

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

SECCIÓN DE MECATRÓNICA

**Seguimiento de una referencia visual en un
plano con un cuatrirotor**

T E S I S

Que presenta

Marco Augusto Vásquez Beltrán

Para obtener el grado de

Maestro en Ciencias

En la especialidad de

Ingeniería Eléctrica

Director de la Tesis

Dr. Hugo Rodríguez Cortés

México, D.F.

Octubre, 2015

Dedicatoria

A mis padres, a mi abuela, a mi hermano y a mi novia...

Agradecimientos

A CONACyT por el soporte económico que me permitió realizar mis estudios de maestría.

A la Sección de Mecatrónica por todos los conocimientos y experiencias adquiridos durante estos dos años.

A mi asesor el Dr. Hugo Rodríguez Cortés por ser mi guía.

A mi familia por todo el apoyo.

A mi novia por acompañarme y motivarme durante todo este trayecto.

Resumen

El cuatrirotor es un vehículo aéreo no tripulado muy popular en estos días y es usado como plataforma para evaluar estrategias de control novedosas. Los controladores basados en el concepto de energía han demostrado buenos resultados en diversos sistemas físicos. En este trabajo se aplica la estrategia de control total de energía a un cuatrirotor en conjunto con una propuesta de control de orientación en $SO(3)$. La estrategia completa se valida experimentalmente y demuestra buenos resultados.

Adicionalmente se aborda una introducción en el área de la visión artificial con el motivo de explorar sus aplicaciones en el cuatrirotor. De esta forma se propone un algoritmo de visión artificial para generar referencias de posición y velocidad para el lazo de control del cuatrirotor.

Abstract

The quadrotor is an UAV (Unmanned Aerial Vehicle) very popular nowadays and it is used as platform to evaluate novel control strategies. The energy-based controllers have prove good results for many physical systems. This work uses the TECS (Total Energy Control System) strategy coupled with a proposal for the attitude control in $SO(3)$. The complete strategy is evaluated experimentally and shows good results.

Besides an introduction to artificial vision is addressed with the purpose of explore its applications to the quadrotor. In this manner an artificial vision algorithm to generate position and velocity reference signals for the quadrotor control loop is proposed.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. UAVs	1
1.2. El cuatrirotor	1
1.3. Estado del arte	2
1.3.1. Modelado y control de cuatrirotores	3
1.3.2. Controladores basados en energía	4
1.3.3. UAVs y visión artificial	5
1.4. Planteamiento del Problema	5
1.5. Objetivos	6
1.6. Contribución	6
1.7. Organización de la tesis	6
2. Modelado y Control	7
2.1. Diseño de un controlador basado en la técnica de Control Total de Energía (TECS)	7
2.2. Modelado del Cuatrirotor	11
2.3. Control de Orientación en $SO(3)$	16
2.4. Estrategia de Control TECS para el Control de Posición	18
2.5. Lazo cerrado	23
2.6. Estabilidad	24
3. Algoritmo de Visión	27
3.1. Adquisición de la Imagen	28
3.2. Calibración de la cámara	28
3.3. Generación de Referencia	32
3.3.1. Detección de bordes	33
3.3.2. Detección y selección de contorno	37
3.3.3. Cálculo del centroide	38
3.3.4. Estimación de velocidad	39

3.3.5. Cálculo de coordenadas	41
4. Resultados	43
4.1. Implementación	43
4.2. Pruebas del Controlador TECS	44
4.2.1. Seguimiento de Trayectoria	45
4.2.2. Regulación	51
4.2.3. Prueba del control de orientación	53
4.3. Algoritmo de visión	55
5. Conclusiones	61
5.1. Conclusión	61
5.2. Trabajo a Futuro	62

Índice de figuras

1.1. Ejemplo de UAV de ala fija.	2
1.2. Ejemplo de UAV de ala rotativa.	2
1.3. Cuatrirotor Lily.	3
1.4. Cuatrirotor AR Drone.	3
1.5. Cuatrirotor DJI Phantom 2.	3
2.1. Vehículo de ejemplo	8
2.2. Cuatrirotor	12
2.3. Momentos producidos por los motores.	14
2.4. Error en un espacio no lineal $SO(2)$ de configuraciones de orientación.	17
2.5. Niveles de control del cuatrirotor	18
2.6. Proyección del vector \bar{r}_1^d	19
3.1. Detección de referencia visual.	27
3.2. Cámara GoPro Hero 3+	28
3.3. Adaptador de video EasyCap	29
3.4. Proyección de puntos de la escena.	30
3.5. Distorsiones comunes producidas por el lente de las cámaras.	31
3.6. Patrón de malla utilizado para la calibración de la cámara.	32
3.7. Ejemplo de imagen capturada para calibración de la cámara.	32
3.8. Algoritmo de visión propuesto.	33
3.9. Ejemplos de máscaras para filtrar.	34
3.10. Resultado de aplicación de suavizado a la imagen.	35
3.11. Resultado de la detección de bordes con el algoritmo de Canny.	37
3.12. Resultado del seguimiento y simplificación de contornos.	39
4.1. Cámaras infrarrojas del sistema Optitrack.	44
4.2. Módulo WiFly.	45
4.3. Posición cartesiana del cuatrirotor. Trayectoria deseada (línea continua), trayectoria del cuatrirotor (línea discontinua).	48

4.4. Posición tridimensional del cuatrirotor durante el experimento. . .	48
4.5. Ángulos de Euler. ϕ (línea discontinua), θ (línea gris), ψ (línea continua)	49
4.6. Entrada de control de empuje total T_T	49
4.7. Momentos aplicados. M_x^b (línea punteada), M_y^b (línea gris) y M_z^b (línea continua).	50
4.8. Tasa de energía. \mathcal{H}_e^x (línea continua), \mathcal{H}_e^y (línea gris) y \mathcal{H}_e^z (línea punteada).	50
4.9. Error de tasa de energía. $\tilde{\mathcal{H}}_e^x$ (línea discontinua), $\tilde{\mathcal{H}}_e^y$ (línea gris) y $\tilde{\mathcal{H}}_e^z$ (línea continua).	51
4.10. Altura del cuatrirotor en vuelo estacionario.	52
4.11. Entrada de control de empuje total T_T en vuelo estacionario.	52
4.12. Altura del cuatrirotor en giro con guiñada	54
4.13. Ángulo de alabeo (ψ)	54
4.14. Conexiones de hardware.	55
4.15. Captura de video del experimento.	58
4.16. Posición en z (Línea continua) y referencia z_d (Línea discontinua).	58
4.17. Posición en x (Línea continua) y referencia x_d (Línea discontinua).	59

Índice de tablas

3.1. Parámetros de la cámara	28
3.2. Parámetros del adaptador de video analógico	29
4.1. Trama de datos de medición enviados desde la computadora	43
4.2. Trama de datos de control devueltos desde el cuatrirotor	44
4.3. Parámetros del cuatrirotor.	45
4.4. Matrices de ganancias usadas durante los experimentos.	46
4.5. Términos del criterio de Routh-Hurwitz.	47
4.6. Trama de datos de señales de referencia enviadas al cuatrirotor.	56
4.7. Parámetros intrínsecos de la cámara y coeficientes de distorsión.	57
4.8. Parámetros del algoritmo de visión	57

Capítulo 1

Introducción

1.1. UAVs

Los vehículos aéreos no tripulados (UAV, por sus siglas en inglés), comúnmente llamados drones, se han popularizado en los últimos años debido a su amplia gama de aplicaciones en labores de vigilancia, patrullaje o fotografía aérea entre otras. Los drones pueden ser clasificados básicamente en dos categorías con características diferentes que los hace tener ventaja sobre el otro para ciertas aplicaciones. La primera de ellas son los llamados vehículos aéreos de ala fija. Estos vehículos presentan ventajas significativas en la capacidad para el transporte de carga y velocidades de vuelo, sin embargo son incapaces de mantener vuelos estacionarios. La segunda son los conocidos como vehículos aéreos de ala rotativa. Su principal característica, en contraste con los vehículos aéreos de ala fija, es la capacidad de mantener vuelos estacionarios. Además de esto tienen una mayor maniobrabilidad. Sin embargo tienen desventajas como un mayor consumo de potencia y una velocidad de vuelo menor a los vehículos aéreos de ala fija. Las figuras 1.1 y 1.2 muestran ejemplos de vehículos aéreos de ala fija y de ala rotativa respectivamente.

1.2. El cuatrirotor

Los cuatrirotores son UAVs de ala rotativa, cuentan con cuatro rotores y usualmente una estructura en forma de cruz. El gran éxito que han tenido los cuatrirotores en los últimos años se refleja en la amplia cantidad de cuatrirotores comerciales que hay en el mercado.

Las figuras 1.3, 1.4 y 1.5 muestran algunos de los cuatrirotores encontrados en el mercado con prestaciones como cámara integrada para grabación y/ó transmisión



Figura 1.1: Ejemplo de UAV de ala fija.



Figura 1.2: Ejemplo de UAV de ala rotativa.

directa de video en vuelo, estabilización de la imagen, sensor de posicionamiento global, aterrizaje automático, conexión WiFi con dispositivos móviles.

1.3. Estado del arte

Desde el punto de vista de control el cuatrirotor se ha vuelto la plataforma experimental preferida para la evaluación de diferentes técnicas de control. La complejidad que hace interesante el problema de control de un cuatrirotor es estabilizar tres grados de libertad cartesianos y tres grados de libertad rotacionales a partir de cuatro entradas de control.



Figura 1.3: Cuatrirotor Lily.



Figura 1.4: Cuatrirotor AR Drone.



Figura 1.5: Cuatrirotor DJI Phantom 2.

1.3.1. Modelado y control de cuatrirotores

En la literatura existen numerosas propuestas para dar solución a los problemas de regulación y seguimiento de trayectorias para cuatrirotores. Una cantidad con-

siderable de estas propuestas han sido evaluadas experimentalmente.

En lo que respecta al modelado y control de la dinámica rotacional del cuatrirotor, los ángulos de Euler es la representación de la orientación mas utilizada, a pesar de sus ambigüedades y singularidades, restringiendo la orientación del cuatrirotor a permanecer dentro de un conjunto específico. Con el motivo de superar estas limitaciones en [24] se propone un controlador planteado en el espacio de configuraciones de la orientación $SO(3)$ compuesto por todas las matrices ortonormales. La principal ventaja de este controlador radica en que da una solución sin singularidades y sin ambigüedades al problema de control de orientación.

1.3.2. Controladores basados en energía

Los conceptos de energía siempre han sido relevantes en la teoría de control. Desde el control de sistemas puramente mecánicos usando funciones de Casimir [25] hasta el control basado en pasividad [27], Lagrangianos controlados [2, 3] y la interconexión y asignación de amortiguamiento para sistemas Hamiltonianos con puertos. Estos métodos de control tienen como objetivo modificar la función de energía y/o las estructuras de interconexión y de amortiguamiento de manera que la dinámica en lazo cerrado tenga propiedades adecuadas y preserve su estructura Lagrangiana o Hamiltoniana con puertos.

La principal ventaja de los métodos de control basados en energía es que proporcionan una clara interpretación en términos físicos de la acción de control y los análisis de estabilidad en lazo cerrado están sistematizados. Sin embargo tienen desventajas, por ejemplo la necesidad de resolver ecuaciones diferenciales parciales para ajustar la forma de los términos de energía en lazo cerrado [28], la inyección de amortiguamiento no es siempre trivial [13, 35], y el modelo dinámico necesita tener una estructura específica (Lagrangiana, Hamiltoniana o Hamiltoniana con puertos). A pesar de las desventajas existen diversas aplicaciones exitosas de estos métodos, principalmente en sistemas eléctricos, mecánicos y electromecánicos. [8, 11, 29, 31, 32]. Además con respecto a la desventaja de la resolución de ecuaciones diferenciales parciales, recientemente se ha propuesto un método para obviar la solución [9], sin embargo para que el método sea aplicable se establecen restricciones a la matriz de inercia del modelo del sistema.

El control total de energía fue introducido por Lambregts [21–23] para controlar la dinámica longitudinal de una aeronave de ala fija. Esta estrategia fue probada experimentalmente por la NASA en un avión Boeing 737 [5]. La base de la estrategia es controlar por medio de una retroalimentación proporcional-integral las llamadas señales de distribución de energía y tasa energía, las cuales son proporcionales a las derivadas respecto al tiempo de la función Lagrangiana y Hamiltoniana del

sistema respectivamente. Este enfoque tiene una clara interpretación en los términos que un piloto maneja la energía potencia y la energía cinética de una aeronave. A diferencia de las demás técnicas de control basadas en energía, el control total de la energía no intenta dar forma a la función de energía en lazo cerrado del sistema, ni a la interconexión y amortiguamiento de la estructura en lazo cerrado, por lo que el análisis en lazo cerrado no es sistemático y en muchos casos se basa en la aproximación lineal de la dinámica en lazo cerrado.

1.3.3. UAVs y visión artificial

Los desarrollos exitosos de diversas estrategias de control para cuatrirotores han dado lugar a la exploración de técnicas en otras áreas que con el fin de incrementar sus capacidades y extender sus aplicaciones. Tal es el caso de los algoritmos de visión artificial. La visión artificial es una rama de la inteligencia artificial que busca dotar de mayor autonomía a los sistemas otorgándoles la capacidad de procesar información por medio de imágenes.

Diversas técnicas y algoritmos de visión artificial se han aplicado ya al control de UAVs. Algoritmos de detección de bordes [1,12], cálculo de proyecciones y homografías [26], cálculo de flujo óptico [12], reconocimiento de líneas [1], extracción de puntos característicos y cálculo de descriptores [20], han sido aplicados con el propósito de dar solución a problemas como la detección de objetivos, evasión de obstáculos y estrategias de vuelo autónomo.

1.4. Planteamiento del Problema

En esta tesis se parte de trabajos previos con cuatrirotores. Se considera el modelo del cuatrirotor presentado en [7] desarrollado a partir de las ecuaciones de Quasi-Lagrange. A partir de este se implementará una nueva estrategia de control para la dinámica traslacional basada en la técnica de control total de energía la cual ha demostrado buenos resultados en trabajos previos [15]. Además buscando dar una mejor solución práctica al problema de control de orientación, se implementará y evaluará la ley de control propuesta en [24].

Por otro lado, con el fin de dar una primera aproximación para dotar al cuatrirotor de mayor autonomía se propondrá un algoritmo de visión artificial que permita generar una referencia de posición y velocidad para el lazo de control.

1.5. Objetivos

Los objetivos de esta tesis son los siguientes

- Diseñar una ley de control basada en la estrategia de control total de energía que se acople con la ley de control propuesta en [24] para dar una nueva solución para el problema de estabilización y seguimiento de trayectorias con un cuatrirotor.
- Diseñar un algoritmo de visión artificial para procesar información proveniente de una cámara de video y generar trayectorias de referencia para el cuatrirotor.
- Validar experimentalmente la ley de control propuesta para el cuatrirotor y el algoritmo de visión propuesto.

1.6. Contribución

La contribución de esta tesis se encuentra en dos áreas. En primer lugar se desarrolla e implementa de manera exitosa la estrategia de control total de energía en combinación con una ley de control en $SO(3)$ para un cuatrirotor. En segundo lugar se propone e implementa experimentalmente un algoritmo de visión artificial para hacer seguimiento de una referencia visual.

1.7. Organización de la tesis

La organización de este trabajo es la siguiente. Al inicio del segundo capítulo se introduce la estrategia de control total de energía. Después de esto se presenta el modelado del cuatrirotor, la ley de control de [24] y el diseño de la estrategia de control total de energía para el cuatrirotor. En el tercer capítulo se explica la adquisición y procesamiento de la imagen, luego se presenta el algoritmo de visión propuesto y se da una explicación de cada etapa que lo compone. En el cuarto capítulo se presentan los resultados experimentales de la implementación de la estrategia de control y del algoritmo de visión. En el quinto capítulo se presentan las conclusiones y las propuestas de trabajo a futuro.

Capítulo 2

Modelado y Control

2.1. Diseño de un controlador basado en la técnica de Control Total de Energía (TECS)

Para introducir la estrategia de control total de energía considérese un vehículo como el mostrado en la figura 2.1, restringido a moverse en dirección vertical bajo la acción de la fuerza de gravedad y una fuerza de empuje como entrada de control. La dinámica de este vehículo está descrita por la ecuación

$$m\dot{w} = -T + mg$$

donde w es la velocidad vertical del vehículo, m es la masa del vehículo, g es la constante de aceleración gravitacional y T es el empuje. Se desea diseñar una entrada de control tal que la velocidad w converja a una referencia deseada w_d . Una solución trivial a este problema de control es

$$T = mg + k_p \tilde{w}$$

donde k_p es una constante positiva y $\tilde{w} = w - w_d$.

Para diseñar la estrategia de control basada en TECS se parte de la función Lagrangiana del sistema, la cual en este caso está definida por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}mw^2 - mg \int_0^t w(\tau)d\tau$$

cuya derivada respecto al tiempo es

$$\dot{\mathcal{L}} = mgw \left(\frac{\dot{w}}{g} - 1 \right)$$

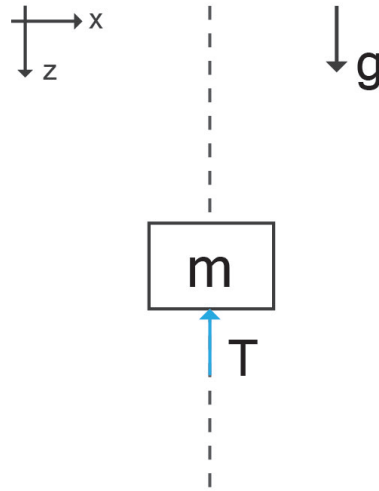


Figura 2.1: Vehículo de ejemplo

De acuerdo a TECS, la derivada con respecto al tiempo de la función Lagrangiana es proporcional a la llamada señal de distribución de energía. La constante proporcional es el producto del peso y la velocidad del vehículo, por lo tanto la señal de distribución de energía puede ser obtenida como

$$\mathcal{L}_e = \frac{\dot{w}}{g} - 1$$

TECS plantea usar la señal de distribución de energía \mathcal{L}_e como salida del sistema. Entonces el objetivo de control es llevar esta salida a una referencia deseada por medio de un control PI. La referencia para esta salida debe escogerse de manera que se solucione el problema de control. Una opción es definirla como sigue

$$\mathcal{L}_e^d = -\frac{-\dot{w}^d + k_p \tilde{w} + k_i \int_0^t \tilde{w}(\tau) d\tau}{g}$$

donde k_p y k_i son constantes positivas y \tilde{w} se define como el error de velocidad $w - w_d$. De esta manera el controlador TECS toma la forma siguiente

$$T = k_P \tilde{\mathcal{L}}_e + k_I \int_0^t \tilde{\mathcal{L}}_e(\tau) d\tau - m\dot{w}^d$$

donde

$$\tilde{\mathcal{L}}_e = \mathcal{L}_e - \mathcal{L}_e^d = \frac{\dot{\tilde{w}} + k_p \tilde{w} + k_i \int_0^t \tilde{w}(\tau) d\tau}{g} - 1$$

y además k_P y k_I son ganancias positivas.

Entonces existen dos puntos que deben aclararse. Primero es necesario saber si la convergencia de la señal de distribución de energía \mathcal{L}_e a su referencia deseada \mathcal{L}_e^d implica que la velocidad del vehículo w converge a su referencia deseada w_d . Para esto el punto de equilibrio del sistema en lazo cerrado cuando $\tilde{\mathcal{L}}_e = 0$, está determinado por el punto de equilibrio de las ecuaciones diferenciales siguientes

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{w}} &= -k_p \tilde{w} - k_i \eta_1 + g \\ \dot{\eta}_1 &= \tilde{w}\end{aligned}$$

cuyo único punto de equilibrio es

$$\begin{aligned}\tilde{w} &= 0 \\ \eta_1 &= \frac{g}{k_i}\end{aligned}$$

por lo tanto se verifica que $\tilde{\mathcal{L}}_e = 0$ implica $\tilde{w} = 0$.

El segundo punto es que ya que la señal de distribución de energía \mathcal{L}_e tiene grado relativo cero, es necesario encontrar una forma explícita para la señal de control T . Para esto es fácil observar que

$$T = k_P \left[\underbrace{\left(\frac{\dot{w}}{g} - 1 \right)}_{= -\frac{T}{mg}} + \frac{-\dot{w}^d + k_p \tilde{w} + k_i \eta_1}{g} \right] + k_I \int_0^t \tilde{\mathcal{L}}_e(\tau) d\tau - m\dot{w}^d$$

de donde resolviendo para T se obtiene la forma explícita para la señal de control

$$T = \left(1 + \frac{k_P}{mg} \right)^{-1} \left[k_P \frac{k_p \tilde{w} + k_i \eta_1}{g} + k_I \int_0^t \tilde{\mathcal{L}}_e(\tau) d\tau \right] - m\dot{w}^d$$

Finalmente, sustituyendo la señal de control T en forma explícita en la ecuación que describe la dinámica del vehículo se obtiene la dinámica en lazo cerrado

$$\begin{aligned} m\dot{\tilde{w}} &= -\left(\frac{mg}{mg+k_P}\right)\left[k_P\frac{k_p\tilde{w}+k_i\eta_1}{g}+k_I\eta_2\right]+mg \\ \dot{\eta}_1 &= \tilde{w} \\ \dot{\eta}_2 &= \left(\frac{mg}{mg+k_P}\right)\left[\frac{k_p\tilde{w}+k_i\eta_1}{g}-\frac{k_I\eta_2}{mg}\right]=\tilde{\mathcal{L}}_e \end{aligned}$$

Todo este desarrollo también puede llevarse a cabo utilizando la llamada señal de tasa de energía. Para esto se parte ahora desde la función Hamiltoniana del sistema dada por la expresión

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}mw^2 + mg \int_0^t w(\tau)d\tau$$

y cuya derivada respecto al tiempo es

$$\dot{\mathcal{H}} = mgw \left(\frac{\dot{w}}{g} + 1 \right)$$

de donde se puede identificar directamente la señal de tasa de energía como

$$\mathcal{H}_e = \frac{\dot{w}}{g} + 1$$

La referencia para la señal de tasa de energía puede ser escogida de la misma manera

$$\mathcal{H}_e^d = -\frac{-\dot{w}^d + k_p\tilde{w} + k_i \int_0^t \tilde{w}(\tau)d\tau}{g}$$

Entonces usando ahora la señal de error de tasa de energía para definir el controlador TECS se obtiene

$$T = k_P\tilde{\mathcal{H}}_e + k_I \int_0^t \tilde{\mathcal{H}}_e(\tau)d\tau - m\dot{w}^d$$

donde

$$\tilde{\mathcal{H}}_e = \mathcal{H}_e - \mathcal{H}_e^d = \frac{\dot{w} + k_p\tilde{w} + k_i \int_0^t \tilde{w}(\tau)d\tau}{g} + 1$$

Igualmente es posible verificar que cuando $\tilde{\mathcal{H}}_e = 0$ se obtienen las ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{w}} &= -k_p\tilde{w} - k_i\eta_1 - g \\ \dot{\eta}_1 &= \tilde{w}\end{aligned}$$

cuyo único punto de equilibrio es

$$\begin{aligned}\tilde{w} &= 0 \\ \eta_1 &= -\frac{g}{k_i}\end{aligned}$$

y por lo tanto $\tilde{\mathcal{H}}_e = 0$ implica $\tilde{w} = 0$.

Por otro lado para obtener la forma explícita de la señal de control se tiene que

$$T = k_P \left[\underbrace{\left(\frac{\dot{w}}{g} + 1 \right)}_{= -\frac{T}{mg} + 2} + \frac{-\dot{w}^d + k_p\tilde{w} + k_i\eta_1}{g} \right] + k_I \int_0^t \tilde{\mathcal{H}}_e(\tau) d\tau - m\dot{w}^d$$

de donde resolviendo para T se obtiene

$$T = \left(1 + \frac{k_P}{mg} \right)^{-1} \left[2k_P + k_P \frac{k_p\tilde{w} + k_i\eta_1}{g} + k_I \int_0^t \tilde{\mathcal{H}}_e(\tau) d\tau \right] - m\dot{w}^d$$

Entonces sustituyendo la señal de control anterior obtenida usando la señal de error de tasa de energía, el sistema en lazo cerrado es

$$\begin{aligned}m\dot{\tilde{w}} &= -\left(\frac{mg}{mg + k_P} \right) \left[2k_P + k_P \frac{k_p\tilde{w} + k_i\eta_1}{g} + k_I\eta_2 \right] + mg \\ \dot{\eta}_1 &= \tilde{w} \\ \dot{\eta}_2 &= \left(\frac{mg}{mg + k_P} \right) \left[\frac{k_p\tilde{w} + k_i\eta_1}{g} - \frac{k_I\eta_2}{mg} + 2 \right] = \tilde{\mathcal{H}}_e\end{aligned}$$

2.2. Modelado del Cuatrirotor

La figura 2.2 muestra el cuatrirotor en el espacio. En dicha figura pueden verse dos sistemas coordenados, el sistema coordenado inercial $0x_e y_e z_e$ fijo a la tierra y el sistema coordenado cuerpo $0x_b y_b z_b$ fijo al centro de masa del cuatrirotor. La posición del centro de masa del cuatrirotor en el sistema coordenado inercial está representada por el vector

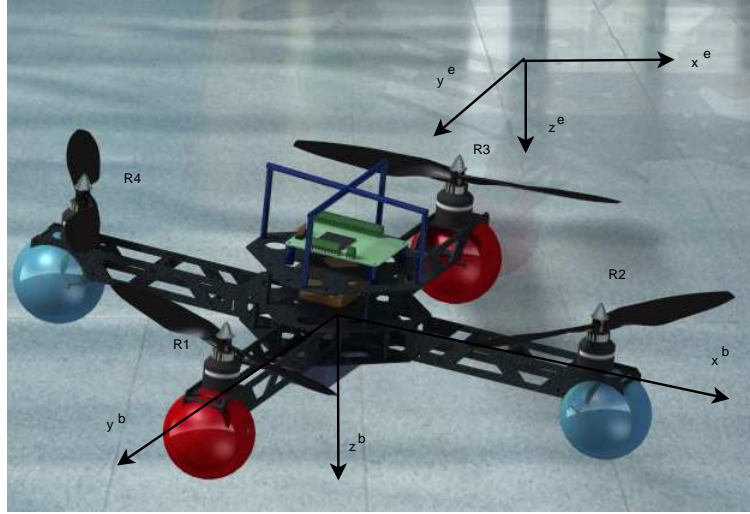


Figura 2.2: Cuatrirotor

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

El sistema coordenado inercial $0x_e y_e z_e$ está orientado de forma Norte-Este-Abajo (NED, por sus siglas en inglés). Por otro lado el sistema coordenado cuerpo $0x_b y_b z_b$ está orientado de forma que el eje x_b apunte hacia el frente del cuatrirotor y el eje z_e apunte hacia abajo del cuatrirotor. La orientación del sistema coordenado cuerpo con respecto al sistema coordenado inercial se representa con los ángulos de guiñada (ψ), cabeceo (θ) y alabeo (ϕ) que forman el vector de ángulos de Euler

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}$$

Con la secuencia de rotación Z-Y-X se obtiene la matriz que describe la orientación del cuatrirotor

$$R(\Phi) = R(\phi)R(\theta)R(\psi) = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ c_\theta s_\psi & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Las fuerzas que actúan sobre el cuatrirotor son la gravedad y el empuje de cada motor T_i . El empuje total producido está dado por la expresión

$$T_T = \sum_{i=1}^4 T_i$$

Los empujes T_i y pares reactivos Q_i producidos por cada motor están dados por las expresiones

$$T_i = C_{T_i} \pi \bar{r}_i^4 \rho \omega_i^2$$

$$Q_i = C_{Q_i} \pi \bar{r}_i^5 \rho \omega_i^2$$

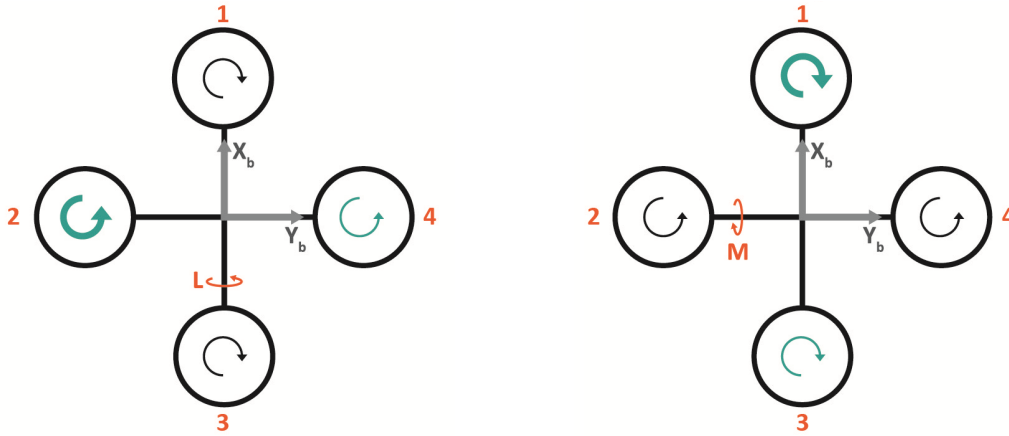
donde C_{T_i} y C_{Q_i} son los coeficientes aerodinámicos propios de cada hélice, \bar{r}_i son los radios de las hélices, ρ es la densidad del aire y ω_i son las velocidades angulares de cada motor.

A partir de la diferencia de empujes entre los motores se generan dos momentos mecánicos alrededor de los ejes x_b y y_b del sistema coordenado cuerpo. Para obtener un momento mecánico alrededor del eje z_b se utiliza el momento mecánico contra rotatorio. La figura 2.3 muestra los momentos mecánicos generados por los motores. Una diferencia positiva entre los empujes T_2 y T_4 producirá un momento mecánico positivo L alrededor del eje x_b como se muestra en la figura 2.3a. Del mismo modo una diferencia positiva entre los empujes T_1 y T_3 producirá un momento mecánico positivo M alrededor del eje y_b como se muestra en la figura 2.3b. Por otro lado, ya que los motores 1 y 3 giran en sentido contrario a los motores 2 y 4, una diferencia positiva entre el momento mecánico contra rotatorio de los motores 2 y 4 con los motores 1 y 3 producirá un momento mecánico positivo N alrededor del eje z_b como se muestra en la figura 2.3c.

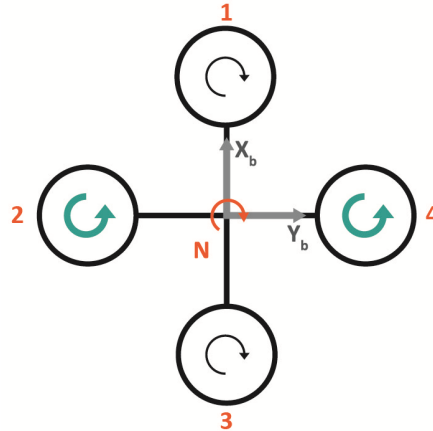
De esta forma el vector de momentos aplicados al cuatrirotor está dado por la expresión

$$M_e = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_2 - T_4)l \\ (T_1 - T_3)l \\ -Q_1 + Q_2 - Q_3 + Q_4 \end{bmatrix}$$

donde l es la distancia del centro de masa del cuatrirotor a los ejes de los motores. Entonces se puede obtener una relación entre los empujes T_i producidos por cada motor con el empuje total T_T y el vector de momentos M_e de la forma



(a) Momento mecánico L alrededor de x_b . (b) Momento mecánico M alrededor de y_b .



(c) Momento mecánico N alrededor de z_b .

Figura 2.3: Momentos producidos por los motores.

$$\begin{bmatrix} T_T \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & l & 0 & -l \\ l & 0 & -l & 0 \\ -\bar{r}_i \frac{C_Q}{C_T} & \bar{r}_i \frac{C_Q}{C_T} & -\bar{r}_i \frac{C_Q}{C_T} & \bar{r}_i \frac{C_Q}{C_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto los empujes T_i que deben generar cada uno de los motores para aplicar las señales de control T_T y M_e pueden ser obtenidos por medio de la expresión

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2l} & -\frac{C_T}{4C_Q\bar{r}_i} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2l} & 0 & \frac{C_T}{4C_Q\bar{r}_i} \\ -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{2l} & -\frac{C_T}{4C_Q\bar{r}_i} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2l} & 0 & \frac{C_T}{4C_Q\bar{r}_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_T \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix}$$

La ecuación que describe la dinámica rotacional se obtiene usando las definiciones anteriores y siguiendo el método de Quasi Euler-Lagrange presentado en [7], obteniendo

$$J\dot{\Omega} + \Omega \times J\Omega = M_e \quad (2.2)$$

donde J es la matriz de inercia del cuatrirotor y Ω es el vector de velocidades angulares en el sistema coordenado cuerpo compuesto de la siguiente forma

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Por otro lado la ecuación que describe la dinámica traslacional del cuatrirotor se obtiene siguiendo el mismo método de Quasi Euler-Lagrange y está dada por la expresión

$$m\dot{V}_b + m\Omega \times V_b - R(\Phi)mge_3 = -T_T e_3 \quad (2.3)$$

donde $e_3 = [0, 0, 1]^T$ y además V_b y \dot{V}_b son la velocidad y aceleración del cuatrirotor expresadas en el sistema coordenado cuerpo. La relación entre la velocidad del cuatrirotor expresada en el sistema coordenado cuerpo y la velocidad en el sistema coordenado inercial está dada por la siguiente ecuación

$$V_b = R(\Phi)\dot{X}$$

Remplazando esta relación en la ecuación (2.3) se obtiene la ecuación dinámica traslacional expresada en el sistema coordenado inercial

$$m\ddot{X} = R(\Phi)(F_e^b + F_g^b) \quad (2.4)$$

donde

$$F_e^b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T_T \end{bmatrix}, \quad F_g^b = mg \begin{bmatrix} -s_\theta \\ c_\theta s_\phi \\ c_\phi c_\theta \end{bmatrix}$$

2.3. Control de Orientación en $SO(3)$

En esta tesis se utiliza el controlador presentado en [24] para controlar la orientación del cuatrirotor, el cual está descrito en el espacio de configuraciones de la orientación $SO(3)$ compuesto por todas las matrices orto-normales.

La matriz $R(\Phi) \in SO(3)$ describe la orientación del cuatrirotor (orientación del sistema coordenado cuerpo), por lo tanto los vectores columna que componen a la matriz $R(\Phi) = [r_1, r_2, r_3]$ son los ejes unitarios del sistema coordenado cuerpo expresados el sistema coordenado inercial.

La cinemática rotacional del cuatrirotor está descrita por la ecuación

$$\dot{R}(\Phi) = R(\Phi)\hat{\Omega} \quad (2.5)$$

El mapeo $\hat{\cdot}$ está definido como $\{\hat{\cdot} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathfrak{so}(3)\}$ donde $\mathfrak{so}(3)$ es el álgebra de Lie de matrices anti-simétricas de 3×3 . Entonces la matriz $\hat{\Omega}$ es la matriz anti-simétrica obtenida del vector Ω como

$$\hat{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}$$

De acuerdo a [24], para definir el error de orientación se utiliza una función de navegación, definida en [19], la cual es una métrica del espacio no lineal $SO(3)$ de configuraciones de la orientación. Esta función es

$$\Psi(R(\Phi), R_d) = \frac{1}{2} \text{tr} [I_3 - R_d^T R]$$

donde R_d es la matriz de rotación que describe la orientación deseada del cuatrirotor. La función $\Psi(R(\Phi), R_d)$ es localmente definida positiva y su derivada está dada por

$$D_R(\Psi(R(\Phi), R_d)) \cdot R\hat{\vartheta} = \frac{1}{2}(R_d^T R - R^T R_d)^\vee \cdot \vartheta \quad (2.6)$$

donde $R\hat{\nu} = \delta R$ el variacional de R y \vee es el mapeo inverso de \wedge . Entonces el error de orientación se define como

$$e_R = \frac{1}{2}(R_d^T R - R^T R_d)^\vee \quad (2.7)$$

A diferencia de los errores lineales convencionalmente usados con ángulos de Euler como $\tilde{\Phi} = \Phi - \Phi_d$, el error de orientación e_R obtenido es un error en el espacio no lineal $SO(3)$. La figura 2.4 muestra una analogía simple entre la diferencia de un error lineal en \mathbb{R} y un error en un espacio de configuraciones de orientación $SO(2)$.

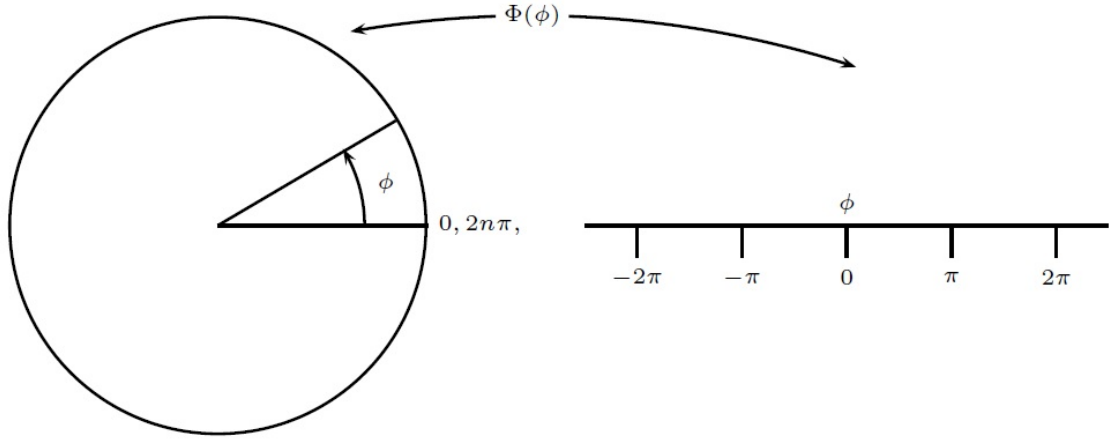


Figura 2.4: Error en un espacio no lineal $SO(2)$ de configuraciones de orientación.

Para obtener el error de velocidad angular se transforma \dot{R}_d al espacio tangente de $\dot{R}(\Phi)$ y se comparan como

$$\dot{R} - \dot{R}_d(R_d^T R) = R(\Omega - R^T R_d \Omega_d)^\wedge$$

de donde el error de velocidad angular se define como

$$e_\Omega = \Omega - R^T R_d \Omega_d \quad (2.8)$$

Entonces la entrada de control de momentos M_e se define a partir de estos errores como

$$M_e = -K_R e_R - K_\Omega e_\Omega - J\Omega \times \Omega - J(\hat{\Omega} R^T R_d \Omega_d - R^T R_d \dot{\Omega}_d) \quad (2.9)$$

donde K_R y K_Ω son matrices de ganancias definidas positivas.

En [24] se demuestra que la dinámica rotacional en lazo cerrado con la ley de control definida en (2.9) es exponencialmente estable.

2.4. Estrategia de Control TECS para el Control de Posición

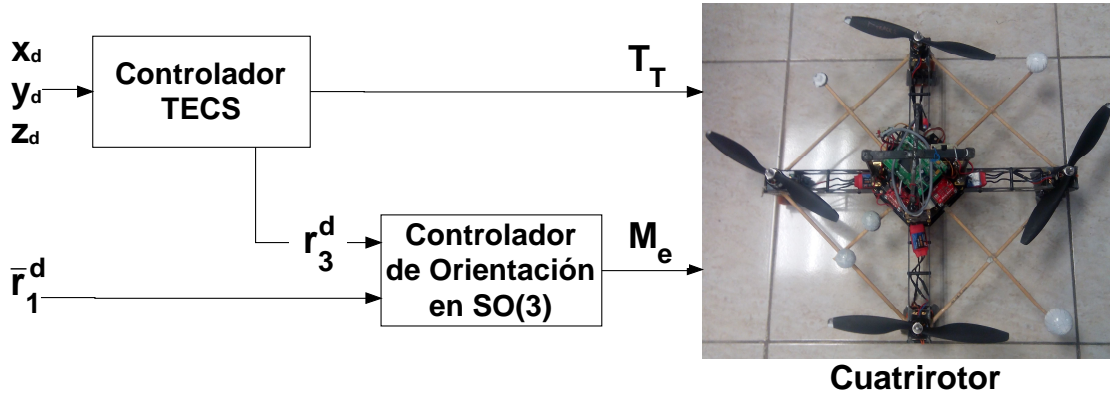


Figura 2.5: Niveles de control del cuatrirotor

Para diseñar el controlador de la dinámica traslacional se consideran las siguientes suposiciones

- S1 La dinámica rotacional en lazo cerrado es mucho mas rápida que la constante de tiempo de la dinámica traslacional
- S2 Se conocen todos los parámetros físicos del cuatrirotor y los estados son medibles

La figura 2.5 muestra un esquema de los niveles de control del cuatrirotor. La matriz de rotación deseada está compuesta como $R_d = [r_1^d, r_2^d, r_3^d]$. A partir del controlador de posición se obtiene el vector r_3^d el cual indica la dirección deseada del eje z_b . Se define un vector \bar{r}_1^d arbitrariamente para indicar la dirección deseada del eje x_b . Ya que todos los vectores columna que forman la matriz R_d deben ser unitarios y perpendiculares entre si, el vector r_2^d se obtiene por medio de la operación

$$r_2^d = \frac{(r_3^d \times \bar{r}_1^d)}{\|(r_3^d \times \bar{r}_1^d)\|} \quad (2.10)$$

Entonces se proyecta el vector \bar{r}_1^d en el plano normal a r_3^d como se muestra en la figura 2.6 para obtener el vector r_1^d como

$$r_1^d = \frac{(r_2^d \times r_3^d)}{\|(r_2^d \times r_3^d)\|} \quad (2.11)$$

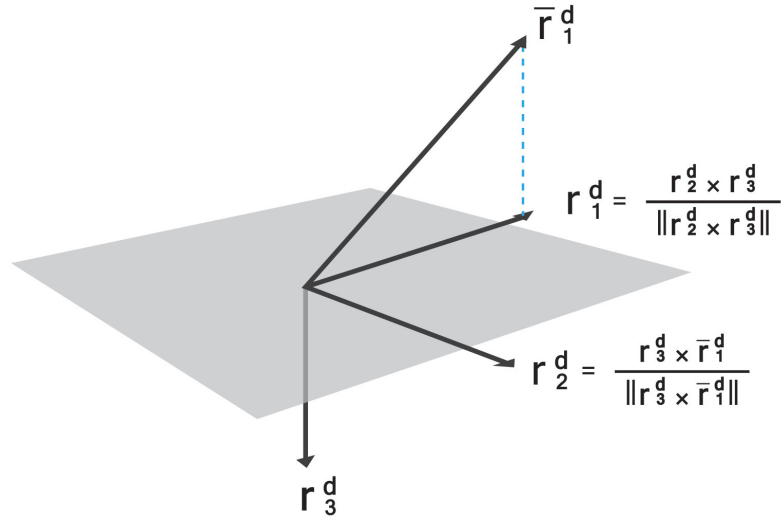


Figura 2.6: Proyección del vector \bar{r}_1^d .

Desarrollando la ecuación (2.4) de la dinámica traslacional se obtiene

$$\begin{aligned} m\ddot{X} &= mge_3 - T_T R(\Phi)e_3 \\ &= mge_3 - T_T r_3 \end{aligned} \quad (2.12)$$

inspirados por la técnica de back-stepping la entrada de control se reescribe como sigue

$$T_T r_3 = A$$

de tal forma que

$$m\ddot{X} = mge_3 - A$$

donde

$$A = \frac{T_T}{e_3^T R_d^T R e_3} ((e_3^T R_d^T R e_3) r_3) + \frac{T_T}{e_3^T R_d^T R e_3} r_3^d - \frac{T_T}{e_3^T R_d^T R e_3} r_3^d$$

entonces

$$m\ddot{X} = mge_3 - \frac{T_T}{e_3^T R_d^T R e_3} ((e_3^T R_d^T R e_3) r_3) + \frac{T_T}{e_3^T R_d^T R e_3} r_3^d - \frac{T_T}{e_3^T R_d^T R e_3} r_3^d$$

si se define

$$\Gamma = \frac{T_T}{e_3^T R_d^T R e_3} ((e_3^T R_d^T R e_3) r_3 - r_3^d) \quad (2.13)$$

se llega a la siguiente expresión para la dinámica traslacional

$$m\ddot{X} = mge_3 - \frac{T_T}{e_3^T R_d^T R e_3} r_3^d - \Gamma \quad (2.14)$$

Se definen entonces T_T y r_3^d como

$$\begin{aligned} T_T &= (mge_3 - \bar{u}) \cdot r_3 \\ r_3^d &= \frac{mge_3 - \bar{u}}{\|mge_3 - \bar{u}\|} \\ \bar{u} &= mge_3 - u \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde el operador $\|\bullet\|$ representa la norma 2 de un vector y u es un vector compuesto por las entradas de control

$$u = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Sustituyendo (2.15) en (2.14) se obtiene

$$\begin{aligned} m\ddot{X} &= mge_3 - \left(\frac{mge_3 - \bar{u}}{(r_3 \cdot \frac{mge_3 - \bar{u}}{\|mge_3 - \bar{u}\|}) \cdot r_3} \right) \frac{mge_3 - \bar{u}}{\|mge_3 - \bar{u}\|} - \Gamma \\ &= mge_3 - u - \Gamma \end{aligned} \quad (2.17)$$

Para desarrollar la estrategia de control basada en TECS, de acuerdo a S1 se asume que $\Gamma \rightarrow 0$, entonces la estrategia se diseña considerando el sistema

$$m\ddot{X} = mge_3 - u \quad (2.18)$$

De esta forma la función Lagrangiana y la función Hamiltoniana del sistema (2.18) están dadas por las expresiones

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2}m\dot{X}^\top \dot{X} - \int_0^t mge_3^\top \dot{X} d\tau \\ \mathcal{H} &= \frac{1}{2}m\dot{X}^\top \dot{X} + \int_0^t mge_3^\top \dot{X} d\tau \end{aligned}$$

y sus derivadas con respecto al tiempo son

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}} &= mg\dot{X}^\top \left(\frac{\ddot{X}}{g} - e_3 \right) \\ \dot{\mathcal{H}} &= mg\dot{X}^\top \left(\frac{\ddot{X}}{g} + e_3 \right) \end{aligned}$$

de donde de acuerdo a la estrategia de control TECS se pueden identificar directamente la señal de distribución de energía y la señal de tasa de energía como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_e &= \frac{\ddot{X}}{g} - e_3 \\ \mathcal{H}_e &= \frac{\ddot{X}}{g} + e_3 \end{aligned}$$

Al considerar que se desea controlar la dinámica traslacional del cuatrirotor y que se tiene únicamente como entrada de control al vector $u \in \mathbb{R}^3$, es evidente que solo es posible controlar la señal de tasa de energía $\mathcal{H}_e \in \mathbb{R}^3$ o la señal distribución de energía $\mathcal{L}_e \in \mathbb{R}^3$. El desarrollo de la estrategia de control puede hacerse utilizando cualquiera de las dos señales, sin embargo es importante mencionar que para el caso de un vehículo aéreo de ala fija como en [15] la señal \mathcal{H}_e se utiliza para generar la entrada de control de empuje y la señal \mathcal{L}_e se utiliza para generar la entrada de control del ángulo de trayectoria de vuelo. En el cuatrirotor la dinámica en el plano cartesiano $x^e y^e$ se controla a partir de los ángulos de alabeo (ϕ) y cabeceo (θ) y la dinámica cartesiana en z^e se controla a partir de la entrada de empuje T_T ,

además debe notarse que $\mathcal{L}_e^x = \mathcal{H}_e^x$ y $\mathcal{L}_e^y = \mathcal{H}_e^y$. De esta forma se decide controlar la señal de tasa de energía \mathcal{H}_e . Para esto primero se expresa (2.18) como

$$\left(\frac{\ddot{X}}{g} + e_3 \right) = 2e_3 - \frac{u}{mg} \quad (2.19)$$

donde se puede apreciar que el término a la izquierda es la señal de tasa de energía \mathcal{H}_e .

El objetivo de control es hacer converger la posición del cuadrirotor a una trayectoria deseada X_d . Debido a que la estrategia de control TECS unicamente considera el error en la velocidad traslacional $\dot{\tilde{X}} = \dot{X} - \dot{X}_d$, se define el desempeño del error de seguimiento S introducido en [33], agregando un termino proporcional al error de posición dentro de la velocidad deseada X_d como

$$S = \dot{X} - \left(\dot{X}_d - K_X \tilde{X} \right) = \dot{\tilde{X}} + K_X \tilde{X} \quad (2.20)$$

donde K_X es una matriz de ganancias definida positiva y $\tilde{X} = X - X_d$. De esta manera, en términos del desempeño del error de seguimiento S , la señal de tasa de energía deseada puede expresarse como

$$\mathcal{H}_e^d = - \frac{-\ddot{X}_d + K_p S + K_i \int_0^t S(\tau) d\tau}{g}$$

donde K_p y K_i son igualmente matrices de ganancias definidas positivas. Entonces el error de tasa de energía es

$$\tilde{\mathcal{H}}_e = \mathcal{H}_e - \mathcal{H}_e^d = \left(\frac{\ddot{X}}{g} + e_3 \right) + \frac{-\ddot{X}_d + K_p S + K_i \int_0^t S(\tau) d\tau}{g} \quad (2.21)$$

Sustituyendo (2.19) en la ecuación anterior se obtiene

$$\tilde{\mathcal{H}}_e = 2e_3 - \frac{u}{mg} + \frac{-\ddot{X}_d + K_p S + K_i \int_0^t S(\tau) d\tau}{g} \quad (2.22)$$

Entonces finalmente la estrategia de control basada en TECS queda definida como

$$u = K_p \tilde{\mathcal{H}}_e + K_i \int_0^t \tilde{\mathcal{H}}_e(\tau) d\tau - m \ddot{X}_d \quad (2.23)$$

donde también K_P y K_I son matrices de ganancias definidas positivas.

Es necesario llegar una expresión explícita de la estrategia de control TECS. Sustituyendo (2.23) en (2.22) y resolviendo para $\tilde{\mathcal{H}}_e$ se obtiene

$$\tilde{\mathcal{H}}_e = A_1 \left[\frac{K_p S + K_i \eta_1}{g} - \frac{K_I}{mg} \eta_2 + 2e_3 \right] \quad (2.24)$$

donde

$$\begin{aligned} A_1 &= \left(I_3 + \frac{K_P}{mg} \right)^{-1} \\ \dot{\eta}_1 &= S \\ \dot{\eta}_2 &= \tilde{\mathcal{H}}_e \end{aligned}$$

2.5. Lazo cerrado

Sustituyendo la ley de control definida por (2.24) y (2.23) en la ecuación del sistema (2.17) se obtiene la dinámica traslacional en lazo cerrado como

$$\dot{q} = Aq + B + M(\Gamma) \quad (2.25)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_3 & 0 & 0 \\ -A_2 A_3 & -A_2 K_p & -A_2 K_i & -m^{-1}(I_3 - A_2)K_I \\ K_X & I_3 & 0 & 0 \\ g^{-1}A_1 A_3 & g^{-1}A_1 K_p & g^{-1}A_1 K_i & -(mg)^{-1}A_1 K_I \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ gA_4 e_3 \\ 0 \\ 2A_1 e_3 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 0 \\ m^{-1}\Gamma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

e I_3 es la matriz identidad de 3×3 , además

$$q = \begin{bmatrix} \tilde{X} & \dot{\tilde{X}} & \eta_1 & \eta_2 \end{bmatrix}^T$$

$$A_2 = \frac{K_P}{mg} A_1$$

$$A_3 = K_p K_X$$

$$A_4 = (I_3 - 2A_2)$$

Es importante observar que la dinámica traslacional en lazo cerrado (2.25) no tiene alguna estructura en particular por lo que para realizar el análisis de estabilidad se recurre a una linealización en el punto de equilibrio. Debido a que $\Gamma \rightarrow 0$, el punto de equilibrio de (2.25) está definido por la ecuación

$$0 = A\bar{q} + B \quad (2.26)$$

De la ecuación (2.26), se verifica directamente que $\bar{q}_1 = \bar{q}_2 = 0$, por lo tanto en el punto de equilibrio de la dinámica traslacional en lazo cerrado se tiene que $\tilde{X} = \dot{\tilde{X}} = 0$, lo que lleva a

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_3 \\ \bar{q}_4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -A_2 K_i & -m^{-1}(I_3 - A_2) K_I \\ g^{-1} A_1 K_i & -(mg)^{-1} A_1 K_I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g A_4 e_3 \\ 2 A_1 e_3 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

De la ecuación (2.27) se puede ver que ambas señales integrales del controlador ajustan su valor final para compensar cualquier perturbación posible que pudiera causar una desviación del punto de equilibrio deseado. Se puede verificar directamente que existe una solución única de \bar{q}_3 y \bar{q}_4 para cuales quiera valores de K_i y K_I .

Se define ahora

$$\tilde{q} = q - \bar{q}$$

Entonces sustituyendo la ecuación anterior en (2.25) se llega a

$$\dot{\tilde{q}} = A\tilde{q} + M(\Gamma) \quad (2.28)$$

2.6. Estabilidad

Si todas las matrices de ganancias son seleccionadas como matrices diagonales, la dinámica en lazo cerrado de cada coordenada traslacional puede ser analiza-

da independientemente. Se debe notar que para cada una de las coordenadas se tendrán cuatro estados y cinco ganancias. Para resolver esta redundancia se observa que $A_4 = 0$ si se hace $K_P = mgI_3$. Entonces se obtienen tres matrices para la dinámica en lazo cerrado de cada coordenada traslacional como

$$A_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{p_x}K_{X_x}}{2} & -\frac{K_{p_x}}{2} & -\frac{K_{i_x}}{2} & -\frac{K_{I_x}}{2m} \\ K_{X_x} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_{p_x}K_{X_x}}{2g} & \frac{K_{p_x}}{2g} & \frac{K_{i_x}}{2g} & -\frac{K_{I_x}}{2mg} \end{bmatrix}$$

$$A_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{p_y}K_{X_y}}{2} & -\frac{K_{p_y}}{2} & -\frac{K_{i_y}}{2} & -\frac{K_{I_y}}{2m} \\ K_{X_y} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_{p_y}K_{X_y}}{2g} & \frac{K_{p_y}}{2g} & \frac{K_{i_y}}{2g} & -\frac{K_{I_y}}{2mg} \end{bmatrix}$$

$$A_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{p_z}K_{X_z}}{2} & -\frac{K_{p_z}}{2} & -\frac{K_{i_z}}{2} & -\frac{K_{I_z}}{2m} \\ K_{X_z} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_{p_z}K_{X_z}}{2g} & \frac{K_{p_z}}{2g} & \frac{K_{i_z}}{2g} & -\frac{K_{I_z}}{2mg} \end{bmatrix}$$

Se considera que las matrices de ganancias se definen como

$$K_X = \begin{bmatrix} K_{X_x} & 0 & 0 \\ 0 & K_{X_y} & 0 \\ 0 & 0 & K_{X_z} \end{bmatrix} \quad K_P = \begin{bmatrix} K_{p_x} & 0 & 0 \\ 0 & K_{p_y} & 0 \\ 0 & 0 & K_{p_z} \end{bmatrix}$$

$$K_i = \begin{bmatrix} K_{i_x} & 0 & 0 \\ 0 & K_{i_y} & 0 \\ 0 & 0 & K_{i_z} \end{bmatrix} \quad K_I = \begin{bmatrix} K_{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & K_{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & K_{I_z} \end{bmatrix}$$

Para asegurar la estabilidad de la dinámica vertical, la cual está dada por la matriz A_z , de acuerdo al criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz la siguiente

desigualdad debe verificarse [10]

$$\frac{a_3 a_2 a_1}{a_0^{\frac{3}{2}}} - \frac{a_3^2}{a_0^{\frac{1}{2}}} - \frac{a_2^2}{a_0} > 0 \quad (2.29)$$

con

$$\begin{aligned} a_3 &= \frac{1}{2mg} (mgK_{p_z} + K_{I_z}) \\ a_2 &= \frac{1}{2mg} (mgK_{p_z}K_{X_z} + mgK_{i_z} + K_{p_z}K_{I_z}) \\ a_1 &= \frac{1}{2mg} (mgK_{X_z}K_{i_z} + K_{p_z}K_{X_z}K_{I_z} + K_{I_z}K_{i_z}) \\ a_0 &= \frac{1}{2mg} K_{X_z}K_{I_z}K_{i_z} \end{aligned}$$

El mismo análisis se puede llevar a cabo para las dinámicas cartesianas de x^e y y^e . Entonces se puede asegurar que existen matrices K_X , K_p , K_i tales que cada una de las matrices A_x , A_y y A_z son Hurwitz y por lo tanto lo es también la matriz A . De esta forma existe una matriz definida positiva P tal que

$$V = \tilde{q}^T P \tilde{q}$$

es una función de Lyapunov cuya derivada respecto al tiempo está dada por

$$\dot{V} = -\tilde{q}^T Q \tilde{q} + 2\tilde{q}^T P M(\Gamma)$$

donde Q es una matriz definida positiva. Debido a la suposición S1, $M(\Gamma)$ puede ser considerada como una perturbación desvaneciente y por lo tanto se concluye la convergencia de la dinámica en lazo cerrado al punto de equilibrio deseado.

Capítulo 3

Algoritmo de Visión

La visión artificial es una disciplina que tiene como objetivo la extracción de información de una escena a partir de imágenes de ella. El objetivo del algoritmo de visión en esta tesis es generar una referencia de posición y velocidad para el lazo de control de traslación. Estas referencias se obtienen por medio del cálculo del centroide de un polígono que se desplaza frente a una cámara a una distancia fija z_0 . La figura 3.1 muestra un esquema del funcionamiento. Siendo las coordenadas calculadas del centroide del polígono (\bar{x}, \bar{y}, z_0) en el sistema coordenado fijo a la cámara, el cuatrirotor será comandado a llegar a la posición $(\bar{x}, \bar{y}, z_0 + z_1)$.

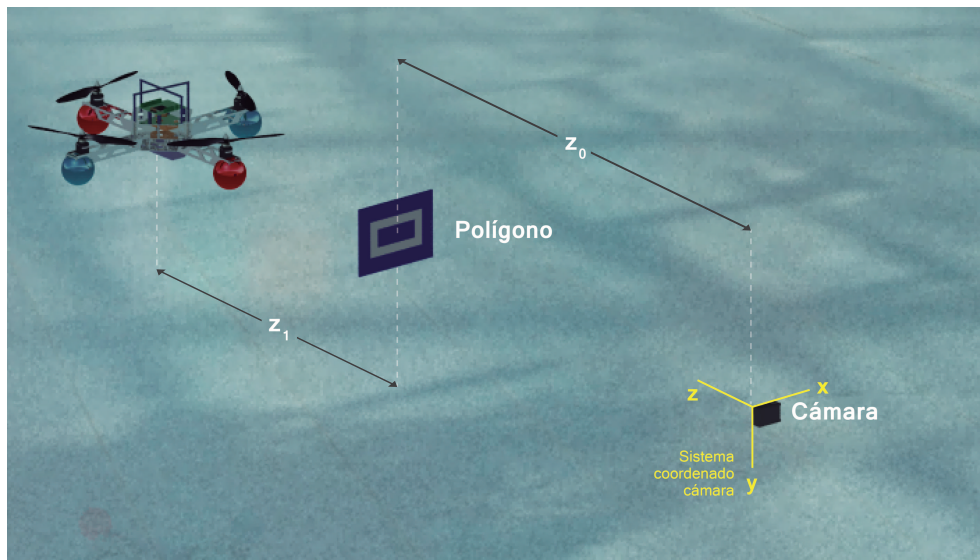


Figura 3.1: Detección de referencia visual.

3.1. Adquisición de la Imagen

Para la adquisición de la imagen se utilizó una cámara GoPro Hero 3+ y un conversor de vídeo analógico a USB mostrados en las figuras 3.2 y 3.3. Las características principales de la cámara se muestran en la tabla 3.1. Igualmente las características principales del conversor de vídeo se muestran en la tabla 3.2.



Figura 3.2: Camara GoPro Hero 3+

GoPro Hero 3+	
Parámetro	Valor
Campo de Vision	Ultra Amplio (Super View)
Peso	74g
Salida de Video	Video compuesto
Resoluciones de Captura	1080p
	960p
	720p
	WVGA

Tabla 3.1: Parámetros de la cámara

3.2. Calibración de la cámara

El modelo usado para describir la adquisición de la imagen de la cámara es el conocido como cámara estenopeica. En este modelo una imagen I_o obtenida de la



Figura 3.3: Adaptador de video EasyCap

EasyCap	
Parámetro	Valor
Dimensiones	Largo: 88mm Ancho: 28mm Alto: 18mm
Entrada de Video	RCA Compuesto S-Video
Entrada de Audio	Estereo (RCA)
Alimentación	USB 5 Volts
Resolución de Video	NTSC 720×480 a 30 fps PAL 720×526 a 25 fps

Tabla 3.2: Parámetros del adaptador de video analógico

cámara es una matriz de pixeles que se forma proyectando los puntos P_{esc} de una escena vista en el llamado plano de imagen como se muestra en la figura 3.4. La proyección puede expresarse como

$$P_{img} = K [\mathcal{R}|t] P_{esc} \quad (3.1)$$

donde

$$P_{img} = \begin{bmatrix} \lambda x_{img} \\ \lambda y_{img} \\ \lambda \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} f_x & 0 & x_0 \\ 0 & f_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[\mathcal{R}|t] = \begin{bmatrix} \bar{r}_{11} & \bar{r}_{12} & \bar{r}_{13} & t_x \\ \bar{r}_{21} & \bar{r}_{22} & \bar{r}_{23} & t_y \\ \bar{r}_{31} & \bar{r}_{32} & \bar{r}_{33} & t_z \end{bmatrix}, \quad P_{esc} = \begin{bmatrix} x_{esc} \\ y_{esc} \\ z_{esc} \\ 1 \end{bmatrix}$$

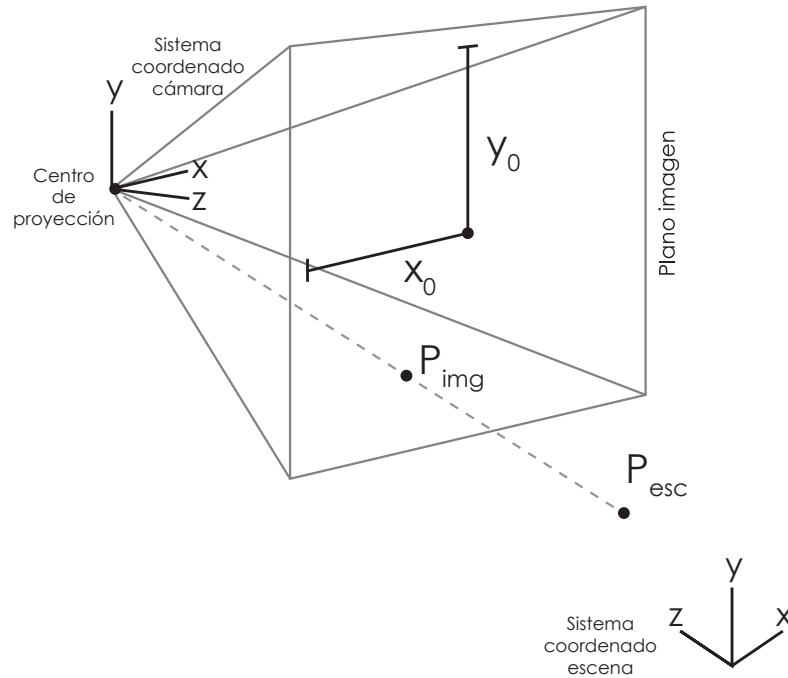


Figura 3.4: Proyección de puntos de la escena.

y $[\mathcal{R}|t]$ es una matriz de rotación y traslación que lleva desde el sistema de coordenadas fijo a la cámara al sistema de coordenadas de la escena en el que está expresado el vector P_{esc} . La matriz K es conocida como la matriz intrínseca de la cámara y está formada por las llamadas distancias focales f_x y f_y así como los puntos principales x_0 y y_0 los cuales son independientes de la escena.

Este modelo a pesar de ser muy útil, se encuentra incompleto si se considera que en las cámaras reales los objetivos suelen provocar distorsiones de las escenas.

Algunas de las distorsiones comunes producidas por los objetivos de las cámaras se muestran en la figura 3.5.



Figura 3.5: Distorsiones comunes producidas por el lente de las camaras.

Todas las distorsiones mostradas en la figura 3.5 se conocen como distorsiones radiales. Para realizar una corrección a la imagen distorsionada es necesario agregar a (3.1) una corrección de distorsión radial. Esto se logra utilizando una aproximación polinomial a una función de distorsión de la forma

$$\begin{aligned}x_c &= (1 + d_1r^2 + d_2r^4 + d_3r^6)x' + x_0 \\y_c &= (1 + d_1r^2 + d_2r^4 + d_3r^6)y' + y_0\end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned}x' &= x_{img} - x_0 \\y' &= y_{img} - y_0 \\r &= \sqrt{(x_{img} - x_0)^2 + (y_{img} - y_0)^2}\end{aligned}$$

es decir, cada pixel en la imagen I_o con coordenadas (x_{img}, y_{img}) se reasigna a una posición corregida con coordenadas (x_c, y_c) , obteniendo así una segunda imagen corregida I_c

Para obtener los valores numéricos de todos los parámetros intrínsecos de la cámara f_x, f_y, x_0 y y_0 , y los coeficientes de distorsión d_1, d_2 , se capturan imágenes de un patrón de malla con medidas conocidas como el mostrado en la figura 3.6.

En las imágenes con el patrón de malla se hace una detección de esquinas. Los puntos detectados de las esquinas se utilizan para calcular homografías. Después se buscan los valores numéricos de los parámetros que minimizan los errores de reproyección, [17, 36, 37]. La figura 3.7 muestra un ejemplo de las capturas y detección del patrón y sus esquinas.

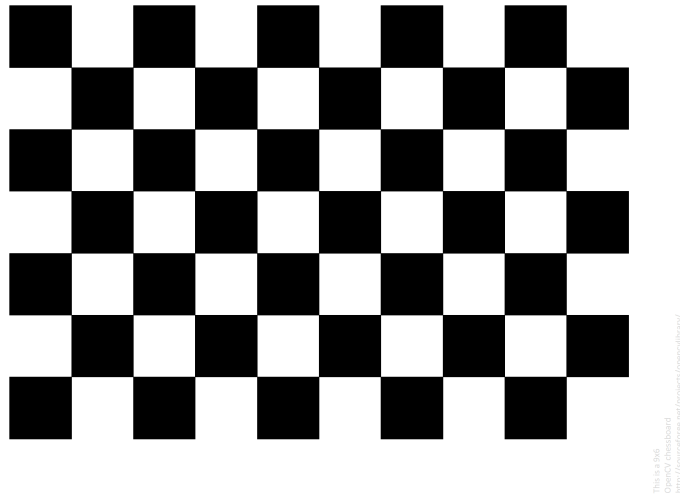


Figura 3.6: Patrón de malla utilizado para la calibración de la cámara.

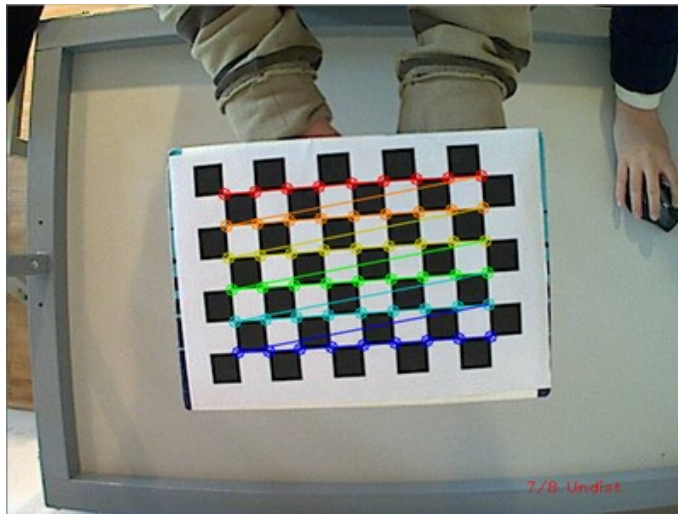


Figura 3.7: Ejemplo de imagen capturada para calibración de la cámara.

3.3. Generación de Referencia

Las etapas del algoritmo de visión propuesto para generar la referencia para el lazo de control se muestran en la figura 3.8. A continuación se presenta una explicación de cada una de las etapas del algoritmo.

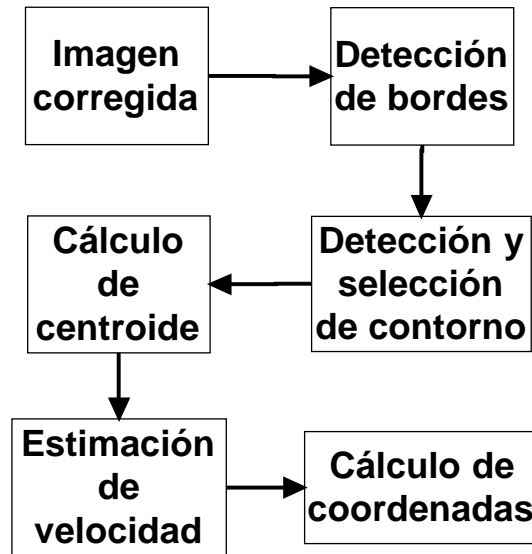


Figura 3.8: Algoritmo de visión propuesto.

3.3.1. Detección de bordes

Se define un borde como el lugar de una imagen donde se produce un cambio abrupto de intensidad. El algoritmo de Canny [6] es un algoritmo que devuelve bordes de un pixel de grosor usando como base el cálculo del gradiente de la imagen. Se dará una explicación breve de cada paso del algoritmo de Canny.

Suavizado de la imagen

El suavizado se hace por medio de un filtrado lineal, el cual puede ser aplicado por medio de la operación convolución entre una mascara del filtro F_G y la imagen a suavizar I_c . Esta operación se representa como

$$I_s = F_G * I_c$$

donde $*$ es el operador de convolución e I_s es una segunda imagen obtenida después de la aplicación del filtro. De acuerdo con [14] la intensidad de cada pixel con coordenadas (i, j) en la imagen I_s está definida por

$$I_s(i, j) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b F_G(s, t) I_c(i + s, y + t)$$

donde a y b son el ancho y alto de la ventana utilizada. La figura 3.9 muestra algunos ejemplos de ventanas de diferentes tamaños utilizadas para filtrar imágenes. Para obtener un filtro gaussiano se utiliza una máscara que aproxima a una función gaussiana de la forma

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)}$$

Variando los parámetros σ_x , σ_y y el tamaño de la ventana se puede ajustar el suavizado producido en la imagen. La figura 3.10 muestra un ejemplo del resultado al aplicar una máscara de filtro Gaussiana de 9×9 a una imagen.

$$\frac{1}{16} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

(a) Máscara de filtro media de 4×4 .

$$\frac{1}{16} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

(b) Máscara de filtro media ponderada de 3×3 .

$$\frac{1}{273} \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \\ \hline 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ \hline 7 & 26 & 41 & 26 & 7 \\ \hline 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ \hline 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \\ \hline \end{array}$$

(c) Máscara de filtro Gaussiano de 5×5 con $\sigma = 1$

Figura 3.9: Ejemplos de máscaras para filtrar.

Cálculo de Gradientes

Para encontrar los bordes en la imagen se aplica un operador diferencial a la imagen suavizada I_s conocido como el operador de Sobel. El operador de Sobel obtiene la magnitud y dirección aproximadas del gradiente en cada pixel. El operador calcula primero la aproximación de las derivadas horizontal G_x y vertical



(a) Imagen original sin suavizar.



(b) Imagen suavizada con una mascara Gaussiana de 9×9 .

Figura 3.10: Resultado de aplicación de suavizado a la imagen.

G_y de la imagen suavizada I_s realizando una convolución con dos mascaras de la forma

$$G_x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & +1 \\ \hline -2 & 0 & +2 \\ \hline -1 & 0 & +1 \\ \hline \end{array} * I_s$$

$$G_y = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & +2 & +1 \\ \hline \end{array} * I_s$$

Después se obtiene una magnitud aproximada del gradiente en cada pixel (i, j) como

$$G(i, j) = \sqrt{G_{x(i,j)}^2 + G_{y(i,j)}^2}$$

y una dirección aproximada

$$\alpha(i, j) = \arctan\left(\frac{G_y(i, j)}{G_x(i, j)}\right)$$

Debido a que cada pixel puede tener como máximo 8 vecinos, cada $\alpha(i, j)$ se reajusta al múltiplo de 45° mas cercano a su valor original.

Supresión de no máximos

Se recorre ahora cada pixel y se verifica si su gradiente $G(i, j)$ es mayor al de los dos pixeles vecinos en las direcciones $\alpha(i, j)$ y $\pi + \alpha(i, j)$. De ser así se marca el pixel como posiblemente perteneciente a un borde, de lo contrario se descarta. Con este paso se obtienen bordes finos de un pixel de ancho.

Doble umbralado

Posteriormente se establece un valor superior y un valor inferior de umbral para los gradientes y se recorren todos los pixeles marcados como posiblemente pertenecientes a un borde

- Los pixeles cuyo gradiente sea mayor al valor del umbral superior son ahora marcados como pertenecientes a un bordes y se les asignara el valor 1.
- Los pixeles cuyo gradiente se encuentre entre los valores del umbral superior e inferior se consideran pertenecientes a un borde débil.
- Los pixeles cuyo gradiente sea menor al umbral inferior se consideran como no pertenecientes a un borde y por lo tanto son descartados asignandoles el valor de 0.

Seguimiento por histéresis

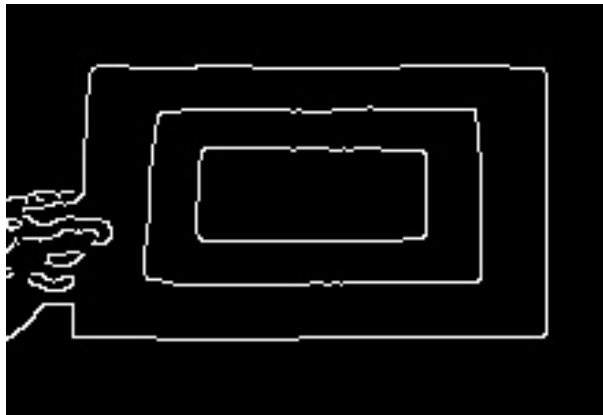
Por ultimo se analiza cada uno de los pixeles marcados como pertenecientes a un borde débil. Si un pixel perteneciente a un borde débil se encuentra conectado a algún pixel perteneciente a un borde, este se marca también como perteneciente al borde asignándole el valor de 1; de lo contrario le asigna un valor de 0. El

resultado del seguimiento por histéresis es una imagen binaria I_b donde a cada pixel perteneciente a un borde contiene el valor 1 y cada pixel perteneciente al fondo contiene o toma el valor 0.

La figura 3.11 muestra el resultado de aplicar el algoritmo de Canny a una imagen.



(a) Imagen original.



(b) Bordes detectados.

Figura 3.11: Resultado de la detección de bordes con el algoritmo de Canny.

3.3.2. Detección y selección de contorno

Para conocer el contorno al que pertenece cada pixel de la imagen I_b con el valor de 1, se realiza un proceso conocido como seguimiento de bordes usando el algoritmo presentado en [34]. El proceso de seguimiento de bordes clasifica a los bordes en

contornos.

Se asume que existe entre los contornos encontrados uno perteneciente al contorno del polígono que se desea detectar. Entonces se establece una distancia ϵ para posteriormente utilizar el algoritmo recursivo de Ramer-Douglas-Peucker [30], con el cual se obtendrá para cada conjunto de pixeles perteneciente a un contorno un segundo conjunto reducido que permiten representar al contorno de manera aproximada. Ya que el contorno de un polígono está compuesto por líneas, se considera la siguiente suposición

- S3 Existe un valor adecuado para la distancia ϵ al aplicar el algoritmo de Ramer-Douglas-Peucker al contorno obtenido a partir de un polígono que produce un conjunto reducido de pixeles que contiene únicamente los puntos de sus vértices.

Debido a que en una misma imagen pueden ser detectados varios contornos se utilizan los siguientes tres criterios para seleccionar el polígono deseado

- Numero de vértices del polígono obtenido a partir del algoritmo de Ramer-Douglas-Peucker
- Proporción entre sus lados, calculada a partir de la distancia entre vértices adyacentes
- Ángulo entre sus lados, calculados a partir de los ángulos formados por las rectas que unen los vértices adyacentes.

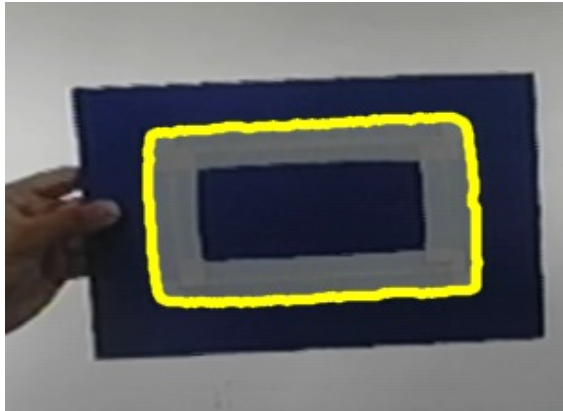
Las figura 3.12 muestra el resultado del contorno seleccionado y su simplificación en que se encuentran sus vértices.

3.3.3. Cálculo del centroide

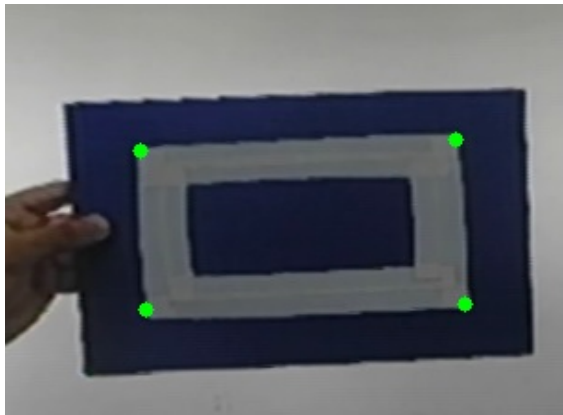
Para calcular el centroide del polígono seleccionado se utilizan los momentos de imagen [18], los cuales están definidos por la expresión

$$M_{ij} = \sum_x \sum_y x^i y^j I_c(x, y)$$

donde $I_c(x, y)$ representa la intensidad del pixel con coordenadas (x, y) en la imagen I_c . En esta operación (x, y) toma los valores de la coordenadas de todos los pixeles interiores al contorno del polígono. Las coodenadas del centroide se encuentran a partir de las expresiones



(a) Contorno del polígono encontrado.



(b) Vértices del polígono encontrado.

Figura 3.12: Resultado del seguimiento y simplificación de contornos.

$$\bar{x}_p = \frac{M_{10}}{M_{00}}, \quad \bar{y}_p = \frac{M_{01}}{M_{00}}$$

3.3.4. Estimación de velocidad

El lazo de control de traslación del cuatrorotor requiere una referencia de velocidad, se debe estimar la velocidad a la que se mueve el centroide del polígono en la imagen I_c .

El filtro de Kalman es un algoritmo que permite obtener una estimación de los estados de un sistema considerando que este está sometido a ruido blanco. El

algoritmo consta de dos etapas.

- En la primera etapa se hace una predicción de los estados en el tiempo k a partir de los estados en el tiempo anterior $k - 1$. Las ecuaciones de esta etapa son las siguientes

$$\begin{aligned}\hat{x}^k &= Fx^{k-1} \\ \hat{P}^k &= FP^{k-1}F^T + Q\end{aligned}$$

donde x^{k-1} es el vector de estados corregido en el tiempo $k - 1$, \hat{x}^k es el vector de estados estimados en el tiempo k , F es la matriz de transición, \hat{P}^k es la matriz de covarianzas del error estimada y Q es la matriz de covarianzas del ruido del proceso.

- En la segunda etapa se hace una actualización del vector de estados \hat{x}^k a partir de una medición z^k . Las ecuaciones de la segunda etapa están dadas a continuación

$$\begin{aligned}K^k &= \hat{P}^k H^T (H \hat{P}^k H^T + R)^{-1} \\ x^k &= \hat{x}^k + K^k (z^k - H \hat{x}^k) \\ P^k &= (I - K^k H) \hat{P}^k\end{aligned}$$

donde x^k es el vector de estados corregido en el tiempo k , P^k es la matriz de covarianzas del error corregida, R es la matriz de covarianzas del ruido de medición, K^k es la ganancia óptima calculada.

De acuerdo a los resultados de [4], para obtener la estimación de la velocidad y posición de un punto en una imagen con el algoritmo del filtro de Kalman, el vector de estados toma la forma $x^k = [\bar{x}_p^k \quad \dot{\bar{x}}_p^k \quad \bar{y}_p^k \quad \dot{\bar{y}}_p^k]^T$. Las matrices de transición y medición son las siguientes

$$\begin{aligned}F &= \begin{bmatrix} 1 & dT & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & dT \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ H &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

donde dT es el periodo de tiempo del ciclo del algoritmo de visión.

3.3.5. Cálculo de coordenadas

Las coordenadas y velocidades del centroide obtenidas por el algoritmo del filtro de Kalman son correspondientes al plano de imagen mostrado en la figura 3.4. Se considera que el sistema coordenado de la escena y el sistema coordenado de la cámara tienen la misma posición y orientación. Por lo tanto las coordenadas y velocidades estimadas del centroide en la escena en el instante k pueden obtenerse a partir de las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}\bar{x}^k &= \frac{z_0}{f_x}(\bar{x}_p^k - x_0) \\ \bar{y}^k &= \frac{z_0}{f_y}(\bar{y}_p^k - y_0) \\ \dot{\bar{x}}^k &= \frac{z_0}{f_x}\dot{\bar{x}}_p^k \\ \dot{\bar{y}}^k &= \frac{z_0}{f_y}\dot{\bar{y}}_p^k\end{aligned}$$

El lazo de control del cuatrirotor utiliza un sistema de coordenadas inercial para definir su posición. La posición y velocidad deseadas para el cuatrirotor X_d y \dot{X}_d en el sistema coordenado inercial obtenidas a partir de la posición y velocidad del centroide del polígono (\bar{x}^k, \bar{y}^k) y $(\dot{\bar{x}}^k, \dot{\bar{y}}^k)$ en el sistema coordenado de la cámara están definidas por las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}x_d &= \bar{x}^k \\ \dot{x}_d &= \dot{\bar{x}}^k \\ y_d &= 0m \\ \dot{y}_d &= 0m \\ z_d &= -\bar{y}^k + 0,78m \\ \dot{z}_d &= -\dot{\bar{y}}^k\end{aligned}\tag{3.2}$$

Las señales definidas por las ecuaciones 3.2 obtenidas con el algoritmo descrito a lo largo de este capítulo se utilizan directamente en lazo de control del cuatrirotor para obtener el seguimiento de la referencia visual.

Capítulo 4

Resultados

4.1. Implementación

Durante los experimentos se utilizó un sistema de posicionamiento basado en cámaras infrarrojas, mostradas en la figura 4.1, para medir la posición inercial del cuatrorotor en el espacio. Los datos de medición de la posición se envían al DSP a bordo del cuatrorotor por medio de un modulo WiFly como el mostrado en la figura 4.2. Un segundo modulo WiFly se utiliza para monitorear las señales de control calculadas en el DSP.

La trama de bytes de los datos de medición que se envía al cuatrorotor se muestra en la tabla 4.1. Por otro lado la trama de bytes que se envía desde el cuatrorotor hacia la computadora en tierra se muestra en la tabla 4.2.

El DSP ejecuta los cálculos de control de orientación a 120Hz, mientras que los cálculos del control de posición son ejecutados a 60Hz.

Dato	Tipo	Posición en Bytes
Posición en x	Flotante	1-4
Posición en y	Flotante	5-8
Posición en z	Flotante	9-12
Ángulo de guiñada (ψ)	Flotante	13-16
Comando	Entero Largo	17-20
Checksum	Entero	21

Tabla 4.1: Trama de datos de medición enviados desde la computadora

Dato	Tipo	Posición en Bytes
T_T	Flotante	1-4
\mathcal{H}_e^x	Flotante	5-8
\mathcal{H}_e^y	Flotante	9-12
\mathcal{H}_e^z	Flotante	13-16
$\tilde{\mathcal{H}}_e^x$	Flotante	17-20
$\tilde{\mathcal{H}}_e^y$	Flotante	21-24
$\tilde{\mathcal{H}}_e^z$	Flotante	25-28
M_x^b	Flotante	29-32
M_y^b	Flotante	33-36
M_z^b	Flotante	37-40
Checksum	Entero	41

Tabla 4.2: Trama de datos de control devueltos desde el cuatrirotor



Figura 4.1: Cámaras infrarrojas del sistema Optitrack.

4.2. Pruebas del Controlador TECS

Para probar el desempeño del controlador propuesto para la dinámica traslacional se llevaron a cabo dos vuelos experimentales. Los valores numéricos de los parámetros del cuatrirotor se muestran en la tabla 4.3.

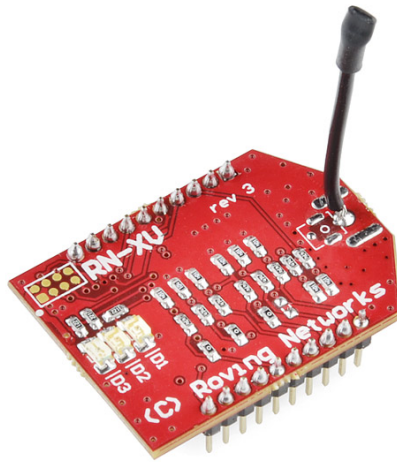


Figura 4.2: Módulo WiFly.

Parámetro	Valor
m (kg)	1,120
g (m/s^2)	9,81
ℓ (m)	0,214
ρ (kg/m^3)	1
I_{xx} ($kg\ m^2$)	0,002
I_{yy} ($kg\ m^2$)	0,002
I_{zz} ($kg\ m^2$)	0,004

Tabla 4.3: Parámetros del cuatrirotor.

4.2.1. Seguimiento de Trayectoria

El experimento principal del controlador consistió en seguir una trayectoria deseada, definida por las siguientes ecuaciones

$$x_d = 1,0 \cos(\omega t)$$

$$y_d = 1,0 \sin(\omega t)$$

$$z_d = 0,5$$

$$\bar{r}_3^d = \begin{bmatrix} \cos(\psi_d) \\ \sin(\psi_d) \\ 0 \end{bmatrix}$$

con

$$\omega = \frac{2\pi}{20}$$

$$\psi_d = \arctan \frac{\dot{y}_d}{\dot{x}_d}$$

$$\dot{x}_d = -\omega \sin(\omega t)$$

$$\dot{y}_d = \omega \cos(\omega t)$$

$$X(0) = \dot{X}(0) = 0$$

$$\eta_1(0) = \eta_2(0) = 0$$

Las matrices de ganancias usadas durante los experimentos se muestran en la tabla 4.4. El cálculo de los términos de las condiciones de Routh-Hurwitz para asegurar la estabilidad teórica se muestra en la tabla 4.5.

Parámetro	Valor
K_P	diag {11,28, 11,28, 11,28}
K_I	diag {0,07, 0,07, 0,147}
K_p	diag {5,0, 5,0, 17,5}
K_i	diag {0,8, 0,8, 6,8}
K_x	diag {1,1, 1,1, 1,1}

Tabla 4.4: Matrices de ganancias usadas durante los experimentos.

El experimento se describe a continuación

Término	Valor
$a_{3x,y}$	1,79
$a_{2x,y}$	2,43
$a_{1x,y}$	0,206
$a_{0x,y}$	0,00422
$\frac{a_{3x,y} a_{2x,y} a_{1x,y}}{a_{0x,y}^{\frac{3}{2}}} - \frac{a_{3x,y}^2}{a_{0x,y}^{\frac{1}{2}}} - \frac{a_{2x,y}^2}{a_{0x,y}} > 0$	1823,83 > 0
a_{3z}	5,53
a_{2z}	9,21
a_{1z}	4,14
a_{0z}	0,24
$\frac{a_{3z} a_{2z} a_{1z}}{a_{0z}^{\frac{3}{2}}} - \frac{a_{3z}^2}{a_{0z}^{\frac{1}{2}}} - \frac{a_{2z}^2}{a_{0z}} > 0$	1318,03 > 0

Tabla 4.5: Términos del criterio de Routh-Hurwitz.

- Al inicio el cuatrirotor despegar. La referencia de altitud se establece en $0,5m$ y la posición cartesiana deseada se fija en $(0m, 0m)$.
- A los treinta segundos el cuatrirotor es comandado a seguir la trayectoria circular definida por las ecuaciones anteriores. Al finalizar una vuelta aproximadamente el cuatrirotor es comandado a regresar al origen $(0m, 0m, 0,5m)$ y mantenerse ahí en vuelo estacionario.
- Finalmente, a los setenta y cinco segundos el cuatrirotor aterriza, finalizando el experimento.

Las figuras 4.3 y 4.4 muestran la posición cartesiana y tridimensional del cuatrirotor durante el experimento. La figura 4.5 muestra los ángulos de Euler durante el experimento. En la figura 4.6 se muestra la señal de control de empuje total T_T , en la que se pueden apreciar picos en los instantes de tiempos en los que la referencia de altura y posición cartesiana cambiaron durante el experimento. Igualmente, la figura 4.7 muestra los momentos aplicados al cuatrirotor durante el experimento, donde se puede apreciar que existen picos en los instantes de tiempo en los que el cuatrirotor fue comandado a cambiar la referencia.

Las figuras 4.8 y 4.9 muestran la señal de tasa de energía \mathcal{H}_e y el error de tasa de energía $\tilde{\mathcal{H}}_e$, donde se puede ver que el error de tasa de energía converge a cero.

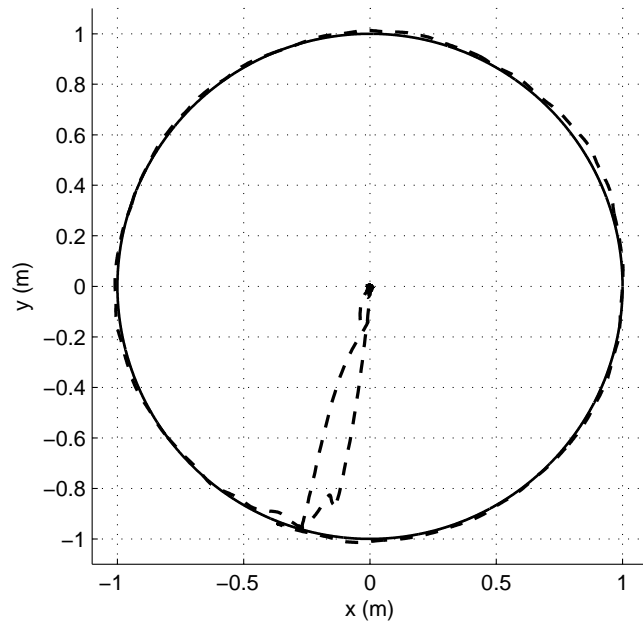


Figura 4.3: Posición cartesiana del cuatrirotor. Trayectoria deseada (línea continua), trayectoria del cuatrirotor (línea discontinua).

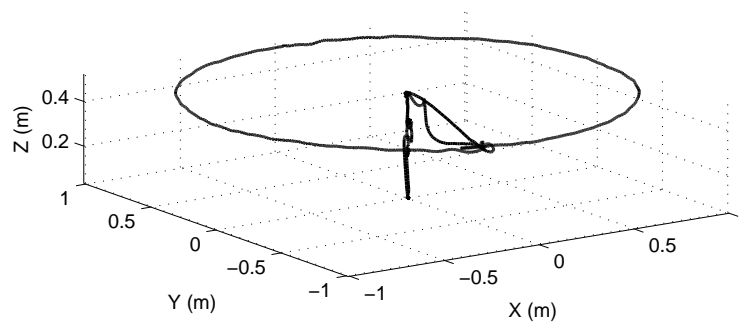


Figura 4.4: Posición tridimensional del cuatrirotor durante el experimento.

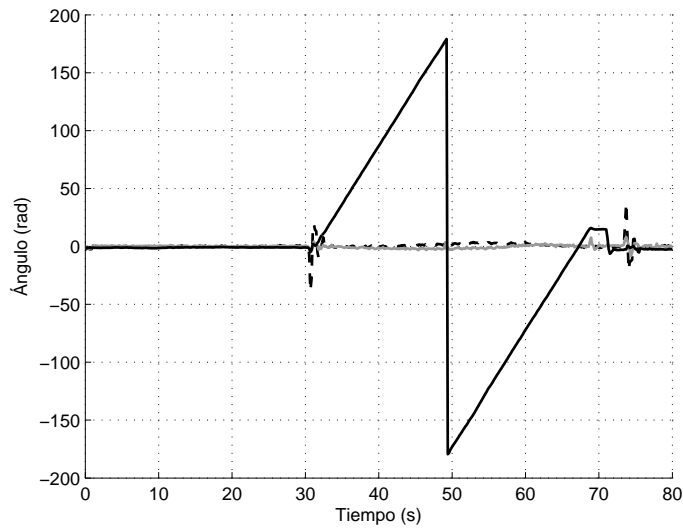


Figura 4.5: Ángulos de Euler. ϕ (línea discontinua), θ (línea gris), ψ (línea continua)

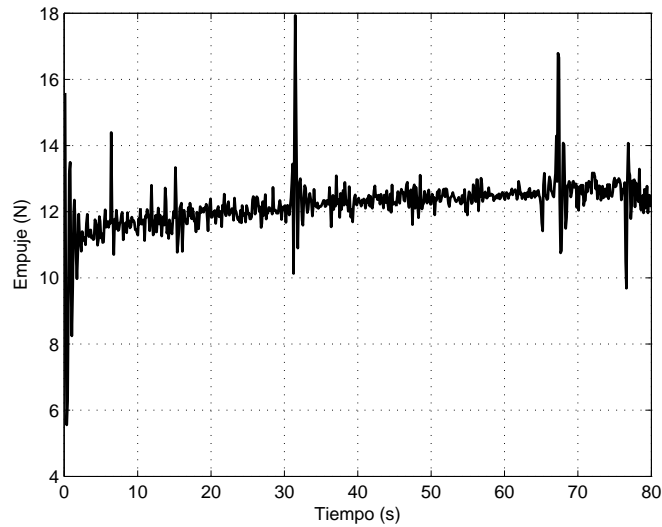


Figura 4.6: Entrada de control de empuje total T_T .

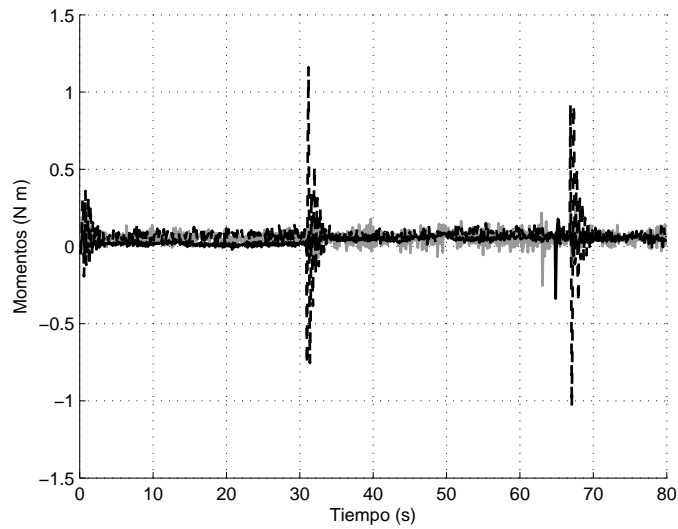


Figura 4.7: Momentos aplicados. M_x^b (línea punteada), M_y^b (línea gris) y M_z^b (línea continua).

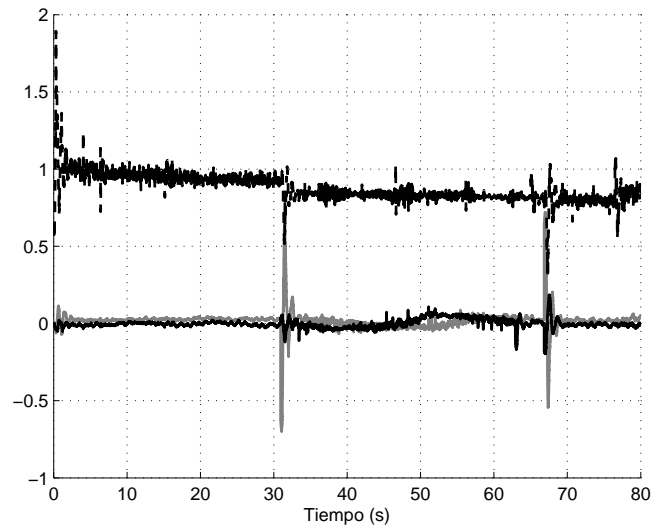


Figura 4.8: Tasa de energía. \mathcal{H}_e^x (línea continua), \mathcal{H}_e^y (línea gris) y \mathcal{H}_e^z (línea punteada).

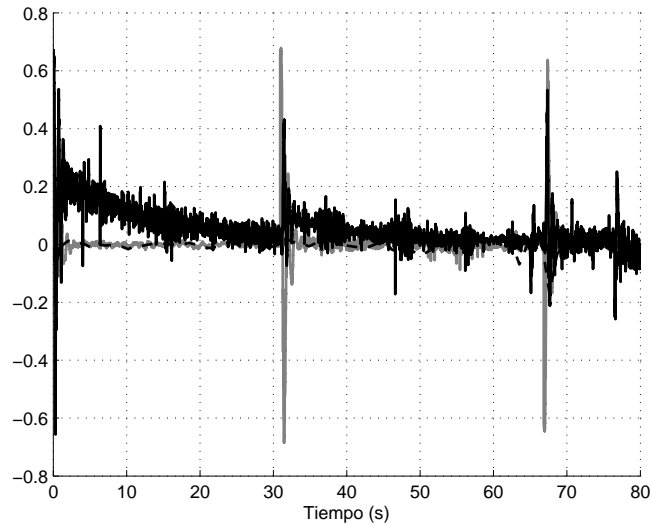


Figura 4.9: Error de tasa de energía. $\tilde{\mathcal{H}}_e^x$ (línea discontinua), $\tilde{\mathcal{H}}_e^y$ (línea gris) y $\tilde{\mathcal{H}}_e^z$ (línea continua).

4.2.2. Regulación

El segundo vuelo consistió en mantener el cuadricóptero en vuelo estacionario o hover durante un periodo de prolongado de tiempo de aproximadamente ocho minutos. Esto con el motivo de hacer una comparación de la capacidad para mantener la referencia de altura entre el controlador propuesto basado en TECS y el controlador presentando en [16].

Las figuras 4.10 y 4.11 muestran la altura y la señal de control T_T durante el experimento. Se puede apreciar que T_T incrementa su valor a lo largo del experimento, esto es debido a que los términos integrales del controlador total de la energía ajustan sus valores para compensar el desgaste de la batería durante el vuelo.

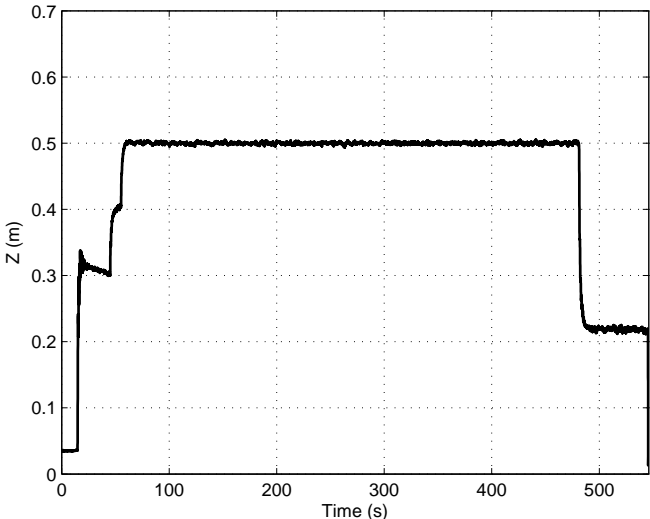


Figura 4.10: Altura del cuatrirotor en vuelo estacionario.

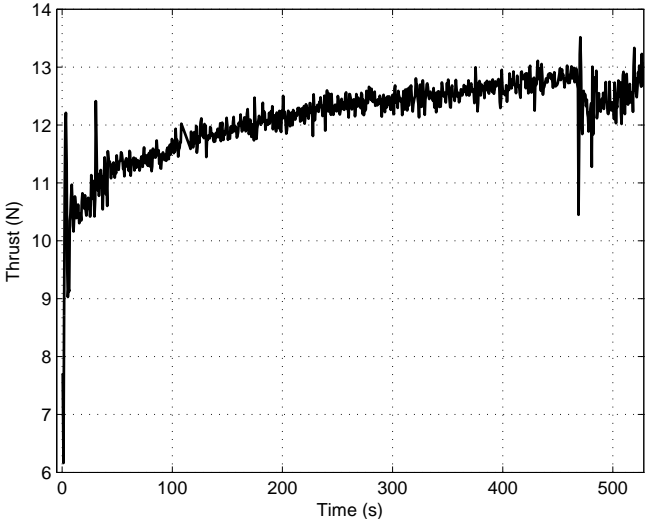


Figura 4.11: Entrada de control de empuje total T_T en vuelo estacionario.

4.2.3. Prueba del control de orientación

Se realizó también un experimento para comprobar el funcionamiento del control de orientación en $SO(3)$. Para este experimento se definió la trayectoria dada por las ecuaciones

$$\begin{aligned}x_d &= 0 \\y_d &= 0 \\z_d &= 0,5 + 0,25 \frac{[\sin(\omega t) + 1]}{2} \\ \vec{r}_1^d &= \begin{bmatrix} \cos(\psi_d) \\ \sin(\psi_d) \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}\psi_d &= 6\pi \frac{[\sin(\omega t) + 1]}{2} \\ \omega &= \frac{2\pi}{40}\end{aligned}$$

A lo largo de la trayectoria definida el cuadrirotor dio seis vueltas. La figura 4.12 muestra la altura del cuadrirotor durante el experimento. Por otro lado la figura 4.13 muestra el ángulo de guiñada durante el experimento, donde se puede observar que ya que el cuadrirotor dio seis vueltas durante la trayectoria, existen en el ángulo de guiñada seis saltos entre $+\pi$ y $-\pi$. Sin embargo al estar planteado el controlador en el espacio de configuraciones de la orientación $SO(3)$ esto no provoca mayor inconveniente.

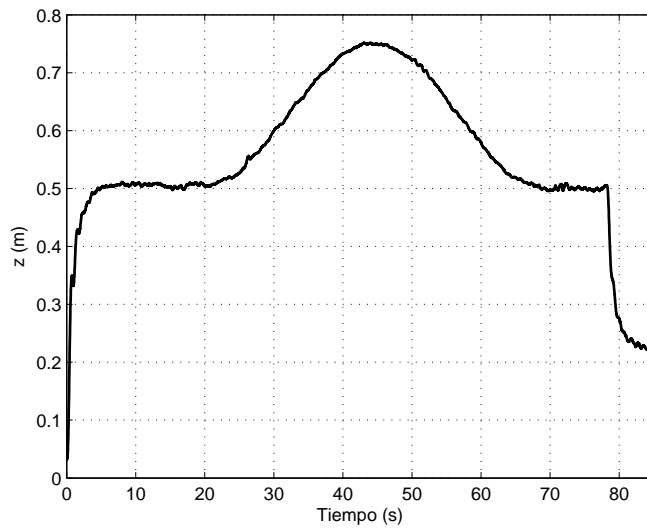


Figura 4.12: Altura del cuatrirotor en giro con guiñada

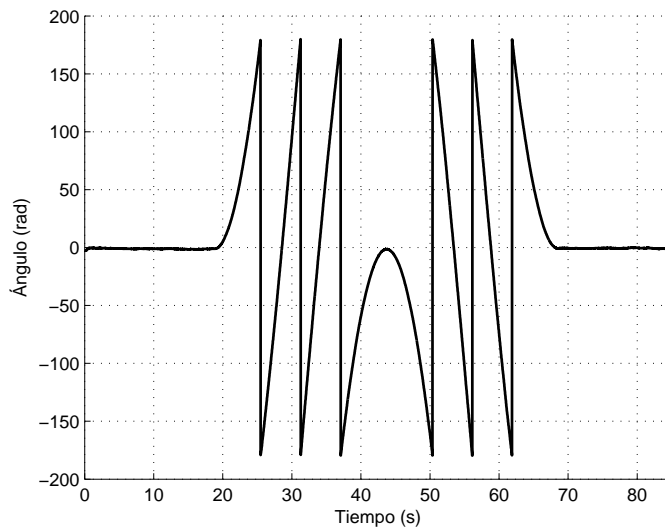


Figura 4.13: Ángulo de alabeo (ψ)

4.3. Algoritmo de visión

El diagrama de las conexiones de hardware utilizadas para la evaluación del algoritmo de visión artificial se muestra en la figura 4.14.

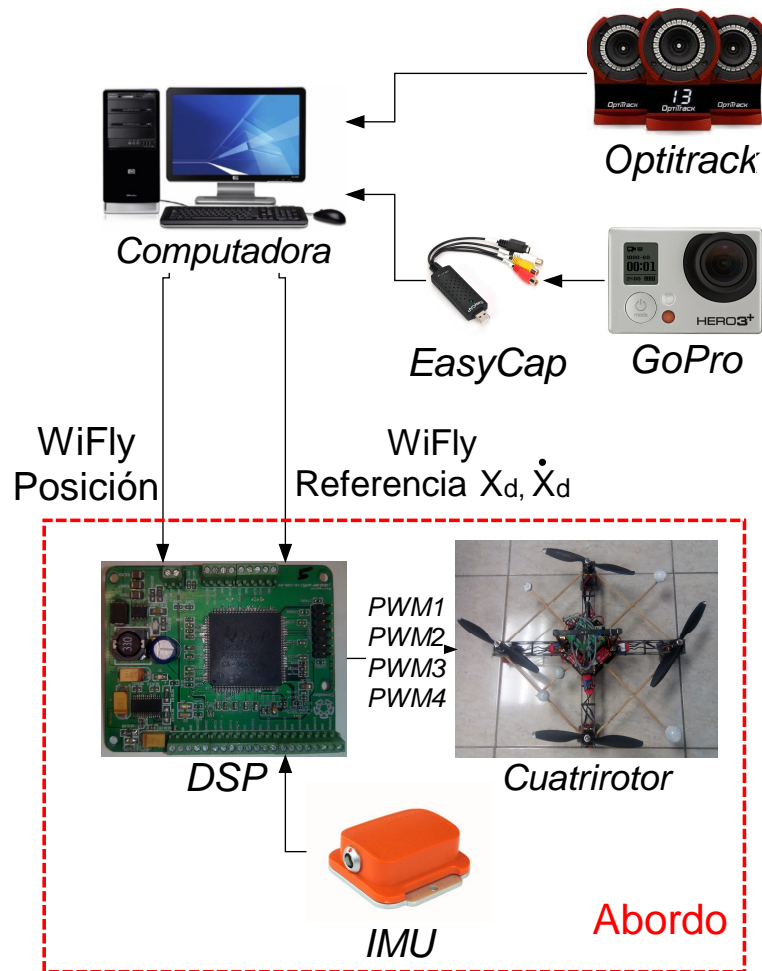


Figura 4.14: Conexiones de hardware.

Como se observa en el diagrama de conexiones mostrado en la figura 4.14, el segundo módulo WiFly abordo del cuadricóptero se utilizó para enviar al DSP las señales de referencia para el lazo de control calculadas por el algoritmo de visión

Dato	Tipo	Posición en Bytes
x_d	Flotante	1-4
y_d	Flotante	5-8
z_d	Flotante	9-12
\dot{x}_d	Flotante	13-16
\dot{y}_d	Flotante	17-20
\dot{z}_d	Flotante	21-24
Checksum	Entero	25

Tabla 4.6: Trama de datos de señales de referencia enviadas al cuatrirotor.

en la computadora en tierra. La trama de bytes enviada a este segundo módulo WiFly se muestra en la tabla 4.6.

Para evaluar el algoritmo de visión artificial propuesto, en primer lugar fue necesario realizar la calibración de la cámara por medio de la cual se obtuvieron los parámetros intrínsecos que componen la matriz K y los coeficientes de distorsión d_1 , d_2 y d_3 mostrados en la tabla 4.7. Estos valores se obtuvieron capturando 130 imágenes del patrón mostrado en la figura 3.6. Con estos valores el error promedio de proyección obtenido fue de 0.75 píxeles.

Los valores de los parámetros usados para el algoritmo de visión propuesto se muestran en la tabla 4.8. El experimento se realizó usando un polígono rectangular. El algoritmo propuesto para obtener la referencia visual se ejecuta con un período de 80 milisegundos.

En la figura 4.15 se muestra una captura del video donde se realiza el experimento con el cuatrirotor siguiendo la referencia generada por el algoritmo de visión. Las figuras 4.16 y 4.17 muestran las gráficas de posición y referencia en z y x respectivamente durante el vuelo.

Parámetro	Valor
f_x	262.92
f_y	261.66
x_0	359.51
y_0	239.50
d_1	-0.17314
d_2	0.04469
d_3	-0.00567

Tabla 4.7: Parámetros intrínsecos de la cámara y coeficientes de distorsión.

Parámetro	Valor
Tamaño de la ventana Gaussiana	5×5
σ_x de la función Gaussiana	4
σ_y de la función Gaussiana	4
Umbral inferior Canny	60
Umbral superior Canny	110
Distancia ϵ	12
Matriz Q	$\text{diag}\{0,1,0,1,0,1\}$
Matriz R	$\text{diag}\{0,1,0,1\}$

Tabla 4.8: Parámetros del algoritmo de visión



Figura 4.15: Captura de video del experimento.

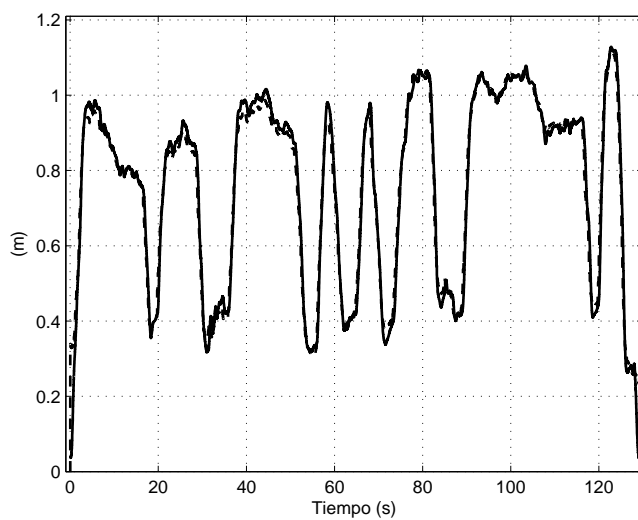


Figura 4.16: Posición en z (Línea continua) y referencia z_d (Línea discontinua).

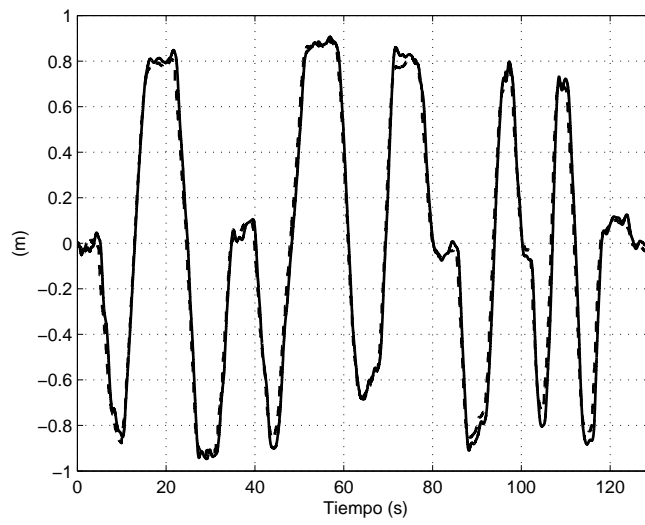


Figura 4.17: Posición en x (Línea continua) y referencia x_d (Línea discontinua).

Capítulo 5

Conclusiones

5.1. Conclusión

Durante este trabajo de tesis se hizo uso de conocimientos tanto teóricos como prácticos de diversas ramas de la ingeniería. Se presentó el diseño e implementación de una estrategia de control basada en TECS para un cuatrirotor. La estrategia de control basada en TECS se acopló a una ley de control para la dinámica rotacional en $SO(3)$. Los resultados experimentales obtenidos con el controlador propuesto fueron muy satisfactorios. Se demostró experimentalmente que el controlador propuesto tiene un buen desempeño tanto para el vuelo estacionario como para el seguimiento de trayectorias. Además al utilizar un planteamiento en el espacio de configuraciones de la orientación $SO(3)$ se superan las limitaciones causadas por el modelado de la orientación con ángulos de Euler, eliminando los problemas con ambigüedades y singularidades en la orientación.

Para obtener la señal de video desde la cámara GoPro, la cámara disponía de conexión Wifi por la cual podía entregar una señal de video, sin embargo este método presentaba un retraso en el video obtenido de aproximadamente cuatro segundos, por lo que se optó por utilizar la salida de video analógico también disponible en la cámara. De esta forma usando un adaptador de Video Analógico/USB, se logró la adquisición del video en la computadora para realizar el procesamiento. El algoritmo de visión artificial presentado hace uso de técnicas básicas en el área, sin embargo mostró un buen desempeño experimentalmente y puede servir como punto de partida para futuras implementaciones que amplíen y mejoren las capacidades del cuatrirotor como vehículo aéreo autónomo.

5.2. Trabajo a Futuro

Con base en los resultados obtenidos a lo largo de este trabajo se plantean las siguientes propuestas como trabajo a futuro

- Diseñar un sistema embebido que permita realizar el procesamiento de la imagen obtenida a partir de la cámara abordo del cuatrorotor.
- Implementar técnicas de evasión de obstáculos y planificación de trayectorias haciendo uso de algoritmos de visión artificial.
- Explorar técnicas de visión artificial avanzada como estrategias de SLAM (Simultaneous Localization And Mapping) visual, monocular o estéreo, con cámaras embebidas abordo que doten al cuatrorotor de mayor autonomía dejando de depender del sistema de posicionamiento Optitrack.
- Agregar sensores de posicionamiento global junto a las estrategias de SLAM visual que permitan realizar vuelos en grandes espacios abiertos.
- Utilizar estrategias de coordinación multiagentes en combinación con técnicas de visión artificial para realizar vuelos coordinados entre dos o mas cuatrotoros.

Bibliografía

- [1] Bills, Cooper, Joyce Chen y Ashutosh Saxena: *Autonomous MAV flight in indoor environments using single image perspective cues*. En *Robotics and automation (ICRA), 2011 IEEE international conference on*, páginas 5776–5783. IEEE, 2011.
- [2] Bloch, Anthony M, Dong Eui Chang, Naomi Ehrich Leonard y Jerrold E Marsden: *Controlled Lagrangians and the stabilization of mechanical systems. II. Potential shaping*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 46(10):1556–1571, 2001.
- [3] Bloch, Anthony M, Naomi Ehrich Leonard y Jerrold E Marsden: *Controlled Lagrangians and the stabilization of mechanical systems. I. The first matching theorem*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 45(12):2253–2270, 2000.
- [4] Bradski, G. y A. Kaehler: *Learning OpenCV: Computer Vision with the OpenCV Library*. O’Reilly Media, 2008, ISBN 9780596554040. <https://books.google.com.mx/books?id=seAgi0fu2EIC>.
- [5] Bruce, Kevin R, JR Kelly y LH Person Jr: *NASA B737 flight test results of the Total Energy Control System*. En *AIAA, Guidance, Navigation and Control Conference*, página 10p., 1986.
- [6] Canny, John: *A computational approach to edge detection*. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, (6):679–698, 1986.
- [7] Corona-Sánchez, José Juan: *Control en el Plano de un Cuadrirotor*. Tesis de Maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, 2013.
- [8] De Angelo, C, G Bossio, GO Garcia, J Solsona y MI Valla: *Speed control of PMSMs with Interconnection and Damping Assignment or Feedback Linearization. Comments about their performance*. En *Industrial Electronics, 2006*

- IEEE International Symposium on*, volumen 3, páginas 2182–2187. IEEE, 2006.
- [9] Donaire, Alejandro, Rachit Mehra, Romeo Ortega, Satpute Sumeet, Jose Romero, Faruk Kazi y Navdeep Singh: *Shaping the energy of mechanical systems without solving partial differential equations*. 2015.
- [10] Dorf, R.C. y R.H. Bishop: *Modern Control Systems*. Pearson Prentice Hall, 12th edición, 2011, ISBN 9780132270281.
- [11] Gaviria, Carlos, Enric Fossas y Robert Griñó: *Robust controller for a full-bridge rectifier using the IDA approach and GSSA modeling*. Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on, 52(3):609–616, 2005.
- [12] Gomez-Balderas, J.E., G. Flores, L.R. GarcíA Carrillo y R. Lozano: *Tracking a Ground Moving Target with a Quadrotor Using Switching Control*. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 70(1-4):65–78, 2013, ISSN 0921-0296. <http://dx.doi.org/10.1007/s10846-012-9747-9>.
- [13] Gomez-Estern, F, AJ Schaft y JA Acosta: *Passivation of underactuated systems with physical damping*. En *Proceedings 6th IFAC-Symposium on Nonlinear Control Systems*, páginas 1235–1240. Elsevier, 2005.
- [14] Gonzalez, R.C.: *Digital Image Processing*. Pearson Education, 2009, ISBN 9788131726952. https://books.google.co.in/books?id=a62xQ2r_f8wC.
- [15] González, Juan David Brigido: *Control de la dinámica longitudinal de una aeronave de ala fija por el sistema de control adaptable total de energía*. Tesis de Maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, 2014.
- [16] Guadarrama-Olvera, Julio Rogelio: *Técnicas Avanzadas de Control para Seguimiento de Trayectorias en un Vehículo Aéreo de Cuatro Rotores*. Tesis de Maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, 2013.
- [17] Hartley, Richard y Andrew Zisserman: *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge university press, 2003.
- [18] Huang, Zhihu y Jinsong Leng: *Analysis of Hu’s moment invariants on image scaling and rotation*. En *Computer Engineering and Technology (ICCET)*,

- 2010 *2nd International Conference on*, volumen 7, páginas V7–476. IEEE, 2010.
- [19] Koditschek, Daniel E.: *The Application of Total Energy as a Lyapunov Function for Mechanical Control Systems*. February 1989.
- [20] Krajník, Tomáš, Matías Nitsche, Sol Pedre, Libor Přeučil y Marta E Mejail: *A simple visual navigation system for an UAV*. En *Systems, Signals and Devices (SSD), 2012 9th International Multi-Conference on*, páginas 1–6. IEEE, 2012.
- [21] Lambregts, AA: *Functional integration of vertical flight path and speed control using energy principles*. En *Proc. 1st Annu. NASA Aircraft Controls Workshop*, páginas 389–409, 1983.
- [22] Lambregts, AA: *Integrated system design for flight and propulsion control using total energy principles*. En *American Institute of Aeronautics and Astronautics, Aircraft Design, Systems and Technology Meeting, Fort Worth, TX*, volumen 17, 1983.
- [23] Lambregts, AA: *Vertical flight path and speed control autopilot design using total energy principles*. AIAA paper no. 83-2239, 1983.
- [24] Lee, Taeyoung, Melvin Leoky y N Harris McClamroch: *Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3)*. En *Decision and Control (CDC), 2010 49th IEEE Conference on*, páginas 5420–5425. IEEE, 2010.
- [25] Marsden, Jerrold E y Tudor S Ratiu: *Introduction to mechanics and symmetry: a basic exposition of classical mechanical systems*, volumen 17. Springer Science & Business Media, 1999.
- [26] Mondragón, Iván Fernando, Pascual Campoy, Juan Fernando Correa y Luis Mejias: *Visual model feature tracking for UAV control*. En *Intelligent Signal Processing, 2007. WISP 2007. IEEE International Symposium on*, páginas 1–6. IEEE, 2007.
- [27] Ortega, Romeo, Antonio Loria, Per Johan Nicklasson y Hebertt Sira-Ramirez: *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer Science & Business Media, 1998.
- [28] Ortega, Romeo, Arjan Van Der Schaft, Bernhard Maschke y Gerardo Escobar: *Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled Hamiltonian systems*. *Automatica*, 38(4):585–596, 2002.

- [29] Petrovic, Vladan, Romeo Ortega y Alex M Stankovic: *Interconnection and damping assignment approach to control of PM synchronous motors*. Control Systems Technology, IEEE Transactions on, 9(6):811–820, 2001.
- [30] Ramer, Urs: *An iterative procedure for the polygonal approximation of plane curves*. Computer graphics and image processing, 1(3):244–256, 1972.
- [31] Ramirez, Hector, Daniel Sbarbaro y Romeo Ortega: *On the control of non-linear processes: An IDA–PBC approach*. Journal of Process Control, 19(3):405–414, 2009.
- [32] Rodriguez, H, H Siguerdidjane y R Ortega: *Experimental comparison of linear and nonlinear controllers for a magnetic suspension*. En *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications. Anchorage, Alaska (USA)*, páginas 715–719, 2000.
- [33] Slotine, J. J.E.: *Putting physics in control—the example of robotics*. Control Systems Magazine, IEEE, 8(6):12–18, Dec 1988, ISSN 0272-1708.
- [34] Suzuki, Satoshi y cols.: *Topological structural analysis of digitized binary images by border following*. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 30(1):32–46, 1985.
- [35] Woolsey, CA, AM Bloch, NE Leonard y JE Marsden: *Physical dissipation and the method of controlled Lagrangians*. 2001.
- [36] ZANNATHA, Juan Manuel IBARRA y Eduardo de Jesús ITURBE CÓRDOVA: *Calibración y Corrección de la Distorsión Radial en Sistemas de Visión para Robots*.
- [37] Zhang, Zhengyou: *A flexible new technique for camera calibration*. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 22(11):1330–1334, 2000.