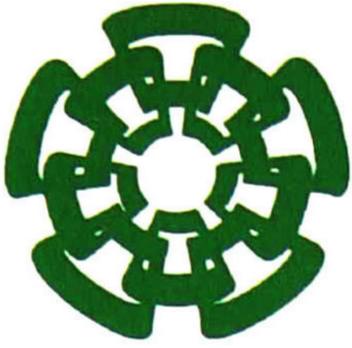


BC-672
Don - 2012

xx(182555.1)



**Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
del Instituto Politécnico Nacional
Unidad Guadalajara**

**Implementación en Tiempo Real de un
Algoritmo para Aislar una Fuga en
Tuberías de Agua a Presión utilizando un
Filtro de Kalman Extendido**

**Tesis que presenta:
Erick Axel Padilla García**

**Para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias**

**En la especialidad de:
Ingeniería Eléctrica**

**Director de Tesis:
Dra. Ofelia Begovich Mendoza**

**CINVESTAV
ADQUISICION
LIBROS**

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Octubre, 2011.



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y
DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL
INSTITUTO POLITÉCNICO
NACIONAL**

**COORDINACIÓN GENERAL DE
SERVICIOS BIBLIOGRÁFICOS**

CLASIF.	
ADQUIS.	BC-672
FECHA:	16/11/2012
PROCESO:	Don-2012

SD 181982-1001

Implementación en Tiempo Real de un Algoritmo para Aislar una Fuga en Tuberías de Agua a Presión utilizando un Filtro de Kalman Extendido

**Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica**

Por:

Erick Axel Padilla García

Ingeniero en Robótica Industrial

Instituto Politécnico Nacional. E.S.I.M.E. Unidad
Profesional Azcapotzalco 2002-2006

Becario de CONACYT, expediente no. 219294

Director de Tesis:

Dra. Ofelia Begovich Mendoza

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Octubre, 2011.

A mi madre, porque ella siempre ha creído en mí, enseñándome que con esfuerzo, dedicación y entusiasmo todo se puede lograr, por todos los consejos y más que nada por ser la mejor madre que uno pudiera desear.

A mi padre, porque con sus consejos siempre me ha impulsado por el camino del bien, para que salga adelante con honestidad y dignidad.

Agradecimientos

Deseo agradecer a la doctora Ofelia Begovich, por todo el apoyo, la confianza, el entusiasmo y la orientación brindada para realizar este trabajo de investigación.

A mis hermanos, por todo el cariño, confianza, apoyo, amor y comprensión. por estar a mi lado en todo momento.

A la familia Padilla Rojo, por los grandes momentos que hemos pasado, por su apoyo incondicional, amor y comprensión.

A mis primos, por ser quienes me impulsan a ser cada vez mejor persona.

A Laura, Serch, Blanca, Carlos, Chela, Choche porque en ellos encontré verdaderos amigos; por toda la confianza que me han brindado.

A Alejandro Pizano, Gerardo Valdovinos y Adrián Navarro, quienes son un excelente equipo de trabajo.

A los Epsilon, por todos los grandes momentos y motivaciones que pasamos juntos.

Al grupo de control, por la amistad, la hospitalidad y sobre todo el apoyo brindado.

Al jurado, por sus comentarios y por el tiempo dedicado.

Finalmente, deseo agradecer a CONACyT por el apoyo económico durante esta investigación.

Resumen

En este trabajo, se implementa un algoritmo de detección y aislamiento de una fuga en tiempo real. Este algoritmo utiliza un modelo discretizado por el método de Diferencias Finitas Implícitas Centradas, en el cual se consideran fugas virtuales en los puntos de discretización. Dicha información de las fugas virtuales se usará para encontrar la verdadera fuga en la tubería real. A diferencia del trabajo en el que se basa esta tesis (el cual utiliza el método de las Características), no se requiere de métodos iterativos para resolver las ecuaciones en diferencias finitas que describen el comportamiento de la tubería. Posteriormente, se diseña un Filtro de Kalman Extendido que utiliza como entrada la cabeza de presión medida al inicio de la tubería, así como el gasto medido al final de la misma. Este filtro se utilizará para lograr el aislamiento de la fuga. Para conseguir que el algoritmo funcione en tiempo real, se considerarán las variaciones que sufren algunos parámetros de la tubería al iniciar los experimentos y se realizan mejoras al mismo.

El esquema utilizado para detección y aislamiento de una fuga, se ha probado en el prototipo de tuberías del Cinvestav-Guadalajara, obteniendo resultados satisfactorios.

Abstract

In this work, a leak detection and isolation algorithm is implemented in real time. This algorithm uses a discretized model by the Centered Implicit Finite Difference method, in which virtual leaks are considered at discretization points. This information will be used to find the true leak in the real pipeline. Unlike the work that underlies this thesis (which uses the Characteristics method), it does not require iterative methods to solve the equations that describe the behavior of the pipeline. Subsequently, is designed an Extended Kalman Filter that uses as input the pressure head measure at the inlet of the pipeline and the flow rate measure at the outlet of it. This filter will be used to achieve the leak isolation. To make the algorithm works in real time, the variations of some parameters in the pipeline are considered at the beginning of the experiments and also improvements were made to this algorithm.

The scheme used for a leak detection and isolation has been proven in the prototype pipeline of CINVESTAV-Guadalajara. The results obtained were satisfactory.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del Problema	1
1.2. Revisión Bibliográfica	2
1.2.1. Fault-Model Approach (<i>Trabajos reportados</i>)	2
1.3. Descripción del prototipo	4
1.4. Objetivos	5
1.5. Organización de la Tesis	5
2. Modelado Matemático	7
2.1. Modelo	7
2.2. Parámetros del Modelo	8
2.2.1. Densidad	8
2.2.2. Compresibilidad del agua	9
2.2.3. Viscosidad	11
2.2.4. Coeficiente de Fricción	11
2.2.5. Velocidad de la Onda de Presión	12
2.2.6. Longitud Equivalente	13
2.3. Discretización por Diferencias Finitas Implícitas Centradas	14
2.4. Modelado de fuga	17
2.4.1. Condiciones de Frontera	19
2.5. Representación en Variables de Estado	19
3. Diseño de Algoritmo LDI	21
3.1. Esquema FMA-LDI	21
3.2. Condiciones en estado estacionario y efecto de una fuga	21
3.3. Observador	23
3.4. Determinación de los parámetros de la fuga real	23
3.4.1. Tamaño de la fuga	25
3.4.2. Localización de fuga	25
3.5. Alarma de fuga	25

3.6. Minimización de errores de modelado por medio del Filtro de Kalman Extendido	26
3.6.1. Linealización alrededor de una trayectoria nominal	26
3.6.2. Perturbaciones sobre la trayectoria nominal	26
3.6.3. Filtro de Kalman Extendido (FKE)	28
3.7. Cambios en el punto de operación	29
3.8. Algoritmo FMA-LDI	30
4. Resultados en Tiempo Real	33
4.1. Posiciones equivalentes de las fugas	33
4.2. Parámetros del Prototipo y Parámetros del Algoritmo LDI	35
4.3. Fuga 1	38
4.4. Fuga 2	44
4.5. Fuga 3	49
4.6. Fuga 1 con cambios en el punto de operación	55
4.7. Fuga 3 con cambios en el punto de operación	61
5. Conclusiones y Trabajo futuro	67
A. Relación entre fuga real y fugas virtuales	73
B. Deducción de las ecuaciones para el modelo de la tubería	77

Glosario

Aislamiento de falla (fault isolation). Consiste en la determinación del tipo de falla.

Aislamiento de fuga (leak isolation). Consiste en la detección de la fuga y la localización de la misma.

Cabeza de presión. Es la altura del líquido que se requiere para producir una presión determinada, expresado en unidades de longitud. A esta altura se le conoce como la cabeza de presión del fluido (H), cuya unidad en el Sistema Internacional de Unidades es el metro (m).

Confiabilidad (reliability). Habilidad de un sistema para desarrollar una función requerida bajo condiciones normales de operación, dentro de un cierto campo y durante un periodo de tiempo dado.

Detección de fuga (leak detection). Proceso mediante el cual se determina que ha ocurrido una fuga.

Diagnóstico de fallas (fault diagnosis). El diagnóstico de una falla consiste en la determinación de su tipo, tamaño y localización, además del tiempo que se lleva en su detección. Se sigue de la detección de la falla. Incluye aislar la falla e identificarla.

Falla (fault). Desviación no permitida de al menos una característica, propiedad o parámetro del sistema de una condición estable, usual o estándar.

Fluido. Es aquella sustancia en la cual, existe entre sus moléculas poca fuerza de atracción, cambiando su forma ante una fuerza aplicada sobre ellos. Los fluidos se pueden clasificar en líquidos y gases.

Flujo estable. Cuando la velocidad del fluido en una región dada no varía con respecto al tiempo.

Flujo inestable. Cuando la velocidad del fluido en una región dada varía con respecto al tiempo.

Flujo laminar. Es el régimen de flujo en el cual, las partículas se desplazan siguiendo trayectorias paralelas entre ellas, formando así en conjunto capas o láminas.

Flujo transitorio. Cuando las condiciones del fluido pasan de un estado estable a otro, el estado intermedio se conoce como flujo transitorio.

Fuga (leak). Una fuga es una abertura o agujero, que ocurre en un sistema que contiene un fluido. Una fuga usualmente es inesperada y no deseada.

Gasto volumétrico. El gasto volumétrico o caudal es el volumen de agua que pasa a través de una sección transversal de tubería por unidad de tiempo. En esta tesis se

usará la palabra gasto en referencia al gasto volumétrico, expresado en m^3/s .

Ligeramente compresible. Un líquido se considera ligeramente compresible si la densidad del líquido cambia ligeramente debido a un cambio de presión.

Modelo de diagnóstico. Es un conjunto de relaciones estáticas o dinámicas, las cuales enlazan ciertas variables de entrada con ciertas variables de salida.

Monitoreo. Tarea en tiempo real y hecha de manera permanente para determinar las condiciones de un sistema físico, por medio de la instrumentación y/o grabación de la información de tal manera que se puedan identificar anomalías en el comportamiento.

Parámetros de fuga. Localización de fuga (lugar a lo largo de la tubería en el cual el producto se está derramando) y tamaño de fuga (cantidad de flujo que se está escapando).

Perturbación. Entrada desconocida generalmente incontrolable que actúa sobre el sistema.

Régimen de flujo Es un estado de comportamiento del fluido. El régimen de flujo depende de la gravedad, densidad y sus efectos inerciales. Se pueden encontrar 3 tipos de régimen de flujo, laminar, de transición y turbulento (también llamado flujo desarrollado).

Régimen de transición. El paso de régimen laminar a turbulento no es inmediato, de tal manera que el flujo se encuentra en un estado intermedio.

Régimen turbulento o desarrollado. Este tipo de régimen de flujo se caracteriza por las trayectorias irregulares de sus partículas, semejantes a remolinos. El flujo turbulento ocurre cuando las velocidades de flujo son generalmente muy altas o en fluidos en los que las fuerzas viscosas son muy pequeñas.

Residuos. Discrepancia entre la salida del modelo matemático (estado estimado) y su correspondiente medición.

Capítulo 1

Introducción

El agua es un recurso natural indispensable para la humanidad, cuyo transporte debe mejorarse a medida que va aumentando la población. Durante años se han empleado tuberías como medio de distribución tanto de agua como de combustibles. También, se han usado redes de tuberías para poder transportar fluidos desde los sitios de almacenamiento hasta los usuarios. Una fuga no detectada a tiempo puede ocasionar desde grandes pérdidas del producto hasta serios daños en el medio ambiente.

Por mencionar algunas de las principales causas de una fuga en una tubería pueden ser la corrosión, grietas formadas entre las uniones de acoplamiento, rupturas, etc.

1.1. Planteamiento del Problema

En estudios realizados se ha demostrado que en el país se pierde más del 30% del suministro de agua potable debido a las fugas [6], que de manera colectiva o en periodos prolongados resultan fuentes de grandes pérdidas causando daños al ambiente, accidentes potenciales, pérdidas de producto, etc.

Por otra parte, se han construido tuberías de grandes longitudes para el transporte de fluidos a distancias considerables. Así, el tiempo transcurrido desde el momento en que se detecta una fuga y el conocimiento de su ubicación exacta hasta que se completa la reparación de la misma, puede representar pérdidas en tiempo.

Existen métodos para la detección de fugas, en los cuales se requiere de una inspección física de la tubería utilizando diversos equipos como pueden ser un ultrasonido, equipos electromagnéticos, acústicos, etc. (información complementaria de estos métodos se puede encontrar en [22], [25]). Algunos de estos instrumentos son muy costosos y se necesita de personal certificado en el área.

Existen también métodos de diagnóstico de fallas en tuberías, mediante algoritmos LDI (de sus siglas en inglés, Leak Detection and Isolation), cuyo diseño está basado en un modelo matemático que emula el comportamiento de la dinámica del fluido en una tubería. Estos métodos resultan ser más económicos ya que no necesitan de instrumentos sofisticados y realizan un monitoreo constante de la operación de la tubería para la

detección y el aislamiento de las fugas en tiempo.

1.2. Revisión Bibliográfica

El diagnóstico de fallas requiere de un monitoreo constante para observar el momento en el que se produce una eventualidad de interés, en nuestro caso una fuga (detección). El problema de aislamiento de una fuga, consiste en precisar la ubicación de la misma en la tubería, e identificar la cantidad de fluido que se está perdiendo (tamaño de fuga).

Desde hace aproximadamente 30 años se han desarrollado métodos para la detección y aislamiento de fugas (en [3], [10], [19] se presenta una revisión bibliográfica y aportaciones sobre el diseño de sistemas de diagnóstico de fallas) los cuales se dividen en dos categorías: externas o directas, e internas o analíticas. Estas categorías se explican detalladamente en [1].

Un concepto fundamental de los métodos internos de detección de fugas es distinguir las desviaciones de la dinámica del proceso característica a la ocurrencia de la fuga bajo condiciones normales de operación, es decir, en un punto de operación dado, destacar el efecto causado por la presencia de una fuga. Tomando en cuenta este criterio de detección, podemos encontrar 2 esquemas diferentes: Esquema sensitivo a fallas (Fault-Sensitive Approach), usando un modelo libre de fugas, cuyo esquema se basa en los residuos entre el modelo matemático y la tubería (leak-free); y el Esquema con fallas modeladas (Fault-Model Approach), el cual toma en cuenta los efectos de la fuga en el modelo (leaking pipe model). Esta tesis, se enfocará a la detección y aislamiento de fugas en tuberías bajo el esquema Fault-Model Approach (FMA).

1.2.1. Fault-Model Approach (*Trabajos reportados*)

Se presentan trabajos previos en relación a LDI's, donde se toma en cuenta el efecto de la fuga en el modelo.

- En [17] se muestran técnicas de estimación del estado para detección de cambios abruptos en sistemas dinámicos estocásticos y así como, el diseño de filtros específicos sensitivos a dichos cambios. Entre éstos métodos, se describe uno que consiste en modelar el efecto de una fuga en una tubería, considerando la fuga como una perturbación. Se presentan resultados en simulación.
- En [4] se describe un método para la detección y aislamiento de una fuga. Este método utiliza un modelo de diferencias no lineal obtenido usando el método de las Características para discretizar en tiempo y en distancia las ecuaciones diferenciales parciales que modelan la dinámica de una tubería de gas. En los puntos de discretización en distancia, se supone la existencia de fugas virtuales cuya información servirá para aislar la verdadera fuga. El algoritmo emplea como observador un Filtro de Kalman Extendido. Las entradas al Filtro de Kalman son la cabeza de presión medida al inicio de la tubería, así como el gasto medido al final

de la misma, y las salidas del Filtro son la presión al final de la tubería, y el gasto al inicio de la misma. La evaluación de dicho algoritmo se presenta únicamente en simulación. Este es el algoritmo base que se utilizará en este trabajo.

- En [18] se hace una comparación de los dos esquemas de detección de fugas, usando el esquema Fault Model Approach con el método de las Características basado en el algoritmo de Allidina [4], y el esquema Fault Sensitive Approach propuesto en [28]. Se presentan resultados en simulación.
- En [7] se proponen métodos para detección e identificación de fallas para aplicar en tiempo real, usando filtros paralelos basados en Filtro de Kalman cuyo propósito es describir diferentes situaciones de fallas en operación normal. El análisis para la deducción del algoritmo esta basado en el conocimiento de parámetros y densidades estocásticas. Este trabajo es evaluado únicamente en simulación.
- En [9] presentan un esquema de monitoreo utilizando un Filtro de Kalman Extendido Modificado para anticipar la magnitud en la estimación de estados. Este trabajo es evaluado únicamente en simulación.
- En [24] se diseña un algoritmo de detección y aislamiento para dos fugas no concurrentes. Este algoritmo esta basado en una discretización espacial variable. Dicho algoritmo se basa en dos modelos transformados para que cada uno sea sensible a una fuga e insensible a la otra. Se emplean dos observadores no lineales y a partir de éstos, se obtienen dos generadores de residuos. Dichos observadores se obtienen al linealizar en un punto de operación normal de la tubería y la fuga se aísla mediante el uso de un estimador de posición. Se presentan resultados en simulación para una tubería de agua piloto.
- En [19] se implementa a través de simulaciones, un algoritmo de detección y aislamiento de una fuga. Dicho algoritmo se basa en un modelo para una línea de distribución de agua. El modelo usado se obtiene usando el método de las Características. En este trabajo se usa un Filtro de Kalman Extendido para la estimación del estado. El objetivo de este trabajo, es evaluar el desempeño del Filtro de Kalman Extendido para detección de una fuga en una modelo para una línea de distribución de agua.

En [8] se pretende aplicar el trabajo realizado por Ryan M. Lesyshen ([19]) en un sistema de distribución real de agua, usando un Filtro de Kalman junto con un método llamado enfoque de fronteras extendidas (Extended Boundary Approach). Se pretende probar el desempeño y la precisión del algoritmo. Se presentan resultados en simulación pero desgraciadamente la implementación en tiempo real no fue factible.

- En [3] el esquema de diagnóstico para dos fugas realizado por [24], es probado en tiempo real para evaluar su desempeño en el prototipo de tuberías del Cinvestav

Guadalajara. El comportamiento del esquema se ha probado exitosamente en tres diferentes localizaciones de la tubería y para dos pares de fugas no concurrentes.

1.3. Descripción del prototipo

El prototipo de tuberías utilizado en este trabajo se encuentra en el Cinvestav Unidad Guadalajara, que consta en su inicio de un tanque de 750 L de capacidad (Almacenamiento 1), seguido de una bomba capaz de entregar una cabeza de presión máxima de 19.5 m, impulsando agua a través de la tubería. El prototipo cuenta con dos conjuntos de sensores de presión (PT) y de gasto (FIT), ubicados en los extremos de la tubería. Los sensores manejan como salida una señal de corriente de 4 a 20 mA. La distancia efectiva de la tubería entre sensores es de 68.54 m de longitud. En el prototipo se encuentran instaladas 3 válvulas, a los 16.86 m (Válvula 1), 33.4 m (Válvula 2), y 49.94 m (Válvula 3) de distancia con respecto al primer par de sensores. La tubería se compone de un material conocido como Polipropileno Copolímero Random (PCR) con un diámetro de 0.0635 m. Un sistema de recirculación (Bomba 2 y Almacenamiento 2) se encarga de regresar el agua proveniente de las válvulas hacia el contenedor principal (Almacenamiento 1). En la Figura 1.1 se muestra un diagrama del prototipo de tuberías del Cinvestav-Guadalajara. En la Tabla 1.1 se muestran los parámetros del prototipo de tuberías. Información más detallada sobre la construcción del prototipo y su instrumentación se puede encontrar en [10], [3] y [12].

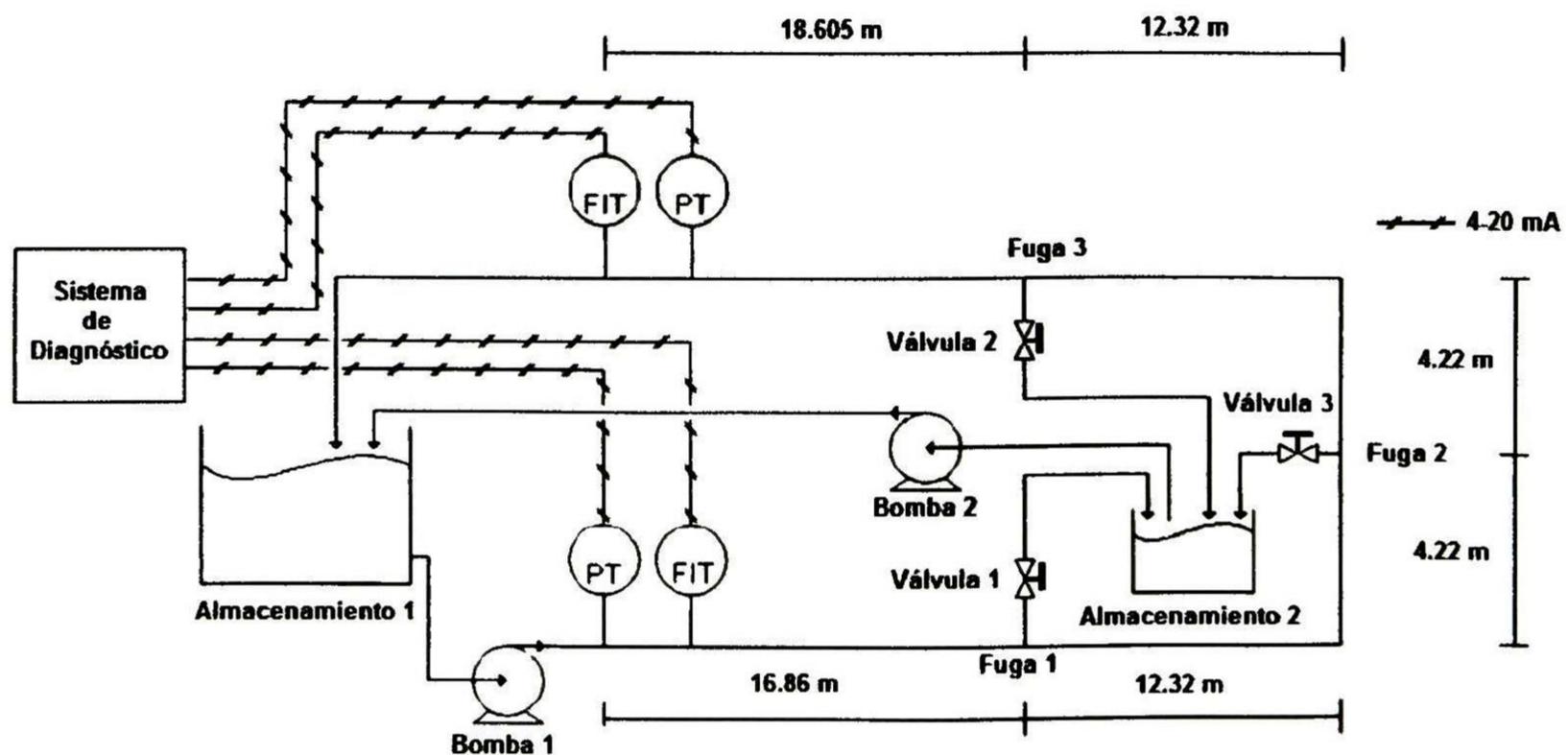


Figura 1.1: Diagrama de instrumentación del prototipo de tuberías

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Distancia entre sensores	L	68.54	m
Distancia válvula 1	–	16.86	m
Distancia válvula 2	–	33.4	m
Distancia válvula 3	–	49.94	m
Diámetro de tubería	D	0.0635	m
Área transversal	A	0.0031669	m^2
Ángulo de inclinación	–	0	deg
Grosor de la pared de la Tubería	ρ	0.01270	m
Rugosidad	ε	7×10^{-6}	m
Módulo de Elasticidad de Tubería	E	8×10^8	Pa

Tabla 1.1: Parámetros del Prototipo de Tuberías

1.4. Objetivos

El principal objetivo de esta tesis es lograr una implementación en tiempo real del algoritmo LDI en [4], donde se emplea un Filtro de Kalman Extendido. Dicho algoritmo se implementará y evaluará en el prototipo de tuberías que se encuentra en el Cinvestav-Guadalajara.

Como objetivos específicos se consideran:

1. Obtener valores de los parámetros del modelo más apegados a las condiciones reales de la tubería.
2. Diseñar un algoritmo LDI que considere variaciones en el punto de operación.
3. Considerar ajustes en los parámetros que se vean afectados por la acción de la temperatura y tipo de régimen de flujo.

1.5. Organización de la Tesis

En el Capítulo 2, se describe la dinámica del fluido en una tubería que servirá como base para el desarrollo del algoritmo LDI, y se presentan los criterios que servirán para ajustar los parámetros en el modelo. Se definen las condiciones de frontera y se obtiene un modelo para el prototipo de tuberías en diferencias finitas implícitas centradas usando el esquema de discretización de Preissmann. Para el diseño del sistema LDI se modelan fugas virtuales en los puntos de discretización, cuya información se usará para encontrar la verdadera fuga.

En el Capítulo 3, se muestra el funcionamiento del sistema LDI bajo el esquema FMA. Se describen las condiciones en estado estacionario y los efectos de una fuga en la tubería. En base a lo mencionado en el Capítulo 2, se propone el observador para el algoritmo LDI y se analiza la relación entre la fuga real y las virtuales para determinar los parámetros de la misma. Se propone usar un Filtro de Kalman Extendido (FKE) y se mencionan las propiedades del Filtro de Kalman. Finalmente, se presenta un procedimiento de detección y aislamiento para el algoritmo bajo el esquema FMA, basado en [4] usando un FKE.

En el Capítulo 4, se muestran los resultados que se obtuvieron al utilizar el algoritmo LDI propuesto en tiempo real, que corresponden a una fuga que se emulará utilizando válvulas ubicadas en 3 posiciones diferentes en el prototipo de tuberías.

En el Capítulo 5 se exponen las conclusiones de este trabajo y plantea el trabajo futuro.

Capítulo 2

Modelado Matemático

En este capítulo se describe el modelo de la dinámica del fluido en una tubería, el cual servirá como base para el desarrollo del algoritmo LDI en el prototipo de tubería de Cinvestav-Guadalajara.

2.1. Modelo

De acuerdo a [15] el flujo dinámico a través de una tubería sin inclinación se describe por las ecuaciones de continuidad y de momento bajo las siguientes hipótesis:

1. Se consideran condiciones isotérmicas
2. El flujo dentro de la tubería fluye en una dirección y la distribución de la velocidad del flujo es uniforme sobre la sección transversal de la tubería.
3. Las paredes de la tubería y el fluido son linealmente elásticos (es decir, el esfuerzo es proporcional a la deformación) y ligeramente compresibles.
4. Se desprecian las variaciones de densidad del fluido y del área transversal interna de la tubería, causadas por variaciones de presión dentro de la tubería.

De acuerdo a lo anterior, las ecuaciones de continuidad (2.1) y de momento (2.2), son:

$$\frac{\partial H(z, t)}{\partial t} + \frac{b^2}{gA} \frac{\partial Q(z, t)}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial Q(z, t)}{\partial t} + gA \frac{\partial H(z, t)}{\partial z} + \frac{f_r}{2DA} Q(z, t) |Q(z, t)| = 0 \quad (2.2)$$

donde:

$H(z, t)$ Es la cabeza de presión en el tiempo t , a una distancia z (m)

$Q(z, t)$ Es el gasto volumétrico en el tiempo t , a una distancia z (m^3/s)

b Velocidad de la onda de presión (m/s)
 g Aceleración de la gravedad (m/s^2)
 A Área transversal del tubo (m^2)
 f_r Coeficiente de fricción
 D Diámetro (m)
 t Tiempo (s)
 z Distancia (m)

2.2. Parámetros del Modelo

Las ecuaciones de momento y continuidad se obtienen de aplicar un balance de masas y fuerzas, cabe mencionar que en esta tesis se considera un conducto totalmente lleno que transporta agua a presión.

A continuación, se toman en cuenta criterios para ajustar los parámetros en el modelo, ya que se pretende usar valores apegados a las condiciones reales, a diferencia del trabajo en simulación de [4] que considera una temperatura constante de $20^\circ C$, y un coeficiente de fricción constante. Sin embargo, en la realidad, es recomendable (y en particular en tuberías plásticas), antes de iniciar la experimentación verificar los valores de los parámetros tales como la temperatura, la viscosidad, la densidad, la fricción, la longitud equivalente, y una vez ajustados los mismos, si es posible, realizar las pruebas en un ambiente donde los cambios en los parámetros sean mínimos. En particular, en este trabajo se logró lo anterior haciendo la experimentación en horas donde la temperatura no variaba sensiblemente.

Adicionalmente, se usa una base de datos de propiedades del agua con respecto a una temperatura $T(^{\circ}C)$. Estos valores fueron tomados de tablas según IAPWS [11] (de sus siglas en inglés “International Association for the Properties of Water and Steam”) donde $T \in (-5^{\circ}C, 60^{\circ}C)$. Esta asociación está organizada por diferentes miembros alrededor del mundo cuyo interés particular es analizar y obtener propiedades termodinámicas del agua con respecto a la temperatura y presión.

2.2.1. Densidad

Debido a que se consideran condiciones isotérmicas y se desprecian las variaciones de la densidad causadas por variaciones de presión dentro de la tubería, la densidad del agua en el prototipo de tuberías se considera constante, donde ρ denota la densidad del agua.

Usando la base de datos de IAPWS obtenemos el valor de la densidad del agua (Figura 2.1), con respecto a la temperatura.

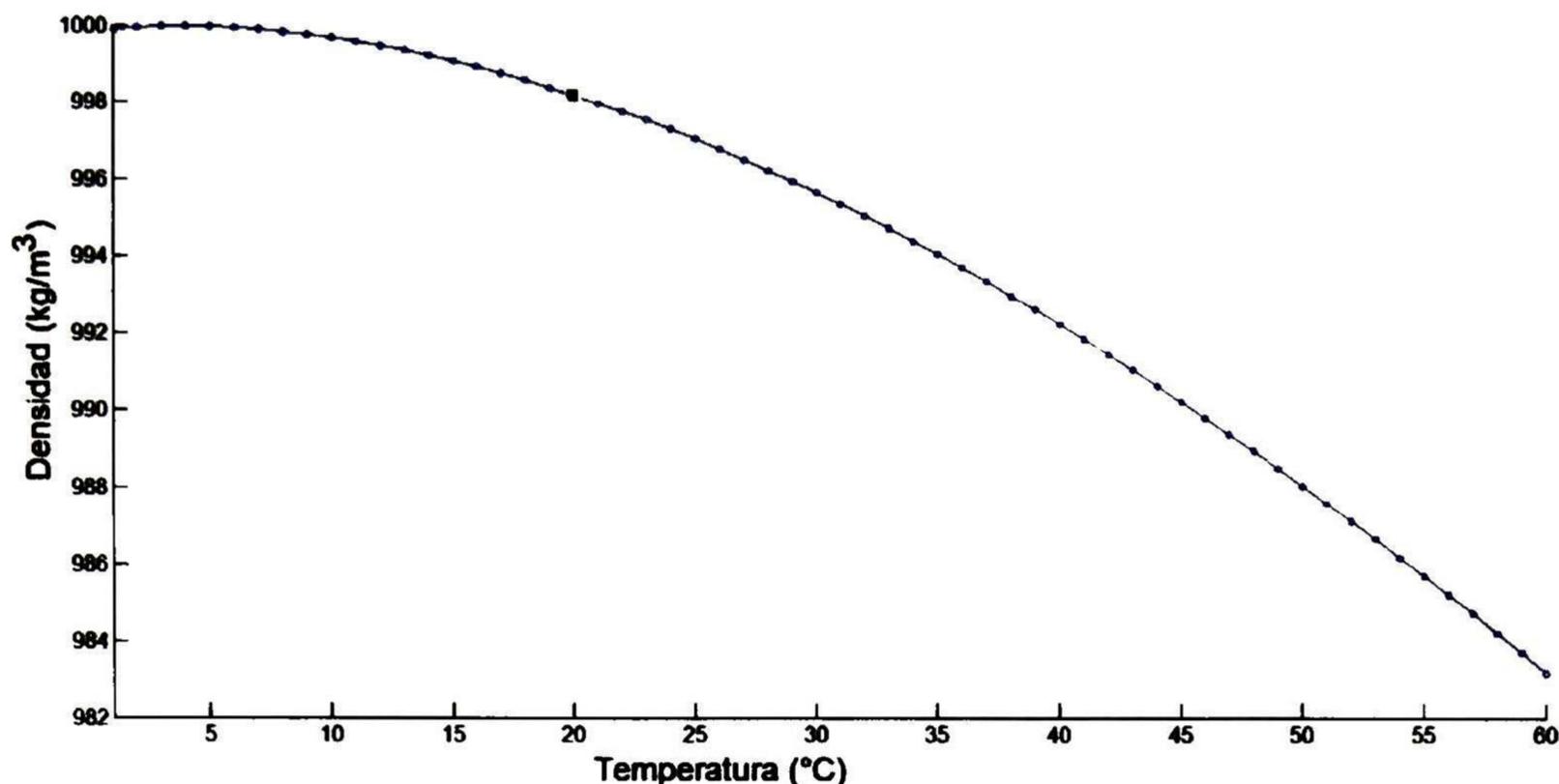


Figura 2.1: Densidad del agua con respecto a la temperatura según IAPWS.

2.2.2. Compresibilidad del agua

La compresibilidad es la propiedad de la materia a la cual se debe que todos los cuerpos disminuyan de volumen al someterlos a una presión o compresión. De acuerdo a [26] los sólidos a nivel molecular son muy difíciles de comprimir, ya que el espacio intermolecular es muy pequeño y existe poco espacio libre para reducir sin fuerzas de repulsión considerables. Esta situación contrasta con la compresibilidad de los gases, cuyo espacio intermolecular es grande y en general son altamente comprensibles bajo condiciones de presión y temperatura normales.

La pared de la tubería se considera linealmente elástica, ligeramente compresible y se desprecian las variaciones del área transversal debido a variaciones de presión internas en la tubería. Luego, la compresibilidad del material del prototipo de tuberías solo se usará para obtener el valor de la velocidad de la onda de presión. Dicho valor del módulo de elasticidad del material de la tubería, está dado por el fabricante (denotado por E).

En el caso de los líquidos bajo condiciones de temperatura y presión normales presentan una compresibilidad mayor que en los sólidos.

Para el proyecto de tuberías suponemos que el agua es linealmente elástica, ligeramente compresible, y se considera que el valor de la compresibilidad del agua (κ) es constante. De la base de datos de IAPWS obtenemos el valor de la compresibilidad del agua, previo conocimiento de la temperatura a cual se realizarán los experimentos (Figura 2.2).

El módulo de elasticidad de una sustancia mide la resistencia a una compresión uniforme, se define como la presión necesaria para reducir el volumen de la sustancia. Se sabe que se puede conocer el Módulo de Elasticidad del agua (Γ) teniendo como dato el valor del factor de Compresibilidad (Figura 2.3):

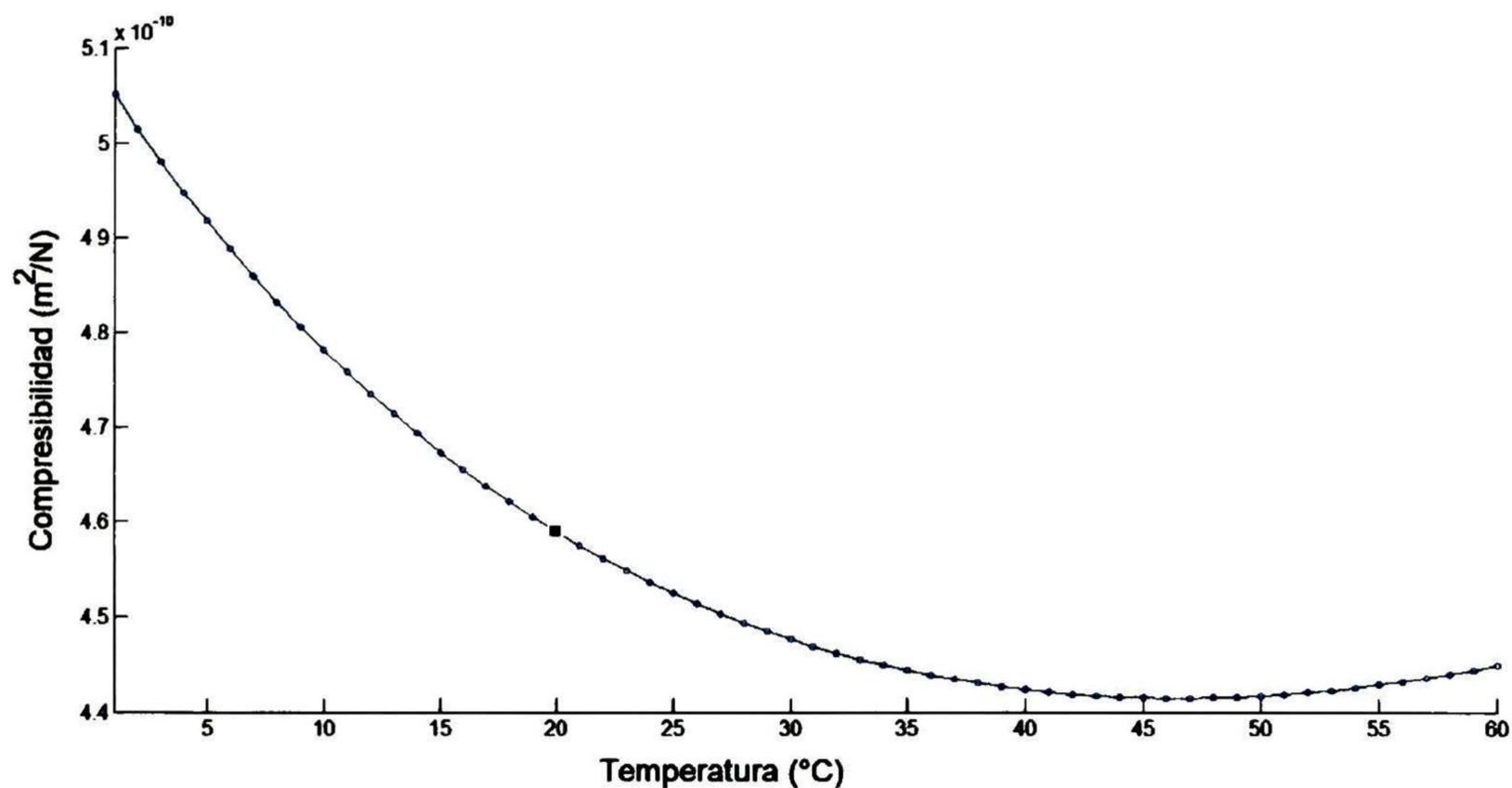


Figura 2.2: Compresibilidad del agua con respecto a la temperatura según IAPWS.

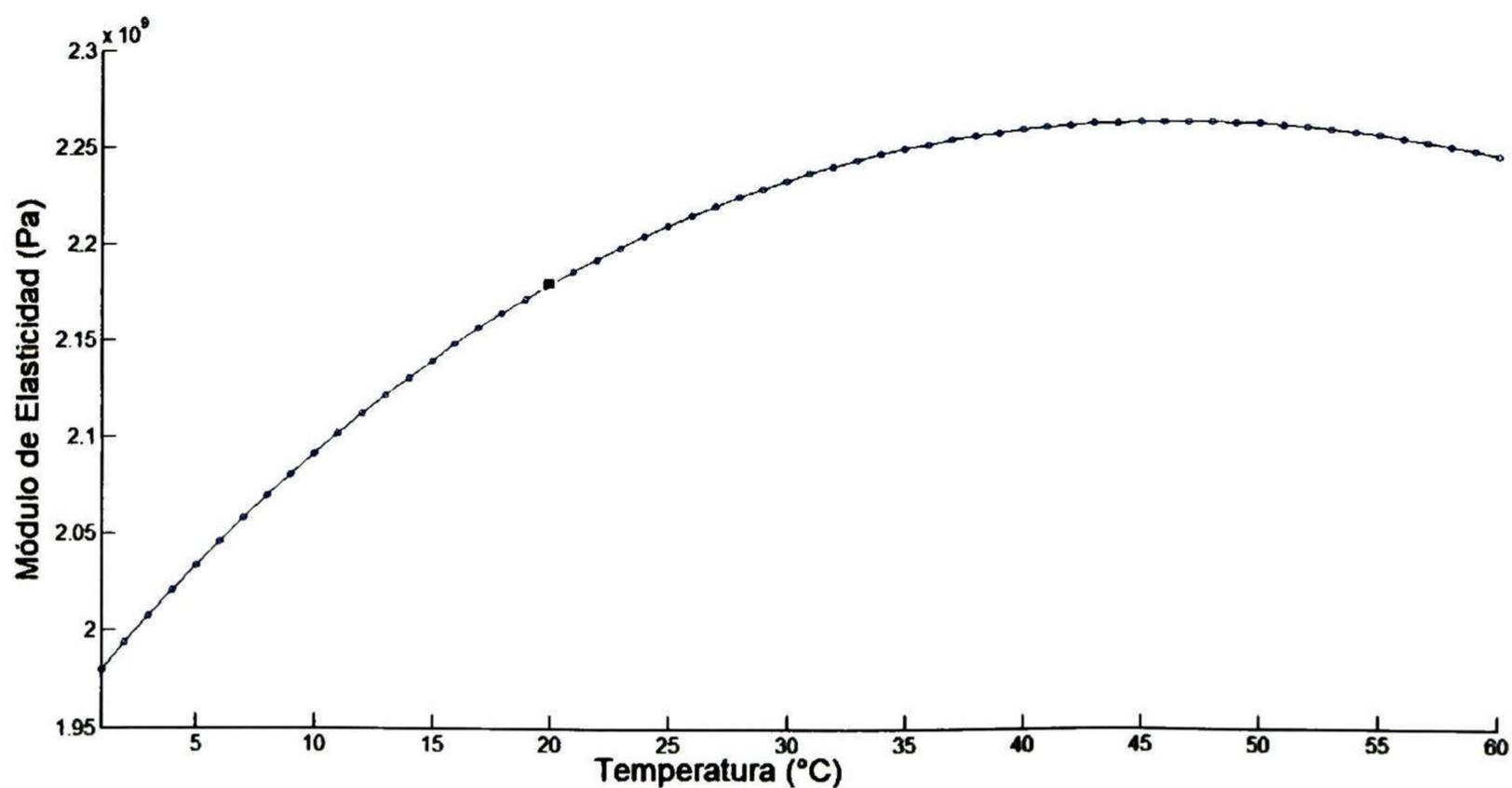


Figura 2.3: Módulo de elasticidad del agua con respecto a la temperatura.

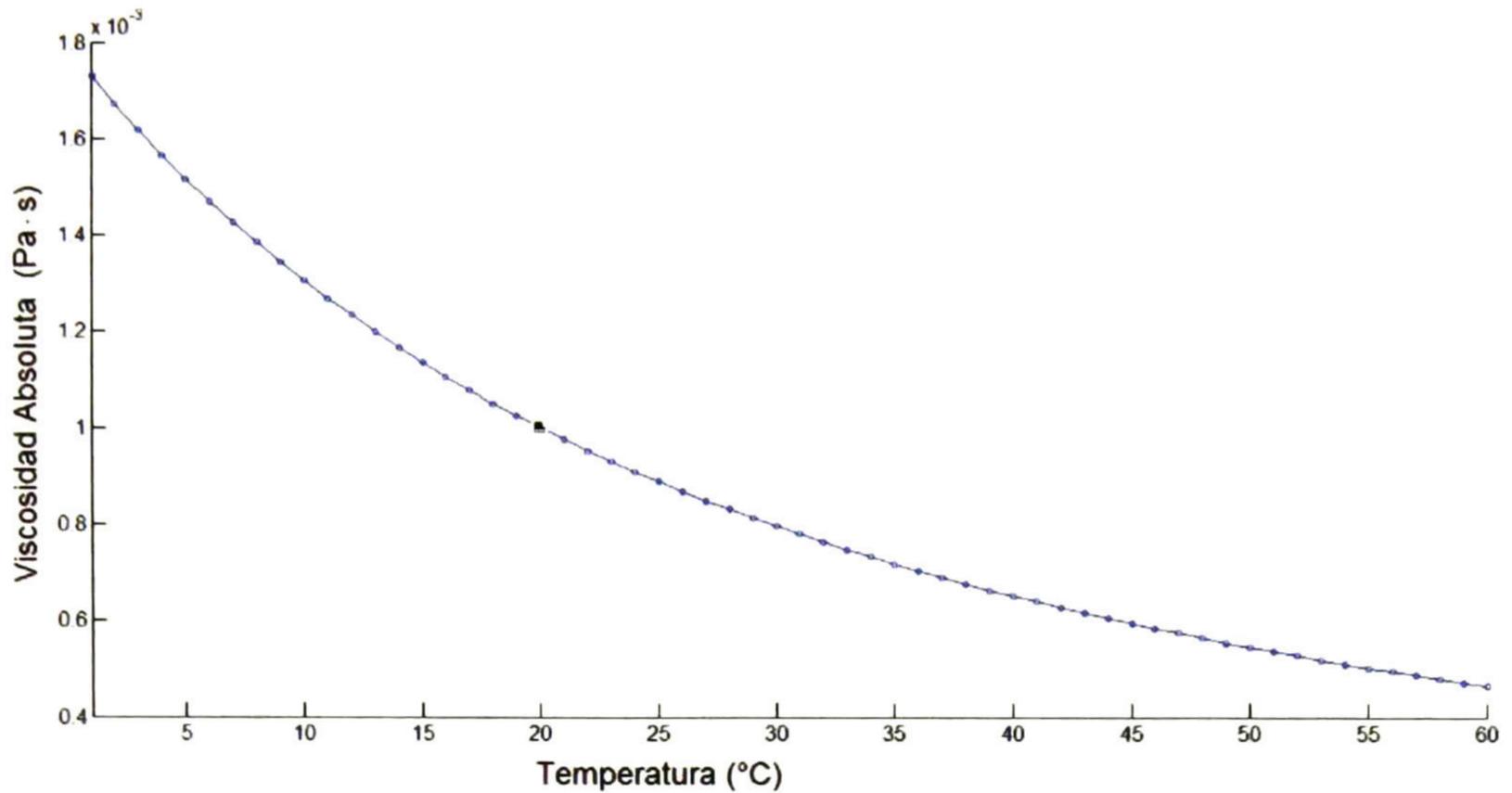


Figura 2.4: Viscosidad Absoluta del agua con respecto a la temperatura según IAPWS.

$$\kappa = \frac{1}{\Gamma} \quad (2.3)$$

2.2.3. Viscosidad

La viscosidad es la oposición de un fluido a las deformaciones tangenciales, es decir, la facilidad que tiene para fluir cuando existen fuerzas externas que lo impiden [5], otros definen la viscosidad como el rozamiento que existe entre las capas adyacentes del fluido y el material de conducción. Esto quiere decir, que si el valor de viscosidad es grande, el rozamiento entre capas adyacentes también lo es [27].

La viscosidad en el agua se manifiesta cuando está en movimiento, y al igual que los valores de densidad y compresibilidad, de la base de datos de IAPWS obtenemos el valor de la viscosidad absoluta (ν) de acuerdo a la temperatura en que se realizará el experimento (Figura 2.4).

El cociente de la viscosidad absoluta con respecto a la densidad se define como viscosidad cinemática y se representa por μ :

$$\mu = \frac{\nu}{\rho} \quad (2.4)$$

2.2.4. Coeficiente de Fricción

En [1], [3], [12] se explica la importancia del coeficiente de fricción en los sistemas de diagnóstico de fugas, éste coeficiente indica la resistencia al movimiento del fluido al

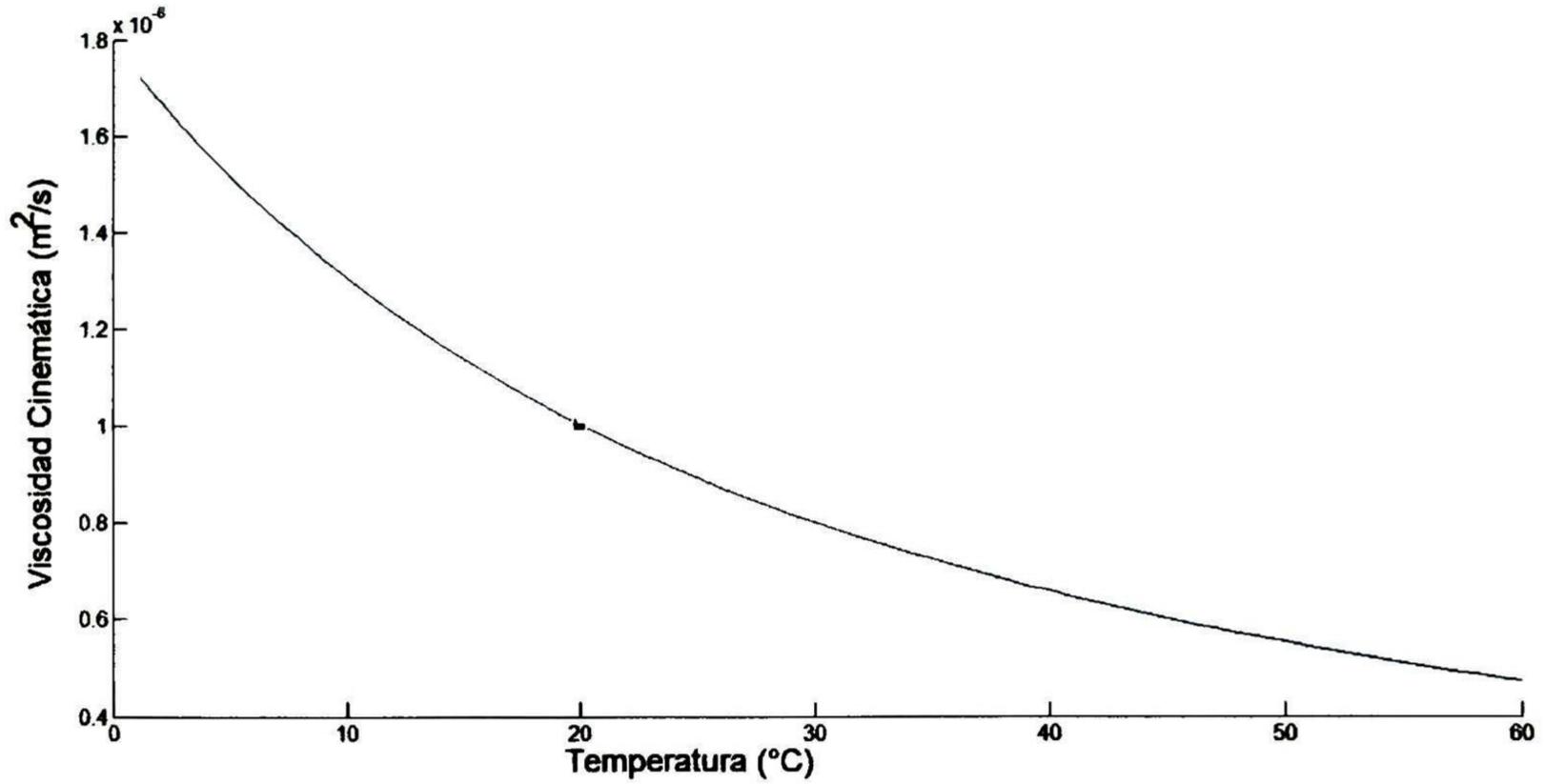


Figura 2.5: Viscosidad Cinemática del agua con respecto a la temperatura.

pasar por la tubería y cuyo valor depende de variables como el gasto, la viscosidad, la rugosidad del material y por consecuencia de la temperatura.

En [15], [5], [10] se explican las características de un fluido en un régimen laminar y turbulento. Usando el número de Reynolds, se ha visto empíricamente que en el prototipo de tuberías con una rugosidad del material de la tubería (ε) de 7×10^{-6} (m) se porta un gasto en un régimen de transición ([21]). Se puede ver del diagrama de Moody ([20]) que para tuberías con una rugosidad relativa ($\frac{\varepsilon}{D}$) menor a 1×10^{-3} es difícil alcanzar una zona de turbulencia completa donde el valor del factor de fricción es casi constante. Uno de los métodos para determinar el factor de fricción, usando el número de Reynolds y la rugosidad del material de la tubería, es el método de Swamee and Jain:

$$f_r(z, t) = \frac{0.25}{\left[\log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (2.5)$$

donde ε es el factor de rugosidad del material de la tubería y Re el número de Reynolds calculado como:

$$Re = \frac{Q(z, t)D}{Av} = \frac{Q(z, t)\rho D}{A\mu} \quad (2.6)$$

2.2.5. Velocidad de la Onda de Presión

El valor de la velocidad de la onda de presión se calcula como ([16]):

$$b = \sqrt{\frac{\frac{\Gamma}{\rho}}{1 + \left(\frac{\Gamma D}{\rho E}\right)}} \quad (2.7)$$

donde:

ρ Es el grosor de la pared de la Tubería

2.2.6. Longitud Equivalente

Se sabe que en las tuberías existen pérdidas de presión debido a los accesorios y la fricción en la tubería. Según [16] y [20] usando la fórmula de Darcy-Weisbach (Ec. 2.8) se pueden conocer las pérdidas de presión en la tubería en estado estable:

$$h_f = f_r \frac{L V^2}{D 2g} \quad (2.8)$$

donde:

L Es la longitud de la Tubería

V Es la velocidad promedio del agua en estado estacionario

Para el prototipo de tuberías se tienen como datos disponibles las mediciones de las presiones y gastos en la entrada y salida de la tubería. Al medir las presiones y gastos en los extremos, se están considerando estas pérdidas de presión. Por otro lado, los algoritmos hasta ahora encontrados en trabajos previos para diagnóstico y localización de fugas, consideran un tubo recto sobre el cual realizan la localización. En tuberías que no son rectas se puede obtener un equivalente recto de la tubería real para realizar el modelado.

Teniendo como datos la velocidad promedio o el gasto promedio (ya que $Q = VA$ y se considera que el área transversal de la tubería es constante) y la fricción (calculada por el método de Swamee and Jane) la longitud equivalente de la tubería representada por Z puede calcularse como:

$$Z = \frac{h_f 2gD}{f_r V^2} = \frac{(H_{\text{entrada medida}} - H_{\text{salida medida}}) 2A^2 Dg}{f_r Q_{ss}^2} \quad (2.9)$$

donde Q_{ss} es el gasto promedio de la tubería en estado estacionario

2.3. Discretización por Diferencias Finitas Implícitas Centradas

Las ecuaciones de continuidad y momento son un sistema de ecuaciones diferenciales parciales, donde la cabeza de presión (H) y el gasto (Q) (variables dependientes) son funciones del tiempo (t) y de la distancia (z) (variables independientes). Se requiere determinar la variación de H y Q a lo largo de la tubería (z) para todo tiempo (t). La complejidad de estas ecuaciones y la dificultad de obtener una solución analítica, hacen difícil utilizar directamente estas ecuaciones, entonces, existen diferentes métodos para obtener una solución numérica, uno de ellos es por medio de una discretización en tiempo y distancia por diferencias finitas [28]. Por medio del método de diferencias finitas, en éste trabajo, se pretende obtener un modelo de dimensión finita basado en las ecuaciones de continuidad y momento, que representa al sistema físico [1].

La discretización por Diferencias Finitas Implícitas Centradas se utilizará por las siguientes razones:

- Las ecuaciones resultantes por diferencias implícitas tienen que ser resueltas simultáneamente, por lo que se puede obtener un arreglo matricial y resolver todas las ecuaciones en el mismo instante.
- Los métodos de diferencias finitas implícitas son incondicionalmente estables, esto quiere decir que no hay restricción en la relación de estabilidad entre Δz y Δt conocida como condición de Courant [16]. Sin embargo, se recomienda satisfacer esta desigualdad ($\frac{\Delta z}{b} \geq \Delta t$).
- Las mediciones disponibles de la tubería real son las cabezas de presión y los gastos en los extremos de la misma. Utilizando el método de Diferencias Finitas Implícitas Centradas se tiene la flexibilidad de usar diferentes configuraciones para resolver las ecuaciones, es decir, usar cualquier par de las mediciones disponibles como entradas para obtener el otro par faltante como salidas, donde las mediciones disponibles se consideran como condiciones de frontera.

Abundando al respecto, en [16] y [12] se precisa que usando el método de diferencias finitas, la tubería es dividida en secciones de la misma longitud (Δz). los extremos de cada sección son conocido como nodos o puntos de enmallado (ver figura 2.6). Los nodos al final y al inicio de la tubería son llamados nodos de frontera, mientras que los restantes son conocidos como nodos interiores.

Si iniciamos en un punto en el tiempo t_0 se requiere determinar los valores en tiempo $t_0 + \Delta t$. De la misma manera, si partimos de un tiempo $t_0 + \Delta t$ se requiere determinar los valores actuales usando los datos en tiempo t_0 donde los valores conocidos se pueden considerar como condiciones iniciales [1].

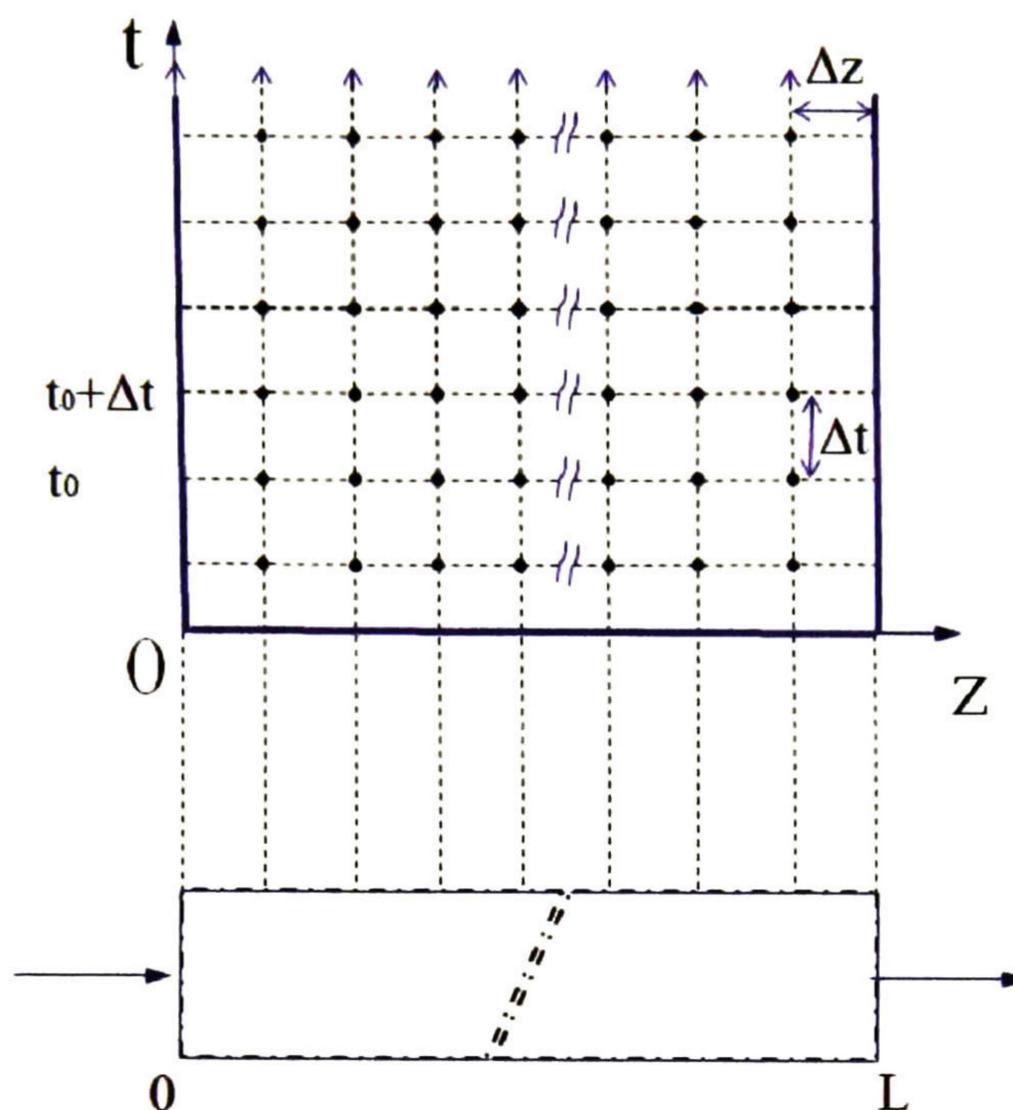


Figura 2.6: Enmallado Tiempo-Espacio de la tubería usando Diferencias Finitas.

El *esquema de Preissmann* ha sido usado extensivamente para el análisis de flujo de fluidos, donde las derivadas parciales son aproximadas como sigue:

$$\left. \frac{\partial x(z, t)}{\partial t} \right|_{(i,k)} = \frac{(x_i^{k+1} + x_{i+1}^{k+1}) - (x_i^k + x_{i+1}^k)}{2\Delta t} \quad (2.10)$$

$$\left. \frac{\partial x(z, t)}{\partial z} \right|_{(i,k)} = \frac{\alpha [x_{i+1}^{k+1} - x_i^{k+1}]}{\Delta z} + \frac{(1 - \alpha) [x_{i+1}^k - x_i^k]}{\Delta z} \quad (2.11)$$

donde:

α Es un coeficiente de peso, $0.5 < \alpha \leq 1$

k es el índice de paso en tiempo discreto

Δt denota el intervalo de tiempo ($t = k\Delta t$)

i es el índice de paso en distancia

Δz es el intervalo de distancia entre nodos ($z = i\Delta z$)

2.3. DISCRETIZACIÓN POR DIFERENCIAS FINITAS
IMPLÍCITAS CENTRADAS

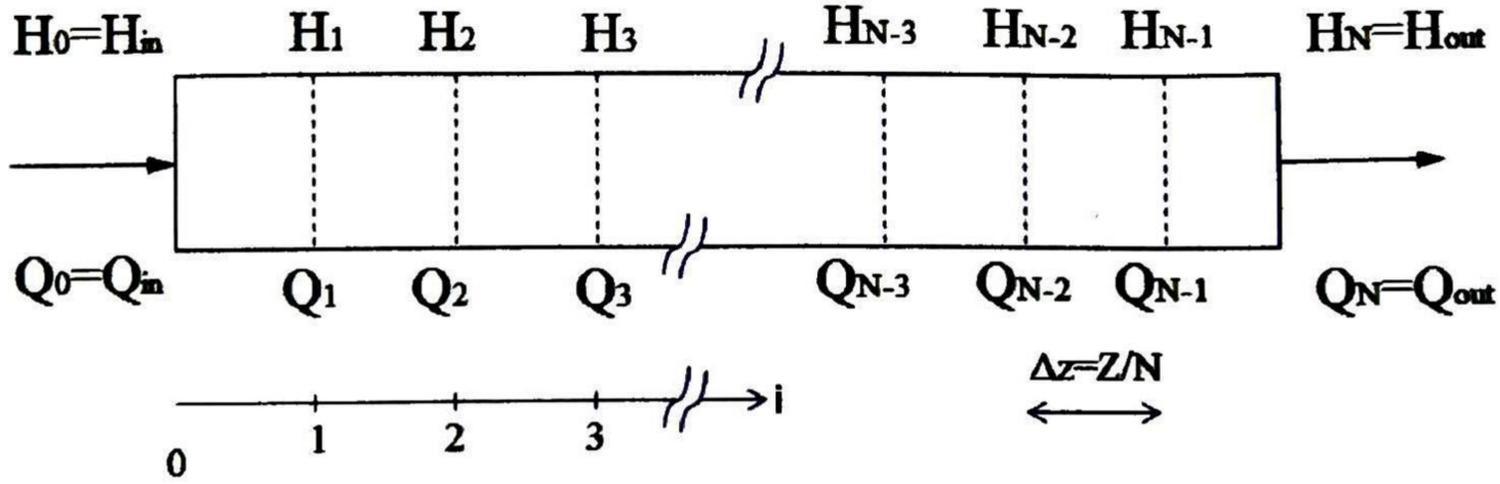


Figura 2.7: División en N secciones de tubería.

Discretizando las ecuaciones de momento y continuidad por el esquema de Preissmann se tiene:

$$\frac{[(H_i^{k+1} + H_{i+1}^{k+1}) - (H_i^k + H_{i+1}^k)]}{2\Delta t} + \frac{b^2}{gA} \left\{ \frac{\alpha [Q_{i+1}^{k+1} - Q_i^{k+1}]}{\Delta z} + \frac{(1 - \alpha) [Q_{i+1}^k - Q_i^k]}{\Delta z} \right\} = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{[(Q_i^{k+1} + Q_{i+1}^{k+1}) - (Q_i^k + Q_{i+1}^k)]}{2\Delta t} + gA \left\{ \frac{\alpha [H_{i+1}^{k+1} - H_i^{k+1}]}{\Delta z} + \frac{(1 - \alpha) [H_{i+1}^k - H_i^k]}{\Delta z} \right\} + \frac{f_{r_i}^k}{2DA} Q_i^k |Q_i^k| = 0 \quad (2.13)$$

donde i representa el número de nodo o división de la tubería en un instante de tiempo k ($k \in \mathbb{Z}^+$).

Consideremos una longitud de tubería Z hipotéticamente dividida en N secciones (Figura 2.7). Lo que nos permite obtener la distancia variable $z = iZ/N = i\Delta z$ donde N es un número entero positivo. Consecuentemente, las mediciones disponibles que se encuentran en los nodos de frontera ([28]) a las distancias $z = 0$, $z = Z$ son:

$$H_0^k = H_{in}^k \quad H_N^k = H_{out}^k \quad Q_0^k = Q_{in}^k \quad Q_N^k = Q_{out}^k$$

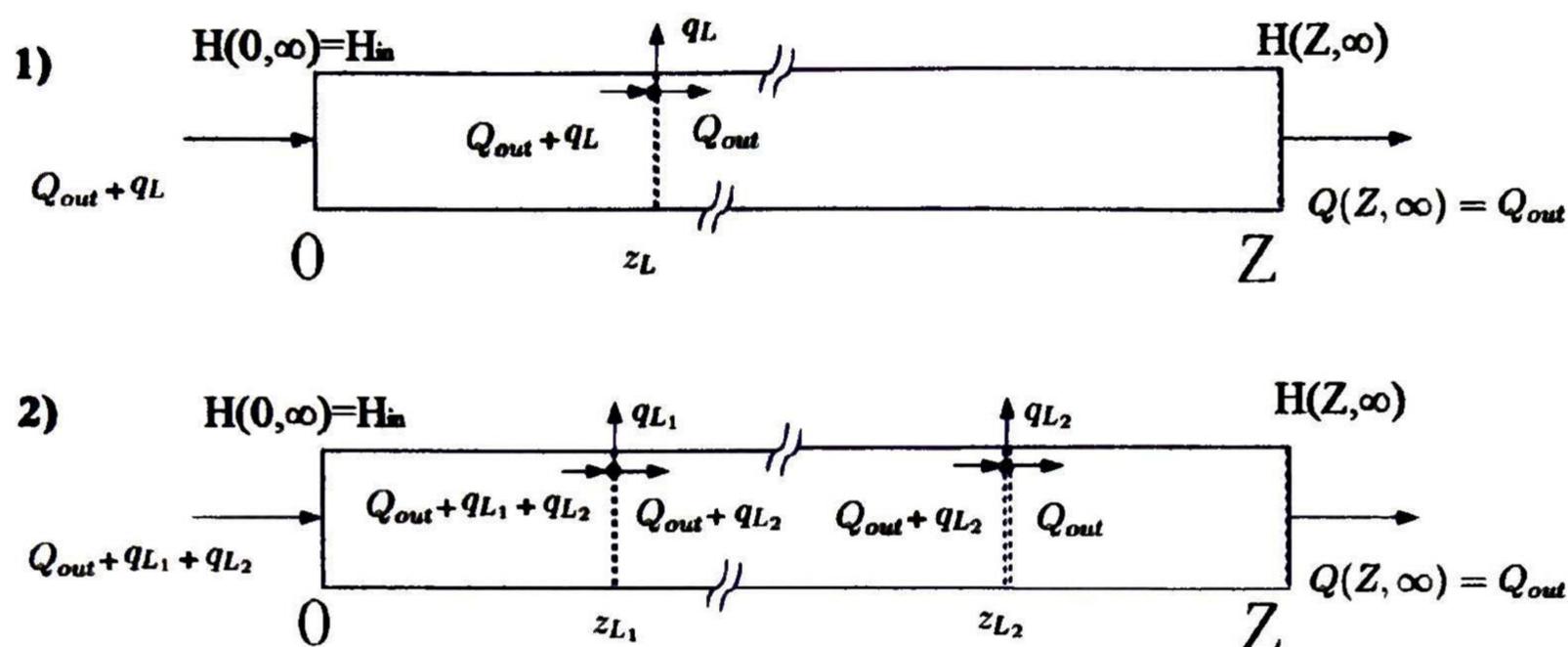


Figura 2.8: Modelos de tuberías equivalentes: 1) con una fuga 2) con dos fugas virtuales

2.4. Modelado de fuga

De [4] se tiene la siguiente afirmación: cuando una fuga q_L^t se presenta en la tubería a una distancia $z = z_L$, las ecuaciones de continuidad (2.12) y momento (2.13) también son válidas para $z \in [0, z_L) \cup (z_L, Z]$ ($z \neq z_L$). Sin embargo, en las vecindades de z_L , es decir, a una distancia antes (z_L^-) y después (z_L^+), ocurre una discontinuidad en el gasto. Por la conservación del gasto en $z_L \in [z_L^-, z_L^+]$ se requiere que:

$$Q(z_L^-, t) - Q(z_L^+, t) = q_L^t \quad (2.14)$$

Suponemos que la fuga introduce un momento despreciable en dirección de z , entonces, la ecuación de momento (2.13) no es afectada por $z = z_L$.

Existen varios enfoques para detección de fugas que toman en cuenta los efectos de la fuga en el modelo, esta tesis se basará en el enfoque usado en [4], donde se consideran N secciones a lo largo de la tubería con $(N - 1)$ posiciones hipotéticas de fuga (fugas virtuales). Básicamente, se encuentra un modelo equivalente de la tubería real con una fuga, donde dicho modelo tiene 2 fugas virtuales en los puntos de discretización. Tanto la tubería con una fuga, como el modelo poseen las mismas condiciones de frontera, como se muestra en la Figura 2.8 para dos fugas virtuales.

Así que en condiciones de estado estable, el gasto es el mismo a lo largo de la tubería, esto es $Q = constante = \bar{q}$. Comparando el gasto en ambos modelos se tiene que $\bar{q} + q_L = \bar{q} + q_{L1} + q_{L2}$, por lo tanto, $q_L = q_{L1} + q_{L2}$.

Luego, la caída de presión en ambos modelos debe ser la misma. Mientras para el primero modelo, la caída de presión es $\{H(z_L, \infty) - H(0, \infty)\} + \{H(Z, \infty) - H(z_L, \infty)\}$; en el modelo con fugas virtuales se tiene que la caída de presión es $\{H(z_{L1}, \infty) - H(0, \infty)\} + \{H(z_{L2}, \infty) - H(z_{L1}, \infty)\} + \{H(Z, \infty) - H(z_{L2}, \infty)\}$. Al realizar la com-

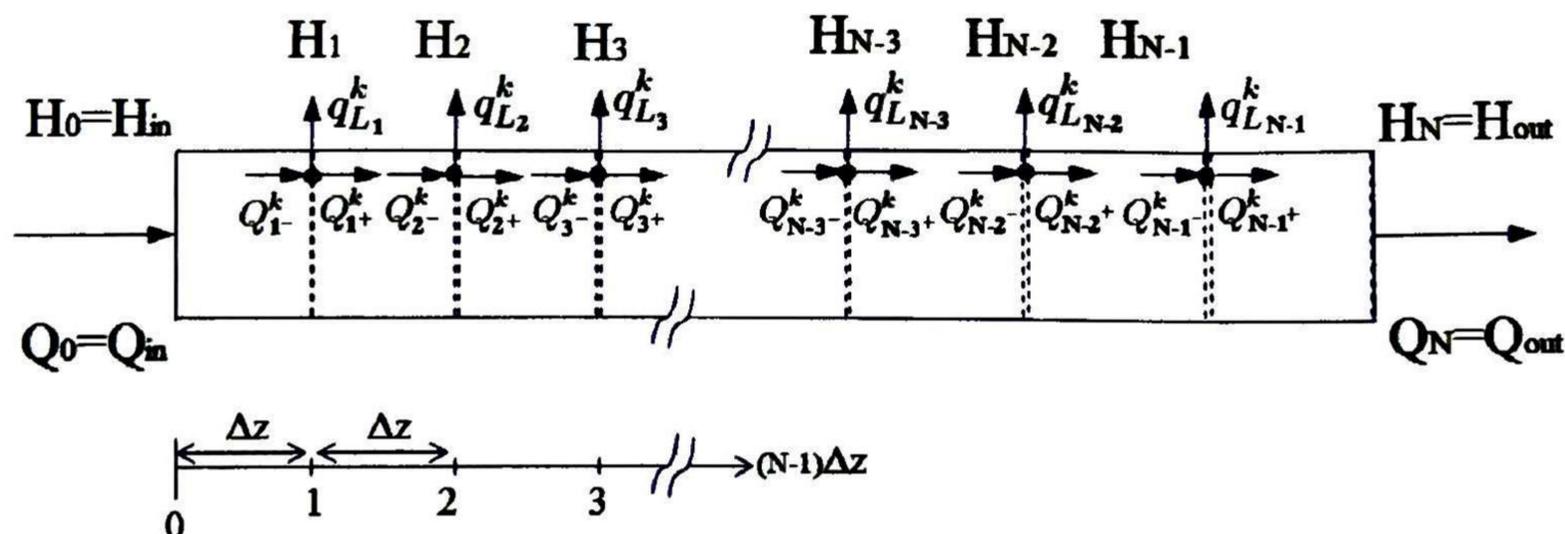


Figura 2.9: Fugas virtuales.

paración entre ambos modelos, y con la premisa de que el valor del gasto en una fuga es muy pequeño en comparación con el gasto que fluye por la tubería en estado estacionario, se puede llegar a la expresión

$$q_L z_L \approx q_{L_1} z_{L_1} + q_{L_2} z_{L_2} \quad (2.15)$$

de la cual se puede obtener a una estimación de la posición de la fuga z_L .

También en [4] se precisa que, estas ecuaciones se pueden extender para $N - 1$ fugas virtuales, de forma que, usando la información obtenida por los parámetros de las fugas virtuales se consigue encontrar la posición y la magnitud de la verdadera fuga en una tubería. En el apéndice A, se puede encontrar en detalle la deducción de la relación (2.15) que existe entre la fuga real y las fugas virtuales. Se recomienda al lector, consultar dicho apéndice, para un mejor entendimiento sobre el funcionamiento del algoritmo utilizado en este trabajo.

En consecuencia de lo expuesto antes, se tiene que al discretizar el modelo, se considera una fuga hipotética para cada punto o nodo de discretización (Figura 2.9), con los parámetros de fuga siguientes:

$$Q_{i-}^k - Q_{i+}^k = q_{L_i}^k \quad (2.16)$$

$$z_{L_i} = i\Delta z \quad (2.17)$$

donde Q_{i-}^k y Q_{i+}^k denotan el gasto de entrada y de salida respectivamente, causadas por la discontinuidad de una fuga $q_{L_i}^k$ en una distancia $z_{L_i} = i\Delta z$. Así también, de [4] las fugas virtuales se consideran constantes, esto es:

$$q_{L_i}^k = q_{L_i}^{k-1} \quad (2.18)$$

2.4.1. Condiciones de Frontera

Las condiciones de frontera en el método de Diferencias Finitas Implícitas, proveen el número suficiente de ecuaciones adicionales para satisfacer una solución numérica en un instante de tiempo k . Para estas condiciones de frontera se usarán las mediciones disponibles en los extremos de la tubería.

Esta tesis se basará en [4] (A. Benkherouf and A. Y. Allidina, 1988), donde las condiciones de frontera son:

$$\text{Condiciones de frontera} = \begin{cases} H(0, t) = H_{in}^t \\ Q(Z, t) = Q_{out}^t \end{cases}$$

2.5. Representación en Variables de Estado

El modelo del prototipo de tuberías en Diferencias Finitas Implícitas Centradas (2.12) y (2.13) usando el esquema de discretización de Preissmann (recordar que en los puntos de discretización se supone una fuga virtual), puede llevarse a la siguiente representación en variables de estado:

$$\mathbf{A}x^k = \mathbf{B}x^{k-1} + \mathbf{C}(x^{k-1})x^{k-1} + \mathbf{D}u^k + \mathbf{E}u^{k-1} \quad (2.19)$$

Si la matriz \mathbf{A} es invertible, se tiene:

$$x^k = \mathbf{A}^{-1} [\mathbf{B}x^{k-1} + \mathbf{C}(x^{k-1})x^{k-1} + \mathbf{D}u^k + \mathbf{E}u^{k-1}] \quad (2.20)$$

Este sistema de ecuaciones también puede ser expresada en forma compacta como:

$$x^k = \Phi(x^{k-1}, u^k, u^{k-1}) \quad (2.21)$$

donde el vector de entrada es elegido como:

$$u^k = [H_0^k : Q_N^k]^T = [H_{in}^k : Q_{out}^k]^T \in \mathbb{R}^2 \quad (2.22)$$

con el estado de la forma:

$$x^k = [H_1^k \ H_2^k \ \dots \ H_N^k : Q_0^k \ Q_1^k \ \dots \ Q_{N-1}^k : q_{L_1}^k \ q_{L_2}^k \ \dots \ q_{L_{N-1}}^k]^T \in \mathbb{R}^{3N-1} \quad (2.23)$$

donde por conveniencia de notación $Q_i^k = Q_{i-}^k$, es decir, el gasto a una distancia $z_{L_i}^-$ (antes de z_{L_i}), cuyo valor depende de la discontinuidad generada por una fuga $q_{L_i}^k$ en el punto z_{L_i} .

El vector de salida es de la forma:

$$y^k = [H_N^k : Q_0^k]^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} x^k \quad (2.24)$$

expresando la salida en forma compacta:

$$y^k = h(x^k) \quad (2.25)$$

Finalmente, este es el modelo que se usará para diseñar el algoritmo LDI que permitirá llegar a la estimación de la posición de fuga real en el prototipo de tuberías del Cinvestav-Gudalajara.

Capítulo 3

Diseño de Algoritmo LDI

En esta sección, se muestra el esquema del sistema LDI utilizado en este trabajo (Figura 3.1). Posteriormente, se mencionan los efectos producidos por una fuga con respecto a las condiciones normales de operación de la tubería. Enseguida, para el modelo obtenido se propone un Filtro de Kalman Extendido para el algoritmo LDI y se analiza la relación entre la fuga real y las virtuales para determinar los parámetros de la misma. Además de lo anterior, se propone una alarma de fuga. Finalmente, se presenta un diagrama de flujo del algoritmo.

3.1. Esquema FMA-LDI

Durante la operación libre de fuga, los valores de los gastos de las fugas virtuales se mantienen muy cerca de cero (idealmente, deben ser igual a cero). En el caso de la ocurrencia de una fuga real en un punto de operación, los valores de las fugas virtuales comienzan a alejarse de cero.

Usando un observador de estado y la salida y^k , se puede obtener el error de estimación del estado, el cual puede ser minimizado alrededor de un punto estacionario $(\hat{x} - \bar{x})$, por medio del uso de un Filtro de Kalman Extendido.

Siguiendo el esquema de la Figura 3.1, usando un Filtro de Kalman Extendido se obtiene una actualización en la estimación del estado estimado \hat{x} en el tiempo k y se realiza una retroalimentación en tiempo $k - 1$ en el observador de estado. Esta idea puede ser interpretada como un mecanismo adaptativo para minimizar los errores de modelado [4].

3.2. Condiciones en estado estacionario y efecto de una fuga

Un indicador fundamental en los métodos analíticos para detección y aislamiento de fugas en tuberías, es distinguir las desviaciones de la dinámica del proceso en la

3.2. CONDICIONES EN ESTADO ESTACIONARIO Y EFECTO DE UNA FUGA

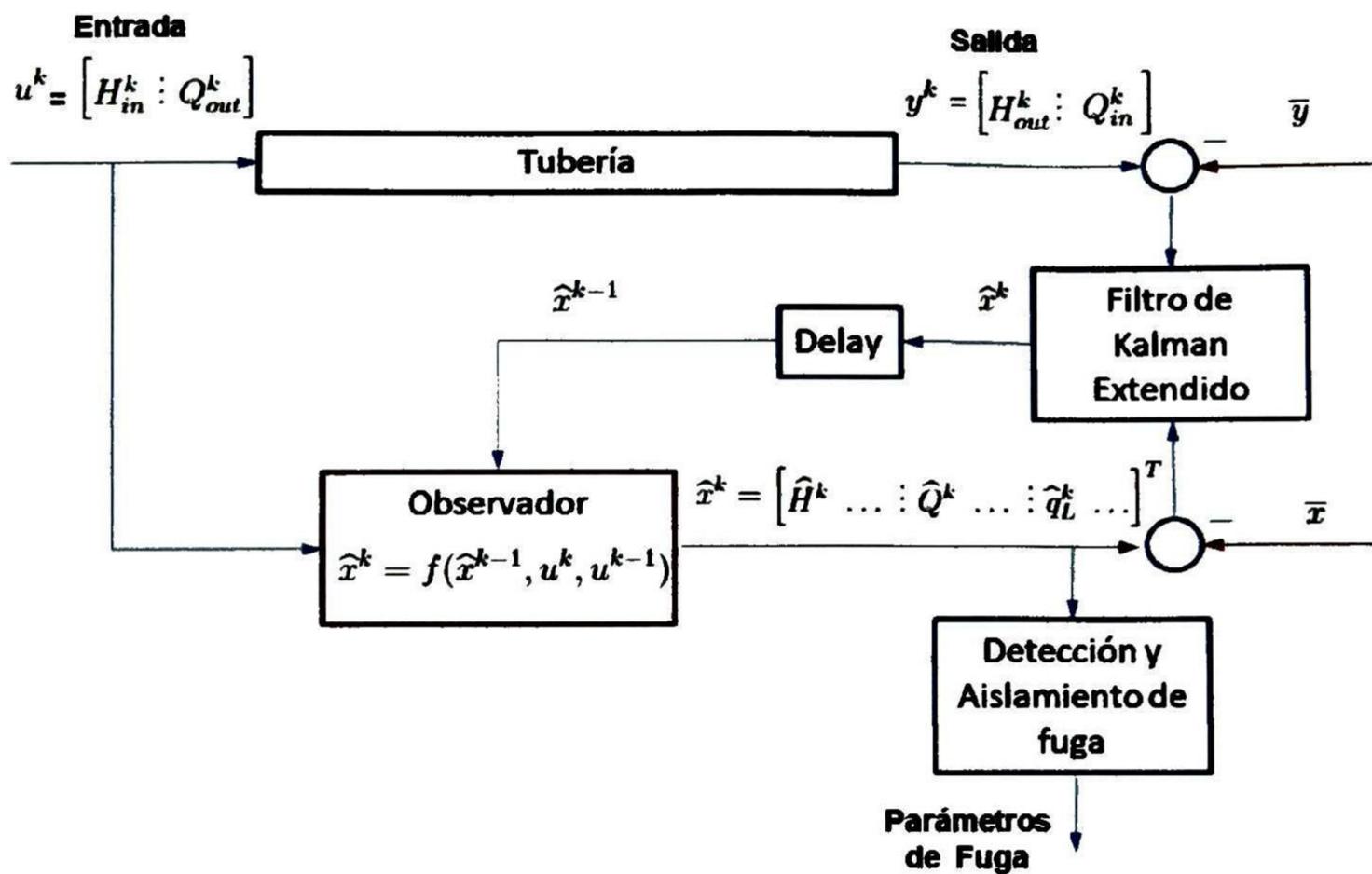


Figura 3.1: Esquema del sistema LDI utilizado

ocurrencia de una fuga con respecto a las condiciones normales de operación [28].

Cuando la tubería está operando sin fuga, en condiciones de estado estacionario (también llamado estado estable), los valores de la cabeza de presión y gasto, en cualquier punto de la tubería son casi constantes en el tiempo. La caída de presión a lo largo de la tubería es aproximadamente una función lineal y el valor del gasto en toda la tubería es aproximadamente el mismo (se puede encontrar información complementaria al respecto en [1], [3], [12], [10]).

Al ocurrir una fuga, se presenta una repentina caída de presión en el punto de fuga provocando una rápida re-presurización en la tubería, generando una onda de presión negativa o expansión de onda, la cual contiene información sobre la presencia de la fuga y se propaga en ambas direcciones alejándose del punto de fuga a lo largo de la tubería.

El comportamiento característico en la ocurrencia de una fuga puede manifestarse en el gasto y presión a lo largo de la tubería, y por lo tanto en las mediciones. Los cambios pueden ser comparados con las condiciones en estado estacionario antes de que ocurra la fuga, estos cambios son:

- El gasto en la entrada Q_{in} se incrementa (\nearrow).

El gasto de salida Q_{out} decrece (\searrow).

La cabeza de presión en la entrada H_{in} puede decrecer ligeramente (\searrow).

La cabeza de presión en la salida H_{out} también decrece (\searrow).

Después de la ocurrencia de una fuga, los gastos y presiones de la tubería alcanzan un nuevo estado estacionario. La pérdida en el gasto (referida al tamaño de fuga) q_L , es la diferencia entre el gasto de entrada y de salida, cuyo valor puede obtenerse usando las mediciones en los extremos de la tubería:

$$q_L^t = Q_{in}^t - Q_{out}^t \quad (3.1)$$

Los fenómenos físicos mencionados anteriormente, y sus influencias en las mediciones son base para el algoritmo LDI.

3.3. Observador

Del modelo obtenido en el capítulo anterior, se propone el observador no lineal para el algoritmo LDI:

$$\hat{x}^k = \mathbf{A}^{-1} [\mathbf{B}\hat{x}^{k-1} + \mathbf{C}(\hat{x}^{k-1})\hat{x}^{k-1} + \mathbf{D}u^k + \mathbf{E}u^{k-1}] \quad (3.2)$$

donde el símbolo $\hat{}$ indica un estimado de la respectiva variable. En notación compacta de un sistema no lineal:

$$\hat{x}^k = \Phi(\hat{x}^{k-1}, u^k, u^{k-1}) \quad (3.3)$$

con el estado:

$$\hat{x}^k = \left[\hat{H}_1^k \ \hat{H}_2^k \ \dots \ \hat{H}_N^k : \hat{Q}_0^k \ \hat{Q}_1^k \ \dots \ \hat{Q}_{N-1}^k : \hat{q}_{L_1}^k \ \hat{q}_{L_2}^k \ \dots \ \hat{q}_{L_{N-1}}^k \right]^T \quad (3.4)$$

3.4. Determinación de los parámetros de la fuga real

A continuación, se deriva la relación entre la fuga real en la tubería y las fugas virtuales del modelo discretizado, para encontrar los parámetros de la verdadera fuga.

De las ecuaciones de momento (2.2) y continuidad (2.1), en condiciones de estado estable ($t \rightarrow \infty$), se tiene que $\left. \frac{\partial H(z, t)}{\partial t} \right|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$ y $\left. \frac{\partial Q(z, t)}{\partial t} \right|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$, por lo que las ecuaciones pueden reducirse a:

$$\frac{\partial Q(z, \infty)}{\partial z} = 0 \quad (3.5)$$

$$gA \frac{\partial H(z, \infty)}{\partial z} + \frac{f_r}{2DA} Q(z, \infty) |Q(z, \infty)| = 0 \quad (3.6)$$

De la ecuación (3.5) se tiene que en estado estable el gasto es constante a lo largo de la tubería, es decir, $Q = \text{constante} = \bar{q}$. Esto significa que el valor del gasto en estado estable es independiente de z . Este valor está determinado por la condición de frontera

3.4. DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE LA FUGA REAL

al final de la tubería, y se considera que \bar{q} es positivo. Considerando lo anterior, en la ecuación (3.6) tenemos:

$$\frac{\partial H(z, \infty)}{\partial z} = -\frac{f_r}{2gDA^2} \bar{q}^2 \quad (3.7)$$

Integrando la ecuación (3.7) obtenemos:

$$H(z, \infty) - H(0, \infty) = -\frac{f_r}{2gDA^2} \bar{q}^2 z \quad (3.8)$$

donde $H(z, \infty)$ representa la cabeza de presión en estado estable a una distancia z .

De [4] para derivar la relación entre la fuga real y las fugas virtuales, se consideran dos modelos de tubería con las mismas condiciones de frontera:

$$H(0, \infty) = H_{in} \quad Q(Z, \infty) = \bar{q} = Q_{out}$$

Se considera una fuga con los parámetros (q_L, z_L) en el primero modelo y dos fugas (q_{L_1}, z_{L_1}) y (q_{L_2}, z_{L_2}) para el modelo 2. El objetivo es encontrar q_L y z_L tales que, las condiciones en estado estable sean las mismas tanto para el modelo 1 como para el modelo 2, cuyo desarrollo se muestra más a detalle en el Apéndice A.

Comparando las perdidas en el gasto en ambos modelos se tiene:

$$\bar{q} + q_L = \bar{q} + q_{L_1} + q_{L_2} \quad (3.9)$$

entonces:

$$q_L = q_{L_1} + q_{L_2} \quad (3.10)$$

Aplicando la ecuación (3.8) a la caída de presión del primer modelo tenemos:

$$\begin{aligned} H(Z, \infty) - H(0, \infty) &= \{H(z_L, \infty) - H(0, \infty)\} + \{H(Z, \infty) - H(z_L, \infty)\} \\ &= -\frac{f_r}{2gDA^2} \bar{q}^2 \left\{ \left(1 + \frac{q_L}{\bar{q}}\right)^2 z_L + (Z - z_L) \right\} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Mientras para el modelo 2:

$$\begin{aligned} H(Z, \infty) - H(0, \infty) &= \\ &= \{H(z_{L_1}, \infty) - H(0, \infty)\} + \{H(z_{L_2}, \infty) - H(z_{L_1}, \infty)\} + \{H(Z, \infty) - H(z_{L_2}, \infty)\} \\ &= -\frac{f_r}{2gDA^2} \bar{q}^2 \left\{ \left(1 + \frac{q_{L_1} + q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 z_{L_1} + \left(1 + \frac{q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 (z_{L_2} - z_{L_1}) \right. \\ &\quad \left. + (Z - z_{L_2}) \right\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

La caída de presión en ambos modelos debe ser igual, entonces, de las ecuaciones (3.11) y (3.12), con la premisa de que el valor del gasto de una fuga es pequeño, en comparación con el valor del gasto de la tubería en estado estacionario, se puede llegar a la expresión:

$$q_L z_L \approx q_{L_1} z_{L_1} + q_{L_2} z_{L_2} \quad (3.13)$$

En [28] se señala que por inducción, las ecuaciones (3.9) y (3.10) pueden generalizarse a un número mas grande de fugas virtuales. La forma generalizada para n fugas virtuales puede expresarse:

$$q_L = q_{L_1} + q_{L_2} + \dots + q_{L_n} \quad (3.14)$$

$$q_L z_L = q_{L_1} z_{L_1} + q_{L_2} z_{L_2} + \dots + q_{L_n} z_{L_n} \quad (3.15)$$

El vector de estado x^k contiene las tasas de gasto de las fugas virtuales, usando las ecuaciones (3.14) y (3.15), es posible estimar los parámetros de fuga reales.

3.4.1. Tamaño de la fuga

El conocimiento de la tasa de gasto de las fugas virtuales $q_{L_1}^k, q_{L_2}^k, \dots, q_{L_{N-1}}^k$ nos permite calcular el tamaño de la fuga real en el tiempo discreto k :

$$q_L^k = \sum_{i=1}^{N-1} q_{L_i}^k \quad (3.16)$$

3.4.2. Localización de fuga

Un estimado de la localización de la fuga real, puede obtenerse a partir de la ecuación (3.15):

$$z_L^k = \frac{1}{q_L^k} \sum_{i=1}^{N-1} q_{L_i}^k z_{L_i} \quad (3.17)$$

3.5. Alarma de fuga

Un dato importante que se menciona en [28], es que las fugas virtuales son sensibles a variaciones en el punto de operación, provocando así, falsas alarmas de fuga. Esto puede reducir la confiabilidad en la detección de fuga cuando existen variaciones en el punto de operación. Cabe mencionar, que en [4], no se presenta un sistema de alarma de fuga. Sin embargo, en ésta tesis, se propone una alarma, con la cual, experimentalmente se obtuvo un buen desempeño de detección en la ocurrencia de fuga, usando la ecuación propuesta:

$$r = \left(\frac{Q_{in}}{Q_{out}} - 1 \right) \times 100 \quad (3.18)$$

donde el valor de r , mantiene un valor cercano a cero durante la operación libre de fuga, debido a que en operación normal el valor de la magnitud de la fuga también tiene un valor cercano a cero. Haciendo varios experimentos, se observó en los valores de r , que un umbral (denotado por θ), con el cual el algoritmo es capaz de diferenciar entre una fuga y una falsa alarma provocada por el ruido o cambios en el punto de operación, es de $\theta = 0.7$. Finalmente, se puede decir que cuando se presenta una fuga en el prototipo de tuberías, se tiene:

$$r > \theta \quad (3.19)$$

3.6. Minimización de errores de modelado por medio del Filtro de Kalman Extendido

Con la finalidad de minimizar los errores de estimación del estado de la tubería x^k , se propone usar un Filtro de Kalman Extendido, el cual calcula un factor de corrección al compararlo con un modelo linealizado de la tubería alrededor de un estado estacionario \bar{x} . Actualmente existe mucha información sobre Filtro de Kalman Extendido que se puede encontrar en la literatura ([14], [2], [13]). En esta tesis nos enfocaremos a la aplicación del Filtro de Kalman Extendido para minimizar el error de estimación del estado de la tubería x^k y se mencionarán algunos puntos o propiedades del Filtro de Kalman cuyas bases permitirán entender su uso en el trabajo realizado.

3.6.1. Linealización alrededor de una trayectoria nominal

Una trayectoria, de un sistema estocástico, se define como una solución particular [14], dada por una secuencia de un vector evaluado $\{x^k | k = 0, 1, 2, 3, \dots\}$ para sistemas en tiempo discreto o bien como un vector de funciones evaluadas $x(t)$ con $t \geq 0$, para sistemas en tiempo continuo. El término nominal refiere al caso de una trayectoria obtenida cuando las variables aleatorias del sistema toman sus valores esperados. Para el prototipo de tuberías, suponemos que la secuencia \bar{x}^k obtenida como solución de la ecuación (2.21), evaluado por $(\bar{x}, \bar{u}, \bar{u})$:

$$\bar{x}^k = \Phi(\bar{x}, \bar{u}, \bar{u}) \quad (3.20)$$

con media \bar{x}_0 como condición inicial, podría ser una trayectoria nominal.

3.6.2. Perturbaciones sobre la trayectoria nominal

Las perturbaciones son causadas por la presencia de ruidos aleatorios en el proceso y errores en la determinación de las condiciones iniciales ([14]). Definimos el símbolo δ

como las perturbaciones de los valores nominales.

Supongamos que una solución de una trayectoria nominal de la ecuación (2.21) del actual estado estacionario de la tubería, es conocida y dada por el punto $(\bar{x}, \bar{u}, \bar{u})$. Las diferencias entre la solución de la trayectoria nominal y el valor del estado ligeramente perturbado en tiempo k y $k - 1$ dados por (x^{k-1}, u^k, u^{k-1}) son:

$$\delta x^k = x^k - \bar{x} \quad (3.21)$$

$$\delta x^{k-1} = x^{k-1} - \bar{x} \quad (3.22)$$

$$\delta u^k = u^k - \bar{u} \quad (3.23)$$

$$\delta u^{k-1} = u^{k-1} - \bar{u} \quad (3.24)$$

considerando que \bar{x} es un vector constante que corresponde a un estado estacionario en un punto de operación fijo. La diferencia entre la salida perturbada y la salida obtenida por \bar{x} es:

$$\delta y^k = y^k - h(\bar{x}) \quad (3.25)$$

Cuando la tubería opera en un punto de operación fijo, en estado estable se considera que la entrada $(u^k = [H_{in}^k, Q_{out}^k]^T)$ es casi constante en el tiempo con $E[u^k] = E[\bar{u}]$. Linealizando $\Phi(x^{k-1}, u^k, u^{k-1})$ del sistema (2.21), suponiendo $\delta u = 0$ y usando la expansión en series de Taylor con respecto al estado estacionario \bar{x} , se tiene:

$$\begin{aligned} x^k &= \Phi(x^{k-1}, u^k, u^{k-1}) \\ x^k &\approx \Phi(\bar{x}, u^k, u^{k-1}) + \left. \frac{\partial \Phi(x^{k-1}, u^k, u^{k-1})}{\partial x} \right|_{x^{k-1}=\bar{x}} \delta x^{k-1} + \text{términos de alto orden} \\ x^k &\approx \bar{x} + \left. \frac{\partial \Phi(x^{k-1}, u^k, u^{k-1})}{\partial x} \right|_{x^{k-1}=\bar{x}} \delta x^{k-1} + \text{términos de alto orden} \end{aligned}$$

Luego:

$$\begin{aligned} \delta x^k &= x^k - \bar{x} \\ \delta x^k &= \left. \frac{\partial \Phi(x^{k-1}, u^k, u^{k-1})}{\partial x} \right|_{x^{k-1}=\bar{x}} \delta x^{k-1} + \text{términos de alto orden} \end{aligned}$$

si los términos de alto orden en δx^k pueden despreciarse, entonces:

$$\delta x^k \approx \psi \delta x^{k-1} + \omega^{k-1} \quad (3.26)$$

donde la aproximación de primer orden está dada por:

$$\psi = \left. \frac{\partial \Phi(x^{k-1}, u^k, u^{k-1})}{\partial x} \right|_{x^{k-1}=\bar{x}}$$

$$\psi = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Phi_n}{\partial x_1} & \frac{\partial \Phi_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial \Phi_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{x^{k-1}=\bar{x}} \quad (3.27)$$

δx^k constituye un vector de estado de la tubería con una matriz de transición ψ y el vector ω^{k-1} es la secuencia de ruido del proceso en el instante $k - 1$.

De manera similar, usando la expansión en series de Taylor con respecto al estado estacionario \bar{x} para el proceso de observación:

$$h(x^k) \approx h(\bar{x}) + \left. \frac{\partial h(x^k)}{\partial x} \right|_{x^k=\bar{x}} \delta x^k + \text{términos de alto orden}$$

si los términos de alto orden en esta expansión pueden ser despreciados, entonces la perturbación en y^k puede ser representada como:

$$\delta y^k \approx \mathbb{H} \delta x^k + \nu^k \quad (3.28)$$

cuya aproximación de primer orden es:

$$\mathbb{H} = \left. \frac{\partial h(x^k)}{\partial x} \right|_{x^k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial h_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial h_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_m}{\partial x_1} & \frac{\partial h_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial h_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{x^k=\bar{x}} \quad (3.29)$$

donde δy^k constituye un vector del proceso de observación, ν^k representa el ruido del proceso de observación y \mathbb{H} es una matriz que mapea los estados medibles de δx^k dentro de δy^k

3.6.3. Filtro de Kalman Extendido (FKE)

Consideramos que los ruidos ω^k y ν^k en la tubería, son no correlacionados y que son secuencias de ruido Gaussiano con media cero y con matrices de covarianzas conocidas

\mathbb{Q} y \mathbb{R} , de modo que se tiene:

$$\begin{aligned} E\{\omega^k\} &= 0 & E\{(\omega^k)(\omega^l)^T\} &= \mathbb{Q}\Delta(k-l) \\ E\{\nu^k\} &= 0 & E\{(\nu^k)(\nu^l)^T\} &= \mathbb{R}\Delta(k-l) & E\{(\omega^k)(\nu^l)^T\} &= 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$E\{(\partial x^k)(\omega^l)^T\} = 0 \quad E\{(\partial x^k)(\nu^l)^T\} = 0$$

donde $\Delta(k-l)$ es la función Delta de Kronecker, es decir:

$$\Delta(k-l) = \begin{cases} 1 & \text{si } k=l \\ 0 & \text{si } k \neq l \end{cases}$$

Usando el Filtro de Kalman Extendido, el estimador para la tubería es insensible a pequeñas variaciones paramétricas y a errores de modelado, esto debido a que existe una retroalimentación del error de estimación del estado.

El estado en el tiempo k puede obtenerse resolviendo la ecuación del sistema (2.21) y, usando los valores de presión y gasto de las mediciones disponibles (y^k), obtenemos los valores para los vectores $\delta x^k = x^k - \bar{x}$ y $\delta y^k = y^k - \bar{y}$. En el filtro de Kalman Extendido se utilizan las siguientes variables:

\hat{x}_-^k es un vector de estado a priori basado en datos pasados, que depende e incluyen valores en un tiempo $k-1$.

\hat{x}_+^k es un vector de estado a posteriori basado en datos pasados, que depende e incluyen valores en un tiempo k .

$\delta \hat{x}^k = \hat{x}^k - \bar{x}$ es la diferencia entre el vector estimado perturbado y la solución a una trayectoria nominal dada por un estado estacionario \bar{x} .

$\delta y^k = y^k - \bar{y} = y^k - h(\bar{x})$ es la diferencia entre el vector de observación perturbado y la salida dada en un estado estacionario \bar{x} , cuya diferencia define una corrección para la estimación del estado en base a mediciones de la tubería.

\mathbb{P}_-^k es la matriz a priori de la covarianza del error del estado.

\mathbb{P}_+^k es la matriz a posteriori de la covarianza del error del estado.

\mathbb{K}^k es la matriz de ganancia de Kalman.

3.7 Cambios en el punto de operación

Para evitar que la estimación del estado se vea afectada por variaciones en el punto de operación, se requiere realizar cambios en el estado estacionario \bar{x} , de esta manera,

el observador se adapta a nuevas condiciones de operación.

En el trabajo realizado, para el monitoreo del estado estacionario \bar{x} se propone obtener promedios temporales de las señales medidas:

$$\bar{H}_0 = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l H_{in}^l \quad \bar{H}_N = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l H_{out}^l \quad Q_{ss} = \frac{1}{2l} \sum_{i=1}^l (Q_{in}^l + Q_{out}^l)$$

donde l es el tamaño de muestra.

Por otro lado, se sabe que en estado estable, la caída de presión en toda la tubería se comporta como una función lineal, lo que nos permite determinar la presión en cada nodo de discretización a partir de la ecuación de Darcy-Weisbach. Entonces, el nuevo estado estacionario \bar{x} actualizado cada l muestreos de las señales medidas resulta:

$$\bar{x} = \left[\bar{H}_1, \bar{H}_2, \dots, \bar{H}_N : Q_{ss}, Q_{ss}, \dots, Q_{ss} : 0, 0 \dots 0 \right]^T \in \mathbb{R}^{3N-1}$$

donde N es el número de secciones en que se divide la tubería.

Como ya se menciono anteriormente, debido al tipo de material en las tuberías del prototipo a utilizar, el regimen de flujo no es totalmente desarrollado. Entonces, un cambio en el flujo ocasiona un cambio en la fricción y con esto un cambio en la longitud equivalente de la tubería (Z). Para ilustrar este fenómeno mostraremos los siguientes experimentos. Para el punto de operación $Q_{ss} = 4.1255 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_{in} = 4.5655 \text{ m}$ y $H_{out} = 2.108 \text{ m}$, mediante la fórmula de Swamee and Jane se obtiene $f_r = 0.01922$ y despejando de la formula de Darcy-Weisbach se tiene que $Z = 94.02 \text{ m}$. En cambio, para $Q_{ss} = 4.1975 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_{in} = 5.106 \text{ m}$ y $H_{out} = 2.285 \text{ m}$ se obtiene $f_r = 0.01909$, y de Darcy-Weisbach se tiene que $Z = 104.59 \text{ m}$. Así, al actualizar \bar{x} , también se requiere actualizar el valor para Z .

En este trabajo, cuando la fuga es detectada por la alarma propuesta para el algoritmo LDI, se detiene la actualización de \bar{x} y Z , debido a que se requiere distinguir las desviaciones de la dinámica del proceso en la ocurrencia de una fuga con respecto a las condiciones normales de operación.

A continuación se presenta el funcionamiento del algoritmo LDI.

3.8. Algoritmo FMA-LDI

Se ajustan los valores para los parámetros de la tubería previo conocimiento de la temperatura, la cual en este trabajo se considera prácticamente constante. Se discretiza la tubería en N secciones y se dan las condiciones iniciales realizando un primer estimado de \bar{x} y Z , inicializando así $\hat{x}_+^0 = \bar{x}$.

Las matrices de covarianza para el ruido del proceso y para el ruido de observación se consideran constantes y con varianzas conocidas, tales que

$$\mathbb{Q} = \text{diag}(\sigma_H^2 I_{N \times N}, \sigma_Q^2 I_{N \times N}, \sigma_{Q_L}^2 I_{N-1 \times N-1}) \text{ y } \mathbb{R} = \text{diag}(\sigma_H^2, \sigma_Q^2)$$

donde N es el número de secciones en que se divide la tubería, $\sigma_H^2 = 100$ es la varianza del ruido para las presiones, $\sigma_Q^2 = 1 \times 10^{-5}$ es la varianza del ruido para los gastos, y $\sigma_{Q_L}^2 = 1 \times 10^{-5}$ es la varianza del ruido para los gastos de las fugas modeladas. En este trabajo, se propone inicializar la matriz de covarianza del error de estimación del estado como

$$\mathbb{P}_+^0 = E[(\hat{x}_+^0 - E[\bar{x}])(\hat{x}_+^0 - E[\bar{x}])^T] = \text{diag}(\sigma_H^2 I_{N \times N}, \sigma_Q^2 I_{N \times N}, \sigma_{Q_L}^2 I_{N-1 \times N-1})$$

Ahora, para el tiempo $k = 1$ se sigue el siguiente procedimiento:

1. Se obtienen los valores de las mediciones de la tubería para la entrada $u^k = [H_{in}^k : Q_{out}^k]^T$ y la salida $y^k = [H_{out}^k : Q_{in}^k]^T$

2. Se obtiene

$$\hat{x}^k = [\hat{H}_1^k \hat{H}_2^k \dots \hat{H}_N^k : \hat{Q}_0^k \hat{Q}_1^k \dots \hat{Q}_{N-1}^k : \hat{q}_{L_1}^k \hat{q}_{L_2}^k \dots \hat{q}_{L_{N-1}}^k]^T$$

resolviendo la ecuación (3.3), y se determinan las diferencias de las señales $\delta \hat{x}^k = \hat{x}^k - \bar{x}$ y $\delta y^k = y^k - \bar{y} = y^k - h(\bar{x})$.

3. Si es detectado un nuevo estado estacionario \bar{x} (esto es, cada l número de muestras de las señales medidas), se realizan los cambios necesarios para la longitud equivalente Z , y la matriz de transición ψ .
4. Se resuelven las ecuaciones del Filtro de Kalman Extendido para obtener un mejor estimado a posteriori \hat{x}_+^k basado en las mediciones de y^k :

$$\mathbb{P}_-^k = \psi \mathbb{P}_+^{k-1} \psi^T + \mathbb{Q} \quad (3.31)$$

$$\mathbb{K}^k = \mathbb{P}_-^k \mathbb{H}^T [\mathbb{H} \mathbb{P}_-^k \mathbb{H}^T + \mathbb{R}] \quad (3.32)$$

$$\mathbb{P}_+^k = [\mathbb{I} - \mathbb{K}^k \mathbb{H}] \mathbb{P}_-^k \quad (3.33)$$

$$\delta \hat{x}_+^k = \delta \hat{x}^k + \mathbb{K}^k [\delta y^k - \mathbb{H}^k \delta \hat{x}^k] \quad (3.34)$$

5. Se actualiza la estimación del estado.

$$\hat{x}^k = \bar{x} + \delta \hat{x}_+^k \quad (3.35)$$

6. Se verifica la ocurrencia una fuga (ver sección Alarma de Fuga). Si se ha detectado una fuga se estiman los parámetros de la misma

$$\hat{q}_L^k = \sum_{i=1}^{N-1} \hat{q}_{L_i}^k \quad (3.36)$$

$$\hat{z}_L^k = \frac{1}{\hat{q}_L^k} \sum_{i=1}^{N-1} \hat{q}_{L_i}^k \hat{z}_{L_i} \quad (3.37)$$

donde N , es el número de secciones en que se divide la tubería. En el caso contrario, si no se ha detectado una fuga, se toma $\hat{z}_L^k = 0$.

7. Para el siguiente paso de tiempo, se vuelve a hacer el procedimiento desde el paso 1.

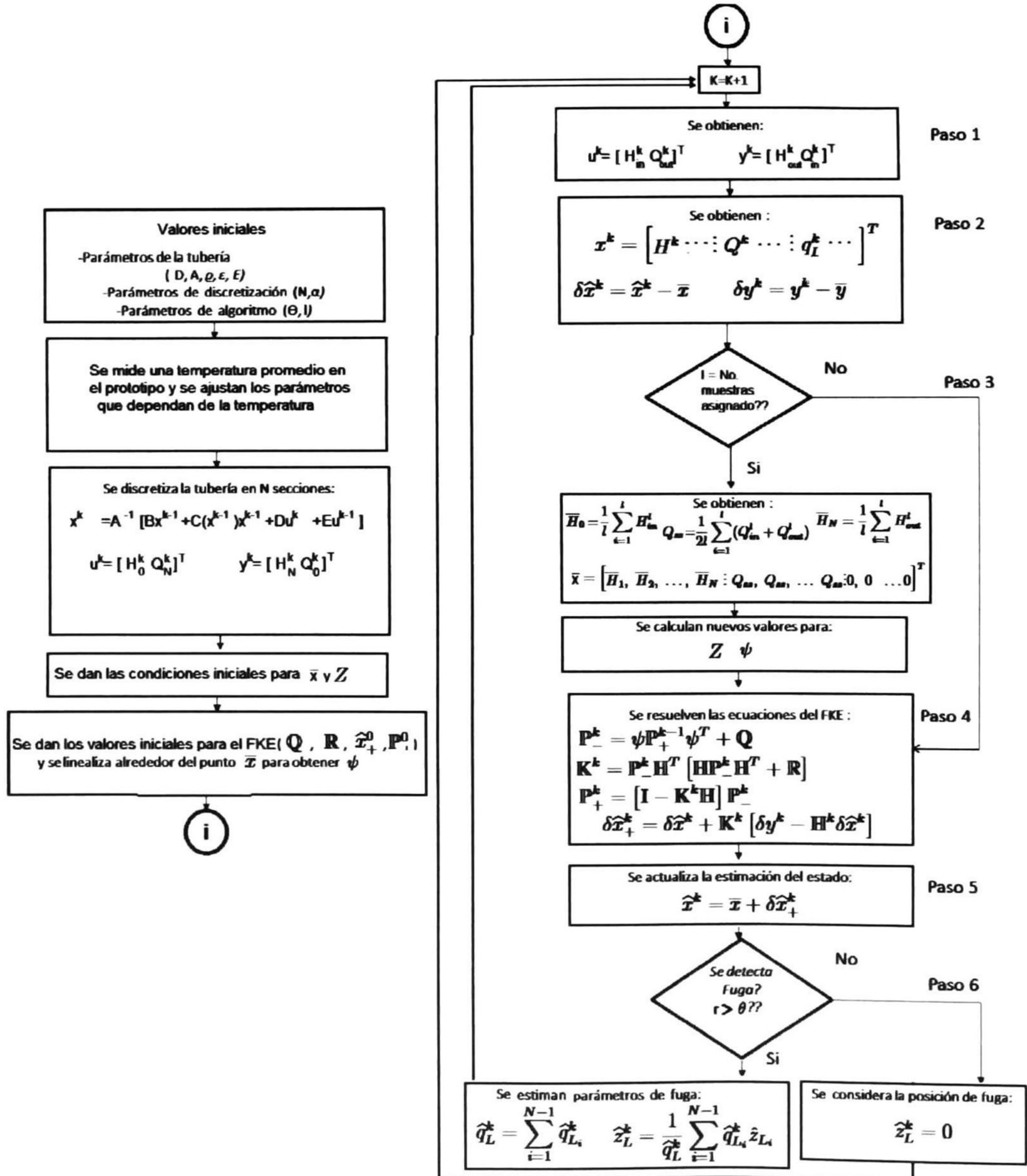


Figura 3.2: Diagrama de Flujo del Algoritmo FMA-LDI

Capítulo 4

Resultados en Tiempo Real

En este capítulo se muestran los resultados que se obtuvieron al utilizar el algoritmo LDI descrito en el Capítulo 3, en el prototipo de tuberías del Cinvestav-Guadalajara. Cabe mencionar que esta tesis se basó en el trabajo realizado en [4], en el cual, sólo se presentan resultados en simulación con datos obtenidos con un simulador de una tubería, ignorando así, los valores de la variación que sufren algunos parámetros en un ambiente real, por la acción de la temperatura y tipo de régimen de flujo, necesarios para poder implementar el algoritmo LDI en una tubería real. Por esta razón, se agregan actualizaciones en los valores de los parámetros, que son función de las condiciones reales de operación.

Los resultados que se presentan, corresponden a una fuga que se emulará utilizando válvulas ubicadas en 3 posiciones diferentes en el prototipo de tuberías. A continuación se adopta la convención de llamarle fuga 1 a la fuga emulada por la válvula 1, fuga 2 a la fuga emulada por la válvula 2, y fuga 3 a la fuga emulada por la válvula 3. La posición de las válvulas se muestra en la Figura 4.1.

4.1. Posiciones equivalentes de las fugas

En el Capítulo 2, se mencionó que existen pérdidas de presión debido a los accesorios en la tubería, y usando la fórmula de Darcy-Weisbach, se puede obtener una longitud en equivalente recto de la tubería (Z). Se sabe, que existe una constante de proporcionalidad (adimensional), que puede encontrarse experimentalmente y se conoce como el coeficiente de resistencia del accesorio, denotado por K . La caída de presión que ocurre en el accesorio se puede calcular como:

$$h_L = K \frac{Q^2}{2gA^2}$$

donde h_L es la caída de presión producida por un accesorio con un coeficiente de resistencia K .

4.1. POSICIONES EQUIVALENTES DE LAS FUGAS

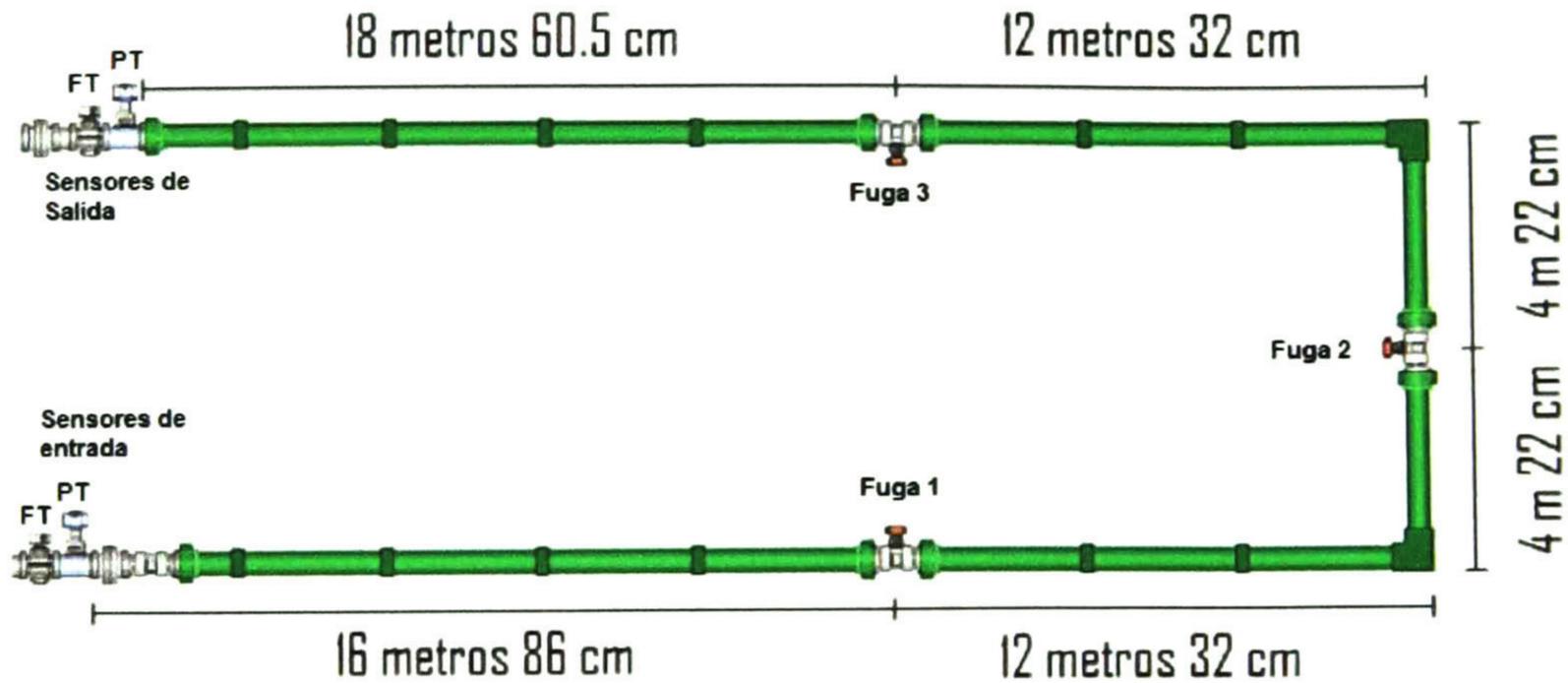


Figura 4.1: Diagrama del prototipo de tuberías y fugas emuladas del Cinvestav-Guadalajara

De acuerdo a la fórmula de Darcy-Weisbach, el coeficiente K , satisface la siguiente relación:

$$K = f_r \frac{Le}{D} \quad (4.1)$$

donde Le es la longitud en equivalente recto del accesorio. De esta manera, la distancia de la fuga emulada en la tubería, en equivalente recto Z_{fuga} , al tomar en cuenta los accesorios puede calcularse como:

$$Z_{fuga} = L_f + \frac{D}{f_r} \sum_{i=1}^{n_f} K_i \quad (4.2)$$

donde L_f es la longitud real de tubería recta hasta el punto de fuga, K_i es el coeficiente de resistencia del accesorio i , y n_f el número total de accesorios en la tubería desde el inicio de la misma hasta el punto de fuga.

Con el fin de validar los resultados obtenidos por el algoritmo LDI propuesto para el prototipo de tuberías, se requiere encontrar las posiciones en el equivalente recto de cada fuga emulada.

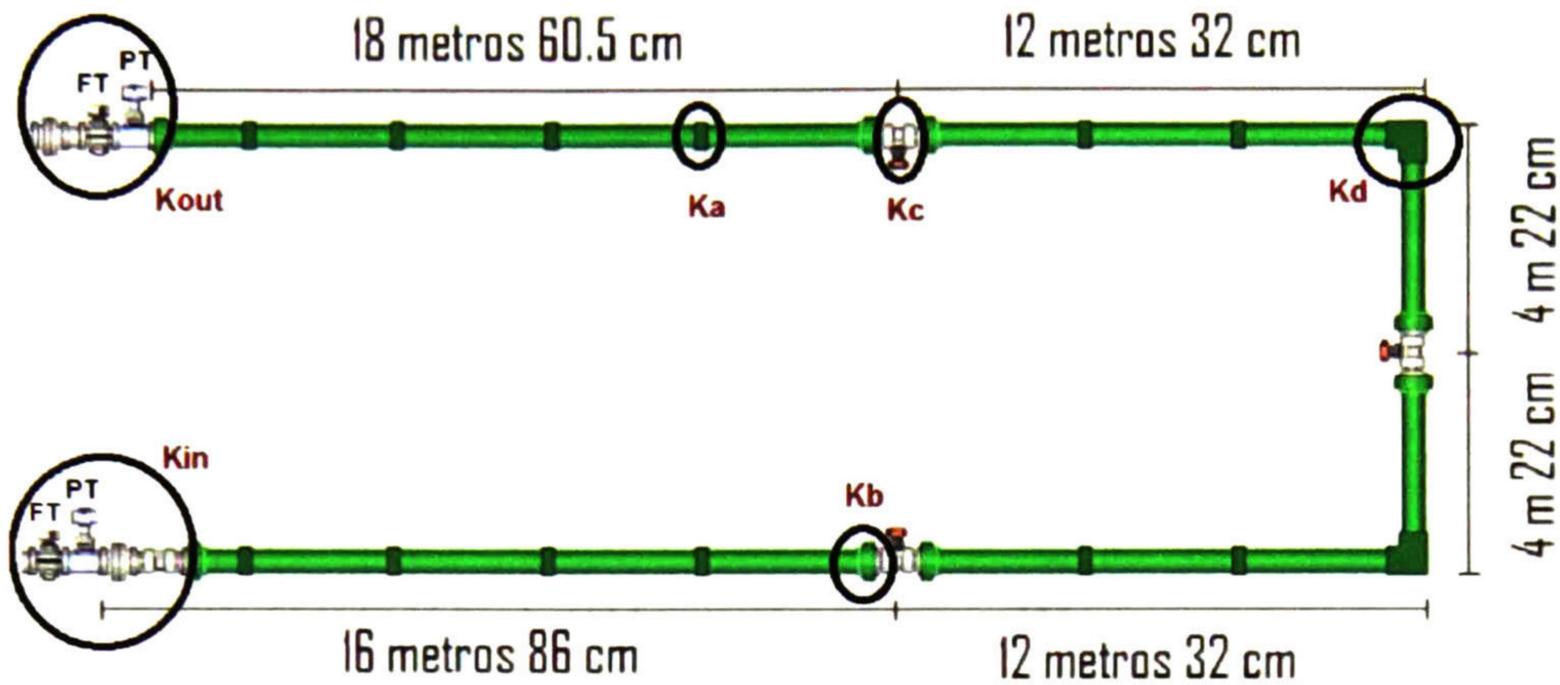


Figura 4.2: Diagrama del prototipo de tuberías y accesorios

Accesorio	Símbolo	Valor	Número de accesorios
Cople recto	K_a	0.25	12
Conector plástico-metal	K_b	0.4	6
Tee	K_c	0.6	3
Codo a 90°	K_d	2	2
Conexión al inicio	K_{in}	0.2	1
Conexión al final	K_{out}	0.2	1

Tabla 4.1: Coeficientes de resistencia K

Para este fin, los valores de resistencia K de cada accesorio de la tubería (Figura 4.2) están reportados en el manual de especificaciones del fabricante [23] y los cuales se muestran en la Tabla (4.1). Sin embargo, para el prototipo de tuberías, los valores de K de los accesorios deben obtenerse experimentalmente, pues éstos dependen del valor de la fricción, la temperatura, del gasto, del punto de operación, y de la longitud equivalente de la tubería, debido a que el régimen de flujo que se está manejando no es totalmente desarrollado (ver [21])

4.2. Parámetros del Prototipo y Parámetros del Algoritmo LDI

En la Tabla 4.2 se muestran los parámetros de la discretización usados para obtener el modelo de la tubería, cuyas ecuaciones se presentan más en detalle en el Apéndice B. Se mencionó en el Capítulo 2, que las diferencias finitas implícitas son incondicionalmente estables, esto quiere decir que no hay restricción en la relación entre Δz y

Δt conocida como condición de Courant, que en muchos algoritmos es necesaria para obtener estabilidad numérica, sin embargo, se recomienda satisfacer esta desigualdad ($\frac{\Delta z}{b} \geq \Delta t$). Tomando en cuenta lo anterior, la tubería fue dividida hipotéticamente en 3 secciones ($N = 3$), teniendo así 2 fugas virtuales en los nodos internos (ver Figura 4.3). Se eligieron 2 fugas virtuales ya que al aumentar el número de secciones de la tubería,

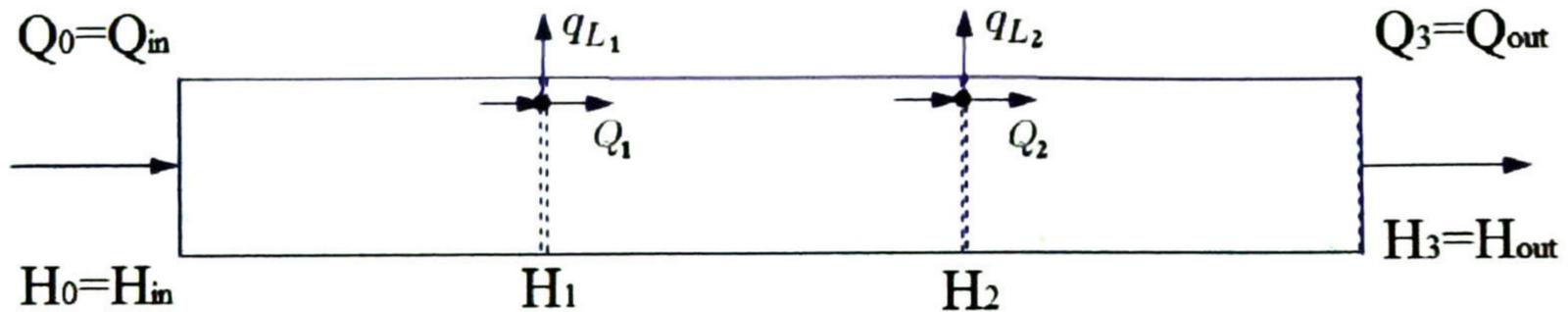


Figura 4.3: Diagrama de la tubería dividida en 3 secciones

aumenta el número de ecuaciones en el modelo, lo que hace más complejo el modelo, y se constató experimentalmente que no hay mejora en la precisión para la estimación de la posición de la fuga.

Se mencionó en el Capítulo 3, que se obtienen promedios temporales de las señales medidas de la tubería, actualizando el estado estacionario \bar{x} y el valor de la longitud en equivalente recto de la tubería Z (ya que podrían ser los accesorios) cada l número de muestras (experimentalmente se obtuvieron resultados satisfactorios con $l = 50$). Así, Δz y Δt también cambian en cada actualización del valor de Z , pues $\Delta z = Z/N$ y $\Delta t = Z/Nb$.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Número de Secciones	N	3	—
Peso de la discretización	α	0.85	—

Tabla 4.2: Parámetros de la discretización

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Diámetro	D	0.06350	m
Área transversal	A	0.0031669	m^2
Grosor de la pared de la Tubería	ρ	0.01270	m
Rugosidad	ε	7×10^6	m
Módulo de Elasticidad de Tubería	E	8×10^8	Pa

Tabla 4.3: Parámetros del Prototipo de Tubería

En la Tabla 4.3, se muestran los parámetros referentes a las características físicas de la tubería. En el Capítulo 3, se menciona que se propone la ecuación $r = (Q_{in}/Q_{out} -$

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EN TIEMPO REAL

1) $\times 100$ como alarma de fuga, y se le asigna un umbral de fuga $\theta = 0.7$, para dar aviso de la presencia de una fuga cuando $r > \theta$, cuyo valor de θ se obtuvo de manera experimental, de manera que el algoritmo LDI sea capaz de diferenciar entre la fuga emulada y una falsa alarma provocada por el ruido o cambios en el punto de operación. En la Tabla 4.4 se muestran los valores de los parámetros usados para el algoritmo LDI.

Para determinar el tiempo de muestreo para el algoritmo LDI, aún cuando no hay restricción en la relación de estabilidad entre Δz y Δt , se procuró satisfacer la condición de courant ($\frac{\Delta z}{b} \geq \Delta t$), con el objetivo de proponer un tiempo de muestreo mas acorde a las condiciones de operación de la tubería. Se sabe de los manuales de los sensores de la tubería, que el tiempo de muestreo mínimo para éstos es de 0.01 s. De manera experimental, usando la ecuación $\Delta t = Z/Nb$ se obtuvieron valores mayores a 0.07 s. Así, para este trabajo se propone un tiempo de muestreo $ts = 0.07$ s.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
umbral de alarma	θ	0.7	—
tiempo de muestreo	ts	0.07	s
No. muestras para \bar{x}	l	50	—

Tabla 4.4: Parámetros del Algoritmo LDI

Se mencionó en el capítulo anterior, que los ruidos del proceso (ω^k) y de medición (ν^k) en la tubería, se suponen no correlacionados y secuencias de ruido Gaussiano con media cero, y con matrices de covarianzas conocidas \mathbb{Q} y \mathbb{R} . En la realidad, es muy difícil conocer los ruidos de la tubería, ya que se requiere de un análisis probabilístico complejo. Normalmente, en la práctica las matrices \mathbb{Q} y \mathbb{R} se utilizan como parámetros de síntesis en las ecuaciones del Filtro de Kalman Extendido, los cuales aportan al observador ciertas propiedades dinámicas para obtener resultados satisfactorios en la estimación del estado de la tubería. Considerando lo anterior, se proponen matrices de covarianzas con las cuales se obtuvo un buen desempeño del Filtro de Kalman Extendido, que tomaron en cuenta la magnitud de las señales físicas con las que están relacionadas, en este caso en las variables del estado:

$$\mathbb{Q} = \text{diag}(\sigma_H^2 I_{3 \times 3}, \sigma_Q^2 I_{3 \times 3}, \sigma_{Q_L}^2 I_{2 \times 2}) \text{ y } \mathbb{R} = \text{diag}(\sigma_H^2, \sigma_Q^2)$$

con $\sigma_H^2 = 100$ como la varianza del ruido para las presiones, $\sigma_Q^2 = 1 \times 10^{-5}$ como la varianza del ruido para los gastos, y $\sigma_{Q_L}^2 = 1 \times 10^{-5}$ como la varianza del ruido para los gastos de las fugas modeladas.

La condición inicial para el estado estimado \hat{x}^0 puede determinarse a partir del estado en condiciones de estado estable sin fuga \bar{x} de tal manera que $\hat{x}_+^0 = \bar{x}$. En teoría si se conoce el valor correcto de la condición inicial del estado estimado, entonces el valor inicial para la matriz de covarianza del error de estimación del estado $\mathbb{P}_+^0 = E[(\hat{x}_+^0 - E[\bar{x}])(\hat{x}_+^0 - E[\bar{x}])^T]$ puede considerarse $\mathbb{P}_+^0 = \mathbf{0}_{8 \times 8}$. Sin embargo, debido a que el valor del estado estacionario \bar{x} se obtiene de los promedios temporales de las señales

medidas de la tubería, se esta tomando cuenta el ruido introducido por los sensores, por lo tanto, en este trabajo se propone iniciar la matriz de covarianza del error de estimación del estado \mathbb{P}_+^0 con los mismos valores utilizados para la matriz de covarianza del proceso \mathbb{Q} , de manera que $\mathbb{P}_+^0 = \text{diag}(\sigma_H^2 I_{3 \times 3}, \sigma_Q^2 I_{3 \times 3}, \sigma_{Q_L}^2 I_{2 \times 2})$. En la Tabla 4.5 se muestran los valores para los parámetros del Filtro de Kalman Extendido.

Parámetro	Símbolo	Valor
Cov. ruido del proceso	\mathbb{Q}	$\text{diag}(100I_{3 \times 3}, 1 \times 10^{-5}I_{5 \times 5})$
Cov. ruido de observación	\mathbb{R}	$\text{diag}(100, 1 \times 10^{-5})$

Tabla 4.5: Parámetros del Filtro de Kalman Extendido

A continuación se muestran los resultados obtenidos por cada una de las fugas emuladas.

4.3. Fuga 1

En este experimento se emula una fuga en el prototipo de tuberías con la válvula 1 (ver Figura 4.1). Se midió una temperatura promedio de 36°C , con la cual se ajustaron los parámetros de la tubería y se obtuvieron los valores iniciales para el algoritmo LDI, mostrados en la Tabla 4.6.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Cabeza presión entrada	\bar{H}_0	19.179876	m
Cabeza presión salida	\bar{H}_N	9.734394	m
Gasto promedio	Q_{ss}	9.085154×10^{-3}	m^3/s
Densidad	ρ	9.9820655×10^2	kg/m^3
Viscosidad cinemática	μ	1.003366×10^{-6}	m^2/s
M. de elasticidad agua	Γ	2.1790559×10^9	Pa
Vel. de onda de presión	b	3.864236×10^2	m/s
Longitud equivalente	Z	85.517508	m
Estado estacionario	\bar{x}	$[16.03138, 12.88288, 9.73439, Q_{ss}, Q_{ss}, Q_{ss}, 0, 0]^T$	—

Tabla 4.6: Parámetros de la tubería a 36°C y condiciones iniciales para el FMA-LDI

En la Figura 4.4 se muestra la detección de la fuga emulada aproximadamente a los 1010 segundos, con una intensidad de fuga aproximada de 3.3% con respecto al gasto total que fluye por la tubería. En la Figura 4.5 se pueden ver los promedios temporales de las señales cada 50 muestras (3.5 segundos), los cuales se detienen al detectar la fuga emulada como se observa en la figura. Se puede ver que los valores se mantienen no muy

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EN TIEMPO REAL

alejados del valor congelado por el algoritmo al detectar la fuga a los 1010 segundos. Aún en este caso, cuando no hay cambio en el punto de operación introducido por la bomba, se realiza la actualización periódica para el estado estacionario \bar{x} , ya que el algoritmo fue diseñado en un caso general donde puede o no existir variaciones en el punto de operación, ya sea introducido por control de la bomba en el programa, o cualquier alteración que pueda afectar la estimación del estado.

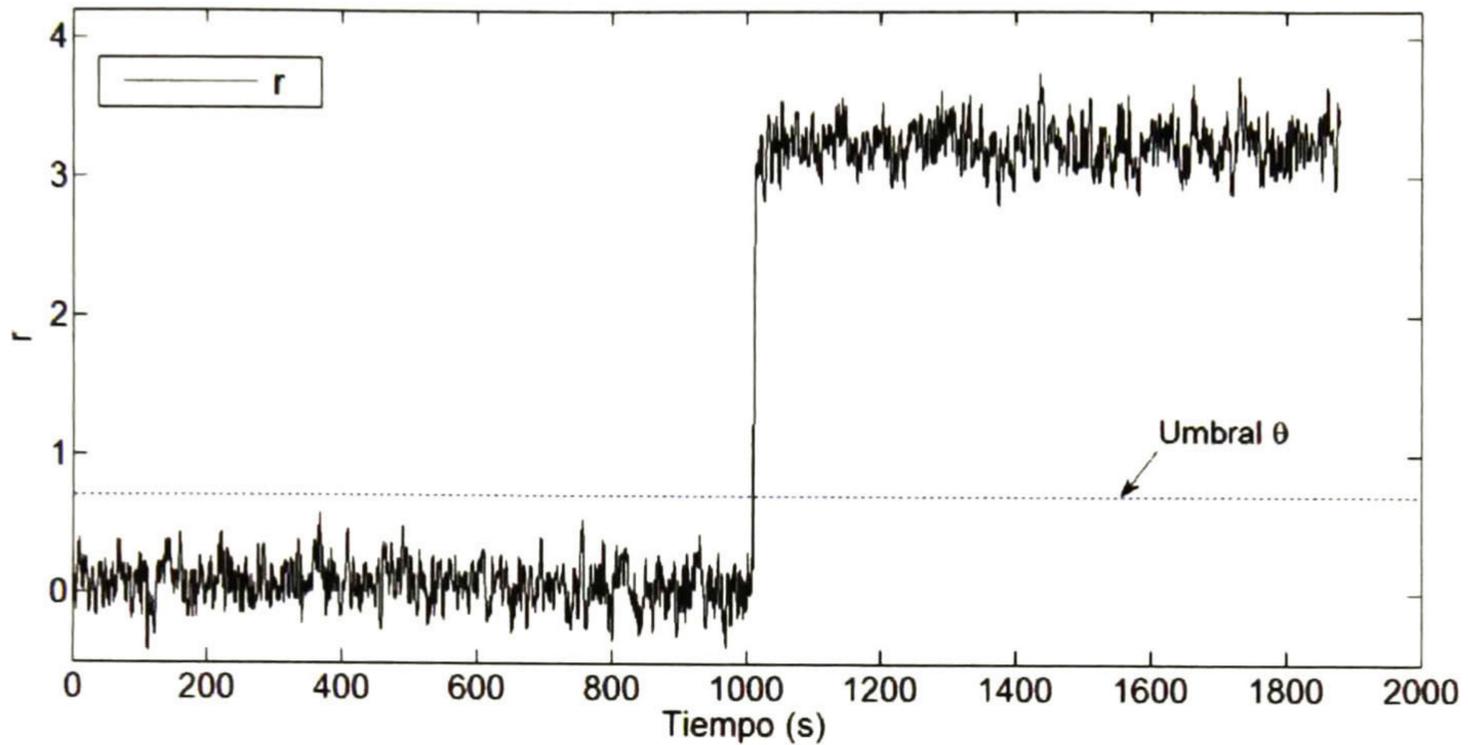


Figura 4.4: Alarma de Detección de fuga 1

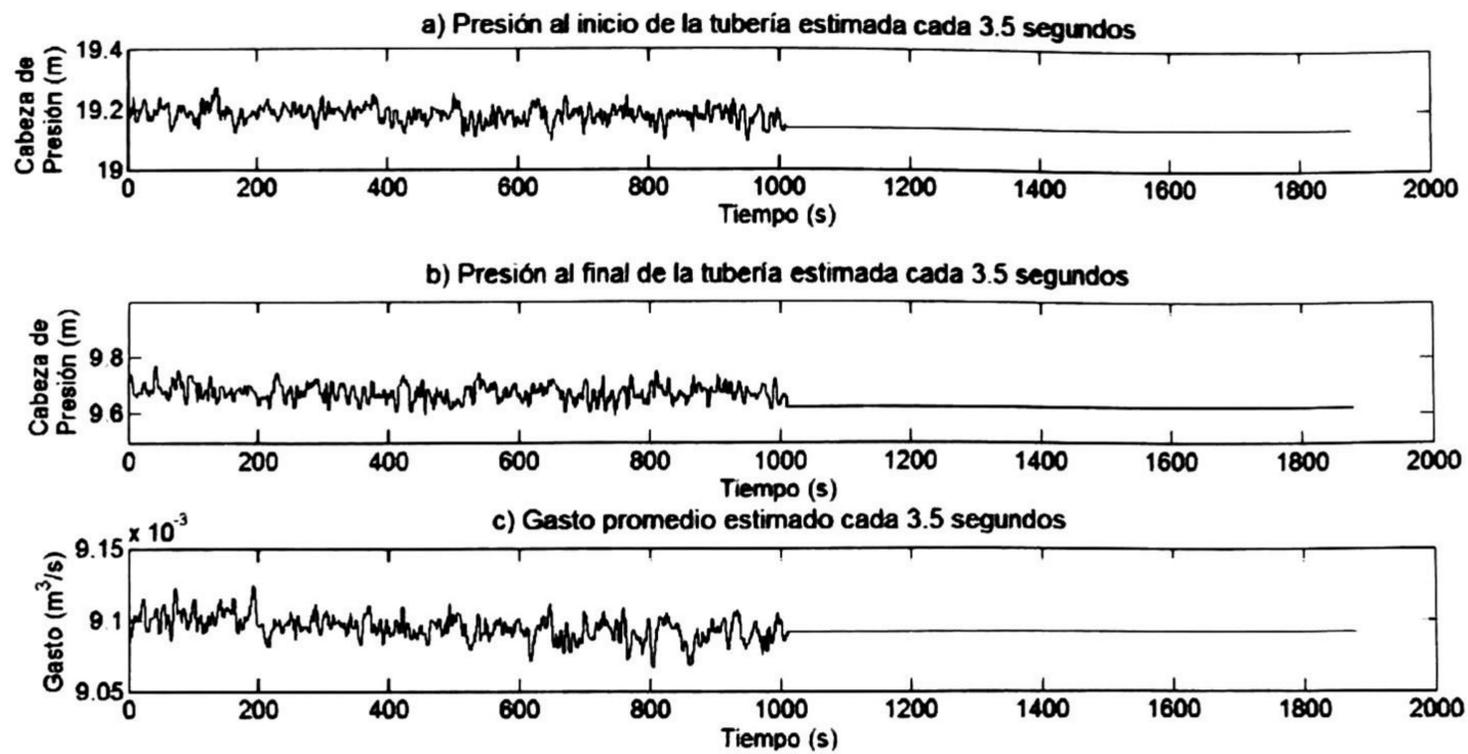


Figura 4.5: Promedio de a) \bar{H}_0 , b) \bar{H}_N , c) Q_{ss} cada 3.5 s

En la Figura 4.6, se muestra la comparación de la salida del observador $\hat{y}^k = [\hat{H}_N^k : \hat{Q}_0^k]^T$ con respecto a las señales reales medidas $y^k = [H_{out}^k : Q_{in}^k]^T$. Se puede ver un buen desempeño en la estimación de las salidas del observador, a pesar del ruido inducido por los sensores de la tubería.

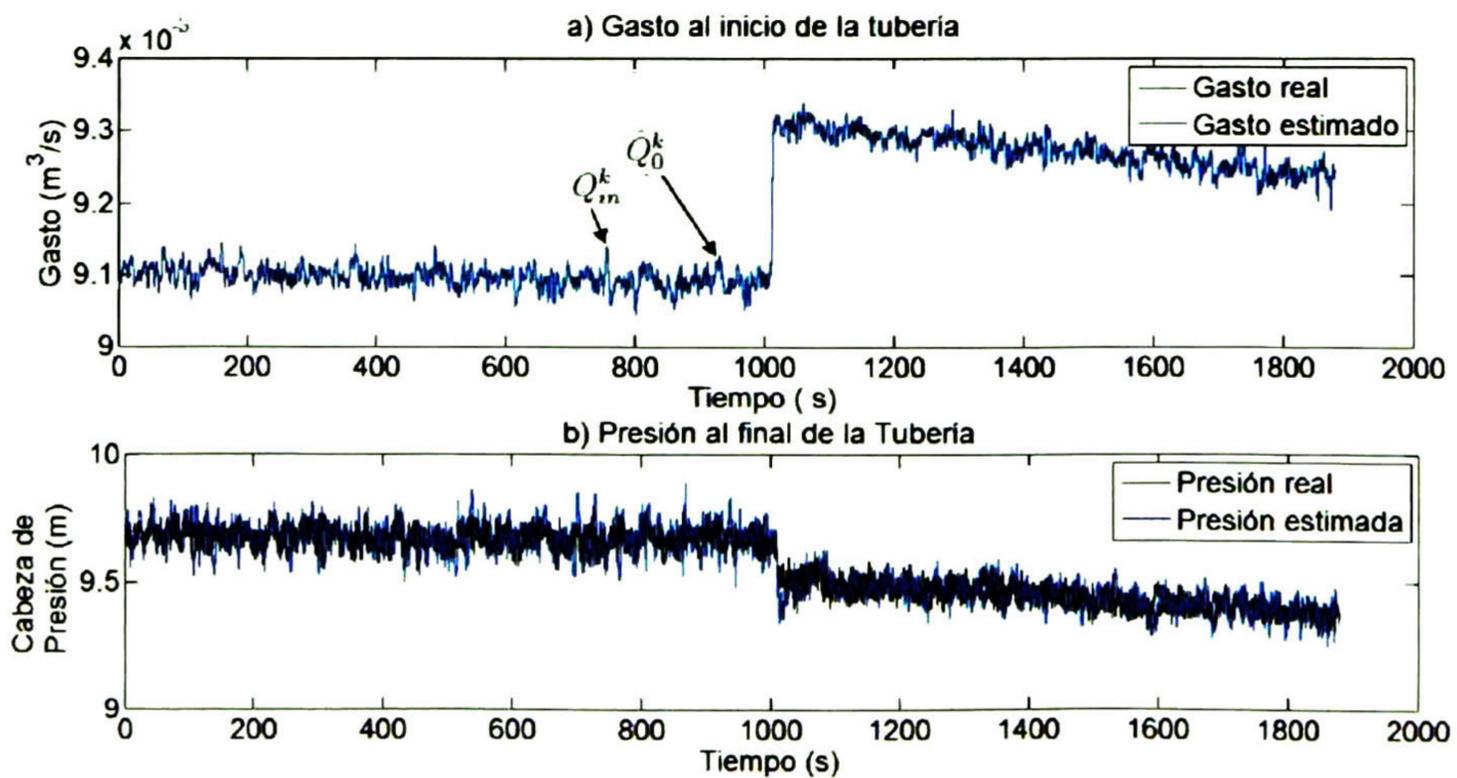


Figura 4.6: Salida del observador $\hat{y}^k = (\hat{H}_N^k, \hat{Q}_0^k)^T$ y señales reales $y^k = (H_{out}^k, Q_{in}^k)^T$

En la Figura 4.7 se muestran los gastos reales en los extremos de la tubería (Q_{in} , Q_{out}) y los gastos estimados (\hat{Q}_0 , \hat{Q}_1 , \hat{Q}_2) antes y después de la fuga emulada. En la Figura 4.8 se muestran las presiones reales en los extremos de la tubería (H_{in} , H_{out}) y las

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EN TIEMPO REAL

presiones estimadas ($\hat{H}_1, \hat{H}_2, \hat{H}_3$). Puede verse que a pesar del ruido en los sensores, y los valores de los gastos estimados de las fugas virtuales, los gastos y presiones estimados en los nodos internos del observador, mantienen un comportamiento congruente con respecto a la realidad.

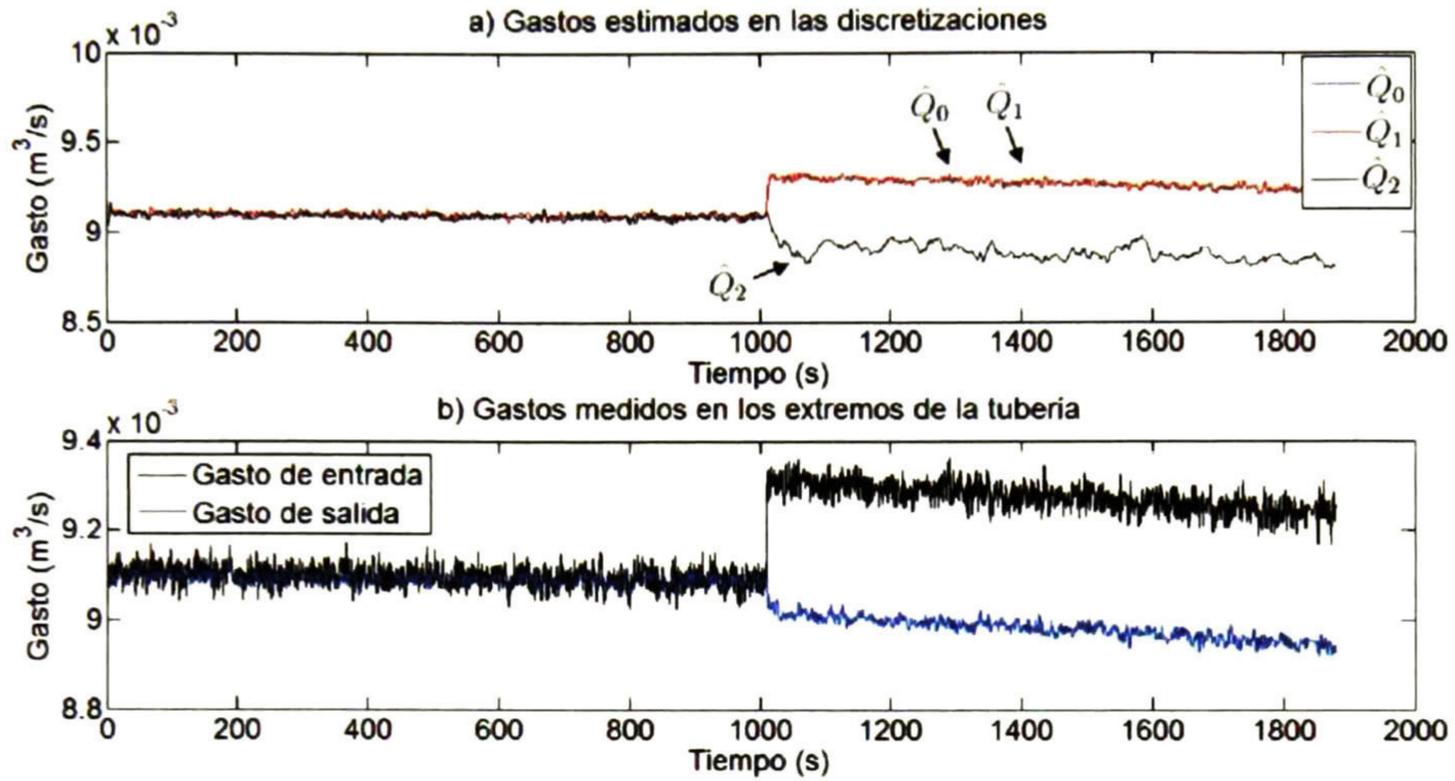


Figura 4.7: Gastos estimados en las discretizaciones con respecto a los gastos reales en los extremos de la tubería

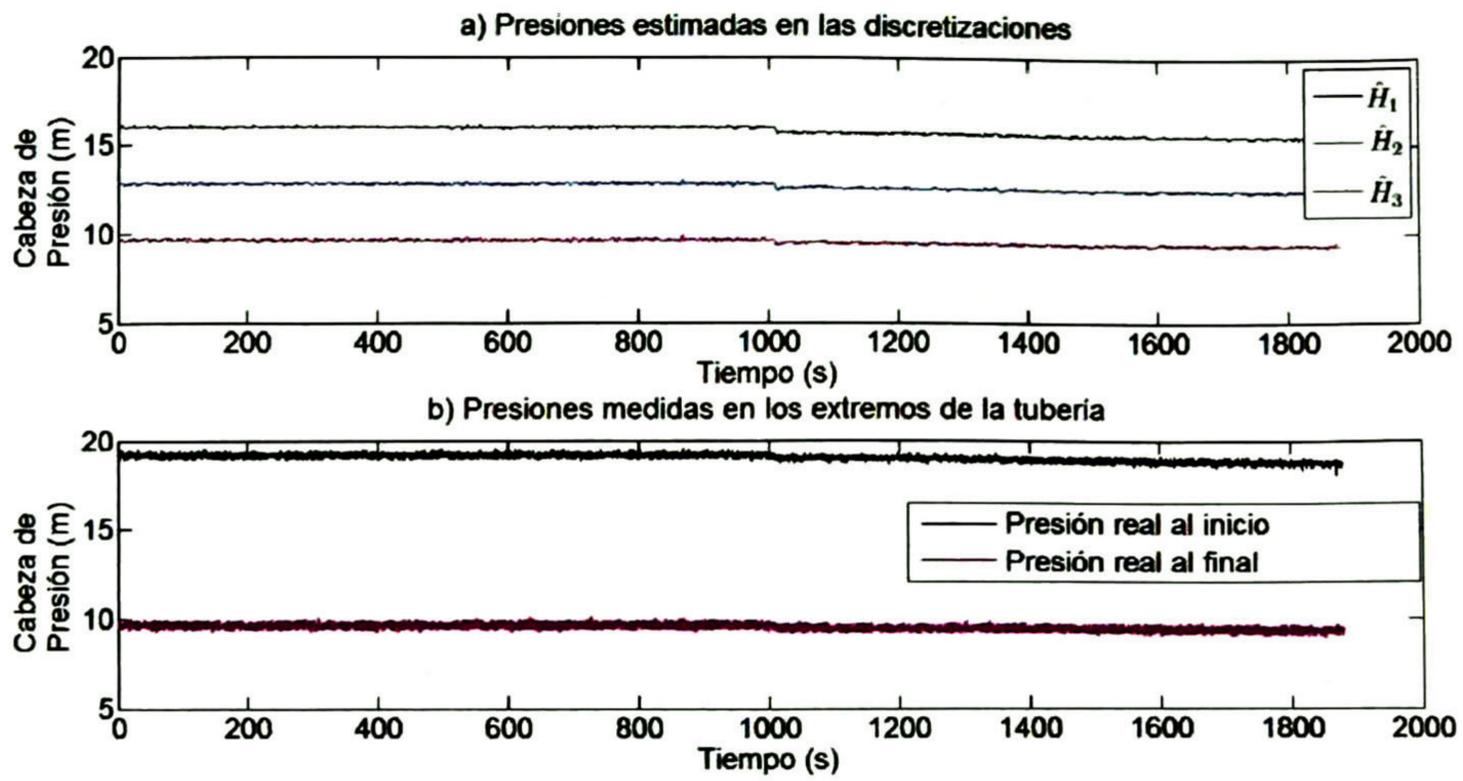


Figura 4.8: Presiones estimadas en las discretizaciones con respecto a las presiones reales en los extremos de la tubería

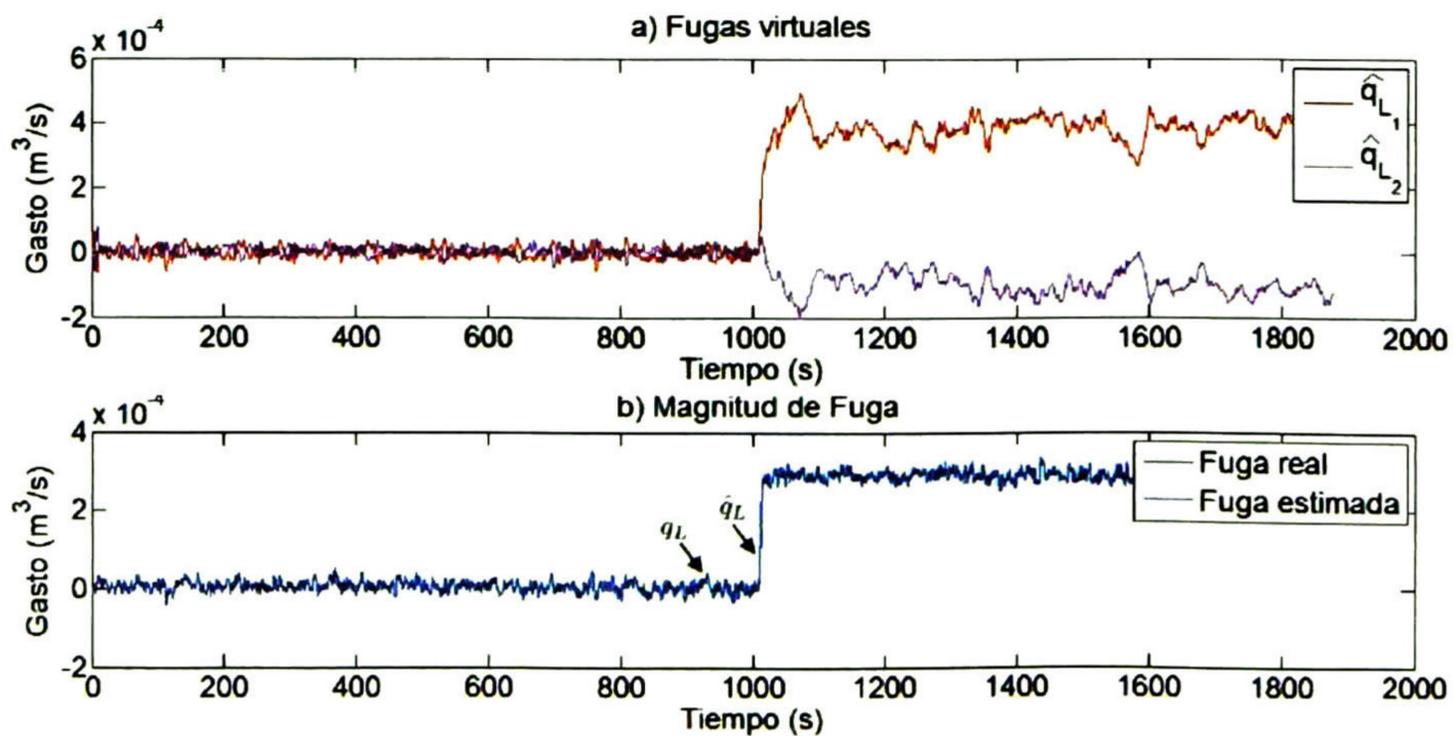


Figura 4.9: a) Fugas virtuales (\hat{q}_{L1} , \hat{q}_{L2}) y b) Magnitud de fuga real q_L y fuga estimada $\hat{q}_L = \hat{q}_{L1} + \hat{q}_{L2}$

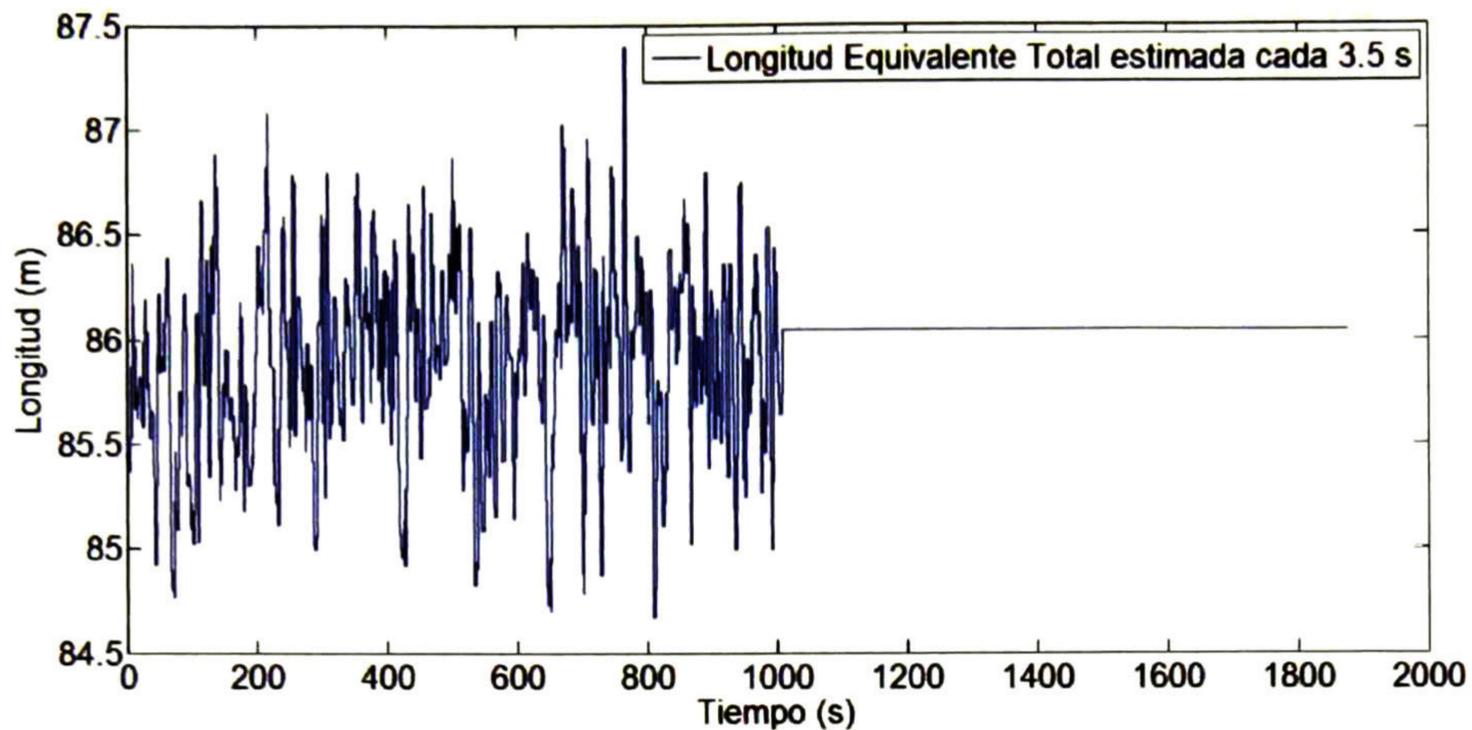


Figura 4.10: Longitud en equivalente recto de la tubería

En la Figura 4.10 se puede ver el valor de la longitud en equivalente recto de la tubería (Z), calculada cada 50 muestras (cada 3.5 segundos), la cual congela su valor al detectarse la fuga emulada. La Magnitud de fuga real en comparación con la fuga estimada (\hat{q}_L), y los valores de los gastos de las fugas virtuales estimadas antes y después de la fuga ($\hat{q}_{L1}, \hat{q}_{L2}$) se muestran en la Figura 4.9. Se sabe que las fugas virtuales no tienen una representación física en la tubería, sin embargo, los valores estimados de éstas, proporcionan un estimado satisfactorio de la fuga real.

En la Figura 4.11 se puede ver la posición estimada de la fuga Z_L (la cual tiene una media de 22.5715598 m), con respecto a la distancia equivalente (21.12439 m), calculada con los valores de los coeficientes K de los accesorios.

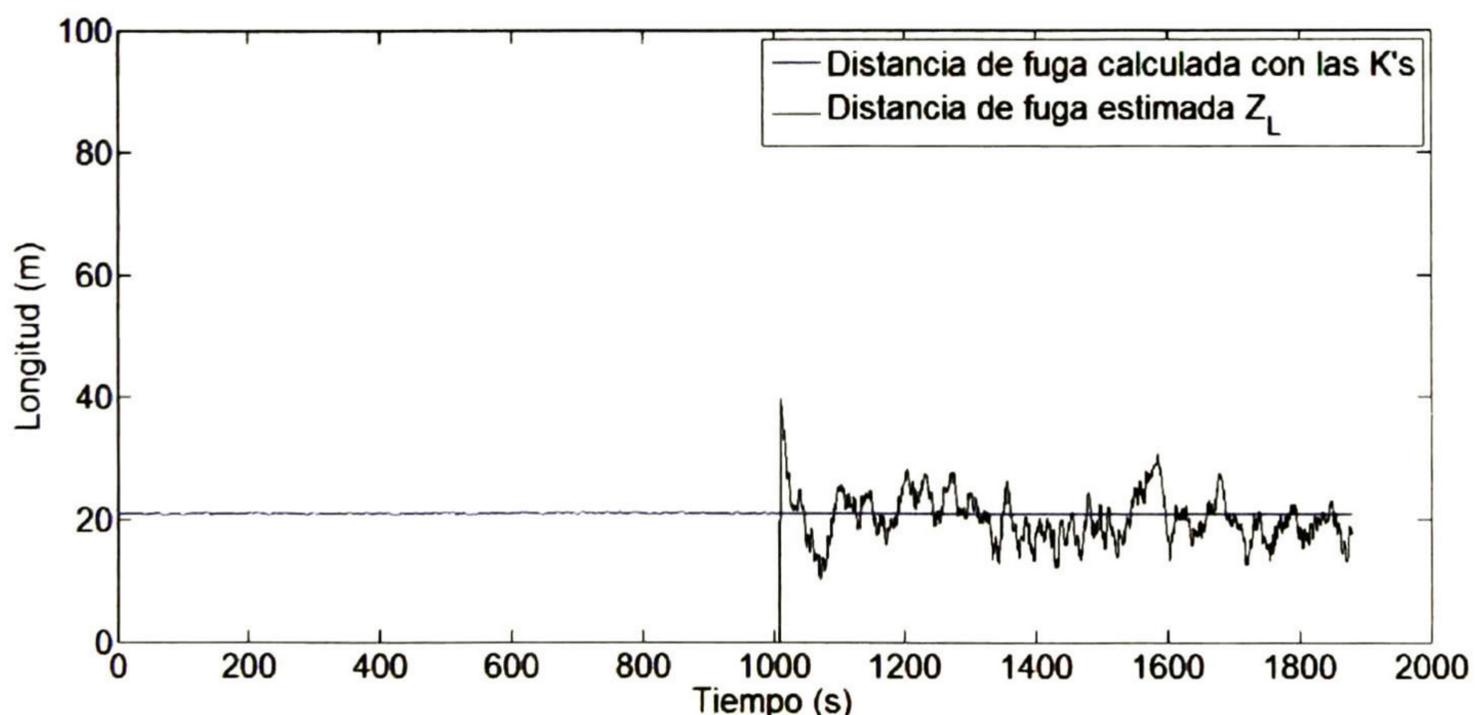


Figura 4.11: Estimado de la posición para la fuga 1

4.4. Fuga 2

Se emula una fuga en el prototipo de tuberías con la válvula 2. Se midió una temperatura promedio de 35°C, con la cual se ajustaron los parámetros de la tubería y se obtuvieron los valores iniciales para el algoritmo LDI, mostrados en la Tabla 4.7.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Cabeza presión entrada	\bar{H}_0	19.115466	m
Cabeza presión salida	\bar{H}_N	9.699465	m
Gasto promedio	Q_{ss}	9.10549×10^{-3}	m^3/s
Densidad	ρ	9.94032×10^2	kg/m^3
Viscosidad cinemática	μ	7.234384×10^{-7}	m^2/s
M. de elasticidad agua	Γ	2.250283×10^9	Pa
Vel. de onda de presión	b	3.876539×10^2	m/s
Longitud equivalente	Z	89.184489	m
Estado estacionario	\bar{x}	$[15.9767, 12.8381, 9.699, Q_{ss}, Q_{ss}, Q_{ss}, 0, 0]^T$	—

Tabla 4.7: Parámetros de la tubería a 35°C y condiciones iniciales para el FMA-LDI

En la Figura 4.12 se muestra la detección de la fuga emulada aproximadamente a los 1000 segundos, con un tamaño de fuga cercano al 3.5 % con respecto al gasto total que fluye por la tubería. En la Figura 4.13 se muestran los promedios temporales de las señales cada 50 muestras (3.5 segundos), los cuales se detienen al detectar la fuga emulada.

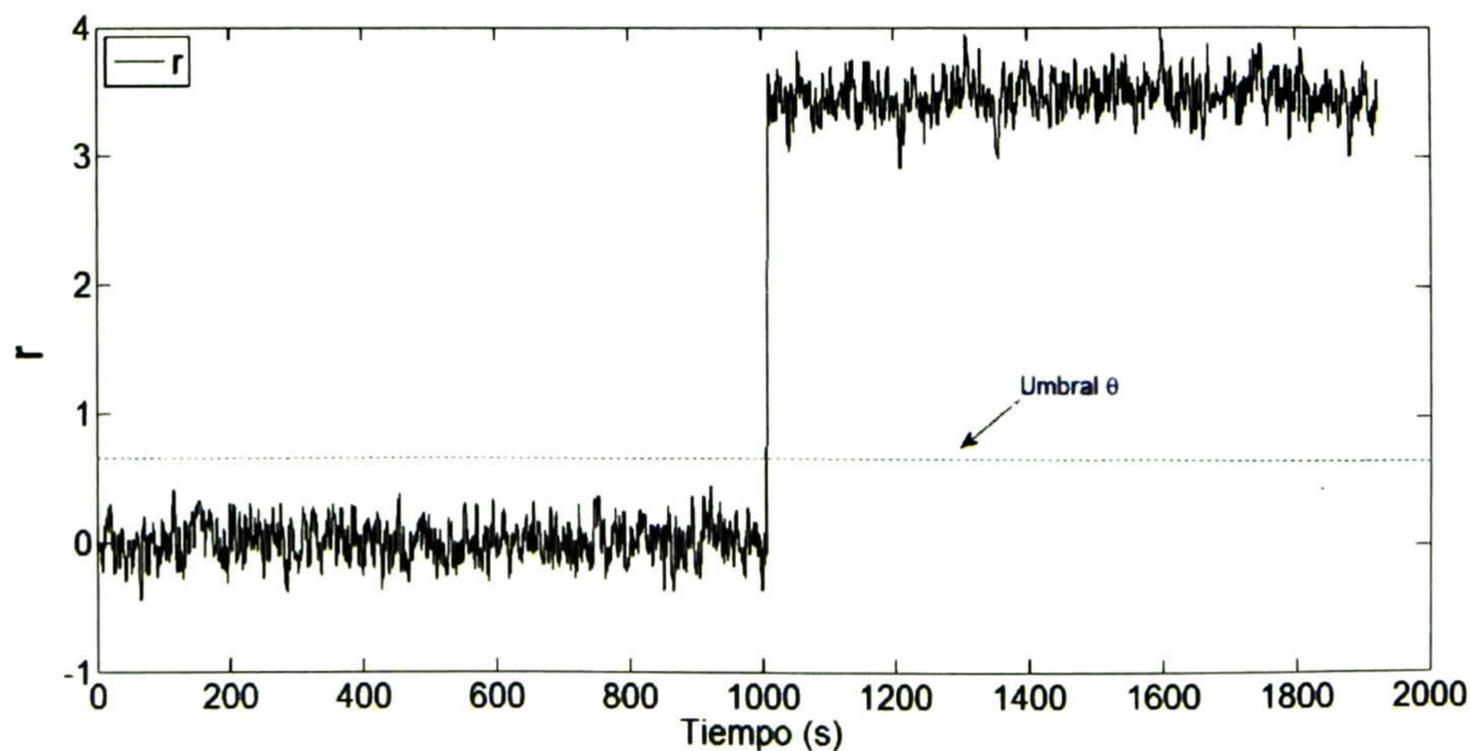


Figura 4.12: Alarma de Detección de fuga 2

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EN TIEMPO REAL

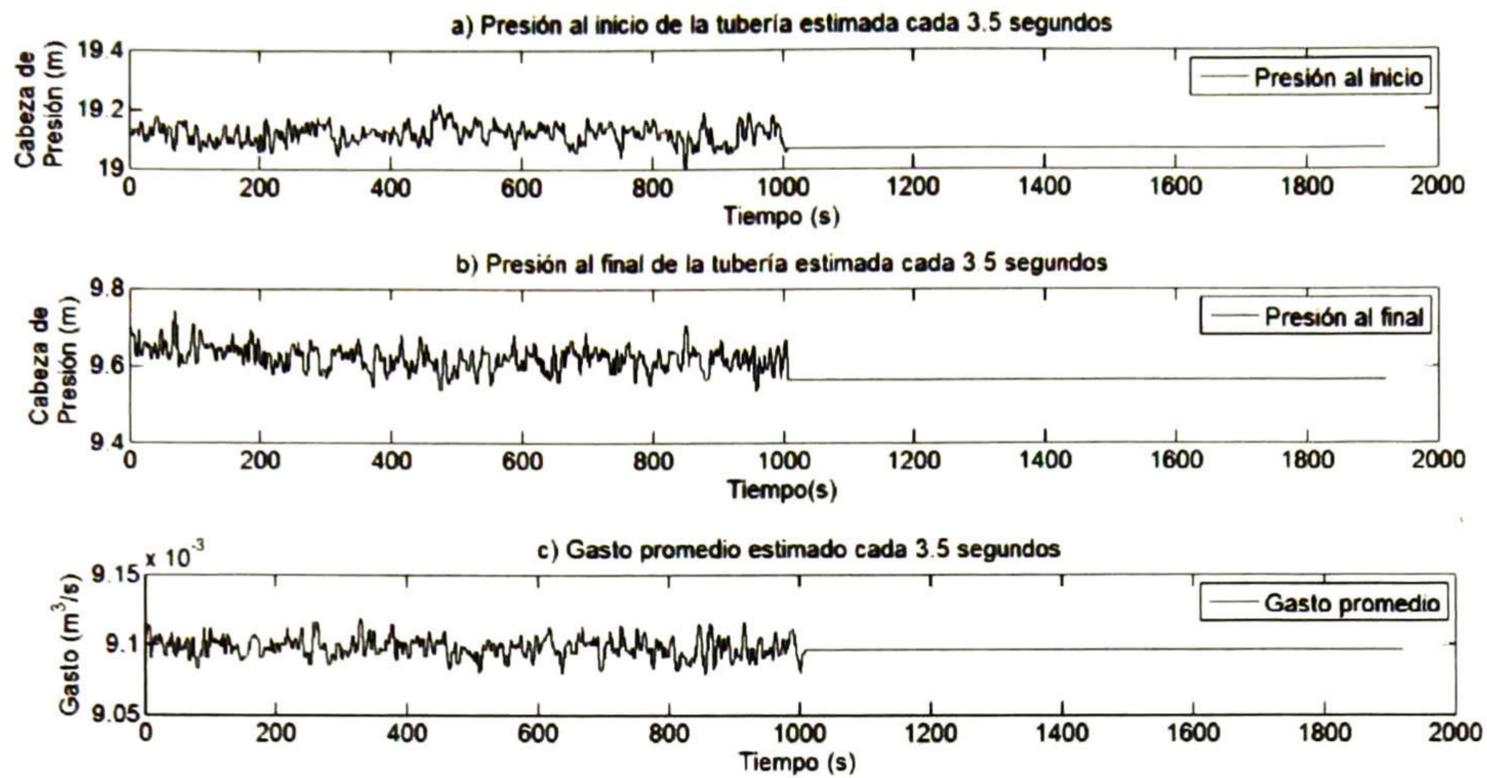


Figura 4.13: Promedio de a) \bar{H}_0 , b) \bar{H}_N , c) Q_{ss} cada 3.5 s

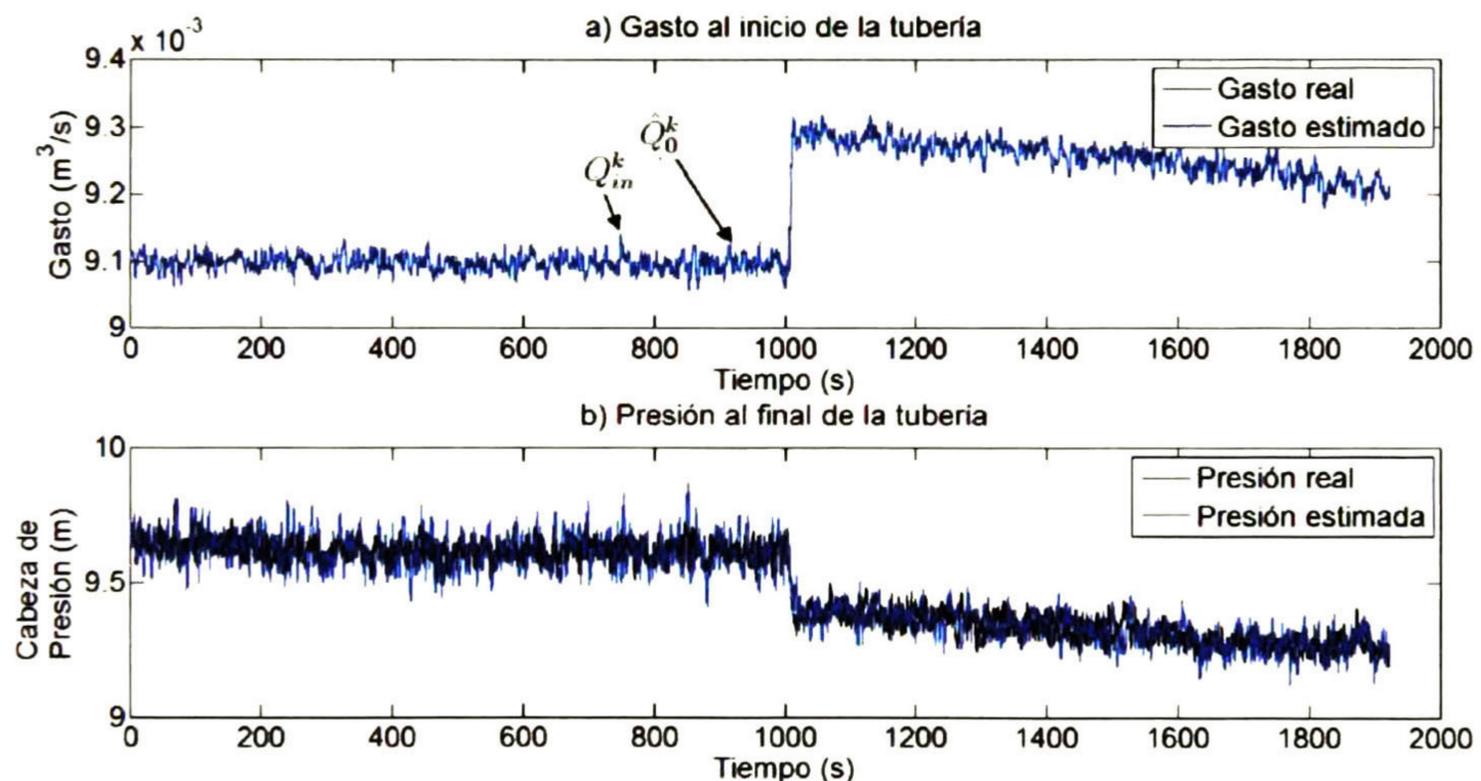


Figura 4.14: Salida del observador \hat{y}^k y señales reales y^k

En la Figura 4.14, se muestran los estimados en las variables de la salida $\hat{y}^k = [\hat{H}_N^k : \hat{Q}_0^k]^T$ con respecto a las señales reales medidas $y^k = [H_{out}^k : Q_{in}^k]^T$. Se puede ver que al ocurrir la fuga, los valores de la señales medidas y de las salidas van disminuyendo su valor al mismo tiempo, sin perder precisión en la estimación. Esto gracias a la minimización del error de estimación del estado dada por el Filtro de Kalman.

En la Figura 4.15 se muestran los gastos reales en los extremos de la tubería (Q_{in}, Q_{out}) y los gastos estimados ($\hat{Q}_0, \hat{Q}_1, \hat{Q}_2$) antes y después de la fuga emulada. En

la Figura 4.16 se muestran las presiones reales en los extremos de la tubería (H_{in} , H_{out}) y las presiones estimadas (\hat{H}_1 , \hat{H}_2 , \hat{H}_3).

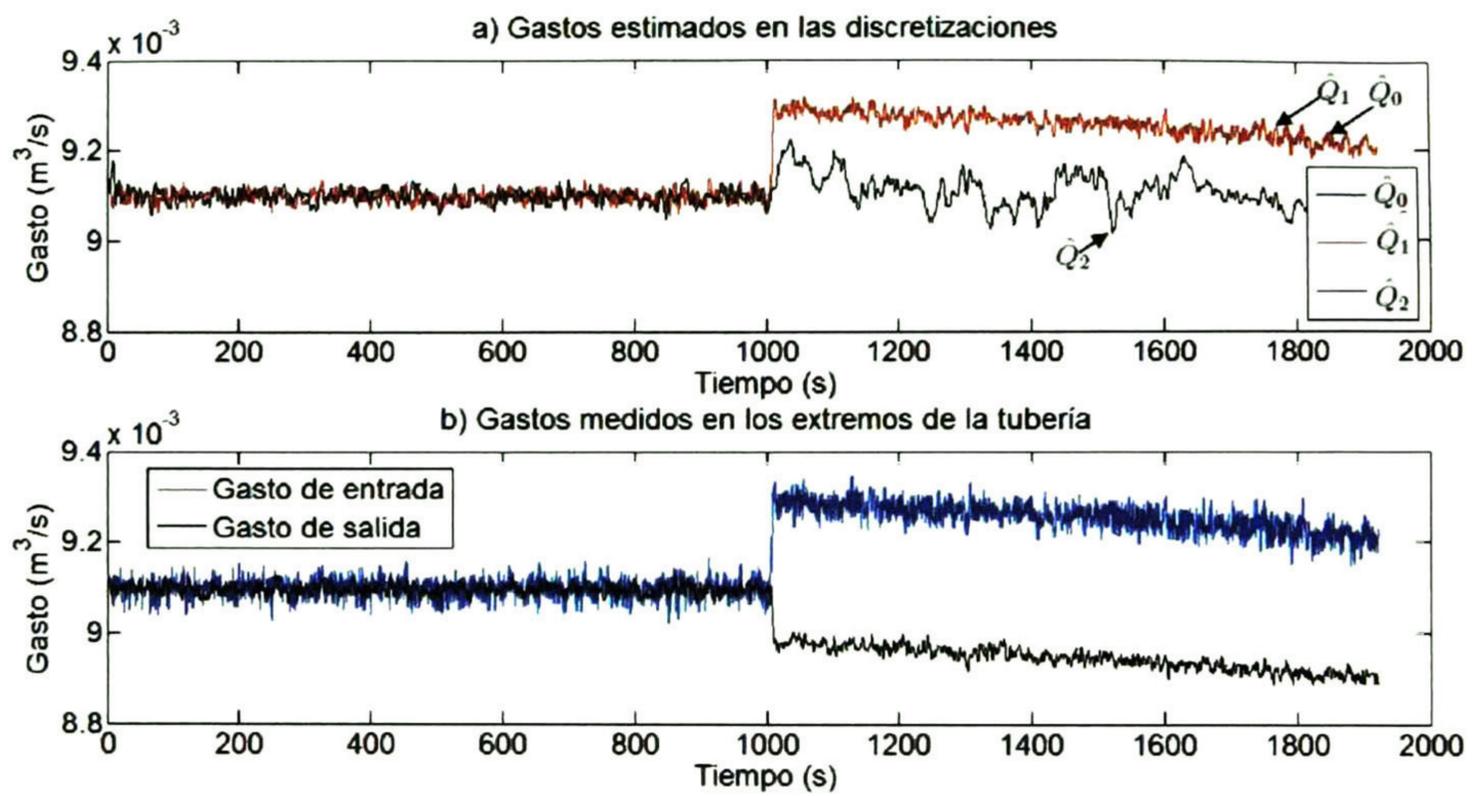


Figura 4.15: Gastos estimados en las discretizaciones con respecto a los gastos reales en los extremos de la tubería

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EN TIEMPO REAL

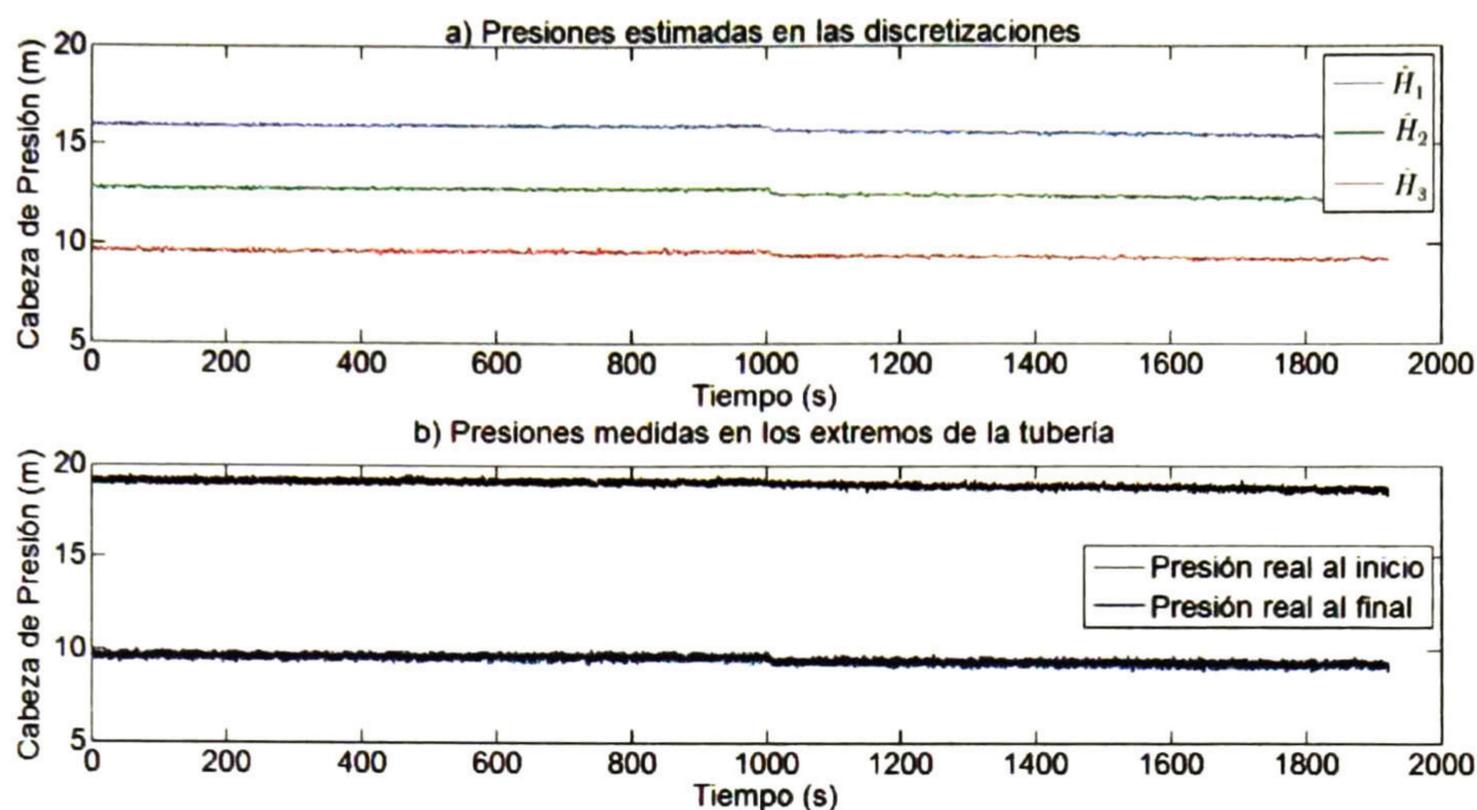


Figura 4.16: Presiones estimadas en las discretizaciones con respecto a las presiones reales en los extremos de la tubería

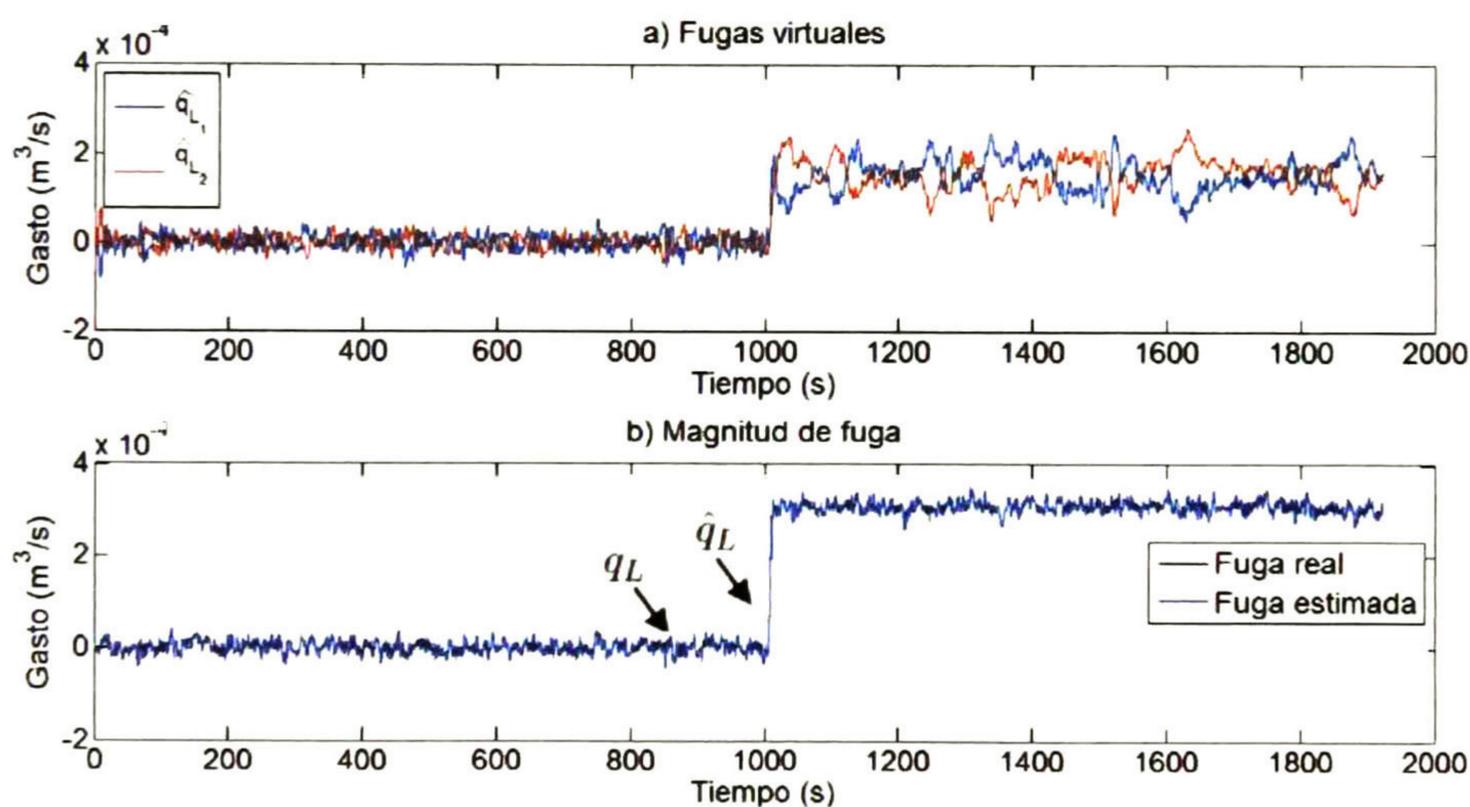


Figura 4.17: a) Fugas virtuales (\hat{q}_{L_1} , \hat{q}_{L_2}) y b) Magnitud de fuga real q_L y fuga estimada $\hat{q}_L = \hat{q}_{L_1} + \hat{q}_{L_2}$

En la Figura 4.18 se puede ver la longitud en equivalente recto de la tubería (Z) calculada cada 50 muestras (cada 3.5 segundos), la cual congela su valor al detectarse la fuga emulada. La magnitud de la fuga real en comparación con la fuga estimada (\hat{q}_L) y los valores de los gastos de las fugas virtuales estimadas (q_{L_1} , q_{L_2}), antes y después de la fuga emulada, se muestran en la Figura 4.17. En donde se puede observar que los

valores estimados de los gastos de las fugas virtuales, no precisamente siguen el mismo comportamiento de separación que ocurre con los gastos medidos en los extremos de la tubería. Sin embargo, en conjunto ($q_{L_1} + q_{L_2}$) arrojan una buena estimación de la magnitud de fuga con respecto a la fuga real.

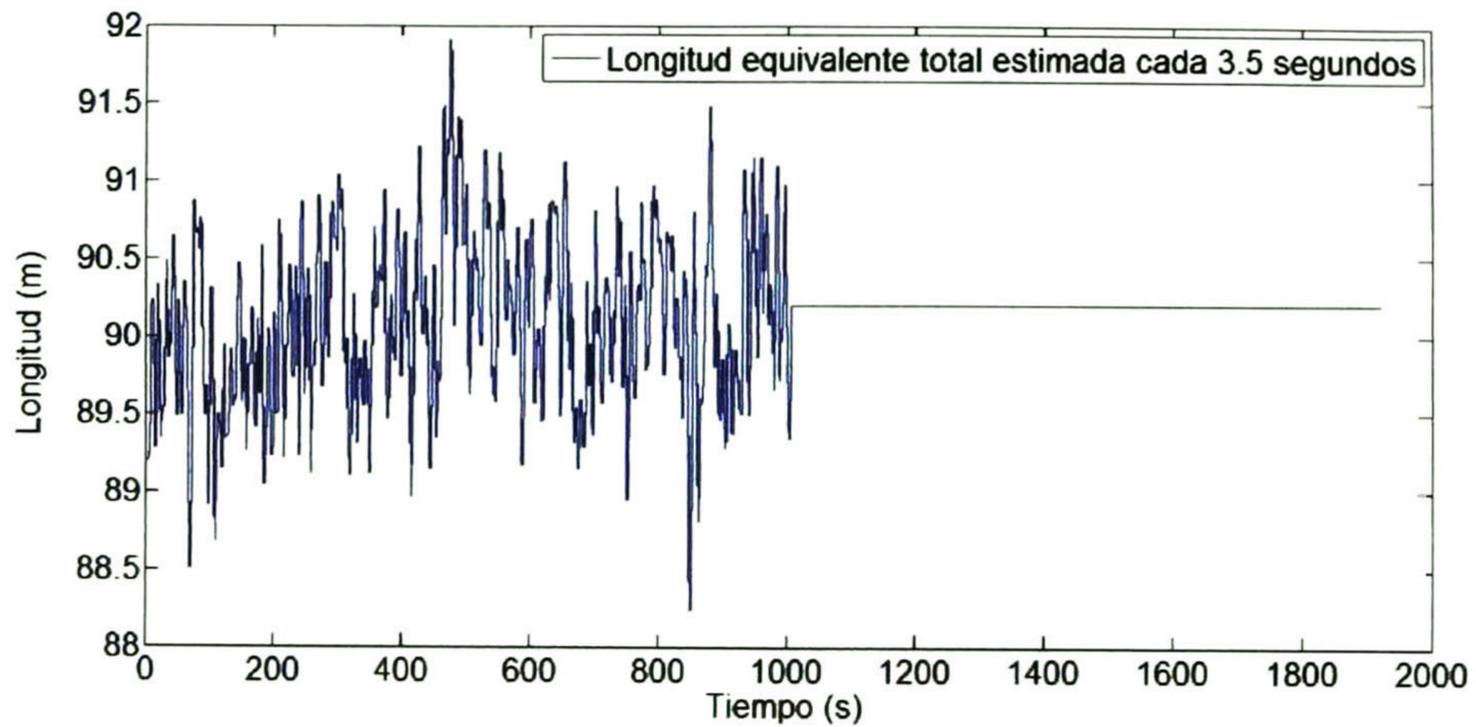


Figura 4.18: Longitud en equivalente recto de la tubería

Finalmente, en la Figura 4.19 se puede ver la posición estimada de la fuga (con una media de 45.25 m) con respecto a una posición de referencia de 45.44 m .

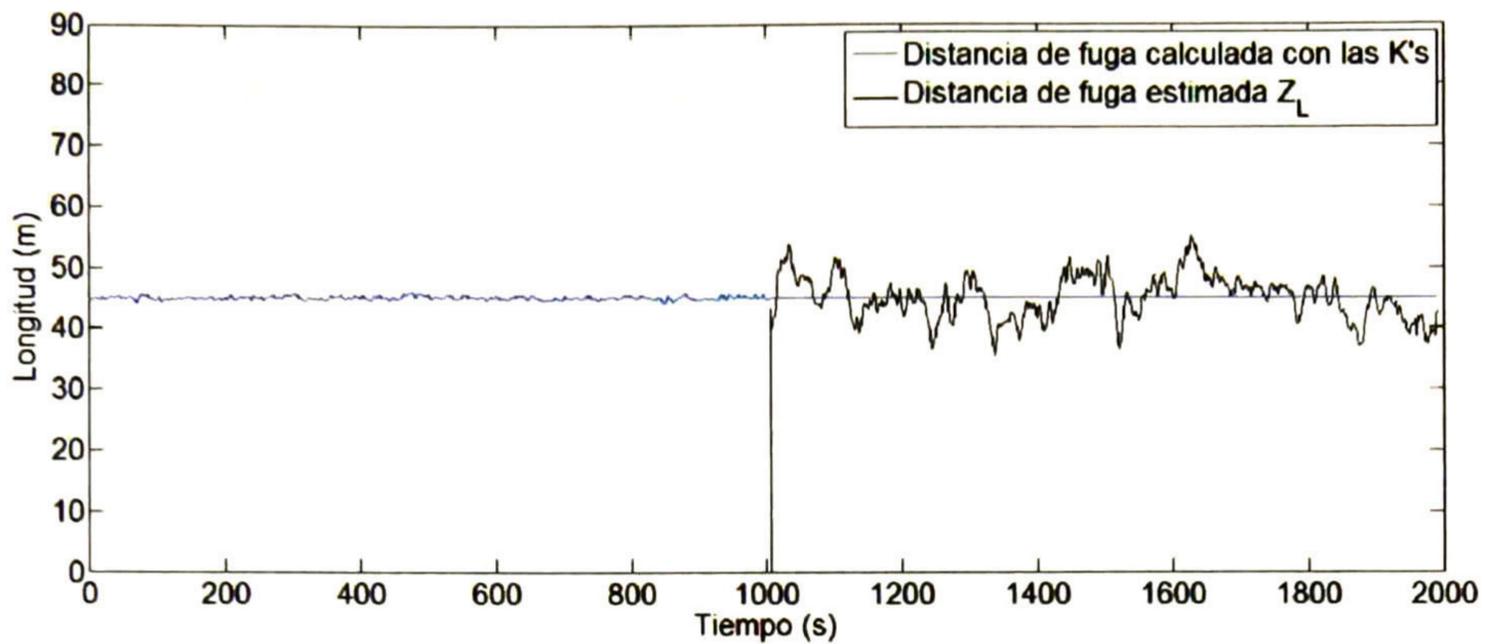


Figura 4.19: Estimado de la posición para la fuga 2

4.5. Fuga 3

Se emula una fuga con la válvula 3. Se midió una temperatura promedio 18°C, con la cual se ajustaron los parámetros de la tubería y se obtuvieron los valores iniciales para el algoritmo LDI, mostrados en la Tabla 4.8.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Cabeza presión entrada	\bar{H}_0	14.018799	m
Cabeza presión salida	\bar{H}_N	7.130014	m
Gasto promedio	Q_{ss}	7.713507×10^{-3}	m^3/s
Densidad	ρ	9.985980×10^2	kg/m^3
Viscosidad cinemática	μ	1.054125×10^{-6}	m^2/s
M. de elasticidad agua	Γ	2.164379×10^9	Pa
Vel. de onda de presión	b	3.862582×10^2	m/s
Longitud equivalente	Z	83.580685	m
Estado estacionario	\bar{x}	$[11.722537, 9.426276, 7.13001, Q_{ss}, Q_{ss}, Q_{ss}, 0, 0]^T$	—

Tabla 4.8: Parámetros de la tubería a 18°C y condiciones iniciales para el FMA-LDI

En la Figura 4.20 se muestra la detección de la fuga emulada aproximadamente a los 1000 segundos, con un tamaño de fuga cercano al 2.5 % con respecto al gasto total que fluye por la tubería. En la Figura 4.21 se muestran los promedios temporales de las señales cada 50 muestras (3.5 segundos), los cuales se detienen al detectar la fuga emulada.

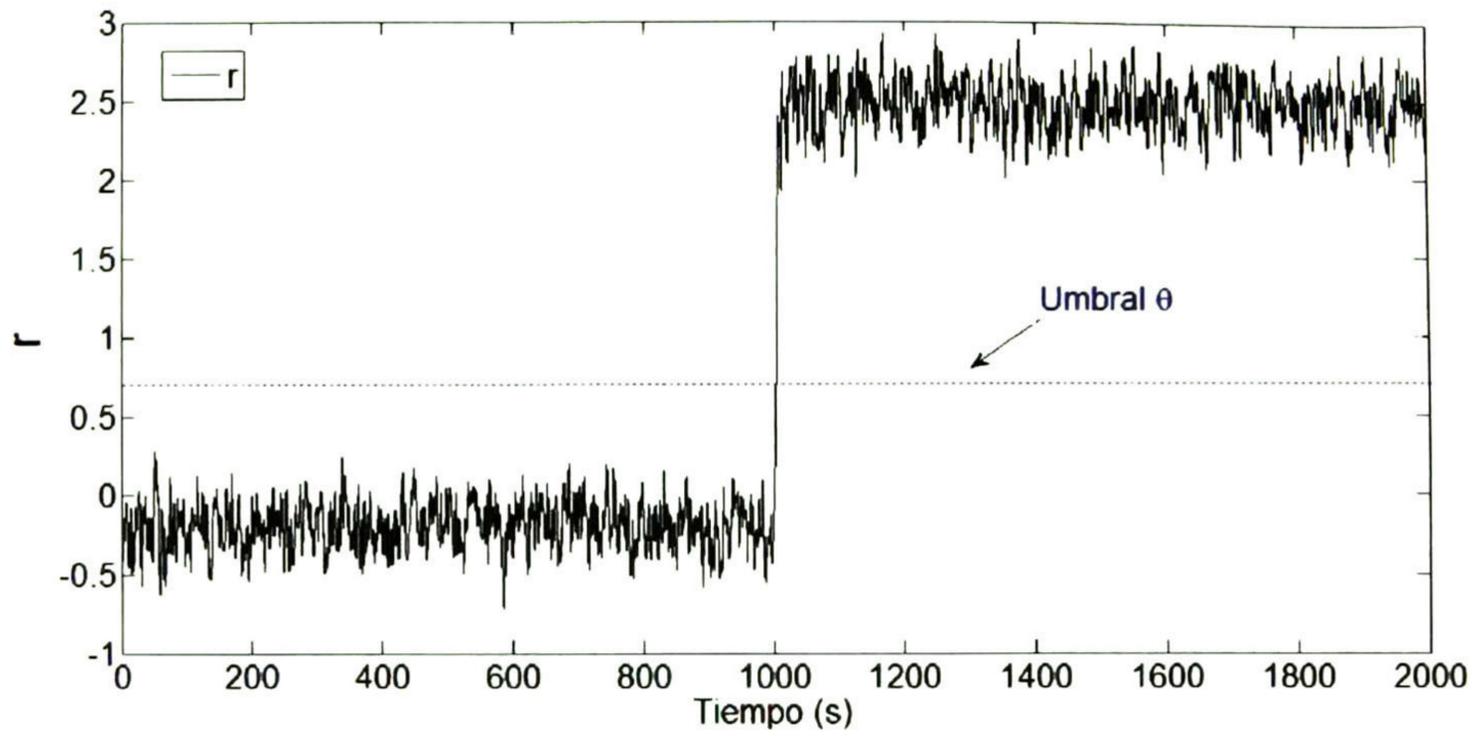
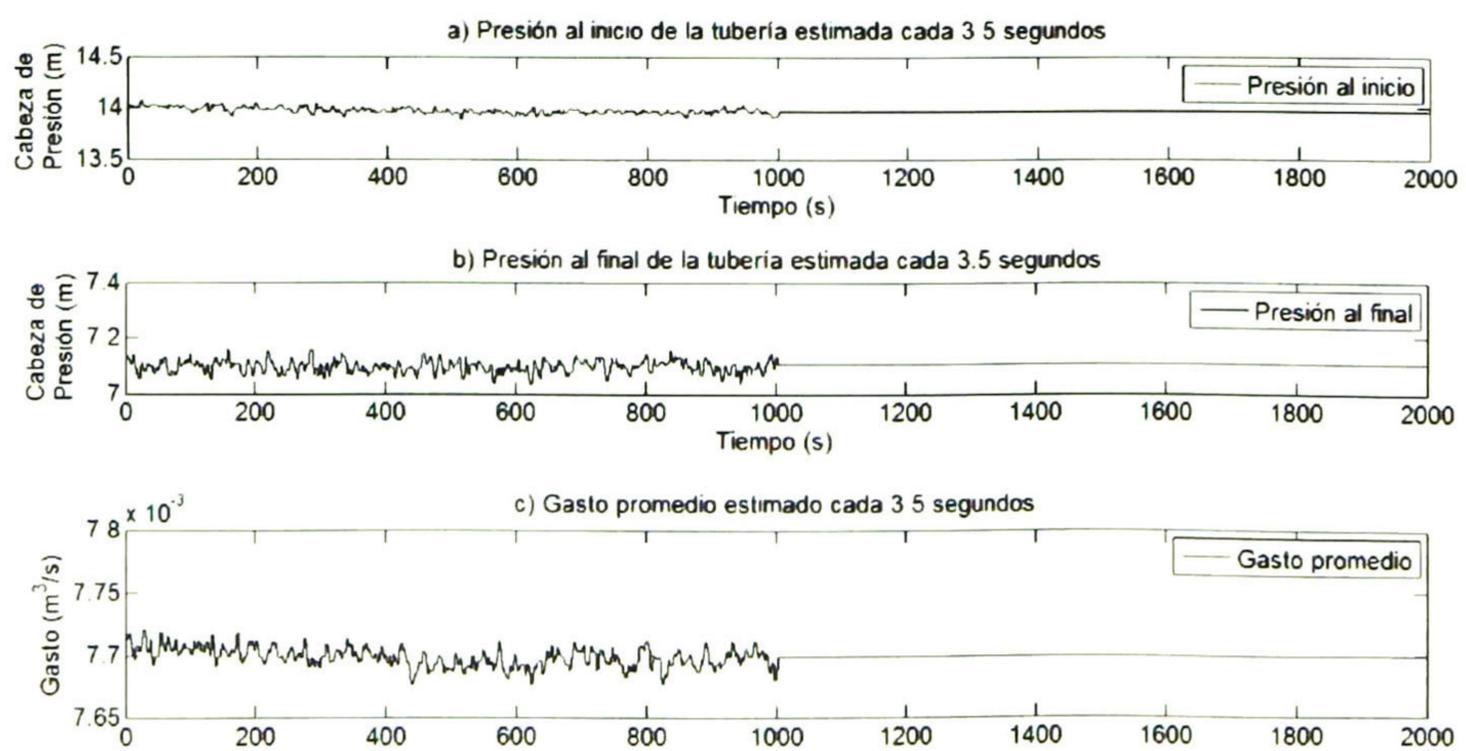


Figura 4.20: Alarma de Detección de fuga 3

Figura 4.21: Promedio de a) \bar{H}_0 , b) \bar{H}_N , c) Q_{ss} cada 3.5 s

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EN TIEMPO REAL

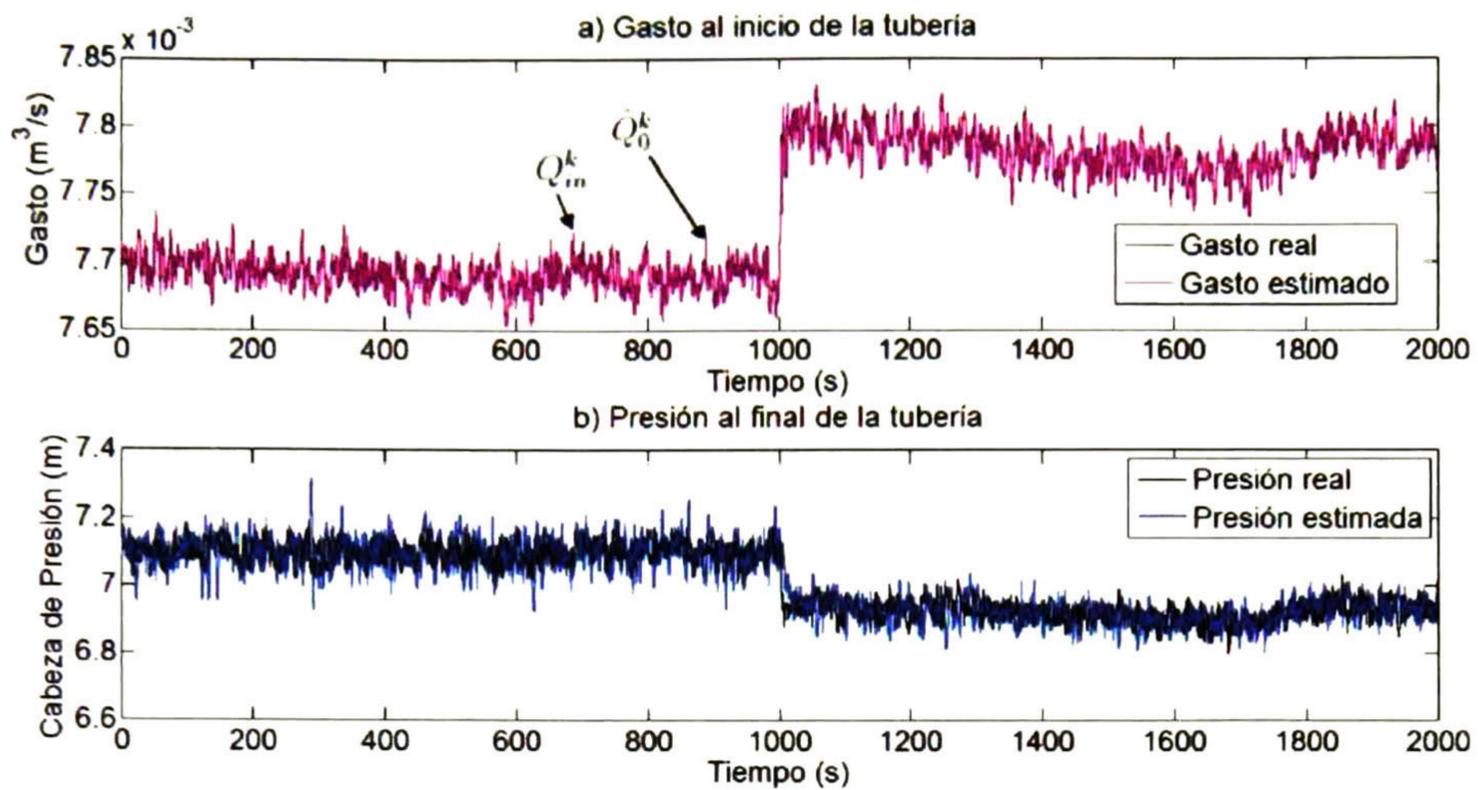


Figura 4.22: Salida del observador \hat{y}^k y señales reales y^k

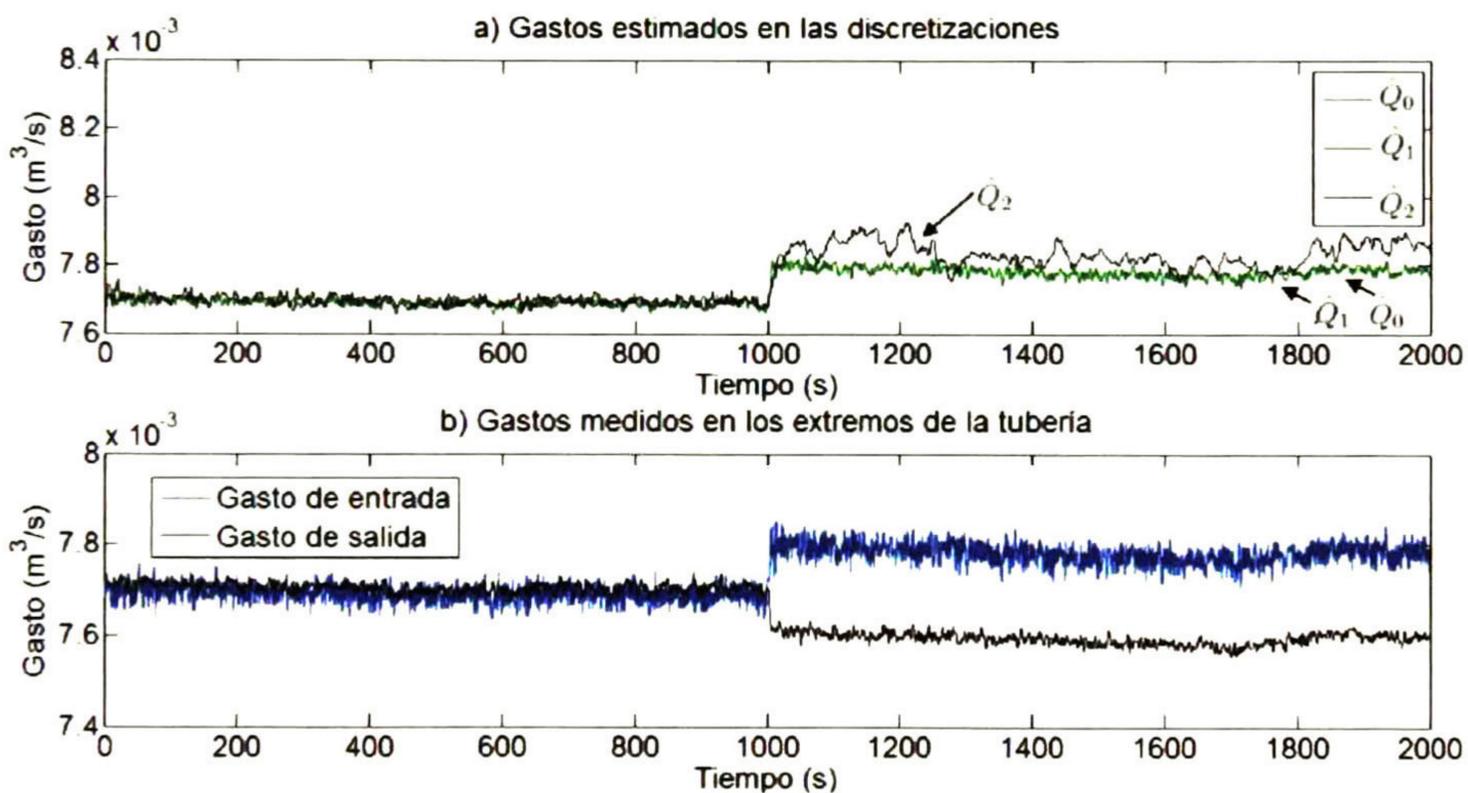


Figura 4.23: Gastos estimados en las discretizaciones con respecto a los gastos reales en los extremos de la tubería

En la Figura 4.23 se muestran los gastos reales en los extremos de la tubería (Q_{in} , Q_{out}) y los gastos estimados (\hat{Q}_0 , \hat{Q}_1 , \hat{Q}_2) antes y después de la fuga. En la Figura 4.24 se muestran las presiones reales en los extremos de la tubería (H_{in} , H_{out}) y las presiones estimadas (\hat{H}_1 , \hat{H}_2 , \hat{H}_3).

En la Figura 4.26 se puede ver la longitud equivalente (Z) calculada cada 50 muestras (cada 3.5 segundos), la cual congela su valor al detectarse la fuga. En la Figura 4.25

se muestra la magnitud de la fuga real en comparación con la fuga estimada (\hat{q}_L) y el comportamiento de las fugas virtuales estimadas antes y después de la fuga ($\hat{q}_{L_1}, \hat{q}_{L_2}$), se puede observar que los valores de los gastos en las fugas modeladas aproximadamente entre los 1400 y 1600 segundos, sufren cambios debido a una ligera variación en la presión medida en la entrada de la tubería, un poco después de que ocurre la fuga. Gracias a la minimización del error del estado realizada por el Filtro de Kalman Extendido, este tipo de variaciones causadas por las propias condiciones reales durante el experimento, no afectan en la estimación del estado.

En la Figura 4.27 se muestra de la posición estimada de la fuga Z_L (con una media de 60.259 m), con respecto a la referencia de 62.03066 m.

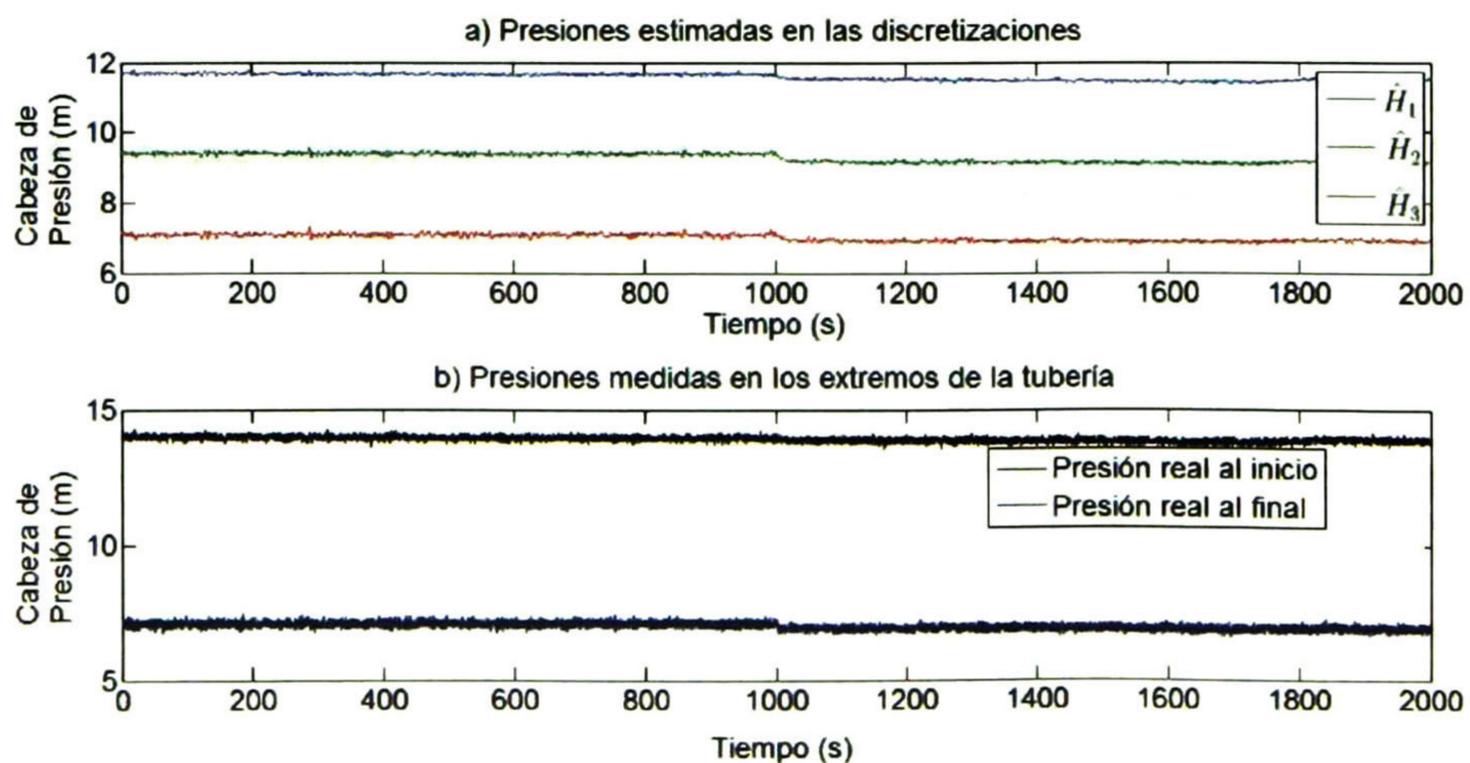


Figura 4.24: Presiones estimadas en las discretizaciones con respecto a las presiones reales en los extremos de la tubería

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EN TIEMPO REAL

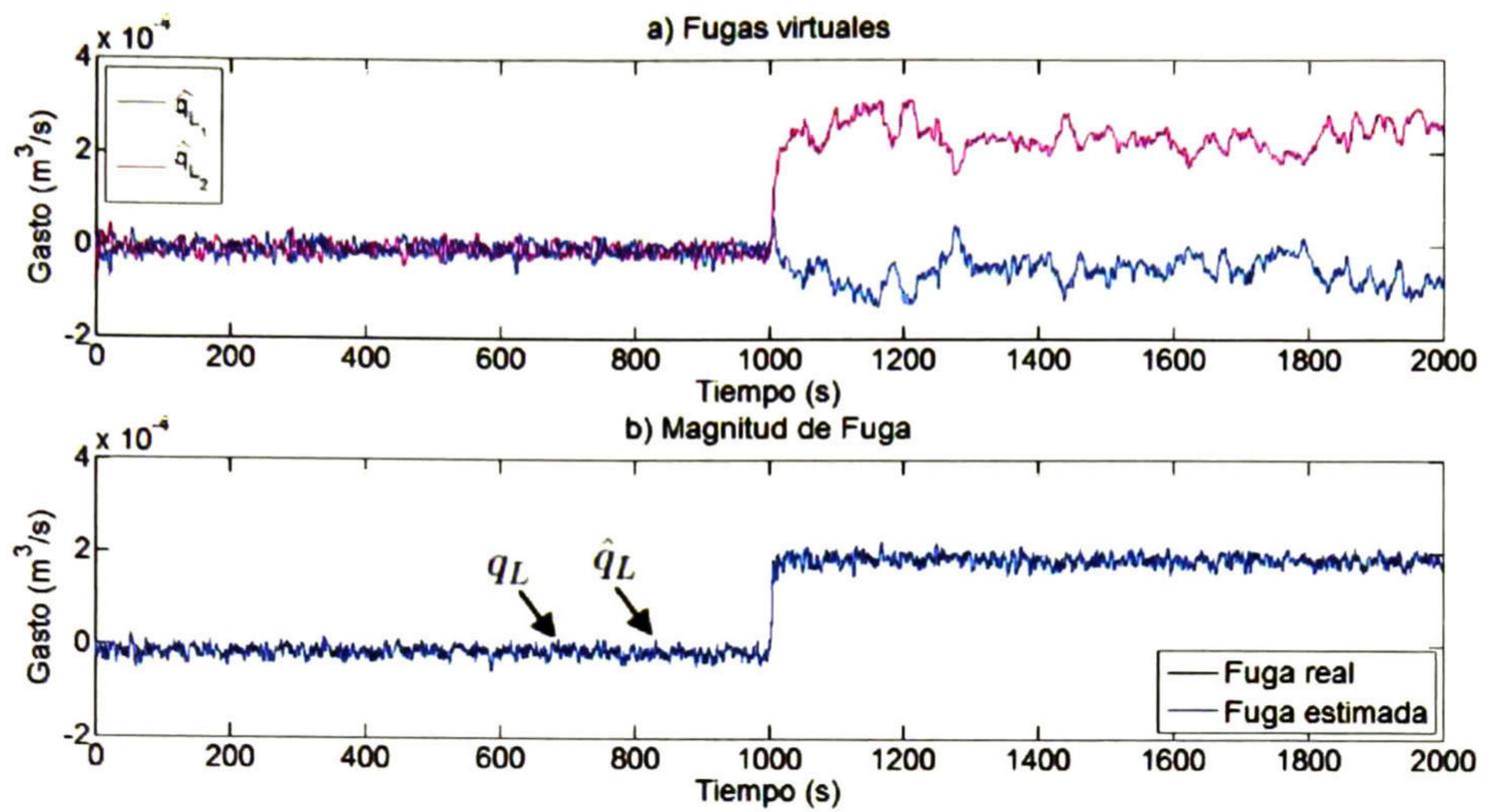


Figura 4.25: a) Fugas virtuales (\hat{q}_{L_1} , \hat{q}_{L_2}) y b) Magnitud de fuga real q_L y fuga estimada $\hat{q}_L = \hat{q}_{L_1} + \hat{q}_{L_2}$

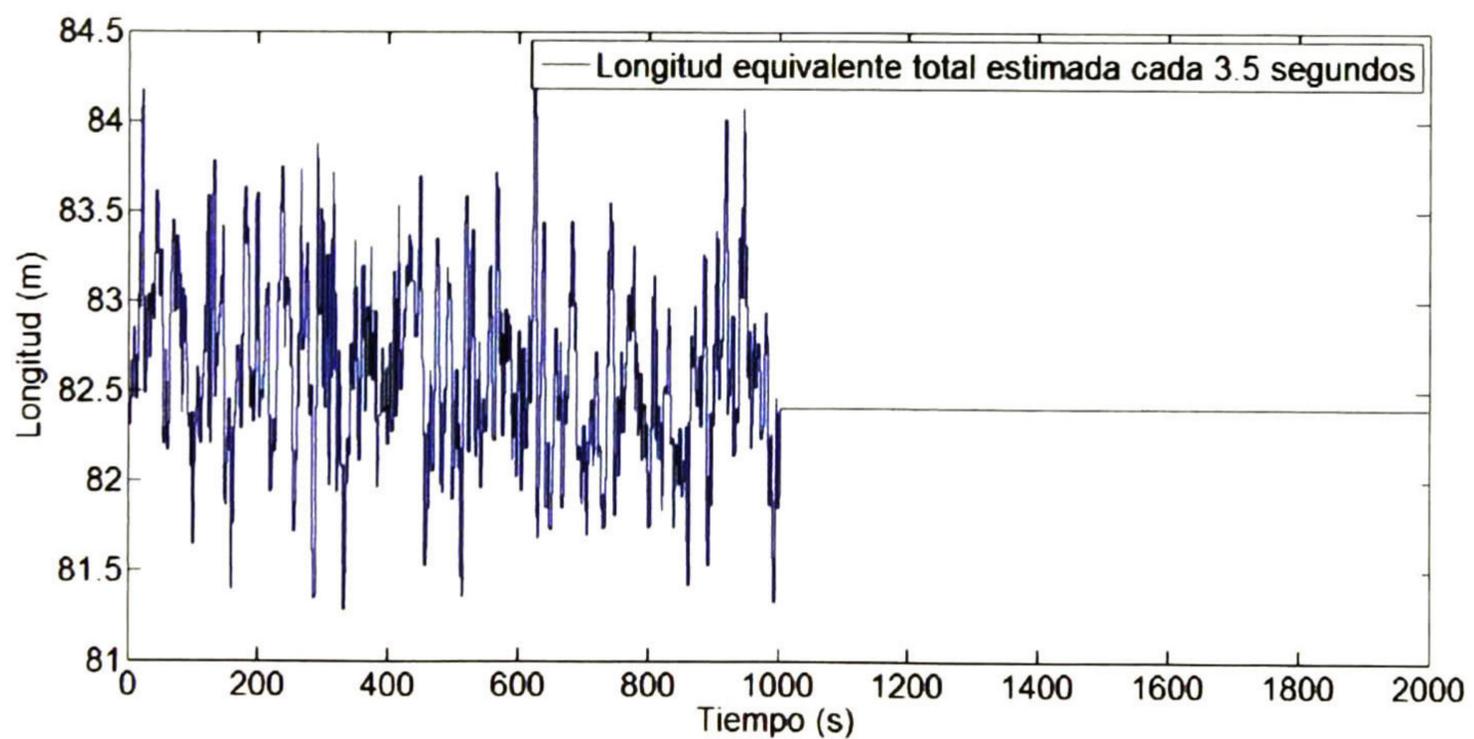


Figura 4.26: Longitud en equivalente recto de la tubería

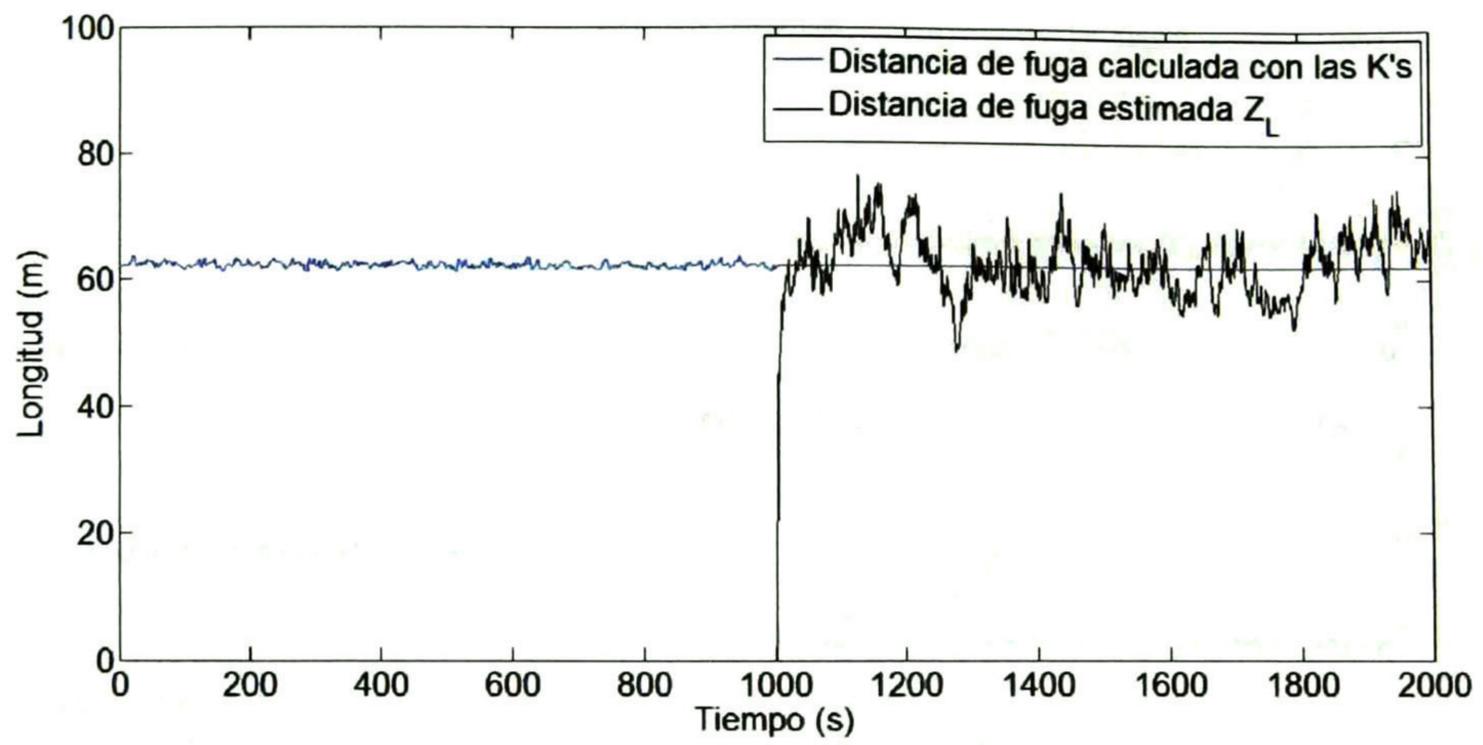


Figura 4.27: Estimado de la posición para la fuga 3

4.6. Fuga 1 con cambios en el punto de operación

Se emula una fuga con la válvula 1. Se midió una temperatura promedio 15°C. Los parámetros de la tubería y los valores iniciales para el algoritmo LDI, son mostrados en la Tabla 4.9.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Cabeza presión entrada	\bar{H}_0	4.57310	<i>m</i>
Cabeza presión salida	\bar{H}_N	2.10545	<i>m</i>
Gasto promedio	Q_{ss}	4.412405×10^{-3}	m^3/s
Densidad	ρ	9.99102×10^2	kg/m^3
Viscosidad cinemática	μ	1.13857×10^{-6}	m^2/s
M. de elasticidad agua	Γ	2.13981×10^9	<i>Pa</i>
Vel. de onda de presión	<i>b</i>	3.8600×10^2	<i>m/s</i>
Longitud equivalente	<i>Z</i>	92.19852	<i>m</i>
Estado estacionario	\bar{x}	$[3.75055, 2.92800, 2.10545, Q_{ss}, Q_{ss}, Q_{ss}, 0, 0]^T$	—

Tabla 4.9: Parámetros de la tubería a 15°C y condiciones iniciales para el FMA-LDI

En la Figura 4.28 se puede ver un cambio en el punto de operación aproximadamente a los 200 segundos y una fuga emulada aproximadamente a los 620 segundos, con un tamaño de fuga cercano al 2.5 % con respecto al gasto total que fluye por la tubería. En la Figura 4.29 se muestran los promedios temporales de las señales cada 50 muestras (3.5 segundos), los cuales se detienen al detectar la fuga emulada.

4.6. FUGA 1 CON CAMBIOS EN EL PUNTO DE OPERACIÓN

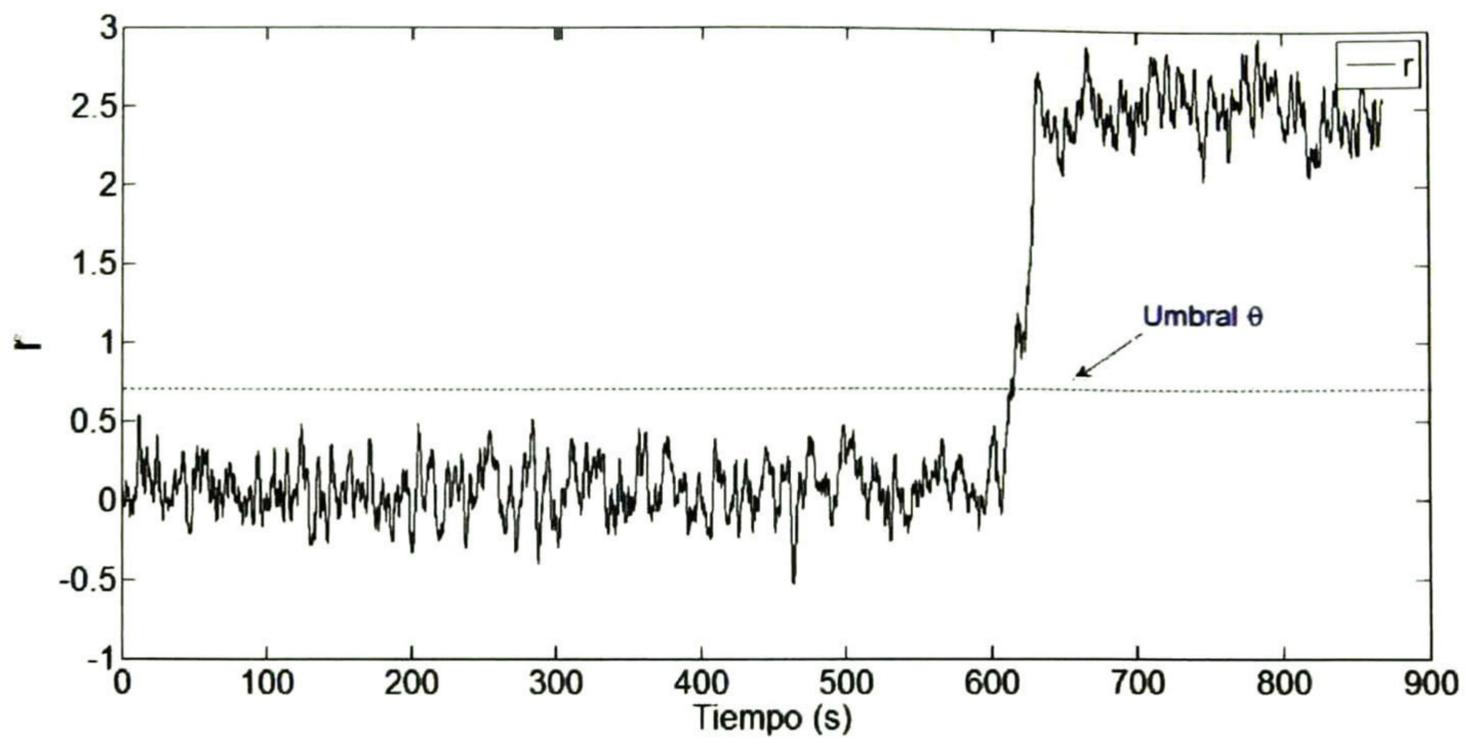


Figura 4.28: Alarma de Detección de fuga 1

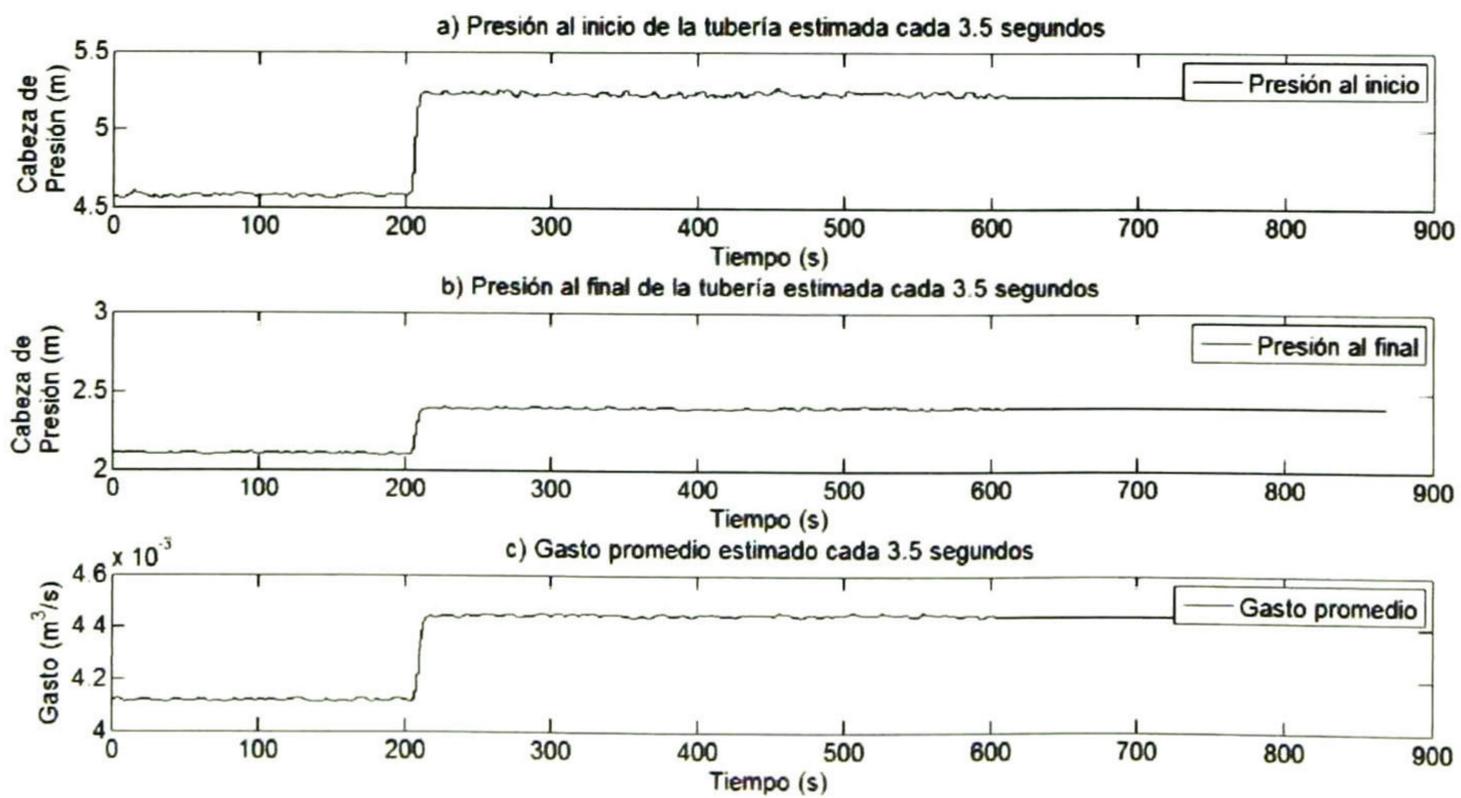


Figura 4.29: Promedio de a) \bar{H}_0 , b) \bar{H}_N , c) Q_{ss} cada 3.5 s

En la Figura 4.30, se muestra la comparación de la salida del observador \hat{y}^k con respecto a las señales reales medidas $y^k = \begin{bmatrix} H_{out}^k \\ Q_{in}^k \end{bmatrix}^T$

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EN TIEMPO REAL

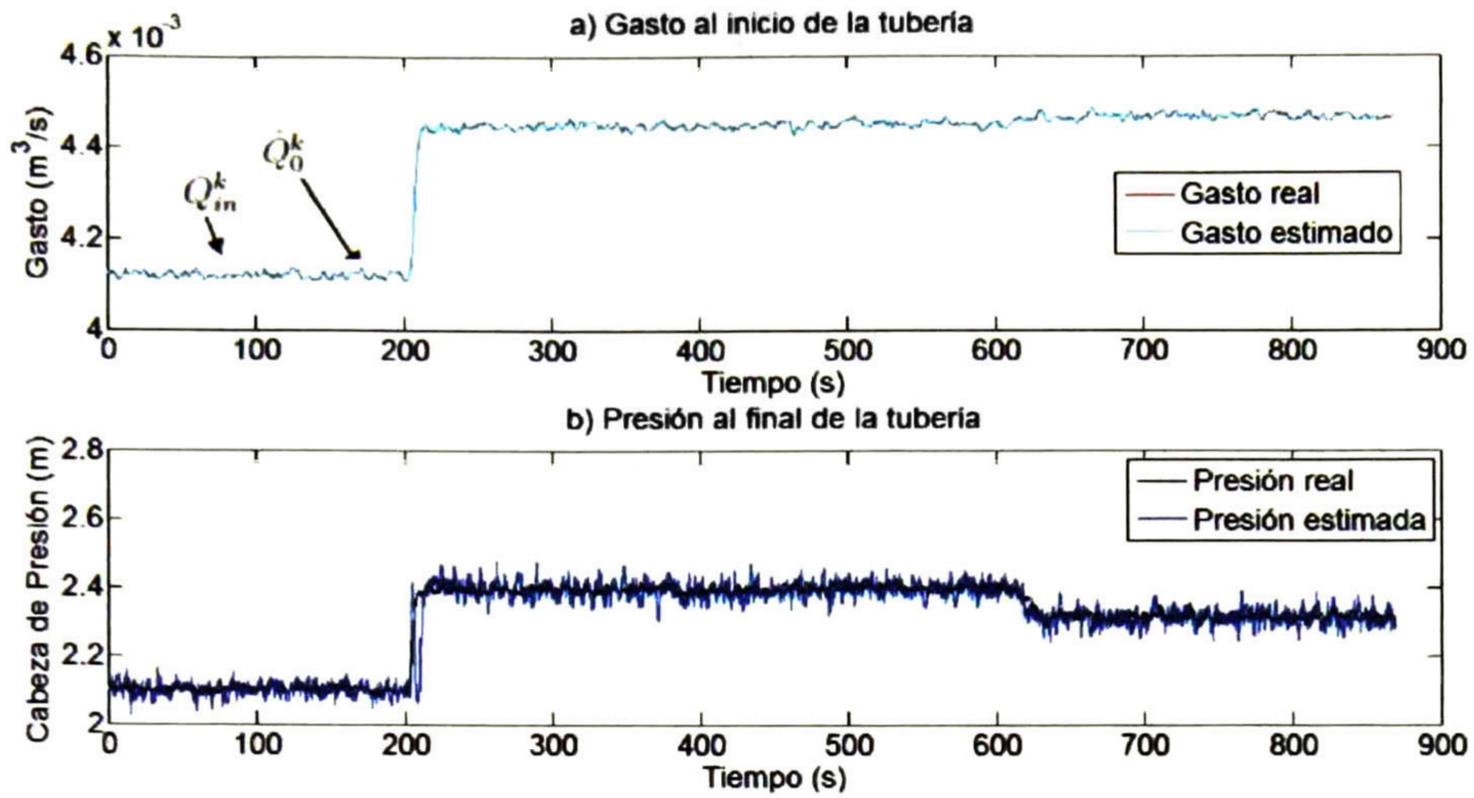


Figura 4.30: Salida del observador \hat{y}^k y señales reales y^k

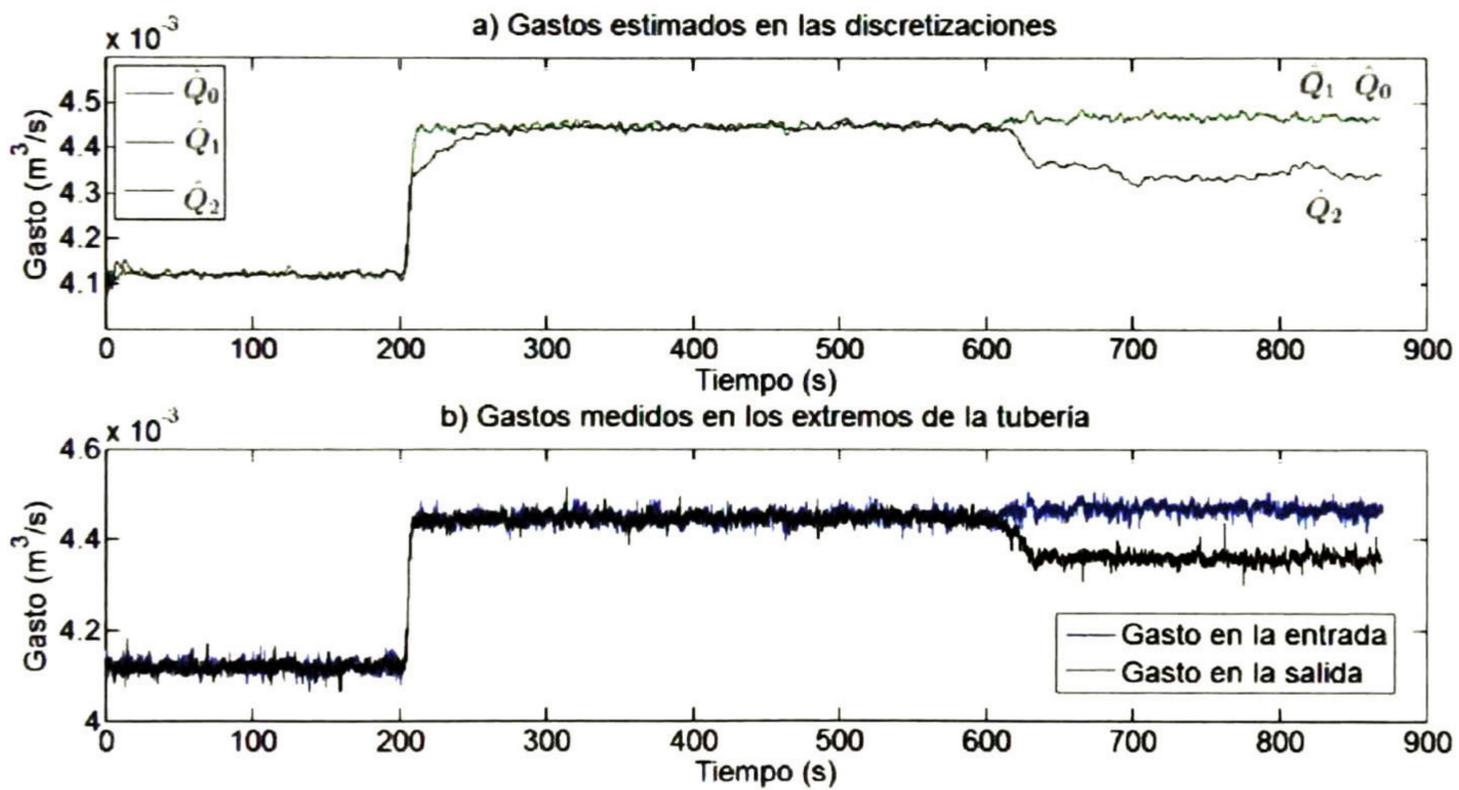


Figura 4.31: Gastos estimados en las discretizaciones con respecto a los gastos reales en los extremos de la tubería

En la Figura 4.31 se muestran los gastos reales en los extremos de la tubería (Q_{in}, Q_{out}) y los gastos estimados ($\hat{Q}_0, \hat{Q}_1, \hat{Q}_2$) antes y después de la fuga. Se puede ver que al ocurrir el cambio de punto de operación, los gastos estimados tardan un poco en llegar al estado estable. Durante la experimentación, se observó que la velocidad de los estados para llegar de un punto estable a otro, depende también de los valores de las matrices de covarianza, sin embargo, al aportar mas velocidad se presentaba mucho

4.6. FUGA 1 CON CAMBIOS EN EL PUNTO DE OPERACIÓN DE OPERACIÓN

ruido en los estados estimados. En la Figura 4.32 se muestran las presiones reales en los extremos de la tubería (H_{in} , H_{out}) y las presiones estimadas (\hat{H}_1 , \hat{H}_2 , \hat{H}_3).

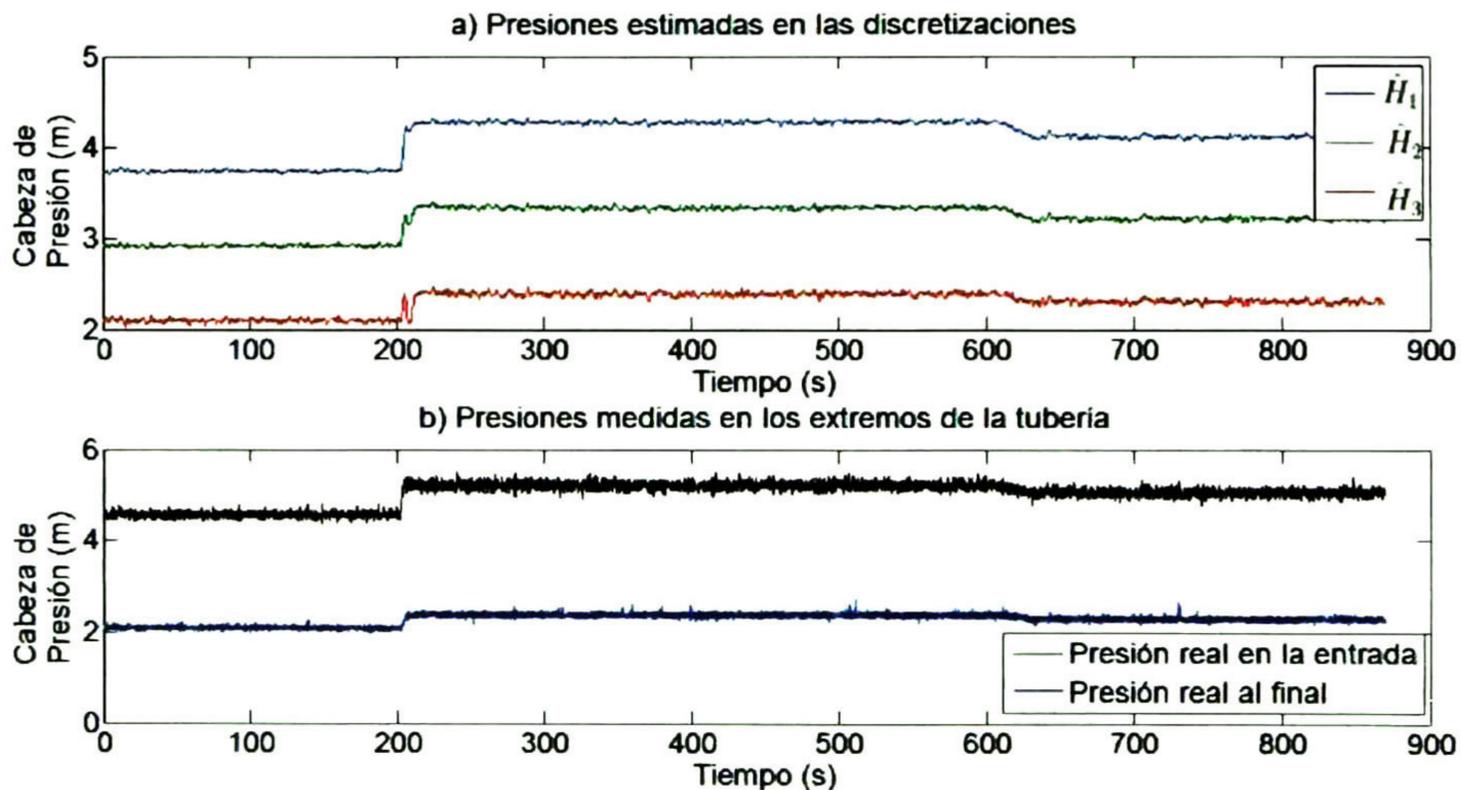


Figura 4.32: Presiones estimadas en las discretizaciones con respecto a las presiones reales en los extremos de la tubería

En la Figura 4.34 se puede ver la longitud en equivalente recto (Z) calculada cada 50 muestras (cada 3.5 segundos), la cual congela su valor al detectarse la fuga. Al ocurrir el cambio en el punto de operación, puede ver que afecta a la estimación de la longitud equivalente y de las fugas virtuales, las cuales se puede ver que son muy sensibles a las variaciones en el punto de operación, cuyos valores ya no regresan a un valor cercano a cero, estimando así, una posición errónea de la fuga, pues la localización depende en gran parte de los valores de los gatos de las fugas modeladas. Por lo tanto, es importante actualizar el estado estacionario \bar{x} . La Magnitud de fuga real en comparación con la fuga estimada (\hat{q}_L) y el comportamiento de las fugas virtuales estimadas antes y después de la fuga (\hat{q}_{L_1} , \hat{q}_{L_2}) puede verse en la Figura 4.33.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EN TIEMPO REAL

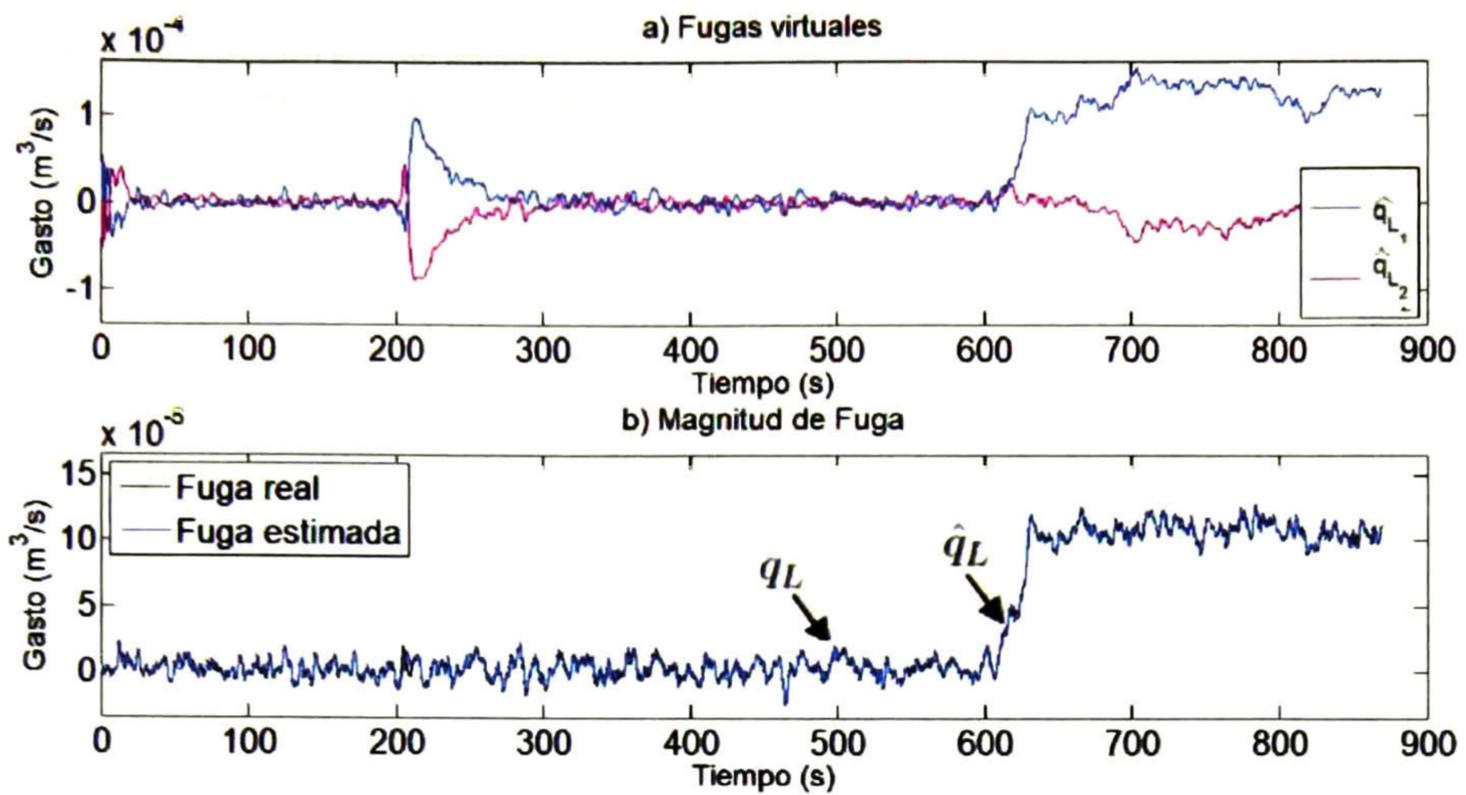


Figura 4.33: Comparación de magnitud de fuga real-estimada y fugas virtuales

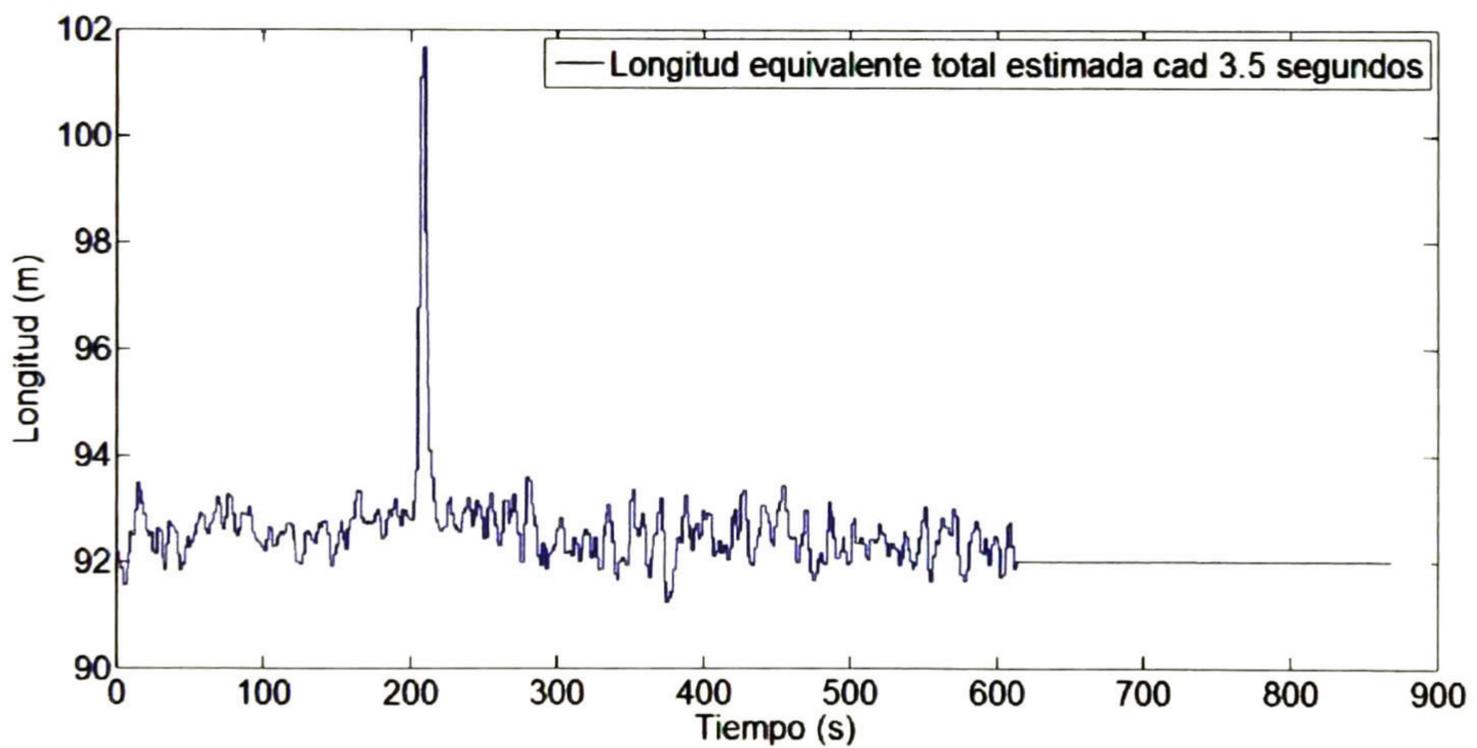


Figura 4.34: Longitud en equivalente recto de la tubería

En la Figura 4.35 se muestra la posición estimada de la fuga (Z_L) con una media de 23.22707 m, en comparación con la posición de referencia de 20.9409 m.

4.6. FUGA 1 CON CAMBIOS EN EL PUNTO DE OPERACIÓN

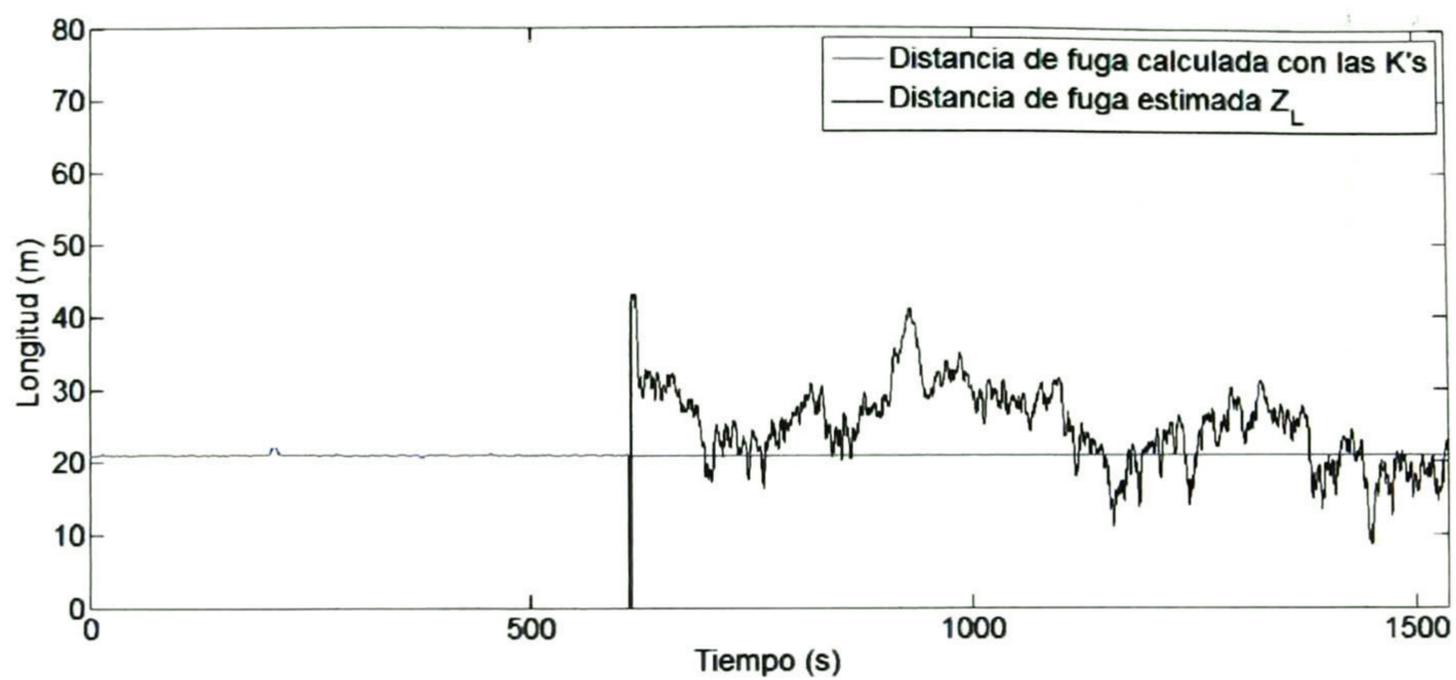


Figura 4.35: Estimado de la posición para la fuga 1

4.7 Fuga 3 con cambios en el punto de operación

Se emula una fuga con la válvula 3. Se midió una temperatura promedio 15°C. Los parámetros de la tubería y los valores iniciales para el algoritmo LDI, son mostrados en la Tabla 4.10.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Cabeza presión entrada	\bar{H}_0	5.81511	<i>m</i>
Cabeza presión salida	\bar{H}_N	2.76409	<i>m</i>
Gasto promedio	Q_{ss}	4.46448×10^{-3}	m^3/s
Densidad	ρ	9.99102×10^2	kg/m^3
Viscosidad cinemática	μ	1.13857×10^{-6}	m^2/s
M. de elasticidad agua	Γ	2.13981×10^9	<i>Pa</i>
Vel. de onda de presión	<i>b</i>	3.8600×10^2	<i>m/s</i>
Longitud equivalente	<i>Z</i>	98.77842	<i>m</i>
Estado estacionario	\bar{x}	$[4.79810, 3.78110, 2.76409, Q_{ss}, Q_{ss}, Q_{ss}, 0, 0]^T$	—

Tabla 4.10: Parámetros de la tubería a 15°C y condiciones iniciales para el FMA-LDI

En la Figura 4.36 se un cambio en el punto de operación aproximadamente a los 200 segundos y una fuga emulada aproximadamente a los 610 segundos, con un tamaño de fuga cercano al 3.5% con respecto al gasto total que fluye por la tubería. En la Figura 4.37 se muestran los promedios temporales de las señales cada 50 muestras (3.5 segundos), los cuales se detienen al detectar la fuga emulada.

4.7. FUGA 3 CON CAMBIOS EN EL PUNTO DE OPERACIÓN

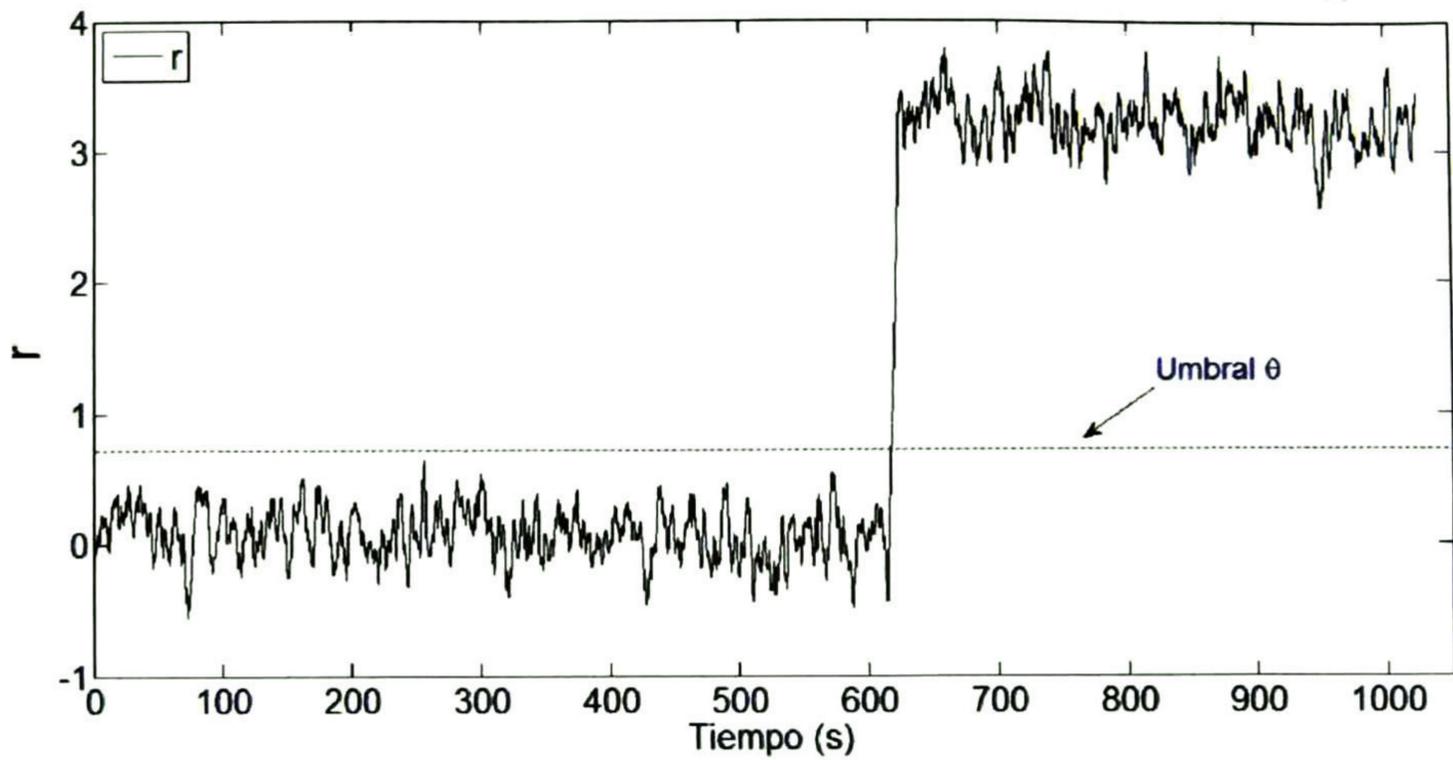


Figura 4.36: Alarma de Detección de fuga 3

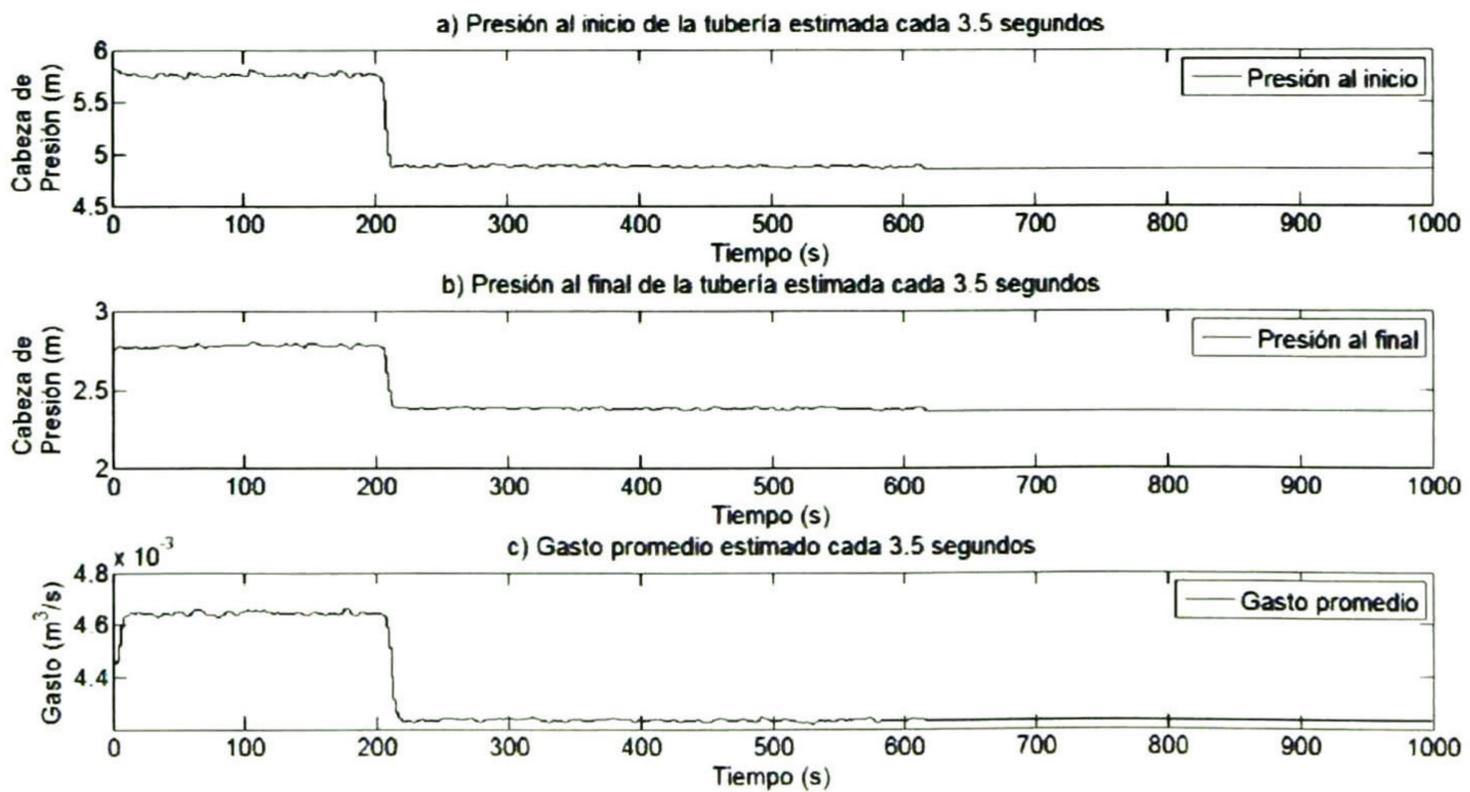


Figura 4.37: Promedio de a) \bar{H}_0 , b) \bar{H}_N , c) Q_{ss} cada 3.5 s

En la Figura 4.38, se muestra la comparación de la salida del observador \hat{y}^k con respecto a las señales reales medidas $y^k = \begin{bmatrix} H_{out}^k \\ Q_{in}^k \end{bmatrix}^T$.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS EN TIEMPO REAL

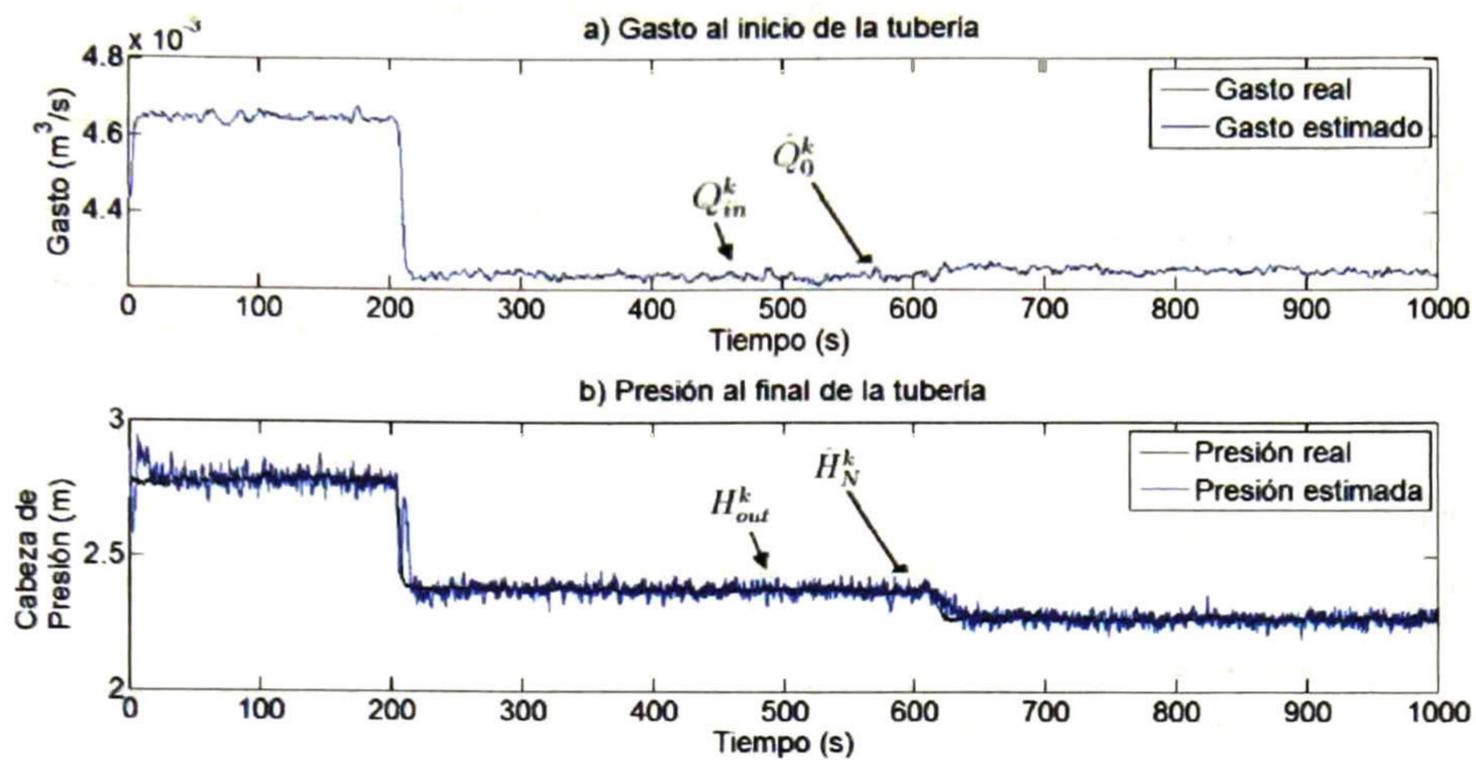


Figura 4.38: Salida del observador \hat{y}^k y señales reales y^k

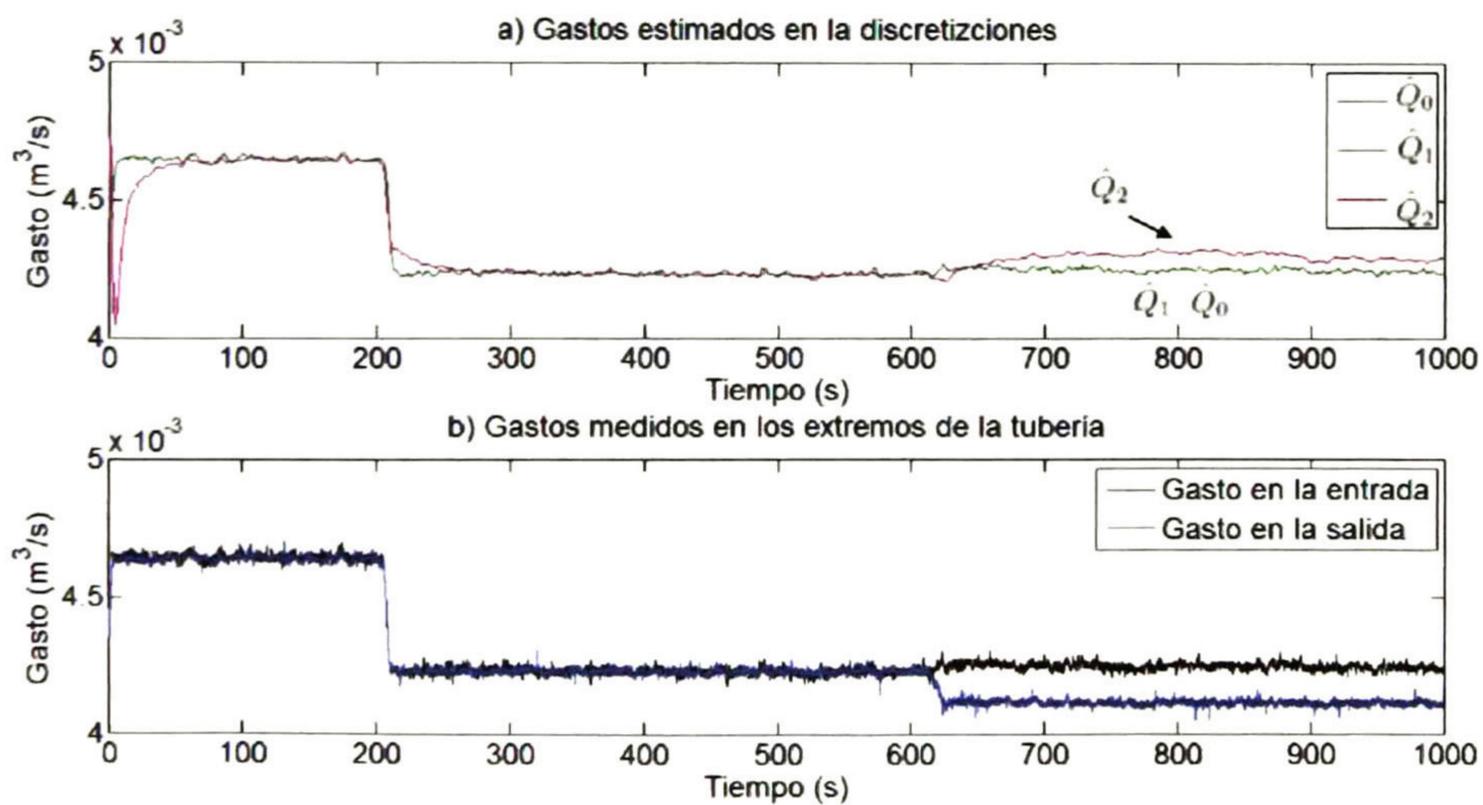


Figura 4.39: Gastos estimados en las discretizaciones con respecto a los gastos reales en los extremos de la tubería

4.7. FUGA 3 CON CAMBIOS EN EL PUNTO DE OPERACIÓN

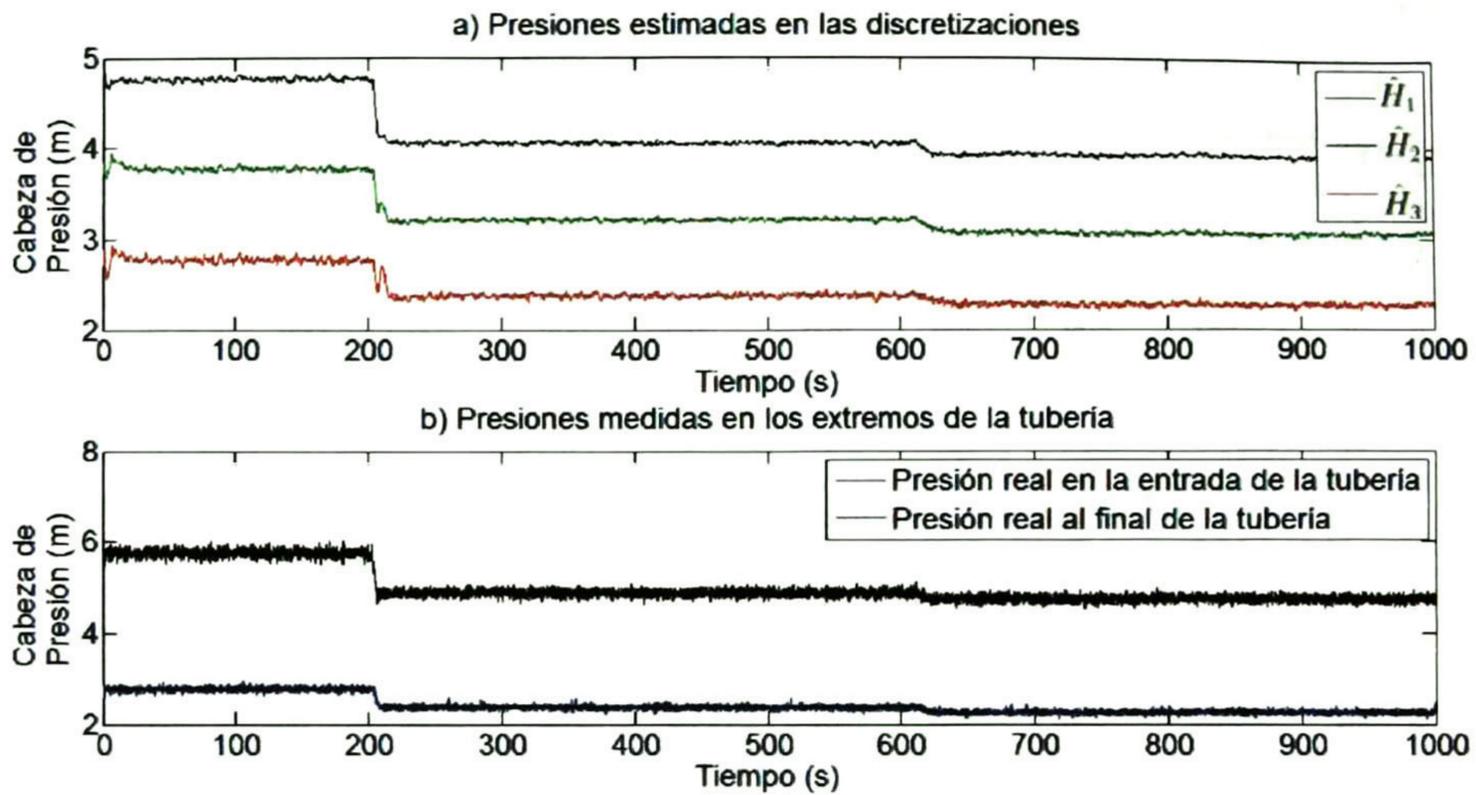


Figura 4.40: Presiones estimadas en las discretizaciones con respecto a las presiones reales en los extremos de la tubería

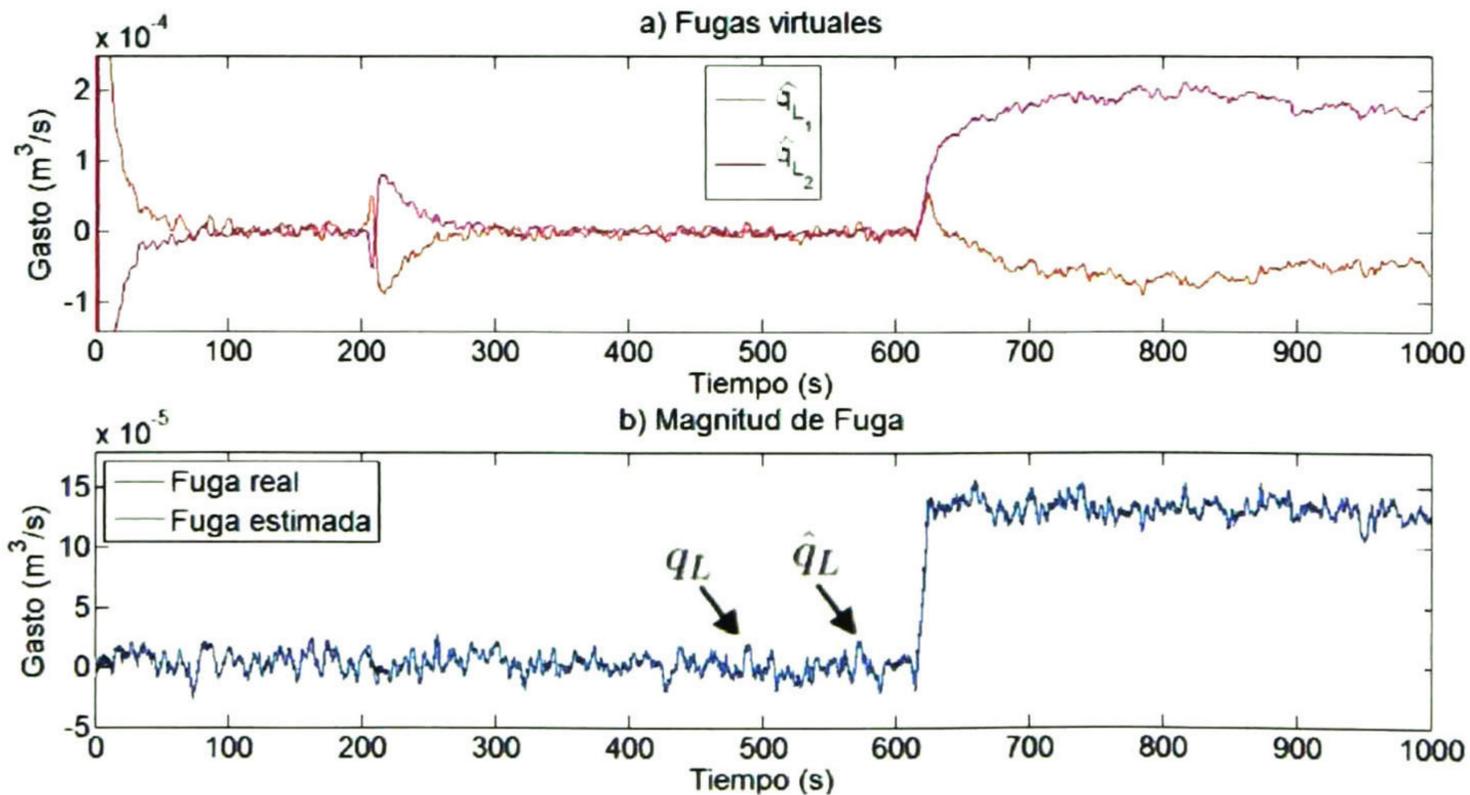


Figura 4.41: a) Fugas virtuales ($\hat{q}_{L1}, \hat{q}_{L2}$) y b) Magnitud de fuga real q_L y fuga estimada $\hat{q}_L = \hat{q}_{L1}, \hat{q}_{L2}$

En la Figura 4.39 se muestran los gastos reales en los extremos de la tubería (Q_{in}, Q_{out}) y los gastos estimados ($\hat{Q}_0, \hat{Q}_1, \hat{Q}_2$) antes y después de la fuga. En la Figura 4.40 se muestran las presiones reales en los extremos de la tubería (H_{in}, H_{out}) y las presiones estimadas ($\hat{H}_1, \hat{H}_2, \hat{H}_3$). En la Figura 4.42 se puede ver la longitud en equivalente recto de la tubería (Z) calculada cada 50 muestras (cada 3.5 segundos), la cual

congela su valor al detectarse la fuga. La Magnitud de fuga real en comparación con la fuga estimada (\hat{q}_L) y las fugas virtuales estimadas antes y después de la fuga (\hat{q}_{L_1} , \hat{q}_{L_2}), pueden verse en la Figura 4.41.

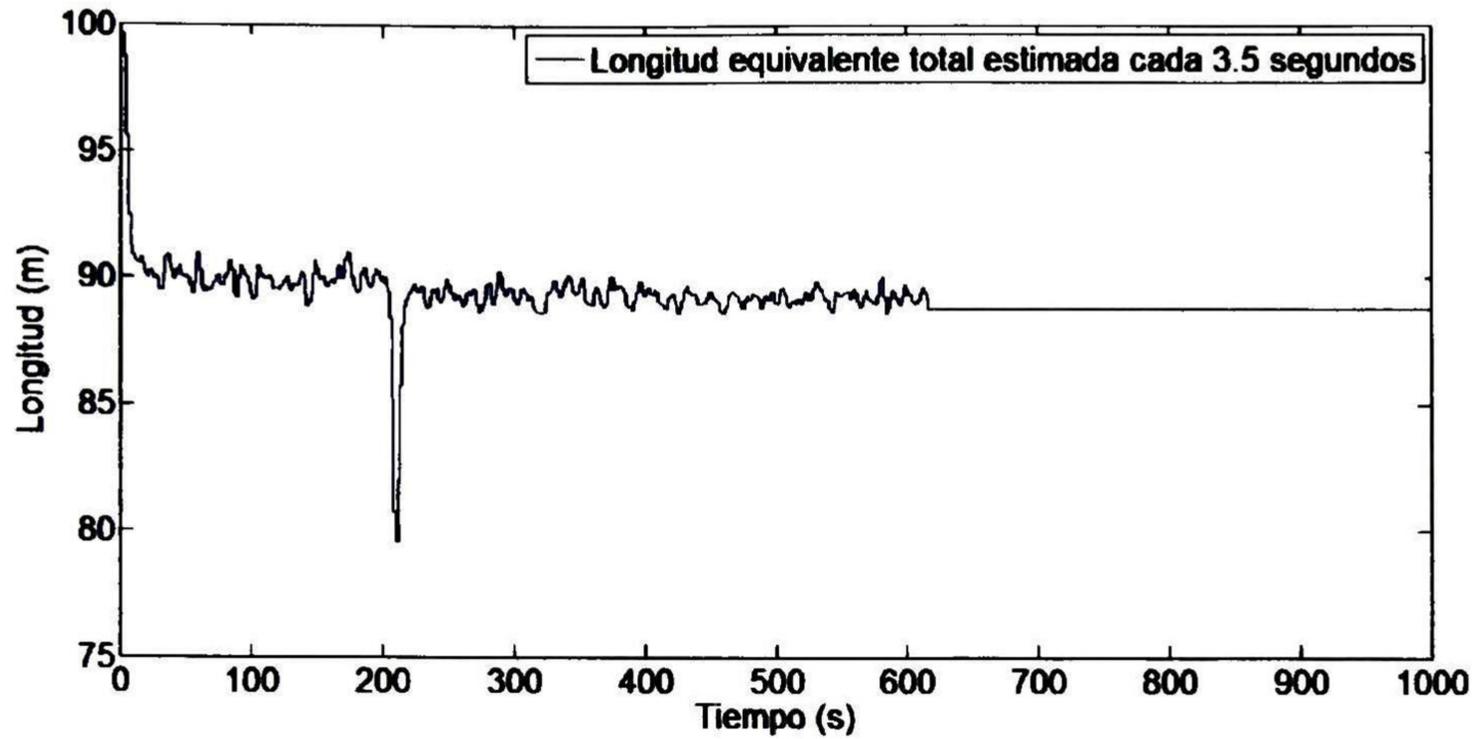


Figura 4.42: Longitud en equivalente recto de la tubería

En la Figura 4.43 se muestra la posición estimada de la fuga (con una media de 71.2134 m) calculada por el algoritmo LDI, con respecto a una distancia de referencia de 68.012 m.

4.7. FUGA 3 CON CAMBIOS EN EL PUNTO DE OPERACIÓN

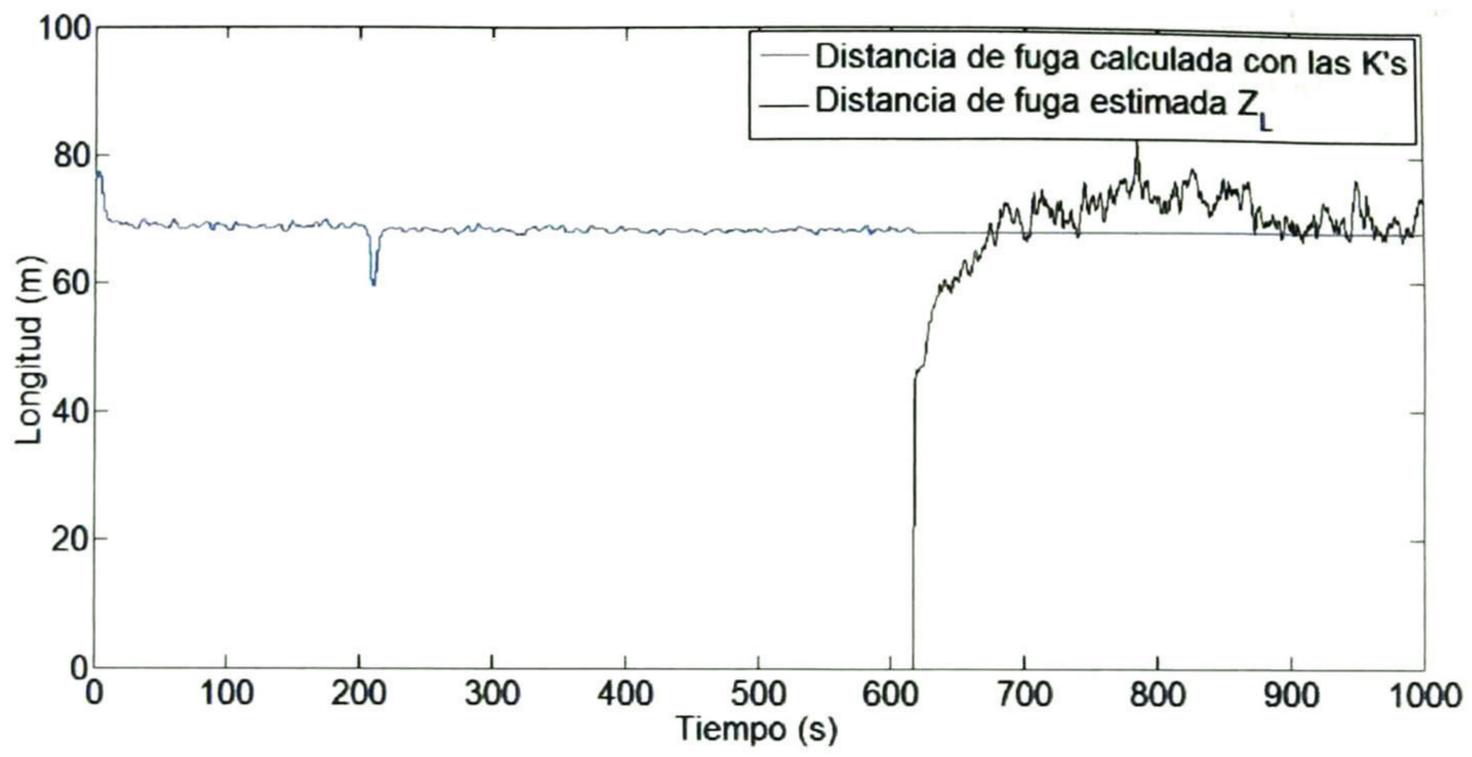


Figura 4.43: Estimado de la posición para la fuga 3

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajo futuro

En esta tesis se implementó en tiempo real el algoritmo FMA-LDI descrito en el Capítulo 3, el cual fué mejorado para lograr un aislamiento exitoso en la detección y aislamiento de una fuga en el prototipo de tuberías del Cinvestav-Guadalajara. Los resultados obtenidos fueron satisfactorios lográndose una buena detección y aislamiento para fugas de aproximadamente 3%, con respecto al flujo en estado estacionario. En la mayoría de los experimentos, el aislamiento de la fuga tuvo un valor medio que concuerda con la posición de la fuga, con una desviación estandar del 2.3% con respecto a la longitud total de la tubería.

Cabe mencionar que para obtener estos resultados, se tuvieron que tomar en cuenta los siguientes ajustes y modificaciones:

- Se ajustó el valor de la longitud en equivalente recto de la tubería durante todo el tiempo que se tienen el funcionamiento de la tubería sin fuga, pues se ha visto que en tuberías plásticas dicha longitud equivalente depende del régimen del fluido, que para esta tubería es no desarrollado.
- La experimentación se realizó en un ambiente donde la temperatura no variaba sensiblemente, de esta forma, se verificaba el valor de la temperatura para ajustar los parámetros antes de iniciar el experimento.
- Se observó durante la experimentación que las fugas virtuales son sensibles a cambios en el punto de operación. Esto es una gran desventaja, pues cualquier alteración en el punto de operación, puede afectar en la estimación de la posición de la fuga. Para resolver lo anterior, se realizaron ajustes del estado estacionario \bar{x} por medio de promedios temporales de las señales medidas, y cuando la fuga es detectada por la alarma, se detiene la actualización de \bar{x} , mejorando así, los resultados en la estimación de la posición.

Por lo que se refiere al método de discretización de Preissman utilizado, se obtuvieron mejoras en comparación con las Características, ya que en el método de Diferencias Finitas Implícitas Centradas, no hay restricción en la relación de estabilidad entre Δz y

Δt (Condición de Courant). Además, no se requiere de métodos iterativos para resolver las ecuaciones en diferencias finitas que describen el comportamiento de la tubería, a diferencia de [4] que utiliza métodos iterativos para obtener un estimado del estado de la tubería x^k . Por otro lado, el esquema de discretización de Preissman a sido utilizado extensivamente para el análisis de flujo de fluidos.

Como trabajo a futuro, se propone: contemplar la inclinación de la tubería, para extender este algoritmo a tuberías que así lo requieran. Igualmente se desea implementar ajustes de los valores de los parámetros de manera automática, utilizando un sensor de temperatura, que la pueda medir constantemente y de esta manera reajustar todos los parámetros sensibles a la temperatura.

Finalmente, se propone realizar una comparación de este algoritmo con los ya utilizados.

Bibliografía

- [1] Navarro A. *Comparación entre algoritmos para detectar fugas en conductos de líquidos a presión*. Tesis de Maestría. Cinvestav-Guadalajara, México, 2006.
- [2] Brian D. O. Anderson and John B. Moore. *Optimal Filtering*. Prentice-Hall, 1979.
- [3] León B. *Implementación en tiempo real de un algoritmo para localizar fugas no concurrentes en tuberías de agua a presión*. Tesis de Maestría. Cinvestav-Guadalajara, México, 2009.
- [4] A. Benkherouf and A. Y. Allidina. “Leak detection and location in gas pipelines” *IEE Proceedings*, Vol. 135:142–148, March 1988.
- [5] CRANE-División de Ingeniería. *Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías*. McGraw-Hill, 1987.
- [6] Comisión Nacional del Agua. *Manual de Agua Potable, Alcantarillado y Saneamiento. Datos Básicos*, 2007.
- [7] T. Digernes. “Real-time failure detection and identification applied to supervision of oil transport in pipelines” *Modeling, identification and control*, Vol. 1:39–49, 1980.
- [8] Kurtis L. Doney. *Leak Detection in Pipelines using the Extended Kalman Filter and the Extended Boundary Approach*. Thesis for Degree of Master of Science, University of Saskatchewan, Canada, 2007.
- [9] H. E. Emara-Shabaik, Y. A. Khulief, and I. Hussaini. “A non-linear multiple-model state estimation scheme for pipeline leak detection and isolation” *Part I - Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 216:497–512, 2002.
- [10] García-Tirado J. F. *Evaluación del desempeño de una estrategia de diagnóstico de fugas no concurrentes en un prototipo de tuberías*. Tesis de Maestría. Cinvestav-Guadalajara, México, 2009.
- [11] IAPWS The International Association for the Properties of Water and Steam. *Properties of Water at Standard Pressure*, 2011. <http://www.iapws.org>.

-
- [12] Valdovinos G. *Implementación en un DSP de un algoritmo para aislar una fuga en una tubería de agua a presión*. Tesis de Maestría. Cinvestav-Guadalajara, México, 2010.
- [13] Bruce P. Gibbs. *Advanced Kalman Filtering, least-squares and modeling*. John Wiley and Sons, Inc., 2011.
- [14] Mohinder S. Grewal and Angus P. Andrews. *Kalman Filtering: Theory and Practice. Using MATLAB*. John Wiley and Sons, Inc., 2001.
- [15] Chaudry M. Hanif. *Applied Hydraulic Transients*. Van Nostrand Reinhold Company, 1979.
- [16] Chaudry M. Hanif, John J. Cassidy, and John A. Roberson. *Hydraulic Engineering*. John Wiley and Sons, Inc., Second Edition, 1997.
- [17] R. Isermann. "Process fault detection based on modeling and estimation methods a survey". *Automatica*, Vol. 20:387–404, Pergamon Press, 1984.
- [18] Zdzisław Kowalczyk and Keerthi Gunawickrama. "Leak detection for transmission pipelines under varying operational conditions" *Proc. 7th IEEE Intern. Conference on MMAR*, Vol. 2:1073–1078, Poland, 2001.
- [19] Ryan M. Lesyshen. *Water transmission line Leak Detection using Extended Kalman Filtering*. Thesis for Degree of Master of Science, University of Saskatchewan, Canada, 2005.
- [20] Lewis F. Moody and Princeton N. J. "Friction factors for pipe flow" *Transactions of the A.S.M.E.*, 1944.
- [21] A. Navarro, G. Besançon O. Begovich, and JF. Dulhoste. "Real-time leak isolation based on state estimation in a plastic pipeline" Febrero, 2011.
- [22] Alaska Department of Environmental Conservation. *Technical Review of Leak Detection Technologies. Crude Oil Transmission Pipelines*, 1999.
- [23] Rotoplas Tuboplus. *Manual Técnico*, 9na Edición, 2010.
- [24] C. Verde. "Accommodation of multi-leak location in a pipeline" *Control Engineering Practice*, Vol. 13:1071–1078, 2005.
- [25] Det Norske Veritas. *A Guideline Framework for the Integrity Assessment of Offshore Pipelines*, 2006.
- [26] Wikipedia. Compresibilidad en sólidos, líquidos y gases, 2011. <http://es.wikipedia.org/wiki/Compresibilidad>.
- [27] Wikipedia. Viscosidad, 2011. <http://es.wikipedia.org/wiki/Viscosidad>.

BIBLIOGRAFÍA

- [28] Kowalczyk Z., Korbicz J., Koscielny J., and Cholewa W. *Fault Diagnosis: Models, Artificial Intelligence, Applications*. Springer-Verlag, 2004.

Apéndice A

Relación entre fuga real y fugas virtuales

Se considera que las ecuaciones diferenciales parciales de momento (A.2) y continuidad (A.1), que describen la dinámica de la tubería sin fuga, son:

$$\frac{\partial H(z, t)}{\partial t} + \frac{b^2}{gA} \frac{\partial Q(z, t)}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial Q(z, t)}{\partial t} + gA \frac{\partial H(z, t)}{\partial z} + \frac{f_r}{2DA} Q(z, t) |Q(z, t)| = 0 \quad (\text{A.2})$$

las cuales, en estado estable (cuando $t \rightarrow \infty$), se tiene que $\partial H(z, t)/\partial t \rightarrow 0$ y $\partial Q(z, t)/\partial t \rightarrow 0$, por lo que las ecuaciones pueden reducirse a:

$$\frac{\partial Q(z, \infty)}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$gA \frac{\partial H(z, \infty)}{\partial z} + \frac{f_r}{2DA} Q(z, \infty) |Q(z, \infty)| = 0 \quad (\text{A.4})$$

De la ecuación (A.3), resulta que el gasto es constante a lo largo de la tubería, es decir, $Q = \text{constante} = \bar{q}$, esto significa que el valor del gasto en estado estable es independiente de z . En base al algoritmo de [4], \bar{q} está determinado por la condición de frontera al final de la tubería, y se considera que \bar{q} es positivo.

Sustituyendo \bar{q} obtenido de la ecuación (A.3), en la ecuación (A.4) tenemos:

$$\frac{\partial H(z, \infty)}{\partial z} = -\frac{f_r}{2gDA^2} \bar{q}^2 \quad (\text{A.5})$$

Integrando (A.5), resulta:

$$H(z, \infty) - H(0, \infty) = -\frac{f_r}{2gDA^2} \bar{q}^2 z \quad (\text{A.6})$$

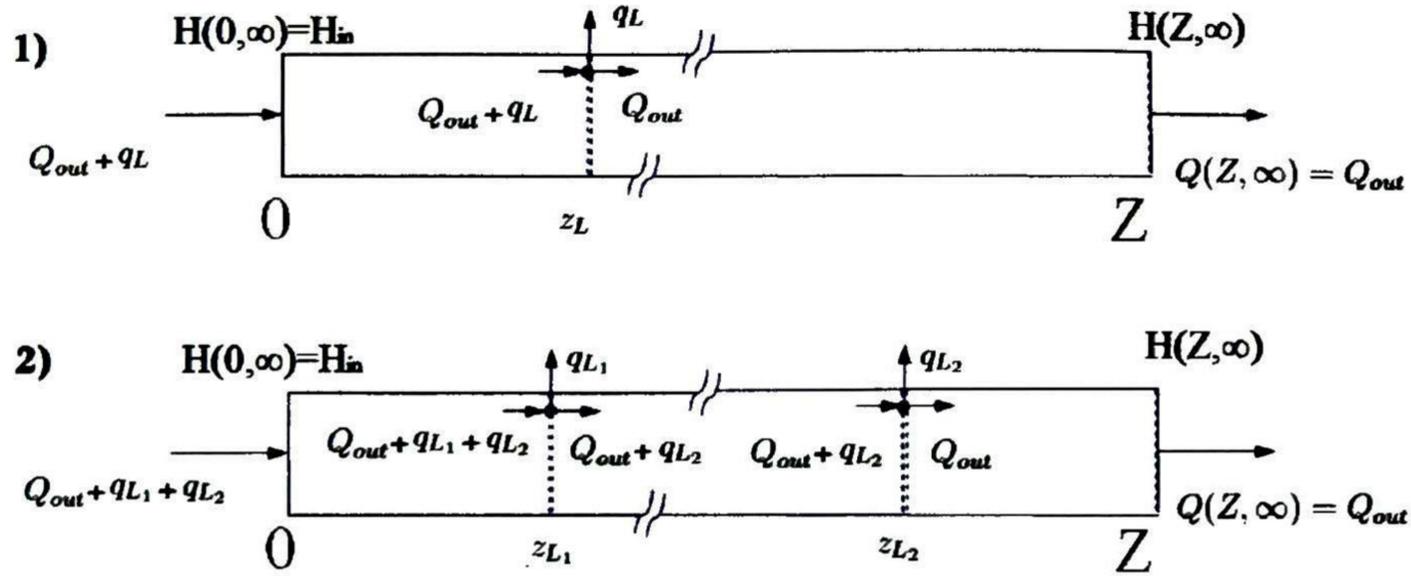


Figura A.1: Estado estacionario en dos modelos de tuberías idénticos con 1) una fuga y 2) con dos fugas virtuales

donde $H(z, \infty)$ representa la cabeza de presión en estado estable a una distancia z .

Para derivar la relación entre la fuga real y las fugas virtuales, se consideran dos modelos de tubería, con las mismas condiciones de frontera $H(0, \infty) = H_{in}$, $Q(Z, \infty) = \bar{q} = Q_{out}$. Se considera una fuga con los parámetros (q_L, z_L) en el primero modelo y dos fugas (q_{L1}, z_{L1}) y (q_{L2}, z_{L2}) para el modelo 2 (Como se muestra en la figura A.1).

Comparando el gasto en ambos modelos se tiene:

$$\bar{q} + q_L = \bar{q} + q_{L1} + q_{L2} \quad (\text{A.7})$$

$$q_L = q_{L1} + q_{L2} \quad (\text{A.8})$$

Aplicando la ecuación (A.6) a la caída de presión del primer modelo se tiene:

$$\begin{aligned} H(Z, \infty) - H(0, \infty) &= \{H(z_L, \infty) - H(0, \infty)\} + \{H(Z, \infty) - H(z_L, \infty)\} \\ &= -\frac{f_r}{2gDA^2} (\bar{q} + q_L)^2 (z_L) - \frac{f_r}{2gDA^2} \bar{q}^2 (Z - z_L) \\ &= -\frac{f_r}{2gDA^2} \bar{q}^2 \left(1 + 2\frac{q_L}{\bar{q}} + \frac{q_L^2}{\bar{q}^2}\right) (z_L) - \frac{f_r}{2gDA^2} \bar{q}^2 (Z - z_L) \\ &= -\frac{f_r}{2gDA^2} \bar{q}^2 \left\{ \left(1 + \frac{q_L}{\bar{q}}\right)^2 z_L + (Z - z_L) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

mientras para el modelo 2:

$$\begin{aligned} H(Z, \infty) - H(0, \infty) &= \\ &= \{H(z_{L1}, \infty) - H(0, \infty)\} + \{H(z_{L2}, \infty) - H(z_{L1}, \infty)\} + \{H(Z, \infty) - H(z_{L2}, \infty)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{f_r}{2gDA^2}(\bar{q} + q_{L_1} + q_{L_2})^2(z_{L_1}) - \frac{f_r}{2gDA^2}(\bar{q} + q_{L_2})^2(z_{L_2} - z_{L_1}) - \frac{f_r}{2gDA^2}\bar{q}^2(Z - z_{L_2}) \\
 &= -\frac{f_r}{2gDA^2} \left\{ [\bar{q}^2 + 2\bar{q}(q_{L_1} + q_{L_2}) + (q_{L_1} + q_{L_2})^2] z_{L_1} \right. \\
 &\quad \left. + [\bar{q}^2 + 2\bar{q}q_{L_2} + q_{L_2}^2](z_{L_2} - z_{L_1}) + \bar{q}^2(Z - z_{L_2}) \right\} \\
 &= -\frac{f_r}{2gDA^2}\bar{q}^2 \left\{ \left[1 + 2\frac{q_{L_1} + q_{L_2}}{\bar{q}} + \left(\frac{q_{L_1} + q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 \right] z_{L_1} \right. \\
 &\quad \left. + \left[1 + 2\frac{q_{L_2}}{\bar{q}} + \left(\frac{q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 \right] (z_{L_2} - z_{L_1}) + (Z - z_{L_2}) \right\} \\
 &= -\frac{f_r}{2gDA^2}\bar{q}^2 \left\{ \left(1 + \frac{q_{L_1} + q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 z_{L_1} + \left(1 + \frac{q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 (z_{L_2} - z_{L_1}) \right. \\
 &\quad \left. + (Z - z_{L_2}) \right\} \tag{A.10}
 \end{aligned}$$

Igualando la caída de presión en (A.9) y (A.10) se tiene que:

$$\begin{aligned}
 &\left(1 + \frac{q_L}{\bar{q}}\right)^2 z_L + (Z - z_L) \\
 &= \left(1 + \frac{q_{L_1} + q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 z_{L_1} + \left(1 + \frac{q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 (z_{L_2} - z_{L_1}) + (Z - z_{L_2}) \tag{A.11}
 \end{aligned}$$

expandiendo los binomios:

$$\begin{aligned}
 &2\frac{q_L z_L}{\bar{q}} + \left(\frac{q_L}{\bar{q}}\right)^2 z_L \\
 &= 2z_{L_1} \frac{q_{L_1} + q_{L_2}}{\bar{q}} + z_{L_1} \left(\frac{q_{L_1} + q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 + 2(z_{L_2} - z_{L_1}) \frac{q_{L_2}}{\bar{q}} + (z_{L_2} - z_{L_1}) \left(\frac{q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 \\
 &= 2z_{L_1} \frac{q_{L_1} + q_{L_2}}{\bar{q}} + z_{L_1} \left(\left(\frac{q_{L_1}}{\bar{q}}\right)^2 + 2\frac{q_{L_1} q_{L_2}}{\bar{q}^2} + \left(\frac{q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 \right) + 2(z_{L_2} - z_{L_1}) \frac{q_{L_2}}{\bar{q}} \\
 &\quad + (z_{L_2} - z_{L_1}) \left(\frac{q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2
 \end{aligned}$$

entonces:

$$\begin{aligned}
 &2\frac{q_L z_L}{\bar{q}} + \left(\frac{q_L}{\bar{q}}\right)^2 z_L \\
 &= 2\frac{q_{L_1} z_{L_1} + q_{L_2} z_{L_2}}{\bar{q}} + \left(\frac{q_{L_1}}{\bar{q}}\right)^2 z_{L_1} + \left(\frac{q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 z_{L_2} + 2\frac{q_{L_1} q_{L_2}}{\bar{q}^2} z_{L_1} \tag{A.12}
 \end{aligned}$$

Ahora, con la premisa de que el valor del gasto una fuga es pequeña en comparación con el gasto que fluye por la tubería en estado estacionario \bar{q} , las siguientes relaciones son válidas:

$$\begin{aligned} \frac{q_L z_L}{\bar{q}} &\gg \left(\frac{q_L}{\bar{q}}\right)^2 & \frac{q_{L_1} z_{L_1} + q_{L_2} z_{L_2}}{\bar{q}} &\gg \left(\frac{q_{L_1}}{\bar{q}}\right)^2 \\ \frac{q_{L_1} z_{L_1} + q_{L_2} z_{L_2}}{\bar{q}} &\gg \left(\frac{q_{L_2}}{\bar{q}}\right)^2 & \frac{q_{L_1} z_{L_1} + q_{L_2} z_{L_2}}{\bar{q}} &\gg \frac{q_{L_1} q_{L_2}}{\bar{q}^2} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

así, los términos de segundo orden en la ecuación (A.12) pueden despreciarse, dando como resultado la expresión:

$$q_L z_L \approx q_{L_1} z_{L_1} + q_{L_2} z_{L_2} \quad (\text{A.14})$$

De acuerdo a [28], por inducción, las ecuaciones (A.7) y (A.8) pueden generalizarse a un número mayor de fugas en el modelo 2, es decir, la fuga con parámetros (q_{L_2}, z_{L_2}) , puede descomponerse en dos fugas con parámetros (q_{L_3}, z_{L_3}) y (q_{L_4}, z_{L_4}) , de tal manera que $q_{L_2} = q_{L_3} + q_{L_4}$ y $q_{L_2} z_{L_2} = q_{L_3} z_{L_3} + q_{L_4} z_{L_4}$, entonces, $q_L = q_{L_1} + q_{L_3} + q_{L_4}$ y $q_L z_L = q_{L_1} z_{L_1} + q_{L_3} z_{L_3} + q_{L_4} z_{L_4}$. Luego, la fuga con parámetros (q_{L_4}, z_{L_4}) puede descomponerse en dos fugas, y así sucesivamente. Una forma generalizada de las ecuaciones (A.8) y (A.14) para n fugas virtuales, puede expresarse:

$$q_L = q_{L_1} + q_{L_2} + \dots + q_{L_n} \quad (\text{A.15})$$

$$q_L z_L = q_{L_1} z_{L_1} + q_{L_2} z_{L_2} + \dots + q_{L_n} z_{L_n} \quad (\text{A.16})$$

con las cuales, se puede obtener un estimado de la localización de la fuga, a partir de la ecuación (A.16):

$$z_L = \frac{1}{q_L} \sum_{i=1}^{N-1} q_{L_i} z_{L_i} \quad (\text{A.17})$$

Apéndice B

Deducción de las ecuaciones para el modelo de la tubería

Se considera que las ecuaciones diferenciales parciales de momento (B.2) y continuidad (B.1), que describen la dinámica de la tubería sin fuga, son:

$$\frac{\partial H(z, t)}{\partial t} + \frac{b^2}{gA} \frac{\partial Q(z, t)}{\partial z} = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial Q(z, t)}{\partial t} + gA \frac{\partial H(z, t)}{\partial z} + \frac{f_r}{2DA} Q(z, t) |Q(z, t)| = 0 \quad (\text{B.2})$$

discretizando las ecuaciones de momento y continuidad por el esquema de Preissmann se tiene:

$$\frac{[(H_i^k + H_{i+1}^k) - (H_i^{k-1} + H_{i+1}^{k-1})]}{2\Delta t} + \frac{b^2}{gA} \left\{ \frac{\alpha [Q_{i+1}^k - Q_i^k]}{\Delta z} + \frac{(1 - \alpha) [Q_{i+1}^{k-1} - Q_i^{k-1}]}{\Delta z} \right\} = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{[(Q_i^k + Q_{i+1}^k) - (Q_i^{k-1} + Q_{i+1}^{k-1})]}{2\Delta t} + gA \left\{ \frac{\alpha [H_{i+1}^k - H_i^k]}{\Delta z} + \frac{(1 - \alpha) [H_{i+1}^{k-1} - H_i^{k-1}]}{\Delta z} \right\} + \frac{f_r^{k-1}}{2DA} Q_i^{k-1} |Q_i^{k-1}| = 0 \quad (\text{B.4})$$

donde i representa el número de nodo o división de la tubería en un instante de tiempo k ($k \in \mathbb{Z}^+$). Consideremos una longitud de tubería Z hipotéticamente dividida en 3 secciones (Figura B.1), con $\alpha = 0.85$.

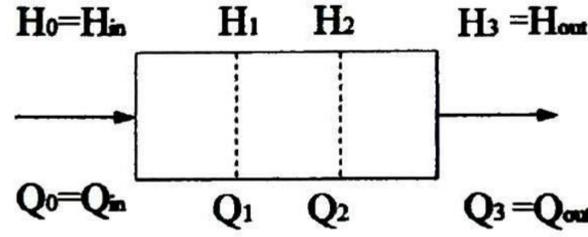


Figura B.1: División de la tubería en 3 secciones

Se producen las siguientes ecuaciones:

cuando $i = 0$

$$\frac{H_0^k + H_1^k}{2\Delta t} + \frac{b^2 \alpha [Q_1^k - Q_0^k]}{gA \Delta z} = \frac{H_0^{k-1} + H_1^{k-1}}{2\Delta t} - \frac{b^2 (1 - \alpha) [Q_1^{k-1} - Q_0^{k-1}]}{gA \Delta z} \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{(Q_0^k + Q_1^k)}{2\Delta t} + gA \frac{\alpha [H_1^k - H_0^k]}{\Delta z} = \frac{(Q_0^{k-1} + Q_1^{k-1})}{2\Delta t} - gA \frac{(1 - \alpha) [H_1^{k-1} - H_0^{k-1}]}{\Delta z} - \frac{f_{r0}^{k-1} Q_0^{k-1} |Q_0^{k-1}|}{2DA} \quad (\text{B.6})$$

cuando $i = 1$

$$\frac{H_1^k + H_2^k}{2\Delta t} + \frac{b^2 \alpha [Q_2^k - Q_1^k]}{gA \Delta z} = \frac{H_1^{k-1} + H_2^{k-1}}{2\Delta t} - \frac{b^2 (1 - \alpha) [Q_2^{k-1} - Q_1^{k-1}]}{gA \Delta z} \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{(Q_1^k + Q_2^k)}{2\Delta t} + gA \frac{\alpha [H_2^k - H_1^k]}{\Delta z} = \frac{(Q_1^{k-1} + Q_2^{k-1})}{2\Delta t} - gA \frac{(1 - \alpha) [H_2^{k-1} - H_1^{k-1}]}{\Delta z} - \frac{f_{r1}^{k-1} Q_1^{k-1} |Q_1^{k-1}|}{2DA} \quad (\text{B.8})$$

cuando $i = 2$

$$\frac{H_2^k + H_3^k}{2\Delta t} + \frac{b^2 \alpha [Q_3^k - Q_2^k]}{gA \Delta z} = \frac{H_2^{k-1} + H_3^{k-1}}{2\Delta t} - \frac{b^2 (1 - \alpha) [Q_3^{k-1} - Q_2^{k-1}]}{gA \Delta z} \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{(Q_2^k + Q_3^k)}{2\Delta t} + gA \frac{\alpha [H_3^k - H_2^k]}{\Delta z} = \frac{(Q_2^{k-1} + Q_3^{k-1})}{2\Delta t} - gA \frac{(1 - \alpha) [H_3^{k-1} - H_2^{k-1}]}{\Delta z} - \frac{f_{r2}^{k-1} Q_2^{k-1} |Q_2^{k-1}|}{2DA} \quad (\text{B.10})$$

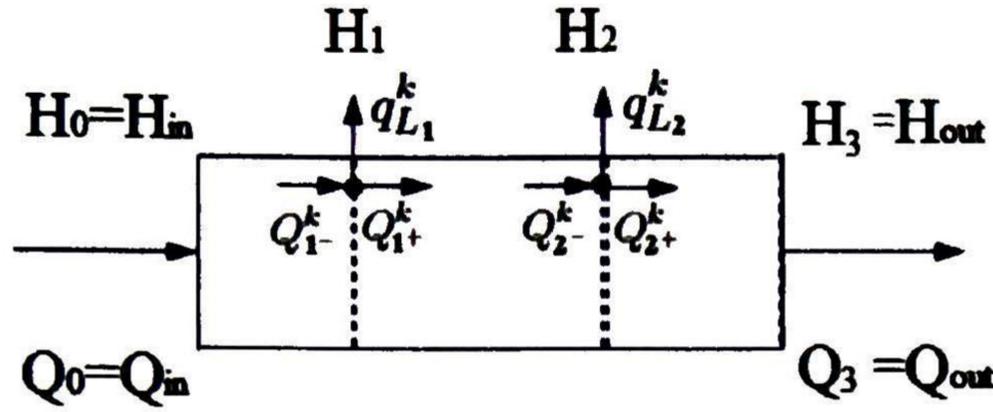


Figura B.2: División de la tubería en 3 secciones considerando las fugas modeladas

Basándonos en la Figura B.2, introducimos las fugas virtuales en los nodos como $Q_{i-}^k - Q_{i+}^k = q_{L_i}^k$ y suponiendo que las fugas virtuales son constantes agregamos nuevas ecuaciones al modelo $q_{L_i}^k = q_{L_i}^{k-1}$, entonces:

cuando $i=0$

$$\frac{H_0^k + H_1^k}{2\Delta t} + \frac{b^2}{gA} \frac{\alpha [Q_{1-}^k - Q_0^k]}{\Delta z} = \frac{H_0^{k-1} + H_1^{k-1}}{2\Delta t} - \frac{b^2 (1-\alpha) [Q_{1-}^{k-1} - Q_0^{k-1}]}{gA \Delta z} \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{(Q_0^k + Q_{1-}^k)}{2\Delta t} + gA \frac{\alpha [H_1^k - H_0^k]}{\Delta z} = \frac{(Q_0^{k-1} + Q_{1-}^{k-1})}{2\Delta t} - gA \frac{(1-\alpha) [H_1^{k-1} - H_0^{k-1}]}{\Delta z} - \frac{f_{r_0}^{k-1}}{2DA} Q_0^{k-1} |Q_0^{k-1}| \quad (\text{B.12})$$

cuando $i = 1$

$$\frac{H_1^k + H_2^k}{2\Delta t} + \frac{b^2}{gA} \frac{\alpha [Q_{2-}^k - (Q_{1-}^k - q_{L_1}^k)]}{\Delta z} = \frac{H_1^{k-1} + H_2^{k-1}}{2\Delta t} - \frac{b^2 (1-\alpha) [Q_{2-}^{k-1} - (Q_{1-}^{k-1} - q_{L_1}^{k-1})]}{gA \Delta z} \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{(Q_{1-}^k - q_{L_1}^k + Q_{2-}^k)}{2\Delta t} + gA \frac{\alpha [H_2^k - H_1^k]}{\Delta z} = \frac{(Q_{1-}^{k-1} - q_{L_1}^{k-1} + Q_{2-}^{k-1})}{2\Delta t} - gA \frac{(1-\alpha) [H_2^{k-1} - H_1^{k-1}]}{\Delta z} - \frac{f_{r_1}^k}{2DA} (Q_{1-}^{k-1} - q_{L_1}^{k-1}) |(Q_{1-}^{k-1} - q_{L_1}^{k-1})| \quad (\text{B.14})$$

$$q_{L_1}^k = q_{L_1}^{k-1} \quad (\text{B.15})$$

cuando $i = 2$

$$\frac{H_2^k + H_3^k}{2\Delta t} + \frac{b^2}{gA} \frac{\alpha [Q_3^k - (Q_{2^-}^k - q_{L_2}^k)]}{\Delta z} = \frac{H_2^{k-1} + H_3^{k-1}}{2\Delta t} - \frac{b^2 (1 - \alpha) [Q_3^{k-1} - (Q_{2^-}^{k-1} - q_{L_2}^{k-1})]}{gA \Delta z} \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{((Q_{2^-}^k - q_{L_2}^k) + Q_3^k)}{2\Delta t} + gA \frac{\alpha [H_3^k - H_2^k]}{\Delta z} = \frac{(Q_{2^-}^{k-1} - q_{L_2}^{k-1}) + Q_3^{k-1}}{2\Delta t} - gA \frac{(1 - \alpha) [H_3^{k-1} - H_2^{k-1}]}{\Delta z} - \frac{f_{r_2}^{k-1}}{2DA} (Q_{2^-}^{k-1} - q_{L_2}^{k-1}) |(Q_{2^-}^{k-1} - q_{L_2}^{k-1})| \quad (\text{B.17})$$

$$q_{L_2}^k = q_{L_2}^{k-1} \quad (\text{B.18})$$

Tomando como entradas $u^k = [H_0^k : Q_N^k]^T = [H_{in}^k : Q_{out}^k]^T \in \mathbb{R}^2$, con el estado de la forma $x^k = [H_1^k \ H_2^k \ H_3^k : Q_0^k \ Q_1^k \ Q_2^k : q_{L_1}^k \ q_{L_2}^k]^T \in \mathbb{R}^8$, el modelo del prototipo de tuberías en diferencias finitas implícitas centradas dividiendo hipotéticamente la tubería en 3 secciones, usando el esquema de discretización de Preissmann con fugas virtuales modeladas, puede llevarse a la siguiente representación en variables de estado:

$$\mathbf{A}x^k = \mathbf{B}x^{k-1} + \mathbf{C}(x^{k-1})x^{k-1} + \mathbf{D}u^k + \mathbf{E}u^{k-1} \quad (\text{B.19})$$

donde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \xi_1 & 0 & 0 & -0.85\xi_2 & 0.85\xi_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0.85\xi_3 & 0 & 0 & \xi_1 & \xi_1 & 0 & 0 & 0 \\ \xi_1 & \xi_1 & 0 & 0 & -0.85\xi_2 & 0.85\xi_2 & 0.85\xi_2 & 0 \\ -0.85\xi_3 & 0.85\xi_3 & 0 & 0 & \xi_1 & \xi_1 & -\xi_1 & 0 \\ 0 & \xi_1 & \xi_1 & 0 & 0 & -0.85\xi_2 & 0 & 0.85\xi_2 \\ 0 & -0.85\xi_3 & 0.85\xi_3 & 0 & 0 & \xi_1 & 0 & -\xi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \xi_1 & 0 & 0 & 0.15\xi_2 & -0.15\xi_2 & 0 & 0 & 0 \\ -0.15\xi_3 & 0 & 0 & \xi_1 & \xi_1 & 0 & 0 & 0 \\ \xi_1 & \xi_1 & 0 & 0 & 0.15\xi_2 & -0.15\xi_2 & -0.15\xi_2 & 0 \\ 0.15\xi_3 & -0.15\xi_3 & 0 & 0 & \xi_1 & \xi_1 & -\xi_1 & 0 \\ 0 & \xi_1 & \xi_1 & 0 & 0 & 0.15\xi_2 & 0 & -0.15\xi_2 \\ 0 & 0.15\xi_3 & -0.15\xi_3 & 0 & 0 & \xi_1 & 0 & -\xi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

APÉNDICE B. DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES PARA EL MODELO DE LA TUBERÍA

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{f_{r0}^{k-1}}{2DA} |x_4^{k-1}| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{f_{r1}^{k-1}}{2DA} |(x_5^{k-1} - x_7^{k-1})| & 0 & \frac{f_{r1}^{k-1}}{2DA} |(x_5^{k-1} - x_7^{k-1})| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{f_{r2}^{k-1}}{2DA} |(x_6^{k-1} - x_8^{k-1})| & 0 & \frac{f_{r2}^{k-1}}{2DA} |(x_6^{k-1} - x_8^{k-1})| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} -\xi_1 & 0 \\ 0.85\xi_3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.85\xi_2 \\ 0 & -\xi_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \xi_1 & 0 \\ 0.15\xi_3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.15\xi_2 \\ 0 & \xi_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

donde: $\xi_1 = \frac{1}{2\Delta t}$ $\xi_2 = \frac{b^2}{gA\Delta z}$ $\xi_3 = \frac{gA}{\Delta z}$



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N.
UNIDAD GUADALAJARA**

"2011, Año del Turismo en México"

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

Implementación en Tiempo Real de un Algoritmo para Aislar una Fuga en Tuberías de Agua a Presión utilizando un Filtro de Kalman Extendido

del (la) C.

Erick Axel PADILLA GARCÍA

el día 07 de Octubre de 2011.

Dr. José Luis Alejandro Naredo
Villagrán
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dra. Ófelia Begovich Mendoza
Investigador CINVESTAV 3B
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. José Javier Ruíz León
Investigador CINVESTAV 3B
CINVESTAV Unidad Guadalajara



CINVESTAV - IPN
Biblioteca Central



SSIT0010537