



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**UNIDAD ZACATENCO  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
SECCIÓN DE MECATRÓNICA**

## **Desarrollo de un convertidor trifásico tipo "Boost"**

Tesis que presenta:  
**Saulo Lopez Fregoso**

Para obtener el grado de:  
**MAESTRO EN CIENCIAS**

En la especialidad de:  
**Ingeniería Eléctrica**

Director de la Tesis:  
**Dr. Hebertt José Sira Ramírez**



*Dedicado a:*

*Mis padres Armando y Marcela, y mis tías Sandra y María.*

*Mi hermano Marcos.*

*Mis amigos quienes me aportaron un granito de arena, en distintas partes de mi vida.*

“— Minino de Chesire — empezó, tímidamente pues no sabía si este nombre sería de su agrado, pero aquel ensanchó más su sonrisa. No parece descontento por ahora — díjose Alicia.

Y prosiguió:

— ¿Quieres decirme, por favor, qué camino debo de tomar para salir de aquí?

— Eso depende de a donde quieres ir — respondió el Gato.

— Poco me preocupa a dónde ir — dijo Alicia.

— Entonces, poco importa el camino que tomes — replicó el Gato. ”

Carroll Lewis, (1865) *Alicia en el País de las Maravillas*, Editorial Porrúa, Décimo Octava edición.



# Agradecimientos

**A mis padres:** Por su amor, guía y apoyo durante este periodo.

**A mi hermano Marcos:** Por ser el hermano de México, el que todos quieren tener, por el simple hecho de quererme y aceptarme a su manera.

**A mis tías y tíos, en especial a Sandra, María:** Por su amor y apoyo.

**Al Dr. Hebbert Sira:** Por enseñarme las lecciones más valiosas dentro del área de investigación: por haberme aceptado en este proyecto de tesis, por la enseñanza, por sus correcciones y comentarios .

**A los doctores de la sección:** Por el tiempo que invirtieron en la enseñanza y por compartir sus experiencias y conocimientos.

**A mis amigos y compañeros del Cinvestav :** Porque a su manera cada uno me dio una enseñanza o un consejo. Agradezco a Mario A. por ser un mentor en la tesis, a Eduardo porque me apoyó en mis momentos más difíciles, a Diego, a Daniel, a Jurgen, a Jesús, a Gabriel, a Iván, a Olaf, a Omar, a Ray, a Ezequiel, a Ignacio, a Michelle y a Itan .

**A mis amigos de la vida:** Por continuar a mi lado y mantener esta preciosa amistad. A Abby y Alicia, por su cariño, amor y apoyo que nos hemos dado a largo de estos años. A Fernando y a Jorge por ser increíbles amigos, por apoyarme y ser un equipo en todo este tiempo. A Álvaro Gordillo, por animarme a cumplir este sueño y objetivo. A Wendolyne y a Miguel por su amistad y estar al pendiente de mí. A Odeth Montaña y a Claudia Mercado por ser mentoras en el área profesional, personal y espiritual. A Cristian por haberme escuchado cuando lo necesité. A Sergio por ser un mentor en su área y ayudarme a crecer. A Jorge Luis por traer la comedia en momentos estresantes.

**Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT):** Por haberme otorgado la beca con número de CVU: 934356 para realizar mis estudios de maestría en el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, (CINVESTAV IPN).



# Resumen

El presente trabajo de tesis aborda el problema de diseño de estrategias de control de cuatro convertidores eléctricos, dos monofásicos y dos trifásicos, de los cuales se dispone de los modelos matemáticos. El trabajo se centra en el diseño del esquema de control que resuelve el problema de seguimiento de trayectoria para la variable de salida que será diferente para cada sistema, pudiendo ser la corriente de salida o la energía.

Los controladores propuestos en este trabajo son tres: el control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC por sus siglas en inglés), el control Proporcional Integral Generalizado (GPI por sus siglas en inglés) y el control por Regímenes Deslizantes (SMD por sus siglas en inglés). Los tres tipos de controles son ampliamente conocidos por su robustez ante perturbaciones y por su comportamiento ante la falta de medición de algunas variables de estado del sistema. Este documento presenta, de manera didáctica, el desarrollo de los esquemas de control en los convertidores monofásicos y los sistemas trifásicos.

La manera de enfrentar estos problemas de control consiste en tener a las perturbaciones endógenas y exógenas del sistema en un mismo término de perturbación total. Esto da la oportunidad de establecer un esquema de control desacoplado para el caso multivariable.

Los problemas abordados en este trabajo son:

1. Modelado del sistema
2. Diseño de las estrategias de control.
3. Implementación de las estrategias en simulación.

El trabajo presenta, como resultado final, las simulaciones de los diferentes esquemas de control.





# Abstract

This current thesis project approaches the problem of control scheme design of four electric converters, two of them are single phase and the other three phase whose mathematical model are available. This work focus on the control scheme designed to solve the tracking problem for an output variable who will be different for each system, depending of output current or the energy.

The controls proposed in this work are three: the Active Disturbance Rejection Control (ADRC), the General Proportional Integral Control (GPI) and the Sliding Mode Control (SMC). These three controls are well known by their robustness facing disturbances and their behaviour facing the unknown measure of a state of the system. This document shows in a didactic way the development of control schemes of the single and three phase converters. The strategy to face these control problems is to have all the endogenous and exogenous perturbations from the system in the same total perturbation variable. It gives us the opportunity to stablish a decoupled control scheme for the multivariate case. The main tasks in this work are:

1. System Modeling.
2. Control strategy design.
3. Control strategy implementation in a simulation.

The final results of the work are the simulations of the different control schemes.



# Contenido

Capítulos	Página
<b>Agradecimientos</b>	<b>v</b>
<b>Resumen</b>	<b>vii</b>
<b>Abstract</b>	<b>ix</b>
<b>Contenido</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>xiv</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>xix</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Estado del Arte . . . . .	2
1.2. Planteamiento del Problema . . . . .	4
1.3. Motivos y Justificación . . . . .	5
1.4. Objetivos . . . . .	5
1.4.1. Objetivo general . . . . .	5
1.4.2. Objetivos particulares . . . . .	5
1.5. Alcances . . . . .	6
1.6. Estructura del documento . . . . .	6
1.7. Resumen del capítulo . . . . .	6
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>7</b>
2.1. Salida Plana . . . . .	7
2.2. Control por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	8
2.3. Control Proporcional Integral Generalizado . . . . .	13
2.3.1. Ejemplo de un sistema de integración pura de segundo orden . . . . .	14
2.3.2. Ejemplo de un sistema de integración pura de tercer orden . . . . .	17
2.3.3. El problema de la robustez . . . . .	19

2.4.	Control por Regímenes Deslizantes . . . . .	21
2.4.1.	Control por Regímenes Deslizantes para sistemas de una entrada y una salida . . . . .	22
2.4.2.	El diseño de superficie deslizante . . . . .	25
2.4.3.	Modulación Delta-Sigma . . . . .	26
2.4.4.	Método de los Regímenes Deslizantes utilizando el modelo de entrada-salida del sistema . . . . .	28
2.5.	Resumen del capítulo . . . . .	32
<b>3.</b>	<b>Desarrollo teórico de los problemas</b>	<b>33</b>
3.1.	Sistemas Monofásicos Rectificador-Inversor . . . . .	34
3.1.1.	Modelado del sistema: Rectificador . . . . .	34
3.1.2.	Análisis del sistema . . . . .	38
3.1.3.	Esquemas de Control . . . . .	40
3.1.4.	Sistemas Monofásicos: Inversor . . . . .	45
3.1.5.	Modelado del sistema . . . . .	45
3.1.6.	Análisis del Sistema . . . . .	47
3.1.7.	Esquemas de Control . . . . .	49
3.2.	Sistemas Trifásicos Rectificador-Inversor . . . . .	55
3.2.1.	Modelado del sistema: Rectificador . . . . .	55
3.2.2.	Análisis y Estrategias de control . . . . .	60
3.2.3.	Esquemas de Control . . . . .	62
3.2.4.	Modelado del sistema: Inversor . . . . .	70
3.2.5.	Análisis del Sistema . . . . .	74
3.2.6.	Estrategias de control . . . . .	77
3.3.	Resumen de capítulo . . . . .	86
<b>4.</b>	<b>Resultados de simulación</b>	<b>87</b>
4.1.	Simulación del Rectificador-Inversor Monofásico . . . . .	87
4.1.1.	Simulación del esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	88
4.1.2.	Simulación del esquema Proporcional Integral Generalizado . . . . .	93
4.1.3.	Simulación del esquema por Regímenes Deslizantes . . . . .	97
4.2.	Simulación del Rectificador-Inversor Trifásico . . . . .	101
4.2.1.	Simulación del esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	102
4.2.2.	Simulación del esquema Proporcional Integral Generalizado . . . . .	107
4.2.3.	Simulación del esquema de Regímenes Deslizante . . . . .	111
4.3.	Sistemas perturbados . . . . .	116
4.3.1.	Rectificador Monofásico perturbado con Alta Frecuencia . . . . .	116
4.3.2.	Inversor Monofásico perturbado con Alta Frecuencia . . . . .	119
4.3.3.	Rectificador Trifásico perturbado con Alta Frecuencia . . . . .	125
4.3.4.	Inversor Trifásico perturbado con Alta Frecuencia . . . . .	131
4.3.5.	Rectificador Monofásico perturbado con Baja Frecuencia . . . . .	142
4.3.6.	Inversor Monofásico perturbado con Baja Frecuencia . . . . .	145

---

4.3.7. Rectificador Trifásico perturbado con Baja Frecuencia . . . . .	148
4.3.8. Inversor Trifásico perturbado con Baja Frecuencia . . . . .	154
4.4. Resumen del capítulo . . . . .	163
<b>5. Conclusiones</b>	<b>165</b>
5.1. Conclusión del trabajo . . . . .	165
5.2. Aportaciones . . . . .	166
5.3. Trabajo Futuro . . . . .	166
<b>Bibliografía</b>	<b>166</b>
<b>A. Sistemas linealizables por retroalimentación de estado o sistemas diferencial-mente planos</b>	<b>173</b>
A.1. Ejemplo de dos masas - resorte . . . . .	174
A.2. Ejemplo Motor Eléctrico acoplado con un péndulo con masa . . . . .	179
<b>B. Transformación de Clarke-Park</b>	<b>183</b>
<b>C. Generación de una trayectoria de referencia de salida</b>	<b>185</b>



# Lista de figuras

2.1.	Control Proporcional Integral Generalizado de un sistema de segundo orden mediante reconstructor integral. . . . .	15
2.2.	Red de un control Proporcional Integral Generalizado para planta de segundo orden. . . . .	16
2.3.	Esquema de control Proporcional Integral Generalizado para estabilización de un sistema de tercer orden, utilizando reconstructores integrales . . . . .	18
2.4.	Diagrama de bloque robusto . . . . .	20
2.5.	Diagrama Modulador Delta . . . . .	26
2.6.	Modulador Delta-Sigma . . . . .	27
2.7.	Sistemas de dos masas con resorte sin reacción . . . . .	30
3.1.	Sistema Rectificador-Inversor Monofásico . . . . .	34
3.2.	Rectificador Monofásico . . . . .	34
3.3.	Inversor Monofásico . . . . .	45
3.4.	Sistema Rectificador-Inversor Trifásico . . . . .	55
3.5.	Rectificador Trifásico . . . . .	55
3.6.	Inversor Trifásico . . . . .	70
4.1.	Diagrama de control por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	89
4.2.	Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	89
4.3.	Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	91
4.4.	Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.49 a 0.53 segundos . . . . .	92
4.5.	Diagrama del control Proporcional Integral Generalizado . . . . .	93
4.6.	Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador con el esquema Proporcional Integral Generalizado . . . . .	94
4.7.	Diagrama de bloques del Inversor . . . . .	95
4.8.	Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema Proporcional Integral Generalizado . . . . .	95
4.9.	Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.49 a 0.53 segundos . . . . .	96

---

4.10. Diagrama de bloques del Rectificador . . . . .	97
4.11. Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador con el esquema por Regímenes Deslizantes . . . . .	98
4.12. Diagrama de bloques del Inversor . . . . .	99
4.13. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes . . . . .	99
4.14. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.49 a 0.53 segundos . . . . .	100
4.15. Esquema del Control por Rechazo Activo de Perturbaciones para el Rectificador-Inversor . . . . .	102
4.16. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	103
4.17. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	105
4.18. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.49 a 0.53 segundos . . . . .	106
4.19. Diagrama de bloques del Rectificador . . . . .	107
4.20. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador con el esquema Proporcional Integral Generalizado . . . . .	108
4.21. Diagrama de bloques del Inversor . . . . .	108
4.22. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema Proporcional Integral Generalizado . . . . .	109
4.23. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.49 a 0.53 segundos . . . . .	110
4.24. Diagrama de bloques del Rectificador . . . . .	111
4.25. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I . . . . .	112
4.26. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II . . . . .	113
4.27. Diagrama de bloques del Inversor . . . . .	113
4.28. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I . . . . .	114
4.29. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II . . . . .	114
4.30. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.49 a 0.53 segundos . . . . .	115
4.31. Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	116
4.32. Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado . . . . .	117
4.33. Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes . . . . .	118
4.34. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	119



---

4.35. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.74 a 0.79 segundos . . . . .	120
4.36. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.74 a 0.79 segundos . . . . .	121
4.37. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor de 0.74 a 0.79 segundos . . . . .	122
4.38. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes . . . . .	123
4.39. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.74 a 0.79 segundos . . . . .	124
4.40. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte I . . . . .	125
4.41. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte II . . . . .	126
4.42. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte I . . . . .	127
4.43. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte II . . . . .	128
4.44. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I . . . . .	129
4.45. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II . . . . .	130
4.46. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte I . . . . .	131
4.47. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte II . . . . .	132
4.48. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.74 a 0.79 segundos parte I . . . . .	133
4.49. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.74 a 0.79 segundos parte II . . . . .	134
4.50. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte I . . . . .	135
4.51. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte II . . . . .	136
4.52. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.74 a 0.79 segundos parte I . . . . .	137
4.53. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.74 a 0.79 segundos parte II . . . . .	138

4.54. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I . . . . .	139
4.55. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II . . . . .	140
4.56. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.74 a 0.79 segundos parte I . . . . .	140
4.57. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.74 a 0.79 segundos parte II . . . . .	141
4.58. Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	142
4.59. Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado . . . . .	143
4.60. Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes . . . . .	144
4.61. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones . . . . .	145
4.62. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.49 a 0.53 segundos . . . . .	145
4.63. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado . . . . .	146
4.64. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.74 a 0.79 segundos . . . . .	146
4.65. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes . . . . .	147
4.66. Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.74 a 0.79 segundos . . . . .	147
4.67. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte I . . . . .	148
4.68. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte II . . . . .	149
4.69. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte I . . . . .	150
4.70. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte II . . . . .	151
4.71. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I . . . . .	152
4.72. Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II . . . . .	153
4.73. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte I . . . . .	154

---

4.74. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte II . . . . .	155
4.75. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.79 a 0.84 segundos parte I . . . . .	155
4.76. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.79 a 0.84 segundos parte II . . . . .	156
4.77. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte I . . . . .	157
4.78. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte II . . . . .	157
4.79. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.79 a 0.84 segundos parte I . . . . .	158
4.80. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.79 a 0.84 segundos parte II . . . . .	159
4.81. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I . . . . .	160
4.82. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II . . . . .	160
4.83. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.79 a 0.84 segundos parte I . . . . .	161
4.84. Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.79 a 0.84 segundos parte II . . . . .	162
A.1. Ejemplo 1: Sistema no lineal Masa resorte péndulo invertido . . . . .	174
A.2. Ejemplo 2: Motor eléctrico acoplado con péndulo y masa . . . . .	179



# Lista de tablas

4.1. Parámetros del Rectificador . . . . .	88
4.2. Rectificador: Coeficientes del observador y el controlador . . . . .	88
4.3. Parámetros de Inversor . . . . .	90
4.4. Inversor: Coeficientes del observador y el controlador . . . . .	90
4.5. Rectificador: Coeficientes del controlador Proporcional Integral Generalizado	93
4.6. Inversor: Coeficientes del controlador Proporcional Integral Generalizado .	94
4.7. Rectificador: Coeficientes del controlador por Regímenes Deslizantes . . . .	97
4.8. Inversor: Coeficientes del controlador por Regímenes Deslizantes . . . . .	98
4.9. Parámetros del Rectificador Trifásico . . . . .	101
4.10. Parámetros del Inversor Trifásico . . . . .	101
4.11. Rectificador: Coeficientes del Observador y el controlador del primer con- trol $u_d$ . . . . .	102
4.12. Rectificador: Coeficientes del Observador y el controlador del segundo con- trol $u_q$ . . . . .	102
4.13. Inversor: Coeficientes del Observador y el controlador del primer control $u_d$	104
4.14. Inversor: Coeficientes del Observador y el controlador del segundo control $u_q$	104
4.15. Rectificador: Coeficientes del controlador Proporcional Integral Generalizado	107
4.16. Inversor: Coeficientes del controlador Proporcional Integral Generalizado .	108
4.17. Rectificador: Coeficientes del controlador por Regímenes Deslizantes . . . .	111
4.18. Inversor: Coeficientes del controlador por Regímenes Deslizantes . . . . .	112



# Capítulo 1

## Introducción

El uso de la electricidad es imprescindible para mantener el nivel de desarrollo actual y profundizarlo. Entre las opciones para abastecerla, las energías renovables ocupan un lugar preponderante debido a la diversidad de fuentes: eólica, solar, hidráulica y mareomotriz [38].

La energía generada por estas fuentes suele ser corriente alterna y en menor medida corriente directa. Esta energía debe transformarse y adecuarse antes de ser incorporada a la red eléctrica pública, a través de un convertidor inversor si es corriente directa o pasar por un convertidor rectificador-inversor, si es corriente alterna.

La electrónica de potencia es el área de especialidad dentro de la electrónica que se encarga de estudiar estos sistemas. Esta área combina la potencia, la energía, la electrónica y el control. Una manera de describirla sería: la aplicación de los dispositivos electrónicos para el control y la transformación de la potencia eléctrica; otra sería, el estudio de la conversión de cualquier forma de energía a otra, de manera eficiente, limpia y robusta [36].

En este trabajo se retoman los modelos matemáticos de los sistemas eléctricos disponibles en la literatura, se analizan dichos modelos y adecuan a una forma de entrada-salida, se realizan los esquemas propuestos y, finalmente, se lleva a cabo la simulación de dichos sistemas. Se pretende, además, aportar esquemas de control robusto para el seguimiento de una salida de referencia específica para cada esquema.

## 1.1. Estado del Arte

Rashid [36] establece las bases del tema de la electrónica de potencia para esta tesis, puesto que abarca desde rectificadores de onda hasta rectificadores-inversores, con la aclaración de que expone, en su gran mayoría, un control basado en los componentes electrónicos, pues la rectificación de onda se realiza con elementos pasivos y, en determinados casos, se varía el ángulo de disparo con los TRIAC's, para modificar el valor promedio de la señal; en el caso de los inversores, se añade una señal de excitación basada en una señal PWM a los transistores. El mismo texto [36] ofrece un ejemplo de un sistema alimentado con energía eólica, en el cual se aprecia un rectificador que convertirá la corriente alterna en directa y pasará a través de un inversor para adecuarla a la red eléctrica pública. Esto no se controla con un control activo, se usa un control basado en PWM.

Con esta misma técnica, encontramos en la literatura sobre el tema, ejemplos numerosos: el artículo de Phankong [32] aborda todo el sistema del convertidor Rectificador-Inversor en el caso de una fuente eólica, tema excelente para situarnos en el contexto de ambos convertidores; en el artículo de Xutao Li [26] se muestra un modelo simplificado de un convertidor Rectificador-Inversor, prueba que es más rápido para ahorrar tiempo de simulación con ayuda del modelo de los transistores IGBT como interruptores y un control basado en un PWM; de igual manera, en la tesis de Aimene [2] se presenta el modelo con las potencias activas y reactivas del generador eólico; este modelado mezcla la energía junto con el modelo del rectificador-inversor.

Desde el punto de vista del control automático y el álgebra de Lie, Rigatos [38] explica cómo se obtienen los modelos del rectificador y del inversor y desarrolla el esquema de control basado en pasividad con la ayuda de la salida plana; sin embargo hay varios conceptos que no se han abordado aún y es necesario contextualizar. En el libro de Sira [47] se presentan los modelos de diferentes convertidores, como el "Buck", el "Boost", el "Buck-Boost", el "Cúk", los rectificadores monofásicos y trifásicos etc.; plantea diferentes estrategias de control, como el control Proporcional Integral Generalizado, los Regímenes Deslizantes y el control basado en Pasividad. Ahora bien, siendo diferentes los controles, los modelos han sido normalizados, es decir, se escalan las variables en magnitud y en tiempo dando por resultado un modelo con variables sin unidades, lo que facilita el desarrollo de un control, pero que es imposible implementarlo en un sistema no normalizado.

En el ámbito particular de los rectificadores, empezando por los monofásicos, Linares-Flores [28] considera un rectificador sin resistencia parásita al momento de obtener el modelo matemático y desarrolla el esquema de control, utilizando la salida plana en un control de retroalimentación de salida pasiva con dinámica de error de seguimiento exacto; Sandoval-García [40] muestra un rectificador multinivel monofásico (dos rectificadores) que es manejado por un control basado en pasividad por retroalimentación del error exacto; el trabajo de Escobar [12] presenta un modelo de rectificador monofásico con resistencia parásita en el generador, así mismo se muestra las condiciones de solubilidad necesarias y suficientes que dan un límite superior de amplificación al pre-compensador de factor de potencia de tipo puente completo.



En el tema del convertidor trifásico, una de las contribuciones es el de Blasko [5] en la que, a partir del modelo  $dq0$ , regula el voltaje y la corriente de salida a través de un control PI, a pesar de que existen conflictos entre el comportamiento estático y dinámico, la rapidez y el sobre-impulso, la señal de seguimiento y el rechazo de perturbaciones; Liang [27] presenta un control no lineal Proporcional Integral Derivativo (PID) con un modelo matemático basado en el marco de referencia  $\alpha\beta0$  lo que resulta en una mejor respuesta en la dinámica del sistema, la robustez del control y la conservación constante de la unidad de factor de potencia; por otra parte, Shabbir [42], dentro del uso convencional del control PID, expone una técnica para reducir la distorsión armónica y mejorar el factor de potencia con el uso del control PID, de sensores de corriente y la detección de la fase de la señal Alterna; con varias metodologías, Zhang [49] muestra el proceso de combinar el control PID con una red neuronal que fuese modificando los parámetros en cada simulación. Este trabajo hace uso del marco de referencia Clarke-Park además del SVPWM, un modulador de ancho de pulso del vector espacial; más recientemente, Huang [20] usa una red neuronal ahora con un control PID adaptativo con el fin de cambiar los parámetros del control, lo cual evidencia las limitaciones del control PID estándar; Qian [35] diseña un rectificador PWM con un control PID, usando el algoritmo genético ITAE para optimizar el control PID fraccional y lograr una mejor de calidad de control y robustez; con otros esquemas y un control basado en la pasividad y las salidas planas, Gensior [16] muestra un rectificador “boost” ideal, cuyo modelo es linealizado por diferentes métodos como la linealización de retroalimentación exacta, la linealización anticipada exacta, y la linealización de Entrada-Salida.

Otros trabajos como el artículo de Poonnoy [34], retoman el modelo con la resistencia parásita y logran realizar la implementación con un control predictivo; el citado, Gensior [15] expone dos rectificadores trifásicos con sistemas de tres y cuatro hilos, en los cuales se obtienen las salidas planas como se vio anteriormente y desarrolla un observador de carga para los dos sistemas; León [25] presenta un rectificador trifásico, modelado con las resistencias parásitas, controlado por un seguimiento de trayectoria del error de la energía que es una de las salidas planas del rectificador trifásico.

Sobre el tema de los inversores, los monofásicos en primer término, la obra de Wenfang [10] demuestra el estudio de un control Proporcional Derivativo (PD) en lazo cerrado con un control de modelo interno PID. El diseño e implementación del control basta con el voltaje de salida como referencia y se obtiene un buen comportamiento dinámico y estático, así como una buena robustez; en el trabajo de Cao [7] se utiliza un filtro LCL (inductancia - capacitor - inductancia), además de las comparaciones de dos controles: un PID estándar y un PID fraccional concluyendo que el primero presenta baja precisión y rizados grandes en el voltaje de salida y el segundo, al tener dos parámetros ajustables más, logra mejores resultados; Majdoul [30] exhibe un trabajo muy interesante al diseñar tres esquemas de control que estabilizan el sistema que sigue una salida de referencia variable y que asegura la regulación propia de una carga variable; tal desarrollo establece un análisis comparativo entre los controles PID, Regímenes Deslizantes y de Retroceso (en inglés “Backstepping”) demostrando que los tres proveen un excelente seguimiento y robustez para la salida del voltaje con mejor desempeño del control de Retroceso; Sira [46] utiliza un filtro LCL y la implementación de un módulo Delta-Sigma para convertir un inversor en una fuente de voltaje controlada.

En el área de los trifásicos, Jabbar Mnati [22] ilustra la técnica del control PWM con el empleo de sensores de corriente y un control PID, que produce un control capaz de seguir la corriente de referencia y obtiene una distorsión muy baja en armónicas; Louzazni [29] ofrece un control inteligente basado en lógica difusa con el control PID clásico para modificar, en simulación, los parámetros de los coeficientes; su aportación demuestra el comportamiento entre el control PID estándar y el combinado con la lógica difusa que logra una respuesta rápida, sin retraso, y elimina las oscilaciones con un mejor rendimiento; el desarrollo de Houari [19] expone el modelo del inversor con sus respectivas resistencias parásitas y haciendo uso de un filtro LC (inductancia - capacitor), lleva el modelo a la forma de entrada-salida y deduce las salidas planas, puesto que este es un sistema multivariable; por otra parte el trabajo de Dong-Choon Lee [11] utiliza un control basado en la señal PWM para la parte del inversor con un generador de una fuente eólica; Rigatos [37] expone una linealización en el marco  $dq0$  y un control de seguimiento del error dinámico con un observador filtro de Kalman basado en perturbaciones; Mohamed [39] hace uso de un control predictivo para el mismo modelo de inversor y una simulación HIL.

En el tema de los esquemas de control que serán usados en este trabajo, el contexto lo sitúa Sira [18] ya que provee una amplia visión sobre los sistemas planos diferenciales y esquemas de control; adicionalmente, Utkin [48] expone el sistema rectificador y el inversor con un control por Regímenes Deslizantes. Sira [44] explica en detalle el concepto de este control desde la superficie deslizante; en [45] define y exhibe, además, diferentes sistemas en los que se aplica un control por Rechazo Activo de Perturbaciones con el uso de la salida plana.

Sobre la comparación entre controles, Sira [50] realiza el estudio en un convertidor CD-CD tipo “Buck” en donde compara el control Proporcional Integral Generalizado con el control PID, usando la planitud; otra referencia en cuanto a esta comparación, la provee Zurita-Bustamante [43] que estudia la equivalencia entre el filtro plano, la derivada sucia, el control PID, el control por Rechazo Activo de Perturbaciones y el control en Regímenes Deslizantes; en la tesis de Aguilar-Orduña [1] se analizó esta misma equivalencia.

A lo largo de estas referencias, sin llegar a la exhaustividad, queda claro que la mayoría utiliza la salida plana; por otro lado, se ha visto en la literatura que los modelos de cada uno de los sistemas ya han sido estudiados y están sobradamente probados.

## 1.2. Planteamiento del Problema

Con respecto a los trabajos citados anteriormente, podemos decir que este no es un tema nuevo y está suficientemente explorado; en varios trabajos se ha implementado un control basado en pasividad y/o un control robusto y con el diseño de observadores. Bajo este contexto, se propone el siguiente problema:

Con el conocimiento de los modelos matemáticos de los cuatro sistemas eléctricos se pretende desarrollar bajo una dirección didáctica diferentes esquemas de control como: el control Proporcional Integral Generalizado, el control por Rechazo Activo de Perturbaciones y el de Regímenes Deslizantes. Estos permitirán el seguimiento de una trayectoria de

referencia de salida dependiendo del sistema, con el objetivo de implementarlos en los sistemas físicos.

### **1.3. Motivos y Justificación**

El empleo de convertidores eléctricos ha ido en aumento, conforme el uso doméstico e industrial crece. Estos sistemas se exponen a una variedad de fenómenos y perturbaciones no modeladas y, el hecho de proponer diferentes estrategias de control que sean capaces de rechazar estos fenómenos y estas sean implementadas en los sistemas, es la principal motivación de este trabajo.

Si dentro del estudio de estos sistemas eléctricos, el simple desarrollo de un sólo convertidor es complejo, efectuar el estudio de un rectificador-inversor en la modalidad monofásica y trifásica es todo un reto, aunado al hecho de que se proponen tres esquemas de control: el control por Regímenes Deslizantes, el control Proporcional Integral Generalizado y el control por Rechazo Activo de Perturbaciones.

### **1.4. Objetivos**

A continuación, se describen el objetivo general y los objetivos particulares que se desean lograr en este trabajo.

#### **1.4.1. Objetivo general**

A partir de los modelos de los sistemas eléctricos, se diseñarán los esquemas de control para la trayectoria de referencia de salida, adaptada a cada sistema.

#### **1.4.2. Objetivos particulares**

- Implementar las estrategias de control en los cuatro sistemas eléctricos definidos.
  - Rectificador Monofásico
  - Inversor Monofásico
  - Rectificador Trifásico
  - Inversor Trifásico
- Comparar los tres esquemas de control.
  - Control Proporcional Integral Generalizado.
  - Control por Rechazo Activo de Perturbaciones.
  - Control por Regímenes Deslizantes.

## 1.5. Alcances

- Obtener el modelo de los sistemas.
- Diseñar los esquemas de control para los modelos.
- Ejecutar la simulación de dichos esquemas.

## 1.6. Estructura del documento

En el primer capítulo se aborda la introducción al trabajo realizado durante el año de tesis. Se presenta el estado del arte en donde mostramos algunos trabajos que emplean el control de los rectificadores y los inversores con una gama diversa de esquemas de control. En la parte final del capítulo, se establecen los objetivos generales y particulares así como el alcance del trabajo.

En el capítulo segundo (2), se exponen brevemente las herramientas teóricas empleadas en el desarrollo del trabajo.

El capítulo tercero (3) detalla la deducción del modelo matemático de los sistemas, de la salida plana y el análisis de estos sistemas. En cada una de las secciones, se advertirá el desarrollo de los diferentes esquemas de control.

El capítulo cuarto (4) muestra los gráficos de los resultados logrados con la simulación de los controles aplicados y una comparación, en general, de los controles.

En el capítulo quinto (5) exponemos las conclusiones y los trabajos a futuro.

## 1.7. Resumen del capítulo

El objetivo de este capítulo es situar al lector en el contexto de los trabajos existentes y el planteamiento del problema además del trabajo desarrollado en esta tesis.

## Capítulo 2

# Marco Teórico

En este capítulo presentamos los fundamentos teóricos necesarios para comprender los esquemas de control planteados en este trabajo; se abordan los temas de la salida plana, el control por Rechazo Activo de Perturbaciones, el control Proporcional Integral Generalizado y el Control por Regímenes Deslizantes.

### 2.1. Salida Plana

La planitud es una propiedad de una clase amplia de sistemas dinámicos que ofrece características únicas: contribuye a simplificar la tarea de diseño del control, la planeación de la trayectoria y al análisis fuera de línea relacionado con múltiples equilibrios, efectos de entradas, restricciones de estados y viabilidad de controles. [45] Se le encuentra en sistemas lineales y no lineales, continuos y discretos, monovariantes y multivariantes, de dimensión finita y de dimensión infinita.

La definición está restringida necesariamente a la de sistemas de dimensión finita no lineal multivariable. Se considera el sistema de la forma:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad y = (h, u), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m \quad (2.1)$$

Sean  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  vectores enteros multi-índice finitos, respectivamente,  $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_p)$ ,  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_q)$  y  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_r)$ .

El sistema es diferencialmente plano si existe un vector

$$z = \phi(x, \dot{x}, \dots, x^{(\gamma)}) \in \mathbb{R}^m \quad (2.2)$$

que es llamado el conjunto de salidas planas, cuya dimensión es igual a la dimensión del espacio de entradas, y los componentes son diferencialmente independientes tal que hay funciones  $\psi$  y  $\theta$  por lo cual

$$y = \psi(y, \dot{y}, \dots, y^{(\alpha)}); \quad u = \theta(u, \dot{u}, \dots, u^{(\beta)}) \quad (2.3)$$

La planitud está fuertemente relacionada con la capacidad de seguir una trayectoria en un intervalo de tiempo e idear el control correspondiente por retroalimentación. La planitud tiene dos ventajas: la planeación de trayectoria y la especificación en tareas de control, lo que facilita el desarrollo. Como consecuencia, la referencia deseada, especificada por la salida plana, determina la trayectoria de estados y el comportamiento de la entrada de control nominal [18].

El tratamiento teórico de los sistemas diferencialmente planos se aborda con un enfoque de álgebra diferencial de dimensión infinita o su estudio puede emprenderse desde un punto bastante intuitivo. En otras palabras, hay cierto conocimiento empírico. Se adoptan estas técnicas con el interés de explotar ejemplos de aplicaciones concretas con relativa facilidad.

Flies [14] fue quien por vez primera presenta el concepto de planitud diferencial con el ejemplo de sistemas multivariables no lineales, en el que demuestra que tal concepto ayuda a lidiar con sistemas físicos complejos. La idea de la planitud aparece como una salida natural del problema equivalente formulado en un contexto diferencial algebraico. El artículo muestra claramente, a través de un sistema no trivial multivariable, no lineal, que la planitud es deseable para trabajar con sistemas físicos a pesar de no estar descritos en una forma de ecuación diferencial con una restricción algebraica. En el Apéndice A se revisa un par de ejemplos de este tema.

## 2.2. Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

La idea principal del control por Rechazo Activo de Perturbaciones es simplificar la descripción de la planta como término único, mientras que el grupo de perturbaciones, externas e internas y las expresiones o cantidades desconocidas o ignoradas se encuentran en un sólo término de perturbación. Para resolver estas incertidumbres se procede a estimar las perturbaciones para cancelar los efectos como parte de la acción del control de retroalimentación.

La principal virtud o característica del control por Rechazo Activo de Perturbaciones consiste en tratar dos tipos de perturbaciones en un marco de trabajo común que las hace indistinguibles una de la otra. Entonces, este control simplifica ampliamente los sistemas dinámicos en una relación de entrada-salida, en la cual los aspectos estructurales esenciales de la dinámica del sistema, el orden del sistema y, posiblemente, los factores que acompañan a las variables de la entrada de control son conservados.

El principio de invariancia fue propuesto por Poncelet [21]. Este asume que las perturbaciones que causan cambios en la variable controlada pueden ser usadas para generar una señal de activación que cancele estas mismas perturbaciones. Este principio fue formalmente establecido por Shipanov [41] en 1939, popularizado en la teoría de control en la Unión Soviética [3]. El desarrollo inicial del control de alojamiento por perturbaciones fue propuesto por C.D. Johnson en 1970 [23], quien más tarde presentó el método de control de alojamiento por perturbaciones en versión discreta en [24]. La versión orientada al control adaptativo de la acomodación de perturbaciones se presentó para resolver un problema de con un servo motor en corriente continua en [33].

El observador de estados extendidos (ESO, por sus siglas en inglés), fue propuesto por el profesor Jingqin Han ex-estudiante del profesor Schipanov, para resolver las incertidumbres dinámicas y las perturbaciones externas desconocidas. El efecto combinado de ambas perturbaciones desconocidas internas y externas es tratado como un estado auxiliar ficticio estimado por un observador de estados que usa una dimensión extra. El estado estimado es subsecuentemente cancelado, reduciendo un control complejo no lineal variable en el tiempo a un control lineal invariante en el tiempo [17].

El control por Rechazo Activo de Perturbaciones se basa fundamentalmente en la posibilidad de estimar en línea, las entradas de perturbaciones desconocidas que afectan el comportamiento de la planta. Se apoya en observadores de estado y procede a cancelarlas mediante una ley de control por retroalimentación, utilizando la estimación de perturbaciones [45].

La ley de control por retroalimentación requiere conocer el valor del estado, pero la falta de verificación de los estados haría imposible su implementación, por lo que el reto es diseñar un observador de estados único que estime simultáneamente variables de estado no medibles del sistema y las perturbaciones desconocidas. Naturalmente la tarea es ambiciosa pues requiere del conocimiento y descripción general de la planta y la posibilidad de asumir la naturaleza no lineal del estado.

Para una mejor comprensión de este esquema de control se presentan los siguientes ejemplos. Considerando un sistema perturbado de orden uno, se desarrolla el control con un observador:

$$\dot{y} = u + \xi(t) \quad (2.4)$$

donde  $\xi(t)$  es una perturbación uniforme y delimitada, con una derivada temporal de primer orden absolutamente acotada  $\dot{\xi}(t)$ . Entonces, hipotéticamente existen constantes finitas  $K_0$  y  $K_1$  tales que

$$\sup_t |\xi(t)| \leq K_0, \quad \sup_t \left| \dot{\xi}(t) \right| \leq K_1, \quad (2.5)$$

Considerando para  $\lambda > 0$  el siguiente observador de perturbaciones para el sistema está dado por:

$$\dot{\hat{y}} = u + z + \lambda(y - \hat{y}) \quad (2.6)$$

donde  $z$  es una variable auxiliar que es determinada por la salida de la estimación del error y del error de estimación de perturbaciones que está definido como:

$$\eta = \xi(t) - z \quad (2.7)$$

Entonces, el error de estimación de salida  $e = y - \hat{y}$  se modifica:

$$\dot{e} = -\lambda e + (\xi(t) - z) = -\lambda e + \eta \quad (2.8)$$

Sea  $\gamma$  un parámetro constante estrictamente positivo y considerando la siguiente función candidata positiva de Lyapunov en el espacio  $(e, \eta)$ :

$$V(e, \eta) = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2\gamma}\eta^2 \quad (2.9)$$

La derivada temporal de la función  $V(e, \eta)$  a lo largo de las soluciones del error dinámico 2.8 tiene la forma

$$\begin{aligned}\dot{V} &= e\dot{e} + \frac{1}{\gamma}\nu\dot{\nu} \\ &= -\lambda e^2 + \nu e + \frac{1}{\gamma}\nu \left( \dot{\xi}(t) - \dot{z} \right) \\ &= -\lambda e^2 + \nu \left[ e + \frac{1}{\gamma} \left( \dot{\xi}(t) - \dot{z} \right) \right]\end{aligned}$$

Está claro que la elección de

$$\dot{z} = \xi(t) + \gamma e \quad (2.10)$$

lleva a una derivada temporal definida negativa de la función  $V$ .

De hecho,  $\dot{V} = -\lambda e^2 \leq 0$  significa que  $V$  está limitada o se expresa como  $V < \infty$ . Esto implica que la siguiente integral es también finita:

$$-\lambda \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t e^2(\sigma) d\sigma < \infty \quad (2.11)$$

En otras palabras,  $e$  es cuadrado integrable y tiende a 0 y por lo tanto la salida estimada  $\hat{y}$  tiende al estado  $y$ .

Si es tal el caso entonces,  $\dot{z} \rightarrow \dot{\xi}(t)$  y  $\dot{V} \rightarrow 0$ . El conjunto  $\{(e, \eta) | \dot{V} = 0\}$  está dado por  $e = 0$ . El observador de trayectorias converge asintóticamente a  $e = 0$  y a  $\eta = z - \xi(t) = 0$ . Bajo estas circunstancias, la dinámica del error de observación satisface la dinámica estable asintótica y exponencial para  $\lambda, \gamma > 0$ :

$$\ddot{e} = -\lambda\dot{e} - \gamma e \quad (2.12)$$

Sin embargo al ser  $\xi(t)$  desconocida, la dinámica para  $z$  no es viable, por lo tanto se debe proponer una dinámica modificada para  $z$  y se llega a la conclusión de:

$$\dot{z} = \gamma e = \gamma(y - \hat{y}) \quad (2.13)$$

Por lo que el observador sugerido para el sistema perturbado es el siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{y}} &= u + z + \lambda(y - \hat{y}) \\ \dot{z} &= \gamma(y - \hat{y})\end{aligned} \quad (2.14)$$

Este observador es el observador de estado extendido (ESO por sus siglas en inglés).

El sistema  $e$  (error de estimación) satisface la siguiente dinámica introducida como:

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \xi(t) - z - \lambda e \\ \dot{z} &= \gamma e \\ \ddot{e} + \lambda\dot{e} + \gamma e &= \dot{\xi}(t)\end{aligned} \quad (2.15)$$



La dinámica de error de estimación añadida es un sistema dinámico lineal perturbado. Su dinámica correspondiente es homogénea es decir, no perturbada, por consiguiente, es global, asintótica y exponencialmente estable, siempre que los parámetros de diseño  $\gamma$  y  $\lambda$  se elijan para ser estrictamente positivos.

Sea  $\epsilon$  un pequeño parámetro estrictamente positivo, destinado a ser utilizado en un enfoque de perturbación singular para el análisis de la estabilidad del sistema de error de observación perturbado de alta ganancia.

Se establece  $\gamma$  y  $\lambda$  en la forma

$$\lambda = \frac{2\zeta w_n}{\epsilon}, \quad \gamma = \frac{w_n^2}{\epsilon^2} \quad (2.16)$$

donde  $w_n$ ,  $\zeta$  son parámetros estrictamente positivos (cuando  $\epsilon$  se coloca en 1), respectivamente, una relación de amortiguación y una frecuencia natural. Esta elección de los parámetros del observador hace que los valores propios del sistema de error de estimación lineal homogénea se ubiquen en los polos en la mitad izquierda del plano complejo:

$$s_{1,2} = -\frac{\zeta w_n}{\epsilon} \pm j \frac{w_n}{\epsilon} \sqrt{1 - \zeta^2}, \epsilon > 0 \quad (2.17)$$

La elección anterior de  $\lambda$  y  $\gamma$  establece que la dinámica añadida es:

$$\frac{d^2 e}{d\tau^2} + 2\zeta w_n \frac{de}{d\tau} + w_n^2 e = 0 \quad (2.18)$$

que es también asintótica y exponencialmente estable.

De acuerdo con una variante del teorema de Tikhonov, las trayectorias del sistema perturbado se encontrarán eventualmente después de un tiempo finito  $t$ , donde habitarán en una pequeña vecindad arbitrario en el origen del espacio  $(e, \dot{e})$ . Esta vecindad, para un pequeño límite deseado dado en  $|\eta|$ , se reduce a medida que se elige  $\epsilon$  sea más pequeño. En términos del análisis de estabilidad de Lyapunov, utilizado anteriormente, prescribimos una función candidata de Lyapunov  $V(e, \eta)$  como se define en 2.9. Se obtiene la derivada temporal para  $V$  a lo largo de las dinámicas añadidas, con la nueva opción factible para la dinámica  $z$ :

$$\dot{V} = -\lambda e^2 + \frac{(\xi(t) - z)\dot{\xi}(t)}{\gamma} \leq -\lambda e^2 + \frac{|(\xi - z)||\dot{\xi}(t)|}{\gamma} \leq -\lambda e^2 + \frac{|(\xi - z)|K_1}{\gamma} \quad (2.19)$$

Sea  $\delta_2 > 0$  una cantidad escalar positiva. Considerando el conjunto  $|\nu| \leq \delta_2$ , se define fuera de este:

$$B = \{(e, \nu) | e^2 = \frac{\delta_2 K_1}{\gamma \lambda}, |\nu| \leq \delta_2\} \quad (2.20)$$

La derivada temporal  $V$  es estrictamente negativa, donde el signo de  $\dot{V}$  no es definido dentro del conjunto de  $B$ .

Se tiene el siguiente resultado: sea  $\zeta$  y  $w_n$  enteros estrictamente positivos y dado que existe  $\epsilon > 0$  tal que la trayectoria del sistema dinámico perturbado es :

$$\ddot{e} + \left(\frac{2\zeta w_n}{\epsilon}\right) \dot{e} + \left(\frac{w_n^2}{\epsilon^2}\right) e = \xi(t) \quad (2.21)$$

Satisface uniformemente para todo  $t > t_\epsilon$ ,  $|e(t)| < \delta_1$  y  $|\nu(t)| = |\xi(t) - z(t)| < \delta_2$  siempre y cuando se respete que:

$$\epsilon < \sqrt[3]{\frac{2\delta_1^2 \zeta w_n^3}{\delta_2 K_1}} \quad (2.22)$$

A partir del resultado anterior, se realizan diferentes extensiones, una de las cuales es extender el observador un orden para incluir un estado estimado para la primera derivada temporal de la señal de entrada de perturbación  $\xi(t)$ .

Considérese el mismo sistema perturbado de la ecuación 2.4 con una acotación absoluta uniforme, con respecto a la derivada temporal de segundo orden de la entrada de perturbación, es decir, suponga que

$$\sup_t |\xi^{(i)}(t)| = K_i, \quad i = 0, 1, 2 \quad (2.23)$$

Y considerando el siguiente observador para el sistema de primer orden:

$$\begin{aligned} \dot{y}_0 &= u + y_1 + \lambda_2(y - y_0) \\ \dot{y}_1 &= y_2 + \lambda_1(y - y_0) \\ \dot{y}_2 &= \lambda_0(y - y_0) \end{aligned} \quad (2.24)$$

El sistema de error de observación viene dado por:

$$\begin{aligned} \dot{e}_0 &= \xi(t) - y_1 - \lambda_2 e_0 \\ \dot{e}_1 &= y_2 + \lambda_1 e_0 \\ \dot{e}_2 &= \lambda_0 e_0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

donde  $e_0$  representa el error de observación redundante de la salida, es decir  $e_0 = y - y_0$ . La variable  $e_0$  satisface la siguiente dinámica lineal perturbada:

$$e_0^{(3)} + \lambda_2 \ddot{e}_0 + \lambda_1 \dot{e}_0 + \lambda_0 e_0 = \xi(t) \quad (2.26)$$

La elección del conjunto de parámetros del observador  $\{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2\}$  puede establecerse de acuerdo con el polinomio característico Hurwitz deseado asintótica y exponencialmente estable con la dinámica del error imperturbable e inyectada.

Para parámetros adecuados estrictamente positivos  $\zeta$ ,  $w_n$  y  $p$  este polinomio característico puede tener la forma de

$$\begin{aligned} P(s) &= \left( s^2 + \left( \frac{2\zeta w_n}{\epsilon} \right) s + \left( \frac{w_n^2}{\epsilon^2} \right) \right) \left( s + \frac{p}{\epsilon} \right) \\ &= s^3 + \left( \frac{2\zeta w_n}{\epsilon} \right) s^2 + \left( \frac{2\zeta w_n p + w_n^2}{\epsilon^2} \right) s + \left( \frac{w_n^2 p}{\epsilon^3} \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Por lo tanto, se eligen:

$$\lambda_2 = \frac{2\zeta w_n + p}{\epsilon}, \quad \lambda_1 = \frac{2\zeta w_n p + w_n^2}{\epsilon^2}, \quad \lambda_0 = \frac{w_n^2 p}{\epsilon^3} \quad (2.28)$$

De manera similar al caso anterior, se da un límite arbitrariamente pequeño para el valor superior del valor absoluto del vector de fase de error de estimación  $(e_0, \dot{e}_0, \ddot{e}_0)$ . Para un límite último deseable en los errores de estimación de perturbación  $\nu_1 = \xi(t) - y_1$ ,  $\nu_2 = \dot{\xi}(t) - y_2$  existe un valor suficientemente pequeño de  $\epsilon$  y un tiempo finito  $t_\epsilon > 0$ . Este tiempo finito cuya respuesta perturbada de la dinámica de error de observación 2.26 permanece uniformemente acotada, de un manera exponencial y asintótica, por la pequeña vecindad alrededor del origen del espacio de fase del error de estimación. Esta vecindad está determinada por  $\epsilon$  y los límites  $K_i$ ,  $i = 0, 1, 2$  en las correspondientes derivadas temporales de la señal perturbada.

### 2.3. Control Proporcional Integral Generalizado

El uso de controles eficientes con la menor información posible sobre el sistema complejo a ser controlado, representa un problema retador en el diseño de controles para sistemas dinámicos. Una alternativa aproximada y algunas equivalencias son encontradas en el dominio de la Red Clásica de Compensación por medio del control Proporcional Integral Generalizado (GPI, por sus siglas en inglés). La salida plana constituye una reinterpretación de la forma de la Red Clásica de Compensación del control Proporcional Integral Generalizado, introducido por Flies *et al.* [13]. Cualquier sistema lineal controlado clásicamente, cuya salida del modelo imperturbable es la salida de Brunovsky, puede ser regulada con la ayuda de la propiedad del filtro y una combinación lineal adecuada de los estados internos disponibles de dicho filtro. Un par de ejemplos ilustran este control.

### 2.3.1. Ejemplo de un sistema de integración pura de segundo orden

Se revisa el vínculo íntimo existente entre el control Proporcional Integral Generalizado y la Red Clásica de Compensación. Por simplicidad se presenta un sistema lineal de una entrada y una salida, un sistema de integración pura de segundo orden. Los resultados se pueden extender a un sistema de una entrada y una salida no lineal a un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas bajo modificaciones razonables. Considerando el sistema de segundo orden sin perturbar:

$$\ddot{y} = u \quad (2.29)$$

Suponga que se quiere seguir una trayectoria suave de una salida de referencia  $y^*(t)$ ; la entrada de control nominal  $u^*(t)$  está dada por  $u^*(t) = \ddot{y}^*(t)$  y la dinámica del error de seguimiento de salida está dada por:

$$\ddot{e}_y = e_u, \quad e_y = y - y^*(t), \quad e_u = u - u^*(t) \quad (2.30)$$

El control Proporcional Integral Generalizado evade la necesidad de un observador de estado asintótico, usando reconstructores integrales de las variables de estado en la forma de integrales no compensadas de entradas y salidas. En este caso, un reconstructor integral de  $\dot{e}_y$  que está desactivado por una condición inicial desconocida constante, simplemente se obtiene como:

$$\dot{e}_y = \int_0^t e_u(\sigma) d\sigma, \quad \dot{e}_y = \dot{e}_y + \dot{e}_y(0) \quad (2.31)$$

El uso de tal reconstructor integral de  $\dot{e}_y$  en un esquema de control lineal por retroalimentación, conlleva el uso de un término integral de error de compensación para sobrellevar asintóticamente los efectos de la constante del error cometido en la estimación de seguimiento de trayectoria. Se propone entonces el siguiente control lineal por retroalimentación:

$$e_u = -k_2 \dot{e}_y + k_1 e_y - k_0 \int_0^t e_y(\sigma) d\sigma \quad (2.32)$$

donde el conjunto de coeficientes constantes  $\{k_2, k_1, k_0\}$  es escogido para garantizar la estabilidad asintótica del seguimiento del error  $e_y$ .

La dinámica del error de seguimiento del sistema de bucle cerrado viene dada por

$$\ddot{e}_y = -k_2 \dot{e}_y - k_1 e_y - k_0 \int_0^t e_y(\sigma) d\sigma + k_2 \dot{e}_y(0) \quad (2.33)$$

Se nota que 2.33 puede ser rescrito definiendo  $z = \int_0^t e_y(\sigma) d\sigma - \left(\frac{k_2}{k_0}\right) \dot{e}_y(0)$  como

$$\begin{aligned} \ddot{e}_y &= -k_2 \dot{e}_y - k_1 e_y - k_0 z \\ \dot{z} &= e_y \\ z(0) &= -\left(\frac{k_2}{k_0}\right) \dot{e}_y(0) \end{aligned} \quad (2.34)$$

El polinomio característico que provee de los coeficientes al sistema 2.34, se define como:

$$p(s) = s^3 + k_2s^2 + k_1s + k_0 \quad (2.35)$$

cuyas raíces garantizan que se encuentran en la mitad izquierda del plano complejo siempre que  $k_0 > 0$ ,  $k_1 > 0$ ,  $k_2 > \frac{k_0}{k_1}$ . Se obtiene también usando 2.31 la siguiente expresión implícita para el control lineal retroalimentado 2.32.

$$\begin{aligned} e_u &= -k_2 \int_0^t e_u(\sigma) d\sigma - k_1 e_y - k_0 \int_0^t e_y(\sigma) d\sigma \\ &= -k_1 e_y - \int_0^t [k_0 e_y(\sigma) + k_2 e_u(\sigma)] d\sigma \end{aligned} \quad (2.36)$$

En el diagrama de bloques está representado el sistema de control Proporcional Integral Generalizado de la planta de segundo orden:

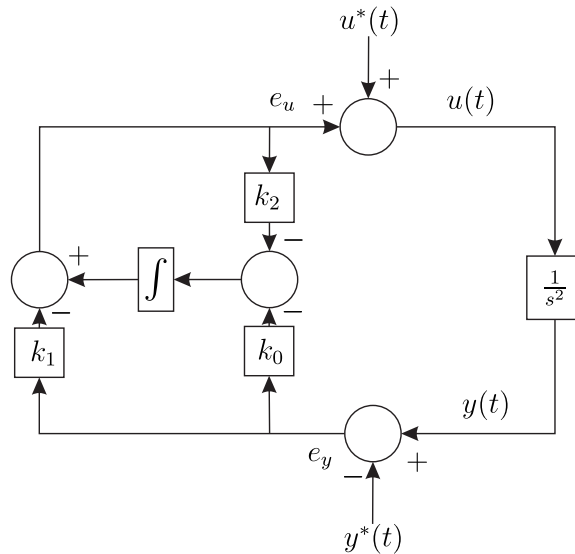


Figura 2.1: Control Proporcional Integral Generalizado de un sistema de segundo orden mediante reconstructor integral.

Tomando la transformada de Laplace de la ecuación 2.36 después de arreglar y simplificarla, produce la siguiente expresión mixta en el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia para el control de seguimiento de la salida de retroalimentación lineal 2.37.

Otra representación es la que se observa en el diagrama de bloques de la Figura 2.2 :

$$u(t) = u^*(t) - \left[ \frac{k_1s + k_0}{s + k_2} \right] (y - y^*(t)) \quad (2.37)$$

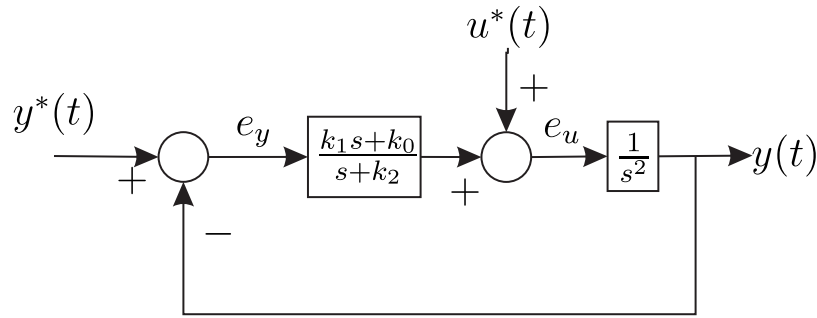


Figura 2.2: Red de un control Proporcional Integral Generalizado para planta de segundo orden.

El requerimiento de estabilidad de los coeficientes del control  $\{k_2, k_1, k_0\}$  indica que el control es una red compensadora ya que el polo estable  $s = -k_2$  está localizado a la izquierda del cero estable  $s = -\frac{k_0}{k_1}$  sobre la línea real del plano complejo. La red de compensación clásica 2.37 admite un filtro pasa bajas.

Se define el error de seguimiento  $e_{yf}$  como:

$$e_{yf}(s) = \left[ \frac{1}{s + k_2} \right] e_y(s), \quad \dot{e}_{yf} = -k_2 e_{yf} + e_y \quad (2.38)$$

Dejando  $\zeta = e_{yf}$ , el control de retroalimentación 2.38 se sintetiza en el dominio del tiempo como

$$\begin{aligned} u &= u^* - (k_1 k_2 - k_0) \zeta + k_2 (y - y^*(t)) \\ \dot{\zeta} &= -k_2 \zeta + (y - y^*(t)) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Se aborda la representación de este controlador como el controlador basado en filtro plano.

### 2.3.2. Ejemplo de un sistema de integración pura de tercer orden

Consideramos el sistema lineal invariante en el tiempo.

$$y^{(3)} = u \quad (2.40)$$

Suponiendo que se desea estabilizar la salida variable y su derivada temporal al origen del espacio de fase. Integrando la expresión del sistema, se obtiene una estimación de la salida  $\ddot{y}$ , módulo de un término de condición inicial constante  $\ddot{y}(0)$ :

$$\ddot{y} = \ddot{y}(0) + \int_0^t u(\sigma_0) d\sigma_0 \quad (2.41)$$

Integrando dos veces 2.40, se obtiene una expresión por la  $\dot{y}$  como:

$$\dot{y} = [\ddot{y}(0)]t + \dot{y}(0) + \int_0^t \int_0^{\sigma_0} u(\sigma_1) d\sigma_1 d\sigma_0 \quad (2.42)$$

Se abordan estas estimaciones como estimaciones estructurales o estimaciones por reconstructores integrales y se denotan, respectivamente, por  $\ddot{\hat{y}}$  y  $\dot{\hat{y}}$

$$\ddot{\hat{y}} = \int_0^t u(\sigma_1) d\sigma_1, \quad \dot{\hat{y}} = \int_0^t \int_0^{\sigma_1} u(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 \quad (2.43)$$

Los reconstructores integrales de las variables de fase  $\dot{y}$ ,  $\ddot{y}$  están, respectivamente, desfasados por un polinomio de tiempo de primer grado y por un término constante cuyos coeficientes dependen de las condiciones iniciales desconocidas.

El uso de estas estimaciones, en cualquier esquema de retroalimentación lineal estabilizador, exige una compensación de salida integral aditiva, hasta una integral doble de la señal de salida disponible  $y$ . Entonces se propone el control estabilizador:

$$u = -\gamma_4 \ddot{\hat{y}} - \gamma_3 \dot{\hat{y}} - \gamma_2 y - \gamma_1 \int y - \gamma_0 \int^{(2)} y \quad (2.44)$$

Después de la sustitución en la expresión por los reconstructores integrales por  $\dot{y}$  y  $\ddot{y}$  se obtiene la siguiente expresión implícita para el controlador:

$$u = -\gamma_4 \int u - \gamma_3 \int^{(2)} y - \gamma_2 y - \gamma_1 \int y - \gamma_0 \int^{(2)} y \quad (2.45)$$

$$u = -\gamma_2 y - \left( \int^{(2)} \gamma_0 y + \gamma_3 u \right) + \left( \int \gamma_1 y + \gamma_4 u \right) \quad (2.46)$$

$$u = -\gamma_2 y - \int \left( \gamma_1 y + \gamma_4 u + \int (\gamma_0 y + \gamma_3 u) \right)$$

Las integrales iteradas anidadas conducen a las siguientes expresiones equivalentes que explican completamente la representación del controlador en la siguiente Figura 2.3:

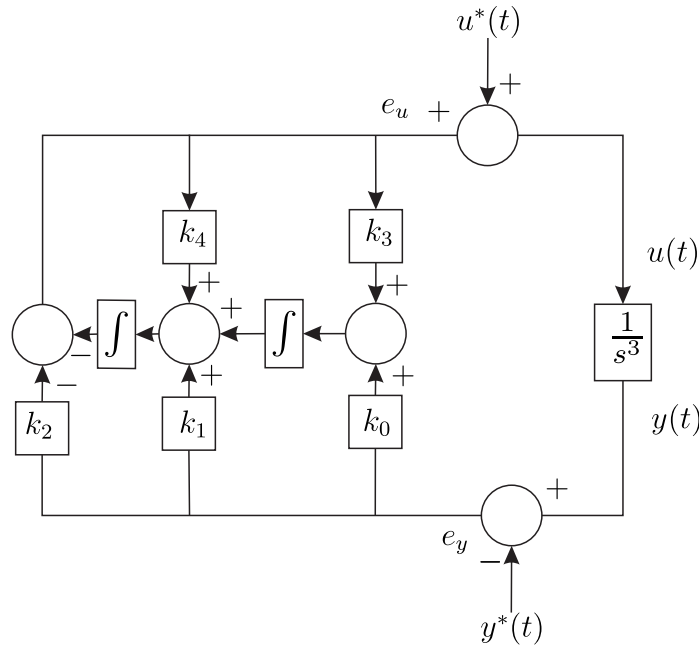


Figura 2.3: Esquema de control Proporcional Integral Generalizado para estabilización de un sistema de tercer orden, utilizando reconstructores integrales

Tomando la transformada de Laplace, después de reacomodar, produce:

$$u(s) = \frac{\gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0}{s^2 + \gamma_4 s + \gamma_3} y(s) \quad (2.47)$$

El polinomio característico del sistema de bucle cerrado está claramente dado por:

$$p(s) = s^5 + \gamma_4 s^4 + \gamma_3 s^3 + \gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0 \quad (2.48)$$

Donde los parámetros se asignan de acuerdo al polinomio característico Hurwitz. Los requisitos clásicos para las raíces estables de  $p(s)$  en la ecuación 2.48 implican ubicaciones estables de ambos polos y ceros del filtro en 2.47. Se aborda el controlador clásico anterior como el controlador basado en filtro plano. Las razones de esta terminología son las siguientes:

1. Con respecto al control como un sistema dinámico con entrada representada por la salida del sistema  $y$  y con la salida representada por la entrada del sistema de control  $u$ , la salida filtrada  $y_f$  califica como una salida plana para el sistema dinámico lineal. Todas las variables en el compensador dinámico pueden expresarse en términos de la salida plana  $y_f$  y un número finito de sus derivadas temporales.
2. Una propiedad crucial de un sistema plano lineal invariante en el tiempo es que su función de transferencia exhibe una dinámica no cero.



Tal es el caso de la función de transferencia de la salida plana  $y_f$  considerando  $y$  como una entrada. La salida plana filtrada está definida como:

$$y_f(s) = \left( \frac{1}{s^2 + \gamma_4 s + \gamma_3} \right) y(s) \quad o \quad \ddot{y}_f = -\gamma_4 \dot{y}_f - \gamma_3 y_f + y \quad (2.49)$$

La representación del espacio de estado del control filtrado sigue inmediatamente desde la expresión controlada escrita desde una red de compensación y expresada en el dominio de tiempo.

Definiendo  $y_f = \zeta_1$  y  $\dot{y}_f = \zeta_2$ , se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1 &= \zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 &= -\gamma_4 \zeta_2 - \gamma_3 \zeta_1 + y \\ u &= -(\gamma_0 - \gamma_2 \gamma_3) \zeta_1 - (\gamma_1 - \gamma_2 \gamma_4) \zeta_2 - \gamma_2 y \end{aligned} \quad (2.50)$$

### 2.3.3. El problema de la robustez

Suponga que se desea controlar un sistema como el de la ecuación 2.40 en una forma perturbada:

$$y^{(3)} = u + \xi(t) \quad (2.51)$$

donde  $\xi(t)$  es una señal acotada.

Un compensador intentaría superar la perturbación desconocida con tantas integraciones como fuese posible, tratando de enfrentar una perturbación clásica de tipo polinomial o manejar un modelo local polinomial de tiempo de tal perturbación con suficientes diferenciaciones de tiempo.

Recordando que en los observadores de estado extendido y en los observadores basados en el control Proporcional Integral Generalizado, un sólo integrador extra o un número mayor de integradores de los espacios de estado observados son suficientes para tener una estimación arbitraria de la perturbación actual.

En los filtros planos basados en el control Proporcional Integral Generalizado bajo las condiciones de un bucle cerrado, un número determinado de integradores en la red de compensación resultará en al menos el mismo número de las diferencias temporales de perturbación aditiva.

Esta metodología funciona con los estados no lineales y entradas independientes no lineales, debido a que el sistema está operando en línea; tales perturbaciones son señales variantes en el tiempo.

El uso de un compensador basado en filtro plano para el sistema puramente integrador de tercer orden estará justificado, por lo que, un modelo interno constante está adaptado para la perturbación aditiva. En el sistema se propone una tarea de seguimiento de trayectoria de una salida de referencia  $y^*(t)$ .

Entonces se propone:

$$u = u^*(t) - \left[ \frac{k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s(s^2 + k_5 s^2 + k_4)} \right] (y - y^*(t)) \quad (2.52)$$

Siendo  $e_y = y - y^*(t)$ , el sistema en bucle cerrado se convierte en

$$(s^6 + k_5 s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0) e_y = (s^3 + k_5 s^2 + k_4 s) \xi(s) \quad (2.53)$$

La señal de perturbación  $\xi(t)$  es modelada localmente por una función en el sistema de bucle cerrado. La representación de estado de un controlador de dinámica lineal es alcanzado definiendo

$$x = \frac{e_y}{s^3 + k_5 s^2 + k_4 s} \quad (2.54)$$

La señal de control  $u$ , escrita en términos de  $x$  y sus derivadas temporales, constituyen la salida de control del sistema.

$$u = u^* - k_3 x^{(3)} - k_2 \ddot{x} - k_1 \dot{x} - k_0 x \quad (2.55)$$

Siendo  $x_1 = x$ ,  $x_2 = \dot{x}$  por la definición de  $x$ , se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= -k_5 x_3 - k_4 x_2 + (y - y^*(t)) \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$u = u^*(t) - (k_2 - k_3 k_5) x_3 + (k_1 - k_3 k_4) x_2 - k_0 x_1 - k_3 (y - y^*(t)) \quad (2.57)$$

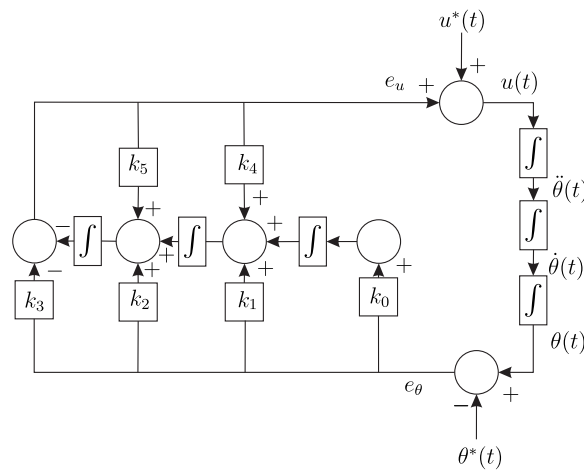


Figura 2.4: Diagrama de bloques del sistema de bucle cerrado controlado por el control Proporcional Integral Generalizado con un integrador extra

En la Figura 2.4 se muestra el diagrama de bloques que representa el sistema de bucle cerrado.

## 2.4. Control por Regímenes Deslizantes

Para conocer el control por Regímenes Deslizantes se empezará por los elementos básicos. La idea del control por Regímenes Deslizantes conlleva la impresión de que si se tiene una buena descripción del sistema conmutado en la forma de un modelo matemático, y teniendo el objetivo de control en uno equivalente, es posible alcanzar dichos objetivos a través del llamado régimen de deslizamiento en algún colector suave del espacio de estado del sistema, denominado superficie deslizante [44].

Se ha demostrado que los sistemas controlados por Regímenes Deslizantes son eficientes para las plantas con dinámicas no lineales complejas de alto orden, operando bajo condiciones de incertidumbre [48]. En esta sección se presentará el panorama general del control por Regímenes Deslizantes profundizando con el enfoque de entrada-salida (salida de Brunovski).

Dentro de los elementos fundamentales del control por Regímenes Deslizantes, el primer elemento fundamental es la *planta* que es el sistema dinámico que necesita regulaciones hacia un objetivo de control específico. La planta esta provista de salidas que representan la variable medida de interés, los *estados* que constituyen una colección finita de variables. Las *entradas* están representadas por los comandos variables que influyen en el comportamiento del sistema y toman valores en conjuntos discretos; tales entradas son representadas por funciones de posición conmutadas.

Los objetivos de control adoptan varias formas: un objetivo puede ser que la señal o señales de salida de la planta rastreen con precisión las trayectorias de salidas de referencia.

Otra forma es la estabilización de las salidas o estados a una región alrededor de un punto de equilibrio constante; una última manera es tener el vector de estado del sistema que sigue una trayectoria dada.

Entonces solo a consideran tantas restricciones como entradas de control dirijan la trayectoria del sistema de estados. Si se trata de forzar el estado de trayectorias del sistema para satisfacer una o varias restricciones, se puede asumir que se obtendrá un comportamiento deseable de las salidas del sistema. Tal restricción de estado a veces se representa como una superficie lisa o un conjunto no redundante. Las superficies lisas son completamente especificadas por una función lisa escalar del vector de estado.

Estas funciones tienen el término de funciones coordinadas de la superficie deslizante y estas miden la distancia al conjunto de nivel cero que define la superficie o el colector deslizante. La política de conmutación o la estrategia de conmutación es la responsable de dirigir por medio de acciones de control al sistema de estados hacia la superficie representando el comportamiento deseado del sistema definido en la superficie deslizante. De manera general, la política de conmutación será ejecutada como un estado de retroalimentación de naturaleza discontinua.

Ahora bien, si este control retroalimentado existe, entonces será responsable de hacer la superficie deslizante invariante con respecto a los movimientos controlados. Por lo tanto, el control por Regímenes Deslizantes es una técnica por retroalimentación discontinua que es robusta bajo ciertas restricciones estructurales, conocidas como condiciones de coincidencia.

### 2.4.1. Control por Regímenes Deslizantes para sistemas de una entrada y una salida

Usando el lenguaje de geometría diferencial, la superficie deslizante se define como el control equivalente y su dinámica ideal de deslizamiento, por lo que dirige una respuesta del modo deslizante a un bucle cerrado con las condiciones de coincidencia. La aproximación natural permite relacionar las características importantes con conceptos conocidos del control no lineal geométrico tales como la invarianza, la dinámica cero, la salida de fase mínima y no mínima, los operadores de proyección y la estabilidad local en el sentido de Lyapunov.

Ahora bien, un sistema de estructura variable es aquel en que el modelo dinámico, o sistema de estructura depende de la región del espacio de estado donde la operación del sistema se encuentra. La posición de los interruptores constituye el único conjunto de entradas de control. Para comprender mejor este esquema se revisará un estudio del sistema de control representado por un modelo de espacio no lineal de la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad y = \sigma(x) \quad (2.58)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \{0, 1\}$ ,  $y \in \mathbb{R}$ , las funciones vectoriales  $f(x)$  y  $g(x)$  representan un campo de vectores lisos o suaves, la función de salida  $\sigma(x)$  es una función escalar suave,  $x$  se refiere al estado del sistema y la variable  $u$  es la entrada de control. La variable  $y$  es la salida del sistema. Se asume que la entrada de control toma los valores en el conjunto discreto  $\{0, 1\}$ . Se nota que el conjunto de posibles valores de la entrada de control escalar  $u$  son el conjunto discreto  $\{W_1, W_2\}$  con  $W_i \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, 2$  entonces la siguiente transformación de entrada invertible hace que la nueva entrada de control  $v$  sea una función de entrada de valor binario con el conjunto de valores  $\{0, 1\}$ :

$$v = \frac{u - W_2}{W_1 - W_2}, \quad u = W_2 + v(W_1 - W_2) \quad (2.59)$$

En el contexto de un sistema controlado por un interruptor, una superficie deslizante definida como  $\mathcal{S}$ , está representada por el conjunto de vectores de estado  $x$  en  $\mathbb{R}^n$  donde las restricciones de estado,  $\sigma(x) = 0$  son satisfechas con  $\sigma$  siendo una función escalar de salida lisa. La principal suposición es la siguiente:

La restricción de  $\sigma(x) = 0$ , en el vector de estado  $x$  define un colector dimensional suave  $n - 1$  en  $\mathbb{R}^n$ . La notación de tal colector está dada por:

$$\mathcal{S} = \{x \in \mathbb{R}^n | \sigma(x) = 0\} \quad (2.60)$$

Una de las características primordiales en el diseño de las leyes de control por retroalimentación para sistemas conmutados regulados está representada por el hecho que la especificación de una función suave escalar  $\sigma(x)$  es un problema de diseño de una parte integral. La elección de la función de salida  $y = \sigma(x)$  depende de los objetivos de control.

La existencia del régimen deslizante en  $\sigma = 0$  lleva el crecimiento opuesto de la función coordenada de la superficie deslizante  $\sigma$  en la vecindad suficientemente grande de  $\mathbb{R}^n$  interceptando localmente  $\mathcal{S}$ . Si  $x$  está localizada en la vecindad de  $\mathcal{S}$  entonces  $\sigma(x) > 0$ , la derivada temporal  $\dot{\sigma}$  deberá ser negativa por lo que  $\sigma$  decrementa. En otras palabras,  $\sigma\dot{\sigma} < 0$  se vuelve localmente válido considerando la vecindad de  $\mathcal{S}$ . Se asume que sin pérdida de generalidad la siguiente suposición es válida por arriba de la superficie cuando  $\sigma > 0$  donde la entrada de control se ha establecido en  $u = 0$ , es decir, el campo de vectorial  $f$  apunta hacia  $\mathcal{S}$  y crea localmente trayectorias de estado que tienden a cruzar la superficie deslizante  $\mathcal{S}$  con  $\sigma$  disminuyendo constantemente.

$$\dot{\sigma}(x) = L_f\sigma(x)\langle d\sigma, f \rangle < 0 \quad (2.61)$$

Cuando  $\sigma(x)$  es negativa, el control  $u = 1$ , la existencia de un régimen deslizante conlleva a

$$\dot{\sigma} = L_{f+g}\sigma(x) = \langle d\sigma, f + g \rangle = L_f\sigma + L_g\sigma > 0 \quad (2.62)$$

Estas dos condiciones son válidas localmente en  $\mathcal{S}$ .

Ahora se define el control equivalente como la ley de control de retroalimentación suave notada por  $u_{eq}(x)$  que localmente sostiene la evolución de la trayectoria de estado restringida idealmente al colector suave  $\mathcal{S}$ . El control equivalente es el control suave que localmente hace invariante al colector deslizante  $\mathcal{S}$ .

La función coordinada de la superficie deslizante  $\sigma(x)$  satisface bajo movimientos de deslizamiento ideales en  $\sigma(x)$ , el siguiente conjunto de condiciones de invarianza  $\sigma = 0, \dot{\sigma} = 0$ . Explícitamente con:

$$\dot{\sigma} = \left. \frac{\delta\sigma}{\delta x} (f(x) + g(x)u_{eq}(x)) \right|_{\sigma=0} = 0 \quad (2.63)$$

donde se usa el hecho que  $L_{g\sigma} \neq 0$ , el campo vectorial  $g(x)$  no es tangencial a  $\mathcal{S}$ . En otras palabras:

$$L_f\sigma(x) + [L_g\sigma(x)]u_{eq}(x)|_{\sigma=0} = 0 \quad (2.64)$$

y por lo tanto, el control equivalente en  $\sigma = 0$ , se expresa de manera única como el cociente:

$$u_{eq}(x) = - \left. \frac{L_f\sigma(x)}{L_g\sigma(x)} \right|_{\sigma=0} = \left. \frac{\langle d\sigma, f \rangle}{\langle d\sigma, g \rangle} \right|_{\sigma=0} \quad (2.65)$$

El campo vectorial controlado  $f(x) + g(x)u_{eq}(x)$  y la correspondiente evolución sobre el colector suave  $\mathcal{S}$  del estado de trayectorias del sistema será dirigido a la dinámica ideal de deslizamiento y está expresado como:

$$\dot{x} = \left[ f(x) - g(x) \frac{L_f\sigma(x)}{L_g\sigma(x)} \right] \Big|_{\sigma=0} \quad (2.66)$$

Se concluye que asumiendo  $L_g\sigma > 0$  en una vecindad abierta de  $\mathcal{S}$ , la condición necesaria para la existencia de un régimen deslizante en  $\mathcal{S}$  es que  $L_g\sigma(x) > -L_f\sigma(x) > 0$ . En otras palabras, dividiendo la inecuación por ser la cantidad estrictamente positiva  $L_g\sigma(x)$ , es necesario que

$$1 > -\frac{L_f\sigma(x)}{L_g\sigma(x)} > 0 \quad (2.67)$$

La condición  $L_g\sigma(x) > 0$  es particularmente importante y determina la política de conmutación que logra localmente un régimen deslizante sobre el colector; esta es la condición conocida como la condición transversal. Falta notar que si  $L_g\sigma(x) = 0$  es un conjunto abierto alrededor del colector deslizante, el sistema no es controlable.

La condición transversal es necesaria para la existencia local del régimen deslizante. La condición indica que la función de coordenadas de la superficie deslizante  $\sigma(x)$  es considerada como un sistema de función de salida  $y = \sigma(x)$  por lo que, esta función puede ser necesaria. El grado relativo es igual a 1 alrededor del valor  $y = 0$ .

El control de la trayectoria está dada por:

$$u = \begin{cases} 1 & \text{if } \sigma(x) < 0 \\ 0 & \text{if } \sigma(x) > 0 \end{cases}, u = \frac{1}{2} [1 - \text{sign}(\sigma(x))] \quad (2.68)$$

El movimiento resultante toma lugar alrededor de una vecindad pequeña arbitraria de la superficie deslizante que está caracterizada por un movimiento de zigzag cuya frecuencia es infinitamente grande y ampliamente conocida como un régimen deslizante o movimiento de deslizamiento. En general, la región de existencia de un modo deslizante depende de la magnitud de la variación de velocidad de función coordinada de la superficie deslizante; más cuanto rápida es la variación, más pequeña es la región de existencia.

### 2.4.2. El diseño de superficie deslizante

Sea  $r$  un número positivo tal que  $r \leq n$ , donde  $n$  es el orden del sistema. Se dice que el sistema  $(f, g, h)$  es el grado relativo  $r$  alrededor del punto  $x^0 \in \mathbb{R}^n$ , si las siguientes dos condiciones son satisfechas:

1.  $L_g h(x) = L_g L_f h(x) = \dots = L_g L_f^{r-2} h(x) = 0, \forall x \in \mathcal{N}(x^0)$
2.  $L_g L_f^{r-1} h(x^0) \neq 0$

donde  $\mathcal{N}(x^0)$  representa una vecindad alrededor del punto  $x^0$ .

La relación entrada-salida depende del estado

$$y^{(r)} = L_f^r h(x) + (L_g L_f^{r-1} h(x))u \quad (2.69)$$

Por lo tanto, considere la función de coordenadas de la superficie deslizante, escrita en términos de las derivadas del tiempo de la función de salida:

$$\sigma = y^{r-1} + \alpha_{r-2} y^{(r-2)} + \dots + \alpha_0 y \quad (2.70)$$

Ahora escrito en términos del estado  $x$ :

$$\sigma(x) = L_f^{r-1} h(x) + \alpha_{r-2} L_f^{r-2} h(x) + \dots + \alpha_1 L_f h(x) + \alpha_0 h(x) \quad (2.71)$$

La elección del conjunto de parámetros  $\{\alpha_0, \dots, \alpha_{r-2}\}$  conforma el conjunto de coeficientes del polinomio característico Hurwitz. Se obtiene el control equivalente  $u_{eq}(x)$ , calculando  $\dot{\sigma}$ , en términos de los estados variables y produce

$$\dot{\sigma}(x) = L_f^r h(x) + (L_g L_f^{r-1} h(x))u + \sum_{i=0}^{r-2} \alpha_i L_f^{i+1} h(x) \quad (2.72)$$

Considerando el producto  $\sigma(x)\dot{\sigma}(x)$

$$\sigma(x)\dot{\sigma}(x) = \sigma(x)L_f^r h(x) + \sigma(x)(L_g L_f^{r-1} h(x))u + \sigma(x) \left[ \sum_{i=0}^{r-2} \alpha_i L_f^{i+1} h(x) \right] \quad (2.73)$$

Entonces la política de conmutación se define como

$$u = \begin{cases} 1 & \text{for } \sigma(x)(L_g L_f^{r-1} h(x)) < 0 \\ 0 & \text{for } \sigma(x)(L_g L_f^{r-1} h(x)) > 0 \end{cases} \quad (2.74)$$

### 2.4.3. Modulación Delta-Sigma

Un modulador Delta idealizado es un sistema que acepta, como entrada, una señal análoga, que debe ser codificada y transmitida a un decodificador remoto en forma de una señal pulsada de frecuencia infinita  $q$ . La idea fundamental es tener un seguimiento de la señal de entrada  $\xi(t)$  por la señal de retroalimentación también llamada la señal localmente decodificada. La ecuación que describe el circuito modulador Delta es

$$\begin{aligned} e &= \xi(t) - x \\ \dot{x} &= q \\ q &= W \operatorname{sign} e \end{aligned} \quad (2.75)$$

Mientras la salida del sistema es la señal  $q$ , esta se parece al comportamiento de la entrada de control bajo el comportamiento del modo deslizante. El error  $e$  puede ser identificado con una función de coordenadas de superficie deslizante,  $\sigma = e$ , que se lleva a cero en un tiempo finito por una retroalimentación negativa de la salida cuantificada integrada. La salida del proceso cuantificado toma valores en el conjunto discreto:  $\{W, -W\}$ .

Por tanto, todos los elementos de un sistema controlado por modo deslizante están presentes en la dinámica del modulador Delta. En la siguiente Figura 2.5 se puede apreciar el diagrama de bloques del modulador Delta.

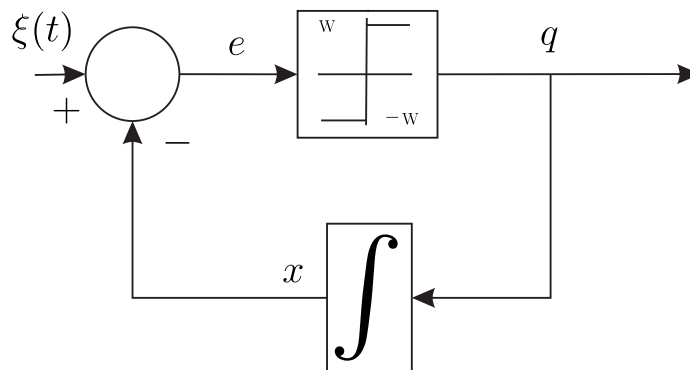


Figura 2.5: Diagrama Modulador Delta



Ahora bien, la modulación Delta-Sigma es una herramienta importante que nos permitirá traducir opciones de diseño de controlador de retroalimentación continua (es decir, promedio) en estrategias implementadas controladas por interruptores con prácticamente el mismo comportamiento de bucle cerrado.

La señal de salida conmutada  $q(t)$  de un modulador Delta reproduce en promedio, la derivada temporal de primer orden de la señal de entrada  $\xi(t)$  provista de una condición codificada:  $-W < \dot{\xi}(t) < W$  es satisfecha.

Si la señal de entrada al modulador Delta experimenta una integración de tiempo antes de ser procesada por un modulador Delta, la salida conmutada reproduce, en un sentido promedio, la señal de entrada original. Las ecuaciones que gobiernan el sistema son

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \xi \\ \dot{x} &= q = u = W \operatorname{sign} \sigma \\ \sigma &= z - x \end{aligned} \quad (2.76)$$

Por lo tanto,  $\dot{\sigma} = \xi(t) - W \operatorname{sign}(\sigma)$  y un régimen de deslizamiento existe en  $\sigma = 0$  siempre que  $-W < \xi(t) < W$ . La dinámica de deslizamiento ideal está dada por  $\sigma = 0$ , es decir,  $z(t) = x(t)$  y  $\dot{\sigma} = 0$ , que es equivalente a  $\xi(t) = u_{eq}(t)$ . La salida promedio en un sentido de control equivalente es igual a la entrada original  $\xi(t)$ . El integrador que afecta a la señal de entrada  $\xi(t)$  y el integrador de retroalimentación del decodificador local, que produce la señal de retroalimentación  $x(t)$ , se pueden fusionar en un solo integrador colocado en la ruta directa justo antes de la unidad de cuantificación que representa el interruptor ideal. Además, para relacionar el modulador Delta-Sigma con diseños de retroalimentación promedio en sistemas gobernados conmutados, se puede usar como niveles de cuantificación los valores 0 y 1 en lugar de los valores  $-W$  y  $W$ . Esto da lugar al diagrama de bloques que se muestra en la Figura 2.6.

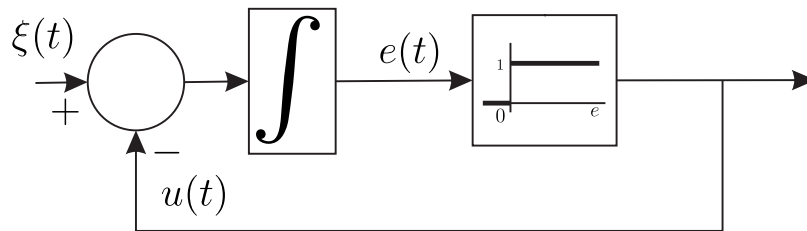


Figura 2.6: Modulador Delta-Sigma

Se considera el diagrama de bloques de la Figura 2.6, que recuerda a un bloque modulador Delta-Sigma tradicional utilizado en la teoría de los sistemas de comunicaciones teóricos y análogo, pero esta vez provisto de una no linealidad directa valorada en binario, se toman valores en el conjunto discreto  $\{0, 1\}$ . El siguiente teorema resume la relación del modulador considerado con el control de modo deslizante mientras establece las características básicas de su desempeño de entrada-salida.

**Teorema** En referencia a la Figura 2.6 al Modulador Delta-Sigma, dada una señal  $\mu(t)$  suficientemente suave y acotada, la señal de error integral,  $e(t)$ , converge a cero en un tiempo finito,  $t_h$ . Además, desde cualquier valor inicial arbitrario,  $e(t_0)$ , un movimiento de deslizamiento existe en la superficie de condición de codificación perfecta, representada por  $e = 0$ , para todo  $t > t_h$ , siempre que se satisfaga la siguiente condición de codificación para todo  $t$ ,

$$0 < \mu(t) < 1 \quad (2.77)$$

Entonces el modelo matemático del modulador Delta-Sigma está descrito por la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= u_{av}(t) - u(t) = u_{av}(t) - W \text{sign}(\sigma) \\ \sup_t |u_{av}(t)| &< W \\ u &\in \{-W, W\} \end{aligned} \quad (2.78)$$

#### 2.4.4. Método de los Regímenes Deslizantes utilizando el modelo de entrada-salida del sistema

Una de las desventajas del control de Regímenes deslizantes clásico reside en la necesidad de retroalimentar el estado entero para sintetizar el control. La idea fundamental es producir estimaciones estructurales de los estados por combinaciones lineales finitas de integración iteradas de entradas y salidas variables. El resultado es válido para sistemas lineales monovariantes y multivariantes. Sin embargo, algunas clases de sistemas no lineales puede beneficiarse desde la posibilidad de los reconstructores integrales. El efecto de las condiciones iniciales se propagan a través de la dinámica de entrada-salida en forma de perturbaciones polinómicas de tiempo clásicas (funciones constantes, rampas, cuadráticas, etc.). El efecto de esta perturbación es compensado via integrales iteradas adecuadas al error de salida. Entonces la técnica es explorar en el contexto de problemas de seguimiento la trayectoria de salida. Explorando entonces la versatilidad entre el control Proporcional Integral Generalizado y el control de Regímenes Deslizantes, el primero es apropiado para los sistemas lineales y una clase bastante restringida de sistemas no lineales. Aquí se modifica el control Proporcional Integral Generalizado para obtener un diseño de control por Regímenes Deslizantes para sistemas conmutados. Una alternativa es recurrir a la modulación Delta-Sigma después de que se haya logrado un diseño promedio.

Para poder visualizar mejor esta sinergia entre el control Proporcional Integral Generalizado y control por Regímenes Deslizantes se procede a dar un ejemplo de un sistema de segundo orden perturbado.

$$\ddot{y} = u + \xi \quad (2.79)$$

donde  $\xi$  es una entrada constante de perturbación desconocida y  $u$  toma valores en el conjunto  $\{-1, 1\}$ . Se desea realizar un seguimiento robusto de la trayectoria dada  $y^*(t)$  por un periodo de tiempo indefinido.

El sistema nominal satisface la dinámica perturbada:

$$\ddot{y}^*(t) = u^*(t) \quad (2.80)$$

Por lo que el error de seguimiento se define como  $e = t - y^*(t)$  se obtiene via la dinámica perturbada controlada por el error de entrada de control  $e_u = u - u^*(t)$ .

$$\ddot{e} = e_u + \xi \quad (2.81)$$

La función de coordenadas de la superficie deslizante tradicional, en el espacio de error, se propone como:

$$\sigma = \dot{e} + k_2 e, \quad k_2 > 0 \quad (2.82)$$

Sin embargo, ya que el reconstructor integral de la derivada del tiempo del error de seguimiento  $\dot{e}$  viene dado por la siguiente ecuación

$$\dot{e} = \int_0^t e_u(\tau) d\tau \quad (2.83)$$

que está relacionada con el valor actual de  $\dot{e}$  por la relación :

$$\dot{e} = \hat{\dot{e}} + \dot{e}(0) + Kt \quad (2.84)$$

El uso de la estimación de un término de la reconstrucción integral de  $\dot{e}$ , induce un error polinomial de primer grado en  $t$  que necesita ser contrarrestado por una compensación que incluye una integración de error de salida de segundo orden:

$$\hat{\dot{e}} = \dot{e} + k_2 e + k_1 \int_0^t e(\tau) d\tau + k_0 \int_0^t \int_0^\tau e(\tau_1) d\tau_1 d\tau \quad (2.85)$$

Bajo condiciones ideales deslizantes se tiene que  $\hat{\sigma} = \dot{\hat{\sigma}} = 0$ . De la condición de invarianza  $\dot{\hat{\sigma}} = 0$ , se obtiene, después de remplazar en la expresión de  $\hat{\sigma}$  el término  $\dot{e}$  por el término integral.

$$e_u + k_2 \dot{e} + k_1 e + k_0 \int_0^t e(\tau) d\tau = 0 \quad (2.86)$$

El error de control equivalente está idealmente dado por

$$e_u = -k_2 \dot{e} - k_1 e - k_0 \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.87)$$

La dinámica ideal correspondiente esta dirigida por

$$\ddot{e} = -k_2\dot{e} - k_1e - k_0 \int_0^t e(\tau)d\tau + \xi \quad (2.88)$$

cuyo polinomio característico está dado por

$$p(s) = s^3 + k_2s^2 + k_1s + k_0 \quad (2.89)$$

Esto demuestra que la dinámica ideal de deslizamiento es robusto con respecto a la constante de perturbación de entrada desconocida  $\xi$ .

Una política de conmutación deseable está dada por

$$u = -\text{sign } \hat{\sigma} \quad (2.90)$$

Se asume que  $u^*(t)$ , la entrada nominal de control promedio, está estrictamente limitada con el intervalo  $[-1, 1]$ , el seguimiento de trayectoria  $y^*(t)$  satisface  $\ddot{y}^*(t) \in [-1, 1]$ .

Esta condición es necesaria pero no suficiente para garantizar la existencia de un régimen deslizante durante la fase transitoria del proceso de control. La dinámica ideal de deslizamiento del polinomio característico es puesto para ser dado por el polinomio de tercer orden:

$$p(s) = (s^2 + 2\zeta_n w_n s + w_n^2)(s + p_n) \quad (2.91)$$

con  $\zeta_n, w_n, p_n$  son número positivos, de esta forma se selecciona los coeficientes.

$$\begin{aligned} k_2 &= 2\zeta_n w_n + p_n \\ k_1 &= w_n^2 + 2\zeta_n w_n p_n \\ k_0 &= w_n^2 p_n \end{aligned} \quad (2.92)$$

Ahora se revisa otro ejemplo propuesto por Wie y Bernstein [4] y retomado por Sira [44]. Las ecuaciones diferenciales que describen el sistema presentado en la Figura 2.7 y están dadas por

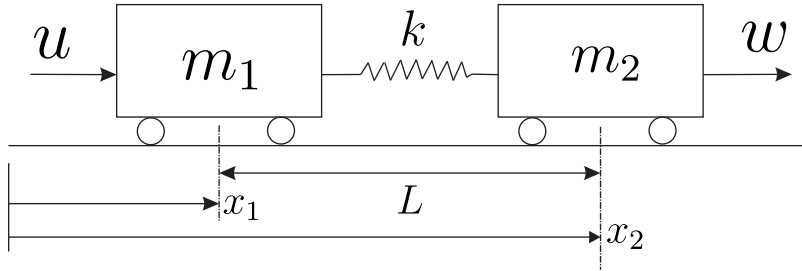


Figura 2.7: Sistemas de dos masas con resorte sin reacción

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -k(x_1 - x_2 + L) + u \\ m_2 \ddot{x}_2 &= k(x_1 - x_2 + L) + w \\ y &= x_2 \end{aligned} \quad (2.93)$$

Donde  $x_1$  y  $x_2$  son respectivamente las posiciones de la primera y segunda masa,  $v$  es la fuerza de control de entrada con amplitud limitada con los valores dados por  $u = W(2v - 1)$  con  $W > 0$  y  $v \in [0, 1]$ , es decir  $u \in \{-W, W\}$ . El desplazamiento medido está dado por  $y = x_2$ . La entrada  $w$  es una perturbación desconocida y  $L$  es la distancia del resorte que no produce fuerzas de contracción o de expansión. Se desea estabilizar el sistema alrededor del valor de equilibrio  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = L$  después de que el sistema ha sido sujeto a una unidad de impulso a través de la fuerza de entrada  $w$  en el tiempo  $t = 0$ .

El sistema es evidentemente controlable y observable desde  $y = x_2$ . La relación no perturbable de entrada-salida en el sistema se obtuvo como:

$$y^{(4)} = \frac{k}{m_1 m_2} [u - (m_1 + m_2)\dot{y}] \quad (2.94)$$

La relación de entrada-salida perturbada está dada por

$$y^{(4)} = \frac{k}{m_1 m_2} [u - (m_1 + m_2)\dot{y}] + \frac{1}{m_2}\ddot{w} + \frac{k}{m_1 m_2}w \quad (2.95)$$

La función coordinada de la superficie deslizante requiere una combinación lineal de un error de integral iterado a la integración de tercer orden. Se produce:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} = & \hat{y}^{(3)} + k_5 \ddot{\hat{y}} + k_4 \dot{\hat{y}} + k_3 (y - L) + k_2 \int_0^t (y(\lambda) - L) d\lambda \\ & + k_1 \int_0^t \int_0^\lambda (y(p) - L) dp + k_0 \int_0^t \int_0^\lambda \int_0^p (y(\theta) - L) d\theta \end{aligned} \quad (2.96)$$

Los reconstructores integrales de las variables de  $\dot{y}$ ,  $\ddot{y}$ ,  $y^{(3)}$  son obtenidos como:

$$\begin{aligned} \hat{y}^{(3)} = & \frac{k}{m_1 m_2} \left( \int u \right) - \frac{k^2 (m_1 + m_2)}{m_1^2 m_2^2} \left( \int^{(3)} u \right) + \frac{k^2 (m_1 + m_2)^2}{m_1^2 m_2^2} \left( \int y \right) \\ \ddot{\hat{y}} = & \frac{k}{m_1 m_2} \left( \int^{(2)} u \right) - \frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} y \\ \dot{\hat{y}} = & \frac{k}{m_1 m_2} \left( \int^{(3)} u \right) - \frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \left( \int y \right) \end{aligned} \quad (2.97)$$

La política de control de conmutación está dada por  $u = -W \operatorname{sign}(\hat{\sigma})$  o,  $u = W(2v - 1)$  con  $v = \frac{1}{2}(1 - \operatorname{sign}(\hat{\sigma}))$ . Las condiciones de invariancia:  $\hat{\sigma} = 0$  y  $\dot{\hat{\sigma}} = 0$ , definida la dinámica de bucle cerrado para  $y$  en la dinámica correspondiente es satisfecha por la entrada de control equivalente. Se especifica el conjunto de coeficientes,  $\{k_5, \dots, k_0\}$ , por igualdad, término a término al polinomio característico de Hurwitz de bucle cerrado,  $p(s) = s^6 + k_5 s^5 + \dots + k_1 s + k_0$  a un polinomio característico deseado de la forma:  $(s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2)^3$ . Se presenta:

$$\begin{aligned}
 k_5 &= 6\zeta w_n \\
 k_4 &= 3w_n^2 + 12\zeta^2 w_n^2 \\
 k_3 &= 8\zeta^3 w_n^3 + 12\zeta w_n^3 \\
 k_2 &= 12\zeta^2 w_n^4 + 3w_n^4 \\
 k_1 &= 6\zeta w_n^5 \\
 k_0 &= w_n^6
 \end{aligned} \tag{2.98}$$

Un ejercicio ideal sería realizar la simulación de los previos ejemplos, por el momento se detendrá hasta este punto la demostración del esquema de control por Regímenes Deslizantes basado en el control Proporcional Integral Generalizado con el modulador Delta-Sigma.

## 2.5. Resumen del capítulo

En este capítulo se expusieron los fundamentos teóricos necesarios para seguir el desarrollo de este trabajo de tesis, la salida plana como objetivo principal, los controles por Rechazo Activo de Perturbaciones, el control Proporcional Integral Generalizado y por Regímenes Deslizantes con un enfoque entrada-salida y el modulador Delta-Sigma, el cual también se presenta como una alternativa para establecer un régimen deslizante a partir de un controlador continuo.

## Capítulo 3

# Desarrollo teórico de los problemas

Cheng [8] menciona que el estudio analítico de un sistema físico está compuesto de cuatro partes: el modelado, el desarrollo de las descripciones matemáticas, el análisis y el diseño del control. Un sistema físico puede tener modelos diferentes dependiendo de lo que se requiera modelar. Como siguiente paso, al sistema seleccionado se le aplican varias leyes físicas para desarrollar las ecuaciones matemáticas que lo describan.

El modelo matemático asume muchas formas: ecuaciones lineales, no lineales, integrales, de diferencia, diferenciales, entre otras; una forma que describa el mismo sistema según la temática del problema puede ser preferible a otra.

De acuerdo a Ogata [31], el modelo matemático de un sistema dinámico es el conjunto de ecuaciones que representa la dinámica del sistema con precisión. Un modelo matemático no es único y la exactitud de la representación variará con la perspectiva y o complejidad de la ecuación. Esta dinámica se representa por medio de ecuaciones diferenciales que se obtienen a partir de de leyes físicas que describen el sistema, por ejemplo las leyes de Newton para sistemas físico y las leyes de Kirchhoff para sistemas eléctricos.

Al modelo matemático se le analiza en seguida de manera cuantitativa o cualitativa. En el análisis cuantitativo, el interés está en las respuestas del sistema excitado con ciertas entradas; el análisis cualitativo, por otra parte, se interesa en las propiedades generales del sistema, tales como la estabilidad, la controlabilidad y la observabilidad. El diseño es llevado a cabo en el modelo del sistema; si el modelo es escogido propiamente, entonces el rendimiento será mejor, introduciendo los ajustes requeridos o compensadores. Es imperativo recordar que la obtención de un modelo matemático es la parte más importante de todo el análisis.

Este capítulo está conformado por el estudio del Sistema Monofásico Rectificador-Inversor y el Sistema Trifásico Rectificador-Inversor; cada uno tendrá el modelo, se analizará y diseñará el esquema de control.

### 3.1. Sistemas Monofásicos Rectificador-Inversor

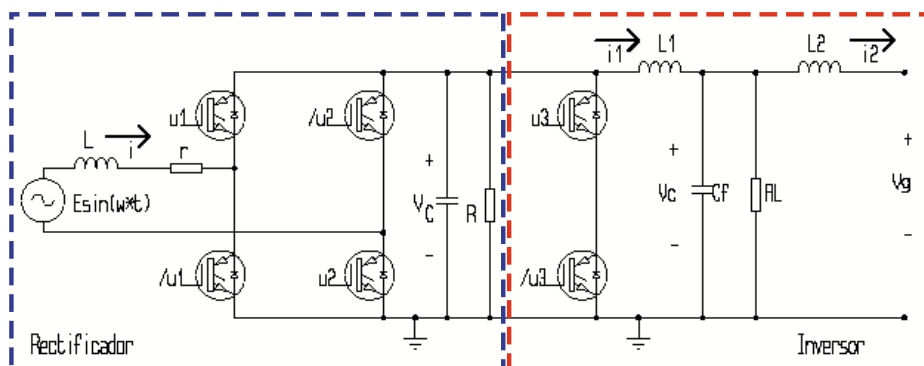


Figura 3.1: Sistema Rectificador-Inversor Monofásico

Este sistema monofásico consta de la unión del rectificador y del inversor. Para este estudio se realizará el modelado y el análisis de manera individual.

#### 3.1.1. Modelado del sistema: Rectificador

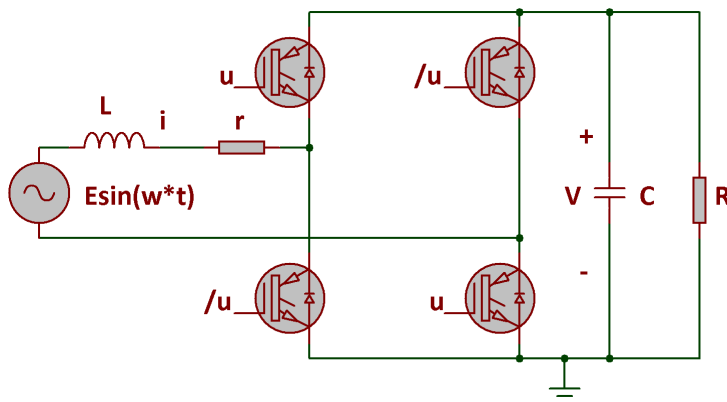


Figura 3.2: Rectificador Monofásico

Para obtener las ecuaciones, los transistores se modelarán como un interruptor. De esta manera el control  $u$  y su inverso  $\bar{u}$  actuarán como un encendido y apagado respectivamente, es decir tomarán los valores discretos  $\{-1, 1\}$ .

Resolviendo por la ley de voltaje de Kirchhoff, de la primera malla resulta la siguiente ecuación:

$$L \frac{di}{dt} = -ri - uV + E \sin(\omega t) \quad (3.1)$$



De la misma manera resolviendo por la ley de corriente de Kirchhoff, en el nodo de salida se obtiene la siguiente ecuación,

$$C \frac{dV}{dt} = ui - \frac{V}{R} \quad (3.2)$$

Como se asume una política de interrupción de alta frecuencia, el sistema de ecuaciones es reemplazado por los estados promedios, donde la entrada de control tomará los valores continuos en el conjunto  $\{-1, 1\}$ .

De esta manera se produce:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{ri}{L} - \frac{u_{av}V}{L} + \frac{E}{L} \sin(\omega t) \quad (3.3)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{u_{av}i}{C} - \frac{V}{RC} \quad (3.4)$$

Para diseñar el esquema de control, se busca la salida plana, la cual es imposible encontrarla si no se verifica previamente la planitud del sistema.

Ahora bien, el modelo no lineal que se representa en  $\dot{x} = f(x) + g(x)u$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}$  donde  $n$  es dimensional se dice que es *plano* en el punto  $x$  si se cumplen dos condiciones. En el Apéndice A se explica la obtención de la salida plana con ejemplos ilustrativos. Los corchetes de Lie se definen de la siguiente manera:

$$ad_f^j g = [f, ad_f^{j-1} g], [f, g] = ad_f g = \left[ \left( \frac{\partial g(x)}{\partial x^T} \right) f(x) - \left( \frac{\partial f(x)}{\partial x^T} g(x) \right) \right] \quad (3.5)$$

Se define la matriz invertible de Kalman  $\mathcal{K}(x)$  de la siguiente forma:

$$\mathcal{K}(x) = [g(x), ad_f g(x), \dots, ad_f^{n-2} g(x), ad_f^{n-1} g(x)] \quad (3.6)$$

La salida plana  $\zeta$  es determinada cuando se encuentra una función de factor liso distinto de cero  $\alpha(x)$ , a través de la integración de su función gradiente. Tal gradiente está dado por

$$\frac{\partial \zeta(x)}{\partial x^T} = \alpha(x) [0, 0, \dots, 0, 1] \mathcal{K}^{-1}(x) \quad (3.7)$$

De esta manera, se reescribe en forma matricial,  $f(x)$  y  $g(x)$ .

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L}i \\ -\frac{V}{RC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{V}{L} \\ \frac{i}{C} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \sin(\omega t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L}i \\ -\frac{V}{RC} \end{bmatrix} \quad g(x) = \begin{bmatrix} -\frac{V}{L} \\ \frac{i}{C} \end{bmatrix}$$

Se desarrollan las fracciones parciales para calcular los corchetes de Lie.

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x^T} &= \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} & \frac{\partial g}{\partial x^T} &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \\ ad_f g[f, g] &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{r}{L}i \\ -\frac{V}{RC} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{V}{L} \\ \frac{i}{C} \end{bmatrix} \\ ad_f g[f, g] &= \begin{bmatrix} \frac{V}{RC L} - \frac{V r}{L^2} \\ -\frac{r i}{L C} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Se construye la matriz de controlabilidad  $\mathcal{K}(x)$ .

$$\mathcal{K}(x) = \begin{bmatrix} -\frac{V}{L} & \frac{V}{RC L} - \frac{V r}{L^2} \\ \frac{i}{C} & -\frac{r i}{L C} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Obtenemos la salida plana mediante la integración del gradiente de la ecuación 3.7:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x^T} \mathcal{K}(x) = \alpha(x)[0, 1]$$

Desarrollando el gradiente y la función  $\alpha(x)$  se observa:

$$\left[ \frac{\partial \zeta}{\partial x_1}, \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} \right] \mathcal{K}(x) = [0, \alpha(x)]$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x_1} \left( -\frac{V}{L} \right) + \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} \left( \frac{i}{C} \right) = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x_1} \left( \frac{V}{RC L} - \frac{V r}{L^2} \right) + \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} \left( -\frac{r i}{L C} \right) = \alpha(x) \neq 0 \quad (3.11)$$

La salida plana debe satisfacer las ecuaciones 3.10 y 3.11, por lo que se propone la siguiente ecuación.

$$\zeta(x_1, x_2) = \frac{1}{2} (L i^2 + C V^2) \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x_1} = L i \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} = C V$$

Comprobando 3.10:

$$\begin{aligned}(L i) \left( -\frac{V}{L} \right) + (C V) \left( \frac{i}{C} \right) &= 0 \\ -V i + V i &= 0\end{aligned}$$

Comprobando 3.11

$$(L i) \left( \frac{V}{R C L} - \frac{V r}{L^2} \right) + (C V) \left( -\frac{r i}{L C} \right) = \alpha(x) \neq 0$$

$$\frac{V i}{R C} - \frac{2 V r i}{L} = \alpha(x)$$

Esto demuestra que la función propuesta cumple como la salida plana de este sistema. Ahora la potencia total está dada por la derivada de la salida plana,

$$\frac{dH}{dt} = iE \sin(\omega t) - \frac{1}{R_L} v^2 \quad (3.13)$$

donde el primer sumando representa la entrada de potencia y el segundo término corresponde a la potencia entregada en la carga. Se debe recordar que el valor de estado estacionario del componente de corriente directa deberá ser igual a cero para que el sistema no pierda energía.

Por lo que siguiendo la condición de equilibrio de la potencia de estado estacionario se obtiene:

$$iE \sin(\omega t) = \frac{1}{R_L} v_{cd}^2 \quad (3.14)$$

Usando el valor del componente deseado de la corriente continua  $v_{dc} = V_d$  produce la siguiente ecuación:

$$AE \sin^2(\omega t) = \frac{V_d^2}{R_L} \quad (3.15)$$

$$A = \frac{2V_d^2}{R_L E} \quad (3.16)$$

Por lo tanto la condición de solubilidad está dada por el hecho que la amplitud del inductor  $A$  y el componente deseado de la salida del voltaje satisfacen ambas ecuaciones.

### 3.1.2. Análisis del sistema

Analizando el modelado del sistema, se retoma la forma canónica controlable y se averigua su controlabilidad, observabilidad y fase de la salida.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ V \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} i \\ V \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{V}{L} \\ \frac{i}{C} \end{bmatrix}}_B u + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \sin(\omega t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{2}Li & \frac{1}{2}CV \end{bmatrix}}_H \begin{bmatrix} i \\ V \end{bmatrix}$$

Dado que ya se obtuvo la matriz de controlabilidad o matriz de Kalman (3.9), el rango resultante es 2, esto es, el sistema es controlable.

Se calcula la matriz de observabilidad como:

$$O = \begin{bmatrix} H^T & AH^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}Li & -\frac{r}{2}i \\ \frac{1}{2}CV & -\frac{V}{2R} \end{bmatrix}$$

El rango de la matriz  $O$  es 2, por lo tanto, es observable.

Para determinar si el sistema es de fase mínima, se hace la transformación a función de transferencia, tomando la transformada de Laplace de

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t)$$

se obtiene:

$$s\mathbf{X}(s) = A\mathbf{X}(s) + b\mathbf{U}(s)$$

$$(s\mathbf{I} - A)\mathbf{X}(s) = b\mathbf{U}(s)$$

Con la matriz identidad del tamaño de  $A$ .

Factorizando  $\mathbf{X}(s)$ :

$$X(s) = (sI - A)^{-1}b\mathbf{U}(s)$$

sustituyendo por  $\mathbf{X}(s)$  en la ecuación de salida

$$\mathbf{Y}(s) = H\mathbf{X}(s) + D\mathbf{U}(s)$$

$$\mathbf{Y}(s) = H((sI - A)^{-1}) + D\mathbf{U}(s)$$

La función de transferencia está definida como la relación de salida sobre la entrada, por lo que se toma:

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)}$$

Se sustituyen las expresiones previas por  $\mathbf{Y}(s)$  con respecto a  $\mathbf{U}(s)$  y queda como:

$$\mathbf{G}(s) = H ((sI - A)^{-1}) + D$$

Realizando estas operaciones se obtiene la siguiente función de transferencia.

$$\mathbf{G}(s) = \frac{2CRiV(r + sL) - 2LiV(RCs + 1)}{4(CRs + 1)(r + sL)} \quad (3.17)$$

Es evidente que el sistema es de fase no mínima ya que los ceros,  $s = -\frac{r}{L}$  y  $s = -\frac{1}{RC}$  no se encuentran en el plano complejo.

Retomando la salida plana del rectificador monofásico, la ecuación 3.12, se procede a derivar la salida plana hasta encontrar la entrada de control.

$$\begin{aligned} \zeta(x_1, x_2) = y = F &= \frac{1}{2} (L i^2 + C V^2) \\ \dot{y} = \dot{F} &= L i \dot{i} + C V \dot{V} \\ \dot{F} = L i \left( -\frac{r i}{L} - \frac{u V}{L} + \frac{E}{L} \sin(\omega t) \right) &+ C V \left( \frac{\omega i}{C} - \frac{V}{RC} \right) \\ \dot{F} &= -r i^2 + i E \sin(\omega t) - \frac{V^2}{R} \\ \ddot{F} &= -2 r i \dot{i} + \dot{i} E \sin(\omega t) - \frac{2 V \dot{V}}{R} + i \omega E \cos(\omega t) \\ \ddot{F} &= -2 r i \left( -\frac{r i}{L} - \frac{u V}{L} + \frac{E}{L} \sin(\omega t) \right) + \left( -\frac{r i}{L} - \frac{u V}{L} + \frac{E}{L} \sin(\omega t) \right) E \sin(\omega t) \\ &\quad - \frac{2 V \left( \frac{\omega i}{C} - \frac{V}{RC} \right)}{R} + i \omega E \cos(\omega t) \\ \ddot{F} &= \left( \frac{2 V r i}{L} - \frac{2 i V}{RC} - \frac{V}{L} E \sin(\omega t) \right) u + \frac{2 r^2 i^2}{L} E \sin(\omega t) - \frac{r i}{L} E \sin(\omega t) \\ &\quad + \frac{E^2}{L} \sin(\omega t) + \frac{2 V^2}{R^2 C} + i \omega E \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Simplificando la salida plana en dos variables  $\beta$  y  $\xi$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{2 V r i}{L} - \frac{2 i V}{RC} - \frac{V}{L} E \sin(\omega t) \\ \xi &= \frac{2 r^2 i^2}{L} E \sin(\omega t) - \frac{r i}{L} E \sin(\omega t) + \frac{E^2}{L} \sin(\omega t) + \frac{2 V^2}{R^2 C} + i \omega E \cos(\omega t) \\ \ddot{F} &= \beta u + \xi \quad (3.18) \end{aligned}$$

Ahora ya que el control aparece en la segunda derivada el sistema es de grado relativo 2 lo que implica que dos estados serán controlados.

### 3.1.3. Esquemas de Control

A partir de esta subsección se desarrollarán los esquemas de control propuesto para este sistema eléctrico.

#### Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

Se procede a proponer el esquema de control basado en el Rechazo Activo de Perturbaciones con un seguimiento de trayectoria de una salida de referencia. Donde  $e_F = F - F^*$  y  $e_u = u - u^*$ , siendo  $u^* = \ddot{F}^*$ .

$$\ddot{e}_F = \beta e_u + \xi \quad (3.19)$$

$$e_u = u - u^*$$

$$e_{F1} = e_F$$

$$e_{F2} = \dot{e}_{F1} = \dot{e}_F$$

$$e_{F2} = \dot{e}_{F1} = \dot{e}_F$$

Se propone el observador de estado extendido. (ESO)

$$\dot{\hat{e}}_{F1} = \hat{e}_{F2} + \lambda_2 (e_{F1} - \hat{e}_{F1}) = \hat{e}_{F2} + \lambda_2 \tilde{e}_0$$

$$\dot{\hat{e}}_{F2} = \beta e_{u\delta} + z + \lambda_1 \tilde{e}_0$$

$$\dot{z} = \lambda_0 \tilde{e}_0$$

Se define el error de observación, donde  $\hat{e}_{F1}$  y  $\hat{e}_{F2}$  son estados estimados de la derivada.

$$\tilde{e}_0 = e_{F1} - \hat{e}_{F1}$$

$$\tilde{e}_1 = e_{F2} - \hat{e}_{F2}$$

$$\tilde{e}_z = \xi - z$$

La dinámica del error de estimación es:

$$\dot{\tilde{e}}_0 = \dot{e}_{F1} - \dot{\hat{e}}_{F1} = e_{F2} - \hat{e}_{F2} - \lambda_2 \tilde{e}_0 = \tilde{e}_1 - \lambda_2 \tilde{e}_0$$

$$\dot{\tilde{e}}_1 = \dot{e}_{F2} - \dot{\hat{e}}_{F2} = \beta e_u + \xi - \beta e_u - z - \lambda_1 \tilde{e}_0$$

$$\dot{\tilde{e}}_1 = \xi - z - \lambda_1 \tilde{e}_0$$

$$\dot{z} = \lambda_0 \tilde{e}_0$$

Se deriva  $\dot{\tilde{e}}_0$

$$\begin{aligned}\ddot{\tilde{e}}_0 &= \dot{\tilde{e}}_1 - \lambda_2 \dot{\tilde{e}}_0 = \xi - z - \lambda_1 \tilde{e}_0 - \lambda_2 \dot{\tilde{e}}_0 \\ \tilde{e}_0^{(3)} &= \dot{\xi} - \dot{z} - \lambda_1 \dot{\tilde{e}}_0 - \lambda_2 \ddot{\tilde{e}}_0 = \dot{\xi} - \lambda_0 \tilde{e}_0 - \lambda_1 \dot{\tilde{e}}_0 - \lambda_2 \ddot{\tilde{e}}_0 \\ \tilde{e}_0^{(3)} + \lambda_2 \ddot{\tilde{e}}_0 + \lambda_1 \dot{\tilde{e}}_0 + \lambda_0 \tilde{e}_0 &= \dot{\xi}\end{aligned}$$

Se pasa al dominio de Laplace.

$$\begin{aligned}\tilde{e}_0 (s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0) &= S \\ \tilde{e}_0 &= \frac{s}{s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \xi \\ \dot{\tilde{e}}_0 &= \tilde{e}_1 - \lambda_2 \tilde{e}_0 \\ \tilde{e}_1 &= s \tilde{e}_0 + \lambda_2 \tilde{e}_0 \\ \tilde{e}_1 &= \frac{(s + \lambda_2)s}{s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \xi = \frac{s^2 + \lambda_2 s}{s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} \xi\end{aligned}$$

Se propone el control de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}e_u = u - u^* &= \frac{1}{\beta} [-k_1 \hat{e}_{F2} - k_0 \hat{e}_{F1} - z] \\ u &= u^* + \frac{1}{\beta} [-k_1 \hat{e}_{F2} - k_0 \hat{e}_{F1} - z]\end{aligned}$$

Ahora los parámetros  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $k_0, k_1$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \omega n_o^2 p_o & k_0 &= \omega n_c^2 \\ \lambda_1 &= 2\zeta_o \omega n_o p_o + \omega n_o^2 & k_1 &= 2\zeta_c \omega n_c \\ \lambda_2 &= 2\zeta_o \omega n_o + p_o\end{aligned}$$

donde  $\omega n_o$ ,  $p_o$ ,  $\zeta_o$  son definidos reales positivos más grandes que  $\omega n_c$ ,  $\zeta_c$  que también son reales positivos.

**Control Proporcional Integral Generalizado**

Se retoma la ecuación 3.19, donde también  $e_F = F - F^*$  y  $e_u = u - u^*$ , siendo  $u^* = \ddot{F}^*$ .

$$\ddot{e}_F = \beta e_u + \xi$$

Se propone el siguiente control:

$$e_u = -k_1 \dot{e}_F - k_0 e_F$$

Se debe de estimar  $\dot{e}_F$ , para esto se debe de utilizar los reconstructores integrales:

$$\dot{e}_F = \int e_u + \dot{e}_F(0)$$

$$\dot{e}_F = \hat{\dot{e}}_F + \dot{e}_F(0)$$

$$\hat{\dot{e}}_F = \dot{e}_F - \dot{e}_F(0) = \int e_u + \dot{e}_F(0)$$

$$\hat{\dot{e}}_F = \int e_u$$

Por lo tanto el nuevo control, con los parámetros  $k_x$  actualizados serán:

$$e_u = -k_3 \hat{\dot{e}}_F - k_2 e_F - k_1 \int e_F - k_0 \int^{(2)} e_F$$

$$e_u = -k_3 \int e_u - k_2 e_F - k_1 \int e_F - k_0 \int^{(2)} e_F$$

$$e_u = -k_2 e_F - \int (k_3 e_u + k_1 e_F) - k_0 \int^{(2)} e_F$$

$$e_u + k_3 \int (e_u) = -k_2 e_F - \int k_1 e_F - \int^{(2)} k_0 e_F$$

Se realiza la transformada de Laplace.

$$\left(1 + \frac{k_3}{s}\right) e_u(s) = - \left(k_2 + \frac{k_1}{s} + \frac{k_0}{s^2}\right) e_F(s)$$

$$e_u(s) = - \frac{(k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s + k_3)} e_F(s)$$

$$u - u^* = - \frac{1}{\beta} \frac{(k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s + k_3)} e_F(s)$$

$$u = u^* - \frac{1}{\beta} \frac{(k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s + k_3)} e_F(s)$$



Ahora suponiendo que existe un  $X$  donde  $X = \frac{e_F(s)}{s(s+k_3)}$ .

$$u = u^* - \frac{1}{\beta}(k_2s^2 + k_1s + k_0)X$$

$$X(s^2 + k_3s) = e_F$$

$$\ddot{X} + k_3\dot{X} = e_F$$

$$\ddot{X} = e_F - k_3\dot{X}$$

Ahora los parámetros  $\{k_0, k_1, k_2, k_3\}$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$k_0 = wn_c^4$$

$$k_1 = 4\zeta_c wn_c^3$$

$$k_2 = 4\zeta_c^2 wn_c^2 + 2wn_c^2$$

$$k_3 = 4\zeta_c wn_c$$

donde  $wn_c, \zeta_c$  son definidos reales positivos.

### Control por Regímenes Deslizantes

Se retoma la ecuación 3.19, donde también se recuerda  $e_F = F - F^*$  y  $e_u = u - u^*$ , siendo  $u^* = \ddot{F}^*$ .

$$\ddot{e}_F = \beta e_u + \xi$$

Se propone la superficie deslizante  $\sigma$ :

$$\sigma = \dot{e}_F + ke_F \tag{3.20}$$

Ahora es necesario estimar  $\dot{e}_F$ ,

$$\dot{e}_F = \int e_u + \dot{e}_F(0)$$

$$\dot{\hat{e}}_F = \int e_u$$

Se sustituye y se implementan los reconstructores integrales.

$$\hat{\sigma} = \dot{\hat{e}}_F + k_3e_F + k_2 \int e_F + k_1 \int^2 e_F + k_0 \int^3 e_F$$

$$\hat{\sigma} = k_3e_F + \int (k_2e_F + e_u) + k_1 \int^2 e_F + k_0 \int^3 e_F$$

Se deriva  $\sigma$

$$\dot{\hat{\sigma}} = e_u + k_3\dot{e}_F + k_2e_F + k_1 \int e_F + k_0 \int^2 e_F$$

$$\dot{\hat{\sigma}} = e_u + k_3 \int e_u + k_2e_F + k_1 \int e_F + k_0 \int^2 e_F$$

Ahora teniendo en cuenta que se debe respetar la superficie deslizante  $\dot{\hat{\sigma}} < 0$ .

$$\hat{\sigma} \left[ e_u + k_3 \int e_u + k_2 e_F + k_1 \int e_F + k_0 \int^2 e_F \right] < 0$$

$$\hat{\sigma} e_u + \hat{\sigma} \left[ k_3 \int e_u + k_2 e_F + k_1 \int e_F + k_0 \int^2 e_F \right] < 0$$

$$\hat{\sigma} u - \hat{\sigma} \left[ u^* - k_2 e_F - k_3 \int e_u - k_1 \int e_F - k_0 \int^2 e_F \right] < 0$$

De esta manera se define el control equivalente.

$$u_{eq} = u^* - k_3 \int e_u - k_2 e_F - k_1 \int e_F - k_0 \int^2 e_F$$

$$\hat{\sigma} \dot{\hat{\sigma}} = \hat{\sigma} u - \hat{\sigma} u_{eq} < 0$$

Por último se aplica el modulador Delta-Sigma:

$$\dot{e} = u_{eq} - u;$$

$$u = 1 - \text{sign}(e);$$

Ahora los parámetros  $k_0$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$k_0 = wn_c^4$$

$$k_1 = 4\zeta_c wn_c^3$$

$$k_2 = 4\zeta_c^2 wn_c^2 + 2wn_c^2$$

$$k_3 = 4\zeta_c wn_c$$

donde  $wn_c$ ,  $\zeta_c$  son definidos reales positivos.

### 3.1.4. Sistemas Monofásicos: Inversor

Ahora se verá la parte del Inversor, simulando una batería que alimenta el sistema, ya que la corriente directa se busca que sea estable.

### 3.1.5. Modelado del sistema

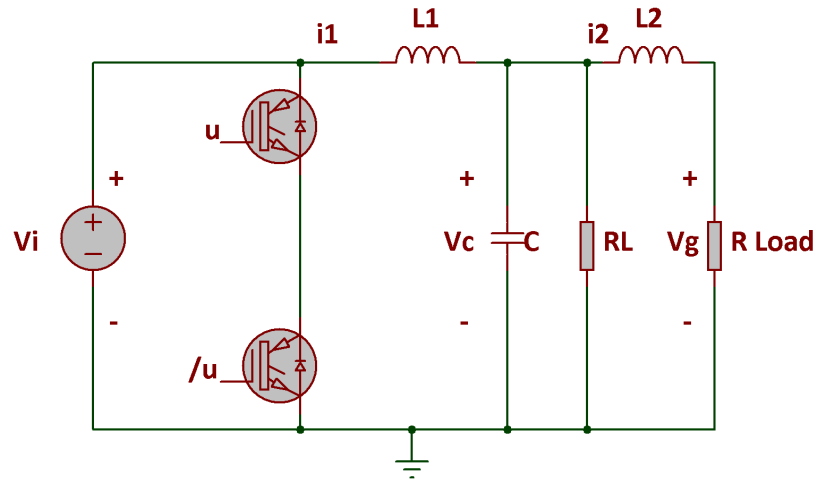


Figura 3.3: Inversor Monofásico

En la primera malla, se aplica la ley de voltaje de Kirchhoff y se obtiene.

$$-V_i + L_1 \frac{d i_1}{d t} + V_c + R_L i_1 = 0$$

$$L_1 \frac{d i_1}{d t} = +V_i - V_c - R_L i_1 = 0 \quad (3.21)$$

Donde  $V_i = (2u - 1) V_d$ .

En el nodo entre las dos inductancias, se aplica la ley de corriente de Kirchhoff y se obtiene la siguiente ecuación.

$$i_1 = i_2 + \frac{V_c}{R_c} + C \frac{d V_c}{d t}$$

$$C \frac{d V_c}{d t} = i_1 - i_2 - \frac{V_c}{R_c} \quad (3.22)$$

En la segunda malla, se aplica la ley de voltaje de Kirchhoff y se obtiene.

$$L_2 \frac{d i_2}{d t} + V_g + R_L i_2 - V_c = 0$$

$$L_2 \frac{d i_2}{d t} = V_c - V_g - R_L i_2 \quad (3.23)$$

De esta manera, se describe en forma canónica controlable.

$$\begin{aligned}\frac{d i_1}{d t} &= -\frac{V_c}{L_1} - \frac{R_L i_1}{L_1} + \frac{V_i}{L_1} \\ \frac{d V_c}{d t} &= \frac{i_1}{C} - \frac{i_2}{C} - \frac{V_C}{R_c C}\end{aligned}\quad (3.24)$$

$$\frac{d}{d t} \begin{bmatrix} i_1 \\ V_c \\ i_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_c C} & -\frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{L_2} & -\frac{R_L}{L_2} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} i_1 \\ V_c \\ i_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_B V_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{V_g}{L_2} \end{bmatrix}\quad (3.25)$$

Con esta forma se procede a obtener los corchetes de Lie para formar la matriz de controlabilidad  $\mathcal{K}(x)$ .

$$\mathcal{K}(x) = \begin{bmatrix} \frac{V_i}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad AB \quad A^2B$$

Donde  $AB$  y  $A^2B$  son:

$$\begin{aligned}AB &= \begin{bmatrix} -\frac{R_L V_i}{L_1^2} \\ \frac{V_i}{L_1 C} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad A^2B = \begin{bmatrix} -\frac{V_i(-CR_L^2+L_2)}{CL_1^3} \\ -\frac{V_i(L_1+CR_c R_L)}{C^2 L_1^2 R_c} \\ \frac{V_i}{CL_1 L_2} \end{bmatrix} \\ \mathcal{K}(x) &= \begin{bmatrix} \frac{V_i}{L_1} & -\frac{R_L V_i}{L_1^2} & -\frac{V_i(-CR_L^2+L_2)}{CL_1^3} \\ 0 & \frac{V_i}{L_1 C} & -\frac{V_i(L_1+CR_c R_L)}{C^2 L_1^2 R_c} \\ 0 & 0 & \frac{V_i}{CL_1 L_2} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.26)$$

donde se recuerda:  $\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \alpha(x) [0 \ 0 \ 1] \mathcal{K}(x)^{-1}$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} \mathcal{K}(x) = \alpha(x) [0 \ 0 \ 1]$$

$$\left[ \frac{\partial \lambda}{\partial x_1}, \frac{\partial \lambda}{\partial x_2}, \frac{\partial \lambda}{\partial x_3} \right] \mathcal{K}(x) = \alpha(x) [0 \ 0 \ 1]$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x_1} \left( \frac{V_i}{L_1} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x_2} \left( \frac{V_i}{L_1 C} \right) - \frac{\partial \lambda}{\partial x_1} \left( \frac{R_L V_i}{L_1^2} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x_1} \left( -\frac{V_i(-CR_L^2+L_2)}{CL_1^3} \right) + \frac{\partial \lambda}{\partial x_2} \left( -\frac{V_i(L_1+CR_c R_L)}{C^2 L_1^2 R_c} \right) + \frac{\partial \lambda}{\partial x_3} \left( \frac{V_i}{CL_1 L_2} \right) = \alpha(x)$$

Se propone la salida plana como  $\lambda = i_2$ .

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x_1} = 0 \quad \frac{\partial \lambda}{\partial x_2} = 0 \quad \frac{\partial \lambda}{\partial x_3} = 1$$

Por lo tanto, evaluando las ecuaciones se llega a:

$$\alpha(x) = \frac{V_i}{CL_1L_2}$$

Y la salida plana se considera :  $\zeta(x_1, x_2, x_3) = y(x) = i_2$

### 3.1.6. Análisis del Sistema

Retomamos la matriz de controlabilidad de Kalman 3.26, calculamos el rango y concluimos que es 2, por consiguiente es controlable.

Se utilizan las ecuaciones del modelo en la forma canónica controlable, para obtener las matrices A, B y C.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ V_c \\ i_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_c C} & -\frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{L_2} & -\frac{R_L}{L_2} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} i_1 \\ V_c \\ i_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_B V_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{V_g}{L_2} \end{bmatrix}$$

$$y = \underbrace{[0 \quad 0 \quad 1]}_H \begin{bmatrix} i_1 \\ V_c \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Se calcula la matriz de observabilidad  $O = [H^T, AH^T, A^2H^T]$ ,

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{CL_1} \\ 0 & -\frac{1}{C} & \frac{1}{C^2R_c} + \frac{R_L}{CL_2} \\ 1 & -\frac{R_L}{L_2} & \frac{R_L^2}{L_2^2} - \frac{1}{CL_2} \end{bmatrix}$$

El rango de la matriz  $O$  es 3, por lo que es observable. Al transformar la forma canónica en función de transferencia se encuentra que

$$\mathbf{G}(s) = \frac{R_c V_i}{A}$$

donde  $A$  es:

$$A = R_L(2R_c + R_L) + sL_1(R + sL_2) + L_2R_c s(1 + CL_1s + CR_Ls) + sR_1(L_1 + L_2) + sCR_c(R_L^2 + LR_Ls^2)$$

al no tener ceros, este es de fase mínima.

Por otro lado, retomando la salida plana obtenida, se procede a elaborar el esquema de control derivando la salida plana.

$$\begin{aligned}
 y &= F = i_2 \\
 \dot{F} &= \dot{i}_2 = \frac{V_C}{L_2} - \frac{R_L i_2}{L_2} \\
 \ddot{F} &= \ddot{i}_2 = \frac{\dot{V}_c}{L_2} - \frac{R_L \dot{i}_2}{L_2} \\
 \ddot{F} &= \ddot{i}_2 = \frac{1}{L_2} \left( \frac{i_1}{C} - \frac{i_2}{C} - \frac{V_C}{C R_C} \right) - \frac{R_L}{L_2} \left( \frac{V_C}{L_2} - \frac{R_L i_2}{L_2} \right) \\
 F^{(3)} &= i_2^{(3)} = \frac{1}{L_2 C} \left( \frac{V_i}{L_1} - \frac{R_L i_1}{L_1} - \frac{V_C}{L_1} \right) + \left( \frac{R_L^2}{L_2^2} - \frac{1}{L_2 C} \right) \left( \frac{V_C}{L_2} - \frac{R_L i_2}{L_2} \right) \\
 &\quad + \left( -\frac{1}{L_2 R_C C} - \frac{R_L}{L_2^2} \right) \left( \frac{i_1}{C} - \frac{i_2}{C} - \frac{V_C}{R_C C} \right) \\
 F^{(3)} &= \left( -\frac{R_L}{L_1 L_2 C} - \frac{1}{L_2 R_C C^2} - \frac{R_L}{L_2^2 C} \right) i_1 + \left( -\frac{R_L^3}{L_2^3} + \frac{R_L}{L_2^2 C} + \frac{1}{L_2 R_C C^2} + \frac{R_L}{L_2^2 C} + \frac{R_L}{L_2^2 C} \right) i_2 \\
 &\quad \left( -\frac{1}{L_1 L_2 C} + \frac{R_L^2}{L_2^3} - \frac{1}{L_2^2 C} + \frac{1}{L_2 R_C^2 C^2} + \frac{R_L}{L_2^2 R_C C} \right) V_C + \frac{V_i}{L_1 L_2 C} + V_g \left( \frac{1}{L_2^2 C} - \frac{R_L^2}{L_2^3} \right)
 \end{aligned}$$

De esta manera se propone lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= \frac{V_d}{L_1 L_2 C} \quad U = (2u - 1) \\
 \xi &= \left( -\frac{R_L}{L_1 L_2 C} - \frac{1}{L_2 R_C C^2} - \frac{R_L}{L_2^2 C} \right) i_1 + \left( -\frac{R_L^3}{L_2^3} + \frac{R_L}{L_2^2 C} + \frac{1}{L_2 R_C C^2} + \frac{R_L}{L_2^2 C} + \frac{R_L}{L_2^2 C} \right) i_2 \\
 &\quad + \left( -\frac{1}{L_1 L_2 C} + \frac{R_L^2}{L_2^3} - \frac{1}{L_2^2 C} + \frac{1}{L_2 R_C^2 C^2} + \frac{R_L}{L_2^2 R_C C} \right) V_C + V_g \left( \frac{1}{L_2^2 C} - \frac{R_L^2}{L_2^3} \right)
 \end{aligned}$$

Se llega a la forma de entrada-salida:

$$y^{(3)} = \beta_1 U + \xi \quad (3.27)$$

El grado relativo es 3 ya que el control se muestra en la tercera derivada.

### 3.1.7. Esquemas de Control

#### Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

Se procede a proponer el esquema del Rechazo Activo de Perturbaciones, por lo que se definen los errores del control y de la salida plana, donde  $e_y = y - y^*$  y  $e_u = u - u^*$ , siendo  $u^* = \ddot{y}^*$ .

$$e_y = y - y^* \quad e_u = u - u^* \quad e_y^{(3)} = \beta_1 e_u + \xi$$

Se define el error de la salida plana:

$$\begin{aligned} e_{y1} &= e_y \\ e_{y2} &= \dot{e}_{y1} = \dot{e}_y \\ e_{y3} &= \dot{e}_{y2} = \ddot{e}_y \\ \dot{e}_{y3} &= e_y^{(3)} \\ e_y^{(3)} &= \beta_1 e_u + \xi \end{aligned}$$

Se define el observador de estados extendidos como:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_{y1} &= \hat{e}_{y2} + \lambda_3 (e_{y1} - \hat{e}_{y1}) = \hat{e}_{y2} + \lambda_3 \tilde{e}_0 \\ \dot{\hat{e}}_{y2} &= \hat{e}_{y3} + \lambda_2 \tilde{e}_0 \\ \dot{\hat{e}}_{y3} &= \beta_1 e_u + z + \lambda_1 \tilde{e}_0 \\ \dot{z} &= \lambda_0 \tilde{e}_0 \end{aligned}$$

Se define el error de observación:

$$\begin{aligned} \tilde{e}_0 &= e_{y1} - \hat{e}_{y1} \\ \tilde{e}_1 &= e_{y2} - \hat{e}_{y2} \\ \tilde{e}_2 &= e_{y3} - \hat{e}_{y3} \\ \tilde{e}_z &= \xi - z \end{aligned}$$

Se estima la dinámica del error de estimación.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_0 &= \dot{e}_{y1} - \dot{\hat{e}}_{y1} = e_{y2} - \hat{e}_{y2} - \lambda_3 \tilde{e}_0 = \tilde{e}_1 - \lambda_3 \tilde{e}_0 \\ \dot{\tilde{e}}_1 &= \dot{e}_{y2} - \dot{\hat{e}}_{y2} = e_{y3} - \hat{e}_{y3} - \lambda_2 \tilde{e}_0 = \tilde{e}_2 - \lambda_2 \tilde{e}_0 \\ \dot{\tilde{e}}_2 &= \dot{e}_{y3} - \dot{\hat{e}}_{y3} = \cancel{\beta_1 e_u} + \xi - \cancel{\beta_1 e_u} - z - \lambda_1 \tilde{e}_0 = \xi - z - \lambda_1 \tilde{e}_0 \\ \dot{z} &= \lambda_0 \tilde{e}_0 \end{aligned}$$

Se procede a derivar  $\tilde{e}_0$ .

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{e}}_0 &= \dot{\tilde{e}}_1 - \lambda_3 \dot{\tilde{e}}_0 = \tilde{e}_2 - \lambda_2 \tilde{e}_0 - \lambda_3 \dot{\tilde{e}}_0 \\ \ddot{\tilde{e}}_0^{(3)} &= \dot{\tilde{e}}_2 - \lambda_2 \dot{\tilde{e}}_0 - \lambda_3 \ddot{\tilde{e}}_0 = \xi - z - \lambda_1 \tilde{e}_0 - \lambda_2 \dot{\tilde{e}}_0 - \lambda_3 \ddot{\tilde{e}}_0 \\ \tilde{e}_0^{(4)} &= \dot{\xi} - \dot{z} - \lambda_1 \dot{\tilde{e}}_0 - \lambda_2 \ddot{\tilde{e}}_0 - \lambda_3 \ddot{\tilde{e}}_0^{(3)} = \dot{\xi} - \lambda_0 \tilde{e}_0 - \lambda_1 \dot{\tilde{e}}_0 - \lambda_2 \ddot{\tilde{e}}_0 - \lambda_3 \ddot{\tilde{e}}_0^{(3)} \\ &\quad \tilde{e}_0^{(4)} + \lambda_3 \ddot{\tilde{e}}_0^{(3)} + \lambda_2 \ddot{\tilde{e}}_0 + \lambda_1 \dot{\tilde{e}}_0 + \lambda_0 \tilde{e}_0 = \dot{\xi} \end{aligned}$$

Se pasa al dominio de Laplace:

$$\begin{aligned}
 (s^4 + s^3\lambda_3 + s^2\lambda_2 + s\lambda_1 + \lambda_0) \tilde{e}_0 &= s\xi \\
 \tilde{e}_0 &= \frac{s\xi}{(s^4 + s^3\lambda_3 + s^2\lambda_2 + s\lambda_1 + \lambda_0)\tilde{e}_0} \\
 \dot{\tilde{e}}_1 &= \dot{\tilde{e}}_0 + \lambda_3\tilde{e}_0 \\
 \tilde{e}_1 &= (s + \lambda_3)\tilde{e}_0 = \frac{(s^2 + \lambda_3s)\xi}{(s^4 + s^3\lambda_3 + s^2\lambda_2 + s\lambda_1 + \lambda_0)\tilde{e}_0} \\
 \dot{\tilde{e}}_1 &= \dot{\tilde{e}}_2 - \lambda_2\tilde{e}_0 \rightarrow \tilde{e}_2 = \dot{\tilde{e}}_1 = +\lambda_2\tilde{e}_0 \\
 \tilde{e}_2 &= s\tilde{e}_1 + \lambda_2\tilde{e}_0 \\
 \tilde{e}_2 &= \frac{(s^3 + \lambda_3s^2)\xi}{(s^4 + s^3\lambda_3 + s^2\lambda_2 + s\lambda_1 + \lambda_0)\tilde{e}_0} + \frac{s\xi\lambda_2}{(s^4 + s^3\lambda_3 + s^2\lambda_2 + s\lambda_1 + \lambda_0)\tilde{e}_0}
 \end{aligned}$$

Se propone el siguiente control para el inversor.

$$\begin{aligned}
 e_u &= u - u^* \\
 u - u^* &= \frac{1}{\beta_1} [-k_2\hat{e}_{y3} - k_1\hat{e}_{y2} - k_0\hat{e}_{y1} - z] \\
 u &= u^* + \frac{1}{\beta_1} [-k_2\hat{e}_{y3} - k_1\hat{e}_{y2} - k_0\hat{e}_{y1} - z]
 \end{aligned}$$

Ahora los parámetros  $\{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$  y  $\{k_0, k_1, k_2\}$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$\begin{aligned}
 \lambda_0 &= wn_o^4 & k_0 &= wn_c^2 p_c \\
 \lambda_1 &= 4\zeta_o wn_o^3 & k_1 &= 2\zeta_c wn_c p_c + wn_c^2 \\
 \lambda_2 &= 4\zeta_o wn_o^2 + 2wn_o^2 & k_2 &= 2\zeta_c wn_c + p_c \\
 \lambda_3 &= 4\zeta_o wn_o
 \end{aligned}$$

donde  $wn_o, p_o, \zeta_o$  son definidos reales positivos más grandes que  $wn_c, \zeta_c$  que también son reales positivos.



**Control Proporcional Integral Generalizado**

Se retoma la ecuación 3.27, y se define el error donde  $e_y = y - y^*$  y  $e_u = u - u^*$ , siendo  $u^* = \ddot{y}^*$ , se produce:

$$e_y = y - y^* \quad e_u = u - u^* \quad e_y^{(3)} = \beta_1 e_u + \xi$$

Se propone el siguiente control:

$$e_u = -k_2 \ddot{e}_y - k_1 \dot{e}_y - k_0 e_y$$

Se debe de estimar  $\ddot{e}_y$  y  $\dot{e}_y$ .

$$\ddot{e}_y = \int e_u + \ddot{e}_y(0) = \ddot{\hat{e}}_y + \ddot{e}_y(0)$$

$$\ddot{\hat{e}}_y = \int e_u$$

$$\dot{e}_y = \int^{(2)} e_u + \dot{e}_y(0) = \dot{\hat{e}}_y + \dot{e}_y(0)$$

$$\dot{\hat{e}}_y = \int^{(2)} e_u$$

Por lo tanto el nuevo control y las nuevas variables del parámetro  $k_x$  se propone como:

$$e_u = -k_5 \ddot{\hat{e}}_y - k_4 \dot{\hat{e}}_y - k_3 e_y - k_2 \int e_y - k_1 \int^{(2)} e_y - k_0 \int^{(3)} e_y$$

$$e_u = -k_5 \int e_u - k_4 \int^{(2)} e_u - k_3 e_y - k_2 \int e_y - k_1 \int^{(2)} e_y - k_0 \int^{(3)} e_y$$

$$e_u + k_5 \int e_u + k_4 \int^{(2)} e_u = -k_3 e_y - k_2 \int e_y - k_1 \int^{(2)} e_y - k_0 \int^{(3)} e_y$$

Se transforma al dominio de Laplace.

$$\left(1 + \frac{k_5}{s} + \frac{k_4}{s^2}\right) e_u(s) = - \left(k_3 + \frac{k_2}{s} + \frac{k_1}{s^2} + \frac{k_0}{s^3}\right) e_F(s)$$

$$e_u(s) = - \frac{(k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s^2 + k_5 s + k_4)} e_F(s)$$

$$u - u^* = - \frac{1}{\beta_1} \frac{(k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s^2 + k_5 s + k_4)} e_F(s)$$

$$u = u^* - \frac{1}{\beta_1} \frac{(k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s^2 + k_5 s + k_4)} e_F(s)$$

Ahora suponiendo que existe un  $X$  donde  $X = \frac{e_F(s)}{s(s^2 k_5 s + k_4)}$ .

$$u = u^* - \frac{1}{\beta_1} (s^3 + k_5 s^2 + s k_4) X$$

$$X (s^3 k_5 s^2 + s k_4) = e_F$$

$$X^{(3)} + k_5 \ddot{X} + k_4 \dot{X} = e_F$$

$$X^{(3)} = e_F - k_5 \ddot{X} - k_4 \dot{X}$$

Ahora los parámetros  $\{k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5\}$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$k_0 = wn_c^6$$

$$k_1 = 6\zeta_c wn_c^5$$

$$k_2 = 12\zeta_c^2 wn_c^4 + 3wn_c^4$$

$$k_3 = 8\zeta_c^3 wn_c^3 + 12\zeta_c wn_c^3$$

$$k_4 = 3wn_c^2 + 12\zeta_c^2 wn_c^2$$

$$k_5 = 6\zeta_c wn_c$$

donde  $wn_c, \zeta_c$  son definidos reales positivos.

**Control por Regímenes Deslizantes**

Retomando la ecuación 3.27 y definiendo el error donde  $e_y = y - y^*$  y  $e_u = u - u^*$ , siendo  $u^* = \ddot{y}^*$ , se tiene:

$$e_y = y - y^* \quad e_u = u - u^* \quad \tilde{e}_y^{(3)} = \beta_1 e_u + \xi$$

Se propone la superficie deslizante  $\sigma$ :

$$\sigma = \ddot{e}_F + k_1 \dot{e}_F + k_0 e_F \quad (3.28)$$

Ahora es necesario estimar  $\ddot{e}_F$ ,  $\dot{e}_F$

$$\begin{aligned} \ddot{e}_y &= \int e_u + \ddot{e}_y(0) & \ddot{\tilde{e}}_y &= \int e_u - \ddot{e}_y(0) \\ \dot{e}_y &= \int^{(2)} e_u + \dot{e}_y(0) & \dot{\tilde{e}}_y &= \int^{(2)} e_u - \dot{e}_y(0) \end{aligned}$$

Se propone la siguiente superficie deslizante  $\sigma$  ya con los reconstructores integrales y la estimación.

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} &= \ddot{\tilde{e}}_y + k_5 \dot{\tilde{e}}_y + k_4 e_y + k_3 \int e_y + k_2 \int^{(2)} e_y + k_1 \int^{(3)} e_y + k_0 \int^{(4)} e_y \\ \hat{\sigma} &= \int e_u + k_5 \int^{(2)} e_u + k_4 e_y + k_3 \int e_y + k_2 \int^{(2)} e_y + k_1 \int^{(3)} e_y + k_0 \int^{(4)} e_y \\ \hat{\sigma} &= \int e_u + k_5 \int^{(2)} e_u + k_4 e_y + k_3 \int e_y + k_2 \int^{(2)} e_y + k_1 \int^{(3)} e_y + k_0 \int^{(4)} e_y \\ \hat{\sigma} &= k_4 e_y + \int (k_3 e_y + e_u) + \int^{(2)} (k_2 e_y + k_5 e_u) + k_1 \int^{(3)} e_y + k_0 \int^{(4)} e_y \end{aligned}$$

Se deriva  $\sigma$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\sigma}} &= k_4 \dot{e}_y + k_3 e_y + e_u + \int (k_2 e_y + k_5 e_u) + k_1 \int^{(2)} e_y + k_0 \int^{(3)} e_y \\ \dot{\hat{\sigma}} &= k_3 e_y + e_u + \int (k_2 e_y + k_5 e_u) + \int^{(2)} (k_1 e_y + k_4 e_u) + k_0 \int^{(3)} e_y \end{aligned} \quad (3.29)$$

Ahora se respeta la superficie deslizante  $\dot{\hat{\sigma}} < 0$ .

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\sigma}} &\left[ k_3 e_y + e_u + \int (k_2 e_y + k_5 e_u) + \int^{(2)} (k_1 e_y + k_4 e_u) + k_0 \int^{(3)} e_y \right] < 0 \\ \dot{\hat{\sigma}} e_u &+ \left[ k_3 e_y + \int (k_2 e_y + k_5 e_u) + \int^{(2)} (k_1 e_y + k_4 e_u) + k_0 \int^{(3)} e_y \right] < 0 \\ \dot{\hat{\sigma}} (u - u^*) &+ \left[ k_3 e_y + \int (k_2 e_y + k_5 e_u) + \int^{(2)} (k_1 e_y + k_4 e_u) + k_0 \int^{(3)} e_y \right] < 0 \\ \dot{\hat{\sigma}} (u) - \dot{\hat{\sigma}} &\left[ u^* - k_3 e_y - \int (k_2 e_y + k_5 e_u) - \int^{(2)} (k_1 e_y + k_4 e_u) - k_0 \int^{(3)} e_y \right] < 0 \end{aligned}$$

De esta manera se define el control equivalente.

$$u_{eq} = u^* - k_3 e_y - \int (k_2 e_y + k_5 e_u) - \int^{(2)} (k_1 e_y + k_4 e_u) - k_0 \int^{(3)} e_y$$

$$\hat{\sigma} \dot{\hat{\sigma}} = \hat{\sigma} u - \hat{\sigma} u_{eq} < 0$$

Por último se aplica el modulador Delta-Sigma:

$$\dot{e} = u_{eq} - u$$

$$u = -\text{sign}(e)$$

Ahora los parámetros  $\{k_0, k_1, k_2, k_3\}$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$k_0 = wn_c^4$$

$$k_1 = 4\zeta_c wn_c^3$$

$$k_2 = 4\zeta_c^2 wn_c^2 + 2wn_c^2$$

$$k_3 = 4\zeta_c wn_c$$

donde  $wn_c, \zeta_c$  son definidos reales positivos.

### 3.2. Sistemas Trifásicos Rectificador-Inversor

En esta sección se estudiarán los modelos del Rectificador-Inversor Trifásico y se obtendrá el modelo matemático; Este se analizará y posteriormente se procederá a proponer las estrategias de control.

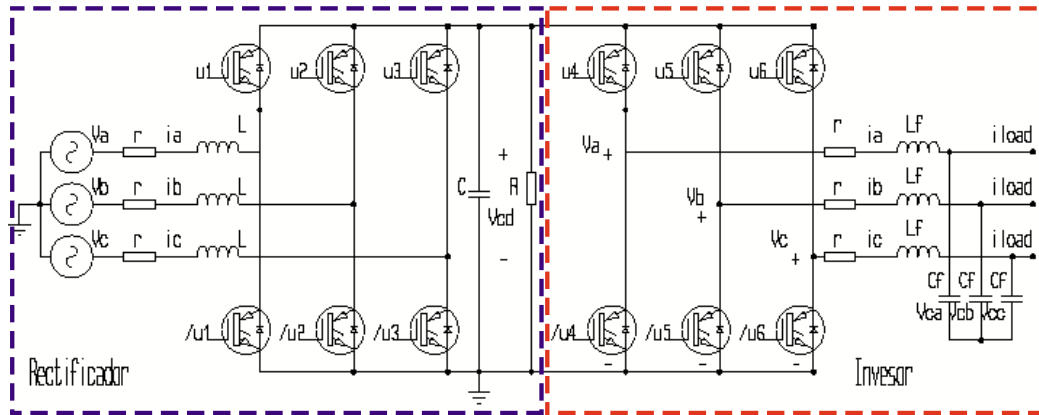


Figura 3.4: Sistema Rectificador-Inversor Trifásico

Puesto que el sistema Trifásico es la unión del rectificador y del inversor, el modelado y el análisis se ejecutan de manera individual.

#### 3.2.1. Modelado del sistema: Rectificador

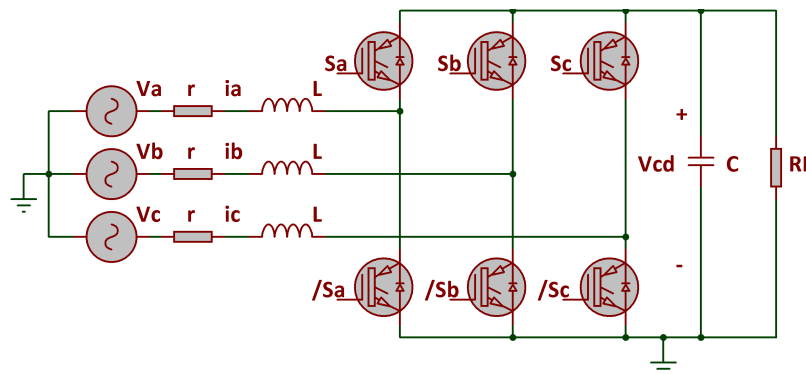


Figura 3.5: Rectificador Trifásico

Para obtener el modelo del rectificador, se realiza el análisis de mallas por la ley de voltaje de Kirchhoff en cada una de las ramas del rectificador; de esta manera se obtienen las siguientes ecuaciones, con la aclaración que  $u_{iav} \forall i, i \in [1, 3], u_{iav} \in [-1, 1]$  donde  $u_{iav} = \frac{u}{2}$ .

$$\begin{aligned}
L \frac{d i_1}{d t} &= -\frac{u_1}{2} V_{dc} - R_{i_1} + V_1 \\
L \frac{d i_2}{d t} &= -\frac{u_2}{2} V_{dc} - R_{i_2} + V_2 \\
L \frac{d i_3}{d t} &= -\frac{u_3}{2} V_{dc} - R_{i_3} + V_3
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Aplicando la ley de corriente de Kirchoff en el nodo superior se obtiene la siguiente ecuación.

$$C \frac{d V_{cd}}{d t} = \frac{u_1}{2} i_1 + \frac{u_2}{2} i_2 + \frac{u_3}{2} i_3 - \frac{V_{cd}}{R_L} \tag{3.31}$$

Para una simplificación en el análisis del modelo y el estudio del sistema plano, se procede a transformar las ecuación del marco abc, en el que se encuentra actualmente, al marco  $dq0$ , (Transformación Clarke-Park Apéndice B); para facilitar la transformación se colocan las ecuaciones 3.30 en forma matricial.

$$\frac{d}{d t} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}}_X + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{V_{dc}}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{V_{dc}}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{V_{dc}}{L} \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}}_u + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

$$A_r = [T][A][T]^T - w \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_r = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(wt) & \cos(wt - \frac{2\pi}{3}) & \cos(wt + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(wt) & \sin(wt - \frac{2\pi}{3}) & \sin(wt + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(wt) & \sin(wt) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(wt - \frac{2\pi}{3}) & \sin(wt - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(wt + \frac{2\pi}{3}) & \sin(wt + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} - w \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_r = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & w & 0 \\ -w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & w & 0 \\ -w & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

$$B_r = [T][B][T]^T$$

$$B_r = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(wt) & \cos(wt - \frac{2\pi}{3}) & \cos(wt + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(wt) & \sin(wt - \frac{2\pi}{3}) & \sin(wt + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{V_{dc}}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{V_{dc}}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{V_{dc}}{L} \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(wt) & \sin(wt) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(wt - \frac{2\pi}{3}) & \sin(wt - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(wt + \frac{2\pi}{3}) & \sin(wt + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$B_r = \begin{bmatrix} -\frac{V_{dc}}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{V_{dc}}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{V_{dc}}{L} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Se obtiene el siguiente sistema transformado.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & w & 0 \\ -w & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{V_{dc}}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{V_{dc}}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{V_{dc}}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_0 \end{bmatrix}$$

Dada la transformación  $V_q = 0$  o al menos el promedio, el marco de referencia es ajustado a la secuencia de los principales voltajes. Esto esta dado al añadir una fase de offset al argumento de las funciones trigonométricas, [16].

Esto produce:

$$\frac{d i_d}{d t} = -\frac{R i_d}{L} + w i_q - \frac{V_{cd} u_d}{L} + \frac{V_d}{L}$$

$$\frac{d i_q}{d t} = -w i_d - \frac{R i_q}{L} - \frac{V_{cd} u_q}{L} + \frac{V_d}{L}$$

Se procede a transformar la ecuación 3.31 separando los controles y el valor de los controles.

$$C \frac{d V_{cd}}{dt} + \frac{V_{cd}}{R_L} = \frac{u_1}{2} i_1 + \frac{u_2}{2} i_2 + \frac{u_3}{2} i_3$$

$$C \frac{d V_{cd}}{dt} + \frac{V_{cd}}{R_L} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_1 & 0 & 0 \\ 0 & u_2 & 0 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad 3 \begin{bmatrix} u_d & 0 & 0 \\ 0 & u_q & 0 \\ 0 & 0 & u_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} u_1 & 0 & 0 \\ 0 & u_2 & 0 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix}$$

$$C \frac{d V_{cd}}{dt} + \frac{V_{cd}}{R_L} = \frac{3}{2} u_d i_d + \frac{3}{2} u_q i_q$$

$$\frac{d V_{cd}}{dt} = \frac{3}{2} \frac{u_d i_d}{C} + \frac{3}{2} \frac{u_q i_q}{C} - \frac{V_{cd}}{C R_L}$$

$$\frac{d i_d}{d t} = -\frac{R i_d}{L} + w i_q - \frac{V_{cd} u_d}{L} + \frac{V_d}{L} \quad (3.32)$$

$$\frac{d i_q}{d t} = -w i_d - \frac{R i_q}{L} - \frac{V_{cd} u_q}{L} \quad (3.33)$$

$$\frac{d V_{cd}}{d t} = \frac{3}{2} \frac{u_d i_d}{C} + \frac{3}{2} \frac{u_q i_q}{C} - \frac{V_{cd}}{C R_L} \quad (3.34)$$

Se procede a escribir el modelo en forma matricial para encontrar la matriz de controlabilidad que nos servirá para justificar la salida plana.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ V_{cd} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & w & 0 \\ -w & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{C R_L} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ V_{cd} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{V_{cd}}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{V_{cd}}{L} \\ \frac{3i_d}{2C} & \frac{3i_q}{2C} \end{bmatrix}}_B \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_d}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para determinar la salida plana se recurre al acervo de la literatura donde se proponen las siguientes salidas planas.

$$F_1 = y_1 = \frac{3}{4}L(i_d^2 + i_q^2) + \frac{C}{2}V_{cd}^2 \quad (3.35)$$

$$F_2 = y_2 = i_q$$

El primer componente es la energía guardada en el sistema. Las variables del sistema son calculadas a partir de las salidas planas y sus derivadas de tiempo, por lo tanto se desarrollan de la siguiente manera.

Se derivan las salidas planas.

$$\begin{aligned} \dot{F}_1 &= \frac{3}{2}L \left( i_d \dot{i}_d + F_2 \dot{F}_2 \right) + C V_{cd} \dot{V}_{cd} \\ \dot{F}_2 &= \dot{i}_q \end{aligned}$$

Sustituyendo con las variables de las ecuaciones 3.32, 3.33, 3.34.

$$\begin{aligned} \dot{F}_1 &= \frac{3}{2}L \left( i_d \left( -\frac{R}{L} i_d + w i_q - \frac{V_{cd}}{L} u_d + \frac{V_d}{L} \right) + F_2 \left( -w i_d - \frac{R}{L} i_q - \frac{V_{cd} u_q}{L} \right) \right) + \\ & C V_{cd} \left( \frac{3}{2} \frac{u_d i_d}{C} + \frac{3}{2} \frac{u_q i_q}{C} - \frac{V_{cd}}{C R_L} \right) \\ \dot{F}_2 &= \dot{i}_q = -w i_d - \frac{R}{L} F_2 - \frac{V_{cd} u_q}{L} \end{aligned}$$

Simplificando.

$$\begin{aligned} \dot{F}_1 &= -\frac{3}{2}R i_d^2 + \frac{3}{2}V_d i_d - \frac{3}{2}F_2^2 - \frac{V_{cd}}{R_L} \\ \dot{F}_2 &= \dot{i}_q \end{aligned}$$

Se deriva una segunda vez la primera salida plana.

$$\ddot{F}_1 = -3R i_d \dot{i}_d + \frac{3}{2}V_d \dot{i}_d - 3F_2 \dot{F}_2 - \frac{2}{R_L} V_{cd} \dot{V}_{cd}$$

Simplificando.

$$\begin{aligned} \ddot{F}_1 &= i_d \left( \frac{3}{2} \frac{R^2}{L} i_d - \frac{3}{2} R w i_q - 3 \frac{R V_d}{L} \right) + i_q \left( \frac{3}{2} w V_d - \frac{3}{R_L C} u_q - 3 \dot{F}_2 \right) + \frac{3}{2} \frac{V_d^2}{L} + \frac{2}{R_L^2 C} V_{cd}^2 + \\ & u_d \left( -\frac{3}{2} V_{cd} V_d - \frac{3}{R_L C} i_d V_{cd} \right) \end{aligned}$$



De esta forma se describen las variables en función de las salidas planas:

$$i_q = F_2$$

Despejando  $V_{cd}$

$$V_{cd} = \sqrt{-\frac{3}{2}R_L R i_d^2 + \frac{3}{2}R_L V_d i_d - \frac{3}{2}F_2^2 R_L - \dot{F}_1 R_L}$$

Sustituyendo en la primera plana:

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{3}{4}L(i_d^2 + F_2^2) + \frac{C}{2} \left( -\frac{3}{2}R_L R i_d^2 + \frac{3}{2}R_L V_d i_d - \frac{3}{2}F_2^2 R_L - \dot{F}_1 R_L \right) \\ F_1 &= \left( \frac{3}{4}L - \frac{3}{4}C R_L R \right) i_d^2 + \frac{3}{4}R_L C V_d i_d + \frac{3}{4}L F_2^2 - \frac{3}{4}C R_L F_2^2 - \frac{C}{2}R_L \dot{F}_1 \\ \underbrace{\left( \frac{3}{4}L - \frac{3}{4}C R_L R \right)}_a i_d^2 + \underbrace{\frac{3}{4}R_L C V_d i_d}_b + \underbrace{\left( \frac{3}{4}L F_2^2 - \frac{3}{4}C R_L F_2^2 - \frac{C}{2}R_L \dot{F}_1 - F_1 \right)}_c &= 0 \end{aligned}$$

Aplicando la ecuación de resolución de ecuaciones de segundo grado:

$$i_d = \frac{-\left(\frac{3}{4}R_L C V_d\right) \pm \sqrt{\left(\frac{3}{4}R_L C V_d\right)^2 - 4\left(\frac{3}{4}L - \frac{3}{4}C R_L R\right)\left(\frac{3}{4}L F_2^2 - \frac{3}{4}C R_L F_2^2 - \frac{C}{2}R_L \dot{F}_1 - F_1\right)}}{\frac{3}{2}L - \frac{3}{4}C R_L R}$$

Se toma la solución positiva del  $i_d$ .

Despejando  $u_d$  de  $\ddot{F}_1$  y  $u_q$  de  $F_2$ .

$$\begin{aligned} \ddot{F}_1 &= i_d \left( \frac{3}{2} \frac{R^2}{L} i_d - \frac{3}{2} R w i_q - 3 \frac{R V_d}{L} \right) + i_q \left( \frac{3}{2} w V_d - \frac{3}{R_L C} u_q - 3 \dot{F}_2 \right) + \frac{3}{2} \frac{V_d^2}{L} + \frac{2}{R_L^2 C} V_{cd}^2 + \\ &\quad u_d \left( -\frac{3}{2} V_{cd} V_d - \frac{3}{R_L C} i_d V_{cd} \right) \\ u_d &= \\ \frac{1}{\left(-\frac{3}{2} V_{cd} V_d - \frac{3}{R_L C} i_d V_{cd}\right)} \left( \ddot{F}_1 - i_d \left( \frac{3}{2} \frac{R^2}{L} i_d - \frac{3}{2} R w i_q - 3 \frac{R V_d}{L} \right) - F_2 \left( \frac{3}{2} w V_d - \frac{3}{R_L C} u_q - 3 \dot{F}_2 \right) \right) \\ &\quad + \frac{1}{\left(-\frac{3}{2} V_{cd} V_d - \frac{3}{R_L C} i_d V_{cd}\right)} \left( -\frac{3}{2} \frac{V_d^2}{L} - \frac{2}{R_L^2 C} V_{cd}^2 \right) u_q = -\frac{w i_d L}{V_{cd}} - \frac{R F_2}{V_{cd}} - \frac{\dot{F}_2 L}{V_{cd}} \end{aligned}$$

De esta manera se obtienen:

$$\begin{aligned} i_d = \psi \left( F_1, \dot{F}_1, F_2 \right) &= \frac{-\left(\frac{3}{4}R_L C V_d\right) + \sqrt{\left(\frac{3}{4}R_L C V_d\right)^2 - 4\left(\frac{3}{4}L - \frac{3}{4}C R_L R\right)\left(\frac{3}{4}L F_2^2 - \frac{3}{4}C R_L F_2^2 - \frac{C}{2}R_L \dot{F}_1 - F_1\right)}}{\frac{3}{2}L - \frac{3}{4}C R_L R} \\ i_q &= F_2 \\ V_{cd} &= \sqrt{-\frac{3}{2}R_L R i_d^2 + \frac{3}{2}R_L V_d i_d - \frac{3}{2}F_2^2 R_L - \dot{F}_1 R_L} \\ u_d &= \\ \frac{1}{\left(-\frac{3}{2} V_{cd} V_d - \frac{3}{R_L C} i_d V_{cd}\right)} \left( \ddot{F}_1 - i_d \left( \frac{3}{2} \frac{R^2}{L} i_d - \frac{3}{2} R w i_q - 3 \frac{R V_d}{L} \right) - F_2 \left( \frac{3}{2} w V_d - \frac{3}{R_L C} u_q - 3 \dot{F}_2 \right) \right) \\ &\quad + \frac{1}{\left(-\frac{3}{2} V_{cd} V_d - \frac{3}{R_L C} i_d V_{cd}\right)} \left( -\frac{3}{2} \frac{V_d^2}{L} - \frac{2}{R_L^2 C} V_{cd}^2 \right) \\ u_q &= -\frac{w i_d L}{V_{cd}} - \frac{R F_2}{V_{cd}} - \frac{\dot{F}_2 L}{V_{cd}} \end{aligned}$$

Se comprueba la planitud del sistema.

### 3.2.2. Análisis y Estrategias de control

Retomando las ecuaciones del modelo en su forma canónica controlable.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ V_{cd} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & w & 0 \\ -w & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{C R_L} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ V_{cd} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{V_{cd}}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{V_{cd}}{L} \\ \frac{3i_d}{2C} & \frac{3i_q}{2C} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_d}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{3}{4}Li_d & \frac{3}{4}Li_q & \frac{C}{2}V_{cd} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ V_{cd} \end{bmatrix}$$

Donde la matriz de controlabilidad se define como:

$$\mathcal{K} = [B, AB, A^2B]$$

Se obtiene:

$$\mathcal{K} = \begin{bmatrix} -\frac{V_{cd}}{L} & 0 & \frac{RV_{cd}}{L^2} & -\frac{V_{cd}w}{L} & -\frac{V_{cd}\left(\frac{R^2}{L^2} - w^2\right)}{L} & \frac{2RV_{cd}w}{L^2} \\ 0 & -\frac{V_{cd}}{L} & \frac{V_{cd}w}{L} & \frac{RV_{cd}}{L^2} & -\frac{2RV_{cd}w}{L^2} & -\frac{V_{cd}\left(\frac{R^2}{L^2} - w^2\right)}{L^2} \\ \frac{3i_d}{2C} & \frac{3i_q}{2C} & -\frac{3i_d}{2C^2R_L} & -\frac{3i_q}{2C^2R_L} & \frac{3i_d}{2C^3R_L^2} & \frac{3i_q}{2C^3R_L^2} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

El rango de la matriz 3.36 es 3, es decir, es controlable. Se procede a construir la matriz de observabilidad,  $O = [H^T, AH^T, A^2H^T]$

$$O = \begin{bmatrix} \frac{3}{4}Li_d & 0 & \frac{3}{4}Li_qw - \frac{3}{4}Ri_q & w & \frac{3}{4}Li_d\left(\frac{R^2}{L^2} - w^2\right) - \frac{3}{2}Ri_qw & -\frac{2Rw}{L} \\ \frac{3}{4}Li_q & 1 & -\frac{3}{4}Ri_q - \frac{3}{4}Li_dw & -\frac{R}{L} & \frac{3}{4}Li_q\left(\frac{R^2}{L^2} - w^2\right) - \frac{3}{2}Ri_dw & \frac{R^2}{L^2} - w^2 \\ \frac{CV_{cd}}{2} & 0 & -\frac{V_{cd}}{2R_L} & 0 & \frac{V_{cd}}{2CR_L^2} & 0 \end{bmatrix}$$

cuyo rango es 3, por lo tanto es observable.

Se procede a determinar la función de transferencia y al ser un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas se buscan los ceros,

$$Y(s) = \begin{bmatrix} \frac{3V_{cd}(L(s(-Li_d + CLR_Li_qw) + Li_qw - Ri_d + CLR_Li_d))}{L^2s^2 + L^2w^2 + 2LRs + R^2} & \frac{-3V_{cd}(L(s(Li_q - CRR_Li_q + CLR_Li_dw) + Ri_q + Li_dw)) - CR^2R_Li_q}{L^2s^2 + L^2w^2 + 2LRs + R^2} \\ \frac{LV_{cd}w}{L^2s^2 + L^2w^2 + 2LRs + R^2} & -\frac{V_{cd}}{L^2s^2 + L^2w^2 + 2LRs + R^2} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

estos son  $s = \frac{Ri_d - Li_q - CLR_Li_d}{-Li_d + CLR_Li_qw}$ ,  $s = \frac{-R}{L}$ ,  $s = \frac{-(Ri_q + Li_dw)}{Li_q + CRR_Li_q + CLR_Li_dw}$ , por lo tanto el sistema es de fase mínima.

Se retoma la salida plana del rectificador trifásico para encontrar el control en la derivada, donde  $x_1 = i_d$ ,  $x_2 = i_q$ ,  $x_3 = V_{cd}$ .

$$y_1 = \frac{3}{4}L(x_1^2 + x_2^2) + \frac{C}{2}x_3^2 \quad (3.38)$$

$$y_2 = x_2$$

$$\dot{y}_1 = \frac{3}{2}L(x_1\dot{x}_1 + x_2\dot{x}_2) + Cx_3\dot{x}_3$$

$$\dot{y}_2 = \dot{x}_2$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \frac{3}{2}L \left( x_1 \left( -\frac{R x_1}{L} + w x_2 - \frac{x_3 u_d}{L} + \frac{V_d}{L} \right) + x_2 \left( -w x_1 - \frac{R x_2}{L} - \frac{x_3 u_q}{L} \right) \right) + \\ & Cx_3 \left( \frac{3 u_d x_1}{2 C} + \frac{3 u_q x_2}{2 C} - \frac{x_3}{C R_L} \right) \\ \dot{y}_2 &= -w x_1 - \frac{R x_2}{L} - \frac{x_3 u_q}{L} \end{aligned}$$

Se simplifica,

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= -\frac{3}{2}x_1^2 - \frac{3}{2}x_2^2 - \frac{x_3^2}{R C} + \frac{3}{2}x_1 V_d \\ \dot{y}_2 &= -w x_1 - \frac{R x_2}{L} - \frac{x_3 u_q}{L} \end{aligned}$$

Se deriva una segunda vez la primera derivada de la primera salida plana:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= -3R x_1\dot{x}_1 - 3R x_2\dot{x}_2 - \frac{2 x_3\dot{x}_3}{R C} + \frac{3}{2}V_d\dot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 &= -3R x_1 \left( -\frac{R x_1}{L} + w x_2 - \frac{x_3 u_d}{L} + \frac{V_d}{L} \right) - 3R x_2 \left( -w x_1 - \frac{R x_2}{L} - \frac{x_3 u_q}{L} \right) - \\ & \frac{2 x_3}{R C} \left( \frac{3 u_d x_1}{2 C} + \frac{3 u_q x_2}{2 C} - \frac{x_3}{C R_L} \right) + \frac{3}{2}V_d \left( -\frac{R x_1}{L} + w x_2 - \frac{x_3 u_d}{L} + \frac{V_d}{L} \right) \\ \ddot{y}_{f1} &= \frac{3 R^2}{L} (x_1^2 + x_2^2) - \frac{9 R}{2 L} x_1 V_d - \frac{2 x_3^2}{R_L^2 C} + \left( \frac{3}{2} x_1 x_3 \left( \frac{R}{L} + \frac{1}{R_L C} \right) - \frac{3 V_d}{4 L} \right) u_d + \\ & \left( \frac{3}{2} x_2 x_3 \left( \frac{R}{L} + \frac{1}{R_L C} \right) \right) u_q \end{aligned}$$

Dadas las derivadas de las salidas planas se transforman en la forma de entrada-salida.

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{f1} &= \underbrace{\left( \frac{3}{2} x_1 x_3 \left( \frac{R}{L} + \frac{1}{R_L C} \right) - \frac{3 V_d}{4 L} \right)}_{\beta_1} u_d + \underbrace{\left( \frac{3}{2} x_2 x_3 \left( \frac{R}{L} + \frac{1}{R_L C} \right) \right)}_{\beta_2} u_q + \\ & \underbrace{\left( \frac{3 R^2}{L} (x_1^2 + x_2^2) - \frac{9 R}{2 L} x_1 V_d - \frac{2 x_3^2}{R_L^2 C} \right)}_{\xi} \\ \ddot{y}_2 &= \underbrace{-\frac{x_3}{L} u_q}_{\beta_3} - \underbrace{w x_1 - \frac{R x_2}{L}}_{+\xi} \end{aligned}$$

Entonces las ecuaciones se reescriben como:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= \beta_1 u_d + \beta_2 u_q + \xi \\ \ddot{y}_2 &= \beta_3 u_q + \xi \end{aligned} \quad (3.39)$$

### 3.2.3. Esquemas de Control

#### Control Rechazo Activo de Perturbaciones

Dado que se han obtenido dos salidas planas, donde en una de ellas interactúan dos controles y en la otra sólo uno, se propone un esquema basado en el Rechazo Activo de Perturbaciones para cada salida. En este esquema, uno de los controles será el dominante respecto al otro. Enseguida definimos los errores de la salida plana con seguimiento de trayectoria de la primera salida plana.

$$\begin{aligned} e_{y1} &= y_1 - y_1^* \\ e_{ud} &= u_d - u_d^* \\ e_{F1} &= e_{y1} \\ e_{F2} &= e_{\dot{F}1} = e_{\dot{y}1} \\ \dot{e}_{F2} &= \dot{e}_{\dot{F}1} = \dot{e}_{\dot{y}1} \\ e_{y1}^{\ddot{}} &= \beta_1 e_{ud} + \xi \end{aligned}$$

Se define el error de observación.

$$\begin{aligned} \tilde{e}_0 &= e_{F1} - \hat{e}_{F1} \\ \tilde{e}_1 &= e_{F2} - \hat{e}_{F2} \\ \tilde{e}_z &= \xi - z \end{aligned}$$

Se propone el observador de estados extendidos.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_{F1} &= \hat{e}_{F2} + \lambda_2 \tilde{e}_0 \\ \dot{\hat{e}}_{F2} &= \beta_1 e_{ud} + z_1 + \lambda_1 \tilde{e}_0 \\ \dot{z}_1 &= \lambda_0 \tilde{e}_0 \end{aligned}$$

Se determina la dinámica del error de estimación como:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_0 &= e_{\dot{F}1} - \dot{\hat{e}}_{F1} \\ \dot{\tilde{e}}_0 &= e_{F2} - \hat{e}_{F2} + \lambda_2 \tilde{e}_0 = \tilde{e}_1 + \lambda_2 \tilde{e}_0 \\ \dot{\tilde{e}}_1 &= e_{\dot{F}2} - \dot{\hat{e}}_{F2} = \beta_1 e_{ud} + \xi - \beta_1 e_{ud} - z - \lambda_1 \tilde{e}_0 \\ \dot{\tilde{e}}_1 &= \xi - z - \lambda_1 \tilde{e}_0 \\ \dot{\tilde{e}}_z &= \lambda_0 \tilde{e}_0 \end{aligned}$$

Se deriva nuevamente  $\dot{\tilde{e}}_0$ .

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{e}}_0 &= \dot{\tilde{e}}_1 - \lambda_2 \dot{\tilde{e}}_0 \\ \ddot{\tilde{e}}_0 &= \xi - z - \lambda_1 \dot{\tilde{e}}_0 - \lambda_2 \dot{\tilde{e}}_0 \\ \tilde{e}_0^{(3)} &= \dot{\xi} - \dot{z} - \lambda_1 \ddot{\tilde{e}}_0 - \lambda_2 \ddot{\tilde{e}}_0 \\ \dot{\xi} &= \tilde{e}_0^{(3)} + \dot{z} + \lambda_1 \dot{\tilde{e}}_0 - \lambda_2 \ddot{\tilde{e}}_0 \end{aligned}$$

Se propone el control para  $u_d$  de la siguiente manera:

$$e_{ud} = u_d - u_d^*$$

$$u_d = u_d^* + \frac{1}{\beta_1} [-k_1 e_{F2} - k_0 e_{F1} - z] \quad (3.40)$$

Ahora los parámetros  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $k_0, k_1$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= wn_o^2 p_o & k_0 &= wn_c^2 \\ \lambda_1 &= 2\zeta_o wn_o p_o + wn_o^2 & k_1 &= 2\zeta_c wn_c \\ \lambda_2 &= 2\zeta_o wn_o + p_o \end{aligned}$$

donde  $wn_o$ ,  $p_o$ ,  $\zeta_o$  son definidos reales positivos más grandes que  $wn_c$ ,  $\zeta_c$  que también son reales positivos.

Para la segunda salida plana, se procede con el mismo esquema de control, el Rechazo Activo de Perturbaciones. Se definen los errores de trayectoria de la salida plana.

$$\begin{aligned} e_{y2} &= y_2 - y_2^* \\ e_{ud} &= u_q - u_q^* \\ e_{F1} &= e_{y2} \\ e_{F2} &= e_{F1} = \dot{e}_{y2} = \beta_3 e_{uq} \end{aligned}$$

Se determina el error de observación.

$$\begin{aligned} \tilde{e}_0 &= e_{F1} - \hat{e}_{F1} \\ \tilde{e}_z &= \xi - z \end{aligned}$$

Se propone el observador de estados extendido.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_{F1} &= \beta_3 u_q + z + \lambda_0 \tilde{e}_0 \\ \dot{z} &= \lambda_0 \tilde{e}_0 \end{aligned}$$

Se define la dinámica del error de estimación.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_0 &= \dot{e}_{F1} - \dot{\hat{e}}_{F1} \\ \dot{\tilde{e}}_0 &= \beta_3 u_q + \xi - \beta_3 u_q - z - \lambda_1 \tilde{e}_0 \\ \dot{\tilde{e}}_0 &= \xi - z - \lambda_1 \tilde{e}_0 \\ \dot{z} &= \lambda_0 \tilde{e}_0 \end{aligned}$$

Se procede a proponer el control de  $u_q$ .

$$u_q = u_q^* + \frac{1}{\beta_3} [-l_0 e_{F1} - z] \quad (3.41)$$

Ahora los parámetros  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$  y  $l_0$  estos se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 2\zeta_o wn_o & l_0 &= wn_c \\ \lambda_1 &= wn_o^2 \end{aligned}$$

donde  $wn_o$ ,  $p_o$ ,  $\zeta_o$  son definidos reales positivos más grandes que  $wn_c$ , que también son reales positivos.

### Control Proporcional Integral Generalizado

Se retoma la ecuación 3.39 y se procede a desarrollar el esquema de control Proporcional Integral Generalizado para el primer control.

$$\begin{aligned} e_{y1} &= y_1 - y_1^* \\ e_{ud} &= u_d - u_d^* \\ e_{F1} &= e_{y1} \\ e_{F2} &= \dot{e}_{F1} = \dot{e}_{y1} \\ e_{\dot{F}2} &= \ddot{e}_{F1} = \ddot{e}_{y1} \\ \dot{e}_{y1} &= \beta_1 e_{ud} + \xi \end{aligned}$$

Se propone el siguiente control:

$$e_{ud} = -k_1 \dot{e}_{y1} - k_0 e_{y1}$$

Se debe de estimar  $\dot{e}_{y1}$  con los reconstructores integrales:

$$\dot{e}_{y1} = \int e_u + \dot{e}_{y1}(0)$$

$$\dot{e}_{y1} = \dot{\hat{e}}_{y1} + \dot{e}_{y1}(0)$$

$$\dot{\hat{e}}_{y1} = \dot{e}_{y1} - \dot{e}_{y1}(0) = \int e_u + \dot{e}_F(y_1)$$

$$\dot{\hat{e}}_{y1} = \int e_u$$

Por lo tanto, el nuevo control y los parámetros se detallan como:

$$e_{ud} = -k_3 \dot{\hat{e}}_{y1} - k_2 e_{y1} - k_1 \int e_{y1} - k_0 \int^{(2)} e_{y1}$$

$$e_{ud} = -k_3 \int e_u - k_2 e_{y1} - k_1 \int e_{y1} - k_0 \int^{(2)} e_{y1}$$

$$e_{ud} = -k_2 e_{y1} - \int (k_3 e_u + k_1 e_{y1}) - k_0 \int^{(2)} e_{y1}$$

$$e_{ud} + k_3 \int (e_u) = -k_2 e_{y1} - \int k_1 e_{y1} - \int^{(2)} k_0 e_{y1}$$

Convirtiendo al dominio de Laplace.

$$\left(1 + \frac{k_3}{s}\right) e_u(s) = - \left(k_2 + \frac{k_1}{s} + \frac{k_0}{s^2}\right) e_{y1}(s)$$

$$e_{ud}(s) = - \frac{(k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s + k_3)} e_{y1}(s)$$

$$u_d - u_d^* = - \frac{1}{\beta_1} \frac{(k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s + k_3)} e_{y1}(s)$$

$$u_d = u_d^* - \frac{1}{\beta_1} \frac{(k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s + k_3)} e_{y1}(s)$$

Suponiendo que existe un  $X$  en donde  $X = \frac{e_{y1}(s)}{s(s + k_3)}$ .

$$u = u^* - \frac{1}{\beta}(k_2s^2 + k_1s + k_0)X$$

$$X(s^2 + k_3s) = e_{y1}$$

$$\ddot{X} + k_3\dot{X} = e_{y1}$$

$$\ddot{X} = e_{y1} - k_3\dot{X}$$

Ahora los parámetros  $k_0$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$k_0 = wn_c^4$$

$$k_1 = 4\zeta_c wn_c^3$$

$$k_2 = 4\zeta_c^2 wn_c^2 + 2wn_c^2$$

$$k_3 = 4\zeta_c wn_c$$

donde  $wn_c$ ,  $\zeta_c$  son definidos reales positivos.

Para la segunda salida plana, se procede con el mismo esquema de control. Se definen los errores de trayectoria de la salida plana.

$$e_{y2} = y_2 - y_2^*$$

$$e_{uq} = u_q - u_q^*$$

$$e_{F1} = e_{y2}$$

$$e_{F2} = e_{F1} = \dot{e}_{y2} = \beta_3 e_{uq}$$

Se propone el siguiente control:

$$e_{uq} = -l_0 e_F$$

En este caso no se estimará una derivada, ya que no es necesaria.

Por lo tanto el nuevo control queda:

$$e_{uq} = -l_1 e_F - l_0 \int e_F$$

$$e_{uq} = -l_1 e_F - \int l_0 e_F$$

Transformando al dominio de Laplace.

$$e_{uq}(s) = -\left(l_1 + \frac{l_0}{s}\right) e_F(s)$$

$$u_q - u_q^* = -\frac{1}{\beta_3} - \left(l_1 + \frac{l_0}{s}\right) e_F(s)$$

$$u_q = u_q^* - \frac{1}{\beta_3} - \left(\frac{l_1 s + l_0}{s}\right) e_F(s)$$

Ahora suponiendo que existe un  $X$  en donde  $X = \frac{e_F(s)}{s}$ .

$$u_q = u_q^* - \frac{1}{\beta_3}(l_1 s + l_0)X$$

$$X(s) = e_F$$

$$\dot{X} = e_F$$

Ahora los parámetros  $l_0$ ,  $l_1$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$l_0 = wn_c^2$$

$$l_1 = 2\zeta_c wn_c$$

donde  $wn_c$ ,  $\zeta_c$  son definidos reales positivos.



**Control por Regímenes Deslizantes**

Se parte nuevamente de la ecuación 3.39 y se procede a desarrollar el esquema de control por Regímenes Deslizantes.

$$\begin{aligned} e_{y1} &= y_1 - y_1^* \\ e_{ud} &= u_d - u_d^* \\ e_{F1} &= e_{y1} \\ e_{F2} &= \dot{e}_{F1} = \dot{e}_{y1} \\ \dot{e}_{F2} &= \ddot{e}_{F1} = \ddot{e}_{y1} \\ \ddot{e}_{y1} &= \beta_1 e_{ud} + \xi \end{aligned}$$

Se propone la superficie deslizante  $\sigma$ :

$$\sigma = \dot{e}_{y1} + k_0 e_{y1} \quad (3.42)$$

Ahora es necesario estimar  $\dot{e}_{y1}$ ,

$$\dot{e}_{y1} = \int e_{ud} + \dot{e}_{y1}(0)$$

$$\hat{\dot{e}}_{y1} = \int e_{ud}$$

Se sustituyen y se implementan los reconstructores integrales.

$$\hat{\sigma} = \hat{\dot{e}}_{y1} + k_3 e_{y1} + k_2 \int e_{y1} + k_1 \int^2 e_{y1} + k_0 \int^3 e_{y1}$$

$$\hat{\sigma} = k_3 e_{y1} + \int (k_2 e_{y1} + e_{ud}) + k_1 \int^2 e_{y1} + k_0 \int^3 e_{y1}$$

Se deriva  $\sigma$

$$\dot{\hat{\sigma}} = e_{ud} + k_3 \dot{e}_{y1} + k_2 e_{y1} + k_1 \int e_{y1} + k_0 \int^2 e_{y1}$$

$$\dot{\hat{\sigma}} = e_{ud} + k_3 \int e_{ud} + k_2 e_{y1} + k_1 \int e_{y1} + k_0 \int^2 e_{y1}$$

Se respeta la superficie deslizante  $\hat{\sigma} \dot{\hat{\sigma}} < 0$ .

$$\hat{\sigma} \left[ e_{ud} + k_3 \int e_{ud} + k_2 e_{y1} + k_1 \int e_{y1} + k_0 \int^2 e_{y1} \right] < 0$$

$$\hat{\sigma} e_{ud} + \hat{\sigma} \left[ k_3 \int e_{ud} + k_2 e_{y1} + k_1 \int e_{y1} + k_0 \int^2 e_{y1} \right] < 0$$

$$\hat{\sigma} u_d - \hat{\sigma} \left[ u_d^* - k_2 e_{F1} - k_3 \int e_{ud} - k_1 \int e_{y1} - k_0 \int^2 e_{y1} \right] < 0$$

De esta manera se define el control equivalente.

$$u_{deq} = u_d^* - k_3 \int e_{ud} - k_2 e_{y1} - k_1 \int e_{y1} - k_0 \int^2 e_{y1}$$

$$\hat{\sigma} \dot{\hat{\sigma}} = \hat{\sigma} u - \hat{\sigma} u_{eq} < 0$$

Por último se concreta:

$$\begin{aligned}\dot{e} &= u_{deq} - u_d \\ u_d &= 1 - \text{sign}(e)\end{aligned}$$

Ahora los parámetros  $k_0, k_1, k_2, k_3$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$\begin{aligned}k_0 &= wn_c^4 \\ k_1 &= 4\zeta_c wn_c^3 \\ k_2 &= 4\zeta_c^2 wn_c^2 + 2wn_c^2 \\ k_3 &= 4\zeta_c wn_c\end{aligned}$$

donde  $wn_c, \zeta_c$  son definidos reales positivos.

Para la segunda salida plana, se procede con el mismo esquema de control. Se definen los errores de trayectoria de la salida plana.

$$\begin{aligned}e_{y2} &= y_2 - y_2^* \\ e_{uq} &= u_q - u_q^* \\ e_{F1} &= e_{y2} \\ e_{F2} &= \dot{e}_{F1} = \dot{e}_{y2} = \beta_3 e_{uq}\end{aligned}$$

Se propone la superficie deslizante  $\sigma$ :

$$\sigma = l_0 e_{y2} \quad (3.43)$$

Ahora es necesario estimar  $\dot{e}_{y2}$ ,

$$\dot{e}_{y2} = \int e_{uq} + \dot{e}_{y2}(0)$$

$$\dot{\hat{e}}_{y2} = \int e_{uq}$$

Se sustituyen y se implementan los reconstructores integrales.

$$\hat{\sigma} = \dot{\hat{e}}_{y2} + l_1 e_{y2} + l_0 \int e_{y2}$$

$$\hat{\sigma} = \int e_{uq} + l_1 e_{y2} + l_0 \int e_{y2}$$

Se deriva  $\sigma$

$$\dot{\hat{\sigma}} = e_{uq} + l_1 \dot{e}_{y2} + l_0 e_{y2}$$

$$\dot{\hat{\sigma}} = e_{uq} + l_0 e_{y2} + l_1 \int e_{uq}$$

Respetando la superficie deslizante  $\dot{\hat{\sigma}} < 0$ .

$$\hat{\sigma} [e_{u_q} + l_0 e_{y_2} + l_1 \int e_{u_q}] < 0$$

$$\hat{\sigma} e_{u_q} + \hat{\sigma} [l_0 e_{y_2} + l_1 \int e_{u_q}] < 0$$

$$\hat{\sigma} u_q - \hat{\sigma} [u_q^* - l_0 e_{y_2} - l_1 \int e_{u_q}] < 0$$

De esta manera se detalla el control equivalente.

$$u_{qe} = u_q^* - l_0 e_{y_2} - l_1 \int e_{u_q}$$

$$\hat{\sigma} \dot{\hat{\sigma}} = \hat{\sigma} u - \hat{\sigma} u_{qe} < 0$$

Por último se aplica el modulador Delta-Sigma:

$$\dot{e} = u_{qe} - u_q$$

$$u_q = 1 - \text{sign}(e)$$

Ahora los parámetros  $l_0$ ,  $l_1$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$l_0 = \omega n_c^2$$

$$l_1 = 2\zeta_c \omega n_c$$

donde  $\omega n_c$ ,  $\zeta_c$  son definidos reales positivos.

### 3.2.4. Modelado del sistema: Inversor

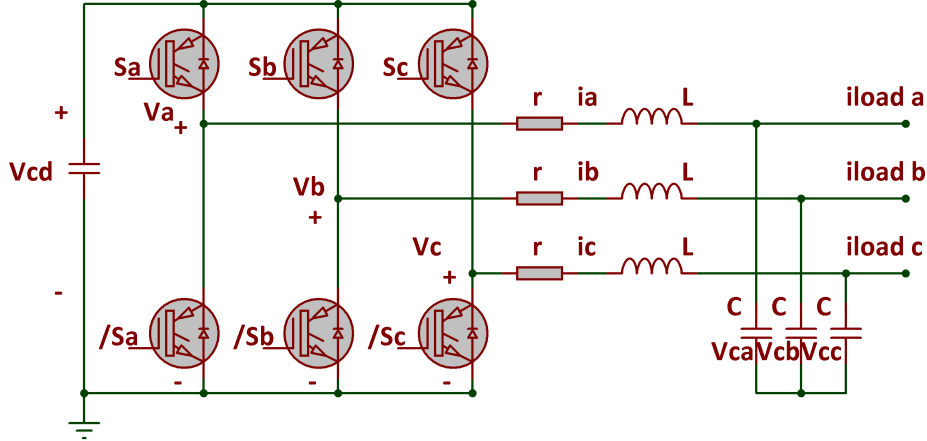


Figura 3.6: Inversor Trifásico

Se aplica la Ley de corriente y de voltaje de Kirchhoff a cada una de las ramas y los nodos para calcular las ecuaciones, donde el voltaje del capacitor es  $V_{ci}$   $i \in \{a, b, c\}$ , el voltaje del inversor es  $V_i$   $i \in \{a, b, c\}$ , este voltaje conlleva el control como  $V_{cd}(2u_x - 1)$ . La corriente del inversor es  $i_i$  donde  $i \in \{a, b, c\}$ , la corriente de la carga es  $i_{loadi}$   $i \in \{a, b, c\}$ .

$$\begin{aligned} C \frac{dV_{ca}}{dt} &= i_a - i_{loada} \\ C \frac{dV_{cb}}{dt} &= i_b - i_{loadb} \\ C \frac{dV_{cc}}{dt} &= i_c - i_{loadc} \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} L \frac{di_a}{dt} &= V_a - V_{ca} & L \frac{di_a}{dt} &= V_{cd}(2u_a - 1) - V_{ca} \\ L \frac{di_b}{dt} &= V_b - V_{cb} & L \frac{di_b}{dt} &= V_{cd}(2u_b - 1) - V_{cb} \\ L \frac{di_c}{dt} &= V_c - V_{cc} & L \frac{di_c}{dt} &= V_{cd}(2u_c - 1) - V_{cc} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Los controles del inversor se limitan de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} u_a &\begin{cases} 1 & S_a \text{ on } \bar{S}_a \text{ off} \\ 0 & S_a \text{ off } \bar{S}_a \text{ on} \end{cases} \\ u_b &\begin{cases} 1 & S_b \text{ on } \bar{S}_b \text{ off} \\ 0 & S_b \text{ off } \bar{S}_b \text{ on} \end{cases} \\ u_c &\begin{cases} 1 & S_c \text{ on } \bar{S}_c \text{ off} \\ 0 & S_c \text{ off } \bar{S}_c \text{ on} \end{cases} \end{aligned}$$

Para la obtención de la salida plana, primeramente se convierten las ecuaciones del modelo que están en el marco  $abc$  al marco  $dq0$ , por lo tanto se reescriben en forma matricial. En el caso del control, se mantendrán con la variable  $V_x$ .

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{ca} \\ V_{cb} \\ V_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{loada} \\ i_{loadb} \\ i_{loadc} \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ca} \\ V_{cb} \\ V_{cc} \end{bmatrix}$$

Se transforman las ecuaciones:

$$[x_r] = [T] [x] \quad [u_r] = [T] [u] \quad \frac{d}{dt} [x_r] = \frac{d}{dt} [T] [x]$$

$$[A_r] = [T] [A] [T]^T - w \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[B_r] = [T] [B] [T]^T$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{cd} \\ V_{cq} \\ V_{c0} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} [T] \begin{bmatrix} V_{ca} \\ V_{cb} \\ V_{cc} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} V_{cd} \\ V_{cq} \\ V_{c0} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_{ca} \\ V_{cb} \\ V_{cc} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} [T] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_{loadd} \\ i_{loadq} \\ i_{load0} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} i_{loada} \\ i_{loadb} \\ i_{loadc} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_{cd}(2u_d - 1) \\ V_{cd}(2u_q - 1) \\ V_{cd}(2u_0 - 1) \end{bmatrix}$$

Reescribiendo las ecuaciones ya transformadas en forma matricial.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{cd} \\ V_{cq} \\ V_{c0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & w & 0 \\ -w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{cd} \\ V_{cq} \\ V_{c0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{loadd} \\ i_{loadq} \\ i_{load0} \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{r_f}{L} & w & 0 \\ -w & -\frac{r_f}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r_f}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{cd} \\ V_{cq} \\ V_{c0} \end{bmatrix}$$

Reescribiendo las ecuaciones del modelo se obtiene.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{cd} &= w V_{cq} + \frac{i_d}{C} - \frac{i_{loadd}}{C} \\
 \dot{V}_{cq} &= -w V_{cd} + \frac{i_q}{C} - \frac{i_{loadq}}{C} \\
 \dot{i}_d &= -\frac{r_F i_d}{L} + w i_q + \frac{V_d}{L} - \frac{V_{cd}}{L} & \dot{i}_d &= -\frac{r_F i_d}{L} + w i_q + \frac{V_{cd}(2u_d-1)}{L} - \frac{V_{cd}}{L} \\
 \dot{i}_q &= -w i_d - \frac{r_f i_q}{L} + \frac{V_q}{L} - \frac{V_{cq}}{L} & \dot{i}_q &= -w i_d - \frac{r_f i_q}{L} + \frac{V_{cd}(2u_q-1)}{L} - \frac{V_{cq}}{L}
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

Contando con las ecuaciones del modelo, se proponen las salidas planas y se busca que cada una de las variables se pueda definir a partir de estas.

$$F = y = \begin{cases} y_d = \frac{1}{2} C V_{cd}^2 \\ y_q = \frac{1}{2} C V_{cq}^2 \end{cases} \tag{3.47}$$

Se derivan las salidas planas propuestas:

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_d &= C V_{cd} \dot{V}_{cd} \\
 \dot{y}_q &= C V_{cq} \dot{V}_{cq} \\
 \dot{y}_d &= C V_{cd} \left( w V_{cq} + \frac{i_d}{C} - \frac{i_{loadd}}{C} \right) \\
 \dot{y}_q &= C V_{cq} \left( -w V_{cd} + \frac{i_q}{C} - \frac{i_{loadq}}{C} \right)
 \end{aligned}$$

Se despejan las variables para definir las en función de las salidas planas.

$$\begin{aligned}
 V_{cd} &= \sqrt{\frac{2 y_d}{C}} \\
 V_{cq} &= \sqrt{\frac{2 y_q}{C}}
 \end{aligned}$$

De las derivadas de la salida plana se despeja  $i_d$  e  $i_q$ .

$$\begin{aligned}
 \frac{\dot{y}_d}{V_{cd}} &= w V_{cq} C + i_d - i_{loadd} \\
 i_d &= \frac{\dot{y}_d}{V_{cd}} - w V_{cq} C + i_{loadd} \\
 i_d &= \frac{\dot{y}_d}{\sqrt{\frac{2 y_d}{C}}} - w \sqrt{\frac{2 y_q}{C}} C + i_{loadd} \\
 \frac{\dot{y}_q}{V_{cq}} &= -w V_{cd} C + i_q - i_{loadq} \\
 i_q &= \frac{\dot{y}_q}{V_{cq}} + w V_{cd} C + i_{loadq} \\
 i_q &= \frac{\dot{y}_q}{\sqrt{\frac{2 y_q}{C}}} + w \sqrt{\frac{2 y_d}{C}} C + i_{loadq}
 \end{aligned}$$

Para encontrar  $V_d$  y  $V_q$  se procede a derivar  $i_d$  e  $i_q$ .

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}i_d &= -w C \frac{\dot{y}_d}{\sqrt{2} C y_d} + \frac{d}{dt}i_{loadd} + \frac{\ddot{y}_{cd}}{\sqrt{\frac{2}{C} y_d}} - \frac{\frac{y_{cd}}{\sqrt{2} C y_d}}{\left(\sqrt{\frac{2}{C} y_d}\right)^2} \\ \frac{d}{dt}i_q &= w C \frac{\dot{y}_q}{\sqrt{2} C y_q} + \frac{d}{dt}i_{loadq} + \frac{\ddot{y}_{cq}}{\sqrt{\frac{2}{C} y_q}} - \frac{\frac{y_{cq}}{\sqrt{2} C y_q}}{\left(\sqrt{\frac{2}{C} y_q}\right)^2}\end{aligned}$$

Se sustituye  $i_d$  y  $i_q$  en las ecuaciones 3 y 4 del modelo.

$$\begin{aligned}V_d &= L \left( -w C \frac{\dot{y}_d}{\sqrt{2} C y_d} + \frac{d}{dt}i_{loadd} + \frac{\ddot{y}_{cd}}{\sqrt{\frac{2}{C} y_d}} - \frac{\frac{y_{cd}}{\sqrt{2} C y_d}}{\left(\sqrt{\frac{2}{C} y_d}\right)^2} \right) - \\ &w \left( \frac{\dot{y}_q}{\sqrt{\frac{2}{C} y_q}} + w \sqrt{\frac{2}{C} y_d} C + i_{loadq} \right) L + r_F \left( \frac{\dot{y}_d}{\sqrt{\frac{2}{C} y_d}} - w \sqrt{\frac{2}{C} y_q} C + i_{loadd} \right) + V_{cd} \\ V_q &= L \left( w C \frac{\dot{y}_q}{\sqrt{2} C y_q} + \frac{d}{dt}i_{loadq} + \frac{\ddot{y}_{cq}}{\sqrt{\frac{2}{C} y_q}} - \frac{\frac{y_{cq}}{\sqrt{2} C y_q}}{\left(\sqrt{\frac{2}{C} y_q}\right)^2} \right) + \\ &w \left( \frac{\dot{y}_d}{\sqrt{\frac{2}{C} y_d}} - w \sqrt{\frac{2}{C} y_q} C + i_{loadd} \right) L + r_F \left( \frac{\dot{y}_q}{\sqrt{\frac{2}{C} y_q}} + w \sqrt{\frac{2}{C} y_d} C + i_{loadq} \right) + V_{cq}\end{aligned}$$

De esta manera se comprueba que las salidas planas definen todas las variables del sistema y se puede proceder a diseñar la estrategia de control.

### 3.2.5. Análisis del Sistema

Se retoman las ecuaciones del modelo y las salidas planas en la forma canónica controlable,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{cd} \\ V_{cq} \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & w & \frac{1}{C} & 0 \\ -w & 0 & 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{r_f}{L} & w \\ 0 & -\frac{1}{L} & -w & -\frac{r_f}{L} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} V_{cd} \\ V_{cq} \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}}_B \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{i_{loadd}}{H} \\ -\frac{i_{loadq}}{C} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{2}CV_{cd} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}CV_{cq} \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} V_{cd} \\ V_{cq} \end{bmatrix}$$

Se calcula la matriz de controlabilidad de Kalman, como  $K = [B \ AB \ A^2B \ A^3B]$ ,

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{CL} & 0 & -\frac{r_f}{CL^2} & \frac{2w}{CL} & -\frac{3CL^2+L-Cr_f^2}{C^2L^3} & -\frac{3r_fw}{CL^2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{CL} & -\frac{2w}{CL} & -\frac{r_f}{CL^2} & \frac{3r_fw}{CL^2} & -\frac{3CL^2w^2+L-Cr_f^2}{C^2L^3} \\ \frac{1}{L} & 0 & -\frac{r_f}{L^2} & \frac{w}{L} & -\frac{CL^2w^2+L-Cr_f^2}{CL^3} & -\frac{2r_fw}{L^2} & \frac{r_f(3CL^2w^2+3L-3Cr_f^2)}{CL^4} & -\frac{w(CL^2w^2+3L-3Cr_f^2)}{C^2L^3} \\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{w}{L} & -\frac{r_f}{L^2} & \frac{2r_fw}{L^2} & -\frac{CL^2w^2+L-Cr_f^2}{CL^3} & \frac{w(CL^2w^2+3L-3Cr_f^2)}{CL^3} & \frac{r_f(3CL^2w^2+2L-Cr_f^2)}{CL^4} \end{bmatrix}$$

donde el rango es 4, por lo que es controlable.

Se calcula la matriz de observabilidad como  $O = [H^T \ AH^T \ A^2H^T \ A^3H^T]$ ,

$$O = \begin{bmatrix} \frac{CV_{cd}}{2} & 0 & 0 & \frac{CV_{cq}w}{2} & -\frac{V_{cd}(CLw^2+1)}{2L} & 0 & \frac{V_{cd}r_f}{2L^2} & -\frac{V_{cq}w(CLw^2+3)}{2L} \\ 0 & \frac{CV_{cq}}{2} & -\frac{CV_{cd}w}{2} & 0 & 0 & -\frac{V_{cq}(CLw^2+1)}{2L} & \frac{V_{cd}w(CLw^2+3)}{2L} & \frac{V_{cq}r_f}{2L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{V_{cd}C}{2L} & 0 & \frac{CV_{cd}r_f}{2L^2} & -\frac{CV_{cq}w}{L} & \frac{V_{cd}(2CL^2w^2+L-Cr_f^2)}{2L^3} & \frac{3CV_{cq}r_fw}{2L^2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{CV_{cq}}{2L} & \frac{CV_{cd}w}{L} & \frac{CV_{cq}r_f}{2L^2} & -\frac{3CV_{cd}r_fw}{2L^2} & \frac{V_{cq}(3CL^2w^2+L-Cr_f^2)}{2L^3} \end{bmatrix}$$

donde el rango de esta matriz es 4, por lo que el sistema es observable. Se determina la función de transferencia,

$$Y(s) = \begin{bmatrix} \frac{CV_{cd}N2}{D1} & \frac{C^2V_{cd}N3}{D1} \\ -\frac{C^2V_{cd}N3}{D1} & \frac{CV_{cq}N2}{D1} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$D1 = (C^2L^2s^4 + 2C^2L^2s^2w^2 + c^2L^2w^4 + 2C^2Lr_fs^3 + 2C^2Lr_fsw^2 + C^2r_f^2s^2 + C^2r_f^2w^2 + 2CLs^2 - 2CLw^2 + 2Cr_fs + 1)^2$$

$$N2 = CLs^2 + Cr_fs - CLw^2 + 1$$

$$N3 = r_f + 2Ls$$



Por lo tanto, los ceros de la función de transferencia son  $s_1 = -\frac{r_f}{2L}$  y  $s_2 = \frac{-(cr_f) \pm \sqrt{(Cr_f)^2 - 4(CL)(-CLw^2 + 1)}}{2(CL)}$ , el sistema es de fase mínima si y solo si,  $(Cr_f)^2 > 4(CL)(-CLw^2 + 1)$ .

Se procede a derivar las salidas planas y se recuerda que el control está definido por  $u_d = V_d$  y  $u_q = V_q$ , esto con el fin de tener la representación de entrada-salida.

$$y_d = \frac{1}{2}CV_{cd}^2$$

$$y_q = \frac{1}{2}CV_{cq}^2$$

Se derivan ambas salidas planas para que se muestre el control.

$$\dot{y}_d = CV_{cd}\dot{V}_{cd}$$

$$\dot{y}_q = CV_{cq}\dot{V}_{cq}$$

$$\dot{y}_d = CV_{cd} \left( w V_{cq} + \frac{id}{C} - \frac{i_{loadd}}{C} \right)$$

$$\dot{y}_q = CV_{cq} \left( -w V_{cd} + \frac{i_q}{C} - \frac{i_{loadq}}{C} \right)$$

$$\dot{y}_d = wC V_{cq}V_{cd} + id V_{cd} - i_{loadd}V_{cd}$$

$$\dot{y}_q = -w CV_{cq}V_{cd} + i_q V_{cq} - i_{loadq}V_{cq}$$

Se derivan ambas salidas planas una segunda vez.

$$\ddot{y}_d = wC \dot{V}_{cq}V_{cd} + wC V_{cq}\dot{V}_{cd} + i_d \dot{V}_{cd} + \dot{i}_d V_{cd} - i_{loadd}\dot{V}_{cd}$$

$$\ddot{y}_q = -w CV_{cq}\dot{V}_{cd} - w CV_{cd}\dot{V}_{cq} + \dot{i}_q V_{cq} + i_q \dot{V}_{cq} - i_{loadq}\dot{V}_{cq}$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_d &= \left( \frac{V_{cd}}{L} \right) u_d + w^2 (V_{cd}V_{cq} + cV_{cd}^2) + wi_d (v_{cd} + V_{cq}) - wi_{loadd} (V_{cq} + \frac{V_{cd}}{C}) \\ &+ i_d \left( \frac{i_d}{C} - \frac{i_{loadd}}{C} \right) + i_{loadd} \left( \frac{i_d}{C} + \frac{i_{loadd}}{C} \right) + V_{cd} \left( 2w i_q - w i_{loadq} - \frac{r_f}{L} i_d - \frac{V_{cd}}{L} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_q &= \left( \frac{V_{cq}}{L} \right) u_q + w^2C (V_{cd}^2 - V_{cq}^2) + 2wV_{cd} (-i_q + i_{loadq}) \\ &+ 2 \left( -\frac{i_q i_{loadq}}{C} - 2i_d V_{cq} \right) + V_{cq} \left( wi_{loadd} - \frac{V_{cq}^2}{L} - \frac{r_f}{L} i_q \right) \end{aligned}$$

Se simplifican las dos derivadas de las salidas planas y se sustituyen.

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_d &= \underbrace{\left(\frac{V_{cd}}{L}\right)u_d}_{\beta_1} + \underbrace{w^2(V_{cd}V_{cq} + cV_{cd}^2) + wi_d(v_{cd} + V_{cq}) - wi_{loadd}\left(V_{cq} + \frac{V_{cd}}{C}\right)}_{\xi_1} \\
&+ \underbrace{i_d\left(\frac{i_d}{C} - \frac{i_{loadd}}{C}\right) + i_{loadd}\left(\frac{i_d}{C} + \frac{i_{loadd}}{C}\right) + V_{cd}\left(2w i_q - w i_{loadq} - \frac{r_f}{L}i_d - \frac{V_{cd}}{L}\right)}_{\xi_1} \\
\ddot{y}_q &= \underbrace{\left(\frac{V_{cq}}{L}\right)u_q}_{\beta_2} + \underbrace{w^2C(V_{cd}^2 - V_{cq}^2) + 2wV_{cd}(-i_q + i_{loadq})}_{\xi_2} \\
&+ \underbrace{2\left(-\frac{i_q i_{loadq}}{C} - 2i_d V_{cq}\right) + V_{cq}\left(wi_{loadd} - \frac{V_{cq}^2}{L} - \frac{r_f}{L}i_q\right)}_{\xi_2} \\
\ddot{y}_d &= \beta_1 u_d + \xi_1 \\
\ddot{y}_q &= \beta_2 u_q + \xi_2
\end{aligned} \tag{3.48}$$

### 3.2.6. Estrategias de control

#### Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

Al obtener las ecuaciones 3.48 se propone el esquema de control del Rechazo Activo de Perturbaciones y como cada una de las salidas planas tienen la influencia de un control diferente, los esquemas se desarrollan de manera independiente. Se definen los errores de la salida plana y los errores de ambos controles.

$$\begin{aligned} e_{yd} &= y_d - y_d^* \\ e_{yq} &= y_q - y_q^* \\ e_{ud} &= u_d - u_d^* \\ e_{uq} &= u_q - u_q^* \end{aligned}$$

Se desarrolla el esquema de control para la primera salida plana.

$$\begin{aligned} e_{F1} &= e_{yd} \\ e_{F2} &= e_{\dot{F}1} = \dot{e}_{yd} \\ e_{\dot{F}2} &= e_{\ddot{F}1} = \ddot{e}_{yd} = \beta_1 u_d + \xi_1 \end{aligned}$$

Se define el error de observación:

$$\begin{aligned} \tilde{e}_0 &= e_{F1} - \hat{e}_{F1} \\ \tilde{e}_1 &= e_{F2} - \hat{e}_{F2} \\ \tilde{e}_{z1} &= \xi_1 - z_1 \end{aligned}$$

Se propone el observador de estados extendidos.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_{F1} &= \hat{e}_{F2} + \lambda_2 \tilde{e}_0 \\ \dot{\hat{e}}_{F2} &= \beta_1 e_{ud} + z_1 + \lambda_1 \tilde{e}_0 \\ \dot{z}_1 & \end{aligned}$$

Se denomina la dinámica del error de estimación como:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_0 &= e_{\dot{F}1} - \dot{\hat{e}}_{F1} = e_{F2} - \hat{e}_{F2} + \lambda_2 \tilde{e}_0 = \tilde{e}_1 + \lambda_2 \tilde{e}_0 \\ \dot{\tilde{e}}_1 &= e_{\dot{F}2} - \dot{\hat{e}}_{F2} = \beta_1 e_{ud} + \xi_1 - \beta_1 e_{ud} - z_1 - \lambda_1 \tilde{e}_0 \\ \dot{\tilde{e}}_1 &= \xi_1 - z_1 - \lambda_1 \tilde{e}_0 \\ \dot{z}_1 &= \lambda_0 \tilde{e}_0 \end{aligned}$$

Se establece el control  $u_d$ .

$$\begin{aligned} e_{ud} &= u_d - u_d^* \\ u_d &= u_d^* - \frac{1}{\beta_1} [-k_1 \hat{e}_{F2} - k_0 \hat{e}_{F1} - z_1] \end{aligned} \quad (3.49)$$

En su representación matricial sería de la forma:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e_{F1} \\ e_{F2} \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{F1} \\ e_{F2} \\ z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_2 \\ \lambda_1 \\ \lambda_0 \end{bmatrix} \tilde{e}_0 + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_1 \\ 0 \end{bmatrix} e_{ud}$$

Ahora los parámetros  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $k_0, k_1$  se denotan de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= wn_o^2 p_o & k_0 &= wn_c^2 \\ \lambda_1 &= 2\zeta_o wn_o p_o + wn_o^2 & k_1 &= 2\zeta_c wn_c \\ \lambda_2 &= 2\zeta_o wn_o + p_o\end{aligned}$$

donde  $wn_o$ ,  $p_o$ ,  $\zeta_o$  son definidos reales positivos más grandes que  $wn_c$ ,  $\zeta_c$  que también son reales positivos.

Continua el desarrollo del segundo esquema de control, igualmente un Rechazo Activo de Perturbaciones. Se denota el error de la salida plana.

$$\begin{aligned}e_{F3} &= e_{yq} \\ e_{F4} &= e_{\dot{F}3} = e_{\dot{y}q} \\ e_{\dot{F}4} &= e_{\ddot{F}3} = e_{\ddot{y}q} = \beta_2 e_{uq} + \xi_2\end{aligned}$$

Se define el error de observación

$$\begin{aligned}\tilde{e}_2 &= e_{F3} - \hat{e}_{F3} \\ \tilde{e}_3 &= e_{F4} - \hat{e}_{F4} \\ \tilde{e}_{z2} &= \xi_2 - z_2\end{aligned}$$

De acuerdo a la metodología, se propone el observador de estados extendidos (ESO).

$$\begin{aligned}\dot{\hat{e}}_{F3} &= \hat{e}_{F4} + \gamma_2 \tilde{e}_2 \\ \dot{\hat{e}}_{F4} &= \beta_2 e_{uq} + z_2 + \gamma_1 \tilde{e}_2 \\ \dot{z}_2 &= \gamma_0 \tilde{e}_2\end{aligned}$$

La dinámica del error de estimación es:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{e}}_2 &= e_{\dot{F}3} - \dot{\hat{e}}_{F3} \\ \dot{\tilde{e}}_3 &= e_{F4} - \hat{e}_{F4} + \gamma_2 \tilde{e}_2 \\ \dot{\tilde{e}}_2 &= \tilde{e}_3 + \gamma_2 \tilde{e}_2 \\ \dot{\tilde{e}}_3 &= e_{\dot{F}4} - \dot{\hat{e}}_{F4} \\ \dot{\tilde{e}}_3 &= \beta_2 e_{uq} + \xi_2 - \beta_2 e_{uq} - z_2 - \gamma_1 \tilde{e}_2 \\ \dot{\tilde{e}}_3 &= \xi_2 - z_2 - \gamma_1 \tilde{e}_2 \\ \dot{z}_2 &= \gamma_0 \tilde{e}_2\end{aligned}$$

Se propone el control para  $u_q$ .

$$e_{uq} = u_q - u_q^*$$

$$u_q = u_q^* + \frac{1}{\beta_2} [-l_0 e_{\hat{F}4} - l_1 e_{\hat{F}3} - z_2] \quad (3.50)$$

Reescribiendo el observador en forma matricial.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e_{F3} \\ e_{F4} \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{F3} \\ e_{F4} \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_2 \\ \gamma_1 \\ \gamma_0 \end{bmatrix} \tilde{e}_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_2 \\ 0 \end{bmatrix} e_{uq}$$

Ahora los parámetros  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  y  $l_0, l_1$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= wn_o^2 p_o & k_0 &= wn_c^2 \\ \gamma_1 &= 2\zeta_o wn_o p_o + wn_o^2 & k_1 &= 2\zeta_c wn_c \\ \gamma_2 &= 2\zeta_o wn_o + p_o \end{aligned}$$

donde  $wn_o$ ,  $p_o$ ,  $\zeta_o$  son definidos reales positivos más grandes que  $wn_c$ ,  $\zeta_c$  que también son reales positivos.

### Control Proporcional Integral Generalizado

Se retoma la ecuación 3.48, se proponen los errores de la salida plana, los errores de ambos controles.

$$\begin{aligned}e_{yd} &= y_d - y_d^* \\e_{yq} &= y_q - y_q^* \\e_{ud} &= u_d - u_d^* \\e_{uq} &= u_q - u_q^*\end{aligned}$$

Primeramente se desarrolla el esquema de control para la primera salida plana.

$$\begin{aligned}e_{F1} &= e_{yd} \\e_{F2} &= \dot{e}_{F1} = \dot{e}_{yd} \\e_{\dot{F}2} &= \ddot{e}_{F1} = \ddot{e}_{yd} = \beta_1 u_d + \xi_1\end{aligned}$$

Se propone el siguiente control:

$$e_{ud} = -k\dot{e}_{yd} - ke_{yd}$$

Se debe de estimar  $\dot{e}_{yd}$ .

$$\dot{e}_{yd} = \int e_{ud} + \dot{e}_{yd}(0) = \hat{\dot{e}}_{yd} + \dot{e}_{yd}(0)$$

$$\hat{\dot{e}}_{yd} = \int e_{ud}$$

Por lo tanto el nuevo control:

$$e_{ud} = -k_3 \hat{\dot{e}}_{yd} - k_2 e_{yd} - k_1 \int e_{yd} - k_0 \int^{(2)} e_{yd}$$

$$e_{ud} = -k_3 \int e_{ud} - k_2 e_{yd} - k_1 \int e_{yd} - k_0 \int^{(2)} e_{yd}$$

$$e_{ud} = -k_2 e_{yd} - \int (k_1 e_{yd} + k_3 e_{ud}) - k_0 \int^{(2)} e_{yd}$$

$$e_{ud} + k_3 \int e_{ud} = -k_2 e_{yd} - k_1 \int e_{yd} - k_0 \int^{(2)} e_{yd}$$

Transformando al dominio de Laplace.

$$\left(1 + \frac{k_3}{s}\right) e_{ud}(s) = -\left(k_2 + \frac{k_1}{s} + \frac{k_0}{s^2}\right) e_{yd}(s)$$

$$e_{ud}(s) = -\frac{(k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s + k_3)} e_{yd}(s)$$

$$u_d - u_d^* = -\frac{(k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s + k_3)} e_{yd}(s)$$

$$u_d = u_d^* - \frac{1}{\beta_1} \frac{(k_2 s^2 + k_1 s + k_0)}{s(s + k_3)} e_{yd}(s)$$

Ahora suponiendo que existe un  $X$  donde  $X = \frac{e_{yd}(s)}{s(s+k_3)}$ .

$$u_d = u_d^* - \frac{1}{\beta_1} (k_2 s^2 + k_1 s + k_0) X$$

$$X (s^2 + k_3 s) = e_F$$

$$\ddot{X} + k_3 \dot{X} = e_F$$

$$\ddot{X} = e_F - k_3 \dot{X}$$

Los parámetros  $k_0$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$k_0 = \omega n_c^4$$

$$k_1 = 4\zeta_c \omega n_c^3$$

$$k_2 = 4\zeta_c^2 \omega n_c^2 + 2\omega n_c^2$$

$$k_3 = 4\zeta_c \omega n_c$$

donde  $\omega n_c$ ,  $\zeta_c$  son definidos reales positivos.

Continua el desarrollo del segundo esquema, un control Proporcional Integral Generalizado. Se define el error de la salida plana.

$$\begin{aligned} e_{F3} &= e_{yq} \\ e_{F4} &= \dot{e}_{F3} = \dot{e}_{yq} \\ \dot{e}_{F4} &= \ddot{e}_{F3} = \ddot{e}_{yq} = \beta_2 e_{uq} + \xi_2 \end{aligned}$$

Se propone el siguiente control:

$$e_{uq} = -\lambda \dot{e}_{yq} - \lambda e_{yq}$$

Se estima  $\dot{e}_{yq}$ :

$$\dot{e}_{yq} = \int e_{uq} + \dot{e}_{yq}(0) = \dot{\hat{e}}_{yq} + \dot{e}_{yq}(0)$$

$$\dot{\hat{e}}_{yq} = \int e_{uq}$$

Por lo tanto el nuevo control:

$$e_{uq} = -\lambda_3 \dot{\hat{e}}_{yq} - \lambda_2 e_{yq} - \lambda_1 \int e_{yq} - \lambda_0 \int^{(2)} e_{yq}$$

$$e_{uq} = -\lambda_3 \int e_{uq} - \lambda_2 e_{yq} - \lambda_1 \int e_{yq} - \lambda_0 \int^{(2)} e_{yq}$$

$$e_{uq} = -\lambda_2 e_{yq} - \int (\lambda_1 e_{yq} + \lambda_3 e_{uq}) - \lambda_0 \int^{(2)} e_{yq}$$

$$e_{uq} + \lambda_3 \int e_{uq} = -\lambda_2 e_{yq} - \lambda_1 \int e_{yq} - \lambda_0 \int^{(2)} e_{yq}$$

Se convierte al dominio de Laplace.

$$\left(1 + \frac{\lambda_3}{s}\right) e_{uq}(s) = - \left(\lambda_2 + \frac{\lambda_1}{s} + \frac{\lambda_0}{s^2}\right) e_{yq}(s)$$

$$e_{uq}(s) = - \frac{(\lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)}{s(s + \lambda_3)} e_{yq}(s)$$

$$u_q - u_q^* = - \frac{(\lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)}{s(s + \lambda_3)} e_{yq}(s)$$

$$u_q = u_q^* - \frac{1}{\beta_2} \frac{(\lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)}{s(s + \lambda_3)} e_{yq}(s)$$

Ahora suponiendo que existe un  $X$  donde  $X = \frac{e_{yq}(s)}{s(s + \lambda_3)}$ .

$$u_q = u_q^* - \frac{1}{\beta_1} (\lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0) X$$

$$X (s^2 + \lambda_3 s) = e_{yq}$$

$$\ddot{X} + \lambda_3 \dot{X} = e_{yq}$$

$$\ddot{X} = e_{yq} - \lambda_3 \dot{X}$$

Ahora los parámetros  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$\lambda_0 = wn_c^4$$

$$\lambda_1 = 4\zeta_c wn_c^3$$

$$\lambda_2 = 4\zeta_c^2 wn_c^2 + 2wn_c^2$$

$$\lambda_3 = 4\zeta_c wn_c$$

donde  $wn_c$ ,  $\zeta_c$  son definidos reales positivos.



### Control por Regímenes Deslizantes

Retomando la ecuación 3.48, se proponen los errores de la salida plana, los errores de ambos controles.

$$\begin{aligned} e_{yd} &= y_d - y_d^* \\ e_{yq} &= y_q - y_q^* \\ e_{ud} &= u_d - u_d^* \\ e_{uq} &= u_q - u_q^* \end{aligned}$$

Se desarrolla el esquema de control para la primera salida plana.

$$\begin{aligned} e_{F1} &= e_{yd} \\ e_{F2} &= e_{F1} = \dot{e}_{yd} \\ e_{F2} &= e_{F1} = \ddot{e}_{yd} = \beta_1 u_d + \xi_1 \end{aligned}$$

Se propone la superficie deslizante  $\sigma$ :

$$\sigma = \dot{e}_{yd} + k e_{yd} \quad (3.51)$$

Se estima  $\dot{e}_{yd}$

$$\dot{e}_{yd} = \int e_{ud} + \dot{e}_{yd}(0) \quad \hat{\dot{e}}_{yd} = \int e_{ud} - \dot{e}_{yd}(0)$$

Se propone la siguiente superficie deslizante  $\sigma$  ya con los reconstructores integrales y la estimación.

$$\hat{\sigma} = \dot{\hat{e}}_{yd} + k_2 e_{yd} + k_1 \int e_{yd} + k_0 \int^{(2)} e_{yd}$$

$$\hat{\sigma} = \int e_{ud} + k_2 e_{yd} + k_1 \int e_{yd} + k_0 \int^{(2)} e_{yd}$$

$$\hat{\sigma} = \int e_{ud} + k_2 e_{yd} + k_1 \int e_{yd} + k_0 \int^{(2)} e_{yd}$$

Se deriva  $\sigma$ .

$$\dot{\hat{\sigma}} = e_{ud} + k_2 \dot{e}_{yd} + k_1 e_{yd} + k_0 \int e_{yd}$$

(3.52)

$$\dot{\hat{\sigma}} = e_{ud} + k_2 \int e_{ud} + k_1 e_{yd} + k_0 \int e_{yd}$$

Ahora teniendo en cuenta que se debe respetar la superficie deslizante  $\dot{\hat{\sigma}} < 0$ .

$$\hat{\sigma} [e_{ud} + k_2 \int e_{ud} + k_1 e_{yd} + k_0 \int e_{yd}] < 0$$

$$\hat{\sigma} e_{ud} + \sigma [k_2 \int e_{ud} + k_1 e_{yd} + k_0 \int e_{yd}] < 0$$

$$\hat{\sigma} (u_d - u_d^*) + [k_2 \int e_{ud} + k_1 e_{yd} + k_0 \int e_{yd}] < 0$$

$$\hat{\sigma} (u_d) - \hat{\sigma} [u_d^* - k_2 \int e_{ud} - k_1 e_{yd} - k_0 \int e_{yd}] < 0$$

De esta manera se define el control equivalente.

$$u_{deq} = u_d^* - k_2 \int e_{ud} - k_1 e_{yd} - k_0 \int e_{yd}$$

$$\hat{\sigma} \dot{\hat{\sigma}} = \hat{\sigma} u_d - \hat{\sigma} u_{deq} < 0$$

Por último se aplica el modulo Delta-Sigma:

$$\dot{e} = u_{deq} - u_d$$

$$u_d = -\text{sign}(e)$$

Ahora los parámetros  $\{k_0, k_1, k_2\}$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$k_0 = wn_c^2 p_c$$

$$k_1 = 2\zeta_c wn_c p_c + wn_c^2$$

$$k_2 = 2\zeta_c wn_c + p_c$$

donde  $wn_c, \zeta_c, p_c$  son definidos reales positivos.

Continua el desarrollo del segundo esquema de control. Se define el error de la salida plana.

$$\begin{aligned} e_{F3} &= e_{yq} \\ e_{F4} &= \dot{e}_{F3} = \dot{e}_{yq} \\ \dot{e}_{F4} &= \ddot{e}_{F3} = \ddot{e}_{yq} = \beta_2 e_{uq} + \xi_2 \end{aligned}$$

Se propone la superficie deslizante  $\sigma$ :

$$\sigma = \dot{e}_{yq} + k e_{yq} \quad (3.53)$$

Se estima  $\dot{e}_{yq}$

$$\dot{e}_{yq} = \int e_{uq} + \dot{e}_{yq}(0) \quad \hat{\dot{e}}_{yq} = \int e_{uq} - \dot{e}_{yq}(0)$$

Se propone la siguiente superficie deslizante  $\sigma$  ya con los reconstructores integrales y la estimación.

$$\hat{\sigma} = \dot{\hat{e}}_{yq} + \lambda_2 e_{yq} + \lambda_1 \int e_{yq} + \lambda_0 \int^{(2)} e_{yq}$$

$$\hat{\sigma} = \int e_{uq} + \lambda_2 e_{yq} + \lambda_1 \int e_{yq} + \lambda_0 \int^{(2)} e_{yq}$$

$$\hat{\sigma} = \int e_{uq} + \lambda_2 e_{yq} + \lambda_1 \int e_{yq} + \lambda_0 \int^{(2)} e_{yq}$$

Se deriva  $\sigma$ .

$$\dot{\hat{\sigma}} = e_{uq} + \lambda_2 \dot{e}_{yq} + \lambda_1 e_{yq} + \lambda_0 \int e_{yq}$$

(3.54)

$$\dot{\hat{\sigma}} = e_{uq} + \lambda_2 \int e_{uq} + \lambda_1 e_{yq} + \lambda_0 \int e_{yq}$$

Ahora teniendo en cuenta que se debe respetar la superficie deslizante  $\hat{\sigma} \dot{\hat{\sigma}} < 0$ .

$$\hat{\sigma} \left[ e_{uq} + \lambda_2 \int e_{uq} + \lambda_1 e_{yq} + \lambda_0 \int e_{yq} \right] < 0$$

$$\hat{\sigma} e_{uq} + \sigma \left[ \lambda_2 \int e_{uq} + \lambda_1 e_{yq} + \lambda_0 \int e_{yq} \right] < 0$$

$$\hat{\sigma} (u_q - u_q^*) + \left[ \lambda_2 \int e_{uq} + \lambda_1 e_{yq} + \lambda_0 \int e_{yq} \right] < 0$$

$$\hat{\sigma} (u_q) - \hat{\sigma} \left[ u_q^* - \lambda_2 \int e_{uq} - \lambda_1 e_{yq} - \lambda_0 \int e_{yq} \right] < 0$$

De esta manera se define el control equivalente.

$$u_{deq} = u_q^* - \lambda_2 \int e_{uq} - \lambda_1 e_{yq} - \lambda_0 \int e_{yq}$$

$$\hat{\sigma} \dot{\hat{\sigma}} = \hat{\sigma} u_q - \hat{\sigma} u_{deq} < 0$$

Por último se aplica el modulo Delta-Sigma:

$$\dot{e} = u_{deq} - u_q$$

$$u_q = -\text{sign}(e)$$

Ahora los parámetros  $\{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2\}$  se definen de acuerdo con un polinomio característico de Hurwitz.

$$\lambda_0 = \omega_n^2 p_c$$

$$\lambda_1 = 2\zeta_c \omega_n p_c + \omega_n^2$$

$$\lambda_2 = 2\zeta_c \omega_n + p_c$$

donde  $\omega_n, \zeta_c, p_c$  son definidos reales positivos.

### 3.3. Resumen de capítulo

En este capítulo se mostró la metodología para obtener las ecuaciones de los modelos del Rectificador-Inversor en la modalidad Monofásica y Trifásica y se usaron dos formas de obtener la salida plana, por inspección o por propuesta a partir de la matriz de controlabilidad y comprobación. Cabe recordar que las salidas planas fueron de utilidad al implementar los esquemas de control para el seguimiento de trayectoria.

Se analizaron las propiedades de los sistemas para determinar la controlabilidad, observabilidad y la fase mínima del sistema.

Además se desarrollaron los diferentes esquemas de control que están basados en el conocimiento de la forma de entrada-salida: el control por Rechazo Activo de Perturbaciones, seguido del Control Proporcional Generalizado y el control por Regímenes Deslizantes. Estos esquemas de control se pondrán a prueba en las simulaciones en el capítulo siguiente.

## Capítulo 4

# Resultados de simulación

Debido a los cambios provocados por la pandemia, sólo ha sido posible limitarnos al desarrollo de la tesis dentro del marco puramente teórico, razón por la cual en este capítulo se observarán los resultados de las simulaciones de los diferentes sistemas. Posteriormente se hará la revisión para visualizar los resultados con una señal de perturbación en el voltaje fuente o en la corriente de carga.

De la misma manera en la que se procedió con el desarrollo, se mostrarán las simulaciones de los sistemas rectificador-inversor en forma monofásica y trifásica; cabe recordar que, para facilitar el estudio, éste se dividió en dos partes: rectificador e inversor.

### 4.1. Simulación del Rectificador-Inversor Monofásico

Las simulaciones se exhiben de acuerdo con los esquemas desarrollados en la sección anterior; en primer lugar, las dos simulaciones que corresponden al sistema monofásico, empezando con el esquema de control por Rechazo Activo de Perturbaciones, seguido por el control Proporcional Integral Generalizado y finalmente, el control por Regímenes Deslizantes.

Las simulaciones se efectuaron en la plataforma de *Matlab/Simulink*<sup>®</sup> que, al ser un sistema rápido en comparación con los mecánicos, reduce el tiempo de simulación a un segundo, el cual se divide en 0.5 segundos correspondientes al rectificador y 0.5 segundos al inversor; las condiciones de simulación se dividen entre el rectificador y el inversor. Para el rectificador monofásico, se requiere que el voltaje pase de un valor continuo de 120 a 160 V. En el caso de la corriente esta deberá de respetar la trayectoria impuesta por la condición de solubilidad que responde a  $i^*(t) = A \sin(\omega t)$ , donde  $A = \frac{2V^*}{R_L E}$ ; en el caso del inversor, se requiere que el voltaje de salida sea alterno, con amplitud de 120 V y una frecuencia de 60 Hz; la corriente de salida será también alterna con una amplitud máxima de 20 A a 60 Hz.

#### 4.1.1. Simulación del esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones

De acuerdo con los sistemas rectificador-inversor, examinados en el capítulo anterior 3.1, se eligieron los parámetros físicos según los artículos de Linares [28] y Escobar [12], por lo que en la tabla [4.1] se exhiben los parámetros que habrán de utilizarse en las simulaciones.

Parámetros	Unidades
Capacitor (C)	1000 [ $\mu F$ ]
Inductancia (L)	1 [ $mH$ ]
Resistencia de Carga (R)	300 [ $\Omega$ ]
Resistencia Parásita (r)	2.2 [ $\Omega$ ]
Voltaje Nominal	125 [ $V$ ]

Tabla 4.1: Parámetros del Rectificador

La diferencia está en los parámetros de Hurwitz; en este caso, el control por Rechazo Activo de Perturbaciones ocupa parámetros para el observador y el controlador, los cuales no deben ser iguales ya que provocarían una cancelación de ceros y polos en el plano complejo, por lo que la idea es que los parámetros del observador sean superiores a los del controlador.

La trayectoria considerada para la salida plana del rectificador es una curva suave de la que se conocen sus derivadas (más detalles sobre el particular en el Apéndice C); para todos los casos, el paso de integración es de  $1 \times 10^{-4}$ .

En cuanto a las ganancias de control y observador  $\{k_0, k_1, \lambda_0, \lambda_1, \lambda_2\}$ , los parámetros empleados se observan en la tabla siguiente [4.2]:

Coeficientes del Observador	Unidad	Coeficientes del Controlador	Unidad
$wn_o$	10000	$wn_c$	10000
$\zeta_o$	1	$\zeta_c$	1
$\rho_o$	10000		

Tabla 4.2: Rectificador: Coeficientes del observador y el controlador

La implementación del control en el sistema físico se muestra en el siguiente diagrama ( Figura 4.1 ):

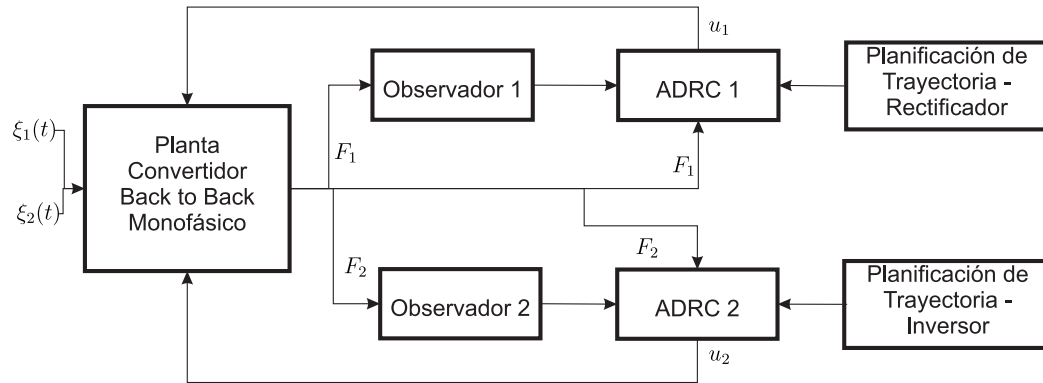


Figura 4.1: Diagrama de control por Rechazo Activo de Perturbaciones

Por lo que se obtiene la siguiente simulación para el rectificador.

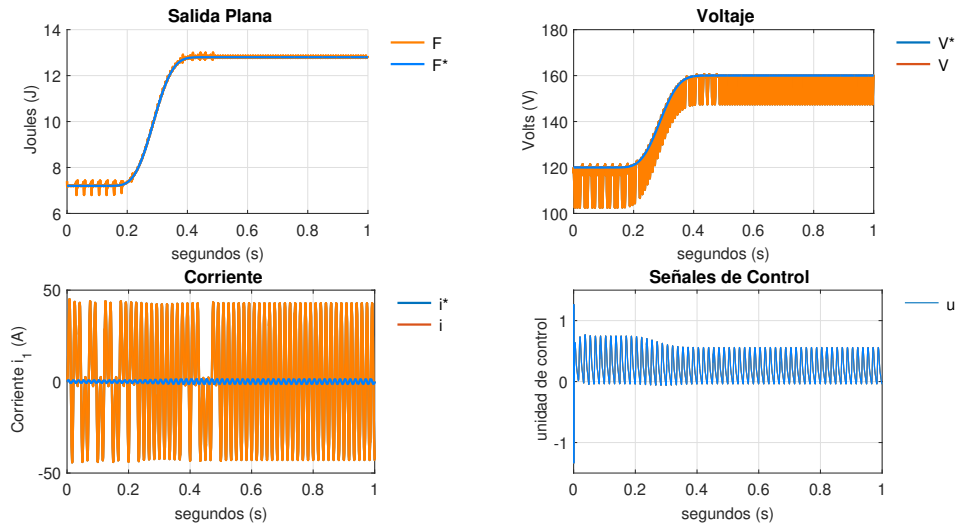


Figura 4.2: Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones

En la Figura 4.2,  $F^*$  indica la salida plana o trayectoria deseada, esto es, la energía;  $F$  indica la energía obtenida del sistema, que cumple con el objetivo de control.

El voltaje alcanzado refleja un comportamiento oscilatorio, sin embargo, al ser filtrado, el voltaje promedio queda en alrededor de 150 unidades de volts, el cuál cumple con el comportamiento requerido. Por una parte, se observa el comportamiento oscilatorio de la corriente, y aunque la amplitud rebasa lo esperado, el resultado no afecta al sistema; por otra, el seguimiento de la energía es casi impecable en el estado estacionario de la trayectoria. Recordemos que la salida plana es la energía del sistema, por lo que se cumplen los objetivos de control. Además, en la gráfica de control se encuentra un comportamiento entre los valores  $[-1, 1]$ . Este resultado es favorable puesto que facilita la conversión por parte del convertidor PWM que encenderá o apagará los IGBTs.

En este nuevo sistema, los parámetros del observador y el controlador son diferentes (Tablas [4.3] y [4.4]) y los resultados se aprecian en la Figura 4.3.

Parámetros	Unidades
Capacitor (C)	13 [ $\mu F$ ]
Inductancia (L)	5 [ $mH$ ]
Resistencia Parásita de Inductancia (rl)	0.15 [ $\Omega$ ]
Resistencia Parásita del Capacitor (rC)	100 [ $\Omega$ ]

Tabla 4.3: Parámetros de Inversor

Coefficientes del Observador	Unidad	Coefficientes del Controlador	Unidad
$wn_o$	100000	$wn_c$	10000
$\zeta_o$	1	$\zeta_c$	1
		$\rho_c$	10000

Tabla 4.4: Inversor: Coeficientes del observador y el controlador

En la Figura 4.3 se observa la trayectoria deseada ( $i_2^*$ ) y el resultado ( $i_2$ ). No debe sorprender al lector que la trayectoria deseada sea una senoide debido a que la función del inversor es convertir la corriente directa en corriente alterna. Cabe recordar que la salida plana del inversor monofásico es la corriente de salida del filtro, en este caso  $i_2$ , entonces la trayectoria deseada será una señal sinusoidal con amplitud de 15 A y una frecuencia de 60Hz; de manera similar, se presentará el voltaje deseado en alterna con una amplitud de 127V y 60Hz.

Tanto la salida plana,  $i_2$ , como la corriente,  $i_1$ , respetan la trayectoria y aseguran el objetivo de control. Ahora en cuanto al voltaje deseado, aunque se observa un pico de voltaje alto al inicio del control, este es compensado por el control.

Es evidente que en la simulación, este pico es compensado inmediatamente, en tanto, en el sistema físico, lo que sucedería es que, al estar saturado el control en un valor 1, el error en esta iteración sería llevado a la siguiente retroalimentación, entonces el control se ajustaría a este error y probablemente estaría saturado una o dos iteraciones más. De esta manera, el convertidor rectificador-inversor, con el control por rechazo activo de perturbaciones, es satisfactorio.



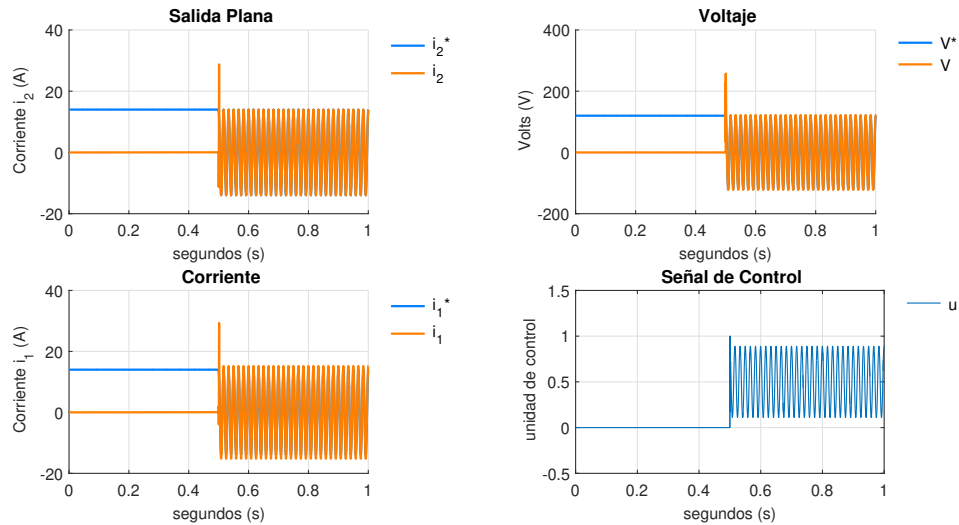


Figura 4.3: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones

La Figura 4.4 es la misma simulación del inversor monofásico, aunque se muestra el resultado de la simulación en un segmento de 0.49 a 0.53 segundos. En esta Figura se aprecia el seguimiento de la salida plana ( $i_2$ ) así como del voltaje de salida y la corriente  $i_1$ . Además se puede observar el control  $u$  acotado que mantiene la forma de la señal deseada del inversor.

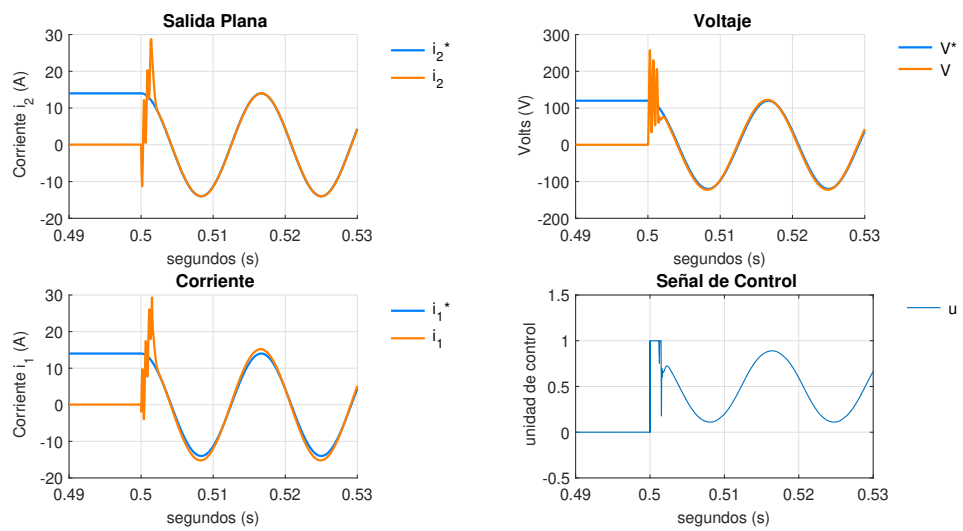


Figura 4.4: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.49 a 0.53 segundos

#### 4.1.2. Simulación del esquema Proporcional Integral Generalizado

El esquema Proporcional Integral Generalizado se presenta de la misma manera que en el caso anterior, por lo que antes de exponer las gráficas, hay que recordar que el valor de los coeficientes de control es diferente (Tabla [4.5]).

Coefficientes del Controlador	Unidad
$\omega n_c$	500
$\zeta_c$	1

Tabla 4.5: Rectificador: Coeficientes del controlador Proporcional Integral Generalizado

La Figura 4.5 muestra el diagrama de bloques del control implementado en el Rectificador.

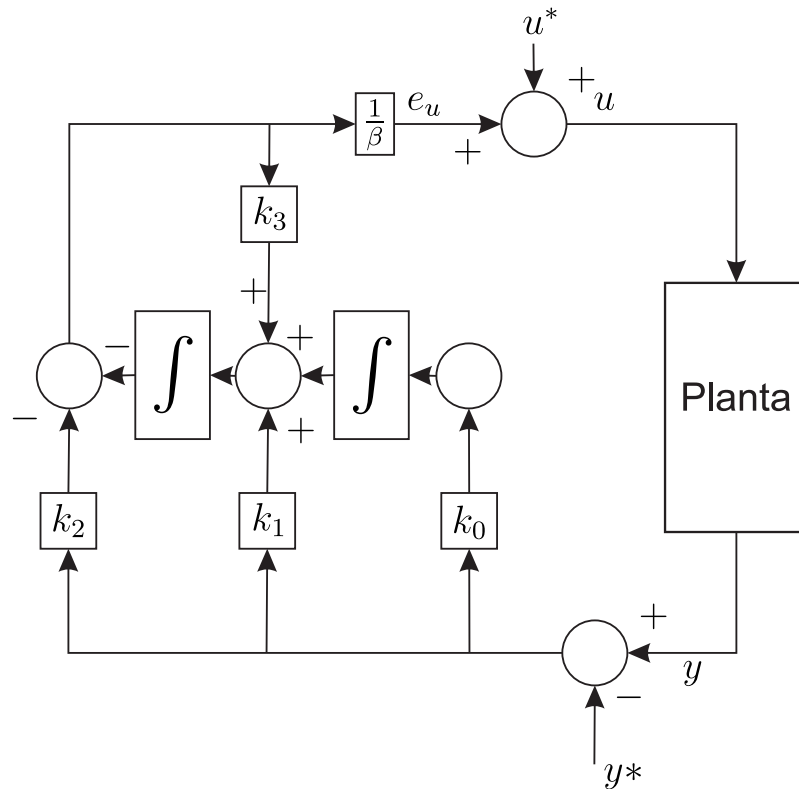


Figura 4.5: Diagrama del control Proporcional Integral Generalizado

En la Figura 4.6, se observa el resultado de la simulación:  $F^*$ , la energía, es la trayectoria deseada de la salida plana, mientras que la señal obtenida es  $F$ .

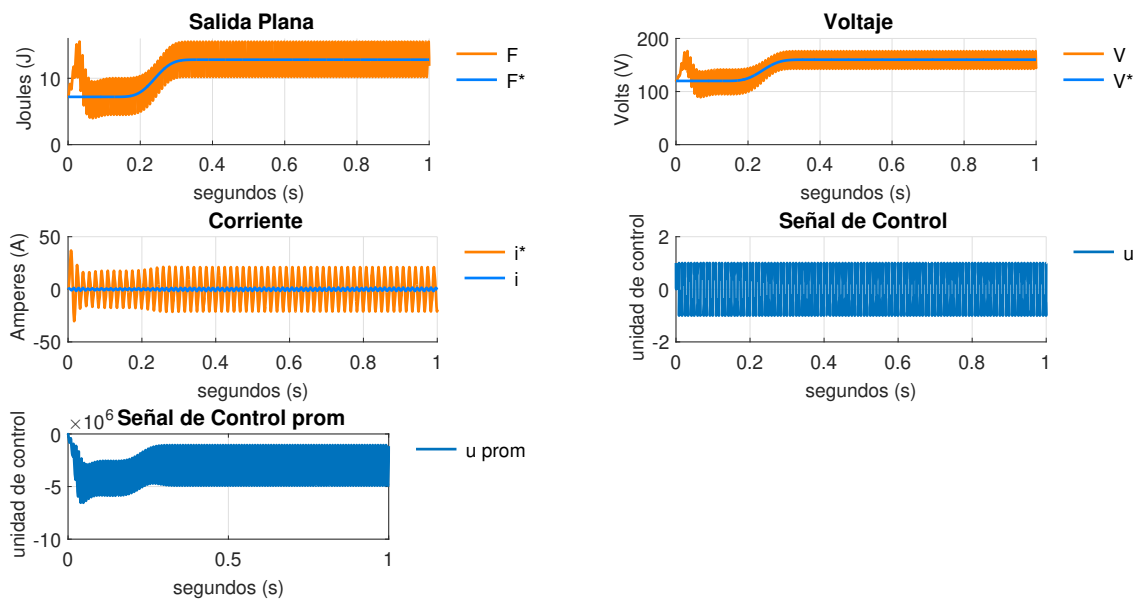


Figura 4.6: Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador con el esquema Proporcional Integral Generalizado

La Figura 4.6 indica que la energía obtenida cumple satisfactoriamente con el seguimiento de la trayectoria; en esta gráfica se observa un pico de la energía que es originado por la corriente y es el control quien lo compensa. De la misma forma, se observa que el voltaje cumple con la trayectoria y también la corriente lo hace, oscilando alrededor de cero. En estas gráficas se presentan el control promedio y el control convertido por el adaptador PWM.

En la Tabla [4.6] se muestran los parámetros del control Proporcional Integral Generalizado del inversor. La Figura 4.7 exhibe el diagrama de bloques del control implementado en el inversor, y la Figura 4.8 muestra los resultados de la simulación:

Coeficientes del Controlador	Unidad
$wn_c$	600
$\zeta_c$	1

Tabla 4.6: Inversor: Coeficientes del controlador Proporcional Integral Generalizado

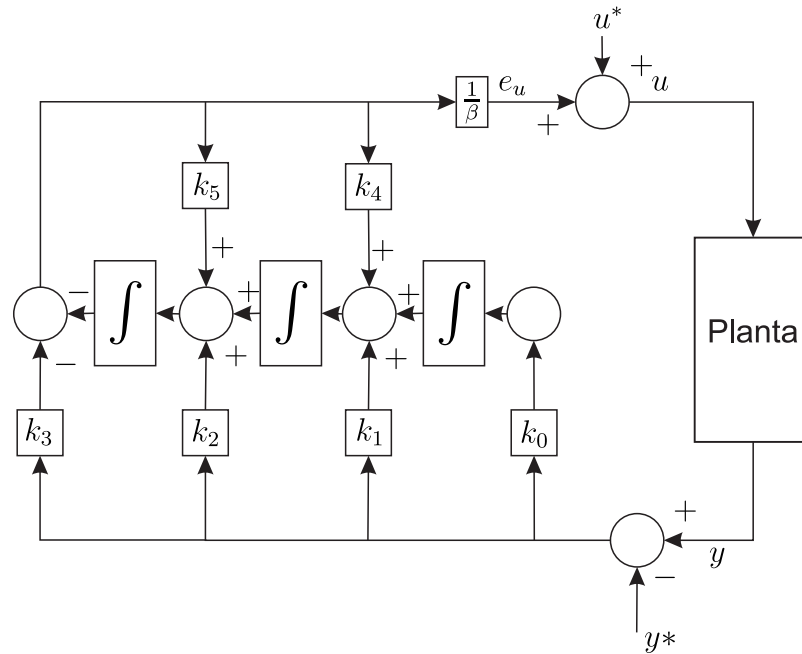


Figura 4.7: Diagrama de bloques del Inversor

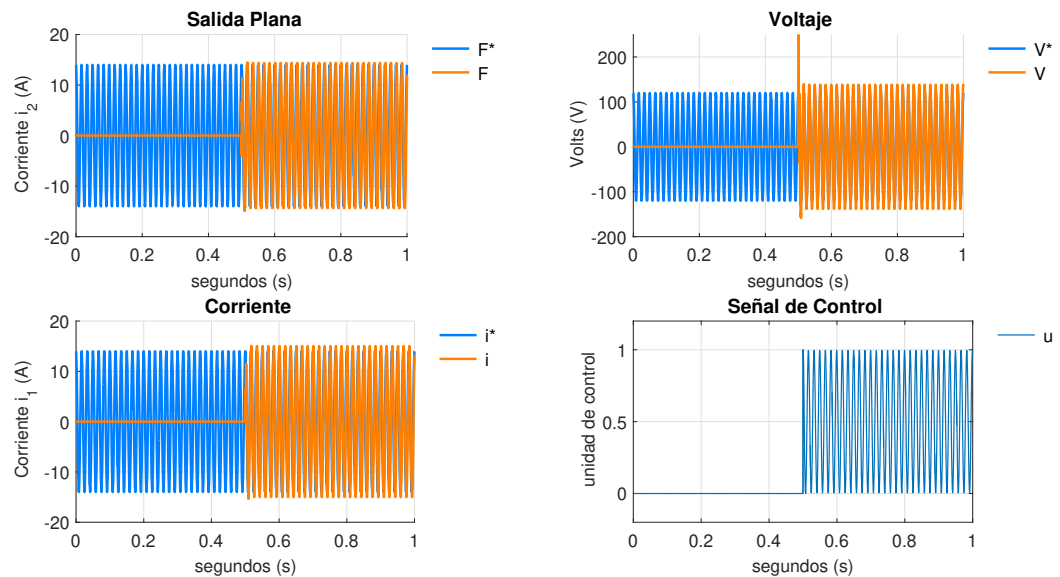


Figura 4.8: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema Proporcional Integral Generalizado

En esta simulación la trayectoria deseada inicia su evolución en el instante  $t = 0s$ , por lo que se observa el pico en la señal del control a los 0.5 segundos. Retomando la primera gráfica de la salida plana, se advierte que en el momento en que se llega a los 0.5 segundos, la corriente ( $i_2$ ) sigue inmediatamente la trayectoria impuesta; lo mismo sucede con la

corriente  $i_1$ .

El voltaje, por su parte, sufre un pico al momento de iniciar el control, elevándose a más de 200 V, esto es comprensible debido a que la trayectoria deseada en ese punto no es cero, por lo que el error es grande y el control debe compensarlo rápidamente. En el caso de la señal de control, no se requeriría de un convertidor PWM ya que la señal está acotada entre  $[0, 1]$ , sin embargo, es ostensible la existencia de un pico presente en la señal de control, recordando que esto está limitado por las características físicas del sistema eléctrico. De esta forma, la simulación continúa con el esquema de control por regímenes deslizantes.

La Figura 4.9 es la misma simulación del inversor monofásico, aunque se muestra el resultado de la simulación en un segmento de 0.49 a 0.53 segundos. En esta Figura se aprecia el seguimiento de la salida plana ( $i_2$ ) que tarda en dar el seguimiento y forma de la señal sinusoidal ocasionando que exista un retraso de la señal deseada con respecto a la obtenida. Sin embargo, como se respeta esta forma a lo largo de la simulación se aprueba este control. El voltaje de salida no presenta el mismo comportamiento aunque es evidente un ligero aumento en la amplitud del voltaje; la corriente  $i_1$  presenta el mismo comportamiento que la corriente  $i_2$ . Además se puede observar el control  $u$  acotado que mantiene la forma de la señal deseada del inversor.

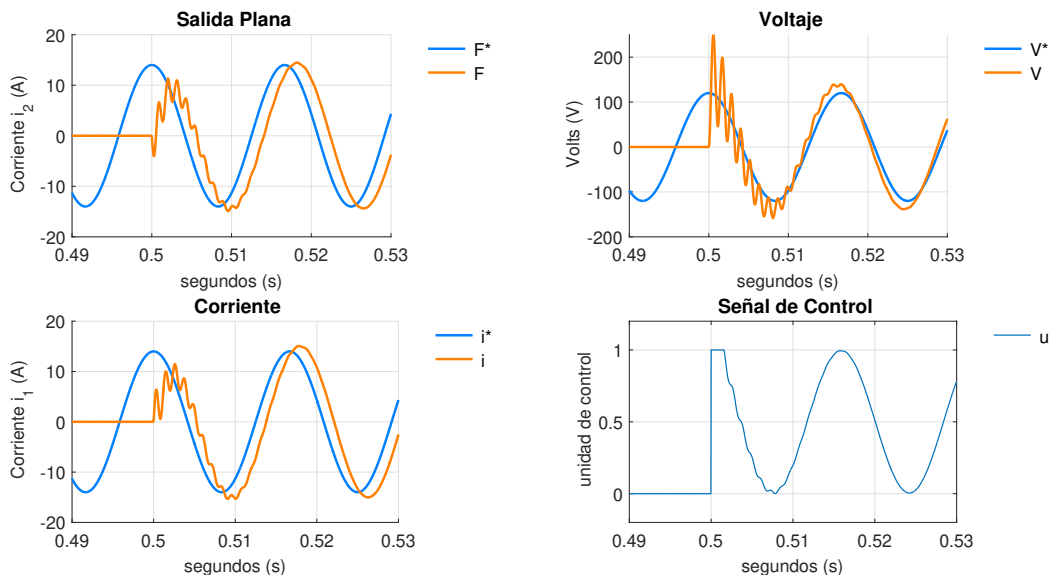


Figura 4.9: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.49 a 0.53 segundos

### 4.1.3. Simulación del esquema por Regímenes Deslizantes

En esta subsección se presentarán los resultados obtenidos en la simulación del control por Regímenes Deslizantes. Los valores de los coeficientes del control se indican en la tabla siguiente.

Coefficientes del Controlador	Unidad
$\omega n_c$	1200
$\zeta_c$	2

Tabla 4.7: Rectificador: Coeficientes del controlador por Regímenes Deslizantes

La Figura 4.10 muestra el diagrama de bloques con el control por Modos Deslizantes implementado en el sistema.

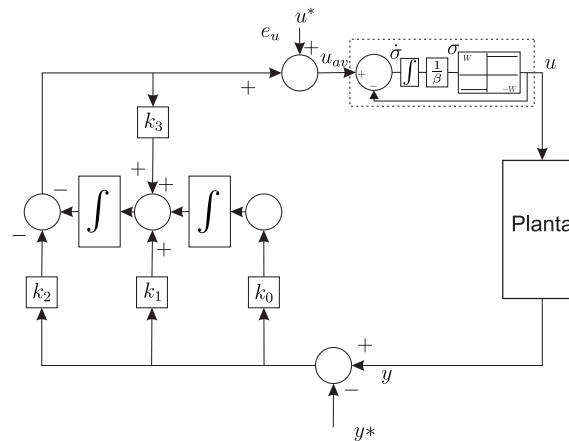


Figura 4.10: Diagrama de bloques del Rectificador

De manera similar al esquema anterior, la trayectoria deseada  $F^*$  y la respuesta obtenida  $F$ . La Figura 4.11 constata el resultado donde, en general, la salida plana cumple con la trayectoria impuesta.

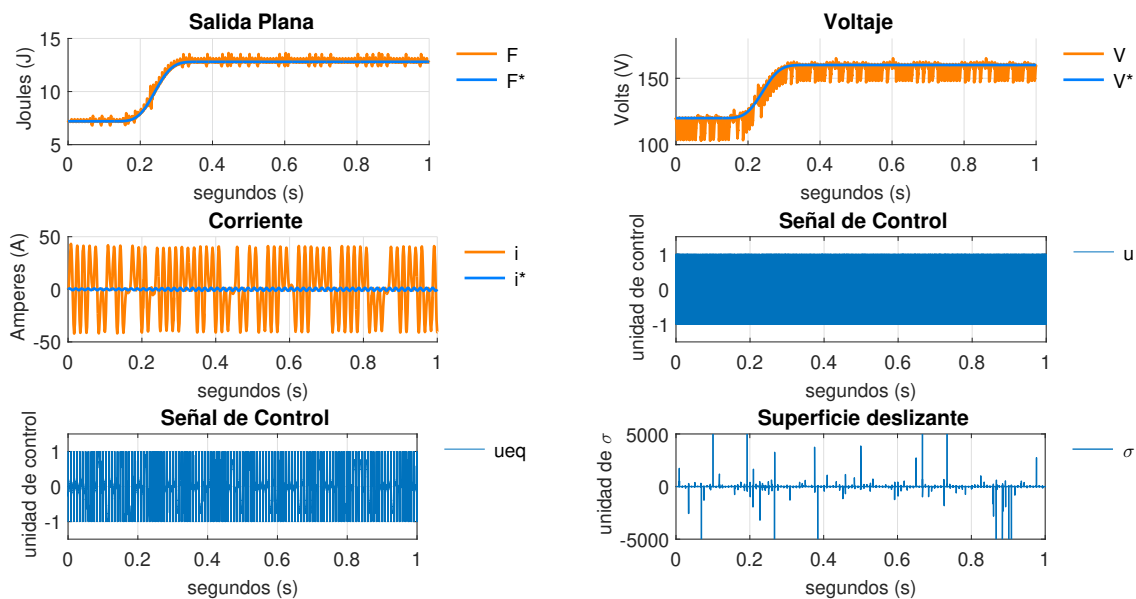


Figura 4.11: Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador con el esquema por Regímenes Deslizantes

Como se observa en la primera gráfica de la Figura 4.11, la salida plana cumple con su objetivo. De la misma manera, el voltaje sigue su trayectoria teniendo en cuenta que es controlado de manera indirecta. En el caso de la corriente, de igual modo que en los esquemas anteriores, oscila alrededor de cero. La señal de control  $u$  oscilará de acuerdo con la conmutación impuesta por el modulador Delta-Sigma; en el caso de la señal de control equivalente  $u_{eq}$  está acotada entre  $[-1, 1]$ .

Ahora bien uno de los factores que nos permiten confiar en el esquema de control es que la última gráfica que representa la superficie deslizante  $\sigma$  siempre ronda cerca de cero, no obstante que es evidente que en esta simulación existen infinidad de picos a lo largo de la superficie deslizante. Continuando con la simulación del inversor, en la tabla [4.8] se encuentran los coeficientes para el controlador.

Coeficientes del Controlador	Unidad
$wn_c$	500
$\zeta_c$	2
$\rho_c$	500

Tabla 4.8: Inversor: Coeficientes del controlador por Regímenes Deslizantes



El diagrama de la Figura 4.12 muestra la implementación del control por Regímenes Deslizantes en el inversor.

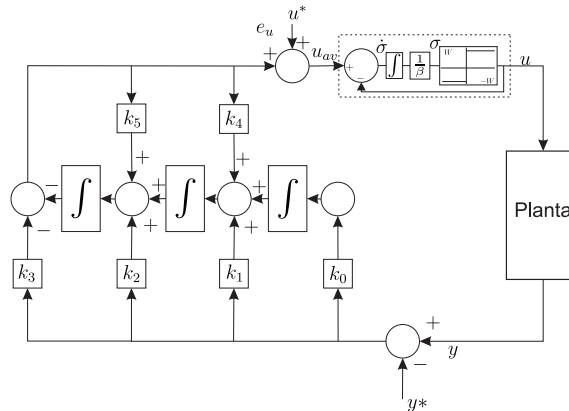


Figura 4.12: Diagrama de bloques del Inversor

La Figura 4.13 nos muestra la simulación del inversor, en donde la salida deseada inicia desde  $t = 0$  s y el control empieza a actuar en  $t = 0.5$  s. Como se observa en la gráfica de las corrientes  $i_2$  e  $i_1$ , las trayectorias cumplen con lo deseado. Por parte de la simulación del voltaje, se ve que al momento de iniciar el control existe un pico de voltaje como en las simulaciones anteriores, lo cual es compensado por el control.

Lo impactante en esta simulación es que la superficie deslizante está más próxima a cero que en el rectificador. Por otra parte, la conmutación de la señal de control es parecida al GPI, aunque esta esté acotada entre  $[-1, 1]$ , ya que aquí actúa el modulador Delta-Sigma. De esta manera se puede proceder a la simulación del convertidor rectificador-inversor trifásico.

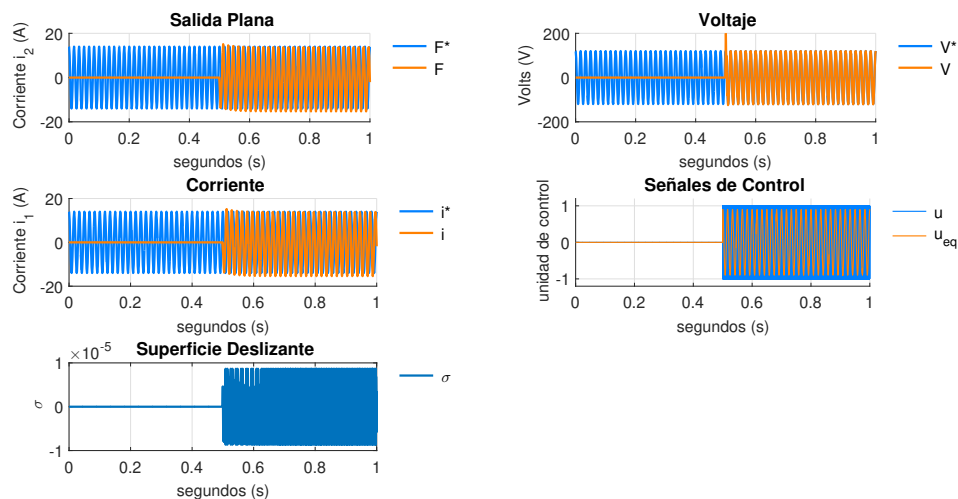


Figura 4.13: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes

La Figura es la misma simulación del inversor monofásico, aunque se muestra el resultado de la simulación en un segmento de 0.49 a 0.53 segundos. En esta Figura se aprecia el seguimiento de la salida plana ( $i_2$ ) que se encuentra desfasada alrededor de  $90^\circ$  con respecto a la señal deseada. Con esta falta de seguimiento se podría decir que no se cumple el objetivo; ahora bien al conservarse la sinusoide, la amplitud de la misma y que la señal  $i_1$  es idéntica a la salida plana, se podría asumir que cumple con el objetivo. El voltaje de salida cumple exactamente con la forma de la señal deseada, lo cual alienta la implementación de este esquema de control. Además, se puede observar el control  $u_{eq}$  acotado que mantiene la forma de la señal deseada del inversor, por lo que es imperativo que se implemente un convertidor PWM.

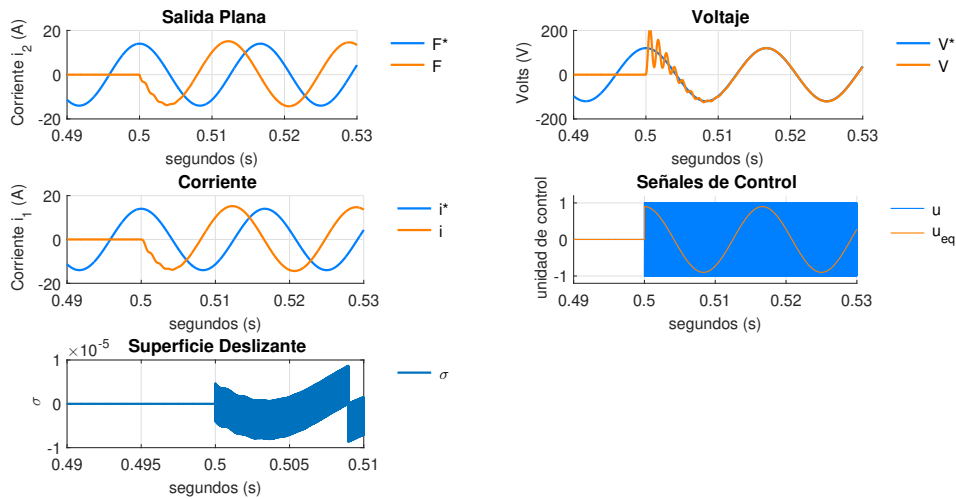


Figura 4.14: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.49 a 0.53 segundos

## 4.2. Simulación del Rectificador-Inversor Trifásico

Tomando en cuenta el desarrollo de la simulaciones del Convertidor Monofásico, y debido a la metodología planteada, se procederá a exponer los resultados obtenidos de la implementación del esquema en el programa *Matlab/Simulink*<sup>®</sup> a un paso de integración de  $1 \times 10^{-6}$ . Las condiciones de la simulación que deberán de tomarse en cuenta en el caso del voltaje de corriente continua son: pasar de 220 a 240 V, ya que se espera que esto sea dentro del marco  $dq0$ , la corriente  $i_q$  deberá ser cero o permanecer en la vecindad de cero. La corriente  $i_d$  no se puede controlar ya que no pertenece a ninguna salida plana por lo que se espera que su comportamiento sea constante. En el caso del inversor, se requiere que los voltajes deseados sean las señales sinusoidales desfasadas de 120 grados con una amplitud de 220 V y frecuencia de 60 Hz. De igual manera se espera la corriente invertida que sea de una amplitud de 50 A y 60 Hz.

En las siguientes tablas se presentan los parámetros de ambos sistemas usados en las simulaciones de todos los esquemas de control, Estos fueron obtenidos de los artículos de Gensior *et al.* [15], y de Houari *et al.* [19].

Parámetros	Unidades
Capacitor (C)	3.3 [mF]
Inductancia ( $L_i$ )	1 [mH]
Resistencia de Carga (R)	5000 [ $\Omega$ ]
Resistencia Parásita ( $r_i$ )	4 [ $\Omega$ ]
Voltaje Nominal	220 [V]

Tabla 4.9: Parámetros del Rectificador Trifásico

Parámetros	Unidades
Capacitor ( $C_i$ )	20 [ $\mu F$ ]
Inductancia ( $L_i$ )	1 [mH]
Resistencia Parásita de Inductancia (rl)	4 [ $\Omega$ ]

Tabla 4.10: Parámetros del Inversor Trifásico

#### 4.2.1. Simulación del esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones

Para obtener los resultados de la simulación es necesario recordar que, en el caso del esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones, se requieren los parámetros de Hurwitz, diferentes del observador y del controlador. En las tablas siguientes se muestran los parámetros de los respectivos controles.

Coefficientes del Observador d	Unidad	Coefficientes del Controlador d	Unidad
$wn_{od}$	5000	$wn_{cd}$	1000
$\zeta_{od}$	1	$\zeta_{cd}$	1
$\rho_{od}$	5000		

Tabla 4.11: Rectificador: Coeficientes del Observador y el controlador del primer control  $u_d$

Coefficientes del Observador q	Unidad	Coefficientes del Controlador q	Unidad
$wn_{oq}$	1000	$wn_{cq}$	10
$\zeta_{oq}$	1	$\zeta_{cq}$	1

Tabla 4.12: Rectificador: Coeficientes del Observador y el controlador del segundo control  $u_q$

En la Figura 4.15 se presenta un diagrama de los controles del Rectificador y del Inversor.

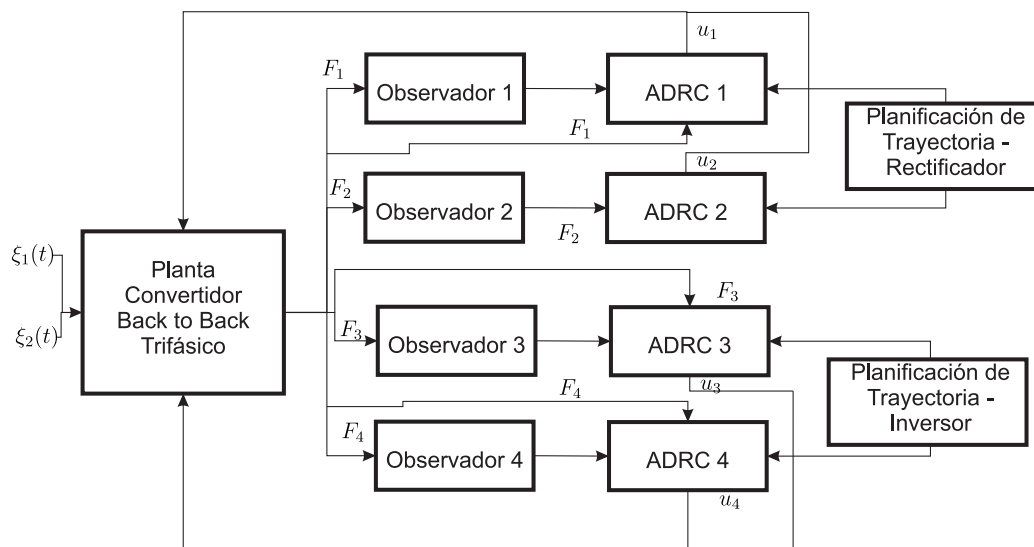


Figura 4.15: Esquema del Control por Rechazo Activo de Perturbaciones para el Rectificador-Inversor

En la Figura 4.16, se observa el resultado de la simulación de la parte del rectificador. En la primera gráfica, en la esquina superior izquierda, se muestra la trayectoria proyectada y la trayectoria alcanzada. Esta gráfica denota que el seguimiento es sumamente pulido y, a diferencia del sistema monofásico, no presenta alteraciones en el estado estacionario, mas que el salto inicial. La gráfica de la segunda salida plana muestra un salto al inicio de la simulación, aunque después de unos milisegundos se muestra en cero o muy cerca de cero, lo cual cumple con el objetivo del control. En el caso del voltaje, se ve que este sigue la trayectoria y va de 220 a 240 V, de manera indirecta se cumple este objetivo de control. En el caso de la corriente  $i_d$ , es evidente que se comporta como corriente continua en un valor cercano a 60 A durante el resto de la simulación. Las últimas dos gráficas muestran el comportamiento de los controles  $u_d$  y  $u_q$ , los cuales se mantienen cerca de cero. Los controles están presentados en el marco  $dq$  para implementarlos se deben de transformar al marco  $abc$  y posteriormente deberán ingresarse al convertidor PWM.

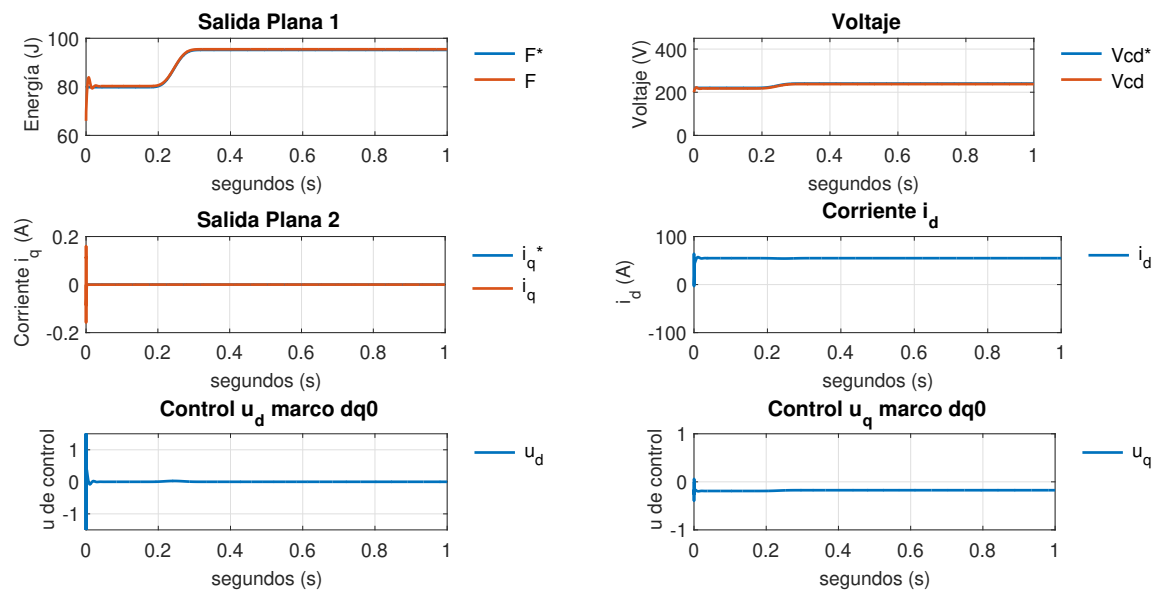


Figura 4.16: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones

De manera similar al rectificador, se presentarán en las tablas [4.13] y [4.14] los coeficientes del observador y del controlador de los respectivos controles.

Coeficientes del Observador d	Unidad	Coeficientes del Controlador d	Unidad
$wn_{od}$	100	$wn_{cd}$	15
$\zeta_{od}$	1	$\zeta_{cd}$	1
$\rho_{od}$	100		

Tabla 4.13: Inversor: Coeficientes del Observador y el controlador del primer control  $u_d$

Coeficientes del Observador q	Unidad	Coeficientes del Controlador q	Unidad
$wn_{oq}$	100	$wn_{cq}$	15
$\zeta_{oq}$	1	$\zeta_{cq}$	1
$\rho_{oq}$	100		

Tabla 4.14: Inversor: Coeficientes del Observador y el controlador del segundo control  $u_q$

La presentación de los resultados del inversor trifásico cambia. La Figura 4.17 muestra las simulaciones obtenidas en el marco  $abc$  y no en el  $dq0$  y la razón es muy sencilla. El marco  $dq0$  sirve para simplificar el modelo del sistema y el control, pero elimina una variable, y para observar el comportamiento trifásico, es primordial regresar al marco de referencia original. Aclarado esto, se ve la salida plana en forma trifásica con una amplitud menor a  $1J$ , lo cual permite dar el visto bueno al desarrollo de la simulación.

La siguiente gráfica muestra el voltaje deseado que inicia desde  $t = 0$  s. Las gráficas que presentan el voltaje y corriente invertidos muestran claramente que se cumplen los objetivos del control donde el voltaje trifásico alcanza la amplitud de  $220$  V y la corriente sobrepasa los  $50$  A. La acción del control en el marco  $dq0$  es sumamente pequeña y oscila en  $0$ . Para ser implementados físicamente, el control  $u_d$  y  $u_q$  deberán ser transformados en el marco de referencia  $abc$ .

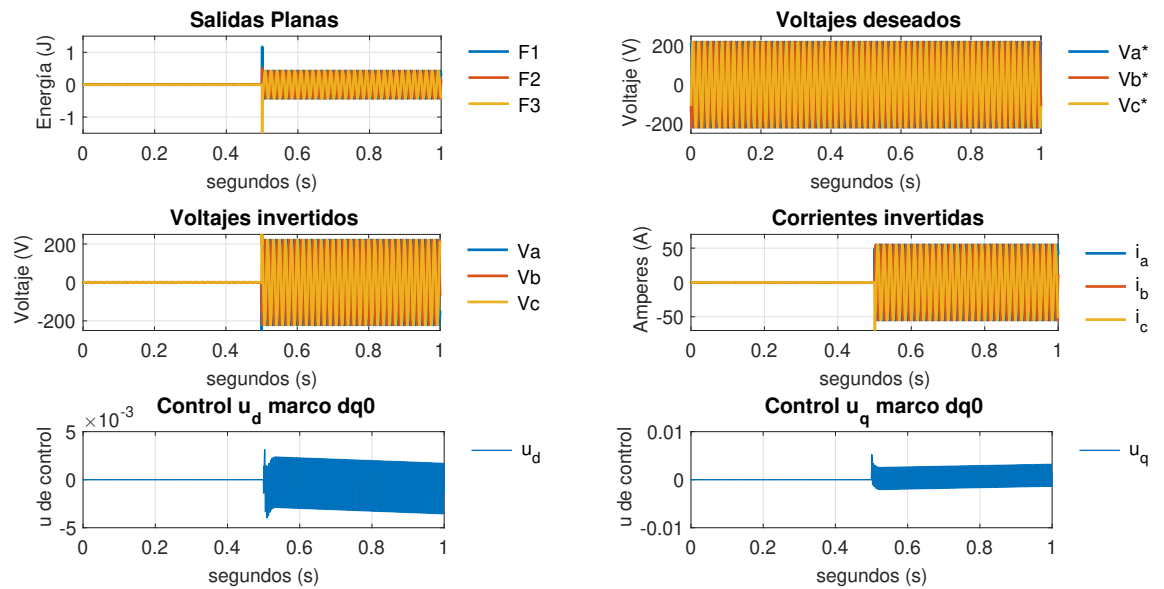


Figura 4.17: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones

La Figura 4.18 muestra la misma simulación que la anterior con el tiempo a 0.04 segundos para apreciar el inicio de las acciones de control. En la primera gráfica se muestra el comportamiento de la salida plana en el marco  $abc$ , la segunda gráfica contiene los voltajes deseados que son activados desde el inicio de la simulación. La tercera gráfica muestra los voltajes obtenidos del inversor y cómo estos están emparejados con los deseados, es decir,  $Va^*$  y  $Va$ ,  $Vb^*$  y  $Vb$ ,  $Vc^*$  y  $Vc$ . La cuarta gráfica muestra las señales de corrientes, donde se mantiene la sinusoidal desfasada con respecto al voltaje deseado; se debe recordar que ambas señales son controladas indirectamente a partir de la salida plana que es la energía. Las gráficas quinta y sexta ofrecen un acercamiento al control  $u_d$  y  $u_q$  en el marco  $dq0$ , notando que las unidades son cercanas a 0 y las dos tratan de conservar la forma de una senoide en ese mismo marco de referencia.

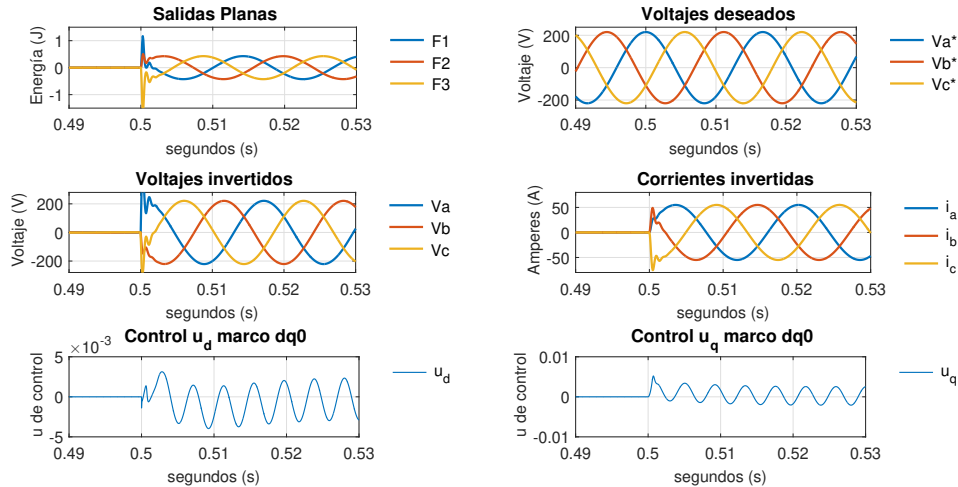


Figura 4.18: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.49 a 0.53 segundos



### 4.2.2. Simulación del esquema Proporcional Integral Generalizado

La presentación de los resultados continúa con el esquema Proporcional Integral Generalizado y en la siguiente tabla se exhiben los parámetros de los coeficientes de los controles del rectificador.

Coefficientes del Controlador d	Unidad	Coefficientes del Controlador q	Unidad
$\omega n_{cd}$	1200	$\omega n_{cq}$	10
$\zeta_{cd}$	1	$\zeta_{cq}$	1

Tabla 4.15: Rectificador: Coeficientes del controlador Proporcional Integral Generalizado

La Figura 4.19 expone el diagrama de bloques del esquema GPI implementado en el Rectificador.

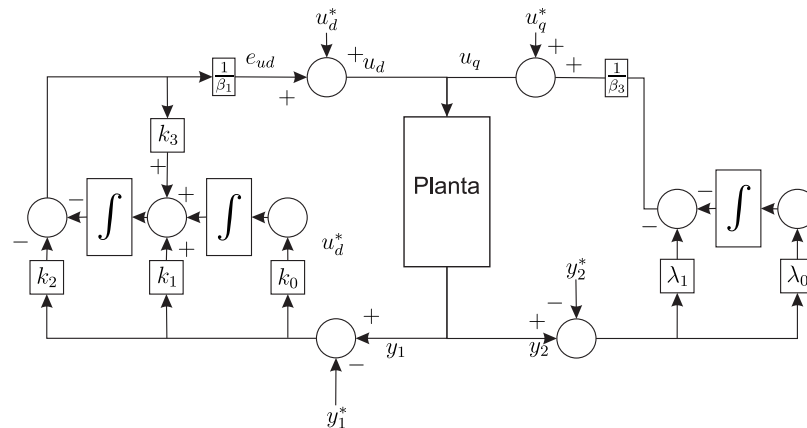


Figura 4.19: Diagrama de bloques del Rectificador

En la Figura 4.20 están los resultados de la simulación. En la salida plana, el seguimiento es sumamente pulcro, por lo que se aprecia el objetivo de control cumplido. En cuanto a la gráfica del voltaje, el seguimiento es casi idéntico y se mantiene estable en el resto de la simulación. La segunda salida plana, que corresponde a la corriente  $i_q$ , se muestra que, aunque no está completamente en cero, la tendencia es cero y es un valor que ronda los mili-amperes; la corriente  $i_d$  se mantiene constante en un valor de 20 A a lo largo de la simulación. Por parte de los controles, se observa que el control  $u_d$  sólo tiene un salto al inicio de la simulación y se mantiene cercano a cero. En el caso del control  $u_q$ , este no se mantiene cerca de cero, pero sí cerca de un valor constante por el resto de la simulación.

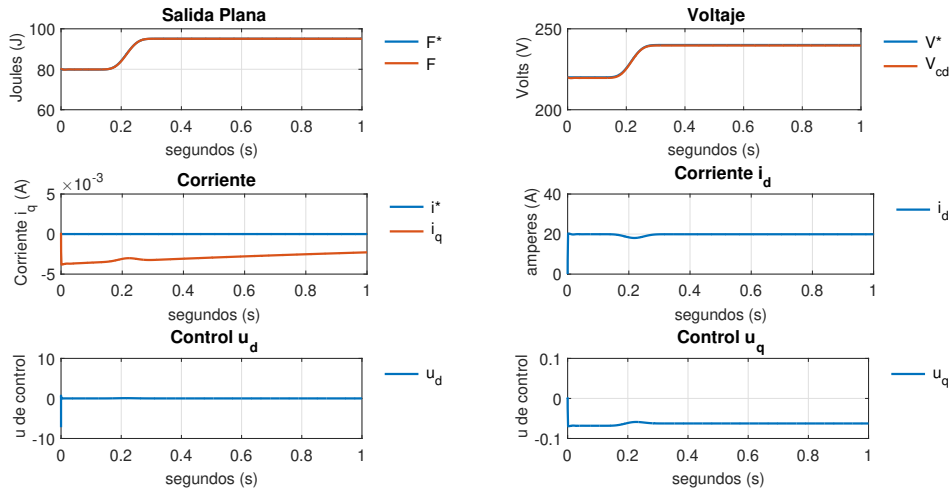


Figura 4.20: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador con el esquema Proporcional Integral Generalizado

A continuación, se exponen, en la tabla siguiente, los coeficientes para el inversor y más adelante los resultados de la simulación.

Coeficientes del Controlador d	Unidad	Coeficientes del Controlador q	Unidad
$wn_{cd}$	25	$wn_{cq}$	25
$\zeta_{cd}$	1	$\zeta_{cq}$	1

Tabla 4.16: Inversor: Coeficientes del controlador Proporcional Integral Generalizado

La Figura 4.21 muestra el diagrama de bloques del control implementado en el Inversor.

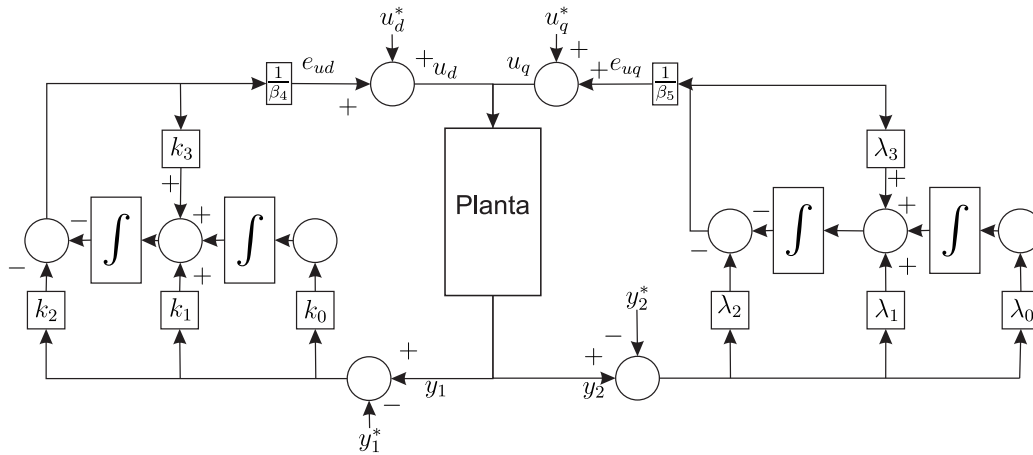


Figura 4.21: Diagrama de bloques del Inversor

La Figura 4.22 muestra los resultados de la simulación del inversor. En este caso, se observa que las salidas planas se exponen en el marco  $abc$ . En la gráfica 2 se ve el voltaje deseado que inicia en  $t = 0$  s con las mismas especificaciones.

En el caso del voltaje, se observa que existe un pico en el instante  $t = 0.5$  s al inicio de la activación del control, sin embargo, se cumple el objetivo del mismo. En la gráfica de la corriente, se muestra la corriente trifásica de amplitud  $50$  A, la cual también cumple con el objetivo de control. Lo notable de la simulación es la evolución de las señales de control, donde  $u_d$  muestra un pico en el instante de su activación para, instantáneamente, habitar en la vecindad de cero. Por el contrario, el control  $u_q$  muestra un comportamiento oscilatorio alrededor de cero, pero menor a la unidad. Ambos comportamientos son ideales al momento de transformarse primero en el marco  $abc$  y después en el convertidor PWM.

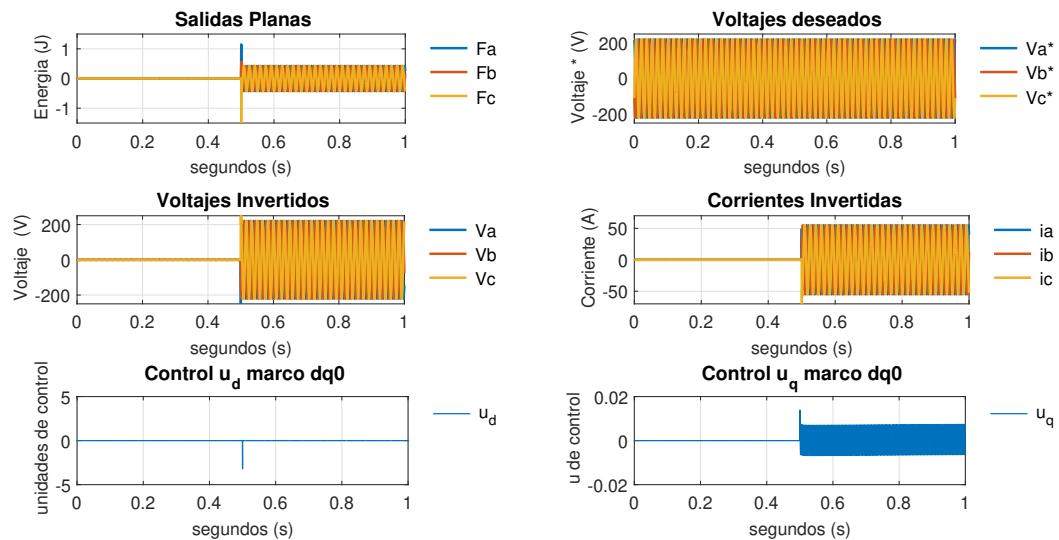


Figura 4.22: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema Proporcional Integral Generalizado

La Figura 4.23 muestra la misma simulación que la anterior sólo que con la limitante de tiempo a 0.04 segundos para valorar el inicio de las acciones de control. En la primera gráfica se muestra el comportamiento de la salida plana en el marco  $abc$ , la segunda gráfica contiene los voltajes deseados que son activados desde el inicio de la simulación. La tercera gráfica muestra los voltajes obtenidos del inversor y cómo estos están emparejados con los deseados, es decir,  $Va^*$  y  $Va$ ,  $Vb^*$  y  $Vb$ ,  $Vc^*$  y  $Vc$ . La cuarta gráfica muestra las señales de las corrientes obtenidas, donde se mantiene la sinusoidal desfasada con respecto al voltaje deseado; se debe de recordar que ambas señales son controladas indirectamente a partir de la salida plana que es la energía. Las gráficas quinta y sexta ofrecen un acercamiento al control  $u_d$  y  $u_q$  en el marco  $dq0$ , notando que las unidades son cercanas a 0 y las dos tratan de conservar la forma de una senoide.  $u_d$  tiene la particularidad de que en el instante  $t = 0.5 s$  existe un pico más grande que el que se presenta en  $u_q$ . Se podría pensar que este pico afectaría al sistema, sin embargo se debe tener en cuenta que al pasar por el convertidor PWM, los valores se acotarán a  $\{0, 1\}$ , de manera que en caso de modificarse el comportamiento de la señal de control esta siempre estará acotada.

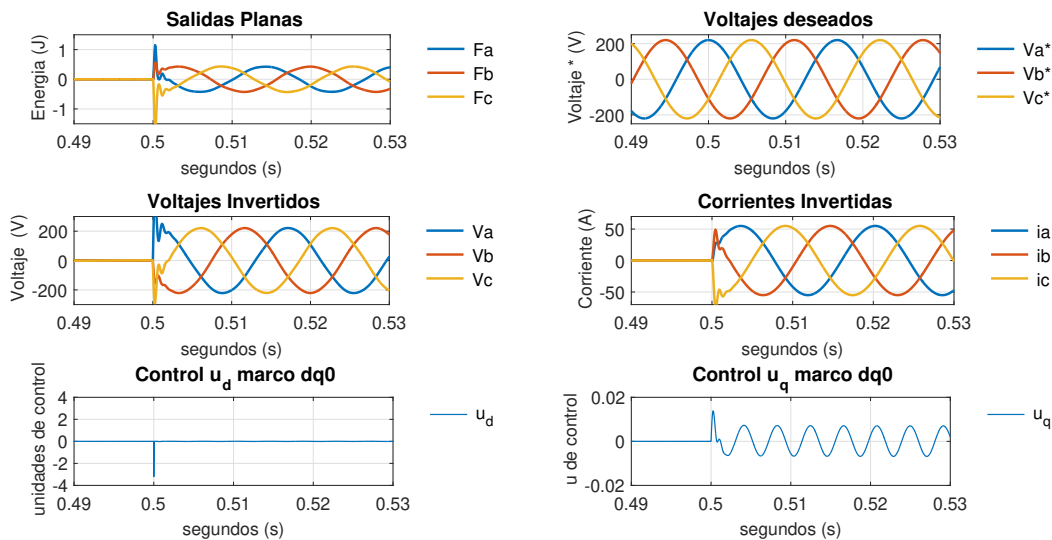


Figura 4.23: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.49 a 0.53 segundos

### 4.2.3. Simulación del esquema de Regímenes Deslizante

En la tabla [4.17] se muestran los coeficientes utilizados para los esquemas de control del rectificador trifásico.

Coefficientes del Controlador d	Unidad	Coefficientes del Controlador q	Unidad
$wn_{cd}$	900	$wn_{cq}$	10
$\zeta_{cd}$	1	$\zeta_{cq}$	1

Tabla 4.17: Rectificador: Coeficientes del controlador por Regímenes Deslizantes

La Figura 4.24 muestra el diagrama de bloques del control por Regímenes Deslizantes para el rectificador.

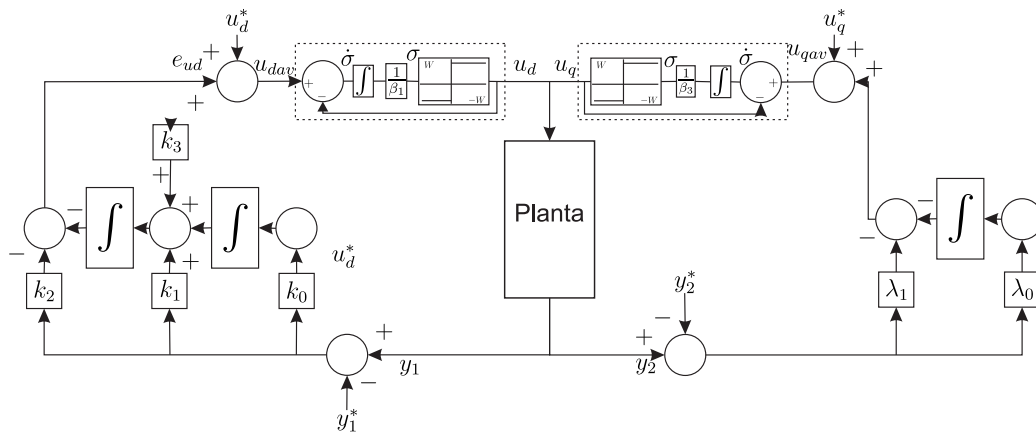


Figura 4.24: Diagrama de bloques del Rectificador

En la Figura 4.25 se indican los resultados de la simulación del esquema por Regímenes Deslizantes: en la gráfica de la salida plana se nota que el seguimiento se cumple; en el caso del voltaje rectificado, se visualiza que el voltaje obtenido está por debajo de la trayectoria deseada por 2 V, pero la forma de la trayectoria se cumple; en el caso de la corriente  $i_q$ , donde la deseada debe ser cero, es evidente que la corriente oscila entre los valores  $\{-0.5, 0.5\}$ , que, al ser una señal casi simétrica, al promediarla se obtendría una señal con un valor cercano a la vecindad de cero, por lo que se cumpliría el objetivo de control; con la corriente  $i_d$ , se muestra un valor constante de 30A a lo largo de toda la simulación que únicamente se modifica en el momento en que cambia el valor del voltaje.

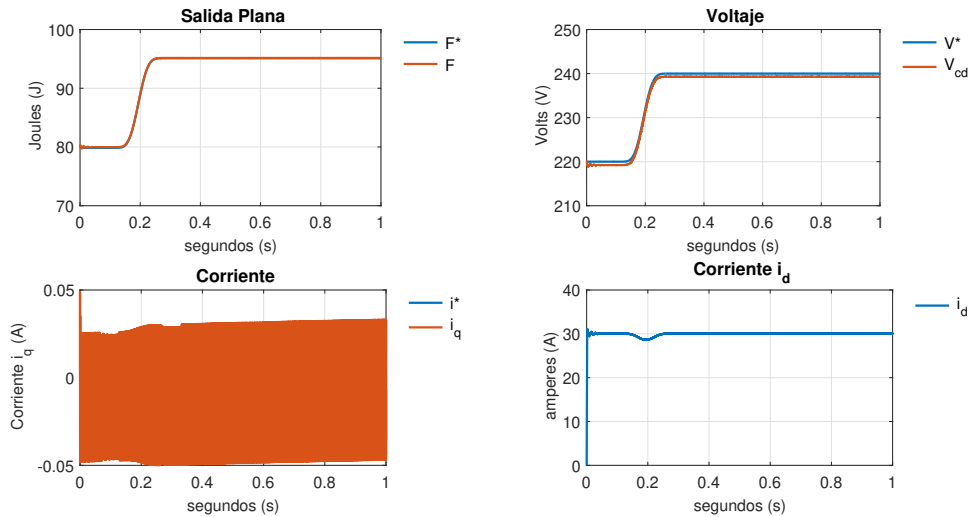


Figura 4.25: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I

Para observar mejor el comportamiento del control conmutado y el control equivalente, se debe analizar la Figura 4.26. El control  $u_d$  por definición está acotado entre  $\{-1, 1\}$ ; se percibe que este control conmuta desde el inicio en  $t = 0$  s, además de que el control equivalente  $u_{deq}$  se muestra acotado naturalmente en este mismo rango. Se recuerda que el control equivalente es la forma previa a ser procesada por el modulador delta-sigma, por lo que el control  $u_{deq}$  se muestra en la vecindad de cero. La superficie deslizante  $\sigma_d$  se presenta con una vecindad al valor cero, poco después de haber iniciado la simulación en  $t = 0$  s y permanece así el resto de la simulación. Por parte del control  $u_q$  se presenta la conmutación desde el inicio de la simulación. El control equivalente  $u_{qeq}$  oscila entre los valores que delimitan al control  $u_q$ . Si se obtiene el promedio del control  $u_{qeq}$ , se llega a un valor cercano a cero. Por parte de la superficie deslizante  $\sigma_q$ , se muestra que oscila durante toda la simulación entre los valores de  $\{-1, 1\}$  de tal misma forma que, si se obtuviese el promedio, el valor presentado estaría en la vecindad de cero.

Procediendo con la simulación del inversor, se muestran en la siguiente tabla [4.18] los coeficientes para el control del Inversor.

Coeficientes del Controlador d	Unidad	Coeficientes del Controlador q	Unidad
$wn_c$	15	$wn_c$	15
$\zeta_c$	1	$\zeta_c$	1

Tabla 4.18: Inversor: Coeficientes del controlador por Regímenes Deslizantes

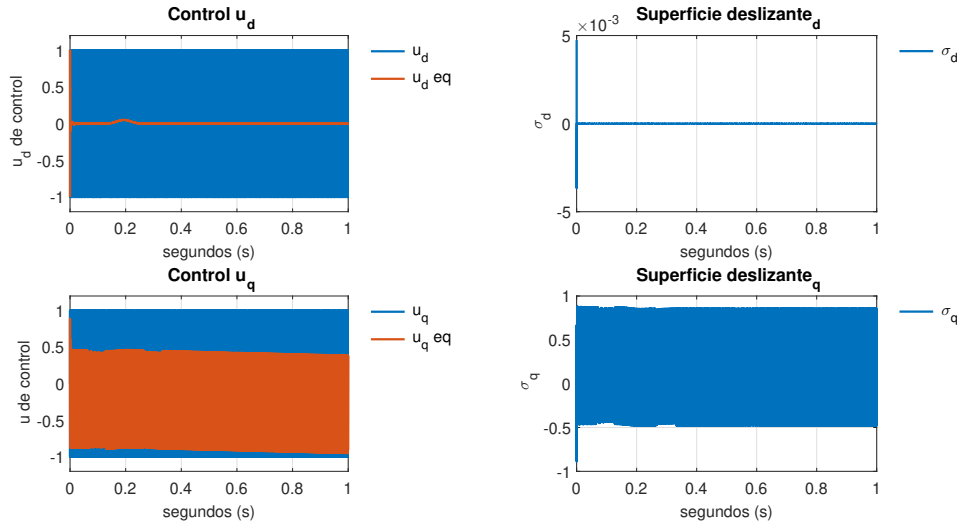


Figura 4.26: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II

En la Figura 4.27 se muestra el diagrama de bloques del control por Regímenes Deslizantes del Inversor.

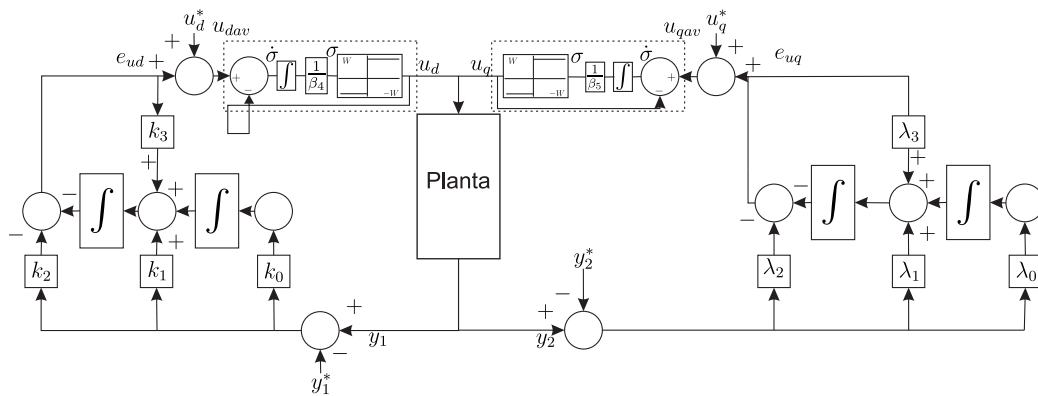


Figura 4.27: Diagrama de bloques del Inversor

En la Figura 4.28 se muestra primeramente la salida plana obtenida en el modelo trifásico. En el caso del voltaje y la corriente en forma trifásica, se observa que ambas señales cumplen con los objetivos del control teniendo 220 V y sus 50 A respectivamente. En el caso del control  $u_d$  y  $u_{deq}$ , empiezan a actuar en el instante  $t = 0.5$  s, la conmutación de  $u_d$  envuelve completamente a  $u_{deq}$  donde esta ronda en la vecindad de 0. Por parte del control  $u_q$  la conmutación aparece en el instante  $t = 0.5$  s, y el control equivalente muestra una oscilación alrededor de 0.

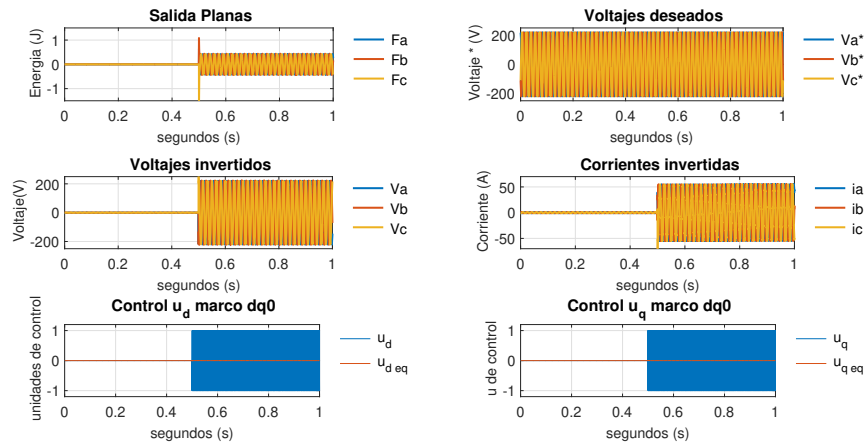


Figura 4.28: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I

En la figura 4.29 se muestran los controles  $u_a$ ;  $u_b$ ;  $u_c$  en el marco  $abc$ , los que inician la conmutación en  $t = 0.5$  s. De la misma manera, los controles equivalentes muestran un comportamiento oscilatorio alrededor de 0, por lo que se concluye que el comportamiento no difiere en el cambio de los marcos coordenados. Las superficies deslizantes  $\sigma_d$  y  $\sigma_q$  muestran una evolución a partir del instante  $t = 0.5$  s. Por un lado,  $\sigma_d$  muestra un pico en el instante de inicio para mantenerse posteriormente en la vecindad de 0; por otro lado,  $\sigma_q$  oscila en microunidades alrededor de 0.

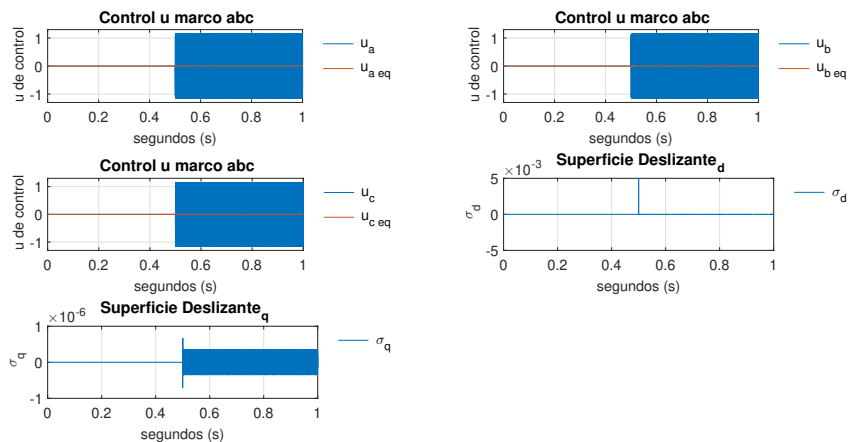


Figura 4.29: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II



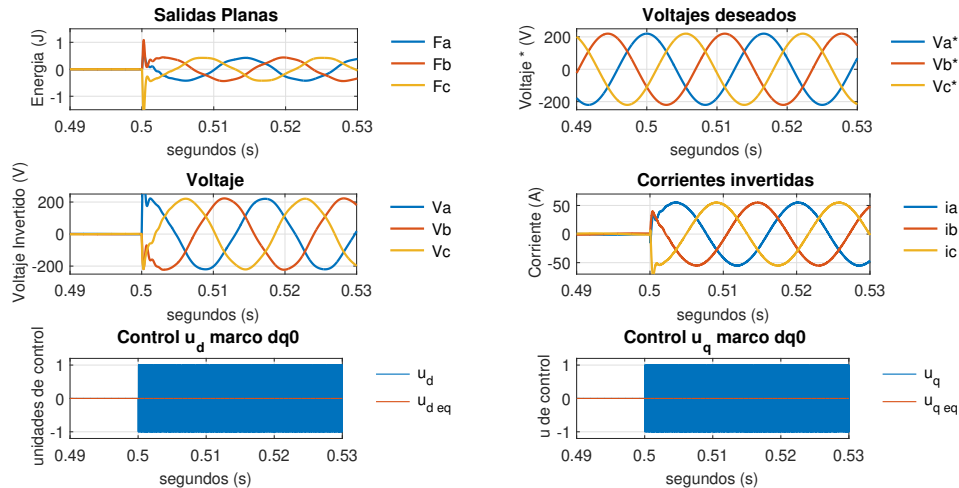


Figura 4.30: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor con el esquema por Regímenes Deslizantes de segundos

La Figura 4.30 muestra la misma simulación que la anterior con el tiempo a 0.04 *segundos* para apreciar el inicio de las acciones de control. En la primera gráfica se muestra el comportamiento de la salida plana en el marco *abc*, la segunda gráfica contiene los voltajes deseados que son activados desde el inicio de la simulación. La tercera gráfica muestra los voltajes obtenidos del inversor y cómo estos están emparejados con los deseados, es decir,  $V_a^*$  y  $V_a$ ,  $V_b^*$  y  $V_b$ ,  $V_c^*$  y  $V_c$ . La cuarta gráfica muestra las señales de las corrientes, donde se mantiene la sinusoidal desfasada con respecto al voltaje deseado; se debe de recordar que ambas señales son controladas indirectamente a partir de la salida plana que es la energía. La quinta gráfica muestra el control  $u_d$  y  $u_{deq}$ : la primera señal muestra una conmutación deseable tratándose de un control por regímenes deslizantes, la segunda muestra la evolución del control equivalente cuyo comportamiento es similar al de los previos controles, es decir, es muy cercano a cero.

### 4.3. Sistemas perturbados

Los cuatro sistemas estuvieron sujetos a perturbaciones para demostrar la robustez de los esquemas de control. Estas perturbaciones las dividimos en dos secciones: perturbaciones de alta frecuencia y perturbaciones de baja frecuencia. La adición de las perturbaciones se realizó con un voltaje de alimentación además de que la carga o la resistencia de carga se programó para que variara en un tiempo específico. Dichas perturbaciones se presentan en el mismo orden que los resultados.

#### 4.3.1. Rectificador Monofásico perturbado con Alta Frecuencia

##### Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

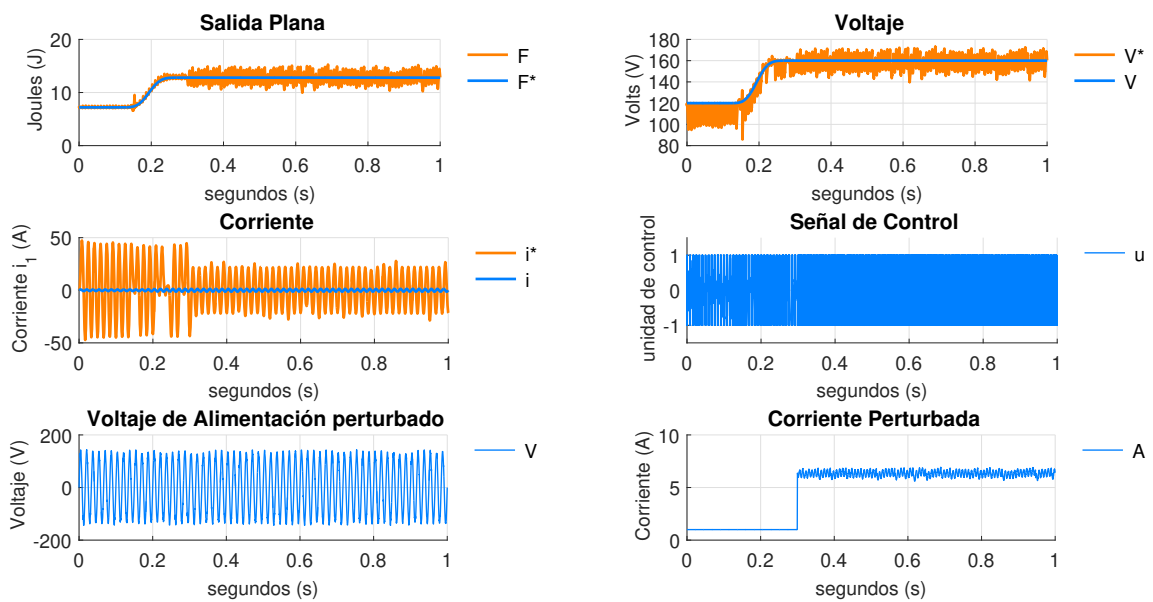


Figura 4.31: Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones

En la Figura 4.31 se aprecia en la quinta gráfica el voltaje de fuente que alimenta al rectificador. El voltaje de alimentación contiene variaciones en toda la simulación. La sexta gráfica muestra la evolución de la corriente de carga donde se varió su valor a partir del segundo 0.3.

Debido a las condiciones de perturbación, se observa que la salida plana tiene un comportamiento oscilatorio a partir de 0.3 s que refleja en gran medida el comportamiento del voltaje (véase la segunda gráfica). Sin embargo, el objetivo del control se cumple ya que la energía se mantiene oscilando alrededor del valor objetivo de la trayectoria de referencia. En el caso de la corriente, su comportamiento muestra una deformación causada por la corriente de carga, ya que no se aprecia la senoide uniforme.

En el caso del control se procedió a saturar entre  $[-1, 1]$  ya que el control crecía y debía de tener una interpretación lógica para el modulador PWM.

### Control Proporcional Integral Generalizado

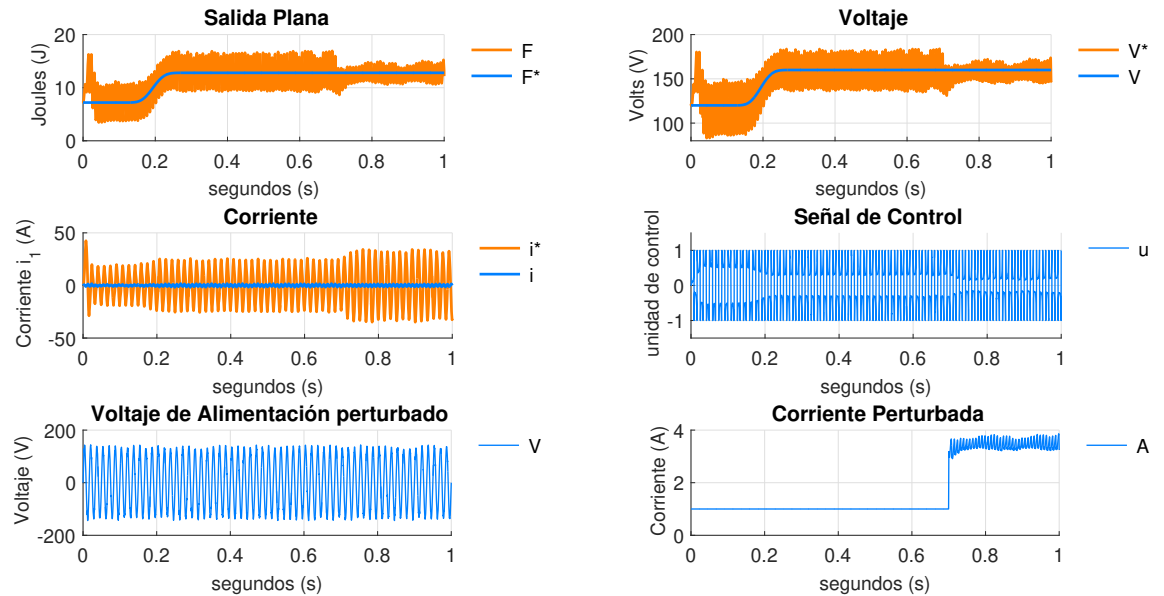


Figura 4.32: Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado

Las condiciones fueron similares para este control de acuerdo con la Figura 4.32. El voltaje de alimentación se perturba durante toda la simulación como se muestra en la gráfica 5, mientras que, en este caso, la corriente de carga variable se activa en 0.7 segundos. En la primera gráfica, que corresponde a la salida plana, se muestra que esta oscila en todo el tiempo de la simulación; lo mismo le sucede al voltaje que oscila cerca del valor objetivo marcado por la trayectoria deseada. La tercera gráfica muestra la evolución de la corriente en la simulación, donde el comportamiento refleja una senoide constante. Sin embargo, esta evolución sufre un notorio cambio al entrar en acción la corriente de carga variable. La cuarta gráfica muestra el control saturado entre  $\{-1, 1\}$  y, en este caso, la saturación permite una mejor traducción al modulador PWM.

### Control por Regímenes Deslizantes

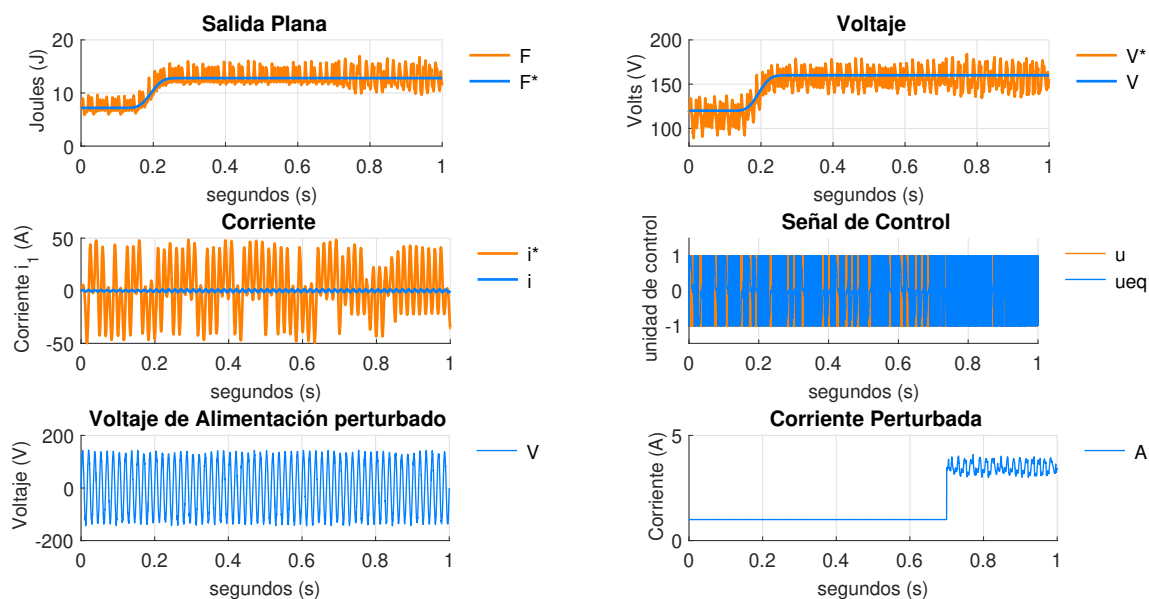


Figura 4.33: Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes

En la Figura 4.33, las perturbaciones fueron implementadas como en el esquema anterior, con un voltaje de alimentación perturbado (gráfica 5) y una corriente de carga variable (gráfica 6) activada en 0.7 segundos. En la primera gráfica, correspondiente a la salida plana, es evidente que se llega a los objetivos de control aunque esta se encuentre oscilando cerca del valor deseado. La gráfica del voltaje muestra una evidente oscilación alrededor del valor deseado durante toda la simulación. La corriente, en la tercera gráfica, muestra el peor comportamiento con respecto a los otros dos esquemas, ya que la señal no oscila alrededor del valor deseado, sino que muestra alteraciones en toda la simulación. Por parte del control en la cuarta gráfica, la conmutación se oculta tras el control equivalente que se encuentra saturado. Es tal la saturación del control equivalente que no muestra un comportamiento similar al esquema Proporcional Integral Generalizado, en que se basa este esquema de control.

### 4.3.2. Inversor Monofásico perturbado con Alta Frecuencia

A partir de las siguientes gráficas se mostrarán los resultados obtenidos por el Inversor Monofásico con dos fuentes de perturbaciones.

#### Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

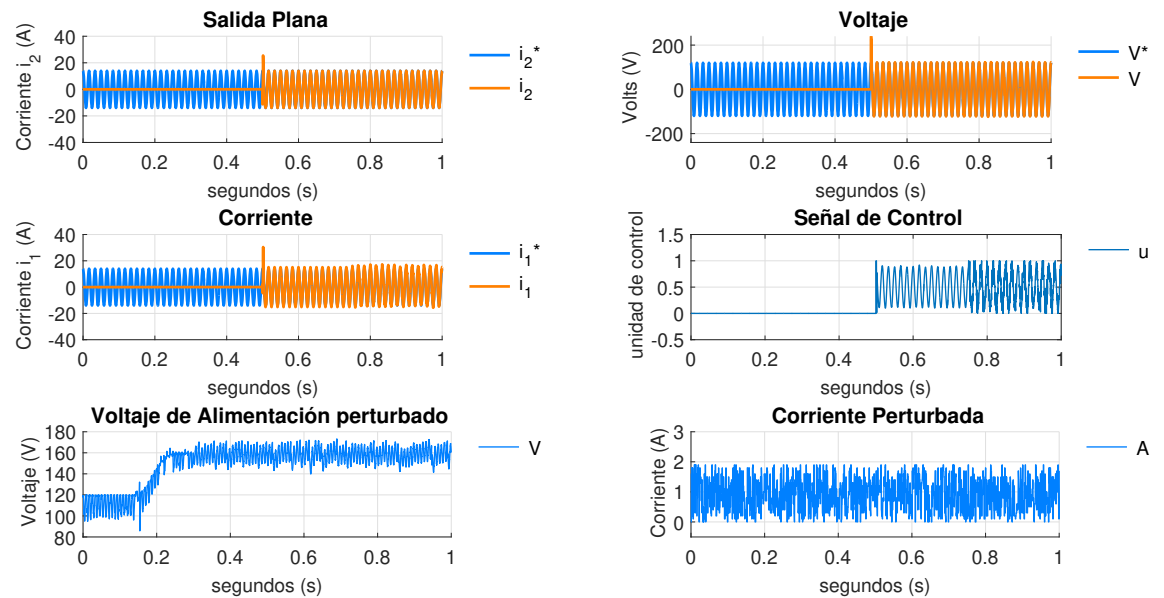


Figura 4.34: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones

La Figura 4.34 presenta, en las gráficas quinta y sexta, el voltaje de alimentación y la corriente perturbada. El voltaje de alimentación es lo que se obtiene del rectificador monofásico y entra en el inversor. En esta simulación, la corriente perturbada se presenta activa aunque está programada para que actúe en el segundo 0.7. La salida plana, en la primera gráfica, denota un comportamiento deseable, el cual cumple con los objetivos de control. De hecho, la gráfica del voltaje y la corriente ( $i_1$ ) cumplen con los mismos criterios. En el caso de la señal de control, la cuarta gráfica muestra un comportamiento ideal, ya que se encuentra acotado dentro de los límites de  $\{-1, 1\}$ . Además, el control modifica su señal en el segundo 0.7 cuando la corriente perturbada entra en acción.

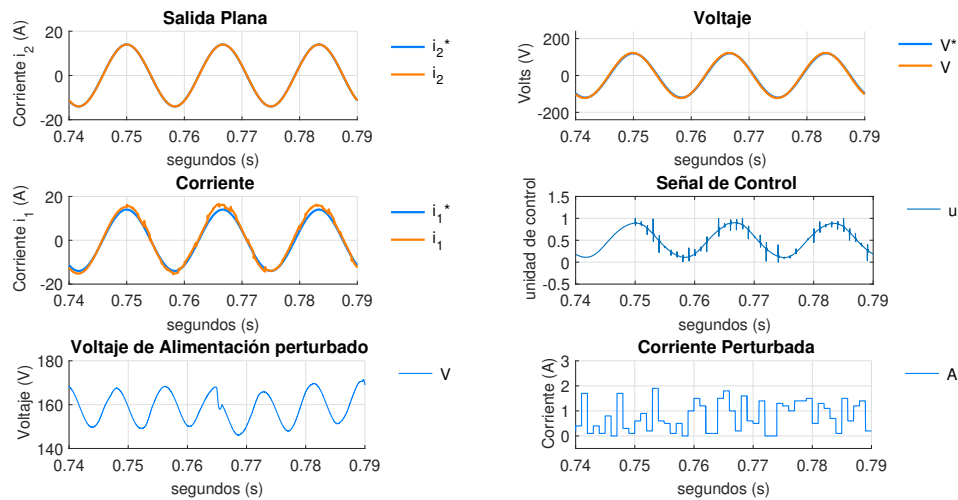


Figura 4.35: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.74 a 0.79 segundos

La Figura 4.35 muestra la misma simulación del inversor monofásico, aunque se detalla el resultado de la simulación en un segmento de tiempo de 0.74 a 0.79 segundos, donde en  $t = 0.75 \text{ s}$  se activan las señales de perturbación. En esta Figura se aprecia el seguimiento de la salida plana ( $i_2$ ) así como del voltaje de salida y la corriente  $i_1$ , donde a simple vista parece que no son afectadas por la perturbación. El control  $u$  pone en evidencia los momentos cuando se modifica o es afectado por las perturbaciones.

## Control por Proporcional Integral Generalizado

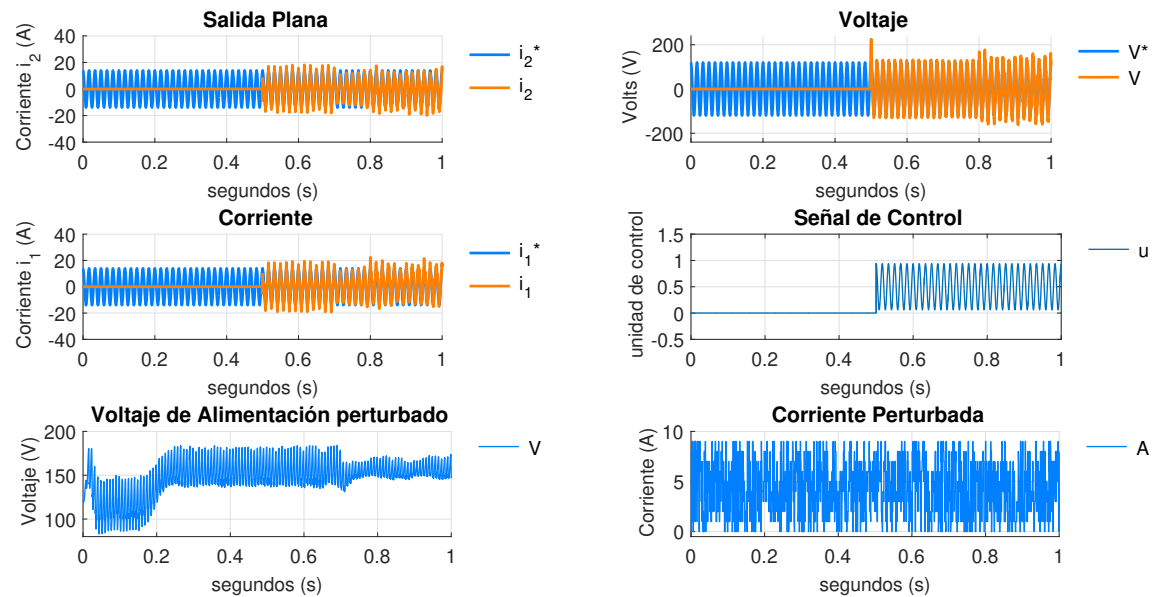


Figura 4.36: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.74 a 0.79 segundos

La Figura 4.36 muestra los resultados de la simulación con las señales del voltaje de alimentación perturbado (gráfica 5) y la corriente de carga variable (gráfica 6). En la gráfica de la salida plana, se observa que al segundo 0.5, cuando entra en funcionamiento el inversor, el comportamiento de la sinusoide no es constante y, al activarse la corriente de carga variable, la sinusoide tarda fracciones de segundo en estabilizarse. La corriente  $i_1$  muestra un comportamiento similar al de la salida plana.

Por parte del voltaje, en la gráfica 2, este presenta un comportamiento constante al ser activado, pues la perturbación del voltaje de alimentación no lo afecta. Sin embargo, al activarse la corriente modifica el comportamiento del voltaje, respetando la sinusoide. Cabe recordar que al ser la salida plana la corriente de salida  $i_q$ , el voltaje es controlado indirectamente. El control en la gráfica 4 se muestra modificado desde el instante en que es activado el inversor y esto es causado por la perturbación del voltaje de alimentación. Cuando se activa la corriente de carga, este control no parece modificar su comportamiento frente a esta perturbación.

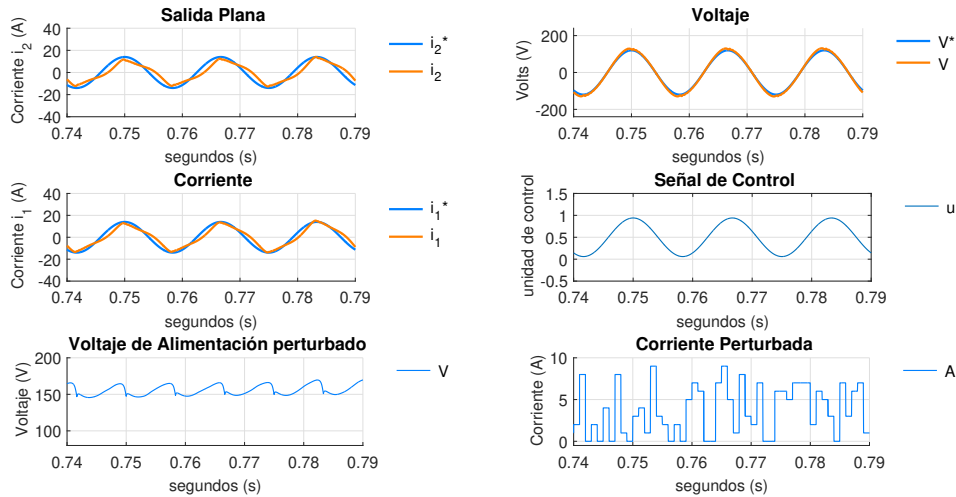


Figura 4.37: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor de 0.74 a 0.79 segundos

La Figura 4.37 muestra la misma simulación del inversor monofásico, aunque detalla el resultado de la simulación en un segmento de tiempo de 0.74 a 0.79 segundos, donde en  $t = 0.75 \text{ s}$  se activan las señales de perturbación. En esta Figura se aprecia el seguimiento de la salida plana ( $i_2$ ) que a diferencia de la simulación sin perturbaciones, la forma de la corriente es modificada, es decir no es una senoide aunque conserva su frecuencia y amplitud. Por parte del voltaje, este si se mantiene sin cambios. El control  $u$  no muestra modificaciones con respecto a las intervenciones de las perturbaciones.



## Control por Regímenes Deslizantes

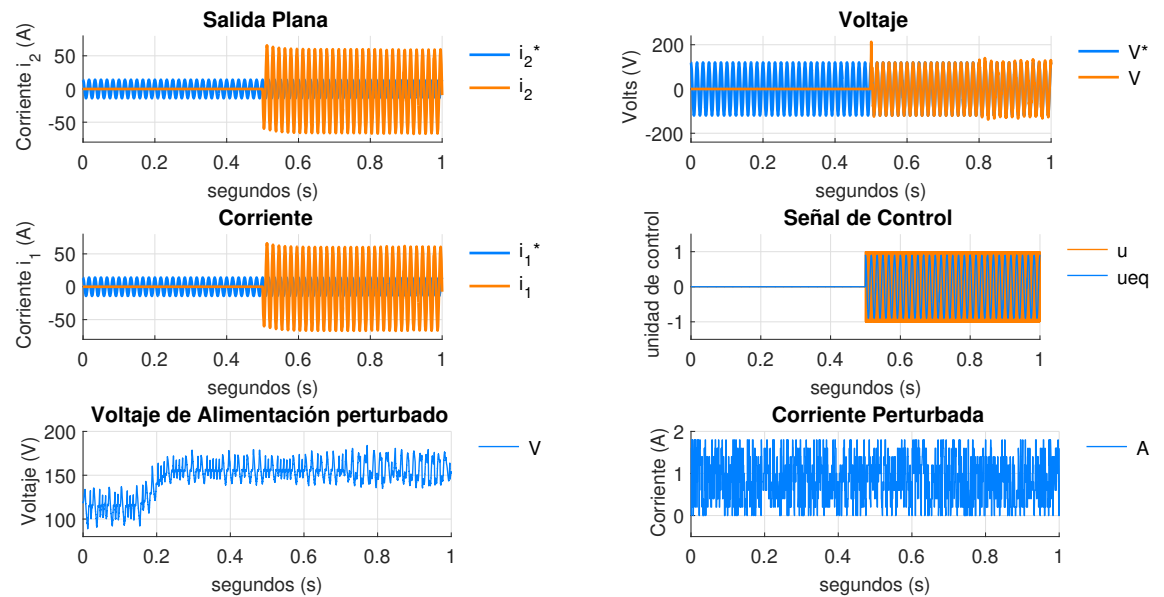


Figura 4.38: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes

La Figura 4.38 expone, en las gráficas quinta y sexta, el voltaje de alimentación perturbado proveniente del rectificador y la corriente de carga variable. En cuando a la corriente  $i_1$  e  $i_2$ , a diferencia de los otros dos esquemas, es evidente que la salida plana, aunque respeta la sinusoides, no sigue la señal deseada; en el caso del voltaje, este sigue la trayectoria deseada, aunque es controlado indirectamente. La gráfica de la señal de control muestra el control saturado  $u$  y el control equivalente, ambos denotan un desempeño correcto acorde a lo esperado, a pesar de que la salida plana no cumple con el objetivo de control.

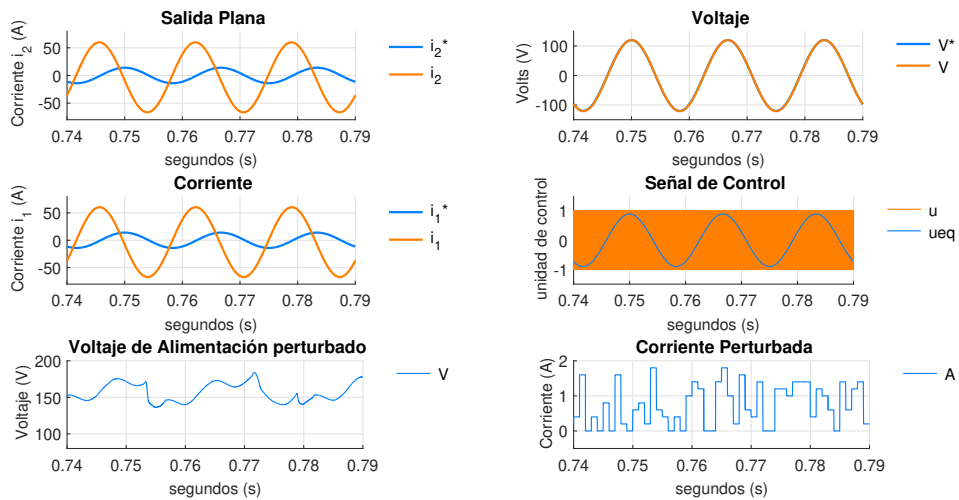


Figura 4.39: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.74 a 0.79 segundos

La Figura 4.39 muestra la misma simulación del inversor monofásico, aunque se detalla el resultado de la simulación en un segmento de tiempo de 0.74 a 0.79 segundos, donde en  $t = 0.75 \text{ s}$  se activan las señales de perturbación. En esta Figura, la primera gráfica muestra que la salida plana no sigue la forma de la señal deseada y la amplitud es diferente, el mismo comportamiento ocurre en la tercera gráfica  $i_1$ . La segunda gráfica muestra la evolución del voltaje, este mantiene su forma, amplitud y frecuencia. Como se mostró en esta Figura y en la Figura 4.38, por objetivos, el control no cumple, a pesar de que el voltaje deseado si lo hace. En el caso del control  $u$  y el control  $u_{eq}$  cumplen con lo que se espera de un control por regímenes deslizantes.

### 4.3.3. Rectificador Trifásico perturbado con Alta Frecuencia

Las siguientes gráficas mostrarán el resultado de la simulación del rectificador trifásico

#### Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

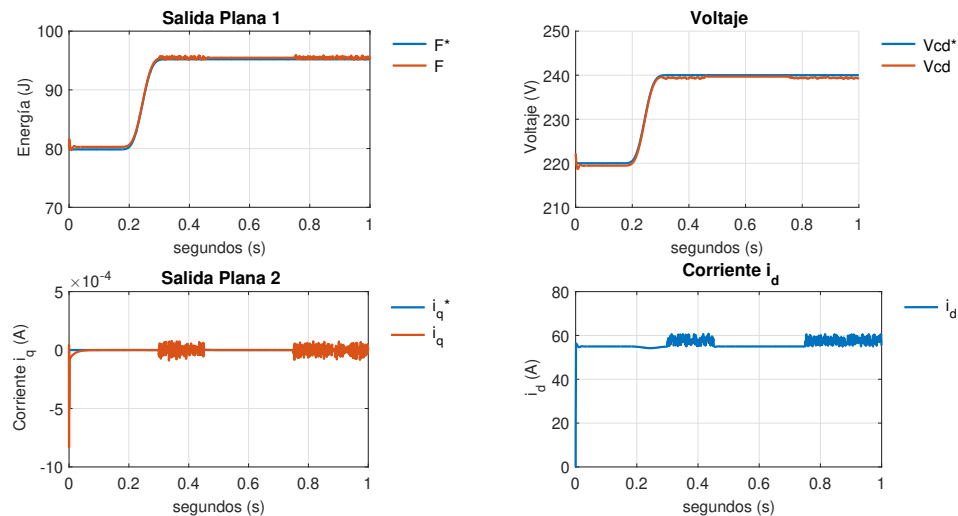


Figura 4.40: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte I

La Figura 4.40 expone el resultado de la simulación. La Figura 4.41 muestra las gráficas de control en el marco  $dq0$  y las señales de perturbación que se activan el lapso de 0.3 y 0.45 segundos y de 0.75 a 1.00 segundo. De esta manera se observa que la salida plana cumple con el objetivo de control. En los segundos 0.3 y 0.75, hay una perturbación que es causada por las dos señales de perturbación.

En el caso del voltaje, a pesar de no ser el objetivo del control, pues este es controlado, de manera indirecta, la energía sigue la trayectoria aunque esté por debajo de lo esperado. También se aprecia que en 0.3 y 0.75 segundos existe una perturbación en el voltaje correspondiente a las señales perturbadas. La segunda salida plana o la corriente  $i_q$  cumple con el objetivo de control, permaneciendo en un valor cercano a cero, en donde, en los mismos instantes de tiempo, se aprecia la acción de la perturbación. Siendo  $i_d$  una corriente no controlada, esta sigue mostrando un comportamiento casi continuo, salvo en los instantes de perturbación.

La Figura 4.41 muestra el control  $u_d$  y  $u_q$ . Ambos controles se encuentran dentro de los límites  $\{-1, 1\}$ . Se observa que en los instantes de perturbación ambos controles modifican su comportamiento. Las gráficas 3 y 4 exponen la señal de perturbación que se añade a la fuente de alimentación y la corriente variable en la resistencia de carga.

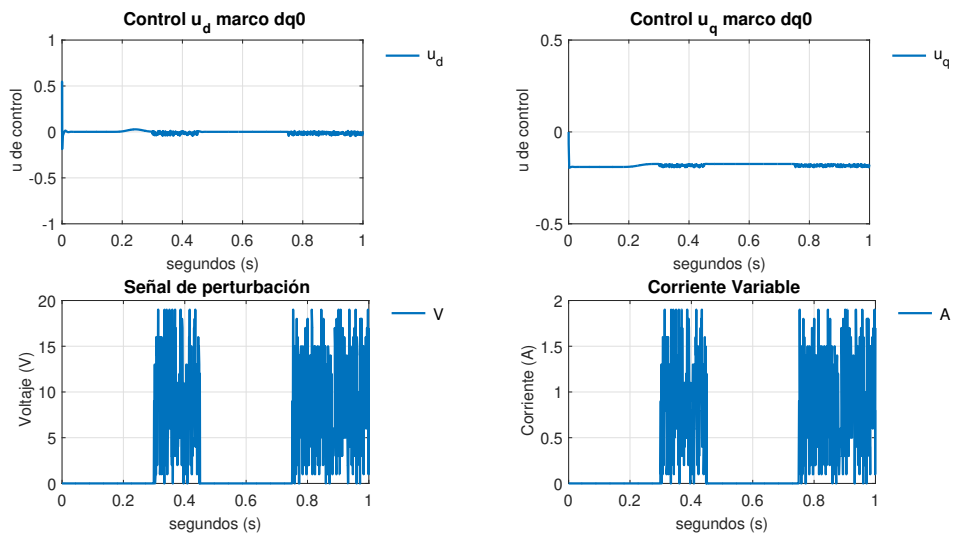


Figura 4.41: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones II

### Control por Proporcional Integral Generalizado

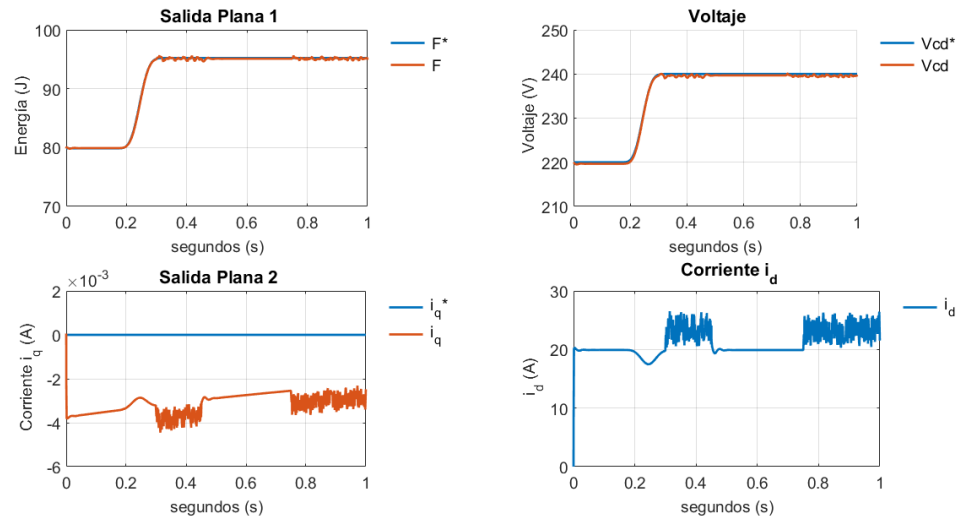


Figura 4.42: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte I

La Figura 4.42 expone el resultado de la simulación. La Figura 4.43 muestra las gráficas de control en el marco  $dq0$  y las señales de perturbación que se activan el lapso de 0.3 y 0.45 segundos y de 0.75 a 1.00 segundo. En la Figura 4.42, la salida plana 1 sigue la trayectoria de referencia. También muestra que en los instantes de perturbación la salida plana 1 permanece dentro de los alrededores del valor deseado, manteniendo el objetivo de control.

La salida plana 2 ( $i_q$ ) muestra el mismo comportamiento cuando no existen perturbaciones: la corriente en  $mA$  con tendencia a 0. Además de que en los instantes en que se activa la perturbación, se observa el cambio en la evolución de la corriente.

El voltaje, en la gráfica 2, ofrece un claro seguimiento de la trayectoria de referencia; asimismo, en los instantes de perturbación, se observa una ligera alteración en la evolución del voltaje sin perder el valor de referencia. La corriente  $i_d$  se comporta de forma continua y presenta en los instantes de perturbación, una determinada alteración. Recordando que  $i_d$  no es una señal que sea controlada.

La Figura 4.43 ofrece la evolución de los controles  $u_d$  y  $u_q$ , los cuales se encuentran acotados entre  $\{-1, 1\}$ ; ambas señales muestran alteraciones en los instantes en que se activa la perturbación. Además, está claro que ambas señales tienen un valor de respuesta muy pequeño en comparación con los sistemas monofásicos.

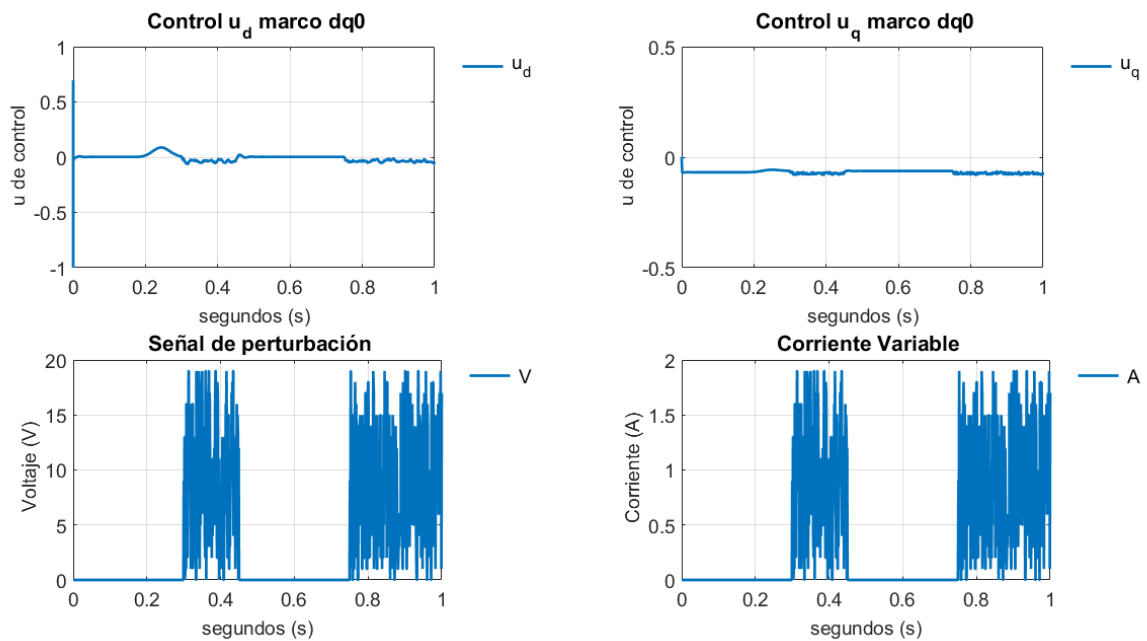


Figura 4.43: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte II

## Control por Regímenes Deslizantes

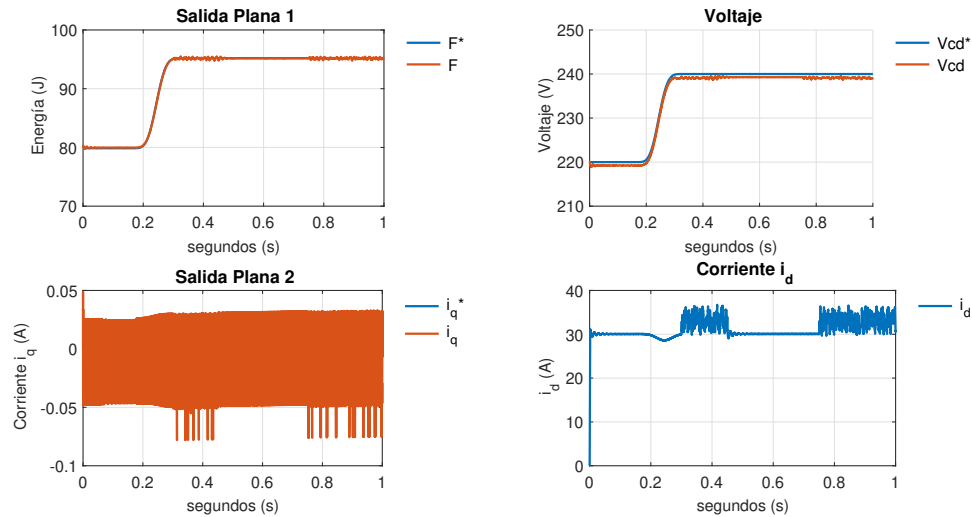


Figura 4.44: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I

La Figura 4.44 expone el resultado de la simulación. La Figura 4.45 muestra las gráficas de control en el marco  $dq0$  y las señales de perturbación que se activan el lapso de 0.3 y 0.45 segundos y de 0.75 a 1.00 segundo.

La gráfica 1 de la salida plana 1, denota el seguimiento esperado y unas perturbaciones en los instantes en que se activa las señales de perturbación. La salida plana 2 en la tercera gráfica expone la oscilación alrededor del valor deseado 0. En los instantes de perturbación la gráfica muestra unos picos en ese lapso de tiempo, pero al no rebasar el valor de  $-0.1 \text{ mA}$  el objetivo de control se cumple.

En el caso del voltaje en la gráfica 2, es evidente que la señal obtenida está una unidad de Volt abajo de lo esperado y, aunque cumple el objetivo de control de la salida plana 1 y está controlado indirectamente, este resultado es satisfactorio. En los instantes en que se activa la señal de perturbación, es evidente que el voltaje se altera unos instantes sin perder la señal de referencia.

Se espera que el comportamiento de la corriente  $i_d$  sea continuo, excepto en los instantes en que se activan las señales de perturbación. Este comportamiento es el deseado para una corriente que no es controlada.

En la Figura 4.45, los controles en el marco  $dq0$  se muestran en el intervalo de  $[-1, 1]$ . En ambos casos, los controles saturados  $u_d$  y  $u_q$  exponen un comportamiento ideal para un control por modos deslizantes. En el caso de los controles equivalente, estos se muestran acotados dentro de estos intervalos. En los dos casos muestran la alteración correspondiente al ser activados por la señal de perturbación.

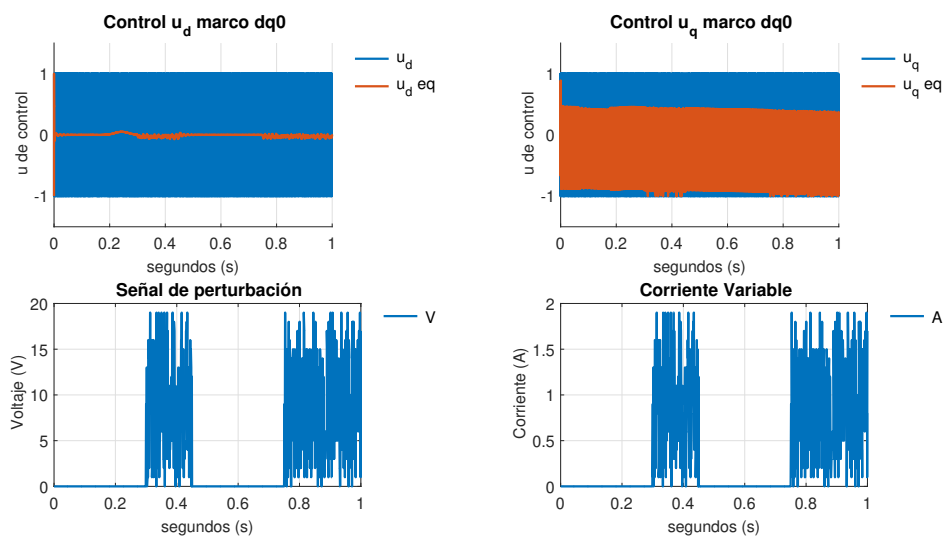


Figura 4.45: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II



#### 4.3.4. Inversor Trifásico perturbado con Alta Frecuencia

Las siguientes simulaciones corresponden a los resultados obtenidos por el inversor con los tres esquemas de control y las respectivas perturbaciones.

##### Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

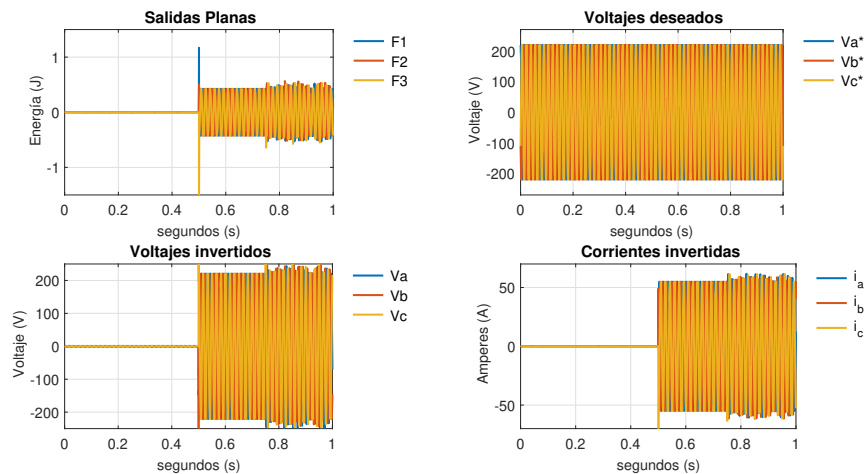


Figura 4.46: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte I

La Figura 4.46 expone el resultado de la simulación. La Figura 4.47 muestra las gráficas de control en el marco  $dq0$  y las señales de perturbación que se activan en el lapso de 0.75 a 1.00 segundo.

La gráfica 1 muestra el comportamiento en el marco  $abc$  de la salida plana y se observa que, en el instante 0.75 s, las perturbaciones influyen en la forma de la salida plana. Es necesario recordar que, en el marco de referencia  $dq0$ , son dos las salidas planas que, al ser transformadas al marco  $abc$ , se les añade una señal.

La gráfica 3 muestra el voltaje invertido o el voltaje que se obtiene a la salida del inversor. Se observa una evolución deseada hasta antes de la activación de la perturbación; a partir de ese instante, el voltaje modifica su amplitud aunque conserva la frecuencia. La corriente en la gráfica 4 presenta el mismo comportamiento.

La Figura 4.47 muestra el comportamiento de los controles que revela un estilo similar a las simulaciones sin perturbación; ambos controles demuestran que, en el instante 0.75 s, modifican su comportamiento para enfrentar las perturbaciones que se introducen. Cabe recordar que el voltaje de alimentación perturbado es el mismo que se obtiene del rectificador.

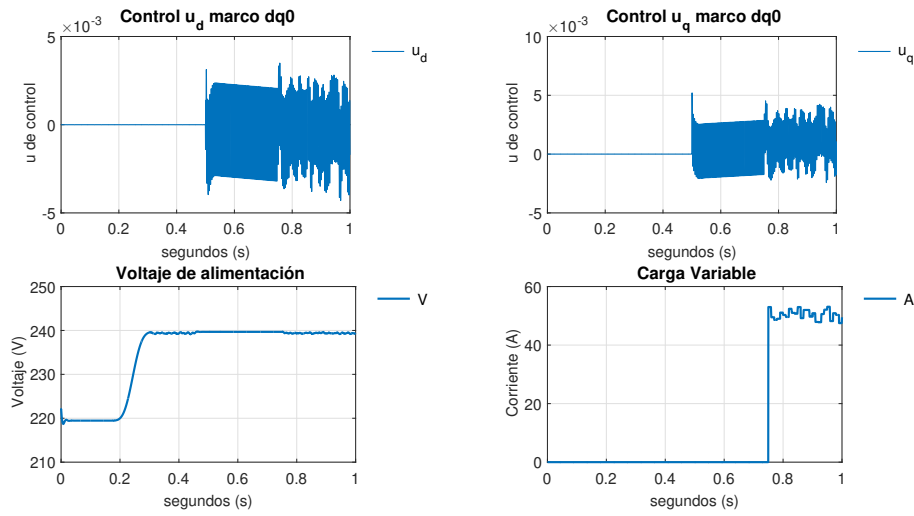


Figura 4.47: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte II

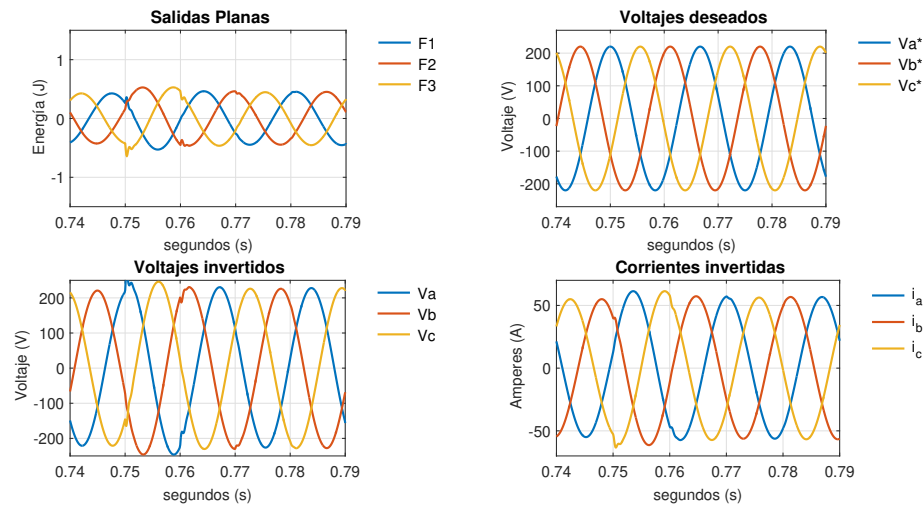


Figura 4.48: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.74 a 0.79 segundos parte I

La Figura 4.48 muestra la misma simulación que la anterior con el tiempo a 0.05 segundos para apreciar el inicio de la adición de las perturbaciones en  $t = 0.75$  s. En la primera gráfica se muestra el comportamiento de la salida plana en el marco  $abc$ , la segunda gráfica contiene los voltajes deseados que son activados desde el inicio de la simulación. La tercera gráfica muestra los voltajes obtenidos del inversor y cómo estos están emparejados con los deseados, es decir,  $Va^*$  y  $Va$ ,  $Vb^*$  y  $Vb$ ,  $Vc^*$  y  $Vc$ . Los voltajes tienen la particularidad de que su amplitud se modifica por la influencia de las perturbaciones aunque recuperan su forma milisegundos después. La cuarta gráfica muestra las señales de las corrientes, donde se mantiene la sinusoidal desfasada con respecto a los voltajes deseados y cómo en los voltajes, esta se deforma por la influencia de las perturbaciones.

La Figura 4.49 muestra en la primera y la segunda gráfica la reacción de las señales de control en el marco  $dq0$ . Tanto  $u_d$  como  $u_q$  son de unidades cercanas a 0, además de oscilar alrededor de 0 y se observa que modifican su comportamiento al entrar en acción las perturbaciones en el instante  $t = 0.75$  s, tal como revelan la tercera y cuarta gráfica que muestran las fuentes de las perturbaciones.

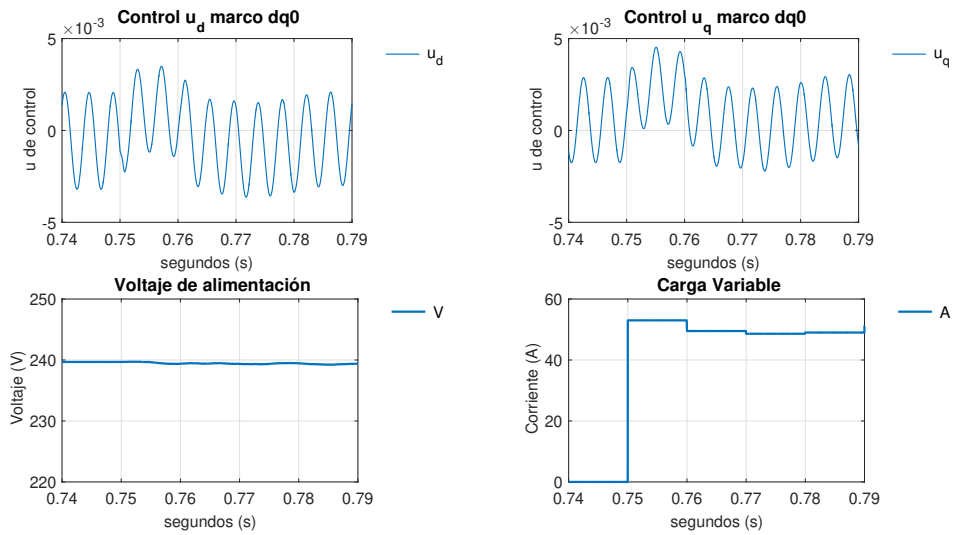


Figura 4.49: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.74 a 0.79 segundos parte II

### Control por Proporcional Integral Generalizado

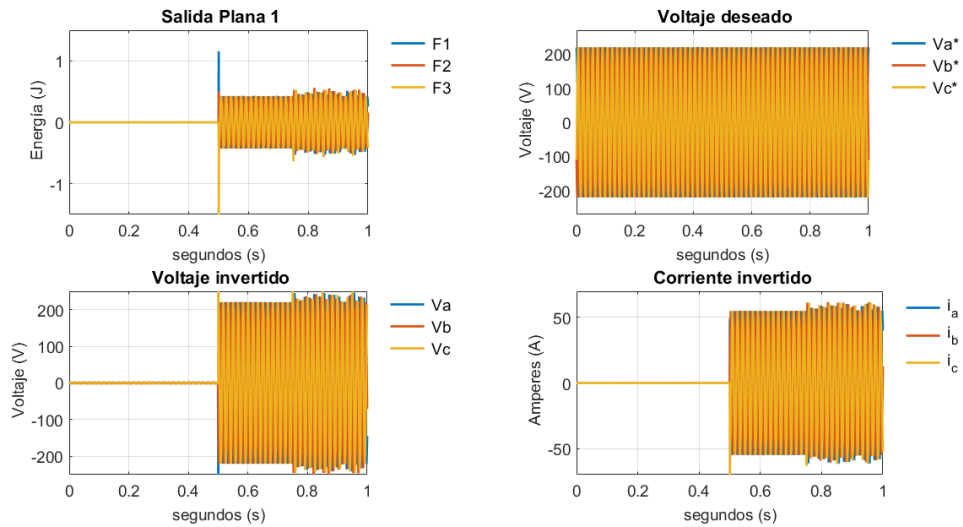


Figura 4.50: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte I

La Figura 4.50 expone el resultado de la simulación. La Figura 4.51 muestra las gráficas de control en el marco  $dq0$  y las señales de perturbación que se activan el lapso de 0.75 a 1.00 segundo.

La gráfica 1 muestra el comportamiento en el marco  $abc$  de la salida plana y se observa que en el instante 0.75 s las perturbaciones influyen en su forma. La tercera gráfica muestra el voltaje invertido o el voltaje que se obtiene a la salida del inversor, es evidente una evolución deseada hasta antes de la activación de la perturbación. A partir de ese instante, el voltaje modifica su amplitud aunque conserva la frecuencia. La corriente en la cuarta gráfica presenta el mismo comportamiento.

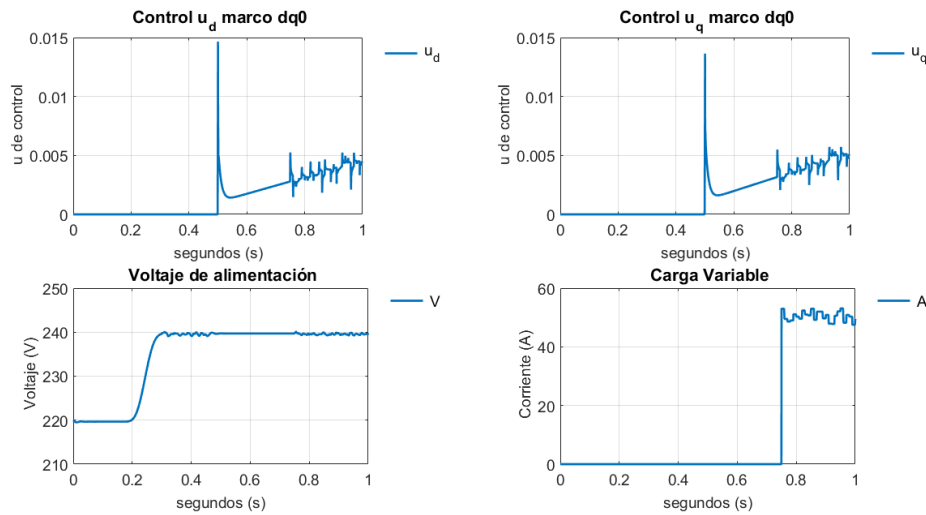


Figura 4.51: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte II

La Figura 4.51 presenta los controles  $u_d$  y  $u_q$  que se encuentran en el intervalo  $\{-1, 1\}$ , lo que cumple con lo esperado. Si bien en ambos controles existen picos y ciertas anomalías al momento de activar el inversor y las señales de perturbación, respectivamente, los controles son inferiores a la unidad y están en la vecindad de cero, lo que cumple perfectamente con el diseño y denota la robustez del esquema de control.

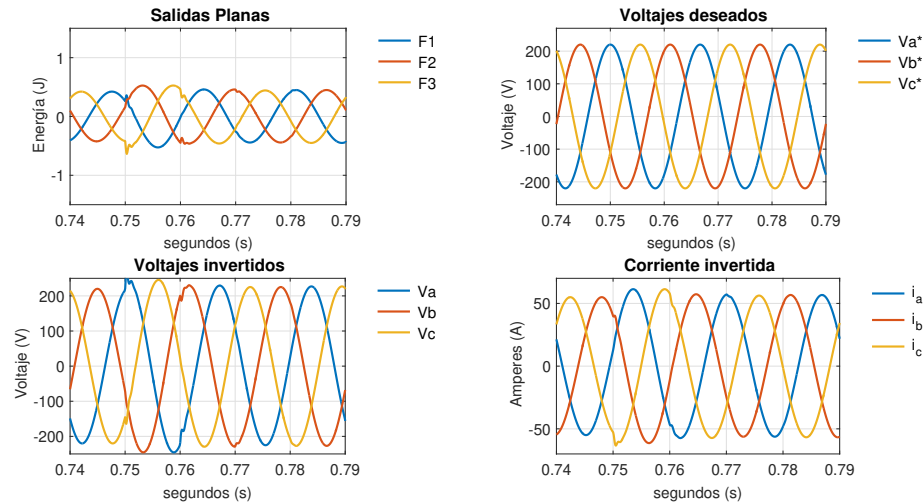


Figura 4.52: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.74 a 0.79 segundos parte I

La Figura 4.52 muestra la misma simulación que la anterior con el tiempo a 0.05 segundos para apreciar el inicio de la adición de las perturbaciones en  $t = 0.75 \text{ s}$ . En la primera gráfica se muestra el comportamiento de la salida plana en el marco  $abc$ , la segunda gráfica contiene los voltajes deseados que son activados desde el inicio de la simulación. La tercera gráfica muestra los voltajes obtenidos del inversor y cómo estos están emparejados con los deseados, es decir,  $Va^*$  y  $Va$ ,  $Vb^*$  y  $Vb$ ,  $Vc^*$  y  $Vc$ . Los voltajes tienen la particularidad de que su amplitud se modifica por la influencia de las perturbaciones aunque recuperan su forma milisegundos después. La cuarta gráfica muestra las señales de las corrientes, donde se mantiene la sinusoidal desfasada con respecto a los voltajes deseados y cómo en los voltajes, esta se deforma por la influencia de las perturbaciones.

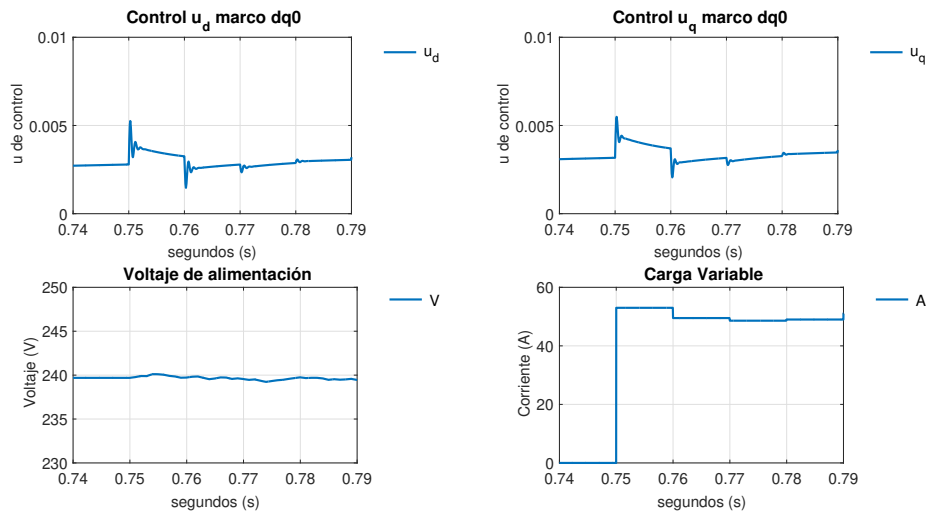


Figura 4.53: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.74 a 0.79 segundos parte II

La Figura 4.53 muestra en la primera y la segunda gráfica la reacción de las señales de control en el marco  $dq0$ . Tanto  $u_d$  como  $u_q$  son de unidades cercanas a 0 y se observa que modifican su comportamiento al entrar en acción las perturbaciones en el instante  $t = 0.75$  s, tal como revelan la tercera y cuarta gráfica que muestran las fuentes de las perturbaciones.



### Control por Regímenes Deslizantes

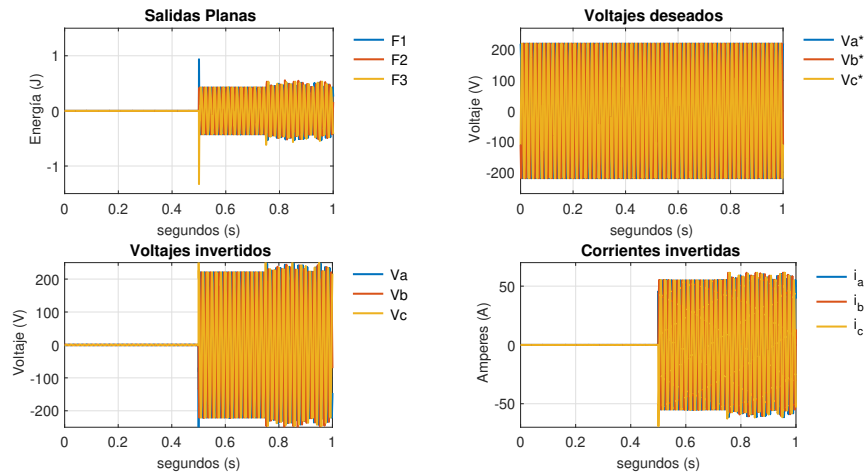


Figura 4.54: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I

La Figura 4.54 expone el resultado de la simulación. La Figura 4.55 muestra las gráficas de control en el marco  $dq0$  y las señales de perturbación que se activan el lapso de 0.75 a 1.00 segundo.

La gráfica 1 muestra el comportamiento en el marco  $abc$  de la salida plana y se observa que en el instante 0.75 segundos las perturbaciones influyen en la forma de la salida plana.

La gráfica 3 muestra el voltaje invertido o el voltaje que se obtiene a la salida del inversor. Este expone una evolución deseada hasta antes de la activación de la perturbación; a partir de ese instante, el voltaje modifica su amplitud aunque conserva la frecuencia. La corriente en la gráfica 4 presenta el mismo comportamiento.

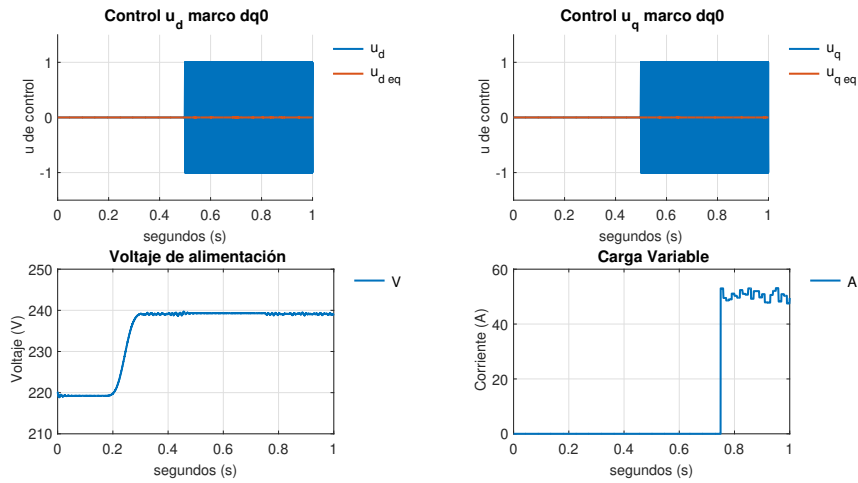


Figura 4.55: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II

La Figura 4.55 expone los controles  $u_d$  y  $u_q$  saturados que se encuentran en el intervalo  $\{-1, 1\}$  lo que cumple con lo esperado. En el caso de los controles equivalentes, estos tienen un comportamiento cercano a cero, aunque se observa tanto en la salida plana como en el voltaje invertido y en la corriente, que la perturbación afecta al sistema.

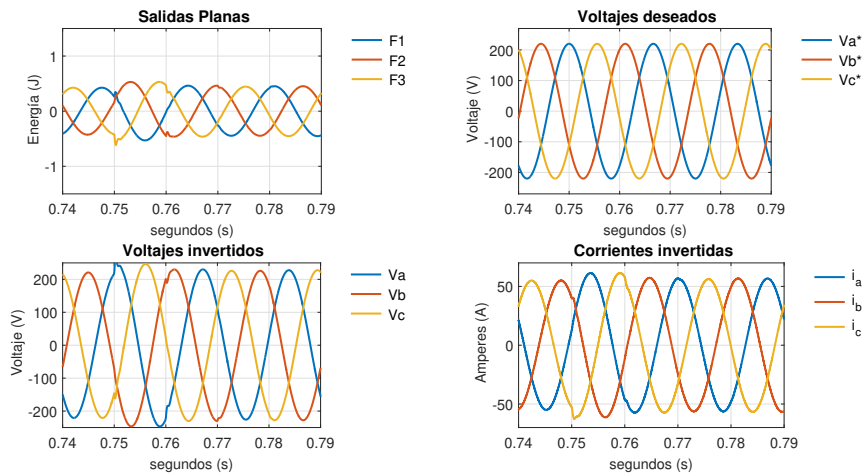


Figura 4.56: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.74 a 0.79 segundos parte I

La Figura 4.56 muestra la misma simulación que la anterior con el tiempo a 0.05 segundos para apreciar el inicio de la adición de las perturbaciones en  $t = 0.75$  s. En la primera gráfica se muestra el comportamiento de la salida plana en el marco  $abc$ , la segunda gráfica contiene los voltajes deseados que son activados desde el inicio de la simulación. La tercera gráfica muestra los voltajes obtenidos del inversor y cómo estos están emparejados con los deseados, es decir,  $Va^*$  y  $Va$ ,  $Vb^*$  y  $Vb$ ,  $Vc^*$  y  $Vc$ . Los voltajes tienen la particularidad de que su amplitud se modifica por la influencia de las perturbaciones aunque recuperan su forma milisegundos después. La cuarta gráfica muestra las señales de las corrientes obtenidas, donde se mantiene la sinusoidal desfasada con respecto a los voltajes deseados y cómo en los voltajes, esta se deforma por la influencia de las perturbaciones.

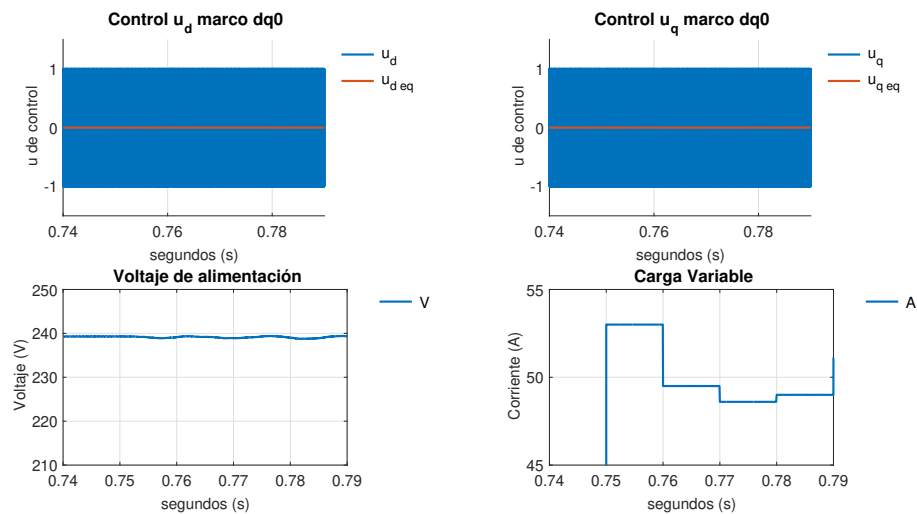


Figura 4.57: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Alta Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.74 a 0.79 segundos parte II

La Figura 4.57 muestra en la primera y la segunda gráfica la reacción de las señales de control en el marco  $dq0$ . Tanto  $u_d$  como  $u_q$  muestran la conmutación esperada de un control por regímenes deslizantes. Mientras que  $u_{deq}$  y  $u_{qeq}$  tienen una evolución alrededor de 0, muy similar al comportamiento de los controles anteriores. La tercera y cuarta gráfica muestran el comportamiento de las perturbaciones, la tercera el voltaje y la cuarta la corriente.

A partir de esta subsección se ejecutaron nuevamente las simulaciones aunque en este caso se introdujeron señales de perturbación de baja frecuencia, muy poco usuales en la electrónica de potencia. Las perturbaciones se añadieron con forma de pulso al voltaje de alimentación y como pulso a la corriente de carga.

### 4.3.5. Rectificador Monofásico perturbado con Baja Frecuencia

#### Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

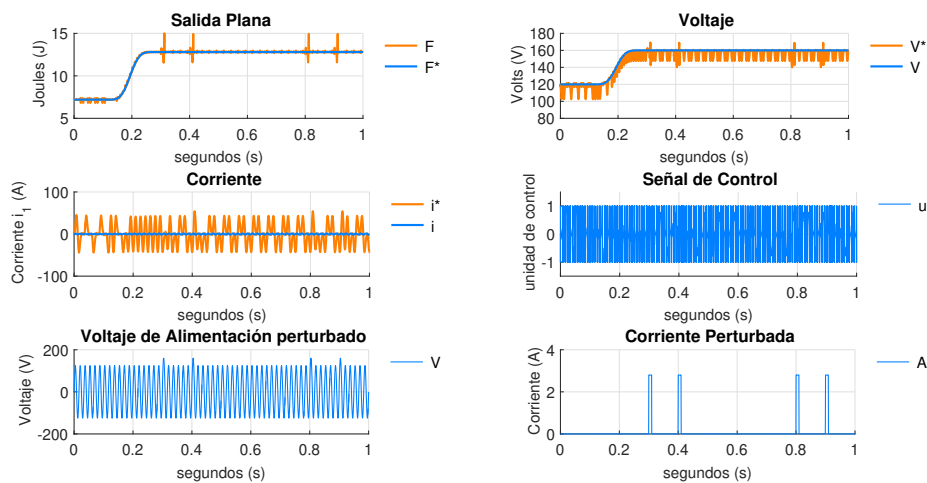


Figura 4.58: Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones

La Figura 4.58 muestra en la primera gráfica el comportamiento de la salida plana obtenida ( $F$ ) con respecto a la gráfica  $F^*$ . La salida plana muestra cuatro perturbaciones que coinciden con los instantes en que se activan las perturbaciones en  $t = 0.3 \text{ s}$ ,  $t = 0.4 \text{ s}$ ,  $t = 0.8 \text{ s}$ ,  $t = 0.9 \text{ s}$ . La gráfica del voltaje muestra en los mismo instantes el pico provocado y como recupera su forma. En el caso de la corriente, al ser esta oscilante, no se muestran cambios significativos. La señal de control se encuentra en este caso saturada. Las gráficas cinco y seis pertenecen al voltaje de alimentación perturbado y a la corriente de carga perturbada.

### Control por Proporcional Integral Generalizado

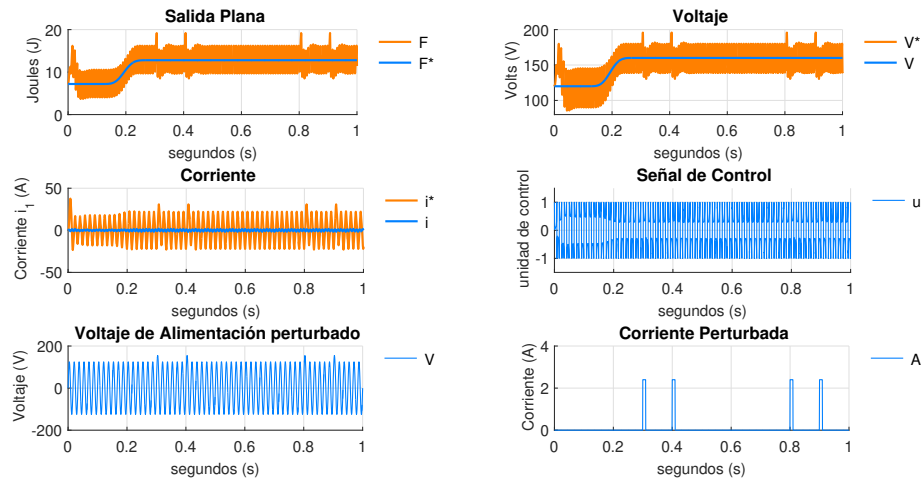


Figura 4.59: Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado

La Figura 4.59 muestra en la primera gráfica el comportamiento de la salida plana obtenida ( $F$ ) con respecto a la gráfica  $F^*$ . La salida plana muestra cuatro perturbaciones que coinciden con los instantes en que se activan las perturbaciones en  $t = 0.3 s$ ,  $t = 0.4 s$ ,  $t = 0.8 s$ ,  $t = 0.9 s$ . La gráfica del voltaje muestra en los mismo instantes el pico provocado y como recupera su forma. En el caso de la corriente, al ser esta oscilante, no se muestran cambios significativos. La señal de control se encuentra en este caso saturada. Las gráficas cinco y seis pertenecen al voltaje de alimentación perturbado y a la corriente de carga perturbada.

### Control por Regímenes Deslizantes

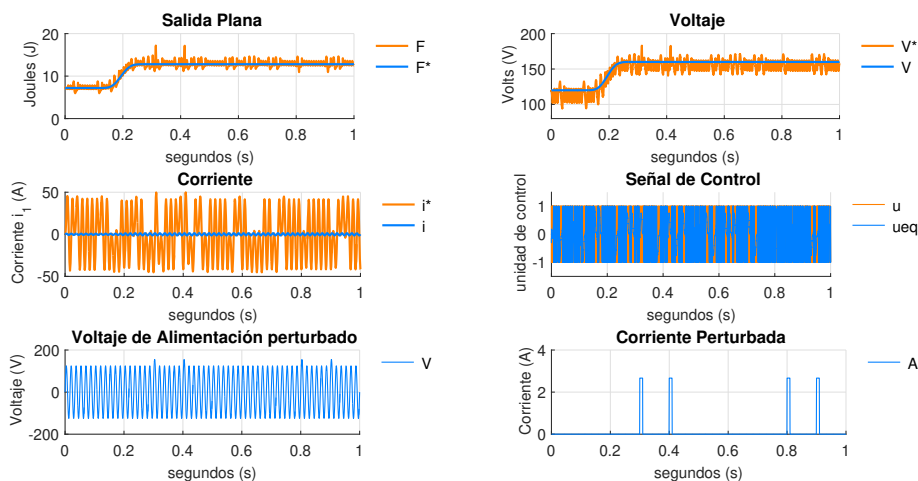


Figura 4.60: Simulación del Convertidor Monofásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes

La Figura 4.60 muestra en la primera gráfica el comportamiento de la salida plana obtenida ( $F$ ), con respecto a la gráfica,  $F^*$ . La salida plana muestra cuatro perturbaciones que coinciden con los instantes en que se activan las perturbaciones en  $t = 0.3$  s,  $t = 0.4$  s,  $t = 0.8$  s,  $t = 0.9$  s. La gráfica del voltaje muestra en los mismo instantes el pico provocado y como recupera su forma. En el caso de la corriente, al ser esta oscilante, no se muestran cambios significativos. La señal de control se encuentra en este caso saturada. Las gráficas cinco y seis pertenecen al voltaje de alimentación perturbado y a la corriente de carga perturbada.

### 4.3.6. Inversor Monofásico perturbado con Baja Frecuencia

A partir de las siguientes gráficas se mostrarán los resultados obtenidos por el Inversor Monofásico con dos fuentes de perturbaciones.

#### Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

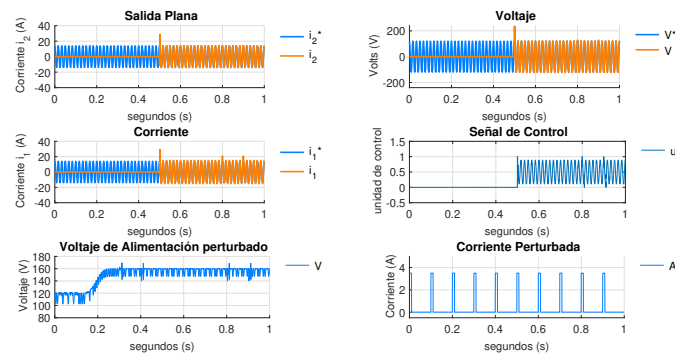


Figura 4.61: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones

La Figura 4.61 muestra la corriente  $i_2$  como la salida plana obtenida que sigue la trayectoria deseada  $i_2^*$ . Esta señal presenta en los instantes  $t = 0.8 s$  y  $t = 0.9 s$  un salto en la corriente causado por las señales perturbadas. El comportamiento se muestra de la misma forma en  $i_1$ . En el caso del voltaje, las perturbaciones logran ser disipadas de manera que no se observa el pico. La cuarta gráfica muestra el control limitado en 0, 1 con sus respectivas perturbaciones en los instantes mencionados. Las gráficas quinta y sexta son las señales perturbadas. La Figura 4.62 detalla la misma simulación pero en un lapso de tiempo reducido.

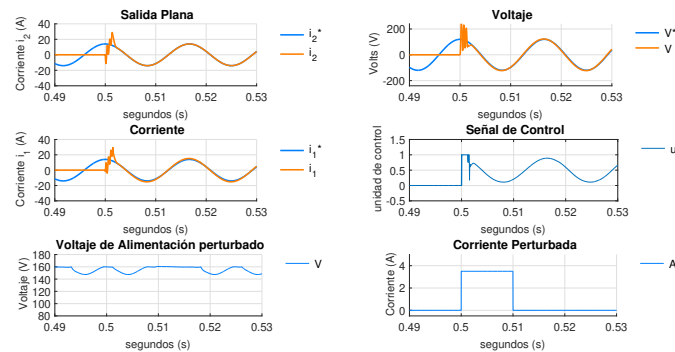


Figura 4.62: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.49 a 0.53 segundos

### Control por Proporcional Integral Generalizado

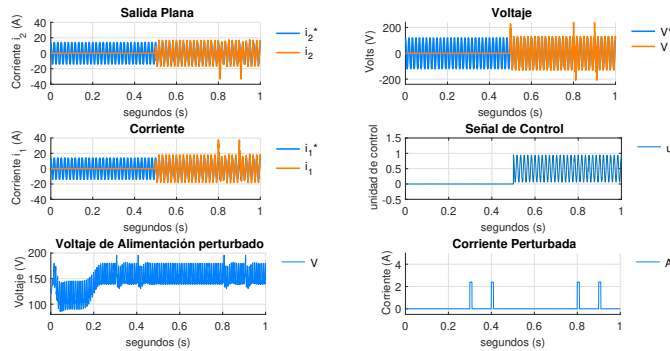


Figura 4.63: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado

La Figura 4.61 muestra la corriente  $i_2$  como la salida plana obtenida que sigue la trayectoria deseada  $i_2^*$ . Esta señal presenta en los instantes  $t = 0.8 s$  y  $t = 0.9 s$  un salto en la corriente causado por las señales perturbadas. El comportamiento se muestra de la misma forma en  $i_1$ . En el caso del voltaje, las perturbaciones logran ser disipadas de manera que no se observa el pico. La cuarta gráfica muestra el control limitado en 0, 1 con sus respectivas perturbaciones en los instantes mencionados. Las gráficas quinta y sexta son las señales perturbadas. La Figura 4.62 detalla la misma simulación pero en un lapso de tiempo reducido.

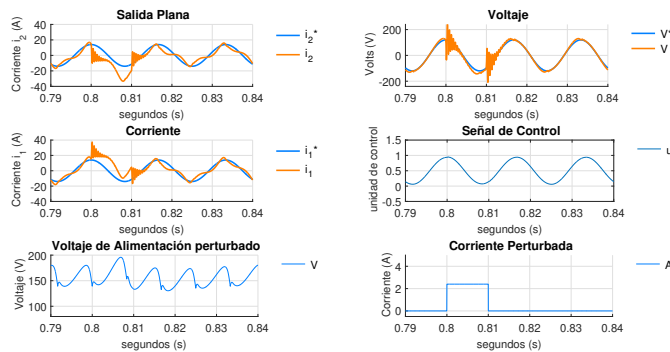


Figura 4.64: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.74 a 0.79 segundos



## Control por Regímenes Deslizantes

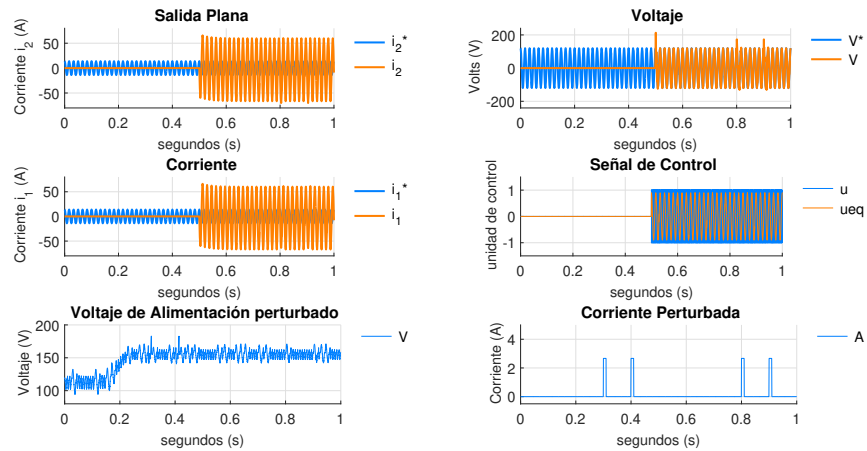


Figura 4.65: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes

La Figura 4.65 muestra la corriente  $i_2$  como la salida plana obtenida que sigue la trayectoria deseada  $i_2^*$ . Esta señal presenta en los instantes  $t = 0.8 \text{ s}$  y  $t = 0.9 \text{ s}$  un salto en la corriente causado por las señales perturbadas. El comportamiento se muestra de la misma forma en  $i_1$ . En el caso del voltaje, las perturbaciones logran ser disipadas de manera que no se observa el pico. La cuarta gráfica muestra el control limitado en 0, 1 con sus respectivas perturbaciones en los instantes mencionados. Las gráficas quinta y sexta son las señales perturbadas. La Figura 4.66 detalla la misma simulación pero en un lapso de tiempo reducido.

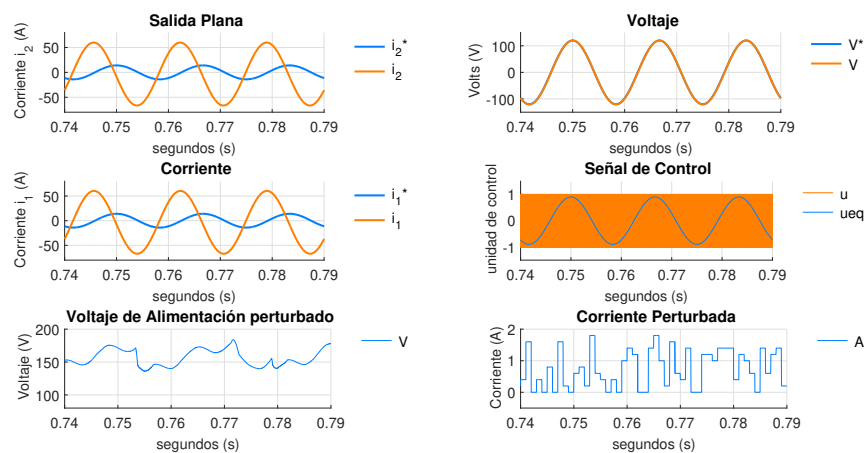


Figura 4.66: Simulación del Convertidor Monofásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.74 a 0.79 segundos

### 4.3.7. Rectificador Trifásico perturbado con Baja Frecuencia

Las siguientes gráficas mostrarán el resultado de la simulación del rectificador trifásico

#### Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

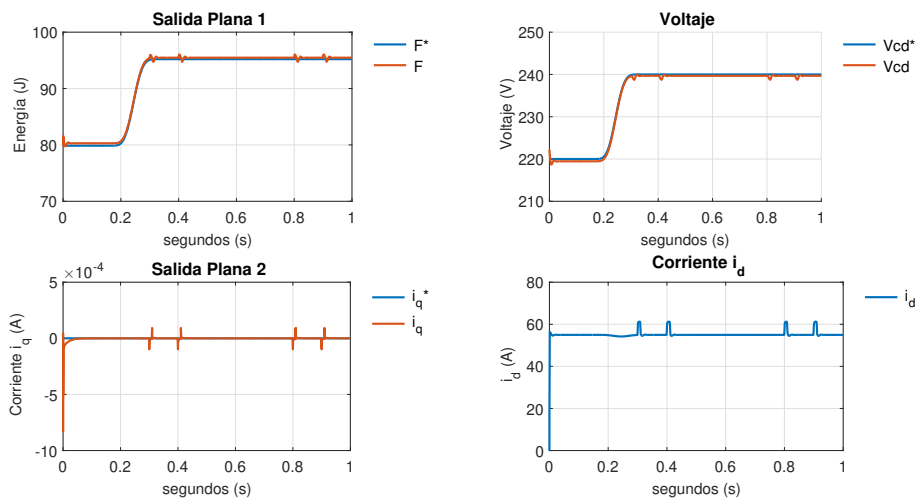


Figura 4.67: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte I

La Figura 4.67 muestra en el marco  $dq0$  el comportamiento de las dos salidas planas, el voltaje  $V_{cd}$  y la corriente  $i_d$ . La primera gráfica muestra en detalle el comportamiento de la salida plana 1 deseada,  $F^*$ , y la salida plana que se obtiene de la simulación. La salida plana 1 muestra en los instantes  $t = 0.3$  s,  $t = 0.4$  s,  $t = 0.8$  s y  $t = 0.9$  s ligeros saltos causados por las perturbaciones de baja frecuencia. El mismo comportamiento se muestra en la señal obtenida por la salida plana 2, la corriente  $i_q$ , donde teniendo valores en 0 A resaltan los instantes de las perturbaciones. En el caso del voltaje  $V_{cd}$  las perturbaciones no modifican su comportamiento salvo en los instantes perturbados. En el caso de la corriente  $i_d$ , ocurre la misma situación, en los instantes de perturbación.

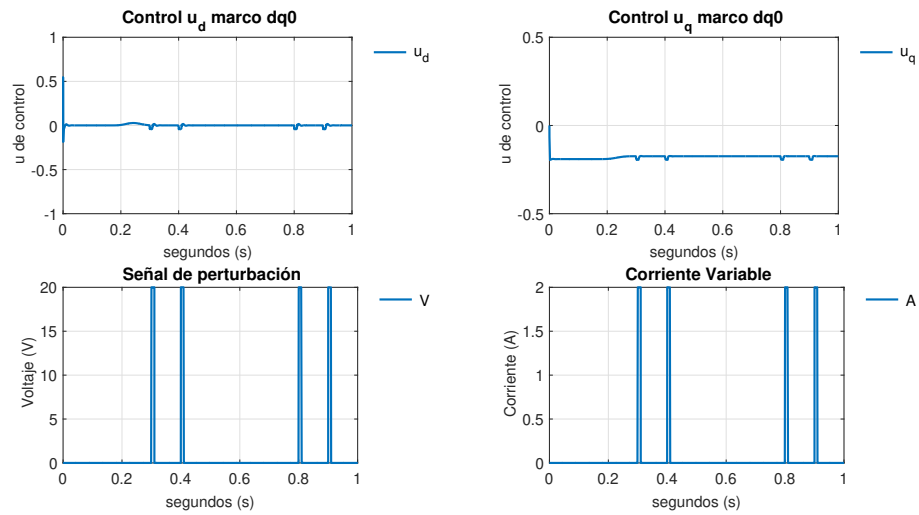


Figura 4.68: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte II

La Figura 4.68 muestra los controles  $u_d$  y  $u_q$  con valores cerca de 0 unidades de control. Como se muestran en las gráficas de la salida plana 1 y 2, estas ponen en evidencia los momentos en que entran en funcionamiento las perturbaciones. La forma de las perturbaciones se detallan en las gráficas 3 y 4 de la misma Figura. Ambas son señales de pulso que son añadidas tanto a los voltajes de alimentación como a la corriente de carga.

### Control por Proporcional Integral Generalizado

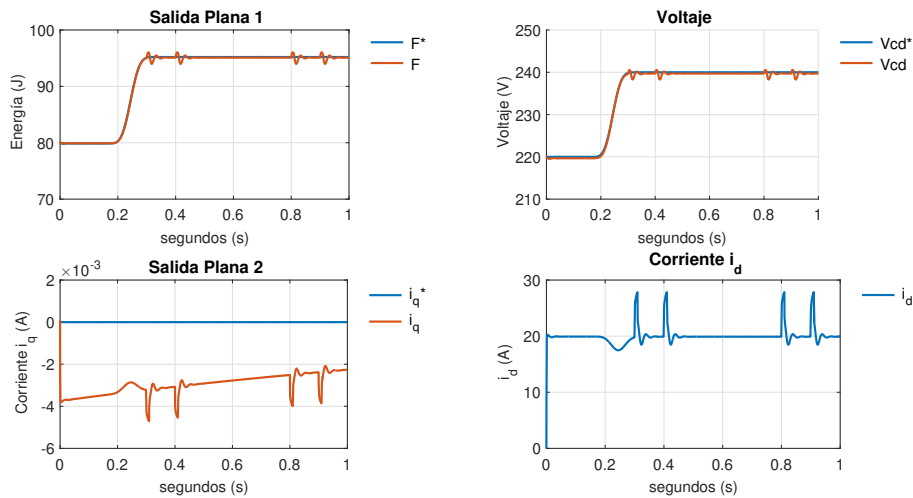


Figura 4.69: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte I

La Figura 4.69 muestra en el marco  $dq0$  el comportamiento de las dos salidas planas, el voltaje  $V_{cd}$  y la corriente  $i_d$ . La primera gráfica muestra en detalle el comportamiento de la salida plana 1 deseada,  $F^*$ , y la salida plana que se obtiene de la simulación. La salida plana 1 muestra en los instantes  $t = 0.3 s$ ,  $t = 0.4 s$ ,  $t = 0.8 s$  y  $t = 0.9 s$  ligeros saltos causados por las perturbaciones de baja frecuencia. El mismo comportamiento se muestra en la señal obtenida por la salida plana 2, la corriente  $i_q$ , cuyo valor tiende a cero. En el caso del voltaje  $V_{cd}$  las perturbaciones no modifican su comportamiento salvo en los instantes perturbados. En el caso de la corriente  $i_d$ , ocurre la misma situación, en los instantes de perturbación.

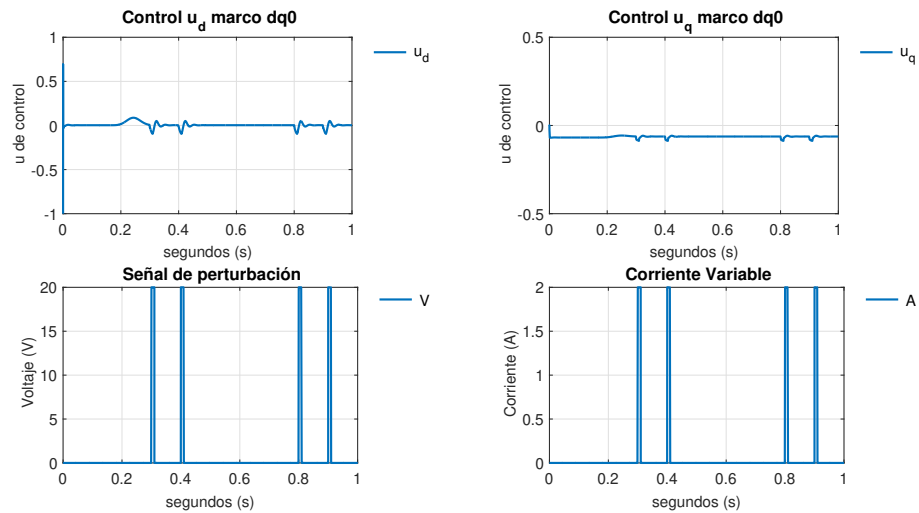


Figura 4.70: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte II

La Figura 4.70 muestra los controles  $u_d$  y  $u_q$  con valores cerca de 0 unidades de control. Como se muestran en las gráficas de la salida plana 1 y 2, estas ponen en evidencia los momentos en que entran en funcionamiento las perturbaciones. La forma de las perturbaciones se detallan en las gráficas 3 y 4 de la misma Figura. Ambas son señales de pulso que son añadidas tanto a los voltajes de alimentación como a la corriente de carga.

### Control por Regímenes Deslizantes

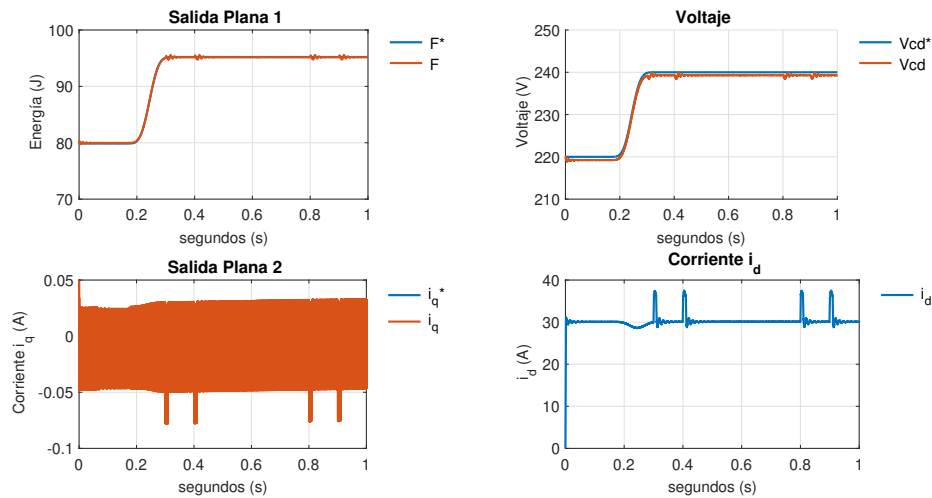


Figura 4.71: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I

La Figura 4.71 muestra en el marco  $dq0$  el comportamiento de las dos salidas planas, el voltaje  $V_{cd}$  y la corriente  $i_d$ . La primera gráfica muestra en detalle el comportamiento de la salida plana 1 deseada,  $F^*$ , y la salida plana que se obtiene de la simulación. La salida plana 1 muestra en los instantes  $t = 0.3$  s,  $t = 0.4$  s,  $t = 0.8$  s y  $t = 0.9$  s ligeros saltos causados por las perturbaciones de baja frecuencia. El mismo comportamiento se muestra en la señal obtenida por la salida plana 2, la corriente  $i_q$ . Esta corriente se varía alrededor de 0, en promedio daría este valor. En el caso del voltaje  $V_{cd}$  las perturbaciones no modifican su comportamiento salvo en los instantes perturbados. En el caso de la corriente  $i_d$ , ocurre la misma situación en los instantes de perturbación.

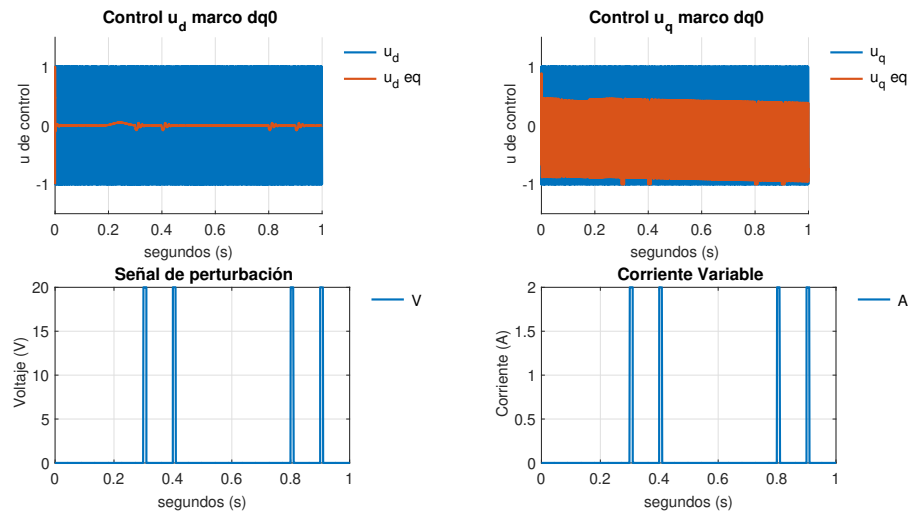


Figura 4.72: Simulación del Convertidor Trifásico: Rectificador perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II

La Figura 4.72 muestra los controles  $u_d$  y  $u_q$  con sus respectivos controles equivalentes  $u_{deq}$  y  $u_{qeq}$ . Tanto  $u_d$  y  $u_q$  presentan el comportamiento esperado para un modo deslizante. En el caso de  $u_{deq}$ , esta señal de control se mantiene en la vecindad de 0, en el caso de  $u_{qeq}$  este varía alrededor de 0, pero se mantiene en los límites de  $u_q$ . La forma de las perturbaciones se detallan en las gráficas 3 y 4 de la misma Figura. Ambas son señales de pulso que son añadidas tanto a los voltajes de alimentación como a la corriente de carga.

### 4.3.8. Inversor Trifásico perturbado con Baja Frecuencia

Las siguientes simulaciones corresponden a los resultados obtenidos por el inversor con los tres esquemas de control y las respectivas perturbaciones.

#### Control por Rechazo Activo de Perturbaciones

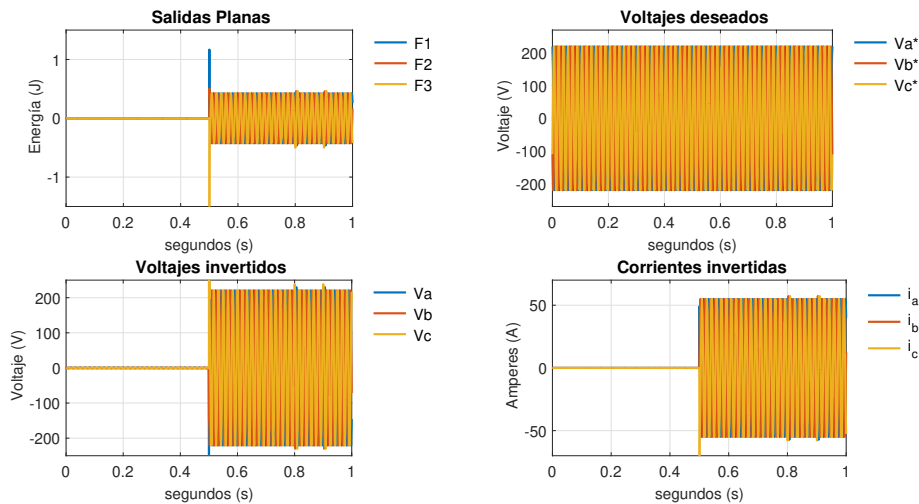


Figura 4.73: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte I

La Figura 4.73 ofrece las gráficas en el marco *abc*. La gráfica 1 muestra la evolución de las salidas planas. La segunda son los voltajes deseados que están activados desde el inicio de la simulación. Las gráficas 3 y 4 muestran los voltajes y corrientes obtenidos y se logra apreciar que en los instantes  $t = 0.8 \text{ s}$  y  $t = 0.9 \text{ s}$ , tienen efecto las perturbaciones aunque sólo sea en ese instante.



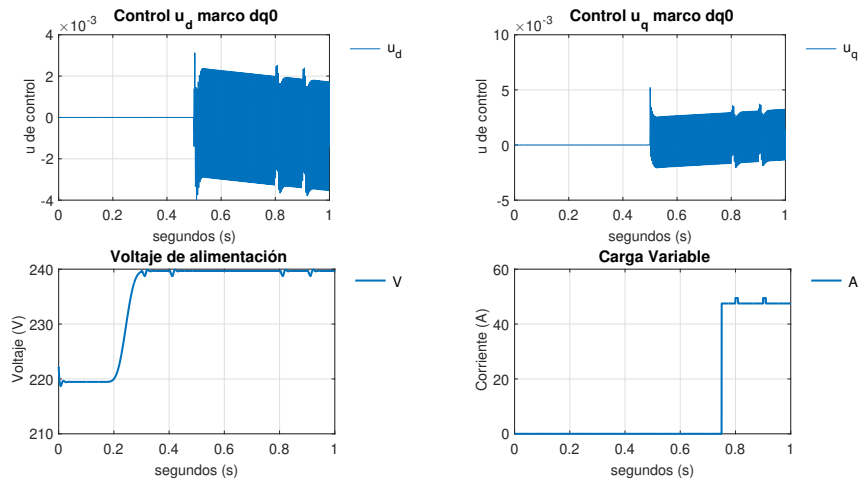


Figura 4.74: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones parte II

La Figura 4.74 detalla, en las gráficas 1 y 2, la evolución del control  $u_d$  y  $u_q$ . Ambos controles son de unidades muy pequeñas y en los instantes en que actúan las perturbaciones las señales muestran una modificación. Las gráficas 3 y 4 son las perturbaciones, el voltaje es el que se obtiene del rectificador y la corriente es la carga variable.

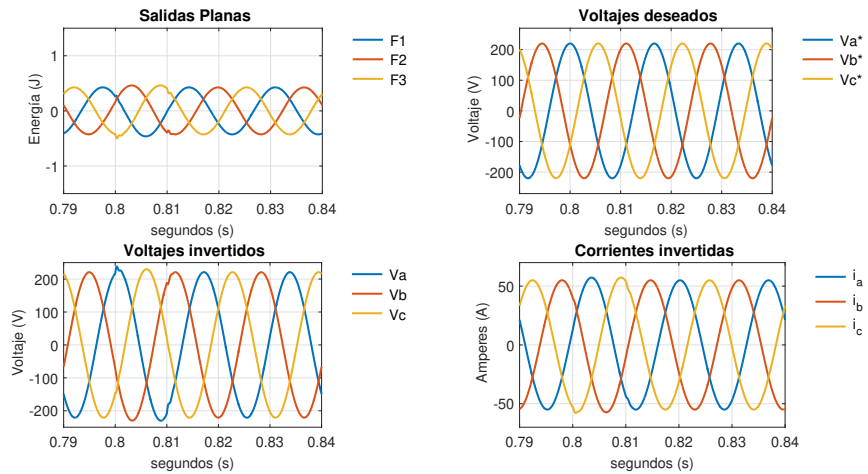


Figura 4.75: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.79 a 0.84 segundos parte I

La Figura 4.75 muestra la misma simulación que la anterior con el tiempo a 0.07 segundos para apreciar el inicio de las acciones de control. En la primera gráfica se muestra el comportamiento de la salida plana en el marco  $abc$ , la segunda gráfica contiene los voltajes deseados que son activados desde el inicio de la simulación. La tercera gráfica muestra los voltajes obtenidos del inversor y cómo estos están emparejados con los deseados, es decir,  $Va^*$  y  $Va$ ,  $Vb^*$  y  $Vb$ ,  $Vc^*$  y  $Vc$ . Se observa que las perturbaciones no muestran realmente un cambio significativo en los voltajes. La cuarta gráfica muestra las señales de las corrientes, donde se mantiene la sinusoidal desfasada con respecto a los voltajes deseados. Las corrientes tampoco tiene modificaciones importantes causadas por las perturbaciones.

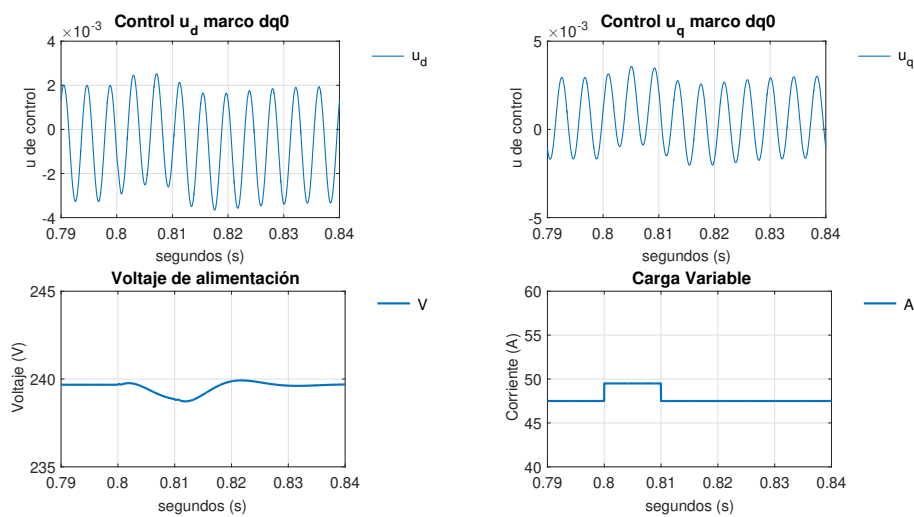


Figura 4.76: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones de 0.79 a 0.84 segundos parte II

La Figura 4.76 muestra en la primera y la segunda gráfica la reacción de las señales de control en el marco  $dq0$ . Tanto  $u_d$  como  $u_q$  son de unidades cercanas a 0 y se observa que modifican su comportamiento al entrar en acción las perturbaciones en el instante  $t = 0.8$  s, tal como manifiestan la tercera y cuarta gráfica que muestran las fuentes de las perturbaciones.

**Control por Proporcional Integral Generalizado**

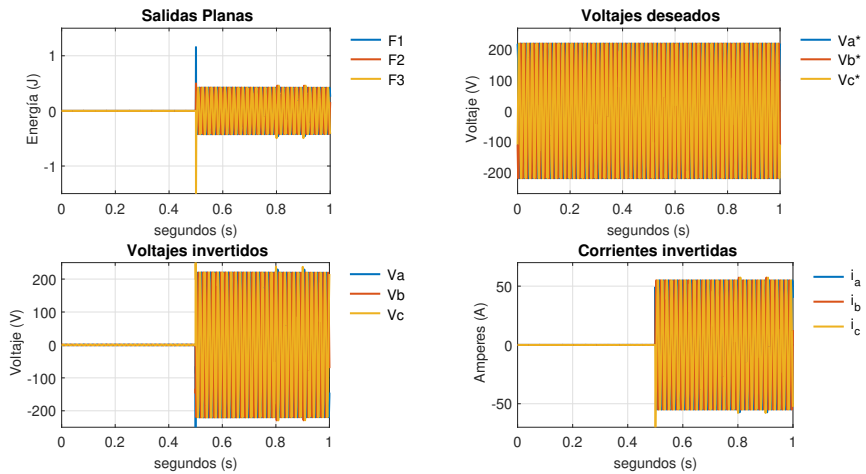


Figura 4.77: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte I

La Figura 4.77 ofrece las gráficas en el marco *abc*. La gráfica 1 muestra la evolución de las salidas planas. La segunda son los voltajes deseados que están activados desde el inicio de la simulación. Las gráficas 3 y 4 muestran los voltajes y corrientes obtenidos y se logra apreciar que en los instantes  $t = 0.8 \text{ s}$  y  $t = 0.9 \text{ s}$ , tienen efecto las perturbaciones aunque sólo sea en ese instante.

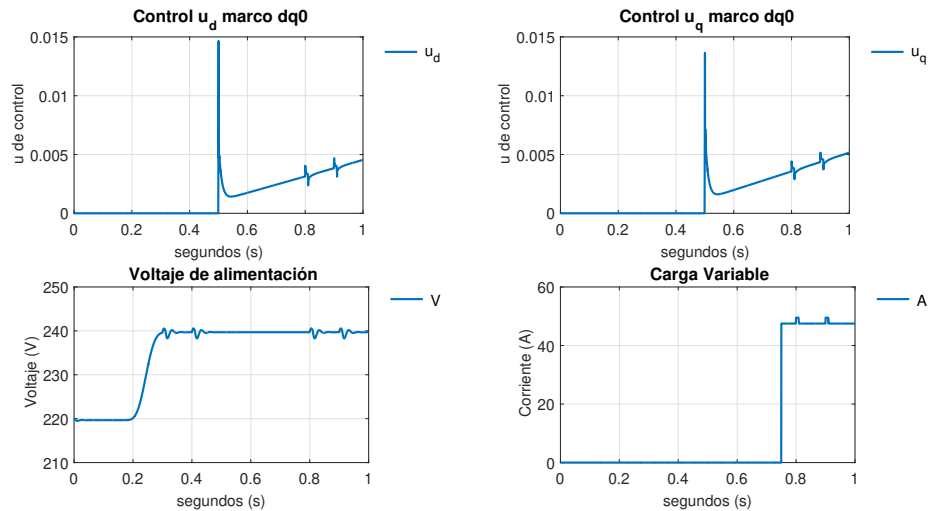


Figura 4.78: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado parte II

La Figura 4.78 detalla, en las gráficas 1 y 2, la evolución del control  $u_d$  y  $u_q$ . Ambos controles son de unidades muy pequeñas y en los instantes en que actúan las perturbaciones las señales muestran una modificación. Las gráficas 3 y 4 son las perturbaciones, el voltaje es el que se obtiene del rectificador y la corriente es la carga variable.

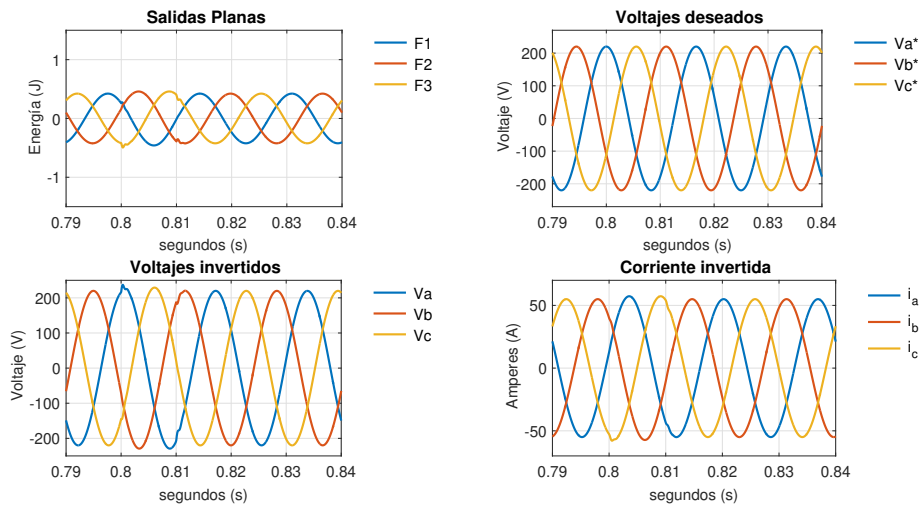


Figura 4.79: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.79 a 0.84 segundos parte I

La Figura 4.79 muestra la misma simulación que la anterior con el tiempo a 0.07 segundos para apreciar el inicio de las acciones de control. En la primera gráfica se muestra el comportamiento de la salida plana en el marco  $abc$ , la segunda gráfica contiene los voltajes deseados que son activados desde el inicio de la simulación. La tercera gráfica muestra los voltajes obtenidos del inversor y cómo estos están emparejados con los deseados, es decir,  $Va^*$  y  $Va$ ,  $Vb^*$  y  $Vb$ ,  $Vc^*$  y  $Vc$ . Se observa que las perturbaciones no muestran realmente un cambio significativo en los voltajes. La cuarta gráfica muestra las señales de las corrientes obtenidas, donde se mantiene la sinusoidal desfasada con respecto a los voltajes deseados. Las corrientes tampoco tiene modificaciones importantes causadas por las perturbaciones.

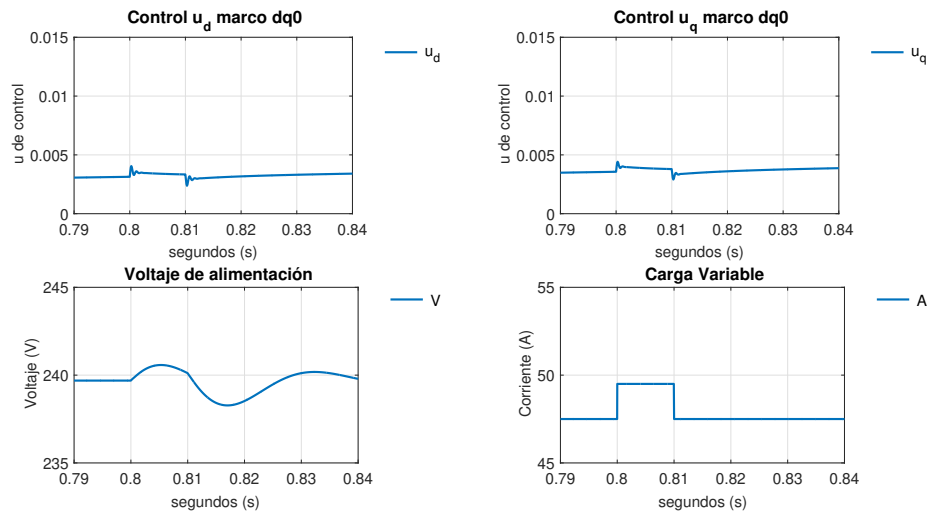


Figura 4.80: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema Proporcional Integral Generalizado de 0.79 a 0.84 segundos parte II

La Figura 4.80 muestra en la primera y la segunda gráfica la reacción de las señales de control en el marco  $dq0$ . Tanto  $u_d$  como  $u_q$  son de unidades cercanas a 0 y se observa que modifican su comportamiento al entrar en acción las perturbaciones en el instante  $t = 0.8$  s, tal como revelan la tercera y cuarta gráfica que muestran las fuentes de las perturbaciones.

### Control por Regímenes Deslizantes

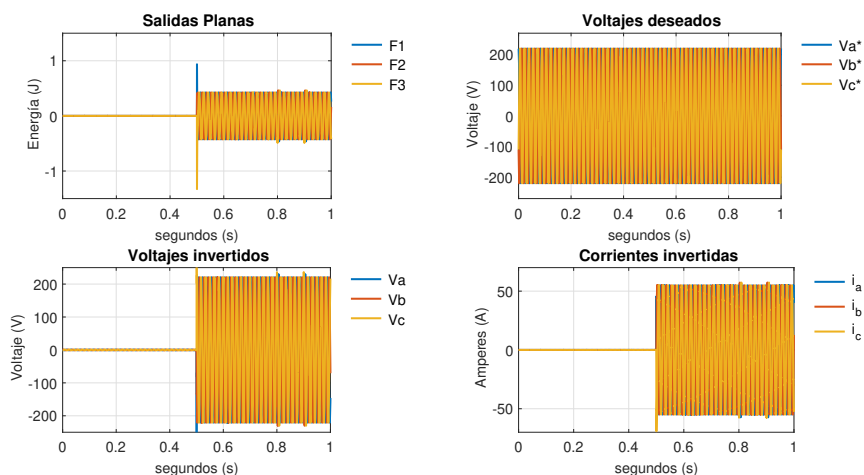


Figura 4.81: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte I

La Figura 4.81 ofrece las gráficas en el marco  $abc$ . La gráfica 1 muestra la evolución de las salidas planas. La segunda son los voltajes deseados que están activados desde el inicio de la simulación. Las gráficas 3 y 4 muestran los voltajes y corrientes obtenidos y se logra apreciar que en los instantes  $t = 0.8 \text{ s}$  y  $t = 0.9 \text{ s}$ , tienen efecto las perturbaciones aunque sólo sea en ese instante.

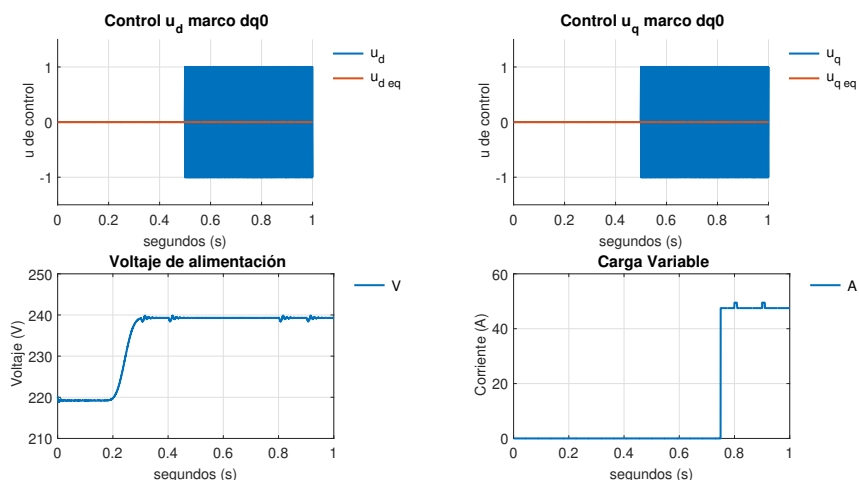


Figura 4.82: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes parte II

La Figura 4.78 detalla, en las gráficas 1 y 2, la evolución del control conmutado  $u_d$  y  $u_q$ . Los controles  $u_{deq}$  y  $u_{qe q}$  son de unidades muy pequeñas y en los instantes en que actúan las perturbaciones las señales muestran una modificación. Las gráficas 3 y 4 son las perturbaciones, el voltaje es el que se obtiene del rectificador y la corriente es la carga variable.

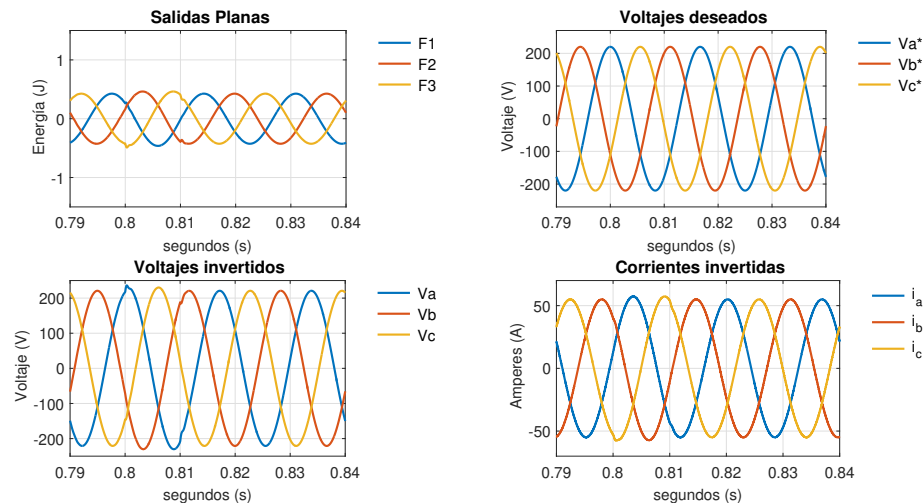


Figura 4.83: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.79 a 0.84 segundos parte I

La Figura 4.83 muestra la misma simulación que la anterior con el tiempo a 0.05 segundos para apreciar el inicio de la adición de las perturbaciones en  $t = 0.75$  s. En la primera gráfica se muestra el comportamiento de la salida plana en el marco  $abc$ , la segunda gráfica contiene los voltajes deseados que son activados desde el inicio de la simulación. La tercer gráfica muestra los voltajes obtenidos del inversor y cómo estos están emparejados con los deseados, es decir,  $Va^*$  y  $Va$ ,  $Vb^*$  y  $Vb$ ,  $Vc^*$  y  $Vc$ . Los voltajes tienen la particularidad de que su amplitud se modifica por la influencia de las perturbaciones aunque recuperan su forma milisegundos después. La cuarta gráfica muestra las señales de las corrientes obtenidas, donde se mantiene la sinusoidal desfasada con respecto a los voltajes deseados y cómo en los voltajes, esta se deforma por la influencia de las perturbaciones.

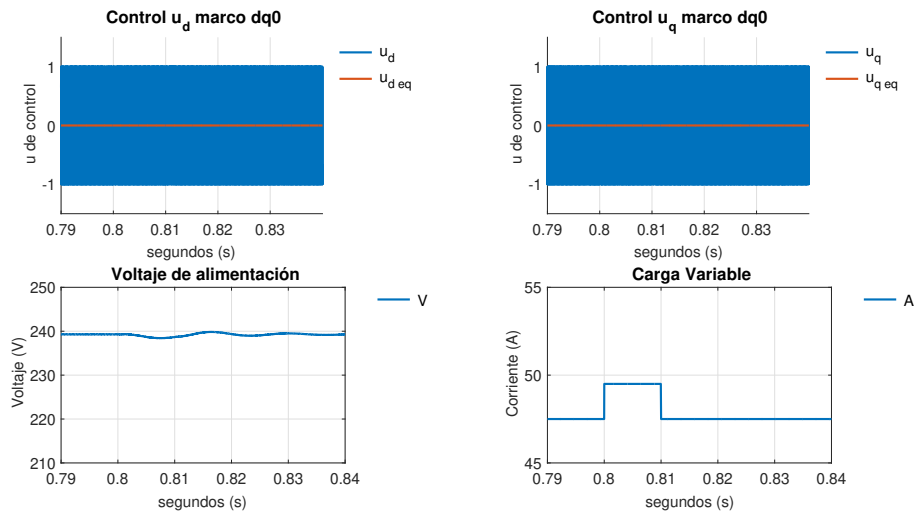


Figura 4.84: Simulación del Convertidor Trifásico: Inversor perturbado en Baja Frecuencia con el esquema por Regímenes Deslizantes de 0.79 a 0.84 segundos parte II

La Figura 4.84 muestra en la primera y la segunda gráfica la reacción de las señales de control en el marco  $dq0$ . Tanto  $u_d$  como  $u_q$  son de unidades cercanas a 0 y se observa que modifican su comportamiento al entrar en acción las perturbaciones en los instante  $t = 0.8 s$  y  $t = 0.9 s$ , tal como manifiestan la tercera y cuarta gráfica que muestran las fuentes de las perturbaciones.



#### **4.4. Resumen del capítulo**

En este capítulo se mostraron los resultados de los tres esquemas de control para los dos sistemas eléctricos. En el caso del Rectificador y del Inversor monofásicos, se cumplieron las especificaciones de los objetivos de control, aunque fue evidente que en unas secciones el seguimiento fue más pulido que en otros. Los sistemas trifásicos han mostrado una increíble mejora en el seguimiento de la trayectoria, tanto en el rectificador y como en el inversor; otro detalle importante es que la señal de control es relativamente baja en comparación con la del sistema monofásico. De acuerdo con las simulaciones bajo condiciones de perturbación, en su gran mayoría cumplieron los objetivos de control, salvo en ciertos casos; sin embargo, estas simulaciones sustentan la robustez del control, al menos en el trabajo virtual.



## Capítulo 5

# Conclusiones

En este último capítulo, presentamos las conclusiones del trabajo de tesis, las aportaciones y el trabajo a futuro dentro de este ámbito.

### 5.1. Conclusión del trabajo

Dentro del área de la electrónica de potencia se abordó el problema desde un enfoque del control activo, cuando tradicionalmente se utiliza un control pasivo o simplemente un programa de activación secuencial. Es verdad que utilizar un control activo no es una aportación nueva, sin embargo, efectuarlo con una variedad de controles robustos marca una diferencia con respecto a trabajos previos. Con la implementación de tres esquemas de control a los cuatro sistemas independientes, se logró un alcance en los objetivos de control. Es necesario notar que en los sistemas monofásicos están clasificados como sistemas subactuados, puesto que es sólo una variable de control la que maneja dos estados del sistema: corriente y voltaje.

Por otra parte, los sistemas trifásicos al ser transformados del marco  $abc$  al  $dq0$ , las ecuaciones del modelo son reducidas, por lo que tres estados son controlados por dos controles. Si bien siguen siendo sistemas subactuados, los resultados de las simulaciones muestran un mejor desempeño que los sistemas monofásicos.

En otras palabras, los esquemas de control en este trabajo resultaron ser muy efectivos para resolver el problema del seguimiento de trayectoria, además de ser resistentes a perturbaciones exógenas como la introducción de corrientes, el aumento de resistencia parasitaria o la introducción de una señal ruidosa. En específico, el control por Rechazo Activo de Perturbaciones presenta una alternativa viable en aplicaciones a sistemas eléctricos, ya que, a diferencia del control por Regímenes Deslizantes, el control por Rechazo Activo de Perturbaciones no muestra una conmutación que pudiese dañar los componentes eléctricos. Bajo esta premisa, el control Proporcional Integral Generalizado también satisfaría esta condicional, ya que su control continuo no afectaría los IGBT.

El esquema por Rechazo Activo de Perturbaciones y el esquema Proporcional Integral Generalizado son ideales, por su comportamiento en promedio, mientras que el control por

Regímenes Deslizantes tiene el detalle de que la rápida conmutación no puede implementarse directamente en el sistema eléctrico. La idea sería utilizar el control equivalente del modo deslizante; sin embargo, este control está basado en el control Proporcional Integral Generalizado, por lo que el uso del control por modos deslizantes pierde validez.

## 5.2. Aportaciones

Las principales aportaciones de este trabajo son:

- Desarrollar de manera didáctica la elaboración de los tres esquemas de control propuestos.
- Realizar la propuesta de tres esquemas de control para los cuatro sistemas eléctricos subactuados.
- Sentar las bases para proceder a una plataforma experimental.

## 5.3. Trabajo Futuro

Como trabajo futuro se plantean las siguientes actividades:

- Construcción de la plataforma experimental e implementación de los esquemas de control.
- Emplear un FPGA para implementar los controles propuestos.
- Realizar la comparación entre los esquemas de control propuestos y los sistemas pasivos.

# Bibliografía

- [1] Mario Andrés Aguilar Orduña. Control por regímenes deslizantes sin medición de estados; aplicación a sistemas robóticos que incluyen modelos de la parte electrónica y electromecánica, 2018. [4](#)
- [2] Merzak Aimene. *Services au système et gestion d'interactions énergétiques transitoires dans un parc éolien offshore. Energie électrique*. PhD thesis, Université du Havre, 2016. [2](#)
- [3] A.S. Vostrikov A.S. Poznyak, V.I. Utkin. Russia [control education]. pages 37–40, 1996. [8](#)
- [4] D. Bernstein B. Wie. A benchmark problem for robust control design. pages 961–962, 1990. [30](#)
- [5] V. Blasko and V. Kaura. A new mathematical model and control of a three-phase ac-dc voltage source converter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 12(1):116–123, Jan 1997. [3](#)
- [6] Bimal K. Bose. *Modern Power Electronics and AC Drives*. Prentice Hall, first edition edition, 2001. [183](#)
- [7] J. Cao, H. Xiong, and D. Lei. Lcl-type grid-connected inverter based on fractional-order pid control. In *2017 International Conference on Industrial Informatics - Computing Technology, Intelligent Technology, Industrial Information Integration (ICII-CII)*, pages 227–230, Dec 2017. [3](#)
- [8] Chi-Tsong Chen. *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, third edition edition. [33](#)
- [9] John J. Craig. *Robótica*. Prentice Hall, first edition edition, 2006. [185](#)
- [10] Ding Wenfang, Huang Qun, and Xu Yingnian. Study on imc-pid control for single-phase voltage-source inverters. In *2009 IEEE 6th International Power Electronics and Motion Control Conference*, pages 1514–1518, May 2009. [3](#)
- [11] Dong-Choon Lee and Jeong-Ik Jang. Output voltage control of pwm inverters for stand-alone wind power generation systems using feedback linearization. In *Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005 Industry Applications Conference, 2005.*, volume 3, pages 1626–1631 Vol. 3, 2005. [4](#)

- [12] G. Escobar, D. Chevreau, R. Ortega, and E. Mendes. An adaptive passivity-based controller for a unity power factor rectifier. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 9(4):637–644, 2001. 2, 88
- [13] M. Fliess, H. Sira-Ramírez, and R. Marquez. *Regulation of non-minimum phase outputs: a flatness based approach*, pages 143–163. Springer London, London, 1998. 13
- [14] Martin P. Fliess M., Lévine J. and Rouchon P. Sur les systèmes non linéaires différentiellement plats. pages 619–624, 1992. 8
- [15] A. Gensior, J. Rudolph, and H. Guldner. Flatness based control of three-phase boost rectifiers. In *2005 European Conference on Power Electronics and Applications*, pages 9 pp.–P.9, 2005. 3, 101
- [16] A. Gensior, H. Sira-Ramirez, J. Rudolph, and H. Guldner. On some nonlinear current controllers for three-phase boost rectifiers. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(2):360–370, 2009. 3, 57
- [17] Jingqing Han. A class of extended state observers for uncertain systems. pages 85–88, 1995. 9
- [18] Sunil K Agrawal Hebertt Sira-Ramírez. *Differentially Flat Systems*. CRC Press, first edition edition, 2004. 4, 8
- [19] A. Houari, H. Renaudineau, J. Martin, S. Pierfederici, and F. Meibody-Tabar. Flatness-based control of three-phase inverter with output  $lc$  filter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(7):2890–2897, 2012. 4, 101
- [20] L. Huang, L. Yu, S. Quan, L. Huang, Q. Chen, Y. Xiong, and J. Quan. Design of voltage loop for three-phase pwm rectifier based on single neuron adaptive pid control. In *2017 32nd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)*, pages 171–175, May 2017. 3
- [21] J. Rootenberg J. Preminger. Some considerations relating to control systems employing the invariance principle. 3:209–215, 1964. 8
- [22] Mohannad Jabbar Mnati, Dimitar V. Bozalakov, and Alex Van den Bossche. Pid control of a three phase photovoltaic inverter tied to a grid based on a 120-degree bus clamp pwm. *IFAC-PapersOnLine*, 51(4):388 – 393, 2018. 3rd IFAC Conference on Advances in Proportional-Integral-Derivative Control PID 2018. 4
- [23] C.D. Johnson. Accommodation of external disturbances in linear regulator and servo-mechanism problems. pages 635–644, 1971. 8
- [24] C.D. Johnson. Discrete-time disturbance-accommodating control theory with applications to missile digital control. 2:116–125, 1981. 8

- [25] Andrés E. León, Jorge A. Solsona, Claudio Busada, Hector Chiacchiarini, and María Inés Valla. High-performance control of a three-phase voltage-source converter including feedforward compensation of the estimated load current. *Energy Conversion and Management*, 50(8):2000 – 2008, 2009. 3
- [26] Xutao Li, Saijun Yuan, Di Zhang, Cunxi Bai, Huibiao Yang, Zhiguo Hao, and Jingdong Xu. The simplified model of back-to-back PWM converter. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 452:042030, dec 2018. 2
- [27] Liang Ma, Fei Lin, Xiaojie You, and T. Q. Zheng. Nonlinear pid control for three-phase pwm rectifier based on predictive current control. In *2008 3rd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, pages 649–653, June 2008. 3
- [28] J. Linares-Flores, H. Sira-Ramirez, J. Reger, and S. Hernandez-Marcial. A boost unity power factor pre-compensator. In *2008 IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pages 3623–3627, 2008. 2, 88
- [29] M. Louzazni and E. Aroudam. Intelligent pid-fuzzy logic control for three-phase grid-connected photovoltaic inverter. In *2014 9th International Conference on Intelligent Systems: Theories and Applications (SITA-14)*, pages 1–6, May 2014. 4
- [30] R. Majdoul, E. Abdelmounim, M. Aboufatah, and A. Abouloifa. The performance comparative of backstepping, sliding mode and pid controllers designed for a single-phase inverter ups. In *2014 International Conference on Multimedia Computing and Systems (ICMCS)*, pages 1584–1589, April 2014. 3
- [31] Katsuhiko Ogata. *Ingeniería de control moderna*. Springer International Publishing, 2010. 33
- [32] Nathabhat Phankong, Nawin Yuktanon, and Krischonme Bhumkittipich. Three-level back-to-back converter simulation for wind turbine energy source. *Energy Procedia*, 34:449 – 458, 2013. 10th Eco-Energy and Materials Science and Engineering Symposium. 2
- [33] K. Tamura P.N. Nikiforuk. Design of a disturbance accommodating adaptive control system and its application to a dc-servo motor system with coulomb friction. 4:343–349, 1988. 8
- [34] N. Poonnoy, P. Mungporn, P. Thounthong, S. Sikkabut, B. Yodwong, A. Boonseng, C. Ekkaravarodome, P. Kumam, N. Bizon, B. Nahid-Mobarakeh, S. Pierfederici, and S. T. Junkhiaw. Differential flatness based control of 3-phase ac/dc converter. In *2017 European Conference on Electrical Engineering and Computer Science (EECS)*, pages 136–141, 2017. 3
- [35] K. Qian, H. Xiong, and D. Lei. Design of pwm rectifier based on fractional order pid control. In *2017 International Conference on Industrial Informatics - Computing Technology, Intelligent Technology, Industrial Information Integration (ICIICII)*, pages 215–218, Dec 2017. 3

- [36] Muhammad H. Rashid. *Power Electronics Devices, Circuits and Applications*. Pearson Education Limited, fourth edition edition, 2014. 1, 2
- [37] G. Rigatos, P. Siano, N. Zervos, and C. Cecati. Control of three-phase voltage source converters with the derivative-free nonlinear kalman filter. 2:21–33, 2016. 4
- [38] Gerasimos Rigatos. *Green Energy and Technology*. Springer International Publishing, first edition edition, 2016. 1, 2
- [39] Ihab S. Mohamed, Sherif Zaid, M.F. Abu-Elyazeed, and Hany Elsayed. Implementation of model predictive control for three-phase inverter with output lc filter on ezdsp f28335 kit using hil simulation. *International Journal of Modelling Identification and Control*, 25:301–312, 06 2016. 4
- [40] Arturo Sandoval-García, Jorge Luis Barahona-Avalos, Jesús Linares Flores, and Marco Contreras. Control basado en pasividad de un rectificador multinivel monofásico sin transformador de aislamiento galvánico. 10 2015. 2
- [41] G. Schipanov. Theory and methods of designing automatic regulators. pages 49–66, 1939. 8
- [42] M. N. S. K. Shabbir, M. Rahman, F. Afrin, S. Shila, and M. S. Hossain. Improvement of pf and reduction of thd using pid controlled current sensed three phase rectifier. In *2016 3rd International Conference on Electrical Engineering and Information Communication Technology (ICEEICT)*, pages 1–6, Sep. 2016. 3
- [43] H. Sira-Ramírez, E. W. Zurita-Bustamante, and C. Huang. Equivalence among flat filters, dirty derivative-based pid controllers, adrc, and integral reconstructor-based sliding mode control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, pages 1–15, 2019. 4
- [44] Hebertt Sira-Ramírez. *Sliding Mode Control: The Delta-SIGMA Modulation Approach*. Birkhauser, first edition edition, 2015. 4, 21, 30
- [45] Hebertt Sira-Ramírez, Alberto Luviano-Juárez, Mario Ramírez-Neria, and Eric William Zurita-Bustamante. *Active Disturbance Rejection Control of Dynamic Systems A Flatness-Based Approach*. Butterworth-Heinemann, first edition edition, 2017. 4, 7, 9
- [46] Hebertt Sira-Ramírez, Paolo Rapisarda, and Eric W. Zurita-Bustamante. An active disturbance-rejection controller for a lcl grid connected voltage source inverter. In *Royal Academy of Engineering Newton Research Collaboration Programme, grant number NRCP1516/1/17.*, 2017. 3
- [47] Hebertt Sira-Ramírez and Ramón Silva-Ortigoza. *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*. London Springer, first edition edition. 2
- [48] Vadim Utkin, Jürgen Guldner, and Jingxin Shi. *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems*. CRC Press, second edition edition, 2009. 4, 21



- [49] Shutuan ZHANG, Lingshun LIU, Y. Li, and Zhengyin SHENG. Research on the three-phase voltage aviation rectifier based on neural network pid control. *Sensors and Transducers*, 171:25–31, 05 2014. [3](#)
- [50] E. W. Zurita-Bustamante, J. Linares-Flores, E. Guzman-Ramirez, and H. Sira-Ramirez. A comparison between the gpi and pid controllers for the stabilization of a dc-dc buck converter: A field programmable gate array implementation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(11):5251–5262, 2011. [4](#)



## Apéndice A

# Sistemas linealizables por retroalimentación de estado o sistemas diferencialmente planos

Como se vió en el capítulo del Marco Teórico, un sistema se dice que es diferencialmente plano si existe un conjunto de funciones diferenciales de estado llamado las salidas planas. El conjunto de salidas planas exhibe el mismo número de elementos como el número de entradas. La naturaleza de las salidas es tal que todas las variables en el sistema: ejemplo los estados, salidas y entradas se expresan como funciones diferenciales de la salida plana.

Para los sistemas de una entrada y una salida, la planitud y la linealización por retroalimentación son equivalentes, pero la planitud va más lejos que la linealización, especialmente en el caso de los sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas. La planitud es una propiedad estructural de los sistemas que permite establecer todas las características destacadas, que son necesarias para la aplicación de un diseño de control técnico; facilita la linealización exacta en un sistema no lineal, sin importar si el sistema es monovariable. Gracias a su relación con la invertibilidad, la planitud produce el comportamiento requerido del sistema en lazo abierto para una trayectoria deseada particular. Es deseable para la planeación de la trayectoria, la anulación de la saturación del control, el manejo de restricciones de estado y control predictivo, especialmente en aquellos casos en que involucran salidas de fase no mínima.

### A.1. Ejemplo de dos masas - resorte

Considérese el siguiente sistema subactuado, no lineal, para desarrollar el modelo algebraico.

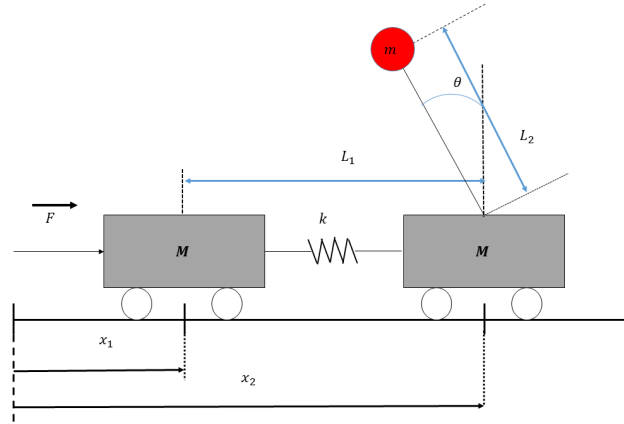


Figura A.1: Ejemplo 1: Sistema no lineal Masa resorte péndulo invertido

La localización de la masa en el péndulo está dada por:

$$x_m = x_2 - L_2 \sin \theta, \quad y_m = -L_2 \cos \theta$$

Con las velocidades correspondientes,

$$\dot{x}_m = \dot{x}_2 - L_2 \dot{\theta} \cos \theta, \quad \dot{y}_m = -L_2 \dot{\theta} \sin \theta$$

la energía cinética será,

$$K_m = \frac{1}{2} m \left( \dot{x}_2^2 - 2L_2 \dot{x}_2 \dot{\theta} \cos \theta + L_2^2 \dot{\theta}^2 \right)$$

la energía potencial estará dada por,

$$V = \frac{1}{2} k (x_1 + x_2 + L)^2 + mgL_2 (1 + \cos \theta)$$

Se establece una fuerza de control dada por  $Fx_1$ , por lo que el Lagrangiano del sistema está dado por;

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} M \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} M \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m \left( \dot{x}_2^2 - 2L_2 \dot{x}_2 \dot{\theta} \cos \theta + L_2^2 \dot{\theta}^2 \right) - \frac{1}{2} k (x_1 + x_2 + L)^2 - mgL_2 (1 + \cos \theta) + Fx_1 \quad (\text{A.1})$$

El modelo del sistema se transforma en las ecuaciones de Euler-Lagrange.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} &= 0\end{aligned}$$

Se obtiene en este caso:

$$M\ddot{x}_1 + k(x_1 + x_2 + L_1) = F \quad (\text{A.2})$$

$$(m_2 + M)\ddot{x}_2 - m_2 L_2 \ddot{\theta} \cos \theta + m_2 L_2 \dot{\theta}^2 \sin \theta - k(x_1 + x_2 + L_1) = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$m_2 L_2^2 \ddot{\theta} - m_2 L_2 \ddot{x}_2 \cos \theta - m_2 g L_2 \sin \theta = 0 \quad (\text{A.4})$$

Se procederá a normalizar las ecuaciones anteriores con las siguientes definiciones,

$$\chi_1 = \frac{x_1}{L_2}, \quad \chi_2 = \frac{x_2}{L_2}, \quad \tau = t \sqrt{\frac{g}{L_2}}, \quad \mu = \frac{M}{m_2}, \quad \beta = \frac{k}{m_2} \frac{L_2}{g}, \quad u = \frac{F}{m_2 g}, \quad \gamma = \frac{L_1}{L_2}$$

Se utilizará también la notación para derivada como:  $(\cdot) = \frac{d}{d\tau}$

Esta notación se recordará que surge de tomar  $\tau = t \sqrt{\frac{g}{L_2}}$  o  $t = \tau \sqrt{\frac{L_2}{g}}$ .

Derivando la ecuación anterior sobre  $\tau$ :  $\frac{dt}{d\tau} = \sqrt{\frac{L_2}{g}}$ .

De la función  $f(t(\tau))$  por regla de la cadena en la derivada se obtiene:

$$\frac{df}{d\tau} = \frac{df}{dt} \frac{dt}{d\tau} \quad \text{donde} \quad \frac{dt}{d\tau} = \sqrt{\frac{L_2}{g}}, \quad \text{por lo tanto} \quad \frac{df}{dt} = \sqrt{\frac{g}{L_2}} \frac{df}{d\tau}.$$

Derivando nuevamente con respecto a  $\tau$ :

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\tau} \left( \frac{df}{dt} \right) &= \sqrt{\frac{g}{L_2}} \frac{d^2 f}{d\tau^2} \\ \frac{d^2 f}{dt^2} \frac{dt}{d\tau} &= \sqrt{\frac{g}{L_2}} \frac{d^2 f}{d\tau^2} \\ \frac{d^2 f}{dt^2} \sqrt{\frac{L_2}{g}} &= \sqrt{\frac{g}{L_2}} \frac{d^2 f}{d\tau^2} \\ \frac{d^2 f}{dt^2} &= \frac{g}{L_2} \frac{d^2 f}{d\tau^2}\end{aligned}$$

Retomando el Lagrangiano este se le divide en  $m_2 L_2^2$  y se multiplica por  $\frac{L_2}{g}$ , obteniendo el Lagrangiano normalizado:

$$\mathcal{L}_n = \frac{1}{2} \mu \dot{\chi}_1^2 + \frac{1}{2} \mu \dot{\chi}_2^2 + \frac{1}{2} (\dot{\chi}_2^2 - 2\dot{\chi}_2 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2) - \frac{1}{2} \beta (\chi_1 + \chi_2 - \gamma)^2 - (1 + \cos \theta) + u \chi_1 \quad (\text{A.5})$$

Para las ecuaciones A.2, A.3, A.4, se realizará de la misma forma la normalización, dividiendo en  $m_2 L_2$  y multiplicando por  $\frac{L_2}{g}$ , por lo tanto se obtiene:

$$\mu \ddot{\chi}_1 + \beta(\chi_1 - \chi_2 + \gamma) = u \quad (\text{A.6})$$

$$(1 + \mu)\ddot{\chi}_2 - \ddot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2 \sin \theta - \beta(\chi_1 - \chi_2 + \gamma) = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$\ddot{\theta} - \ddot{\chi}_2 \cos \theta = 0 \quad (\text{A.8})$$

Asumiendo la masa del péndulo del sistema está inicialmente en reposo en la siguiente posición del punto de equilibrio:

$$\bar{\chi}_1 = r, \bar{\chi}_2 = r + \gamma, \bar{\dot{\chi}}_1 = 0, \bar{\dot{\chi}}_2 = 0, \bar{u} = 0, \bar{\theta} = 0, \bar{\dot{\theta}} = 0$$

El sistema es perturbado por un impulso normalizado, fuerza  $f_d$ , aplicada a la segunda masa. El objetivo del control es llevar el péndulo a su estado de equilibrio en un lapso de tiempo razonable. Se considera la linealización tangente del sistema normalizado, sin perturbaciones alrededor del punto de equilibrio inicial:

$$\bar{\chi}_1 = r, \bar{\chi}_2 = r + \gamma, \bar{\dot{\chi}}_1 = 0, \bar{\dot{\chi}}_2 = 0, \bar{u} = 0, \bar{\theta} = 0, \bar{\dot{\theta}} = 0$$

Para determinar las ecuaciones lineales que modelan el sistema alrededor de un punto de equilibrio, se procede con el Lagrangiano incremental, utilizando el previo normalizado.

El punto de equilibrio está definido en:

$$\bar{\chi}_1 = 0, \bar{\chi}_2 = \gamma, \bar{\dot{\chi}}_1 = 0, \bar{\dot{\chi}}_2 = 0, \bar{u} = 0, \bar{\theta} = 0, \bar{\dot{\theta}} = 0$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\delta &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q^T} & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}^T} & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} \end{bmatrix} \Big|_{(\bar{q}, \dot{q}, 0)} \begin{bmatrix} q_\delta \\ \dot{q}_\delta \\ u_\delta \end{bmatrix} \\ &+ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_\delta & \dot{q}_\delta & u_\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial q \partial q^T} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial q \partial \dot{q}^T} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial q \partial u} \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \dot{q} \partial q^T} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \dot{q} \partial \dot{q}^T} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \dot{q} \partial u} \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial u \partial q^T} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial u \partial \dot{q}^T} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial u \partial u} \end{bmatrix} \Big|_{(\bar{q}, \dot{q}, \bar{u})} \begin{bmatrix} q_\delta \\ \dot{q}_\delta \\ u_\delta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

por lo que se produce:

$$\mathcal{L}_\delta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \chi_{1\delta} & \chi_{2\delta} & \theta_\delta & \dot{\chi}_{1\delta} & \dot{\chi}_{2\delta} & \dot{\theta}_\delta & u_\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\beta & \beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \beta & -\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu + 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi_{1\delta} \\ \chi_{2\delta} \\ \theta_\delta \\ \dot{\chi}_{1\delta} \\ \dot{\chi}_{2\delta} \\ \dot{\theta}_\delta \\ u_\delta \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

De esta manera se obtiene el Lagrangiano incremental normalizado:

$$\mathcal{L}_\delta = -\frac{1}{2}\beta(\chi_{1\delta}^2 + \chi_{2\delta}^2) + \frac{1}{2}\mu\dot{\chi}_{1\delta}^2 + \frac{1}{2}(1+\mu)\dot{\chi}_{2\delta}^2 + \chi_{1\delta}u_\delta - \dot{\chi}_{2\delta}\dot{\theta}_\delta + \frac{1}{2}\dot{\theta}_\delta^2 + \frac{1}{2}\dot{\theta}_\delta^2 + \beta\chi_{1\delta}\chi_{2\delta} \quad (\text{A.10})$$

Se buscan las ecuaciones de Euler-Lagrange para el Lagrangiano incremental normalizado

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}_\delta}{\partial \dot{\chi}_{1\delta}} - \frac{\partial \mathcal{L}_\delta}{\partial \chi_{1\delta}} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}_\delta}{\partial \dot{\chi}_{2\delta}} - \frac{\partial \mathcal{L}_\delta}{\partial \chi_{2\delta}} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}_\delta}{\partial \dot{\theta}_\delta} - \frac{\partial \mathcal{L}_\delta}{\partial \theta_\delta} &= 0 \end{aligned}$$

Por lo que se encuentran las siguientes ecuaciones,

$$\mu\ddot{\chi}_{1\delta} + \beta(\chi_{1\delta} - \chi_{2\delta}) = u_\delta \quad (\text{A.11})$$

$$(1+\mu)\ddot{\chi}_{2\delta} - \ddot{\theta}_\delta - \beta(\chi_{1\delta} - \chi_{2\delta}) = 0 \quad (\text{A.12})$$

$$\ddot{\theta}_\delta - \ddot{\chi}_{2\delta} = \theta_\delta \quad (\text{A.13})$$

Espacio de estados: Se debe llegar a la forma  $\dot{X} = Ax + Bu$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \chi_{1\delta} \\ \chi_{2\delta} \\ \theta_\delta \\ \dot{\chi}_{1\delta} \\ \dot{\chi}_{2\delta} \\ \dot{\theta}_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\chi}_{1\delta} \\ \dot{\chi}_{2\delta} \\ \dot{\theta}_\delta \\ \ddot{\chi}_{1\delta} \\ \ddot{\chi}_{2\delta} \\ \ddot{\theta}_\delta \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\beta}{\mu} & \frac{\beta}{\mu} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta}{\mu} & -\frac{\beta}{\mu} & \frac{1}{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{\beta} & -\frac{\mu}{\beta} & \frac{\mu}{\mu+1} & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\mu} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_\delta \quad (\text{A.14}) \end{aligned}$$

Se procede a calcular la controlabilidad del sistema formando la matriz del mismo nombre,

de la forma  $C = [B \ AB \ A^2B \ A^3B \ A^4B \ A^5B]$ .

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\mu} & 0 & -\frac{\beta}{\mu^2} & 0 & \frac{2\beta^2}{\mu^3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\beta}{\mu^2} & 0 & -\frac{2\beta^2+\beta}{\mu^3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\beta}{\mu^2} & 0 & \frac{2\beta^2-2\beta^2+\beta}{\mu^3} \\ \frac{1}{\mu} & 0 & -\frac{\beta}{\mu^2} & 0 & \frac{2\beta^2}{\mu^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta}{\mu^2} & 0 & -\frac{2\beta^2+\beta}{\mu^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta}{\mu^2} & 0 & \frac{2\beta^2-2\beta^2+\beta}{\mu^3} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

El rango de la matriz  $C$  es 6, es decir de rango completo, por lo tanto es posible determinar la salida plana con la siguiente ecuación.

$$\mathbf{y} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] C^{-1} X$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \mu & \mu + 1 & -1 \\ \mu & \mu + 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{(2\beta - \mu - 1)\mu}{\beta} & -\frac{(2\beta - 1)\mu}{\beta} \\ 0 & -\frac{(2\beta - \mu - 1)\mu}{\beta} & \frac{(2\beta - 1)\mu}{\beta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\mu^2}{\beta} & \frac{\mu^2}{\beta} \\ 0 & -\frac{\mu^2}{\beta} & \frac{\mu^2}{\beta} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi_{1\delta} \\ \chi_{2\delta} \\ \theta_\delta \\ \dot{\chi}_{1\delta} \\ \dot{\chi}_{2\delta} \\ \dot{\theta}_\delta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y} = \frac{\mu^2}{\beta} (-\chi_{2\delta} + \theta_\delta)$$

De esta manera se obtiene la salida plana,



## A.2. Ejemplo Motor Eléctrico acoplado con un péndulo con masa

A partir de la Figura A.2 se modelan las ecuaciones del sistema para posteriormente deducir su salida plana.

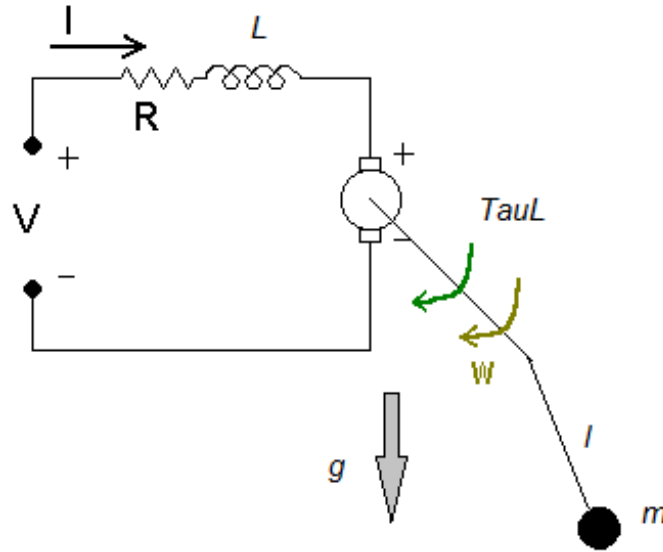


Figura A.2: Ejemplo 2: Motor eléctrico acoplado con péndulo y masa

En primer lugar, tenemos el modelo del motor de corriente Directa del lado eléctrico y mecánico, en segundo, obtenemos el modelo del péndulo y finalmente, unificamos ambos modelos.

### Motor de corriente directa

Si consideramos el motor de corriente directa como una analogía electromecánica que representa los componentes mecánicos como circuitos eléctricos, obtenemos el siguiente modelo:

$$L \frac{di}{dt} = -Ri - kmW + v \quad (\text{A.16})$$

$$J \frac{dW}{dt} = -BW + kti - \tau_L \quad (\text{A.17})$$

Donde  $L$  es la inductancia,  $R$  la resistencia,  $km$  es la constante de fuerza electromotriz (FEM),  $i$  es la corriente que circula por el motor,  $kt$  es la constante de par,  $J$  la inercia del rotor,  $B$  es la fricción del motor,  $\theta$  la posición instantánea del rotor y  $\tau_L$  es el par que se opone al movimiento del motor. Se emplea la siguiente relación paramétrica  $km = kt = k$ .

### Péndulo simple

En cuanto al péndulo simple obtenemos el modelo siguiente:

Para el péndulo se empleará la metodología de Euler-Lagrange para obtener el modelo matemático del péndulo simple considerando que el lagrangiano ( $\mathcal{L}$ ).

$$\mathcal{L} = K - P$$

$$K = \frac{1}{2}\dot{\theta}^2(ml^2)$$

$$P = mgl(1 - \cos \theta)$$

$$\mathcal{L} = K - P = \frac{1}{2}\dot{\theta}^2(ml^2) - mgl(1 - \cos \theta)$$

donde  $\theta$  es la posición instantánea del péndulo,  $m$  es la masa del péndulo,  $l$  la longitud del eslabón y  $g$  es la gravedad. La velocidad angular se denota como  $W = \frac{d\theta}{dt}$ .

Empleando la ecuación de Euler-Lagrange igualándola a la fuerza  $\tau_L$  se obtiene la ecuación que describe el comportamiento del péndulo simple.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = \tau_L$$

$$(ml^2)\ddot{\theta} + mlg \sin \theta = \tau_L$$

$$mL^2\ddot{\theta} = -mgL \sin \theta + \tau_L \quad (\text{A.18})$$

Teniendo en cuenta las siguientes relaciones.

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = W$$

$$\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \dot{W} = \frac{dW}{dt}$$

Ahora despejando de la ecuación A.18  $\tau_L$  y sustituyendo en la ecuación A.17 se obtiene:

$$J\ddot{\theta} = -B\dot{\theta} + ki - ml^2\ddot{\theta} - mgl \sin \theta$$

Reescribiendo la ecuación se obtiene:

$$(J + ml^2)\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + mgl \sin \theta = ki \quad (\text{A.19})$$

De la misma manera reescribiendo la ecuación A.16 despejando el voltaje  $v$ .

$$v = L \frac{di}{dt} + Ri + k\dot{\theta} \quad (\text{A.20})$$

De esta manera la ecuación A.19 y A.20 serán el modelo del sistema.

### Modelo de entrada salida

Una vez obtenido el modelo de entrada-salida, procedemos a expresar todas las variables del sistema a partir de una salida “especial”, denominada salida plana y sus derivadas.

Se observa que en la ecuación A.19 la corriente queda expresada en términos de  $\theta$  y las derivadas de  $\dot{\theta}$  y  $\ddot{\theta}$ , por lo tanto despejando  $i$  de A.19, se obtiene:

$$i = \frac{(J + ml^2)\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + mgl \sin \theta}{k} \quad (\text{A.21})$$

Haciendo la derivada de A.21 se obtiene:

$$\frac{di}{dt} = \frac{(J + ml^2)\ddot{\theta} + B\ddot{\theta} + mgl\dot{\theta} \cos \theta}{k} \quad (\text{A.22})$$

Sustituyendo la ecuación A.21 y A.22 en A.20

$$v = L \left( \frac{(J + ml^2)\ddot{\theta} + B\ddot{\theta} + mgl\dot{\theta} \cos \theta}{k} \right) + R \left( \frac{(J + ml^2)\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + mgl \sin \theta}{k} \right) + k\dot{\theta}$$

Reescribiendo en términos de variables semejantes se obtiene:

$$v = \frac{L(J + ml^2)\ddot{\theta} + (LB + R(J + ml^2))\ddot{\theta} + (mgl^2 \cos \theta + RB)\dot{\theta} + Rmgl \sin \theta}{k}$$

Por lo tanto se puede decir que el sistema es plano con  $\theta$  como salida plana expresada por:

$$\ddot{\theta} = \frac{vk}{L(J + ml^2)} - \frac{LB + R(J + ml^2)\ddot{\theta}}{L(J + ml^2)} - \frac{(mgl^2 \cos \theta + RB)\dot{\theta}}{L(J + ml^2)} - \frac{Rmgl \sin \theta}{L(J + ml^2)} \quad (\text{A.23})$$

La ecuación A.23 se considera el modelo de entrada-salida.



## Apéndice B

# Transformación de Clarke-Park

Para explicar la transformación Clarke-Park, retomemos la aparición de las máquinas eléctricas. El modelo de las máquinas eléctricas está descrito por ecuaciones diferenciales con inductancias mutuas en tiempos variables, el cual tiende a ser muy complejo. La transformada de Clarke convierte las variables del dominio del tiempo de un sistema trifásico (marco  $abc$ ) en dos componentes de un marco estacionario ortogonal  $\alpha\beta 0$ . R. H. Park en 1920, propuso una nueva teoría del análisis de la máquina eléctrica para resolver el problema. Él formuló un cambio de variables que reemplazó las variables asociadas con devanados ficticios que giran con el estator en velocidad síncrona [6]. Esencialmente, transformó o refirió las variables del estator a un marco fijo de referencia, rotando sincrónicamente en el rotor. Con tal transformación, demostró que todas las inductancias de tiempo variable que ocurren, debido a un circuito eléctrico en movimiento relativo y circuitos eléctricos con reluctancias magnéticas variables, pueden ser eliminadas. La transformación de Park convierte las dos componentes del marco  $\alpha\beta 0$  a un marco de referencia rotatorio

**Matriz de transformación** A continuación se detalla la obtención de dichas transformaciones. Se considera una máquina de inducción simétrica trifásica con ejes estacionarios a, b, c en  $2\pi/3$ . Se transforma el marco de referencia estacionario trifásico en un marco de dos fases  $dq0$  y vice versa.

Asumiendo que los ejes d-q son orientados en un ángulo  $\theta$ . El voltaje  $v_d$  y  $v_q$  puede ser resuelto en componentes a-b-c y puede ser representado en la matriz como:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 120) & \sin(\theta - 120) & 1 \\ \cos(\theta + 120) & \sin(\theta + 120) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Y la relación inversa correspondiente es:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120) & \cos(\theta + 120) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 120) & \sin(\theta + 120) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

donde  $v_0$  es añadido como cero componente secuencial que puede o no presentarse.

Es conveniente poner  $\theta = 0$ , entonces el eje q se alinea con el eje a. Ignorando el componente cero, la relación puede ser simplificada como:

$$v_a = v_q \quad (\text{B.3})$$

$$v_b = -\frac{1}{2}v_q - \frac{\sqrt{3}}{2}v_d \quad (\text{B.4})$$

$$v_c = -\frac{1}{2}v_q + \frac{\sqrt{3}}{2}v_d \quad (\text{B.5})$$

e inversamente:

$$v_q = \frac{2}{3}v_a - \frac{1}{3}v_b - \frac{1}{3}v_c = v_a \quad (\text{B.6})$$

$$v_d = -\frac{1}{\sqrt{3}}v_b + \frac{1}{\sqrt{3}}v_c \quad (\text{B.7})$$

De esta manera se da a conocer las matrices de transformación que se utilizan a lo largo de este trabajo.

## Apéndice C

# Generación de una trayectoria de referencia de salida

La generación de trayectoria se ejecuta de un punto a otro. Aunque se sabe que esto es para un sistema eléctrico, y la mayoría de las salidas planas es la energía, se puede utilizar la misma trayectoria, teoría fundamentada en el libro de Robótica de Craig [9], en donde se establece que por trayectoria se entiende un movimiento en el tiempo de la posición, velocidad y aceleración para cada grado de libertad; trasladándola al sistema eléctrico equivaldría a la potencia y sus derivadas.

De esta manera se especifica con detalle la trayectoria deseada, que aporta los puntos iniciales y finales del recorrido, por lo que se emplean los puntos vía, situados entre el punto inicial y final de la trayectoria deseada, de tal forma que, para llegar del punto inicial al final, se tiene que pasar por dichos puntos vía; a este conjunto se le conoce como puntos ruta.

Es importante establecer características temporales de la trayectoria al diseñarla, puesto que se requiere que el movimiento o el cambio sea uniforme, por lo que es necesario se satisfaga un número de restricciones a través de un polinomio de orden tal que el número de coeficientes sea igual o mayor al número de restricciones establecidas.

Para este trabajo de tesis, se desea generar una trayectoria que comience en 120V y finalice en 150V, y sus derivadas comiencen y terminen en cero. Estas restricciones definen a una trayectoria que parte del reposo y termina en reposo.

$$F(0) = F_0 \quad \dot{F}(0) = 0 \quad \ddot{F}(0) = 0 \quad \dddot{F}(0) = 0 \quad (C.1)$$

$$F(t_f) = F_{t_f} \quad \dot{F}(t_f) = 0 \quad \ddot{F}(t_f) = 0 \quad \dddot{F}(t_f) = 0 \quad (C.2)$$

Estas restricciones pueden ser satisfechas con un polinomio de séptimo orden de la forma:

$$F(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 + a_6t^6 + a_7t^7 \quad (C.3)$$

Donde  $F_0$  representa el punto inicial de la trayectoria y  $F_f$  el punto final. Lo que nos deja el siguiente conjunto de ecuaciones.

$$F(0) = a_0 \quad (\text{C.4})$$

$$F(t_f) = a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 + a_4 t_f^4 + a_5 t_f^5 + a_6 t_f^6 + a_7 t_f^7 \quad (\text{C.5})$$

$$\dot{F}(0) = a_1 \quad (\text{C.6})$$

$$\dot{F}(t_f) = a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 + 4a_4 t_f^3 + 5a_5 t_f^4 + 6a_6 t_f^5 + 7a_7 t_f^6 \quad (\text{C.7})$$

$$\ddot{F}(0) = 2a_2 \quad (\text{C.8})$$

$$\ddot{F}(t_f) = 2a_2 t_f + 6a_3 t_f^2 + 12a_4 t_f^3 + 20a_5 t_f^4 + 30a_6 t_f^5 + 42a_7 t_f^6 \quad (\text{C.9})$$

$$\ddot{\ddot{F}}(0) = 6a_3 \quad (\text{C.10})$$

$$\ddot{\ddot{F}}(t_f) = 6a_3 + 12a_4 t_f + 60a_5 t_f^2 + 120a_6 t_f^3 + 210a_7 t_f^4 \quad (\text{C.11})$$

Resolviendo las ecuaciones se encuentra que los coeficientes del polinomio son:

$$a_0 = F_0 \quad (\text{C.12})$$

$$a_1 = \dot{F}(0) = 0 \quad (\text{C.13})$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \ddot{F}(0) = 0 \quad (\text{C.14})$$

$$a_3 = \frac{1}{6} \ddot{\ddot{F}}(0) = 0 \quad (\text{C.15})$$

$$a_4 = \frac{35(F_f - F_0)}{t_f^4} \quad (\text{C.16})$$

$$a_5 = \frac{-84(F_f)}{t_f^5} \quad (\text{C.17})$$

$$a_6 = \frac{70(F_f)}{t_f^6} \quad (\text{C.18})$$

$$a_7 = \frac{-20(F_f - F_0)}{t_f^7} \quad (\text{C.19})$$



“Una mañana entró mi mamá a la cocina y me descubrió mientras tomaba leche directamente del cartón.

— Así no te eduqué — me dijo.

— Perdón, mamá — respondí—. Estaba casi vacío; le quedaba dos tragos.

Invertí el envase sobre la tarja para mostrarle que no quedaba leche; que no pensaba regresar el cartón al refrigerador. Mamá repitió más despacio:

— Así no te eduqué.

Tardé un rato en entender que no se trataba del envase de leche. ”

Max Ehram, *La noche se me fue de las manos*, Penguin Random House Grupo Editorial, Primera edición. pag. 217

—