

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
SECCIÓN DE MECATRÓNICA

Modelado, análisis modal y evaluación experimental de
estructuras de material compuesto

Tesis que presenta el

Ing. Erik Sales Vázquez

Para obtener el Grado de

Maestro en Ciencias

En la especialidad de

Ingeniería Eléctrica

Directores de Tesis:

Dr. Gerardo Silva Navarro

Ciudad de México

Febrero del 2018.

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por haberme otorgado una beca para poder realizar mis estudios de maestría en el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., (CINVESTAV).

Resumen

Este trabajo de tesis aborda el modelado, análisis estructural, análisis modal y validación experimental de estructuras de material compuesto. En particular, se considera el modelado de los tipos más comunes de material compuesto como son las fibras de vidrio y las fibras de carbono, a través de modelos de esfuerzo-deformación y su validación experimental utilizando extensometría para determinar sus propiedades elásticas y/o inelásticas. Asimismo, se realizan pruebas experimentales, aplicando las técnicas tradicionales de análisis modal para la identificación de los parámetros modales y explorar posibles comportamientos estructurales no lineales en elementos básicos como son barras, vigas, paneles y estructuras fabricadas de materiales compuestos. Para propósitos de diseño y validación experimental se emplean diferentes vigas y paneles de fibras de carbono, utilizando galgas extensiométricas (uniaxiales y rosetas), así como acelerómetros piezoeléctricos y excitación sinusoidal con generadores electromagnéticos de vibraciones.

Abstract

This work deals with the modeling, structural analysis, modal analysis and experimental validation of composite structures. In particular, it is considered the modeling of the most common types of composite materials such as glass fibers and carbon fibers, through stress-strain models and their experimental validation using extensometric techniques to determine their elastic and/or inelastic behavior. Some experimental tests are carried out, applying traditional modal analysis techniques for the identification of the modal parameters and also exploring possible non-linear structural behavior on basic elements such as bars, beams, panels and structures made of composite materials. For design purposes and experimental validation, different beams and panels of carbon fibres are employed, using (uniaxial and rosettes) strain gages as well as piezoelectric accelerometers and sinesweep electromagnetic shaker excitation schemes.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Introducción general	1
1.2. Motivación	2
1.3. Objetivos de la tesis	4
1.3.1. Objetivo general	4
1.3.2. Objetivos específicos	4
1.4. Organización de la tesis	5
2. Materiales compuestos	7
2.1. Antecedentes	7
2.2. Material compuesto	8
2.2.1. Tipos de reforzadores usados en los materiales compuestos	9
2.2.2. Tipos de matrices utilizadas en los materiales compuestos	12
2.2.3. Plásticos Reforzados con Fibras	13
2.2.4. Tipos de tejido para las fibras	15
2.2.5. Procesos de moldeo	16
2.3. Mecánica de los materiales compuestos	19
2.3.1. Conceptos y formulación matemática	21
2.3.2. Laminados	29
2.4. Vibraciones mecánicas	35
2.4.1. Vibraciones libres en vigas	36
3. Moldeo e instrumentación en materiales compuestos	39
3.1. Proceso de moldeo de materiales compuestos	39
3.1.1. Materiales	39
3.1.2. Proceso de moldeo de una pieza de fibra de carbono - epoxi	42
3.2. Instrumentación	50
3.2.1. Galgas extensiométricas	50
3.2.2. Procedimiento de pegado de las galgas extensiométricas	56
4. Desarrollo y procedimientos	59
4.1. Descripción de los procedimientos experimentales.	59
4.1.1. Procedimiento de medición de gramaje de la FC y núcleo de poliéster.	59
4.1.2. Procedimiento de medición del módulo de Young y coeficiente de Poisson	60

4.1.3. Procedimiento de medición dinámica	63
4.2. Modelado y simulación	68
4.2.1. Viga Prueba 7	68
4.2.2. Viga Prueba 8	72
4.2.3. Viga Prueba 9	75
5. Resultados experimentales	81
5.1. Pruebas de moldeo de piezas de FC	81
5.2. Pruebas estáticas	84
5.2.1. Viga de aluminio	84
5.2.2. Vigas de FC-epoxi	85
5.2.3. Pruebas dinámicas	91
5.3. Discusión y comentarios.	102
6. Conclusiones	105
6.1. Conclusiones generales	105
6.2. Trabajo a futuro	106
Bibliografía	106
A. Tablas de Módulo de Young y Coeficiente de Poisson	111
A.1. Aluminio	112
A.2. Fibra de Carbono	113
A.2.1. Viga Prueba 7	113
A.2.2. Viga Prueba 8	115
A.2.3. Viga Prueba 9	117
B. Programas	121
B.1. Cálculo para Viga Prueba 7	122
B.2. Cálculo para Viga Prueba 8	129
B.3. Cálculo para Viga Prueba 9	136
C. Especificaciones técnicas de componentes	145

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción general

El estudio y análisis de los materiales forma parte de una de las ramas de la mecánica que ha tomado un auge mayor en las últimas décadas, aunque siempre ha estado presente desde el origen de la humanidad.

Estos estudios nos retornan a la época de las cavernas, en las que el ser humano por necesidad tenía que hacer herramientas y para ello tendía a experimentar con los materiales que se encontraban de manera natural (rocas, ramas, etc.), pasando el conocimiento de generación en generación y tratándolo de mejorar con el paso del tiempo (ver Fig. 1.1).



Figura 1.1: Algunas herramientas primitivas [1].

De esta forma, poco a poco, existieron personas que fueron más allá y empezaron a realizar experimentos más elaborados para tratar de entender como es el comportamiento de esos materiales, además de sus propiedades tanto físicas como químicas, abriendo nuevas ramas de estudio en la ciencia. Pero no todo se detuvo ahí, porque pasaron de analizar materiales presentes en la naturaleza hasta el desarrollo de tecnología y muchos otros materiales.

Actualmente, el desarrollo de herramientas y maquinaria más sofisticada, ha llevado a la humanidad a la búsqueda de nuevos y mejores materiales que sustituyan y le den un valor agregado a los anteriores (ver Fig. 1.2).



Figura 1.2: Herramientas de uso actual [2].

Estos materiales mejorados o especiales se han convertido en la moda de las últimas décadas, pero no por eso significa que no hayan sido utilizados anteriormente. Un claro ejemplo de estos materiales especiales son los tabiques elaborados con adobe, que se realiza con la mezcla de dos o más elementos, en este caso lodo y varas o paja. Estos tabiques eran usados en la construcción de viviendas, aportando mejores propiedades estructurales en la mezcla, a diferencia de cuando sólo eran hechos de lodo o de varas. Estos materiales especiales, resultado de la combinación de al menos dos materiales distintos, se les denomina comúnmente como *materiales compuestos*.

En nuestros días convivimos con una gran cantidad de materiales compuestos, tanto naturales como artificiales, motivo por el cual, los temas que abarca la presente tesis, involucran el análisis estático y dinámico de dichos materiales, centrándonos principalmente en las fibras de carbono, material que en los últimos años ha tenido un auge cada vez mayor, siendo empleada en aplicaciones comerciales o especializadas como en la industria aeronáutica y automotriz [45].

1.2. Motivación

La importancia de conocer las propiedades y características de un material reside en que de esta forma tenemos una referencia del comportamiento que tendrán cuando sean usados

en alguna aplicación y las condiciones en las que estarán envueltos una vez que adopten su forma final.

En ocasiones estas características pueden no cumplir con las especificaciones del diseñador o del usuario final, por lo que se recurre a la invención o innovación de otro tipo de materiales, creando nuevos o empleando los ya existentes. Estos nuevos materiales por lo regular tienden a igualar o incluso a superar las propiedades de materiales que son usados normalmente, y de aquí surge la idea de la combinación de varios de ellos, algunos denominados materiales compuestos, pero en ello nos centraremos más adelante.

Como se mencionó anteriormente, el uso de los materiales compuestos lleva con la humanidad desde su origen y poco a poco ha ido evolucionando. Así, desde las herramientas rudimentarias, tales como flechas, arcos y lancetas hechas de ramas y piedras, que tenían el propósito de ser usadas en la caza, pasando por la manipulación y mezcla de metales para la forja de utensilios de caza y armas, para la defensa de las poblaciones, y llegando a las herramientas y/o dispositivos de los que disponemos actualmente.

Hoy en día, los materiales compuestos son usados en una amplia gama de aplicaciones que van del ámbito especializado (industria aeroespacial, automotriz, aeronáutica, marítima, etc.) al área comercial (deportes, manualidades, para reparación, etc.), por lo que el análisis de sus propiedades estructurales se vuelve fundamental, tanto de forma estática como dinámica.

Tomemos un par de ejemplos para este apartado, en el entorno industrial, ya sea el área de la aeronáutica o de la automotriz, la necesidad de crear materiales tan resistentes como el acero y más ligeros que el aluminio, dio con la invención de materiales especiales que cumplen esas características y hasta las superan. Si nos enfocamos en el área automotriz, tenemos que los automóviles actuales usados en competiciones como la Fórmula 1 (ver Fig. 1.3), requieren ser resistentes y tener un peso mínimo, lo que se resume a tener que suministrar menor o igual potencia en el motor y obtener velocidades iguales o mayores a las alcanzadas al usar materiales comunes. Todo esto es una realidad con el uso de los materiales compuestos como las fibras de carbono.

El uso de los materiales compuestos tiene pros y contras, pero debido a que los factores a favor son mayores, ha iniciado desde hace unas décadas un enorme incremento en los estudios para tratar de minimizar esos puntos en contra, como el de reducir su alto costo para hacerlos competitivos al compararlos con materiales simples y de fácil acceso. Otro problema encontrado en ellos es la dificultad en su análisis estructural (esfuerzos, deformaciones, etc.). Por esta razón, este es el tema principal en la presente tesis, es decir, el explorar, descubrir y validar modelos matemáticos que nos den indicios del comportamiento aproximado en piezas de material compuesto, principalmente en los formados por fibra de carbono, que es un material utilizado cada vez más en la actualidad, por las propiedades que posee, como su gran resistencia a la tracción y su ligereza.



Figura 1.3: Monocasco de Fórmula 1 [6].

1.3. Objetivos de la tesis

1.3.1. Objetivo general

El objetivo general del presente trabajo de tesis consiste en el modelado, análisis modal y evaluación experimental de estructuras de material compuesto, basándose principalmente en las fibras de carbono.

1.3.2. Objetivos específicos

1. Investigación y capacitación en algunos procesos y técnicas de fabricación con fibras de vidrio y de carbono.
2. Elaboración de piezas de fibra de carbono.
3. Obtención de modelos que representen el comportamiento de un compuesto de fibra de carbono.
4. Medición experimental estática de las piezas, para validar su módulo de Young y coeficiente de Poisson.
5. Obtención de modelos que representen el comportamiento dinámico de un compuesto de fibra de carbono.
6. Medición experimental dinámica de las piezas, para validar las frecuencias naturales y amortiguamiento resultantes.

1.4. Organización de la tesis

El presente trabajo de tesis se encuentra organizado de la siguiente manera:

En el Capítulo 2 se describen algunos antecedentes y definiciones necesarias para la formalización en el tema de los materiales compuestos. Asimismo, nos adentramos al estudio de la parte matemática de los mismos.

En el Capítulo 3 se exponen los procesos llevados a cabo para la realización de piezas de materiales compuestos (Plásticos Reforzados con Fibras), así como la manera en que podemos adquirir datos de ellos a través de la instrumentación de los mismos.

En el Capítulo 4 se presentan los modelos matemáticos finales obtenidos para las piezas de fibra de carbono analizadas, así como la forma de realizar las pruebas experimentales.

En el Capítulo 5 se presentan algunos resultados experimentales que permiten validar los resultados teóricos y numéricos.

Por último, en el Capítulo 6 se describen algunas conclusiones y perspectivas del trabajo. Al final se incluyen algunos anexos donde se muestran los planos de diseño, especificaciones de componentes y equipo utilizado, programas de simulación e interfaces de tiempo real.

Capítulo 2

Materiales compuestos

2.1. Antecedentes

Desde años ancestrales la humanidad ha tenido la necesidad de crear herramientas que les faciliten la vida. Un ejemplo claro es el de una piedra con filo que les permitía cazar animales de gran tamaño de una forma más rápida. Conforme la humanidad fue evolucionando, lo han hecho también las herramientas y máquinas, al igual que los materiales necesarios para crearlas, estos materiales se consideran especiales ya que deben cumplir con las funciones específicas para los que han sido diseñados.

Para nuestros ancestros, su inspiración se centró en la naturaleza, al tratar de igualar los diseños brindados por ella y por millones de años de evolución. Tomemos el ejemplo de las golondrinas, aves que hacen sus nidos a base de lodo, palos, paja o pasto, y analizaremos el porqué de esta composición tan peculiar. Estas aves requieren que su nido sea principalmente resistente y cálido. La calidez es dada por el contenido de tierra en el lodo, las golondrinas al permanecer dentro del nido transmiten y conservan el calor gracias a él, pero si sólo fuera de lodo la composición, al secarse, se partiría y poco a poco se desmoronaría el nido. Ahora si agregamos materiales que nos permitan evitar eso y mantener todo unido, las golondrinas bebés no tendrían problema al permanecer suficiente tiempo en el nido hasta que tengan que dejarlo y aprender a volar. Al incrustar hierbas y palos en el armado del nido, se mejoran sus propiedades estructurales, en comparación de las obtenidas con un nido hecho solo con lodo, ya que evitan su separación y desmoronamiento.

El ser humano se basó en esta idea y decidió crear sus casas usando una composición similar de tierra y hierbas, dando creación a los tabiques de adobe que fueron muy usados en la antigüedad y lo siguen siendo en nuestros días (ver Fig 2.1). Pero ¿qué los hacía especiales? Además de la propiedad de mantener el calor, daban un buen soporte a las viviendas, por lo que se considera un claro ejemplo de los materiales especiales de los que hablamos; materiales que son una combinación de dos o más de ellos que en conjunto las propiedades estructurales igualan o superan a los que lo conforman.



Figura 2.1: Bloques de adobe [7].

De ahí surge otra pregunta: ¿Cuál es el nombre de este tipo de materiales? La respuesta es simple, son conocidos ahora como *materiales compuestos* o también como *compósitos*.

2.2. Material compuesto

La literatura suele definir a un material compuesto de diferentes formas, pero todas llegan a definirla como sigue:

Un material compuesto es la combinación de dos o más constituyentes de propiedades diferentes, combinados a nivel macroscópico y que no son solubles entre sí [5].

O también como sigue:

Un material compuesto es un conjunto de dos o más materiales de naturaleza diferente, complementando y permitiendo obtener un material distinto, en el cual sus características de calidad son mayores a las de los componentes por separado [3].

Además, se deben considerar algunas restricciones para la selección de los materiales constituyentes, uno debe ser de fase continua y el otro deberá estar formado por una o demás fases discontinuas. La fase discontinua generalmente es más fuerte y con propiedades mecánicas superiores a las de la fase continua. Esta fase continua es llamada matriz. Estas restricciones en los materiales usados nos permiten clasificarlos en dos grupos (ver Fig. 2.2):

- **Fase reforzadora o material de refuerzo.** Posee un módulo de Young mayor y mejores propiedades cuando es sometido a tracción.
- **Matriz.** Este material tiene la capacidad de cubrir completamente a la fase reforzadora.

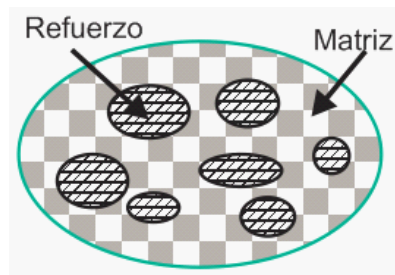


Figura 2.2: Representación esquemática de un material compuesto.

Como sabemos, estos elementos poseen propiedades y características distintas, que al combinarse originan un comportamiento completamente diferente que el que posee cada uno por separado. Un ejemplo de comportamiento de los dos materiales constituyentes y el compuesto se puede ver en la Fig. 2.3.

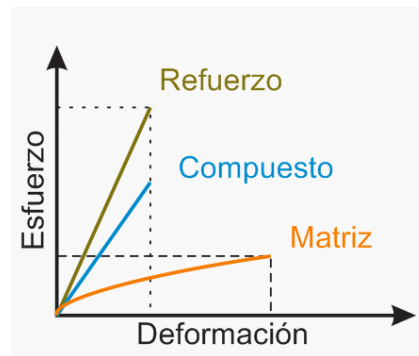


Figura 2.3: Comportamiento típico en esfuerzo-deformación de un material compuesto (refuerzo vs matriz).

Como se aprecia en la Fig. 2.3, existe un compromiso en la selección de los dos materiales, y así el diseñador puede decidir si las características del nuevo compuesto equiparan la pérdida de propiedades de los materiales constituyentes.

2.2.1. Tipos de reforzadores usados en los materiales compuestos

Existen diferentes formas de clasificar a los elementos reforzadores, la más usada es catalogarlos a través de su forma y tamaño.

Partículas

Este tipo de componente se suele definir como elementos de dimensión pequeña. Por lo regular su presentación es en polvo (ver Fig. 2.4).

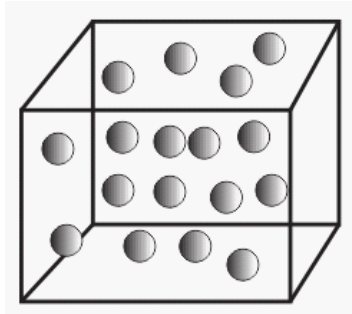


Figura 2.4: Representación de un compuesto con partículas como material de refuerzo.

- **Partículas largas.**

En esta categoría entran las partículas con un tamaño desde las $10 \mu m$ hasta dimensiones macroscópicas.

- **Cerámicos.**

Están formados por materiales no metálicos en forma de polvo o partículas y su interacción ocurre a nivel atómico.

- **Reforzamiento por dispersión.**

Las partículas que entran en esta categoría cuentan con un tamaño de $0,01 - 0,1 \mu m$, por lo que poseen interacción molecular. La diferencia con las partículas cerámicas es que los materiales empleados son por lo regular metales o aleaciones.

Fibras

Son hilos muy finos con diámetros de 10 a $400 \mu m$ cuya longitud es de tamaño macroscópico y mucho mayor a su área transversal.

- **Fibras cortas.**

Su dimensión es mucho menor que la matriz, pudiendo estar orientadas o estar distribuidas aleatoriamente (ver Fig. 2.5).

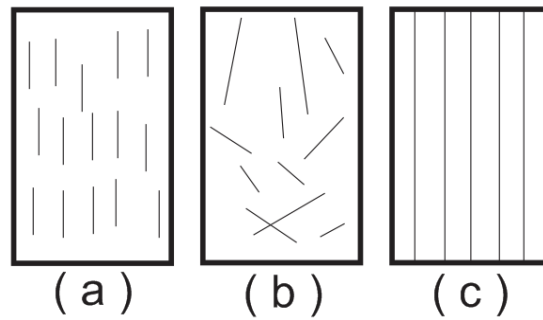


Figura 2.5: Clasificación de las fibras. (a) Fibras cortas orientadas. (b) Fibras cortas sin orientar. (c) Fibras largas.

- **Fibras largas.**

Por lo general son orientadas en un solo sentido y la forma usual en la que las encontramos es en forma de hilos o cordones, cuando unimos o trenzamos varias de ellas (ver Fig. 2.5c).

- **Alambres.**

Son elementos reforzadores extremadamente largos, capaces de cubrir en su totalidad la dimensión longitudinal de la matriz. Usualmente se emplean materiales metálicos para elaborarlos (cables de acero, alumnio, cobre, etc.).

Estructurales

- **Laminados.**

Este tipo de compuesto se caracteriza por estar conformado por varias láminas colocadas una encima de la otra y pegadas entre sí (ver Fig. 2.6).

- **Tipo sándwich.**

El refuerzo usado en los compuestos tipo sándwich es de un material menos denso que el de las dos caras externas que lo conforman, los más usados son las estructuras tipo panal de abeja (*honeycomb*), formado por celdas hexagonales (ver Fig. 2.7).



Figura 2.6: Piso laminado constituido de varias capas con láminas de diferentes materiales [8].



Figura 2.7: Material con panal tipo abeja (*honeycomb*) [9].

2.2.2. Tipos de matrices utilizadas en los materiales compuestos

La clasificación de las matrices utilizadas en los materiales compuestos se basa en las características del material.

- **Polímeros.**

Los polímeros se definen como macromoléculas compuestas por una o varias unidades químicas (monómeros) que se repiten a lo largo de toda una cadena [10]. Ejemplos de ellos son el poliéster, epoxy, uretano, poliamidas, etc. (ver Fig. 2.8).

- **Metales.**

Son aquellos materiales que son buenos conductores del calor y la electricidad, poseen alta densidad, tienen una elevada capacidad de reflexión de la luz, y por lo regular son sólidos a la temperatura ambiente [11]. Algunos ejemplos son el acero, aluminio, titanio, etc. Ver Fig. 2.9.

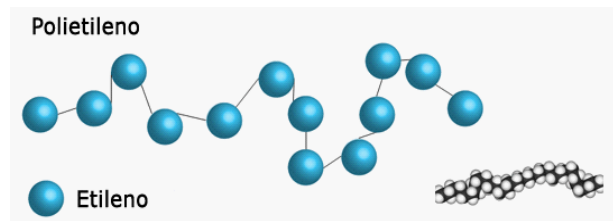


Figura 2.8: Ejemplo de cadenas de monómeros [10].



Figura 2.9: Perfil de aluminio.

■ Cerámicos.

Son sólidos inorgánicos no metálicos producidos mediante tratamiento térmico. Son duros, no combustibles y no oxidables [12]. Los podemos encontrar en refractarios y porcelanas.

2.2.3. Plásticos Reforzados con Fibras

De la clasificación anterior nos centraremos en el desarrollo de esta tesis en los Plásticos Reforzados con Fibras (PRF), que son compuestos de fibras y matrices, los cuales son pegados o unidos a través de una interfaz, para asegurar que el sistema compuesto en su conjunto se comporte de manera satisfactoria [36]. Los refuerzos para PRF más usados en la industria son las fibras de vidrio, debido a su bajo costo, alta resistencia mecánica, térmica y eléctrica, además de ser viable en su uso con sustancias corrosivas, por lo que los casos de estudio de este material son bastante amplios y muy conocidos en el área de los materiales compuestos. Ver Tabla 2.1.

Otros de los materiales que entran en la categoría de refuerzos para PRF son las fibras de carbono, que resultan ser más costosas, comparándolas con los compuestos de fibras de vidrio, pero con amplias ventajas en sus propiedades mecánicas (mayor módulo elástico y

mejor comportamiento a la fatiga). Un punto a destacar como ventaja y desventaja, simultáneamente, es su gran conductividad eléctrica, este factor dependerá del diseñador y la aplicación a la que está encaminado.

Tabla 2.1. Propiedades de la Fibra de Vidrio (FV) y de la Fibra de carbono (FC) ||

Propiedades / Fibra	FV	FC HS	FC HM
Densidad (gcm^{-3})	2,45	1,75	1,94
Módulo de tensión longitudinal $E_1(GPa)$	71	224	385
Módulo de tensión transversal $E_2(GPa)$	71	14	6,3
Coefficiente de Poisson ν_{12}	0,22	0,2	0,2
Módulo de cortante $G_{12}(GPa)$	30	14	7,7
Resistencia a la tracción $\sigma(MPa)$	3500	2100	1750
Expansión térmica longitudinal $\alpha_1(10^{-6}K^{-1})$	5	-1	-1
Expansión térmica transversal $\alpha_2(10^{-6}K^{-1})$	5	10	10

Los materiales usados principalmente en la matriz de los PRF son tanto las resinas poliéster como las resinas epóxicas, consideradas como plásticos termo-resistentes.

Las resinas poliéster son las resinas mayormente usadas en el mundo por su bajo precio y facilidad de adaptarse a procesos para su aplicación. También cuentan con buena rigidez y estabilidad dimensional, aunque en su aplicación sufren de gran contracción (8 – 10 %) y no tienen buena resistencia al impacto. Ver Tabla 2.2.

En cambio, el uso de las resinas epóxicas ha ido en aumento por presentar mejores propiedades mecánicas que las resinas poliéster, con menor contracción en el proceso de fabricación (0,5 – 1 %) y buena resistencia contra los químicos y la humedad. También se suele usar en aplicaciones que requieran temperaturas de trabajo del orden de los 150 – 190 °C, valores que no se alcanzan con las resinas poliéster (máx. 120 °C).

Tabla 2.2. Propiedades de las resinas más usadas. ||

Propiedades / Resinas	Epoxi	Poliéster
Densidad (gcm^{-3})	1,54	1,38
Módulo de tensión $E(GPa)$	3,5	2,5
Coefficiente de Poisson ν	0,33	0,33
Módulo de cortante $G(GPa)$	1,25	1,2
Resistencia a la tracción $\sigma(MPa)$	60	35
Expansión térmica longitudinal $\alpha(10^{-6}K^{-1})$	57,5	—

Desde este momento podemos reformular la definición de material compuesto, desde el punto de vista que se usará en el presente trabajo.

Un *material compuesto* es aquel constituido de al menos dos elementos, una matriz y uno o varios elementos de refuerzo basados en fibras.

2.2.4. Tipos de tejido para las fibras

Como se describe anteriormente, las fibras juegan un papel importante en la creación de los materiales compuestos, pero su trato se vuelve complicado cuando se emplean como monofilamentos. Por lo tanto, se suelen usar en forma de hilos o cordones para su fácil manejo, pero no exclusivamente. Actualmente existen formas de agruparlos, conocidos como tejidos, dándonos una distribución superficial.

Los tejidos pueden ser organizados y catalogados de la siguiente manera:

- En forma de *alfombra o colchoneta* (ver Fig. 2.10), en la que las fibras, continuas o discontinuas, están ordenadas de manera aleatoria.
- *Formando telas*. Este tipo de tejido es ortogonal, entrelazando dos conjuntos de hilos en diferentes direcciones conocidas como urdimbre y trama.



Figura 2.10: Tejido en forma de colchoneta [13].

A continuación describiremos algunos conceptos para que el lector se familiarice con el vocabulario que se usará desde este punto y a lo largo de la presente tesis.

La urdimbre corresponde a las fibras orientadas de forma longitudinal al tejido y la trama son los hilos colocados de forma transversal cuya función es de contra hilo o relleno del tejido longitudinal (ver Fig. 2.11).

La forma en que están tejidas puede repetirse con cierto patrón en ambas direcciones. A continuación, algunos ejemplos de las configuraciones más comunes usadas por los fabricantes.

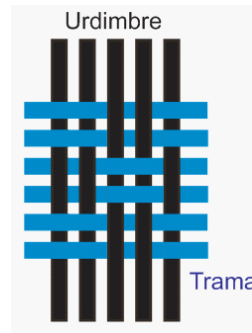


Figura 2.11: Urdimbre: *Fibras longitudinales*. Trama: *Fibras transversales*.

- **Tejido unidireccional.**

Está formado de hilos que son alineados en la dirección longitudinal, solamente sostenido por filamentos pequeños en la trama. Ver Fig. 2.12a.

- **Tejido plano (tafetán).**

En este tipo de tejido la urdimbre y la trama pasan sobre un hilo y por debajo del siguiente (relación 1 a 1). Esta configuración tiene buena resistencia a la distorsión, pero es difícil adaptarse a formas con relieve y sus propiedades mecánicas son similares en las dos direcciones. Ver Fig. 2.12b.

- **Tejido Twill (targa).**

En este tipo de tejido la configuración de hilos entrelazados por arriba y por debajo de la urdimbre y trama cambia y puede ser en proporción 2×1 o 2×2 dándole un patrón en diagonal. Este tipo de tejido es usado en piezas con formas complejas. Ver Fig. 2.12c.

- **Tejido cruzado.**

Este tipo de tejido consta de dos capas de hilos superpuestos sin entrelazar, lo que ayuda a eliminar esfuerzos cortantes, con la consecuencia de elevar su costo sobre los demás tejidos. Ver Fig. 2.12d.

- **Tejido satinado.**

En este tipo de tejido los hilos de la urdimbre y de la trama van intercalados de manera más alejada, entre 4 y 8 hilos por uno. Este tejido también es usado en formas complejas. Ver Fig. 2.12e.

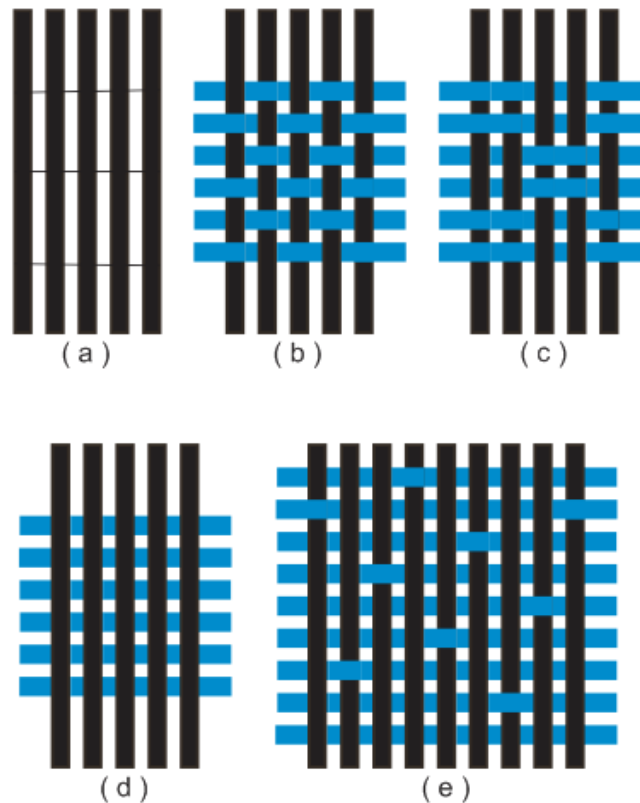


Figura 2.12: Tipos de tejidos. (a) Tejido unidireccional. (b) Tejido plano. (c) Tejido Twill. (d) Tejido cruzado. (e) Tejido satinado.

2.2.5. Procesos de moldeo

Existen diferentes tipos de moldeo de piezas de PRF. Para el desarrollo de esta tesis, nos enfocamos en el proceso de moldeo por contacto, describiendo las generalidades del moldeo manual y el moldeo por vacío.

- **Moldeo manual.** Ver Fig. 2.13.

En el proceso de moldeo manual se requiere de una pieza que funja como molde, la cual debe ser recubierta por capas de material desmoldante para facilitar su extracción. También debe ser una superficie lisa y suave, ya que la pieza final tomará la textura del molde.

Sobre este molde se debe colocar la tela, tejido o fibras a emplear como refuerzo y se debe impregnar con la matriz o resina de nuestra elección. Para ayudar a tener una distribución uniforme nos auxiliamos de una brocha o un rodillo.

Una vez endurecida la resina, la pieza se desmonta del molde y se le realizan ajustes para darle el acabado final.

En este proceso también puede aplicarse una contraparte en la cual se ejerce presión y obliga a la pieza a tener un espesor dado.

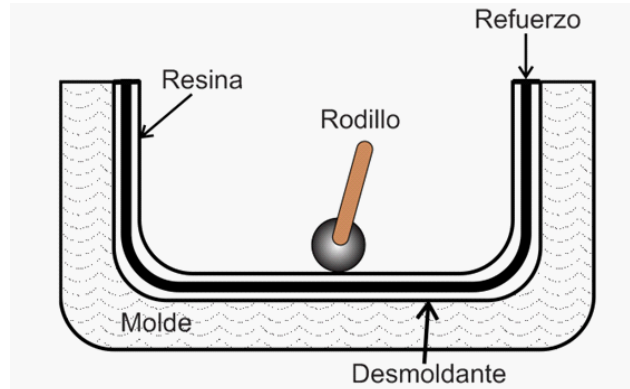


Figura 2.13: Proceso de moldeo manual de una pieza de PRF.

■ **Moldeo por vacío.** Ver Fig. 2.14.

En el proceso de moldeo por vacío se requiere que el molde esté debidamente preparado con la capa de material desmoldante, se coloca la fibra de refuerzo y se pre-impregna con resina. Inmediatamente se le coloca una película de material plástico, la cual sirve de contracara. En este momento se acciona una bomba de vacío que eyecta todo el aire contenido en la pieza y por la acción de la presión atmosférica, esta se comprime dando un espesor menor al que se puede obtener por un moldeo manual. Debido a la compresión obtenida, el valor de la relación de fibra vs resina es mayor, aportando mejores propiedades mecánicas que uno por moldeo manual.

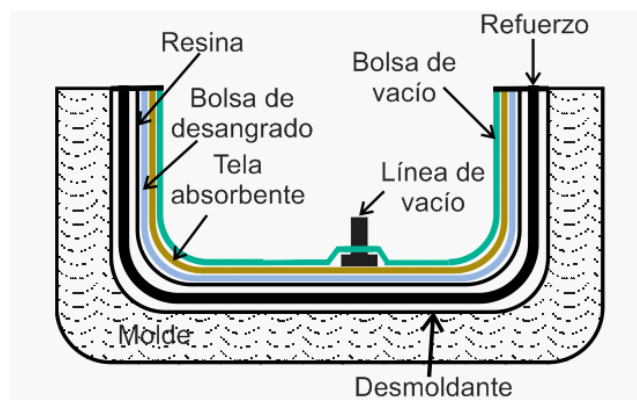


Figura 2.14: Proceso de moldeo por vacío de una pieza de PRF.

En capítulos posteriores se describen estos procesos de una manera más detallada, aplicándolos al proceso de moldeo para piezas de fibra de carbono que se ocuparán en el desarrollo del presente trabajo.

2.3. Mecánica de los materiales compuestos

La mecánica de los materiales es una rama de la mecánica que estudia los efectos internos del esfuerzo y la deformación en un cuerpo sólido que está sometido a una carga externa [26].

El esfuerzo se asocia directamente con la resistencia del material del que está hecho, mientras que la deformación se relaciona con el cambio en su tamaño y forma.

Como se expresa en el título del presente tema de tesis, se aborda el análisis de estructuras de materiales compuestos, no obstante es necesario recalcar el significado de algunas palabras que ocuparemos de manera recurrente.

Una estructura se refiere a un sistema de partes conectadas que se utiliza para soportar una carga [25].

Los elementos que pueden constituir una estructura son principalmente

- **Tensores:** Estos elementos que por lo regular son delgados (varillas, barras, ángulos o canales) y se someten a fuerzas de tensión.
- **Vigas:** Son elementos rectos horizontales los cuales soportan cargas verticales.
- **Columnas:** A diferencia de las vigas, estos elementos se colocan de manera vertical y son sometidos a cargas de compresión.

También tenemos cuatro tipos de cargas internas resultantes:

- **Fuerza Normal:** Este tipo de fuerza aparece cuando tenemos fuerzas externas que jalan o empujan sobre dos segmentos de un cuerpo, por lo que su componente aparece de manera perpendicular al área de acción de dichas fuerzas.
- **Esfuerzo cortante:** Para este caso la fuerza es aplicada sobre el mismo plano del área, lo que ocasiona un deslizamiento entre dos segmentos.
- **Momento de torsión:** Este tipo de efecto se da cuando las cargas externas tienen a torcer un segmento del cuerpo sobre un eje perpendicular al área.
- **Momento flexionante:** Este fenómeno ocurre cuando las cargas externas tienden a flexionar un cuerpo respecto a un eje tomado del plano del área.

Como se menciona en la Sección 2.2, un material compuesto es aquel formado por dos o más constituyentes de naturaleza diferente, uno de ellos conocido como matriz y el otro como material de refuerzo. Al analizar sus propiedades de manera individual, podemos observar un comportamiento homogéneo en cada uno, pero al combinarlos, estas propiedades cambian completamente y son dependientes de la cantidad de fibra y resina usada en la composición total. Ver Fig. 2.3.

Los materiales con los que nos relacionamos en la vida diaria poseen diferentes formas y propiedades, por lo que es importante realizar una clasificación especial basada en el comportamiento elástico que presentan, para esto se toma en cuenta la relación lineal de elasticidad, que permite correlacionar la deformación que sufre un cuerpo sometido a una carga con los esfuerzos presentes en el material. Esta herramienta es nombrada como ley de Hooke generalizada o ecuación de elasticidad y es expresada para una sola dirección en la expresión

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.1)$$

donde E es el parámetro de rigidez del propio material conocido como módulo de Young y es distinto para cada uno. Cuando se requiere realizar un análisis espacial u obtener un estado tensional volumétrico o tridimensional, la ley de Hooke generalizada es como sigue

$$\sigma = \mathbf{C}\varepsilon \quad (2.2)$$

donde ahora $\sigma \in R^6$ y \mathbf{C} es una matriz de rigidez de 6×6 . Considerando los coeficientes de rigidez C_{ij} , el estado tensional volumétrico se puede expresar de forma detallada como

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

La ecuación de elasticidad ec. (2.3) también puede describirse en su relación inversa, obteniendo las deformaciones basándonos en los esfuerzos medidos, introduciendo un nuevo término \mathbf{S} conocido como matriz de flexibilidad (ec. (2.4) y ec. (2.5)).

$$\varepsilon = \mathbf{C}^{-1}\sigma = \mathbf{S}\sigma \quad (2.4)$$

con

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Con los términos S_{ij} llamados constantes de flexibilidad.

Existen consideraciones dadas por Gay, Hoa y Tsai [14] cuando se comienza con el estudio del comportamiento elástico de los cuerpos y son las siguientes:

- Un cuerpo elástico sometido a esfuerzos se deforma de manera reversible.
- Para cada punto en el cuerpo, podemos identificar los planos principales sobre los cuales existen solo esfuerzos normales.
- Las direcciones normales de estos planos son llamados las direcciones de esfuerzos principales.
- Una esfera pequeña del material que rodea un punto del cuerpo se convierte en un elipsoide después de que se le aplica alguna carga.

La forma que toma la esfera cuando le es aplicada una carga, nos habla de cómo es su comportamiento general. Puede tomar dos caminos al deformarse, comportarse como un material isotrópico o como un material anisotrópico. A continuación describiremos brevemente a cada uno de ellos y sus variantes existentes, dando como resultado una clasificación basada en los ejes de simetría que posee el material a analizar, quedando así catalogados en 5 grupos los cuales son:

- **Isotrópico.** Un material isotrópico es aquel que tiene las mismas propiedades mecánicas, físicas, térmicas y eléctricas en todas las direcciones [28]. Por lo que no tiene una dirección preferida y cualquier plano puede ser tomado como un plano de simetría.
- **Transversalmente isotrópico.** Un material transversalmente isotrópico es aquel que tiene tres planos de simetría, por lo que es ortotrópico y uno de sus planos se comporta como isotrópico.
- **Ortotrópico.** Un material ortotrópico es aquel que posee tres planos de simetría mutuamente perpendiculares con respecto a la orientación de la fibra.
- **Monoclínico.** Un material monoclínico es aquel que tiene un plano de simetría con respecto a la alineación de las fibras.
- **Anisotrópico.** Un material anisotrópico es aquel que no posee planos de simetría con respecto a la alineación de las fibras del material [29].

2.3.1. Conceptos y formulación matemática

En el análisis de cualquier tipo de material se debe tener presente el concepto de homogeneidad, el cual da a entender que las propiedades serán idénticas en cualquier punto que consideremos analizar. Caso contrario se da en una escala microscópica, en la cual los materiales se comportan de manera heterogénea.

Densidad

La densidad media volumétrica de un cuerpo es el cociente de la masa del objeto entre el volumen ocupado por dicho objeto [16].

$$\bar{\rho}_{objeto} = \frac{\text{masa del objeto}}{\text{volumen del objeto}} = \frac{m_{objeto}}{v_{objeto}} \quad (2.6)$$

cuyas unidades se miden típicamente en Kg/m^3 o g/cm^3 .

Para un cuerpo compuesto de dos materiales homogéneos de masas M_1 y M_2 , con volúmenes V_1 y V_2 y densidades ρ_1 y ρ_2 su densidad media está dada por

$$\rho = \frac{M_{total}}{V_{total}} = \frac{M_1 + M_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \quad (2.7)$$

Para el caso de la densidad superficial consideramos una plancha o lámina (una de las dimensiones es mucho menor que las otras dos), la cual posee un espesor e y tiene área A .

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{eA} = \left(\frac{1}{e}\right) \left(\frac{M}{A}\right) = \frac{1}{e}\sigma \quad (2.8)$$

con σ conocida como densidad superficial.

La siguiente expresión nos ayuda a determinar el espesor del material (fibra de carbono), tomando en cuenta el valor de la densidad superficial, ya sea dada por el fabricante o tomando valores experimentales del material.

$$e = \frac{\sigma}{\rho} \quad (2.9)$$

La ecuación (2.9) nos da una referencia de espesor equivalente para un tramado de fibras equilibradas, de esta forma se puede saber su volumen y porcentaje de fibra de manera fácil y práctica. Este valor es importante para el cálculo de las variables de fracción volumétrica de fibra y resina.

Relación peso-volumen

Para determinar modelos que se aproximan al comportamiento real del compuesto basados simplemente en la caracterización de los elementos constituyentes, debemos recurrir a las relaciones de volumen y peso mejor conocidas como fracciones volumétricas y de peso. De esta manera se facilita establecer un porcentaje certero de la cantidad de material utilizado por cada parte ya sea a través de un volumen o peso dado.

En esta sección se toma una pausa para conceptualizar estos parámetros que serán de ayuda en futuras secciones.

Fracción volumétrica Si se considera un material compuesto con un volumen total v_c , el cual está formado por la suma de los volúmenes que ocupan tanto el material de refuerzo v_f como el ocupado por la matriz v_m , podemos determinar la siguiente ecuación

$$v_c = v_f + v_m \quad (2.10)$$

La ecuación (2.10) está relacionada directamente con los pesos de la fibra y la matriz (w_f y w_m) y sus respectivas densidades (ρ_f y ρ_m), por medio de las siguientes dos expresiones:

$$v_f = \frac{w_f}{\rho_f} \quad (2.11)$$

y

$$v_m = \frac{w_m}{\rho_m} \quad (2.12)$$

Por lo que el porcentaje de fibra ocupado en el compuesto total también conocido como la fracción volumétrica de la fibra queda expresado como

$$V_f = \frac{v_f}{v_c} \quad (2.13)$$

Y la fracción volumétrica de la matriz se da por

$$V_m = \frac{v_m}{v_c} = 1 - V_f \quad (2.14)$$

Fracción de peso De manera análoga al resultado de las ecs. (2.13) y (2.16), se parte del peso total del material compuesto (w_c) y los pesos individuales de cada uno de los elementos que lo conforman, en este caso de la matriz y el material de refuerzo (w_m y w_f). De esta forma se determina el porcentaje de peso de la fibra en función de su peso y del peso total del material compuesto.

$$W_f = \frac{w_f}{w_c} \quad (2.15)$$

Si ahora se considera el porcentaje basado en el peso de la matriz, se obtiene la siguiente expresión:

$$W_m = \frac{w_m}{w_c} = 1 - W_f \quad (2.16)$$

Al existir una relación entre el peso y el volumen del material se debe agregar un término que los vincule mutamente, este concepto es conocido como densidad. Dependiendo cual sea la base para el resultado final (porcentaje de peso o de volumen), se llega a expresiones finales como las siguientes:

$$\rho_c = \rho_f V_f + \rho_m V_m \quad (2.17)$$

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{W_f}{\rho_f} + \frac{W_m}{\rho_m}} \quad (2.18)$$

De estas ecuaciones (ecs. (2.17) y (2.18)), se pueden obtener también las fracciones volumétricas y las de peso, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} W_f &= \frac{\rho_f}{\rho_c} V_f \\ W_m &= \frac{\rho_m}{\rho_c} V_m \end{aligned} \quad (2.19)$$

y de manera recíproca:

$$\begin{aligned} V_f &= \frac{\rho_c}{\rho_f} W_f \\ V_m &= \frac{\rho_c}{\rho_m} W_m \end{aligned} \quad (2.20)$$

El peso final de la pieza de material compuesto se estima considerando los elementos de forma independiente (ec. (2.21)) o con las propiedades promedio del compuesto (ec. (2.22)).

$$w_c = \rho_f v_f + \rho_m v_m \quad (2.21)$$

$$w_c = v_c \rho_c \quad (2.22)$$

Espesor de material compuesto

Una expresión simple para el cálculo del espesor de una pieza de material compuesto, se obtiene al usar el volumen total promedio y dividirlo entre el área que éste ocupa (ec. (2.23)), lo cual es fácil tratándose de piezas planas y uniformes.

En el caso de piezas con relieves o de formas complejas, esta estimación es más difícil de determinar, se recurre a la representación de porcentajes de peso y de densidad, además en la expresión final del espesor (ec. (2.25)) se nota la existencia de dos nuevos términos. En primer lugar tenemos el gramaje o gramatura G_r , que es un valor dado por el fabricante para sus tejidos y no es más que el peso del material de refuerzo dividido entre el área que este ocupa (ec. (2.24)). Sus unidades son dadas por g/m^2 .

El otro término empleado es el que corresponde al contenido de vacío V_v en la pieza, solamente se puede estimar, debido a la incertidumbre tan grande que poseen los PRF al ser fabricados y la dificultad para medirlo de forma precisa. Para evitar la concentración tan grande de burbujas de aire en el material se recurren a métodos de fabricación con maquinaria especial que tratan de eliminarlas.

$$e_v = \frac{v_c}{A} \quad (2.23)$$

$$G_r = \frac{w_f}{A} \quad (2.24)$$

$$e_t = \left(\frac{G_r}{1 - V_v} \right) \left(\frac{1}{\rho_f} + \frac{1 - W_f}{\rho_m W_f} \right) \quad (2.25)$$

Berthelot [3] da rangos de calidad con respecto a la porosidad o burbujas de aire contenidas en una pieza de PRF, referenciando un máximo de 1 % para productos de alta calidad hasta un 5 % para productos con calidad muy baja.

Módulo de elasticidad

El módulo de elasticidad es uno de los parámetros más importantes en el análisis de mecánica de materiales porque describen el comportamiento elástico de un material cuando es sometido a fuerzas externas. También da una relación entre los incrementos de tensión aplicados y los incrementos de la deformación longitudinal unitaria que ocasiona [30].

En un material compuesto se debe tener presente que su módulo de Young es dependiente del módulo de elasticidad de cada uno de los materiales y la influencia de la cantidad de fibra y de matriz usados en él. Con estas consideraciones tomadas en cuenta, se recurre a la hipótesis de que en el material compuesto, la fibra y la matriz tienen una elongación idéntica, originando diferentes esfuerzos provenientes de las distintas propiedades de los materiales usados. Con las consideraciones anteriores se llega a la expresión de la ecuación (2.26), la cuál es conocida con el nombre de la *regla de las mezclas* para determinar el módulo de Young en materiales compuestos.

$$E_c = E_f V_f + E_m V_m \quad (2.26)$$

Cuando se usan fibras unidireccionales o tejidos, la regla de las mezclas presentada anteriormente (ec. (2.26)), se cambia para adaptarla usando solamente el porcentaje de fibra del material compuesto, dando como resultado la ecuación (2.27). Asimismo también realizamos un ajuste que depende de la configuración del tejido, ya sea unidireccional o bidireccional usando un parámetro denotado con la letra k que se verá en el apartado de consideraciones para tejidos. De esta forma apreciamos que con un volumen bajo de fibra, nos da una lámina con menor resistencia y rigidez a tensión a lo largo de las fibras [31].

$$E_{Lu} = E_f V_f + E_m (1 - V_f) \quad (2.27)$$

Coefficiente de Poisson

El coeficiente de Poisson es una constante elástica que proporciona una medida del estrechamiento de sección de un prisma de material elástico lineal e isótropo cuando se estira longitudinalmente y se adelgaza en las direcciones perpendiculares a las de estiramiento [37].

La definición anterior es tomada para materiales isotrópicos, elásticos y homogéneos, en caso de materiales compuestos, este valor varía y es dependiente de los materiales que lo conforman, al igual que el módulo de Young la expresión (2.28) es obtenida basándonos en la regla de las mezclas. En este caso particular el coeficiente que obtenemos es denominado coeficiente de poisson longitudinal, porque esta referenciado a la dirección longitudinal de la pieza de material compuesto.

$$\nu_{LTu} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f) \quad (2.28)$$

Módulo de cortante o rigidez

Este valor puede se aprecia en mayor manera cuando se le aplican esfuerzos cortantes al material o probeta usada, para un material isotrópico se puede obtener de una manera rápida conociendo el módulo de Young y el coeficiente de Poisson.

Para el caso de materiales compuestos tenemos que recurrir al uso de porcentajes de fibra y los valores de módulo cortante de cada uno de los materiales usados. Cuando realizamos un ensayo de tensión sobre una pieza notaremos que esta tiende a romperse por lo regular a un ángulo de 45° . Lo que apreciamos son los esfuerzos cortantes sobre el plano de axial o de acción, al cual le corresponde una constante que puede ser calculada por medio de la expresión (2.29) y tiene el nombre de Módulo de cortante longitudinal.

$$G_{LTu} = \frac{G_m G_f (1 + V_f) + G_m (1 - V_f)}{G_f (1 - V_f) + G_m (1 + V_f)} \quad (2.29)$$

Otras constantes

Al igual que las tres constantes anteriores, existen expresiones para describir el comportamiento general de un material compuesto y serán presentadas en las ecuaciones (2.30) a (2.35). Estas ecuaciones han sido desarrolladas a lo largo de las últimas décadas por medio de la experimentación y considerando las ecuaciones anteriormente descritas. Para el caso de los módulos de compresión lateral (2.32) y (2.33), una forma de verificarlos es mediante el análisis de la compresión hidrostática lateral del material compuesto, en el cual no debe existir ninguna deformación sobre el eje longitudinal (x), pero se ve reflejado los esfuerzos en la dirección (y y z). Otra de las ecuaciones mostradas son el módulo de Young transversal y el módulo de cortante transversal, los cuales como su nombre lo indica se encuentran ubicados perpendicularmente al eje de acción de la fuerza aplicada (tensión).

Módulo de compresión de la matriz

$$k_m = \frac{E_m}{3(1 - 2\nu_m)} \quad (2.30)$$

Módulo de compresión de la fibra

$$k_f = \frac{E_f}{3(1 - 2\nu_f)} \quad (2.31)$$

Módulo de compresión lateral de la matriz

$$K_m = \frac{E_m}{2(1 - 2\nu_m)(1 + \nu_m)} \quad (2.32)$$

Módulo de compresión lateral de la fibra

$$K_L = K_m + \frac{V_f}{\frac{1}{k_f - k_m + \frac{G_f - G_m}{3}} + \frac{1 - V_f}{k_m + \frac{4G_m}{3}}} \quad (2.33)$$

Módulo de cortante transversal

$$G_{TT} = G_m \left[1 + \frac{V_f}{\frac{G_m}{G_f - G_m} + \frac{k_m + \frac{7G_m}{3}}{2k_m + \frac{8G_m}{3}} (1 - V_f)} \right] \quad (2.34)$$

Módulo de Young transversal

$$E_{Tu} = \frac{2}{\frac{1}{2K_L} + \frac{1}{2G_{TT}} + \frac{2(\nu_{LTu})^2}{E_{Lu}}} \quad (2.35)$$

Consideraciones para tejidos

Las ecuaciones descritas anteriormente (ecs. (2.30) a (2.35)) son usadas principalmente para obtener resultados aproximados en materiales compuestos unidireccionales, cuando nos centramos en el uso de tejidos para la elaboración de materiales compuestos debemos tener ciertas consideraciones (ver ec. (2.36)):

- Los módulos de Young longitudinal de la urdimbre (E_{Lwp}) y de la trama (E_{Lwf}) son equivalentes al valor del módulo de Young longitudinal del material compuesto (E_{Lu}).
- Lo mismo ocurre con los módulos de Young transversales (E_{Twp} y E_{Twf}), los coeficientes de Poisson (ν_{LTwp} y ν_{LTwf}) y los módulos de cortante (G_{LTwp} y G_{LTwf}).
- Considerando que el tejido es del mismo material en todas las fibras usadas ya sea unidireccionales o bidireccionales el valor de k para diferentes configuraciones es
 - $k = 1$ para tejidos unidireccionales en la dirección de la urdimbre.
 - $k = 0$ para tejidos unidireccionales en la dirección de la trama.
 - $k = 0,5$ para tejidos equilibrados.

$$\begin{aligned}
E_{Lwp} &= E_{Lwf} = E_{Lu} \\
E_{Twp} &= E_{Twf} = E_{Tu} \\
\nu_{LTwp} &= \nu_{LTwf} = \nu_{LTu} \\
G_{LTwp} &= G_{LTwf} = G_{LTu} \\
k &= \frac{1}{2}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Expresiones finales

$$\begin{aligned}
E_L &= (1 - \alpha) [k\alpha_{wp}E_{Lwp} + (1 - k)\alpha_{wf}E_{Twf}] \\
E_T &= (1 - \alpha) [k\alpha_{wp}E_{Twp} + (1 - k)\alpha_{wf}E_{Lwf}] \\
\nu_{LT} &= \frac{k\alpha_{wp}\nu_{LTwp}E_{Twp} + (1 - k)\alpha_{wf}\nu_{LTwf}E_{Twf}}{k\alpha_{wp}E_{Twp} + (1 - k)\alpha_{wf}E_{Lwf}} \\
G_{LT} &= kG_{LTwp} + (1 - k)G_{LTwf}
\end{aligned} \tag{2.37}$$

con

$$\begin{aligned}
\alpha_{wp} &= \frac{1}{1 - \frac{E_{Twp}}{E_{Lwp}} (\nu_{LTwp})^2} \\
\alpha_{wf} &= \frac{1}{1 - \frac{E_{Twf}}{E_{Lwf}} (\nu_{LTwf})^2}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

y

$$\alpha = \frac{[k\alpha_{wp}\nu_{LTwp}E_{Twp} + (1 - k)\alpha_{wf}\nu_{LTwf}E_{Twf}]^2}{[k\alpha_{wp}E_{Lwp} + (1 - k)\alpha_{wf}E_{Twf}] [k\alpha_{wp}E_{Twp} + (1 - k)\alpha_{wf}E_{Lwf}]} \tag{2.39}$$

Tomando en cuenta (2.36), se llega a las expresiones simplificadas

$$\begin{aligned}
E_L &= E_T = \frac{1}{2} (1 - \alpha) \alpha_u (E_{Lu} + E_{Tu}) \\
\nu_{LT} &= \frac{2\nu_{LTu}}{1 + \frac{E_{Lu}}{E_{Tu}}} \\
G_{LT} &= G_{LTu}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

con

$$\alpha_u = \frac{1}{1 - \frac{E_{Tu}}{E_{Lu}} (\nu_{LTu})^2} \quad (2.41)$$

$$\alpha = \frac{4\nu_{LTu}^2}{\left(1 + \frac{E_{Lu}}{E_{Tu}}\right)^2}$$

Aquí concluye la teoría para una sola lámina (unidireccional o tejido) y comienza la teoría para múltiples capas. Las ecuaciones anteriores (ec. (2.29) a (2.41)) están basadas en la literatura existente y su desarrollo se puede verificar, por ejemplo, en el libro de materiales compuestos de Berthelot [3].

2.3.2. Laminados

En la presente tesis, se consideran a los laminados como principal presentación de los materiales compuestos, por lo que debemos familiarizarnos con la nomenclatura que se maneja.

Un laminado está formado por capas sucesivas de materiales de refuerzo impregnadas con resina las cuales pueden estar formadas con hebras longitudinales, con tejidos o también con otros laminados por lo que pueden tener orientaciones similares o diferentes, al igual que sus propiedades mecánicas.

Nomenclatura de laminados

Existen diferentes formas para describir la composición y orientación de las capas de un laminado, puede ser de forma gráfica o de forma lineal, la más usada es basada en el código estándar para laminados dado por el el Laboratorio de Dinámica de Vuelo de la Fuerza Aérea [17] y sintetizado por Carlsson y Adams [18].

Las láminas son listadas entre corchetes, colocando la orientación de cada placa en grados, iniciando con la capa inferior y separándolas por una diagonal entre cada una si tienen ángulos diferentes. La orientación, en grados, se mide respecto al eje x del laminado principal y una rotación en sentido contrario a las manecillas del reloj nos dará un valor de ángulo positivo. Fig. 2.15.

También se puede expresar el número de capas consecutivas con propiedades y orientación idénticas, colocando un subíndice expresando el número de láminas repetidas en la capa de la orientación deseada.

$$[45/ - 30/0/0/90/90] \rightarrow [45/ - 30/0_2/90_2]$$

Al final de los corchetes, se debe colocar como subíndice una T , para indicar la representación final del compuesto, pero normalmente se omite. También existe el subíndice S

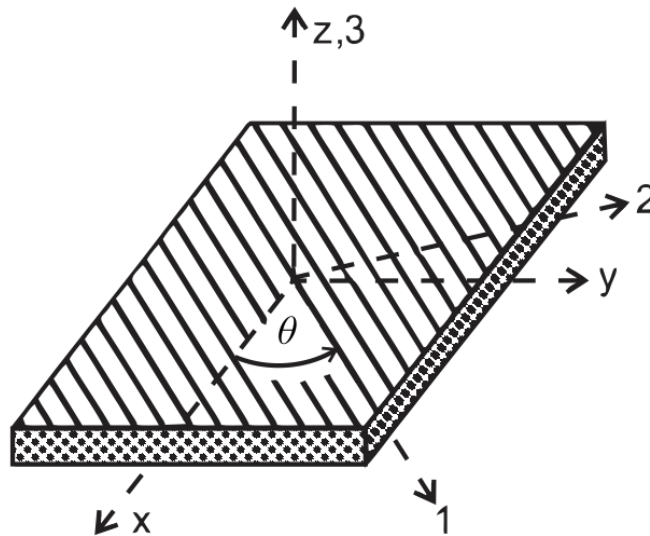


Figura 2.15: Ejes 1, 2 desplazados un ángulo θ con respecto a los ejes x, y y tomando como eje de giro el eje z .

que es usado para ahorrar espacio de escritura cuando se usan laminados simétricos. Se debe tener cuidado al omitir el subíndice T , ya que puede confundirse con la forma condensada, que expresa la orientación de las láminas y algunas capas de ellas, pero no el orden final.

$$[90/0/45/45/0/90] \rightarrow [90/0/45]_S$$

Existe el caso en el que el laminado simétrico cuenta con un número impar de elementos, por lo que debe colocarse una barra sobre el elemento que quedará en el centro del laminado.

$$[30/0/\overline{-45}]_S$$

En caso de tener láminas adyacentes con la misma magnitud de orientación, pero con signo contrario, recurrimos al uso del símbolo \pm o \mp . Tomando el signo superior como la primera lámina colocada y el signo inferior como la lámina contigua.

$$[15/ - 15/30/30/45] \rightarrow [\pm 15/30_2/45]$$

Existe el caso en el que se forman cadenas sucesivas (conjunto) de láminas, las cuales se repiten deben de colocarse entre paréntesis, considerándolo como si fuese un solo elemento.

$$[15/20/30/15/20/30/30/20/15/30/20/15] \rightarrow [(15/20/30)_2]_S \rightarrow [(15/20/30)]_{2S}$$

La expresión en el extremo derecho de la representación anterior no es correcta, aunque se usa de forma coloquial.

Adicionalmente a las consideraciones tomadas anteriormente, que se respetan para laminados con un solo tipo de material, cambiando su orientación y posición dentro del laminado final, también existe el caso en el que se requieren laminados de diferentes tipos de materiales, a lo cual se identifican con un subíndice del material de refuerzo con el que están hechos, que debe describirse en un apartado diferente.

$$[0_C/45_G/90_K]$$

donde

C - Fibra de Carbono.

G - Fibra de Vidrio.

K - Kevlar.

Teoría clásica de laminados

Una vez conocidos E_L , E_T , G_{LT} y ν_{LT} para placa o lámina usadas en el laminado total, también es necesario conocer su espesor, ubicación y orientación con respecto al laminado total.

Para determinar las constantes de rigidez reducidas en las direcciones principales (Q_{ij}), debe considerarse un ángulo igual a cero, por lo que es necesario, por practicidad, usar las constantes de la matriz reducida como funciones de las constantes ingenieriles (E_L , E_T , G_{LT} y ν_{LT}) en la direcciones principales del material (ver expresiones (2.42)), las cuales ayudan a formar la matriz de rigidez reducida en la direcciones principales (\mathbf{Q}) (ec. (2.43)), en la que se contempla el comportamiento ortotrópico o transversalmente isotrópico del material compuesto analizado.

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_L}{1 - \frac{E_T}{E_L} (\nu_{LT})^2} \\ Q_{22} &= \frac{E_T}{E_L} Q_{11} \\ Q_{12} &= Q_{21} = \nu_{LT} Q_{22} \\ Q_{66} &= G_{LT} \\ Q_{16} &= Q_{61} = Q_{26} = Q_{62} = 0 \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

En caso de que la fibra sea acomodada con un ángulo diferente al de sus direcciones principales, se ocupan las constantes de rigidez reducidas de un compuesto ortotrópico o unidireccional fuera de sus direcciones principales (Q'_{ij}) (ec. (2.44)) para formar la matriz de rigidez reducida para un estado de esfuerzo plano (\mathbf{Q}'_{angulo}) (ec. (2.45)).

$$\begin{aligned}
Q'_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta & (2.44) \\
Q'_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\
Q'_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\
Q'_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\
Q'_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\
Q'_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)
\end{aligned}$$

$$\mathbf{Q}'_{angulo} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{21} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{61} & Q'_{62} & Q'_{66} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Ahora se considera el tensor de deformaciones en el punto M ($\varepsilon(M)$) como el descrito en la ec (2.46) o de forma desarrollada como ec. (2.47), el cual contiene las deformaciones ocasionadas por los esfuerzos lineales $\varepsilon_m(M)$ y por los esfuerzos de flexión $\varepsilon_f(M)$ sobre la pieza de análisis.

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_m(M) + \varepsilon_f(M) \quad (2.46)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Con ε_{xx}^0 , ε_{yy}^0 y γ_{xy}^0 conocidas como las deformaciones sobre el plano y κ_x , κ_y y κ_{xy} formando el término matricial $\kappa(x, y)$ conocido como *matriz de curvatura*, en el cual se reflejan las deformaciones ocasionadas por la flexión del material.

De este modo se recurre al uso del campo de esfuerzos empleado en la teoría clásica de laminados, dando como resultado las expresiones de la ec. (2.48), que pueden ser acomodadas de forma matricial como en la expresión (2.49), mejor conocido como el tensor de esfuerzos en el punto M , el cual se reduce a σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} , valores empleados para el análisis de una sola lámina de material compuesto.

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= Q'_{11}\varepsilon_{xx} + Q'_{12}\varepsilon_{yy} + Q'_{16}\gamma_{xy} & (2.48) \\
\sigma_{yy} &= Q'_{12}\varepsilon_{xx} + Q'_{22}\varepsilon_{yy} + Q'_{26}\gamma_{xy} \\
\sigma_{xy} &= Q'_{16}\varepsilon_{xx} + Q'_{26}\varepsilon_{yy} + Q'_{66}\gamma_{xy} \\
\sigma_{yz} &= 0 \\
\sigma_{xz} &= 0
\end{aligned}$$

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Cuando se consideran múltiples láminas, la k -ésima lámina puede ser expresada como

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = Q'_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

con Q'_k conocida como la matriz de rigidez reducida para un estado de esfuerzo plano para la k -ésima lámina y expresada como

$$Q'_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{21} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{61} & Q'_{62} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \quad (2.51)$$

Al desarrollar la ecuación (2.50) y considerando el tensor de deformaciones (ec. (2.47)) se obtiene

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{21} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{61} & Q'_{62} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{21} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{61} & Q'_{62} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

o de forma condensada

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k \kappa(x, y) \quad (2.53)$$

Dónde la matriz $\sigma_k(M)$ representa la matriz de esfuerzos de la k -ésima capa, $k_{k-1} \leq z \leq h_k$.

Con lo anterior considerado se obtienen las expresiones de las resultantes normales y los momentos resultantes. Las resultantes normales del laminado completo están descritas como:

$$N(x, y) = A \varepsilon_m(x, y) + B \kappa(x, y) \quad (2.54)$$

Aquí se observa la inclusión de nuevos términos matriciales (A y B) que son descritas en la ec. (2.55) de forma general, por lo que sus elementos constitutivos A_{ij} y B_{ij} quedan expresados en la ec. (2.56), valores que son dependientes directamente de la posición h_k referenciada con respecto al centro del espesor total del compuesto y de la matriz de rigidez reducida para un estado de esfuerzo plano de cada lámina. En el caso de A , la expresión $(h_k - h_{k-1})$ es considerada como el espesor de la k -ésima lámina.

$$A = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \quad (2.55)$$

$$B = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k \quad (2.56)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k$$

De esta manera la ecuación de las resultantes normales (ec. (2.54)) queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Los momentos resultantes quedan descritos como se muestra a continuación:

$$M_f(x, y) = B\varepsilon_m(x, y) + D\kappa(x, y) \quad (2.58)$$

Un nuevo término matricial (D) es añadido y sus elementos D_{ij} son los siguientes:

$$D = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k \quad (2.59)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q'_{ij})_k \quad (2.60)$$

Por lo que la matriz que describe los momentos resultantes es:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Una vez conocidas las matrices A , B y D del laminado de material compuesto, contemplando la cantidad de láminas y su respectiva orientación, se agrupan para formar la *Ecuación Constitutiva* (ec. (2.62)) y en su forma simplificada (ec. (2.63)), incluyendo en la expresión final a la *matriz de rigidez del laminado*, formada por las matrices A , B y D .

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

$$\begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

Las ecuaciones A , B y D anteriormente descritas también pueden expresarse usando el espesor de lámina e_k y su ubicación z_k dentro del laminado final, partiendo del plano central hacia la k -ésima lámina.

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k \\ B_{ij} &= \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k z_k \\ D_{ij} &= \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k \left(e_k z_k^2 + \frac{e_k}{12} \right) \end{aligned} \quad (2.64)$$

- La matriz A es llamada matriz de rigidez de alargamiento o extensional.
- La matriz D es conocida como matriz de rigidez de flexión.
- La matriz B es llamada matriz de rigidez de acoplamiento.

2.4. Vibraciones mecánicas

Cualquier movimiento que se repite después de un intervalo de tiempo se llama vibración u oscilación [19]. En general, existen dos tipos de vibraciones, libres y forzadas [27].

Un ejemplo de vibración libre es el de un péndulo, que mantiene su movimiento oscilatorio por efecto de la gravedad, a comparación de una vibración forzada que es ocasionada por una fuerza externa aplicada al sistema que puede ser periódica o intermitente. Además podemos considerar los efectos debidos a la fricción que las clasifican en amortiguadas o no amortiguadas.

2.4.1. Vibraciones libres en vigas

Como se mencionó anteriormente, una vibración libre es aquella que mantiene su movimiento oscilatorio debido a efectos gravitatorios o por la elasticidad propia del material. Es importante su estudio para obtener los valores de sus frecuencias naturales y determinar de manera dinámica rangos de trabajo para evitar que efectos como la fatiga o fluencia se presenten rápidamente y ocasionen una falla en el material.

Un método simple de obtención de estas frecuencias es con el estudio de vigas bajo diferentes condiciones, recreando las situaciones a las que se va a someter la pieza de la que deseamos obtener su respuesta, obteniendo su modelo y de esta manera trasladarlo a formas más complejas mediante técnicas de mayor peso computacional, un ejemplo es el análisis usando el método de elemento finito (*FEM*), basado en la solución por medio de nodos a problemas de ingeniería que son modelos matemáticos de situaciones físicas[35].

Partimos de la ecuación general de una viga en compresión basada en la ecuación de Euler-Bernoulli la cual es la presentada en la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{12}{E_x h^3} \left(N_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \right) = 0 \quad (2.65)$$

Una forma usual de escribir a la deflexión transversal al plano de la viga w_0 que nos permite dar solución y localizar el valor de las frecuencias naturales cuando el material es sometido a una vibración libre es

$$w_0(x, t) = w_0(x) e^{i\omega t} \quad (2.66)$$

Sustituimos w_0 en la ec. (2.65) para obtener

$$\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{12}{E_x h^3} \left(N_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \rho_s \omega w_0 \right) = 0 \quad (2.67)$$

Para nuestro tema de estudio, nos centraremos en el caso de una viga empotrada en un extremo y libre en el otro, cuales condiciones de frontera son las expresadas en las ecs. (2.68) y (2.69) con M_x el momento resultante y Q_x la resultante del esfuerzo cortante transversal.

Para $x = 0$

$$\begin{aligned} w_0 & \Big|_{x=0} = 0 \\ \frac{dw_0}{dx} & \Big|_{x=0} = 0 \end{aligned} \quad (2.68)$$

Para $x = L$

$$\begin{aligned} M_x & \Big|_{x=L} = \frac{d^2 w_0}{dx^2} \Big|_{x=L} = 0 \\ Q_x & \Big|_{x=L} = \frac{d^3 w_0}{dx^3} \Big|_{x=L} = 0 \end{aligned} \quad (2.69)$$

Representamos ahora la función w_0 dependiente de x y buscamos una función X_m que permita dar solución a las condiciones de frontera expresadas anteriormente (ec. (2.68) y (2.69)).

$$w_0(x) = C_m X_m(x) \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.70)$$

Young[42] y Whitney[43] usan una solución aproximada para las condiciones de frontera previamente descritas (ecs. (2.68) y (2.69)) y es expresada en la ec. (2.71).

$$X_m(x) = \cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \gamma_m \left[\sin\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) \right] \quad (2.71)$$

Esto es fácil de corroborar si derivamos y evaluamos los valores en los puntos deseados (ec. (2.69)). Las derivadas de nuestra función X_m que dan solución a las condiciones presentadas anteriormente son las descritas en (2.72):

$$\begin{aligned} \frac{dX_m}{dx} &= \frac{\lambda_m}{L} \left\{ -\sin\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \gamma_m \left[\cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) \right] \right\} \\ \frac{d^2 X_m}{dx^2} &= \frac{\lambda_m^2}{L^2} \left\{ -\cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \gamma_m \left[-\sin\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) \right] \right\} \\ \frac{d^3 X_m}{dx^3} &= \frac{\lambda_m^3}{L^3} \left\{ \sin\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \gamma_m \left[-\cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) \right] \right\} \\ \frac{d^4 X_m}{dx^4} &= \frac{\lambda_m^4}{L^4} \left\{ \cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \gamma_m \left[\sin\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.72)$$

Si evaluamos la segunda y tercer derivada como se describe ($x = L$) obtenemos dos ecuaciones que cumplirán las condiciones de frontera deseadas (ec. (2.73)).

$$\begin{aligned} \cos(\lambda_m) + \cosh(\lambda_m) - \gamma_m [\sin(\lambda_m) + \sinh(\lambda_m)] &= 0 \\ \sin(\lambda_m) - \sinh(\lambda_m) + \gamma_m [\cos(\lambda_m) + \cosh(\lambda_m)] &= 0 \end{aligned} \quad (2.73)$$

Simplemente despejamos a γ_m , igualamos, auxiliandonos de las identidades trigonométricas presentadas en la ec. (2.74).

$$\begin{aligned} \cos^2 a + \sin^2 a &= 1 \\ \cosh^2 a - \sinh^2 a &= 1 \end{aligned} \quad (2.74)$$

Al final llegamos a una ecuación de la cual debemos dar solución para obtener los valores de sus raíces (γ_m) de forma numérica

$$\cos(\lambda_m) \cosh(\lambda_m) = -1 \quad (2.75)$$

Para localizar estos valores recurrimos al programa Maple el cual nos permitirá encontrarlos por aproximación numérica. Las primeras siete soluciones de las raíces son las presentadas en la Tabla 2.3 que serán ocupados después.

Tabla 2.3. Raíces numéricas de la ec. 2.75. ||

m	λ_m
1	1,875104069
2	4,694091133
3	7,854757438
4	10,99554073
5	14,13716839
6	17,27875953
7	20,42035225

Volvemos a la función principal (ec. (2.67)) considerando que no tenemos fuerza aplicada N_0 , lo que nos dará como resultado la ec. (2.76), la cual la condición es que la ecuación expresada entre corchetes debe ser cero lo que nos dará la solución de la misma y representará las frecuencias naturales angulares del sistema (ec. (2.77)) para la configuración descrita anteriormente.

$$\left[\frac{\lambda_m^4}{L^4} - \frac{12}{E_x h^3} (\rho_s \omega^2) \right] X_m C_m = 0 \quad (2.76)$$

$$\omega = \frac{\lambda_m^2}{L^2} \sqrt{\frac{E_x h^3}{12 \rho_s}} \quad (2.77)$$

Los datos requeridos, ya sea de forma experimental o calculados por la teoría presentada en el apartado 2.3.1 son los siguientes:

- λ_m las raíces obtenidas
- L la longitud de la viga
- E_x módulo de Young sobre el eje x
- h espesor de la placa
- ρ_s densidad superficial

ρ_s es determinada como $\rho_0 h$ con ρ_0 como la densidad del compuesto, considerando que está conformado de los mismos elementos (matriz-refuerzo) sólo cambiando la orientación de estos.

Capítulo 3

Moldeo e instrumentación en materiales compuestos

3.1. Proceso de moldeo de materiales compuestos

3.1.1. Materiales

Fibra de carbono

La fibra de carbono (Fig. 3.1) es un material de refuerzo, el cual está formado por filamentos de poliacrilonitrilo (PAN) [14] de un diámetro muy pequeño ($5 - 10 \mu m$), los cuales se oxidan a temperaturas cercanas a $300 \text{ }^\circ C$ y recalentadas hasta $1100 - 1500 \text{ }^\circ C$ dentro de una cámara con un gas inerte (principalmente nitrógeno), en el que los filamentos son carbonizados.

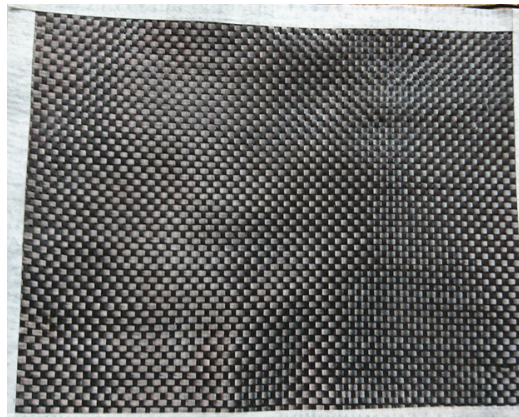


Figura 3.1: Muestra de tejido plano de Fibra de Carbono.

Podemos clasificar a la fibra de carbono en tres categorías: *HS* (*High-strength*), *HM* (*highmodulus*) y *UHM* (*ultra highmodulus*).

- *HS* es elaborado con el proceso descrito anteriormente solamente agregando un tratamiento superficial en una atmósfera ácida.
- *HM* y *UHM*, a diferencia de la fibra *HS*, estas se elaboran con brea, agregando un paso intermedio entre la carbonización y tratamiento superficial, este es llamado grafitización, usando una temperatura mayor a $2600\text{ }^{\circ}\text{C}$, con esto las fibras adquieren un módulo de Young mayor.

Las fibras de carbono derivadas de PAN tienden a tener alta resistencia a la tracción [32], mientras que en las que se emplea brea, cuentan con baja elasticidad (módulo de Young alto).

Las propiedades dadas por el fabricante (Quintum) son las siguientes[33]:

- Resistencia a la tracción
 - $3k$: 4440 *MPa*
 - $6k$: 4440 *MPa*
 - $12k$: 5445 *MPa*
- Módulo de tensión: 231 *GPa*
- Alargamiento de rotura
 - $3k$: 1,80 %
 - $6k$: 1,70 %
 - $12k$: 1,70 %
- Densidad: 1,79 *g/cm*³

Resina epóxica

Una resina epoxi (ver Fig. 3.2) es un polímero termoestable que se endurece cuando se mezcla con un agente catalizador o endurecedor[34]. A diferencia de las resinas poliéster, que son las más usadas por tener un costo de producción menor, el uso de las resinas epóxicas ha ido aumentando debido a las ventajas que posee con respecto a las basadas en poliéster. Algunas de estas ventajas son:

- Buenas propiedades mecánicas
- Su comportamiento a altas temperaturas es bueno
- Tienen buena resistencia a químicos
- Una bajo porcentaje de contracción durante el proceso de curado



Figura 3.2: Resina epóxica con su catalizador, presentación de 1kg.

En cuanto a aplicaciones es las que es usada este tipo de resinas se encuentran

- Pinturas y acabados
- Adhesivos
- Materiales compuestos
- Sistemas eléctricos y electrónicos
- Aplicaciones náuticas
- Arte

Estas son las propiedades dadas por Poliformas Plásticas S.A. de C.V. en sus hojas de especificaciones[38].

- Esfuerzo a la tensión 145 MPa
- Esfuerzo a la compresión 129 MPa
- Esfuerzo a la flexión 20 MPa

También se describe la proporción resina-catalizador y tiempos de uso antes de que endurezca.

- Relación en peso
 - RE-7001-1 100 partes en peso

- HD-307 15 partes en peso
- Tiempos de uso
 - Tiempo de gelado @ 25 °C 25 – 35 *min.*
 - Tiempo de manejo 30 – 40 *min.*

3.1.2. Proceso de moldeo de una pieza de fibra de carbono - epoxi

Como se comentó en secciones anteriores, en este apartado se abarcarán dos de los procesos de fabricación (moldeo) de piezas de fibra de carbono (FC – epoxi) usados en la presente tesis, que son el moldeo manual y el moldeo por infusión (vacío).

Considerando la definición de material compuesto, debemos tener al menos dos constituyentes, conocidos como matriz y elemento reforzador. La fibra de carbono funge como material de refuerzo y la resina epóxica como matriz, las propiedades mecánicas fueron presentadas en tablas en capítulos anteriores.

Un punto importante y que no debemos olvidar es que la resina epóxica por sí sola no posee la capacidad de endurecerse y permanecerá en forma líquida hasta que entre en contacto con un polimerizador, llamado catalizador, ocasionando una reacción química para que la resina endurezca, a este proceso se le conoce como curado y el tiempo que requiere depende del porcentaje de catalizador usado en la mezcla (es dado por el fabricante).

La preferencia de una resina epóxica sobre una resina poliéster tiene que ver con un mejor comportamiento de sus propiedades mecánicas. El fabricante nos determina la cantidad de catalizador a usar en un ambiente controlado (14 – 30 %), pero debemos considerar que este valor puede variar poco dependiendo de las condiciones climáticas presentes en el desarrollo de la mezcla.

A partir de este momento una pieza de fibra de carbono será usada para referirnos al compuesto FC – epoxi.

Moldeo manual

Los materiales y herramientas a usar para este proceso son los siguientes:

- 2 capas de fibra de carbono (12k en forma de tejido)
- Resina epóxica (con su respectivo catalizador)
- Molde
- Contramolde (opcional)
- Cera desmoldante

- Película desmoldante
- Báscula
- Brocha o rodillo
- Agitador
- Cinta Masking
- Recipiente (graduado opcional)
- Equipo de protección (mascarilla, lentes y guantes)

En el proceso de fabricación manual se recurre al uso de un molde, el cual dará la forma final de la pieza. En nuestro caso, para la elaboración de un laminado, se usan vidrios como molde. Estos cristales deben ser templados para soportar el comportamiento exotérmico de la resina epóxica, normalmente se usan moldes hechos de fibra de vidrio recubiertos con gelcoat. Como el molde dará el acabado final a nuestra pieza, este deberá contar con la textura deseada ya sea lisa o rugosa o con los relieves que proponga el diseñador.

Se recomienda colocar una película protectora sobre el molde a usar, para evitar que la pieza quede pegada y por ende pueda deteriorar o destruir el molde. Los materiales usados para evitar esto son conocidos como desmoldantes, que suelen venir en presentaciones de cera o en forma líquida.

En nuestro caso, se recurre al uso de cera. El método de aplicación es el de colocar en una estopa una cantidad proporcional al tamaño de la pieza, distribuirla uniformemente, esperar un minuto y con otra estopa retirar el exceso.

En caso de que el molde sea nuevo, se debe tener un proceso de curado en el molde, que consiste en aplicar de 7 – 10 capas de cera para tapar las microporosidades que pudiera llegar a tener. Existe la posibilidad de usar desmoldantes líquidos de uso semipermanente, que a gran escala son ventajosos en tiempo de producción y costo, pero a pequeña escala presentan una desventaja por su elevado costo.

Una prueba infalible y empírica para saber que nuestra pieza ya está curada es usando cinta masking y pegar fragmentos de esta sobre el molde, los cuales deben ser fáciles de retirar.

Con el molde curado, también debemos considerar agregar de una capa a dos de cera o desmoldante semipermanente cada que se realice o repita el proceso (Fig. 3.3).

Una vez encerado el molde, debemos asegurar la integridad del mismo, por lo que se agrega otro material desmoldante, en este caso película separadora o desmoldante (Fig. 3.4), la cual consta de un líquido que al secarse creará una película plástica que protegerá tanto



Figura 3.3: Molde con cera aplicada.



Figura 3.4: Película separadora y esponja de aplicación.

a la pieza como al molde, esta se aplica entre 3 – 5 capas, dejando secar entre cada una de ellas, en promedio son 15 – 25 min por capa.

Con los pasos anteriores cubiertos, tendremos el molde listo para que la FC sea colocada en el molde.

Adicionalmente podemos agregar un espesor deseado, colocando cinta en el perímetro del tejido sobre molde y contramolde (Fig. 3.5), esto ayuda a controlar la proporción Fibra – Resina, aunque el método no es muy preciso y requiere que se ejerza presión en el contramolde.

Los pasos descritos a continuación permiten la creación de una pieza con una sola capa de material de refuerzo con matriz de resina epóxica. La forma crear el material compuesto es verter la resina en forma líquida sobre el material de refuerzo, para ello, primero debemos contemplar la cantidad de resina aproximada a utilizar.

Conociendo la cantidad aproximada se deben seguir los pasos descritos a continuación:

1. Vaciar la resina y el catalizador en proporción dada por el fabricante, para ello se puede auxiliar de una báscula o usando recipientes graduados (Fig. 3.6), también tener

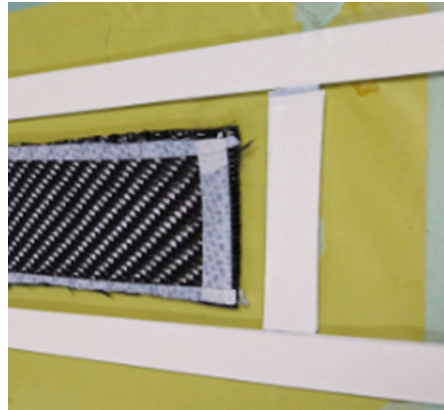


Figura 3.5: Cinta en la periferia de la FC.

en cuenta el uso de guantes, bata, lentes y mascarilla contra gases que pueden ser desprendidos de la reacción entre la resina y el catalizador durante el mezclado (Fig. 3.6c).

El proceso de vertido de la resina debe ser rápido y depende del tiempo de trabajo que da el fabricante (alrededor de 15 minutos), antes de que empiece a tomar una consistencia gelatinosa, a este periodo se le conoce como tiempo de gelado, una vez pasando este tiempo, la resina no se distribuye de forma correcta y se vuelve casi imposible colocarla en otro material.

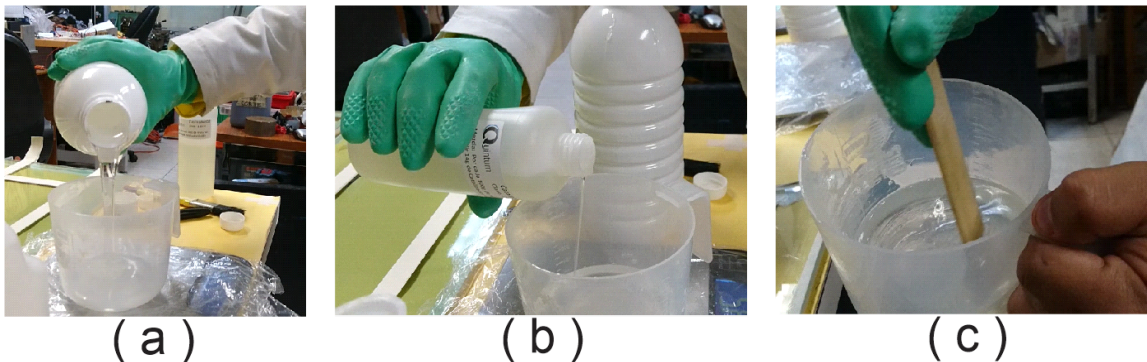


Figura 3.6: Preparación de resina. (a) Resina. (b) Aplicación de catalizador. (c) Mezclado.

2. Con una brocha o directamente del recipiente, se vaciamos poco a poco la mezcla sobre el molde y con ayuda de la brocha se extiende a lo largo del mismo, considerando los límites establecidos por el tejido, en caso de no usar contramolde (Figura 3.7a).
3. Se coloca el tejido de FC sobre el molde con resina evitando la formación pliegues, acumulaciones o burbujas. Una vez colocada la FC se vierte otra cantidad de resina,

la extendemos sobre la tela y realizamos el picado (Aplicar presión sobre un tejido con resina dando pequeños golpes) o pasamos un rodillo, para evitar formación de burbujas debajo o entre las fibras del tejido (Figura 3.7b).

4. Vaciar el resto de resina sobre el contramolde, si la cantidad fue bien calculada, el sobrante será nulo o mínimo. Colocamos el contramolde con resina encima de la FC y agregamos peso o presionamos para que la resina sea distribuida por todo el molde y la FC (Figura 3.7c).

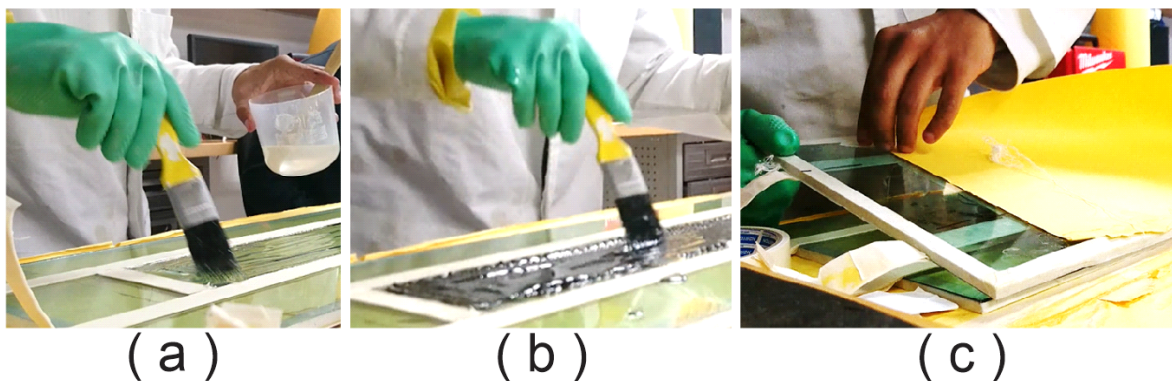


Figura 3.7: (a) Aplicación de resina sobre el molde. (b) Aplicación de resina y picado. (c) Posicionando el contramolde.

5. Mantener molde y contramolde unidos mediante presión por un día, para permitir que la resina gele y cure para mantener la forma (Fig. 3.8).

Adicionalmente se puede agregar calor o colocar bajo el sol, para asegurar un curado correcto.

En caso de que no se cuente con el contramolde, la resina se deja al descubierto o se puede colocar una bolsa de plástico rígido y después aplicar presión para evitar la formación de burbujas en la pieza, aunque el espesor final de la pieza de FC no será uniforme y la proporción de fibra será menor al de un proceso por vacío o por compresión.

6. Una vez que la mezcla este curada, podemos desprender la pieza del molde, realizar los cortes necesarios y lijado de los extremos para un acabado sin astillas.

El procedimiento para múltiples capas es similar, considerando la diferencia de colocar más tejido después del picado de la tela y repetir hasta el número de capas deseadas.

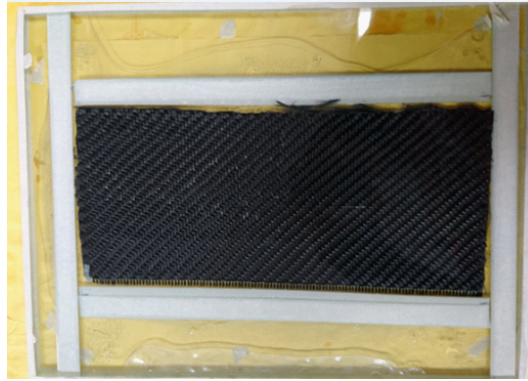


Figura 3.8: Pieza de FC con la resina curada y lista para la remoción del molde.

Moldeo por vacío

El proceso de fabricación que se usó para la fabricación de las piezas de FC tiene unas diferencias con el descrito anteriormente, este proceso ocupa un sistema de infusión al vacío.

El sistema de infusión al vacío consiste en la impregnación de la matriz sobre el tejido usando conductos para la entrada de resina y salida de aire, asemejándose a un sistema de inyección para incorporarse y cubrir el material de refuerzo completamente, eliminando una mayor cantidad de burbujas que en el proceso manual, dejando un porcentaje mayor de fibra con respecto a todo el compuesto.

Para este procedimiento recurrimos al apoyo brindado por el personal profesional de la empresa Poliformas Plásticas S.A. de C.V. quienes nos apoyaron con la maquinaria necesaria para la fabricación de piezas usando este sistema.

A continuación, se detalla el procedimiento y los materiales y herramientas usadas para la implementación del sistema de infusión y su uso en la creación de piezas de FC – epoxi.

■ Materiales

- Fibra de carbono (3k o 12k en forma de tejido).
- Resina epóxica (con su respectivo catalizador).
- Molde.
- Cera desmoldante (De preferencia usar desmoldante semipermanente).
- Báscula.
- Agitador.
- Recipiente (graduado opcional).
- Equipo de protección (bata, mascarilla, lentes y guantes).

- Núcleo o core (opcional).
- Tela de acabado.
- Malla de distribución.
- Bolsa de vacío.
- Línea de vacío.
- Tubería de irrigación.
- Bomba de vacío.
- Cinta doble cara para sello de bolsa.

■ Procedimiento

1. Como en el proceso manual, de debe de contar con un molde debidamente curado y después de la aplicación de desmoldante (ya sea cera y película desmoldante o desmoldante semipermanente). Fig. 3.9a.
2. Adherir el sello de bolsa (Cinta doble cara) en el contorno del molde de la pieza a fabricar. Fig. 3.9b.



Figura 3.9: (a) Ejemplo de un molde hecho de FV. (b) Molde con sello de bolsa en su perímetro. Molde propiedad de Poliformas Plásticas S.A. de C.V.

3. Colocar la línea de vacío en el molde auxiliándonos del sello de bolsa antes colocado. Fig. 3.10a.
4. Colocar la fibra de carbono en el molde, procurando que no queden pliegues o bultos que no permitan una superficie uniforme en la pieza. Fig. 3.10b.
5. Si se requiere, colocar un núcleo para la pieza, lo cual le ayudará a dar espesor y soporte a la misma (opcional). Fig. 3.10c.

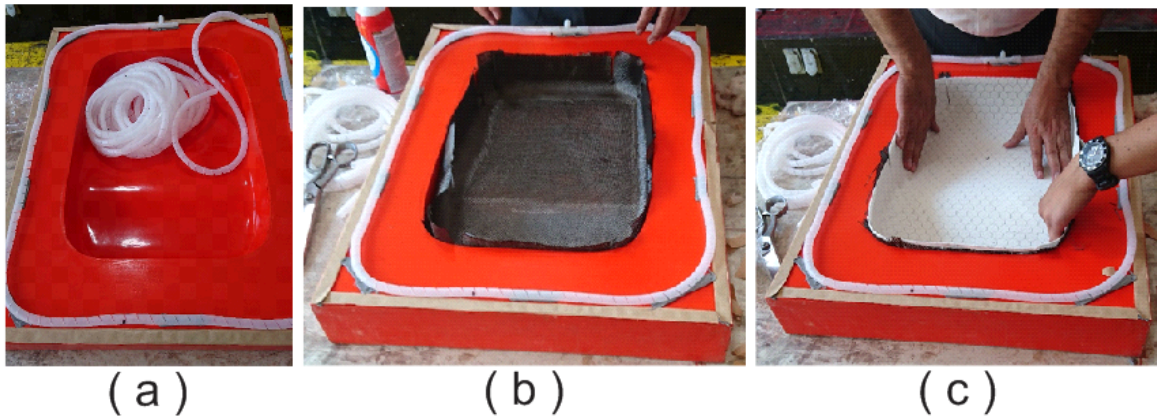


Figura 3.10: (a) Línea de vacío colocada en el perímetro del molde. (b) Tejido de fibra colocado en el molde. (c) Colocación del núcleo.

6. Colocar otra capa de FC, en el caso de que usemos un núcleo. En caso contrario se determina por la cantidad de capas que la persona quiera agregar, siempre procurando evitar la presencia de pliegues, acumulaciones o bultos. Fig. 3.11a.
7. Como contramolde se usará una tela de acabado, la cual debe ser permeable para que la resina fluya y así evitar acumulación o exceso en ciertas partes, dejándonos un espesor uniforme de la pieza. Fig. 3.11b.
8. Adicionalmente debemos posicionar una malla de flujo o distribución que permitirá el correcto desplazamiento de la resina sobre la tela de FC. También colocar la tubería de irrigación, por la cual la resina entrará y se distribuirá por toda la pieza. Fig. 3.11c.

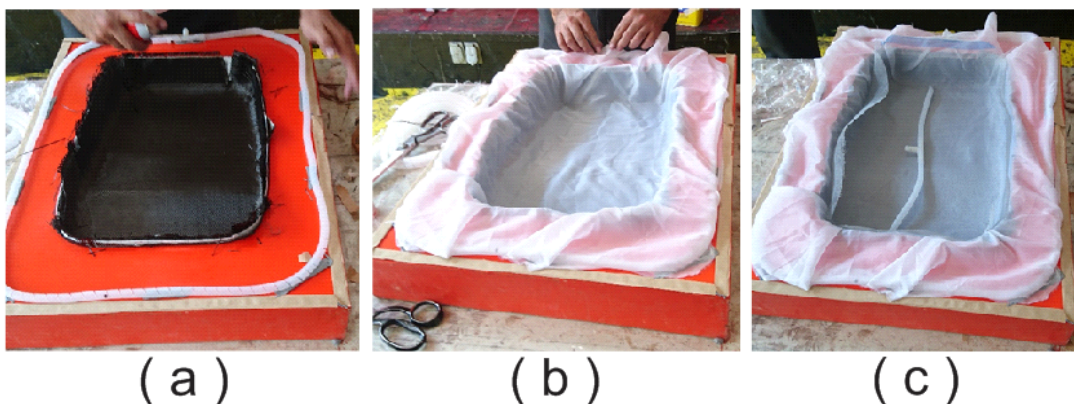


Figura 3.11: (a) Segunda capa de material de refuerzo. (b) Contramolde permeable. (c) Posicionamiento de la tubería de irrigación sobre la malla de distribución.

9. También como parte del contramolde usamos bolsa de vacío, la cual deberá pegarse o adherirse con el sello de bolsa en la periferia del molde. Fig. 3.12a.
10. Conectar el sistema de vacío e iniciar el proceso de expulsión de aire usando la bomba de vacío, debemos procurar que la existencia de fugas sea nula. Fig. 3.12b.

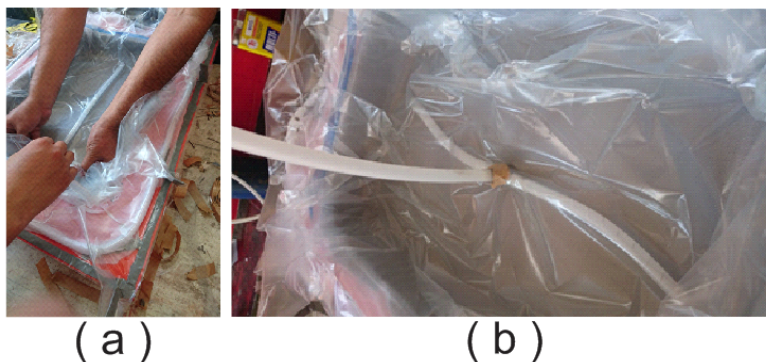


Figura 3.12: (a) Acomodo de la bolsa de vacío sobre el molde. (b) Pieza a punto de ser impregnada con resina.

11. Una vez alcanzado un vacío deseado, dejar fluir la resina catalizada a través del sistema de irrigación y dejar que se distribuya uniformemente por la pieza.
12. Con el tejido de FC cubierto completamente por resina, cortar el suministro del sistema de irrigación.
13. Con los pasos anteriores cubiertos, sólo queda esperar a que la resina cure y proceder a realizar el desmolde, corte y detalle de la pieza final. Figura 3.13.

Los pasos anteriores fueron un ejemplo demostrativo de la fabricación de una pieza FC –epoxi. Para el desarrollo de esta tesis, se siguió el mismo procedimiento para realizar dos vigas de un largo de 110 *cm* y un ancho de 4 *cm*, una de las cuales cuenta con un núcleo que aumenta su rigidez.

3.2. Instrumentación

3.2.1. Galgas extensiométricas

Una galga extensiométrica o strain gage es un sensor que mide la deformación de un objeto a través de una malla resistiva[23], la cual debe estar perfectamente adherida a una superficie para transferir su deformación[15].

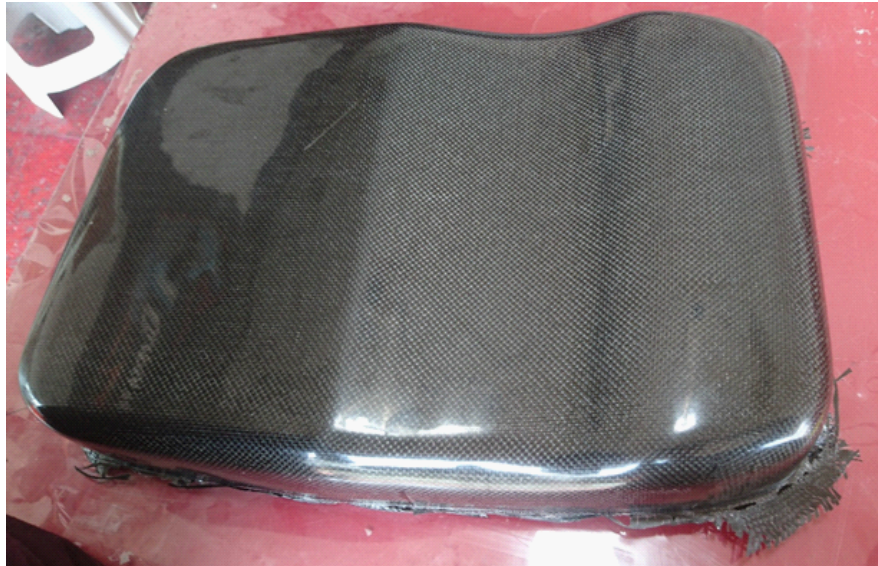


Figura 3.13: Pieza obtenida del molde usando el Sistema de Infusión por vacío.

Esta deformación causa cambios lineales en la resistencia, cuando son sometidos a esfuerzos tanto de tensión como de compresión. A este efecto se le conoce como efecto piezorresistivo.

La resistencia total de la galga depende de factores como la resistividad del conductor, la longitud y el área que poseen (su geometría) y su valor está dado por

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (3.1)$$

donde

R = Resistencia

ρ = Resistividad eléctrica del material

L = Longitud de la galga

A = Área

La galga posee una resistencia nominal, la cual aumenta cuando es sometida a tensión y disminuye cuando es sometida a compresión, esto debido a la ley de Hooke que hace que las dimensiones longitudinal y transversal cambien (longitud y área).

Aquí es donde actúa el llamado factor de galga, el cual es un valor de relación entre la deformación mecánica y la variación en la resistencia del strain gage, y es dada por el fabricante, dependiendo del material usado para su fabricación. Es importante tener este valor, ya que nos ayudará a tener una correcta lectura cuando usemos un sistema de adquisición de datos.

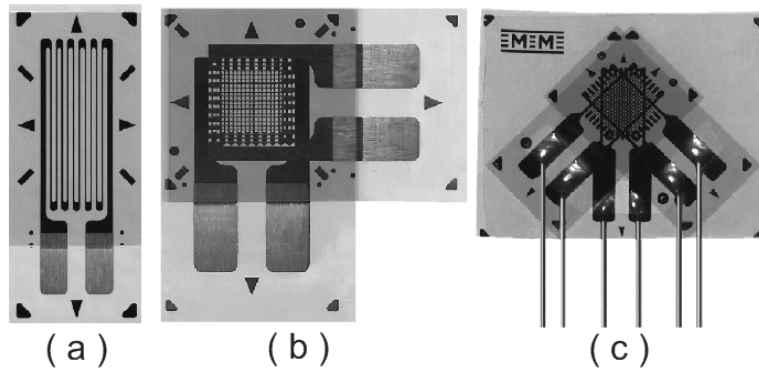


Figura 3.14: (a) Galga uniaxial. (b) Roseta rectangular tipo L. (c) Roseta rectangular de 3 elementos.

Este factor está descrito por la siguiente fórmula:

$$GF = \frac{\frac{\Delta R}{R_g}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\frac{\Delta R}{R_g}}{\varepsilon} \quad (3.2)$$

donde

R_g = Resistencia de la galga.

ΔR = Cambio en la resistencia.

ε = Deformación.

GF = Factor de galga (*Gage Factor*).

Tipos de galgas dependiendo de su geometría

La clasificación de las galgas extensiométricas dependiente de la geometría está basada en la orientación y los ejes que puede medir la misma. Las hay en diferentes configuraciones y ángulos de posicionamiento, las principales direcciones de orientación se describen a continuación:

- **Uniaxial** (ver Fig. 3.14a). Este tipo de galga está destinada para mediciones de estado de tensión principalmente, orientándola en la dirección en la que es aplicada la fuerza.
- **Roseta Biaxial o Rectangular tipo L** (ver Fig. 3.14b). Esta galga, normalmente conocida como roseta, se compone de dos elementos orientados a 90° uno del otro. Por su forma ortogonal se le denomina configuración en L.
- **Roseta rectangular de 3 elementos** (ver Fig. 3.14c). Como su nombre lo indica, este tipo de galga, está compuesta por 3 elementos, los cuales pueden tener ángulos de posicionamiento diferente, principalmente a 45° o a 60° .

Este tipo de mediciones al tener muy poca variación debe de someterse a un tratamiento de amplificación y comparación y para ello se ocupa lo que se conoce como puente de Wheatstone, el cual es un acomodo o arreglo de resistencias, las cuales permiten la medición de resistencias desconocidas usando equilibrio en el mismo arreglo.

Puente de Wheatstone

Las galgas varían su resistencia cuando sufren una deformación mecánica. Para medir esa variación de resistencia se usa el puente de Wheatstone con preferencia a cualquier otro circuito. Éste es un sistema pasivo formado por cuatro impedancias (R_1, R_2, R_3, R_4), montadas dos a dos en serie [39] (Ver Fig. 3.15).

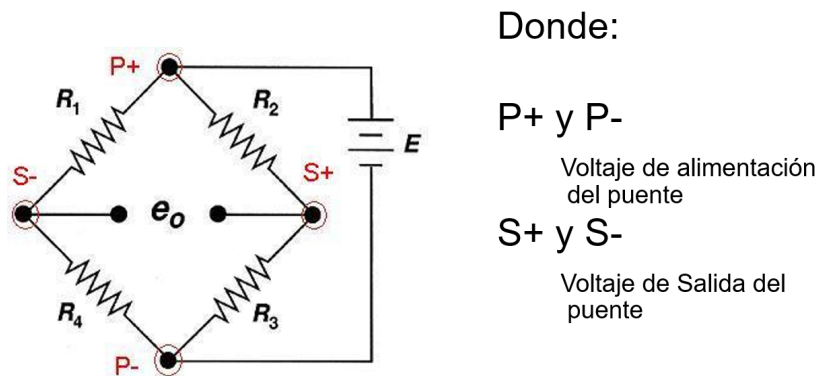


Figura 3.15: Puente de Wheatstone.

Al usar galgas extensiométricas contamos con varias configuraciones para obtener el valor de la deformación, ellas son conocidas como 1/4 (Fig. 3.16a), 1/2 (Fig. 3.16c) y de puente completo (Fig. 3.16c), las cuales requieren 1, 2 o 4 galgas respectivamente, que deben ser adaptadas a la pieza en la que se requiere realizar la deformación.

La configuración de 1/4 de puente se caracteriza por tener una baja sensibilidad en la medida, una desventaja visible con este tipo de configuración es que se ve afectado por la variación de temperatura, aunque actualmente la configuración principal es la mostrada en la fig. 3.17 que evita estos problemas, el tercer cable permite realizar esta compensación necesaria de forma automática. Idrovo y Quintanilla[40] en pruebas realizadas en diferentes configuraciones destacan un error del 5 – 7% en las mediciones muy pequeñas ($< 30\mu\varepsilon$) con esta configuración, valor que va atenuándose conforme aumenta la deformación llegando a valores de 1% de error para mediciones mayores a $100\mu\varepsilon$, por lo que su uso con deformaciones mayores a este margen nos da una buena relación costo-beneficio.

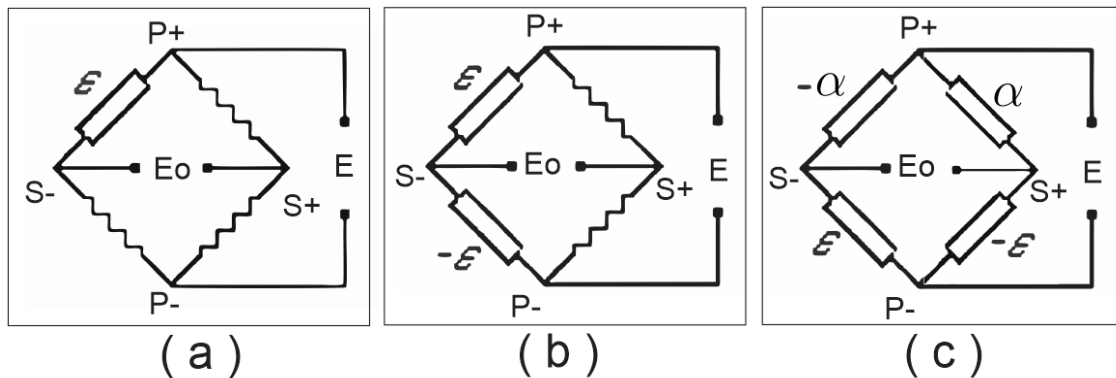


Figura 3.16: (a) 1/4 de puente. (b) 1/2 puente. (c) Puente completo.

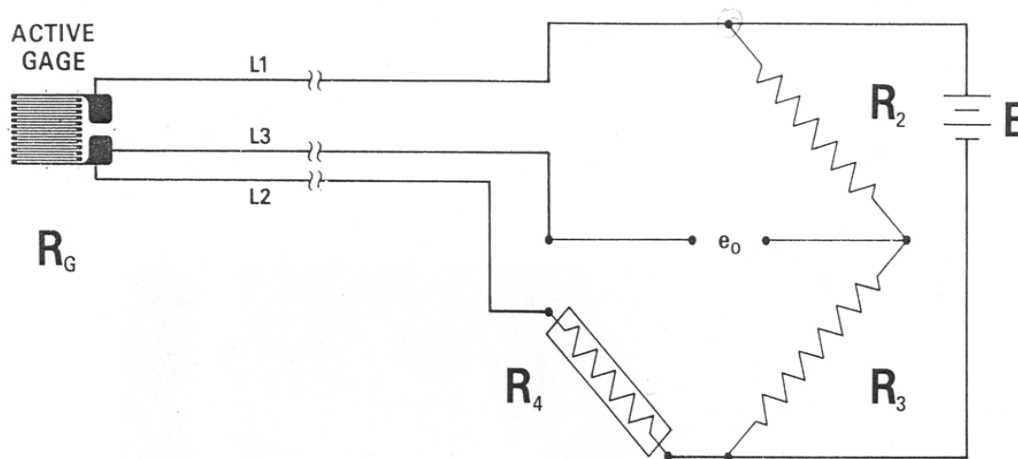


Figura 3.17: Configuración de 1/4 de puente con tres cables.

Factores que modifican el valor de medición

Existen diversos factores que pueden modificar la medición obtenida de la galga colocada en un puente de Wheatstone, una de las principales causas depende directamente del dispositivo con el que es medido, interferencias electromagnéticas en el ambiente, mal pegado de la galga hasta la humedad y temperatura si no es compensada como anteriormente se describió (3.17). A continuación se colocan algunos factores propios de la galga por lo que nos puede dar un valor erróneo en los datos que estamos midiendo.

- Fluencia o deformación máxima de la galga.** Este efecto ocurre cuando se pasa la zona elástica propia de la galga (máxima deformación permisible) y las mediciones posteriores se concentran en la zona plástica por lo que existirán lecturas no correctas, una vez alcanzado este estado no se puede regresar a la zona elástica.

- **Fatiga.** Este efecto se presenta cuando se rebasa la vida útil de un material ante cargas repetidas (ciclos de carga y descarga estática o aplicación de cargas dinámicas)[41].
- **Temperatura externa.** Como se menciona anteriormente, las variaciones en la temperatura ambiental pueden llegar a afectar las lecturas tomadas durante un proceso experimental en largos períodos de tiempo, por lo que se recomienda monitorear estos parámetros y dar un rango de trabajo en el cual los efectos puedan ser despreciados.
- **Disipación de calor o temperatura interna.** La galga al ser un elemento resistivo, disipa energía en forma de calor, lo que puede producir un efecto similar al de ser afectado por una temperatura externa y en períodos prolongados de uso puede ocasionar variaciones en las lecturas tomadas.
- **Presencia de campos magnéticos en algunos materiales.** Conocido como interferencia electromagnética, este efecto puede llegar a afectar las lecturas de las galgas dependiendo del material del que estén elaboradas (principalmente metales).

Parámetros de corrección para rosetas de dos o tres elementos

Un punto importante para la medición experimental, es que la deformación captada a través de los instrumentos de medición viene alterada por los mismas galgas cuando se componen de dos y tres elementos, Bert[24] contempla la sensibilidad transversal de cada galga y obtiene valores como los mostrados en la ecuación 3.3.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{(1 - K_x \nu_i) \varepsilon'_x - (1 - K_y \nu_i) K_x \varepsilon'_y}{1 - K_x K_y} \\
 \varepsilon_y &= \frac{(1 - K_y \nu_i) \varepsilon'_y - (1 - K_x \nu_i) K_y \varepsilon'_x}{1 - K_x K_y} \\
 \varepsilon_3 &= \frac{1}{1 - K_3} \left\{ (1 - K_3 \nu_i) \varepsilon'_3 - \frac{K_3}{1 - K_x K_y} [(1 - K_x \nu_i) (1 - K_y) \varepsilon'_x + (1 - K_y \nu_i) (1 - K_x) \varepsilon'_y] \right\}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

con ε_x , ε_y y ε_3 como los valores corregidos y ε'_x , ε'_y y ε'_3 como los valores leídos a través de nuestro sistema de adquisición de datos.

Los valores anteriores son las lecturas corregidas de una galga extensiométrica tipo roseta rectangular de 3 elementos, si se desea conocer los valores para una roseta con dos elementos, solo se considera ε_x y ε_y .

Considerar que estos valores son válidos si se considera que las deformaciones ε_x y ε_y están orientadas con respecto de los planos principales del material.

También podemos reducirlos si consideramos una uniformidad en las propiedades de sensibilidad transversal con $K_x = K_y = K_3 = K_t$, considerando que las galgas de la roseta son del mismo material.

Las expresiones se reducen a

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1 - K_t \nu_i}{1 - K_t^2} (\varepsilon'_x - K_t \varepsilon'_y) \\ \varepsilon_y &= \frac{1 - K_t \nu_i}{1 - K_t^2} (\varepsilon'_y - K_t \varepsilon'_x) \\ \varepsilon_3 &= \frac{1 - K_t \nu_i}{1 - K_t^2} [\varepsilon'_3 - K_t (\varepsilon'_x + \varepsilon'_y - \varepsilon'_3)]\end{aligned}\tag{3.4}$$

3.2.2. Procedimiento de pegado de las galgas extensiométricas

Como se explicó anteriormente existen herramientas de medición que permiten obtener datos de las deformaciones que sufren ciertos elementos sometidos a esfuerzos, estas son conocidas como strain gage, secciones atrás se describieron más a fondo, pero en este apartado estará destinado a su colocación sobre la pieza a analizar.

Materiales, herramientas y equipo necesario

Los materiales que usaremos para el pegado de la galga extensiométrica son los descritos a continuación:

- Desengrasante.
- Papel lija.
- Acondicionador.
- Neutralizador.
- Gasas.
- Aplicadores.
- Cinta celofán.
- Adhesivo y catalizador.
- Galgas.

Procedimiento de pegado [15].

- **Paso 1:** Desengrasar la zona de instalación mediante disolvente.
- **Paso 2:** Cuando la superficie lo requiera (superficie oxidada o muy rugosa) es necesario lijarla.
- **Paso 3:** Marcar los ejes de posicionamiento con un lápiz, para limpiar la zona después del marcado ocupar acondicionador.
- **Paso 4:** Inmediatamente después de acondicionar la superficie, humedecerla con neutralizador y secarla perfectamente con gasas.
- **Paso 5:** Colocar la strain gage sobre una superficie limpia, posicione y transporte mediante la cinta celofán.
- **Paso 6:** Ubique la strain gage sobre la superficie y realice los ajustes pertinentes hasta que quede bien alineada.
- **Paso 7:** Coloque una pequeña cantidad de catalizador sobre la superficie de la strain gage.
- **Paso 8:** Colocar una pequeña cantidad de adhesivo en el extremo en el que la cinta y la superficie hace contacto.
- **Paso 9:** Realizar presión con una gasa y una vez distribuida la fuerza y pegada la galga, mantener la presión con el dedo hasta que la mezcla haya curado. Con esto hecho, la strain gage estará acoplada a la superficie de medición.
- **Paso 10:** Se puede uno auxiliar con el uso de terminales, las cuales se conectan con un cable que va directamente de los pines de la galga a esta, y de ahí a nuestro dispositivo de medición.

Resultado final

A continuación se presentan imágenes de las galgas ocupadas para las mediciones.

La galga uniaxial se usa principalmente para la obtención de valores de deformación lineales, en este caso, para poder estimar el valor del módulo de elasticidad. Fig 3.18a. Modelo empleado: CEA-13-125UN-350.

La galga o roseta tipo L, nos ayuda en la obtención de deformación longitudinal y lateral, para la obtención del módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson. Fig. 3.18b. Modelo empleado: CEA-13-062WT-350.

La roseta de tres elementos nos permite recavar los valores de deformación para el cálculo de módulo de elasticidad, coeficiente de Poisson y un estimado del esfuerzo cortante. Fig. 3.18c. Modelos empleados: C2A-06-031WW-350 y C2A-13-062WW-350.

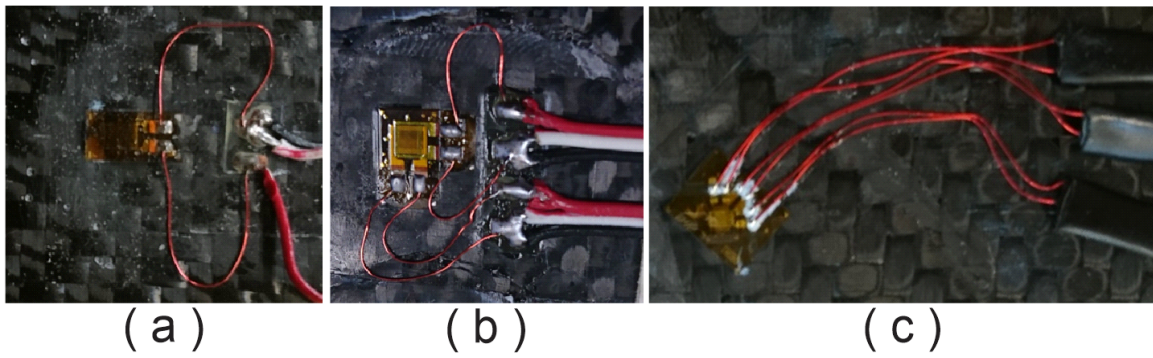


Figura 3.18: (a) Galga uniaxial. (b)Roseta tipo L. (c) Roseta de tres elementos.

Capítulo 4

Desarrollo y procedimientos

4.1. Descripción de los procedimientos experimentales.

En este capítulo se presentarán los modelos de las vigas analizadas, además de los procedimientos experimentales necesarios para la obtención de los valores principales necesarios para validar los modelos presentados (módulo de Young, coeficiente de Poisson, frecuencias naturales).

4.1.1. Procedimiento de medición de gramaje de la FC y núcleo de poliéster.

La obtención del gramaje de un material es importante, porque a partir de este podemos saber los porcentajes de peso y volumétricos de resina y fibra, además del espesor final del compuesto.

Materiales, herramientas y equipo a usar.

- Báscula electrónica.
- Flexómetro.
- Tejido de FC.
- Núcleo de poliéster.
- Pieza de material compuesto.

Instrucciones.

- Las instrucciones aquí descritas permiten la medición de materiales diferentes (FC, núcleo o material compuesto) y así determinar su gramaje.

- Tomar un tramo de material, colocarlo sobre una superficie plana y medir el área que ocupa con el flexómetro. Se sugiere que el material a medir tenga forma regular (cuadrado, rectangular), para determinar su área de forma simple.
- Utilizar la báscula electrónica para tomar lecturas del peso del material.
- Para determinar el valor del gramaje del material ocupamos la ec. (2.24).

4.1.2. Procedimiento de medición del módulo de Young y coeficiente de Poisson

Este proceso consiste en usar una viga de cualquier material (aluminio, acero, materiales compuestos) instrumentada con galgas extensiométricas. La viga debe ser colocada en cantilever y se le aplica una carga conocida P en el extremo contrario al empotramiento, lo que permite conocer los valores de deformación longitudinal y transversal. Ver Fig. 4.1.

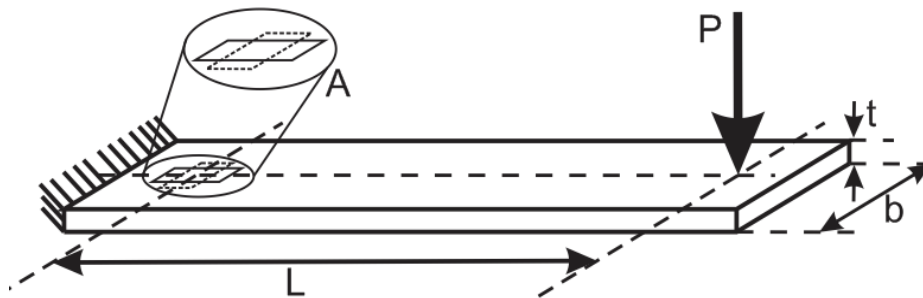


Figura 4.1: Prueba de viga a flexión para determinar el coeficiente de Poisson.

Los valores b (ancho), t (espesor) y L (longitud de la carga al centro de la galga), deben ser medidos físicamente con un vernier o si es posible con un micrómetro.

Con las medidas b , t y L conocidas, se debe calcular la fuerza máxima P a aplicar sobre la viga, usando el esfuerzo máximo proporcionado por el fabricante de las galgas y con ello evitar que queden inservibles por llegar a su punto de fluencia.

El esfuerzo máximo a lo que debe ser sometida es 15000 Psi o 100 MPa , que es calculado utilizando la siguiente ecuación:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{6PL}{bt^2} \quad (4.1)$$

con

M = Momento flexionante al centro de la galga, (N/m).

c = semi-espesor de la viga, (m).

I = momento de inercia del área transversal de la viga, (m^4).

P = carga, (N).

L = longitud efectiva de la viga, (m).

b = ancho de la viga, (m).

t = espesor de la viga, (m).

De la expresión (4.1) despejamos la magnitud de la carga (P) para obtener el valor máximo que podemos colocar en el extremo de la viga.

$$P = \frac{\sigma bt^2}{6L} \quad (4.2)$$

El valor de la carga máxima previamente descrita es una medida precautoria para trabajar en la zona elástica del material, de esta forma evitamos el posible daño de la galga (llegar a la zona de fluencia o de ruptura), y de esta manera nos permita realizar múltiples pruebas para sacar un valor estadístico de las mediciones obtenidas por este método.

El acomodo de las galgas es variable, pero debe mantenerse la orientación a continuación descrita:

- En el caso de que se requiera medir el Módulo de Young del material, es necesario colocar una de las galgas de forma longitudinal a la viga. Si lo que se quiere medir es el coeficiente de Poisson una de las galgas debe colocarse de manera longitudinal a la viga y la segunda galga debe colocarse transversal a la primera (Fig. 4.1A).
- La galga longitudinal por lo general se coloca en la parte superior y la transversal se coloca en la parte inferior cuando se trata de arreglo de galgas uniaxiales.
- El uso de una roseta para este tipo de medición es bastante común porque ayuda a reducir el error de alineación que se da entre las galgas colocadas de manera ortogonal.

Materiales, herramientas y equipo a usar.

- Viga previamente instrumentada con galgas extensiométricas (galgas uniaxiales o roseta).
- Adaptador para colocar pesas.
- Pesas ($0,5N$, $1N$, $1,5N$, $2N$, etc.)
- Marco de empotramiento.
- Sistema de adquisición de datos P3 *Strain Indicator and Recorder* de Vishay[20].

Instrucciones de colocación

- Colocar la viga instrumentada en el marco de empotramiento y con las herramientas suministradas por este, dejar las galgas extensiométricas cercanas al borde del empotramiento. Fig. 4.2.
- En el otro extremo colocar el adaptador de las pesas.
- Con esta deformación inicial colocar y conectar los cables de la galga extensiométrica en el sistema de adquisición de datos P3 *Strain Indicator and Recorder*.
- Encenderlo y realizar los siguientes ajustes
 - Verificar que el factor de galga corresponda al suministrado por el fabricante.
 - Realizar el ajuste a cero de la galga, en la posición considerando el peso del adaptador de las pesas.
- Una consideración adicional para mediciones con materiales compuestos tipo PRF es el monitoreo constante de humedad y temperatura, ya que ocasiona variaciones en el valor de la galga. Usar un higrómetro para este fin. Si se tiene una variación de temperatura mayor a $0,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ o de humedad relativa mayor a 2%, la prueba deberá suspenderse.
- Una vez con los pasos anteriores cubiertos, ir colocando las pesas y verificar los valores proporcionados por la galgas orientadas de manera longitudinal y transversal a la viga, colocar el valor en las hojas de datos destinadas para este fin y también considerar el valor una vez retirado el peso.
- Las pesas colocadas van acorde a la máxima entrada de carga calculada, sin sobrepasar este límite.
- Con los valores de la deformación capturados en las hojas de datos, realizar el cálculo promedio del módulo de Young y coeficiente de Poisson, tomando en cuenta que para una roseta los valores deberán de llevar un factor de corrección establecido en las expresiones de la ec. (3.4).
- De forma adicional, podemos obtener el valor de cortante del plano al tomar una medición a 45° , adicional a los ángulos anteriores ($0 - 90$), en el caso de usar una roseta de tres elementos. No olvidar los factores de corrección presentados en la ec. (3.4).

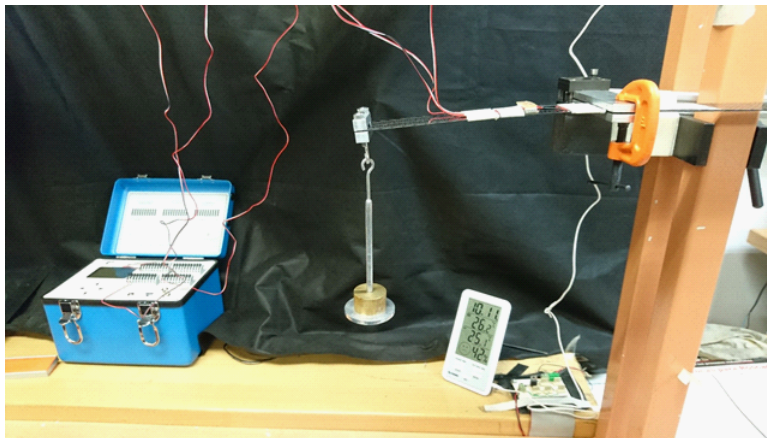


Figura 4.2: Plataforma de experimentación estática.

4.1.3. Procedimiento de medición dinámica

En esta sección nos centraremos en la manera en la que podremos conocer las frecuencias naturales de nuestro sistema (viga de material compuesto). El principio básico es el de excitar la pieza con una fuerza externa y observar la respuesta que esta tiene. El comportamiento observado es dependiente del tiempo, pero para tener una mayor utilidad debemos transformar estos datos al dominio de la frecuencia y analizar sus picos máximos.

Un método para encontrar estos picos, es realizar un barrido a lo largo de un ancho de banda de frecuencias y observar la amplitud cuando se pasa por ellas, esto es conocido como barrido, se puede hacer con cualquier forma de señal (cuadrada, diente de sierra, seno, etc), pero la más común es la señal tipo seno.

Ocupamos el barrido senoidal para excitar al sistema, pero para ello necesitamos un dispositivo capaz de transformar la señal eléctrica a una mecánica, esta tarea la realiza un generador electromagnético de vibraciones conocido como *shaker* (ver Fig. 4.3).

También debemos contemplar la manera en la que vamos a capturar los datos originados de estas pruebas, nos auxiliamos entonces de elementos que nos permitan tratar la señal mecánica y convertirla nuevamente a una señal eléctrica para poder procesarla e interpretar los valores obtenidos. Existen diferentes maneras de hacerlo, pero nos centraremos en dos, que son el uso de galgas extensiométricas y acelerómetros (ver Fig. 4.4) debidamente colocados en la viga a estudiar.

Para este tipo de pruebas debemos de disponer de un sistema que nos permita realizar un muestreo mayor que el proporcionado por el sistema P3 (máx 8 lecturas/s empleando USB o 2 lecturas/s en pantalla [20]), por lo que recurrimos a utilizar un sistema de adquisición de datos con una velocidad de muestreo mucho mayor (*cDAQ*) de la marca *National Instruments* (ver Fig. 4.5).

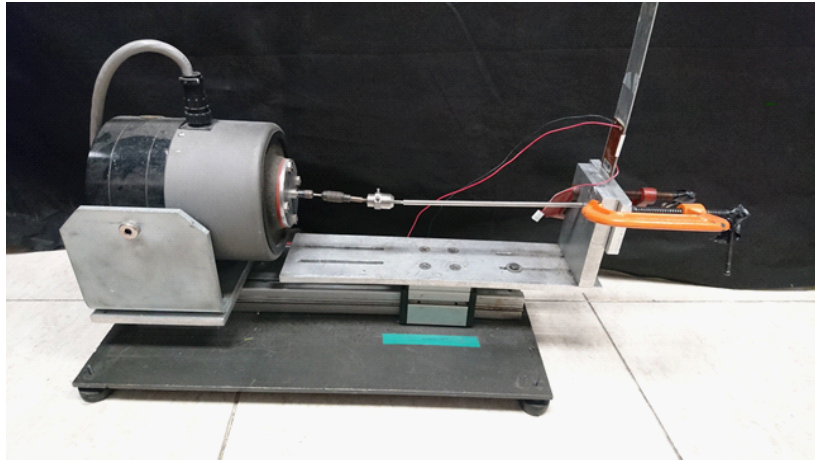


Figura 4.3: Generador electromagnético de vibraciones (*shaker*) de marca *LabWorks*.



Figura 4.4: Acelerómetro Kistler mod. 8640a10 [21].

El sistema de adquisición de *National Instruments* puede usarse en la plataforma *LabView*, combinando una sintaxis de programación gráfica que reduce el tiempo de programación [22].

Como se menciona anteriormente la sintaxis de *LabView* es gráfica, en la Fig. 4.6 se presenta el programa que se utilizará para la adquisición de datos de una galga extensiométrica y un acelerómetro, para la captación de datos de la respuesta de la viga y en la Fig. 4.7 se muestra la interfaz gráfica, donde podremos visualizar los datos adquiridos en tiempo real.

Materiales, herramientas y equipo a usar para prueba de barrido senoidal

- Generador electromagnético de vibraciones *Labworks*.



Figura 4.5: Sistema de adquisición de datos NI (C-DAQ) con módulos instalados. De izquierda a derecha NI 9263, NI9236, NI 9205 y NI 9233.

- Amplificador *Labworks* modelo PA-138.
- Generador de barrido senoidal (PC con tarjeta de adquisición de datos *Sensoray* modelo 626, generador de señal con función de barrido u otro dispositivo capaz de generar barridos).
- Prensas.
- Flexómetro.
- Viga a analizar.
- Galga extensiométrica o acelerómetro debidamente colocada en la viga.
- Sistema de adquisición de datos *c-DAQ* 9174 con módulo NI 9236 para medición de galgas extensiométricas y NI 9233 para acelerómetros.

Instrucciones

- Colocar la viga debidamente instrumentada sobre la plataforma del *shaker* y realizar un empotramiento con las prensas sobre la plataforma.
- Con el flexómetro, verificar la longitud total de la viga y registrarlo.

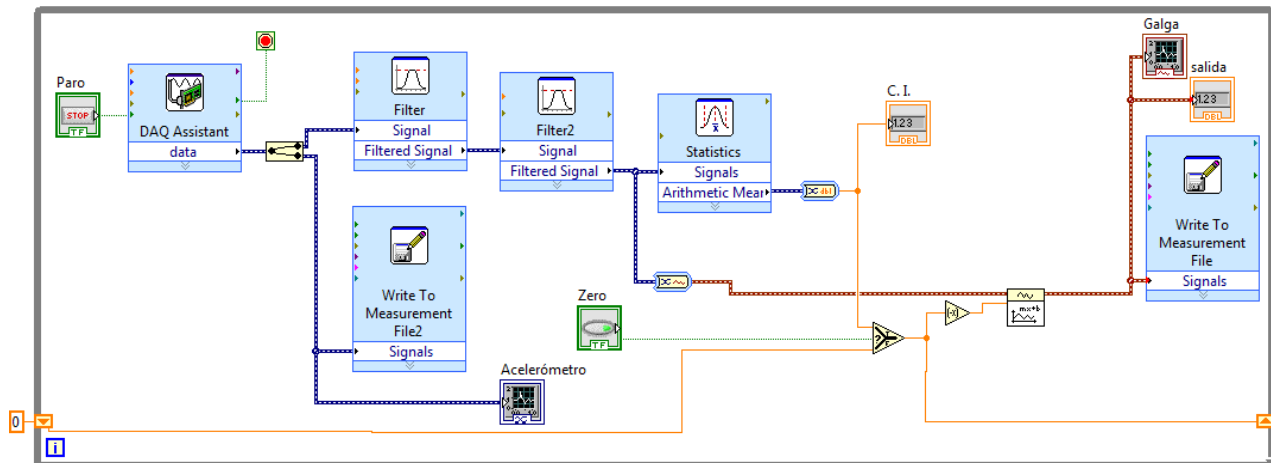


Figura 4.6: Programa en *LabView* para adquisición de datos de una galga extensiométrica y un acelerómetro.

- Verificar la correcta conexión del instrumento generador de onda, el amplificador y el *shaker*.
- Verificar la amplitud máxima a usar, para ello realizamos pruebas de barrido y ajustamos la ganancia con el control manual del amplificador (GAIN) comenzando desde su valor mínimo.
- En *LabVIEW* configuramos el programa realizado para tomar las lecturas a través del sistema de adquisición de datos (Ver Fig. 4.6).
 - Configuramos el módulo *DAQ Assistant* con los siguientes valores:
 - Muestras leídas - 2000.
 - Frecuencia de muestreo (Hz) - 1000.
 - Modo de adquisición - Muestras continuas.
 - Para la configuración de la galga extensiométrica, se requieren los valores de Factor de Galga (*GageFactor*), Resistencia de la galga y la configuración del tipo de puente que se usará (1/4, 1/2 o completo).
 - En la configuración para el acelerómetro, se requiere los valores máximos de aceleración dados en unidades de aceleración (*g*) y la sensibilidad del acelerómetro dado por el fabricante.
 - Los valores adquiridos por el sistema anterior se deben guardar en formato *.txt* para ser procesados a futuro. Para ello nos vamos al módulo *Write To Measurement File*, en el cual se puede configurar el tipo de salida deseado (*.txt*), el nombre y la ubicación deseada del archivo.

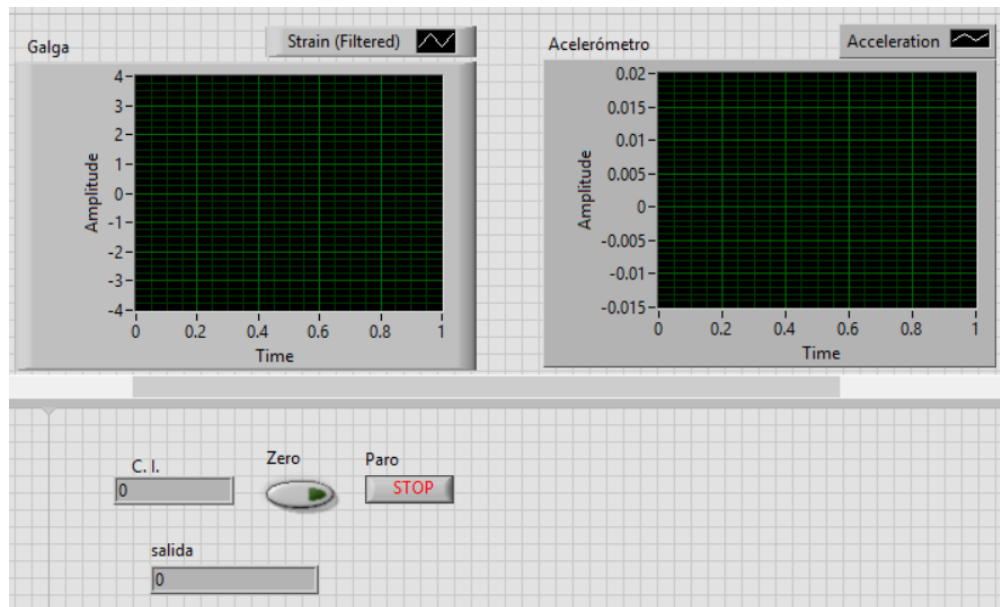


Figura 4.7: Interfaz gráfica generada en *LabView* para el monitoreo en tiempo real de la galga (izquierda superior) y el acelerómetro (derecha superior).

- Nos desplazamos a la interfaz gráfica (ver Fig. 4.7) y ejecutamos el programa (*Run*) para comenzar la lectura de datos.
- Inmediatamente comenzaremos a ver las lecturas tomadas por los instrumentos de medición sobre las pantallas de la interfaz gráfica.
- Presionamos el botón *Zero* para reestablecer el valor inicial de la galga extensiométrica, en este momento será cercano a $0 \mu\epsilon$.
- Realizamos el barrido senoidal y usando las ventanas en la interfaz gráfica verificamos el cambio de amplitud de los dispositivos de medición, lo que significa que las lecturas se están haciendo sin problema. Este paso se puede replicar sin usar un barrido sinoidal, solamente usando una excitación externa (martillo de impacto, golpe con la mano o con un elemento rígido).
- Una vez que terminemos la prueba, presionamos el botón de paro (*STOP*) y los datos estarán guardados en la dirección deseada, para su futuro análisis.

Estos valores se analizan mediante *Matlab* usando un programa realizado por Trujillo-Franco [44], el cual nos permite pasar al dominio de la frecuencia a través de una Transformada Rápida de Fourier (FFT), lo que nos deja con las frecuencias naturales del sistema.

4.2. Modelado y simulación

En esta sección se describen matemáticamente los valores principales que nos describen el comportamiento piezas de FC-epoxi, como son Módulo de Young, Coeficiente de Poisson, Módulo de cortante, etc. Asimismo se obtienen las matriz que describe la Ecuación Constitutiva de las vigas analizadas, las cuales pueden ser usadas para análisis de piezas de mayor complejidad mediante el uso del Método de Elemento Finito.

El motivo principal del modelado, es el de obtener ecuaciones (o en este caso matrices) que describan a un sistema físico, por lo que inicialmente debemos partir de propiedades físicas para su desarrollo, magnitudes, tales como peso de la fibra o de la resina, área de la pieza a analizar, densidad de los elementos usados, para nosotros son primordiales para tener una aproximación muy certera del material que deseamos describir.

Para ello nos auxiliamos de medidas principales tomadas de forma experimental y otras dadas por el fabricante.

- **Densidad**

- FC: $1,79 \text{ g/cm}^3$. [33].
- Resina: $1,17 \text{ g/cm}^3$. [38].

- **Densidad superficial:** 650 g/m^2 *

- **Espesor equivalente del tejido:** $0,039 \text{ cm}$.

*Este valor es el dado por el fabricante para tejido twill de FC 12k, valor que es ajustado al valor medido de 700 g/m^2 .

4.2.1. Viga Prueba 7

La pieza a modelar es un laminado de dos capas de FC-epoxi con tejido *twill* 12k (12000 filamentos por hilo), realizada a través de moldeo manual.

Se parte de las características físicas medidas y dadas por el fabricante

- Ancho mayor medio de la viga: $4,39035 \text{ cm}$.
- Ancho menor medio de la viga: $2,6734 \text{ cm}$.
- Área total de la viga Prueba 7: $466,969 \text{ cm}^2$.
- Espesor equivalente de la FC 12K: $0,039 \text{ cm}$.
- Peso total de la pieza: 127 g .

- Densidad de FC: $1,79 \text{ g/cm}^3$.
- Densidad superficial de la FC: $0,07 \text{ g/cm}^2$.
- Densidad de la Resina: $1,17 \text{ g/cm}^3$.

El análisis que se presenta a continuación es desarrollado para una sola capa de tejido *twill* con resina, basada en el modelo presentado por Berthelot [3] y su formulación puesta en las ecuaciones de la sección Mecánica de los materiales compuestos en el Capítulo 2, también el desarrollo completo se presenta en el Apéndice B.1. La pieza final consta de dos capas de FC-epoxi, las cuales se consideran homogéneas y no cuentan con burbujas de aire internas por lo que su porcentaje de vacío es de 0%.

Se contempla empezar el análisis para una lámina de una sola capa de FC-epoxi, por lo que el peso total de la pieza debe ser dividido entre dos, dando como resultado el peso total de la lámina de compuesto $w_c = 63,5 \text{ g}$. Nos auxiliamos de la densidad superficial medida para conocer el peso de la fibra w_f (ec. 2.24) que es de $32,6878 \text{ g}$. Con este valor es posible conocer el porcentaje de peso de la fibra del compuesto $W_f = 0,5147$. Como resultado tenemos una fracción volumétrica de fibra $V_f = 0,4088$, un valor de densidad del compuesto $\rho_c = 1,4236 \text{ g/cm}^3$ y un espesor promedio de la pieza $e_c = 0,9550 \text{ mm}$.

Los siguientes valores fueron tomados de la literatura y del fabricante

- Fibra de carbono
 - $E_f = 231 \text{ GPa}$.
 - $\nu_f = 0,2$.
 - $G_f = 95,8 \text{ GPa}$.
- Matriz (resina epóxica)
 - $E_f = 3,2 \text{ GPa}$.
 - $\nu_f = 0,3$
 - $G_f = 1,23 \text{ GPa}$.

Se usan las ecuaciones propuestas en el Capítulo 2, aunque se agrega un ajuste de corrección η en el modelo presentado en la ec. 2.27, este valor permite realizar una mejor aproximación del modelo planteado con un valor de 0,5, dando como resultado la expresión mostrada en la ecuación 4.3. A continuación se presentan los resultados obtenidos de forma numérica usando los valores de FC y de resina dados por el fabricante, así como los porcentajes de volumen y peso. Las ecuaciones planteadas son resueltas usando *Maple*, con su programa respectivo incluido en el Apéndice B.1.

$$E_{Lu} = \eta E_f V_f + E_m (1 - V_f) \quad (4.3)$$

Módulo de Young longitudinal corregido

$$E_{Lu} = 49,1107 \text{ GPa}$$

Módulo de cortante longitudinal

$$G_{LTu} = 2,8616 \text{ GPa}$$

Coefficiente de Poisson longitudinal

$$\nu_{LTu} = 0,2591$$

Módulo de cortante transversal

$$G_{TT'} = 2,5111 \text{ GPa}$$

Módulo de Young transversal

$$E_{Tu} = 6,9868 \text{ GPa}$$

Los valores anteriores son los módulos para una capa unidireccional (límites superiores), si consideramos que el tejido está formado por dos láminas ($[0/90]$ o $[90/0]$). Si retomamos el hecho de que se usa un tejido equilibrado con $k = 0,5$, los valores inferiores que se estiman obtener de manera experimental son:

Módulo de Young longitudinal

$$E_L = 28,2013 \text{ GPa}$$

Módulo de Young transversal

$$E_T = 28,2013 \text{ GPa}$$

Coefficiente de Poisson sobre el plano

$$\nu_{LT} = 0,06455$$

Módulo de cortante longitudinal

$$G_{LT} = 2,8616 \text{ GPa}$$

Los valores anteriores son los que se usan para formar la matriz reducida de rigidez \mathbf{Q}' (Ec. (2.45)), que para este caso es igual a la matriz reducida de rigidez en la dirección principal \mathbf{Q} por no tener cambios en la orientación principal. Estas matrices son con las que se culmina el desarrollo del modelo para una sala capa de material compuesto con refuerzo de tejido bidireccional.

$$\mathbf{Q}' = \begin{bmatrix} 28,3193 \times 10^9 & 1,8279 \times 10^9 & 0 \\ 1,8279 \times 10^9 & 28,3193 \times 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 2,8616 \times 10^9 \end{bmatrix}$$

A partir de este punto se recurre al uso de la teoría clásica de laminados. El laminado con el que se cuenta es descrito con la nomenclatura de laminados como $[0/90]_S$ o $[90/0]_S$ y el resultado final se presentado en la Ecuación Constitutiva, donde se describen los efectos ocasionados por los esfuerzos normales y los de flexión, que se desglosan en tres matrices (2.64) (A - matriz de rigidez de alargamiento, B - Matriz de rigidez de acoplamiento y D matriz de rigidez de Flexión).

$$EC = \begin{bmatrix} 5,4091 \times 10^7 & 3,4913 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3,4913 \times 10^6 & 5,4091 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5,4657 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16,4449 & 1,0614 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0614 & 16,4449 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,6617 \end{bmatrix}$$

Con el conocimiento de la Ecuación Constitutiva contiene a la matriz de rigidez queda descrito el comportamiento general del material compuesto de manera estática. A partir de este momento nos centramos en el modelado para encontrar las frecuencias angulares naturales del sistema (viga), las cuales son obtenidas a partir de la ecuación (2.77). Berthelot [3], sugiere un ajuste con las frecuencias obtenidas a partir de la aproximación, por lo que basado en la teoría de Young[42] y Whitney [43] realiza una función lineal para la solución de los parámetros dados en la Tabla 2.3 para las frecuencias de valor bajo (primeras 3 frecuencias naturales), por lo que se auxilian del valor de γ_m como variable que permite conocer el rango de cercanía de la solución λ_m a la raíz principal, ecuaciones descritas en la expresión 4.4 donde m representa el número de la raíz positiva encontrada equivalente a la frecuencia natural del modo que se desea conocer.

$$\begin{aligned} \gamma_m &= \frac{\cos \lambda_m + \cosh \lambda_m}{\sin \lambda_m + \sinh \lambda_m} \\ \lambda_m &= (m - 0,5)\pi \end{aligned} \quad (4.4)$$

De esta manera enlistamos los valores estimados de las frecuencias naturales (FN) de la viga motivo de análisis en la Tabla 4.1 así como sus valores corregidos (FNC). Los datos presentados son referentes a dos tipos de análisis, uno por barrido senoidal (B) y otro solamente excitándolo mediante un impulso y dejándola oscilar libremente, se decide colocar los datos de esta manera debido a que la longitud de las dos pruebas cambian y así poder verificar de forma experimental los valores de las frecuencias naturales. La longitud tomada para realizar el análisis para vibración libre es de 105,5 cm y para el barrido es de 99,6 cm. Las medidas mostradas en la Tabla 4.1 están dadas en Hertz (Hz).

Tabla 4.1. Valores estimados de frecuencia natural para vibración libre (FN) y para barrido senoidal (B). C denota la aplicación de la ec. 4.4.

m	FN	FNC	FN(B)	FNC(B)
1	1,2338	0,8658	1,3843	0,9714
2	7,7321	7,7925	8,6753	8,7431
3	21,6502	21,6460	24,2912	24,2864
4	42,4258	42,4261	47,6011	47,6014
5	70,1329	70,1329	78,6880	78,6880
6	104,7665	104,7665	117,5462	117,5462

4.2.2. Viga Prueba 8

La pieza a modelar es un laminado de dos capas de FC-epoxi con tejido *twill* 12k (12000 filamentos por hilo), realizada a través de moldeo por sistema de infusión al vacío.

Partimos de las características físicas medidas y dadas por el fabricante

- Ancho medio de la viga: 4,13245 *cm*.
- Área total de la viga Prueba 8: 454,56950 *cm*².
- Espesor equivalente de la FC 12K: 0,039 *cm*.
- Peso total de la pieza: 86 *g*.
- Densidad de FC: 1,79 *g/cm*³.
- Densidad superficial de la FC: 0,07 *g/cm*².
- Densidad de la Resina: 1,17 *g/cm*³.

El análisis que se presenta a continuación es desarrollado para una sola capa de tejido *twill* con resina, basada en el modelo descrito por Berthelot [3] y su formulación puesta en las ecuaciones de la sección Mecánica de los materiales compuestos en el Capítulo 2, también el desarrollo completo se presenta en el Apéndice B. La pieza final consta de dos capas de FC-epoxi, las cuales supondremos que son homogéneas y no cuentan con burbujas de aire internas por lo que su porcentaje de vacío es de 0%.

Se contempla empezar el análisis para una lámina de una sola capa de FC-epoxi, por lo que el peso total de la pieza debe ser dividido entre dos, tomando en cuenta las referencias anteriores, dando como resultado el peso total de la lámina de compuesto $w_c = 43$ *g*. Nos auxiliamos de la densidad superficial medida para conocer el peso de la fibra w_f (ec. 2.24)

que es de 31,8199 *g*. Con este valor también es posible conocer el porcentaje de peso de la fibra del compuesto $W_f = 0,74$. Dándonos como resultado una fracción volumétrica de fibra $V_f = 0,6498$, un valor de densidad del compuesto $\rho_c = 1,5730 \text{ g/cm}^3$ y un espesor promedio de la pieza $e_c = 0,6013 \text{ mm}$.

Los siguientes valores fueron tomados de la literatura y del fabricante

- Fibra de carbono
 - $E_f = 231 \text{ GPa}$.
 - $\nu_f = 0,2$.
 - $G_f = 95,8 \text{ GPa}$.
- Matriz (resina epóxica)
 - $E_f = 3,2 \text{ GPa}$
 - $\nu_f = 0,3$
 - $G_f = 1,23 \text{ GPa}$

Al igual que en la viga 7, ocupamos el ajuste de corrección η en el modelo presentado en la ec. 2.27, con un valor de 0,5. A continuación se muestran los resultados obtenidos en *Maple*, con su programa respectivo incluido en el Apéndice B.2.

Módulo de Young longitudinal corregido

$$E_{Lu} = 76,1690 \text{ GPa}$$

Módulo de cortante longitudinal

$$G_{LTu} = 5,4830 \text{ GPa}$$

Coefficiente de Poisson longitudinal

$$\nu_{LTu} = 0,2350$$

Módulo de cortante transversal

$$G_{TT'} = 4,5895 \text{ GPa}$$

Módulo de Young transversal

$$E_{Tu} = 12,6532 \text{ GPa}$$

Los valores anteriores son los módulos de una capa unidireccional si consideramos que el tejido está formado por dos láminas ($[0/90]$ o $[90/0]$).

Retomamos el hecho de que estamos usando un tejido equilibrado con $k = 0,5$, los valores que se preveen obtener de manera experimental son:

Módulo de Young longitudinal

$$E_L = 44,6214 \text{ GPa}$$

Módulo de Young transversal

$$E_T = 44,6214 \text{ GPa}$$

Coefficiente de Poisson sobre el plano

$$\nu_{LT} = 0,06696$$

Módulo de cortante longitudinal

$$G_{LT} = 5,4830 \text{ GPa}$$

Los valores anteriores son los que se usan para formar la matriz reducida de rigidez \mathbf{Q}' (Ec. 2.45), que para nuestro caso es igual a la matriz reducida de rigidez en la dirección principal \mathbf{Q} por no tener cambios de la orientación principal. Estas matrices son con las que culminamos el desarrollo del modelo para una sala capa de material compuesto con refuerzo de tejido bidireccional.

$$\mathbf{Q}' = \begin{bmatrix} 4,4822 \times 10^{10} & 3,0013 \times 10^9 & 0 \\ 3,0013 \times 10^9 & 4,4822 \times 10^{10} & 0 \\ 0 & 0 & 5,4830 \times 10^9 \end{bmatrix}$$

Al usar la teoría clásica de laminados, el laminado con el que contamos puede ser descrito con la nomenclatura de laminados como $[0/90]_S$ o $[90/0]_S$ y el resultado final es la Ecuación Constitutiva, donde se describen los efectos ocasionados por los esfuerzos normales y los de flexión, que se desglosan en tres matrices (2.64) (A - matriz de rigidez de alargamiento, B - Matriz de rigidez de acoplamiento y D matriz de rigidez de Flexión).

$$EC = \begin{bmatrix} 5,3901 \times 10^7 & 3,6093 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3,6093 \times 10^6 & 5,3901 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6,5936 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6,4957 & 0,43495 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,43495 & 6,4957 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,7946 \end{bmatrix}$$

Con el conocimiento de la Ecuación Constitutiva mejor conocida como matriz de rigidez queda descrito el comportamiento general del material compuesto de manera estática. A

partir de este momento nos centramos en el modelado para encontrar las frecuencias angulares naturales del sistema (viga), las cuales siguen un procedimiento similar a la de la viga 7. De esta manera enlistamos los valores estimados de las frecuencias naturales (FN) de la viga motivo de análisis en la Tabla 4.2 así como sus valores corregidos (FNC). Los datos presentados son referentes a dos tipos de análisis, uno por barrido senoidal (B) y otro solamente excitándolo mediante un impulso y dejándola oscilar libremente, se decide colocar los datos de esta manera debido a que la longitud de las dos pruebas cambian y así poder verificar de forma experimental los valores de las frecuencias naturales. La longitud tomada para realizar el análisis para vibración libre es de 105,6 *cm* y para el barrido es de 103 *cm*. Las medidas mostradas en la Tabla 4.2 están dadas en Hertz (*Hz*).

Tabla 4.2. Valores estimados de frecuencia natural en vibración libre (FN) y para barrido senoidal (B), C denota la aplicación de la ec. 4.4.

m	FN	FNC	FN(B)	FNC(B)
1	0,9278	0,6511	0,9752	0,6844
2	5,8145	5,8599	6,1117	6,1594
3	16,2806	16,2774	17,1129	17,1096
4	31,9035	31,9037	33,5345	33,5347
5	52,7388	52,7388	55,4350	55,4350
6	78,7827	78,7827	82,8103	82,8103

4.2.3. Viga Prueba 9

La pieza a modelar es un laminado de dos capas de FC-epoxi con tejido *twill 12k* (12000 filamentos por hilo) con un núcleo de poliéster de espesor de 2 *mm*, realizada a través de moldeo por sistema de infusión al vacío, obteniendo así una estructura tipo sandwich. Partimos de las características físicas medidas y dadas por el fabricante.

- Ancho mayor medio de la viga: 4,0887 *cm*.
- Área total de la viga Prueba 9: 449,7570 *cm*².
- Espesor equivalente de la FC 12K: 0,039 *cm*.
- Peso total de la pieza: 155 *g*.
- Peso total de las capas de FC: 86 *g*.
- Peso del núcleo con resina: 69 *g*.
- Densidad de FC: 1,79 *g/cm*³.
- Densidad superficial de la FC: 0,07 *g/cm*².

- Densidad de la Resina: $1,17 \text{ g/cm}^3$.

Consideraciones presentadas por Berthelot[3] para tomar en cuenta cuando analizamos estructuras tipo sandwich.

- El espesor h del núcleo es mucho mayor que el de las láminas externas h_1 .
- Los esfuerzos transversales de cortante sólo se ven reflejados en el núcleo y no en las láminas externas.
- Las láminas externas no desarrollan esfuerzos cortantes transversales significativos por lo que se pueden despreciar.

Se contempla empezar el análisis para una lámina de una sola capa de FC-epoxi, por lo que el peso total de la pieza debe ser dividido entre dos, tomando en cuenta las referencias anteriores, dando como resultado el peso total de la lámina de compuesto $w_c = 43 \text{ g}$. Nos auxiliamos de la densidad superficial medida para conocer el peso de la fibra w_f (ec. 2.24) que es de $31,4830 \text{ g}$. Con este valor también es posible conocer el porcentaje de peso de la fibra del compuesto $W_f = 0,7322$. Dándonos como resultado una fracción volumétrica de fibra $V_f = 0,6405$, un valor de densidad del compuesto para la capa externa de $\rho_{cl} = 1,5673 \text{ g/cm}^3$ y un espesor promedio de la pieza $e_c = 0,6099 \text{ mm}$. También contemplamos la densidad del núcleo $\rho_{core} = 0,7671 \text{ g/cm}^3$ y auxiliándonos de ella y de las láminas externas, da como resultado una densidad total del material de $\rho_c = 1,0703 \text{ g/cm}^3$.

Con lo anterior tomado en cuenta, podemos basarnos en la teoría clásica de laminados, agregando una submatriz (esfuerzos cortantes transversales) a la matriz \mathbf{Q}' de manera similar a la que obtuvimos para la viga Prueba 8, asumiendo que el comportamiento no cambiará radicalmente y usándola para describir a las láminas externas. A continuación se presenta de forma breve las características obtenidas para una lámina de FC-epoxi $12k$, obtenidas de manera similar a los cálculos realizados para la viga Prueba 8, con su programa respectivo incluido en el Apéndice B.3.

Módulo de Young longitudinal corregido

$$E_{Lu} = 75,1322 \text{ GPa}$$

Módulo de cortante longitudinal

$$G_{LTu} = 5,3222 \text{ GPa}$$

Coefficiente de Poisson longitudinal

$$\nu_{LTu} = 0,2359$$

Módulo de cortante transversal

$$G_{TT'} = 4,4612 \text{ GPa}$$

Módulo de Young transversal

$$E_{Tu} = 12,3053 \text{ GPa}$$

Los valores anteriores son los módulos de una capa unidireccional si consideramos que el tejido está formado por dos láminas ($[0/90]$ o $[90/0]$).

Retomamos el hecho de que estamos usando un tejido equilibrado con $k = 0,5$, los valores que se preveen obtener de manera experimental son:

Módulo de Young longitudinal

$$E_L = 43,9265 \text{ GPa}$$

Módulo de Young transversal

$$E_T = 43,9265 \text{ GPa}$$

Coefficiente de Poisson sobre el plano

$$\nu_{LT} = 0,0664$$

Módulo de cortante longitudinal

$$G_{LT} = 5,3222 \text{ GPa}$$

Los valores anteriores son los que usaremos para formar la matriz reducida de rigidez \mathbf{Q}' (Ec. (2.45)), la cual para nuestro caso es igual a la matriz reducida de rigidez en la dirección principal \mathbf{Q} por no tener cambios de la orientación principal. Esta matriz es la representación de las caras externas de nuestra estructura tipo sandwich con refuerzo de tejido bidireccional y núcleo de poliéster.

$$\mathbf{Q}' = \begin{bmatrix} 44,1210 \times 10^9 & 2,9301 \times 10^9 & 0 \\ 2,9301 \times 10^9 & 44,1210 \times 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 5,3222 \times 10^9 \end{bmatrix}$$

El laminado final puede ser descrito con la nomenclatura previamente vista como $[0/90/\bar{0}]_S$ o $[90/0/\bar{0}]_S$ y el resultado final es la Ecuación Constitutiva, donde se describen los efectos ocasionados por los esfuerzos normales y los de flexión, que se desglosan para este caso en específico en cinco matrices (ec. (4.5)) (A - matriz de rigidez de alargamiento, B y C - Matriz de rigidez de acoplamiento, D - matriz de rigidez de Flexión y F matriz de cortante transversal). En comparación con la ec. (2.62), se agrega otro término matricial F , cuyos términos son descritos en la ec. (4.6), y la forma de obtenerlos se describen en las ecuaciones siguientes (ec. (4.7) y (4.8)) .

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ C_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ C_{16} & C_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

con

$$F_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (C'_{ij})_k, \quad i, j = 4, 5. \quad (4.6)$$

contemplando

$$\begin{aligned} C'_{44} &= C_{44} \cos^2 \theta + C_{55} \sin^2 \theta \\ C'_{45} &= (C_{55} - C_{44}) \sin \theta \cos \theta \\ C'_{55} &= C_{44} \sin^2 \theta + C_{55} \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (4.7)$$

con

$$\begin{aligned} C_{44} &= G_{TT'_c} \\ C_{55} &= G_{LT'_c} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Las expresiones finales de la matriz de la ecuación constitutiva considerando el esfuerzo cortante se presentan en las ecs. (4.9), (4.10) y (4.11).

$$\begin{aligned} A_{ij} &= A_{ij}^1 + A_{ij}^2 \\ B_{ij} &= \frac{h}{2} (A_{ij}^2 - A_{ij}^1) \\ A_{ij}^1 &= \sum_{k=1}^{n_1} (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k \\ A_{ij}^2 &= \sum_{k=1}^{n_2} (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$C_{ij} = C_{ij}^1 + C_{ij}^2 \quad (4.10)$$

$$D_{ij} = \frac{h}{2} (C_{ij}^2 - C_{ij}^1)$$

$$C_{ij}^1 = \sum_{k=1}^{n_1} (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k$$

$$C_{ij}^2 = \sum_{k=1}^{n_2} (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k$$

$$F_{ij} = hC_{ij}'^c \quad (4.11)$$

Las nuevas expresiones dan el modelo de la ecuación constitutiva de forma numérica para la viga que estamos estudiando como se muestra a continuación

$$EC = \begin{bmatrix} 5,3821 \times 10^7 & 3,5743 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3,5743 \times 10^6 & 5,3821 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6,4923 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 140,4693 & 9,3286 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9,3286 & 140,4693 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16,9444 \end{bmatrix}$$

Para este caso no se considera colocar los datos F_{ij} en la ecuación constitutiva, debido a que no se contempla inicialmente en el planteamiento de la presente tesis, además de la medición experimental requiere otro tipo de pruebas que contemplan realizar esfuerzos de forma transversal y así poder obtener los valores deseados $G_{TT'}$ y $G_{TL'}$, de esta forma se asegura que los valores previstos se pueden corroborar de forma experimental sobre el núcleo.

De manera análoga al procedimiento llevado a cabo en el análisis dinámico de las vigas anteriores, enlistamos los valores estimados de las frecuencias naturales (FN) de la viga motivo de análisis en la Tabla 4.3 así como sus valores corregidos (FNC). Los datos presentados son referentes a dos tipos de análisis, uno por barrido senoidal (B) y otro solamente excitándola mediante un impulso y dejándola oscilar libremente, se decide colocar los datos de esta manera debido a que la longitud de las dos pruebas cambian y así poder verificar de forma experimental los valores de las frecuencias naturales. La longitud tomada para realizar el análisis para vibración libre es de 105,3 *cm* y para el barrido es de 97,9 *cm*. Las medidas mostradas en la Tabla 4.3 están dadas en Hertz (*Hz*).

Tabla 4.3. Valores estimados de frecuencia natural en vibración libre (FN) y para barrido senoidal (B), C denota la aplicación de la ec. 4.4.

m	FN	FNC	FN(B)	FNC(B)
1	3,0052	2,1090	3,4767	2,4398
2	18,8335	18,9806	21,7882	21,9584
3	52,7343	52,7239	61,0077	60,9957
4	103,3382	103,3388	119,5508	119,5515
5	170,8255	170,8255	197,6260	197,6259
6	255,1837	255,1837	295,2190	295,2190

Capítulo 5

Resultados experimentales

5.1. Pruebas de moldeo de piezas de FC

Se realizaron diferentes pruebas empíricas para llegar a un método que permitiera realizar piezas de FC-epoxi de una calidad aceptable, a continuación enumeraremos las características y el proceso de fabricación por el que fueron realizadas.

- Prueba 1

- Tejido *twill 3k* (1 capa).
- Molde usado: placa de aluminio sin contramolde.
- Tiempo hasta el desmolde: 48 horas.
- Medidas de la pieza: Largo: 27 *cm*, Ancho: 10 *cm*.
- No se puede controlar el espesor final de la pieza.

- Prueba 2

- Tejido *twill 3k* (1 capa, 2 piezas).
- Molde usado: Molde de madera recubiertos con cera y película desmoldante, usa contramolde de madera.
- Tiempo hasta desmolde: 48 horas.
- Medidas de la pieza: Largo: 27 *cm*, Ancho: 10 *cm*.
- Se trata de controlar el espesor de la pieza, pero debido a las deformaciones propias de la madera, no es posible.

- Prueba 3

- Tejido *twill 3k* (1 capa).
- Molde usado: Molde de vidrio recubierto con cera y película desmoldante, usa contramolde de vidrio.

- Tiempo hasta el desmolde: 25 horas.
 - Medidas de la pieza: Largo: 17 *cm*, Ancho: 5 *cm*.
 - No se puede controlar el espesor final de la pieza.
 - Prueba no exitosa, al realizar el desmolde se aprecia un curado no uniforme y en la mayoría de las zonas la resina es pegajosa, hasta varias semanas después del desmolde.
- Prueba 4
- Tejido *twill 3k* (1 capa).
 - Molde usado: Molde de vidrio recubierto con cera y película desmoldante, con contramolde de vidrio.
 - Tiempo hasta el desmolde: 48 horas.
 - Medidas de la pieza: Largo: 27 *cm*, Ancho: 10 *cm*.
 - Se empieza a controlar el espesor de la pieza al implementarla con cinta en el perímetro de la misma y aplicando presión sobre el contramolde.
 - Antes de realizar el desmolde, se coloca al sol por al menos dos horas.
- Prueba 5
- Tejido *twill 12k* (1 capa).
 - Molde usado: Molde de vidrio recubierto con cera y película desmoldante, con contramolde de vidrio.
 - Tiempo hasta el desmolde: 48 horas.
 - Medidas de la pieza: Largo: 27 *cm*, Ancho: 10 *cm*.
 - Se empieza a relacionar el espesor de la pieza con el espesor de la cinta colocada en el perímetro de la misma y aplicando presión sobre el contramolde.
 - Antes de realizar el desmolde, se coloca al sol por al menos dos horas.
- Prueba 6
- Tejido *twill 3k* (2 capas).
 - Molde usado: Molde de vidrio recubierto con cera y película desmoldante, con contramolde de vidrio.
 - Tiempo hasta el desmolde: 48 horas.
 - Medidas de la pieza: Largo: 110 *cm*, Ancho: 4 *cm*.
 - Se tiene un mejor control del espesor de la pieza usando la cinta colocada en el perímetro de la misma y aplicando presión sobre el contramolde.

- Antes de realizar el desmolde, se coloca al sol por al menos dos horas.
- Prueba 7
 - Tejido *twill* 12k (2 capas).
 - Molde usado: Molde de vidrio recubierto con cera y película desmoldante, con contramolde de vidrio.
 - Tiempo hasta el desmolde: 24 horas.
 - Medidas de la pieza: Largo: 110 *cm*, Ancho: 4 *cm*.
 - Se tiene un mejor control del espesor de la pieza usando la cinta colocada en el perímetro de la misma y aplicando presión sobre el contramolde.
 - Antes de realizar el desmolde, se coloca al sol por al menos dos horas.
 - Prueba 8
 - Tejido *twill* 12k (2 capas).
 - Molde usado: Molde de vidrio recubierto con desmoldante semipermanete, usando el sistema de infusión al vacío.
 - Tiempo hasta el desmolde: 3 horas.
 - Medidas de la pieza: Largo: 110 *cm*, Ancho: 4 *cm*.
 - El espesor depende de la cantidad de vacío presente en el sistema y la proporción fibra-resina, por lo que se dificulta saber el espesor final de la pieza mientras se encuentra en el proceso de fabricación, pero se asegura que la fracción volumétrica de la fibra V_f será mayor a 0,5.
 - Opcionalmente se puede aplicar calor durante el tiempo de curado o postcurado para mejorar las propiedades del compuesto.
 - Prueba 9
 - Tejido *twill* 12k (2 capas + núcleo de poliéster).
 - Molde usado: Molde de vidrio recubierto con desmoldante semipermanete, usando el sistema de infusión al vacío.
 - Tiempo hasta el desmolde: 3 horas.
 - Medidas de la pieza: Largo: 110 *cm*, Ancho: 4 *cm*.
 - El espesor depende de la cantidad de vacío presente en el sistema y la proporción fibra-resina, por lo que se dificulta saber el espesor final de la pieza mientras se encuentra en el proceso de fabricación, pero se asegura que la fracción volumétrica de la fibra V_f será mayor a 0,5.
 - Opcionalmente se puede aplicar calor durante el tiempo de curado o postcurado para mejorar las propiedades del compuesto.

5.2. Pruebas estáticas

5.2.1. Viga de aluminio

Una forma de validación en el uso de galgas extensiométricas para materiales compuestos, es el de colocar un arreglo de estas, sobre un material homogéneo e isotrópico con propiedades conocidas, tal es el caso del aluminio, el cual cuenta con un módulo de Young de 70 GPa . A continuación se muestra en la Fig. 5.1 las mediciones tomadas experimentalmente en una viga empotrada de aluminio cuyas medidas desde el extremo al lugar donde se ha colocado la galga extensiométrica, son:

- Largo: $49,5 \text{ cm}$.
- Ancho: $18,75 \text{ mm}$.
- Espesor: $4,6 \text{ mm}$.

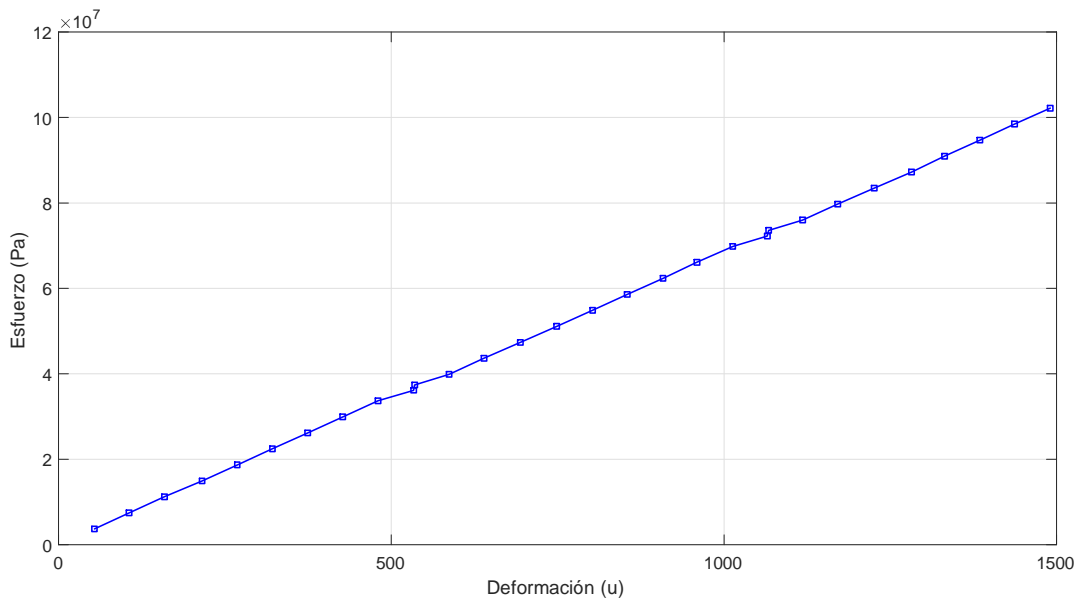


Figura 5.1: Gráfica esfuerzo-deformación del aluminio para determinar el Módulo de Young.

El resultado experimental fue basado en la metodología descrita en la sección 4.1.2, dónde se describen los valores máximos de carga y forma de realizar las mediciones. Los valores tomados se encuentran en el Apéndice A, con los cuales se obtuvo el valor del módulo de Young realizando un ajuste de curvas en *MATLAB*, dando como resultado $68,43 \text{ GPa}$, valor muy cercano si lo comparamos con el descrito en la literatura.

En la Fig. 5.2 se aprecia la variación medida del coeficiente de Poisson al aplicar diferentes cargas, usando la metodología de la sección 4.1.2, en la que se requiere usar dos galgas extensiométricas, una colocada de forma longitudinal y otra de manera transversal. Realizando ajuste de curvas podemos encontrar la tendencia que tiene la viga, la cual es expresada por la ecuación 5.1, con $f(c)$ dependiente de la carga aplicada c en Newtons, dándonos un valor aproximado de coeficiente de Poisson cercano a 0,256.

$$f(c) = -0,000107c + 0,2573 \quad (5.1)$$

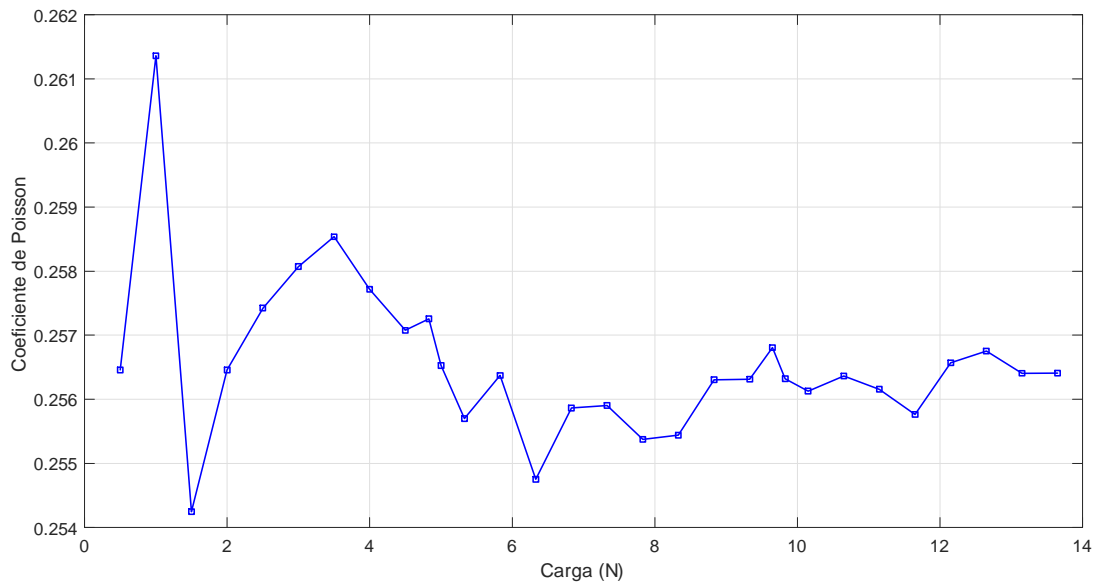


Figura 5.2: Variación del coeficiente de Poisson dependiente de la carga aplicada.

5.2.2. Vigas de FC-epoxi

Viga Prueba 7

Las medidas usadas para el cálculo de los esfuerzos de las pruebas, se describen en la Tabla 5.1, donde se da el valor medido de las variables largo (L), ancho (b) y espesor (t) para las 3 pruebas presentadas.

Tabla 5.1. Medidas de la viga Prueba 7

V/M	1	2	3
L (cm)	30,30	30,15	30,15
b (mm)	44,40	40,42	40,42
t (mm)	1,95	1,97	1,97

Para la obtención de los valores promedio del Módulo de Young y coeficiente de Poisson, se realizaron 3 series de mediciones como las descritas en la sección 4.1.2.

- La primer serie fue efectuada dentro de un período no mayor a 7 días una vez realizado el pegado de la galga, la cual es mostrada en la Fig. 5.3 de color negro con una línea continua.
- La segunda y tercer serie de lecturas se tomaron semanas después (Fig. 5.3 línea azul discontinua y línea roja punteada), una vez realizados varios ciclos de carga-descarga, lo que permite que la estructura de la galga (pegamento y la galga misma) se amolde al comportamiento del material a medir, cabe resaltar que esta variación se da en mayor medida en materiales bastante flexibles, como los plásticos y es imperceptible en elementos de mayor rigidez, como los metales.

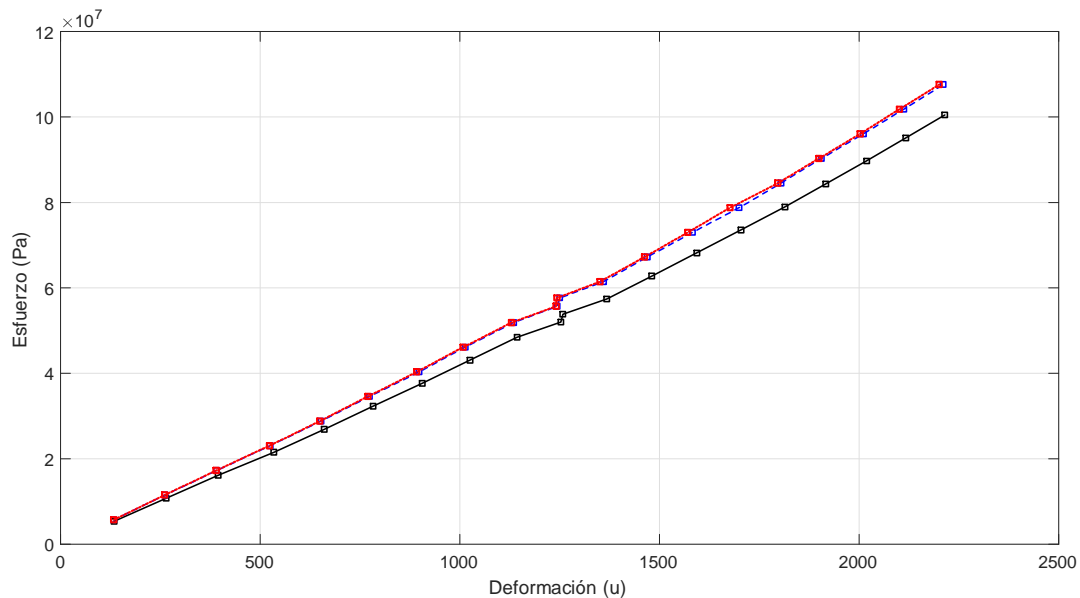


Figura 5.3: Gráfica esfuerzo-deformación de FC viga prueba 7. En línea continua de color negro la primera medición, en línea discontinua azul la segunda medición y en línea color rojo la tercera medición.

El efecto de variación de las mediciones, al inicio da una falsa lectura, aunque muy cercana, pero como se ve en la Fig. 5.3 (línea negra continua), llega un momento en el que se estabiliza la medición y es cuando permite tomar lecturas más certeras del comportamiento del material (línea discontinua azul y línea punteada roja). A continuación en la Tabla 5.2 se muestran los resultados obtenidos por medio de la lectura de las galgas extensiométricas además de los ajustes de curvas de cada una de las proyecciones presentadas anteriormente en las gráficas (Módulo de Young y coeficiente de Poisson) para la viga prueba 7.

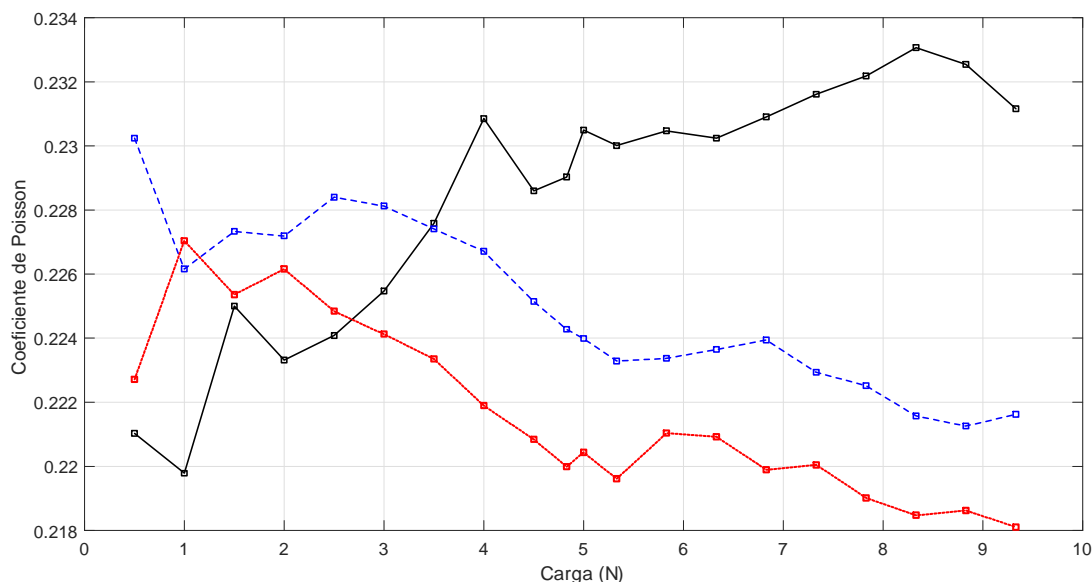


Figura 5.4: Variación del coeficiente de Poisson respecto a la carga aplicada. La línea negra continua representa la primer medición tomada, la línea azul discontinua es la segunda medición y la línea roja punteada es la tercera medición.

Tabla 5.2. Valores medidos del Módulo de Young.

Medición	$E(GPa)$	Ec. de tendencia $f(c)$
1	43,50	$0,001339c + 0,2218$
2	46,84	$-0,0008954c + 0,2294$
3	47,09	$-0,0009037c + 0,2261$

Lo que respecta al Módulo de Young, los resultados se encuentran entre los límites definidos E_L y E_{LTu} , con un valor previsto para la Viga Prueba 7 de $28,2013 - 49,1107$ GPa , los resultados obtenidos son muy cercanos al límite superior obtenido usando el modelo con el Módulo de Young corregido.

Verificando el comportamiento del coeficiente de Poisson con respecto a la carga aplicada (Fig. 5.4), vemos una tendencia hacia el valor de 0,22 para las últimas mediciones, magnitud correspondiente entre los límites ν_L y ν_{LTu} ($0,06455 - 0,2591$).

Viga Prueba 8

Una vez contempladas las consideraciones expuestas en el apartado anterior (Viga Prueba 7), en la que se sugiere realizar las pruebas experimentales para materiales muy flexibles después de haber realizado varios ciclos de carga y descarga, se vuelve a visualizar el efecto

de la variación en las lecturas tomadas cuando analizamos los valores obtenidos antes y después de este proceso (Fig. 5.5 línea negra continua). A continuación, en la Tabla 5.3, se presentan los valores medidos de las variables largo (L), ancho (b) y espesor (t) para las 3 pruebas presentadas.

Tabla 5.3. Medidas de la viga Prueba 8.

V/M	1	2	3
L (cm)	18,30	18,40	18,40
b (mm)	41,75	41,69	41,69
t (mm)	1,3	1,15	1,15

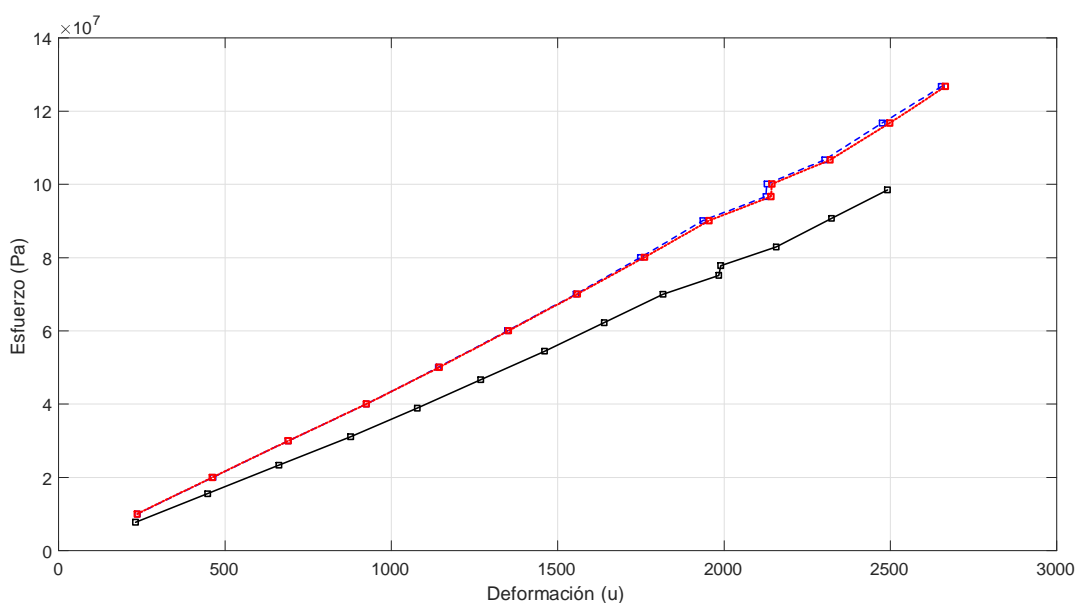


Figura 5.5: Gráfica esfuerzo-deformación de FC viga prueba 8. En línea continua de color negro la primera medición, en línea discontinua azul la segunda medición y en línea color rojo la tercera medición.

En la Tabla 5.4 se presentan los resultados de los ajustes de curvas de cada una de las proyecciones presentadas anteriormente en las gráficas (Módulo de Young y coeficiente de Poisson) para la viga Prueba 8.

Tabla 5.4. Valores medidos del Módulo de Young.

Medición	E (GPa)	Ec. de tendencia $f(c)$
1	38,36	$0,01223c + 0,01465$
2	46,32	$0,00847c + 0,003149$
3	46,03	$0,007578c + 0,009228$

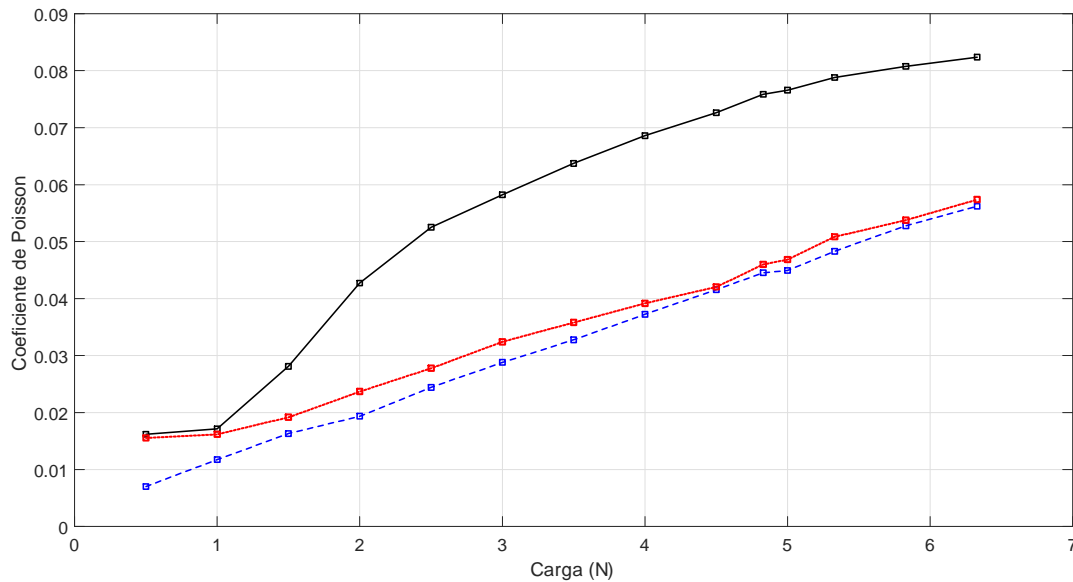


Figura 5.6: Variación del coeficiente de Poisson respecto a la carga aplicada. La línea negra continua representa la primer medición tomada, la línea azul discontinua es la segunda medición y la línea roja punteada es la tercera medición.

Lo que respecta al Módulo de Young, los resultados se encuentran entre los límites definidos E_L y E_{LTu} , con un valor previsto para la Viga Prueba 8 de $44,6214 - 76,1690 GPa$, los resultados obtenidos son muy cercanos al límite inferior obtenido usando el modelo con el Módulo de Young corregido.

Verificando el comportamiento del coeficiente de Poisson con respecto a la carga aplicada (Fig. 5.6), vemos una tendencia de crecimiento desde 0,01 hacia el valor de 0,06 para las últimas mediciones, magnitud cercana a los límites ν_L y ν_{LTu} ($0,06696 - 0,2350$).

Viga Prueba 9

Como se mencionó anteriormente, los materiales rígidos son menos susceptibles a la variación de las mediciones cuando recién se colocan las galgas extensiométricas, por lo que los ciclos de carga y descarga no son necesarios para tener resultados precisos; esto pasa con materiales como aluminio o acero cuando son instrumentados, pero aún así se verifica al igual que los casos anteriores en los que el efecto aumenta o disminuye dependiendo la flexibilidad de la pieza analizada. En la Fig. 5.7 se puede apreciar que es imperceptible el desfaseamiento de la gráfica si la comparamos con las vistas anteriormente (Fig. 5.3 y Fig. 5.5). A continuación, en la Tabla 5.5, se presentan los valores medidos de las variables largo (L), ancho (b) y espesor (t) para las 3 pruebas presentadas.

Tabla 5.5. Medidas de la viga Prueba 9.

V/M	1	2	3
L (cm)	28,30	28	28
b (mm)	41,28	41,06	41,06
t (mm)	3,18	3,11	3,11

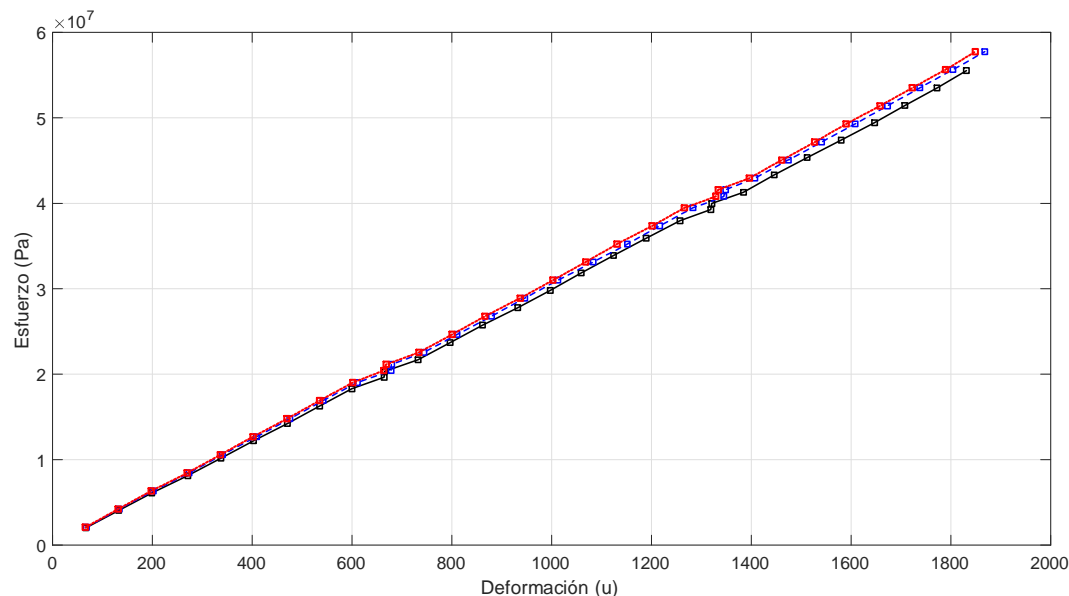


Figura 5.7: Gráfica esfuerzo-deformación de FC viga prueba 8. En línea continua de color negro la primera medición, en línea discontinua azul la segunda medición y en línea color rojo la tercera medición.

En la Tabla 5.6 se presentan los resultados de los ajustes de curvas de cada una de las proyecciones presentadas anteriormente en las gráficas (Módulo de Young y coeficiente de Poisson) para la viga prueba 9.

Tabla 5.6. Valores medidos del Módulo de Young.

Medición	E (GPa)	Ec. de tendencia $f(c)$
1	30,07	$0,0001049c + 0,0545$
2	30,69	$-9,693 \times 10^{-5}c + 0,5681$
3	31,03	$-0,0002947c + 0,05913$

El modelado planteado, con las consideraciones dadas previamente, basado en la teoría clásica de laminados no contempla los esfuerzos cortantes, aún así, los resultados estimados de las capas externas son similares a los expuestos para la viga Prueba 8. Lo que respecta

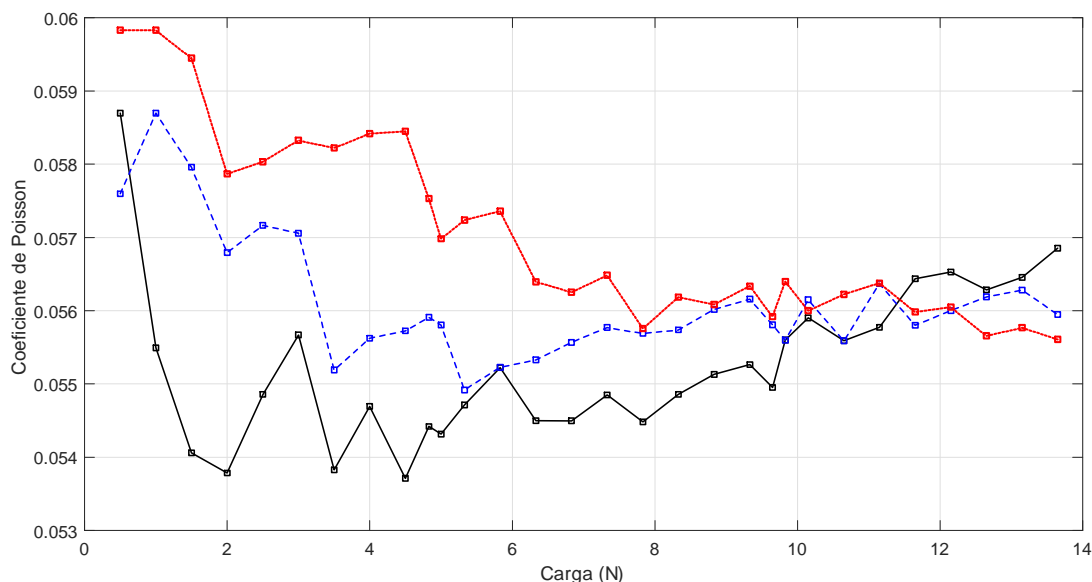


Figura 5.8: Variación del coeficiente de Poisson respecto a la carga aplicada. La línea negra continua representa la primer medición tomada, la línea azul discontinua es la segunda medición y la línea roja punteada es la tercera medición.

al Módulo de Young, los límites definidos E_L y E_{LTu} , tienen un valor previsto para la Viga Prueba 9 de $43,9265 - 75,1322 GPa$. Los resultados medidos están por debajo del límite inferior esperado, esto puede ser originado por varias razones, una de ellas es el no contemplar o despreciar el módulo de Young del compuesto núcleo-resina y asumir que las placas medidas de fibra de carbono poseen la misma proporción de fibra resina que las láminas para la viga Prueba 8, valor que por el momento no puede ser determinado tan fácilmente debido al proceso de fabricación empleado, en el que la resina impregna completamente todos los elementos (fibra y núcleo) de una sola vez quedando como un material homogéneo, complicando su separación o delaminado.

Verificando el comportamiento del coeficiente de Poisson con respecto a la carga aplicada (Fig. 5.8), vemos una tendencia hacia el valor de 0,056 para las todas mediciones, magnitud cercana, pero baja, a los límites ν_L y ν_{LTu} ($0,06696 - 0,2350$).

5.2.3. Pruebas dinámicas

En esta sección se muestran los resultados obtenidos por medio del *LabView* a través de una galga extensiométrica y un acelerómetro, una de estas pruebas consiste en aplicar un barrido senoidal de $0 - 90 Hz$ en un período de $90 s$ sobre una viga empotrada verticalmente, mientras que la otra consiste en golpear una viga empotrada verticalmente con un objeto

rígido y observar su respuesta en el tiempo. Se selecciona el uso de la señal dada por el acelerómetro puesto que es más limpia y permite así tener un mayor ancho de banda que el otorgado por la galga extensiométrica. Para el análisis se incluye la respuesta de la señal en el tiempo y la respuesta en frecuencia, para conocer sus frecuencias naturales y compararlas con las estimadas en el modelo.

La señal dependiente del tiempo es usada para pasarla al dominio de la frecuencia y de esta forma corroborar de una manera más clara los valores de sus frecuencias naturales. Nos auxiliamos de tablas comparativas entre el valor estimado corregido y el valor medido (en Hz), incluyendo el porcentaje de error que existen entre las dos, el porcentaje de error relativo se calcula como lo describe la ec. (5.2), lo que da una referencia de que tan cercano se encuentra el valor estimado en comparación con lo que medimos directamente.

$$\% \text{ error} = \frac{v_{\text{real}} - v_{\text{est}}}{v_{\text{real}}} \quad (5.2)$$

Viga Prueba 7

La viga motivo de análisis para el barrido senoidal ($0 - 90 \text{ Hz}$) de 90 s , es hecha de FC-epoxi por proceso de moldeo manual con una fracción volumétrica de fibra $V_f = 0,4088$, un peso total de 127 g y una densidad del compuesto $\rho_c = 1,4236 \text{ g/cm}^3$. La longitud total de la viga, desde el extremo al empotramiento es de $99,6 \text{ cm}$. Como se comenta anteriormente, se tienen dos formas de medición (acelerómetro y galga) para recabar los datos a través de una interfaz hecha en *LabView* para un sistema de adquisición de datos cDAQ-9174 de NI.

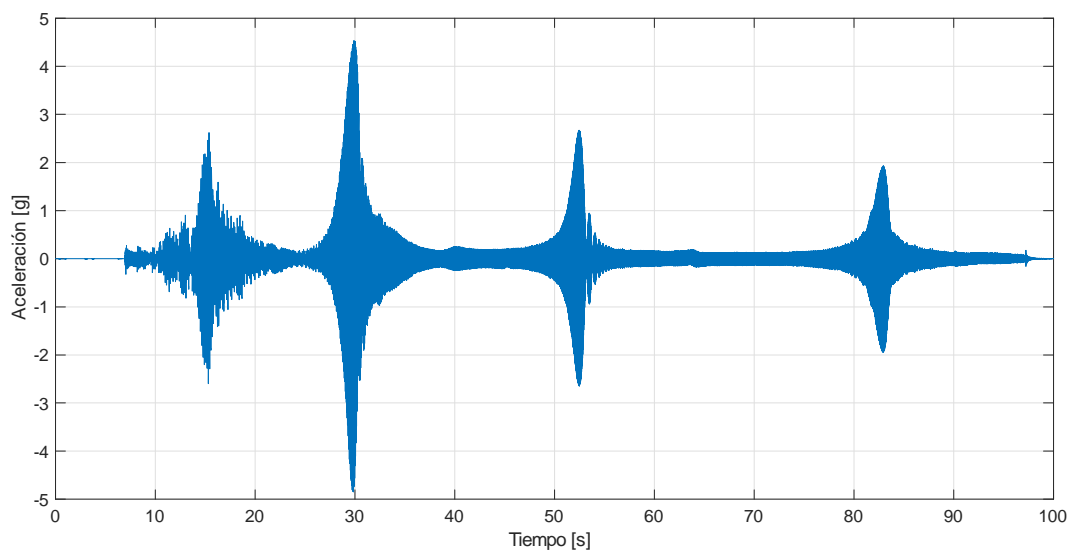


Figura 5.9: Respuesta en tiempo de la viga Prueba 7 para un barrido senoidal (0-90Hz) de 90s.

En la Fig. 5.9 se observa el comportamiento de la viga Prueba 7, cuando le es aplicado un barrido senoidal de $0 - 90 \text{ Hz}$ durante un período de 90 s , en los que quedan expuestos variaciones en la amplitud a lo largo del barrido. Estos picos corresponden a las frecuencias naturales que presenta el sistema y pueden ser observador de mejor forma realizando una transformación al dominio de la frecuencia mediante una FFT (*Fast Fourier Transform* o Transformada Rápida de Fourier) y así visualizarla como una FRF (Frequency Response Function o Función de Respuesta en Frecuencia) (ver Fig. 5.10).

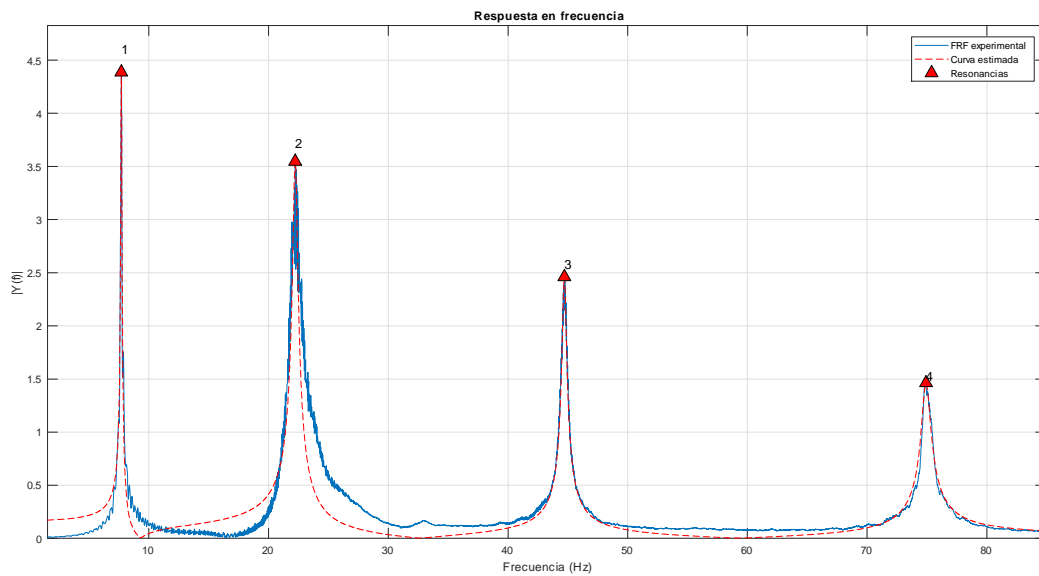


Figura 5.10: Función de Respuesta en Frecuencia de la viga Prueba 7 a un barrido senoidal de $0-90 \text{ Hz}$ durante 90s .

Tabla 5.7. Porcentaje de error entre valores estimados y medidos para la FN

m	FNEC	FNM	% error
1	0,9714	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>
2	8,7431	7,6981	13,5746
3	21,2864	22,2246	9,2771
4	47,6014	44,7086	6,4703
5	78,6880	74,9212	5,0276

Los datos recabados experimentalmente y los estimados son presentados en la Tabla 5.7, en la cual se presentan los valores en Hz y un porcentaje de error para cada frecuencia natural encontrada, estos valores oscilan desde un 13% para las primeras frecuencias naturales hasta un 5% llegando a la quinta frecuencia natural. Se falla al tratar de encontrar la primer

frecuencia natural por este método al ser un valor bajo y realizar el barrido a una razón de cambio de 1 Hz/s , no se alcanza a excitar la frecuencia primordial no existiendo un cambio en su magnitud y por ende no es perceptible en el ancho de banda que estamos analizando.

Una solución al problema planteado de no poder percibir la frecuencia baja por medio del barrido realizado, es el de realizar la prueba esta vez sólo excitando a la viga mediante un golpe, ya sea dado por un martillo de impacto o por un objeto rígido. En la Fig. 5.11 se muestra el comportamiento de la viga Prueba 7 a una excitación de este estilo, la longitud total de esta viga, para este caso, es de $105,5 \text{ cm}$, desde su extremo hasta el empotramiento, se puede apreciar el impacto inicial con una magnitud mayor y esta poco a poco va atenuándose hasta llegar de nuevo a un punto de equilibrio.

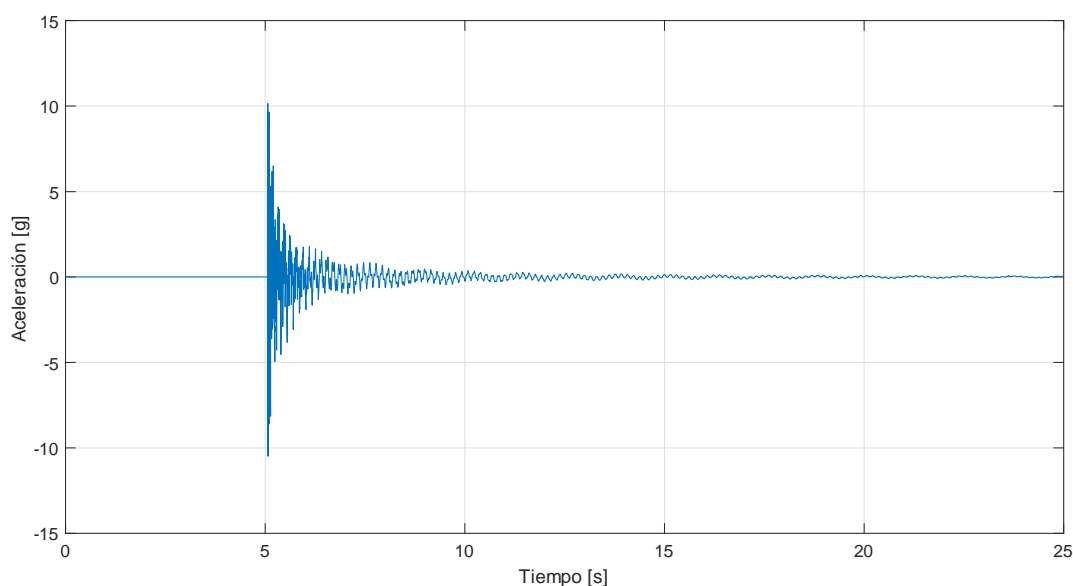


Figura 5.11: Respuesta en tiempo de la viga Prueba 7 a una excitación externa.

Tabla 5.8. Porcentaje de error entre valores estimados y medidos para la FN

m	FNEC	FNM	% error
1	0,8658	0,8164	6,0620
2	7,7925	6,5079	19,7394
3	21,6460	19,0660	13,5318
4	42,4261	38,6432	9,7894
5	70,1329	65,4226	7,1999
6	104,7665	98,7709	6,0702
7	146,3267	139,7258	4,7242

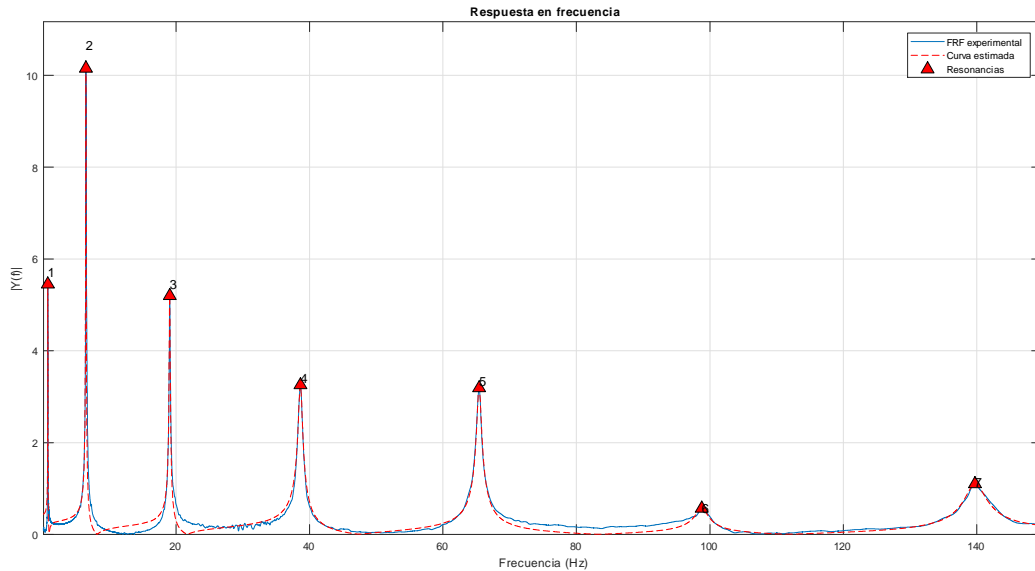


Figura 5.12: Función de Resposta en Frecuencia de la viga Prueba 7 a una excitación tipo impulso.

Nuevamente recurrimos a visualizar nuestra respuesta del tiempo en función de la frecuencia. En la Fig. 5.12 podemos percibir la aparición de 7 frecuencias naturales, las cuales están descritas en la Tabla 5.8 al igual que su porcentaje de error, esta vez vemos que la mayoría de ellas, a excepción de 2, presentan un error por debajo del 10 %, mientras que las otras llegan a un máximo aproximado del 20 %.

Viga Prueba 8

La viga motivo de análisis para el barrido senoidal (0-90Hz) de 90s, es hecha de FC-epoxi por proceso de moldeo por infusión al vacío con una fracción volumétrica de fibra $V_f = 0,6498$, un peso total de 86 g y una densidad del compuesto $\rho_c = 1,5730 \text{ g/cm}^3$. La longitud total de la viga, desde el extremo al empotramiento es de 103 cm. Como se comenta anteriormente, se tienen dos formas de medición (acelerómetro y galga) para recabar los datos a través de una interfaz hecha en *LabView* para un sistema de adquisición de datos cDAQ-9174 de NI.

En la Fig. 5.13 se observa el comportamiento de la viga Prueba 8, cuando le es aplicado un barrido senoidal de 0 – 90 Hz durante un período de 90 s, en los que quedan expuestas variaciones en la amplitud a lo largo del barrido. Estos picos corresponden a las frecuencias naturales que presenta el sistema y pueden ser observado de mejor forma realizando una transformación al dominio de la frecuencia mediante una FFT (*Fast Fourier Transform* o Transformada Rápida de Fourier) y así visualizarla como una FRF (Frequency Response

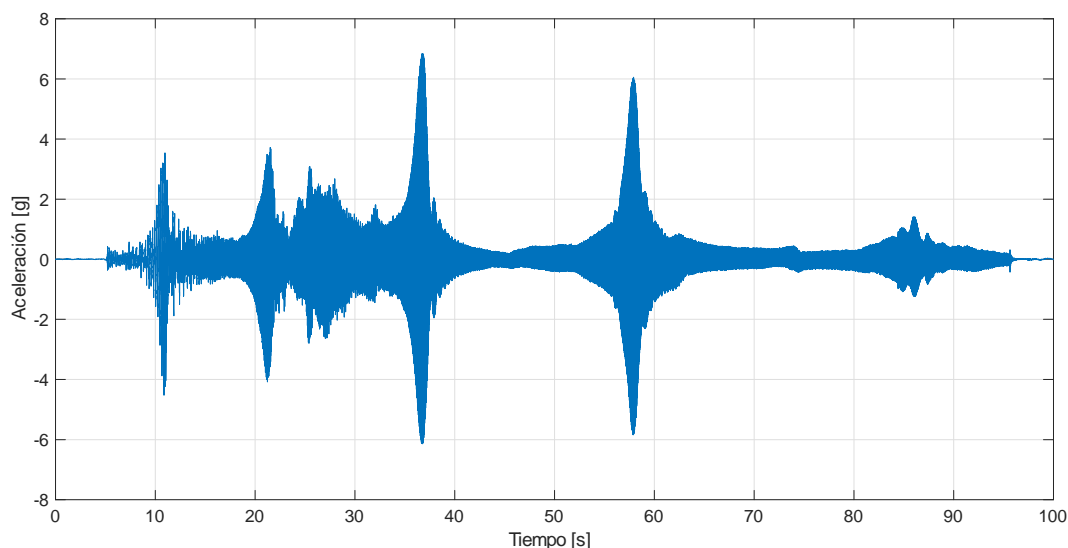


Figura 5.13: Respuesta en tiempo de la viga Prueba 8 para un barrido senoidal (0-90Hz) de 90s.

Function o Función de Respuesta en Frecuencia) (ver Fig. 5.14).

Los datos recabados experimentalmente y los estimados son presentados en la Tabla 5.9, en la cual se presentan los valores en Hz y un porcentaje de error para cada frecuencia natural encontrada, estos valores oscilan desde un 19% para las primeras frecuencias naturales hasta un 4% llegando a la sexta frecuencia natural. Se falla al tratar de encontrar la primer frecuencia natural por este método al ser un valor bajo y realizar el barrido a una razón de cambio de $1 Hz/s$, no se alcanza a excitar la frecuencia primordial no existiendo un cambio en su magnitud y por ende no es perceptible en el ancho de banda que estamos analizando.

Tabla 5.9. Porcentaje de error entre valores estimados y medidos para la FN

m	FNEC	FNM	% error
1	0,6844	N/A	N/A
2	6,1594	5,1575	19,4266
3	17,1096	15,4496	10,7440
4	33,5347	30,8535	8,6901
5	55,4350	51,8726	6,8674
6	82,8103	79,2166	4,5364

Una solución al problema planteado de no poder percibir la frecuencia baja por medio del barrido realizado, es el de realizar la prueba esta vez sólo excitando a la viga mediante un golpe, ya sea dado por un martillo de impacto o por un objeto rígido. En la Fig. 5.15 se

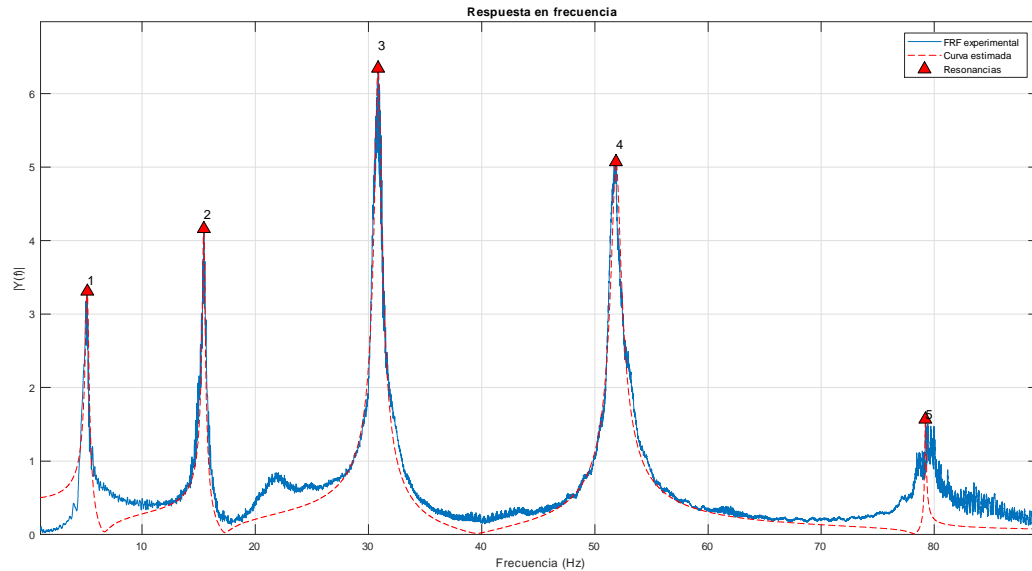


Figura 5.14: Função de Resposta em Frequência de la viga Prueba 8 a un barrido senoidal de 0-90 Hz durante 90s.

muestra el comportamiento de la viga Prueba 8 a una excitación de este estilo, la longitud total de esta viga, para este caso, es de 105,6 *cm*, desde su extremo hasta el empotramiento, se puede apreciar el impacto inicial con una magnitud mayor y esta poco a poco va atenuándose hasta llegar de nuevo a un punto de equilibrio.

Nuevamente recurrimos a visualizar nuestra respuesta del tiempo en función de la frecuencia. En la Fig. 5.16 podemos percibir la aparición de 7 frecuencias naturales, las cuales están descritas en la Tabla 5.10 al igual que su porcentaje de error, esta vez vemos que la mayoría de ellas, a excepción de 2, presentan un error por debajo del 8 %, mientras que las otras llegan se encuentran entre 17 – 29 %.

Tabla 5.10. Porcentaje de error entre valores estimados y medidos para la FN

m	FNEC	FNM	% error
1	0,6511	0,5035	29,3018
2	5,8599	4,9897	17,4392
3	16,2774	15,1827	7,2100
4	31,9037	30,4723	4,6976
5	52,7388	51,0262	3,3564
6	78,7827	77,0275	2,2786
7	110,0353	107,5151	2,3441

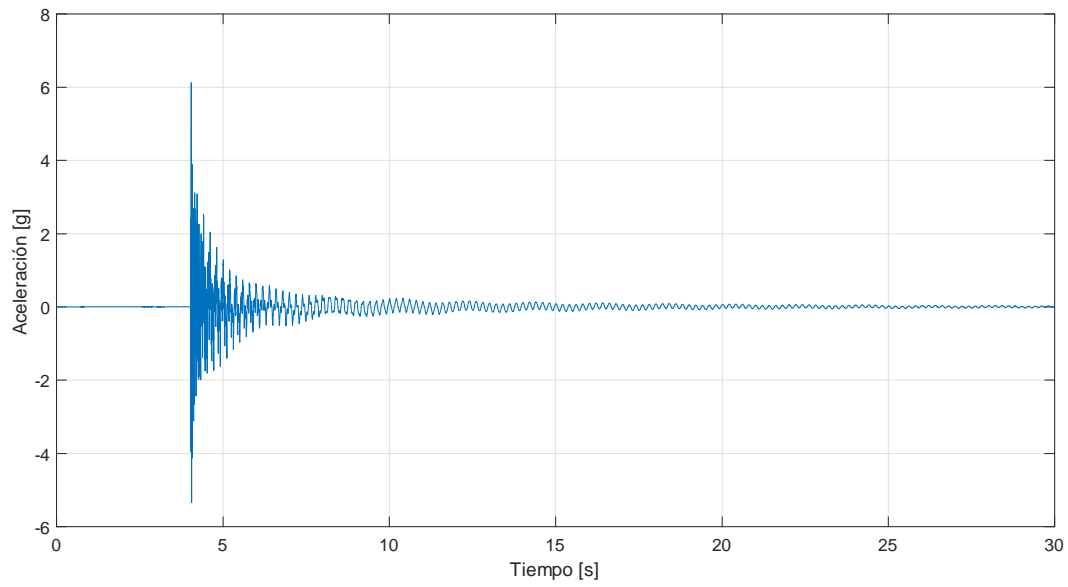


Figura 5.15: Respuesta en tiempo de la viga Prueba 8 a una excitación externa.

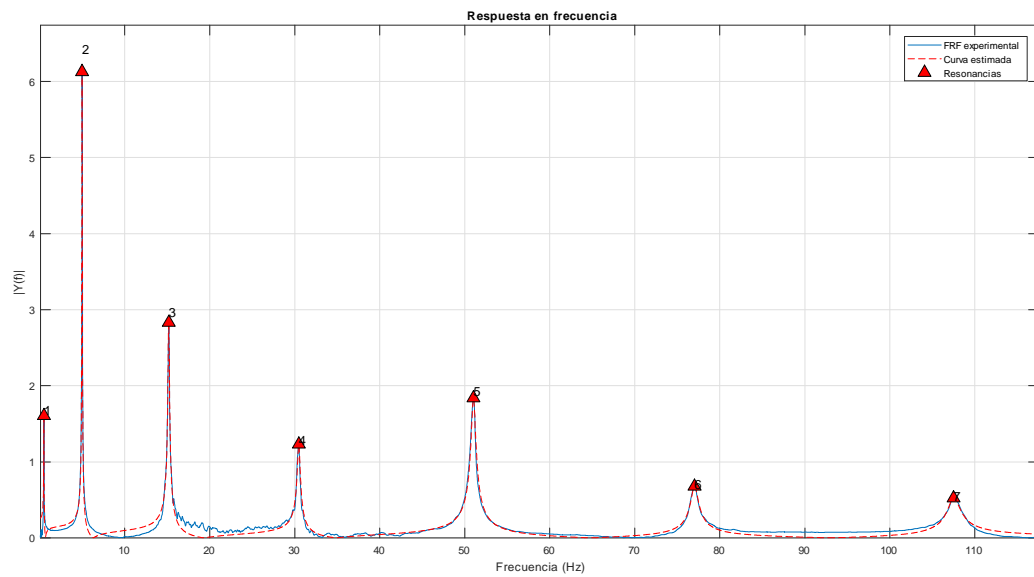


Figura 5.16: Función de Respuesta en Frecuencia de la viga Prueba 8 a una excitación tipo impulso.

Viga Prueba 9

La viga motivo de análisis para el barrido senoidal ($0 - 90 \text{ Hz}$) de 90 s , es hecha de FC-epoxi por proceso de moldeo manual con una fracción volumétrica de fibra $V_f = 0,6405$, un peso total de 155 g y una densidad del compuesto $\rho_c = 1,0703 \text{ g/cm}^3$. La longitud total de la viga, desde el extremo al empotramiento es de $97,9 \text{ cm}$. Como se comenta anteriormente, se tienen dos formas de medición (acelerómetro y galga) para recabar los datos a través de una interfaz hecha en LabView para un sistema de adquisición de datos cDAQ-9174 de NI.

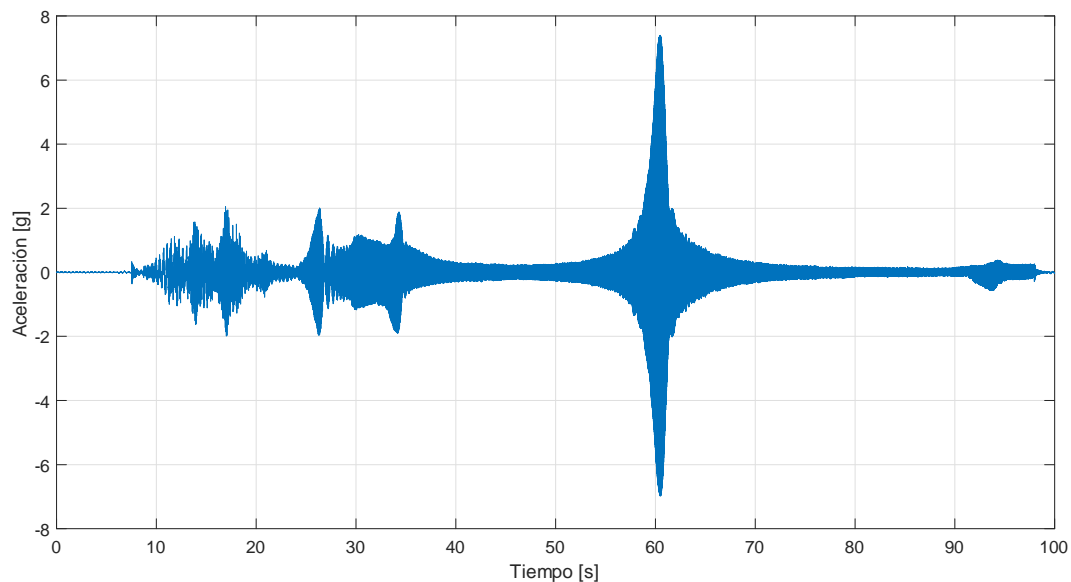


Figura 5.17: Respuesta en tiempo de la viga Prueba 9 para un barrido senoidal ($0-90\text{Hz}$) de 90s .

En la Fig. 5.17 se observa el comportamiento de la viga Prueba 9, cuando le es aplicado un barrido senoidal de $0 - 90 \text{ Hz}$ durante un período de 90 s , en los que quedan expuestos variaciones en la amplitud a lo largo del barrido. Estos picos corresponden a las frecuencias naturales que presenta el sistema y pueden ser observador de mejor forma realizando una transformación al dominio de la frecuencia mediante una FFT (*Fast Fourier Transform* o Transformada Rápida de Fourier) y así visualizarla como una FRF (Frequency Response Function o Función de Respuesta en Frecuencia) (ver Fig. 5.18).

Los datos recabados experimentalmente y los estimados son presentados en la Tabla 5.11, en la cual se presentan los valores en Hz y un porcentaje de error para cada frecuencia natural encontrada, estos valores oscilan desde un 7% hasta un 23% en las primeras tres frecuencias naturales. Esta viga, al tener una rigidez transversal mayor, se puede determinar en el barrido la frecuencia natural primordial, pero el ancho de banda del barrido no permite encontrar frecuencias más allá de 90 Hz , que es el valor de la siguiente frecuencia natural estimada.

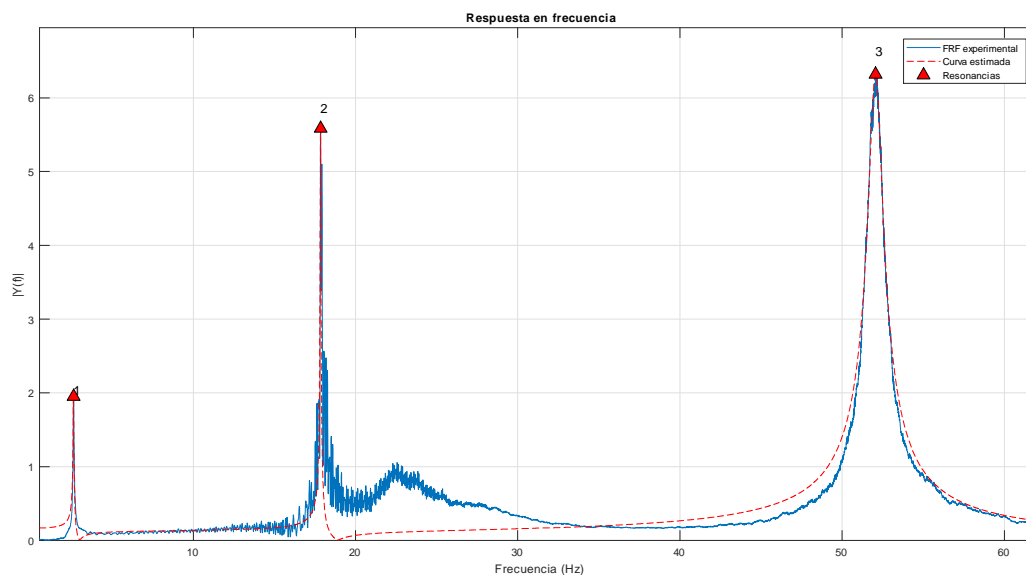


Figura 5.18: Función de Resposta en Frecuencia de la viga Prueba 9 a un barrido senoidal de 0-90 Hz durante 90s.

Tabla 5.11. Porcentaje de error entre valores estimados y medidos para la FN

m	FNEC	FNM	% error
1	2,4398	2,6169	6,7666
2	21,9584	17,8529	22,9963
3	60,9957	52,0558	17,1737

Una solución al problema planteado de no poder percibir la frecuencia baja por medio del barrido realizado, es el de realizar la prueba esta vez sólo excitando a la viga mediante un golpe, ya sea dado por un martillo de impacto o por un objeto rígido. En la Fig. 5.19 se muestra el comportamiento de la viga Prueba 9 a una excitación de este estilo, la longitud total de esta viga, para este caso, es de 105,3 *cm*, desde su extremo hasta el empotramiento, se puede apreciar el impacto inicial con una magnitud mayor y esta poco a poco va atenuándose hasta llegar de nuevo a un punto de equilibrio.

Nuevamente recurrimos a visualizar nuestra respuesta del tiempo en función de la frecuencia. En la Fig. 5.20 podemos percibir la aparición de 7 frecuencias naturales, las cuales están descritas en la Tabla 5.12 al igual que su porcentaje de error, esta vez vemos que la mayoría de ellas se posicionan entre 10 – 20 % de error.

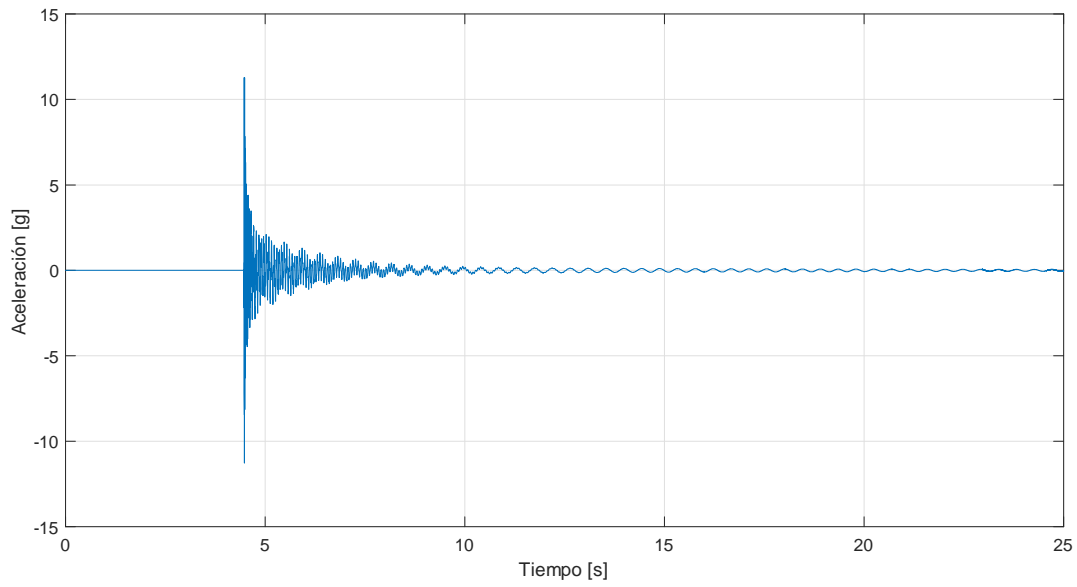


Figura 5.19: Respuesta en tiempo de la viga Prueba 9 a una excitación externa.

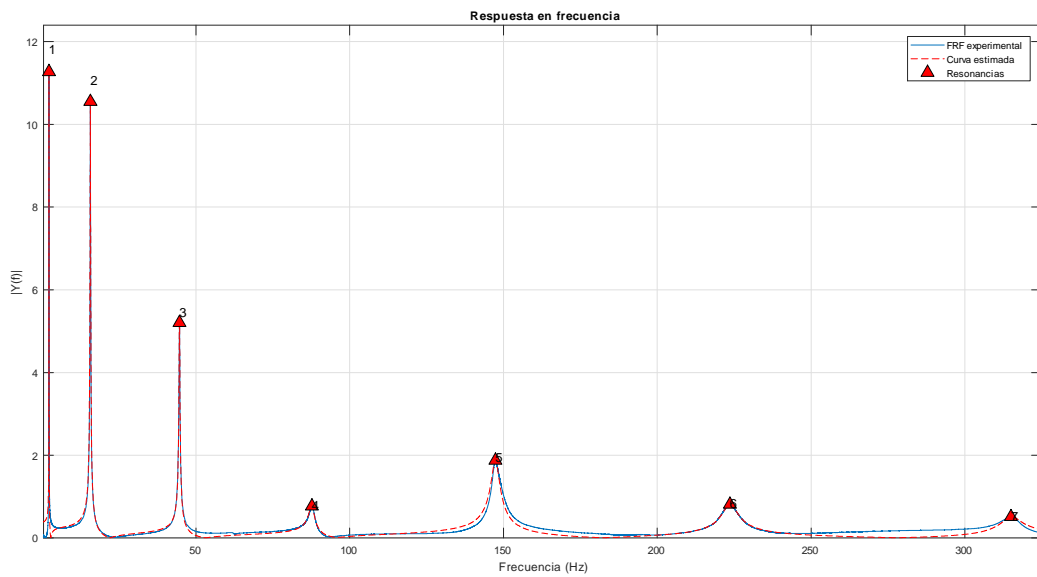


Figura 5.20: Función de Respuesta en Frecuencia de la viga Prueba 9 a una excitación tipo impulso.

Tabla 5.12. Porcentaje de error entre valores estimados y medidos para la FN

m	FNEC	FNM	% error
1	2,1090	2,2431	5,9792
2	18,9806	15,6710	21,1192
3	52,7239	44,6479	18,0882
4	103,3388	87,6631	17,8818
5	170,8255	147,3716	15,9147
6	255,1837	223,6515	14,0988
7	356,4136	315,0072	13,1445

5.3. Discusión y comentarios.

A lo largo de este capítulo nos encontramos con las pruebas experimentales realizadas en este trabajo de tesis, a continuación se describen los puntos importantes a tomar en cuenta.

Comenzamos describiendo las piezas de FC-epoxi que fueron usadas para realizar las pruebas experimentales. Las piezas finales a analizar son 3 vigas de 110 *cm* de largo y 4 *cm* de ancho en promedio, una de ellas (Prueba 7) es realizada de forma manual utilizando vidrios como molde-contramolde. Como se describe en la sección 5.1, este proceso se fue puliendo con cada prueba realizada (1 – 6) realizando modificaciones o corrigiendo errores cometidos durante el proceso, como en el caso de la prueba 3, que por un desmolde prematuro y un incorrecto proceso de curado, no permitió una pieza con calidad satisfactoria. El problema principal a afrontar fue el de poder modificar el porcentaje fibra-resina del compuesto final, se partió de solo colocar resina sin ninguna proporción deseada a controlar el espesor medio para un moldeo manual, el cual no fue perfecto, pero daba un espesor cuasi uniforme empleando un método de separación entre las dos placas que fungían como molde.

La aplicación de la resina sobre el tejido es otro problema a vencer en el moldeo manual, ya que se tiene que asegurar la eliminación de la mayor parte de burbujas de aire generadas durante el proceso de moldeo, así que se incluye en el proceso la adopción de una contraparte que da acabado y uniformidad en la parte contraria al molde, adicionando una buena mezcla resina-catalizador evitando colocarla antes del período de gelado de la mezcla, al final la calidad de los acabados finales se considera buena, aunque a la vista sea perceptible la aparición de burbujas de aire durante el proceso.

Otro de los métodos por los que se optó durante la fabricación de piezas fue el sistema de infusión al vacío, con el apoyo y uso de la maquinaria provista por Poliformas Plásticas S.A. de C.V., se logra elevar el porcentaje de fibra hasta un 65 % comparado con el 40 % obtenido en el moldeo manual, lo que permite validar los modelos usados e implementados para diferente proporción de fibra en la pieza elaborada.

Una vez con las piezas a analizar ya moldeadas, el siguiente reto a superar fue el de la instrumentación de las mismas, por lo que se opta por el uso de galgas extensiométricas para la medición de deformación sobre el material, surgiendo varios problemas a resolver, como el tipo de galga a usar, pegado y verificación de lecturas correctas. Durante la etapa de experimentación se usaron 3 tipos de galgas (uniaxial, roseta tipo L y galga de 3 elementos), que fueron instrumentadas a la viga como se plantea en secciones anteriores.

La configuración que más se usó fue la de 1/4 de puente, por su costo-beneficio si era comparado contra otro tipo de configuración (1/2 puente y puente completo), lo previsto al usar esta configuración era de un error no mayor al 10 % con deformaciones pequeñas, el cual disminuye al aumentar la carga y deformación medida llegando a errores menores del 5 % [40]. Al no contar con máquina de tensión para realizar pruebas de esfuerzos para visualizar en automático las gráficas esfuerzo-deformación se optó por usar el modelo de esfuerzos de flexión para las pruebas estáticas. De esta forma de medición surge otro problema importante a ser subsanado y es el de la variación de las mediciones recién pegadas las galgas y el mantener un ambiente controlado sin cambios bruscos de temperatura o humedad, pruebas que se realizaron habitualmente hasta que se estandarizaron las mediciones y la variación se consideraría nula. La solución de la variación de la medición recién pegadas las galgas fue someterlas a varios ciclos de carga y descarga, para así permitir al material con el que fueron pegadas se amoldara a la comportamiento elástico que poseía la pieza.

Ahora el problema se concentraba en eliminar la variación amplia de la temperatura y humedad, por lo que se realizaron mediciones con un higrómetro digital durante varios días para conocer en qué horas era permisible realizar las mediciones sin tener variaciones que pudieran afectar en gran medida las lecturas tomadas y se opta por realizar las pruebas en horario nocturno y sin personal en el laboratorio, salvo la persona encargada de realizar los experimentos, por lo que se consigue una variación máxima de 0,3 °C y 2 % de humedad relativa o menos. Con lo que el resultado final son las gráficas mostradas en la sección de las pruebas estáticas, cabe resaltar que este efecto se da en materiales plásticos, ya que tienen dependencia de la temperatura y someten a las galgas a esfuerzos higrótérmicos no deseados, análisis que se sugiere como uno de los temas a futuro como continuación de esta tesis. El efecto de la variación de las mediciones por motivo del pegado de las galgas parece ser nulo cuando nos encontramos usando materiales más rígidos, aún así se sugiere realizar pruebas para verificar el comportamiento final. Una conclusión de este tema es el de considerar que entre más flexible sea el material a analizar mediante galgas extensiométricas, más ciclos de carga y descarga deberán llevarse a cabo para llegar a un punto en que las variaciones sean imperceptibles.

Comparando los resultados obtenidos de las vigas Prueba 7 y Prueba 8 con los valores esperados usando el modelo planteado, existen algunos puntos a tomar en cuenta.

- Se realiza un ajuste al modelo planteado en la literatura, ya que se considera solamente el caso unidireccional y los valores de rango se encuentran muy altos comparándolos con los obtenidos de manera experimental.

- En el modelo se plantean dos límites para el módulo de Young (superior e inferior), los cuales son válidos y son posibles de encontrar en nuestras mediciones. El inferior respecta al esfuerzo originado sobre las fibras transversales y el superior es dado por las fibras longitudinales. Es cuestión de la persona que va a realizar la medición deseada el lugar en el que pegar las galgas extensiométricas.
- Una galga pegada sobre una hebra longitudinal por lo regular dará resultados cercanos al límite superior, tanto en módulo de Young como coeficiente de Poisson.
- Una galga pegada sobre una hebra transversal dará resultados cercanos al límite inferior, tanto en módulo de Young como coeficiente de Poisson.
- Es normal en los materiales PRF (Plásticos Reforzados con Fibras), encontrar un coeficiente de Poisson cercano a cero, el motivo principal es el de contar con un bajo contenido de resina, por lo que los efectos de los materiales isotrópicos no se hacen presentes debido a la aparición de las fibras transversales que no se ven afectadas o deformadas al aplicarles una fuerza sobre las fibras longitudinales.

Ahora nos movemos a la sección de las pruebas dinámicas, en las que encontramos porcentajes de error muy grandes en frecuencias bajas, este efecto es ocasionado por los dispositivos usados para su medición (acelerómetros y galgas), al ser componentes que interfieren directamente con magnitudes como el peso total de la pieza, hacen disminuir el valor de la frecuencia natural medida. Si a lo anterior agregamos un factor de amortiguamiento naciente de las conexiones necesarias para hacer funcionar estos dispositivos, el error final de medición aumentará (la frecuencia natural disminuye). Existen métodos no invasivos para la medición de estas características, pero su alto costo no los hace redituables a corto o mediano plazo.

Como un extra, se planteó realizar análisis para estructuras tipo sándwich usando los modelos planteados para las vigas Prueba 7 y 8 (usando teoría clásica de laminados), pero al desconocer datos como módulos de Young y rigidez del núcleo, se dificulta su inclusión en un modelo más completo, acarreando errores si lo comparamos con el modelo principal. Una solución es el de obtener estos datos de manera experimental pero por el momento no se cuenta con el equipo necesario para manufacturar las piezas deseadas a voluntad.

Capítulo 6

Conclusiones

6.1. Conclusiones generales

En el presente trabajo de tesis se concluye:

- Existen diferentes formas de moldeo para materiales compuestos (PRF). Los abordados en este trabajo fueron el moldeo manual y el moldeo al vacío.
- El proceso del moldeo manual aquí presentado fue desarrollado con los materiales disponibles en el laboratorio y el moldeo al vacío se realizó con el préstamo de maquinaria y apoyo del personal de Poliformas Plásticas.
- Las piezas analizadas fueron tres vigas de medidas promedio de 110 *cm* de largo por 4 *cm* de ancho, las cuales cuentan con dos capas de FC 12k de tejido *twill*.
 - La primera hecha de manera manual después de afinar el método.
 - La segunda realizada por proceso de infusión.
 - La tercera también realizada por proceso de infusión agregándole un núcleo de poliéster de 2 *mm* entre las dos capas.
- Los modelos usados se basaron en la teoría clásica de laminados, los cuales después de realizar un ajuste de corrección, permitieron tener una aproximación del 5% al valor real para las pruebas estáticas, dando una buena aproximación del material. No obstante al implementarlos en estructuras tipo sándwich el error se elevó hasta un 40%, dejando el valor real por debajo del límite estimado, motivo por el cual se debe someter a otro tipo de análisis contemplando los módulos de cortante transversal del núcleo.
- Se probaron tres tipos de galgas extensiométricas (uniaxiales, tipo L y de 3 elementos). Las que mejor se adaptaron a este proyecto fueron las tipo L y de 3 elementos, porque permiten las mediciones de las deformaciones longitudinales y transversales en el mismo espacio, en caso de requerir la deformación ocasionada por los esfuerzos cortantes sobre el plano uno puede decantarse hacia la galga de tres elementos.

- También se observó un comportamiento de acoplamiento entre la galga y el material, lo que dio como resultado medidas falsas antes de aplicarle ciclos de carga y descarga.
- Se debe tener presente al usar tejidos, que al colocar las galgas, que estas pueden coincidir en la posición con una fibra longitudinal (límite superior) o con una transversal (límite inferior) dependiendo de ello las mediciones finales.
- Para el análisis dinámico se tuvo una buena aproximación de la respuesta frecuencial para los laminados llegando al 5% de error, mientras que para frecuencias bajas el valor es mayor, este efecto es debido al amortiguamiento añadido por la masa del acelerómetro y por la oposición al movimiento del cable del acelerómetro usado en vigas flexibles.

6.2. Trabajo a futuro

Entre los puntos a realizar en trabajo a futuro se considera:

- Realizar probetas con diferente relación fibra-resina, para realizar una aproximación más certera del modelo presentado.
- Se recomienda el uso de una máquina de tensión para recabar datos con mayor precisión, con la posibilidad de realizar pruebas destructivas para conocer toda la gráfica esfuerzo-deformación.
- Medición experimental de los módulos de cortante transversal, esto implica conocer las propiedades dimensionales sobre los 3 ejes y no sólo en el plano.
- En caso de análisis de deformaciones sobre una estructura tipo sándwich, realizar probetas del material que será usado como núcleo, para determinar sus propiedades como Módulo de Young o coeficiente de Poisson, con lo que se espera que en la ecuación constitutiva y en los valores estimados se vean reflejados estos efectos, para tener una mejor aproximación para este tipo de materiales.
- Modelo más completo para estructuras tipo sándwich.

Bibliografía

- [1] www.parquelineal.es/historia/prehistoria/herramientas-liticas/
- [2] <http://vilssa.com/equipo-basico-de-bricolaje-herramientas-bricolaje>
- [3] Jean-Marie Berthelot, Composite Materials: Mechanical Behavior and Structural Analysis, Springer-Verlag, NY, 1999.
- [4] Derek Hull, An introduction to composite materials (Cambridge solid state science series), Cambridge University Press, GB, 1981.
- [5] Javier García de la Figal Costales, Diseño de Materiales Compuestos. Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería Aplicada, La Habana, Cuba, 2011.
- [6] <https://www.diariomotor.com/2016/05/03/monocasco-fibra-carbono-historia-mclaren/>
- [7] <https://ecocosas.com/arq/el-adobe/>
- [8] http://www.mastiposde.com/pisos_flotantes.html
- [9] <http://www.mwmaterialsworld.com/es/panel-de-carton-nido-de-abeja.html>
- [10] <http://www.losadhesivos.com/definicion-de-polimero.html>
- [11] <http://www.areatecnologia.com/LOSMETALES.htm>
- [12] <https://www.uv.es/uimcv/Castellano/ModuloMatCeramicos/Unidad%201.pdf>
- [13] http://www.poliformas.mx/tienda.php?url_title_tienda=colchoneta
- [14] Gay, Daniel and Hoa, Suong V and Tsai, Stephen W, Composite Materials: Design and Applications, CRC Press, 2003. Cap. 3
- [15] Notas del curso Extensometría Eléctrica impartida por la empresa sensitec S.A. de C.V.
- [16] http://www.roverg.nac.cl/usm/fis100/06_masadensidad/masadensidad.pdf
- [17] Air Force Flight Dynamics Laboratory, 1973. Advanced Composites Design Guide, 3rd ed., R.M. Neff, project engineer, Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright Patterson Air Force Base, Dayton, OH.

- [18] Carlsson, Leif A and Adams, Donald F and Pipes, R Byron, Experimental characterization of advanced composites materials, CRC press, 2014.
- [19] Rao, Singiresu S., Vibraciones mecánicas, Quinta edición, Pearson Educación, México, 2012
- [20] http://www.egr.unlv.edu/~bj/MEG_302L_web/P3_Manual.pdf
- [21] <https://www.kistler.com/?type=669&fid=65788&callee=frontend>
- [22] <http://www.ni.com/es-mx/shop/labview.html>
- [23] <http://www.vishaypg.com/micro-measurements/stress-analysis-strain-gages/>
- [24] Charles W. Bert, Normal and Shear Stress Gages and Rosettes for Orthotropic Composites, 1985.
- [25] Hibbeler, R. C., Análisis Estructural, Octava edición, Pearson Educación, México, 2012.
- [26] Hibbeler, Russell C., Mecánica de materiales, Octava edición, Pearson Educación, México, 2011.
- [27] Hibbeler, R. C., Ingeniería mecánica - Dinámica, Decimosegunda edición, Pearson Educación, México, 2010.
- [28] Vinson, Jack R and Sierakowski, Robert L, The behavior of structures composed of composite materials, Springer Science & Business Media, 2006.
- [29] Kollár, László P and Springer, George S, Mechanics of composite structures, Cambridge university press, 2003.
- [30] www.mecapedia.uji.es/modulo_de_elasticidad.htm
- [31] Vasiliev, Valery and Morozov, Evgeny V, Mechanics and analysis of composite materials, Elsevier, 2001.
- [32] <http://carbosystem.com/fibra-de-carbono-2/>
- [33] Hojas de especificaciones de materiales Quintum
- [34] <http://www.epoxemex.com/epoxemex/resinas-epoxicas.html>
- [35] Moaveni, Saeed, Finite element analysis: theory and application with ANSYS, 2nd ed., Pearson Education, NJ, 2013.
- [36] Bai, Jiping, Advanced fibre-reinforced polymer (FRP) composites for structural applications, Elsevier, 2013.
- [37] <https://es.scribd.com/doc/69398233/Coeficiente-de-Poisson>

- [38] Información del producto R-7000-1 RESINA EPOXICA
- [39] Sánchez Pulgarín Javier Hernán, Manual de utilización de transductores y sistemas de adquisición de datos del laboratorio de mecánica experimental, Universidad EAFIT, Medellín, 2009.
- [40] Idrovo Urgiles, Pablo Xavier y Quintanilla Molina, Luis Miguel, Aplicación de galgas extensiométricas en el laboratorio de mecánica de materiales de la carrera de Ingeniería Mecánica para la obtención de deformaciones en elementos sometidos a cargas combinadas, Universidad Politécnica Salesiana Sede Cuenca, 2010.
- [41] Silva Navarro, Gerardo, *Notas del curso Mecánica de Materiales*, Cinvestav, 2015.
- [42] D. Young, Vibration of rectangular plates by Ritz method. J. Appl. Mech., 1950.
- [43] J. M. Whitney, Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates, *Technomic Publishing Company*: Lancaster, 1987.
- [44] Trujillo Franco, Luis Gerardo, *Evaluación experimental de técnicas de identificación de parámetros modales en sistemas mecánicos*. Tesis de Maestría, Sección de Mecatrónica, Cinvestav, 2012.
- [45] American Composites Manufacturers Association. <http://www.acmanet.org/composites/history-of-composites>

Apéndice A

Tablas de Módulo de Young y Coeficiente de Poisson

En este apéndice se colocan los valores obtenidos por las lecturas de las galgas extensiométricas de deformación longitudinal (D.L.) , deformación transversal (D.T.), así como el esfuerzo tensional generado sobre la pieza al someterla a flexión (E.Ten.), calculando así su Módulo de Young Longitudinal (E_L). También, estos valores nos permiten realizar el cálculo del coeficiente de Poisson ν , pero para tener una mejor aproximación (ν_c) se recurre a realizar las correcciones debidas a la sensibilidad transversal del material con el que están hechas las galgas extensiométricas y presentadas en la ec. 3.4, por el momento solo se ocupan los valores longitudinal y transversal (ε_x y ε_y). Para mayor información del proceso llevado a cabo para la obtención de los siguientes valores, favor de recurrir al Capítulo 4 Sección 4.1 Descripción de los procedimientos experimentales.

A.1. Aluminio

Carga	D. L.	E.Ten.	E_L	D. T.	ν	ε_x	ε_y	ν_c
0,5	54	$3,74 \times 10^6$	$6,94 \times 10^{10}$	14	0,2593	53,9124	13,8263	0,2565
1	106	$7,49 \times 10^6$	$7,07 \times 10^{10}$	28	0,2642	105,8264	27,6586	0,2614
1,5	159,5	$1,12 \times 10^7$	$7,05 \times 10^{10}$	41	0,2571	159,2422	40,4872	0,2542
2	216	$1,50 \times 10^7$	$6,94 \times 10^{10}$	56	0,2593	215,6494	55,3052	0,2565
2,5	269	$1,87 \times 10^7$	$6,97 \times 10^{10}$	70	0,2602	268,5626	69,1345	0,2574
3	322	$2,25 \times 10^7$	$6,99 \times 10^{10}$	84	0,2609	321,4758	82,9608	0,2581
3,5	375	$2,62 \times 10^7$	$7,00 \times 10^{10}$	98	0,2613	374,3890	96,7930	0,2585
4	428	$2,99 \times 10^7$	$7,01 \times 10^{10}$	111,5	0,2605	427,3037	110,1228	0,2577
4,5	481	$3,37 \times 10^7$	$7,01 \times 10^{10}$	125	0,2599	480,2184	123,4525	0,2571
4,83	534,5	$3,62 \times 10^7$	$6,78 \times 10^{10}$	139	0,2601	533,6312	137,2803	0,2573
5	536	$3,74 \times 10^7$	$6,99 \times 10^{10}$	139	0,2593	535,1299	137,2758	0,2565
5,33	588	$3,99 \times 10^7$	$6,80 \times 10^{10}$	152	0,2585	587,0469	150,1089	0,2557
5,83	640,5	$4,36 \times 10^7$	$6,82 \times 10^{10}$	166	0,2592	639,4606	163,9397	0,2564
6,33	695	$4,74 \times 10^7$	$6,83 \times 10^{10}$	179	0,2576	693,8755	176,7653	0,2548
6,83	750	$5,11 \times 10^7$	$6,83 \times 10^{10}$	194	0,2587	748,7840	191,5878	0,2559
7,33	804	$5,49 \times 10^7$	$6,84 \times 10^{10}$	208	0,2587	802,6963	205,4141	0,2559
7,83	856	$5,86 \times 10^7$	$6,86 \times 10^{10}$	221	0,2582	854,6134	218,2472	0,2554
8,33	910	$6,24 \times 10^7$	$6,86 \times 10^{10}$	235	0,2582	908,5257	232,0735	0,2554
8,83	961	$6,61 \times 10^7$	$6,89 \times 10^{10}$	249	0,2591	959,4406	245,9088	0,2563
9,33	1015	$6,98 \times 10^7$	$6,89 \times 10^{10}$	263	0,2591	1013,3530	259,7351	0,2563
9,65	1067	$7,22 \times 10^7$	$6,78 \times 10^{10}$	277	0,2596	1065,2670	273,5674	0,2568
9,83	1069	$7,36 \times 10^7$	$6,89 \times 10^{10}$	277	0,2591	1067,2653	273,5614	0,2563
10,15	1120	$7,60 \times 10^7$	$6,80 \times 10^{10}$	290	0,2589	1118,1832	286,3975	0,2561
10,65	1173	$7,97 \times 10^7$	$6,81 \times 10^{10}$	304	0,2592	1171,0964	300,2268	0,2564
11,15	1228	$8,35 \times 10^7$	$6,81 \times 10^{10}$	318	0,2590	1226,0079	314,0501	0,2562
11,65	1284	$8,72 \times 10^7$	$6,80 \times 10^{10}$	332	0,2586	1281,9186	327,8704	0,2558
12,15	1334	$9,10 \times 10^7$	$6,83 \times 10^{10}$	346	0,2594	1331,8343	341,7087	0,2566
12,65	1387	$9,47 \times 10^7$	$6,84 \times 10^{10}$	360	0,2596	1384,7475	355,5380	0,2568
13,15	1439	$9,84 \times 10^7$	$6,85 \times 10^{10}$	373	0,2592	1436,6645	368,3711	0,2564
13,65	1493	$1,02 \times 10^8$	$6,86 \times 10^{10}$	387	0,2592	1490,5769	382,1974	0,2564

A.2. Fibra de Carbono

A.2.1. Viga Prueba 7

Carga	D. L.	E.Ten.	E_L	D. T.	ν	ε_x	ε_y	ν_c
0,5	134	$5,38 \times 10^6$	$4,02 \times 10^{10}$	30	0,2239	133,8	29,573	0,2210
1	265	$1,08 \times 10^7$	$4,07 \times 10^{10}$	59	0,2226	264,6	58,156	0,2198
1,5	395	$1,62 \times 10^7$	$4,1 \times 10^{10}$	90	0,2279	394,4	88,74	0,2250
2	535	$2,15 \times 10^7$	$4,03 \times 10^{10}$	121	0,2262	534,18	119,29	0,2233
2,5	661	$2,69 \times 10^7$	$4,08 \times 10^{10}$	150	0,2269	659,99	147,89	0,2241
3	784	$3,23 \times 10^7$	$4,13 \times 10^{10}$	179	0,2283	782,8	176,5	0,2255
3,5	907	$3,77 \times 10^7$	$4,16 \times 10^{10}$	209	0,2304	905,61	206,1	0,2276
4	1027	$4,31 \times 10^7$	$4,20 \times 10^{10}$	240	0,2337	1025,4	236,72	0,2309
4,5	1145	$4,85 \times 10^7$	$4,24 \times 10^{10}$	265	0,2314	1143,2	261,34	0,2286
4,83	1255	$5,20 \times 10^7$	$4,15 \times 10^{10}$	291	0,2319	1253,1	286,99	0,2290
5	1260	$5,38 \times 10^7$	$4,28 \times 10^{10}$	294	0,2333	1258,1	289,97	0,2305
5,33	1370	$5,74 \times 10^7$	$4,20 \times 10^{10}$	319	0,2329	1367,9	314,62	0,2300
5,83	1483	$6,28 \times 10^7$	$4,24 \times 10^{10}$	346	0,2333	1480,7	341,26	0,2305
6,33	1596	$6,82 \times 10^7$	$4,28 \times 10^{10}$	372	0,2331	1593,5	366,9	0,2302
6,83	1707	$7,35 \times 10^7$	$4,32 \times 10^{10}$	399	0,2337	1704,4	393,55	0,2309
7,33	1817	$7,89 \times 10^7$	$4,35 \times 10^{10}$	426	0,2345	1814,2	420,19	0,2316
7,83	1919	$8,43 \times 10^7$	$4,40 \times 10^{10}$	451	0,2350	1916	444,87	0,2322
8,33	2022	$8,97 \times 10^7$	$4,44 \times 10^{10}$	477	0,2359	2018,9	470,54	0,2331
8,83	2120	$9,50 \times 10^7$	$4,49 \times 10^{10}$	499	0,2354	2116,7	492,22	0,2325
9,33	2218	$1,00 \times 10^8$	$4,54 \times 10^{10}$	519	0,2340	2214,6	511,91	0,2312

114 APÉNDICE A. TABLAS DE MÓDULO DE YOUNG Y COEFICIENTE DE POISSON

Carga	D. L.	E.Ten.	E_L	D. T.	ν	ε_x	ε_y	ν_c
0,5	133	$5,77 \times 10^6$	$4,34 \times 10^{10}$	31	0,2331	132,79	30,575	0,2302
1	262	$1,15 \times 10^7$	$4,41 \times 10^{10}$	60	0,2290	261,6	59,164	0,2262
1,5	391	$1,73 \times 10^7$	$4,43 \times 10^{10}$	90	0,2302	390,4	88,752	0,2273
2	526	$2,31 \times 10^7$	$4,39 \times 10^{10}$	121	0,2300	525,19	119,32	0,2272
2,5	653	$2,88 \times 10^7$	$4,42 \times 10^{10}$	151	0,2312	651,99	148,91	0,2284
3	775	$3,46 \times 10^7$	$4,47 \times 10^{10}$	179	0,2310	773,81	176,53	0,2281
3,5	899	$4,04 \times 10^7$	$4,50 \times 10^{10}$	207	0,2302	897,62	204,13	0,2274
4	1015	$4,61 \times 10^7$	$4,55 \times 10^{10}$	233	0,2296	1013,4	229,76	0,2267
4,5	1136	$5,19 \times 10^7$	$4,58 \times 10^{10}$	259	0,2280	1134,3	255,38	0,2251
4,83	1246	$5,57 \times 10^7$	$4,48 \times 10^{10}$	283	0,2271	1244,1	279,03	0,2243
5	1252	$5,77 \times 10^7$	$4,61 \times 10^{10}$	284	0,2268	1250,1	280,01	0,2240
5,33	1362	$6,15 \times 10^7$	$4,52 \times 10^{10}$	308	0,2261	1359,9	303,66	0,2233
5,83	1472	$6,72 \times 10^7$	$4,57 \times 10^{10}$	333	0,2262	1469,8	328,31	0,2234
6,33	1585	$7,30 \times 10^7$	$4,61 \times 10^{10}$	359	0,2265	1582,6	353,95	0,2237
6,83	1702	$7,88 \times 10^7$	$4,63 \times 10^{10}$	386	0,2268	1699,4	380,57	0,2239
7,33	1807	$8,45 \times 10^7$	$4,69 \times 10^{10}$	408	0,2258	1804,2	402,24	0,2229
7,83	1908	$9,03 \times 10^7$	$4,74 \times 10^{10}$	430	0,2254	1905,1	423,92	0,2225
8,33	2014	$9,61 \times 10^7$	$4,78 \times 10^{10}$	452	0,2244	2010,9	445,58	0,2216
8,83	2115	$1,02 \times 10^8$	$4,82 \times 10^{10}$	474	0,2241	2011,8	467,26	0,2213
9,33	2214	$1,08 \times 10^8$	$4,87 \times 10^{10}$	497	0,2245	2210,6	489,94	0,2216

Carga	D. L.	E.Ten.	E_L	D. T.	ν	ε_x	ε_y	ν_c
0,5	133	$5,77 \times 10^6$	$4,34 \times 10^{10}$	30	0,2256	132,8	29,576	0,2227
1	261	$1,15 \times 10^7$	$4,43 \times 10^{10}$	60	0,2299	260,6	59,167	0,2270
1,5	390	$1,73 \times 10^7$	$4,44 \times 10^{10}$	89	0,2228	389,4	87,756	0,2254
2	524	$2,31 \times 10^7$	$4,41 \times 10^{10}$	120	0,2290	523,2	118,33	0,2262
2,5	650	$2,88 \times 10^7$	$4,44 \times 10^{10}$	148	0,2277	649,01	145,93	0,2248
3	771	$3,46 \times 10^7$	$4,49 \times 10^{10}$	175	0,2270	769,82	172,54	0,2241
3,5	893	$4,04 \times 10^7$	$4,53 \times 10^{10}$	202	0,2262	891,64	199,15	0,2234
4	1010	$4,61 \times 10^7$	$4,57 \times 10^{10}$	227	0,2248	1008,5	223,78	0,2219
4,5	1131	$5,19 \times 10^7$	$4,60 \times 10^{10}$	253	0,2237	1129,3	249,4	0,2208
4,83	1243	$5,57 \times 10^7$	$4,49 \times 10^{10}$	277	0,2229	1241,1	273,04	0,2200
5	1245	$5,77 \times 10^7$	$4,64 \times 10^{10}$	278	0,2233	1243,1	274,03	0,2204
5,33	1353	$6,15 \times 10^7$	$4,55 \times 10^{10}$	301	0,2225	1351	296,69	0,2196
5,83	1465	$6,72 \times 10^7$	$4,60 \times 10^{10}$	328	0,2239	1462,8	323,33	0,2210
6,33	1573	$7,30 \times 10^7$	$4,65 \times 10^{10}$	352	0,2238	1570,6	346,99	0,2209
6,83	1679	$7,88 \times 10^7$	$4,70 \times 10^{10}$	374	0,2228	1676,5	368,65	0,2199
7,33	1799	$8,45 \times 10^7$	$4,71 \times 10^{10}$	401	0,2229	1796,5	395,27	0,2200
7,83	1902	$9,03 \times 10^7$	$4,75 \times 10^{10}$	422	0,2219	1899,1	415,94	0,2190
8,33	2006	$9,61 \times 10^7$	$4,80 \times 10^{10}$	444	0,2213	2003	437,61	0,2185
8,83	2104	$1,02 \times 10^8$	$4,85 \times 10^{10}$	466	0,2215	2100,8	459,3	0,2186
9,33	2204	$1,08 \times 10^8$	$4,89 \times 10^{10}$	487	0,2210	2200,7	479,98	0,2181

A.2.2. Viga Prueba 8

Carga	D. L.	E.Ten.	E_L	D. T.	ν	ε_x	ε_y	ν_c
0,5	232	$7,78 \times 10^6$	$3,37 \times 10^{10}$	7	0,0302	231,02	3,7378	0,0162
1	450	$1,56 \times 10^7$	$3,47 \times 10^{10}$	14	0,0311	448,1	7,6708	0,0171
1,5	665	$2,33 \times 10^7$	$3,53 \times 10^{10}$	28	0,0421	662,09	18,619	0,0281
2	882	$3,11 \times 10^7$	$3,55 \times 10^{10}$	50	0,0567	877,96	37,509	0,0427
2,5	1083	$3,89 \times 10^7$	$3,61 \times 10^{10}$	72	0,0665	1077,9	56,622	0,0525
3	1275	$4,67 \times 10^7$	$3,68 \times 10^{10}$	92	0,0722	1268,9	73,869	0,0582
3,5	1468	$5,45 \times 10^7$	$3,73 \times 10^{10}$	114	0,0777	1460,8	93,093	0,0637
4	1468	$6,22 \times 10^7$	$3,80 \times 10^{10}$	136	0,0825	1639,8	112,5	0,0686
4,5	1826	$7,00 \times 10^7$	$3,85 \times 10^{10}$	158	0,0865	1816,9	131,93	0,0726
4,83	1994	$7,52 \times 10^7$	$3,79 \times 10^{10}$	179	0,0898	1983,9	150,51	0,0759
5	2000	$7,78 \times 10^7$	$3,91 \times 10^{10}$	181	0,0905	1989,9	152,42	0,0766
5,33	2168	$8,29 \times 10^7$	$3,85 \times 10^{10}$	201	0,0927	2157	170	0,0788
5,83	2335	$9,07 \times 10^7$	$3,91 \times 10^{10}$	221	0,0946	2323,1	187,6	0,0808
6,33	2504	$9,85 \times 10^7$	$3,95 \times 10^{10}$	241	0,0962	2491,1	205,16	0,0824

Carga	D. L.	E.Ten.	E_L	D. T.	ν	ε_x	ε_y	ν_c
0,5	238	$1,00 \times 10^7$	$4,22 \times 10^{10}$	5	0,0210	237,03	1,6617	0,0070
1	466	$2,00 \times 10^7$	$4,31 \times 10^{10}$	12	0,0258	464,06	5,4252	0,0118
1,5	693	$3,00 \times 10^7$	$4,35 \times 10^{10}$	21	0,0303	690,08	11,255	0,0163
2	929	$4,00 \times 10^7$	$4,33 \times 10^{10}$	31	0,0334	925,04	17,926	0,0194
2,5	1146	$5,01 \times 10^7$	$4,39 \times 10^{10}$	44	0,0384	1141	27,85	0,0244
3	1355	$6,01 \times 10^7$	$4,45 \times 10^{10}$	58	0,0428	1349	38,882	0,0288
3,5	1562	$7,01 \times 10^7$	$4,51 \times 10^{10}$	73	0,0467	1555,1	50,938	0,0328
4	1757	$8,01 \times 10^7$	$4,58 \times 10^{10}$	90	0,0512	1749,1	65,154	0,0373
4,5	1945	$9,01 \times 10^7$	$4,65 \times 10^{10}$	108	0,0555	1936,1	80,463	0,0416
4,83	2136	$9,67 \times 10^7$	$4,55 \times 10^{10}$	125	0,0585	2126,1	94,735	0,0446
5	2139	$1,00 \times 10^8$	$4,70 \times 10^{10}$	126	0,0589	2129,1	95,689	0,0449
5,33	2312	$1,07 \times 10^8$	$4,64 \times 10^{10}$	144	0,0623	2302,2	111,19	0,0483
5,83	2487	$1,17 \times 10^8$	$4,72 \times 10^{10}$	166	0,0667	2475,2	130,68	0,0528
6,33	2666	$1,27 \times 10^8$	$4,78 \times 10^{10}$	187	0,0701	2653,3	149,11	0,0562

116 APÉNDICE A. TABLAS DE MÓDULO DE YOUNG Y COEFICIENTE DE POISSON

Carga	D. L.	E.Ten.	E_L	D. T.	ν	ε_x	ε_y	ν_c
0,5	237	$1,00 \times 10^7$	$4,24 \times 10^{10}$	7	0,0295	236	3,668	0,0155
1	464	$2,00 \times 10^7$	$4,33 \times 10^{10}$	14	0,0302	462,04	7,4755	0,0162
1,5	693	$3,00 \times 10^7$	$4,35 \times 10^{10}$	23	0,0332	690,05	13,248	0,0192
2	929	$4,00 \times 10^7$	$4,33 \times 10^{10}$	35	0,0377	924,99	21,911	0,0237
2,5	1149	$5,01 \times 10^7$	$4,38 \times 10^{10}$	48	0,0418	1144	31,793	0,0278
3	1358	$6,01 \times 10^7$	$4,44 \times 10^{10}$	63	0,0464	1352	43,821	0,0324
3,5	1566	$7,01 \times 10^7$	$4,50 \times 10^{10}$	78	0,0498	1559	55,863	0,0358
4	1769	$8,01 \times 10^7$	$4,55 \times 10^{10}$	94	0,0531	1761	68,971	0,0392
4,5	1964	$9,01 \times 10^7$	$4,61 \times 10^{10}$	110	0,0560	1955	92,191	0,0420
4,83	2151	$9,67 \times 10^7$	$4,52 \times 10^{10}$	129	0,0600	2141	98,511	0,0460
5	2154	$1,00 \times 10^8$	$4,67 \times 10^{10}$	131	0,0600	2144	100,46	0,0469
5,33	2330	$1,07 \times 10^8$	$4,60 \times 10^{10}$	151	0,0648	2319,1	117,93	0,0509
5,83	2510	$1,17 \times 10^8$	$4,67 \times 10^{10}$	170	0,0677	2498,1	134,35	0,0538
6,33	2678	$1,27 \times 10^8$	$4,76 \times 10^{10}$	191	0,0713	2665,2	152,93	0,0574

A.2.3. Viga Prueba 9

Carga	D. L.	E.Ten.	E_L	D. T.	ν	ε_x	ε_y	ν_c
0,5	67	$2,03 \times 10^6$	$3,05 \times 10^{10}$	5	0,0746	66,632	3,9111	0,0587
1	133	$4,07 \times 10^6$	$3,08 \times 10^{10}$	9,5	0,0714	132,28	7,3403	0,0555
1,5	200	$6,10 \times 10^6$	$3,07 \times 10^{10}$	14	0,0700	198,92	10,754	0,0541
2	272,5	$8,14 \times 10^6$	$3,00 \times 10^{10}$	19	0,0697	271,02	14,577	0,0538
2,5	339	$1,02 \times 10^7$	$3,02 \times 10^{10}$	24	0,0708	337,16	18,496	0,0549
3	405	$1,22 \times 10^7$	$3,03 \times 10^{10}$	29	0,0716	402,79	22,423	0,0557
3,5	473	$1,42 \times 10^7$	$3,03 \times 10^{10}$	33	0,0698	470,44	25,323	0,0538
4	538	$1,63 \times 10^7$	$3,04 \times 10^{10}$	38	0,0706	535,08	29,265	0,0547
4,5	603	$1,83 \times 10^7$	$3,05 \times 10^{10}$	42	0,0697	599,73	32,213	0,0537
4,83	668	$1,96 \times 10^7$	$2,96 \times 10^{10}$	47	0,0704	664,38	36,156	0,0544
5	669	$2,03 \times 10^7$	$3,06 \times 10^{10}$	47	0,0703	665,37	36,14	0,0543
5,33	736	$2,17 \times 10^7$	$2,96 \times 10^{10}$	52	0,0707	732	40,051	0,0547
5,83	801	$2,37 \times 10^7$	$2,98 \times 10^{10}$	57	0,0712	796,64	43,994	0,0552
6,33	866	$2,57 \times 10^7$	$2,99 \times 10^{10}$	61	0,0704	861,3	46,941	0,0545
6,83	937	$2,78 \times 10^7$	$2,98 \times 10^{10}$	66	0,0704	931,91	50,788	0,0545
7,33	1003	$2,98 \times 10^7$	$2,99 \times 10^{10}$	71	0,0708	997,55	54,715	0,0548
7,83	1065	$3,19 \times 10^7$	$3,01 \times 10^{10}$	75	0,0704	1059,2	57,71	0,0545
8,33	1130	$3,39 \times 10^7$	$3,01 \times 10^{10}$	80	0,0708	1123,9	61,653	0,0549
8,83	1196	$3,59 \times 10^7$	$3,02 \times 10^{10}$	85	0,0711	1189,5	65,58	0,0551
9,33	1264	$3,80 \times 10^7$	$3,02 \times 10^{10}$	90	0,0712	1257,1	69,476	0,0553
9,65	1326	$3,93 \times 10^7$	$2,98 \times 10^{10}$	94	0,0709	1318,8	72,471	0,0550
9,83	1328	$4,00 \times 10^7$	$3,03 \times 10^{10}$	95	0,0715	1320,8	73,434	0,0556
10,15	1392	$4,13 \times 10^7$	$2,98 \times 10^{10}$	100	0,0718	1384,4	77,393	0,0559
10,65	1454	$4,33 \times 10^7$	$3,00 \times 10^{10}$	104	0,0715	1446,1	80,388	0,0556
11,15	1520	$4,54 \times 10^7$	$3,00 \times 10^{10}$	109	0,0717	1511,7	84,315	0,0558
11,65	1589	$4,74 \times 10^7$	$3,00 \times 10^{10}$	115	0,0724	1580,3	89,19	0,0564
12,15	1656	$5,94 \times 10^7$	$3,00 \times 10^{10}$	120	0,0725	1647	93,101	0,0565
12,65	1717	$5,15 \times 10^7$	$3,01 \times 10^{10}$	124	0,0722	1707,6	96,112	0,0563
13,15	1782	$5,35 \times 10^7$	$3,02 \times 10^{10}$	129	0,0724	1772,3	100,06	0,0565
13,65	1841	$5,55 \times 10^7$	$3,03 \times 10^{10}$	134	0,0728	1830,9	104,09	0,0569

118 APÉNDICE A. TABLAS DE MÓDULO DE YOUNG Y COEFICIENTE DE POISSON

Carga	D. L.	E.Ten.	E_L	D. T.	ν	ε_x	ε_y	ν_c
0,5	68	$2,12 \times 10^6$	$3,13 \times 10^{10}$	5	0,0735	67,628	3,8952	0,0576
1	134	$4,23 \times 10^6$	$3,17 \times 10^{10}$	10	0,0746	133,26	7,8222	0,0587
1,5	203	$6,35 \times 10^6$	$3,14 \times 10^{10}$	15	0,0739	201,89	11,701	0,0580
2	275	$8,46 \times 10^6$	$3,09 \times 10^{10}$	20	0,0727	273,5	15,533	0,0568
2,5	342	$1,06 \times 10^7$	$3,11 \times 10^{10}$	25	0,0731	340,13	19,444	0,0572
3	411	$1,27 \times 10^7$	$3,10 \times 10^{10}$	30	0,0730	408,75	23,323	0,0571
3,5	478	$1,48 \times 10^7$	$3,11 \times 10^{10}$	34	0,0711	475,4	26,239	0,0552
4	545	$1,69 \times 10^7$	$3,12 \times 10^{10}$	39	0,0716	542,03	30,15	0,0556
4,5	614	$1,90 \times 10^7$	$3,12 \times 10^{10}$	44	0,0717	610,66	34,029	0,0557
4,83	682	$2,04 \times 10^7$	$3,01 \times 10^{10}$	49	0,0718	678,28	37,924	0,0559
5	683	$2,12 \times 10^7$	$3,11 \times 10^{10}$	49	0,0717	679,28	37,908	0,0558
5,33	748	$2,25 \times 10^7$	$3,03 \times 10^{10}$	53	0,0709	743,94	40,855	0,0549
5,83	815	$2,47 \times 10^7$	$3,04 \times 10^{10}$	58	0,0712	810,57	44,766	0,0552
6,33	884	$2,68 \times 10^7$	$3,05 \times 10^{10}$	63	0,0713	879,19	48,646	0,0553
6,83	951	$2,89 \times 10^7$	$3,05 \times 10^{10}$	68	0,0715	945,82	52,557	0,0556
7,33	1018	$3,10 \times 10^7$	$3,06 \times 10^{10}$	73	0,0717	1012,5	56,468	0,0558
7,83	1089	$3,31 \times 10^7$	$3,06 \times 10^{10}$	78	0,0716	1083,1	60,315	0,0557
8,33	1158	$3,52 \times 10^7$	$3,06 \times 10^{10}$	83	0,0717	1151,7	64,194	0,0557
8,83	1223	$3,74 \times 10^7$	$3,07 \times 10^{10}$	88	0,0720	1216,3	68,137	0,0560
9,33	1290	$3,95 \times 10^7$	$3,08 \times 10^{10}$	93	0,0721	1283	72,048	0,0562
9,65	1352	$4,08 \times 10^7$	$3,04 \times 10^{10}$	97	0,0717	1344,6	75,044	0,0558
9,83	1356	$4,16 \times 10^7$	$3,08 \times 10^{10}$	97	0,0715	1348,6	74,98	0,0556
10,15	1415	$4,29 \times 10^7$	$3,05 \times 10^{10}$	102	0,0721	1407,3	79,018	0,0561
10,65	1482	$4,51 \times 10^7$	$3,06 \times 10^{10}$	106	0,0715	1473,9	81,934	0,0556
11,15	1549	$4,72 \times 10^7$	$3,06 \times 10^{10}$	112	0,0723	1540,5	86,841	0,0564
11,65	1617	$4,93 \times 10^7$	$3,06 \times 10^{10}$	116	0,0717	1608,2	89,74	0,0558
12,15	1682	$5,14 \times 10^7$	$3,07 \times 10^{10}$	121	0,0719	1672,8	93,683	0,0560
12,65	1747	$5,35 \times 10^7$	$3,08 \times 10^{10}$	126	0,0721	1737,5	97,626	0,0562
13,15	1814	$5,56 \times 10^7$	$3,08 \times 10^{10}$	131	0,0722	1804,1	101,54	0,0563
13,65	1878	$5,77 \times 10^7$	$3,09 \times 10^{10}$	135	0,0719	1867,8	104,5	0,0559

Carga	D. L.	E.Ten.	E_L	D. T.	ν	ε_x	ε_y	ν_c
0,5	66	$2,12 \times 10^6$	$3,22 \times 10^{10}$	5	0,0758	65,636	3,927	0,0598
1	132	$4,23 \times 10^6$	$3,22 \times 10^{10}$	10	0,0758	131,27	7,854	0,0598
1,5	199	$6,35 \times 10^6$	$3,21 \times 10^{10}$	15	0,0754	197,9	11,765	0,0594
2	271	$8,46 \times 10^6$	$3,14 \times 10^{10}$	20	0,0738	269,51	15,597	0,0579
2,5	338	$1,06 \times 10^7$	$3,15 \times 10^{10}$	25	0,0740	336,15	19,508	0,0580
3	404	$1,27 \times 10^7$	$3,16 \times 10^{10}$	30	0,0743	401,78	23,435	0,0583
3,5	472	$1,48 \times 10^7$	$3,15 \times 10^{10}$	35	0,0742	469,41	27,33	0,0582
4	538	$1,69 \times 10^7$	$3,16 \times 10^{10}$	40	0,0743	535,05	31,257	0,0584
4,5	605	$1,90 \times 10^7$	$3,16 \times 10^{10}$	45	0,0744	601,68	35,168	0,0584
4,83	667	$2,04 \times 10^7$	$3,08 \times 10^{10}$	49	0,0735	663,35	38,163	0,0575
5	672	$2,12 \times 10^7$	$3,16 \times 10^{10}$	49	0,0729	668,33	38,083	0,0570
5,33	738	$2,25 \times 10^7$	$3,07 \times 10^{10}$	54	0,0732	733,96	42,01	0,0572
5,83	805	$2,47 \times 10^7$	$3,08 \times 10^{10}$	59	0,0733	800,59	45,921	0,0574
6,33	871	$2,68 \times 10^7$	$3,09 \times 10^{10}$	63	0,0723	866,25	48,853	0,0564
6,83	942	$2,89 \times 10^7$	$3,08 \times 10^{10}$	68	0,0722	936,86	52,7	0,0563
7,33	1008	$3,10 \times 10^7$	$3,09 \times 10^{10}$	73	0,0724	1002,5	56,627	0,0565
7,83	1074	$3,31 \times 10^7$	$3,10 \times 10^{10}$	77	0,0717	1068,1	59,558	0,0558
8,33	1137	$3,52 \times 10^7$	$3,12 \times 10^{10}$	82	0,0721	1130,8	63,533	0,0562
8,83	1208	$3,74 \times 10^7$	$3,11 \times 10^{10}$	87	0,0720	1201,4	67,381	0,0561
9,33	1273	$3,95 \times 10^7$	$3,11 \times 10^{10}$	92	0,0723	1266,1	71,324	0,0563
9,65	1336	$4,08 \times 10^7$	$3,07 \times 10^{10}$	96	0,0719	1328,7	74,303	0,0559
9,83	1341	$4,16 \times 10^7$	$3,12 \times 10^{10}$	97	0,0723	1333,7	75,219	0,0564
10,15	1404	$4,29 \times 10^7$	$3,08 \times 10^{10}$	101	0,0719	1396,3	78,198	0,0560
10,65	1469	$4,51 \times 10^7$	$3,08 \times 10^{10}$	106	0,0722	1461	82,141	0,0562
11,15	1535	$4,72 \times 10^7$	$3,09 \times 10^{10}$	111	0,0723	1526,6	86,068	0,0564
11,65	1599	$4,93 \times 10^7$	$3,10 \times 10^{10}$	115	0,0719	1590,3	89,031	0,0560
12,15	1667	$5,14 \times 10^7$	$3,10 \times 10^{10}$	120	0,0720	1657,9	92,926	0,0561
12,65	1732	$5,35 \times 10^7$	$3,11 \times 10^{10}$	124	0,0716	1722,6	95,873	0,0557
13,15	1799	$5,56 \times 10^7$	$3,11 \times 10^{10}$	129	0,0717	1789,2	99,785	0,0558
13,65	1859	$5,77 \times 10^7$	$3,12 \times 10^{10}$	133	0,0715	1848,9	102,81	0,0556

Apéndice B

Programas

En este apartado se concentran los programas realizados en *Maple* usados para obtener los resultados numéricos de los modelos presentados en el Capítulo 4 para las vigas realizados en maple.

B.1. Cálculo para Viga Prueba 7

```

> restart;
# viga de prueba 7
# composición 2 capas de FC moldeado manual
# peso de la viga 127 g
# medidas consiste en una viga con longitud de 110 cm con 100 cm
  a un ancho de 4.3 cm y 10 cm a un ancho de 2.5 cm
# densidad de la FC dada por el fabricante 1.79 g/cm3
# densidad superficial 12k corregida 0.07 g/cm2
# densidad de la resina epóxica dada por el fabricante 1.15-1.17g/cm3
# Para una capa
# Tomamos el peso total de la viga y supondremos que las dos capas son uniformes, por
lo que el compuesto estará formado por dos capas con las mismas propiedades.
# Primero determinamos el peso de la fibra de carbono, establecida por la densidad
superficial y el área de la misma. Determinamos un valor promedio del ancho, tomado de
varias secciones de la viga y promediando las muestras. El valor obtenido es de 43.9035 mm.
# Área de la viga prueba 7 (cm2)
> A := 4.39035*100+2.6734*10+.8*1.5;
A := 466.96900
# Espesor equivalente de la FC 12K (cm) (densup/denvol)
> e := 0.39e-1;
# Densidad superficial FC 12k corregido (g/cm2)
> sigma__f := 0.7e-1;
# Densidad de la FC y resina (g/cm3)
> rho__f := 1.79;
  rho__m := 1.17;
# El peso total de la pieza debe ser dividido entre las dos capas de FC
# Peso total de la pieza (g)
> w__c := evalf(127/2);
w__c := 63.50000000
# Peso de la fibra de carbono (g)
> w__f := A*sigma__f;
w__f := 32.6878300
# Peso de la resina (g)
> w__m := w__c-w__f;
w__m := 30.81217000
# Porcentajes de peso del compuesto
> W__f := w__f/w__c;
  W__m := w__m/w__c;
W__f := 0.5147689764
W__m := 0.4852310236
# Volumen de la fibra de carbono (cm3)

```

```

> v__f := A*e;
v__f := 18.21179100
# Volumen de la matriz (cm3)
> v__m := w__m/rho__m;
v__m := 26.33518803
# Fracciones volumétricas del compuesto
> v__c := v__f+v__m;
  V__f := v__f/v__c;
  V__m := v__m/v__c;
v__c := 44.54697903
V__f := 0.4088221333
V__m := 0.5911778667
# Densidad del compuesto
# Calculado por fracciones volumétricas y por fracciones de peso
#
> rho__cv := V__f*rho__f+V__m*rho__m;
  rho__cp := 1/(W__f/rho__f+W__m/rho__m);
  rho__c := (rho__cv+rho__cp)*(1/2);
rho__cv := 1.423469723
rho__cp := 1.423877100
rho__c := 1.423673412
# Espesor (mm) y peso total de la pieza calculados a partir del gramaje y peso de la
fibra
> Gr := sigma__f;
  V__v := 0;
  e__c := 10*Gr*(1/rho__f+(1-W__f)/(rho__m*W__f))/(1-V__v);
Gr := 0.07
e__c := 0.9550215444
# comprobación del peso de la viga
> w__cv := rho__f*v__f+rho__m*v__m;
  w__cr := v__c*rho__c;
w__cv := 63.41127589
w__cr := 63.42034963
# -----
# -----
# Cálculo del Modulo de Young
# Valores de la FC
> E__f := 0.231e12;
  nu__f := .2;
  G__f := E__f/(2*(1+nu__f));
G__f := 9.625000000 e10
# Valores de la matriz
> E__m := 0.32e10;

```

```

nu__m := .3;
G__m := E__m/(2*(1+nu__m));
G__m := 1.230769231 e9
# Considerando un tejido equilibrado
> k := 1/2;
E__Lwp := E__Lu;
E__Lwf := E__Lu;
E__Twp := E__Tu;
E__Twf := E__Tu;
nu__LTwp := nu__LTu;
nu__LTwf := nu__LTu;
G__LTwp := G__LTu;
G__LTwf := G__LTu;
# Módulo de Young Longitudinal
> E__Lu := k*E__f*V__f+E__m*(1-V__f);
E__Lu := 4.911072557 e10
# Modulo de cortante longitudinal (Solución exacta)
> G__LTu := G__m*(G__f*(1+V__f)+G__m*(1-V__f))/
(G__f*(1-V__f)+G__m*(1+V__f));
G__LTu := 2.861555529 e9
# Coeficiente de Poisson longitudinal
> nu__LTu := nu__f*V__f+nu__m*(1-V__f);
nu__LTu := 0.2591177867
# Módulo de compresión lateral
> k__m := E__m/(3*(1-2*nu__m));
k__f := E__f/(3*(1-2*nu__f));
K__m := E__m/((2*(1-2*nu__m))*(1+nu__m));
K__L := K__m+V__f/(1/(k__f-k__m+(G__f-G__m)*(1/3))+
(1-V__f)/(k__m+4*G__m*(1/3)));
k__m := 2.666666667 e9
k__f := 1.283333333 e11
K__m := 3.076923077 e9
K__L := 5.924004873 e9
# Módulo de cortante transversal
> G__TT := G__m*
(1+V__f/(G__m/(G__f-G__m)+(k__m+7*G__m*(1/3))*
(1-V__f)/(2*k__m+8*G__m*(1/3))));
G__TT := 2.511102905 e9
# Módulo de Young Transversal
> E__Tu := 2/(1/(2*K__L)+1/(2*G__TT)+2*nu__LTu^2/E__Lu);
E__Tu := 6.986841754 e9
> alpha__wp := 1/(1-E__Twp*nu__LTwp^2/E__Lwp);
alpha__wf := 1/(1-E__Twf*nu__LTwf^2/E__Lwf);

```

```

alpha__wp := 1.009644226
alpha__wf := 1.009644226
> alpha := (k*alpha__wp*nu__LTwp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*nu__LTwf*E__Twf)^2/
  ((k*alpha__wp*E__Lwp+(1-k)*alpha__wf*E__Twf)*
  (k*alpha__wp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*E__Lwf));
alpha := 0.004166085697
> E__L := (1-alpha)*(k*alpha__wp*E__Lwp+(1-k)*alpha__wf*E__Twf);
E__L := 2.820131187 e10
> E__T := (1-alpha)*(k*alpha__wp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*E__Lwf);
E__T := 2.820131187 e10
> nu__LT := (k*alpha__wp*nu__LTwp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*nu__LTwf*E__Twf)/
  (k*alpha__wp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*E__Lwf);
nu__LT := 0.06454522209
> G__LT := k*G__LTwp+(1-k)*G__LTwf;
G__LT := 2.861555528 e9
# laminados
> e__1 := 0.1e-2*e__c;
  e__2 := 0.1e-2*e__c;
e__1 := 0.0009550215444
e__2 := 0.0009550215444
# Determinamos las constantes reducidas de rigidez en las direcciones principales
> Q__11 := E__L/(1-E__T*nu__LT^2/E__L);
  Q__22 := E__T*Q__11/E__L;
  Q__12 := nu__LT*Q__22;
  Q__21 := Q__12;
  Q__66 := G__LT;
  Q__16 := 0;
  Q__61 := 0;
  Q__26 := 0;
  Q__62 := 0;
Q__11 := 2.831929247 e10
Q__22 := 2.831929247 e10
Q__12 := 1.827875022 e9
Q__21 := 1.827875022 e9
Q__66 := 2.861555528 e9
> Q__a0g := Matrix(3, 3, [[Q__11, Q__12, Q__16],
  [Q__21, Q__22, Q__26], [Q__61, Q__62, Q__66]]);
# Formamos las matrices A, B y D (en el ejemplo para dos capas).
# Matriz A (Matriz de Rigidez de Estiramiento)
> A := Q__a0g*e__1+Q__a0g*e__2;
A := [[5.40910688620294 e7 , 3.49132005296125 e6 , 0.],
  [3.49132005296125 e6 , 5.40910688620294 e7 , 0.],
  [0., 0., 5.46569435947383 10 ]]

```

```

# Matriz B (Matriz de Rigidez de Acoplamiento)
# Para esta matriz necesitamos conocer los valores h(k-1) hasta hk que son puntos de
los laminados con h0 el valor de la capa más baja referenciada al centro del laminado total.
#
> h__0 := -e__1;
  h__1 := 0;
  h__2 := e__2;
> B := 1/2*(Q__a0g*(-h__0^2+h__1^2)+Q__a0g*(-h__1^2+h__2^2));
      [0. 0. 0.]
B := [0. 0. 0.]
      [0. 0. 0.]
# Matriz D (Matriz de Rigidez de Flexión)
> Dm := 1/3*(Q__a0g*(-h__0^3+h__1^3)+Q__a0g*(-h__1^3+h__2^3));
      [16.4448776465061 1.06143827999014 0.]
Dm := [1.06143827999014 16.4448776465061 0.]
      [ 0. 0. 1.66169160428333]
# Obteniendo al final la matriz total
> CE := Matrix(6, 6, [[A(1, 1), A(1, 2), A(1, 3), B(1, 1), B(1, 2), B(1, 3)],
  [A(2, 1), A(2, 2), A(2, 3), B(2, 1), B(2, 2), B(2, 3)],
  [A(3, 1), A(3, 2), A(3, 3), B(3, 1), B(3, 2), B(3, 3)],
  [B(1, 1), B(1, 2), B(1, 3), Dm(1, 1), Dm(1, 2), Dm(1, 3)],
  [B(2, 1), B(2, 2), B(2, 3), Dm(2, 1), Dm(2, 2), Dm(2, 3)],
  [B(3, 1), B(3, 2), B(3, 3), Dm(3, 1), Dm(3, 2), Dm(3, 3)]]);
CE :=
[[5.40910688620294 e7 , 3.49132005296125 e6 , 0., 0., 0., 0.],
[3.49132005296125 e6 , 5.40910688620294 e7 , 0., 0., 0., 0.],
[0., 0., 5.46569435947383 e6 , 0., 0., 0.],
[0., 0., 0., 16.4448776465061, 1.06143827999014, 0.],
[0., 0., 0., 1.06143827999014, 16.4448776465061, 0.],
[0., 0., 0., 0., 0., 1.66169160428333]]
# Vibraciones libres
# realizamos el análisis como una viga empotrada solamente por un extremo
# Los resultados de los tres primeros modos de vibración estan dados por las siguientes
funciones
# se debe considerar la distancia de la viga y del empotramiento como L
# L1 vibración libre
# L2 shaker
> h := e__1+e__2;
  rho__s := 1000*rho__c*h;
  E__x := E__L;
  L__1 := 1.055;
  L__2 := .996;
h := 0.001910043089

```

```

rho__s := 2.719277562
E__x := 2.820131187 e10
> omega__01 := sqrt(E__x*h^3/(12*rho__s))/L__1^2;
  omega__02 := sqrt(E__x*h^3/(12*rho__s))/L__2^2;
omega__01 := 2.204840059
omega__02 := 2.473792869
# Para vibración libre
> omega__11 := 3.516015270*omega__01;
  f__11 := omega__11/(2*Pi);
  f__11c := ((1-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__21 := 22.03449156*omega__01;
  f__21 := omega__21/(2*Pi);
  f__21c := ((2-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__31 := 61.69721441*omega__01;
  f__31 := omega__31/(2*Pi);
  f__31c := ((3-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__41 := 120.9019159*omega__01;
  f__41 := omega__41/(2*Pi);
  f__41c := ((4-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__51 := 199.8595301*omega__01;
  f__51 := omega__51/(2*Pi);
  f__51c := ((5-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__61 := 298.5555309*omega__01;
  f__61 := omega__61/(2*Pi);
  f__61c := ((6-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__71 := 416.9907860*omega__01;
  f__71 := omega__71/(2*Pi);
  f__71c := ((7-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__81 := 555.1652475*omega__01;
  f__81 := omega__81/(2*Pi);
  f__81c := ((8-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
f__11 := 1.233809117
f__11c := 0.8658386664
f__21 := 7.732149745
f__21c := 7.792547999
f__31 := 21.65024319
f__31c := 21.64596666
f__41 := 42.42583568
f__41c := 42.42609468
f__51 := 70.13294633
f__51c := 70.13293194
f__61 := 104.7664779
f__61c := 104.7664787

```

```

f__71 := 146.3267346
f__71c := 146.3267346
f__81 := 194.8136999
f__81c := 194.8136999
# Para vibración forzada (shaker)
> omega__12 := 3.516015270*omega__02;
  f__12 := omega__12/(2*Pi);
  f__12c := ((1-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
  omega__22 := 22.03449156*omega__02;
  f__22 := omega__22/(2*Pi);
  f__22c := ((2-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
  omega__32 := 61.69721441*omega__02;
  f__32 := omega__32/(2*Pi);
  f__32c := ((3-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
  omega__42 := 120.9019159*omega__02;
  f__42 := omega__42/(2*Pi);
  f__42c := ((4-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
  omega__52 := 199.8595301*omega__02;
  f__52 := omega__52/(2*Pi);
  f__52c := ((5-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
  omega__62 := 298.5555309*omega__02;
  f__62 := omega__62/(2*Pi);
  f__62 := ((6-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
  omega__72 := 416.9907860*omega__02;
  f__72 := omega__72/(2*Pi);
  f__72c := ((7-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
  omega__82 := 555.1652475*omega__02;
  f__82 := omega__82/(2*Pi);
  f__82c := ((8-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
f__12 := 1.384312745
f__12c := 0.9714561880
f__22 := 8.675339881
f__22c := 8.743105694
f__32 := 24.29120287
f__32c := 24.28640470
f__42 := 47.60106264
f__42c := 47.60135322
f__52 := 78.68796735
f__52c := 78.68795118
f__62 := 117.5461978
f__62 := 117.5461988
f__72 := 164.1760958
f__72c := 164.1760958

```



```
f__82 := 218.5776422
f__82c := 218.5776422
```

B.2. Cálculo para Viga Prueba 8

```
> restart;
# viga de prueba 8
# composición 2 capas de FC proceso de infusión
# peso de la viga 86 g
# medidas 110cm x ~4cm
# densidad de la FC dada por el fabricante 1.79 g/cm3
# densidad superficial 12k corregida 0.07 g/cm2
# densidad de la resina epóxica dada por el fabricante 1.15-1.17g/cm3
# Para una capa
# Tomamos el peso total de la viga y supondremos que las dos capas son uniformes, por
lo que el compuesto estará formado por dos capas con las mismas propiedades.
# Primero determinamos el peso de la fibra de carbono, establecida por la densidad
superficial y el área de la misma. Determinamos un valor promedio del ancho, tomado de
varias secciones de la viga y promediando las muestras. El valor obtenido es de 41.3245 mm.
# Área de la viga prueba 8 (cm2)
> A := 4.13245*110;
A := 454.56950
# Espesor equivalente de la FC 12K (cm) (densup/denvol)
> e := 0.39e-1;
# Densidad superficial FC 12k corregido (g/cm2)
> sigma__f := 0.7e-1;
# Densidad de la FC y resina (g/cm3)
> rho__f := 1.79;
rho__m := 1.17;
# El peso total de la pieza debe ser dividido entre las dos capas de FC
# Peso total de la pieza (g)
> w__c := 86*(1/2);
w__c := 43
# Peso de la fibra de carbono (g)
> w__f := A*sigma__f;
w__f := 31.8198650
# Peso de la resina (g)
> w__m := w__c-w__f;
w__m := 11.1801350
# Porcentajes de peso del compuesto
> W__f := w__f/w__c;
W__m := w__m/w__c;
```

```

W__f := 0.7399968605
W__m := 0.2600031395
# Volumen de la fibra de carbono (cm3)
> v__f := A*e;
v__f := 17.72821050
# Volumen de la matriz (cm3)
> v__m := w__m/rho__m;
v__m := 9.555670940
# Fracciones volumétricas del compuesto
> v__c := v__f+v__m;
  V__f := v__f/v__c;
  V__m := v__m/v__c;
v__c := 27.28388144
V__f := 0.6497686386
V__m := 0.3502313614
# Densidad del compuesto
# Calculado por fracciones volumétricas y por fracciones de peso
#
> rho__cv := V__f*rho__f+V__m*rho__m;
  rho__cp := 1/(W__f/rho__f+W__m/rho__m);
  rho__c := (rho__cv+rho__cp)*(1/2);
rho__cv := 1.572856556
rho__cp := 1.573239887
rho__c := 1.573048222
# Espesor (mm) y peso total de la pieza calculados a partir del gramaje y peso de la
fibra
> Gr := sigma__f;
  V__v := 0;
  e__c := 10*Gr*(1/rho__f+(1-W__f)/(rho__m*W__f))/(1-V__v);
Gr := 0.07
e__c := 0.6012750930
# comprobación del peso de la viga
> w__cv := rho__f*v__f+rho__m*v__m;
  w__cr := v__c*rho__c;
w__cv := 42.91363180
w__cr := 42.91886119
# -----
# -----
# Cálculo del Modulo de Young
# Valores de la FC
> E__f := 0.231e12;
  nu__f := .2;
  G__f := E__f/(2*(1+nu__f));

```

```

G__f := 9.625000000 e10
# Valores de la matriz
> E__m := 0.32e10;
  nu__m := .3;
  G__m := E__m/(2*(1+nu__m));
G__m := 1.230769231 e9
# Considerando un tejido equilibrado
> k := 1/2;
  E__Lwp := E__Lu;
  E__Lwf := E__Lu;
  E__Twp := E__Tu;
  E__Twf := E__Tu;
  nu__LTwp := nu__LTu;
  nu__LTwf := nu__LTu;
  G__LTwp := G__LTu;
  G__LTwf := G__LTu;
# Módulo de Young Longitudinal
> E__Lu := k*E__f*V__f+E__m*(1-V__f);
E__Lu := 7.616901812 e10
# Modulo de cortante longitudinal (Solución exacta)
> G__LTu := G__m*(G__f*(1+V__f)+G__m*(1-V__f))/
  (G__f*(1-V__f)+G__m*(1+V__f));
G__LTu := 5.483023834 e9
# Coeficiente de Poisson longitudinal
> nu__LTu := nu__f*V__f+nu__m*(1-V__f);
nu__LTu := 0.2350231361
# Módulo de compresión lateral
> k__m := E__m/(3*(1-2*nu__m));
  k__f := E__f/(3*(1-2*nu__f));
  K__m := E__m/((2*(1-2*nu__m))*(1+nu__m));
  K__L := K__m+V__f/(1/(k__f-k__m+(G__f-G__m)*(1/3))+
  (1-V__f)/(k__m+4*G__m*(1/3)));
k__m := 2.666666667 e9
k__f := 1.283333333 e11
K__m := 3.076923077 e9
K__L := 1.048934857 e9
# Módulo de cortante transversal
> G__TT := G__m*
  (1+V__f/(G__m/(G__f-G__m)+(k__m+7*G__m*(1/3))*
  (1-V__f)/(2*k__m+8*G__m*(1/3))));
G__TT := 4.589483867 e9
# Módulo de Young Transversal
> E__Tu := 2/(1/(2*K__L)+1/(2*G__TT)+2*nu__LTu^2/E__Lu);

```

```

E__Tu := 1.265322541 e10
> alpha__wp := 1/(1-E__Twp*nu__LTwp^2/E__Lwp);
  alpha__wf := 1/(1-E__Twf*nu__LTwf^2/E__Lwf);
alpha__wp := 1.009260779
alpha__wf := 1.009260779
> alpha := (k*alpha__wp*nu__LTwp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*nu__LTwf*E__Twf)^2/
  ((k*alpha__wp*E__Lwp+(1-k)*alpha__wf*E__Twf)*
  (k*alpha__wp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*E__Lwf));
alpha := 0.004483738106
> E__L := (1-alpha)*(k*alpha__wp*E__Lwp+(1-k)*alpha__wf*E__Twf);
E__L := 4.462143143 e10
> E__T := (1-alpha)*(k*alpha__wp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*E__Lwf);
E__T := 4.462143143 e10
> nu__LT := (k*alpha__wp*nu__LTwp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*nu__LTwf*E__Twf)/
  (k*alpha__wp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*E__Lwf);
nu__LT := 0.06696072061
> G__LT := k*G__LTwp+(1-k)*G__LTwf;
G__LT := 5.483023834 e9
# laminados
> e__1 := 0.1e-2*e__c;
  e__2 := 0.1e-2*e__c;
e__1 := 0.0006012750930
e__2 := 0.0006012750930
# Determinamos las constantes reducidas de rigidez en las direcciones principales
> Q__11 := E__L/(1-E__T*nu__LT^2/E__L);
  Q__22 := E__T*Q__11/E__L;
  Q__12 := nu__LT*Q__22;
  Q__21 := Q__12;
  Q__66 := G__LT;
  Q__16 := 0;
  Q__61 := 0;
  Q__26 := 0;
  Q__62 := 0;
Q__11 := 4.482240335 e10
Q__22 := 4.482240335 e10
Q__12 := 3.001340428 e9
Q__21 := 3.001340428 e9
Q__66 := 5.483023834 e9
> Q__a0g := Matrix(3, 3, [[Q__11, Q__12, Q__16],
  [Q__21, Q__22, Q__26], [Q__61, Q__62, Q__66]]);
# Formamos las matrices A, B y D (en el ejemplo para dos capas)
# Matriz A (Matriz de Rigidez de Estiramiento)
> A := Q__a0g*e__1+Q__a0g*e__2;

```

```

A := [[5.39011894855095 e7 , 3.60926248994072 e6 , 0.],
      [3.60926248994072 e6 , 5.39011894855095 e7 , 0.],
      [0., 0., 6.59361133141913 e6 ]]
# Matriz B (Matriz de Rigidez de Acoplamiento)
# Para esta matriz necesitamos conocer los valores h(k-1) hasta hk que son puntos de
los laminados con h0 el valor de la capa más baja referenciada al centro del laminado total.
#
> h__0 := -e__1;
  h__1 := 0;
  h__2 := e__2;
> B := 1/2*(Q__a0g*(-h__0^2+h__1^2)+Q__a0g*(-h__1^2+h__2^2));
  [0. 0. 0.]
B := [0. 0. 0.]
      [0. 0. 0.]
# Matriz D (Matriz de Rigidez de Flexión)
> Dm := 1/3*(Q__a0g*(-h__0^3+h__1^3)+Q__a0g*(-h__1^3+h__2^3));
  [6.49566356303662 0.434954313051764 0.]
Dm := [0.434954313051764 6.49566356303662 0.]
      [ 0. 0. 0.794599920393942]
# Obteniendo al final la matriz total
> CE := Matrix(6, 6, [[A(1, 1), A(1, 2), A(1, 3), B(1, 1), B(1, 2), B(1, 3)],
  [A(2, 1), A(2, 2), A(2, 3), B(2, 1), B(2, 2), B(2, 3)],
  [A(3, 1), A(3, 2), A(3, 3), B(3, 1), B(3, 2), B(3, 3)],
  [B(1, 1), B(1, 2), B(1, 3), Dm(1, 1), Dm(1, 2), Dm(1, 3)],
  [B(2, 1), B(2, 2), B(2, 3), Dm(2, 1), Dm(2, 2), Dm(2, 3)],
  [B(3, 1), B(3, 2), B(3, 3), Dm(3, 1), Dm(3, 2), Dm(3, 3)]]);
CE :=
[[5.39011894855095 e7 , 3.60926248994072 e6 , 0., 0., 0., 0.],
 [3.60926248994072 e6 , 5.39011894855095 e7 , 0., 0., 0., 0.],
 [0., 0., 6.59361133141913 e6 , 0., 0., 0.],
 [0., 0., 0., 6.49566356303662, 0.434954313051764, 0.],
 [0., 0., 0., 0.434954313051764, 6.49566356303662, 0.],
 [0., 0., 0., 0., 0., 0.794599920393942]]
# Vibraciones libres
# realizamos el análisis como una viga empotrada solamente por un extremo
# Los resultados de los tres primeros modos de vibración estan dados por las siguientes
funciones
# se debe considerar la distancia de la viga y del empotramiento como L
# L1 vibración libre
# L2 shaker
> h := e__1+e__2;
  rho__s := 1000*rho__c*h;
  E__x := E__L;

```

```

L__1 := 1.056;
L__2 := 1.03;
h := 0.001202550186
rho__s := 1.891669432
E__x := 4.462143143 e10
> omega__01 := sqrt(E__x*h^3/(12*rho__s))/L__1^2;
  omega__02 := sqrt(E__x*h^3/(12*rho__s))/L__2^2;
omega__01 := 1.658003647
omega__02 := 1.742765157
# Para vibración libre
> omega__11 := 3.516015270*omega__01;
  f__11 := omega__11/(2*Pi);
  f__11c := ((1-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__21 := 22.03449156*omega__01;
  f__21 := omega__21/(2*Pi);
  f__21c := ((2-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__31 := 61.69721441*omega__01;
  f__31 := omega__31/(2*Pi);
  f__31c := ((3-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__41 := 120.9019159*omega__01;
  f__41 := omega__41/(2*Pi);
  f__41c := ((4-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__51 := 199.8595301*omega__01;
  f__51 := omega__51/(2*Pi);
  f__51c := ((5-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__61 := 298.5555309*omega__01;
  f__61 := omega__61/(2*Pi);
  f__61c := ((6-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__71 := 416.9907860*omega__01;
  f__71 := omega__71/(2*Pi);
  f__71c := ((7-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__81 := 555.1652475*omega__01;
  f__81 := omega__81/(2*Pi);
  f__81c := ((8-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
f__11 := 0.9278042671
f__11c := 0.6510965097
f__21 := 5.814450087
f__21c := 5.859868588
f__31 := 16.28062861
f__31c := 16.27741274
f__41 := 31.90353424
f__41c := 31.90372898
f__51 := 52.73882809

```

```

f__51c := 52.73881726
f__61 := 78.78267709
f__61c := 78.78267769
f__71 := 110.0353101
f__71c := 110.0353101
f__81 := 146.4967146
f__81c := 146.4967146
# Para vibración forzada (shaker)
> omega__12 := 3.516015270*omega__02;
f__12 := omega__12/(2*Pi);
f__12c := ((1-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__22 := 22.03449156*omega__02;
f__22 := omega__22/(2*Pi);
f__22c := ((2-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__32 := 61.69721441*omega__02;
f__32 := omega__32/(2*Pi);
f__32c := ((3-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__42 := 120.9019159*omega__02;
f__42 := omega__42/(2*Pi);
f__42c := ((4-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__52 := 199.8595301*omega__02;
f__52 := omega__52/(2*Pi);
f__52c := ((5-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__62 := 298.5555309*omega__02;
f__62 := omega__62/(2*Pi);
f__62c := ((6-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__72 := 416.9907860*omega__02;
f__72 := omega__72/(2*Pi);
f__72c := ((7-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__82 := 555.1652475*omega__02;
f__82 := omega__82/(2*Pi);
f__82c := ((8-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
f__12 := 0.9752360632
f__12c := 0.6843822770
f__22 := 6.111700078
f__22c := 6.159440491
f__32 := 17.11293720
f__32c := 17.10955693
f__42 := 33.53452685
f__42c := 33.53473158
f__52 := 55.43497578
f__52c := 55.43496442
f__62 := 82.81025488

```

```

f__62c := 82.81025551
f__72 := 115.6606048
f__72c := 115.6606048
f__82 := 153.9860122
f__82c := 153.9860122

```

B.3. Cálculo para Viga Prueba 9

```

> restart;
# viga de prueba 8
# composición 2 capas de FC proceso de infusión y un núcleo de poliéster
# peso de la viga 155 g
# medidas 110cm x ~4cm
# densidad de la FC dada por el fabricante 1.79 g/cm3
# densidad superficial 12k corregida 0.07 g/cm2
# densidad de la resina epóxica dada por el fabricante 1.15-1.17g/cm3
# Para una capa
# Tomamos el peso total de la viga y supondremos que las dos capas son uniformes, por
lo que el compuesto estará formado por dos capas con las mismas propiedades.
# Primero determinamos el peso de la fibra de carbono, establecida por la densidad
superficial y el área de la misma. Determinamos un valor promedio del ancho, tomado de
varias secciones de la viga y promediando las muestras. El valor obtenido es de 40.887 mm.
# Área de la viga prueba 7 (cm2)
> A := 4.0887*110;
A := 449.7570
# Espesor equivalente de la FC 12K (cm) (densup/denvol)
> e := 0.39e-1;
# Densidad superficial FC 12k corregido (g/cm2)
> sigma__f := 0.7e-1;
# Densidad de la FC y resina (g/cm3)
> rho__f := 1.79;
rho__m := 1.17;
# El peso total de la pieza debe ser dividido entre las dos capas de FC
# Peso total de la pieza (g)
> w__c := 86*(1/2);
w__c := 43
# Peso de la fibra de carbono (g)
> w__f := A*sigma__f;
w__f := 31.482990
# Peso de la resina (g)
> w__m := w__c-w__f;
w__m := 11.517010

```



```

# Porcentajes de peso del compuesto
> W__f := w__f/w__c;
  W__m := w__m/w__c;
W__f := 0.7321625581
W__m := 0.2678374419
# Volumen de la fibra de carbono (cm3)
> v__f := A*e;
v__f := 17.5405230
# Volumen de la matriz (cm3)
> v__m := w__m/rho__m;
v__m := 9.843598291
# Fracciones volumétricas del compuesto
> v__c := v__f+v__m;
  V__f := v__f/v__c;
  V__m := v__m/v__c;
v__c := 27.38412129
V__f := 0.6405362733
V__m := 0.3594637267
# Densidad del compuesto
# Calculado por fracciones volumétricas y por fracciones de peso
#
> rho__cv := V__f*rho__f+V__m*rho__m;
  rho__cp := 1/(W__f/rho__f+W__m/rho__m);
  rho__cl := (rho__cv+rho__cp)*(1/2);
rho__cv := 1.567132489
rho__cp := 1.567520345
rho__cl := 1.567326417
# Espesor (mm) y peso total de la pieza calculados a partir del gramaje y peso de la
fibra
> Gr := sigma__f;
  V__v := 0;
  e__c := 10*Gr*(1/rho__f+(1-W__f)/(rho__m*W__f))/(1-V__v);
Gr := 0.07
e__c := 0.6099262682
# comprobación del peso de la viga
> w__cv := rho__f*v__f+rho__m*v__m;
  w__cr := v__c*rho__c;
w__cv := 42.91454617
w__cr := 42.91985670
# -----
# -----
# Cálculo del Modulo de Young
# Valores de la FC

```

```

> E__f := 0.231e12;
  nu__f := .2;
  G__f := E__f/(2*(1+nu__f));
G__f := 9.625000000 e10
# Valores de la matriz
> E__m := 0.32e10;
  nu__m := .3;
  G__m := E__m/(2*(1+nu__m));
G__m := 1.230769231 e9
# Considerando un tejido equilibrado
> k := 1/2;
  E__Lwp := E__Lu;
  E__Lwf := E__Lu;
  E__Twp := E__Tu;
  E__Twf := E__Tu;
  nu__LTwp := nu__LTu;
  nu__LTwf := nu__LTu;
  G__LTwp := G__LTu;
  G__LTwf := G__LTu;
# Módulo de Young Longitudinal
> E__Lu := k*E__f*V__f+E__m*(1-V__f);
E__Lu := 7.513222350 e10
# Modulo de cortante longitudinal (Solución exacta)
> G__LTu := G__m*(G__f*(1+V__f)+G__m*(1-V__f))/
  (G__f*(1-V__f)+G__m*(1+V__f));
G__LTu := 5.322180269 e9
# Coeficiente de Poisson longitudinal
> nu__LTu := nu__f*V__f+nu__m*(1-V__f);
nu__LTu := 0.2359463727
# Módulo de compresión lateral
> k__m := E__m/(3*(1-2*nu__m));
  k__f := E__f/(3*(1-2*nu__f));
  K__m := E__m/((2*(1-2*nu__m))*(1+nu__m));
  K__L := K__m+V__f/(1/(k__f-k__m+(G__f-G__m)*(1/3))+
  (1-V__f)/(k__m+4*G__m*(1/3)));
k__m := 2.666666667 e9
k__f := 1.283333333 e11
K__m := 3.076923077 e9
K__L := 1.020963642 e9
# Módulo de cortante transversal
> G__TT := G__m*
  (1+V__f/(G__m/(G__f-G__m)+(k__m+7*G__m*(1/3))*
  (1-V__f)/(2*k__m+8*G__m*(1/3))));

```

```

G__TT := 4.461235961 e9
# Módulo de Young Transversal
> E__Tu := 2/(1/(2*K__L)+1/(2*G__TT)+2*nu__LTu^2/E__Lu);
E__Tu := 1.230528093 e10
> alpha__wp := 1/(1-E__Twp*nu__LTwp^2/E__Lwp);
  alpha__wf := 1/(1-E__Twf*nu__LTwf^2/E__Lwf);
alpha__wp := 1.009201739
alpha__wf := 1.009201739
> alpha := (k*alpha__wp*nu__LTwp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*nu__LTwf*E__Twf)^2/
  ((k*alpha__wp*E__Lwp+(1-k)*alpha__wf*E__Twf)*
  (k*alpha__wp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*E__Lwf));
alpha := 0.004410361211
> E__L := (1-alpha)*(k*alpha__wp*E__Lwp+(1-k)*alpha__wf*E__Twf);
E__L := 4.392645104 e10
> E__T := (1-alpha)*(k*alpha__wp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*E__Lwf);
E__T := 4.392645104 e10
> nu__LT := (k*alpha__wp*nu__LTwp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*nu__LTwf*E__Twf)/
  (k*alpha__wp*E__Twp+(1-k)*alpha__wf*E__Lwf);
nu__LT := 0.06641055045
> G__LT := k*G__LTwp+(1-k)*G__LTwf;
G__LT := 5.322180268 e9
# laminados
> e__1 := 0.1e-2*e__c;
  e__2 := 0.1e-2*e__c;
e__1 := 0.0006099262682
e__2 := 0.0006099262682
# Determinamos las constantes reducidas de rigidez en las direcciones principales
> Q__11 := E__L/(1-E__T*nu__LT^2/E__L);
  Q__22 := E__T*Q__11/E__L;
  Q__12 := nu__LT*Q__22;
  Q__21 := Q__12;
  Q__66 := G__LT;
  Q__16 := 0;
  Q__61 := 0;
  Q__26 := 0;
  Q__62 := 0;
Q__11 := 4.412104077 e10
Q__22 := 4.412104077 e10
Q__12 := 2.930102604 e9
Q__21 := 2.930102604 e9
Q__66 := 5.322180268 e9
> Q__a0g := Matrix(3, 3, [[Q__11, Q__12, Q__16],
  [Q__21, Q__22, Q__26], [Q__61, Q__62, Q__66]]):

```

```

# Formamos las matrices A, B y D (en el ejemplo para dos capas)
# Matriz A (Matriz de Rigidez de Estiramiento)
> A := Q__a0g*e__1+Q__a0g*e__2;
A := [[5.38211634918923 e7 , 3.57429309340164 e6 , 0.],
      [3.57429309340164 e6 , 5.38211634918923 e7 , 0.],
      [0., 0., 6.49227509909783 e6 ]]
# Matriz B (Matriz de Rigidez de Acoplamiento)
# Para esta matriz necesitamos conocer los valores h(k-1) hasta hk que son puntos de
los laminados con h0 el valor de la capa más baja referenciada al centro del laminado total.
> h__c := 0.2e-2;
h__0 := -e__1-0.1e-2;
h__1 := -0.1e-2;
h__2 := 0.1e-2;
h__3 := e__2+0.1e-2;
> B := (1/2)*h__c*(-Q__a0g*e__1+Q__a0g*e__2);
      [0. 0. 0.]
B := [0. 0. 0.]
      [0. 0. 0.]
# Matriz C de acoplamiento
> C := 1/2*(Q__a0g*(-h__0^2+h__1^2)+Q__a0g*(-h__2^2+h__3^2));
      [0. 0. 0.]
C := [0. 0. 0.]
      [0. 0. 0.]
# Matriz D (Matriz de Rigidez de Flexión)
> Dm := (1/2)*h__c*(Q__a0g*(-h__2^2+h__3^2)-Q__a0g*(-h__0^2+h__1^2));
      [140.469268290771 9.32864142861796 0.]
Dm := [9.32864142861796 140.469268290771 0.]
      [ 0. 0. 16.9443593104420]
# Obteniendo al final la matriz total
> CE := Matrix(6, 6, [[A(1, 1), A(1, 2), A(1, 3), B(1, 1), B(1, 2), B(1, 3)],
      [A(2, 1), A(2, 2), A(2, 3), B(2, 1), B(2, 2), B(2, 3)],
      [A(3, 1), A(3, 2), A(3, 3), B(3, 1), B(3, 2), B(3, 3)],
      [B(1, 1), B(1, 2), B(1, 3), Dm(1, 1), Dm(1, 2), Dm(1, 3)],
      [B(2, 1), B(2, 2), B(2, 3), Dm(2, 1), Dm(2, 2), Dm(2, 3)],
      [B(3, 1), B(3, 2), B(3, 3), Dm(3, 1), Dm(3, 2), Dm(3, 3)]]);
CE :=
[[5.38211634918923 e7 , 3.57429309340164 e6 , 0., 0., 0., 0.],
 [3.57429309340164 e6 , 5.38211634918923 e7 , 0., 0., 0., 0.],
 [0., 0., 6.49227509909783 e6 , 0., 0., 0.],
 [0., 0., 0., 140.469268290771, 9.32864142861796, 0.],
 [0., 0., 0., 9.32864142861796, 140.469268290771, 0.],
 [0., 0., 0., 0., 0., 16.9443593104420]]
# Vibraciones libres

```

```

# realizamos el análisis como una viga empotrada solamente por un extremo
# Los resultados de los tres primeros modos de vibración estan dados por las siguientes
funciones
# se debe considerar la distancia de la viga y del empotramiento como L
# L1 vibración libre
# L2 shaker
# densidad del compuesto total (considerando el núcleo)
> w__core := 69;
> rho__core := w__core/(.2*A);
rho__core := 0.7670808902
> rho__c := (rho__cl*(e__1+e__2)+rho__core*h__c)/(e__1+e__2+h__c);
rho__c := 1.070256742
> h := e__1+e__2+h__c;
  rho__s := 1000*rho__c*h;
  E__x := E__L;
  L__1 := 1.053;
  L__2 := .979;
h := 0.003219852536
rho__s := 3.446068885
E__x := 4.392645104 e10
> omega__01 := sqrt(E__x*h^3/(12*rho__s))/L__1^2;
  omega__02 := sqrt(E__x*h^3/(12*rho__s))/L__2^2;
omega__01 := 5.370413041
omega__02 := 6.212967013
# Para vibración libre
> omega__11 := 3.516015270*omega__01;
  f__11 := omega__11/(2*Pi);
  f__11c := ((1-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__21 := 22.03449156*omega__01;
  f__21 := omega__21/(2*Pi);
  f__21c := ((2-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__31 := 61.69721441*omega__01;
  f__31 := omega__31/(2*Pi);
  f__31c := ((3-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__41 := 120.9019159*omega__01;
  f__41 := omega__41/(2*Pi);
  f__41c := ((4-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__51 := 199.8595301*omega__01;
  f__51 := omega__51/(2*Pi);
  f__51c := ((5-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
  omega__61 := 298.5555309*omega__01;
  f__61 := omega__61/(2*Pi);
  f__61c := ((6-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);

```

```

omega__71 := 416.9907860*omega__01;
f__71 := omega__71/(2*Pi);
f__71c := ((7-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
omega__81 := 555.1652475*omega__01;
f__81 := omega__81/(2*Pi);
f__81c := ((8-.5)*Pi)^2*omega__01/(2*Pi);
f__11 := 3.005235933
f__11c := 2.108956270
f__21 := 18.83349209
f__21c := 18.98060644
f__31 := 52.73432321
f__31c := 52.72390674
f__41 := 103.3382264
f__41c := 103.3388572
f__51 := 170.8254929
f__51c := 170.8254579
f__61 := 255.1837067
f__61c := 255.1837086
f__71 := 356.4136097
f__71c := 356.4136097
f__81 := 474.5151604
f__81c := 474.5151604
# Para vibración forzada (shaker)
> omega__12 := 3.516015270*omega__02;
f__12 := omega__12/(2*Pi);
f__12c := ((1-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__22 := 22.03449156*omega__02;
f__22 := omega__22/(2*Pi);
f__22c := ((2-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__32 := 61.69721441*omega__02;
f__32 := omega__32/(2*Pi);
f__32c := ((3-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__42 := 120.9019159*omega__02;
f__42 := omega__42/(2*Pi);
f__42c := ((4-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__52 := 199.8595301*omega__02;
f__52 := omega__52/(2*Pi);
f__52c := ((5-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__62 := 298.5555309*omega__02;
f__62 := omega__62/(2*Pi);
f__62 := ((6-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__72 := 416.9907860*omega__02;
f__72 := omega__72/(2*Pi);

```

```
f__72c := ((7-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
omega__82 := 555.1652475*omega__02;
f__82 := omega__82/(2*Pi);
f__82c := ((8-.5)*Pi)^2*omega__02/(2*Pi);
f__12 := 3.476721728
f__12c := 2.439826441
f__22 := 21.78824314
f__22c := 21.95843796
f__32 := 61.00771173
f__32c := 60.99566102
f__42 := 119.5507658
f__42c := 119.5514957
f__52 := 197.6259822
f__52c := 197.6259416
f__62 := 295.2189971
f__62c := 295.2189995
f__72 := 412.3306684
f__72c := 412.3306684
f__82 := 548.9609488
f__82c := 548.9609488
```


Apéndice C

Especificaciones técnicas de componentes

125UN



General Purpose Strain Gages—Linear Pattern

GAGE PATTERN DATA					
			GAGE DESIGNATION See Note 1	RESISTANCE (OHMS)	OPTIONS AVAILABLE See Note 2
			CEA-XX-125UN-120 CEA-XX-125UN-350	120 ± 0.3% 350 ± 0.3%	P2 P2
DESCRIPTION General-purpose gage with narrow geometry. Exposed solder tab area 0.06 x 0.05 in (1.5 x 1.1 mm). See also 125UW pattern.					
GAGE DIMENSIONS		Legend ES = Each Section CP = Complete Pattern S = Section (S1 = Section 1) M = Matrix			<input type="checkbox"/> inch <input type="checkbox"/> millimeter
Gage Length	Overall Length	Grid Width	Overall Width	Matrix Length	Matrix Width
0.125	0.275	0.100	0.120	0.38	0.19
3.18	6.99	2.54	3.05	9.7	4.8

GAGE SERIES DATA — See Gage Series datasheet for complete specifications			
Series	Description	Strain Range	Temperature Range
CEA	Universal general-purpose strain gages.	±5%	-100° to +350°F (-75° to +175°C)

Note 1: Insert desired S-T-C number in spaces marked XX.

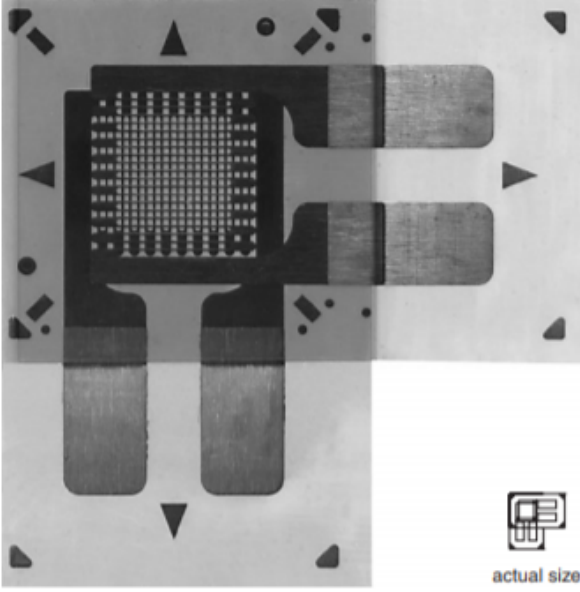

Note 2: Products with designations and options shown in bold are not RoHS compliant.

Figura C.1: Galga uniaxial Mod. CEA-13-125UN-350.

062WT

MICRO
MEASUREMENTS
 A VPG Brand

General Purpose Strain Gages—Tee Rosette

GAGE PATTERN DATA					
  actual size			GAGE DESIGNATION See Note 1	RESISTANCE (OHMS) 120 ± 0.5% 350 ± 0.5%	OPTIONS AVAILABLE
			DESCRIPTION Small two-element 90° stacked rosette. Exposed solder tab area 0.07 x 0.04 in (1.8 x 1.0 mm). Maximum operating temperature +150°F (+65°C).		
GAGE DIMENSIONS		Legend ES = Each Section CP = Complete Pattern S = Section (S1 = Section 1) M = Matrix			<input type="checkbox"/> inch <input type="checkbox"/> millimeter
Gage Length	Overall Length	Grid Width	Overall Width	Matrix Length	Matrix Width
0.062 ES	0.235 CP	0.120 ES	0.235 CP	0.33	0.33
1.57 ES	5.97 CP	3.05 ES	5.97 CP	8.3	8.3

GAGE SERIES DATA — See Gage Series datasheet for complete specifications

Series	Description	Strain Range	Temperature Range
CEA	Universal general-purpose strain gages.	±3%	-100° to +150°F (-75° to +65°C)

Note 1: Insert desired S-T-C number in spaces marked XX.

Figura C.2: Galga Tipo L Mod. CEA-13-062WT-350.



031WW

General Purpose Strain Gages – Stacked Rosette

GAGE PATTERN DATA					
<p>C2A version shown</p> <p>actual size</p>			GAGE DESIGNATION See Note 1	RESISTANCE (OHMS)	OPTIONS AVAILABLE
			L2A-XX-031WW-120 L2A-XX-031WW-350 C2A-XX-031WW-120 C2A-XX-031WW-350	120 ± 0.6% 350 ± 0.6% 120 ± 0.6% 350 ± 0.6%	
DESCRIPTION Stacked, 0°-45°-90° rosette for use in applications involving limited gaging areas or steep strain gradients.					
GAGE DIMENSIONS		Legend ES = Each Section S = Section (S1 = Section 1) CP = Complete Pattern M = Matrix			inch millimeter
Gage Length	Overall Length	Grid Width	Overall Width	Matrix Length	Matrix Width
0.031 ES	0.206 CP	0.070 ES	0.227 CP	0.278	0.315
0.79 ES	5.23 CP	1.79 ES	5.77 CP	7.06	8.00
GAGE SERIES DATA — See Gage Series datasheet for complete specifications					
Series	Description	Strain Range	Temperature Range (See Note 2)		
L2A	Encapsulated constantan gages with preattached ribbon leads.	±3%	-100° to +150°F (-75° to +65°C)		
C2A	Encapsulated constantan gages with preattached ready-to-use cables.	±3%	-60° to +150°F (-50° to +65°C)		
<p>Example of an L2A Construction</p>		<p>Example of an C2A Construction</p>			

Note 1: Insert desired S-T-C number in spaces marked XX.

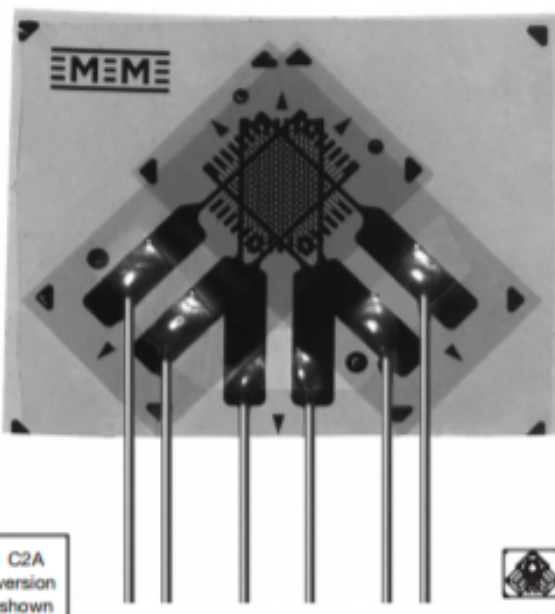




Note 2: Upper use range is reduced to these values for stacked patterns.

Figura C.3: Galga de 3 elementos Mod. C2A-06-031WW-350

062WW



General Purpose Strain Gages—Stacked Rosette

GAGE PATTERN DATA																						
			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">GAGE DESIGNATION See Note 1</th> <th style="text-align: center;">RESISTANCE (OHMS)</th> <th style="text-align: center;">OPTIONS AVAILABLE</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>L2A-XX-062WW-120</td> <td style="text-align: center;">120 ± 0.6%</td> <td></td> </tr> <tr> <td>L2A-XX-062WW-350</td> <td style="text-align: center;">350 ± 0.6%</td> <td></td> </tr> <tr> <td>C2A-XX-062WW-120</td> <td style="text-align: center;">120 ± 0.6%</td> <td></td> </tr> <tr> <td>C2A-XX-062WW-350</td> <td style="text-align: center;">350 ± 0.6%</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	GAGE DESIGNATION See Note 1	RESISTANCE (OHMS)	OPTIONS AVAILABLE	L2A-XX-062WW-120	120 ± 0.6%		L2A-XX-062WW-350	350 ± 0.6%		C2A-XX-062WW-120	120 ± 0.6%		C2A-XX-062WW-350	350 ± 0.6%		<p>DESCRIPTION</p> <p>Stacked, 0°-45°-90° rosette for use in applications involving limited gaging areas or steep strain gradients.</p>			 RoHS COMPLIANT
GAGE DESIGNATION See Note 1	RESISTANCE (OHMS)	OPTIONS AVAILABLE																				
L2A-XX-062WW-120	120 ± 0.6%																					
L2A-XX-062WW-350	350 ± 0.6%																					
C2A-XX-062WW-120	120 ± 0.6%																					
C2A-XX-062WW-350	350 ± 0.6%																					
<p>C2A version shown</p>		 actual size																				
GAGE DIMENSIONS		Legend																				
		ES = Each Section S = Section (S1 = Section 1)		CP = Complete Pattern M = Matrix																		
				<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">inch</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">millimeter</td> </tr> </table>		inch	millimeter															
inch																						
millimeter																						
Gage Length	Overall Length	Grid Width	Overall Width	Matrix Length	Matrix Width																	
0.062 ES	0.180 CP	0.050 ES	0.235 CP	0.262	0.323																	
1.57 ES	4.57 CP	1.27 ES	6.00 CP	7.16	8.20																	
GAGE SERIES DATA — See Gage Series datasheet for complete specifications																						
Series	Description	Strain Range	Temperature Range (See Note 2)																			
L2A	Encapsulated constantan gages with preattached ribbon leads.	±3%	-100° to +150°F (-75° to +65°C)																			
C2A	Encapsulated constantan gages with preattached ready-to-use cables.	±3%	-60° to +150°F (-50° to +65°C)																			
 Example of an L2A Construction		 Example of an C2A Construction																				

Note 1: Insert desired S-T-C number in spaces marked XX.

Note 2: Upper use range is reduced to these values for stacked patterns.

Figura C.4: Galga de 3 elementos Mod. C2A-13-062WW-350.

Last Revised: 2015-09-14 16:51:17.0

NI CompactDAQ

USB Data Acquisition Systems



- Mix sensor measurements with analog and digital I/O in the same instrument
- Run hardware-timed analog I/O, digital I/O, and counter/timer tasks independently
- Simultaneously acquire analog data at up to three different rates
- USB 2.0 or 3.0 communication with NI patented high-speed, parallel streaming
- Measure in minutes with NI-DAQmx software and automatic code generation using the DAQ Assistant
- LabVIEW SignalExpress LE data-logging software included for simple applications
- Four 32-bit general-purpose counters built into chassis (access through digital module or BNC triggers)
- BNC trigger connections on the cDAQ-9178/79 for up to 1 MHz clocks and triggers

Overview

NI CompactDAQ USB chassis provide the plug-and-play simplicity of USB to sensor and electrical measurements on the benchtop, in the field, and on the production line. By combining more than 60 sensor-specific NI C Series I/O modules with patented NI Signal Streaming technology, the NI CompactDAQ platform delivers high-speed data and ease of use in a flexible, mixed-measurement system. Modules are available for a variety of sensor measurements including thermocouples, RTDs, strain gages, load and pressure transducers, torque cells, accelerometers, flow meters, and microphones.

The main advantage of USB over other PC peripheral buses is simplicity of device detection. Connect any NI CompactDAQ USB chassis to a Windows PC with the NI-DAQmx driver installed, and the chassis is automatically detected with no additional configuration needed. The device is ready to run with the included LabVIEW SignalExpress software for simple data-logging applications. In addition, with NI-DAQmx driver software, you can develop a complete test system in LabVIEW, C/C++, Visual Basic .NET, and other programming environments. This ease of setup makes USB a good choice for portable applications that may move from one PC to another.

[Back to Top](#)

Comparison Tables

Model	Slots	Counters	Number of Simultaneous Tasks	Number of AI Timing Engines
cDAQ-9179	14	4	12	3
cDAQ-9178	8	4	7	3
cDAQ-9174	4	4	7	3
cDAQ-9171	1	4	6	3

[Back to Top](#)

Figura C.5: Especificaciones de NI CompactDAQ 01.

Detailed Specifications

These specifications are for the NI cDAQ-9171/9174/9178/9179 chassis only.

These specifications are typical at 25 °C unless otherwise noted. For the C Series I/O module specifications, refer to the documentation for the C Series I/O module you are using.

Analog Input

Input FIFO size	127 samples per slot
Maximum sample rate ¹	Determined by the C Series I/O module(s)
Timing accuracy ²	50 ppm of sample rate
Timing resolution ²	12.5 ns
Number of channels supported	Determined by the C Series I/O module(s)

Analog Output

Numbers of channels supported	
Hardware-timed task	
Onboard regeneration	16
Non-regeneration	Determined by the C Series I/O module(s)
Non-hardware-timed task	Determined by the C Series I/O module(s)
Maximum update rate	
Onboard regeneration	1.6 MS/s (multi-channel, aggregate)
Non-regeneration	Determined by the C Series I/O module(s)
Timing accuracy	50 ppm of sample rate
Timing resolution	12.5 ns
Output FIFO size	
Regeneration	8,191 samples shared among channels used
Non-regeneration	127 samples per slot
AO waveform modes	Non-periodic waveform, periodic waveform regeneration mode from onboard memory, periodic waveform regeneration from host buffer including dynamic update

Digital Waveform Characteristics

Waveform acquisition (DI) FIFO	
NI cDAQ-9171/9174/9178	127 samples per slot
NI cDAQ-9179	
Parallel modules	255 samples per slot
Serial modules	63 samples per slot
Waveform generation (DO) FIFO	
NI cDAQ-9171	2,047 samples
NI cDAQ-9174	
Slots 1-4	2,047 samples

Figura C.6: Especificaciones de NI CompactDAQ 02.

NI cDAQ-9178	
Slots 1-4	2,047 samples
Slots 5-8	1,023 samples
NI cDAQ-9179	
Parallel modules	
Slots 1 to 4	2,047 samples per slot
Slots 5 to 7	1,023 samples per slot
Slots 8 to 10	2,047 samples per slot
Slots 11 to 14	1,023 samples per slot
Serial modules	83 samples per slot
 Note (NI cDAQ-9178)	When modules are installed in slots 1 through 4, FIFO is 2,047 samples per slot for all slots. When any module is installed in slots 5 through 8, FIFO is 1,023 samples per slot for all eight slots.
 Note (NI cDAQ-9179)	When parallel modules in a digital task are in slots 1 through 4 or slots 8 through 10, FIFO is 2,047 samples per slot for all slots. When parallel modules in a digital task are in slots 5 through 7 or slots 11 through 14, FIFO is 1,023 samples per slot for all 14 slots.
Digital input sample clock frequency	
Streaming to application memory	System-dependent
Finite	0 to 10 MHz
Digital output sample clock frequency	
Streaming from application memory	System-dependent
Regenerate from FIFO	0 to 10 MHz
Finite	0 to 10 MHz
Digital output or digital input sample clock source	Any PFI, analog sample or convert clock, analog output sample clock, Ctr n Internal Output, and many other sources
General-Purpose Counter/Timers	
Number of counter/timers	4
Resolution	32 bits
Counter measurements	Edge counting, pulse, semi-period, period, two-edge separation, pulse width
Position measurements	X1, X2, X4 quadrature encoding with Channel Z reloading; two-pulse encoding
Output applications	Pulse, pulse train with dynamic updates, frequency division, equivalent time sampling
Internal base clocks	80 MHz, 20 MHz, 100 kHz
External base clock frequency	0 to 20 MHz
Base clock accuracy	50 ppm
Output frequency	0 to 20 MHz
Inputs	Gate, Source, HW_Arm, Aux, A, B, Z, Up_Down
Routing options for inputs	Any module PFI, chassis PFI BNC, analog trigger, many internal signals
FIFO	Dedicated 127-samples FIFO

Figura C.7: Especificaciones de NI CompactDAQ 03.

DATASHEET

NI 9236

8 AI, ± 29.4 mV/V, 24 Bit, 10 kS/s/ch Simultaneous, 350 Ω Quarter-Bridge Completion



- 8 channels, 10 kS/s per channel, simultaneous dynamic strain analog input
- ± 29.4 mV/V input range, 24-bit resolution
- Built-in voltage excitation for quarter-bridge sensors
- 350 Ω strain gage measurements
- 60 VDC, CAT I bank isolation
- -40 $^{\circ}\text{C}$ to 70 $^{\circ}\text{C}$ operating range, 5 g vibration, 50 g shock

NI 9236 quarter-bridge strain gage modules are designed for higher-channel-count, dynamic strain measurement systems for NI CompactDAQ or CompactRIO. With eight simultaneous channels per module, you can make more measurements with a smaller, more channel-dense system. Simultaneous sampling is important for higher-speed acquisitions where it is necessary to compare results from different locations at a particular instant in time, such as impact tests.

C SERIES SIMULTANEOUS BRIDGE MODULE COMPARISON					
Model	Channels	Sample Rate	Resolution	Connectivity	Simultaneous Supported Bridges
NI 9218	2	51.2 kS/s/ch	24 bits	LEMO, 9-pin DSUB	Quarter, Half, Full
NI 9219	4	100 S/s/ch	24 bits	Spring Terminal	Quarter, Half, Full
NI 9235	8	10 kS/s/ch	24 bits	Spring Terminal	120 Ω Quarter Bridge
NI 9236	8	10 kS/s/ch	24 bits	Spring Terminal	350 Ω Quarter Bridge
NI 9237	4	50 kS/s/ch	24 bits	RJ-50, DSUB	Quarter, Half, Full

Figura C.8: Especificaciones del módulo NI 9236 para galgas extensiométricas.

OPERATING INSTRUCTIONS AND SPECIFICATIONS

NI 9233

4-Channel, ± 5 V, 24-Bit IEPE Analog Input Module

Français Deutsch 日本語 한국어 简体中文

ni.com/manuals

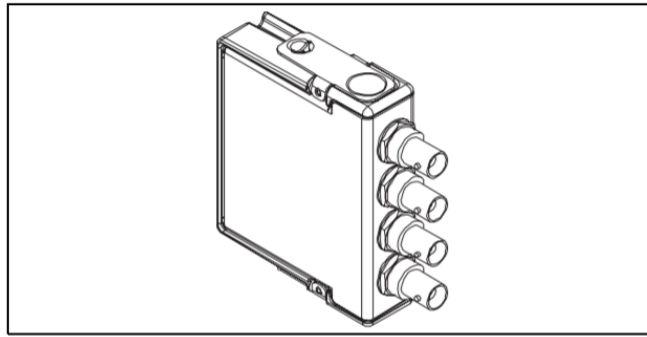


Figura C.9: Especificaciones del módulo NI-9233. 01.

Connecting the NI 9233

The NI 9233 has four BNC connectors that provide connections for four simultaneously sampled analog input channels.

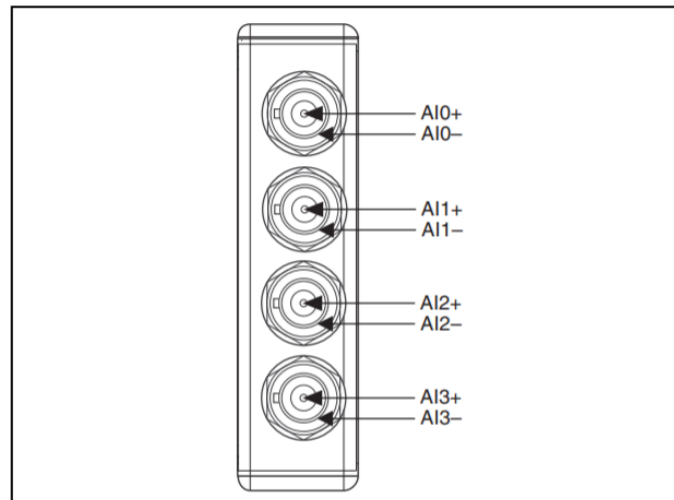


Figure 1. NI 9233 Connector Assignments

Figura C.10: Especificaciones del módulo NI-9233. 02.

Specifications

The following specifications are typical for the range -40 to 70 °C unless otherwise noted.

Input Characteristics

Number of channels	4 analog input channels
ADC resolution	24 bits
Type of ADC	Delta-Sigma (with analog prefiltering)
Sampling mode	Simultaneous
Internal master timebase (f_M)	
Frequency	12.8 MHz
Accuracy	± 100 ppm max
Data rate range (f_s) using internal master timebase	
Minimum	2.0 kS/s
Maximum	50 kS/s
Data rate range (f_s) using external master timebase	
Minimum	2.0 kS/s
Maximum	51.3 kS/s

Figura C.11: Especificaciones del módulo NI-9233. 03.

Acceleration



Miniature PiezoBeam® Accelerometer

Type 8640A...

Lightweight, IEPE TEDS Accelerometer

Type 8640A... is a high sensitivity single-axis accelerometer. The sensor is designed primarily for modal analysis applications and has selective use as a general purpose vibration sensor.

- IEPE, ± 5 g, ± 10 g, and ± 50 g ranges
- Smallest PiezoBeam® single-axis accelerometer with lowest mass
- Highest sensitivity, low noise and high dynamic range
- Choice of ranges and sensitivities
- Ground isolated mounts
- TEDS option
- Conforming to C€

Description

Type 8640A... is a miniature and lightweight single-axis accelerometer that reduces mass loading on thin-walled structures important to multi-channel modal applications or general vibration measurements.

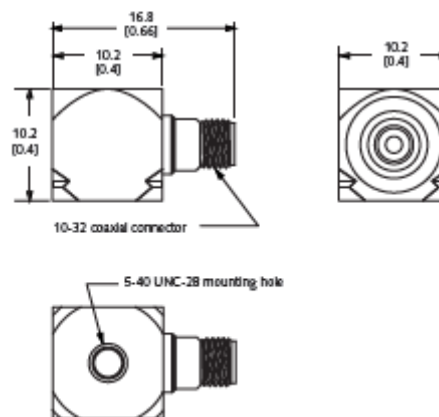
Internal of the PiezoBeam accelerometer is a unique sensing element consisting of a ceramic beam supported by a center post that, when bending occurs as a result of being subjected to vibration, the cantilevered beam element yields an electrical charge. The charge signal is converted by the internal low noise charge amplifier to a proportional high level voltage signal at an output impedance of less than 500 ohms. Patented methods are used to thermally compensate the sensing element.

Type 8640A... single-axis accelerometer has an integral 10-32 connector and is designed for easy installation in confined areas. Type 8640A... has a welded titanium housing and is ground isolated when mounted with the mounting clip or adhesive mounting adapter. The sensing element design provides outstanding amplitude and phase response over a wide frequency range.

The accelerometer operates directly from the internal power source found in most FFT analyzers, from several Kistler Piezotron® power supply couplers or any industry standard IEPE (Integrated Electronic Piezo Electric) compatible power source.



Dimensions



Dimensions are shown in [in], unless otherwise noted.

Application

This miniature and lightweight, single-axis accelerometer series is ideally suited for multi-channel modal analysis on small components or subsystems, well as full vehicle testing for aviation, space, automotive and a wide range of general test structures.

NOTE: Requires a thermally stable environment. Slight temperature fluctuations may cause high thermal transient output or error.

Accessing TEDS Data

Accelerometers with a 'T' suffix are variants of the standard version incorporating the 'Smart Sensor' design (PiezoSmart). Viewing an accelerometer's data sheet requires an Interface/Coupler, such as Kistler LabAmp Type 5165A... The interface operates per the Class 1 MMI defined in IEEE 1541.4, altering the operating mode of the PiezoSmart® sensor while allowing the program editor software to read or add information contained in the memory chip.

Figura C.12: Especificaciones de acelerómetro Kistler Mod. 8640A10. 01.

Technical Data

Type Number	Unit	8640A5 / 8640A5T	8640A10 / 8640A10T	8640A50 / 8640A50T
Acceleration range	g	±5	±10	±50
Acceleration limit	\dot{g}_{pk}	±8	±16	±80
Threshold (1 ... 10 kHz)	\dot{g}_{rms}	0.00014	0.00016	0.00036
Sensitivity (±10 %)	mV/g	1,000	500	100
Resonant frequency mounted, nom.	kHz	17	17	25
Frequency response (±5 %)	Hz	0.5 ... 3,000	0.5 ... 3,000	0.5 ... 5,000
Phase shift <5 °	Hz	2 ... 3,000	2 ... 3,000	2 ... 5,000
Amplitude non-linearity	% FSO	±1	±1	±1
Time constant nom.	s	1.1	1.1	1.1
Transverse sensitivity typ. (max. 3)	%	1.5	1.5	1.5

Environmental

Base strain sensitivity @ 250 μ e	g/ μ e	0.004	0.004	0.004
Random vibration max.	\dot{g}_{rms}	50	50	100
Shock limit (1 ms pulse)	\dot{g}_{pk}	7,000	7,000	10,000
Temperature coeff. of sensitivity	%/°C [%/°F]	0.12 [0.07]	0.16 [0.09]	0.16 [0.09]
Operating temperature range	°C [°F]	-40 ... 55 [-40 ... 130]	-40 ... 65 [-40 ... 150]	-40 ... 65 [-40 ... 150]

Output

Bias nom.	VDC	13	13	13
Impedance	Ω	<100	<100	<100
Voltage full-scale **	V	±5	±5	±5

Power supply *

Voltage **	VDC	22 ... 30	22 ... 30	22 ... 30
Constant current	mA	2 ... 6	2 ... 6	2 ... 6

Construction

Sensing element	type	PiezoBeam	PiezoBeam	PiezoBeam
Housing/base	material	Titanium	Titanium	Titanium
Sealing-housing/connector (EN 60529)	type	Hermetic	Hermetic	Hermetic
Connector	type	10-32 coaxial	10-32 coaxial	10-32 coaxial
Ground isolated		with accessory	with accessory	with accessory
Mass	grams	3.5	3.5	3.5
Mounting	type	wax, adhesive, clip, magnet, stud (5-40 UNF-2B)	wax, adhesive, clip, magnet, stud (5-40 UNF-2B)	wax, adhesive, clip, magnet, stud (5-40 UNF-2B)
Mounting torque	N-m [in-lbf]	0.7 [6.2]	0.7 [6.2]	0.7 [6.2]

* If a Data Acquisition System (DAQ) is used, it must allow an input voltage greater than or equal to the minimum power supply voltage.

** A power supply voltage of less than the minimum recommended voltage will decrease sensor range (i.e. clipping).

1 g = 9.80665 m/s², 1 in = 25.4 mm, 1 Gram = 0.03527 oz, 1 lbf-in = 0.113 N-m

Figura C.13: Especificaciones de acelerómetro Kistler Mod. 8640A10. 02.

P3

Micro-Measurements

**Strain Indicator and Recorder****FEATURES**

- Four input channels
- Direct reading LCD display
- On-board data storage
- 0 to 2.5 VDC analog output
- Quarter-, half-, and full-bridge circuits
- Built-in bridge completion
- 120-, 350-, and 1000-ohm dummy gages
- Automatic zero-balancing and calibration
- Intuitive, menu-driven operations
- USB data link
- Operation from keypad or PC
- Portable, lightweight, and rugged
- Battery, USB, or line-voltage power
- Optional 10-pin transducer connectors

**DESCRIPTION**

The Model P3 Strain Indicator and Recorder is a portable, battery-operated instrument capable of simultaneously accepting four inputs from quarter-, half-, and full-bridge strain-gage circuits, including strain-gage-based transducers. Water-resistant grommets in the hinged cover allow the lid to be closed with leadwires attached. Designed for use in a wide variety of physical test and measurement applications, the P3 functions as bridge amplifier, static strain indicator, and digital data logger.

The Model P3 Strain Indicator and Recorder, utilizing a large LCD display for readout of setup information and acquired data, incorporates many unique operating features that make it the most advanced instrument of its kind. An extensive, easy-to-use menu-driven user interface operates through a front-panel keypad to readily configure the P3 to meet your particular measurement requirements. Selections include active input and output channels, bridge configuration, measurement units, bridge balance, calibration method, and recording options, among others.

Standard sensor input connection is via eccentric-lever-release terminal blocks. Optional transducer connection is available via side-mounted bayonet locking circular connectors.

Data, recorded at a user-selectable rate of up to 1 reading per channel per second, is stored on a removable flash card and is transferred by USB to a host computer for subsequent storage, reduction and presentation with the supplied software.

The P3 can also be configured and operated directly from your PC with a separate software application included with each instrument. Additionally, a full set of ActiveX components is provided for creating custom applications in any language supporting ActiveX.

A highly stable measurement circuit, regulated bridge excitation supply, and precisely settable gage factor enable measurements of $\pm 0.1\%$ accuracy and 1 microstrain resolution. Bridge completion resistors of 120, 350 and 1000 ohms are built in for quarter-bridge operation. Also, input connections and switches are provided for remote shunt calibration of transducers and full-bridge circuits.

The P3 operates from two readily available D cells. Battery life depends upon mode of operation but ranges up to 600 hours of continuous use for a single channel. It can also be powered by connection to an external battery or power supply, a USB port on a PC or with an optional external line-voltage adapter, the Model P3-A105.

Figura C.14: Sistema de adquisición de datos Mod. P3 de Vishay. 01.

Strain Indicator and Recorder

HARDWARE SPECIFICATIONS

All specifications nominal or typical at +23°C unless noted.

Inputs

Eccentric-lever-release terminal blocks accept up to four independent bridge inputs. Accommodates 16-28 AWG (1.3 to 0.35 mm diameter) wire.

The Transducer Option includes four 10-pin bayonet locking circular connectors mounted on the side of the case and wired in parallel to the lever-release terminal blocks. The supplied mating connector has a 0.046 inch (1.17 mm) diameter solder well.

Bridge Configurations

Quarter-, half-, and full-bridge circuits. Internal bridge completion provided for 120Ω, 350Ω and 1000Ω quarter bridges, 60 to 2000Ω half or full bridge.

Display

Full dot-matrix structure with 128 dots x 64 dots FSTN positive, gray transfective LCD with backlight. Display update is twice a second.

Data Conversion

High-resolution sigma-delta converter. 60 Hz or 50 Hz noise rejection. User selectable.

Basic Range

±31,000 microstrain (±1 microstrain resolution) at Gage Factor = 2.000

Accuracy

±0.1% of reading ±3 counts. (Normal mode operation at Gage Factor = 2.000)

Gage Factor Settings

Range 0.500 to 9.900

Balance

Single key operation to initiate automatic software balance

Bridge Excitation

1.5 VDC nominal. Readings are fully ratiometric, and not degraded by variation in excitation voltage

Communication Interface

Universal Serial Bus with type B connector. Used for transferring stored data and firmware.

Data Storage

Media: Removable Secure Digital or Multimedia Card (2GB max).

Data Recording Rate: 1 reading per second maximum.

Calibration

Shunt calibration across each dummy resistor to simulate 5000 microstrain (±0.1%). Remote calibration supported via accessible switch contacts at input terminal block.

Analog Output

BNC connector. 0 to 2.5V maximum output. Device impedance of 2000Ω or greater. 480 samples/second DAC output update rate.

Power

Internal battery pack using two "D" cells. Battery life up to 600 hours (single channel, normal mode.) Can also be powered from USB or by external battery or other power source of 6 to 15 VDC. AC adapter optional (Model P3-A105).

Operational Environment

Temperature 0 to + 50°C. Humidity up to 90% RH, noncondensing



Figura C.15: Sistema de adquisición de datos Mod. P3 de Vishay. 02.

P3**MEME** Micro-Measurements

Strain Indicator and Recorder

FIRMWARE FEATURES**Display Update Rate**

2 readings per second

Recording Rates

Up to 64 data files

Automatic recording

1 reading every 1 to 3600 seconds

Individually selectable per channel

Manual recording

Automatic date/time stamping

Scaling

Automatic scaling for microstrain, based upon gage factor, with nonlinearity correction based upon bridge type

Automatic calculation of mV/V

Linear scaling for other engineering units

Units

με	g	rpm	hp
mV/V	lbf	m	deg
psi	lb	s	rad
ksi	kg	A	oz
GPa	in	N	mV
MPa	mm	V	m/s ²
Pa	mil	Ohms	ton

Bridge Types

Quarter bridge

Half bridge, adjacent arms, equal and opposite strains

Half bridge opposite arms equal strains

Shear bridge, 2 active arms

Poisson half bridge

Full bridge 4 fully active arms

Shear bridge, 4 active arms

Full bridge, Poisson gages in opposite arms

Full bridge, Poisson gages in adjacent arms

Undefined full bridge

Undefined half bridge/quarter bridge

Bridge Balance

Automatic

Manual offset adjust

Disabled (Raw offset)

Backlight Control

Programmable on time while in run mode

5, 15 or 60 seconds

Manual off/on

If illuminated, backlight will remain illuminated while operating menus

Software Adjustable Contrast**Operating Modes**

Normal mode

Analog output (any one of four channels)

Data Link

USB interface

Windows-based P3 software provided for control and data storage

No device driver required (treated as an HID device)

Real-time Clock**System Calibration/Verification**

Requires Model 1550A Strain Indicator calibrator or other compatible calibrator

Calibration date stored in flash memory

Firmware UpgradeableView Showing
Optional Transducer
Input Connectors

Figura C.16: Sistema de adquisición de datos Mod. P3 de Vishay. 03..



Poliformas Plásticas todo para dar FORMA a tus IDEAS
Resinas Poliéster • Fibra de Vidrio



SORIC LRC

Lantor

Descripción del Producto

Soric LRC es un material no tejido de poliéster con una estructura de celdas hexagonales resistente a la compresión manteniendo su espesor. Estas celdas están separadas por canales y contienen microesferas sintéticas. Las celdas no absorben resina, por lo que reduce el consumo total de resina. Los canales permiten que la resina fluya más fácilmente y forman una estructura de resina curada con buenas propiedades mecánicas y una adherencia excelente a otras capas. Tiene un consumo de resina de 450 g/m²/mm.



Almacenamiento

- Se recomienda almacenarlo a temperatura ambiente y en lugar cerrado.

Precaución

No exponer a calor directo

Ventajas

- Menos peso.
- Ahorro de resina.
- Aumenta la dureza.
- Brinda un acabado excelente.

Propiedades

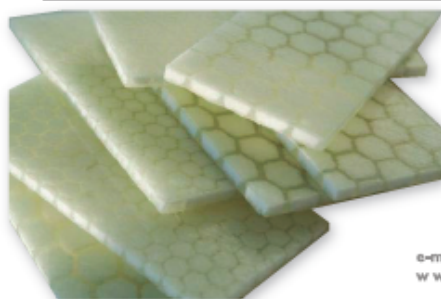
DATOS TÉCNICOS	UNIDAD	SORIC LRC 2mm
Espesor	mm	2
Longitud del rollo	m	80
Ancho de rollo	m	1.27
Consumo de resina	kg/m ²	0.8
Peso en seco	g/m ²	135
Densidad impregnado	kg/m ³	470

Propiedades mecánicas impregnado de resina

TIPO	PRUEBA	UNIDAD	RESINA POLIÉSTER	EPÓXICA
Resistencia a la compresión 10%	ISO 844	Mpa	8	8
Resistencia a la flexión	ASTM D 790	Mpa	8.5	11
Módulo de flexión	ASTM D 790	Mpa	830	750
Resistencia al corte	ASTM D 273-61	Mpa	2.25	
Módulo de corte	ASTM D 273-61	Mpa	15	

Producto

CLAVE	DESCRIPCIÓN	PRESENTACIÓN	MERCADO
59230098	Soric LRC 2mm	Vta x metro lineal	Artisanal, Automotriz, Construcción, Comodón, Marino, Mueblería, Sanitario



POLIFORMAS PLÁSTICAS S.A. DE C.V.
e-m@il : mtrdriguez@poliformasplasticas.com.mx
www.poliformasplasticas.com.mx

Figura C.17: Especificaciones técnicas del núcleo de Poliéster usado en la viga Prueba 9.



R-7000-1 RESINA EPOXICA

INFORMACIÓN DEL PRODUCTO

R-7000-1 RESINA EPOXICA

PROPIEDADES DEL MATERIAL.

Este sistema ha sido diseñado para reunir las necesidades tanto en la técnica de laminados superficial así como estructural y cumple un amplio rango de aplicaciones por su gran versatilidad y presenta las siguientes características.

ESPECIFICACIÓN	Valores	
	RE 7000-1	HD 307
Apariencia	Líquido transparente libre de grumos y partículas en suspensión	Líquido transparente libre de grumos y partículas en suspensión
Color Gardner Máximo	2	9
Viscosidad 25 °C cPs	5000 - 9000	40 - 90
Peso específico 25 °C	1.15 a 1.17	0.98 a 1.02

DESCRIPCIÓN

El sistema epóxico para laminado estructural ha sido RE-7000-1 esta caracterizado por su baja viscosidad y excepcional habilidad para mejorar el refuerzo de fibra de vidrio, capas múltiples de refuerzo pueden ser fácilmente penetrables sin acumulamiento excesivo de la resina. El extraordinario acabado producido hace a este sistema ideal en la producción de laminados uniformes.

Se utiliza principalmente para laminado estructural y como refuerzo de fibra de vidrio.

La reactividad del endurecedor HD. 307 ha sido calculada para mantener el tiempo de manejo adecuado, ya sea por laminado estructural o superficial.

CARACTERÍSTICAS

- Sistema epoxico para reunir las necesidades de la minación y refuerzo en fibra de vidrio.

BENEFICIOS

- Excelente fidelidad de reproducción
- Alta resistencia a solventes
- Consistencia adecuada para la facilidad y manejo
- Acabados excepcionalmente fuertes y dimensionalmente estables.

APLICACIONES

- Sistema ideal para laminado estructural y como refuerzo de la fibra de vidrio.

Figura C.18: Especificaciones técnicas de la resina epóxica adquirida en Poliformas Plásticas S.A. de C.V.