

CT-688-SS1

Don.- 2012

XX(199690.1)



Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
del Instituto Politécnico Nacional
Unidad Guadalajara

Controladores por Modos Deslizantes en Tiempo discreto Aplicados a Robots Móviles no Holonómicos

Tesis que presenta:

Angel Salome Baylon

para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias

en la especialidad de:

Ingeniería Eléctrica

Directores de Tesis

Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos

Dra. Alma Yolanda Alanis García

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Guadalajara, Jalisco, Diciembre de 2011.



CL: CT 00592
CASE: CT-688-SSI
PCOA: 28-08-2012
PROJ: Dec. 2012
\$

ID: 19931-2001

Controladores por Modos Deslizantes en Tiempo discreto Aplicados a Robots Móviles no Holonómicos

**Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica**

Por:

Angel Salome Baylon
Licenciado en electrónica

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla 2004-2009

Becario de CONACYT, expediente no. 234548

Directores de Tesis

Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos
Dra. Alma Yolanda Alanis García

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Diciembre de 2011.

Resumen

En ésta tesis, controladores robustos son propuestos para resolver el problema de seguimiento de trayectoria en robots móviles noholonómicos controlados por voltaje. El modelo completo de dichos robots móviles puede ser dividido en modelo cinemático y modelo dinámico. Tomando ventaja de esto, se proponen dos esquemas de control.

Para el modelo cinemático de robot móvil se diseña un controlador en base al algoritmo “Super Twisting” en tiempo discreto.

Para el modelo dinámico del robot móvil e incluyendo dinámicas de actuadores se propone el diseño de dos tipos de controladores, el primero se basa en la técnica de control por bloques neuronal en tiempo discreto, y el segundo se basa en modos deslizantes de alto orden, también en tiempo discreto, cabe señalar que tales controladores no necesitan el conocimiento previo del modelo del sistema y sus parámetros, únicamente se requiere el orden y el grado relativo del sistema.

La aplicabilidad de los esquemas de control propuesta es mostrada mediante ejemplos de simulación, aplicados al modelo de robots móviles noholonómicos controlados por voltajes.

Finalmente se establece un análisis comparativo para los esquemas de control propuestos.

Abstract

In this thesis, robust controllers are proposed to solve the trajectory tracking problem of electrically driven nonholonomic mobile robots. The complete model of this can be divided into robot kinematics and robot dynamics. To take advantage from this fact, two control schemes are design.

To the kinematic model of mobile robot a controller is design based on Discrete Super Twisting Algorithm.

To the dynamic model of mobile robot and including actuators dynamics two controllers are design, the first is based on Discrete-time Neural Block Control, and the second is based on Discrete High Order Sliding Modes, both combined controllers are design whitout the previous knowledged of the plant model and its paremeters, only is required the order and the degree relative of the system.

The applicability of the proposed control scheme is shown by simulation examples, applied to electrically driven nonholonomic mobile robots.

Finally, we establish a comparative analysis for the proposed control schemes.

Agradecimientos

A mis padres, Josefina Baylón Nava y Angel Salomé Díaz, por su cariño y apoyo que siempre me han brindado, tanto en mis estudios como en mi vida personal y a mi hermano Joel Salomé Baylón que me apoyó siempre que necesite.

A mis asesores de tesis, Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos y Dra. Alma Yolanda Alanís García por sus conocimientos compartidos y el apoyo brindado, así como por la paciencia que me tuvieron en la elaboración de esta tesis.

A mis profesores por contribuir en mi educación tanto profesional como personal. Por poner a mi alcance un sin número de herramientas necesarias para salir adelante y destacar como profesional.

A mis compañeros de generación; Jorge Serrano Heredia, Juan José Ley Rosas, Rafael Cisneros Montoya, Javier Lasa Gutiérrez Juan Diego Sánchez Torres, Eduardo García Malacara, Alan Didier Otero Villalobos, Jose Antonio Torres Zugaide y Jorge Bucio Cisneros por su amistad y por hacer agradable mi corta estancia en el CINVESTAV.

A mis amigos y amigas no mencionados aquí pero que me apoyaron, me dejaron entrar en sus vidas y compartieron conmigo un poquito de cada uno de ustedes.

Por último a CONACYT por brindarme el apoyo económico durante mis estudios de maestría, el cual fue indispensable para terminarlos.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Motivación	2
1.3. Objetivos	3
1.4. Organización del documento	3
2. Preliminares	5
2.1. Definiciones de estabilidad	5
2.2. Redes Neuronales de Alto Orden en Tiempo Discreto	7
2.3. El Filtro de Kalman Extendido como Algoritmo de Entrenamiento	9
2.4. Introducción al control por Modos Deslizantes	11
3. Esquemas de Control	15
3.1. Control Neuronal por Bloques en Tiempo Discreto	15
3.1.1. Identificación neuronal	15
3.1.2. Diseño del controlador neuronal por bloques en tiempo discreto	16
3.2. Controladores cuási-continuos por modos deslizantes de alto orden	19
3.2.1. Diferenciador exacto y robusto	21
3.2.2. Discretización de modos deslizantes de alto orden	21
3.3. Controlador “Super Twisting”	24
4. Robot Móvil Noholonómico	25

4.1. Modelo del robot móvil noholonómico controlado por voltaje	25
4.1.1. Cinemática y dinámica de un robot móvil noholonómico	25
4.1.2. Modelo del robot móvil noholonómico accionado con dos ruedas	26
4.2. Control Cinemático del Robot Móvil	29
4.3. Control de Dinámica del Robot Móvil	31
4.3.1. Control de dinámica usando Control por Bloques en Tiempo Discreto	31
4.3.2. Control de dinámica usando Modos Deslizantes de Alto Orden en Tiempo Discreto	34
5. Implementación en Simulación y en tiempo real	37
5.1. Simulaciones	37
5.2. Análisis comparativo de los esquemas de control propuestos	43
5.3. Implementación en tiempo real	47
6. Conclusiones y Trabajo futuro	53
6.1. Conclusiones	53
6.2. Trabajo Futuro	54
A. Publicaciones	55
Bibliografía	57

Índice de figuras

2.1. Red Neuronal Recurrente de Alto Orden en Tiempo Discreto	9
2.2. Efecto cascabeleo	12
3.1. Control neuronal por bloques	19
4.1. Robot móvil noholonómico accionado por dos ruedas	27
4.2. Control “Super Twisting” y Control por Bloques Neuronal combinados	34
4.3. Control “Super Twisting” y Control por modos deslizantes de alto orden combinados	36
5.1. Variación de la resistencia R_a de los actuadores	39
5.2. Seguimientos de trayectoria resultantes	39
5.3. Errores de seguimiento usando CST y control por bloques neuronal	40
5.4. Errores de seguimiento usando CST y Modos deslizantes de alto orden	40
5.5. Entrada de control de la llanta derecha usando CST y control por bloques neuronal	41
5.6. Entrada de control de la llanta izquierda usando CST y control por bloques neuronal	41
5.7. Entrada de control de la llanta derecha usando CST y Modos deslizantes de alto orden	42
5.8. Entrada de control de la llanta izquierda usando CST y Modos deslizantes de alto orden	42
5.9. Normas de errores de seguimiento obtenidas usando CST y control por bloques neuronal, nótese que se encuentran dentro de una región cercana a cero	44

5.10. Normas de errores de seguimiento obtenidas usando CST y Modos deslizantes de alto orden, nótese que se encuentran dentro de una región cercana a cero	44
5.11. Norma de la entrada de control de la llanta derecha usando CST y control por bloques neuronal	45
5.12. Norma de la entrada de control de la llanta izquierda usando CST y control por bloques neuronal	45
5.13. Norma de la entrada de control de la llanta derecha usando CST y Modos deslizantes de alto orden	46
5.14. Norma de la entrada de control de la llanta izquierda usando CST y Modos deslizantes de alto orden	46
5.15. Robot Móvil Noholonómico <i>QBot</i> [®]	48
5.16. Seguimiento de trayectoria resultante (línea discontinua: referencia, línea continua: trayectoria del robot)	48
5.17. Error en el seguimiento de la coordenada x	49
5.18. Error en el seguimiento de la coordenada y	49
5.19. Error en el seguimiento del ángulo del robot	50
5.20. Entrada de control u_1	50
5.21. Entrada de control u_2	51

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

Siempre el ser humano ha tenido el deseo de crear artefactos que faciliten el trabajo en sus acciones cotidianas; por lo que la robótica ha jugado un papel importante en el desarrollo de la humanidad y de la tecnología que usamos hoy en día. En civilizaciones antiguas ya se hablaba de seres mecánicos movidos por sistemas hidráulicos; sin embargo el concepto de *robot* se definió por primera vez en la obra del escritor checo Capek [9] a partir de la palabra checa *robot*, que significa trabajo forzado. Por otra parte Asimov introdujo el término *robótica* en su obra "I Robot" [3], en donde también se incluyen las tres leyes de la robótica.

Como consecuencia de la aparición de las computadoras, se dieron los primeros intentos de construcción de un robot y máquinas para automatizar tareas industriales; por lo que en 1961 apareció el primer robot industrial en General Motors, pero no fué hasta 1972 que se desarrolló el primer robot móvil llamado Shakey [47]. A partir de este momento, la investigación y desarrollo de robots móviles creció de manera exponencial, entre los proyectos representativos de la década de los setenta, se encuentran los robots Newt [26], Hilare [20], Lunar rover [70], este último diseñado para la exploración planetaria.

En 1983, el robot Raiber [53] fue desarrollado en el MIT; consistía de una sola pata y fue diseñado para estudiar estabilidad de estos sistemas; más tarde en 1990 se desarrolla un robot unicycle [75]. En 1994, se desarrolla Dante [4], un robot de seis patas y en 1996 Girover [8], un robot ausente de ruedas y patas basado en un giroscopio; por otra parte la NASA en 1997 envía a marte el robot móvil Sojourner rover [45], así como el robot Spirit rover en 2001 [2]. Un estado del arte más extenso puede encontrarse en [63].

Los robots móviles pueden ser utilizados en infinidad de aplicaciones: exploración minera y planetaria, búsqueda y rescate de personas en lugares peligrosos, procesos industriales por mencionar algunas. Los robots móviles son clasificados por el tipo de locomoción utilizado, los

tres medios de movimiento son: ruedas [44], patas [71] y orugas [22]. Es importante señalar que aunque la locomoción por patas y orugas se ha estudiado ampliamente, se encuentra un mayor desarrollo en los robots móviles por ruedas, debido a las ventajas que proporcionan, como: mejor eficiencia en superficies lisas y firmes, partes menores y menos complejas, construcción sencilla y más económica. Un caso particular: los robots móviles noholonómicos accionados por dos ruedas, son analizados en este trabajo; cabe mencionar que sólo se considera el problema de seguimiento de trayectoria.

En relación al problema de seguimiento de trayectoria, existen diferentes métodos para lograr esta tarea: Una amplia clase de controladores han sido propuestos para esta instancia [14], [15], [25], [48], [62], [78], [79], y la lista no es exhaustiva. Muchos de los controladores presentados han ignorado la dinámica proveniente de los motores eléctricos, la cual es necesaria para la implementación en un sistema real.

Resultados diversos [1], [10], [12], [30] y [69], han incorporando dinámicas de actuadores, pero no han considerado variaciones en los parámetros de los modelos, que cambian continuamente debido a la temperatura de los motores e inclusive a el desgaste mismo de los componentes. Otras soluciones fueron propuestas en [49] incluyendo las dinámicas de actuadores y las variaciones paramétricas, pero dichas soluciones sólo se presentan en tiempo continuo. El caso discreto no ha sido estudiado con la misma intensidad y éste es importante puesto que la implementación de los controladores se realiza en dispositivos electrónicos que trabajan con procesos discretos.

1.2. Motivación

El problema principal del seguimiento de trayectorias para robots móviles noholonómicos manejados eléctricamente es poseer restricciones de tipo noholonómico [15]; por lo cual, se necesita diseñar superficies de error para garantizar un seguimiento correcto de las trayectorias generadas por algoritmos computacionales.

La variación de parámetros y los modelos inexactos que se desarrollan para este tipo de sistemas son otros de los problemas a considerar; las resistencias en los rotores de los actuadores aumenta debido a la temperatura [58]. Existen además otros parámetros que cambian con el tiempo y por ende el error de modelado puede ser mayor.

Puesto que el desarrollo de modelos en general suele resultar engoroso y muchas veces no concuerda con la realidad, recientemente se han desarrollado controladores con el desconocimiento del modelo de la planta; únicamente es necesario conocer el grado relativo [35] o el orden del sistema [58]. Ha surgido la inquietud por aplicar dichos controladores a robots móviles con la ventaja de que se diseña el control solo una vez y se puede aplicar éste a distintos robots móviles del mismo tipo.

Al ser la implementación de los controladores en dispositivos digitales como procesadores, dispositivos lógicos programables y microcontroladores, dichos controladores deberán ser diseñados en forma discreta para optimizar y garantizar estabilidad en dichos escenarios donde se debe incluir un periodo de muestreo.

1.3. Objetivos

Los objetivos de este documento son:

- Diseñar una estrategia de control robusta en forma discreta para el modelo dinámico de un robot móvil noholonómico controlado por voltaje, basada en modos deslizantes ordinarios, la técnica de control por bloques y el control "Super Twisting".
- Diseñar una estrategia de control robusta en forma discreta para el modelo dinámico de un robot móvil noholonómico controlado por voltaje, basada en modos deslizantes de alto orden y el control "Super Twisting".

Implementar en tiempo real los esquemas de control propuestos y evaluar el desempeño de dichas estrategias de control diseñadas previamente para el modelo de un robot móvil noholonómico controlado por voltaje.

1.4. Organización del documento

El documento está organizado como sigue:

En el Capítulo 2, preliminares matemáticos son introducidos, incluyendo definiciones de estabilidad y el algoritmo de entrenamiento por el filtro de Kalman extendido.

En el Capítulo 3, se presentan los esquemas de control utilizados para el seguimiento de trayectoria, una estructura de red neuronal recurrente de alto orden es usada para identificar el modelo, y basado sobre este modelo una ley de control en tiempo discreto es derivada, la cual combina técnicas de modos deslizantes ordinarios y control por bloques. Por otro lado algoritmos de control basados en modos deslizantes de alto orden en forma discreta son presentados.

En el Capítulo 4, un modelo de robot móvil noholonómico controlado por voltaje es desarrollado, y sobre éste, los algoritmos de control explicados en el Capítulo 3 son aplicados para el problema de seguimiento de trayectoria.

En el Capítulo 5, la simulación y la implementación en tiempo real de los esquemas de control propuestos son presentadas, validando los resultados teóricos.

En el Capítulo 6, conclusiones relevantes y trabajo futuro son establecidos.

Capítulo 2

Preliminares

En éste capítulo, preliminares matemáticos importantes requeridos en capítulos posteriores y una breve introducción a los modos deslizantes son presentados.

2.1. Definiciones de estabilidad

Considérese un sistema no lineal con múltiples entradas y múltiples salidas:

$$x(k+1) = F(x(k), u(k)) \quad (2.1)$$

$$y(k) = h(x(k)) \quad (2.2)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el estado del sistema, $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada del sistema, $y \in \mathbb{R}^p$ es la salida del sistema, y $F \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una función no lineal.

Definición 2.1. De acuerdo a [19], el sistema (2.1) es llamado forzado. En contraste el sistema descrito por una ecuación sin presencia explícita de una entrada u ,

$$x(k+1) = F(x(k))$$

es llamado no forzado. Éste puede ser obtenido después de seleccionar la entrada u como una función de retroalimentación del estado

$$u(k) = \theta(x(k)) \quad (2.3)$$

Tal sustitución elimina u :

$$x(k+1) = F(x(k), \theta(k)) \quad (2.4)$$

y (2.4) obtiene un sistema no forzado [29].

Definición 2.2. [19] La solución de (2.1)-(2.3) es semiglobalmente uniformemente últimamente acotada, si para cualquier Ω , un subconjunto compacto de \mathbb{R}^n y todo $x(k_0) \in \Omega$, existe un $\epsilon > 0$ y un número $N(\epsilon, x(k_0))$ tal que $\|x(k)\| < \epsilon$ para toda $k \geq k_0 + N$.

En otras palabras, la solución de (2.1) es llamada semiglobalmente uniformemente últimamente acotada si para cualquier conjunto acotado dado a priori (arbitrariamente grande) Ω y cualquier conjunto Ω_0 dado (arbitrariamente pequeño), el cual contiene $(0, 0)$ como un punto interior, existe un control (2.3) tal que para cualquier trayectoria del sistema en lazo cerrado iniciando en Ω llega al conjunto $\Omega_0 = \{x(k) \mid \|x(k)\| < \epsilon\}$, en tiempo finito y permanezca ahí desde entonces [40].

Teorema 2.1. [19] Sea $V(x(k))$ una función de Lyapunov para el sistema en tiempo discreto (2.1), la cual satisface las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} \gamma_1(\|x(k)\|) &\leq V(x(k)) \leq \gamma_2(\|x(k)\|) \\ V(x(k+1) - V(x(k))) &= \Delta V(x(k)) \\ &\leq -\gamma_3(\|x(k)\|) + \gamma_3(\zeta) \end{aligned}$$

donde ζ es una constante positiva, $\gamma_1(\bullet)$ y $\gamma_2(\bullet)$ son funciones estrictamente crecientes, y $\gamma_3(\bullet)$ es una función constante no decreciente. Por lo tanto si $\Delta V(x(k)) < 0$ para $\|x(k)\| > \zeta$, entonces $x(k)$ es uniformemente últimamente acotado.

Definición 2.3. [29] Un subconjunto $S \in \mathbb{R}^n$ es acotado si existe $r > 0$ tal que $\|x(k)\| \leq r \forall x \in S$.

Definición 2.4. [29] El sistema (2.5) es llamado BIBO estable si para una entrada acotada $u(k)$, produce una salida acotada $y(k)$ para $0 < k < \infty$.

Lema 2.1. [56] Considérese el sistema lineal variante en tiempo discreto dado por

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k) + Bu(k) \\ y(k) &= C(x(k)) \end{aligned} \tag{2.5}$$

donde $A(k)$, $B(k)$ y $C(k)$ son matrices dimensionalmente apropiadas, $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ y $y \in \mathbb{R}^p$. Sea $\Phi(k(1), k(0))$ la matriz de transición de estado correspondiente a $A(k)$ para el sistema

$$(2.5), \Phi(k(1), \Phi(k(1), k(0))) = \prod_{k=k(0)}^{k=k(1)-1} A(k). \text{ Si } \Phi(k(1), \Phi(k(1), k(0))) < 1 \forall k(1) > k(0) > 0,$$

entonces el sistema (2.5) es:

- 1) Exponencialmente globalmente estable para el sistema no forzado ($u(k) = 0$) y
- 2) Entrada Acotada Salida Acotada (BIBO) estable [19],[58].

Teorema 2.2. (*Principio de Separación*) [39]: *El problema de estabilidad asintótica del sistema (2.1)-(2.2), vía el estado retroalimentado estimado*

$$\begin{aligned} u(k) &= \theta(\hat{x}(k)) \\ \hat{x}(k+1) &= F(\hat{x}(k), u(k), y(k)) \end{aligned} \quad (2.6)$$

tiene solución si y solo si el sistema (2.1)-(2.2) es estabilizable y exponencialmente detectable.

Corolario 2.1. [39] *Existe un observador exponencial para el sistema no lineal en tiempo discreto de Lyapunov (2.1)-(2.2) con $u = 0$ si y sólo si la aproximación lineal*

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$A = \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, B = \left. \frac{\partial F}{\partial u} \right|_{x=0}, \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=0}$$

del sistema (2.1)-(2.2) es detectable.

2.2. Redes Neuronales de Alto Orden en Tiempo Discreto

El uso de redes neuronales multicapa es bien conocido para el reconocimiento de patrones y para el modelado de sistemas estáticos. La red neuronal (NN) es entrenada para aprender un mapeo entrada-salida. Trabajos teóricos han demostrado que, incluso con una capa oculta, una NN puede aproximar uniformemente cualquier función continua sobre un dominio compacto, siempre que la NN tenga un número suficiente de conexiones sinápticas.

Para tareas de control, extensiones del modelo de Hopfield de primer orden, llamadas Redes Neuronales Recurrentes de Alto Orden (RHONN) son usadas, las cuales presentan mayores interacciones entre neuronas, como las propuestas en [46] y [55]. Adicionalmente, el modelo de una RHONN es muy flexible y permite incorporar al modelo neuronal la información a priori acerca de la estructura del sistema.

Considérese la siguiente RHONN en tiempo discreto:

$$\hat{x}_i(k+1) = \omega_i^T(k) z_i(\hat{x}(k), u(k)), \quad i = 1, \dots, n \quad (2.8)$$

donde \hat{x}_i , $i = 1, \dots, n$ es el estado de la i -ésima neurona, L_i es el número respectivo de las conexiones de alto orden, $\{I_1, I_2, \dots, I_{L_i}\}$ es una colección de subconjuntos no ordenados de $\{1, 2, \dots, n+m\}$, n es la dimensión del estado, m es el número de entradas externas, ω_i , $i = 1, \dots, n$ es el vector de pesos respectivo adaptado en línea, y $z_i(\hat{x}(k), u(k))$ está dado por

$$z_i(x(k), u(k)) = \begin{bmatrix} z_{i_1} \\ z_{i_2} \\ \vdots \\ z_{L_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \prod_{j \in I_1} \xi_{ij}^{d_{ij}(1)} \\ \prod_{j \in I_2} \xi_{ij}^{d_{ij}(2)} \\ \vdots \\ \prod_{j \in I_{L_i}} \xi_{ij}^{d_{ij}(L_i)} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

con d_{ij} siendo enteros no negativos, y ξ_i , es definido como sigue:

$$\xi_i = \begin{bmatrix} \xi_{i_1} \\ \vdots \\ \xi_{i_1} \\ \xi_{i_{n+1}} \\ \vdots \\ \xi_{i_{n+m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(x_1(k)) \\ \vdots \\ S(x_n(k)) \\ u_1(k) \\ \vdots \\ u_m(k) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

En (2.10), $u(k) = [u_1(k), u_2(k), \dots, u_m(k)]^T$ es el vector de entrada a la red neuronal, y $S(\bullet)$ está definida por

$$S(\varsigma) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta\varsigma)}, \quad \beta > 0 \quad (2.11)$$

donde β es una constante y ς es cualquier variable de valor real. La Figura 2.1 muestra el esquema de una RHONN en tiempo discreto.

De (2.8), tres modelos posibles de RHONN pueden ser derivados:

- Modelo Paralelo: En esta configuración, la conexión de retroalimentación de la NN viene de las salidas de la NN,

$$\hat{x}_i(k+1) = \omega^T z_i(\hat{x}(k), u(k)), \quad i = 1, \dots, n \quad (2.14)$$

- Modelo Serie-Paralelo: En esta configuración, las conexiones de retroalimentación de la NN son tomadas de la planta real.

$$\hat{x}_i(k+1) = \omega_i^T z_i(x(k), u(k)), \quad i = 1, \dots, n \quad (2.15)$$

- Modelo de alimentación hacia adelante (HONN). En esta configuración, las conexiones de la NN vienen de las señales de entrada.

$$\hat{x}_i(k) = \omega_i^{*T} z_i(u(k)), \quad i = 1, \dots, n \quad (2.16)$$

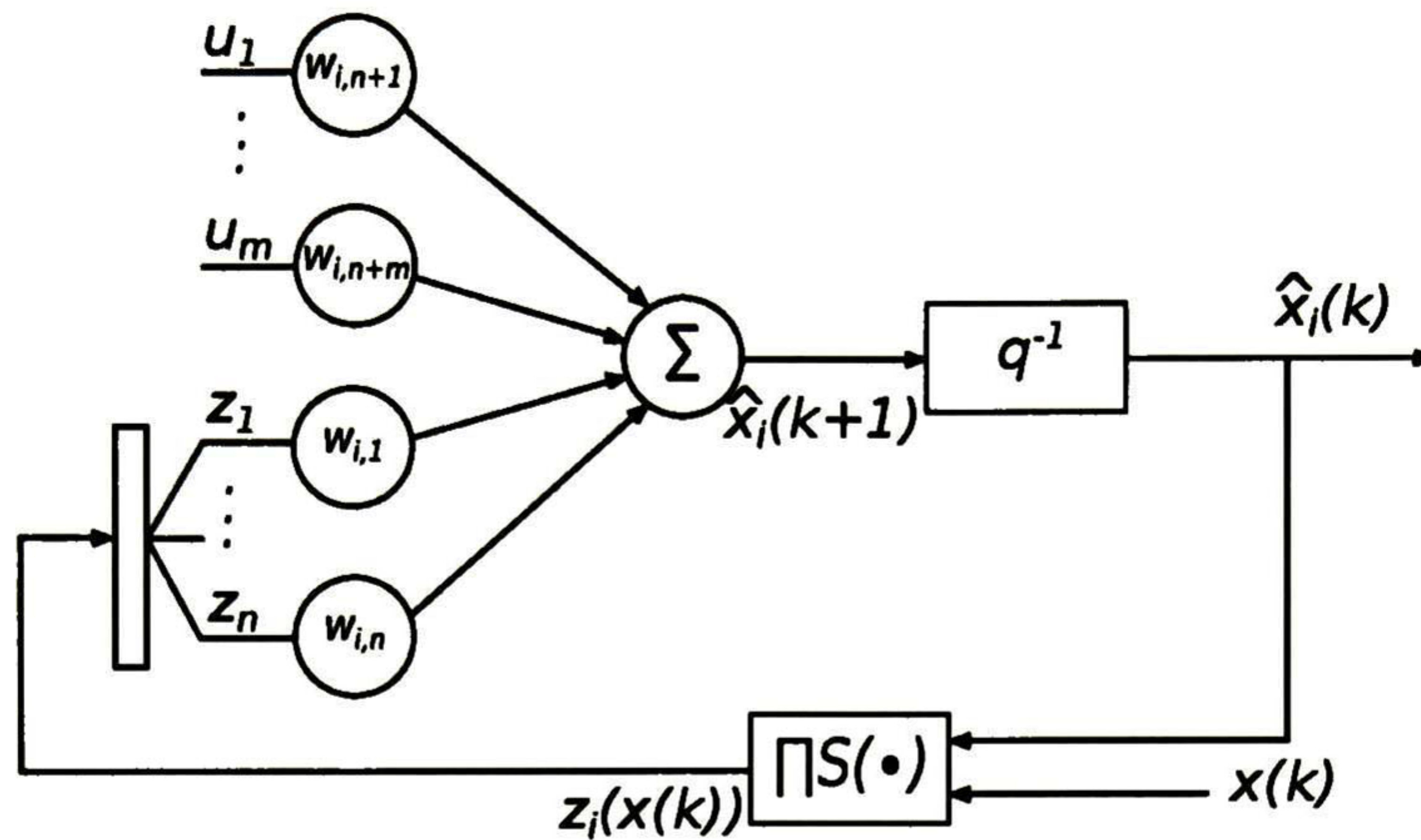


Figura 2.1: Red Neuronal Recurrente de Alto Orden en Tiempo Discreto

donde $x(k)$ es el vector de estado de la planta, $\hat{x}(k)$ es el vector de estado de la red neuronal y $u(k)$ es el vector de entrada de la red neuronal.

2.3. El Filtro de Kalman Extendido como Algoritmo de Entrenamiento

El algoritmo de entrenamiento conocido para redes neuronales recurrentes (RNN) es el de retropropagación a través del aprendizaje en el tiempo [77]; sin embargo, al utilizar el método de gradiente descendiente de primer orden su velocidad de aprendizaje puede ser muy lenta [32]. Recientemente, algoritmos basados en el Filtro de Kalman Extendido (FKE) han sido introducidos para entrenar redes neuronales [16], [59], asegurando la convergencia de aprendizaje [32]. El entrenamiento de redes neuronales por medio de FKE, tanto para hacia adelante y para redes recurrentes, ha sido probado y éstas redes han sido prácticas para muchas aplicaciones desde hace diez años [16].

Es conocido que el Filtro de Kalman (KF) estima el estado de un sistema lineal con ruido aditivo en el estado y la salida [7], [17]. Para el entrenamiento de la red neuronal (NN) basado en el FKE, los pesos de la red se convierten en los estados a ser estimados. En este caso, el error entre la salida de la NN y la salida de la planta se considera como ruido blanco aditivo. Debido al hecho de que el mapeo de la NN es no lineal, es necesario utilizar un FKE.

La meta de entrenamiento es encontrar los valores óptimos de los pesos, los cuales minimizan el error de predicción. El algoritmo de entrenamiento basado en el FKE está descrito por [7] y se describe a continuación

$$\begin{aligned}
M_i(k) &= [R_i(k) + H_i^T(k)P_i(k)H_i(k)]^{-1} \\
K_i(k) &= P_i(k)H_i(k)M_i(k) \\
\omega_i(k+1) &= \omega_i(k) + \eta_i K_i(k)e_i(k) \\
P_i(k+1) &= P_i(k) - K_i(k)H_i^T(k)P_i(k) + Q_i(k)
\end{aligned} \tag{2.17}$$

con

$$e_i(k) = [y(k) - \hat{y}(k)] \tag{2.18}$$

donde $e_i(k)$ es el error de estimación, $P_i(k)$ es la matriz de covarianza del error de predicción asociado, $\omega_i(k)$ es el vector de peso (estado), L_i es el número total de pesos de la red neuronal. η_i es el parámetro de diseño tal que $0 \leq \eta_i \leq 1$, $y(k)$ es el vector de salida medido, $\hat{y}(k)$ es el estado de la red neuronal, n es el número de estados, $K_i(k)$ es la matriz de ganancia de Kalman, $Q_i(k)$ es la matriz de covarianza del estado de medida del ruido, $R_i(k)$ es la matriz de covarianza del ruido en el estado, $H_i(k)$ es una matriz, en la cual cada entrada de (H_i^j) es la derivada de la salida de la red neuronal ($\hat{y}(k)$), con respecto a los pesos ajustables (ω_{ij}), como sigue

$$H_{ij}(k) = \left[\frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial \omega_{ij}(k)} \right]_{\omega_i(k)=\hat{\omega}_i(k+1)}^T \tag{2.19}$$

donde $i = 1, \dots, n$ y $j = 1, \dots, L_i$. Usualmente $P_i(k)$, $Q_i(k)$ y $R_i(k)$ son inicializadas como matrices diagonales con entradas $P_i^j(0)$, $Q_i^j(0)$ y $R_i(0)$ respectivamente [23]. Es importante remarcar que $H_i(k)$, $K_i(k)$, y $P_i(k)$ para el FKE son acotadas [68]. Por tanto, existen constantes $\bar{H}_i(k) > 0$, $\bar{K}_i(k) > 0$, y $\bar{P}_i(k) > 0$ tal que:

$$\begin{aligned}
\|H_i(k)\| &< \bar{H}_i(k) \\
\|K_i(k)\| &< \bar{K}_i(k) \\
\|P_i(k)\| &< \bar{P}_i(k).
\end{aligned} \tag{2.20}$$

El algoritmo FKE es usado sólo para entrenar los pesos de la red neuronal, los cuales vienen a ser los estados estimados por el FKE.

La aproximación del vector de error de la red neuronal ϵ_{z_i} está acotado. Ésta es una propiedad bien conocida de la NN [11].

2.4. Introducción al control por Modos Deslizantes

El control por modos deslizantes es una técnica bien conocida de control en forma discontinua, la cual ha sido exhaustivamente explorada en muchos libros y artículos. Dicha ley de control fue estudiada primeramente por investigadores rusos en la llamada Unión Soviética. Un análisis completo y resultados fundamentales de modos deslizantes puede ser encontrada en libros, tales como [72], [73] y [74]; en este último el control discontinuo de una colección completa de sistemas electro-mecánicos es manejado a lo largo del texto con resultados en implementación. Libros bien documentados contienen capítulos sobre control por modos deslizantes; algunos de ellos son [31], [61], [67] y [80]. El estado del arte ha sido recientemente resumido en los libros [50] y [57].

Considérese el siguiente sistema no lineal afín en el control:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u(t) \quad (2.11)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $f(x)$ y $g(x)$ son funciones suaves, $u \in \mathbb{R}^m$ y considérese también un conjunto de m superficies deslizantes definidas como

$$\sigma = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : \sigma(x) = [\sigma_1(x), \dots, \sigma_m(x)]^\top = 0 \right\}$$

De [50] obtenemos el siguiente control equivalente

$$u_{equ} = - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x)$$

obtenido de la ecuación $\dot{\sigma}(x) = \frac{\partial \sigma}{\partial x} [f(x) + g(x)u(t)] = 0$; resultando la dinámica de modos deslizantes como sigue

$$\dot{x}_e = \left[I - g(x_e) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x_e} g(x_e) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x_e} \right] f(x_e)$$

Nótese que σ debe ser diseñado tal que $\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(s)$ sea regular.

Con frecuencia, y fuera de casos específicos, la determinación de las superficies deslizantes, requerida para obtener la dinámica prescrita anteriormente, no es fácil como en el caso lineal. Uno de esos casos específicos es cuando el sistema puede ser transformado en la llamada forma regular [42], [51]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)u \end{aligned}$$

con $x_1 \in \mathbb{R}^{n-m}$, $x_2 \in \mathbb{R}^m$ y g_2 regular. Más aún la transformación del sistema en la forma regular, puede inducir algunas veces difeomorfismos complejos. Una alternativa es utilizar con la pseudo-linealización como en [65].

Se torna obvio que el control debe ser diseñado tal que éste dirija las trayectorias a las superficie deslizantes y las mantenga ahí una vez que dichas superficies han sido alcanzadas. La atractividad local de la superficie puede ser expresada por la condición

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0^+} \frac{\partial \sigma}{\partial x} (f + gu) < 0 \quad y \quad \lim_{\sigma \rightarrow 0^-} \frac{\partial \sigma}{\partial x} (f + gu) > 0$$

o, en una forma más concisa

$$\sigma \dot{\sigma} < 0,$$

la cual es llamada condición de alcanzabilidad [28].

El efecto cascabeleo

En la práctica, los modos deslizantes ideales no existen, puesto que se supone que el control conmuta a una frecuencia infinita. En la presencia de retardos y constantes de tiempo en los actuadores, la discontinuidad en el control retroalimentado produce un comportamiento dinámico particular en la vecindad de la superficie, el cuál es referido con frecuencia como cascabeleo (Figura 2.2).

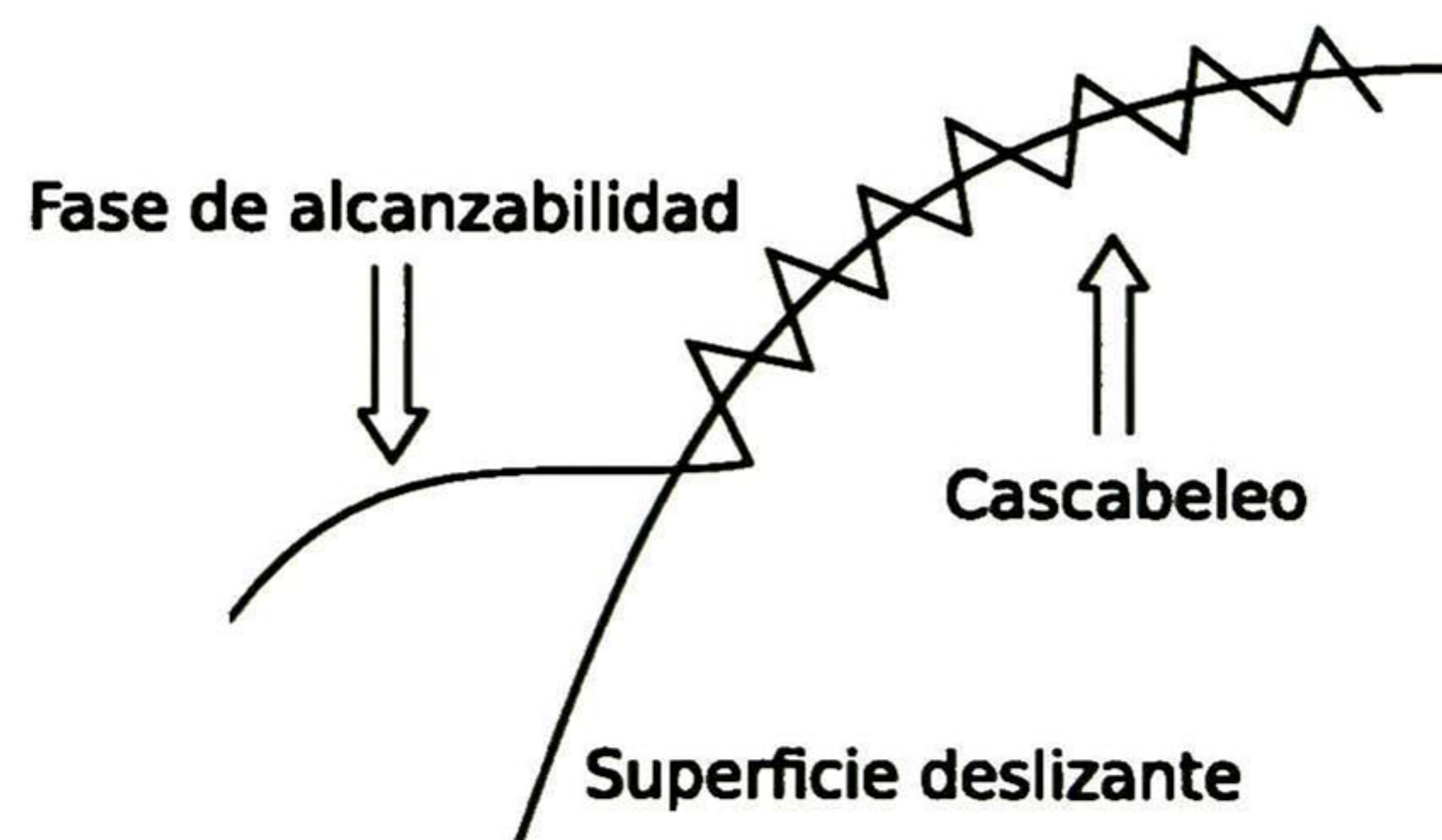


Figura 2.2: Efecto cascabeleo

Dicho fenómeno puede excitar modos de altas frecuencias no modelados, los cuales degradan el desempeño del sistema y pueden llevarlo a la inestabilidad [24]; un análisis más exhausto ha sido introducido en [36]. El procedimiento común para la atenuación del fenómeno de cascabeleo es considerar la derivada del control como una nueva entrada, incrementando el grado relativo [33], dicho procedimiento fue exitosamente aplicado en [5], [6] y recientemente se ha probado en [38] que los sistemas resultantes son robustos con respecto

a la presencia de incertidumbres en actuadores y sensores, y no existe presencia de cascabeleo por las dinámicas generadas ahora por ruidos y retardos, consecuencia de la discretización.

Modos deslizantes en tiempo discreto

Con el rápido crecimiento de la tecnología, la aparición de nuevos procesadores y microcontroladores, surge la necesidad de implementar controladores basados en modos deslizantes en estos dispositivos. Debido a esto, han surgido los controladores basados en modos deslizantes en tiempo discreto, los cuales han sido ampliamente estudiados; algunos trabajos representativos son [21], [37], [41], [60], [64] y [76], donde se abordan modos deslizantes estándar y modos deslizantes de alto orden en su forma discreta, siendo más estudiados los modos deslizantes típicos. Se pueden definir dos corrientes para diseñar un control por modos deslizantes en tiempo discreto; en la primera, un control equivalente es propuesto para alcanzar la superficie deslizante en un periodo de muestro y subsecuéntemente ayudar a mantenerse en ella; la segunda corriente está basada en la discretización de una ley de control continua. Ambas corrientes se abordan en este trabajo, como podrá apreciarse en el Capítulo 3.

Capítulo 3

Esquemas de Control

En este capítulo se presenta la descripción de los esquemas de control a utilizar para controlar el robot móvil noholonómico descrito en el Capítulo 4 posteriormente. En la sección 3.1 una red neuronal recurrente de alto orden es utilizada para aproximar un sistema no lineal, y después basado en ésta es diseñada una ley de control que combina control por bloques en tiempo discreto y técnicas de modos deslizantes ordinarios. En la sección 3.2 y 3.3 técnicas de modos deslizantes de alto orden son presentadas, así como su discretización.

3.1. Control Neuronal por Bloques en Tiempo Discreto

3.1.1. Identificación neuronal

En esta sección, se considera la identificación del sistema no lineal

$$x(k+1) = F(x(k), u(k)), \quad (3.1)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}^m$, y $F \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ son funciones no lineales.

Para identificar el sistema (3.1), nosotros usamos una red neuronal recurrente de alto orden definida como

$$\hat{x}_i(k+1) = \omega_i^\top z_i(x(k), u(k)), \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.2)$$

donde \hat{x} ($i = 1, \dots, n$) es el estado de la i -ésima neurona, n es la dimensión de los estados, ω_i ($i = 1, \dots, n$) es el vector de pesos adaptables en línea, con $z_i(x(k), u(k))$ como se define en (2.9).

Considérese el problema de aproximar el sistema no lineal (3.1) por la siguiente red neuronal de alto orden en su representación serie-paralelo en tiempo discreto [54],[55]:

$$x_i(k+1) = \omega_i^{*\top} z_i(x(k), u(k)) + z_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

donde x_i ($i = 1, \dots, n$) es el i -ésimo estado de la planta, z_i es el error de aproximación acotado, el cual puede ser reducido al incrementar el número de pesos adaptables [55]. Asumimos que existe un vector de pesos ideales ω_i^* tal que $\|z_i\|$ puede ser minimizado sobre un conjunto compacto $\Omega_{z_i} \subset \mathbb{R}^{L_i}$. El vector de pesos ideal ω_i^* es una cantidad artificial requerida para propósito analítico [55]. En general se asume que este vector existe y es constante pero desconocido. Se define el vector de pesos estimado como ω_i y el error de estimación entre pesos como

$$\tilde{\omega}_i(k) = \omega_i^* - \omega_i(k). \quad (3.3)$$

El vector de pesos estimado ω_i es usado para el análisis de estabilidad que será discutido después. Puesto que ω_i^* es constante, entonces

$$\tilde{\omega}_i(k+1) - \tilde{\omega}_i(k) = \omega_i(k) - \omega_i(k+1), \quad \forall k \in 0 \cup \mathbb{Z}^+$$

La red neuronal recurrente de alto orden es entrenada con el algoritmo basado en el filtro de Kalman extendido definido en la sección 2.3. Se define el error de identificación como

$$e_i(k) = x_i(k) - \hat{x}_i(k), \quad (3.4)$$

Entonces la dinámica del error de identificación puede ser expresada como

$$e_i(k+1) = \tilde{\omega}_i(k)z_i(x(k), u(k)) + z_i \quad (3.5)$$

Por otro lado, la dinámica de (3.3) es

$$\tilde{\omega}_i(k+1) = \tilde{\omega}_i(k) - \eta_i K_i(k)e(k). \quad (3.6)$$

Teorema 3.1. [58] *La red neuronal recurrente de alto orden (3.2), entrenada con el algoritmo basado en el filtro de Kalman extendido definido en la sección 2.3, para identificar la planta no lineal (3.1), asegura que el error de identificación (3.4) es semiglobalmente uniformemente últimamente acotado; por otra parte los pesos de la red neuronal recurrente de alto orden deben permanecer acotados.*

La prueba de este teorema puede verse en [58].

3.1.2. Diseño del controlador neuronal por bloques en tiempo discreto

Considérese el siguiente caso especial del sistema (3.1):

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f(x(k)) + B(x(k))u(k) + d(k), \\ y(k) &= Cx(k), \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado de el sistema, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entrada, $y(k) \in \mathbb{R}^p$ es el vector de salida, el vector $f(\cdot)$, las columnas de $B(\cdot)$ y $d(\cdot)$ son campos vectoriales suaves, y $d(\cdot)$ es un vector de perturbaciones. Por medio de una transformación no singular [41], el sistema (3.7) puede ser representado en la forma controlable por bloques como sigue:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= f_i(\bar{x}_i(k)) + B_i(\bar{x}_i(k))x_{i+1}(k) + d_i(k), \\ x_r(k+1) &= f_r(x(k)) + B_r(x(k))u(k) + d_r(k), \\ y(k) &= x_1, \quad i = 1, \dots, r-1, \end{aligned} \tag{3.8}$$

donde $x(k) = [x_1(k) \dots x_i(k) \dots x_r(k)]^\top$ $x_i(k) = [x_1(k) \dots x_i(k)]^\top$ $d(k) = [d_1(k) \dots d_i(k) \dots d_r(k)]^\top$ $i = 1, \dots, r-1$, y el conjunto de números (n_1, \dots, n_r) , los cuales definen la estructura del sistema (3.8) y deben satisfacer las siguientes condiciones $n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_r \leq m$.

Se define la siguiente transformación:

$$\begin{aligned} z_1(k) &= x_1(k) - x_1^d(k), \\ z_2(k) &= x_2(k) - x_2^d(k), \\ &= x_2(k) - [B_1(x_1(k))]^{-1}(\mathbf{K}_1 z_1(k)) - (f_1(x_1(k)) - d_1(k)), \\ z_3(k) &= x_3(k) - x_3^d(k), \\ &= x_3(k) - [B_2(x_2(k))]^{-1}(\mathbf{K}_2 z_2(k)) - (f_2(x_2(k)) - d_2(k)), \\ &\vdots \\ z_r(k) &= x_r(k) - x_r^d(k), \end{aligned} \tag{3.9}$$

donde $y_d(k) = x_1^d(k)$ es la trayectoria deseada; x_i^d es el valor deseado para x_i ($i = 1, \dots, r$), el cual será definido después; y \mathbf{K}_i es una matriz Schur. Usando (3.9), el sistema (3.8) puede ser reescrito como

$$\begin{aligned} z_1(k+1) &= \mathbf{K}_1 z_1(k) + B_1 z_2(k), \\ &\vdots \\ z_{r-1}(k+1) &= \mathbf{K}_{r-1} z_{r-1}(k) + B_{r-1} z_r(k), \\ z_r(k+1) &= f_r(x(k)) + B_r(x(k))u(k) + d_r(k) - x_r^d(k+1). \end{aligned} \tag{3.10}$$

Para diseñar la ley de control, nosotros usamos la técnica de control por bloques con modos deslizantes. La variedad puede ser derivada del procedimiento del control por bloques, y una selección natural para la variedad deslizante es $S_D(k) = z_r(k) = 0$. Así, el sistema

(3.10) es representado, en las nuevas variables como

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1(k+1) &= \mathbf{K}_1 \mathbf{z}_1(k) + B_1 \mathbf{z}_2(k), \\ &\vdots \\ \mathbf{z}_{r-1}(k+1) &= \mathbf{K}_{r-1} \mathbf{z}_{r-1}(k) + B_{r-1} \mathbf{z}_r(k), \\ S_D(k+1) &= f_r(x(k)) + B_r(x(k))u(k) + d_r(k) - x_r^d(k+1). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Una vez que la variedad es seleccionada, el siguiente paso es definir $u(k)$ como

$$u(k) = \begin{cases} u_{equ}(k) & \text{sí } \|u_{equ}(k)\| \leq u_0, \\ u_0 \frac{u_{equ}(k)}{\|u_{equ}(k)\|} & \text{sí } \|u_{equ}(k)\| > u_0, \end{cases} \quad (3.12)$$

donde el control equivalente es calculado de $S_D(k+1) = z_r(k) = 0$ como

$$u_{equ}(k) = [B_r(x(k))]^{-1} (-f_r(x(k)) + x_r^d(k+1) - d_r(k)).$$

Teorema 3.2. [58]. *La ley de control (3.12) asegura que la variedad deslizante $S_D(k) = z_r(k) = 0$ es estable para el sistema (3.8).*

La prueba del teorema anterior puede verse en [58].

Proposición 3.1. [17] *Definiendo una trayectoria de salida deseada x_i^d , definida en términos del estado de la planta \hat{x}_i , entonces es posible establecer la siguiente desigualdad :*

$$\|x_i^d - \hat{x}_i\| \leq \|x_i - \hat{x}_i\| + \|x_i^d - x_i\|,$$

donde $y_d - y$ es el error de seguimiento, $x_i - \hat{x}_i$ es el error de identificación, y $x_i^d - \hat{x}_i$ es el error de seguimiento de la red neuronal recurrente de alto orden.

Es posible establecer esta proposición mediante el principio de separación para sistemas no lineales en tiempo discreto, así entonces podemos dividir el error de seguimiento en dos partes [17]:

La minimización de $x_i - \hat{x}_i$, es lograda por el algoritmo de identificación en línea propuesto en base al teorema 1.

La minimización de $x_i^d - \hat{x}_i$, es garantizada por un controlador en tiempo discreto desarrollado sobre el identificador neuronal, usando la técnica de control por bloques y modos deslizantes, como se muestra en el teorema 2

El esquema de control neuronal por bloques se muestra en la figura 3.1

3.2. CONTROLADORES CUÁSI-CONTINUOS POR MODOS DESLIZANTES DE ALTO ORDEN 19

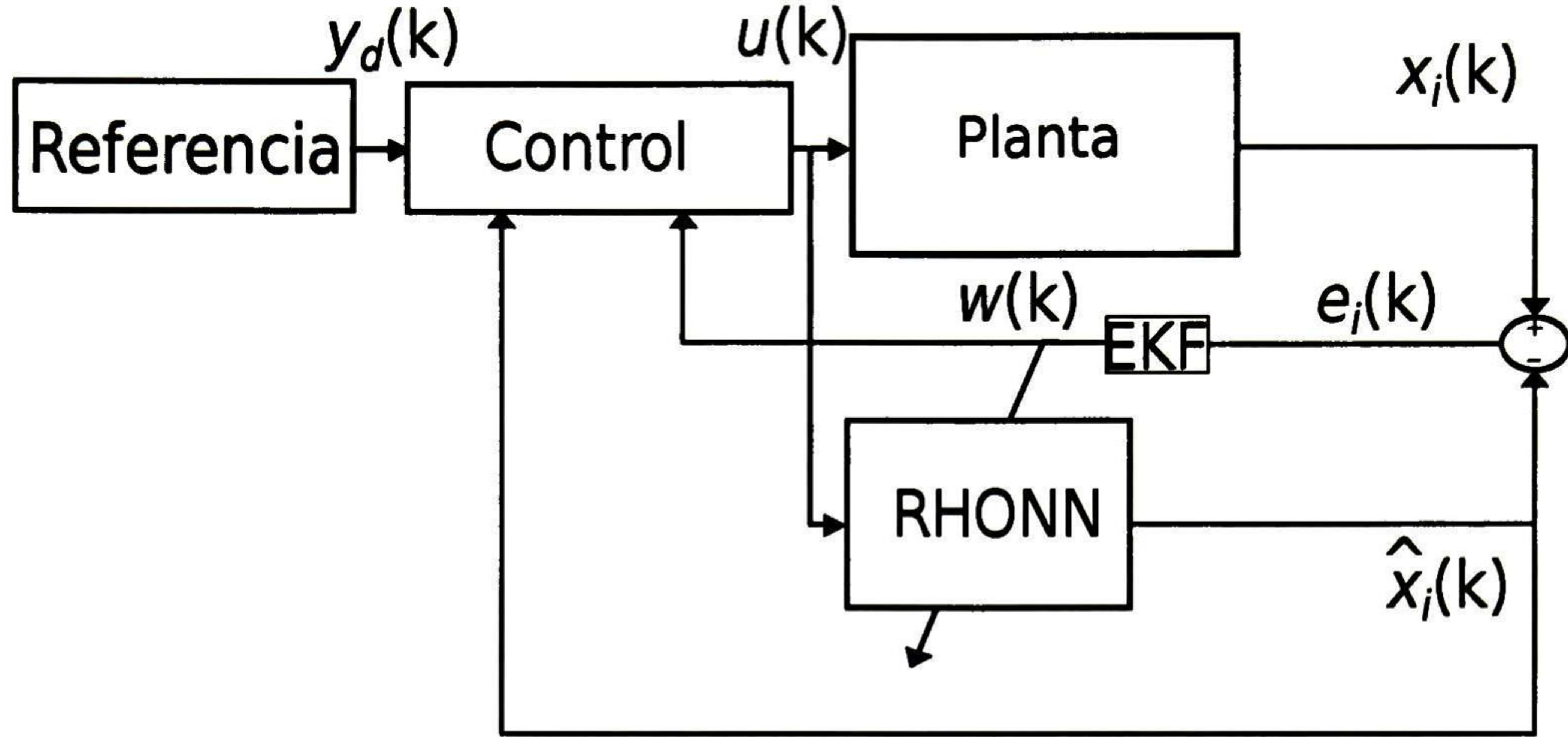


Figura 3.1: Control neuronal por bloques

3.2. Controladores cuási-continuos por modos deslizantes de alto orden

Considérese un sistema dinámico suave con una función de salida suave σ . Entonces, se asegura que las derivadas sucesivas $\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}$ son funciones continuas de las variables de estado del sistema cerrado, y el conjunto

$$\sigma = \dot{\sigma} = \dots = \sigma^{(r-1)} = 0 \quad (3.13)$$

es un conjunto integral no vacío, este conjunto es llamado modo r -deslizante [33], [6], [34]. Los modos deslizantes convencionales usados en muchos sistemas de estructura variable son de primer orden (σ es continua y $\dot{\sigma}$ es discontinua).

Considérese ahora un sistema dinámico de la forma

$$\dot{x} = a(t, x) + b(t, x)u \quad \sigma = \sigma(t, x). \quad (3.14)$$

donde, $x \in \mathbb{R}^n$, a , b y $\sigma : \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$ son funciones suaves desconocidas, $u \in \mathbb{R}$ y la dimensión n es incierta. La tarea es asegurar convergencia en tiempo finito de $\sigma \equiv 0$.

El grado relativo r [27] del sistema se supone constante y desconocido. En otras palabras, el control aparece explícitamente por primera vez en la r -ésima derivada de σ y

$$\sigma^{(r)} = h(t, x) + g(t, x)u \quad (3.15)$$

donde $h(t, x) = \sigma^{(r)}|_{u=0}$, $g(t, x) = (\partial/\partial u)\sigma^{(r)} \neq 0$. son funciones suaves. Esto supone que para algún $K_m, K_M, C > 0$

$$0 < K_m \leq \frac{\partial}{\partial u}\sigma^{(r)} \leq K_M \quad |\sigma^{(r)}| \leq C \quad (3.16)$$

lo cual siempre es verdad, al menos localmente.

Como sigue de (3.15) y (3.16)

$$\sigma^{(r)} \in [-C, C] + [K_m, K_M] u. \quad (3.17)$$

La inclusión diferencial cerrada obtenida no recuerda algo sobre el sistema (3.14) con excepción de las constantes r, C, K_m, K_M . Por tanto, la estabilización de (3.17) en el origen resuelve simultáneamente el problema planteado para todos los sistemas (3.15), (3.16).

El siguiente procedimiento define la familia de controladores cuási-continuos. Sea $\beta_1, \dots, \beta_{r-1} > 0$ los parámetros de los controladores e $i = 1, \dots, r-1$;

$$\begin{aligned} \varphi_{0,r} &= \sigma, & N_{0,r} &= |\sigma|, & \Psi_{0,r} &= \varphi_{0,r}/N_{0,r} = \text{sign}\sigma, \\ \varphi_{1,r} &= \sigma^{(i)} + \beta_i N_{i-1,r}^{(r-i)/(r-i+1)} \Psi_{i-1,r} \\ N_{i,r} &= |\sigma^{(i)}| + \beta_i N_{i-1,r}^{(r-i)/(r-i+1)}, & \Psi_{i,r} &= \varphi_{i,r}/N_{i,r}. \end{aligned}$$

Proposición 3.2. *Sea $i = 0, \dots, r-1$. $N_{i,r}$ definido positivo por ejemplo, $N_{i,r} = 0$ si $\sigma = \dot{\sigma} = \dots = \sigma^{(i-1)} = 0$. La desigualdad $|\Psi_{i,r}| \leq 1$ se cumple siempre que $N_{i,r} > 0$. La función $\Psi_{i,r}(\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(i-1)})$ es continua excepto en la superficie formada por $\sigma = \dot{\sigma} = \dots = \sigma^{(i-1)} = 0$*

Teorema 3.3. *Siempre que $\beta_1, \dots, \beta_{r-1}, \alpha > 0$ son escogidos suficientemente grandes, el controlador*

$$u = -\alpha \Psi_{r-i,r}(\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(i-1)}) \quad (3.18)$$

es homogéneo r -deslizante y provee estabilidad en tiempo finito de (3.17) y (3.18); el modo r -deslizante de tiempo finito $\sigma \equiv 0$ es establecido en el sistema (3.14) y (3.18).

La prueba de este teorema puede verse en [35]. Los siguientes controladores son cuási-continuos con $r \leq 3$.

$$u = -\alpha \text{sign}\sigma,$$

$$u = -\alpha \frac{(\dot{\sigma} + |\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}\sigma)}{(|\dot{\sigma}| + |\sigma|^{\frac{1}{2}})},$$

3.2. CONTROLADORES CUÁSI-CONTINUOS POR MODOS DESLIZANTES DE ALTO ORDEN 21

$$u = -\alpha \frac{\left[\ddot{\sigma} + 2 \left(|\dot{\sigma}| + |\sigma|^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\dot{\sigma} + |\sigma|^{\frac{2}{3}} \text{sign} \sigma \right) \right]}{\left[|\ddot{\sigma}| + 2 \left(|\dot{\sigma}| + |\sigma|^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}.$$

Los parámetros de los controladores pueden ser escogidos en avance para cada grado relativo r . Solo la magnitud α es ajustada para las constantes C, K_m, K_M , convenientemente por simulación.

3.2.1. Diferenciador exacto y robusto

La implementación del controlador por modos deslizantes de alto orden requiere el cálculo exacto de las derivadas de $\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}$, que lleva a un algoritmo de control computacionalmente complejo. Para evitar este problema y obtener las derivadas se puede utilizar un diferenciador robusto y exacto [33].

El diferenciador robusto y exacto de orden $r-1$ tiene la forma

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta}_0 &= \nu_0, & \nu_0 &= -\lambda_0 L^{\frac{1}{r}} |\vartheta_0 - \sigma|^{\frac{r-1}{r}} \text{sign}(\vartheta_0 - \sigma) + \vartheta_1 \\ \dot{\vartheta}_1 &= \nu_1, & \nu_1 &= -\lambda_1 L^{\frac{1}{r-1}} |\vartheta_1 - \nu_0|^{\frac{r-2}{r-1}} \text{sign}(\vartheta_1 - \nu_0) + \vartheta_2 \\ & & & \vdots \\ \dot{\vartheta}_{r-2} &= \nu_{r-2}, & \nu_{r-2} &= -\lambda_{r-2} L^{\frac{1}{2}} |\vartheta_{r-2} - \nu_{r-3}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\vartheta_{r-2} - \nu_{r-3}) + \vartheta_{r-1} \\ \dot{\vartheta}_{r-1} &= -\lambda_{r-1} L \text{sign}(\vartheta_{r-1} - \nu_{r-2}), \end{aligned}$$

donde $\vartheta_0, \vartheta_1, \dots, \vartheta_{r-1}$ son los estimados de la variable deslizante σ y sus derivadas $\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}$, respectivamente. En [33] se establece que existen $\lambda_j > 0$, tales que los estimados ϑ_i , convergen a las variables reales σ^i con $i = 0, \dots, r-1$, respectivamente en tiempo finito. Estos estimados son entonces implementados en el controlador en lugar de las variables reales.

3.2.2. Discretización de modos deslizantes de alto orden

Considérese la implementación discreta del diferenciador presentado en la sección 3.2.1. Tomando el tiempo de muestro en los instantes $t_1, t_2, \dots, 0 < t_{i+1} - t_i = T_i \leq T$, La discretización en el instante t_i por el método de Euler produce

$$\vartheta(t_i) = \vartheta(t_{i-1}) + \nu(\vartheta(t_{i-1}), \sigma(t_{i-1}))T_i \quad (3.19)$$

donde $\vartheta = (\vartheta_0, \dots, \vartheta_{r-2})$ es el vector de las derivadas estimadas, $\sigma \in \mathbb{R}$ y $\nu(\vartheta, \sigma) \in \mathbb{R}^r$ está definida por las ecuaciones recursivas

$$\begin{aligned}\nu_0 &= -\lambda_0 L^{\frac{1}{r}} |\vartheta_0(t_{i-1}) - \sigma(t_{i-1})|^{\frac{r-1}{r}} \text{sign}(\vartheta_0(t_{i-1}) - \sigma(t_{i-1})) + \vartheta_1(t_{i-1}) \\ \nu_1 &= -\lambda_1 L^{\frac{1}{r-1}} |\vartheta_1(t_{i-1}) - \nu_0|^{\frac{r-2}{r-1}} \text{sign}(\vartheta_1(t_{i-1}) - \nu_0) + \vartheta_2(t_{i-1}) \\ &\vdots \\ \nu_{r-2} &= -\lambda_{r-2} L^{\frac{1}{2}} |\vartheta_{r-2}(t_{i-1}) - \nu_{r-3}|^{\frac{r-2}{r-1}} \text{sign}(\vartheta_{r-2}(t_{i-1}) - \nu_{r-3}) + \vartheta_{r-1}(t_{i-1}) \\ \nu_{r-1} &= -\lambda_{r-1} L \text{sign}(\vartheta_{r-1}(t_{i-1}) - \nu_{r-2}).\end{aligned}$$

Nótese que el esquema (3.19) establece el método de diferenciación numérica con tiempo de muestreo variable. Cuando los periodos de muestreos son constantes o cambian suavemente, la ecuación 3.19 puede ser reemplazada por

$$\vartheta(t_i) = \vartheta(t_{i-1}) + \nu(\vartheta(t_{i-1}), \sigma(t_i))T_i \quad (3.20)$$

Con frecuencia sucede que el periodo de muestreo es muy grande, por lo que es necesario evaluar las derivadas entre las mediciones, en los casos de las relaciones (3.19) y (3.20) se definen respectivamente los siguientes esquemas.

$$\vartheta(t) = \vartheta(t_i) + \nu(\vartheta(t_i), \sigma(t_i))(t - t_i), t \in [t_i, t_{i+1}); \quad (3.21)$$

$$\vartheta(t) = \vartheta(t_{i-1}) + \nu(\vartheta(t_{i-1}), \sigma(t_i))(t - t_{i+1}), t \in [t_i, t_{i+1}). \quad (3.22)$$

Mientras que los resultados de (3.22) deberían ser descartados con $t \leq t_{i+1}$, (3.21) permanece válido también para periodos de muestreo pasados. Esto muestra lo siguiente: Que las características del diferenciador de tiempo continuo se mantienen si el orden de la diferenciación no excede a uno. Con ordenes de diferenciación mayores las características de homogeneidad son violadas por el esquema de Euler.

Teorema 3.4. [37] *Sea el orden de diferenciación igual a uno, la entrada σ medible con un ruido no excedente a $\gamma_1 T^2$ en su valor absoluto y pasos de muestreo no excedentes a T . Entonces después de un transitorio de tiempo finito la desigualdad*

$$|\vartheta_1(t) - \dot{\sigma}(t)| \leq \mu_1 LT, |\vartheta_0(t) - \sigma(t)| \leq \mu_0 LT^2$$

se cumple para los esquemas (3.19) y (3.21), donde los parámetros $\mu_i > 0$ sólo dependen de los parámetros de el diferenciador y γ_1 . Si $T_i = T = \text{constante}$ se cumple la misma desigualdad con el esquema (3.20) en $t = t_i$, (3.22) requiere $2T$.

3.2. CONTROLADORES CUÁSI-CONTINUOS POR MODOS DESLIZANTES DE ALTO ORDEN 23

Teorema 3.5. [37] *Sea el orden de diferenciación mayor que uno, la entrada σ medible exactamente con pasos de muestreo no excedentes a T , entonces para condiciones iniciales sobre un intervalo de tiempo suficientemente grande, la desigualdad*

$$|\vartheta_j(t) - \sigma^{(j)}(t)| \leq \eta_j T, j = 1, \dots, r - 1 \quad (3.23)$$

se cumple para los esquemas (3.19) y (3.21); aquí los parámetros $\eta_i > 0$ sólo dependen de los parámetros del diferenciador y las cotas de $|\sigma(t)|, \dots, |\sigma^{(r)}(t)|$; el mismo comportamiento asintótico se obtiene con los esquemas (3.20) y (3.22) si $T_i = T = \text{constante}$.

La prueba de los dos teoremas anteriores se puede consultar en [37].

Introducimos la notación

$$\vec{\sigma}_r = (\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}).$$

Considere la implementación directa de un controlador discontinuo:

$$u = -\alpha \Psi_r \left(\vec{\sigma}_r(t_i) \right) \quad t \in [t_i, t_{i+1}),$$

considérese también el procedimiento de atenuación de cascabeleo. Sea el grado relativo del sistema incrementado artificialmente por l , y el metodo del retenedor de orden cero usado. El subsistema (3.15) tiene ahora la forma híbrida

$$\begin{aligned} \sigma^{(r)} &= h(t, x) + g(t, x)u_1(t_i), & t \in [t_i, t_{i+1}), \\ u_1(t_{i+1}) &= u_1(t_i) + u_2(t_i)T_i, \\ &\vdots \\ u_l(t_{i+1}) &= u_l(t_i) - \alpha \Psi_{r+l}(\vartheta(t_i))T_i, \end{aligned}$$

donde $-\alpha \Psi_{r+l}$ es el controlador $(r + l)$ -deslizante correspondiente, y ϑ es obtenido de (3.19) o (3.20) en caso de periodo de muestreo constante. El caso cuando $l = 0$ es también incluido.

Teorema 3.6. *Sea la salida de σ medible con un ruido no excedente a $\gamma_1 T^{r+k}$ y tiempo de muestreo no excedente a T . Entonces después de un transitorio en tiempo finito, la condición*

$$|\sigma^{(i)}| \leq \mu_i T^{r+k-i}$$

se asegura, donde los parámetros $\mu_i > 0$ sólo dependen de los parámetros del diferenciador y γ_1 .

La prueba de este teorema también puede verse en [37]. Así entonces la precisión de el caso en tiempo continuo es preservada. Obviamente la combinación de controladores r -deslizantes con diferenciadores de $(r - 1)$ -ésimo orden, ambos en su forma discreta de los Teoremas 3.4, 3.5 y 3.6 poseen la misma precisión como en el caso de tiempo continuo.

3.3. Controlador “Super Twisting”

Para el caso en que σ tenga grado relativo uno, se presenta el controlador de modos deslizantes de primer orden. Éste es conocido por ser robusto y muy preciso con respecto a diversas perturbaciones externas e internas; sin embargo la alta frecuencia de conmutación que produce el controlador puede causar el efecto de cascabeleo. El controlador “Super Twisting” (CST) [50] puede ser utilizado para obtener la robustez de los modos deslizantes típicos y además eliminar el efecto de cascabeleo.

El control “Super Twisting” es una ley de control continua, constituida de dos términos, el primero está definido por una derivada de una función discontinua y el otro término es una función continua de la variable deslizante. Este algoritmo está definido por la siguiente ley de control:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t) \\ \dot{u}_1(t) &= -W_2 \text{sign}(\sigma) \\ u_2 &= -W_1 |\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma) \end{aligned}$$

donde W_1 y W_2 son ganancias positivas de diseño, y σ es la superficie deslizante. Pruebas mediante funciones de Lyapunov y estimación del tiempo finito para dicho controlador pueden ser encontradas en [43], [52], [13].

Capítulo 4

Robot Móvil Noholonómico

En este capítulo el problema de seguimiento de trayectoria de un robot móvil noholonómico es abordado. En la sección 4.1 un modelo de un robot móvil noholonómico es desarrollado; posteriormente en las secciones 4.2 y 4.3 las técnicas presentadas en el capítulo 3 son aplicadas a este sistema, resolviendo exitosamente el problema.

4.1. Modelo del robot móvil noholonómico controlado por voltaje

4.1.1. Cinemática y dinámica de un robot móvil noholonómico

Considérese el siguiente robot móvil noholonómico, que está sujeto a m restricciones [18]

$$\bar{M}(q)\ddot{q} + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \bar{D}\dot{q} + \bar{G}(q) = \bar{B}(q)\tau + A^T(q)\lambda \quad (4.1)$$

donde $q \in \mathbb{R}^n$ son las coordenadas generalizadas, $\tau \in \mathbb{R}^r$ es el vector de entrada, $\lambda \in \mathbb{R}^m$ es el vector de fuerzas de restricción, $\bar{M}(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia, $\bar{C}(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz centripeta y de Coriolis, \bar{D} es la matriz de coeficientes de amortiguamiento, $\bar{G}(q) \in \mathbb{R}^n$ es el vector gravitacional, $\bar{B}(q) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ es la matriz de transformación de la entrada, y $A(q) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ es la matriz asociada con las restricciones. En lo que sigue, consideraremos el caso $r = n - m$.

Las restricciones cinemáticas se suponen como

$$A(q)\dot{q} = 0. \quad (4.2)$$

Con respecto a la dinámica del robot móvil (4.1), se conocen las siguientes propiedades [66].

- $\bar{M}(q)$ es una matriz simétrica y definida positiva.
- Existe un vector de parámetros $p_0 \in \mathbb{R}^{\bar{l}_0}$ sobre dinámicas que satisface la siguiente ecuación

$$\bar{M}(q)\ddot{q} + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \bar{D}\dot{q} + \bar{G}(q) = Y_0(q, \dot{q}, v, \dot{v})p_0 \quad (4.3)$$

donde $v \in \mathbb{R}^n$ y Y_0 es una matriz de $n \times \bar{l}_0$ cuyos elementos consisten de funciones conocidas.

- La matriz $\dot{\bar{M}} - 2\bar{C}$ es antisimétrica, en otras palabras $x^\top(\dot{\bar{M}} - 2\bar{C})x = 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$.

El robot móvil noholonómico (4.1) es transformado y dividido en las dos siguientes ecuaciones:

$$\dot{q} = S(q)v(t) \quad (4.4)$$

$$M(q)\dot{v} + C(q, \dot{q})v + Dv + G(q) = B(q)\tau \quad (4.5)$$

donde $S(q) \in \mathbb{R}^{n \times (n-m)}$ genera el espacio nulo de $A(q)$ y una matriz de rango completo formada por un conjunto de campos vectoriales suaves y linealmente independientes, $v \in \mathbb{R}^{n-m}$, $M = S^\top \bar{M} S$, $C = S^\top (\bar{M}\dot{S} + \bar{C}S)$, $G = S^\top \bar{G}$ y $B = S^\top \bar{B}$. El sistema (4.4) representa la cinemática de un robot móvil.

Cabe señalar que en (??), p_1 incluye solo parámetros de dinámica, no de cinemática, los parámetros de cinemática son incluidos en Y_1 , un análisis mas extenso puede verse en [18].

4.1.2. Modelo del robot móvil noholonómico accionado con dos ruedas

Considérese el robot móvil con dos ruedas actuadas manejado eléctricamente, el cual es mostrado en la Figura 4.1, $2R$ es el ancho del robot móvil y r es el radio de la llanta. $O - X'Y'$ es el sistema de coordenadas global y $P_0 - XY$ es el sistema de coordenada fijo del robot móvil. P_0 es el origen de el sistema de coordenadas $P_0 - XY$ y el punto intermedio entre las llantas. El centro de masa del robot móvil es P_c , el cual está a lo largo del eje X , y la distancia de P_0 a P_c es d .

La configuración de el robot móvil puede ser descrita por las cinco coordenadas generalizadas

$$q = [x, y, \phi, \theta_r, \theta_l]^\top \quad (4.6)$$

donde (x, y) son las coordenadas de P_0 , ϕ es el ángulo del robot móvil con respecto a la ordenada X , y θ_r, θ_l son los ángulos de la llanta derecha e izquierda respectivamente.

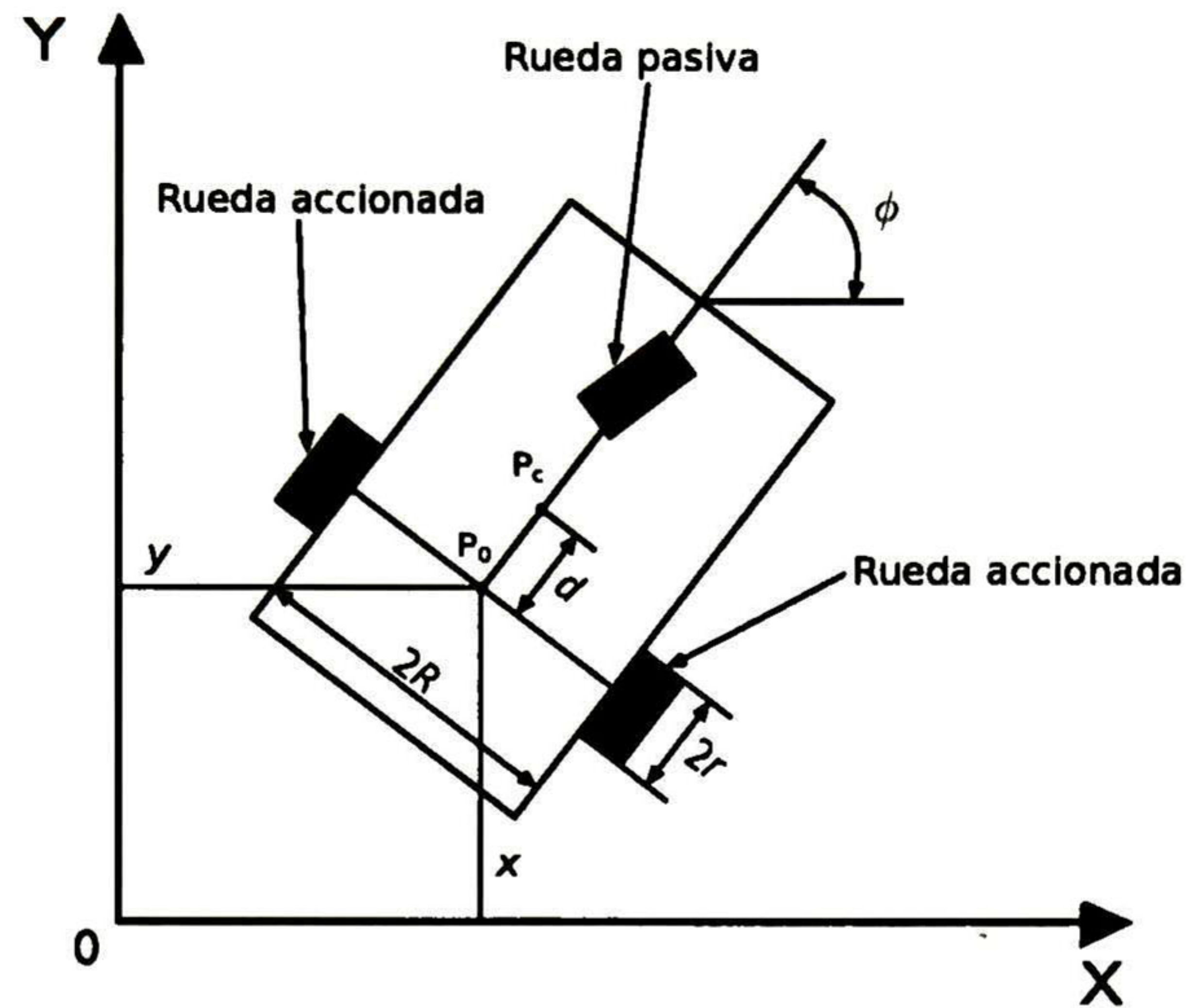


Figura 4.1: Robot móvil noholonómico accionado por dos ruedas

Se considera que las llantas giran y no se deslizan; entonces existen tres restricciones:

$$\begin{aligned} \dot{y} \cos \phi - \dot{x} \sin \phi &= 0 \\ \dot{x} \cos \phi + \dot{y} \sin \phi + R\dot{\phi} &= r\dot{\theta}_r \\ \dot{x} \cos \phi + \dot{y} \sin \phi - R\dot{\phi} &= r\dot{\theta}_l \end{aligned}$$

Dichas restricciones pueden ser reescritas en la forma

$$A(q)\dot{q} = 0$$

donde

$$A(q) = \begin{bmatrix} \sin \phi & -\cos \phi & 0 & 0 & 0 \\ \cos \phi & \sin \phi & b & -r & 0 \\ \cos \phi & \sin \phi & -b & 0 & -r \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones (4.4) y (4.5) pueden ser reescritas como sigue:

$$\dot{q} = S(q)v(t) \tag{4.7}$$

$$M(q)\dot{v} + C(q, \dot{q})v + Dv + \tau_d = B(q)\tau \tag{4.8}$$

donde $S(q)$ es seleccionado como

$$S(q) = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} \cos \phi & \frac{r}{2} \cos \phi \\ \frac{r}{2} \sin \phi & \frac{r}{2} \sin \phi \\ \frac{r}{2R} & -\frac{r}{2R} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

y M , C , B son expresados como

$$M = \begin{bmatrix} 0.25R^{-2}r^2((m_c + 2m_w)R^2 + I) + I_w & 0.25R^{-2}r^2((m_c + 2m_w)R^2 - I) \\ 0.25R^{-2}r^2((m_c + 2m_w)R^2 - I) & 0.25R^{-2}r^2((m_c + 2m_w)R^2 + I) + I_w \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0.5R^{-1}r^2m_c\dot{\phi} \\ 0.5R^{-1}r^2m_c\dot{\phi} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix}$$

$$\tau_d = [\tau_{d1}, \tau_{d2}]$$

$\tau = [\tau_r, \tau_l]^T$ consiste de los torques de los motores que actúan sobre las llantas derecha e izquierda, $\tau_d \in \mathbb{R}^2$ es un vector de perturbaciones incluyendo dinámicas no modeladas y sus elementos están acotados por la siguiente condición $|\tau_{d_i}| \leq d_{mi}$, $i = 1, 2$, y d_{ii} , $i = 1, 2$, son los coeficientes de amortiguamiento, m_c y m_w son las masas de el robot y la llanta con un motor, I_c , I_w e I_m son los momentos de inercia del cuerpo del robot.

Adicionalmente el modelo dinámico de los actuadores, en nuestro caso motores de corriente continua, es presentado como sigue [12]:

$$\begin{aligned} \tau_m &= K_T i_a, \\ u &= R_a i_a + L_a \dot{i}_a + K_E \dot{\theta}_m \end{aligned} \quad (4.9)$$

donde $\tau_m = [r_{m1}, r_{m2}]^T$ es el torque generado por el motor de corriente continua, $K_T = \text{diag}[k_{t1}, k_{t2}]$ es la constante de torque del motor, $i_a \in \mathbb{R}^2$ es la corriente, $u \in \mathbb{R}^2$ es la entrada de voltaje, $R_a = \text{diag}[r_{a1}, r_{a2}]$ es la resistencia, $L_a = \text{diag}[l_{a1}, l_{a2}]$ es la inductancia, $K_E = \text{diag}[k_{e1}, k_{e2}]$ es el coeficiente de fuerza electromotriz, y $\dot{\theta}_m = [\dot{\theta}_{m1}, \dot{\theta}_{m2}]^T$ es la velocidad angular de el motor de corriente continua. Aquí $\text{diag}[\bullet]$ denota la matriz diagonal.

La relación entre el motor de dc y las llantas del robot móvil puede ser descrita como

$$n_j = \frac{\dot{\theta}_{m_j}}{v_j} = \frac{\tau_j}{\tau_{m_j}} \quad (4.10)$$

donde n_j , $j = 1, 2$, es la relación de transformación. Usando (4.10) el modelo dinámico de los motores dc (4.9) puede ser reescrito como

$$\begin{aligned}\tau &= NK_T i_a \\ u &= R_a i_a + L_a \dot{i}_a + NK_E v\end{aligned}\quad (4.11)$$

donde $N = \text{diag}[n_1, n_2]$.

Puesto que no nos enfocaremos en las variables θ_r y θ_l , podemos omitir estas variables [18] y definir las variables de estado como $x_1 = [x_{11}, x_{12}, x_{13}]^T = [x, y, \phi]$, $x_2 = [x_{21}, x_{22}]^T = [v_1, v_2]$ y $x_3 = [x_{31}, x_{32}]^T = [i_{a1}, i_{a2}]$. Entonces (4.7), (4.8) y (4.11) pueden ser expresados en la forma de espacio de estados:

$$\dot{x}_1 = J(x_1)x_2 \quad (4.12)$$

$$\dot{x}_2 = M^{-1}(-C(\dot{x}_1)x_2 - Dx_2 - \tau_d + NK_T x_3) \quad (4.13)$$

$$\dot{x}_3 = L_a^{-1}(u - R_a x_3 - NK_E x_2) \quad (4.14)$$

El objetivo es diseñar una ley de control u para el robot móvil noholonómico controlado por voltaje, para el seguimiento de la trayectoria deseada generada por el siguiente robot de referencia:

$$\begin{aligned}\dot{x}_r &= v_r \cos \phi_r \\ \dot{y}_r &= v_r \sin \phi_r \\ \dot{\phi}_r &= w_r\end{aligned}$$

donde x_r, y_r y ϕ_r son la posición y orientación de el robot de referencia. v_r es la velocidad lineal y w_r es la velocidad angular del robot de referencia. Es importante recalcar que el robot de referencia es discretizado por la metodología de Euler para su implementación en tiempo real.

4.2. Control Cinemático del Robot Móvil

En esta sección, diseñamos un controlador discreto para la cinemática del robot usando el controlador "Super Twisting" y discretización por el método de Euler. El objetivo es lograr la convergencia de las posiciones y el angulo definido por $\{x, y, \phi\}$ a las trayectorias deseadas acotadas $\{x_r, y_r, \phi_r\}$. La superficie del error está definida como sigue

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \bar{\sigma}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos x_{13} & \sin x_{13} & 0 \\ -\sin x_{13} & \cos x_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} - x_r \\ x_{12} - y_r \\ x_{13} - \phi_r \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Con (4.12) la proyección de movimiento sobre los subespacios $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \bar{\sigma}_{13}$ puede ser escrito como

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{11} &= -\frac{r}{2R}(v_1 - v_2)\sigma_2 + \frac{r}{2}(v_1 + v_2) - v_r \cos \bar{\sigma}_3 \\ \dot{\sigma}_{12} &= \frac{r}{2R}(v_1 - v_2)\sigma_1 - v_r \sin \bar{\sigma}_3 \\ \dot{\bar{\sigma}}_{13} &= -\omega_r + \frac{r}{2R}(v_1 - v_2)\end{aligned}\quad (4.16)$$

Como se ve en (4.16), σ_{12} no puede ser directamente controlado, para resolver este problema, en [49] se introduce la superficie del error como sigue:

$$\sigma_{13} = \bar{\sigma}_{13} + \arctan(k_{11}\sigma_2 v_r)$$

donde k es una constante positiva. Entonces la proyección de movimiento sobre el subespacio σ_{13} puede ser escrito como

$$\dot{\sigma}_{13} = \omega_r - \frac{r(v_1 - v_2)}{2R} \left(1 + \frac{k_{11}v_r\sigma_{11}}{1 + (k_{11}\sigma_{12}v_r)^2} \right) + \frac{(k_{11}v_r^2 \sin \bar{\sigma}_{13} + k_{11}\sigma_{12}\dot{v}_r)}{(1 + (k_{11}\sigma_{12}v_r)^2)}$$

Puesto que las superficies presentan grado relativo uno, procedemos a usar el controlador "Super Twisting" descrito en la Sección 3.3

$$\begin{aligned}\bar{v}_1 &= -W_{11} |\sigma_{11}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma_{11}) + u_1 \\ \dot{u}_1 &= -W_{21} \text{sign}(\sigma_{11})\end{aligned}\quad (4.17)$$

$$\begin{aligned}\bar{v}_2 &= -W_{12} |\sigma_{13}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma_{13}) + u_2 \\ \dot{u}_2 &= -W_{22} \text{sign}(\sigma_{13})\end{aligned}\quad (4.18)$$

La prueba de estabilidad de σ_1 y σ_3 es conducida como en [43].

Discretización por el método de euler de (4.17) y (4.18) produce la acción de control discreta.

$$\begin{aligned}\bar{v}_1(k) &= -W_{11} |\sigma_{11}(k)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma_{11}(k)) + u_1(k) \\ u_1(k+1) &= u_1(k) - TW_{21} \text{sign}(\sigma_{11}(k))\end{aligned}\quad (4.19)$$

$$\begin{aligned}\bar{v}_2(k) &= -W_{12} |\sigma_{13}(k)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma_{13}(k)) + u_2(k) \\ u_2(k+1) &= u_2(k) - TW_{22} \text{sign}(\sigma_{13}(k))\end{aligned}\quad (4.20)$$

Ahora usando la siguiente transformación para desacoplar las leyes de control (4.19) y (4.20)

$$\begin{bmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{v}_1(k) \\ \bar{v}_2(k) \end{bmatrix}$$

Entonces las acciones de control quedan como sigue:

$$\begin{aligned}v_1(k) &= \frac{1}{2}(-W_{12} |\sigma_{13}(k)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma_{13}(k)) + u_2(k) \\ &\quad - W_{11} |\sigma_{11}(k)|^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \text{sign}(\sigma_{11}(k)) + u_1(k))\end{aligned}\quad (4.21)$$

$$\begin{aligned}v_2(k) &= \frac{1}{2}(W_{12} |\sigma_{13}(k)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma_{13}(k)) - u_2(k) \\ &\quad - W_{11} |\sigma_{11}(k)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma_{11}(k)) + u_1(k))\end{aligned}\quad (4.22)$$

Las ganancias W_{11} , W_{12} , W_{21} y W_{22} son elegidas con base en simulación y cumpliendo las condiciones dadas en [43]; Nótese que ahora $v_1(k)$ y $v_2(k)$ servirán como referencia para los controladores desarrollados en la siguiente sección.

4.3. Control de Dinámica del Robot Móvil

En esta sección se diseñan dos algoritmos para controlar la dinámica del robot móvil noholonómico, tales algoritmos no requieren el conocimiento de el modelo de la planta y son robustos a perturbaciones y variaciones paramétricas.

4.3.1. Control de dinámica usando Control por Bloques en Tiempo Discreto

Considerando ahora que $x_{21r} = v_1(k)$ y $x_{22r} = v_2(k)$ procedemos a diseñar el Control neuronal por bloques presentado en la sección 3.1, basado en un identificador neuronal.

La red neuronal recurrente de alto orden en tiempo discreto propuesta para identificar la dinámica no lineal de el robot móvil noholonómico y de los actuadores se define como sigue:

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{21}(k+1) &= \omega_4(k)z_4(k) + \omega_{45}(k)x_6(k) \\
 \hat{x}_{22}(k+1) &= \omega_5(k)z_5(k) + \omega_{55}(k)x_7(k) \\
 \hat{x}_{31}(k+1) &= \omega_6(k)z_6(k) + \omega_{66}(k)u_1(k) \\
 \hat{x}_{32}(k+1) &= \omega_7(k)z_7(k) + \omega_{76}(k)u_2(k)
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

donde ω_i ($i = 1, 2, 3, 4$) son los los vectores de pesos respectivos adaptados en línea definidos como:

$$\begin{aligned}
 \omega_4(k) &= [\omega_{41}(k), \omega_{42}(k), \omega_{43}(k), \omega_{44}(k)] \\
 \omega_5(k) &= [\omega_{51}(k), \omega_{52}(k), \omega_{53}(k), \omega_{54}(k)] \\
 \omega_6(k) &= [\omega_{61}(k), \omega_{62}(k), \omega_{63}(k), \omega_{64}(k), \omega_{65}(k)] \\
 \omega_7(k) &= [\omega_{71}(k), \omega_{72}(k), \omega_{73}(k), \omega_{74}(k), \omega_{75}(k)]
 \end{aligned}$$

y $z_i(k)$ ($i = 1, 2, 3, 4$) es obtenida por

$$\begin{aligned}
 z_4(k) &= [\tanh(x_{21}(k)), \tanh(x_{21}(k)) \tanh(x_{22}(k)), \tanh^3(x_{21}(k)), \tanh^5(x_{21}(k))]^T \\
 z_5(k) &= [\tanh(x_{22}(k)), \tanh(x_{22}(k)) \tanh(x_{21}(k)), \tanh^3(x_{22}(k)), \tanh^5(x_{22}(k))]^T \\
 z_6(k) &= [\tanh(x_6(k)), \tanh(x_{21}(k)), \tanh(x_6(k)) \tanh(x_{21}(k)), \tanh^2(x_6(k)), \tanh^3(x_6(k))]^T \\
 z_7(k) &= [\tanh(x_7(k)), \tanh(x_{22}(k)), \tanh(x_7(k)) \tanh(x_{22}(k)), \tanh^2(x_7(k)), \tanh^3(x_7(k))]^T
 \end{aligned}$$

El entrenamiento se realiza en línea por el algoritmo basado en el Filtro de Kalman Extendido presentado en la sección 2.3, usando una configuración serie-paralelo. Todos los estados de la red neuronal, así como los vectores de pesos son inicializados en una forma aleatoria.

Las superficies de error se definen como sigue:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{21}(k) &= \hat{x}_{21}(k) - x_{21r}(k) \\
 \sigma_{22}(k) &= \hat{x}_{22}(k) - x_{22r}(k)
 \end{aligned}$$

Usando (4.23) obtenemos

$$\begin{aligned}
\sigma_{21}(k+1) &= \hat{x}_{21}(k+1) - x_{21r}(k+1) \\
&= \omega_4(k)z_4(k) + \omega_{45}(k)x_{31}(k) - x_{21r}(k+1) = k_{21}\sigma_{21} \\
\sigma_{22}(k+1) &= \hat{x}_{22}(k+1) - x_{22r}(k+1) \\
&= \omega_5(k)z_5(k) + \omega_{55}(k)x_{32}(k) - x_{22r}(k+1) = k_{22}\sigma_{22}
\end{aligned}$$

donde $|k_{2i}| < 1$ ($i = 1, 2$); entonces los valores deseados para $x_{31d}(k)$ y $x_{32d}(k)$ son calculados como

$$\begin{aligned}
x_{31d}(k) &= -\frac{1}{\omega_{45}(k)} (\omega_4(k)z_4(k) - x_{21r}(k+1) - k_{21}\sigma_{21}) \\
x_{32d}(k) &= -\frac{1}{\omega_{55}(k)} (\omega_5(k)z_5(k) - x_{22r}(k+1) - k_{22}\sigma_{22})
\end{aligned}$$

Las variedades para los modos deslizantes son seleccionadas como

$$\begin{aligned}
\sigma_{31}(k) &= \hat{x}_{31}(k) - x_{31d}(k) \\
\sigma_{32}(k) &= \hat{x}_{32}(k) - x_{32d}(k)
\end{aligned}$$

Así

$$\begin{aligned}
\sigma_{31}(k+1) &= \hat{x}_{31}(k+1) - x_{31d}(k+1) \\
\sigma_{31}(k+1) &= \omega_6(k)z_6(k) + \omega_{66}(k)u_1(k) + \frac{1}{\omega_{45}} (\omega_4(k+1)z_4(k+1) - x_{21r}(k+2) - k_{21}^2\sigma_{21}) \\
\sigma_{32}(k+1) &= \hat{x}_{32}(k+1) - x_{32d}(k+1) \\
\sigma_{32}(k+1) &= \omega_7(k)z_7(k) + \omega_{76}(k)u_2(k) + \frac{1}{\omega_{55}} (\omega_5(k+1)z_5(k+1) - x_{22r}(k+2) - k_{22}^2\sigma_{22})
\end{aligned}$$

Para diseñar la ley de control, una version de modos deslizantes discretos típicos es implementada como.

$$\begin{aligned}
u_1(k) &= \begin{cases} u_{1equ}(k) & \text{sí } \|u_{1equ}(k)\| \leq u_0 \\ u_1(k) \frac{u_{1equ}(k)}{\|u_{1equ}(k)\|} & \text{sí } \|u_{1equ}(k)\| > u_0 \end{cases} \\
u_2(k) &= \begin{cases} u_{2equ}(k) & \text{sí } \|u_{2equ}(k)\| \leq u_0 \\ u_2(k) \frac{u_{2equ}(k)}{\|u_{2equ}(k)\|} & \text{sí } \|u_{2equ}(k)\| > u_0 \end{cases}
\end{aligned}$$

donde u_0 es la cota del control y u_{1equ} , u_{2equ} son

$$u_{1equ}(k) = -\frac{1}{\omega_{66}(k)} \left(\frac{1}{\omega_{45}(k)} (\omega_4(k+1)z_4(k+1) + \omega_6(k)z_6(k) - x_{21r}(k+2) - k_{21}^2\sigma_{21}) \right)$$

$$u_{2equ}(k) = -\frac{1}{\omega_{76}(k)} \left(\frac{1}{\omega_{55}(k)} (\omega_5(k+1)z_5(k+1) + \omega_7(k)z_7(k) - x_{22r}(k+2) - k_{22}^2\sigma_{22}) \right)$$

los cuales son calculados de $\sigma_{31}(k) = \sigma_{32}(k) = 0$. La prueba de estabilidad es conducida de la misma manera que en [58]. ω_{45} , ω_{55} , ω_{66} y ω_{76} , se han seleccionado fijos para evitar la perdida de controlabilidad [17]. Para nuestro caso, dichos pesos se han dejado fijos para garantizar esta condición.

La combinación de el controlador de cinemática y el controlador de dinámica por el método de control por bloques y modos deslizantes se puede apreciar en la figura 4.2

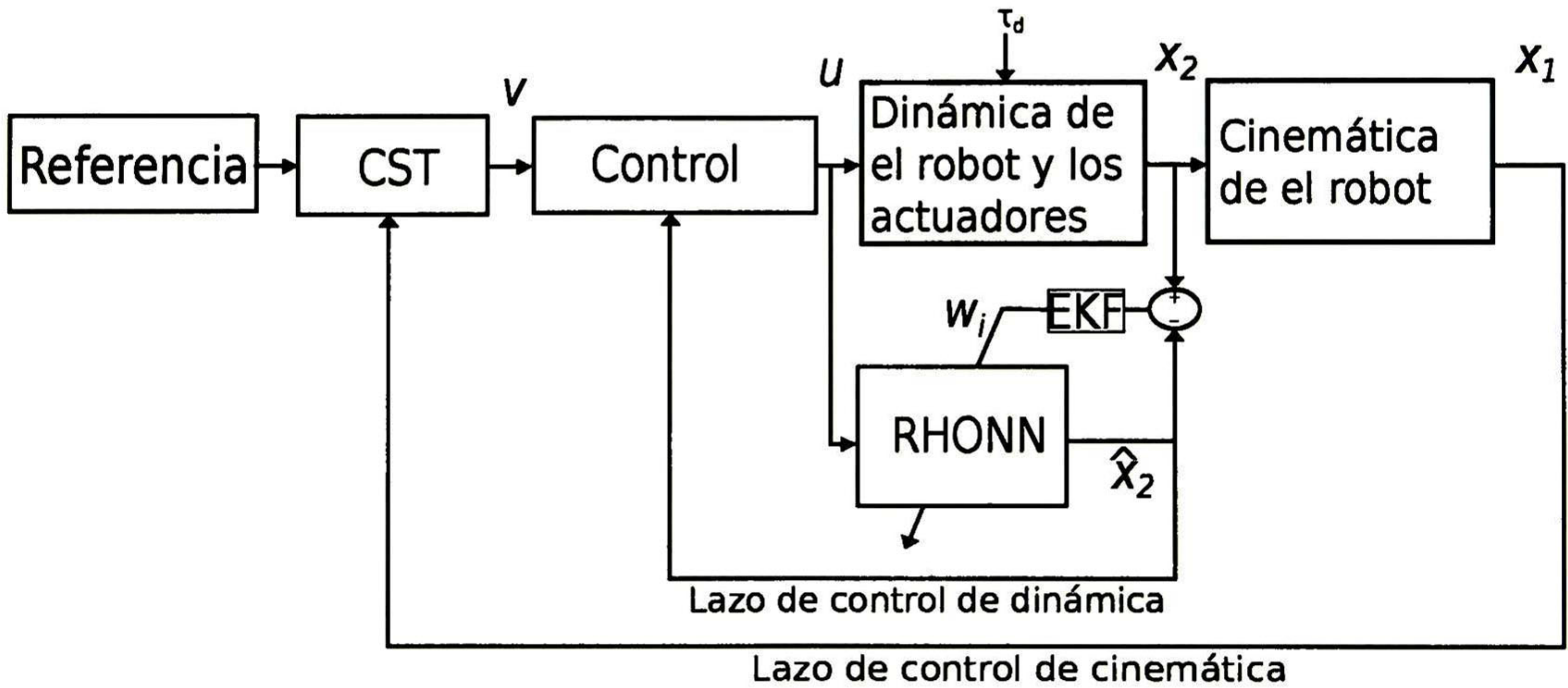


Figura 4.2: Control “Super Twisting” y Control por Bloques Neuronal combinados

4.3.2. Control de dinámica usando Modos Deslizantes de Alto Orden en Tiempo Discreto

Consideremos las superficies de error como sigue

$$\sigma_{21}(k) = \hat{x}_{21}(k) - x_{21r}(k)$$

$$\sigma_{22}(k) = \hat{x}_{22}(k) - x_{22r}(k)$$

Al ser las superficies de grado relativo 2, debemos usar un controlador cuasi-continuo de segundo orden, pero considerando el desarrollo de la sección 3.2.2 para la reducción de cascabeleo, que consiste en incrementar el grado relativo usaremos un controlador de orden mayor.

Para nuestro caso hemos incrementado el grado relativo en uno, por lo que la función $\varphi_3(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma})$ necesita de la estimación de la derivada y de la segunda derivada de σ , para las cuales se proponen el diferenciador robusto y exacto descrito en la sección 3.2.1

$$\begin{aligned}\dot{\vartheta}_0 &= \nu_0, & \nu_0 &= -\lambda_0 L^{\frac{1}{r}} |\vartheta_0 - \sigma|^{\frac{r-1}{r}} \text{sign}(\vartheta_0 - \sigma) + \vartheta_1 \\ \dot{\vartheta}_1 &= \nu_1, & \nu_1 &= -\lambda_1 L^{\frac{1}{r-1}} |\vartheta_1 - \nu_0|^{\frac{r-2}{r-1}} \text{sign}(\vartheta_1 - \nu_0) + \vartheta_2 \\ \dot{\vartheta}_2 &= -\lambda_2 L \text{sign}(\vartheta_2 - \nu_1),\end{aligned}$$

En su forma discreta

$$\begin{aligned}\vartheta_0(k+1) &= \vartheta_0(k) + \nu_0 T, & \nu_0 &= -\lambda_0 L^{\frac{1}{r}} |\vartheta_0(k) - \sigma(k)|^{\frac{r-1}{r}} \text{sign}(\vartheta_0(k) - \sigma(k)) + \vartheta_1(k) \\ \vartheta_1(k+1) &= \vartheta_1(k) + \nu_1 T, & \nu_1 &= -\lambda_1 L^{\frac{1}{r-1}} |\vartheta_1(k) - \nu_0|^{\frac{r-2}{r-1}} \text{sign}(\vartheta_1(k) - \nu_0) + \vartheta_2(k) \\ \vartheta_2(k+1) &= \vartheta_2(k) - \lambda_2 L \text{sign}(\vartheta_2(k) - \nu_1) T.\end{aligned}$$

y la ley de control está descrita como

$$u_j(k+1) = u_j(k) - \alpha \Psi_3(\vec{\sigma}_3(k)) T,$$

con $j = 1, 2$, y donde

$$\Psi_3(\vec{\sigma}_3(k)) = \frac{\left[\ddot{\sigma}(k) + 2 \left(|\dot{\sigma}(k)| + |\sigma(k)|^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\dot{\sigma}(k) + |\sigma(k)|^{\frac{2}{3}} \text{sign}\sigma(k) \right) \right]}{\left[|\ddot{\sigma}(k)| + 2 \left(|\dot{\sigma}(k)| + |\sigma(k)|^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}$$

Pero como σ , $\dot{\sigma}$ y $\ddot{\sigma}$ son estimadas por ϑ_0 , ϑ_1 y ϑ_2 respectivamente, Ψ_3 queda como

$$\Psi_3(\vec{\sigma}_3(k)) = \frac{\left[\vartheta_2(k) + 2 \left(|\vartheta_1(k)| + |\vartheta_0(k)|^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\vartheta_1(k) + |\vartheta_0(k)|^{\frac{2}{3}} \text{sign}\vartheta_0(k) \right) \right]}{\left[|\vartheta_2(k)| + 2 \left(|\vartheta_1(k)| + |\vartheta_0(k)|^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}$$

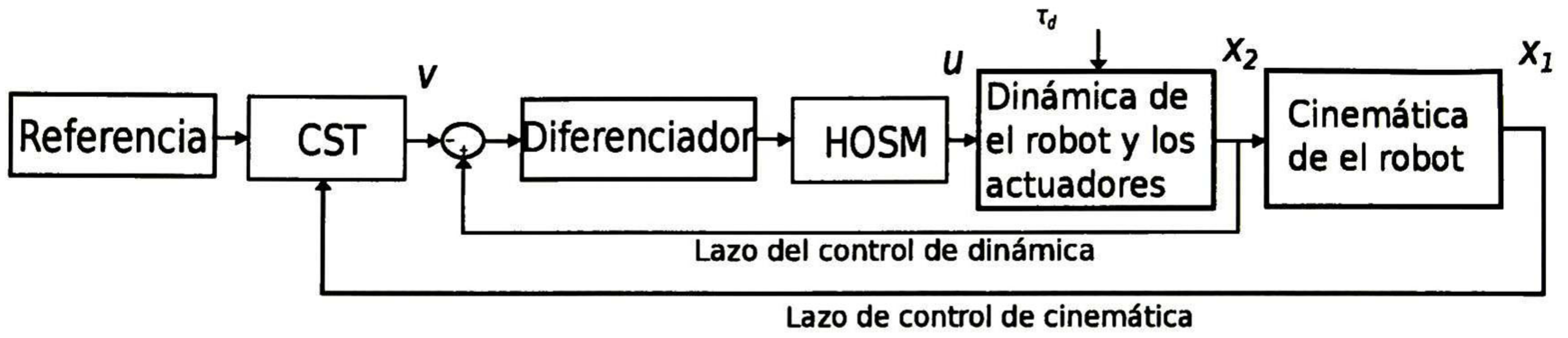


Figura 4.3: Control “Super Twisting” y Control por modos deslizantes de alto orden combinados

El diagrama a bloques de este último controlador propuesto y el control de cinemática propuesto en la sección 4.2 puede verse en la figura 4.3

Capítulo 5

Implementación en Simulación y en tiempo real

Este capítulo presenta resultados de simulación e implementación en tiempo real del robot móvil noholonómico manejado eléctricamente usando los controladores propuestos. En la sección 5.1, se incluye la simulación de los controladores propuestos; una comparativa entre los controladores es descrita en la sección 5.2; y por último en la sección 5.3 implementación de un control cinemático de un robot móvil noholonómico QBot^{®1} es mostrada.

5.1. Simulaciones

En esta sección son presentados resultados en simulación sobre el modelo de un robot móvil noholonómico manejado eléctricamente, usando los métodos de control propuestos en los capítulos anteriores, dichas simulaciones fueron realizadas en el programa *Simulink*^{®2}.

Los parámetros para el robot móvil son escogidos como $R = 0.75$ m, $d = 0.3$ m, $r = 0.15$ m, $m_c = 30$ kg, $m_w = 1$ kg, $I_c = 15.625$ kg·m², $I_w = 0.005$ kg·m², $I_e = 0.0025$ kg·m², $d_{11} = d_{22} = 5$ m.

Los parámetros para el modelo dinámico de los actuadores son elegidos como $R_a = \text{diag}[2.5, 2.5]$ Ω, $L_a = \text{diag}[0.048, 0.048]$ Ω-s, $K_E = \text{diag}[0.02, 0.02]$ V/rad/s, $K_T = \text{diag}[0.2613, 0.2613]$ oz-in/A, y $N = \text{diag}[62.55, 62.55]$.

En estas simulaciones, se supone que todos esos parámetros son desconocidos. Las perturbaciones son elegidas como ruidos gaussianos aleatorios con media 0 y varianza 0.5, y las cotas de dichas perturbaciones son elegidas como $dm_1 = dm_2 = 1$ N.

¹ QBot[®] es una marca registrada de Quanser

² Simulink[®] es una marca registrada de The MathWorks Inc

Los parámetros y ganancias de los controladores propuestos son elegidos como $k = 50$, $W_{11} = W_{12} = 20$, $W_{21} = W_{22} = 2$, $k_{21} = k_{22} = 0.1$, $L_1 = L_2 = 2$, $\lambda_{11} = \lambda_{12} = 5$, $\lambda_{21} = \lambda_{22} = 0.8$, $u_0 = \alpha = 10$. El tiempo de muestreo es $T = 0.001$ s.

Las velocidades de referencia v_r y w_r para generar las trayectorias de referencia, son elegidas de manera arbitraria como:

$$0 \leq t < 5 : \quad v_r = 0.25 \left(1 - \cos \frac{\pi t}{5}\right) \quad \omega_r = 0$$

$$5 \leq t < 10 : \quad v_r = 0.5, \quad \omega_r = 0$$

$$10 \leq t < 15 : \quad v_r = 0.25 \left(1 + \cos \frac{\pi t}{5}\right), \quad \omega_r = 0$$

$$15 \leq t < 30 : \quad v_r = 0.25 \left(1 - \cos \frac{\pi t}{15}\right), \quad \omega_r = \frac{v_r}{5}$$

$$30 \leq t < 45 : \quad v_r = 0.25 \left(1 - \cos \frac{\pi t}{15}\right), \quad \omega_r = \frac{-v_r}{5}$$

$$45 \leq t < 50 : \quad v_r = 0.25 \left(1 + \cos \frac{\pi t}{5}\right), \quad \omega_r = 0$$

$$50 \leq t < 60 : \quad v_r = 0.5, \quad \omega_r = 0$$

Las posturas iniciales para el robot de referencia y el robot actual son $(x_r, y_r, \phi_r) = (2, 2, 0)$ y $(x, y, \phi) = (1.5, 1.5, \pi/2)$, respectivamente.

La Figura 5.1 muestra la variación de un parámetro en la dinámica de los actuadores, la Figura 5.2 muestra los resultados del seguimiento de trayectoria para los controladores propuestos.

Los errores de seguimiento para el controlador combinado con CST y Control por bloques neuronal se muestran en la Figura 5.3 y para el control combinado con CST y Modos deslizantes de alto orden se muestran en la Figura 5.4.

Las entradas de control de el controlador combinado con CST y Control por bloques neuronal se muestran en la Figura 5.5 y la Figura 5.6 y las entradas de control de el control combinado con CST y Modos deslizantes de alto orden se muestran en la Figura 5.7 y la Figura 5.8.

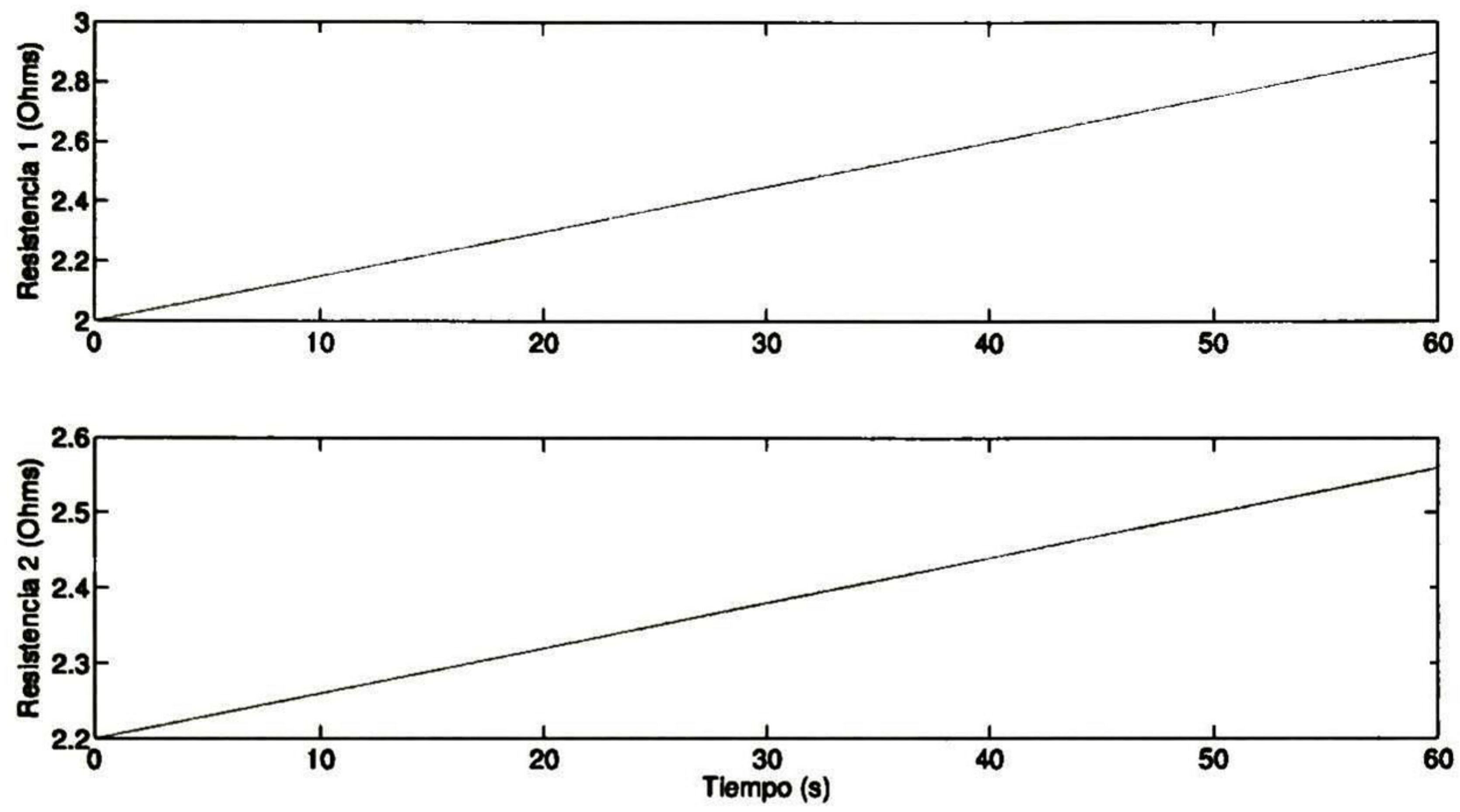


Figura 5.1: Variación de la resistencia R_a de los actuadores

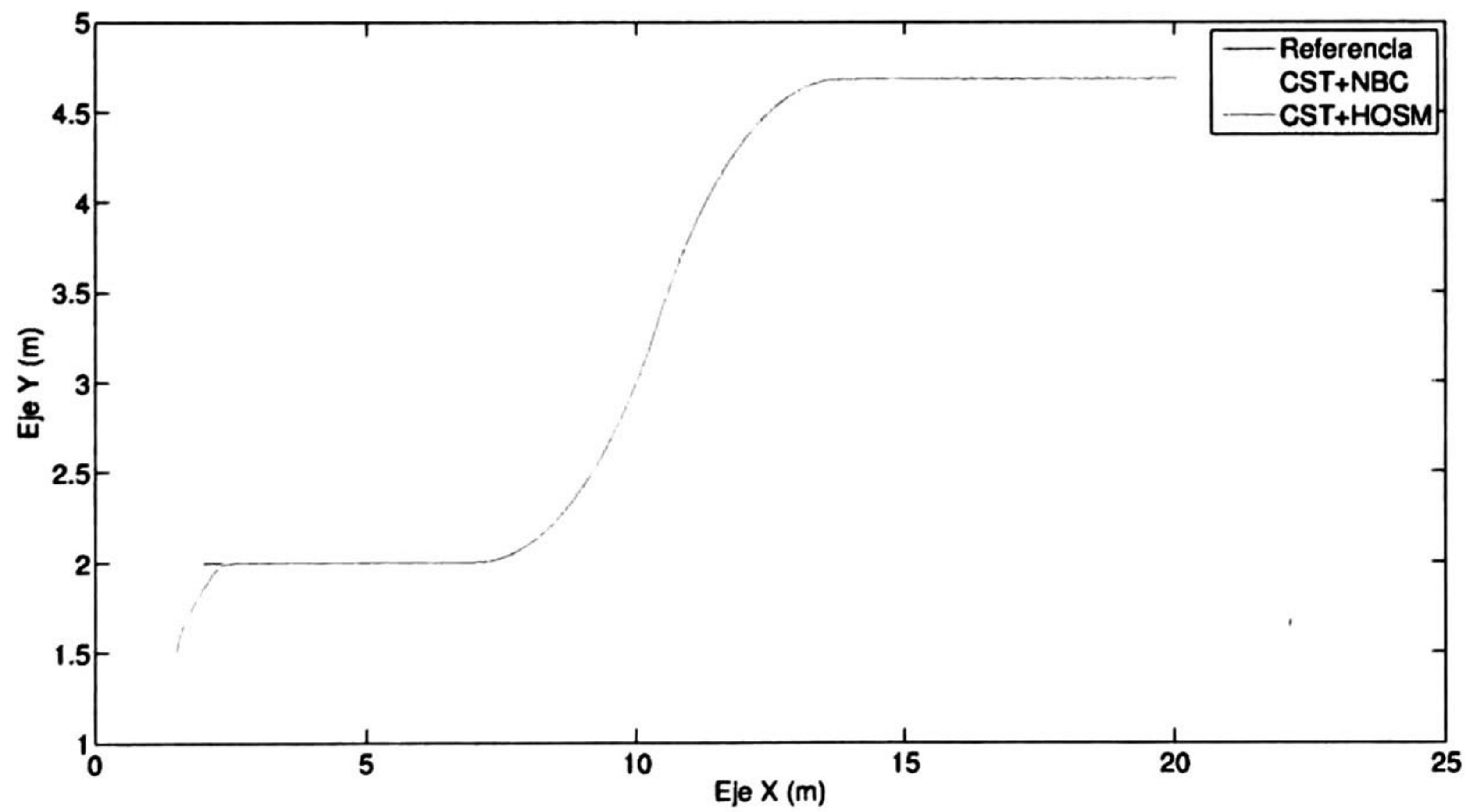


Figura 5.2: Seguimientos de trayectoria resultantes

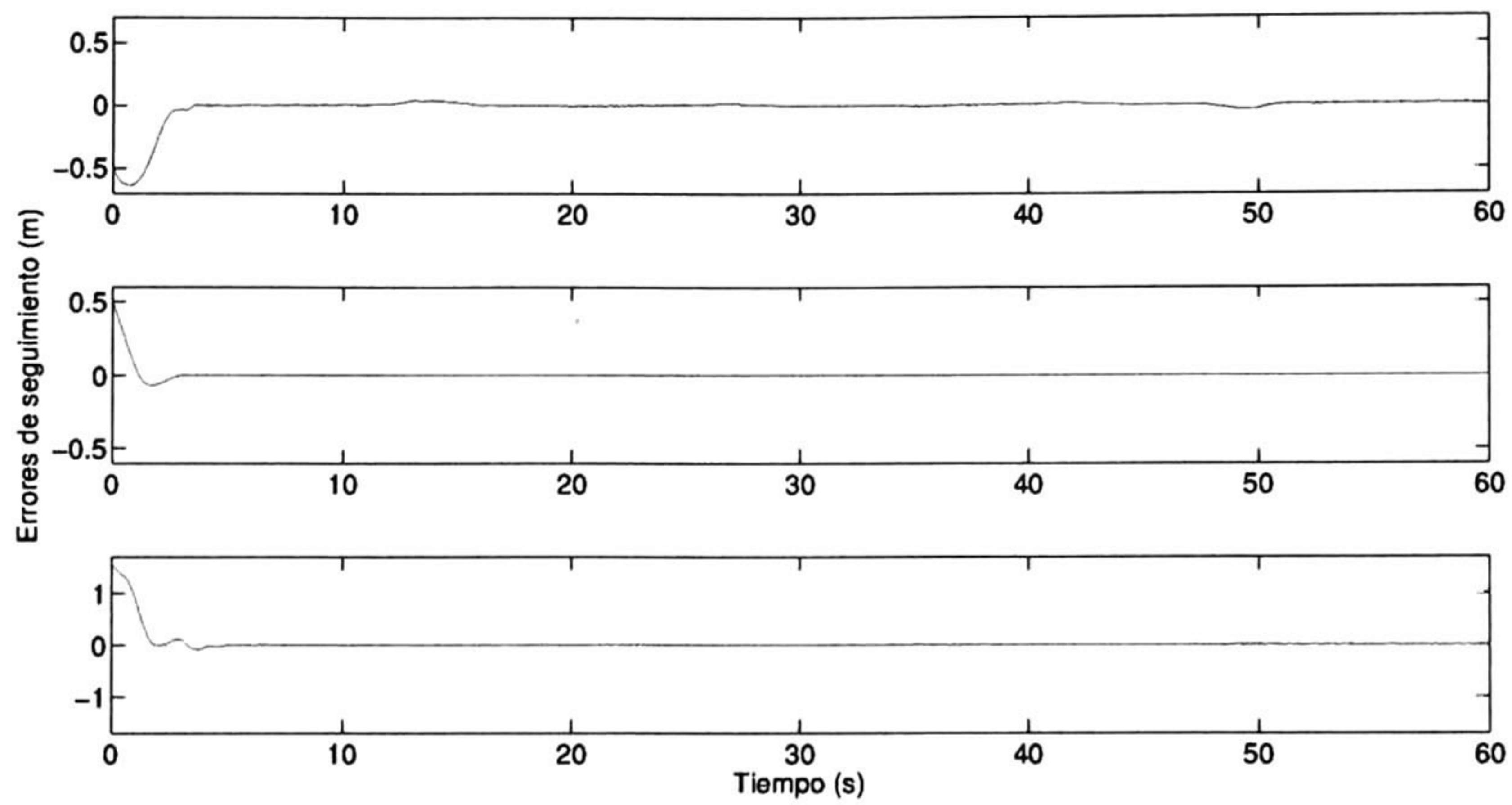


Figura 5.3: Errores de seguimiento usando CST y control por bloques neuronal

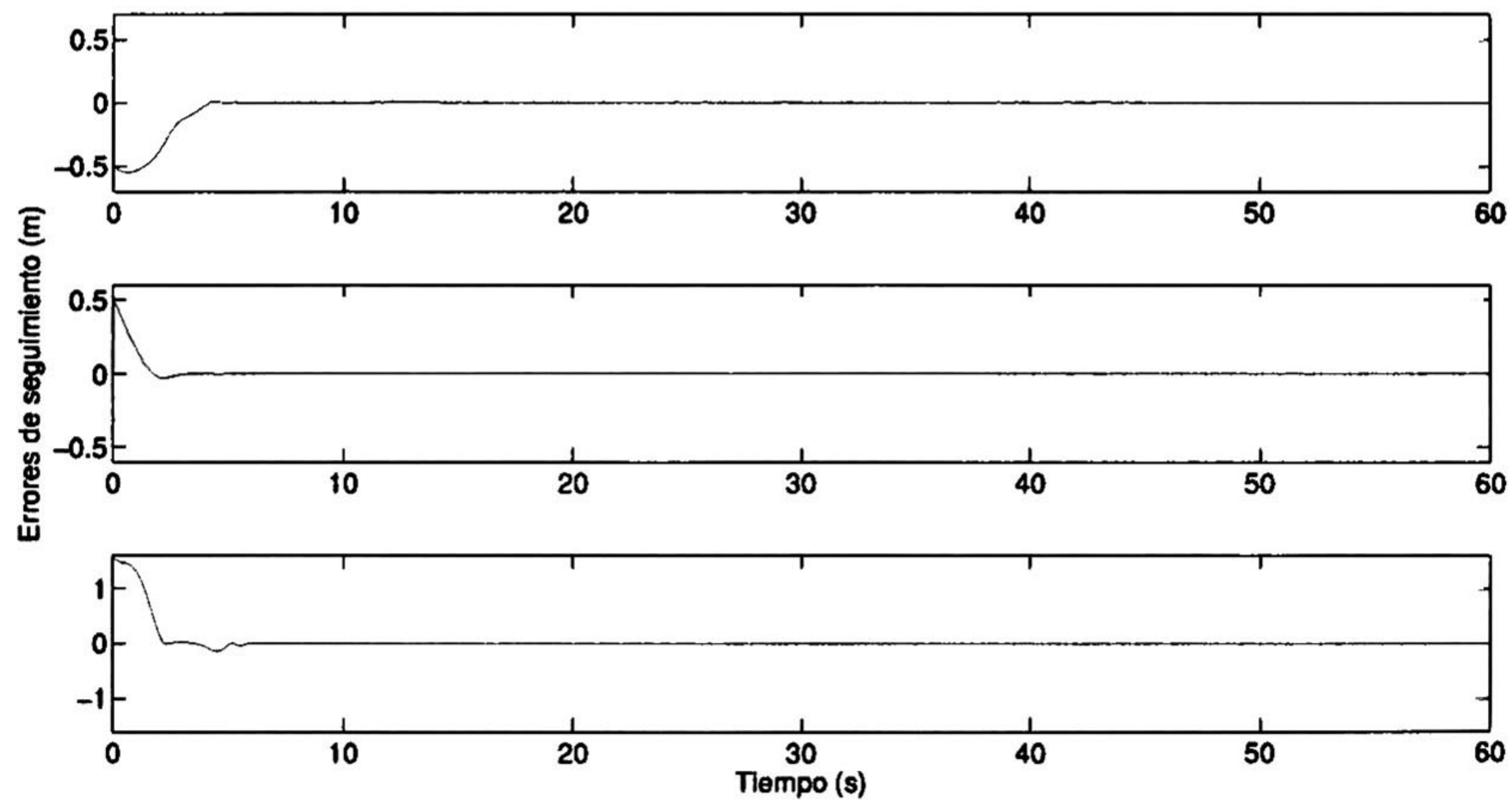


Figura 5.4: Errores de seguimiento usando CST y Modos deslizantes de alto orden

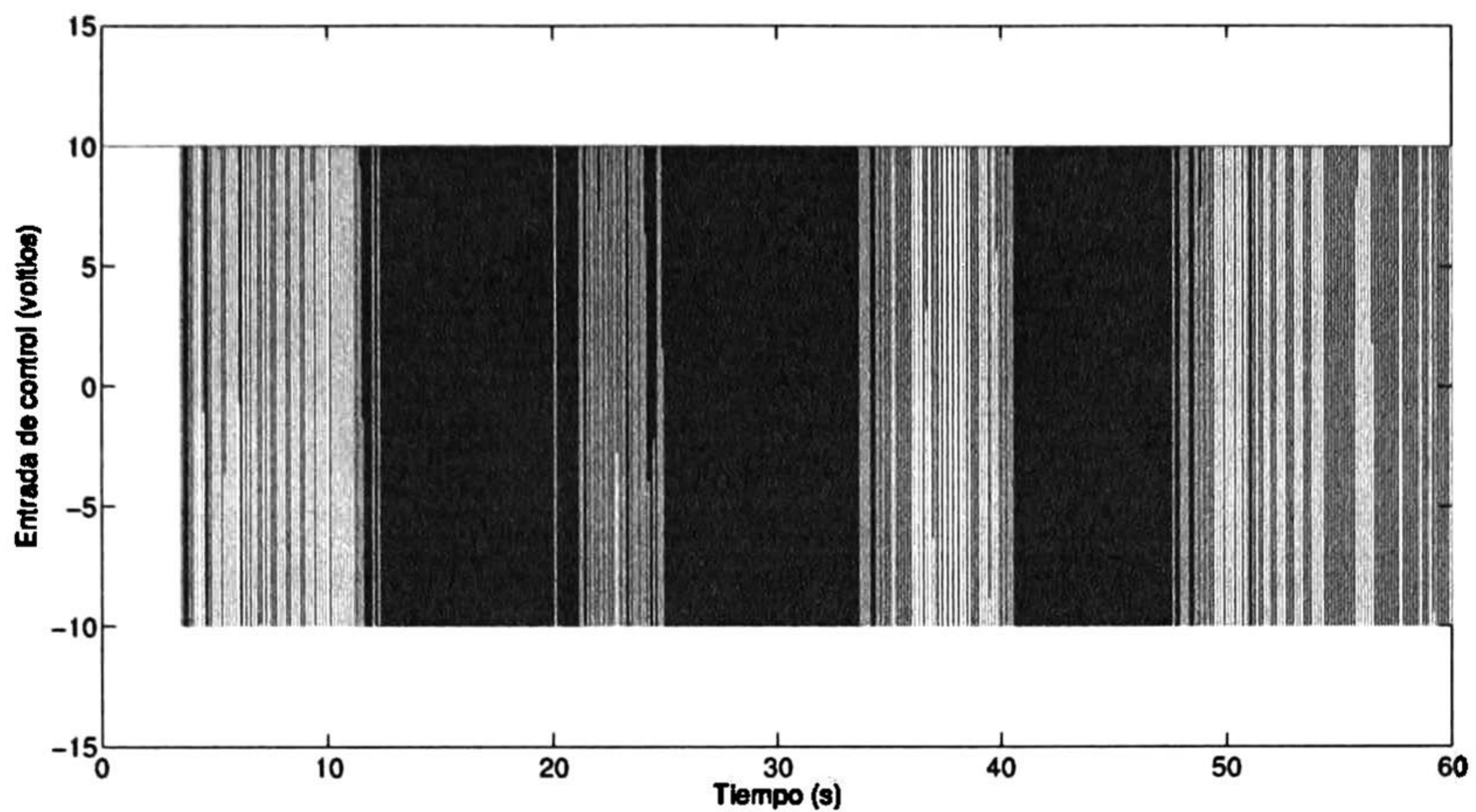


Figura 5.5: Entrada de control de la llanta derecha usando CST y control por bloques neuronal

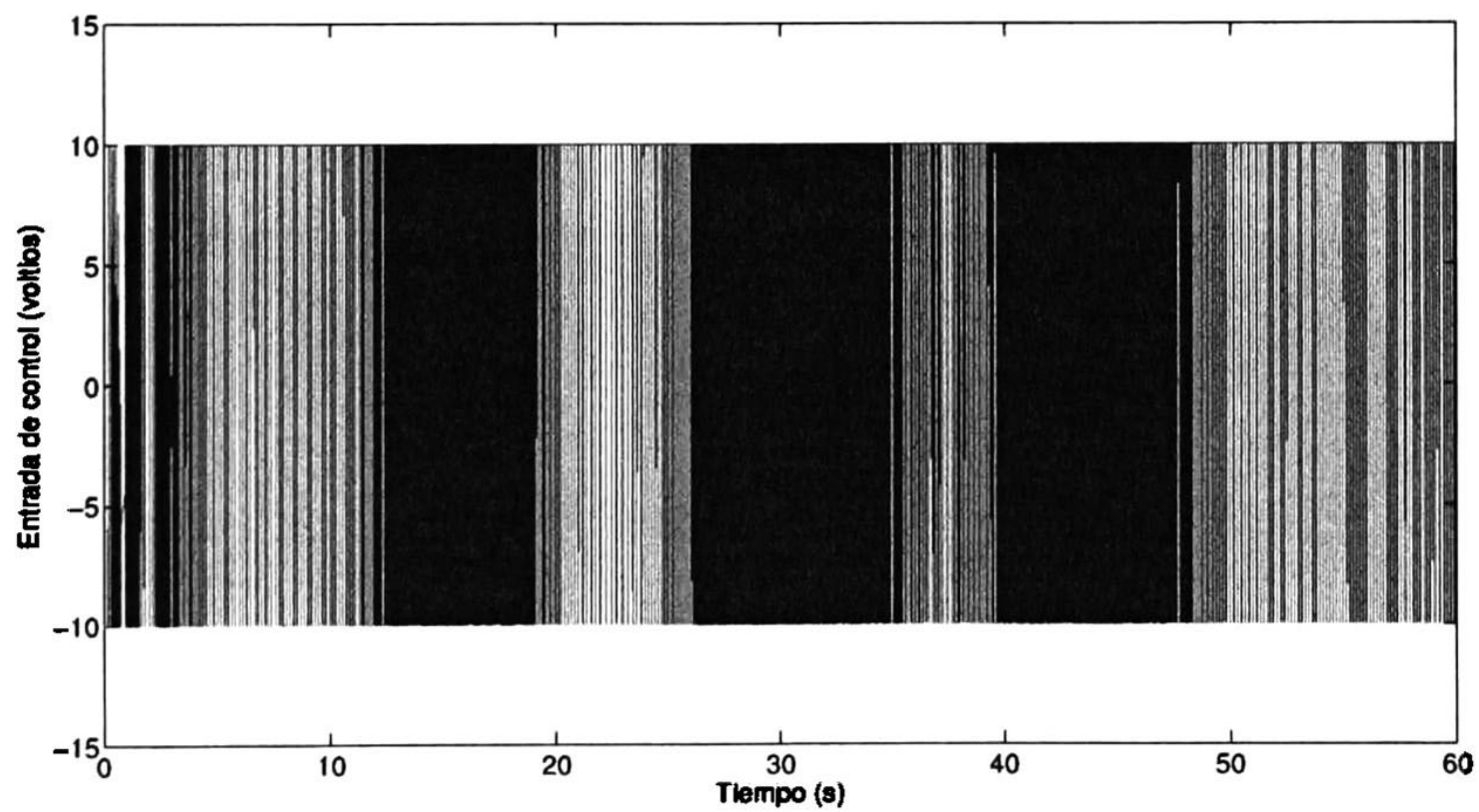


Figura 5.6: Entrada de control de la llanta izquierda usando CST y control por bloques neuronal

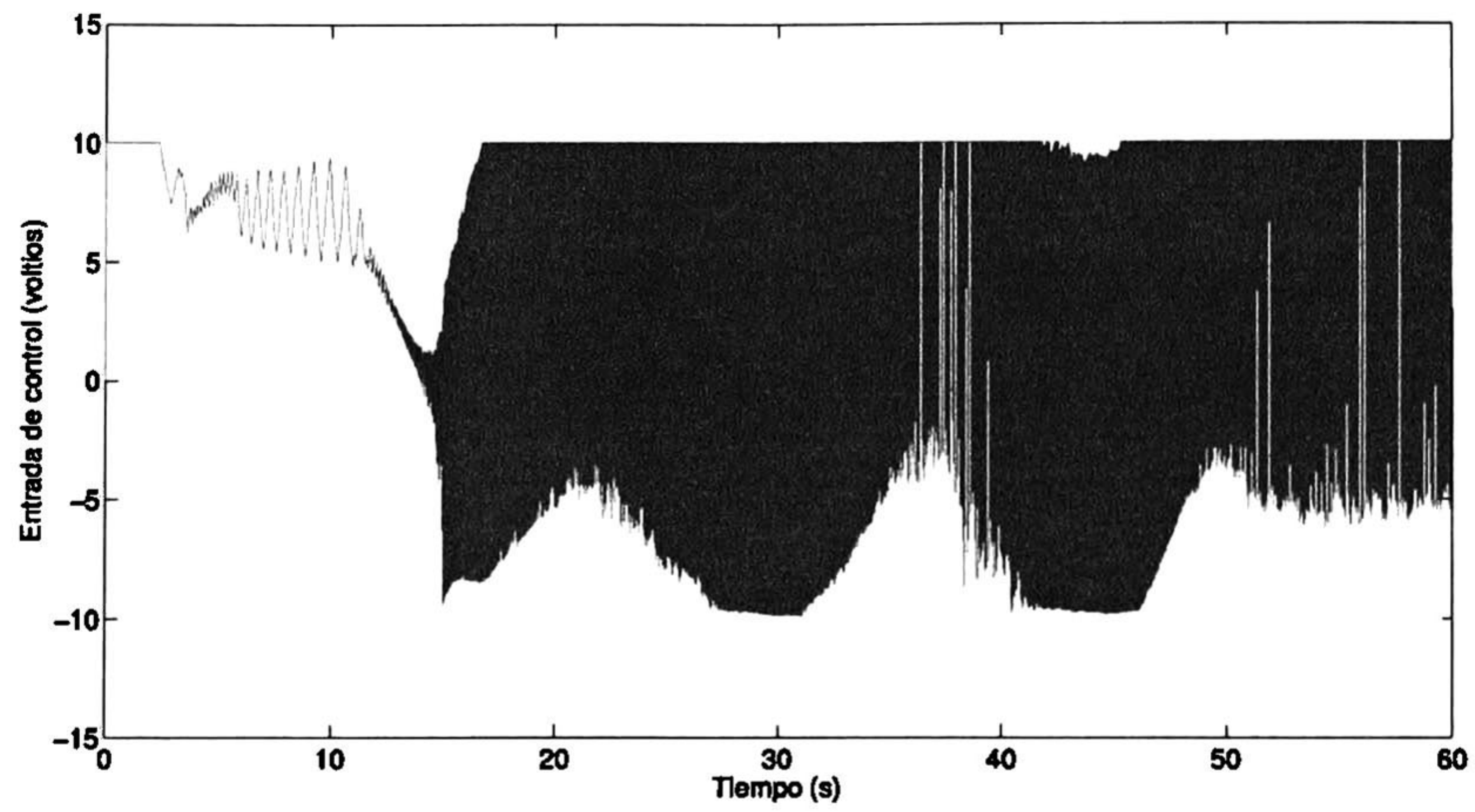


Figura 5.7: Entrada de control de la llanta derecha usando CST y Modos deslizantes de alto orden

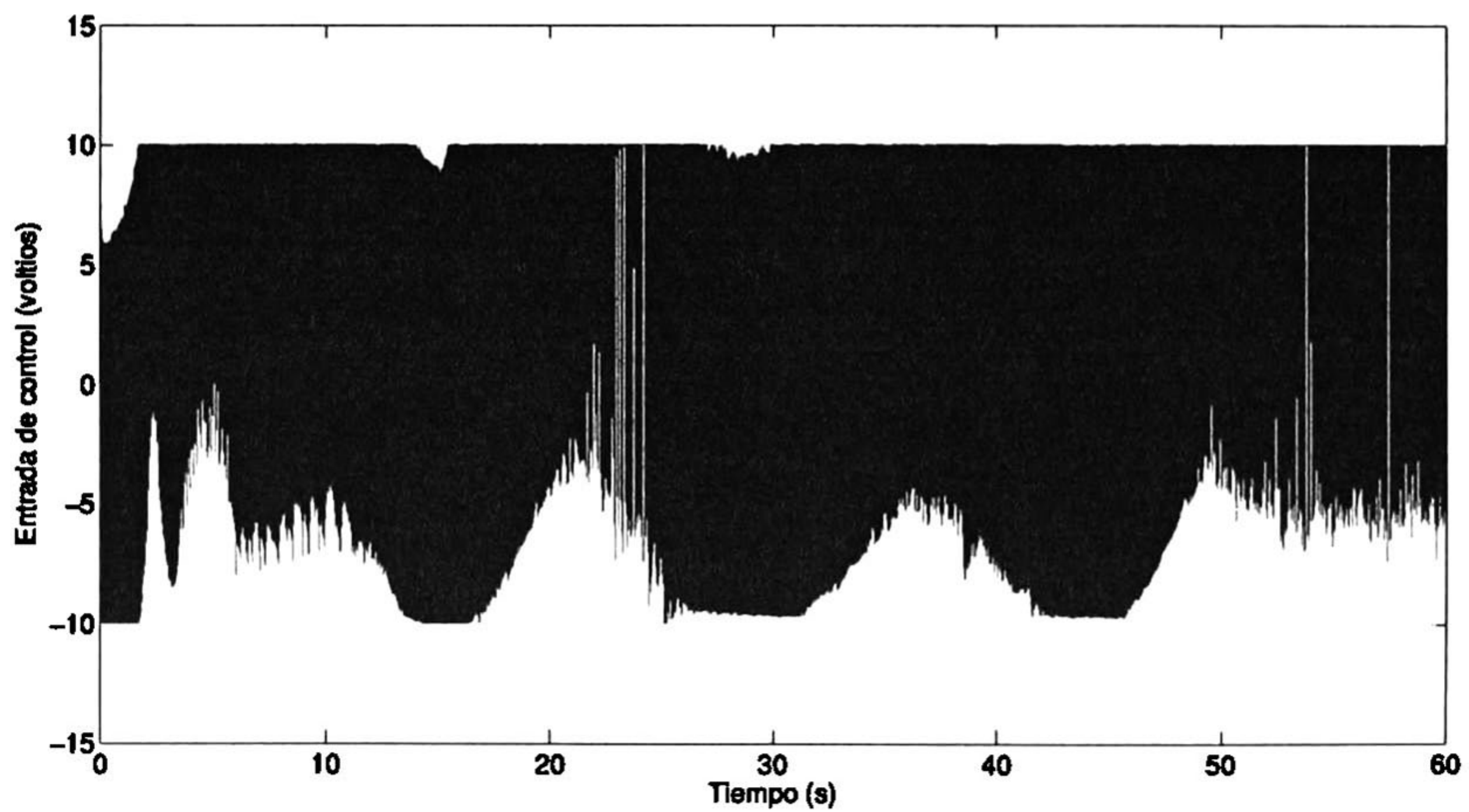


Figura 5.8: Entrada de control de la llanta izquierda usando CST y Modos deslizantes de alto orden

5.2. Análisis comparativo de los esquemas de control propuestos

Ambos controladores usan como referencias las trayectorias generadas por el robot virtual de referencia y tienen como una primera parte el control cinemático, descrito en la sección 4.2.

En lo que refiere a la complejidad del desarrollo de ambos controladores, el controlador basado en la técnica de control por bloques y modos deslizantes ordinarios presenta una mayor complejidad, puesto que primero se tiene que diseñar el identificador neuronal y sintonizar sus diversas constantes que lo conforman, para luego diseñar la ley de control con base en éste. Esto eleva la complejidad dependiendo los elementos sigmoidales que pueda contener dicho identificador; por otra parte en lo que refiere al controlador por modos deslizantes de alto orden, lo complejo es elegir las ganancias de los diferenciadores exactos y robustos de manera heurística. La ley de control es muy sencilla y ya está dada, sólo se necesita conocer el grado relativo.

Ambos controladores son robustos a ruidos, perturbaciones y no dependen del modelo del robot móvil ni de sus parámetros; su efectividad depende del periodo de muestreo, por lo que al aumentar el periodo de muestreo, el comportamiento de ambos controladores se acerca al obtenido en tiempo continuo.

Ambos controladores presentan un tiempo computacional importante, pero el controlador que necesita mayor tiempo computacional es el obtenido por la técnica de control por bloques y modos deslizantes ordinarios, esto debido a que realiza más operaciones por el identificador neuronal.

Usando condiciones similares para ambos controladores, los errores de seguimiento como se aprecian en las figuras 5.3 y 5.4 no son muy significativos; sin embargo hacemos notar que éstos se encuentran acotados en una región cercana a cero y no tienden asintóticamente a cero; la norma de dichos errores de seguimiento pueden apreciarse en las figuras 5.9 y 5.10. Al usar una técnica para la reducción de cascabeleo en el controlador por modos deslizantes de alto orden, las superficies de error de la figura 5.4 presentan un menor efecto de este fenómeno.

Con respecto a las entradas de control de ambos controladores, las obtenidas con el control basado en modos deslizantes de alto orden presentan un menor gasto de energía que las obtenidas por el control basado en la técnica de control por bloques y modos deslizantes ordinarios, lo que puede apreciarse en las figuras 5.11-5.14.

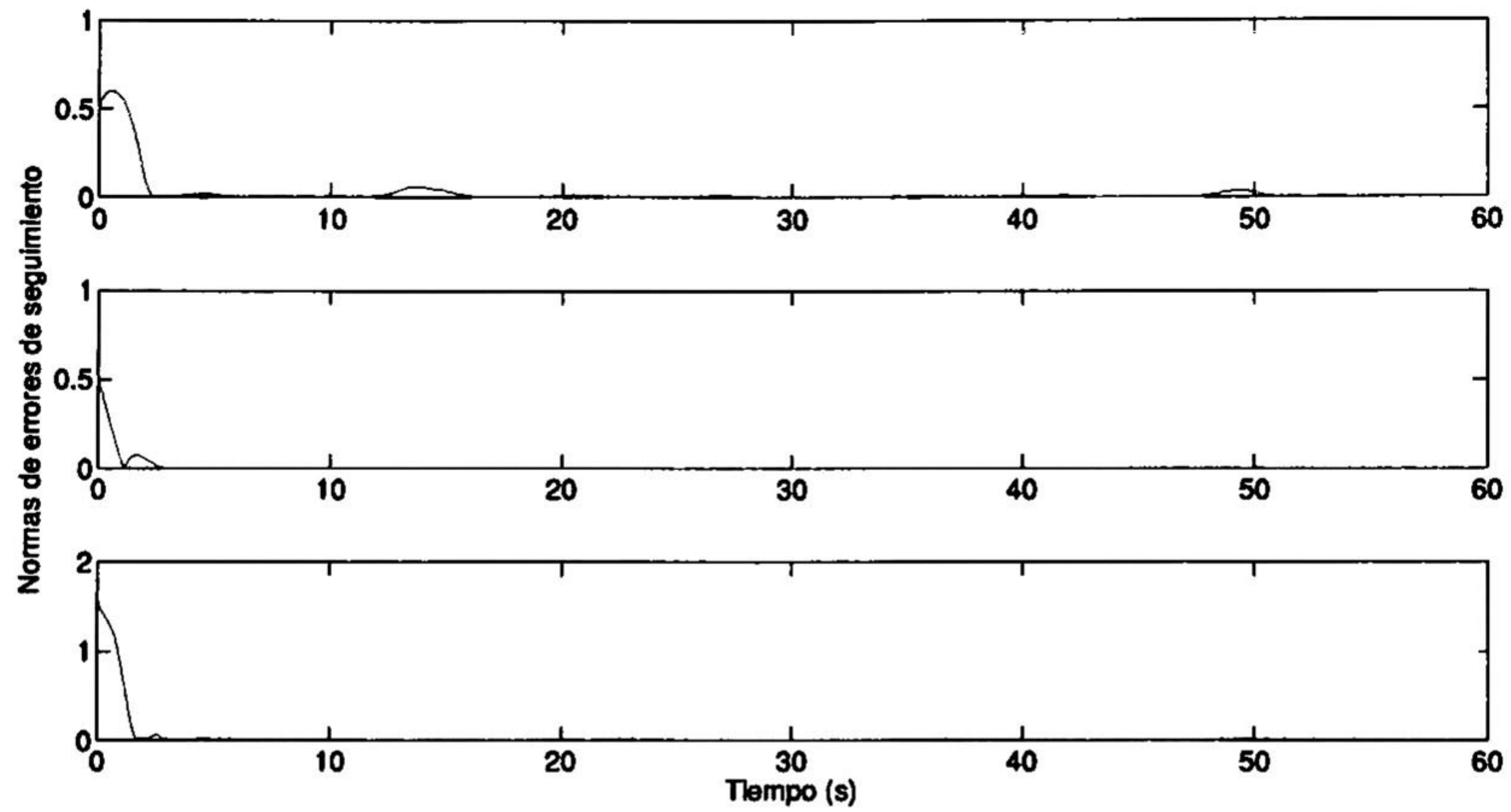


Figura 5.9: Normas de errores de seguimiento obtenidas usando CST y control por bloques neuronal, nótese que se encuentran dentro de una región cercana a cero

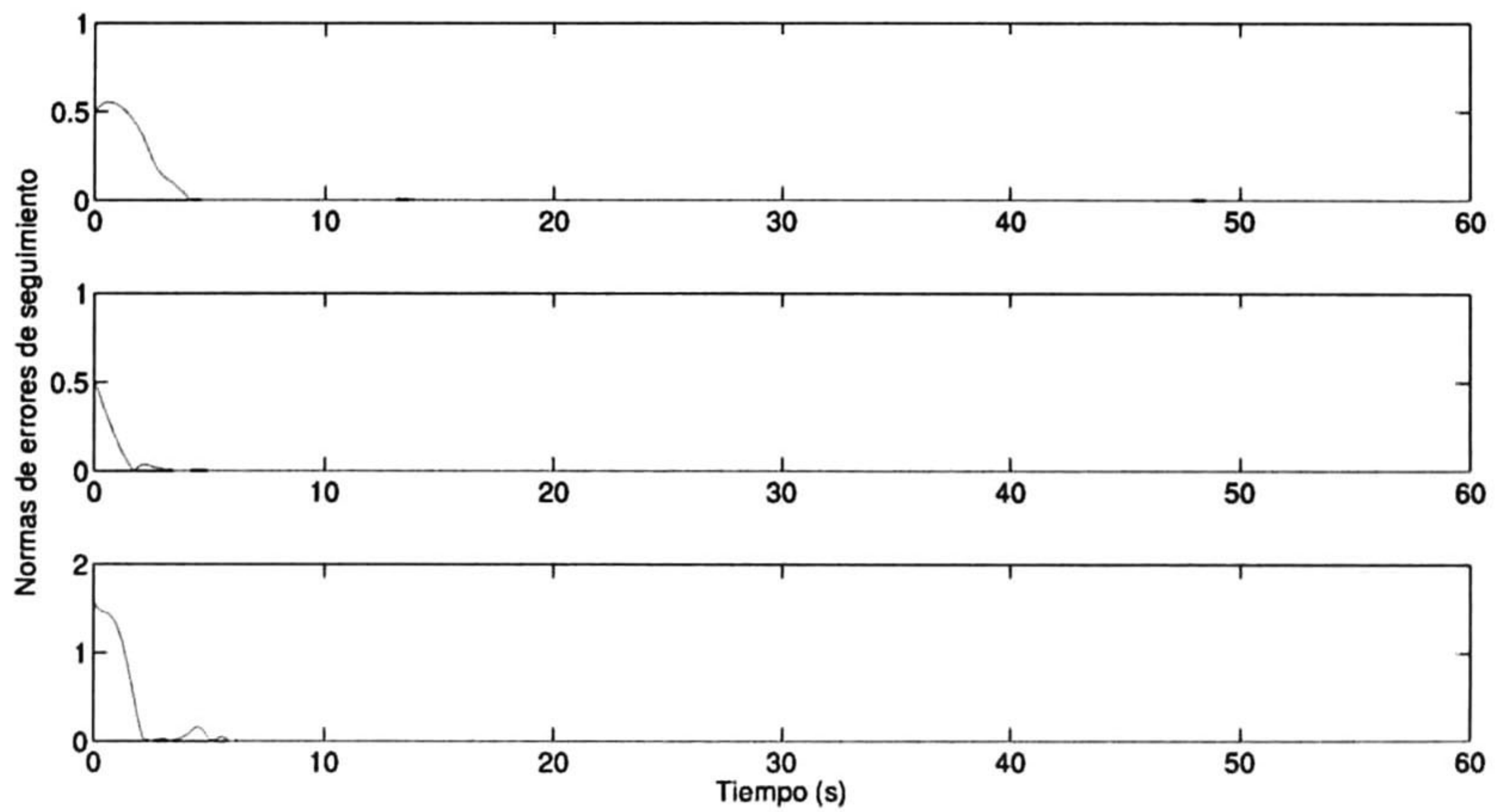


Figura 5.10: Normas de errores de seguimiento obtenidas usando CST y Modos deslizantes de alto orden, nótese que se encuentran dentro de una región cercana a cero

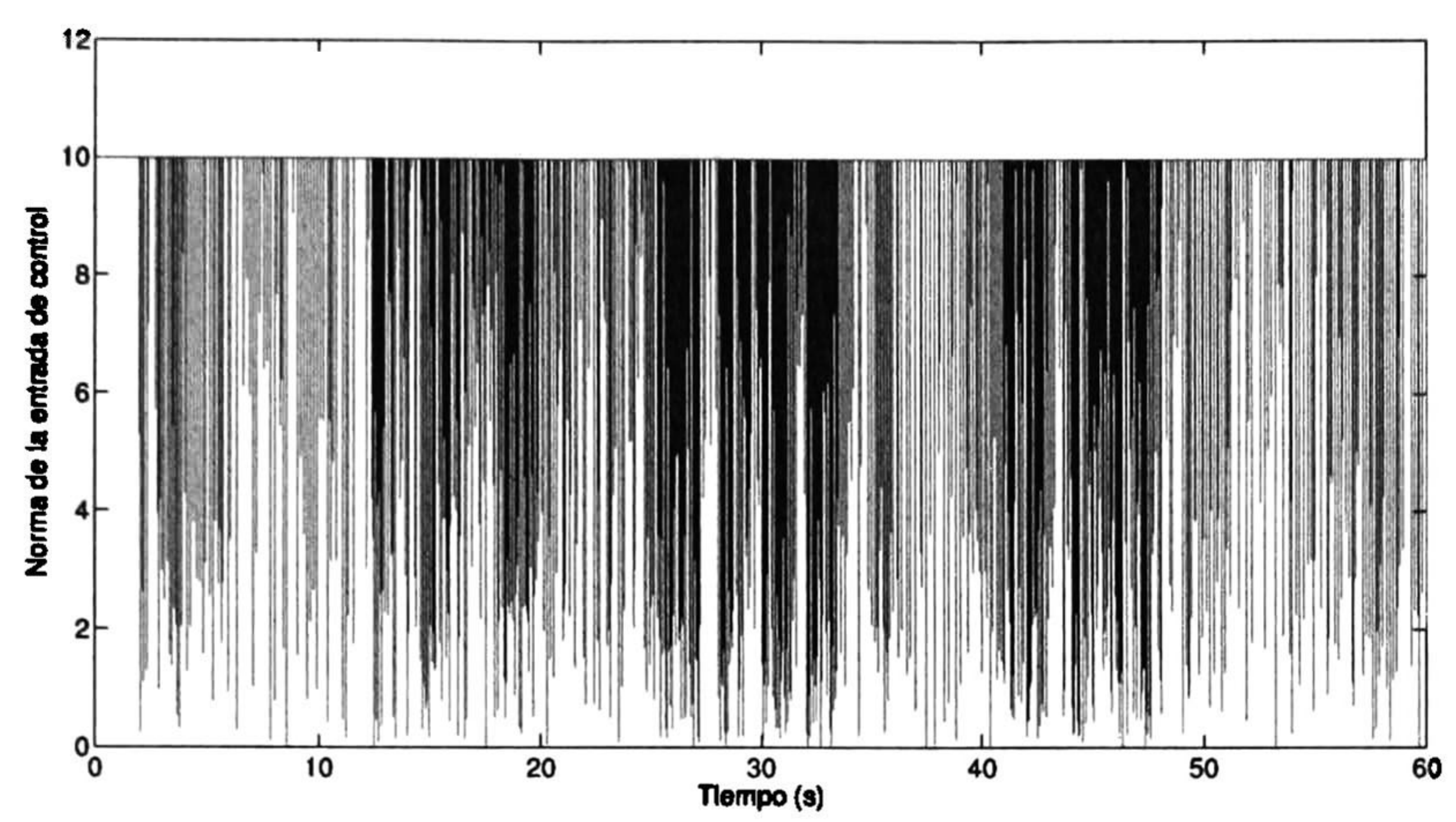


Figura 5.11: Norma de la entrada de control de la llanta derecha usando CST y control por bloques neuronal

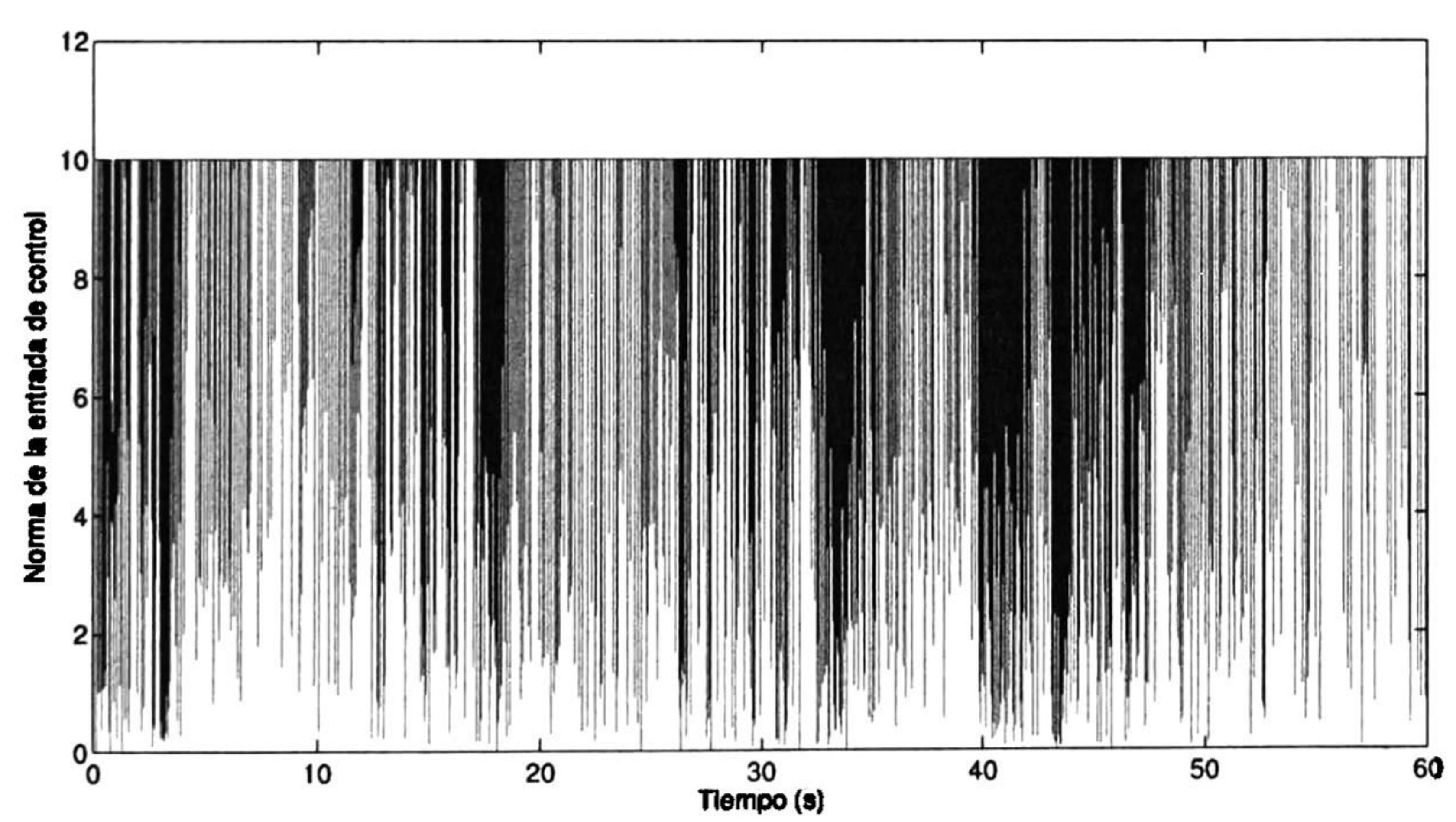


Figura 5.12: Norma de la entrada de control de la llanta izquierda usando CST y control por bloques neuronal

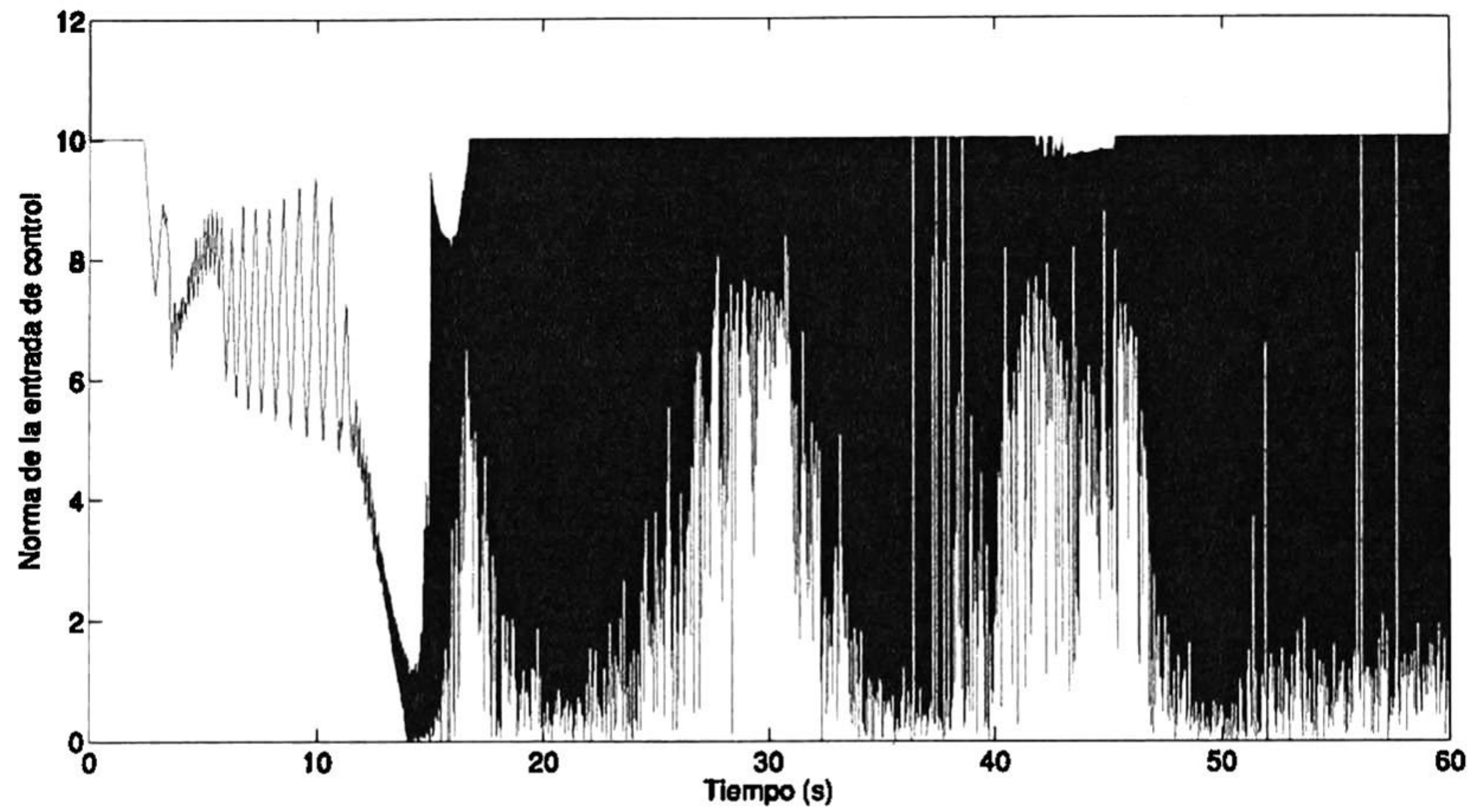


Figura 5.13: Norma de la entrada de control de la llanta derecha usando CST y Modos deslizantes de alto orden

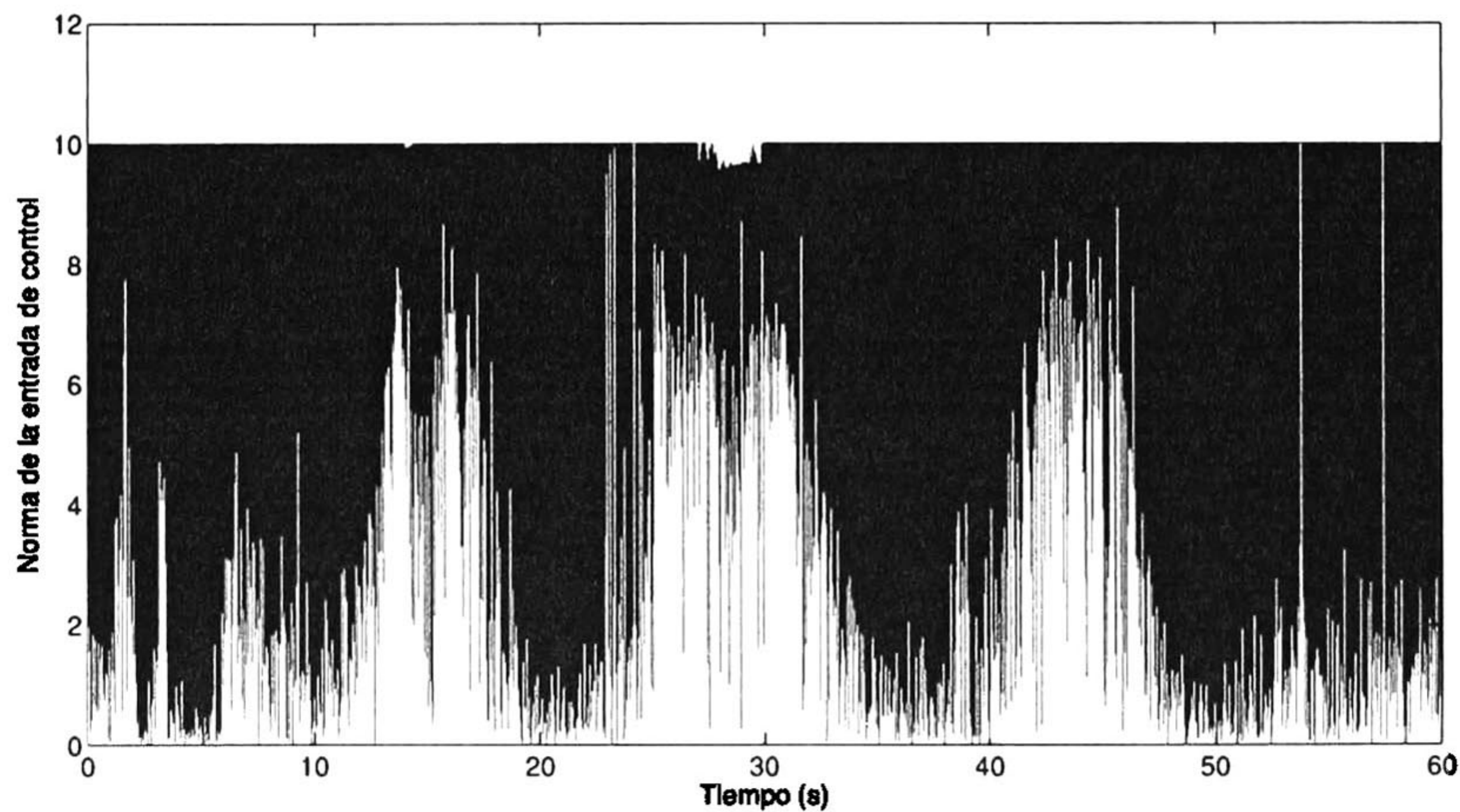


Figura 5.14: Norma de la entrada de control de la llanta izquierda usando CST y Modos deslizantes de alto orden

Una comparativa de la media y la desviación normal del error de seguimiento es mostrada en la siguiente tabla comparativa

	Media			Desviación estándar		
	S_1	S_2	S_3	S_1	S_2	S_3
CST & NBC	-0.0149	0.0034	0.0254	0.0894	0.0398	0.1732
CST & HOSM	-0.0223	0.0059	0.0357	0.0967	0.0461	0.2169

5.3. Implementación en tiempo real

Esta sección presenta resultados experimentales para mostrar la efectividad de los controladores en un sistema en tiempo real, el robot móvil noholonómico usado para la implementación es el *QBot*[®] mostrado en la figura 5.15

Al ser un robot móvil de arquitectura cerrada no es posible aplicar los algoritmos a bajo nivel, por lo que únicamente fue posible aplicar el control cinemático desarrollado en la sección 4.2.

Los parámetros del controlador son elegidos como $k = 50$, $W_{11} = W_{12} = 0.7$, $W_{21} = W_{22} = 0.09$, Las velocidades de referencia v_r y w_r para generar las trayectorias de referencia son elegidas como en la sección 5.1 Las posturas iniciales para el robot de referencia y el robot actual son $(x_r, y_r, \phi_r) = (0, 1, 0)$ y $(x, y, \phi) = (0, 0.5, \pi/2)$, respectivamente, y el tiempo de muestreo es 0.06.

La Figura 5.16 muestra los resultados del seguimiento de trayectoria para el controlador propuesto. El error de seguimiento de la coordenada x , y y ϕ se muestran en las Figura 5.17, Figura 5.18, y Figura 5.19 respectivamente.

Los controles aplicados a el robot móvil noholonómico *QBot*[®] son mostrados en la Figura 5.20 y Figura 5.21, donde la primera representa la velocidad aplicada a la llanta derecha, y la segunda la velocidad aplicada a la llanta izquierda respectivamente.

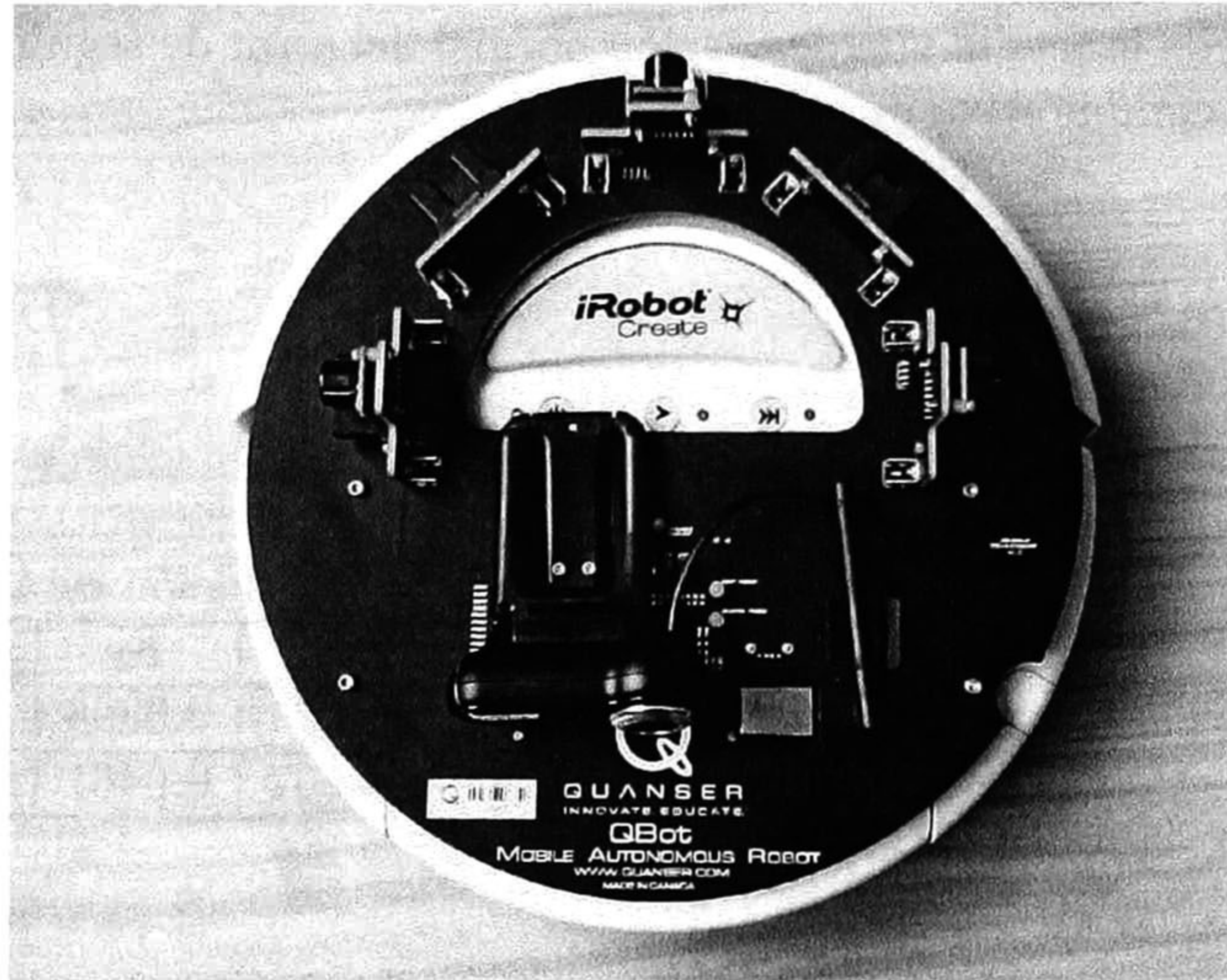


Figura 5.15: Robot Móvil Noholonómico *QBot*[®]

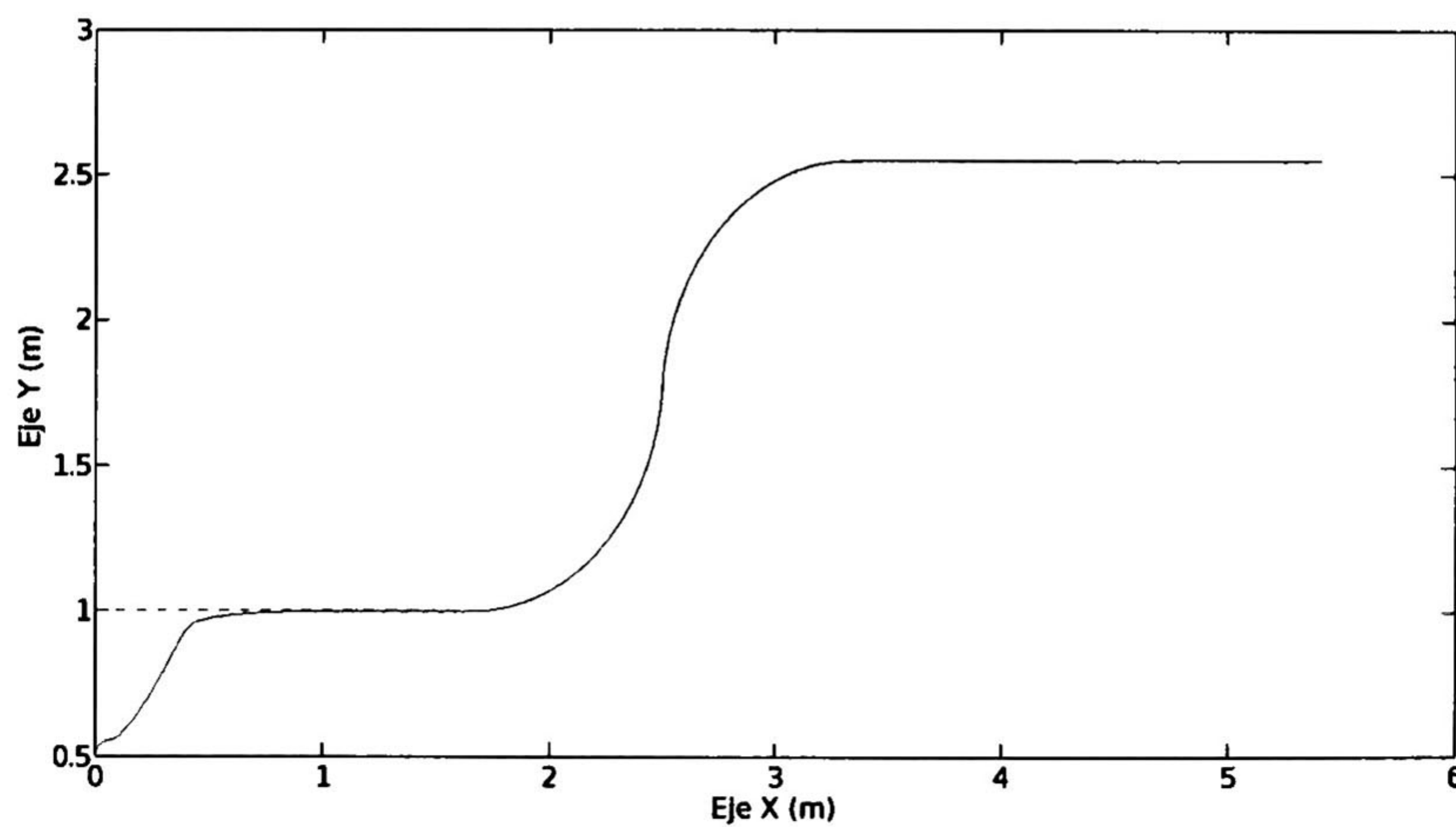
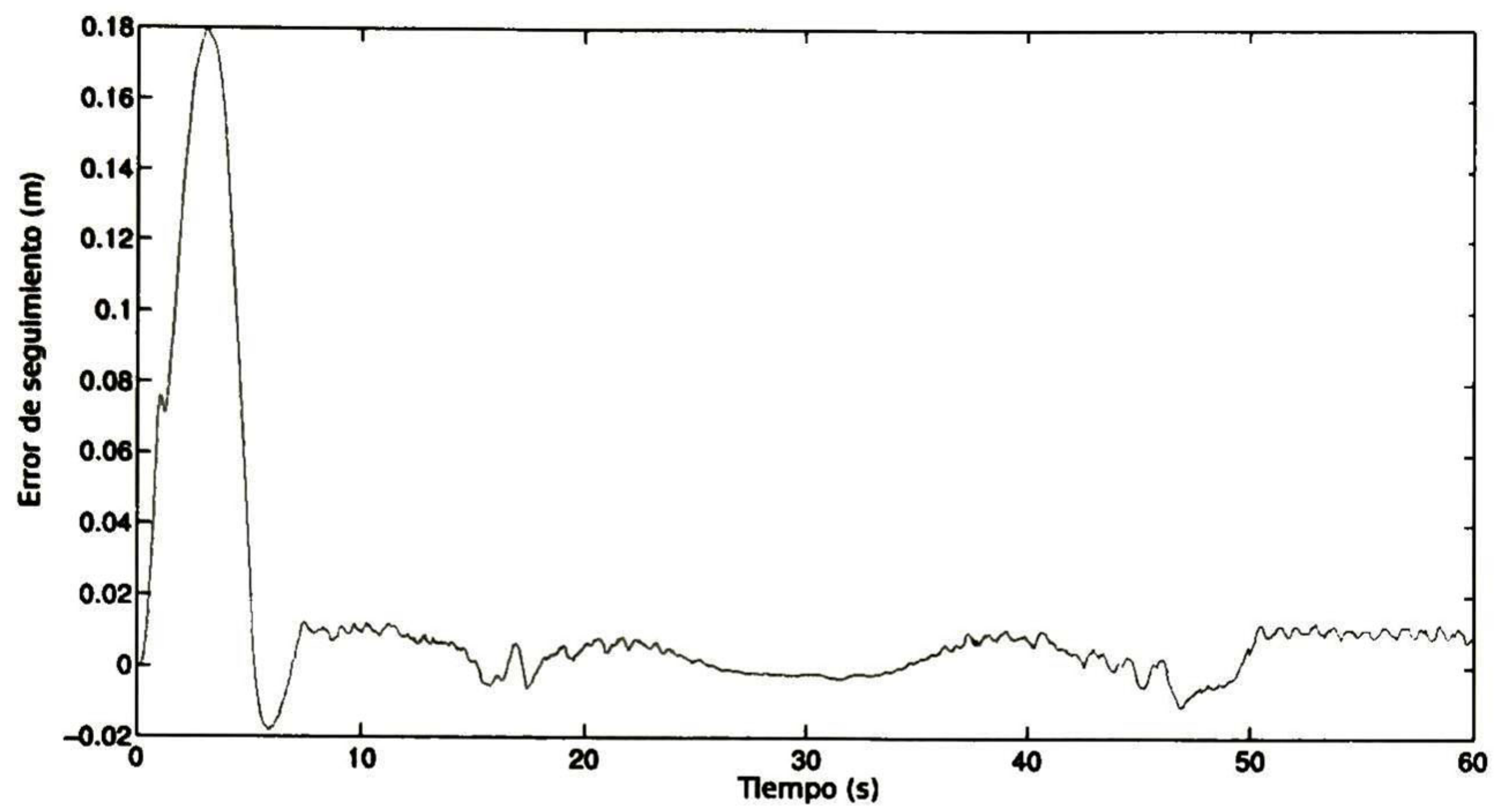
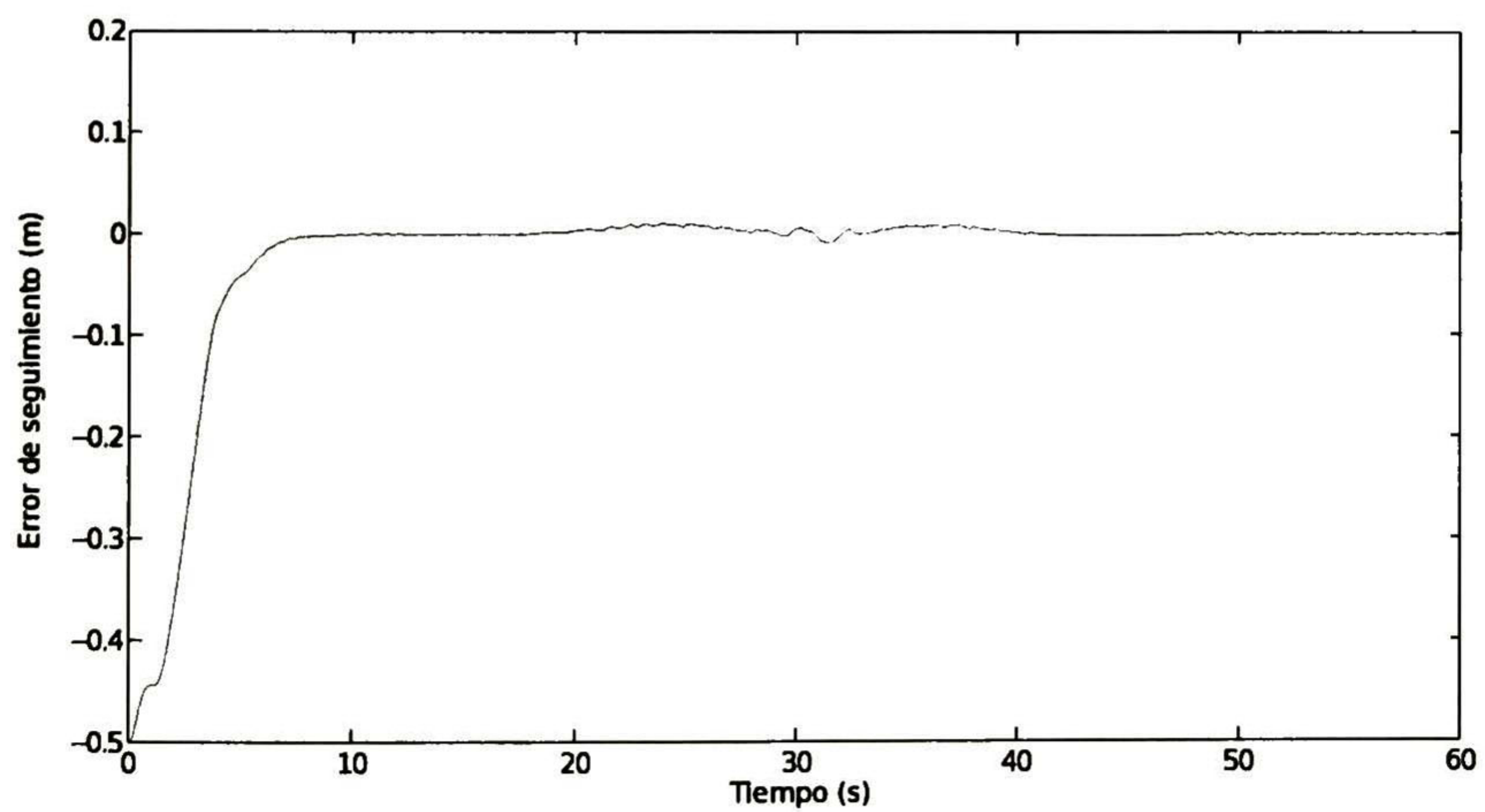


Figura 5.16: Seguimiento de trayectoria resultante (línea discontinua: referencia, línea continua: trayectoria del robot)

Figura 5.17: Error en el seguimiento de la coordenada x Figura 5.18: Error en el seguimiento de la coordenada y

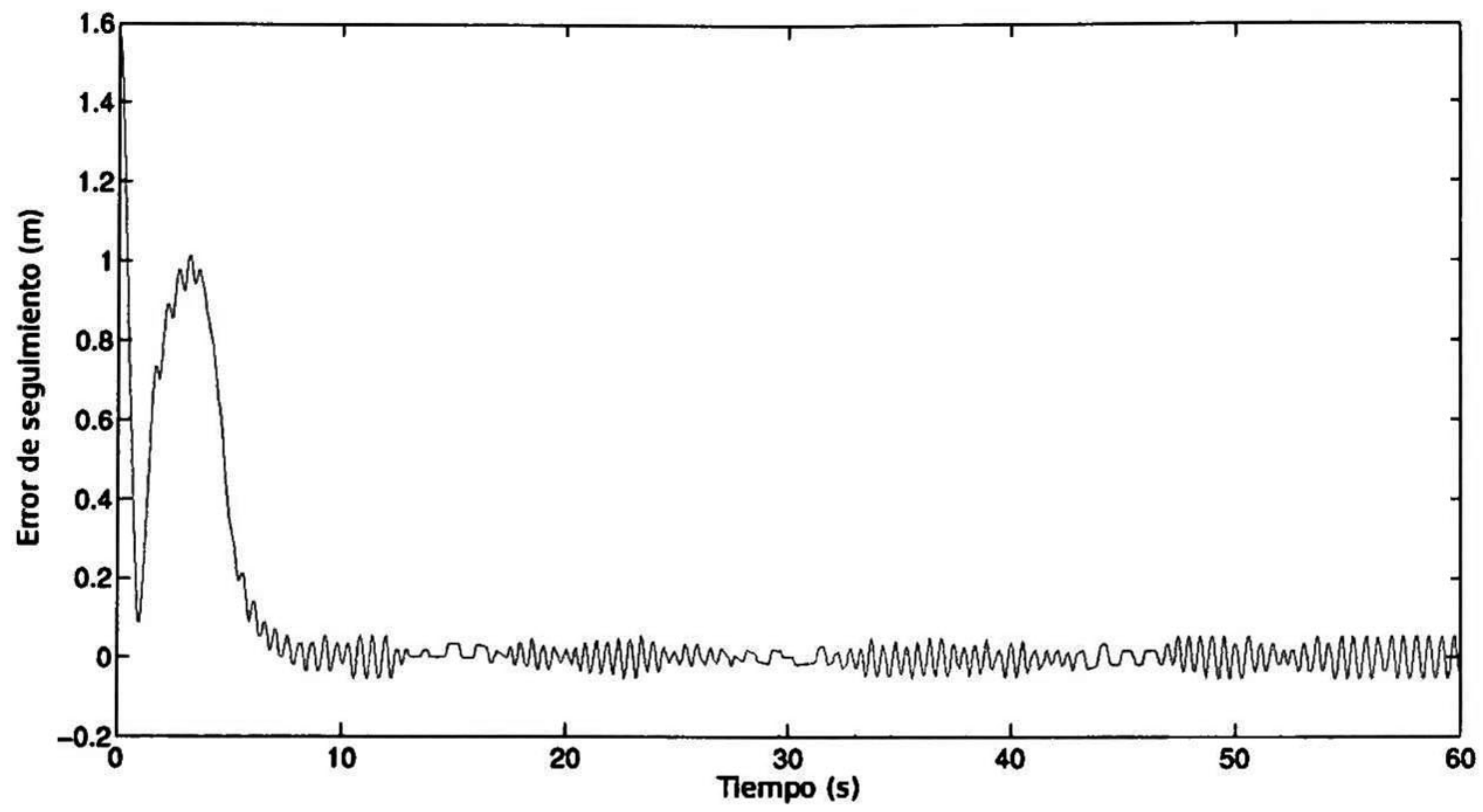
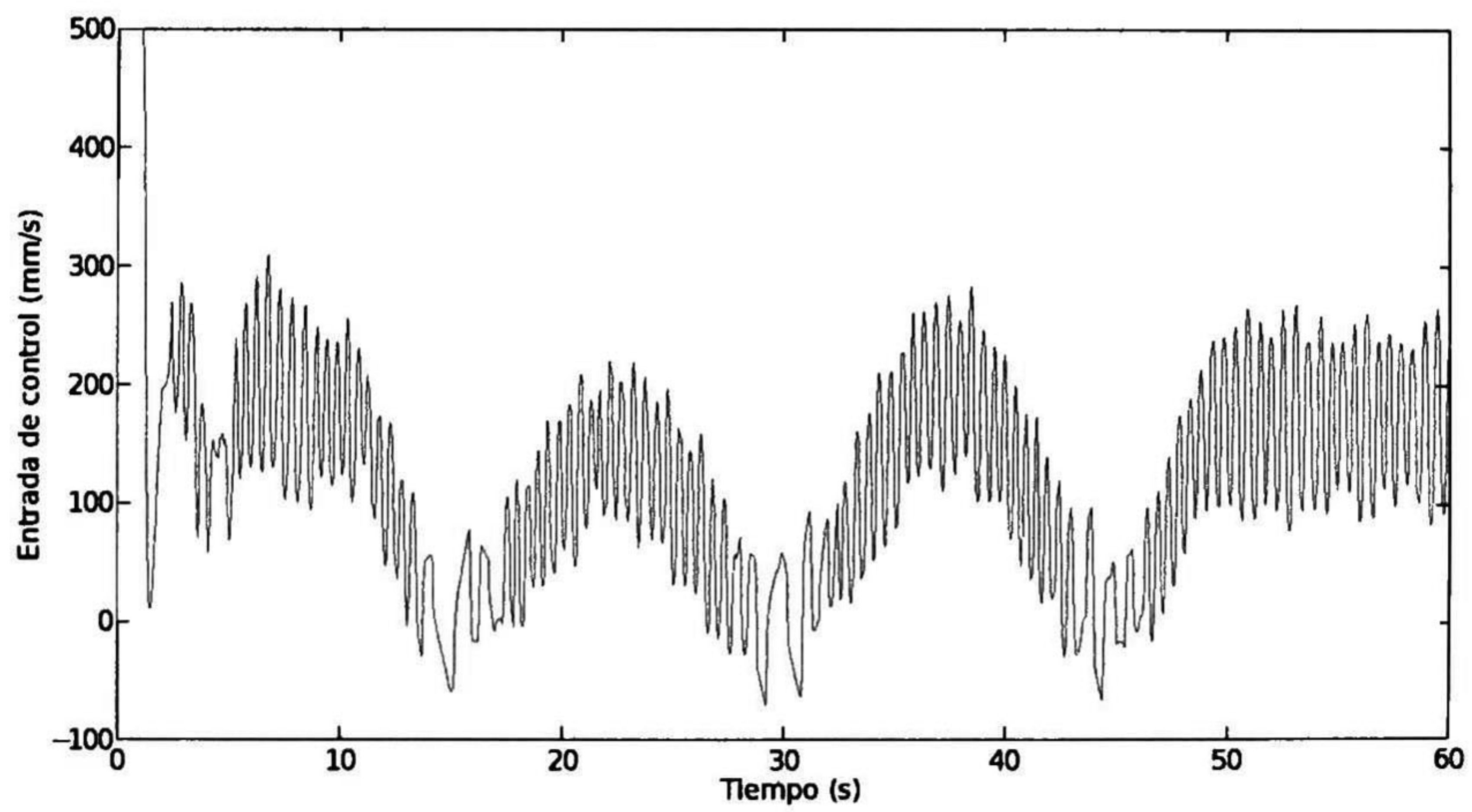


Figura 5.19: Error en el seguimiento del ángulo del robot

Figura 5.20: Entrada de control u_1

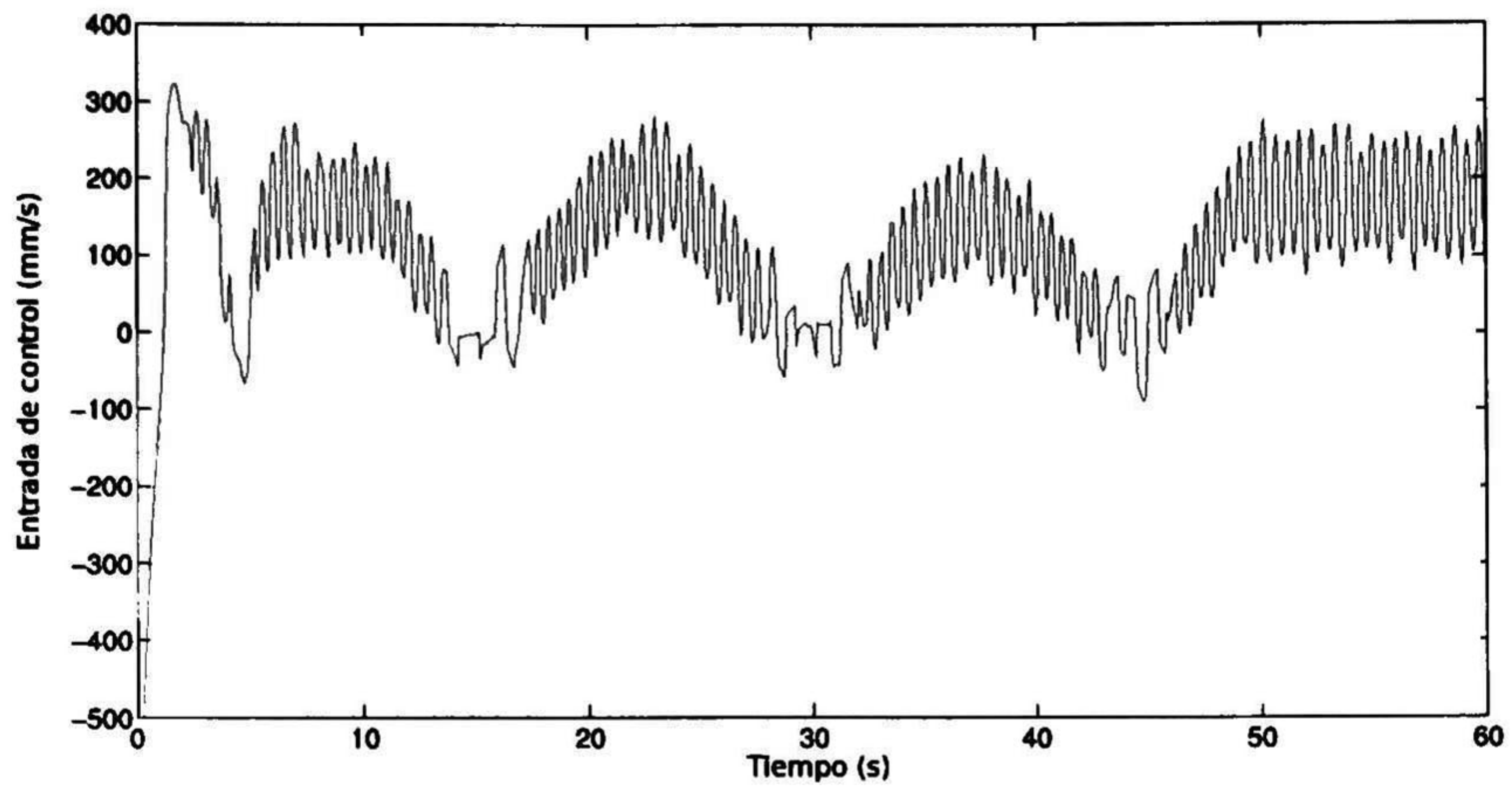


Figura 5.21: Entrada de control u_2

Capítulo 6

Conclusiones y Trabajo futuro

6.1. Conclusiones

En esta sección se establecen importantes conclusiones relativas al trabajo de investigación reportado en la presente tesis. Se presentan dos controladores combinados para resolver el problema de seguimiento de trayectoria, para una clase de sistemas no lineales en tiempo discreto. La aplicabilidad de los esquemas de control propuestos se demuestran mediante resultados de simulación para el seguimiento de trayectorias de robots móviles noholonómicos controlados por voltaje. La dinámica, la cinemática y la dinámica de actuadores de dicho robot móvil ha sido considerada. Es importante hacer notar que el conocimiento del modelo no es requerido para el diseño de dichos controladores.

El control cinemático propuesto no depende de algún parámetro del modelo y presenta un buen comportamiento en ausencia de éste; la ley de control se presenta muy sencilla, lo que hace fácil su implementación.

De los resultados de simulación, se observa que tales controladores propuestos para controlar la dinámica del robot y de los actuadores, presentan buen comportamiento con la presencia de modelos inciertos y variaciones paramétricas.

En lo que refiere a la implementación, no se realizó de forma completa debido a la arquitectura cerrada del robot, únicamente el control cinemático pudo ser implementando, con un rendimiento bastante aceptable como se ha visto en la Sección 5.3.

6.2. Trabajo Futuro

Como trabajo futuro se propone :

- Implementación en tiempo real de los algoritmos de control desarrollados en las secciones 4.3.1 y 4.3.2.
- Extensión de las técnicas utilizadas a control descentralizado.
- Aplicación de las técnicas de control desarrolladas a máquinas eléctricas, sistemas de potencia y otras aplicaciones relacionadas con la robótica.
- Desarrollo del análisis de estabilidad mediante funciones de Lyapunov de las técnicas de control propuestas.

Apéndice A

Publicaciones

M. Lopez, A. Salome, A. Y. Alanis, N. Arana, “Discrete-time sliding mode controllers for nonholonomic mobile robots trajectory tracking problem”, 8th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), Mérida, Yucatán, México, 2011.

A. Salome, A. Y. Alanis, E. N. Sanchez, “Discrete Super-Twisting Algorithm for nonholonomic mobile robots tracking problem” 8th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), Mérida, Yucatán, México, 2011.

Bibliografía

- [1] C. M. Anupaju, C.-Y. Su, and M. Oya. Robust adaptive motion control of uncertain nonholonomic mechanical systems including actuator dynamics. In *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation ICRA '04*, volume 4, pages 3525–3530, 2004.
- [2] Z. Aronson, T. Lechler, R. Reilly, and A. Shenhar. Project spirit-a strategic concept. In *Management of Engineering and Technology, 2001. PICMET'01. Portland International Conference on*, pages 539–544. IEEE, 2001.
- [3] I. Asimov. *I, robot*. Spectra, 1991.
- [4] J. Bares and D. Wettergreen. Dante ii: Technical description, results, and lessons learned. *The International Journal of Robotics Research*, 18(7):621, 1999.
- [5] G. Bartolini, A. Ferrara, and E. Usani. Chattering avoidance by second-order sliding mode control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(2):241–246, 1998.
- [6] G. Bartolini, A. Pisano, E. Punta, and E. Usai. A survey of applications of second-order sliding mode control to mechanical systems. *International Journal of Control*, 76, 9(10):875–892, 2003.
- [7] R. Brown and P. Hwang. *Introduction to Random Signals and applied Kalman filtering*, volume 2. John Wiley & Sons, 1997.
- [8] H. Brown Jr and Y. Xu. A single wheel, gyroscopically stabilized robot. *Robotics & Automation Magazine, IEEE*, 4(3):39–44, 1997.
- [9] K. Čapek and C. Novack. *RUR (Rossum's universal robots)*. Penguin Group USA, 2004.
- [10] C.-F. Chang, C.-I. Huang, and L.-C. Fu. Nonlinear control of a wheeled mobile robot with nonholonomic constraints. In *Proc. IEEE Int Systems, Man and Cybernetics Conf*, volume 6, pages 5404–5410, 2004.
- [11] G. Cybenko. Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Mathematics of Control, Signals, and Systems (MCSS)*, 2(4):303–314, 1989.

- [12] T. Das and I. N. Kar. Design and implementation of an adaptive fuzzy logic-based controller for wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 14(3):501–510, 2006.
- [13] A. Davila, J. A. Moreno, and L. Fridman. Optimal lyapunov function selection for reaching time estimation of super twisting algorithm. In *Proc. 48th IEEE Conf. held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conf Decision and Control CDC/CCC 2009*, pages 8405–8410, 2009.
- [14] J. de Sousa, C., E. M. Hemerly, and R. K. H. Galvao. Adaptive control for mobile robot using wavelet networks. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 32(4):493–504, 2002.
- [15] W. E. Dixon, M. S. de Queiroz, D. M. Dawson, and T. J. Flynn. Adaptive tracking and regulation of a wheeled mobile robot with controller/update law modularity. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 12(1):138–147, 2004.
- [16] L. Feldkamp, D. Prokhorov, and T. Feldkamp. Simple and conditioned adaptive behavior from kalman filter trained recurrent networks* 1. *Neural networks*, 16(5-6):683–689, 2003.
- [17] R. Felix, E. Sanchez, and A. Loukianov. Avoiding controller singularities in adaptive recurrent neural control. In *Proceedings IFAC*, volume 5.
- [18] T. Fukao, H. Nakagawa, and N. Adachi. Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 16(5):609–615, 2000.
- [19] S. S. Ge, J. Zhang, and T. H. Lee. Adaptive neural network control for a class of mimo nonlinear systems with disturbances in discrete-time. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 34(4):1630–1645, 2004.
- [20] G. Giralt, R. Sobek, and R. Chatila. A multi-level planning and navigation system for a mobile robot: a first approach to hilare. In *Proceedings of the 6th international joint conference on Artificial intelligence-Volume 1*, pages 335–337. Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1979.
- [21] S. Govindaswamy, T. Floquet, and S. K. Spurgeon. On output sampling based sliding mode control for discrete time systems. In *Proc. 47th IEEE Conf. Decision and Control CDC 2008*, pages 2190–2195, 2008.
- [22] G. Granosik and J. Borenstein. Integrated joint actuator for serpentine robots. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, 10(5):473–481, 2005.
- [23] S. Haykin. *Kalman filtering and neural networks*. Wiley Online Library, 2001.

- [24] B. Heck. Sliding-mode control for singularly perturbed systems. *International Journal of Control*, 53:985–1001, 1991.
- [25] P. Henaff, M. Milgram, and J. Rabit. Adaptive neural control in mobile robotics: experimentation for a wheeled cart. In *Proc. IEEE Int Systems, Man, and Cybernetics 'Humans, Information and Technology' Conf*, volume 2, pages 1139–1144, 1994.
- [26] R. Hollis. Newt: A mobile, cognitive robot. *Byte Magazine*, 2(6):30–45, 1977.
- [27] A. Isidori. *Nonlinear control systems*, volume 1. Springer Verlag, 1995.
- [28] U. Itkis. *Control systems of variable structure*. Wiley New York, 1976.
- [29] H. Khalil and J. Grizzle. *Nonlinear systems*, volume 122. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002.
- [30] K. Kozłowski and J. Majchrzak. A backstepping approach to control a nonholonomic mobile robot. In *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation ICRA '02*, volume 4, pages 3972–3977, 2002.
- [31] H. Kwatny and G. Blankenship. *Nonlinear Control and Analytical Mechanics: a computational approach*, volume 1. Birkhauser, 2000.
- [32] C. Leung and L. Chan. Dual extended kalman filtering in recurrent neural networks1. *Neural networks*, 16(2):223–239, 2003.
- [33] A. Levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *Int. J. Control*, 58(6):1247–1263, 1993.
- [34] A. Levant. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 76, 9(10):924–941, 2003.
- [35] A. Levant. Quasi-continuous high-order sliding-mode controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(11):1812–1816, 2005.
- [36] A. Levant. Chattering analysis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55(6):1380–1389, 2010.
- [37] A. Levant. Discretization issues of high-order sliding modes. *Proceedings IFAC, Milan, Italia*, 2011.
- [38] A. Levant and L. M. Fridman. Accuracy of homogeneous sliding modes in the presence of fast actuators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55(3):810–814, 2010.
- [39] W. Lin and C. I. Byrnes. Design of discrete-time nonlinear control systems via smooth feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(11):2340–2346, 1994.

- [40] Z. Lin and A. Saberi. Robust semi-global stabilization of minimum-phase input-output linearizable systems via partial state and output feedback. In *Proc. American Control Conf*, volume 1, pages 959–963, 1994.
- [41] A. Loukianov, J. Rivera, and J. Cañedo. Discrete-time sliding mode control of an induction motor. In *2002 IFAC 15th Triennial World Congress*, pages 1074–1079, 2002.
- [42] A. Lukyanov and V. Utkin. Methods of reducing equations for dynamic systems to a regular form. *Automation and Remote Control*, 42(4):413–420, 1981.
- [43] J. A. Moreno and M. Osorio. A lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers. In *Proc. 47th IEEE Conf. Decision and Control CDC 2008*, pages 2856–2861, 2008.
- [44] P. Muir and C. Neuman. Kinematic modeling of wheeled mobile robots. *Journal of robotic systems*, 4(2):281–340, 1987.
- [45] B. Muirhead. Mars pathfinder flight system integration and test. In *Aerospace Conference, 1997. Proceedings., IEEE*, volume 4, pages 191–205. IEEE, 1997.
- [46] K. S. Narendra and K. Parthasarathy. Identification and control of dynamical systems using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1(1):4–27, 1990.
- [47] N. Nilsson. Shakey the robot. Technical report, DTIC Document, 1984.
- [48] B. S. Park, S. J. Yoo, J. B. Park, and Y. H. Choi. Adaptive neural sliding mode control of nonholonomic wheeled mobile robots with model uncertainty. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 17(1):207–214, 2009.
- [49] B. S. Park, S. J. Yoo, J. B. Park, and Y. H. Choi. A simple adaptive control approach for trajectory tracking of electrically driven nonholonomic mobile robots. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 18(5):1199–1206, 2010.
- [50] W. Perruquetti and J. Barbot. *Sliding mode control in engineering*, volume 11. CRC, 2002.
- [51] W. Perruquetti, P. Borne, and J. P. Richard. A generalized regular form for sliding mode stabilization of mimo systems. In *Proc. 36th IEEE Conf. Decision and Control*, volume 2, pages 957–961, 1997.
- [52] A. Polyakov and A. Poznyak. Reaching time estimation for second order sliding mode controller via lyapunov function designing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54(8):1951–1955, 2009.
- [53] M. Raibert and E. Tello. Legged robots that balance. *IEEE Expert*, 1(4):89–89, 1986.

- [54] A. Ramon and C. Felix. *Variable structure neural control*. PhD thesis, Ph. D. dissertation, CINVESTAV, 2003, available: www.gdl.cinvestav.mx.
- [55] G. Rovithakis and M. Christodoulou. *Adaptive control with recurrent high-order neural networks: theory and industrial applications*. Springer, 2000.
- [56] W. Rugh. *Linear system theory*. Prentice-Hall, Inc., 1996.
- [57] A. Sabanovic, L. Fridman, and S. Spurgeon. *Variable structure systems: from principles to implementation*, volume 66. Iet, 2004.
- [58] E. Sanchez, A. Alanís, A. García, and A. Loukianov. *Discrete-time high order neural control: trained with Kalman filtering*, volume 112. Springer Verlag, 2008.
- [59] E. N. Sanchez, A. Y. Alanis, and J. Rico. Electric load demand prediction using neural network trained by kalman filtering. In *Proc. IEEE Int Neural Networks Joint Conf*, volume 4, pages 2771–2775, 2004.
- [60] S. Sarpturk, Y. Istefanopulos, and O. Kaynak. On the stability of discrete-time sliding mode control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 32(10):930–932, 1987.
- [61] S. Sastry. *Nonlinear systems: analysis, stability, and control*, volume 10. Springer Verlag, 1999.
- [62] H.-S. Shim and Y.-G. Sung. Stability and four-posture control for nonholonomic mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20(1):148–154, 2004.
- [63] R. Silva Ortigoza, J. García Sánchez, V. Barrientos Sotelo, M. Molina Vilchis, V. Hernández Guzmán, and G. Silva Ortigoza. Una panorámica de los robots móviles. *TELEMATIQUE*, 6(3), 2010.
- [64] H. Sira-Ramirez. Non-linear discrete variable structure systems in quasi-sliding mode. *International Journal of control*, 54(5):1171–1187, 1991.
- [65] H. Sira-Ramírez. On the dynamical sliding mode control of nonlinear systems. *International Journal of Control*, 57(5):1039–1061, 1993.
- [66] J. Slotine et al. On the adaptive control of robot manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, 6(3):49, 1987.
- [67] J. Slotine, W. Li, et al. *Applied nonlinear control*, volume 66. Prentice hall Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [68] Y. Song and J. Grizzle. The extended kalman filter as a local asymptotic observer for discrete-time nonlinear systems. *Journal of Mathematical systems, Estimation and Control*, 5(1):59–78, 1995.

- [69] I. N. K. T. Das and S. Chaudhury. Simple neuron-based adaptive controller for a nonholonomic mobile robot including actuator dynamics. *Neurocomput*, 69:2140â–2151, 2006.
- [70] A. Thompson. The navigation system of the jpl robot. In *Fifth International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 749–757. Citeseer, 1977.
- [71] D. Todd. *Walking machines: An introduction to legged robots*. Chapman & Hall, 1985.
- [72] V. Utkin. *Sliding modes and their application in variable structure systems*. Mir publishers, 1978.
- [73] V. Utkin. *Sliding modes in control and optimization*, volume 2. Springer-Verlag Berlin, 1992.
- [74] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi. *Sliding mode control in electromechanical systems*, volume 9. CRC, 1999.
- [75] D. Vos and A. Von Flotow. Dynamics and nonlinear adaptive control of an autonomous unicycle: Theory and experiment. In *Decision and Control, 1990., Proceedings of the 29th IEEE Conference on*, pages 182–187. IEEE, 1999.
- [76] B. Wang, X. Yu, and X. Li. Zoh discretization effect on higher-order sliding-mode control systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(11):4055–4064, 2008.
- [77] R. Williams and D. Zipser. A learning algorithm for continually running fully recurrent neural networks. *Neural computation*, 1(2):270–280, 1989.
- [78] Y. Wu, B. Wang, and G. D. Zong. Finite-time tracking controller design for nonholonomic systems with extended chained form. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 52(11):798–802, 2005.
- [79] J.-M. Yang and J.-H. Kim. Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 15(3):578–587, 1999.
- [80] S. Zak. *Systems and control*. Oxford University Press, 2003.



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N.
UNIDAD GUADALAJARA**

"2011, Año del Turismo en México"

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

Controladores por Modos Deslizantes en Tiempo discreto Aplicados
a Robots Móviles no Holonómicos

del (la) C.

Angel SALOME BAYLON

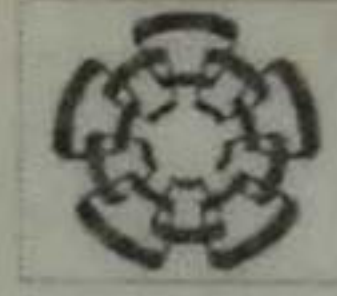
el día 15 de Diciembre de 2011.

Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos
Investigador CINVESTAV 3D
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. Alexander Georgievich Loukianov
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. José Javier Ruíz León
Investigador CINVESTAV 3B
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dra. Alma Yolanda Alanis García
Profesor
CUCEI UDG



CINVESTAV - IPN
Biblioteca Central



SSIT0010833