismo conjunto de nodos que anteriormente se dijo y $\varepsilon_n^B \subseteq \nu_n \times \nu_n$ es el conjunto de aristas, para modelar las topologías de interacción para ξ_i y ζ_i , respectivamente, entre los n vehículos. Sea $A_n = [a_{ij}] \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ y $B_n = [b_{ij}] \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ la matriz de adyacencia asociada con G_n^A y G_n^B , respectivamente. También $\mathcal{L}_n^A = [\ell_{ij}] \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ (es decir, $\ell_{ij} = -a_{ij}$, $i \neq j$, $\ell_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}$) y $\mathcal{L}_n^B = [\ell_{ij}] \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ (es decir, $\ell_{ij} = -b_{ij}$, $i \neq j$, $\ell_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^n b_{ij}$) siendo la matriz Laplaciana no simétrica asociada con G_n^A y G_n^B , respectivamente. Cuando sólo hay una topología de comunicación asociada con los n agentes, simplemente usamos $G_n = (\nu_n, \varepsilon_n)$ para modelar la topología de interacción entre los n agentes. Análogamente, A_n y \mathcal{L}_n son, respectivamente, la matriz de adyacencia y la matriz Laplaciana no simétrica asociada con G_n . Proponemos un algoritmo de consenso para 2.3 como

$$u_i = - \sum_{j=1}^n K_r [(\xi_i - \xi_j) + K_v (\zeta_i - \zeta_j)], \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.4)$$

donde K_r y K_v son escalares positivos. Cuando ξ_i y ζ_i denotan, respectivamente, la posición y la velocidad del i -ésimo vehículo, 2.4 representa la aceleración de ese vehículo. Con 2.4, se logra o alcanza un consenso por el equipo de vehículos si, $\forall \xi_i(0)$ y $\zeta_i(0)$ y $\forall i, j = 1, \dots, n$, $\|\xi_i(t) - \xi_j(t)\| \rightarrow 0$ y $\|\zeta_i(t) - \zeta_j(t)\| \rightarrow 0$, cuando $t \rightarrow \infty$. Tomemos $x_i = [\xi_i^T, \dots, \zeta_i^T]^T$ y $\zeta = [\zeta_1^T, \dots, \zeta_n^T]^T$. Aplicando el algoritmo 2.4, 2.3 puede escribirse en forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} = (\Theta(t) \otimes I_m) \begin{bmatrix} \xi \\ \zeta \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

donde

$$\Theta = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_n \\ -\mathcal{L}_n(t) & -\gamma(t)\mathcal{L}_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

con $\mathcal{L}_n(t) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, como la matriz Laplaciana no simétrica asociada con G_n en el tiempo t .

Consenso con entradas acotadas

Obsérvese que 2.4 no tiene en cuenta explícitamente limitaciones en el sistema. Se propone un algoritmo de consenso para 2.4 con entradas de control acotado, usando la función tipo sigmoide tangente hiperbólica:

$$u_i = - \sum_{j=1}^n \{ \tanh[K_r(\xi_i - \xi_j)] + \tanh[K_v(\zeta_i - \zeta_j)] \}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.7)$$

donde $K_r \in \mathfrak{R}^m$ y $K_v \in \mathfrak{R}^m$ son constantes definidas positivas. Tenga en cuenta que con 2.7, u_i está acotada porque la función tipo sigmoide que se ha introducido,

$\tanh(\cdot)$, se encuentra acotada. En particular, se sigue que $\|u_i\|$, es independiente de las condiciones iniciales de la variable de interés a compartir y de las condiciones iniciales de su derivada en el tiempo.

2.3. Estrategias de No Colisión

Existen distintas técnicas para la evasión de colisiones. Una de estas técnicas es el control predictivo basado en modelos, en el cual se planifica una trayectoria de evasión de obstáculos, incluso si están sujetos a una mínima perturbación [32],[16], [33]. Este tipo de control se está aplicando cada vez más a problemas de navegación de vehículos. Es útil, ya que combina la planificación de rutas y por tanto, garantiza la convergencia. Este tipo de controlador es estable sin embargo, la falta de flexibilidad significa que el medio ambiente debería ser conocido en su totalidad por adelantado, lo que no es propicio para la prevención de colisiones en tiempo real o cuando existen perturbaciones mayores en el ambiente o sobre el agente que se mueve con una ruta previamente planeada.

Otras técnicas para evasión de colisiones son las basadas en sensores. Típicamente emplean solo conocimiento limitado sobre el medio ambiente, ejemplificado por datos obtenidos de sensores de rango, cámaras de vídeo o sensores de flujo óptico [34], [35], [36]. Estas técnicas generalmente usan la información sensorial para construir un modelo integral de la porción observada del entorno y de esta manera encontrar la mejor trayectoria. Por otro lado, los planificadores de ruta locales usan sensores a bordo para observar localmente la fracción más cercana de un entorno y planificar una trayectoria en una distancia corta. Otros ejemplos incluyen el enfoque de campos vectoriales artificiales repulsivos.

2.3.1. Campos Vectoriales Artificiales Repulsivos

Un enfoque clásico para la evasión de colisiones es construir un campo vectorial artificial alrededor de un obstáculo, de manera que el agente se vea forzado a repelerlo. Existen diversos métodos para planear la dirección y área en la que actuara el campo vectorial. Por ejemplo, la forma del campo vectorial se puede diseñar para que fluya alrededor de las concavidades de obstáculos; algunos de estos se denominan campos de vectorial armónico y proporcionan un mejor rendimiento con los mínimos locales. La alteración de la forma del campo vectorial conduce a una mejora en el rendimiento en lazo cerrado.

Esencialmente la estrategia de añadir campos vectoriales repulsivos consiste en que cada agente se encuentra sensando si existe un obstáculo con el que tenga riesgo de colisión, si es así se genera un campo vectorial repulsivo que evita la colisión.

Una función potencial repulsiva fue propuesta por Kathib [37] de la manera siguiente:

$$V_{ij} = \begin{cases} \eta \left(\frac{1}{\beta_{ij}} - \frac{1}{d^2} \right)^2, & \text{si } \beta_{ij} \leq d^2 \\ 0, & \text{si } \beta_{ij} > d^2 \end{cases} \quad (2.8)$$

donde

- $\eta > 0$.
- β_{ij} es el cuadrado de la distancia entre dos agentes.
- d es el diámetro de la zona de influencia de cada agente.
- V_{ij} es función de la distancia entre los agentes R_i y R_j , es decir $V_{ij} = V_{ij}(\beta_{ij})$
- V_{ij} es monótonamente creciente cuando $\beta_{ij} \leq d^2$ y $\beta_{ij} \rightarrow 0$.

Campo Vectoriales Repulsivos Tipo Foco

De acuerdo a [31] algunos temas de investigación referentes a vectoriales repulsivos se centran en diseñar funciones vectoriales repulsivas de fácil análisis para el sistema en lazo cerrado que proporcionen un mejor desempeño en las trayectorias de los agentes y de preferencia, que faciliten el cálculo de equilibrios no deseados. Siguiendo esta idea, Hernández-Martínez y Aranda-Bricaires [21] diseñan una acción repulsiva proveniente directamente de un Campo Vectorial Repulsivo (CVR) el cual se denota como Repulsivo tipo foco inestable(Figura 2.1).

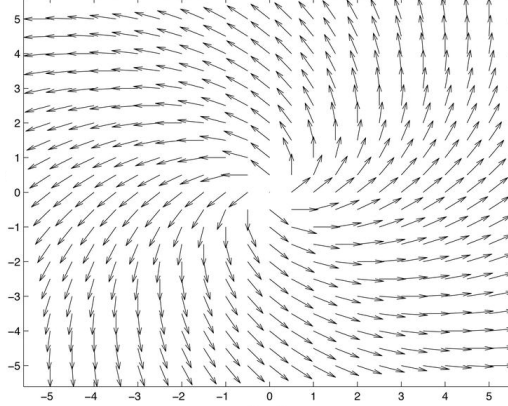


Figura 2.1: Campo Vectorial Repulsivo Tipo Foco Inestable.

El campo vectorial repulsivo tipo foco inestable está definido por la siguiente ecuación:

$$\psi_{ij} = \begin{cases} V_{ij} \begin{bmatrix} (x_i - x_j) - (y_i - y_j) \\ (x_i - x_j) + (y_i - y_j) \end{bmatrix}, & \text{si } \beta_{ij} \leq d^2 \\ 0, & \text{si } \beta_{ij} > d^2 \end{cases} \quad (2.9)$$

Donde $V_{ij}(\beta_{ij})$ es una función vectorial repulsiva. Observe que 2.9 es un foco inestable escalado por $V_{ij}(\beta_{ij})$ que gira en sentido antihorario centrado en la posición del otro agente el cual sólo aparece ante un peligro de colisión. Es interesante notar que este campo vectorial repulsivo no es obtenido como el gradiente de ninguna función escalar.

Capítulo 3

Control de Movimiento para Sistemas Multi-Agente de Segundo Orden

En este capítulo se obtiene el modelo cinemático del punto frontal de un robot tipo unicycle. Se presenta como antecedente el desarrollo de control de movimiento para agentes de primer orden. Posteriormente se le aplica una extensión dinámica al modelo cinemático para forzar a que el sistema se comporte como un sistema de segundo orden. Asimismo, se propone una ley de control de movimiento la cual será acotada por medio de funciones tipo sigmoide.

3.1. Modelo Cinemático de un Robot Tipo Unicycle

Considere un robot tipo unicycle moviéndose en un plano horizontal, como se muestra en la Fig.3.1. Su posición y orientación están dadas por el vector de estado $[x, y, \theta]^T$, donde x, y representan su posición sobre el plano XY y θ su orientación con respecto al eje X . De acuerdo al diagrama, el modelo cinemático está dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde v es la velocidad lineal del punto medio del eje de las ruedas del robot y w es la velocidad angular del robot. Suponga que se desea controlar la posición del robot en las coordenadas XY . Entonces, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \tilde{A}(\theta) \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Como se observa, la llamada matriz de desacoplamiento $\tilde{A}(\theta)$ es singular, $\det(\tilde{A}(\theta)) = 0$. Debido a lo anterior no es posible controlar independientemente las coordenadas (x, y) del punto medio del eje de las ruedas del robot. Se propone controlar la posición del punto frontal α del robot.

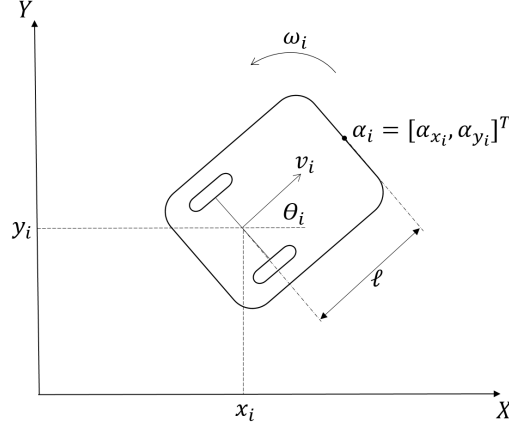


Figura 3.1: Diagrama Cinemático de un robot unicycle

El punto $\alpha = [\alpha_x, \alpha_y]^T$ se encuentra a una distancia ℓ perpendicular al centro del eje de las ruedas del robot Fig. 3.1. La posición en el plano XY del punto α está dada por las siguientes ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + \ell \cos \theta \\ y + \ell \sin \theta \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Derivando la posición del punto α con respecto al tiempo, se obtiene,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_x \\ \dot{\alpha}_y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{x} - \ell \dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{y} + \ell \dot{\theta} \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos \theta - \ell w \sin \theta \\ v \sin \theta + \ell w \cos \theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\ell \sin \theta \\ \sin \theta & \ell \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \\ &= A(\theta) \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.4)$$

La matriz de desacoplamiento, $A(\theta)$, con respecto a la salida $[\alpha_x, \alpha_y]^T$ es no singular, dado que $\det(A(\theta)) = \ell \neq 0$. Por lo anterior, es posible diseñar una Ley de Control que permita controlar independientemente las coordenadas α del punto frontal. El inconveniente de ésta elección de salida del sistema, es que el ángulo de orientación θ es inobservable desde la nueva salida del sistema.

3.2. Control de Formación para Agentes de Primer Orden

La tarea más elemental que debe desarrollar un sistema multi-agente conformado por robots móviles, es lograr una formación geométrica estática entre ellos. Para lograr esta tarea, empleamos leyes de control descentralizadas, en las cuales cada agente solo puede utilizar la información de un subconjunto de robots. Dicha topología se conoce como gráfica de comunicación y/o como gráfica de formación. En adelante,

utilizaremos ambos términos de manera indistinta. Retomando la notación vista en el anterior capítulo, se tiene que la posición deseada del punto frontal para cada robot R_i respecto a N_i en una formación dada, está definida como:

$$\alpha_i^* = \frac{1}{n_i} \sum_{j \in N_i} (\alpha_j + c_{ji}) \quad (3.5)$$

donde $c_{ij} = z_i - z_j = [h_{ji}, v_{ji}]^T$ es el vector de posición relativa deseada del robot R_i respecto al robot R_j y n_i es la cardinalidad del subconjunto N_i .

Tomando la ecuación (3.4), la cual se encuentra descrita en ecuaciones diferenciales de primer orden, podemos establecer las variables de control auxiliar $u = [u_x, u_y]^T$. A partir de estas variables se propone una estrategia de control de movimiento sobre el plano (X,Y) dado el punto frontal, α .

$$\begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = A^{-1}(\theta) \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Observe que bajo la ley de control (3.6) el sistema en lazo cerrado (3.4)-(3.6) obedece a la ecuación diferencial:

$$\dot{\alpha} = u$$

donde u es la ley de control de movimiento para el agente i en el MAS.

En el caso de agentes de primer orden, el algoritmo fundamental de consenso para cada agente está dado por:

$$u_i = -k_0(\alpha_i - \alpha_i^*) \quad (3.7)$$

3.3. Implementación de la Dinámica de Segundo Orden

El modelo cinemático descrito en (3.4) se expresa en ecuaciones diferenciales de primer orden, lo cual es una descripción simplificada del sistema real, pero que desprecia otros efectos generados por la masa que se encuentra en movimiento. De acuerdo a la segunda Ley de Newton, la aceleración de una partícula es proporcional a la fuerza que actúa sobre ella. Para imponer este fenómeno en agentes gobernados por ecuaciones cinemáticas, impondremos, artificialmente una dinámica de segundo orden. Específicamente, para considerar los efectos de aceleración que actúan sobre los agentes, se propone obtener una dinámica de segundo orden por medio de la siguiente extensión dinámica al modelo cinemático.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= v & \dot{\xi}_2 &= w \\ \dot{\xi}_1 &= \dot{v} = \tilde{u}_1 & \dot{\xi}_2 &= \dot{w} = \tilde{u}_2 \end{aligned}$$

entonces se obtiene,

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha}_x \\ \dot{\alpha}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\ell \sin \theta \\ \sin \theta & \ell \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

derivando (3.8) respecto al tiempo se obtiene

$$\begin{bmatrix} \ddot{\alpha}_x \\ \ddot{\alpha}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\xi_1 \xi_2 \sin \theta - \xi_2^2 \ell \cos \theta \\ \xi_1 \xi_2 \cos \theta - \xi_2^2 \ell \sin \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta & -\ell \sin \theta \\ \sin \theta & \ell \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\alpha}_i = B_i(\theta, \xi_1, \xi_2) + A(\theta)\tilde{u} \quad (3.9)$$

Observemos que la matriz de desacoplamiento $A(\theta)$ es la misma que habíamos obtenido en (3.4) y es no singular debido a que $\det(A(\theta)) = \ell \neq 0$. Ahora bien, también debemos observar que ahora las señales de control ya no son las velocidades, sino las aceleraciones del sistema. Es decir, hemos pasado de un modelo cinemático a un modelo dinámico. De hecho, como veremos más tarde, esta extensión no es física, sino que ocurre de manera virtual a través del dispositivo de control. Para este nuevo sistema de orden superior, consideremos la siguiente ley de control:

$$\tilde{u} = A(\theta)^{-1}[u - B(\theta, \xi_1, \xi_2)] \quad (3.10)$$

Al aplicar la ley de control (3.10) al sistema con extensión dinámica (3.9) se obtiene que en lazo cerrado,

$$\ddot{\alpha} = u \quad (3.11)$$

Por lo que la dinámica del punto frontal α finalmente se comporta como un sistema de segundo orden tipo doble integrador de dimensión dos.

3.4. Control de Formación para Agentes de Segundo Orden

La idea básica de un algoritmo de consenso de segundo orden es imponer dinámicas similares en los estados de información y las derivadas de cada agente. Si la red de comunicación entre robots permite la comunicación continua o si el ancho de banda de comunicación es suficientemente grande, entonces se modela la actualización del estado de la información y su derivada en cada robot de manera instantánea. Esta será nuestra hipótesis de trabajo en el resto de este manuscrito.

Para lograr el control de formación del MAS se propone utilizar el algoritmo fundamental de consenso para modelos dinámicos de doble integrador [8].

$$\gamma_i = -k_0(\alpha_i - \alpha_i^*) - k_1(\dot{\alpha}_i - \dot{\alpha}_i^*) \quad (3.12)$$

Retomando la posición deseada, α_i^* dada en la ecuación (3.5), y derivando respecto al tiempo, se tiene que la velocidad deseada para cada robot está dada por:

$$\dot{\alpha}_i^* = \frac{1}{n_i} \sum_{j \in N_i} \dot{\alpha}_j$$

Definiendo el error de posición como $e_{\alpha_i} = \alpha_i - \alpha_i^*$ y el error de velocidad como $\dot{e}_{\alpha_i} = \dot{\alpha}_i - \dot{\alpha}_i^*$. Se puede reescribir la ecuación (3.12) como:

$$\gamma_i = -k_0(e_{\alpha_i}) - k_1(\dot{e}_{\alpha_i}) \quad (3.13)$$

Debido a que los actuadores del robot tipo unicycle tienen limitaciones de alimentación, torque, etc, estos podrían saturarse. Por esto, es deseable tener un control acotado para su correcto funcionamiento y poder garantizar la estabilidad del sistema. Para garantizar que la ley de control (3.12) esté acotada se propone:

$$\gamma_i = -k_0 \tanh(e_{\alpha_i}) - k_1 \tanh(\dot{e}_{\alpha_i}) \quad (3.14)$$

Con lo cual se tiene que $\|\gamma_i\| \leq \sqrt{2}(k_0 + k_1)$.

3.5. Control de Marcha para Agentes de Segundo Orden

El objetivo principal de este trabajo radica en realizar que el sistema multi-agente se desplace sobre el plano horizontal XY conservando una formación deseada. Para resolver el problema de marcha del MAS, seleccionamos un agente líder, j , en la formación. El agente líder será el que siga la trayectoria deseada para desplazarse y consecuentemente la formación hará lo mismo. Definiendo $m(t)$ como la trayectoria que se desea seguir, se redefine el error de posición para el agente líder j como:

$$e_{\alpha_j} = \alpha_j - m(t)$$

Y su error de velocidad como:

$$\dot{e}_{\alpha_j} = \dot{\alpha}_j - \dot{m}(t)$$

Con lo cual al sustituirlos en la ley de control de formación para agentes de segundo orden con entradas acotadas (3.14), aseguramos que el agente líder siga la trayectoria deseada en lazo cerrado. Es decir:

$$\gamma_j = -k_0 \tanh(\alpha_j - m(t)) - k_1 \tanh(\dot{\alpha}_j - \dot{m}(t))$$

Para asegurar que los errores de formación converjan a cero la ley de control de movimiento para el agente líder estará definida por:

$$\ddot{\alpha}_j^* = u_j = \ddot{m}(t) + \gamma_j \quad (3.15)$$

Y para los agentes seguidores:

$$\ddot{\alpha}_i^* = u_i = \ddot{\alpha}_i^* + \gamma_i \quad (3.16)$$

Capítulo 4

Problema de No Colisión

Un requerimiento para la ley de control es garantizar la seguridad del sistema multi-agente manteniéndolo libre de colisiones. El caso de evasión de colisiones entre agentes modelados por ecuaciones diferenciales de segundo orden es complicado. La dificultad radica en que, aún habiendo detectado el obstáculo, la acción evasiva no puede tener lugar instantáneamente, debido a la inercia que poseen los agentes.

En este capítulo se aborda el problema de evasión de colisiones para agentes de segundo orden contra objetos conocidos, ya sean estáticos o dinámicos, en el sistema. Se propone la adición de campos vectoriales artificiales repulsivos a la ley de control de formación (3.12) y a la ley de control de marcha (3.16). Es importante notar que los campos vectoriales propuestos no se obtienen como el gradiente de ninguna función potencial escalar. La magnitud del campo vectorial repulsivo debe escalarse de una manera muy precisa. Si su valor fuese demasiado grande podría aplicar una fuerza que sacará al objeto muy rápido y saturar a los actuadores, o bien, su valor podría ser muy pequeño y no se evadiría la colisión.

4.1. Campos Vectoriales Repulsivos

Para resolver el problema de no colisión entre agentes se propone la adición de un campo vectorial repulsivo tipo foco inestable a la ley de control de formación de cada agente [21]. Se propone un campo vectorial dado por:

$$\beta_i = \varepsilon \sum_{j \in M_i}^n \delta_{ij} \begin{bmatrix} (\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j}) - (\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j}) \\ (\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j}) + (\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j}) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

donde $\varepsilon > 0$ es un parámetro de diseño que definiremos más tarde, $M_i = \{\alpha_j \mid \|\alpha_i - \alpha_j\| \leq D\}$ es el conjunto de agentes en peligro de colisión con el i -ésimo agente, D es la distancia de influencia a partir de la cual se activan los campos vectoriales repulsivos y las funciones δ_{ij} dependen de la distancia entre R_i y R_j de la siguiente manera:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } \|\alpha_i - \alpha_j\| \leq D \\ 0, & \text{si } \|\alpha_i - \alpha_j\| > D \end{cases} \quad (4.2)$$

Cada uno de ellos se aleja del otro describiendo una trayectoria de tipo espiral. Es importante notar que el campo vectorial repulsivo no se obtiene como el gradiente de ninguna función escalar.

Con la adición del campo vectorial repulsivo, la ley de control completa para formación está dada por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} u_i &= \gamma_i + \beta_i \\ &= -k_0 \tanh(e_{\alpha_i}) - k_1 \tanh(\dot{e}_{\alpha_i}) + \varepsilon \sum_{j \in M_i}^n \delta_{ij} \begin{bmatrix} (\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j}) - (\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j}) \\ (\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j}) + (\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Mientras que para resolver el problema de marcha tenemos la siguiente ley de control de movimiento

$$\begin{aligned} u_i &= \ddot{m}(t) + \gamma_i + \beta_i \\ &= \ddot{m}(t) - k_0 \tanh(e_{\alpha_i}) - k_1 \tanh(\dot{e}_{\alpha_i}) + \varepsilon \sum_{j \in M_i}^n \delta_{ij} \begin{bmatrix} (\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j}) - (\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j}) \\ (\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j}) + (\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.4)$$

4.2. Escalamiento del Campo Vectorial Repulsivo

Se desea que la distancia entre los agentes del sistema nunca sea menor a una distancia definida d . Sin embargo, debido a que los agentes poseen inercia es necesario que comiencen a frenar antes de alcanzar dicha distancia crítica d . Para lograrlo se propone que el campo vectorial repulsivo comience a actuar cuando los agentes alcancen cierta distancia $D > d > 0$ entre ellos.

Para escalar la acción del campo vectorial repulsivo dentro de la zona entre las distancias D y d se utiliza el parámetro ε . Dicho parámetro ε se diseñará a continuación, para tener un valor óptimo que no sature los actuadores, en caso de ser muy grande, y que a su vez evada la colisión sin que la distancia relativa entre agentes sea menor a la distancia crítica, D .

Suponga que dos agentes, $i, j = 1, \dots, n$, $i \neq j$, se mueven sobre el plano (X, Y) . La distancia relativa entre sus puntos frontales, $\|\alpha_i - \alpha_j\|$, comienza a decrecer, por lo que es necesario asegurarse de que no exista una colisión. Si la distancia relativa es menor o igual a una distancia de detección de colisión D , $\|\alpha_i - \alpha_j\| \leq D$, se propone que el algoritmo fundamental de consenso sea desactivado. Esto es, hacemos $\gamma = 0$, para reducir el tiempo en el puede suceder una colisión.

Al desactivar γ la única fuerza presente dentro la zona D será la del campo repulsivo, lo que hará que el agente salga de dicha zona D antes de que la distancia relativa entre agentes sea igual a la distancia crítica d , $\|\alpha_i - \alpha_j\| \geq d$.

En primera instancia, para obtener el valor del parámetro ε , se propone el análisis de las fuerzas que actúan sobre el agente tomando una sola dimensión, X , para posteriormente extrapolarlo a un análisis dimensional en 2D. La figura 4.1 muestra un plano $[p_{ij}, q_{ij}]$, coordenadas que representan la distancia relativa entre dos agentes, el agente i y el agente j . De esta manera al analizar las coordenadas $[p_{ij}, q_{ij}]$ podemos ver si la distancia crítica entre agentes se rebasa y la colisión se acerca. La Fig. 4.1 también muestra la fuerza que ejerce el campo repulsivo, β , desde su zona de acción $\|\alpha_i - \alpha_j\| \leq D$. En la figura 4.1 el origen corresponde a la colisión entre el i -ésimo y j -ésimo agentes. La velocidad $V_{0,j}$ es la velocidad que tiene el agente j respecto a i en el instante en que la distancia relativa entre ambos es igual a D . Se busca que con el análisis de fuerzas en una dimensión se obtenga un valor mínimo de β suficiente para que la distancia relativa entre el agente i y j no rebase la distancia crítica d .

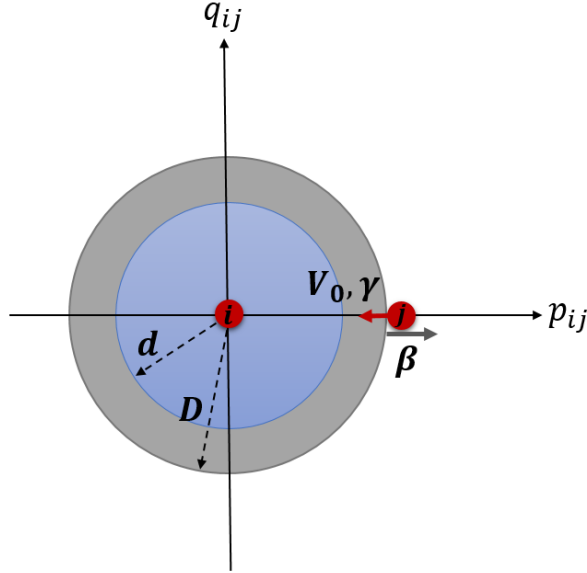


Figura 4.1: Zona de acción del campo repulsivo.

Proposición 4.1 *Considere dos agentes, con posiciones $(\alpha_i, \alpha_j) \in \mathbb{R}^2, i \neq j$. Sea la ley de control dada por la ecuación (4.3) con $k_0, k_1 > 0$ y*

$$\beta > \frac{2(d - D + V_0 t)}{t^2}.$$

Entonces $\forall t \geq 0, \|\alpha_i - \alpha_j\| \geq d$.

Demostración Primero se obtiene el valor dependiente de los parámetros en la figura para que la distancia relativa entre agentes no sea mayor d . Realizando la sumatoria de fuerzas por segunda ley de Newton, tenemos

$$m_j \ddot{x}(t) = \beta$$

dónde m_j es la masa que posee el agente j , la cual para simplificación de calculo se propondrá unitaria. Es decir,

$$\ddot{x}(t) = \beta$$

Integrando dos veces respecto al tiempo para obtener la posición del robot j que se aproxima sobre el eje X

$$\dot{x}(t) = \beta t + \dot{x}(0),$$

donde $\dot{x}(0) = V_{0_j}$, como se explico anteriormente.

$$x(t) = \frac{\beta}{2}t^2 - V_{0_j}t + x(0),$$

donde $x(0)$ es la distancia D Se busca que la posición x del agente j respecto a i nunca sea menor a la distancia crítica d , por tanto

$$d \leq \frac{\beta}{2}t^2 - V_{0_j}t + D.$$

Y ya que se busca el valor que debe tener el campo repulsivo dentro de la distancia D , despejamos para β

$$\beta \geq \frac{2(d - D + V_{0_j}t)}{t^2}. \quad (4.5)$$

■

Proposición 4.2 *La constante β en la ecuación (4.5) tiene una cota superior dada por*

$$\frac{V_{0_j}^2}{2(D - d)}.$$

Demostración La ecuación (4.5) se encuentra en función del tiempo. Sabemos que d y D son constantes. A continuación encontramos una cota superior para β .

La ecuación (4.5) se puede representar por la gráfica de la figura 4.2, con una cota superior.

Para obtener dicho valor máximo en la función tomamos la primer derivada de la posición e igualamos a cero.

$$\frac{\beta}{2}t^2 - V_{0_j}t + D = 0,$$

Despejando el tiempo, obtenemos el tiempo crítico en donde se alcanza el máximo de la función:

$$t_c = 2 \frac{D - d}{V_{0_j}}. \quad (4.6)$$

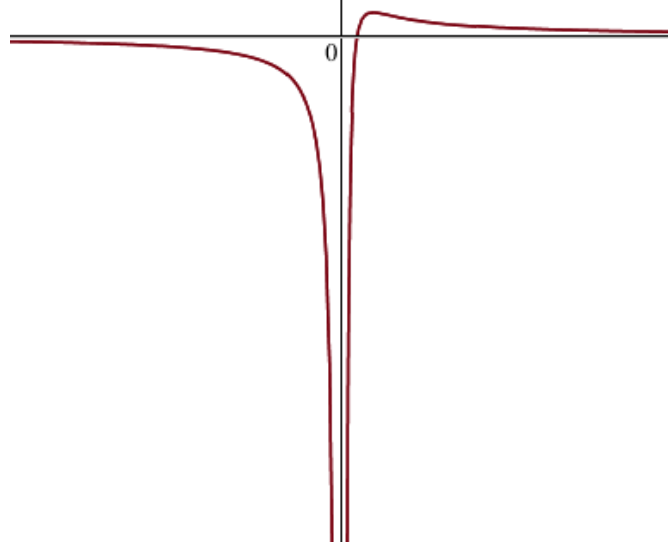


Figura 4.2: Función con cota superior.

Sustituyendo (4.6) en (4.5) obtenemos que el valor que debe tener el campo repulsivo, β , como mínimo deberá ser,

$$\beta \geq \frac{V_{0j}^2}{2(D-d)}, \quad (4.7)$$

Como explicamos anteriormente, cuando el i -ésimo y el j -ésimo agente se encuentran a una distancia D , desactivamos la ley de control de formación, por lo que V_0 es una constante y cualquier valor de β que satisfaga (4.7) garantiza que la distancia relativa entre los agentes i y j nunca será menor a d . ■

Una vez demostradas la *Proposición 4.1* y la *Proposición 4.2*, tenemos que la conjunción de ambas dan como resultado el *Teorema 4.1*, el cual enuncia que si se aplica una fuerza suficiente para repeler el agente que se aproxima con cierta velocidad, este no rebasará la distancia crítica d y evitará la colisión.

Teorema 4.1 *Considere dos agentes, i y j . Sea la ley de control dada por la ecuación (4.3) con $k_0, k_1 > 0$ y*

$$\beta > \frac{V_0^2}{2(D-d)},$$

donde V_0 es la velocidad del agente j al pasar por la zona de detección D del agente i . Entonces $\|\alpha_i - \alpha_j\| \geq d, \forall t \geq 0$.

Se tiene un valor para el campo repulsivo sin embargo, recordando la Ec. (4.1) se debe encontrar la manera de escalar el campo para que efectivamente tenga ese valor propuesto en el *Teorema 4.1*. Por tanto se propone un análisis en el plano de colisión $[p_{ij}, q_{ij}]$ tomando en cuenta las aceleraciones o variable de control en este plano. Con

esto, más adelante se hará un análisis que considere la ley de control de movimiento y por tanto el parámetro ε que se encuentra en la Ec. (4.1).

Proposición 4.3 *Considere dos agentes i, j , con distancias relativas entre los puntos frontales $[p_{ij}, q_{ij}]$. Dada una distancia de detección D , existe*

$$\varepsilon = \frac{1}{4d^2} (\beta + 4D \| (-k_0 \tanh(p_{ij} - h_{ji}) - k_1 \tanh r_{ij}), (-k_0 \tanh(q_{ij} - v_{ji}) - k_1 \tanh s_{ij}) \| - 2 \| r_{ij}^2 + s_{ij}^2 \|^2)$$

para la Ec. (4.1) tal que

$$\beta > \frac{V_0^2}{2(D - d)}.$$

Entonces $\|p_{ij}, q_{ij}\| > d, \forall t \geq 0$

Demostración Para llevar a cabo el análisis en el plano de colisión del sistema sujeto a la ley de control (4.3), haremos el respectivo cambio de la ecuación (4.3) a coordenadas $[p_{ij}, q_{ij}]$ como se muestra a continuación.

Como ya se ha mencionado, definimos las coordenadas $[p_{ij}, q_{ij}]$ como la distancia relativa entre los puntos frontales de los agentes i y j

$$\begin{bmatrix} p_{ij} \\ q_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{x_i} - \alpha_{x_j} \\ \alpha_{y_i} - \alpha_{y_j} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

derivando (4.8) una vez respecto al tiempo

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{ij} \\ \dot{q}_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_{x_i} - \dot{\alpha}_{x_j} \\ \dot{\alpha}_{y_i} - \dot{\alpha}_{y_j} \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Definamos ahora (4.9) en función de nuevas variables de velocidad relativa $[r_{ij}, s_{ij}]$

$$\begin{bmatrix} r_{ij} = \dot{p}_{ij} \\ s_{ij} = \dot{q}_{ij} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

diferenciando 4.10 respecto al tiempo obtenemos un sistema de ecuaciones que involucra la aceleración del punto frontal de ambos agentes, $\ddot{\alpha}$, y retomando (3.11) tenemos la descripción del sistema en el plano de colisión en función de la variable de control u es la siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{r}_{ij} &= \ddot{\alpha}_{x_i} - \ddot{\alpha}_{x_j} = u_{x_i} - u_{x_j} \\ \dot{s}_{ij} &= \ddot{\alpha}_{y_i} - \ddot{\alpha}_{y_j} = u_{y_i} - u_{y_j}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Sustituyendo la ley de control (4.3) en (4.11) tenemos que

$$\begin{aligned} \dot{r}_{ij} = & -k_0 \tanh(\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j} - h_{ji}) - k_1 \tanh(\dot{\alpha}_{x_i} - \dot{\alpha}_{x_j}) \\ & + \varepsilon \delta_{ij} [(\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j}) - (\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j})] \\ & + k_0 \tanh(\alpha_{x_j} - \alpha_{x_i} - h_{ij}) + k_1 \tanh(\dot{\alpha}_{x_j} - \dot{\alpha}_{x_i}) \\ & - \varepsilon \delta_{ij} [(\alpha_{x_j} - \alpha_{x_i}) - (\alpha_{y_j} - \alpha_{y_i})] \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_{ij} = & -k_0 \tanh(\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j} - v_{ji}) - k_1 \tanh(\dot{\alpha}_{y_i} - \dot{\alpha}_{y_j}) \\ & + \varepsilon \delta_{ij} [(\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j}) + (\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j})] \\ & + k_0 \tanh(\alpha_{y_j} - \alpha_{y_i} - v_{ij}) + k_1 \tanh(\dot{\alpha}_{y_j} - \dot{\alpha}_{y_i}) \\ & - \varepsilon \delta_{ij} [(\alpha_{x_j} - \alpha_{x_i}) + (\alpha_{y_j} - \alpha_{y_i})], \end{aligned} \quad (4.13)$$

tomando en cuenta que por condiciones de las gráficas de formación $c_{ji} = -c_{ij}$ y por propiedades de funciones simétricas $\tanh(x) = -\tanh(-x)$, se tiene que

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_{ij} \\ \dot{s}_{ij} \end{bmatrix} = -2k_0 \begin{bmatrix} \tanh(\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j} - h_{ji}) \\ \tanh(\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j} - v_{ji}) \end{bmatrix} - 2k_1 \begin{bmatrix} \tanh(\dot{\alpha}_{x_i} - \dot{\alpha}_{x_j}) \\ \tanh(\dot{\alpha}_{y_i} - \dot{\alpha}_{y_j}) \end{bmatrix} + 2\varepsilon \delta_{ij} \begin{bmatrix} (\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j}) - (\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j}) \\ (\alpha_{x_i} - \alpha_{x_j}) + (\alpha_{y_i} - \alpha_{y_j}) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Finalmente, sustituyendo las variables $p_{ij}, q_{ij}, r_{ij}, s_{ij}$, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_{ij} \\ \dot{s}_{ij} \end{bmatrix} = -2k_0 \begin{bmatrix} \tanh(p_{ij} - h_{ji}) \\ \tanh(q_{ij} - v_{ji}) \end{bmatrix} - 2k_1 \begin{bmatrix} \tanh(r_{ij}) \\ \tanh(s_{ij}) \end{bmatrix} + 2\varepsilon \delta_{ij} \begin{bmatrix} (p_{ij} - q_{ij}) \\ (p_{ij} + q_{ij}) \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

De esta manera tenemos las aceleraciones del punto frontal expresadas en coordenadas p_{ij}, q_{ij} . Este análisis ya incluye el parámetro de escalamiento ε y a su vez toma en cuenta el algoritmo fundamental de consenso.

Ahora, retomando las coordenadas p_{ij}, q_{ij} , proponemos una superficie σ con radio D para detectar cuando la distancia relativa entre agentes sea igual a D . PPor tanto analizamos al sistema cuando la distancia relativa tiene un radio igual a D , es decir:

$$\sigma = p_{ij}^2 + q_{ij}^2 - D^2 = 0. \quad (4.16)$$

Derivando (4.16) 2 veces respecto al tiempo, para que que aparezcan nuestras variables de interés (con nuestro sistema en variables con doble integrador):

$$\dot{\sigma} = 2p_{ij}\dot{p}_{ij} + 2q_{ij}\dot{q}_{ij} = 2p_{ij}r_{ij} + 2q_{ij}s_{ij}, \quad (4.17)$$

$$\ddot{\sigma} = 2\dot{r}_{ij}^2 + 2\dot{s}_{ij}^2 + 2p_{ij}\dot{r}_{ij} + 2q_{ij}\dot{s}_{ij}. \quad (4.18)$$

Sustituyendo (4.15):

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma} = & 2r^2 + 2p[2(-k_0 \tanh(p_{ij} - h_{ji}) - k_1 \tanh r_{ij}) + 2\varepsilon \delta_{ij}(p_{ij} - q_{ij})] \\ & + 2s^2 + 2q[2(-k_0 \tanh(q_{ij} - v_{ji}) - k_1 \tanh s_{ij}) + 2\varepsilon \delta_{ij}(p_{ij} + q_{ij})], \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma} = & 4[p_{ij}(-k_0 \tanh(p_{ij} - h_{ji}) - k_1 \tanh r_{ij}) + q_{ij}(-k_0 \tanh(q_{ij} - v_{ji}) - k_1 \tanh s_{ij})] \\ & + 4\varepsilon\delta_{ij}(p_{ij}^2 + q_{ij}^2) + 2(r_{ij}^2 + s_{ij}^2). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Por propiedades de la norma, podemos proponer la siguiente desigualdad:

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma} \geq & -4\|p_{ij}, q_{ij}\| \cdot \|(-k_0 \tanh(p_{ij} - h_{ji}) - k_1 \tanh r_{ij}), (-k_0 \tanh(q_{ij} - v_{ji}) - k_1 \tanh s_{ij})\| \\ & + 4\varepsilon\delta_{ij}\|p_{ij} + q_{ij}\|^2 + 2\|r_{ij}^2 + s_{ij}^2\|^2 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Debido que $\ddot{\sigma} \geq \beta$ para asegurar que el agente que se aproxima no pase la distancia d , igualamos la expresión (4.21) con β de la Ec. (4.7):

$$\begin{aligned} -4\|p_{ij}, q_{ij}\| \cdot \|(-k_0 \tanh(p_{ij} - h_{ji}) - k_1 \tanh r_{ij}), (-k_0 \tanh(q_{ij} - v_{ji}) - k_1 \tanh s_{ij})\| \\ + 4\varepsilon\delta_{ij}\|p_{ij} + q_{ij}\|^2 + 2\|r_{ij}^2 + s_{ij}^2\|^2 = \beta, \end{aligned} \quad (4.22)$$

Recordemos que todo el desarrollo previo ha sido para obtener un valor preciso para ε que haga que el *Teorema 4.1* se cumpla. Por tanto, resolvemos para ε y dado que el valor que debe tener la norma de p_{ij}, q_{ij} es d para no rebasar la distancia crítica, tenemos:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{4d^2}(\beta + 4D\|(-k_0 \tanh(p_{ij} - h_{ji}) - k_1 \tanh r_{ij}), (-k_0 \tanh(q_{ij} - v_{ji}) - k_1 \tanh s_{ij})\| \\ & - 2\|r_{ij}^2 + s_{ij}^2\|^2) \end{aligned} \quad (4.23)$$

■

Esta última ecuación es la más importante en este trabajo ya que, da el valor que deberá tener nuestro parámetro de escalamiento para el campo vectorial repulsivo. Es importante notar que éste depende del valor de velocidad relativa entre los agentes i y j por tanto, será un parámetro variable. Esto es deseado ya que, si la velocidad con la que el agente pasa la zona de detección es alta, el parámetro de escalamiento será proporcional y deberá sacar al agente antes de rebasar la distancia crítica d .

La última demostración nos lleva a enunciar el siguiente Teorema.

Teorema 4.2 *Si ε satisface (4.23) y $\beta > \frac{V_0^2}{2(D-d)}$, entonces $\|p_{ij}, q_{ij}\| > d, \forall t \geq 0$.*

4.3. Conclusiones del Capítulo

Este capítulo nos brinda el valor exacto con el que deberá ser escalada la función potencial repulsiva para asegurar que la colisión no se produzca. A su vez se demuestra y se proponen teoremas que aseguran lo dicho.

Se desarrolló el *Teorema 4.1*, el cual nos asegura si la fuerza β es mayor al propuesto, la distancia relativa entre agentes jamás será menor a distancia d . Es decir, este teorema es muy importante para este trabajo. Nos asegura que si se aplica una fuerza suficiente, *beta*, en sentido contrario al que avanza el agente que se aproxima, jamás habrá una colisión ya que, la distancia crítica no será infringida en ningún momento.

Por último, el *Teorema 4.3* nos dice que existe un parámetro ε que escalara adecuadamente el campo repulsivo para evadir la colisión antes de rebasar la distancia d en cualquier momento. El valor de este parámetro satisface el *Teorema 4.1*, es variable y proporcional a la velocidad relativa.

Capítulo 5

Resultados Experimentales: Simulación Numérica

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos de la implementación de las leyes de control de movimiento con evasión de colisiones. Se muestran las simulaciones numéricas realizadas.

La ley de control de movimiento (4.3) garantiza que el sistema multiagente llegará a la formación o trayectoria deseada. Se implementa el campo repulsivo para evitar colisiones en el sistema. Esta ley se verificará por medio de simulación numérica a través del software de Matlab y Simulink.

5.1. Formación

En la Fig. 5.1 se muestra la trayectoria recorrida por tres agentes en persecución cíclica. El algoritmo fundamental de consenso empleado en la ecuación (4.1) garantiza que los agentes convergen a la formación deseada. Sin embargo, todo el grupo de agentes puede continuar en movimiento a una velocidad constante, como se ilustra en la Fig. 5.1.

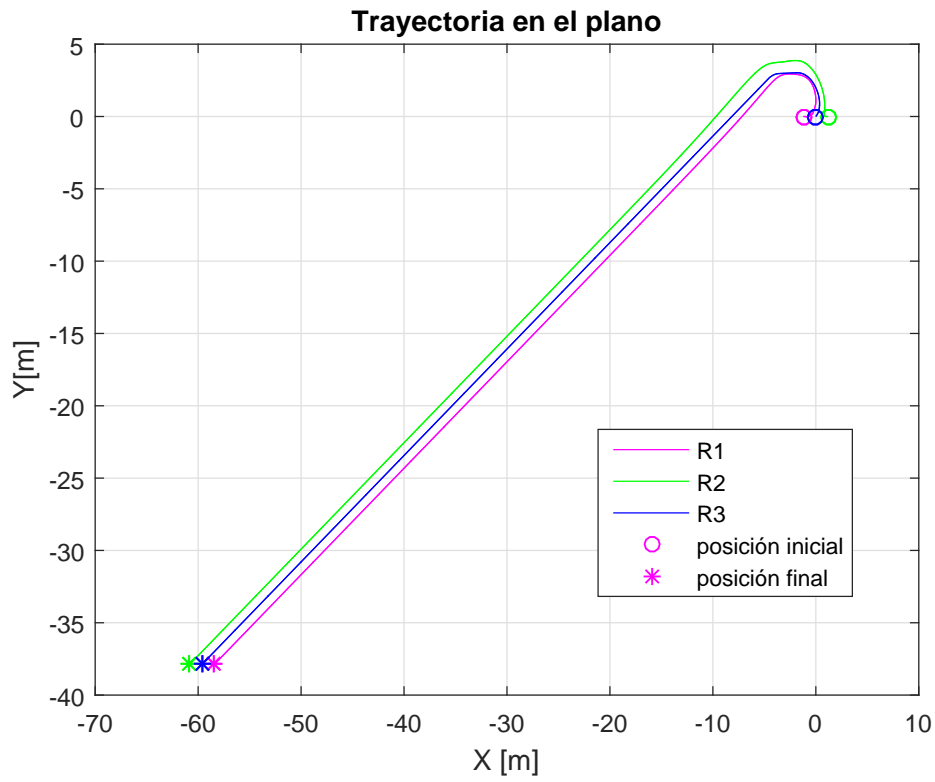


Figura 5.1: Trayectoria recorrida por los agentes(velocidad constante).

Debido a que se realizará la comprobación experimental de la simulación y existen limitaciones físicas y prácticas del espacio de trabajo, se propone una simulación que involucre dos agentes móviles y un agente fijo que servirá como un obstáculo conocido. De esta manera los agentes móviles se detendrán al converger a la formación deseada, sin continuar avanzando indefinidamente sobre el plano. En el resto de los experimentos se usará la gráfica de formación dada por la Fig. 5.2. En el siguiente

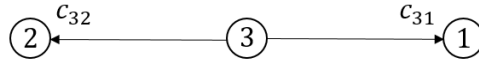


Figura 5.2: Formación deseada.

experimento la posición inicial de cada agente esta dada por

$$\begin{bmatrix} \alpha_{x_1} \\ \alpha_{y_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.17 \\ 0.02 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_{x_2} \\ \alpha_{y_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.16 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_{x_3} \\ \alpha_{y_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Con vectores de posición relativa

$$c_{32} = [-1.2, 0]^T$$

$$c_{31} = [1.2, 0]^T$$

y parámetros $k_0 = 3, k_1 = 4, d = 0.7, \varepsilon = 3$ y $D = 1$.

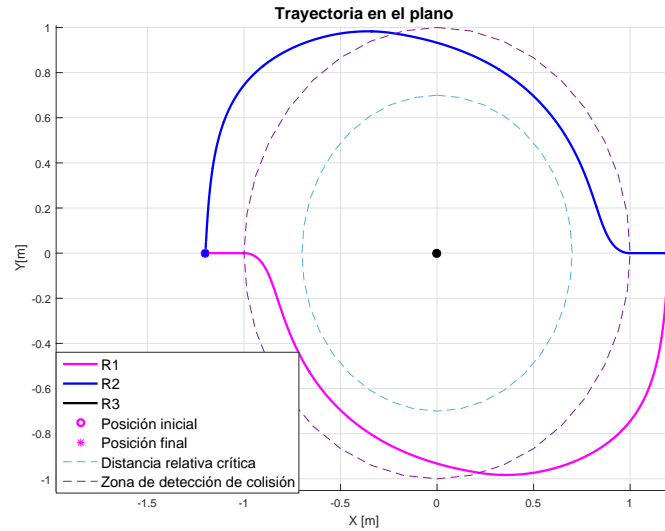


Figura 5.3: Trayectoria recorrida por los agentes.

La Fig. 5.3 muestra la trayectoria recorrida por los agentes, una vez que los agentes llegan a la formación deseada se quedan fijos respecto al agente inmóvil.

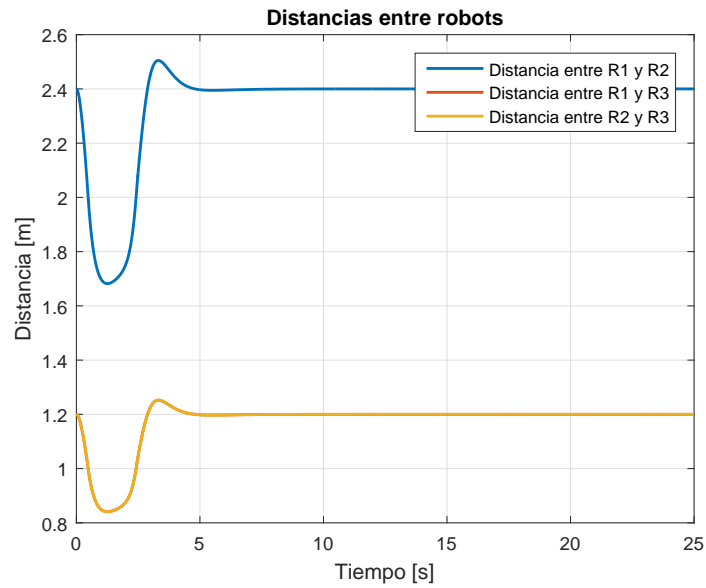
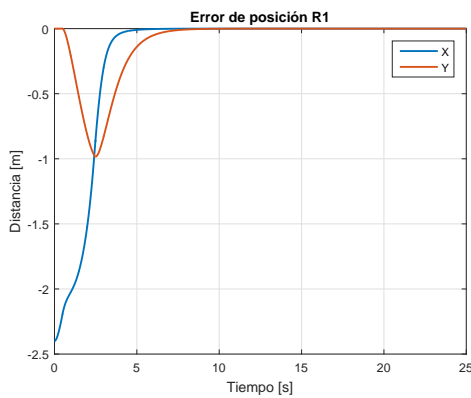
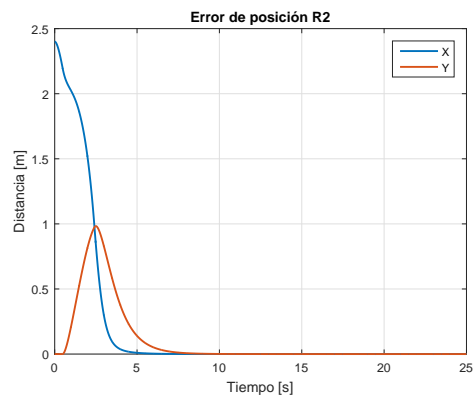


Figura 5.4: Distancias entre los agentes.



(a) Errores de posición del robot 1.



(b) Errores de posición del robot 2.

Figura 5.5: Simulación. Errores de posición. (ϵ con valor fijo)

La Fig. 5.5 muestra los errores de formación y la Fig. 5.4 muestra la distancia entre los agentes. Podemos observar que los errores convergen a cero y las distancias del robot 1 con respecto a 3 y del robot 2 con respecto a 3 se empalman por condiciones de formación simétrica.

Debido a que el campo repulsivo no se encuentra debidamente escalado, la evasión de la colisión no sucede de forma instantánea, sin embargo no rebasa la distancia crítica $d = 0.7$. Cabe mencionar que con $\varepsilon = 1$ la distancia crítica se sobrepasa. Este experimento no se presenta ya que por seguridad del equipo no se planea realizar en la plataforma experimental.

A continuación analizamos el comportamiento del sistema sin la acción del campo repulsivo. Si el campo se desactiva se esperaría por las condiciones iniciales que los robots colisionaran y siguieran el camino más corto a su posición deseada de formación. Este comportamiento se muestra en Fig. 5.6.

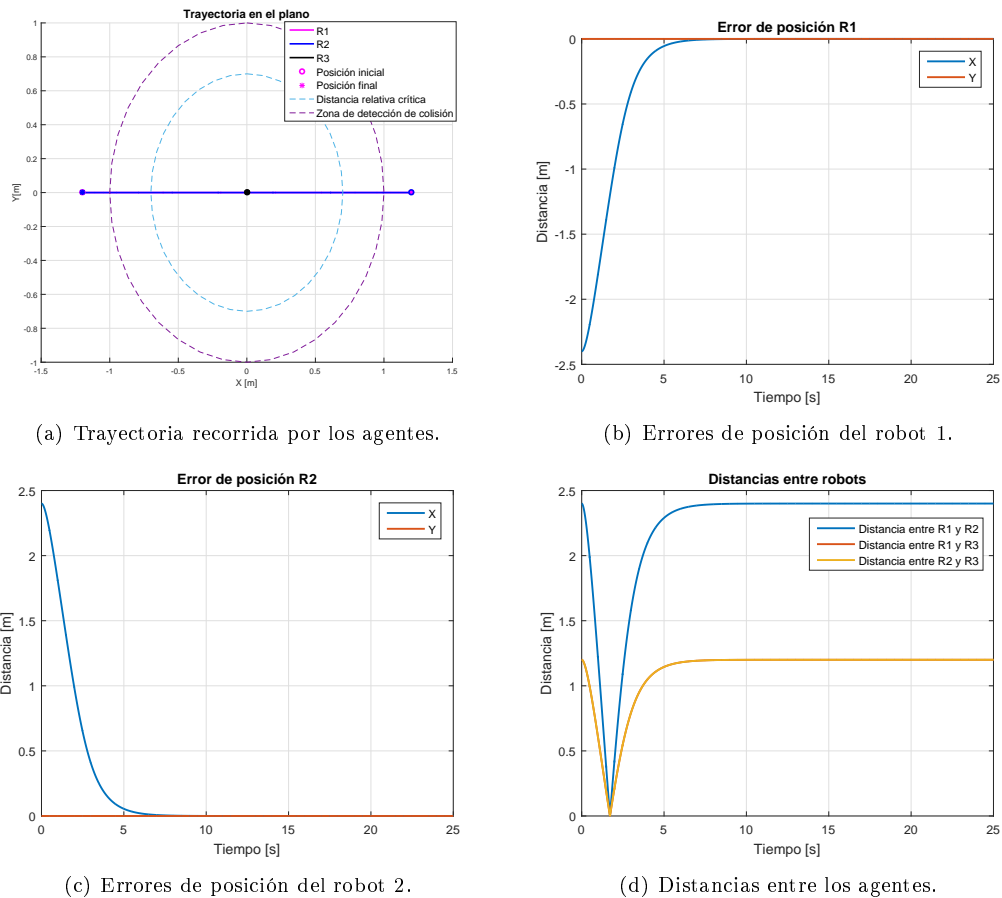


Figura 5.6: Simulación. Control únicamente formación (ε con valor fijo=1.)

En la Fig. 5.6(d) se puede ver como la distancia relativa entre los tres robots es cero

justo en el centro de la formación, los tres agentes colisionarían siendo su distancia relativa mínima cero.

En el capítulo cuatro al realizar el escalamiento del campo repulsivo se consideró que el algoritmo de control de movimiento sería desactivado para abandonar la zona de riesgo de colisión en un tiempo menor. Es decir que en el momento en el que la distancia relativa entre agentes sea igual o menor a la zona de detección el algoritmo fundamental de consenso deje de actuar y la única fuerza sobre el robot sea la del campo repulsivo. De esta manera la evasión de la colisión se podría dar en un menor tiempo. Por tanto las simulaciones siguientes serán con el algoritmo fundamental de consenso, γ_i , desactivado en la zona de detección de colisión dada por la distancia relativa entre agentes menor a D .

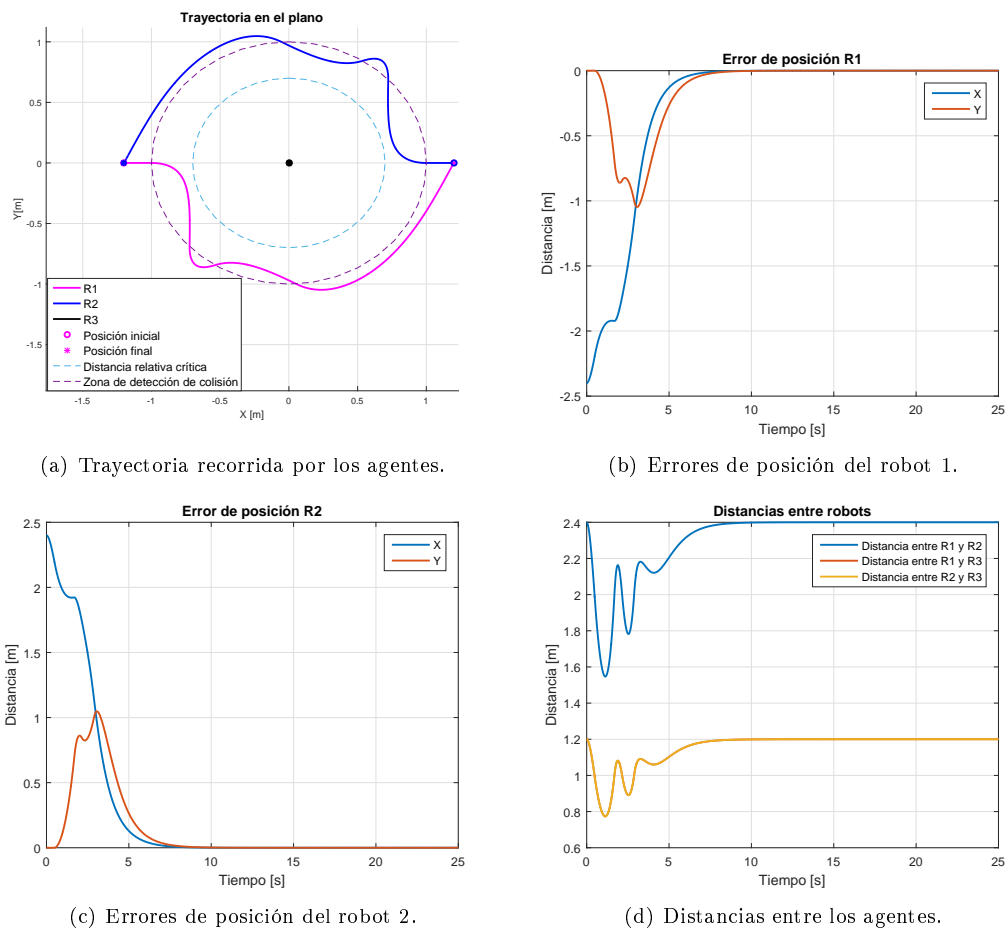
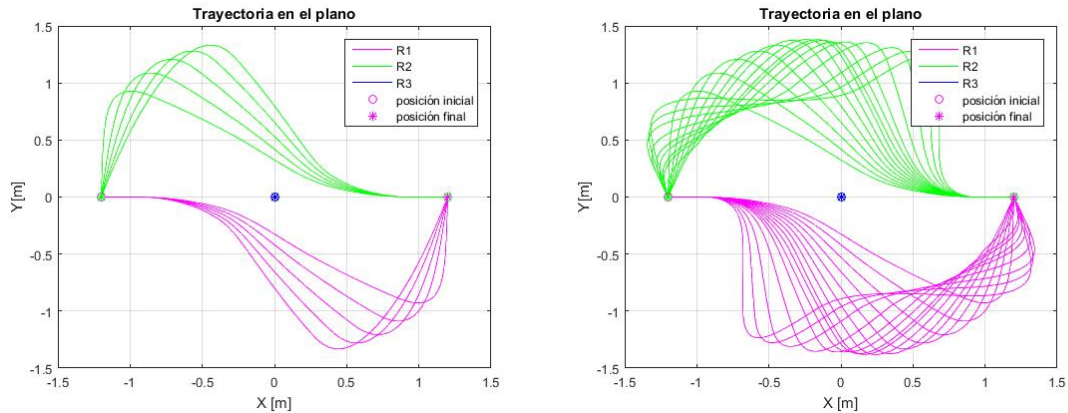


Figura 5.7: Simulación. Control de formación. (Algoritmo Fundamental desactivado en D).

En la Fig. 5.7(d) se puede observar que las distancias relativas entre agentes no rebasan la distancia crítica, $d = 0.7$.

En la Fig. 5.7(a) se puede notar que el campo repulsivo entra en acción una vez que ha pasado la distancia de detección, D . Dicho campo consigue sacar los agentes 1 y 2 antes de que sus distancias relativas respecto al agente 3 pasen la distancia crítica que representa el círculo en la figura. También se observa que una vez que los agentes salen de la zona $D = 1$ el algoritmo fundamental de consenso vuelve a activarse, por lo que los agentes vuelven a acercarse pero el campo repulsivo nuevamente repele la colisión antes de que se pase la distancia crítica d . Saliendo nuevamente de la zona D los agentes convergen a la formación deseada.

Para ilustrar el efecto que tiene el parámetro ε sobre el campo repulsivo y la trayectoria de los agentes, mostramos una gráfica comparativa entre las trayectorias en el plano al variar el parámetro dicho. La Fig. 5.8(a) muestra la trayectoria cuando el algoritmo fundamental de consenso está activado y la Fig. 5.8(b) cuándo se encuentra desactivado al entrar a la zona de detección.



(a) Algoritmo fundamental de consenso, γ_i , activado. (b) Algoritmo fundamental de consenso, γ_i desactivado.

Figura 5.8: Respuesta del campo repulsivo a distintos valores del parámetro ε

Cómo podemos notar, en la Fig. 5.8(a) el parámetro epsilon no está escalado lo suficiente para evitar que el agente penetre en la zona crítica. En la Fig. 5.8(b) los agentes, uno y dos, son repelidos con mayor o menor fuerza, dependiendo del valor de epsilon, y logran evitar la colisión sin entrar al área crítica d .

Mientras el valor de ε va aumentando, el campo vectorial repele de una manera más rápida al agente que se aproxima.

Al comparar las simulaciones, cuando el algoritmo fundamental de consenso se encuentra activado o desactivado en la zona de detección, se observa que el comportamiento tiene una mayor oscilación cuando está desactivado. Por lo que se ha decidido que el comportamiento deseado para este trabajo sería con menos oscilaciones presentes.

Por lo que se tomará el algoritmo fundamental de consenso siempre activado aunque la evasión sea más lenta.

Finalmente, comprobaremos la acción del campo repulsivo con el valor de ε variable propuesto en el capítulo número cuatro. El valor de epsilon que se tomará está dado por el *Teorema 4.3*. Es decir

$$\varepsilon = \frac{1}{4d^2} (\beta + 4D \| (-k_0 \tanh(p_{ij} - h_{ji}) - k_1 \tanh r_{ij}), (-k_0 \tanh(q_{ij} - v_{ji}) - k_1 \tanh s_{ij}) \| - 2 \| r_{ij}^2 + s_{ij}^2 \|^2)$$

Al analizar el movimiento de los agentes sobre el plano XY (Fig. 5.9), se nota que el campo repulsivo tiene una mejor acción. Los agentes comienzan a moverse y en cuanto entran a la zona de detección de colisión, D , el campo β repele a los agentes de manera casi inmediata, por tanto, los agentes nunca pasan la distancia crítica d . El cambio de dirección que se aprecia después de que los agentes son expulsados de la zona de detección, se debe a la desactivación del campo repulsivo y la acción del algoritmo fundamental de consenso que hace que los agentes vuelvan a entrar en la zona de detección y así sucesivamente hasta que los agentes convergen a la formación deseada.

Analizando la Fig. 5.10 se observa que las distancias relativas entre los agentes uno y tres y entre los agentes dos y tres son exactamente iguales, por lo tanto el comportamiento es simétrico como sería de esperarse. Ambos agentes, uno y dos, tienen implementada la misma ley de control y parten y llegan a posiciones simétricas respecto al agente número tres.

Por otro lado los errores de posición de los agentes en movimiento tienden a cero al llegar a la formación deseada (Fig. 5.11). Nuevamente, podemos observar la simetría de los errores de los agentes uno y dos.

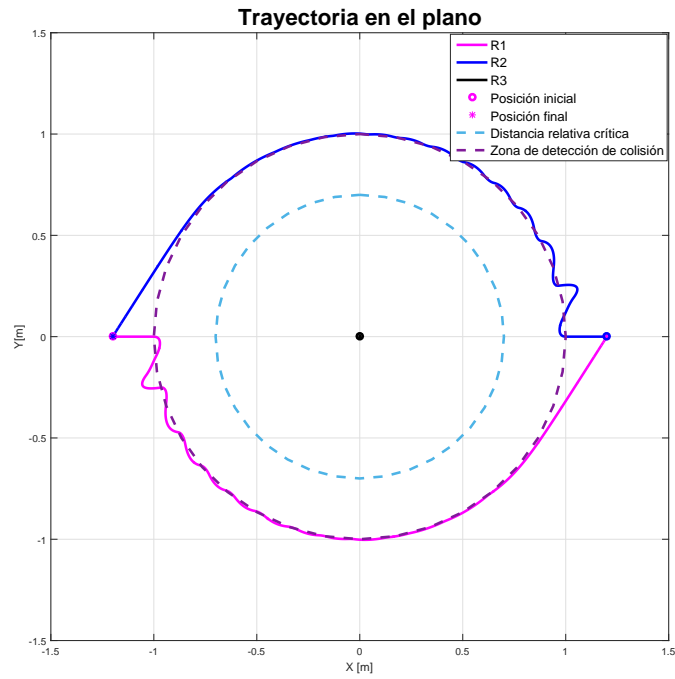


Figura 5.9: Trayectoria recorrida por agentes sobre plano XY.

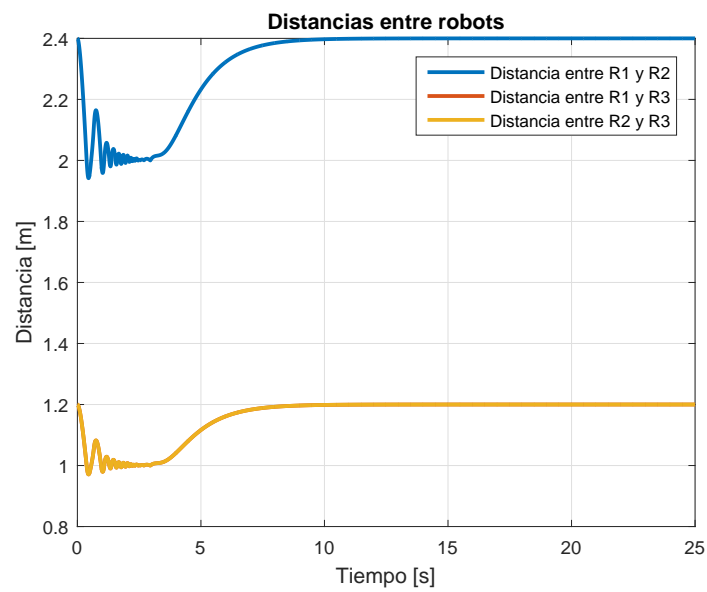


Figura 5.10: Distancias relativas entre agentes.

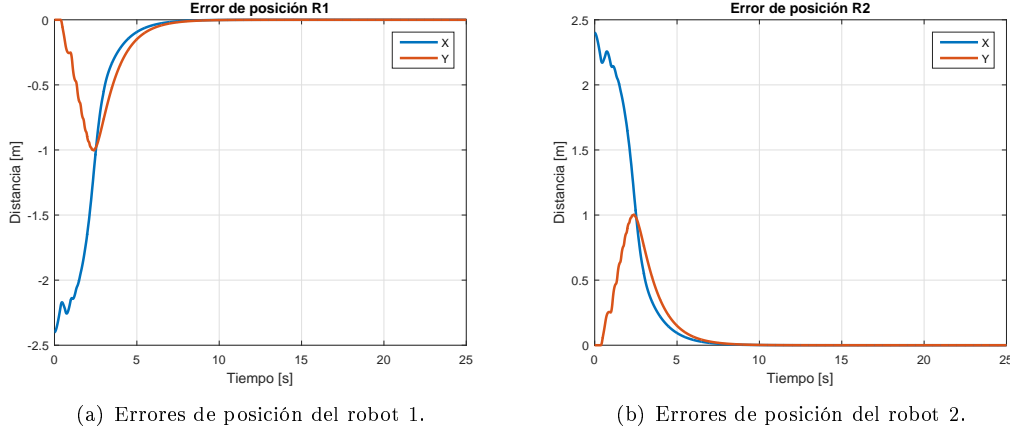


Figura 5.11: Simulación. Formación. Errores de posición con nuevo parámetro ε

5.2. Marcha

En esta sección se implementa la ley de control de movimiento dada por la Ec. (4.4), en donde se asigna al agente número tres como líder. Conservamos la gráfica de formación de la simulación anterior con el agente uno y dos como seguidores.

Para la primer simulación se propone una posición inicial dada por:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{x_1} \\ \alpha_{y_1} \\ \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.699 \\ 0.75 \\ 3\pi/2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_{x_2} \\ \alpha_{y_2} \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.699 \\ -0.75 \\ \pi/2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_{x_3} \\ \alpha_{y_3} \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6 \\ 0 \\ \pi \end{bmatrix}$$

Con vectores de posición relativa

$$c_{31} = [1.5 \sin(\frac{\pi}{3}), -1.5 \cos(\frac{\pi}{3})]^T$$

$$c_{32} = [1.5 \sin(\frac{\pi}{3}), 1.5 \cos(\frac{\pi}{3})]^T$$

Con una trayectoria deseada $m(t)$, que en este primer experimento es una constante, dada por:

$$m(t) = \begin{bmatrix} m_1(t) \\ m_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.699 \\ 0 \end{bmatrix}$$

y parámetros $k_0 = 0.72$, $k_1 = 1.8$, $d = 0.6$ y $D = 1.1$.

Es decir, se propone que los agentes comiencen en el cada vértice de un triángulo equilátero y estos inviertan su posición y a su vez el triángulo. Esto pretende probar que la evasión de colisiones es satisfactoria con movimiento en todos los agentes del sistema, frente a obstáculos dinámicos.

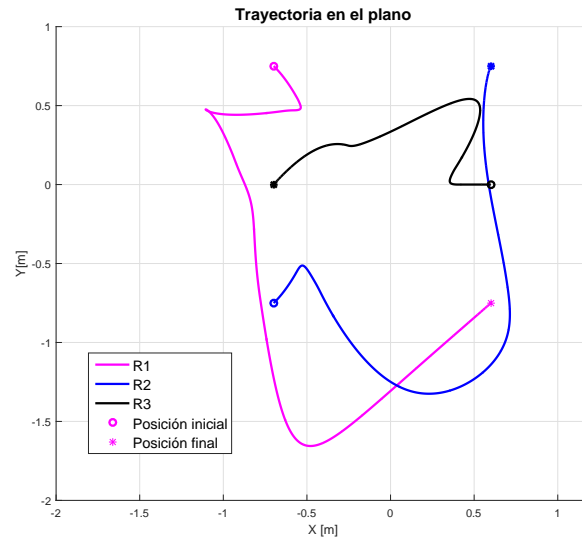


Figura 5.12: Trayectoria recorrida por los agentes.

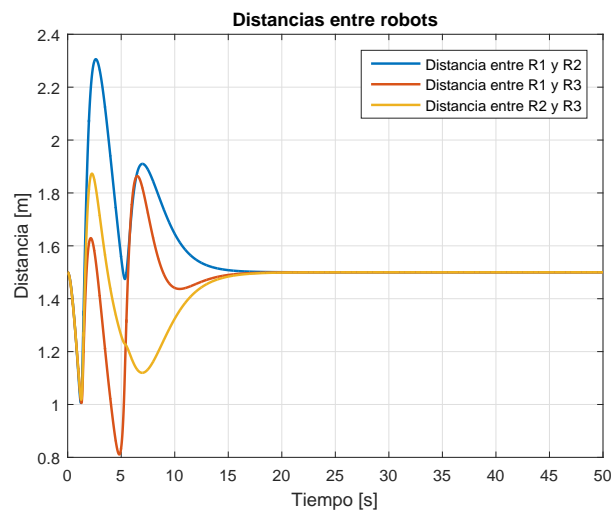
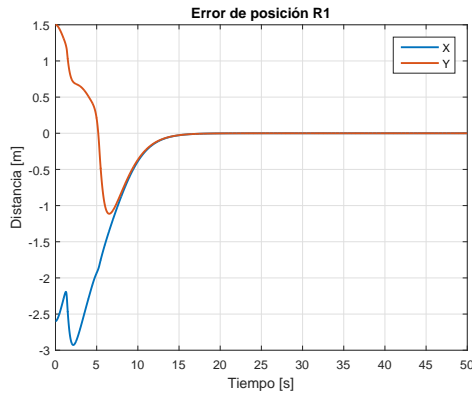
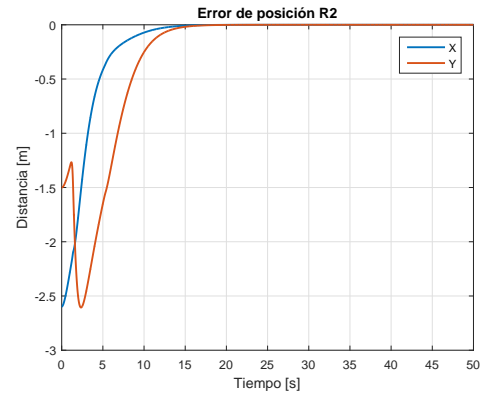


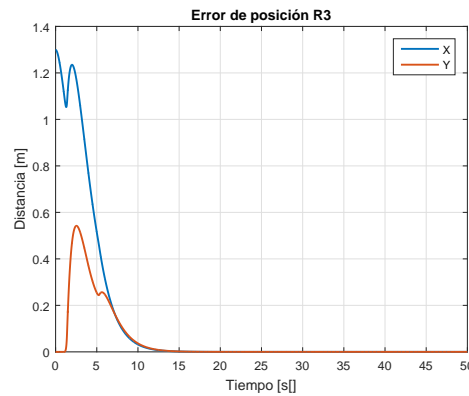
Figura 5.13: Distancias entre los agentes.



(a) Errores de posición del robot 1.



(b) Errores de posición del robot 2.



(c) Errores de posición del robot 3.

Figura 5.14: Simulación. Marcha 2 (Epsilon con valor variable)

La Fig. 5.12 muestra la trayectoria que los agentes siguen sobre el plano horizontal. El agente número tres llega a la posición deseada al igual que los seguidores, evadiendo satisfactoriamente la colisión.

Para verificar que los agentes no rebasan de la distancia crítica, $d = 0.6$, se muestra la Fig. 5.13. En dicha figura se observa que los agentes llegan a la posición deseada manteniendo distancias relativas mayores a $d = 0.6$.

Todos los errores de posición convergen a cero (Fig. 5.14).

Como última simulación se propone que el líder siga una trayectoria variante en el tiempo. Se propone que siga una lemniscata de Geronon.

Los agentes tienen posiciones iniciales:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{x_1} \\ \alpha_{y_1} \\ \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.699 \\ 0.75 \\ 3\pi/2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_{x_2} \\ \alpha_{y_2} \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.699 \\ -0.75 \\ \pi/2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_{x_3} \\ \alpha_{y_3} \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6 \\ 0 \\ \pi \end{bmatrix}$$

Vectores de posición relativa:

$$c_{31} = [1.5 \sin(\frac{\pi}{3}), -1.5 \cos(\frac{\pi}{3})]^T$$

$$c_{32} = [1.5 \sin(\frac{\pi}{3}), 1.5 \cos(\frac{\pi}{3})]^T$$

con trayectoria deseada

$$m(t) = \begin{bmatrix} m_1(t) \\ m_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(0.15t) \cos(0.15t) \\ -0.699 + \sin(0.15t) \end{bmatrix}$$

Manteniendo los parámetros de las dos simulaciones anteriores.

Los resultados de la trayectoria sobre el plano (Fig. 5.15), de esta simulación, muestran que el agente líder logra seguir la lemniscata con un ligero error en las curvas más cerradas de la trayectoria. Los agentes seguidores logran llegar a la formación deseada y de igual manera seguir la trayectoria deseada arrastrando el error del agente líder.

En la Fig. 5.16 se puede apreciar que la distancia relativa entre el agente uno y dos se estabiliza en un valor fijo, contrario a las distancias relativas del agente uno y dos respecto al agente tres, en las cuales su valor se encuentra oscilando.

Los errores de posición no llegan a cero, se encuentran oscilando alrededor este valor con un error máximo de siete centímetros en el agente líder y de 2 centímetros en los seguidores (Fig. 5.17).

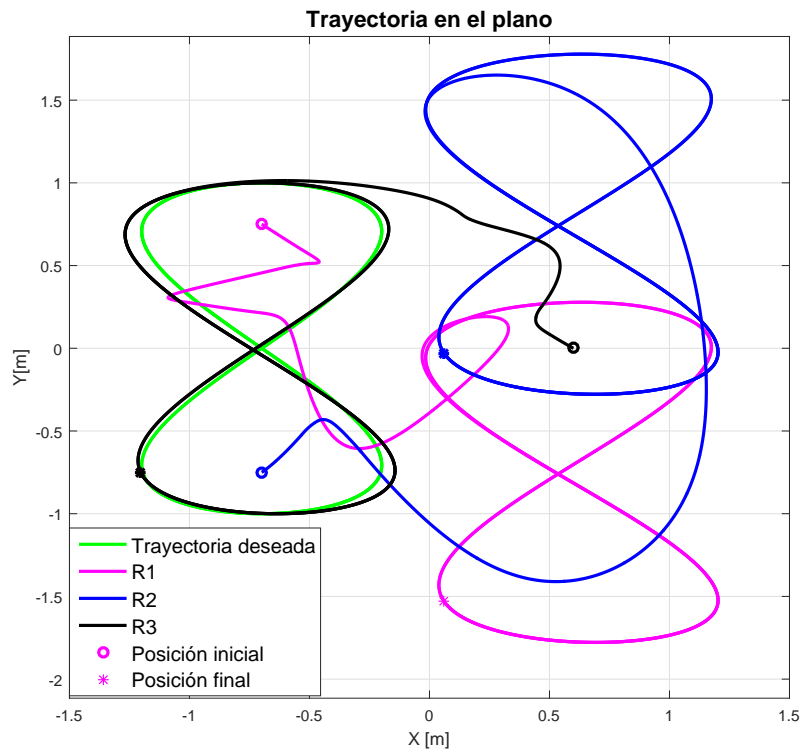


Figura 5.15: Trayectoria recorrida por los agentes.

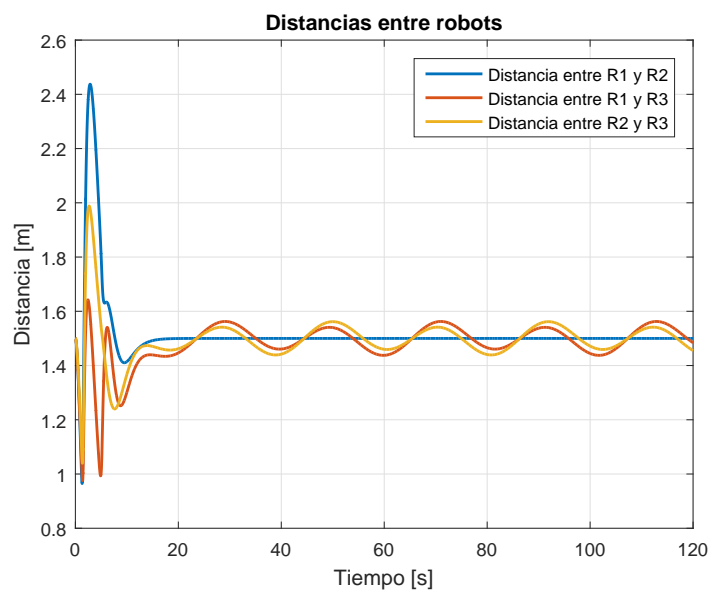
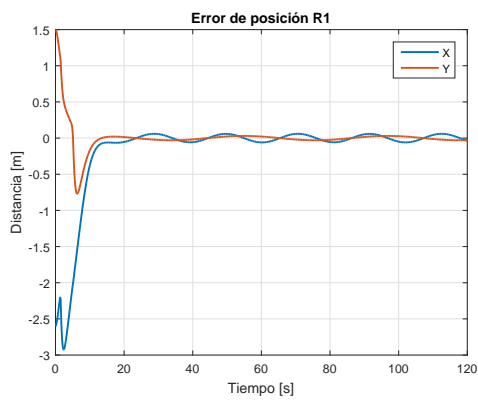
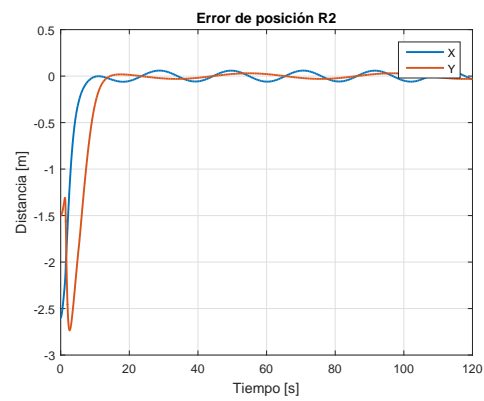


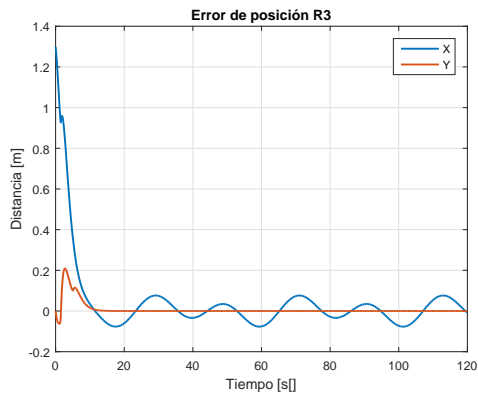
Figura 5.16: Distancias entre los agentes.



(a) Errores de posición del robot 1.



(b) Errores de posición del robot 2.



(c) Errores de posición del robot 3.

Figura 5.17: Simulación. Marcha. Lemniscata (ε con valor variable)

Capítulo 6

Experimentos en Tiempo Real

En este capítulo se muestran los experimentos en tiempo real realizados. La implementación física de las leyes de control de movimiento se hará sobre una plataforma experimental. Al final del capítulo los resultados serán comparados con los obtenidos en la simulación numérica.

6.1. Plataforma Experimental

Los experimentos en tiempo real se llevaron a cabo en la plataforma experimental mostrada en la Fig. 6.1. Dicha plataforma experimental está conformada por:

- Tres robots diferenciales modelo Amigobot de la empresa MobileRobots Inc. Los robots son controlados mediante el SDK proporcionado por el fabricante. Cada robot cuenta con encoders en cada rueda, 8 sensores ultrasónicos para medir distancia y una interfaz de comunicación inalámbrica por wifi.
- La posición de cada agente es obtenida utilizando el software Motive y el sistema de visión artificial Optitrack de la empresa Natural Point. El sistema de visión artificial utilizado está compuesto por 12 cámaras modelo Flex 13, con un volumen de visión de aproximadamente 4x4x3 metros.
- Una computadora para el procesamiento de las leyes de control, las cuales están programadas en lenguaje C++ con el software Visual Studio IDE. También se utiliza un módem Wifi conectada a la computadora para realizar la conexión por medio de una red tipo VRPN.

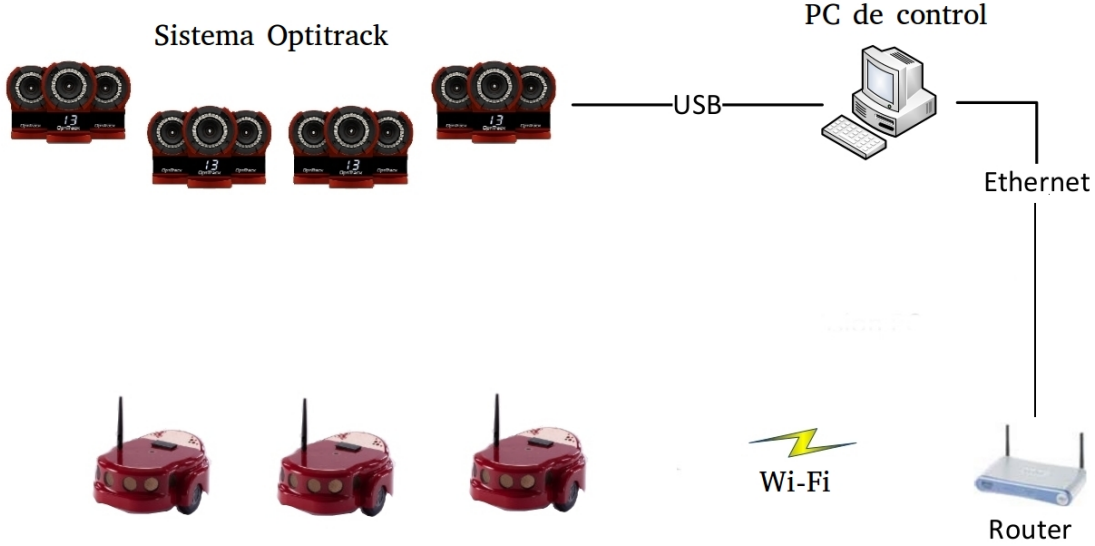


Figura 6.1: Plataforma Experimental.

6.2. Experimentos

6.2.1. Formación

El primer experimento realizado consiste en el control de formación de un sistema formado por dos agentes móviles y un agente estático que sirve como un obstáculo fijo conocido. De igual manera que en la gráfica de formación utilizada la sección de simulación numérica. La posición inicial de cada agente se encuentra dada por:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{x_1} \\ \alpha_{y_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.17 \\ 0.02 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_{x_2} \\ \alpha_{y_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.16 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_{x_3} \\ \alpha_{y_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

con vectores de posición relativa

$$\begin{aligned} c_{32} &= [-1.2, 0]^T \\ c_{31} &= [1.2, 0]^T \end{aligned}$$

y parámetros $k_0 = 3$, $k_1 = 4$, $d = 0.7$ y $D = 1$, $\varepsilon = 3$, al igual que en la simulación.

En la Fig. 6.2 se muestra la trayectoria recorrida por los agentes. Los agentes no rebasan la distancia relativa $d = 0.7$, en comparación con la simulación los agentes no y dos se acercan mucho más al agente tres. El campo repulsivo tarda más en detener y repeler a los agentes que entran en la zona de detección de colisión.

La Fig. 6.4 muestra los errores de posición tienden a cero, los agentes llegan a la formación deseada. Al igual que en el caso de simulaciones numéricas, debemos resaltar el comportamiento simétrico de los agentes uno y dos.

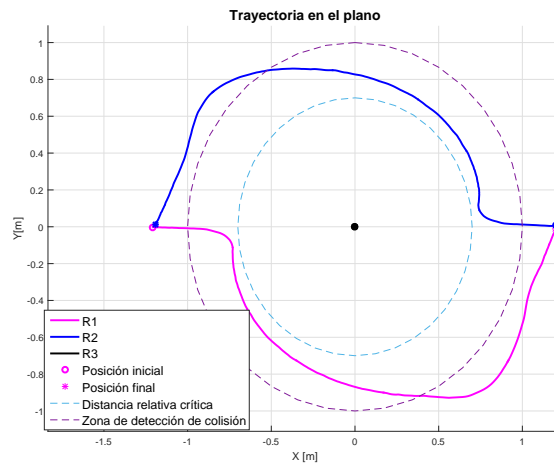


Figura 6.2: Trayectoria recorrida por los agentes.

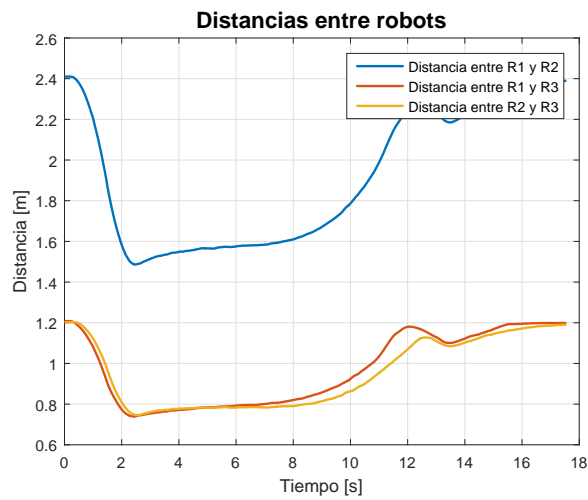


Figura 6.3: Distancia relativa entre agentes.

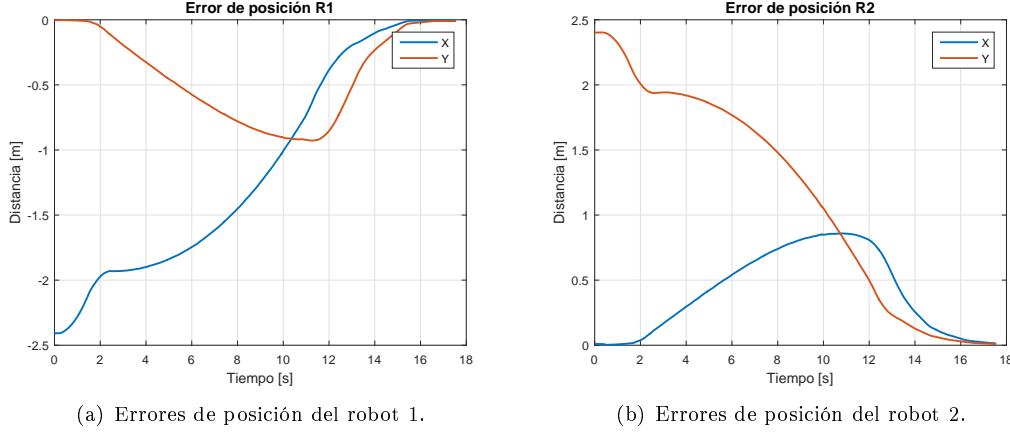


Figura 6.4: Tiempo Real. Formación (Epsilon con valor fijo)

En el siguiente experimento se utiliza el parámetro de escalamiento ε , calculado en la sección número cuatro. Las condiciones iniciales de los agentes son las siguientes:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{x_1} \\ \alpha_{y_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.2 \\ 0.02 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_{x_2} \\ \alpha_{y_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_{x_3} \\ \alpha_{y_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

con vectores de posición relativa

$$c_{32} = [-1.2, 0]^T$$

$$c_{31} = [1.2, 0]^T$$

y parámetros $k_0 = 3$, $k_1 = 4$, $d = 0.7$ y $D = 1$.

La trayectoria seguida por los agentes se muestra en la Fig. 6.5. Los agentes comienzan su movimiento en línea recta a la posición deseada, pero al entrar en la zona de detección de colisión, el campo repulsivo entra en acción y comienza a frenar al agente que se aproxima aceleradamente. La evasión es satisfactoria, los agentes uno y dos salen de la zona de detección antes de pasar la distancia crítica relativa.

La Fig. 6.6 muestra que el movimiento de los agentes uno y dos respecto al agente tres fue casi simétrico. Los agentes llegan a su posición deseada sin pasar la distancia crítica relativa, $d = 0.7$. Los errores de posición tienden a cero (Fig. 6.7).

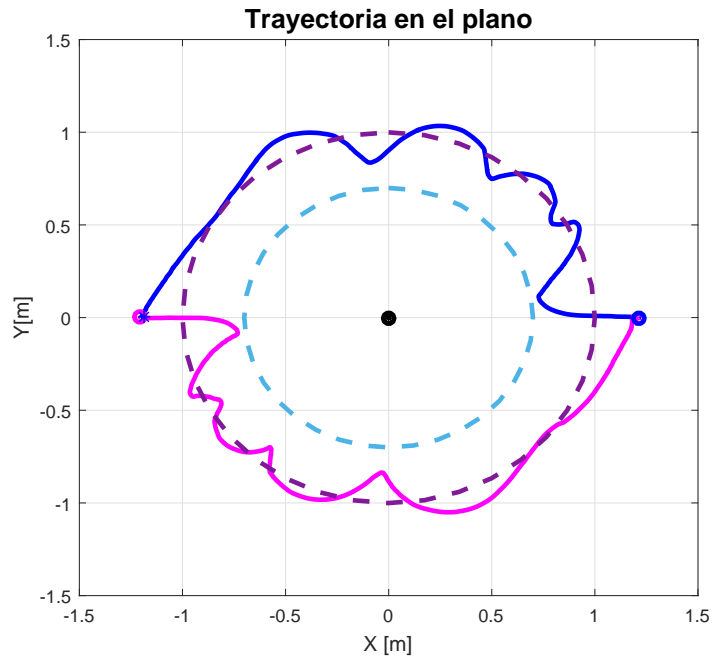


Figura 6.5: Trayectoria recorrida por agentes sobre plano XY.

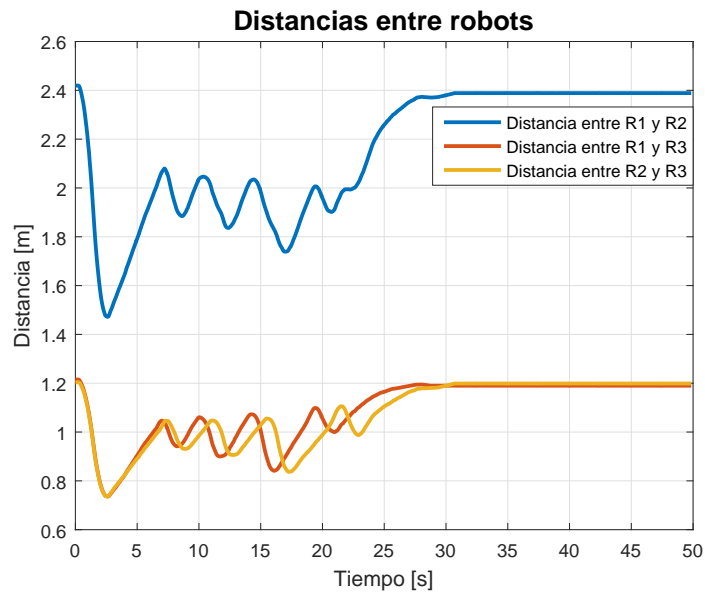
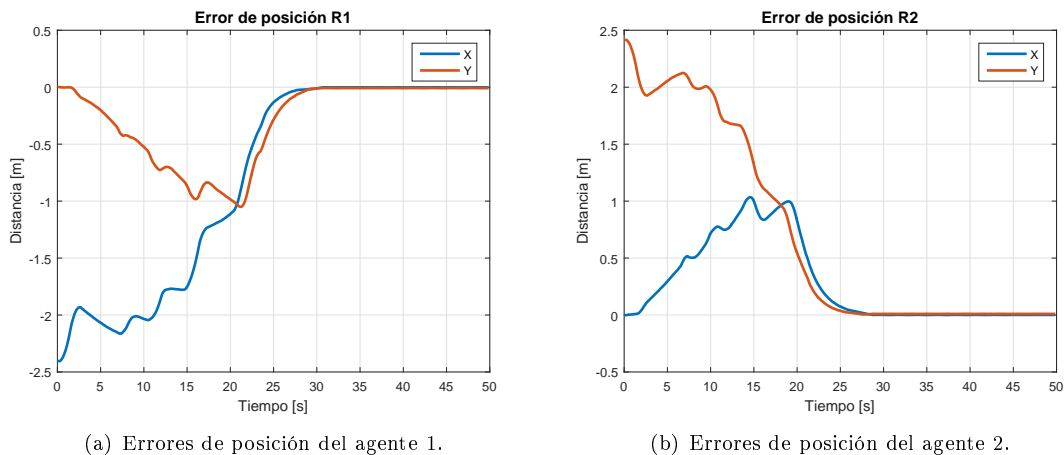


Figura 6.6: Distancias relativas entre agentes.



(a) Errores de posición del agente 1.

(b) Errores de posición del agente 2.

Figura 6.7: Tiempo Real. Formación (Epsilon con valor fijo)

6.2.2. Marcha

El primer experimento para implementar la ley de control de movimiento será el mismo propuesto en la primer simulación de marcha a un punto fijo.

Como resultado se obtiene que el movimiento de los agentes sobre el plano es satisfactorio, evitando colisiones y llegando a la formación deseada (Fig. 6.8). Por otro lado, al analizar la Fig. 6.9, se tiene que los agentes no pasan la distancia crítica relativa, $d = 0.6m$. Ya que el sistema multi-agente llega a la formación deseada, los errores de posición tienden a cero (Fig. 6.10).

El siguiente experimento se plantea en base a la simulación previa realizada, en la que se sigue una trayectoria Lemniscata de Geronno. Los agentes tienen posiciones iniciales iguales a los dados en la simulación.

La Fig. 6.11 muestra que la trayectoria deseada es seguida por el agente líder con un error en las curvas más pronunciadas de la lemniscata. También se aprecia que los agentes uno y dos siguen al agente líder manteniendo la formación deseada.

En la Fig. 6.12 se observa que en ningún momento la distancia entre agentes pasa de la distancia crítica relativa establecida, $d = 0.6$. También se nota que las distancias relativas tienen un valor oscilante alrededor de 1.5 metros que sería el valor fijo que deberían tomar. De igual manera, los errores de posición permanecen oscilando cerca de cero.

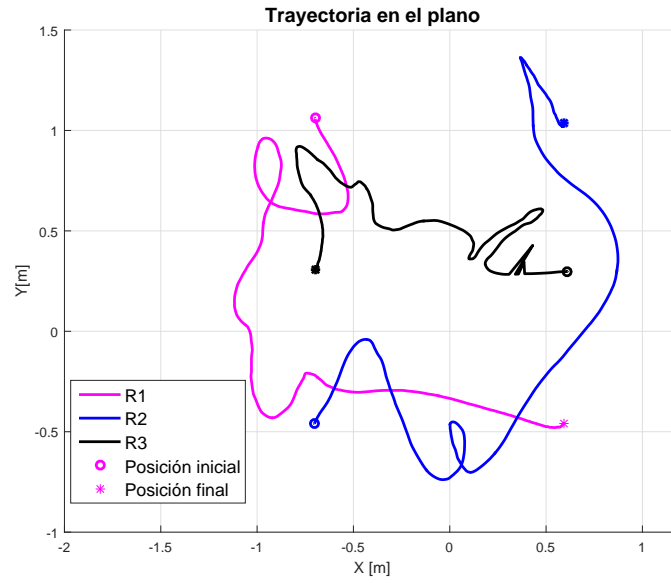


Figura 6.8: Trayectoria recorrida por los agentes.

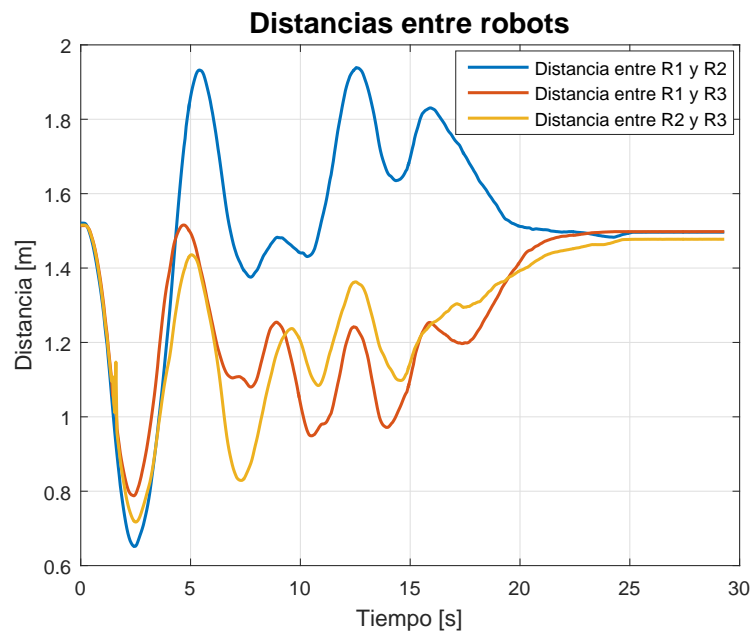
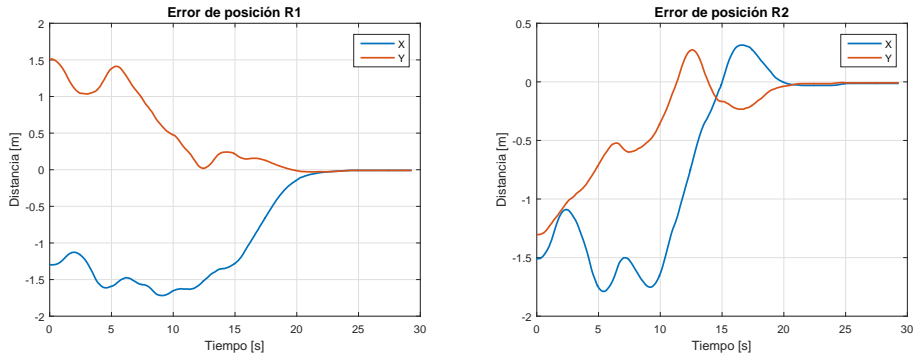
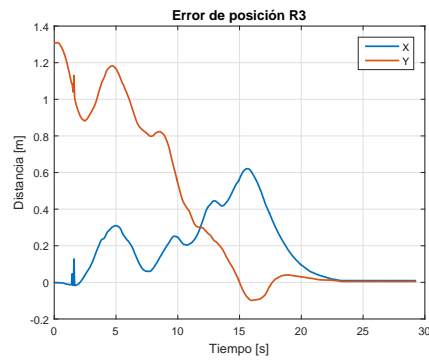


Figura 6.9: Distancias entre los agentes.



(a) Errores de posición del robot 1.

(b) Errores de posición del robot 2.



(c) Errores de posición del robot 3.

Figura 6.10: Tiempo Real. Formación (Epsilon con valor fijo)

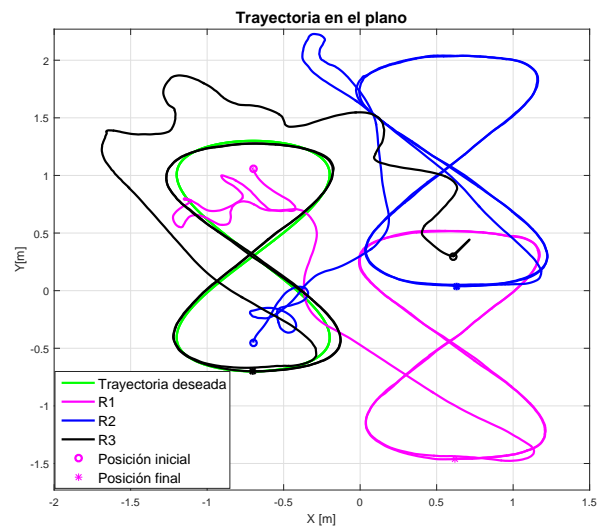


Figura 6.11: Trayectoria recorrida por los agentes.

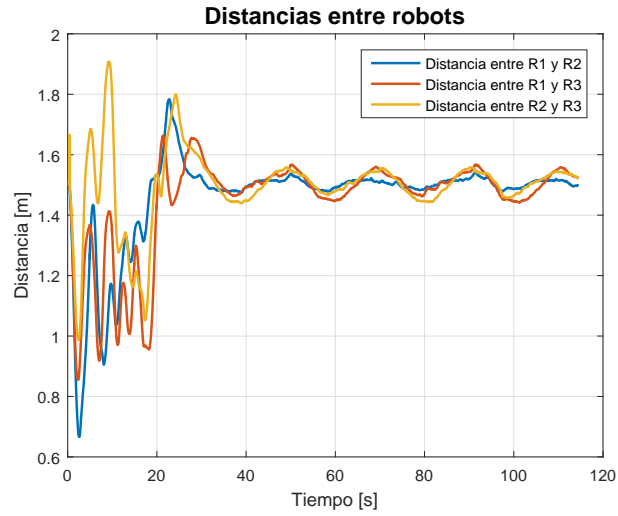
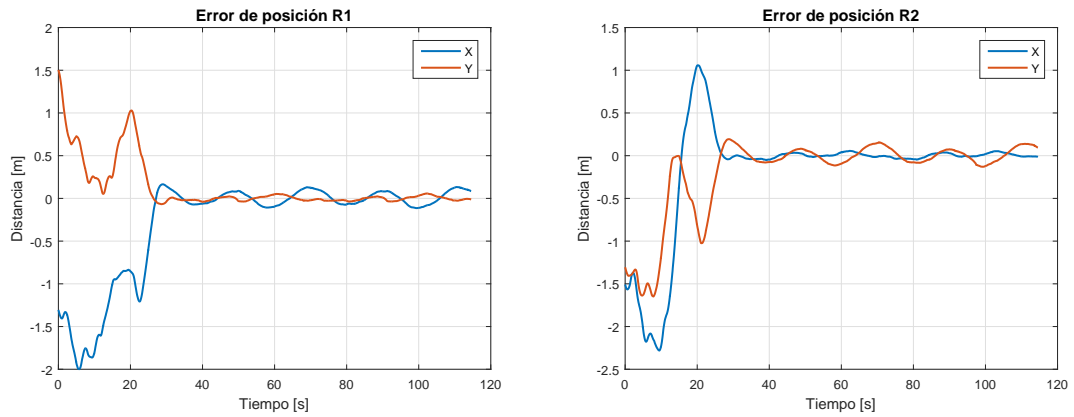
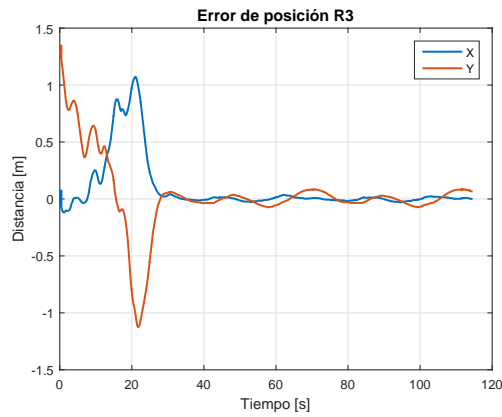


Figura 6.12: Distancias entre los agentes.



(a) Errores de posición del robot 1.

(b) Errores de posición del robot 2.



(c) Errores de posición del robot 3.

Figura 6.13: Tiempo Real. Formación (Epsilon con valor fijo)

6.3. Conclusiones del Capítulo

Como último punto se realizará una comparación entre las trayectorias sobre el plano simuladas y experimentales del sistema multi-agente. Esto tiene el fin de tener más elementos para sustentar las conclusiones dadas en el siguiente capítulo.

La Fig. 6.14 muestra un comportamiento muy semejante entre ambas trayectorias, ambos gráficos muestran que los agentes son empujados en dirección del campo potencial repulsivo y su comportamiento son simétricos. Sin embargo, los resultados en la plataforma experimental poseen un menor número de oscilaciones y a su vez son más pronunciadas. También se observa que los robots penetran más en la zona de detección.

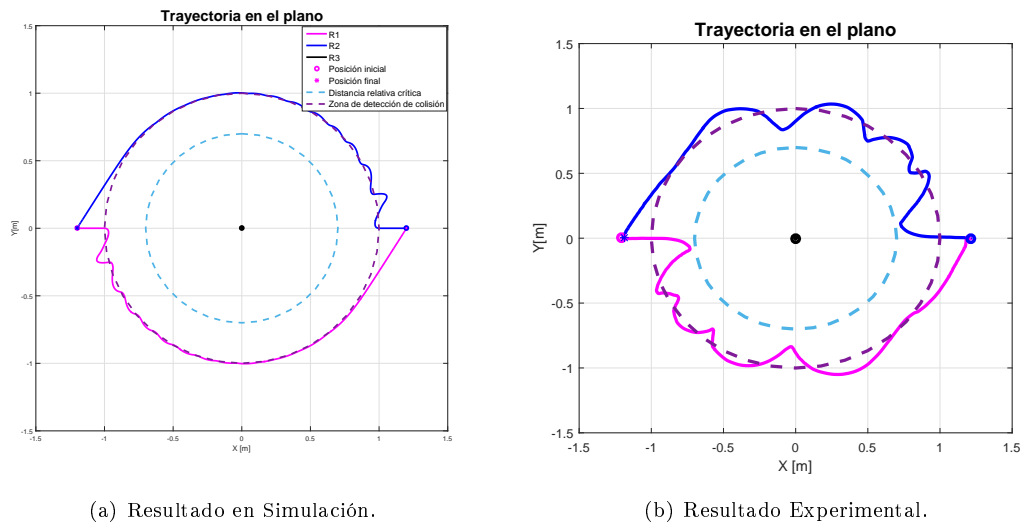


Figura 6.14: Formación. Comparación entre trayectorias sobre el plano XY.

En la Fig. 6.15 se nota un poco de ruido en las mediciones de la plataforma experimental, también se distinguen más oscilaciones, como en el caso anterior. Sin embargo, el comportamiento de ambas trayectorias es similar. Los agentes inician yendo en la misma dirección y aunque en el gráfico arrojado en la plataforma experimental presentan oscilaciones y cambios de dirección constantemente, continúan en una trayectoria similar a la simulación hasta converger a la posición deseada.

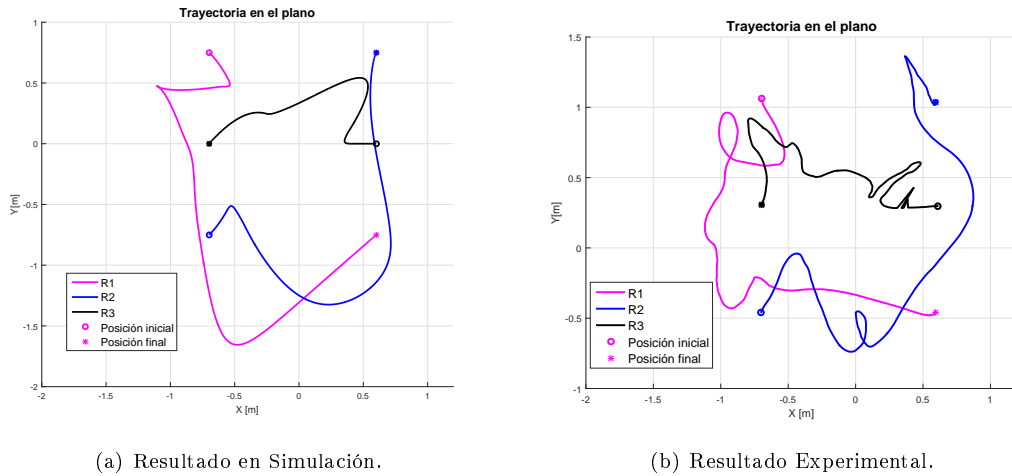


Figura 6.15: Marcha, punto fijo. Comparación de trayectorias sobre el plano XY.

En la última comparación (Fig. 6.16) se puede notar que, en los resultados de la plataforma experimental, los robots tardan más tiempo en converger a la trayectoria deseada. El comportamiento de los agentes en ambas gráficas es similar, pero al igual que en los casos anteriores existen más oscilaciones y cambios de dirección, lo que podría ser causante del retardo en alcanzar la trayectoria deseada. Una vez que los agentes convergen a la formación deseada siguen la trayectoria con un ligero error en la curvatura más pequeña, esto sucede en ambos gráficos.

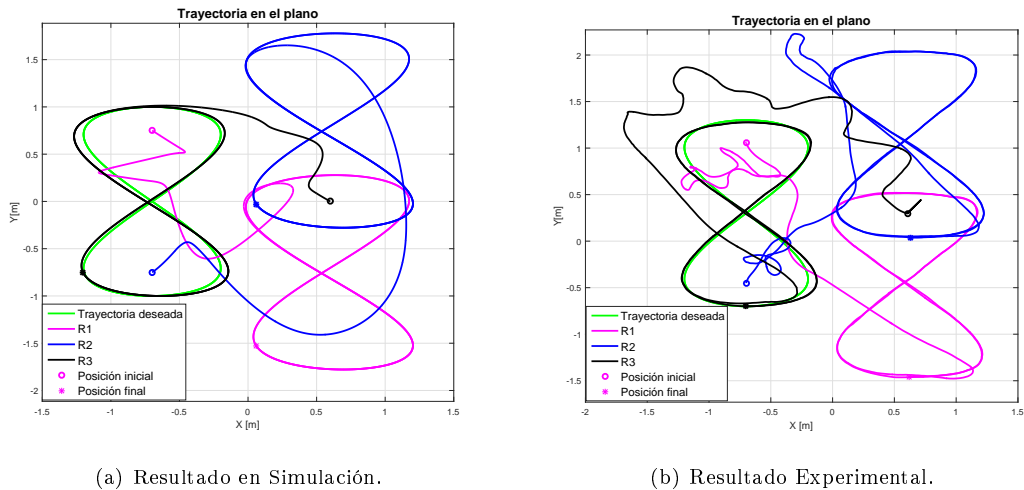


Figura 6.16: Marcha. Lemniscata. Comparación de trayectorias sobre el plano XY.

Capítulo 7

Conclusiones y Trabajo a Futuro

En este trabajo se propuso una ley de control de movimiento que permite a un grupo de agentes de segundo orden llegar a una formación deseada, evadiendo colisiones entre agentes, así como colisiones contra obstáculos dinámicos y estáticos conocidos. La parte de control de movimiento corresponde al conocido algoritmo fundamental de consenso, modificado mediante funciones tipo sigmoide para garantizar una ley de control acotada. La parte de evasión de colisiones consiste en la adición de campos vectoriales artificiales tipo foco inestable, centrados en las posiciones de los agentes u obstáculos que deben evadirse.

Las leyes de control se diseñan para agentes que admiten una dinámica tipo doble integrador. Sin embargo, la plataforma experimental consta de robots móviles con un controlador interno que permite modelar a los robots a partir de sus ecuaciones cinemáticas. Para forzar a los robots a comportarse como agentes de segundo orden, se emplea una extensión dinámica y una ley de control linealizante.

Los resultados en simulación y experimentales son completamente satisfactorios. Sin embargo, los resultados experimentales muestran ciertas diferencias con respecto a las simulaciones numéricas. Dichas diferencias pueden explicarse debido a:

- En el modelado de los agentes no se consideran efectos de fricción.
- Zona muerta en los reductores de velocidad.
- El cambio de dirección de los agentes físicamente no puede darse de manera instantánea.
- Ruido o errores en las mediciones, retardos en la comunicación.

Como trabajo futuro se considera la implementación de los algoritmos de control en robots con modelo dinámico de segundo orden. También se propone acotar por completo la ley de control, es decir, acotar el valor del campo artificial repulsivo. Otro punto que podría implementarse sería tomar en cuenta un modelo dinámico más realista añadiendo una matriz de masa para considerar de una mejor manera los efectos inerciales.

Bibliografía

- [1] Y. Shoham and K. Leyton-Brown, *Multiagent Systems: Algorithmic, Game-Theoretic, and Logical Foundations*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2008.
- [2] N. R. Jennings and M. J. Wooldridge, eds., *Agent Technology: Foundations, Applications, and Markets*. Secaucus, NJ, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 1998.
- [3] J.F.Flores-Resendiz, E.Aranda-Bricaire, J. González-Sierra, and J.Santiaguillo-Salinas, “Finite-time formation control without collisions for multiagent systems with communication graphs composed of cyclic paths,” *Mathematical Problems in Engineering*, 2015.
- [4] S. Li, H. Dua, and X. Lin, “Finite-time consensus algorithm for multi-agent systems with double-integrator dynamics,” *Automatica* 47, 2011.
- [5] Z. Zuo, “Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks,” *Automatica* 54, 2015.
- [6] L. Dai, Q. Cao, Y. Xia, and Y. Gao, “Distributed mpc for formation of multi-agent systems with collision avoidance and obstacle avoidance,” *Journal of the Franklin Institute* 354, 2017.
- [7] Y. Zhang and Y. Yang, “Finite-time consensus of second-order leader-following multi-agent systems without velocity measurements,” *Physics Letters A* 377, 2013.
- [8] W. Ren and R. W. Beard, *Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control: Theory and Applications*. Communications and Control Engineering Series, Springer, 2008.
- [9] W. Ren and R. W. Beard, “Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, pp. 655–661, May 2005.
- [10] H. W. Furugh Mirali, Antonio Mendez Gonzalez, “First-order average consensus for cooperative control problems using novel weighting strategies,” *IFAC(International Federation of Automatic Control)*, vol. 50, pp. 14302–14307, July 2017.

- [11] W. Ren, R. W. Beard, and E. M. Atkins, "Information consensus in multivehicle cooperative control," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 27, pp. 71–82, April 2007.
- [12] W. Yu, G. Chen, and M. Cao, "Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems," vol. 46, pp. 1089–1095, 06 2010.
- [13] W. Yu, G. Chen, W. Ren, J. Kurths, and W. X. Zheng, "Distributed higher order consensus protocols in multiagent dynamical systems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 58, pp. 1924–1932, Aug 2011.
- [14] Y. Cao, D. Stuart, W. Ren, and Z. Meng, "Distributed containment control for multiple autonomous vehicles with double-integrator dynamics: Algorithms and experiments," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 19, pp. 929–938, July 2011.
- [15] X. Lu, F. Austin, and S. Chen, "Formation control for second-order multi-agent systems with time-varying delays under directed topology," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 17, no. 3, pp. 1382 – 1391, 2012.
- [16] A. Richards and J. How, "Robust stable model predictive control with constraint tightening," in *2006 American Control Conference*, pp. 6 pp.–, June 2006.
- [17] A. Matveev, M. Hoy, and A. Savkin, "A method for reactive navigation of nonholonomic under-actuated robots in maze-like environments," *Automatica*, vol. 49, no. 5, pp. 1268 – 1274, 2013.
- [18] A. Mondal and L. Behera, "Gradient-based collision free desired formation generation," *Third International Conference on Advances in Control and Optimization of Dynamical Systems. Kanpur, India*, pp. 448–454, 2014.
- [19] M. V. T. Vidal-Calleja and E. Aranda, "Artificial potential fields for trailer-like systems," In *X Congreso Latinoamericano de Control Automtico*, pp. 1–6, 11 2002.
- [20] J. Santiaguillo-Salinas and E. Aranda-Bricaire, "Containment problem with time-varying formation and collision avoidance for multiagent systems," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, pp. 1–13, 2017.
- [21] E. Hernández-Martínez and E. Aranda-Bricaire, "Collision avoidance in formation control using discontinuous vector fields," *9th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, 2013.
- [22] E. Rimon and D. E. Koditschek, "Exact robot navigation using artificial potential functions," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 8, pp. 501–518, Oct 1992.

- [23] E. Hernandez-Martinez and E. Aranda-Bricaire, *Convergence and Collision Avoidance in Formation Control: A Survey of the Artificial Potential Functions Approach*. 04 2011.
- [24] L. Lapierre and R. Zapata, “A guaranteed obstacle avoidance guidance system,” *Autonomous Robots*, vol. 32, pp. 177–187, Apr 2012.
- [25] E. J. Rodriguez-Seda, J. J. Troy, C. A. Erignac, P. Murray, D. M. Stipanovic, and M. W. Spong, “Bilateral teleoperation of multiple mobile agents: Coordinated motion and collision avoidance,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 18, pp. 984–992, July 2010.
- [26] J. González-Sierra, J. Santiaguillo-Salinas, and E. Aranda-Bricaire, “Reciprocal collision avoidance for a group of second order agents,” *XVIII COMRob 2016*, 2016.
- [27] E. Rodriguez-Seda, C. Tang, M. Spong, and D. M Stipanovič abstract, “Trajectory tracking with collision avoidance for nonholonomic vehicles with acceleration constraints and limited sensing,” vol. 33, pp. 1569–1592, 10 2014.
- [28] C. Cai and C. Yang, “Collision avoidance in multi-robot systems,” *Proceedings of the 2007 IEEE - International Conference on Mechatronics and Automation*, 2007.
- [29] C. Weinrich, M. Volkhardt, E. Einhorn, and H. Gros, “Prediction of human collision avoidance behavior by lifelong learning for socially compliant robot navigation,” *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2013.
- [30] W. Ren and Y. Cao, *Distributed Coordination of Multi-agent Networks: Emergent Problems, Models, and Issues*. Communications and Control Engineering Series, Springer, 2011.
- [31] E. Hernández-Martínez, *Estrategias de control para sistemas multiagentes*. PhD thesis, CINVESTAV, 2009.
- [32] Y. Kuwata, A. Richards, T. Schouwenaars, and J. P. How, “Distributed robust receding horizon control for multivehicle guidance,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 15, pp. 627–641, July 2007.
- [33] A. Richards and J. P. How, “Robust variable horizon model predictive control for vehicle maneuvering,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 16, no. 7, pp. 333–351, 2006.
- [34] F. Bonin-Font, A. Ortiz, and G. Oliver, “Visual navigation for mobile robots: A survey,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 53, p. 263, May 2008.
- [35] W. E. Green and P. Y. Oh, “Optic-flow-based collision avoidance,” *IEEE Robotics Automation Magazine*, vol. 15, pp. 96–103, March 2008.

- [36] A. S. Matveev, H. Teimoori, and A. V. Savkin, “A method for guidance and control of an autonomous vehicle in problems of border patrolling and obstacle avoidance,” *Automatica*, vol. 47, no. 3, pp. 515 – 524, 2011.
- [37] O. Khatib, *The Potential Field Approach And Operational Space Formulation In Robot Control*, pp. 367–377. Boston, MA: Springer US, 1986.