



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS

DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS

Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias en la
Especialidad de Investigaciones Educativas

**EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE SOBRE LOS PRIMEROS
NÚMEROS, DE NIÑOS QUE TERMINAN PREESCOLAR**

Presenta

Lic. Joel Martínez Gómez

Directora de Tesis

M en C Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez

Febrero 2017

Ciudad de México

*“Para la elaboración de esta tesis,
se contó con el apoyo de una Beca Conacyt”*

RESUMEN

La investigación plantea, a través del diseño de situaciones problemáticas y no de preguntas directas y cerradas, evaluar el aprendizaje de los primeros números que logra un grupo de ocho niños que están por terminar el preescolar en el ciclo escolar (2012-2013). Se toma como referente lo señalado sobre la competencia de Número¹ en el Campo formativo de Pensamiento matemático tanto para el diseño de las situaciones como para valorar los resultados.

El recurso metodológico utilizado para la recolección de datos es la ingeniería didáctica (Artigue, 1995) como un método específico en el análisis de situaciones de evaluación tanto para su diseño como para su aplicación y análisis.

Palabras clave: Situaciones problemáticas, Evaluación, Aprendizaje, Programa de Educación Preescolar 2004 (PEP 04), Ingeniería didáctica.

SUMMARY

Through the design of problematic situations instead of close ended questions, this research sets on evaluating the learning concept of the first numbers in a group of eight students about to graduate from preschool, in the school year 2012-2013. It is modeled after the Number Competence found in the Formative Field of Math Thinking Skills, both for the design and the evaluation of the results.

The methodological technique used to collect data is teaching engineering (Aritgue, 1995) as a specific method in the analysis of evaluating situations for the design, application and analysis.

Key Words: problematic situations, learning evaluation, Preschool Educational Program (PEP 2004), Teaching Engineering.

¹ “Este campo formativo se organiza en dos aspectos relacionados con la construcción de nociones matemáticas

Agradecimientos

*A mi tutora Irma Fuenlabrada
que con paciencia y amplios
conocimientos me apoyo en
todo momento.
Sin ella esta instigación
no habría visto la luz.*

Gracias, Yimmy.

*A la Dra. Judith Kalman y
a la M. en C. Lucía Moreno
por su atenta lectura.*

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	7
CAPÍTULO I EL OBJETO DE ESTUDIO Y LA METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN	12
1. Ubicación y objeto de estudio	13
2. Aproximación a las dos últimas reformas en el currículo de preescolar: Programa de Educación Preescolar 2004	14
2.1 De la trayectoria de la obligatoriedad al PEP 04.....	15
2.2 Propósitos fundamentales y su carácter flexible	18
2.3 La visión de competencias en el PEP-04.....	20
2.4 Nuevos planteamientos de matemáticas en preescolar.....	21
3. El Instituto Nacional de Evaluación Educativa: la prueba Excale de Pensamiento Matemático 2007	26
3.1 La evaluación como perspectiva de calidad.....	29
4. preguntas de investigación y referente teórico-metodológico.....	30
4.1 Preguntas de investigación	30
4.2 La Ingeniería Didáctica.....	31
4.3 Sistema de análisis experimental.....	35
4.3.1 Análisis preliminar	37
4.3.2 Análisis a priori	38
4.3.3 Análisis a posteriori	39
5. Referente empírico	39
5.1 Lugar, tiempo y negociaciones.....	39
5.2 Selección de los casos.....	41
5.3 Registros	41
CAPÍTULO II DIDÁCTICA EN LA CONSTRUCCIÓN DE LA NOCIÓN DE NÚMERO	43
1. El problema de la instrumentación del PEP 04 en el aula	44
1.1 Los conocimientos previos y las estrategias espontáneas de los niños.....	48
1.2 Consideraciones en el desarrollo del símbolo en el niño	51
2. Las situaciones didácticas	56
2.1 La representación simbólica en el diseño de la situación didáctica	59
2.2 La competencia numérica	62

2.3 El proceso de la construcción del número	63
2.4 El número y la cardinalidad	65
2.5 Conteo y conocimientos informales	67
2.6 Los problemas y el conteo	68
3. Las situaciones de evaluación	69

CAPÍTULO III PLANTEAMIENTO Y ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES

DE EVALUACIÓN	71
1. Caracterización y selección de las situaciones de evaluación	72
1.1 Selección de la población.....	72
1.2 Contexto escolar y social	73
2. El proceso de aplicación	74
3. La fiesta de Citlalli.....	74
3.1 Análisis de la situación didáctica.....	76
3.1 Comparación por estimación de la cantidad	80
3.3 Problemas en los que aparecen acciones de reparto.....	83
3.4 Conclusiones de la secuencia didáctica.....	85
4. La papelería	86
4.1 Propósitos	86
4.1 Problema 1	88
4.2 Problema 2	88
4.3 Problema 3	89
4.5 Conclusiones de la evaluación.....	92
5. Problema de reparto	94
5.1 Reparto 1.....	95
5.2 Reparto 2.....	96
5.3 Reparto 3.....	97
5.4 Conclusiones de la secuencia de reparto	100
Conclusiones	102
Bibliografía	109

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos veinte años² (1992-2012) el modelo de educación pública en México, ha atravesado por múltiples reformas en los diferentes niveles de educación básica (preescolar, primaria y secundaria) entre las que destaca el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica³ (ANMEB) en 1992, en el que se decreta la obligatoriedad a la educación básica del nivel preescolar en noviembre de 2002⁴; así como la reforma al plan de estudios de educación preescolar en 2004⁵; la reforma Integral a la Educación Básica (RIEB) en 2008 y la actualización del plan de estudios en 2011 (derivado de la RIEB).

Dichas reformas y cambios en los contenidos curriculares de educación básica han generado una serie de interrogantes de lo que ha ocurrido con la educación en México (desde el ANMEB hasta la RIEB) que van desde ¿qué es lo que deben aprender los alumnos? hasta una visión generalizada de elevar la “calidad de la educación” por medio de las evaluaciones a docentes y alumnos.

En correspondencia a este panorama subyace otro tipo de interrogantes de orden pedagógico y no solo político-social referentes a ¿Qué están aprendiendo los alumnos al egresar de cada nivel de la educación básica? ¿Cómo lo aprenden? ¿De qué manera se enseñan los contenidos escolares? Y si los aprendizajes obtenidos tienen correspondencia o no con lo que se

² “(...) [transcurrieron] 20 años desde 1992 cuando tuvo lugar la rápida firma (en dos días) entre el Gobierno Federal y los estatales, del acuerdo que, en la práctica, iniciaría un proceso de desconcentración de la educación pública básica en México. Las entidades asumieron la responsabilidad de administrar un sistema que había permanecido bajo un régimen de centralización excesiva. (...) algunos gobernadores intentaron regresar la responsabilidad al Gobierno Federal, nunca hubo marcha atrás. Un año después, en 1993, se promulgó una Ley General de Educación con un espíritu federalista, en la cual se dedica un apartado a los Consejos de Participación Social que debían coordinarse en cuatro ámbitos: el federal, los estatales, municipales y escolares.” (Santizo, 2013: 9)

³ EN México, el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica (ANMEB), publicado el 19 de mayo de 1992 en el *Diario Oficial de la Federación*, puede considerarse como el referente más significativo para apreciar el desarrollo del federalismo en materia educativa. (Zúñiga, 2013: 16)

⁴ “En noviembre de 2002 se publicó el decreto de reforma a los artículos 3ro y 31 de la Constitución Política de los Estados Unidos de Mexicanos, la cual establece la obligatoriedad, la cual establece la obligatoriedad de la educación preescolar; en consecuencia la educación básica obligatoria comprende actualmente 12 grados de escolaridad” (PEP 04, 2004, pp. 17)

⁵ “Las actividades de exploración, estudio y consulta para la reforma de la educación preescolar iniciaron desde el año 2002. A partir de octubre de 2003 comenzó el análisis de la propuesta inicial del nuevo programa, mediante la difusión del documento denominado Fundamentos y características de una nueva propuesta curricular para la educación preescolar. Posteriormente tres versiones antecedentes a este programa fueron analizadas por personal técnico de todas las entidades federativas y de las diversas dependencias de la Secretaría de Educación Pública (SEP) involucradas en este nivel educativo”. (PEP 04, 2004, pp. 6)

establecen en el siguiente nivel educativo.

Tomando en cuenta que en los últimos 25 años, se han modificado los contenidos curriculares en los diferentes niveles de Educación Básica y ahora con la Propuesta Curricular para la Educación Obligatoria 2016, actualmente en consulta y redefinición, se suma a las interrogantes sobre aprendizaje y enseñanza, ¿que aprenden los niños entre una reforma curricular y otra? Situación que, en nuestra opinión, debe ser analizada a profundidad en cada uno de los niveles.

Estos hechos han orientado el diseño y la construcción del objeto de estudio en esta investigación, la cual se centra en el análisis de los aprendizajes sobre Campo formativo de Pensamiento matemático en preescolar, tomando como referente los contenidos del Programa de Educación Preescolar 2004 (PEP 04), en un grupo de 8 niños que egresaron de este nivel en el ciclo escolar 2012-2013, primer año de vigencia del Programa de Estudio 2011 Guía para la Educadora. Educación Básica Preescolar (PEP 11).

Retomar como referente el PEP 04 y no el PEP 11, se debe a que el primero es el programa de educación preescolar que más tiempo llevaba en las aulas -en el momento de la indagatoria-, por parte de docentes e instituciones escolares; es decir, que en la formación continua de docentes de educación preescolar desde el año 2004 hasta el 2011 el PEP 04 y sus contenidos eran los que habían sido trabajados en los talleres de actualización y en el aula.

Aun así cabe señalar que los contenidos evaluados, están presentes en el Programa del 2011, actualmente vigente, y continúan en la Propuesta Curricular para la Educación Obligatoria 2016 en proceso de ajuste con base en la consulta nacional llevada a cabo el año pasado. Por lo que el objeto de estudio y los hallazgos de esta tesis siguen siendo pertinentes.

Por otra parte durante el año 2007 se aplicaron los Exámenes para la calidad y el logro escolar⁶ (Excale) con los contenidos y diseño metodológico del PEP04, para evaluar los aprendizajes de los alumnos de tercer grado de educación preescolar. Prueba que hasta el momento, es la única que se ha

⁶ Pruebas del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) aplicadas desde el año 2005 a estudiantes de educación básica.

aplicado a nivel nacional en este nivel escolar.

Aunado a estos dos hechos (elección del PEP04), los niños seleccionados para el estudio cursaron el primero y segundo grado de preescolar con los contenidos curriculares de la componente de número con el PEP 04; sin embargo aunque oficialmente cursaron el tercer grado de preescolar con el PEP 11, en los hechos fue con el PEP04 porque la formación y capacitación de su profesora de tercer grado, durante sus años de enseñanza en este nivel, estaba sustentada en el Programa del 2004⁷.

De esta manera la presente investigación es un estudio de caso y encuentra sustento en la inquietud por comprender qué nociones sobre el número tienen los niños seleccionados al concluir el tercero de preescolar, que en principio, transitaron por los contenidos curriculares señalados en el PEP 04 y los aprendieron con el enfoque de enseñanza constructivista que subyace en dicho Programa. Buscando indagar, además, si los aprendizajes de los niños corresponden con lo esperado al egreso del nivel preescolar en la componente de número de dicho Programa.

En el Capítulo I, se ubica y justifica el objeto de estudio a través de una revisión sucinta del preescolar como nivel obligatorio de la Educación Básica, así como la visión de competencias del PEP 04 y su organización, se aborda particularmente lo referente al campo de Pensamiento matemático tanto en su contenido temático como en los nuevos lineamientos para la enseñanza que se propone para propiciar el aprendizaje de la matemática temprana. Así mismo se revisan las pretensiones del INEE, la prueba Excale de pensamiento matemático del 2007 y la evaluación como perspectiva de calidad. Para finalmente revisar los planteamientos de la Ingeniería Didáctica como recurso metodológico para realizar la investigación y se describe cómo se conformó el referente empírico.

En el Capítulo II Se plantea el problema de la instrumentación del PEP 04 en el aula, se revisa el papel que juegan en el aprendizaje, los

⁷ Frente a la desestabilización que causaron los “estándares curriculares” del Programa de Educación Básica, muchas directoras de preescolar optaron por decirles a sus educadoras que tomaran del nuevo programa (2011) solo lo referente a *Campos formativos* que en realidad era una mejor expresión del Programa del 2004, aunque con algunos elementos desconcertantes sobre “las competencias”.

conocimientos previos y las estrategias espontáneas de los niños. Así mismo se describen algunos aspectos del desarrollo del símbolo en el niño y su relación con el diseño de la situación didáctica. En este capítulo además se destacan aspectos inherentes a las situaciones de evaluación como: el conteo, los conocimientos informales, la competencia numérica y el proceso de construcción del número desde la perspectiva didáctica.

Los análisis de las situaciones de evaluación referentes al concepto de número se presentan en el Capítulo III de este reporte, transitando desde la planeación de las actividades, la aplicación y el análisis de las respuestas obtenidas en las entrevistas, así como las conclusiones parciales a las que dio lugar esta investigación. Y finalmente, se presentan las conclusiones del estudio.

La metodología utilizada, a título de anticipo

Con base en el enfoque planteado por Artigue (1995), la ingeniería didáctica se asume como una metodología que proporciona un modelo de investigación correspondiente al análisis el tipo de aprendizajes que los alumnos poseen; controlado eventos del contexto, la planeación de las situaciones didácticas contempla el uso de materiales impresos, digitales y ambientales (luz, sonido) para la enseñanza; así como entrevistas, la edad de desarrollo del alumno y sus conceptos previos para hacer uso de los materiales que se utilizaran durante la situación de evaluación.

“(…) la ingeniería didáctica se basa en un control *a priori* de las situaciones que se ponen en juego dentro del proceso experimental. Este control se efectúa a través de un análisis *a priori* que busca precisar las posibilidades que se han seleccionado, los valores de las variables didácticas que se producen como consecuencia de esta selección y el sentido que pueden tomar los comportamientos previstos teniendo en cuenta estos valores. En seguida, en el análisis *a posteriori*, este análisis *a priori* se compara con la realización efectiva y se busca lo que rechaza o confirma las hipótesis sobre las cuales estaba basado.” (Artigue, 1995; 12)

El control, se convierte en una serie de razonamientos sobre posibles hechos y contingencias que deben ser estudiadas y sustentadas por el profesor o investigador de tal modo que cubran con las condiciones para aplicar la situación que se quiera explorar.

Estas características configuran a la ingeniería didáctica como un sistema de planeación, creación, anticipación y exploración que comprende cuatro fases: análisis preliminar, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori y validación (Chevallard, 1982, Artigue, 1995, De Faria Campos, 2006, Carnelli y Marino, 2012). De las fases mencionadas Artigue (1995) distingue tres dimensiones particulares en la primera de ellas, análisis preliminar:

a) Dimensión epistemológica que se distingue por los saberes relacionados con el problema seleccionado (el concepto de número como problema epistemológico).

b) Dimensión cognitiva asociada a los conocimientos, edad de desarrollo y conocimientos previos que tiene la población seleccionada (este punto plantea los conocimientos y saberes que los niños han obtenido durante su tránsito por el preescolar en la componente de número desde el PEP).

c) Dimensión didáctica situada en los procedimientos del sistema de enseñanza (modelo de enseñanza constructivista enmarcado en los contenidos del PEP 04).

Estas dimensiones se consideraron en la investigación, en el análisis de las condiciones en las que se llevaría a cabo la evaluación.

El diseño de las situaciones de evaluación desde esta metodología partió de análisis referentes al impacto que una situación matemática debe tener frente al sujeto que se le plantea, de tal modo que la situación provoque un reto intelectual en el sujeto tomando en cuenta su nivel conceptual, introduciéndolo en una realidad conocida con la claridad requerida sobre el o los hechos que se intentan evidenciar de tal suerte que pueda realizar inferencias sobre el cómo resolver el problema con los elementos proporcionados y con los recursos cognitivos que posee. Este argumento orienta la manera en que se puede enseñarse o recolectar datos de hechos organizados y problematizados desde las posibilidades de los sujetos. Esto es, la Ingeniería didáctica es una metodología especializada que, entre otras cosas, posibilita la elaboración de situaciones evaluativas para la recolección de datos y su ulterior análisis.

CAPÍTULO I

EL OBJETO DE ESTUDIO Y LA METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

1. Ubicación y objeto de estudio

La idea de evaluar la educación en México se ha convertido en un evento que ha marcado de manera controvertida a las generaciones de estudiantes y profesores de educación básica durante los últimos 15 años. Con la creación del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) en el año 2002 -durante administración del Presidente Vicente Fox-, las evaluaciones generaron expectativas sobre la posibilidad de desarrollar y mejorar el sistema educativo nacional, como puede apreciarse en la misión del INEE: “*contribuir al mejoramiento de la educación a través de evaluaciones integrales que determinen la calidad del sistema educativo y los factores que la rigen.*” (Montes de Oca, 2009: 19)

Dicho de otra forma, la evaluación se ha convertido en una práctica cultural en el aula y fuera de ella, con fobias y filias que ha modelado la vida escolar de niños, profesores y padres de familia.

Paralelo al escenario de la evaluación, desde el 2008 con la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), se han gestado reformas educativas y acuerdos político-educativos sobre el bienestar social y las necesidades de enseñanza de los profesores, que llevaron en su momento a replantear contenidos escolares y prospectivos del desarrollo profesional de formación continua de los docentes.

Mucho puede agregarse en términos de análisis político, económico y de aprendizaje al manejo de las evaluaciones y las recientes reformas que ha sufrido la educación en México. Sin embargo, tomando en cuenta el momento histórico de cambios en la visión educativa del país y el paradigma de la evaluación, la presente investigación plantea sus objetivos recuperando solo una pequeña parte de todo el escenario político educativo que en el 2012 se desarrollaba y debatía.

En el caso del nivel preescolar, primer eslabón de la Educación Básica, las reformas implementadas en materia curricular en el año 2011, trajeron consigo una visión distinta y en cierta medida equivocada, respecto a los aprendizajes que deben tener los alumnos al terminar este nivel.

Entre otras cosas, las manifestaciones de aprendizaje enlistadas en el PEP 04 que daban cuenta del proceso del aprendizaje de los alumnos y su evolución en el tránsito de su educación preescolar, pasaron sin mayor reparo a ser “aprendizajes esperados” cuando muchos de ellos no tienen por qué seguir apareciendo al término de éste nivel. En cambio, en el PEP 04 lo que se esperaba supieran los niños al terminar preescolar es que adquirieran algunos conocimientos, destrezas y habilidades pero, fundamentalmente, que supieran cómo utilizarlos para resolver problemas diversos. A esto se adiciona, la ausencia de estudios evaluativos de los aprendizajes de los niños que pasaron por el preescolar durante la vigencia del PEP 04.

Por tales motivos se decidió hacer un análisis de aprendizajes finales correspondientes a la Campo formativo de Pensamiento matemático en el componente de número en un grupo de niños que son parte de la última generación que se formaron durante tres ciclos escolares con el PEP 04, evaluando el logro de los propósitos de aprendizaje descritos en el párrafo precedente.

Este Capítulo, se organiza a través de: a) La revisión general del PEP 04 y específica de los contenidos del componente de número; b) Un análisis de las iniciativas de las instituciones encargadas de evaluación nacional y los resultados reportados para el nivel preescolar; y, c) La revisión teórica-metodológica que orienta la investigación y sustenta el análisis de los aprendizajes sobre número que lograron los niños de la muestra.

2. Aproximación a las dos últimas reformas en el currículo de preescolar: Programa de Educación Preescolar 2004

Durante el año 2004 entró en vigencia el Programa de Educación Preescolar (PEP 04), el cual es resultado de las investigaciones en diferentes áreas del conocimiento referentes a procesos de aprendizaje (matemáticas, lenguaje, ciencias naturales y sociales, entre otras), descendiendo las investigaciones y experiencias de enseñanza en una organización curricular vinculada a la edad de desarrollo y las experiencias del contexto de los alumnos.

El PEP04 es un documento que plantea no solo los contenidos

curriculares para preescolar sino además, propone lineamientos metodológicos para organizar y gestionar la enseñanza para propiciar los aprendizajes que se desea logren los niños al egresar de este nivel. Este Programa se diseñó teniendo en cuenta el impacto que para los niños en edades tempranas tiene la convivencia con otros de su misma edad y la fuerte influencia de aprendizaje que se desprende de esta interacción.

El Jardín de Niños –por el hecho mismo de su existencia– constituye un espacio propicio para que los pequeños convivan con sus pares y con adultos y participen en eventos comunicativos más ricos y variados que los del ámbito familiar e igualmente propicia una serie de aprendizajes relativos a la convivencia social; esas experiencias contribuyen al desarrollo de la autonomía y la socialización de los pequeños (SEP, 2004: 13).

Este tipo de perspectivas sobre el desarrollo de los niños y su interacción con el medio que les rodea, es una propuesta fundamental en los contenidos del diseño de este Programa.

Haciendo hincapié en el análisis del PEP-04 se presenta a continuación una semblanza de las políticas públicas que orientan la puesta en práctica de este Programa; así como su estructura, los contenidos y sus fundamentos teóricos. Los eventos que serán señalados y el análisis de la estructura del PEP04 se enfocarán de manera particular en el área de pensamiento matemático.

2.1 De la trayectoria de la obligatoriedad al PEP 04

Para ser efectiva la obligatoriedad del nivel preescolar en México se señalan cuatro puntos: a) es obligación del estado impartir la educación preescolar; b) es obligación de padres y tutores que sus hijos cursen la educación preescolar; c) será un requisito haber cursado el preescolar para el ingreso a la educación primaria (cuando menos uno de los tres ciclos); y, d) es obligación de particulares que impartan el servicio de educación preescolar obtener la autorización por parte de la SEP para brindar el servicio (PEP, 2004: 17).

Desde el año 2002⁸, comenzaron a revelarse una serie de problemáticas

⁸ Noviembre de 2002 se publicó el decreto de reforma a los artículos 3° y 31° de la Constitución Política de los

concernientes a la regulación de establecimientos, profesionalización del docente y ordenamiento de contenidos curriculares que el estado hasta ese momento había descuidado pese a que el preescolar fue, durante la década de los noventa el nivel educativo con mayor incremento⁹ en su matrícula (Rivera, 2002).

La obligatoriedad por sí misma no fue novedosa, debido a que desde 1993 con el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica, se había planteado la necesidad de hacer obligatorio el nivel preescolar; así como la idea de generar conciencia en los padres y cuidadores de niños pequeños sobre la importancia de este nivel educativo en su vida escolar, debido a que la población en general no percibía al preescolar como un nivel educativo necesario en la escolaridad y el desarrollo de los niños (ANMEB, 1993).

En términos generales, desde la perspectiva del estado, la obligatoriedad en 2002 se centró en proporcionar servicios educativos de calidad en todo el país. Por tal motivo se estableció un plazo de cinco años para dar cobertura total a este nivel, acordando que: al tercer grado de preescolar daría cobertura nacional durante el ciclo 2004-2005, segundo grado durante el ciclo 2005-2006 y primer grado debía cubrirse entre 2008 y 2009 (Rivera, 2005).

De forma paralela, se propusieron estrategias, algunas exitosas y otras no, para garantizar la cobertura nacional de los diferentes grados de preescolar en los periodos de tiempo señalados. Al respecto, Rivera menciona que en ese periodo, fueron planteadas una serie de acciones correspondientes a la revisión de los planes, programas y materiales de estudio que hasta ese momento se encontraban vigentes; así como la unificación de criterios respecto al currículo de preescolar, primaria y secundaria, adicionando a los puntos señalados la notoria necesidad de aplicar estrategias para la formación de docentes y directivos de este nivel.

Las acciones antes mencionadas, derivadas del decreto de

Estados Unidos Mexicanos (SEP, 2004: 16)

⁹ “2 millones 734 mil 54 inscritos en el ciclo 1990-1991 aumentó a 3 millones 423 mil 608 alumnos para el ciclo 2000-2001(...) cerca de un millón más de alumnos atendidos en diez años, según las estadísticas históricas de la propia Secretaría de Educación Pública” (Rivera, 2002)

obligatoriedad, generaron grandes debates respecto a ¿cómo se garantiza la infraestructura para la atención a la demanda de este nivel?, ¿qué requisitos debían cumplir las escuelas particulares para obtener la validez por parte de la Secretaría de Educación Pública?, ¿qué modelo pedagógico debía ser adoptado?, ¿qué tipo de características debía tener el currículo para ser incluyente, flexible y adaptable a la diversidad cultural del país?. Así como el esquema de trabajo que debía adoptarse para que los docentes se apropiaron de las propuestas y contenidos curriculares, logrando que éstos se afiliaran a una dinámica de mejoramiento profesional constante.

De los debates señalados, el que refiere al currículo, fue vital para la coerción de este nivel educativo en sus primeros años. En el ámbito nacional era un reto de política económica la cobertura, un reto de logística la capacitación de los profesores y la regularización de instituciones que ofrecían los servicios educativos; sin embargo, el eslabón que coordinó los esfuerzos entre las capacitaciones, la articulación de grados escolares, el modelo pedagógico y el tipo de atención educativa que debía darse en cada grado escolar fue el Programa de Educación Preescolar 2004 (PEP 04).

Dicho Programa, como parte del esquema de obligatoriedad y renovación curricular tuvo dos grandes finalidades:

a) (...) contribuir a mejorar la calidad de la experiencia formativa de los niños durante la educación preescolar; (...), establece de manera precisa los propósitos fundamentales del nivel educativo en términos de competencias que el alumnado debe desarrollar a partir de lo que ya saben o son capaces de hacer, lo cual contribuye –además– a una mejor atención de la diversidad en el aula.

b) (...) [buscar] contribuir a la articulación de la educación preescolar con la educación primaria y secundaria. En este sentido, los propósitos fundamentales que se establecen en este programa corresponden a la orientación general de la educación básica (SEP, 2004:8).

Con este modelo curricular, se vincularon las expectativas de formación que debían tener los alumnos al egresar de este nivel, articulando sus contenidos con los otros niveles escolares. Retomando las investigaciones recientes y experiencias de otros países respecto al aprendizaje infantil de

niños pequeños, se definió el tipo de modelo pedagógico que debía ser adoptado; además se incorporaron las observaciones, comentarios y sugerencias de directores, profesores y especialistas (SEP, 2004: 5-6).

La obligatoriedad contribuyó en gran medida al cambio de paradigma sobre la intencionalidad del preescolar, pero fue mediante el PEP-04 que se logró situar el precedente teórico y metodológico para sustentar lo que se esperaba lograr en los niños en esta primera etapa de su escolarización, al concluir este nivel educativo.

2.2 Propósitos fundamentales y su carácter flexible

El Programa reconoce que el nivel preescolar -como el nivel inicial de la educación básica-, debe garantizar la participación de los niños en experiencias educativas significativas que les permitan favorecer tres áreas de su desarrollo a saber: afectivas, sociales y cognitivas.

Retomando diversas teorías del desarrollo cognitivo, en el Programa se establece que cada niño atraviesa por procesos distintos en su aprendizaje y desarrollo, por lo que éstos no suelen ser estables o lineales. Al tener en cuenta que el desarrollo de los niños es diverso, se decidió que la estructura de los contenidos se organizara como “propósitos fundamentales para los tres grados”.

En virtud de que no existen patrones estables respecto al momento en que un niño alcanzará los propósitos o desarrollará los procesos que conducen a su logro, se ha considerado conveniente establecer propósitos fundamentales para los tres grados (SEP, 2004: 21).

Al establecerse un currículo para todo el nivel preescolar, se planteó que los contenidos podrían ser adaptados pero no disgregados a cada uno de los grados escolares, de acuerdo con las necesidades de los niños. Es decir, debido a que los procesos de desarrollo en los menores de seis años resultan variados, en el diseño del PEP-04 se optó por que los niños transitaran, en cada grado escolar, por toda la propuesta curricular, de tal suerte que hasta el término del nivel lograran consolidarse los propósitos establecidos para el preescolar. Desde este posicionamiento, la organización de los contenidos y el

nivel de profundización están a cargo de la gestión del docente, que asume la responsabilidad de diseñar las situaciones didácticas que mejor respondan al desarrollo y las necesidades cognitivas de los niños de su grupo, tomando en cuenta que en cada ciclo escolar debía trabajar todos los contenidos señalados en el Programa, al mismo tiempo de observar y valorar los logros de los niños como una evidencia y garante de que al término del último grado de ese nivel los niños lograrían los objetivos previstos para éste.

Al analizar las prácticas de enseñanza docente en diferentes niveles educativos tales como preescolar, primaria, escuelas multigrado, Fuenlabrada (2009) Mercado y Block (2007) coinciden en que gran parte de la labor de los profesores como diseñador-ingeniero, dependen del nivel de apropiación del currículo que éstos tengan, así como de las prácticas de enseñanza con las cuales estén familiarizados desde su formación como estudiantes.

Lo que los niños aprenden en cuanto a los contenidos disciplinarios y lo que piensan acerca del aprendizaje, qué significa aprender y para qué se aprende, *depende de la manera como la maestra lleve a cabo la enseñanza y de su actitud frente al grupo en general y frente a cada niño en particular* (Fuenlabrada, 2005: 93).

El PEP 04 ofreció un nivel de flexibilidad novedoso en cuanto a la manera en que se establecieron los contenidos para los tres grados, sin embargo en el aspecto que comprende a la forma en que los niños se apropian de los contenidos disciplinarios durante los tres grados, dependerá del docente. Fuenlabrada lo expresa de la siguiente manera: “La parte más difícil en esta propuesta quizá sea que la educadora sepa cuándo *no intervenir*, porque por costumbre interviene siempre que los niños están trabajando, eso es lo que sabe hacer” (Fuenlabrada, 2005: 95).

Esta reflexión no intenta culpar o inducir a que el docente es responsable de las deficiencias de las prácticas de enseñanza; más bien, se apuntala con base en el conocimiento actual sobre aprendizaje infantil de la matemática, a la necesidad de redefinir esas prácticas docentes tendientes a “mostrar a los niños cómo se resuelven las cosas y ayudarles, en la medida en que son muy chiquitos y no saben cómo hacerlo” (Fuenlabrada, 2005: 95).

2.3 La visión de competencias en el PEP-04

El Programa de preescolar se diseñó siguiendo el modelo de competencias, ésta se define como:

(...) un conjunto de capacidades que incluye conocimientos, actitudes, habilidades y destrezas que una persona logra mediante procesos de aprendizaje y que se manifiestan en su desempeño en situaciones y contextos diversos (SEP, 2004: 22).

Lo que conlleva a que la escuela sea un espacio en el que los niños desarrollen habilidades, destrezas y conocimientos relacionándolos con los que adquieren o han adquirido del entorno en el que se desenvuelven. Es decir, la selección de competencias en el currículo se llevó a cabo asumiendo que los niños al ingresar a la escuela cuentan con una cantidad de conocimientos y experiencias que han adquirido en su vida familiar y social, mientras que la escuela es el lugar privilegiado en el que puedan fortalecer, ampliar y enriquecer las competencias que han adquirido fuera de ella.

En este aspecto el papel del docente cobra un papel fundamental en la serie de eventos que debe plantearle al alumno para su aprendizaje.

Centrar el trabajo en competencias implica que la educadora busque, mediante el diseño de situaciones didácticas que impliquen desafíos para los niños y que avancen paulatinamente en sus niveles de logro (que piensen, se expresen por distintos medios, propongan, distingán, expliquen, cuestionen, comparen, trabajen en colaboración, manifiesten actitudes favorables hacia el trabajo y la convivencia, etcétera) para aprender más de lo que saben acerca del mundo y para que sean personas cada vez más seguras, autónomas, creativas y participativas (SEP, 2004: 22).

La organización de las actividades, la forma en que son presentadas a los alumnos, la claridad en la enseñanza de los contenidos que propone el PEP-04 y los procesos de apropiación por los cuales atraviesan los niños son actividades que el docente deberá considerar de forma reflexiva en la aplicación del modelo por competencias.

2.4 Nuevos planteamientos de matemáticas en preescolar

Una de las primeras características en cuanto a modelo pedagógico, es la visión autodidacta del conocimiento que el PEP04 otorga al alumno durante su tránsito por el nivel preescolar (constructivista), reiterando el papel que éste debe desempeñar en la manera en que asume y resuelve problemas desde sus saberes y experiencias. No solo de saberes matemáticos, sino interdisciplinarios, poniendo en juego saberes y experiencias desarrollados en otros campos formativos (lenguaje y comunicación; exploración y conocimiento del mundo; desarrollo físico y salud; y, expresión y apreciación artística) dando la posibilidad a los niños de preescolar de explorar y validar sus conocimientos, generando interrelaciones que les permitan avanzar en la construcción de nuevos saberes.

(...) lo que persiguen los nuevos planteamientos para el preescolar es ahondar en el niño la valoración de su propia capacidad: yo puedo pensar, puedo resolver el problema, también puedo darme cuenta que no lo resolví, que otros resolvieron de mejor manera o de maneras más económicas o más sencillas. Esta percepción de sus propias capacidades, sin duda, fortalece la autoestima al mismo tiempo que propicia aprendizaje (...) (Fuenlabrada, 2005: 94).

Dar valor y recuperar los saberes que los niños poseen fuera de la escuela pero sistematizándolos en el aula, propicia en la apreciación que se tiene del niño pequeño una nueva praxis teórica en la manera de plantear las actividades y los desafíos en su enseñanza. Fuenlabrada aclara de forma precisa que el niño es incentivado psicológicamente al revalorar no solo lo que sabe sino que lo puede poner en práctica en la escuela y con ello favorecer a que no visualice lo que aprende en la escuela como un evento externo a su vida cotidiana.

Sin embargo para lograr este nivel de conceptualización sobre el cómo plantear un problema que le resulte enriquecedor, transversal en las asignaturas y proponga un reto en los niños, las prácticas docentes deben encaminarse a respetar sus procesos y condiciones reflexivas, enseñándoles a pensar sobre lógicas precisas y acotadas a la información que se les proporciona y paralelamente inducir a que expresen todo lo que ellos son

capaces de hacer y no solo mecanicen procedimientos.

(...) independientemente del éxito o no en la tarea resuelta, en los hechos lo que se le está diciendo al niño es que es un sujeto pensante y lo que se le pide es que muestre todo lo que es capaz de hacer (Fuenlabrada, 2005: 94).

Este tipo de orientaciones podrían ser confundidas con prácticas de enseñanza en las cuales la educadora deja a los niños a la deriva en sus procesos esperando a que ellos innatamente resuelvan todo por sí mismos, sin embargo la idea es contaría. La educadora debe dar a los niños el espacio, tiempo y recursos para que se enfrenten a las situaciones de conflicto para que reconozcan sus capacidades y pongan en juego lo que saben; al mismo tiempo que la educadora debe poder reconocer e interpretar la pertinencia de lo que están haciendo y analizar en qué momento es oportuna su intervención, "(...) dejar que los niños resuelvan un problema como ellos quieran no quiere decir que la maestra no intervenga" (Fuenlabrada, 2005: 95).

De esta manera la propuesta del PEP 04 en el área de pensamiento matemático es una propuesta en la cual se puede, sobre el mismo objeto de aprendizaje, plantear problemas con diferente nivel de dificultad desde el primer grado e irlos complejizando a lo largo de los tres ciclos escolares.

Broitman a lo largo de sus análisis sobre las diferentes formas de presentar un problema considera que la manera de abordar una o varias estrategias didácticas por parte del profesor, determina en gran medida el tipo de aprendizaje que pueden desarrollar los alumnos. Este hecho es fundamental en los planteamientos pedagógicos del PEP 04 debido a que el objetivo de la enseñanza matemática no está en centrarse en los cálculos sino en el análisis de la situación, es decir en el problema mismo.

(...) ha sido analizada, para ciertos problemas que presentan mayor dificultad para los alumnos, la estrategia didáctica de presentar inicialmente situaciones con números pequeños para que los niños puedan desplegar diferentes estrategias de resolución, controlar las acciones que realizan, despreocuparse de los cálculos y centrarse en los problemas (Broitman, 2000: 23).

En análisis que da Broitman sobre el manejo del número con cantidades

pequeñas se espera que la atención del niño en la resolución del cuestionamiento se centre en el problema y no en los cálculos, esto se expresa mejor en el siguiente ejemplo:

Andrés tenía 7 figuritas antes de jugar. Después de jugar tenía 11 figuritas. ¿Cuántas ganó? (...) los niños pueden resolver el problema contando a partir de 7. Posiblemente puedan decir 8,9,10 y 11. Ganó 4. Es decir que a través de un procedimiento vinculado con el conteo pueden resolver el problema. Otros niños se preguntarán cuánto hay que agregarle al 7 para llegar al 11 y podrán apelar al resultado memorizando $7 + 4 = 11$, encontrando el 4 como solución al problema, o bien pensar $7 + 3 = 10$ y $10 + 1 = 11$; $3 + 1 = 4$ " (Broitman, 2000: 24).

Este ejemplo, Broitman deja en claro dos posibilidades: a) no se puede tener certeza de que el niño trabaje sobre el problema cuando los números refieren a colecciones que los niños no pueden contar; b) En situaciones donde los números son pequeños es posible observar en los niños conocimientos exploratorios, de indagación y experimentación aun cuando tengan poca o nula experiencia sobre el problema planteado. Los niños razonan en torno al problema y exploran posteriormente el cálculo que deben realizar. Este ejemplo abre las posibilidades al desarrollo del pensamiento matemático reflexivo, no mecanizado. Brindando herramientas para el análisis y la sección de otras posibles respuestas.

Partir de situaciones con números pequeños permite a los alumnos desplegar procedimientos no expertos. Aumentar su tamaño permite al docente provocar en los niños la necesidad de reconocer y utilizar una operación [dejando de lado la posibilidad del análisis] (Broitman, 2000: 24).

Cuando las prácticas de enseñanza se orientan a la memorización de los números y al tipo de cálculo que debe realizarse en los problemas, los niños mecanizan el cálculo y no intentan comprender el problema; se esfuerzan, más bien, en tratar de replicar lo que la maestra les ha explicado. Abatir esta problemática de la enseñanza es una de las innovaciones más importantes del PEP 04 y por tanto es objeto de análisis y reflexión en los cursos de actualización de los docentes de educación preescolar.

En el caso de esta investigación al argumentar que las evaluaciones aplicadas referentes al concepto de número tienen su base en los contenidos

del PEP 04, también se asume que las evaluaciones deben despertar el interés y la reflexión de los niños con cada una de las actividades. En correspondencia el análisis a priori de las situaciones didácticas implementadas, situó a la investigación en establecer la relación entre el reto intelectual que enfrentan los niños en la situación y el conocimiento objeto de evaluación.

2.5 Organización del PEP-04: el pensamiento matemático

El programa está compuesto por doce propósitos fundamentales que son la base de los contenidos que se expresan en él, de tal manera que todos los propósitos están vinculados entre sí.

Sin embargo existen algunos de ellos que si bien se relacionan, son particulares a ciertas áreas del conocimiento; tal es el caso de los contenidos que refieren a Comunicación y lenguaje y Pensamiento matemático.

En esta investigación concerniente a los aprendizajes en el área de matemáticas los propósitos se enfocan a:

(...) [que los niños construyan] nociones matemáticas a partir de situaciones que demanden el uso de sus conocimientos y sus capacidades para establecer relaciones de correspondencia, cantidad y ubicación entre objetos; para estimar y contar, para reconocer atributos y comparar.

Desarrollen la capacidad para resolver problemas de manera creativa mediante situaciones de juego que impliquen la reflexión, la explicación y la búsqueda de soluciones a través de estrategias o procedimientos propios, y su comparación con los utilizados por otros (SEP, 2004: 28).

Estos propósitos establecen que los niños que cursen por cualquiera de los grados del preescolar deberán desarrollar conocimientos, habilidades y destrezas en función de su desarrollo personal y cognitivo, para establecer relación entre sus conocimientos previos y experiencias nuevas, respecto a lo que se quiere que adquieran del conocimiento matemático.

Tomando en cuenta la generalidad de los propósitos, se decidió agruparlos en campos formativos¹⁰; éstos se dividieron en seis grupos uno de

¹⁰ Los campos formativos son una derivación de la perspectiva que se tiene sobre el concepto de competencia como conocimientos, aptitudes y habilidades que deben desarrollarse en el alumno, desde

éstos corresponde al desarrollo del Pensamiento Matemático.

El Campo formativo de Pensamiento matemático no es un apartado abstracto de ideas o contenidos referentes a aprendizajes que deben lograr los niños. Este campo está organizado desde un enfoque que retoma los conocimientos que los niños poseen antes de ingresar a preescolar en concordancia con las asunciones asumidas en el Programa.

Los fundamentos del pensamiento matemático están presentes en los niños desde edades muy tempranas. Como consecuencia de los procesos de desarrollo y de las experiencias que viven al interactuar con su entorno, desarrollan nociones numéricas, espaciales y temporales que les permiten avanzar en la construcción de nociones matemáticas más complejas (SEP, 2004: 70).

Esta perspectiva pone en claro que existe una gran cantidad de actividades informales y espontáneas que los niños realizan fuera de la escuela y con las que adquieren saberes y habilidades matemáticos sin necesariamente ser conscientes de ello.

De esta manera la relación entre los saberes que el niño ha adquirido de su entorno y la estructura y enfoque del campo formativo resultó novedoso en su tiempo y continúa vigente en la última propuesta curricular presentada en el 2016.

La educadora desarrolla su intervención con base en el tipo de saberes que el niño tiene, articulando con los contenidos expuestos en este campo desde una perspectiva de ampliación y enriquecimiento durante los tres años de preescolar, generando así un proceso de maduración entre las experiencias del niño y sus posibilidades para resolver los problemas planteados en la escuela.

El Campo formativo de Pensamiento matemático se organiza en dos aspectos: número y, forma, espacio y medida. De estos dos componentes, el de número se elige para el análisis de los aprendizajes de los niños debido a que este componente ocupa el 50% de la propuesta curricular, mientras que el otro 50 % está distribuido entre forma, espacio y medida.

El componente de número señala cuatro competencias referentes a nociones básicas de matemáticas, de las que, para la realización de esta

los propósitos fundamentales.

investigación, se consideran las dos primeras:

- a) Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en juego los principios del conteo.
- b) Plantea y resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos.
- c) Reúne información sobre criterios acordados, representa gráficamente dicha información y la interpreta.
- d) Identifica regularidades en una secuencia a partir de criterios de repetición y crecimiento (SEP, 2004: 75).

A los niños de la muestra se les plantearon seis actividades distintas en las que se les propuso una serie de problemas con referencia a situaciones que implican las acciones sobre las colecciones señaladas en las competencias uno y dos del componente de número.

Cabe precisar que indagar los logros de los niños sobre dichas competencias, muestra a la vez el tipo de formación que recibieron por parte de las docentes con las que cursaron el preescolar e indirectamente da información sobre la manera como la educadora ha interpretado los lineamientos metodológicos para la enseñanza y los propósitos de aprendizaje signados en el PEP 04, en lo relacionado a las competencias uno y dos del componente de número.

3. El Instituto Nacional de Evaluación Educativa: la prueba Excale de Pensamiento Matemático 2007

En México, el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) es el organismo encargado de evaluar a los estudiantes mexicanos sobre aprendizajes correspondientes al currículo nacional. Este organismo genera información del logro educativo de los alumnos a lo largo del tiempo, así como de la calidad de los servicios que se ofrecen en la educación básica y media superior.

Para el INEE el propósito fundamental de la evaluación del aprendizaje es proporcionar un conocimiento general del rendimiento académico de los estudiantes a niveles estatal y nacional, así como

de los factores más importantes que influyen en éste. (INEE, 2005).

El INEE, desde su origen, planteó la necesidad de generar instrumentos teóricos y técnicamente sólidos para evaluar a los alumnos de educación básica; este posicionamiento se concretó con el desarrollo de la generación de pruebas nacionales denominadas Exámenes de la Calidad y el Logro Educativo (Excale¹¹), que se utilizaron, por primera ocasión en junio de 2005, para evaluar a los alumnos de la escuela primaria (INEE, 2012).

En el caso particular del Programa de Educación Preescolar 2004, la evaluación a nivel nacional la realizó el INEE en el 2007, con un enfoque de resolución de problemas que fue retomado del planteamiento de mismo PEP 04.

[durante] los últimos días del mes de mayo y los primeros de junio de 2007, es decir casi al final del ciclo escolar 2006-2007. En total, se administraron las pruebas Excale a un poco más de 10,300 alumnos de 1,091 escuelas [de preescolar] para evaluar su desempeño en las asignaturas y/o áreas de: **Lenguaje y comunicación** [y] **Pensamiento matemático**. Las pruebas fueron administradas a una muestra representativa de los alumnos del país y fue diseñada para obtener resultados al nivel nacional y por estrato educativo (INEE, 2012).

Los resultados de la evaluación se publicaron en el documento “*El aprendizaje en tercero de preescolar en México*” (INEE; 2008), en éste se señalan tres niveles, todos se definen por las posibilidades de conteo de colecciones y representación convencional de los número en un rango de del 1

¹¹Los resultados que se puedan obtener de los Excale según el enfoque metodológico del INEE son: construir una visión general de lo que los estudiantes aprenden como resultado de su escolarización formal; conocer los puntos fuertes y débiles del currículo nacional, atendiendo variables como grado y asignatura, modalidad educativa, género y estrato social; establecer comparaciones del rendimiento escolar, así como de las tendencias de aprendizaje a lo largo del tiempo entre diversos grupos de alumnos y áreas temáticas; y mejorar la evaluación a gran escala de las disciplinas evaluadas.

El procedimiento para lograr los objetivos planteados ha requerido que las pruebas planteadas por el INEE tengan tres características: a) ser de tipo criterial; b) estar alineadas al currículo nacional y c) tener un diseño matricial.

El término “criterial” refiere a que las pruebas están diseñadas para conocer el grado de dominio que el estudiante tiene sobre un conjunto de contenidos específicos. El referente para interpretar sus resultados es la cantidad y tipo de material educativo que el estudiante domina. (Xique Anaya, 2007; 1-3).

al 30, en los cortes de este rango numérico se dan en los tres niveles de logro: Avanzado, medio y básico,

En el nivel avanzado, se reportó que del total de alumnos evaluados (10,300 alumnos) sólo el 17% de los niños fueron capaces de contestar correctamente este indicador (contar hasta 30 y representar hasta el 20)

Los resultados en este campo formativo se presentan en términos de las medias poblacionales y niveles de logro educativo (INEE, 2008; 50)

Para efectos de esta investigación cabe señalar que dichos indicadores, dejan fuera la posibilidad de evaluar los logros de los alumnos respecto a su capacidad para resolver problemas. Es decir que las variantes no contemplan si los niños aprendieron o no (o en qué medida), a utilizar su conocimiento sobre los números y el conteo en la resolución de problemas que impliquen agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos. Que es. En todo caso, la parte sustantiva de logro sobre el conocimiento de número, establecida en el PEP 04

Con respecto al panorama de la evaluación nacional e internacional como criterio de calidad, el elemento franco de concordancia con esta política es la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB) editada por la Secretaría de Educación Pública en el 2011, que incorpora y magnifica sistemas de evaluación internos y externos, para medir el nivel de aprendizajes de los alumnos. La prueba acuñada al interior de la Secretaría, anticipa su aplicación, según se señala en el Acuerdo 592¹², en cuatro momentos de la Educación Básica: al término de preescolar, tercero de primaria, sexto de primaria y tercero de secundaria.

¹² “...el Programa Sectorial de Educación 2007-2012 en su objetivo 1, plantea “Elevar la calidad de la educación para que los estudiantes mejoren su nivel de logro educativo, cuenten con medios para tener acceso a un mayor bienestar y contribuyan al desarrollo nacional”, bajo el rubro de Educación Básica, estrategia 1.1, señala la necesidad de realizar una Reforma Integral de la Educación Básica, centrada en la adopción de un modelo educativo basado en competencias, que responda a las necesidades de desarrollo de México en el siglo XXI, estableciendo, entre otras líneas de acción, la de asegurar que los planes y programas de estudio estén dirigidos al desarrollo de competencias e involucrar activamente a los docentes frente a grupo en estos procesos de revisión y adecuación, y que esta acción tendrá como base los resultados de las evaluaciones del logro educativo, así como la de establecer estándares y metas de desempeño en términos de logros de aprendizaje esperados en todos sus grados, niveles y modalidades”. (SEP, 2011: 13)

Tomando en cuenta el acuerdo 592 y lo establecido en la RIEB, es evidente que la evaluación pretende ser un elemento institucionalizado de cultura escolar¹³ que se orienta en diferentes niveles, a saber: evaluación del desempeño docente, evaluación del Programa y evaluación de aprendizajes de los alumnos.

3.1 La evaluación como perspectiva de calidad

Una de las principales políticas impulsada por la administración educativa federal del 2006-2012, consistió en promover la cultura de la evaluación como uno de los mecanismos para mejorar la calidad de la educación en México (Candela, 2005, pp. 45-54).

La mayor parte de los países del mundo ha diseñado estrategias para conocer el estado de desarrollo en que se encuentran sus sistemas educativos; en gran medida materializan este propósito mediante la aplicación de pruebas estandarizadas a una parte representativa de la población escolar. Estos exámenes están diseñados, aplicados e interpretados de acuerdo a las normas más estrictas acordadas por la comunidad científica. Con este tipo de acciones se elaboran panoramas del cumplimiento general de las metas logradas por cada sistema escolar, al mismo tiempo que se formulan algunas sugerencias para mejorar su funcionamiento (Rueda, B. M, 2013; 6).

La evaluación nacional e internacional, como herramienta para medir aprendizajes; ha sido un tema central y controversial en la elaboración de los diseños curriculares y no es ajeno que se opte por construir el concepto de calidad desde los resultados de las pruebas estandarizadas. En la búsqueda de la calidad el 15 de mayo del 2008, se firmó la Alianza por la Calidad de la Educación, entre el Gobierno Federal y el Sindicato Nacional de Trabajadores de la Educación (SNTE), donde se estableció el compromiso de una nueva reforma curricular que estuviera orientada al desarrollo de competencias y habilidades, mediante la modificación de los enfoques, asignaturas y contenidos de la Educación Básica.

Estableciendo como objetivo de esta alianza la profesionalización del

¹³ “...orientar de manera precisa e informada la transformación de las prácticas de los docentes de Educación Básica, lo que implica un proceso sistemático que contribuirá, de manera significativa, a establecer una cultura de evaluación para la mejora continua...” (SEP, 2011: 13)

magisterio, así como a las autoridades educativas, adicionado a que los resultados de la evaluación coadyuvarían a las decisiones sobre política educativa:

(...) evaluar para mejorar, ya que la evaluación debe servir de estímulo para elevar la calidad de la educación, favorecer la transparencia y la rendición de cuentas, y servir de base para el diseño adecuado de políticas educativas (SEP. 2011: 9).

El fenómeno de la calidad educativa es un discurso de agencias internacionales¹⁴ que ha llevado a un paradigma creciente entorno a la evaluación como herramienta indiscutible en el ideal de calidad.

Ferreiro comenta que si bien históricamente las evaluaciones siempre han estado inmersas en la vida cotidiana de las aulas, el factor novedoso no sólo por su aplicación sino por la forma de institucionalizarse es el de las agencias¹⁵ encargadas de evaluar los saberes establecidos en los currículos oficiales correspondientes a cada nivel educativo. Agencias que se suman a la tendencia de internacionalizar la educación y los resultados de los aprendizajes obtenidos.

Siempre ha habido evaluación en el contexto educativo, a todos los niveles. Pero lo novedoso es la internacionalización o globalización de las evaluaciones. También son novedosas las agencias evaluadoras (Ferreiro, 2005: p 37)

4. preguntas de investigación y referente teórico-metodológico

4.1 Preguntas de investigación

Con base en los apartados anteriores, se decide orientar la realización del estudio por la búsqueda de respuesta a las siguientes preguntas:

a) ¿Qué noción de número –de los significados, establecidos en el PEP 04-

¹⁴ “Siguiendo la recomendación de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, para profundizar en el manejo de las Ciencias, la Dirección General de Desarrollo Curricular de la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública del Gobierno Federal solicitó a la Universidad de Nueva York una evaluación del Plan y los programas de estudio y los libros de texto correspondientes a las asignaturas de Ciencias y Matemáticas de la educación primaria y secundaria, para lograr su congruencia”. (SEP, 2011; p 13)

¹⁵ “Para conocer el impacto de la reforma curricular de primaria en las aulas, la Dirección General de Desarrollo Curricular (...) pidió a la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura evaluar la implementación en el ámbito nacional, y al Consejo Australiano para la Investigación Educativa, evaluar la implementación de la Reforma de la Educación Secundaria”. (SEP, 2011; p 13-14)

tienen los niños al concluir el tercero de preescolar?¹⁶

b) ¿Qué estrategias utilizan los niños para la resolución de problemas que implican el uso del conteo y acciones sobre las colecciones tales como: agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos?

c) ¿Existe relación entre el enfoque sobre los aprendizajes del PEP 04 y los conocimientos que adquirieron los niños del estudio en la componente del número?

Estas preguntas se responden con base en los resultados obtenidos en la fase experimental, se aplicaron seis situaciones problemáticas con el propósito de identificar los conocimientos de los niños de la muestra, referentes a los diversos significados sobre el conocimiento de los primeros números; identificando los conocimientos adquiridos por los niños en correspondencia a las dos primeras competencias sobre el componente de número en el PEP04 que deben haber desarrollado al término del preescolar:

1. Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en juego los principios de conteo.

2. Plantea y resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos (SEP, 2004:75)

4.2 La Ingeniería Didáctica

La ingeniería didáctica como método de investigación se gesta en los años 80 (Brousseau, 2007, 1982: Chevallard, 1982 y Artigue, 1995, 1992) dentro del movimiento de didáctica de las matemáticas en Francia.

Durante este periodo las reflexiones sobre la perspectiva de situación didáctica comprenden las situaciones que servían para enseñar contenidos escolares pero sin considerar el rol que el profesor representaba durante la actividad (Brousseau, 2007: 11). Estas prácticas en las cuales no se

¹⁶ Este tipo de interrogantes se suman a los análisis planteados por Fuenlabrada (2009) en su texto *¿Hasta el 100?... ¡No! ¿Y las cuentas?... ¡Tampoco!... Entonces ¿Qué?* Donde plantea un minucioso análisis respecto a los procesos de enseñanza que tienen los alumnos de preescolar ¿Qué se les enseña? Desde la apropiación de contenidos curriculares de las docentes, y paralelamente a la enseñanza ¿que están aprendiendo los niños? Fuenlabrada reflexiona este proceso con el siguiente cuestionamiento “¿a los niños, en su tránsito por la educación preescolar, se les está dando la posibilidad de desarrollar competencias correlacionadas con el conocimiento del número?” reflexión que para efectos de esta investigación resultó fundamental para el diseño y análisis de las situaciones didácticas (Fuenlabrada, 2009; 20)

contemplaba al profesor como actor en la aplicación de la situación didáctica, más las notorias prácticas por el diseño de medios (textos, materiales audiovisuales, etc.) para la enseñanza de conocimientos, propició un nuevo tipo de análisis específico que se encarga de organizar secuencias, las actitudes, interrogatorios y la forma en que el profesor debía plantear los materiales utilizados para la enseñanza. Brousseau describe ese momento de la siguiente manera:

En los inicios de los 70 las situaciones didácticas eran las situaciones que sirven para enseñar sin que se considere el rol del profesor. Para enseñar un conocimiento determinado se utilizan “medios” (textos, materiales, etc.) La ingeniería didáctica estudia y produce dichos medios (Brousseau, 2007).

Esta primera forma de ver el quehacer de la ingeniería didáctica¹⁷ como el hacer reflexivo en la planeación de materiales educativos la convertiría pronto no solo en el área de planeación de materiales sino en un parteaguas del cómo construir y acercarse al objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas.

Douady (1996) menciona que al referirse a la ingeniería didáctica se habla de dos actividades. La primera, hace referencia a la producción de enseñanza y aprendizaje en el aula gestionado por un profesor y la segunda, como método de investigación. Douady (citado en Campos, 2006) comenta que:

(...) el término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos. A lo largo de los intercambios entre el profesor y los alumnos, el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los alumnos en función de las decisiones y elecciones del profesor. Así, la ingeniería didáctica es, al mismo tiempo, un producto, resultante de un análisis *a priori*, y un proceso, resultante de una adaptación de la puesta en funcionamiento de un producto acorde con las condiciones dinámicas de una clase (Artigue, 1995: 61).

Cuando Douady menciona que la ingeniería es un conjunto de

¹⁷ Dicha analogía del ingeniero encuentra su fundamento en la idea de que para “...realizar un proyecto determinado, [el ingeniero] se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico (...) al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los objetos depurados de la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo.” (Artigue, 1995)

secuencias concebidas como parte de un análisis a priori de un objetivo pero a la vez un proceso adaptativo de las respuestas y conductas derivadas de la manera en que se aplica la secuencia y los materiales utilizados, plantea el escenario para dos eventos simultáneos durante una actividad escolar: el primero como ya se mencionó, hace referencia a la anticipación de los hechos que se pretenden observar con los recursos materiales y diseño de intervención (profesor-alumno) y el segundo a la manera en la cual los factores controlados son susceptibles de adaptación durante la acción educativa. Ambas situaciones y productos son parte de la ingeniería didáctica una como producción de enseñanza y la otra como metodología.

Artigue (1995) citando a Chevallard en su documento de la Segunda Escuela de Verano en Didáctica de las Matemáticas que se celebró en Orléans en 1982, señala que respecto a la producción de situaciones de enseñanza que se establecen entre los docentes-materiales-alumno se ha caído en una serie de riesgos al aplicar investigaciones y producciones externas que no se diseñaron para ser aplicadas en el aula escolar o bajo criterios donde el contexto influye en la manera como la situación de enseñanza se ha planteado originalmente en la investigación.

El riesgo de plantear investigaciones externas en contextos divergentes y multiculturales como método de enseñanza tiene su origen en ideas y expectativas que hacen referencia al mito de la innovación¹⁸, sin embargo en la reflexión de Chevallard (1982) deja ver que la innovación se ha convertido en un valor ideológico de moda, que se defiende por *“la ausencia de una historia científica en el terreno de la educación (...) [otorgando] libertad a todas las pretensiones* (Artigue, 1995: 34).

Los riesgos señalados son descritos en este estudio¹⁹ como parte de la

¹⁸ El mito de la innovación a acompañado a las prácticas sociales desde el paradigma de las nuevas tecnologías, donde dichas tecnologías resolverán la vida de forma más, amable y eficiente. Sin embargo en el mito de la innovación se cree que aquello que es nuevo resultara mejor; sin embargo no se suele detener a pensar el cómo aplicarlo o si resultara en un evento distinto al que fue diseñado en un principio.

¹⁹ Pareciera redundante en este momento en mi descripción de la metodología sobre ingeniería didáctica abrir un paréntesis a una discusión establecida en los 80 a raíz de las prácticas orientadas por el mito de la innovación, sin embargo como ya lo he mencionado en la justificación de esta investigación el aclarar por qué se utiliza para el diseño de los indicadores de evaluación el PEP 04 y no el PEP 11, está caracterizado precisamente por el análisis metodológico de la ingeniería didáctica. No retomo el PEP 11 como efecto de innovación o moda, lo descarto por ser el programa que en el caso de la educadora a trabajo mejor desde los cursos de actualización hasta su formación y tomando en cuenta el grupo de niños seleccionados, que estos cursaron por dos años de educación preescolar en el

justificación en la elección de la ingeniería didáctica como método para la construcción, recolección y análisis de datos debido a que permite al investigador diseñar la secuencia de actividades a evaluar partiendo de los supuestos empíricos (contexto, sujetos, indicadores de evaluación, tema, etc.) desde el contexto que desea analizar. Con dicha metodología fue posible implementar la actividad de evaluación y ser sensible a realizar un análisis posterior que posibilitó la validación de los supuestos.

(...) [la ingeniería didáctica como] metodología se apoya en la toma de decisiones por parte del investigador, en la etapa del diseño de la ingeniería, con la intención de controlar los distintos componentes del proceso de implementación de la misma. Busca un sistema experimental basado en realizaciones didácticas en la clase cuya validación surge de la comparación entre el análisis a priori y a posteriori” (Carnelli y Marino, 2012, p. 40).

Carnelly y Marino (2012) al igual que Douady (1987) consideran que la ingeniería didáctica es un instrumento con el cual puede entenderse la complejidad de una clase, un contexto y desmenuzar el valor de las acciones y la toma de decisiones en los sujetos entrevistados por parte del investigador.

Es un método en el cual se confiere gran responsabilidad de análisis al investigador en la toma de decisiones desde el diseño de la ingeniería (el análisis a priori) al tratar de prever los factores que podrían hacer que no pueda llevarse a cabo las expectativas y la manera en la cual, una vez recabado los datos podrán ser validados por medio de la comparación entre los análisis a priori y a posteriori.

Un análisis semejante es desarrollado por De Faria Campos (2006) al sugerir que las características que distinguen a la ingeniería didáctica como metodología de investigación son dadas por:

- a) Por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en el aula, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.
- b) Por el registro de los estudios de caso y por la validación que es esencialmente interna, basada en la confrontación entre el análisis a

priori y a posteriori.

Estas perspectivas son semejantes a lo expuesto por Artigue (1995) al señalar a la ingeniería como método debido a que proporciona un esquema de tipo experimental que basa su procedimiento y análisis en el tipo de prácticas y acciones didácticas que pueden establecerse entre el docente, los materiales y el alumno, desde la perspectiva: en cómo se concibe la experimentación (el control de datos a priori); el momento de la realización; las observaciones; y, el análisis de las secuencias propuestas para explorar la enseñanza por medio de los aprendizajes de los alumnos.

[la ingeniería didáctica] como metodología de la investigación se caracteriza por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza (Artigue, 1995: 36).

Conforme a las características señaladas se decidió utilizar a la ingeniería didáctica como metodología de investigación tomando en cuenta que desde los inicios de su planeación se pensó como un estudio experimental a través de la aplicación de seis situaciones problemáticas, diseñadas con base en la TSD de Brousseau. El propósito de las situaciones fue recabar información sobre la noción de la componente de número expuesta en el PEP04, por medio de problemas referentes al uso del conteo y los números en situaciones diversas.

4.3 Sistema de análisis experimental

En el apartado anterior se mencionaron características de lo que diferencia a la ingeniería didáctica como metodología de la investigación de la producción de enseñanza en la cotidianidad del aula por parte de un profesor (Douady, 1986), y por qué se decidió elegir esta metodología para llevar a cabo el estudio. Sin embargo, cabe recordar que, en la investigación que nos ocupa, las situaciones que se experimentaron no tienen como propósito propiciar aprendizaje; es decir no se trata de situaciones de enseñanza que, entre otras cosas, deben favorecer la evolución de los conocimientos. Esto es, para el caso de esta investigación, las situaciones son 100% evaluativas, constituyen el medio a

través del cual se documenta y analiza lo que saben los niños en un momento determinado, específicamente al terminar el preescolar y de suyo, cada situación “es independiente” de la que le sigue, porque cada una explora las posibilidades de solución frente a las problemáticas planteadas y los logros alcanzados por los niños (conocimientos, habilidades y destrezas) cuando terminan el preescolar.

En el presente apartado se describen las cuatro fases de la ingeniería didáctica como metodología de la investigación, así como la descripción del análisis de datos a priori y posteriori como parte de la validación interna inherente a esta metodología.

Como método de investigación la ingeniería didáctica puede ubicarse en dos niveles de análisis el de micro-ingeniería y el de la macro ingeniería, de estas dos formas de abordar el problema de investigación la que corresponde es una micro-ingeniería debido a que permite orientar las fases de planeación y diseño de la situación didáctica y la experimentación en un tema específico: el que concierne al conocimiento de los primeros números, el conteo y su uso en la resolución de problemas:

(...) se distinguen por lo general dos niveles: el de la *micro-ingeniería* y el de la *macro-ingeniería*, dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada en la investigación (Artigue, 1995: 36).

Las micro-ingenierías son estados experimentales de tipo local. Por ello y debido a que se realiza un estudio de caso, es pertinente delimitar y tener presente el alcance y pretensiones de la investigación, que únicamente toma en cuenta las respuestas evidenciadas por los alumnos durante las entrevistas individuales, frente a las situaciones planteadas.

De esta manera se excluye del análisis los procedimientos de enseñanza por parte de la docente durante las clases, perfil socioeconómico de los entrevistados, relaciones familiares, contextos institucionales, por mencionar algunos, debido a que no es de interés para esta investigación indagar fenómenos asociados a la gestión de la enseñanza como tampoco relaciones entre docente y alumnos; sino exclusivamente a la relación entre aprendizajes

finales logrados por un grupo de niños de preescolar en correspondencia a los propósitos de aprendizaje que marca el PEP 04.

Sin embargo no se puede ignorar que al analizar los datos de los resultados sobre el nivel de apropiación de contenidos curriculares que los niños del estudio poseen, es posible generar espacios de reflexión acerca de la práctica docente de la educadora encargada de estos niños en su tercer grado de preescolar, con respecto a la enseñanza de la componente de número del PEP 04.

El análisis a priori de las situaciones didácticas, llevó a la elección de cinco aspectos sobre el conocimiento de número que interesa evaluar, estos son: interpretación de registros numéricos convencionales de los primeros diez números; problemas de reparto, problemas aditivos y uso nominativo del número en relaciones de equivalencia entre las monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10 en situaciones de compra y venta.

Para cada uno de los ocho niños seleccionados; se confronta el análisis a priori, las hipótesis sobre la manera en que pueden responder los niños frente a cada situación y el análisis a posteriori, lo que realmente hicieron para resolverlas; estas últimas evidenciadas en las entrevistas individuales.

La confrontación de los análisis a priori y a posteriori permite llevar a cabo la validación interna, inherente a la metodología, que a su vez da cuenta del conocimiento logrado por los niños en cada uno de los aspectos evaluados:

La metodología de la ingeniería didáctica se caracteriza también, en comparación con otros tipos de investigación basados en la experimentación en clase, por el registro en el cual se ubica y por las formas de validación a las que está asociada. (...) la ingeniería didáctica que se ubica, por el contrario, en el registro de los estudios de caso y cuya validación es en esencia interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori. (Artigue, 1995: 37).

4.3.1 Análisis preliminar

El análisis contempla: a) Revisión de los contenidos curriculares para la enseñanza planteados en el PEP 04; b) Revisión bibliográfica de las investigaciones asociadas a la evaluación del concepto de número en

preescolar en torno a aprendizajes y formas de evaluación (Ramírez, P. 1998, Reyes, A., 1998, Galán, I., Vázquez, G., Balboa, C. y Castañeda, E., 1998, Argüelles, C., 2001, Arrollo, V., 2002, Xolalpa, R. H., 2002, Chaman, S. I. ,2000, Ramírez, 2003, Brousseau, 2007, Fuenlabrada, 2009, 2010); y, c) Revisión de los enfoques de evaluación nacionales en los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos (Excale) en los resultados publicados en 2008.

Estos análisis y revisiones permitieron organizar la perspectiva desde la cual se elaboraron los materiales y pasos en las secuencias de evaluación. Éstas, como se ha mencionado, se aplicaron individualmente a cada uno de los niños de la muestra para la obtención de datos para conformar el referente empírico del estudio.

4.3.2 Análisis a priori

Como se mencionó anteriormente, dadas las características del estudio de caso se optó por el diseño de una micro-ingeniería didáctica; esto es, para cada una de las situaciones de evaluación, los indicadores signados en el PEP04 se utilizaron como variables de los posibles procedimientos que los alumnos evidenciaron durante las entrevistas individuales. Esto llevó al análisis específico de los aprendizajes que se esperaba observar. Las consideraciones de estos indicadores se reflejaron en el diseño de los materiales y en los problemas planteados a los niños.

Durante la elaboración y análisis de materiales para la aplicación de las situaciones, anticipar las posibles respuestas de los niños frente a las situaciones permitió vislumbrar la manera en cómo el entrevistador debería conducirse si el niño podía o no resolver. Particularmente, si el niño no ofrecía una respuesta frente a la situación, cómo modificarla *in situ* para propiciar, en la medida de lo posible, que el niño generará una respuesta. De tal manera que el entrevistador pudiera hacer los ajustes necesarios a la situación, a fin de no dejarla sin respuesta, a la vez de documentar las posibilidades de resolución de los niños frente a situaciones del mismo tipo pero menos complejas.

4.3.3 Análisis a posteriori

El resultado de las entrevistas fue concentrado en tablas de análisis de doble entrada en las cuales se compararon las respuestas de los entrevistados. Sin embargo, cabe señalar que no obstante las prevenciones, durante las entrevistas se observan dos variables no consideradas en el análisis a priori:

a) Las argumentaciones no verbales observadas en los procedimientos de niños.

b) Condiciones didácticas en las que se efectuó la situación, como son: la relación del entrevistado con los materiales, la manera como se hizo el planteamiento de los problemas y las circunstancias ambientales que influyeron en la resolución de las situaciones.

i) El periodo en el que se aplicó la evaluación fue finales de mayo y principios de julio de 2013, los niños se encontraban realizando ensayos para el término de fin de cursos (bailes, tablas rítmicas, poesía coral, etc.) y en las respuestas de algunos es notorio que su participación no está centrada del todo en las actividades propuestas, se mostraban ansiosos por salir a practicar sus actividades de clausura.

ii) Por tales motivos durante las entrevistas, en algunos casos, se hicieron modificaciones en el planteamiento de las situaciones, no se aplicaron en el mismo orden o se dieron por terminadas antes de lo previsto. Es decir, no fue posible ahondar en las posibilidades cognoscentes de algunos niños, dada su impaciencia por incorporarse a su grupo lo más rápido posible.

5. Referente empírico

5.1 Lugar, tiempo y negociaciones

El estudio se llevó a cabo en un jardín de niños de la Delegación Álvaro Obregón, la elección fue circunstancial, sin pretensiones de análisis sobre aprendizajes en esa zona escolar. La razón de ello se debe a que, para los fines de este estudio, era necesario contactar a una educadora que estuviera a cargo de un grupo 3º de preescolar en un jardín de niños público; tuviera además, la disposición de atender una entrevista para documentar su

desarrollo profesional y su adhesión a los lineamientos metodológicos del PEP 04 a fin de contrastarlos con los aprendizajes que había propiciado en sus alumnos. A lo que se adiciona el hecho, no fácil de acordar, que es permitir que sus alumnos fueran evaluados por un agente externo y ajeno a la estructura educativa oficial.

El contacto con una docente que contará con las características mencionadas fue a través de Claudia Monge Reyes egresada del Programa de Maestría del DIE-Cinvestav. La relación con la educadora, autoridades educativas y padres de familia se llevó a cabo a través de:

- a) Una primera sesión, dentro de las instalaciones escolares donde trabajaba la profesora (y en las que, además, se realizó el estudio). Este primer acercamiento sirvió para hacer de su conocimiento los objetivos y propósitos de la investigación.
- b) Una vez que se contó con su autorización para participar, el segundo momento fue establecer contacto con las autoridades de la Subsecretaría de Educación Básica, en el área de Preescolar, porque para poder ingresar a las escuelas de la SEP, es necesario tramitar permisos y autorizaciones dirigidos a la zona escolar, la escuela y a la profesora.
- c) Para que autorizaran el acceso a la institución fue necesario contar con las cartas de autorización firmadas por los padres de familia de los niños que participaron en el estudio, este trámite fue exhaustivo no solo por la parte oficial, sino por el convencimiento de los padres de familia para que dejaran participar a sus hijos, pero sobre todo que se pudieran filmar las sesiones y con ello documentar la implementación de las situaciones de evaluación para su ulterior análisis.

Una vez conseguida la aprobación de la profesora, padres de familia y con los documentos de autorización de la Subsecretaría de Educación Básica en el área de Preescolar fue posible en el mes de mayo del 2013 comenzar con las evaluaciones y concluir las durante la primera semana de julio del mismo año.

5.2 Selección de los casos

Para la investigación se solicitó que la profesora fuera quien eligiera a los alumnos que participarán en el estudio, tomando en cuenta los siguientes criterios:

- a) Seleccionar ocho alumnos que estuvieran por cumplir o ya tuvieran 6 años de edad.
 - Cuatro alumnos que –a decir de la maestra–, no hubieran tenido problemas con la apropiación de los contenidos escolares en cuanto a la componente de número.
 - Los cuatro restantes debían ser alumnos que a criterio de la profesora había demostrado tener complicaciones en el acceso a los contenidos curriculares de la componente de número.
- b) Los niños tenían que haber cursado al menos dos de los tres grados de preescolar con los contenidos planteados por el PEP 04.
- c) Todos los niños debían haber cursado los tres grados de preescolar.

5.3 Registros

Las entrevistas realizadas a los ocho niños durante un periodo de 11 sesiones concluyeron en un registro total de 38 horas de video grabación durante la aplicación de las tres situaciones de evaluación.

Paralelamente se realizó una entrevista a la docente de grupo, referente a su formación y al tipo de capacitación que había recibido en relación al PEP 04.

En cuanto a registros gráficos se cuenta con las producciones de las operaciones que los niños resolvieron y la escritura de los números.

Las características con las que se obtuvieron los registros y los resultados del análisis, se espera constituyan un aporte al debate del estudio del conocimiento del número en preescolar. Dejando claro que este estudio empírico no pretende generalizar datos, simplemente pretende establecer

relaciones entre lo que puede ocurrir en una escuela tomada al azar respecto a los logros de aprendizaje de los niños y su relación con lo establecido en los propósitos de la enseñanza de los contenidos de la componente de número en el PEP 04.

CAPÍTULO II

DIDÁCTICA EN LA CONSTRUCCIÓN DE LA NOCIÓN DE NÚMERO

Las investigaciones en didáctica de las matemáticas abarcan distintas problemáticas referentes al desarrollo del concepto de número, las hay, por ejemplo: centradas en el estudio sobre cómo acceden los niños al conocimiento del número y su operatoria; con énfasis en los saberes y prácticas docentes; problemáticas de desarrollo curricular; caracterización de materiales de apoyo a la enseñanza y el aprendizaje, por mencionar algunas. A su vez, existen estudios evaluativos de una innovación educativa –como el PEP 04- y su impacto en las prácticas docentes (Fuenlabrada, 2010).

Mientras que en ésta investigación, el énfasis está en averiguar qué aprendieron los niños de la muestra sobre el número y su relación con lo que deben lograr a su egreso de preescolar, según los señalamientos del PEP 04.

En este apartado se da cuenta de los referentes conceptuales usados en el diseño y análisis de las situaciones de evaluación, correspondientes a la resolución de problemas en preescolar. Se indaga sobre la manera como los niños ponen en juego sus recursos personales; la posible relación que guardan éstos recursos con la práctica docente de la educadora responsable del grupo de los niños de la muestra y los aprendizajes esperados por el PEP 04.

1. El problema de la instrumentación del PEP 04 en el aula

El modelo pedagógico utilizado en el diseño del PEP 04 permitió la reivindicación de los saberes de vida cotidiana que los niños poseen al ingreso a preescolar, debido a que este modelo enfatiza la manera en la cual la docente debe aproximarse a las características culturales de los aprendizajes previos de los niños y hacerlos evolucionar hacia los aprendizajes previstos para el término del nivel preescolar.

En el caso del pensamiento matemático las prácticas pedagógicas destacan la posibilidad de explorar distintos procesos para la resolución de los problemas en versiones de ensayo y error con el propósito de desarrollar en los niños la capacidad de analizar críticamente las diversas maneras de resolver un problema, reconociendo procedimientos y estrategias que les permitan fundamentar sus acciones matemáticas, sin que de manera directa sea la

educadora quien proporcione al niño la respuesta o el procedimiento que debe emplear, es decir que se hace necesaria la posibilidad de que sea el niño quien de manera directa indague cómo resolver y no sea otro quien le proporcione la manera de operativizar la solución a un problema.

(...) si antes de plantearle el problema a una persona, se le enseña la 'fórmula' que lo resuelve, de manera sistemática, se le quita la oportunidad de hacer matemáticas, es decir, de construir por sí misma herramientas para resolver problemas, y éste es, sin embargo, uno de los principales propósitos de la enseñanza de las matemáticas (SEP, 2004)

Esta perspectiva resultó innovadora en la enseñanza de las matemáticas en el nivel preescolar, debido a que no es el docente quien informa al niño el conocimiento socialmente validado, sino es el propio niño quien construye y da sentido a sus experiencias matemáticas, desde sus recursos y posibilidades personales

Sin embargo la manera en que la docente entiende las orientaciones pedagógicas del PEP 04, para diseñar situaciones didácticas que posibiliten el desarrollo del pensamiento matemático en los niños de preescolar, impacta directamente al aprendizaje del niño, por lo cual durante los años de vigencia del Programa se llevaron a cabo diversas investigaciones en torno al uso e instrumentación de los lineamientos metodológicos para la enseñanza de los contenidos curriculares; así como estudios sobre las concepciones matemáticas, de aprendizaje y de enseñanza de las docentes.

La perspectiva conceptual y procedimental del enfoque por competencias descrito en el PEP fue uno de los ejes de análisis en la perspectiva epistemológica de las educadoras sobre la enseñanza de las matemáticas, debido a que las competencias matemáticas que plantea el PEP 04 se caracterizaron por encauzar la enseñanza de las matemáticas en actividades donde los niños manifestaron sus conocimientos en la resolución de problemas en diversos contextos y no solo en el aula o la escuela, sino que lograrán hacer de las matemáticas escolares una herramienta para su vida.

Sin embargo empatar los ideales conceptuales del aprendizaje y uso de

las matemáticas con las perspectivas de enseñanza de las educadoras, ha sido objeto de estudio de la investigación en didáctica, desde la implementación del PEP 04. Debemos recordar que este Programa de estudio fue la primera materialización del esfuerzo nacional y constitucional por convertir al nivel de preescolar en parte de la educación básica, hasta ese entonces los procesos de enseñanza y los contenidos de este nivel educativo habían sido intrascendentes y sobretodo relegados a prácticas sociales orientadas por el sentido común y la experiencia empírica, de lo que se creía debían saber los niños al egresar del nivel.

Investigadoras como Fuenlabrada, señalan que la relación entre las educadoras, el PEP 04 y el enfoque por competencias estuvieron mediado por los deseos, ilusiones, creencias, experiencias previas y expectativas que las docentes habían elaborado y construido, antes de la entrada en vigencia del Programa.

(...) las educadoras realizan este diálogo (del enfoque por competencias) con base en sus ideas, creencias y experiencia docente; así, aunque dicen *estar desarrollando competencias*, siguen – las más de las veces – avocándose a la transmisión de conocimiento por ostentación y repetición. (SEP, 2009)

Las investigaciones de prácticas docentes permitieron identificar que existía una ruptura entre la propuesta metodológica del PEP 04 y la realidad del aula, donde las acciones realizadas por las educadoras respecto a la perspectiva de competencia en el campo formativo de matemáticas dejaron entrever que parte de las transposiciones didácticas del enfoque, se debía a que el estilo de enseñanza de cada docente radica en las experiencias de su vida como estudiante de educación básica, en su formación como profesional de la educación preescolar, y las interacciones con sus compañeros al iniciar su labor como educadora; la conjunción de todos estos saberes, habían un modelo de enseñanza signado por la transmisión y repetición del uso de las matemáticas, que obstaculiza, entre otras cosas, que sean los niños quienes pongan en juego sus propias estrategias para resolver problemas.

Aunado a la apropiación del enfoque por competencias propuesto por el

PEP 04, la instrumentación tuvo que lidiar con una mala interpretación de la teoría Psicogenética de Piaget en la cual las docentes hacen énfasis en el dominio de la seriación, la clasificación y el orden para abordar la enseñanza de los números.

Fuenlabrada menciona que en el enfoque piagetiano la perspectiva se centra en la clasificación cualitativa y no en la cuantitativa, como un elemento que hace a la concepción del número.

Piaget se refería a la clasificación de colecciones desde criterios cuantitativos; es decir, van juntas todas las colecciones que tienen el mismo número de objetos, por ejemplo, 6 elementos, en otro paquete están las que tienen 8 o 3, etcétera, independientemente de las cualidades de los objetos que constituyen a las colecciones” (SEP, 2004).

El centramiento de las prácticas de enseñanza en establecer criterios de clasificación de colecciones por tamaño, forma y color para llegar al “concepto de número” para después orientar el aprendizaje a través de planas y actividades de identificación de los signos numéricos, enfatizó la enseñanza del número prioritariamente en la identificación de los números, como signos, a través de actividades manuales de decoración, boleó o relleno de éstos. Fuenlabrada identifica además, que en ocasiones el proceso de enseñanza se caracterizó por trabajar cada uno de los números por separado, mostrándolos sin correspondencia a su función primigenia, el conteo; en el que la sucesión numérica oral debe aprenderse en un rango (1-6, 1-10).

(...) en muchas clases de preescolar se observa: “la clase del uno, luego la clase del dos, para seguir con la clase del tres, etcétera”; más adelante aparecen las sumas y restas con los números encolumnados, los signos (+, -) y la rayita para separar el resultado.” (Fuenlabrada, 2009)

Estas variantes en las clases de matemáticas están matizadas por la repetición, memoria y el avance de los números en la sucesión numérica (hasta el 30 o más, en el peor de los casos), mediante planas de números seguido de la enseñanza de las operaciones de suma y resta.

Esta práctica docente sobre la enseñanza de los números contraviene los planteamientos propuestos en el PEP 04. Porque trabajar con números

mayores a 30 rebasa las posibilidades cognitivas de los alumnos, uno de los problemas es la numerosidad de las colecciones que le dan sentido y posibilidad de uso a los primeros treinta números; para los niños de preescolar después de este rango “son muchos”, de tal manera que no tienen recursos para realizar acciones sobre las colecciones (separar, juntar, agregar, etcétera) y con ello resolver la relación semántica entre los datos numéricos de un problema. Por otro lado, la aparición prematura de las operaciones como recurso para resolver problemas, dista mucho de lo que los niños hacen para resolverlos, si la educadora se los permite. Para ello, lo que es necesario que hagan los niños, es representar la o las colecciones involucradas en el problema, que devienen de los datos numéricos de éstos y, con base en el contexto en que estos números están apareciendo en el problema, realizar las acciones sobre las colecciones que consideran más convenientes para encontrar el resultado. El cálculo inmerso en la resolución del problema lo resuelven con el conteo.

Las consideraciones señaladas en el párrafo precedente sobre la instrumentación del PEP 04 y lo que el enfoque por competencias propone, son fundamentales en el análisis de la experiencia de evaluación de esta investigación debido a que la participación de los niños y el resultado de sus aprendizajes están mediado por diversos factores de enseñanza en el aula.

El análisis de los aprendizajes de los niños, en esta investigación, está centrado específicamente en la manera en que instrumentan su conocimiento del número y su relación con lo esperado por el modelo PEP 04, las variantes en sus respuestas se pueden rastrear en la forma en la que la docente interpretó los lineamientos metodológicos del Programa.

1.1 Los conocimientos previos y las estrategias espontáneas de los niños

Se ha mencionado que el PEP 04 resultó innovador en su postura frente a los conocimientos y experiencias con los que los alumnos ingresan a preescolar; por eso es relevante para el aprendizaje del número, rastrear la forma cotidiana en la que los niños lo usan y sus maneras de resolver situaciones de conteo,

comparación y/o igualación de colecciones en sus juegos, entre otros.

Para la educadora, podría resultar, en un principio, intrascendente tomar en cuenta los procedimientos espontáneos de los niños (que encuentran sustento en su conocimiento y experiencias previas) para resolver situaciones que implican al número y, por ello, continuar con prácticas de enseñanza que el PEP 04 pretende desestimar. Por esta razón, es interés de esta investigación, mirar a través de los aprendizajes logrados por los niños y su manera de usarlos cómo, indirectamente, se están movilizando las prácticas docentes y si éstas, están permeadas por los lineamientos metodológicos del Programa.

Para ahondar en este problema de considerar o no las estrategias espontáneas de los niños, revisemos lo que señala Block (2006) en una de sus experiencias matemáticas con niños de 3° de primaria. Él menciona que una niña se le acercó para comentarle que ya sabía hacer divisiones y le muestra la división: $32:2$. Observó el procedimiento y se dio cuenta que no solo el resultado era incorrecto sino que la manera de resolver la operación estaba centrada en el algoritmo convencional de la división.

Una vez que la niña explicó su procedimiento, Block le sugirió otra manera de realizar la división; le propuso un problema con material concreto y lo formuló como una situación de reparto en la que la niña tenía que dar la cantidad de 32 “tazos” a 2 peluches.

Al concluir la actividad observa que en los procedimientos de reparto, la niña utiliza el 10 como base para el reparto de objetos, logra un reparto inicial de 3 grupos de 10 y un sobrante de 2, una vez que la niña analizó su procedimiento dividió uno de los grupos de 10 en 2 de 5 y el sobrante (2) lo repartió dando uno a cada grupo de objetos.

Block concluye, con este ejemplo, que una de las grandes “hazañas” de la formación en matemática de la escuela, es privilegiar la sintáctica formal del lenguaje matemático (el uso de procedimientos) en detrimento de la semántica de donde proviene o se gesta el problema que se intenta resolver, limitando el significado de la operación y la utilización de procedimientos espontáneos –por parte de los niños-; que aun siendo no formales proveen de significado al

conocimiento matemático.

Algunas veces, los alumnos resuelven los problemas matemáticos recurriendo a procedimientos no formales [...], pero pronto aprenden que es incorrecto, que debieron haber puesto la operación. En el mejor de los casos siguen usando estos recursos a escondidas y en el peor los dejan de hacer y, si aún no los dominan se quedan bloqueados o eligen una operación casi al azar (Block, 2006).

El problema de la formalidad vs la funcionalización de las ideas espontáneas de los niños sobre el uso del número resulta un problema metodológico para la enseñanza de las matemáticas y consecuentemente impacta en el aprendizaje de los alumnos. Lo que ha generado que el dominio de un contenido, esté supeditado por una cultura escolar que se enfoca en el dominio de los procedimientos y no en la manera en que cada quien sintetiza o comprende la información proporcionada en un problema.

El ejemplo analizado por Block, género en mí una reflexión profunda respecto a lo que pensaba observar durante la evaluación de los aprendizajes de los alumnos de esta investigación, debido a que la intención no era observar, -como equivocadamente lo había supuesto-, si los niños sabían sumar o restar sino averiguar, documentar y analizar cómo utilizaban el número, al concluir el preescolar, como un recurso para la resolución de problemas, como lo señala el PEP 04. Es decir, yo mismo no había comprendido las pretensiones del programa ni el significado de desarrollar competencias numéricas en este nivel educativo.

De esta manera la base de las situaciones didácticas presentadas a los alumnos para identificar aprendizaje sobre número, radica en el enfoque constructivista de las matemáticas donde se perciben a los conocimientos matemáticos como herramientas, que se crean y evolucionan frente a la necesidad de resolver ciertos problemas (Block, 2006).

Vergnaud (1991), Block (2008), Fuenlabrada (2009), entre otros investigadores, mencionan que los problemas no son únicamente el lugar o el tiempo en el que se aplican los conocimientos, sino que son los problemas por sí mismos una fuente de auto aprendizaje de las matemáticas. En los problemas encontramos no solo un reto sino una manera de matematizar al

mundo y proponer respuestas que son parte inherente de nuestras experiencias personales con los eventos matemáticos que le preceden. En el problema subyacen dos momentos uno donde aplicamos lo que sabemos y otro donde creamos algo nuevo.

1.2 Consideraciones en el desarrollo del símbolo en el niño

El desarrollo del pensamiento matemático en preescolar es un proceso que conlleva el análisis de las estructuras primigenias de la matemática correspondientes al conocimiento de los primeros números naturales; la organización y descripción del espacio a través de relaciones espaciales entre puntos de referencia; el desarrollo de la percepción geométrica y la identificación de magnitudes de longitud, capacidad y tiempo a través de situaciones de comparación.

Por lo tanto es necesario considerar, para el sustento teórico y análisis de datos en esta investigación, el desarrollo de los símbolos numéricos como un elemento transversal en la adquisición de cualquier concepto matemático que se pretenda enseñar desde una perspectiva metodológica de funcionalización de saberes y conocimientos previos de los alumnos.

En el caso del preescolar donde las experiencias, en principio, son orientadas y diseñadas con el fin de crear las condiciones para propiciar la interacción con los conceptos matemáticos iniciales, el conocimiento que la educadora posea del desarrollo del niño y sus posibilidades cognoscentes con base en el pensamiento preoperatorio que los caracteriza, son fundamentales en la instrumentación del currículo como se ha mencionado en el apartado anterior.

Ahora, revisaremos el aprendizaje del número, en lo que refiere a la simbolización numérica. Para ello, se retoma uno de los ejemplos planteados por Vergnaud, al considerar la pregunta de Francisco Vecino, quien le plantea si es posible que ¿los símbolos matemáticos un lenguaje particular, en cuyo caso toda actividad mental necesitaría para su desarrollo, se reduciría y formaría una

parte de la psicología del desarrollo del pensamiento verbal o más bien estos símbolos reflejan estructuras más profundas del pensamiento? En este caso, ¿hasta dónde retroceder para determinar el conjunto de actividades mentales que condicionan su uso y formación? (Vergnaud, 1991)

En definitiva es una doble pregunta que acapara la atención de la idea de desarrollo lingüístico como correspondencia al desarrollo de conceptos y símbolos matemáticos, sin embargo por un lado definir a los símbolos matemáticos como una actividad que únicamente tiene correspondencia con el lenguaje, reduciría el campo de acción de los símbolos matemáticos; invitando a ser desarrollados únicamente mediante la especificidad del lenguaje, cuando en realidad los símbolos matemáticos como los numéricos, aparecen en situaciones de diversa índole, y en diferentes actividades prácticas, desafiados por la lógica de la realidad, para dar respuesta a las necesidades que el mundo plantea al niño y no solo como elementos conceptuales desarrollados por el lenguaje.

Esta reflexión epistémica encierra una vertiente que justifica la experiencia de esta investigación, debido a que el análisis de las respuestas no está basado del todo en las argumentaciones verbales, sino la manera en la cual los niños interactúan y resuelven los problemas planteados con una lógica personal derivada de sus experiencias en el aula y enriquecidas por el uso de los símbolos y el significado que otorgan a estos.

De esta manera es necesario aclarar que en relación a las condiciones del desarrollo del símbolo en el niño, analizar únicamente las expresiones del lenguaje limitan la interpretación del proceso en el cual se encuentra el niño, pero sobretodo no es posible generalizar que el lenguaje matemático conocida de manera natural con la forma en que se desarrolla el lenguaje del niño. Es decir, el niño probablemente sabe más de lo que puede manifestar por medio del lenguaje.

Si consideramos que los símbolos matemáticos se estructuran como componentes más profundas del pensamiento en general se debe admitir que mediante una sucesión ininterrumpida de estructuras incompletas, parciales y poco equilibradas, en principio, se llegue a la construcción de un lenguaje propio y adecuado de esa ciencia (Vecino, 2005).

Para Vecino esta afirmación tendría correspondencia con la corriente psicogenética, a través de la cual, mediante estadios de desarrollo sería posible evidenciar que en determinados momentos de la vida de cada individuo es posible apreciar distintas características de su proceso de abstracción que se llevan a cabo de manera ininterrumpida, en distintos niveles de análisis y abstracción que con base en la lógica-matemática tienen un desarrollo que va de lo concreto a lo abstracto. De esta manera Vecino retoma lo descrito por Piaget en tres momentos de la evolución del símbolo:

- 1) Las operaciones de simbolización (relacionadas con la abstracción y aplicación) son un puente entre las condiciones elementales para ser expresadas y elementos más evolucionados del pensamiento matemático.
- 2) Es posible hablar de una formalización gradual que caracteriza el paso de un nivel a otro de evolución. El comienzo de la simbolización se liga, al principio, a operaciones concretas aunque acompañadas de ciertas formas de lenguaje (de 2 a 7 años); se da a continuación, un cierto paso hacia la formalización con la coordinación entre acciones y operaciones concretas y se va abstrayendo un cierto tipo de simbolización relacionada con objetos dados (8 a 11 años); es a partir de los 12 años cuando esa simbolización se libera de las interferencias de los objetos, para constituir una terminología formal a través de elementos hipotético-deductivos.
- 3) El simbolismo se hace más complejo y equilibrado con la interdependencia de la formalización señalada al final de la etapa anterior (Vecino, 2005).

Lo descrito desde el enfoque psicogenético de símbolo, da cuenta de la complejidad y el largo proceso que conlleva la conceptualización de los signos numéricos. En concordancia con ello, pero desde una perspectiva didáctica y desde luego, para efectos de esta investigación, se concibe a la representación convencional de los primeros números, como un aprendizaje inestables en la etapa de preescolar, pero, aun así, es posible trabajar con la sucesión numérica del 1 al 20 (en casos, en donde los niños cuentan con muchas experiencias numéricas hasta el 30) por medio de actividades sistematizadas y controladas, en las que el sujeto interactúa con los diferentes significados del número que se revelan en sus usos (cardinal, ordinal y nominativo) y sus funciones (medida, transformación y relación). Y, al ser evaluados, debe por tanto tomarse en cuenta las condiciones de desarrollo cognoscente de los niños estudiados.

En el caso del PEP 04 el objetivo en cuanto a la representación simbólica convencional es hasta el número 10 y en relación al conteo de colecciones,

éstas no son mayores a 20 objetos. Este conocimiento es el insumo para que puedan resolver problemas porque tienen la posibilidad de razonar sobre la relación semántica de los datos numéricos -no mayores a 10-, que aparecen en éstos y realizar el cálculo involucrado, contando colecciones (Fuenlabrada, 2009).

El número como un objeto de enseñanza, en las primeras experiencias de los niños se caracteriza por situaciones de conteo, para contestar la pregunta ¿cuántos hay?, con el apoyo de elementos físicos del mundo el niño va reconociendo uno de los usos del número, la cardinalidad de las colecciones, pero a su vez mediante la utilidad que el niño le otorgué como una expresión de su realidad.

De esta manera los precedentes del número en preescolar son los esquemas de elementos que lo representan físicamente en el mundo concreto en el que el niño interactúa usando elementos que son intermediarios entre el símbolo y el significado.

Un ejemplo de ello lo encontramos cuando el niño quiere simbolizar un medio de transporte (carro, avión, tren, bicicleta etc.) y se le dificulta dotarlo de todos los signos y concluye en una representación imitativa de los signos que caracterizan al objeto (sonido, movimiento, tamaño o color). De esta manera utiliza esquemas de un símbolo que identifica mediante la imitación pero que es el tránsito entre el objeto que quiere representar y una idea abstracta del mismo.

Este efecto de construcción de preconceptos referentes a elementos de la realidad es parte de una serie de razonamientos que son el paso a los símbolos.

De esta manera el análisis que conlleva la evolución entre la simbolización progresiva a la idea de signo, Vecino, desde la perspectiva psicogenética, la describe como una hipótesis de tres momentos: formación de preconceptos, razonamientos pre conceptuales y razonamientos simbólicos y el inicio de la representación cognoscitiva.

En la formación de preconceptos encontramos que el niño no generaliza

ni individualiza simultáneamente como solemos creer, éste se mueve entre la generalización y la individualización del concepto, es decir no es un momento estático.

En este ámbito el preconcepto sería el símbolo que se utiliza entre el icono y el signo (concepto) (Vecino, 2006)

Retomando el ejemplo de los medios de transporte, si se le pregunta a un niño ¿qué es un helicóptero? Y él define a un “helicóptero” como un “avión” en sentido estricto del concepto su respuesta parecería errónea debido a que no es un avión, sin embargo lo común entre helicóptero y avión es el hecho de que ambos vuelan, por lo tanto existe una representación simple del icono helicóptero, que parecería generalizable al utilizar la palabra “avión” para describirlo (uso de signo), cuando el concepto real es el del artefacto que se desplaza volando, por medio de hélices. En este ejemplo podemos decir que el concepto de “avión” se acomoda al objeto que se intenta definir cómo “helicóptero”, donde por medio de características semejantes trata de dar cuenta del concepto con el objeto.

Por lo tanto “avión” (es un recuerdo del objeto simbolizado) sin ser un elemento con características fidedignas al “helicóptero” (al icono), en este momento, solo se han trazado elementos del símbolo correspondiente al icono que se pretende describir, pero si pidiéramos un nivel de representación gráfica lo convertiríamos en una designación conceptual, convirtiendo ambos elementos en signo gráfico.

A diferencia del preconcepto, en el inicio del razonamiento preconceptual y razonamiento simbólico es posible observar que la manera en la que el niño comienza a utilizar sus esquemas (alrededor de los 4 años de edad) empieza a descentrarse y se desarrollan de tal manera que se despliegan a otros objetos, ensanchando el sentido del concepto y las propiedades de él.

Esta descentración da como resultado una emancipación progresiva en el uso de los símbolos que son representativos de las características de los elementos que el niño intenta describir para atribuirles un uso o función.

En consecuencia, la representación cognoscitiva puede analizarse como

una serie de eventos que tienen lugar entre los 7 y 8 años de edad, cuando el niño es capaz de crear sus propios bocetos para simbolizar o nombrar los elementos que desea describir o utilizar.

Acercarse a la convencionalidad de los símbolos es un proceso que se alcanza por medio del ejercicio y la claridad que el usuario tenga respecto al momento en que pueden ser utilizados.

Esta hipótesis psicogenética en la que se desarrolla el pensamiento se retoma en la investigación para interpretar la relación que los niños establecen con el concepto de número, en un principio como una serie de símbolos abstractos ligados aún con las imágenes y elementos concretos que estén presentes en su esquema de pensamiento; sin embargo, las maneras en las que operativicen y generen esquemas de intervención respecto al uso del número y el conteo, permite dar cuenta del nivel de abstracción o proceso simbólico en el que se encuentran instaurados.

Por ello, la descripción sobre el desarrollo del pensamiento simbólico sobre el concepto de número no es somera, tomando en consideración que el uso del concepto de número está compuesto de una serie de elementos abstractos que se han consolidado en la realidad del niño una vez que éste los ha puesto en práctica de manera consciente para interpretar sus posibles usos.

2. Las situaciones didácticas

Los planteamientos de las situaciones didácticas son diversos según la situación de análisis a la cual se requiera someter la realidad; en el caso de la didáctica de las matemáticas los trabajos apuntan a un análisis minucioso respecto a los métodos de enseñanza, desde la figura del docente pero de manera interconectada la relación dialéctica que existe con los aprendizajes de los alumnos. Dicho de otra manera, para construir el análisis de una situación es necesario visualizar a priori el tipo de problema o situación con la cual se pretende dar paso a la enseñanza o recoger los aprendizajes que han sido desarrollados o adquiridos por los estudiantes.

Dentro de las situaciones didácticas el planteo de problemas permite vehicular los procesos de enseñanza y aprendizaje.(González &

Weinstein, 2008)

Investigadores como Block(2008), Fuenlabrada (2009), Gálvez (2009), entre otros, señalan el uso de materiales como algo relevante, sin embargo mencionan que la manera en la cual se plantea el uso de los materiales, la consigna, las maneras de comunicación entre los miembros que integran una situación (alumno-alumno o profesor-alumno) y la forma en la que la información es manejada por la docente son acciones de la enseñanza que impactan al proceso de aprendizaje de conceptos matemáticos que cobran relevancia para convertir un momento en un evento ingenioso y propositivo.

Brousseau, citado por Gálvez, identifica y caracteriza cuatro situaciones, en función de su intencionalidad:

- *Situaciones de acción*, en las que se genera una interacción entre los alumnos y el medio físico. Los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problema planteado.
- *Situaciones de formulación*, cuyo objetivo es la comunicación de informaciones entre alumnos. Para esto deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisando y adecuándose a las informaciones que debe comunicar.
- *Situaciones de validación*, en las que se trata de convencer a uno o varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso, los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. No basta la comprobación empírica de que lo que dicen es cierto; hay que explicar que, necesariamente debe ser así.
- *Situaciones de institucionalización*, destinadas a establecer convenciones sociales. En estas situaciones se intenta que el conjunto de alumnos de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, de formulación y de validación. (Gálvez, 2009)

Describir los diferentes momentos en los cuales puede verse inmersa una situación de enseñanza manifiesta una serie de recursos que deben ser planteados y analizados; sin embargo, cuando la realidad supera la sistematización la inventiva y la creatividad en la resolución de una situación no contemplada corren a cargo del docente; apoyándose en el ritmo de la sesión pero también de los sujetos que integran ese espacio.

Cada situación didáctica manifiesta un momento distinto del proceso de enseñanza y aprendizaje según sea la intencionalidad, no obstante entre las situaciones didácticas aquellas que refieren a la institucionalización son muy

notorias en los primeros años de enseñanza matemática en las cuales no suele permitirse mucha acción entre lo que el usuario de las matemáticas entiende y la convencionalidad del conocimiento.

Para llegar a la institucionalización, es decir, al proceso de descontextualización del saber, es necesario que se plantean varias situaciones de acción, formulación y validación, dado que no existe una relación directa entre la resolución de un problema y la construcción de un contenido. (González & Weinstein, 2008)

Como lo menciona González la descontextualización de un saber es un proceso que contempla volverlo útil en distintos eventos o situaciones, hasta llegar a la convencionalidad mediante actividades que permitan al individuo poner en acción sus referentes, contrastarlos; generar nuevas hipótesis y construir una idea nueva.

Los sujetos en situaciones de institucionalización pasan por un procesos de descentración contextual a través de actividades de resolución, pertinentes a su nivel de desarrollo y las experiencias que le preceden, mismas que les permiten crear una nueva hipótesis, que no es azarosa ya que el concepto no emerge mágicamente como producto de la resolución de un problema; es derivado de una práctica constante de ensayo y error, que conlleva una intencionalidad didáctica.

Es necesario aclarar que si bien las situaciones didácticas convergen en el proceso de planeación y diseño de los conceptos con los cuales se pretende que el alumno interactúe, debe considerarse que todo aprendizaje es un proceso y los niveles de desarrollo o experienciales de los sujetos implicados son sustanciales en materia del diseño de la situación didáctica en la enseñanza de las matemáticas, debido a los distintos niveles en la lógica para la resolución de problemas

(...) el aprendizaje requiere de aproximaciones sucesivas a través de la presentación de un contenido en diferentes contextos y de la reiteración de actividades. Es así como se *prograsa*, se *evoluciona* en la apropiación de los conocimientos. (Weinstein, 2008)

Convertir los distintos conceptos matemáticos en resultados visibles al resolver problemas conlleva un constante cambio en los planteamientos de la

información que se pretende enseñar pero a su vez, de movilidad en el pensamiento.

Evolucionar puede querer decir dominar mejor lo que ya se sabe o enriquecerlo con nuevos sentidos o modificarlos para reorganizarlos en un nuevo campo de saberes como producto de la incorporación de nuevos conceptos. (GCBA, 1999)

Las secuencias didácticas aplicadas en el aula de preescolar en México tienen como intención, para la enseñanza del número, plantear situaciones de conteo; comparación e igualación de colecciones; comunicación de cantidades en situaciones diversas hasta llegar a la representación convencional de los primeros diez número; interpretación en diferentes contextos del uso de los signos numéricos como puede apreciarse en la imagen; exploración de la sucesión numérica escrita (entre mayor cantidad de elementos tiene la colección, más se avanza en la sucesión); relaciones de equivalencia entre las monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10 y la resolución de problemas familiares a través del conteo y acciones sobre las colecciones.

2.1 La representación simbólica en el diseño de la situación didáctica

Dar cuenta del pensamiento de un niño es una labor de interpretación que conlleva gran responsabilidad epistemológica según el enfoque con el que se pretenda analizar y dar cuenta de las acciones del niño. Por esta razón, en el campo de las matemáticas es necesario entender con pertinencia lo que se le solicita al niño, a la vez, de considerar que lo que se le pide, debe tomar en cuenta, sus posibilidades (estadio de desarrollo) y la relación que éste mantiene con su contexto social o escolar.

En el contexto escolar las variantes que intervienen en los eventos matemáticos están situadas en las pretensiones curriculares del PEP 04 y la relación del modelo de enseñanza de la docente del grupo con los aprendizajes finales de sus alumnos.

No se puede negar el efecto de las relaciones interpersonales con los compañeros, los espacios sociales (aula y patio escolar) donde suelen ejercitarse los conceptos y símbolos matemáticos ya que son relevantes en el

proceso de adquisición del concepto del número; sin embargo, este ejercicio de investigación se centra específicamente en los logros de aprendizaje finales y no en las cuestiones relacionadas con el ambiente de aprendizaje. Por lo cual es necesario aclarar la manera en la cual se percibe el efecto de la simbolización y la importancia del proceso de designación del alumno en las actividades de evaluación.

Estos elementos de reflexión de la propuesta de evaluación intentan dar sentido a la manera en la que se establecieron los criterios para llevarla a cabo; donde fundamentalmente se pensaron con cercanía a las elaboraciones simbólicas que los niños poseían según lo esperado para su edad, grado escolar y contenidos curriculares a los cuales tuvieron acceso durante tres años de educación preescolar.

La relación semiótica por la que atraviesan los niños entre los 3 y 6 años puede ser un obstáculo en la interpretación de sus respuestas pero a su vez dan cuenta de las formas diferentes de comprender las situaciones que se les presentan.

Una explicación simple y ortodoxa sería que según el nivel de apropiación del conocimiento del número, el niño dará cuenta del uso del número como herramienta matemática para la resolución de problemas (aditivos). Sin embargo en el planteamiento de las situaciones de evaluación la respuesta no es tan ortodoxa debido a que como lo señala Pères (1993) “cuando un niño quiere simbolizar un objeto elabora aquello que, entre otras características del objeto, puede ser entendido, es decir, aquello que le resulta significativo y pertinente del objeto”

En este plano la reacción que un niño tenga frente a una situación matemática estará mediada por el sentido y la significación que el material o la consigna le resulte al aplicar sus referentes simbólicos.

Pères menciona que no existir la representación del símbolo correcto el resultado puede ser una respuesta lúdica por parte del niño y no la necesidad de representar simbólicamente lo que él quiere.

Esta reflexión cobra sentido en el proceso de instrumentación de la

evaluación y la manera en la cual se recogen los saberes de los niños debido a que al solicitar al niño respuestas correspondientes a actividades de designación se corre el riesgo de no lograr ponerlo en el contexto de la situación, lo que daría como resultado que no lograra interpretar los iconos gráficos o la consigna en la semántica del problema planteado; en este caso Vecino considera desde las investigaciones de Pèrez que “en el ejercicio de la función simbólica aparecerá inmediatamente un obstáculo de tipo semiológico ya que la construcción de símbolos en el niño remite a una actividad lúdica (dibujar) y no una necesidad de designar un objeto en particular” (Vecino, 2006)

Enfrentando estos argumentos a las situaciones aplicadas se refleja que la representación simbólica es parte de un lenguaje que los niños continúan construyendo y que en el caso específico del lenguaje matemático, Vecino menciona que pueden retomarse tres componentes clásicos de la designación; la consideración del referente, del significante y el significado. Los iconos, símbolos y signos deben ser tomadas como elementos clave en el proceso de la situación didáctica para la obtención de la designación.

Respecto a situaciones de matematización que retoman estos elementos en el proceso de la designación Godino y Batanero proponen los siguientes componentes:

Inventar una simbolización adecuada para respetar las situaciones y las soluciones encontradas y para comunicar dichas soluciones a otras personas. Producir nuevas expresiones y comunicados significativos mediante manipulaciones simbólicas (Díaz Godino & Batanero, 1998)

Son estos componentes los que en gran medida brindaron soporte y dirección al diseño de situaciones que permitieran un análisis de la función simbólica que los niños manifestaran durante sus respuestas.

Mediante imágenes de situaciones cotidianas y materiales de apoyo al razonamiento, se dio a los alumnos la posibilidad de generar sus propias estrategias para resolver las situaciones problemáticas; observarlas y analizarlas da cuenta de lo que los niños lograron conceptualizar – al terminar preescolar-, sobre los distintos significados del número. De esta manera, la evaluación contempla analizar la manipulación simbólica y material de la

información, que los alumnos evidenciaron según su nivel de designación.

En este orden Vecino menciona que de las variantes en las actividades de matematización relacionadas con la designación de cantidades, en el currículo de educación Infantil, suelen utilizarse las siguientes categorías:

- a) Designación de conjuntos y elementos de un conjunto.
- b) Designación de las clases resultantes de una partición.
- c) Designación del orden resultante de una ordenación.
- d) Designación del número, entendido como síntesis de procesos de clasificación y ordenación.
- e) Designación de algoritmos y procesos que se desarrollan en el tiempo o en el espacio.
- f) Designación del resultado de una medida en cualquier magnitud.
- g) Designación en el espacio y las geometrías que lo modelizan.

De las actividades de designación señaladas durante la aplicación de la evaluación se utilizaron las de conjuntos y elementos de un conjunto, clases resultantes de una partición, orden resultante de una ordenación, Designación del número, entendido como síntesis de procesos de clasificación y ordenación y algoritmos de procesos (estrategias de solución) que se desarrollan en un tiempo y espacio finito.

2.2 La competencia numérica

La competencia numérica puede entenderse desde lo expuesto por Cockroft y Weinstein (1985) como la capacidad de afrontar con fiabilidad las exigencias numéricas de la vida cotidiana.

Esto convierte al número en una serie de eventos que pueden ser captados mediante la manera en la que el niño expresa su utilidad a través de situaciones que implican crear o dar solución a eventos de su naturaleza física o social.

González & Weinstein mencionan que el número visto como una competencia supone la posesión de dos atributos:

- Familiaridad con los números y las destrezas que permitan usarlos en la vida cotidiana, y
- Aprender y comprender la información que se presenta en términos numéricos.

Aplicar los conocimientos previos del niño de manera constructivista para la

creación de nuevas soluciones pareciera ser un tema de sentido común sin embargo no es tan sencillo dar cuenta de los conocimientos que los alumnos poseen a menos que las situaciones didácticas lo permita para dar cuenta de ellos de forma natural y dialéctica

Los conocimientos numéricos que el niño adquiere paulatinamente en forma desorganizada, espontánea deben ser tomados por el docente como punto de partida para una acción intencional que permita sistematizar los, complejizar los, modificarlos y enriquecerlos. Para ello será necesario plantear situaciones que sean desafiantes, que impliquen un problema a resolver en contextos de uso variados (González & Weinstein, 2008).

Los problemas variados que mencionan deben ser creados desde la lógica del niño convirtiéndolos en una herramienta que rete su capacidad y no solo que sea interpretada de manera mecánica. De esta manera al indagar en los conocimientos numéricos será posible automatizar de forma gradual los contenidos.

2.3 El proceso de la construcción del número

La construcción del número en la vida un niño es un reto cognitivo y social; debido a que la elaboración de éste atraviesa por distintas lógicas de adaptación hasta el punto de equilibrio entre su utilidad y el reto de resolver o anticipar situaciones temporales por voluntad o necesidad. El proceso es adaptativo a las experiencias de los niños, en primera instancia está la percepción sensorial que aparece en la interpretación de las variables del universo numérico en el cual convive el niño que le permiten generar hipótesis y concretar nuevas lógicas de interpretación a través de un proceso de ensayo y error que le llevará buena parte de su infancia.

El niño solo llega a la comprensión de la idea de número tras haber superado numerosas etapas perceptivas. Reconocer que seis elefantes representan la misma cantidad numérica que seis moscas es todo un reto para la mente infantil, que solo llega a comprender la naturaleza del número a través de las múltiples cosas que este le permite hacer. Por eso, el adulto, el profesor en particular debe hacer una relectura del mundo que le rodea, en el que, como decían los pitagóricos, casi todo es número, para descubrir qué acciones rutinarias son solo posibles gracias a la existencia de la potente idea de número (Chamorro, 2006)

Con esta idea del poder que el número tiene en las interacciones del niño con su ambiente, el trabajo para desarrollar el concepto del número se convierte en un eslabón sistematizado en el nivel preescolar, ya que no es ocioso que se conduzca al niño a experiencias sistemáticas en las que el uso del número cobre sentido y no sea solo parte de un saber creado ficticiamente al interior de un aula. La enseñanza del número debe conciliar las experiencias del alumno con la adquisición de saberes que le sean relevantes para dar respuesta a sus propias interrogantes en el momento en que se enfrenta con eventos que salen de su percepción sensorial y se convierta así en conocimiento que le permita matematizar su mundo.

A este respecto la adquisición del concepto de número implica el manejo no sólo de representaciones que resultan análogas para la representación de objetos o cantidades, el número en situaciones de aprendizaje debe dar cuenta de universos tangibles e intangibles, dando paso a posibles representaciones abstractas como lo son las representaciones gráficas de cantidades que dan cuenta de objetos inexistentes o situaciones que aún no han ocurrido.

(...) el concepto de número supone también ser capaz de pasar de representaciones analógicas de la cantidad, donde los símbolos utilizados están en relación con los objetos representados (cinco rayas para simbolizar cinco animales), a relaciones convencionales cuya relación con los objetos es arbitraria (usamos 3, o tres, o tris, cómo podríamos usar cualquier otro símbolo palabra para representar tres personas) y este paso no es trivial para los niños. También es difícil comprender que la escritura convencional supone un modo de representación más potente, y más funcional que la analógica. Sabemos además que la adquisición por parte del niño del sistema de notación numérica lleva aparejado un enriquecimiento de los conocimientos sobre el número, si bien necesita de un largo periodo de tiempo para su total comprensión (...) (Chamorro, 2004)

El proceso de convencionalidad arbitraria conlleva la descentración del objeto para convertirlo en un signo de posibilidades infinitas donde el número se convierte en una herramienta versátil de la comprensión del mundo caracterizando a los objetos, circunstancias, personas o tiempos. Al desarrollar diferentes estrategias para alcanzar la comprensión del número se crean diversas funciones que los encarnan según sean las necesidades del niño, desde calcular hasta comparar ordenar o contar.

2.4 El número y la cardinalidad

La sistematización de la construcción del número está arraigada según su función a la interpretación y resolución de desafíos que pueden presentarse en su cotidianidad como son:

- El número como memoria de la cantidad.
- El número como memoria de la posición.
- El número para calcular.

En relación al número como memoria de la cantidad se le sitúa en referentes donde sin necesidad de que una cantidad pueda ser visible el uso del número permite su evocación, aplicando el concepto de cardinalidad el último número de la serie propuesta que representa la cantidad total de elementos que lo componen.

El número como memoria de la cantidad hace referencia a la posibilidad que dan los números de evocar una cantidad sin que ésta esté presente. Alude al aspecto cardinal del número, implica cardinalizar un conjunto de elementos. (González & Weinstein, 2008)

Cardinalizar no es el resultado simple de la memoria es la síntesis del significado de la cantidad en relación al número o números que representa en una situación de análisis. Por otro lado el número contiene componentes que le permiten la comparación entre cantidades las cuales complementan el esquema de cardinalidad.

Dentro de esta función encontramos, también, situaciones de comparación entre el cardinal de dos o más conjuntos. Al comparar podemos obtener relaciones de igualdad o de desigualdad. (González & Weinstein, 2008)

La versatilidad del número como elemento abstracto de comparación requiere gran experiencia en el manejo de cantidades debido a que la utilidad del recurso comparativo puede llevar al análisis de situaciones de adición o sustracción.

Por lo tanto según lo propuesto por González & Weinstein el número como memoria de la cantidad es la primera función de la cual el niño se apropia; y la cual debe ser desarrollada por en preescolar de manera intencionada y dirigida a diferentes contextos. En este proceso existe una serie

de acciones que el niño practica con regularidad y que no son aisladas en el desarrollo del concepto del número: 1) el conteo como proceso en el cual se asigna una palabra a cada número u objeto siguiendo la sucesión numérica oral y 2) El desarrollo de la percepción global, en la cual se determina el cardinal de un conjunto a simple vista, sin contar, dando paso al número como memoria de posición.

El número como memoria de la posición es la función que permite recordar el lugar ocupado por un objeto en una lista ordenada, sin tener que memorizar la lista. Se relaciona con el aspecto ordinal del número, que indica el lugar que ocupa un número en la serie. (González & Weinstein, 2008)

La relación entre el número como memoria de cantidad y memoria de posición mantienen estrechas relaciones, considerando que se entrelaza la noción de cardinalidad y la memoria, del lugar que ocupa la cantidad señalada sin necesidad de memorizar toda la serie. Estos aspectos de las funciones del número cobran relevancia al analizar las respuestas de los niños entrevistados durante la investigación dado que se aplicaron actividades en las cuales los niños tenían que relacionar las distintas funciones del número en varios problemas según la situación planteada.

La función del número *para calcular*, también llamada, *para anticipar resultados*, es la posibilidad que dan los números de conocer el resultado de una transformación cuantitativa en situaciones no visibles, no presentes, aún no realizadas, pero sobre las cuales se posee cierta información.

Esta función implica comprender que una cantidad puede resultar de la composición de varias cantidades y que se puede operar sobre los números para prever el resultado de una transformación de la cardinalidad. Las transformaciones pueden producirse al juntar, reunir, agregar, quitar, sacar, partir, repartir cardinales de distintos conjuntos. (González & Weinstein, 2008)

De esta manera cuando el número cobra sentido para el cálculo la riqueza de información y posibles soluciones dan lugar a situaciones de anticipación de datos y hechos, transformando la información en datos que el niño utiliza como herramienta para hacer visible lo invisible y evocar las figuras ausentes de cantidades o cosas y sintetizarlas en cantidades numéricas.

González y Weinstein (2008) plantean en un ejemplo relacionado con la aleatoriedad de dados que al reunir dos dados, un niño puede resolver las

situaciones haciendo uso de diferentes procedimientos. Si saca, por ejemplo:

- Dos en cada dado, puede resolver mediante un resultado memorizado.
- Dos en un dado y cinco en otro, puede realizar sobre conteo.
- Cinco en un dado y seis en otro, resuelve con un conteo.

Este ejemplo permite identificar que en una situación aleatoria se puede aplicar: la memoria de una relación aditiva (2 y 2 son 4); por sobre conteo, el niño considera 2 y representa 3 con los dedos para contar de manera ascendente a partir de un número que no es el uno (tres, cuatro, cinco); por conteo, representa 5 y 6 (con apoyo de sus dedos, el dibujo u objetos) y cuenta desde el uno el total de objetos de la nueva colección.

En la resolución de situaciones problemáticas, aparecen diferentes procedimientos de acciones intelectuales sobre los números, en función del dominio que los niños tengan sobre éstos: percepción global de la cantidad; conteo, correspondencia uno a uno entre elementos de una colección y otra; sobre conteo; relaciones aditivas (que forman parte de la memoria).

2.5 Conteo y conocimientos informales

Debido a la naturaleza del conteo autores como Baroody (1991), Resnick y Ford (1991), Gelman y Gallistel (1975), consideran dentro de sus estudios que el desarrollo de conceptos matemáticos y la adquisición de procedimientos numéricos están relacionados con este proceso.

Para Rienaudo, aunque los niños pequeños no sean capaces de expresar en términos abstractos la noción de conservación, de hecho se comportan como si reconocieran la invariancia del número a pesar de los cambios perceptivos realizados en las colecciones, siempre y cuando se trate de colecciones pequeñas, lo que es avalado por Resnick y Ford. Igualmente a edades muy tempranas, en cuanto el lenguaje aparece, los niños son capaces de actividades de conteo con resultados correctos, lo que está en acuerdo con los presupuestos expresados por Gelman (...). Para Gelman la actitud de contar es natural y universal, igual que la palabra, y se constata que las poblaciones no escolarizadas son aptas para realizar cálculos elementales simples (Chamorro, 2005).

Estas perspectivas se enfocan en que los niños son capaces a partir de

los tres años de edad de comenzar a generar una intuición global de procesos elementales de adición y sustracción de manera informal. Conforme los niños utilizan distintos procedimientos para la resolución de problemas su habilidad se incrementa y su capacidad de anticipar los procedimientos es cada vez más clara, sin embargo Rienaud deja en claro que dentro de la conservación con capaces de reconocer las variables numéricas siempre y cuando se trate de colecciones pequeñas; elemento claramente expresado en el PEP 04, al considerar que los primeros números son el objeto de enseñanza en preescolar para que los niños sean capaces de resolver mediante el conteo.

Por otra parte la espontaneidad del conteo identificada en los estudios de Gelman permiten dar solidez al hecho de que los niños practican el conteo de manera innata y el ejercicio de los cálculos simples son situaciones de práctica social del día a día de los niños, sin embargo tiene sus limitantes.

(...) la matemática informal, resultado de la elaboración de la matemática intuitiva, tiene sus limitaciones. Es imprecisa y poco útil cuando las cantidades son grandes, requiere mucho tiempo y esfuerzo (Chamorro, 2005).

Estas limitaciones del conteo de colecciones con cantidades pequeñas y el su generalización como recurso de cálculo, es lo que justifica en gran medida el uso de matemáticas formales para la organización de datos y procesos de resolución de problemas a través de la operatoria.

En términos de Baroody *“La matemática informal de los niños es el paso intermedio crucial entre su conocimiento intuitivo, limitado e impreciso y basado en su percepción directa, y la matemática poderosa y precisa basada en símbolos abstractos que se importe en la escuela”* (Baroody, 1988).

2.6 Los problemas y el conteo

La importancia de recurrir al planteamiento de problemas – con datos numéricos menores o iguales a 10- es, a decir de Fuenlabrada (2009) para propiciar el aprendizaje del significado de los números y el uso del conteo. En los problemas los niños encuentran a los números en diversos contextos y aprendan a utilizarlos con sentido; es decir, al resolver problema van reconociendo para qué sirve contar y en qué tipo de problemas es conveniente

hacerlo.

En el proceso de resolución de problemas, los niños se ven en la necesidad de construir colecciones con determinada cantidad de objetos (datos del problema) y realizar con esas colecciones diferentes acciones como son: sepáralas, unirlas, agregar los elementos de una en la otra, compararlas, igualarlas, distribuirlas, etcétera. Estas acciones, que los niños realizan -por decisión propia- les son sugeridas por la relación semántica que guardan los datos numérico, en un contexto específico (el problema). Para resolver el cálculo implicado en los problemas los niños de preescolar tienen como recurso el conteo de colecciones y no las operaciones²⁰.

En síntesis, la importancia de recurrir al planteamiento de problemas para posibilitar el significado de los números, radica en que para resolverlos, se necesita que los niños tengan oportunidad de tener experiencias que les permitan dos cosas:

La primera es establecer la relación semántica entre los datos. Se trata de que en el proceso de aprendizaje los niños encuentren el significado de los datos numéricos en el contexto del problema y reconozcan las relaciones que se pueden establecer entre ellos para encontrar la solución. Los datos en los problemas aditivos –en preescolar- pueden aparecer como medida (de colecciones) transformaciones y relaciones.

La segunda (igualmente importante) es que los niños de preescolar usen su conocimiento de los números y el conteo para realizar el cálculo implicado en el problema (conteo uno a uno, percepción de la cantidad, cálculo mental de colecciones pequeñas, relaciones aditivas de los primeros números, sobre conteo, etc.) (Fuenlabrada, 2009:26).

Con base en lo expuesto en los párrafos precedentes, se llevó a cabo el análisis de las situaciones de evaluación.

3. Las situaciones de evaluación

Para el diseño de las situaciones problemáticas de evaluación, se toma la Teoría de las Situaciones Didácticas²¹ de Brousseau (2007) considerando específicamente el concepto de “situación didáctica”; así como los análisis

²⁰ Los algoritmos de las operaciones son recursos simbólicos para realizar cálculos con números de dos cifras o más, en donde el conteo uno a uno ya no resulta útil ni funcional.

²¹ Block interpreta el término como “la vinculación entre la investigación en didáctica y las acciones encaminadas a intervenir en el sistema de enseñanza; por otra parte, constituye una metodología característica de la investigación didáctica”. (Block 2001; 366)

realizados por Artigue (1995) y Chevallard (1982) respecto a la Ingeniería didáctica como método de investigación y las reflexiones teóricas de Fuenlabrada (2009, 2010) en torno a las prácticas de enseñanza y la apropiación de contenidos curriculares por parte de las educadoras de educación preescolar.

Optar por la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) para esta investigación comprende exclusivamente el uso del concepto de “situación didáctica”²², en virtud de que el propósito fundamental de la TSD es el diseño y gestión de situaciones de enseñanza para propiciar aprendizaje matemático y, éste no es el caso de la investigación que nos ocupa. No obstante, la definición de situación didáctica en esta Teoría, tiene particularidades que permiten observar y analizar lo que los niños saben, cómo lo saben y lo que les falta por aprender, sobre un objeto de la enseñanza en un momento determinado.

Dicho lo anterior, desde la perspectiva de Brousseau una situación es un modelo que permite plantear a un sujeto (de forma controlada) interacciones sobre una información determinada que se pretenda obtener.

(...) situación (...) [es] un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable (Brousseau, 2007; 10).

Brousseau argumenta que cierto tipo de situaciones didácticas requieren para ser resueltas de “la adquisición anterior de todos los conocimientos y esquemas necesarios”; y es desde este posicionamiento que se considera, a la situación didáctica como recurso para evaluar los aprendizajes esperados al término de preescolar de los niños de la muestra. Es decir, para esta investigación la “situación” es una herramienta para evidenciar los aprendizajes del alumno.

²² “La situación es [...] un entorno del alumno diseñado y manipulado por el docente, que la considera como una herramienta. (Brousseau, 2007; 11)

CAPÍTULO III
PLANTEAMIENTO Y ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

1. Caracterización y selección de las situaciones de evaluación

Para el diseño de las situaciones de evaluación se retomó la propuesta de desarrollo curricular de Fuenlabrada (2008) en: *¿Cómo desarrollar el pensamiento matemático? Fichero de actividades de preescolar*, de donde se seleccionaron dos fichas de trabajo:

1. Ficha 9 Los problemas y el valor de las monedas
 - 1.1. La papelería
2. Ficha 21 el conteo y los problemas
 - 2.1. La fiesta de Citlali

Con el propósito de configurar situaciones de evaluación sobre: la identificación del uso de los números en diferentes contextos de la vida cotidiana; las relaciones de equivalencia entre las monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10 del sistema monetario nacional en la resolución de problemas; y, el uso del conteo y las acciones sobre las colecciones (juntar, unir, separar, repartir, etcétera) en la resolución de problemas aditivos. Estas situaciones de evaluación fueron complementadas con una situación de reparto.

1.1 Selección de la población

Los niños fueron seleccionados de un grupo en el que su maestra tenía no solo experiencia en el manejo del Programa sino también que estuviera convencida de la necesaria implementación de los lineamientos metodológicos para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática planteada en el Programa de Educación Preescolar 2004.

Para la conformación de la muestra, se decidió seleccionar niños que hubieran cursado los tres grados de educación preescolar con el PEP 04 y estuvieran terminando, en el momento de la evaluación, el preescolar.

Se solicitó a la maestra que propusiera un grupo de 8 alumnos integrado por 4 niños que ella considerara estaban terminando preescolar con un desempeño alto en el campo de Pensamiento matemático, particularmente en su conocimiento sobre el número y 4 que, a su juicio, lo estuvieran terminando con un desempeño bajo.

1.2 Contexto escolar y social

La implementación de las situaciones de evaluación se hizo a través de entrevistas individuales que se aplicaron en su Jardín de Niños.

La escuela es pública y se ubica en la delegación Álvaro Obregón de la CDMX, cuenta con dos edificios uno de un piso en el que se encuentra la dirección, los sanitarios y un salón para el grupo de 1ro; el segundo edificio cuenta con planta baja y primer piso, tiene cuatro aulas, dos para 2do y dos para 3ro, un gimnasio con área de cocina y la biblioteca escolar.

Por la distribución de los edificios, el plantel cuenta con dos patios, uno destinado para ceremonias cívicas y el otro para actividades recreativas con juegos, un arenero y un chapoteadero.

Este jardín de Niños es un espacio social donde conviven culturas autóctonas de la zona delegacional con migrantes provenientes de distintos estados de la república y de otras delegaciones del D.F. Las festividades, encuentros teatrales y musicales de la comunidad se han mezclado y fusionado, y la escuela ha participado activamente de estos cambios a lo largo de poco más de 30 años desde que su fundación.

Con el tiempo la zona geográfica a la cual pertenece el preescolar ha sido catalogada como residencial, por su cercanía con comercios, universidades y casas que se diferencian por su economía. Sin embargo la población que asiste al preescolar proviene de zonas vulnerables. Al ser una región geográfica que se asentada en un cerro, la población con menos recursos es la que ha poblado las zonas altas y quien en general solicita los servicios del preescolar de referencia.

La atención administrativa está a cargo de una directora y una subdirectora de operación escolar. En cuanto al personal docente, el preescolar cuenta con cinco grupos, uno de primero, dos de segundos y dos de tercero.

2. El proceso de aplicación

Las evaluaciones se llevaron a cabo mediante el consentimiento de la Dirección General de Educación Preescolar en acuerdo con la directora del plantel, la maestra titular y los padres de familia de los alumnos seleccionados para el estudio.

Debido a que la evaluación se haría a través de entrevistas individuales y era necesario que los alumnos salieran de su salón de clases para llevarlos a la biblioteca o el gimnasio y entonces estuvieran durante la entrevista solamente con el aplicador de la evaluación. Una maestra del plantel, fue asignada por la dirección para que observará las entrevistas y los niños no se sintieran intimidados y como garante de que no fueran agredidos por el entrevistador.

La biblioteca y el gimnasio contaban con buena ventilación, excelente luz y el espacio suficiente para colocar la cámara de video, los materiales para la evaluación, así como sillas y mesas acordes a la edad de los alumnos.

Las entrevistas se aplicaron durante los meses de mayo y junio cuando los alumnos de tercer grado comienzan a preparar la clausura del ciclo y su egreso de preescolar, el festejo de despedida incluyó tablas rítmicas y un vals. Estas actividades son propias de los planteles de preescolar para los alumnos que terminan este nivel; por lo que la aplicación de las evaluaciones quedó supeditado a los tiempos de los ensayos.

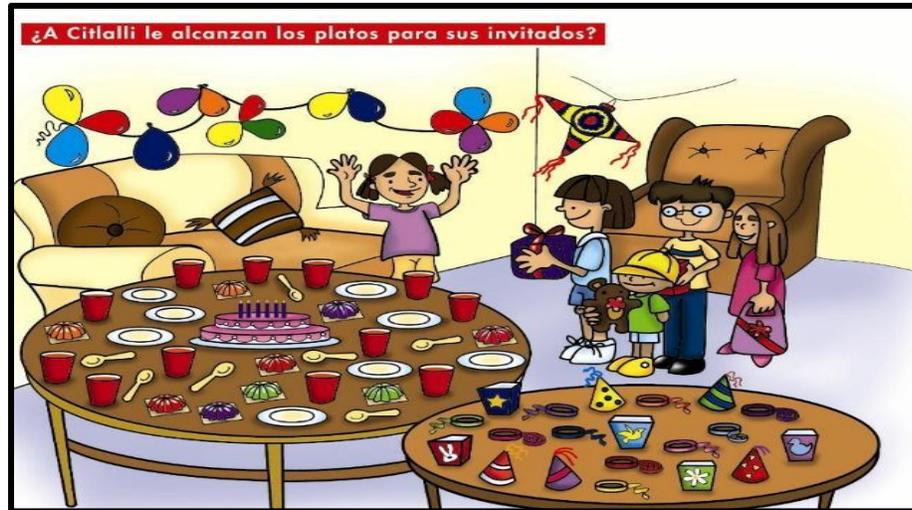
3. La fiesta de Citlalli

La situación didáctica *La fiesta de Citlalli*, se aplicó a los ocho niños con el objetivo de identificar cómo utilizaban los números en situaciones que usualmente resuelven en su vida cotidiana.

Esta evaluación se relaciona con cinco manifestaciones de dos de las tres competencias de número planteada en el PEP-04 que son objeto de evaluación en esta indagatoria. En *La fiesta de Citlalli* es posible observar cómo usan el conteo, si es que lo usan, en situaciones que implican agregar elementos a una colección, igualar colecciones, compararlas y repartir objetos de una colección

entre los elementos de otra.

Las cinco manifestaciones de conocimiento susceptibles de aparecer en la resolución de la situación son:



- Es capaz de identificar, por percepción, la cantidad de elementos en colecciones pequeñas y a través del conteo en colecciones mayores.
- Compara colecciones, ya sea por correspondencia o por conteo y establece relaciones de igualdad y desigualdad.
- Interpreta o comprende problemas numéricos que se le plantean y estima sus resultados.
- Utiliza estrategias de conteo y sobreconteo.
- Explica qué hizo para resolver el problema.

A través de una imagen mostrada a los niños durante la secuencia didáctica, se rastrearon estas cinco manifestaciones, que para efectos de la investigación pasaron a ser ejes de análisis.

3.1 Análisis de la situación didáctica

Se presentó a cada niño la imagen de *La fiesta de Citlali* con la intención de que explorara los objetos usados en la fiesta como son, entre otros: vasos, platos, globos, cucharas, sombreros, invitados. Una vez que identificaron algunos elementos de la imagen, se plantearon las preguntas.

Atendiendo a la diversidad en las respuestas de los alumnos, las preguntas variaron por lo que en ocasiones, éstas no fueron las mismas y otras - preestablecidas-, no pudieron plantearse.

La pregunta con la cual se inició la evaluación fue la misma para todos los entrevistados: “**¿A Citlali le alcanzan los platos para sus invitados?**”

En las dos primeras entrevistas, Josué y César se confunden entre integrar a Citlali a la cuenta de invitados o excluirla. El problema para ellos no era solo de inclusión o exclusión sino de definir cuántas personas utilizarían los platos ya que si no contaban a Citlali sobraban 4 platos y si la tomaban en cuenta sobraban 3, cabe aclarar, que no era relevante saber cuántos platos sobraban porque la respuesta es “sí alcanzan los platos”, incluida o no Citlali en la lista de “invitados”

Esta consideración, de tomar en cuenta o no a Citlali, aparece constantemente en las respuestas y/o procedimientos de los niños, debido a que varias preguntas de la entrevista aluden a “los invitados”. Desde luego que Citlali no es invitada, es la festejada, pero para los niños debería tomarse en cuenta; no hacerlo, significa para ellos que Citlali no participaría en su fiesta, lo que estaría fuera de lugar.

En este punto es necesario señalar que los niños durante las diferentes situaciones de evaluación manifestaron su apego al contexto de la situación presentada con el apoyo de una imagen. La mayoría de las veces resolvieron solo desde lo que podían observar y ver en la imagen. Esto no significa que no recurrieron, a imaginar cosas que no estaban en ella; pero, si era necesario cuantificar colecciones no observables en ésta, se les dificulta mucho hacerlo.

Por tales motivos el entrevistador decide iniciar una nueva entrevista con

los otros niños, distinguiendo entre los invitados y Citlalli, al hacer esta distinción, cambió la manera en que observaron los elementos en la imagen, ya que en sus respuestas, incluyeron sólo a los invitados.

La pregunta “**¿a Citlalli le alcanzan los platos para sus invitados?**”, tiene como propósito identificar si el niño es capaz por percepción de las cantidades distinguir las relaciones de igualdad o desigualdad entre colecciones, en este caso las colecciones aludidas están gráficamente separadas y es fácil verlas sin confundir sus elementos. No se esperaba que los niños dijeran el número de platos, invitados o platos sobrantes, solo que respondieran si alcanzan los platos o no.

Todos los niños contestaron esta primera pregunta usando la percepción de la cantidad; pero frente a otra pregunta posterior, sobre la diferencia entre las cantidades de las dos colecciones, siete de los ocho niños recurren al conteo y una niña continúa usando la percepción.

Además los ocho niños distinguen que las colecciones que se comparan no tienen la misma cantidad de objetos. Sin embargo en la forma como expresan su respuestas se aprecian diferencias importantes en cuatro niños, para quienes la palabra “alcanzar”, tiene un significado diferente al que le otorgaron sus compañeros, como se verá más adelante.

Amairani, Arlon, Cesar y Vanesa contestaron que sí alcanzan los platos (de la fiesta para los invitados) y lo expresaron correctamente; pero los otros cuatro niños -Jessica, Josué, Yareli y Jocelyn-, responden que no (alcanzan los platos), aunque en su respuesta dicen que “hay más platos”.

Para algunos adultos, podría parecer simple esta pregunta debido a que se observa gráficamente que la cantidad de platos es mayor que los invitados (8 vs 4) y al margen de incluir a Citlalli o no, igual se puede decir “fácilmente” (8 vs 5) que sí alcanzan los platos. Sin embargo, las respuestas de los niños muestran otra cosa.

En la exploración evaluativa con la pregunta: “¿a Citlalli le alcanzan los platos para sus invitados?”, los niños observaron la imagen, algunos incluso la tocaron. En las respuestas de los 4 niños que contestaron que sí alcanzan los

platos para los invitados, aparecen las siguientes explicaciones:

- “Sí alcanzan porque puso muchos platos y no son muchos niños, solo son dos niños y dos niñas”
- “Sí, porque son poquitos invitados y son muchos platos”

Mientras que las respuestas de los otros 4 niños, los que contestaron que no alcanzan los platos, fueron:

- “No alcanza porque son muchos platos y pocos niños”
- “No alcanzan porque son muchos platos”
- “No, porque son más platos”
- “No, porque hay más platos”

Como puede apreciarse en las respuestas, todos los niños saben que la cantidad de platos es mayor a la de los invitados; pero algunos de ellos (4) no logran expresarlo verbalmente. Para estos niños –Yareli, Jocelyn, Josué y Jessica-, parece ser que el problema está en que sobran platos, ¿qué significa “alcanzar”?, ¿esto es válido, solo si hay correspondencia biunívoca entre las colecciones? es decir, ¿si la cantidad de platos es igual a la de los invitados?

Los niños que contestaron que no alcanzan los platos parece que están pensando qué hacer con los platos sobrantes, para ellos en ese momento la pregunta implicó una lógica semejante a: sobrante igual a no alcanzan los platos, son demasiados.

La respuesta de los niños al contestar que no alcanzan los platos está relacionada con una necesaria igualdad -para ellos-, entre los objetos de una colección y la otra; es decir, que entre la colección de platos y la de invitados debería existir una correspondencia biunívoca para afirmar que sí “alcanzan los platos”.

La contradicción que se desprende de las respuestas de los niños que dijeron: “que no alcanzan los platos” cambió cuando se les preguntó: “si no le alcanzan los platos entonces, ¿cuántos platos le faltan a Citlalli?” Justo con esta pregunta evidencian que si sabían que hay más platos que invitados porque

contestan: “no le faltaban (platos a Citlali)”.

En ese momento lo que el entrevistador se pregunta es por qué los niños en la primera pregunta contestan “que no (alcanzan los platos)” y frente al segundo cuestionamiento, con claridad y prontitud dicen que “no faltan platos”.

Para aclarar la duda, el entrevistador recupera la primera pregunta y la segunda respuesta con lo que plantea una tercera pregunta: ¿a Citlali le alcanzan los platos para sus invitados?, los niños ahora contestan que “sí le alcanza (a Citlali los platos que tiene para sus invitados)”, [entonces] si le alcanzan los platos para los invitados y si no le faltan, ¿qué pasa con esos (que le sobran)?

Siete de los ocho niños tocaron las imágenes y procedieron a contar la colección de platos y la de invitados concluyeron que sobran 3 platos (consideran a Citlali). Solo uno de ellos no contó las colecciones y continuó usando su percepción de la cantidad.

En ese momento la lógica de correspondencia cambio de una “necesaria” igualdad entre colecciones a una desigualdad que le da otro significado a la diferencia de cantidades entre las colecciones: son más platos, son menos invitados que platos, pero no es necesario que todos los platos le corresponda un invitado.

Establecer relaciones de correspondencia uno a uno entre los elementos de dos colecciones, cuando una tiene más elementos que la otra y con ello argumentar su respuesta contando los objetos sobrantes -los que no tienen un correspondiente en la otra colección-, es una estrategia que mostraron los niños en esta situación; pero que además, aparece recurrentemente en otras situaciones de evaluación para cuantificar la diferencia entre la cantidad de elementos de dos colecciones que no tienen el mismo número de elementos.

En el caso particular de la pregunta **¿a Citlali le alcanzan los platos para sus invitados?**, en la entrevista se plantearon diferentes variantes de ésta y sólo al principio se observan dificultades para argumentar sobre el sobrante, distinguiendo entre cantidades mayores y menores por percepción de las cantidades.

3.1 Comparación por estimación de la cantidad

El conteo aparece frente a preguntas en las que las colecciones a comparar tienen más de 5 elementos. Los niños muestran dificultades para contar colecciones en las que no pueden desplazar los objetos ya contados (están en una imagen), no apareció ninguna estrategia para controlar el conteo, como poner una marca gráfica en los objetos ya contados como alternativa a su inmovilidad. Tampoco apareció la percepción de la cantidad ni siquiera cuando tenían que comparar dos colecciones con cinco elementos cada una. En su lugar, frente a las dificultades de conteo, optaron por estimar las cantidades lo que les permitió contestar correctamente, la mayoría de las veces.

En preguntas como: **¿en la mesa que hay más gorritos [5] o dulceros [5]?, ¿qué hay más platos [8] o vasos [12]?, ¿qué hay más gorritos [5] o serpentinas [10]?** donde se indaga sobre las relaciones de igualdad y desigualdad entre colecciones.

En la pregunta sobre la relación entre sombreros [5] y dulceros [5], como se mencionó anteriormente, no aparece la percepción de la cantidad como recurso para resolver y con el conteo se evidencian algunas dificultades que se describen a continuación.

Tres de los niños contaron dos o más veces los mismos objetos, su conteo no era estable frente a la imposibilidad de mover los objetos y con ello controlar los objetos ya contados. Una de las niñas mejor optó por describir los atributos físicos de los objetos cuando terminó de observar la imagen, en lugar de intentar encontrar una respuesta a la pregunta planteada.

El resto de los niños utilizó el conteo fallidamente y concluyeron que había la misma cantidad de sombreros que dulceros por estimación de las cantidades.

En los siguientes ejemplos se describen los procedimientos que utilizaron los niños y cómo la percepción de la cantidad cede su lugar al conteo de objetos.

a) Al preguntar a Amairani: **¿en la mesa que hay más gorritos [5] o**

dulceros [5]?, no distingue por percepción la cantidad de objetos (5), observa la lámina sin tocar los sombreros ni los dulceros que muestra la imagen, al terminar de observar prefiere describir las características físicas de los elementos de las colecciones.

b) En el caso de Cesar, en su primera respuesta dice que hay más dulceros, en la segunda dice que gorros. Aunque cuenta los objetos de las colecciones, no encuentra que ambas tienen la misma cantidad, debido a que en algunas ocasiones cuenta dos veces cada elemento y llega a números diferentes para cada colección, por ello, primero dice que hay más dulcero y después que la colección de gorros es la mayor de las dos.

c) Josué dice que son 5 sombreros y 4 dulceros. Al realizar el conteo olvida la secuencia numérica oral y comienza de nuevo su procedimiento, además en el conteo no establece la correspondencia uno a uno entre el objeto contado y el número correspondiente de la sucesión numérica oral. Se le dificulta controlar visualmente los objetos, pierde de vista la información de la imagen. Porque no puede mover los objetos para saber cuáles ya contó (están en una imagen) pero tampoco genera un recurso gráfico para lograrlo. Por las razones expuestas, su conteo no resulta estable.

d) En Vanesa se presentan características semejantes a las de Josué, tiene problemas para controlar en el conteo la distribución espacial de los objetos, de pronto parece que los objetos se le desaparecen: La diferencia con Josué es que ella sí domina la secuencia numérica oral, no necesita repetir el conteo por olvidar el número que sigue. No obstante concluye que tiene 4 gorros y 5 dulceros.

En estos ejemplos de igualdad de colecciones es posible señalar que en cantidades donde no pueden identificar el número de objetos por percepción de la cantidad, los niños suelen recurrir al conteo como procedimiento para responder y aunque Amairani, fue la única que en lugar de contar para comparar, describió las características físicas de los objetos, en las siguientes respuestas se observa que usa el conteo para resolver otros interrogantes planteados.

En preguntas como: ¿qué hay más platos [8] o vasos [12] o ¿qué hay más gorritos [5] o serpentinatas [10]?, los niños también cuentan; pero ahora lo hacen porque las cantidades son mayores o iguales a 5 elementos y se conserva el problema de distribución espacial de objetos que no se pueden trasladar para controlar cuáles ya han sido contados.

En los siguientes ejemplos se describen los procedimientos que utilizaron los niños

a) Arlon, cuenta primero la colección de gorros (5) y posteriormente la de serpentinatas (8). Concluye que hay más serpentinatas debido a que: “son ocho (gorros)”.

b) Cesar, Jessica y Josué argumentan que hay más serpentinatas, sin embargo todos cuentan mal, consideran dos veces el mismo objeto, reinician el conteo o dejan de contar elementos.

Estos niños, al igual que Arlon, pueden distinguir la diferencia numérica entre las colecciones por estimación de las cantidades. No obstante, tres de ellos se apoyan con el conteo pero si éste falla –eran conscientes de esto-, deciden estimar la cantidad de objetos que ven.

Solo Arlon argumentó por cuántas piezas era mayor la colección de serpentinatas comparada con la de gorros, acción que ninguno de los otros niños hizo.

c) Los cuatro niños restantes concluyeron que una de las dos colecciones era mayor por la cantidad de elementos que estimaban, pero no lograron distinguir por cuantos elementos era mayor, en parte porque no contaron.

En relación a estos procedimientos fue notorio que la relación entre colecciones que más trabajo les costó establecer fue la de igualdad (gorros vs dulceros); sin embargo una hipótesis es que el problema radica en la manera como aparecen estas colecciones en la imagen.

Los gorros y dulceros son más difíciles de distinguir en la imagen que los platos y los vasos cuando tienen que comparar estas colecciones. Y, respecto a la comparación gorros vs serpentinatas, es más evidente la diferencia de cantidades

entre éstas.

Cinco niños -Arlon y tres más-, se apoyaron en el conteo, solo Arlon contó bien, los otros tres terminaron resolviendo por estimación de las entidades y lo hicieron correctamente para establecer la diferencia entre las colecciones.

Mientras que 4 niños compararon las colecciones través de la estimación de las cantidades.

3.3 Problemas en los que aparecen acciones de reparto.

El problema es: ¿alcanzan las cucharas [7] para que cada plato [8] tenga la misma cantidad de cucharas?

En los procedimientos que los niños utilizan para resolver tienden a realizar acciones de reparto uno a uno, cuando las cantidades involucradas se diferencian en uno o dos elementos. Para ver si las 7 cucharas alcanzan para que a cada plato le toque la misma cantidad, como hay 8 platos y estiman que las cantidades son casi iguales, tratan de ver si a cada plato le toca una cuchara, porque la pregunta dice “alcanzan las cucharas...”. Sin embargo, Sin en el reparto término a término se observan algunas dificultades que los llevan a no encontrar la respuesta correcta:

- a) Usan sus dedos para señalar las imágenes pero como no les alcanzan, se equivocan.
- b) Tocan las imágenes una a una y olvidan cuáles ya tomaron en cuenta.
- c) No visualizan todos los objetos (cucharas o platos), así que al establecer la relación uno a uno, no consideran algunos objetos de las colecciones.

Otra estrategia fue contar las colecciones, pero no pudieron contar correctamente las colecciones como tampoco comparar los números que encontraron. Por ejemplo, en el problema de las cucharas y los platos, de haber concretado bien la estrategia, tendrían que haber comparado los números 7 (cucharas) y 8 (platos) que los llevaría a responder: “no alcanzan las cucharas, falta una”; “falta una cuchara para que cada plato tenga una” o cualquier otra respuesta equivalente. Es decir, contar las colecciones y comparar los números encontrados, se vislumbra como estrategia que no pudieron concretar.

En cambio, las situaciones en las que el texto del problema explícitamente habla de un reparto y la diferencia de las cantidades involucradas es claramente una mayor que otra, como sucede en el problema: ¿cómo se pueden repartir las serpentinas [10] para que todos los invitados [4] tengan la misma cantidad? los niños no utilizan el reparto uno a uno, en su lugar estiman que a cada invitado al menos le pueden tocar dos y desde esta consideración intentan resolver. La estrategia también aparece cuando tienen que repartir los platos [8] entre los invitados [4].

En síntesis los problemas que implican acciones de reparto rebasaron las posibilidades de algunos niños, en gran medida porque no se les ocurrió hacer marcas gráficas para controlar el reparto término a término o dos a uno, como tampoco para controlar el conteo de colecciones y comparar los resultados numéricos.

Sin embargo, esto no significa necesariamente que no puedan resolver problemas de reparto, como puede apreciarse en el problema: si llegan tres invitados más a la fiesta ¿le alcanzan los platos a Citlali?

Este problema encuentra antecedentes en: ¿cuántos invitados tendrá Citlalli si llegan tres invitados más a la fiesta? que solamente Amairani y Arlon pudieron contestar correctamente. Todo parecía indicar que era Al preguntar a los niños difícil para los otros 6 niños resolver la situación: “si llegan tres invitados” porque no los veían en la imagen. Pero esto no es totalmente cierto porque frente al problema: si llegan tres invitados más a la fiesta ¿le alcanzan los platos a Citlali?, mejoraron considerablemente su posibilidad de responder correctamente.

- Amairani y Arlon contestan correctamente que si alcanzan los platos porque “sobran 4 platos”. Contaron los invitados de la imagen y con sus dedos agregaron los tres que “llegaron” (hay 7 invitados), después contaron los platos (8) y compararon los números.
- Vanesa, Arely, Jocelyn contestan correctamente, pero para hacerlo cuentan los platos (8) y estiman si esa cantidad pueden repartirla entre

dos colecciones pequeñas: los cuatro invitados que se ven en la imagen y los 3 que “llegan” después.

- Cesar y Josué observan la imagen, se quedan pensando (no muestran ninguna acción física) y concluyen que no alcanzan los platos.
- Jessica concluye que no le alcanzan los platos para tres invitados más. Estima que las cantidades involucradas son muy cercanas (8 platos y 7 invitados), recurre al reparto término a término (usando los dedos sobre la imagen), pero no puede completarlo con los niños que no están en la imagen.

3.4 Conclusiones de la secuencia didáctica

- Durante la aplicación de la secuencia los 8 niños entrevistados fueron capaces de identificar, por percepción cantidades en colecciones pequeñas aunque cuando las colecciones visualmente estaban mezcladas con otras tuvieron algunos problemas para distinguir la cantidad.
- En cuanto a colecciones mayores todos los niños utilizaron el conteo como herramienta para comparar. Pero todavía no tienen recursos sólidos para controlar el conteo de colecciones cuando no pueden desplazar los objetos que van contando.
- Los ocho niños distinguieron entre colecciones mayores y menores, a través de diferentes estrategias: percepción de la cantidad, estimación de la cantidad y el conteo.
- Respecto a los problemas de comparación que implican encontrar la diferencia entre dos colecciones (alcanzan las cucharas para...), la mayoría de los niños recurrieron al reparto término a término, en lugar de contar y comparar la cardinalidad de las colecciones, quienes lo intentaron, tuvieron dificultades para hacerlo.
- En los problemas de reparto, no aparece el reparto uno a uno, en su lugar estiman acertadamente, la posibilidad de repartir de dos en dos.

- Seis de los 8 niños no pudieron agregar una nueva cantidad (3) al grupo de invitados que se ven en la imagen; pero si pudieron tomar en cuenta a estos tres invitados que se incorporan “tardíamente” a la fiesta, para resolver con diferentes estrategias el problema de comparación que se les planteó.
- Todos los niños manifestaron una actitud de búsqueda de solución a los problemas planteados y mostraron estrategias diferentes para resolver usando el contero y actuando sobre las colecciones de maneras diversas, según les sugería el contexto del problema. Esto es una evidencia muy alentadora, que habla muy bien de la práctica docente de la educadora titular del grupo.

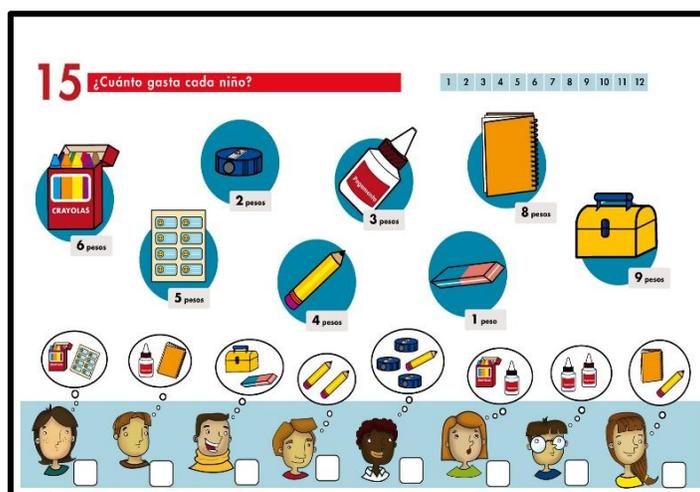
4. La papelería

4.1 Propósitos

Evaluar si los niños de la muestra:

- Reconocen el valor de las monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10 del sistema monetario nacional y las utilizan en situaciones de compra y venta.
- Comprenden problemas numéricos de compra y venta que se plantean con apoyo de una imagen didáctica, pueden resolverlos y/o estiman sus resultados.
- ¿Qué estrategias utilizan para buscar las respuestas?

Material: Monedas de plástico de \$1, \$2, \$5 y \$10 (réplicas de las monedas en uso) y la imagen de una papelería.



A continuación se describen los planteamientos, procedimientos de resolución y resultados, observados en los niños; así mismo, en cada caso, se hace un análisis de estos.

La sesión empieza, presentándoles a los niños el paquete de monedas, frente a la pregunta: **¿sabes qué son?**, sin mayor dificultad, todos contestaron “monedas” y **¿sabes cuánto valen?** Los 8 niños identifican el valor de las monedas por el número que aparece en cada una de ellas.

En seguida se les mostró la imagen de *La papelería* para que la exploraran y comentaran qué veían y, en caso necesario, ayudarlos a identificar el significado de algunas marcas gráficas, particularmente lo que representan los niños que aparecen en la parte inferior de la imagen: están pensando lo que van a comprar y hay que ayudarlos a encontrar cuánto deben pagar por los productos que quieren; el resultado va en el recuadro en blanco.

Cabe precisar que en una situación de enseñanza, la exploración de la imagen y el significado de lo representado en ésta, forma parte del proceso de aprendizaje de los niños sobre interpretación y uso de la información que ofrece la imagen y con ello, resolver diversos problemas. En cambio, en la situación de evaluación era necesario, lo más rápido posible, que el entrevistador estuviera seguro que las dificultades, que pudieran tener los niños en la solución de los problemas, no provinieran de una mala interpretación de la imagen. Por esta razón se indagó, en primer lugar, lo que podían interpretar los niños por sí solos y luego, en caso necesario, el entrevistador les comentó lo que les había faltado considerar.

Los ocho niños identificaron en la imagen de *La papelería*, los productos y su precio; algunos de los ocho requirieron apoyo para interpretar la franja inferior de la imagen.

La evaluación, empezó planteando un problema de equivalencia entre las monedas.

4.1 Problema 1

Si quiero cambiar esta moneda de cinco pesos (se muestra la moneda \$5) por monedas de un peso. ¿Cuántas monedas de un peso me van a dar?

- Cuatro de los ocho niños no pudieron establecer la equivalencia entre una moneda de \$5 y las cinco monedas de \$1.

Tomaron dos o tres monedas de \$1 pero no estaban seguros de que fueran cinco, aunque sospechaban que tendría que haber una relación entre el número “5” de la moneda de \$5 y el “1” de la de \$1, por eso tomaban algunas de \$1, realmente dejaban de ver el valor nominativo de las monedas y las veían solo como monedas entonces una moneda no podía ser lo mismo que cinco monedas. Es decir, estos cuatro niños no tienen clara la relación de equivalencia entre las monedas de \$5 y \$1.

- Los otros cuatro niños, si pudieron establecer la equivalencia entre las monedas y por tanto contaron cinco monedas de \$1.

En seguida se planteó un problema para que los niños averiguaran las maneras diferentes en que se puede establecer la equivalencia entre monedas, a través de la pregunta ¿cómo se puede pagar el pegamento?

4.2 Problema 2

Si quiero comprar un pegamento que cuesta 3 pesos. ¿Con cuáles monedas puedo pagar?

Cabe aclarar que, el planteamiento original y correcto del problema era: Si quiero comprar un pegamento. ¿Con cuáles monedas puedo pagar? Porque resolver problemas con apoyo de una imagen didáctica implica, entre otras cosas, que los niños para encontrar la respuesta, busquen en la imagen la información que consideren necesaria, en este caso, el precio del pegamento; pero el entrevistador les ofreció esta información anulando la función de uso de la imagen, que no afecta a los propósitos y resultados de la investigación porque la interpretación de imágenes didácticas no fue objeto de estudio.

- Cuatro de los niños continúan asignando el valor de “uno” a las monedas sin importar su denominación, aunque todos usaron tres monedas. Los

niños muestran el resultado con: dos monedas de \$2 y una de \$1 peso; tres monedas de \$10; dos monedas de \$5 y una de \$2 y dos monedas de \$2 y una de \$2.

- Por el contrario los otros cuatro niños si resolvieron usando tres monedas de \$1, pero al preguntarles si podían pagar con otras monedas, ninguno lo hizo con una moneda de \$2 y otra de \$1.

Se plantearon problemas de compra-venta, condicionando que no sobrara cambio, para dar lugar a diferentes respuestas.

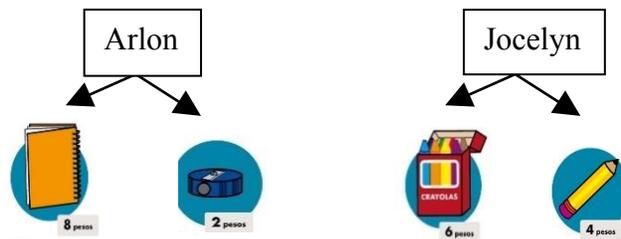
4.3 Problema 3

¿Qué puedes comprar con 5 pesos sin que te sobre dinero?

- Seis de los ocho niños no pudieron resolver, elegían un producto cuyo precio era menor de cinco pesos, pero no pudieron encontrar otro que su precio completara un pago de cinco pesos. Es decir, entre sus posibilidades de resolución no tenían como recurso el complemento aditivo, como es, por ejemplo: si compran un sacapuntas que cuesta dos pesos, preguntarse ¿cuánto le falta al dos para llegar al cinco?, son tres, entonces tienen que buscar un producto de tres pesos, que es el pegamento; esta estrategia requiere que el niño conozca la relación aditiva $2 + 3 = 5$. Tampoco pudieron recurrir al sobre conteo como estrategia para encontrar la respuesta; ésta consiste en contar de manera ascendente a partir del dos (precio del sacapuntas) hasta el cinco (lo que deben gastar) y con ayuda de sus dedos o poniendo marcas en un papel decir: tres, cuatro, cinco, para después contar esa colección y encontrar al tres, y con este dato buscar el producto que cuesta 3 pesos (pegamento).
- Arlon y Jocelyn sí resolvieron el problema, por lo que se les planteó otro problema semejante, con un número mayor 5: ¿Qué puedes comprar con 10 pesos sin que te sobre dinero? En ambas respuestas los niños utilizaron el sobre conteo apoyándose con sus dedos como herramienta para resolver los dos problemas.

Estos niños, eligieron como primer producto uno con precio alto y luego otro de menor valor para completar las cantidades involucradas, en un caso el gasto de 5 pesos y en el otro 10 pesos.

Por ejemplo, para el caso de gastar 10 pesos, Arlon seleccionó la libreta de 8 pesos luego un sacapuntas de 2 pesos; mientras que Jocelyn selecciona las crayolas cuyo precio es de 6 pesos y luego el lápiz de 4 pesos.



Posteriormente se planteó un problema de división.

4.4 Problema 4: ¿Cuántos sacapuntas puedes comprar con 10 pesos sin que te sobre dinero? El problema en este caso es diferente a los anteriores, es de división tasativa; es decir, se trata de averiguar cuántas veces cabe un número en otro, en este caso, el 2 (precio del sacapuntas) en el 10. Una manera de hacerlo es iterar al 2, las veces necesarias hasta llegar al 10 y luego contar que la iteración se hizo cinco veces por lo que se pueden comprar 5 sacapuntas con 10 pesos sin que sobre dinero.

- Arlon y Jocelyn ya no pudieron resolver este problema.
- Tres de los niños contestaron que 10 sacapuntas. No tomaron en cuenta el precio de los sacapuntas (\$2), le adjudican un valor de \$1, toman 10 monedas sin considerar su valor nominativo y no supieron qué hacer con ellas.

De haber reparado en el precio de los sacapuntas y, al margen del valor nominativo de las monedas que tomaron, podrían haberlas usado como apoyo para encontrar la respuesta, haciendo con éstas grupos de 2 monedas “para pagar” cada sacapuntas y así ver que podían comprar cinco.

- Y César, Josué y Jessica no pudieron contestar ni tampoco mostraron algún procedimiento.

Una vez concluidas estas preguntas, se les preguntó con referencia a las imágenes de los niños que aparecen en la parte inferior de *La papelería*.

- Todos los niños reconocieron el precio de los productos identificando el valor de los signos numéricos correspondientes. Es, decir los ocho niños identifican el valor de los signos numéricos, al menos, de la sucesión del 1 al 9.

Respecto a los problemas que implican calcular el costo de dos productos:

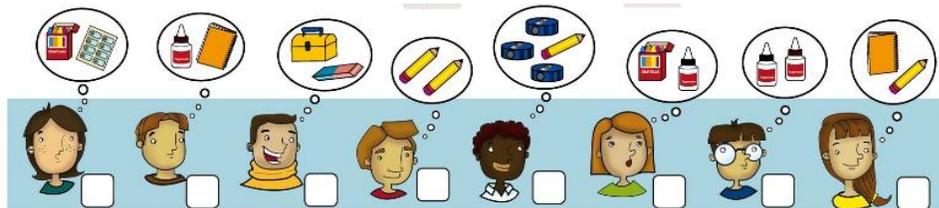
- Cesar, Jessica y Josué no pudieron resolverlos y no mostraron ningún procedimiento.
- Vanesa y Yareli, usan el conteo, para calcular el costo de dos artículos, pero no encontraron el resultado correcto, no recurrieron al uso de monedas de \$1 ni tampoco de las otras; que independientemente de su valor nominativo, podría haberles ayudado para realizar el cálculo, si hubieran representado el precio de un artículo y luego el otro, para después contar la colección de monedas utilizadas.
- Arlon y Jocelyn no usan las monedas, pero consideran el precio del primer producto y con los dedos representan el del otro, cuentan ascendentemente a partir de un número diferente del uno para encontrar el total del pago. Por ejemplo, para el problema de las crayolas y las estampas, a partir del 6 (precio de las crayolas) le agregan 5 representado con sus dedos y dicen: siete, ocho, nueve, diez, once. Y así encuentran que el primer personaje de la imagen va a pagar once pesos por su compra.

Respecto a los problemas que implican calcular el costo de tres productos

- Arlon y Jocelyn usan la misma estrategia que mostraron para los problemas que tienen dos productos; pero, en este caso, tienen dificultades para tomar en cuenta las tres cantidades involucradas, por lo que no encuentran el resultado correcto. Estos niños, que tuvieron mejor

desempeño en los problemas de *La papelería* que el de sus compañeros, podrían haber representado con monedas los precios de los tres productos y luego contar el total de las monedas, pero no lo hicieron.

- Para los otros seis niños de la muestra los problemas que implican el cálculo de tres cantidades también rebasaron sus posibilidades cognitivas, de hecho no intentaron ni siquiera explorar con alguna estrategia.



4.5 Conclusiones de la evaluación

Situaciones de compra y venta con monedas de plástico (\$1, \$2, \$5 y \$10) y la imagen de *La papelería*: problemas de equivalencia, división tasativa, descomposición de un número a través de la suma, cálculo de la suma de dos o tres cantidades.

- Los ocho niños identifican el valor de las monedas por el número que aparece en cada una de ellas.
- Los ocho niños identificaron bien en la imagen los productos y sus precios.
- Todos los niños identifican en los precios de los productos el valor de los signos numéricos de la sucesión del 1 al 9.
- Para los ocho niños de la muestra, los problemas que implican el cálculo de tres cantidades rebasaron sus posibilidades cognitivas, seis de ellos no intentaron ni siquiera explorar con alguna estrategia
- Cuatro niños, pudieron establecer la equivalencia entre las monedas de \$5 y \$1

- Cuatro niños usaron tres monedas de \$1 para pagar el pegamento, pero ninguno de ellos encontró la otra manera de hacerlo: con una moneda de \$2 y otra de \$1, lo que muestra la ausencia de la relación de equivalencia entre las monedas.
- Dos de los ocho niños pudieron encontrar las descomposiciones aditivas del 5 implicadas en el problema de gastar \$5; es decir, pudieron elegir dos productos que en total costaban \$5, estos niños también fueron los únicos que pudieron resolver el problema de gastar \$10 sin que sobrara dinero.
- En general, Arlon, Jocelyn, Vanesa y Yareli mostraron mejores desempeños en el uso del conteo para resolver los cálculos involucrados a través de la estrategia de sobre conteo.
- Arlon y Jocelyn, a diferencia de Vanesa y Yareli, tuvieron un desempeño significativamente mejor con el uso del conteo de cantidades, el cálculo (conteo de dos colecciones); son los únicos que usaron como estrategia el complemento aditivo y también solo ellos evidenciaron una estrategia para resolver los problemas que requieren del cálculo del total de tres cantidades, aunque no tuvieron éxito.
- Cesar, Jessica y Josué, fueron los únicos, que en algún momento de la evaluación no intentaron algún procedimiento.
- Cesar, Jessica, Josué, Vanesa y Yareli sistemáticamente adjudican valor de “uno” a todas las monedas, aunque las identifican por el número que ven en éstas. Todavía no reconocen su valor nominativo y no pudieron utilizarlas con éxito para resolver situaciones de compra y venta.
- En ocasiones, al contar, Cesar, Jessica y Josué perdieron el orden de la sucesión numérica oral, pero esto fue circunstancial en la medida de la complejidad del conteo y los niños, por iniciativa propia, lo reiniciaban.

5. Problema de reparto

Propósitos

Evaluar si los niños de la muestra:

- Cuentan y estiman cantidades.
- Establece relaciones cuantitativas y espaciales (“más que”, “menos que”, “igual que”)
- ¿Qué estrategias utilizan para buscar las respuestas?

Material: 10 vasos de plástico y 30 flores de plástico con 5 distintos colores.

Para el desarrollo de la evaluación se contextualizó a los niños sobre los materiales que se utilizarían con la pregunta: ¿Sabes que es sexto?

Una vez que los niños comentaron las características del material que tenían frente a ellos se les preguntó si querían participar en la actividad: Necesito acomodar las flores en los vasos ¿me podrías ayudar? La respuesta de los 8 niños fue positiva y entusiasta así que se procedió con la evaluación mediante el siguiente planteamiento:

Problema 1 (general): Cada vaso debe tener la misma cantidad de flores repartiendo las más posibles”



Una vez realizado el planteamiento se le proporcionó a cada niño una cantidad de flores y vasos que varió en tres ocasiones durante el proceso de evaluación. En la primera situación debían repartir [9] flores entre [3] vasos, en la segunda [10] flores y [5] vasos y en la tercera [20] flores y [7] vasos.

Durante la actividad la cantidad de flores que se les presentó a los

alumnos no rebasó las 20 piezas debido a que según lo planteado en el PEP 04, para que los niños pongan en juego los recursos relacionados al conteo, los números no deben pasar de 20.

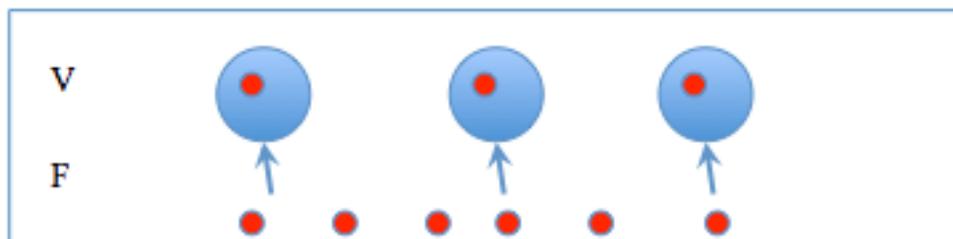
5.1 Reparto 1

En la primera secuencia de reparto se les propuso a los niños repartir 9 flores entre 3 vasos *Cada vaso debe tener lo mismo repartiendo lo más posible.*

Esta primera evaluación de reparto tiene dos características 1) al concluir el reparto no tendrán sobrante 2) la cantidad de elementos a repartir es menor a 10.

Los niños iniciaron el primer reparto separando las flores de los vasos, a manera de tomar distancia entre los objetos a repartir y los contenedores. En ese procedimiento que utilizaron los 8 niños fue posible observar que miraban las flores de tal manera que pareciese que no las contaban y sólo intuían que eran suficientes para repartirlas en los vasos.

Una vez que estiman la cantidad de objetos iniciaban el reparto mediante un procedimiento término a término. En la siguiente imagen se muestra la manera en la que los niños organizaron las colecciones de flores en la primera distribución de las flores.



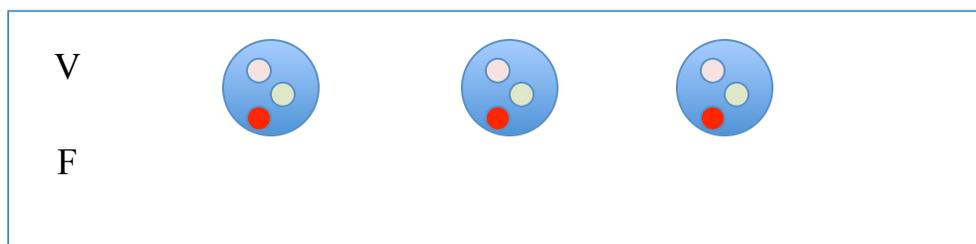
En esta primera distribución se observó que Amairani y Arlon contaron el número de flores que les habían sobrado [6], sin embargo ese conteo no lo utilizaron para anticipar que podrían colocar las flores de 2 en 2, porque continuaron repartiendo término a término.

Vanesa, Arely, Jocelyn y Josué no contaron el residuo al hacer la primera distribución, sin embargo utilizaron al igual que Amairani y Arlon la correspondencia término a término hasta que completan el reparto.

Los únicos alumnos que utilizaron criterio de color, para repartir, fueron César y Jessica quienes para iniciar con el reparto separaron las flores en colecciones por su color y una vez separados los grupos, comenzaron el reparto utilizando una flor de cada color para cada uno de los vasos.

La estrategia la utilizaron hasta que notaron que no había suficientes flores de cada color, para que los vasos tuvieran colecciones iguales. Una vez que se dieron cuenta que mediante el reparto de flores del mismo color los vasos no quedaban con la misma cantidad de flores (por color) decidieron utilizar el reparto término a término para completar la distribución de las flores en los vasos.

El Reparto 1 mostró dos procedimientos que compartieron los 8 niños: 1) el reparto de flores término a término; y, 2) contaron el total de flores que cada vaso tenía, para verificar la relación de igualdad de las flores repartidas entre los vasos.

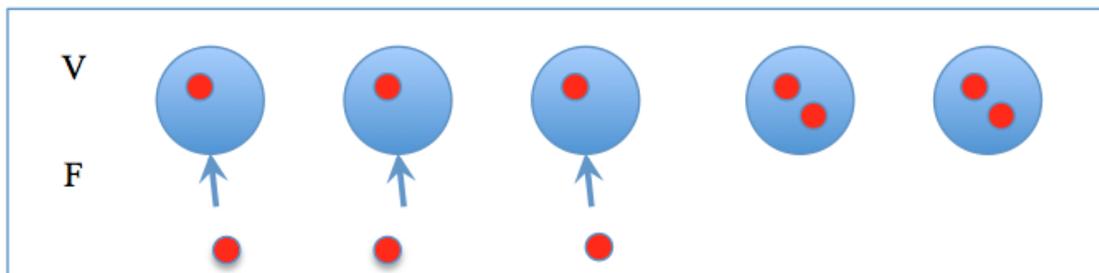


5.2 Reparto 2

En la segunda situación se propuso a los niños repartir 10 flores entre 5 vasos con la consigna *Cada vaso debe tener lo mismo repartiendo lo más posible.*

Los niños nuevamente en su primera distribución, utilizaron un procedimiento término a término sin embargo a diferencia del reparto anterior entre [9] flores y [3] vasos, Vanesa, Arely, Jocelyn y Josué contaban desde un

inicio la cantidad de flores que depositaban en cada vaso mencionado “uno, uno, uno, uno, uno”, hasta completar el reparto entre los [5] vasos. Al concluir realizaron algo semejante a lo que Amairani y Arlon hicieron en el primer reparto al contar la cantidad de flores sobrantes, parece ser que se cercioraban si todavía podían seguir repartiendo flores y procedieron con la distribución término a término.



Jessica y Cesar realizaron el reparto utilizando procedimiento término a término pero no contaron la cantidad de flores que les quedaron después de la primera distribución de flores.

Al finalizar los repartos de los niños se observó que los 8 sin excepción, comprobaban su resultado, contando el total de flores que cada uno de los vasos tenía. Esta forma de corroborar dejó ver que comprendieron la consigna en sus dos componentes: repartir las flores lo más posible y que a todos los vasos les quedara la misma cantidad.

5.3 Reparto 3

Al plantear el tercer problema de reparto con 20 flores y 7 vasos con la consigna *Cada vaso debe tener lo mismo repartiendo lo más posible.*

Dado que ahora las flores eran muchas, apareció una nueva estrategia, la anticipación de flores que podrían tocarle a cada vaso.

Amairani, Arlon y Jocelyn separaron las flores en dos colecciones de 10 elementos cada una. Amairani y Jocelyn utilizando el conteo pusieron [4] flores a cada uno de los 7 vasos; mientras que Arlon les puso [3]

Primea distribución de Amairani y Jocelyn							
Vaso	1	2	3	4	5	6	7
Reparto	4	4	4	4	4	-	-

Primea distribución de Arlon							
Vaso	1	2	3	4	5	6	7
Reparto	3	3	3	3	3	-	-

Esto dio como resultado que abandonaran la estrategia de reparto término a término para dar lugar a la estimación de cuántas flores podrían tocarle a cada vaso. Amairani y Jocelyn distribuyeron las flores de [4] en [4] y Arlon lo hizo de [3] en [3].

Con este procedimiento Amairani y Jocelyn al llegar al quinto vaso se dieron cuenta que su anticipación había sido incorrecta porque faltan dos vasos y ya no tenían flores. Entonces decidieron quitar una flor a los vasos que tenían 4 flores para ponerlas en el vaso que no tenían flores, dando como resultado, una distribución equivalente a la que se muestra:

Segunda distribución de Amairani y Jocelyn							
Vaso	1	2	3	4	5	6	7
Reparto	3	3	3	3	3	3	2

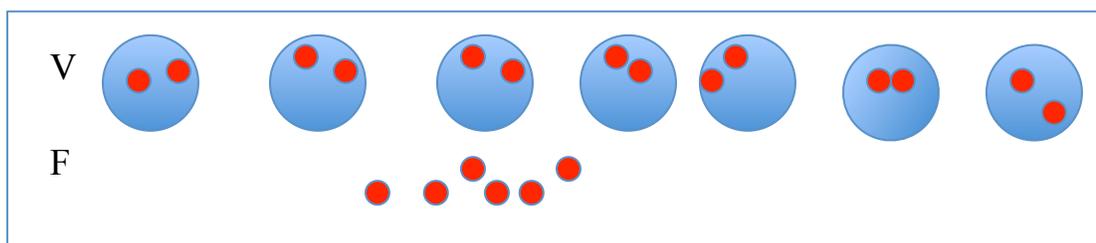
Continuaron quitando flores a los vasos de una en una y redistribuyéndolas entre los vasos para compensar las cantidades de cada vaso, hasta que lograron que todos los vasos tuvieran la misma cantidad y que se habían repartido las flores lo más posible, finalmente les sobraron 6 flores.

Distribución por compensación de flores en los vasos de Amairani y Jocelyn							
Vaso	1	2	3	4	5	6	7
Reparto	2	2	2	2	2	2	2

Sin embargo, para Amairani y Jocelyn no les satisfacía que sobraran 6 flores, eran demasiadas y parece ser que suponían que no debían tener flores

sobrantes. Se quedaron pensando y finalmente decidieron intentar repetir el reparto, en lugar de comprar la colección de flores sobrantes (6) con la colección de vasos (7) a través de la comparación de los números 6 y 7; es decir, la posibilidad del nuevo reparto de flores implicaba contar dos colecciones y comparar su cardinalidad, pero no lo hicieron. Después de algunos intentos decidieron que no había suficientes flores (6) como para que pudieran colocar una flor más en cada vaso.

Jocelyn después de 4 intentos logró separar el excedente y no intento integrarlo nuevamente a la colección. En el caso de Amairani con 5 intentos logró identificar que el excedente no tenía que colocarlo en el reparto.



En el caso de Arlon, que en su primera distribución lo hizo de 3 en 3, le sucedió, al igual que Amairani y Jocelyn, el reparto no fuera equitativo (seis vasos tenían 3 flores y un vaso tenía dos), noto de inmediato que su estrategia de reparto estaba mal y decidió contar nuevamente el total de flores (20) y comenzó un nuevo reparto de 2 en 2, hizo un buen ajuste.

Al concluir su reparto de 2 flores en casa cada vaso con un sobrante de 6 flores, decidió no intentar el reparto de las flores que le habían quedado sin repartir. El entrevistador le preguntó:

Entrevistador: ¿por qué no repartiste esas flores?

A5: no caben en los vasos, porque faltaría una.

Entrevistador: ¿Cómo sabes eso?

A5: porque conté

Entrevistador: ¿Qué contaste?

A5: las flores

Arlon comparó las cantidades de la colección de flores y la de vasos, usando el conteo y comparando los números 6 y 7 para determinar que no era

posible repartir las 6 flores sobrantes en los 7 vasos. Esta manera de resolver el sobrante solo apareció en el procedimiento de Arlon.

Vanesa, Arely, Josué, Jessica y Cesar iniciaron con repartos intuitivos de colecciones de flores variadas.

Al igual que Amairani, Arlon y Jocelyn, estos cinco niños comenzaron sus repartos estimando. Contaban la cantidad de flores que tenía cada vaso, tratando de que quedaran con la misma cantidad, incluso llegaron al reparto de 2 flores en cada vaso y 6 sobrantes, pero no pudieron dejar de repartir el sobrante de 6 flores. Parecía que en su lógica no podían quedar elementos fuera del reparto, por lo que aunque contaban cada vez, las flores que quedaban en los vasos, decidieron finalmente repartir las flores sobrantes.

Vaso	1	2	3	4	5	6	7	
Vanesa	5	5	5	2	1	1	1	Flores repartidas
Arely	4	3	3	3	3	3	1	
Josué	5	5	5	5	0	0	0	
Jessica	4	4	4	4	4	0	0	
Cesar	5	5	5	5	5	0	0	

5.4 Conclusiones de la secuencia de reparto

- En el primer reparto al ser una colección pequeña de 9 flores entre 3 vasos, con menos de 10 elementos por repartir, los 8 niños utilizaron el reparto término a término; en colecciones pequeñas los niños prefieren utilizar su percepción de la cantidad para el reparto.
- Aunque en un inicio dos niños utilizaron el criterio de color para establecer el reparto, lo abandonaron rápidamente y cambiaron su estrategia por un reparto término a término o estimando la cantidad que posiblemente le podría tocar a cada vaso.
- En colecciones mayores los niños utilizan el conteo como una herramienta para estimar y establecer relaciones de igualdad y

desigualdad.

- En los repartos de colecciones mayores se observó que por percepción cinco de los 8 niños concluyeron que a mayor cantidad de elementos por repartir, mayor debe ser la cantidad de elementos en la primera distribución por lo que el reparto de una flor en un vaso, cede su lugar a un reparto de varias flores en un vaso.
- Los 8 niños utilizaron el conteo para al corroborar que cada colección de flores que depositaron en los vasos fuera igual; es decir, para todos estaba claro que a todos los vasos les debía tocar la misma cantidad de flores.
- Los niños que no todavía no han consolidado recursos para establecer la igualdad o desigualdad de colecciones, consideran que es necesario que los elementos que sobran en los procedimientos de reparto sean incluidos, lo cual dio como resultado que cinco de los 8 niños incluyeran el sobrante en el reparto.
- Algunas de las estrategias de conteo que utilizan los niños con frecuencia son: 1) La organización los elementos por fila, 2) reparto por correspondencia uno a uno y 3) desplazamiento de elementos ya contados a otro apartado de la colección.

Conclusiones

La propuesta pedagógica del PEP 04, a lo largo de su instrumentación trajo consigo diferentes novedades en la enseñanza de la matemática, en particular la que corresponde con la componente de número; su enfoque de enseñanza dirigido al desarrollo de situaciones problemáticas, fue durante esta investigación el punto de partida para el diseño de las evaluaciones con las cuales se analizaron los conocimientos de los niños.

Como producto de las evaluaciones aplicadas, los resultados obtenidos permitieron:

- Analizar y comparar si los 8 niños entrevistados (al final de su tránsito por el preescolar) habían tenido la posibilidad de desarrollar competencias relacionadas con el conocimiento del número en relación a los significados, establecidos en el PEP 04.
- Analizar el tipo de estrategias que los niños utilizaron para la resolución de problemas.

Los niños del estudio y la componente de número

Las evaluaciones aplicadas se enfocaron en la manera en la cual los niños **utilizan los números** en situaciones variadas que implican poner en juego los principios de conteo.

La manera en la que los niños utilizan los números se manifestó en tres situaciones problemáticas -La fiesta de Citlali, La papelería y El reparto de flores-, en las que los niños debían utilizar sus conocimientos del número para establecer relaciones entre elementos de diferentes clases. Dos de las situaciones de evaluación se caracterizan por ser imágenes relacionadas a experiencias de la vida cotidiana de los niños.

Al ser los propios niños quienes identificaran el campo semántico que se les presentó (papelería y fiesta de cumpleaños), generaron relaciones conceptuales entre eventos y elementos físicos.

En ese punto los niños demostraron sus habilidades para vincular objetos, hechos y acciones mostradas en las imágenes con las representaciones gráficas del número y su utilidad en diferentes situaciones de vida cotidiana. Evidenciaron, de diferentes maneras, su capacidad para interpretar y comprender problemas numéricos; a la vez, que pudieron percibir cantidades, estimar o contar para encontrar los resultados.

- **Percepción de cantidades pequeñas.**

Los 8 niños manifestaron en la actividad de *La fiesta de Citlali* su capacidad para identificar por percepción cantidades en colecciones pequeñas, que es una competencia que se espera desarrollen en preescolar. Esto es un elemento relevante en su competencia de número porque muestra que en su tránsito por el jardín de niños, tuvieron experiencias de conteo de colecciones que es lo que finalmente les permite percibir cantidades pequeñas. También es importante señalar que por la distribución gráfica de los objetos de las colecciones en la imagen, éstos estaban mezclados con otros por lo que la percepción de los objetos y la cantidad de éstos no es sencilla. Aunado a lo anterior, el recuso de percepción de cantidades aparece como estrategia para resolver problemas que implican comparar colecciones (¿alcanzan los platos para los invitados de Citlali?) y no simplemente en responder atendiendo a una colección como podría ser, por ejemplo, ¿cuántos invitados hay en la fiesta de Citlali?

En los problemas en los que la percepción de la cantidad no es un recurso susceptible de aparecer porque las cantidades involucradas están alrededor de 10, los niños optaron por el conteo, como se espera que lo hagan. En estos casos, la identificación de los objetos de cada colección, era mucho más compleja por la dispersión de éstos en la imagen y la presencia de colecciones de otros objetos, que no estaban involucradas en el problema; aquí sí algunos

niños tuvieron problemas para contar todos los elementos. Y, cambian por una nueva estrategia, la relación término a término de los elementos de una colección con los de la otra. Más adelante regresamos sobre esta estrategia, por el momento, basta destacar la versatilidad de pensamiento de los niños: si una estrategia no les sirve, lo intentan de otra manera.

- **Los niños utilizan su conocimiento de los primeros números como un recurso para el cálculo de cantidades.**

Durante los problemas de reparto, los niños recurrentemente usaron el conteo de colecciones en sus intentos por encontrar las soluciones; es decir, el conteo se revela como una herramienta para establecer relaciones de igualdad y desigualdad de cantidades, en sus intentos por lograr que los vasos tuvieran la misma cantidad de flores. Los 8 niños tenían conocimiento de la secuencia numérica estable del [1] al [9] y fue un recurso que utilizaron de manera variada en la resolución de problemas, solo un niño (Josué) en una de las situaciones, perdió el orden de la sucesión numérica, pero fue consciente de esto, en la medida que, por iniciativa propia, reiniciaba el conteo.

- **Los niños realizaron acciones de conteo sobre las colecciones**

En problemas como el reparto de flores los niños realizan acciones sobre las colecciones involucradas para resolverlos. Las maneras en las que realizan las acciones sobre las colecciones (desplazar, señalar, añadir, quitar, repartir) son estrategias para el desarrollo del concepto de número, que aplicaron en diferentes momentos según sus necesidades; particularmente aparecieron frente al problema de lograr un reparto equitativo de 20 flores en 7 vasos, en aquellos niños que tuvieron problemas con las flores sobrantes (6). Ninguno de ellos recurrió al conteo de las dos colecciones (6 flores, 7 vasos) para compararlas y con ello, darse cuenta que ya no podían seguir repartiendo flores. Quizá la no aparición de este recurso (contar y comparar números) obedece a que eran demasiadas flores sobrantes (6); o bien, entendieron del problema que “repartir (flores) las más posibles” significaba repartirlas todas, no debía sobrar ninguna flor afuera de los vasos.

- **Comparación de colecciones término a término**

En los problemas de *La fiesta de Citlali* en donde la percepción de la cantidad no era posible (alrededor de 10 objetos) y el conteo de colecciones era complejo porque no podían desplazar los objetos para saber cuáles ya habían contado y cuales no (estaban en una imagen), aparece como recurso para comparar las colecciones la relación término a término.

La relación término a término aparece también en los problemas de reparto equitativo y exhaustivo 9 flores en 3 vasos y 10 flores en 5 vasos. En cambio, en el reparto de 20 flores en 7 vasos, aparece la estimación de la cantidad de flores que podrían tocarle a cada vaso, hay quienes deciden repartir de 4 en 4 o de 3 en 3 para darse cuenta que esto no era posible porque no se cumplía la equitatividad exigida en el reparto hasta que llegan que en cada vaso hay que poner 2 flores y sobran 6; cabe aclarar que 5 de los niños ante este último reparto que es el que resuelve el problema planteado, tuvieron problemas con las 6 flores sobrantes, como se mencionó anteriormente. Aun así es necesario destacar que frente a los problemas de reparto todos los niños entendieron las dos condiciones del reparto: la exhaustividad y la equitativitas. Generalmente, los niños con poca experiencia sobre situaciones de reparto suelen dejar de considerar alguna de las dos condiciones de éste porque sus experiencias de reparto en la vida cotidiana no tienen que ver con estas condiciones, para ellos repartir es distribuir en función de las relaciones interpersonales entre quien reparte (dueño de los objetos) y los destinatarios del reparto, a algunos les puede tocar más, a otros menos y a algunos ninguno. Nuevamente es destacable que la manera de proceder de los niños de la muestra, dejan claro que en preescolar tuvieron oportunidad de tener experiencias de reparto equitativo y exhaustivo.

- **Los niños del estudio no mostraron como recurso de solución la operatoria de sumas o restas para realizar cálculos.**

Fue muy revelador observar que los 8 niños de la muestra cuentan con diversos recursos, incluido el conteo de colecciones, para resolver el cálculo involucrado en la solución de los problemas; ninguno de ellos intentó hacerlo a

través de una suma o una resta. Esto habla muy bien de la práctica docente de sus maestras de preescolar, porque en este sentido en el PEP 04 se establece que la operatoria no es el recurso que se espera manejen los niños al término de preescolar para resolver problemas.

La competencia de número señalada en el Programa es que puedan resolver problemas familiares usando el conteo y realizando acciones sobre las colecciones. Esto fue justamente lo que se ve, que los niños de la muestra lograron. En todo caso, unos han avanzado más sobre el conocimiento de los números y por ello para calcular el total de la suma de dos cantidades, usan el conteo ascendente a partir de un número que no es el uno y el sobre conteo. Mientras que otros niños todavía no han consolidado esta manera de cuantificar dos colecciones.

Sin embargo, estas diferencias de conocimiento sobre el número eran predecibles en la medida en que la muestra estuvo conformada por 4 niños, que en opinión de la educadora, estaban terminando preescolar con un desempeño alto en el campo de pensamiento matemático y los otros 4 con desempeño bajo.

Ninguno de los niños de la muestra pudo resolver el cálculo de tres cantidades.

- **El valor de las monedas y la relación de equivalencia**

En el problema de *La papelería*, se encontró que todos los niños reconocen las monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10 y las diferencian por el número que aparece en ellas, pero no todos reconocen su valor nominativo, en la medida en que la mayoría de los niños mostraron dificultades para establecer la equivalencia entre las monedas. Entre los resultados más destacables con las situaciones problemáticas de compra y venta en *La papelería* están:

- Identificaron el valor de las monedas por el número que aparece en cada una de ellas.
- Mostraron dominio de la sucesión numérica del 1 al 9 (precios de los objetos).
- Para los ocho niños de la muestra, los problemas que implican el cálculo de

tres cantidades rebasaron sus posibilidades cognitivas, seis de ellos no intentaron ni siquiera explorar con alguna estrategia

- Dos de los ocho niños pudieron encontrar las descomposiciones aditivas del 5 implicadas en el problema de gastar \$5; es decir, pudieron elegir dos productos que en total costaban \$5, estos niños también fueron los únicos que pudieron resolver el problema de gastar \$10 sin que sobrara dinero.

6.2 Análisis Final

Con relación a los elementos señalados anteriormente, hay evidencias suficientes para afirmar que los niños de la muestra, tuvieron la oportunidad en su tránsito por preescolar de tener diversas experiencias que les permitieron acceder a diferentes significados del número y su conocimiento sobre los primeros números, es una herramienta que les permite interpretar y resolver diferentes eventos numéricos.

Aunado a ello, nunca dijeron que “no podían resolver porque su maestra no se lo había enseñado”, como desgraciadamente muchos niños dicen, cuando no han tenido oportunidad en sus experiencias de aprendizaje de resolver por sí mismos situaciones problemáticas, básicamente porque su maestra no se los permite. En todo caso, hubo situaciones, que rebasaron sus posibilidades cognoscitivas, particularmente el cálculo de tres cantidades y para algunos la descomposición de cantidades (¿qué se puede comprar -en la papelería- con \$5 o \$10?) y por ello tenían poco o nada que hacer frente a éstas.

Esto quiere decir que la manera de organizar y gestionar la enseñanza de sus maestras de preescolar, al menos la de 3º, posibilitó que desarrollaran su pensamiento matemático, en la medida en que, como lo señala Fuenlabrada (2008), son capaces de establecer la relación semántica entre los datos de un problema -que se evidencia en las acciones que realizan sobre las colecciones-, en las que subyace su conocimiento sobre los números y, usan el conteo de colecciones para realizar cálculos. Además reconocen la representación

simbólica convencional de los primeros diez números. Estos son los conocimientos actitudes, destrezas y habilidades que fundamentalmente se espera logren los niños al término de preescolar.

De esta manera podemos concluir que los conocimientos de los niños entrevistados corresponden a los significados establecidos por el PEP 04 y que aunque hay conocimientos que no tienen consolidados están en proceso de ser adquiridos, debido a que en materia de análisis de problemas los niños cuentan con los recursos para vincular los elementos observados a acciones numéricas, donde el número no solo representa un conocimiento sino una serie de posibilidades para la exploración y el entendimiento de su mundo.

Bibliografía

- Aliaga, H., Bressan, A. M., & Sadosky, P. (2005). *Reflexiones Teóricas Para la Educación Matemática* (1st ed.). Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Alsina, Á. (2015). *Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años*. España: Narcea.
- Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos? *Educación Matemática*, 15, 5–28.
- Avila, A., Block, D., & Carvajal, A. (n.d.). Investigaciones sobre educación preescolar y primaria. In *Colección: La Investigación Educativa en México 1992-2002* (Volumen 7: Saberes Científicos, Humanísticos y Tecnológicos (Tomo I ed.) (pp. 49–179). México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa.
- Baroody, A. J., Barberán, G. S., & Ginsburg, H. P. (1991). *El pensamiento matemática de los niños: Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial* (2nd ed.). Madrid: Visor.
- Baroody, A. J., Barberán, G. S., & Ginsburg, H. P. (1994). *El pensamiento matemática de los niños: Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial* (2nd ed.). Madrid: Visor.
- Berch, D. B., Geary, D., & Koepke, K. M. (Eds.). (2015). *Development of mathematical Cognition: Neural substrates and genetic influences*. United States: Academic Press.
- Block, D. (2008). Comparar, igualar, comunicar en preescolar: análisis de situaciones didácticas. *Documento DIE*, 59, 1–8.
- Block, D., & Davila, M. (1993). La matemática expulsada de la escuela. *Educación matemática*, 5, 39–58.
- Block, D., & Fuenlabrada, F. (1999). *Materiales curriculares de matemáticas para el nivel básico, en Encuentros de Investigación educativa* (1a ed.). México, D.F.: DIE-Cinvestav, Plaza y Valdez.
- Block, D., Martínez, P., Davila, M., & Ramírez, M. (2001). Uso de los problemas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. In J. Carrillo & L. Contreras (Eds.), *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: Una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos*. Huelva, España: Hergué.
- Block, D., & Ramírez, L. (2008). Análisis de situaciones didácticas para el aprendizaje del número en preescolar. *Documento DIE*, 59, 9–24.
- Briand, J. (1993). *L'énumération dans le mesurage des collections. Un dysfonctionnement dans la transposition didactique* (doctorado thesis). Université de Bordeaux I.
- Broitman, C. (2005). *Las operaciones en el primer ciclo, Aportes para el trabajo en el aula* (2nd ed.). Argentina: Eds. Novedades Educativas.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas* (1a ed. ed.). Buenos Aires: Editorial Libros Del Zorza.

- Candela, A. (2005). Efectos de las evaluaciones estandarizadas en los sistemas educativos. *Avance y perspectiva*, 24, 45–54.
- Chamorro, M. del C. (2004). A la búsqueda de la numeración. De la filogénesis a la ontogénesis: aspectos didácticos e históricos. In *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño* (pp. 95–112). Ciudad Universitaria, Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Chamorro, del C., Belmonte Gómez, J. M., Ruiz Higuera, L., & Vecino Rubio, F. (2006). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. Madrid: Pearson Educación.
- Chevallard, Y. (1982). *Sur l'Ingénierie Didactique* (Deuxième Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques ed.). Olivet.
- Chevallard, Y., & Gilman, C. (1997). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado* (3rd ed.). Buenos Aires: Aique.
- Cockroft, W. (1985). *Las matemáticas sí cuentan: Informe de la Comisión de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas en las Escuelas*. Madrid: Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.
- Díaz Godino, J., & Batanero, C. (1998). *Pasos hacia una teoría del significado y la comprensión en didáctica de las matemáticas: investigaciones sobre el significado y la comprensión de los objetos matemáticos realizadas por la línea de investigación sobre teoría y métodos de investigación en e* (Departamento de Didáctica de la Matemática, ed.). Universidad de Granada.
- Educación Preescolar (2013a, June 3). *Las nociones matemáticas en los niños preescolares* Retrieved from <https://www.youtube.com/watch?v=vqfVxTqSjHo>
- Educación Preescolar (2013b, June 5). *El desarrollo de la ubicación espacial en niños de preescolar* Retrieved from <https://www.youtube.com/watch?v=Al14MR0559s&list=WL&index=27>
- Educación Preescolar (2013c, June 4). *Las prácticas pedagógicas en el campo de Pensamiento Matemático. Algunos hallazgos* Retrieved from <https://www.youtube.com/watch?v=kOxQiL17hol&list=WL&index=28>
- Educación Preescolar (2013d, June 4). *“¿Hasta el 100?... ¡NO! ¿Y las cuentas?... TAMPOCO. Entonces... ¿QUÉ?”* Retrieved from <https://www.youtube.com/watch?v=LBGBq-dKBpo&index=29&list=WL>
- Educación Preescolar (2013e, June 3). *El razonamiento de los niños pequeños en la resolución de problemas matemáticos* Retrieved from https://www.youtube.com/watch?v=hBK_s8ilvUs&index=30&list=WL
- EXCALE 00 Ciclo 2006-2007. (2013). Retrieved February 5, 2017, from <http://www.inee.edu.mx/index.php/bases-de-datos/bases-de-datos-excale/excale-00-ciclo-2006-2007>
- Ferreiro, E. (2005). La internacionalización de la evaluación de los aprendizajes en la educación básica. *Avance y Perspectiva*, 24, 37–43.
- Fuenlabrada Velázquez, I. R., Ortega Pérez, J. L., Valencia Pulido, R., & Vivanco Ocampo, B. (2012). *¿Como desarrollar el pensamiento Matemático?* (Tercera ed.). Ciudad de México.
- Fuenlabrada, I. (1995). Actualización en la enseñanza de las matemáticas. *Sintética*, 7.

- Fuenlabrada, I. (2005). El programa de educación preescolar 2004: una nueva visión sobre las matemáticas en el jardín de niños. In *Curso de formación y actualización profesional para el personal docente de educación preescolar* (pp. 93–107). México: SEP.
- Fuenlabrada, I. (2009). *¿Hasta el 100?... ¡No! ¿Y las cuentas?... ¡Tampoco! Entonces... ¿Qué?* (Dirección General de Desarrollo Curricular ed.). México: Secretaría de Educación Pública.
- Fuenlabrada, I., & Davila, C. (1986). Sistemas de numeración. In *Cuadernos de educación DIE*. México, D.F.: DIE-Cinvestav.
- Fuson, K. C., & Hall, J. W. (1992). *The development of mathematical thinking*. Academic Press.
- Galvez, G. (2009). La didáctica de las matemáticas. In C. Parra & I. Saiz (Eds.), *La didáctica de las matemáticas aportes y reflexiones* (1st ed.) (pp. 39–50). Buenos Aires: Paidós.
- García Robelo, O. (2012). *La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas básicas en niños de aulas mexicanas* (Primera edición ed.). San Pedro Mártir, Tlalpan México: Ángeles Editores, S.A. de C.V.
- Gelman, R., & Gallistel, C. (1975). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Gonzalez, A., & Weinstein, E. (2008). *La enseñanza de la matemática en el jardín de infantes/ teaching of mathematics in Pre-school: A Traves de Secuencias Didacticas/ through didactic sequences*. Editorial Limusa S.A. De C.V.
- Gómez Rosas, N. (1996). *Una experiencia didáctica en preescolar sobre el conteo y su relación con la construcción del número natural*.
- Malajovich, A. (2000). El juego en el Nivel Inicial. In A. Malajovich (Ed.), *Recorridos didácticos en la educación inicial*. Buenos Aires: Paidós.
- The National Council on Education, & Steen (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. Australia: Australian Association of Mathematics Teachers.
- Parra, C., & Saiz, I. (2009). *Didáctica de Matemáticas: Aportes Y Reflexiones* (1st ed.). United States: Paidos Argentina.
- Puche, R. C. (2011). *Didáctica de las matemáticas: De preescolar a secundaria*. Montería, Bogotá: Ecoe Ediciones.
- Pérez Gómez, A. (1985). Modelos contemporáneos de evaluación. In *La enseñanza: su teoría y su práctica*. Madrid: Akal.
- Ramirez, L. B. (2003). *Enseñanza de los primeros números en preescolar. Exploración de una alternativa didáctica*. DIE-Cinvestav, México.
- Resnick, L. B., & Ford, W. W. (1991). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós/M.E.C., Barcelona, España.
- Rivera, L., & Guerra, M. (2005). Retos de la educación preescolar obligatoria en México: la transformación del modelo de supervisión escolar. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 3, 503–511. Retrieved from http://www.ice.deusto.es/rinace/reice/vol3n1_e/RiverayGuerra.pdf
- Rueda, M. (2013). ¿Ser o no ser?. *Revista de educación y cultura AZ*, 75, 6–9.

- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática Hoy - Miradas, Sentidos y Desafíos* (1st ed.). Buenos Aires: Editorial Libros Del Zorza.
- Sadovsky, P., & Lerner, D. (2009). El sistema de numeración: un problema didactico. In *Didáctica de las matemáticas: Aportes y reflexiones* (1st ed.) (pp. 95–184). Buenos Aires: Libros el Zorzal.
- Sanchez, M. L. R., Maria de Lourdes Garza Caligaris, Maria de Lourdes Romero Sánchez, & Maria de Lourdes Garza Caligaris (2002). *Juegos, juguetes y estímulos creativos: Manual de matemáticas*. Colonia Santa Cruz Atoyac, Mexico: Educación Integral Popular.
- Santizo, C. (2013). Retos para el federalismo educativo. *Revista de educación y cultura AZ*, 68, 16–19.
- SEP (2004a). *Aprendiendo a contar. Situaciones Didácticas para Alumnos con Discapacidad Intelectual*. México D.F.: Dirección de Educación Especial.
- SEP (2004b). *Programa de educación preescolar 2004*. México: SEP, Subsecretaría de Educación Basica.
- SEP (2011). *Los alumnos y las alumnas con discapacidad intelectual y sus posibilidades de resolver problemas aditivos* (Dirección de Educación Especial ed.). México, D.F.
- Uniminuto Virtual y Distancia (2014, July 11). *Construcción del pensamiento matemático parte 1*. Retrieved from <https://www.youtube.com/watch?v=J1Eml0RI3V4>
- Vergnaud, G. (1991). Los problemas de tipo aditivo. In *El niño las matemáticas y la realidad*. Trillas.