



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

UNIDAD ZACATENCO

DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO

**Diseño y construcción de un prototipo de planeador
sumergible híbrido y experimentos de control**

T E S I S

QUE PRESENTA

Carlos Honorio de la Cruz Alemán

Para obtener el grado de

Doctorado en Ciencias

en la Especialidad de Control Automático

Director de Tesis:

Dr. Torres Muñoz Jorge Antonio

Ciudad de México

Junio, 2022

Abstract

Hybrid Autonomous Underwater Gliders (HAUG) extend the capabilities of Autonomous Underwater Gliders employing the integration of buoyancy engine and internal pitch and roll moving masses with the classical thruster propulsion system, the result is a vehicle that can perform, in addition to the known saw tooth profiles, a constant depth flight. This thesis work presents the process of design, fabrication, and control of the Hybrid Underwater Glider Bentos, manufactured at CINVESTAV. Several pitch-based depth tracking controllers are proposed and evaluated through real-time experiments in nominal conditions (neutral buoyancy, well-trimmed center of mass, and under the constant forward force applied through a single thruster) and under buoyancy and center of mass disturbances. The proposed controllers are derived using the dynamic model for underwater vehicles, adapted to the special case of the HAUG to highlight and exploit the coupled pitch-depth dynamics. These Nonlinear PID-Type controllers are divided into two-stage and single-stage configurations, and an extensive experimental study of advantages and drawbacks is presented.

Resumen

Los Planeadores Sumergibles Híbridos (HAUG por sus siglas en inglés) mejoran las habilidades de los Planeadores sumergibles autónomos (AUG) mediante la inclusión de propulsores tradicionales, además de dispositivo de flotabilidad variable y masas móviles internas de cabeceo y alabeo, el resultado de estas modificaciones es un vehículo que puede operar en trayectorias de diente de sierra (modo AUG) y realizar vuelos a profundidad constante (HAUG). El presente trabajo de tesis muestra el proceso de diseño, fabricación y control del prototipo de HAUG Bentos, manufacturado en CINVESTAV. Se proponen varios esquemas de control basados en el control del ángulo de cabeceo para el problema de seguimiento de trayectorias en profundidad. Los controladores propuestos fueron diseñados a partir del modelo dinámico para vehículos sumergibles, adaptado al caso especial del

HAUG para resaltar y explotar el acoplamiento entre la dinámica del ángulo de cabeceo y la de profundidad, los controladores de tipo PID no lineal propuestos se dividen en configuraciones de doble lazo y de lazo simple, y se presenta un estudio experimental extensivo que analiza ventajas y desventajas de los mismos, evaluando su desempeño en condiciones nominales (flotabilidad neutra, calibración precisa del centro de masa y bajo la acción de una fuerza longitudinal constante proporcionada por el propulsor trasero) y bajo perturbaciones de flotabilidad y del centro de masa.

Agradecimientos

Al Dr. Jorge Antonio Torres Muñoz por la eficacia de su gestión, la cual me brindó los recursos materiales para el desarrollo del presente proyecto, y por su inagotable apoyo y carácter amable, fuente de certeza y serenidad para la culminación del mismo.

A Marie Anhel Guadalupe Ramón Villegas por el oído atento, la opinión sincera y el abrazo afectuoso que siempre hallé en ella.

A mi Madre y Padre por su ayuda oportuna, su confianza reconfortante y sus consejos sabios.

A mis compañeros del CINVESTAV, en especial a la Dra. Elba Antonio Yáñez por su guía y colaboración.

Al Departamento de Control Automático del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, por proporcionarme las condiciones necesarias para el desarrollo del presente trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por el apoyo económico que me otorgó.

Índice general

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 13 |
| 1.1. Vehículos Sumergibles Autónomos | 13 |
| 1.1.1. Planeadores Sumergibles | 14 |
| 1.1.2. Estado del Arte en Planeadores Sumergibles Híbridos | 15 |
| 1.2. Contribuciones | 19 |
| 1.3. Objetivo General | 19 |
| 1.4. Objetivos específicos | 20 |
| 2. Desarrollo del Prototipo. | 21 |
| 2.1. Bentos Versión 1.0 | 21 |
| 2.1.1. Estructura Externa | 22 |
| 2.1.2. Actuadores, electrónica y sensores. | 23 |
| 2.1.3. Estructura interna | 25 |
| 2.2. Bentos versión 1.1 | 26 |
| 2.2.1. Estructura externa. | 26 |
| 2.2.2. Actuadores, electrónica y sensores. | 27 |
| 2.2.3. Estructura interna. | 28 |
| 2.3. Bentos versión 2 | 29 |
| 3. Modelado del Planeador Sumergible | 35 |
| 3.1. Cinemática | 36 |
| 3.1.1. Marcos de referencia | 36 |
| 3.1.2. Transformación entre BODY y NED | 38 |
| 3.2. Dinámica | 42 |
| 3.2.1. Movimiento de Traslación y Rotación con respecto a CG | 43 |
| 3.2.2. 2.2.2 Movimiento de Traslación y Rotación con respecto a CO | 43 |
| 3.3. Fuerzas de Restauración | 46 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 3.4. | Masa Agregada y fuerzas de Coriolis relacionadas. | 49 |
| 3.5. | Amortiguamiento hidrodinámico. | 52 |
| 3.6. | Fuerzas y momentos ejercidos por las alas. | 54 |
| 3.7. | Modelo en seis grados de libertad. | 56 |
| 3.8. | Descenso, ascenso y ángulo de planeo para el modo AUG de operación. . . | 59 |
| 4. | Seguimiento de trayectorias en profundidad de un HAUG | 61 |
| 4.1. | Antecedentes del control de HAUG | 61 |
| 4.2. | Control PD (PID) bajo un enfoque de control de retorcido integral IBSC (Integral Backstepping) | 63 |
| 4.2.1. | Diseño de Controladores PD, PID de doble lazo y de lazo simple: Enfoque de Backstepping | 67 |
| 4.2.2. | Control no lineal NL-PD y NL-PID saturados. | 72 |
| 5. | Resultados Experimentales | 81 |
| 5.1. | Consideraciones para la implementación en tiempo real | 82 |
| 5.1.1. | Escenarios Experimentales | 84 |
| 5.2. | PID y PD: Lazo doble y lazo simple | 85 |
| 5.2.1. | Escenario 1: Caso Nominal | 88 |
| 5.2.2. | Escenario 2: Robustez ante perturbaciones en la entrada de control | 89 |
| 5.2.3. | Escenario 3: Robustez ante perturbaciones de flotabilidad | 91 |
| 5.2.4. | Comparación entre controladores de lazo simple y de lazo doble . . | 93 |
| 5.3. | PID y PD no lineales saturados: Lazo doble | 95 |
| 5.3.1. | Escenario 1: Caso Nominal | 97 |
| 5.3.2. | Escenario 2: Perturbaciones en la señal de control | 99 |
| 5.3.3. | Escenario 3: Perturbación en Flotabilidad. | 100 |
| 5.3.4. | Escenario 4: Comparación con otros controladores | 101 |
| 6. | Conclusiones y trabajo futuro | 105 |

Índice de figuras

| | |
|--|----|
| 1.1. Vehículo HAUG propuesto en [1] | 15 |
| 1.2. Configuración del HAUG Petrel-II [2], [3] | 16 |
| 1.3. AUG Slocum con sistema de propulsión adaptado por Memorial University [4],[5] | 17 |
| 1.4. Vehículo HAUG Folaga [6],[7] | 17 |
| 1.5. Vehículo HAUG propuesto para los experimentos de acoplamiento en [8] . | 18 |
| 1.6. Vehículo HAUG propuesto en [9, 10] | 18 |
| 1.7. Vehículo HAUG Kay Juul, [11] | 19 |
| | |
| 2.1. Características generales del vehículo Bentos versión 1. | 21 |
| 2.2. Estructura externa del vehiculo Bentos versión 1. | 23 |
| 2.3. Sistema de sellado de Brida y Tapa. | 23 |
| 2.4. Tanque de lastre empleado para el cambio de flotabilidad. | 24 |
| 2.5. Detalle de la propela empleada en el Bentos versión 1 y 1.1. | 25 |
| 2.6. Estructura interna del Bentos V1. | 26 |
| 2.7. Bentos versión 1.1. | 27 |
| 2.8. Detalle que muestra el sistema de sellado de tres puntos que permite man- tener la hermeticidad al introducir cables al interior del vehículo. | 28 |
| 2.9. Detalle que muestra el sistema de sellado diseñado para el sensor de presión. | 29 |
| 2.10. Componentes internos Bentos versión 1.1 | 29 |
| 2.11. Cubierta del Bentos V2. | 30 |
| 2.12. Detalle del actuador de desplazamiento lineal del Bentos V2. | 30 |
| 2.13. Pieza diseñada y manufacturada para el actuador lineal del Bentos V2. . . | 31 |
| 2.14. Vehículo HAUG Bentos. | 33 |
| 2.15. Sensores, unidades de procesamiento y actuadores presentes en el HAUG Bentos. | 34 |
| | |
| 3.1. Marco de referencia b definido en el cuerpo | 37 |

| | | |
|------|---|----|
| 3.2. | Fuerzas debidas a la gravedad y flotabilidad actuando en el centro de gravedad y flotabilidad del vehículo respectivamente. | 47 |
| 3.3. | Estructura principal del vehículo sin alas, empleado para las consideraciones de simetría. | 53 |
| 3.4. | Disposición general de las alas en el vehículo. | 54 |
| 3.5. | Etapas de ascenso (cuadro superior) y descenso (cuadro inferior) del vehículo Bentos en modo AUG. | 60 |
| 4.1. | Control PID anidado basado en IBSC para el seguimiento de trayectorias en profundidad | 72 |
| 4.2. | Control PID de lazo sencillo basado en IBSC para el seguimiento de trayectorias en profundidad | 72 |
| 4.3. | Control PID Anidado Saturado, es importante notar que la diferencia con el control descrito por la figura 4.1 es que la definición de las ganancias \bar{k}_p , \bar{k}_d , \bar{k}_i es conforme a la ecuación (4.30) | 79 |
| 4.4. | Control PID de lazo simple, es importante notar que la diferencia con el control descrito por la figura 4.1 es que la definición de las ganancias \bar{k}_p , \bar{k}_d , \bar{k}_i es conforme a la ecuación (4.30) | 80 |
| 5.1. | Prototipo Bentos: Trabajo experimental. | 81 |
| 5.2. | Posición de la masa móvil en relación con el origen del marco fijo del cuerpo. Aquí d_{Mv} es el punto de aplicación de M_v (la masa del vehículo, excluyendo la masa móvil M_m), d_0 y d_1 son los límites de masa en movimiento medidos con respecto a O_b , x_{m0} es la posición de la masa móvil tal que $M_v d_{Mv} = M_m * (d_0 + x_{m0})$, y x_{mm} (medida con respecto a d_0) es la posición de la masa móvil utilizada como entrada de control durante los experimentos realizados. | 84 |
| 5.3. | Resultados Experimentales. Desempeño en el caso nominal: S-PID (columna izquierda), D-PID (columna derecha). S-PD y D-PD, no reportados aquí, exhibieron comportamientos similares. | 89 |
| 5.4. | Resultados Experimentales. Robustez ante perturbación de control $\Delta x_{m0} = 2,5mm$. Columna izquierda: S-PID (línea superior de cada gráfica) y S-PD (línea inferior de cada gráfica). Columna derecha: D-PID (línea superior de cada gráfica) y D-PD (línea inferior de cada gráfica). | 91 |
| 5.5. | Resultados Experimentales. Robustez ante perturbaciones de flotabilidad $\Delta W = 0,5N$: Columna izquierda: S-PID (línea superior de cada gráfico) y S-PD (línea inferior de cada gráfico). Columna derecha: D-PID (línea superior de cada gráfico) y D-PD (línea inferior de cada gráfico) | 92 |
| 5.6. | Desempeño del controlador D-NLPID Controller en el caso nominal. | 98 |

| | |
|---|-----|
| 5.7. Perturbación en la señal de control: Errores de seguimiento en profundidad $e_z = z - z^d$ y orientación $e_\theta = \theta - \theta^d$, donde θ^d referencia virtual del ángulo cabeceo. | 99 |
| 5.8. Perturbación en la flotabilidad: Errores de seguimiento en profundidad $e_z = z - z^d$ y orientación $e_\theta = \theta - \theta^d$, donde θ^d referencia virtual del ángulo cabeceo. | 100 |
| 5.9. Dsempño del H-AUG en lazo cerrado en presencia de perturbaciones en la posición inicial x_{m0} de la masa móvil. NLPID (línea superior en cada gráfica) y NLPD (línea inferior en cada gráfica). | 102 |
| 5.10. NLPID (upper line of each plot) and NLPD (lower line of each plot) controller performance comparison for the 0.5N buoyancy disturbance case. | 103 |

Capítulo 1

Introducción

En la actualidad, el monitoreo del medio marino posee una vasta variedad de aplicaciones, entre las que destacan la inspección de infraestructura, la obtención de información ecológica y de recursos naturales para la toma de decisiones, recopilación de información para el quehacer científico, operaciones militares, entre otras. Por esta razón se ha hecho indispensable la propuesta de herramientas flexibles para realizar tareas de muestreo y exploración de forma confiable, eficiente y financieramente viable.

1.1. Vehículos Sumergibles Autónomos

Los vehículos sumergibles autónomos, AUV por sus siglas en inglés, expanden el campo de posibilidades y escenarios de aplicación, además de que son una alternativa asequible a las costosas operaciones con barcos. En décadas recientes, los avances en la tecnología de computadoras, sensores y baterías, han permitido la materialización de los vehículos sumergibles autónomos en el medio comercial y de investigación. La clasificación de AUV abarca aquellos vehículos que cuentan con la capacidad de impulsarse debajo del agua y llevar a cabo tareas predeterminadas sin la intervención de un operario, a diferencia de los Vehículos de Operación Remota, los AUV carecen de un cable de control[12]. El despliegue de misiones con vehículos autónomos sumergibles es un reto formidable, los desafíos incluyen el trabajo en un ambiente hostil y cambiante, perturbaciones y parámetros de difícil estimación, restricciones tecnológicas, dinámicas esencialmente no lineales, entre otros. El modelado y análisis de la dinámica de los vehículos mencionados, son herramientas fundamentales para el desarrollo de estrategias de control que optimicen el uso de los recursos disponibles, garantizando la utilidad del producto final, es decir, su per-

tinencia técnica, logística y financiera para cubrir las múltiples necesidades relacionadas con la exploración y muestreo en océanos y cuerpos de agua.

1.1.1. Planeadores Sumergibles

En la búsqueda de eficiencia, diversos diseños de AUV han sido desarrollados para la realización de tareas específicas, derivado de esto, es posible identificar varias arquitecturas, entre ellas, la del planeador sumergible autónomo (AUG). La característica distintiva de este vehículo, es que posee un actuador (motor de flotabilidad) que le permite cambiar la relación entre flotabilidad y peso, moviéndolo en dirección al fondo del cuerpo de agua o de la superficie según sea necesario, esto se logra con un gasto mínimo de energía, ya que se emplea la relación peso-flotabilidad para impulsar al vehículo; al combinar esta dinámica con los alerones presentes en el planeador se obtiene, además del desplazamiento vertical, un desplazamiento en el plano horizontal, el resultado es un sistema de propulsión con un alto nivel de eficiencia energética, ideal para el recorrido de largas distancias a baja velocidad.

Las trayectorias típicas diseñadas para los AUG consisten en perfiles en forma de dientes de sierra[13], llevando al vehículo a una profundidad determinada con un ángulo de planeo calculado con anterioridad, para después regresarlo a la superficie. La mayoría de los Planeadores sumergibles disponibles de forma comercial y para investigación ignoran la perturbación de las corrientes, por lo que cada vez que la superficie es alcanzada se lleva a cabo una medición de posición y las correspondientes acciones de control para mantener el curso cerca de la trayectoria esperada.

Los Planeadores Sumergibles poseen un tiempo de autonomía muy extenso en comparación con otros tipos de UAV, ya que la mayor parte de la energía se emplea para cambiar la flotabilidad del vehículo al final de cada inmersión o ascenso, esto permite, en algunos planeadores comerciales, planear misiones cuya duración puede alcanzar varias semanas, e incluso varios meses [5].

A nivel comercial, existen tres modelos cuyas innovaciones y desempeño probado en largas misiones de muestreo oceanográfico, hacen necesario detenerse a analizar sus características y alcances. Estos vehículos son el Slocum, el SeaGlider y el Spray [14, 13, 15]. Estos modelos comparten una cantidad importante de características, entre ellas podemos mencionar el tamaño, que en los tres casos ronda los 2m de largo (pequeño en comparación con vehículos marinos tradicionales), alas y cola fija, pueden cambiar su flotabilidad por medio de actuadores eléctricos, realizan el control del ángulo de cabeceo y alabeo por medio de masas móviles ubicadas al interior del vehículo, poseen un tiempo de autonomía extenso y una velocidad que oscila alrededor de 0.25 m/s.

1.1.2. Estado del Arte en Planeadores Sumergibles Híbridos

A pesar de la extraordinaria eficiencia energética de los AUG, la baja maniobrabilidad que los caracteriza restringe su implementación en numerosos escenarios, para superar este inconveniente se han desarrollado diseños de planeadores sumergibles híbridos, HAUG por sus siglas en inglés, que incorporan diversos actuadores con la finalidad de expandir la capacidad de los planeadores sumergibles y hacer posible el seguimiento de trayectorias complejas a profundidad constante. [16, 17, 1, 18].

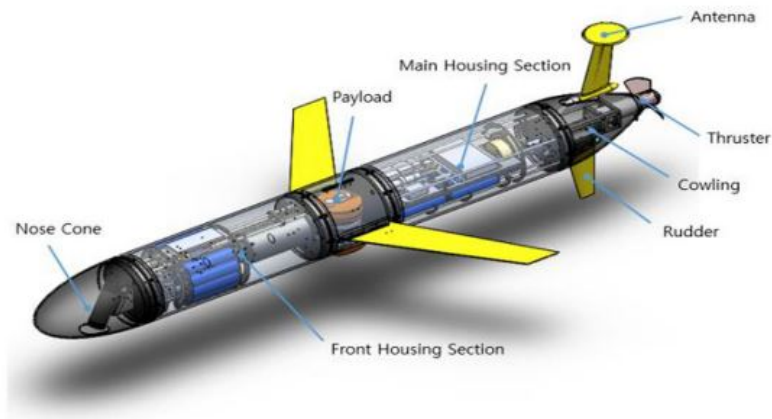


Figura 1.1: Vehículo HAUG propuesto en [1]

Aunque conceptualmente los HAUG se reducen a la combinación de medios de propulsión y maniobra de AUG y AUV tradicionales, Un hecho interesante es que existen diferentes enfoques para el desarrollo de planeadores sumergibles híbridos HAUG (por sus siglas en inglés), un caso particular es la incorporación de una propela en la sección posterior del vehículo que actúa a lo largo del eje longitudinal para generar movimiento hacia adelante [5, 12], la perturbación inducida por este actuador en la dinámica del modo AUG, por ejemplo en [19] se propone la utilización de un acoplador magnético para minimizar la parte expuesta del propulsor. Es posible integrar, además de la propela trasera, un timón para darle dirección al vehículo [20]. En un enfoque distinto, en [21] se explora la pertinencia de incorporar un motor de flotabilidad a un AUV tradicional con la finalidad de mejorar la eficiencia energética del vehículo. El tipo de HAUG en el que este trabajo concentra sus esfuerzos de diseño y fabricación, incorpora una propela en la sección posterior del vehículo, integrando al sistema, un tanque de lastre, una masa móvil que se desplaza a lo largo del eje longitudinal y una masa rotativa que gira alrededor de dicho eje.

La figura 1.2 muestra los componentes principales del vehículo HAUG Petrel desarrollado

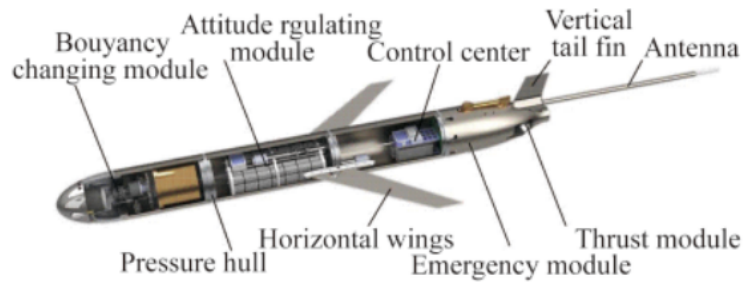


Figura 1.2: Configuración del HAUG Petrel-II [2], [3]

en la universidad de Tianjin, con un peso de 69 Kg y 2.7 m de largo por 1.2 m de envergadura, el Petrel es un vehículo de largo alcance capaz de planear gracias a su dispositivo de flotabilidad variable y también puede mantener vuelo a una profundidad constante gracias a su propela trasera. La adición de una propela trasera a un vehículo AUG exige replantear las ecuaciones de movimiento y considerar efectos que no están presentes en el modo de operación AUG, por ejemplo, la rotación en alabeo inducida por el giro de la propela [22].

Del mismo modo, existen adaptaciones realizadas sobre vehículos AUG comerciales para lograr un modo de operación HAUG, la figura 1.3 muestra el vehículo Slocum adaptado para realizar experimentos de control a profundidad constante, entre los algoritmos propuestos en [2] se incluye un algoritmo de control PD de profundidad a través de la masa móvil, en el presente trabajo se toma un enfoque similar, pero, como se verá en las secciones 4 y 5, los algoritmos de control son diseñados a partir del modelo dinámico, mejorando el desempeño en seguimiento y regulación.

La figura 1.4 muestra el diseño del HAUG Folaga [23],[24], un vehículo de pequeño tamaño (30 kg) desarrollado por ISME, GRAALTECH y NURC, esta configuración innovadora incorpora bombas de agua para la propulsión y maniobra del vehículo, manteniendo el dispositivo de flotabilidad variable y la masa móvil típico de un AUG en contraste con los vehículos presentados en párrafos anteriores, el Folaga no cuenta con alas. Esta figura también muestra la configuración básica del sistema de control implementado en el Folaga. En [7] se presentan experimentos de control con este vehículo, atribuyendo las desviaciones considerables en el seguimiento del ángulo de cabeceo deseado a la dinámica lenta de la masa móvil.

La maniobrabilidad mejorada de los vehículos HAUG hace posible el diseño de modos de

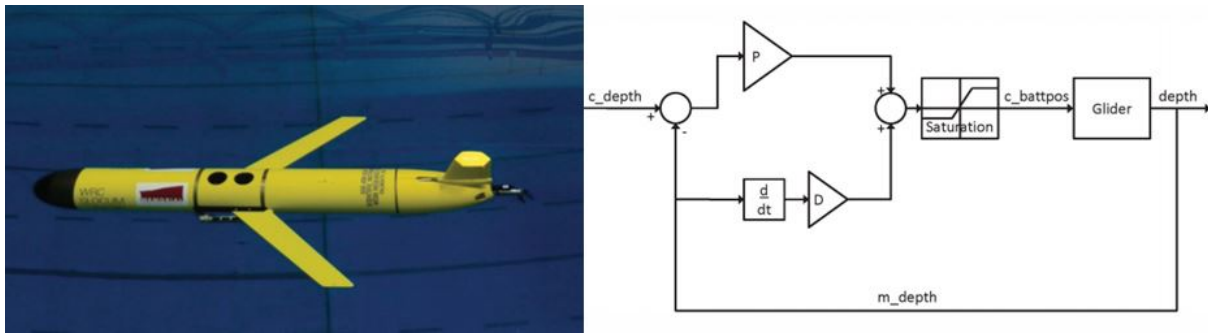


Figura 1.3: AUG Slocum con sistema de propulsión adaptado por Memorial University [4],[5]

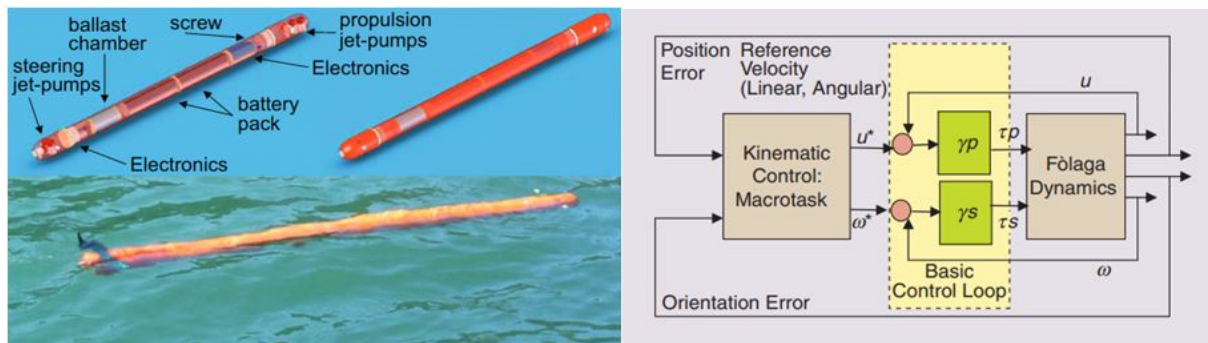


Figura 1.4: Vehículo HAUG Fòlaga [6],[7]

operación ambiciosos, por ejemplo, en [8] se plantea el problema de acoplamiento sumergido para el retorno de misión de un vehículo HAUG que cuenta con una propela móvil que maximiza su maniobrabilidad, proponiendo además un algoritmo de direccionamiento basado en el modelo cinemático del vehículo, el cual calcula un ángulo de guiñada deseado a partir de la posición del vehículo, este valor pasa a un segundo lazo que mantiene se encarga de dar seguimiento al ángulo de guiñada deseado, obteniendo el estado de la posición del vehículo con respecto a la estación de acoplamiento a través de una cámara ubicada a bordo del vehículo y señalamientos luminosos instalados en la estación.

La figura 1.6 muestra el diseño del vehículo propuesto en [9] en donde se muestra una arquitectura de control de redes neuronales basada en control predictivo, utilizando un modelo Feed-Forward de la planta que predice el comportamiento del vehículo y un modelo inverso para el cálculo de la acción de control, complementando el estudio con resultados en simulación computacional. Otro enfoque de control basado en redes neuronales para HAUG es presentado en [25, 26], en donde un PID basado en redes neuronales es utili-

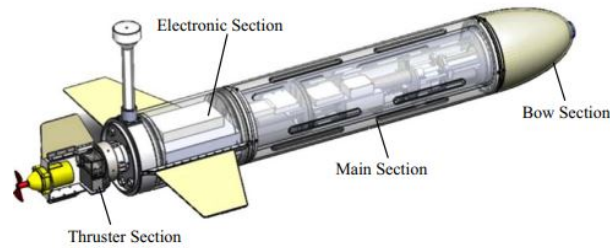


Figura 1.5: Vehículo HAUG propuesto para los experimentos de acoplamiento en [8]

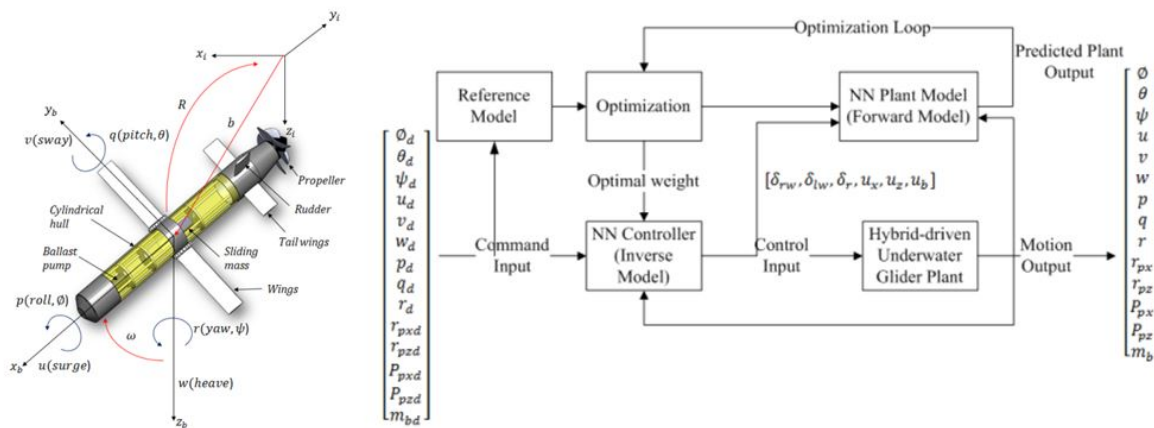


Figura 1.6: Vehículo HAUG propuesto en [9, 10]

zado para controlar la orientación del vehículo mientras esta en movimiento, presentando simulaciones numéricas para validar los resultados.

Existen múltiples diseños de vehículos HAUG que han sido desarrollados para satisfacer un amplio rango de necesidades, las configuraciones son tan variadas como los algoritmos utilizados para las tareas de control, el prototipo *Bentos* es un vehículo de uso académico para la validación de leyes de control, su tamaño compacto, bajo peso y costo asequible son ideales para su uso como plataforma experimental. Otro Vehículo HAUG diseñado y fabricado en México es el Kay Juul (figura 1.7, [11]), el cual cuenta con tanque de lastre, masa móvil y propulsor trasero y para el que se presentan resultados experimentales de un control Sliding-PID para los ángulos de alabeo y cabeceo.

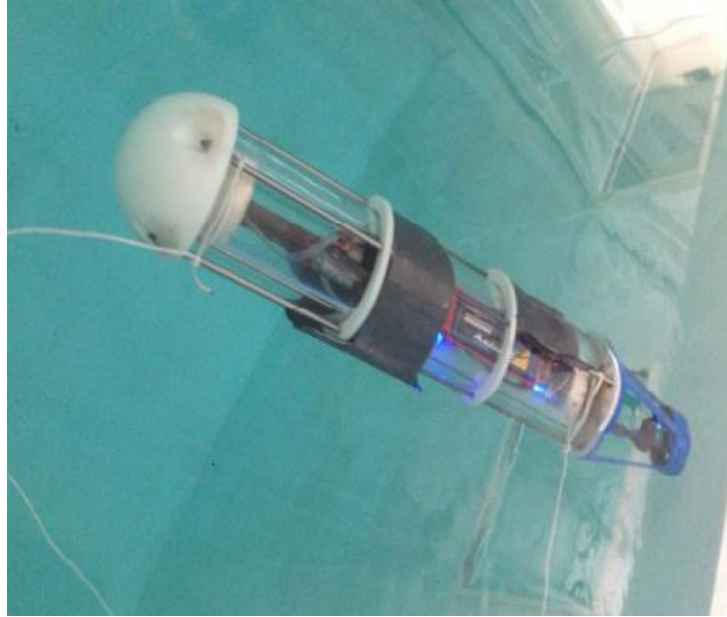


Figura 1.7: Vehículo HAUG Kay Juul, [11]

1.2. Contribuciones

Las contribuciones generadas durante el desarrollo del presente proyecto de investigación se resumen como sigue:

1. Diseño y fabricación de plataforma de tipo HAUG para la evaluación experimental del desempeño de algoritmos de control.
2. Desarrollo de leyes de control de fácil sintonización para la evaluación experimental del prototipo.
3. Desarrollo de leyes de control para el problema de seguimiento de trayectorias.
4. Estudio experimental.

1.3. Objetivo General

Diseño y fabricación de plataforma de tipo HAUG para la evaluación experimental del desempeño de algoritmos de control, a partir del prototipo de HAUG propuesto en [27], desarrollado en el Departamento de Control Automático del CINVESTAV.

1.4. Objetivos específicos

- Rediseño y mejora de mecanismos y componentes electrónicos, con base en los resultados presentados en [27].
- Diseño y manufactura de conectores asequibles aptos para las condiciones de trabajo.
- Diseño y manufactura de de alas y cubierta que brinde protección y mejore el desempeño hidrodinámico del vehículo, disminuyendo perturbaciones difíciles de modelar.
- Análisis del modelo dinámico.
- Diseño de estrategias de control para la regulación del ángulo de planeo y el seguimiento de trayectorias en profundidad.
- Trabajo experimental empleando al HAUG desarrollado, para validar los resultados teóricos y el desempeño del vehículo.

Capítulo 2

Desarrollo del Prototipo.

Se propone la continuación del trabajo de diseño y manufactura del prototipo de planeador sumergible presentado en [27], que en lo sucesivo será referido como Vehículo Sumergible Autónomo Bentos, en esta sección se expondrán las características originales del vehículo como base previa a la exposición de las contribuciones hechas en el marco de este trabajo.

2.1. Bentos Versión 1.0

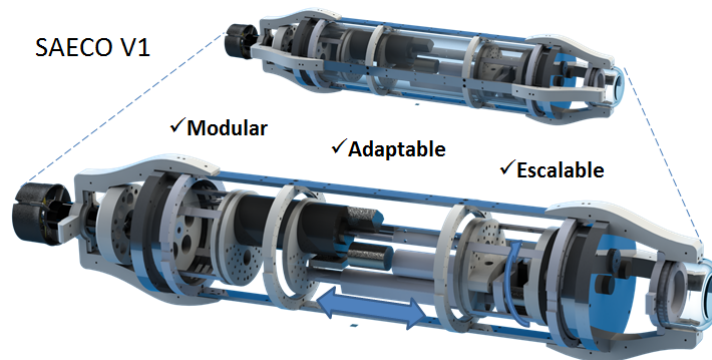


Figura 2.1: Características generales del vehículo Bentos versión 1.

La primera versión del prototipo consiste en la propuesta presentada en [1] y que se muestra como precedente de las mejoras desarrolladas. El trabajo de diseño de la primera versión tuvo como principal objetivo la concepción de una plataforma experimental para

la implementación y prueba de algoritmos de control, que permitiera observar y comprender la dinámica de vehículos sumergibles autónomos de tipo planeador, superando así el obstáculo del elevado costo de este tipo de vehículos disponibles en el mercado. Entre los principales requerimientos que guiaron el desarrollo del proyecto es posible mencionar la facilidad de transporte, robustez suficiente para cumplir con las tareas de experimentación, modularidad, flexibilidad y bajo costo. El Bentos versión 1 es una propuesta de planeador sumergible autónomo que, al igual que los modelos comerciales, emplea el cambio en la relación entre flotabilidad y peso para generar un desplazamiento horizontal, dicho cambio se genera por medio de un tanque de lastre, también se incorpora el control de los ángulos de cabeceo y alabeo a través del desplazamiento de masas internas, por otra parte, el vehículo recibe el complemento de una hélice alineada con el eje longitudinal de prototipo, dándole mayor flexibilidad experimental.

2.1.1. Estructura Externa

El diseño de la estructura externa va más allá de consideraciones de hermeticidad y resistencia mecánica, la proporción en los diferentes ejes, el volumen, la distribución de peso y la simetría de este componente influyen notablemente en el comportamiento del sistema y pueden facilitar o dificultar las tareas de ingeniería y de análisis necesarias para controlar el vehículo. Con respecto al párrafo anterior, se puede mencionar que se fijó una flotabilidad de aproximadamente 21 Kg, lo que es congruente con el objetivo de portabilidad y facilidad de transporte del vehículo, en esta etapa del desarrollo de procuro dar a la estructura flexibilidad para el montaje de sensores, actuadores y eventualmente una cubierta que para mejorar el comportamiento hidrodinámico del prototipo. La estructura principal del prototipo se compone por una cámara hermética diseñada para soportar una presión aproximada de 0.5 MPa equivalente a sumergirse 50 metros en un volumen de agua. Dicho compartimento ha sido construido en acrílico, aluminio y poliamida, como se muestra en la siguiente figura.

Como se puede apreciar, el tubo de acrílico conforma la mayor parte de la estructura, su función es proporcionar un espacio hermético para computadoras, sensores, actuadores y electrónica en general. Se ha dotado al vehículo de tres ejes de simetría y un cuerpo alargado, esto facilita el análisis de la dinámica lateral y longitudinal por separado, como se sugiere en [2]. Otro componente fundamental de la estructura externa es el sistema de sellado en los extremos, compuesto por una brida y una tapa como se muestra a continuación.

En la anterior figura se observa la disposición de las ranuras diseñadas para albergar sellos de nitrilo circulares de tipo o-ring, del lado izquierdo se aprecia el sistema de sello



Figura 2.2: Estructura externa del vehículo Bentos versión 1.

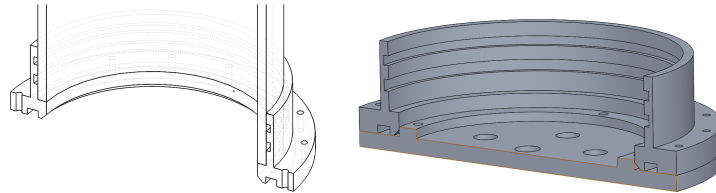


Figura 2.3: Sistema de sellado de Brida y Tapa.

radial de la brida con el tubo de acrílico, del lado derecho se muestra los sellos frontal y esquinado que producen el cierre hermético entre la tapa y la brida. También se aprecian las perforaciones que albergan a los conectores secos. El diseño de las ranuras se realizó considerando la información técnica disponible en [28]

2.1.2. Actuadores, electrónica y sensores.

Como se explica en la sección 3.1, Bentos tiene la capacidad de cambiar su flotabilidad y la posición de su centro de masa, en la versión 1 esta tarea es realizada por los siguientes actuadores.

Tanque de lastre. El tanque de lastre seleccionado para cambiar la flotabilidad del vehículo, tiene una capacidad de 500 mL y consiste en un pistón sellado actuado por un motor de corriente directa de 12 v al que ha sido adaptado un codificador incremental para el control de posición. La dinámica de este actuador es relativamente lenta y su profundidad máxima de operación es de 10 m. El tanque de lastre es un componente esencial del sistema, ya que permite modificar la flotabilidad del vehículo, de forma congruente con la tarea asignada para lograr la mayor eficiencia energética posible.



Figura 2.4: Tanque de lastre empleado para el cambio de flotabilidad.

Actuador de desplazamiento lineal. El cambio de la posición del centro de masa en el eje longitudinal del vehículo, que permite controlar el ángulo de cabeceo, es producido por el desplazamiento de un actuador lineal con una velocidad máxima de desplazamiento de 10 mm/s. Péndulo. El cambio de posición del centro de masa en el eje lateral del vehículo, es generado por el cambio en el ángulo de dos mecanismos de péndulo desarrollados específicamente para esta aplicación y ubicados en los extremos del prototipo. Es importante mencionar que este movimiento también afecta, aunque en menor medida la posición del centro de masa en el eje vertical.

Propela. Para ampliar la capacidad experimental de la plataforma, se dotó al vehículo de una propela externa que permite aplicar fuerza controlada en el eje longitudinal del vehículo. El modelo de la propela seleccionada es el btd-150 de SeaBotix.

Computadora. En la primera versión, la computadora empleada para la comunicación, planeación de trayectorias e implementación de algoritmos de control del vehículo es una Raspberry Pi 2 modelo B, una plataforma de desarrollo de código abierto cuyas características más destacables son un procesador ARM de cuatro núcleos a 900 mhz, 1 GB de memoria RAM a 400mhz, 40 entradas/salidas digitales, 4 puertos USB, puerto Ethernet, entre otras. Microcontrolador. Para la tarea de recabar información de los sensores y la implementación de lazos de control de forma local en los actuadores, se empleó tres microcontroladores AVR Atmega 318 de 16 MHz. Por medio de la plataforma de desarrollo libre Arduino. Esta plataforma ofrece un fácil acceso a los recursos del microcontrolador, entre los que se encuentran, puertos de comunicación serial e I2C, entradas y salidas digitales, entradas analógicas, salidas con capacidad de generar señales PWM por hardware, entre otras. Sensores. El posicionamiento de los vehículos sumergibles es un reto formidable, los sensores y sistemas de posicionamiento pueden llegar a costar cientos de miles de pesos, sin embargo, es posible utilizar sensores de bajo costo para obtener información básica

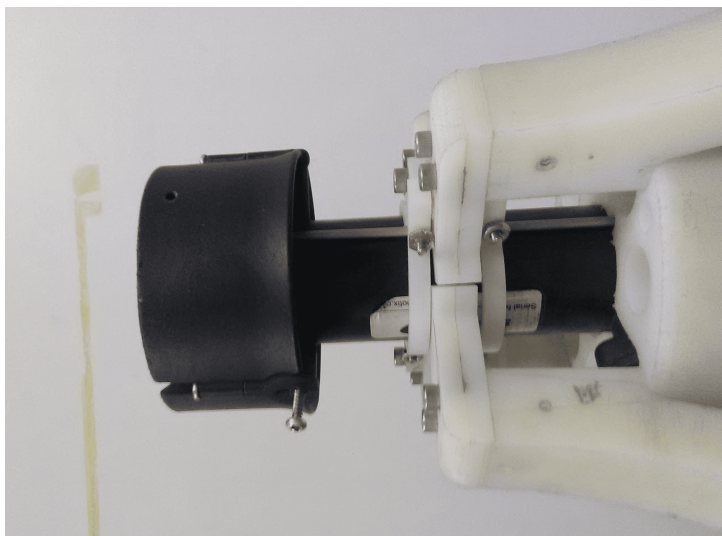


Figura 2.5: Detalle de la propela empleada en el Bentos versión 1 y 1.1.

sobre la posición y orientación del vehículo, en la versión 1 de Bentos, se emplea una unidad de medición inercial modelo mpu-6050, para obtener la orientación del vehículo en ángulos de Euler. Por otra parte, se implementó un sensor de presión modelo bmp180 para obtener información sobre la profundidad a la que se encuentra el vehículo. El control de los actuadores a nivel local requiere de sensores de posicionamiento para los motores de corriente directa, para esta tarea se emplearon codificadores incrementales de 200 pulsos por revolución. Controlador de motor de corriente directa. El control de los motores de los actuadores es producido a través de señales PWM de baja potencia, que son transformadas en señales de alta potencia por los controladores modelo VNH5019, que son circuitos conocidos como puente H, proporcionando un voltaje de 12V y una corriente de hasta 12A. Baterías. La densidad energética de las baterías que proporcionan energía a los distintos sistemas del vehículo es una característica crítica para determinar el tiempo de autonomía del mismo, es por eso que se seleccionaron baterías tipo Li-Po, que ofrecen una excelente relación entre energía y peso.

2.1.3. Estructura interna

El diseño de la estructura interna, que da soporte a los distintos elementos mencionados en la sección anterior, tuvo como guía principal una adecuada distribución del peso dentro del vehículo, para lograr tener un centro de masa alineado con el centro de flotabilidad en sus componentes lateral y longitudinal, lo que facilita el control de la orientación del vehículo;

y por debajo del centro de flotabilidad en el eje vertical, lo que le otorga al vehículo Bentos estabilidad en el ángulo de alabeo. Por otra parte, una correcta distribución de los componentes en el vehículo, ayuda a lograr que los elementos fuera de la diagonal de la matriz de inercia sean pequeños y despreciables. La siguiente figura muestra el diseño de la estructura interna.

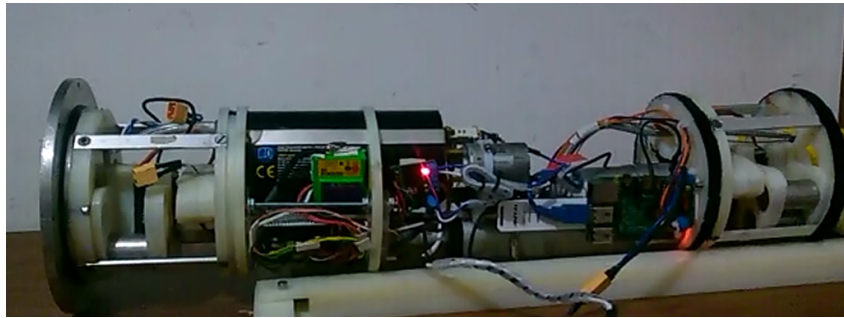


Figura 2.6: Estructura interna del Bentos V1.

2.2. Bentos versión 1.1

En el contexto del presente trabajo se hicieron mejoras y contribuciones al Bentos, en las diversas partes de su estructura, la arquitectura computacional y el sistema electrónico, esto se hizo a partir de la observación del desempeño de la versión 1 en la tarea experimental. Las contribuciones expuestas a continuación se enfocan dar mayor robustez y flexibilidad al sistema.

2.2.1. Estructura externa.

En esta sección del dispositivo se conserva el sistema de sellado y la constitución original de la versión 1, pero se incorporan las alas necesarias para generar el desplazamiento horizontal a través del cambio de flotabilidad, el diseño de las alas se ha realizado considerando la capacidad del lastre y la proporción del vehículo en comparación con los modelos comerciales disponibles. Por otra parte, después de evaluar la relación entre costo y desempeño de los conectores secos disponibles de forma comercial, se lleva a cabo el diseño y fabricación de conectores que permiten el paso de cables al interior del vehículo, manteniendo la hermeticidad, con una décima parte del costo de las alternativas disponibles en el mercado. Es importante mencionar que los conectores desarrollados satisfacen las demandas necesarias para las tareas de Bentos versión 1.1, cuyo uso para la experimen-

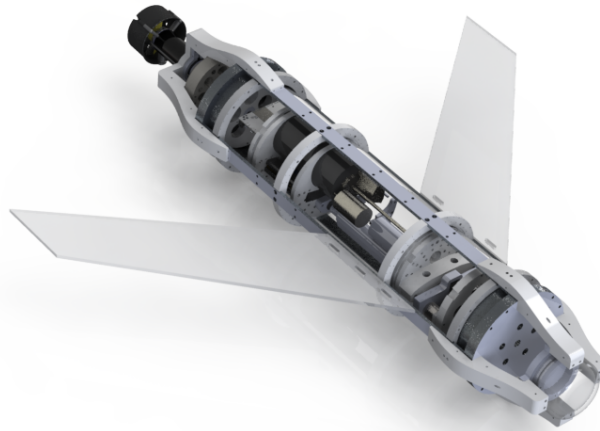


Figura 2.7: Bentos versión 1.1.

tación en baja profundidad en medios controlados eliminan problemas relacionados con corrosión y alta presión.

Del mismo modo, fue diseñado un sistema de soporte hermético para la implementación de un sensor de presión modelo MS-5803 directamente en uno de los extremos del vehículo. Este ensamble ha sido probado con una presión de 0.4 Mpa, equivalente a sumergirse 40 metros en el agua.

2.2.2. Actuadores, electrónica y sensores.

Al sistema electrónico presente en la versión 1 se le hicieron las siguientes mejoras. Actuador de desplazamiento lineal. Se mejora la resolución de posicionamiento del actuador lineal, alcanzando una resolución máxima de $50\mu m$, lo que mejora considerablemente la precisión con la que es posible variar el centro de masa del dispositivo. Péndulo. Al observar el comportamiento de la versión 1 de Bentos, fue posible determinar con mayor precisión el peso y desplazamiento requeridos en las masas móviles, por lo que se conservó solo el péndulo en el extremo frontal, esto hizo posible expandir el espacio disponible para baterías.

Computadora. Se centralizan las tareas de control, almacenamiento, planeación de trayectorias y lectura de sensores en un solo dispositivo, para esto se emplea la computadora

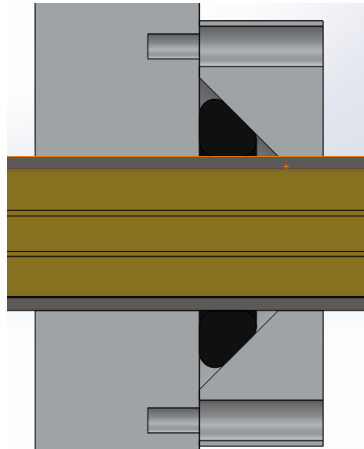


Figura 2.8: Detalle que muestra el sistema de sellado de tres puntos que permite mantener la hermeticidad al introducir cables al interior del vehículo.

modelo NI-MYRIO 1900, que incorpora un procesador de doble núcleo a 667 MHz, con un sistema operativo en tiempo real, conectado a un FPGA modelo Xilinx Z-7010, cuenta con entradas analógicas, salidas analógicas, comunicación serial, I2C, conectividad inalámbrica, entradas/salidas digitales y salidas de pwm. El lenguaje de programación empleado para este dispositivo es LabView de National Instruments. Se incorpora de forma auxiliar un microcontrolador Atmega328 como complemento a las características de la computadora principal.

Sensor de presión. Se introdujo el sensor modelo MS-5803, especialmente diseñado para medir la presión en líquidos y que ofrece un rango de hasta 1.4Mpa.

2.2.3. Estructura interna.

Los cambios introducidos a la estructura interna del Bentos versión 1.1 tienen como objetivo acomodar las modificaciones hechas a los actuadores y electrónica, además de dar mayor rigidez al ensamble para lograr un posicionamiento más preciso de las masas móviles. 3.3 Bentos versión 2. Tras los experimentos realizados con el Bentos versión 1.1 fue posible apreciar el efecto de los cambios propuestos y afinar el diseño de la plataforma experimental, el resultado de las modificaciones hechas a la versión 1.1 se exponen a continuación.

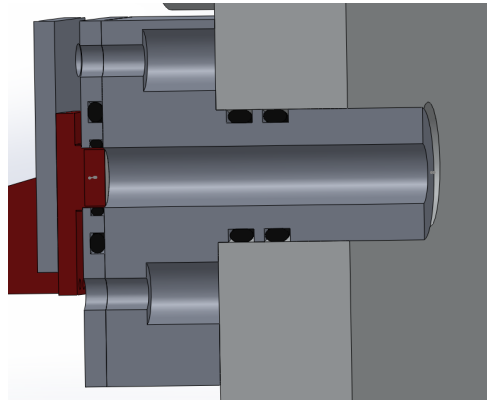
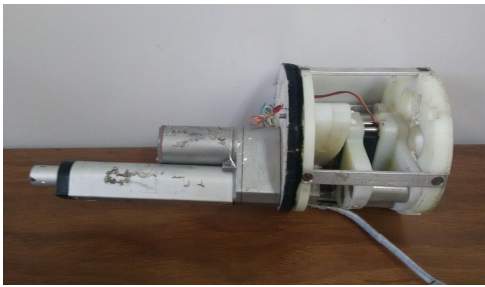


Figura 2.9: Detalle que muestra el sistema de sellado diseñado para el sensor de presión.



(a) Actuador de desplazamiento lineal y mecanismo de péndulo



(b) Computadora embebida NI MyRio

Figura 2.10: Componentes internos Bentos versión 1.1

2.3. Bentos versión 2

El diseño de la cubierta mostrada la figura anterior fue desarrollado con la finalidad de mejorar las características hidrodinámicas del prototipo, manteniendo los ejes de simetría en el vehículo, lo cual es importante si se considera que la trayectoria de planeo se realiza al sumergirse y al emerger, es decir en ambos sentidos del eje vertical.

Por medio de los experimentos realizados en las plataformas de la versión 1 y 1.1, se llegó a la conclusión de que la velocidad de los actuadores correspondientes al movimiento de las masas móviles era insuficiente, a continuación se describen los cambios hechos al respecto.

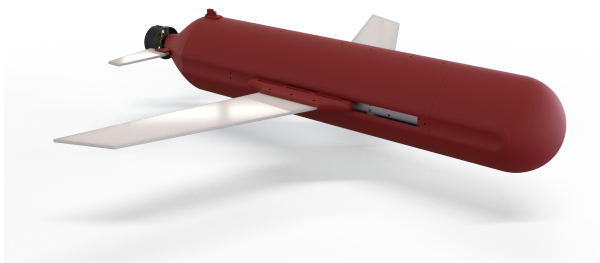


Figura 2.11: Cubierta del Bentos V2.

Actuador de desplazamiento lineal. El actuador de desplazamiento lineal implementado en las versiones 1 y 1.1 del Bentos, es capaz de desplazarse con una velocidad máxima de 10 mm/s, en la versión 2, se ha diseñado un actuador capaz de desplazar la masa móvil con una velocidad máxima de 60 mm/s (240mm/s si es alimentado con 24v) y una resolución de $25\mu m$.

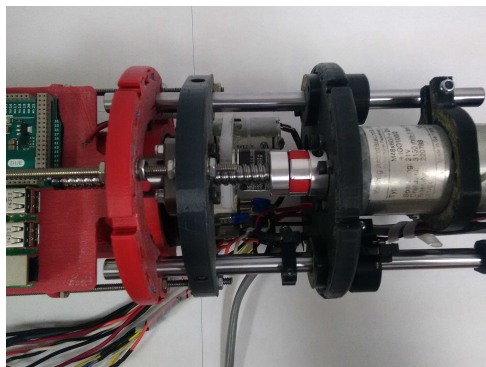


Figura 2.12: Detalle del actuador de desplazamiento lineal del Bentos V2.

En la figura anterior, se observa el actuador de desplazamiento lineal diseñado para esta versión del vehículo, se resolvieron problemas observados en las versiones anteriores. Este actuador posee una mayor velocidad que la versión anterior, además de incorporarse directamente a la estructura interna del vehículo, optimizando el uso del espacio y maximizando la rigidez del ensamble. Para la implementación se ha utilizado un tornillo embalado, también conocido como tornillo o husillo de bolas, de 12 mm de diámetro y un estándar C7 de precisión, este elemento en combinación con los baleros lineales y las barras de acero cromado de 12mm, le otorgan al actuador la rigidez, precisión y repetitividad necesarias para la aplicación. El actuador es impulsado por un motor de corriente directa

modelo M48x60 marca KAG, este motor tiene incorporado un codificador incremental de 200 pulsos por revolución y puede generar 15Ncm a 3300 revoluciones por minuto al alimentarse con un voltaje de 24V y una corriente de 2.75 A. Adicionalmente es pertinente mencionar, que para mantener el costo del proyecto dentro de los límites establecidos, ha sido necesario llevar a cabo la fabricación de los componentes estructurales del ensamble haciendo uso de las herramientas disponibles, la siguiente figura muestra el diseño de un componente diseñado para mantener concéntricos el tubo de acrílico y la masa móvil, teniendo como principal obstáculo la irregularidad de la superficie interna del tubo.

Péndulo. El actuador diseñado para el control del ángulo de alabeo en el Bentos versión 2, tiene una velocidad máxima de 10π rad/s y una resolución de 0.0104 rad (0.6 grados). Se ha buscado una simplificación, que permita una integración eficiente del actuador al ensamble.

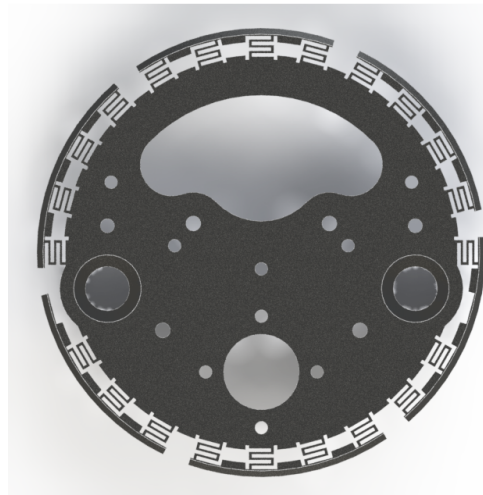


Figura 2.13: Pieza diseñada y manufacturada para el actuador lineal del Bentos V2.

Computadora. Para la versión 2, se implementó la plataforma RaspBerry PI 3, que cuenta con las mismas características básicas que la computadora descrita en la sección 3.1.2, con una mejora en la capacidad de procesamiento (de 900MHz a 1.24 Ghz), y una arquitectura de 64 bits.

El diseño de la estructura interna en esta versión cambió para dar soporte a los nuevos componentes, optimizando el uso del espacio disponible, con la finalidad de expandir la capacidad de almacenamiento de baterías, y así satisfacer el aumento en la demanda de energía causado por la modificación e incorporación de actuadores.

Cuadro 2.1: Características principales del vehículo submarino *Bentos*

| | |
|------------------------|--|
| Masa | 22 kg |
| Dimensiones | 120 cm x 20 cm x 25 cm |
| Tanque de lastre | EA500-12V 540 (volumen de 500 ml). |
| Propulsores | 1 Seabotix BTD150 |
| Actuador lineal | Desplazamiento máximo: 50mm Velocidad máxima: 100 mm/seg |
| Péndulo accionado | Desplazamiento máximo: 120 grados Velocidad máxima: 360 grados/s |
| Energía | 5 baterías Li-Po de 3 celdas de 3000 mAh |
| Sensor de Orientación | Invensense MPU-5060 MEMS Giroscopio y acelerómetro de 3 ejes. Magnetómetro I2C de 3 ejes HMC-5883L |
| Sensor de presión | MS5803-14BA |
| Unidades procesamiento | 1 Raspberry Pi 3 B+ (Comunicación y almacenamiento de datos), 1 MK20DX256VLH7 (filtro IMU), 1 SAM3X8E (lazo de control principal), 5 ATmega32u4 (control local del actuador y otros sensores). |
| Tiempo de muestreo | 1.2 ms (MPU-6050), 1,6 ms (MS5803-14BA) |

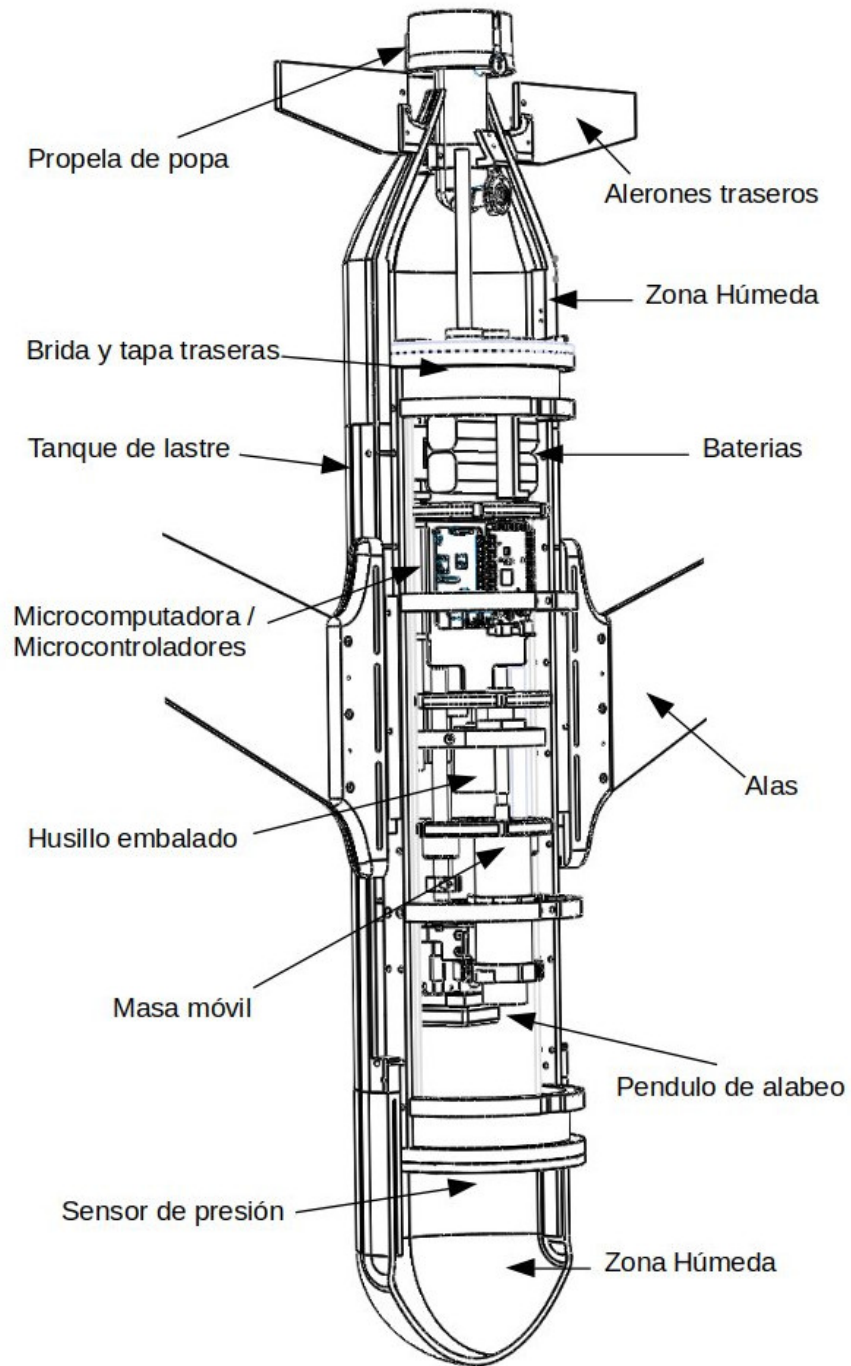


Figura 2.14: Vehículo HAUG Bentos.

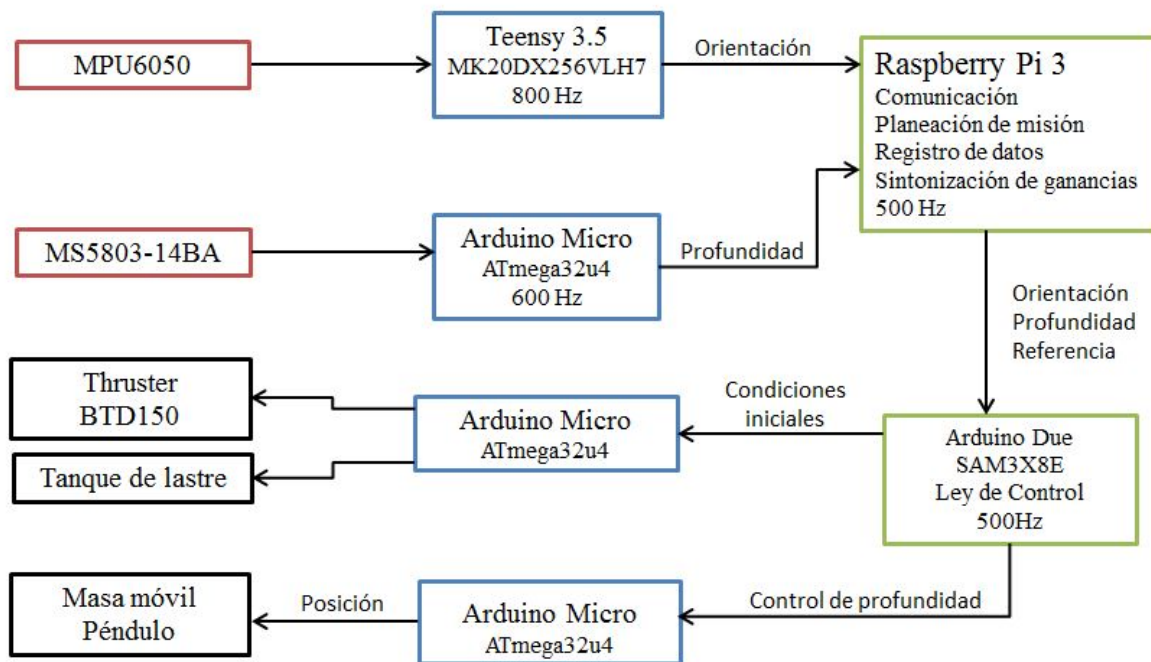


Figura 2.15: Sensores, unidades de procesamiento y actuadores presentes en el HAUG Bentos.

Capítulo 3

Modelado del Planeador Sumergible

Se utilizará el modelo propuesto por Thor I. Fossen para vehículos marinos, ya que los vehículos sumergibles (incluido el planeador sumergible) son un caso particular que abarca este modelo. Dicho modelo se escribe de la siguiente forma [29]:

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= J_{\Theta}(\eta)v \\ M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + g(\eta) + g_0 &= \tau + \tau_{wind} + \tau_{wave}\end{aligned}\tag{3.1}$$

en dónde,

$$\eta = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T v = [u, v, w, p, q, r]^T\tag{3.2}$$

Son los vectores de posición-ángulos de Euler y velocidades respectivamente, utilizadas para describir el movimiento del vehículo en 6 grados de libertad. τ es el vector de fuerzas generalizadas, las matrices $M, C(v)$ y $D(v)$ representan inercia, coriolis y amortiguamiento respectivamente y el vector $g(\eta)$ aglomera las fuerzas correspondientes a la acción de la gravedad y la flotabilidad. Es necesario notar que el vehículo que nos disponemos a analizar opera principalmente bajo la superficie y el sistema de lastre será utilizado de forma dinámica, por lo que τ_{wind}, τ_{wave} y g_0 que representan fuerzas y momentos debidos al viento, olas y calibración estática del lastre, pueden omitirse, resultando en el siguiente modelo:

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= J_{\Theta}(\eta)v \\ M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + g(\eta) &= \tau\end{aligned}\tag{3.3}$$

Esta forma vectorial, propuesta por Fossen, fue inspirada, según el propio autor, en el modelo propuesto para robots manipuladores en [30] y [31], adaptado para su aplicación a vehículos marinos, a continuación se presenta el desarrollo para la obtención del modelo 3.5, como se encuentra descrito en [32] páginas 29-74.

3.1. Cinemática

3.1.1. Marcos de referencia

Obviando la existencia de los marcos de referencia con centro en el Planeta, abordaremos los dos marcos de referencia en los que se desarrollara el trabajo de modelado: NED y BODY, manteniendo la nomenclatura propuesta en [32]. NED: Norte, Este, Profundidad, (NED por sus siglas en inglés), es el sistema de coordenadas $n = (x_n, y_n, z_n)$ con origen en O_n definido como el plano tangente a la superficie de la tierra, con el eje x apuntando hacia el norte, el eje y hacia el este y el eje z hacia abajo, normal a la superficie de la tierra. Este marco es utilizado para la navegación en un área local, en este caso se considera que $\{n\}$ es un marco de referencia inercial. BODY: Es el marco de referencia $\{b\} = (x_b, y_b, z_b)$ fijo en el cuerpo del vehículo y con origen en O_b , este marco se mueve con el planeador y, por simplicidad, los ejes se eligen para coincidir con los principales ejes de inercia. El marco b se describe con respecto al marco inercial n .

$$\eta = \begin{pmatrix} p_{b/n}^n \\ \Theta_{nb} \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} v_{b/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{pmatrix}, \tau = \begin{pmatrix} f_b^b \\ m_b^b \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$\begin{array}{c} \text{Inertia} \\ \underbrace{M(\nu)} \dot{\nu} + \underbrace{\text{Coriolis}}_{C(\nu)} \nu + \underbrace{\text{Damping}}_{D(\nu)} \nu + \underbrace{\text{Gravity/Buoyancy}}_{g(\nu)} = \underbrace{\text{Torque}}_{\tau}, \\ \dot{\eta} = J(\eta)\nu. \end{array} \quad (3.5)$$

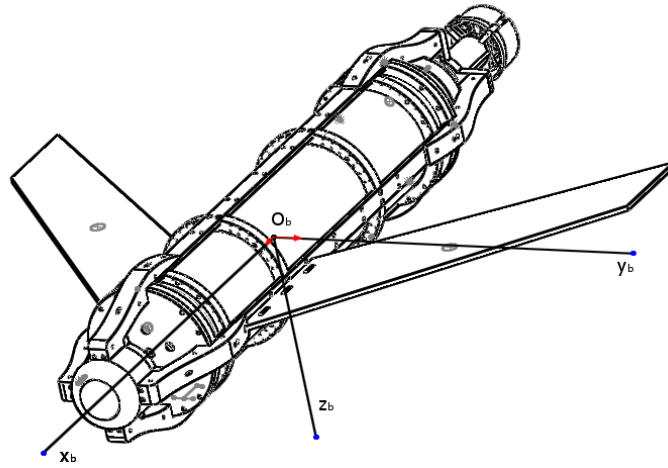
La posición y orientación del vehículo se escriben con respecto a n y las velocidades lineales y angulares con respecto a b . En la figura 3.1 se observa que para simplificar el modelo O_b se seleccionó para coincidir con el centro de flotabilidad del planeador. Definimos los siguientes vectores:

Posición en NED:

$$p_{b/n}^n = \begin{pmatrix} N \\ E \\ D \end{pmatrix} \in R^3 \quad (3.6)$$

Ángulos de Euler:

$$\Theta_{nb} = \begin{pmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} \in R^3 \quad (3.7)$$

Figura 3.1: Marco de referencia b definido en el cuerpo

Velocidad lineal expresada en el cuerpo:

$$v_{b/n}^b = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \in R^3 \quad (3.8)$$

Velocidad angular expresada en el cuerpo:

$$\omega_{b/n}^b = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \in R^3 \quad (3.9)$$

Fuerzas expresadas en el cuerpo:

$$f_{b/n}^b = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \in R^3 \quad (3.10)$$

Momentos expresados en el cuerpo:

$$m_{b/n}^b = \begin{pmatrix} K \\ L \\ M \end{pmatrix} \in R^3 \quad (3.11)$$

Por lo tanto, el movimiento del vehículo en 6 grados de libertad puede expresarse por los siguientes vectores:

$$\eta = \begin{pmatrix} p_{b/n}^n \\ \Theta_{nb} \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} v_{b/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{pmatrix}, \tau = \begin{pmatrix} f_b^b \\ m_b^b \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

3.1.2. Transformación entre BODY y NED

Fossen en [32] retoma el teorema de Euler sobre rotación:

Todo cambio en la orientación relativa de dos cuerpos rígidos o marcos de referencia A y B puede ser descrito por una simple rotación de B en A

Sea $v_{b/n}^b$ un vector fijo en $\{b\}$ y $v_{b/n}^n$ un vector fijo en $\{n\}$, entonces el vector $v_{b/n}^n$ puede expresarse en términos del vector $v_{b/n}^b$, el vector $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]$, $||\lambda|| = 1$, paralelo al eje de rotación y el ángulo β que $\{n\}$ es rotado. Esta rotación es:

$$v_{b/n}^n = R_b^n v_{b/n}^b, R_b^n := R_{\lambda, \beta} \quad (3.13)$$

En la anterior ecuación $R_{\lambda, \beta}$ es la matriz de rotación correspondiente a la rotación de β alrededor del eje λ . La rotación alrededor de un vector arbitrario puede obtenerse por medio de la fórmula de Rodrigues para rotación [33] en su forma matricial:

$$R_{\lambda, \beta} = I_{3 \times 3} + \sin(\beta)S(\lambda) + [1 - \cos(\beta)]S^2(\lambda) \quad (3.14)$$

En la ecuación anterior, $I_{3 \times 3}$ es la matriz identidad y $S(\lambda)$ está definida como:

$$S(\lambda) = -S^T(\lambda) = \begin{pmatrix} 0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Definido lo anterior, es posible utilizar los ángulos de Euler (ϕ, θ, ψ) para trasladar al vector $v_{b/n}^b$ (expresado en $\{b\}$) al marco de referencia $\{n\}$. Sea $R_b^n(\Theta_{nb})$ la matriz de rotación de los ángulos de Euler, entonces,

$$v_{b/n}^n = R_b^n(\Theta_{nb})v_{b/n}^b \quad (3.16)$$

Para obtener la matriz de rotación $R_b^n(\Theta_{nb})$, primero se buscan las matrices de rotación correspondientes a los ejes x , y y z . Para el eje x , se selecciona $\lambda = [1, 0, 0]^T$ y $\beta = \phi$, retomando (2.8) tenemos,

$$\begin{aligned}
 R_{11} &= [1 - \cos(\phi)] \cdot 1 + \cos(\phi) = 1 \\
 R_{22} &= [1 - \cos(\phi)] \cdot 0 + \cos(\phi) = \cos(\phi) \\
 R_{33} &= [1 - \cos(\phi)] \cdot 0 + \cos(\phi) = \cos(\phi) \\
 R_{12} &= [1 - \cos(\phi)] \cdot 0 - 0 \cdot \sin(\phi) = 0 \\
 R_{21} &= [1 - \cos(\phi)] \cdot 0 + 0 \cdot \sin(\phi) = 0 \\
 R_{23} &= [1 - \cos(\phi)] \cdot 0 - 1 \cdot \sin(\phi) = -\sin(\phi) \\
 R_{32} &= [1 - \cos(\phi)] \cdot 0 + 1 \cdot \sin(\phi) = \sin(\phi) \\
 R_{31} &= [1 - \cos(\phi)] \cdot 0 - 0 \cdot \sin(\phi) = 0 \\
 R_{13} &= [1 - \cos(\phi)] \cdot 0 + 0 \cdot \sin(\phi) = 0
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

En el caso del eje y , seleccionamos $\lambda = [0, 1, 0]^T$ y $\beta = \theta$, entonces,

$$\begin{aligned}
 R_{11} &= [1 - \cos(\theta)] \cdot 0 + \cos(\theta) = \cos(\theta) \\
 R_{22} &= [1 - \cos(\theta)] \cdot 1 + \cos(\theta) = 1 \\
 R_{33} &= [1 - \cos(\theta)] \cdot 0 + \cos(\theta) = \cos(\theta) \\
 R_{12} &= [1 - \cos(\theta)] \cdot 0 - 0 \cdot \sin(\theta) = 0 \\
 R_{21} &= [1 - \cos(\theta)] \cdot 0 + 0 \cdot \sin(\theta) = 0 \\
 R_{23} &= [1 - \cos(\theta)] \cdot 0 - 0 \cdot \sin(\theta) = 0 \\
 R_{32} &= [1 - \cos(\theta)] \cdot 0 + 0 \cdot \sin(\theta) = 0 \\
 R_{31} &= [1 - \cos(\theta)] \cdot 0 - 1 \cdot \sin(\theta) = -\sin(\theta) \\
 R_{13} &= [1 - \cos(\theta)] \cdot 0 + 1 \cdot \sin(\theta) = \sin(\theta)
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Por ultimo para el eje z , definimos $\lambda = [0, 0, 1]^T$ y $\beta = \psi$, por lo que,

$$\begin{aligned}
 R_{11} &= [1 - \cos(\psi)] \cdot 0 + \cos(\psi) = \cos(\psi) \\
 R_{22} &= [1 - \cos(\psi)] \cdot 0 + \cos(\psi) = \cos(\psi) \\
 R_{33} &= [1 - \cos(\psi)] \cdot 1 + \cos(\psi) = 1 \\
 R_{12} &= [1 - \cos(\psi)] \cdot 0 - 1 \cdot \sin(\psi) = -\sin(\psi) \\
 R_{21} &= [1 - \cos(\psi)] \cdot 0 + 1 \cdot \sin(\psi) = \sin(\psi) \\
 R_{23} &= [1 - \cos(\psi)] \cdot 0 - 0 \cdot \sin(\psi) = 0 \\
 R_{32} &= [1 - \cos(\psi)] \cdot 0 + 0 \cdot \sin(\psi) = 0 \\
 R_{31} &= [1 - \cos(\psi)] \cdot 0 - 0 \cdot \sin(\psi) = 0 \\
 R_{13} &= [1 - \cos(\psi)] \cdot 0 + 0 \cdot \sin(\psi) = 0
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Las matrices principales de rotación son entonces,

$$R_{x,\phi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

$$R_{y,\theta} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

$$R_{z,\psi} = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Ahora es posible definir $R_b^n(\Theta_{nb})$. En aplicaciones de control para navegación es común emplear la convención zyx de $\{n\}$ a $\{b\}$. Esto es,

$$R_b^n(\Theta_{nb}) := R_{z,\psi} R_{y,\theta} R_{x,\phi} \quad (3.23)$$

Expandiendo la última expresión se obtiene,

$$R_b^n(\Theta_{nb}) := \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \sin \theta \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \theta \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

El vector de velocidad $v_{b/n}^b$ puede expresarse en $\{n\}$ de la siguiente forma,

$$\dot{p}_{b/n}^n = R_b^n(\Theta_{nb}) v_{b/n}^b \quad (3.25)$$

En donde $\dot{p}_{b/n}^n$ es el vector de velocidad en $\{n\}$, la ecuación 3.25 se puede expandir del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \dot{N} &= u \cos(\psi) \cos(\theta) + v[\cos(\psi) \sin(\theta) \sin(\phi) - \sin(\psi) \cos(\phi)] \\ &+ w[\sin(\psi) \sin(\phi) + \cos(\psi) \cos(\phi) \sin(\theta)] \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \dot{E} &= u \sin(\psi) \cos(\theta) + v[\cos(\psi) \cos(\phi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi)] \\ &+ w[\sin(\theta) \sin(\psi) \cos(\phi) + \cos(\psi) \sin(\phi)] \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\dot{D} = -u \sin(\theta) + v \cos(\theta) \sin(\phi) + w \cos(\theta) \cos(\phi) \quad (3.28)$$

El vector de velocidad angular $\omega_{b/n}^b = [p, q, r]^T$ y el vector de ángulos de Euler, se relacionan por medio de la matriz de transformación $T_{\Theta}(\Theta_{nb})$ del modo siguiente.

$$\dot{\Theta}_{nb} = T_{\Theta}(\Theta_{nb})\omega_{b/n}^b \quad (3.29)$$

Es importante recordar que estamos hablando de ángulos de Euler, entonces, si trasladamos $\{n\}$ hasta que su origen coincida con el origen de $\{b\}$, obtenemos un sistema de coordenadas $x_3y_3z_3$, ahora el ángulo de guiñada (ψ) se aplica con respecto al eje z, obteniendo un nuevo sistema $x_2y_2z_2$, rotamos ahora un ángulo de cabeceo (θ) alrededor del eje y_2 generando un nuevo sistema de coordenadas $x_1y_1z_1$. Finalmente rotamos un ángulo de alabeo (ϕ) con respecto al eje x_1 , el sistema resultante es el marco $\{b\}$. Con el análisis anterior podemos concluir lo siguiente.

$$\omega_{b/n}^b = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + R_{x,\phi}^T \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + R_{x,\phi}^T R_{y,\phi}^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Por lo tanto,

$$T_{\Theta}^{-1}(\Theta_{nb}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Entonces,

$$T_{\Theta}(\Theta_{nb}) = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Aplicando 3.30 a 3.27 se obtiene:

$$\dot{\phi} = p + q \sin(\phi) \tan(\theta) + r \cos(\phi) \tan(\theta) \quad (3.33)$$

$$\dot{\theta} = q \cos(\phi) - r \sin(\phi) \quad (3.34)$$

$$\dot{\psi} = q \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} + r \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \quad (3.35)$$

Ahora es posible escribir las ecuaciones cinemáticas en 6 grados de libertad:

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_{b/n}^n \\ \dot{\Theta}_{nb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_b^n(\Theta_{nb}) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T_{\Theta}(\Theta_{nb}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{b/n}^v \\ \omega_{b/n}^b \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

El resultado anterior es equivalente a la primera línea de 3.3 :

$$\dot{\eta} = J_{\Theta}(\eta)v \quad (3.37)$$

3.2. Dinámica

El modelo dinámico para el planeador sumergible presentado aquí, al igual que el cinemático, sigue la línea de razonamiento presentada en [32] (páginas 29-74). Haremos uso de los siguientes términos: Segunda ley de Newton:

$$m\dot{v}_{g/i} = \vec{f}_g \quad (3.38)$$

Primer y segundo axioma de Euler:

$$\frac{{}^i d}{dt} \vec{p}_g = \vec{f}_g \vec{p}_g = m \vec{v}_{g/i} \quad (3.39)$$

$$\frac{{}^i d}{dt} \vec{h}_g = \vec{m}_g \vec{h}_g = I_g \vec{\omega}_{b/i} \quad (3.40)$$

La operación producto cruz:

$$\lambda \times a := S(\lambda)a \quad (3.41)$$

$$S(\lambda) = -S^T(\lambda) = \begin{pmatrix} 0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

Los vectores $\vec{r}_{b/n}, \vec{r}_g, \vec{r}_{g/n}$, vector de distancia del origen de $\{n\}$ a un punto CO en el cuerpo, vector de distancia del punto CO en el cuerpo al Centro de gravedad (CG) del vehículo y vector de distancia del origen de $\{n\}$ a CG en el vehículo respectivamente.

Recordemos también que la derivada con respecto al tiempo del vector \vec{a} en el marco móvil $\{b\}$ puede representarse por:

$$\frac{{}^i d}{dt} \vec{a} = \frac{{}^b d}{dt} \vec{a} + \vec{\omega}_{b/i} \times \vec{a} \quad (3.43)$$

3.2.1. Movimiento de Traslación y Rotación con respecto a CG

De 3.39 y 3.43 se tiene:

$$\begin{aligned}
 \vec{f}_g &= \frac{{}^i d}{dt}(m\vec{v}_{g/n}) \\
 &= \frac{{}^b d}{dt}(m\vec{v}_{g/n}) + m\vec{\omega}_{b/n} \times \vec{v}_{g/n} \\
 &= m(\dot{v}_{g/n} + \vec{\omega}_{b/n} \times \vec{v}_{g/n})
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

Por lo que, haciendo uso de 3.41, el movimiento de traslación expresado en $\{b\}$ con respecto a CG es:

$$m(\dot{v}_{g/n} + S(\omega_{b/n}^b)v_{g/n}^b) = f_g^b \tag{3.45}$$

Para las ecuaciones de la dinámica de rotación, se emplea 3.40 y 3.43 para obtener:

$$\begin{aligned}
 \vec{m}_g &= \frac{{}^i d}{dt}(I_g\vec{\omega}_{b/n}) \\
 &= \frac{{}^b d}{dt}(I_g\vec{\omega}_{b/n}) + \vec{\omega}_{b/n} \times I_g\vec{\omega}_{b/n} \\
 &= I_g\dot{\omega}_{b/n} - (I_g\vec{\omega}_{b/n}) \times \vec{\omega}_{b/n}
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

De la Expresión anterior, haciendo uso de 3.41 se obtiene:

$$I_g\dot{\omega}_{b/n}^b - S(I_g\omega_{b/n}^b)\omega_{b/n}^b = m_g^b \tag{3.47}$$

En donde I_g es la matriz de inercia del vehículo con respecto a CG. Las ecuaciones de movimiento con respecto a CG, 3.45 y 3.47, pueden escribirse en forma matricial de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} mI_{3x3} & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & I_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v}_{g/n}^b \\ \dot{\omega}_{b/n}^b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} mS(\omega_{b/n}^b) & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & -S(I_g\omega_{b/n}^b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{g/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_g^b \\ m_g^b \end{pmatrix} \tag{3.48}$$

O de forma más compacta:

$$M_{RB}^{CG} \begin{pmatrix} \dot{v}_{g/n}^b \\ \dot{\omega}_{b/n}^b \end{pmatrix} + C_{RB}^{CG} \begin{pmatrix} v_{g/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_g^b \\ m_g^b \end{pmatrix} \tag{3.49}$$

3.2.2. 2.2.2 Movimiento de Traslación y Rotación con respecto a CO

Ahora, nos interesa definir estas ecuaciones de movimiento con respecto a un punto CO en el cuerpo. Con la definición de los vectores $\vec{r}_{b/n}, \vec{r}_g, \vec{r}_{g/n}$ y utilizando 3.43 , bajo la

consideración de que el vehículo es un cuerpo rígido podemos escribir:

$$\begin{aligned} v_{g/n}^b &= v_{b/n}^b + \omega_{b/n}^b \times r_g^b \\ &= v_{b/n}^b - r_g^b \times \omega_{b/n}^b \\ &= v_{b/n}^b + S^T(r_g^b)\omega_{b/n}^b \end{aligned} \quad (3.50)$$

En donde $r_g^b = [x_g, y_g, z_g]^T$, Definimos la matriz de transformación:

$$H(r_g^b) := \begin{pmatrix} I_{3 \times 3} & S^T(r_g^b) \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{pmatrix}, H^T(r_g^b) := \begin{pmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ S^T(r_g^b) & I_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

De modo que:

$$\begin{pmatrix} v_{g/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{pmatrix} = H(r_g^b) \begin{pmatrix} v_{b/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

Empleando la matriz de transformación $H(r_g^b)$ podemos llevar a 3.49 de CG a CO, obteniendo como resultado.

$$H^T(r_g^b)M_{RB}^{CG}H(r_g^b) \begin{pmatrix} \dot{v}_{b/n}^b \\ \dot{\omega}_{b/n}^b \end{pmatrix} + H^T(r_g^b)C_{RB}^{CG}H(r_g^b) \begin{pmatrix} v_{b/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{pmatrix} = H^T(r_g^b) \begin{pmatrix} f_g^b \\ m_g^b \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

De la expresión anterior se pueden agrupar los siguientes términos para formar las matrices:

$$M_{RB}^{CO} := H^T(r_g^b)M_{RB}^{CG}H(r_g^b) \quad (3.54)$$

$$C_{RB}^{CO} := H^T(r_g^b)C_{RB}^{CG}H(r_g^b) \quad (3.55)$$

Al expandir 3.54 y 3.55 se obtiene la siguiente expresión:

$$M_{RB}^{CO} = \begin{pmatrix} mI_{3 \times 3} & -mS(r_g^b) \\ mS(r_g^b) & I_g - mS^2(r_g^b) \end{pmatrix} \quad (3.56)$$

$$C_{RB}^{CO} = \begin{pmatrix} mS(\omega_{b/n}^b) & -mS(\omega_{b/n}^b)S(r_g^b) \\ mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b) & -S((I_g - mS^2(r_g^b))\omega_{b/n}^b) \end{pmatrix} \quad (3.57)$$

Por lo tanto, 3.53 puede escribirse del modo siguiente:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} mI_{3 \times 3} & -mS(r_g^b) \\ mS(r_g^b) & I_g - mS^2(r_g^b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v}_{b/n}^b \\ \dot{\omega}_{b/n}^b \end{pmatrix} + \\ & \begin{pmatrix} mS(\omega_{b/n}^b) & -mS(\omega_{b/n}^b)S(r_g^b) \\ mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b) & -S((I_g - mS^2(r_g^b))\omega_{b/n}^b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{b/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{pmatrix} = H^T(r_g^b) \begin{pmatrix} f_g^b \\ m_g^b \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.58)$$

Analizando la primera fila de la ecuación anterior, se obtiene para el movimiento de traslación lo siguiente:

$$mI_{3x3}\dot{v}_{b/n}^b - mS(r_g^b)\dot{\omega}_{b/n}^b + mS(\omega_{b/n}^b)v_{b/n}^b - mS(\omega_{b/n}^b)S(r_g^b)\omega_{b/n}^b = f_g^b \quad (3.59)$$

Reescribiendo 3.59 empleando el hecho de que $S^T(a)b = -S(a)b = S(b)a$ y $f_g^b = f_b^b$, obtenemos:

$$m(\dot{v}_{b/n}^b + S(\dot{\omega}_{b/n}^b)r_g^b + S(\omega_{b/n}^b)v_{b/n}^b + S^2(\omega_{b/n}^b)r_g^b) = f_b^b \quad (3.60)$$

Ahora deseamos trasladar nuestras ecuaciones de movimiento rotacional de CG a CO. Para esto, expresaremos a I_g con respecto a CO haciendo uso del teorema de ejes paralelos que establece lo siguiente: La matriz de inercia $I_b = I_b^T \in R^{3x3}$ con respecto a un origen arbitrario es:

$$I_b = I_g - mS^2(r_g^b) = I_g - m(r_g^b(r_g^b)^T - (r_g^b)^T r_g^b I_{3x3}) \quad (3.61)$$

Tomando la segunda fila de 3.58, se obtiene:

$$mS(r_g^b)\dot{v}_{b/n}^b + (I_g - mS^2(r_g^b))\dot{\omega}_{b/n}^b + mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b)v_{b/n}^b - S((I_g - mS^2(r_g^b))\omega_{b/n}^b)\omega_{b/n}^b = S(r_g^b)f_g^b + m_b^b \quad (3.62)$$

Empleando 3.61 y las propiedades del operador $S(a)b$ descritas con anterioridad, 3.62 puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & mS(r_g^b)\dot{v}_{b/n}^b + I_b\dot{\omega}_{b/n}^b + mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b)v_{b/n}^b - S(I_b\omega_{b/n}^b)\omega_{b/n}^b \\ & = I_b\dot{\omega}_{b/n}^b + S(\omega_{b/n}^b)I_b\omega_{b/n}^b + mS(r_g^b)\dot{v}_{b/n}^b + mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b)v_{b/n}^b = m_b^b \end{aligned} \quad (3.63)$$

Las ecuaciones 3.60 y 3.63 son el resultado de la descomposición de 3.58 para poder analizar por separado la transformación de CG a CO del movimiento de rotación y de traslación, y es posible expandirlas para obtener las 6 ecuaciones que describen la dinámica del vehículo en 6 grados de libertad, sin embargo, es más conveniente retomar la forma vectorial del modelo agregando los resultados obtenidos del análisis. El modelo resultante es el siguiente:

$$\begin{pmatrix} mI_{3x3} & -mS(r_g^b) \\ mS(r_g^b) & \tilde{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v}_{b/n}^b \\ \dot{\omega}_{b/n}^b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} mS(\omega_{b/n}^b) & -mS(\omega_{b/n}^b)S(r_g^b) \\ mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b) & -S(\tilde{I}\omega_{b/n}^b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{b/n}^b \\ \omega_{b/n}^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_b^b \\ m_b^b \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

En donde $\tilde{I} = I_b$, estando I_b definida por la ecuación 3.61. Definimos ahora las matrices:

$$M_{RB} = \begin{pmatrix} mI_{3 \times 3} & -mS(r_g^b) \\ mS(r_g^b) & \tilde{I} \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

$$C_{RB} = \begin{pmatrix} mS(\omega_{b/n}^b) & -mS(\omega_{b/n}^b)S(r_g^b) \\ mS(r_g^b)S(\omega_{b/n}^b) & -S(\tilde{I}\omega_{b/n}^b) \end{pmatrix} \quad (3.66)$$

Y el vector:

$$\tau = \begin{pmatrix} f_b^b \\ m_b^b \end{pmatrix} \quad (3.67)$$

La matriz M_{RB} es única y tiene la siguiente propiedad:

$$M_{RB} = M_{RB}^T > 0 \quad (3.68)$$

La matriz C_{RB} puede representarse de varias formas, sin embargo debe cumplir con la propiedad anti simétrica:

$$C_{RB}(v) = -C_{RB}^T(v) \quad (3.69)$$

Tras el razonamiento expuesto en esta sección hemos llegado al siguiente modelo:

$$M_{RB}\dot{v} + C_{RB} = \tau \quad (3.70)$$

3.3. Fuerzas de Restauración

Las fuerzas de restauración que influyen en el movimiento de los vehículos sumergibles dependen del volumen del vehículo, su masa y la localización de su centro de flotabilidad con respecto a su centro de masa.

En la figura 3.2, la fuerza f_g^n es la fuerza debida a la gravedad, actuando en CG, recordemos que CG encuentra definido por el vector r_g^b con respecto a CO. Por otra parte, f_b^b es la fuerza de flotabilidad actuando en CB definido por el vector $r_b^b = [x_b, y_b, z_b]$, también con respecto a CO en $\{b\}$. Considerando z como positivo en dirección de la fuerza de gravedad es posible definir las fuerzas de restauración de la siguiente manera.

$$f_g^n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{pmatrix} \text{ y } f_b^n = - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} \quad (3.71)$$

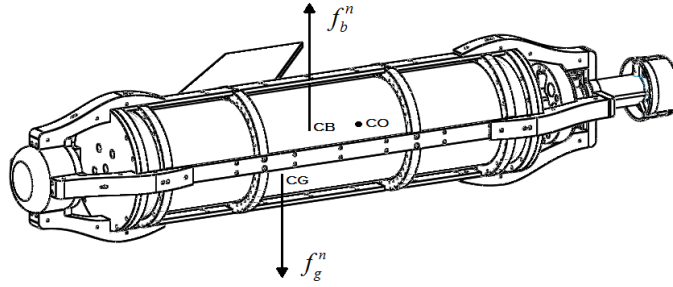


Figura 3.2: Fuerzas debidas a la gravedad y flotabilidad actuando en el centro de gravedad y flotabilidad del vehículo respectivamente.

Las ecuaciones anteriores se encuentran definidas en $\{\eta\}$. Representando la masa del vehículo, la aceleración de la gravedad, la densidad del agua y el volumen desplazado por el vehículo, respectivamente por medio de las siguientes variables: $m, g, \rho y \nabla$, entonces los términos W y B son:

$$W = mg, B = \rho g \nabla \quad (3.72)$$

En la sección 3.1.2, se utilizó la matriz de transformación $R_b^n(\Theta_{nb})$ para trasladar al vector $v_{b/n}^b$ (expresado en $\{b\}$) al marco de referencia $\{n\}$, basados en ese resultado, transformaremos a los vectores de fuerza f_g^n y f_b^n para poder expresarlos en $\{b\}$ de la siguiente forma:

$$f_g^b = R_b^n(\Theta_{nb})^{-1} f_g^n \quad (3.73)$$

$$f_b^b = R_b^n(\Theta_{nb})^{-1} f_b^n \quad (3.74)$$

Ahora generamos el vector de fuerzas y momentos:

$$\tau_g = \begin{pmatrix} f_g^b + f_b^b \\ r_g^b \times f_g^b + r_b^b \times f_b^b \end{pmatrix} \quad (3.75)$$

Tomando en cuenta el modelo expresado por 3.3, es posible ver que τ_g es en realidad $g(\eta)$ y que además es preferible tenerlo del lado izquierdo en la segunda ecuación de 3.3. Por lo tanto.

$$g(\eta) = - \begin{pmatrix} f_g^b + f_b^b \\ r_g^b \times f_g^b + r_b^b \times f_b^b \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

Combinando 3.76 con 3.73 y 3.74 obtenemos:

$$g(\eta) = - \left(\begin{array}{c} R_b^n(\Theta_{nb})^{-1}(f_g^n + f_b^n) \\ r_g^b \times R_b^n(\Theta_{nb})^{-1}f_g^n + r_b^b \times R_b^n(\Theta_{nb})^{-1}f_b^n \end{array} \right) \quad (3.77)$$

Ya que $R_b^n(\Theta_{nb})$ es una matriz de rotación, tiene la siguiente propiedad [29] y [33]:

$$R_b^n(\Theta_{nb})^{-1} = R_b^n(\Theta_{nb})^T \quad (3.78)$$

Por lo que,

$$R_b^n(\Theta_{nb})^{-1} = \left(\begin{array}{ccc} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \sin \theta & -\cos \psi \sin \phi + \sin \theta \sin \psi \cos \phi & \cos \theta \cos \phi \end{array} \right) \quad (3.79)$$

Expandiendo 3.77 con ayuda de 3.79 se obtiene lo siguiente,

$$g(\eta)_{11} = R_b^n(\Theta_{nb})^{-1} \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ W - B \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} (W - B) \sin \theta \\ -(W - B) \cos \theta \sin \phi \\ -(W - B) \cos \theta \cos \phi \end{array} \right) \quad (3.80)$$

Para $g(\eta)_{12}$ tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} g(\eta)_{12} &= -[r_g^b \times R_b^n(\Theta_{nb})^{-1}f_g^n + r_b^b \times R_b^n(\Theta_{nb})^{-1}f_b^n] \\ &= -S(r_g^b)R_b^n(\Theta_{nb})^{-1}f_g^n - S(r_b^b)R_b^n(\Theta_{nb})^{-1}f_b^n \end{aligned} \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned} -S(r_g^b)R_b^n(\Theta_{nb})^{-1}f_g^n &= - \left(\begin{array}{ccc} 0 & -z_g & y_g \\ z_g & 0 & -x_g \\ -y_g & x_g & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} -(W) \sin \theta \\ (W) \cos \theta \sin \phi \\ (W) \cos \theta \cos \phi \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{c} z_g(W) \cos \theta \sin \phi - y_g(W) \cos \theta \cos \phi \\ z_g(W) \sin \theta + x_g(W) \cos \theta \cos \phi \\ -y_g(W) \sin \theta - x_g(W) \cos \theta \sin \phi \end{array} \right) \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} -S(r_b^b)R_b^n(\Theta_{nb})^{-1}f_b^n &= - \left(\begin{array}{ccc} 0 & -z_b & y_b \\ z_b & 0 & -x_b \\ -y_b & x_b & 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} (B) \sin \theta \\ -(B) \cos \theta \sin \phi \\ -(B) \cos \theta \cos \phi \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{c} -z_b(B) \cos \theta \sin \phi + y_b(B) \cos \theta \cos \phi \\ -z_b(B) \sin \theta - x_b(B) \cos \theta \cos \phi \\ +y_b(B) \sin \theta + x_b(B) \cos \theta \sin \phi \end{array} \right) \end{aligned} \quad (3.83)$$

Entonces:

$$g(\eta)_{12} = \begin{pmatrix} (z_g W - z_b B) \cos \theta \sin \phi - (y_g W - y_b B) \cos \theta \cos \phi \\ (z_g W - z_b B) \sin \theta + (x_g W - x_b B) \cos \theta \cos \phi \\ -(y_g W - y_b B) \sin \theta - (x_g W - x_b B) \cos \theta \sin \phi \end{pmatrix} \quad (3.84)$$

De modo que:

$$g(\eta) = \begin{pmatrix} (W - B) \sin \theta \\ -(W - B) \cos \theta \sin \phi \\ -(W - B) \cos \theta \cos \phi \\ (z_g W - z_b B) \cos \theta \sin \phi - (y_g W - y_b B) \cos \theta \cos \phi \\ (z_g W - z_b B) \sin \theta + (x_g W - x_b B) \cos \theta \cos \phi \\ -(y_g W - y_b B) \sin \theta - (x_g W - x_b B) \cos \theta \sin \phi \end{pmatrix} \quad (3.85)$$

Agregando este nuevo término a 3.70 obtenemos el siguiente modelo:

$$M_{RB} \dot{v} + C_{RB} v + g(\eta) = \tau \quad (3.86)$$

3.4. Masa Agregada y fuerzas de Coriolis relacionadas.

Ahora consideraremos las fuerzas ejercidas en el vehículo por el fluido en el que se desplaza. El movimiento del cuerpo del planeador genera un movimiento en el agua que lo rodea, teniendo esta que desplazarse para permitir el paso del vehículo, el resultado es que se le suministra al fluido energía cinética, en [32] se considera el caso de un vehículo completamente sumergido y se emplean las ecuaciones de Kirchhoff para relacionar la energía cinética en el fluido descrita por:

$$T = \frac{1}{2} v^T M v \quad (3.87)$$

con las fuerzas y momentos experimentados en el vehículo del modo siguiente:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial v_1} \right) + S(v_2) \frac{\partial T}{\partial v_1} = \tau_1 \quad (3.88)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial v_2} \right) + S(v_2) \frac{\partial T}{\partial v_2} + S(v_1) \frac{\partial T}{\partial v_1} = \tau_1 \quad (3.89)$$

En las ecuaciones anteriores $v_1 = [u, v, w]^T$ y $v_2 = [p, q, r]^T$ son velocidades lineales y angulares expresadas en $\{b\}$, además $\tau_1 = [X, Y, Z]^T$ y $\tau_2 = [K, M, N]^T$ son fuerzas y momentos expresados también en $\{b\}$, además es importante recordar que M en 3.87 es una matriz simétrica. Descomponiendo 3.88 y 3.89 obtenemos las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} X &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right) - r \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right) + q \left(\frac{\partial T}{\partial w} \right) \\ Y &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right) + r \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) - p \left(\frac{\partial T}{\partial w} \right) \\ Z &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial w} \right) - q \left(\frac{\partial T}{\partial u} \right) + p \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right) \end{aligned} \quad (3.90)$$

$$\begin{aligned} K &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right) - r \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right) + q \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) - w \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right) + v \left(\frac{\partial T}{\partial w} \right) \\ M &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right) + r \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right) - p \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) + w \left(\frac{\partial T}{\partial u} \right) - u \left(\frac{\partial T}{\partial w} \right) \\ N &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) - q \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right) + p \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right) - v \left(\frac{\partial T}{\partial u} \right) + u \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right) \end{aligned} \quad (3.91)$$

Extendiendo 3.90 y 3.91, recordando además que M es una matriz simétrica, se obtiene:

$$\begin{aligned} X &= M_{11}\dot{u} + M_{12}\dot{v} + M_{13}\dot{w} + M_{14}\dot{p} + M_{15}\dot{q} + M_{16}\dot{r} - r[M_{24}p + M_{25}q + M_{26}r \\ &\quad + M_{21}u + M_{22}v + M_{23}w] + q[M_{34}p + M_{35}q + M_{36}r + M_{31}u + M_{32}v + M_{33}w] \\ Y &= M_{21}\dot{u} + M_{22}\dot{v} + M_{23}\dot{w} + M_{24}\dot{p} + M_{25}\dot{q} + M_{26}\dot{r} + r[M_{11}u + M_{12}v + M_{13}w \\ &\quad + M_{14}p + M_{15}q + M_{16}r] - p[M_{34}p + M_{35}q + M_{36}r + M_{31}u + M_{32}v + M_{33}w] \\ Z &= M_{31}\dot{u} + M_{32}\dot{v} + M_{33}\dot{w} + M_{34}\dot{p} + M_{35}\dot{q} + M_{36}\dot{r} - q[M_{11}u + M_{12}v + M_{13}w \\ &\quad + M_{14}p + M_{15}q + M_{16}r] + p[M_{24}p + M_{25}q + M_{26}r + M_{21}u + M_{22}v + M_{23}w] \end{aligned} \quad (3.92)$$

$$\begin{aligned}
K &= M_{41}\dot{u} + M_{42}\dot{v} + M_{43}\dot{w} + M_{44}\dot{p} + M_{45}\dot{q} + M_{46}\dot{r} - r[M_{51}u + M_{52}v + M_{53}w \\
&\quad + M_{54}p + M_{55}q + M_{56}r] + q[M_{61}u + M_{62}v + M_{63}w + M_{64}p + M_{65}q + M_{66}r] \\
&\quad - w[M_{21}u + M_{22}v + M_{23}w + M_{24}p + M_{25}q + M_{26}r] + v[M_{31}u + M_{32}v + M_{33}w \\
&\quad \quad + M_{34}p + M_{35}q + M_{36}r] \\
M &= M_{51}\dot{u} + M_{52}\dot{v} + M_{53}\dot{w} + M_{54}\dot{p} + M_{55}\dot{q} + M_{56}\dot{r} + r[M_{41}u + M_{42}v + M_{43}w \\
&\quad + M_{44}p + M_{45}q + M_{46}r] - p[M_{61}u + M_{62}v + M_{63}w + M_{64}p + M_{65}q + M_{66}r] \\
&\quad + w[M_{11}u + M_{12}v + M_{13}w + M_{14}p + M_{15}q + M_{16}r] - u[M_{31}u + M_{32}v + M_{33}w \\
&\quad \quad + M_{34}p + M_{35}q + M_{36}r] \\
N &= M_{61}\dot{u} + M_{62}\dot{v} + M_{63}\dot{w} + M_{64}\dot{p} + M_{65}\dot{q} + M_{66}\dot{r} - q[M_{41}u + M_{42}v + M_{43}w \\
&\quad + M_{44}p + M_{45}q + M_{46}r] + p[M_{51}u + M_{52}v + M_{53}w + M_{54}p + M_{55}q + M_{56}r] \\
&\quad - v[M_{11}u + M_{12}v + M_{13}w + M_{14}p + M_{15}q + M_{16}r] + u[M_{21}u + M_{22}v + M_{23}w \\
&\quad \quad + M_{24}p + M_{25}q + M_{26}r]
\end{aligned} \tag{3.93}$$

Retomando la notación matricial, siendo $\tau_A = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}$ y $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$, es evidente que podemos escribir el sistema de 6 ecuaciones de la forma siguiente:

$$M\dot{v} + C_M v = \tau_A \tag{3.94}$$

Se ha obtenido 3.94 como una fuerza externa, para introducirla a nuestro modelo 3.86 es conveniente pasarla al lado izquierdo de la ecuación, además utilizamos la notación del SNAME [32] para redefinir M del modo siguiente:

$$M_A = -M = - \begin{pmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{pmatrix} \tag{3.95}$$

Con esta nueva notación aplicada a 3.92 y 3.93 , la matriz de Coriolis debida al desplazamiento del vehículo en el fluido puede reescribirse como sigue:

$$C_A = -C_M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.96)$$

En donde

$$\begin{aligned} a_1 &= X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \\ a_2 &= Y_{\dot{u}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \\ a_3 &= Z_{\dot{u}}u + Z_{\dot{v}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \\ b_1 &= K_{\dot{u}}u + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{w}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \\ b_2 &= M_{\dot{u}}u + M_{\dot{v}}v + M_{\dot{w}}w + M_{\dot{p}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \\ b_3 &= N_{\dot{u}}u + N_{\dot{v}}v + N_{\dot{w}}w + N_{\dot{p}}p + N_{\dot{q}}q + N_{\dot{r}}r \end{aligned} \quad (3.97)$$

Combinemos ahora nuestros resultados con el modelo

$$M_{RB}\dot{v} + M_A\dot{v} + C_{RB}v + C_Av + g(\eta) = \tau \quad (3.98)$$

O de forma más compacta:

$$M\dot{v} + Cv + g(\eta) = \tau \quad (3.99)$$

En donde:

$$\begin{aligned} M &= M_{RB} + M_A \\ C &= C_{RB} + C_A \end{aligned} \quad (3.100)$$

Las propiedades de simetría y anti simetría de M_{RB}, M_A, C_{RB} se han mencionado con anterioridad, y es evidente en 3.96 que C_A es anti simétrica, por lo tanto, M sigue siendo simétrica y la matriz C anti simétrica.

3.5. Amortiguamiento hidrodinámico.

Fossen propone en [34] que para un vehículo completamente sumergido en el agua, existen principalmente dos fenómenos que contribuyen a amortiguamiento, el primero es la

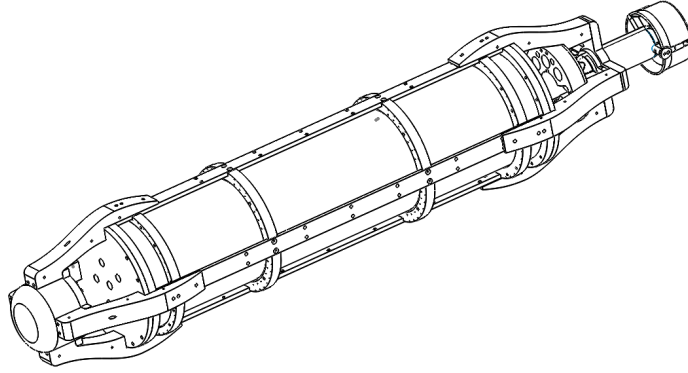


Figura 3.3: Estructura principal del vehículo sin alas, empleado para las consideraciones de simetría.

Fricción lineal producida por el contacto entre la superficie del vehículo, el segundo es la fuerza generada por el movimiento de un cuerpo completamente sumergido en un fluido viscoso, esta última fuerza puede describirse por:

$$f(v) = -\frac{1}{2}\rho C_D(R_n)A|v|v \quad (3.101)$$

En la ecuación anterior, v es velocidad, A es un área de referencia (por ejemplo área transversal perpendicular a la dirección de la velocidad), ρ es la densidad del fluido y $C_D(R_n)$ es el coeficiente de arrastre y está en función del número de Reynolds. La suma de los dos componentes principales de amortiguamiento puede representarse así:

$$D(v) = D + D_n(v) \quad (3.102)$$

En 3.102 D es la matriz de amortiguamiento lineal, este término tiene mayor influencia a bajas velocidades, mientras que $D_n(v)$ es una matriz que aglutina los términos no lineales de amortiguamiento y su nivel de relevancia aumenta con la velocidad. Para un vehículo moviéndose a alta velocidad, la matriz $D(v)$ contiene términos de alto orden, además de describir fenómenos como el principio de flujo cruzado y ausencia de simetría en la geometría del vehículo, que incorporan términos fuera de la diagonal, sin embargo, considerar estos términos en el modelo complica innecesariamente la descripción ya que su estimación para incorporarlos en simulación o compensarlos directamente en control, es en extremo difícil. Con base en lo expuesto en el párrafo anterior; excluyendo a las alas del análisis y considerando simetría en los tres ejes principales, movimientos desacoplados y despreciando términos de alto orden, la matriz $D(v)$ puede escribirse del modo siguiente

[32]:

$$D(v) = -diag\{X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r\} \\ - diag\{X_{u|u}|u|, Y_{v|v}|v|, Z_{w|w}|w|, K_{p|p}|p|, M_{q|q}|q|, N_{r|r}|r|\} \quad (3.103)$$

En la ecuación anterior los términos en las matrices diagonales se definen de forma que se mantiene la coherencia en el signo de las fuerzas al escribirlas del lado izquierdo del modelo, de modo que por ejemplo:

$$X_u = -C_{Lu}Y X_{u|u} = -\frac{1}{2}\rho C_u A_u \quad (3.104)$$

En donde los coeficientes son congruentes con lo expuesto al inicio de la sección.

3.6. Fuerzas y momentos ejercidos por las alas.

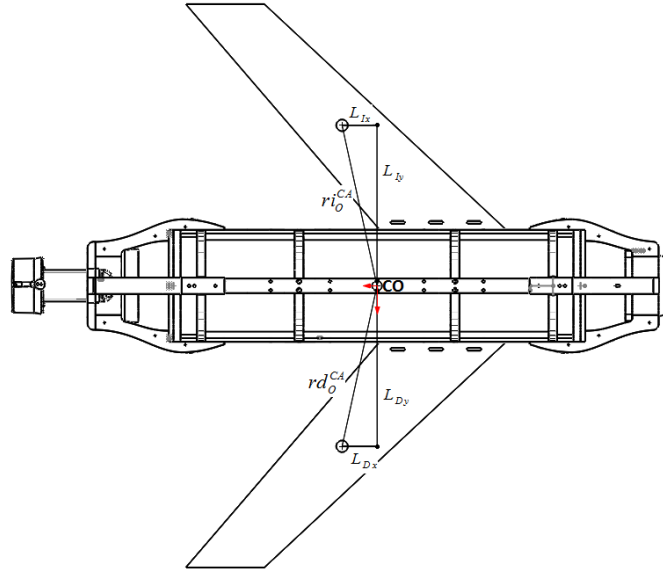


Figura 3.4: Disposición general de las alas en el vehículo.

El prototipo tratado en este trabajo, posee un par de alas completamente planas, posicionadas de forma simétrica de acuerdo al siguiente diagrama.

De la figura 3.4 obtenemos que el vector de fuerzas y momentos producidos por las alas es:

$$F_A = \begin{pmatrix} F_{AI} + F_{AD} \\ M_{AI} + M_{AD} + r_i^{CA} \times F_{AI} + r_d^{CA} \times F_{AD} \end{pmatrix} \quad (3.105)$$

A diferencia de $g(\eta)$, las fuerzas y momentos involucrados en F_A se encuentran expresados directamente en el cuerpo. En la ecuación anterior F_{AI} y F_{AD} son las fuerzas generadas por el ala izquierda y derecha, respectivamente, debido a la velocidad lineal del vehículo ($v_1 = [u, v, w]$). Por otra parte M_{AI} y M_{AD} son momentos relacionados con la velocidad angular del vehículo ($v_2 = [p, q, r]$), además ri_O^{CA} y rd_O^{CA} son vectores de la distancia entre el centro geométrico de las alas y el origen de $\{b\}$. Emplearemos la ecuación 3.101 que es ampliamente utilizada para calcular la fuerza de arrastre que generan los cuerpos al desplazarse sumergidos en un fluido con viscosidad. De modo que:

$$\begin{aligned}
F_{AI} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2}C_I A_I |w|w \end{pmatrix} & F_{AD} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2}C_D A_D |w|w \end{pmatrix} \\
M_{AI} &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}L_{Iy}C_I A_I |L_{Iy}p|L_{Iy}p \\ -\frac{1}{2}L_{Ix1}C_{I1}A_{I1}|L_{Ix1}q|L_{Ix1}q - \frac{1}{2}L_{Ix2}C_{I2}A_{I2}|L_{Ix2}q|L_{Ix2}q \\ 0 \end{pmatrix} \\
M_{AD} &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}L_{Dy}C_D A_D |L_{Dy}p|L_{Dy}p \\ -\frac{1}{2}L_{Dx1}C_{D1}A_{D1}|L_{Dx1}q|L_{Dx1}q - \frac{1}{2}L_{Dx2}C_{D2}A_{D2}|L_{Dx2}q|L_{Dx2}q \\ 0 \end{pmatrix} & (3.106) \\
ri_O^{CA} \times F_{AI} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & L_{Iy} \\ 0 & 0 & -L_{Ix} \\ -L_{Iy} & L_{Ix} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2}C_I A_I |w|w \end{pmatrix} \\
rd_O^{CA} \times F_{AD} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & L_{Dy} \\ 0 & 0 & -L_{Dx} \\ -L_{Dy} & L_{Dx} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2}C_D A_D |w|w \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Nótese que para el momento relacionado con la velocidad angular q las alas han sido divididas en dos superficies separadas por el eje y_B que parte del origen, fraccionando también los parámetros C, A y L, esta y otras consideraciones con base en el diseño mostrado en la figura 3.4 se muestran a continuación.

$$\begin{aligned}
C &= C_I = C_D; A = A_I = A_D \\
L_y &= L_{Iy} = -L_{Dy}; L_x = L_{Ix} = L_{Dx} \\
C_{I1} + C_{I2} &= C_{D1} + C_{D2} = C; A_{I1} + A_{I2} = A_{D1} + A_{D2} = A \\
L_{Dx1} + L_{Dx2} &= L_{Ix1} + L_{Ix2} = L_x; L_{x1} = L_{Dx1} = L_{Ix1} \\
L_{x2} &= L_{Dx2} = L_{Ix2}
\end{aligned} \tag{3.107}$$

Entonces:

$$F_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -CA|w|w \\ -\frac{1}{2}L_yCA|L_y p|L_y p - \frac{1}{2}(-L_y)CA|(-L_y)p|(-L_y)p - L_y\frac{1}{2}C_I A_I|w|w + L_y\frac{1}{2}C_I A_I|w|w \\ -\frac{1}{2}L_{x1}C_1 A_1|L_{x1}q|L_{x1}q - \frac{1}{2}L_{x1}C_1 A_1|L_{x1}q|L_{x1}q - \frac{1}{2}L_{x2}C_2 A_2|L_{x2}q|L_{x2}q - \frac{1}{2}L_{x2}C_2 A_2|L_{x2}q|L_{x2}q + C_{AUX} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C_{AUX} = L_x\frac{1}{2}CA|w|w + L_x\frac{1}{2}CA|w|w \quad (3.108)$$

Simplificando la ecuación anterior, se obtiene:

$$F_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -CA|w|w \\ -L_y^2CA|L_y p|p \\ -L_{x1}^2C_1 A_1|L_{x1}q|q - L_{x2}^2C_2 A_2|L_{x2}q|q + L_xCA|w|w \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.109)$$

Escribiendo 3.109 en forma matricial obtenemos:

$$F_A = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -CA|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L_y^2CA|L_y p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_xCA|w| & 0 & -L_{x1}^2C_1 A_1|L_{x1}q| - L_{x2}^2C_2 A_2|L_{x2}q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{D_{FA}} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (3.110)$$

En la ecuación anterior, es posible notar que D_{FA} y $D(v)$ son de naturaleza similar, por lo que proponemos:

$$D_{Ext}(v) = D(v) - D_{FA} \quad (3.111)$$

3.7. Modelo en seis grados de libertad.

De los resultados obtenidos en las secciones anteriores, retomando el modelo descrito por 3.37 , 3.99 y agregando el resultado 3.111, obtenemos el modelo en seis grados de libertad como es presentado en [32]:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= J_{\Theta}(\eta)v \\ M\dot{v} + Cv + D_{Ext}(v)v + g(\eta) &= \tau \end{aligned} \quad (3.112)$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -mr & mq \\ mr & 0 & -mp \\ -mq & mp & 0 \\ -mqy_g - mrz_g & mpy_g - Z_{\dot{w}}w & mpz_g + Y_{\dot{v}}v \\ mqx_g + Z_{\dot{w}}w & -mpx_g - mrz_g & mqz_g - X_{\dot{u}}u \\ mrx_g - Y_{\dot{v}}v & mry_g + X_{\dot{u}}u & -mpx_g - mqy_g \\ mqy_g + mrz_g & -mqx_g - Z_{\dot{w}}w & -mrx_g + Y_{\dot{v}}v \\ -mpy_g + Z_{\dot{w}}w & mpx_g + mrz_g & -mry_g - X_{\dot{u}}u \\ -mpz_g - Y_{\dot{v}}v & -mqz_g + X_{\dot{u}}u & mpx_g + mqy_g \\ 0 & I_{zx}p + I_{zy}q + I_zr - N_{\dot{r}}r & -I_{yx}p - I_yq - I_{yz}r + M_{\dot{q}}q \\ -I_{zx}p - I_{zy}q - I_zr + N_{\dot{r}}r & 0 & I_xp + I_{xy}q + I_{xz}r - K_{\dot{p}}p \\ I_{yx}p + I_yq + I_{yz}r - M_{\dot{q}}q & -I_xp - I_{xy}q - I_{xz}r + K_{\dot{p}}p & 0 \end{pmatrix} \quad (3.115)$$

$$D_{Ext} = - \begin{pmatrix} X_u + X_{u|u}|u| & 0 & 0 \\ 0 & Y_v + Y_{v|v}|v| & 0 \\ 0 & 0 & Z_w + Z_{w|w}|w| - CA|w| \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_xCA|w| \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ K_p + K_{p|p}|p| - L_y^2CA|L_y p| & 0 & 0 \\ 0 & C_{Aux2} & 0 \\ 0 & 0 & N_r + N_{r|r}|r| \end{pmatrix} \quad (3.116)$$

$$C_{Aux2} = M_q + M_{q|q}|q| - L_{x1}^2C_1A_1|L_{x1}q| - L_{x2}^2C_2A_2|L_{x2}q|$$

$$g(\eta) = \begin{pmatrix} (W - B) \sin \theta \\ -(W - B) \cos \theta \sin \phi \\ -(W - B) \cos \theta \cos \phi \\ (z_g W - z_b B) \cos \theta \sin \phi - (y_g W - y_b B) \cos \theta \cos \phi \\ (z_g W - z_b B) \sin \theta + (x_g W - x_b B) \cos \theta \cos \phi \\ -(y_g W - y_b B) \sin \theta - (x_g W - x_b B) \cos \theta \sin \phi \end{pmatrix} \quad (3.117)$$

Como se puede apreciar en las ecuaciones 3.112-3.117, a pesar de las múltiples e importantes simplificaciones, el modelo obtenido para la descripción dinámica del movimiento del vehículo en 6 grados de libertad es de una complejidad considerable.

3.8. Descenso, ascenso y ángulo de planeo para el modo AUG de operación.

El trabajo desarrollado en la presente tesis, enfoca su esfuerzo en el problema de seguimiento y regulación en profundidad, para lo que se emplea la dinámica acoplada en profundidad y ángulo de cabeceo. Como se verá en secciones subsecuentes, los algoritmos de control implementados subordinan el ángulo de cabeceo a la trayectoria en profundidad deseada. Sin embargo, como precedente para el trabajo futuro que contempla la utilización del prototipo *Bentos* en modo AUG, en esta sección se exploran brevemente los conceptos de ascenso, descenso y ángulo de planeo en un vehículo AUG.

Como se ha tratado con anterioridad, los vehículos de tipo AUG utilizan al menos un actuador para modificar su flotabilidad, las fuerzas y momentos expresados en el cuerpo relacionados con la diferencia entre peso y flotabilidad (W-B) son descritos por la ecuación 3.117, de modo similar, la matriz de amortiguamiento 3.116 describe la reacción hidrodinámica del cuerpo de vehículo en movimiento bajo el agua, también en el marco del cuerpo, es evidente que estas fuerzas y momentos pueden expresarse en el marco inercial a través de la transformación correspondiente, presente en el modelo en 6 grados de libertad, sin embargo, ya que el modo de operación principal de los AUG es el correspondiente a las trayectorias en diente de sierra tiene sentido considerar solo la dinámica del plano vertical.

Para que el vehículo logre un desplazamiento a velocidad y ángulo de cabeceo constantes, la suma de fuerzas y momentos actuando sobre el vehículo debe de ser igual a cero [35], en el caso de nuestro vehículo esto requiere del balance de fuerzas hidrodinámicas y de restauración. Consideremos el diagrama 3.4, es posible observar que el centro de sustentación de las alas se encuentra detrás del centro de flotabilidad, esta configuración es popular tanto en AUG ([13]) como HAUG ([36]), partiendo de esta configuración y restringiendo el análisis al plano vertical del vehículo es posible derivar el diagrama 3.5.

La figura 3.5 ilustra claramente el mecanismo mediante el cual el vehículo AUG genera desplazamiento horizontal a partir de la modificación de su flotabilidad, de modo que durante la etapa de descenso el peso del vehículo es mayor al peso del volumen de agua desplazado por el mismo, invirtiéndose a relación durante la etapa de ascenso. Es importante mencionar que existe una etapa de transición entre ambos estados, conocida como

inflexión, durante la cual el vehículo obtiene flotabilidad neutra y velocidad $V_\gamma = 0$. La figura 3.5 muestra además el comportamiento del vehículo operando en modo AUG al alcanzar la velocidad de planeo estable V_γ con dirección definida por el ángulo de planeo, γ , las fuerzas de amortiguamiento hidrodinámico de levantamiento (L) y arrastre (D) se consideran perpendicular y colineal a la dirección resultante, respectivamente, esto se hace para facilitar el análisis de desempeño y velocidad en estado estable, el presente trabajo solo aborda el modo de operación HAUG para el prototipo *Bentos*, como es de esperarse, la fuerza longitudinal introducida al sistema por la propela trasera cambia completamente la dinámica del vehículo, para mayor detalle sobre el modo de operación AUG se sugiere consultar a literatura disponible, por ejemplo: [37], [38] , [35].

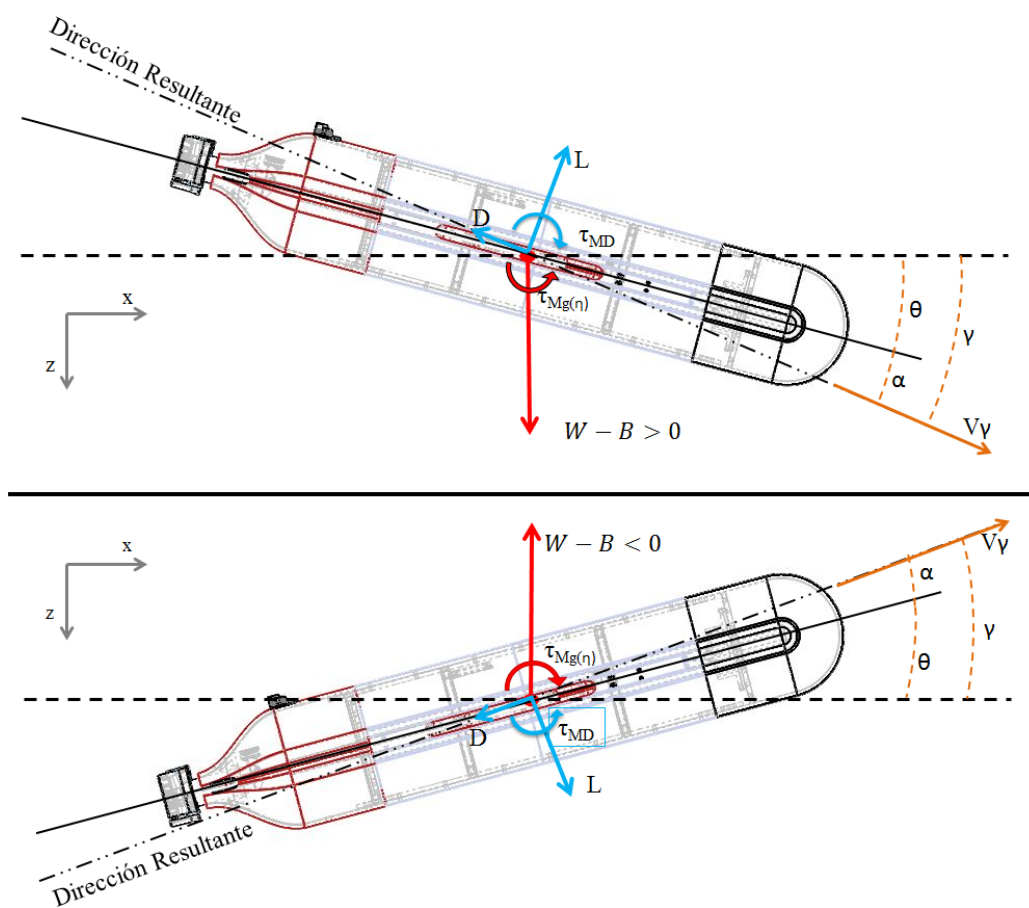


Figura 3.5: Etapas de ascenso (cuadro superior) y descenso (cuadro inferior) del vehículo Bentos en modo AUG.

Capítulo 4

Seguimiento de trayectorias en profundidad de un HAUG

En este capítulo se presenta una propuesta de estrategia de control para el seguimiento con base en el modelo (4.1), con miras a su potencial aplicación al prototipo *Bentos*. En un primer momento, se presenta una metodología básica de diseño backstepping que conducirá a la propuesta de dos esquemas de control: de doble lazo y de lazo simple de retroalimentación. Enseguida, se presentará el diseño de leyes de control PD y PID (clásico y con saturación) para los dos esquemas propuestos, es decir, de lazo de control simple o doble. Las propiedades de convergencia de estos algoritmos son discutidos a la luz del desarrollo basado en la técnica de backstepping control.

4.1. Antecedentes del control de HAUG

La tarea de seguimiento de la trayectoria en profundidad para HAUG plantea varios desafíos, como dinámicas acopladas altamente no lineales, incertidumbre paramétrica, perturbaciones externas no predecibles, entre otros. Por otro lado, si se desea explotar la dinámica acoplada de cabeceo y profundidad, entonces se debe privilegiar el uso de la masa móvil interna como entrada de control exclusiva, preservando la eficiencia energética; sin embargo, esto limita la magnitud de la entrada de control introducida al sistema el ya momento máximo generado por el desplazamiento del centro de masa en el vehículo BENTOS es mucho menor que el momento que genera un actuador de propela convencional. Finalmente, el actuador que ejecuta la acción de control tiene un tiempo de respuesta

más lento que los propulsores tradicionales y es más vulnerable a las señales de control ruidosas. Todos estos factores combinados complican la tarea de proponer una ley de control adecuada.

El diseño, construcción y control de vehículos submarinos ha sido orientado principalmente a los AUVs. El control de seguimiento de trayectoria AUV se ha abordado ampliamente utilizando una variedad de esquemas de control, en [39] se propone un controlador de PD basado en saturación para el control de profundidad y guiñada, introduciendo un conjunto de funciones de saturación no lineales y demostrando su efectividad a través de experimentos en tiempo real en el vehículo L2ROV. Este trabajo continúa en [40], ampliando el enfoque basado en la saturación del controlador PID, demostrando su mejora sobre la versión PD a través de experimentos en tiempo real en el prototipo Leonard. Otros enfoques para mejorar la robustez del controlador PID clásico son [41], donde se proponen reglas difusas para lograr un controlador PID autoadaptativo; [42], donde se presenta un controlador por modelo de referencia PID-adaptativo, provisto de un sistema anti wind-up para aumentar la robustez y el rendimiento del controlador bajo perturbaciones externas, saturación del actuador e incertidumbres de parámetros.

También hay numerosos casos de técnicas no lineales aplicadas al tema de seguimiento AUV, por ejemplo en [43], se proponen, analizan e implementan controladores de retroceso y modo deslizante en el vehículo LIRMIA III para demostración de factibilidad en tiempo real, en [44], los autores desarrollan un control adaptativo de modo deslizante de alto orden, presentando datos experimentales obtenidos del Leonard ROV. En [45], la teoría de control de modo deslizante se utiliza para proponer un control de modo deslizante de terminal integral adaptable de doble bucle; este control consta de un controlador cinemático cuya salida ingresa al controlador dinámico como referencia de velocidad, además se implementa un mecanismo adaptativo para la compensación de incertidumbres dinámicas, este controlador es validado mediante simulación numérica. También es posible encontrar controladores híbridos donde se combinan varios enfoques no lineales para desarrollar un controlador robusto; por ejemplo, en [46], se propone, analiza y verifica mediante simulación numérica un controlador de modo deslizante de retroceso difuso.

Los AUG tradicionales, en la búsqueda constante de reducir el consumo de energía, a menudo implementan esquemas de control de lazo único para el control de orientación y profundidad, como los controladores BangBang P, PD y PID combinados con un ajuste preciso de los actuadores de masa internos y el actuador de flotabilidad ([47, 48]). En [49], los autores consideran condiciones de movimiento constante para producir comandos de retroalimentación y un compensador de retroalimentación PID para corregir la dinámica

no considerada por el análisis de etapa de prealimentación. En [50], el modelo de AUG se linealiza para proponer un controlador LQR probado mediante simulación numérica. Vale la pena revisar los esquemas de control diseñados para el problema de seguimiento en AUG híbridos, en [10] se propone un modelo para el movimiento de un AUG híbrido, este modelo se linealiza para desarrollar tres algoritmos de control: LQR, MPC y NNPC, las simulaciones numéricas realizadas, validaron el rendimiento de los controladores y revelaron los beneficios del NNPC sobre los otros controladores probados. En [18] se realiza un análisis de modelo para diseñar un controlador de profundidad con la propiedad de poder compensar el arrastre generado cuando los HAUG se mueven con un ángulo de cabeceo distinto de cero, siguiendo una trayectoria de profundidad constante bajo perturbaciones de flotabilidad. Este controlador de Realimentación de Estados / LQR se valida mediante simulación numérica y experimentos en tiempo real. En [5], se presentan los resultados experimentales de los controladores de profundidad de DP y profundidad de cabeceo para el Planeador Híbrido Slocum [51, 52], utilizando la masa en movimiento longitudinal como única entrada de control, sin controlar activamente el cabeceo ángulo. En [6, 7] se presenta el diseño del Folaga, un AUG Híbrido altamente flexible y de bajo costo, proponiendo un controlador Proporcional cinemático de doble lazo, validado a través de experimentos en tiempo real.

4.2. Control PD (PID) bajo un enfoque de control de retorcero integral IBSC (Integral Backstepping)

Recordemos el modelo general de un vehículo autónomo submarino (AUV),

$$M_\eta(\eta)\ddot{\eta} + C_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + D_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + g_\eta(\eta) = \tau_\eta(\eta) + w_\eta(t) \quad (4.1)$$

donde $\nu = [u, v, w, p, q, r]^T$ es el vector de velocidad en el marco fijo del cuerpo y $\eta = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$ representa el vector de posición y orientación en el marco fijo terrestre. $J(\eta) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ es la matriz de transformación entre el marco inercial y el marco fijo del cuerpo. $M \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ es la matriz de inercia donde se consideran los efectos de la masa añadida, $C(\nu) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ es la matriz centrípeta de Coriolis, $D(\nu) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ representa la matriz de amortiguamiento hidrodinámico que también incluye los efectos de la masa agregada, $g(\eta) \in \mathbb{R}^6$ es el vector de fuerzas y momentos gravitacionales/de flotabilidad. Finalmente, $\tau \in \mathbb{R}^6$ es el vector de entrada de control que actúa sobre el vehículo submarino y $w_e(t) \in \mathbb{R}^6$ representa el vector de entrada externa disturbios.

Como es usual, comencemos por escribir (4.1) en forma controlador estricta; defina $x_1 =$

η ; $x_2 = \dot{\eta}$. Se obtiene lo siguiente,

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= F(x) + G(x)u + w(t)\end{aligned}\quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}F(\eta) &= -M_\eta(\eta)^{-1} [C_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + D_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + g_\eta(\eta)] \\ G(\eta) &= M_\eta(\eta)^{-1} J^{-T}(\eta); \quad u = \tau_\eta(\eta)\end{aligned}$$

Para dar consistencia a lo que sigue requerimos de las siguientes hipótesis;

Suposición 1 *Las derivadas primera y segunda de las trayectorias deseadas están acotadas.*

Suposición 2 *La perturbación $w(t)$ es una señal constante*

Suposición 3 *Los ángulos de balanceo, cabeceo y guiñada están limitados a $(-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2})$, $(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2})$, y $(-\pi < \psi < \pi)$.*

Para ser precisos, permitase establecer de manera formal la definición del siguiente.;

Definición del problema: Considere el sistema dinámico del AUV (4.1) y sea $\eta^d(t)$ y $e(t) = \eta(t) - \eta^d(t)$ una trayectoria de profundidad deseada y el error de seguimiento, respectivamente. Entonces, el problema de seguimiento de la trayectoria consiste en encontrar una ley de control tal que el error de seguimiento de profundidad en lazo cerrado $e(t)$ sea acotado y $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

Proposición 1 *Considere el sistema AUV (4.1) en la representación del espacio de estados (4.2). Definamos $\dot{\xi} = e_1$, $e_1 = x_1 - x_1^d$, y $e_2 = \dot{e}_1 + \Gamma e_1 + \Delta \xi$; donde Γ , Δ y Υ son matrices definidas positivas. Entonces el Control Integral de Retroceso (IBSC) da por,*

$$u = G(x)^{-1} [\ddot{x}_1^d - F(x) + \Gamma(\Gamma e_1 + \Delta \xi - e_2) - \Delta e_1 - e_1 - \Upsilon e_2] \quad (4.3)$$

es solución del problema de seguimiento de trayectorias cuando $w(t) = 0$, y es la dinámica del error es prácticamente estable cuando $w(t) \neq 0$.

Demostración 1 *Primero, permitase reescribir la expresiones del error,*

$$e_1 = x_1 - x_1^d; \quad e_2 = x_2 - x_2^v \quad (4.4)$$

donde x_2^v representa un control virtual que esta por determinarse.

Considere primero el caso no perturbado, es decir, $\omega(t) = 0$; donde se adiciona el estado ξ para incorporar la integral del error; se obtiene,

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= e_1 \\ \dot{e}_1 &= e_2 + x_2^v - \dot{x}_1^d\end{aligned}\quad (4.5)$$

Para ver la factibilidad de que el error conveja a cero, considere las forma cuadrática dada por,

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2}e_1^T e_1 + \frac{1}{2}\xi^T \Delta \xi, \quad (4.6)$$

la cual es una función candidata de Lyapunov siempre que la matriz Δ sea simétrica definida positiva.

La derivada de (4.6) a lo largo de las trayectorias de (4.5) viene dada por;

$$\dot{V}_1(e_1) = e_1^T \dot{e}_1 + \xi^T \Delta e_1 = e_1^T (e_2 + x_2^v - \dot{x}_1^d + \Delta x_1) \quad (4.7)$$

que es igual a

$$\dot{V}_1(e_1) = -e_1^T \Gamma e_1 + e_1^T e_2 \quad (4.8)$$

siempre que se elija x_2^v como

$$x_2^v = \dot{x}_1^d - \Gamma e_1 - \Delta \xi, \quad (4.9)$$

y es definida negativa siempre que $e_2 = 0$, asegurando la estabilización del primer error.

Ahora, provistos con (4.9), uno tiene lo siguiente,

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= -\Gamma e_1 - \Delta \xi + e_2 \\ \dot{e}_2 &= \Gamma(-\Gamma e_1 - \Delta \xi + e_2) + \Delta e_1 - \ddot{x}_1^d + F(x) + G(x)u.\end{aligned}\quad (4.10)$$

entonces, la función de Lyapunov,

$$V_2(e_1, e_2) = V_1(e_1) + \frac{1}{2}e_2^T e_2 \quad (4.11)$$

La derivada temporal de la función (4.11) a lo largo de las trayectorias del sistema (4.10) está dada por:

$$\dot{V}_2 = -e_1^T \Gamma e_1 + e_1^T e_2 + e_2^T [\Gamma(-\Gamma e_1 - \Delta \xi + e_2) + \Delta e_1 - \ddot{x}_1^d + F(x) + G(x)u] \quad (4.12)$$

al introducir la ley de control (4.3) en (4.12) se obtiene;

$$\dot{V}_2 = -e_1^T \Gamma e_1 - e_2^T \Upsilon e_2, \quad (4.13)$$

por lo tanto, dado que Γ y Υ son matrices positivas definidas, se obtiene que los errores de seguimiento e_1 y e_2 convergen a cero asintóticamente.

Para el caso perturbado ($\omega \neq 0$), denotemos $e = [\xi, e_1, e_2]^T$; $\dot{e} = Ae + b\omega$. Si es así, la dinámica de lazo cerrado se puede escribir como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -\Delta & -\Gamma & I \\ 0 & -I & -\Upsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega. \quad (4.14)$$

donde, del análisis anterior, A es una matriz de Hurwitz.

Entonces, cuando $\omega(t)$ es constante, se tiene que;

$$\dot{e} = Ae; \text{ donde } \epsilon = e - A^{-1}b\omega,$$

lo anterior implica una estabilidad exponencial de la dinámica del error (4.14).

Por otro lado, cuando ω varía en el tiempo, para una matriz positiva definida dada $Q > 0$ siempre existe una matriz $P > 0$ tal que $A^T P + PA = -Q$. Considere la función candidata de Lyapunov dada por,

$$V(e) = \frac{1}{2} e^T P e \quad (4.15)$$

su derivada temporal a lo largo de las trayectorias de (4.14) es

$$\dot{V}(e) = e^T (A^T P + PA)e + 2e^T P b \omega$$

luego,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &\leq -e^T Q e + 2\|e\| \|Pb\| \|\omega\| \\ \dot{V}(e) &\leq -\|e\| \left[\|e\| \lambda_{\max}(Q) - 2\|Pb\| \|\omega\| \right] \end{aligned}$$

claramente $\dot{V}(e)$ es negativo fuera del conjunto compacto,

$$\mathcal{B}_\gamma = \{\|e\| \leq \gamma; \quad \gamma = 2\lambda_{\max}^{-1}(Q) \|Pb\| \|\omega\|\}.$$

de esto, se obtiene prácticamente la estabilidad del error de seguimiento siempre que,

$$\|e\| \geq \gamma; \quad \gamma = \frac{2\|Pb\|\|\omega\|}{\lambda_{\max}(Q)}.$$

lo que termina la Prueba. ∇

The IBSC (4.3) , with $\Upsilon e_2 = \Upsilon(\dot{e}_1 + \Gamma e_1 + \Delta\xi)$ (see (4.10)), can be written as,

$$u = G(x)^{-1} [\ddot{x}_1^d - F(x) + \Gamma(\Gamma e_1 + \Delta\xi - e_2) - \Delta e_1 - e_1 - \Upsilon e_2] \quad (4.16)$$

$$u = G(\eta)^{-1} [\ddot{x}_1^d - F(\eta) - (I + \Delta + \Upsilon\Gamma)e_1 - (\Gamma + \Upsilon)\dot{e}_1 - \Upsilon\Delta\xi] \quad (4.17)$$

$$G^{-1}(\eta) = J^T(\eta)M_\eta(\eta).$$

Es posible interpretar al algoritmo ISBC como una ley de control de tipo PID no lineal más un término de feed-forward. La ecuación de la dinámica en lazo cerrado es:

$$\ddot{e}_1 = -(\Upsilon\Delta)\xi - (I + \Delta + \Upsilon\Gamma)e_1 - (\Gamma + \Upsilon)\dot{e}_1.$$

De la cual podemos intuir que el algoritmo ISB ofrece una forma sistemática para la sintonización de ganancias para el PID.

La ecuación en lazo cerrado para el control PID aplicado al sistema(4.1) es:

$$\tau = J(\eta)^T M_\eta(\eta) \left[\ddot{\eta}_d - F(\eta_d) - M_\eta^{-1} K_p e_1 - M_\eta^{-1} K_d \dot{e}_1 - M_\eta^{-1} K_i \xi \right] \quad (4.18)$$

en donde $F(\eta_d) = M_n^{-1} [C_\eta(\cdot)\dot{\eta}_d + D_\eta(\cdot)\dot{\eta}_d + g(\eta)]$. Considerando a la matriz de inercia, M_η , como constante y ya que $\eta \rightarrow \eta^d$; parece que es posible establecer una equivalencia entre IBSC y PID, de este modo,

$$K_p = M_\eta(I + \Delta + \Upsilon\Gamma)$$

$$K_D = M_\eta(\Gamma + \Upsilon)$$

$$K_I = M_\eta\Upsilon\Delta$$

4.2.1. Diseño de Controladores PD, PID de doble lazo y de lazo simple: Enfoque de Backstepping

El concepto de planeadores autónomos submarinos híbridos (HUAG) tiene como objetivo combinar las capacidades de planeadores submarinos autónomos (AUG) y aquellas de

vehículos submarinos autónomos (AUV). Por ejemplo, los HAUG pueden desarrollar un movimiento de profundidad constante al integrar los actuadores de los AUG impulsados por flotabilidad con los que se encuentran en los vehículos submarinos autónomos (AUV) tradicionales. Como consecuencia, el modelo dinámico (4.1), necesita algunas adaptaciones o precisiones que permitan reproducir el comportamiento dinámico de los HAUG. Una primera consideración es que el movimiento de HAUG se puede descomponer en la dinámica lateral independientemente de la dinámica del plano vertical, se puede suponer w.l.g. $[v, p, r]^T = [y, \phi, \psi]^T = 0$, ver [29, 32]. En efecto, los HAUG son sistemas sub actuados, con menos actuadores que grados de libertad, lo que tiene efectos a nivel dinámico y su consideración conduce a expresiones de control que contienen parámetros dinámicos que no aparecen en forma afín [53], [54].

Entre otras, algunas consideraciones prácticas de modelado orientadas al control son las siguientes:

- el centro de flotabilidad está situado en el origen del marco de coordenadas del cuerpo,
- se considera flotabilidad neutra, es decir, la flotabilidad B se mantiene constante e igual al peso del vehículo W ,
- los elementos fuera de la diagonal en la matriz de amortiguamiento $D(\nu)$ son pequeños y se ignorarán,
- la matriz de Coriolis se considera nula porque se supone que el vehículo se mueve a baja velocidad,
- la única entrada de control efectiva es la posición (x_{mm}) del dispositivo de masa en movimiento que modifica el centro de gravedad (x_g, z_g) , vea Eq.(5.1) a continuación.

El problema de seguimiento de la trayectoria en profundidad se refiere al movimiento en el plano vertical $[x, z]^T$ que, muy a menudo, se considera independiente de la dinámica lateral, esta último debido a la simetría del vehículo y al diseño geométrico [32]. Por ello, se puede considerar que la dinámica lateral es nula, es decir,

$$[v, p, r]^T = [y, \phi, \psi]^T = 0; \quad \implies \eta = [x, z, \theta]^T$$

Más aún, el estudio se puede restringir a la dinámica de profundidad-cabeceo, $\eta^T = [z, \theta]$, lo que lleva al siguiente modelo nominal simplificado,

$$M_\eta(\eta) \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + D_\eta(\eta) \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -z_g W \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tau_z \sin(\theta) \\ -x_g W \cos(\theta) \end{bmatrix} + w(t), \quad (4.19)$$

donde

$$\begin{aligned} M_\eta(\cdot) &= \text{diag}((m - X_{\dot{u}})/\cos\theta^2, I_y - M_{\dot{q}}) \\ D_\eta(\cdot) &= \text{diag}((Z_w + Z_{ww}w)/\cos\theta^2, Z_q + Z_{qq}q) \end{aligned}$$

en general, los terminos fuera de la diagonal $M_\eta(\cdot)$ son significativamente menores y por esta razón pueden ser despreciados o incluidos como dinámicas no modeladas en el vector $w(t)$.

Controlador PID de doble lazo

Corolario 1 *Considere el modelo dinámico del HAUGs (4.19) bajo la acción de control tipo PID basada en el algoritmo integral backstepping (4.3); donde las matrices $\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2)$, $\Delta = \text{diag}(\delta_1, \delta_2)$, $\Upsilon = \text{diag}(v_1, v_2)$. Defina los errores de profundidad y de ángulo de cabeceo $e_z = z - z^d$, $\xi_z = \dot{e}_z$, $e_\theta = \theta - \theta^d$, and $\xi_\theta = \dot{e}_\theta$. El algoritmo de control IBSC (4.3) induce las acciones de control PID siguiente,*

$$\theta^d = \arcsin \left[\frac{m_1(\eta) \cdot \ddot{z} + d_1(\eta) \cdot \dot{z} - k_{p1}e_z - k_{i1} \int_0^t e_z(s)ds - k_{d1}\dot{e}_z}{-\tau_z} \right] \quad (4.20)$$

$$x_g = -\frac{1}{W \cos(\theta)} \left[m_2(\eta) \cdot \ddot{\theta} + d_2(\eta) \cdot \dot{\theta} + z_g W \sin(\theta) - k_{p2}e_\theta - k_{i2} \int_0^t e_\theta(s)ds - k_{d2}\dot{e}_\theta \right] \quad (4.21)$$

$$k_{pi} = 1 + \delta_i + v_i \gamma_i; \quad k_{ii} = v_i \delta_i; \quad k_{di} = \gamma_i + v_i; \quad i = 1, 2$$

son solución estable en sentido práctico del Problema de Seguimiento de Trayectoria para el HAUGs (4.19).

La afirmación anterior puede verse como consecuencia directa de la Proposición 1, donde el control IBSC (4.17) es una función del error auxiliar $e_2(\cdot)$, ver Eq. (4.4); mientras que las expresiones de control (4.20), (4.21) son en términos del error $e = [e_z, e_\theta]^T$, y sus derivadas. Por esta razón, presentamos una prueba alternativa para redondear el análisis de estabilidad en estudio.

Demostración 2 *Considerando que la perturbación externa es nula ($\omega = 0$), se tiene que el sistema (4.19) junto con las leyes de control (4.20), (4.21), dan lugar a la dinámica de error en lazo cerrado que sigue,*

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi \\ e \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ -\hat{K}_i & -\hat{K}_p & -\hat{K}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ e \\ \dot{e} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

where $\hat{K}_p = I + \Delta + \Upsilon\Gamma$, $\hat{K}_i = \Upsilon\Delta$, $\hat{K}_d = \Gamma + \Upsilon$.

Sea la función siguiente,

$$V(e) = \frac{1}{2}V_1 + \frac{1}{2}V_2 = \frac{1}{2} \left[e^T \hat{K}_p e + \alpha e^T \hat{K}_d e + \alpha \xi^T \hat{K}_i \xi + \dot{e}^T \dot{e} + 2e^T \hat{K}_i \xi + 2\alpha e^T \dot{e} \right]$$

donde α es una constante positiva y V_1, V_2 son formas cuadráticas dadas por,

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{\alpha} (\alpha \xi + e)^T \hat{K}_i (\alpha \xi + e) + e^T \left[\hat{K}_p - \frac{1}{\alpha} \hat{K}_i \right] e \\ V_2 &= (\dot{e} + \alpha e)^T (\dot{e} + \alpha e) + \alpha e^T [\hat{K}_d - \alpha I] e, \end{aligned}$$

es claro que, $V(\cdot)$ es una función definida positiva, siempre que,

$$\lambda_{\min} \hat{K}_d > \alpha > \frac{\lambda_{\max} \hat{K}_i}{\lambda_{\min} \hat{K}_p}. \quad (4.23)$$

Ahora bien, la derivada de $V(\cdot)$ lo largo de las trayectorias de (4.22) esta dada por,

$$\begin{aligned} V(e) &= \frac{1}{2} \left[e^T \hat{K}_p e + \alpha e^T \hat{K}_d e + \alpha \xi^T \hat{K}_i \xi + \dot{e}^T \dot{e} + 2e^T \hat{K}_i \xi + 2\alpha e^T \dot{e} \right] \\ \frac{d}{dt} V(e) &= e^T \hat{K}_p \dot{e} + \alpha e^T \hat{K}_d \dot{e} + \alpha \xi^T \hat{K}_i \dot{\xi} + e^T \hat{K}_i \dot{e} + \dot{e}^T \hat{K}_i \xi + \alpha \dot{e}^T \dot{e} + \dot{e}^T \ddot{e} + \alpha e^T \ddot{e} \\ &= e^T \hat{K}_p \dot{e} + \alpha e^T \hat{K}_d \dot{e} + \alpha \xi^T \hat{K}_i \dot{\xi} + e^T \hat{K}_i \dot{e} + \dot{e}^T \hat{K}_i \xi + \alpha \dot{e}^T \dot{e} \\ &\quad + (\dot{e}^T + \alpha e^T) (-\hat{K}_p e - \hat{K}_i \xi - \hat{K}_d \dot{e}) \\ &= -\alpha e^T \hat{K}_p e + e^T \hat{K}_i e + \alpha \dot{e}^T \dot{e} - \dot{e}^T \hat{K}_d \dot{e} \end{aligned}$$

depués de algunas reducciones algebraicas, se llega a;

$$\frac{d}{dt} V(e) = -\alpha e^T \left[\hat{K}_p - \frac{1}{\alpha} \hat{K}_i \right] e - \dot{e}^T [\hat{K}_d - \alpha I] \dot{e},$$

de este modo,

$$\frac{d}{dt} V(e) \leq -[\alpha \lambda_{\min} \{ \hat{K}_p \} - \lambda_{\max} \{ \hat{K}_i \}] \|e\|^2 - [\lambda_{\min} \{ \hat{K}_d \} - \alpha] \|\dot{e}\|^2$$

de la relación (4.23) se tiene que $\frac{d}{dt}V(e) \leq 0$, por lo tanto la dinámica del error es estable. El caso donde la perturbación externa es distinta de cero $w(t) \neq 0$ es similar al caso presentado en la Proposición 1. ∇

Controlador PID de lazo simple

En este apartado se revisa la posibilidad de conseguir el seguimiento de trayectoria en profundidad mediante un solo lazo de control realimentado, lo cual atiende a la necesidad de encontrar soluciones eficientes de ingeniería aplicada. En este sentido, el aporte es dar una justificación analítica del esquema de un único lazo de retroalimentación junto con el análisis de estabilidad que de sustento teórico a la propuesta de control que se presenta.

Conviene recordar que la posición de la masa móvil (x_g) es la única entrada de control activa, puesto que tanto el propulsor lineal como el volumen del lastre son regulados en valores constantes convenientes. De esta manera, cambios en la entrada de control x_g producirán cambios relativamente rápidos en el ángulo de cabeceo θ con cambios posteriores relativamente lentos en la profundidad z . Supongamos entonces un cierto valor de entrada x_g^* , para la cual la dinámica del ángulo de cabeceo dado por Eq. (4.19) ha alcanzado su estado estacionario, el cual está dado por,

$$\sin(\theta) = -x_g \cos(\theta) / z_g W$$

de esta manera se puede obtener un sistema simplificado donde la dinámica del seguimiento en profundidad z queda completamente actuada de acuerdo con la expresión siguiente,

$$m_1(\eta)\ddot{z} + d_1(\eta)\dot{z} = \frac{-x_g \cos(\theta)}{z_g W} + \omega(t), \quad (4.24)$$

Corolario 2 Considere el modelo dinámico de profundidad del HAUGs (4.24) bajo la acción de control tipo PID basada en el algoritmo integral backstepping (4.3); donde $\Gamma = \gamma$, $\Delta = \delta$, $\Upsilon = v$ son cantidades escalares. Defina los errores de profundidad $e_z = z - z^d$, $\xi_z = \dot{e}_z$, $e_\theta = \theta - \theta^d$. El algoritmo de control IBSC (4.3) induce la acción de control PID siguiente,

$$x_g = -\frac{z_g W}{\tau_z \cos(\theta)} (m_1(\eta) \cdot \ddot{z} + d_1(\eta) \cdot \dot{z} - k_p e_z - k_i \int_0^t e_z(s) ds - k_d \dot{e}_z) \quad (4.25)$$

$$k_p = 1 + \delta + v\gamma; \quad k_i = v\delta; \quad k_d = \gamma + v.$$

es solución estable en sentido práctico del Problema de Seguimiento de Trayectoria para el HAUGs (4.24).

La prueba sigue las mismas líneas que aquella del Corolario 1 escrita para el caso escalar. Note que la expresión (4.25) constituye el controlador backteeping más simple posible que requiere el ajuste de solo tres parámetros. Su eficacia se probará en experimentos en tiempo real y se propone aquí con fines comparativos.

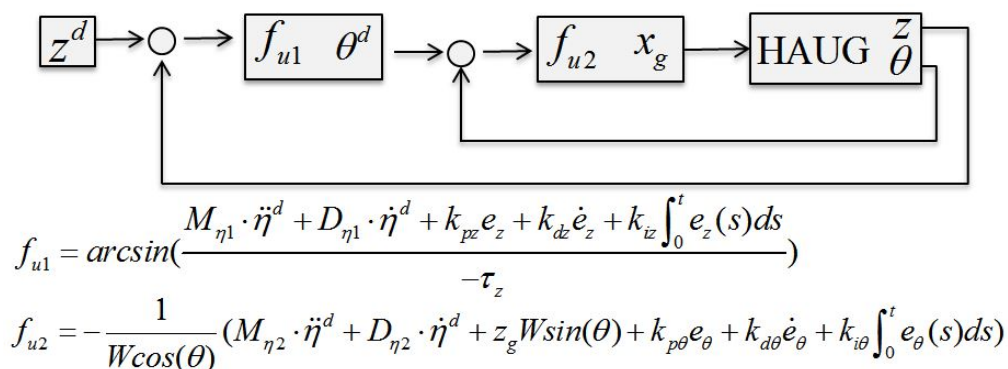


Figura 4.1: Control PID anidado basado en IBSC para el seguimiento de trayectorias en profundidad

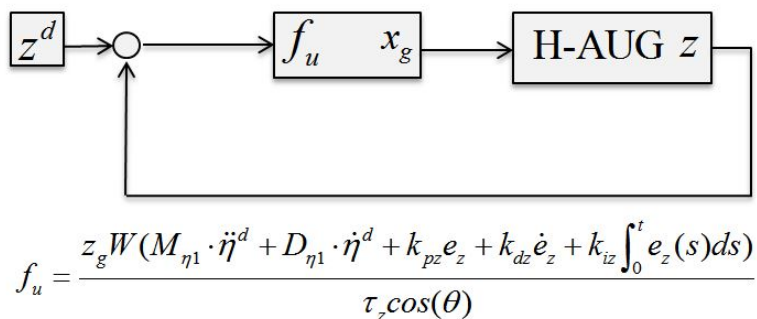


Figura 4.2: Control PID de lazo sencillo basado en IBSC para el seguimiento de trayectorias en profundidad

4.2.2. Control no lineal NL-PD y NL-PID saturados.

A continuación se presenta el diseño y análisis del NL-PID con funciones de saturación para el problema de seguimiento de trayectorias en profundidad del HAUG. El desarrollo

es similar para el caso del control NL-PD, sera mencionado cuando se considere necesario.

Recordemos el modelo del HAUG bajo estudio,

$$M_\eta(\eta)\ddot{\eta} + C_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + D_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + g_\eta(\eta) = \tau_\eta(\eta) + w_\eta. \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} F(\eta) &= -M_\eta(\eta)^{-1} \left[C_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + D_\eta(\nu, \eta)\dot{\eta} + g_\eta(\eta) \right] \\ G(\eta) &= M_\eta(\eta)^{-1} J^{-T}(\eta); \quad u = \tau_\eta(\eta) \end{aligned}$$

Considere las matrices $K_p = \text{diag}(k_{p_1}, \dots, k_{p_n})$, $K_i = \text{diag}(k_{i_1}, \dots, k_{i_n})$ y $K_d = \text{diag}(k_{d_1}, \dots, k_{d_n})$, con k_{p_j} , k_{i_j} y k_{d_j} constantes positivas para todo $j = 1, \dots, n$. El diseño de un PID basado en backstepping conduce a la siguiente expresión de control,

$$\begin{aligned} u &= G(\eta)^{-1} \left[\ddot{x}_1^d - F(\eta) + u_{pid}(e, \xi, \dot{e}) \right] \\ u_{pid}(e, \xi, \dot{e}) &= -K_p e_1 - K_d \dot{e}_1 - K_i \int_0^t e_1(s) ds \end{aligned} \quad (4.27)$$

Conviene notar que la ley de control PID estandar tiene el termino de compensación feed-forward $F(\eta^d)$ en lugar de $F(\eta)$ ec. (4.27).

Los controladores PID están diseñados para sistemas nominales, por lo que es conveniente robustecerlos frente a incertidumbres paramétricas, perturbaciones externas o dinámicas no modeladas. Entre otros, los controles PID saturados conservan la simplicidad del diseño para un uso práctico y brindan buenas propiedades de robustez.

Los controles saturados se basan en acotar cada uno de los términos de $u_{PID}(\cdot) = u_1 + u_2 + u_3$ mediante funciones de saturación u_n . De hecho, Una clase amplia de funciones de saturación fué analizada en [39],[55], la cual puede expresarse de la manera siguiente,

$$u_n = \begin{cases} b_n |h_n|^{\mu_n} |h_n|^{-1} h_n & \text{if } |h_n| > d_n \\ b_n |d_n|^{\mu_n} d_n^{-1} h_n & \text{if } |h_n| \leq d_n. \end{cases} \quad (4.28)$$

b_n es una constante positiva, en tanto que el parametro $\mu_n \in [0, 1]$ determina la forma de la función de acotamiento u_n .

Tales funciones de saturación con parámetros variables permiten escribir la ley de control PID (4.18) de parámetros variables, es decir,

$$\begin{aligned} u &= G(\eta)^{-1} [\ddot{x}_1^d - F(\eta) + u_{nlpid}(e, \xi, \dot{e})] \\ u_{nlpid}(e, \xi, \dot{e}) &= -\bar{K}_p(\cdot)e_1 - \bar{K}_d(\cdot)\dot{e}_1 - \bar{K}_i(\cdot) \int_0^t e_1(s)ds \end{aligned} \quad (4.29)$$

donde cada uno de los elementos de K_p, K_i, K_d están dados respectivamente por,

$$\begin{aligned} \bar{k}_{pj}(\cdot) &= \begin{cases} b_{pj}e_j(t)^{(\mu_{pj}-1)} & \text{if } |e_j(t)| > d_{pj} \\ b_{pj}d_{pj}^{(\mu_{pj}-1)} & \text{if } |e_j(t)| \leq d_{pj} \end{cases}, \\ \bar{k}_{ij}(\cdot) &= \begin{cases} b_{ij} \left| \int_0^t e_j(s)^{(\mu_{ij}-1)} ds \right| & \text{if } \left| \int_0^t e_j(s) ds \right| > d_{ij} \\ b_{ij}d_{ij}^{(\mu_{ij}-1)} & \text{if } \left| \int_0^t e_j(s) ds \right| \leq d_{ij} \end{cases}, \\ \bar{k}_{dj}(\cdot) &= \begin{cases} b_{dj}|\dot{e}_j(t)|^{(\mu_{dj}-1)} & \text{if } |\dot{e}_j(t)| > d_{dj} \\ b_{dj}d_{dj}^{(\mu_{dj}-1)} & \text{if } |\dot{e}_j(t)| \leq d_{dj} \end{cases}. \\ &\quad \forall \mu_{pj}, \mu_{ij}, \mu_{dj} \in [0, 1] \end{aligned} \quad (4.30)$$

Note que, el caso más conocido de saturación constante se obtiene cuando $\mu_{pj} = \mu_{ij} = \mu_{dj} = 0$. Por otro lado, si $\mu_{pj} = \mu_{ij} = \mu_{dj} = 1$ el controlador PID no lineal dado por (4.29) se reduce al controlador PID lineal dado por (4.27) de ganancias constantes. Para resumir, el controlador PID no lineal propuesto (4.29) generaliza tanto el controlador PID lineal como el controlador PID no lineal con una función de saturación simple.

A continuación se presentan un par de Lemas que serán útiles para analizar la estabilidad en lazo cerrado con las funciones de saturación arriba mencionadas, ver [56].

Lema 1 Sea $f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ continua y $\alpha(x)$ función escalar continua, estrictamente creciente, $\alpha(0) = 0$. Si

$$f(x) \geq \alpha(|x|) \quad \forall x \in \mathcal{R}^n$$

entonces

$$\int_0^x f(\zeta) d\zeta > 0, \quad \forall x \in \mathcal{R}^n$$

mas aún

$$\int_0^x f(\zeta) d\zeta \rightarrow \infty, \quad \text{cuando } |x| \rightarrow \infty$$

Lema 2 Considere la matriz diagonal de elementos continuos,

$$K_R(x) = \begin{bmatrix} k_{r_1}(x_1) & & & \\ & k_{r_2}(x_2) & & \\ & & \ddots & \\ & & & k_{r_n}(x_n) \end{bmatrix}$$

suponga que existen funciones $\alpha_i(x)$ función escalar continua, estrictamente creciente, $\alpha_i(0) = 0$, tales que

$$k_{r_i}(x_i) \geq \alpha_i(|x_i|)$$

para todo, $x \in \mathcal{R}^n$, $i = 1, \dots, n$. Entonces

$$\int_0^x \zeta^T K_R(\zeta) d\zeta > 0, \quad \forall x \neq 0 \in \mathcal{R}^n$$

mas aún

$$\int_0^x \zeta^T K_R(\zeta) d\zeta \rightarrow \infty, \quad \text{cuando, } \|x\| \rightarrow \infty$$

Nota, los dos lemas anteriores permiten afirmar que la función,

$$\int_0^x \zeta^T K_R(\zeta) d\zeta > 0,$$

es definida positiva para $x \in \mathcal{R}^n$ y radialmente no acotada.

Control de doble lazo PID no lineal saturado

Con las definiciones anteriores es posible introducir el enunciado siguiente.

Corolario 3 Considere el modelo dinámico de profundidad del HAUGs (4.26) bajo la acción de control tipo PID no lineal saturado $u_{pid}(e, \xi, \dot{e})$ dado en (4.29);

$$\begin{aligned} u &= G(\eta)^{-1} [\ddot{x}_1^d - F(\eta) + u_{nlpid}(e, \xi, \dot{e})] \\ u_{nlpid}(e, \xi, \dot{e}) &= -\bar{K}_p(\cdot)e_1 - \bar{K}_d(\cdot)\dot{e}_1 - \bar{K}_i(\cdot) \int_0^t e_1(s) ds \end{aligned}$$

donde las matrices $\bar{K}_p = \text{diag}(\bar{k}_{p1}, \bar{k}_{p2})$, $\bar{K}_i = \text{diag}(\bar{k}_{i1}, \bar{k}_{i2})$, $\bar{K}_d = \text{diag}(\bar{k}_{d1}, \bar{k}_{d2})$. Defina los errores de profundidad y de ángulo de cabeceo $e_z = z - z^d$, $\xi_z = \dot{e}_z$, $e_\theta = \theta - \theta^d$, and $\xi_\theta = \dot{e}_\theta$.

La ley de control tipo PID no lineal saturado dada por,

$$\theta^d = \arcsin \left[\frac{m_1(\eta) \cdot \ddot{z} + d_1(\eta) \cdot \dot{z} - \bar{k}_{p1} e_z - \bar{k}_{i1} \int_0^t e_z(s) ds - \bar{k}_{d1} \dot{e}_z}{-\tau_z} \right] \quad (4.31)$$

$$x_g = -\frac{1}{W \cos(\theta)} \left[m_2(\eta) \cdot \ddot{\theta} + d_2(\eta) \cdot \dot{\theta} + z_g W \sin(\theta) - \bar{k}_{p2} e_\theta - \bar{k}_{i2} \int_0^t e_\theta(s) ds - \bar{k}_{d2} \dot{e}_\theta \right] \quad (4.32)$$

es solución estable en sentido práctico del Problema de Seguimiento de Trayectoria para el HAUG (4.24).

Observe que el control PID eq. (4.27) fue deducido por argumentos de control de retroceso IBS (4.17). En el caso que nos ocupa, el control PID saturado eq. (4.29) consiste en aplicar funciones de saturación adecuadas a los parametros de ganancias del control PID eq. (4.27). El control por retroceso o backstepping donde se apliquen funciones de saturación es un tema de estudio para el cual solo existen soluciones parciales.

Demostración 3 Asuma que ($\omega = 0$), se tiene que el sistema (4.26) bajo la acción del las leyes de control (4.31), (4.32), son tales que la dinámica de error en lazo cerrado estará dado por,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi \\ e \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ -\bar{K}_i(\xi) & -\bar{K}_p(e) & -\bar{K}_d(\dot{e}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ e \\ \dot{e} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Sea la función siguiente,

$$\begin{aligned} V(e, \dot{e}, \xi) &= \int_0^e \xi^T \bar{K}_p(\xi) d\xi + \alpha \int_0^e \xi^T \bar{K}_d(\xi) d\xi + \int_0^\zeta \xi^T \bar{K}_i(\xi) d\xi + \frac{1}{2} V_1(e, \dot{e}, \xi) \\ V_1(e, \dot{e}, \xi) &= \dot{e}^T \dot{e} + 2e^T \bar{K}_i \xi + 2\alpha e^T \dot{e} \end{aligned}$$

Conviene verificar si la función anterior es definida positiva,

1. Primero verifiquemos la positividad de la función $\int_0^e \zeta^T \bar{K}_p(\zeta) d\zeta$, que de manera explícita esta dada por,

$$\int_0^e \zeta^T \bar{K}_p(\zeta) d\zeta = \int_0^{e_1} \zeta_1^T \bar{k}_{p_1}(\zeta_1) d\zeta_1 + \int_0^{e_2} \zeta_2^T \bar{k}_{p_2}(\zeta_2) d\zeta_2 + \cdots + \int_0^{e_n} \zeta_n^T \bar{k}_{p_n}(\zeta_n) d\zeta_n$$

donde la desigualdad

$$e_j \bar{k}_{p_j}(e_j) \geq \alpha_j (|e_j|)$$

se satisface por las funciones de clase K siguientes,

$$\alpha_j(|e_j|) = \begin{cases} \frac{b_j |e_j|^{\mu_j} e_j}{\alpha + |e_j|} & \text{cuando } |e_j| > d_j \\ \frac{b_j d_j^{\mu_j} e_j}{\alpha + d_j} & \text{cuando } |e_j| \leq d_j \end{cases}$$

con $b_{p_j} > b_j$, $\alpha > 0$ y $d_{p_j} < d_j$. Entonces de acuerdo al Lema (2), se tiene que,

$$\int_0^\zeta \zeta^T \bar{K}_p(\zeta) d\zeta > 0 \quad \forall \zeta \neq 0 \in \mathbb{R}^n$$

y

$$\int_0^e \zeta^T \bar{K}_p(\zeta) d\zeta \rightarrow \infty, \quad \text{cuando, } \|e\| \rightarrow \infty, e \neq 0 \in \mathbb{R}^n$$

2. Ahora, verifiquemos la positividad de la función $V_1(e, \dot{e}, \xi)$, la cual se puede escribir de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} V_1(e, \dot{e}, \xi) &= \dot{e}^T \dot{e} + 2e^T \bar{K}_i \xi + 2\alpha e^T \dot{e} \\ V_1(e, \dot{e}, \xi) &= (\dot{e} + \alpha e)^T (\dot{e} + \alpha e) + \alpha e^T [\bar{K}_d(\cdot) - \alpha I] e, \end{aligned}$$

- el termino $(\dot{e} + \alpha e)^T (\dot{e} + \alpha e)$ es cuadrático, es definido positivo.
- el termino $\bar{K}_d(\cdot) - \alpha I$ esta dado por

$$\bar{K}_d(\cdot) - \alpha I = \text{diag}(\bar{k}_{d_1}(\cdot) - \alpha, \bar{k}_{d_2}(\cdot) - \alpha, \dots, \bar{k}_{d_n}(\cdot) - \alpha)$$

la cual es definida positiva siempre que,

$$\min_{j=1, \dots, n} \{\bar{k}_{d_i}(\cdot)\} > \alpha > \frac{\max_{j=1, \dots, n} \{\bar{k}_{l_j}\}}{\min_{j=1, \dots, n} \{\bar{k}_{p_j}\}} \quad (4.34)$$

recuerde, que por definición $\bar{k}_{d_i}(\cdot)$ es positivo, ver expresiones (4.31).

Recapitulando,

$$V(e, \dot{e}, \zeta) = \int_0^e \xi^T \bar{K}_p(\xi) d\xi + \alpha \int_0^e \xi^T \bar{K}_d(\xi) d\xi + \int_0^\zeta \xi^T \bar{K}_i(\xi) d\xi + \frac{1}{2} [\dot{e}^T \dot{e} + 2e^T \bar{K}_i \dot{e} + 2\alpha e^T \dot{e}],$$

la cual es una función definida positiva. La derivada de $V(e, \dot{e}, \xi)$ a lo largo de las trayectorias de (4.33) esta dada por,

$$\frac{d}{dt}V(e) = e^T \bar{K}_p \dot{e} + \alpha e^T \bar{K}_d \dot{e} + \alpha \xi^T \bar{K}_i e + e^T \bar{K}_i e + \dot{e}^T \bar{K}_i \xi + \alpha \dot{e}^T \dot{e} + \dot{e}^T \ddot{e} + \alpha e^T \ddot{e}$$

sustituyendo la dinámica de $\ddot{e}(\cdot)$ de la expresión (4.33) se obtiene,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}V(e) &= e^T \bar{K}_p \dot{e} + \alpha e^T \bar{K}_d \dot{e} + \alpha \xi^T \bar{K}_i e + e^T \bar{K}_i e + \dot{e}^T \bar{K}_i \xi + \alpha \dot{e}^T \dot{e} \\ &\quad + (\dot{e}^T + \alpha e^T)(-\bar{K}_p e - \bar{K}_i \xi - \bar{K}_d \dot{e}) \end{aligned}$$

agrupando terminos semejantes y cancelando los que son idénticos se llega a,

$$\frac{d}{dt}V(e) = -\alpha e^T \bar{K}_p e + e^T \bar{K}_i e + \alpha \dot{e}^T \dot{e} - \dot{e}^T \bar{K}_d \dot{e} \quad (4.35)$$

$$\frac{d}{dt}V(e) = -\alpha e^T [\bar{K}_p - \frac{1}{\alpha} \bar{K}_i] e - \dot{e}^T [\bar{K}_d - \alpha I] \dot{e}, \quad (4.36)$$

el termino $[\bar{K}_p - \frac{1}{\alpha} \bar{K}_i]$, gracias a que las matrices \bar{K}_p, \bar{K}_i son diagonales, será positivo siempre que,

$$\alpha > \frac{\max_{j=1, \dots, n} \{\bar{k}_{I_j}\}}{\min_{j=1, \dots, n} \{\bar{k}_{p_j}\}} \quad (4.37)$$

Bajo estas condiciones podemos afirmar que la derivada de $V(\cdot)$ es semi-definida negativa, i.e.

$$\frac{d}{dt}V(e) \leq 0$$

esta desigualdad aunado al Principio de Invariancia de LaSalle permite concluir que el equilibrio de (4.33) es asintóticamente estable. ∇

Control de lazo simple PID no lineal saturado

A continuación, se presenta el resultado para el caso de un solo lazo de control empleando leyes de control PID no lineales saturadas. Lo anterior, con el propósito de presentar la totalidad de controladores que se validarán de manera experimental.

Corolario 4 *Considere el modelo dinámico de profundidad del HAUGs (4.24) junto con la ley de control (4.29). La ley de control PID no lineal con saturación dada por;*

$$x_g = -\frac{z_g W}{\tau_z \cos(\theta)} (m_1(\eta) \cdot \ddot{z} + d_1(\eta) \cdot \dot{z} + u_{nlpid}(e, \dot{e}, \xi)) \quad (4.38)$$

$$u_{nlpid}(e, \dot{e}, \xi) = -\bar{k}_p(\cdot)e - \bar{k}_i(\cdot) \int_0^t e_z(s) ds - \bar{k}_d(\cdot) \dot{e}_z,$$

es solución estable en sentido práctico del Problema de Seguimiento de Trayectoria para el HAUG (4.24).

La prueba sigue exactamente los mismos argumentos de la prueba del Corolario 3. Note que las ganancias $\bar{k}_p(\cdot)$, $\bar{k}_i(\cdot)$, $\bar{k}_d(\cdot)$ en (4.38) son funciones esclares de sus argumentos, definidas como se establece en las expresiones (4.31).

También se puede observar que en el caso del control PID sin saturación (4.27) este fue deducido a partir del algoritmo IBSC (4.18). En tanto que, el control PID no lineal saturado (4.29) es la versión saturada de (4.27). La deducción de leyes de control por backstepping saturado es tema de estudio.

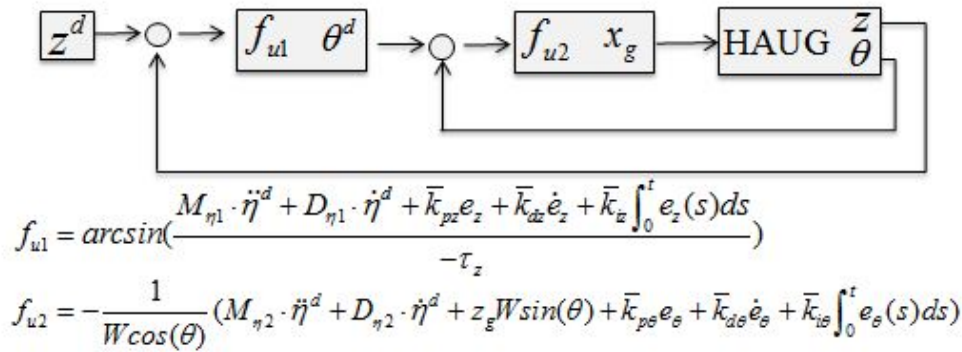


Figura 4.3: Control PID Anidado Saturado, es importante notar que la diferencia con el control descrito por la figura 4.1 es que la definición de las ganancias \bar{k}_p , \bar{k}_d , \bar{k}_i es conforme a la ecuación (4.30)

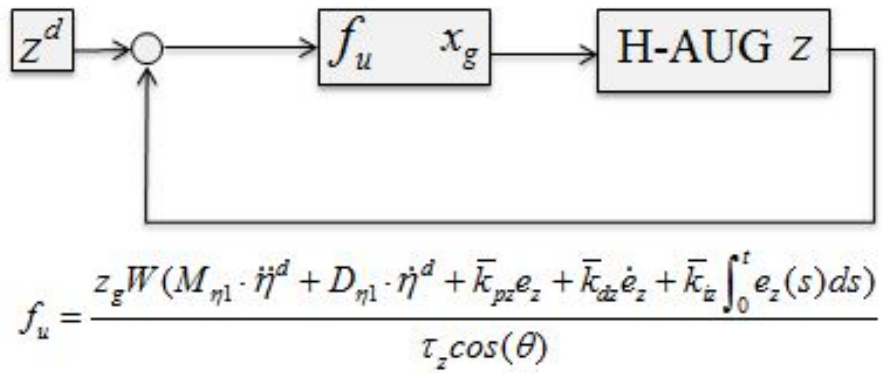


Figura 4.4: Control PID de lazo simple, es importante notar que la diferencia con el control descrito por la figura 4.1 es que la definición de las ganancias \bar{k}_p , \bar{k}_d , \bar{k}_i es conforme a la ecuación (4.30)

Capítulo 5

Resultados Experimentales

El prototipo *Bentos*, como se muestra en la Figura 5.1, es un Planeador Submarino Híbrido de pequeño formato capaz de realizar movimientos a profundidad constante, pesa 22 kg y mide 1.2 m de largo, 0.25 m de ancho (1.2 m con alas) y 0.2 m de altura (0.72 m con antena de comunicaciones), su sistema de actuación incluye propulsor de popa, tanque de lastre y masas móviles de balanceo y cabeceo. Este HUAG ha sido completamente desarrollado y construido en CINVESTAV, México, en el Departamento de Control Automático. *Bentos* fue diseñado para cumplir misiones autónomas, éstas son inicializadas cuando el vehículo está cerca de la superficie, después el vehículo se sumerge, el vehículo sigue la misión planificada sin ningún tipo de comunicación con el puesto de control, y finalmente emerge para la revisión de desempeño a través de los datos recopilados y el ajuste de ganancias en caso de ser necesario.



Figura 5.1: Prototipo Bentos: Trabajo experimental.

El sistema de procesamiento integrado al vehículo recibe información de los sensores, aplica los filtros necesarios y calcula la entrada de control que se envía al controlador local de masa móvil lineal. La lectura de sensores, el filtrado, los controladores de actuadores locales y el lazo de control principal se distribuyen entre varios microcontroladores, mientras que las tareas de alto nivel, como la planificación de misiones, la comunicación remota y el almacenamiento de datos, son manejadas por una plataforma raspberry pi 3 b+.

Gracias a su simplicidad, la integración de controladores PID (saturado) de doble lazo y de lazo simple en el sistema de procesamiento paralelo del prototipo *Bentos* es fácil y directa. El sistema integrado se compone de la siguiente manera: una computadora Raspberry Pi 3 gestiona tareas de alto nivel: comunicación remota, interfaz de usuario, registro de datos; esta computadora es la encargada de enviar la referencia de profundidad actual al microcontrolador principal el cual calcula la entrada de control con base en los datos del sensor que recibe ya filtrados por los microcontroladores de sensores auxiliares y envía los comandos de control a las correspondientes unidades de control locales del actuador; esta arquitectura paralela permite un tiempo de muestreo de 1.2 ms para el filtro del sensor de la IMU, 1.6 ms para el filtro del sensor de profundidad y 1.8 ms para el lazo de control; esto es útil para producir una entrada de control uniforme y compatible con la dinámica del actuador. El consumo total de energía del sistema de procesamiento es de alrededor de 12 w/h.

5.1. Consideraciones para la implementación en tiempo real

Los experimentos en tiempo real se llevaron a cabo en una alberca municipal de $29 \times 18 \times (1,1 - 1,7)$ m. El objetivo principal de las pruebas es evaluar y comparar la viabilidad, el rendimiento y la robustez de los controladores propuestos para el problema de seguimiento de profundidad. En <https://youtu.be/n-JLLQqyX78> se muestra contenido audiovisual de algunos experimentos realizados.

Las condiciones iniciales para los experimentos se establecieron de la siguiente manera.

1. El volumen de lastre se calibró para proporcionar una flotabilidad neutra *i.e.*
2. El valor de compensación inicial x_{m0} de la masa en movimiento lineal se calibró para obtener un ángulo de inclinación cercano a cero (+/- 0,5 grados).
3. La posición de la masa del balanceo se fijó para que el ángulo de balanceo sea cercano a cero (+/- 0,5 grados).

4. Se colocó un timón de popa fijo para producir un movimiento circular de 5 m de diámetro, para hacer frente a las restricciones de espacio experimental.
5. La fuerza aplicada por el propulsor se fijó en $\tau_{thr} = 1,5N$, generando una velocidad de avance media de 0,14 m/s.

Medición de profundidad y ruido en la IMU. Las medidas de profundidad se obtienen de un sensor de profundidad MS804-14BA, colocado en la popa del vehículo, para trasladar esta medida al centro del vehículo (durante los experimentos descritos en la sección actual, la medida se traslada a la proa del vehículo), se requiere una transformación trigonométrica que involucre el ángulo de cabeceo; esto significa que la medición del ángulo de inclinación puede perturbar la medición de la profundidad. Esto conduce a una vulnerabilidad particular al ruido debido al siguiente razonamiento: es probable que exigir altas aceleraciones a la masa en movimiento produzca vibraciones en el sensor IMU, lo que generará aún más ruido en la señal de control; por lo tanto, se crea un lazo de retroalimentación positiva y el ruido sigue aumentando hasta que se alcanza la aceleración máxima de la masa en movimiento; los experimentos muestran que el controlador puede lograr el control de seguimiento de profundidad en estas circunstancias; sin embargo, esta condición de operación aumenta el consumo de energía y degrada el desempeño del actuador lineal, acortando su vida útil.

Actuador lineal como control activo. El uso de la masa de desplazamiento lineal como la única entrada de control para el problema de regulación de profundidad en el prototipo de *Bentos* requiere la capacidad de posicionar la masa móvil de forma rápida y precisa. El prototipo cuenta con un actuador de desplazamiento lineal con resolución de 12 μm y velocidad máxima de 100 mm/s , cabe señalar que la precisión se ve reducida por la acción de cuestiones mecánicas como el juego en el husillo de bolas (grado C7), o flexibilidad en la estructura impresa en 3D. Durante el trabajo experimental, la velocidad máxima solicitada al actuador es de alrededor de 20 mm/s . Por otro lado, las alas fijas del vehículo se dispusieron de modo que el centro de sustentación de las alas se colocara 15 cm detrás del centro de flotabilidad.

Sistema de Propulsión. Los propulsores tradicionales disponibles para vehículos submarinos son capaces de introducir decenas de Newtons para controlar el movimiento del vehículo, por ejemplo, en [55] se reporta que la fuerza de control para la regulación de profundidad alcanza hasta 40 N; para el modo de operación híbrido que estamos considerando, la fuerza que se puede aplicar para el control de profundidad, considerando un ángulo de cabeceo máximo de 12 grados, tiene un valor absoluto máximo de alrededor de

1.2N, esta magnitud reducida, exige una trayectoria de referencia adecuada, por lo que los cambios de de profundidad se realizan utilizando perfiles trapezoidales, esto significa que el vehículo debe recorrer una distancia considerable durante el experimento; Para superar esta complicación, se colocó un timón de popa fijo para lograr una trayectoria circular en el plano x/y mientras el vehículo realiza la tarea de seguimiento de profundidad.

Posición de la masa móvil con respecto a x_g . Es conveniente mencionar que en la aplicación práctica de los esquemas de control propuestos, se utiliza la entrada de control x_g para calcular la posición deseada de la masa móvil, esto se realiza a través de la siguiente ecuación lineal.

$$x_{mm} = \frac{M_{v+m}}{M_m} x_g + x_{m0} \quad (5.1)$$

donde M_{v+m} es la masa total del vehículo, M_m es la masa móvil. Para la definición de x_{mm} y x_{m0} , se invita al lector a observar la Figura 5.2.

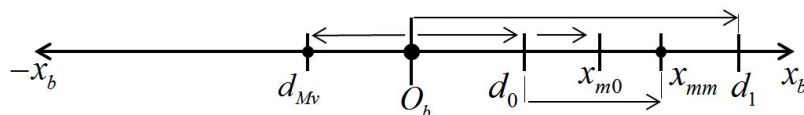


Figura 5.2: Posición de la masa móvil en relación con el origen del marco fijo del cuerpo. Aquí d_{Mv} es el punto de aplicación de M_v (la masa del vehículo, excluyendo la masa móvil M_m), d_0 y d_1 son los límites de masa en movimiento medidos con respecto a O_b , x_{m0} es la posición de la masa móvil tal que $M_v d_{Mv} = M_m * (d_0 + x_{m0})$, y x_{mm} (medida con respecto a d_0) es la posición de la masa móvil utilizada como entrada de control durante los experimentos realizados.

5.1.1. Escenarios Experimentales

Para evaluar mejor el rendimiento de los controladores propuestos, se realizaron experimentos en diferentes condiciones a través de tres escenarios diferentes:

1. Escenario 1: Caso nominal.

En este caso, el vehículo sigue una trayectoria de profundidad predefinida, en ausencia de perturbaciones externas. Las ganancias se ajustan para obtener el mejor

resultado posible y se mantienen sin cambios para los próximos escenarios.

2. Escenario 2: Robustez frente a perturbaciones en la entrada de control.

El control de profundidad propuesto se basa en un control preciso de la masa de desplazamiento lineal, que es la única entrada de control disponible durante estos experimentos. En este escenario, se introduce un error de 2,5 mm en el valor x_{m0} . En la práctica, x_{m0} se puede mover fácilmente dependiendo de la distribución de la carga útil o incluso debido a pequeños errores durante el proceso de ensamble y, desensamble del prototipo.

3. Escenario 3: Robustez frente a perturbaciones en flotabilidad.

En este escenario, se induce una perturbación de flotabilidad de 0.5 N a través del tanque de lastre, es importante mencionar que parte de la eficiencia energética HAUG proviene del hecho de que el tanque de lastre hace posible calibrar la flotabilidad del vehículo para lograr flotabilidad neutra. Sin embargo, factores externos como la densidad del agua o los objetos adheridos a la superficie del vehículo pueden provocar perturbaciones difíciles de estimar.

Además de los escenarios anteriores, se dedica un espacio al análisis de las diferencias, ventajas y desventajas de los controladores de lazo simple y doble. Como ha quedado claro, ambos enfoques explotan la dinámica acoplada de cabeceo y profundidad y se diferencian principalmente por el tratamiento de la dinámica del ángulo de cabeceo al realizar la tarea de seguimiento de profundidad.

5.2. PID y PD: Lazo doble y lazo simple

Con el propósito de facilitar la lectura de esta sección, proponemos recordar las leyes de control que se implementarán en tiempo real.

1.- Control PID de doble lazo (DPID), ver Corolario 1;

$$\theta^d = \arcsin \left[\frac{m_1(\eta) \cdot \ddot{z} + d_1(\eta) \cdot \dot{z} - k_{pz} e_z - k_{iz} \int_0^t e_z(s) ds - k_{dz} \dot{e}_z}{-\tau_z} \right] \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned}
 x_g &= -\frac{1}{W \cos(\theta)} \left[m_2(\eta) \cdot \ddot{\theta} + d_2(\eta) \cdot \dot{\theta} + z_g W \sin(\theta) - k_{p\theta} e_\theta - k_{i\theta} \int_0^t e_\theta(s) ds - k_{d\theta} \dot{e}_\theta \right] \\
 e_z &= z - z^d, \quad e_\theta = \theta - \theta^d
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

2.- Control PID de lazo sencillo (SPID), ver Corolario 2;

$$x_g = -\frac{z_g W}{\tau_z \cos(\theta)} (m_1(\eta) \cdot \ddot{z} + d_1(\eta) \cdot \dot{z} - k_p e_z - k_i \int_0^t e_z(s) ds - k_d \dot{e}_z) \tag{5.4}$$

Las ganancias de control para los controladores de doble lazo se ajustaron mediante el siguiente procedimiento heurístico:

A: Con el propulsor apagado, primero ajustamos las ganancias de PID_θ introduciendo al controlador una referencia de ángulo de cabeceo.

- Con $ki_\theta = 0$, $kd_\theta = 0$, se incrementa kp_θ hasta que el vehículo se acerque a la referencia.
- Entonces, ki_θ se incrementa lentamente para disminuir el error en estado estable hasta que se empiezan a percibir oscilaciones.
- Ahora, kd_θ se incrementa hasta que se reducen las oscilaciones.

B: Una vez que el controlador de dinámica del ángulo de cabeceo ha sido ajustado para el caso estático, el propulsor se ajusta a la fuerza constante que se usará a través de los experimentos.

- Con $ki_z = 0$, $kd_z = 0$, se incrementa kp_z hasta que el vehículo se acerque a la referencia.
- Entonces, ki_z se incrementa lentamente para disminuir el error de estado estable hasta que se empiezan a percibir las oscilaciones.
- Finalmente, kd_z se incrementa hasta que se reducen las oscilaciones.

C: Ahora que el vehículo está en movimiento, se pueden realizar pequeños cambios en las ganancias de PID_θ para mejorar la respuesta del controlador.

Para el controlador PID de lazo simple, los pasos se reducen a los correspondientes a la sintonización de ganancia k_{i_z} , k_{d_z} , k_{p_z} . Los valores de ganancia utilizados durante los experimentos se detallan en la Tabla 4. Es necesario considerar que, para la implementación experimental de la ley de control (4.20) y (4.21), se ha realizado una aproximación constante de los términos de compensación de amortiguamiento; además, los términos de compensación de inercia se desprecian debido a las condiciones de baja aceleración. Una vez que se logra una buena regulación, es posible aproximar D_η modificando los términos de amortiguamiento y observando el desempeño del seguimiento durante el cambio de referencia. Un enfoque similar a este método de estimación de parámetros se reporta en [57], donde se propone un controlador que contiene los parámetros del sistema y se realizan simulaciones para verificar su utilidad para evaluar las propiedades del sistema, ajustando las ganancias del controlador primero y luego secuencialmente ajustando los parámetros del sistema.

Tabla 1

| <i>Controlador</i> | <i>Ganancias</i> | | | |
|-------------------------------------|---|---------------------|---------------------|-------------------|
| <i>S-IBSC</i> | $\gamma = 0,019$ | $v = 0,001$ | $\delta = 5,3$ | $D_z = 23$ |
| <i>S-PID</i> | $kp = 6,28$ | $kd = 0,0198$ | $ki = 0,0053$ | $D_z = 23$ |
| <i>D-IBSC$_\theta$</i> | $\gamma_2 = 0,0047$ | $v_2 = 0,0134$ | $\delta_2 = 0,298$ | $D_z = 0,02$ |
| <i>D-PID$_\theta$</i> | $kp_\theta = 1,3$ | $kd_\theta = 0,018$ | $ki_\theta = 0,004$ | $D_\theta = 0,02$ |
| <i>D-IBSC$_z$</i> | $\gamma_1 = 0,009$ | $v_1 = 0,004$ | $\delta_1 = 1,5$ | $D_\theta = 13$ |
| <i>D-PID$_z$</i> | $kp_z = 2,5$ | $kd_z = 0,013$ | $ki_z = 0,006$ | $D_z = 13$ |
| <i>PID \equiv IBCS</i> | $(\hat{k}_p = 1 + \delta + v\gamma); (\hat{k}_i = v\delta); (\hat{k}_d = \gamma + v)$ | | | |

El estudio experimental reúne controladores PID simples y dobles, así como sus equivalentes PD. Para hacer una presentación comprensible de los resultados contenidos en 40 gráficos, se adopta el siguiente orden. En las figuras, los controladores simples (SPID o SPD) se presentan en los marcos del lado izquierdo, mientras que los controladores dobles (DLPID o DLPD) se muestran en los marcos del lado derecho. Dentro de cualquiera de los marcos, los gráficos superiores corresponden a controladores PID con escala en el eje del lado derecho; y el gráfico inferior corresponde a los controladores PD con escala en el eje del lado izquierdo. De esta manera, los controladores simples y dobles pueden analizarse observando los marcos en el sentido horizontal, mientras que los controladores PID versus PD pueden evaluarse comparando los marcos en la dirección vertical.

5.2.1. Escenario 1: Caso Nominal

En los diferentes escenarios experimentales, el vehículo tiene como objetivo seguir una trayectoria de profundidad compuesta por tres intervalos de referencia constantes (regulación) unidos por intervalos de transición de 20 segundos de duración diseñados para permitir un cambio de referencia suave a través de un perfil de velocidad trapezoidal. La referencia inicial es de 0.7 m alrededor de $t = 100$ seg se aumenta la meta de profundidad a 0.9 m; finalmente, alrededor de $t = 360$ seg, el vehículo emerge para alcanzar una referencia de 0.75 m hasta el final del experimento.

Los resultados principales para el PID Simple (SPID) y el PID Doble (DLPID) en el caso nominal se muestran en la Figura 5.3. Los marcos superiores muestran que ambos controladores presentan un desempeño aceptable para problema de regulación y seguimiento en el *Bentos*. Los mismos experimentos también se desarrollaron con controladores con acción proporcional derivativa PD de lazo simple y doble (SPD, DLPD), obteniendo un comportamiento muy similar. Para completar el estudio, los cuatro controladores propuestos se analizan en términos del error cuadrático medio en la tabla 2.

En el lado izquierdo de la Figura 5.3, se puede observar que, para el controlador SPID, el vehículo logra la tarea de regulación de profundidad y que el error se mantiene por debajo de $\pm 30\text{mm}$. Es posible observar los fuertes acoplamientos dinámicos entre profundidad y ángulo de cabeceo, en $t = 100\text{s}$ y $t = 360\text{s}$ donde los cambios de profundidad están acompañados de cambios en el control virtual.º ángulo de cabeceo de $\Delta\theta = \pm 8$ grados para el SPID y de $\Delta\theta \pm 4$ grados para el DPID. Por otro lado, cabe señalar que el ángulo de cabeceo no tiene referencia para los algoritmos de lazo simple (PD o PID), porque no estamos controlando activamente dicho ángulo. Finalmente, el gráfico inferior derecho muestra la entrada de control activa, *i.e.* la posición de la masa en movimiento x_{mm} , cuya posición varía en un rango de alrededor de 12 mm, que es menor que los 50 mm de desplazamiento nominal total.

Centrándose en el lado derecho de la Figura 5.3, es posible notar que el DLPID realiza la tarea de seguimiento de profundidad en el caso nominal, manteniendo un error de seguimiento menor que $\pm 18\text{mm}$. Por otro lado, la evolución del ángulo de cabeceo presenta un comportamiento más amortiguado que el observado con el controlador SPID. De hecho, el DLPID introduce un lazo de control para la dinámica del error de orientación en θ , de modo que éste ángulo de cabeceo sigue la referencia de seguimiento virtual deseada θ^d dado en la ec. (4.20).

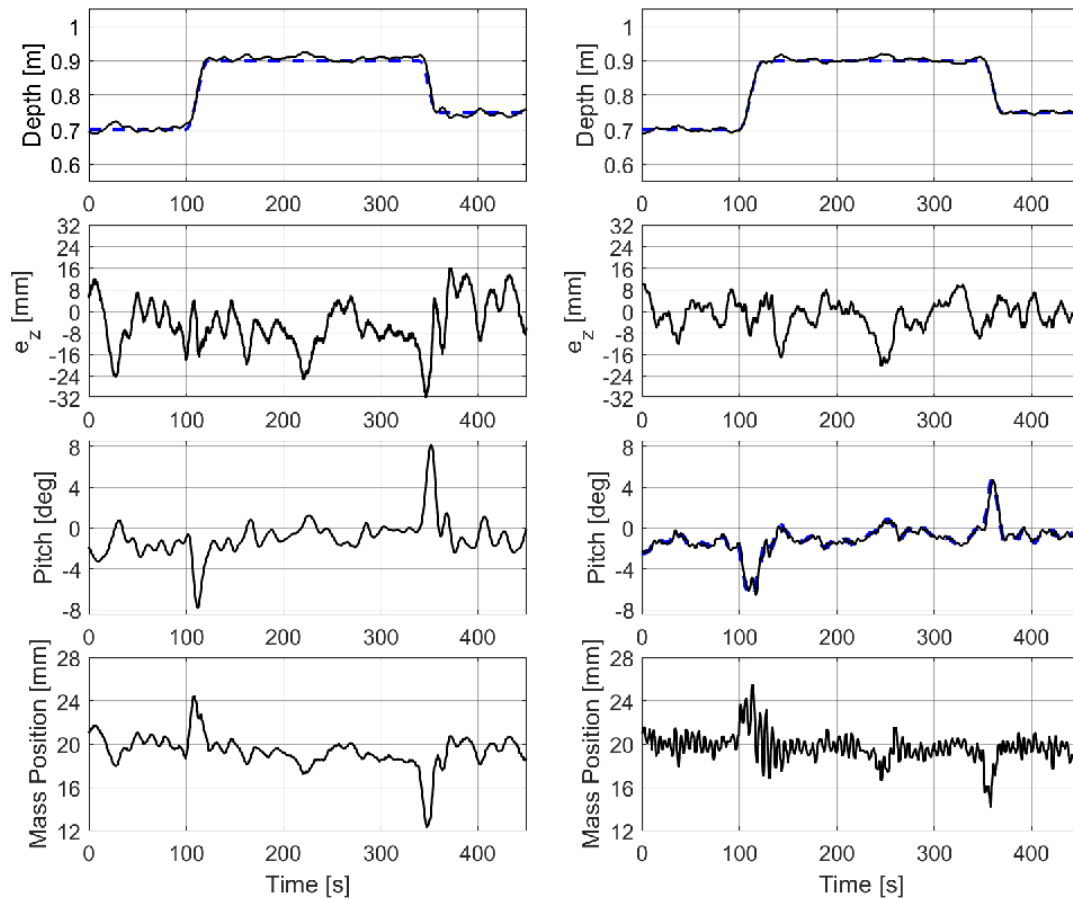


Figura 5.3: **Resultados Experimentales.** Desempeño en el caso nominal: S-PID (columna izquierda), D-PID (columna derecha). S-PD y D-PD, no reportados aquí, exhibieron comportamientos similares.

5.2.2. Escenario 2: Robustez ante perturbaciones en la entrada de control

En este escenario, el vehículo sigue una trayectoria de profundidad similar a la utilizada en el caso nominal, sin embargo, esta vez, se induce una perturbación, $\Delta x_{m0} = 2,5mm$, al valor de x_{m0} . En aplicaciones reales, un error en la estimación de x_{m0} puede ser producido por factores como la adherencia de objetos a la superficie del vehículo o la modificación de la distribución del peso debido a la adición de sensores o carga útil. Considerando que,

como fue posible apreciar en el caso nominal, la masa de movimiento lineal se desplaza dentro de un intervalo de 12 mm, una fracción del rango completo de 50 mm, por lo que inducir un error de 2.5 mm en la posición de la masa corresponderá a una perturbación, en la entrada de control, de aproximadamente 20 % de la carrera de dicho dispositivo de control.

Las gráficas en el lado izquierdo de la figura 5.4 muestran el rendimiento de SPID y SPD, la línea superior de cada gráfico corresponde al PID y la línea inferior al PD, respectivamente. En los marcos del lado derecho, es posible observar el desempeño de los controladores de Doble Lazo. Vale la pena mencionar que incluso cuando la trayectoria probada en los controladores individuales parece ligeramente diferente a la trayectoria de los controladores DPID y DPD, la comparación sigue siendo justa, ya que la única variación es que la trayectoria del lado izquierdo mantiene la referencia en 0.9 alrededor de 50 segundos más. que la trayectoria del lado derecho, antes de emerger a 0.75 m. La perturbación de control se induce en ambos casos alrededor de $t = 260$ seg. Para mejorar la comparación visual, ambos lados muestran los 250 segundos más relevantes de cada experimento.

Observando la columna izquierda de la Figura 5.4, es posible concluir que el SPID supera al controlador SPD bajo x_{m0} perturbación, mientras que el SPID permite que el vehículo alcance la referencia, disminuyendo el error a valores similares a los observados en el caso nominal, el SPD sigue la trayectoria con un error de estado estacionario que oscila entre -64mm y -32mm . El tercer gráfico muestra la evolución del ángulo de inclinación acoplado y, en la parte inferior, el gráfico ofrece información sobre la posición de la masa en movimiento.

La columna derecha de la figura 5.4 ofrece información sobre el rendimiento del DLPID (gráfico superior de cada figura) y DLPD (gráfico inferior); como era de esperar, el DLPID compensa el error inducido y converge con éxito a la referencia, mientras que el DLPD mantiene el vehículo cerca de la referencia con un error ligeramente mayor. Sorprendentemente, este tipo de perturbación produce una perturbación mínima en el rendimiento de seguimiento de profundidad de los controladores de doble lazo, la convergencia DLPID es bastante rápida y el error de estado estable del DLPD es pequeño. Por el contrario, la perturbación inducida en x_{m0} tiene un efecto más notorio en el seguimiento de θ^d , en el gráfico de evolución del ángulo de cabeceo correspondiente, el PID de doble lazo exhibe una convergencia rápida a la referencia en cabeceo, mientras que el DLPD muestra un error de estado estable después de que se induce la perturbación.

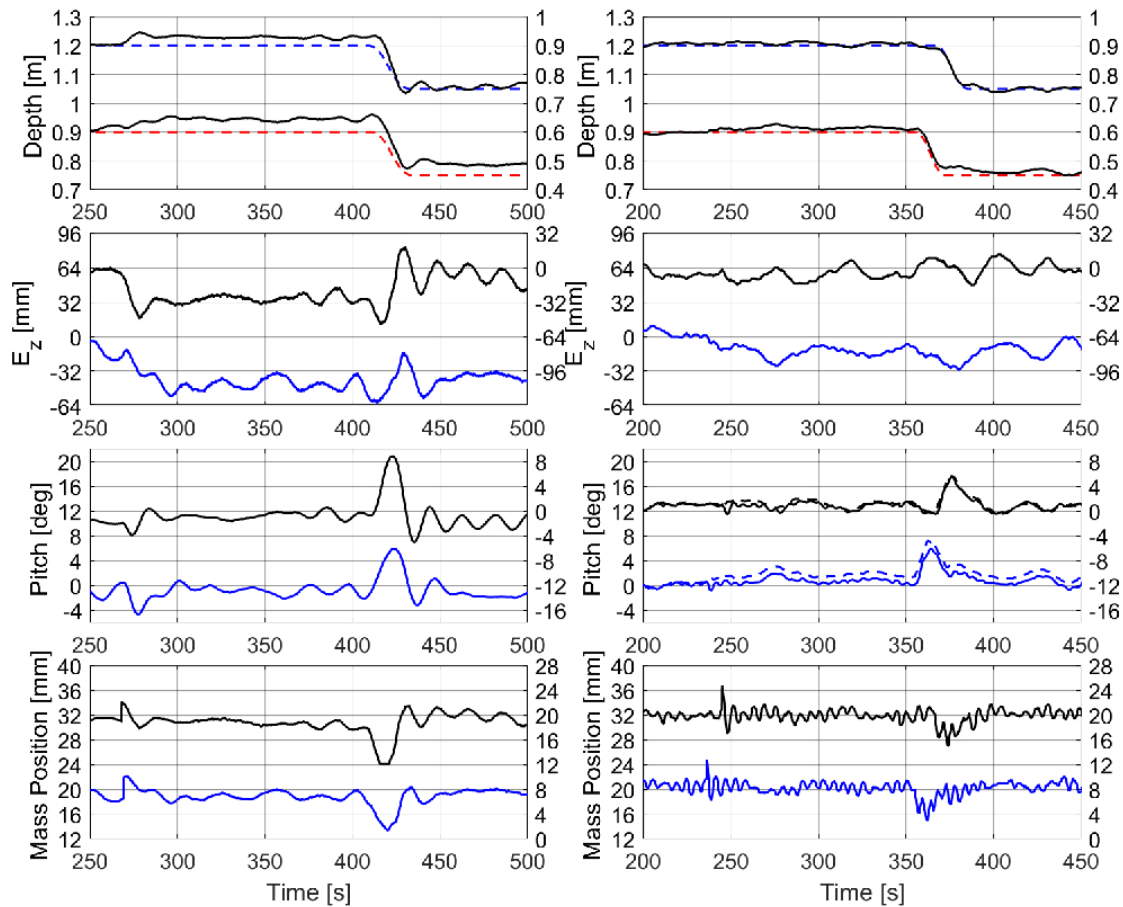


Figura 5.4: **Resultados Experimentales**. Robustez ante perturbación de control $\Delta x_{m0} = 2,5mm$. Columna izquierda: S-PID (línea superior de cada gráfica) y S-PD (línea inferior de cada gráfica). Columna derecha: D-PID (línea superior de cada gráfica) y D-PD (línea inferior de cada gráfica).

5.2.3. Escenario 3: Robustez ante perturbaciones de flotabilidad

En este escenario, el vehículo está configurado para seguir la misma trayectoria presentada en el escenario 2; esta vez se induce una perturbación de flotabilidad, $\Delta B = 0,5N$, a través del tanque de lastre alrededor de $t=260$ seg.

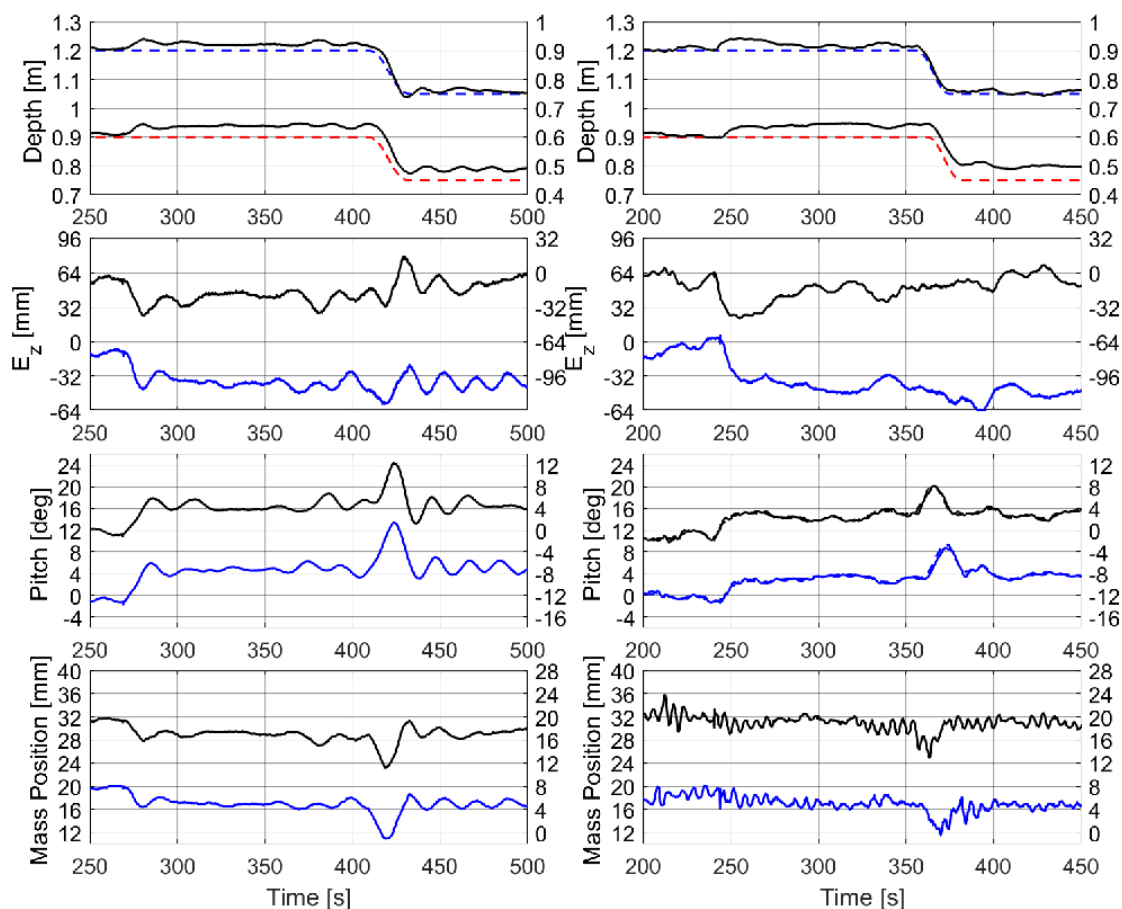


Figura 5.5: **Resultados Experimentales.** Robustez ante perturbaciones de flotabilidad $\Delta W = 0,5N$: Columna izquierda: S-PID (línea superior de cada gráfico) y S-PD (línea inferior de cada gráfico). Columna derecha: D-PID (línea superior de cada gráfico) y D-PD (línea inferior de cada gráfico)

El desempeño obtenido por el PID/PD de lazo simple se muestra en los gráficos del lado izquierdo de la figura 5.5. El gráfico superior (escala del lado derecho) de cada gráfico muestra la evolución del SPID, mientras que el gráfico inferior (escala del lado izquierdo) representa el SPD. Observe que el SPID logra la convergencia de profundidad a la trayectoria deseada mientras que bajo el controlador SPD el vehículo sigue la referencia con un corrimiento u offset en profundidad; esto se puede confirmar inspeccionando los gráficos de error y profundidad de la figura 5.5.

El tercer gráfico muestra la evolución del ángulo de cabeceo, es posible observar que el vehículo se mueve con un ángulo de cabeceo de mayor magnitud después de la introducción de la perturbación de flotabilidad; esto nos recuerda que incluso cuando el ángulo de cabeceo no se controla activamente, el SPD y el SPID se basan en el comportamiento acoplado de profundidad y ángulo de cabeceo, véase la ec. (5.4). El lado derecho de la figura 5.5 muestra el rendimiento del DLPID (gráfico superior de cada gráfico) y el DLDPD (gráfico inferior de cada gráfico). La robustez mejorada proveniente de la introducción de la acción integral es bastante clara para este tipo de perturbación, el DLPID logra superar la perturbación inducida, reduciendo el error a niveles similares a los observados en el caso nominal, mientras que el rendimiento de seguimiento del DLDPD presenta un error en estado estacionario en el seguimiento de la referencia, esto es evidente, observando los gráficos correspondientes de profundidad y error.

Continuando con la columna derecha de la Figura 5.5, se observa en el gráfico del ángulo de cabeceo que la perturbación en flotabilidad no degrada el rendimiento del seguimiento del ángulo de cabeceo (vale la pena recordar que θ^d se define exclusivamente para los controladores de Doble Lazo). De hecho, sumando esto a los resultados extraídos del gráfico de orientación en la columna derecha de la Figura 5.4, podemos concluir que una perturbación en la flotabilidad del vehículo afectará principalmente al lazo exterior del DLPID/DLDPD (seguimiento de profundidad), mientras que una perturbación inducida en la posición de la masa móvil o la distribución del peso afectará principalmente al lazo interno del DLPID/DLDPD, consulte el esquema de control en la Figura 4.1 .

5.2.4. Comparación entre controladores de lazo simple y de lazo doble

Para completar el análisis de datos experimentales, compararemos el rendimiento de los controladores de lazo simple y doble. Para esto, es útil observar la Tabla 2 y comparar los gráficos del lado izquierdo y derecho de la Figura 5.4 y la Figura 5.5.

Como concluimos en la Subsección 5.5, los controladores de Doble Lazo parecen tener un efecto de desacoplamiento de perturbaciones tanto en la dinámica de lazo cerrado de cabeceo como de profundidad. En el caso de la perturbación del cabeceo, los controladores de lazo doble exhiben una robustez mejorada en comparación con los controladores de lazo simple, logrando resultados considerablemente mejores para la tarea de seguimiento de profundidad. En el escenario de perturbación de la flotabilidad, el DPID exhibe el mejor rendimiento de seguimiento de profundidad, sin embargo, la mejora con respecto al PID de lazo único es realmente marginal; de hecho, los valores de RMSE son del mismo orden

de magnitud, consulte la Tabla 2.

La perturbación de la flotabilidad afecta principalmente a la dinámica de profundidad; como resultado, podemos observar un desempeño similar de los esquemas de control de Lazo Simple y Doble ante este tipo de perturbación. La figura 5.5 muestra que para este escenario, el DPID tiene un mejor rendimiento que el SPID, mientras que el SPD logra mantener el error de seguimiento ligeramente más pequeño que el DPD, esto se confirma en la tercera fila de la Tabla 2.

A pesar del rendimiento y la robustez mejorados (especialmente para el DPID) que exhiben los controladores de lazo doble, no debemos precipitarnos y declararlos superiores a los controladores de lazo simple, debemos atender primero a las consideraciones de consumo de energía.

Dado que el sistema de procesamiento incorporado y la fuerza constante del propulsor hacia adelante son iguales para todos los casos y esquemas de control, la única diferencia en el consumo de energía es la amplitud y la frecuencia de los desplazamientos de la masa en movimiento. Considerando esta perspectiva, es claro que SPID y SPD son considerablemente mejores que DPID y DPD; esto se puede confirmar observando los gráficos de posición de masa en la parte inferior de las figuras 5.4 y 5.5 y la tabla de desplazamiento de masa total 3.

En resumen, los controladores de doble lazo (PD o PID) ofrecen una robustez y un rendimiento general mejorados a costa de un consumo de energía considerablemente mayor, mientras que los controladores de lazo simple (PD o PID) presentan un consumo de energía mejorado con un rendimiento de seguimiento ligeramente degradado. Los controladores presentados ofrecen alternativas de control adecuadas con ventajas y desventajas particulares; la preferencia de uno sobre el otro tendría que hacerse considerando las especificaciones de la misión.

| | <i>Esquema</i> | <i>S-PD</i> | <i>S-PID</i> | <i>D-PD</i> | <i>D-PID</i> |
|----------------|-------------------------------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| Tabla 2 | <i>Nominal</i> | 0,0145 | 0,0106 | 0,0068 | 0,0047 |
| | <i>Perturbación en Control</i> | 0,0426 | 0,0245 | 0,0162 | 0,0076 |
| | <i>Perturbación en Flotabilidad</i> | 0,0401 | 0,0192 | 0,0464 | 0,0141 |

| | <i>Esquema</i> | <i>S-PD</i> | <i>S-PID</i> | <i>D-PD</i> | <i>D-PID</i> |
|----------------|-------------------------------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| Tabla 3 | <i>Nominal</i> | 88,21 | 85,95 | 169,16 | 110,2 |
| | <i>Perturbación en Control</i> | 95,44 | 88,72 | 116,66 | 120,15 |
| | <i>Perturbación en Flotabilidad</i> | 89,96 | 92,18 | 133,61 | 129,65 |

5.3. PID y PD no lineales saturados: Lazo doble

En esta sección se evalúa el desempeño, por medio de experimentos en tiempo real, de los controladores PID y PD saturados de doble lazo, en los escenarios descritos con anterioridad. A continuación se reproducen las leyes de control para dar cotinuidad al texto.

Control PID (PD) no lineal saturado de doble lazo D-NLPID (D-NLPD), Corolario 3;

$$\theta^d = \arcsin \left[\frac{m_1(\eta) \cdot \ddot{z} + d_1(\eta) \cdot \dot{z} - \bar{k}_{pz} e_z - \bar{k}_{iz} \int_0^t e_z(s) ds - \bar{k}_{dz} \dot{e}_z}{-\tau_z} \right] \quad (5.5)$$

$$x_g = -\frac{1}{W \cos(\theta)} \left[m_2(\eta) \cdot \ddot{\theta} + d_2(\eta) \cdot \dot{\theta} + z_g W \sin(\theta) - \bar{k}_{p\theta} e_\theta - \bar{k}_{i\theta} \int_0^t e_\theta(s) ds - \bar{k}_{d\theta} \dot{e}_\theta \right] \quad (5.6)$$

2.- Control PID (PD) no lineal saturado de lazo sencillo S-NLPID (S-NLPD), Corolario 4

$$x_g = -\frac{z_g W}{\tau_z \cos(\theta)} (m_1(\eta) \cdot \ddot{z} + d_1(\eta) \cdot \dot{z} + u_{nlpid}(e, \dot{e}, \xi)) \quad (5.7)$$

$$u_{nlpid}(e, \dot{e}, \xi) = -\bar{k}_p(\cdot)e - \bar{k}_i(\cdot) \int_0^t e_z(s) ds - \bar{k}_d(\cdot) \dot{e}_z,$$

Esta versión de controladores en lazo simple no fue evaluada por las dos razones siguientes:

- el desempeño del PD no saturado en lazo simple fué el más pobre. Por esta razón se deja en segunda prioridad para su potencial evaluación,
- falta de facilidades experimentales debido a la pandemia SARS-COVID 2

SINTONIZACION DE GANANCIAS

Las ganancias del controlador propuesto se han ajustado heurísticamente y siguiendo secuencialmente los siguientes pasos:

1. Comenzamos seleccionando $\mu_{pj} = \mu_{dj} = \mu_{ij} = 1$.
2. d_{pj} se selecciona teniendo en cuenta que d_{pj} determina la región lineal para k_{pj} .
3. Con $b_{dj} = b_{dj} = 0$ se incrementa b_{pj} hasta que se empiezan a percibir oscilaciones.
4. d_{ij} se selecciona considerando que d_{pj} determina la región lineal para k_{ij} .
5. b_{ij} se incrementa gradualmente hasta que se reduce el error de estado estacionario.
6. d_{dj} se selecciona teniendo en cuenta que d_{pj} determina la región lineal para k_{dj} .
7. b_{dj} se incrementa gradualmente hasta que las oscilaciones del sistema disminuyen.
8. μ_{pj} , μ_{dj} y μ_{ij} se ajustan para mejorar la respuesta del sistema.

Las ganancias de control utilizadas a través de un conjunto de experimentos en tiempo real se informan en la tabla 4.

Tabla 4

| | | | | |
|-------------------------|--------------------|----------------------|-------------------|-----------------------|
| \triangleleft Cabeceo | <i>Profundidad</i> | $b_{pz}=1.23$ | $d_{pz}=0.013$ | $\mu_{pz} = 0,8$ |
| | | $b_{iz}=0.006$ | $d_{iz}=0.015$ | $\mu_{iz} = 0,3$ |
| | | $b_{dz}=0.0018$ | $d_{dz}=0.006$ | $\mu_{dz} = 0,8$ |
| | | $b_{p\theta}=0.25$ | $d_{p\theta}=0.6$ | $\mu_{p\theta} = 0,8$ |
| | | $b_{i\theta}=0.0022$ | $d_{i\theta}=0.8$ | $\mu_{i\theta} = 0,3$ |
| | | $b_{d\theta}=0.0018$ | $d_{d\theta}=0.4$ | $\mu_{d\theta} = 0,8$ |

5.3.1. Escenario 1: Caso Nominal

En la figura 5.6, de arriba hacia abajo primer gráfico, se puede notar que se alcanza el objetivo de control de seguimiento de trayectoria, *i.e* la profundidad del vehículo converge de manera asintótica a la profundidad deseada o de referencia; de hecho el error de seguimiento en profundidad es inferior a $\pm 2cm$ como se observa en el segundo gráfico. El tercer gráfico muestra que el controlador de ángulo de cabeceo θ también converge a la referencia virtual o auxiliar θ^d . Los gráficos segundo y cuarto confirman estas convergencias que muestran los errores de profundidad y orientación respectivamente. Vale la pena señalar que cada gráfico representa un experimento de 7.5 minutos de duración, lo que significa que los datos están bastante comprimidos en el eje x.

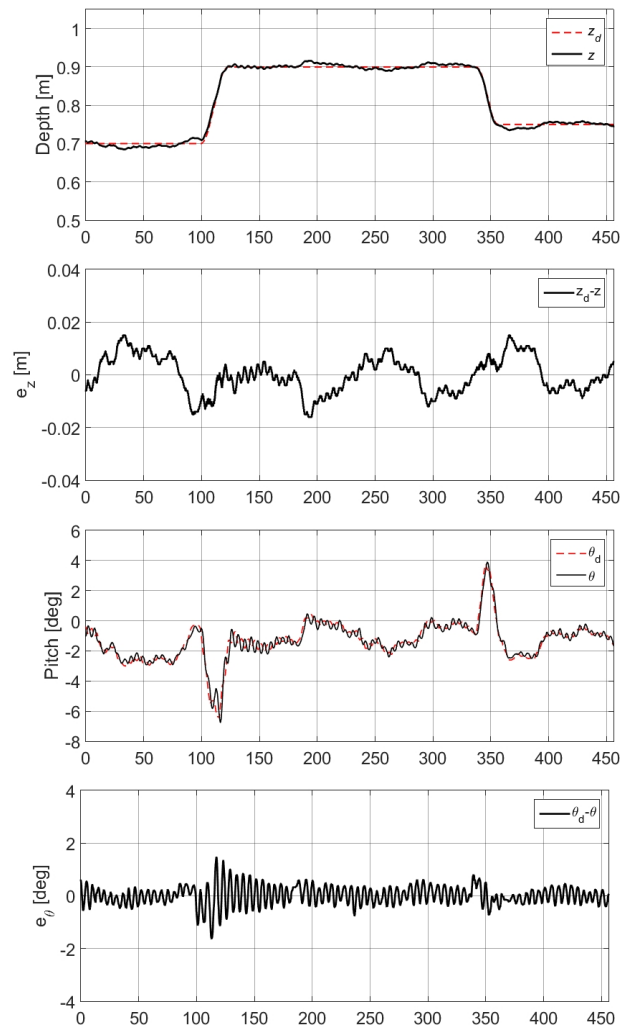


Figura 5.6: Desempeño del controlador D-NLPID Controller en el caso nominal.

Los gráficos en la figura 5.6 también muestran el comportamiento acoplado del controlador propuesto, esto es bastante claro al observar los gráficos de seguimiento de profundidad y orientación alrededor de $t = 100$ seg y $t = 340$ seg donde un cambio en la referencia de profundidad da origen a picos en el ángulo theta (cabeceo) deseado que se reducen tan pronto como el vehículo alcanza la nueva referencia de profundidad. En este sentido conviene notar que una variación en profundidad de cerca el 30 % de $(0,7-0,9m)$ representa un cambio en el ángulo de cabeceo de ± 4 grados, lo que satisface el criterio operacional experimental de evitar variaciones grandes en la orientación del vehículo.

5.3.2. Escenario 2: Perturbaciones en la señal de control

Para esta prueba, el vehículo se configuró para seguir la misma trayectoria utilizada en el escenario 1, pero ahora se indujo un error de 2.5 mm a x_{m0} alrededor de $t = 250$ seg. Aún cuando el desplazamiento máximo de la masa en movimiento es de 50 mm, se puede observar en la figura 5.9 que durante la regulación la masa se mueve dentro de un intervalo con una longitud menor a 10 mm, esto significa que el error inducido es igual a 25 del desplazamiento de masa.

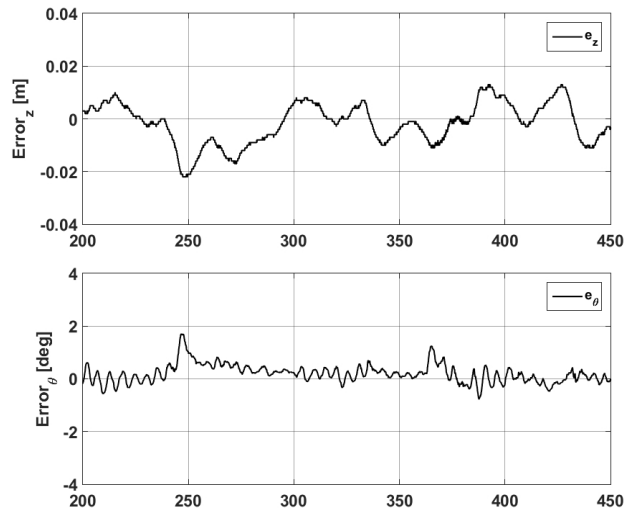


Figura 5.7: Perturbación en la señal de control: Errores de seguimiento en profundidad $e_z = z - z^d$ y orientación $e_\theta = \theta - \theta^d$, donde θ^d referencia virtual del ángulo cabeceo.

El gráfico superior de la figura 5.7 muestra el error de seguimiento de profundidad, como se puede ver en este gráfico, el error de seguimiento de profundidad aumenta cuando se induce la perturbación alrededor de $t = 250$ seg, pero se reduce nuevamente a valores similares a los observados en la gráfica de error de caso nominal en la figura 5.6. El gráfico inferior de la figura 5.7 muestra los datos de error de seguimiento del ángulo de cabeceo obtenidos de este experimento, como se puede notar, este error tiene un fuerte aumento cuando se aplica la perturbación y luego se reduce, aumentando nuevamente en el cambio de referencia alrededor del segundo $t = 370$. Lo dicho en este párrafo se puede confirmar observando la línea superior de los gráficos superior e intermedio en la figura 5.9.

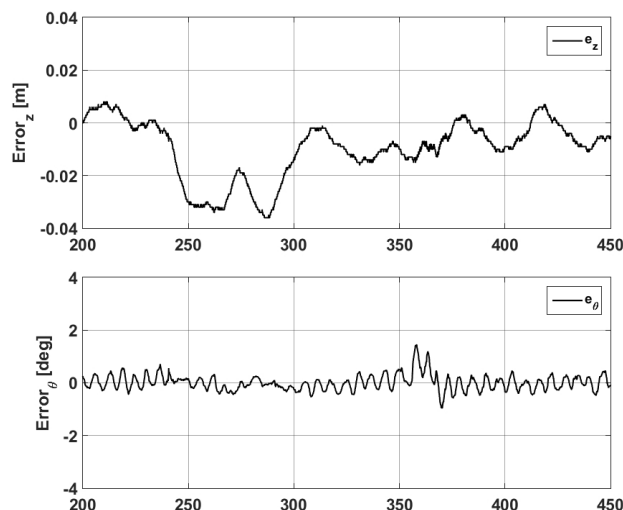


Figura 5.8: Perturbación en la flotabilidad: Errores de seguimiento en profundidad $e_z = z - z^d$ y orientación $e_\theta = \theta - \theta^d$, donde θ^d referencia virtual del ángulo cabeceo.

5.3.3. Escenario 3: Perturbación en Flotabilidad.

Durante esta prueba, el vehículo se configuró para seguir la misma trayectoria utilizada en el Escenario 1, esta vez con un cambio de flotabilidad de 0,5 N, inducido alrededor de los 250 segundos. La figura 5.8 muestra el error de seguimiento de profundidad y cabeceo en esta condición. Está claro que el controlador NLPID es lo suficientemente robusto como para reducir el error de seguimiento de profundidad después de aumentar debido a la perturbación inducida, dando resultados similares al caso nominal. También se puede observar que esta perturbación de flotabilidad tiene un impacto mínimo en el error de seguimiento de cabeceo. Para completar este análisis de datos de casos, se puede observar el rendimiento del seguimiento en la línea superior de los gráficos superior e intermedio en la figura 5.10.

Es importante mencionar que las oscilaciones que se aprecian en los gráficos de error de ángulo de inclinación son de muy baja frecuencia (alrededor de 0,2 Hz). También se debe tener en cuenta que el eje de tiempo de las figuras 5.7-5.10 comienza en $t = 200$ s para comparar mejor el rendimiento del controlador en condiciones de perturbación (las perturbaciones de flotabilidad y control son inducidas en $t = 250$ s). En la tabla 5 se reporta el error medio cuadrático del rendimiento de seguimiento de la trayectoria del controlador D-NLPID en los escenarios nominal y de perturbación.

Tabla 5

| <i>Caso</i> | <i>RSME_z (m)</i> | <i>RSME_θ (deg)</i> |
|--|-----------------------------|-------------------------------|
| <i>Nominal</i> | <i>0.0064</i> | <i>0.2831</i> |
| <i>Perturbación en la entrada de control</i> | <i>0.0076</i> | <i>0.3856</i> |
| <i>Perturbación en flotabilidad</i> | <i>0.0143</i> | <i>0.2963</i> |

5.3.4. Escenario 4: Comparación con otros controladores

Es importante comparar los resultados del NLPID con otros esquemas de control para evaluar completamente su desempeño y factibilidad. Para realizar esta tarea, probamos un PD y un PID lineales clásicos, y un PD no lineal en las condiciones presentadas en los escenarios 3 y 4. La escala del eje vertical derecho en las gráficas de las figuras 5.9 y 5.10 corresponden a la línea superior de cada gráfico, que muestra datos experimentales del rendimiento de NLPID, la escala del eje vertical izquierdo corresponde a la línea inferior de cada gráfico, que muestra la respuesta de NLPD. Con respecto a los controladores clásicos PID y PD, por razones de espacio, la comparación se realiza únicamente a través de los datos que se encuentran en las tablas RMSE 6 y 7.

Vale la pena mencionar que, durante la fase de regulación a profundidad constante, las fuerzas de levantamiento producidas por las alas solo son relevantes cuando el vehículo esté realizando un movimiento con un ángulo de cabeceo distinto de cero, con un tanque de lastre perfectamente ajustado, se espera que el ángulo de cabeceo en estado estable sea cero, sin embargo, es extremadamente difícil de lograr. esta condición. Los diagramas de cabeceo de la figura 5.9 muestran un valor de ángulo de cabeceo pequeño incluso cuando en ese escenario no se induce una perturbación de la flotabilidad, esto indica que el vehículo no se pudo ajustar perfectamente para una flotabilidad neutra al comienzo del experimento. El impacto de la perturbación de la flotabilidad en el desplazamiento del cabeceo en estado estacionario se puede confirmar observando los gráficos de cabeceo de la figura 5.10. Este resultado es valioso porque un ángulo de cabeceo distinto de cero genera fuerzas de arrastre, lo que reduce la velocidad promedio del vehículo y disminuye el rango de HAUG.

El gráfico superior en la figura 5.9 muestra el rendimiento durante la tarea de seguimiento en profundidad del caso de control perturbado del NLPID (línea superior) y el NLPD (línea inferior), es posible percibir que la respuesta es ligeramente mejor para el NLPID que para el NLPD, esto es más obvio al observar el gráfico central, que compara el rendimiento del seguimiento del ángulo de cabeceo. Finalmente, el gráfico inferior de la figura 5.9 muestra la posición de la masa móvil para ambos controladores, estos datos se pueden usar para comparar el consumo de energía, se puede encontrar más información sobre esto

en la tabla 6 en la columna de desplazamiento de masa total.

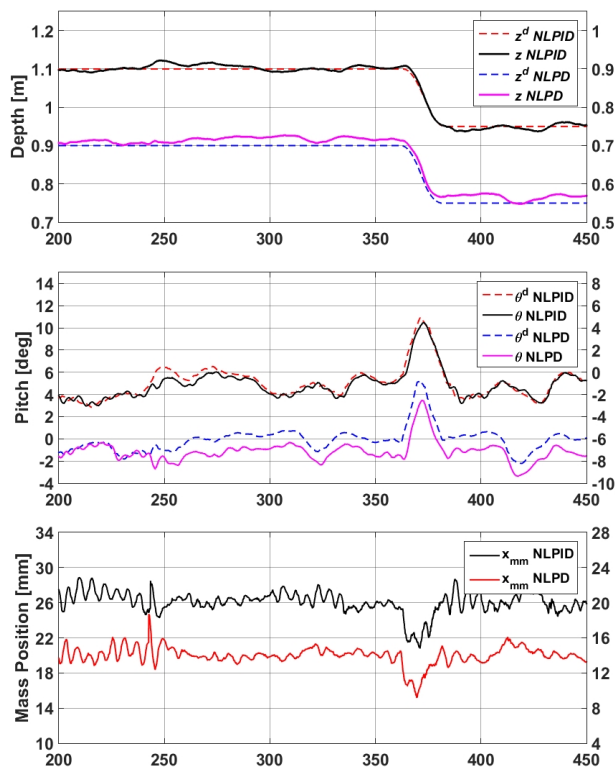


Figura 5.9: Dsempño del H-AUG en lazo cerrado en presencia de perturbaciones en la posición inicial x_{m0} de la masa móvil. NLPID (línea superior en cada gráfica) y NLPD (línea inferior en cada gráfica).

Tabla 6

| <i>Control</i> | <i>RSME_z</i> (<i>m</i>) | <i>RSME_θ</i> (<i>deg</i>) | <i>TMMC</i> (<i>mm</i>) |
|----------------|---|---|------------------------------|
| <i>NLPID</i> | 0.0076 | 0.3856 | 224.96 |
| <i>NLPD</i> | 0.0165 | 1.1925 | 167.52 |
| <i>PID</i> | 0.0095 | 0.4165 | 184.78 |
| <i>PD</i> | 0.0147 | 1.0488 | 176.61 |

Para completar el estudio, las tablas 6 y 7 reportan los valores numéricos RSME de los controladores probados, estas tablas muestran una mejora del NLPID y PID clásico frente a sus respectivas contrapartes PD, siendo también posible observar que el NLPID supera

ligeramente a los otros controladores probados. Además, la distancia total que recorre la masa en movimiento se presenta como un indicador del consumo de energía. Con respecto al escenario de perturbación de la flotabilidad, el gráfico superior de la figura 5.10 muestra el rendimiento de seguimiento de profundidad del NLPID (línea superior) y el NLPD (línea inferior), en este caso, un rendimiento mejorado del NLPID sobre el NLPD es mucho más obvio, sin embargo, al mirar el gráfico central, se puede concluir que la perturbación de la flotabilidad no tiene efecto en la eficiencia del seguimiento del cabeceo, esto se puede confirmar observando la tabla 7. Para completar, la evolución de la posición de la masa en movimiento para ambos controladores se muestra en el gráfico inferior de la figura 5.10.

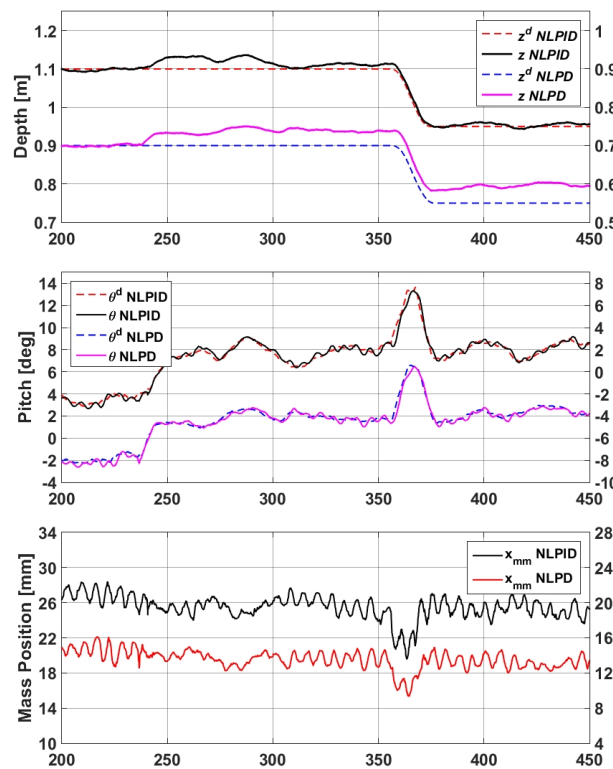


Figura 5.10: NLPID (upper line of each plot) and NLPD (lower line of each plot) controller performance comparison for the 0.5N buoyancy disturbance case.

| | <i>Control</i> | <i>RSME_z</i> <i>(m)</i> | <i>RSME_θ</i> <i>(deg)</i> | <i>TMMC</i> <i>(mm)</i> |
|----------------|----------------|---------------------------------------|---|----------------------------|
| Tabla 7 | <i>NLPID</i> | <i>0.0143</i> | <i>0.2963</i> | <i>238.13</i> |
| | <i>NLPD</i> | <i>0.0378</i> | <i>0.2541</i> | <i>190.93</i> |
| | <i>PID</i> | <i>0.0171</i> | <i>0.2892</i> | <i>198.72</i> |
| | <i>PD</i> | <i>0.0408</i> | <i>0.2763</i> | <i>224.45</i> |

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo futuro

El presente trabajo de tesis abordó el problema de regulación y seguimiento de trayectorias en un prototipo de HAUG desde múltiples líneas de trabajo, por una parte, se diseñó y fabricó un vehículo con características apropiadas para el trabajo experimental en control, este diseño a la medida hizo posible reducir el costo de fabricación del vehículo, además de otorgarle flexibilidad en la configuración de actuadores, electrónica, cubierta y alas, lo que aumenta su valor como plataforma para prueba de leyes de control.

Se detalló el proceso de obtención del modelo dinámico en 6 grados de libertad para vehículos sumergibles y se realizaron las adaptaciones pertinentes para hacer visibles las características únicas del vehículo propuesto. Especial atención fue dedicada a reflejar en el modelo las fuerzas y momentos generados por la incorporación de alas al vehículo, se prevé utilizar este modelo altamente detallado para el desarrollo de un simulador numérico que permita observar el comportamiento del vehículo bajo diversas leyes de control y ante cambios en los parámetros del modelo.

La reducción del modelo propuesto, hizo posible explotar la dinámica acoplada del ángulo de cabeceo y profundidad para proponer leyes de control de doble lazo y con términos de compensación que permitieron el seguimiento de las trayectorias de profundidad con errores tan pequeños como ± 2 cm. Se probó el desempeño de controladores PID/PD con compensación de gravedad y de fuerzas de amortiguamiento, convencionales y con saturación, en lazo simple y doble, en todos los casos las versiones PID de doble lazo presentaron el mejor desempeño en seguimiento y regulación en condiciones nominales y bajo perturbaciones en el centro de gravedad y en flotabilidad del vehículo.

El estudio experimental realizado con los controladores de lazo doble hizo posible observar

el efecto de los tipos de perturbaciones en la dinámica del vehículo; una perturbación en flotabilidad afecta principalmente la dinámica en profundidad y una perturbación en el centro de masa tiene efecto principalmente sobre la dinámica del ángulo de cabeceo, esta información es de gran utilidad, ya que la velocidad de desplazamiento horizontal en modo HAUG es mayor cuando el vehículo se desplaza con un ángulo de cabeceo cercano a cero (tal como se concluye en [58]), si se mejora la maniobrabilidad del vehículo con la adición de superficies de control, es posible utilizar la masa móvil y el tanque de lastre para compensar perturbaciones de flotabilidad y centro de masa y así lograr un consumo energético óptimo.

El presente trabajo de investigación ofrece múltiples oportunidades de desarrollo para trabajo futuro, por una parte, se propone profundizar en el análisis del modo de operación AUG, esto incluye complementar el modelo dinámico, la propuesta de leyes de control diseñadas para mantener al vehículo en el ángulo de planeo predeterminado y la ejecución de experimentos, considerando las características didácticas del prototipo. Por otra parte, se propone la adición de superficies de control (timón y alerones) para mejorar la maniobrabilidad del vehículo, empleando la masa móvil y tanque de lastre para optimizar el rendimiento del vehículo.

En contexto de la ciencia de control, se propone utilizar la arquitectura de doble lazo para desarrollar leyes de control más sofisticadas que se ajusten a la dinámica del vehículo y a los actuadores incorporados, así como emplear el conocimiento adquirido sobre el efecto de las perturbaciones en el vehículo para diseñar estrategias de estimación y corrección de perturbaciones. En términos de aplicación de ingeniería, existen también múltiples áreas de oportunidad, se propone el estudio a profundidad de la hidrodinámica de la cubierta y alas (por ejemplo [59]), la mejora del dispositivo de flotabilidad variable para ampliar la capacidad experimental del vehículo, entre otras.

En suma, se presentó el estudio completo de diseño, fabricación, modelado y control de una prototipo de HAUG de uso didáctico, explotando las características inherentes del vehículo plasmadas en el modelo dinámico para proponer leyes de control de doble lazo y lazo simple, validando su desempeño a través de experimentos y comprobando la utilidad del vehículo desarrollado como plataforma para la evaluación de algoritmos de control.

Bibliografía

- [1] Dae-Hyeong Ji, Hyeung-Sik Choi, Jin-Il Kang, Hyun-Joon Cho, Moon-Gap Joo, and Jae-Heon Lee. Design and control of hybrid underwater glider. *Advances in Mechanical Engineering*, 11(5):1687814019848556, 2019.
- [2] Fang Liu, Yan-hui Wang, Zhi-liang Wu, and Shu-xin Wang. Motion analysis and trials of the deep sea hybrid underwater glider petrel-ii. *China Ocean Engineering*, 31(1):55–62, 2017.
- [3] Wen-dong Niu, Shu-xin Wang, Yan-hui Wang, Yang Song, and Ya-qiang Zhu. Stability analysis of hybrid-driven underwater glider. *China Ocean Engineering*, 31(5):528–538, 2017.
- [4] L. Cooney. Expanding the capabilities of the slocum glider. *Proc. of the OCEANS 2016 MTS/IEEE Monterey*, pages 1–5, 2015.
- [5] Brian Claus, Ralf Bachmayer, and Lauren Cooney. Analysis and development of a buoyancy-pitch based depth control algorithm for a hybrid underwater glider. In *2012 IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles (AUV)*, pages 1–6. IEEE, 2012.
- [6] A Alvarez, A Caffaz, Andrea Caiti, G Casalino, L Gualdesi, A Turetta, and R Viviani. Folaga: A low-cost autonomous underwater vehicle combining glider and auv capabilities. *Ocean Engineering*, 36(1):24–38, 2009.
- [7] Andrea Caffaz, Andrea Caiti, Giuseppe Casalino, and Alessio Turetta. The hybrid glider/auv folaga. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 17(1):31–44, 2010.
- [8] Canjun Yang, Shilin Peng, Shuangshuang Fan, Shaoyong Zhang, Pinfu Wang, and Ying Chen. Study on docking guidance algorithm for hybrid underwater glider in currents. *Ocean Engineering*, 125:170–181, 2016.
- [9] Khalid Isa and Mohd Rizal Arshad. Neural networks control of hybrid-driven underwater glider. In *2012 Oceans-Yeosu*, pages 1–7. IEEE, 2012.

- [10] Khalid Isa, MR Arshad, and Syafizal Ishak. A hybrid-driven underwater glider model, hydrodynamics estimation, and an analysis of the motion control. *Ocean Engineering*, 81:111–129, 2014.
- [11] David Eduardo Barrera Hernández, Tomás Salgado Jiménez, Luis G García Valdovinos, and Luciano Nava Balanzar. Control of a hybrid glider (kay juul h) with regulation of roll: Preliminary results in real time. In *2017 XIII International Engineering Congress (CONIIN)*, pages 1–6. IEEE, 2017.
- [12] Ralf Bachmayer, N Ehrich Leonard, J Graver, E Fiorelli, Pradeep Bhatta, and D Paley. Underwater gliders: Recent developments and future applications. In *Proceedings of the 2004 international symposium on underwater technology (IEEE Cat. No. 04EX869)*, pages 195–200. IEEE, 2004.
- [13] Ch. C. Eriksen, T. J. Osse, R. Light, T. Wen, T. W. Lehman, P. Sabin, J. W. Ballard, and A. M. Chiodi. Seaglider: A long-range autonomous underwater vehicle for oceanographic research. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 26(4):424–436, 2001.
- [14] Clayton Jones, Ben Allsup, and Christopher DeCollibus. Slocum glider: Expanding our understanding of the oceans. In *2014 Oceans-St. John's*, pages 1–10. IEEE, 2014.
- [15] Jeff Sherman, Russ E Davis, WB Owens, and J Valdes. The autonomous underwater glider” spray”. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 26(4):437–446, 2001.
- [16] A. Caffaz, A. Caiti, G. Casalino, and A. Turetta. The hybrid glider/auv folaga. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 17(1):31–44, 2010.
- [17] Wen dong Niu, Shu xin Wang, Yan hui Wang Yang Song, and Ya qiang Zhu. Stability analysis of hybrid-driven underwater glider. *China Ocean Engineering*, 31(5):528–538, 2017.
- [18] Brian Claus and Ralf Bachmayer. Energy optimal depth control for long range underwater vehicles with applications to a hybrid underwater glider. *Autonomous Robots*, 40(7):1307–1320, 2016.
- [19] B Claus and R Bachmayer. Hybrid glider: motivation, design and evaluation. *Further Advances in Unmanned Marine Vehicles*, pages 283–306, 2012.
- [20] Shu-xin Wang, Xiu-jun Sun, Yan-hui Wang, Jian-Guo Wu, and Xiao-Ming Wang. Dynamic modeling and motion simulation for a winged hybrid-driven underwater glider. *China ocean engineering*, 25(1):97–112, 2011.

- [21] James G Bellingham, Yanwu Zhang, Justin E Kerwin, Jonathan Erikson, Brett Hobson, Brian Kieft, Michael Godin, Robert McEwen, Thomas Hoover, James Paul, et al. Efficient propulsion for the tethys long-range autonomous underwater vehicle. In *2010 IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles*, pages 1–7. IEEE, 2010.
- [22] Botao Hu, Ruiyuan Zhang, Wenliang Zhang, and Yiteng Zhang. Optimization and simulation of propeller propulsion system for hybrid underwater glider. In *2015 International Conference on Computer Science and Mechanical Automation (CSMA)*, pages 302–307. IEEE, 2015.
- [23] A Caffaz, Andrea Caiti, G Casalino, L Gualdesi, and A Turetta. Folaga: a low cost auv/glider for coastal environmental sampling. *Underwater Technology*, 28(4):151–157, 2009.
- [24] A Alvarez, A Caffaz, Andrea Caiti, G Casalino, E Clerici, F Giorgi, L Gualdesi, A Turetta, and R Viviani. Folaga: a very low cost autonomous underwater vehicle for coastal oceanography. *IFAC Proceedings Volumes*, 38(1):31–36, 2005.
- [25] Sang-Ki Jeong, Hyeung-Sik Choi, Jin-Il Kang, Ji-Youn Oh, Seo-Kang Kim, and Thieu Quang Minh Nhat. Design and control of navigation system for hybrid underwater glider. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 36(2):1057–1072, 2019.
- [26] Sang-ki Jeong, Hyeung-Sik Choi, Dea-Hyung Ji, Joon-Young Kim, Sung Min Hong, Hyun Joon Cho, et al. A study on an accurate underwater location of hybrid underwater gliders using machine learning. *Journal of Marine Science and Technology*, 28(6):7, 2020.
- [27] De la Cruz Alemán. Diseño y construcción de un prototipo de planeador sumergible y el control pd del ángulo de cabeceo. Master’s thesis, Tesis (MC)–Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN . . . , 2015.
- [28] O Parker and Ring Handbook. Ord 5700. *Parker Hannifin Corporation, Cleveland, Ohio*, 2007.
- [29] T. Fossen. *Guidance and control of ocean vehicles*. John Wiley & Sons, New York, 1994.
- [30] Sciavicco and B. Siciliano. *Modeling and Control of Robot Manipulators*. McGraw-Hill, NYC, 1996.
- [31] J. J. Craig. *ntroduction to Robotics*. Addison-Wesley, Boston, 1989.

- [32] T. Fossen. *Marine control system-guidance, navigation and control of ships, rigs and underwater vehicles*. Marine Cybernetics, 2002.
- [33] Li Z. Murray, R.M. and S.S. Sastry. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation (1st ed.)*. CRC Press, Boca Raton FL, 1994.
- [34] Thor I Fossen. *Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control*. John Wiley & Sons, 2011.
- [35] Juan Pablo Orozco-Muñiz, Tomas Salgado-Jimenez, and Noe Amir Rodriguez-Olivares. Underwater glider propulsion systems vbs part 1: Vbs sizing and glider performance analysis. *Journal of Marine Science and Engineering*, 8(11):919, 2020.
- [36] Fang Liu, Yanhui Wang, Wendong Niu, Zhesong Ma, and Yuhong Liu. Hydrodynamic performance analysis and experiments of a hybrid underwater glider with different layout of wings. In *Oceans 2014-Taipei*, pages 1–5. IEEE, 2014.
- [37] Joshua Grady Graver. *Underwater gliders: Dynamics, control and design*. 2005.
- [38] Juan Pablo Orozco Muñiz. *Desarrollo y caracterización de un sistema de flotabilidad variable para vehículos submarinos gliders*. Master’s thesis, Tesis (P.hD.)–Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial, 2021.
- [39] E. Campos, A. Chemori, V. Creuze, J. Torres, and R. Lozano. Saturation based nonlinear depth and yaw control of underwater vehicles with stability analysis and real-time experiments. *Mechatronics*, 45:49–59, 2017.
- [40] Jesus Guerrero, Jorge Torres, Vincent Creuze, Ahmed Chemori, and E Campos. Saturation based nonlinear pid control for underwater vehicles: Design, stability analysis and experiments. *Mechatronics*, 61:96–105, 2019.
- [41] Mohammad Hedayati Khodayari and Saeed Balochian. Modeling and control of autonomous underwater vehicle (auv) in heading and depth attitude via self-adaptive fuzzy pid controller. *Journal of Marine Science and Technology*, 20(3):559–578, 2015.
- [42] Pouria Sarhadi, Abolfazl Ranjbar Noei, and Alireza Khosravi. Model reference adaptive pid control with anti-windup compensator for an autonomous underwater vehicle. *Robotics and Autonomous Systems*, 83:87–93, 2016.
- [43] J Guerrero, E Antonio, A Manzanilla, J Torres, and R Lozano. Autonomous underwater vehicle robust path tracking: Auto-adjustable gain high order sliding mode controller. *IFAC-PapersOnLine*, 51(13):161–166, 2018.

- [44] J Guerrero, J Torres, V Creuze, and A Chemori. Trajectory tracking for autonomous underwater vehicle: An adaptive approach. *Ocean Engineering*, 172:511–522, 2019.
- [45] Lei Qiao and Weidong Zhang. Double-loop integral terminal sliding mode tracking control for uuv's with adaptive dynamic compensation of uncertainties and disturbances. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 44(1):29–53, 2018.
- [46] Xiao Liang, Lei Wan, James IR Blake, R Ajit Shenoi, and Nicholas Townsend. Path following of an underactuated auv based on fuzzy backstepping sliding mode control. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 13(3):122, 2016.
- [47] Enrico Anderlini, Catherine Harris, Alexander B Phillips, Alvaro Lorenzo Lopez, Mun Woo, and Giles Thomas. Towards autonomy: A recommender system for the determination of trim and flight parameters for seagliders. *Ocean Engineering*, 189:106338, 2019.
- [48] Barkat Ullah, Mark Ovinis, Masri B Baharom, MY Javaid, and SS Izhar. Underwater gliders control strategies: A review. In *2015 10th Asian Control Conference (ASCC)*, pages 1–6. IEEE, 2015.
- [49] N Mahmoudian and CA Woolsey. An efficient motion control system for underwater gliders. *Nonlinear Engineering*, 2(3-4):63–77, 2013.
- [50] Renan da Silva Tchilian, Elvira Rafikova, Salimzhan A Gafurov, and Marat Rafikov. Optimal control of an underwater glider vehicle. *Procedia Engineering*, 176:732–740, 2017.
- [51] Douglas C Webb, Paul J Simonetti, and Clayton P Jones. Slocum: An underwater glider propelled by environmental energy. *IEEE Journal of oceanic engineering*, 26(4):447–452, 2001.
- [52] Lauren Cooney. Expanding the capabilities of the slocum glider. In *OCEANS 2016 MTS/IEEE Monterey*, pages 1–5. IEEE, 2016.
- [53] L Lapierre, D Soetanto, and A Pascoal. Nonlinear path following with applications to the control of autonomous underwater vehicles. In *42nd IEEE international conference on decision and control (IEEE cat. no. 03ch37475)*, volume 2, pages 1256–1261. IEEE, 2003.
- [54] Lionel Lapierre. Robust diving control of an auv. *Ocean Engineering*, 36(1):92–104, 2009.

-
- [55] J. Guerrero, J. Torres, V. Creuze A. Chemori, and E. Campos. Saturation based nonlinear pid control for underwater vehicles: Design, stability analysis and experiments. *Mechatronics*, 61:96–105, 2019.
- [56] R Kelly. class of nonlinear pd-type controllers for robot manipulators. *J Field Robot*, 13(12):793–802, 1996.
- [57] Przemyslaw Herman. Application of nonlinear controller for dynamics evaluation of underwater vehicles. *Ocean Engineering*, 179:59–66, 2019.
- [58] Zhier Chen, Jiancheng Yu, Aiqun Zhang, and Sanming Song. Control system for long-range survey hybrid-driven underwater glider. In *OCEANS 2015-Genova*, pages 1–6. IEEE, 2015.
- [59] Chao Li, Yanhui Wang, and Zhiliang Wu. Stability and economy analysis based on computational fluid dynamics and field testing of hybrid-driven underwater glider with the water quality sensor in danjiangkou reservoir. *Advances in Mechanical Engineering*, 7(12):1687814015620570, 2015.