



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

UNIDAD ZACATENCO  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
SECCIÓN DE MECATRÓNICA

**Evasión de obstáculos en robots móviles usando un algoritmo  
de campo potencial modificado**

Tesis que presenta:

**Javier Lagunas Avila**

Para obtener el grado de:

**Maestro en Ciencias**

En la especialidad de:

**Ingeniería Eléctrica**

Directores de la Tesis:

**Dr. Rafael Castro Linares**

**Dr. Jaime Álvarez Gallegos**



# Agradecimientos

*A Dios, por ser mi guía a lo largo de mi vida, por todo lo que me ha dado, porque sin su ayuda no lo hubiera logrado. Por darme la oportunidad de cumplir un sueño y un nuevo éxito en mi vida realizando los estudios de la maestría.*

*A mis padres Javier y Marina, por contar con su apoyo en todo momento, por su amor y comprensión. Les agradezco por su gran esfuerzo que han realizado al darme el mejor regalo para un ser humano, una educación. Agradezco por las facilidades que me brindaron y grandes consejos recibidos.*

*A mi hermana María Fernanda, por ser parte de mi vida, por los consejos y apoyo en los momentos más difíciles, pero sobre todo por su amor y cariño en todos estos años.*

*A todas esas personas, amigos y familiares por sus ánimos, comentarios, consejos, pero sobre todo por estar conmigo en todo momento y creer en mi.*

*A mis asesores el Dr. Rafael Castro Linares y el Dr. Jaime Álvarez Gallagos, por darme la oportunidad de realizar este trabajo, por su tiempo y comprensión, por compartir sus conocimientos, consejos y asesoría para crecer profesionalmente.*

*A la sección de Mecatrónica, por permitirme realizar mi maestría, por el apoyo, tiempo brindado y por compartirme su conocimientos.*

*Al CINVESTAV, por brindarme todo su apoyo y la formación académica recibida y al CONCACYT por su apoyo económico para realizar mis estudios de Maestría a través de la beca nacional.*

*A mis apreciables amigos y compañeros de la maestría Ulises Santillán Martínez, Fernando Dávila Sámano e Irvin Jesús Navarrete García porque sin sus ánimos y amistad a lo largo de estos años hubiera sido más difícil.*

*Al Dr. Pedro Castillo García (Heudiasyc), por ser un mentor en estos últimos años, por sus grandes consejos para crecer profesionalmente y académicamente, por sus invaluable comentarios sobre este trabajo y por darme la oportunidad de realizar una estancia de investigación en el Laboratorio Heudiasyc en Compiègne, Francia.*

*Al Dr. Josue Cariño Escobar (Heudiasyc), por su apoyo, tiempo brindado, conocimiento compartido y por ser un guía en la realización de este proyecto.*



# Resumen

Este trabajo aborda el problema de control de formación líder-seguidor mediante dos robots móviles no holonómicos. El objetivo de este trabajo es el diseño y desarrollo de una ley de control que permita a los agentes conservar una formación específica y alcanzar un destino final deseado evitando posibles obstáculos durante su recorrido. Para ello, un estudio bibliográfico fue realizado para extraer la mayor cantidad de información sobre sistemas de formación líder-seguidor. Posteriormente se hizo un estudio teórico para el algoritmo de evasión de obstáculos utilizando campos potenciales, teniendo como dificultad en este tipo de algoritmo los mínimos locales, implicando que el robot alcanzará su objetivo en todo momento sin tener que detenerse en ningún momento.

El problema se dividió en dos subproblemas, comenzando por proponer una ley de control para mantener una formación entre ambos robots utilizando una representación geométrica, donde un ángulo de rodamiento y una distancia de separación deseada mantiene la formación entre el robot líder y el robot seguidor, para el primer caso. De ahí, para el segundo subproblema se propuso una ley de control para permitir que el robot líder pueda avanzar hacia su destino final de una forma segura, evitando posibles colisiones en su recorrido, en otros términos se utilizan fuerzas de atracción para la meta deseada y fuerzas de repulsión para los diversos obstáculos presentes.

La principal contribución de este trabajo fue adaptar una técnica de control ante cualquier tipo de formación y resolviendo el problema de los mínimos locales en el método de evasión de obstáculos sin la necesidad de utilizar sensores externos. La estabilidad del problema de seguimiento se describió utilizando una función de Lyapunov para validar la solución propuesta. Se realizaron simulaciones numéricas utilizando la plataforma Matlab y simulaciones en Gazebo por medio de dos robots Turtlebot- Waffle para validar las leyes de control propuestas respecto a la formación y a la evasión de colisiones. Finalmente, utilizando una plataforma experimental mediante cámaras optitrack y dos robots Parrot Jumping Sumo se realizaron las pruebas de tipo real, verificando nuevamente el rendimiento de ambos robots.



# Abstract

This work addresses the leader-follower formation control problem of two non-holonomic mobile robots. The main goal of this work is to design and develop a control law that allows the agents making a specified formation and reach final desired destination avoiding possible obstacles in the whole trajectory. For that, a bibliographic study was done to extract the most useful information for the leader-follower formation. Then a theoretical study was done for the avoiding obstacle algorithm using potential field, the idea is to avoid the main problem of this algorithm that is local minimum, implying the robot will reach the goal without having to stop.

The problem was divided into several sub-problems, starting with proposing a control law to make a formation between each robot using geometric representation, where the follower maintains a desired bearing angle and a desired distance with respect to the leader, for the first sub-problem. Then, a control law was proposed for the second sub-problem that allows the leader robot reach the goal avoiding all possible collisions, in other terms it exist forces that are generated by attraction of the goal and forces generated by the repulsion of the obstacles.

The main contribution of this paper is to design a control technique for the formation of agents in any geometric shape and in any type of trajectory, also a method to avoid obstacles without having to use sensors and solving the local minimum problem that has always been a challenge is developed. The stability of the tracking problem was described using a Lyapunov function to validate the proposed method. Numerical simulations were done in Gazebo platform using two Turtlebot-Waffle robots to validate the proposed control laws and to prove the effect of the proposed algorithms for obstacle avoidance. Finally, for the experimental part it was used several optitrack cameras and two Parrot Jumping Zumo validating the performance of both robots in a real test.



# Contenido

<b>Lista de figuras</b>	<b>XI</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>XI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema.	2
1.2. Antecedentes.	3
1.3. Metodología.	5
1.4. Objetivos de la tesis.	5
1.4.1. Objetivos particulares	5
1.5. Aportaciones de la tesis.	6
1.6. Organización de la tesis.	6
<b>2. Navegación en presencia de obstáculos</b>	<b>9</b>
2.1. Categorías de control de formación	9
2.2. Modelo cinemático de robots móviles	10
2.3. Métodos de campos potenciales	11
2.4. Algoritmo de campo potencial modificado	13
<b>3. Estrategias de control</b>	<b>15</b>
3.1. Análisis geométrico de la formación	15
3.2. Algoritmo de control del robot líder	18
3.3. Algoritmo de control del robot seguidor	18
<b>4. Resultados numéricos</b>	<b>21</b>
4.1. Resultados en la plataforma Matlab	21
4.1.1. Esquema líder-seguidor	21
4.1.2. Evasión de obstáculos en esquema líder-seguidor	24
4.2. Resultados en la plataforma Gazebo	28
4.2.1. Esquema líder-seguidor	29
4.2.2. Evasión de obstáculos en esquema líder-seguidor	31

---

<b>5. Resultados experimentales</b>	<b>37</b>
5.1. Plataforma experimental	37
5.2. Esquema líder-seguidor sin evasión	39
5.3. Evasión de obstáculos en esquema líder-seguidor	43
<b>6. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>49</b>
6.1. Conclusiones	49
6.2. Trabajo futuro	50
<b>Bibliografía</b>	<b>51</b>
<b>A. Análisis detallado del análisis geométrico de la formación</b>	<b>55</b>
A.1. Derivada de $l_{LF_i}$	55
A.2. Derivada de $\psi_{ij}$	56
A.3. Errores de seguimiento. Matriz de rotación homogénea o transformación homogénea	56
A.4. Dinámica del error de seguimiento	57
<b>B. Artículo presentado</b>	<b>59</b>

# Lista de figuras

1.1. Trayectoria generada por Bug1.	4
1.2. Trayectoria generada por Bug2.	4
2.1. Robot móvil (2.0).	11
2.2. Representación geométrica del robot móvil en el campo potencial.	12
2.3. Análisis de fuerzas del robot líder.	14
3.1. Representación geométrica líder-seguidor.	16
4.1. Simulación en tiempo real de una trayectoria en formación líder-seguidor.	22
4.2. Entradas de control y errores de seguimiento en una formación líder-seguidor.	23
4.3. Distancia relativa entre el líder y el robot seguidor.	23
4.4. Ángulo relativo entre el líder y el robot seguidor.	24
4.5. Simulación en tiempo real del algoritmo de campo potencial modificado.	25
4.6. Entradas de control y errores de seguimiento en una formación líder-seguidor.	26
4.7. Distancia relativa entre el líder y el robot seguidor.	27
4.8. Ángulo relativo entre el líder y el robot seguidor.	27
4.9. Fuerzas resultantes APF en Matlab.	28
4.10. Turtlebot Waffle pi.	28
4.11. Simulación en tiempo real de la trayectoria utilizando dos turtlebots.	29
4.12. Entradas de control y errores de seguimiento en la formación líder-seguidor.	30
4.13. Distancia relativa entre el robot líder y el seguidor.	30
4.14. Ángulo relativo entre el líder y el robot seguidor.	31
4.15. Captura de la simulación. Dos Turtlebots en formación líder seguidor evadiendo el primer obstáculo.	32
4.16. Simulación numérica en tiempo real utilizando el algoritmo de campo potencial modificado.	32
4.17. Entradas de control y errores de seguimiento para la formación.	33
4.18. Distancia relativa entre el robot líder y el robot seguidor.	34
4.19. Ángulo relativo entre el líder y el robot seguidor.	35

4.20. Fuerzas resultantes APF en Gazebo. . . . .	35
5.1. Plataforma virtual FLAIR. . . . .	38
5.2. Panel de control de la plataforma virtual. . . . .	38
5.3. Jumping Sumo. . . . .	39
5.4. Esquema de formación líder-seguidor utilizando dos Jumping Sumo. . . . .	40
5.5. Trayectoria en tiempo real utilizando la plataforma experimental. . . . .	41
5.6. Entradas de control y errores de seguimiento en la formación líder-seguidor . . . . .	41
5.7. Distancia relativa entre el robot líder y el seguidor. . . . .	42
5.8. Ángulo relativo entre el líder y el robot seguidor. . . . .	42
5.9. Captura de la prueba realizada utilizando el método de evasión de obstáculos. . . . .	43
5.10. Simulación experimental en tiempo real utilizando el algoritmo de campo potencial modificado. . . . .	44
5.11. Entradas de control y errores de seguimiento. . . . .	45
5.12. Distancia relativa entre el robot líder y el robot seguidor. . . . .	45
5.13. Ángulo relativo entre el robot líder y el robot seguidor. . . . .	46
5.14. Fuerzas resultantes APF en la prueba experimental. . . . .	47

# Capítulo 1

## Introducción

En la última década, la robótica móvil ha tenido un gran impacto en el área de investigación, logrando focalizar su desarrollo en la vida diaria, donde los análisis sobre cuestiones de alto nivel de cognición, localización y navegación se han podido realizar utilizando plataformas robóticas de investigación estándar que están sintonizadas con el entorno del laboratorio. Por otro lado, se ha invertido gran parte en el área industrial, donde el sistema autónomo permita la reducción de problemas, reducción de costos entre muchos otros [1].

Aunque los robots móviles tienen un amplio conjunto de aplicaciones y mercados, hay un hecho que es cierto para prácticamente todos los robots móviles exitosos: su diseño implica la integración de muchos cuerpos de diferentes conocimientos, ya que es un campo interdisciplinario con la finalidad de solucionar problemas de locomoción, comprendiendo el mecanismo y la cinemática al igual que la dinámica y el control [1]. La investigación ha estimulado avances tecnológicos en comunicación y computación, que han permitido el desarrollo de sistemas multiagentes que realizan tareas colaborativas en un modo eficaz, robusta y fiable [2].

El control de la formación de robots es un aspecto importante en la coordinación de múltiples robots y digno de una exploración detallada. El llamado control de formación líder-seguidor es una tecnología de control que requiere realizar una tarea en específico (trayectoria, localización, etc.) mediante una determinada formación en ambientes abiertos y cerrados [3][4]. Durante el recorrido del pelotón, se han incorporado ciertos algoritmos con la intención de hacer el sistema lo más autónomo posible, por lo que algunas áreas a implementar en la formación líder-seguidor es la evasión de obstáculos, ya sea mediante los sensores incluidos en el robot o mediante cámaras externas [5].

Estas aplicaciones a menudo implican limitaciones en las comunicaciones que requieren que el vehículo robótico funcione de forma autónoma durante períodos prolongados de tiempo y distancias. En tales situaciones, los vehículos no tripulados deben estar equipados con un sistema de navegación automático mediante el cual pueden moverse de forma autónoma y segura. En todos estos casos, la navegación implica una serie de problemas comunes, como lo puede ser la evasión de obstáculos [6]. Un grupo de agentes puede lograr más tareas que tener un solo agente y a veces lograr tareas que

un solo agente no puede desarrollar. Esto se hace a través de su cooperativa eficiente en el trabajo, volviéndose más rápidos, baratos y más confiables que un solo agente. El dominio de los sistemas multiagente tiene una amplia gama de aplicaciones; a partir de la manipulación y transporte de objetos, exploración, navegación, localización y coordinación de movimientos. El área más importante de la investigación en el control de formación sucede cuando el grupo de agentes debe lograr una formación deseada o patrón específico respetando las restricciones de posición relativa entre unos y otros.

Por ejemplo, los robots móviles que operan en interiores generalmente carecen de acceso a las mediciones de posicionamiento global, mientras que el intercambio de información está restringido u obstruido por obstáculos físicos. Tales limitaciones imponen varios tipos de restricciones a cada robot, que se extiende naturalmente a todo el sistema multirobot. Para que se cumplan las tareas deseadas, estas restricciones deben ser tenidas en cuenta durante la planificación del movimiento, la coordinación, y diseño de control [2].

La detección y la localización basadas en la visión se han convertido recientemente en un medio popular y versátil de controlar formaciones de robots. El control de la formación bajo restricciones de visibilidad exhibe similitudes en términos de formulación de problemas con el diseño de control para un robot no holonómico con restricciones de campo de visión, que necesita mantener la visibilidad con un objetivo, por ejemplo, un punto de referencia fijo o un evasor. En el sistema líder-seguidor(es) los sensores tienen capacidades limitadas (por ejemplo, rango y ángulo limitados de vista), donde los robots normalmente pueden permanecer conectados si y solo si el líder es siempre visible para el seguidor, para finalmente el seguidor tener en todo momento la visibilidad con el seguidor [8][9].

## 1.1. Planteamiento del problema.

Los agentes en movimiento están expuestos al riesgo de colisiones entre ellos o entre los obstáculos encontrados en el entorno. Esto causará daños a los agentes, resultando que la ley de control propuesta no cumpla con su objetivo ante una formación propuesta. Gran parte de la literatura no toma en cuenta las colisiones entre ellos, y los que abordaron el problema utilizaron el método de campos potenciales tradicional. Sin embargo, esto puede conducir a una pérdida de distancia entre los agentes, y en ciertas ocasiones perder totalmente la formación deseada sin poder reformarla, de igual forma surge un problema mejor conocido como mínimos locales, llevando a los agentes a permanecer en la misma posición durante la trayectoria. Este trabajo aborda dos problemas considerando robots móviles de tipo no holonómicos que están obligados a seguir una trayectoria escrita. El primer problema resulta con la posibilidad de cada agente se desplace más allá de la formación geométrica establecida y el segundo problema es la evasión de obstáculos en la trayectoria al igual de ocasionar diversas colisiones entre los agentes.

## 1.2. Antecedentes.

En diversas investigaciones se han encontrado distintas propuestas para los métodos de formación y evasión de obstáculos, presentando complicaciones como lo son la comunicación, los robots móviles que operan en interiores generalmente carecen de acceso a las mediciones de posicionamiento global, mientras que el intercambio de información está restringido u obstruido por obstáculos físicos. Tales limitaciones imponen varios tipos de restricciones a cada robot, que se extienden naturalmente a todo el sistema multirobot. Para que se cumplan las tareas deseadas, estas restricciones deben ser tomadas en cuenta durante la planificación del movimiento, la coordinación y diseño de control [2].

En la literatura, se han propuesto algunos algoritmos y técnicas para tratar el problema de la falla de comunicación, ya que Yuebing Hu, James Lam y Jinling Liang [13] utilizaron el enfoque de la cadena de Markov, esto con la intención de obtener los datos faltantes en alguna falla, dándolos por predeterminados. En el trabajo de Chunxi Yang, Weixing Hong, Chao Sun y Hua Wang [14] se estudia un enfoque de seguimiento de consenso rápido para sistemas de agentes múltiples en tiempo discreto con retardo de entrada y comunicación. Otra solución para el problema de control de la formación para sistemas multiagentes, es colocando pequeños retrasos a la entrada de perturbaciones y en algunos casos en la comunicación de la formación [15]. Las referencias antes mencionadas asumen que, en el proceso de seguimiento, el líder siempre está disponible para algunos seguidores. Sin embargo, en el mundo físico real y en situaciones extremas, la información del líder puede perderse por completo. En consecuencia, los robots no podrán mantener la formación. Una solución de gran relevancia sucede cuando los sensores incluidos en los robots no son tomados en cuenta, ya que el sistema se trabaja en un ambiente cerrado, llevando a la comunicación entre cada uno de los robots móviles del pelotón por medio de cámaras externas para saber su posición actual de cada uno de ellos. Al dar por hecho el suceso anterior se reduce el problema de la comunicación.

En la implementación de la evasión de obstáculos los métodos existentes más convencionales son planeación de trayectoria (path planning method), método de navegación (navigation function method), campo potencial (artificial potential field), y el regulador óptimo (optimal regulator) [7]. Los algoritmos existentes y utilizados en diferentes trabajos son propuestos por Alpaslan Yufka y Osman Parlaktuna en [10] donde los problemas se describen a continuación. El primer algoritmo Bug1 se muestra cuando el robot pasó por alto el primer objeto, para finalmente guiarse hacia el objetivo mediante la distancia más corta. Por supuesto, este enfoque es muy ineficiente, pero asegura que el robot sea accesible para cualquier propósito. La debilidad de este algoritmo es la presencia excesiva del robot junto al obstáculo como lo muestra la figura 1.1.

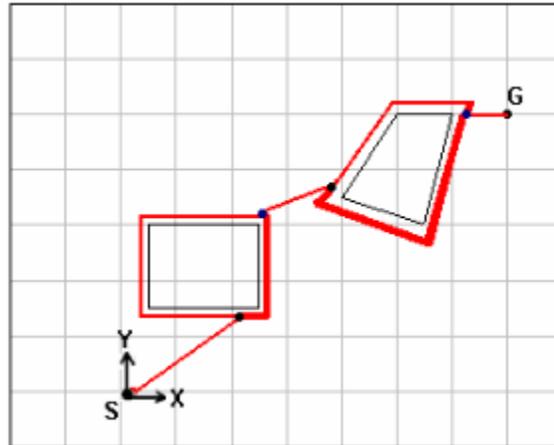


Figura 1.1: Trayectoria generada por Bug1.

En el segundo algoritmo, Bug2, como se muestra en la figura 1.2, el robot se mueve en la alineación inicial hacia el objetivo, al localizar algún obstáculo el agente rodeará y avanzará en la alineación previamente definida. La diferencias que existen entre el algoritmo Bug1 y Bug2 son los tiempos de recorrido debido a que el segundo algoritmo busca la ruta más corta hacia la alineación inicial.

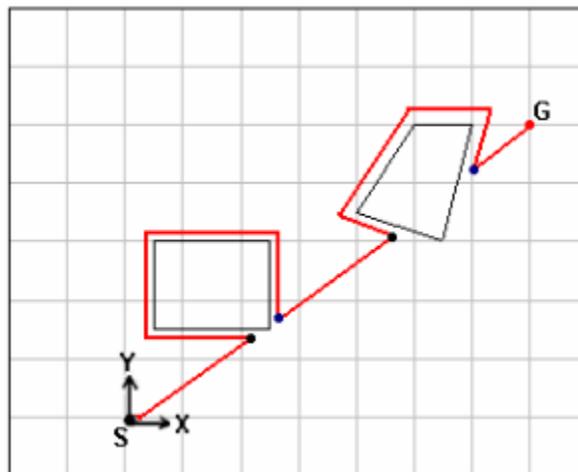


Figura 1.2: Trayectoria generada por Bug2.

Finalmente, Oussama Khatib introdujo el algoritmo llamado APF (Artificial Potential Field) en 1985 [11]. Este algoritmo considera el robot como un punto en campos potenciales y luego combina las fuerzas de atracción hacia el objetivo y repulsión de obstáculos. El algoritmo es útil dado que la trayectoria se obtiene por cálculos cuantitativos. El problema con este algoritmo sucede cuando el robot puede quedar atrapado en el mínimo local de campos potenciales y no puede encontrar la ruta.

### 1.3. Metodología

Durante el desarrollo de este trabajo primero se analizaron los conceptos principales de los robots móviles tipo (2.0) no holonómicos, implicando el modelo cinemático y seguimiento de trayectorias fijas en un tiempo establecido. Se analizaron los posibles robots a utilizar durante el proceso, esto debido a tener un mejor acercamiento para las simulaciones numéricas y experimentales. Se realizó una búsqueda sobre los métodos de formación en el esquema líder-seguido, los diversos problemas que existen en el algoritmo de campo potencial modificado (APF) incluyendo algunos métodos para la evasión de obstáculos, igualmente de algunos controladores implementados en diferentes trabajos publicados en la literatura con el objetivo de tener una variedad de alternativas ante el problema planteado con anterioridad.

Posteriormente se realizó la programación de la ley de control en una simulación numérica con el objetivo de comprobar y observar el comportamiento de cada uno de los agentes, éste mismo fue desarrollado en la plataforma virtual de Gazebo mediante ROS (Robot Operating System) utilizando dos robots móviles tipo Turtlebot Waffle pi.

Durante el desarrollo de este trabajo se realizó una estancia de investigación en el laboratorio Heudiasyc en la ciudad de Compiègne Francia por parte de la Universidad Tecnológica de Compiègne con el fin de realizar las pruebas experimentales para evaluar el esquema líder-seguidor propuesto. El sistema de monitoreo para la comunicación de cada robot fue basado en 52 cámaras Flex 13 de Optitrack, al igual de utilizar dos robots Parrot Jumping Sumo para un mejor desempeño durante los resultados experimentales.

### 1.4. Objetivos de la tesis.

El objetivo general fue diseñar, modelar y controlar la formación líder-seguidor de robots móviles tipo (2.0), con la finalidad de evadir obstáculos en una trayectoria fija implementando el algoritmo de campo potencial modificado. El algoritmo de control propuesto permitirá al grupo de agentes mantener una formación durante la trayectoria, de igual forma la evasión de obstáculos durante la trayectoria es un punto a tener en cuenta en el diseño del algoritmo de control. El propósito al final del trabajo es tener una ley de control que permita a los agentes rastrear una ruta mientras adapta la formación para hacer frente a los obstáculos.

#### 1.4.1. Objetivos particulares

- Sintetizar el modelo cinemático de un robot móvil no holonómico tipo (2.0) durante una trayectoria.
- Desarrollar un modelo de formación para el esquema líder-seguidor, que permita mantener a los agentes una posición establecida.

- Proponer una ley de control para el esquema líder-seguidor, que permita mantener la formación ante posibles perturbaciones.
- Desarrollar un método de evasión de obstáculos para el seguimiento de trayectorias, utilizando el algoritmo de campos potenciales.
- Validar la estabilidad del control propuesto mediante simulaciones numéricas.
- Validar y corroborar la estabilidad del control propuesto en la plataforma experimental.

### 1.5. Aportaciones de la tesis.

Este es un trabajo completo que aborda la estabilización y movimiento de formaciones multiagente. La principal contribución se centra en proponer un nuevo método para adaptar la formación a un entorno que contiene obstáculos, es necesario preservar las distancias entre los agentes y flexibilizar la formación en la forma de afrontar los obstáculos. De igual forma el diseñar una técnica de control para la formación de los agentes en cualquier forma geométrica, es relevante para la contribución de esta tesis. Finalmente, este trabajo no tiene la necesidad de utilizar sensores internos o externos para evitar colisiones entre ellos o el entorno, resolviendo el problema del mínimo local que siempre ha sido un reto a desarrollar en la literatura.

### 1.6. Organización de la tesis.

A continuación se presenta un resumen de cada capítulo que conforma la tesis:

- Capítulo 2: Navegación en presencia de obstáculos. En este capítulo se presentan conceptos básicos y teóricos principales de este trabajo, explicando la metodología del modelo cinemático de un robot móvil, del mismo modo el método de evasión de obstáculos utilizando el algoritmo de campo potencial tradicional, finalmente se presenta el algoritmo de campo potencial modificado utilizando la geometría del líder del pelotón.
- Capítulo 3: Estrategias de control. En este capítulo se presentan la explicación desarrollada de la ley de control implementada para el esquema de formación y el algoritmo de control implementado para la evasión de obstáculos.
- Capítulo 4: Resultados numéricos. En este capítulo se muestra y analiza los resultados en forma de simulación numérica del esquema de formación y evasión de obstáculos en el esquema de formación utilizando las diferentes plataformas virtuales como Matlab y Gazebo.
- Capítulo 5: Resultados experimentales. En este capítulo se muestra y analiza los resultados en forma experimental del esquema de formación y evasión de obstáculos en el esquema de formación.

- Capitulo 6: Conclusiones y trabajo a futuro. En este capítulo se presentan las conclusiones sobre la tesis desarrollada y las perspectivas para el trabajo a futuro.

Finalmente el apéndice A muestra un análisis matemático de las ecuaciones implementadas en este trabajo y en el apéndice B presenta el artículo publicado en la 18va Conferencia Internacional en Ingeniería Eléctrica, Computación y Control Automático 2021 (CCE).



## Capítulo 2

# Navegación en presencia de obstáculos

En este capítulo se presentan conceptos básicos sobre la navegación autónoma incluyendo las categorías de control de formación según las variables controladas y las medidas. Después se da un breve marco teórico de la robótica móvil, describiendo el modelo cinemático. Posteriormente, se detalla el método de evasión de obstáculos introduciendo el principal problema. Finalmente, se muestra un análisis geométrico del robot líder para la evasión de obstáculos utilizando el algoritmo de campo potencial modificado.

### 2.1. Categorías de control de formación

En [5], los autores presentan las categorías de control de formación. Las categorías pueden obtener la información requerida para detectar cualquier obstáculo y llegar a comunicarse un vehículo con otro. La interacción entre los agentes puede basarse en un marco global, o utilizar algún dispositivo externo como módulo wifi o módulo bluetooth. Por ejemplo, cuando los agentes controlan activamente sus posiciones, entonces pueden lograr la formación deseada sin necesidad de topología de comunicación. Sin embargo, si la distancia entre agentes es la variable controlada, entonces la formación será tratada como un cuerpo rígido y los agentes deben comunicarse de acuerdo con una topología específica.

El control de formación se puede clasificar en 2 categorías:

1. Control basado en la posición:

- Capacidad de detección: los agentes detectan sus posiciones con respecto a un sistema de coordenadas global. Los agentes logran la formación deseada a partir de la información obtenida por el sistema global, para controlar la posición mediante la capacidad de detección se toma en cuenta a todos los agentes dentro del entorno.

- Topología de interacción: dado que los agentes controlan sus posiciones, cada agente puede llegar a su posición deseada sin necesidad de interactuar con otros agentes. Sin embargo, la topología de interacción se vuelve importante para el propósito de mantener una sola estructura durante el recorrido de la trayectoria. En la literatura, las investigaciones llevados a cabo en el control basado en la posición son dos. Por un lado, consideran introducir interacciones entre agentes para mejorar el rendimiento de la formación. En segundo lugar, introducen un coordinador global. Este coordinador toma una retroalimentación de los agentes y luego envía los comandos de coordinación a los agentes.

## 2. Control de formación basado en desplazamiento:

- Capacidad de detección e interacción: Los agentes controlan los desplazamientos de sus agentes vecinos para lograr la formación deseada. Esto significa que cada agente se desplaza hacia una posición deseada con respecto a un sistema de coordenadas global pero cada agente conoce las posiciones con respecto a su sistema de coordenadas local. En consecuencia, en caso de que los agentes pierdan la información en forma global, ellos llegarían a su destino por conocer las posiciones a partir de su propio sistema local.

## 2.2. Modelo cinemático de robots móviles

El objetivo a lo largo de los años ha sido operar en un entorno abierto, incluyendo la trayectoria, la existencia de diferentes agentes y los obstáculos en todo el sistema. Por lo tanto, las estrategias de navegación desarrolladas para los agentes se han vuelto complejas, requiriendo una metodología para satisfacer su planificación de rutas. Como resultado, en este trabajo para la estrategia líder-seguidor en un sistema de referencia global, se implementó el modelo cinemático de un robot móvil (2.0), considerando una restricción no holonómica [10],

$$\dot{y}_i \cos \psi_i - \dot{x}_i \sin \psi_i = 0, \quad (2.1)$$

donde  $(x_i, y_i)$  son las coordenadas del robot móvil,  $\psi_i$  es el ángulo de orientación respecto al eje  $x$ . El modelo cinemático del  $i_{esimo}$  robot se obtiene a partir de la ecuación (2.1),

$$\dot{q}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\psi}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_i & 0 \\ \sin \psi_i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

donde  $v_i$  y  $w_i$  son las entradas de control, velocidad lineal y velocidad angular respectivamente. Notece que el sistema puede estabilizarse al proponer una ley de control si el centro del eje del robot es desplazado una cierta distancia, resultando tener una nueva restricción no holonómica,

$$\dot{y}_i \cos \psi_i - \dot{x}_i \sin \psi_i = d\dot{\psi}_i, \quad (2.3)$$

donde  $d$  es la distancia desde el eje trasero hasta la parte frontal del robot como se muestra en la figura 2.1. Obteniendo un nuevo modelo cinemático,

$$\dot{q}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_i & -d \sin \psi_i \\ \sin \psi_i & d \cos \psi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} = A_i(\psi_i) \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Se observa que  $A_i(\psi_i)$  es la matriz de desacoplamiento, pasando a ser no singular porque su determinante no es cero  $\det(A_i(\psi_i)) = d \neq 0$

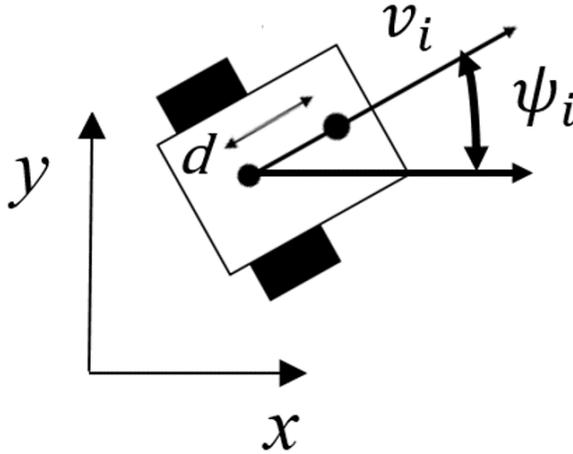


Figura 2.1: Robot móvil (2.0).

### 2.3. Métodos de campos potenciales

El modelo de campos potenciales propuesto por Oussama Khatib [11] es un algoritmo muy recurrente en la literatura para distintos propósitos, pero comunmente es utilizado para la evasión de obstáculos. El método consiste en localizar al robot en un punto en el espacio donde el espacio es representado por el campo potencial. Este campo es un conjunto de vectores especificando las fuerzas generadas por la repulsión de los obstáculos y la atracción generada por el objetivo, como se observa en la figura 2.2.

Considerando el esquema líder-seguidor, la posición del robot líder  $R_L$  está representada mediante  $q_L = [x_L, y_L, \psi_L]^T$  que evalúa la trayectoria aplicando el algoritmo de campo potencial. La información de los obstáculos y el objetivo están definidas por  $O_j = [x_O, y_O]$ , para  $j : 1 \dots n$  obstáculos, y  $G = [x_G, y_G]$ ,  $\psi_{LG}$  representan el ángulo entre el eje  $x$  del robot y el objetivo, por último  $\psi_{LO}$  representa el ángulo entre el eje  $x$  del robot y el obstáculo.

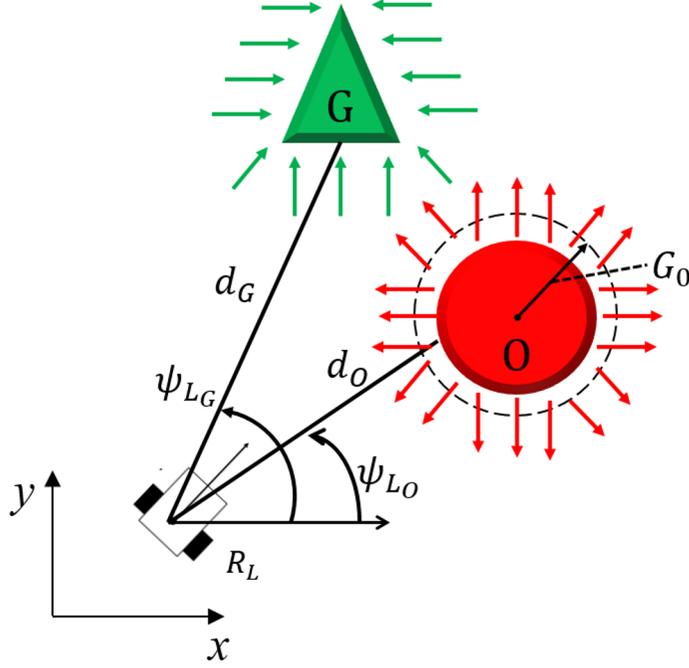


Figura 2.2: Representación geométrica del robot móvil en el campo potencial.

La energía potencial del sistema se define como [11]

$$U_T = U_A + U_R, \quad (2.5)$$

donde  $U_A$  representa la energía potencial de atracción,  $U_R$  representa la energía potencial de repulsión y  $U_T$  es la energía total del sistema. Cuando el robot se aproxime hacia un obstáculo, la energía de repulsión incrementa. Sin embargo, los obstáculos cuentan con una zona de seguridad  $G_0$  con el objetivo de medir el tamaño del obstáculo como se menciona en [8] y [9].  $U_A$  y  $U_R$  se expresan como

$$U_A = \frac{1}{2}k_A d_G^2, \quad (2.6)$$

$$U_R = \begin{cases} \frac{1}{2}k_R \left( \frac{1}{d_O} - \frac{1}{G_0} \right) d_G^n & d_O \leq G_0 \\ 0 & d_O \geq G_0 \end{cases}, \quad (2.7)$$

donde

$$d_G = \sqrt{(x_L - x_G)^2 + (y_L - y_G)^2}, \quad (2.8)$$

$$d_O = \sqrt{(x_L - x_O)^2 + (y_L - y_O)^2}. \quad (2.9)$$

Este algoritmo se enfoca en las fuerzas dentro del campo, a partir de las ecuaciones (2.6) y (2.7) se obtienen las fuerzas aplicando el gradiente negativo, obteniendo una

fuerza de atracción  $F_A$  y una fuerza de repulsión  $F_R$  [8], expresando en las siguientes ecuaciones, esto es una función lineal de la distancia y una función cuadrática de la distancia. Para una función lineal de la distancia se obtiene como:

$$U_A = k_A \|q_L - G\|, \quad (2.10)$$

$$F_A = -\nabla U_A = -k_A \frac{q_L - G}{\|q_L - G\|}. \quad (2.11)$$

Para una función cuadrática de la distancia se obtiene como:

$$\begin{aligned} U_A &= \frac{1}{2} k_A q_L - G^2, \\ F_A &= -\nabla U_A = -k_A \|q_L - G\| \nabla \|q_L - G\| \\ F_A &= -k_A (q_L - G) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} F_R &= -\nabla U_R \\ F_R &= \begin{bmatrix} k_R \left( \frac{1}{d_O} - \frac{1}{G_0} \right) \frac{1}{d_O^2} \frac{q_L - O_j}{d_O} & d_O \leq G_0 \\ 0 & d_O \geq G_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.13)$$

## 2.4. Algoritmo de campo potencial modificado

Como se mencionó en el planteamiento del problema, un problema recurrente al utilizar el algoritmo de campos potenciales es la existencia de mínimos locales. Como resultado de este problema el robot queda inmóvil, esto significa que las fuerzas de repulsión y atracción son iguales, tal y como se observan en las ecuaciones (2.12) y (2.13). La solución a este problema es utilizar la fuerza de repulsión y descomponerla en dos fuerzas, tal y como se observa la figura 2.3,  $F_{R_1}$  es la fuerza en la dirección de la línea entre el robot y el obstáculo, y  $F_{R_2}$  es la fuerza en la dirección de la línea entre el robot y el objetivo [12] [13], llevando a

$$F_R = \begin{bmatrix} k_R F_{R_1} + k_M k_R F_{R_2} & d_O \leq G_0 \\ 0 & d_O \geq G_0 \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} F_{R_1} &= \left( \frac{1}{d_O} - \frac{1}{G_0} \right) \frac{d_G^{k_M}}{d_G^3}, \\ F_{R_2} &= \left( \frac{1}{d_O} - \frac{1}{G_0} \right)^2 d_G^{k_M}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde  $k_M$  es una ganancia que actúa como regulador entre ambas fuerzas, tal y como se muestra en la figura 2.3. Como se mencionó, las fuerzas se descomponen en ángulos como se observa en la figura 2.2 por consecuencia usando las fuerzas de la figura 2.3 [14][15], las nuevas fuerzas respecto a los ejes  $x$  y  $y$  se obtienen como

$$F_{R_x} = F_R \cos \psi_{LO}, \quad (2.16)$$

$$F_{R_y} = F_R \sin \psi_{LO}, \quad (2.17)$$

$$F_{A_x} = F_A \cos \psi_{LG}, \quad (2.18)$$

$$F_{A_y} = F_A \sin \psi_{LG}. \quad (2.19)$$

Las fuerzas resultante a partir de las ecuaciones anteriores en el eje  $x$  y  $y$  son [16],

$$F_x = F_{R_x} + F_{A_x}, \quad (2.20)$$

$$F_y = F_{R_y} + F_{A_y}. \quad (2.21)$$

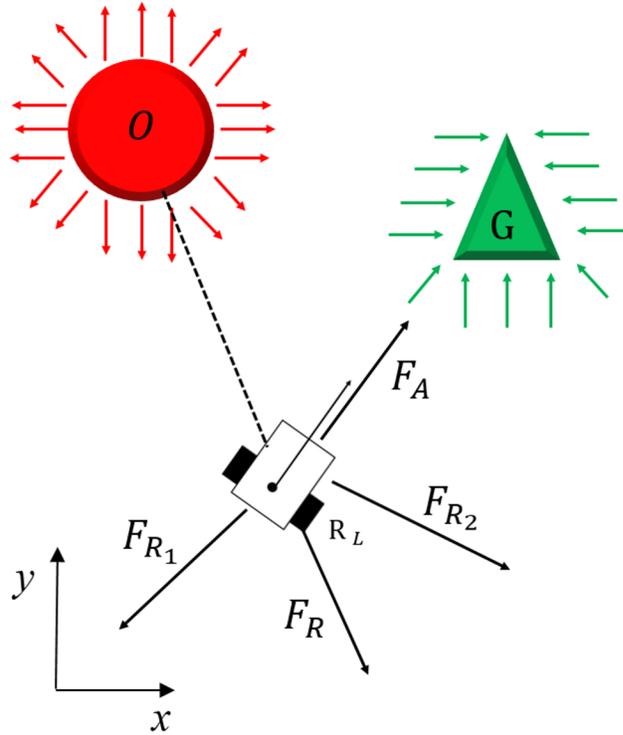


Figura 2.3: Análisis de fuerzas del robot líder.

Se asume que las acciones del robot líder están guiadas por la suma de las fuerzas dadas por las ecuaciones (2.20) y (2.21). Las fuerzas potenciales aplicadas dependen únicamente de la distancia entre dos objetos en el entorno: la distancia entre el robot líder y el objetivo, y la distancia entre el robot líder y los obstáculos. Si se considera el caso anterior, el robot debe girar hacia el lado que encuentre mayor fuerza de atracción y pueda evitar el obstáculo, evitando el problema del mínimo local, en las ecuaciones (2.20) y (2.21) se comprueba esta idea, guiándose en todo momento por el ángulo de las ecuaciones(2.16-2.19).



## Capítulo 3

# Estrategias de control

En este capítulo se presenta el análisis geométrico de la formación utilizando el método seleccionado para una trayectoria. Después se muestran las estrategias de control para cada robot de la formación. En primera instancia se muestra el algoritmo de control utilizado en el robot líder de la formación con el objetivo de evadir cualquier obstáculo presente en el entorno. Posteriormente, se presenta la ley de control propuesta para el esquema del robot seguidor incluyendo el análisis por el método de Lyapunov probando su estabilidad en un sistema de lazo cerrado.

### 3.1. Análisis geométrico de la formación

En esta sección se presenta la formación de dos robots, describiendo la posición del robot seguidor ( $R_F$ ) respecto al robot líder ( $R_L$ ). Observando el análisis de la figura 3.1, la posición del robot seguidor es representada mediante  $q_F = [x_F, y_F, \psi_F]^T$ . De esta manera, el robot apunta a alcanzar la posición deseada  $q_{F_d} = [x_{F_d}, y_{F_d}, \psi_{F_d}]^T$ . La figura 3.1 muestra el modelo geométrico de la formación, donde  $l_{LF_d}$  es la distancia deseada respecto al líder y  $\psi_{LF_d}$  es el ángulo deseado [17][18]. En el marco global, la posición deseada del robot está dada por

$$q_{F_d} = \begin{bmatrix} x_{F_d} \\ y_{F_d} \\ \psi_{F_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_L - d \cos(\psi_L) + l_{LF_d} \cos(\psi_{LF_d} + \psi_L) \\ y_L - d \sin(\psi_L) + l_{LF_d} \sin(\psi_{LF_d} + \psi_L) \\ \psi_L \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

De manera similar, la posición actual del seguidor vista desde el robot líder esta dada por

$$q_{F_i} = \begin{bmatrix} x_{F_i} \\ y_{F_i} \\ \psi_{F_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_L - d \cos(\psi_L) + l_{LF_i} \cos(\psi_{LF_i} + \psi_L) \\ y_L - d \sin(\psi_L) + l_{LF_i} \sin(\psi_{LF_i} + \psi_L) \\ \psi_F \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

La distancia relativa entre cada robot en coordenadas cartesianas es

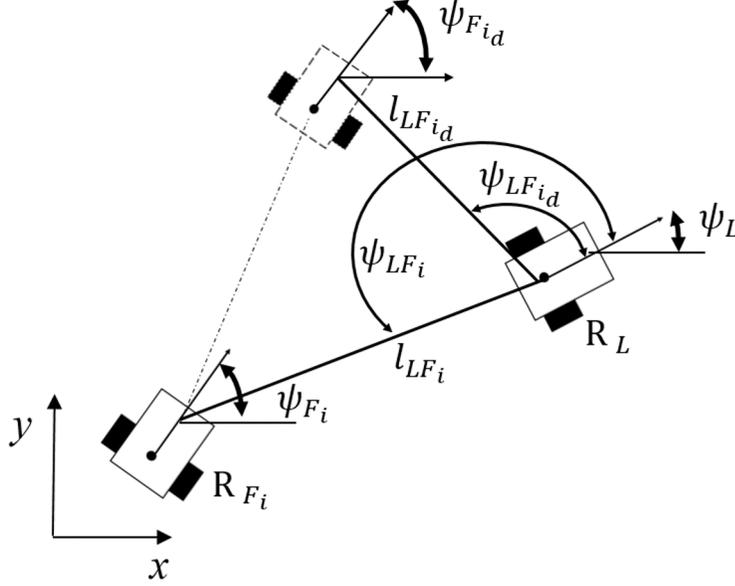


Figura 3.1: Representación geométrica líder-seguidor.

$$l_{LF_i x} = x_L - x_F - d \cos \psi_L, \quad (3.3)$$

$$l_{LF_i y} = y_L - y_F - d \sin \psi_L, \quad (3.4)$$

$$l_{LF_i} = \sqrt{l_{LF_i x}^2 + l_{LF_i y}^2}. \quad (3.5)$$

Igualmente el ángulo de rodamiento entre  $R_L$  y  $R_F$  es obtenido como,

$$\psi_{LF_i} = \text{atan2} \left( \frac{l_{LF_i y}}{l_{LF_i x}} \right) - \psi_L. \quad (3.6)$$

El error de seguimiento utilizando la posición deseada del seguidor (3.1) y la posición actual del seguidor  $R_{F_i}$  (3.2) se expresan como [19]

$$e_q = \begin{bmatrix} x_{LF_i e} \\ y_{LF_i e} \\ \psi_{LF_i e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_{F_i} & \sin \psi_{F_i} & 0 \\ -\sin \psi_{F_i} & \cos \psi_{F_i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{F_i d} - x_{F_i} \\ y_{F_i d} - y_{F_i} \\ \psi_{F_i d} - \psi_{F_i} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$= \begin{bmatrix} l_{LF_{i,d}} \cos(\psi_{LF_{i,d}} + \psi_{L-F_i}) - l_{LF_i} \cos(\psi_{LF_i} + \psi_{L-F_i}) \\ l_{LF_{i,d}} \sin(\psi_{LF_{i,d}} + \psi_{L-F_i}) - l_{LF_i} \sin(\psi_{LF_i} + \psi_{L-F_i}) \\ \psi_{F_{i,d}} - \psi_{F_i} \end{bmatrix},$$

donde  $\psi_{L-F_i} = \psi_L - \psi_{F_i}$ .

La ley de control se basa en un método de backstepping, que permite tener una estabilidad asintótica a cero sobre el error de seguimiento. Para llevar a cabo el método de diseño se obtiene el modelo dinámico del error de seguimiento tomando la derivada respecto al tiempo de las ecuaciones (3.3-3.5) de la siguiente manera

$$\dot{l}_{LF_i} = \frac{1}{\sqrt{(l_{LF_ix})^2 + (l_{LF_iy})^2}} \left( l_{LF_ix} \dot{l}_{LF_ix} + l_{LF_iy} \dot{l}_{LF_iy} \right), \quad (3.8)$$

$$\dot{l}_{LF_ix} = \dot{x}_L - \dot{x}_F + d\dot{\psi}_L \sin \psi_L, \quad (3.9)$$

$$= v_L \cos \psi_L - v_{F_i} \cos \psi_{F_i} + dw_{F_i} \sin \psi_{F_i},$$

$$\dot{l}_{LF_iy} = \dot{y}_L - \dot{y}_F + d\dot{\psi}_L \cos \psi_L, \quad (3.10)$$

$$= v_L \sin \psi_L - v_{F_i} \sin \psi_{F_i} - dw_{F_i} \cos \psi_{F_i}.$$

Resolviendo la ecuación (3.8), a partir de (3.9) y (3.10) la derivada respecto al tiempo de la distancia relativa es,

$$\dot{l}_{LF_i} = -v_L \cos \psi_{LF_i} + v_{F_i} \cos \beta_{LF_i} + dw_{F_i} \sin \beta_{LF_i}, \quad (3.11)$$

donde  $\beta_{LF_i} = \psi_{LF_i} + \psi_L - \psi_{F_i}$ .

A partir de la ecuación (3.6) la derivada respecto al tiempo del ángulo de rodamiento es

$$\dot{\psi}_{LF_i} = \frac{l_{LF_ix} \dot{l}_{LF_iy} - l_{LF_iy} \dot{l}_{LF_ix}}{l_{LF_iy}^2 + l_{LF_ix}^2} - \dot{\psi}_L, \quad (3.12)$$

$$\dot{\psi}_{LF_i} = \frac{(v_L \sin \psi_{LF_i} - v_{F_i} \sin \beta_{LF_i} + dw_{F_i} \cos \beta_{LF_i})}{l_{LF_i}} - w_L.$$

Finalmente a partir de la derivada respecto al tiempo de la ecuación (3.6) y sustituyendo las ecuaciones (3.8-3.12), el modelo dinámico de seguimiento a partir de los errores se obtienen como,

$$\dot{x}_{LF_ie} = v_L \cos \psi_{L-F_i} + w_L y_{LF_ie} - v_{F_i} \quad (3.13)$$

$$- l_{LF_id} w_L \sin(\psi_{LF_id} + \psi_{L-F_i}),$$

$$\dot{y}_{LF_ie} = v_L \sin \psi_{L-F_i} + w_L x_{LF_ie} - dw_{F_i} \quad (3.14)$$

$$+ l_{LF_id} w_L \cos(\psi_{LF_id} + \psi_{L-F_i}),$$

$$\dot{\psi}_{LF_ie} = w_{F_id} - w_L. \quad (3.15)$$

Para un análisis detallado de las ecuaciones anteriores, revisar el apéndice A, mostrando las comprobaciones de las ecuaciones expuestas en el capítulo.

### 3.2. Algoritmo de control del robot líder

El diseño del controlador fue tomado utilizando el modelo cinemático del robot [25], donde a partir de la ecuación (2.4) las salidas son las coordenadas en el punto de interés, esto significa que,

$$\begin{aligned} \dot{q}_i &= \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = A_i(\psi_i) \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} &= A_i^{-1}(\psi_i) \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_i & \sin \psi_i \\ -\frac{1}{d} \sin \psi_i & \frac{1}{d} \cos \psi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.16)$$

donde finalmente las velocidades  $\dot{x}_i$  y  $\dot{y}_i$  serán obtenidas a partir de la integral de fuerzas en  $x$  y  $y$  de las ecuaciones (2.20-2.21).

### 3.3. Algoritmo de control del robot seguidor

A partir de las ecuaciones (3.1) y (3.15) del modelo geométrico del robot seguidor, se observa que el ángulo deseado del seguidor tendrá el mismo que el líder, esto puede causar que el robot seguidor gire antes de seguir la trayectoria. Para solucionar este problema se propuso agregar una velocidad angular deseada  $w_{F_i d}$  a la ecuación (3.15) como se muestra a continuación,

$$w_{F_i d} = \frac{1}{d} (v_L \sin \psi_{L-F_i} + l_{L F_i d} w_L \cos(\psi_{L F_i d} + \psi_{L-F_i})) + \frac{1}{d} (2k_y y_{L F_i e}). \quad (3.17)$$

De acuerdo con el modelo dinámico de seguimiento (3.13-3.15) igualmente se propusieron las entradas de control para el robot seguidor dadas por

$$v_{F_i} = v_L \cos \psi_{L-F_i} - l_{L F_i d} w_L \sin(\psi_{L F_i d} + \psi_{L-F_i}) + k_x x_{L F_i e}, \quad (3.18)$$

$$w_{F_i} = \frac{1}{d} (v_L \sin \psi_{L-F_i} + l_{L F_i d} w_L \cos(\psi_{L F_i d} + \psi_{L-F_i})) + \frac{1}{d} (k_y y_{L F_i e} + k_\psi \sin \psi_{L F_i e}). \quad (3.19)$$

garantizando la convergencia a cero en los errores de seguimiento [17], esto es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (l_{L F_i d} - l_{L F_i}) = 0 \quad (3.20)$$

Para verificar esta teoría, se propuso la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(t) = \frac{1}{2} (x_{L F_i e}^2 + y_{L F_i e}^2) + \frac{dk_\psi}{k_y} (1 - \cos \psi_{L F_i e}) \quad (3.21)$$

La ecuación (3.21) es una función continua durante el tiempo establecido, además que sus derivadas son continuas. Incluso si las coordenadas  $e_q(x_{L F_i e}, y_{L F_i e}, \psi_{L F_i e}) = 0$ ,

$V(t) = 0$ . De la misma forma,  $e_q(x_{LF_{ie}}, y_{LF_{ie}}, \psi_{LF_{ie}}) \neq 0$  la función es tal que  $V(t) \geq 0$ . Si la ecuación (3.21) se deriva respecto al tiempo y se sustituye el modelo dinámico obtenido en las ecuaciones (3.13-3.15) junto con las entradas de control propuestas en (3.18-3.19) se obtiene,

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= x_{LF_{ie}}\dot{x}_{LF_{ie}} + y_{LF_{ie}}\dot{y}_{LF_{ie}} + \frac{dk_\psi}{k_y} (\sin \psi_{LF_{ie}}) \dot{\psi}_{LF_{ie}} \\ \dot{V}(t) &= -k_x x_{LF_{ie}}^2 - k_y y_{LF_{ie}}^2 - \frac{k_\psi^2}{k_y} \sin^2 \psi_{LF_{ie}}\end{aligned}\quad (3.22)$$

donde claramente se cumple con  $k_x > 0$ ,  $k_y > 0$ ,  $k_y \neq 0$ , y  $k_\psi > 0$ , la ecuación (3.22)  $\dot{V}(t) \leq 0$ . Así, el controlador (3.18) y (3.19) garantiza la estabilidad asintótica a cero.



## Capítulo 4

# Resultados numéricos

A lo largo de este capítulo se presentan los resultados de las simulaciones numéricas realizadas mediante las estrategias de control propuestas. Para todos los casos se implementaron dos resultados, el primero realizando una trayectoria para observar el esquema de formación líder-seguidor, y el segundo realizando una trayectoria, pero colocando diversos obstáculos en el entorno. Las simulaciones fueron realizadas en dos plataformas virtuales distintas (Matlab y Gazebo) con el objetivo de observar el comportamiento de cada robot.

### 4.1. Resultados en la plataforma Matlab

#### 4.1.1. Esquema líder-seguidor

Se planteó realizar una trayectoria recta para el robot líder del pelotón  $R_L$  con el objetivo de observar el comportamiento del robot seguidor o la formación entera del pelotón. Antes de iniciar se requiere una distancia y ángulo deseado como se muestra en la figura 2.4. Por propósitos académicos, con el objetivo de probar el controlador, la distancia de separación deseada  $l_{LFid} = 0.1\text{m}$  y el ángulo de rodamiento deseado es de  $\psi_{LFid} = \pi$  rad, con un desplazamiento del eje central del robot de  $d = 0.01\text{m}$ . La simulación inicia con el robot  $R_L$  en la coordenada  $(0,0)$  y el robot  $R_F$  es la coordenada  $(0,0.3)$ .

El robot líder realizó una trayectoria de Lemniscata de Bernoulli como trayectoria predeterminada, ya que comparando con diferentes trayectorias como círculo, cuadrado o rombo, esta figura es la ideal para realizar pruebas en el controlador. Como se ha explicado, se esperan una convergencia de las entradas de control para el robot seguidor al control líder. Para obtener las velocidades deseadas los errores tenderán a cero en el período de simulación. A continuación, se muestran las ecuaciones de la trayectoria:

$$v_L = \sqrt{\dot{x}_d^2 + \dot{y}_d^2}, \quad (4.1)$$

$$w_L = \frac{\ddot{y}_d \dot{x}_d - \ddot{x}_d \dot{y}_d}{\dot{x}_d^2 + \dot{y}_d^2}, \quad (4.2)$$

con

$$x_d = -a \cos(\psi_d t), \quad (4.3)$$

$$y_d = b \sin(2\psi_d t), \quad (4.4)$$

donde  $a=2$ ,  $b=4$ , y  $\psi_d = \frac{\pi}{20}$ .

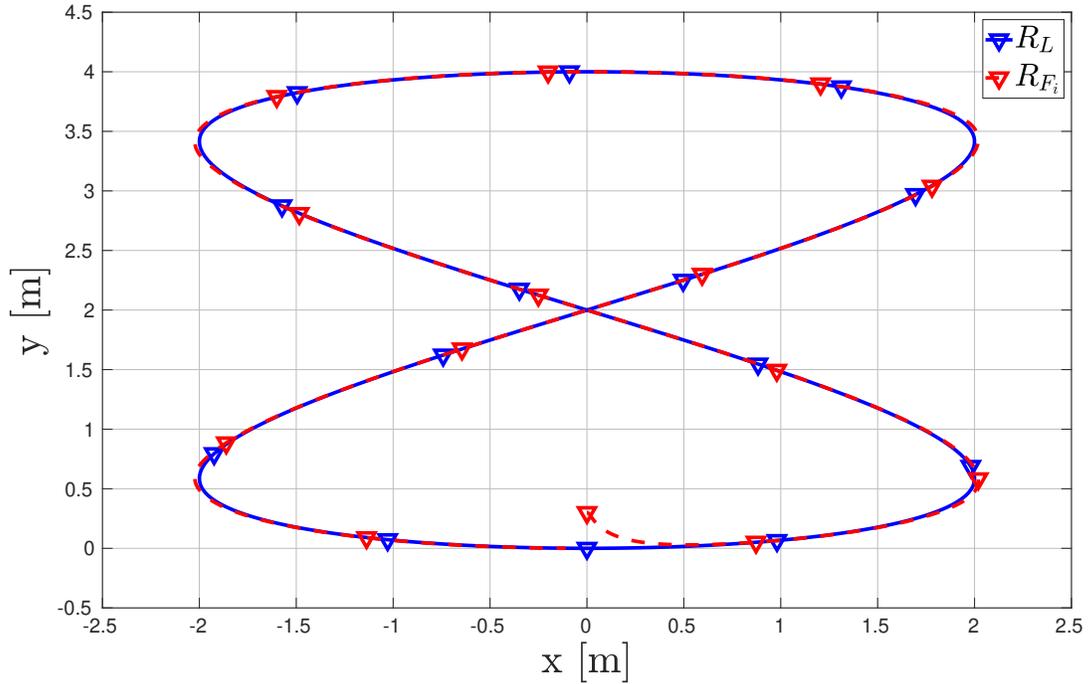


Figura 4.1: Simulación en tiempo real de una trayectoria en formación líder-seguidor.

En las primeras pruebas utilizando el algoritmo propuesto, el líder del pelotón se encuentra a una corta distancia respecto al otro, llevando a una trayectoria perfecta tal y como se muestra en la figura 4.1, posteriormente el seguidor inicia su recorrido a una separación de 0.1 m como se logra apreciar, finalmente el ángulo de  $\pi$  rad se muestra a partir del eje central de cada uno de los agentes.

En la figura 4.2 se muestran los errores de seguimiento obtenidos en la plataforma de Matlab así como las entradas de control de cada robot. Cuando el robot se encuentra en una de las curvas de la trayectoria se observa un ligero cambio en las velocidades angulares y el error angular, esperando que estas pequeñas variaciones

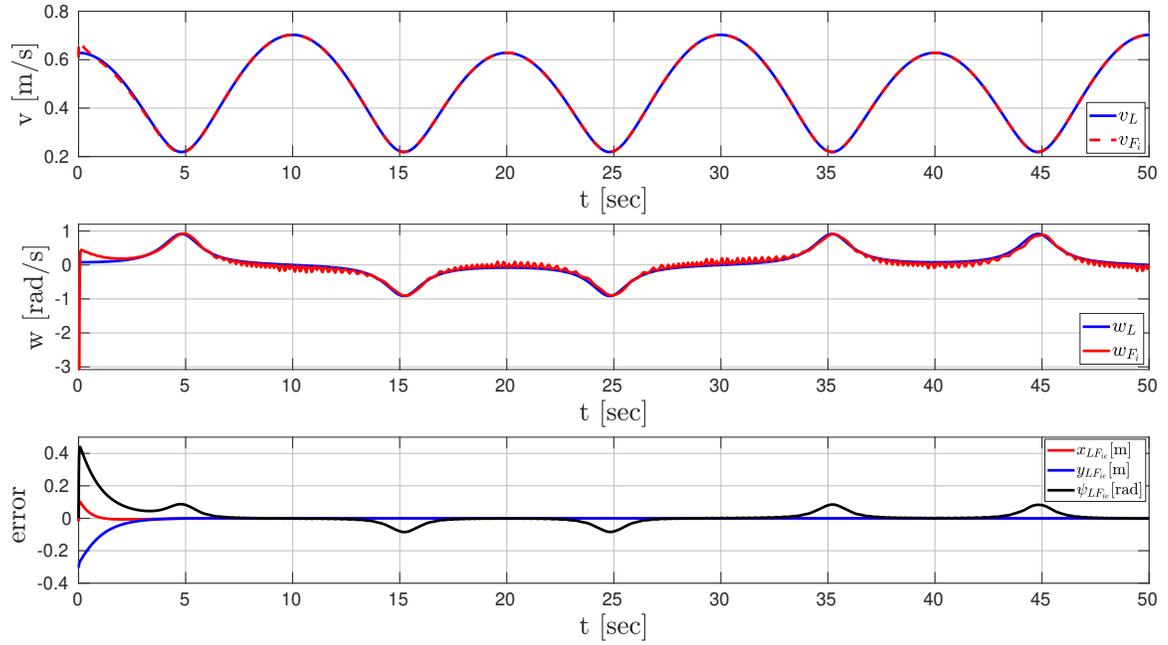


Figura 4.2: Entradas de control y errores de seguimiento en una formación líder-seguidor.

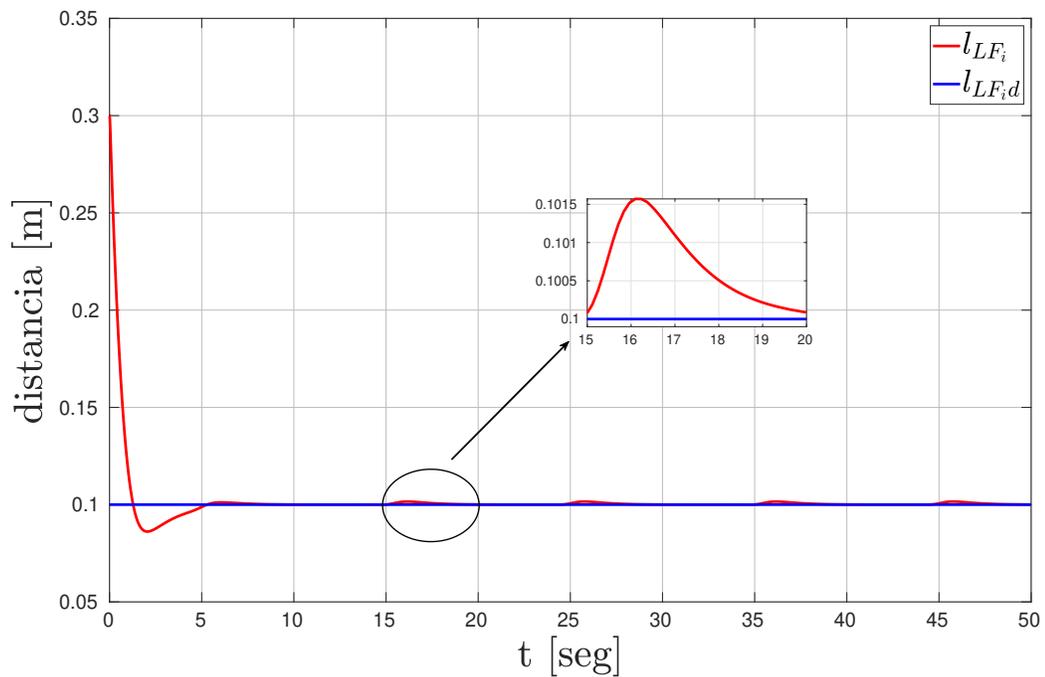


Figura 4.3: Distancia relativa entre el líder y el robot seguidor.

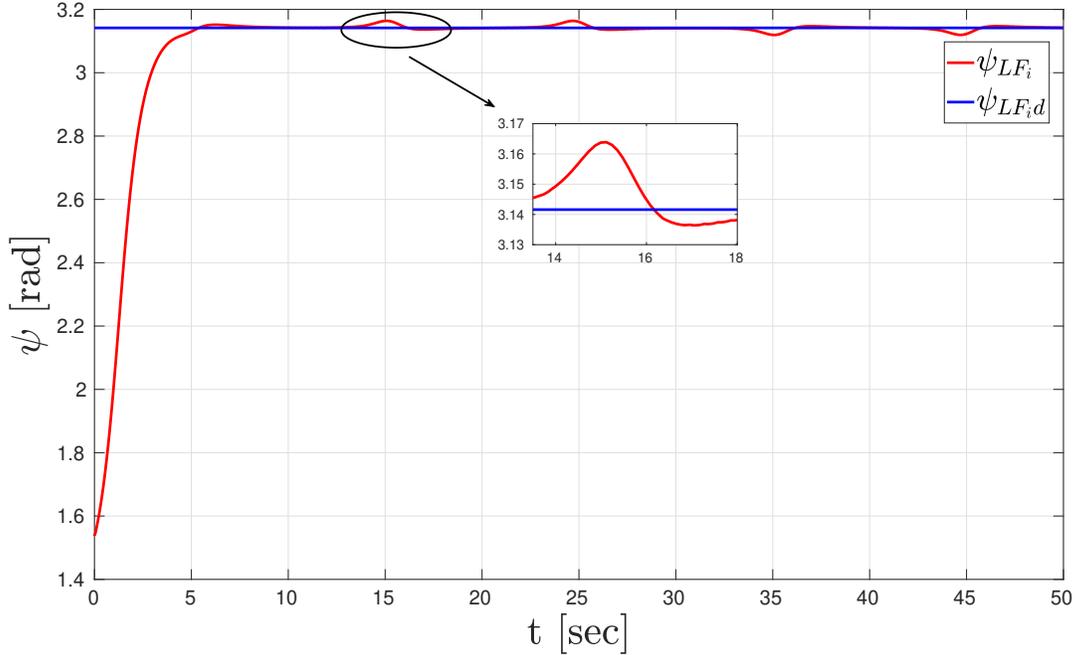


Figura 4.4: Ángulo relativo entre el líder y el robot seguidor.

no sean un factor importante en las pruebas experimentales. Es posible observar pequeños movimientos en la velocidad angular, muy similar a un ruido, esto se debe al controlador en  $\psi$  donde el robot trata de mantener la posición deseada (distancia y ángulo) generando movimientos rápidos en su recorrido.

En la figura 4.3 se muestra la distancia relativa entre el líder y el robot seguidor, tal como se logra apreciar, el valor tiende conforme el tiempo avanza, como se mencionó la distancia deseada es de 0,1 y en todo momento trata de mantenerse estable aunque al momento de dar un pequeño giro en la trayectoria de igual forma se logran apreciar unos pequeños picos.

En la figura 4.4 se muestra el ángulo relativo entre el líder y el robot seguidor, como se indicó con anterioridad se optó con mantener un ángulo deseado de  $\pi$  rad, desde el inicio se observa la convergencia hacia el valor deseado sin embargo, existen ciertos picos a consecuencia de los giros de cada uno de los agentes.

#### 4.1.2. Evasión de obstáculos en esquema líder-seguidor

En esta sección se planeó el desarrollo de una trayectoria implementando el algoritmo de campo potencial modificado en una formación lider-seguidor. Se colocaron tres obstáculos en el entorno, con coordenadas (2,2), (10,8) y (7,7) de forma estratégica en medio de la trayectoria con el objetivo de observar un mejor comportamiento del algoritmo. Todos los obstáculos fueron colocados con una zona de seguridad de

$G_0 = 0.7$  a partir del centro del obstáculo. El robot  $R_L$  inició su recorrido en la coordenada  $(0,0)$ , con el propósito de que el robot se desplace entre los tres obstáculos y alcanzando el objetivo por parte de ambos robots en la coordenada  $(11,11)$ . El robot  $R_F$  inició su trayectoria en la coordenada  $(-0.5,0.5)$  con una distancia relativa deseada de  $l_{LF_i,d} = 0.1$  m y un ángulo relativo deseado de  $\psi_{LF_i,d} = \pi$  rad.

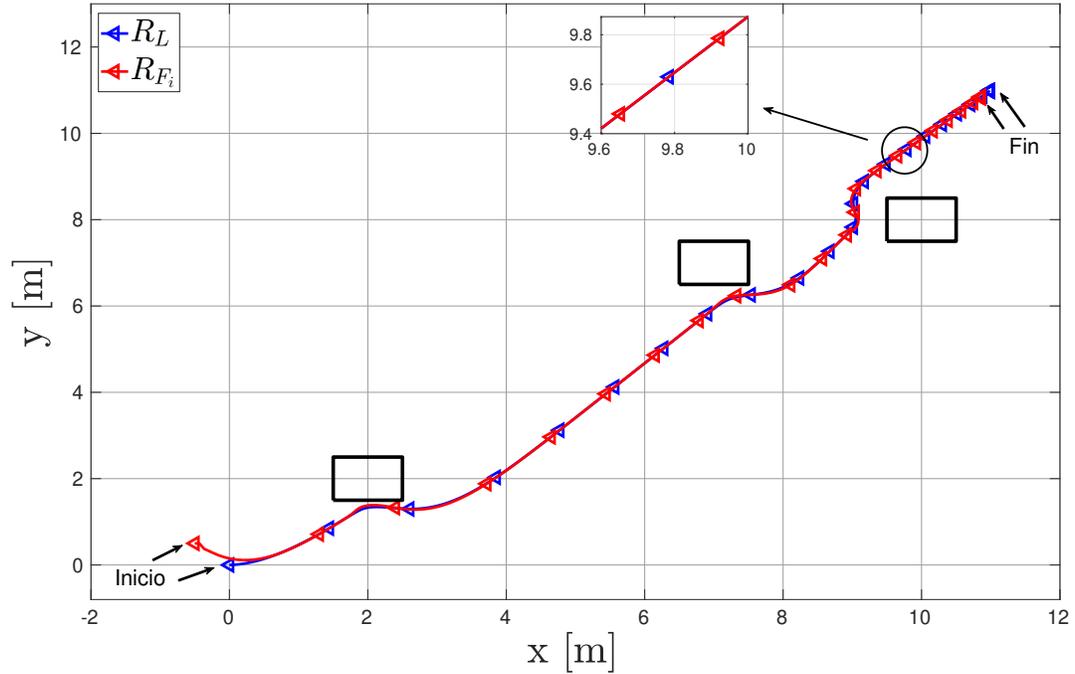


Figura 4.5: Simulación en tiempo real del algoritmo de campo potencial modificado.

En la figura 4.5 se logra apreciar el comportamiento esperado ante tres obstáculos presentes. En el inicio de la trayectoria se colocó el primer obstáculo en el primer cruce que tuviera el robot por lo que si se observa a detalle, el pelotón inicia el recorrido y aproximadamente a 0.7 m de distancia de la coordenada del objeto, el pelotón comenzó a girar hasta encontrar una nueva posición hacia el objetivo final. Relativamente cerca del objetivo del pelotón se colocaron los últimos obstáculos y fueron puestos a una distancia corta para corroborar la solución al problema de los mínimos locales, logrando con certeza llegar a su objetivo sin ninguna complicación.

En la figura 4.6 se muestran las entradas de control y los errores de seguimiento para el esquema propuesto, observando con detalle al iniciar el robot líder su recorrido. El robot seguidor trata de seguir en todo momento la trayectoria observando muy poca separación en la velocidad lineal de ambos robots. Para la velocidad angular en los primeros instantes de la simulación se muestra un pequeño atraso por parte del seguidor y esto se debe a las giros inesperados por el primer obstáculo por parte del robot líder, así como en los siguientes dos giros inesperados debido a los últimos objetos. Para los errores de seguimiento existe una convergencia a cero en las coordenadas

$x$  y  $y$ , sin embargo debido a los pequeños giros para evitar colisionar con los objetos se muestran elevaciones en el error angular variando hasta 0.5 radianes en el primer obstáculo.

Finalmente para los valores deseados en la formación geométrica, se presentan en las figuras 4.7 y 4.8 la separación y ángulo deseados por parte del pelotón, concluyendo un comportamiento ideal y esperado al momento de desarrollar la trayectoria. En la primera figura la distancia deseada era 0.1 m como se mencionó, convergiendo en todo momento hacia la separación deseada y cumpliendo el algoritmo de control en todo momento de la trayectoria. Como se ha descrito en gráficas anteriores los pequeños picos de separación surgen en el giro de evasión, asimismo en la segunda gráfica se observa la convergencia del ángulo del seguidor hacia el ángulo deseado para mantener la formación geométrica deseada.

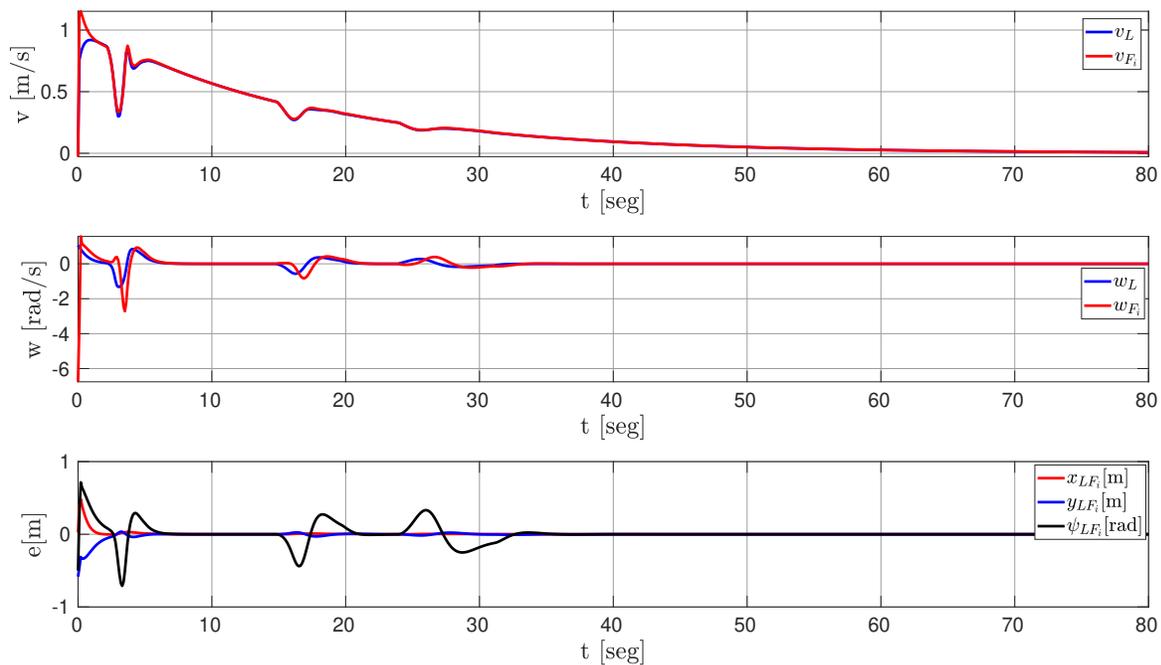


Figura 4.6: Entradas de control y errores de seguimiento en una formación líder-seguidor.

La figura 4.9 muestra respecto al tiempo de simulación, las fuerzas obtenidas por las ecuaciones (2.16-2.21). Durante el recorrido las fuerzas de atracción se mantienen constantes, esto significa que el robot se encuentra en movimiento hacia el objetivo. Para las fuerzas de repulsión, en el capítulo 2 se mencionó la condición del robot, si se encuentra cerca del diámetro del obstáculo, su fuerza sería diferente de cero, por tal motivo se observan las fuerzas de repulsión en ciertos momentos del recorrido y esto es ocasionado por los obstáculos.

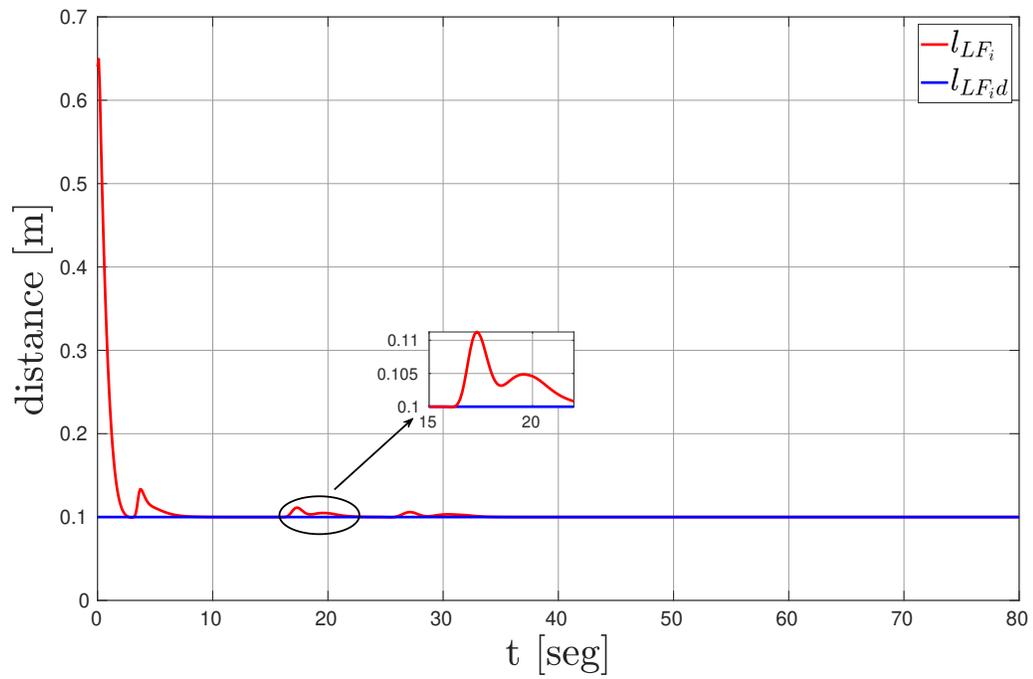


Figura 4.7: Distancia relativa entre el líder y el robot seguidor.

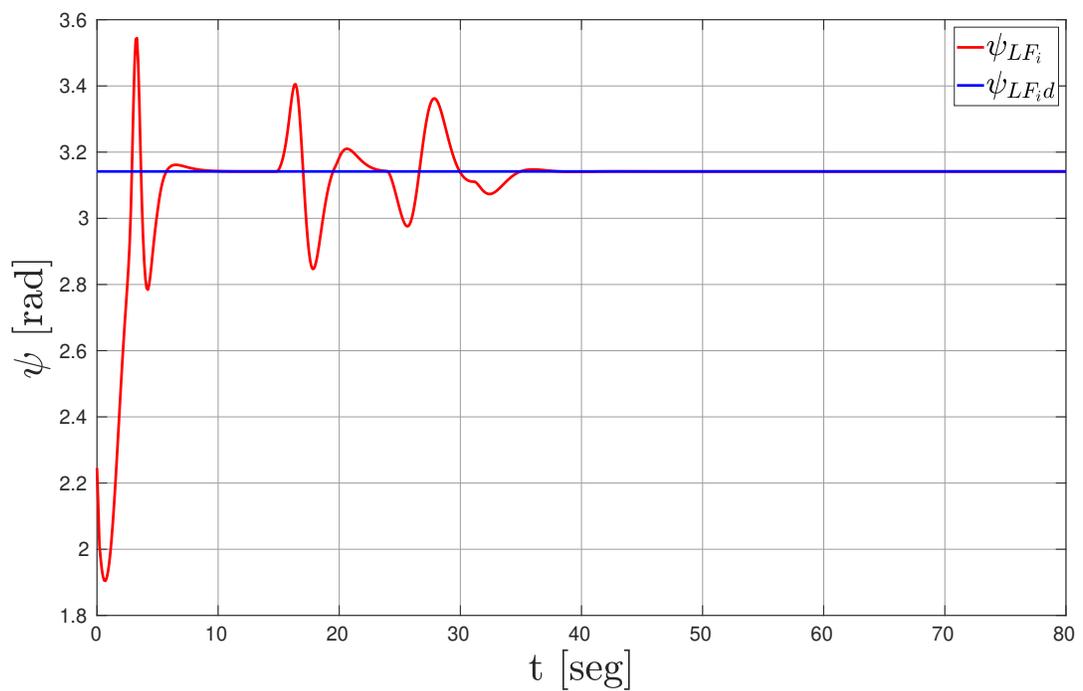


Figura 4.8: Ángulo relativo entre el líder y el robot seguidor.

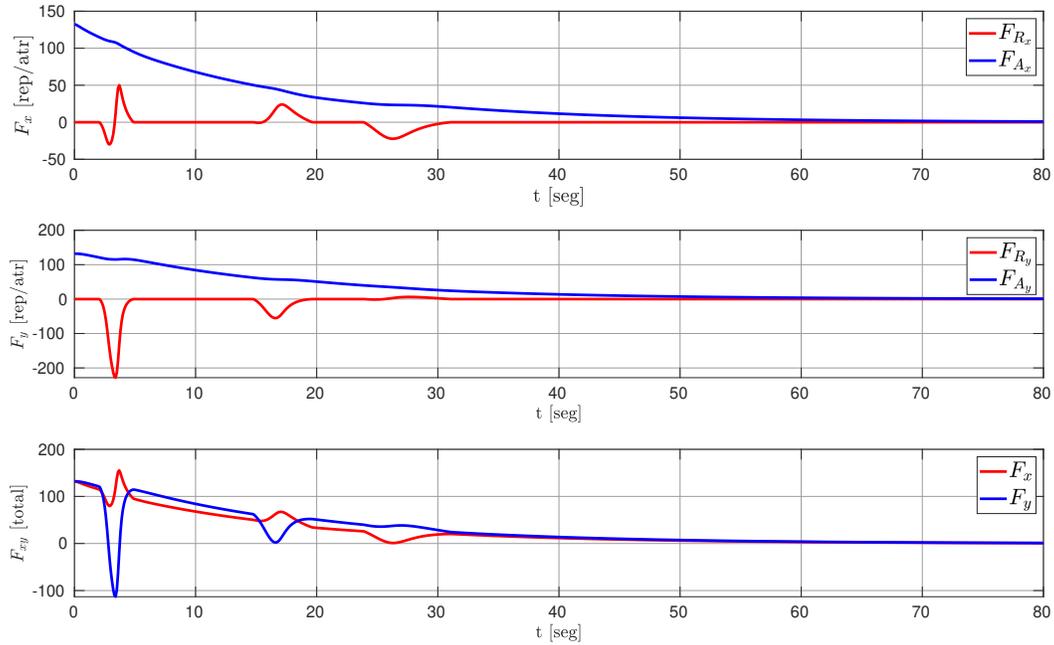


Figura 4.9: Fuerzas resultantes APF en Matlab.

## 4.2. Resultados en la plataforma Gazebo

En esta sección se realizaron las simulaciones numéricas en la plataforma virtual de Gazebo, con el objetivo de utilizar y observar el comportamiento de robots de tipo comercial/industrial. Para ambas simulaciones se utilizaron dos Turtlebot Waffle pi como lo muestra la figura 4.9, teniendo resultados a bajas velocidades debido a las condiciones del robot.

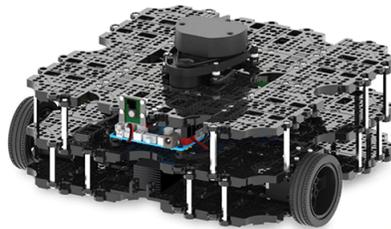


Figura 4.10: Turtlebot Waffle pi.

### 4.2.1. Esquema líder-seguidor

A continuación, se muestran los resultados realizados en la plataforma virtual, realizando una trayectoria de Lemniscata de Bernoulli siendo el mismo caso que la sección anterior. Partiendo de las ecuaciones (4.1-4.4), se realizaron utilizando las condiciones  $a=1.5$ ,  $b=1.5$ , y  $\psi_d = \frac{2*\pi}{50}$ . La distancia de separación deseada  $l_{LF_{id}} = 0.3\text{m}$  y el ángulo de rodamiento deseado es de  $\psi_{LF_{id}} = \pi$  rad, con un desplazamiento del eje central del robot de  $d = 0.01\text{m}$ . La simulación inicia con el robot  $R_L$  en la coordenada (3.5,3.5) y el robot  $R_F$  en la coordenada (2.5,2.5).

En la figura 4.10 se muestra un comportamiento esperado, se puede observar una trayectoria diferente si se compara con la figura 4.1. Se colocaron los robots en una posición estratégica para observar el seguimiento hacia el líder desde el momento que inicia el robot. Al momento de dar la primera vuelta, el robot seguidor tiende a girar pronunciadamente hacia afuera, esto debido a la distancia deseada y el ángulo de rodamiento, porque si se observa en el momento en que el robot líder avanza en el centro de la trayectoria el robot seguidor continua con la línea de separación y ángulo de rodamiento deseados.

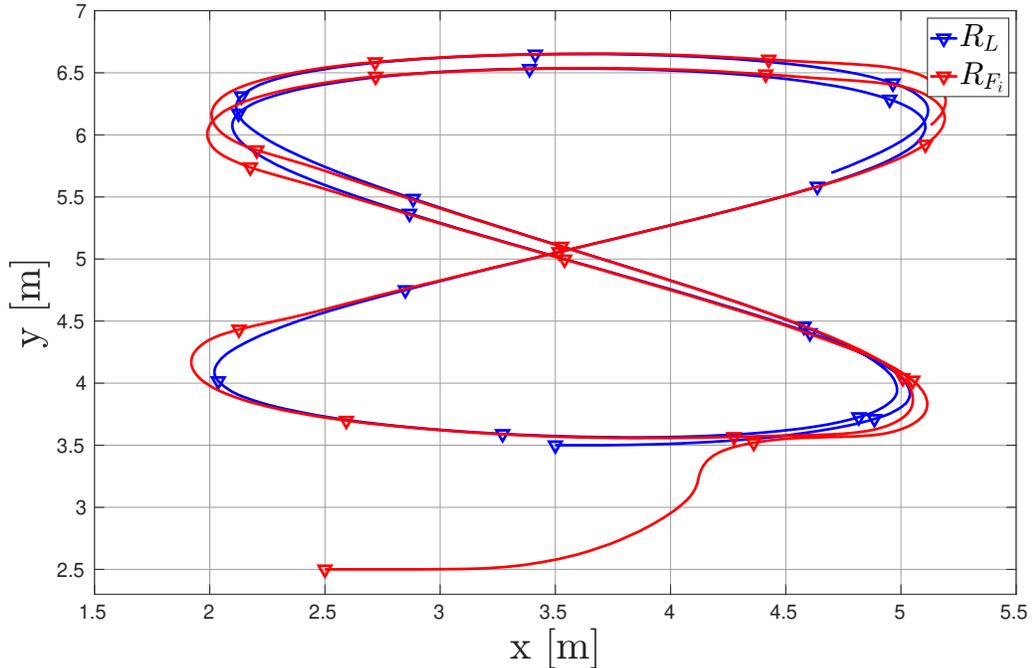


Figura 4.11: Simulación en tiempo real de la trayectoria utilizando dos turtlebots.

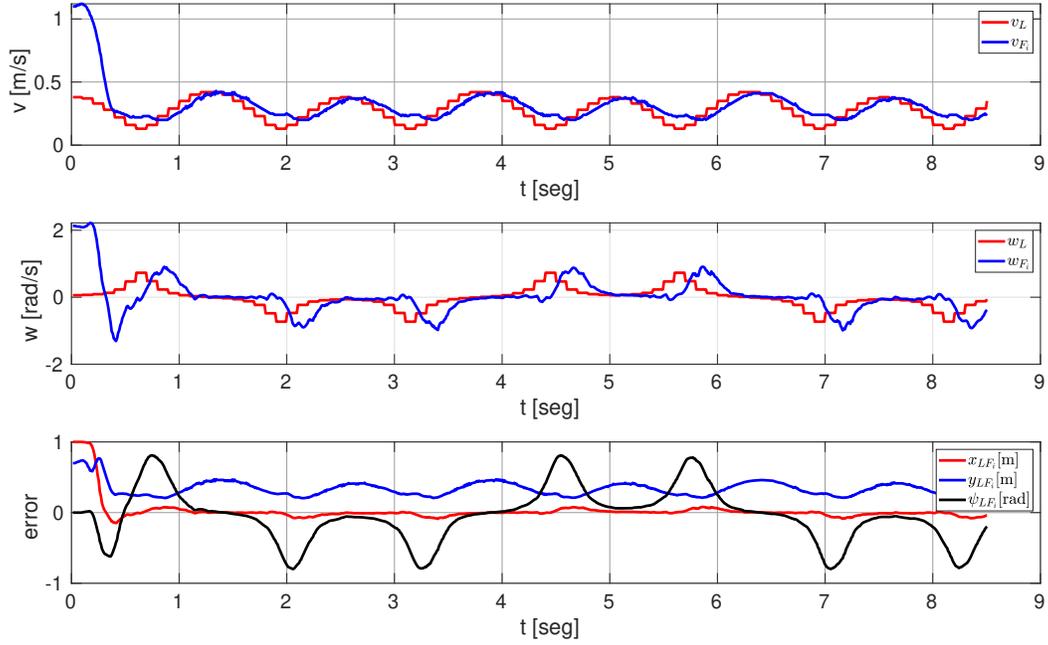


Figura 4.12: Entradas de control y errores de seguimiento en la formación líder-seguidor.

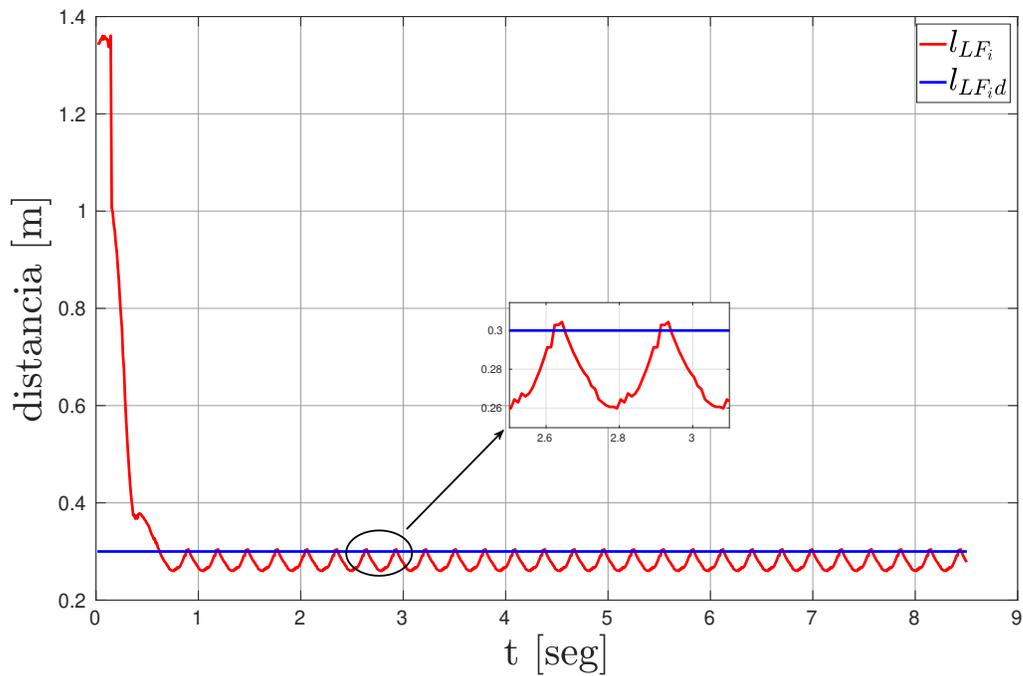


Figura 4.13: Distancia relativa entre el robot líder y el seguidor.

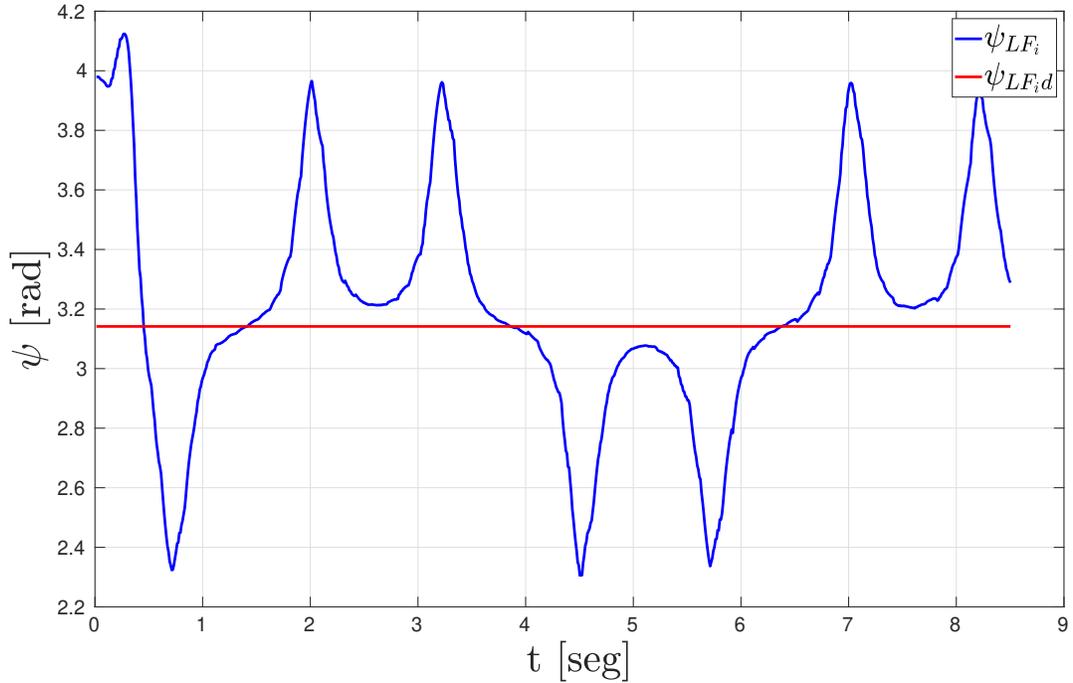


Figura 4.14: Ángulo relativo entre el líder y el robot seguidor.

En la figura 4.11 las entradas de control y los errores de seguimiento son mostrados a partir de la trayectoria. La velocidad lineal del robot seguidor trata de converger en todo momento, el problema es para la velocidad angular, que como se mencionó en las curvas tiende a abrirse más de la trayectoria y claramente se puede ver en los diferentes picos respecto a la velocidad angular del líder. Finalmente los errores de seguimiento son más grandes que las simulaciones numéricas realizadas en Matlab, el error angular es notorio si se observa la línea de color negro, de igual forma el error en  $Y$  tarda en converger hacia cero, hasta que al final converge satisfactoriamente.

Por último la distancia relativa entre el robot líder y el seguidor se observa en la figura 4.12 y en la figura 4.13, teniendo grandes oscilaciones en la separación de cada robot, en el ángulo relativo se trata de converger hacia  $\pi$  radianes, pero como consecuencia de cada giro se observan grandes picos. Este tipo de plataformas son de gran ayuda para observar un comportamiento más real sin necesidad de dañar algún equipo en específico.

#### 4.2.2. Evasión de obstáculos en esquema líder-seguidor

En esta sección se muestran los resultados realizados por el algoritmo de campos potenciales modificado, se utilizaron los mismos robots que en la trayectoria de Lemniscata. En el entorno se colocaron tres obstáculos de manera estratégica en las coordenadas  $(2.5, 2.5)$ ,  $(2.5, 5)$  y  $(4.5, 4.5)$  con una distancia de seguridad  $G_0 = 1.7m$ .

El robot  $R_L$  partió de la coordenada  $(0.5, 1)$ , y para moverse entre los obstáculos el objetivo del robot es en la coordenada  $(6, 6.9)$ . El robot  $R_F$  inició en  $(0, 0.5)$  con una distancia de separación deseada de  $l_{LF_i d} = 0.3$  m y un ángulo de rodamiento deseado  $\psi_{LF_i d} = \pi$  rad.



Figura 4.15: Captura de la simulación. Dos Turtlebots en formación líder seguidor evadiendo el primer obstáculo.

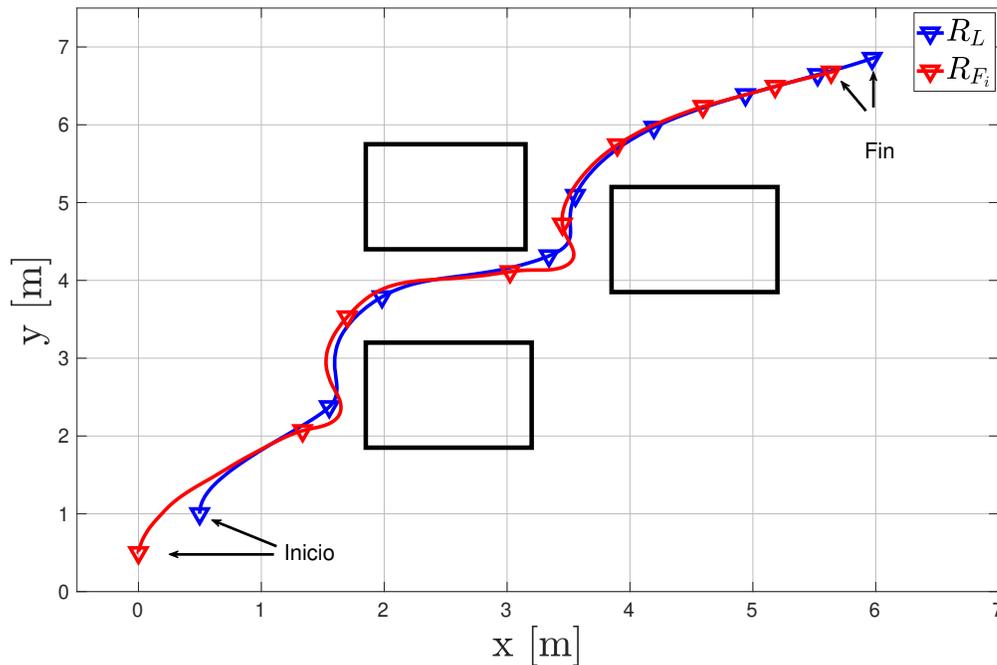


Figura 4.16: Simulación numérica en tiempo real utilizando el algoritmo de campo potencial modificado.

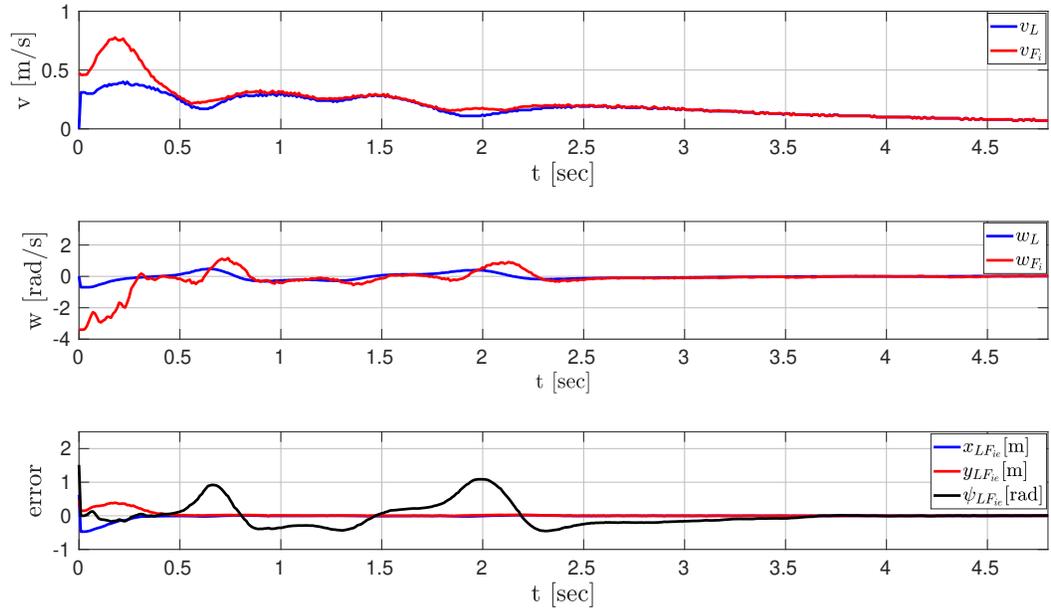


Figura 4.17: Entradas de control y errores de seguimiento para la formación.

En la figura 4.14 se muestra una captura de la simulación realizada, donde la formación de ambos robots están evadiendo el primer obstáculo de la trayectoria. En la imagen se exponen los obstáculos cuadrados a evadir, colocados en la posición indicada. En la figura 4.15 se presenta la simulación numérica en tiempo real utilizando el algoritmo de campo potencial modificado, que a diferencia de la simulación en Matlab, los obstáculos fueron colocados más cercanos uno de otro y estuvieron en una posición que permitió interrumpir su camino original. Al iniciar su recorrido la formación es colocada con la posición deseada indicando de primera instancia la separación y el ángulo de rodamiento, finalmente se observa los giros repentinos en tres ocasiones por razones de evasión, concluyendo el exitoso comportamiento del pelotón para llegar a su objetivo final sin ningún problema. En la figura 4.16 las entradas de control cumplen con las condiciones iniciales prescritas por el robot, esto significa que no hay grandes picos de velocidades evitando dañar cualquier robot. La velocidad lineal del robot  $R_F$  converge en todo momento hacia la velocidad del líder, presentando 3 picos durante toda la simulación, además de movimientos notorios el robot  $R_F$ . Para las últimas figuras se observa un comportamiento similar a las gráficas del seguimiento de la Lemniscata. En la figura 4.17 la distancia originada por ambos robots converge en todo momento observando un pico en el segundo 2.2, pero posteriormente se regula y alcanza la separación deseada. Es posible observar pequeños movimientos o variaciones, esto se debe al controlador, donde el robot trata de mantener la distancia deseada a pesar de los obstáculos. En la figura 4.18 no se muestran valores ideales teniendo picos bastante grandes comparando con el ángulo

deseado. Los ángulos mostrados son el conjunto del ángulo deseado de la formación entre el líder y el seguidor, y el ángulo real en el que se encuentra uno de otro como se muestra la ecuación (3.6).

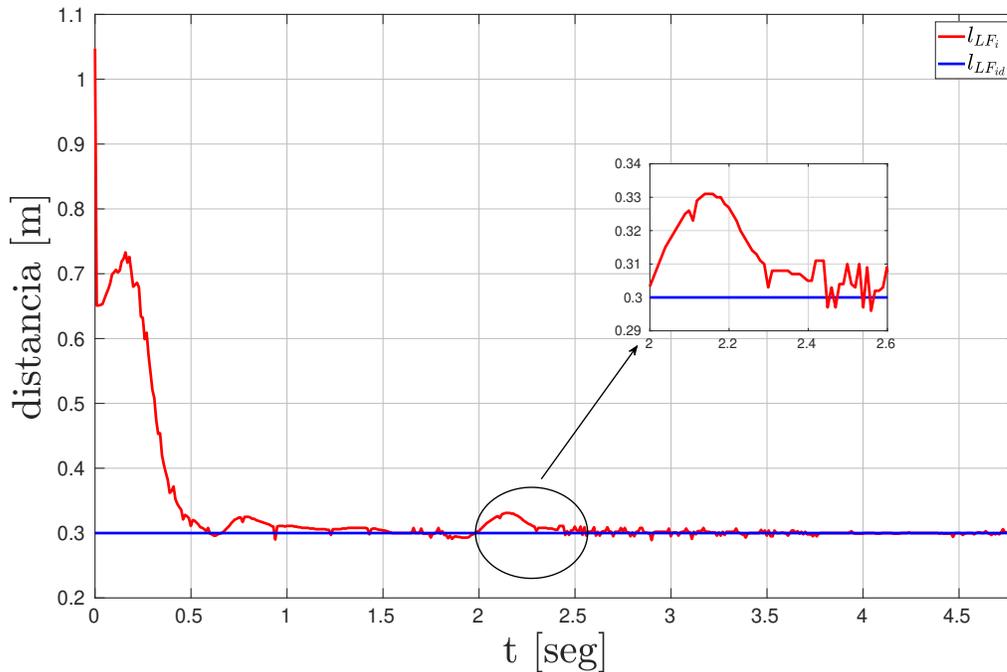


Figura 4.18: Distancia relativa entre el robot líder y el robot seguidor.

La figura 4.20 se observan las fuerzas obtenidas por las ecuaciones mencionadas en el capítulo 2, en el recorrido del robot líder, las fuerzas se mantienen en cero como se observan en los primeros 0.7 segundos de la simulación, posteriormente empiezan a incrementarse conforme a las ganancias utilizadas en las simulaciones. Las fuerzas de atracción muestran un movimiento suave y conforme llegan a su objetivo se van reduciendo, obteniendo un comportamiento esperado.

Al concluir con estos resultados obtenidos en simulación numérica, se obtuvieron buenas deducciones y expectativas para saber el comportamiento en la plataforma experimental mostradas en la siguiente sección. Los ángulos relativos deseados y obtenidos de cada robot no muestran un comportamiento ideal, sin embargo esto se debe que el robot que guía el pelotón toma la ruta ideal para llegar al objetivo, girando inesperadamente y cambiando el ángulo original  $\psi_{LF_i}$ .

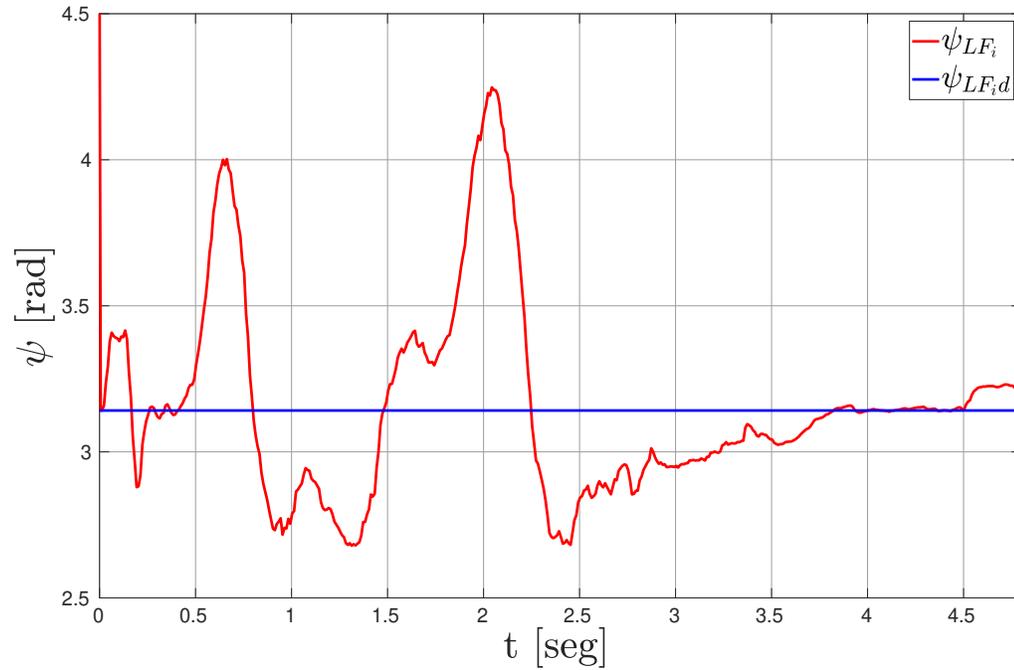


Figura 4.19: Ángulo relativo entre el líder y el robot seguidor.

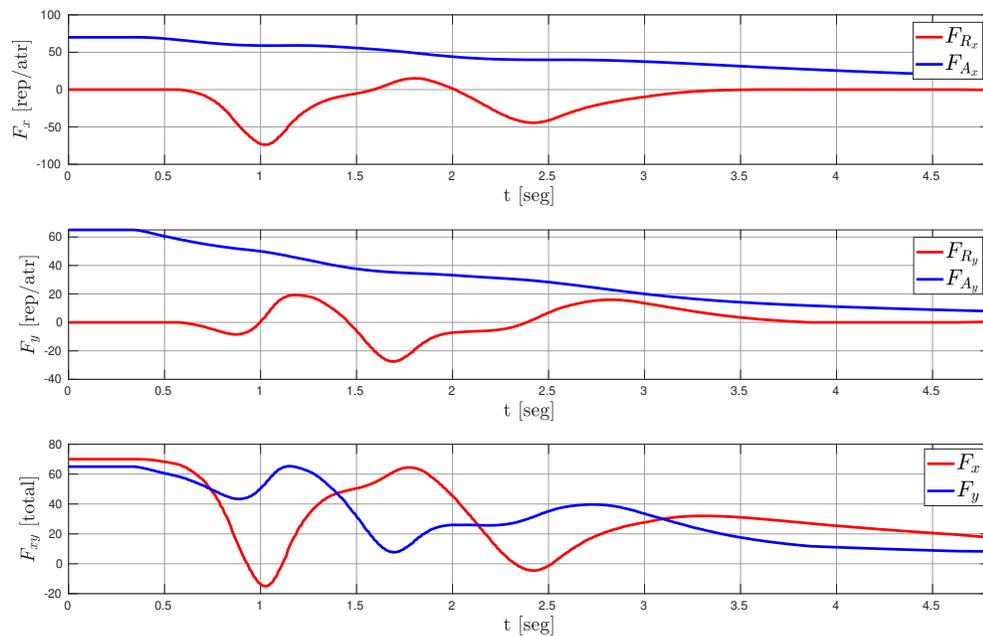


Figura 4.20: Fuerzas resultantes APF en Gazebo.



## Capítulo 5

# Resultados experimentales

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en los experimentos realizados empleando las estrategias de control. Primero, se da una breve explicación acerca de la plataforma experimental. Posteriormente, se muestran dos resultados, el primero realizando una trayectoria para observar el esquema de formación líder-seguidor y el segundo realizando una trayectoria, pero colocando diversos obstáculos en el entorno.

### 5.1. Plataforma experimental

Como parte de este trabajo, se realizó una estancia de investigación en el Laboratorio Heudiasyc en la ciudad de Compiègne, Francia. Los resultados experimentales fueron el objetivo principal de la realización de la estancia. En el laboratorio se cuenta con una plataforma virtual llamada FLAIR, su objetivo principal es facilitar la integración y la prueba de los algoritmos de simulación. Esta plataforma está basada en Linux e incorpora todas las capas de comunicación y tiempo real. La plataforma funciona como herramienta de simulación antes de exportar y monitorear los proyectos en forma real. La programación de la herramienta se realiza utilizando Programación Orientada a Objetos (POO) con librerías y comandos desarrollados por el laboratorio Heudiasyc.

En la figura 5.1 se muestra en detalle la plataforma virtual del programa, en ella se muestra el interior de un entorno completamente cerrado, donde el usuario indica las condiciones iniciales para colocar los diferentes vehículos, que pueden ser terrestres, como se observa en la imagen, o vehículos aéreos, como los drones. En la plataforma se pueden capturar todos los datos de posición de cada vehículo, que permitió realizar las pruebas de los dos algoritmos implementados en FLAIR, formación del pelotón y evasión de obstáculos. En la figura 5.2 se presenta el panel de control para los vehículos en la plataforma FLAIR, en ella se muestran diferentes gráficas que indican las posiciones y velocidades de cada vehículo. El usuario es capaz de editar el panel de control para sus propios propósitos, por ejemplo ajustar las ganancias de una ley de control en tiempo real.



Figura 5.1: Plataforma virtual FLAIR.

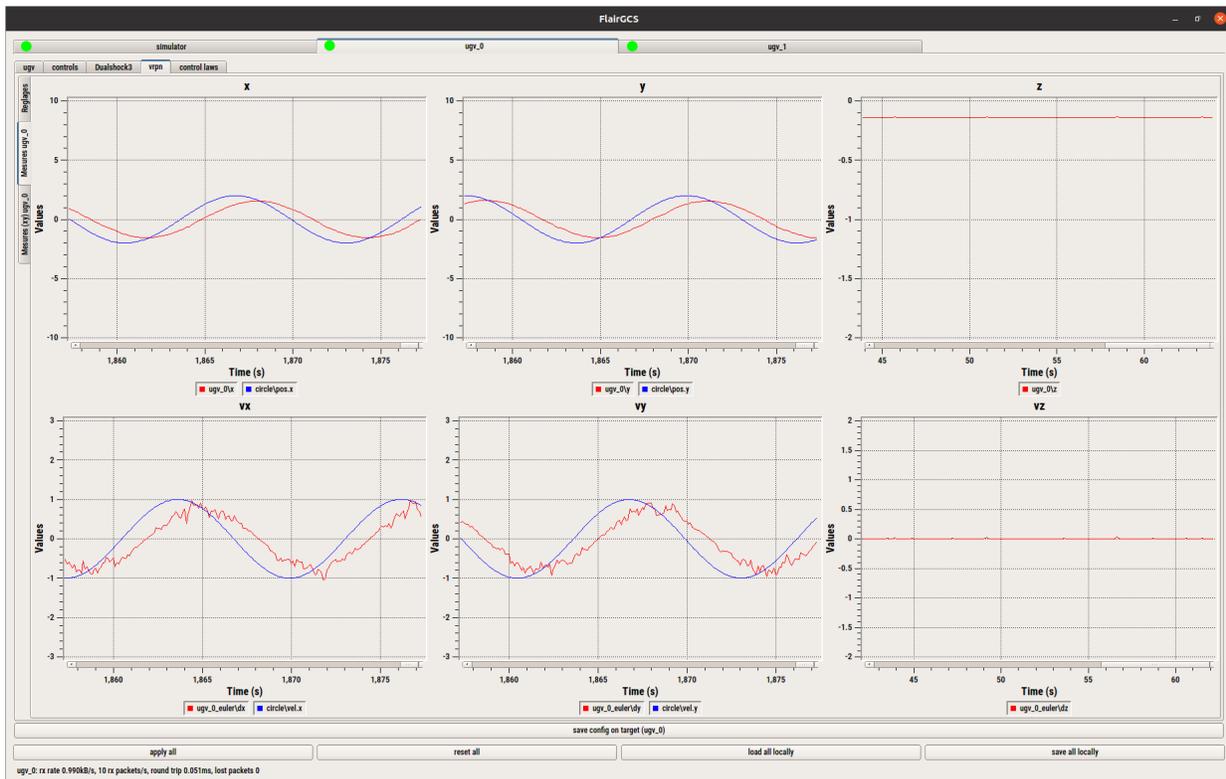


Figura 5.2: Panel de control de la plataforma virtual.

Dentro del algoritmo programado, la plataforma está diseñada para enviarle las entradas de control, lo que significa que se programa la ley de control y esa misma es la que se le envía al robot en curso. Para el caso del proyecto experimental y una vez realizadas las pruebas suficientes en esta plataforma, se iniciaron las pruebas utilizando las diferentes cámaras Optitrack, ayudando a determinar la posición y orientación de objetos en un espacio tridimensional constituyendo cada cámara a un máximo de 120 cuadros por segundo. Finalmente la información de cada vehículo se obtiene a partir de un conjunto de marcadores reflejantes filtrados colocados estratégicamente para poder enviar correctamente la información.

Al momento de iniciar las pruebas en primera instancia se optó por utilizar dos robots Turtlebot como en las pruebas realizadas en Gazebo, pero dada las bajas velocidades a la que operan estos robots, se utilizaron dos robots Jumping Sumo de la compañía Parrot como lo muestra la figura 5.3. Estos robots presentan un mejor rendimiento, durabilidad de la batería y facilidad para el usuario en cuestión de movilidad.



Figura 5.3: Jumping Sumo.

## 5.2. Esquema líder-seguidor sin evasión

A continuación, se muestran los resultados realizados de forma experimental. Bajo este esquema se realizó una trayectoria en forma de Lemniscata de Bernoulli para realizar una comparación con las gráficas mostradas en las figuras 4.1 y 4.10. La distancia de separación deseada  $l_{LF_{id}} = 0.5\text{m}$  y el ángulo de rodamiento deseado es de  $\psi_{LF_{id}} = \pi$  rad, con un desplazamiento del eje central del robot de  $d = 0.2\text{m}$ . En la figura 5.4 se observan los robots realizando una trayectoria bajo este esquema.



Figura 5.4: Esquema de formación líder-seguidor utilizando dos Jumping Sumo.

En la figura 5.5 se muestran las trayectorias de los dos robots para este esquema. En esta figura se observa que ambos robots fueron colocados en forma aleatoria en el mapa. Al iniciar la trayectoria se observan pequeñas oscilaciones en el robot líder, debido a una pequeña falla en la comunicación con la plataforma; sin embargo para el resto de su recorrido se muestra un mejor comportamiento. El robot seguidor al iniciar cumple su formación geométrica con una separación deseada y un ángulo relativo deseado. El problema en este esquema es en el lado derecho de la gráfica donde el robot seguidor no converge del todo en la trayectoria del robot líder, observando una separación al momento de realizar el giro en cada curva. La convergencia tarda debido a un ajuste de ganancias, lo que significa que ambas pruebas requieren de una mejor sintonización de ganancias para obtener un mejor comportamiento. En las entradas de control y errores de seguimiento que se muestran en la figura 5.6 la velocidad lineal del robot líder muestra un comportamiento irregular y no con una misma forma, por ende la velocidad lineal del seguidor trata de converger, pero existen pequeños retardos al momento de converger. Para el caso de la velocidad angular sucede el mismo caso donde en cada curva la velocidad muestra grandes picos por converger hacia la velocidad angular deseada. En los errores de seguimiento se muestra un comportamiento irregular, donde se observa al principio del error en  $Y$  un valor hasta de 2.2 m y finalmente varía entre 0.5 m y -0.5 m. En los errores angulares se muestran ciertas elevaciones y variaciones constantes en el tiempo demostrando el cambio angular al momento de realizar una curva. Para mejorar los resultados en las entradas de control y errores de seguimiento, se requiere una sintonización de ganancias, teniendo una mejor convergencia de valores en las pruebas. Para el caso de la figura 5.7 la distancia relativa entre el robot líder y el seguidor indica valores irregulares y oscilatorios, que muestran que el algoritmo de control tiene un error en la distancia de 0.2 m al realizar el seguimiento de la trayectoria. El mismo caso sucede en el ángulo relativo, el error de convergencia es de 0.5 radianes sin contar con los picos de  $2\pi$  radianes que se presentan en ciertas ocasiones provocados por los movimientos bruscos de las curvas. Como conclusión de los resultados realizados en la plataforma experimental, en futuras investigaciones de este trabajo se debe proponer un algoritmo más robusto que pueda reducir y eliminar los errores previamente mencionados, o utilizar el método de campos potenciales para el esquema de formación.

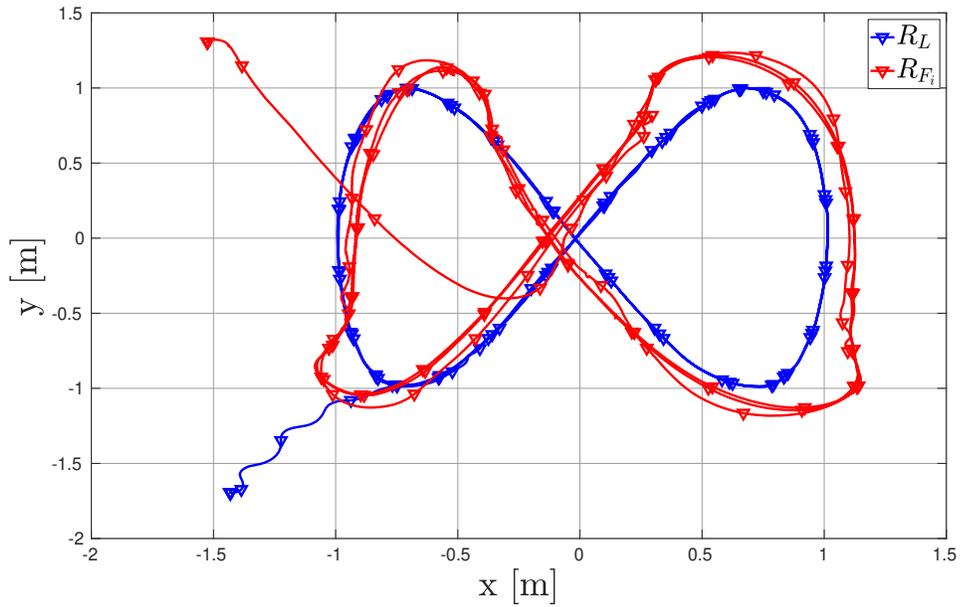


Figura 5.5: Trayectoria en tiempo real utilizando la plataforma experimental.

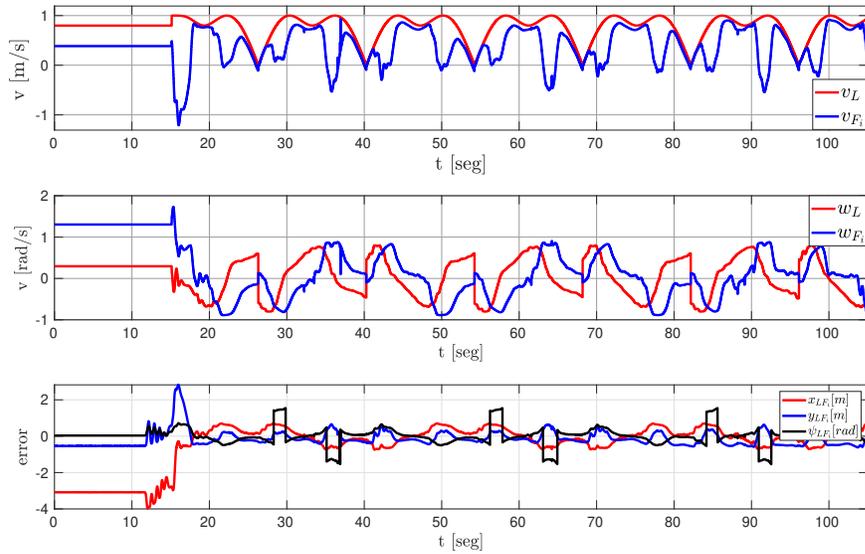


Figura 5.6: Entradas de control y errores de seguimiento en la formación líder-seguidor

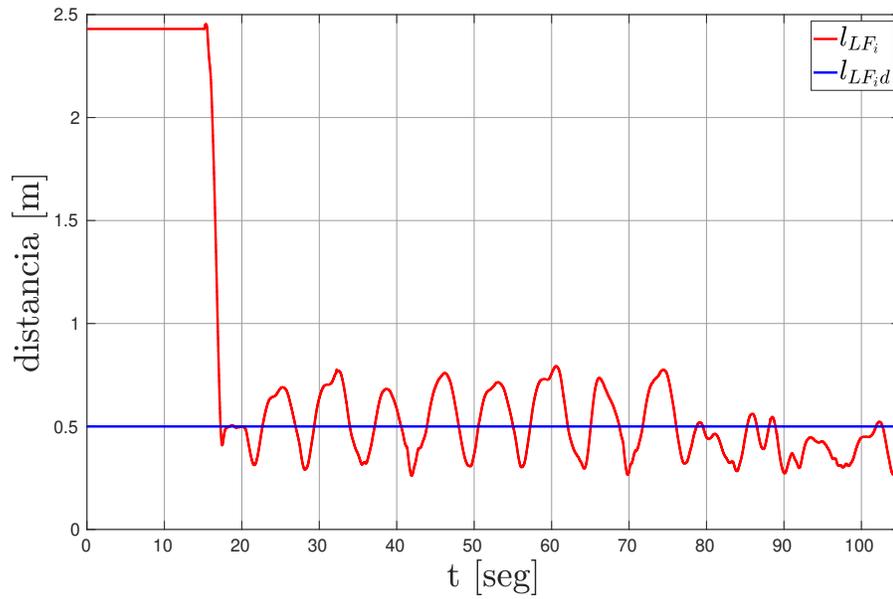


Figura 5.7: Distancia relativa entre el robot líder y el seguidor.

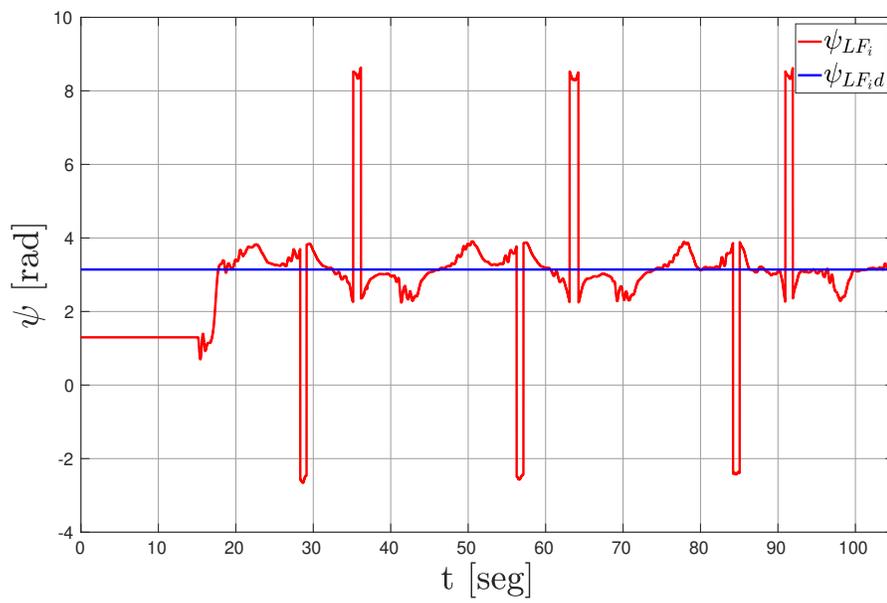


Figura 5.8: Ángulo relativo entre el líder y el robot seguidor.

### 5.3. Evasión de obstáculos en esquema líder-seguidor

Esta sección se realizó completamente diferente a las trayectorias que se habían propuesto en anteriores simulaciones para las pruebas de evasión de obstáculos. El pelotón partió de un punto A hacia un punto B, pero en esta última prueba se optó por generar las metas u objetivos como objetos en el entorno con la idea de poder moverlos alrededor del aula. Los obstáculos fueron colocados fuera de la trayectoria al iniciar la simulación, pero durante su recorrido fueron ubicados dentro de la línea de recorrido. En la figura 5.9 se observa cómo están distribuidos los objetivos y los obstáculos. Una vez iniciada la prueba, el robot parte del punto A hacia el punto B para continuar al punto C. El punto A no fue utilizado con algún objeto con el propósito de tener una referencia. Finalmente, los obstáculos están marcados en D y E.

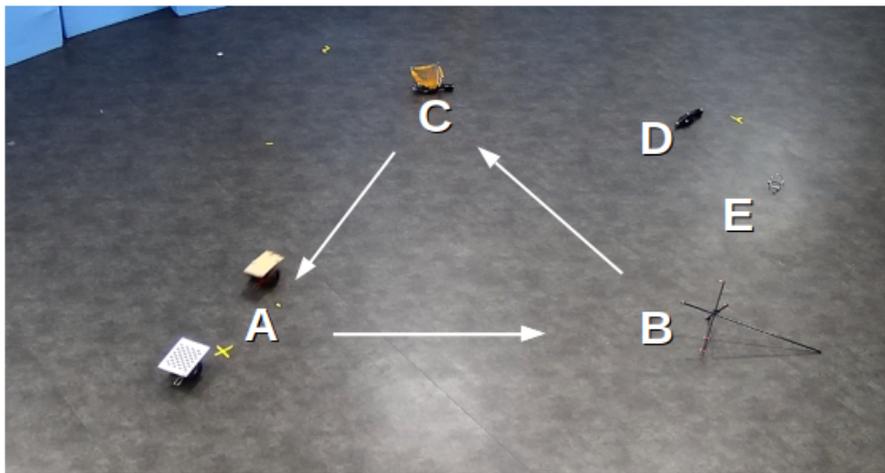


Figura 5.9: Captura de la prueba realizada utilizando el método de evasión de obstáculos.

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 5.10. Durante las pruebas se colocaron los obstáculos en dos puntos diferentes del recorrido (puntos D y E en la figura 5.9), logrando cumplir con el objetivo principal de este esquema. En la figura 5.10 se dibujaron en la posición más precisa posible. En la figura 5.10 se puede observar, en primera instancia que la formación se mantuvo en la mayoría del recorrido a excepción de las curvas, un problema recurrente en los resultados. Como primera parte de este trabajo se utilizó un robot para observar el comportamiento del algoritmo de campo potencial, moviendo los objetivos A y C agregando los obstáculos, pero sin el esquema líder seguidor. Posteriormente se le incorporó el segundo vehículo.

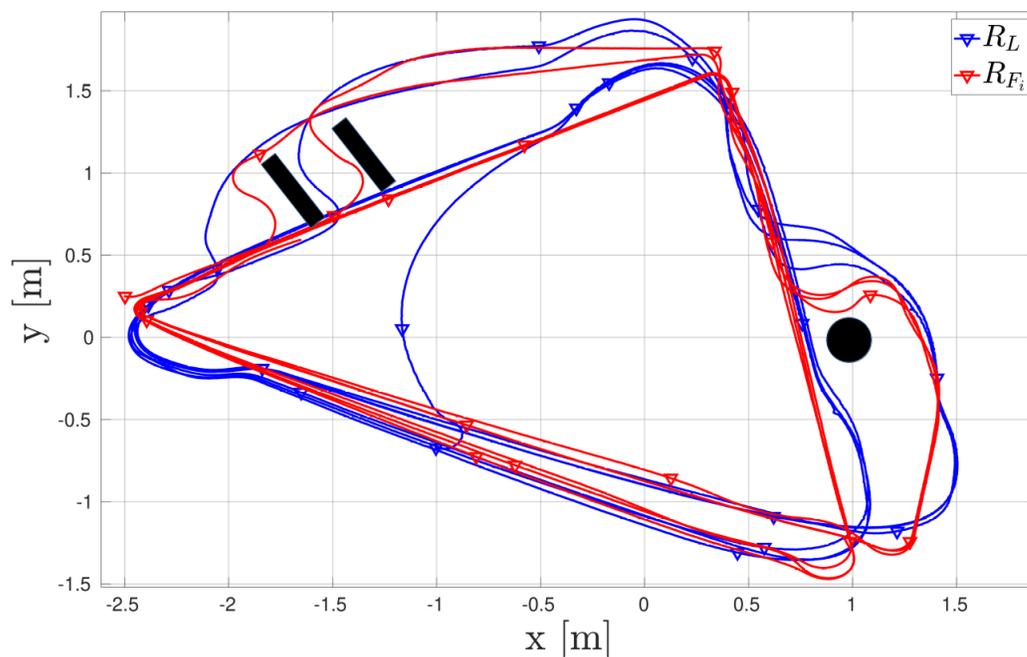


Figura 5.10: Simulación experimental en tiempo real utilizando el algoritmo de campo potencial modificado.

En la figura 5.11 se presentan las entradas de control y errores de seguimiento. Al inicio de las simulaciones los primeros 10 segundos estuvieron detenidos los vehículos de modo que no hay movimiento y las velocidades son cero. El robot seguidor muestra una convergencia hacia el robot líder, pero con valores más amplios que el robot líder, detalladamente en los segundos 35, 45, 55, 65 y 68 hay cambios repentinos a consecuencia de los obstáculos colocados en el recorrido. Para la velocidad angular si hay una diferencia considerable teniendo valores alejados de los valores permitidos por el robot, evitando dañar al robot, en los mismos segundos que fueron mencionados existen picos a consecuencia de la evasión de colisiones. Por último, los errores de seguimiento muestran valores ideales aunque en ciertos momentos se elevan hasta 1.48 m en el eje  $x$  y  $y$  al igual que 2.21 radianes para el error angular.

En la figura 5.12 la distancia relativa entre el robot líder y el robot seguidor no alcanza los valores deseados para la separación. Las oscilaciones mostradas varían en valores hasta de 0.4 m, requiriendo un nuevo ajuste de ganancias para que el sistema de control pueda actuar de una mejor forma o aplicar una ley de control más robusta logrando eliminar las oscilaciones. En la última gráfica de la figura 5.12 se muestra que los resultados cumplen en ciertos momentos el ángulo relativo a excepción de los cambios de movimiento. Las variaciones mostradas toman valores de 0.7 radianes hasta  $2\pi$  radianes por el análisis geométrico junto con la información obtenida por la plataforma.

En el desarrollo de este trabajo se han utilizado las fuerzas sintonizadas por las ganancias de las fuerzas de atracción y repulsión, por tal motivo al realizar las pruebas

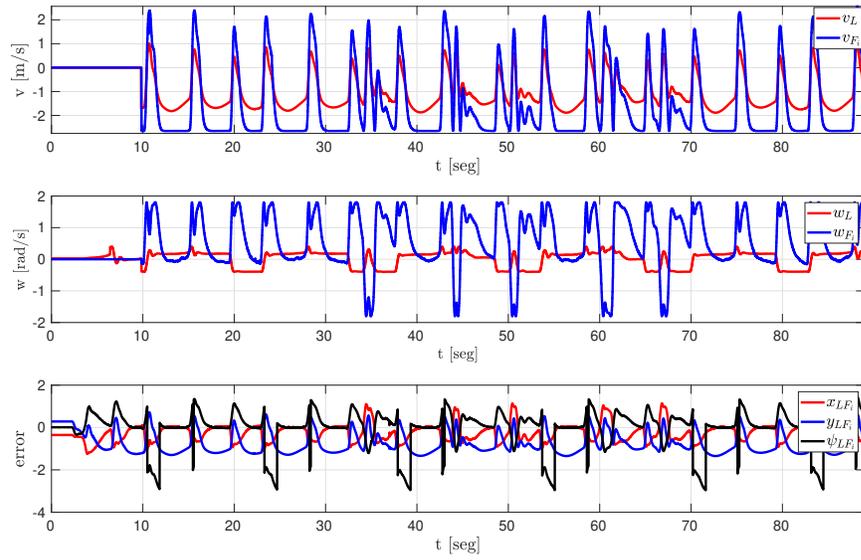


Figura 5.11: Entradas de control y errores de seguimiento.

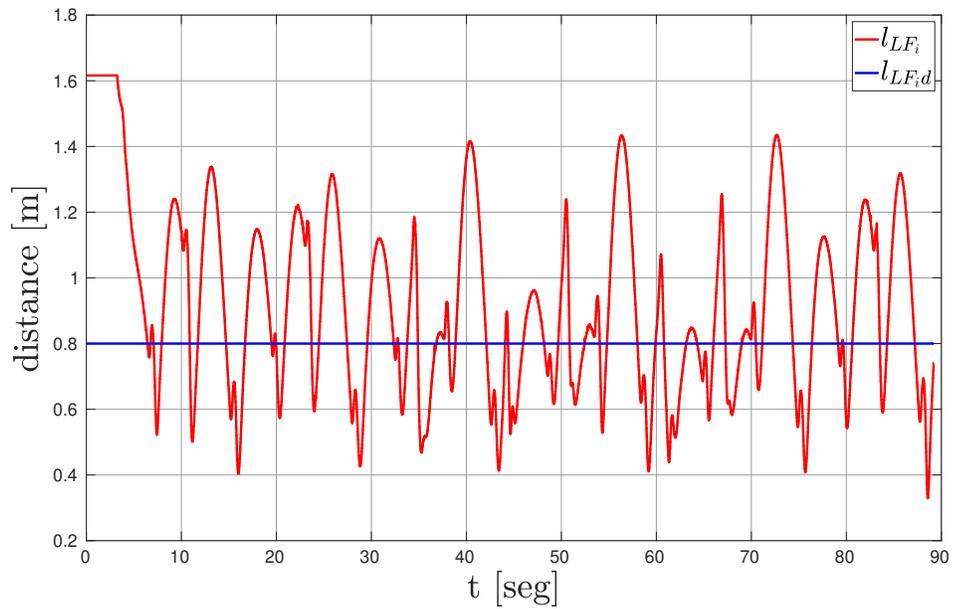


Figura 5.12: Distancia relativa entre el robot líder y el robot seguidor.

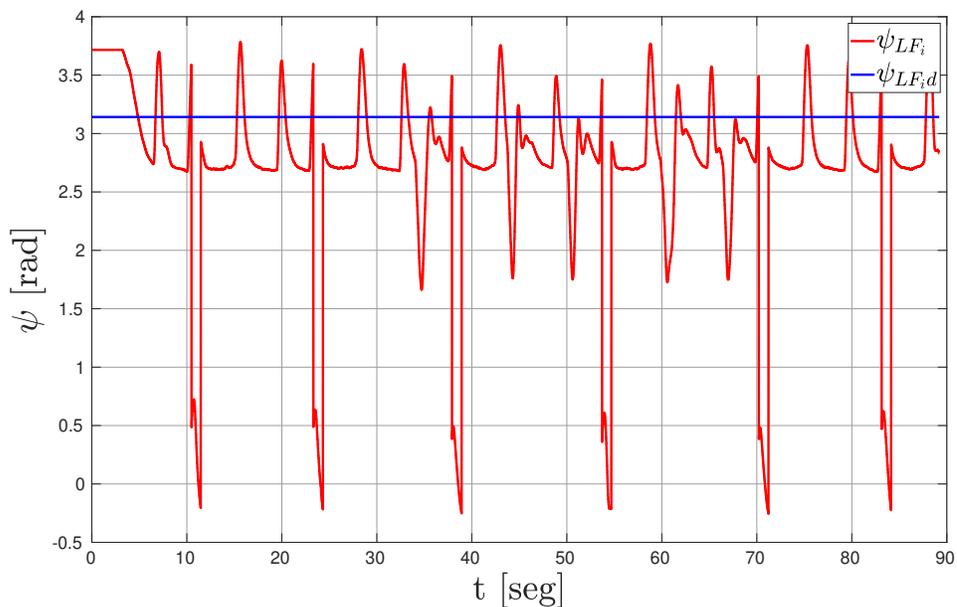


Figura 5.13: Ángulo relativo entre el robot líder y el robot seguidor.

de forma experimental, las fuerzas de repulsión en el eje  $y$  tomaron valores bastante altos como se observa en el segundo 60, estos resultados muestran los movimientos que genera el robot ante un obstáculo presente, ya que los obstáculos no estuvieron presentes durante el recorrido, esto es que se iban añadiendo conforme avanzaba la formación.

Comparando el trabajo realizado con los trabajos encontrados en la literatura, la propuesta diseñada que se presentó en el capítulo 3 adapta la formación como una sola línea del pelotón, preservando el esquema sin necesidad de perder información y llegar en un cuerpo sólido hasta los objetivos propuestos. El problema de los mínimos locales fue resuelto como se observa en la figura 5.10, ya que las fuerzas en todo momento permitieron avanzar hacia el objetivo, evitando quedar inmóvil la formación del pelotón. La estrategia de control requiere cambios en el análisis geométrico de separación entre un robot y otro, para evitar las variaciones que se mostraron en algunas gráficas.

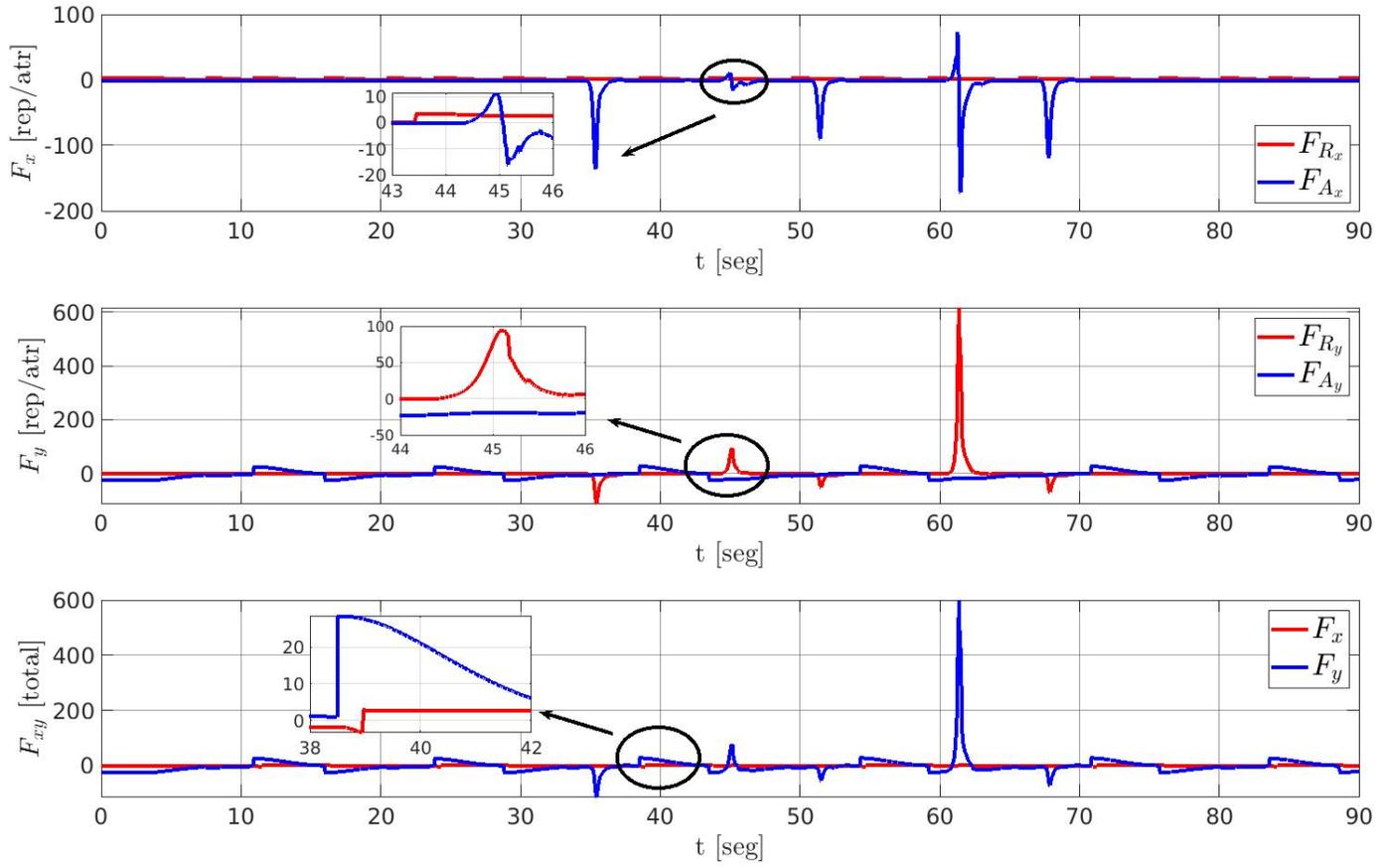


Figura 5.14: Fuerzas resultantes APF en la prueba experimental.



## Capítulo 6

# Conclusiones y trabajo futuro

### 6.1. Conclusiones

A raíz de este trabajo y la literatura encontrada, se percibe un avance significativo en la robótica móvil y en los sistemas multiagente, aportando grandes soluciones tecnológicas a diversos problemas existentes o nuevos que surgen cuando se implementan este tipo de ideas. En este trabajo se realizó un estudio completo para el problema de control de formación y evasión de obstáculos en sistemas multiagente. Empezando por la búsqueda de información, se encontraron diversas soluciones para este tipo de problemas, aclarando cuales métodos son los más convenientes y como lograr el objetivo aportando información nueva a esta rama.

Posteriormente, se desarrollaron las leyes de control para permitir que un conjunto de agentes mantuviera una formación y lograr moverse en el entorno o en un espacio con la capacidad de seguir una trayectoria sin colisionar con obstáculos proponiendo una solución para evitar obstáculos partiendo del método de campos potenciales. Para evitar obstáculos se tuvo la idea de que fueran dos algoritmos independientes, lo que significa que cada robot no puede comunicarse entre ellos pero el robot seguidor si puede obtener la posición global del robot líder, como consecuencia no existe pérdida de información solucionando un problema menos y muy conocido como la comunicación del pelotón. Al realizar el análisis de estabilidad y probar la convergencia de la formación se obtuvo un comportamiento esperado, donde el robot seguidor mantuvo la posición deseada y propuesta por el usuario. Al realizar las simulaciones numéricas y probar los controladores, demostraron la validez del controlador logrando todos los objetivos establecidos al principio de este trabajo. Las simulaciones muestran el efecto de los campos potenciales mediante las fuerzas de repulsión y atracción, solucionando el problema de los mínimos locales. Los errores en todos los casos convergieron a cero y las distancias convergieron a sus valores deseados, a excepción de los ángulos de rodaje donde muestran oscilaciones. Es posible mencionar que se cumplieron los objetivos presentados al proponer un método de evasión de obstáculos y proponer una ley de control que permita a los agentes realizar una formación para rastrear una trayectoria mientras se logran evitar obstáculos.

El trabajo realizado muestra una gran cantidad de resultados positivos pero no deja a un lado algunos negativos como las gráficas de los ángulos de separación. El trabajo es un buen estudio para el problema de control de formación y para el problema de evasión, ya que se abordaron los problemas más comunes, sus aplicaciones y algunas soluciones previamente realizadas. La parte experimental de este trabajo demandó un gran reto, exportando el algoritmo hacia un nuevo rumbo, esto significa que se tienen en cuenta otros factores a diferencia de las simulaciones, estos serían las velocidades, y las cámaras. Las velocidades es un riesgo debido a que si las ganancias para el controlador son demasiado altas se pueden generar altos picos en las velocidades que puedan dañar el robot que se utilice, por último las cámaras deben estar en operación ideal para operar correctamente y obtener las posiciones globales de cada robot para cada algoritmo.

## 6.2. Trabajo futuro

Durante el desarrollo de este trabajo se encontraron algunos problemas, los cuales requieren de mayor investigación para obtener un trabajo más robusto, conduciendo a un trabajo más científico. En los puntos siguiente se mencionan algunas propuesta para un trabajo a futuro:

- Implementar un sistema más inteligente para los robots, utilizando algoritmos de visión permitiendo que un grupo de agentes equipados con cámaras puedan comunicarse, obteniendo la posición de cada uno de ellos sin la necesidad de una plataforma que envía las posiciones globales. Además de implementar una nueva solución para la evasión de obstáculos.
- Utilizar obstáculos en movimiento para el desarrollo de la trayectoria, esto llevaría al proyecto a un nivel de dificultad más alto, donde es posible observa un comportamiento evolutivo ya en cualquier momento algún obstáculo pueda hacerle frente al robot seguidor y perderse en la trayectoria o que los obstáculos puedan colisionar y provocar un problema con el mínimo local.
- Proponer, evaluar e implementar un modelo dinámico para el robot móvil, sin la necesidad de utilizar el modelo cinemático, observando si el nuevo modelo tiene un mejor desempeño para la tarea y tener un mejor trabajo.
- Considerar todo un sistema de formación y evasión de obstáculos utilizando el algoritmo de campos potenciales, esto es que la formación geométrica y separación sea otorgada por fuerzas de repulsión y atracción.
- Estudiar e implementar una ley de control más robusta con el objetivo de obtener resistencia ante posibles perturbaciones que no estén consideradas.

# Bibliografía

- [1] Do, K.D. "Formation Tracking Control of Unicycle-type Mobile Robots with Limited Sensing Range. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 16(3), 527-538 (2008) structure and motion synchronization, in Proceedings of the American Control Conference, (USA), pp. 1782-1787, June 2008.
- [2] Li, N.H., & Liu, H. (2008). "Formation UAV flight control using virtual structure and motion synchronization". 2008 American Control Conference, 1782-1787.
- [3] B. Varghese and G. McKee, "A mathematical model, implementation and study of a swarm system", *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 58, no. 3, pp. 287-294, 2010
- [4] R. Castro, J. Alvarez and J. Martinez, "Robot formation control using backstepping and sliding mode techniques," 2009 6th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 2009, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICEEE.2009.5393430.
- [5] A. S. Brandao, M. Sarcinelli-Filho, R. Carellit, and T. F. Bastos-Filho, "Decentralized control of leader-follower formations of mobile robots with obstacle avoidance," in Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics, (Spain), pp. 1-6, April 2009.
- [6] V. Gazi and K. M. Passino, "A class of attraction/repulsion function for stable swarm aggregations," in Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, (USA), pp. 2842-2847, December 2002.
- [7] H. Hashimoto, S. Aso, S. Yokota, A. Sasaki, Y. Ohyama, and H. Kobayashi, "Cooperative movement of human and swarm robot maintaining stability of swarm," in Proceedings of the SICE Annual Conference, (Japan), pp. 1254-1257, August 2008.
- [8] V. Antoska, Z. Gacovski, S. Deskovski. (2017). "Obstacles Avoidance Algorithm for Mobile Robots, Using the Potential Fields Method". *Universal Journal of Electrical and Electronic Engineering*. 5. 75-84. 10.13189/ujeee.2017.050402.
- [9] D. Panagou and V. Kumar, "Cooperative Visibility Maintenance for Leader-Follower Formations in Obstacle Environments," in *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 30, no. 4, pp. 831-844, Aug. 2014

- [10] R. Fierro, and F.L. Lewis, "Control of a Nonholonomic Mobile Robot: Backstepping Kinematics into Dynamics", Proc. IEEE Conference on Decision Control, Kobe, Japan, 1996, pp. 1722-1727.
- [11] O. Khatib, "Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots", in Proceedings 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 500-505, 1985
- [12] S.M. Rostami, A.K. Sangaiah, J. Wang, & X. Liu (2019). "Obstacle avoidance of mobile robots using modified artificial potential field algorithm". EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2019, 1-19.
- [13] M, Mehdi (2012). "Mobile Robot Navigation and Obstacles Avoidance Based on Planning and Re-Planning Algorithm". 622-628. 10.3182/20120905-3-HR-2030.00170.
- [14] S. Xie, P. Wu, Y. Peng, J. Luo, D. Qu, Q. Li, J. Gu. "The obstacle avoidance planning of USV based on improved artificial potential field". IEEE International Conference on Information and Automation. (2014), pp. 746-751.
- [15] M. Wang and J.N.K. Liu, "Fuzzy logic-based real-time robot navigation in unknown environment with dead ends," Robotics and Autonomous Systems vol. 56, no. 7, pp. 625-643, April 2008.
- [16] B. Huang, J. Zhao, and Y. Yao, "Analytical Approach for the Motion Planning of Mobile Manipulator upon the Obstacle Avoidance Region," Journal of Mechanical Engineering, vol. 46, no. 15, pp. 8-16, April 2010.
- [17] Z. Peng, G. Wen, A. Rahmani, "Leader-follower formation control of multiple nonholonomic robots based on backstepping, in: The 28th Symposium on Applied Computing, Coimbra, Portugal, pp. 211-216.
- [18] X. Wang, H. Yang, H. Chen, J. Wang, L. Bai & W. Zan (2017). "Leader-Follower Formation Control Based on Artificial Potential Field and Sliding Mode Control". ICIRA.
- [19] Z. Jiang and H. Nijmeijer. Tracking control of mobile robots: A case study in backstepping. Automatica, 33(7):1393-1399, 1997.
- [20] B. Madhu, & M. Sreekumar. (2013). "Tracking Algorithm Using Leader Follower Approach for Multi Robots". Procedia Engineering. 64. 10.1016/j.proeng.2013.09.224.
- [21] TurtleBot3. <http://emanual.robotis.com/docs/en/platform/turtlebot3/appendix1ds01/>. Accessed 05 Apr 2021
- [22] M.A. Lewis, Tan, KH. High Precision Formation Control of Mobile Robots Using Virtual Structures. Autonomous Robots 4, 387-403 (1997). <https://doi.org/10.1023/A:1008814708459>

- [23] C. Yang, W. Hong, L. Huang, et al, Fast Consensus tracking of multiagent systems with Diverse Communication Delays and Input Delays,” *Mathematical Problems in Engineering*. 2014.
- [24] C. Xie , Q. Wu, “Formation Control for Multi-Agent Systems with Diverse Communication and Input Delays,” 2016 28th Chinese Control and Decision Conference (CCDC).
- [25] F. Martins, W. Celeste, R. Carelli, M. Sarcinelli-Filho, T. Bastos-Filho, An adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking, *Control Engineering Practice*, Volume 16, Issue 11, 2008, Pages 1354-1363, ISSN 0967-0661, <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2008.03.004>.



## Apéndice A

# Análisis detallado del análisis geométrico de la formación

A continuación se presentan a detalle la solución de las ecuaciones del capítulo 2 para el análisis geométrico del robot seguidor en el esquema de formación.

### A.1. Derivada de $l_{LF_i}$

Considerando dos variables  $a$  y  $b$ , en una ecuación de la forma

$$x = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad (\text{A.1})$$

su derivada respecto al tiempo es

$$\dot{x} = \frac{1}{2\sqrt{(a)^2 + (b)^2}} (2a\dot{a} + 2b\dot{b}). \quad (\text{A.2})$$

Tomando en cuenta la variable  $l_{LF_i}$

$$l_{LF_i} = \sqrt{l_{LF_ix}^2 + l_{LF_iy}^2} \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{l}_{LF_i} = \frac{1}{\sqrt{(l_{LF_ix})^2 + (l_{LF_iy})^2}} (l_{LF_ix}\dot{l}_{LF_ix} + l_{LF_iy}\dot{l}_{LF_iy}) \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} \dot{l}_{LF_i} &= \frac{1}{l_{LF_i}} ((-l_{LF_i} \cos(\psi_{ij} + \theta_i)) (v_i \cos \theta_i - v_j \cos \theta_j) + (-l_{LF_i} \sin(\psi_{ij} + \theta_i)) (v_i \sin \theta_i - v_j \sin \theta_j)) \\ &= ((-\cos(\psi_{ij} + \theta_i)) (v_i \cos \theta_i - v_j \cos \theta_j) + (-\sin(\psi_{ij} + \theta_i)) (v_i \sin \theta_i - v_j \sin \theta_j)) \\ &= \text{resolviendo identidades trigonometricas} \\ &= -v_i \cos \psi_{ij} + v_j \cos \gamma_{ij} \rightarrow \text{donde } \gamma_{ij} = \psi_{ij} + \theta_i - \theta_j \end{aligned}$$

## A.2. Derivada de $\psi_{ij}$

Considerando dos variables  $a$  y  $b$ , en una ecuación de la forma

$$x = \arctan\left(\frac{a}{b}\right) \quad (\text{A.5})$$

su derivada respecto al tiempo es

$$\dot{x} = \frac{1}{\frac{(a)^2}{(b)^2} + 1} \left( \frac{1}{b} \dot{a} - \frac{a}{(b)^2} \dot{b} \right) \quad (\text{A.6})$$

simplificando

$$\dot{x} = \frac{b\dot{a} - a\dot{b}}{a^2 + b^2} \quad (\text{A.7})$$

Tomando en cuenta la variable  $\psi_{ij}$

$$\psi_{ij} = \arctan\left(\frac{l_{LF_i y}}{l_{LF_i x}}\right) - \theta_i + \pi \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{ij} &= \frac{l_{LF_i x} \dot{l}_{LF_i y} - l_{LF_i y} \dot{l}_{LF_i x}}{l_{LF_i y}^2 + l_{LF_i x}^2} = & (\text{A.9}) \\ &= \frac{-l_{LF_i} \cos(\psi_{ij} + \theta_i) (v_i \sin \theta_i - v_j \sin \theta_j) - (-l_{LF_i} \sin(\psi_{ij} + \theta_i)) (v_i \cos \theta_i - v_j \cos \theta_j)}{l_{LF_i}^2} - w_i \\ &= \frac{-\cos(\psi_{ij} + \theta_i) (v_i \sin \theta_i - v_j \sin \theta_j) - (-\sin(\psi_{ij} + \theta_i)) (v_i \cos \theta_i - v_j \cos \theta_j)}{l_{LF_i}} - w_i \\ &= \text{por identidades trigonométricas} \\ &= \frac{(v_i \sin \psi_{ij} - v_j \sin \gamma_{ij})}{l_{LF_i}} - w_i \end{aligned}$$

## A.3. Errores de seguimiento. Matriz de rotación homogénea o transformación homogénea

$$\begin{aligned} e_j &= \begin{bmatrix} x_{je} \\ y_{je} \\ \theta_{je} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & \sin \theta_j & 0 \\ -\sin \theta_j & \cos \theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_j^d - x_j \\ y_j^d - y_j \\ \theta_j^d - \theta_j \end{bmatrix} \quad (\text{A.10}) \\ &= \begin{bmatrix} -(\cos \theta_j) (x_j - x_j^d) - (\sin \theta_j) (y_j - y_j^d) \\ (\sin \theta_j) (x_j - x_j^d) - (\cos \theta_j) (y_j - y_j^d) \\ \theta_j^d - \theta_j \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} l_{LF_i}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) - l_{LF_i} \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\ l_{LF_i}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) - l_{LF_i} \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\ \theta_j^d - \theta_j \end{bmatrix} \rightarrow \text{donde } \rightarrow \theta_{ij} = \theta_i - \theta_j \end{aligned}$$

### A.4. Dinamica del error de seguimiento

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{je} &= -l_{LF_i}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) (w_i - w_j) - l_{LF_i} \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) + l_{LF_i} \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) (\dot{\psi}_{ij} + w_i - w_j) \\
&= -l_{LF_i}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) (w_i - w_j) - (-v_i \cos \psi_{ij} + v_j \cos \gamma_{ij}) \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) + l_{LF_i} \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\
&\quad \left( \frac{(v_i \sin \psi_{ij} - v_j \sin \gamma_{ij})}{l_{LF_i}} - w_i + w_i - w_j \right) \\
&= w_j y_{je} - l_{LF_i}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) w_i - [(-v_i \cos \psi_{ij} + v_j \cos \gamma_{ij}) \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) + \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\
&\quad ((v_i \sin \psi_{ij} - v_j \sin \gamma_{ij}))] \\
&= w_j y_{je} - l_{LF_i}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) w_i + [(v_i \cos \psi_{ij} \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) - v_j \cos \gamma_{ij} \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij})) + \\
&\quad v_i \sin \psi_{ij} \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) - v_j \sin \gamma_{ij} \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij})] \\
&= w_j y_{je} - l_{LF_i}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) w_i + [-v_j \cos(\theta_{ij} - \gamma_{ij} + \psi_{ij}) + v_i \cos \theta_{ij}] \\
&= w_j y_{je} - l_{LF_i}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) w_i + [-v_j \cos(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij} - \theta_i + \theta_j + \psi_{ij}) + v_i \cos \theta_{ij}] \\
&= w_j y_{je} - l_{LF_i}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) w_i - v_j + v_i \cos \theta_{ij}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{y}_{je} &= l_{LF_i}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) (w_i - w_j) - l_{LF_i} \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) - l_{LF_i} \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) (\dot{\psi}_{ij} + w_i - w_j) \\
&= l_{LF_i}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) (w_i - w_j) - (-v_i \cos \psi_{ij} + v_j \cos \gamma_{ij}) \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) - l_{LF_i} \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\
&\quad \left( \frac{(v_i \sin \psi_{ij} - v_j \sin \gamma_{ij})}{l_{LF_i}} - w_i + w_i - w_j \right) \\
&= -w_j x_{je} + l_{LF_i}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) w_i - (-v_i \cos \psi_{ij} + v_j \cos \gamma_{ij}) \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) - \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\
&\quad (v_i \sin \psi_{ij} - v_j \sin \gamma_{ij}) \\
&= -w_j x_{je} + l_{LF_i}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) w_i + v_i \sin \theta_{ij} - v_j \sin(\theta_{ij} - \gamma_{ij} + \psi_{ij}) \\
&= -w_j x_{je} + l_{LF_i}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) w_i + v_i \sin \theta_{ij} - v_j \sin(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij} - \theta_i + \theta_j + \psi_{ij}) - \\
&= -w_j x_{je} + l_{LF_i}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) w_i + v_i \sin \theta_{ij}
\end{aligned}$$



## Apéndice B

### Artículo presentado

A continuación se presenta el artículo realizado durante el desarrollo de este trabajo. El artículo fue publicado y presentado en una conferencia internacional:

- J. Lagunas-Avila, R. Castro-Linares and J. Alvarez-Gallegos, Obstacle avoidance in leader-follower formation using artificial potential field algorithm,"2021 18th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 2021, pp. 1-6, doi: 10.1109/CCE53527.2021.9633083.

# Obstacle avoidance in leader-follower formation using artificial potential field algorithm

1<sup>st</sup> J. Lagunas-Avila  
Dep. of Electrical Engineering  
CINVESTAV-IPN  
Mexico City, Mexico  
javier.lagunas@cinvestav.mx

2<sup>nd</sup> R. Castro-Linares  
Dep. of Electrical Engineering  
CINVESTAV-IPN  
Mexico City, Mexico  
rcastro@cinvestav.mx

3<sup>rd</sup> J. Alvarez-Gallegos  
Dep. of Electrical Engineering  
CINVESTAV-IPN  
Mexico City, Mexico  
jalvarez@cinvestav.mx

**Abstract**—In this paper, a formation control method for two non-holonomic mobile robots is presented. The mobile robot formation achieved the goal while avoiding the obstacles. The control algorithm presented consists in 1) avoiding the obstacles using potential forces by the artificial potential field methodology and 2) the leader-follower technique for the formation approach. In the proposed methods, the leader of the formation plans the path applying the potential field algorithm and the follower maintains a desired distance and a desired bearing angle with respect to the leader. Moreover, the proposed algorithm avoid the local minimum problem in the formation, implying the leader will reach the goal without having to stop due to the equal forces of attraction and repulsion. The stability of the tracking problem was described using a Lyapunov function to validate the proposed method. Simulations results were showed in order to verify the theoretical method.

**Index Terms**—artificial potential field, obstacle avoidance, formation control, leader-follower

## I. INTRODUCTION

The control of mobile robots in uncertain environments is an important field in research and it calls for many disciplines that includes path planning and obstacle avoidance; also the multi-agent system has wide range of applications, for example, exploration, mapping and security [1]. The objective of the formation is creating a geometric position while the system is moving, and each agent reaches the goal in cooperation with other agents.

This paper deals with two problems considering non-holonomic mobile robots that are required to follow a prescribed trajectory. The first problem deals with the possibility of each agent to move too far away from the geometric formation and the second problem is avoiding the obstacles in the trajectory, creating a possibility in which agents collide with each other. Regarding the solutions, it exists different methods in research for the formation control problem; for example, virtual structure, leader-follower and behavioral formation. The virtual formation bases their geometric structure on virtual agents in the whole trajectory [2] [3]. The leader-follower technique considers one agent of the group as the leader and the other ones as the followers [4] [5]. Finally, the behavioral formation creates the path considering the whole environment, just like the other agents and obstacles [6] [7]. For avoiding obstacles problems, several techniques such as

a neural network, fuzzy control, potential field have been implemented in formation trajectory [8].

In this paper, the leader-follower method has been designated for the formation control problem, and the artificial potential field for the obstacle avoidance problem, creating two algorithms in the whole system. The first algorithm, the follower maintained a desired distance and a desired bearing angle against the leader [9]. For the second algorithm, the leader of the formation has planned the trajectory which it was created by the artificial potential field, using repulsive forces generated by the obstacles and attractive forces generated by the goal [8]. The main contribution of this paper is to design a control technique for the formation of agents in any geometric shape and in any type of trajectory. In addition a method to avoid obstacles without having to use sensors and solving the local minimum problem that has always been a challenge is developed. The rest of the paper is organized as follows: section II presents the navigation in the presence of obstacles, section III presents the geometric analysis of the two algorithms mentioned, section IV presents the control algorithm for the leader-follower formation. Finally in section V the simulation results are illustrated.

## II. NAVIGATION IN PRESENCE OF OBSTACLES

Navigation is a very common application in mobile robotics. The objective over the years has been to operate in an open environment, including the trajectory, the existence of different agents, and the obstacles in the whole system. Therefore, the navigation strategies developed for the agents has become complex, requiring a methodology to satisfy their path planning.

### A. Nonholonomic mobile robot model

In this paper, for leader-follower strategy in a global reference system, the kinematic model of a (2.0) mobile robot was implemented, considering nonholonomic constraint [10],

$$\dot{y}_i \cos \psi_i - \dot{x}_i \sin \psi_i = d\dot{\psi}_i, \quad (1)$$

where  $(x_i, y_i)$  are the coordinates for the front of the mobile robot,  $\psi_i$  is the heading angle of mobile robot and  $d$  is the distance from the rear axle to the front of the robot (see Figure

1). From the nonholonomic constraint (1), the kinematic model of the  $i_{th}$  mobile robot is obtained as,

$$\dot{q}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\psi}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_i & -d \sin \psi_i \\ \sin \psi_i & d \cos \psi_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix}, \quad (2)$$

where the control inputs are the linear velocity  $v_i$  and the angular velocity  $w_i$ .

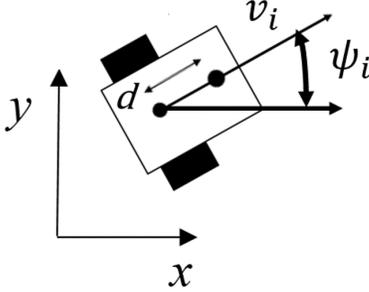


Fig. 1: Nonholonomic mobile robot.

### B. Potential field method

The position of the leader  $R_L$  is represented by  $q_L = [x_L, y_L, \psi_L]^T$  which evaluates the trajectory applying the potential field algorithm. The method consists in locating the robot in a selected point in space, where the space is represented by the potential field. This field is a set of vectors specifying the forces generated by the repulsion of the obstacles and the attraction generated by the goal (see Figure 2). The information of the obstacles and the goal are defined by,  $O_j = [x_O, y_O]$ , for  $j : 1 \dots n$  obstacles, and  $G = [x_G, y_G]$ ,  $\psi_{LG}$  represents the angle between the  $x$  axis of the robot and the goal, and  $\psi_{LO}$  represents the angle between the  $x$  axis of the robot and the obstacle. The potential energy of the system

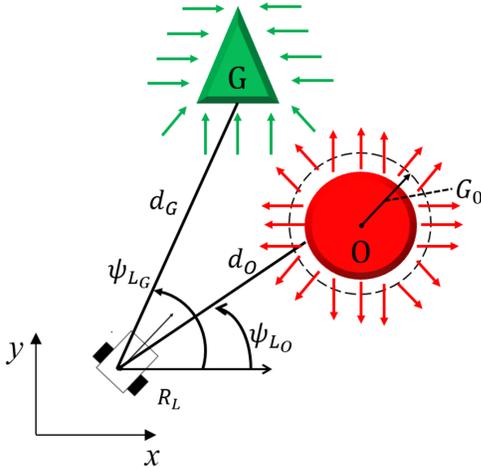


Fig. 2: Geometric representation of the mobile robot in the artificial potential field.

is defined as [11]

$$U_T = U_A + U_R, \quad (3)$$

where  $U_A$  represents the attraction potential energy,  $U_R$  represents the repulsive potential energy and  $U_T$  is the total energy of the system. When the robot approaches the obstacle, the repulsion force starts to increase. However, the obstacles has a safety zone  $G_0$  to measure the size of the obstacle as stated in [8] and [9].  $U_A$  and  $U_R$  are expressed as

$$U_A = \frac{1}{2} k_A d_G^2, \quad (4)$$

$$U_R = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} k_R \left( \frac{1}{d_O} - \frac{1}{G_0} \right) d_G^n & d_O \leq G_0 \\ 0 & d_O \geq G_0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

where

$$d_G = \sqrt{(x_L - x_G)^2 + (y_L - y_G)^2}, \quad (6)$$

$$d_O = \sqrt{(x_L - x_O)^2 + (y_L - y_O)^2}. \quad (7)$$

Equations (4) and (5) show the repulsion and attraction energy in terms of the goal and obstacles,  $d_G$  is the distance between the current position of the robot and the goal,  $d_O$  is the distance between the current position of the robot and the position of the nearest obstacle,  $n$  is the number of obstacles in the field,  $k_R$  is the gain of the repulsion force, and  $k_A$  is the gain of the attraction force. The artificial potential field focuses on applying only the attraction force  $F_A$  and repulsion force  $F_R$ . From equations (4) and (5), these forces are obtained as a negative energy gradient [8], more precisely

$$\begin{aligned} F_A &= -\nabla U_A = -k_A \|q_L - G\| \nabla \|q_L - G\| \\ F_A &= -k_A (q_L - G) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} F_R &= -\nabla U_R \\ F_R &= \begin{bmatrix} k_R \left( \frac{1}{d_O} - \frac{1}{G_0} \right) \frac{1}{d_O^2} \frac{q_L - O_j}{d_O} & d_O \leq G_0 \\ 0 & d_O \geq G_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

## III. GEOMETRIC ANALYSIS

### A. Geometric analysis for the leader

As it was mentioned above, a recurring problem in the potential field algorithm is the existence of local minimum. As a result, the robot may become immobile, a solution is to decompose the repulsion force into two forces as it shown in Figure 3.  $F_{R_1}$  is the force in the direction of the line between the robot and the obstacle, and  $F_{R_2}$  is the force in the direction of the line between the robot and the goal. The method was obtained from [12] [13], and leads to

$$F_R = \begin{bmatrix} k_R F_{R_1} + k_M k_R F_{R_2} & d_O \leq G_0 \\ 0 & d_O \geq G_0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} F_{R_1} &= \left( \frac{1}{d_O} - \frac{1}{G_0} \right) \frac{d_G^k}{d_G^3}, \\ F_{R_2} &= \left( \frac{1}{d_O} - \frac{1}{G_0} \right)^2 d_G^k. \end{aligned} \quad (11)$$

where  $k_M$  is a gain that acts as a regulator between both forces, as shown in Figure 3. The repulsion and attraction forces are

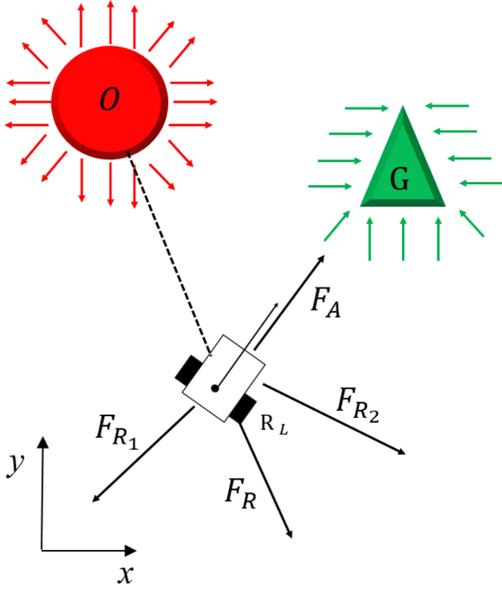


Fig. 3: Analysis of forces on the leader robot.

also decomposed on their respective axes  $x$  and  $y$  with respect to the angles showed in Figure 2 [14] [15], this is

$$F_{R_x} = F_R \cos \psi_{LO}, \quad (12)$$

$$F_{R_y} = F_R \sin \psi_{LO}, \quad (13)$$

$$F_{A_x} = F_A \cos \psi_{LG}, \quad (14)$$

$$F_{A_y} = F_A \sin \psi_{LG}. \quad (15)$$

The resultant force of the repulsion and attraction forces on the  $x$  axis and  $y$  axis are [16]

$$F_x = F_{R_x} + F_{A_x}, \quad (16)$$

$$F_y = F_{R_y} + F_{A_y}. \quad (17)$$

It is assumed that the leader robot actions are guided by the sum of the forces given by equations (16) and (17). The potential forces applied depend only on the distance among two objects in the environment: the distance between the leader robot and the goal, and the distance between the leader robot and obstacles. If the previous case is considered, the robot should have negative velocities in order to avoid obstacles, this means that the robot moves in reverse, avoiding the local minimum problem.

### B. Geometric analysis for the follower

This section presents the formation of two robots, describing the position of the follower with respect to the leader robot ( $R_L$ ). From Figure 4, the position of the follower robot  $R_F$  is represented by  $q_F = [x_F, y_F, \psi_F]^T$ . In this way, the robot aims to reach the desired position  $q_{F_d} = [x_{F_d}, y_{F_d}, \psi_{F_d}]^T$ . Figure 4 shows the geometric model of the formation, where  $l_{LF_i d}$  is the desired distance with respect to the leader and  $\psi_{LF_i d}$  is the desired bearing angle. The geometric method

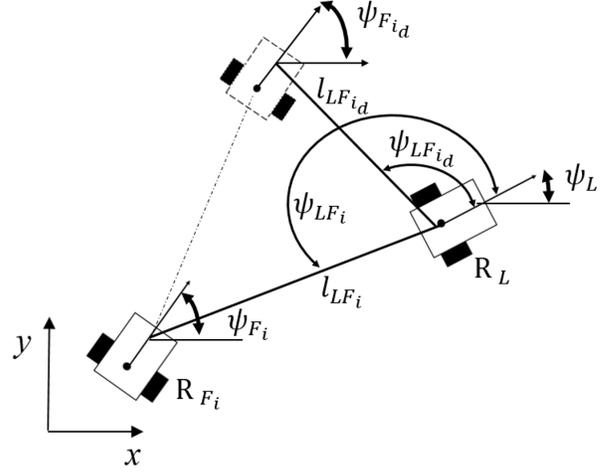


Fig. 4: Leader-follower geometric representation.

was obtained from [17] [18]. In the global frame, the desired position of the robot is given by,

$$q_{F_i d} = \begin{bmatrix} x_{F_i d} \\ y_{F_i d} \\ \psi_{F_i d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_L - d \cos(\psi_L) + l_{LF_i d} \cos(\psi_{LF_i d} + \psi_L) \\ y_L - d \sin(\psi_L) + l_{LF_i d} \sin(\psi_{LF_i d} + \psi_L) \\ \psi_L \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Similarly, the actual position of the follower seen from the leader is given by

$$q_{F_i} = \begin{bmatrix} x_{F_i} \\ y_{F_i} \\ \psi_{F_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_L - d \cos(\psi_L) + l_{LF_i} \cos(\psi_{LF_i} + \psi_L) \\ y_L - d \sin(\psi_L) + l_{LF_i} \sin(\psi_{LF_i} + \psi_L) \\ \psi_F \end{bmatrix}. \quad (19)$$

The relative distance between the robots in Cartesian coordinates takes the form,

$$l_{LF_i x} = x_L - x_F - d \cos \psi_L, \quad (20)$$

$$l_{LF_i y} = y_L - y_F - d \sin \psi_L, \quad (21)$$

$$l_{LF_i} = \sqrt{l_{LF_i x}^2 + l_{LF_i y}^2}. \quad (22)$$

As well, the bearing angle between  $R_L$  and  $R_F$  is formulated by

$$\psi_{LF_i} = \text{atan2} \left( \frac{l_{LF_i y}}{l_{LF_i x}} \right) - \psi_L. \quad (23)$$

The tracking error using the desired position of the follower (18) and the actual position of the follower robot  $R_{F_i}$  (19) is then expressed as [19]

$$e_q = \begin{bmatrix} x_{LF_i e} \\ y_{LF_i e} \\ \psi_{LF_i e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_{F_i} & \sin \psi_{F_i} & 0 \\ -\sin \psi_{F_i} & \cos \psi_{F_i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{F_i d} - x_{F_i} \\ y_{F_i d} - y_{F_i} \\ \psi_{F_i d} - \psi_{F_i} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$= \begin{bmatrix} l_{LF_i d} \cos(\psi_{LF_i d} + \psi_{L-F_i}) - l_{LF_i} \cos(\psi_{LF_i} + \psi_{L-F_i}) \\ l_{LF_i d} \sin(\psi_{LF_i d} + \psi_{L-F_i}) - l_{LF_i} \sin(\psi_{LF_i} + \psi_{L-F_i}) \\ \psi_{F_i d} - \psi_{F_i} \end{bmatrix},$$

where  $\psi_{L-F_i} = \psi_L - \psi_{F_i}$ .

The control law is based on a backstepping method, that allows to have asymptotic stability to zero of the tracking error. To carry out the design method, the dynamic model

of the tracking error is obtained taking the time derivative of equations (20-22) as follows

$$\dot{l}_{LF_i} = \frac{1}{\sqrt{(l_{LF_ix})^2 + (l_{LF_iy})^2}} \left( l_{LF_ix} \dot{l}_{LF_ix} + l_{LF_iy} \dot{l}_{LF_iy} \right), \quad (25)$$

$$\dot{l}_{LF_ix} = \dot{x}_L - \dot{x}_F + d\dot{\psi}_L \sin \psi_L, \quad (26)$$

$$= v_L \cos \psi_L - v_{F_i} \cos \psi_{F_i} + dw_{F_i} \sin \psi_{F_i},$$

$$\dot{l}_{LF_iy} = \dot{y}_L - \dot{y}_F + d\dot{\psi}_L \cos \psi_L, \quad (27)$$

$$= v_L \sin \psi_L - v_{F_i} \sin \psi_{F_i} - dw_{F_i} \cos \psi_{F_i}.$$

Solving equation (25), from (26) and (27) the time derivative of the relative distance is

$$\dot{l}_{LF_i} = -v_L \cos \psi_{LF_i} + v_{F_i} \cos \beta_{LF_i} + dw_{F_i} \sin \beta_{LF_i}, \quad (28)$$

where  $\beta_{LF_i} = \psi_{LF_i} + \psi_L - \psi_{F_i}$ .

From equation (23) the time derivative of the bearing angle is

$$\dot{\psi}_{LF_i} = \frac{l_{LF_ix} \dot{l}_{LF_iy} - l_{LF_iy} \dot{l}_{LF_ix}}{l_{LF_iy}^2 + l_{LF_ix}^2} - \dot{\psi}_L, \quad (29)$$

$$\dot{\psi}_{LF_i} = \frac{(v_L \sin \psi_{LF_i} - v_{F_i} \sin \beta_{LF_i} + dw_{F_i} \cos \beta_{LF_i})}{l_{LF_i}} - w_L.$$

Finally from the time derivative of equation (24) and substituting equations (25-29), the tracking error dynamics are given by

$$\dot{x}_{LF_ie} = v_L \cos \psi_{L-F_i} + w_L y_{LF_ie} - v_{F_i} \quad (30)$$

$$- l_{LF_id} w_L \sin(\psi_{LF_id} + \psi_{L-F_i}),$$

$$\dot{y}_{LF_ie} = v_L \sin \psi_{L-F_i} + w_F x_{LF_ie} - dw_{F_i} \quad (31)$$

$$+ l_{LF_id} w_L \cos(\psi_{LF_id} + \psi_{L-F_i}),$$

$$\dot{\psi}_{LF_ie} = w_{F_i} - w_L. \quad (32)$$

#### IV. CONTROL ALGORITHM

From equation (18) and equation (32) it is observed that the desired angle of the follower will have the same as the leader, this may cause the follower robot rotate before following the trajectory, in order to solve this problem, the authors proposed a desired angular velocity given by

$$w_{F_i} = \frac{1}{d} (v_L \sin \psi_{L-F_i} + l_{LF_id} w_L \cos(\psi_{LF_id} + \psi_{L-F_i})) + \frac{1}{d} (2k_y y_{LF_ie}). \quad (33)$$

According to the dynamic of the tracking errors, the authors proposed the control inputs for the follower robot such as

$$v_{F_i} = v_L \cos \psi_{L-F_i} - l_{LF_id} w_L \sin(\psi_{LF_id} + \psi_{L-F_i}) + k_x x_{LF_ie}, \quad (34)$$

$$w_{F_i} = \frac{1}{d} (v_L \sin \psi_{L-F_i} + l_{LF_id} w_L \cos(\psi_{LF_id} + \psi_{L-F_i})) + \frac{1}{d} (k_y y_{LF_ie} + k_\psi \sin \psi_{LF_ie}). \quad (35)$$

The control inputs of the follower  $v_{F_i}$  and  $w_{F_i}$ , assures that the tracking errors convergence to zero [17], this is

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (l_{LF_id} - l_{LF_i}) = 0 \quad (36)$$

To verify these, the next Lyapunov function candidate was selected:

$$V(t) = \frac{1}{2} (x_{LF_ie}^2 + y_{LF_ie}^2) + \frac{dk_\psi}{k_y} (1 - \cos \psi_{LF_ie}) \quad (37)$$

The function (37) satisfies continuity at all time and has continuous derivatives. Also if the coordinates  $e_q(x_{LF_ie}, y_{LF_ie}, \psi_{LF_ie}) = 0$ ,  $V = 0$ , and if  $e_q(x_{LF_ie}, y_{LF_ie}, \psi_{LF_ie}) \neq 0$  the function is such that  $V(t) \geq 0$ . Now deriving equation (37) with respect to time and substituting (30-32) together with (34-35)

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= x_{LF_ie} \dot{x}_{LF_ie} + y_{LF_ie} \dot{y}_{LF_ie} + \frac{dk_\psi}{k_y} (\sin \psi_{LF_ie}) \dot{\psi}_{LF_ie} \\ \dot{V}(t) &= -k_x x_{LF_ie}^2 - k_y y_{LF_ie}^2 - \frac{k_\psi^2}{k_y} \sin^2 \psi_{LF_ie} \end{aligned} \quad (38)$$

Clearly for  $k_x > 0$ ,  $k_y > 0$ ,  $k_y \neq 0$ , and  $k_\psi > 0$ , the equation (38)  $\dot{V}(t) \leq 0$ . Thus the controller (34) and (35) guarantees asymptotic stability to zero for the follower tracking desired trajectory.

#### V. SIMULATIONS

Two examples of simulations were performed to demonstrate the theoretical results. The first illustrates the leader-follower algorithm, developed on Matlab-Simulink, and the second simulation illustrates the artificial potential field method with the leader-follower algorithm, developed in the GAZEBO simulator using two Turtlebot-Waffle [21], with  $d = 0.01$  m in all simulations.

##### A. Leader Follower Scheme

It was proposed a constant trajectory, using the control inputs in (39) and (40) for the leader robot  $R_L$ , with a desired separation distance  $l_{LF_id} = 0.1$  m and a desired bearing angle  $\psi_{LF_id} = \pi$  rad.  $R_L$  starts at (0,0) and  $R_F$  starts at (0,0.3):

$$v_L = \sqrt{\dot{x}_d^2 + \dot{y}_d^2}, \quad (39)$$

$$w_L = \frac{\ddot{y}_d \dot{x}_d - \ddot{x}_d \dot{y}_d}{\dot{x}_d^2 + \dot{y}_d^2}, \quad (40)$$

with

$$x_d = -a \cos(\psi_d t), \quad (41)$$

$$y_d = b \sin(2\psi_d t), \quad (42)$$

where  $a=2$ ,  $b=4$ , and  $\psi_d = \frac{\pi}{20}$ .

The Lemniscate of Bernoulli was selected to perform the trajectory. Comparing with different trajectories such as a circle, square and rhombus, this shape is complete for angular and linear velocity. As it has been explained, a convergence of the control inputs for the follower robot to the leader control inputs is expected. In order to obtain the desired velocities the errors will tend to zero in the period of simulation.

In Figure 5, it is observed the real-time simulation trajectory, obtaining the trajectory tracking of the follower to the leader robot.

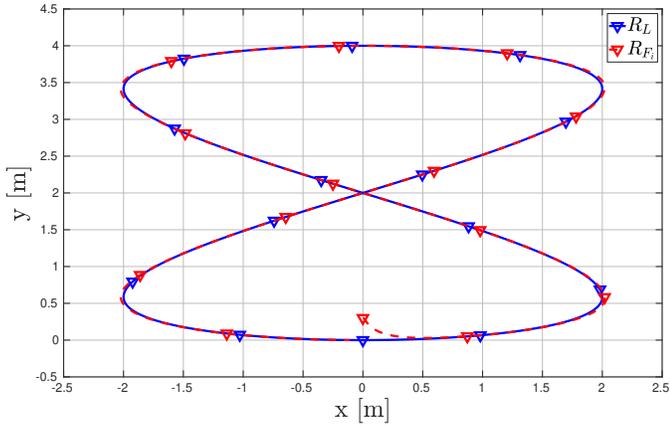


Fig. 5: Real-time simulation trajectory of leader-follower formation.

In Figure 6 the control inputs of the follower converge to the leader control inputs, except for the first instance of the simulation, creating some peaks. The peaks were formed due to the relative distance; the further the follower is from the leader the higher the velocities will be. The tracking errors in Figure 6 tend to zero verifying the adequate control technique implemented. In Figure 7, it is observed the relative distance between the two robots, having convergence. The Lyapunov function candidate was properly selected for this problem, getting an adequate trajectory tracking.

Considered the good performance of the control algorithm, this method is tested in a different environment combining the previous and the obstacle avoidance algorithm.

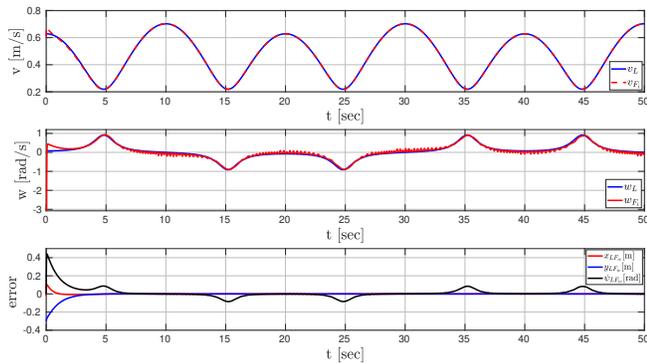


Fig. 6: Control inputs of the robots, and tracking errors in leader-follower formation.

### B. Obstacle avoidance in leader-follower formation

Three obstacles on the ground were proposed, with coordinates (2.5, 2.5), (2.5, 5) and (4.5, 4.5) with a safety distance  $G_0 = 1.7$ . The robot  $R_L$  started at the coordinate (0.5, 1). In order to move between the three obstacles the robot goal was in (6, 6.9). The robot  $R_F$  started at (0,0.5), with a desired separation distance  $l_{LF,d} = 0.3$  m and a bearing angle desired

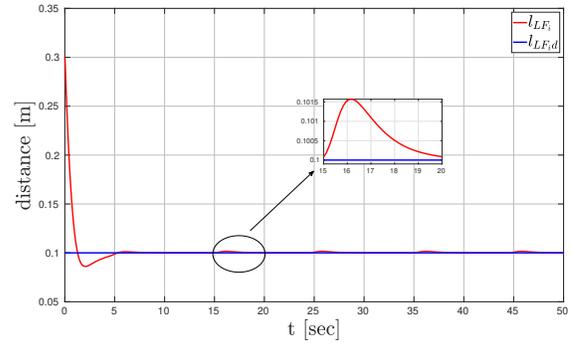


Fig. 7: Relative distance between the leader and the follower robot.

of  $\psi_{LF,d} = \pi$  rad.

In Figure 8 it is shown the simulation experiment using the GAZEBO simulator, with two Turtlebots avoiding the first obstacle. In Figure 9, the obstacle avoidance in real-time simulation is shown, solving the local minimum problem exhibit in section II. Thus from Figure 9, it is perceived that the desired formation control using leader-follower algorithm shows a good performance. In Figure 10, it is observed the tracking errors and the control inputs of the two agents. The follower control input tried to converge the leader control inputs, but as it is observed in Figure 9 there are two robust rotation movements. Finally, the tracking errors converged to zero, noticing two little peaks in the angle error. In Figure 11 the separation distance tended to converge to 0.3 m in the total period of time. However, the leader robot moved faster when it was closer to the obstacle.



Fig. 8: Snapshot of the simulation. Two turtlebots in leader-follower formation avoiding the first obstacle.

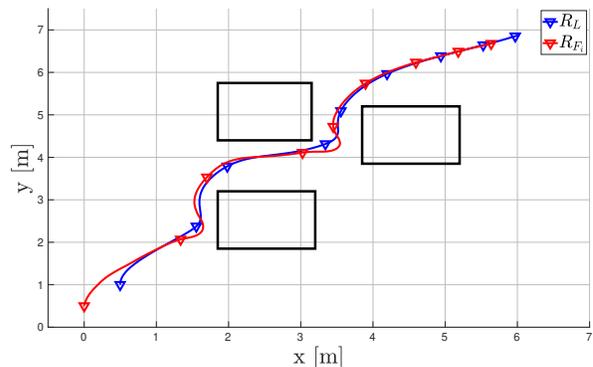


Fig. 9: Real-time simulation of the artificial potential field algorithm for square obstacles in leader-follower formation.

## REFERENCES

- [1] Do, K.D. "Formation Tracking Control of Unicycle-type Mobile Robots with Limited Sensing Range. IEEE Transactions on Control Systems Technology 16(3), 527–538 (2008) structure and motion synchronization, in Proceedings of the American Control Conference, (USA), pp. 1782-1787, June 2008.
- [2] Li, N.H., & Liu, H. (2008). "Formation UAV flight control using virtual structure and motion synchronization". 2008 American Control Conference, 1782-1787.
- [3] B. Varghese and G. McKee, "A mathematical model, implementation and study of a swarm system," Robotics and Autonomous Systems, vol. 58, no. 3, pp. 287-294, 2010
- [4] R. Castro, J. Alvarez and J. Martinez, "Robot formation control using backstepping and sliding mode techniques," 2009 6th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 2009, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICEEE.2009.5393430.
- [5] A. S. Brandao, M. Sarcinelli-Filho, R. Carellit, and T. F. Bastos-Filho, "Decentralized control of leader-follower formations of mobile robots with obstacle avoidance," in Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics, (Spain), pp. 1-6, April 2009.
- [6] V. Gazi and K. M. Passino, "A class of attraction/repulsion function for stable swarm aggregations," in Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, (USA), pp. 2842-2847, December 2002.
- [7] H. Hashimoto, S. Aso, S. Yokota, A. Sasaki, Y. Ohyama, and H. Kobayashi, "Cooperative movement of human and swarm robot maintaining stability of swarm," in Proceedings of the SICE Annual Conference, (Japan), pp. 1254-1257, August 2008.
- [8] V. Antoska, Z. Gacovski, S. Deskovski. (2017). "Obstacles Avoidance Algorithm for Mobile Robots, Using the Potential Fields Method". Universal Journal of Electrical and Electronic Engineering. 5. 75-84. 10.13189/ujee.2017.050402.
- [9] D. Panagou and V. Kumar, "Cooperative Visibility Maintenance for Leader-Follower Formations in Obstacle Environments," in IEEE Transactions on Robotics, vol. 30, no. 4, pp. 831-844, Aug. 2014
- [10] R. Fierro, and F.L. Lewis, "Control of a Nonholonomic Mobile Robot: Backstepping Kinematics into Dynamics", Proc. IEEE Conference on Decision Control, Kobe, Japan, 1996, pp. 1722-1727.
- [11] O. Khatib, "Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots", in Proceedings 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 500-505, 1985
- [12] S.M. Rostami, A.K. Sangaiah, J. Wang, & X. Liu (2019). "Obstacle avoidance of mobile robots using modified artificial potential field algorithm". EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2019, 1-19.
- [13] M. Mehdi (2012). "Mobile Robot Navigation and Obstacles Avoidance Based on Planning and Re-Planning Algorithm". 622-628. 10.318220120905-3-HR-2030.00170.
- [14] S. Xie, P. Wu, Y. Peng, J. Luo, D. Qu, Q. Li, J. Gu. "The obstacle avoidance planning of USV based on improved artificial potential field". IEEE International Conference on Information and Automation. (2014), pp. 746–751.
- [15] M. Wang and J.N.K. Liu, "Fuzzy logic-based real-time robot navigation in unknown environment with dead ends," Robotics and Autonomous Systems vol. 56, no. 7, pp. 625-643, April 2008.
- [16] B. Huang, J. Zhao, and Y. Yao, "Analytical Approach for the Motion Planning of Mobile Manipulator upon the Obstacle Avoidance Region," Journal of Mechanical Engineering, vol. 46, no. 15, pp. 8-16, April 2010.
- [17] Z. Peng, G. Wen, A. Rahmani, Leader-follower formation control of multiple nonholonomic robots based on backstepping, in: The 28th Symposium on Applied Computing, Coimbra, Portugal, pp. 211–216.
- [18] X. Wang, H. Yang, H. Chen, J. Wang, L. Bai & W. Zan (2017). "Leader-Follower Formation Control Based on Artificial Potential Field and Sliding Mode Control". ICIRA.
- [19] Z. Jiang and H. Nijmeijer. Tracking control of mobile robots: A case study in backstepping. Automatica, 33(7):1393–1399, 1997.
- [20] B. Madhu, & M. Sreekumar. (2013). "Tracking Algorithm Using Leader Follower Approach for Multi Robots". Procedia Engineering. 64. 10.1016/j.proeng.2013.09.224.
- [21] TurtleBot3. [http://emanual.robotis.com/docs/en/platform/turtlebot3/appendix1\\_ds01/](http://emanual.robotis.com/docs/en/platform/turtlebot3/appendix1_ds01/). Accessed 05 Apr 2021

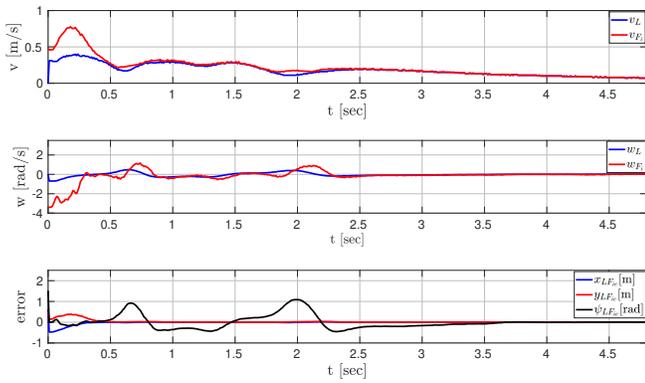


Fig. 10: Control inputs of the robots, and tracking errors in leader-follower formation.

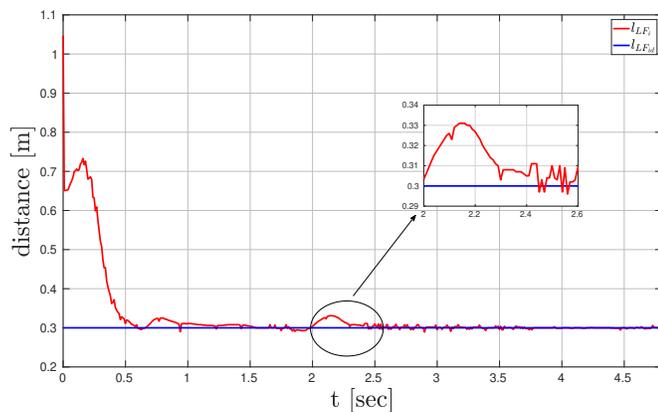


Fig. 11: Relative distance between the leader and the follower robot.

## VI. CONCLUSIONS

The method designed for the formation control problem based on artificial potential field shows a good performance, avoiding the contact with the obstacles and reach the leader's goal. In this technique the direction of the potential field has changed depending on the goal direction and the security zone. Also the robot navigation in the whole system was improved, reducing the time needed to reach the goal.

For the leader-follower formation method, it was perceived the correct path following for the follower robot and it is observed the robots do not collide with each other along the trajectory, solving the problem before raised. As a future work, a smoother control technique could be implemented to prevent those peaks, in addition, it will be considered using dynamics equations instead of using kinematic equations.

## ACKNOWLEDGMENT

This work was supported by CONACYT, under Project CB-254329. Is appreciated the support and resources for the National Council for Science and Technology (CONACYT) gave us to develop this project in order to acquire the equipment.