

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

UNIDAD ZACATENCO

DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO

Control sensorial de la marcha de un robot humanoide

Tesis que presenta

Ortíz Olvera Alexis Adrian

Para Obtener el Grado de

Doctor en Ciencias

En la Especialidad de

Control Automático

Director de la tesis:

Dr. Juan Manuel Ibarra Zannatha

CAPÍTULO 1 Generalidades	2
1.1 La robótica de humanoides y el caminado bípedo hoy en día	2
1.1.1 Principales proyectos de robótica de humanoides en el mundo	2
1.1.1.1 <i>Humanoid Robotics Project</i> (HRP, Japón)	2
1.1.1.2 Proyecto HUBO (Korea del sur)	4
1.1.1.3 Proyecto ATLAS (Estados Unidos de América)	5
1.1.1.4 Proyectos de RH en Europa	5
1.2 Robótica académica y robótica de pequeño formato	8
1.2.1 Humanoide comercial Robonova	8
1.2.2 Humanoides comerciales de Robotis	8
1.2.3 Humanoides comerciales de Aldebaran	10
1.3 Planteamiento del problema	10
1.4 Resultados y publicaciones	11
CAPÍTULO 2 Estado del arte	13
2.1 Modelado del robot	13
2.1.1 Modelos directos	13
2.1.2 Modelos inversos	14
2.1.3 Modelado de la dinámica de un robot	14
2.1.3.1 Modelo lineal del péndulo invertido y sus variaciones	15
2.1.3.2 Modelo carro mesa	17
2.2 Generación de trayectorias	17
2.3 Criterios de estabilidad	19
2.3.1 Punto de momento cero (<i>ZMP</i>)	19
2.3.2 Indicador de rotación del pie (<i>FRI</i>)	20
2.3.3 Pivote del momento centroidal (<i>CMP</i>)	20
2.4 Control	21
2.4.1 Rechazo activo de perturbaciones	21
2.4.2 Control óptimo	22
2.4.3 Control <i>compliant</i>	24
CAPÍTULO 3 Personalización Bioloid-DCA	25
3.1 Actualización del Controlador para el robot bioloid	26
3.1.1 Interfase Raspberry-Dynamixel (IRD)	26
3.1.1.1 Etapa de comunicación	26
3.1.1.2 Etapa de potencia	27
3.1.1.3 Etapa de software	27
3.2 Sistema sensorial	29
3.2.1 Diseño geométrico	29
3.2.2 Diseño mecánico	30
3.2.3 Diseño electrónico	30
3.3 Modificaciones estructurales	31

3.3.1	Bioloiddot-DCA	31
3.4	Personalización del software	31
3.4.1	Interfase gráfica de usuario y el sintetizado del caminado	31
3.5	Los actuadores AX-12 de Dynamixel	33
3.5.1	El controlador embebido y el Error en estado estacionario	33
CAPÍTULO 4 Síntesis del caminado y Criterios de estabilidad		34
4.1	El caminado humano y su biomecánica	35
4.1.1	Parámetros generalizados y parámetros espaciales del caminado	36
4.1.2	Trayectoria del <i>ZMP</i> en el ser humano	37
4.2	Síntesis del caminado	37
4.2.1	Definición de las características del caminado	38
4.2.2	Generación de trayectorias	38
4.2.3	Validación del criterio de estabilidad	39
4.2.4	Caminado del robot	40
4.2.4.1	Trayectorias espaciales	40
4.2.4.2	Relaciones temporales de los movimientos	41
4.2.4.3	Trayectorias de velocidad y aceleración	42
4.2.4.4	Trayectorias del <i>ZMP</i>	43
4.2.4.5	Generación de valores articulares	44
4.3	Puntos de referencia en el suelo y la estabilidad de la marcha del humanoide	44
4.3.1	Dinámica del robot	44
4.3.2	Estabilidad de un robot	44
4.3.3	Punto de momento cero (<i>ZMP</i>)	45
4.3.4	Polígono de soporte	45
4.3.5	Indicador de rotación del pie (<i>FRI</i>)	49
4.3.6	Pivote del momento centroidal <i>CMP</i>	50
4.3.7	Puntos de captura	51
CAPÍTULO 5 Modelado de un robot		53
5.1	Modelado de la cinemática directa	54
5.1.1	Grados de libertad del sistema y del espacio de trabajo	54
5.1.2	Cinemática directa de posiciones	54
5.1.3	Cinemática directa de velocidades, aceleraciones y sus derivadas	55
5.2	Modelado de la cinemática inversa	57
5.2.1	Cinemática inversa de posiciones	57
5.2.2	Cinemática inversa de velocidades y aceleraciones	57
5.3	Modelado de la dinámica	58
5.3.1	dinámica completa	58
5.3.2	Ecuaciones de Lagrange	58
5.3.3	Dinámica simplificada	60
5.3.3.1	Modelo del péndulo invertido	61

5.3.3.2	Modelo carro mesa	62
5.4	Modelo del robot BIOLOID-DCA	62
5.4.1	Cinemática directa de posiciones	62
5.4.2	Matrices de transformación homogénea entre eslabones de la pierna derecha	63
5.4.3	Cinemática directa de velocidades y aceleraciones	65
5.4.4	Cinemática inversa de posiciones	66
5.4.5	Cinemática inversa de velocidades y aceleraciones	68
CAPÍTULO 6 Control		70
6.1	Algoritmos de control	71
6.1.1	Controlador local de los actuadores	71
6.1.2	Controlador global	73
6.1.2.1	Controlador basado en el modelo de la dinámica completa	73
6.1.2.2	Controlador basado en el modelo de la dinámica simplificada	76
6.1.2.2.1	Control óptimo	77
6.1.2.2.2	Control por rechazo activo de perturbaciones (ADRC)	77
6.2	Estrategia adicional (Ciclo de paso con peso extra)	78
CAPÍTULO 7 Resultados y conclusiones		80
7.1	Resultados para el caminado normal	80
7.2	Resultados durante la manipulación de objetos (peso extra)	83
7.2.1	Manipulación de peso extra (levantamiento del peso)	83
7.2.2	Ciclo de paso con peso extra	85
7.3	Conclusiones	86

Abstract

Nowadays there are several commercial, low cost and low-profile humanoid robots available for researchers that want to dabble in the biped walking area of robotics. However, low computing power and lack of sensors restrict the potential of this kind of robots. Therefore, in the following work a customization for a hobbyist robot is proposed to achieve a proper experimental platform for humanoid robotics research. The proposed customization includes a new embedded computer system, some mechanical improvements and a whole new sensory system for the location and measurement of the ground reaction force over the robot. The walking equilibrium analysis and control for this platform is based in the ground reference points methods. The dynamical models, both full-body dynamics and simplified dynamics model, used for the control of the robot will be described along with the implemented control algorithms, the walking strategies, and the obtained results for each case. Finally, a description of the produced virtual simulation environment is included to show the capability of the system to work with the real robot or a virtual model from a personal computer.

Resumen

En la actualidad existen en el mercado una gran variedad de robots humanoides de pequeñas dimensiones y bajas prestaciones, lo cual ha servido como base para muchos investigadores del caminado bípedo en robots humanoides. Sin embargo, las bajas prestaciones computacionales y sensoriales limitan mucho el potencial de estos robots. En el presente trabajo de tesis se propone la modificación de un robot humanoide para de este tipo con la finalidad de producir una plataforma experimental, más completa, para la investigación del caminado bípedo. Se propone una mejora del sistema de cómputo del robot, así como la modificación estructural del mismo para dotarlo de un sistema sensorial que permita cuantificar y localizar la reacción del suelo sobre el robot. El paradigma de análisis y control del equilibrio de la marcha de este robot estará basado en los criterios de puntos de referencia en el suelo (CPRS). Durante el trabajo de tesis se describirán los diferentes modelos dinámicos, tanto de dinámica completa como de dinámica simplificada, las diferentes estrategias y algoritmos de control implementados en el robot y los resultados obtenidos en con cada uno de ellos. Finalmente se describe el ambiente virtual de simulación que permite una interacción con el robot real o con un modelo 3D desde una computadora de escritorio.

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT-México) le agradezco la beca recibida durante el doctorado, así como múltiples apoyos para estancias, congresos y financiamiento para la formación de doctores durante la investigación. Al Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav-IPN) les agradezco la beca complementaria recibida durante el doctorado.

Expreso mi profundo agradecimiento a mi amigo y tutor de tesis Dr. Juan Manuel Ibarra Zannatha por su amistad, instrucción y colaboración durante el desarrollo de esta investigación.

A mi padre y madre por su constante apoyo e infinita dedicación durante toda mi formación académica, social y cultural.

Capítulo 1

Generalidades

En este capítulo se presenta una descripción de los principales proyectos de robótica de humanoides a nivel mundial y se explica cómo los proyectos de menores recursos pueden participar en esta área de investigación. En la sección 1.1 se habla de los proyectos de robótica de humanoides en el mundo, mientras que en la sección 1.2 se describen a los robots humanoides de bajas prestaciones disponibles comercialmente y el área de oportunidad que estos representan como herramientas de investigación, en las secciones 1.3 y 1.4 se hacen el planteamiento del problema y se enlistan los resultados alcanzados.

1.1 La robótica de humanoides y el caminado bípedo hoy en día.

Cuando se habla de proyectos de robótica de humanoides (RH) es posible identificar diferentes modelos de proyecto. Algunos como el caso asiático que corresponden a esfuerzos en conjunto de toda una nación donde los resultados individuales de cada grupo de trabajo son reunidos bajo la administración de un programa o proyecto gubernamental. Otros, como el caso de la comunidad europea, son resultado del trabajo en conjunto de varias instituciones de diferentes países relacionadas entre sí por acuerdos políticos y económicos. Finalmente, el caso particular de los Estados Unidos de América que aprovecha su poderío económico para reunir a lo mejor de la iniciativa privada e instituciones públicas de cualquier parte del mundo para posteriormente comprar a los equipos con mejores resultados o las mentes detrás de ellos.

1.1.1 Principales proyectos de robótica de humanoides en el mundo

1.1.1.1 *Humanoid Robotics Project (HRP, Japón)*

El Proyecto HRP fue iniciado como tal en el año de 1997 sin embargo este proyecto toma mucho del trabajo realizado desde 1966 en el instituto de robótica de humanoides de la universidad de Waseda, desde 1986 por la empresa Honda y desde 1999 por la empresa Kawada. Fue en 1997 que bajo la iniciativa del gobierno japonés y en asociación con la empresa Kawada y el instituto nacional de ciencia y tecnología avanzada de Japón (AIST) se creó el proyecto HRP en el cual se integraban los esfuerzos de muchas de las instituciones públicas y privadas que trabajan en el área de humanoides en Japón. Dando como resultado, en ese mismo año, el prototipo HRP-1 que consistía básicamente en algunas mejoras del entonces mejor prototipo de Honda, el Honda P3. Muchas de las instituciones que forman parte del proyecto HRP continuaron de manera paralela con sus propios proyectos de caminantes bípedos, aportando sus mejores resultados al diseño del prototipo HRP que se encontraba en turno.

Así, la evolución de los caminantes bípedos japoneses puede rastrearse hasta los años 60 con los primeros trabajos en el área de caminantes bípedos por parte de la universidad de Waseda y en particular a 1967 con el prototipo WL-1, del profesor Ichiro Kato (1925-1994), este primer prototipo consistía únicamente en la parte inferior de un torso robótico que carecía de cualquier medio para verificar o asegurar el equilibrio del caminado y por ende su control se hacía a lazo abierto. 2 años después, el propio profesor Ichiro, presentó el primer caminante bípedo WL-3, capaz de realizar las etapas de balanceo y de apoyo, de manera alternada en cada pierna, mediante un algoritmo de control maestro-esclavo. Desafortunadamente no existe reporte alguno que describa la forma de asegurar que el robot podía desarrollar todos estos movimientos sin caer. Ese mismo año presentaron un prototipo construido con músculos neumáticos de caucho, WAP-1, con el cual se lograron generar movimientos de caminado, en un solo plano, a partir de la reproducción de trayectorias articulares generadas mediante la activación de los músculos artificiales en secuencias previamente definidas; nuevamente no existe ningún reporte sobre la estabilidad del robot al realizar sus movimientos. Fue un año después, en 1970, con el prototipo WAP-2 donde finalmente se incluyeron sensores de presión en las plantas de los pies para lograr un control de la postura, aunque tampoco existe un reporte donde se indique el algoritmo de control para la postura y

la forma de utilizar la información de los sensores en los pies, los resultados posteriores a este prototipo sugieren que la información sensorial se utilizaba para estimar la posición de la fuerza de reacción del suelo (FRS), lo cual ya puede considerarse como un primer criterio de estabilidad. En el año de 1971 el prototipo WAP-3 fue el primer robot, en el mundo, que generó movimientos de caminado en 3 dimensiones; este prototipo ya era capaz de desplazar su centro de gravedad en el plano frontal, lo cual le permitía subir y bajar pequeños escalones. Fue hasta 1980 cuando el prototipo WL-9DR logró generar el primer caminado quasi-dinámico y en 1984 el prototipo WL-10RD fue el primero en utilizar de manera práctica un criterio de estabilidad para el caminado, basado en el *ZMP*, a partir de las lecturas generadas por sensores de par colocados en el tobillo y la cadera del robot [1] [2]. En el año de 1986 el prototipo WL-12 fue construido y dentro de las características principales de este prototipo tenemos la implementación de una cadera de 2 grados de libertad (GDL), así como el algoritmo de control para el equilibrio que compensaba los pares generados por los movimientos de las piernas mediante la actuación de la cadera. Este algoritmo le permitió desarrollar un caminado completamente dinámico en escalones de 10cm de altura [3] y un caminado en terreno plano bajo la acción de perturbaciones de 100N en la espalda [4]. El prototipo WL-12RVI, desarrollado en 1992, fue capaz de mantener un caminado dinámico sobre trayectorias desconocidas utilizando un método de aprendizaje de caminado y un generador de trayectorias óptimas. Fue en 1996 cuando se comenzó a trabajar en robots humanoides de tamaño similar al ser humano (Antropométricos) buscando lograr la misma velocidad de paso que un ser humano.

El primer robot con dimensiones antropométricas que fue diseñado y construido en el mundo fue el prototipo WABIAN, un robot de 35 GDL actuados por motores eléctricos distribuidos de la siguiente forma: 3 en cada pierna, 10 en cada brazo, 2 en el cuello, 2 en cada ojo y 3 en el torso. En ese mismo año la universidad de Waseda comenzó a trabajar dentro del proyecto HRP sin abandonar el desarrollo de sus propios prototipos. En 1999 usando el prototipo WABIAN-RII, de 43 GDL, se presentó el primer algoritmo de control basado en el seguimiento de los movimientos de un ser humano [5]. Ese mismo año la empresa Kawada construyó el prototipo H6 diseñado en la universidad de Tokyo y en el siguiente año construyó los prototipos isamu y H7. Todos estos resultados se reunieron para la fabricación del prototipo HRP-2 en el 2001 y al mismo tiempo la universidad de Waseda continuó con el desarrollo de sus propios prototipos. En el 2004 se implementó un control complaciente, *compliant control* en inglés, en el nuevo prototipo WABIAN-RIII, con la finalidad de absorber las fuerzas de impacto generadas entre la pierna de soporte y el suelo. Para el 2005 el prototipo HRP-3 estaba finalizado y 5 años después el prototipo HRP-4 era el robot humanoide más avanzado del mundo. En el 2018 fue presentado el prototipo HRP-5 y al mismo tiempo Honda decidió abandonar el desarrollo comercial de ASIMO para continuar con su desarrollo únicamente como plataforma experimental y de investigación en colaboración estrecha con el proyecto HRP. El anuncio del prototipo HRP-5 fue en septiembre del 2018 [6] y en octubre del mismo año se presentó de forma física en la conferencia internacional de robots y sistemas inteligentes, IROS, en Madrid España. El prototipo es un robot de 182cm de altura, 101Kg de masa y el objetivo principal de este proyecto fue desarrollar un robot capaz de auxiliar al ser humano en el desarrollo de trabajos pesados como: la manipulación y desplazamiento de grandes cargas. Para esta finalidad las principales mejoras, respecto a los prototipos anteriores, fueron en cuestiones de capacidades físicas como: motores de mayor potencia y eficiencia, mayores dimensiones físicas y mejoras en los sistemas de inteligencia artificial, visión y control. De este modo se dotó al robot con la capacidad de medir e identificar objetos espaciales y permitir la interacción con ellos. Cabe destacar que en este prototipo los algoritmos de planeación y control de movimientos son de cuerpo completo, o de dinámica cooperativa, es decir se consideran los efectos dinámicos de los movimientos de todo el cuerpo incluyendo los elementos que el robot está manipulando en ese instante. Aunque el caminado es mucho más estable y robusto a perturbaciones que en los prototipos anteriores, aun no alcanza un nivel de confianza aceptable y es evidente la falta de fluidez, versatilidad y naturalidad al compararlo con el caminado de humano sano.

1.1.1.2 Proyecto HUBO (Korea del sur)

A finales de los años 90 el boom económico y tecnológico de Korea del sur lo llevo a desarrollar pequeños robots humanoides con fines recreativos o de compañía, pero no fue hasta el año 2000 que el profesor Oh Jun-ho del laboratorio Machine Control (MCLab) del Instituto de ciencia y tecnología avanzada de Korea (Kaist) comenzó a trabajar con robots bípedos, produciendo en 2001 el primer prototipo, KHR-0, una plataforma experimental de 29Kg de masa, 110cm de altura y 12 GDL. El KHR-0 consistía básicamente en las piernas del robot unidas por un semi tronco, el control de los movimientos de caminado era en lazo abierto siguiendo trayectorias espaciales previamente definidas.

En 2002 el prototipo KHR-1, fue el primer robot humanoide en Korea, pesaba 48Kg, media 120cm de altura, contaba con 12 GDL completamente actuados, carecía de cabeza y brazos y contaba con sensores de fuerza y par en 2 direcciones, en cada pierna, para la localización y cuantificación de la FRS sobre el pie del robot. Esta información se utilizaba en conjunto con la información provista por una unidad inercial de 2 direcciones montada en el tronco del robot para estimar la posición del punto de momento cero (*ZMP*) y generar acciones de control que aseguraran la estabilidad de la marcha. El prototipo KHR-2, presentado en 2004 pesaba 56Kg, media 120cm de altura y tenía 41 GDL. El KHR-2 fue básicamente una mejora del KHR-1 al cual se le agregaron la cabeza, los brazos y se mejoró el sistema operativo de la PC que controlaba al robot. Los sistemas sensoriales y algoritmos de control de la marcha y la estabilidad seguían siendo los mismos empleados en la versión previa. En 2005 el prototipo KHR-3 (HUBO) fue presentado, pesaba 56Kg, media 125cm de altura y contaba con 41 GDL. Dentro de las mejoras se encuentran la capacidad de los actuadores y la rigidez de las articulaciones, en [7], J. Heo reporta una mejora en los algoritmos de control de la marcha y la estabilidad sin embargo no describe estas mejoras o los algoritmos empleados. En ese mismo año se presentó el prototipo Albert HUBO, un robot humanoide de 57Kg, con 137cm de altura y 66 grados de libertad que básicamente es una variación del KHR-3 a la cual se le adapta un busto de Albert Einstein dotado de un elevado número de grados de libertad y esto le permite producir diferentes expresiones faciales, la inteligencia artificial del robot le permite interactuar con un ser humano a través de estas expresiones faciales como respuesta al estado de ánimo del usuario. Hubo FX-1 fue presentado en el 2006 y aunque estrictamente hablando no es un robot humanoide pues solo son un par de piernas con 6 GDL y una cabina para el piloto. El Hubo FX-1 tiene la particularidad de poder transportar un pasajero de hasta 100Kg mientras desarrolla un caminado dinámico.

El objetivo del prototipo KHR-4 (HUBO2) del 2008 era desarrollar un robot muy ligero capaz de caminar y correr, lo que dio como resultado un robot humanoide de 45Kg, con 125cm de altura y 41 GDL. El robot HUBO2 fue capaz de correr a una velocidad de 3.6 Km/h y como hasta ese momento los prototipos HUBO basaban su control en el modelo lineal del péndulo invertido (PLI) sus movimientos al caminar eran poco estéticos, caminaban con las rodillas flexionadas manteniendo una altura de la cadera siempre constante. En el robot HUBO2 se modificó el modelo dinámico permitiendo desarrollar movimientos con la rodilla completamente extendida y con alturas de cadera variables. Los algoritmos de control de la marcha del HUBO2 utilizan reforzamiento del aprendizaje y *preview-control* para generar trayectorias en tiempo real. La historia de Hubo y en general de la robótica coreana es relativamente breve, sin embargo, han logrado resultados interesantes en el área de inteligencia artificial, visión artificial e interacción con el medio lo que les ha permitido ganar el primer lugar del concurso *DARPA robot challenge* (DARPA RC) en el 2015. Sin embargo, en las cuestiones de caminado y su equilibrio aún se encuentran muy por detrás de sus colegas japoneses, prueba de ello son los 1.5Km/h máximos a los que puede caminar el robot Hubo 2 en comparación con los 9 Km/h que el robot ASIMO puede alcanzar. Las deficiencias de los algoritmos de equilibrio para el caminado de los robots coreanos quedaron en evidencia con el diseño del prototipo DRC-Hubo presentado en el DARPA RC del 2015, el DRC-Hubo contaba con piernas flexibles que le permitían apoyar todo el peso del robot sobre 4 ruedas colocadas a la altura de las rodillas dotando al

robot de mejor velocidad y estabilidad durante sus desplazamientos y lo que le dio una clara ventaja sobre los robots puramente bípedos que se encontraban en la competencia.

1.1.1.3 Proyecto ATLAS (Estados Unidos de América)

En realidad, en comparación con los países asiáticos la RH en los Estados Unidos de América (USA) no parece ser una prioridad. De manera pragmática se puede considerar que la principal investigación de RH en USA comenzó en 1980 con la fundación del laboratorio de piernas de la universidad Carnegie Mellon por Marc Raibert, donde se lograron avances significativos en el estudio de la locomoción de robots multiapiernas y bípedos. Como resultado de los avances en este laboratorio el propio Marc Raibert fundo en 1992 la empresa Boston Dynamics encargada de los principales prototipos de robots bípedos y multiapiernas en USA. Definitivamente el robot humanoide con mejores movimientos de caminado en el mundo, hablando desde el punto de vista estético, dinámico y de equilibrio, es el robot Atlas diseñado por la agencia de proyectos de investigación avanzados de defensa de USA (DARPA) en conjunto con la empresa Boston Dynamics. El primer prototipo Atlas 1 tiene 1.8m de alto y pesa 150 Kg, en videos de demostración se puede apreciar al robot atlas caminando en presencia de perturbaciones externas, golpes, sin ningún problema, cabe destacar que los actuadores de las piernas de este robot son hidráulicos lo que les permite desarrollar una fuerza superior a los motores eléctricos utilizados en la mayoría de los humanoides además de que los movimientos de estos actuadores presentan mayor similitud con los movimientos musculo-esqueléticos de un ser humano. En el 2015 la versión Atlas 2 fue presentado dentro del DARPA RC donde tuvo un muy buen desempeño lo que le valió el segundo lugar de la competencia. En el 2017 Boston dynamics presento un video donde el robot Atlas 2 es capaz de saltar cajas, girar 180° mientras salta girando hacia atrás y muchas otras proezas dinámicas difíciles incluso para varios seres humanos. Todas estas demostraciones son impresionantes y están muy por encima de cualquier otro humanoide en el mundo y son, en gran parte, gracias a la potencia que pueden desarrollar los actuadores hidráulicos del robot. Una gran desventaja desde el punto de vista científico es que al ser un proyecto del departamento de defensa de USA en conjunto con una empresa privada no existe documentación o descripción, al menos de acceso público, de la forma en que han logrado tales resultados. Cabe mencionar que, aunque el proyecto Atlas es el más representativo de la RH americana, no es el único. Desde los años 60 en el instituto de tecnología de Massachusetts (MIT) se trabajó en áreas de inteligencia artificial, visión artificial, control moderno, planeación de movimientos, etc. Trabajo teórico muy importante en la RH y ampliamente aplicado en los proyectos de otras universidades como en: el proyecto del prototipo CHIMP de la universidad Carnegie Mellon, el proyecto THOR del tecnológico de virginia y el proyecto del prototipo Valkyrie de la NASA. No es sorpresa que la política de investigación de la RH estadounidense se base, principalmente, en alianzas con las universidades o proyectos asiáticos más destacados. Un claro ejemplo es el grupo de universidades americanas (La universidad de Drexel, el instituto politécnico de Virginia, el instituto de tecnología de Georgia, la universidad Purdue, la universidad del sur de carolina y la universidad de Pennsylvania) que trabajan en una segunda versión del robot DRC-HUBO Koreano en estrecha relación con el proyecto KAIST. O el caso de la universidad de Stanford trabajando en colaboración con el instituto de investigación de honda en *Mountain view* con acceso total al robot Asimo.

1.1.1.4 Proyectos de RH en Europa

A diferencia de los resultados logrados en otros continentes que consisten en avances locales de un solo país, la naturaleza cooperativa de la comunidad europea dicta mencionar logros grupales consecuencia de la interacción de varios países del continente. Aunque los trabajos en la RH en Europa pueden datarse a partir de 1968 con la aparición del concepto del **ZMP** por el doctor Vukobratovic y de 1970 a 1975 con las investigaciones y desarrollos de sistemas de locomoción bípedos y exoesqueletos del instituto Mihajli Pupin en Belgrado (hoy Serbia) dirigidas por el propio doctor Vukobratovic.

Los resultados más destacados son a partir del siglo XX, a principios del año 2000 la universidad Saint-Quentin-en-Yvelines de Versailles desarrollo el robot humanoide ROBIAN con 18 GDL, 6 en cada pierna. El enfoque principal para este robot siempre fue el caminado pasivo, sin embargo, este prototipo sirvió como base para el posterior diseño del prototipo Hydroid, en colaboración con la compañía francesa BIA y en el marco del proyecto ANR. La peculiaridad de este prototipo es que su sistema de actuación es hidráulico y permite transmitir potencia hidráulica en el cuerpo del robot sin la necesidad de requerir tuberías hidráulicas [8]. Esto abre la posibilidad de diseñar sistemas de locomoción de mayor potencia y eficiencia energética pues dicha tecnología permite almacenar y restablecer energía entre los actuadores durante las diferentes etapas del caminado. En el 2001 la universidad técnica de Munich desarrollo la plataforma de investigación para el caminado bípedo Johnnie, un caminante bípedo con 17 GDL actuados y distribuidos de la siguiente manera: 2 en cada tobillo, 1 en cada rodilla, 3 en cada unión con la cadera, 1 en el tronco y 2 en cada brazo. Johnnie tiene una altura de 1.8m, un peso de 49 kg y el objetivo principal de este proyecto es la investigación del caminado bípedo, por lo cual los 2 GDL de cada brazo se utiliza para contrarrestar los momentos generados por el movimiento del robot al caminar. El modelo empleado para controlar el robot es un modelo de dinámica simplificada a 3 puntos, donde se considera la masa de cada pierna concentrada en su respectivo centro de masas (*CM*) y la masa restante del robot se considera concentrada en el *CM* del tronco. Las trayectorias articulares del robot se gobiernan mediante un algoritmo de control de impedancias mientras que el control local de los actuadores es un algoritmo híbrido de fuerza y posición. La estabilidad del robot durante el caminado se logra mediante el control de la posición del tronco con lo cual, se ha logrado desarrollar una velocidad de caminado máxima de 2.2 Km/h.

En el 2006, con los resultados y experiencias obtenidas con Johnnie, el mismo grupo de la universidad de Munich diseño la plataforma experimental Lola. Ahora con un peso de 55Kg y 25 GDL. A cada pierna se le doto con 8 GDL, permitiéndoles desarrollar una mayor variedad de movimientos además, esta vez el modelo dinámico consiste en un modelo acoplado de 3 sistemas dinámicos para 3 situaciones diferentes a) El modelo dinámico de un sistema de multicuerpos rígidos (utilizado al momento de iniciar y detener la marcha del robot), b) dinámicas de contacto (para modelar los impactos al momento de pasar de la fase de soporte simple a la fase de soporte doble) y c) dinámica de movimientos (empleada durante el ciclo de caminado). Con este nuevo prototipo y sus algoritmos de control se logra una velocidad máxima de caminado de 5Km/h. Del 2007 al 2010 el Otto-von-Guericke de la Universidad de Magdeburg desarrollo la plataforma bípeda ROTTO [9] [10]. Este robot humanoide consta de 8 eslabones y 30 GDL. Uno de los principales objetivos de esta plataforma fue el desarrollo de algoritmos que permitieran generar un caminado dinámico y periódico, para lograr esto se implementaron actuadores lineales a partir de motores sin escobillas acoplados a mecanismos de tornillos de bolas y se doto a cada pie con un sensor de 6 componentes (3 fuerzas y 3 pares) con la finalidad de cuantificar y localizar la reacción del suelo sobre la planta del pie del robot.

En el 2009 el grupo de dinámica y control del departamento de ingeniería mecánica de la universidad tecnológica de Eindhoven en conjunto con la universidad tecnológica de Delft diseño y fabrico el humanoide TULip con una altura de 1.34m, un peso de 30Kg [11] [12] y un total de 17 GDL, cada pierna cuenta con 6 GDL distribuidos de la siguiente manera: 3 en la cadera 1 en la rodilla y 2 en el tobillo. El robot cuenta con sensores de presión en las plantas de los pies con los que se realiza la retroalimentación de la posición del *ZMP* en un algoritmo basado en el modelo de dinámica simplificada PLI, las aceleraciones del *CM* también se utilizan como retroalimentación del modelo y son obtenidas a partir de una unidad inercial colocada en el torso del humanoide.

El centro aeroespacial alemán (*Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.*) o DLR a través de su centro de robótica y mecatrónica RMC comenzó en el año 2010 el desarrollo de 4 prototipos de caminantes bípedos culminando en el 2014 con un robot humanoide completo llamado Toro [13]. Toro

es un robot de 1.74m de alto y un peso de 76.4Kg. Cada pierna y brazo tienen 6 GDL completamente actuados y en la cadera cuenta con un GDL para el *yaw* además de 2 actuadores de posición en el cuello. El algoritmo de caminado y los criterios de estabilidad están basados en la teoría de puntos de captura [14], algunos autores consideran a esta teoría como parte de los criterios de puntos de referencia en el suelo (CPRS) al ser posiciones sobre el suelo donde se debe colocar el pie para completar la trayectoria definida por la energía orbital del movimiento del robot, algunos otros no lo consideran como CPRS pues no se considera la magnitud de la reacción del suelo ni el polígono de soporte. En el 2011 la Universidad Carlos III de Madrid y la compañía Hynergreen Technologies presentaron la plataforma experimental Teo. La plataforma Teo fue diseñada y construida a partir de previas experiencias con los prototipos Rh-0 y Rh-1. Teo es un humanoide con 23 GDL, un peso de 55Kg y su algoritmo de control predice la posición del **ZMP** y modifica la postura del robot a partir de la información de retroalimentación provista por un sistema sensorial que cuantifica y localiza la FRS [15]. La predicción del **ZMP** corre a cargo de un sistema neuro difuso que también se encarga de seleccionar la postura correctiva a partir de un conjunto de patrones de movimiento, llamados sinergias, que se encuentran predefinidos y fueron aprendidos en experiencias previas por el robot, el objetivo del sistema neuro difuso es buscar imitar el razonamiento humano en el robot.

En el 2014 la compañía Aldebaran Robotics (hoy conocida como Softbank Robotics) presentó el robot Romeo el cual está diseñado para funcionar como un asistente personal [16]. Romeo tiene 1.4 m de alto y pesa 45 Kg con un total de 32 GDL. El modelo y los algoritmos de control de la marcha y la estabilidad están basados en una modificación del PLI y son básicamente una mejora de los algoritmos de su robot de pequeñas dimensiones NAO. Aunque Romeo es presentado como un asistente personal 100% capaz de interactuar con público humano el enfoque de este proyecto está dirigido principalmente a la interacción humano-robot desde el punto de vista de compañía. El caminado sigue siendo lento y poco robusto ante perturbaciones externas lo cual le imposibilita poderse desempeñar como un asistente para tareas de interacción o manipulación pesada, es decir trabajar con objetos de gran masa.

Como ya se mencionó con anterioridad, gran parte del trabajo en la RH en Europa se enfoca a la eficiencia energética y son los caminantes pasivos junto con los humanoides subactuados los que han resultado ser los más eficientes en este aspecto. Aunque su estabilidad y equilibrio es analizada de formas muy diferentes a como se analiza en los robots completamente actuados, los primeros usan perfiles de velocidad o ciclos límite mientras que los segundos usan CPRS, vale la pena mencionar un prototipo subactuado que ha logrado ejecutar el ciclo de caminado mientras pierde contacto con el suelo durante algunos instantes, es decir ha conseguido correr.

En el 2006 el robot Rabbit fue presentado en Francia como resultado de la colaboración entre la universidad de Michigan, Ohio State, y el Laboratoire d'Automatique de Grenoble. El objetivo del proyecto Rabbit fue diseñar un robot capaz de caminar y correr, el robot Rabbit consiste en un bípedo planar con pies puntuales, la particularidad de los pies puntuales del robot y el deseo de hacer correr al robot imposibilitan la implementación de los CPRS para el control del equilibrio, por lo que el equilibrio del robot se asegura haciendo que los movimientos sigan un estado de ciclo límite. Las trayectorias articulares de este robot tienen la particularidad de no estar definidas en función del tiempo si no que están definidas en función de una variable geométrica [17] [18] (el ángulo relativo entre el tobillo y el eje vertical del robot) este particular diseño permitió al robot ejecutar un ciclo de 6 pasos mientras corría [19] [20].

El estado actual de la RH en el mundo y principalmente del caminado bípedo quedó en evidencia tras los resultados del DARPA RC del 2015 donde aun con sus increíbles movimientos y demostraciones, en videos, el robot ATLAS quedó en segundo lugar siendo superado por un robot que utilizaba ruedas para sus desplazamientos. Es evidente que aún se requiere de mucha investigación y diseño para lograr un caminado bípedo confiable y eficiente que pueda competir con el desarrollado por un ser humano, sin

embargo, el alto costo de los proyectos de robots antropométricos limita la investigación de la RH a unos cuantos centros de investigación y empresas privadas.

1.2 Robótica académica y robótica de pequeño formato

Como ya se mencionó todos los proyectos y prototipos previamente enlistados han requerido de un esfuerzo económico y tecnológico importante por lo cual, los centros de investigación de menores recursos o los investigadores independientes han quedado, de alguna manera, marginados del estudio y la investigación de la RH. Afortunadamente, desde hace unos 15 años, algunas empresas han desarrollado humanoides de pequeñas dimensiones y bajo precio, lo cual ha permitido que más personas tengan acceso a un robot humanoide y se enfrenten a los retos que involucran su control. Pese a que el objetivo original de estos productos era la de entretener o difundir la robótica básica entre el público en general, el éxito económico y el entusiasmo de varios investigadores independientes ha permitido utilizar estos pequeños robots como plataformas experimentales para la investigación de la RH. En muchas ocasiones son los propios investigadores quienes han modificado estos robots de pequeño formato para lograr tener una plataforma experimental bastante completa, útil y que frecuentemente sirven como base para el posterior diseño y fabricación de plataformas propias de mayor tamaño y prestaciones. Permitiendo romper la barrera económica que ha marginado a muchos centros de investigación y científicos del área de RH. A continuación, se mencionarán los robots académicos y/o de pequeño formato (Hobbyist) de mayor penetración en el mercado hoy en día.

1.2.1 Humanoide comercial Robonova

El humanoide de pequeño formato Robonova fue uno de los primeros humanoides de pequeñas dimensiones con una aceptable penetración comercial, fabricado por una filial de la empresa de servomotores para aeromodelismo Hitec, Hitec robotics. Este humanoide contaba con 12 GDL y una tarjeta de control cuyo cerebro era el microcontrolador ATMEGA128. Los actuadores permitían un control en posición mediante señal RS232 en niveles CMOS o mediante una señal PWM. El robot carecía de sensores inerciales o de fuerza en los pies por lo cual el control del equilibrio era a lazo abierto y la programación de movimientos se podía hacer a través de tablas de posiciones o en modo gestual. Las prestaciones del robot eran limitadas y su enfoque era principalmente de entretenimiento, aunque algunos usuarios lograron hacer personalizaciones ingeniosas que les permitían usar a este robot como plataforma didáctica. La empresa fabricó una segunda versión, el Robonova 2, donde las mejoras fueron principalmente estéticas y aunque se agregaron unos cuantos sensores nuevos, de temperatura, sonar y giróscopo, el controlador seguía teniendo el mismo cerebro y los actuadores eran los mismos que en la primera versión. Existe una tercera versión del Robonova llamada HBE-ROBONOVA AI 3, esta vez diseñado y comercializado por la empresa hanback pues tras la segunda versión del Robonova Hitec robotics fue desintegrada. La versión 3 del Robonova sigue utilizando actuadores Hitec aunque ahora cuenta con una computadora embebida con un procesador ARM Cortex-A53 de 4 núcleos a 1.5GHz, una unidad de procesamiento gráfico Mail-450 y 2GB de memoria RAM DDR3 lo cual le permite utilizar una cámara, montada en la cabeza completamente actuada, aplicar algoritmos de visión de OpenCV y mejora en gran medida las capacidades de procesamiento. Una de las características más resaltables de este robot es la capacidad de comunicarse con una computadora maestra a través de bluetooth y compartir recursos de cómputo aumentando sus capacidades, al igual que la mayoría de los robots de pequeño formato carece de sistemas sensoriales para el control del equilibrio de la marcha por lo cual el control suele hacerse a lazo abierto o con estimaciones basadas en lecturas de alguna unidad inercial.

1.2.2 Humanoides comerciales de Robotis

Robotis es una empresa coreana que inicio en el plano de la robótica de pequeño formato fabricando servomotores con excelentes capacidades mecánicas a un precio accesible y con dimensiones y peso muy

convenientes para diferentes proyectos de robótica y modelismo. Posteriormente comenzó con la comercialización de kits armables con los cuales se podían usar sus motores, junto con una serie de piezas preformadas, para armar diferentes mecanismos entre los cuales se encontraba un pequeño humanoide, el nombre del kit era Bioloid por lo cual comúnmente se bautiza al pequeño humanoide construido con ese kit como Bioloid. El primer modelo comercial de la plataforma Bioloid fue presentada en el año 2005 [21] en sus versiones *Beginner* y *Comprehensive*. La versión *Beginner* consistía en 4 actuadores AX-12, un controlador CM-5, y los aditamentos necesarios para fabricar un torso caminante de 4 GDL o un pequeño pingüino [22]. Mientras que la versión *Comprehensive* contaba con todo lo necesario para armar un robot humanoide de hasta 18 GDL [23].

La forma de controlar y producir los movimientos en estos robots es mediante programas que definen los valores de posición y velocidad para cada uno de los actuadores que forman al robot. Las secuencias de valores de velocidad y posición que generan los movimientos son almacenadas en la memoria del controlador a través de tablas de movimientos y al ejecutar de manera secuencial todas las poses almacenadas se producen los movimientos esperados. Cabe mencionar que el equilibrio del robot o la estabilidad de sus movimientos no se toma en cuenta en esta primera versión del robot; ya que el kit no cuenta con algún sensor que permita validar o prever la estabilidad de los movimientos programados y el software para el sintetizado de los movimientos tampoco simula algún criterio de estabilidad. Por lo cual, para lograr un caminado se requiere de un gran esfuerzo y un considerable número de intentos de prueba y error. En el año 2009 se presentó una nueva versión del robot Bioloid, la versión premium [24], cuyas principales mejoras fueron en el poder de cómputo del controlador CM510 que cuenta con un microcontrolador ATmega2561 [25] basado en un procesador de 16MHz con 256KBytes de memoria; se agregaron 6 puertos analógico digital para sensores externos y un giróscopo de 2 GDL. En la versión premium se incluye un programa de demostración en el cual el robot, mediante el uso del giróscopo, mantiene siempre una posición vertical del tronco sin importar la inclinación del suelo sobre el cual este parado el robot. Si bien esto no es estrictamente un criterio de estabilidad, sí es un primer intento por mejorar o buscar la estabilidad del robot.

Consecuencia del éxito comercial de los kits Bioloid y los actuadores Dynamixel, Robotis decidió expandir su mercado fabricando actuadores de mayor tamaño y potencia llegando a producir actuadores de grado industrial que han sido utilizados para fabricar un robot humanoide antropométrico que participo en el DARPA RC "thormang". También el área de humanoides de pequeño formato tubo su inyección de recursos produciendo una mejora considerable en su nuevo producto el robot Darwin. A diferencia de los previos kits que permitían la versatilidad de armar muchos robots diferentes, el kit Darwin está diseñado específicamente para el ensamble de un humanoide de pequeñas dimensiones. El humanoide Darwin constituye una gran evolución en el diseño y venta de robots de pequeño formato la capacidad mecánica de los actuadores se ha incrementado al mejorar los materiales de fabricación y la eficiencia de los mecanismos, los algoritmos de control local para los actuadores permiten intercambiar entre control de posición y control de par, aumentando la variedad de algoritmos de control posibles para las trayectorias articulares. La adición de una cabeza actuada con cámaras permite la implementación de algoritmos de visión y la nueva computadora embebida que controla a todo el robot brinda mucho mayor versatilidad, capacidad de almacenamiento y poder de cómputo permitiendo incrementar la complejidad de los algoritmos de control que se pueden implementar con este robot. Tristemente esta plataforma aún carece de un sistema de medición de fuerzas en los pies el cual permita implementar algoritmos de equilibrio basados en CPRS, la mayoría de los algoritmos de control para el equilibrio están basados en la información de la IMU del sistema lo cual restringe la validez de estos algoritmos a los casos en los que existan variaciones en la aceleración del *CM* del robot e imposibilita la implementación de la gran variedad de algoritmos de control de la marcha que se encuentran hoy en día en la literatura.

El mercado de la robótica de pequeño formato ha probado tener grandes áreas de oportunidad tanto desde el punto de vista económico como desde el punto de vista científico y varias empresas, principalmente asiáticas, han buscado imitar el éxito logrado por Robotis. Empresas como Lego con su serie de mindstorms, la empresa china UBTECH con el humanoide Alpha 1S, Abilix con el humanoide Everest o ROTATECNO y LEORY RC con el robot Condo han buscado penetrar en el mercado de la robótica de pequeño formato. Sin embargo, pese a la proliferación de los robots de pequeño formato la mayoría suelen ser copias sin ninguna mejora o consideración especial de los primeros modelos: una serie de actuadores, un controlador muy limitado, pocos o ningún sensor y un montón de eslabones preformados para dar rienda suelta a la imaginación del usuario. Pocas empresas, como Robotis y Aldebaran, han buscado dar el salto de la robótica de pequeño formato a la robótica educativa o de investigación y suelen ser los propios investigadores quienes terminan modificando a estos simples y baratos robots en aras de enfocarse a un tema de investigación específica.

1.2.3 Humanoides comerciales de Aldebaran.

En el 2004, la empresa francesa Aldebaran lanzo a la venta el producto NAO. Un humanoide de pequeñas dimensiones cuya finalidad original era ser un acompañante para adultos mayores o niños. El robot cuenta con 25 GDL, 4 micrófonos, 2 altavoces y una gran cantidad de sensores dentro de los que destacan el conjunto de sensores de fuerzas implementados en los pies para verificar el equilibrio de la marcha y una cabeza completamente actuada con un par de cámaras de video. El robot cuenta con 2 procesadores Intel ATOM de 1.6GHz, uno en la cabeza, encargado del procesamiento visual y otro en el tronco del robot encargado de todo el procesamiento cinemático. Debido a las grandes capacidades de cómputo y visión aunado con la relativa facilidad de programación, la gran cantidad de sensores y el relativo bajo costo, en comparación con plataformas con las mismas prestaciones y dimensiones, este robot se convirtió rápidamente en la plataforma experimental de muchos centros de investigación alrededor del mundo, en las áreas de inteligencia artificial, visión artificial y ciencias de la computación. Desafortunadamente al ser una plataforma cerrada protegida por leyes internacionales de propiedad intelectual resulta imposible hacer cualquier modificación del hardware y restringe en demasía el control cinemático y dinámico del robot. Otra desventaja, desde el punto de vista de la marcha bípeda, es que el sistema sensorial en los pies de este robot consiste en un arreglo de 4 sensores de fuerza resistivos FSR los cuales presentan diferentes deficiencias, ampliamente descritas en los propios manuales de los sensores y perfectamente documentadas en varias publicaciones científicas, lo cual produce una estimación del *ZMP* muy pobre y poco confiable lo que provoca que los criterios de estabilidad empleados en su caminado sean sumamente conservadores y sus movimientos muy lentos y simples. El modelo dinámico empleado para la generación de la marcha del robot es el PLI lo que obliga al robot a caminar siempre con las rodillas flexionadas, manteniendo una altura de la cadera constante. La interfaz usuario-maquina solo permite controlar la posición de los actuadores y establece una restricción de velocidad en los mismos, por cuestiones de seguridad debido a la interacción humano-robot, esto limita mucho la implementación de algoritmos de control para la marcha y el equilibrio del robot. Luego entonces la aplicación de este robot como plataforma experimental del caminado bípedo no resulta muy conveniente.

1.3 Planteamiento del problema

El problema que se busca atacar con esta tesis se puede resumir en:

Disponer de un robot humanoide con las capacidades tecnológicas necesarias para la implementación de los algoritmos de control de la marcha y equilibrio bípedo más actuales, además de permitir el desarrollo y la implementación de nuevos algoritmos propios.

Es claro que la mejor opción para que un laboratorio de bajos o medianos recursos pueda disponer de un RH que funcione como plataforma experimental es adquirir alguno de los kits de pequeño formato

disponibles en el mercado. Sin embargo, estos kits aún carecen de los sistemas sensoriales y el poder de cómputo necesarios para poder ser una plataforma experimental útil para la investigación del caminado bípedo. Identificando esta necesidad el laboratorio de Robótica y visión artificial del Departamento de Control Automático del CINVESTAV México decidió personalizar el kit premium del robot Bioid dotando a este robot con una considerable mejora en el controlador, mejorando sus capacidades de procesamiento, almacenamiento e interacción con los sistemas actuales. Así como de un sistema sensorial y una estructura mecánica que permita la implementación de algoritmos de control de la marcha y la estabilidad actuales. Al mismo tiempo se busca desarrollar una herramienta de programación y simulación virtual que permita verificar el desempeño y validar los caminados diseñados de manera segura antes de implementarlos en el robot real.

1.4 Resultados y publicaciones

Como resultados se obtuvieron:

- Una plataforma experimental que permite probar los algoritmos y metodologías más recientes para el control de la marcha en robots humanoides.
- La plataforma experimental permite establecer una conexión inalámbrica bidireccional con cualquier computadora que permita la transacción de información por escritorio remoto lo que provee al sistema de una completa versatilidad en cuanto a sistema operativo y arquitectura de cómputo.
- La libertad de conexión permite actualizar de manera constante y sin problema la computadora de control remota, permitiendo siempre disponer del software y hardware más actual.
- El sistema cuenta con un sistema de cómputo de abordo y una batería que le permite trabajar de manera autónoma, sin necesidad de computadora remota y/o conexión eléctrica.
- Se desarrollo una interfaz gráfica de usuario GUI que permite de manera intuitiva generar las trayectorias del robot y los algoritmos de control.
- La GUI cuenta con un ambiente de simulación y programación donde el usuario es capaz de generar sus propios modelos geométricos, cinemáticos y dinámicos para el robot.
- La GUI le permite al usuario Interactuar con un modelo virtual del robot o controlar de manera inalámbrica al robot real.
- Actualmente el programa cuenta con 1 modelo geométrico, los modelos cinemáticos directos e inversos de posición, velocidad y aceleración además de 4 diferentes modelos dinámicos del robot BIOLOID-DCA:
 - o 1 modelo de dinámica completa (Euler-Lagrange)
 - o 3 modelos de dinámica simplificada (Carro-mesa, péndulo invertido y un modelo de piernas articuladas con peso de tronco y brazos concentrado en el *CM* del robot.
- Además del controlador global del robot se incluyó un nuevo controlador local para los actuadores del robot que substituye al control de posición embebido en los actuadores por un control en par, aumentando la variedad de algoritmos de control implementables en la plataforma.

Estos resultados se encuentran reportados en las siguientes publicaciones:

Walk stability control for position-controlled servo actuated humanoid robot

2019 16th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), Mexico City, Mexico, 2019, pp. 1-6.

Disponible en línea: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8884580>

En este trabajo se implementa un controlador local para mejorar el desempeño de los actuadores del robot y permitir la implementación de algoritmos de estabilidad dinámica en el mismo. Mientras que,

para el control global de la estabilidad en la marcha del robot se utilizó el modelo de carro mesa junto con un algoritmo de previsualización del *ZMP*.

ADRC controller for weightlifter Humanoid robot

International Conference on Electronics, Communications and Computers (CONIELECOMP), Cholula, Mexico, 2019, pp. 41-46.

Disponible en línea: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8673147>

En este trabajo se implementó un algoritmo de control basado en el rechazo activo de perturbaciones para un ciclo de levantamiento de pesas. Además, se incluyó una parte de control óptimo para minimizar el consumo energético de los movimientos en la cadera necesarios para estabilizar al robot durante el ciclo del levantamiento.

Free Leg Impulse for Extra Weightlifting Humanoid Walk

2018 15th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), Mexico City, 2018, pp. 1-6.

Disponible en línea: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8533942>

En este trabajo se utiliza una nueva ecuación para la energía orbital de un péndulo invertido con la cual se relaja la restricción en el movimiento a una altura constante del péndulo. Esto permite que la cadera del robot ahora pueda desarrollar una trayectoria suave y derivable permitiendo aprovechar el impulso de la pierna libre del robot durante la fase de soporte simple. Como resultado se obtiene una considerable reducción en el par generado por la pierna de apoyo del robot al ejecutar un ciclo de paso.

Self-calibration stage for performance improvement of ground-foot contact force sensory systems

2018 XX Congreso Mexicano de Robótica (COMRob), Ensenada, B.C., Mexico, 2018, pp. 1-6

Disponible en línea: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8689415>

En el documento citado se propone un algoritmo que permite reajustar los parámetros iniciales de un sistema para la medición de las fuerzas de contacto entre el suelo y el pie del robot compensando la degradación temporal de los materiales o cambios estructurales del robot sin la necesidad de modificar el modelo cinemático original.

Desarrollo de un sistema sensorial para estimación del *ZMP* y su utilización en el control de un humanoide.

Memorias del XVIII Congreso Mexicano de Robótica, noviembre 2016, Mazatlán Sinaloa, México P. 1-6

Disponible en línea: <http://www.comrob.org/2016/openconf/modules/request.php>

Este corresponde al primer prototipo del sistema sensorial utilizado para la medición y localización de la reacción del suelo sobre el robot, para este trabajo se generó un sistema sensorial de bajo costo y fácil adaptación para cualquier tipo de robot o ser humano

Capítulo 2

Estado del arte

En este capítulo se presenta un bosquejo histórico de los trabajos más representativos, realizados en el presente siglo, en cada área que involucra al caminado bípedo. En la sección 2.1 se habla sobre los tipos de modelos necesarios para hacer caminar a un robot, en 2.2 se describen algunas metodologías empleadas para el sintetizado del caminado. La sección 2.3 describe los avances en los criterios de estabilidad basados en puntos de referencia en el suelo y finalmente en la sección 2.4 se mencionan los principales avances en el control de la marcha de los robots humanoides.

INTRODUCCIÓN

Para hacer que un humanoide sea capaz de caminar es necesario desarrollar varias tareas, las cuales pueden variar dependiendo del paradigma que se decida utilizar al momento de sintetizar el caminado. Pese a la relativa libertad que existe en el proceso de sintetizado de un caminado es posible identificar las siguientes tareas esenciales que se deben desarrollar para lograr el caminado de un robot humanoide:

- Modelar la cinemática y la dinámica de un robot
- Generar las trayectorias
- Analizar la estabilidad del robot durante el caminado
- Controlar al robot (Desarrollar los controladores)

Cada una de estas tareas involucra retos específicos y objetivos particulares que han dado origen a diferentes líneas de investigación y que han evolucionado a lo largo de los últimos 50 años. Para dar una idea del estado actual de cada una de estas áreas a continuación se enuncian los resultados más destacados en los últimos 10 años.

2.1 Modelado del robot

Las características cinemáticas y dinámicas del robot, durante el ciclo de caminado, son las que definen la estabilidad, eficiencia y controlabilidad de cualquier movimiento o interacción realizada por el mismo. Por lo tanto, los modelos cinemáticos y dinámicos del robot son vitales para la generación y control del caminado bípedo. El problema del análisis cinemático y dinámico de un robot puede plantearse de 2 maneras diferentes dependiendo la perspectiva del análisis:

- 1.- Cuando se quiere analizar la relación que guardan las características cinemáticas o dinámicas de algún elemento del robot en el espacio de trabajo respecto a las características articulares del mismo se le denomina problema cinemático o dinámico directo.
- 2.- Cuando se requiere analizar la relación que guardan las características articulares del robot respecto a una condición cinemática o dinámica definida en el espacio de trabajo se le llama problema cinemático o dinámico, según sea el caso, inverso.

2.1.1 Modelos directos

Para el caso del problema directo de las cinemáticas ya existen metodologías definidas, extensamente probadas y descritas en la bibliografía [26] que simplifican mucho el trabajo de modelado y que incluso permite generar de manera semiautomática dichos modelos. La convención más comúnmente usada para representar los modelos cinemáticos directos es mediante transformaciones homogéneas que representan los cambios de posición y orientación entre referenciales, arbitrariamente definidos, sobre la estructura del robot.

Así el cambio de posición y orientación entre 2 referenciales a y b , tomando como base el referencial a , estarán descritas por la transformación homogénea $T(\mathbf{q})_a^b$ mientras que el mismo cambio entre referenciales pero esta vez tomando como base al referencial b estará descrito por $T(\mathbf{q})_b^a$.

Para simplificar la notación, la manipulación y el análisis $T(\mathbf{q})_a^b$ y $T(\mathbf{q})_b^a$ pueden ser representados de manera matricial como:

$$T(\mathbf{q})_a^b = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_a^b & \mathbf{o}_a^b \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}, \quad T(\mathbf{q})_b^a = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_b^a & \mathbf{o}_b^a \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

De donde $\mathbf{R}_a^b \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $\mathbf{o}_a^b \in \mathbb{R}^3$ corresponden a una matriz de rotación y un vector de posición, respectivamente, que representan la orientación y la posición de b respecto de a . Mientras que $\mathbf{R}_b^a \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $\mathbf{o}_b^a \in \mathbb{R}^3$ hacen lo propio con a respecto de b . $\mathbf{0}^T \in \mathbb{R}^3$ es un vector de 0 y 1 es el factor de escala que salvo en aplicaciones de realidad virtual siempre vale 1. Algo similar se hace para relacionar las velocidades articulares del robot con las velocidades producidas en el espacio de trabajo. La transformación lineal que permite mapear entre estos 2 espacios de velocidades se llama Matriz jacobiana de velocidades

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (2)$$

La construcción de la matriz jacobiana de velocidades consiste en un procedimiento estructurado y repetitivo lo cual permite el desarrollo de algoritmos computacionales que permiten automatizar su generación. La forma de construir la matriz jacobiana de velocidades y como obtener la matriz jacobiana de aceleraciones, transformación que permite convertir las aceleraciones articulares a aceleraciones en el espacio de trabajo, se explica con amplio detalle en el capítulo 5.

2.1.2 Modelos inversos

El problema inverso de las cinemáticas de posición, velocidad y aceleración representa hoy en día un problema aún vigente. En ocasiones, debido a la estructura mecánica del robot resulta muy difícil, a veces imposible, generar modelos cerrados que permitan representar de forma única estas características, buscando resolver este problema se han desarrollado metodologías iterativas [27] que, aunque resultan útiles, suelen ser costosas desde el punto de vista computacional. Buscando evitar esto, algunos investigadores se han dado a la tarea de buscar configuraciones mecánicas estándar con las cuales se pueda asegurar la existencia de soluciones cerradas al problema inverso de la cinemática y la generación del modelo correspondiente [28]. De igual forma, en los últimos 10 años se han propuesto modificaciones a las estructuras mecánicas estándar buscando mejorar el desempeño del caminante, agregando nuevos términos y consideraciones en los modelos cinemáticos [29].

2.1.3 Modelado de la dinámica de un robot

Es en la forma de representar las características dinámicas del robot donde se continúan proponiendo metodologías que buscan, entre otras cosas, mejorar la descripción del comportamiento del robot, facilitar el control de alguna de las variables dinámicas o simplificar el uso de estos modelos. En estas nuevas metodologías podemos identificar básicamente dos paradigmas:

- 1) Modelado de dinámica completa
- 2) Modelado de dinámica simplificada

La primera, también conocida como dinámica del cuerpo completo, busca representar de manera precisa la influencia de todos y cada uno de los elementos que forman parte del robot sobre el comportamiento dinámico del sistema, con la finalidad de poder establecer un control más específico sobre alguna de las características descritas por el modelo. Mientras que los modelos dinámicos para cuerpos rígidos generalmente son obtenidos aplicando la segunda y tercera Ley de Newton, para el caso de una cadena cinemática con un elevado número de grados de libertad los efectos de la combinación de movimientos de traslación y de rotación provocan que las ecuaciones resultantes sean complejas y muy largas. Una forma de simplificar y sistematizar la metodología para la obtención de dichas ecuaciones consiste en

aplicar el análisis de Euler-Lagrange. Esta metodología básicamente consiste en aplicar las leyes de Newton y expresar los efectos de los movimientos de una forma más compacta, ordenada e intuitiva.

La segunda, también conocida como dinámica centroidal, busca establecer una relación lo más simplificada posible de las características que gobiernan la dinámica del robot bajo la premisa de que el controlador será lo suficientemente versátil y robusto para hacerse cargo de todos los errores de modelado y perturbaciones externas. Los modelos de dinámica simplificada más comúnmente empleados son modificaciones o refinamientos de los modelos originales del PLI y el modelo carro mesa.

Cada una de las anteriores vertientes, dinámica completa o dinámica simplificada, ofrecen ventajas y desventajas dependiendo la tarea que se busque realizar, por ejemplo: es bien sabido que el problema del movimiento de un robot puede ser perfectamente representado como un problema de control óptimo sin embargo, las ecuaciones resultantes al tratar de emplear un modelo de la dinámica completa suelen ser bastante complejas e imposibles de resolver con las herramientas matemáticas actuales [30] [31] por lo cual el uso de un modelo más simple, dinámica simplificada, se vuelve imperante. Por otro lado, un modelo de dinámica simplificada resulta insuficiente al momento de buscar un análisis de consumo energético completo del robot. La tendencia en los modelos de dinámica simplificada en los últimos años se reduce básicamente en proponer algunas modificaciones o variaciones a los primeros modelos con la finalidad de mejorar alguna característica particular del modelo original por ejemplo el modelo del PLI propuesto por Kajita [32] junto con un modelo de rehilete que simule la acción del actuador de la cadera sobre la dinámica del robot [33]. O el modelo del PLI sin la restricción del movimiento sobre un plano para *CM* [34]. De igual forma, si el diseño del robot cuenta con alguna característica mecánica especial el modelo base requerirá de alguna consideración extra [35]. Mientras que para el caso del paradigma de dinámica completa podemos mencionar los esfuerzos por generar algoritmos, generalmente iterativos, que permitan resolver las ecuaciones resultantes [36] [37]. Quizás lo más fresco e innovador de la última década sean las metodologías que buscan aprovechar las ventajas de ambos paradigmas y se basan en el diseño de una dinámica de referencia, usando los modelos de dinámica simplificada del robot [38] posteriormente se calculan los movimientos de todo el robot usando los modelos de dinámica completa siguiendo la dinámica de referencia [39] [40] [41]. Como la metodología presentada en [42] y aplicada en [43] que consiste en alternar entre el problema de dinámica simplificada y dinámica completa de manera recursiva. Haciendo que la trayectoria del *CM* y los momentos angulares del modelo simplificado sigan al *CM* y momentos angulares del modelo completo y viceversa. Aunque estos trabajos parecen prometedores aún son incapaces de generar caminados dinámicos en el robot por lo que aún se requiere mayor investigación en el área del consenso entre dinámica centroidal y de cuerpo completo [44]

2.1.3.1 Modelo lineal del péndulo invertido y sus variaciones

El modelo PLI resulta de considerar la masa m de todo el robot concentrada en el *CM* de todo el robot, el movimiento de este punto se restringe a un plano ubicado a una altura constante z_c y los efectos dinámicos de los brazos, cabeza y pierna libre son ignorados. Como consecuencia de la simplificación a una masa puntual y la restricción del movimiento en un plano, la orientación del *CM* pierde importancia sobre los efectos dinámicos del péndulo y el problema final se reduce al control de la posición del *CM* en un espacio de trabajo con 2 GDL, x y y , a partir de n_p consignas articulares donde n_p son los GDL de la pierna de apoyo.

Del diagrama de cuerpo libre (DCL) ilustrado en la figura 2.1 se puede obtener el modelo que describe la aceleración \ddot{x} del *CM* para las condiciones antes descritas y una aceleración gravitacional g .

$$\ddot{x} = \frac{g}{z_c} x \quad (3)$$

Control sensorial de la marcha de un robot humanoide

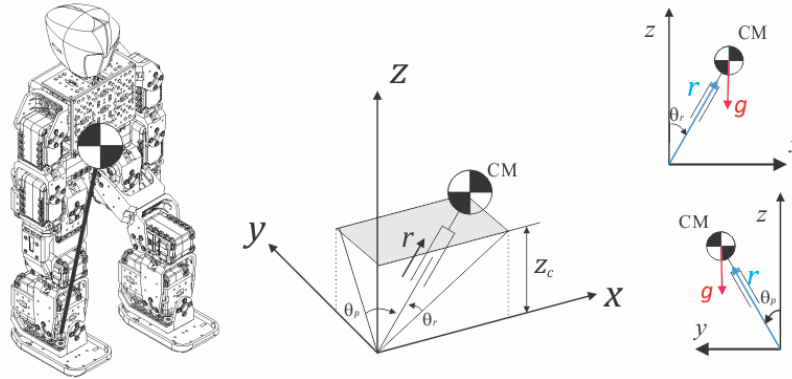


Figura 2.1. Simplificación de la dinámica de un robot humanoide a la dinámica de un péndulo invertido.

El modelo anterior permite generar movimientos de caminado útiles y satisfactorios sin embargo la restricción del movimiento del CM en un plano y el desprecio de los efectos dinámicos de la parte superior del robot limitan estos movimientos a una serie de caminados poco estéticos y de dudosa eficiencia energética, buscando atacar estas áreas de oportunidad se han propuesto algunas modificaciones al modelo del PLI. De estas modificaciones la que más destaca por sus aplicaciones en robots reales es la inclusión del modelo de una rueda inercial en el extremo final del PLI [14], en este nuevo modelo se considera que la acción de los actuadores de la cadera sobre la dinámica del PLI puede ser analizada como un par angular τ_h y un cambio en la orientación del CM descrita por θ_b que es provocada por la acción de una rueda inercial, como se ilustra en la figura 2.2.

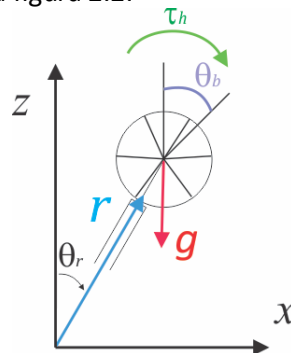


Figura 2.2. DCL de un PI con rueda inercial en su extremo final

El nuevo modelo dinámico permite controlar al robot a través de las articulaciones de la cadera.

$$\ddot{x} = \frac{g}{z_c} x - \frac{1}{mz_o} \tau_h \quad (4)$$

Por otro lado, la estabilidad de los modelos basados en el PLI se basa en el análisis de una cantidad conservativa llamada energía orbital (EOPI) que depende de la energía cinética y la energía potencial del PLI.

$$E_{OPI} = \frac{1}{2} \dot{x}^2 - \frac{g}{2z_c} x^2 \quad (5)$$

Esta cantidad conservativa permite predecir si la dinámica del robot provocara que el PLI alcance su único punto de equilibrio, es decir una posición completamente vertical, y se mantenga en ese punto o bien que el PLI continúe con su trayectoria y caiga. En gran medida la restricción del movimiento del CM dentro de un plano de altura z_c constante obedece a la simplicidad del modelo cerrado resultante para el cálculo y la interpretación de la EOPI. Así, un modelo que relaje la restricción del movimiento para el CM debe proporcionar suficiente información sobre la EOPI para poder asegurar la estabilidad del caminado

generado con dicho modelo. En [34] se presenta un modelo para el cálculo de la EOPI de un robot cuya trayectoria del *CM* puede ser cualquier $z = f(x)$ continua, suave y derivable.

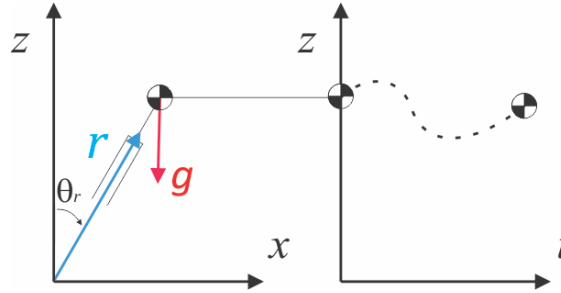


Figura 2.3. Trayectoria continua, suave y derivable del CM de un PI

$$E_{OPIx} = \frac{1}{2} \dot{x}^2 h^2(x) + g x^2 f(x) - 3g \int_0^x f(\gamma) \gamma d\gamma \quad (6)$$

La fórmula anterior no proporciona información sobre la estabilidad del PI pues esta depende directamente de la trayectoria $f(x)$ elegida para el *CM*. Una vez especificada $f(x)$ se puede realizar un análisis específico de la magnitud y el signo de la EOPI para establecer la estabilidad.

2.1.3.2 Modelo carro mesa

El modelo carro mesa hace muchas simplificaciones similares al modelo PI, masa puntual, restricción del movimiento del *CM* en un plano de altura constante, ignorar los efectos dinámicos de las extremidades que no se encuentran en contacto con el suelo, etc. Sin embargo, el modelo carro mesa incorpora el efecto de la FRS sobre la dinámica del robot por lo cual permite establecer restricciones en la dinámica con la finalidad de satisfacer algún criterio de estabilidad, en particular los que están basados en el equilibrio de los pares angulares sobre el robot.

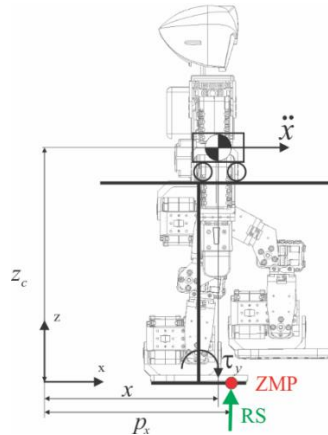


Figura 2.4. Simplificación de la dinámica de un robot humanoide a la dinámica de un carro sobre una mesa.

El equilibrio estático de los momentos angulares que actúan a lo largo del eje y en el DCL de la figura 2.4 permite establecer un criterio de estabilidad estática:

$$\tau_y = RS \cdot p_x - mgx - m\ddot{x}z_c \quad (7)$$

2.2 Generación de trayectorias

También conocido como sintetizado del caminado, consiste en la generación de trayectorias espaciales y articulares donde se definen la secuencia de posiciones, velocidades y aceleraciones que habrán de producirse en cada una de las articulaciones del robot. De tal modo que los movimientos producidos en

las extremidades del robot (piernas, brazos y tronco) provoquen un desplazamiento en todo el cuerpo a lo largo de una trayectoria con velocidades y aceleraciones definidas. Siempre buscando que estos movimientos sean lo más parecidos a los desarrollados por un humano sano.

Esta área de investigación presenta diferentes enfoques y metodologías como puede apreciarse en [45]. Aun así, es posible identificar ciertas tendencias en las metodologías empleadas por la mayoría de los investigadores, como ejemplo: la mayoría de los investigadores se enfocan únicamente al diseño de los movimientos durante la etapa de soporte simple (ESS), cuando el humanoide está apoyado únicamente en un pie, debido a que es la etapa de mayor duración durante el caminado y donde se presenta el mayor riesgo de perder el equilibrio. Sin embargo, la etapa de doble soporte (EDS), cuando el robot está apoyado en dos piernas, es importante para detener al robot, reducir su velocidad o cambiar la dirección de movimiento [46] [47] [48]. Al considerar la EDS dentro del sintetizado del caminado se agregan nuevos retos al problema del sintetizado pues durante esta etapa el robot se comporta como un sistema sobreactuado con movimientos restringidos como se describe en los capítulos 4 y 5 de [49]. Generalmente los investigadores ignoran o descartan los movimientos de la parte superior del cuerpo del robot con la finalidad de simplificar sus modelos o el análisis, algunos ejemplos donde se analiza la influencia de los movimientos generados en la parte superior del cuerpo, sobre la estabilidad del caminante, se pueden encontrar en [50] [51]. Debido a la escasa atención que se les presta a los movimientos de la parte superior del cuerpo del caminante el sintetizado del caminado se reduce a generar trayectorias para el tronco o el *CM*, así como para los pies. En el caso del *CM* se ha verificado que un buen diseño de su trayectoria asegura un movimiento dinámico estable [52] [53].

Esencialmente, los métodos para generar las trayectorias del *CM* se pueden clasificar en dos tendencias:

1) Las metodologías que utilizan funciones polinomiales para describir las trayectorias del *CM* durante todo el ciclo del paso, satisfaciendo restricciones físicas del robot y condiciones de continuidad en las trayectorias [54] [55].

2) Las metodologías que sugieren restringir el movimiento del *CM* en un plano con la finalidad de explotar las características de un modelo de dinámica simplificada como el PLI, el modelo carro mesa o alguna de sus variantes [56] [46] [47]. En el primer caso suelen definirse parámetros de caminado que definen la amplitud de los movimientos, para el caso de la cadera o el *CM* los parámetros: longitud de paso (L_p) y altura del centro de masa (H_{CM}) definen los valores extremos de los movimientos y las ecuaciones del método elegido para generar las trayectorias (media elipse, curva, polígono de orden elevado o spline) proveerán las posiciones intermedias en el espacio de trabajo. La amplitud de oscilación de la cadera (A_{oc}) y la longitud de paso (L_p) definirán los ejes de la curva elegida para describir el movimiento lateral de la cadera del robot.

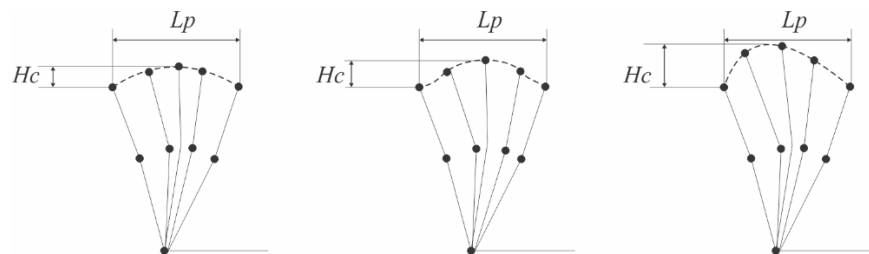


Figura 2.5. Secuencia de movimientos para la trayectoria de la cadera generada por elipse, spline y polinomio de orden superior

Para el caso de las trayectorias de los pies suelen utilizarse trayectorias polinomiales, sin embargo, recientemente se ha identificado que el uso de polinomios de orden elevado, en la generación de estas trayectorias, provoca oscilaciones y sobretiros [57]. Es por esto por lo que algunos autores han sugerido utilizar un *spline* cubico seccionado [52] [53]. Aún así, esta metodología no asegura una aceleración igual a 0 en el pie libre al momento del contacto con el suelo lo que provoca impactos en la planta del pie que

desestabilizan los movimientos del robot. Para resolver esta situación en [57] se sugiere utilizar un *spline* de cuarto orden, únicamente al final de la trayectoria, junto con secciones de *spline* de tercer orden durante el resto del movimiento del pie.

Otra tendencia actual para asegurar la condición de aceleración 0 al momento de apoyar el pie en el suelo es el diseño de movimientos *compliantes* [58] [59] [60] [61]. Esta metodología busca desarrollar movimientos ejerciendo control sobre la fuerza generada en la parte final de la cadena cinemática, en este caso el pie del robot. Posterior al diseño de las trayectorias articulares del robot es necesario verificar que estas trayectorias generan movimientos estables, es decir que el robot no se va a caer al momento de ejecutar estos movimientos, para lo cual se recurre a los diferentes criterios de estabilidad. En caso de que se opte por los CPRS es necesario generar o sintetizar trayectorias para estos puntos, lo cual suele ser un trabajo computacionalmente costoso debido a las diferentes restricciones mecánicas y estéticas utilizadas durante el sintetizado del caminado. Buscando reducir este problema, en [62] se ha propuesto una metodología óptima, desde el punto de vista computacional para diseñar trayectorias para el **ZMP**. En la actualidad la investigación en el área de sintetizado del caminado se enfoca en el refinamiento de las trayectorias generadas por alguna de las metodologías previamente descritas, el empleo de metodologías de optimización [63] o control adaptable [64] son la tendencia en esta área.

2.3 Criterios de estabilidad

La estabilidad de un caminante bípedo se refiere a la capacidad de realizar los movimientos necesarios para caminar sin que el caminante toque el suelo con alguna otra parte de su cuerpo que no sea las plantas de sus pies, es decir que no caiga. Para asegurar que el robot será capaz de cumplir con esta condición existen varios criterios de estabilidad que pueden ser clasificados en:

- 1) Criterios basados en perfiles de velocidad
- 2) Criterios basados en puntos de referencia en el suelo

Los primeros se basan en considerar las velocidades ya sea del *CM* del robot o de algunos eslabones de las piernas al inicio y al final de cada ciclo de caminado y si estas coinciden entonces se puede esperar que el siguiente ciclo de caminado se desarrolle de la misma forma que el anterior. Dentro de los criterios basados en perfiles de velocidad encontramos los métodos basados en los mapas de retorno de Poincaré [65] [66] o en ciclos límite [67]. Los segundos se basan en la localización y cuantificación de la reacción que ejerce el suelo sobre el robot y el efecto de ésta sobre la dinámica de éste, estableciendo un punto sobre el cual debe actuar la reacción del suelo para asegurar condiciones de estabilidad estática en los momentos angulares del robot y así asegurar que el robot no girará ni caerá.

2.3.1 Punto de momento cero (**ZMP**)

En el primer trabajo de robótica donde aparece el concepto del punto de momento cero, se hace referencia a la figura 16.9, que corresponde a la figura 2.6 de este capítulo. La definición original del **ZMP** es citada a continuación:

*“In Fig. 16.9 an example of force distribution across the foot is given. As the load has the same sign all over the surface, it can be reduced to the resultant force R , the point of attack of which will be in the boundaries of the foot. Let the point on the surface of the foot, where the resultant R passed, be denoted as the zero-moment point, or **ZMP** in short.”* [68].

En la definición anterior se establece al **ZMP** como el punto sobre el cual actúa, concentrada, la carga distribuida generada por el suelo sobre la planta del pie. El efecto de que la concentración de la fuerza distribuida sobre el pie actúe en ese punto genera un equilibrio en los momentos angulares que actúan sobre el robot, por eso el nombre de punto de momento cero. Sin embargo, esta definición es muy general y no provee información sobre la estabilidad del robot en la mayoría de las situaciones presentadas

durante el caminado bípedo así que una definición más completa donde se analicen estos casos con mayor detalle será presentada en la sección 4.3.3

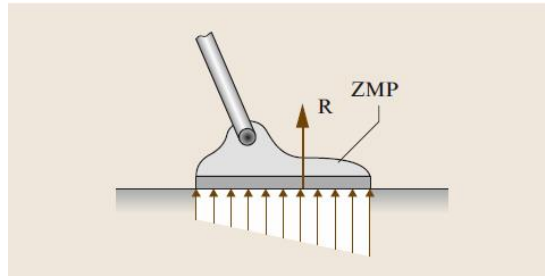


Figura 2.6 Copia de la figura 16.9 empleada en la definición original del punto de momento cero.

2.3.2 Indicador de rotación del pie (*FRI*)

Dentro de los casos no contemplados en la definición original del *ZMP* el más importante es el caso en que el *ZMP* actúa en la orilla de la región de contacto suelo-robot. Este caso puede significar que la reacción del suelo actúa en el límite físico posible, pero esto no es suficiente para equilibrar al momento angular total que actúa sobre el robot. El *FRI* considera esta situación definiendo un *ZMP* imaginario ZMP_i que puede actuar fuera de la región de contacto suelo-pie, el ZMP_i actuará donde sea necesario con la finalidad de equilibrar los momentos angulares totales que actúan sobre el robot. Cuantificando la distancia entre el *ZMP* real (ZMP_r), que siempre actuara dentro de la superficie de contacto y el ZMP_i es posible definir la estabilidad de la dinámica de un robot pues si la posición de ambos coincide quiere decir que los momentos angulares en el robot están equilibrados.

O bien, si

$$ZMP_r - ZMP_i = 0 \quad (8)$$

se puede decir que la dinámica es estable, mientras que para el caso en que la diferencia no es 0 se puede asegurar que los momentos angulares no están equilibrados y la dinámica no es estable. Más aun, el valor numérico de la diferencia es una cuantificación del momento no equilibrado y puede ser utilizado como una cuantificación de la inestabilidad llamada índice de rotación del pie.

$$ZMP_r - ZMP_i = FRI \quad (9)$$

2.3.3 Pivote del momento centroidal (*CMP*)

Hasta este momento tanto el *ZMP* como el *FRI* requieren del análisis de la superficie de contacto entre el suelo y el robot para poder establecer la estabilidad o inestabilidad, sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones es difícil conocer las dimensiones y la posición de esta superficie de contacto. Así que un análisis del equilibrio de los momentos angulares del robot respecto a un punto ubicado fuera de esta área de contacto puede proveer de la misma información que el *ZMP* y el *FRI* sin la necesidad de tener que identificar el área de interacción suelo-pie.

Con la finalidad de simplificar el análisis de momentos angulares que actúan sobre el robot resulta conveniente calcular los momentos angulares respecto al centro de masas del robot. Así la única fuerza que actúa sobre el robot y que es capaz de generar un par angular es la reacción del suelo, entonces para lograr el equilibrio de los momentos angulares sobre el robot el par generado por esta fuerza debe ser 0 es decir la línea sobre la que actúa la reacción del suelo debe cruzar por el *CM* del robot. O bien la proyección del *CM* del robot sobre una línea paralela a la reacción del suelo debe coincidir con la ubicación de la reacción del suelo y cuando estas no coincidan la distancia entre ambos puntos puede ser usada como una cuantificación de la inestabilidad del robot.

Aunque este criterio cuenta con la ventaja de no tener que identificar el área de contacto del pie, plantea el reto técnico de no solo cuantificar la reacción del suelo, sino que también se necesita identificar su

dirección para lo cual es necesario cuantificar no solo la componente perpendicular al suelo de la reacción, sino que también se deberá cuantificar la componente paralela es decir la fuerza de fricción entre el suelo y el pie [69].

A lo largo de estos más de 40 años han aparecido nuevos puntos de referencia (*ZMP*, *CMP*, Puntos de captura, etc.) y, aunque la generación de nuevos CPRS se estancó por aproximadamente 20 años, las mejoras tecnológicas en los actuadores y sistemas de control de los robots han permitido producir movimientos más rápidos y precisos en los robots, permitiendo desarrollar caminados dinámicos, caminados donde el robot entra en estados de inestabilidad estática pero siempre tiene la capacidad de volver a ella. Estos caminados dinámicos requieren de un análisis menos restrictivo al que se puede realizar con el *ZMP* original, por lo cual en [70] se propuso el punto del índice de estabilidad rotacional o *RSI point* en inglés que corresponde a un CPRS para los casos en que el pie del robot ya ha sufrido una rotación es decir, el robot se encuentra en un estado de inestabilidad controlada. Además de la definición del nuevo punto se han hecho modificaciones o actualizaciones a los antiguos CPRS en la última década. Entre las más destacadas encontramos: la aplicación del *FRI* para la generación de polígonos de referencia ajustables (Polígono de soporte elástico) que permiten tener un criterio de estabilidad más general donde se engloban las condiciones del caminado dinámico [71], la aplicación de los sistemas de visión artificial con los que cuentan los robots hoy en día para la estimación del *ZMP* [72], la extensión de los CPRS, originalmente pensados para terrenos planos, a mapas de referencia en el suelo para terrenos irregulares, donde se emplean algoritmos de predicción y optimización para prever los posibles puntos de contacto suelo-pie y seleccionar las mejores opciones minimizando un criterio de estabilidad como puede ser el *FRI* [73].

2.4 Control

La parte del control de la marcha es quizás el área de investigación más prolífica en lo que al caminado bípedo se refiere, casi cualquier nuevo avance en la teoría de control moderno que se obtiene se aplica al control del caminado robótico. En la última década la tendencia la marcan el control óptimo, el rechazo activo de perturbaciones y el *compliant control*.

2.4.1 Rechazo activo de perturbaciones (ADRC)

En este esquema de control se busca que un observador de estado extendido (ESO) imite el comportamiento del robot original, el estado extra del observador corresponde a las perturbaciones y errores de modelado con lo cual al lograr una buena convergencia de estados en el observador se puede lograr una cuantificación de las perturbaciones y de esta manera permite implementar una ley de control que las contrarreste [74] [75]. De manera más formal podemos considerar el siguiente sistema dinámico:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}), \\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}),\end{aligned}\tag{10}$$

donde $\mathbf{x} \in R^n$ es el vector de estado, $\mathbf{u} \in R^m$ es la entrada de control, $\mathbf{w} \in R^q$ son las perturbaciones del sistema, usualmente desconocidas pero acotadas, y \mathbf{y} es la salida que será analizada. El Sistema descrito por (10) puede representarse como una cadena de integradores:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2, \\ &\vdots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n, \\ \dot{z}_n &= g(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}), \\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{z}),\end{aligned}\tag{11}$$

Donde \mathbf{w} incluye las perturbaciones externas, las dinámicas no consideradas y las incertidumbres paramétricas. Luego entonces, considerando $g(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w})$ como la perturbación total un ESO puede utilizarse para el seguimiento del estado:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}_1 &= \hat{z}_2 - l_1(\hat{e}_1), \\ &\vdots \\ \dot{\hat{z}}_{n-1} &= \hat{z}_n - l_n(\hat{e}_n), \\ \dot{\hat{z}}_n &= g(\hat{\mathbf{z}}, t, \mathbf{u}, \mathbf{w}) - l_{n+1}(\hat{e}_{n+1}).\end{aligned}\tag{12}$$

Es importante observar que $\mathbf{l}(\hat{\mathbf{e}}) = [l_1(\hat{e}_1), \dots, l_{n+1}(\hat{e}_{n+1})]$ es una función vectorial que provoca que $\hat{\mathbf{z}}$ tienda a \mathbf{z} de manera asintótica con un error de observación $\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}$. En la práctica la selección de esta función se hace de manera empírica y generalmente depende de la experiencia del diseñador del controlador [76]. Con la finalidad de eliminar la perturbación total del sistema puede implementarse un controlador óptimo que utilice la información provista por el ESO y que a su vez optimice alguna función de objetivo que describa al sistema.

$$\mathbf{u} = u_0(t, \mathbf{x}) - K_s \hat{\mathbf{w}},\tag{13}$$

Donde $K_s \in \mathbb{R}^{+p \times n}$ es la ganancia de la retroalimentación del estado observado, la cual también suele definirse de manera experimental o intuitiva, aunque básicamente depende de la ponderación de la perturbación estimada $\hat{\mathbf{w}}$. Mientras $u_0(t, \mathbf{x})$ es un controlador para el sistema (32). En general el procedimiento para diseñar un ADRC es:

- 1) Obtener el modelo del sistema en forma de una cadena de integradores
- 2) Considerar todas las incertidumbres, errores de modelo, etc. Como una perturbación
- 3) Reducir el sistema a una cascada de integradores mediante la estimación y compensación de la perturbación a través del ESO.

En ocasiones los ADRC usan observadores de alto orden para reducir el tiempo de convergencia [77] aunque algunos resultados muestran un buen desempeño al utilizar simples observadores lineales como el observador proporcional e integral generalizado propuesto en [78] y aplicado en [79]. Otro interesante resultado es la aplicación de técnicas de control óptimo para reducir el consumo energético de la ley de control generada por el algoritmo ADRC [80]. Muy relacionado con las metodologías del ADRC encontramos los trabajos que tratan de eliminar las perturbaciones y/o prever la evolución del estado dinámico usando estimadores de estado o predictores y así generar una señal de control que elimine las perturbaciones o modifique el estado del robot [81] [82] [83].

2.4.2 Control óptimo

Debido a lo restrictivo que resultan las fuentes de energía portátiles en cuanto a la relación peso-energía uno de los principales objetivos del control es la reducción del par generado por los motores del robot al momento de caminar buscando así reducir el consumo energético. Aunque los principales resultados del control óptimo en el caminado bípedo se enfocan en robots pasivos o robots subactuados [84] [85] algunos de estos resultados se han logrado extrapolar o implementar en robots completamente actuados donde se busca la optimización del consumo energético [86] [87]. Otro aspecto importante a considerar al momento de generar movimientos de caminado es la estética de estos movimientos, pues el ser humano siempre busca congruencia con lo que está acostumbrado así, aprovechando los resultados obtenidos en las áreas médico-biológicas que indican que los movimientos realizados por los seres humanos sanos optimizan algún criterio dinámico, los investigadores en el área robótica han tratado de aprovechar esto empleado técnicas de control óptimo que buscan imitar estos movimientos y la eficiencia de los mismos [88]. La mayoría están basados en la optimización de la trayectoria del **ZMP** o alguna nueva función objetivo obtenida a partir de aplicar técnicas de control óptimo inverso en el análisis de los

movimientos humanos [89] [90]. El esquema principal de los algoritmos de control óptimo es partir de algún modelo dinámico ya sea de dinámica completa o dinámica simplificada \dot{z} , establecer una función objetivo Φ en el que intervenga el consumo de energía y proponer una ley de control $u(t)$ que minimice dicha función, es decir, dado un sistema cuya dinámica está representada por

$$\dot{z} = f(t, z(t), u(t)) \quad (14)$$

Se define la función objetivo $\Phi(z(t), u(t))$ que minimiza algún parámetro de interés y depende de la ley de control. El problema directo de control óptimo consiste en calcular $u(t)$ que cumpla con:

$$\min_{z(\cdot), u(\cdot), T} \int_0^T \Phi(z(t), u(t)) dt \quad (15)$$

Mientras que el paradigma de control óptimo inverso consiste en identificar la función objetivo y los coeficientes de las restricciones para una solución óptima ya definida [91]. Es decir, partiendo de una dinámica definida por (14) y un estado inicial $z(0) = z_0$, determinar la función $\Phi(z(t), u(t))$ que fue minimizada al alcanzar el estado óptimo final $z(T) = z_e$ conocido.

Para la solución del problema inverso se hace el supuesto de que la función objetivo puede ser expresada como una suma ponderada de un número n de funciones $\Phi_i(t)$ con sus respectivos parámetros de ponderación α_i

$$\Phi(z(t), u(t), \alpha) = \int_0^T \left[\sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i \Phi_i(z(t), u(t)) \right] dt \quad (16)$$

Este problema consiste en un problema de 2 niveles y básicamente existen 2 estrategias de solución:

La primera estrategia consiste en mantener y aprovechar la propiedad de multinivel del problema para plantear una solución de la forma:

$$\min_{\alpha} \sum_{j=1}^m \|v^*(t_j; \alpha) - v_M(t_j)\|^2 \quad (17)$$

Con $v^*(t_j; \alpha)$ como la solución de:

$$\min_{z, u, T} \int_0^T \left[\sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(z(t), u(t)) \right] dt \quad (18)$$

Con $\dot{z} = f(t, z(t), u(t))$, $z(0) = z_0$, $z(T) = z_e$, $v_M(t_j)$ es el vector de estados y entradas de control medidas. En [92] se plantea el problema de control óptimo inverso como un problema de dos niveles y se aplica la metodología anteriormente descrita para la generación de movimientos de un robot basados en la captura de movimientos "motion capture" de un humano sano caminando. Mientras que en [93] se detallan los algoritmos numéricos empleados para la solución del problema de control óptimo inverso empleado en el sintetizado del caminado bípedo de un humanoide.

La segunda estrategia empleada en la solución del problema de control óptimo inverso consiste en plantear al problema de dos niveles como uno solo, sustituyendo al nivel más bajo del problema como condiciones de optimalidad para el nivel más alto [92] [94] [95] [96] [97] [98]. De los ejemplos más destacados de esta estrategia tenemos el método COCoMoPL que son las siglas de "Combining Optimal Control, Movement Primitives and Learning" [99] donde se parte de una base de movimientos predefinidos para cada fase del caminado junto con un algoritmo de control que minimiza el par necesario para generar estos movimientos junto con un algoritmo de aprendizaje que el permite mejorar el desempeño cada vez que realiza un ciclo de caminado. El funcional que se busca minimizar consiste en la

sumatoria de todos los pares articulares del robot, a menor par generado menor energía consumida, más un factor de penalización que depende de las restricciones propuestas por niveles de control más elevados.

$$J(x, u, p) = J(q, v, \tau, \dot{\tau}, p) = \int_0^{t_f} \sum_{i=0}^{N_{DOF}} \tau_i^2 dt + J_{pen} \quad (19)$$

Originalmente este problema de control es resuelto aplicando un algoritmo de múltiples disparos “multiple shooting algorithm” [100]. Cabe mencionar que estos movimientos predefinidos también son obtenidos a partir de la minimización de varios funcionales de costo donde intervienen, entre otros, la velocidad del robot, la estabilidad de la postura, la eficiencia y la velocidad de los actuadores [101]. Finalmente, como ya se explicó, en la parte de modelado, muchos de los algoritmos de control óptimo actuales se utilizan para generar los movimientos de dinámica completa a partir del modelo de dinámica simplificada [102].

2.4.3 Control compliant

Desde finales de los años 70 se comenzó a trabajar con la filosofía del *compliant control* aplicado para el control de manipuladores robóticos, con la finalidad de lograr un control sobre la fuerza en el actuador final del brazo y permitir una amigable interacción robot-humano. Pero fue casi hasta finales de los 90 que se comenzó a utilizar este control sobre la fuerza del último actuador de la cadena cinemática para gobernar la magnitud y orientación de la reacción generada en la planta de los pies por su interacción con el suelo. Cabe destacar que la mayoría de los robots en los que se aplican este tipo de controladores tienen un diseño de complacencia inherente, es decir su estructura mecánica cuenta con elementos elásticos que permiten la absorción y reducción de la fuerza en el actuador final junto con los modelos y algoritmos necesarios para modelar estos elementos [103] [104] [105]. Sin embargo, existen investigaciones que proponen desarrollar algoritmos de control basados en admitancia y retroalimentación de fuerza a través de sensores en los pies para lograr un comportamiento complaciente en robots que no fueron fabricados bajo ese paradigma originalmente [106] [107]. De esta manera es posible controlar la magnitud y dirección de la reacción generada por el suelo y respetar las restricciones de equilibrio [108].

Capítulo 3

Personalización Bioloid-DCA

En este capítulo se busca describir las características, modificaciones y mejoras realizadas en el robot Bioloid-DCA. Para esto, el capítulo está distribuido de la siguiente manera: en la sección 3.1 se describe la actualización de hardware realizada en el cerebro del robot. La sección 3.2 corresponde al sistema sensorial implementado para la cuantificación y estimación de la posición de la FRS sobre las plantas del pie del robot. En la sección 3.3 se enlistan las modificaciones estructurales realizadas al robot con la finalidad de albergar al nuevo controlador y al sistema sensorial. La sección 3.4 se refiere a las modificaciones de software implementadas tanto en la PC del robot como en la computadora de interfaz, opcional, que puede utilizar el usuario. Finalmente, en la sección 3.5 se destacan algunas características de los actuadores Dynamixel empleados en el robot.

INTRODUCCIÓN

Bioloid es una plataforma comercial creada por la empresa surcoreana Robotis, la cual permite la construcción de robots de bajas prestaciones y de pequeño tamaño. Aunque la plataforma permite la libertad para armar cualquier diseño personalizado por el consumidor, el fabricante ofrece modelos sugeridos, para mostrar y aprovechar de mejor manera las prestaciones de su producto, dentro de los cuales destacan son sus modelos de robots humanoides. Básicamente cada uno de los kits que ofrece el proveedor consiste en una serie de eslabones de plástico preformado, una serie de servomotores, un sistema mínimo para controlar electrónicamente al robot y un software que permite generar los programas de control a través de comandos gráficos muy simples e intuitivos o bien a través de tablas de movimientos generadas mediante el modo gestual del robot. El modo gestual consiste en colocar al robot en una pose inicial deseada, guardar los valores articulares en la memoria del controlador, colocar al robot en la siguiente pose deseada y repetir el proceso un número razonable de veces. Al ejecutar de manera secuencial todas las poses almacenadas se producen los movimientos esperados. Las características que vale la pena resaltar de estas versiones son: el controlador CM-5 que consiste básicamente en una interfaz de control que convierte la comunicación serial, full-dúplex, del microcontrolador ATmega128, cerebro de todo el robot, a una comunicación serial simplex empleada por los actuadores, Dynamixel AX-12, que forman al robot. El controlador CM-5 multiplexa esta señal junto con la alimentación eléctrica a 5 posibles puertos de conexión para los actuadores. El controlador CM-5 no cuenta con ningún puerto de comunicación extra excepto por un puerto serial RS-232 que permite la comunicación con una PC, lo que limita la posibilidad de integrar algún sensor externo al robot. El microcontrolador ATmega128 empleado para controlar a todo el robot cuenta con un microprocesador de 16MHz y 128KBytes de memoria [109] para almacenar los programas y las páginas de movimientos. Lo cual limita mucho la longitud y complejidad de los programas, así como la longitud de las páginas de movimientos. Estos kits cuentan con la versión 1 de las herramientas de movimiento de Robotis, que básicamente es un ambiente 3D que permite simular la cinemática de posición del robot con el fin de visualizar las poses y posteriormente programarlas en el controlador, como páginas de movimientos. Cabe mencionar que el equilibrio del robot o la estabilidad de sus movimientos no se toman en cuenta en esta primera versión del robot ya que el kit no cuenta con algún sensor que permita validar o prever la estabilidad de los movimientos programados y el software para el sintetizado de los movimientos tampoco simula algún criterio de estabilidad. Por lo cual, para lograr un caminado se requiere de un gran esfuerzo y un considerable número de intentos de prueba y error.

Desde los primeros años de la plataforma Bioloid hasta el año 2011, cuando la plataforma evolucionó a DARWIN OP, se han incluido diferentes mejoras en hardware y software buscando mejorar las prestaciones del robot en velocidad, fuerza y destreza de los movimientos, sin embargo, la parte del equilibrio de la marcha se ha dejado un poco de lado limitando al sistema sensorial y los algoritmos de control a simples acciones correctivas basadas en acelerómetros e inclinómetros. Todas estas mejoras

han hecho del robot Bioloid una plataforma muy útil para fines didácticos y competitivos por más de 10 años, sin embargo, las limitantes en las capacidades de procesamiento de los controladores, así como la imposibilidad de interactuar con elementos externos lo hacen obsoleto para estas mismas aplicaciones hoy en día. Afortunadamente, Robotis proporciona toda la información necesaria para controlar sus actuadores a través de cualquier puerto serial, que permita manejar la configuración simplex. Mediante una actualización personalizada del sistema de control es posible aprovechar todas las ventajas de sus actuadores, la estructura mecánica modular y el conocimiento ya adquirido al utilizar sus kits. La actualización del sistema Bioloid propuesta para esta tesis contempla la inclusión de un sistema sensorial que permita aplicar algoritmos de control para el equilibrio de la marcha, junto con un sistema de procesamiento lo suficientemente poderoso como para convertir al kit premium del Bioloid en una plataforma de experimentación y competencia actual.

3.1 Actualización del Controlador para el robot Bioloid

El objetivo es dotar a la plataforma Bioloid con un sistema de procesamiento embebido de mayores prestaciones al actual, con el menor peso, volumen, consumo energético, costo económico y que permita, cuando exista una actualización en el hardware, reemplazarlo fácilmente. La PC embebida Raspberry Pi 2B resulta ideal pues cuenta con un procesador Cortex de 4 núcleos a 900Mhz y 1Gb de memoria RAM, un puerto serial-dúplex CMOS, 4 USB 2, 17 puertos GPIO de funciones específicas y 1 puerto para cámara externa. Con un peso de 45g y en un tamaño de 85.60mm x 56.5mm [110].

3.1.1 Interfaz Raspberry-Dynamixel (IRD)

El único requerimiento que debe cumplir el controlador para poder trabajar con la arquitectura del Bioloid es producir una señal serial-simplex TTL, a una velocidad de hasta 2Mb/s y respetar el protocolo de instrucciones Dynamixel. La comunicación TTL es una versión de la comunicación serial RS232 donde los niveles de voltaje van de 0 a 5v, a diferencia del protocolo original RS232 donde los voltajes van de 0 a 12v; el mismo protocolo puede utilizar elementos semiconductores CMOS cuyos niveles de voltaje van de 0 a 3.3v. Todos estos cambios en los niveles de voltaje obedecen a la electrónica con la que se implementa la comunicación. Sin embargo, esto no afecta en lo más mínimo el protocolo de comunicación así que un simple elemento que convierta los niveles de voltaje basta y sobra para lograr la comunicación entre elementos TTL, CMOS o RS-232. Por el contrario, el adjetivo simplex indica que se envía y recibe información por el mismo canal y esto hace necesario un sistema de arbitraje, entre los elementos de la cadena, para evitar colisiones entre los paquetes de información. El tipo de comunicación más común, entre elementos que utilizan los protocolos seriales, es la comunicación dúplex que consiste en enviar y recibir información por canales diferentes. Por lo tanto, en caso de que se busque comunicar elementos de comunicación simplex con elementos de comunicación dúplex se debe implementar una etapa de demultiplexación. Finalmente, el protocolo de control Dynamixel consiste en cadenas de BYTES que permiten controlar el comportamiento de los actuadores. Las estructuras de estas cadenas son variables y dependen de la finalidad, la longitud de la instrucción y el modo de operación del actuador así que es necesario, también, incluir una etapa de software que traduzca las consignas articulares que el usuario desea transmitir a los actuadores al formato Dynamixel, antes descrito.

3.1.1.1 Etapa de comunicación

El diagrama esquemático de la figura 3.1 corresponde a la parte de acondicionamiento de la señal en la IRD que cumple con las siguientes funciones:

- 1) Ajustar el nivel de voltaje CMOS, 3.3V, a TTL, 5V, de la señal del puerto TX proveniente de la PC.
- 2) Reducir el voltaje, de nivel TTL a nivel CMOS, de la señal del puerto RX proveniente de la cadena de actuadores.

- 3) Acoplar y controlar la señal dúplex (2 puertos) proveniente de la PC a una señal simplex (1 puerto) dirigida a la cadena de actuadores y viceversa.

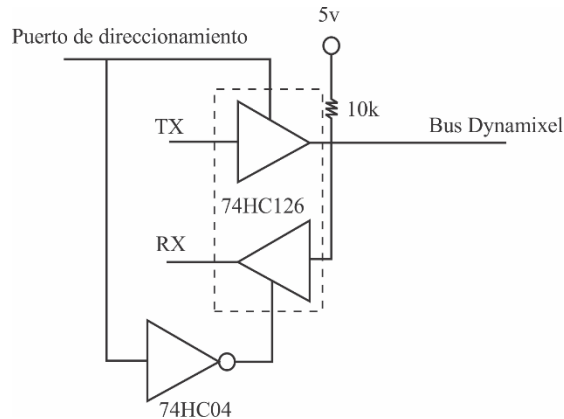


Figura 3.1 Sistema de acoplamiento de comunicación duplex a simplex.

Cabe mencionar que el circuito de la figura 3.1 cuenta también con una etapa de opto acoplamiento, entre las 2 etapas con niveles de voltaje diferente, por lo que esta parte también funciona como protección para ambas etapas, principalmente la etapa CMOS, ya que el opto acoplamiento permite la comunicación entre elementos sin la necesidad de establecer una conexión eléctrica directa entre ambas.

3.1.1.2 Etapa de potencia

La IRD debe proveer de alimentación eléctrica tanto a la PC como a toda la cadena de actuadores, mientras que la alimentación eléctrica de la IRD puede provenir de un eliminador de 12Vcc a 5A o de una batería de Ion-Litio que provee 11.1Vcc a 1000 mAh.

La PC requiere de una alimentación de 5Vcc a 3A mientras que los actuadores demandan una alimentación de 12Vcc a 1.5A así que la alimentación para la cadena de actuadores se toma directa, de la alimentación de la IRD, y se incluye una etapa de reducción de voltaje para la alimentación de la PC; como se ilustra en el diagrama de la figura 3.2.

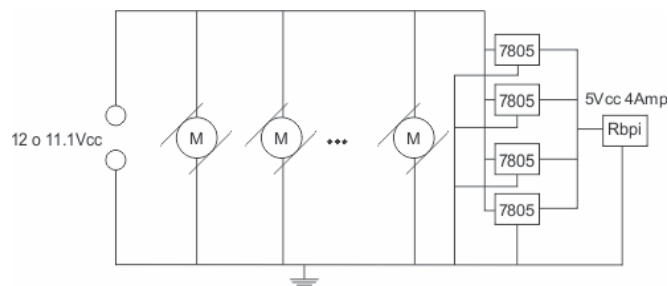


Figura 3.2 Etapa de potencia para la IRD.

3.1.1.3 Etapa de software

El protocolo de control Dynamixel para los actuadores Robotis, fue desarrollado por la propia empresa y se encuentra debidamente documentado en los manuales de usuario de los actuadores [111]. Básicamente el protocolo consiste en una comunicación serial TTL simplex donde la información se codifica en palabras formadas por paquetes de bytes con la estructura básica indicada en la Tabla 3.1.

TABLA 3.1 FORMATO BASE DE PALABRA USADO POR DYNAMIXEL.

Encabezado		ID	Longitud	Instrucción	Parámetro	Suma de verificación
0xFF	0xFF	0x21 o 22	0x03	0x02	0x2B	CHKS

Control sensorial de la marcha de un robot humanoide

La estructura indicada en la tabla 3.1 corresponde a la forma general que tienen las instrucciones para los actuadores, sin embargo, dependiendo del tipo de instrucción la longitud y la estructura pueden cambiar. La instrucción más compleja y comúnmente usada para controlar una cadena de actuadores es la instrucción SYNC WRITE, la cual permite enviar una cadena de parámetros a todos los actuadores al mismo tiempo y cuya estructura se ilustra en la tabla 3.2.

TABLA 3.2 Palabra de control en formato SYNC WRITE.

Encabezado	0xFF	
	0xFF	
ID	0xFE	Indica que la instrucción es para todos los actuadores conectados en la cadena
Longitud	(L+1)*N+4	L es el número de datos que se enviara a cada motor, N el número de motores que hay en la cadena
Instrucción	0x83	Este valor corresponde a la instrucción SYNC WRITE
Parametro 1		la dirección de memoria de los actuadores donde se comensara a enviar la información
Parametro 2		La cantidad de datos a escribir en cada motor
Parametro 3		El ID del primer motor a controlar
Parametro 4		El primer byte de información para el 1er motor
Parametro 5		El segundo byte de información para el 1er motor
...		
Parametro L+3		El byte L de información para el 1er motor
Parametro L+4		El ID del segundo motor a controlar
Parametro L+5		El primer byte de información para el 2do motor
Parametro L+6		El segundo byte de información para el 2do motor
...		
Parametro 2L+4		El byte L de información para el 2do motor
...		
Parametro nL+4		El byte L de información para el n-simo motor
Parametro nL+5		CHKS

Para formar la instrucción que controlará a los N actuadores del robot se incluyó en el programa una rutina o librería que toma los valores de posición y velocidad de las páginas de movimiento, calcula la longitud de la palabra que contiene la instrucción, calcula el *checksum* y envía las variables articulares en el formato deseado. A continuación, se ilustra el código implementado para realizar esta operación:

```
for (int j=0; j<42; j++) {
    byte[] AA = new byte[] {(byte) 0xFF, (byte) 0xFF, (byte) 0xFE, (byte) 0x00, (byte) 0x83, (byte)
0x1E, (byte) 0x04,
    (byte) 0x01, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x02, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x03, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x04, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x05, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x06, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x07, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x08, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x09, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x0A, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x0B, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x0C, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x0D, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x0E, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x0F, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x10, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x11, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x12, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00, (byte) 0x00,
    (byte) 0x00};
    AA[3] = (byte) (AA.length-4);
    AA[8] = Low[j][0];
    AA[9] = Hig[j][0];
    AA[10] = spd1;
    AA[11] = spd2;
}
```

Se inicializa la palabra con el encabezado FF FF, el ID FE que indica que la instrucción va dirigida a todos los motores, la dirección de memoria a la que va dirigida la instrucción 1E y el número de byte que recibirá cada motor 4. El checksum y la longitud de la instrucción se calcularán al final por lo cual el valor actual en los byte 4 y 5 no importan.

Se calcula la longitud de la instrucción y se almacena en el byte 4 (en C los índices en los arreglos de matrices y vectores comienzan en 0)

```
AA[13] = Low[j][1];
AA[14] = Hig[j][1];
AA[15] = spd1;
AA[16] = spdH;
```

Como las variables articulares de posición y velocidad tienen un valor máximo que rebasa 256 se requieren de 2 byte para representar ese valor, por lo cual se requiere definir el byte de mayor peso y el de menor peso, para cada articulación.

```
AA[18] = Low[j][2];
AA[19] = Hig[j][2];
AA[20] = spd1;
AA[21] = spdH;
```

```
AA[23] = Low[j][3];
AA[24] = Hig[j][3];
AA[25] = spd1;
AA[26] = spdH;
```

```
.
.
.
```

```
AA[93] = Low[j][17];
AA[94] = Hig[j][17];
AA[95] = spd1;
AA[96] = spdH;
```

```
cks = 0x00;
for (int i=2; i< AA.length; i++)
{
    cks = cks + AA[i];
}
cks = cks & 0xFF;
cks = 0xFF - cks;
```

Se calcula el *checksum* de acuerdo con el manual de usuario y se integra al final de la palabra de control.

```
AA[AA.length-1] = (byte)cks;
out.write(AA);
```

Extracto del código donde se ilustra la estructura de la instrucción utilizada para controlar la cadena de 18 actuadores

3.2 Sistema sensorial

Como se mencionó en la introducción del capítulo, es necesario dotar al robot de un sistema sensorial que permita estimar la magnitud y la posición de la reacción que ejerce el suelo sobre el robot, en la única superficie de contacto válida entre estos dos. Para esto se utiliza un arreglo de 4 galgas extensiométricas colocadas en los puntos extremos de cada planta del pie. El diseño del arreglo antes descrito toma en cuenta tanto las características geométricas como las mecánicas y electrónicas que debe de cumplir el sistema para poder integrarse tanto a la estructura mecánica del robot como al nuevo sistema de control descrito previamente. A continuación, se describirán estas características y los criterios de diseño considerados.

3.2.1 Diseño geométrico

Con la finalidad de poder albergar la parte electrónica y proveer al pie la rigidez necesaria para soportar los impactos producidos durante el caminado, el pie tiene forma de caja de 6cm x 10cm, mismas dimensiones que el pie original, y está formado por 3 partes: la tapa, el opresor y la base, como se ilustra en la figura 3.3. La parte número 1, el opresor, se mantiene fija al eslabón del tobillo del robot y es la que se encarga de transmitir todo el peso del robot a la placa del sistema sensorial, la segunda parte, base, es propiamente la caja dentro de la cual se alojara la tarjeta de medición y cuenta con 4 protuberancias, *pocks*, en la parte interior; colocadas para que toda la fuerza generada entre el suelo y el robot se concentre en estos puntos y sea transmitida directamente a las galgas de la placa sensorial. La tercera parte es la tapa de la caja, la cual permite el libre movimiento del opresor dentro de la base y cuenta con bordes de sujeción que permiten fijar la tapa y la base. Las dimensiones del opresor son sensiblemente menores que las dimensiones interiores de la base con la finalidad de evitar fricción entre las paredes de ambas partes y así poder asegurar que toda la fuerza es transmitida íntegramente a los sensores.

Control sensorial de la marcha de un robot humanoide

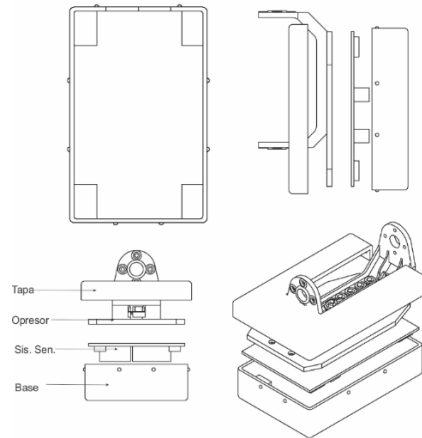


Figura 3.3 Nuevo pie con sistema sensorial.

Cabe mencionar que esta diferencia de dimensiones es de 0.5mm y aunque esto provoca la aparición de un grado de libertad subactuado en la cadena cinemática el movimiento relativo entre el opresor y la base es tan pequeño que no afecta significativamente la cinemática y/o la dinámica del robot. De igual forma, el espacio en dirección perpendicular a la planta del pie cuenta con una libertad de 0.5mm lo que permite tener una fuerza de contacto 0 en los sensores cuando el pie no se encuentra apoyado en el suelo. Esto, igual, produce un nuevo grado de libertad subactuado cuyo efecto se ignorará sin mayores consecuencias en los modelos del robot.

3.2.2 Diseño mecánico

Tanto la parte 1 como la parte 2 del pie estarán sometidos únicamente a esfuerzos de compresión cuya magnitud puede llegar a alcanzar hasta 3 veces el peso del robot. Para el diseño se empleó el criterio de rigidez y con una restricción en la deformación máxima válida del material de 0.03mm. El diseño con las dimensiones calculadas anteriormente se simuló en un software de elemento finito para validar el resultado, identificar las zonas donde se acumulan los esfuerzos y realizar las modificaciones pertinentes.

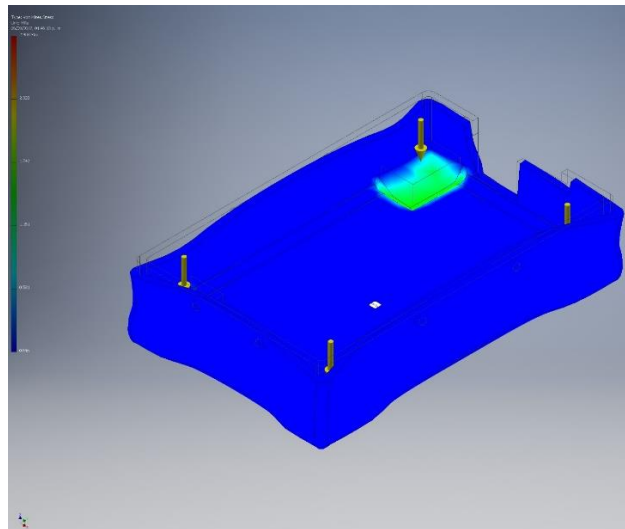


Figura 3.4 Análisis de elemento finito para la base del pie.

3.2.3 Diseño electrónico

En base a los resultados de comparación y validación de diferentes tipos de sensores, reportados en trabajos previos, se eligieron las galgas FSS1500 de Honeywell. Las cuales, como muchas otras, consisten en un puente de Wheatstone acoplado a un transductor piezorresistivo encargado de la conversión de la

presión, concentrada en un punto muy pequeño, en una señal eléctrica. Estas galgas entregan dos salidas analógicas de voltaje, V_{out+} y V_{out-} , las cuales pueden utilizarse de manera independiente o de manera diferencial. El sistema utiliza ambas salidas, en modo diferencial, con el fin de aumentar el rango de salida y la resolución. Experimentalmente, una carga de 14.7N genera una señal de 220mVcc y 243mVcc para un pico de carga no sostenido de 17 N. Esta salida es amplificada utilizando un Amplificador Operacional, en modo diferencial, con ganancia de 20, para producir 4.4Vcc como salida máxima. Además, la etapa de conversión analógico-digital está referenciada a un rango de 0 a 5Vcc. En la figura 3.5 se ilustra el diagrama eléctrico de una galga y su fase de amplificación, en donde la relación de las resistencias para obtener el factor de amplificación deseado es: $R_1 = R_2$ y $R_3 = R_4 = 20R_1$.

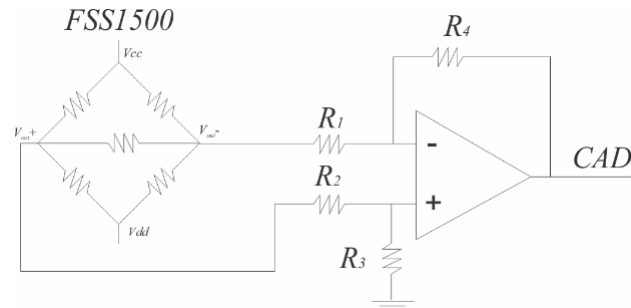


Figura 3.5 Análisis de elemento finito para la base del pie.

Con el fin de digitalizar la señal proveniente de las cuatro galgas de un pie se necesita un procesador con al menos cuatro puertos analógicos de entrada (A/D) y con un rango de operación de 0 a 5Vcc. Así, se eligió el microcontrolador 18F1320, de Microchip, que cuenta con 6 canales de conversión A/D con 10 bits de resolución, una USART (Unidad de transmisión síncrona o asíncrona) y 8 puertos digitales extra de entrada o salida. Además de hacer la conversión A/D de las señales provistas por las cuatro galgas, el procesador se deberá encargar del cálculo del **ZMP** y de la transmisión de este dato a la computadora de control a bordo del humanoide. Este procesador dispone de una frecuencia máxima de conversión A/D de 40Mhz, sin embargo, se utilizará una frecuencia de 3MHz pues esta frecuencia es suficiente para hacer el cálculo del **ZMP**. La USART de este microcontrolador puede trabajar en modo RS232, RS485 o USB, todos con niveles de voltaje TTL, por lo tanto, para comunicarse con la PC del humanoide se utilizó el protocolo RS232 y se implementó un convertidor de voltajes de TTL a CMOS para adaptar los voltajes del microcontrolador a los de la PC.

3.3 Modificaciones estructurales

3.3.1 Bioloid DCA

El robot original tiene 20 grados de libertad, un peso de 1.2Kg y sus dimensiones máximas son de: 9cm x 16cm x 31cm. Al modelo personalizado se le incluyeron 2 grados de libertad extra que son los encargados de mover al sistema de visión artificial. Para alojar estos nuevos actuadores fue necesario ampliar la parte del torso y desplazar los actuadores de los brazos, resultando en un robot con 20 grados de libertad, un peso de 1.5Kg y dimensiones máximas de 9cm x 20cm x 44cm como se ilustra en la figura 3.6.

3.4 Personalización del software

3.4.1 Interfaz gráfica de usuario y el sintetizado del caminado

La retroalimentación visual resulta realmente útil al momento de generar las páginas de caminado, simular trayectorias e incluso para verificar la estabilidad de una pose. Es por lo que la GUI desarrollada para desplegarse en una computadora externa, opcional, permite visualizar de forma geométrica los movimientos planeados para el robot, de forma muy similar a las herramientas de movimiento que provee el fabricante para el producto original.

Control sensorial de la marcha de un robot humanoide

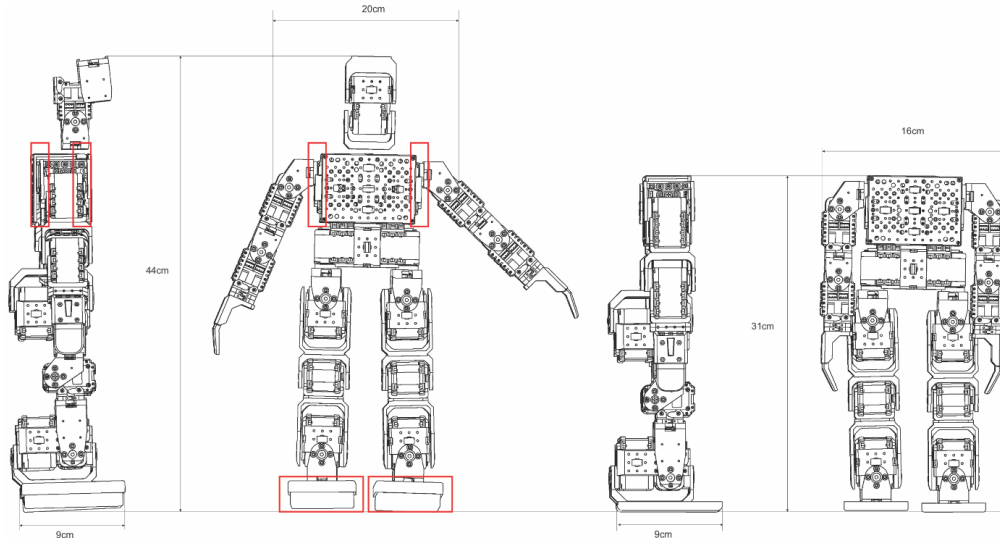


Figura 3.6 Comparación de dimensiones entre Biolid premium y Biolid-DCA.

Además de esto, los modelos cinemáticos y dinámicos del robot, así como los algoritmos del caminado parametrizado, programados dentro de la GUI, permiten al usuario generar las páginas de caminado incluyendo la trayectoria deseada para el **ZMP** y de esta forma asegurar algún criterio de estabilidad durante el diseño. La GUI permite trabajar en línea con el robot, es decir permite monitorear en tiempo real la pose real del robot, las lecturas del SMF y la posición del **ZMP** lo que la convierte en una herramienta de diseño e investigación muy útil. La distribución de la GUI se ilustra en la captura de pantalla de la figura 3.7

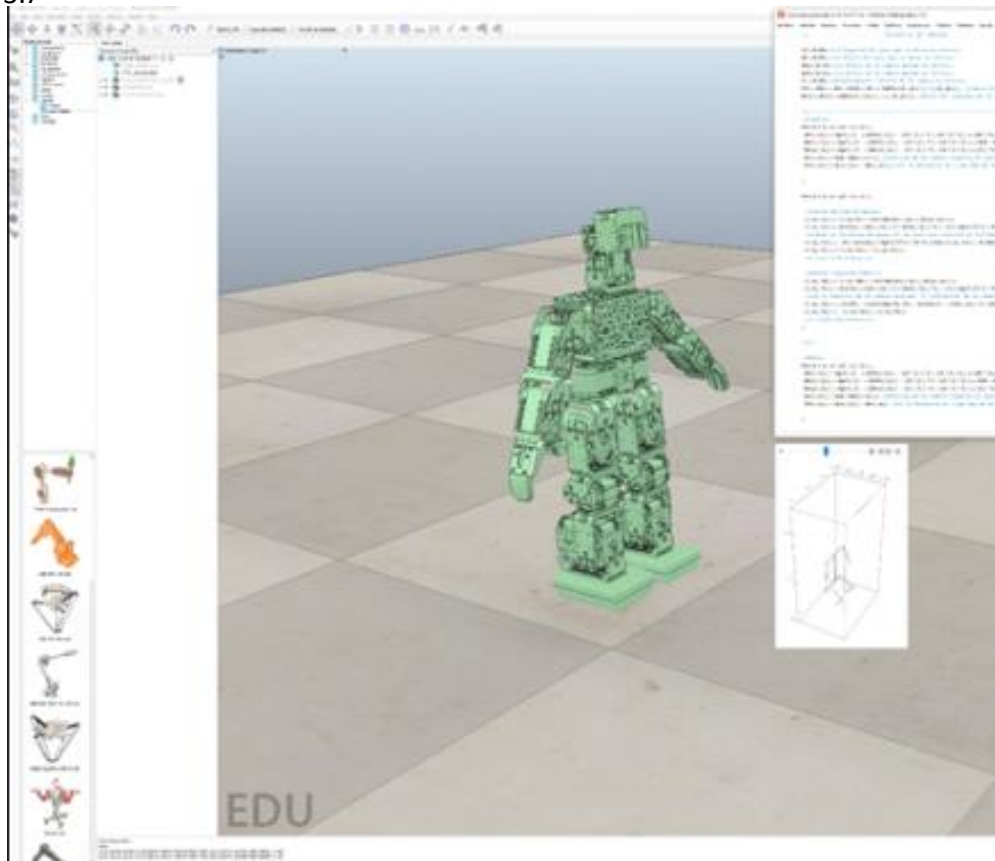


Figura 3.7 GUI para generar el caminado del Biolid-DCA.

3.5 Los actuadores AX-12 de Dynamixel

3.5.1 El controlador embebido y el Error en estado estacionario

De acuerdo con el manual de usuario los actuadores AX-12 son capaces de producir un par sostenido, en estado de saturación, de 1.5Nm mientras que en el estado de no saturación el par generado por el actuador sigue el perfil ilustrado en la figura 3.8. Examinando la figura 3.8 resulta evidente que en las regiones A y D, el par es proporcional al error de posición, la constante de proporcionalidad está definida por los parámetros E y B o E y C, además de que en las regiones B y C el actuador no genera par. Por lo tanto, entre mayor tamaño tengan las regiones B y C mayor será el error permitido por el actuador; así que, lo ideal es mantener estas regiones lo más pequeñas posibles quedando entonces un controlador puramente proporcional.

Un controlador proporcional siempre presenta un error en estado estacionario el cual afecta considerablemente el desempeño de los algoritmos de control globales. Sin embargo, mediante programación y la implementación de un algoritmo de control local es posible reducir este error y mejorar el desempeño del actuador, como se mostrará en el capítulo 6. A través de la caracterización experimental se identificó, entre otras cosas, que el error en estado estacionario puede alcanzar un valor máximo de hasta 10° , lo cual es un problema para el control del robot. La caracterización fue documentada en video y se encuentra disponible en línea en la siguiente dirección: <https://youtu.be/grdF27MrBSM>.

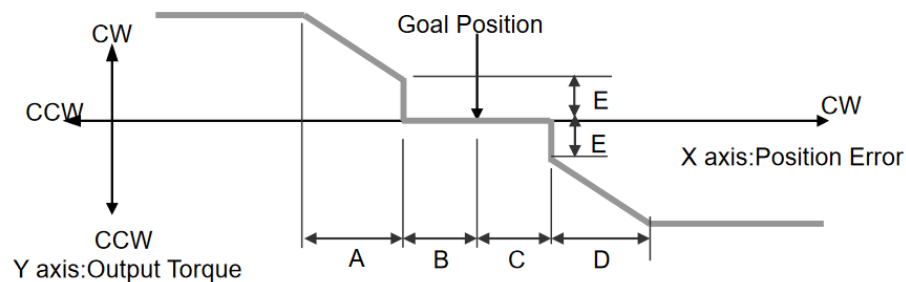


Figura 3.8 Diagrama original de la relación par-error de posición [Extraído del manual de usuario del actuador AX-12].

Capítulo 4 Síntesis del caminado y Criterios de estabilidad

En este capítulo se desarrolla una metodología sistemática que permite generar las trayectorias articulares del robot, necesarias para hacerlo caminar. En la sección 4.1 se presentan las características cinemáticas que definen al caminado. En la sección 4.2 se establece la relación entre las características del caminado humano y las del robot, se establecen metodologías de sintetizado y sincronización para los movimientos del robot. En la sección 4.3 se define la dinámica de un robot y su relación con los puntos de referencia en el suelo, se establecen las condiciones de la dinámica del robot que permiten asegurar la estabilidad y se enuncian las definiciones de los principales puntos de referencia en el suelo iniciando con el **ZMP**, en la sección 4.3.3, seguido del **FRI** en la sección 4.3.5 y el **CMP** en la sección 4.3.6. Finalmente se habla de los puntos de captura en la sección 4.3.7.

INTRODUCCIÓN

La síntesis de un caminado consiste en la generación de trayectorias articulares en las que se definen la secuencia de velocidades, posiciones y aceleraciones que habrán de producirse en cada una de las articulaciones del robot, de tal modo que los movimientos producidos en las extremidades inferiores del robot, sus piernas, produzcan un desplazamiento de todo el cuerpo a lo largo de una trayectoria con velocidad y aceleración definidas de una forma lo más parecida posible a la marcha humana. La gran cantidad de posibles combinaciones entre los movimientos de las piernas, que pueden satisfacer las condiciones especificadas en la definición anterior, hace necesario incluir un mayor número de restricciones a los movimientos del cuerpo del robot durante el sintetizado del caminado. Para identificar la secuencia de los movimientos, así como definir sus restricciones, los investigadores se han basado en las observaciones de la marcha en los seres humanos [112] [68], buscando aprovechar el perfeccionamiento logrado tras años de evolución para producir movimientos estables y eficientes. Por otro lado, el término estabilidad, coloquialmente hablando, corresponde a una característica cualitativa y muchas veces subjetiva del comportamiento del objeto que se describe. Básicamente el término “estable” se utiliza para calificar un parámetro o característica de un sistema cuando su valor numérico se mantiene dentro de un rango de conveniencia. El parámetro por evaluar, la forma de cuantificarlo y la definición del rango de conveniencia son definidos en base a las necesidades del análisis o del mismo analista. Aun cuando el parámetro se mantenga dentro del rango de conveniencia, éste puede presentar diferentes comportamientos dotando al término “estabilidad” de algún otro adjetivo. Por ejemplo, en el área de control cuando un polo del sistema se ubica sobre el eje imaginario se dice que el sistema es **marginalmente estable**, es decir el sistema se encuentra en el límite entre la estabilidad y la inestabilidad, la variable se mantendrá dentro de un rango, pero su trayectoria no convergerá a un valor. Otro ejemplo es cuando la variable analizada parte de un estado inicial finito y describe una trayectoria acotada que tiende al origen cuando el tiempo tiende a infinito, entonces se dice que el sistema es **asintóticamente estable**. Términos como **estabilidad en el sentido de Lyapunov**, **estabilidad externa**, **estabilidad interna**, **estabilidad BIBO**, etc. Son encontrados y definidos dentro de la literatura de control con la finalidad de describir características específicas del sistema analizado. En el caso de sistemas holonómicos actuados, como lo es un robot humanoide no pasivo, cuando se establece un seguimiento de trayectorias en los diferentes actuadores del sistema es común evaluar la estabilidad del error de seguimiento en cada uno de ellos, es decir, la diferencia entre el estado del actuador y la trayectoria previamente definida. Si bien la estabilidad del error de seguimiento de las trayectorias articulares puede implicar una estabilidad en la marcha del humanoide, esto es cierto cuando las trayectorias articulares son definidas en base a un criterio de estabilidad de la marcha. Por lo tanto, para el caso de esta tesis, la estabilidad del error de seguimiento de la trayectoria en los actuadores se relega al controlador local y el término estabilidad se referirá a la estabilidad del caminado, que consiste en: la ejecución de todos los movimientos, por parte

del robot, necesarios para que éste camine de manera bípeda sin caer. Mientras que una caída es: La existencia de un punto de contacto robot-suelo fuera de la superficie de las plantas de los pies. La caída del robot o su tendencia a caer puede relacionarse a diferentes parámetros de la dinámica del robot, por ejemplo: la posición de la vertical del robot respecto al suelo, la aceleración angular resultante sobre el centro de masas, el par angular total que actúa sobre el robot, la posición de la reacción que ejerce el suelo sobre el robot, la posición de un referencial ubicado en un punto del cuerpo del robot, etc.

De las metodologías con mejores resultados logrados en el análisis de la estabilidad del caminado se encuentran aquellas que relacionan la estabilidad del humanoide con puntos definidos sobre el suelo. Estas se agrupan dentro del conjunto denominado CPRS y se basan, como su nombre lo sugiere, en la definición de posiciones sobre el único elemento del medio que funge como apoyo para el robot, el suelo. La definición de estos puntos se encuentra directamente ligada a las características de la dinámica del caminante, por lo cual, la restricción de la posición de estos puntos dentro de una frontera permite asegurar la estabilidad del caminado, mientras que la ubicación de estos puntos fuera de la frontera permite cuantificar la inestabilidad. Hoy en día han sido definidos una buena cantidad de puntos de referencia y criterios de estabilidad basados en la posición de estos, aun así, la mayoría son ligeras modificaciones o interpretaciones del **ZMP**. La identificación de este punto fue inicialmente el resultado del análisis de la biomecánica del caminado humano [113]. Fue hasta 1968 que se planteó su aplicación en el área de la robótica [114] [115], y desde entonces su definición ha sido modificada o reinterpretada de diferentes formas en función de las necesidades de los investigadores, frente a circunstancias no consideradas en la definición original del **ZMP**. Pese a esto, la idea básica de identificar el punto donde debe actuar la concentración de las reacciones generadas por el suelo, para equilibrar tanto el peso del robot como los momentos generados por sus movimientos permanece constante. Los puntos o criterios que han seguido al **ZMP** consisten básicamente en generalizaciones o extensiones que permiten un mejor análisis de la estabilidad del caminante. Conceptos como el **FRI** [116] y el **CMP** [117]. Son refinamientos del **ZMP**, los cuales permiten extender la validez de los criterios de estabilidad o bien cuantificar la estabilidad o inestabilidad del robot. Incluso metodologías como los puntos de captura [14] o los perfiles de velocidad [118] que descalifican o aseguran mejorar el desempeño logrado por los CPRS, guardan una estrecha relación con la definición original del **ZMP**.

4.1 El caminado humano y su biomecánica

En la marcha humana lo más común es iniciar a partir de la EDS, es decir la fase en la que todas las fuerzas ejercidas sobre el cuerpo son equilibradas por ambas piernas. Para lograr el desplazamiento de todo el cuerpo es necesario cambiar el punto sobre el cual están apoyadas las piernas. Este cambio no puede ser simultáneo en ambas piernas, pues para mantener el equilibrio es necesario que las fuerzas ejercidas en el cuerpo del caminante sean equilibradas por los únicos elementos que interactúan con el medio de trabajo, las piernas. Por lo tanto, para lograr el cambio en el punto de apoyo, el caminante cambia a la ESS, en la cual todas las fuerzas son equilibradas por una sola pierna, dejando así una pierna libre para alcanzar el nuevo punto de apoyo. Una vez que la pierna ha alcanzado este punto el caminante vuelve a la EDS y el ciclo de un paso se completa. La marcha del caminante se logra repitiendo este ciclo de manera alternada, la pierna que en el paso anterior fue la pierna libre ahora será la pierna de apoyo y viceversa. Cuando se desea replicar estos movimientos en un robot se deben respetar las restricciones mecánicas de los actuadores y la cinemática del robot. Además, dado que la arquitectura mecánica del robot se ha inspirado en la anatomía humana, es deseable que la marcha del robot se inspire en la biomecánica de la marcha humana para producir movimientos más estéticos. Dentro de la literatura biomédica se ha concluido que existen 6 características determinantes, desde el punto de vista del cuerpo, que definen la biomecánica del caminado humano: 1) Rotación pélvica, 2) Inclinación pélvica, 3) Flexión de la rodilla, 4) Flexión de la cadera, 5) Interacción rodilla tobillo y 6) Desplazamiento pélvico lateral. En su trabajo

Saunders [5] identificó también que la pérdida de uno de estos movimientos puede compensarse por la acción de los otros 5, pero la pérdida de 2 movimientos provocará un caminado “anormal”.

4.1.1 Parámetros generalizados y parámetros espaciales del caminado

Saunders no especifica si estos parámetros corresponden a ambas piernas o únicamente a la pierna de apoyo, sin embargo, la forma en la que el autor nombró los parámetros hace suponer que se refería a la pierna de apoyo, pues al producir movimiento en la articulación de la cadera, la pierna de apoyo provoca una inclinación pélvica, mientras que la articulación de la cadera en la pierna libre provocara un desplazamiento lateral de ésta misma y no una inclinación pélvica. Sin embargo, es necesario diferenciar entre ambas piernas pues la articulación de la cadera de la pierna de apoyo provocará un desplazamiento de todo el tronco mientras que en la pierna libre provocará un desplazamiento del referencial en esta pierna. Luego entonces, se necesita un parámetro de flexión de cadera para la pierna de apoyo y otro para la pierna libre. Considerando esto último se proponen los siguientes parámetros a vigilar dentro del caminado y las articulaciones del robot que producirán este movimiento (considerando la pierna izquierda como pierna de apoyo y la pierna derecha como pierna libre), los cuales son:

- 1) Rotación pélvica ($J7$) ($J8$ cte)
- 2) Inclinación pélvica ($J9$ $J17$) ($J10$ cte)
- 3) Flexión de la rodilla izquierda ($J13$)
- 4) Flexión de la rodilla derecha ($J14$)
- 5) Flexión de la cadera izquierda ($J11$)
- 6) Flexión de la cadera derecha ($J12$)
- 7) Interacción rodilla tobillo izquierdo ($J13$ $J15$)
- 8) Interacción rodilla tobillo derecho ($J14$ $J16$)
- 9) Abducción-aducción de cadera ($J17$) ($J18$ cte)

Los parámetros propuestos por Saunders consideran las características de posición de las articulaciones respecto a ellas mismas, es decir son parámetros generalizados del cuerpo que se analiza. Sin embargo, cuando se realiza un análisis de los movimientos de todo el cuerpo respecto a un referencial externo, es mucho más conveniente e intuitivo contar con parámetros referidos al espacio de trabajo. Por lo tanto, las amplitudes de los movimientos, así como el tiempo que toma su realización permiten, también, definir parámetros que caracterizan el caminado respecto a un referencial en el espacio de trabajo. La definición de estos parámetros puede cambiar dependiendo de las necesidades del autor y del tipo de movimiento que se desee en el robot. En esta tesis, con la finalidad de contar con parámetros más intuitivos y que permitan identificar mejor las características del paso, se emplean los siguientes parámetros espaciales:

- Altura de paso
- Longitud de paso
- Altura del CM
- Velocidad del CM
- Amplitud de la oscilación en la cadera en el plano coronal

De igual forma, como existe una relación entre las coordenadas generalizadas y las coordenadas espaciales en el robot, existe también una relación entre los parámetros generalizados y los parámetros espaciales del caminado. Por ejemplo, la posición en el eje z del pie, altura de paso, del robot define una flexión de la cadera, una flexión de rodilla y una interacción rodilla-tobillo tal como se ilustra en la figura 4.1.

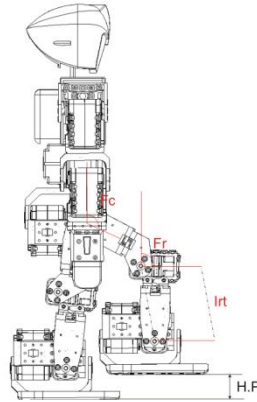


Fig. 4.1. Relación entre el parámetro especial altura de paso $H.P.$ y los parámetros generalizados flexión de la cadera F_c , flexión de la rodilla F_r e interacción rodilla tobillo I_{rt} .

Una vez explicado esto se utilizarán de manera indistinta ambos conjuntos de parámetros dependiendo de los requerimientos del problema a tratar.

4.1.2 Trayectoria del **ZMP** en el ser humano

Otro resultado del análisis biomecánico del caminado humano es la caracterización de las trayectorias seguidas por el **ZMP** [4]. En estos trabajos se identifica que el **ZMP** no se mantiene quieto en un solo punto durante el caminado, por el contrario, se mantiene en constante movimiento de un lado a otro y de adelante a atrás dentro del polígono de soporte. Más aun, se ha identificado que el **ZMP** del ser humano constantemente toca la orilla del polígono de soporte, esto obedece a que el caminado es básicamente un estado de caída constante y controlada. Esto definitivamente viola por completo nuestros criterios de estabilidad basados en los CPRS y presenta nuevos retos de control y diseño para el caminado. Pese a estos descubrimientos y debido a las dificultades técnicas que representa controlar un caminado inestable, muchos investigadores han optado por generar caminados más conservadores, donde el criterio de diseño es mantener el **ZMP** lo más cerca del centro del polígono de soporte. Con lo cual se puede asegurar que el robot se encuentra en la posición más estable posible, pues se requiere de un máximo de fuerza para que el robot caiga hacia cualquier lado [119]. De igual forma, otros investigadores han optado por producir el estado de inestabilidad en el caminado y planear estrategias o trayectorias que aprovechen esa inestabilidad para producir el desplazamiento deseado en el robot. Estos 2 paradigmas de generación de caminados han provocado que en la literatura se diferencie uno del otro con los adjetivos de caminado estático y caminado dinámico, donde básicamente en un caminado estático el **ZMP** siempre se mantiene dentro del polígono de soporte, y en un caminado dinámico el **ZMP** toca la orilla del polígono de soporte en dirección al movimiento deseado, aprovechando la inestabilidad para mover a todo el robot alcanzando fases de estabilidad e inestabilidad, alternadas durante todo el caminado.

4.2 Síntesis del caminado

Dentro de la literatura la síntesis de un caminado ha sido resuelta de diferentes formas y si bien no existe una metodología única para lograr el resultado deseado, básicamente todos los métodos cumplen con los mismos pasos:

- Identificar las características que definirán el caminado
- Generar las trayectorias cinemáticas (posiciones y velocidades) del pie y del tronco
- Generar trayectorias de aceleración a partir del criterio de estabilidad a utilizar y
- Aplicar los modelos inversos cinemáticos para generar las trayectorias articulares correspondientes a las trayectorias en el espacio de trabajo, definidos en el punto anterior.

La forma de desarrollar cada uno de estos puntos difiere, de un autor a otro, y la generación de nuevas metodologías que imiten lo mejor posible las características humanas es la meta de los investigadores. La metodología para el sintetizado del caminado propuesta en esta tesis también sigue éste esquema de cuatro pasos que se describe a continuación:

4.2.1 Definición de las características del caminado

Por la facilidad que representa para la mayoría de las personas interpretar el significado físico de los movimientos de un robot, respecto a un referencial en el espacio de trabajo, los parámetros de caminado corresponderán a: Altura de paso (H_p), Longitud de paso (L_p), Altura del CM (H_{CM}), Velocidad del CM (V_{CM}) y Amplitud de la oscilación en la cadera en el plano coronal (A_{oc}).

4.2.2 Generación de trayectorias

Un robot, y prácticamente cualquier cuerpo, puede desplazarse de un punto a otro mediante un sinnúmero de formas posibles: saltando, corriendo, girando en el suelo, gateando, etc. La naturaleza misma y la estructura del cuerpo producen algunas restricciones en las posibles formas de lograr este desplazamiento, aun así, las formas de lograrlo siguen siendo muchas. Por lo tanto, el dotar de restricciones a los posibles movimientos del cuerpo simplifica, en gran medida, la tarea de decidir cuál de todos los movimientos posibles seleccionar. Algunas de estas restricciones obedecen a condiciones puramente estéticas como es producir movimientos que luzcan similares a los que realizaría un ser humano, otras restricciones obedecen a criterios de análisis o de estabilidad y otras a necesidades propias del movimiento. La forma más común de establecer estas restricciones es mediante la definición de trayectorias para los elementos finales de las cadenas cinemáticas, que forman al caminante, como los pies, los brazos, el tronco, etc. En nuestro caso se establecerá un par de restricciones que facilitarán el análisis y el control, así como también asegurarán un estado estético aceptable, posteriormente se confinarán los movimientos a trayectorias espaciales que nos permitan asegurar la consecución de los parámetros previamente definidos y los criterios de estabilidad deseados.

Restricciones para el análisis cinemático

La forma en que el caminante logra el desplazamiento de todo su cuerpo es a través del cambio continuo del punto de apoyo con el suelo en dirección al desplazamiento deseado. Como el apoyo sobre el suelo no puede perderse, pues esto implicaría la invalidez de los CPRS propuestos, el robot mantiene siempre una pierna en contacto con el suelo mientras que la pierna que queda libre es desplazada en busca del nuevo punto de apoyo. Las cinemáticas de la cadera del robot y de la pierna libre durante la ESS dependen directamente de la condición de la pierna de apoyo. Al ser la restricción que produce el suelo sobre la pierna de apoyo una restricción unilateral, solo empuja, existe la posibilidad de que la pierna de apoyo se deslice o rote sobre el suelo, provocando que la cinemática de todo el cuerpo se vea modificada. Un modelo cinemático que considere y aproveche esta condición resultaría bastante complejo además de que el caminado resultante sería poco natural, pues el caminado humano no se realiza bajo el efecto de deslizamientos sobre el suelo. Por lo tanto, es válido considerar que la extremidad inferior de la pierna de apoyo, el pie, está unida de manera rígida al suelo lo que permite analizar al sistema como un manipulador con una base fija, donde el efector final, la cadera, deberá seguir una trayectoria geométrica, simple, que permita producir el desplazamiento deseado. De igual forma es posible considerar la pierna libre como un manipulador con la base fija, la cadera del robot, y cuyo efector final, el pie, debe recorrer la trayectoria deseada. Obviamente estas consideraciones suponen restricciones en la dinámica del robot, estas restricciones son las siguientes:

Restricciones para considerar el pie de apoyo fijo al suelo.

Para la poder considerar que las extremidades son manipuladores con base fija, la dinámica del robot debe cumplir las siguientes restricciones:

- La dinámica del robot debe ser tal que las fuerzas paralelas al suelo deben estar equilibradas esto es:

$$\mathbf{f}_{fric} = m\mathbf{a}_h \quad (20)$$

Donde \mathbf{f}_{fric} es la fuerza de fricción generada por el contacto de las superficies del suelo y la planta del pie. \mathbf{a}_h es la aceleración horizontal total que actúa sobre el robot, m es la masa del robot. La ecuación (20) permite establecer la primera restricción:

$$\mathbf{a}_h < \frac{\mathbf{f}_{fric}}{m} \quad (21)$$

- La reacción del suelo debe ser mayor a 0 esto es: $-mg + ma_z > 0$ en donde g es la aceleración gravitacional y a_z la aceleración vertical. O bien, la aceleración resultante en dirección perpendicular al suelo debe ser siempre negativa, considerando el sentido negativo como la dirección hacia el suelo:

$$-g > a_z \quad (22)$$

Restricciones para considerar la pierna libre con la cadera como su base fija.

En el caso de la pierna libre la articulación fija será la cadera del robot donde, de igual forma, se deseará que las fuerzas que actúan en esta articulación estén equilibradas respecto al tronco del robot. Las fuerzas que actúan en la cadera dependen de la aceleración de ella misma, por lo tanto, pedir que las fuerzas estén equilibradas respecto al tronco del robot implica que la aceleración de la cadera respecto al tronco sea 0, lo que implica la inexistencia de movimiento relativo entre estos elementos, esto es resultado directo de la conexión mecánica entre los eslabones del tronco y de la cadera. Por lo cual las restricciones que genera esta suposición se encuentran ya consideradas en la cinemática del robot.

4.2.3 Validación del criterio de estabilidad

Los criterios de estabilidad son básicamente una restricción en la dinámica del robot con el fin de evitar una condición indeseada, para el caso particular de los CPRS. Se limita la dinámica del robot con la finalidad de que la reacción del suelo sea suficiente para mantener equilibrados los pares generados por los movimientos del robot. Por lo tanto, definir una trayectoria para el *ZMP* se traduce en establecer restricciones en las posiciones velocidades y aceleraciones del robot al momento de caminar. La relación entre la dinámica del robot y la reacción que se genera en el suelo es expresada dentro del modelo dinámico empleado para describir al robot. En muchos casos se decide simplificar el modelo dinámico del robot restringiendo los movimientos del tronco dentro de un plano aplicando los modelos del PIL [120] [56] o el modelo carro mesa [121]. Permitiendo obtener ecuaciones mucho más fáciles de manejar y resolver. Sin embargo, el caminado producido por estos modelos producen el famoso caminado robótico, poco estético e ineficiente desde el punto de vista energético. Otra opción es utilizar un modelo de dinámica completa el cual relaciona los valores articulares de posición velocidad y aceleración de los eslabones, así como las fuerzas concentradas en el tronco, generadas por todas las ramificaciones del robot que no estén en contacto con el suelo cabeza, brazos y pierna libre, con el par generado en los actuadores. Cuando las condiciones para considerar la pierna de apoyo como fija al suelo se satisfacen, todas las fuerzas y pares que actúan en la cadena cinemática se transmiten al suelo a través de la planta del pie. Por lo tanto, a partir del modelo de pares generados en el pie $\tau_{pie} = Q(\dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q})$ es posible establecer una relación entre la dinámica del robot y la posición del *ZMP*. El problema con estos modelos de dinámica completa es que Q depende de los $3 \times n$ valores articulares de posición, velocidad y aceleración, donde n es el número de grados de libertad del robot. Y el control de todas estas variables en conjunto representa un reto teórico importante, pues el sistema de ecuaciones diferenciales que representan al modelo es un sistema altamente acoplado y no lineal muy difícil de resolver, sin embargo,

algunos intentos por resolver este problema o casos particulares y simplificados del mismo han sido presentados en algunos trabajos [122] donde se denomina a este problema como dinámica cooperativa. Una forma de simplificar el problema es reducir el número de variables posibles, definiendo trayectorias fijas para la mayoría de las articulaciones, y dejar solo una variable libre para el control. Por ejemplo, definir una dinámica completa para todo el robot y dejar únicamente la posición del tronco, controlado por el actuador de la cadera, como variable que controlará la posición del *ZMP*. Así, si el *ZMP* se aleja de la trayectoria deseada se desplazará todo el peso del tronco del robot a una posición tal que se devuelva el *ZMP* a la posición deseada. Dicho esto, se plantea el siguiente criterio para el diseño del caminado:

1. Definir los parámetros de caminado deseados
2. Generar trayectorias espaciales que cumplan con los parámetros de caminado
3. Obtener las trayectorias cinemáticas de posición, velocidad y aceleración respetando las restricciones estéticas y de análisis previamente definidas
4. Generar la trayectoria espacial del *ZMP* buscando lograr un caminado dinámico o estático, según se desee.
5. Obtener las trayectorias articulares usando los modelos inversos de cinemática de posiciones, velocidades y aceleraciones del robot. Quedando sin definir, únicamente, la variable de posición articular de la cadera.
6. Utilizar el modelo de la dinámica inversa del robot para definir la variable articular de posición en la cadera respetando la trayectoria del *ZMP* definida en el punto 2.

A continuación, se describe de forma más precisa el modo de realizar cada uno de los puntos anteriores.

4.2.4 Caminado del robot

4.2.4.1 Trayectorias espaciales

Los parámetros espaciales permiten definir la posición de un referencial ubicado en el extremo final de la pierna, para el caso de la pierna libre, y en el *CM*, para el caso de la pierna de apoyo. Los valores iniciales y finales de estos parámetros establecen una posición inicial y una posición final para los referenciales previamente mencionados. La forma de lograr los desplazamientos entre estas posiciones puede ser a través de una infinidad de trayectorias. La manera de elegir la mejor trayectoria ha sido una línea de investigación que ha producido diferentes metodologías basadas en criterios de optimalidad, consumo de energía, tiempo, similitud con el caminado humano. etc. Por simplicidad y aceptable similitud con el caminado humano en esta tesis se ha optado por definir trayectorias elípticas. Así, para el caso de la cadera o *CM* los parámetros longitud de paso (L_p) y altura del centro de masa (H_{CM}) definen el semi eje menor y el eje mayor, respectivamente, de la media elipse que describirá la trayectoria del *CM*, al igual que los valores articulares q_{11} q_{13} q_{15} . Como se muestra en la figura 4.2.

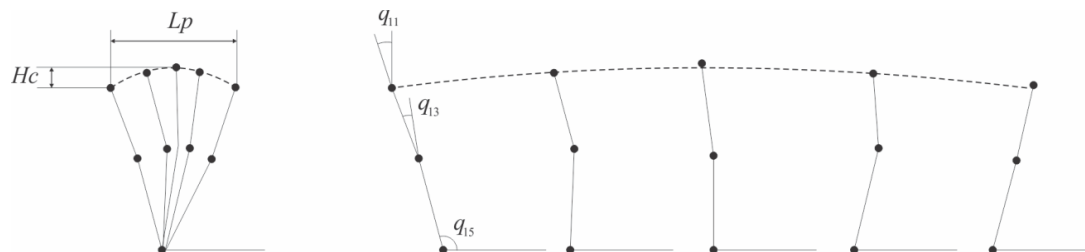


Figura 4.2. Vista de perfil avanzando a la derecha de: a) la secuencia de movimientos de la pierna de apoyo concentrados en el punto sin movimiento del tobillo, b) la secuencia de movimientos de la pierna de apoyo separados.

Mientras que la altura del paso (H_p) y la longitud del paso (L_p) hacen lo propio para la media elipse que describirá la trayectoria del pie junto con los parámetros de las articulaciones q_{12} q_{14} q_{16} , tal como se muestra en la figura 4.3.

Control sensorial de la marcha de un robot humanoide

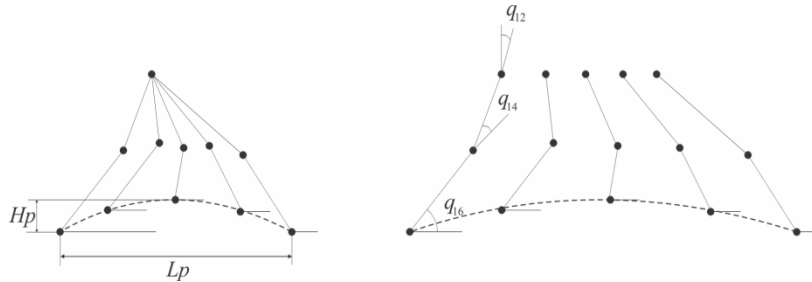


Figura 4.3. Vista de perfil avanzando a la derecha de: a) la secuencia de movimientos de la pierna libre concentrados en el punto sin movimiento de la cadera, b) la secuencia de movimientos de la pierna libre separados.

Finalmente, la amplitud de oscilación de la cadera (A_{oc}) y la longitud de paso (L_p) definirán los ejes de la elipse que describirá el movimiento lateral de la cadera del robot, así como los valores articulares de q_9 q_{10} q_{17} q_{18} , como se ilustra en la figura 4.4.

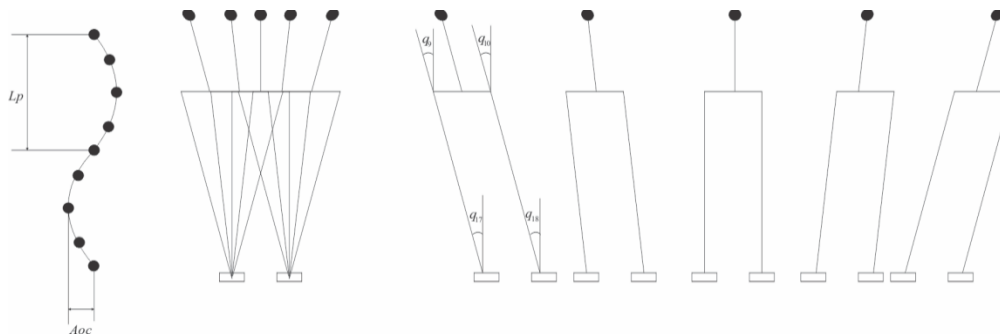


Figura 4.4. a) Vista superior de los movimientos de la cadera a lo largo del ciclo de paso, b) vista frontal de los movimientos de la cadera concentrados en los puntos sin movimiento de los tobillos, c) secuencia de movimientos de la cadera separados.

De esta manera se tienen definidos los 10 valores articulares necesarios para caracterizar el movimiento. q_7 y q_8 , que corresponden a la rotación pélvica, se mantienen constantes por lo cual no se definen trayectorias para este movimiento.

4.2.4.2 Relaciones temporales de los movimientos

Una vez definidas las trayectorias espaciales de la cadera y las piernas es necesario sincronizar los movimientos de cada elemento. Dentro de la experimentación biomédica se ha encontrado que las relaciones temporales de los movimientos varían dependiendo de la velocidad del desplazamiento corporal, la edad, las dimensiones e incluso características patológicas del sujeto de prueba [123] [124]. Como ejemplos de casos extremos tenemos las técnicas de los corredores profesionales, mientras que algunos buscan una zancada larga y permanecer el mayor tiempo posible en el aire otros buscan una zancada corta y la mayor cantidad posible de impulsos en el suelo. Estas diferencias obedecen a las características físicas propias de cada individuo como son la potencia en las piernas, el peso de todo el cuerpo, la longitud de las piernas, etc. Además de esto se ha identificado que, para caminados a alta velocidad, el ser humano tiende a entrar y salir del equilibrio, es decir por momentos el cuerpo tiende a caer y se aprovecha esta caída controlada para producir el desplazamiento del cuerpo. La identificación de las relaciones temporales más apropiadas o eficientes para un robot escapa del marco de esta tesis por lo cual, para los fines prácticos, se ha decidido que el tiempo que toma desarrollar los movimientos de la pierna libre y la pierna de apoyo sea el mismo, mientras que el movimiento lateral de la cadera se desarrollará en el doble de tiempo, pues la cadera completa un ciclo cuando el caminante ha dado un paso con cada pierna. Figura 4.5.

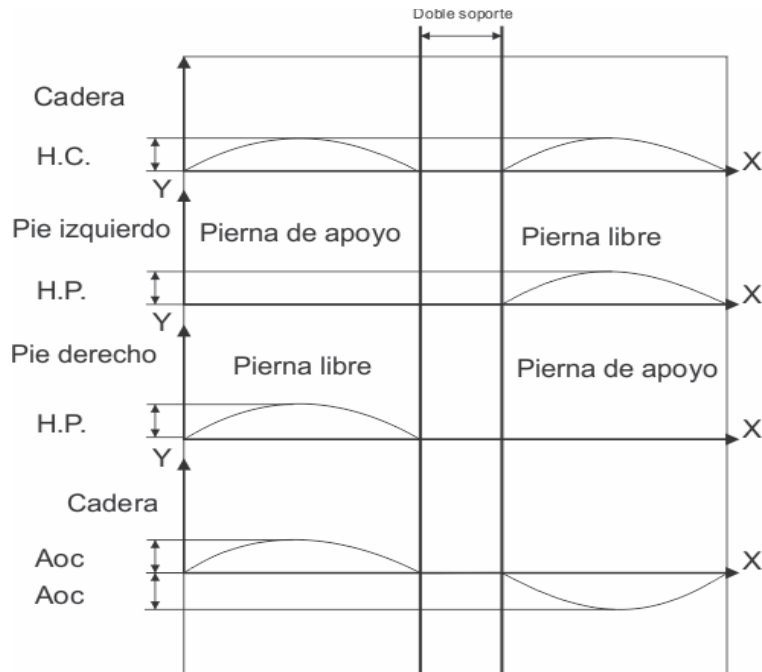


Figura 4.5. Relaciones temporales entre los movimientos de la cadera, pierna libre y pierna de apoyo.

4.2.4.3 Trayectorias de velocidad y aceleración

EL parámetro velocidad de paso V_p define la magnitud de la velocidad del pie en la dirección x del referencial, al tomar el mismo tiempo completar el movimiento del pie que el de la cadera y recorrer estos la misma distancia, se tiene que la velocidad de paso corresponde a la velocidad “sagital” de la cadera. Al estar confinados los movimientos de la cadera y del pie a una trayectoria elíptica es posible definir las posiciones en el eje y para el movimiento de la pierna libre y el movimiento sagital de la cadera, así como el movimiento lateral de la cadera, en el eje z , en función de la posición del eje x . Por eficiencia energética y mayor estabilidad de los movimientos se desea que el movimiento a lo largo del eje x sea un movimiento con la menor cantidad de aceleraciones y entonces se considera que únicamente actúan aceleraciones al momento de iniciar o de cambiar el sentido de los movimientos. Bajo esta consideración las ecuaciones que describen las posiciones de los referenciales serán:

$$R_x = x_0 + V_x t \quad (23)$$

Con R_x como la posición del referencial final del pie o la cadera respecto el eje x , x_0 es la posición inicial de este referencial, V_x corresponde a la magnitud de la velocidad del referencial en dirección x que, como ya se explicó, corresponde al parámetro velocidad de paso V_p .

Despejando de la ecuación de la elipse se determina la posición en y .

$$R_y = \sqrt{\left(1 - \left(\frac{L}{R_x}\right)^2\right) l^2} \quad (24)$$

En donde R_y es la posición del referencial del pie o la cadera respecto el eje y que, para el movimiento lateral de la cadera, corresponde a R_z ; L corresponde al semieje mayor de la elipse que describe el movimiento que, para los 3 movimientos, corresponde al parámetro longitud de paso Lp ; l corresponde al semieje menor de la elipse que describe el movimiento; H_p para el pie libre, H_c para el movimiento sagital de la cadera y Aoc para el movimiento lateral de la cadera.

A partir de la diferenciación temporal de estas ecuaciones se puede determinar la expresión que describe las velocidades:

$$V_x = \frac{d}{dt}(x_0 + V_x t) \quad (25)$$

La velocidad en dirección x es un parámetro ya definido por la velocidad del paso V_p , mientras que la velocidad en dirección y está definida por:

$$V_y = \frac{d}{dt}R_y = \frac{L^2 l^2 V_x}{R_x^3 R_y} \quad (26)$$

Como ya se explicó, se busca que las aceleraciones sean nulas la mayor parte del tiempo, sin embargo, es inevitable la existencia de aceleraciones al momento de iniciar los movimientos y de cambiar el sentido de éstos. Las aceleraciones en dirección x estarán definidas o restringidas por las características físicas del motor y el criterio de estabilidad empleado mientras que las aceleraciones en y o z según sea el caso están definidas por:

$$A_y = -\frac{l^4 L^4 V_x^2}{\left(l^2 \left(1 - \frac{L^2}{R_x^2}\right)\right)^{\frac{3}{2}} R_x^6} - \frac{3l^2 L^2 V_x^2}{\left(1 - \frac{L^2}{R_x^2}\right) l^2 R_x^4} + \frac{l^2 L^2 A_x}{\left(l^2 \left(1 - \frac{L^2}{R_x^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}} R_x^3} \quad (27)$$

La forma característica de la variación de la posición velocidad y aceleración en cada una de las direcciones se ilustra en la figura 4.6.

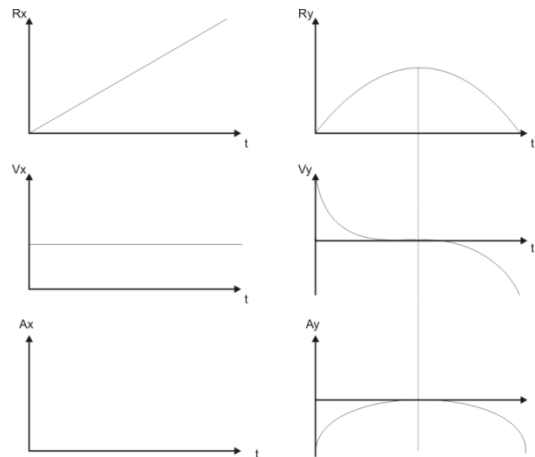


Figura 4.6. Trayectorias temporales de posición, velocidad y aceleración del efector final en las direcciones x y y .

4.2.4.4 Trayectorias del **ZMP**

El primer objetivo de esta tesis es lograr un caminado estático estable y plantear las bases para posteriormente generar un caminado dinámico, por lo cual en el primer diseño se mantendrá el **ZMP** siempre dentro del polígono de soporte, más aún siempre se buscará mantenerlo en el centro de dicho polígono, por lo tanto, la trayectoria de la pierna de soporte se encargará de definir la trayectoria del **ZMP**.

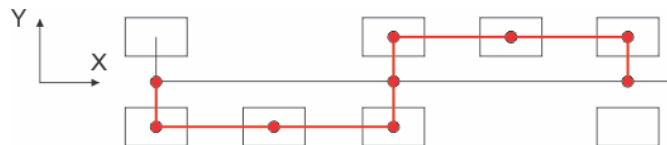


Figura 4.7. Trayectoria espacial del **ZMP** para un caminado estático.

4.2.4.5 Generación de valores articulares

En el capítulo 5 se obtendrán los modelos matemáticos que permiten convertir las posiciones velocidades y aceleraciones del robot en el espacio articular a partir de las posiciones velocidades y aceleraciones del robot en el espacio de trabajo, modelos cinemáticos inversos. A partir de las trayectorias previamente definidas y mediante el uso de estos modelos se obtiene el conjunto de variables articulares $(q, \dot{q}, \ddot{q})_{piernas}$ que corresponde a un subconjunto de (\ddot{q}, \dot{q}, q) donde solo las variables articulares de las piernas están definidas, por lo tanto, quedan libres todas las variables articulares del tronco, los brazos y la cabeza, $(q, \dot{q}, \ddot{q})_{tbc}$, para modificar la posición del **ZMP** y respetar la trayectoria definida en el punto anterior. Por simplicidad se definirán trayectorias para la cabeza y los brazos y será únicamente el tronco del robot el encargado de ajustar la trayectoria del **ZMP**.

4.3 Puntos de referencia en el suelo y la estabilidad de la marcha del humanoide

4.3.1 Dinámica de un robot

La dinámica de un robot en el espacio de trabajo corresponde a las posiciones, velocidades, aceleraciones y las fuerzas que generan estas variables sobre cada una de las articulaciones del robot. Esta dinámica, también, puede ser expresada en el espacio articular del robot, donde esta vez estará expresada a través de las posiciones, velocidades, aceleraciones y fuerzas articulares generadas por los actuadores del robot. Como se explicará en el capítulo 5 ambos modelos son equivalentes y es posible establecer una relación entre ambas expresiones.

$$(\mathbf{r}_{cm}, \dot{\mathbf{r}}_{cm}, \ddot{\mathbf{r}}_{cm}, \mathbf{F}_{cm}) = \mathcal{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) \quad (28)$$

Donde $(\mathbf{r}_{cm}, \dot{\mathbf{r}}_{cm}, \ddot{\mathbf{r}}_{cm}, \mathbf{F}_{cm})$ son los vectores de posición, velocidad, aceleración y fuerza que actúan sobre el *CM* de cada articulación que conforma al robot y $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})$ son los vectores de posición, velocidad, aceleración y par articular. \mathcal{F} es el conjunto de transformaciones espaciales que mapean la dinámica del espacio articular al espacio de trabajo. Dependiendo del objetivo del análisis en ocasiones conviene trabajar con una representación u otra. Los CPRS se encuentran definidos en el espacio de trabajo del robot, por lo tanto, el análisis de estabilidad del caminante se hace en el espacio de trabajo. Para este análisis resulta conveniente utilizar un modelo simplificado donde se consideren todos los efectos dinámicos concentrados en el *CM* del robot, la única fuerza que no se considera concentrada sobre el *CM* es la FRS. Esto es debido a que, como se explicara a continuación, esta fuerza es la única que puede proveer de estabilidad a la dinámica del robot, de este modo ahora la dinámica del robot se expresará como la posición, velocidad, aceleración y fuerza resultante que actúa sobre el *CM* del robot: $(\mathbf{r}_{CM}, \dot{\mathbf{r}}_{CM}, \ddot{\mathbf{r}}_{CM}, \mathbf{F}_{CM})$.

4.3.2 Estabilidad de un robot

En la introducción del capítulo se definió el concepto de estabilidad para el marco de esta tesis como: limitar el contacto entre el robot y el suelo a la superficie de las plantas de los pies del robot. Esta definición de estabilidad permite establecer un primer criterio de estabilidad como:

Un robot con una pose de caminado bípedo definida por el vector \mathbf{q} , formado por las posiciones articulares, que se encuentra desarrollando un movimiento con velocidades y aceleraciones articulares $\dot{\mathbf{q}}$ y $\ddot{\mathbf{q}}$, respectivamente, producidas por los pares articulares $\boldsymbol{\tau}$, es estable, es decir, su dinámica $(\mathbf{r}_{CM}, \dot{\mathbf{r}}_{CM}, \ddot{\mathbf{r}}_{CM}, \mathbf{F}_{CM}) = \mathcal{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})$ es estable, si los momentos angulares que actúan a lo largo de los ejes paralelos al suelo y la fuerza perpendicular a este están equilibrados.

Hay varias consideraciones que hacer en relación con el último criterio:

- 1) Un momento angular paralelo al suelo no equilibrado provocará que el robot rote y, muy probablemente, toque el suelo con algo más que la planta de sus pies.
- 2) Una fuerza perpendicular al suelo no equilibrada significa que:
 - a. el robot atraviesa el suelo, algo físicamente poco probable, o
 - b. el robot se desplaza en sentido contrario al suelo, flota, lo que viola la condición de contacto suelo-pie de la definición de caminado.
- 3) Un momento angular no equilibrado que actúa a lo largo del eje perpendicular al suelo, provoca que el robot gire sobre él, o los pies de apoyo, pero no produce una caída. Por lo tanto, esta condición escapa al marco de esta tesis.
- 4) Esta es la condición de estabilidad en que se basan las definiciones de la mayoría de los *PRS*

4.3.3 Punto de momento cero (**ZMP**)

En la definición original (sección 2.3.1), el **ZMP** corresponde al punto sobre el cual actúa, concentrada, la carga distribuida generada por el suelo sobre la planta del pie. El nombre de **ZMP** es tomado del hecho de que la fuerza concentrada en ese punto genera un equilibrio en los momentos angulares que actúan sobre el robot. Sin embargo, en esta primera definición no se consideran situaciones que comúnmente suceden durante el caminado bípedo y por lo tanto la definición no provee información acerca de la estabilidad del robot en los siguientes casos:

Caso 1. Etapa de doble soporte

La definición original del **ZMP** habla únicamente de 1 pie y de la superficie de este como la región donde puede actuar la FRS (**RS** en el DCL de la figura 4.8), sin embargo, cuando el robot está apoyado en 2 pies la carga distribuida puede considerarse concentrada en un punto fuera de la superficie de ambos pies. Como ejemplo considere el plano frontal, $z - y$, de un robot en una pose de doble soporte, con una dinámica $(\mathbf{r}_{CM}, \dot{\mathbf{r}}_{CM}, \ddot{\mathbf{r}}_{CM}, \mathbf{F}_{CM})$ tal que no hay momentos angulares a lo largo del eje, x , por lo tanto, para mantener el equilibrio en los momentos angulares sobre el robot, la concentración de **RS** debe actuar en la proyección del **CM** sobre el suelo, como se ilustra en la figura 4.8. Este punto cae fuera de la superficie de los pies del robot, sin embargo, el equilibrio los momentos angulares se respeta, por lo tanto, es necesario definir un área dentro del cual el **ZMP** puede existir.

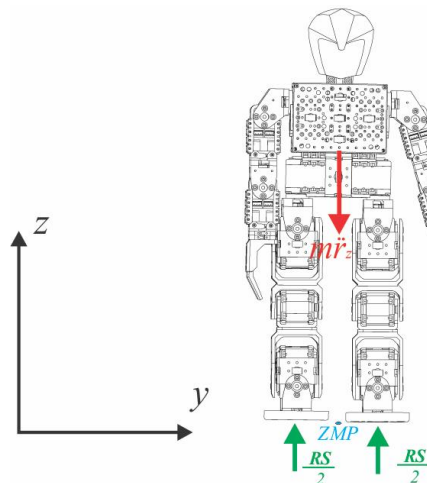


Figura 4.8 **ZMP** fuera de la superficie de contacto suelo-pie.

4.3.4 Polígono de soporte

Para resolver la controversia generada por el caso anterior las principales metodologías de puntos de referencia en el suelo utilizan el concepto de polígono de soporte. De manera estricta el polígono de soporte o polígono de referencia está definido como: el polígono convexo que encierra la superficie del

suelo, sobre la cual se puede considerar que actúa la concentración de la carga distribuida generada por el suelo sobre las plantas de los pies del robot. Una forma más fácil e intuitiva de definirlo es como: el polígono convexo que encierra las superficies de contacto entre el robot y el suelo. En el caso de la ESS el polígono de soporte corresponde a la huella del pie del robot. Mientras que en la EDS corresponde al polígono convexo que encierra ambas huellas, figura 4.9.



Figura 4.9 Polígono de soporte para las fases de doble y simple soporte de un ser humano.

Caso 2. **ZMP** en la orilla del polígono de soporte

Una vez más en la definición original se indica que el punto donde actúa **RS** se encuentra en la superficie del pie, pero nunca se habla del caso en que **RS** actúa en la orilla de la superficie del pie, o en la orilla del polígono de soporte, este caso puede presentarse por 2 razones:

- 1) El par generado por **RS** actuando en la orilla del polígono de soporte es suficiente para equilibrar a M_{CMx} es decir, $|\mathbf{RS}|r_{2x} = M_{CMx}$ Figura 4.10.a
- 2) El par generado por **RS** no es suficiente para equilibrar el momento angular M_{CMx} que actúa sobre el robot, $|\mathbf{RS}|r_{2x} < M_{CMx}$, entonces **RS** actuará en la orilla más cercana a este punto y de ser necesario se puede definir un punto imaginario, \mathbf{ZMP}_i , donde **RS** debería actuar para equilibrar a M_{CMx} , Figura 4.10.b

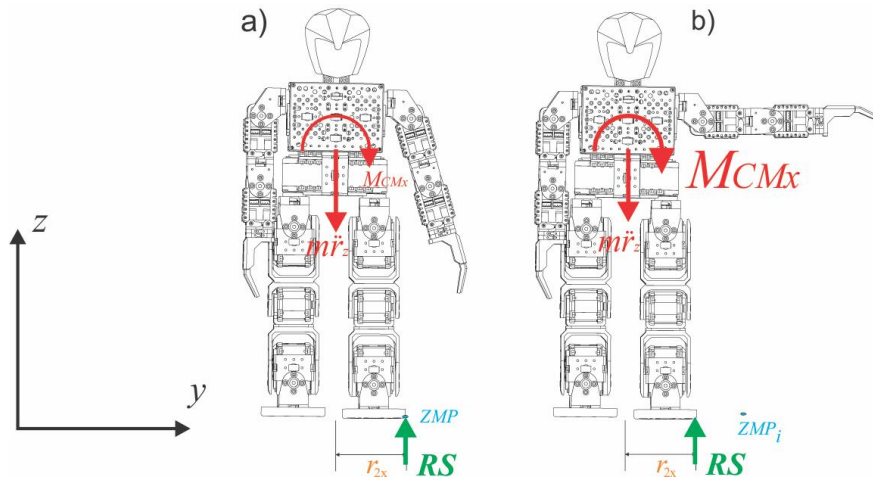


Figura 4.10.a) Reacción del suelo actuando en la orilla del pie para el caso de un par angular total equilibrado

4.10.b) Reacción del suelo actuando en la orilla del pie para el caso de un par angular total no equilibrado

En el primer caso el robot se mantendrá en equilibrio mientras que en el segundo caso el momento angular no equilibrado hará girar al robot sobre la orilla del polígono de soporte y tenderá a caer. Por lo tanto, al no poder asegurar la estabilidad o inestabilidad del caminante en esta condición lo mejor es evitarla. Con estas situaciones aclaradas se puede hacer una mejor definición del **ZMP** y establecer un criterio de estabilidad, basado en su posición como: *El **ZMP** corresponde a un punto ubicado dentro del polígono de soporte, sobre el cual la acción de la reacción del suelo produce el equilibrio de los momentos angulares que actúan sobre el robot. Además, se puede establecer que la dinámica del robot es estable si para esta dinámica existe un **ZMP** físicamente concebible.* De esta manera, las ecuaciones que definen la

posición del **ZMP** y las condiciones de estabilidad se obtienen mediante el análisis del equilibrio estático de los momentos angulares que actúan a lo largo de los ejes paralelos al suelo como se hace a continuación: considere un robot con una dinámica $(\mathbf{r}_{CM}, \dot{\mathbf{r}}_{CM}, \ddot{\mathbf{r}}_{CM}, \mathbf{F}_{CM})$ y cuyo diagrama de cuerpo libre se ilustra en la figura 4.11

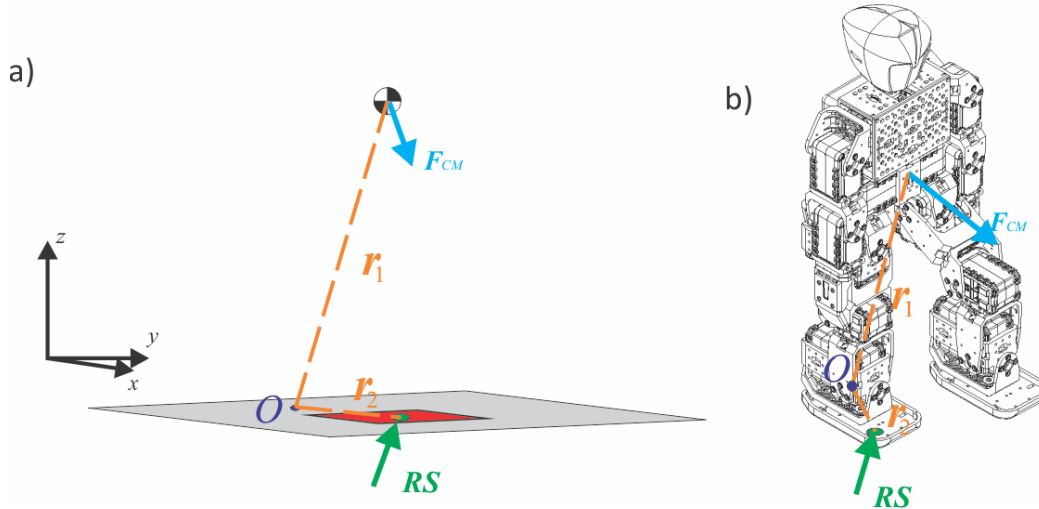


Figura 4.11.a) DCL del humanoide en fase de apoyo simple b) ubicación del ZMP para un humanoide en fase de apoyo simple.

De la condición de estabilidad $\sum M_o = 0$, es posible establecer la siguiente igualdad de momentos angulares:

$$\mathbf{F}_{CM} \times \mathbf{r}_1 = m\mathbf{a} \times \mathbf{r}_1 = \mathbf{RS} \times \mathbf{r}_2 \quad (29)$$

Donde \mathbf{r}_1 es el vector de posición que va desde el punto O hasta el CM , \mathbf{RS} corresponde a la reacción del suelo formada por una componente vertical siempre perpendicular a la superficie de contacto y cuya magnitud está definida por el producto de la masa del robot y la aceleración en dirección z , y una componente horizontal siempre coplanar a la superficie de contacto debida a la fuerza de fricción generada entre el suelo y la planta del pie, \mathbf{r}_2 es el vector de posición que va del punto O al punto donde actúa \mathbf{RS} .

El problema de equilibrio en los momentos ilustrados en el DCL de la figura 4.11.a, y representado por la ecuación (29), puede ser descompuesto en problemas más simples considerando las componentes cartesianas de los vectores que intervienen, como se ilustra en las figuras 4.12.a, 4.12.b y 4.12.c

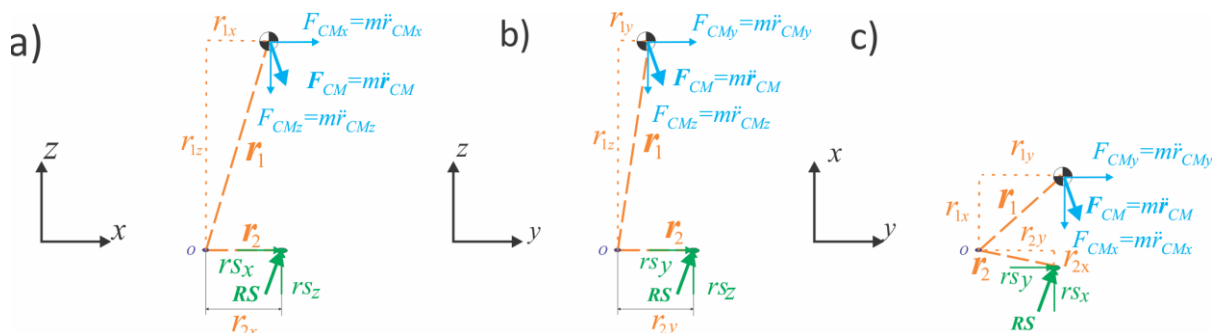


Figura 4.12. Proyecciones del DCL de la figura 4.11 a) sobre el plano $x-z$ b) sobre el plano $y-z$ c) sobre el plano $y-x$.

La ecuación de equilibrio para los momentos en el plano $z - x$ es:

$$m[a_x r_{1z} + a_z r_{1x}] = r_{s_z} r_{2_x} \quad (30)$$

mientras que para el plano $x - y$ es:

$$m[a_x r_{1y} + a_y r_{1x}] = r_{s_x} r_{2y} + r_{s_y} r_{2x} \quad (31)$$

y para el plano $z - y$:

$$m[a_z r_{1y} + a_y r_{1z}] = r_{s_z} r_{2y} \quad (32)$$

La ecuación (31) describe los momentos generados a lo largo del eje z , figura 4.12.c, los cuales no provocan la caída del robot y su efecto sobre la ubicación de **RS** es nulo. Usando las ecuaciones (30) y (32) se determinan las componentes del vector de posición, r_2 , de **RS**:

$$r_{2x} = \frac{m[a_x r_{1z} + a_z r_{1x}]}{r_{s_z}} \quad (33)$$

$$r_{2y} = \frac{m[a_z r_{1y} + a_y r_{1z}]}{r_{s_z}} \quad (34)$$

Cuando la posición de **RS** se encuentra dentro de la región del polígono de soporte RP es decir: $\min(RP_x) \leq r_{2x} \leq \text{MAX}(RP_x)$ y $\min(RP_y) \leq r_{2y} \leq \text{MAX}(RP_y)$, figura 4.13, la dinámica del robot es estable y además el punto de reacción r_2 corresponde al **ZMP**

$$\mathbf{r}_2 = \text{ZMP} = (r_{2x}, r_{2z}) \quad (35)$$

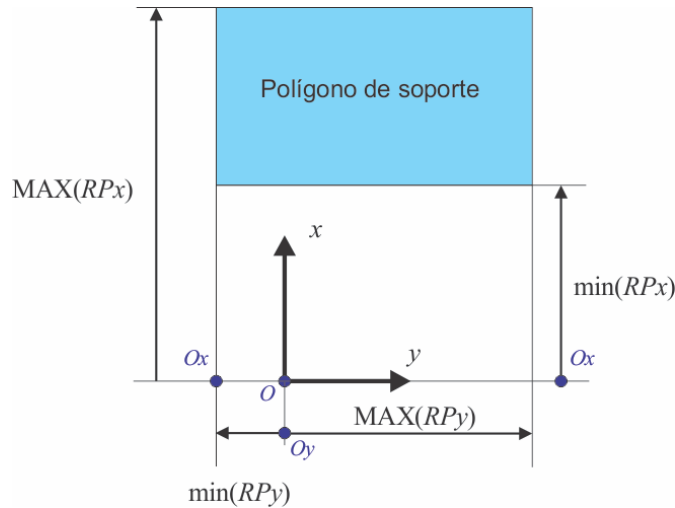


Figura 4.13 Región del polígono de soporte.

Por otro lado, si:

$$r_{2x} < \min(RP_x) \text{ y/o } r_{2y} < \min(RP_y) \quad (36)$$

Entonces

$$r_{2x} = \min(RP_x) \text{ y/o } r_{2y} = \min(RP_y) \quad (37)$$

O sí

$$r_{2x} > \text{Max}(RP_x) \text{ y/o } r_{2y} > \text{Max}(RP_y) \quad (38)$$

Entonces

$$r_{2x} = \text{Max}(RP_x) \text{ y/o } r_{2y} = \text{Max}(RP_y) \quad (39)$$

En ambos casos, (36) o (40), el **ZMP** no existirá, la dinámica no será estable y:

$$\mathbf{r}_2 = (r_{2x}, r_{2z}) \quad (40)$$

4.3.5 Indicador de rotación del pie (**FRI**)

Como ya se explicó, un par no equilibrado en la dinámica del robot provoca la inexistencia de un **ZMP** físicamente concebible y la inestabilidad del robot sometido a dicha dinámica. Sin embargo, la magnitud del par no equilibrado influye directamente en la aceleración de la caída y la magnitud de esta aceleración influye en la capacidad del robot de volver, o no, a una dinámica en equilibrio. Por lo tanto, una cuantificación del par no equilibrado establece una cuantificación de la tendencia del robot a caer. Este es el razonamiento detrás de la definición del indicador de rotación del pie o **FRI**, por sus siglas en inglés. El **FRI** consiste en la distancia existente entre el punto de reacción P_r y un punto de momento cero "imaginario" **ZMP_i** que puede existir fuera del polígono de soporte.

Para obtener las ecuaciones del **FRI** la dinámica del robot debe ser inestable, lo que implica que el momento angular resultante no es cero. Idealmente es posible definir un punto sobre el cual **RS** debería actuar con la finalidad de equilibrar al momento angular resultante, este punto estará fuera del polígono de soporte y será llamado punto de momento cero imaginario **ZMP_i**. La posición del **ZMP_i** se calcula mediante las ecuaciones de equilibrio de los momentos angulares paralelos al suelo:

$$ZMP_{iy} = r_{3y} = \frac{m[a_z r_{1y} + a_y r_{1z}]}{r_{S_z}} \quad (41)$$

$$ZMP_{ix} = r_{3x} = \frac{m[a_x r_{1z} + a_z r_{1x}]}{r_{S_z}} \quad (42)$$

Independientemente de la definición del **ZMP_i** la reacción del suelo no puede abandonar el polígono de soporte por lo cual su posición continúa definida por las condiciones (37) y (39). La distancia que existe entre el punto de reacción r_2 y el **ZMP_i**, figura 4.14, es una cuantificación de la tendencia a girar del robot. Pues el producto de esta distancia por la masa y la aceleración vertical que actúa sobre el robot corresponde al momento no equilibrado que actúa sobre robot.

$$FRI = |r_3 - r_2| \quad (43)$$

Además, la ecuación (43) puede escribirse en sus componentes cartesianas con lo cual se logra una cuantificación de la tendencia de giro del robot a lo largo del eje analizado. Finalmente, cuando r_3 se ubica sobre el polígono de soporte, este se convierte en el **ZMP**, **ZMP_i = ZMP** y **FRI = 0**.

El criterio de estabilidad basado en el **FRI** es: *La dinámica de un robot es estable si el **FRI** correspondiente a esta dinámica es 0.*

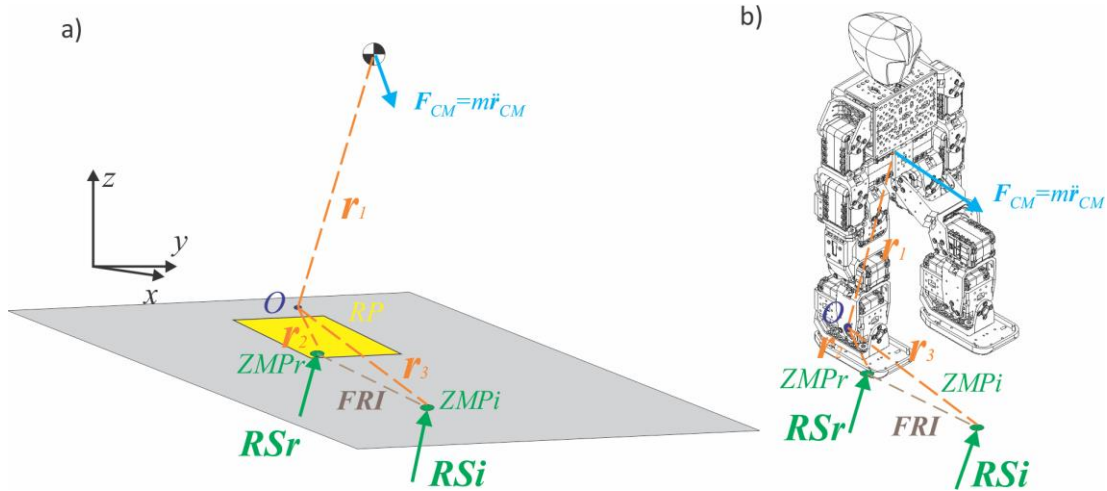


Figura 4.14.a) DCL del humanoide en fase de apoyo simple incluyéndola posición del **ZMP** imaginario b) **ZMP** real, imaginario y **FRI** para un humanoide en fase simple.

4.3.6 Pivote del momento centroidal (**CMP**)

Otro punto de referencia en el suelo que se puede encontrar en la bibliografía es el pivote del momento centroidal o **CMP** por sus siglas en inglés. La ventaja del criterio de estabilidad basado en este punto es que no depende del polígono de soporte; sin embargo, para la localización del **CMP** se necesita conocer la magnitud de la fuerza de fricción que actúa entre la suela del pie y el suelo. Cuantificar la fuerza de fricción que existe entre la suela del pie y el suelo implica una modificación mayor al sistema sensorial implementado en el robot, por lo cual el criterio de estabilidad basado en este punto queda descartado en esta tesis. Aun así, conviene incluir al **CMP** en el compendio teórico que se hace en este capítulo.

En el trabajo original donde se introduce el concepto de **CMP** se define a este punto como: el punto sobre el suelo donde interseca la proyección paralela a la reacción del suelo, del **CM**. Además, los autores indican que si el **CMP** coincide con el punto donde actúa la reacción del suelo la dinámica del robot en ese momento es estable. Una vez más, en este criterio la estabilidad implica el equilibrio de los pares angulares que actúan sobre el robot. Para entender mejor la definición y el criterio basado en el **CMP** consideremos un robot con una dinámica definida por $(\mathbf{r}_{CM}, \dot{\mathbf{r}}_{CM}, \ddot{\mathbf{r}}_{CM}, \mathbf{F}_{CM})$. Si esta vez el punto O respecto al cual se calculan los momentos coincide con el punto donde actúa la reacción del suelo, la única fuerza que produce momentos sobre el robot es la fuerza que actúa en el **CM**. Entonces, para que los momentos angulares sobre el robot estén equilibrados es necesario que los momentos producidos por \mathbf{F}_{CM} y \mathbf{RS} Deben tener la misma dirección, pero sentido opuesto. O lo que es lo mismo: *La dinámica de un robot es estable si el **CMP** para esta dinámica coincide con el punto de reacción del suelo*. Este nuevo punto y criterio de estabilidad liberan de la necesidad directa de identificar el polígono de soporte además de que la distancia entre el **CMP** y el punto de reacción del suelo P_r representan una cuantificación de la tendencia a caer por parte del robot en una dinámica inestable.

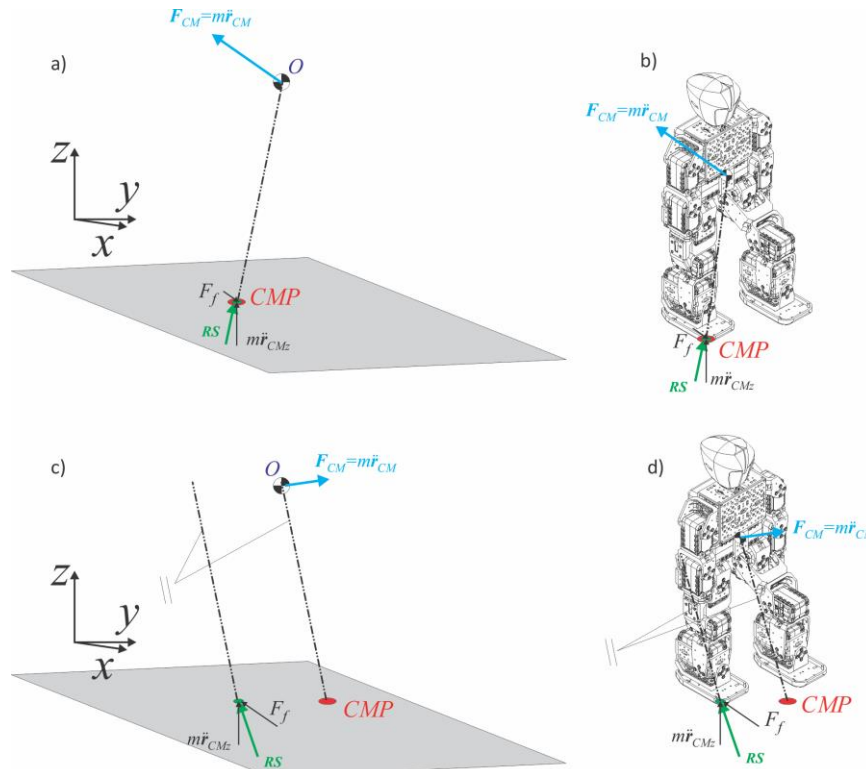


Figura 4.15. a) DCL para una dinámica equilibrada, $(\sum M_{CM} = 0)$, sobre un robot en fase de apoyo simple.
 b) posición del **CMP** para el mismo caso de la figura 4.15.a.
 c) DCL para una dinámica no equilibrada, $(\sum M_{CM} \neq 0)$, sobre un robot en fase de apoyo simple.
 d) posición del **CMP** para el mismo caso de la figura 4.15.b.

4.3.7 Puntos de captura

Un punto de captura corresponde a una posición sobre el suelo en la cual el robot debe colocar el pie libre al momento de pasar de la EDS a la ESS con la finalidad de que la cadera del robot continúe con una trayectoria similar a la descrita por un péndulo invertido al momento de retomar la ESS. Esta posición en el suelo se calcula buscando que el movimiento natural del PLI alcance una energía cinética igual a cero cuando este alcance su punto de equilibrio crítico, es decir, cuando el eje del PLI y el suelo sean perpendiculares.

En la sección 2.1.3.1 se presentó una breve descripción del PLI donde la ecuación (3) corresponde al modelo dinámico y la ecuación (5) describe la EOPI del PLI, estos modelos y la interpretación física de las magnitudes de la EOPI son consecuencia de una linealización de las ecuaciones (44) y (45), que corresponden al modelo de la dinámica de un péndulo invertido como el que se ilustra en la figura 4.16. Con φ como el ángulo formado por el PLI respecto la vertical, g la aceleración gravitacional, x y z las coordenadas de la masa puntual respecto a los referenciales ilustrados y f_p es la fuerza de “patada” generada por la pierna de apoyo.

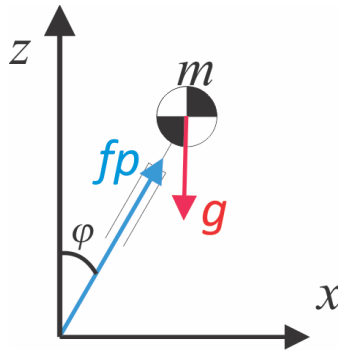


Figura 4.16. DCL de un Péndulo invertido.

$$m\ddot{x} = f_p \sin(\varphi) \quad (44)$$

$$m\ddot{z} = -mg + f_p \cos(\varphi) \quad (45)$$

Las consideraciones para pasar de (44) y (45) a (3) son las siguientes: la velocidad vertical de la cadera es cero, $\dot{z} = 0$, esto provoca que la cadera tenga una altura fija z_c , $\cos(\varphi) = \frac{z}{l}$ y $\sin(\varphi) = \frac{x}{l}$. Así, es posible resolver la ecuación (45) para f_p :

$$f_p = \frac{mg}{z_c} l \quad (46)$$

y substituyendo (46) en (44) se obtiene el modelo dinámico del PLI descrito en (3). Para el análisis de la estabilidad del PLI se recurre a la conservación energética del sistema definiendo a la sumatoria de las energías cinética y potencial del sistema como la EOIP del PLI, así la condición:

$$0 = \frac{1}{2} \dot{x}^2 - \frac{g}{2z_c} x^2 \quad (47)$$

Implica que \dot{x} es igual a cero cuando $x = 0$ es decir, el péndulo se detendrá al alcanzar su punto de equilibrio crítico. La magnitud de la EOIP también proporciona información referente al comportamiento del PLI para los casos en que este no se detendrá en su punto de equilibrio crítico:

Si $E_{OPI} > 0$ la cadera seguirá en su trayectoria, alcanzará el punto de equilibrio y continuará con su trayectoria.

Si $E_{OPI} < 0$ la cadera invertirá el sentido de su movimiento y retrocederá sobre la trayectoria.

Control sensorial de la marcha de un robot humanoide

Esta información resulta muy útil al momento de definir estrategias de control cuando se utiliza el modelo del PLI. Por otro lado, la localización del punto de captura, punto en el suelo donde hay que colocar la pierna de apoyo y así lograr una condición de $E_{OPI} = 0$, se calcula a partir de la solución de (47):

$$\dot{x} = \pm x \sqrt{\frac{g}{z_c}} \quad (48)$$

La ecuación (48) tiene 2 soluciones que representan una velocidad positiva y una negativa que representan un avance o un retroceso en el desplazamiento del robot, por lo tanto, al buscar que el robot siempre avance nos quedamos con la solución positiva de (48):

$$x_{cap} = \dot{x} \sqrt{\frac{y}{g}} \quad (49)$$

Capítulo 5

Modelado de un robot

En este capítulo se busca definir las representaciones matemáticas utilizadas para describir el comportamiento del robot desde el punto de vista del propio robot y desde el punto de vista de su ambiente de trabajo. En las secciones 5.1 y 5.2 se introducen los conceptos que permiten relacionar a los movimientos del robot generados en el espacio articular con sus correspondientes movimientos en el espacio de trabajo y viceversa, este análisis no considera las fuerzas que producen dichos movimientos. Los conceptos de la sección 5.3 establecen las mismas relaciones indicadas en las secciones anteriores pero esta vez se consideran las fuerzas que los producen. Finalmente, en la sección 5.4 se aterrizan todos los conceptos al caso específico del robot Bioloid-DCA

Introducción

Un modelo es una representación de un sistema utilizada para visualizar, cuantificar o evaluar parámetros específicos del sistema modelado. La metodología empleada para generar el modelo depende directamente de la finalidad o aplicación de este. Por ejemplo, los diseñadores de autos, que buscan cuantificar la fricción del aire en sus diseños, utilizan un modelo físico construido en madera o arcilla que imita correctamente las formas y dimensiones del automóvil original. En este caso las características geométricas del sistema original son los elementos que se desea representar en el modelo con el fin de poder evaluarlos mientras que las características irrelevantes para el análisis deseado son descartadas.

Debido a que el herramental más desarrollado para la representación, interpretación y control de sistemas electromecánicos son las matemáticas, la forma más recurrida para representar las características deseadas de un robot es mediante un modelo matemático. En el caso específico del caminado, las características que nos interesa representar en el modelo son las posiciones, velocidades y aceleraciones de puntos localizados de manera arbitraria dentro del cuerpo del robot. Estas posiciones, velocidades y aceleraciones que representan las variables del sistema suelen estar definidas respecto a referenciales ubicados, de igual forma, de manera arbitraria dentro del espacio de trabajo del robot.

En el caso de un caminante, las variables del sistema pueden ser representadas tanto en el espacio de trabajo como en el espacio articular del propio sistema. Estos 2 espacios son equivalentes y cada uno ofrece ventajas y desventajas dependiendo del objetivo del modelado. Generalmente al trabajar en la marcha de robots se utilizan ambos espacios de manera alternada además de emplear modelos que permitan transformar las variables de un espacio a otro y viceversa. El modelo que permite conocer el vector de posición x , que representa la posición de un cierto punto arbitrario en la anatomía del robot, expresado en el espacio de trabajo X es denominado **modelo cinemático directo de posiciones** (MCDp). Mientras que el **modelo inverso de la cinemática de posiciones** (MICp) permite calcular el valor del vector q que define al mismo punto dentro del espacio articular Q a partir de las coordenadas del espacio de trabajo x . El MCDp se obtiene de manera simple aplicando alguna de las metodologías clásicas como: Denavit-Hartenberg (DH) [125], tornillos [126], cuaterniones [127], análisis geométrico etc. En el caso del MICp no existen metodologías definidas para su obtención; muchas veces es complicado obtener una expresión analítica cerrada y generalmente este modelo tiene varias o un número infinito de soluciones. Por lo cual es muy común que se utilicen métodos numéricos iterativos para lograr una aproximación de la solución. Cabe mencionar que dentro de la literatura se han identificado configuraciones particulares de los eslabones que permiten la obtención de una solución cerrada y analítica lo que nos permite acotar el problema y obtener MICp cerrados.

Otro aspecto que se desea analizar es las fuerzas que producen e intervienen en los movimientos antes mencionados, **modelo dinámico del robot**. En este caso al aplicar el herramental matemático desarrollado para este tipo de problemas se obtiene un modelo bastante complejo, altamente acoplado y grande. Es muy común que en la práctica se utilice un **modelo simplificado de la dinámica** para analizar características o condiciones específicas que posteriormente serán incluidas en el **modelado de la**

dinámica completa del robot. Al final, para analizar y gobernar los movimientos de un robot son necesarios todos los modelos antes descritos, los cuales son muy específicos para cada robot, pues dependen de las características físicas de cada uno.

5.1 Modelado de la cinemática directa

Para realizar y aplicar los modelos, antes mencionados, es necesario adoptar un sistema de referencia respecto del cual se representarán las características físicas deseadas, en ocasiones convendrá tener un sistema de referencia independiente al robot, que relacione las características analizadas del robot con el medio donde este se desenvuelve, así las características estarán expresadas mediante **coordenadas en el espacio de trabajo**. En otras ocasiones se requerirá de un sistema de referencia, independiente del medio donde el robot se desenvuelve, el cual relacione las características analizadas con alguna parte arbitraria del robot, es decir el análisis se hace en el espacio articular del robot. Así las características estarán representadas mediante **coordenadas generalizadas** del sistema. La razón para representar las características en 2 espacios diferentes, aunque equivalentes, radica en el hecho de que resulta mucho más sencillo manipular información en uno u otro espacio. Es decir, resulta mucho más intuitivo para la mayoría de los seres humanos el interpretar algunas características en el espacio de trabajo que en el espacio articular. Por ejemplo, nos es más claro entender que el pie avanza 0.5m en dirección x a entender que la rodilla gire 45° y el tobillo 23° . Sin embargo, las posiciones, velocidades y aceleraciones producidas por los actuadores del robot, y cuyo control se tiene de manera directa, son expresadas en coordenadas articulares o generalizadas. Así, para realizar el control del robot las consignas deben ser expresadas en el espacio articular. Además, el espacio generalizado, al ser un espacio específico para cada robot, considera de manera intrínseca las restricciones del propio robot lo cual simplifica en gran medida el análisis matemático.

5.1.1 Grados de libertad del sistema y del espacio de trabajo

Una vez definido y aclarado por qué se requiere la utilización de 2 sistemas coordinados en el análisis cinemático y dinámico del robot conviene recalcar que la posición y orientación de un elemento dentro de una cadena cinemática cuyos movimientos se desarrollan en un espacio en \mathbb{R}^3 pueden definirse a través de 3 posiciones y 3 orientaciones denominados **grados de libertad del espacio de trabajo**. Estas posición y orientación también pueden ser definidas a través de n parámetros dentro del espacio articular, donde n es el número de **grados de libertad del sistema** o **grados de libertad generalizados**

5.1.2 Cinemática directa de posiciones

La forma en que se producen movimientos en el robot es mediante la acción de sus actuadores, generalmente localizados en las articulaciones o de forma tal que la acción del actuador se transmita a la o las articulaciones deseadas. Por lo tanto, un movimiento en el robot puede ser definido a través de una serie de valores articulares, o bien el movimiento de un robot puede ser caracterizado mediante los valores de posición, velocidad y aceleración para cada uno de sus actuadores $(q_1 \dots q_n, \dot{q}_1 \dots \dot{q}_n, \ddot{q}_1 \dots \ddot{q}_n)$, esto corresponde a una caracterización en el espacio articular del robot. De igual forma, el movimiento producido por estas consignas articulares sobre un punto arbitrario del cuerpo del robot puede ser caracterizado respecto a un referencial en el espacio de trabajo mediante valores de posición, velocidad y aceleración expresadas en las coordenadas del espacio de trabajo, lo que corresponde a una caracterización en el espacio de trabajo.

Para el caso del robot que analizaremos en esta tesis el espacio articular está constituido por 20 grados de libertad $n = 20$. Sin embargo, la estructura arborescente del robot nos permite simplificar el análisis al dividir al robot en subespacios por ejemplo el subespacio de la pierna derecha, el subespacio del brazo izquierdo, el subespacio de la cabeza, etc. La representación de posiciones dependerá del espacio analizado, por ejemplo, el vector de estado que caracterizará a todo el robot, dentro del espacio articular,

será el vector \mathbf{q} formado por n valores de posición articulares $\mathbf{q} = (q_1 \dots q_n)$ mientras que la posición de un subespacio del robot estará caracterizada por s valores expresados en un vector $\mathbf{q}_s = (q_1 \dots q_s)$ con $s < n$. Mientras que, para el caso del espacio de trabajo se utilizará una representación cartesiana en la cual un referencial cartesiano arbitrario estará caracterizado respecto a otro por 3 posiciones (x, y, z) y 3 orientaciones (α, β, γ) , las cuáles serán expresadas mediante el vector de 6 dimensiones $\mathbf{x} = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$.

Dicho esto, el MCDp consiste en una transformación homogénea $\mathbf{T}: \mathbf{q} \rightarrow \mathbf{x}$ la cual es obtenida mediante el análisis geométrico del espacio articular y cumple las siguientes propiedades:

- Para 2 referenciales 0 e i la transformación homogénea $\mathbf{T}(\mathbf{q})_0^i$ que expresa la posición y orientación de i respecto a 0 en función de los valores articulares \mathbf{q} , correspondientes a los actuadores de los eslabones que conectan ambos referenciales, estará representada por:

$$\mathbf{T}(\mathbf{q})_0^i = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^i & \mathbf{o}_0^i \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Donde: $\mathbf{R}_0^i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ representa la orientación del referencial i respecto al referencial 0, $\mathbf{o}_0^i \in \mathbb{R}^3$ Corresponde al vector de posición del referencial i respecto al referencial 0 y 1 corresponde al factor de escala.

- La posición del extremo final de una cadena de actuadores respecto al origen de la misma cadena puede ser expresada como la multiplicación de las transformaciones de los subsecuentes eslabones.

$$\mathbf{T}(\mathbf{q})_0^n = \mathbf{T}(\mathbf{q})_0^1 \mathbf{T}(\mathbf{q})_1^2 \dots \mathbf{T}(\mathbf{q})_{n-2}^{n-1} \mathbf{T}(\mathbf{q})_{n-1}^n \quad (51)$$

- Mientras que $\mathbf{T}(\mathbf{q})_0^n$, la transformación del referencial 0 al referencial n , está dada por:

$$\mathbf{T}(\mathbf{q})_n^0 = (\mathbf{T}(\mathbf{q})_0^n)^{-1} = \mathbf{T}(\mathbf{q})_n^{n-1} \mathbf{T}(\mathbf{q})_{n-1}^{n-2} \dots \mathbf{T}(\mathbf{q})_2^1 \mathbf{T}(\mathbf{q})_1^0 = (\mathbf{T}(\mathbf{q})_{n-1}^n)^{-1} (\mathbf{T}(\mathbf{q})_{n-2}^{n-1})^{-1} \dots (\mathbf{T}(\mathbf{q})_1^2)^{-1} (\mathbf{T}(\mathbf{q})_0^1)^{-1} \quad (52)$$

Y es fácil comprobar que:

$$(\mathbf{T}(\mathbf{q})_0^i)^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i^T & -\mathbf{R}_i^T \mathbf{o}_i \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (53)$$

A partir de la siguiente definición:

$$\mathbf{T}(\mathbf{q})_0^i (\mathbf{T}(\mathbf{q})_0^i)^{-1} := \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}. \quad (54)$$

5.1.3 Cinemática directa de velocidades, aceleraciones y sus derivadas.

Para el caso del análisis de velocidades del robot, *cinemática de velocidades*, se construye una matriz $\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ denominada matriz jacobiana de velocidades. Esta matriz mapea a las n velocidades articulares en m velocidades del espacio de trabajo (VET) desarrolladas sobre el punto i respecto al referencial 0 retomando la ecuación (2)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_0^i(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (55)$$

En una cadena cinemática las VET de un punto arbitrario i , localizado dentro de la misma cadena, dependen de las velocidades articulares producidas en todos los eslabones previos al punto i . Así, cada columna de la matriz $\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})$ relaciona el efecto de un actuador específico sobre las VET, es decir, la columna k de la matriz $\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})$, ${}^k \mathbf{j}_0^i(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^m$ con $k = (1, 2, \dots, n)$, representa el efecto del actuador k sobre cada una de las VET del punto i respecto al referencial 0. El primer elemento del vector ${}^k \mathbf{j}_0^i(\mathbf{q})$ establece la relación entre la velocidad articular \dot{q}_k y la primera VET \dot{x}_1 del referencial i respecto al referencial 0, el

segundo elemento de ${}^k J_0^i(\mathbf{q})$ relaciona el efecto de la misma velocidad articular, \dot{q}_k , esta vez sobre la segunda VET \dot{x}_2 y así sucesivamente hasta completar la descripción del defecto de \dot{q}_k sobre las m VET.

Por otro lado, desde el punto de vista mecánico los actuadores empleados en la construcción de los robots pueden ser clasificados, según el tipo de movimiento que estos generan, en actuadores lineales o transnacionales y actuadores angulares o rotativos. Dicho esto, queda claro que la interacción de más de un actuador dentro de la cadena cinemática puede provocar tanto VET lineales como VET angulares sobre el punto de interés i permitiendo dividir a $J_0^i(\mathbf{q})$ en 2 submatrices: la correspondiente a VET lineales $J_0^i(\mathbf{q})_l$ y la correspondiente a VET angulares $J_0^i(\mathbf{q})_\omega$ y la construcción de cada columna ${}^k j_0^i$ de $J_0^i(\mathbf{q})$ dependerá del tipo de actuador empleado para mover el eslabón k .

Articulaciones de movimiento lineal o traslacional. En este tipo de articulación no existe velocidad angular y la velocidad lineal del punto de interés corresponde a la variación de la posición respecto del tiempo por lo tanto, la columna k de la matriz Jacobiana $J_0^i(\mathbf{q})$ para una articulación de movimiento lineal está definida como:

$${}^k j_0^i(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_0^k \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (56)$$

Donde, considerando que el eje de acción del actuador siempre se denomina z y siguiendo la metodología de DH para la asignación de ejes de referencia, se tiene que \mathbf{z}_0^k es la tercera columna de la matriz de orientación \mathbf{R}_0^k de la transformación homogénea \mathbf{T}_0^k y corresponde a la proyección del eje z del referencial k sobre el referencial 0. Observe que al tratarse de una articulación de movimiento lineal carece de interés la ubicación del punto i , pues la velocidad lineal es constante a lo largo de toda la cadena además la segunda parte del vector ${}^k j_0^i(\mathbf{q})$, correspondiente a las velocidades angulares, es igual a 0 en todas sus componentes.

Articulaciones de movimiento angular o rotacional. En este caso el movimiento angular producirá tanto una velocidad lineal como una angular, la velocidad lineal estará dada por la magnitud de la velocidad angular multiplicada por el radio de giro del punto considerado. Por lo tanto, la matriz Jacobiana para una articulación de rotación queda:

$${}^k j_i(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_0^k \times (\mathbf{o}_0^k - \mathbf{o}_0^i) \\ \mathbf{z}_0^k \end{bmatrix} \quad (57)$$

Donde $\mathbf{z}_0^k \times (\mathbf{o}_0^k - \mathbf{o}_0^i)$ corresponde a la componente de velocidades lineales producidas por la velocidad articular \dot{q}_k , \mathbf{z}_0^k es la componente de velocidades angulares producida por la misma velocidad articular. \mathbf{o}_0^i corresponde la cuarta columna de la matriz \mathbf{T}_0^i , exceptuando al factor de escala, que es el vector de posición del referencial correspondiente al punto i respecto al referencial 0. Mientras que \mathbf{o}_0^k es la cuarta columna de la matriz \mathbf{T}_0^k , exceptuando el factor de escala, y corresponde al vector de posición de la articulación k respecto al referencial base. Por lo tanto, la diferencia $(\mathbf{o}_0^k - \mathbf{o}_0^i)$ es el radio de giro del punto i respecto al movimiento generado por la articulación k . \mathbf{z}_0^k al igual que en el caso de una articulación lineal corresponde a la tercera columna de la matriz \mathbf{T}_0^k y corresponde a la proyección del movimiento articular del actuador k sobre el referencial 0.

De manera más general se tiene:

$$J_0^i(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} {}^i U_{w_1}^{q_1} & \dots & {}^i U_{w_1}^{q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^i U_{w_m}^{q_1} & \dots & {}^i U_{w_m}^{q_n} \end{bmatrix} \quad (58)$$

Donde de manera general el elemento ${}^i_0U_{x_l}^{q_k} \in \mathbb{R}$ es la relación entre la variable articular q_k y la variable en el espacio de trabajo w_l del punto i respecto al referencial 0. Con n como el número de grados de libertad generalizados del robot, m los grados de libertad del espacio de trabajo y ${}^i_0U_{x_{1\dots m}}^{q_k} = 0$ para las articulaciones posteriores al punto i dentro de la cadena cinemática.

Para el caso de las aceleraciones basta con derivar temporalmente la expresión (55):

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \frac{d}{dt}\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (59)$$

La ecuación (59) relaciona la segunda derivada temporal, aceleración espacial, con las velocidades y aceleraciones articulares. En algunos modelos la tercera derivada temporal, comúnmente conocida como *jerking* o sobre aceleración es empleada como entrada de control y un modelo dinámico que describe a la sobre aceleración se obtiene derivando temporalmente la ecuación (59):

$$\ddot{\ddot{\mathbf{x}}} = \frac{d^2}{dt^2}\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + 2\frac{d}{dt}\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})\ddot{\ddot{\mathbf{q}}} \quad (60)$$

5.2 Modelado de la cinemática inversa

5.2.1 Cinemática inversa de posiciones

El problema de la cinemática inversa puede ser expresado como sigue: dada una orientación y posición del efector final, representada como una matriz de transformación homogénea \mathbf{H} , encontrar el vector de coordenadas articulares \mathbf{q} correspondiente.

Es decir, encontrar la o las soluciones \mathbf{q} de la ecuación

$$\mathbf{T}_0^i(\mathbf{q}) = \mathbf{H} \quad (61)$$

Para una matriz \mathbf{H} definida, la ecuación matricial (61) puede descomponerse en 16 ecuaciones de n variables (q_1, q_2, \dots, q_n) , de las cuales las 4 últimas ecuaciones que representan la última fila de la ecuación (61) corresponden a las soluciones triviales y no se consideran, quedando sólo 12 ecuaciones. Los términos involucrados en estas 12 ecuaciones son funciones trigonométricas de las variables que se desean calcular, por lo tanto, la solución del sistema resulta complicada y muchas veces es imposible obtener una expresión cerrada de la solución. Así, durante el diseño del robot se opta por escoger configuraciones articulares con una solución conocida y cerrada que pueda obtenerse a partir del análisis geométrico o de la aplicación de diferentes técnicas de simplificación.

5.2.2 Cinemática inversa de velocidades y aceleraciones

La expresión indicada en la ecuación (55), para el caso de la cinemática de velocidades directa, puede reescribirse como sigue:

$$\dot{\mathbf{q}} = (\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q}))^{-1}\dot{\mathbf{x}} \quad (62)$$

Donde el vector $\dot{\mathbf{x}}$ corresponde a la derivada temporal del vector de posiciones en el espacio de trabajo, $(\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q}))^{-1}$ corresponde a la inversa de $\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})$ que por la teoría de algebra lineal se puede afirmar que $(\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q}))^{-1}$ existe cuando $\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})$ es cuadrada " $n \times n$ " y no singular. Para el caso en que $\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})$ no es cuadrada puede utilizarse la pseudo inversa siempre cuidando los casos donde el algoritmo de cálculo para esta pseudo inversa arroja valores erróneos. Finalmente $\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})$ presenta singularidades en la frontera del espacio de trabajo del robot pues es en estos puntos donde se alcanza la redundancia articular y la matriz pierde rango, es decir, una de sus filas o columnas se vuelve linealmente dependiente.

Para el caso de estudio de esta tesis la pierna del robot Bioloid cuenta con 6 grados de libertad articulares y 6 grados de libertad en el espacio de trabajo, $\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})$ es cuadrada y $(\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q}))^{-1}$ existe, excepto para los

valores singulares donde se pierde un grado de libertad debido a la redundancia local provocada por la alineación de ejes articulares. El caso antes mencionado, redundancia provocada por alineación del eje, no puede presentarse en la práctica pues las restricciones mecánicas propias del diseño del robot lo evitan. Así, se puede aseverar que $(J_0^i(\mathbf{q}))^{-1}$ siempre existe.

Los modelos inversos se obtienen despejando las variables de interés de las ecuaciones (59) y (60) respectivamente:

$$\dot{\mathbf{q}} = (J_0^i(\mathbf{q}))^{-1} \left(\dot{\mathbf{x}} - \frac{d}{dt} J_0^i(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \right) \quad (63)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = (J_0^i(\mathbf{q}))^{-1} \left(\ddot{\mathbf{x}} - \frac{d^2}{dt^2} J_0^i(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - 2 \frac{d}{dt} J_0^i(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} \right) \quad (64)$$

5.3 Modelado de la dinámica

5.3.1 Dinámica completa

Así como existen modelos cinemáticos que relacionan las variables de posición, velocidad y aceleración expresados en el espacio de trabajo con las variables equivalentes en el espacio generalizado del robot y viceversa. Es posible expresar la dinámica del robot tanto en el espacio de trabajo como en el espacio articular del robot, el primer caso nos sirve para definir las fuerzas de interacción robot-medio que se generan debido a los movimientos del robot y vigilar que se cumplan los criterios de estabilidad de la marcha. Mientras que el segundo caso nos sirve para generar las consignas de control en los actuadores del robot necesarios para generar los movimientos definidos en el primer caso. Por lo tanto, de igual forma presentaremos un modelo dinámico para el espacio articular y un modelo dinámico para el espacio de trabajo.

5.3.2 Ecuaciones de Lagrange

Los modelos dinámicos para cuerpos rígidos generalmente son obtenidos aplicando la segunda y tercera Ley de Newton, en el caso de una cadena cinemática con un elevado número de grados de libertad los efectos de la combinación de movimientos de traslación y de rotación provocan que las ecuaciones resultantes sean complejas y muy largas. Una forma de simplificar y sistematizar la metodología para la obtención de dichas ecuaciones consiste en aplicar la metodología de Euler-Lagrange. Esta metodología básicamente consiste en aplicar las leyes de Newton y expresar los efectos de los movimientos de una forma más compacta, ordenada e intuitiva como se mostrará a continuación: Suponga una partícula de masa m sometida a una fuerza externa \mathbf{F} y a la influencia de la gravedad además considere que su movimiento está restringido a desplazarse únicamente a lo largo del eje y . Su dinámica entonces estará expresada por:

$$m\ddot{y} = \mathbf{F} - mg \quad (65)$$

El término de la izquierda de la ecuación (65) puede escribirse como:

$$m\ddot{y} = \frac{d}{dt} m\dot{y} \quad (66)$$

Que, con la finalidad de obtener las ecuaciones necesarias, también puede escribirse como

$$m\ddot{y} = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \frac{1}{2} m\dot{y}^2 = \frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{y}} \quad (67)$$

En donde K es la energía cinética del cuerpo.

De igual forma se puede escribir.

$$mg = \frac{\partial}{\partial y} mgy = \frac{\partial P}{\partial y} \quad (68)$$

Con P como la energía potencial del cuerpo.

Definiendo el Lagrangiano, L , como la diferencia entre las energías cinética y potencial del cuerpo.

$$L = K - P = \frac{1}{2}m\dot{y}^2 - mgy \quad (69)$$

Es fácil observar que

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = \frac{\partial K}{\partial \dot{y}} \quad (70)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} \quad (71)$$

Con lo cual se llega a la ecuación de Euler Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} = \mathbf{F} \quad (72)$$

Donde \mathbf{F} son las fuerzas externas que actúan en el sistema, si el análisis se hace utilizando un sistema coordinado cartesiano entonces \mathbf{F} corresponde a las fuerzas externas en dirección x , y y z . Por otro lado, si el análisis se hace utilizando coordenadas generalizadas \mathbf{F} corresponde al vector de fuerzas generadas en las articulaciones es decir las fuerzas generadas por los actuadores. Resulta claro que es más intuitivo trabajar en coordenadas generalizadas para el análisis dinámico del robot por lo cual la ecuación (72) se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad (73)$$

Donde L corresponde al Lagrangiano del sistema, la diferencia entre las energías cinética y potencial; q_i y \dot{q}_i son los valores articulares de posición y velocidad correspondientes al i -ésimo eslabón. τ_i son las fuerzas externas que actúan sobre el i -ésimo eslabón, al tratarse puramente de actuadores rotacionales e ignorar la interacción con el medio. τ_i corresponde al par generado por el motor del i -ésimo eslabón.

La energía cinética del sistema está dada por:

$$K = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \sum_{i=1}^n \left[m_i (\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_l)^T \mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_l + (\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_\omega)^T \mathbf{o}_0^i(\mathbf{q}) \mathbf{I} \mathbf{n}_i (\mathbf{o}_0^i(\mathbf{q}))^T \mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_\omega \right] \dot{\mathbf{q}} \quad (74)$$

Donde $\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_l$ es la matriz Jacobiana de las velocidades lineales para la articulación i , respecto de 0, y $\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_\omega$ es la matriz Jacobiana de velocidades angulares para la articulación i , respecto de 0, $\mathbf{I} \mathbf{n}_i$ es el tensor de inercia del i -ésimo elemento y $\mathbf{o}_0^i(\mathbf{q})$ es el vector de posición del centro de masas, CM , del mismo elemento.

Mientras que la energía potencial está definida por la posición de cada elemento.

$$V = \sum_{i=1}^n m_i g y_i(\mathbf{q}) \quad (75)$$

Donde y_i es el tercer elemento del vector de posición del i -ésimo elemento $R_i(\mathbf{q})$, obviamente dado en función de los valores articulares.

El Lagrangiano del robot se obtiene substituyendo (74) y (75) en (69):

$$L = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \sum_{i=1}^n \left[m_i (\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_l)^T \mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_l + (\mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_\omega)^T \mathbf{o}_0^i(\mathbf{q}) \mathbf{I} \mathbf{n}_i (\mathbf{o}_0^i(\mathbf{q}))^T \mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_\omega \right] \dot{\mathbf{q}} - \sum_{i=1}^n m_i g y_i(\mathbf{q}) \quad (76)$$

La ecuación (73) junto con (76) establecen la relación que guardan las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares de la cadena cinemática con los pares generados por el actuador i -ésimo de esta cadena. Es decir, es un modelo dinámico expresado en el espacio articular del robot, para el caso de un modelo dinámico expresado en el espacio de trabajo basta con aplicar, igualmente, la segunda y tercera ley de Newton, pero ahora en el espacio de trabajo recordando que en el espacio de trabajo tendremos movimientos de translación y de rotación. Así los momentos angulares y lineales sufridos por el CM del robot corresponden a:

$$\mathbf{P}_{CM} = \left(\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_l \right) \dot{\mathbf{q}} \quad (77)$$

$$\mathbf{L}_{CM} = \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{I} \mathbf{n}_i \mathbf{J}_0^i(\mathbf{q})_\omega \right) \dot{\mathbf{q}} \quad (78)$$

De manera matricial las ecuaciones (77) y (78) pueden expresarse como:

$$\mathbf{P}_{CM} = \mathbf{A}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (79)$$

$$\mathbf{L}_{CM} = \mathbf{D}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (80)$$

Donde $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ y $\mathbf{D}(\mathbf{q})$ son matrices inerciales por lo tanto su derivada respecto el tiempo existe siempre [128]. Entonces las fuerzas lineales y los momentos angulares que actúan en el CM del robot expresados en el espacio de trabajo están representados por:

$$\dot{\mathbf{P}}_{CM} = \mathbf{A}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{A}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \quad (81)$$

$$\dot{\mathbf{L}}_{CM} = \mathbf{D}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{D}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \quad (82)$$

Las ecuaciones (81) y (82) establecen la relación entre los valores de posición, velocidad y aceleración articulares y los pares y fuerzas en el espacio de trabajo del robot.

5.3.3 Dinámica simplificada

Como ya se explicó, en muchas ocasiones es conveniente analizar un modelo más simple de la dinámica del robot para obtener resultados o modelos que por sí solos permitirán controlar algún aspecto del robot o bien servirán de base para posteriormente aplicar los modelos de dinámica completa. En la bibliografía se pueden encontrar un gran número de ejemplos de modelos simplificados como en [129] [130] [131], donde se representa al cuerpo del caminante como un péndulo invertido con restricciones en su dinámica debidas a los impactos entre las piernas y el suelo. O bien en la referencia [132] donde se representa al robot como un sistema de amortiguación para vibraciones. Por supuesto, en cada uno de estos modelos se representa una de las muchas características presentes en las diferentes fases del caminado mientras que en las referencias [133] [134] los autores proponen tratar al robot como un conjunto de sistemas complementarios que actúan, cada uno, en diferentes intervalos de tiempo con el fin de modelar cada una de las fases.

Para el caso del desarrollo de esta tesis destacaremos un par de modelos de dinámica simplificada que nos permitirán desarrollar o definir algunos puntos de referencia en el suelo, el criterio de estabilidad y los algoritmos de control que provean estabilidad durante el caminado y el desarrollo de otras actividades por el robot.

5.3.3.1 Modelo lineal del péndulo invertido

Retomando la descripción del modelo PIL de la sección 2.1.3.1 la masa, m , de todo el robot se considera concentrada en el CM del robot y los efectos dinámicos tanto de los brazos como de la pierna libre y la cabeza son ignorados e incluidos dentro de las incertidumbres y errores de modelado. Quedando, de esta manera, una masa puntual apoyada al extremo de la pierna de apoyo. La acción de los n_p actuadores de la pierna de apoyo se traduce a un espacio de trabajo polar con 3 grados de libertad para la posición θ_r , θ_p y r como se ilustra en la Figura 5.1.

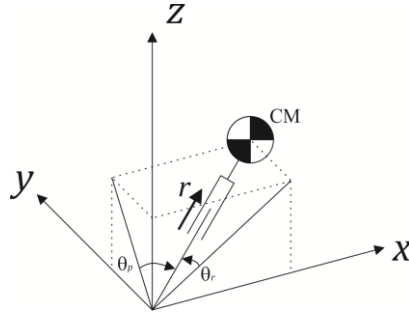


Figura 5.1. Péndulo invertido 3D.

Cabe mencionar que al considerar la masa de todo el robot de forma puntual la orientación del CM resulta irrelevante para este modelo. Dicho esto, la dinámica del péndulo invertido es descrita por:

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = (J^T)^{-1} \begin{pmatrix} \tau_r \\ \tau_p \\ f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \quad (83)$$

Donde τ_p , τ_r y f son los pares y la fuerza relacionadas con las variables de estado θ_r , θ_p y r y

$$J = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{pmatrix} 0 & rC_p & S_p \\ -rC_r & 0 & -S_r \\ \frac{rC_r S_r}{D} & \frac{rC_p S_p}{D} & D \end{pmatrix} \quad (84)$$

Con $C_r := \cos(\theta_r)$, $C_p := \cos(\theta_p)$, $S_p := \sin(\theta_p)$, $S_r := \sin(\theta_r)$ y $D = \sqrt{1 - S_r^2 - S_p^2}$.

En el trabajo original se restringe el movimiento del CM a una altura constante z_{cte} , es decir el CM se mueve en un plano paralelo al plano $y - x$ y se considera que no existe actuación en la base del péndulo invertido, es decir $\tau_r = \tau_p = 0$ con lo cual $\ddot{z} = 0$ y el modelo dinámico (83) se reduce a:

$$\ddot{x} = \frac{gx}{z_c} \quad (85)$$

$$\ddot{y} = \frac{gy}{z_c} \quad (86)$$

Estas restricciones y simplificaciones se hacen con la finalidad de poder aprovechar la propiedad conservativa de la EOPI y así poder proponer un criterio de estabilidad. En el modelo del PLI se ignora el efecto de la planta del pie, sobre la cual actúa la FRS, inhabilitando los CPRS.

En el capítulo 7 se empleará el modelo (6) para la EOPI del robot ya que este es un modelo más generalizado y permite relajar la restricción del movimiento del CM a una altura constante [34] y elimina la restricción $\tau_r = \tau_p = 0$ permitiendo utilizar a τ_r y τ_p como entradas de control para gobernar la EOPI del robot y hacer más robusta la condición de estabilidad durante la FSS [135].

5.3.3.2 Modelo carro mesa

Para el modelo carro mesa se considera, igual que en modelo del péndulo invertido, la masa de todo el robot concentrada en un solo punto CM y se ignoran los efectos dinámicos de las extremidades que no están en contacto con el suelo. La masa total m del robot corresponde a la masa de un carro que es libre de desplazarse sobre una mesa, plano paralelo al suelo de altura constante z_c , como se ilustra en la figura 5.2. La base de la mesa corresponde a la planta del o de los pies de apoyo sobre la cual actúa la reacción del suelo que debe equilibrar el par generado por la dinámica del carro. Finalmente se considera que no hay deslizamiento entre las llantas del carro y la mesa, toda la fuerza paralela al suelo se transmite del carro a la mesa.

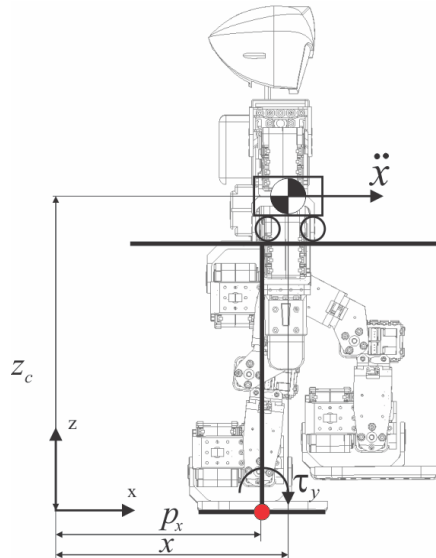


Figura 5.2. Diagrama para el modelo carro mesa.

Las ecuaciones de equilibrio estático en el plano $z - x$ para el sistema antes descrito son:

$$\sum F_z = -mg + RS \quad (87)$$

$$\sum F_x = m\ddot{x} \quad (88)$$

$$\sum_{y \cup \cup} \tau_y = -z_c m\ddot{x} + mgx - RS p_x \quad (89)$$

Donde RS es la magnitud de la FRS igual a mg , p_x es la distancia del origen del referencial a el punto donde actúa la FRS. Para los CPRS p_x es el parámetro que define la estabilidad del caminante, así:

$$p_x = x - \frac{z_c}{g} \ddot{x}. \quad (90)$$

5.4 Modelo del robot BILOID-DCA

5.4.1 Cinemática directa de posiciones

Para el control del robot (Capítulo 6) resulta conveniente contar con una descripción de todos los parámetros del robot, posiciones velocidades y aceleraciones, respecto la pierna de apoyo del robot. Por lo tanto, para la Cinemática directa se tendrán 3 ramificaciones

- 1) De la pierna de apoyo a la muñeca izquierda.
- 2) De la pierna de apoyo a la muñeca derecha.
- 3) De la pierna de apoyo a la pierna libre.

Como el modelo cinemático directo se utilizará posteriormente en la obtención del modelo dinámico, serán ubicados referenciales tanto en cada articulación como en cada centro de masas de cada eslabón. A continuación, se muestra un esquema con las posiciones de los referenciales. Con la finalidad de no saturar al dibujo de información y aprovechando la simetría del robot únicamente se agregaron las cotas necesarias al lado derecho del robot.

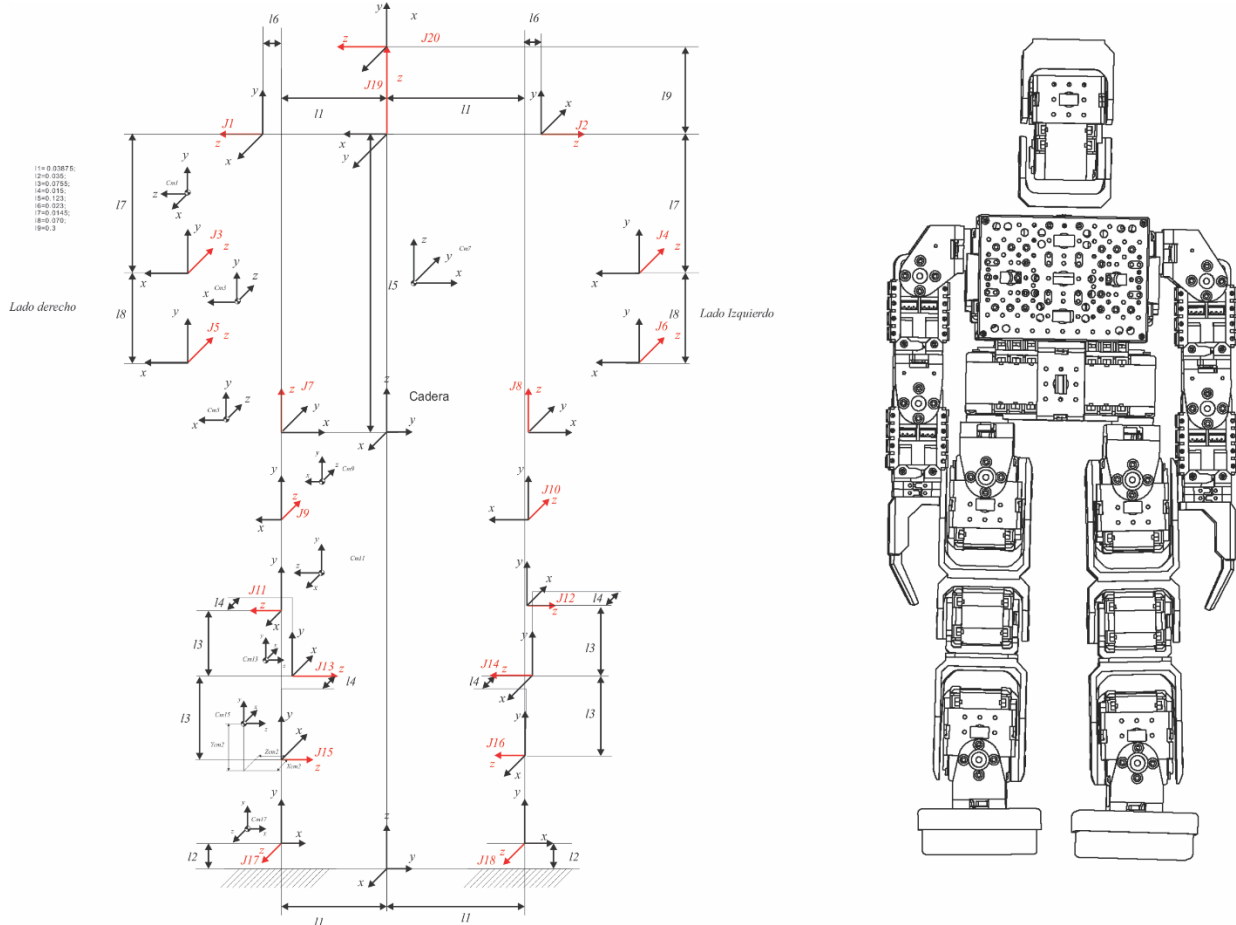


Figura 5.3. Referenciales para la cinemática directa del robot bioolid.

5.4.2 Matrices de transformación homogénea entre eslabones de la pierna derecha

Transformación del referencial mundo al primer grado de libertad de la pierna derecha

$${}^wT^{17} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -l_1 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (91)$$

Transformación del referencial de la primera articulación de la pierna derecha $J17$ al segundo grado de libertad $J15$

$${}^{17}T^{15} = \begin{bmatrix} 0 & -s_{17} & c_{17} & 0 \\ 0 & c_{17} & s_{17} & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (92)$$

Transformación del referencial del primer grado de libertad $J17$ al primer centro de masa $CM15$.

$${}_{17}T^{CM15} = \begin{bmatrix} c_{17} & -s_{17} & 0 & -y_{CM15}s_{17} + x_{CM15}c_{17} \\ s_{17} & c_{17} & 0 & y_{CM15}c_{17} + x_{CM15}s_{17} \\ 0 & 0 & 1 & z_{CM15} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (93)$$

Transformación del referencial del segundo grado de libertad $J15$ al referencial del tercer grado de libertad $J13$

$${}_{15}T^{13} = \begin{bmatrix} c_{15} & -s_{15} & 0 & -l_3s_{15} - l_4c_{15} \\ s_{15} & c_{15} & 0 & -l_3c_{15} - l_4s_{15} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (94)$$

Transformación del referencial del segundo grado de libertad $J15$ al segundo centro de masa $CM 13$.

$${}_{15}T^{CM13} = \begin{bmatrix} c_{15} & -s_{15} & 0 & -y_{CM13}s_{15} + x_{CM13}c_{15} \\ s_{15} & c_{15} & 0 & y_{CM13}c_{15} + x_{CM13}s_{15} \\ 0 & 0 & 1 & z_{CM13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (95)$$

Transformación del referencial del tercer grado de libertad $J13$ al referencial del cuarto grado de libertad $J11$

$${}_{13}T^{11} = \begin{bmatrix} -c_{13} & -s_{13} & 0 & -l_3s_{13} - l_4c_{13} \\ -s_{13} & c_{13} & 0 & l_3c_{13} + l_4s_{13} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (96)$$

Transformación del referencial del tercer grado de libertad $J13$ al segundo centro de masa $CM 11$.

$${}_{13}T^{CM11} = \begin{bmatrix} c_{13} & -s_{13} & 0 & -y_{CM11}s_{13} + x_{CM11}c_{13} \\ s_{13} & c_{13} & 0 & y_{CM11}c_{13} + x_{CM11}s_{13} \\ 0 & 0 & 1 & z_{CM11} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (97)$$

Transformación del cuarto grado de libertad $J11$ al quinto grado de libertad $J9$

$${}_{11}T^9 = \begin{bmatrix} 0 & -s_{11} & -c_{11} & 0 \\ 0 & c_{11} & -s_{11} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (98)$$

Transformación del cuarto grado de libertad $J11$ al centro de masas $CM9$

$${}_{11}T^{CM9} = \begin{bmatrix} c_{11} & -s_{11} & 0 & -y_{CM9}s_{11} + x_{CM9}c_{11} \\ s_{11} & c_{11} & 0 & y_{CM9}c_{11} + x_{CM9}s_{11} \\ 0 & 0 & 1 & z_{CM9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (99)$$

Transformación del quinto grado de libertad $J9$ al 6to grado de libertad $J7$.

$${}_{9}T^7 = \begin{bmatrix} c_9 & 0 & -s_9 & 0 \\ s_9 & 0 & c_9 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (100)$$

Transformación del quinto grado de libertad $J9$ al centro de masas $CM7$

$${}^9T^{CM7} = \begin{bmatrix} c_9 & -s_9 & 0 & -y_{CM7}s_9 + x_{CM7}c_9 \\ s_9 & c_9 & 0 & y_{CM7}c_9 + x_{CM7}s_9 \\ 0 & 0 & 1 & z_{CM7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (101)$$

Transformación del sexto grado de libertad $J7$ al centro de masas $CM6$

$${}^7T^{CM6} = \begin{bmatrix} c_7 & -s_7 & 0 & -y_{CM6}s_7 + x_{CM6}c_7 \\ s_7 & c_7 & 0 & y_{CM6}c_7 + x_{CM6}s_7 \\ 0 & 0 & 1 & z_{CM6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (102)$$

Al ser simétrico el robot en su parte derecha y su parte izquierda las transformaciones que corresponden al lado izquierdo del robot son las mismas a las ya presentadas salvo signos que reflejan el sentido de las dimensiones geométricas por lo tanto no serán presentadas. De igual forma, se han omitido las matrices de transformación homogénea que van de la base a cualquier elemento. Pues los resultados explícitos de estos productos aumentan de tamaño al aumentar el número de grados de libertad. De cualquier forma, estas matrices están definidas por la ecuación (51) que representa el producto de las matrices que forman la cadena de la articulación base a la articulación deseada.

5.4.3 Cinemática directa de velocidades y aceleraciones

Aplicando el modelo de la ecuación (57) para cada referencial y centro de masas se determina la matriz Jacobiana de cada elemento de interés. Esto es básicamente un proceso repetitivo y debido a que representar cada uno de los resultados de manera explícita significaría el empleo de una gran cantidad de espacio únicamente se obtendrá los valores para el primer centro de masas de manera explícita como ejemplo ilustrativo.

Análisis del primer centro de masas.

El efecto de un actuador sobre un eslabón depende de la base de la cadena que contiene al actuador y al eslabón, si el pie está apoyado en el suelo el eslabón 17 sirve como base para el actuador 17 por lo tanto el efecto del actuador 17 actúa sobre el eslabón 15. Por otro lado, si el pie no se encuentra apoyado en el suelo el eslabón 17 sufre la acción del actuador 17. Considerando que el pie derecho está apoyado en el suelo la matriz jacobiana J_{CM17} corresponderá a una matriz de 6×6 cuya primera columna estará formada por el termino j_{CM17}^{17} que se describirá a continuación y por 5 columnas más de ceros $J_{CM17} = [j_{CM17}^{17} \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0}]$

Siendo el vector j_{CM17}^{17} definido por:

$$j_{CM17}^{17} = \begin{bmatrix} {}_w\mathbf{z}^{17} \times ({}_w\mathbf{o}^{CM17} - {}_w\mathbf{o}^{17}) \\ {}_w\mathbf{z}^{17} \end{bmatrix} \quad (103)$$

De donde, como ya se explicó, ${}_w\mathbf{z}^{17}$ corresponde a la tercer columna de la componente de rotación de la matriz de transformación homogénea ${}_wT^{17}$, ${}_w\mathbf{o}^{CM17}$ corresponde al vector de posición de la matriz ${}_wT^{CM17}$, definida por la ecuación (51) como: ${}_wT^{CM17} = {}_wT^{17} {}_{17}T^{CM17}$ y ${}_w\mathbf{o}^{17}$ corresponde al vector de posición de la matriz ${}_wT^{17}$.

Las matrices ${}_wT^{17}$ y ${}_wT^{CM17}$ son:

$${}_wT^{17} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -l_1 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}_{17}T^{CM17} = \begin{bmatrix} c_{17} & -s_{17} & 0 & -y_{CM17}s_{17} + x_{CM17}c_{17} \\ s_{17} & c_{17} & 0 & y_{CM17}c_{17} + x_{CM17}s_{17} \\ 0 & 0 & 1 & z_{CM17} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto ${}^wT^{CM17}$ será:

$${}^wT^{CM17} = {}^wT^{17} {}^{17}T^{CM17} = \begin{bmatrix} c_{17} & -s_{17} & 0 & l_1 - y_{CM17}s_{17} + x_{CM17}c_{17} \\ 0 & 0 & -1 & -z_{CM17} \\ s_{17} & c_{17} & 0 & l_2 + y_{CM17}c_{17} + x_{CM17}s_{17} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (104)$$

La ecuación (103) escrita de manera explícita es:

$$j_{CM17}^{17} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l_1 - y_{CM17}s_{17} + x_{CM17}c_{17} & l_1 \\ -z_{CM17} & -0 \\ l_2 + y_{CM17}c_{17} + x_{CM17}s_{17} & l_2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -y_{CM17}s_{17} - x_{CM17}c_{17} \\ 0 \\ -y_{CM17}c_{17} + x_{CM17}s_{17} \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (105)$$

$$J_{CM17} = \begin{bmatrix} -y_{CM17}s_{17} - x_{CM17}c_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -y_{CM17}c_{17} + x_{CM17}s_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (106)$$

Aplicando la ecuación (63) se determinan las velocidades del espacio de trabajo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{CM17} \\ \dot{y}_{CM17} \\ \dot{z}_{CM17} \\ \dot{\alpha}_{CM17} \\ \dot{\beta}_{CM17} \\ \dot{\gamma}_{CM17} \end{bmatrix} = J_{CM17} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_{CM17}c_{17} - x_{CM17}s_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -y_{CM17}s_{17} + x_{CM17}c_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix}$$

Para el caso de las aceleraciones se emplea la ecuación (63)

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_n \\ \ddot{y}_n \\ \ddot{z}_n \\ \ddot{\alpha}_n \\ \ddot{\beta}_n \\ \ddot{\gamma}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_{CM17}c_{17} - x_{CM17}s_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -y_{CM17}s_{17} + x_{CM17}c_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \\ \ddot{q}_5 \\ \ddot{q}_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{CM17}s_{17} - x_{CM17}c_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -y_{CM17}c_{17} - x_{CM17}s_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix}$$

El mismo procedimiento se debe aplicar al CM de cada uno de los eslabones, como este es un proceso repetitivo y conforme se aumentan los grados de libertad de la cadena analizada aumenta el tamaño de los términos en las matrices se utilizó el programa de cálculo simbólico Mathematica para la obtención tanto de este como del modelo dinámico explícito del robot. El programa generado y el modelo explícito se encuentran en un archivo online disponible en:

<https://drive.google.com/open?id=1lobiHBhgRMqSkMklePXU6IOw880iTUDE>

5.4.4 Cinemática inversa de posiciones.

Para definir la posición y orientación de un elemento dentro del espacio de trabajo humano, R^3 , se necesita la posición respecto a cada uno de los ejes cartesianos (x, y, z) y la orientación respecto estos mismos ejes (α, β, γ). Por lo tanto, el problema de la cinemática inversa para este caso consiste en definir el vector de posiciones articulares $\mathbf{q} \in R^6$ a partir del vector de posiciones espaciales $\xi \in R^6$.

La disposición física de los grados de libertad en la pierna y la cadera del humanoide simulan una articulación esférica lo cual permite aplicar la técnica de desacoplamiento cinemático que consiste en utilizar 3 grados de libertad para lograr las posiciones deseadas respecto los 3 ejes cartesianos y los tres grados de libertad restantes para lograr las 3 orientaciones deseadas. Esto simplifica mucho el trabajo para obtener la cinemática inversa de posiciones y permite aplicar simple trigonometría en su solución.

Considerando como ejemplo la pierna derecha del robot la orientación α , orientación respecto el eje z , corresponderá a la variable articular 17. β que corresponde a la orientación respecto el eje x estará definido por la variable articular 15 y finalmente la variable articular 17 corresponderá a la orientación γ que es la orientación a lo largo del eje y .

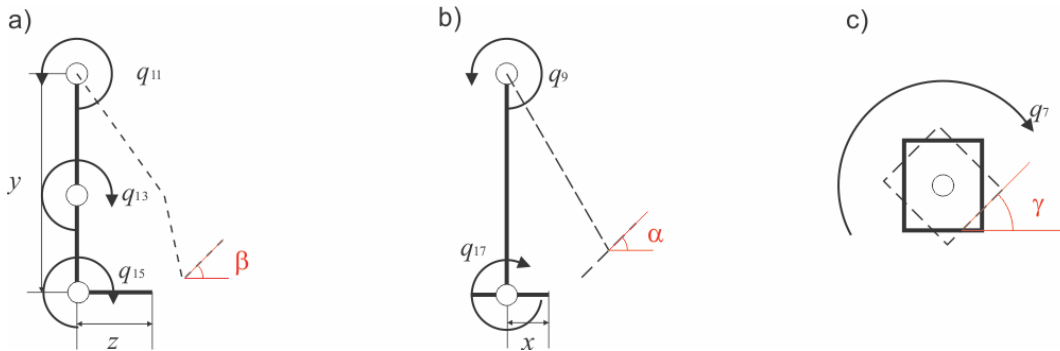


Figura 5.4. a) Vista lateral de la pierna b) Vista frontal de la pierna c) Vista superior de la pierna.

En la figura 5.4.a se ilustra la vista del plano $z - y$ de la pierna del robot, con línea continua la posición inicial y en línea punteada una posición arbitraria donde la orientación del pie respecto al eje x , eje perpendicular al plano ilustrado, está definida por el valor de q_{15} . En la figura 5.4.b se hace lo propio para el plano $x - y$ y en la figura 5.4.c se ilustra el plano $x - z$, con las siguientes relaciones:

$$\gamma = q_7, \quad \alpha = q_9 - q_{17} \text{ y } \beta = q_{11} - q_{13} - q_{15} \quad (107)$$

Las variables articulares q_9 , q_{11} y q_{13} definirán las posiciones y tendrán un efecto sobre las orientaciones del pie, mientras que las variables q_7 , q_{15} y q_{17} no tienen influencia alguna sobre la posición. Por lo tanto, el procedimiento es lograr la posición deseada usando las articulaciones 9, 11 y 13 Y posteriormente corregir la orientación mediante 7, 15 y 17.

El utilizar solo 3 articulaciones para definir la posición del pie permite realizar un análisis trigonométrico de las posiciones.

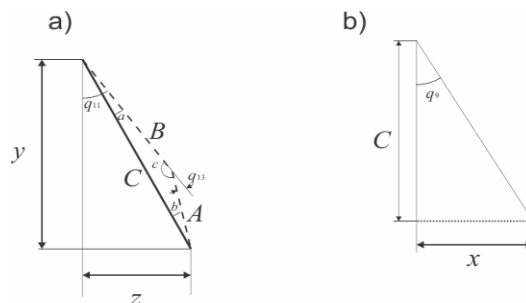


Fig. 5.5. Triángulos formados por las articulaciones de la pierna en una pose definida.

En la figura 5.5.a se ilustra la proyección sobre el plano $y - z$ de la pierna analizada. Con línea punteada, segmentos A y B, se representan los eslabones que forman a la pierna. El segmento B correspondería al fémur de un ser humano mientras que el segmento A a la tibia y el peroné. El segmento de línea continua C corresponde a la proyección del vector de posición del pie sobre el plano $y - z$. Mientras que en la figura 5.5.b se ilustra la proyección de la pierna sobre el plano $y - x$.

A partir de los triángulos formados en las figuras 5.5.a y 5.5.b es posible definir las siguientes relaciones geométricas entre la posición del pie y los valores articulares q_9 , q_{11} y q_{13} que corresponden a la solución de la cinemática inversa de posiciones.

$$q_9 = \arctan\left(\frac{x}{C}\right) \quad (108)$$

$$\text{Con } C = \sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos(c)} \text{ y } \cos(c) = \frac{-y^2 - z^2 + A^2 + B^2}{2AB}$$

Mientras que $q_{13} = \pi - c$ y utilizando la propiedad $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$

$$q_{13} = \arccos\left(\frac{y^2 + z^2 - A^2 - B^2}{2AB}\right) \quad (109)$$

Y finalmente

$$q_{11} = \arctan\left(\frac{z}{y}\right) + a \quad (110)$$

Con $a = \arctan(A \cos(q_{13}), B + A \sin(q_{13}))$

5.4.5 Cinemática inversa de velocidades y aceleraciones

La ecuación (62) define el valor de las velocidades articulares $\dot{\mathbf{q}}$ en función de las velocidades del espacio de trabajo. La relación entre estas 2 variables corresponde a la inversa de la matriz jacobiana del sistema \mathbf{J}^{-1} . Continuando con el ejemplo del centro de masas correspondiente al eslabón de la articulación 17 se observa que \mathbf{J} corresponde a una matriz singular y para muchos otros casos ni siquiera es una matriz cuadrada por lo tanto \mathbf{J}^{-1} corresponde a la pseudoinversa de \mathbf{J} :

$$\mathbf{J}_{CM17}^{-1} = \begin{bmatrix} j_{CM17}^{11} & 0 & j_{CM17}^{31} & 0 & j_{CM17}^{51} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (111)$$

Donde:

$$\begin{aligned} j_{CM17}^{11} &= -\frac{y_{CM17}c_{17} + y_{CM17}s_{17}}{1 + (y_{CM17}c_{17} - x_{CM17}s_{17})(y_{CM17}c_{17} + x_{CM17}s_{17}) + (-y_{CM17}s_{17} + x_{CM17}c_{17})(x_{CM17}c_{17} - y_{CM17}s_{17})} \\ j_{CM17}^{31} &= \frac{-y_{CM17}s_{17} + x_{CM17}c_{17}}{1 + (y_{CM17}c_{17} + x_{CM17}s_{17})(y_{CM17}c_{17} + x_{CM17}s_{17}) + (-y_{CM17}s_{17} + x_{CM17}c_{17})(x_{CM17}c_{17} - y_{CM17}s_{17})} \\ j_{CM17}^{51} &= \frac{1}{-1 - (y_{CM17}c_{17} + x_{CM17}s_{17})(y_{CM17}c_{17} + x_{CM17}s_{17}) + (-y_{CM17}s_{17} + x_{CM17}c_{17})(-x_{CM17}c_{17} + y_{CM17}s_{17})} \end{aligned}$$

Finalmente aplicando la ecuación (62) tenemos la expresión que define las velocidades articulares en función de las velocidades espaciales.

Control sensorial de la marcha de un robot humanoide

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix} = J_{CM17}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_{CM17} \\ \dot{y}_{CM17} \\ \dot{z}_{CM17} \\ \dot{\alpha}_{CM17} \\ \dot{\beta}_{CM17} \\ \dot{\gamma}_{CM17} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{CM17}^{11} & 0 & j_{CM17}^{31} & 0 & j_{CM17}^{51} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{CM17} \\ \dot{y}_{CM17} \\ \dot{z}_{CM17} \\ \dot{\alpha}_{CM17} \\ \dot{\beta}_{CM17} \\ \dot{\gamma}_{CM17} \end{bmatrix} \quad (112)$$

Para el caso de las aceleraciones angulares se aplica la ecuación (63)

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \\ \ddot{q}_5 \\ \ddot{q}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{CM17}^{11} & 0 & j_{CM17}^{31} & 0 & j_{CM17}^{51} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{CM17} \\ \ddot{y}_{CM17} \\ \ddot{z}_{CM17} \\ \ddot{\alpha}_{CM17} \\ \ddot{\beta}_{CM17} \\ \ddot{\gamma}_{CM17} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \dot{x}_{CM17} (-y_{CM17} s_{17} - x_{CM17} c_{17}) \\ 0 \\ \frac{d}{dt} \dot{x}_{CM17} (-y_{CM17} c_{17} + x_{CM17} s_{17}) \\ 0 \\ 0 \\ -\ddot{x}_{CM17} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (113)$$

Una vez más los modelos inversos completos se encuentran codificados en el *Notebook* de Mathematica disponible online.

Capítulo 6

Control

En este capítulo se introducen los algoritmos de control empleados para mantener el equilibrio del robot mientras camina y manipula objetos, en la sección 6.1 se presentan las estrategias de control utilizadas. Primero se detalla el controlador local implementado en los actuadores para mejorar su desempeño, seguido del control global del robot basado en la dinámica completa del robot y posteriormente otro controlador basado en la dinámica simplificada. En la sección 6.2 se describe una estrategia de acción al momento de manipular un excesivo peso extra derivada de los resultados obtenidos del algoritmo de dinámica simplificada.

INTRODUCCIÓN

La finalidad de un algoritmo de control es forzar a un sistema a comportarse de una manera deseada. Para lograr esto, generalmente se utilizan representaciones del sistema que establecen la relación entre las características cuyo comportamiento se desean forzar y las características que podemos modificar y/o cuantificar. Como ya se ha explicado, estos modelos son aproximaciones del sistema real ya que una representación precisa del sistema resultaría muy compleja y se perdería el objetivo de un modelo. Las diferencias entre el sistema real y su modelo provocan que una acción en el modelo desencadene un comportamiento diferente al desencadenado por la misma acción en el sistema real. Todas estas diferencias y características no consideradas en el modelo se denominan perturbaciones o errores de modelado y se busca que las técnicas de control implementadas puedan absorber o contrarrestar la mayor cantidad posible de ellas. Cuando se trata de sistemas complejos, formado por varios subsistemas, se pueden tener diferentes niveles de control, existirá un nivel local de control que se encargue de cada subsistema y un nivel global que se encargará de la interacción de los subsistemas. En el caso del robot humanoide existe un control local que gobierna a cada actuador y un controlador global que gobierna todas las cadenas cinemáticas. El primero se encarga de producir la posición velocidad y aceleración deseada en el eje del servomecanismo que actúa en cada eslabón, mientras que el segundo se encarga de controlar los movimientos de las diferentes cadenas, pies, brazos, cabeza, etc. Y para hacer que todo el conjunto, robot, desarrolle una tarea específica. Hoy en día el control local de los servomecanismos es un problema altamente estudiado y con muchas soluciones prácticas ya implementadas en los servomecanismos comerciales, por lo cual generalmente se ignora o se da por hecho el control local de los actuadores de un robot y se enfoca la atención al control global del robot para hacer tareas como caminar, manejar objetos, interactuar con otros robots, etc. Sin embargo, en ocasiones el control local de los servomecanismos comerciales busca abarcar un amplio espectro de posibles aplicaciones lo que provoca que el control implementado sea sumamente flexible y a la vez insuficiente o inapropiado para aplicaciones específicas. Esto ha llevado a que los usuarios desarrollen sus propios controladores locales los cuales pueden ya sea aprovechar algunas características del controlador original o bien omitir por completo el controlador original. Esto depende mucho de que tanto acceso se tenga a la electrónica y mecanismos internos del actuador. Por otro lado, hablando del control global del robot, cuando el objetivo es hacer caminar al robot y evitar que este se caiga, las metodologías de control más utilizadas son las basadas en los criterios de puntos de referencia en el suelo para asegurar la estabilidad del caminado en un robot la variable a forzar es la posición del punto de referencia seleccionado, *ZMP*, *FRI*, *MC*, etc. Lo más común es definir una posición deseada para el punto de referencia durante toda la secuencia del paso, creando una trayectoria deseada para este punto. De esta manera es posible definir el problema de control como un problema de seguimiento de trayectoria donde el estado, la posición del punto de referencia, depende directamente de la dinámica del robot. Esta dinámica se encuentra predefinida por los parámetros de caminado, los valores articulares de posición son definidos por la trayectoria espacial de cada una de las articulaciones y por los parámetros geométricos del caminado,

altura de paso, longitud de paso, etc. Mientras que las velocidades articulares son definidas por los parámetros de velocidad del caminado. Dejando como únicas variables de control las aceleraciones articulares y en algunos casos la derivada temporal de las aceleraciones. Aún con buena parte de la dinámica predefinida por los parámetros de caminado, el modelo dinámico del robot resulta ser el modelo de un sistema complejo y altamente acoplado, por lo cual algunos investigadores han optado por desarrollar algoritmos de control para una sola variable articular o bien, en el mejor de los casos, para algunas articulaciones de la pierna; pero, siempre dejando a un lado el efecto producido por los movimientos de las demás partes del cuerpo como el tronco y los brazos. Estos métodos son clasificados bajo el título de algoritmos de dinámica individual. Mientras que los pocos que consideran la interacción de otras partes del cuerpo son denominados algoritmos de dinámica cooperativa. Como ejemplos de dinámica individual tenemos los trabajos de las referencias de [136] [137] [138] [139] [140] donde se aplican diferentes técnicas de control para definir la acción sobre las articulaciones que forman parte únicamente de la pierna. Para el caso de la dinámica cooperativa en [122] se obtiene un modelo de la dinámica del robot con el cual, a través de un método iterativo, se determina la acción de control sobre el tronco del robot. En este capítulo se introducirá un control local para los actuadores del robot el cual permitirá mejorar su desempeño y facilitará la implementación de los controladores globales. Posteriormente se presentará un controlador global basado en un modelo de la dinámica completa y uno basado en los modelos de dinámica simplificada.

6.1 Algoritmos de control

6.1.1 Controlador local de los actuadores

Como ya se explicó en la sección 0 el controlador local de los actuadores AX-12 de dynamixel es un controlador puramente proporcional y como tal presenta un error en estado estacionario que para las aplicaciones de control del equilibrio de todo el robot resulta inconveniente. Para entender la lógica del controlador que se propone partiremos del hecho de que no se tiene ningún acceso, directo y sencillo, al mecanismo y la electrónica del actuador, lo que nos deja como única opción el utilizar al controlador original como parte del nuevo controlador. Para entender la lógica del controlador local implementado suponga un controlador proporcional como el ilustrado en la figura 6.1, que para fines prácticos es igual al controlador original descrito en la sección 3.5.1. y en él se puede observar que fuera de la zona de saturación, en la zona del controlador, el par en el eje del actuador es proporcional al error de posición $e = q_d - q_a$.

$$\tau = k(q_d - q_a) \quad (114)$$

Gracias a la caracterización del actuador y a sus propios sensores tanto la posición actual del eje q_a como la pendiente de la recta k , dentro de la zona del controlador, son perfectamente cuantificables mientras que q_d es la variable de control del actuador. Por otro lado, la dinámica de un objeto sometido a la acción de un par angular esta descrita por:

$$\tau = (In)\ddot{q} + F_v\dot{q} + Q(q) \quad (115)$$

De donde In es el momento de inercia del objeto respecto al radio de giro, F_v es el coeficiente de fricción viscosa y $Q(q)$ es el termino correspondiente al par producido por el efecto de la gravedad, generalmente definido por una función trigonométrica de q . Sustituyendo (114) en (115) obtenemos la siguiente expresión:

$$k(q_d - q_a) = (In)\ddot{q} + F_v\dot{q} + Q(q) \quad (116)$$

Resolviendo (116) para la aceleración angular obtenemos:

$$\ddot{q} = \frac{k(q_d - q_a)}{In} - \frac{F_v\dot{q}}{In} - \frac{Q(q)}{In} \quad (117)$$

Separando términos lineales y no lineales la ecuación (117) puede escribirse como:

$$\ddot{q} = -a_1(t)q - a_2(t)\dot{q} + k(t)u + \lambda(t) \quad (118)$$

De donde $\lambda(t)$ corresponde a los errores de modelado y perturbaciones del sistema mientras que $a_1(t), a_2(t)$ y $k(t)$ son parámetros que dependen de la estructura física interna del actuador, los cuales son desconocidos e inaccesibles. Así que el problema ahora se convierte en un problema de identificación de parámetros. La zona del controlador es relativamente pequeña en comparación con toda la zona de acción del actuador, por lo tanto, una suposición válida es que los parámetros $a_1(t), a_2(t)$ y $k(t)$ varían muy lentamente con respecto al tiempo, así es posible plantear al sistema de la ecuación (118) como:

$$\ddot{q} = -a_1 q - a_2 \dot{q} + k u \quad (119)$$

Y de esta manera es posible plantear el siguiente problema de mínimos cuadrados para C

$$C = (B^T B)^{-1} B^T A \quad (120)$$

De donde $A = \begin{bmatrix} \ddot{q}(t_1) \\ \ddot{q}(t_2) \\ \vdots \\ \ddot{q}(t_n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} q(t_1) & \dot{q}(t_1) & u(t_1) \\ q(t_2) & \dot{q}(t_2) & u(t_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ q(t_n) & \dot{q}(t_n) & u(t_n) \end{bmatrix}$ y $C = [-\bar{a}_1 \quad -\bar{a}_2 \quad \bar{k}]$

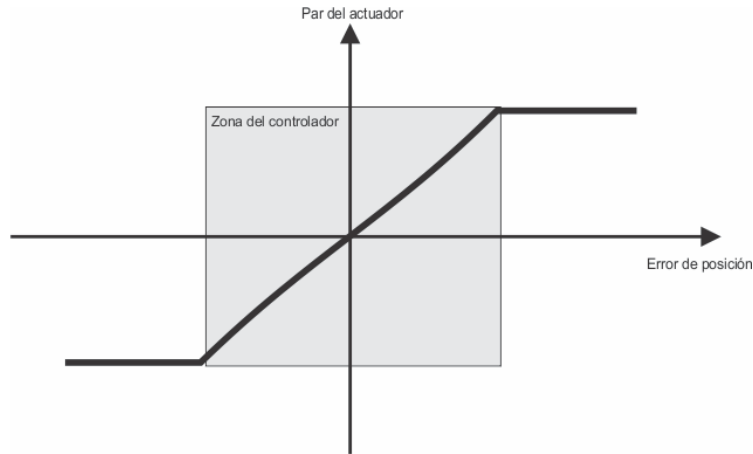


Figura 6.1. Par de salida del actuador AX-12 en función del error de posición.

La solución del problema de identificación expresado en (120) depende del conocimiento de q, \dot{q}, \ddot{q} , en el trabajo original [141] los autores utilizan diferenciadores robustos para derivar respecto del tiempo las lecturas del encoder del actuador. En nuestro caso aprovecharemos las mediciones de la unidad inercial con la que cuenta el robot, colocada en su centro de masas, y mediante el uso de los modelos de cinemáticas inversas calcularemos los valores de \dot{q} y \ddot{q} . Una vez identificados los parámetros puede proponerse un control adaptable para el modelo (119).

$$\dot{q} = E q + F(u + \varphi^T \theta) \quad (121)$$

de donde $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\bar{a}_1 & -\bar{a}_2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{k} \end{bmatrix}, \varphi = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \\ u \\ 1 \end{bmatrix}$ y $\theta = \begin{bmatrix} (\bar{a}_1 - a_1(t))/\bar{k} \\ (\bar{a}_2 - a_2(t))/\bar{k} \\ (k(t) - \bar{k})/\bar{k} \\ \lambda(t)/\bar{k} \end{bmatrix}$ es el vector de incertidumbres

constantes por intervalos. Donde la ley de control estará definida como:

$$u = -\varphi^T \hat{\theta} \quad (122)$$

Con la ley de actualización adaptable definida en [137] como $\hat{\theta} = \gamma \varphi F^T P q$ con $\gamma > 0$ y P es una matriz definida positiva.

6.1.2 Controlador global

6.1.2.1 Controlador basado en el modelo de la dinámica completa.

Los modelos (81) y (82) relacionan las posiciones, velocidades y aceleraciones articulares $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ del robot con las fuerzas lineales $\dot{\mathbf{P}}_{CM}$ y pares angulares $\dot{\mathbf{L}}_{CM}$ del CM del robot. En la dinámica de un robot las fuerzas lineales son las encargadas de producir los desplazamientos del robot y los momentos angulares son los responsables de los giros del robot, que posteriormente provocaran una caída. Dicho esto, resulta claro que el objetivo de los algoritmos de control es siempre mantener el equilibrio estático en los momentos angulares que actúan sobre el robot.

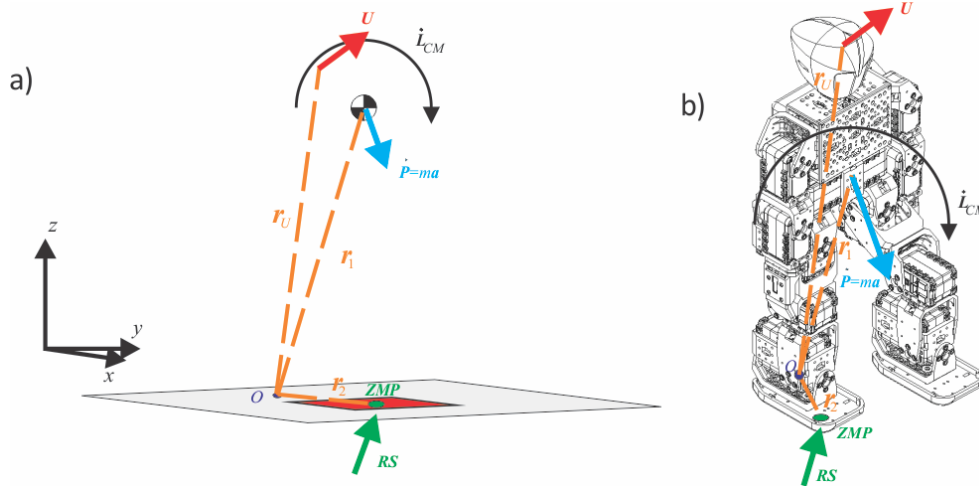


Figura 6.2. a) DCL del robot en una pose en fase de apoyo simple. b) ubicación de las fuerzas y pares que actúan en el robot.

A partir del análisis del equilibrio en los pares que actúan sobre el robot, ilustrado en la figura 6.2, se plantean las siguientes ecuaciones que describen la posición de la reacción del suelo RS en función del momento angular y lineal que actúan en el robot:

$$\mathbf{r}_2 \times \mathbf{RS} = \dot{\mathbf{L}}_{CM} + \mathbf{r}_1 \times m\mathbf{a} + \mathbf{r}_U \times \mathbf{U} \quad (123)$$

Donde \mathbf{r}_2 es el vector de posición que va desde el punto arbitrario, o , respecto el cual se calcularan los pares del robot al ZMP , RS es la fuerza de reacción ejercida por el suelo, $\dot{\mathbf{L}}_{CM}$ es el par total que actúa en el centro de masas del robot, \mathbf{r}_1 es el vector de posición que va desde el punto arbitrario, o , al centro de masas del robot, \mathbf{a} es la aceleración total que actúa en el centro de masas, que de manera explícita corresponde a la sumatoria de la aceleración generada por los movimientos articulares \mathbf{a}_{CM} y la aceleración gravitacional \mathbf{g} , \mathbf{U} son las perturbaciones del Sistema y \mathbf{r}_U el vector de posición que va de o a \mathbf{U} . Ignorando por el momento el efecto de la perturbación \mathbf{U} , la ecuación vectorial (123) puede expresarse en sus componentes cartesianas dentro del espacio de trabajo del robot como:

$$\begin{bmatrix} r_{2x} \\ r_{2y} \\ r_{2z} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} r_{Sx} \\ r_{Sy} \\ r_{Sz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{L}_{cmx} \\ \dot{L}_{cm y} \\ \dot{L}_{cmz} \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} r_{1x} \\ r_{1y} \\ r_{1z} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{cmx} \\ a_{cm y} \\ a_{cmz} - g \end{bmatrix} \quad (124)$$

Por conveniencia definimos el origen de nuestro sistema de referencia sobre la superficie del suelo, por lo cual la posición de la reacción del suelo sobre el robot a lo largo del eje z es 0. Desarrollando de manera explícita los productos vectoriales de la ecuación (124) y considerando que $r_{2z} = 0$ obtenemos las ecuaciones de equilibrio para los pares que actúan en sobre el robot expresadas en las variables del espacio de trabajo.

$$\begin{bmatrix} r_{2y}r_{S_z} \\ -r_{2x}r_{S_z} \\ r_{2x}r_{S_y} - r_{2y}r_{S_x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{L}_{cmx} \\ \dot{L}_{cmx} \\ \dot{L}_{cmz} \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} r_{1y}(a_{cmz} - g) - r_{1z}a_{cmx} \\ -r_{1x}(a_{cmz} - g) + r_{1z}a_{cmx} \\ r_{1x}a_{cmx} - r_{1y}a_{cmx} \end{bmatrix} \quad (125)$$

La parte correspondiente a los pares que actúan a lo largo del eje z , tercera fila, corresponde a los pares que provocan el giro del robot sobre su eje vertical. Este giro, a lo largo del eje vertical, no provoca la caída del robot, además como se puede apreciar en la ecuación (125), el equilibrio de este par depende de las reacciones del suelo sobre los ejes y y x las cuales corresponden a las fuerzas de fricción generadas entre las superficies de la planta del pie y el suelo. El sistema de medición basado en galgas (SMG) no es capaz de realizar la medición de estas fuerzas por lo que a lo más únicamente se podría establecer un control a lazo abierto. Así que para los algoritmos de control empleando el SMG se despreciará la dinámica en este eje y conservaremos únicamente el sistema de 2 ecuaciones de equilibrio restante.

$$\begin{bmatrix} r_{2y}r_{S_z} \\ -r_{2x}r_{S_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{L}_{cmx} \\ \dot{L}_{cmx} \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} r_{1y}(a_{cmz} - g) - r_{1z}a_{cmx} \\ -r_{1x}(a_{cmz} - g) + r_{1z}a_{cmx} \end{bmatrix} \quad (126)$$

Para simplificar el análisis se trabajará solo el equilibrio a lo largo de un eje y el resultado se extenderá a el eje restante. Considerando la ecuación de equilibrio de pares a lo largo del eje x podemos despejar la posición a lo largo del eje y y de la reacción del suelo r_{2y} .

$$r_{2y} = \frac{\dot{L}_{cmx} + m(r_{1y}(a_{cmz} - g) - r_{1z}a_{cmx})}{r_{S_z}} \quad (127)$$

El efecto de la perturbación \mathbf{U} sobre la posición de la reacción del suelo puede ser incluida como una Δr_{2y} considerando el par generado por esta perturbación y el efecto de la perturbación sobre la magnitud de la reacción del suelo.

$$r_{2y} + \Delta r_{2y} = \frac{\dot{L}_{cmx} + m(r_{1y}(a_{cmz} - g) - r_{1z}a_{cmx})}{r_{S_z} + u_z} + \frac{u_y r_{uz}}{r_{S_z} + u_z} \quad (128)$$

El cambio en la posición de la reacción del suelo Δr_{2y} se debe al cambio en la dinámica del robot provocada por la perturbación, así que podemos expresar a Δr_{2y} en función del cambio en las aceleraciones y pares generados sobre el robot debido a la perturbación.

$$\Delta r_{2y} = \frac{u_y r_{uz}}{r_{S_z} + u_z} = \frac{\Delta \dot{L}_{cmx} + m(r_{1y}(\Delta a_{cmz} - g) - r_{1z}\Delta a_{cmx})}{r_{S_z} + u_z} \quad (129)$$

La ecuación (129) expresa la relación entre el cambio en la posición de la reacción producida por el suelo y el cambio en la dinámica del robot provocada por la acción de una perturbación u_x . Sin embargo, este cambio en la dinámica igual puede ser producida por un cambio en las consignas articulares del robot. Así una modificación de las consignas articulares del robot puede producir un Δr_{2y} tal que compense el efecto de la perturbación y se mantenga la trayectoria del **ZMP** planeada originalmente.

Para el caso del movimiento de robot en un solo plano las ecuaciones (81) y (82) pueden escribirse como un solo sistema de ecuaciones vectoriales donde $\mathbf{D}(\mathbf{q})$ se reduce a un vector de n elementos y $\mathbf{A}_x(\mathbf{q})$ es una matriz de $2 \times n$, con n como el número de elementos que conforma la cadena cinemática.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x(\mathbf{q}) \\ \mathbf{D}(\mathbf{q}) \end{bmatrix}^+ \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{P}}_{cmx} - \dot{\mathbf{A}}_x(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{L}}_{cmz} - \dot{\mathbf{D}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \end{pmatrix} \quad (130)$$

Para obtener un control sobre los pares que se generan en el robot a partir de las variables articulares de los eslabones que lo conforman debe resolverse el sistema (130). La solución de este sistema de

ecuaciones requiere determinar la inversa generalizada de las matrices no cuadradas $A_x(\mathbf{q})$ y $D(\mathbf{q})$, buscando la unicidad se emplea la pseudo inversa de Moore-Penrose [142] para calcular la solución.

Esta solución nos proporciona los valores articulares $\ddot{\mathbf{q}}$ necesarios para producir una dinámica previamente definida para el robot, la cual a su vez define la estabilidad de este. La estrategia de control propuesta en esta sección busca modificar esta dinámica original con la finalidad de contrarrestar perturbaciones en la estabilidad del robot por lo tanto es necesario explicar el efecto de una perturbación sobre la dinámica del robot. así que, dado un robot que sigue una serie de trayectorias articulares previamente definidas, el efecto de una perturbación externa se ve reflejada únicamente como un cambio de las fuerzas y los pares generados en el robot. Por lo que el efecto de una perturbación sobre el robot puede incluirse en la ecuación (130) considerando estos cambios $\Delta\dot{\mathbf{P}}_{cmx}$ y $\Delta\dot{\mathbf{L}}_{cmz}$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} A_x(\mathbf{q}) \\ D(\mathbf{q}) \end{bmatrix}^+ \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{P}}_{cmx} + \Delta\dot{\mathbf{P}}_{cmx} - \dot{A}_x(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{L}}_{cmz} + \Delta\dot{\mathbf{L}}_{cmz} - \dot{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \end{pmatrix} \quad (131)$$

El cambio en las consignas de control que hay que realizar sobre las trayectorias previamente definidas para gobernar la posición de la reacción del suelo puede ser expresado como

$$\Delta\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} A_x(\mathbf{q}) \\ D(\mathbf{q}) \end{bmatrix}^+ \begin{pmatrix} \Delta\dot{\mathbf{P}}_{cmx} - \dot{A}_x(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \\ \Delta\dot{\mathbf{L}}_{cmz} - \dot{D}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \end{pmatrix} \quad (132)$$

Ahora, reescribiendo la ecuación (132) es posible tener una expresión del cambio en el par angular, $\Delta\dot{\mathbf{L}}_{cmz}$, que actúa a lo largo del eje z necesario para obtener un cambio, Δr_{2y} , en la posición de **RS** deseado.

$$\Delta\dot{\mathbf{L}}_{cmx} = \Delta r_{2y} r_{sz} - m(r_{1y}(\Delta a_{cmz} - g) - r_{1z}\Delta a_{cmx}) \quad (133)$$

El conjunto de ecuaciones (132) y (133) permiten relacionar el cambio necesario en los valores de las consignas articulares del robot para producir un cambio en la posición de la reacción generada por el suelo. Esta relación se establece a partir del par angular que actúa en el centro de masas del robot, sin embargo, esta relación también depende de las fuerzas que actúan sobre el centro de masas. Para simplificar esta relación y permitir el uso de (132) y (133) en el cálculo de nuevas consignas articulares que permitan conservar la estabilidad del robot se harán las siguientes consideraciones.

Dependiendo de la magnitud de la perturbación es posible que se presenten 2 casos:

- I) $\min(RP_y) \leq r_{2y} + \Delta r_{2y} \leq \max(RP_y)$
- II) $\max(RP_y) \leq r_{2y} + \Delta r_{2y} \leq \min(RP_y)$

El primer caso corresponde a la situación en la que la perturbación U provoca un desplazamiento en la reacción del suelo que se mantiene dentro de los límites del polígono de soporte. En este caso el par generado por la perturbación es absorbido por el suelo y no produce modificaciones en las aceleraciones del robot. Por otro lado, la fuerza de la perturbación tendrá un efecto sobre el robot que puede descomponerse en su efecto sobre los ejes x y z . En el caso del eje z si la dirección de la fuerza es en sentido al suelo éste la equilibrará y no existirá movimiento a lo largo de ese eje, en el caso de que la dirección sea opuesta al suelo y no es equilibrada por la dinámica original del robot, el robot sufrirá un desplazamiento hacia arriba, perdiéndose el contacto suelo-pie invalidando los criterios de estabilidad previamente definidos, por lo tanto, esta correspondería a una condición prohibida. Algo similar sucede con el efecto de la perturbación a lo largo del eje x , el *CM* del robot se desplaza sobre este eje con una velocidad definida por las velocidades articulares de o las piernas sin embargo en la presencia de una fuerza externa las piernas actúan como elementos rígidos transmitiendo toda la fuerza a el suelo donde será únicamente la fuerza de fricción la encargada de equilibrar la resultante y en caso de no hacerlo el pie patinara y permitirá el desplazamiento del robot a lo largo del eje x . Esta situación también viola los

criterios de estabilidad y por lo tanto se considera una condición prohibida. En función de este análisis es válido considerar que mientras RS se mantenga dentro del polígono de soporte, $\min(RP_y) \leq r_{2y} + \Delta r_{2y} \leq \max(RP_y)$, la dinámica del robot no se verá modificada, $\Delta a_{cmy} = \Delta \dot{P}_{cmy} = 0$, y el único parámetro que se debe controlar para devolver a la reacción del suelo a la trayectoria deseada es $\Delta \dot{L}_{cmx}$.

El segundo caso corresponde al caso inestable, es decir, la perturbación provoca que la reacción del suelo requiera salir del polígono de soporte para equilibrar las fuerzas y los pares generados, lo cual es imposible y provoca que el robot caiga. Para este caso ayudados por las mediciones inerciales de la IMU cuantificaremos Δa_{cmy} quedando, nuevamente, solo el parámetro $\Delta \dot{L}_{cmx}$ para controlar la posición de la reacción del suelo y tratar de devolverla a la trayectoria deseada.

La solución a la ecuación (131) corresponde a una familia de soluciones, es decir, es posible lograr el cambio deseado en el par generado sobre el robot a partir de diferentes consignas articulares. Estableciendo restricciones sobre las posibles soluciones y definiendo un criterio de optimalidad es posible plantear un problema de control óptimo con el cual se pueda encontrar la solución que minimice el consumo energético.

De igual forma planteando restricciones en las soluciones de la ecuación (131) es posible lograr el control a partir de una sola articulación por ejemplo haciendo $\Delta \ddot{q} = [0 \ 0 \ \dots \ q_m \ 0]$ el control se establece únicamente mediante la acción de la articulación m o bien a partir de la interacción de más de una articulación lo que se conoce como dinámica cooperativa. La principal ventaja de poder escoger entre una dinámica cooperativa y una dinámica individual es la suma de los pares generados sobre el CM por la cadena cinemática. Si únicamente se emplea 1 actuador para corregir la posición del ZMP , la magnitud del par generado estará limitada por la capacidad física de este actuador, en cambio al utilizar 2 o más actuadores aumenta la magnitud del par que se puede generar sobre el CM .

Hasta este punto el algoritmo de control utiliza una modificación en el par generado sobre el centro de masas para corregir la posición del ZMP . Sin embargo, el par que puede generar la cadena cinemática sobre su CM está limitado por el par que pueden generar sus actuadores por lo cual contar con una estrategia emergente para el caso en que las capacidades físicas del actuador no basten para asegurar la estabilidad del camínate resulta lógica. Este caso se presentará cuando $\max(RP_y) \leq r_{2y} + \Delta r_{2y} \leq \min(RP_y)$. Para esta condición a_{cmy} y a_{cmx} son diferentes de cero y podemos tener una cuantificación de sus magnitudes a partir de la unidad inercial del robot así, empleando la ecuación (5) o (6), dependiendo la trayectoria definida para la cadera del robot, es posible calcular la energía orbital con la que cuenta el sistema y definir el punto de captura utilizando la ecuación (49). Es claro que x_{cap} debe mantenerse dentro de los alcances físicos del robot y en el caso de que x_{cap} rebase estos límites es posible ejecutar más de un paso con el fin de reducir gradualmente la energía orbital del sistema hasta alcanzar el equilibrio.

6.1.2.2 Controladores basados en el modelo de la dinámica simplificada

La ecuación (90) que define la posición de la reacción del suelo sobre el robot para el modelo carro mesa presentado en la sección (5.3.3.2) puede ser escrito en la representación de espacio de estados como:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ p_x &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{z_c}{g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & \dot{x} & \ddot{x} \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (134)$$

En donde el estado $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ representa la posición x , velocidad \dot{x} y aceleración \ddot{x} del *CM* del robot, la salida es la posición del *ZMP* en el eje x , p_x , y la entrada de control $u \in \mathbb{R}$ corresponde a la derivada temporal de la aceleración del *CM* $u = \ddot{x}$, común mente conocido como *Jerk* o sobre aceleración.

Al final toda la información, entradas y salidas del sistema, son procesadas y producidas por la computadora embebida del robot que es un sistema electrónico digital, por lo tanto, debe trabajarse con una versión discretizada del modelo (134):

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k), \\ p(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (135)$$

Con $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} T^3/6 \\ T^2/2 \\ T \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \ 0 \ -z_c/g]$ en donde T es el periodo de muestreo del sistema. Durante la etapa del diseño de las trayectorias de caminado se definió una trayectoria para el *ZMP* la cual nos proporciona una posición $p^{ref}(k)$ deseada para cada k y nos permite definir el error de seguimiento $e(k) = p^{[222]}(k) - p^{ref}(k)$ a partir de las lecturas del sistema sensorial de los pies en el robot $p^{[222]}(k)$.

6.1.2.2.1 Control óptimo

Para optimizar el control se propone el siguiente índice de desempeño

$$J = \sum_{i=k}^{\infty} \left\{ \mathbf{Q}_e(e(i))^2 + \Delta \mathbf{x}^T(i) \mathbf{Q}_x \Delta \mathbf{x}(i) + \mathbf{R}(\Delta u(i))^2 \right\}, \quad (136)$$

De donde \mathbf{Q}_e , \mathbf{Q}_x y $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ son matrices simétricas y definidas positivas con la finalidad de minimizar el error de seguimiento, las variaciones en el estado $\Delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1)$ y siempre utilizando la entrada de control más pequeña $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$. La ley de control que minimiza el funcional de costo J expresado en (136) es:

$$u(k) = -G_i \sum_{i=0}^k e(k) - G_x \mathbf{x}(k) - \sum_{j=1}^{N_L} G_p(j) p^{ref}(k+j) \quad (137)$$

Donde G_e , G_x y $G_p(j)$ son las ganancias calculadas a partir de la solución del problema LQR con \mathbf{Q}_e , \mathbf{Q}_x y \mathbf{R}

6.1.2.2.2 Control por rechazo activo de perturbaciones (ADRC)

Una modificación del modelo carro-mesa descrito por la ecuación (134) donde la posición del *ZMP* es ahora parte del estado y la entrada de control es la aceleración del *CM* [143] se presenta a continuación

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} p_x \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1/T & 1/T & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -z_c/(Tg) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y &= [1 \ 0 \ 0] [p_x \ x \ \dot{x}]^T, \end{aligned} \quad (138)$$

Y su respectiva representación en modelo estado fase discreto es:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1 u(k), \quad (139)$$

Con $\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{e} & \frac{e-1}{e} & \frac{T}{e} \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} z_c/g(e^{-1} - 1) + T^2/2(1 - 2e^{-1}) \\ T^2/2 \\ T \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^4$ es el vector de estados formado por $x_1(k) = ZMP$ la posición del punto de momento cero, $x_2(k) = CM$ es la posición del centro

de masas del carro, $x_3(k) = \dot{CM}$ es la velocidad del centro de masas del carro y $u(k) = \ddot{CM}$ es la entrada de control que corresponde a la aceleración del CM .

A partir de este modelo se puede proponer un observador de estado extendido (ESO) donde el cuarto estado $x_4(k) = w(k) = ZMP_i - ZMP_r$ es el error entre el punto de momento cero ideal (ZMP_i) y el punto de momento cero, medido por el sistema sensorial ZMP real (ZMP_r)

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + \tanh(x(k) - \hat{x}(k)) \quad (140)$$

Donde la función vectorial de convergencia $\tanh(x(k) - \hat{x}(k))$ se escogió por su buen desempeño en experimentos previos [9] y $\hat{x}(k)$ es el estado observado. La ecuación (6.15) se expresa de manera explícita como:

$$\hat{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & e-1 & T & 0 \\ e & e & e & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{x}(k) + \begin{bmatrix} z_{\square}/g(e^{-1}-1) + \frac{T^2}{2}(1-2e^{-1}) \\ \frac{T^2}{2} \\ \frac{T}{2} \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \tanh(x_1(k) - \hat{x}_1(k)) \\ \tanh(x_2(k) - \hat{x}_2(k)) \\ \tanh(x_3(k) - \hat{x}_3(k)) \\ \tanh(w(k) - \hat{w}(k)) \end{bmatrix} \quad (141)$$

Donde la $u(k) \in \mathbb{R}$ es una ley de control proporcional al error de seguimiento observado $K_{\square}\hat{w}(k)$ más un término que minimiza el error de seguimiento $w(k) = ZMP_i - ZMP_r$ aplicando la menor aceleración en el CM posible. Para el cálculo del segundo término de la ley de control se debe plantear un problema de control óptimo para (6.16) buscando minimizar la siguiente funcional de costo:

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \{Q(p_x(k)^{ref} - p_x(k))^2 + R(u(k))^2\} \quad (142)$$

De donde $Q \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es una matriz definida positiva y $R \geq 0$ son los parámetros de ponderación para el regulador cuadrático lineal LQR. La solución del LQR planteado por el problema de optimización de las ecuaciones (140) y (141) es equivalente a la solución de la ecuación de Riccati expresada por:

$$A_1^T S + SA_1 - SB_1 R^{-1} B_1^T S + Q = 0. \quad (143)$$

Así la ley de control está definida como

$$u(k) = Kx(k) - K_s \hat{w}(k) \quad (144)$$

Donde la matriz de retroalimentación óptima K es obtenida substituyendo la solución de la ecuación de Riccati (143) en

$$K = R^{-1} B^T S \quad (145)$$

Mientras que la ganancia del rechazo activo de perturbaciones K_{\square} es una ganancia proporcional definida, al igual que la función de convergencia del observador, de manera experimental.

6.2 Estrategia adicional (Impulso inicial)

Durante el ciclo de caminado de un robot se intercambian las etapas de soporte simple y doble soporte de manera alternada para así producir el desplazamiento del robot. Es en la fase de soporte simple donde la mayor carga se produce en los actuadores de la pierna de apoyo. En particular son los actuadores del tobillo, los que están al inicio de la cadena, los que reciben la mayor carga, por lo tanto, el peso extra que el robot puede cargar estará limitado por las capacidades mecánicas de estos 2 actuadores. Para reducir la carga generada en los actuadores del tobillo se decidió aprovechar las características del péndulo invertido en donde $\tau_p = \tau_r = 0$ y todo el movimiento del péndulo es consecuencia de la energía orbital que tiene el sistema. La idea original fue utilizar la pierna que perderá el contacto con el suelo al pasar a la fase de soporte simple justo antes de completar la fase de doble soporte para producir un empuje que provea al PLI suficiente EOPI para completar su ciclo sin la necesidad de aplicar algún par en los tobillos o bien en el caso de existir un excedente de peso en el robot reducir la magnitud de τ_p o τ_r . Aplicar el

modelo original del PLI (3) y su correspondiente ecuación de la EOPI (5) para ejecutar la estrategia previamente descrita provoca que la mayor parte del empuje generado por la pierna libre se pierda, pues el movimiento de la cadera está restringido en un plano así, cualquier movimiento fuera del plano debe ser reprimido. El modelo (6) para la EOPI del PLI resulta ser más útil en la aplicación de la estrategia de impulso inicial pues permite aprovechar todo el movimiento del *CM* en una trayectoria suave y derivable además de que, la predicción del comportamiento del PLI a lo largo de su trayectoria en función de la energía orbital depende directamente de $f(x)$. Para el caso de la estrategia de impulso inicial se desea que el *CM* siga su trayectoria natural para no requerir la acción de los actuadores de la pierna de apoyo y de esta forma reducir el par generado por ellos. La trayectoria del *CM* propuesta para la estrategia del impulso inicial será la de un tiro parabólico:

$$f(x) = ax + bx^2 = f(y) = cy + dy^2 = z \quad (146)$$

Con $a = \tan(\alpha_{xz})$, $b = \frac{v_{xz0}^2}{2v_{xz0}^2 \cos^2(\alpha_{xz})}$, $c = \tan(\alpha_{yz})$, $d = \frac{v_{yz0}^2}{2v_{yz0}^2 \cos^2(\alpha_{yz})}$, v_{yz} y α_{yz} son la magnitud y la dirección de la velocidad del impulso en el plano $y - z$ y sus análogos en el plano $x - z$.

Así que la expresión específica de la energía orbital para nuestro movimiento es:

$$E_x = \frac{1}{2} \dot{x}^2 \left(ax + bx^2 - \frac{d}{dt} (ax + bx^2)x \right)^2 + gx^2(ax + bx^2) - 3g \int_0^x (a\gamma + b\gamma^2)\gamma d\gamma \quad (147)$$

$$E_y = \frac{1}{2} \dot{y}^2 \left(cy + dy^2 - \frac{d}{dt} (cy + dy^2)y \right)^2 + gy^2(cy + dy^2) - 3g \int_0^y (c\gamma + d\gamma^2)\gamma d\gamma \quad (148)$$

Calculando la derivada, la integral y agrupando términos podemos reescribir los modelos de las energías orbitales como sigue:

$$E_x = \frac{1}{2} \dot{x}^2 (-ax + 4bx^2)^2 + \frac{gb}{4} x^4 \quad (149)$$

$$E_y = \frac{1}{2} \dot{y}^2 (-cy + 4dy^2)^2 + \frac{gb}{4} y^4 \quad (150)$$

A partir del modelo de energía orbital (149) o (150) resulta imposible predecir el comportamiento del péndulo a lo largo de su trayectoria, como se hace en el modelo original para una z_c , pues la condición $E = 0$ se puede cumplir para cualquier valor de velocidad \dot{x} o \dot{y} siempre y cuando x o y valgan 0. Pese a esto la condición final de velocidad $\dot{x}_1 = 0$ o $\dot{y}_1 = 0$ nos proporciona una herramienta muy útil para calcular la velocidad inicial necesaria para que el péndulo invertido alcance una posición deseada antes de llegar al punto de equilibrio $x = 0$ o $y = 0$. Ya que $\dot{x}_1 = 0$ solo puede ser alcanzada para posiciones $x < 0$ ya que es en este intervalo donde el movimiento se desarrolla en contra de la gravedad y es la única acción capaz de frenar al péndulo. Para valores de $x > 0$ la gravedad ayuda al movimiento y así nunca se alcanzará una velocidad cero. Aprovechando la característica conservativa de la energía orbital es posible establecer la siguiente igualdad:

$$\frac{gb}{4} x_1^4 = \frac{1}{2} \dot{x}_0^2 (-ax_0 + 4bx_0^2)^2 + \frac{gb}{4} x_0^4 \quad (151)$$

Y despejando la velocidad inicial obtenemos:

$$\dot{x}_0 = \sqrt{\frac{\frac{gb}{2}(x_1^4 - x_0^4)}{(-ax_0 + 4bx_0^2)^2}} \quad (152)$$

Con lo cual podemos calcular la velocidad inicial necesaria para completar la trayectoria del péndulo de ida y regreso sin requerir la acción de los actuadores en el tobillo de la pierna de apoyo. En el caso de que la pierna libre no sea capaz de producir la velocidad necesaria los actuadores en el tobillo de la pierna de apoyo entrarán en acción, pero la carga se verá reducida gracias al impulso de la pierna libre.

Capítulo 7

Resultados y Conclusiones

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos y las conclusiones a las que nos llevan estos resultados. En la sección 7.1 se indican los resultados con el algoritmo basado en la dinámica completa durante un caminado sobre un terreno plano y sobre un terreno inclinado. En la sección 7.2 se presentan los resultados para los experimentos de manipulación de peso extra. Finalmente, en la sección 7.3 se presentan las conclusiones.

INTRODUCCIÓN

Una de las ventajas que ofrecen los criterios de estabilidad basados en los puntos de referencia en el suelo (PRS) es que el equilibrio se mantiene de forma independiente a las actividades que esté realizando el robot, a diferencia de las metodologías basadas en ciclos límite o perfiles de velocidades donde se requiere que el robot siempre se mantenga realizando el ciclo de caminado. Los algoritmos basados en PRS siempre buscarán mantener el **ZMP** dentro del polígono de soporte, sin importar que el robot este caminando, interactuando con otros objetos o simplemente se mantenga de pie recibiendo empujones. Esto le permite al robot realizar otras tareas sin modificación alguna de los algoritmos ya mencionados. Para probar los algoritmos descritos en el capítulo anterior se hizo que el robot ejecutara diferentes tareas que ponen en presentar situaciones donde el robot puede caer. En este capítulo se presentarán los resultados obtenidos inicialmente para el caminado simple del robot, posteriormente una perturbación constante será incluida en el caminado haciéndolo caminar sobre un plano inclinado, finalmente una perturbación variable será incluida al reto haciendo que el robot deba levantar una pesa.

7.1 Resultados para el caminado normal

Todos los algoritmos descritos en el capítulo anterior le permiten al robot caminar mientras el **ZMP** sigue una trayectoria deseada, además de reaccionar y corregir en presencia de una perturbación. Para probar el seguimiento de la trayectoria del **ZMP** se hizo caminar al robot, ejecutando el algoritmo basado en el modelo carro mesa y aplicando la ley de control (143) basada en el rechazo activo de perturbaciones sobre una superficie regular y de altura constante, mientras se toma registro de las posiciones del **ZMP** mediante las lecturas del sistema sensorial tanto en el eje x como en el eje y .

Para resolver la ecuación (144) la matriz $Q = I$ se eligió la matriz identidad de 3×3 con la finalidad de simplificar el diseño del controlador mientras que $R = 2.23$ se eligió de manera experimental para lograr un satisfactorio desempeño del controlador [143]. Con dichos parámetros la solución de (144) es

$$S = \begin{bmatrix} 30 & -424 & 50 \\ -424 & 8439 & -720 \\ 50 & -720 & 80 \end{bmatrix} \times 10^5 \quad (153)$$

Y las ganancias resultantes para la parte óptima del controlador $K = [-2.99 \quad 86.63 \quad -3.07]$. La estabilidad del control fue verificada calculando los eigenvalores para el sistema en lazo cerrado.

$$r = \text{eig}(A_1 - B_1)K \quad (154)$$

Los parámetros físicos de los experimentos son los siguientes:

TABLA 7.1 PARAMETROS DE IMPLEMENTACIÓN

Parametro	Simbolo	Valor	Unidades
Masa	m	1.5	Kg
Altura del CM	z_c	0.18	m
Aceleración gravitacional	g	9.81	m/s^2
Periodo de muestreo	T	10	ms

Control sensorial de la marcha de un robot humanoide

La figura 7.1 Muestra una comparativa entre la trayectoria ideal del **ZMP**, en color naranja, y la trayectoria real del **ZMP** calculada con las lecturas del sistema sensorial del robot. Como puede observarse el robot es capaz de seguir la trayectoria satisfactoriamente presentándose errores de máximo 2mm en la posición del **ZMP**. La figura 7.3 ilustra el error de seguimiento de la trayectoria del **ZMP** en ambos ejes mientras que la figuras 7.5 y 7.7 ilustran los estados de referencia, medidos y observados por el observador de estado extendido.

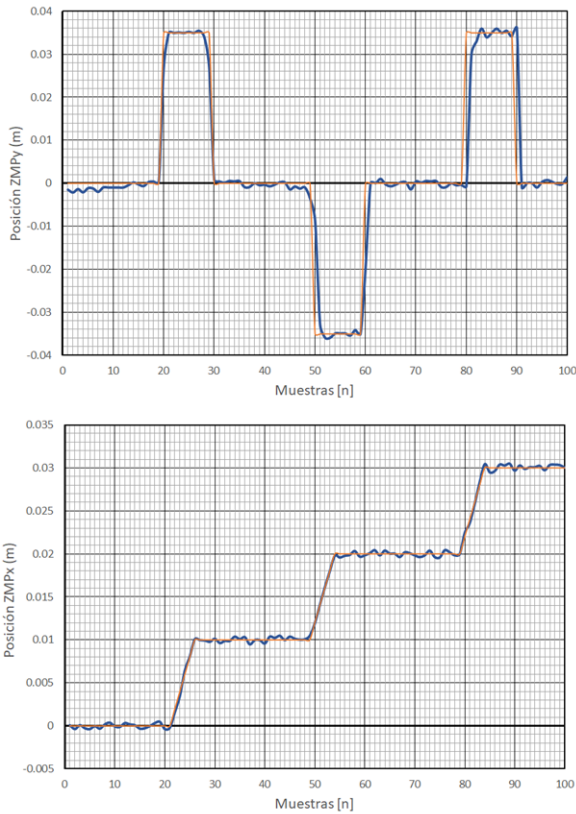


Figura 7.1 Seguimiento del **ZMP** en terreno plano.

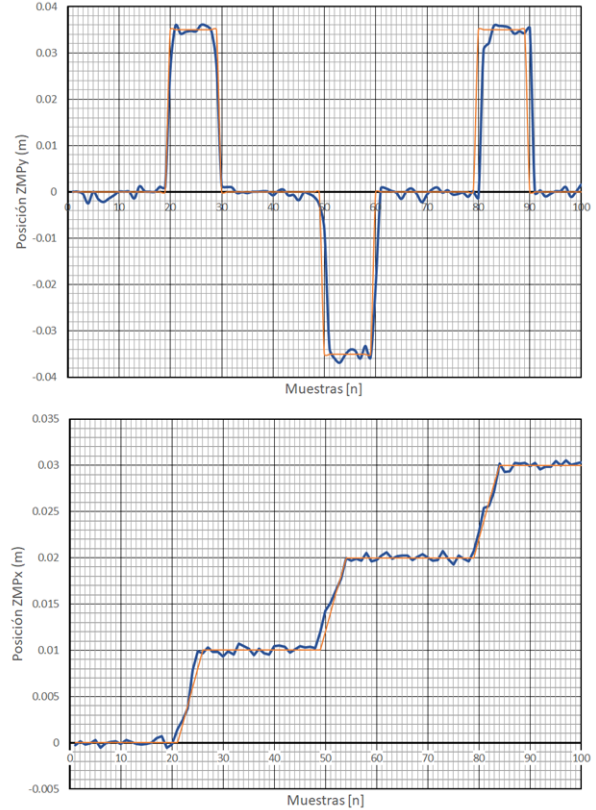


Figura 7.2 Seguimiento del **ZMP** en terreno inclinado.

La segunda etapa de la prueba consistió en introducir una perturbación constante al sistema, para esto, esta vez se hizo que el robot suba una pendiente constante sin hacer ninguna modificación al algoritmo. Durante el caminado es evidente como el robot cambia la inclinación del tronco para contrarrestar la inclinación del terreno de forma similar a como lo haría un ser humano. La figura 7.2 muestra la misma comparativa para el seguimiento de la trayectoria del **ZMP** para el caso de un terreno inclinado, la figura 7.4 muestran el error de seguimiento en ambos ejes y finalmente las figuras 7.6 y 7.8 ilustran los estados de referencia, observados y medidos por el observador. Es evidente que el error de seguimiento en el eje x aumenta un poco debido a la inclinación del terreno, sin embargo, este error no excede los 2mm por lo cual se puede considerar como un seguimiento exitoso. El experimento fue documentado en video y se encuentra disponible en línea: <https://youtu.be/DBnx4o3sg1Y>

Control sensorial de la marcha de un robot humanoide

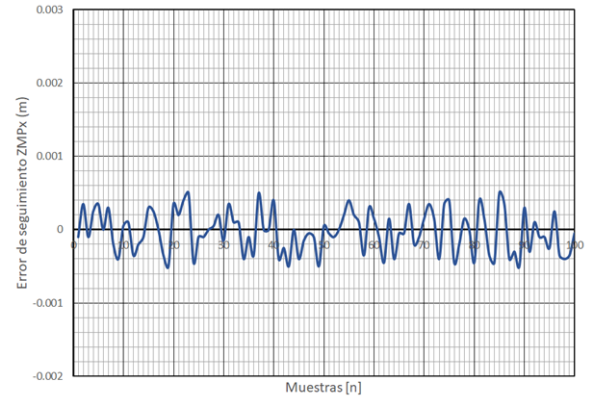
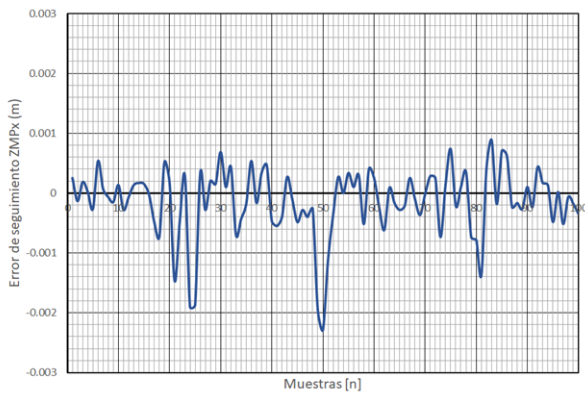
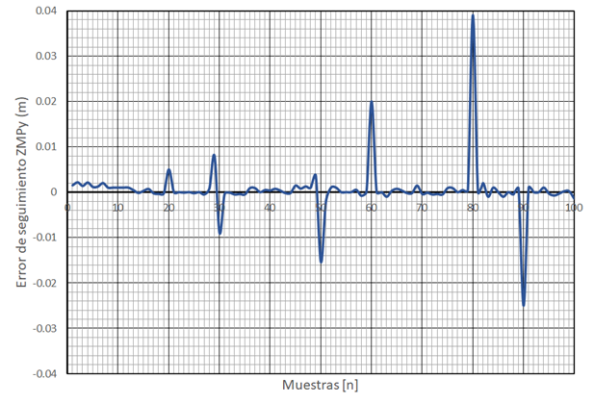
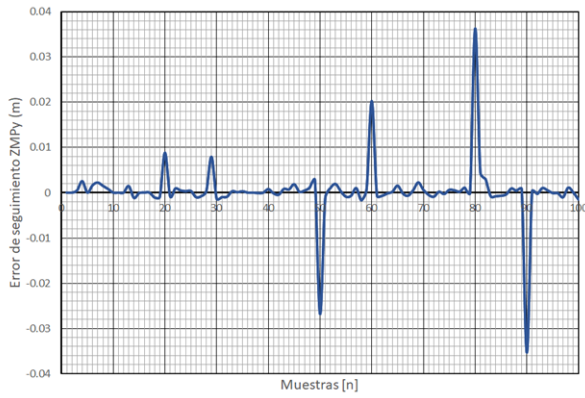


Figura 7.3 Error de seguimiento del **ZMP** en terreno plano.

Figura 7.4 Error de seguimiento del **ZMP** en terreno inclinado.

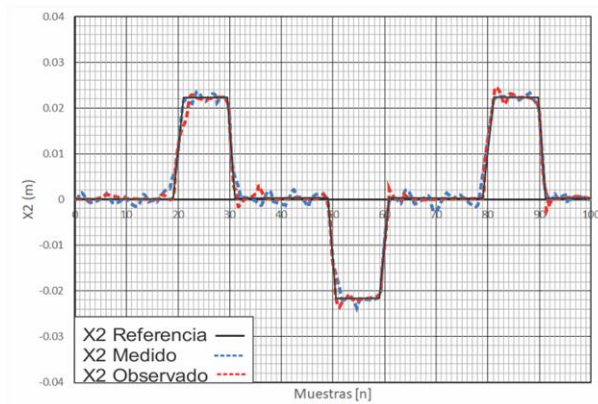


Figura 7.5 Seguimiento y observación de la referencia de posición para el **CM** en y .

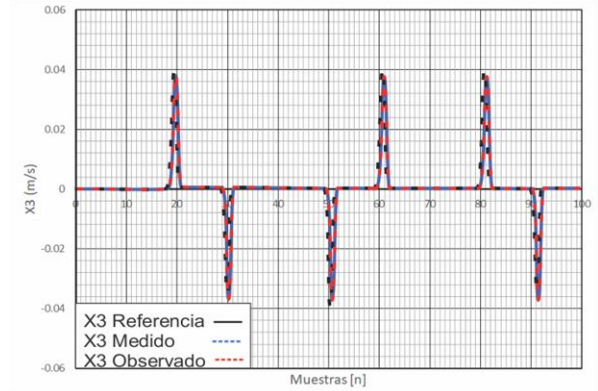


Figura 7.6 Seguimiento y observación de la referencia de velocidad para el **CM** en y .

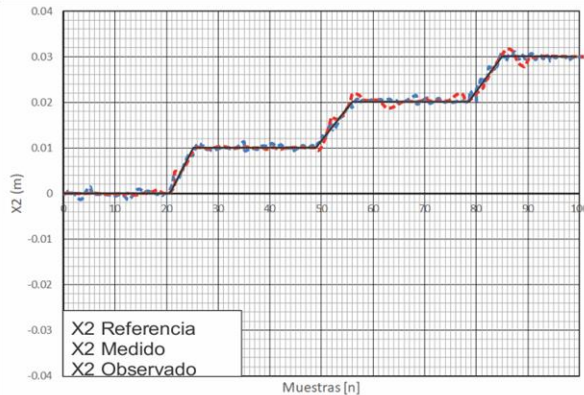


Figura 7.7 Seguimiento y observación de la referencia de posición para el *CM* en *x*.

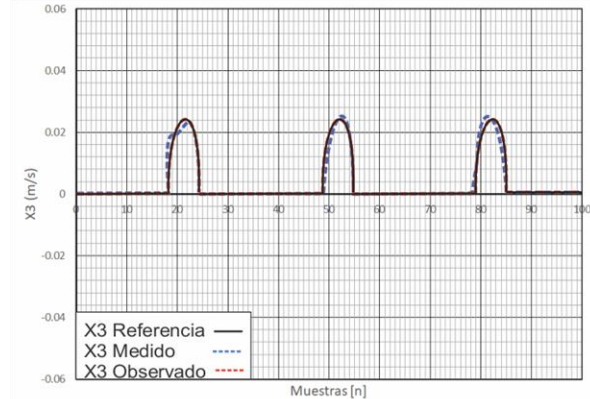


Figura 7.8 Seguimiento y observación de la referencia de velocidad para el *CM* en *x*.

7.2 Resultados durante la manipulación de objetos (peso extra)

7.2.1 Manipulación de peso extra (levantamiento del peso)

La tarea más común por desarrollar para un robot humanoide es la manipulación de objetos con sus manos, esta tarea representa todo un reto pues la manipulación del objeto provocará un cambio en la dinámica del robot y los algoritmos de control deben ser lo suficientemente robustos para sobreponerse a estos cambios. Entre mayor sea la masa del objeto a manipular mayor será el cambio en la dinámica del robot y será más propenso a caer. Por lo tanto, un ejemplo común para llevar al extremo estas condiciones es la tarea de levantar pesas de manera similar a como lo haría un deportista de halterofilia, como se ilustra en la figura 7.9. Esta tarea representa un reto al equilibrio del robot pues el peso extra que sostiene debe ser desplazado desde una posición en los pies hasta la parte superior de su cabeza, esto implica que el *CM* se mueve continuamente y el hecho de que el peso extra sea considerable, al menos la mitad del peso del robot provoca que el *ZMP* salga del polígono de soporte en varios momentos a lo largo de la trayectoria. El algoritmo basado en la dinámica completa del robot es capaz de realizar esta tarea sin ninguna modificación extra, para los experimentos primero se hizo que el robot levantara 0.1Kg mientras ejecutaba el algoritmo de control y posteriormente se repitió el proceso esta vez sin ejecutar el algoritmo de control. En ambos casos se registró la posición del *ZMP*, 0.1Kg no suficiente peso extra para hacer que el robot caiga, aun así, es claro, por las posiciones del *ZMP* mostradas en las figuras 7.10 y 7.11, como el algoritmo trata de mantener siempre el *ZMP* lo más cerca posible del centro del polígono de soporte. Lo cual se puede interpretar como una condición de mejor estabilidad, pues el mantener el *ZMP* lo más cerca del centro del polígono de soporte implica que el momento angular necesario para desplazarlo a cualquier orilla debe de ser mayor. Cabe mencionar que este no es el caso para cuando el robot está caminando pues dependiendo de las aceleraciones que sufra el robot es muy posible que el centro del polígono no sea la mejor posición para el *ZMP*, prueba de esto es que en el ser humano el *ZMP* se mantiene en constante movimiento dentro del polígono de soporte durante el caminado. Como segunda fase de prueba el proceso se repitió con una pesa de 0.5Kg, esta vez el peso es lo suficiente para sacar de equilibrio al robot y por lo tanto hay un momento donde el *ZMP* toca la orilla del polígono de soporte, aproximadamente en la muestra 28 de las figuras 7.12 y 7.13. Cuando el robot está usando el algoritmo de control y se presenta esta situación el robot se balancea sobre su talón y finalmente vuelve a una posición de equilibrio, este experimento se documentó en video y se encuentra disponible en línea: <https://youtu.be/yjwrwohCMjY>. De igual forma el experimento se repitió, esta vez sin usar el algoritmo de control y lo que sucede es que cuando se vuelve alcanzar el punto donde el *ZMP* toca la orilla del polígono el robot se desliza sobre su pie y cae. Este experimento ilustra perfectamente el hecho de que cuando el *ZMP* toca la orilla del polígono de soporte este puede o no estar en equilibrio, aunque,

Control sensorial de la marcha de un robot humanoide

teóricamente se desea evitar dicha condición amenos de que se tenga una forma de asegurar que el robot no caerá.

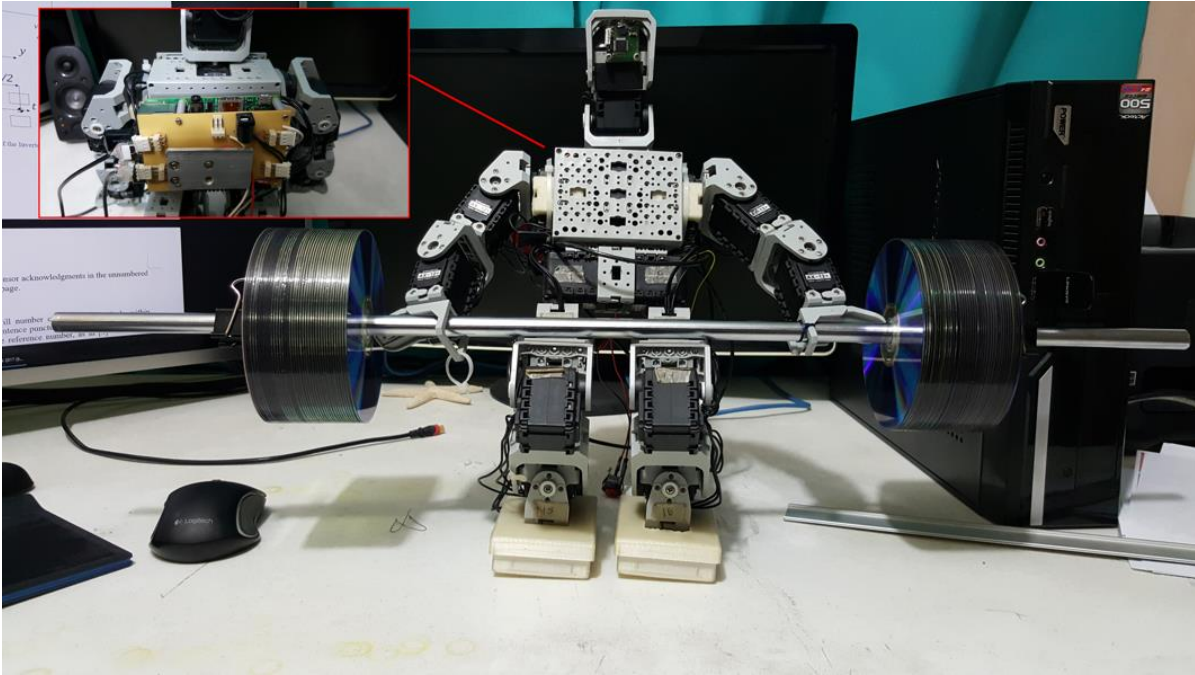


Figura 7.9 Robot Bioloid-DCA levantando una pesa de 1Kg.

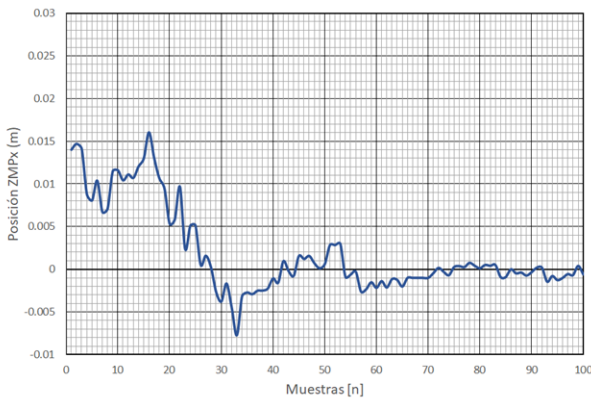


Figura 7.10 Posición del ZMP, en x, 0.1Kg (con control).

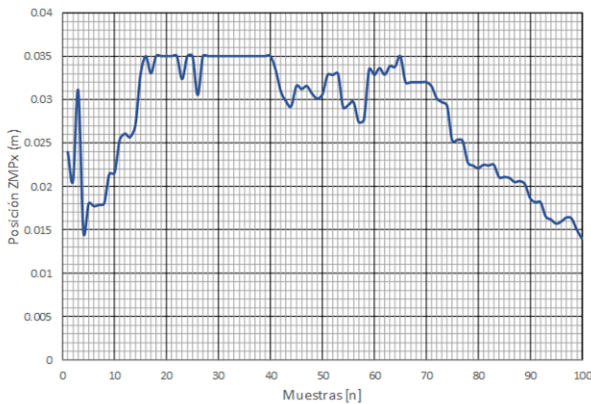


Figura 7.12 Posición del ZMP, en x, 0.5Kg (con control).

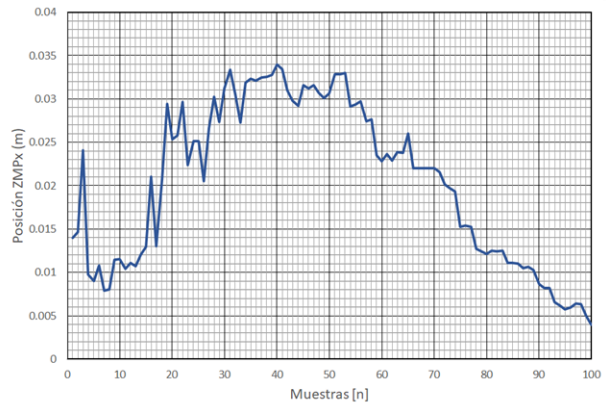


Figura 7.11 Posición del ZMP, en x, 0.1Kg (sin control).

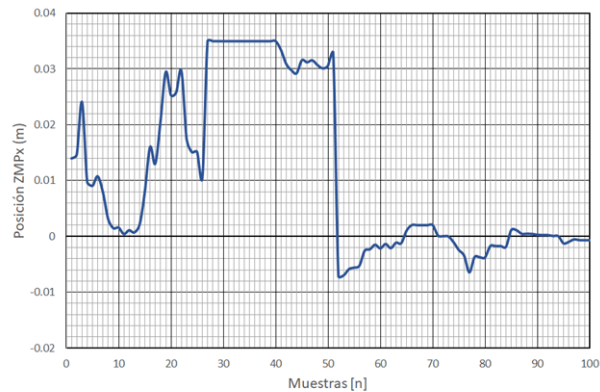


Figura 7.13 Posición del ZMP, en x, 0.5Kg (sin control).

7.2.2 Ciclo de paso con peso extra

En el capítulo 6 se explicó que el peso extra representa una mayor exigencia para los actuadores de la pierna de apoyo. Para verificar experimentalmente el beneficio de la estrategia basada en el impulso de la pierna libre se instaló un medidor de corriente al motor del tobillo de la pierna de apoyo y se hizo que el robot ejecutara un paso con y sin la estrategia antes descrita. Esto se repitió con diferentes pesos extra, de 0Kg hasta 0.5Kg, con la finalidad de efectuar una comparativa del desempeño. Es evidente una clara reducción en el consumo de corriente al aplicar la estrategia como se ilustra en la tabla 7.2.

TABLA 7.2 CORRIENTE ACUMULADA (CA) DURANTE EL CICLO DE CAMINADO.

Peso extra [Kg]	CA impulso	CA sin impulso
0	5.5	9.2
0.05	7.3	12.5
0.1	8.3	15.6
0.15	9.5	17.8
0.2	10.5	20
0.25	12.2	22
0.3	13.5	24.7
0.35	14.9	26.3
0.4	16.5	27.5
0.45	18.9	28.6
0.5	21.5	30

En el video disponible en línea: https://youtu.be/Y013b2nq_vg se ilustra el experimento para el caso de 0Kg extra, en la parte inferior izquierda del video se ve la gráfica de la corriente demandada por le motor del tobillo. Estas graficas corresponden a las mostradas en la figura 7.14 donde se muestra en la parte superior la lectura de corriente para cada muestreo mientras que en la parte inferior se muestra el acumulativo de las lecturas, en color azul se muestran las lecturas del experimento sin aplicar la estrategia y en color naranja el equivalente aplicando la estrategia.

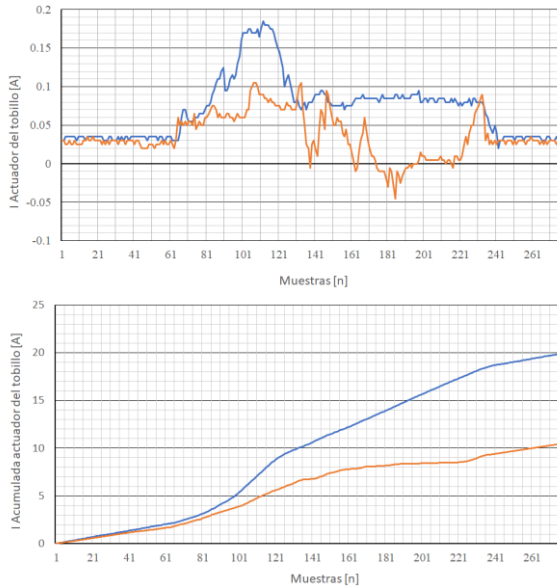


Figura 7.14 demanda de corriente para 0Kg.

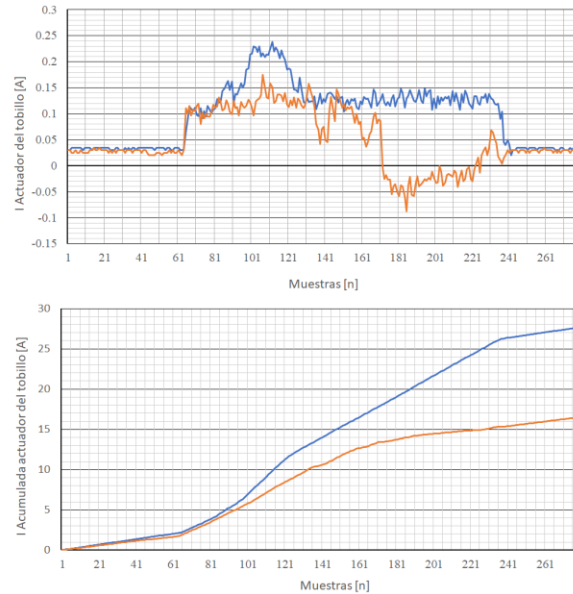


Figura 7.15 demanda de corriente para 0.5Kg.

7.3 Conclusiones

- El algoritmo basado en la dinámica completa del robot produce resultados satisfactorios en cuanto al equilibrio de la marcha, sin embargo, el tiempo que toman los cálculos de todo el modelo dinámico produce movimientos lentos a comparación con los movimientos de un ser humano o del mismo robot desempeñando otras tareas. Por otro lado, el algoritmo basado en la dinámica simplificada produce movimientos más rápidos, aunque es menos estable en la presencia de perturbaciones.
- El control basado en el rechazo activo de perturbaciones parece un punto intermedio aceptable entre el desempeño mostrado por los algoritmos de dinámica completa y simplificada, resultados en pruebas recientes muestran una muy buena velocidad de convergencia y buen desempeño en la presencia de perturbaciones durante una pose estática en el robot. Sin embargo, es necesario más trabajo para su correcta implementación y desempeño al momento de caminar.
- Los resultados obtenidos con la estrategia planteada para manipular peso extra sugerían que este podría ser un método para la reducción del consumo energético en el robot. Sin embargo, un análisis más profundo de la corriente consumida por todo el robot, en específico al genera el impulso, revela que el consumo energético se dispara cuando el peso extra alcanza un umbral. Esto no descarta a la estrategia para el objetivo original, que era reducir la corriente en un solo actuador, pues este pico de corriente ahora se reparte en los 6 actuadores de la pierna. Son necesarios nuevos análisis para identificar el umbral del peso extra que produce este pico de corriente, explicar la razón de esto y tratar de corregirlo. Además de hacer un nuevo análisis si el objetivo que ahora se busca es minimizar el consumo energético.

Referencias

- [1] A. Takanishi, Y. Egusa y M. Tochizawa, "Realization of dynamic walking stabilized with trunk motion" *Proc. CISM-IFTOMM Symp. on Theory and Practice of Robots and Manipulators*, pp. 68-79, 1988.
- [2] A. Takanishi, M. Ishida y Y. Yamazaki, "The realization of dynamic walking by the biped walking robot" *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 459-466, 1985.
- [3] A. Takanishi, H. Lim y M. Tsuda, "Realization of dynamic biped walking stabilized by trunk motion on a sagittally uneven surface" *Proc. IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems*, pp. 323-329, 1990.
- [4] A. Takanishi, M. Kumeta y K. Matsukuma, "Development of control method for biped walking under unknown external force acting in lateral plane" *In RSJ Annual Conf. on Robotics*, pp. 324-324, 1991.
- [5] H. Lim, Y. Yamamoto y A. Takanishi, "Fellow-walking motions of a biped humanoid robot" *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1334-1339, 2000.
- [6] K. Kaneko, H. Kaminaga y T. Sakaguchi, "Humanoid Robot HRP-5P: An Electrically Actuated Humanoid Robot With High-Power and Wide-Range Joints" *IEEE Robotics and Automation*, vol. 4, nº 2, pp. 1431-1438, 2019.
- [7] H. Jung-Woo, L. Jungho y L. In-Ho, "History of HUBO: Korean Humanoid Robot" de *Humanoid Robotics: A Reference*, Springer Nature , 219, pp. 118-128.
- [8] S. Alfayad, M. El Asswad y A. Abdellatif, "Hydroid humanoid robot head with perception and emotion capabilities: modeling, design, and experimental results" *Front. Robot. AI* 3, 15 (2016), p. 15, 2016.
- [9] M. Konyev, F. Palis y Y. Zavgorodniy, "Presentation of a new biped robot ROTTO" *Proceedings of the International Conference on Climbing and Walking Robots CLAWAR*, pp. 551-558, 2009.
- [10] A. Melnykov, M. Konyev y F. Palis, "Biped robot "rotto": design, simulation, experiments" *ISR/ROBOTIK*, 2010.
- [11] A. Albert y W. Gerth, "New path planning algorithms for higher gait stability of a bipedal robot" *Proceedings of the IEEE Int. Symp. on Safety, Security, and Rescue Robotics*, pp. 521-528, 2001.
- [12] P. W. Van Zutven, P. Mironchuk y C. Cilli, "Warmerdan, Dutch robotics 2011 adult-size team description" *15th Annual RoboCup International Symposium*, 2011.

- [13] J. Engelsberger, A. Werner y C. Henze, "Overview of the torque-controlled humanoid robot toro" *Proceedings of the 14th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 916-923, 2014.
- [14] J. Pratt, J. Craff y S. Drakunov, "Capture point: a step toward humanoid push recovery" *Proceedings of the 6th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 200-207, 2006.
- [15] F. B. Horak y J. M. Macpherson, "Postural orientation and equilibrium" *Handbook of Physiology, Exercise: Regulation and Integration of Multiple Systems*, pp. 255-292, 2011.
- [16] N. Pateromichelakis, A. Mazel y M. A. Hache, "Head-eyes system and gaze analysis of the humanoid robot romeo" *Proceedings of the 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, pp. 1374-1379, 2014.
- [17] Y. Aoustin y A. Formalskii, "Control design for a biped: reference trajectory based on driven angles as functions of the undriven angle" *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, vol. 42, nº 4, pp. 159-176, 2003.
- [18] C. Chevallereau, G. Abba y Y. Aoustin, "Rabbit: a testbed for advanced control theory" *IEEE Control. Syst. Mag*, vol. 23, nº 5, pp. 57-79, 2003.
- [19] B. Morris, E. R. Westervelt y C. Chevallereau, "Achieving bipedal running with RABBIT: six steps toward infinity" *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pp. 277-297, 2006.
- [20] E. Schuitema, M. Wisse y T. Ramakers, "The design of leo: 2d bipedal walking robot for online autonomous reinforcement learning" *Proceedings of the International Conference Robots and Systems (IROS)*, pp. 3238-3243, 2010.
- [21] C. N. Thai, *Exploring Robotics with ROBOTIS Systems*, Switzerland: Springer International Publishing, 2015.
- [22] Robotis, "Bioloid User's guide ver 1.00" 2005. [En línea]. Available: <https://www.tribotix.info/Downloads/Robotis/Bioloid/Bioloid%20User%27s%20Guide.pdf>. [Último acceso: 16 diciembre 2019].
- [23] Robotis, "Comprehensive kit robot series" 2005. [En línea]. Available: [https://www.tribotix.info/Downloads/Robotis/Bioloid/QuickStart\(Comprehensive%20Kit\).pdf](https://www.tribotix.info/Downloads/Robotis/Bioloid/QuickStart(Comprehensive%20Kit).pdf). [Último acceso: 16 diciembre 2019].
- [24] Robotis, "robotis e-manual v 1.29.00" 2009. [En línea]. Available: http://support.robotis.com/en/product/bioloid/bioloid_prem_main.htm. [Último acceso: 16 diciembre 2019].

- [25] ATMEL, "8-bit Atmel Microcontroller with 16/32/64KB" 2017. [En línea]. Available: http://www.atmel.com/Images/Atmel-2549-8-bit-AVR-Microcontroller-ATmega640-1280-1281-2560-2561_datasheet.pdf. [Último acceso: 16 Diciembre 2019].
- [26] M. Gienger y J. Steil, "Humanoid Kinematics and Dynamics: Open Questions and Future Directions" *Humanoid robotics: Areference*, 2019.
- [27] N. Rokbani y A. Alimi, "IK-PSO, PSO Inverse Kinematics Solver with Application to Biped Gait Generation" *International Journal of Computer applications*, vol. 58, pp. 33-39, 2012.
- [28] H. Park, M. Ali y G. Lee, "Closed-form inverse kinematic position solution for humanoid robots" *International Journal of Humanoid Robotics*, vol. 9, 2012.
- [29] W. Kunyang, T. Pablo y L. Jing, "Towards a 3D passive dynamic walker to study ankle and toe functions during walking motion" *Robotics and autonomous systems*, vol. 115, pp. 22-30, 2019.
- [30] J. Carpentier y N. Mansard, "Multicontact Locomotion of LeggedRobots" *IEEE Transactions on Robotic*, vol. 34, nº 6, pp. 1441-1460, 2018.
- [31] J. Carpentier y R. Budhiraja, "DifferentialDynamic Programming for Multi-Phase Rigid Contact Dynamics" *IEEE-RAS 18th International Conference on HumanoidRobots*, pp. 1-9, 2018.
- [32] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Yokoi y H. Hirukawa, "The 3D Linear Inverted Pendulum Mode: A Simple Modelling for a Biped Walking Pattern Generation" *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, 2001.
- [33] K. Mohammadreza, L. Nuno y P. Artur, "A Model-Based Balance Stabilization System for Biped Robot" *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2018.
- [34] S. Drakunov y J. Pratt, "Derivation and Application of a Conserved Orbital Energy for the Inverted Pendulum Bipedal Walking Model" *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4653-4660, 2007.
- [35] M. Ezati, M. Khadiv y S. Moosavian, "Dynamics modeling of a biped robot with active toe joints" *International Conference on Robotics and Mechatronics*, pp. 107-112, 2014.
- [36] H. Al-Shuka, J. Burkhard y Z. Wen-Hong, "Dynamic modeling of biped robot using lagrangian an recursive neuton-euler formulations" *International journal of computer applications*, vol. 101, nº 3, pp. 1-8, 2014.
- [37] I. Hussain y I. Awad, "Dynamic modeling and numerical simulations of a passive robotic walker using Euler-Lagrange method" *International Symposium on Mechatronics and its Applications*, pp. 1-6, 2018.
- [38] D. E. Orin y A. Goswami, "Centroidal dynamics of a humanoid robot" *Autonomous Robots*, vol. 35, nº 2-3, pp. 161-176, 2013.

- [39] H. Dai, A. Valenzuela y R. Tedrake, "Whole-body motion planning with centroidal dynamics and full kinematics" *IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 295-302, 2014.
- [40] A. Herzog, N. Rotella y S. Schaal, "Trajectory generation for multi-contact momentum control" *IEEE-RAS 15th International Conference on Humanoid Robots*, pp. 874-880, 2015.
- [41] J. Carpentier, S. Tonneau y M. Naveau, "A versatile and efficient pattern generator for generalized legged locomotion" *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 3555-3561, 2016.
- [42] A. Herzog, S. Schaal y L. Righetti, "Structured contact force optimization for kino-dynamic motion generation" *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 2703-2710, 2016.
- [43] B. Ponton, A. Herzog y S. Schaal, "A convex model of humanoid momentum dynamics for multi-contact motion generation" *16th International Conference on Humanoid Robots*, pp. 842-849, 2016.
- [44] R. Budhiraja y J. Carpentier, "Dynamics Consensus between Centroidal and Whole-Body Models for Locomotion of Legged Robots" *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 6727-6733, 2019.
- [45] H. Al-Shuka y J. Burkhard, "On the walking pattern generators of biped robot" *Journal of Automation and Control*, vol. 1, nº 2, pp. 149-156, 2013.
- [46] S. Kudoh y T. Komura, "continuous gait-pattern generation for biped robots" *Proc.2003 IEEE/RSJ Intelligent Robots and Systems*, vol. 2, pp. 1135-1140, 2003.
- [47] M. Shibuya, T. Suzuki y K. Ohnishi, "Trajectory planning of biped robot using linear" *In Proc. IECON 2006-32nd Annual Conf. IEEE*, pp. 4094-4099, 2006.
- [48] C. Zhu y A. Kawamura, "Walking principle analysis for biped robot with ZMP" *Proc. 2003 IEEE/RSJ Intl.*, vol. 1, pp. 364-369, 2003.
- [49] H. Al-Shuka, "Modeling, walking pattern generators and adaptive control" *Dissertation, RWTH Aachen University, Department of Mechanical*, 2014.
- [50] J. Liu y O. Urbann, "Bipedal walking with dynamic balance that involves three-dimensional upper body motion" *Rob. Auton. Syst.*, vol. 77, pp. 39-54, 2016.
- [51] R. Panwar y N. Sukavanam, "Effect of Upper Body Motion on Biped Robot Stability" de *Decision Science in Action*, Singapore, Springer, 2019, pp. 237-250.
- [52] Q. Huang, S. Kajita y N. Koyachi, "A high stability, smooth walking" *IEEE International conference on Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 65-71, 1999.

- [53] Q. Huang, K. Yokoi y S. Kajita, "Planning walking patterns for a biped robot." *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, pp. 280-289, 2001.
- [54] X. Mu y Q. Wu, "Synthesis of a complete sagittal cycle for a five-link biped robot" *Robotica*, vol. 21, pp. 581-587, 2003.
- [55] Z. Tang, C. Zhou y Z. Sun, "Trajectory planning for smooth transition for a biped" *IEEE International conference on Robotics and Automations*, vol. 2, pp. 2455-2460, 2003.
- [56] S. Kajita y K. Tani, "Experimental study of biped dynamic walking in the linear inverted pendulum mode" *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2885-2891, 1995.
- [57] Y. Guan, K. Yokoi y O. Stasse, "On robotic trajectory planning using polynomial interpolations" *Proc. IEEE Conf. Robotics and Biomimetics*, pp. 111-116, 2005.
- [58] A. Mifsud, M. Benallegue y F. Lamiroux, "Stabilization of a compliant humanoid robot using only Inertial Measurement Units with a viscoelastic reaction mass pendulum model" *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 5405-5410, 2016.
- [59] A. Mifsud, M. Benallegue y F. Lamiroux, "Estimation of contact forces and floating base kinematics of a humanoid robot using only inertial measurement units" *IROS*, 2015.
- [60] S. Hyon, J. Hale y G. Cheng, "Full-body compliant human-humanoid interaction: Balancing in the presence of unknown external forces" *Robotics IEEE Transactions on*, vol. 23, nº 5, pp. 884-898, 2007.
- [61] N. Perrin, G. Caldwell y D. Tsagarakis, "Compliant attitude control and stepping strategy for balance recovery with the humanoid coman" *Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 4145-4151, 2013.
- [62] H. Al-Shuka, "Design of walking patterns for zero-momentum point (ZMP)-based biped robots: a computational optimal control approach" *GRIN Verlag*, 2018.
- [63] H. Al-Shuka, B. Vanderborght y Z. Wen-Hong, "Finite difference-based suboptimal trajectory planning of biped robot with continuous dynamic response" *International Journal of Modeling and Optimization*, vol. 3, nº 4, pp. 337-343, 2013.
- [64] H. Al-Shuka, "On local approximation-based adaptive control with applications to robotic manipulators and biped robot" *International Journal of Dynamics and Control, Springer*, vol. 6, nº 1, pp. 353-393, 2018.
- [65] H. Gritli y S. Belghith, "Identification, stability and stabilization of limit cycles in a compass-gait biped model via a hybrid Poincaré map" *Springer International Publishing*, pp. 259-289, 2016.
- [66] W. Znegui y H. Gritli, "Design of an explicit expression of the Poincaré map for the passive dynamic walking of the compass-gait biped model" *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 130, 2020.

- [67] M. Oleg, "Existence and stability of a limit cycle in the model of a planar passive biped walking down a slope" *Cornell University*, 2019.
- [68] M. Vukobratovic y J. Davor, "Contribution to the synthesis of biped gait" *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 1, pp. 1-6, 1969.
- [69] J. Ferreira, G. Franco, A. Coimbra y M. Crisóstomo, "Human-Like Gait Adaptation to Slippery Surfaces for the NAO Robot Wearing Instrumented Shoes" *International Journal of Humanoid Robotics*, p. 19, 2020.
- [70] G. Dip y V. Prahlad, "Rotational Stability Index (RSI) point: postural stability in planar bipeds" *Robotica*, vol. 29, nº 5, pp. 705-715, 2011.
- [71] H. Bin y S. Yuanyuan, "Hybrid CPG-FRI dynamic walking algorithm balancing agility and stability control of biped robot" *Autonomous Robots*, vol. 43, nº 7, pp. 1855-1865, 2019.
- [72] N. Oda y T. Abe, "Vision-based ZMP detection and stability evaluation in image plane for biped robot" *IEEE International Conference on Mechatronics*, pp. 845-850, 2011.
- [73] W. Ning, Ground reference points adjustment scheme for biped walking on uneven terrain, Singapore: NATIONAL UNIVERSITY OF SINGAPORE, 2014.
- [74] C. Xuechao y Y. Zhangguo, "Bioinspired Control of Walking With Toe-Off, Heel-Strike, and Disturbance Rejection for a Biped Robot" *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, nº 10, pp. 7962-7971, 2017.
- [75] S. Sumian y T. Chong, "Design of active disturbance rejection controller for compass-like biped walking" *International journal of advanced robotic systems*, 2018.
- [76] G. Bao-Zhu and Z. Zhi-Liang, Active disturbance rejection control for nonlinear systems, Singapore: Wiley, 2016, pp. 93-94.
- [77] M. Nadhynee y C. Luis, "Robust disturbance rejection control of a biped robotic system using high-order extended state observer" *ISA Transactions*, vol. 62, pp. 276-286, 2016.
- [78] H. Sira, C. López y M. Velasco, "Linear Observer-Based Active Disturbance Rejection Control of the Omnidirectional Mobile Robot" *Asian Journal of control*, vol. 15, nº 1, pp. 51-63, 2013.
- [79] J. Acros y J. Cortes, "Active Disturbance Rejection Control based on Generalized Proportional Integral Observer to control a bipedal robot with five degrees of freedom" *American Control Conference*, pp. 3928-3933, 2016.
- [80] C. Barret, Energetic efficiency and stability in bipedal locomotion: 3D walking and energy-optimal perturbation rejection, Ohio: OhioLINK, 2018.
- [81] V. Miomir y B. Vorovac, "How to Cope with Disturbances in Biped Locomotion?" *complex systems*, pp. 285-312, 2016.

- [82] S. Piperakis y P. Trahanias, "Non-linear ZMP based state estimation for humanoid robot locomotion" *International Conference on Humanoid Robots*, pp. 202-209, 2016.
- [83] S. Piperakis y E. Orfanoudakis, "Predictive control for dynamic locomotion of real humanoid robots" *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 4036-4043, 2014.
- [84] G. Surbhi y K. Amod, "A brief review of dynamics and control of underactuated biped robots" *Advanced Robotics*, pp. 607-623, 2017.
- [85] J. Mikhail, *Optimal control of an underactuated bipedal robot*, Oregon: Oregon State University, 2015.
- [86] L. Zhi y W. Liyang, "Energy-Efficiency-Based Gait Control System Architecture and Algorithm for Biped Robots" *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 41, n° 6, pp. 926-933, 2012.
- [87] L. Wang y L. Zhi, "Support vector machine based optimal control for minimizing energy consumption of biped walking motions" *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, vol. 13, n° 11, pp. 1975-1981, 2012.
- [88] L. Martin y M. Katja, "Using Optimal Control Methods to Generate Human Walking Motions" *International Conference on Motion in Games*, pp. 197-207, 2012.
- [89] K. Mombaur, A. Truong y J. Laumond, "From human to humanoid locomotion an inverse optimal control approach" *Auton Robot*, vol. 28, p. 369-383, 2010.
- [90] D. Clever y K. Mombaur, "On the relevance of common humanoid gait generation strategies in human locomotion an inverse optimal control approach" *Modeling, Simulation and Optimization of Complex Processes*, 2015.
- [91] C. Heuberger, "Inverse combinatorial optimization: a survey on problems, methods and results" *Journal of Combinatorial Optimization*, vol. 8, p. 329-361, 2004.
- [92] D. Clever y K. Mombaur, "An Inverse Optimal Control Approach for the Transfer of Human Walking Motions in Constrained Environment to Humanoid Robots" *Robotics: Science and systems.*, 2016.
- [93] K. Mombaur, J. Laumond y A. Truong, "An inverse optimal control approach to human motion modeling" *InSTAR series. Pro-ceedings of international symposium of robotics research*, 2009.
- [94] D. Clever, K. Hatz y K. Mombaur, "Studying Dynamical Principles of Human Locomotion using Inverse Optimal Control" *PAMM*, vol. 14, pp. 801-802, 2014.
- [95] G. Allende y G. Still, "Solving bilevel programs with the KKT-approach" *Mathematical programming*, pp. 309-32, 2013.

- [96] K. Hatz, J. Schloder y H. Bock, "Estimating Parameters in Optimal Control Problems" *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 34, nº 3, pp. A1707-A1728, 2012.
- [97] K. Hatz, *Efficient numerical methods for hierarchical*, University Heidelberg ed., Heidelberg, 2014.
- [98] S. Albrecht, P. Basili, S. Glasauer, M. Leibold y U. M., "Modeling and analysis of human navigation with crossing interferer using inverse optimal control" *Proceedings of the Vienna International Conference on Mathematical Modeling*, 2012.
- [99] D. Clever, M. Harant, K. Mombaur, M. Naveau, O. Stasse y O. Endres, "COCOmoPL: A Novel Approach for Humanoid Walking Generation Combining Optimal Control, Movement Primitives and Learning and its Transfer to the Real Robot HRP-2" *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 2, nº 2, pp. 977-948, 2017.
- [100] G. Bock y K. Plitt, "A multiple shooting algorithm for direct solution of optimal control problems" *9th IFAC World Congress Budapest*, p. 243-247, 1984.
- [101] K. H. Koch, M. Katja y S. Philippe, "Optimization-based walking generation for humanoid robot" *IFAC Proceedings*, Vols. %1 de %2498-504, p. 45.22, 2012.
- [102] M. Kudruss, M. Naveau y O. Stasse, "Optimal control for whole-body motion generation using center-of-mass dynamics for predefined multi-contact configurations" *International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)*, pp. 684-689, 2015.
- [103] R. Jacob y M. Wen-loong, "Dynamic Walking with Compliance on a Cassie Bipedal Robot" *European Control Conference (ECC)*, 2019.
- [104] S. Abhishek y D. Ashish, "Optimal Trajectory Generation and Design of an 8-DoF Compliant Biped Robot for Walk on Inclined Ground" *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 94, nº 3-4, pp. 583-602, 2019.
- [105] M. Kim, D. Lim y P. Jaeheung, "Online Walking Pattern Generation for Humanoid Robot with Compliant Motion Control" *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 1417-1422, 2019.
- [106] Z. Chengxu y L. Zhibin, "Stabilization of bipedal walking based on compliance control" *Autonomous Robots*, vol. 40, nº 6, pp. 1041-1057, 2016.
- [107] B. J. Stephens y C. G. Atkeson, "Dynamic Balance Force Control for compliant humanoid robots" *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1248-1255, 2010.
- [108] L. Sentis y J. Park, "Compliant Control of Multicontact and Center-of-Mass Behaviors in Humanoid Robots" *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 26, nº 3, pp. 483-501, 2010.
- [109] ATMEL, "8-bit Atmel Microcontroller with 128KBytes In-System Programmable Flash" 2017. [En línea]. Available: <http://ww1.microchip.com/downloads/en/DeviceDoc/doc2467.pdf>. [Último acceso: 4 4 2020].

- [110] Raspberry Pi, Raspberry Pi Foundation, 2016. [En línea]. Available: <https://www.raspberrypi.org/documentation/hardware/>. [Último acceso: 4 4 2020].
- [111] Robotis, “Dynamixel AX-12 user’s manual” 14 06 2006. [En línea]. Available: [http://www.trossenrobotics.com/images/productdownloads/AX-12\(English\).pdf](http://www.trossenrobotics.com/images/productdownloads/AX-12(English).pdf). [Último acceso: 4 4 2020].
- [112] H. Elftman y T. John, “The axis of the human foot” *Science*, vol. 80, nº 2082, p. 484, 1934.
- [113] D. Winter, “Human balance and posture control during standing and walking” *Gait & posture*, vol. 3, nº 4, pp. 193-214, 1995.
- [114] O. Khatib, J. Warren, V. De Sapio y L. Sentis, “Human-Like Motion from Physiologically-Based Potential Energies” *Advances in Robot Kinematics*, 2004.
- [115] J. Saunders, V. Inman y H. Eberhart, “The major determinants in normal and pathological gait” *Journal of Bone and Joint Surgery*, vol. 35A, pp. 543-558, 1953.
- [116] A. Goswami, “Foot rotation indicator (FRI) point: A new gait planning tool to evaluate postural stability of biped robots” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 47-52, 1999.
- [117] M. Popovic, A. Goswami y H. Herr, “Ground Reference Points in Legged Locomotion: Definitions, Biological Trajectories and Control Implications” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 24, nº 12, pp. 1013-1032, 2004.
- [118] J. Pratt y R. Tedrake, “Velocity-based stability margins for fast bipedal walking, in Fast Motions in Biomechanics and Robotics” *Fast Motions in Biomechanics and Robotics*, vol. 340, pp. 299-324, 2006.
- [119] K. Erbaturo y O. Kurt, “Humanoid walking robot control with natural ZMP references” *IEEE Annual Conference on Industrial Electronics*, pp. 4100-4106, 2006.
- [120] S. Kajita y K. Tani, “Study of Dynamic Biped Locomotion on Rugged Terrain —Theory and Basic Experiment” *IEEE International Conference on Advanced Robotics*, vol. 1, pp. 741-746, 1991.
- [121] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi y H. Hirukawa, “Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point” *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1620-1626, 2003.
- [122] J. Yamaguchi, E. Soga, S. Inoue y A. Takanishi, “Development of a Bipedal Humanoid Robot Control Method of Whole Body Cooperative Dynamic Biped Walking” *Proc. of the 1999 ICRA*, pp. 368-374, 1999.
- [123] T. Daniel, K. Rezaul y M. Palaniswami, “Computational Intelligence in Gait Research: A Perspective on Current Applications and Future Challenges” *IEEE transactions on information technology in biomedicine*, vol. 13, nº 5, 2009.

- [124] S. Cuccurullo, "Physical Medicine and Rehabilitation Board Review" *New York: Demos Medical Publishing*, vol. 4, p. 457, 2004.
- [125] C. Rocha, C. Tonetto y A. Dias, "A comparison between the Denavit–Hartenberg and the screw-based methods used in kinematic modeling of robot manipulators" *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. Vol. 24, nº Num. 4, pp. 723-728, Agosto 2011.
- [126] J. Martinez, J. Gallardo y J. Duffy, "Screw Theory and higher Order Kinematic Analysis of Open Serial and Closed Chains" *Mechanism and Machine Theory*, vol. Vol. 34, nº No.4, pp. 559-586, 1999.
- [127] F. Caccavale y B. Siciliano, "Quaternion-based kinematic control of redundant spacecraft/manipulator systems" *Proceedings ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 435-440, 2001.
- [128] S. Kajita, F. Kanehiro y K. Kaneko, "Resolved Moment Control: Humanoid Motion Planning Based on the Linear and Angular Momentum" *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1644-1650, 2003.
- [129] G. Cavagna, N. Heglund y C. Taylor, "Mechanical work in terrestrial locomotion: Two basic mechanisms for minimizing energy expenditure" *American Journal of Physiology*, nº 233, p. R243–R261, 1977.
- [130] Y. Hurmuzlu y G. Moskowitz, "The role of impact in the stability of bipedal locomotion" *Dynamics and Stability of Systems*, vol. 1, nº 3, pp. 217-234, 1986.
- [131] R. Full y D. Koditschek, "Templates and anchors: Neuromechanical hypotheses of legged locomotion on land" *The Journal of Experimental Biology*, nº 202, pp. 3325-3332, 1999.
- [132] J. Shaw y S. Shaw, "The onset of chaos in a two-degree-of-freedom impacting system" *ASME Journal of Applied Mechanics*, nº 56, pp. 168-174, 1989.
- [133] B. Brogliato, "Some perspectives on the analysis and control of complementary systems" *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, nº 6, pp. 918-935, 2003.
- [134] P. Lötstedt, "Numerical simulation of time-dependent contact and friction problems in rigid body mechanics" *SIAM Journal of Scientific and Statistical Computation*, vol. 5, nº 2, pp. 370-393, 1984.
- [135] A. Ortiz y J. Ibarra, "Free Leg Impulse For Extra Weight Lifting Humanoid Walk" *2018 15th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*, 2018.
- [136] L. Jalics, H. Hemami y F. Zeng, "Pattern Generation Using Coupled Oscillators for Robotic and biorobotic Adaptive Periodic Movement" *Proc. of the 1997 ICRA*, pp. 179-184, 1997.

- [137] J. Pratt y G. Pratt, "Intuitive Control of a Planar Bipedal Walking Robot" *Proc. of the 1998 ICRA*, pp. 2014-2021, 1998.
- [138] M. Garcia, A. Chatterjee y A. Ruina, "Speed, Efficiency and Stability of Small-Slope 2-D Passive Dynamic Bipedal Walking" *Proc. of the 1998 ICRA*, pp. 2351-2356, 1998.
- [139] Y. Fujimoto, S. Obata y A. Kawamura, "Robust Biped Walking with Active Interaction Control between Foot and Ground" *Proc. of the 1998 ICRA*, pp. 2030-2035, 1998.
- [140] K. Hira, M. Hirose, Y. Haikawa y T. Takenata, "The Development of Honda Humanoid Robot" *Proc. of the 1998 ICRA*, pp. 1321-1326, 1998.
- [141] Z. Shao, G. Zheng y D. Efimov, "Modelling and control of actuators with built-in position controller" *IFAC MICNON*, 2015.
- [142] A. Albert, "Regression and the Moore-Penrose Pseudoinvers" New York., elsevier, academic press, 1972, pp. 15-30.
- [143] S. Orozco y I. Juan, "Control con Rechazo Activo de Perturbaciones para el Equilibrio de Robots Humanoides" *Research in Computing Science*, pp. 159-171, 2017.