



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
SECCIÓN DE MECATRÓNICA

Absorbedores de Vibraciones Tipo Piezo-Shunt para Amortiguar / Cosechar Energía

Tesis que presenta el

Ing. Roberto Arturo Gudiño Alas

Para obtener el Grado de
Maestro en Ciencias

En la especialidad de

Ingeniería Eléctrica

Director de Tesis:
Dr. Gerardo Silva Navarro

“You can do anything you set your mind to.”
- Benjamin Franklin -

Agradecimientos

Al Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. (CINVESTAV), por haberme aceptado en el programa de Maestría en Ciencias en la Especialidad de Ingeniería Eléctrica (opción Mecatrónica), que me permitió instruirme y poder realizar este proyecto de tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por haberme otorgado una beca para poder realizar mis estudios de maestría en el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. (CINVESTAV).

A mis Padres, mi Madre por estar siempre en las buenas, en las malas y en las peores, por ser siempre un gran apoyo y una gran inspiración en mi vida y por enseñarme que el esfuerzo es la base para conseguir todas las metas que me proponga; es un gran orgullo y gusto que pueda presenciar y disfrutar este logro conmigo; mi Padre, por su apoyo moral y comprensión en mi proyecto de vida.

A mi director de tesis, el Dr. Gerardo Silva Navarro, por ser un guía importante en la realización de este proyecto, pues además de ser mi maestro y asesor, fue un amigo que me dió el apoyo, conocimiento y enfoque necesario tanto a nivel académico como personal para tener las habilidades requeridas para culminar este trabajo. Gracias por creer en mí y darme la oportunidad de colaborar en su laboratorio.

A mis sinodales, Dr. Alejandro Rodríguez Ángeles y Dr. Luis Gerardo Trujillo Franco, por dedicar parte de su tiempo para revisar mi trabajo de tesis, y por considerar que mi trabajo ha tenido el valor suficiente para poder obtener el grado de Maestro en Ciencias.

Al Colegio de Profesores de la Sección de Mecatrónica, pues gracias a sus enseñanzas y consejos en el primer año de la maestría fue posible tener la instrucción que requería para emprender este proyecto de tesis.

Al grupo de Auxiliares de Investigación y Personal Administrativo de la sección, pues su trabajo contribuyó de una forma u otra a que yo pudiera enfocarme en la realización de mi proyecto, sin ocuparme de nada más.

A mis amigos, Ismael, Aldo, Elsa, Ana, por brindarme su amistad, compartir sus habilidades y conocimientos profesionales, estar pendiente de mi avance y buscar siempre la forma de apoyarme. Es un gran gusto haber coincidido en la vida con ustedes en este proyecto, espero poder mantener el contacto por mucho tiempo.

A mis compañeros de generación, por haber compartido su tiempo y trabajo en las actividades de grupo y crear un ambiente de camaradería y compañerismo para apoyarnos cuando fue necesario.

A todos, muchas gracias.

Resumen

Este trabajo de tesis aborda la estrategia de absorción de vibraciones conocida como absorbedores tipo *piezo-shunt*, aplicada a una estructura mecánica consistente en un plato cuadrado y delgado de aluminio. La estructura se modela, analiza y construye para evaluar su comportamiento dinámico cuando es sometida a fuerzas armónicas externas que excitan sus frecuencias naturales y provocan las resonancias. Se elige analizar las frecuencias naturales con mayores amplitud de vibración y que puedan ser más nocivas para la estructura, provocando mayores deformaciones durante la resonancia. Esto con la finalidad de atenuar su amplitud y proteger la estructura de los efectos adversos de tales vibraciones. Se puede comprobar que dichas estrategias de atenuación de vibraciones pueden implementarse con cierto tipo de circuitos electrónicos RL llamados *piezo-shunt*, los cuales se pueden construir con componentes analógicos comunes y con transductores piezoeléctricos. Dichos circuitos se diseñan para sintonizarse a las frecuencias deseadas y atenuar adecuadamente las vibraciones. Se comprueba también que el efecto piezoeléctrico de los transductores puede generar energía eléctrica útil y puede aprovecharse por medio de cosechadores de energía. Dichos cosechadores de energía también se analizan para evaluar su eficiencia y desempeño. En el trabajo se presentan algunos resultados en simulación y su validación experimental.

Abstract

This work deals with the particular vibration absorption strategy known as adaptive-like *piezo-shunt* vibration absorbers, applied to a mechanical structure consisting of a thin square aluminum plate. The structure is modeled, analyzed and constructed to evaluate its dynamic behavior when it is subjected to external harmonic forces that excite its natural frequencies and cause resonances. The modal shapes to analyze are those with greater vibration amplitudes that may be more harmful to the structure and may cause higher deformations during resonance. In order to attenuate its vibration amplitudes and protect the mechanical structure from such vibrations. It can be verified that such vibration attenuation strategies can be implemented with certain types of RL electronic circuits, called *piezo-shunt*, that can be constructed with common analog components and piezoelectric transducers. These circuits are designed to be tuned to the desired frequencies and adequately attenuate the vibrations. It is also verified that the piezoelectric effect of the transducers can generate useful electrical energy and can be employed by means of energy harvesters. These harvesters are also analyzed to evaluate their efficiency and performance. The work presents some simulation results and experimental validation.

Índice general

| | |
|---|----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Estado del arte. | 2 |
| 1.1.1. Transductores PZT. | 3 |
| 1.1.2. Transductores MFC. | 3 |
| 1.1.3. Transductores PICMA. | 5 |
| 1.1.4. Comparativo de parches piezoeléctricos. | 6 |
| 1.2. Motivación. | 6 |
| 1.3. Objetivos de la tesis. | 7 |
| 1.3.1. Objetivo general. | 7 |
| 1.3.2. Objetivos específicos. | 7 |
| 1.4. Organización de la tesis. | 7 |
| 2. Preliminares | 9 |
| 2.1. Antecedentes. | 9 |
| 2.1.1. Tipos de circuitos <i>piezo-shunt</i> | 10 |
| 2.1.2. Fenómenos presentes en el control de vibraciones. | 13 |
| 2.2. Teoría básica para diseño. | 13 |
| 2.2.1. Inductor virtual. | 13 |
| 2.2.2. Resistor variable automático con JFET. | 15 |
| 2.2.3. Seguidor de voltaje o acoplador. | 18 |
| 2.2.4. Filtro pasa-bajos. | 18 |
| 2.2.5. Integrador simple. | 20 |
| 2.2.6. Multiplicador analógico. | 20 |
| 2.2.7. Cosechadores de energía. | 21 |
| 2.3. Esquemas de implementación con transductores piezoeléctricos. | 22 |
| 2.3.1. Circuito de adaptación para el absorbedor <i>piezo-shunt</i> | 22 |
| 2.3.2. Circuito cosechador de energía. | 23 |
| 2.4. Metodologías de análisis. | 24 |
| 2.4.1. Método de Elemento Finito (MEF). | 24 |
| 2.4.2. Análisis modal. | 26 |
| 2.4.3. Colocación de sensores y actuadores. | 30 |
| 2.5. Descripción de los materiales. | 34 |

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 2.5.1. | Plato cuadrado delgado. | 34 |
| 2.5.2. | Transductores piezoeléctricos. | 35 |
| 2.5.3. | Adhesivo para montaje de sensores y actuadores. | 36 |
| 2.5.4. | Cosechador de energía EH301A. | 37 |
| 3. | Modelado del sistema y desarrollo de la plataforma experimental | 39 |
| 3.1. | Modelado del sistema. | 39 |
| 3.1.1. | Modelado del plato por MEF. | 40 |
| 3.1.2. | Modelado del transductor piezoeléctrico. | 44 |
| 3.1.3. | Modelado del <i>piezo-shunt</i> | 45 |
| 3.2. | Diseño de la plataforma experimental. | 47 |
| 3.2.1. | PC y software. | 49 |
| 3.2.2. | Tarjeta analógica. | 50 |
| 3.2.3. | Transductor electromagnético o <i>shaker</i> | 50 |
| 3.2.4. | Amplificador para el <i>shaker</i> | 50 |
| 3.2.5. | Analizador <i>Labamp</i> y acelerómetros. | 50 |
| 3.2.6. | Parches piezoeléctricos PZT y MFC. | 51 |
| 3.3. | Esquemas de control. | 51 |
| 3.3.1. | Ley de control de adaptación de fase relativa mono modo. | 51 |
| 3.4. | Arreglo <i>piezo-shunt</i> con plato cuadrado. | 54 |
| 3.5. | Resultados en simulación. | 56 |
| 3.5.1. | Simulación del absorbedor de vibraciones <i>piezo-shunt</i> | 56 |
| 4. | Resultados preliminares y análisis modal | 59 |
| 4.1. | Resultados preliminares para obtener la FRF del plato cuadrado delgado. | 59 |
| 4.1.1. | FRF y FRMS para caso 1. | 59 |
| 4.1.2. | FRF y FRMS para caso 2. | 61 |
| 4.2. | Análisis modal del plato cuadrado delgado. | 62 |
| 4.2.1. | Análisis modal para el caso 1. | 63 |
| 4.2.2. | Análisis modal para el caso 2. | 65 |
| 4.3. | Colocación de sensores y actuadores en el plato. | 67 |
| 5. | Diseño del absorbedor tipo <i>piezo-shunt</i> | 69 |
| 5.1. | Diseño del circuito <i>piezo-shunt</i> para el caso 1. | 69 |
| 5.1.1. | FRMS para caso 1. | 69 |
| 5.1.2. | Cálculo de las inductancias que sintonicen las FRMS en caso 1. | 70 |
| 5.1.3. | Diseño del inductor virtual en caso 1. | 71 |
| 5.1.4. | Diseño del filtro pasabajos. | 73 |
| 5.1.5. | Multiplicador AD633. | 74 |
| 5.1.6. | Diseño del integrador y el resistor variable JFET. | 74 |
| 5.2. | Diseño del circuito <i>piezo-shunt</i> para el caso 2. | 76 |
| 5.2.1. | FRMS para caso 2. | 76 |
| 5.2.2. | Cálculo de las inductancias que sintonicen las FRMS en caso 2. | 76 |
| 5.2.3. | Diseño del inductor virtual en caso 2. | 76 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 5.3. | Simulación numérica del circuito <i>shunt</i> . | 77 |
| 5.3.1. | Simulación del inductor virtual. | 77 |
| 5.3.2. | Simulación de los filtros, multiplicador e integrador. | 79 |
| 6. | Resultados experimentales | 83 |
| 6.1. | Resultados experimentales con absorbedor <i>piezo-shunt</i> | 84 |
| 6.1.1. | Resultados con caso 1 y actuador PZT. | 85 |
| 6.1.2. | Resultados con caso 1 y actuador MFC. | 87 |
| 6.1.3. | Resultados con caso 2 y actuador PZT. | 93 |
| 6.1.4. | Resultados con caso 2 y actuador MFC. | 94 |
| 6.2. | Resultados experimentales con cosechadores de energía | 99 |
| 6.2.1. | Cosecha de energía con rectificador RC. | 102 |
| 6.2.2. | Cosecha de energía con EH301A. | 102 |
| 7. | Conclusiones | 105 |
| 7.1. | Conclusiones generales. | 105 |
| 7.2. | Perspectivas y trabajo futuro. | 107 |
| | Bibliografía | 109 |
| A. | Planos de diseño | 115 |
| A.1. | Diagrama de un circuito <i>shunt</i> . | 116 |
| B. | Publicaciones en congresos internacionales | 119 |
| C. | Especificaciones técnicas de componentes | 121 |

Capítulo 1

Introducción

El fenómeno vibratorio en estructuras y mecanismos es algo inevitable debido a la dinámica de esos sistemas, ya sea por la afectación de fuerzas externas o por el funcionamiento de dichos mecanismos. La solución más evidente ha sido el amortiguar o disminuir esas vibraciones para evitar daños a la estructura mecánica o al entorno, así como afectaciones al funcionamiento del mecanismo que origina dichas vibraciones [26, 16].

Para el amortiguamiento de vibraciones mecánicas se han implementado diversas estrategias de control y metodologías, pero se busca investigar aquellas que presentan alguna ventaja en su implementación, costo, efectividad o características. En esa búsqueda es como se descubre el efecto piezoeléctrico que exhiben algunos materiales. Dicho fenómeno consiste en la generación de una carga eléctrica, debido a la presencia de una presión o deformación del material piezoeléctrico. El fenómeno piezoeléctrico fue descubierto en 1880 por Jacques y Pierre Curie [4, 7, 14]. Este efecto puede ser utilizado para poder contrarrestar la energía provocada durante las vibraciones mecánicas, ya que se ha comprobado que también es bidireccional y puede generar una deformación en el material al aplicarle un campo eléctrico. Es por ello que este fenómeno puede ser implementado para construir dispositivos transductores tipo parches delgados, que son capaces de acoplarse a superficies de estructuras vibrantes y fungir tanto como sensores y/o actuadores, según se necesite enfocar la energía [5, 6, 8].

Para el control de la energía vibratoria en estructuras se han desarrollado nuevas estrategias consistentes en circuitos eléctricos acoplados a transductores piezoeléctricos que atenúan, absorben energía y disipan parte de ella, llamados circuitos *absorbedores piezo-shunt*, los cuales se sintonizan para atenuar las amplitudes más altas de una o más frecuencias naturales de una estructura mecánica. Dichos circuitos constan de elementos RLC como sintonizadores y transductores piezoeléctricos para operar como sensores y/o actuadores [4, 24, 25].

Por otra parte, la necesidad de encontrar nuevas fuentes de energía limpia hizo posible el estudio de ese fenómeno vibratorio para descubrir una utilidad o una estrategia más eficiente a la de solo contrarrestarlo. Así, es posible que dichas vibraciones se canalicen de forma positiva para convertirlas en energía eléctrica útil, mediante transductores piezoeléctricos en modo generador y dispositivos llamados *cosechadores de energía*. Estos cosechadores son circuitos eléctricos capaces de manipular y procesar la señal eléctrica generada por los transductores

piezoeléctricos por medio de rectificadores y convertidores [16, 30]. Para cosechar energía primero se rectifica la señal de AC en los piezos, se filtra y se convierte posteriormente a una señal de DC. Luego, se pasa por una etapa de estabilización, por medio de capacitores, para permitir una salida constante de cierto nivel de voltaje y, finalmente, la energía se almacena en otros dispositivos, como bancos de capacitores o baterías. La energía incluso puede ser redirigida para alimentar otra etapa dentro de la topología de monitoreo y control de vibraciones de la estructura, y energizar algún otro circuito. En menor medida los cosechadores de energía también sirven para amortiguar las vibraciones, debido a que no es su función principal [1, 29].

El comportamiento mecánico y eléctrico de los transductores piezoeléctricos hace posible su implementación en estrategias de control de vibraciones autosustentables, para su operación por períodos de tiempo prolongados, sin necesidad de energía externa suministrada al sistema, lo que hace más atractiva su implementación en aplicaciones estructurales como antenas, aviones, satélites, etc. [14].

1.1. Estado del arte.

Como se ha mencionado, el efecto piezoeléctrico es la propiedad de ciertos materiales para generar energía eléctrica debido a las deflexiones o deformaciones del material. Los transductores piezoeléctricos se fabrican en distintas variedades, como son láminas muy delgadas en forma de parches, de diversas geometrías, siendo las más comunes las rectangulares [50, 48, 49].

Los parches se acoplan a las estructuras o mecanismos por medio de adhesivos con propiedades mecánicas adecuadas, de manera que se obtenga una adherencia uniforme y máxima transferencia de la energía de las vibraciones con las que interactuará. Este efecto piezoeléctrico puede ser bidireccional y dichos parches pueden utilizarse como sensores o actuadores.

En esencia, el parche actúa como un tipo de capacitor, ya que el material cerámico es como un dieléctrico entre dos capas metalizadas y cuenta con un nivel de capacitancia bajo, usualmente de *nanofaradios*. Normalmente se utilizan en dos modos principales de operación, según se energicen los electrodos al material piezoeléctrico y se considere el sentido en que actúa la fuerza. Así, pueden trabajar en el modo $d31$ o contractor, donde el voltaje en las terminales está en dirección axial y la fuerza aplicada al parche está en sentido perpendicular, con conexiones de los electrodos de tipo sándwich en la parte superior e inferior del parche, que se conoce también como modo $P2$. El otro es el modo $d33$ o elongador, en el que la fuerza aplicada y el voltaje están en la misma dirección, las conexiones al parche están en el mismo plano, y que se conoce también como modo $P1$ [49, 1, 3]. En la Fig. 1.1 se muestran ambos modos de operación.

Los transductores piezoeléctricos pueden diferenciar su tecnología según sea la superficie piezoeléctrica de operación, su forma, consistencia y ensamblado. Así, en la industria existen actualmente tres tipos de tecnologías de parches piezoeléctricos que son las más conocidas y comercializadas para áreas operativas o proyectos: cerámicas a base de titanato zirconato de plomo (PZT, por sus siglas en inglés), polímeros compuestos en macro fibras (MFC, por sus siglas en inglés) y cerámicas monolíticas en multicapa (PICMA). Cada tecnología tiene sus

propias características físicas y eléctricas, así como ventajas y desventajas. Esto se describirá con más detalle a continuación.

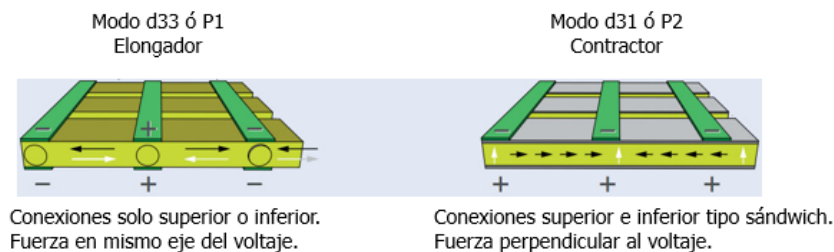


Figura 1.1: Diagrama con materiales piezoeléctricos en los modos $d33$ y $d31$.

1.1.1. Transductores PZT.

Los parches PZT (por las siglas en inglés *Lead Zirconate Titanate*) es la tecnología más conocida y más utilizada actualmente tanto en la industria como en investigación y desarrollo de proyectos, debido a sus características más robustas en desempeño y eficiencia energética. Se trata de una superficie monolítica de un solo elemento ultra delgado, encapsulado en un polímero aislante y estabilizante, que cuenta con dos terminales metálicas en un extremo para poder soldarse a un conector externo. Dicha superficie puede ser rígida o flexible. Dentro de sus características principales puede comentarse que, cuenta con una alta *fuerza de bloqueo* o fuerza de contracción o elongación en proporción al voltaje aplicado, lo que permite una acción de actuación más fuerte y eficiente. Provee una alta ganancia de energía eléctrica como generador y puede actuarse notoriamente con niveles de voltaje más bajos; en desventaja, es menos flexible y más quebradizo que otros tipos de parches, sobre todo en cambios extremos de temperatura y tiempos de acción demasiado prolongados, lo que reduce su tiempo de vida útil (ver Fig. 1.2).

Esta tecnología es comercializada, por ejemplo, por la compañía *Physik Instrumente GmbH & Co.*, en sus series *DuraAct*[®] en varios tamaños. Su costo promedio está en los rangos de US\$115 a US\$190 por unidad [48].

1.1.2. Transductores MFC.

Otra tecnología conocida como MFC (por sus siglas en inglés *Multi-Fiber Composite*) consiste en una superficie muy delgada en forma de malla, con electrodos entrelazados en forma de textil, que se encapsula también en un polímero epóxico aislante y flexible, rematando en un extremo con un par de conectores metálicos. Debido a esto también es conocido como un piezo-compuesto.

Esta tecnología fue desarrollada en 1999 y patentada por el *NASA's Langley Research Center* [50], para usos inicialmente en la reducción de ruido en hélices de helicóptero, mayor

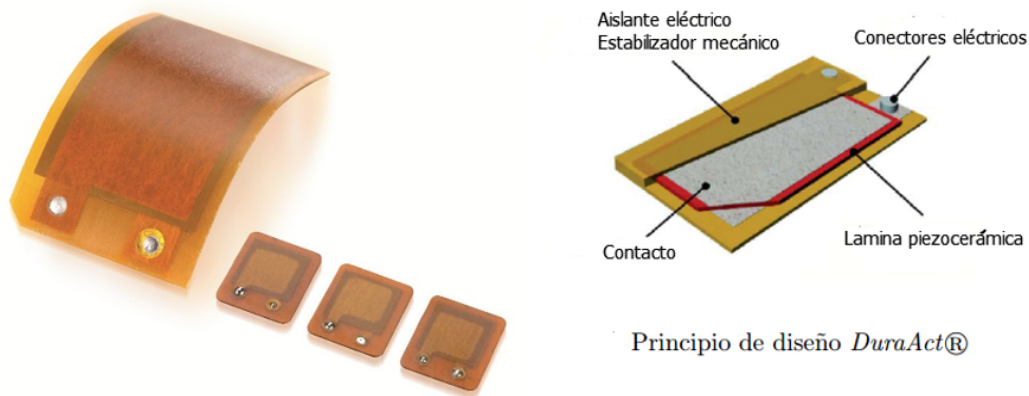


Figura 1.2: Transductores PZT [48].

estabilidad en alas de avión, así como reducir vibraciones nocivas en estructuras aeroespaciales, lo que es posible debido a sus características de operación en condiciones extremas de temperatura, presión y vacío. Esta tecnología ha tenido diversos reconocimientos como 2 premios *R&D 100* en el año 2000, el premio *iF Gold* en Alemania en 2004, y en marzo del 2007 fue reconocido como el *invento del año* por la NASA [9].

Este tipo de parches son más flexibles que los PZT, y por ello su vida útil es más prolongada, pues resisten durante más ciclos las deformaciones del material producidas durante la operación normal. Las desventajas principales serían que poseen baja ganancia de energía eléctrica, poca fuerza de bloqueo (a voltajes bajos) y necesitan niveles de voltaje altos para una operación más eficiente como actuadores.

Esta tecnología es comercializada, por ejemplo, por la compañía *Smart Material Corporation*, que adquirió la patente de la NASA US Patent No. 2003/0056351 [9] (ver Fig. 1.3). En general, el costo de los materiales MFC es más bajo en comparación con las otras tecnologías de parches piezoeléctricos, pues se pueden comprar desde US\$58 hasta US\$295 para los modos $P1$ y $P2$ [49].

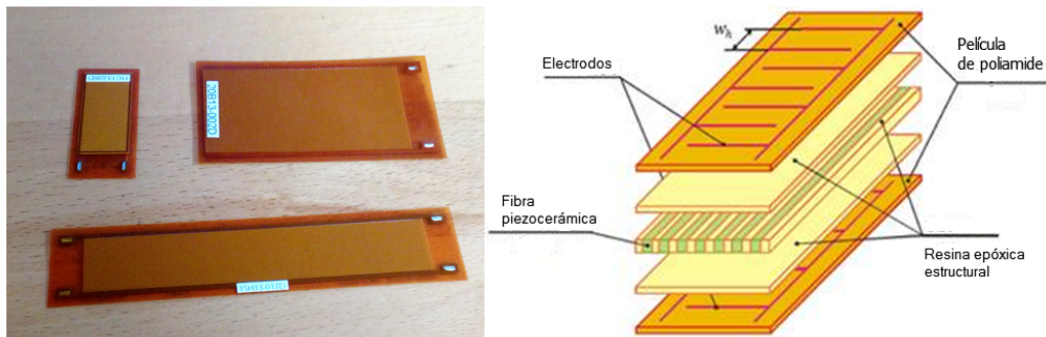


Figura 1.3: Transductores MFC [49].

1.1.3. Transductores PICMA.

Los transductores piezoeléctricos en cerámicas monolíticas multicapa PICMA constituyen lo más reciente en la tecnología e industria [51]. Están hechos de una cerámica monolítica multicapa, protegida por otra capa cerámica inorgánica y aislante contra la humedad y a prueba de fallas de corrientes de fuga. Esta tecnología ofrece una alta confiabilidad incluso en condiciones ambientales extremas de temperatura, presión y humedad, debido al uso de materiales que pueden usarse en ambientes de alto vacío y desgasificados, evitando también la penetración de moléculas de agua que ocasionan la oxidación, por lo que se prolonga más la vida útil del dispositivo y, además, sus contactos internos están protegidos contra daño mecánico y suciedad.

Esta tecnología de multicapas PICMA está comprobada que es superior a la tecnología de actuadores de polímero aislado, como el MFC, debido a diversas pruebas comparativas ante humedad, desempeño eléctrico, temperatura, tiempos de respuesta, etc. Además, su sistema de ranuras en la superficie previene fallas de grietas por tensión excesiva ante cargas dinámicas o fallas eléctricas, protegiendo más el piezo e incrementando su vida útil.

Este tipo de piezos pueden operarse a temperaturas máximas de 150°C y voltajes de operación muy bajos, menores a 60 V para piezos planos (hasta 150 V para otras geometrías), resultando más eficientes, comparándolos con los cientos de volts necesarios para operar otros transductores piezoeléctricos que funcionan máximo a 80°C . Asimismo, los piezos PICMA están contruidos con materiales no ferromagnéticos, lo que los hace óptimos para trabajar en ambientes con campos magnéticos, además de contar con la propiedad de tener muy poco magnetismo residual (del orden de nano teslas). Se fabrican en forma de actuadores lineales con geometrías 3D: en modos longitudinal, cortante, o radial, así como actuadores flexionantes con forma de parches planos (Fig. 1.4).

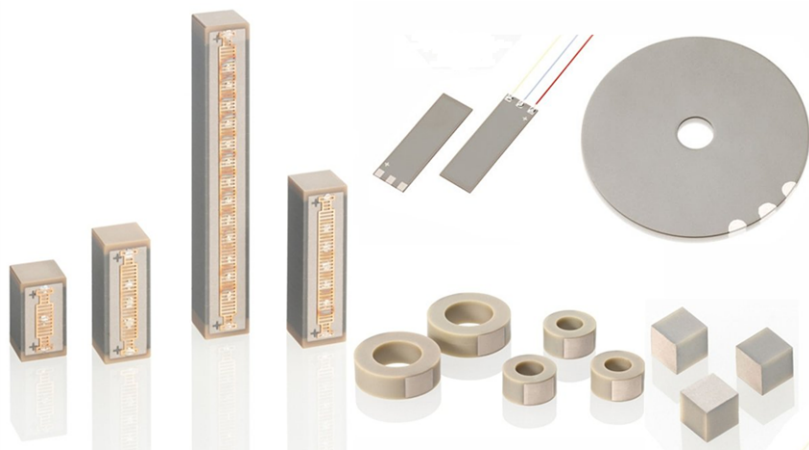


Figura 1.4: Transductores PICMA [51].

La NASA ha comprobado que los piezos PICMA conservan un 96 % de su desplazamiento original después de 100 billones de ciclos de operación sin presentar fallas [51].

Debido a lo novedoso de su desarrollo y a sus características, su costo es muy elevado, en rangos que van de los US\$358 a US\$544 por unidad, lo que los hace todavía inviables para proyectos académicos. Por esta razón no se consideran en las pruebas de este trabajo.

Este tipo de transductores es comercializado por la compañía *Physik Instrumente GmbH & Co.*, bajo las patentes PICMA existentes DE10021919C2, ZL03813218.4, JP4667863, DE10234787C1, EP1512183A2 y US7449077B2.

1.1.4. Comparativo de parches piezoeléctricos.

| Piezo | Voltaje de operación (V) | Temperatura Max. (°C) | Capacitancia (nF) | Fuerza de bloqueo (N) |
|-------|--------------------------|-----------------------|-------------------|-----------------------|
| PZT | -100 a 400 | 150 | 87 | 265 |
| MFC | d31 -60 a 360 | 80 | 520.37 | -650 |
| | d33 500 a 1500 | 80 | 5.07 | 450 |
| PICMA | -20 a 60 | 150 | 150 | no especificado |

Tabla 1.1: Comparativo de características de los parches piezoeléctricos.

Como puede apreciarse en la tabla 1.1, entre las características de los piezoeléctricos, los piezos PICMA pueden operar a voltajes muy bajos. El PZT permite operarlo como actuador a voltajes menores a 400 V, mientras que el MFC en modo actuador *d33* requiere voltajes altos para su operación. El PZT cuenta con una aparente menor fuerza de bloqueo que el MFC, pero debido a que necesita menor voltaje como actuador, es más notable y eficiente su desempeño. Estas características serán relevantes al momento de realizar las pruebas en el laboratorio bajo la misma plataforma experimental.

1.2. Motivación.

El aprovechamiento del efecto piezoeléctrico con los transductores en forma de parches provee una alternativa innovadora, versátil y rentable para poder resolver problemas de control de ruido y vibraciones, aportando mayor estabilidad a las estructuras mecánicas.

Las dimensiones reducidas y poca masa de los parches hacen posible implementarlos en estructuras y ambientes donde otras tecnologías (antiguas) no podrían implementarse, por implicar una intrusión o afectación en el peso, dimensiones y comportamiento dinámico con la estructura a interactuar.

Por su versatilidad este tipo de dispositivos puede implementarse en diversas aplicaciones, en estructuras mecánicas y mecanismos de todo tipo. Además, debido a sus características de diseño, pueden regresar a su forma original después de muchos ciclos de operación, lo que provee una alta vida útil, siendo rentable su inversión inicial.

El uso de estos transductores como actuadores dinámicos, implementados con los circuitos diseñados para absorbedores de vibraciones tipo *piezo-shunt* proporcionarán un método efectivo para el control activo de vibraciones, fácil de implementar y de bajo costo, para ayudar a proteger las estructuras con las que interactuarán para prolongar su vida útil.

Finalmente, gracias a su propiedad de convertir la energía de deformación en energía eléctrica, puede ser una fuente viable de energía limpia y renovable, lo cual puede aprovecharse cuando no existan otras fuentes de energía cercanas o se hayan agotado las existentes. Todos estos puntos se toman en cuenta como motivación para hacer viable un trabajo de investigación en este campo y que arroje resultados con aplicaciones reales.

1.3. Objetivos de la tesis.

1.3.1. Objetivo general.

Analizar el desempeño de los parches piezoeléctricos PZT y MFC, tanto para absorber vibraciones mecánicas con circuitos tipo *piezo-shunt*, así como en cosechadores de energía, utilizando una estructura tipo plato cuadrado delgado.

1.3.2. Objetivos específicos.

1. Modelar los parches piezoeléctricos, la estructura de plato cuadrado delgado y los circuitos electrónicos tipo *piezo-shunt*, para posteriormente integrar todo en una sola plataforma experimental.
2. Construir una plataforma vibratoria experimental con la estructura de estudio, para encontrar su Función de Respuesta en Frecuencia (FRF) bajo las condiciones de frontera deseadas y con esa FRF poder conocer sus frecuencias naturales y formas modales. Identificar y elegir entonces las frecuencias de resonancia más significativas (FRMS) que cuenten con mayor amplitud.
3. Realizar un análisis modal para encontrar las formas modales de la estructura asociadas a sus frecuencias naturales. Ubicar de igual manera las formas modales más nocivas para la estructura, que correspondan a las FRMS que se desean atenuar.
4. Diseñar y construir el o los circuitos tipo *piezo-shunt*, para sintonizarlos en las FRMS elegidas que puedan absorber parte de la energía y atenuar las vibraciones mecánicas de la estructura bajo estudio. Comprobar su eficiencia en la plataforma experimental por medio de la estrategia de control de vibraciones llamada absorbedor de vibraciones tipo *piezo-shunt*.
5. Evaluar experimentalmente el desempeño energético de los parches piezoeléctricos en modo generador, junto con los cosechadores de energía propuestos.

1.4. Organización de la tesis.

Este trabajo está organizado en una secuencia que sea de mayor facilidad de lectura y comprensión para el lector.

En el **Capítulo 1** se presenta una introducción general de los principios técnicos a aplicar, una breve explicación de los elementos con los que se trabajó, un acercamiento a lo que nos referimos como *piezo-shunt*, así como la justificación para usar los piezos también como generadores de energía. Además, el estado del arte de los transductores piezoeléctricos existentes y los objetivos y motivaciones para realizar este trabajo. El **Capítulo 2** contiene los antecedentes y el marco teórico necesario para comprender el comportamiento dinámico, tanto de la estructura de plato cuadrado delgado como las partes que constituyen la estrategia de atenuación de vibraciones llamada absorbedor tipo *piezo-shunt*. Se describe cada parte, así como los procesos, las metodologías de diseño y la descripción de los materiales a utilizar en la plataforma experimental. El **Capítulo 3** describe el modelado específico del sistema y sus elementos. Se describe también la plataforma experimental, considerando las condiciones de frontera elegidas, así como la descripción de la ley de control de vibraciones a implementar y la validación por simulación de dicha ley de control. En el **Capítulo 4** se realizan pruebas preliminares a la estructura de estudio para conocer las frecuencias naturales del sistema y poder elegir las FRMS que tengan mayor amplitud. Se realiza también un análisis modal de la estructura por medio de la herramienta de análisis numérico por elemento finito conocida como *Ansys Workbench*[®], considerando las características reales de la estructura de estudio y sus condiciones de frontera; esto para conocer las formas modales asociadas a dichas FRMS que pueden provocar un daño físico a la estructura. En el **Capítulo 5** se desarrolla la metodología para el diseño del circuito *piezo-shunt* a implementar, considerando los valores de las FRMS elegidas, describiendo como se seleccionan y calculan adecuadamente los componentes analógicos para la correcta sintonización de las frecuencias de diseño deseadas. Se complementa el Capítulo con las simulaciones electrónicas de las etapas del circuito *piezo-shunt* para la posterior validación de su construcción física. El **Capítulo 6** contiene las pruebas con la plataforma experimental, junto con el arreglo consistente del plato cuadrado delgado en sus configuraciones de condiciones de frontera consideradas, los absorbedores tipo *piezo-shunt*, así como los sistemas para la adquisición de datos. Se realizan pruebas experimentales con las FRMS conocidas y se analiza su efectividad de atenuación de vibraciones en la estructura mecánica. También, se documentan las pruebas realizadas con cosechadores de energía y los parches piezoeléctricos, analizando la eficiencia de los parches como generadores de energía, los factores que influyen en la generación y como encauzar o almacenar esa energía. Finalmente, en el **Capítulo 7** se realizan algunas conclusiones obtenidas por las pruebas efectuadas a la plataforma de estudio como resultado del presente trabajo, así como sugerencias de trabajo futuro. Como colofón se incluyen algunos **Apéndices** con el diagrama físico del circuito *shunt* en PCB para su construcción, algunas referencias a hojas de datos consultadas, así como la lista de artículos publicados y/o expuestos en congresos internacionales, resultado de la investigación realizada.

Capítulo 2

Preliminares

2.1. Antecedentes.

En sistemas mecánicos dinámicos la presencia de ruido o vibraciones nocivas hace necesario un esquema de control de vibraciones para disminuirlas o cancelarlas. Para lograr ese resultado, existen tres estrategias de control: control pasivo, semi-activo y activo.

En el *control pasivo*, se intenta modificar la estructura física del sistema empleando técnicas de amortiguamiento pasivo; donde se modifica de cierta forma la masa, rigidez o amortiguamiento. Aplicable en ambientes con excitaciones contantes y condiciones estables de operación. Pero no recomendado para parámetros y frecuencias variables en el sistema. Este método no emplea retroalimentación ni energía externa al sistema por lo que se considera un control estable.

Otro método es el *control semi-activo*, que utiliza elementos con rigidez o amortiguamiento adaptables, como resortes o amortiguadores ajustables de acuerdo a la dinámica de lazo abierto. Permite también un ajuste del control fuera de línea según la medición de la frecuencia real a atenuar. En este método la energía necesaria para el control se considera muy pequeña en comparación con la energía del sistema.

Para el *control activo*, se hace uso de la información de sensores para implementar un esquema de control retroalimentado o prealimentado en lazo cerrado, donde se agregan y controlan grados de libertad actuados en el sistema. Es posible resintonizar automáticamente parámetros en el sistema, lo que ofrece cierto grado de robustez. Este método ha resultado popular en la actualidad, debido al desarrollo de sensores, actuadores y DSP más rápidos, sensibles y precisos, además de la versatilidad para las modificaciones, según lo requieran los cambios en el sistema. Aunque no siempre es viable su implementación [32, 1].

El control de vibraciones tradicional se basa inicialmente en la implementación de amortiguadores pasivos como pueden ser resortes, amortiguadores de placas, cojinetes elásticos, contrapesos, etc. Sin embargo, tienen su limitante en eficiencia; es por esto que las investigaciones actuales buscan experimentar con materiales inteligentes que sean más eficientes y más versátiles con un amortiguamiento dinámico controlado; con la finalidad de atenuar cierta cantidad de la energía vibratoria cuando sea requerido. Los controles dinámicos existentes utilizados en la actualidad suelen ser de naturaleza activa pues requieren energizar constante-

mente microprocesadores digitales, PLC's, convertidores DAC y ADC, filtros reconstructivos y amplificadores voluminosos. Pero esto genera un alto consumo de energía eléctrica para su funcionamiento, gran volumen de espacio físico y por ende su costo es elevado, lo que lo hace propenso a fallas y mantenimientos constantes [2, 3].

Debido a que ha sido necesario evitar esas desventajas de los controladores tradicionales, es que se han desarrollado nuevas estrategias de control basados en circuitos electrónicos más compactos y menos dependientes de energía, que en conjunto con las propiedades piezoeléctricas de algunos materiales hace posible un control eficiente, basado en sintonizar las frecuencias naturales específicas de la estructura que se desea amortiguar. Dicho sistema de control es conocido como absorbedor de vibraciones tipo *piezo-shunt* [4, 7, 8, 19, 24].

2.1.1. Tipos de circuitos *piezo-shunt*.

Los circuitos *piezo-shunt* ó de derivación, se conocen así por estar conectados externamente a la estructura, en un lazo que compone un circuito RLC o impedancia $z(t)$ y unos transductores piezoeléctricos como sensores y actuadores que cuentan con una capacitancia propia C_p y un voltaje generado por el piezo $u_p(t)$. Como se aprecia en la Fig. 2.1, donde $u(t)$ es el voltaje en el circuito *shunt* e $i(t)$ la corriente que circula por todo el *piezo-shunt*. Dichos circuitos *piezo-shunt* pueden ser de naturaleza pasiva, semi-activa y activa.

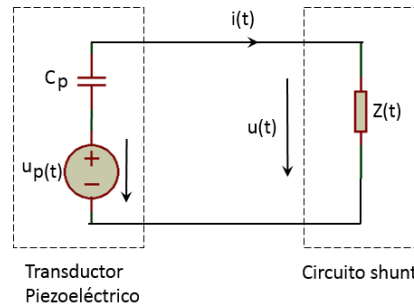


Figura 2.1: Circuito básico tipo *piezo-shunt*.

Circuito *piezo-shunt* pasivo.

Estos circuitos tienen la característica de no necesitar energía externa para su funcionamiento, por lo que solo operan con la energía interna del sistema al que son implementados y es la que disipan para ofrecer un cierto grado de amortiguamiento. Para sistemas lineales cumplen con la pasividad de la impedancia $Z(j\omega)$.

$$\Re(U(j\omega) I^*(j\omega)) \geq 0 ; \Re(Z(j\omega)) \geq 0 \quad \forall \omega \quad (2.1)$$

$$\int_0^T u(t) \cdot i(t) dt \geq 0 \quad \forall T \quad (2.2)$$

Así, si el circuito es pasivo, la estabilidad de todo el sistema se garantiza, ya que no existe energía añadida al sistema y para *piezo-shunt* pasivos lineales se cumple el principio de superposición y la impedancia del circuito cumple: $Z(j\omega) = U(j\omega)/I(j\omega)$; la cual es la transformación en Laplace por variable compleja de la ley de Ohm del circuito 2.1, considerando la parte real en cero. [4, 1].

El circuito *piezo-shunt* pasivo más básico es el *resistivo* que solo utiliza un resistor para conectarse al transductor piezoeléctrico y disipar parte de la energía vibratoria. Este circuito es muy fácil y económico de implementar, pero su amortiguamiento es pobre [19].

Otro tipo son los *piezo-shunt conmutados* de estado sólido. Estos circuitos utilizan interruptores de estado sólido como los Mosfet para cambiar la dinámica del circuito y mejorar su amortiguamiento. Ofrecen también poco amortiguamiento. Estos interruptores por su naturaleza requieren muy poca energía para su operación por lo que todavía califican como pasivos [20].

Existen también los circuitos *piezo-shunt resonantes RL*, que entran en resonancia eléctrica junto con la capacitancia del parche piezoeléctrico. Estos circuitos se sintonizan a una frecuencia modal en particular, con ciertos valores de inductancia calculados; debido a esto es posible sintonizar varias frecuencias y actuar un solo parche piezoeléctrico para atenuar las vibraciones. Este tipo de circuito es viable como *piezo-shunt* pasivo para frecuencias altas, debido a que es posible sintonizar algunas inductancias bajas resultantes e implementables todavía con bobinas [4, 1]. No obstante, para frecuencias bajas será necesario implementar un tipo de *piezo-shunt* resonante RL adaptable que utiliza la estrategia de los *inductores virtuales* semi-activos.

Circuito *piezo-shunt* semi-activo.

Los circuitos *piezo-shunt resonantes RL adaptables* para bajas frecuencias, utilizan inductores virtuales para conseguir las altas inductancias necesarias para sintonizarlos. Ese tipo de inductores virtuales se implementan con amplificadores operacionales y debido a esto se consideran semi-activos porque normalmente requieren una pequeña energía extra para su funcionamiento. Los inductores virtuales se describen más adelante a detalle.

Este tipo de *piezo-shunt* es no-lineal y puede cumplir pasividad aunque necesite poca energía para su inductor virtual, si los valores del inductor y el resistor se mantienen positivos y su impedancia cumple la siguiente transformación de Laplace de $Z(t) = \frac{d}{dt}L$ [4, 21, 10].

$$Z(s) = sL \quad (2.3)$$

Existe una técnica de conmutación conocida como *piezo-shunt capacitivo de conmutación*. La cual consiste en implementar redes de capacitores para cambiar la rigidez del parche piezoeléctrico y así cambiar la frecuencia natural y razón de amortiguamiento del mismo. Así, no se atenúan las frecuencias resonantes originales de la estructura sino que se desplazan [4, 1]. Otra técnica de *piezo-shunt* semi-activo son los circuitos que utilizan *capacitores negativos*. El capacitor negativo neutraliza la capacitancia del transductor piezoeléctrico tal que la impedancia resultante pueda disipar la energía de forma óptima. Sin embargo este tipo de condensadores son difíciles de implementar porque tienden a hacerse inestables cuando el

valor absoluto del capacitor negativo es más grande que la capacitancia del piezo; además suelen utilizar mayor energía para su implementación al requerir componentes activos en el circuito [22, 23].

Están también los *piezo-shunt de resistencia variable*, los cuales tratan de encontrar el historial de tiempo ideal de la resistencia periódica, suponiendo que las variaciones lineales están entre los puntos finales de cada intervalo de vibración. Este método no es muy viable debido a que no tiende a mostrar resultados destacables en amortiguamiento y el controlador de variación de la resistencia no es sencillo [4, 1].

Circuito *piezo-shunt* activo.

Los circuitos *piezo-shunt activos lineales* son aquellos que agregan energía al sistema, pues requieren energía considerable para su funcionamiento. En este tipo de circuito *shunt* la estabilidad no siempre está garantizada, teniendo que cumplirse lo siguiente:

$$\exists \omega : \Re(U(j\omega) I^*(j\omega)) < 0 \quad \text{ó} \quad \exists \omega : \Re(Z(j\omega)) < 0 \quad (2.4)$$

Existe otro tipo de *piezo-shunt* con interruptores propuestos en la literatura, que son implementados con procesadores digitales complejos, por lo que por la cantidad de energía requerida los califica como *piezo-shunt* activos de conmutación. En un circuito de este tipo, un interruptor conecta dos diferentes fuentes de voltaje a través de una red resonante al transductor piezoeléctrico.

Los *piezo-shunt* activos más representativos son los de *impedancia sintética*. Se le llama así porque la impedancia puede sintetizar una red eléctrica arbitraria, que es definida por un procesador digital de señales (DSP). De forma alternativa al DSP, se pueden utilizar también plataformas de tiempo real para cambiar la estructura y ajustar sus parámetros. Esto permite probar varias técnicas *piezo-shunt* en corto tiempo. La implementación sintética puede ser cara y muy voluminosa para productos comerciales viables, debido a su necesidad de mayor energía eléctrica para su operación [4, 24, 25]. Como se aprecian en la Fig. 2.2.

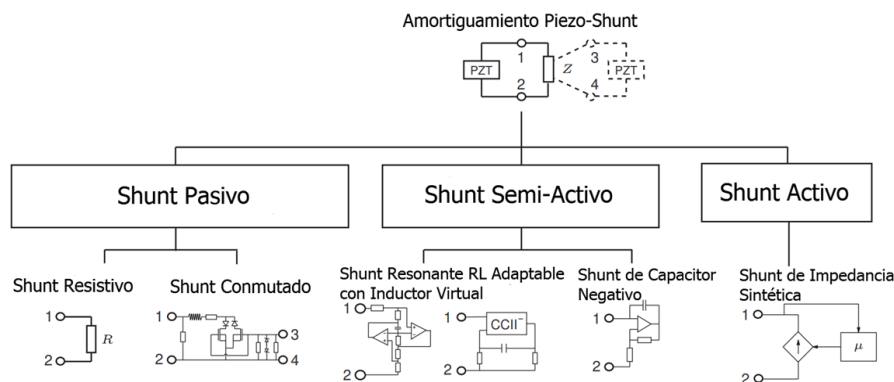


Figura 2.2: Tipos de circuitos shunt [4, 24, 25].

2.1.2. Fenómenos presentes en el control de vibraciones.

Al modelar una estructura compleja se pretende hacer un modelo lo más fiel al sistema original considerando sus características, pero la limitante del modelo se verá reflejada cuando se consideren cierto número de grados de libertad de la estructura para facilitar su análisis, aunque dicha estructura por su naturaleza tenga un número infinito de grados de libertad. Este modelo reducido dejará fuera ciertas dinámicas, que bajo ciertas condiciones puede generar fenómenos que tiendan a provocar la inestabilidad en el sistema. También el efecto de atenuar ciertos modos de vibración en una estructura traerá como consecuencia afectar los modos cercanos a ese modo. Estos fenómenos se comentan a continuación.

Efecto desestabilizante o *spillover*.

Se conoce como *spillover* al fenómeno que se presenta en un sistema, debido a las dinámicas no consideradas en el modelado de dicho sistema y que, al diseñar una estrategia de control ese fenómeno puede ocasionar una inestabilidad en dicho sistema cuando se cierra en un lazo de control. El *spillover* se presenta cuando existe la necesidad de controlar varios grados de libertad de un sistema con un número reducido de sensores y actuadores [2, 26, 27].

Efecto de cama de agua o *roll-off*.

Este efecto se da cuando se pretenden atenuar ciertos modos de vibración de una estructura. Así, al reducir la amplitud en una cierta frecuencia natural, por algún método de atenuación, se presentan variaciones en las frecuencias naturales adyacentes, que pueden disminuir o aumentar su amplitud en cierto nivel, lo que puede provocar un efecto indeseado en la estrategia de control. Por eso también se le suele conocer como efecto de *cama de agua*. Debido a esto es que en el diseño del esquema de control de vibraciones, se suele considerar hasta un cierto nivel de atenuación aceptable, para evitar que el efecto de *roll-off* sea mínimo [28, 2].

2.2. Teoría básica para diseño.

2.2.1. Inductor virtual.

Como la capacitancia piezoeléctrica de los parches transductores suele ser muy pequeña, del orden de los nanofarads; debido a esto los resonadores *piezo-shunt* RL suelen necesitar inductancias muy grandes para poder sintonizar correctamente las frecuencias deseadas a ser atenuadas, que usualmente suelen ser muy bajas en algunas estructuras. Como las inductancias de varias decenas o centenas de Henrys no son físicamente viables con bobinas usuales; debido a esta necesidad es que se implementa un tipo de circuito analógico conocido como *inductor virtual* o *inductancia sintética*. Este tipo de inductor se puede implementar con componentes analógicos comunes como amplificadores operacionales, resistencias y capacitores; lo que lo hace un circuito de tamaño reducido, simple de implementar, con com-

ponentes fáciles de conseguir y por lo tanto de bajo costo. Este inductor virtual, también es conocido como *inductor virtual de Antoniou* [4, 5, 10, 21], el cual se muestra en la Fig. 2.3.

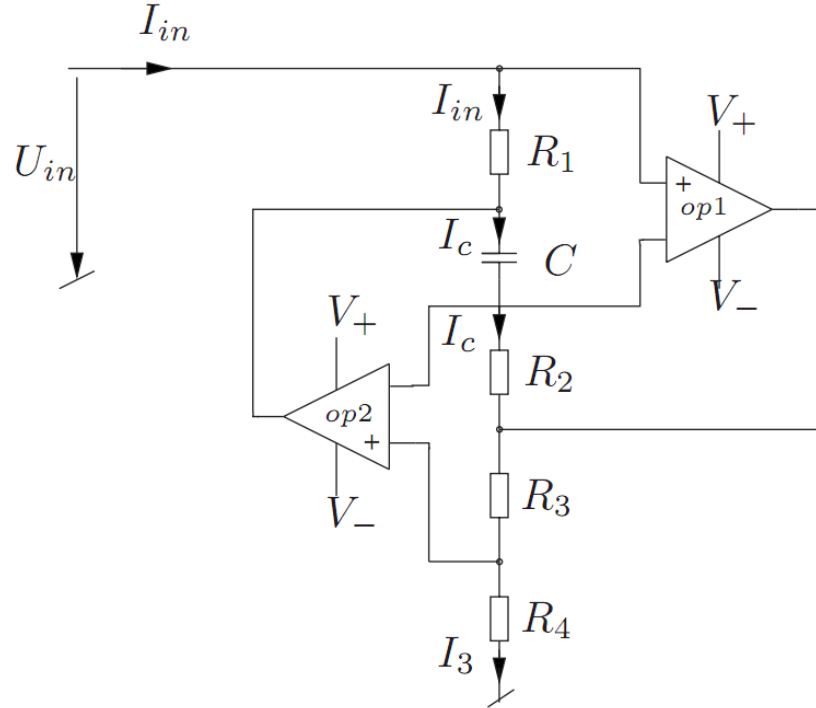


Figura 2.3: Inductor virtual de Antoniou [10].

El circuito funciona bajo la premisa de que los amplificadores operacionales ideales cuentan con una ganancia infinita y sus corrientes de entrada son cero. Entonces el principio de tierra virtual puede ser aplicado y obtenemos lo siguiente en el dominio de Laplace

$$\frac{I_c}{sC} + I_{in}R_1 = 0 \quad (2.5)$$

$$I_cR_2 + I_3R_3 = 0 \quad (2.6)$$

$$U_{in} - I_3R_4 = 0 \quad (2.7)$$

Despejando I_3 de (2.6) y sustituyendo en (2.7).

$$U_{in} = \left(-I_c \frac{R_2}{R_3} \right) R_4 \quad (2.8)$$

Se despeja I_c de (2.5) y se sustituye en (2.8), con lo que

$$U_{in} = (sCI_{in}R_1) \frac{R_2R_4}{R_3} \quad (2.9)$$

Aplicando la ley de Ohm sabemos que

$$Z_{in} = \frac{U_{in}}{I_{in}} \quad (2.10)$$

Sin embargo, la impedancia de entrada de un inductor está dada por

$$Z_{in} = sL \quad (2.11)$$

Por lo que sustituyendo (2.9) en (2.10) tenemos

$$Z_{in} = \frac{sCR_1R_2R_4}{R_3} \quad (2.12)$$

Finalmente, igualando (2.11) y (2.12) y despejando la inductancia obtenemos

$$L = \frac{CR_1R_2R_4}{R_3} \quad (2.13)$$

Esta es la ecuación principal para conocer la inductancia del *inductor virtual de Antoniou*, donde puede apreciarse que se trata de la impedancia de una inductancia, por lo que puede implementarse con prácticamente cualquier valor de inductancia que se desee. Dicha inductancia dependerá directamente de las resistencias y del capacitor en el circuito, por lo que para poder variar esa inductancia bastará con tener una resistencia variable en el circuito. Esto lo resolvería un potenciómetro, pero si se desea un ajuste automático se tendrá que usar un dispositivo que se pueda controlar de alguna forma por un nivel de señal del mismo circuito. Más adelante se describirá una opción de resistor variable implementado con un JFET [4].

2.2.2. Resistor variable automático con JFET.

Un transistor de efecto de campo de unión o JFET es un dispositivo electrónico que, por sus características propias, tiene la particularidad de comportarse como un tipo de resistencia variable, al permitir un mayor o menor paso de corriente entre sus terminales D y S (Fig. 2.4); esto es posible al variar el canal de electrones en su interior. Este ensanchamiento o estrechamiento del canal se logra al variar el voltaje en su compuerta G con respecto a S ; así, el voltaje conocido como V_{GS} funge como voltaje de control para aumentar o disminuir la corriente que pasa por el JFET. Esto es útil cuando se necesita controlar el flujo de corriente en una rama de un circuito, como en el caso de un inductor como el que hemos mencionado.

Existen dos tipos de JFET, de canal N y de canal P, según se necesite el sentido en que fluye la corriente I_D , ya sea sentido normal de positivo a negativo, o en sentido inverso. Para el caso que se necesita que la corriente fluya hacia la tierra de referencia, como en el *inductor virtual*, se considera el JFET de canal N descrito completo en dicha Fig. 2.4.

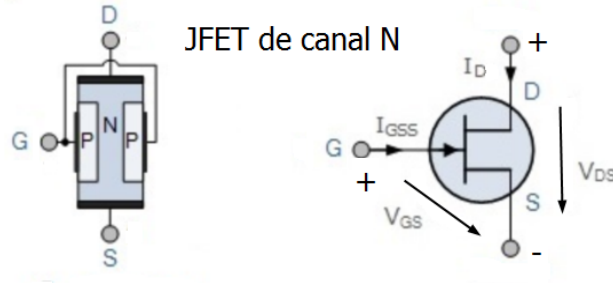


Figura 2.4: JFET de canal N.

Para que el JFET se comporte como resistor variable, controlado por el voltaje V_{GS} , debe de operar solo en la región lineal o región ohmica. Para garantizar eso, el voltaje V_{DS} debe mantenerse en bajo nivel, como se aprecia en la Fig. 2.5.

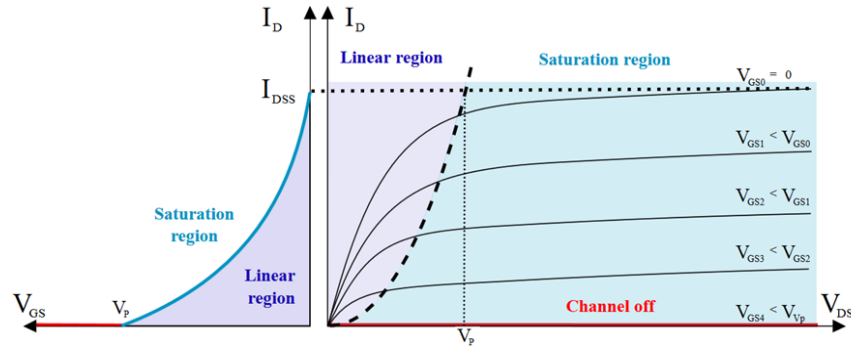


Figura 2.5: Curvas de operación del JFET [52].

La corriente I_D es posible calcularla con la ecuación de Shockley para el JFET canal-N, de la siguiente forma [52].

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2 \quad (2.14)$$

donde I_{DSS} y V_P son la corriente máxima y el voltaje de saturación o estrangulamiento del JFET, respectivamente, y son constantes para cada tipo de transistor, información proporcionada por el fabricante en hojas de datos. Así, la corriente en el inductor I_D será proporcional a V_{GS} y $V_{DS} < V_{GS} - V_P$.

Como la aplicación del voltaje de control requiere que exista una mínima distorsión y se quiere que la capacidad de manejo sea suficientemente larga; se utiliza entonces una técnica simple de retroalimentación en la compuerta para garantizarlo. Esto consiste en implementar un par de resistores a la compuerta para estabilizar el bias de V_{GS} , puenteados como se muestra en la Fig. 2.6. Las resistencias R_{F1} y R_{F2} deben ser iguales para garantizar simetría entre el voltaje y la corriente; y deben tener un valor suficientemente alto, del rango de 470 k Ω [52, 11]. Para el caso particular del *inductor virtual de Antoniou*, el JFET se tiene

que conectar en serie con la última resistencia del inductor. De esta forma, como circulará la misma corriente en la misma rama, será posible regular la corriente eficientemente con el JFET con un voltaje de control alimentado a la compuerta.

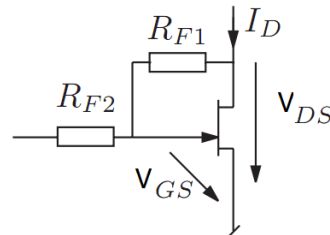


Figura 2.6: JFET con retroalimentación de baja distorsión.

El circuito del *inductor virtual de Antoniou* con el resistor variable controlado por voltaje para sintonizar automáticamente la inductancia deseada se muestra en la Fig. 2.7 [4].

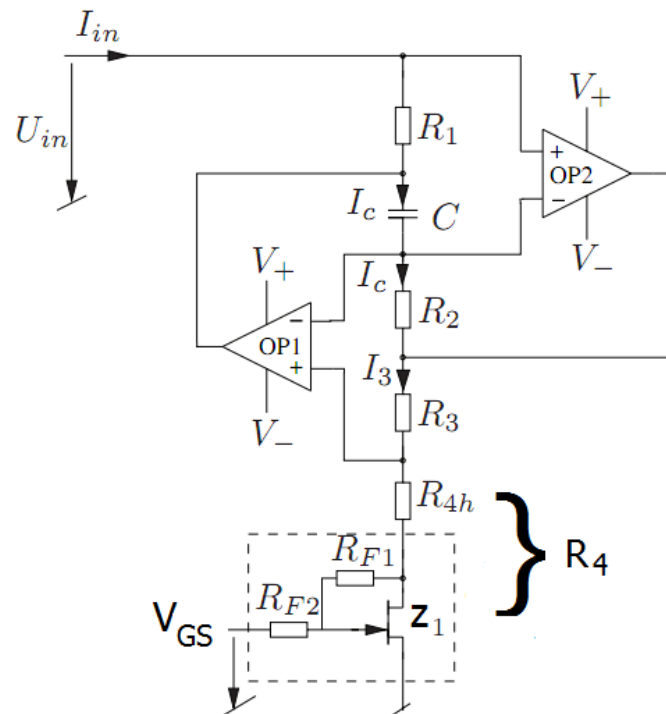


Figura 2.7: Inductor virtual con resistencia variable controlada por voltaje [4].

Como se aprecia la resistencia R_4 depende ahora de la impedancia o resistencia variable en el JFET por lo que queda

$$R_4 = R_{4h} + Z_1 \quad (2.15)$$

Si en el diseño del circuito se consideran las demás resistencias iguales, es decir,

$$R_1 = R_2 = R_3 = R \quad (2.16)$$

Entonces, la ecuación (2.13) se puede simplificar como

$$L = CRR_4 \quad (2.17)$$

2.2.3. Seguidor de voltaje o acoplador.

El seguidor de voltaje, acoplador o buffer, es un tipo de circuito cuya finalidad es la de acoplar impedancias, pues posee una muy alta impedancia de entrada y una baja impedancia a la salida, lo que concede una transferencia total de la potencia de la señal a la salida y garantiza que la señal de entrada no se distorsionará (Fig. 2.8). El circuito posee una ganancia unitaria, por lo que no amplifica la señal de entrada sino solo la iguala [11, 12], y su expresión está dada por

$$V_{sal} = V_{ent} \quad (2.18)$$

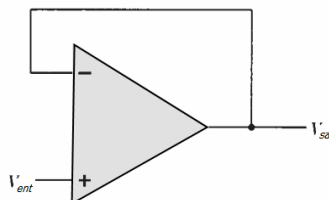


Figura 2.8: Circuito seguidor acoplador de voltaje.

2.2.4. Filtro pasa-bajos.

Un filtro pasa-bajos es un circuito que permite que una señal con cierto rango de frecuencias pueda transferirse a través del circuito, usualmente con una ganancia unitaria. La banda de frecuencias permitidas por el filtro estará limitada por una frecuencia conocida como frecuencia de corte. La señal con frecuencias mayores a esa frecuencia será atenuada hasta niveles mínimos. Este tipo de filtro es implementado con amplificadores operacionales y componentes electrónicos comunes. A dicho circuito también se le conoce como integrador DC, debido a que considera además la componente de DC de una señal, para evitar que el circuito se sature y continúe integrando. Tiene la configuración mostrada en la Fig. 2.9. El integrador ideal conecta un capacitor en la trayectoria de la entrada. En este tipo de circuito

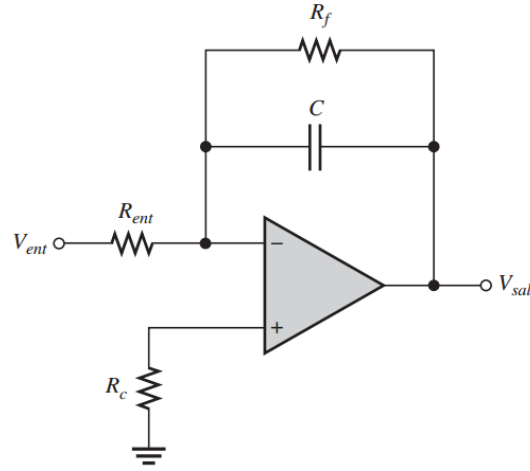


Figura 2.9: Circuito para filtro pasa bajos o integrador de DC.

cualquier voltaje de error de DC, debido a un desequilibrio de voltaje, hará que la salida de voltaje produzca una rampa que se mueve hacia la saturación positiva o negativa (según sea el desequilibrio). Para contrarrestar ese desequilibrio de voltaje y corriente de polarización, se utiliza un resistor R_f en paralelo con el capacitor. Ese resistor se elige igual al resistor de entrada R_{ent} , para tener una ganancia unitaria del filtro y no amplificar la salida, solo que haga el efecto de integración. El circuito cuenta también con una resistencia de compensación R_c en la entrada no inversora para balancear los efectos de la corriente de polarización (*bias*).

La ecuación de salida del filtro queda como

$$V_{sal}(t) = -\frac{1}{R_{ent}C} \int V_{ac}(t) dt - \frac{R_f}{R_{ent}} V_{dc} \quad (2.19)$$

donde V_{ac} es la componente de AC de la señal de entrada y la V_{dc} es la componente de DC. Los valores de las resistencias R_{ent} , R_f , R_c para una señal alterna se calculan como sigue

$$R_{ent} = \frac{1}{2\pi F_c C} \quad (2.20)$$

$$R_f = R_{ent} \quad (2.21)$$

$$R_c = \frac{R_{ent} R_f}{R_{ent} + R_f} \quad (2.22)$$

siendo F_c la frecuencia de corte deseada, que estará a $1/\sqrt{2} = 0,70711$ de la amplitud de la señal de entrada V_{ent} . El valor de C se propone de acuerdo a la velocidad de convergencia a un cierto nivel de voltaje que se desea en la señal de salida [12, 53].

2.2.5. Integrador simple.

Si la señal de entrada no tiene componente de DC, entonces la ecuación (2.19) se simplifica a la ecuación de un integrador simple, cuya salida será solo la parte de la integral de la entrada de AC, como en la Fig. 2.10, donde la velocidad de convergencia a un valor deseado de voltaje de salida dependerá de la ganancia diseñada por el resistor y capacitor elegidos [12]. Esta salida queda expresada como

$$V_{sal}(t) = -\frac{1}{R_{ent}C} \int V_{ac}(t) dt \quad (2.23)$$

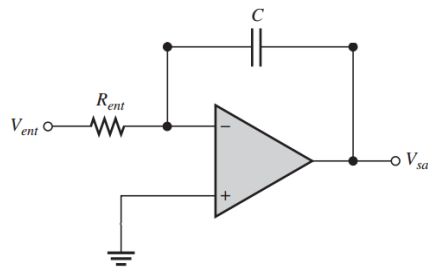


Figura 2.10: Circuito para Integrador simple.

2.2.6. Multiplicador analógico.

Este tipo de circuito también es conocido como multiplicador lineal, el cual realiza la multiplicación directa de dos señales de voltaje que pueden ser de DC o AC. Existen multiplicadores de uno, dos o cuatro cuadrantes, según sea la polaridad de los voltajes de entrada, como se muestra en la Fig. 2.11.

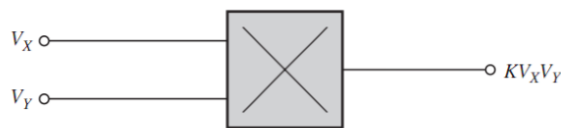


Figura 2.11: Diagrama esquemático de un multiplicador analógico.

Para el caso de voltajes de AC se usa el multiplicador de cuatro cuadrantes (cartesianos), pues acepta cualquier combinación de polaridad de voltajes posibles. Además, existe en el multiplicador un factor de escala K , el cual es una atenuación interna que reduce la salida en una cantidad fija. Así, se obtiene la multiplicación con la siguiente expresión [12]

$$V_{sal} = KV_xV_y \quad (2.24)$$

2.2.7. Cosechadores de energía.

El efecto piezoeléctrico puede aprovecharse para generar energía eléctrica útil a partir de vibraciones mecánicas, por medio de transductores piezoeléctricos adheridos a estructuras o mecanismos. En el modo generador de los parches, éstos se conectan a ciertos circuitos capaces de recibir la energía eléctrica generada, que normalmente es de naturaleza de AC, para convertirla a DC y encauzarla a baterías para su almacenamiento o aprovechamiento. Dichos circuitos se denominan como *cosechadores de energía*.

Los cosechadores son capaces de producir altas salidas de voltaje a bajas corrientes. Por esto mismo son capaces de cargar bancos de baterías, pero de forma lenta y hasta ciertas capacidades. La fuente de vibración puede ser una estructura o un mecanismo y esto lo consideramos como un sistema dinámico. Dicho sistema estará influido por la masa, la rigidez y el amortiguamiento de la estructura, además de las fuerzas que provocan el movimiento. La rigidez de la estructura dependerá de la condición de carga, el material y el área de sección transversal perpendicular a la dirección de la vibración.

La ecuación de movimiento para un sistema mecánico de n grados de libertad, con excitación en la base, puede obtenerse a partir de la ecuación diferencial

$$M\ddot{z} + D\dot{z} + Kz = -M\ddot{y}, \quad z \in R^n \quad (2.25)$$

donde $z = x - y$ es el desplazamiento neto de la masa de la estructura, $M, D, K \in R^{n \times n}$ son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente.

Para un sistema de un grado de libertad no hay acoplamientos y la ecuación (2.25) puede describirse en términos del amortiguamiento constante y la frecuencia natural en función de los valores escalares de m y k . La razón de amortiguamiento ζ es un número adimensional que se define como la relación del amortiguamiento del sistema y el amortiguamiento crítico:

$$\zeta = \frac{\zeta_s}{\zeta_c} = \frac{\zeta_s}{2\sqrt{mk}} \quad (2.26)$$

Para un modo de vibración dado, la frecuencia natural o de resonancia del sistema puede conocerse en base a

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.27)$$

La función de transferencia entre la entrada y la salida de la ecuación (2.25), con condición inicial cero, está representada por

$$\left| \frac{Z(s)}{Y(s)} \right| = \frac{s^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.28)$$

Considerando una excitación externa sinusoidal $y = Y \sin(\omega t)$, la potencia mecánica máxima de la vibración de un transductor piezoeléctrico puede obtenerse a partir del producto de la velocidad y la fuerza sobre la masa, considerando la frecuencia natural a la que vibrará, quedando

$$P_{\text{máx}}(t) = \frac{mY^2\omega_n^3}{4\zeta} \quad (2.29)$$

La potencia de salida del sistema piezoeléctrico será entonces mayor si el sistema funciona a una frecuencia natural determinada por la selección del material y dimensiones de la estructura, procurando mantener el amortiguamiento al mínimo [1].

2.3. Esquemas de implementación con transductores piezoeléctricos.

2.3.1. Circuito de adaptación para el absorbedor *piezo-shunt*.

Una vez conocidas las características de las etapas mencionadas previamente, se puede entonces implementar un circuito general que conoceremos como circuito *piezo-shunt RL mono modo adaptable* [4]. Este circuito estará formado por un inductor virtual, dos filtros pasa bajos con su acoplador, un multiplicador, un integrador y un resistor variable controlado por voltaje (JFET), tal como se aprecia en la Fig. 2.12. Dicho circuito actuará como sintonizador para una sola frecuencia de resonancia, atenuando su amplitud.

El inductor virtual se construirá conforme se ha descrito su arquitectura, pero primero se deberá conocer la frecuencia de resonancia a atenuar, para poder sintonizar correctamente su inductancia. Para ajustar la correcta sintonía se deberá de medir el voltaje en el inductor U_L y compararla con el voltaje del sensor de movimiento U_P en el PZT2, que nos indica el desplazamiento del plato cuadrado. Para esa comparación será necesario un filtro pasa bajos para filtrar cada señal. Estará compuesto de un seguidor como acoplador y un integrador de DC como filtro por cada lazo. Cada filtro considerará la misma frecuencia de corte F_c que permita pasar la frecuencia de resonancia deseada.

Las señales filtradas se multiplicarán entonces por medio de un multiplicador analógico de 4 cuadrantes como el AD633. Esta multiplicación en frecuencia hace el efecto de convolución en el dominio del tiempo, para poder implementar la ley de control deseada.

La señal proveniente de la etapa del multiplicador dará como resultado una señal AC cuadrada, pues la frecuencia ω será la misma para ambas señales U_L y U_P , que provienen de la misma fuente de vibración en configuración bimorfa, variando en amplitud.

Finalmente, la señal resultante se pasará por un integrador simple para generar una señal de voltaje negativo llamada U_c que será el voltaje de control. U_c y estará en una escala de voltaje decreciente, que se podrá suministrar a la compuerta de un JFET que se conectará en serie con el inductor virtual para que pueda controlar la corriente I_D en el lazo del inductor y realizar la sintonía de atenuación en forma automática cerrando el lazo de control.

El voltaje de actuación U_L que será suministrado al parche PZT1 cuando se tenga la fase correcta de sintonía, estará acoplado por medio de una resistencia en serie con el parche que llamaremos R_{serie} en la cual la caída de voltaje deberá ser mínima para garantizar la máxima transferencia del voltaje del inductor en ese momento hacia el parche. Por eso a esta estrategia se le conoce como controlador *piezo-shunt RL adaptable*.

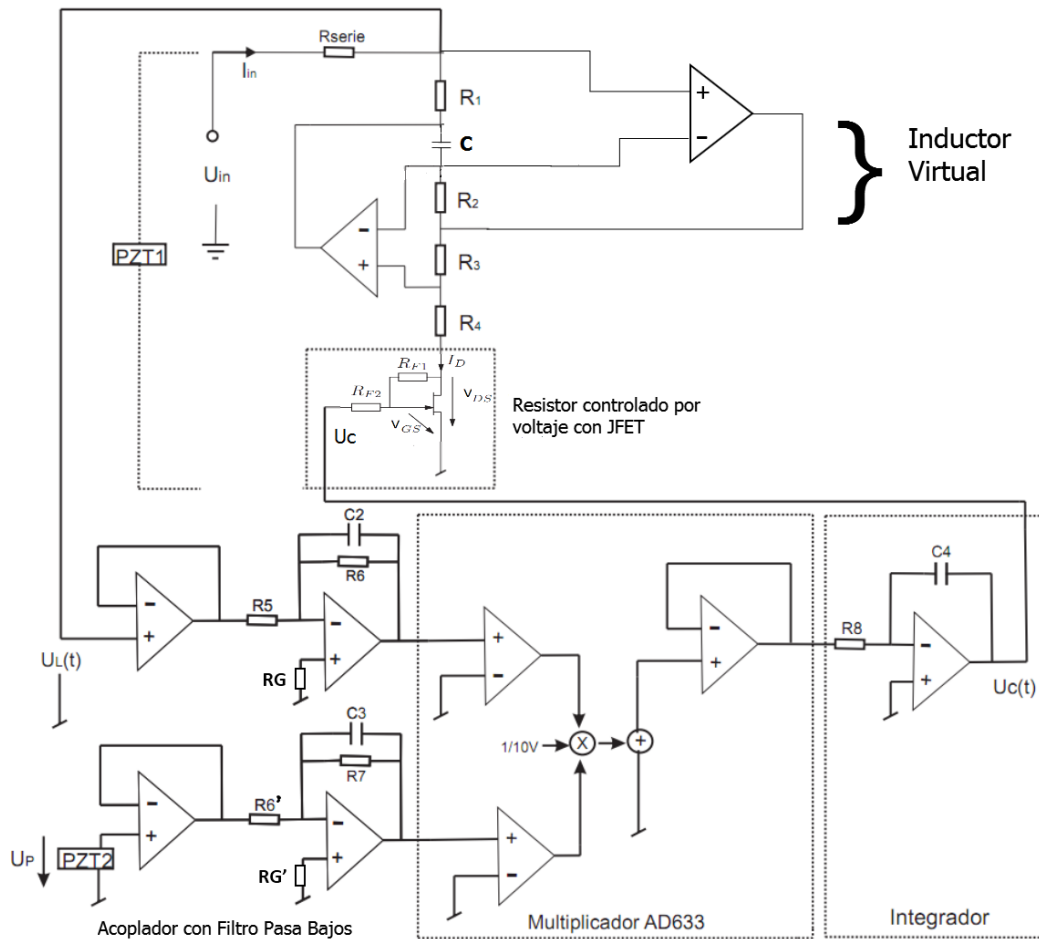


Figura 2.12: Circuito piezo-shunt RL mono modo adaptable.

2.3.2. Circuito cosechador de energía.

Un circuito básico de cosecha de energía está constituido por una etapa de rectificación de diodos AC/DC que convierta la señal proveniente del transductor piezoeléctrico; una etapa acondicionadora DC/DC que mejore la recolección de energía y provea una eficiencia de entre el 74 % y el 88 % ; así como la batería o baterías donde se desea almacenar la energía cosechada o en su lugar la carga que vaya a alimentar (Fig. 2.13) [29].

Los cosechadores de energía comerciales se basan en componentes CMOS para una eficiente recolección y almacenamiento de energía. Debido a que la impedancia interna del generador piezoeléctrico es alta, la corriente de salida que puede alcanzar será baja, del rango de microamperes. Así, será necesario tener baja disipación de la corriente en reposo tanto para el rectificador, así como para el controlador regulado para tener una buena eficiencia de conversión de energía.

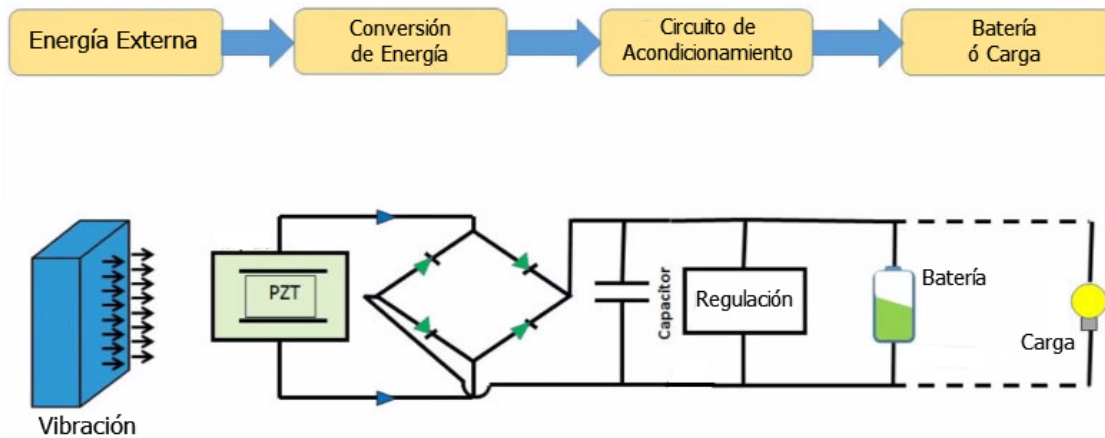


Figura 2.13: Circuito básico cosechador de energía.

La literatura menciona técnicas de procesamiento no lineales para la recolección de energía más eficientes, como la conocida como SSHI (recolección de interruptores sincronizados en inductor), la cual consiste en un conmutador en paralelo con el parche piezoeléctrico. El dispositivo está constituido de un interruptor y un inductor conectados en serie, donde en ciertos tiempos el interruptor se cierra para generar un oscilador entre el inductor y la capacitancia del piezo [30]. En otro desarrollo se implementa un capacitor conmutado (SC) con control pseudo-continuo, donde el doblador de voltaje regulado por SC provee un voltaje continuo constante a través de una conversión DC/DC escalonada [31]. Estos desarrollos son la base para implementar microgeneradores comerciales más eficientes.

2.4. Metodologías de análisis.

2.4.1. Método de Elemento Finito (MEF).

El método de elemento finito o más conocido como FEM (por sus siglas en inglés), es un método numérico que ofrece una solución aproximada a las ecuaciones diferenciales parciales o matrices que modelan un sistema dinámico con problemas continuos y condiciones de frontera definidos.

Debido a que dar una solución exacta a un sistema complejo es una tarea difícil; se busca encontrar una solución lo más cercana que sea lo suficientemente confiable para describir el sistema; para este fin se emplea el MEF como un procedimiento numérico que discretiza el sistema para poder analizar sus partes de forma más puntual; y simplificar los grados de libertad de cada parte o elemento. De esta forma el análisis puede reducir su complejidad según la potencia de proceso con que se cuente; ya que los elementos pueden ser tan pequeños como se desee o tomar formas geométricas variadas según el perfil de la estructura. Al final se juntan todos los resultados de cada elemento para dar el resultado final del sistema.

El MEF podría resumirse en 5 pasos básicos para su aplicación.

1. Discretizar el sistema.

La estructura completa se divide en varias figuras geométricas, usualmente triángulos o paralelogramos, unidos entre sí por elementos y nodos adyacentes. Este proceso usualmente se conoce como *mallado*. Este *mallado* puede ser tan fino como la precisión que se necesite. Se analizan los esfuerzos a los que estará sometida la estructura para así seleccionar bien el tipo de elemento con el que se realizará el análisis y número de nodos de cada elemento.

2. Encontrar las matrices de masa y rigidez de cada elemento.

Las ecuaciones de rigidez y masa de los elementos se plantean en función de los parámetros físicos y mecánicos de cada elemento.

3. Ensamblar las matrices globales de masa y rigidez.

Se debe formar una matriz global cuya dimensión estará en función del número de nodos y de grados de libertad (GDL) que se contemplaron para la discretización.

Para formar esta matriz global es necesario hacer una conversión de coordenadas locales de cada elemento a coordenadas globales en común a todo el sistema. Una vez establecido el marco de coordenadas globales, el procedimiento de ensamble de la matriz global se basa en requerimientos de compatibilidad entre los nodos. Esto implica que en los nodos donde los elementos se conectan, las variables de los GDL en cada nodo deben ser las mismas para cada elemento conectado ahí. Esas variables nodales también se conocen como desplazamientos generalizados. Cuando esos desplazamientos son compatibles en un nodo, la masa y la rigidez nodal de los elementos conectados se suman para obtener la rigidez y las cargas de cada nodo.

4. Aplicar condiciones de frontera.

Cuando se tengan ensambladas las matrices globales de masa y rigidez, así como el vector de fuerzas que interactúan en el sistema, tendremos que la ecuación general queda como

$$M\ddot{q} + Kq = F(t), \quad q \in R^n \quad (2.30)$$

donde queda representada en función de sus vectores de aceleración y desplazamiento generalizados (\ddot{q}, q) .

Para resolver la ecuación (2.30) es necesario aplicar condiciones de soporte que determinen el comportamiento dinámico del sistema. Estas restricciones son también conocidas como *condiciones de frontera*. Existen dos tipos de condiciones, las forzadas o geométricas y las libres o naturales.

5. Resolver las ecuaciones.

Considerando condiciones de frontera geométricas, el objetivo de aplicar estas condiciones al sistema consiste en eliminar las filas y columnas de los grados de libertad restringidos, dejando solo los grados de libertad libres. Una estrategia para aplicar este criterio es seleccionar como los primeros o últimos los nodos de la discretización donde

se apliquen las condiciones de frontera, para eliminar las primeras o las últimas filas y columnas.

Una vez establecidas las condiciones de frontera, es fácil encontrar la solución de la ecuación (2.30) para el vector q que en el caso estático quedará [3]:

$$q = K^{-1}F \quad (2.31)$$

2.4.2. Análisis modal.

En el análisis modal la respuesta de un sistema distribuido está representada por un conjunto infinito de valores propios (las frecuencias modales) y vectores propios (formas modales asociadas). Así los desplazamientos de la estructura se pueden parametrizar como el producto de una función espacial o de formas modales y una función temporal o de coordenadas generalizadas. El método de análisis modal tiene la ventaja que puede desacoplar el sistema en un conjunto de ecuaciones diferenciales comunes, convertidas a partir de las ecuaciones diferenciales parciales que definen el sistema en general [57, 58, 59].

El análisis modal se utiliza por lo regular para encontrar la respuesta frecuencial del sistema. Partiendo de la respuesta en tiempo, es posible aplicar técnicas matemáticas para obtener la FRF y con métodos de análisis como *Peak Picking*, es posible conocer las frecuencias naturales y el amortiguamiento modal en un cierto ancho de banda deseado.

Las formas modales pueden calcularse analíticamente a partir de la medición de algunos puntos o nodos en la estructura y con esta información construir un modelo modal. Dichos modelos permiten construir modelos de orden reducido, donde el orden del modelo dependerá de cuantos modos de vibración sean considerados [3].

Debido a la complejidad y grandes dimensiones de los modelos obtenidos por MEF, hace necesario representar el sistema en función de su modelo modal representado en coordenadas modales. Estas coordenadas tienen la ventaja de estar desacopladas, lo que hace el análisis de la estructura más simplificado pues permiten obtener modelos de orden reducido.

Para explicarlo consideramos el caso de *vibraciones libres* de una estructura donde no tenemos excitación externa y no consideramos amortiguamiento. La ecuación de movimiento mencionada en (2.30) queda como

$$M\ddot{q} + Kq = 0, \quad q \in R^n \quad (2.32)$$

La solución de esta ecuación quedaría como

$$\begin{aligned} q &= \phi e^{j\omega t} \\ \ddot{q} &= -\omega^2 \phi e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Sustituyendo la solución en (2.32) tenemos:

$$(K - \omega^2 M) \phi e^{j\omega t} = 0 \quad (2.34)$$

donde (2.34) representa un juego de ecuaciones homogéneas para las que las soluciones no triviales se conocen resolviendo el *eigenproblema*

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (2.35)$$

Como la matriz de masa M es simétrica y definida positiva y la matriz de rigidez K es simétrica y semidefinida positiva, los *eigenvalores* ω_i serán reales y no negativos, y se conocerán como las i -ésimas **frecuencias naturales**, con $i = 1, 2, \dots, n$, donde n es el número máximo de grados de libertad del sistema o sea $n \leq n_d$.

Conociendo las ω_i se pueden sustituir en (2.34) y resolver para ϕ . Esto dará como resultado un vector ϕ_i que se conocerá como sus i -ésimas **formas modales** asociadas a la frecuencia natural ω_i del sistema y estarán igualmente delimitadas por sus grados de libertad.

Esas soluciones pueden representarse en sus formas matriciales con su matriz de frecuencias naturales Ω y su matriz modal Φ .

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_n \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_n] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{21} & \dots & \phi_{n1} \\ \phi_{12} & \phi_{22} & \dots & \phi_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \phi_{1n_d} & \phi_{2n_d} & \dots & \phi_{nn_d} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

donde ϕ_{ij} es el j -ésimo desplazamiento del i -ésimo modo.

La matriz modal Φ tiene la propiedad de que puede diagonalizar las matrices de masa y rigidez. Entonces dichas matrices ya diagonalizadas toman el nombre de matriz de masa modal M_m y matriz de rigidez modal K_m . Calculadas como sigue

$$M_m = \Phi^T M \Phi \quad (2.38)$$

$$K_m = \Phi^T K \Phi \quad (2.39)$$

La matriz de amortiguamiento modal puede calcularse de forma similar, pero no siempre se obtiene D_m de forma diagonal. En el caso en que si se logre la diagonalización, esa matriz se conoce como matriz de amortiguamiento proporcional. Obteniéndose así:

$$D_m = \Phi^T D \Phi \quad (2.40)$$

La proporcionalidad del amortiguamiento se calcula por una aproximación bajo la premisa que el amortiguamiento de una estructura dinámica no se conoce con exactitud y es un parámetro que depende de una combinación lineal entre su matriz de masa y su matriz de rigidez y se aproxima de la siguiente forma (siendo α_1 y α_2 escalares no negativos) [33, 34]

$$D = \alpha_1 K + \alpha_2 M \quad (2.41)$$

Como los modelos modales están expresados en coordenadas modales, se utiliza una nueva variable llamada desplazamiento modal q_m para hacer una transformación

$$q = \Phi q_m \quad (2.42)$$

Si consideramos que una estructura en su representación nodal está dada por la siguiente ecuación, contando sus vectores y matrices de entrada y salida, se obtiene

$$\begin{aligned} M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq &= B_o u \\ y &= C_{oq}q + C_{ov}\dot{q} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Entonces, si sustituimos la ecuación (2.42) en (2.43) y multiplicamos todo por Φ^T tenemos.

$$\begin{aligned} \Phi^T M \Phi \ddot{q}_m + \Phi^T D \Phi \dot{q}_m + \Phi^T K \Phi q_m &= \Phi^T B_o u \\ y &= C_{oq} \Phi q_m + C_{ov} \Phi \dot{q}_m \end{aligned} \quad (2.44)$$

Expresando ahora en términos de sus matrices modales (2.38), (2.39) y (2.40), resulta

$$\begin{aligned} M_m \ddot{q}_m + D_m \dot{q}_m + K_m q_m &= \Phi^T B_o u \\ y &= C_{oq} \Phi q_m + C_{ov} \Phi \dot{q}_m \end{aligned} \quad (2.45)$$

Multiplicando (2.45) por M_m^{-1} e introduciendo un cambio de variables con una nueva notación:

$$\begin{aligned} \Omega^2 &= M_m^{-1} K_m \\ 2Z\Omega &= M_m^{-1} D_m \end{aligned} \quad (2.46)$$

Considerando sus matrices de entrada y salida modales:

$$\begin{aligned} M_m^{-1} \Phi^T B_o &= B_m \\ C_{oq} \Phi &= C_{mq} \\ C_{ov} \Phi &= C_{mv} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Resulta entonces que

$$\begin{aligned} \ddot{q}_m + 2Z\Omega \dot{q}_m + \Omega^2 q_m &= B_m u \\ y &= C_{mq} q_m + C_{mv} \dot{q}_m \end{aligned} \quad (2.48)$$

donde Ω es la matriz diagonal de frecuencias naturales antes mencionada y Z es una nueva matriz diagonal de amortiguamiento modal que estará expresada en función del amortiguamiento modal del i -ésimo modo ζ_i , así que

$$Z = \begin{bmatrix} \zeta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \zeta_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \zeta_n \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

$$Z = 0,5 M_m^{-1} D_m \Omega^{-1} = 0,5 M_m^{-\frac{1}{2}} K_m^{-\frac{1}{2}} D_m \quad (2.50)$$

Puede observarse en la ecuación (2.48) que son un conjunto de ecuaciones diferenciales desacopladas, debido a que Ω y Z son diagonales. Entonces, pueden escribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_{mi} + 2\zeta_i\omega_i\dot{q}_{mi} + \omega_i^2q_{mi} &= b_{mi}u \\ y_i &= c_{mqi}q_{mi} + c_{mvi}\dot{q}_{mi} \\ y &= \sum_{i=1}^n y_i \end{aligned} \quad (2.51)$$

donde $i = 1, 2, \dots, n$; b_{mi} es la i -ésima fila de B_m y c_{mqi} , c_{mvi} son la i -ésima columna de C_{mq} y C_{mv} respectivamente; y_i es la salida del i -ésimo modo dinámico, por lo que la salida total y es la sumatoria de las respuestas y_i la cual es la clave para derivar propiedades estructurales en coordenadas modales.

Ahora para la función de transferencia de la estructura partimos de la ecuación (2.48)

$$G(\omega) = \frac{(C_{mq} + j\omega C_{mv}) B_m}{(\Omega^2 - \omega^2 I_n + 2j\omega Z\Omega)} \quad (2.52)$$

donde, como se mencionó antes, Ω y Z al ser diagonales pueden describir el comportamiento del i -ésimo modo, entonces las funciones de transferencia de los i -ésimos modos se pueden calcular:

$$G_{mi}(\omega) = \frac{(c_{mqi} + j\omega c_{mvi}) b_{mi}}{\omega_i^2 - \omega^2 + 2j\zeta_i\omega_i\omega} \quad (2.53)$$

La relación queda entonces:

$$G(\omega) = \sum_{i=1}^n G_{mi}(\omega) \quad (2.54)$$

La función de transferencia de la i -ésima frecuencia natural o de resonancia es aproximadamente igual a la función de transferencia modal de esa frecuencia

$$G(\omega_i) \cong G_{mi}(\omega_i) = \frac{(-jc_{mqi} + \omega_i c_{mvi}) b_{mi}}{2\zeta_i\omega_i^2} \quad (2.55)$$

Los polos de la estructura son los ceros de la ecuación característica de (2.51) la cual es

$$s^2 + 2\zeta_i\omega_i s + \omega_i^2 = 0 \quad (2.56)$$

Resultando

$$\begin{aligned} s_1 &= -\zeta_i\omega_i + j\omega_i\sqrt{1 - \zeta_i^2} \\ s_2 &= -\zeta_i\omega_i - j\omega_i\sqrt{1 - \zeta_i^2} \end{aligned} \quad (2.57)$$

donde en la Fig. 2.14 se aprecia como quedan ubicados los polos de la estructura, los cuales dependerán de la frecuencia natural y el amortiguamiento modal [17, 3].

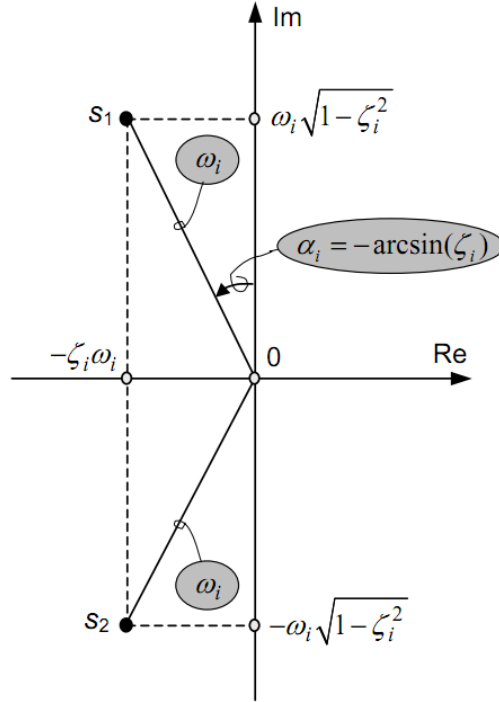


Figura 2.14: Polos del i -ésimo modo de una estructura ligeramente amortiguada.

2.4.3. Colocación de sensores y actuadores.

La correcta localización de sensores y actuadores en estructuras dinámicas es un aspecto que debe considerarse adecuadamente para garantizar que se aproveche la máxima energía posible de un sistema tanto para obtener lecturas más fieles al sensar una estructura, así como máximo aprovechamiento de la fuerza de los actuadores para el control de vibraciones con los modos donde se quiera tener mayor influencia de atenuación. Esto es posible por medio de un enfoque matemático propuesto por Gawronski [17], donde se busca encontrar los lugares adecuados de colocación dentro de la estructura, determinando las normas locales de cada sensor y actuador para los modos de vibración deseados; así se les da una prioridad o preferencia de acuerdo a su participación en la norma total del sistema. Con esto se busca que la selección de lugares de colocación para un número grande de sensores y actuadores en estructuras grandes y complejas se pueda realizar de forma rápida y eficiente con métodos computacionales.

El método consiste en determinar los lugares de colocación de un subconjunto pequeño de sensores y actuadores tales que las normas H_2 y H_∞ sean tan aproximadas como sea posible a la norma del conjunto total de sensores y actuadores candidatos.

Dados los conjuntos de localizaciones candidatas R para sensores y S para actuadores; el objetivo consiste en posicionar los subconjuntos r de sensores dentro de R ; y de s actuadores dentro de S . Considerando que $R > r$ y $S > s$. Ya que las posiciones candidatas siempre serán mayores que el número final de localizaciones encontradas.

Para definir las normas H_2 y H_∞ partimos de la expresión general para un sistema lineal invariante en el tiempo de dimensiones finitas, en su representación modal.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A_{m_i}x_i + B_{m_i}u \\ y_i &= C_{m_i}x_i \\ y &= \sum_{i=1}^n y_i \end{aligned} \quad (2.58)$$

Siendo u la entrada y y la salida total del sistema. El i -ésimo modo en espacio de estados queda definido por sus matrices $(A_{m_i}, B_{m_i}, C_{m_i})$, con $i = 1, 2, \dots, n$ modos. En este caso A_{m_i} son los bloques diagonales de 2×2 de la matriz modal A_m , B_{m_i} es la matriz de entrada con bloques $2 \times r$ y C_{m_i} la matriz de salida con bloques $s \times 2$ del i -ésimo modo; x_i representa a su vez el estado del i -ésimo modo y siempre estará compuesto de un vector de dos estados que representarán el desplazamiento y la velocidad del sistema en ese modo:

$$x_i = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Para P entradas y Q salidas esas matrices quedan

$$A_m = \text{diag}(A_{m_i}) = \begin{bmatrix} A_{m1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$B_{m_i} = [B_{mi1} \quad B_{mi2} \quad \dots \quad B_{miP}] \quad (2.61)$$

$$C_{m_i} = \begin{bmatrix} C_{m1i} \\ C_{m2i} \\ \dots \\ C_{mQi} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Norma H_2 .

Considerando inicialmente una estructura en su representación modal, la norma H_2 del i -ésimo modo está dada por.

$$\|G_i\|_2 \cong \frac{\|B_{mi}\|_2 \|C_{mi}\|_2}{2\sqrt{\zeta_i\omega_i}} \quad (2.63)$$

Tenemos entonces que, B_{mij} es el bloque 2×1 de la j -ésima entrada, y C_{mji} es el bloque 1×2 de la j -ésima salida. ζ_i es la atenuación modal del i -ésimo modo y ω_i la frecuencia natural en ese modo. Entonces, considerando eso se obtienen las siguientes propiedades de la norma H_2 .

$$\|G_i\|_2^2 \cong \sum_{j=1}^R \|G_{ij}\|_2^2 \quad (2.64)$$

$$\|G_{ij}\|_2 \cong \frac{\|B_{mij}\|_2 \|C_{mi}\|_2}{2\sqrt{\zeta_i\omega_i}} \quad (2.65)$$

y

$$\|G_i\|_2^2 \cong \sum_{k=1}^S \|G_{ik}\|_2^2 \quad (2.66)$$

$$\|G_{ik}\|_2 \cong \frac{\|B_{mi}\|_2 \|C_{mki}\|_2}{2\sqrt{\zeta_i\omega_i}} \quad (2.67)$$

donde las ecuaciones (2.65) y (2.67) son la norma H_2 del i -ésimo modo con el j -ésimo actuador y con el k -ésimo sensor, respectivamente.

Norma H_∞ .

De forma similar, la norma H_∞ para el i -ésimo modo está dada por:

$$\|G_i\|_\infty \cong \frac{\|B_{mi}\|_2 \|C_{mi}\|_2}{2\zeta_i\omega_i} \quad (2.68)$$

Con el mismo criterio para B_{mij} y C_{mji} . Las propiedades para la norma H_∞ quedan:

$$\|G_i\|_\infty^2 \cong \sum_{j=1}^S \|G_{ij}\|_\infty^2 \quad (2.69)$$

$$\|G_{ij}\|_\infty \cong \frac{\|B_{mij}\|_2 \|C_{mi}\|_2}{2\zeta_i\omega_i} \quad (2.70)$$

y

$$\|G_i\|_\infty^2 \cong \sum_{k=1}^R \|G_{ik}\|_\infty^2 \quad (2.71)$$

$$\|G_{ik}\|_\infty \cong \frac{\|B_{mi}\|_2 \|C_{mki}\|_2}{2\zeta_i\omega_i} \quad (2.72)$$

De igual forma las ecuaciones (2.70) y (2.72) son la norma H_∞ del i -ésimo modo con el j -ésimo actuador y con el k -ésimo sensor, respectivamente.

Una interpretación más clara de estas normas es que la norma H_2 hace referencia a la energía total de la señal que representa a un sistema, mientras que la norma H_∞ indica la amplitud máxima o supremo de esa señal, como puede observarse en la Fig. 2.15.

Para la colocación de sensores y actuadores entonces es posible utilizar ya sea la norma H_2 o la norma H_∞ para calcular las localizaciones según sea más conveniente de acuerdo a la complejidad de la estructura o modos existentes.

Para la ubicación de los sensores y actuadores en una estructura es necesario calcular el *índice de localización*. Este índice puede calcularse de forma independiente para conocer las ubicaciones de solo sensores o solo actuadores dentro de la estructura. Sin embargo, es posible conocer los índices de localización simultánea tanto de sensores y actuadores.

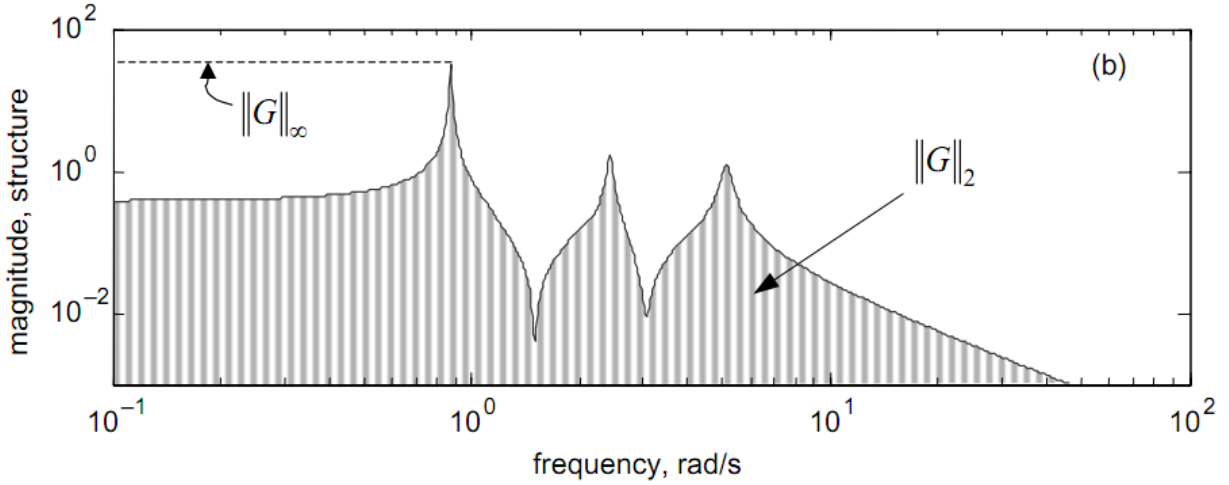


Figura 2.15: Interpretación de las normas H_2 y H_∞ en una respuesta frecuencial.

El algoritmo para encontrar los índices de localización simultánea consiste en determinar cualquiera de las dos normas mencionadas, tanto para un solo modo, un solo actuador y un solo sensor. Basado en eso las matrices de localización de sensores y actuadores se generan para cada modo, para evaluar las combinaciones posibles y ubicar las localizaciones simultáneas que maximizan cada norma modal.

Podemos entonces calcular los índices de localización simultáneos de la siguiente forma

$$\sigma_{ijk} = \frac{\|G_{ijk}\|}{\|G_{mi}\|} \quad (2.73)$$

siendo $\|G_{ijk}\|$ el i -ésimo modo equipado con el j -ésimo actuador y el k -ésimo sensor. En este caso previamente se calculan los índices de localización de los sensores y actuadores, basados ya sea en las normas H_2 o H_∞ para el i -ésimo modo, como sigue

$$\begin{aligned} \sigma_{2ki} &= w_{ki} \frac{\|G_{ki}\|_2}{\|G\|_2} \\ \sigma_{\infty ki} &= w_{ki} \frac{\|G_{ki}\|_\infty}{\|G\|_\infty} \end{aligned} \quad (2.74)$$

Considerando $i = 1, 2, \dots, n$ y $k = 1, 2, \dots, R$ o $k = 1, 2, \dots, S$, según se estimen los sensores o actuadores. Siendo $w_{ki} \geq 0$ el peso asignado al k -ésimo sensor/actuador en el i -ésimo modo.

Ahora, el índice σ_{ijk} es una medida de la participación del j -ésimo actuador y el k -ésimo sensor en la respuesta al impulso del i -ésimo modo generado. Ese índice se puede expresar en forma de matriz como sigue:

$$\sum_i = \begin{bmatrix} \sigma_{i11} & \sigma_{i12} & \dots & \sigma_{i1k} & \dots & \sigma_{i1S} \\ \sigma_{i21} & \sigma_{i22} & \dots & \sigma_{i2k} & \dots & \sigma_{i2S} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{ij1} & \sigma_{ij2} & \dots & \sigma_{ijk} & \dots & \sigma_{ijS} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{iR1} & \sigma_{iR2} & \dots & \sigma_{iRk} & \dots & \sigma_{iRS} \end{bmatrix} \leftarrow j\text{-ésimo actuador}$$

↑
k-ésimo sensor

Para el i -ésimo modo, el índice del j -ésimo actuador es la suma *rms* de todos los sensores seleccionados

$$\sigma_{aij} = \sqrt{\sum_{k=1}^s \sigma_{ijk}^2} \quad (2.75)$$

De la misma forma, el k -ésimo sensor es la suma *rms* de todos los actuadores seleccionados [17]

$$\sigma_{sik} = \sqrt{\sum_{j=1}^r \sigma_{ijk}^2} \quad (2.76)$$

2.5. Descripción de los materiales.

Para el sistema de estudio se considera un plato cuadrado delgado de un material ligero y maleable; a modo de representar una estructura plana homogénea, con un área de acción suficiente para poder probar y visualizar su comportamiento dinámico. Dicha estructura simple, pretende representar una sección dada de una estructura más compleja como puede ser el ala de un avión, el chasis de un auto, la pared de una turbina, etc.

2.5.1. Plato cuadrado delgado.

La estructura de estudio consiste en un plato cuadrado delgado de aleación de aluminio alloy 1100, templado H-14, calibre 18, longitud $L_1 = 0,5$ m, con un espesor $h = 0,001$ m, densidad de $2,71$ g/cm³, masa de $0,650$ kg, con módulo de Young de $68,9$ G Pa y una relación de Poisson de $0,33$ (ver Fig. 2.16).

Al plato originalmente se le hace una perforación en el centro, para sujetarlo por un solo punto fijo según la condición de frontera deseada que permita poder excitarlo con vibraciones externas y analizar su FRF. Se prueba primero sin otros componentes que intervengan en su dinámica para analizar sus frecuencias naturales con esta condición de frontera. Posteriormente se monta en un marco cuadrado rígido de aluminio de masa de $1,7$ kg y una pulgada de ancho ($0,0254$ m) en su perímetro, para fijar sus 4 lados; lo que deja al plato con una longitud $L_2 = 0,45$ m por lado. Con esta variación en su área y nuevas condiciones de frontera se analiza una nueva FRF para encontrar que tanto se mueven sus frecuencias naturales, para

poder diseñar los circuitos *piezo-shunt* necesarios para implementar la estrategia de control capaz de atenuar sus resonancias con mayor amplitud (FRMS). Estos análisis de las FRF y FRMS se realizan en el Capítulo 4.

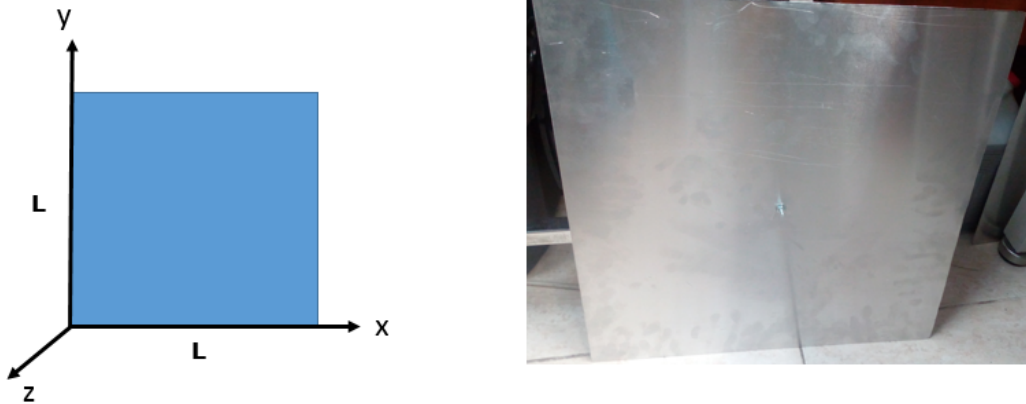
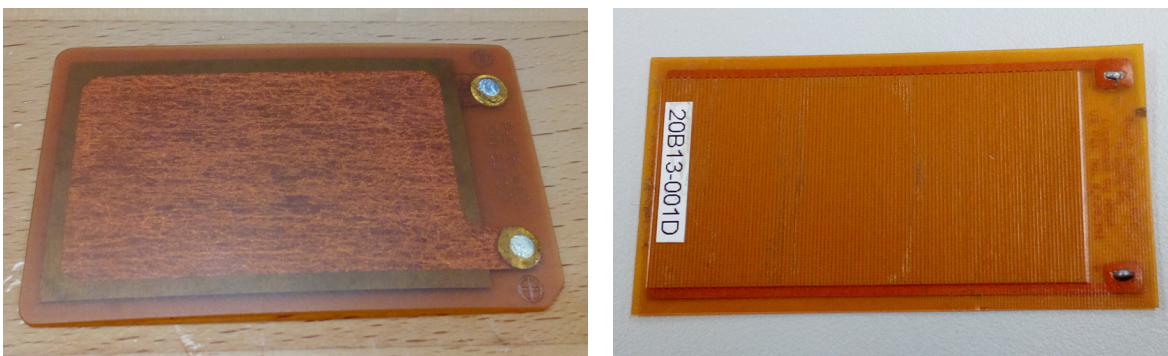


Figura 2.16: Plato cuadrado delgado de aleación de aluminio 1100.

2.5.2. Transductores piezoeléctricos.

Como se vio en el Capítulo 1, existen tres principales tecnologías de transductores piezoeléctricos: PZT, MFC y PICMA. En este trabajo se considera evaluar dos de ellas. Por lo que para el tipo de parche PZT, se elige el modelo *DuraAct*[®] P-876.A12 de *Physik Instrumente Corporation*, y para el parche MFC el modelo M-5628-P1 de *Smart Material Corporation*, ya que tienen dimensiones y características semejantes, lo que da una evaluación de desempeño más equilibrada. Ambos parches se aprecian en la Fig. 2.17.



Parche PZT *DuraAct* P-876.A12[®].

Parche MFC M-5628-P1[®].

Figura 2.17: Transductores piezoeléctricos.

| Características | PZT(P-876.A12) | MFC(M-5628-P1) | Unidades |
|----------------------|-----------------------|------------------------|------------|
| Dimensiones | 61 × 35 × 0,5 | 67 × 37 × 0,3 | [mm] |
| Voltaje de operación | −100 a 400 | 500 a 1500 | [V] |
| Fuerza de bloqueo | 265 | 450 | [N] |
| Capacitancia | 87 | 5,07 | [nF] |
| Ancho de banda | No especificado | de 10 a 750 | [kHz] |
| Temperatura | < 150 | < 80 | [°C] |
| Vida útil | > 1 × 10 ⁹ | > 10 × 10 ⁹ | [ciclos] |

Tabla 2.1: Comparativo de características de parches a usar.

2.5.3. Adhesivo para montaje de sensores y actuadores.

La NASA recomienda adherir los parches piezoeléctricos a estructuras dinámicas con el adhesivo epóxico *Hysol Loctite*[®] E-20HP [9], disponible en México por *Grainger*[®].

Dicho adhesivo proporciona una capa de fijación uniforme con propiedades mecánicas que permiten cierta flexibilidad para permitir las contracciones o elongaciones del parche, pero alta adherencia y fijación a la estructura ante las resonancias propias de cada estructura.

Se trata de un adhesivo de grado industrial, con viscosidad media, con una gran fuerza de fijación en diversos materiales metálicos, que una vez endurecido provee una alta resistencia al pelado y ante fuerzas cortantes.

Consta de dos elementos que no reaccionan hasta que son combinados. Por un lado, una resina epóxica y por el otro amina como endurecedor. Combinados a partes iguales.

Se puede obtener un endurecimiento notable desde 3 a 6 horas de aplicado, logrando un curado máximo en 24 horas. Consigue obtener una fuerza de tensión de 5700 Psi, con una elongación ante tensión del 8%. Debido a que una vez endurecido es muy resistente a solventes y químicos, el fabricante no menciona ninguna sustancia como reblandecedor ante el contacto directo, así que se recomienda el uso de guantes para su manejo (Fig. 2.18) [47].



Figura 2.18: Adhesivo para parches piezoeléctricos de la marca Loctite.

2.5.4. Cosechador de energía EH301A.

En la actualidad existen cosechadores de energía comercialmente viables como el *Aldinc*[®] EH301A, el cual es un microgenerador de energía capaz de proveer una salida de DC que fluctúa entre 3,1 V y 5,2 V. El módulo garantiza ese rango de voltaje debido a su capacitor de salida que provee un voltaje a la salida estable. Acepta corrientes desde 200 nA a 400 mA. Es un módulo auto-energizable, que una vez conectado a la fuente de cosecha de energía y siempre que la fuente esté activa, el módulo estará activo y funcionando; su diseño permite una operación constante sin sobrecalentamientos ni fallas de voltaje (ver Fig. 2.19).

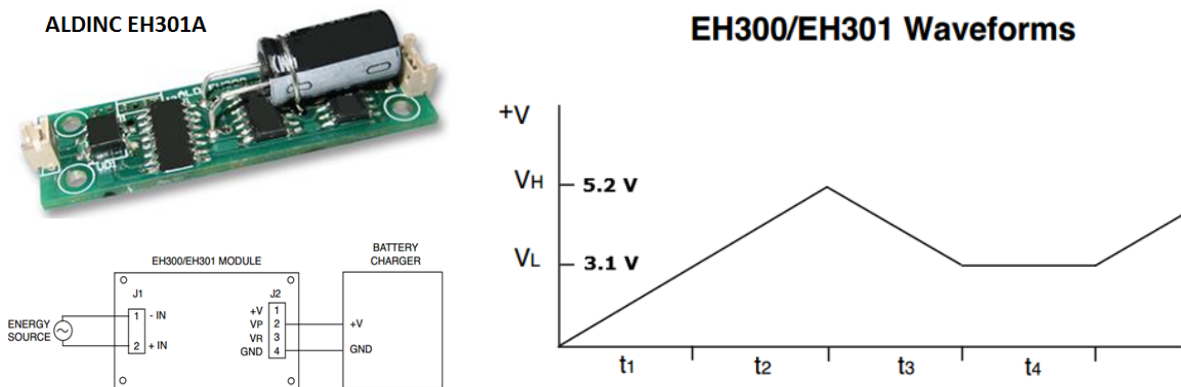


Figura 2.19: Módulo cosechador de energía EH301A.

Capítulo 3

Modelado del sistema y desarrollo de la plataforma experimental

3.1. Modelado del sistema.

El sistema estará constituido principalmente por el plato plano cuadrado delgado, el transductor piezoeléctrico y el circuito *shunt*.

El plato plano comúnmente se encuentra representado por la teoría clásica de placas de Kirchhoff-Love para placas delgadas [35, 36, 37], con la que se se pueden conocer los momentos flexionantes y los esfuerzos a los que se someterá el plato.

Para el modelado se consideran las hipótesis siguientes:

1. El espesor del plato es mínimo en comparación con las componentes (x, y) .
2. El desplazamiento vertical w del plano medio, solo dependerá de (x, y) , debido a que las variaciones con respecto a z pueden despreciarse.
3. Los planos perpendiculares al plano medio permanecerán planos y perpendiculares al plano medio deformado.

Los momentos flexionantes quedan entonces como

$$\begin{aligned}M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\M_{xy} &= M_{yx} = -(1 - \nu) D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\end{aligned}\tag{3.1}$$

donde la rigidez a la flexión D se expresa como

$$D = \frac{Eh_a^3}{12(1 - \nu^2)}\tag{3.2}$$

con E el módulo de Young, ν la relación de Poisson y h_a el grosor del plato.

Las fuerzas por cortante se determinan mediante

$$\begin{aligned} Q_x &= \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \\ Q_y &= \frac{\partial M_y}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Finalmente, se obtiene la ecuación de movimiento con equilibrio en z :

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = f(x, y, t) \quad (3.4)$$

donde ρ es la densidad del material y f la fuerza transversal distribuida actuando por unidad de área. La ecuación anterior puede resolverse por el método de separación de variables. Sin embargo, la solución dependerá de las condiciones iniciales del sistema y las condiciones de frontera a elegir.

3.1.1. Modelado del plato por MEF.

Como la estructura de estudio será un plato plano cuadrado con grosor muy delgado. Este tipo de estructura se puede modelar también por el método de elemento finito descrito en el Capítulo 2. Las estructuras de plato planas tienen cargas distribuidas en todas direcciones, por lo que se somete a tensiones, torsiones y deformaciones. Así que de acuerdo al MEF se deben encontrar sus matrices de masa y rigidez que describan el comportamiento dinámico de la estructura. El plato plano cuadrado se puede discretizar en varios elementos de área más reducida y por ser cuadrado pueden utilizarse tantos elementos como se deseen con la misma geometría. Fig. 3.1.

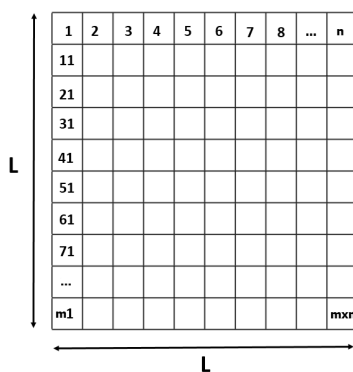


Figura 3.1: Plato discretizado en elementos finitos.

Con dicho criterio se considera que cada elemento finito estará representado por un pequeño cuadro con 4 nodos y cada nodo contará con 6 grados de libertad (GDL), siendo

3 GDL de desplazamientos traslacionales en las direcciones x, y, z representados por los vectores (u_i, v_i, w_i) y 3 GDL con deformaciones rotacionales con respecto a x, y, z que serán los vectores $(\theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi})$. Mostrado en la Fig. 3.2.

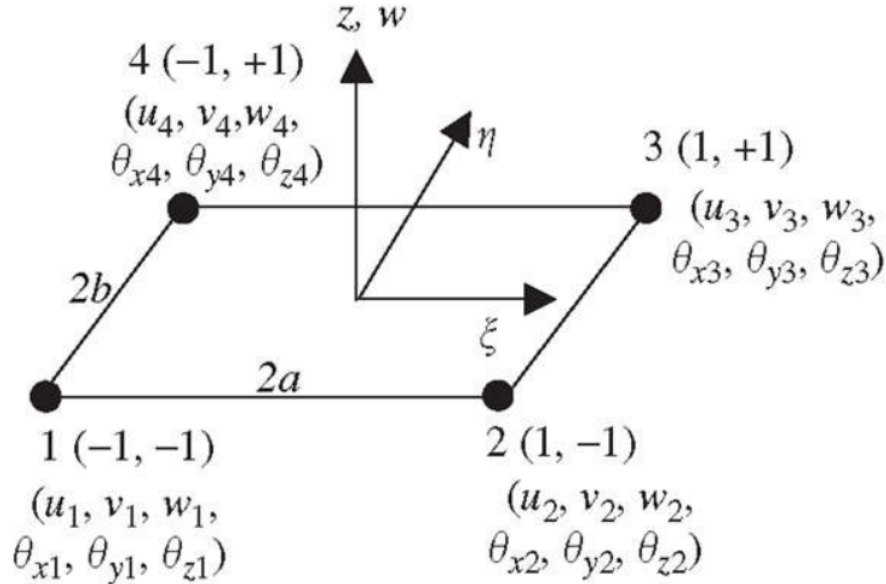


Figura 3.2: Representación de un elemento finito del plato plano cuadrado delgado.

El vector de desplazamientos generalizados del elemento con $i = 1, 2, 3, 4$ nodos, puede expresarse así:

$$d_e = \begin{cases} d_{e1} & \text{nodo 1} \\ d_{e2} & \text{nodo 2} \\ d_{e3} & \text{nodo 3} \\ d_{e4} & \text{nodo 4} \end{cases} \quad (3.5)$$

El vector de desplazamiento d_{ei} en el i -ésimo nodo queda representado por sus 6 GDL.

$$d_{ei} = \begin{cases} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \end{cases} \quad (3.6)$$

La matriz de rigidez para un sólido 2D delgado cuadrado o rectangular, está relacionada con los efectos de membrana del elemento, los cuales corresponden a los GDL de (u, v) . La matriz de rigidez de esa membrana k_e^m puede expresarse en forma de sus sub-matrices

de acuerdo a sus nodos. Donde cada sub-matriz tendrá una dimensión de 2×2 , la cual corresponde a los 2 GDL (u, v) de cada nodo.

$$k_e^m = \begin{bmatrix} k_{11}^m & k_{12}^m & k_{13}^m & k_{14}^m \\ k_{21}^m & k_{22}^m & k_{23}^m & k_{24}^m \\ k_{31}^m & k_{32}^m & k_{33}^m & k_{34}^m \\ k_{41}^m & k_{42}^m & k_{43}^m & k_{44}^m \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Ahora se consideran los efectos de curvatura o doblamiento que se dan en los grados de libertad (w, θ_x, θ_y) . Se representa entonces su matriz de rigidez en curvatura k_e^b donde también se expresa en sus sub-matrices conforme a sus nodos, donde cada sub-matriz tendrá una dimensión de 3×3 por los GDL descritos en cada nodo.

$$k_e^b = \begin{bmatrix} k_{11}^b & k_{12}^b & k_{13}^b & k_{14}^b \\ k_{21}^b & k_{22}^b & k_{23}^b & k_{24}^b \\ k_{31}^b & k_{32}^b & k_{33}^b & k_{34}^b \\ k_{41}^b & k_{42}^b & k_{43}^b & k_{44}^b \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Entonces, combinando ambas matrices de los efectos de membrana y curvatura podemos armar la matriz de rigidez del elemento cuadrado en coordenadas locales.

| nodo 1 | nodo 2 | nodo 3 | nodo 4 |
|--------|--------|--------|--------|
|--------|--------|--------|--------|

$$k_e = \begin{bmatrix} k_{11}^m & 0 & 0 & k_{12}^m & 0 & 0 & k_{13}^m & 0 & 0 & k_{14}^m & 0 & 0 \\ 0 & k_{11}^b & 0 & 0 & k_{12}^b & 0 & 0 & k_{13}^b & 0 & 0 & k_{14}^b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{21}^m & 0 & 0 & k_{22}^m & 0 & 0 & k_{23}^m & 0 & 0 & k_{24}^m & 0 & 0 \\ 0 & k_{21}^b & 0 & 0 & k_{22}^b & 0 & 0 & k_{23}^b & 0 & 0 & k_{24}^b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{31}^m & 0 & 0 & k_{32}^m & 0 & 0 & k_{33}^m & 0 & 0 & k_{34}^m & 0 & 0 \\ 0 & k_{31}^b & 0 & 0 & k_{32}^b & 0 & 0 & k_{33}^b & 0 & 0 & k_{34}^b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{41}^m & 0 & 0 & k_{42}^m & 0 & 0 & k_{43}^m & 0 & 0 & k_{44}^m & 0 & 0 \\ 0 & k_{41}^b & 0 & 0 & k_{42}^b & 0 & 0 & k_{43}^b & 0 & 0 & k_{44}^b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

| |
|--------|
| nodo 1 |
| nodo 2 |
| nodo 3 |
| nodo 4 |

De forma similar pueden conocerse las matrices de masa bajo los efectos de membrana y curvatura.

Para la matriz de masa para el efecto de membrana m_e^m se tiene que también corresponde con los GDL (u, v) . Representandose de forma similar con sus sub-matrices de acuerdo a sus nodos, donde cada sub-matriz tendrá una dimensión de 2×2 .

$$m_e^m = \begin{bmatrix} m_{11}^m & m_{12}^m & m_{13}^m & m_{14}^m \\ m_{21}^m & m_{22}^m & m_{23}^m & m_{24}^m \\ m_{31}^m & m_{32}^m & m_{33}^m & m_{34}^m \\ m_{41}^m & m_{42}^m & m_{43}^m & m_{44}^m \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Para su matriz de masa en curvatura m_e^b también se expresa en sus sub-matrices conforme a sus nodos, donde cada sub-matriz tendrá una dimensión de 3×3 por los GDL (w, θ_x, θ_y) en cada nodo.

$$m_e^b = \begin{bmatrix} m_{11}^b & m_{12}^b & m_{13}^b & m_{14}^b \\ m_{21}^b & m_{22}^b & m_{23}^b & m_{24}^b \\ m_{31}^b & m_{32}^b & m_{33}^b & m_{34}^b \\ m_{41}^b & m_{42}^b & m_{43}^b & m_{44}^b \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

La matriz de masa del elemento cuadrado en coordenadas locales. combinando sus matrices de masa de membrana y matriz de masa en curvatura queda representada.

| nodo 1 | nodo 2 | nodo 3 | nodo 4 |
|--------|--------|--------|--------|
|--------|--------|--------|--------|

$$m_e = \begin{bmatrix} m_{11}^m & 0 & 0 & m_{12}^m & 0 & 0 & m_{13}^m & 0 & 0 & m_{14}^m & 0 & 0 \\ 0 & m_{11}^b & 0 & 0 & m_{12}^b & 0 & 0 & m_{13}^b & 0 & 0 & m_{14}^b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{21}^m & 0 & 0 & m_{22}^m & 0 & 0 & m_{23}^m & 0 & 0 & m_{24}^m & 0 & 0 \\ 0 & m_{21}^b & 0 & 0 & m_{22}^b & 0 & 0 & m_{23}^b & 0 & 0 & m_{24}^b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{31}^m & 0 & 0 & m_{32}^m & 0 & 0 & m_{33}^m & 0 & 0 & m_{34}^m & 0 & 0 \\ 0 & m_{31}^b & 0 & 0 & m_{32}^b & 0 & 0 & m_{33}^b & 0 & 0 & m_{34}^b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{41}^m & 0 & 0 & m_{42}^m & 0 & 0 & m_{43}^m & 0 & 0 & m_{44}^m & 0 & 0 \\ 0 & m_{41}^b & 0 & 0 & m_{42}^b & 0 & 0 & m_{43}^b & 0 & 0 & m_{44}^b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{nodo 1} \\ \text{nodo 2} \\ \text{nodo 3} \\ \text{nodo 4} \end{array} \quad (3.12)$$

Es posible tener el modelado en términos de su sistema de coordenadas globales aplicando una transformación de coordenadas dada por la matriz de transformación T (también llamada matriz de frontera) definida de la siguiente forma:

$$T = \begin{bmatrix} T_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_3 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Definiendo

$$T_3 = \begin{bmatrix} l_x & m_x & n_x \\ l_y & m_y & n_y \\ l_z & m_z & n_z \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

donde l_k, m_k y n_k (con $k = x, y, z$) son los cosenos directores definidos en sus coordenadas locales (x, y, z) y pueden ser convenientemente definidos en sus coordenadas globales usando los 4 nodos del elemento plato cuadrado y las condiciones de frontera consideradas.

Las matrices en coordenadas globales, contando también su matriz de fuerzas que interaccían en el sistema, quedan entonces [55]

$$\begin{aligned} K_e &= T^T k_e T \\ M_e &= T^T m_e T \\ F_e &= T^T f_e \end{aligned} \quad (3.15)$$

Así, la ecuación de movimiento del plato, de acuerdo con el principio de Hamilton [38] y mencionada en la ecuación (2.30), queda representada en función de sus vectores de aceleración y desplazamiento generalizados

$$M_e \ddot{q} + K_e q = F_e(t) \quad (3.16)$$

la cual puede resolverse considerando condiciones de frontera geométricas, que para el caso estático de acuerdo a la ecuación (2.31) queda como

$$q = K_e^{-1} F_e \quad (3.17)$$

En el caso dinámico de considerar vibraciones libres, la ecuación de movimiento de (3.16) queda como en (2.32):

$$M_e \ddot{q} + K_e q = 0, \quad q \in R^n \quad (3.18)$$

Finalmente, considerando la solución propuesta en (2.33) nos queda representada en términos de sus frecuencias naturales ω y su vector de formas modales φ ,

$$(K_e - \omega^2 M_e) \varphi = 0 \quad (3.19)$$

donde sus frecuencias naturales se conocerán resolviendo el *eigenproblema*, tal como se vio en (2.35),

$$\det(K_e - \omega^2 M_e) = 0 \quad (3.20)$$

Conociendo sus frecuencias, se sustituyen en (3.19) para encontrar sus formas modales asociadas a cada frecuencia natural o de resonancia [39, 40].

3.1.2. Modelado del transductor piezoeléctrico.

La literatura menciona que el transductor piezoeléctrico se puede describir en su forma matricial en función de sus características físicas y eléctricas [4, 1, 19]:

$$\begin{bmatrix} D_z \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon^T & d_{3x} \\ d_{3x} & s^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_z \\ T_z \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

donde cada parámetro representa una matriz:

D_z Desplazamiento eléctrico o densidad de flujo eléctrico (carga /área).

| | |
|-----------------|--|
| S_z | Deformación de los materiales de ingeniería (adimensional). |
| E_z | El campo eléctrico en el material (V/m). |
| T_z | Tensión del material (N/m ² o Pa). |
| ε^T | Permitividad dieléctrica (fuerza/metro). |
| d_{3x} | Coficiente piezoeléctrico que puede ser d_{31} o d_{33} (m/V). |
| s^E | Conformidad del material piezoeléctrico. |

El desarrollo de cada matriz dependerá de los ejes espaciales x, y, z de movimiento del parche, del sentido de aplicación de la fuerza y del modo de energización del parche (d_{31} ó d_{33}) [19]. En la práctica algunos de estos valores son proporcionados por el fabricante y dependerán de cada material y arquitectura con que está constituido el parche piezoeléctrico.

Su representación también puede hacerse en su modelo de elemento finito como

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{v} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{vv} & K_{v\varphi} \\ K_{v\varphi}^T & K_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(t) \\ Q(t) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

donde

| | |
|----------------------|------------------------------------|
| M | Matriz de masa del parche. |
| K_{vv} | Matriz de rigidez mecánica. |
| $K_{v\varphi}$ | Matriz de rigidez de acoplamiento. |
| $K_{\varphi\varphi}$ | Matriz de rigidez dieléctrica. |
| v | Vector por efectos de membrana. |
| φ | Vector por efectos de curvatura. |
| F | Vector de fuerzas. |
| Q | Vector de carga eléctrica. |

Las matrices están definidas cada una como

$$\begin{aligned} M &= \rho \int_v N^T N dv \\ K_{vv} &= \int_v B^T C B dv \\ K_{v\varphi} &= - \int_v B^T e \Phi dv \\ K_{\varphi\varphi} &= - \int_v \Phi^T e \Phi dv \end{aligned} \quad (3.23)$$

Siendo N la matriz de funciones de elemento de modo, B es la matriz de desplazamiento-esfuerzo, Φ es la matriz de intensidad de campo de potencial eléctrico [41].

3.1.3. Modelado del *piezo-shunt*.

Considerando una estructura perturbada por una tensión de actuación aplicada $U_a(s)$ y una fuerza externa $f(r, s)$ localizada en un punto r . Entonces la vibración resultante $d(r, s)$ se equilibra ante la presencia de la impedancia $Z(s)$ de un circuito *piezo-shunt*. Como se aprecia en la Fig. 3.3.

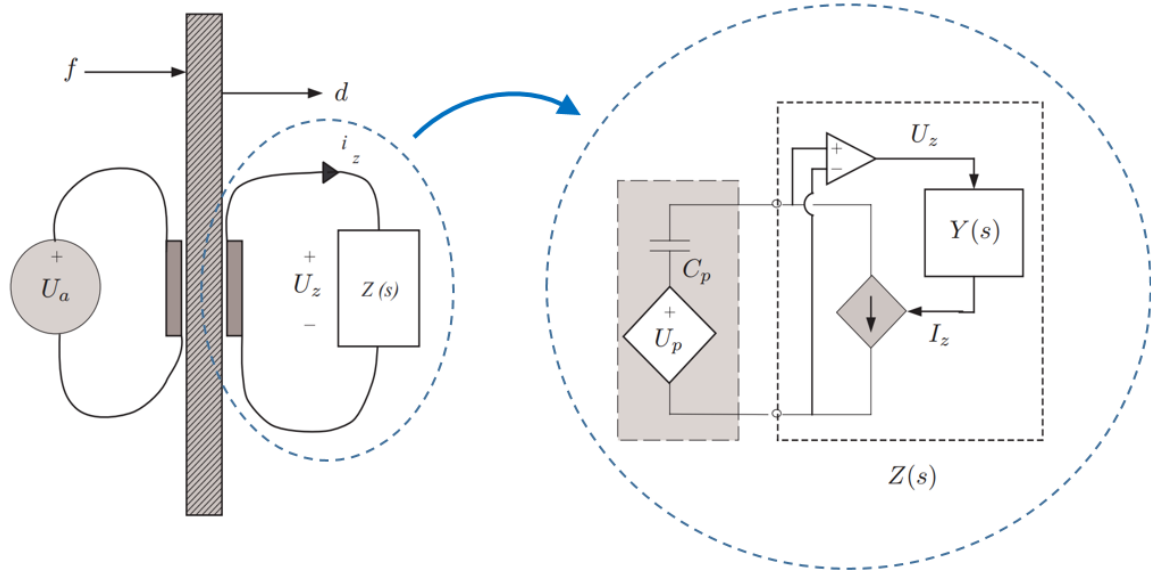


Figura 3.3: Modelo del piezo-shunt.

Por la ley de Ohm sabemos que

$$U_z(s) = I_z(s) Z(s) \quad (3.24)$$

Por segunda ley de Kirchhoff podemos conocer.

$$U_z(s) = U_p(s) - \frac{1}{C_p s} I_z(s) \quad (3.25)$$

donde U_p es el voltaje en el piezo y la capacitancia del mismo es C_p .

Combinando (3.24) y (3.25) tenemos.

$$U_z(s) = \frac{C_p s Z(s)}{1 + C_p s Z(s)} U_p(s) \quad (3.26)$$

Si consideramos el principio de superposición, las contribuciones de la perturbación y la deformación del voltaje en el *piezo-shunt* queda.

$$U_p(s) = G_{ua}(s) U_a(s) + G_{uu}(s) U_z(s) \quad (3.27)$$

De (3.26) hacemos un cambio de variable y factorizamos para la impedancia total del sistema.

$$K(s) = \frac{Z(s)}{Z(s) + \frac{1}{C_p s}} \quad (3.28)$$

Sustituimos (3.28) en la ecuación (3.26) y queda simplificada

$$U_z(s) = K(s) U_p(s) \quad (3.29)$$

Combinamos (3.27) y (3.29) y nos queda el sistema compuesto para el *piezo-shunt*

$$\frac{U_p(s)}{U_a(s)} = \frac{G_{ua}(s)}{1 - G_{uu}(s)K(s)} \quad (3.30)$$

Considerando el desplazamiento de la estructura $d(r, s)$ la función de transferencia compuesta queda de forma similar

$$\frac{d(r, s)}{U_a(s)} = \frac{G_{da}(r, s)}{1 - G_{uu}(s)K(s)} \quad (3.31)$$

Ahora, considerando los efectos de la perturbación provocada por la fuerza $f(r, s)$, se puede aplicar también el principio de superposición a (3.30) y (3.31) quedando las ecuaciones:

$$U_p(s) = \frac{G_{ua}(s)U_a(s) + G_{uf}(r, s)f(r, s)}{1 - G_{uu}(s)K(s)} \quad (3.32)$$

$$d(r, s) = \frac{G_{da}(r, s)U_a(s) + G_{df}(r, s)f(r, s)}{1 - G_{uu}(s)K(s)} \quad (3.33)$$

donde $G_{df}(r, s)$ y $G_{uf}(r, s)$ son las funciones de transferencia desde una fuerza de perturbación $f(r, s)$ al desplazamiento $d(r, s)$ y de dicha fuerza al voltaje del piezo U_p

$$G_{df}(r, s) = \frac{d(r, s)}{f(r, s)} \quad (3.34)$$

$$G_{uf}(r, s) = \frac{U_p}{f(r, s)} \quad (3.35)$$

La ecuación (3.30), muestra que una impedancia eléctrica *shunt*, parametriza un controlador por retroalimentación de tensión colocada equivalente [6, 1].

3.2. Diseño de la plataforma experimental.

Para analizar el comportamiento dinámico del plato cuadrado delgado, se montó una plataforma experimental donde se sometió el plato a excitaciones armónicas controladas por medio de un mecanismo vibratorio conocido como *shaker*, donde una vez definidas ciertas condiciones de frontera poder encontrar sus frecuencias naturales en un rango determinado de frecuencias a las que se excite el plato.

La plataforma experimental consta de dos configuraciones debido a que se consideran dos condiciones de frontera distintas. Primero se considera el **caso 1** con el plato cuadrado fijo solamente del centro donde se ejerce la excitación con el *shaker* en forma horizontal y con los lados del plato libres (Fig. 3.4). Luego, se ensambla el **caso 2** donde la condición de frontera es mantener los 4 lados del plato fijos con la ayuda de un marco de aluminio mas grueso que ofrezca mayor rigidez y sujeto a un bastidor aterrizado; dejando el centro libre, que es donde se excita con el *shaker* en forma vertical (Fig. 3.5).

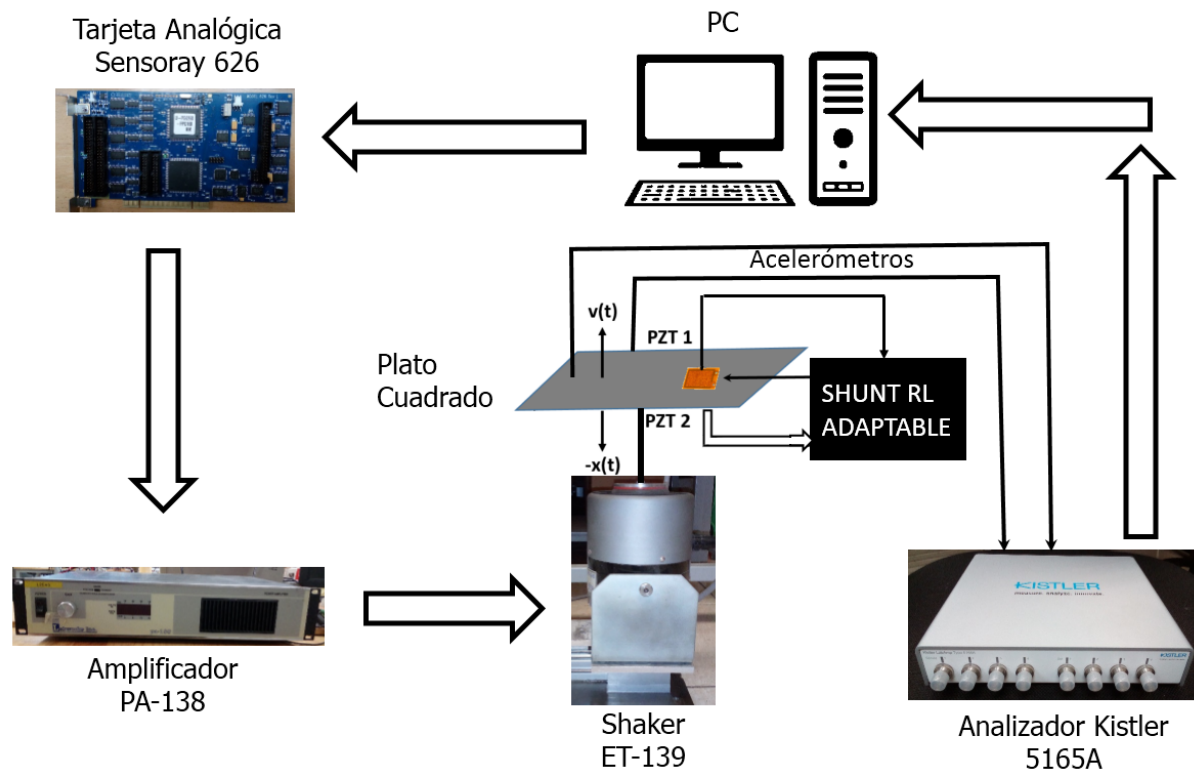


Figura 3.4: Plataforma experimental para caso 1.

En dichas plataformas una PC de escritorio funge como fuente para generar un barrido frecuencial por un módulo chirp de simulink, de ahí se manda la señal a un bloque de salida analógica que sale por medio de una tarjeta sensoray 626 conectada a la PC. La señal analógica se envía al *shaker*, modelo ET-139 de *Labworks*[®], el cual es previamente energizado por un amplificador de señales modelo PA-138 también de *Labworks*[®] que es el que regula la potencia del *shaker*. Al *shaker* se conecta entonces el plato cuadrado para transmitirle el barrido frecuencial y obtener su FRF. Para la adquisición de datos se utilizó un par de acelerómetros *Kistler*[®] tipo 8640A10 y 8640A50 colocados directamente sobre el plato cuadrado para sensar la intensidad de las vibraciones y ubicar sus frecuencias naturales. Dichos acelerómetros se conectan a un analizador *Kistler*[®] Labamp tipo 5165A y los datos se capturan y procesan por software propietario en la misma PC. Los parches piezoeléctricos a usar serán un PZT DuraAct[®] P-876.A12 y un MFC M-5628-P1, donde estarán cementados a la estructura en forma bimorfa, es decir uno por cada lado de la superficie del plato en la misma posición; donde uno fungirá como sensor y otro como actuador; en otras pruebas se invertirán esos roles y se repetirán las pruebas con las mismas frecuencias, esto para evaluar el desempeño de ambos parches como actuadores atenuadores.

En ambos casos se realizan pruebas con y sin el circuito *piezo-shunt* conectado, para obtener primero su FRF y encontrar sus frecuencias naturales en cada caso y posteriormente conectar el circuito para evaluar el efecto atenuador del *piezo-shunt*.

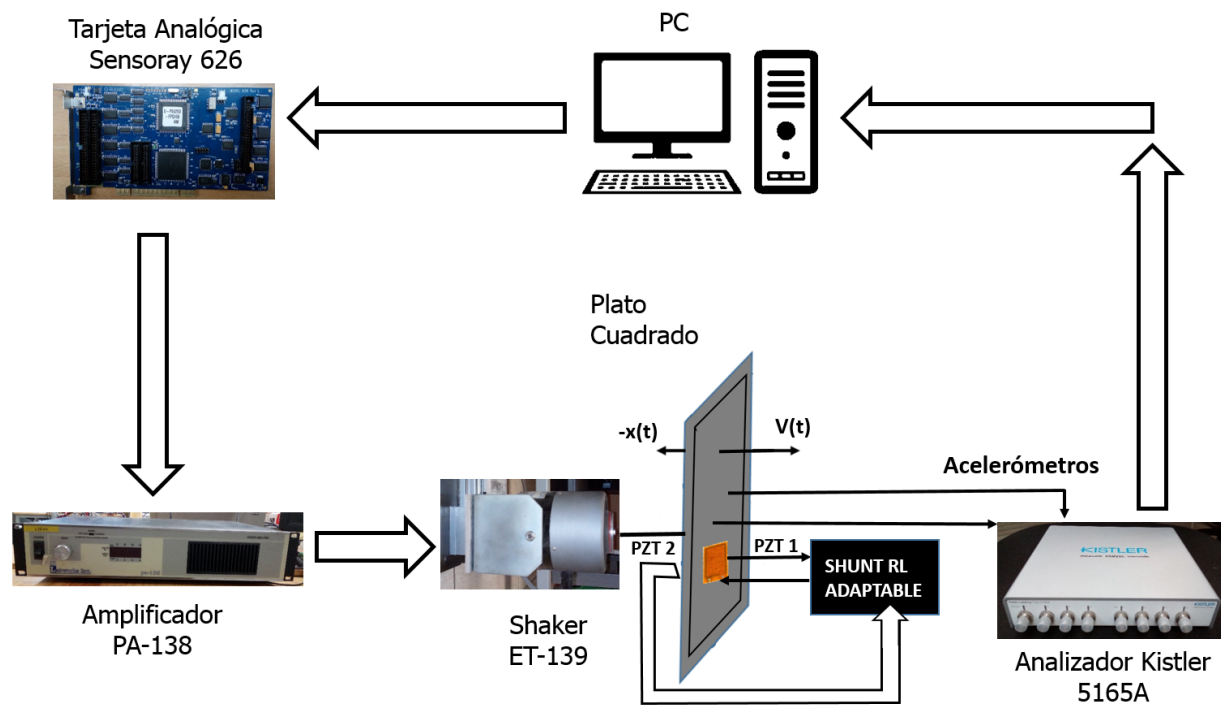


Figura 3.5: Plataforma experimental para caso 2.

Se describirá cada elemento de las plataformas por separado. Las hojas de datos necesarias se enlistan en el Apéndice C.

3.2.1. PC y software.

Se usa una PC de escritorio con *Windows*[®] XP a 32 bits. Se usó este sistema operativo para que la tarjeta analógica pudiera interactuar en tiempo real con matlab, ya que la tarjeta solo funciona en sistemas de 32 bits, no funciona en sistemas de 64 bits. Se usan versiones de matlab 2009 o menores, debido que todavía contaban con el soporte para la interacción en tiempo real con la tarjeta externa por medio de la librería *Real Time Windows Target* y la herramienta *Real Time Workshop*. En las versiones más recientes de matlab ese modulo se dispuso con costo extra por parte del desarrollador y no viene disponible de inicio. Dicha PC también se utilizó para la adquisición de los datos de las pruebas por medio del puerto de red conectado al analizador *Kistler*[®] Labamp tipo 5165A. La herramienta para la adquisición de datos utiliza el software propietario de *Kistler*[®] utilizando como interfaz de usuario el navegador web predeterminado, semejante a una página web.

3.2.2. Tarjeta analógica.

Se utiliza una tarjeta *Sensoray*[®] modelo 626 de *National Instruments*, como puerta de enlace de entrada y salida entre la interfaz que tenemos de *Simulink*[®] y el medio físico que realizará la excitación externa al plato.

La tarjeta está conectada a una PC por medio del puerto PCI interno, con un bus de 32 bits a 33 MHz debido a esto solo es compatible con sistemas operativos de 32 bits. Cuenta con 4 puertos de salida analógicos DAC (del 0 al 3) pines 42 al 48; para poder enviar al exterior las señales generadas en Simulink hacia el amplificador PA-138 y de ahí al *shaker*. Los puertos cuentan con 14 bits de resolución y tardan 200 μ s en convertir la señal digital proveniente de la PC a un valor de voltaje analógico que se encuentre en un rango de ± 10 V.

Cuenta también con 16 puertos de entrada analógicos ADC (0-15) pines 4 al 18 y 22 al 36; para la adquisición de datos, sobre todo para retroalimentación de señal de salida de un sistema, pero en el caso del presente trabajo no se utilizaron.

3.2.3. Transductor electromagnético o *shaker*.

El transductor electromagnético modelo ET-139 de *Labworks*[®] es el mecanismo también conocido como *shaker* que excita al plato con vibraciones armónicas de acuerdo a las frecuencias deseadas. El *shaker* tiene un diámetro de 3,25 in, montado sobre un sistema de suspensión magnética de armadura que provee un movimiento axial estable, con alta rigidez lateral, sin rodamientos ni partes deslizantes que hagan contacto en su interior o que provoquen ruidos o distorsiones en las señales que se le suministren. Su diseño permite poder utilizar flechas tipo *stingers* de varios diámetros y varias longitudes; permitiendo atravesar axialmente la carcasa por completo. Esto junto con su fuerza de empuje de 35 hasta 75 lbf pk, permite poder utilizarlo con plataformas lineales para montaje con estructuras; así como desplazamientos libres para punzar sobre superficies planas. Permite una carrera de movimiento axial de la armadura de una pulgada. La unión que lo sujeta al chasis permite poder operarlo en diversas posiciones, en un rango de ángulos desde 0 a 180°, ajustándolo fácilmente con los tornillos laterales. Su rango de operación en frecuencia es de 0 a 6,500 Hz. Junto con el amplificador PA-138 provee un gran desempeño y alta confiabilidad.

3.2.4. Amplificador para el *shaker*.

El amplificador PA-138 de *Labworks*[®] toma la señal de la tarjeta *Sensoray*[®] 626 y la amplifica a niveles suficientes para excitar el plato en sus frecuencias de resonancia y que muestre los efectos de sus formas modales. Cuenta con una potencia de hasta 900 W; siendo capaz de atenuar o amplificar la señal original que excite las resonancias de la estructura de estudio, dando un mejor control de la amplitud de la señal para evitar dañar la estructura.

3.2.5. Analizador *Labamp* y acelerómetros.

El dispositivo conocido como analizador *Kistler*[®] *LabAmp* tipo 5165A, es un amplificador de carga de bajo ruido y una unidad de adquisición de datos para mediciones dinámicas.

Este dispositivo puede ser usado con varios tipos de sensores como parches piezoeléctricos, acelerómetros u otro tipo de sensores con salidas de voltaje. El amplificador Kistler convierte esa carga de los sensores directamente en señales digitales de un valor proporcional al sentido, para un procesamiento posterior de esas señales en herramientas de software que faciliten su análisis. Se conecta muy fácilmente vía cable a un puerto de red fastethernet en una PC o laptop como host. Utiliza un software propietario que realiza la función de reconocimiento del dispositivo en el sistema del host, asignándole una IP para el enlace de datos vía protocolo TCP/IP, una vez reconocido por el sistema lanza su interfaz de operación vía el navegador predeterminado con que se cuente. Cuenta con 4 canales de sentido con conexiones BNC a prueba de ruido, con 24 bits de adquisición de datos y hasta 200000 muestras por segundo por cada canal (ajustable). Tiene diversos filtros ajustables, led de estatus visual para indicar saturación o funcionamiento correcto del canal; además cuenta con 4 canales adicionales de salida. Con un rango de frecuencias de 0 a 100 kHz, voltaje de entrada máximo de ± 30 V y una impedancia de entrada de 10 M Ω .

Como sensores se utilizan 2 acelerómetros *Kistler*[®] modelos 8640A10 con un rango de aceleración de 10g y una sensibilidad de 500 mV/g y otro modelo 8640A50 con un rango de 50g y sensibilidad de 100 mV/g. Los cuales cuentan con conectores BNC a prueba de ruido y superficies magnéticas para una mejor fijación a la estructura.

3.2.6. Parches piezoeléctricos PZT y MFC.

Los parches piezoeléctricos ya se han comentado ampliamente en los Capítulos 1 y 2 y solo se mencionan aquí los modelos utilizados para las pruebas. Transductor PZT, modelo *DuraAct*[®] P-876.A12 de *Physik Instrumente Corporation*. y el transductor MFC, modelo M-5628-P1 de *Smart Material Corporation*.

3.3. Esquemas de control.

3.3.1. Ley de control de adaptación de fase relativa mono modo.

Como se vio previamente en la Fig. 3.3, una impedancia $Z(s)$ de un circuito *piezo-shunt*, parametriza un controlador de retroalimentación por deformación del amortiguamiento piezoeléctrico del arreglo *piezo-shunt*. El controlador *piezo-shunt* resonante RL obtenido atenúa la vibración de un solo modo de vibración. El rendimiento de la atenuación de dicho circuito resonante es sensible a la variación de las frecuencias y a la capacitancia del transductor; por lo que se requiere la sintonización en línea de la inductancia L para lograr una atenuación adecuada de las vibraciones a las frecuencias deseadas. Para este propósito de sintonía eficiente es que se ha desarrollado lo que se conoce como desplazamiento de fase relativo o adaptación de fase relativa que consiste en el ajuste de la diferencia de fase relativa entre la velocidad de desplazamiento de la estructura y la corriente que circula en el circuito *piezo-shunt* para un valor de fase deseado de $-\frac{\pi}{2}$.

Partimos de que en un circuito RL la impedancia en su transformada de Laplace es

$$Z(s) = R + sL \quad (3.36)$$

Por la ley de Ohm tenemos

$$U_z = I_z(s) \cdot (R + sL) \quad (3.37)$$

Retomando las ecuaciones (3.28) y (3.29) donde se considera la capacitancia del piezo, para sustituirlas en (3.37) y despejar la corriente en el *piezo-shunt*

$$I_z(s) = \frac{U_p(s)}{R + sL + \frac{1}{C_p s}} \quad (3.38)$$

Como $U_p(s)$ es dinámicamente proporcional a la deformación $x(s)$ que experimenta el piezo considerando una constante de proporción c , y $v(s)$ la velocidad de desplazamiento de la estructura, tenemos que

$$U_p(s) = cx(s) \quad (3.39)$$

Pero, como

$$x(s) = \frac{v(s)}{s} \quad (3.40)$$

Así que, combinando (3.39) y (3.40) para despejar la velocidad queda

$$v(s) = \frac{sU_p(s)}{c} \quad (3.41)$$

La función de transferencia entre la velocidad $v(s)$ y la corriente $I_z(s)$ sustituyendo (3.38) y (3.41) se puede expresar

$$G_{Iv}(s) = \frac{I_z(s)}{v(s)} = \frac{c}{s \left(R + sL + \frac{1}{C_p s} \right)} \quad (3.42)$$

Simplificando y acomodando la ecuación

$$G_{Iv}(s) = \frac{cC_p}{s^2LC_p + sRC_p + 1} \quad (3.43)$$

Para conocer la fase sustituimos $s = j\omega$ y calculamos el ángulo.

$$\phi_n = \angle G_{Iv}(j\omega) = -\tan^{-1} \left(\frac{\omega RC_p}{1 - \omega^2 LC_p} \right) \quad (3.44)$$

Para conseguir la sintonía correcta de circuito *piezo-shunt RL* se requiere que $\omega = \omega_n$, ya que ω_n es la frecuencia natural de resonancia de la estructura del n -ésimo modo, y se puede calcular de la forma siguiente

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC_p}} \quad (3.45)$$

Y para que se cumpla la ley de control de adaptación de fase relativa, tendremos la condición de fase deseada.

$$\hat{\phi}_n = -\frac{\pi}{2} \quad (3.46)$$

Puede definirse entonces una función que indique la dirección de sintonización requerida para el valor de la inductancia.

$$f_p(L, \omega_n) = \text{sign} \left(\angle G_{Iv}(j\omega_n) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.47)$$

Como una evaluación del ángulo de fase no es sencilla, una alternativa para esto es considerar que la velocidad $v(t)$ y la corriente $I_z(t)$ están en fase y las resonancias son amortiguadas muy ligeramente. Así el producto de estas variables puede quedar.

$$v(t) \cdot I_z(t) = \sin(\omega_n t) \cdot A_n \sin(\omega_n t + \phi_n) \quad (3.48)$$

$$A_n = |\angle G_{Iv} j\omega| \quad (3.49)$$

Después de una manipulación trigonométrica de (3.48) tenemos la expresión

$$v(t) \cdot I_z(t) = A_n \left(\frac{1}{2} \cos \phi_n - \cos(2\omega_n t + \phi_n) \right) \quad (3.50)$$

Si utilizamos un filtro paso bajo con frecuencia de corte inferior a $2\omega_n$ la ecuación (3.50) puede quedar representada

$$g_{LP}(t) * [v(t) \cdot I_z(t)] = \frac{A_n}{2} \cos \phi_n \quad (3.51)$$

donde $g_{LP}(t)$ representa la respuesta al impulso del filtro pasa bajos y el operador $*$ implica una convolución en el dominio del tiempo.

Ahora, la adaptación discreta de la inductancia L cuando sintoniza el n -ésimo modo, se da cuando $L = L_k$, siendo L_k la inductancia de resonancia y se puede representar por la siguiente expresión. Con α siendo una constante de sintonización

$$L_{k+1} = L_k + \alpha \cdot (f_p(L_k, \omega_n)) \quad (3.52)$$

Para conocer el sentido de la sintonía, existe también una equivalencia de la siguiente forma

$$\text{sign}(g_{LP}(t) * [v(t) \cdot I_z(t)]) = \text{sign} \left(\angle G_{Iv}(j\omega_n) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.53)$$

Igualando (3.47) y (3.53) y sustituyendo en (3.52) nos queda

$$L_{k+1} = L_k + \alpha \cdot \text{sign}(g_{LP}(t) * [v(t) \cdot I_z(t)]) \quad (3.54)$$

Eliminando el operador sign nos permite conocer de forma efectiva la tasa de sintonización a variar; y se puede obtener una ley de sintonización continua a la que podremos llamar **ley de control de adaptación de fase relativa** para un circuito absorbedor tipo *piezo-shunt RL* de un solo modo [4, 1]

$$\frac{d}{dt} L(t) = \alpha (g_{LP}(t) * [v(t) \cdot I_z(t)]) \quad (3.55)$$

Ahora, es posible también adaptar la ley de control para poder implementarla con otros parámetros más fáciles de medir.

Partimos de la condición de fase deseada de la ecuación (3.46).

La adaptación del inductor L se puede representar de la siguiente forma

$$\frac{d}{dt}L(t) = \beta \text{sign} \left(\angle \left(\frac{I_z(s)}{v(s)} \right) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.56)$$

Aplicando la ley de Ohm sabemos

$$U_L(s) = sLI_z(s) \quad (3.57)$$

Sustituyendo (3.57) en (3.56) y agrupando términos equivalentes queda

$$\frac{d}{dt}L(t) = \beta \text{sign} \left(\angle \left(\frac{U_L(s)}{sv(s)} \right) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.58)$$

Ahora tomamos (3.40) y multiplicamos ambos términos por s^2 resultando

$$sv(s) = s^2x(s) \quad (3.59)$$

Sustituimos (3.59) en el argumento de (3.58) y podemos asumir que

$$\angle \left(\frac{U_L(s)}{s^2x(s)} \right) = -\angle \left(\frac{U_L(s)}{x(s)} \right) \quad (3.60)$$

Reemplazando en (3.58) queda

$$\frac{d}{dt}L(t) = -\beta \text{sign} \left(\angle \left(\frac{U_L(s)}{x(s)} \right) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.61)$$

Hacemos un cambio de variable para la ganancia de sintonía

$$\gamma = -\beta \quad (3.62)$$

Quedando finalmente la nueva representación equivalente de la ley de control en el dominio del tiempo

$$\frac{d}{dt}L(t) = \gamma (g_{LP}(t) * [x(t) \cdot U_L(t)]) \quad (3.63)$$

donde tanto el desplazamiento o deformación de la estructura $x(t)$, así como el voltaje en el inductor $U_L(t)$, pueden medirse con mayor facilidad en la práctica.

3.4. Arreglo *piezo-shunt* con plato cuadrado.

Una vez conocida la ley de control, se puede implementar un arreglo *piezo-shunt* con el plato cuadrado como se muestra en la Fig. 3.6. Consideramos ahora $I_L = I_Z$ y $U_L = U_z$ con

esta nueva notación, el absorbedor *piezo-shunt* está formado por un inductor virtual con su corriente I_L controlada por un voltaje U_c por medio de un transistor JFET en serie con el inductor. Dicho voltaje U_c depende de las señales del voltaje en el inductor U_L y el voltaje U_P proveniente de un sensor en el plato que puede implementarse con otro parche PZT2 (este voltaje será proporcional al desplazamiento y velocidad del plato). Estas dos señales de voltaje se filtran y multiplican en el dominio de la frecuencia para generar el efecto de convolución en el dominio del tiempo que menciona la ley de control; finalmente esa señal se integrará para generar una señal de voltaje escalar decreciente que será el voltaje U_c de control.

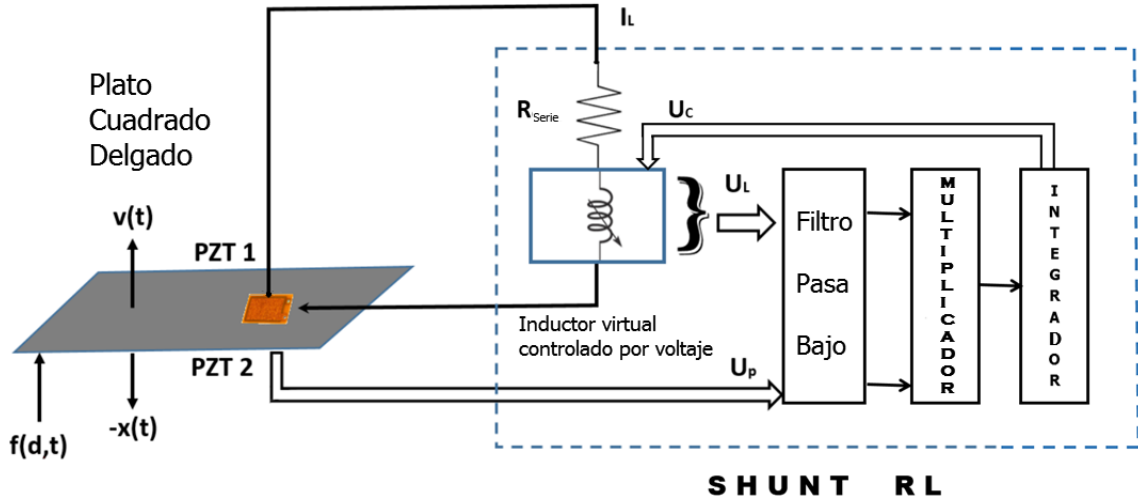


Figura 3.6: Arreglo piezo-shunt.

Para fines de simulación del sistema, para conocer $v(t)$ aplicamos transformada inversa de Laplace a la ecuación (3.40) proponemos una función de movimiento para $x(t)$ y despejamos

$$v(t) = \frac{d}{dt}x(t) \quad (3.64)$$

Como se vio en el Capítulo 2 donde se describió el inductor virtual, la corriente en el inductor I_L al ser la misma corriente I_D que circula por el transistor JFET en serie en el circuito, dependerá del voltaje de compuerta V_{GS} que se trata del voltaje de control U_c en nuestro sistema. La corriente I_L es posible calcularla con la ecuación de Shockley para el JFET mencionada en (2.14), así utilizando la notación del arreglo *piezo-shunt* se calcula [52].

$$I_L = I_{DSS} \left(1 - \frac{U_c}{V_p}\right)^2 \quad (3.65)$$

donde se mencionó que I_{DSS} y V_p son constantes para cada tipo de transistor y las proporciona cada fabricante en las hojas de datos. Así entonces, la corriente en el inductor I_L dependerá de U_c (ver Fig. 2.5).

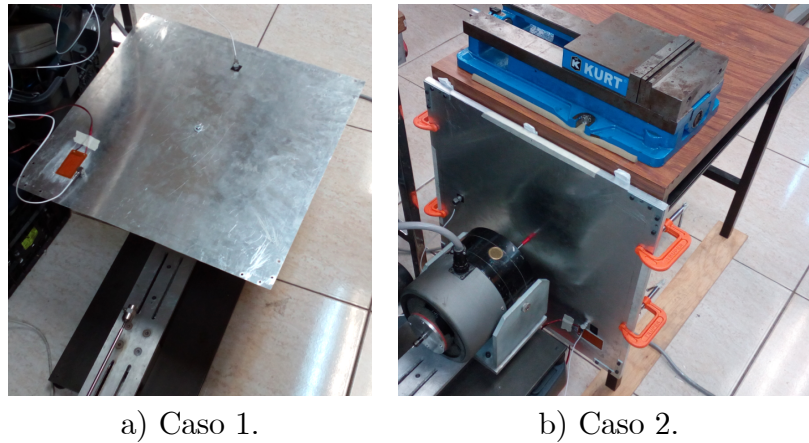


Figura 3.7: Plataforma experimental.

Los montajes reales de las plataformas experimentales para los casos 1 y 2 pueden apreciarse en la Fig. 3.7.

3.5. Resultados en simulación.

3.5.1. Simulación del absorbedor de vibraciones *piezo-shunt*.

Para simular el comportamiento del absorbedor de vibraciones *piezo-shunt*, se utiliza la ecuación (3.55) que describe la *ley de control de adaptación de fase relativa*.

Para la primera simulación se considera un valor de capacitancia del parche de 220 nF y se da un valor inicial de $-U_c$ de 35 V. Se inicia la señal de excitación a la estructura y se observa que la amplitud de la velocidad de desplazamiento $v(t)$ se incrementa. Casi de inmediato entra en operación la ley de control y el valor de $-U_c$ aumenta hasta alcanzar un nivel de 45 V para rápidamente atenuar el movimiento de la estructura a un nivel muy bajo cercano a cero. La atenuación del movimiento converge muy rápido, del orden de milisegundos y se puede observar también que la señal del producto entre $v(t) I(t)$ converge a cero. Como se puede apreciar en la Fig. 3.8.

Para la segunda simulación se consideran los mismos valores iniciales y se pone un tiempo de switcheo de 1 segundo para que la capacitancia del parche cambie de 220 nF a 170 nF sin cambiar la frecuencia; simulando así un cambio de temperatura en el piezoeléctrico que cause una variación en su capacitancia. Puede apreciarse en la gráfica como el *piezo-shunt* actúa nuevamente y converge rápidamente de un voltaje de $-U_c$ de 45 V a 40 V para estabilizar las vibraciones en $v(t)$. Mostrado en la Fig. 3.9. Con esto se comprueba la dinámica de la ley de control [4].

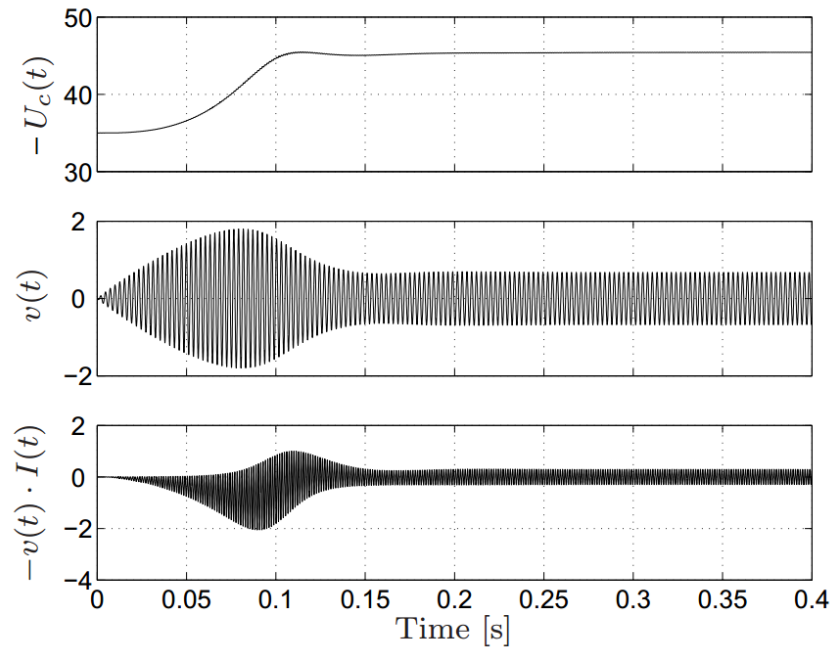


Figura 3.8: Simulación piezo-shunt con ley de control y C_P fija de 220 nF.

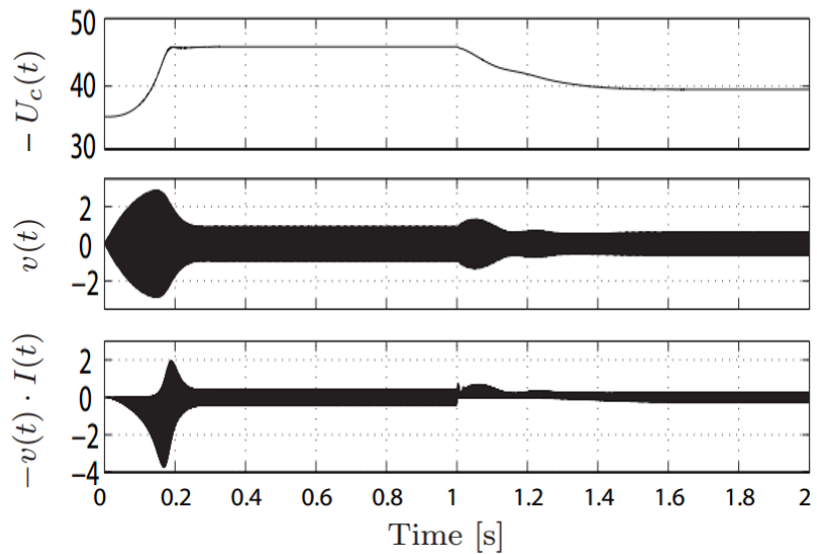


Figura 3.9: Simulación piezo-shunt con ley de control y C_P cambiando a 170 nF.

Capítulo 4

Resultados preliminares y análisis modal

4.1. Resultados preliminares para obtener la FRF del plato cuadrado delgado.

Con la plataforma descrita en el Capítulo 3, se realizan pruebas con el plato cuadrado excitado por el *shaker* y las condiciones de frontera mencionadas en el caso 1 (fijo en el centro) y en el caso 2 (4 lados fijos), para encontrar su FRF por medio del análisis de su Transformada Rápida de Fourier (FFT).

El experimento preliminar consistió en aplicarle al plato un barrido frecuencial de una onda senoide en un rango de 0 a 1 kHz, debido al ancho de banda soportado por la tarjeta *Sensoray*. La estructura es monitoreada con los acelerómetros de 10g y 50g y el analizador *Labamp* de *Kistler*, durante la prueba para la adquisición de los datos y su posterior análisis para encontrar las frecuencias naturales del plato.

4.1.1. FRF y FRMS para caso 1.

Con la configuración de la plataforma experimental de la Fig. 3.4 (sin el circuito *piezo-shunt*) se realizan varias pruebas idénticas para obtener datos que permitan describir un comportamiento promedio; se realizan las pruebas colocando los acelerómetros en distintas posiciones en el plato; observando que ambos acelerómetros dieron lecturas muy similares en las frecuencias naturales del plato, teniendo variaciones en las amplitudes y fases.

Se eligen los resultados del acelerómetro 8640A50 por tener mayor sensibilidad durante las pruebas. Se aprecia su respuesta en tiempo en la Fig. 4.1.

Con los datos obtenidos fue posible realizar la FRF del plato cuadrado con las condiciones de frontera elegidas, obteniendo más claramente sus frecuencias de resonancia en el ancho de banda seleccionado durante la prueba, utilizando técnicas de identificación de parámetros modales y el método de *Pick Picking* descrito en [46].

Los resultados mostraron que esa estructura con las condiciones de frontera del caso 1, tiene muchas frecuencias naturales, con las amplitudes más altas en las frecuencias bajas

(en rangos de 300 Hz o menores) y amplitudes bajas en frecuencias arriba de ese rango, ya que en rangos altos de frecuencias el plato solo presenta sonidos de zumbidos durante las resonancias y por ende no se consideran efectos muy nocivos. Fig. 4.2.

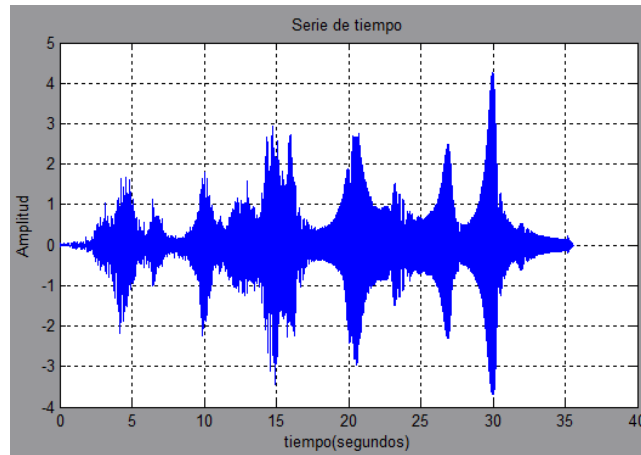


Figura 4.1: Respuesta en tiempo del plato cuadrado. Caso 1.

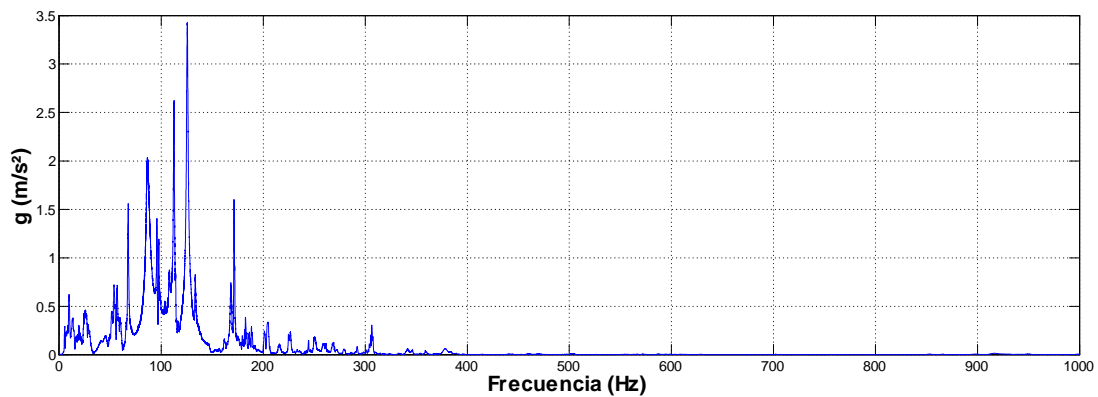


Figura 4.2: FRF experimental del plato a 1 kHz. Caso 1.

Debido a ese comportamiento de la FRF es posible seleccionar las frecuencias más nocivas para la estructura y que puedan ocasionar un daño de deformación mayor al plato por las altas amplitudes que soporta durante esas resonancias. Para ubicarlas se realiza un criterio de identificación conocido como *peak picking* en el cual se elige un nivel de amplitud de referencia, que en el caso de la prueba se elige una fuerza de aceleración de $2g$, así todas las frecuencias con amplitudes iguales o superiores a esa referencia serán consideradas como las frecuencias de resonancia más significativas descritas antes como FRMS. Al realizar este criterio a la FRF del plato dan como resultado 3 FRMS de 86,42 Hz, 112,60 Hz y 125,59 Hz. Sus valores en frecuencia y amplitud pueden visualizarse claramente en la Fig. 4.3.

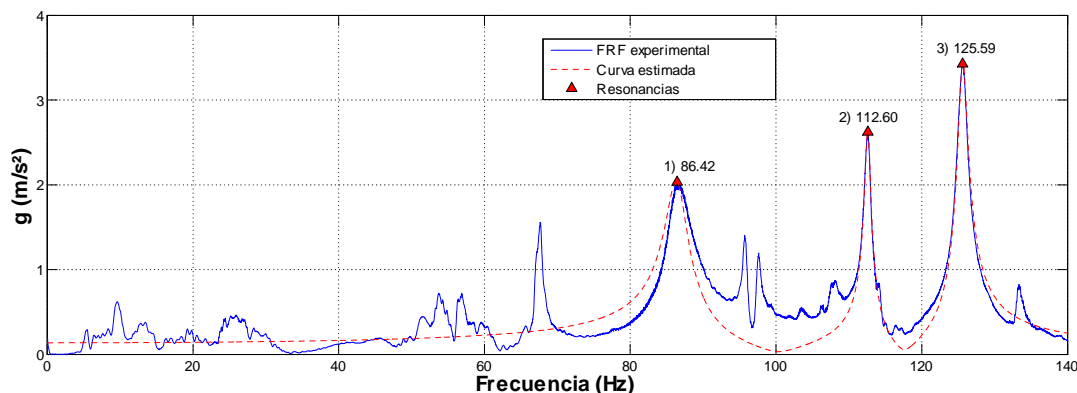


Figura 4.3: FRF experimental del plato con sus FRMS. Caso 1.

4.1.2. FRF y FRMS para caso 2.

Para el caso 2 en que se consideran las condiciones de frontera de 4 lados fijos, se utiliza la plataforma experimental de la Fig. 3.5 (sin el circuito *piezo-shunt*) para repetir las pruebas realizadas en el caso 1. Se observa entonces su respuesta en tiempo en la Fig. 4.4.

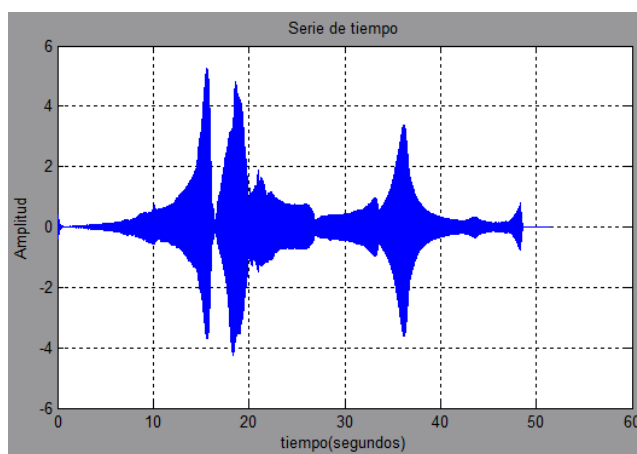


Figura 4.4: Respuesta en tiempo del plato cuadrado. Caso 2.

Se obtiene entonces su FRF a 1 kHz con esas condiciones de frontera y tenemos las frecuencias naturales para este caso. Fig. 4.5.

Se observan menos frecuencias de resonancia que en el caso 1 debido a la mayor rigidez a la que se somete al plato por estar más limitado en su movimiento al tener sus 4 lados fijos.

Para conocer sus FRMS se aplica un criterio similar de *peak picking* de 2 G, dando como resultado 3 FRMS de 63,94 Hz, 77,42 Hz y 149,75 Hz, las cuales se muestran en la Fig. 4.6.

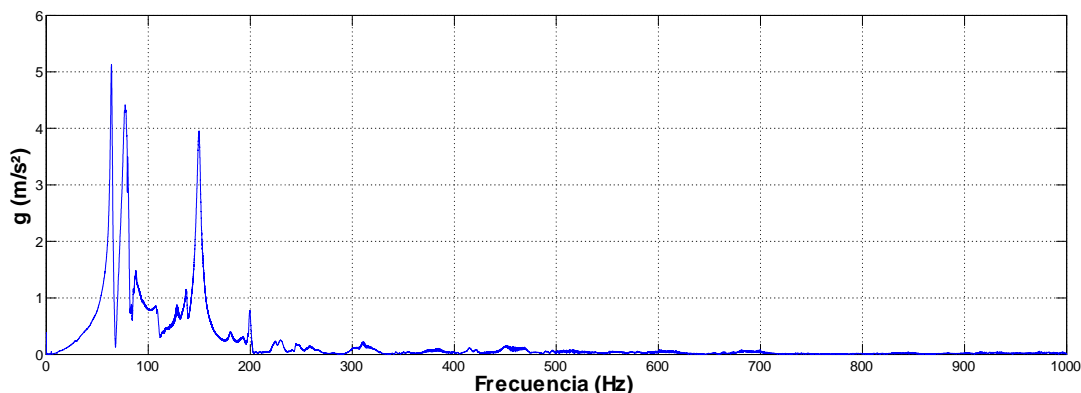


Figura 4.5: FRF experimental del plato a 1 kHz. Caso 2.

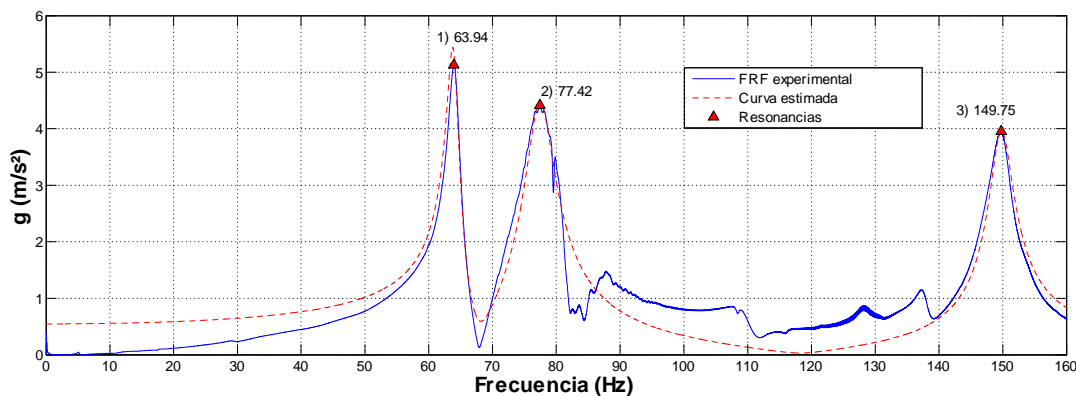


Figura 4.6: FRF experimental del plato con sus FRMS. Caso 2.

4.2. Análisis modal del plato cuadrado delgado.

Para analizar mejor el comportamiento dinámico de una estructura mecánica, existen herramientas de análisis numérico que facilitan conocer cómo se comportará la estructura bajo ciertas condiciones de operación. Una de esas herramientas se conoce como análisis modal, y nos sirve dentro del análisis de vibraciones mecánicas para poder ubicar las frecuencias naturales de la estructura y las formas modales o deformaciones mecánicas que se puedan presentar en la estructura en unas condiciones de frontera determinadas. Esas formas modales están asociadas a sus respectivas frecuencias de resonancias. Esta herramienta es muy útil cuando se trata de estructuras más complejas y de grandes dimensiones que hacen prácticamente imposible analizarlas en un laboratorio de forma física.

El análisis modal aplicado a la estructura del plato cuadrado delgado fue realizado por medio del programa *Anslys Workbench*[®]. Dicha herramienta utiliza el método de elemento finito (MEF) descrito en el Capítulo 2; discretizando la estructura en elementos más pe-

queños con grados de libertad acotados, para poder analizar cada elemento numéricamente y obtener un resultado final contando todos los resultados de cada elemento finito analizado, considerando las propiedades físicas reales de la estructura mencionadas también en el Capítulo 2. El resultado final muestra tanto las frecuencias naturales teóricas de la estructura así como las formas modales asociadas a dichas frecuencias.

Se podrán comparar esos resultados con los valores de las frecuencias obtenidas en las pruebas preliminares al plato, para analizar la efectividad del método de análisis modal. Para esto, se obtendrá el *error porcentual absoluto* (APE) de cada FRMS entre su valor real y su valor calculado por *Ansys*[®]. Finalmente se obtendrá el *error porcentual absoluto medio* (MAPE) para los casos 1 y 2, para obtener el error de aproximación total del método [54].

4.2.1. Análisis modal para el caso 1.

Por los resultados experimentales preliminares se sabe que las frecuencias naturales del plato cuadrado para el caso 1 son muchas pero las más representativas se encuentran en las frecuencias bajas, en una banda de 300 Hz. Por lo que se realiza un análisis de las primeras 18 formas modales. Después de realizar el análisis modal, se puede observar en la Tabla 4.1 el resultado de las frecuencias naturales asociadas con esos modos.

| Modo | Frecuencias Naturales (Hz) | Modo | Frecuencias Naturales (Hz) |
|------|----------------------------|------|----------------------------|
| 1 | 7,679 | 10 | 62,532 |
| 2 | 7,756 | 11 | 63,251 |
| 3 | 10,472 | 12 | 71,406 |
| 4 | 11,862 | 13 | 84,821 |
| 5 | 17,371 | 14 | 106,78 |
| 6 | 32,148 | 15 | 106,95 |
| 7 | 32,205 | 16 | 110,03 |
| 8 | 43,148 | 17 | 126,82 |
| 9 | 62,433 | 18 | 127,01 |

Tabla 4.1. Análisis modal del plato cuadrado. Caso 1.

Las frecuencias calculadas por *Ansys*[®] se encuentran en rangos muy cercanos a las experimentales. Considerando solo las 3 FRMS conocidas por el resultado experimental, podemos observar las formas modales asociadas a esas frecuencias en los modos 13, 16 y 18 mostrados en la Fig. 4.7. Se pueden apreciar las deformaciones que puede sufrir el plato cuadrado delgado cuando entra en esas resonancias nocivas; estas formas oscilatorias muestran patrones visuales conocidos como figuras de Chladni [45]. Se realizará más adelante un análisis comparativo para ver el porcentaje de error de aproximación.

Se realiza una comparación de los resultados numéricos obtenidos por *Ansys*[®] y los resultados reales arrojados por las pruebas preliminares para evaluar la eficacia del método.

La Tabla 4.2 muestra la comparación, considerando el APE de cada lectura. Donde el APE se calcula con la ecuación (4.1).

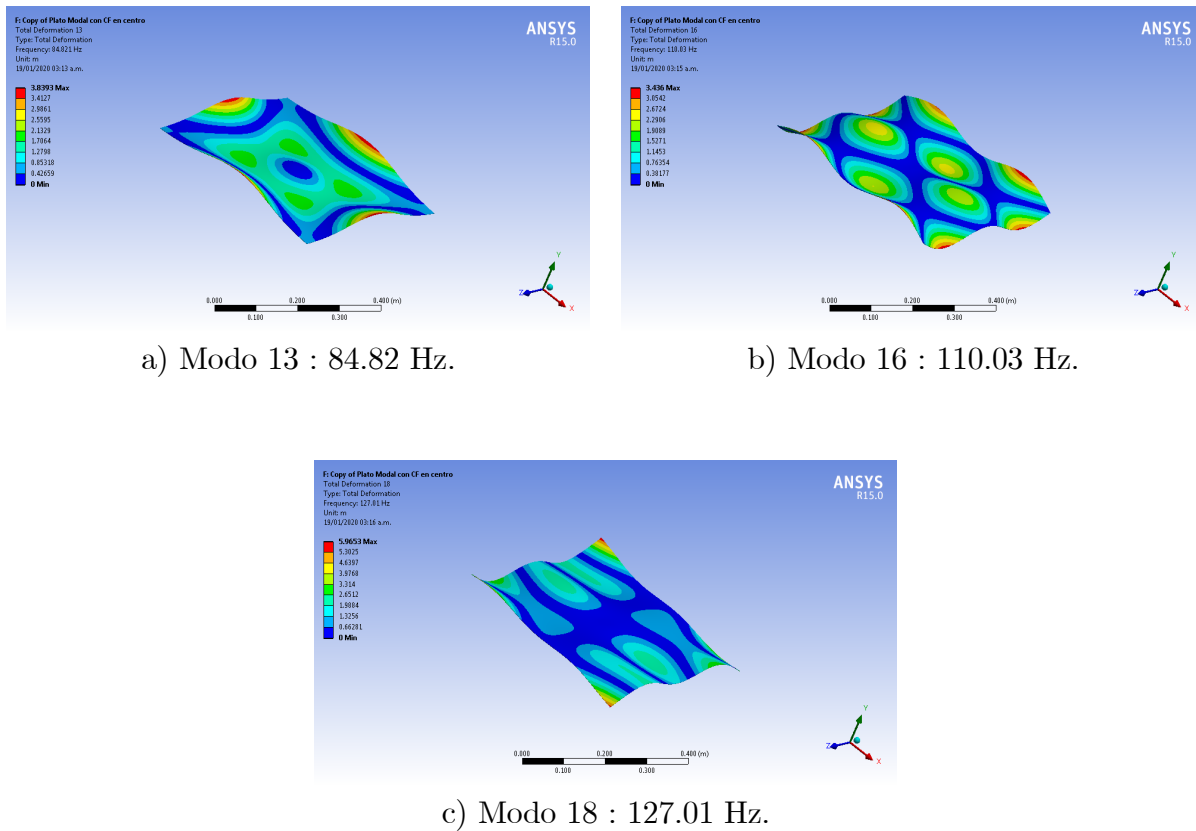


Figura 4.7: Formas modales de Ansysó para las FRMS del caso 1.

$$APE = \left| \frac{\text{valor real} - \text{valor calculado}}{\text{valor real}} \right| 100 \quad (4.1)$$

| | FRMS (Hz) | | |
|---------------------|-----------|--------|--------|
| Prueba Experimental | 86.42 | 112.60 | 125.59 |
| Análisis Modal | 84.82 | 110.03 | 127.01 |
| APE (%) | 1.850 | 2.282 | 1.130 |

Tabla 4.2. Comparativa de FRMS experimental y modal para el caso 1.

Ahora para conocer el margen de error total del método para el caso 1 se evalúa el MAPE, el cual se calcula haciendo un promedio de los errores de las lecturas, quedando entonces:

$$MAPE = \frac{1.850 + 2,282 + 1,130}{3} = 1,754 \quad (4.2)$$

Así el error entre las pruebas experimentales y el análisis modal del comportamiento dinámico de la estructura por MEF de *Ansys*[®] es de 1,75 % para el caso 1; la cual es una

aproximación muy buena considerando que no se modelan en *Ansys*[®] algunos parámetros físicos como gravedad, humedad, presión, temperatura, etc.

4.2.2. Análisis modal para el caso 2.

Se considera ahora el caso 2 donde el área del plato se reducirá; esto es debido a que el plato se montará en un marco de aluminio de una pulgada de ancho por lado; para que el plato quede fijo en sus 4 lados con una zona actuante con dimensiones de 45x45 cm. Tomando en cuenta esto se rediseña la geometría del plato en *Ansys*[®], se le dan las nuevas condiciones de frontera y se calculan sus frecuencias naturales y formas modales.

La Tabla 4.3 muestra las primeras 8 formas modales asociadas a sus frecuencias naturales calculadas por *Ansys*[®] con esas condiciones de frontera.

| Modo | Frecuencias Naturales (Hz) | Modo | Frecuencias Naturales (Hz) |
|------|-----------------------------|------|-----------------------------|
| 1 | 34,144 | 5 | 121,43 |
| 2 | 68,085 | 6 | 128,78 |
| 3 | 71,161 | 7 | 154,29 |
| 4 | 102,66 | 8 | 158,75 |

Tabla 4.3. Análisis modal del plato cuadrado. Caso 2

Puede observarse en ese bloque de frecuencias que se encuentran contenidas las 3 FRMS obtenidas en las pruebas preliminares, en una cierta proximidad. Ese bloque de frecuencias también entran en un ancho de banda de 300 Hz; esto será importante de considerar más adelante en el diseño del circuito *piezo-shunt* porque implicará que se puede utilizar un mismo filtro con la misma frecuencia de corte para ambos casos 1 y 2.

Comparando el valor de las 3 FRMS conocidas para este caso pueden seleccionarse las 3 formas modales más cercanas a esas frecuencias que corresponden a los modos 2, 3 y 7. Esos modos mostrarán las deformaciones que se producen en el plato cuando entran en esas resonancias.

Ese tipo de efectos nocivos son los que se pretenden evitar al sintonizar el absorbedor *piezo-shunt* para atenuar sus amplitudes. Las formas modales para este caso pueden apreciarse en la Fig. 4.8.

Se realiza nuevamente la comparativa de los valores numéricos con los reales ahora para el caso 2. Los resultados se aprecian en la Tabla 4.4.

| | FRMS (Hz) | | |
|---------------------|------------|-------|--------|
| Prueba Experimental | 63.94 | 77.42 | 149.75 |
| Análisis Modal | 68.08 | 71.16 | 154.29 |
| APE (%) | 6.482 | 8.084 | 3.031 |

Tabla 4.4. Comparativa de FRMS experimental y modal para el caso 2.

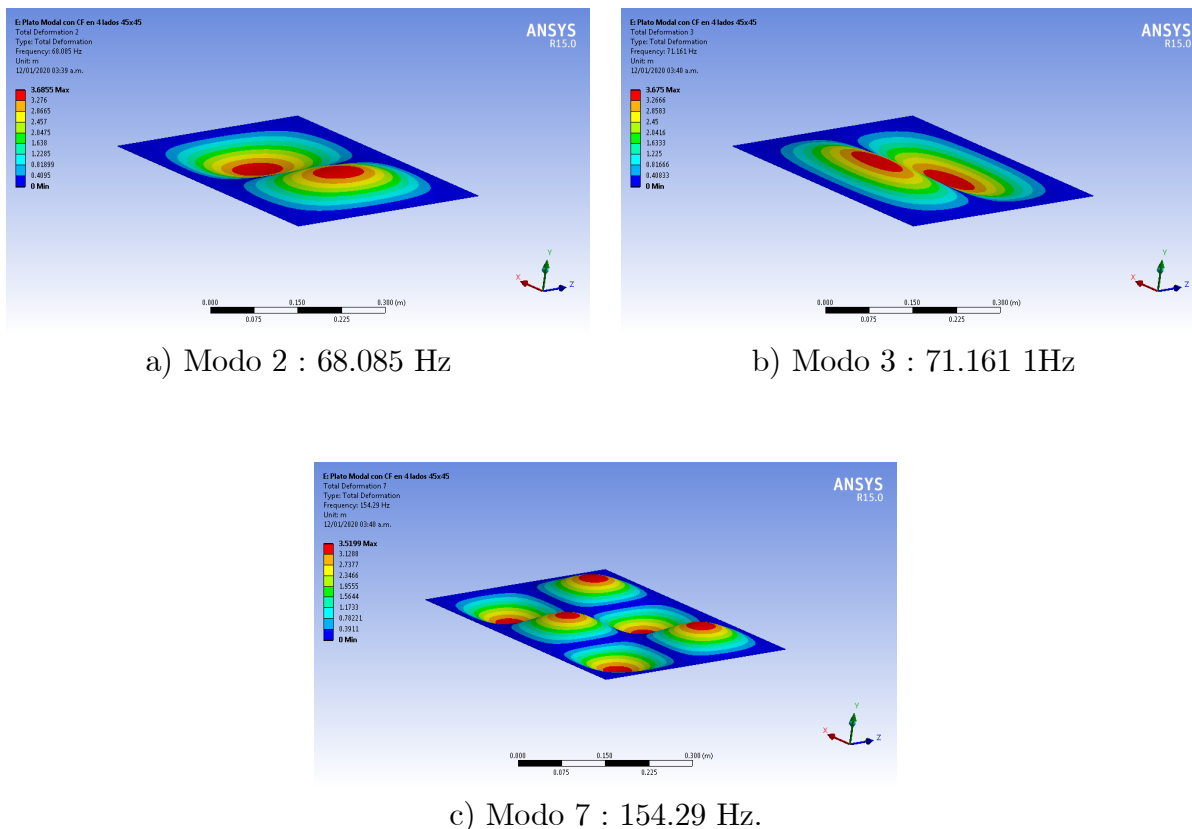


Figura 4.8: Formas modales de Ansysó para las FRMS del caso 2.

Se evalúa entonces el MAPE para el caso 2.

$$\text{MAPE} = \frac{6,482 + 8,084 + 3,031}{3} = 5.8657 \quad (4.3)$$

Por lo que para el caso 2, el error entre las medidas reales y los cálculos numéricos es de 5,86 % el cual es una buena aproximación también. La divergencia un tanto mayor en este caso se debió a factores extras que intervienen tanto en el modelado como en las pruebas experimentales, pues el plato en este caso está sujeto a un marco rígido que le provee al plato también de mayor rigidez para moverse ante perturbaciones, además el plato con el marco se sujetan a una estructura fija (mesa) que tiene su propia rigidez, masa y frecuencias naturales, por lo que durante el barrido también esas características físicas influyen en que las frecuencias del plato se desplacen en la escala final que detectan los acelerómetros.

Por lo anterior visto en este Capítulo, se pudo comprobar que el resultado obtenido por análisis modal es una aproximación aceptable del comportamiento dinámico real de una estructura; por lo que resulta una herramienta eficaz para el análisis de estructuras más complejas; para así conocer con mayor facilidad y rapidez las frecuencias de resonancias que

podrían resultar dañinas para la estructura y su entorno. De esta forma se pueden seleccionar métodos de control para atenuar esas vibraciones, como el absorbedor *piezo-shunt* que se implementa más adelante en este trabajo.

4.3. Colocación de sensores y actuadores en el plato.

Otro aspecto importante para la mayor efectividad del método de control de vibraciones *piezo-shunt*, es la correcta colocación de sensores y actuadores en la estructura. Los lugares ideales, serán donde la energía de vibración sea más intensa y/o exista la presencia de más formas modales que deformen la estructura. Este criterio se estudió en el Capítulo 2 por medio del método de Gawronski, donde se mencionó el uso de las normas H_2 y H_∞ para proponer ubicaciones candidatas para la colocación de sensores y actuadores. El método propone las ubicaciones en un mismo plano de operación, sin embargo como se vio en la Fig. 3.6, se utilizará un parche como sensor y otro como actuador en la misma posición de la estructura, en configuración bimorfa, es decir, uno en cada superficie plana del plato. De esta forma ambos parches se someterán a la misma excitación y energía de vibración, así como misma frecuencia.

El método de Gawronski suele ser más útil para estructuras complejas donde no se puede conocer a simple vista las ubicaciones idóneas; sin embargo para el caso del plato cuadrado delgado, por ser una estructura muy simple, es posible detectar por medio de las formas modales vistas en los casos 1 y 2 que las mejores ubicaciones serán en las cuatro esquinas del plato, pues es ahí donde en ambos casos la estructura se deforma más.

Ese mismo criterio de las esquinas se encontró en diversas investigaciones con placas delgadas cuadradas y rectangulares, sobre todo los que han trabajado también con transductores piezoeléctricos; donde además del método de Gawronski implementan otros métodos para llegar a ubicaciones muy similares. Como se encuentra en los trabajos de Gawronski [18], Haase [42], Redmond y Parker [43], Ambrosio, Ripamonti y Resta [44], entre otros. Entonces, en base a esos estudios sobre placas se divide el plato cuadrado delgado en 400 elementos de 2.5cm por lado, esto con la finalidad de dejar las hileras de elementos de la periferia reservados para el marco de aluminio de una pulgada que se utilizará para mantener fijos los lados del plato en las pruebas del caso 2.

Se elije colocar un juego de parches en las posiciones 43, 44, 45, 63, 64 y 65; para mantener una hilera de margen de movimiento con respecto al marco de aluminio para el caso 2 y a la vez ubicar el parche en la zona de la esquina para el caso 1 donde tengan presencia las formas modales mencionadas antes. Se considera el nodo en negro marcado en la esquina formada por las posiciones 190, 191, 210 y 211, que será el centro del plato donde incidirá el *shaker* para provocar la excitación externa. Esto se muestra en la Fig. 4.9.

El objetivo principal de este trabajo es estudiar y comprobar el funcionamiento del circuito *piezo-shunt* como absorbedor de vibraciones, y eso puede realizarse con un solo par de parches piezoeléctricos como sensor y actuador en una sola posición. Es por esto que no fue necesaria una implementación más compleja.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 41 | | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 61 | | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 81 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 101 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 121 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 141 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 161 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 181 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 201 | | | | | | | | | ● | | | | | | | | | | |
| 221 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 241 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 261 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 281 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 301 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 321 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 341 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 361 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 381 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 400 |

Figura 4.9: Colocación del parche en el plato.

Para las pruebas del esquema de control de vibraciones se pretende estudiar ambas tecnologías de PZT y MFC tanto como sensores así como actuadores. De esta forma, se colocará en la posición elegida, de un lado un parche PZT y del otro lado un parche MFC con dimensiones y características similares de desempeño como se describió en la Tabla 2.1. Así, en un conjunto de pruebas se conectará un tipo de parche como sensor y otro como actuador; y en otro conjunto de pruebas se cambian los papeles. Estas pruebas se repetirán para ambos casos 1 y 2 mencionados previamente.

Capítulo 5

Diseño del absorbedor tipo *piezo-shunt*

Se podrá comprobar que el diseño del circuito *piezo-shunt* dependerá directamente de las FRMS que se vayan a sintonizar; por lo que se considera para su diseño los dos casos vistos en capítulos anteriores con condiciones de frontera distintas. Para el correcto funcionamiento del *piezo-shunt* se consideran entonces las FRMS reales que se encontraron en las pruebas preliminares en el Capítulo 4.

5.1. Diseño del circuito *piezo-shunt* para el caso 1.

Primero se considera el Caso 1 con el plato fijo en el centro y sus FRMS para esa condición de frontera. Se calcularán los componentes necesarios de resistencias y capacitores de las diversas etapas del circuito *piezo-shunt* descrito en la Fig. 2.12.

5.1.1. FRMS para caso 1.

Como se vio previamente en el Capítulo 2, el circuito *piezo-shunt* original actúa como un sintonizador mono modo atenuando una sola frecuencia de resonancia. Se diseñará entonces cada etapa del circuito *piezo-shunt*.

Como ya conocemos por barrido frecuencial y análisis de FRF las 3 FRMS reales que deseamos atenuar en el caso 1 con el plato fijo por el centro, uno de los puntos principales del diseño será conocer primero las inductancias necesarias para sintonizar esas frecuencias.

Tenemos entonces que para la condición de frontera del caso 1 sus FRMS son:

$$\begin{aligned} F_1 &= 86,42 \text{ Hz} \\ F_2 &= 112,60 \text{ Hz} \\ F_3 &= 125,59 \text{ Hz} \end{aligned} \tag{5.1}$$

5.1.2. Cálculo de las inductancias que sintonicen las FRMS en caso 1.

La ecuación para conocer la frecuencia natural del *shunt* acoplado con el piezo se vio en el Capítulo 3, con la ecuación (3.45).

Pero si se conocen ya las frecuencias de resonancia del plato cuadrado delgado, se pueden conocer entonces las inductancias del *piezo-shunt* necesarias para sintonizar esas frecuencias, solo despejando para L :

$$L = \frac{1}{\omega^2 C_p} \quad (5.2)$$

Si consideramos ω en términos de las frecuencias en Hertz

$$\omega = 2\pi F \quad (5.3)$$

Sustituyendo (5.3) en (5.2) la inductancia en términos de F queda

$$L = \frac{1}{(2\pi F)^2 C_p} \quad (5.4)$$

Para el cálculo de las inductancias del *piezo-shunt* para el plato, los parches piezoeléctricos seleccionados de acuerdo a sus características físicas y eléctricas descritas en la Tabla 2.1 son: el PZT DuraAct P-876.A12 y el MFC M-5628-P1; donde para el parche PZT la capacitancia $C_p = 87$ nF y para el parche MFC su capacitancia $C_p = 5,07$ nF.

Podemos conocer entonces las inductancias que debe tener el *piezo-shunt* para sintonizar las 3 resonancias con cada parche como actuador.

Con el parche PZT:

$$\begin{aligned} L_{PZT1} &= 38.985 \text{ H} \\ L_{PZT2} &= 22.964 \text{ H} \\ L_{PZT3} &= 18.459 \text{ H} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Con el parche MFC:

$$\begin{aligned} L_{MFC1} &= 668.97 \text{ H} \\ L_{MFC2} &= 394.05 \text{ H} \\ L_{MFC3} &= 316.75 \text{ H} \end{aligned} \quad (5.6)$$

5.1.3. Diseño del inductor virtual en caso 1.

Por ser inductancias altas y comercialmente inviables con bobinas comunes, se utilizará la estrategia de diseño del *inductor virtual Antoniou* vista previamente en el Capítulo 2.

Recordando las ecuaciones (2.13) y (2.17); las inductancias virtuales considerando tres de sus resistencias iguales, se calcula: $L = CRR_4$

La inductancia en este tipo de circuito estará influida principalmente por la capacitancia del inductor virtual que la genera comportándose similar a un circuito oscilador resonante, así pues si las resistencias en el circuito se mantienen sin cambio, la sintonía de las FRMS a atenuar dependerá principalmente de la variación que tenga el capacitor en el circuito. Por lo que se considera entonces un valor distinto de capacitancia para cada frecuencia deseada, quedando el circuito mono modo de la Fig. 2.12, adaptado como circuito multi modo solo seleccionando un capacitor distinto quedando el resto del circuito sin cambios. Como se muestra en la Fig. 5.1.

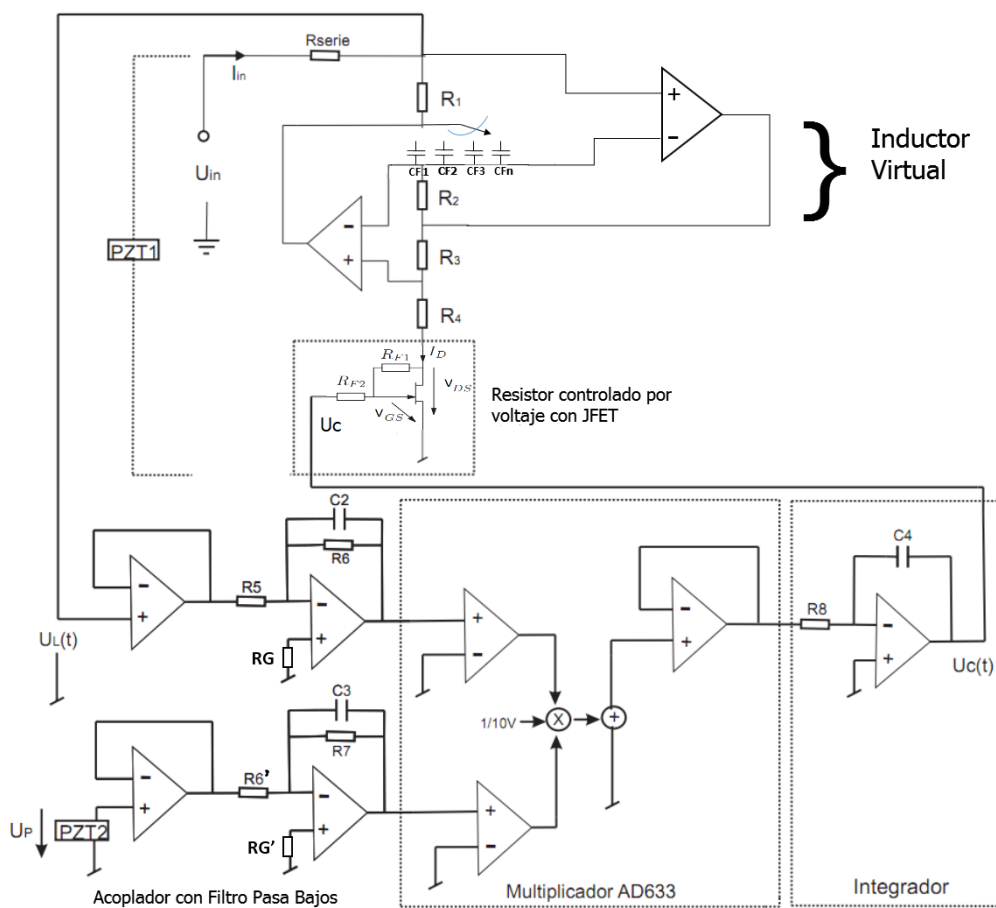


Figura 5.1: Circuito piezo-shunt RL multi modo seleccionable y adaptable.

Como se comentó en la ecuación (2.15), R_4 depende de la impedancia del JFET Z_1 y de una resistencia en serie R_{4h} . Quedando: $R_4 = R_{4h} + Z_1$. La impedancia de un JFET usualmente es pequeña, de menos de $300\ \Omega$; así si se elige un valor de R suficientemente grande del orden de varios $k\Omega$ para obtener valores de C pequeños, más estables y no polarizados; eligiendo también $R_{4h} = R$, Entonces para los cálculos Z_1 puede despreciarse.

Así, si elegimos para nuestro circuito un JFET canal N, **2N5486**, como se menciona en la hoja de datos del componente, se conoce que la impedancia $Z_1 = 100\ \Omega$, I_{DSS} máxima es de 20 mA y el valor de V_P o V_{GS} máxima será de $-25\ \text{V}$. Se observa que la impedancia del JFET es tan pequeña que se descarta y la ecuación (de la inductancia en el inductor virtual) se simplifica.

$$L = CR^2 \quad (5.7)$$

Pero como las inductancias ya las conocemos por cálculos previos con la ecuación (5.4), así para conocer el capacitor que sintonice el *piezo-shunt* en cada FRMS seleccionada, solo despejamos y calculamos C para cada inductancia conocida.

$$C = \frac{L}{R^2} \quad (5.8)$$

Si se propone un valor de $\mathbf{R} = \mathbf{22\ k\Omega}$ (recordar que serán 4 resistencias iguales), esto permitirá obtener capacitores cerámicos sin polarizar en el rango de los nanofarads para estar acorde con las capacitancias de los parches actuadores en el circuito y tener un mejor acoplamiento. Se evitan entonces capacitores de mayor valor, electrolíticos y polarizados que no funcionen correctamente en el inductor virtual por la naturaleza de AC de la señal generada por los parches.

Se pueden calcular ahora los capacitores de sintonía para el parche PZT

$$\begin{aligned} C_{PZTF1} &= 80,54\ \text{nF} && \text{comercial real } 80\ \text{nF} \\ C_{PZTF2} &= 47,44\ \text{nF} && \text{comercial real } 47\ \text{nF} \\ C_{PZTF3} &= 38,13\ \text{nF} && \text{comercial real } 40\ \text{nF} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Para el parche MFC al calcular los capacitores con las resistencias de $22\ \text{k}\Omega$ resultan capacitancias en rango cercano a microfarads que estarían lejanas de la capacitancia del parche; por lo que para un adecuado acoplamiento se diseña un segundo inductor virtual con resistencias de valor de $150\ \text{k}\Omega$ para conseguir capacitancias en valores semejantes a los usados para el parche PZT.

De esta forma los capacitores para el *piezo-shunt* con el parche MFC como actuador quedan

$$\begin{aligned} C_{MFCF1} &= 29,73\ \text{nF} && \text{comercial real } 30\ \text{nF} \\ C_{MFCF2} &= 17,51\ \text{nF} && \text{comercial real } 22\ \text{nF} \\ C_{MFCF3} &= 14,07\ \text{nF} && \text{comercial real } 15\ \text{nF} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Estos serán los capacitores necesarios para poder sintonizar las resonancias a ser atenuadas por el parche PZT y después por el parche MFC como actuador.

La literatura menciona que para actuar como circuito multi modo automático, había que poner varios circuitos *shunt* mono modo en paralelo, pero eso es algo impráctico e implica más costo y espacio; además de limitar aún más la corriente de cada *shunt* que de por si es muy pequeña (en rangos de pocos miliamperes), afectando de esa forma la potencia del circuito actuante. Eso se puede mejorar poniendo un selector automático de los capacitores dentro del circuito; el cual puede ser viable de implementar con una etapa electrónica extra en el circuito *shunt*.

Como ejemplo podría implementarse un conversor de frecuencia a voltaje en la entrada, para poder hacer una asociación de cada nivel de voltaje con la FRMS deseada y posteriormente un switch electrónico adecuado que seleccione cada capacitor cuando se detecte cada frecuencia. Esa implementación del selector automático se puede ver limitada por la velocidad en el tiempo de respuesta de la electrónica disponible y su costo. Además por ser una etapa extra puede implicar mayor consumo de energía en el *shunt*. Así que para efectos prácticos no se consideró su diseño como alcance de este trabajo y solo se implementa el selector manual descrito en la Fig. 5.1.

5.1.4. Diseño del filtro pasabajos.

Para el diseño del filtro pasabajos que filtrará las señales U_L y U_P se retomarán las ecuaciones (2.20), (2.21) y (2.22) para el cálculo de las resistencias del filtro y se propondrá una frecuencia de corte ideal de 300 Hz para que contenga las FRMS que deseamos atenuar. Como las FRMS de ambos casos entran en esa banda se podrá utilizar el mismo diseño del filtro en ambos casos. Considerando la notación del circuito *piezo-shunt* multi modo propuesto en la Fig. 5.1 y proponiendo un capacitor $C_2 = 100$ nF, tenemos que para una onda sinusoidal que pase por cero como en el caso de vibraciones libres, las resistencias del filtro quedan

$$R_5 = \frac{1}{2\pi F_c C_2} \quad (5.11)$$

Luego,

$$R_5 = 5305.2 = 5,3 \text{ k}\Omega$$

Siendo la resistencia comercial más cercana de 5,6 k Ω se recalcula la frecuencia de corte real del filtro

$$F_c = 284.21 \text{ Hz}$$

Así, con $R_5 = 5,6$ k Ω , tenemos que $F_c = 284.21$ Hz, la cual ofrece un ancho de banda suficiente para dejar pasar bien las FRMS deseadas.

Para calcular R_6 se tiene

$$R_6 = R_5 \quad (5.12)$$

Entonces, $R_6 = 5,6$ k Ω también.

Para la resistencia R_G que balancea el circuito retomamos la ecuación (2.22)

$$R_G = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} \quad (5.13)$$

$$R_G = 2800,0$$

Siendo la resistencia comercial más cercana $\mathbf{R}_G = 2,7 \text{ k}\Omega$.

Entonces, se replican los componentes al siguiente lazo espejo del otro filtro para la señal U_P por lo que también

$$\begin{aligned} R'_6 &= R_5 = \mathbf{5,6 \text{ k}\Omega} \\ R_7 &= R_6 = \mathbf{5,6 \text{ k}\Omega} \\ R'_G &= R_G = \mathbf{2,7 \text{ k}\Omega} \\ C_3 &= C_2 = \mathbf{100 \text{ nF}} \end{aligned} \quad (5.14)$$

5.1.5. Multiplicador AD633.

Se elige un multiplicador analógico de cuatro cuadrantes **AD633**, pues cuenta con alta impedancia de entrada y dos entradas diferenciales. Por ser calibrado con láser ofrece una alta precisión y estabilidad, con un ancho de banda de hasta 1 MHz y cuenta con un factor de atenuación $K = \frac{1}{10}$. Su ecuación de salida es

$$W(t) = \frac{(X_1(t) - X_2)(Y_1(t) - Y_2)}{10} + Z \quad (5.15)$$

donde X_1 es la señal filtrada de U_L ; y Y_1 es señal filtrada de U_P . El resto de las señales no aplicables se consideran nulas y quedan $X_2 = Y_2 = Z = 0$ y solo se aterrizan adecuadamente. Por lo que la ecuación del multiplicador se simplifica como

$$W(t) = \frac{1}{10} [X_1(t) Y_1(t)] \quad (5.16)$$

5.1.6. Diseño del integrador y el resistor variable JFET.

Como las señales filtradas de U_L y U_P varían en amplitud y dichas variaciones dependen de la intensidad de la vibración y sensibilidad de los parches piezoeléctricos, se considera para el diseño del integrador de la ecuación (2.23) una ganancia inicial unitaria, pues el producto de ambas amplitudes al pasar por el multiplicador influye también en la ganancia total, y esto afecta la forma como el voltaje de salida del integrador (que es el voltaje de control U_c), converge más rápido o más lento al voltaje V_p del JFET. Dicho voltaje se calcula entonces

$$U_c(t) = -\frac{1}{R_8 C_4} \int W(t) dt \quad (5.17)$$

Así para una ganancia unitaria se consideran los valores del capacitor $\mathbf{C}_4 = 1 \mu\text{F}$ y la resistencia $\mathbf{R}_8 = 1 \text{ M}\Omega$. En la Fig. 5.2, en a) puede observarse que cuando exista poco movimiento del plato, se genera una ganancia de amplitudes pequeña y U_c converge lento a

$V_P = -25\text{ V}$; pero observamos en b) que a medida que las vibraciones se incrementan durante las resonancias, la ganancia de amplitudes es normalmente alta y la U_c convergerá rápidamente al voltaje de saturación del JFET. Para una convergencia del orden de milisegundos se necesitaría una mayor ganancia en el integrador y bastará con reducir el valor de la resistencia R_8 , por lo que se decide elegir mejor un **potenciómetro** con valor de $1\text{ M}\Omega$ para poder graduar la velocidad de integración según se necesite.

Podrá comprobarse también que el voltaje máximo de U_c alcanzable por el integrador en la práctica, dependerá directamente del voltaje de las fuentes con que se alimente el *Op-Amp* con el que se implementó el integrador.

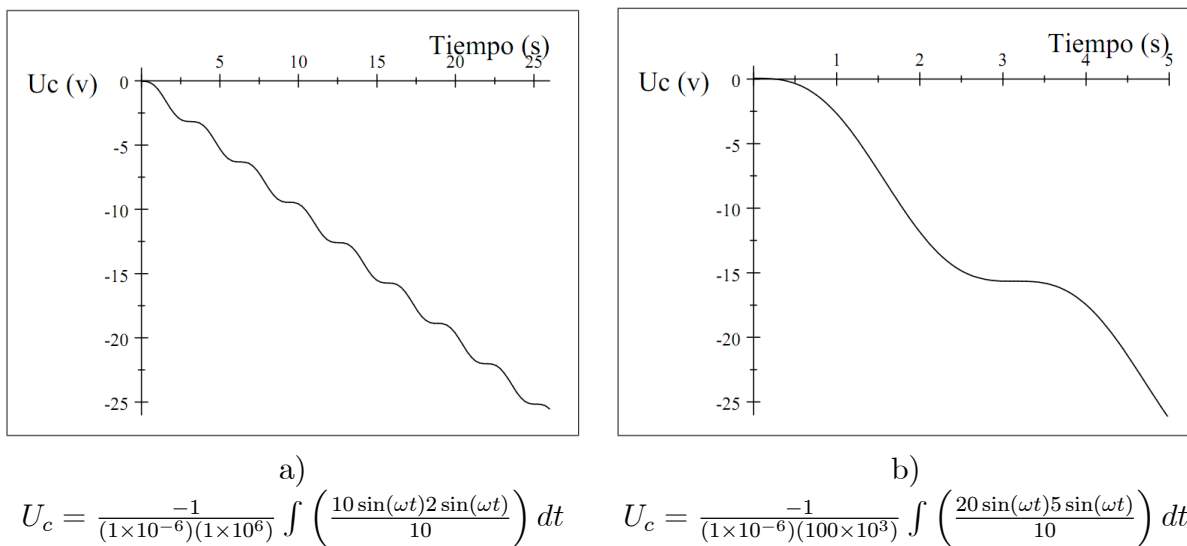


Figura 5.2: Convergencia de voltaje de control U_c .

Para el JFET **2N5486** elegido previamente, los valores de R_{F1} y R_{F2} como recomienda la literatura, se consideran de un valor de $470\text{ k}\Omega$ para cada resistencia. Como se comentó antes en el Capítulo 2.

Finalmente, para toda la disposición de amplificadores operacionales necesarios para el inductor virtual, los acopladores, los filtros y el integrador, se eligen CI **LM324**, pues son chips que cuentan con cuatro *op-amps* por cada encapsulado, así que son necesarios solo 2 chips para armar un *piezo-shunt* completo. Esto simplifica la implementación en espacio, energía necesaria, complejidad y costo; además que dicho chip posee las características suficientes en voltajes y corrientes para su correcta operación.

El valor de R_{serie} del circuito resonante RL se propone en $100\ \Omega$ para que tenga una baja caída de tensión y el voltaje en el inductor se refleje correctamente en el parche; permitiendo que el resonador RL opere con eficiencia en las frecuencias sintonizadas.

Las hojas de datos referentes a cada componente integrado, se enlistan en el Apéndice C.

5.2. Diseño del circuito *piezo-shunt* para el caso 2.

Ahora se considera el caso 2 cuando el plato se encuentra fijo en sus cuatro lados; calculando nuevamente sus componentes se busca sintonizar también las otras FRMS con esas condiciones de frontera. Para el diseño de los filtros pasabajos; como las frecuencias en ambos casos caen en un ancho de banda menor a 300 Hz, se puede utilizar el mismo filtro diseñado para el caso 1 también en el caso 2; así como el mismo multiplicador y el mismo integrador que provee el voltaje de control U_c . Por lo que el diseño del circuito para el caso 2 se simplifica a solo tener que diseñar el o los inductores virtuales necesarios.

5.2.1. FRMS para caso 2.

Las 3 FRMS reales conocidas de las pruebas preliminares del caso 2 son

$$\begin{aligned} F_1 &= 63,94 \text{ Hz} \\ F_2 &= 77,42 \text{ Hz} \\ F_3 &= 149,75 \text{ Hz} \end{aligned} \tag{5.18}$$

5.2.2. Cálculo de las inductancias que sintonicen las FRMS en caso 2.

Para el parche PZT las inductancias quedan

$$\begin{aligned} L_{PZT1} &= 71.216 \text{ H} \\ L_{PZT2} &= 48.575 \text{ H} \\ L_{PZT3} &= 12.983 \text{ H} \end{aligned} \tag{5.19}$$

Y para el parche MFC, las inductancias son

$$\begin{aligned} L_{MFC1} &= 1222,0 \text{ H} \\ L_{MFC2} &= 833.54 \text{ H} \\ L_{MFC3} &= 222.79 \text{ H} \end{aligned} \tag{5.20}$$

5.2.3. Diseño del inductor virtual en caso 2.

Como las FRMS en ambos casos están en rangos de frecuencias cercanas se considera para ambos inductores virtuales para los parches PZT y MFC, los mismos circuitos de 22 k Ω y 150 k Ω respectivamente, solo cambiando los capacitores según corresponda.

Los capacitores para usar con el parche PZT son

$$\begin{aligned}
 C_{PZTF1} &= 147,14 \text{ nF} && \text{comercial real } 148 \text{ nF} \\
 C_{PZTF2} &= 100,36 \text{ nF} && \text{comercial real } 100 \text{ nF} \\
 C_{PZTF3} &= 26,82 \text{ nF} && \text{comercial real } 30 \text{ nF}
 \end{aligned}
 \tag{5.21}$$

Los capacitores con el parche MFC son

$$\begin{aligned}
 C_{MFCF1} &= 54,31 \text{ nF} && \text{comercial real } 58 \text{ nF} \\
 C_{MFCF2} &= 37,04 \text{ nF} && \text{comercial real } 36 \text{ nF} \\
 C_{MFCF3} &= 9,90 \text{ nF} && \text{comercial real } 10 \text{ nF}
 \end{aligned}
 \tag{5.22}$$

5.3. Simulación numérica del circuito *shunt*.

Se realizan simulaciones de las etapas del circuito *shunt* en matlab *simulink*[®] para obtener respuestas de salida acorde al comportamiento deseado con los componentes electrónicos elegidos y calculados. Se hacen pruebas con algunas de las FRMS elegidas de ambos casos vistos y se validan las etapas del inductor virtual, los filtros pasabajos, multiplicador e integrador. No es posible simular el circuito completo del *piezo-shunt* RL mostrado en la Fig. 5.1 en simulink u otro software de simulación numérica, debido a que por el comportamiento del transductor piezoeléctrico de aceptar y generar voltaje al mismo tiempo, no existen librerías de software que emulen el comportamiento con confiabilidad y por eso fue necesario validar por etapas el circuito.

Para efecto de simplificación de resultados, solo se simularán y reportarán algunas de las FRMS de cada caso con cada parche, pues como las frecuencias se encuentran cercanas, los resultados son muy similares y bastará con mostrar que funciona en cada caso para poder implementarlo en el circuito real.

5.3.1. Simulación del inductor virtual.

Se evalúa el desempeño del *inductor virtual Antoniou* utilizándolo en un circuito resonador RL y comparándolo con el comportamiento de otro circuito resonador RL con un inductor de bobina común. Dadas las ventajas que permite la simulación de darle a la bobina valores que físicamente no serían posibles, la bobina toma los valores de las inductancias calculadas previamente. Al inductor virtual se le da los valores de resistencias y capacitores calculados con los mismos datos de inductancias y las FRMS elegidas para simularse en ambos casos. El circuito de simulación de los inductores se observa en la Fig. 5.3.

En el resultado de la simulación de los circuitos sintonizados, podemos visualizar en las Figs. 5.4 y 5.5 que el cálculo de los valores en inductancias y capacitores en el inductor virtual resulta correcto, pues una vez sintonizada cada frecuencia en el circuito se puede comprobar que las señales de voltaje en el inductor virtual (VL virt) entran en fase y en

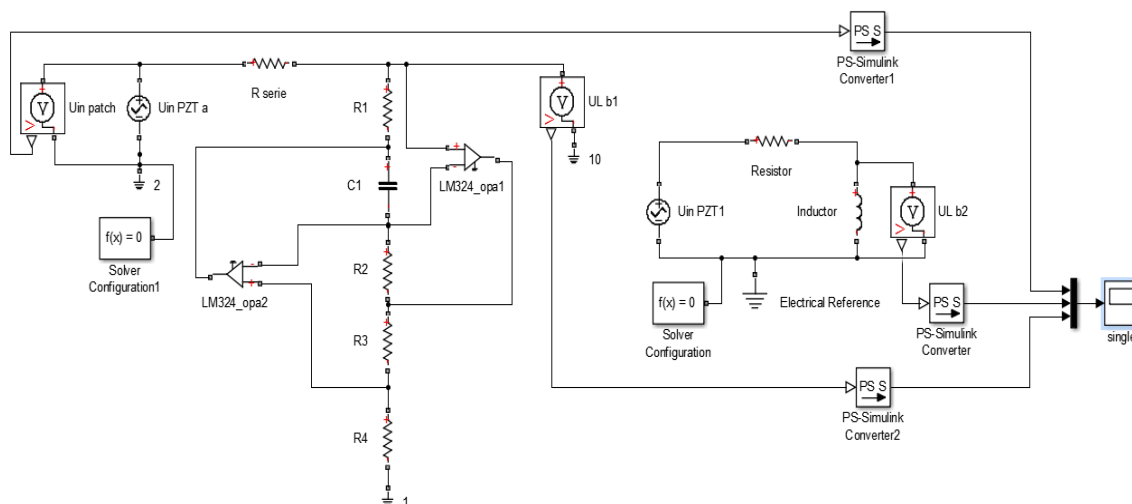
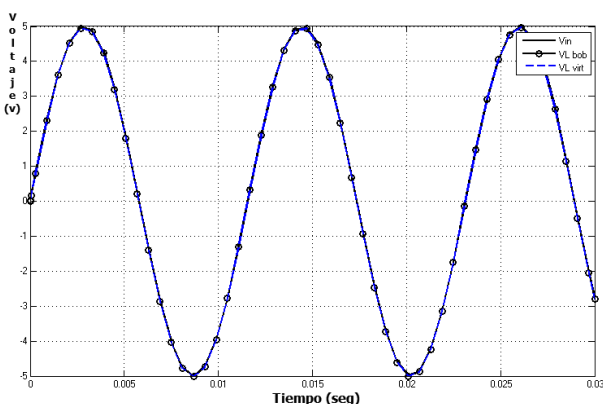
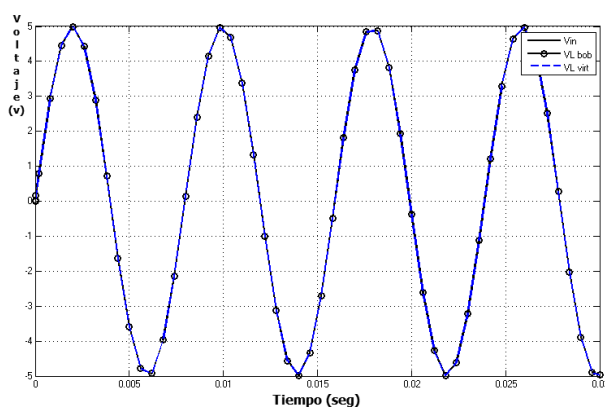


Figura 5.3: Circuito RL con inductor virtual vs Circuito RL con bobina.

amplitud con la señal en la entrada (V_{in}) así como la señal del inductor de bobina (V_L bob) también; lo que puede interpretarse como que una vez en sintonía, el voltaje y fase del inductor se reflejará en el parche actuador en el circuito *piezo-shunt*, y el inductor virtual se comporta del mismo modo que el inductor de bobina, lo cual valida su implementación. El inductor virtual para el caso 1 utiliza las resistencias de $22\text{ k}\Omega$ mientras que en el inductor para el caso 2 se emplean las de $150\text{ k}\Omega$. Se observa en ambos casos, que el comportamiento de sintonía de los inductores es idéntico en las frecuencias sintonizadas.

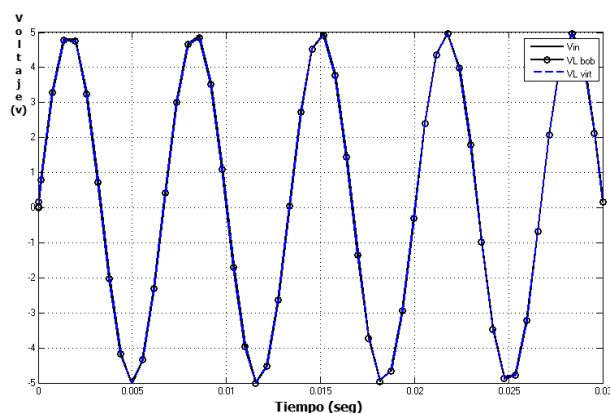


Inductor con actuador PZT y $86,42\text{ Hz}$.

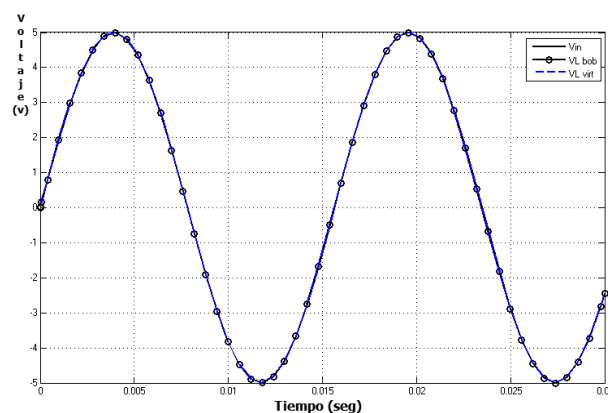


Inductor con actuador MFC y $125,59\text{ Hz}$.

Figura 5.4: Inductores sintonizados para caso 1.



Inductor con actuador PZT y 149,75 Hz.



Inductor con actuador MFC y 63,94 Hz.

Figura 5.5: Inductores sintonizados para caso 2.

5.3.2. Simulación de los filtros, multiplicador e integrador.

Ahora se simulará el bloque que proporcionará el voltaje de control U_c . El bloque contendrá los dos acopladores, los dos filtros pasabajos, el multiplicador y el integrador de salida con los valores calculados anteriormente. Como los voltajes de las señales de los parches se esperan que sean bajos por las especificaciones técnicas de cada parche, se considera una ganancia de 10 del integrador de salida para lograr una convergencia más rápida del voltaje de control U_c . El esquema queda mostrado en la Fig. 5.6.

Se observa en el circuito que se modelan los parches piezoeléctricos con el esquema visto en el Capítulo 3, donde se considera la capacitancia de cada parche en serie con una fuente de AC; y se agrega además una resistencia grande de $1\text{ M}\Omega$ en paralelo a cada parche para garantizar que no se mantendrá cargado como capacitor. Ya que esto pudiera agregar una componente de *offset* de DC no deseada al momento de multiplicar las señales. Ese efecto se comenta con mas detalle en el Capítulo 6.

Se simula el circuito 5.6 con una de las FRMS del caso 1 como muestra del funcionamiento, considerando primero al parche PZT como actuador y al MFC como sensor y después cambiando sus funciones. En las gráficas en 5.7 se observan varias señales de las etapas intermedias; así se tiene: a) las señales de U_L contra su señal filtrada (segmentada); b) la señal de U_P contra su señal filtrada; c) la señal de salida del multiplicador y finalmente d) la señal del integrador nos da el voltaje de control U_c .

Con la metodología de diseño vista en este Capítulo, será posible calcular y adaptar el circuito *piezo-shunt* RL, para que sintonice y atenúe las vibraciones en cualquier frecuencia deseada. El diseño del PCB para su construcción física se describe en el Apéndice A.

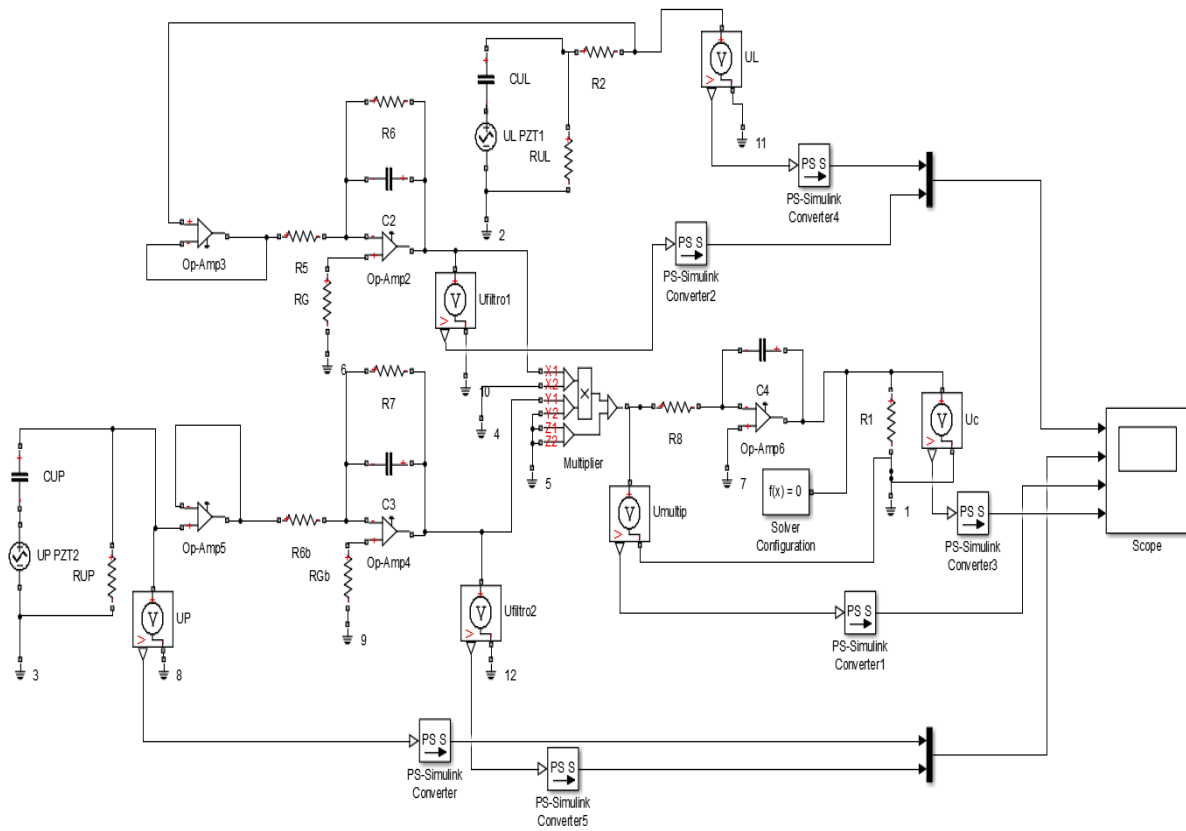
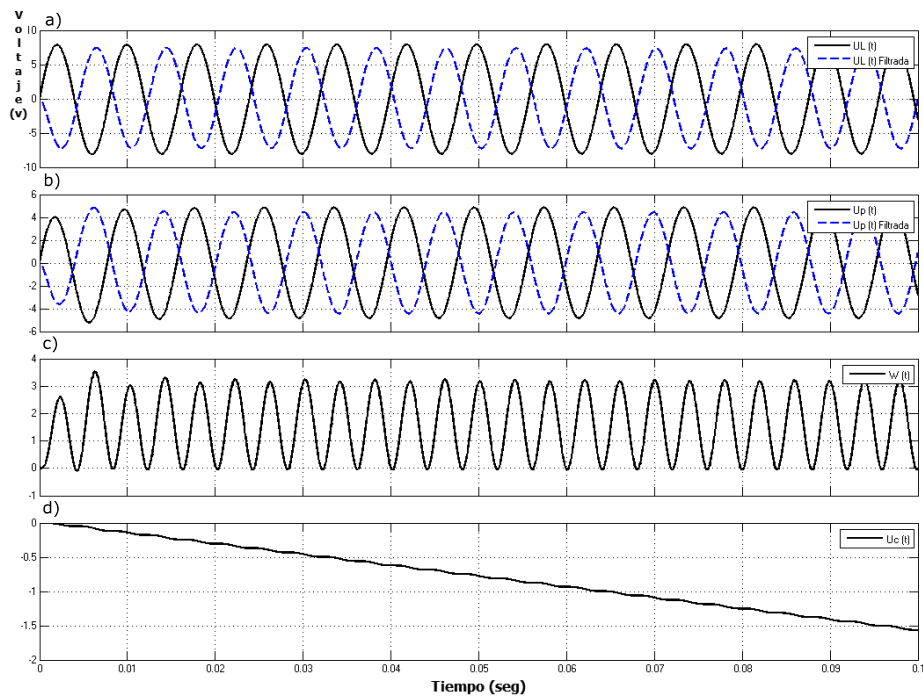
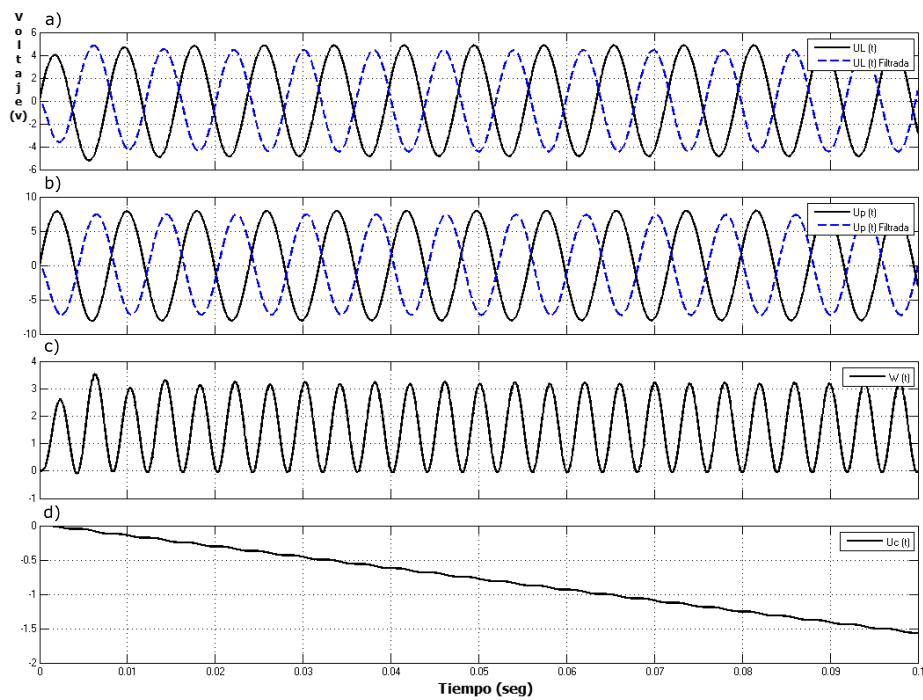


Figura 5.6: Circuito para obtener el voltaje de control U_c .



Actuador PZT, Sensor MFC y 125,59 Hz.



Actuador MFC, Sensor PZT y 125,59 Hz.

Figura 5.7: Señales de a) y b) Filtros pasabajo, c) multiplicador y d) integrador.

Capítulo 6

Resultados experimentales

En este Capítulo se documentan las pruebas experimentales realizadas al plato cuadrado delgado cuando se implementan las plataformas descritas en las Fig. 3.4 para el caso 1 y en la Fig. 3.5 para el caso 2; con el arreglo *piezo-shunt* de la Fig. 3.6. Para eso se implementa un par de parches piezoeléctricos de dos tecnologías, en un esquema bimorfo. En un lado del plato se coloca un parche piezoeléctrico PZT en modo P2 y en el lado opuesto se coloca un parche MFC en modo P1 por su fabricación; en la misma posición de la Fig. 4.9. Estos parches en un conjunto de pruebas fungirá el parche MFC como sensor y el parche PZT como actuador y en otro conjunto de pruebas se intercambian los papeles. Esto con la finalidad de probar el desempeño de ambas tecnologías como sensores y como actuadores. Se elige considerar un parche piezoeléctrico como sensor en lugar de una galga extensiométrica, debido a la propiedad piezoeléctrica del parche de generar su propia energía en proporción al movimiento de la estructura, a diferencia de la galga que por ser solo una resistencia variable, esta si necesita una fuente de energía externa para funcionar, además de que para su medición requiere de un puente de wheatstone externo y software de adquisición de datos extra para obtener las medidas. La Fig. 6.1 muestra como quedan montados los parches en el plato.

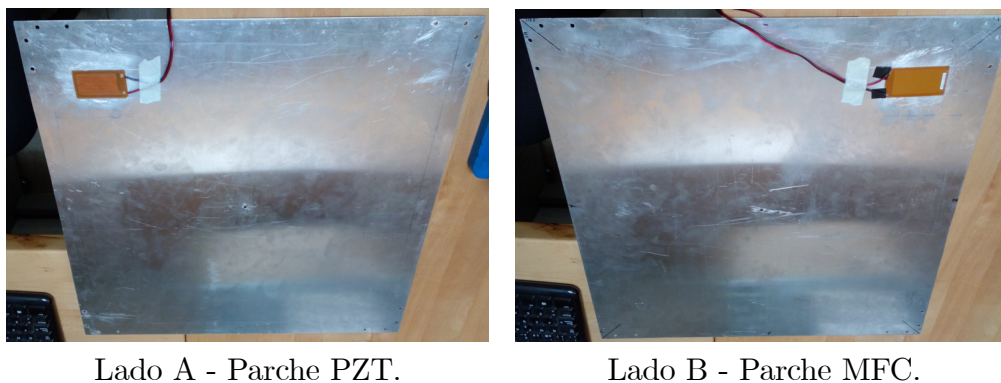
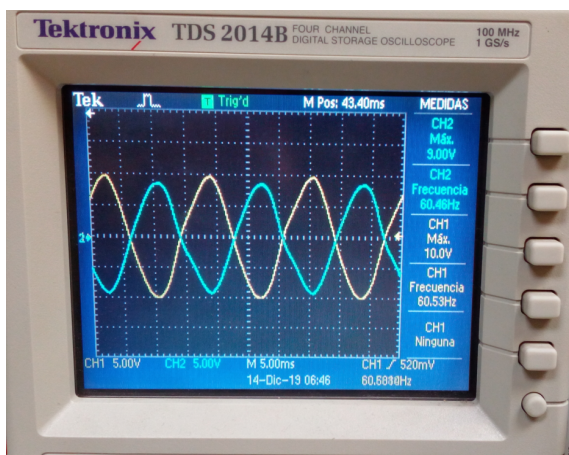


Figura 6.1: Colocación de parches en el plato cuadrado delgado.

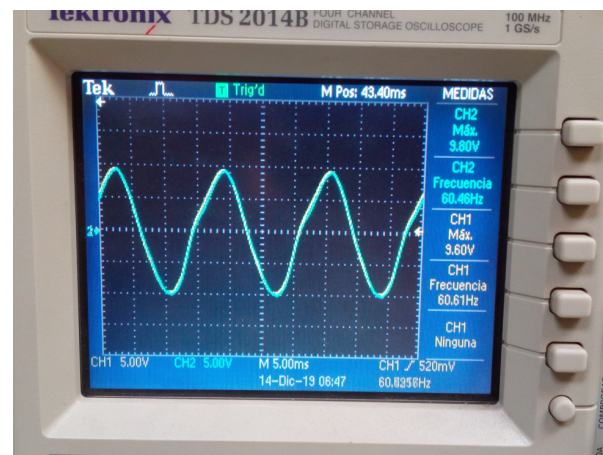
Para las pruebas se considera medir y analizar la respuesta del plato ante barridos frecuenciales, midiendo los efectos eléctricos en los parches por medio del osciloscopio y los efectos mecánicos en la estructura por medio de acelerómetros así como el hardware y software *Kistler*[®] Labamp descrito en el Capítulo 3. Para el análisis de los datos se utilizan tanto funciones y programas en matlab de [46], para analizar las FRF, hacer *Peak Picking* y obtener los valores de amortiguamientos; así como también el software de análisis de datos KST[®] de [56], para graficar y poder hacer un comparativo del sistema *con* y *sin* el absorbedor *piezo-shunt* actuando.

6.1. Resultados experimentales con absorbedor *piezo-shunt*

Antes de comenzar hay que considerar que en una configuración bimorfa cuando la estructura se deforme por efecto de las vibraciones de la fuerza excitadora, un parche experimentará elongación mientras que el otro parche experimentará contracción; esto dará como resultado que la señal de voltaje generada por ambos parches estará desfasada 180° a la misma frecuencia. Para corregir eso fácilmente, antes de conectar los parches al circuito *shunt* para que entren en fase ambos parches y se puedan multiplicar las señales, bastará con conectar uno de los parches al circuito con polarización inversa, solo intercambiando sus cables. Se decide hacer eso solo con el parche que funja como sensor. Esto se aprecia en la Fig. 6.2.



Sensor con *polarización directa* CH1 y Actuador con *polarización directa* CH2.



Sensor con *polarización inversa* CH1 y Actuador con *polarización directa* CH2.

Figura 6.2: Señales de los parches PZT y MFC bajo excitación en el plato.

Se podrá comprobar que los resultados en cada caso son muy similares en la respuesta de los actuadores de cada tecnología. Por lo que para simplificar el reporte, se documentan las pruebas con un par de frecuencias de cada caso con cada tipo de parche.

6.1.1. Resultados con caso 1 y actuador PZT.

Para el caso 1, el plato se monta en el *shaker* en posición horizontal sujeto por el centro por medio de un tornillo. Se ubican 2 acelerómetros en la superficie del plato, de 10g (sensibilidad de 500 mV/g) en la posición 216 y 50g (sensibilidad de 100 mV/g) en la posición 84 (según la Fig. 4.9). Debido a que al analizar unos resultados previos se observa que el acelerómetro de 50g es el que permite las lecturas mas útiles debido a que por su sensibilidad no se satura con la intensidad del movimiento del plato, por esto se decide ubicarlo al lado del parche actuador para la adquisición de datos de las pruebas, como se observa en la Fig. 6.3.

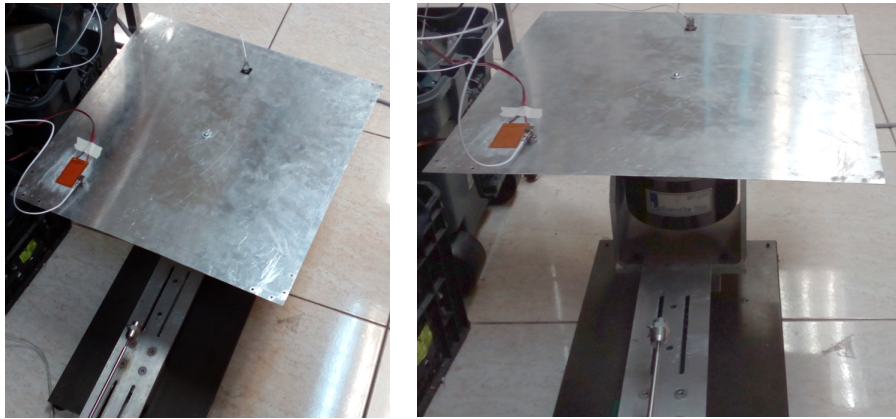
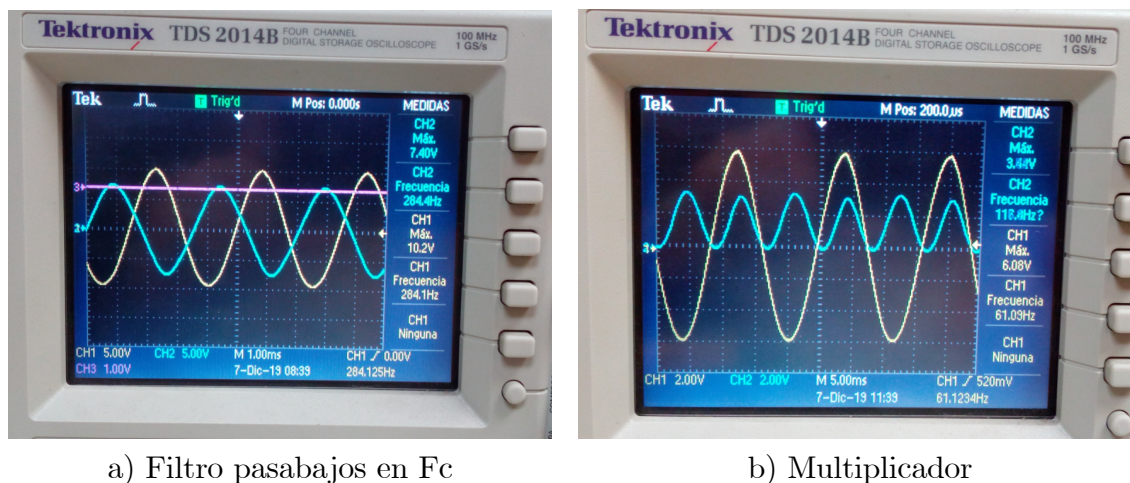


Figura 6.3: Plataforma experimental para el caso 1.

Se prueban primero las etapas del circuito seleccionable descrito en la Fig. 5.1 para comprobar su funcionamiento. En la Fig. 6.4 en CH2 se observa en a) la señal del filtro pasabajo funcionando bien en su frecuencia de corte (la línea horizontal es una referencia del 0,707 de la señal de entrada) y en b) en CH2 la señal multiplicada proveniente de ambos filtros; las cuales corresponden con las simulaciones hechas en el Capítulo 5. Se comentó antes que en el circuito simulado de la Fig. 5.6 se había agregado una resistencia grande de 1 M Ω para evitar que el parche quedará cargado como capacitor afectando el procesamiento de la señal en el circuito; esto se hizo porque en los experimentos reales se descubrió que debido a los voltajes de DC con que se alimenta a los *op-amps* utilizados para todas las etapas del circuito; ese voltaje debido a corrientes parásitas retroalimentadas por la conexión a la misma tierra en el circuito, provocaba que los parches se cargaran poco a poco al mismo voltaje de esas fuentes, induciendo en ambas señales de U_L y U_P una componente de *offset* de DC igual al voltaje positivo de la fuente. Bajo el efecto de ese *offset* el circuito *piezo-shunt* no funcionaba debido a que el multiplicador no podía hacer la multiplicación adecuada de las señales, ya que al superar los voltajes de alimentación del CI AD633 de ± 18 V DC se saturaba el chip en dicho *offset* y no se obtenía la señal sinusoidal cuadrática necesaria para que el integrador final diera un voltaje negativo para U_c . Ese fenómeno se pudo solucionar fácilmente tan solo con agregar una resistencia grande del rango de megaohms en paralelo con cada parche. Esas resistencias garantizan que los parches se descargarán en sus componentes DC y solo dejarán la componente AC; al ser resistencias grandes garantizan que la corriente

que circule por esa rama del circuito sea mínima y mucho menor que la corriente que el parche transfiere hacia el circuito *shunt*; además, al estar en paralelo con el parche, el *shunt* obtendrá el mismo voltaje que sienta la resistencia, sin pérdidas ni a la entrada ni cuando el parche reciba el valor de voltaje de sintonía del inductor.

a) Filtro pasabajos en F_c

b) Multiplicador

Figura 6.4: Validación de filtro y multiplicador

Para las pruebas experimentales con las FRMS se decide energizar el *shaker* solo con 250 mV del amplificador, debido a que el plato al ser de un grosor muy delgado, se excita con mucha facilidad y en sus resonancias entra en sus formas modales con mucha energía de deformación mecánica en la FRMS con mayor amplitud, deformando la estructura notoriamente y saturando los acelerómetros. Eso provoca también que las señales eléctricas producidas por los parches presenten formas de onda con ciclos de amplitudes distintas. Al reducir la intensidad de la excitación, los parches pueden generar señales de energía suficiente para hacer funcionar bien el absorbedor *piezo-shunt*, poder visualizar mejor sus formas de onda sinusoides y su atenuación en el osciloscopio.

Se comienza entonces sintonizando el *piezo-shunt* en las FRMS 2 y 3 del caso 1 primero con el parche PZT como actuador y después con el MFC actuando. Los resultados del osciloscopio y acelerómetros se muestran al final de las pruebas de cada caso.

Caso 1 - Actuador PZT y $F_2 = 112,60$ Hz.

Puede apreciarse en la Fig. 6.5 la prueba con el circuito *piezo-shunt* sintonizado para $F_2 = 112,60$ Hz. Al iniciar el movimiento en el plato a la frecuencia deseada, vemos el voltaje del sensor MFC (CH1) y el voltaje en el actuador PZT (CH2), iniciando el actuador con un voltaje de 5,52 V, vemos el voltaje U_c decreciendo (línea horizontal); se observa que la señal del actuador disminuye hasta llegar a un nivel de 2,80 V, y el voltaje de U_c llega a un nivel estable en que se detiene de 8,31 V. En la misma figura se aprecia también el efecto de atenuación del voltaje en el actuador que decrece cuando el *piezo-shunt* llega a su voltaje

de control estable U_c . Este grafica es muy importante porque en ella se comprueba el funcionamiento del *piezo-shunt* tal como se espera que funcione la *ley de control de adaptación de fase relativa* mencionada en la ecuación (3.55). La gráfica del osciloscopio muestra el mismo comportamiento que en la simulación de la Fig. 3.8. La diferencia es que en la simulación se considera un atenuador ideal, llegando la señal en el actuador casi a cero; pero en la realidad el desempeño del atenuador de vibraciones estará limitado por las propiedades físicas y eléctricas del parche actuador, ya que el circuito *piezo-shunt* para estas pruebas funciona a voltajes bajos de menos de 18 V por la limitante de las capacidades de voltajes de funcionamiento de los circuitos integrados, sobre todo del multiplicador. Esto limita el voltaje de actuación del parche y por ende la fuerza de bloqueo del mismo es muy pequeña. Por ser los PZT, parches que actúan a voltajes altos de -100 hasta 400 V, el voltaje de actuación descrito no logra hacer que el parche tenga la fuerza de bloqueo suficiente para frenar mucho el movimiento del plato y por lo tanto el voltaje en el sensor del otro lado del plato no se aprecia muy influido por el efecto de atenuación. Sin embargo *eléctricamente* podemos apreciar los esfuerzos que hace el actuador para atenuar lo más que puede la señal de movimiento inicial con el voltaje de actuación suministrado. Finalmente podemos ver un comparativo de las FRF del plato cuando se le aplica un barrido frecuencial. Un acelerómetro de 50g nos muestra el comportamiento *mecánico* del plato por los efectos del *piezo-shunt*. En la señal *segmentada* tenemos el barrido **sin** el *piezo-shunt* activado y en la señal *continua* se obtiene el barrido **con** el *piezo-shunt* actuando.

Caso 1 - Actuador PZT y $F_3 = 125,59$ Hz.

En la Fig. 6.6 con la tercera frecuencia del caso 1 sucede el mismo comportamiento con el absorbedor *piezo-shunt* y el plato. Los niveles de voltaje iniciales y finales varían en proporción a la intensidad de los modos en cada FRMS, los voltajes de control se mantienen en niveles cercanos en cada prueba. Las FRF con y sin el *shunt* muestran también un resultado leve cuando pasan por la frecuencia sintonizada. Esto puede ser debido a la velocidad de paso de cada frecuencia; si la frecuencia de resonancia pasa muy rápido el *piezo-shunt* no reacciona tan rápido como para aplicar toda la atenuación posible. El potenciómetro del integrador puede ajustar esa sensibilidad, pero hasta cierta velocidad de integración según la calidad del potenciómetro implementado.

6.1.2. Resultados con caso 1 y actuador MFC.

Para las pruebas con el parche MFC como actuador, ahora el parche PZT será el voltaje U_P y el parche MFC será el voltaje a sintonizarse con U_L . Se cambia el inductor virtual por el implementado con 150 k Ω por el cambio en la capacitancia del piezo MFC, visto en el Capítulo 5. Se sintonizan las FRMS 2 y 3. Las condiciones de orientación del plato, la ubicación de los acelerómetros y el voltaje de excitación al *shaker* se mantienen sin cambio.

Caso 1 - Actuador MFC y $F_2 = 112,60$ Hz.

Se observa en la Fig. 6.7 que el nivel de atenuación del parche MFC como actuador no es tan notable como con el PZT. Esto se explicará revisando la otra prueba.

Caso 1 - Actuador MFC y $F_3 = 125,59$ Hz.

Nuevamente vemos en la Fig. 6.8 un desempeño pobre del parche MFC como actuador y esto es debido a varios motivos. La tecnología MFC por estar conformada de una superficie en forma de malla ofrece más flexibilidad pero tiene la desventaja de ofrecer menos firmeza, esto aunado a que requiere mucho más voltaje para operar como actuador (del orden de 500 a 1500 V), la reacción que tiene a los voltajes utilizados de ± 18 V máximos, es insuficiente para que el parche opere con eficiencia como actuador. Además puede observarse que requiere mayor voltaje de control cuando intenta atenuar voltajes mayores; esto debido a que por su flexibilidad es más sensible a las vibraciones y genera un voltaje más alto (en comparación a los parches PZT) ante la misma energía de vibración aplicada en las pruebas.

En la Tabla 6.1 pueden resumirse los resultados para el caso 1 con los actuadores PZT y MFC; se agrega el resultado de la prueba con la frecuencia $F_1 = 86,42$ Hz. Puede observarse que el parche PZT tiene mejor desempeño eléctrico como atenuador por los porcentajes de atenuación mostrados; a diferencia del parche MFC que muestra resultados más modestos. Pueden revisarse también las potencias de salida considerando el voltaje final en el actuador y la corriente en el circuito.

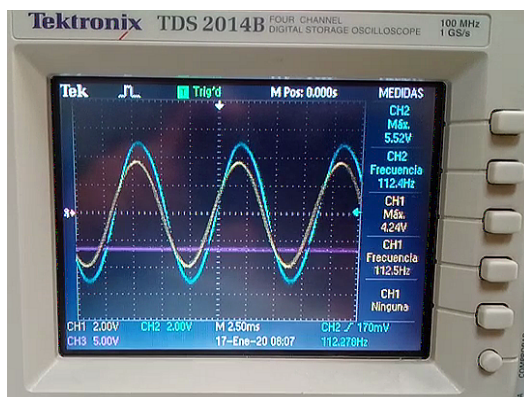
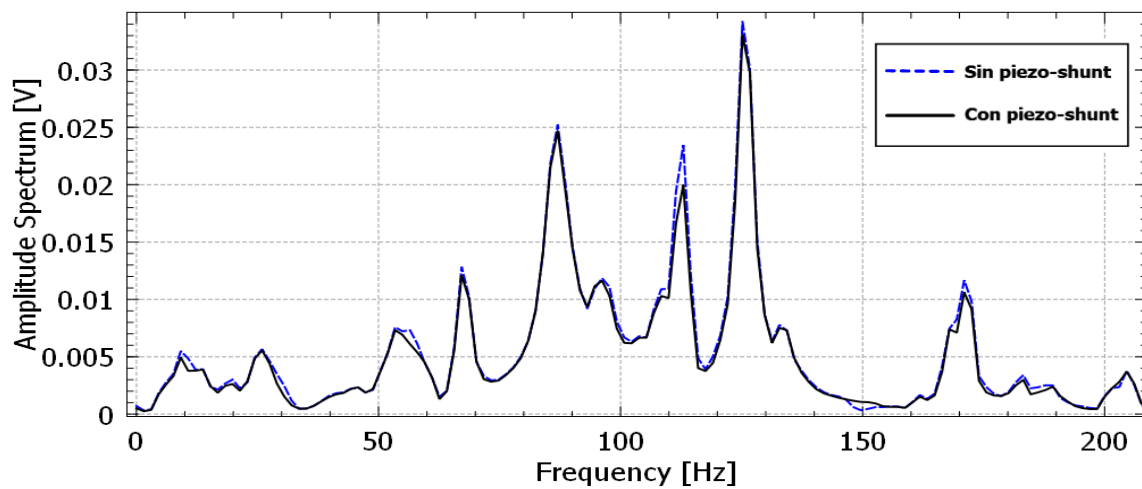
| Caso 1 | PZT | | | MFC | | |
|--|-------|--------|--------|-------|--------|--------|
| Frecuencia [Hz] | 86,42 | 112,60 | 125,59 | 86,42 | 112,60 | 125,59 |
| Voltaje de control (U_c) [V_{cc}] | 9,05 | 8,31 | 8,33 | 8,00 | 8,83 | 13,15 |
| Corriente I_D [mA] | 8,14 | 8,91 | 8,89 | 9,24 | 8,36 | 4,49 |
| Voltaje actuador inicial [V_{pico}] | 6,56 | 5,52 | 5,76 | 3,12 | 4,08 | 8,60 |
| Voltaje actuador final [V_{pico}] | 3,52 | 2,80 | 3,04 | 2,72 | 3,12 | 7,40 |
| Potencia de salida <i>piezo-shunt</i> [mW] | 28,65 | 24,94 | 27,02 | 25,13 | 26,08 | 32,22 |
| Atenuación [%] | 46,34 | 49,27 | 47,22 | 12,82 | 23,52 | 13,95 |

Tabla 6.1. Resultados eléctricos de parches como actuadores para el caso 1.

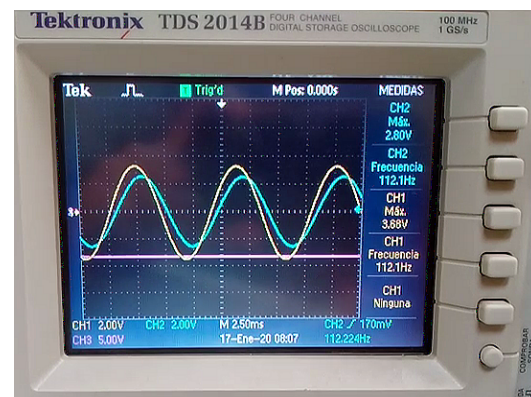
| Caso 1 | PZT | | | MFC | | |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Frecuencia [Hz] | 86,42 | 112,60 | 125,59 | 86,42 | 112,60 | 125,59 |
| Amortiguamiento sin <i>piezo-shunt</i> | 0,0186 | 0,0041 | 0,0058 | 0,0163 | 0,0039 | 0,0056 |
| Amortiguamiento con <i>piezo-shunt</i> | 0,0245 | 0,0055 | 0,0078 | 0,0179 | 0,0046 | 0,0063 |
| Atenuación [%] | 31,72 | 34,14 | 34,48 | 9,81 | 17,94 | 12,5 |

Tabla 6.2. Resultados mecánicos del acelerómetro de 50g para el caso 1.

Se observa en la Tabla 6.2 que el acelerómetro detecta menor efecto como atenuadores por parte de los parches PZT y MFC ya que por los bajos niveles de voltaje de sintonía los parches reaccionan con poca fuerza de bloqueo; además debido a la velocidad con la que pasa el barrido frecuencial, el *piezo-shunt* no puede mostrar su máximo rendimiento de atenuación cuando pasa por las FRMS de prueba.



Voltaje inicial en actuador PZT (CH2)



Voltaje final en actuador PZT (CH2)

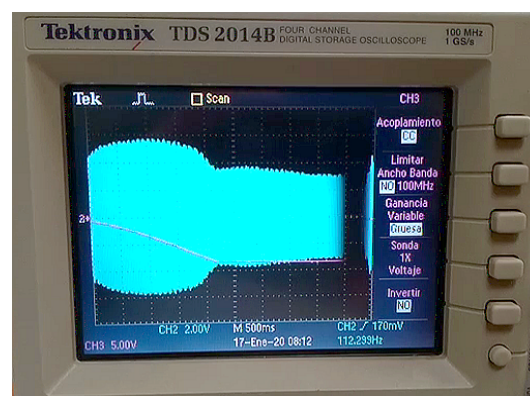
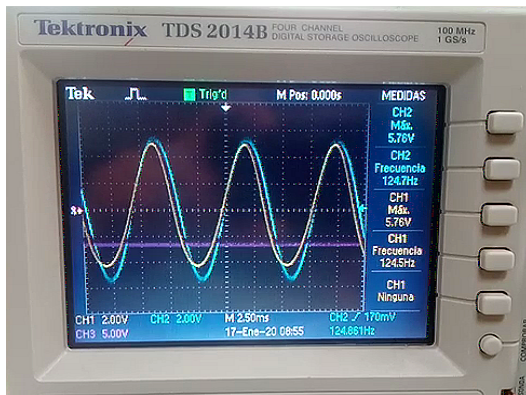
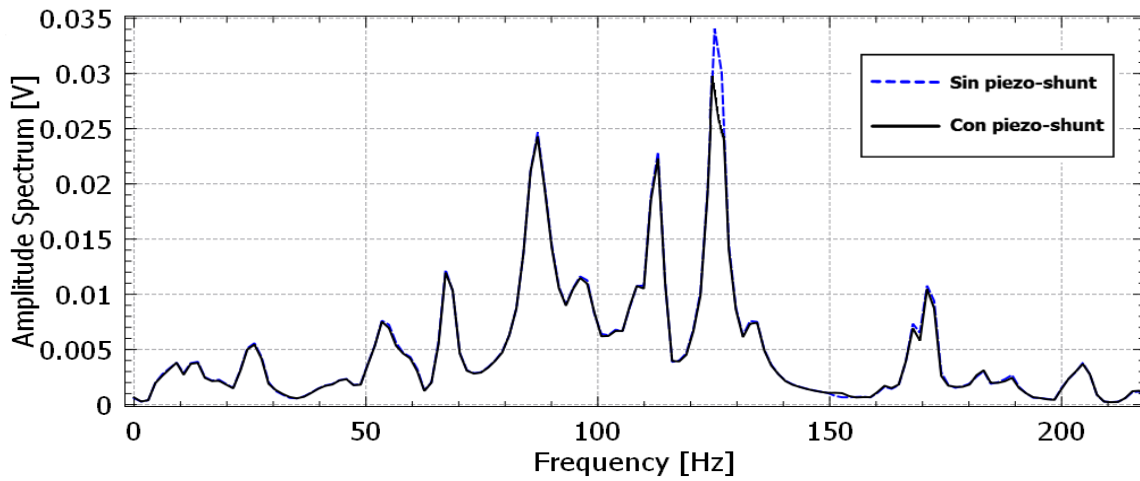
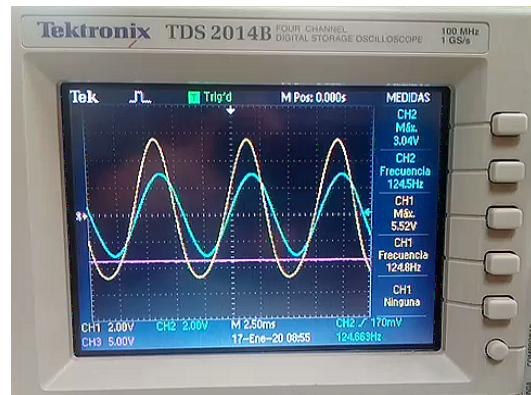
Voltaje actuador (CH2) vs U_c (CH3)

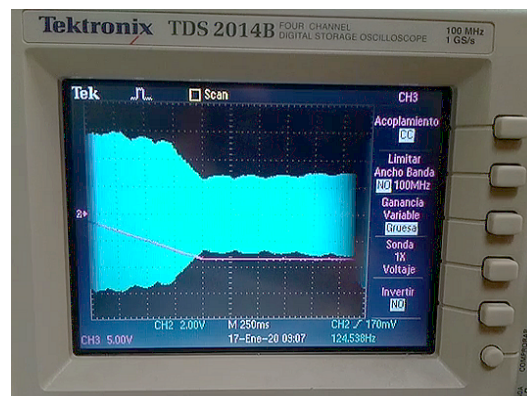
Figura 6.5: Caso 1 - F2. Atenuaci3n con actuador PZT y comparativo de FRF



Voltaje inicial en actuador PZT (CH2)

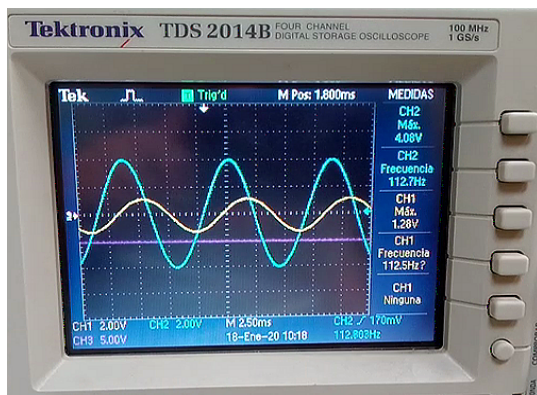
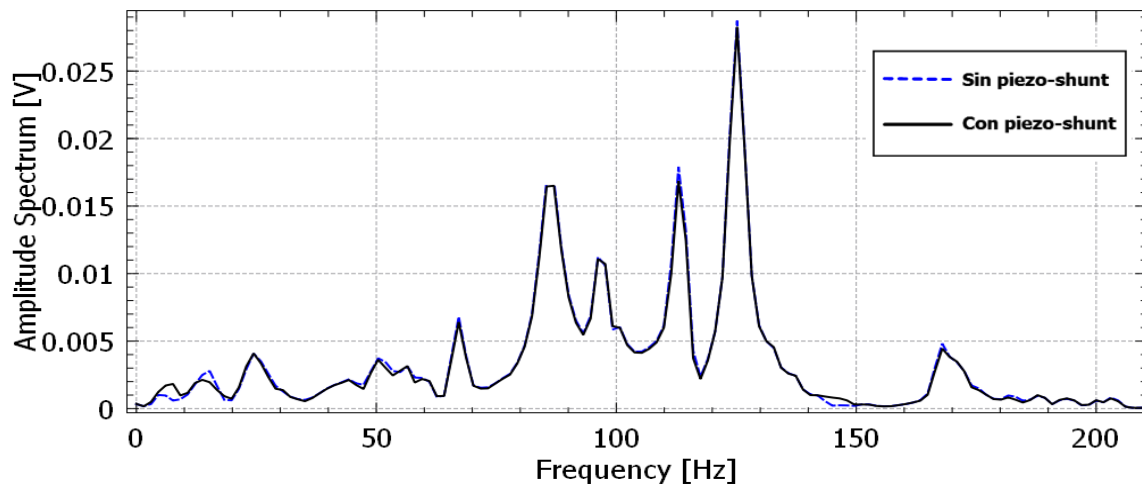


Voltaje final en actuador PZT (CH2)

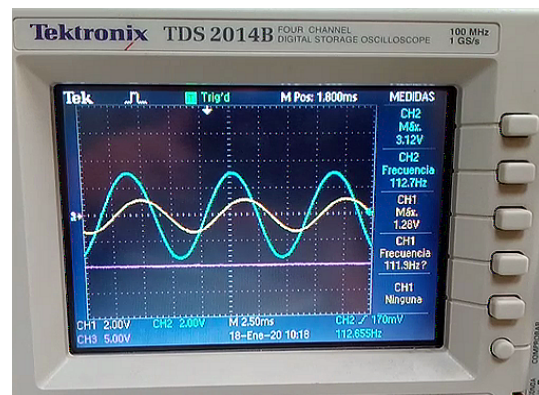


Voltaje actuador (CH2) vs U_c (CH3)

Figura 6.6: Caso 1 - F3. Atenuación con actuador PZT y comparativo de FRF



Voltaje inicial en actuador MFC (CH2)



Voltaje final en actuador MFC (CH2)

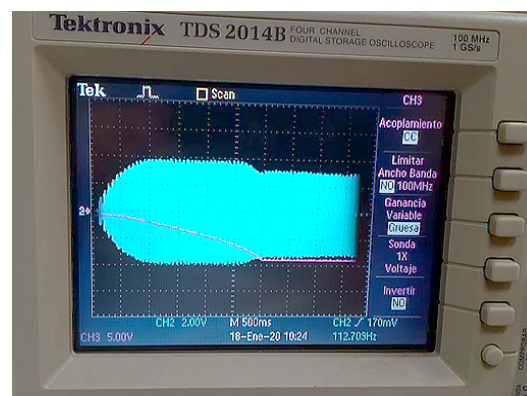
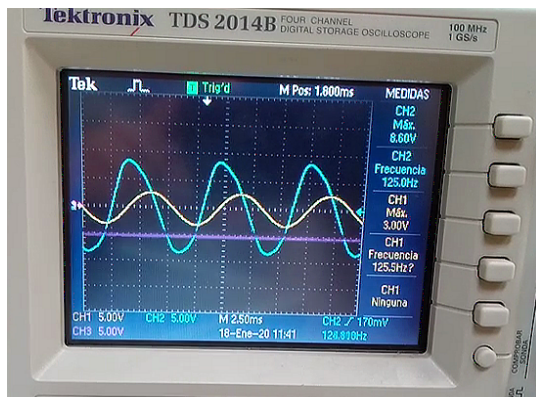
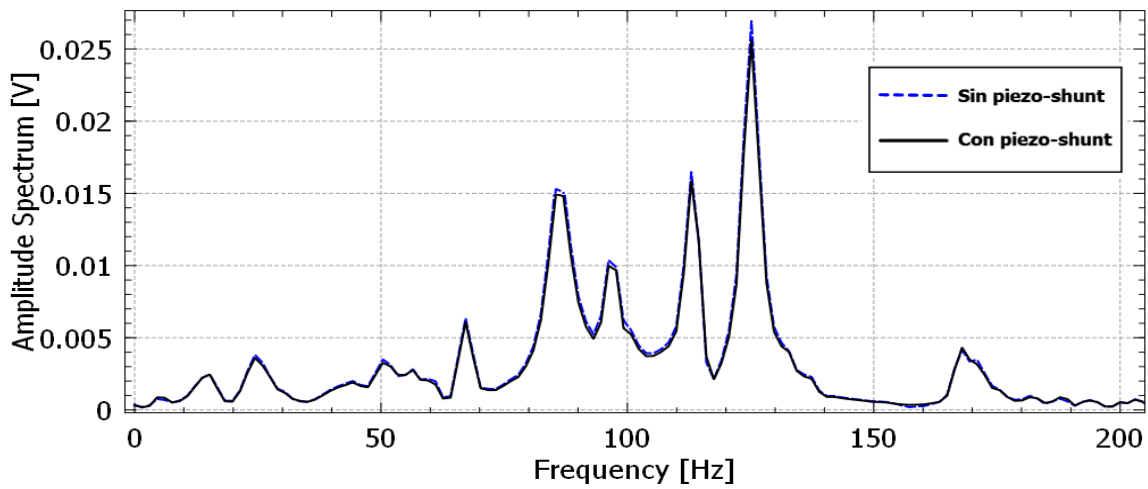
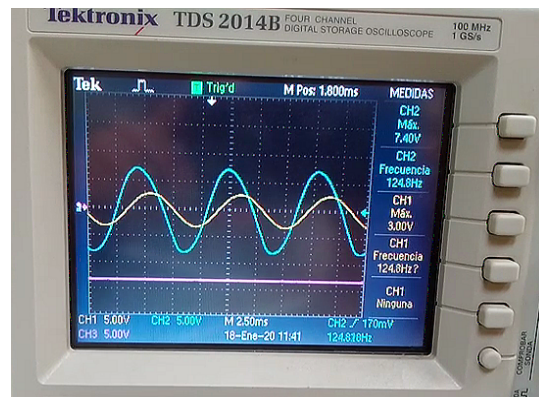
Voltaje actuador (CH2) vs U_c (CH3)

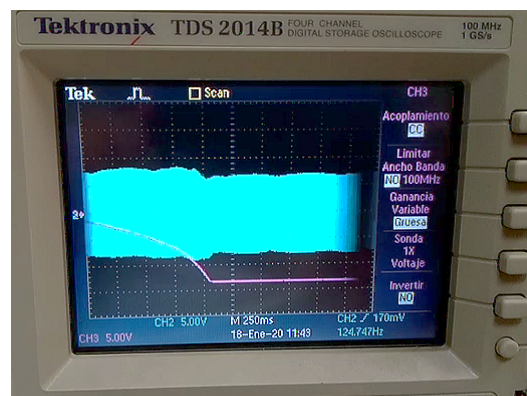
Figura 6.7: Caso 1 - F2. Atenuación con actuador MFC y comparativo de FRF



Voltaje inicial en actuador MFC (CH2)



Voltaje final en actuador MFC (CH2)



Voltaje actuador (CH2) vs U_c (CH3)

Figura 6.8: Caso 1 - F3. Atenuaci3n con actuador MFC y comparativo de FRF

6.1.3. Resultados con caso 2 y actuador PZT.

Para el caso 2, el plato se monta primero en un marco de aluminio con una pulgada de ancho por lado (como se mencionó antes) por medio de tornillos y escuadras para mantener fijos sus lados. Posteriormente para armar la plataforma experimental se monta de forma vertical por medio de prensas en el cuadro de las patas tubulares de una mesa con dimensiones muy similares al marco. Se le agrega peso extra en la superficie de la mesa para que gane mayor rigidez y sus frecuencias naturales influyan menos en los experimentos con el plato. Se ubica entonces el *shaker* para que toque el punto medio del plato sin fijarlo. Los acelerómetros se ubican en las mismas posiciones que en el caso 1. Como se puede apreciar en la Fig. 6.9.

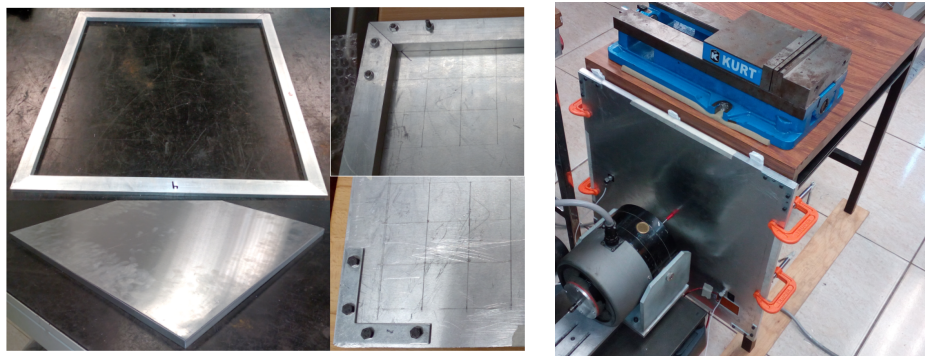


Figura 6.9: Plataforma experimental para el caso 2.

En este caso el plato tiene muy restringido el movimiento y por ende la energía de reacción a la excitación es menor. Así se puede energizar el *shaker* ahora con 500 mV para conseguir señales de mayor intensidad y probar el circuito *piezo-shunt* ante amplitudes mayores.

Caso 2 - Actuador PZT y $F_2 = 77,42$ Hz.

Para las pruebas con el caso 2; el parche PZT se usa como actuador, el parche MFC como sensor, el plato se ubica en posición vertical montado con el marco de aluminio, los acelerómetros se ubican en las mismas posiciones de las pruebas anteriores, el voltaje de excitación del *shaker* es de 500 mV y se utiliza el inductor virtual implementado con las resistencias de 22 k Ω . Se sintonizan las FRMS 2 y 3 para este caso. En la Fig. 6.10 se observa buena atenuación de la señal a nivel eléctrico, tal como se apreció para el caso 1 con el parche PZT como actuador.

Caso 2 - Actuador PZT y $F_3 = 149,75$ Hz.

Nuevamente en la Fig. 6.11 la atenuación es buena, aunque a nivel mecánico en las FRF no se aprecia mucho el efecto del actuador con y sin el *piezo-shunt*. Esto puede deberse a las condiciones de frontera de este caso en que el plato se encuentra muy restringido en sus movimientos.

6.1.4. Resultados con caso 2 y actuador MFC.

Para esta última prueba se respetan las condiciones comentadas en el caso previo, intercambiando los parches; PZT como sensor y MFC como actuador. Utilizando nuevamente el inductor virtual de 150 k Ω . Se sintonizan las FRMS 2 y 3 conocidas para esta configuración.

Caso 2 - Actuador MFC y $F_2 = 77,42$ Hz.

En este segundo caso, el parche MFC muestra más notablemente en la Fig. 6.12 sus deficiencias como actuador atenuador, pues es claro que no puede hacer mucho esfuerzo con el plato más rígido. La frecuencia se mueve ligeramente por las resonancias de la mesa.

Caso 2 - Actuador MFC y $F_3 = 149,75$ Hz.

En esta última prueba con la tercera FRMS vemos en la Fig. 6.13 que el parche MFC ofrece un poco más de esfuerzo de atenuación pero aún con resultados pobres.

Los resultados eléctricos finales de la Tabla 6.3 muestran que en esta configuración el parche PZT incluso llega a ser un poco más eficiente que en el caso anterior, pues sus niveles de atenuación se incrementan. Se agrega también el resultado correspondiente a la prueba con la frecuencia $F_1 = 63,94$ Hz. El parche MFC nuevamente refleja poco desempeño como actuador. Esto indica que los parches MFC P1 son inviables para implementarlos como actuadores. Y la tecnología PZT P2 ofrece una opción confiable en esta función.

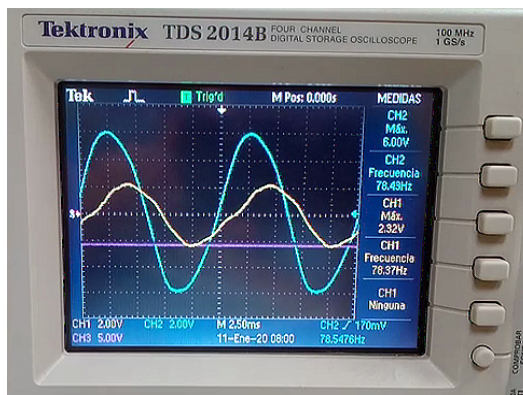
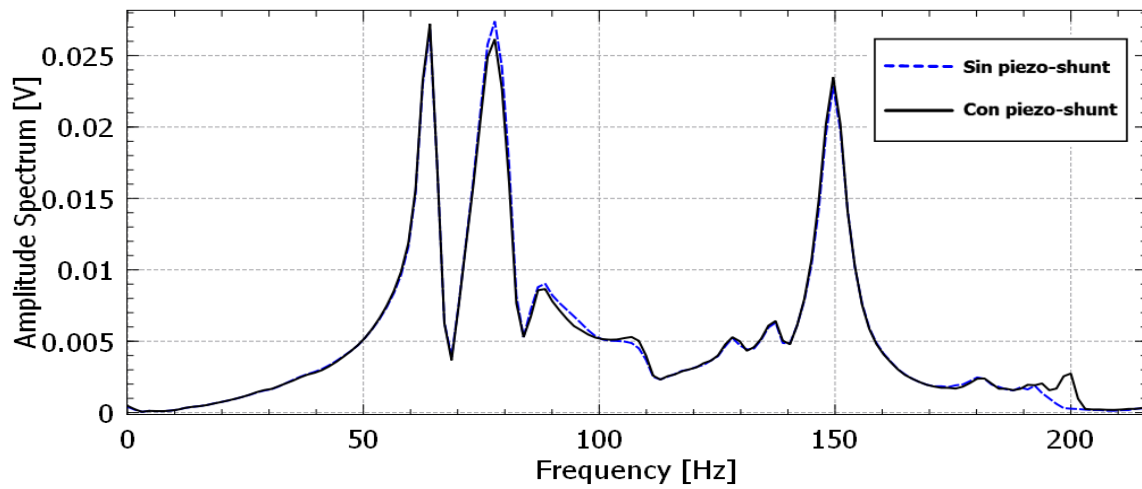
| Caso 2 | PZT | | | MFC | | |
|--|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| Frecuencia [Hz] | 63,94 | 77,42 | 149,75 | 63,94 | 77,42 | 149,75 |
| Voltaje de control (U_c) [V_{cc}] | 7,06 | 9,60 | 9,10 | 8,01 | 8,06 | 9,85 |
| Corriente I_D [mA] | 10,29 | 7,58 | 8,09 | 9,23 | 9,18 | 7,34 |
| Voltaje actuador inicial [V_{pico}] | 3,68 | 6,0 | 5,76 | 2,80 | 3,36 | 5,44 |
| Voltaje actuador final [V_{pico}] | 1,76 | 3,12 | 2,64 | 2,48 | 2,96 | 4,64 |
| Potencia de salida <i>piezo-shunt</i> [mW] | 18,11 | 23,64 | 21,35 | 22,89 | 27,17 | 34,05 |
| Atenuación [%] | 52,17 | 48,0 | 54,16 | 11,42 | 11,90 | 14,70 |

Tabla 6.3. Resultados eléctricos de parches como actuadores para el caso 2.

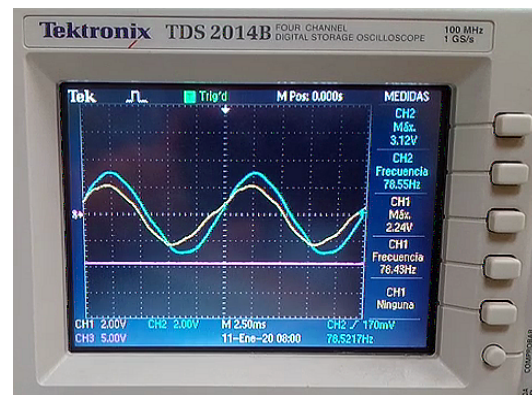
| Caso 2 | PZT | | | MFC | | |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Frecuencia [Hz] | 63,94 | 77,42 | 149,75 | 63,94 | 77,42 | 149,75 |
| Amortiguamiento sin <i>piezo-shunt</i> | 0,0166 | 0,0308 | 0,0110 | 0,0146 | 0,0269 | 0,0113 |
| Amortiguamiento con <i>piezo-shunt</i> | 0,0195 | 0,0369 | 0,0134 | 0,0153 | 0,0286 | 0,0126 |
| Atenuación [%] | 17,46 | 19,80 | 21,81 | 4,79 | 6,31 | 11,50 |

Tabla 6.4. Resultados mecánicos del acelerómetro de 50g para el caso 2.

El resultado de la Tabla 6.4 muestra también que el acelerómetro siente un menor efecto de atenuación que el visto en el caso 1; esto es debido, además de lo comentado en el caso anterior, a que en el caso 2 el plato ofrece mayor resistencia al movimiento tanto de las formas modales del plato así como los efectos de los actuadores.



Voltaje inicial en actuador PZT (CH2)



Voltaje final en actuador PZT (CH2)

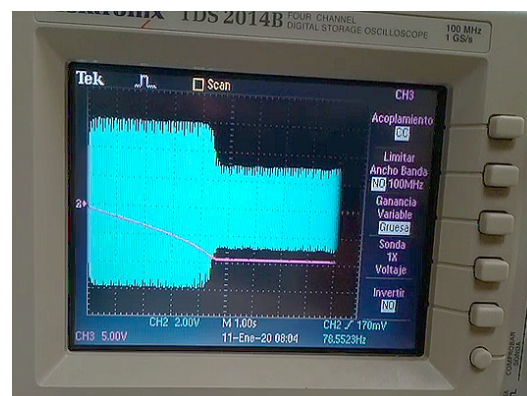
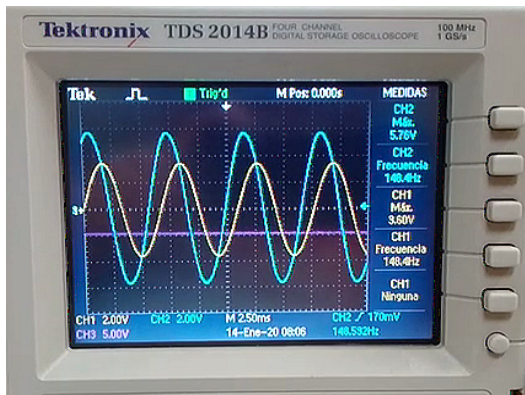
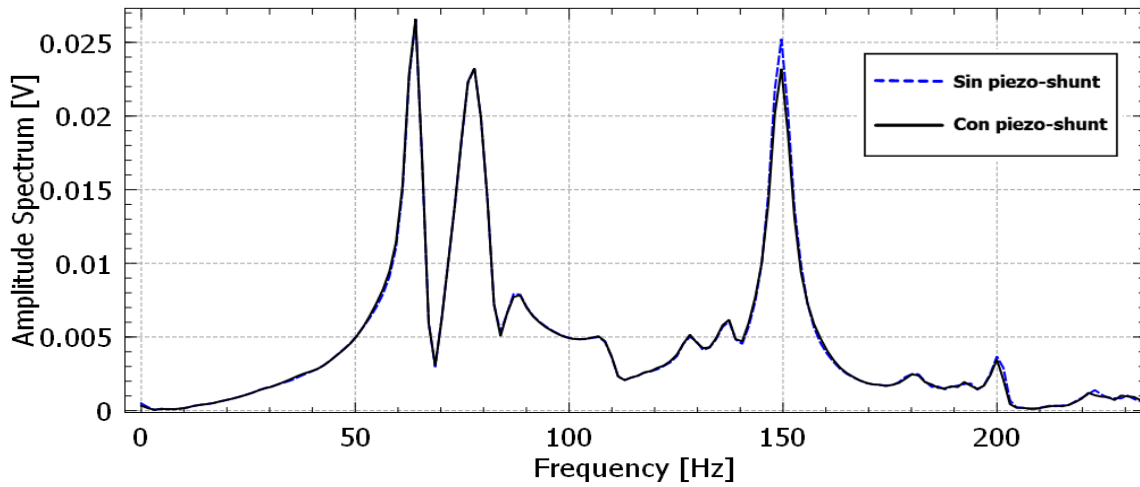
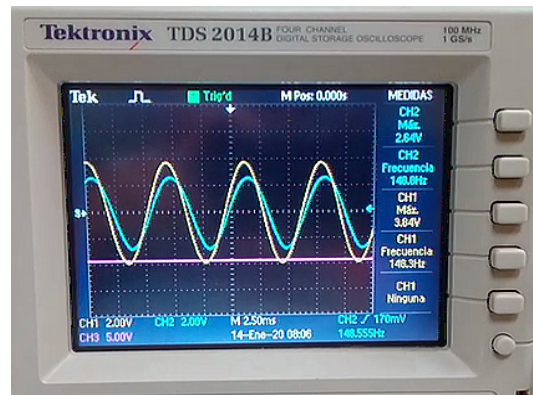
Voltaje actuador (CH2) vs U_c (CH3)

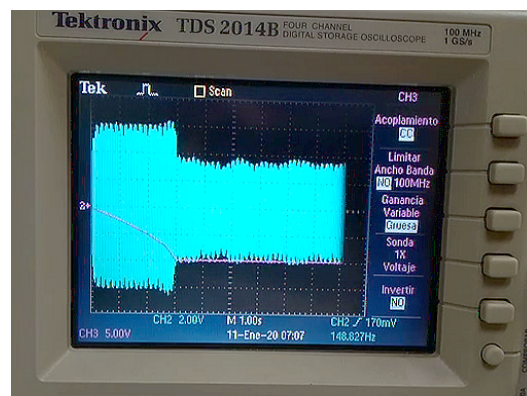
Figura 6.10: Caso 2 - F2. Atenuación con actuador PZT y comparativo de FRF



Voltaje inicial en actuador PZT (CH2)

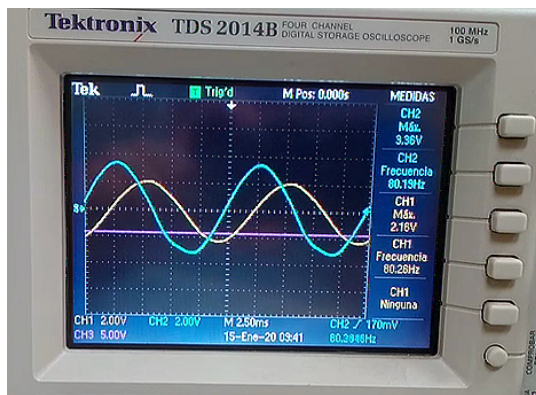
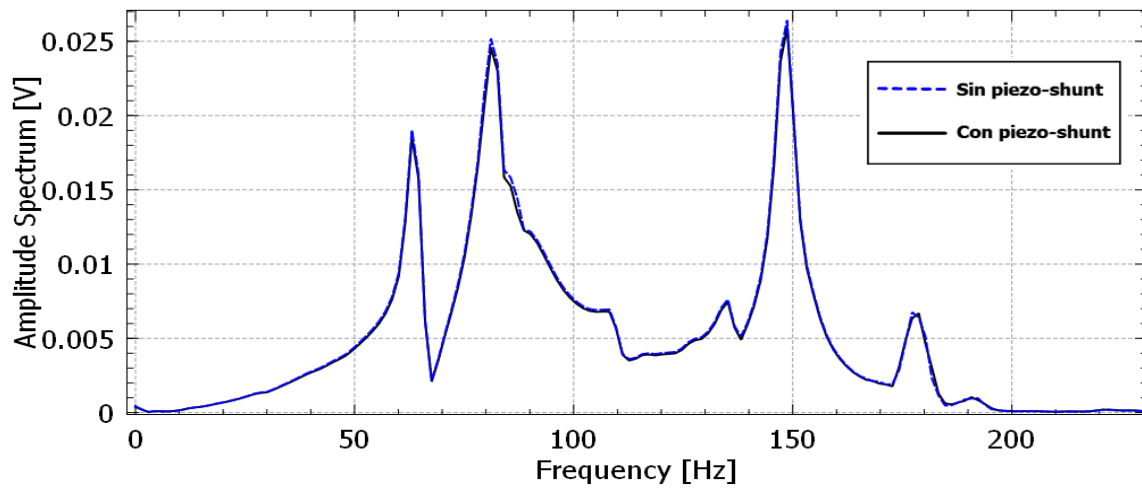


Voltaje final en actuador PZT (CH2)

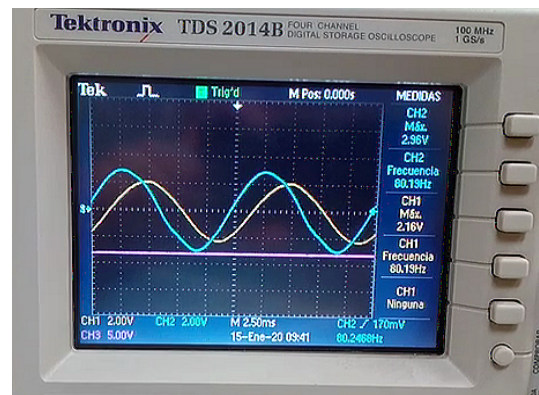


Voltaje actuador (CH2) vs U_c (CH3)

Figura 6.11: Caso 2 - F3. Atenuación con actuador PZT y comparativo de FRF



Voltaje inicial en actuador MFC (CH2)



Voltaje final en actuador MFC (CH2)

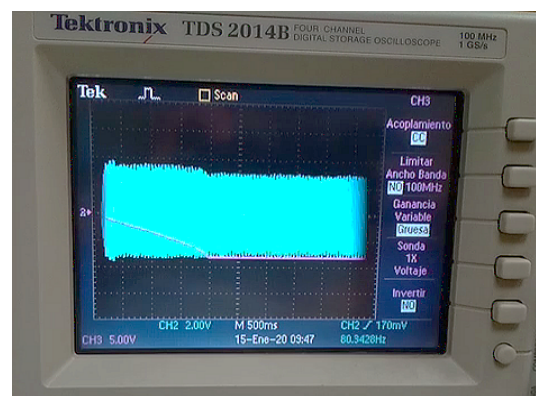
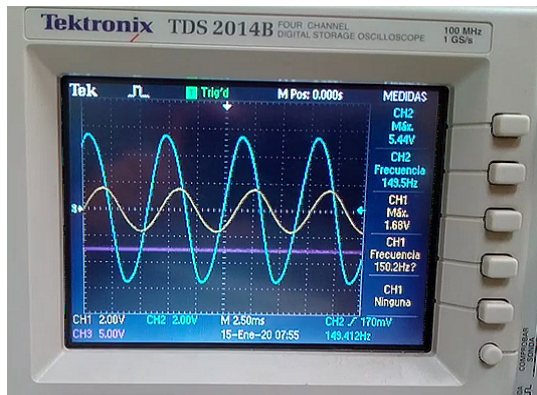
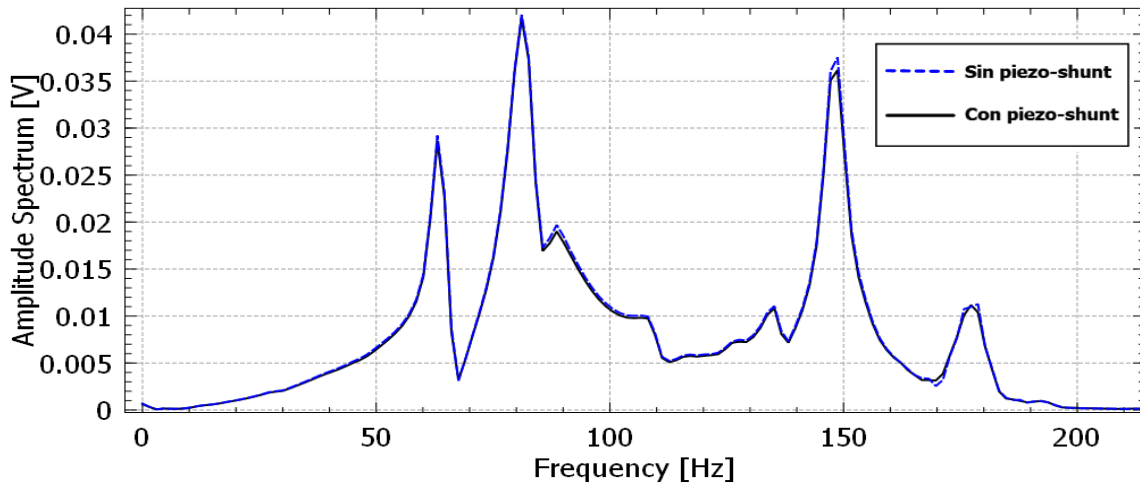
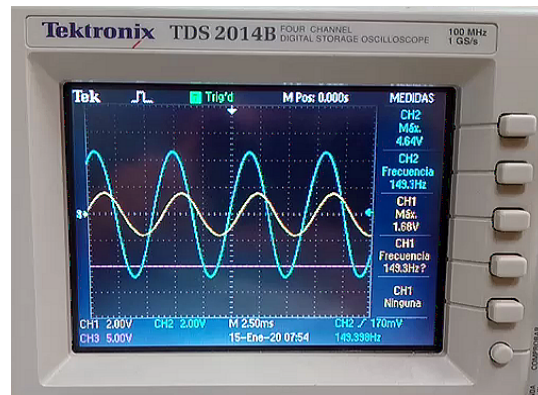
Voltaje actuador (CH2) vs U_c (CH3)

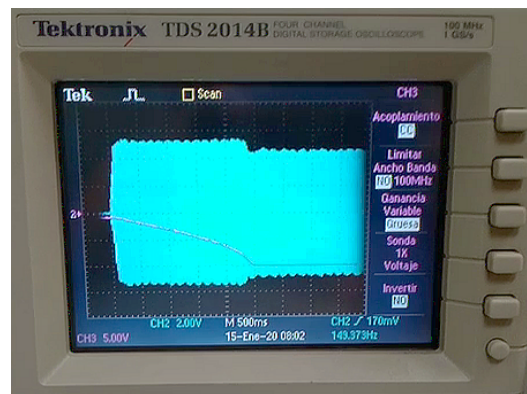
Figura 6.12: Caso 2 - F2. Atenuación con actuador MFC y comparativo de FRF



Voltaje inicial en actuador MFC (CH2)



Voltaje final en actuador MFC (CH2)



Voltaje actuador (CH2) vs U_c (CH3)

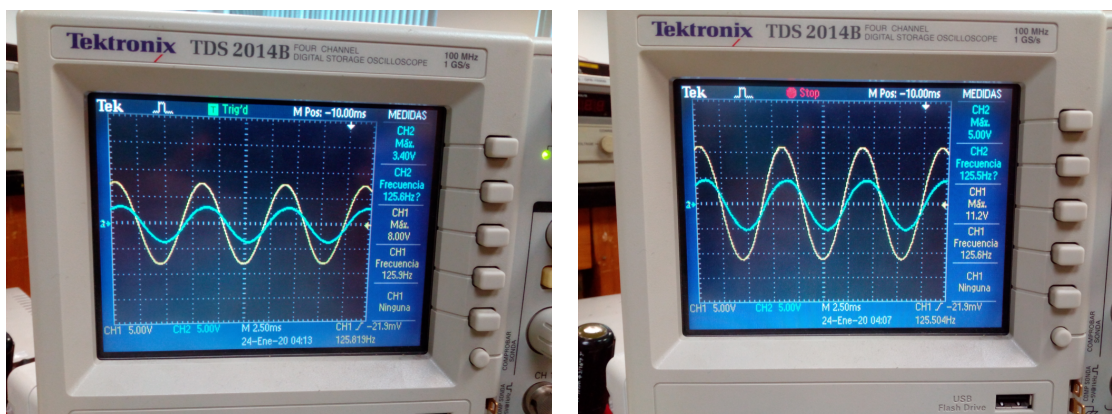
Figura 6.13: Caso 2 - F3. Atenuación con actuador MFC y comparativo de FRF

6.2. Resultados experimentales con cosechadores de energía

Los transductores piezoeléctricos por su característica de convertir la energía de deformación de las vibraciones mecánicas en energía eléctrica también pueden ser utilizados como generadores eléctricos para aprovechar esa energía en otras etapas de un circuito o almacenarla en bancos de baterías. Esta propiedad puede ofrecer la disponibilidad de tener energía eléctrica limpia y gratuita en lugares o condiciones donde la energía se haya agotado o no sea posible obtener energía eléctrica de otro modo.

De los transductores piezoeléctricos se conoce por lo investigado y experimentado en este trabajo que generan energía alterna, la energía es proporcional a la intensidad de las vibraciones que el parche recibe, la señal alterna se genera a la misma frecuencia que la vibración que la genera y puede permanecer generando esa energía mientras permanezca el parche siendo perturbado por las vibraciones por una gran cantidad de ciclos (del rango de billones). Bajo esta premisa se puede disponer de esa señal generada para manipularla y utilizarla de las formas que más convengan.

Para la generación de energía útil es común tener que transformar la señal alterna generada por los parches en una señal continua DC que pueda ser utilizada o almacenada. Para ese fin es necesario tener que rectificar la señal y filtrarla. Los rectificadores pueden ser implementados ya sea con los circuitos básicos con puente de diodos (o puente de Graetz) y filtro RC; o con circuitos especialmente diseñados para generar energía DC estable a partir de transductores piezoeléctricos conocidos como cosechadores de energía. Estos circuitos suelen ser diseñados para el uso con los parches debidos a las bajas corrientes que los parches generan (del orden de unos cuantos mA), pues estos al tratarse de dispositivos que se comportan más como un capacitor, tiende a manejar más voltaje que corriente.



a) voltajes con shaker a 1 V.

b) voltajes con shaker a 1,5 V.

Figura 6.14: Voltajes generados por parches PZT y MFC con plato con excitación externa

Se analiza entonces con los parches del plato cuadrado, los voltajes que pueden ser capaces de generar ambos parches con la misma energía de excitación, para observar cual tecnología es más eficiente para generar energía; así podemos ver en la Fig. 6.14 la señal de ambos parches adheridos al plato, el cual se conectó al *shaker* en la configuración del caso 1 solo fijo por el centro. El *shaker* se energiza con diferentes niveles de voltaje para determinar la sensibilidad de los parches. Dicha figura muestra que el voltaje generado por los parches se eleva a medida que se incrementa el nivel del voltaje alimentado al *shaker* y que a su vez eleva la intensidad de las vibraciones; en el canal 1 (CH1) se encuentra conectado el parche MFC y en el canal 2 (CH2) está conectado el parche PZT. Así podemos descubrir que la señal del parche MFC es mayor que la del PZT, lo cual es debido a la mayor flexibilidad que ofrece esa tecnología, haciendo el tipo de parche MFC más sensible a las vibraciones y capaz de poder generar mayor voltaje aparentemente.

Para las pruebas de cosecha de energía se decidió realizar un par de pruebas con un rectificador RC simple y posteriormente con el cosechador de energía comercial EH301A y se revisó el desempeño de cada método. Sin embargo para facilitar las pruebas y tener más energía generada se empleó una viga en cantilever con parches PZT P-876.A12 adheridos, en la configuración mostrada en la Fig. 6.15. Dicha viga había sido implementada en otro proyecto previo presentado en el congreso ICSV 26 (ver Apéndice B). La viga presenta mayor energía de oscilación en su segundo modo a 5,96 Hz, que el plato en sus resonancias; esto debido a poseer menor masa y tener mayor flexibilidad; y por eso es que se decide sintonizar la viga en esa frecuencia para generar la energía a cosechar.

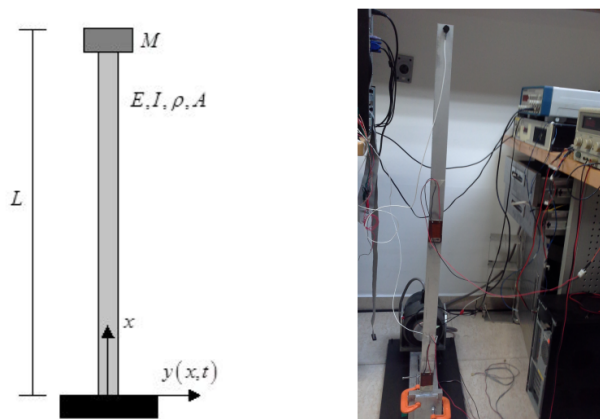


Figura 6.15: Viga en cantiliver con parches PZT.

La viga ante una excitación del *shaker* de 1,24 V AC (CH2) puede generar una señal alterna de 34,40 V_{pico} AC (CH1) con el mismo tipo de parche PZT utilizado con el plato cuadrado delgado. El voltaje se mide con la punta atenuada x10 para poder visualizarlo correctamente en el osciloscopio. Como puede apreciarse en la Fig. 6.16. Esto fue también relevante para decidir usar la viga como fuente de generación de energía pues el plato a la

misma energía del *shaker* solo era capaz de generar $5 V_{pico}$ con el parche PZT y $11,2 V_{pico}$ con el parche MFC.

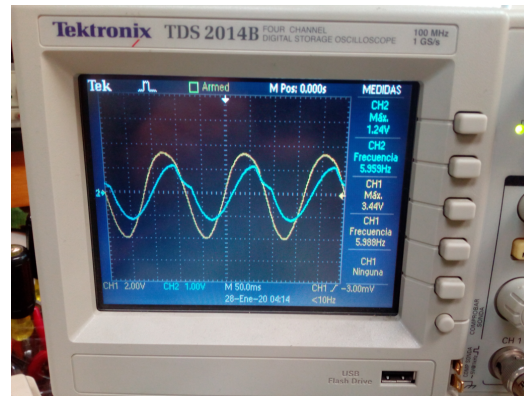


Figura 6.16: Voltaje generado por el parche PZT (atenuado x10).

Se podrá observar que aunque se genera un voltaje AC de buen nivel por parte del parche; debido a la poca corriente que éste genera al acoplarlo al circuito conversor de energía, el voltaje DC resultante será más bajo por la poca potencia. Por este motivo el voltaje DC de salida se alimentará a un driver amplificador diseñado para operar con transductores piezoeléctricos. El driver amplificador de señal modelo E-413.D2 de *Physik Instrumente Co.* en la Fig. 6.17. Soporta un voltaje en la entrada de -2 a $8 V$ DC, y puede dar un voltaje a la salida de -100 a $400 V$ DC, con una potencia de operación de $50 W$ y una corriente pico de $100 mA$. Energizando el driver con tan solo $23 V$ DC. Se observarán los resultados obtenidos con esta configuración en cascada.



Figura 6.17: Driver amplificador E-413.D2.

6.2.1. Cosecha de energía con rectificador RC.

El rectificador RC se describió en el Capítulo 2 en la Fig. 2.13 el cual es un circuito muy fácil de implementar, de muy bajo costo y con componentes fáciles de conseguir. En la Fig. 6.18 se muestra el circuito que se implementa para esta prueba a 5,96 Hz.

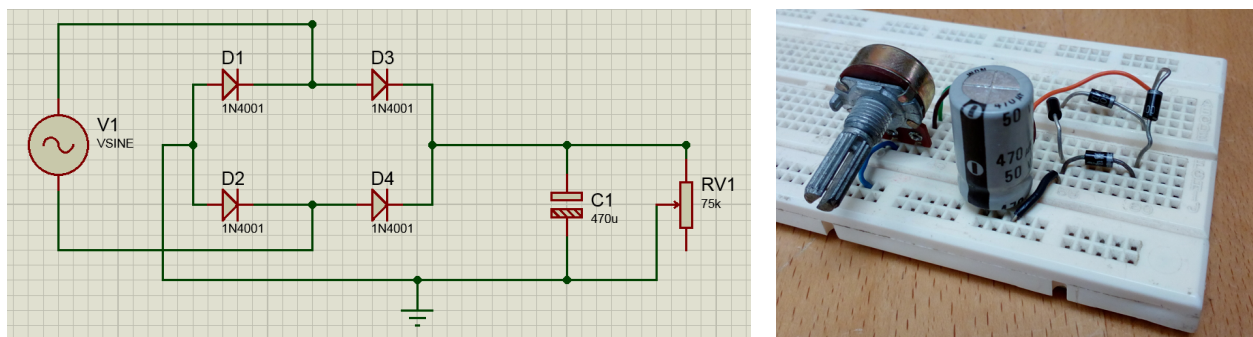


Figura 6.18: Circuito rectificador RC

Con ese circuito es posible conseguir con el voltaje de entrada visto en la Fig. 6.16. un voltaje de salida rectificado de 2,88 V DC que fluctúa levemente.

El voltaje del rectificador RC se amplifica con el E-413.D2 hasta un nivel de 103 V DC, lo que permitiría una potencia de 10,3 W. Como puede apreciarse en la Fig. 6.19 en el CH1 (atenuado) y confirmado por el multímetro también.

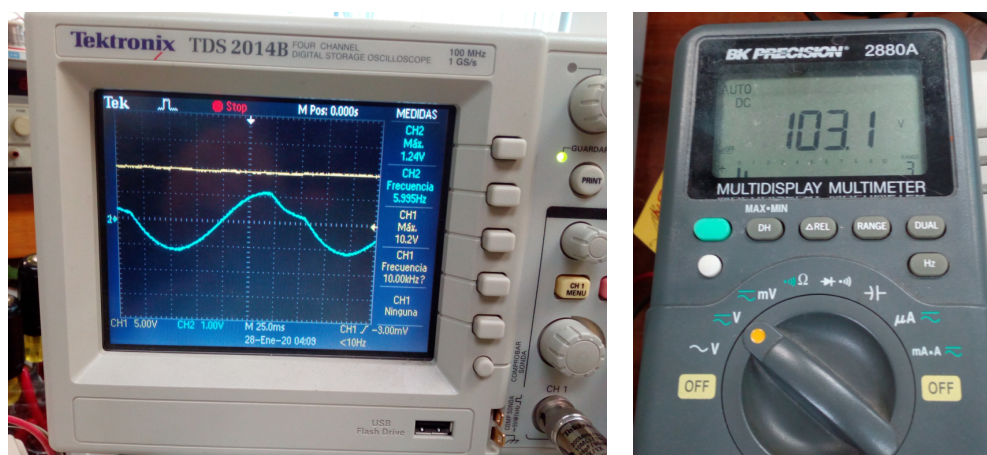


Figura 6.19: Voltaje del rectificador RC amplificado por el driver E-413.D2

6.2.2. Cosecha de energía con EH301A.

El cosechador de energía comercial *ALDINC*[®] EH301A y su curva de operación se revisó en la Fig. 2.19 y su hoja de datos se menciona en el Apéndice C. Este dispositivo

como se comentó en el Capítulo 2, es capaz de aceptar corrientes desde 200 nA hasta 400 mA y proporcionar un voltaje estable DC que fluctúa entre 3,1 y 5,2 V DC que será suficiente para mantener una carga constante de una o más baterías.

Los niveles de voltaje de operación del EH301A son comprobados en la Fig. 6.20 donde con la excitación del *shaker* de solo 1,24 V en CH1 es posible mantener operando el cosechador en los niveles descritos en CH2 con la energía generada por el parche de la viga.

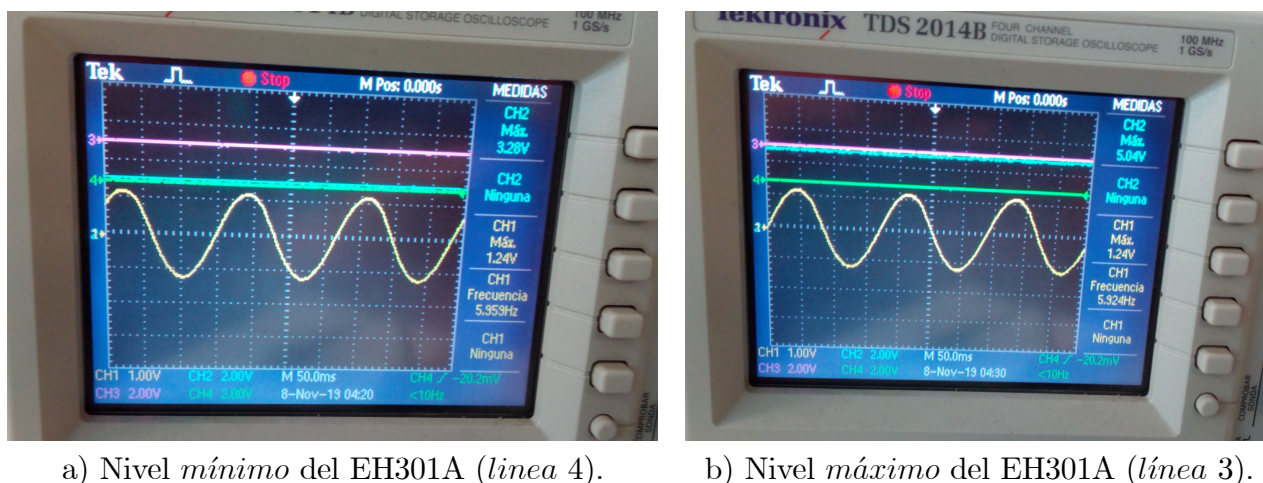


Figura 6.20: Voltajes mínimos y máximos del EH301A

Ese voltaje se amplifica con el driver E-413.D2 el cual logra alcanzar voltajes máximos de 110 a 120 V DC. Rindiendo una potencia de 11 a 12 W. Como se observa atenuado x10 en la Fig. 6.21.

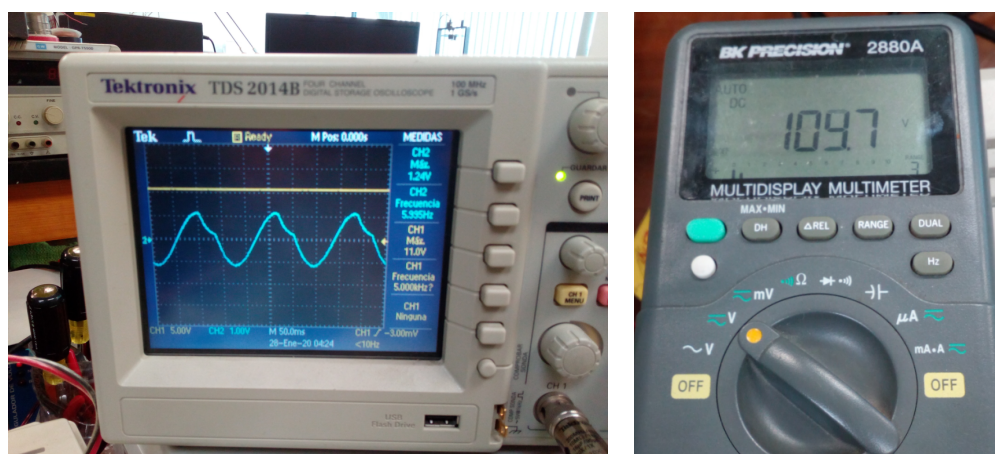


Figura 6.21: Voltaje del EH301A amplificado por el driver E-413.D2

Las conclusiones a las pruebas y a este trabajo se realizan en el Capítulo final.

Capítulo 7

Conclusiones

7.1. Conclusiones generales.

El estudio de los materiales piezoeléctricos ofrece una perspectiva más amplia de las aplicaciones donde pueden implementarse con efectividad y versatilidad. En este trabajo pudo comprobarse que las propiedades de estos materiales ofrecen grandes ventajas, tanto para absorber cierta parte de la energía de deformación producida por vibraciones mecánicas, para disiparla en circuitos electrónicos, como para aprovecharla y transformarla en energía eléctrica útil.

La señal generada por parches piezoeléctricos puede utilizarse eficazmente también para mediciones precisas en tiempo real y utilizando los parches como sensores auto-energizados, sin la necesidad de proveer energía externa ni requerir de dispositivos intermedios que procesen o interpreten la señal para obtener mediciones del comportamiento de una estructura, siendo una opción a las galgas extensiométricas. Sin duda, esto ofrece una gran ventaja para la aplicación en diversidad de proyectos.

El desempeño como actuadores depende mayormente de la tecnología con que esté fabricado el parche. Así, pudo identificarse que los parches PZT, por sus propiedades físicas y eléctricas, ofrecen un mejor desempeño como actuadores; en comparación, con la otra tecnología MFC, que por sus características, tuvo resultados pobres para las aplicaciones aquí desarrolladas.

En general, se obtuvo una máxima eficiencia de atenuación del absorbedor tipo *piezo-shunt* del 54 %, que se da en el caso 2 con los lados del plato fijos y utilizando un parche de la tecnología PZT como actuador, en la frecuencia de resonancia del plato de 149,75 Hz.

Como generadores de energía, la eficiencia dependerá más de la flexibilidad del parche y de la sensibilidad que éste tenga ante perturbaciones. Por este criterio, los parches MFC resultan una opción más viable para este fin, pues en las pruebas realizadas se obtuvieron niveles de voltaje generados más altos que los parches PZT ante la misma energía de excitación y misma frecuencia. Además, por su costo más bajo en comparación con su contraparte, ofrecen la posibilidad de generar energía limpia a bajo costo de inversión, pudiendo aplicarse en mayor volumen de unidades por área de operación. Esto conlleva a que, con una estrategia adecuada de implementación, implicaría ahorros y posibilidades de mayor autonomía en

equipos móviles, auto-sustentación o una opción viable de energía alternativa para demandas cada vez mayores de uso cotidiano.

Los dos métodos estudiados para cosechar energía resultaron efectivos. Sin embargo, el método del rectificador RC ofrece mayor versatilidad, pues puede permitir obtener mayores voltajes a mayor intensidad de vibraciones sin limitarse a solo los 5,2 V máximos que maneja el cosechador comercial EH301A y sin tener que gastar lo que puede costar este dispositivo. Se comprobó también la eficiencia en la generación de energía que implica usar un rectificador o cosechador en tandem, con un amplificador para piezos, ya que la cantidad de energía generada resulta destacable, por lo que ofrece muchas posibilidades de aplicación en diversas áreas. Además, un punto a considerar con los parches piezoeléctricos es que funcionan de forma similar a las baterías, así es posible unir varios parches en serie para aumentar el voltaje total que se busca cosechar con una misma fuente de vibraciones o poner varios parches en paralelo para incrementar la corriente de carga a un mismo voltaje. Con ello se puede incrementar su versatilidad y desempeño.

El criterio que se puede considerar, para determinar cuándo utilizar de un modo u otro los piezoeléctricos, dependerá de la intensidad de las vibraciones de la estructura a la que se encuentren adheridos. Así, si las vibraciones son de un nivel que no cause un perjuicio al elemento que las genere y si ese elemento permanecerá vibrando debido a su funcionamiento normal (por ejemplo, en un motor o turbina) es viable utilizar los parches como generadores de energía para su cosecha. Pero, si las vibraciones implican un daño físico a la estructura o mecanismo, será más viable emplear los piezoeléctricos para implementar estrategias de absorción de vibraciones como la estudiada en este trabajo para proteger el elemento.

El estudio y pruebas con los circuitos tipo *piezo-shunt* demostró que son una opción viable para el control activo de vibraciones mecánicas, aplicada en la escala y proporción adecuados, pues a nivel eléctrico demostraron ser eficientes para atenuar el nivel de las señales sintonizadas, aunque a nivel mecánico, debido a los altos voltajes para los que fueron diseñados se vieron reflejados, en los acelerómetros, resultados más modestos para la estructura. Después de revisar las pruebas con esta estrategia, puede concluirse que para efecto de comprobación del funcionamiento del circuito tipo *piezo-shunt*, quedan validados con los resultados obtenidos en los experimentos con ambos tipos de parches piezoeléctricos, con lo que el circuito cumple su función. Sin embargo, para que este tipo de estrategia se pueda aplicar en la práctica, de forma eficiente en una estructura como la analizada y/o a gran escala, se requeriría de un arreglo en *clúster* con varios actuadores secundarios amplificados colocados en ubicaciones simétricas (de acuerdo a lo visto en el capítulo 4 en las formas modales del plato), actuando en conjunto a partir de la señal sintonizada que les pueda proveer un actuador primario como el del *piezo-shunt*, para atenuar las vibraciones de forma considerable. O en otro criterio, con los niveles de voltaje como los implementados con un solo actuador sin amplificar, poder aplicarlos en situaciones donde se requieran niveles bajos de actuación, como por ejemplo en el área médica, en implantes biónicos o en nanotecnología.

Por lo anterior, se puede concluir que los circuitos tipo *piezo-shunt* funcionan basados en las frecuencias que se desean sintonizar para atenuar sus amplitudes y en la intensidad de las vibraciones en que operen. La dinámica de la estructura, así como sus condiciones de frontera, no implican una afectación o condición para que los circuitos operen bien para controlar

de forma activa las vibraciones. La metodología sistemática de diseño aportada en este trabajo hará posible poder diseñar circuitos *piezo-shunt*, de manera sencilla y rápida, para controlar prácticamente cualquier frecuencia de una estructura mecánica deseada. Asimismo, se comprobó también que el uso de herramientas de análisis modal resulta de gran utilidad y confiabilidad, pues entre más compleja sea la estructura a analizar, se simplifica el análisis experimental y la selección adecuada de la estrategia de control a implementar.

Finalmente, el estudio de los materiales inteligentes, como los transductores piezoeléctricos, apenas está en ciernes y ofrece una amplia área de trabajo para descubrir nuevas propiedades y aplicaciones, por lo que enseguida se sugieren algunos puntos de interés como perspectivas de trabajo futuro.

7.2. Perspectivas y trabajo futuro.

Como proyectos a futuro se sugiere abordar lo siguiente:

1. Implementar estrategias tipo *piezo-shunt* en arreglos clúster, con varios parches amplificados y no amplificados, ubicados simétricamente en un área específica de una estructura mecánica y revisar el volumen de parches necesarios para que la estrategia muestre mayor efectividad.
2. A medida que pase el tiempo y la tecnología de los piezoeléctricos siga evolucionado, los costos de inversión se reducirán y ofrecerán la posibilidad de implementar estrategias de control activo y/o semiactivo, como la tecnología de parches descrita, así como con los transductores tipo **PICMA**, mencionados en el estado del arte de este trabajo, por ser una tecnología que ofrece mayores ventajas de aplicación, como es el menor consumo de energía para su operación, capacidades físicas mejoradas y mayor eficiencia.
3. Investigar también el tema del sintonizador adaptable o automático con circuitos tipo *piezo-shunt*, para poder disponer de un absorbedor de vibraciones multi-modo, que pueda adaptarse a las necesidades de operación de cualquier estructura o mecanismo con sintonización simultánea en una o más frecuencias de operación.
4. Analizar la necesidad de implementar proyectos con arreglos serie y paralelo de varios parches, para investigar el rendimiento energético, tanto de voltaje y corriente, para ofrecer una opción rentable de energía renovable para su implementación a nivel industrial y comercial, como lo es ahora la energía solar y eólica.
5. Considerar diseñar y construir una opción viable para amplificar los parches en lugar del driver amplificador comercial E-413.D2; opción que pueda ofrecer niveles de amplificación semejantes para poder implementar una mayor cantidad de parches actuadores amplificados.

Bibliografía

- [1] F. Albarrán Bravo. *Aplicación de cosechadores de energía basados en parches piezoeléctricos para la absorción de vibraciones en estructuras*. Tesis de Maestría en Ciencias en la Especialidad de Ingeniería Eléctrica (Mecatrónica), Departamento de Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV, México, 2016.
- [2] M.E. Belandria Carvajal. *Aplicación de esquemas de control activo de vibraciones por retroalimentación positiva de posición en una viga tipo Euler-Bernoulli con parches piezoeléctricos*. Tesis de Maestría en Ciencias en la Especialidad de Ingeniería Eléctrica (Mecatrónica), Departamento de Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV, México, 2013.
- [3] O.A. García Pérez. *Control activo de vibraciones en estructuras flexibles tipo grúa*. Tesis de Doctorado en Ciencias en la Especialidad de Ingeniería Eléctrica (Mecatrónica), Departamento de Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV, México, 2019.
- [4] D. Niederberger. Smart Damping Materials using Shunt Control. PhD thesis, The Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, 2005.
- [5] V. Steffen, F.A.C. Viana. Multimodal vibration damping through piezoelectric patches and optimal resonant shunt circuits. Technical paper - Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. School of Mechanical Engineering, Federal University of Uberlândia, Brazil.
- [6] S.O. Reza Moeimani. A survey of recent innovations in vibration damping and control using shunted piezoelectric transducers. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2003.
- [7] D. Niederberger, A. Fleming, S.O. Reza Moheimani, M. Morari. Adaptive multi-mode resonant piezoelectric shunt damping. *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, No. 5, pp. 1025–1035, 2004.
- [8] E.F. Crawley, et al. Use of pieoelectric actuators as elements of intelligent structures. *AIAA journal*, 1987.
- [9] W. Keats. Method of Fabricating NASA-Standard MacroFiber Composite Piezoelectric Actuators. NASA, 2003.

- [10] A. Antoniou. Realization of gyrators using operational amplifiers and their use in RC active networks synthesis. *Proc. IEE*, 1969.
- [11] R.L. Boylestad, L. Nashelsky. *Electrónica: teoría de circuitos y dispositivos electrónicos*. 10a ed., Pearson, México, 2009.
- [12] T.L. Floyd. *Dispositivos electrónicos*. 8a ed., Pearson, México, 2008.
- [13] R.F. Coughlin, F. F. Driscoll. *Amplificadores operacionales y circuitos integrados lineales*. 4a ed., Prentice-Hall, 1993.
- [14] A. Preumont. *Mechatronics: Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*. Springer Science & Business Media, NY, 2006.
- [15] **O. Perez M.** *Materiales piezo eléctricos del tipo PZT*. **Pub. Tec. Cinvestav**, 1994.
- [16] H.A. Sodano, E.A. Magliula, G. Park, D.J. Inman. Electric power generation using piezoelectric devices. *13th International Conference on Adaptive Structures and Technologies*, pp. 153-161, Posdam, Germany, 2002.
- [17] W.K. Gawronski. *Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures*. Springer, 2004.
- [18] W.K. Gawronski. Simultaneous placement of actuators and sensors. Jet Propulsion Laboratory, Caltech.
- [19] N.W. Hagood, A. Von Flotow. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146, No. 2, pp. 243-268, 1991.
- [20] D. Niederberger. *Design of optimal autonomous switching circuits to suppress mechanical hybrid systems*. Computation and Control, Lecture Notes in Computer Science, Springer, 2005.
- [21] R.H.S. Riordan. Simulated inductors using differential amplifiers. *Electronics Letters*, 1967.
- [22] G. Ferri, N. Guerrini. High-valued passive element simulation using low-voltage low-power current conveyors for fully integrated applications. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, Vol. 48, No. 4, pp. 405-409, 2001.
- [23] I.A. Awad, A.M. Soliman. New CMOS realization of the CCII-. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, Vol. 46, No. 4, pp. 460-463, 1999.
- [24] S. Behrens, A.J. Fleming, S.O. Reza Moheimani. A broadband controller for shunt piezoelectric damping of structural vibration. *Smart Materials and Structures*, Vol. 12, pp. 18-28, 2003.

- [25] A.J. Fleming, et al. Synthetic impedance for implementation of piezoelectric shunt-damping circuits. *IEEE Electronics Letters*, 2000.
- [26] Y. Meirovitch, H. Baruh. Effect of damping on observation spillover instability. *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 35, No. 1, pp. 31-44, 1981.
- [27] Y. Meirovitch, H. Baruh. On the problem of observation spillover in self-adjoint distributed-parameters systems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 39, No. 2, pp. 269-291, 1983.
- [28] M. Balas. Active control of flexible systems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 25, No. 3, pp. 415-436, 1978.
- [29] H. Kim, S. Priya, H. Stephanou, K. Uchino. Consideration of impedance matching techniques for efficient piezoelectric energy harvesting. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 54, No. 9, pp. 1851-1859, 2007.
- [30] D. Guyomar, A. Badel, E. Lefeuvre, C. Richard. Energy harvesting using active materials and conversion improvement by nonlinear processing. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 52, No. 4, pp. 584-595, 2005.
- [31] H. Lee, P.K.T. Mok. An SC voltage doubler with pseudo-continuous output regulation using a three-stage switchable OpAmp. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. 42, No. 6, pp. 1216-1229, 2007.
- [32] G. Silva Navarro. Notas del curso de Mecánica Computacional: análisis, control y aplicaciones a problemas de vibraciones mecánicas. Capítulo 6, Absorción de vibraciones, CINVESTAV, México, 2018.
- [33] R.W. Clough, J. Penzien. *Dynamics of Structures*. McGraw-Hill, 1975.
- [34] M.R. Hatch. *Vibration Simulation Using Matlab and Ansys*. Chapman and Hall, CRC, 2000.
- [35] C.R. Steele, C.D. Balch. *Introduction to the theory of plates*. Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 2009.
- [36] PFC. Implementación de prácticas de dinámica estructural en el laboratorio, Capítulo 2, Vibración de una placa cuadrada, 2011.
- [37] S. Triantafyllou. *2D elements. Slides of method of finite elements I*, Chapter 6, ETH Institute of Structural Engineering.
- [38] N. Baddour. *Hamilton's principle for derivation of equations of motion*. Nova Science Publisher, University of Ottawa, Canada. 2007.
- [39] A. Koszewnik, Z. Gosiewski. Quasi-optimal locations of piezo-elements on a rectangular plate. *The European Physical Journal Plus*, Vol. 131, No. 7, pp. 232, 2016.

- [40] Y.M. Ghugal, A.S. Sayyad. Free vibration of thick orthotropic plates using trigonometric shear deformation theory. Department of Applied Mechanics, Government Engineering College, India, 2011.
- [41] Z. Lasová, R. Zemcik. *Comparison of finite element models for piezoelectric materials*. University of West Bohemia, Czech Republic, 2012.
- [42] T. Haase. Optimal placement of sensors and actuators for feedforward noise and vibration control. In: *Advances in Noise Analysis, Mitigation and Control*, Edited by Noor Ahmed, IntechOpen, 2016.
- [43] J. Redmond, G. Parker. Actuator placement based on reachable set optimization for expected disturbance. *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 90, No. 2, pp. 279–300, 1996.
- [44] P. Ambrosio, F. Ripamonti, F. Resta, F. Braghin. A sensor and actuator placement technique for active vibration control using H_2 norm. *2013 IEEE International Conference on Mechatronics (ICM)*, Vicenza, pp. 120-125, 2013.
- [45] R. Szilard. *Theories and Applications of Plate Analysis: Classical, Numerical and Engineering Methods*. John Wiley & Sons, 2004.
- [46] L.G. Trujillo Franco. *Evaluación experimental de técnicas de identificación de parámetros modales en sistemas mecánicos*. Tesis de Maestría en Ciencias en la Especialidad de Ingeniería Eléctrica (Mecatrónica), Departamento de Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV, México, 2012.
- [47] Loctite Hysol E-20hp, hoja de datos.
- [48] Physik Instrumente GmbH & Co. PZT DuraAct patches. <https://www.physikinstrumente.com/en/technology/piezo-technology/duraact-patch-transducer-technology/>
- [49] Smart Material Corporation. MFC patches. <https://www.smart-material.com/MFC-product-main.html>
- [50] NASA Invention of the Year. https://spinoff.nasa.gov/Spinoff2007/ip_9.html
- [51] Physik Instrumente GmbH & Co. PICMA specifications. <https://www.piceramic.com/en/piezo-technology/picma/>
- [52] Ecuación de Shockley. <https://www.monografias.com/trabajos89/conceptos-electronica-teoria-circuitos/conceptos-electronica-teoria-circuitos2.shtml>
- [53] Filtro pasa bajos con integrador. <https://wilaebaelectronica.blogspot.com/2017/01/amplificador-integrador.html>

- [54] MAPE. <https://www.gestiondeoperaciones.net/proyeccion-de-demanda/error-porcentual-absoluto-medio-mape-en-un-pronostico-de-demanda/>
- [55] Modelado del plato por fem <http://what-when-how.com/the-finite-element-method/fem-for-plates-and-shells-finite-element-method-part-2/>
- [56] KST Data Viewing Program. <http://kst-plot.kde.org/>
- [57] D.J. Ewins, *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. Research Studies Press LTD, 2nd. Edition. 2001.
- [58] J. He, Z-F. Fu. *Modal Analysis*. Elsevier, 2nd. Edition. 2001.
- [59] P. Sas, W. Heylen, S. Lammens. *Modal Analysis Theory and Testing*. Leuven, 1998.

Apéndice A

Planos de diseño

A.1. Diagrama de un circuito *shunt*.

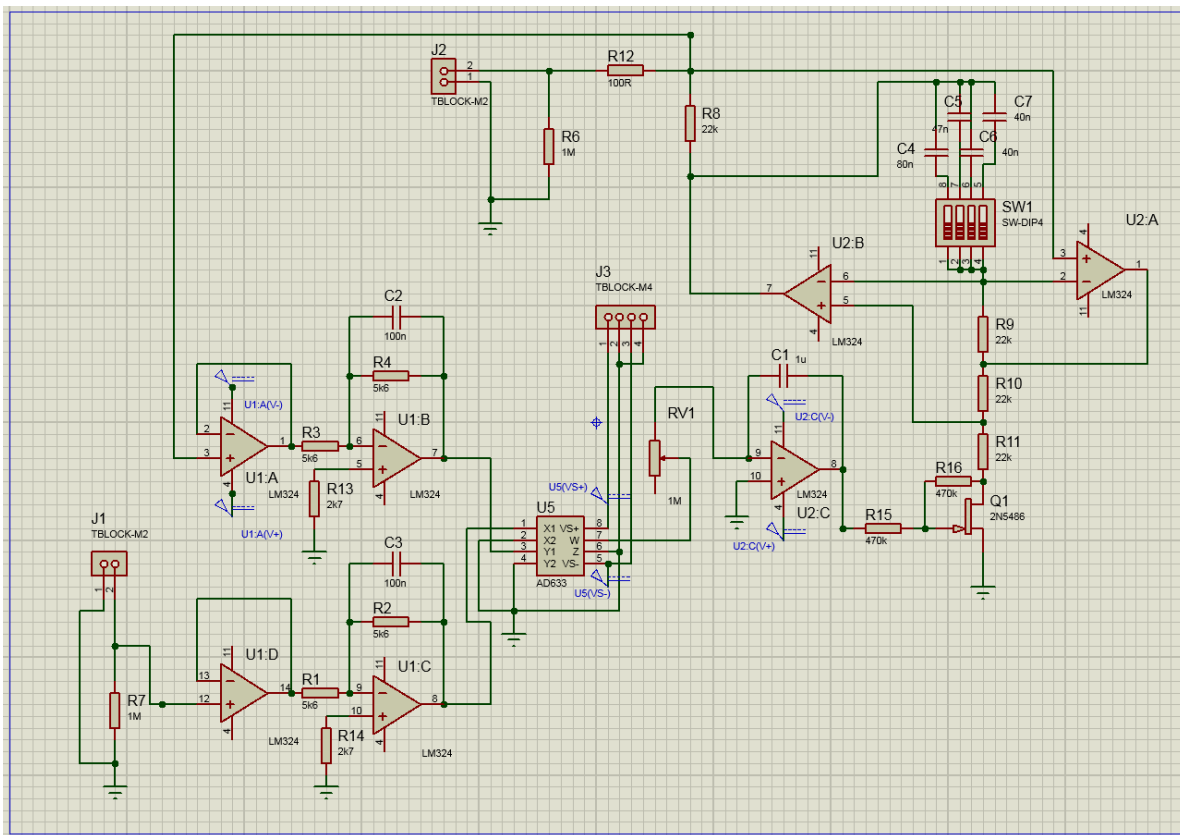


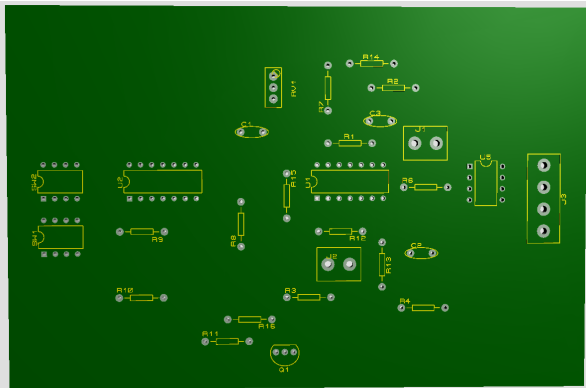
Figura A.1: Circuito shunt para parche PZT como actuador.

Se realiza el circuito en Proteus[®] y se diseña el PCB para poder sintonizar 4 frecuencias.

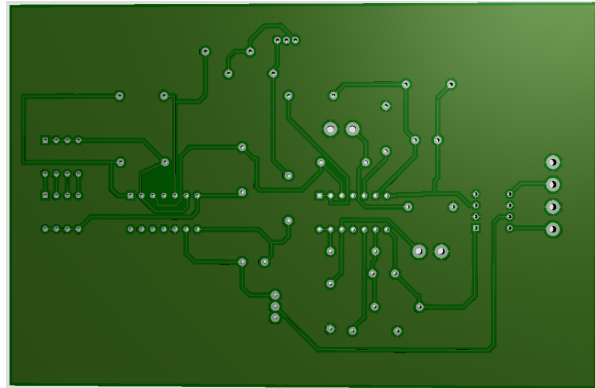
En SW1 se utiliza un dip-switch de 4 canales con un punto en común para seleccionar cada capacitor según se requiera.

En SW2 ya en el PCB se cambian los capacitores por un zócalo zif de 8 pines como el usado para montar CI's; para poder dejar el circuito versátil y se pueda adaptar para conectar ahí los capacitores de las frecuencias que se deseen sintonizar, siempre que entren en un ancho de banda hasta 300 Hz. En la vista 3D no existían las librerías para esos componentes, pero las perforaciones corresponden con los componentes correctos, para solo reemplazarlos al construirlo.

La tierra de todo el circuito es parte de la masa de cobre de la placa fenólica, por lo que la creación de las pistas implica una mínima eliminación de cobre y puede realizarse por el método químico o por fresa con CNC.



a) PCB lado superior.



b) PCB lado inferior.

Figura A.2: Diseño de PCB del circuito shunt

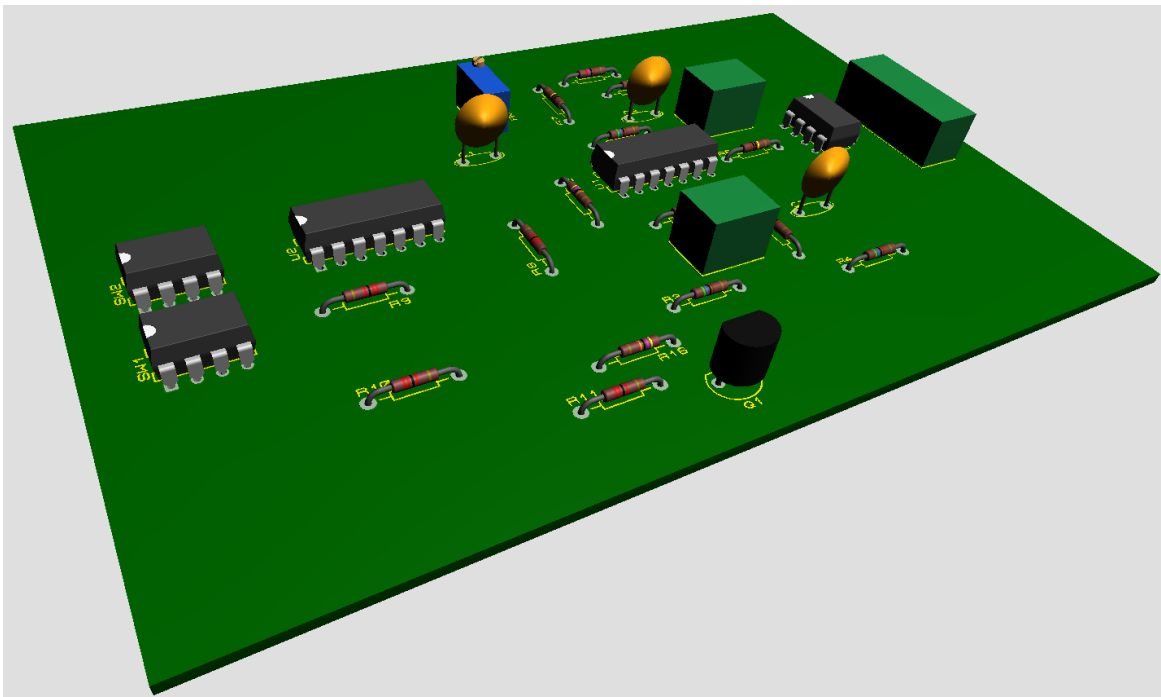


Figura A.3: Vista 3D del circuito shunt.

Apéndice B

Publicaciones en congresos internacionales

Los siguientes artículos fueron expuestos y publicados con resultados desarrollados del presente trabajo de tesis en los siguientes congresos internacionales:

1. G. Silva-Navarro, F. Albarrán-Bravo, R.A. Gudiño-Alas, F. Beltrán-Carbajal. *Application of an adaptive piezo-shunt absorber for vibration control on a cantilever beam*. Proceedings of the 26th International Congress on Sound and Vibration (ICSV), Montreal, Canada, 2019.
2. R.A. Gudiño-Alas, G. Silva-Navarro. *Application of piezo-shunt absorbers for damping injection on a square plate*. Proceedings of the 16th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), IEEE, Mexico City, México, 2019.

Apéndice C

Especificaciones técnicas de componentes

Para efecto de simplificación del documento final solo se listarán las hojas de datos de cada componente y equipo utilizado, pues son de libre distribución por parte de los fabricantes y fáciles de descargar en internet. Además que se recomienda siempre utilizar las versiones más recientes.

- Parche piezoeléctrico PZT DuraAct P-876.A12 de *Physik Instrumente Co.*®.
- Parche piezoeléctrico MFC M-5628-P1 de *Smart Material Co.*®.
- Driver amplificador E-413.D2 de *Physik Instrumente Co.*®.
- Cosechador de energía EH301A de *Aldinc*®.
- Adhesivo Loctite E-20HP de *Hysol*®.
- Transductor electromagnético o *shaker* ET-139 de *Labworks*®.
- Amplificador para *shaker* PA-138 de *Labworks*®.
- Tarjeta analógica sensoray 626 de *National Instruments*®.
- Analizador y adquirente de datos Labamp 5165A de *Kistler*®.
- Acelerómetro 8640A10 de *Kistler*®.
- Acelerómetro 8640A50 de *Kistler*®.
- Osciloscopio TDS 2014B de *Tektronix*®.
- Generador de señales 4017A de *BK Precision*®.
- Circuito integrado LM324N amplificador operacional cuádruple de bajo consumo de potencia.
- Circuito integrado AD633 multiplicador analógico de 4 cuadrantes.
- JFET 2N5486 transistor de efecto de campo de unión de canal N.