

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
UNIDAD ZACATENCO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
SECCIÓN MECATRÓNICA

“ Sincronización y manipulación cooperativa en un sistema de robots manipuladores móviles ”

Tesis que presenta:

Ulises Santillán Martínez

Para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias

En la especialidad de:

Ingeniería Eléctrica

Directores de Tesis:

Dr. Alejandro Rodríguez Angeles
Dra. América Berenice Morales Díaz

Agradecimientos

A Dios: *Por permitirme culminar una meta más en mi vida, por guiarme por el buen camino y por tenerme en su mano siempre.*

A Angie Lorena Mota Mejía: *A quien amo tanto y agradezco la comprensión y apoyo a lo largo de este tiempo, por confiar en mí, por motivarme cuando las cosas no van bien, por estar conmigo en los momentos más difíciles y bonitos de mi vida, una meta más juntos.*

A mis asesores el Dr. Alejandro Rodríguez Angeles y a la Dra. América B. Morales Díaz: *Por haberme aceptado en su grupo de trabajo, por su asesoría y consejos a lo largo de este tiempo, por su paciencia que me tuvieron a lo largo de este trabajo, por preocuparse por mi formación y por siempre estar al pendiente de mí, gracias.*

A mis compañeros del CINVESTAV: *En especial a Irvin, Fer y Javi, por su amistad y por todos los momentos que pasamos juntos a lo largo de la maestría.*

Al CONACYT: *Por darme una beca para poder terminar mis estudios de maestría número 1008906, por el apoyo a proyecto CONACYT de Ciencia Básica número CB-2017-2018-A1-S-26123.*

A todas aquellas personas que en su momento me ayudaron y me motivaron a salir adelante en la vida.

“La esencia de la grandeza radica en las raíces”

Resumen

En este trabajo de tesis se presenta la implementación de los esquemas de control híbrido de posición - fuerza y posición - fuerza extendido en un sistema cooperativo, el cual se conforma por dos robots manipuladores de base fija para llevar a cabo tareas de manipulación, también se tiene la implementación de un control por par calculado para un sistema de dos robots manipuladores móviles (RMM), así como la sincronización de estos.

Se presentan los modelos matemáticos y esquemas de control implementados a un robot para la aplicación de fuerza a una superficie, posteriormente se presenta la manipulación cooperativa de dos robots idénticos, uno de ellos teniendo el control híbrido de posición - fuerza y el otro el de posición - fuerza extendido que a partir de una trayectoria genera el diferencial de fuerza necesario para mover el objeto a manipular.

Se muestran los conceptos generales para modelar un RMM, se realizan algunas simulaciones para el seguimiento de trayectoria con un RMM, se plantea una estrategia para realizar la sincronización de un sistema de dos RMM, también se obtienen las gráficas de la sincronización de los sistemas.

Abstract

On this thesis work, hybrid control schemes implementation about force - position, and extended force - position are shown in a cooperative system, which is integrated of two standing industrial robots, to carry out manipulation tasks on, as well as implementation on two torque control mobile arm robots (MAR), as well as their synchronization.

Mathematic models and control schemes are shown for a robot which applies force on a surface, and subsequently two identical robots on cooperative manipulation tasks are shown, one of them having hybrid position control, and the other one having extended position - force, that through a trajectory, generates a force differential needed to move an object to handle.

General concepts are shown to model a MAR, carrying some simulations for trajectory tracking with a MAR, on an strategy planning to carry the synchronization of two MAR's, as well as the synchronization graphics of the systems.

Contenido

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción. | 1 |
| 1.1. Estado del arte. | 3 |
| 1.2. Motivación. | 5 |
| 1.3. Objetivos. | 6 |
| 1.4. Contribuciones. | 6 |
| 1.5. Organización de la tesis. | 6 |
| 2. Modelos matemáticos y esquemas de control para un manipulador de base fija. | 9 |
| 2.1. Robot manipulador de base fija. | 9 |
| 2.1.1. Conceptos generales. | 9 |
| 2.1.2. Modelo dinámico del robot manipulador. | 10 |
| 2.1.3. Modelo dinámico del sistema cooperativo. | 13 |
| 2.1.4. Modelo del ambiente. | 13 |
| 2.2. Polinomio de tercer grado. | 13 |
| 2.3. Esquemas de control. | 14 |
| 2.3.1. Control híbrido posición - fuerza. | 15 |
| 2.3.2. Control de posición. | 15 |
| 2.3.3. Control de fuerza. | 15 |
| 2.3.4. Control híbrido de posición - fuerza extendido. | 16 |
| 3. Simulaciones del robot de tres grados de libertad. | 19 |
| 3.1. Control de posición, seguimiento de trayectoria. | 19 |
| 3.2. Control de posición - fuerza, aplicando fuerza en X. | 23 |
| 3.3. Control de posición - fuerza, barrido sobre la superficie aplicando fuerza en X. | 26 |
| 3.4. Control de posición - fuerza, aplicando fuerza en X y Y. | 29 |
| 3.5. Control de posición - fuerza, barrido sobre la superficie, aplicando fuerza en X y Y. | 33 |
| 3.6. Robots cooperativos, control de posición - fuerza extendido, manipulación de un objeto aplicando fuerza en X. | 36 |
| 3.7. Control híbrido de posición - fuerza y control híbrido de posición - fuerza extendido, sistema cooperativo. | 36 |
| 4. Modelos matemáticos para el RMM. | 41 |
| 4.0.1. Conceptos generales. | 41 |
| 4.0.2. Modelo dinámico con restricciones. | 42 |
| 4.0.3. Control por par calculado. | 44 |

| | |
|--|-----------|
| 5. Simulaciones del RMM. | 45 |
| 5.1. Seguimiento de trayectoria, línea recta. | 45 |
| 5.2. Seguimiento de trayectoria, círculo - hipotrocoide. | 50 |
| 5.3. Perturbación en la trayectoria de velocidades η_d | 55 |
| 5.4. Sincronización de los RMM. | 60 |
| 5.5. Sincronización de los RMM, seguimiento de línea recta. | 61 |
| 5.6. Sincronización de los RMM, seguimiento de círculo - hipotrocoide. | 66 |
| 6. Conclusiones y trabajo futuro. | 71 |
| 6.1. Conclusiones. | 71 |
| 6.2. Trabajo futuro. | 71 |
| A. Robot planar de tres grados de libertad. | 75 |
| A.1. Cinemática directa de un robot de tres grados de libertad. | 75 |
| A.2. Cinemática inversa de un robot de tres grados de libertad. | 75 |
| A.3. Modelo dinámico de un robot de tres grados de libertad. | 77 |
| B. RMM. | 79 |
| B.1. Cinemática directa de un RMM tipo (2,0,2). | 79 |
| B.2. Dinámica de un RMM | 80 |

Lista de Figuras

| | |
|--|----|
| 1.1. Manipulador subacuático. | 1 |
| 1.2. Sistema cooperativo. | 3 |
| 1.3. Robots industriales. | 4 |
| 2.1. Robots de base fija realizando tareas de soldadura | 9 |
| 2.2. Robot manipulador en movimiento libre y restringido. | 12 |
| 2.3. Interacción con el ambiente | 13 |
| 2.4. Control híbrido de posición - fuerza | 15 |
| 2.5. Control híbrido de posición - fuerza extendido | 16 |
| 3.1. Movimiento libre | 19 |
| 3.2. Posición angular q_1 , q_2 y q_3 actual y deseada. | 21 |
| 3.3. Error de la posición angular e_{q_1} , e_{q_2} y e_{q_3} | 22 |
| 3.4. Pares de control τ_1 , τ_2 y τ_3 | 22 |
| 3.5. Coordenadas de posición y trayectoria de posición. | 23 |
| 3.6. Movimiento restringido | 23 |
| 3.7. Contacto, fuerza deseada y de reacción en X, error de fuerza en X, penetración. | 24 |
| 3.8. Pares de control τ_1 , τ_2 y τ_3 | 25 |
| 3.9. Coordenadas de posición, trayectoria de posición. | 25 |
| 3.10. Movimiento libre y restringido | 26 |
| 3.11. Contacto, fuerza deseada y de reacción en X, error de fuerza en X, penetración. | 27 |
| 3.12. Pares de control τ_1 , τ_2 y τ_3 | 28 |
| 3.13. Coordenadas de posición, trayectoria de posición, errores de posición y errores de velocidad. | 28 |
| 3.14. Movimiento restringido | 29 |
| 3.15. Fuerzas deseadas y de reacción en X y Y, errores de fuerza en X y Y. | 30 |
| 3.16. Penetración en X, penetración en Y y orientación del manipulador. | 30 |
| 3.17. Pares de control τ_1 , τ_2 y τ_3 | 31 |
| 3.18. Coordenadas de posición, trayectoria de posición, errores de posición y errores de velocidad. | 31 |
| 3.19. Fuerzas deseadas y de reacción en X y Y, errores de fuerza en X y Y. | 34 |
| 3.20. Penetración en X, penetración en Y y orientación del manipulador. | 34 |
| 3.21. Pares de control τ_1 , τ_2 y τ_3 | 35 |
| 3.22. Coordenadas de posición, trayectoria de posición, errores de posición y errores de velocidad. | 35 |
| 3.23. Robots interactuando con el objeto. | 36 |
| 3.24. Robots interactuando con el objeto. | 37 |
| 3.25. Fuerza deseada y de reacción en X, error de fuerza en X, penetración, trayectoria de posición del manipulador A. | 39 |

| | |
|--|----|
| 3.26. Fuerza deseada y de reacción en X, error de fuerza en X, penetración, trayectoria de posición del manipulador B. | 39 |
| 3.27. Contacto del manipulador A, contacto del manipulador B y desplazamiento del objeto. | 40 |
| 4.1. Robot manipulador móvil pioneer 3DX | 41 |
| 5.1. Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador. | 47 |
| 5.2. Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador. | 47 |
| 5.3. Vector de estados $\boldsymbol{\eta}$, v , $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$ | 48 |
| 5.4. Errores del vector de estados $\boldsymbol{\eta}$, e_v , $e_{\dot{\phi}}$, $e_{\dot{\theta}_1}$, $e_{\dot{\theta}_2}$ | 48 |
| 5.5. Par de la rueda derecha τ_d , par de la rueda izquierda τ_i , par del primer eslabón τ_1 , par del segundo eslabón τ_2 | 49 |
| 5.6. Trayectoria de posición del carro, trayectoria de posición del manipulador. | 49 |
| 5.7. Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador. | 52 |
| 5.8. Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador. | 52 |
| 5.9. Vector de estados $\boldsymbol{\eta}$, v , $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$ | 53 |
| 5.10. Errores del vector de estados $\boldsymbol{\eta}$, e_v , $e_{\dot{\phi}}$, $e_{\dot{\theta}_1}$, $e_{\dot{\theta}_2}$ | 53 |
| 5.11. Par de la rueda derecha τ_d , par de la rueda izquierda τ_i , par del primer eslabón τ_1 , par del segundo eslabón τ_2 | 54 |
| 5.12. Trayectoria de posición del carro, trayectoria de posición del manipulador. | 54 |
| 5.13. Perturbación en la trayectoria η_d y $\dot{\eta}_d$ | 55 |
| 5.14. Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador. | 57 |
| 5.15. Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador. | 57 |
| 5.16. Vector de estados $\boldsymbol{\eta}$, v , $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$ | 58 |
| 5.17. Errores del vector de estados $\boldsymbol{\eta}$, e_v , $e_{\dot{\phi}}$, $e_{\dot{\theta}_1}$, $e_{\dot{\theta}_2}$ | 58 |
| 5.18. Par de la rueda derecha τ_d , par de la rueda izquierda τ_i , par del primer eslabón τ_1 , par del segundo eslabón τ_2 | 59 |
| 5.19. Trayectoria de posición del carro, trayectoria de posición del manipulador. | 59 |
| 5.20. Sincronización de los RMM. | 60 |
| 5.21. Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador. (RMM - A) | 63 |
| 5.22. Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador. (RMM - A) | 63 |
| 5.23. Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador. (RMM - B) | 64 |
| 5.24. Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador. (RMM - B) | 64 |
| 5.25. Posiciones del RMM - A y RMM - B en el plano. | 65 |
| 5.26. Distancia entre los efectores finales. | 65 |
| 5.27. Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador. (RMM - A) | 68 |
| 5.28. Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador. (RMM - A) | 68 |
| 5.29. Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador. (RMM - B) | 69 |
| 5.30. Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador. (RMM - B) | 69 |
| 5.31. Posiciones del RMM - A y RMM - B en el plano. | 70 |
| 5.32. Distancia entre los efectores finales. | 70 |

| | |
|--|----|
| A.1. Robot planar de tres grados de libertad | 75 |
| A.2. Robot planar de tres grados de libertad | 76 |
| B.1. RMM (2,0,2) | 79 |
| B.2. Robot manipulador móvil. | 80 |

Lista de Tablas

| | | |
|-------|--|----|
| 3.1. | Tabla de coeficientes | 20 |
| 3.2. | Parámetros del robot y controlador de posición | 21 |
| 3.3. | Tabla de coeficientes | 24 |
| 3.4. | Parámetros del robot y controlador | 24 |
| 3.5. | Tabla de coeficientes | 27 |
| 3.6. | Tabla de coeficientes $x_d, y_d, \phi_d, h_{d_x}$ y h_{d_y} | 29 |
| 3.7. | Parámetros del robot, control de posición PID y control de fuerza PI | 29 |
| 3.8. | Tabla de coeficientes $x_d, y_d, \phi_d, h_{d_x}$ y h_{d_y} | 33 |
| 3.9. | Tabla de coeficientes | 38 |
| 3.10. | Parámetros del robot y controlador | 38 |
| 5.1. | Parámetros del RMM y el controlador | 46 |
| 5.2. | Parámetros del RMM y el controlador | 51 |
| 5.3. | Parámetros del RMM y el controlador | 56 |
| 5.4. | Parámetros de los RMM y el controlador | 62 |
| 5.5. | Parámetros de los RMM y el controlador | 67 |
| B.1. | Parámetros de Denavit-Hartenberg para el RMM | 80 |

Capítulo 1

Introducción.

La robótica es una ciencia multidisciplinaria que surge de la finalidad de satisfacer las necesidades humanas en cuestión de tiempo, producción, manufactura y automatización; no obstante, los mismos estudios realizados en el área de la robótica suman significativas aportaciones para las diferentes disciplinas y ramas de la ciencia y la tecnología, ya sea para facilitar un proceso o como una forma de llegar a un determinado objetivo dentro de un trabajo de investigación. En la Figura 1.1 se observa un robot manipulador subacuático, utilizado en las expediciones submarinas.



Figura 1.1: Manipulador subacuático.

Los robots se pueden clasificar en tres categorías, primero tenemos a los robots manipuladores; ya sean de base fija o móvil, estos son sistemas mecánicos multifuncionales con un sistema de control relativamente sencillo que nacen con el objetivo de manipular; mediante brazos robóticos, materiales radioactivos, peligrosos o muy pesados, así como también se han utilizado para ingresar a lugares inaccesibles para el hombre. El siguiente tipo de robot son los de aprendizaje, donde se engloban todos aquellos que reproducen una secuencia de movimientos que previamente han sido ejecutados por un operador humano mediante un dispositivo mecánico, el robot sigue y almacena la información de los movimientos realizados con anterioridad. Por último, tenemos a los robots con control sensorizado, son sistemas que efectúan órdenes desde un programa para después enviarlas al manipulador que realizará los movimientos solicitados, estos robots utilizan estrategias de control, a través del uso de sensores, lo que implica que el robot tenga noción de su entorno [22].

Estructuralmente la clasificación de los robots es más compleja, debido a que se observan diversos niveles metamórficos en cuestión de la flexibilidad funcional y configuración del robot por lo

que su clasificación estructural resulta ser complicada, pero con base en su arquitectura podemos subclasificarlos en poliarticulados, móviles, andróides, zoomórficos e híbridos. Los poliarticulados incluyen a los robots manipuladores en general y los robots cartesianos.

Los robots móviles son todos aquellos que tienen una gran capacidad de desplazamiento, ya sea por medio de plataformas o sistemas locomotores de tipo rodante, su principal finalidad es la de brindar una mayor superficie de trabajo.

La combinación de los robots manipuladores con los sistemas móviles es de gran interés en un sinnúmero de aplicaciones y áreas, por lo que las investigaciones relacionadas con RMM y la evasión de obstáculos no son solo necesarias para la industria, sino imprescindibles.

Para poder llevar un robot móvil hasta una posición deseada siguiendo una trayectoria se requiere obtener un modelo cinemático y dinámico para generar una ruta. El control de posición nos permite ubicar al robot móvil o manipulador en un sitio específico dentro de un espacio de trabajo determinado. Otro controlador de suma importancia para la utilidad de los manipuladores móviles es el control de fuerza, debido a que la mayoría de los sistemas robóticos interactúan con su entorno por lo que resulta indispensable poder controlar la fuerza que estos ejercen sobre su ambiente.

Con la necesidad de tener un control de posición y uno de fuerza surge el control posición - fuerza, investigaciones como las de [11], [12] evidencian la utilidad que tiene este control híbrido aplicado tanto en robots móviles como en manipuladores; ya sean cooperativos o no, por ejemplo en [12], el objetivo del trabajo es un esquema de control fuerza - posición aplicado en dos robots manipuladores, donde el brazo maestro es de posición controlada, mientras el brazo esclavo trata de seguir el brazo maestro con una posición y orientación relativas fijas, a través de un controlador de fuerza basado en la posición.

Aunque los RMM son de gran ayuda para muchos sectores de producción, en la industria existen actividades que un solo robot no puede ejecutar, tareas en las que se necesiten características tales como destreza, durabilidad, producibilidad, velocidad, precisión, manejo de grandes cargas y manipulación de objetos necesitan la intervención de un segundo robot, para ello se requiere la adaptación de un sistema cooperativo. Para tener un sistema cooperativo se requiere tener dos robots manipuladores como mínimo, un ejemplo claro de este tipo de sistemas cooperativos se puede ver en [5] donde se propone un control adaptativo de impedancia dinámica para dos manipuladores con el fin de lograr un agarre estable y suave de un objeto.

En [15] se presenta un esquema de control descentralizado para un sistema cooperativo y su implementación en robots industriales de la marca ABB, el experimento se basó en la incorporación de un lazo de control de posición para el control híbrido de posición - fuerza, Figura 1.2.

Otro trabajo que pone en manifiesto el uso de sistemas cooperativos, pero en RMM, es el caso de [6] que propone el uso de controladores de posición en múltiples manipuladores cooperativos móviles, el experimento consistió en transportar un objeto de gran peso y tamaño sobre un terreno

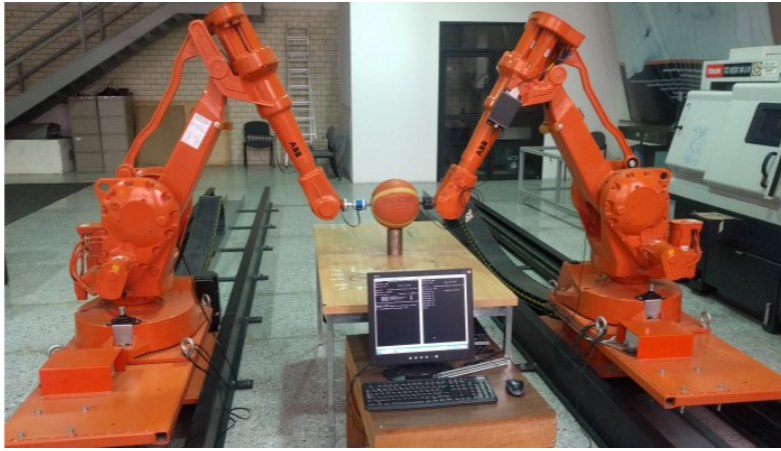


Figura 1.2: Sistema cooperativo.

irregular, el trabajo resalta la importancia del manejo del control de fuerza en los efectores finales para lograr el cumplimiento deseado para la cooperación.

Como se había mencionado con anterioridad para la robótica industrial la precisión es una cualidad esencial, por tal motivo se requiere de la coordinación de varios ejes de movimiento para la realización de una función solicitada, esto es posible mediante un fenómeno conocido como sincronización, en la industria resulta imprescindible que los sistemas cooperativos de robots manipuladores; móviles o no, se encuentren sincronizados para agilizar y automatizar procesos. Un claro ejemplo de la sincronización en robots cooperativos es el de [7], el cual presenta un marco de sincronización unificado que se puede aplicar directamente al control cooperativo de un sistema de robots manipuladores.

En el estudio realizado por [8] se obtiene un control de sincronización que tiene en cuenta las posiciones relativas de múltiples manipuladores móviles con el objetivo de mejorar la comunicación y la manipulación cooperativa del sistema. La sincronización y manipulación aplicada en sistemas robóticos cooperativos ha abierto una ventana de oportunidad para la industria, ya que aumenta la eficacia en el cumplimiento de tareas y brinda la posibilidad de realizar trabajos complicados que no serían posibles de realizar utilizando un solo sistema.

1.1. Estado del arte.

En un sentido estricto se puede decir que la robótica surgió con la construcción de artefactos que facilitarían los quehaceres tediosos o peligrosos para el hombre, pero el término robot fue acuñado hasta 1920 por el escritor Karel Capek a partir de la palabra checa “robot” que significa trabajo forzado, el término robótica nace hasta 1942 con las leyes de la robótica acuñadas por Isaac Asimov. Desde la revolución industrial del siglo XVIII hasta nuestros tiempos la necesidad de implementar e innovar tecnologías aptas para la automatización de la industria se hicieron indispensables, tanto que la ciencia vio a la robótica como un objeto de estudio y no como un cuento más de ciencia ficción.

El fundador de la robótica industrial fue George Devol que en el año de 1954 desarrolló un manipulador programable para la transferencia de artículos, lo que fue el impulsor del robot industrial que conocemos hoy día. Durante la década de los 70's los robots industriales prácticamente se limitan a la realización de tareas repetitivas y que no requerían de una alta precisión, con el pasar de los años los robots industriales se han vuelto cada vez más viables en actividades de mucho mayor exigencia e incluso con sofisticación sensorial implementada.

Los robots industriales se caracterizan por su estructura en forma de brazo mecánico, por su versatilidad frente a diferentes tareas a ejecutar y en ocasiones se caracterizan por la capacidad de responder a la información obtenida de su entorno. Los tipos de manipuladores más comunes en la industria son el robot cartesiano, utilizados para trabajos de “pick and place” con aplicación en operaciones de ensamblado; el robot esférico como el Unimate, utilizado en soldadura; y el robot articulado con aplicación en operaciones de ensamblaje, soldadura, manipulación de objetos entre otras, Figura 1.3.

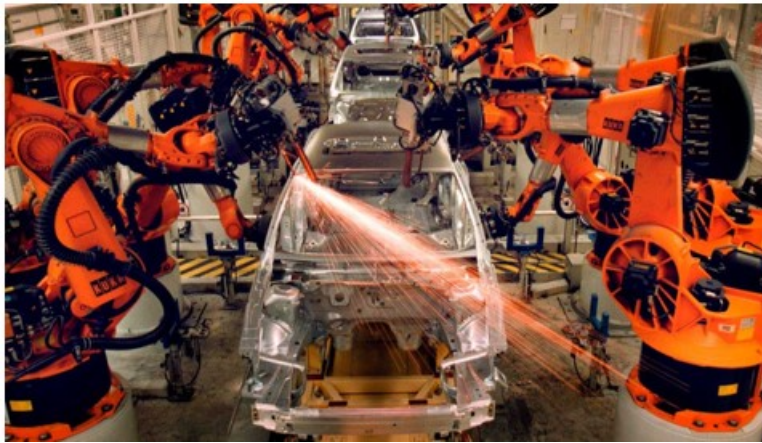


Figura 1.3: Robots industriales.

Los robots manipuladores articulados tienen como mínimo 3 articulaciones que permiten tanto un movimiento rotacional como un movimiento traslacional o desplazamiento lineal, lo que los dota de esa adaptabilidad que tanto se busca en la industria. Con el tiempo y el aumento de la demanda en diferentes sectores, la industria requeriría de robots manipuladores que pudieran interactuar no solo con su entorno, sino también con otros robots, los manipuladores cooperativos.

Por ende los estudios en el campo de la robótica se centraron en el control cooperativo y de fuerza, como lo podemos observar en [17] donde se implementó una estrategia para la manipulación de objetos rígidos mediante la cooperación de múltiples manipuladores controlados por dispositivos de control de fuerza, el experimento consistió en el empleo de un sistema cooperativo entre una grúa y un robot industrial que fungió como maestro y la grúa actuó como esclavo.

Esta creciente necesidad de la industria por utilizar múltiples manipuladores cooperativos orilló a que las investigaciones en la robótica se fueron enfocando en aspectos más compactos; en cuestión de que, se requería que los humanos pudieran transitar en la misma área de trabajo que los

sistemas robóticos; ya que anteriormente, los manipuladores cooperativos requerían de un amplio espacio de trabajo para realizar sus tareas, trabajos como los de [16] se centraron en el desarrollo de manipuladores industriales cooperativos de uso fácil y seguro para trabajadores no capacitados, el trabajo consistió en la presentación del diseño del manipulador para la cooperación humano-robot.

Por otra parte los sistemas de RMM han adquirido mayor importancia en la industria debido a que una de las principales ventajas que ofrece este tipo de sistemas en comparación con las plataformas fijas es la amplitud de superficie de trabajo a realizar por el brazo manipulador, dado que los sistemas de RMM ofrecen espacios de trabajo ilimitado para el manipulador; contrario a esto, una desventaja es que los RMM tienen menor capacidad de soporte de grandes masas en comparación con los robots manipuladores fijos. El empleo de estos sistemas implica satisfacer restricciones cinemáticas no-holónomas en el caso de bases móviles tipo diferencial. Es imprescindible comprender que los robots manipuladores móviles están conformados por dos subsistemas, un brazo manipulador y una plataforma móvil; ambos se han investigado por separado y en conjunto como es el caso de [2] y [3], que centran sus estudios en el movimiento de brazos manipuladores y en plataformas móviles respectivamente.

Un sistema tradicional que aporta una contribución importante para la realización de este trabajo es el sistema de seguimiento maestro-esclavo, este sistema puede observarse en [9] donde dos robots móviles forman una configuración maestro-esclavo en la que el robot maestro sigue una línea y el robot esclavo sigue al maestro.

1.2. Motivación.

Debido al gran avance tecnológico que ha tenido la industria, las innovaciones relacionadas con el área de la robótica industrial se han enfocado en la armonización temporal de eventos, no sólo para evitar posibles colisiones entre robots, sino también para que múltiples robots puedan cooperar de manera ordenada en la realización de una tarea compaginada. Parte de este desarrollo tecnológico se ve reflejado en el hecho de que en la actualidad las grandes industrias disponen de un mayor número de robots que realizan un trabajo a la vez, por ejemplo, un grupo de robots podría trabajar simultáneamente en la manipulación de un objeto. Esta labor requiere de sincronización, misma que brinda flexibilidad y cierta autonomía en los procesos de producción, esto conlleva a la disminución de tiempos y costos, lo que se traduce en un aumento de ganancias para la industria.

Pese a que en la actualidad existen empresas dedicadas a la fabricación de manipuladores cooperativos, que incluyen sus propios kits de control y componentes para la sincronización de tareas, estos resultan ser costosos y por ende de difícil adquisición. Con la intención de obtener el mismo objetivo que logran las empresas fabricantes de estos aditamentos, en este trabajo de tesis se implementa un control híbrido de posición - fuerza y posición - fuerza extendido para los sistemas cooperativos de base fija, así como la sincronización de los RMM, misma que se logró transfiriendo la trayectoria del robot maestro hacia el robot esclavo.

1.3. Objetivos.

El objetivo general de este trabajo es desarrollar una estrategia de coordinación entre dos robots manipuladores móviles para sujetar y manipular una pieza usando señales de posición - fuerza y la consistencia dinámica con el objeto a manipular.

Para lograr el objetivo general se plantean los siguientes objetivos específicos.

- Establecer el modelo cinemático de los robots manipuladores.
- Desarrollar un control de sincronización a nivel de posición considerando dos puntos fijos en un objeto regular y sólido.
- Integrar la medición de fuerza en el punto anterior para sincronizar la fuerza y la posición de los manipuladores.
- Mejorar el desempeño en la tarea de manipulación del objeto común mediante la integración de los acoplamientos de posición - fuerza y restricciones cinemáticas al esquema de control cooperativo.
- Obtener resultados del esquema integrado a nivel posición - fuerza.

1.4. Contribuciones.

Las principales aportaciones de este trabajo de tesis engloban la implementación de un esquema de control de posición - fuerza y posición - fuerza extendido en un sistema de robots manipuladores de base fija para la realización de trabajos de sujeción y movimiento de objetos, así como la sincronización de dos RMM.

1.5. Organización de la tesis.

El presente trabajo de tesis se compone de seis capítulos. En el Capítulo 1, se encuentran las bases para la realización de este documento, en donde podemos encontrar la introducción general seguida de los antecedentes que sirven como referencia y panorama general del tema a tratar, posteriormente se encuentra la motivación, se describe el objetivo general, los objetivos específicos y las contribuciones de este trabajo.

En el Capítulo 2, se tienen los modelos matemáticos y esquemas de control empleados para un robot de tres grados de libertad, se presenta el modelo dinámico del robot de base fija, así como la del sistema cooperativo. Se presentan los esquemas de control híbrido de posición - fuerza y posición - fuerza extendido.

En el Capítulo 3, se presentan las simulaciones realizadas con el robot manipulador de tres grados de libertad, la implementación de los controles híbridos de posición - fuerza y posición - fuerza

extendido, así como la del sistema cooperativo desplazando un objeto.

En el Capítulo 4, se presentan el modelos matemáticos para el RMM, así como la implementación de un control por par calculado.

En el Capítulo 5, se presentan las simulaciones del RMM realizando el seguimiento de diferentes trayectorias, así como la sincronización de los mismos.

El Capítulo 6, presenta las conclusiones del trabajo desarrollado y el trabajo futuro.

Capítulo 2

Modelos matemáticos y esquemas de control para un manipulador de base fija.

En este capítulo se presentan los modelos matemáticos que describen la dinámica de los robots de base fija, así como la implementación de los esquemas de control en robots cooperativos y su interacción con los objetos que manipulan.

2.1. Robot manipulador de base fija.

Los robots manipuladores son mecanismos formados por eslabones articulados entre sí; la base de estos robots es fija, constan de un efector final el cual no solo nos ayuda a manipular objetos, también son muy utilizados para instalar herramientas y/o equipos de soldadura, pintado, ensamble, Figura 2.1. Para el desarrollo de esta tesis se utiliza un modelo de un robot de cadena cinemática abierta de tres eslabones con articulaciones rotacionales.

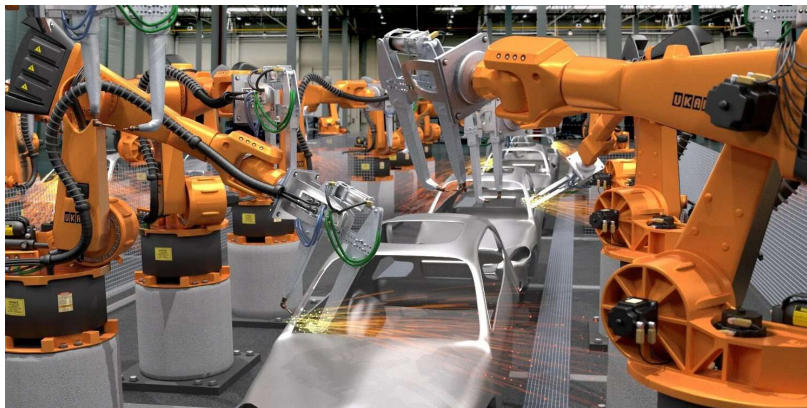


Figura 2.1: Robots de base fija realizando tareas de soldadura

2.1.1. Conceptos generales.

La cinemática directa de un robot, describe la relación entre la posición articular $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{n_q \times 1}$ y la posición-orientación $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x \times 1}$ del efector final, por lo cual es una relación de la forma:

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}_d(\mathbf{q}) \quad (2.1)$$

Por otra parte, la cinemática inversa consiste en la relación inversa del modelo cinemático directo, es decir:

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}_d^{-1}(\mathbf{x}) \quad (2.2)$$

El Jacobiano del robot $J(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_q}$ es:

$$J(\mathbf{q}) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{f}_d(\mathbf{q})$$

expresado matricialmente se tiene:

$$J(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial q_1} f_{d,1}(\mathbf{q}) & \frac{\partial}{\partial q_2} f_{d,1}(\mathbf{q}) & \cdots & \frac{\partial}{\partial q_{n_q}} f_{d,1}(\mathbf{q}) \\ \frac{\partial}{\partial q_1} f_{d,2}(\mathbf{q}) & \frac{\partial}{\partial q_2} f_{d,2}(\mathbf{q}) & \cdots & \frac{\partial}{\partial q_{n_q}} f_{d,2}(\mathbf{q}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial}{\partial q_1} f_{d,n_x}(\mathbf{q}) & \frac{\partial}{\partial q_2} f_{d,n_x}(\mathbf{q}) & \cdots & \frac{\partial}{\partial q_{n_q}} f_{d,n_x}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

La relación cinemático-diferencial establece una correspondencia entre las velocidades articulares $\dot{\mathbf{q}}$, y las velocidades cartesianas $\dot{\mathbf{x}}$ del efector final, conocida como Jacobiano:

$$\dot{\mathbf{x}} = J(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (2.4)$$

2.1.2. Modelo dinámico del robot manipulador.

Uno de los enfoques más empleados para la obtención del modelo dinámico de un robot manipulador es el basado en las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange; el Lagrangiano $\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ es la diferencia entre la energía cinética $\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ y la energía potencial $\mathcal{U}(\mathbf{q})$

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathcal{U}(\mathbf{q}) \quad (2.5)$$

Se considera que $\mathcal{U}(\mathbf{q})$ se debe a las fuerzas conservativas, tal como la fuerza de gravedad y las fuerzas de resortes comprimidos.

Al tener un robot de n_q grados de libertad formado por eslabones rígidos, conectados por uniones libres de fricción y elasticidad, $\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ se puede expresar como:

$$\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (2.6)$$

donde $M(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q}$; es la matriz de inercia.

Si usamos la expresión (2.6), el Lagrangiano también se puede expresar de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - \mathcal{U}(\mathbf{q}) \quad (2.7)$$

Las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange de un robot de n_q grados de libertad se definen como:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, \dots, n_q \quad (2.8)$$

donde τ_i ; son las fuerzas y pares ejercidos externamente en cada articulación.

Al substituir el Lagrangiano en las ecuaciones de movimiento se tiene:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \left[\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \right] \right] - \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left[\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \right] + \frac{\partial \mathcal{U}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} \quad (2.9)$$

Además se puede verificar que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \left[\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \right] &= M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \left[\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \right] \right] &= M(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \dot{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \end{aligned}$$

Tomando lo anterior, la ecuación de movimiento queda de la siguiente forma:

$$M(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \dot{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \left[\dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \right] + \frac{\partial \mathcal{U}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}, \quad (2.10)$$

escrito de manera general la ecuación dinámica del robot manipulador queda

$$M(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.11)$$

donde

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = \dot{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} [\dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}]$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathcal{U}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}}.$$

$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^{n_q \times 1}$; es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis, $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n_q \times 1}$; es el vector de pares gravitacionales, $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^{n_q \times 1}$; es el vector de pares aplicados en las articulaciones del robot. Una de las maneras de obtener la matriz $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q}$ es utilizando los símbolos de Christoffel $c_{ijk}(\mathbf{q})$ definidos como:

$$c_{ijk}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial M_{kj}(\mathbf{q})}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial M_{ki}(\mathbf{q})}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial M_{ij}(\mathbf{q})}{\partial \dot{q}_k} \right]. \quad (2.12)$$

Al utilizar el modelo dinámico (2.11) se considera que el robot se encuentra en **movimiento libre**, Figura 2.2(a), es decir, el efector final no está en contacto con el ambiente, por lo tanto no hay fuerzas ni pares externos de reacción ejercidos sobre el efector final que limiten el movimiento del manipulador.

Al utilizar el modelo dinámico (2.13) se considera que el robot se encuentra en **movimiento restringido**, Figura 2.2(b), es decir, el efector final se encuentra en contacto con el ambiente, por lo tanto se generan fuerzas de reacción las cuales restringen el movimiento del manipulador, el Jacobiano $J(\mathbf{q})$ permite mapear las fuerzas de reacción al modelo dinámico, como se muestra a continuación:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + J^T(\mathbf{q})\mathbf{h}_r \quad (2.13)$$

donde $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^{n_q \times 1}$; son las posiciones, velocidades y aceleraciones del manipulador, $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n_q \times n_q}$; es la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis, $\mathbf{h}_r \in \mathbb{R}^{n_x \times 1}$; es el vector de fuerzas y pares de reacción en el punto de contacto.

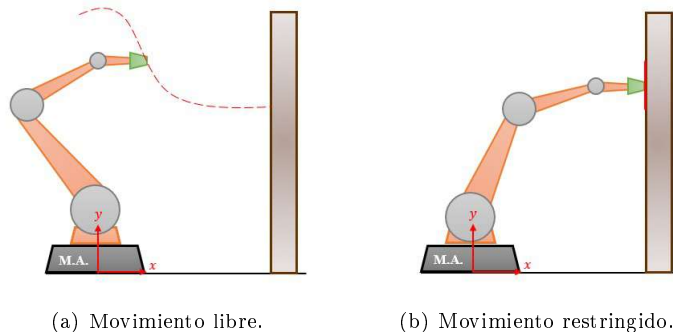


Figura 2.2: Robot manipulador en movimiento libre y restringido.

2.1.3. Modelo dinámico del sistema cooperativo.

Un sistema cooperativo de robots manipuladores se compone por m -robots con el objetivo de realizar una tarea en común. Cuando los manipuladores se encuentran en contacto con el ambiente, se considera una dinámica restringida. La ecuación dinámica del sistema cooperativo se describe a continuación:

$$M_{sc}(\mathbf{q}_{sc})\ddot{\mathbf{q}}_{sc} + C_{sc}(\mathbf{q}_{sc}, \dot{\mathbf{q}}_{sc})\dot{\mathbf{q}}_{sc} + \mathbf{g}_{sc}(\mathbf{q}_{sc}) = \boldsymbol{\tau}_{sc} + J_{sc}^T(\mathbf{q}_{sc})\mathbf{h}_{sc} \quad (2.14)$$

donde el subíndice 'sc' hace referencia a un sistema cooperativo, en el caso en que $m = 2$ se tiene:

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

2.1.4. Modelo del ambiente.

La superficie con la cual el efector final del manipulador interactúa se le denomina ambiente.

Al interactuar el efector final con el ambiente se genera una fuerza de reacción \mathbf{h}_r , la cual es modelada como un sistema masa - resorte - amortiguador, conocido como modelo de impedancia, debido a la analogía con un sistema eléctrico, por lo tanto:

$$\mathbf{h}_r = M_r(\ddot{\mathbf{x}} - \ddot{\mathbf{x}}_s) + B_r(\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_s) + K_r(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s) \quad (2.16)$$

donde M_r , es la matriz de masas, B_r es la matriz de coeficientes viscoso y K_r es la matriz de rigidez del ambiente, \mathbf{x} es el vector de posición y orientación del efector final, \mathbf{x}_s es la posición y orientación de la superficie.

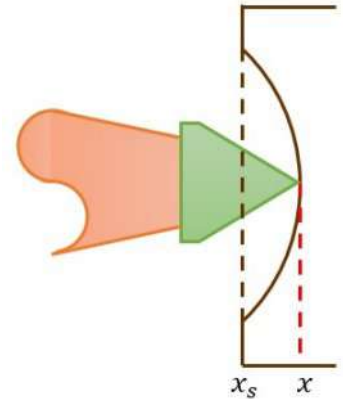


Figura 2.3: Interacción con el ambiente

Podemos tomar el modelo de impedancia simplificado, el cual se representa como:

$$\mathbf{h}_r = K_r(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s) \quad (2.17)$$

Esto representa tener un comportamiento de un resorte, se dice que el ambiente es capacitivo.

2.2. Polinomio de tercer grado.

Cuando se quiere que el manipulador pase de movimiento libre a movimiento restringido, es decir cuando el manipulador va de un valor inicial en $t_0 = 0$ a un valor final en t_f se requiere que el robot llegue suave a la superficie o ambiente, esto es posible utilizando un polinomio de tercer grado. Para generar una función uniforme es claro observar cuatro restricciones, de las cuales dos serán

restricciones para el valor inicial y final de la posición, las otras dos restricciones corresponden a las condiciones en la velocidad inicial y final, las cuales son:

$$\begin{aligned}\theta(0) &= \theta_0 \\ \theta(t_f) &= \theta_f \\ \dot{\theta}(0) &= 0 \\ \dot{\theta}(t_f) &= 0\end{aligned}$$

Estas restricciones satisfacen así un polinomio mínimo de tercer grado, que tendrá como descripción de su posición, velocidad y aceleración las siguientes expresiones:

$$\theta_f = a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 \quad (2.18)$$

$$\dot{\theta}_f = a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 \quad (2.19)$$

$$\ddot{\theta}_f = 2a_2 + 6a_3 t_f \quad (2.20)$$

De manera que combinando las restricciones con las ecuaciones (2.18), (2.19) y (2.20) se deducen las constantes a_i como:

$$a_0 = \theta_0 \quad (2.21)$$

$$a_1 = \dot{\theta}_0 \quad (2.22)$$

$$a_2 = \frac{3}{t_f^2}(\theta_f - \theta_0) - \frac{2}{t_f}\dot{\theta}_0 - \frac{1}{t_f}\dot{\theta}_f \quad (2.23)$$

$$a_3 = -\frac{2}{t_f^3}(\theta_f - \theta_0) + \frac{1}{t_f^2}(\dot{\theta}_f + \dot{\theta}_0) \quad (2.24)$$

La implementación del polinomio de tercer grado es importante para el desarrollo de esta tesis, ya que además de permitir llegar suave a un punto de contacto, se utilizan para aplicar fuerza sobre superficie, a diferencia de utilizar una función exponencial para esto último, con el polinomio se puede tener un mejor control en los tiempos, ya que se puede ir de un punto inicial a un punto final en cualquier tiempo que se requiera.

2.3. Esquemas de control.

Para llevar a cabo tareas de manipulación en los sistemas robóticos utilizados en esta tesis, se utiliza un **control híbrido de posición - fuerza** y un **control híbrido de posición - fuerza extendido**, el primero esta conformado de un control de posición interno y un control de fuerza

externo, el segundo esta conformado por un control de posición interno, un control de fuerza externo y se le añade un control de posición externo.

2.3.1. Control híbrido posición - fuerza.

El control híbrido de posición - fuerza consta de dos etapas, la primera posiciona el efector final del manipulador en contacto con la superficie mediante el seguimiento de una trayectoria y la segunda aplica una trayectoria de fuerza deseada sobre la superficie.

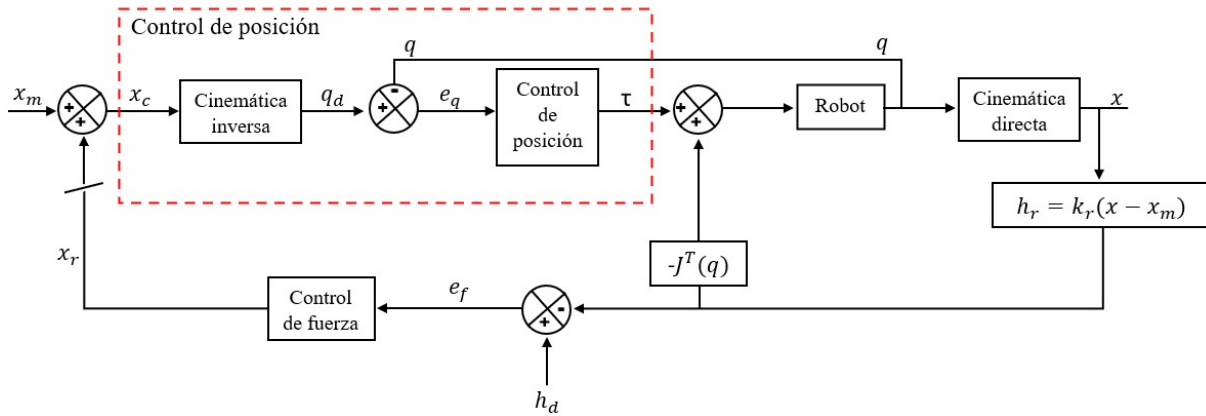


Figura 2.4: Control híbrido de posición - fuerza

2.3.2. Control de posición.

Los robots industriales en su mayoría son de arquitectura cerrada, por lo cual el control de posición esta programado internamente y por lo general es un PID. En este trabajo el control de posición es utilizado para realizar un seguimiento de trayectoria y posicionar al efector final del manipulador en un punto de contacto deseado, al seguir dicha trayectoria se dice que el manipulador se encuentra en movimiento libre. La estructura del PID utilizado para el control de posición se describe a continuación:

$$\tau = K_P e_q + K_I \int e_q dt + K_D \dot{e}_q \quad (2.25)$$

donde K_P , K_I y K_D , son matrices diagonales de ganancias proporcional, integral y derivativa del control PID de posición, el error e_q esta definido como:

$$e_q = q_d - q \quad (2.26)$$

2.3.3. Control de fuerza.

El control de fuerza se utiliza cuando el efector final esta en contacto con la superficie, utilizando el modelo de impedancia capacitiva $\mathbf{h}_r = K_r(\mathbf{x} - \mathbf{x}_m)$ donde \mathbf{h}_r es el vector de las fuerzas de

reacción; K_r es la constante de rigidez de la superficie; \mathbf{x} es el vector posición y orientación del efector final; \mathbf{x}_m es el vector de posición del punto de contacto.

El control de posición sitúa al efector final sobre la superficie, por lo tanto, para este momento el manipulador se encuentra en movimiento restringido. Cuando la posición del manipulador es mayor a \mathbf{x}_m , se activa el controlador PI de fuerza, Figura 2.4, teniendo así una posición X_r .

$$X_r = K_{PF}e_h + K_{IF} \int e_h dt \quad (2.27)$$

donde K_{PF} , K_{IF} ; son matrices diagonales de las ganancias proporcional e integral del control PI de fuerza, el error de fuerza e_h esta definido como:

$$e_h = h_d - h_r \quad (2.28)$$

h_d es la fuerza deseada que se le aplicará a la superficie. X_r sumado a \mathbf{x}_m da como resultado una posición comandada X_c , es decir:

$$X_c = \mathbf{x}_m + X_r \quad (2.29)$$

la cual va al control de posición.

2.3.4. Control híbrido de posición - fuerza extendido.

Al tener en ambos robots manipuladores del sistema cooperativo el **control híbrido de posición - fuerza**, se genera un agarre con el objeto a manipular, si la fuerza deseada que aplican ambos robots sobre el objeto es la misma, el cuerpo se mantiene estático.

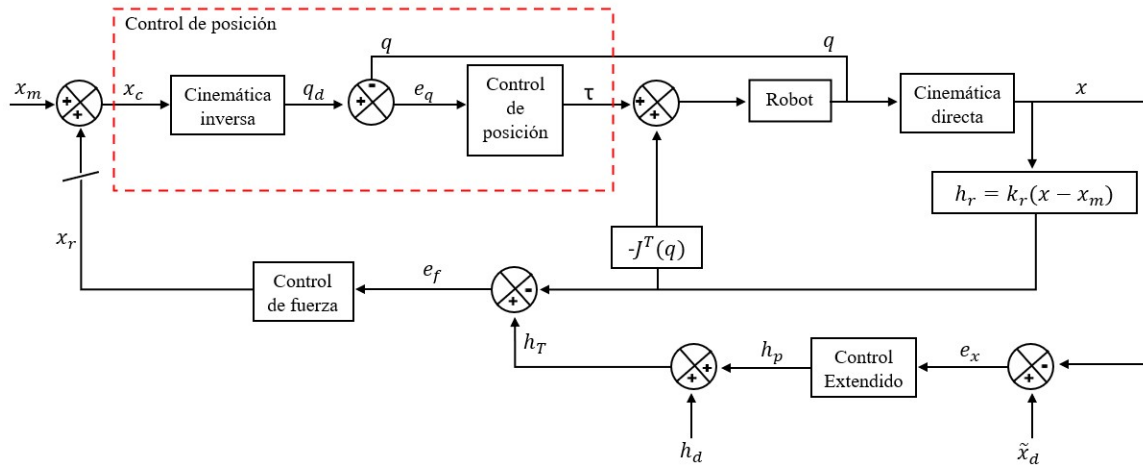


Figura 2.5: Control híbrido de posición - fuerza extendido

Para generar un diferencial de fuerzas y poder desplazar el objeto, se añade un lazo de control de posición al control híbrido de posición - fuerza, Figura 2.5, el cual a partir de una trayectoria planeada $\tilde{\mathbf{x}}_d$ se tiene como salida una fuerza h_p .

En la Figura 2.5 el vector de fuerzas generalizadas \mathbf{h}_T queda definido como:

$$\mathbf{h}_T = \mathbf{h}_d + \mathbf{h}_p \quad (2.30)$$

Al tener los dos manipuladores del sistema cooperativo en contacto con el objeto a manipular, uno de ellos tiene el control híbrido de posición - fuerza, Figura 2.4, por lo tanto se dice que esta en reacción y el otro tiene el control híbrido de posición - fuerza extendido, Figura 2.5, en consecuencia se dice que se encuentra en fuerza, por lo tanto se genera el diferencial de fuerza necesario para poder desplazar el objeto a manipular. Para el lazo de control extendido mostrado en la Figura 2.5, se utilizó un PID, el cual está dado por:

$$\mathbf{h}_p = K_P \mathbf{e}_x + K_I \int \mathbf{e}_x dt + K_D \dot{\mathbf{e}}_x \quad (2.31)$$

donde K_P , K_I y K_D , son matrices diagonales de ganancias proporcional, integral y derivativa del control PID extendido, el error de posición \mathbf{e}_x está definido como:

$$\mathbf{e}_x = \tilde{\mathbf{x}}_d - \mathbf{x} \quad (2.32)$$

Capítulo 3

Simulaciones del robot de tres grados de libertad.

En este capítulo se presentan algunas de las simulaciones utilizando un robot planar de tres grados de libertad, una de las cuales es cuando el manipulador se encuentra en movimiento libre y restringido, así como la manipulación cooperativa de dos robots.

3.1. Control de posición, seguimiento de trayectoria.

En esta simulación se plantea llegar de una posición inicial a una posición final, en un tiempo de 0 a 15[s] utilizando el control de posición y un polinomio de tercer grado, el cual nos permitirá llegar suave a la superficie con la que el efector final hace contacto.

En la Figura 3.1 se muestra que el manipulador sigue una trayectoria por medio del control de posición, el movimiento que hace el manipulador del punto P_1 al punto P_2 , se le conoce como movimiento libre.

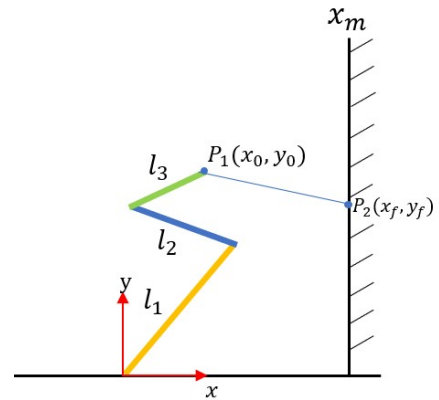


Figura 3.1: Movimiento libre

A partir de los puntos que se proponen y asegurando que se encuentren dentro del espacio de trabajo, se calculan los coeficientes del polinomio.

Se propone que el polinomio tenga una velocidad inicial y velocidad final cero, por lo tanto viéndolo desde un punto de vista cartesiano, se tiene la Tabla 3.1

| Coeficientes para x_d , y_d y ϕ_d | | | | | |
|--|-----------------|-------------------------|-----------------|----------------------------|--------------------|
| Coeficientes para x_d | | Coeficientes para y_d | | Coeficientes para ϕ_d | |
| $x_0 = 0.1m$ | $x_f = 0.4m$ | $y_0 = 0.35m$ | $y_f = 0.3m$ | $\phi_0 = 30^\circ$ | $\phi_f = 0^\circ$ |
| $\dot{x}_0 = 0$ | $\dot{x}_f = 0$ | $\dot{y}_0 = 0$ | $\dot{y}_f = 0$ | $\dot{\phi}_0 = 0$ | $\dot{\phi}_f = 0$ |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 15s$ | $t_0 = 0$ | $t_f = 15s$ | $t_0 = 0$ | $t_f = 15s$ |

Tabla 3.1: Tabla de coeficientes

con la cual se obtienen las posiciones deseadas x_d , y_d y la orientación deseada ϕ_d así mismo sus derivadas, por lo tanto, se determina la posición de la muñeca del manipulador

$$x_w = x_d - l_3 \cos(\phi_d) \quad (3.1)$$

$$y_w = y_d - l_3 \sin(\phi_d) \quad (3.2)$$

Al tener la posición de la muñeca del manipulador, ecuaciones (3.1) y (3.2) se substituyen en la cinemática inversa, ecuaciones (A.2), (A.3) y (A.4) para así obtener las variables articulares q_{1d} , q_{2d} y q_{3d} , que al mismo tiempo nos llevan al punto de contacto deseado \mathbf{x}_m , mostrado en la Figura 3.1.

Al obtener (A.2), (A.3) y (A.4), se determinan los errores a nivel articular para el PID

$$\mathbf{e}_q = \mathbf{q}_d - \mathbf{q} \quad (3.3)$$

se utiliza la matriz Jacobiana que relaciona las velocidades de las articulaciones con la velocidad del sistema de referencia cartesiano, obteniendo así las velocidades articulares deseadas

$$\dot{\mathbf{q}}_d = J(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{x}} \quad (3.4)$$

por lo tanto, para los errores de velocidad articular se tiene

$$\dot{\mathbf{e}}_q = \dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}} \quad (3.5)$$

Teniendo (3.3) y (3.5), se substituyen en la estructura general del control de posición PID, teniendo

$$\boldsymbol{\tau} = K_P \mathbf{e}_q + K_I \int \mathbf{e}_q dt + K_D \dot{\mathbf{e}}_q \quad (3.6)$$

Al despejar $\ddot{\mathbf{q}}$ de la ecuación (2.11) se tiene la siguiente expresión

$$\ddot{\mathbf{q}} = M(\mathbf{q})^{-1} [\boldsymbol{\tau} - C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g}(\mathbf{q})] \quad (3.7)$$

Para la simulación del robot planar de tres grados de libertad, así como las ganancias para el controlador de posición se utilizaron los parámetros mostrados en la Tabla 3.2.

| Parámetros del robot de 3 gdl. | | | | | |
|--------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------|-----------------|----------------|
| Robot de 3 gdl | | | Control de posición | | |
| $l_1 = 0.33 \text{ m}$ | $l_2 = 0.2 \text{ m}$ | $l_3 = 0.1 \text{ m}$ | $K_{P1} = 2000$ | $K_{P2} = 1000$ | $K_{P3} = 500$ |
| $l_{cm1} = 0.165 \text{ m}$ | $l_{cm2} = 0.1 \text{ m}$ | $l_{cm3} = 0.05 \text{ m}$ | $K_{I1} = 20$ | $K_{I2} = 10$ | $K_{I3} = 5$ |
| $m_1 = 2 \text{ kg}$ | $m_2 = 1 \text{ kg}$ | $m_3 = 0.3 \text{ kg}$ | $K_{D1} = 200$ | $K_{D2} = 40$ | $K_{D3} = 30$ |
| $I_1 = 1.266$ | $I_2 = 0.093$ | $I_3 = 0.033$ | - | - | - |

Tabla 3.2: Parámetros del robot y controlador de posición

En la Figura 3.2, se observa que hay un buen seguimiento en las variables articulares, desde el inicio de la simulación.

En la Figura 3.3, se muestran los errores de posición angular, los cuales son pequeños debido al buen seguimiento.

En la Figura 3.4, se observan los pares de control.

En la Figura 3.5, se observa la posición cartesiana del manipulador, también se observa que el robot sigue bien la trayectoria de posición, se observa que el manipulador llega suave al punto deseado de contacto.

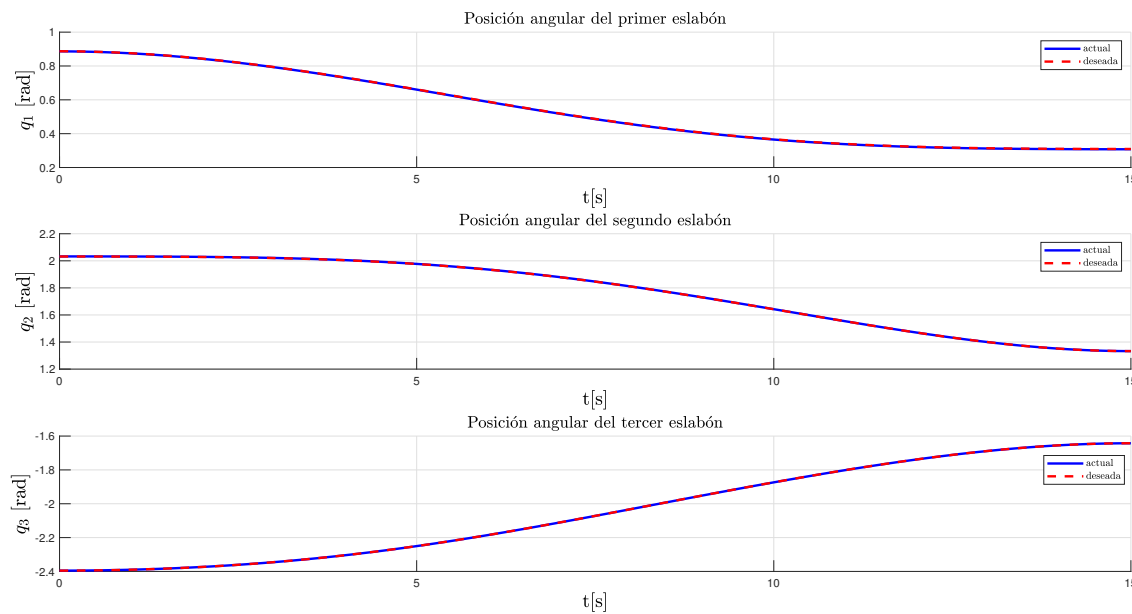


Figura 3.2: Posición angular q_1 , q_2 y q_3 actual y deseada.

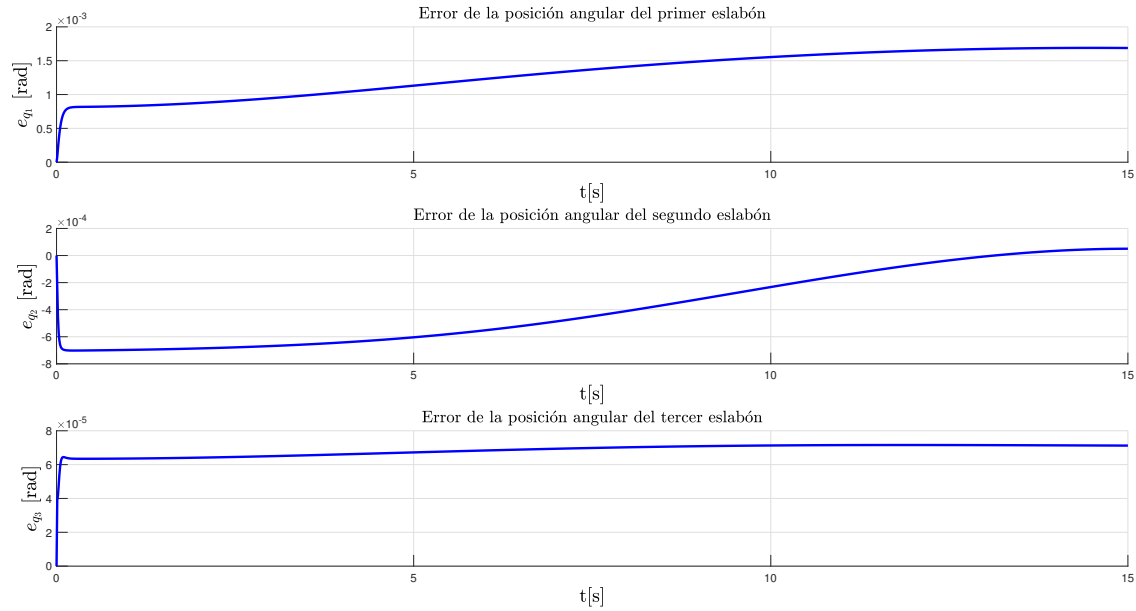


Figura 3.3: Error de la posición angular e_{q_1} , e_{q_2} y e_{q_3} .

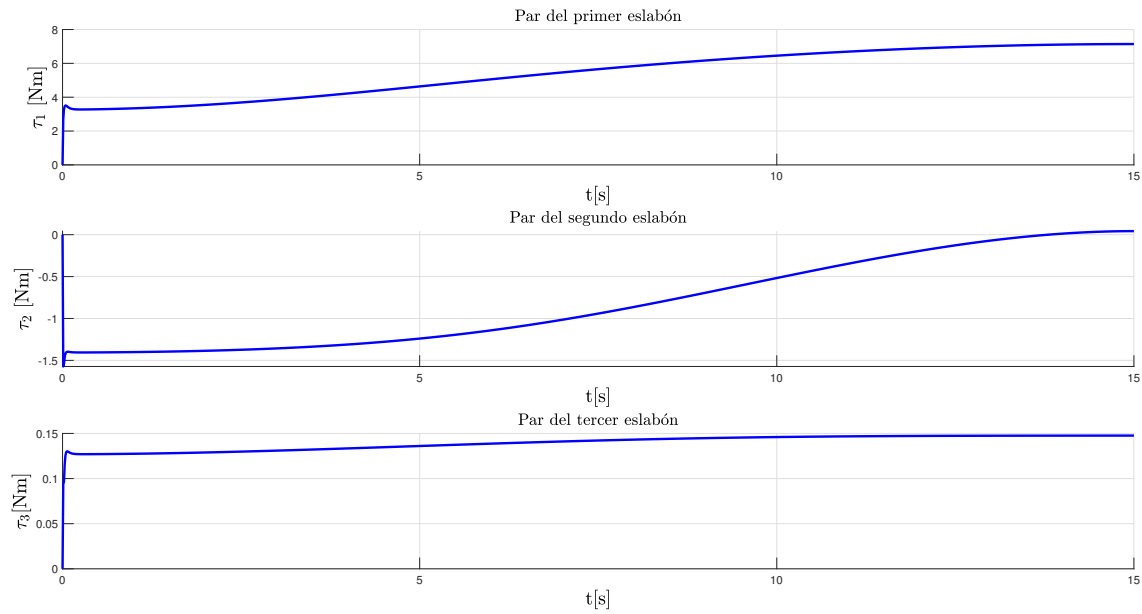


Figura 3.4: Pares de control τ_1 , τ_2 y τ_3 .

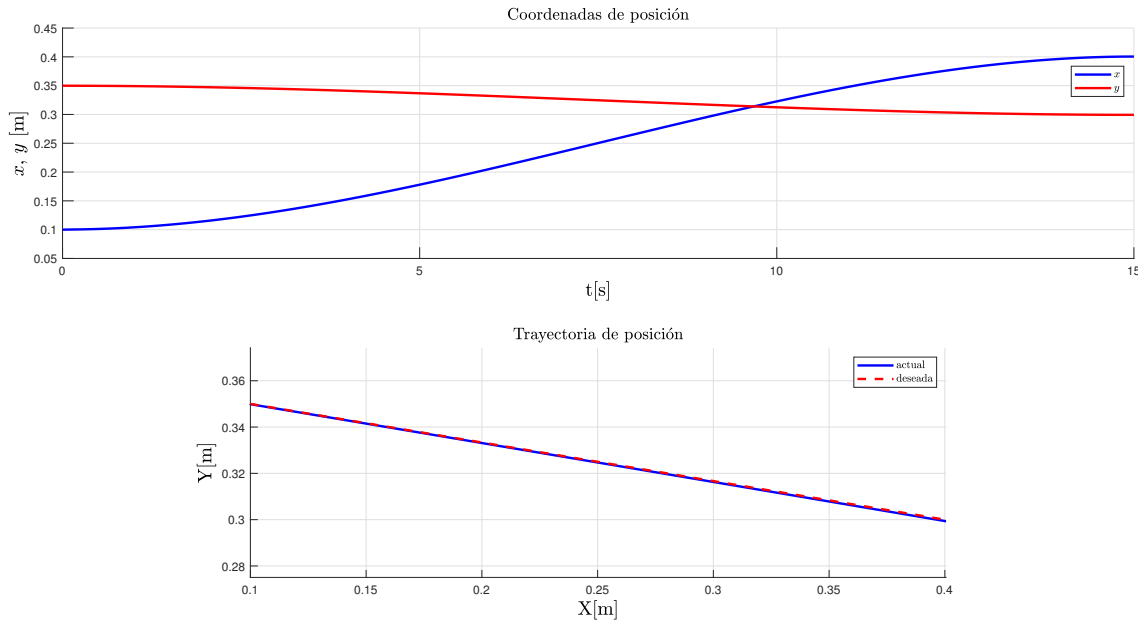


Figura 3.5: Coordenadas de posición y trayectoria de posición.

3.2. Control de posición - fuerza, aplicando fuerza en X.

Tomando en cuenta lo anterior, el manipulador se encuentra en movimiento restringido, ya que el efector final está en contacto con la superficie \mathbf{x}_m , como se observa en la Figura 3.6. Al estar el manipulador en movimiento restringido, se le agrega a la ecuación (2.11) el término $J^T(\mathbf{q})\mathbf{h}_r$, dando así la ecuación (2.13), donde el Jacobiano permite mapear las fuerzas de reacción al modelo dinámico.

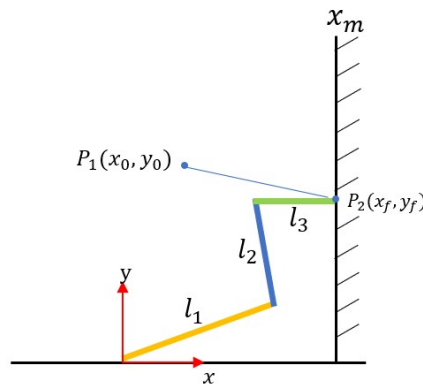


Figura 3.6: Movimiento restringido

Para la siguiente simulación, el manipulador va de movimiento libre a movimiento restringido del tiempo 0 a 15 [s], una vez estando el efector final sobre la superficie, aplica un perfil de fuerza \mathbf{h}_d en el eje X del tiempo 15 a 17 [s], todo esto es posible al utilizar el esquema de control híbrido de posición - fuerza que se muestra en la Figura 2.4.

Los parámetros utilizados para los coeficientes del polinomio al ir de movimiento libre a restringido, así como el perfil de fuerza aplicado a la superficie, se presentan en la Tabla 3.3.

| Coeficientes para x_d, y_d, ϕ_d y h_{d_x} | | | | | | | |
|--|----------------------|-------------------------|----------------------|----------------------------|---------------------|-----------------------------|------------------------|
| Coeficientes para x_d | | Coeficientes para y_d | | Coeficientes para ϕ_d | | Coeficientes para h_{d_x} | |
| $x_0 = 0.1\text{ m}$ | $x_f = 0.4\text{ m}$ | $y_0 = 0.35\text{ m}$ | $y_f = 0.3\text{ m}$ | $\phi_0 = 30^\circ$ | $\phi_f = 0^\circ$ | $h_{0_x} = 0\text{ N}$ | $h_{f_x} = 5\text{ N}$ |
| $\dot{x}_0 = 0$ | $\dot{x}_f = 0$ | $\dot{y}_0 = 0$ | $\dot{y}_f = 0$ | $\dot{\phi}_0 = 0$ | $\dot{\phi}_f = 0$ | $\dot{h}_{0_x} = 0$ | $\dot{h}_{f_x} = 0$ |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 15\text{ s}$ | $t_0 = 0$ | $t_f = 15\text{ s}$ | $t_0 = 0$ | $t_f = 15\text{ s}$ | $t_0 = 15\text{ s}$ | $t_f = 17\text{ s}$ |

Tabla 3.3: Tabla de coeficientes

Los parámetros utilizados para el robot manipulador, así como para el control de posición y de fuerza, se presentan en la Tabla 3.4

| Parámetros del robot de 3 gdl. | | | | | |
|--------------------------------|--------------------------|---------------------------|-------------------------|-----------------|----------------|
| Robot de 3 gdl | | | Control de posición PID | | |
| $l_1 = 0.33\text{ m}$ | $l_2 = 0.2\text{ m}$ | $l_3 = 0.1\text{ m}$ | $K_{P1} = 2000$ | $K_{P2} = 1000$ | $K_{P3} = 500$ |
| $l_{cm1} = 0.165\text{ m}$ | $l_{cm2} = 0.1\text{ m}$ | $l_{cm3} = 0.05\text{ m}$ | $K_{I1} = 20$ | $K_{I2} = 10$ | $K_{I3} = 5$ |
| $m_1 = 2\text{ kg}$ | $m_2 = 1\text{ kg}$ | $m_3 = 0.3\text{ kg}$ | $K_{D1} = 200$ | $K_{D2} = 40$ | $K_{D3} = 30$ |
| $I_1 = 1.266$ | $I_2 = 0.093$ | $I_3 = 0.033$ | Control de fuerza PI | | |
| $K_r = 100000$ | - | - | $K_{PF} = 1e-3$ | $K_{IF} = 1e-2$ | - |

Tabla 3.4: Parámetros del robot y controlador

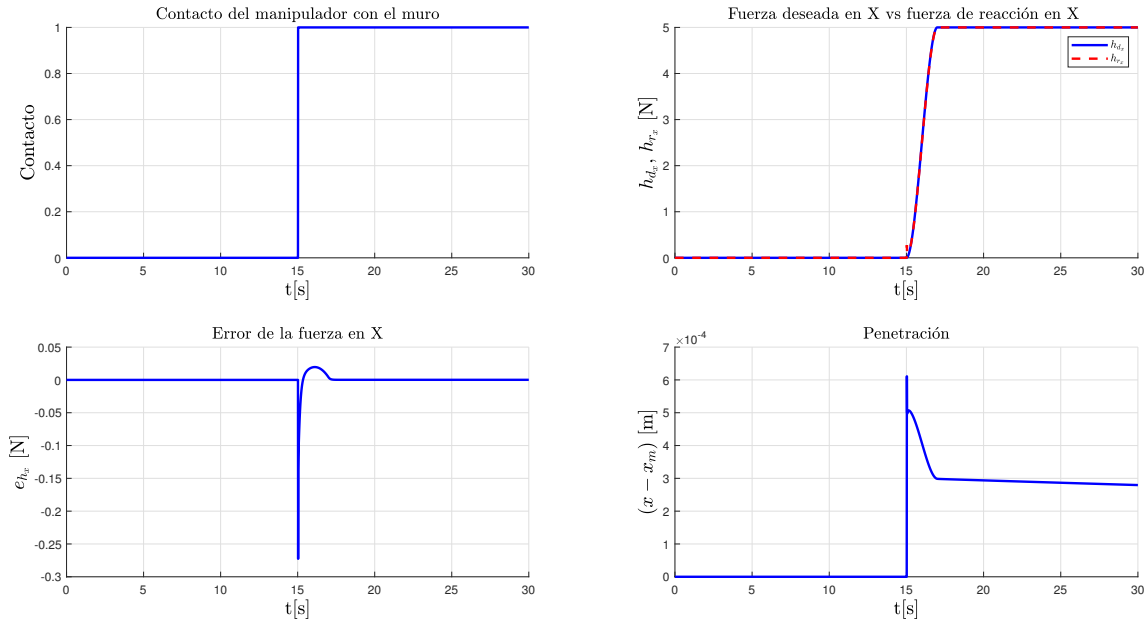


Figura 3.7: Contacto, fuerza deseada y de reacción en X, error de fuerza en X, penetración.

En la Figura 3.7, se observa que el manipulador hace contacto con la superficie al segundo 15, así mismo se ve el perfil de fuerza deseada aplicado y la fuerza de reacción que al principio tiene un pequeño pico, el cual se debe a que llegó el robot con un cierto error en la posición, también se tiene un error de fuerza el cual es pequeño y al segundo 17 se vuelve cero, se aprecia que, debido al perfil de fuerza aplicado, se tiene una penetración pequeña sobre el muro.

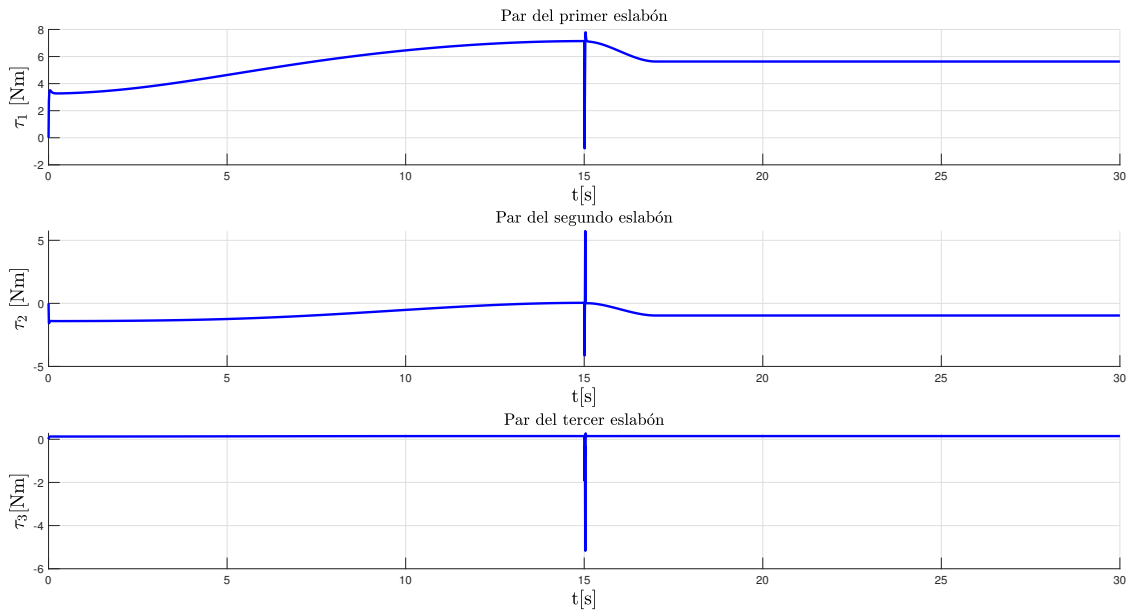


Figura 3.8: Pares de control τ_1 , τ_2 y τ_3 .

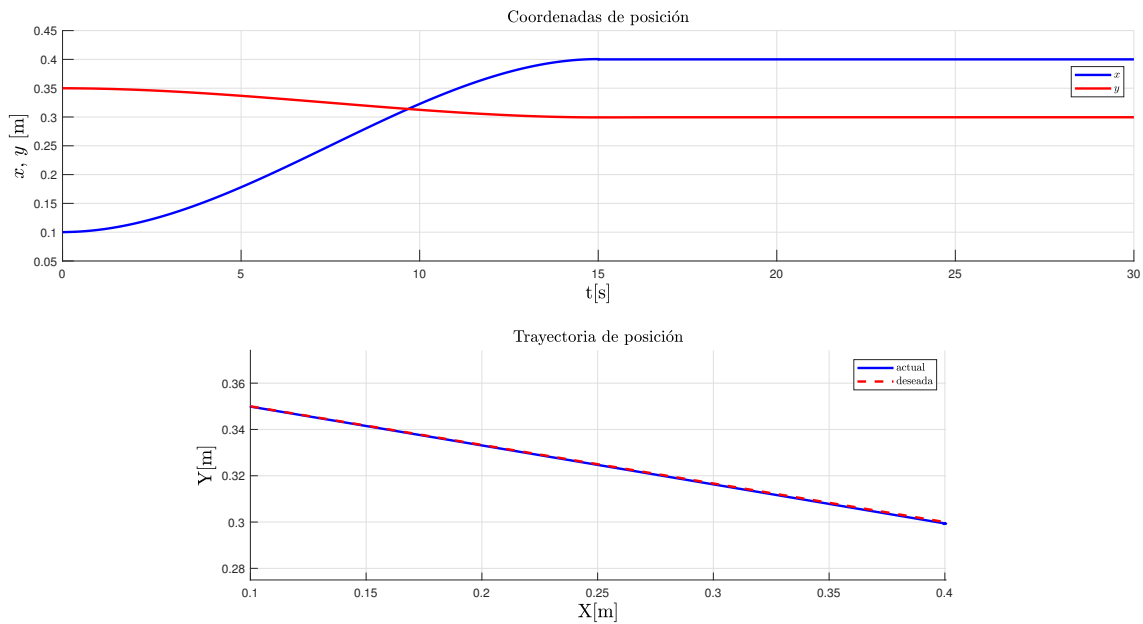


Figura 3.9: Coordenadas de posición, trayectoria de posición.

En la Figura 3.8, los pares de control al momento del contacto tienen un pequeño impulso que es compensado rápidamente por el control.

En la Figura 3.9, se muestra que la posición cartesiana se mantiene constante a partir del segundo 15, así mismo se observa un buen seguimiento en la trayectoria de posición.

3.3. Control de posición - fuerza, barrido sobre la superficie aplicando fuerza en X.

En la siguiente simulación, el manipulador va de movimiento libre a movimiento restringido del tiempo 0 a 15 [s], de 15 a 25 [s] el manipulador aplica una trayectoria de fuerza deseada que va de 0 a 5 [N] sobre la superficie \mathbf{x}_m en el eje X, al mismo tiempo, el manipulador va haciendo un barrido a lo largo del eje Y, como se muestra en la Figura 3.10:

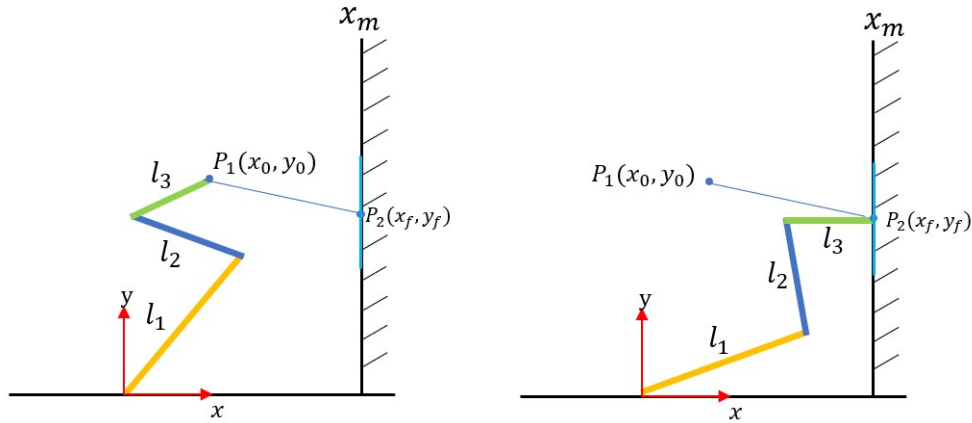


Figura 3.10: Movimiento libre y restringido

por lo tanto para la trayectoria de posición del tiempo 15 a 25 [s] se tiene:

$$x_d = 0.4m \quad (3.8)$$

$$y_d = 0.3m + A_0 \sin(\alpha(t)) \quad (3.9)$$

donde $A_0 = 0.05m$ es la amplitud del barrido en el eje Y, $0 \leq \alpha(t) \leq 6\pi$.

Los parámetros utilizados para el manipulador, el control de posición y el control de fuerza se presentan en la Tabla 3.4, los coeficientes del polinomio al ir de movimiento libre a restringido, así como para la trayectoria de fuerza aplicada y el argumento $\alpha(t)$ se presentan en la Tabla 3.5.

| Coeficientes para x_d , y_d , ϕ_d y h_{d_x} | | | | | | | | | |
|--|-----------------|-------------------------|-----------------|----------------------------|--------------------|-----------------------------|---------------------|-------------------------------|----------------------|
| Coeficientes para x_d | | Coeficientes para y_d | | Coeficientes para ϕ_d | | Coeficientes para h_{d_x} | | Coeficientes para $\alpha(t)$ | |
| $x_0 = 0.1 m$ | $x_f = 0.4 m$ | $y_0 = 0.35 m$ | $y_f = 0.3 m$ | $\phi_0 = 30^\circ$ | $\phi_f = 0^\circ$ | $h_{0_x} = 0 N$ | $h_{f_x} = 5 N$ | $\alpha_0 = 0$ | $\alpha_f = 6\pi$ |
| $\dot{x}_0 = 0$ | $\dot{x}_f = 0$ | $\dot{y}_0 = 0$ | $\dot{y}_f = 0$ | $\dot{\phi}_0 = 0$ | $\dot{\phi}_f = 0$ | $\dot{h}_{0_x} = 0$ | $\dot{h}_{f_x} = 0$ | $\dot{\alpha}_0 = 0$ | $\dot{\alpha}_f = 0$ |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 15 s$ | $t_0 = 0$ | $t_f = 15 s$ | $t_0 = 0$ | $t_f = 15 s$ | $t_0 = 15 s$ | $t_f = 25 s$ | $t_0 = 15 s$ | $t_f = 25 s$ |

Tabla 3.5: Tabla de coeficientes

En la Figura 3.11, se aprecia el contacto del manipulador con el muro, el perfil de fuerza deseada y de reacción, en el error de fuerza se tienen oscilaciones del segundo 15 al 25, esto se debe a que en ese tiempo el manipulador está haciendo un barrido sobre la superficie, también se observa una penetración pequeña en el muro.

Los pares se ven afectados al momento que el manipulador hace contacto con la superficie y debido al barrido que realiza del segundo 15 al 25, como se observa en la Figura 3.12.

En la Figura 3.13, se observa la posición cartesiana del manipulador, así como el barrido aplicado en el eje Y, también se observa que los errores de posición y de velocidad son pequeños a lo largo de toda la simulación, se aprecia que el manipulador sigue la trayectoria planeada.

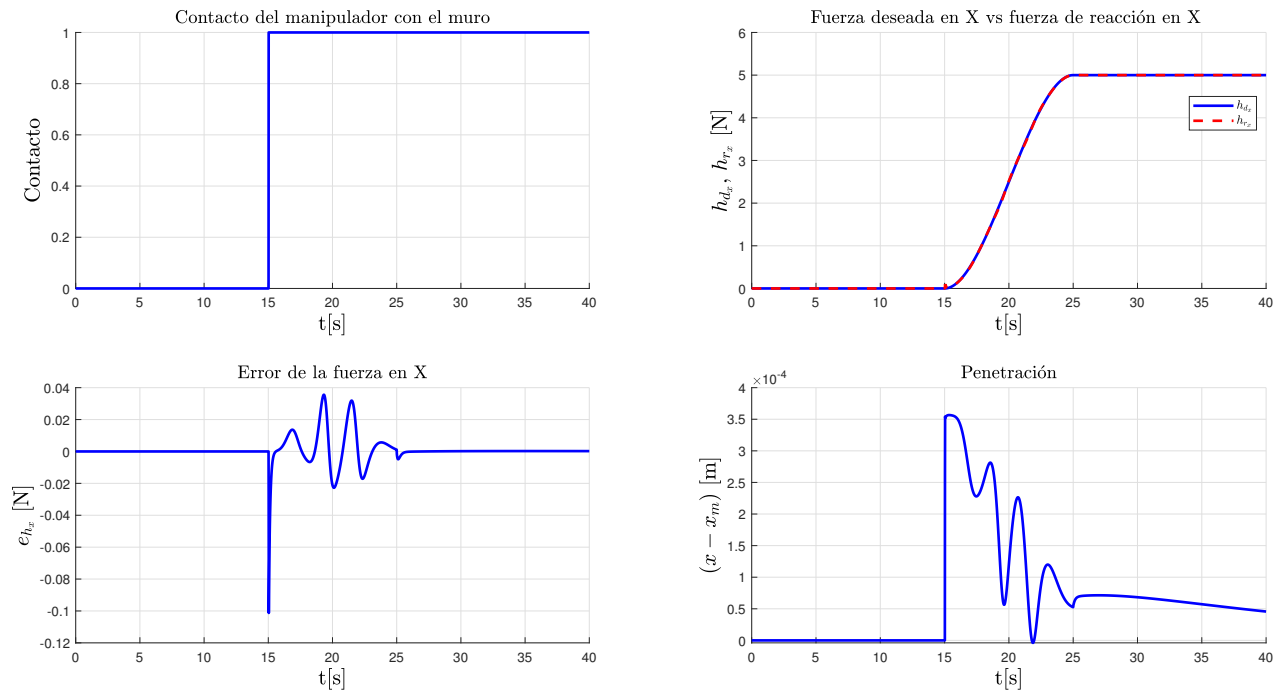


Figura 3.11: Contacto, fuerza deseada y de reacción en X, error de fuerza en X, penetración.

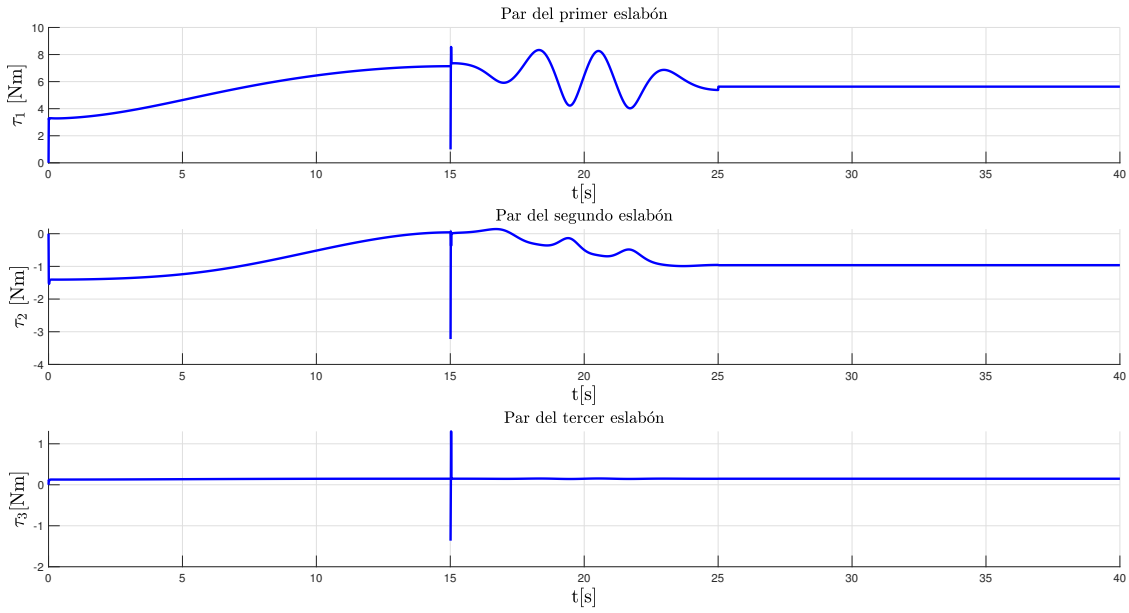


Figura 3.12: Pares de control τ_1 , τ_2 y τ_3 .

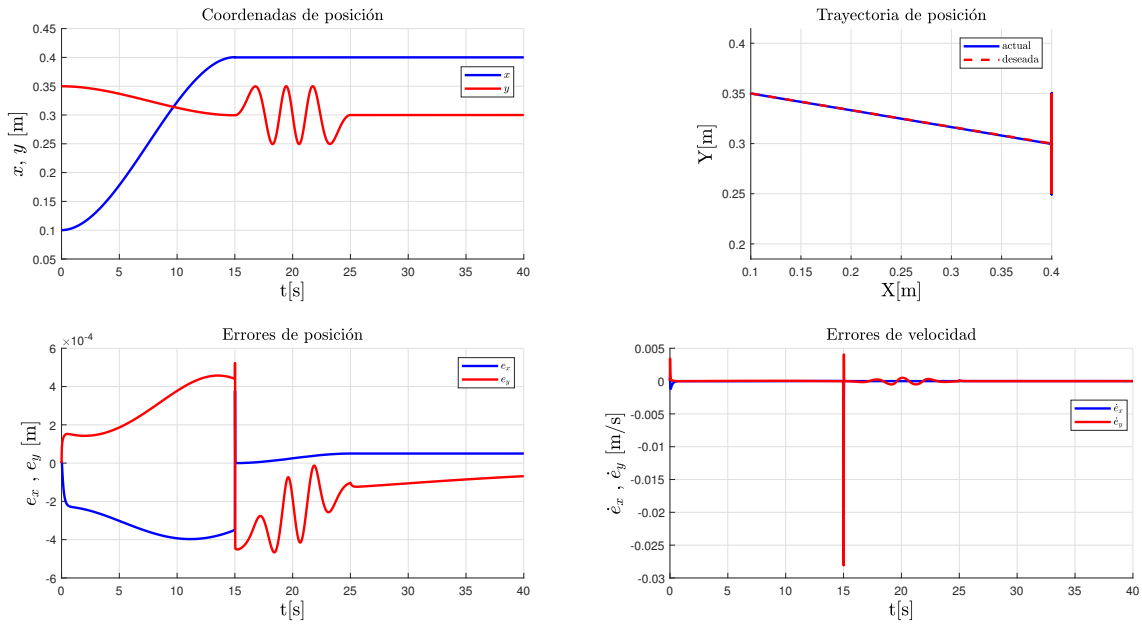


Figura 3.13: Coordenadas de posición, trayectoria de posición, errores de posición y errores de velocidad.

3.4. Control de posición - fuerza, aplicando fuerza en X y Y.

En la siguiente simulación, se tiene que el manipulador va del tiempo 0 a 15 [s] de movimiento libre a restringido, la orientación del efector final del manipulador está en función de las fuerzas aplicadas, es decir a partir de tener una fuerza deseada en X y Y se tiene la orientación del efector final, como se muestra en la Figura 3.14.

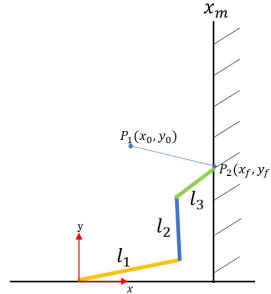


Figura 3.14: Movimiento restringido

Del tiempo 15 a 17 [s], se aplica una trayectoria de fuerza que va de 0 a 5 [N] en el eje X y Y. La orientación del efector final de movimiento libre a restringido va de 0 a $\text{atan2}(h_{d_y}, h_{d_x})$, por lo tanto, para esta simulación como las fuerzas aplicadas sobre la superficie \mathbf{x}_m tanto en el eje X y Y son las mismas, la orientación del efector final va de 0 a 45° .

Los parámetros utilizados para los coeficientes del polinomio al ir de movimiento libre a restringido, así como para las fuerzas deseadas aplicadas a la superficie \mathbf{x}_m , se presentan en la Tabla 3.6.

| Coeficientes para $x_d, y_d, \phi_d, h_{d_x}$ y h_{d_y} | | | | | |
|---|-------------------------|-----------------------------|-------------------------|----------------------------|---|
| Coeficientes para x_d | | Coeficientes para y_d | | Coeficientes para ϕ_d | |
| $x_0 = 0.1 \text{ m}$ | $x_f = 0.4 \text{ m}$ | $y_0 = 0.35 \text{ m}$ | $y_f = 0.3 \text{ m}$ | $\phi_0 = 0$ | $\phi_f = \text{atan2}(h_{d_y}, h_{d_x})$ |
| $\dot{x}_0 = 0$ | $\dot{x}_f = 0$ | $\dot{y}_0 = 0$ | $\dot{y}_f = 0$ | $\dot{\phi}_0 = 0$ | $\dot{\phi}_f = 0$ |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 15 \text{ s}$ | $t_0 = 0$ | $t_f = 15 \text{ s}$ | $t_0 = 0$ | $t_f = 15 \text{ s}$ |
| Coeficientes para h_{d_x} | | Coeficientes para h_{d_y} | | - | |
| $h_{0_x} = 0 \text{ N}$ | $h_{f_x} = 5 \text{ N}$ | $h_{0_y} = 0 \text{ N}$ | $h_{f_y} = 5 \text{ N}$ | - | - |
| $\dot{h}_{0_x} = 0$ | $\dot{h}_{f_x} = 0$ | $\dot{h}_{0_y} = 0$ | $\dot{h}_{f_y} = 0$ | - | - |
| $t_0 = 15 \text{ s}$ | $t_f = 17 \text{ s}$ | $t_0 = 15 \text{ s}$ | $t_f = 17 \text{ s}$ | - | - |

Tabla 3.6: Tabla de coeficientes $x_d, y_d, \phi_d, h_{d_x}$ y h_{d_y}

Los parámetros utilizados para el manipulador, el control de posición y el control de fuerza, se presentan en la Tabla 3.7.

| Parámetros del robot de 3 gdl. | | | | | |
|--------------------------------|---------------------------|----------------------------|-------------------------|------------------------|----------------|
| Robot de 3 gdl | | | Control de posición PID | | |
| $l_1 = 0.33 \text{ m}$ | $l_2 = 0.2 \text{ m}$ | $l_3 = 0.1 \text{ m}$ | $K_{P1} = 2000$ | $K_{P2} = 1000$ | $K_{P3} = 500$ |
| $l_{cm1} = 0.165 \text{ m}$ | $l_{cm2} = 0.1 \text{ m}$ | $l_{cm3} = 0.05 \text{ m}$ | $K_{I1} = 20$ | $K_{I2} = 10$ | $K_{I3} = 5$ |
| $m_1 = 2 \text{ kg}$ | $m_2 = 1 \text{ kg}$ | $m_3 = 0.3 \text{ kg}$ | $K_{D1} = 200$ | $K_{D2} = 40$ | $K_{D3} = 30$ |
| $I_1 = 1.266$ | $I_2 = 0.093$ | $I_3 = 0.033$ | Control de fuerza PI | | |
| $K_{r_x} = 100000$ | $K_{r_y} = 100000$ | - | $K_{P_{F_x}} = 1e - 3$ | $K_{I_{F_x}} = 1e - 3$ | - |
| - | - | - | $K_{P_{F_y}} = 1e - 5$ | $K_{I_{F_y}} = 1e - 3$ | - |

Tabla 3.7: Parámetros del robot, control de posición PID y control de fuerza PI

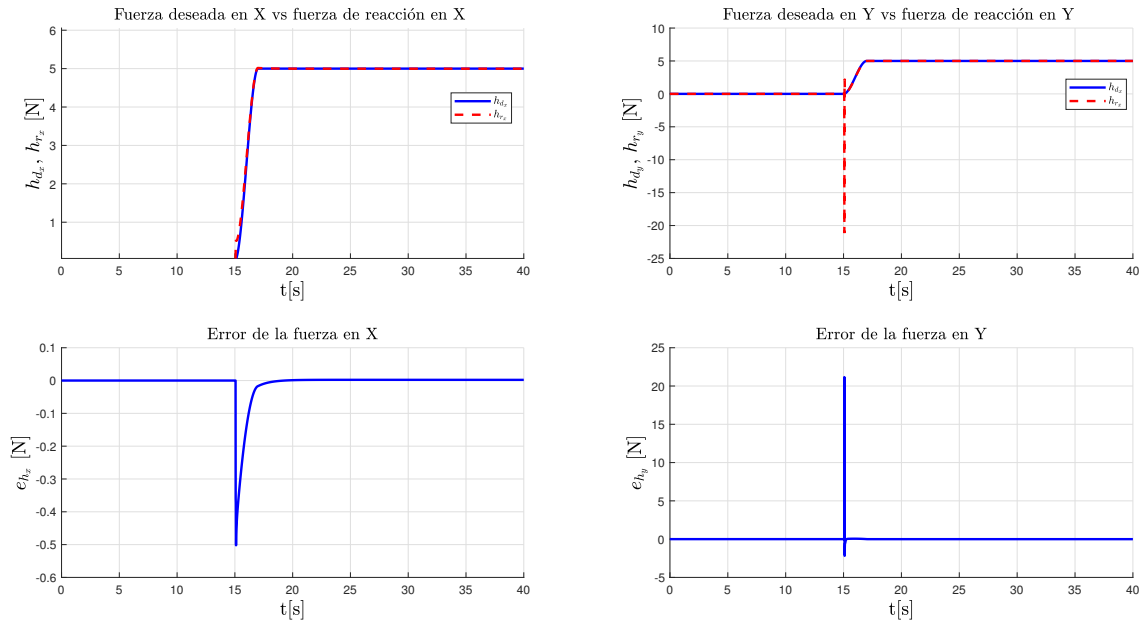


Figura 3.15: Fuerzas deseadas y de reacción en X y Y, errores de fuerza en X y Y.

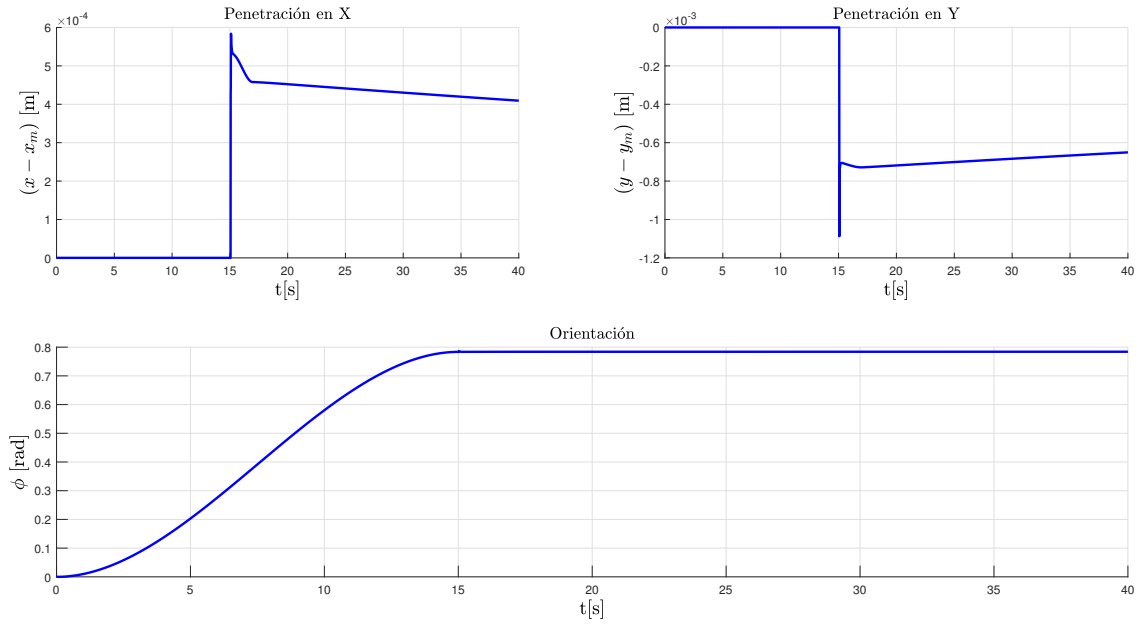


Figura 3.16: Penetración en X, penetración en Y y orientación del manipulador.

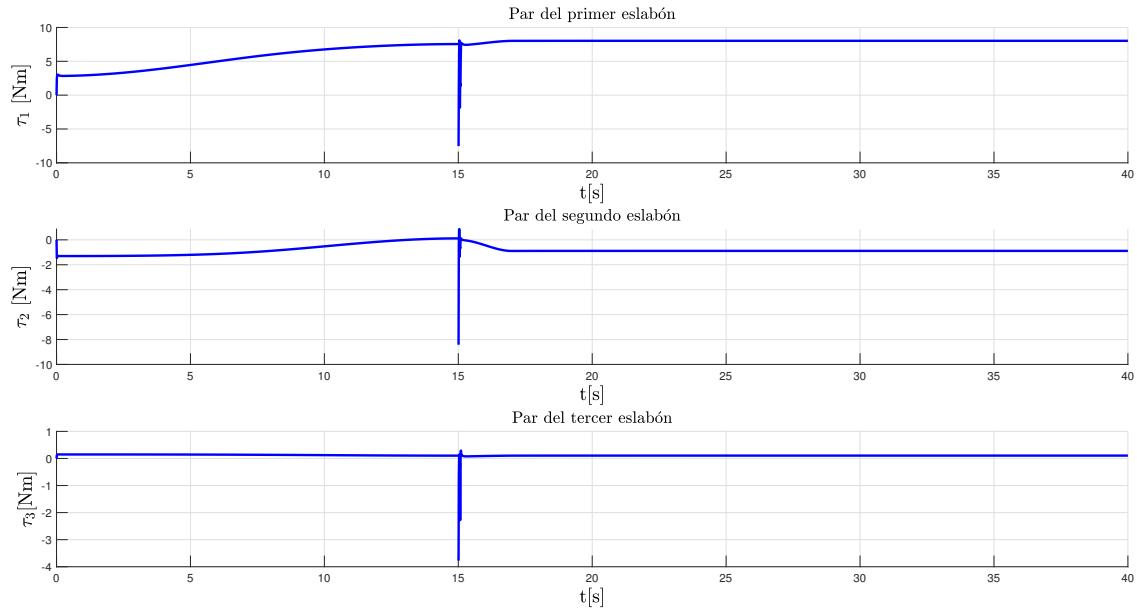


Figura 3.17: Pares de control τ_1 , τ_2 y τ_3 .

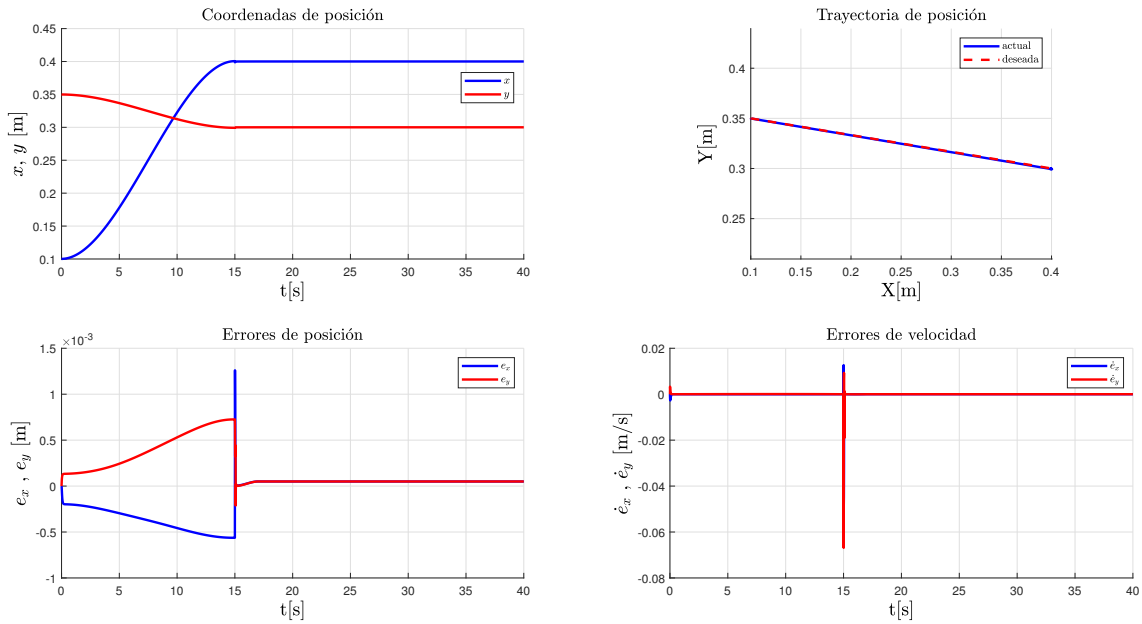


Figura 3.18: Coordenadas de posición, trayectoria de posición, errores de posición y errores de velocidad.

En la Figura 3.15 se tiene el perfil de fuerza deseado aplicado en el eje X y Y si como sus fuerzas de reacción, se puede observar que la fuerza de reacción en el eje X es pequeño y al segundo 17 se vuelve cero, en el eje Y al momento del contacto hay un impulso, el cual es compensado rápidamente por el control de fuerza.

En la Figura 3.16 se observan las penetraciones en X y Y, las cuales son pequeñas, también se puede observar la orientación del efector final la cual está en función de las fuerzas aplicadas.

Los pares de las articulaciones se ven afectados cuando el manipulador hace contacto con la superficie, como se observa en la Figura 3.17.

En la Figura 3.18 se observan la posición cartesiana del manipulador, así como los errores de posición y velocidad, los cuales son pequeños, también se observa que el manipulador sigue perfectamente la trayectoria de posición.

3.5. Control de posición - fuerza, barrido sobre la superficie, aplicando fuerza en X y Y.

En la siguiente simulación, el manipulador va del tiempo 0 a 15 [s] de movimiento libre a restringido, de 15 a 17 [s] aplica una fuerza deseada de 0 a 5 [N] en el eje X y una fuerza que va de 0 a 2 [N] en el eje Y, del tiempo 15 a 35 [s] el manipulador va haciendo un barrido a lo largo del eje Y, utilizando (3.8) y (3.9), durante el tiempo 17 a 35 [s] las fuerzas deseadas se mantienen, posteriormente de 35 a 37 [s] la fuerza en el eje X baja de 5 [N] a 1 [N] y en el eje Y de 2 [N] a 0 [N], al igual que la simulación anterior, la orientación del efector final está en función de las fuerzas deseadas.

Como las fuerzas deseadas van cambiando a lo largo del tiempo, la orientación del efector final también cambia, para los parámetros del robot de movimiento libre a restringido así como el de las fuerzas deseadas y la orientación, se tiene la Tabla 3.8.

| Coeficientes para $x_d, y_d, \phi_d, h_{d_x}$ y h_{d_y} | | | | | | | |
|---|---------------------------|--------------------------------|---------------------------|--------------------------------|---------------------|--------------------------------|---------------------|
| Coeficientes para x_d | | Coeficientes para y_d | | Coeficientes para $h_{d_x}(1)$ | | Coeficientes para $h_{d_y}(1)$ | |
| $x_0 = 0.1 m$ | $x_f = 0.4 m$ | $y_0 = 0.35 m$ | $y_f = 0.3 m$ | $h_{0_x} = 0N$ | $h_{f_x} = 5N$ | $h_{0_y} = 0N$ | $h_{f_y} = 2N$ |
| $\dot{x}_0 = 0$ | $\dot{x}_f = 0$ | $\dot{y}_0 = 0$ | $\dot{y}_f = 0$ | $\dot{h}_{0_x} = 0$ | $\dot{h}_{f_x} = 0$ | $\dot{h}_{0_y} = 0$ | $\dot{h}_{f_y} = 0$ |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 15 s$ | $t_0 = 0$ | $t_f = 15 s$ | $t_0 = 15 s$ | $t_f = 17 s$ | $t_0 = 15 s$ | $t_f = 17 s$ |
| Coeficientes para $h_{d_x}(2)$ | | Coeficientes para $h_{d_y}(2)$ | | Coeficientes para $h_{d_x}(3)$ | | Coeficientes para $h_{d_y}(3)$ | |
| $h_{0_x} = 5N$ | $h_{f_x} = 5N$ | $h_{0_y} = 2N$ | $h_{f_y} = 2N$ | $h_{0_x} = 5N$ | $h_{f_x} = 1N$ | $h_{0_y} = 2N$ | $h_{f_y} = 0N$ |
| $\dot{h}_{0_x} = 0$ | $\dot{h}_{f_x} = 0$ | $\dot{h}_{0_y} = 0$ | $\dot{h}_{f_y} = 0$ | $\dot{h}_{0_x} = 0$ | $\dot{h}_{f_x} = 0$ | $\dot{h}_{0_y} = 0$ | $\dot{h}_{f_y} = 0$ |
| $t_0 = 17 s$ | $t_f = 35 s$ | $t_0 = 17 s$ | $t_f = 35 s$ | $t_0 = 35 s$ | $t_f = 37 s$ | $t_0 = 35 s$ | $t_f = 37 s$ |
| Coeficientes para ϕ_d | | Coeficientes para $\phi_d(1)$ | | Coeficientes para $\phi_d(2)$ | | Coeficientes para $\phi_d(3)$ | |
| $\phi_0 = 0$ | $\phi_f \approx 22^\circ$ | $\phi_0 \approx 22^\circ$ | $\phi_f \approx 22^\circ$ | $\phi_0 \approx 22^\circ$ | $\phi_f = 22^\circ$ | $\phi_0 \approx 22^\circ$ | $\phi_f = 0^\circ$ |
| $\dot{\phi}_0 = 0$ | $\dot{\phi}_f = 0$ | $\dot{\phi}_0 = 0$ | $\dot{\phi}_f = 0$ | $\dot{\phi}_0 = 0$ | $\dot{\phi}_f = 0$ | $\dot{\phi}_0 = 0$ | $\dot{\phi}_f = 0$ |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 15 s$ | $t_0 = 15 s$ | $t_f = 17 s$ | $t_0 = 17 s$ | $t_f = 35 s$ | $t_0 = 35 s$ | $t_f = 37 s$ |
| Parámetros del robot de 3 gdl. | | | | | | | |
| Robot de 3 gdl | | | Control de posición PID | | | - | |
| $l_1 = 0.33 m$ | $l_2 = 0.2 m$ | $l_3 = 0.1 m$ | $K_{P1} = 2000$ | $K_{P2} = 1000$ | $K_{P3} = 500$ | - | - |
| $l_{cm1} = 0.165 m$ | $l_{cm2} = 0.1 m$ | $l_{cm3} = 0.05 m$ | $K_{I1} = 20$ | $K_{I2} = 10$ | $K_{I3} = 5$ | - | - |
| $m_1 = 2 kg$ | $m_2 = 1 kg$ | $m_3 = 0.3 kg$ | $K_{D1} = 200$ | $K_{D2} = 40$ | $K_{D3} = 30$ | - | - |
| $I_1 = 1.266$ | $I_2 = 0.093$ | $I_3 = 0.033$ | Control de fuerza PI | | | - | - |
| $K_{r_x} = 100000$ | $K_{r_y} = 100$ | - | $K_{P_{F_x}} = 1e - 3$ | $K_{I_{F_x}} = 1e - 2$ | - | - | - |
| - | - | - | $K_{P_{F_y}} = 1e - 3$ | $K_{I_{F_y}} = 1e - 2$ | - | - | - |

Tabla 3.8: Tabla de coeficientes $x_d, y_d, \phi_d, h_{d_x}$ y h_{d_y}

En la Figura 3.19, se observa cómo va cambiando el perfil de fuerza aplicado en el eje X, a partir del segundo 15 sube de 0 a 5 [N], del segundo 17 al 35 se mantiene y del segundo 35 a 37 baja a 1 [N], el perfil de fuerza en el eje Y a partir del segundo 15 sube de 0 a 5 [N], del segundo 17 a 35 se mantiene y baja del segundo 35 a 37 a 0 [N], los errores de fuerza son pequeños y varían mientras las fuerzas cambian.

En la Figura 3.20, se tienen las penetraciones cuando el manipulador aplica fuerza en X y Y sobre la superficie, las cuales son pequeñas, también se observa como cambia la orientación del manipulador a la vez que van cambiando las fuerzas a lo largo del tiempo.

Los pares de control al momento del contacto, hay un impulso y se presentan variaciones del segundo 15 al 37, debido a que en ese tiempo van cambiando las fuerzas deseadas, Figura 3.21.

En la Figura 3.22, se observa la posición cartesiana del manipulador, así como los errores de posición y velocidad, los cuales son pequeños, también se observa que el manipulador sigue bien la trayectoria planeada.

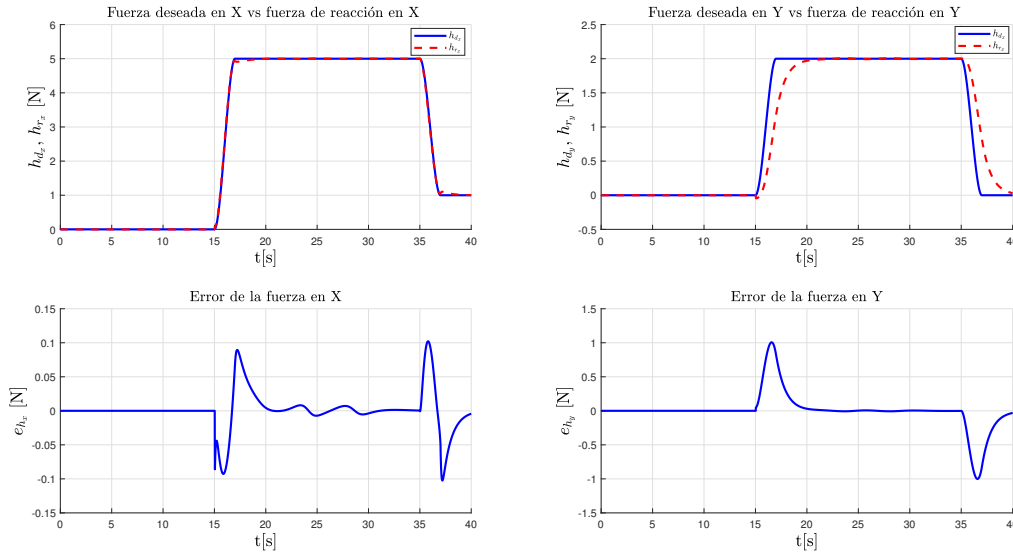


Figura 3.19: Fuerzas deseadas y de reacción en X y Y, errores de fuerza en X y Y.

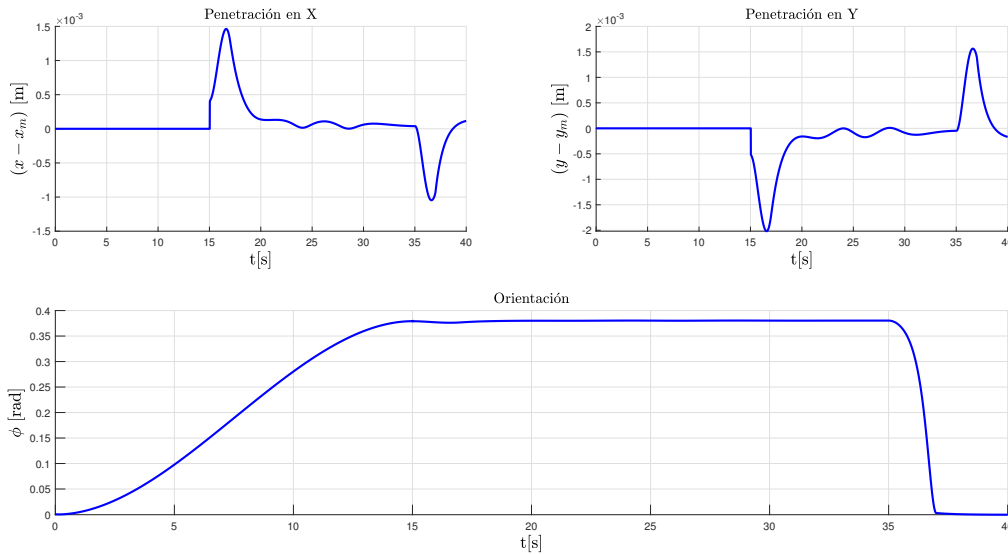


Figura 3.20: Penetración en X, penetración en Y y orientación del manipulador.

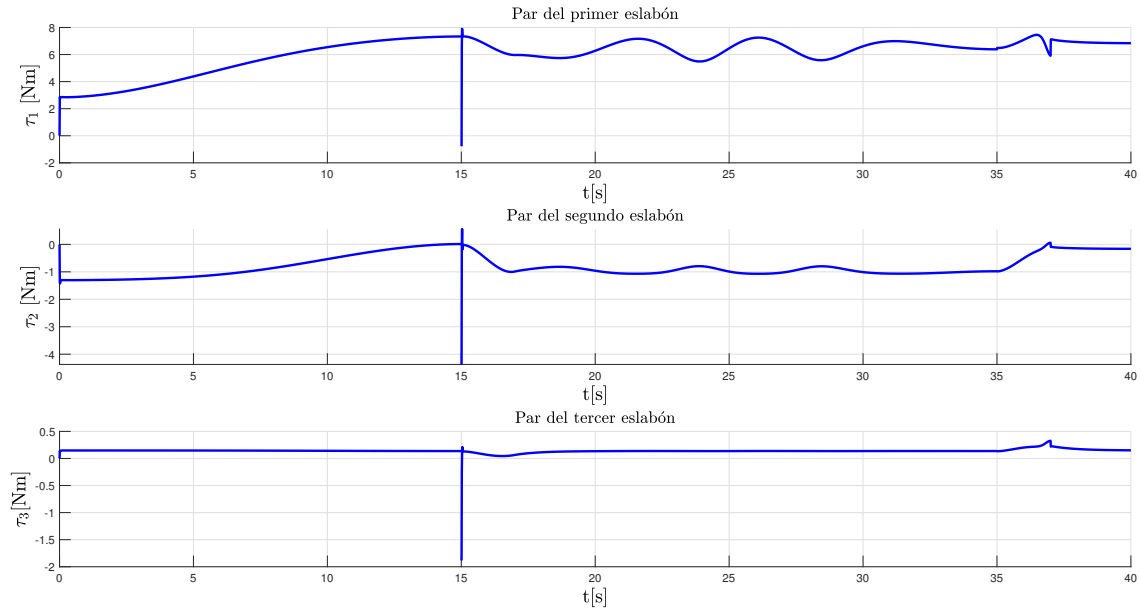


Figura 3.21: Pares de control τ_1 , τ_2 y τ_3 .

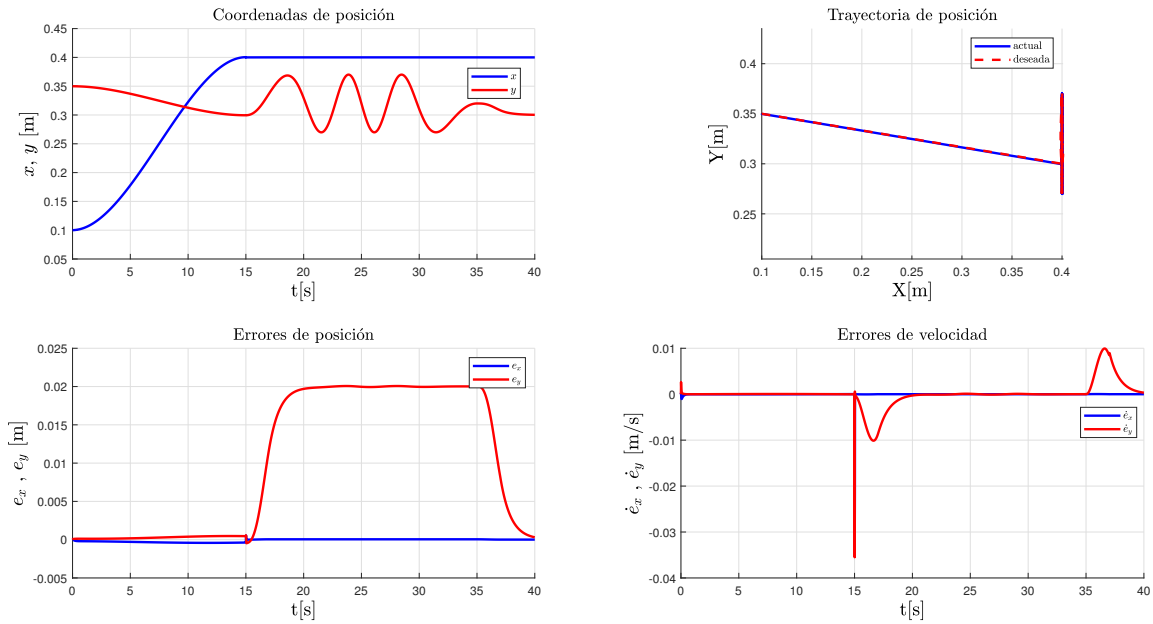


Figura 3.22: Coordenadas de posición, trayectoria de posición, errores de posición y errores de velocidad.

3.6. Robots cooperativos, control de posición - fuerza extendido, manipulación de un objeto aplicando fuerza en X.

Con las gráficas anteriores se observa que el manipulador puede ir de movimiento libre a restringido con el control de posición, al estar sobre la superficie aplicar una fuerza en X y Y utilizando el control de fuerza, por lo tanto se procede a realizar la réplica del manipulador A y así tener un sistema cooperativo el cual pueda manipular un objeto.

Los manipuladores A y B tienen los mismos parámetros físicos, para obtener al manipulador B con respecto al A, se utiliza la matriz de transformación (3.10) la cual nos permite ver al manipulador B como un espejo del A, Figura 3.23.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ \phi \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0.9 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \pi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ \phi' \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

En la Figura 3.23, se observa al manipulador A y B interactuando con el objeto a manipular.

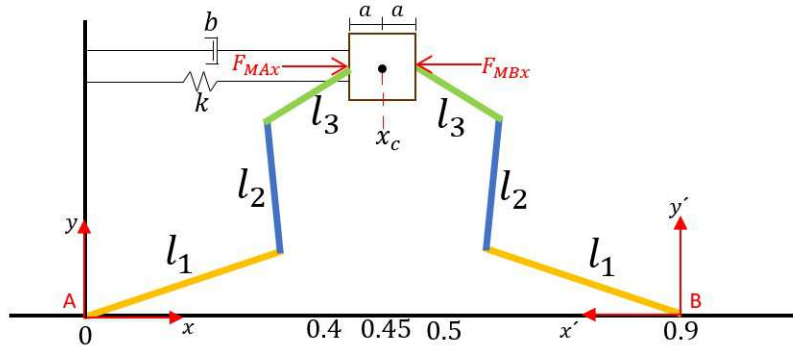


Figura 3.23: Robots interactuando con el objeto.

El objeto para las simulaciones se modela como un sistema masa - resorte - amortiguador, ecuación (3.11):

$$m_c \ddot{x} + b_c \dot{x} + k_c x = \Delta_F \quad (3.11)$$

donde m_c es la masa del objeto; b_c es el coeficiente viscoso del amortiguador; k_c es la rigidez del resorte, $\Delta_F = F_{MAx} + F_{MBx}$.

3.7. Control híbrido de posición - fuerza y control híbrido de posición - fuerza extendido, sistema cooperativo.

A continuación se tiene como objetivo tener un sistema cooperativo, manipular un objeto a partir de un diferencial de fuerza, utilizando el control híbrido de posición - fuerza y el control híbrido de posición - fuerza extendido.

En la siguiente simulación, se hace un barrido a lo largo del eje X.

Al realizar el barrido, el manipulador A trabaja con el control de posición - fuerza extendido, por lo cual se dice que el robot esta en fuerza, el manipulador B trabaja con el control de posición - fuerza, por lo cual se dice que el robot se encuentra en reacción, Figura 3.24.

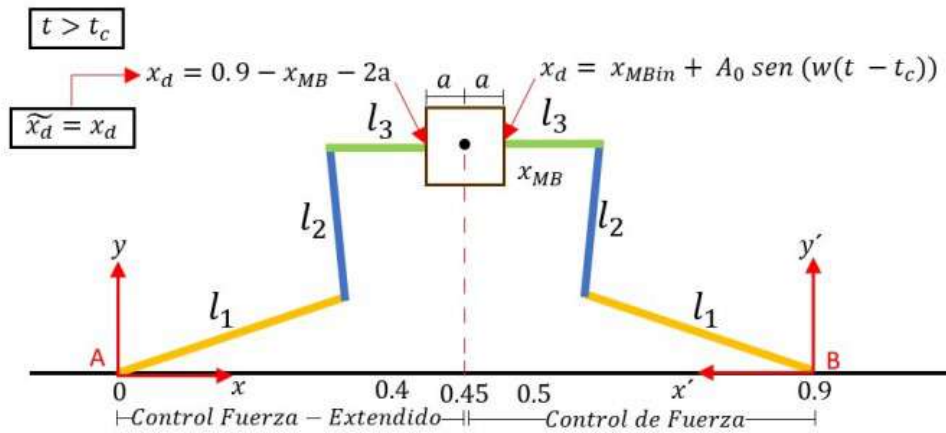


Figura 3.24: Robots interactuando con el objeto.

Una vez que los manipuladores A y B se encuentran en movimiento restringido, el manipulador B utiliza (3.12) y (3.13) para realizar el barrido a lo largo del eje X, como se puede ver en la Figura 3.24

$$x_d = 0.4m + A_0 \sin(-0.20(t - t_c)) \quad (3.12)$$

$$y_d = 0.3m \quad (3.13)$$

donde $A_0 = 0.02$; $t_c = 15$ es el tiempo en el que los manipuladores hacen contacto con el objeto.

Para la planeación de la posición del manipulador A, se toma en cuenta la posición actual del manipulador B, la cual es la referencia del manipulador A, por lo tanto, x_d del manipulador A esta dada por

$$x_d = 0.9m - x_{MB} - 2a \quad (3.14)$$

donde x_{MB} es la posición actual del manipulador B; $2a$ es el ancho del objeto.

De esta manera los manipuladores A y B se encuentran comunicados entre si teniendo un sistema maestro - esclavo, por lo tanto, \tilde{x}_d que va al control de posición - fuerza extendido del manipulador A es (3.14), el cual generara el diferencial de fuerza necesario para poder mover el objeto.

Para la simulación, del tiempo de 0 a 10 [s] los efectores finales llegan a la posición deseada, de 10 a 15 [s] se acercan al objeto, del tiempo 15 a 20 [s] los manipuladores A y B aplican una fuerza deseada que va de 0 a 5 [N] en el eje X, como los dos manipuladores aplican una fuerza de misma

magnitud al mismo tiempo, el objeto no se desplaza, por lo tanto el manipulador B, realiza un barrido a lo largo del eje X, el cual al pasarle la posición al manipulador A que tiene internamente el control de fuerza extendido, se genera el diferencial de fuerza necesario para poder mover el objeto.

Los parámetros de los coeficientes del polinomio de tercer grado para ir de movimiento libre a restringido del manipulador A y B, así como para la trayectoria de fuerza aplicada sobre la superficie se presentan en la Tabla 3.9.

| Coeficientes para x_d, y_d, ϕ_d y h_{d_x} | | | | | | | |
|--|-----------------|-------------------------|-----------------|----------------------------|--------------------|-----------------------------|---------------------|
| Coeficientes para x_d | | Coeficientes para y_d | | Coeficientes para ϕ_d | | Coeficientes para h_{d_x} | |
| $x_0 = 0.1 m$ | $x_f = 0.4 m$ | $y_0 = 0.35 m$ | $y_f = 0.3 m$ | $\phi_0 = 45^\circ$ | $\phi_f = 0^\circ$ | $h_{0_x} = 0 N$ | $h_{f_x} = 5 N$ |
| $\dot{x}_0 = 0$ | $\dot{x}_f = 0$ | $\dot{y}_0 = 0$ | $\dot{y}_f = 0$ | $\dot{\phi}_0 = 0$ | $\dot{\phi}_f = 0$ | $\dot{h}_{0_x} = 0$ | $\dot{h}_{f_x} = 0$ |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 10 s$ | $t_0 = 0$ | $t_f = 10 s$ | $t_0 = 0$ | $t_f = 10 s$ | $t_0 = 15 s$ | $t_f = 20 s$ |

Tabla 3.9: Tabla de coeficientes

Los parámetros utilizados para el manipulador A y B, el control de posición PID, el control de fuerza PI y el control extendido PID, se presentan en la Tabla 3.10.

| Parámetros del robot de 3 gdl. | | | | | |
|--------------------------------|-------------------|--------------------|-------------------------|----------------------|----------------|
| Robot de 3 gdl | | | Control de posición PID | | |
| $l_1 = 0.33 m$ | $l_2 = 0.2 m$ | $l_3 = 0.1 m$ | $K_{P1} = 2000$ | $K_{P2} = 1000$ | $K_{P3} = 500$ |
| $l_{cm1} = 0.165 m$ | $l_{cm2} = 0.1 m$ | $l_{cm3} = 0.05 m$ | $K_{I1} = 20$ | $K_{I2} = 10$ | $K_{I3} = 5$ |
| $m_1 = 2 kg$ | $m_2 = 1 kg$ | $m_3 = 0.3 kg$ | $K_{D1} = 200$ | $K_{D2} = 40$ | $K_{D3} = 30$ |
| $I_1 = 1.266$ | $I_2 = 0.093$ | $I_3 = 0.033$ | Control de fuerza PI | | |
| $K_{r_x} = 100000$ | $K_{r_y} = 300$ | - | $K_{P_{F_x}} = 1e-3$ | $K_{I_{F_x}} = 1e-3$ | - |
| Control extendido PID | | | $K_{P_{F_y}} = 1e-3$ | $K_{I_{F_y}} = 1e-3$ | - |
| $K_{P1} = 100$ | $K_{P2} = 10$ | $K_{P3} = 10$ | Objeto | | |
| $K_{I1} = 20$ | $K_{I2} = 1$ | $K_{I3} = 1$ | $m = 0.5 kg$ | $k = 1.5$ | $b = 0.9$ |
| $K_{D1} = 10$ | $K_{D2} = 1$ | $K_{D3} = 1$ | - | - | - |

Tabla 3.10: Parámetros del robot y controlador

Link de la animación <https://youtu.be/8dltvuW5QDY>

En las Figuras 3.25 y 3.26 se observa que los manipuladores A y B, aplican una fuerza deseada de 0 a 5 [N] del segundo 15 al 20, se tiene un impulso en la fuerza de reacción cuando los manipuladores hacen contacto con el objeto, se muestra la penetración que los manipuladores hacen al momento de ejercer fuerza, el cual es pequeño, se observa en la trayectoria de posición que los manipuladores llegan a la posición deseada al segundo 10, se acercan al objeto y aplican fuerza deseada a partir del segundo 15.

En la Figura 3.27 se muestra el contacto de los manipuladores con el objeto, el cual ocurre en el segundo 15, nótese que el contacto de ambos manipuladores no presenta ningún despegue, obsérvese también el desplazamiento del objeto a lo largo del eje X.

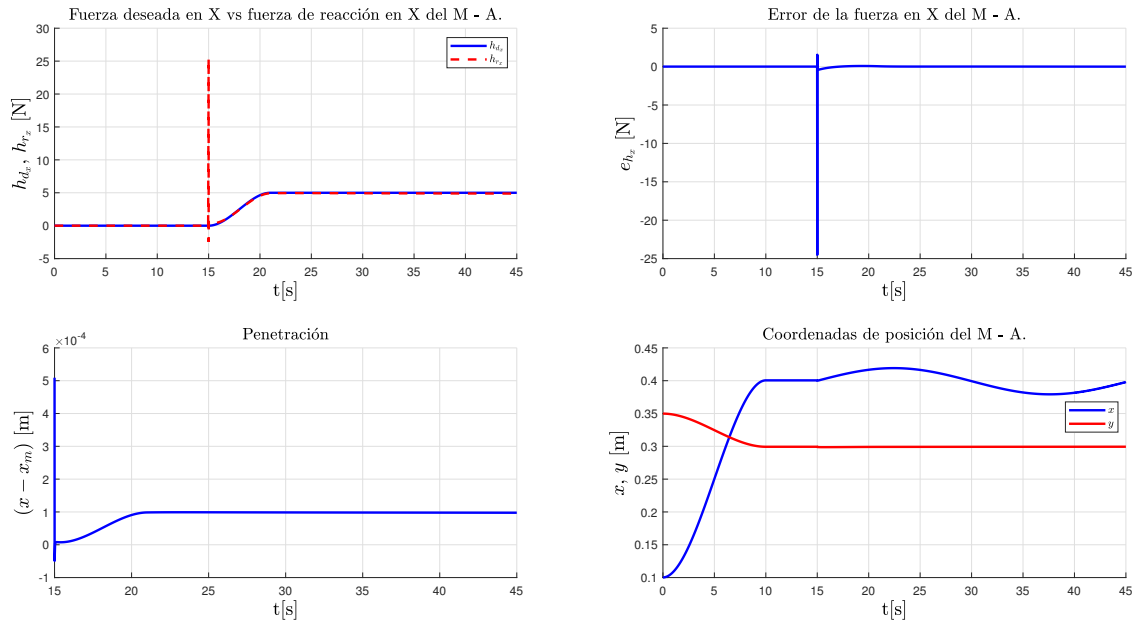


Figura 3.25: Fuerza deseada y de reacción en X, error de fuerza en X, penetración, trayectoria de posición del manipulador A.

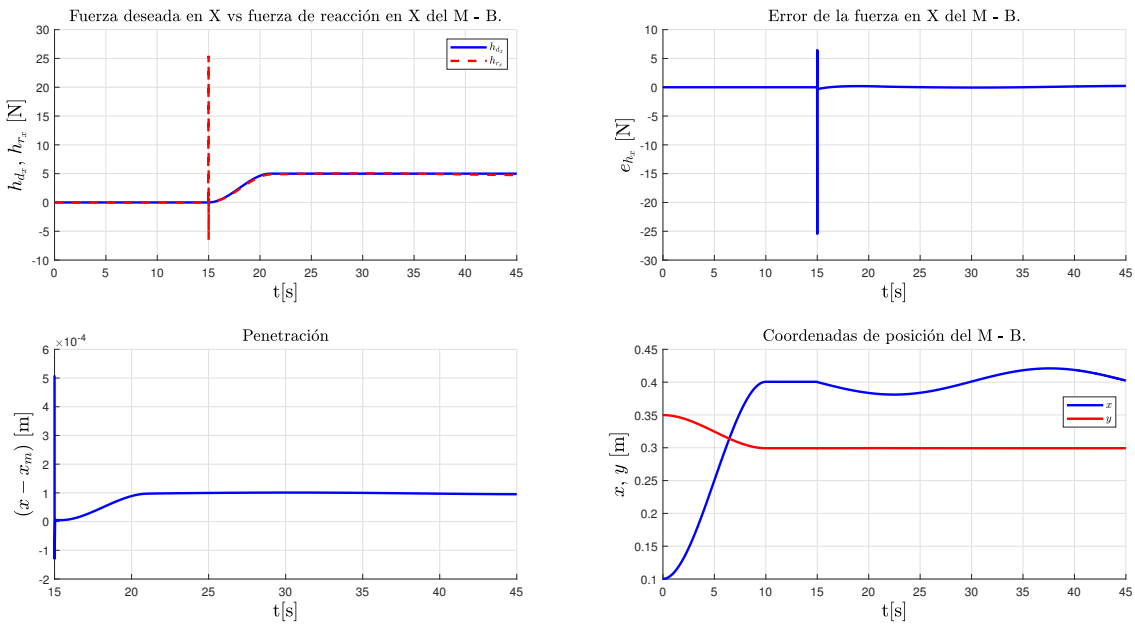


Figura 3.26: Fuerza deseada y de reacción en X, error de fuerza en X, penetración, trayectoria de posición del manipulador B.

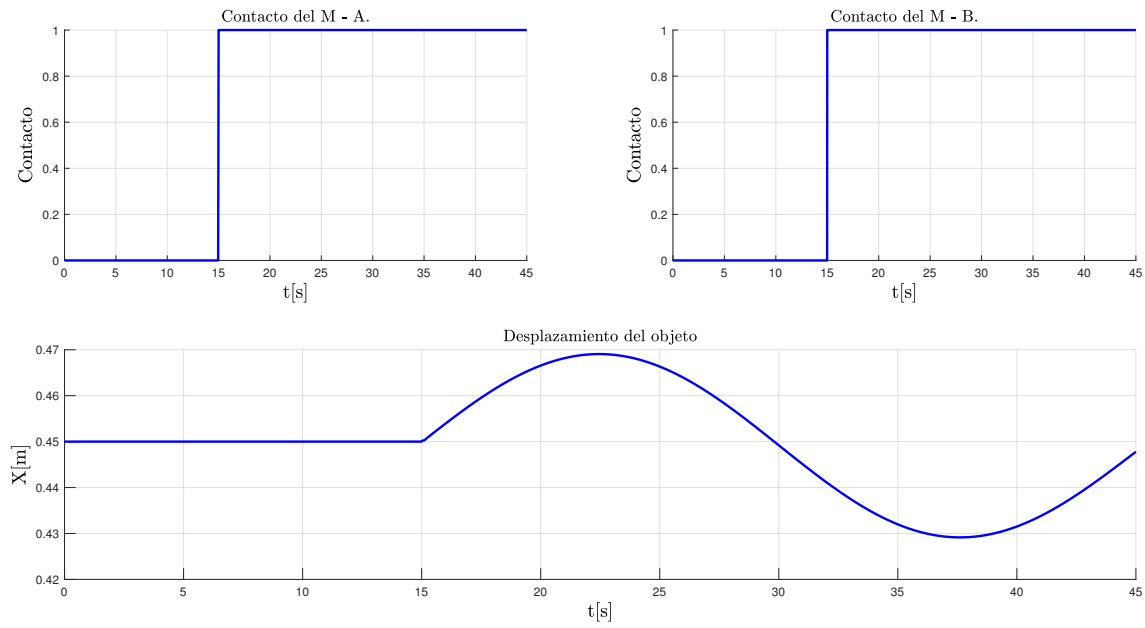


Figura 3.27: Contacto del manipulador A, contacto del manipulador B y desplazamiento del objeto.

Capítulo 4

Modelos matemáticos para el RMM.

Un RMM consiste en un manipulador montado en una plataforma móvil Figura 4.1, estos sistemas se pueden utilizar en algunas de las aplicaciones de los robots de base fija.

Una de las principales ventajas de los RMM es que el manipulador al tener una plataforma móvil tiene un mayor espacio de trabajo. Para el desarrollo de esta tesis se utiliza un robot móvil diferencial tipo (2,0) en el cual va montado un manipulador de cadena cinemática abierta de dos eslabones con articulaciones rotacionales.



Figura 4.1: Robot manipulador móvil pioneer 3DX

4.0.1. Conceptos generales.

El RMM está constituido por un manipulador serial de n_m - articulaciones, cuya posición de postura está dada por el vector $\mathbf{q}_m = [\theta_1, \theta_2]^T$, el cual va montado a un robot móvil tipo diferencial cuyo vector de postura contiene n_p - variables dadas por $\mathbf{q}_p = [x, y, \phi]^T$. El vector de postura del RMM está dado por $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_p^T \ \mathbf{q}_m^T]^T \in \mathbb{R}^n$, por lo tanto la cinemática directa queda definida como una función:

$$h(\mathbf{q}) = \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m \quad (4.1)$$

La cual define un conjunto de m - coordenadas cartesianas, por ejemplo, posición y orientación del efector final del robot, para el caso del movimiento en un plano como lo es este RMM, $m = 3$.

Como se observa en la Figura B.1, hay cuatro sistemas de referencia, el sistema inercial $\{I\}$, el sistema $\{M\}$, el cual va montado en el robot móvil, el sistema $\{O\}$, el cual también va montado en el robot móvil y el sistema de coordenadas $\{E\}$, que corresponde al sistema del efector final.

Al observar la Figura B.1 se tiene que el vector de postura del robot móvil tiene las siguientes variables $\mathbf{q}_p = [x \ y \ \phi]^T$, el vector de postura del manipulador tiene las siguientes variables $\mathbf{q}_m = [\theta_1 \ \theta_2]^T$.

Por lo tanto, la transformación que describe la posición y orientación del sistema de referencia del efector final $\{E\}$ con respecto al sistema de referencia $\{I\}$ del RMM está dado por:

$${}^I T_E(\mathbf{q}) = {}^I T_O(\mathbf{q}_p) {}^O T_E(\mathbf{q}_m) \quad (4.2)$$

donde

$${}^I T_O(\mathbf{q}_p) = \begin{bmatrix} \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 & x + L_x \sin(\phi) + L_y \cos(\phi) \\ -\cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 & y - L_x \cos(\phi) + L_y \sin(\phi) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

es la transformación del sistema de coordenadas montado en el robot móvil $\{O\}$ con respecto al sistema inercial $\{I\}$, por otra parte, la posición del sistema de referencia $\{O\}$ con respecto al sistema de referencia $\{M\}$, está dado por el vector $[L_x \ L_y \ 0 \ 1]^T$. La transformación que describe la posición y orientación del sistema de referencia del efector final $\{E\}$ con respecto al sistema de referencia $\{O\}$, se describe como:

$${}^O T_E(\mathbf{q}_m) = {}^O T_1(\theta_1) {}^1 T_2(\theta_2) \quad (4.4)$$

4.0.2. Modelo dinámico con restricciones.

Para obtener el modelo dinámico del RMM se emplean las ecuaciones de Euler-Lagrange [18], el movimiento de los RMM está sujeto a restricciones cinemáticas no-holónomas, por lo tanto las ecuaciones de Euler-Lagrange deben de incluir estas restricciones cinemáticas.

Las restricciones cinemáticas del sistema se escriben como:

$$A(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (4.5)$$

donde $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ y $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$, representan las posiciones velocidades generalizadas del sistema, $A(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{k \times n}$ es la matriz de restricción no-holónoma, k representa el numero de restricciones independientes, para formar las ecuaciones de movimiento se consideran las fuerzas de restricción como una fuerza que afecta el movimiento del sistema. Las ecuaciones de movimiento del sistema restringido se presentan a continuación:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}} = U + A^T(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda} - J^T(\mathbf{q})\mathbf{h}_r \quad (4.6)$$

donde $U \in \mathbb{R}^n$; representa las fuerzas de control del sistema, $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^k$; representa las fuerzas que aparecen en el sistema debido a las restricciones no-holónomas, $J(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$; representa el Jacobiano geométrico del robot, $\mathbf{h}_r \in \mathbb{R}^n$; es el vector de fuerzas y pares debidos a la interacción física del robot con el ambiente. Para formar el Lagrangiano se tiene:

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - \mathcal{U}(\mathbf{q}) \quad (4.7)$$

La ecuación dinámica se escribe de la siguiente forma:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) - A^T(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda} = U - J^T(\mathbf{q})\mathbf{h}_r \quad (4.8)$$

donde $M(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ representa la matriz de inercia del sistema, $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a la matriz de Coriolis, $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ el vector de gravedad. Como se observa en la ecuación (4.8), para obtener las trayectorias de movimiento del sistema es necesario conocer las fuerzas de restricción del sistema dadas por el vector $\boldsymbol{\lambda}$, es posible eliminar estas fuerzas de restricción como se muestra a continuación.

Es probable encontrar una matriz $S(\mathbf{q})$ tal que sus columnas se encuentren en el espacio nulo de $A(\mathbf{q})$ [21] de tal manera que:

$$S^T(\mathbf{q})A^T(\mathbf{q}) = 0 \quad (4.9)$$

La velocidad $\dot{\mathbf{q}}$ se encuentra también en el espacio nulo de $A(\mathbf{q})$ y se tiene un vector $\boldsymbol{\eta}$ tal que:

$$\dot{\mathbf{q}} = S(\mathbf{q})\boldsymbol{\eta} \quad (4.10)$$

al derivar (4.10) con respecto al tiempo se tiene:

$$\ddot{\mathbf{q}} = S(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \dot{S}(\mathbf{q})\boldsymbol{\eta} \quad (4.11)$$

Para tener un modelo dinámico mas apropiado, es necesario substituir las ecuaciones (4.10) y (4.11) en (4.8) y multiplicar por la izquierda por $S^T(\mathbf{q})$, con lo cual se obtiene el modelo dinámico (4.12).

$$\begin{aligned}\bar{M}(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\eta} + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) &= \bar{\boldsymbol{\tau}} \\ \dot{\mathbf{q}} &= S(\mathbf{q})\boldsymbol{\eta}\end{aligned}\quad (4.12)$$

donde

$$\bar{M}(\mathbf{q}) = S^T(\mathbf{q})M(\mathbf{q})S(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \quad (4.13)$$

$$\bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = S^T(\mathbf{q})M(\mathbf{q})\dot{S}(\mathbf{q}) + S^T(\mathbf{q})C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})S(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \quad (4.14)$$

$$\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) = S^T(\mathbf{q})\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{4 \times 1} \quad (4.15)$$

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = S^T(\mathbf{q})U - S^T(\mathbf{q})J^T(\mathbf{q})\mathbf{h}_r \in \mathbb{R}^{4 \times 1} \quad (4.16)$$

Dado que el RMM se mueve en el plano, el vector de gravedad se omite en la ecuación (4.12), como se presenta en el Apéndice B, ecuación (B.5).

4.0.3. Control por par calculado.

Al considerar el modelo dinámico (B.5), se tiene la siguiente ley de control.

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = D^{-1}(\mathbf{q})H(\mathbf{q}) [I^{-1}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) + \dot{\boldsymbol{\eta}}_d + K_p(\boldsymbol{\eta}_d - \boldsymbol{\eta}) + \boldsymbol{\zeta}] \quad (4.17)$$

donde:

$$\boldsymbol{\zeta} = \begin{pmatrix} k_1 e_x \\ k_2 v_d \frac{\sin e_\phi}{e_\phi} e_y + k_3 e_\phi \\ k_4 e_{\theta_1} \\ k_5 e_{\theta_2} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

con:

$$\begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_d - x \\ y_d - y \\ \phi_d - \phi \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} e_{\theta_1} \\ e_{\theta_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{1d} - \theta_1 \\ \theta_{2d} - \theta_2 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

$K_p \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ es una matriz diagonal de ganancias, k_1 , k_2 , k_3 , k_4 y k_5 son ganancias constantes, el vector $\boldsymbol{\zeta}$ se le agrega al control por calculado para compensar el error de posición, también se tiene que:

$$D(\mathbf{q}) = S^T(\mathbf{q})B(\mathbf{q}), \quad H(\mathbf{q}) = \bar{M}(\mathbf{q}), \quad I^{-1}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) = \bar{M}^{-1}(\mathbf{q})\bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\eta} \quad (4.20)$$

Capítulo 5

Simulaciones del RMM.

En este capítulo se presentan algunas de las simulaciones realizadas con el RMM, una de las cuales son el seguimiento de trayectoria del RMM y la sincronización de los RMM.

5.1. Seguimiento de trayectoria, línea recta.

Para la siguiente simulación se considera una función gaussiana para el carro en el eje X, para el eje Y se considera un valor constante, como se muestra a continuación:

$$x_d(t) = ae^{-\frac{(t-b)^2}{2c^2}} \quad (5.1)$$

$$y_d(t) = -0.4m \quad (5.2)$$

donde $a = 2.7$, $b = 10$ y $c = 3$ son constantes reales. El parámetro a es el valor del punto más alto de la campana, b es la posición del centro de la campana y c la desviación estándar, la cual controla el ancho de la campana.

Al tener (5.1) y (5.2), se derivan y se obtiene $\phi_d(t)$ del carro, como se presenta en (5.3)

$$\phi_d(t) = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y}_d(t)}{\dot{x}_d(t)} \right) \quad (5.3)$$

Para el efector final se tiene

$$x_{e_d}(t) = 0.35m \quad (5.4)$$

$$y_{e_d}(t) = 0 \quad (5.5)$$

El vector de estados $\boldsymbol{\eta}$ tiene los siguientes componentes

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} v \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_{(1)} \\ \eta_{(2)} \\ \eta_{(3)} \\ \eta_{(4)} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Dada (5.1) y (5.2), al derivarlas con respecto al tiempo se obtiene $\dot{x}_d(t)$ y $\dot{y}_d(t)$, la norma Euclidiana de estas últimas, corresponde a la velocidad v , la cual es la primer componente del vector de estados $\eta_{(1)}$.

Al derivar con respecto al tiempo (5.3), se tiene $\dot{\phi}(t)$, la cual es la segunda componente del vector de estados $\eta_{(2)}$.

Al tener (5.1), (5.2), (5.3), (5.4) y (5.5) se obtiene $\theta_1(t)$ y $\theta_2(t)$, al derivarlas con respecto al tiempo se tiene $\dot{\theta}_1(t)$ y $\dot{\theta}_2(t)$, que son las componentes del vector de estados $\eta_{(3)}$ y $\eta_{(4)}$, por lo tanto, se tiene el vector de estados $\boldsymbol{\eta}_d$ que va al control par calculado.

Para la simulación las condiciones iniciales del RMM empiezan sobre la trayectoria deseada, por lo tanto se tiene:

$$s(0) = \left[\begin{array}{c} v_d(0) = 0.01 [m/s] \\ \dot{\phi}_d(0) = 0 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{1d}(0) = 0 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{2d}(0) = 0 [rad/s] \\ \hline x_d(0) = 0.01 [m] \\ y_d(0) = -0.4 [m] \\ \phi_d(0) = 0 [rad] \\ \theta_{1d}(0) = 0.72 [rad] \\ \theta_{2d}(0) = 2.25 [rad] \end{array} \right] \quad (5.7)$$

Los parámetros utilizados para el RMM así como para el controlador, se presentan en la Tabla 5.1

| Valores para el RMM | | | |
|---------------------|----------------|--------------------------------|-------------|
| RMM | | Controlador RMM | |
| $l_1 = 0.33 m$ | $l_2 = 0.2 m$ | $k_1 = 50$ | $k_2 = 300$ |
| $m_1 = 2 kg$ | $m_2 = 1 kg$ | $k_3 = 200$ | $k_4 = 20$ |
| $m_c = 8.5 kg$ | $l_c = 0.65 m$ | $k_5 = 20$ | - |
| $l_x = -0.15$ | $l_y = 0.3$ | $K_p = diag([70, 70, 70, 70])$ | - |
| $p_x = 0$ | $p_y = 0.15$ | - | - |
| $R = 0.2 m$ | $r = 0.075 m$ | - | - |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 20 s$ | - | - |

Tabla 5.1: Parámetros del RMM y el controlador

Link de la animación <https://youtu.be/1CcJHfsA3Ys>

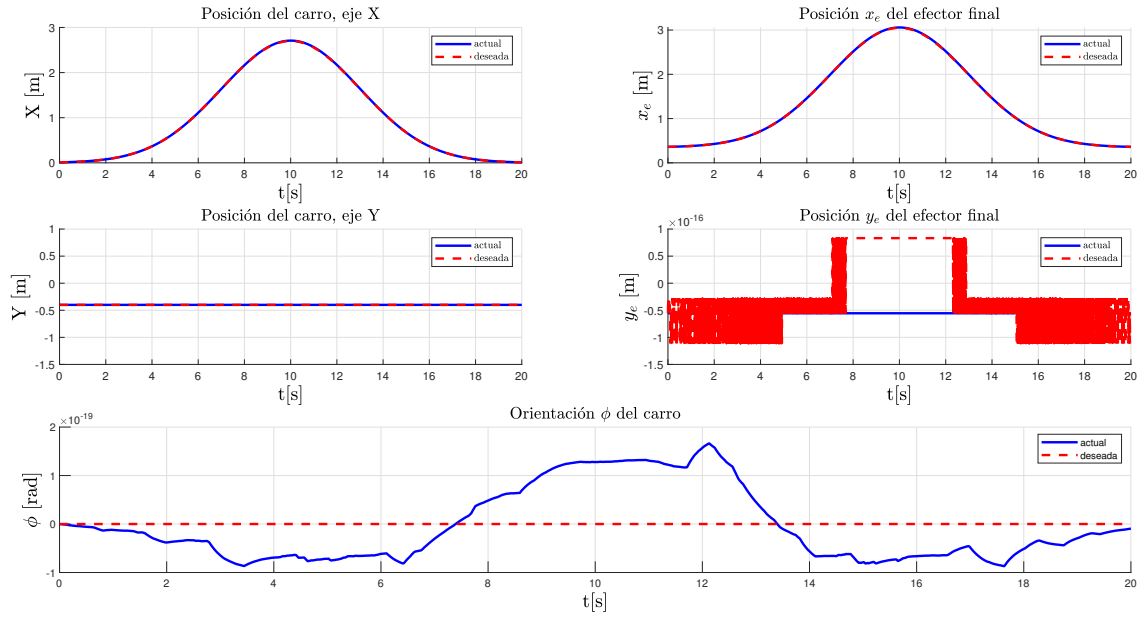


Figura 5.1: Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador.

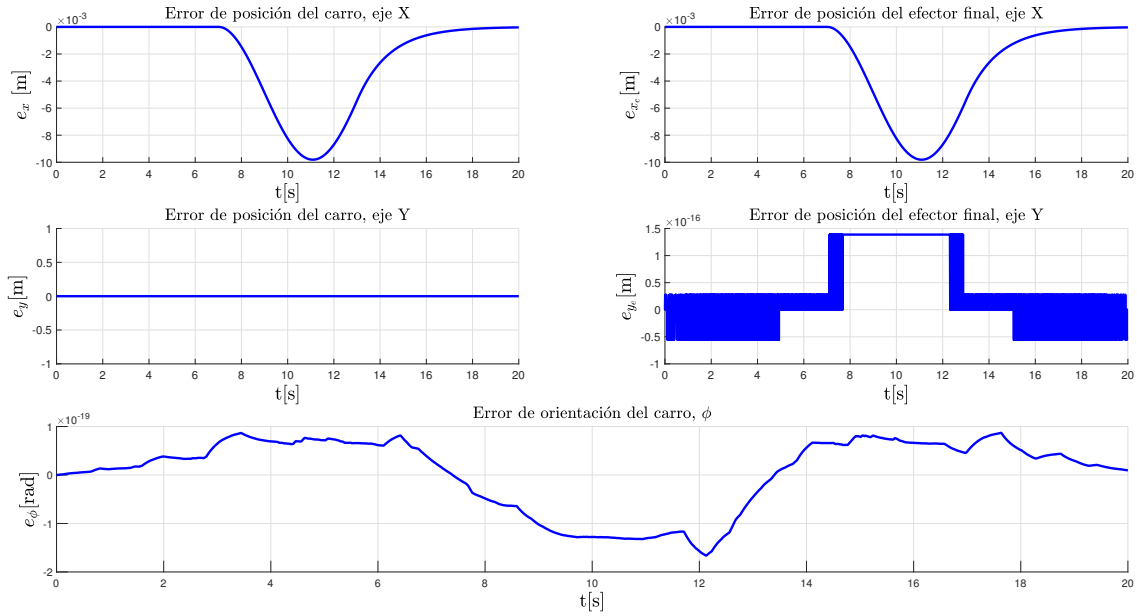


Figura 5.2: Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador.

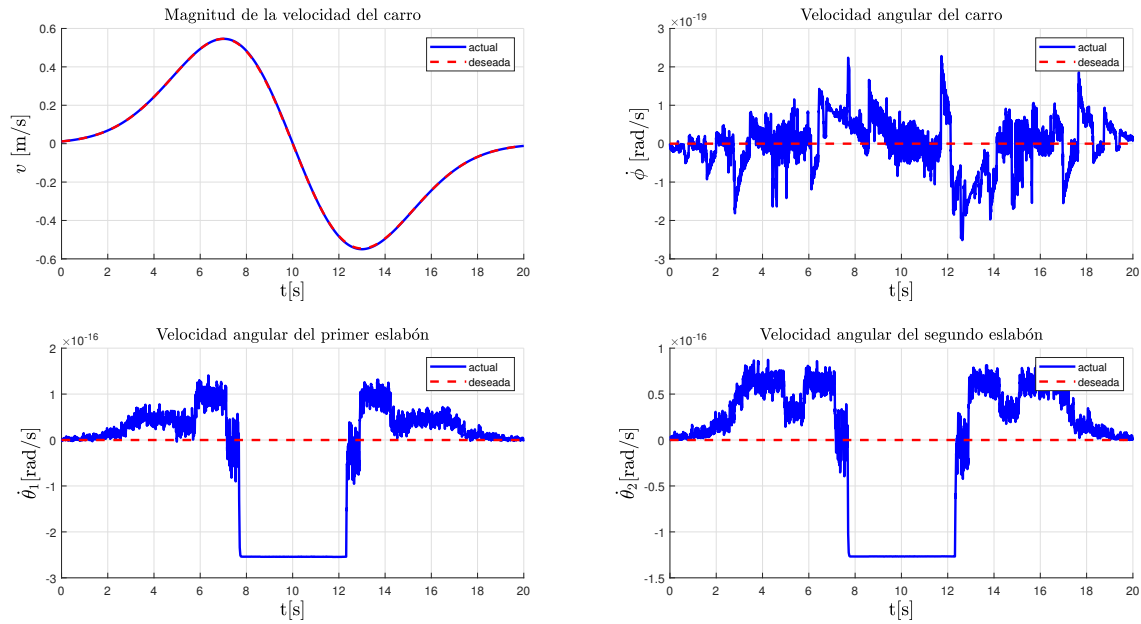


Figura 5.3: Vector de estados η , v , $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$.

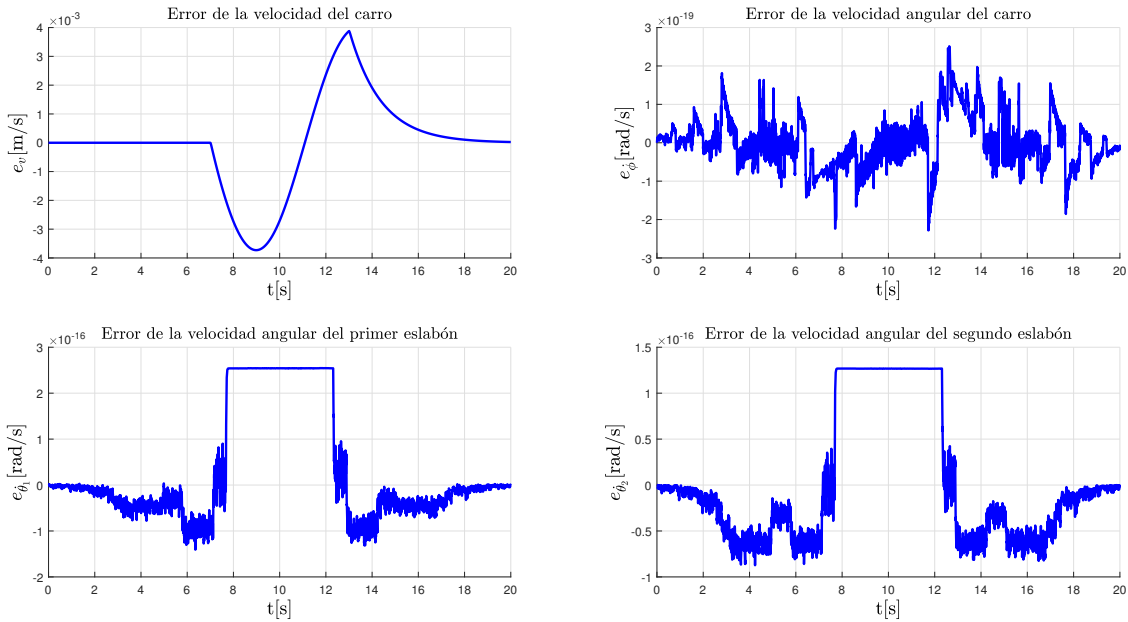


Figura 5.4: Errores del vector de estados η , e_v , $e_{\dot{\phi}}$, $e_{\dot{\theta}_1}$, $e_{\dot{\theta}_2}$.

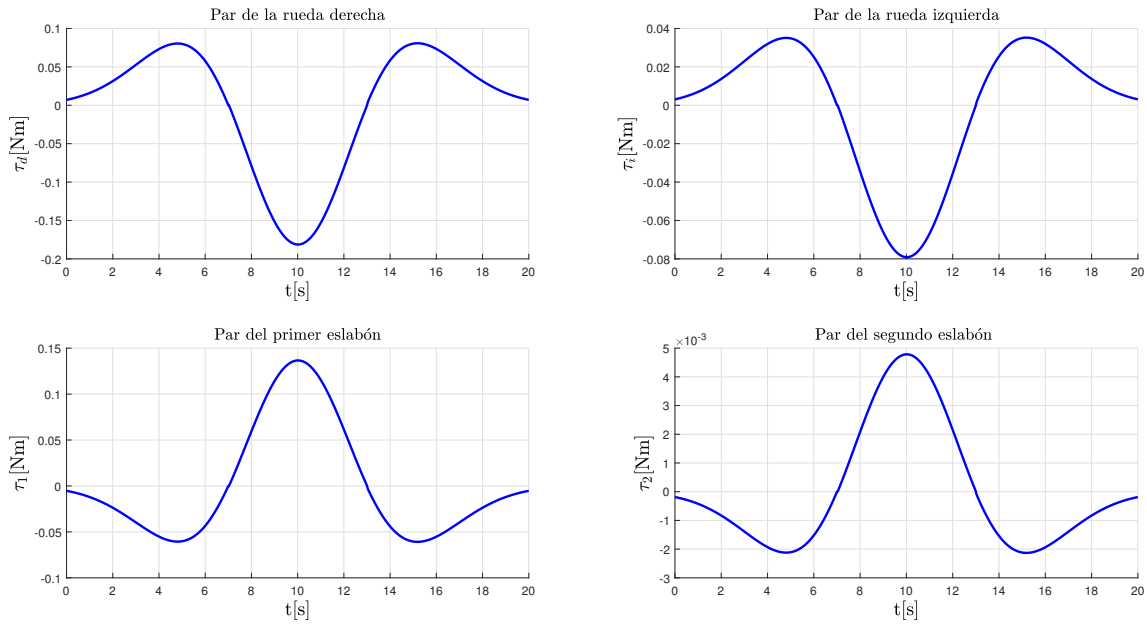


Figura 5.5: Par de la rueda derecha τ_d , par de la rueda izquierda τ_i , par del primer eslabón τ_1 , par del segundo eslabón τ_2 .

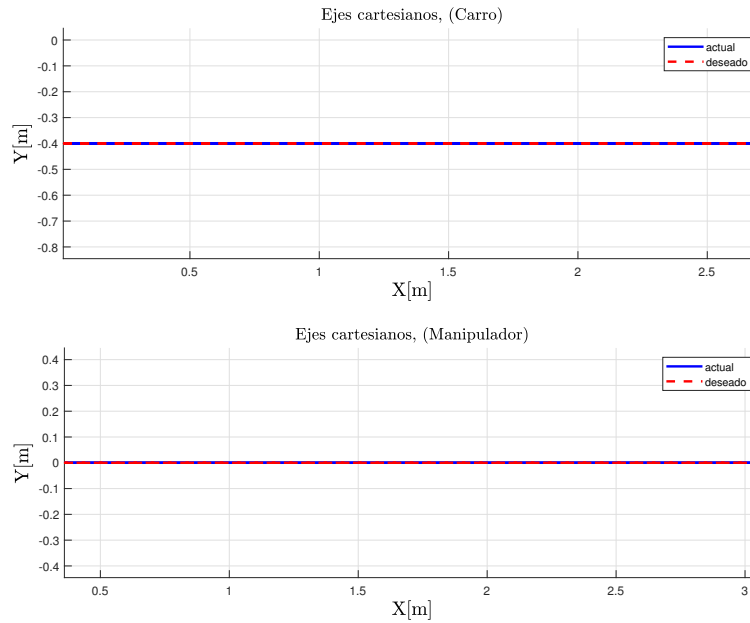


Figura 5.6: Trayectoria de posición del carro, trayectoria de posición del manipulador.

En la Figura 5.1, se muestra el correcto seguimiento de la posición y la orientación del carro, así como las posiciones que sigue el manipulador.

En la Figura 5.2, se muestran los errores de posición y orientación del carro y los errores de posición del efector final, los cuales tienden a cero.

En la Figura 5.3, se muestran las componentes del vector de estados $\boldsymbol{\eta}$, los cuales siguen perfectamente las trayectorias deseadas.

En la Figura 5.4, se muestran los errores del vector de estados $\boldsymbol{\eta}$, los cuales tienden a ser muy pequeños, con lo cual se comprueba que el controlador a nivel de velocidades trabaja bien.

En la Figura 5.5, los pares de control son muy pequeños, debido a que el RMM se encuentra sobre la trayectoria deseada, cuando se encuentra un poco alejado de la trayectoria, podemos observar sobreimpulsos durante el transitorio.

En la Figura 5.6, se muestra que tanto el carro como el manipulador siguen bien la trayectoria planeada.

5.2. Seguimiento de trayectoria, círculo - hipotrocoide.

Para la siguiente simulación se tiene que el carro sigue una trayectoria circular y el efector final una hipotrocoide, el tiempo de simulación va de 0 a 40 [s].

La función paramétrica utilizada para el seguimiento del círculo es la siguiente

$$x_d(t) = R \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (5.8)$$

$$y_d(t) = R \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (5.9)$$

donde $R = 4 \text{ m}$, $\omega = \frac{\pi}{10}$.

Al tener (5.8) y (5.9) se derivan con respecto al tiempo y se obtiene $\phi_d(t)$, por lo tanto

$$\phi_d(t) = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y}_d(t)}{\dot{x}_d(t)} \right) \quad (5.10)$$

El efector final sigue una hipotrocoide, la cual tiene la siguiente función paramétrica:

$$x_e(t) = (a - b) \cos(\theta) + h \cos \left(\theta \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right) \quad (5.11)$$

$$y_e(t) = (a - b) \sin(\theta) + h \sin \left(\theta \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right) \quad (5.12)$$

donde $a = 4.5235$, $b = 0.3710$, $h = 0.10$, $\theta = \omega t + \frac{\pi}{2} + 5 \frac{\pi}{180^\circ}$.

Al tener (5.8), (5.9), (5.10), (5.11), (5.12), podemos obtener el vector de estado $\boldsymbol{\eta}_d$ que va al control par calculado.

Las condiciones iniciales del RMM empiezan sobre la trayectoria deseada, por lo tanto.

$$s(0) = \left[\begin{array}{c} v_d(0) = 5.02 [m/s] \\ \dot{\phi}_d(0) = 1.25 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{1d}(0) = -0.72 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{2d}(0) = -7.29 [rad/s] \\ \hline x_d(0) = 0 [m] \\ y_d(0) = 4 [m] \\ \phi_d(0) = 3.14 [rad] \\ \theta_{1d}(0) = -1.05 [rad] \\ \theta_{2d}(0) = -1.94 [rad] \end{array} \right] \quad (5.13)$$

Los parámetros del RMM y el controlador se presentan en la Tabla 5.2

| Valores para el RMM | | | |
|---------------------|----------------|--------------------------------|-------------|
| RMM | | Controlador RMM | |
| $l_1 = 0.33 m$ | $l_2 = 0.2 m$ | $k_1 = 50$ | $k_2 = 300$ |
| $m_1 = 2 kg$ | $m_2 = 1 kg$ | $k_3 = 200$ | $k_4 = 20$ |
| $m_c = 8.5 kg$ | $l_c = 0.65 m$ | $k_5 = 20$ | - |
| $l_x = -0.15$ | $l_y = 0.3$ | $K_p = diag([70, 70, 70, 70])$ | - |
| $p_x = 0$ | $p_y = 0.15$ | - | - |
| $R = 0.2 m$ | $r = 0.075 m$ | - | - |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 40 s$ | - | - |

Tabla 5.2: Parámetros del RMM y el controlador

Link de la animación <https://youtu.be/l-h5fP9foQk>

La Figura 5.7 muestra la posición y orientación del carro, así como la posición del robot manipulador.

En la Figura 5.8 se muestran los errores de posición del carro, así como los errores de posición del efector final, los cuales al estar el coche siguiendo una trayectoria circular y el efector final una hipotrocoide, se mantienen oscilando en un valor pequeño, el error en la orientación tiende a cero.

En la Figura 5.9 se muestran el vector de estados $\boldsymbol{\eta}$, se observa un buen seguimiento de la velocidad traslacional y angular del carro a partir del segundo 5, las velocidades de los eslabones siguen perfectamente las trayectorias deseadas.

En la Figura 5.10 se observan los errores del vector de estados $\boldsymbol{\eta}$, los cuales tienden a cero.

La Figura 5.11 muestra los pares de control los cuales no presentan sobreimpulsos al inicio ya que el coche esta sobre la trayectoria deseada.

La Figura 5.12 muestra que el coche como el manipulador siguen bien la trayectoria deseada.

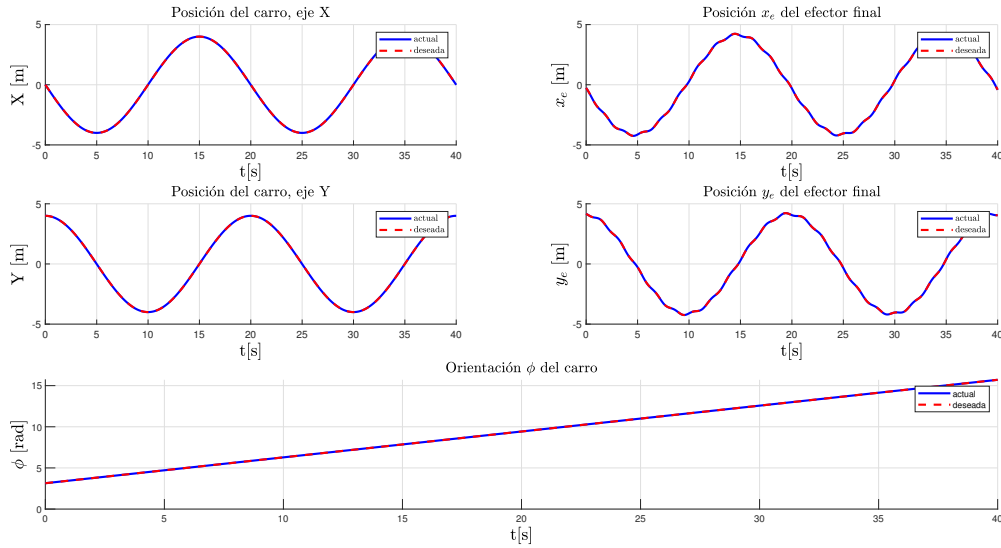


Figura 5.7: Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador.

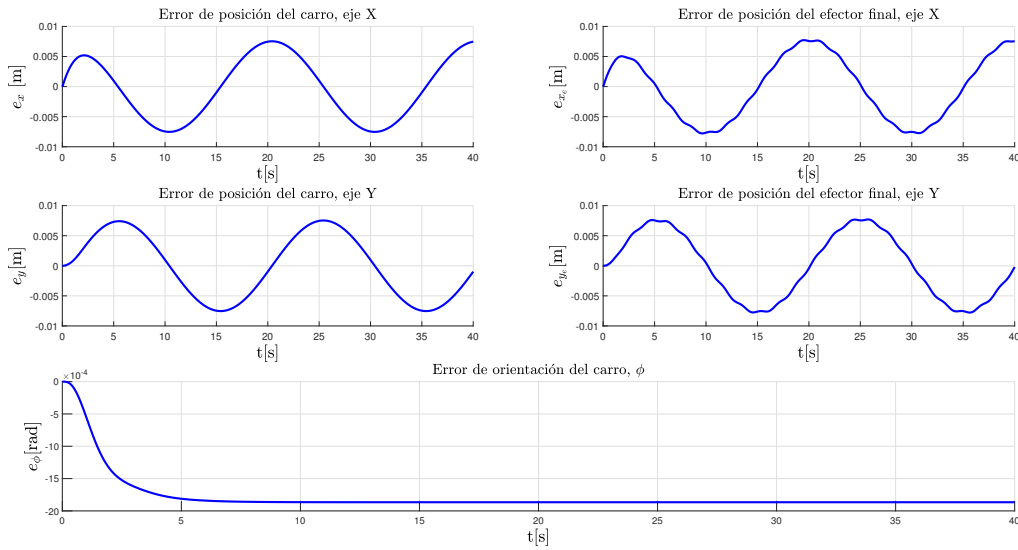


Figura 5.8: Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador.

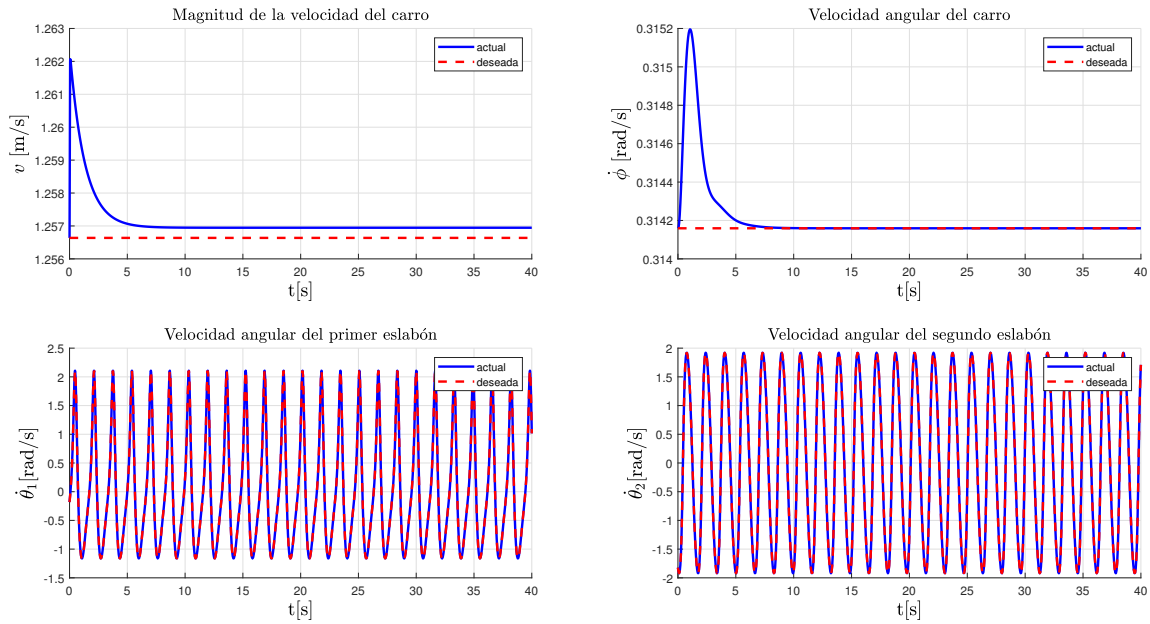


Figura 5.9: Vector de estados η , v , $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$.

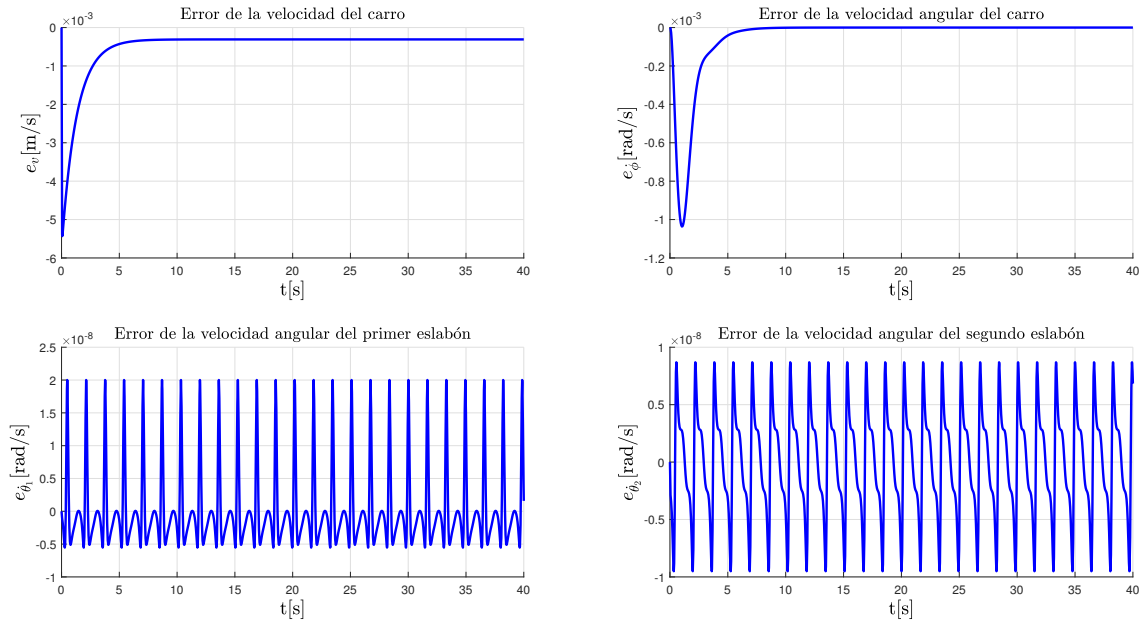


Figura 5.10: Errores del vector de estados η , e_v , $e_{\dot{\phi}}$, $e_{\dot{\theta}_1}$, $e_{\dot{\theta}_2}$.

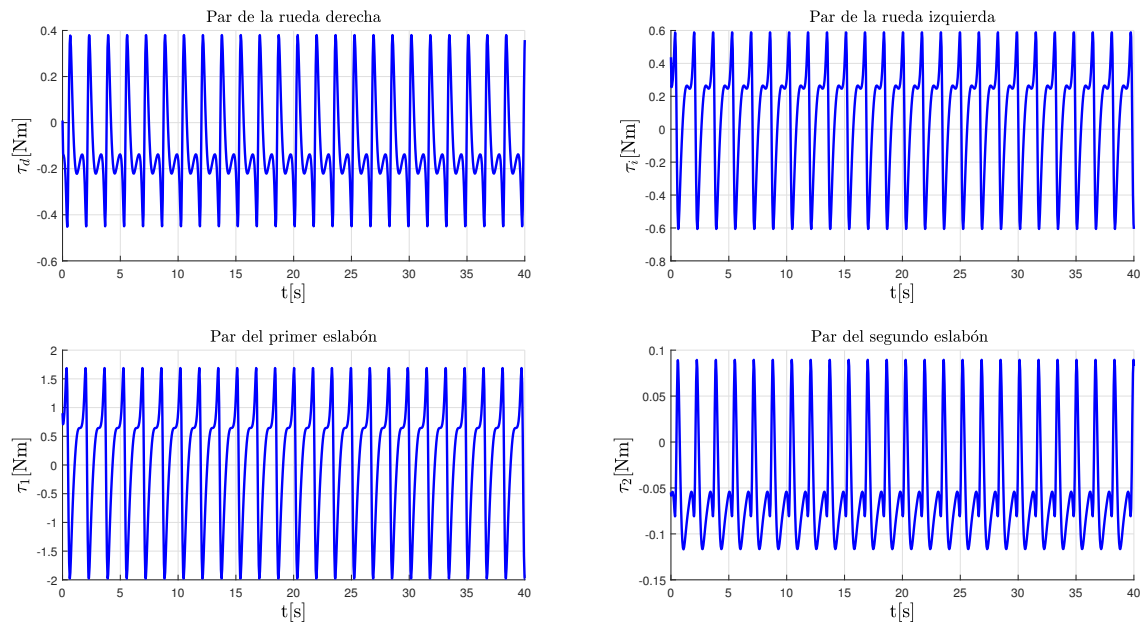


Figura 5.11: Par de la rueda derecha τ_d , par de la rueda izquierda τ_i , par del primer eslabón τ_1 , par del segundo eslabón τ_2 .

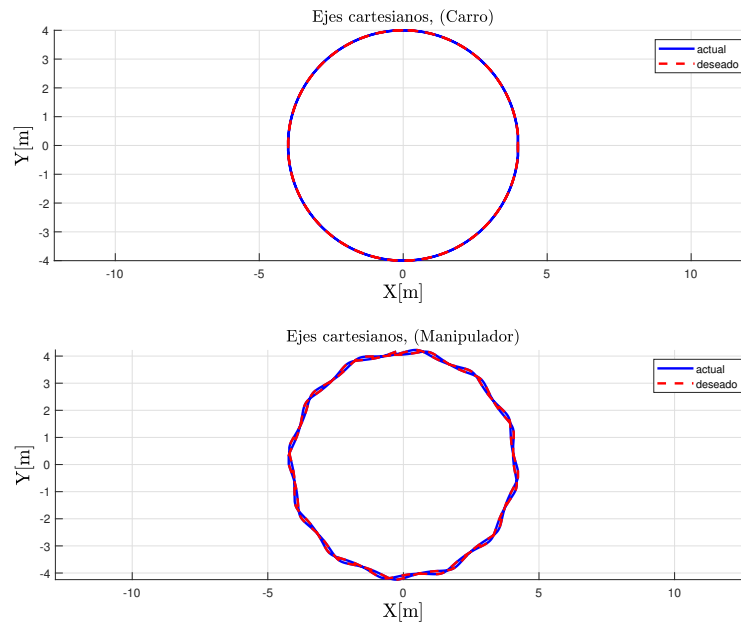


Figura 5.12: Trayectoria de posición del carro, trayectoria de posición del manipulador.

5.3. Perturbación en la trayectoria de velocidades η_d .

Como podemos observa en la Figura 5.13, se le agrega a las trayectorias deseadas que van al control par calculado una perturbación.

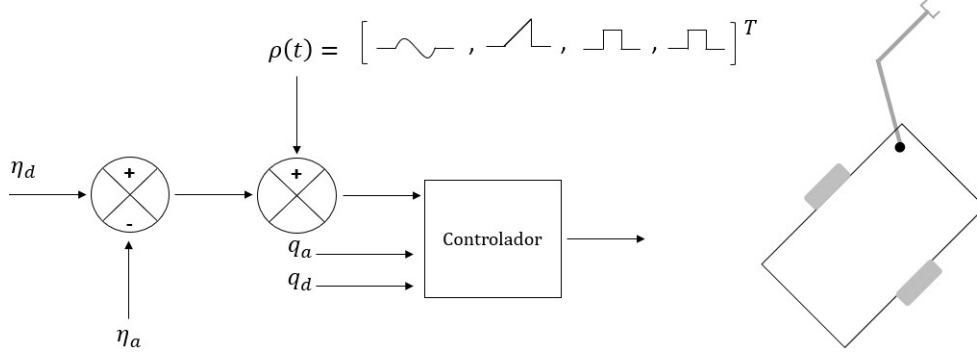


Figura 5.13: Perturbación en la trayectoria η_d y $\dot{\eta}_d$.

Para la simulación se toma la planeación mostrada en la Sección 5.2, la perturbación se activa a partir del tiempo 9.5 a 10.5 [s], como se observa en la figura 5.13, la primera componente se tiene una perturbación sinusoidal, en la segunda una rampa, la tercera y cuarta una escalón, las cuales se representan a continuación:

$$\rho(t) = \begin{bmatrix} 15\sin(2t) \\ t \\ 0.9 \\ -0.5 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Esta simulación se hace con el fin de ver como se recupera el controlador a partir de una perturbación, también a diferencia de las simulaciones presentadas en la Sección 5.1 y 5.2, el coche se encuentra alejado de la trayectoria, por lo tanto hay un error de posición y orientación al inicio de la simulación. Las condiciones iniciales del RMM se presentan en (5.15).

$$s(0) = \begin{bmatrix} v_d(0) = 5.02 [m/s] + 0.1 [m/s] \\ \dot{\phi}_d(0) = 1.25 [rad/s] + 0.2 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{1d}(0) = -0.72 [rad/s] + 0.2 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{2d}(0) = -7.29 [rad/s] + 0.2 [rad/s] \\ \text{-----} \\ x_d(0) = 0 [m] + 0.13 [m] \\ y_d(0) = 4 [m] - 0.1 [m] \\ \phi_d(0) = 3.14 [rad] + 0.35 [rad] \\ \theta_{1d}(0) = -1.05 [rad] + 0.035 [rad] \\ \theta_{2d}(0) = -1.94 [rad] - 0.52 [rad] \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Los parámetros del RMM así como del controlador se presentan en la Tabla 5.3.

| Valores para el RMM | | | |
|---------------------|----------------|--------------------------------|--------------|
| RMM | | Controlador RMM | |
| $l_1 = 0.33 m$ | $l_2 = 0.2 m$ | $k_1 = 2000$ | $k_2 = 1200$ |
| $m_1 = 2 kg$ | $m_2 = 1 kg$ | $k_3 = 800$ | $k_4 = 100$ |
| $m_c = 8.5 kg$ | $l_c = 0.65 m$ | $k_5 = 100$ | - |
| $l_x = -0.15$ | $l_y = 0.3$ | $K_p = diag([70, 70, 70, 70])$ | - |
| $p_x = 0$ | $p_y = 0.15$ | - | - |
| $R = 0.2 m$ | $r = 0.075 m$ | - | - |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 40 s$ | - | - |

Tabla 5.3: Parámetros del RMM y el controlador

Link de la animación <https://youtu.be/qY6Jopu5OIw>

En la Figura 5.14 se observa la posición y orientación del carro, así como la posición del efector final, hay una ligera variación del segundo 9.5 al 10.5 y en el segundo 11 se recupera.

En la Figura 5.15 se muestran los errores de posición y orientación del carro, así como los errores de posición del efector final, nótese que del segundo 0 al 2 se presentan pequeñas oscilaciones, debido a que el coche no está sobre la trayectoria planeada, posteriormente el error se vuelve cero y al segundo 9.5 cuando la perturbación se activa se observan pequeños impulsos que rápidamente son compensados por el controlador.

En la Figura 5.16 se muestra el vector de estados η , el cual, tiene impulsos al inicio, las cuales se empalman rápidamente a la trayectoria deseada esto se presenta por el error inicial que tienen las velocidades, se observan las perturbaciones al segundo 9.5, al segundo 11 la trayectoria actual se empalma con la deseada.

En la Figura 5.17 se muestran los errores de las velocidades, los cuales tiendan a cero rápidamente.

En la Figura 5.18 se observan los pares del sistema, se muestra que al inicio de la simulación hay un impulso, esto es debido a que el RMM presenta un error en la posición y que las ganancias del controlador son altas, al segundo 9.5 se presentan impulsos debido a la perturbación.

En la Figura 5.19 se muestra que el coche no empieza sobre la trayectoria deseada, así como el manipulador, se observa la perturbación y como se recupera rápidamente.

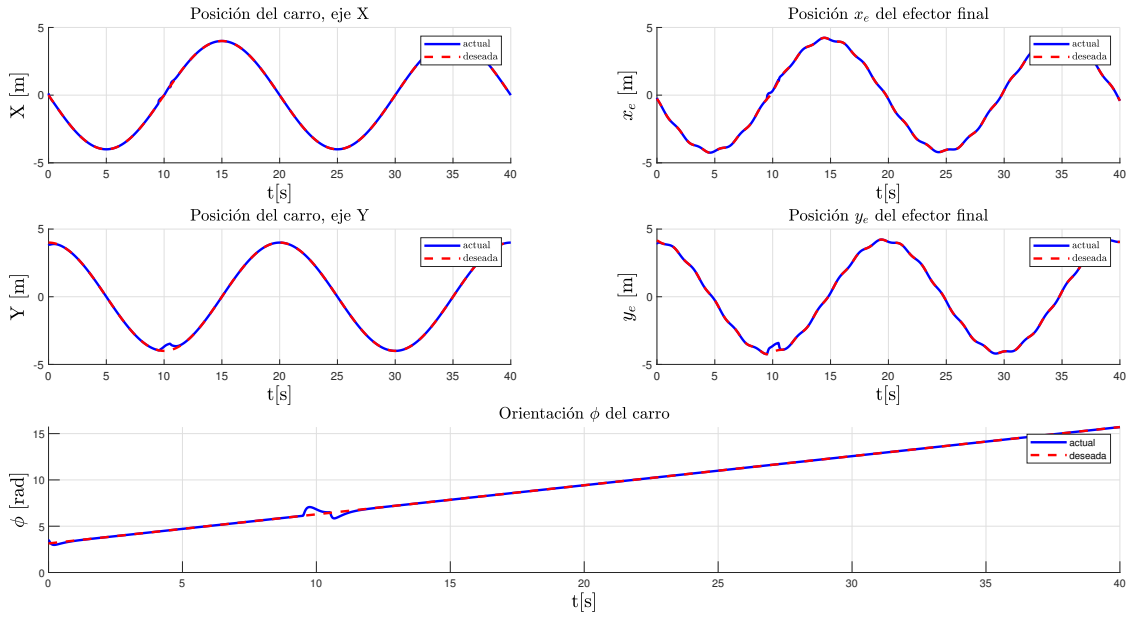


Figura 5.14: Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador.

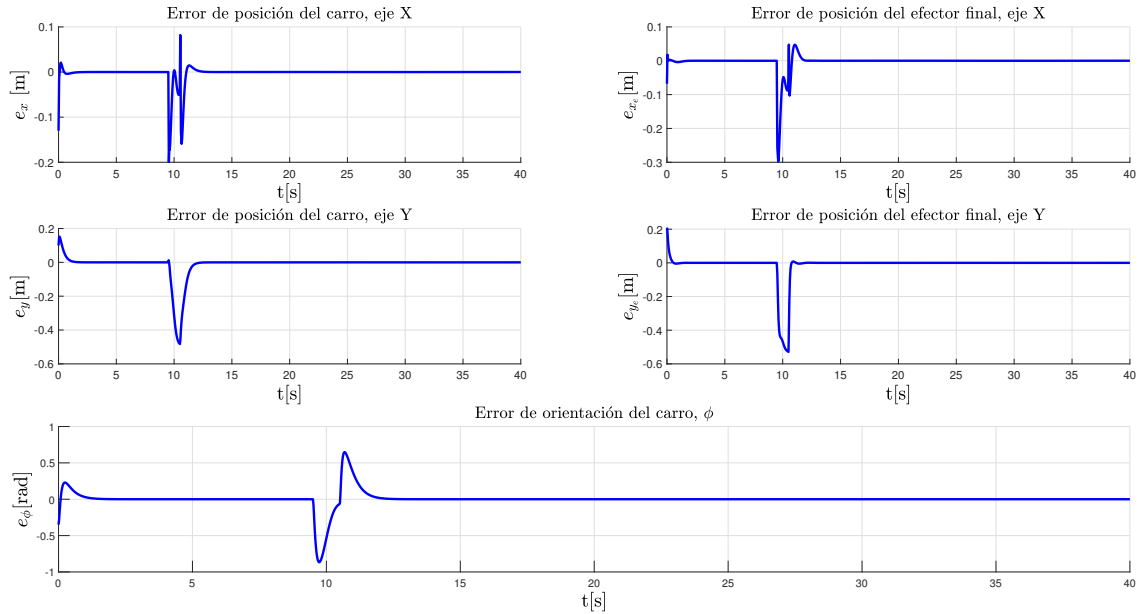


Figura 5.15: Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador.

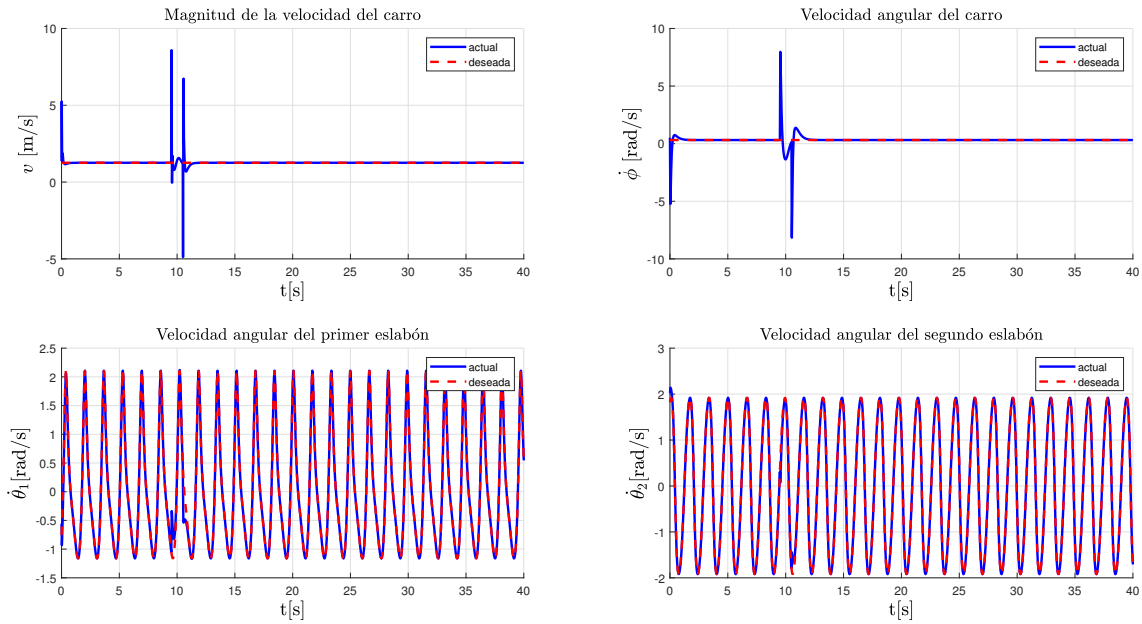


Figura 5.16: Vector de estados $\eta, v, \dot{\phi}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$.

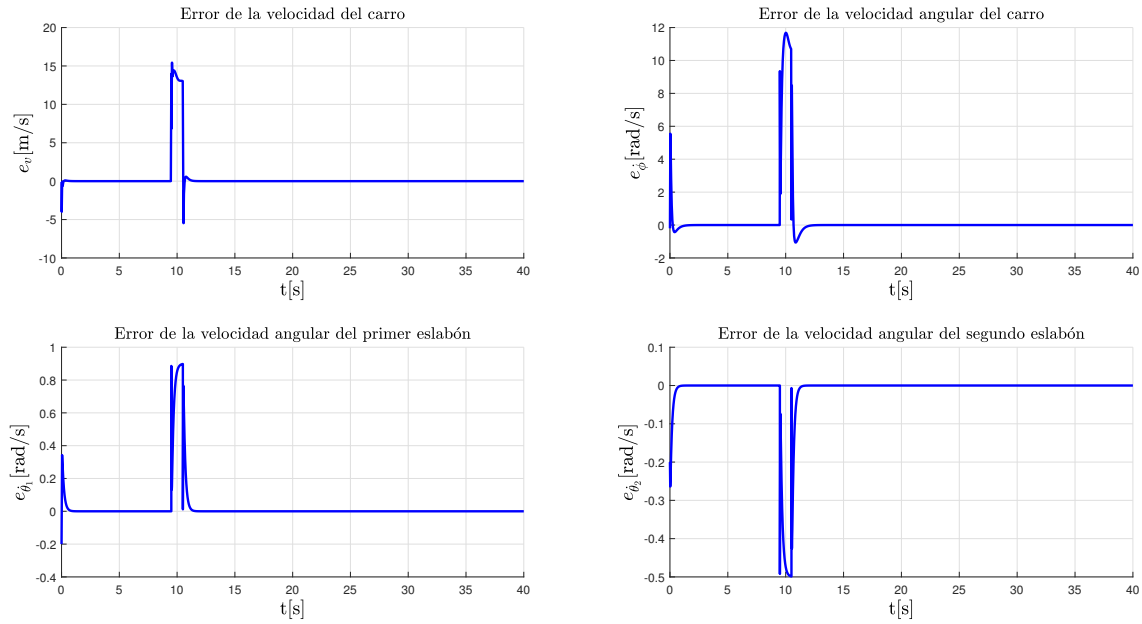


Figura 5.17: Errores del vector de estados $\eta, e_v, e_{\dot{\phi}}, e_{\dot{\theta}_1}, e_{\dot{\theta}_2}$.

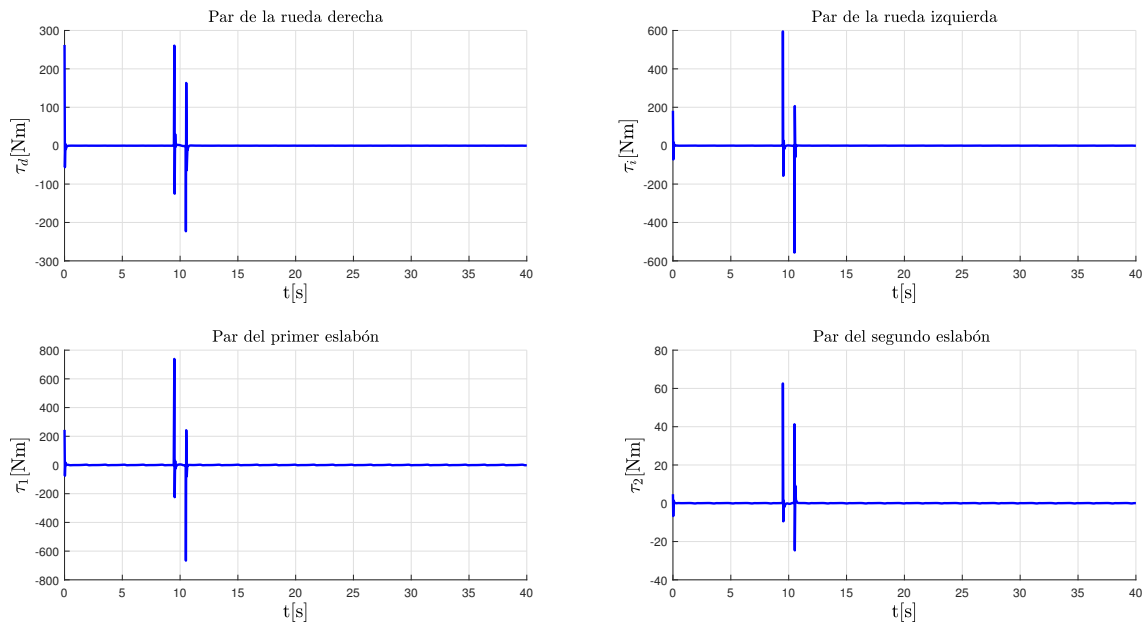


Figura 5.18: Par de la rueda derecha τ_d , par de la rueda izquierda τ_i , par del primer eslabón τ_1 , par del segundo eslabón τ_2 .

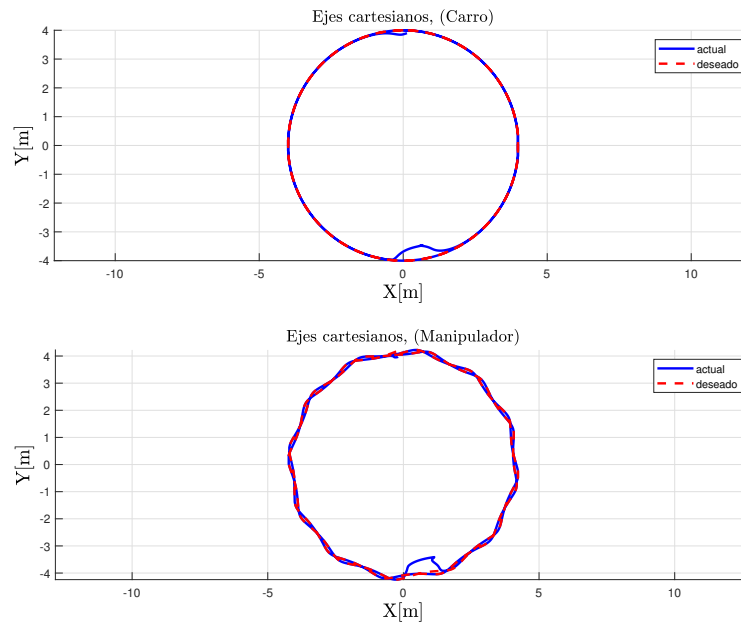


Figura 5.19: Trayectoria de posición del carro, trayectoria de posición del manipulador.

5.4. Sincronización de los RMM.

En las anteriores simulaciones se muestra el seguimiento de trayectoria que realiza el RMM, a continuación se muestra la sincronización de dos RMM.

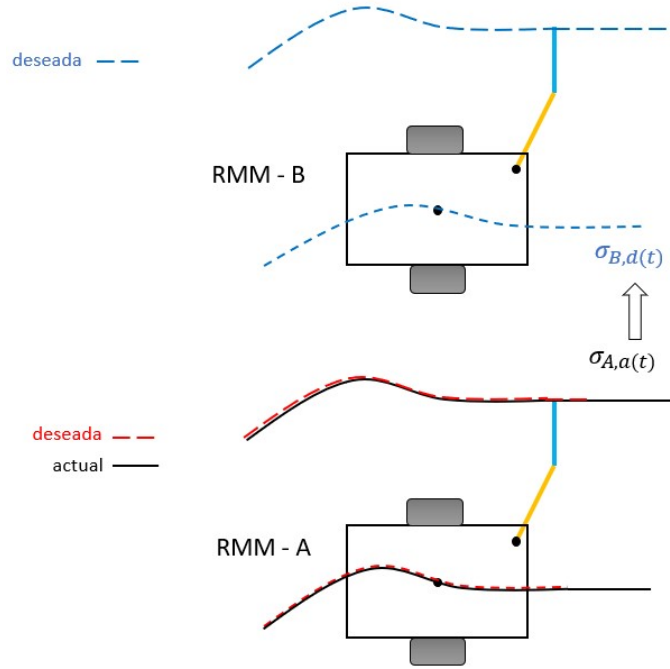


Figura 5.20: Sincronización de los RMM.

Como se observa en la Figura 5.20, para hacer la sincronización de los RMM en posición y velocidad, la posición actual del RMM - A se transmite al RMM - B, es decir, sea $\sigma_{A,a}(t)$ un vector que agrupa las trayectorias necesarias para sincronizar el RMM - B con el RMM - A:

$$\sigma_{A,a}(t) = \begin{bmatrix} \eta_{A,a} \\ \dot{\eta}_{A,a} \\ r_{cA,a} \\ q_{A,a} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Para sincronizar en posición y velocidad ambos RMM se plantea que:

$$\sigma_{B,d}(t) = f(\sigma_{A,a}(t)) \quad (5.17)$$

5.5. Sincronización de los RMM, seguimiento de línea recta.

Tomando en cuenta lo anterior y utilizando la planeación que se realizó en la Sección 5.1, para mapear el vector $\sigma_{A,a}(\mathbf{t})$ al $\sigma_{B,d}(\mathbf{t})$ y realizar la sincronización de los RMM, se tiene:

Para $\eta_{B,d}$:

$$\eta_{B,d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \eta_{A,a_{4 \times 1}} \quad (5.18)$$

Para $\dot{\eta}_{B,d}$:

$$\dot{\eta}_{B,d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dot{\eta}_{A,a_{4 \times 1}} \quad (5.19)$$

Para $r_{cB,d}$:

$$r_{cB,d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} r_{cA,a_{3 \times 1}} \quad (5.20)$$

Para $q_{B,d}$:

$$q_{B,d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} q_{A,a_{2 \times 1}} \quad (5.21)$$

Como se puede observar en (5.18), (5.19), (5.20) y (5.21), se tiene que:

$$\sigma_{B,d}(\mathbf{t}) = f(\sigma_{A,a}(\mathbf{t})) \quad (5.22)$$

con esto se logra la sincronización de posición y velocidad de los RMM.

Para la realización de esta simulación se tomaron en cuenta las condiciones iniciales presentadas en (5.23), el RMM - A comienza sobre la trayectoria deseada y el RMM - B se encuentra alejado de la trayectoria deseada.

$$s_A(0) = \begin{bmatrix} v_d(0) = 0.01 [m/s] \\ \dot{\phi}_d(0) = 0 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{1d}(0) = 0 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{2d}(0) = 0 [rad/s] \\ \hline x_d(0) = 0.01 [m] \\ y_d(0) = -0.4 [m] \\ \phi_d(0) = 0 [rad] \\ \theta_{1d}(0) = 0.72 [rad] \\ \theta_{2d}(0) = 2.25 [rad] \end{bmatrix}, \quad s_B(0) = \begin{bmatrix} v_d(0) + 0.1 [m/s] \\ \dot{\phi}_d(0) + 0.2 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{1d}(0) + 0.2 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{2d}(0) + 0.2 [rad/s] \\ \hline x_d(0) \\ y_d(0) \\ \phi_d(0) + 0.78 [rad] \\ \theta_{1d}(0) \\ \theta_{2d}(0) \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Los parámetros utilizados para los RMM así como para los controladores se presentan en la Tabla 5.4.

| Valores para los RMM | | | | | |
|----------------------|----------------|--------------------------------|--------------|--------------------------------------|--------------|
| RMM's | | Controlador RMM - A | | Controlador RMM - B | |
| $l_1 = 0.33 m$ | $l_2 = 0.2 m$ | $k_1 = 1000$ | $k_2 = 1200$ | $k_1 = 3000$ | $k_2 = 3400$ |
| $m_1 = 2 kg$ | $m_2 = 1 kg$ | $k_3 = 800$ | $k_4 = 100$ | $k_3 = 2600$ | $k_4 = 100$ |
| $m_c = 8.5 kg$ | $l_c = 0.65 m$ | $k_5 = 100$ | | $k_5 = 100$ | - |
| $l_x = -0.15$ | $l_y = 0.3$ | $K_p = diag([70, 70, 70, 70])$ | | $K_p = diag([1000, 1000, 250, 250])$ | - |
| $p_x = 0$ | $p_y = 0$ | - | - | - | - |
| $R = 0.2 m$ | $r = 0.075 m$ | - | - | - | - |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 40 s$ | - | - | - | - |

Tabla 5.4: Parámetros de los RMM y el controlador

Link de la animación <https://youtu.be/3b19PhLzZMk>

En la Figura 5.21, se observa la posición y orientación del carro, así como la posición del efector final, se muestra un buen seguimiento a lo largo de la simulación, se observa que el RMM - A se encuentra sobre la trayectoria deseada.

En la Figura 5.22, se muestran los errores de posición y orientación del carro y los errores de posición del manipulador, que corresponden al RMM - A, se observa que tienden a cero.

En la Figura 5.23, se observa la posición y orientación del carro, así como la posición del efector final, esta última no empieza sobre la trayectoria deseada, obsérvese que el RMM - B tiene un error de orientación al inicio, el cual es compensado por el controlador al segundo 4.

En la Figura 5.24, se muestran los errores de posición y orientación del carro, los cuales tienden a cero, así como los errores de posición del efector final, los cuales tienden a cero.

En la Figura 5.25, se muestran las posiciones del RMM - B, en las cuales se observa que no va montado sobre la trayectoria deseada, también se tienen las posiciones del RMM - A, en las cuales se observa que va sobre la trayectoria planeada y se tiene un buen seguimiento.

En la Figura 5.26, se observa la distancia que hay entre los efectores finales, nótese que debido al error de la orientación, hasta el segundo 15 se mantiene en un valor constante, por lo tanto los RMM para ese tiempo ya van sincronizados.

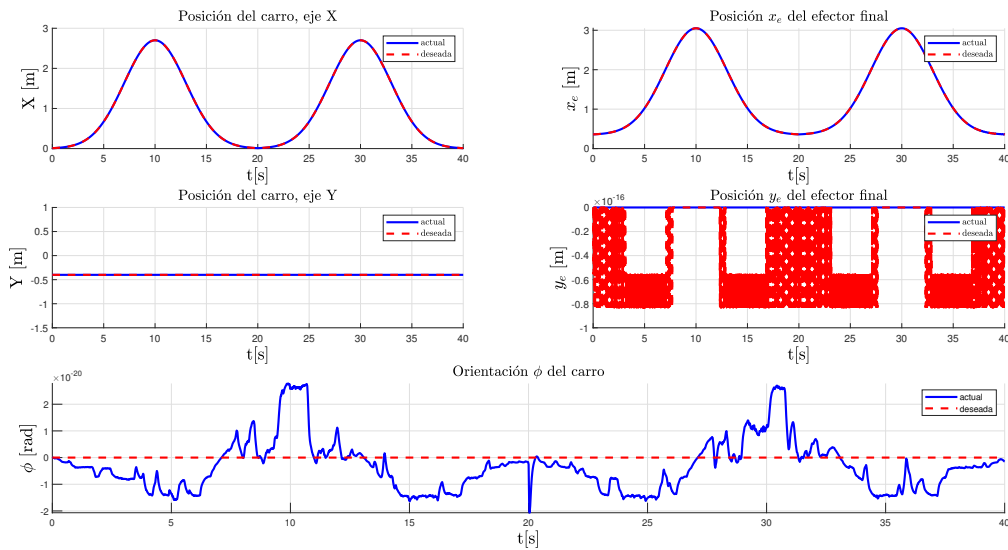


Figura 5.21: Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador. (RMM - A)

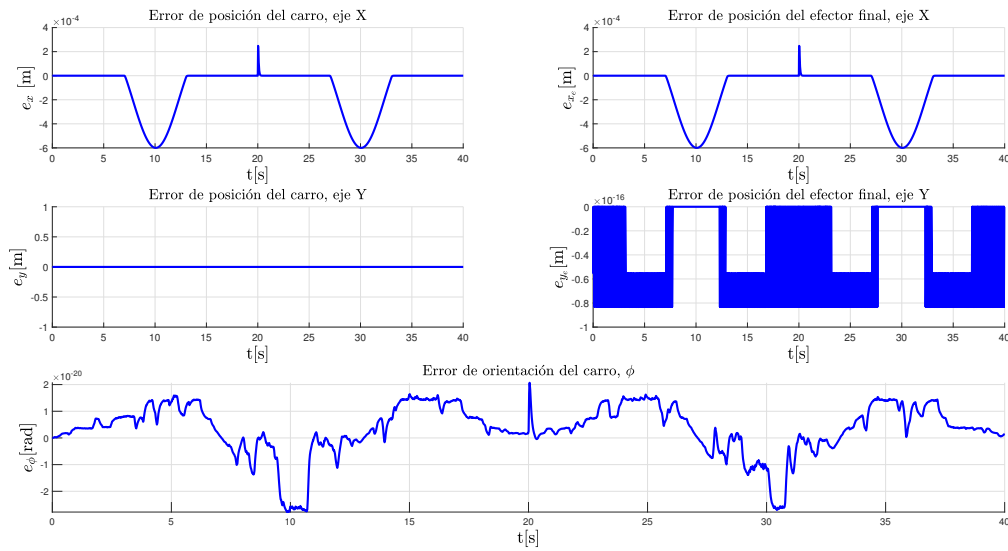


Figura 5.22: Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador. (RMM - A)

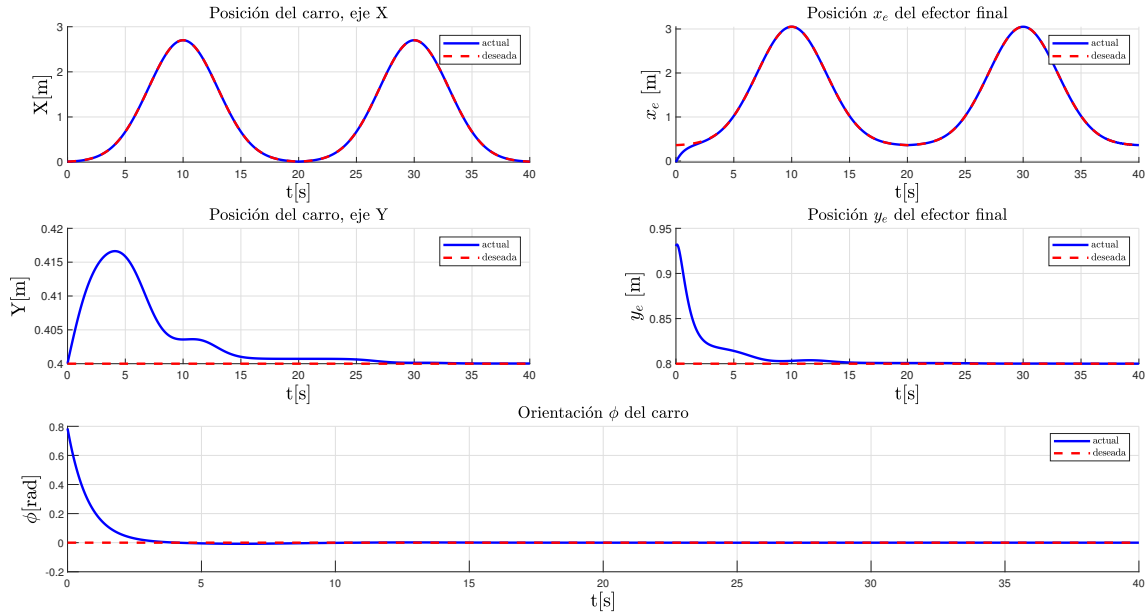


Figura 5.23: Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador. (RMM - B)

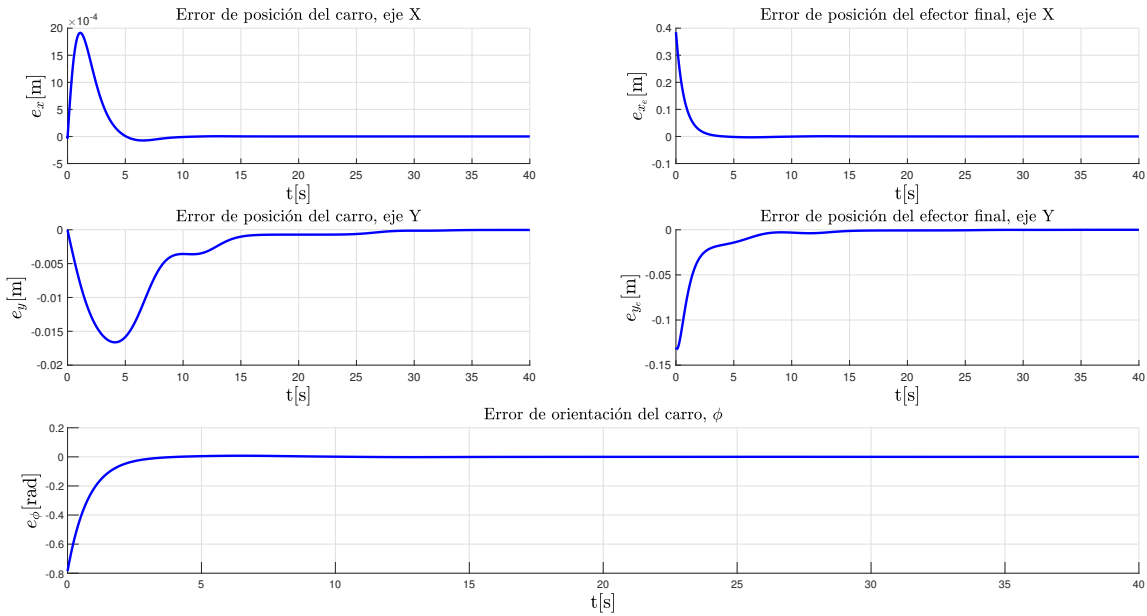


Figura 5.24: Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador. (RMM - B)

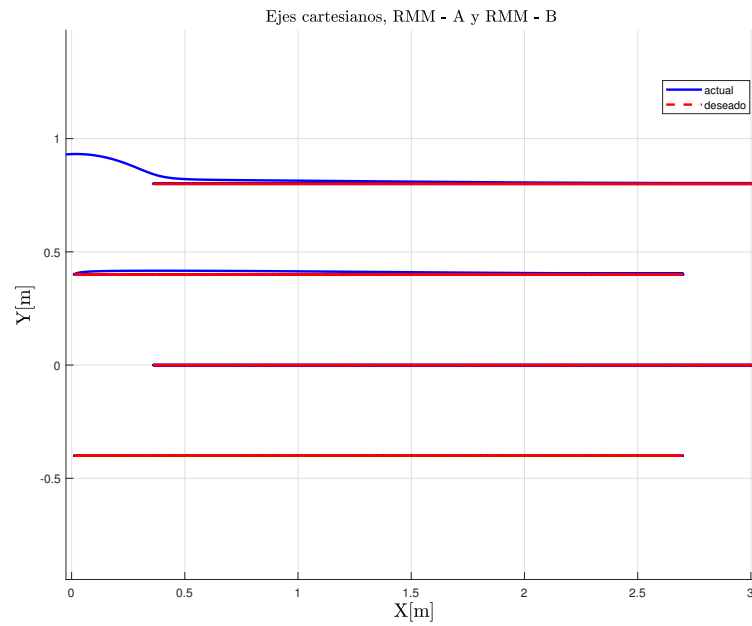


Figura 5.25: Posiciones del RMM - A y RMM - B en el plano.

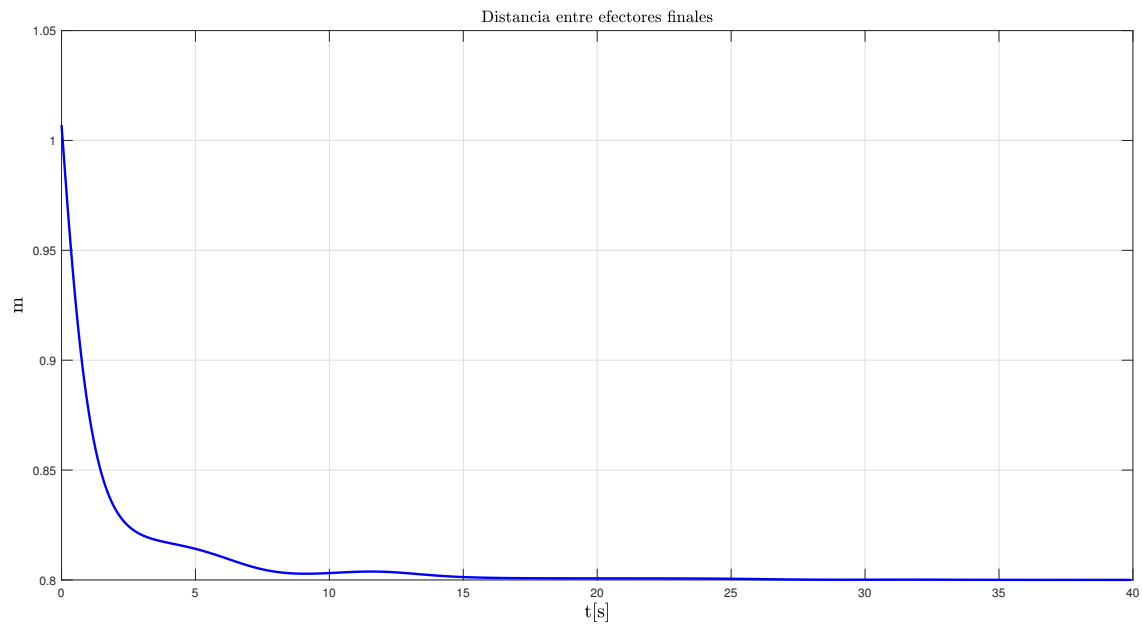


Figura 5.26: Distancia entre los efectores finales.

5.6. Sincronización de los RMM, seguimiento de círculo - hipotrocoide.

Utilizando la planeación de la Sección 5.2, para realizar la sincronización de los RMM, se tiene:

Para $\boldsymbol{\eta}_{B,d}$:

$$\boldsymbol{\eta}_{B,d} = \begin{bmatrix} \frac{r}{R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_{A,a_{4 \times 1}} \quad (5.24)$$

Para $\dot{\boldsymbol{\eta}}_{B,d}$:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{B,d} = \begin{bmatrix} \frac{r}{R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_{A,a_{4 \times 1}} \quad (5.25)$$

Para $\boldsymbol{r}_{cB,d}$:

$$\boldsymbol{r}_{cB,d} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{r}_{cA,a_{3 \times 1}} \quad (5.26)$$

Para $\boldsymbol{q}_{B,d}$:

$$\boldsymbol{q}_{B,d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{q}_{A,a_{2 \times 1}} \quad (5.27)$$

donde $r = 2.5 m$; es el radio del círculo que sigue el RMM - B y $R = 4 m$ es el radio del círculo que sigue el RMM - A.

Como se observa en (5.24), (5.25), (5.26) y (5.27), se tiene que:

$$\boldsymbol{\sigma}_{B,d}(\boldsymbol{t}) = f(\boldsymbol{\sigma}_{A,a}(\boldsymbol{t})) \quad (5.28)$$

con esto se logra la sincronización de posición y velocidad de los RMM.

Para la realización de esta simulación se tomaron en cuenta las siguientes condiciones iniciales presentadas en (5.29), el RMM - A comienza sobre la trayectoria deseada y el RMM - B se encuentra alejado de la trayectoria deseada.

$$s_A(0) = \begin{bmatrix} v_d(0) = 5.02 [m/s] \\ \dot{\phi}_d(0) = 1.25 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{1d}(0) = -0.72 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{2d}(0) = -7.29 [rad/s] \\ \hline x_d(0) = 0 [m] \\ y_d(0) = 4 [m] \\ \phi_d(0) = 3.14 [rad] \\ \theta_{1d}(0) = -1.5 [rad] \\ \theta_{2d}(0) = -1.94 [rad] \end{bmatrix}, \quad s_B(0) = \begin{bmatrix} v_d(0) + 0.1 [m/s] \\ \dot{\phi}_d(0) + 0.2 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{1d}(0) + 0.2 [rad/s] \\ \dot{\theta}_{2d}(0) + 0.2 [rad/s] \\ \hline x_d(0) + 0.13 [m] \\ y_d(0) + 0.45 [m] \\ \phi_d(0) + 0.61 [rad] \\ \theta_{1d}(0) + 0.035 [rad] \\ \theta_{2d}(0) - 0.52 [rad] \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Los parámetros utilizados para los RMM, así como para los controladores se presentan en la Tabla 5.5.

| Valores para los RMM | | | | | |
|----------------------|----------------|--------------------------------|--------------|--------------------------------------|--------------|
| RMM's | | Controlador RMM - A | | Controlador RMM - B | |
| $l_1 = 0.33 m$ | $l_2 = 0.2 m$ | $k_1 = 1000$ | $k_2 = 1200$ | $k_1 = 3000$ | $k_2 = 3400$ |
| $m_1 = 2 kg$ | $m_2 = 1 kg$ | $k_3 = 800$ | $k_4 = 100$ | $k_3 = 2600$ | $k_4 = 100$ |
| $m_c = 8.5 kg$ | $l_c = 0.65 m$ | $k_5 = 100$ | - | $k_5 = 100$ | - |
| $l_x = -0.15$ | $l_y = 0.3$ | $K_p = diag([70, 70, 70, 70])$ | - | $K_p = diag([1000, 1000, 250, 250])$ | - |
| $p_x = 0$ | $p_y = 0.15$ | - | - | - | - |
| $R = 0.2 m$ | $r = 0.075 m$ | - | - | - | - |
| $t_0 = 0$ | $t_f = 40 s$ | - | - | - | - |

Tabla 5.5: Parámetros de los RMM y el controlador

Link de la animación <https://youtu.be/iwrM9f87hfo>

En la Figura 5.27, se observa la posición y orientación del carro, así como la posición del efector final, debido a que este último sigue una hipotrocoide, en la posición se notan pequeñas oscilaciones, se muestra un buen seguimiento a lo largo de la simulación, se observa que el RMM - A se encuentra sobre la trayectoria deseada.

En la Figura 5.28, se muestran los errores de posición y orientación del carro y los errores de posición del manipulador, los cuales son valores pequeños.

En la Figura 5.29, se observan la posición y orientación del carro, se muestra que hay un error en la posición y en orientación del carro al inicio, el cual es compensado por el controlador.

En la Figura 5.30, se muestran los errores de posición y orientación del carro, así como los del efector final, se observa que los errores del RMM - B tienden a cero rápidamente.

En la Figura 5.31, se observa que el RMM - B no va montado sobre la trayectoria deseada, se muestra que el RMM - A va montado sobre la trayectoria, en ambos RMM se tiene un buen seguimiento.

En la Figura 5.32, se observa la distancia que hay entre los efectores finales, nótese que debido al error de la posición y orientación, hasta el segundo 8 se mantiene en un valor constante, por lo tanto los RMM para ese tiempo ya van sincronizados.

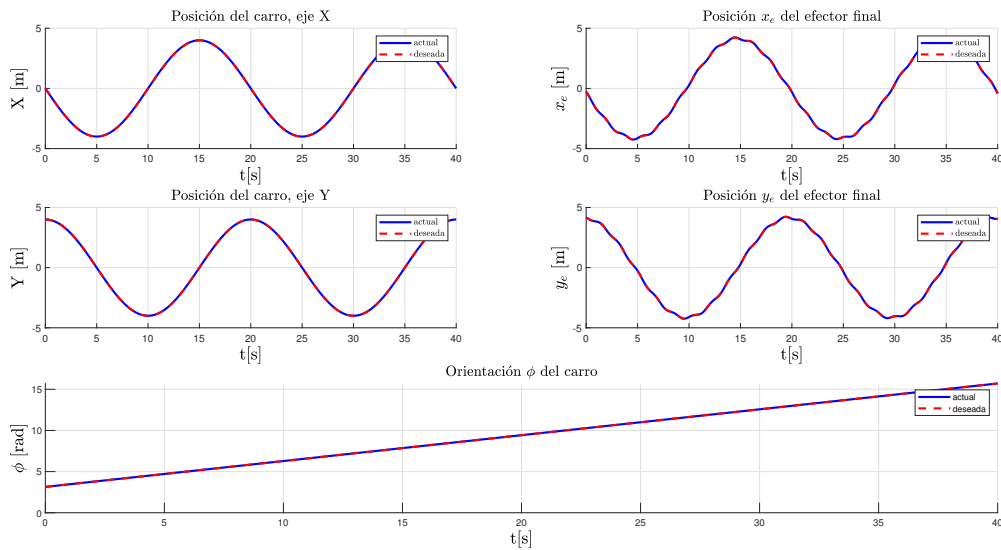


Figura 5.27: Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador. (RMM - A)

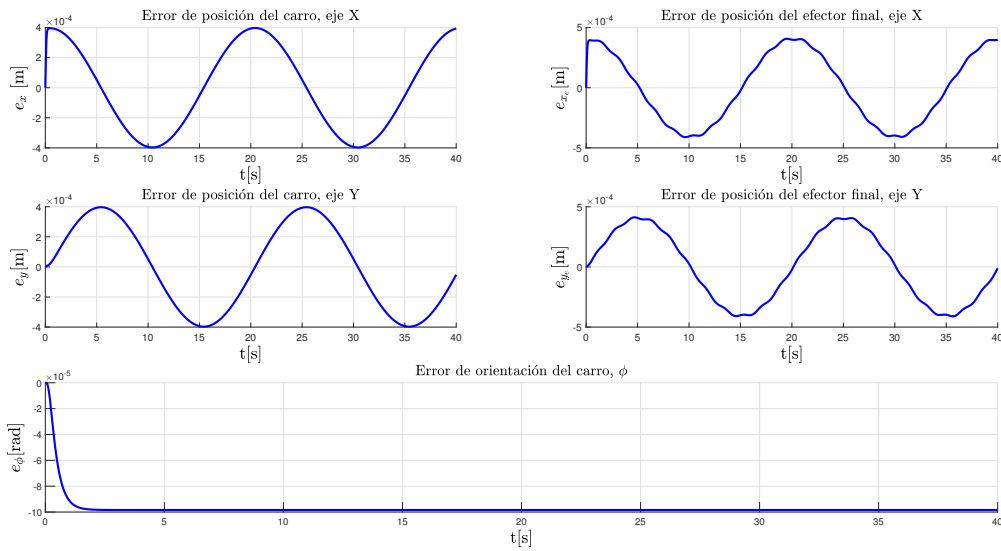


Figura 5.28: Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador. (RMM - A)

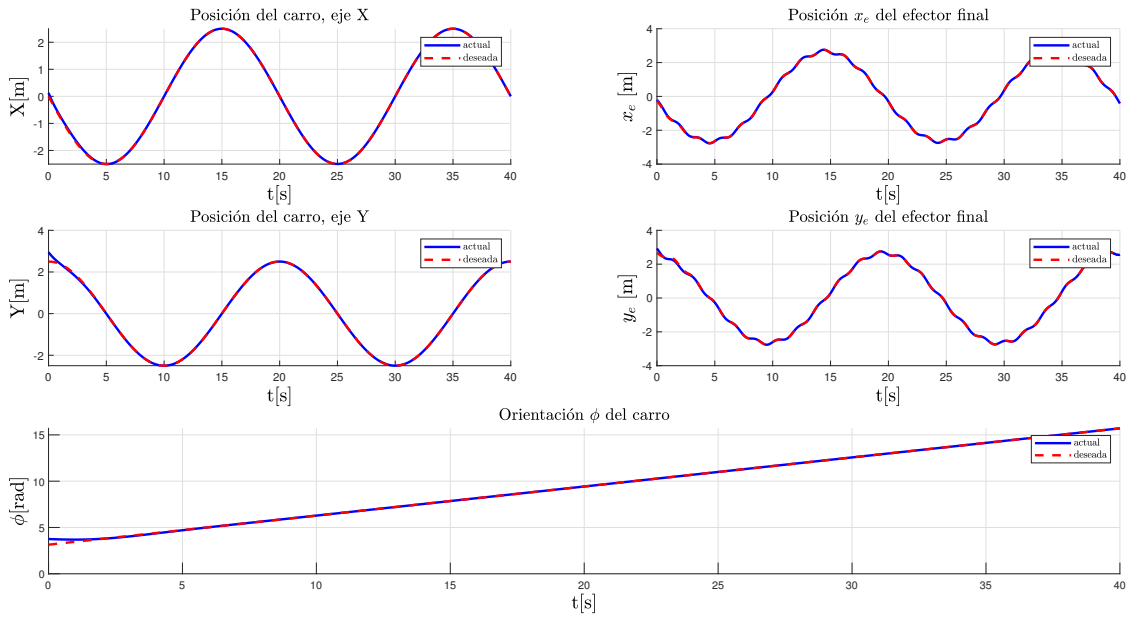


Figura 5.29: Posición X y Y del carro, orientación del carro ϕ , posición x_e y y_e del manipulador. (RMM - B)

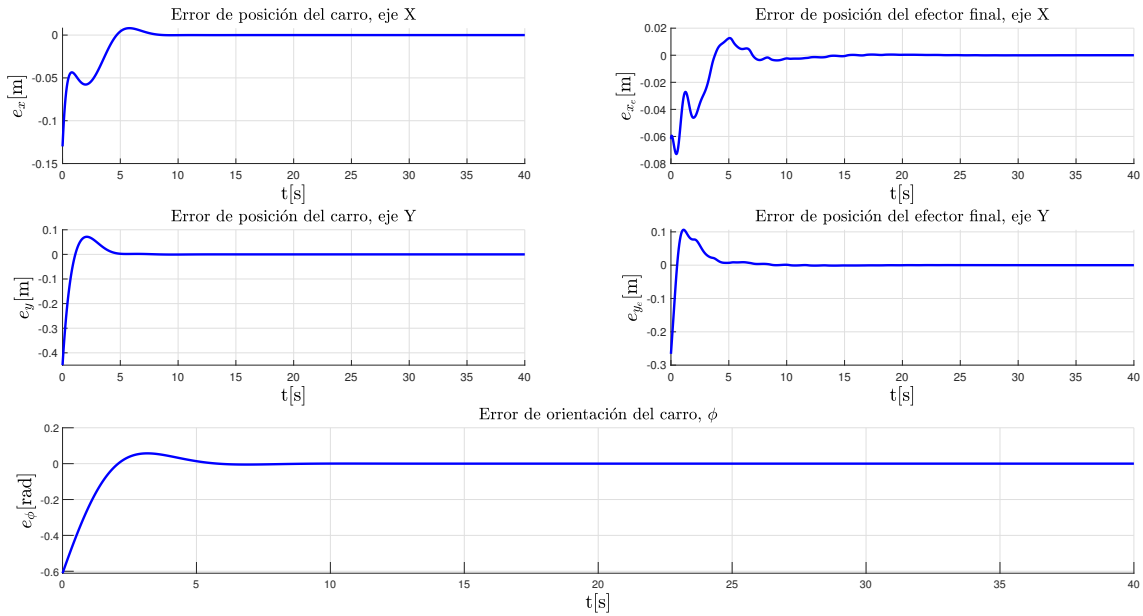


Figura 5.30: Errores de posición y orientación del carro, error de posición del manipulador. (RMM - B)

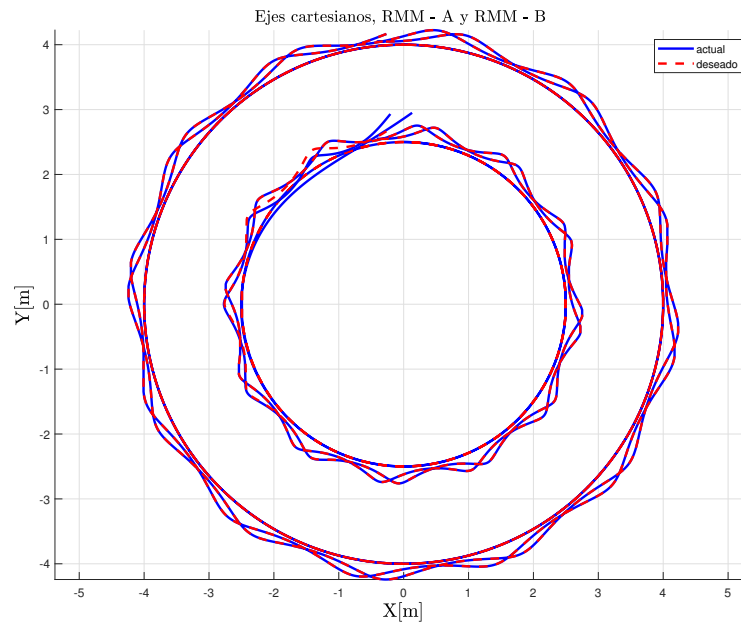


Figura 5.31: Posiciones del RMM - A y RMM - B en el plano.

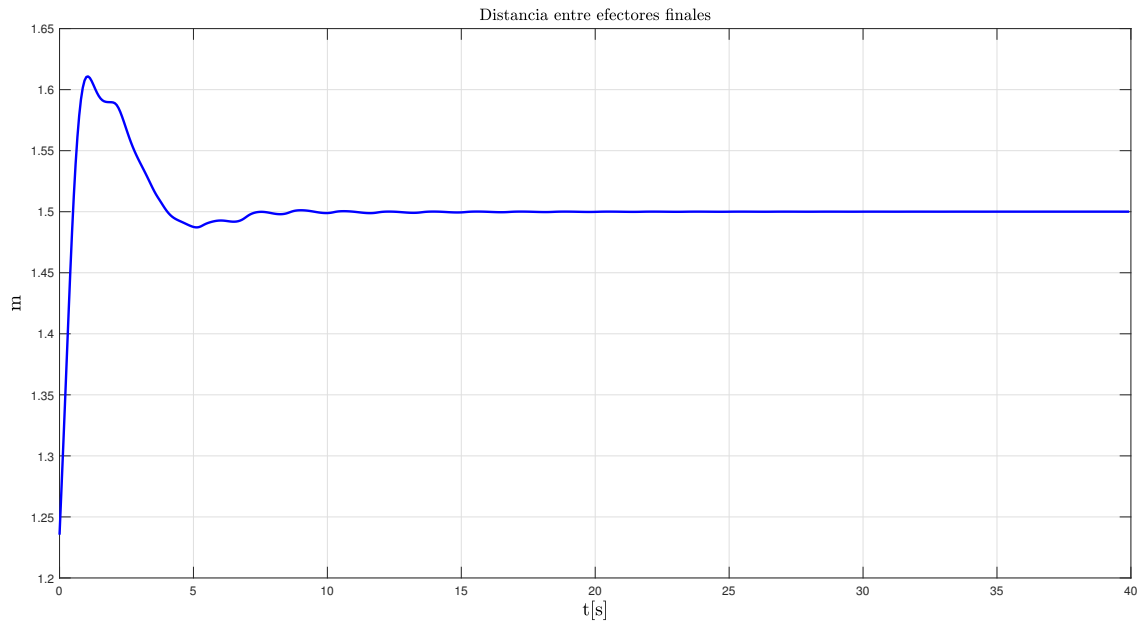


Figura 5.32: Distancia entre los efectores finales.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo futuro.

6.1. Conclusiones.

Al implementar los controladores; híbrido de posición - fuerza y de posición - fuerza extendido, se logra la manipulación cooperativa entre los robots manipuladores de base fija, además en trabajos de cooperación es importante garantizar el contacto en todo momento ya que un despegue provocaría que el objeto se deslice o caiga, la buena sintonización de las ganancias, nos ayuda a que el manipulador no presente despegues al momento de interactuar con el objeto, es importante tratar de llegar con el error de posición cercano a cero, ya que si esto no se logra, al inicio de la fuerza de reacción se presentan impulsos o impactos entre el robot y la superficie.

Al trabajar con los RMM, el control por par calculado compensa los errores de posición y velocidad, la estrategia que se implementó para realizar la sincronización de los RMM de acuerdo con las gráficas presentadas en las simulaciones, se logra rápidamente a pesar de que alguno de los RMM se encuentre alejado de la trayectoria deseada.

Las simulaciones se llevaron a cabo por medio de Matlab R2021b, el cual fue de vital ayuda para la realización de este trabajo, ya que se realizaron animaciones las cuales permitían observar el comportamiento del sistema a pesar de no utilizar una plataforma experimental.

6.2. Trabajo futuro.

El trabajo a futuro se presenta a continuación:

- Implementar el control híbrido de posición - fuerza y posición - fuerza extendido en cada uno de los RMM.
- Realizar pruebas de aplicación de fuerza sobre una superficie utilizando la parte móvil del robot.
- Realizar tareas cooperativas con los RMM.

Bibliografía

- [1] Enrico-Simetti, Giuseppe-Casalino. (2016). "Manipulation and Transportation With Cooperative Underwater Vehicle Manipulator Systems"; IEEE International Conference on Journal of Oceanic Engineering. Vol. 42, Número: 4; pp. 17, DOI: 10.1109 / JOE.2016.2618182
- [2] Yu, L. B., Q. X. Cao y X. W. Xu (2008). An approach of manipulator control for service-robot fisr-1 based on motion imitating. En: IEEE International Conference on Industrial Technology, Chengdu, China; University Shanghai, pp. 1-5; DOI: 10.1109/ICIT.2008.4608437
- [3] Wang, Ying, Haoxiang Lang y C. W. de Silva (2008). "Visual servo control and parameter calibration for mobile multi-robot cooperative assembly tasks". En: IEEE International Conference on Automation and Logistics; Qingdao, China; pp. 635–639; DOI: 10.1109/ICAL.2008.4636227.
- [4] Korayem, M. H., V. Azimirad, A. Nikoobin y Z. Boroujeni (2010). "Maximum load-carrying capacity of autonomous mobile manipulator in an environment with obstacle considering tip over stability". En: International Journal of Advanced Manufacturing Technology; Vol: 46 (5-8); pp. 811–829; DOI: 10.1007/s00170-009-2146-0
- [5] A. Rodríguez-Ángeles; V. Parra-Vega. (1998). "Control adaptativo con impedancia de sistema cooperativo de múltiples robots". En: IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.98CH36146). Vol. 2 (Agosto de 2002). DOI:10.1109 / ROBOT.1998.677335
- [6] H. Osumi, M. Terasawa, H. Nojiri. (2002). "Cooperative control of multiple mobile manipulators on uneven terrain". En: Actas. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 43, No.7. DOI: 10.1109 / ROBOT.1998.680917.
- [7] Soon-Jo Chung ; Jean-Jacques E. Slotine. "Control de robot cooperativo y sincronización de sistemas lagrangianos". En: 2007 46th IEEE Conference on Decision and Control, DOI: 10.1109 / CDC.2007.4434036.
- [8] G. Dai e Y. Liu. (2015). "Sincronización controlada de manipuladores móviles en red bajo topologías de conmutación", En: Conferencia internacional de 2015 sobre robótica avanzada y sistemas inteligentes (ARIS) pp. 1-6, DOI: 10.1109 / ARIS.2015.7158372
- [9] Hyun Woo Kim, Young Jun Park, Jun Won Yoon y S. Jung. (2015) "Demostración de control de seguimiento de línea de un robot móvil equilibrador maestro-esclavo", 2015 XII Conferencia Internacional sobre Robots Ubicuos e Inteligencia Ambiental (URAI); pp. 355-355, DOI: 10.1109 / URAI.2015.7358977.
- [10] Yan Kai. Chao, Yong Fei. Zhou, Yu Lin. Xu. (2013). "Sistema de control robótico móvil basado en un brazo mecánico de teleoperación maestro-esclavo". En: 25.a Conferencia de Decisión y Control de China; pp. 3195-3198, DOI: 10.1109 / CCDC.2013.6561496.
- [11] E. Leksono, T. Murakami, K. Ohnishi (1996). "On hybrid position/force cooperative control of multimanipulator based on workspace disturbance observer". En: 2021 Proceedings of the

-
- 1996 IEEE IECON. 22nd International Conference on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation. DOI: 10.1109/IECON.1996.570758
- [12] T. Mukaiyama; Kyunghwan Kim (1991). "Implementation of cooperative manipulation using decentralized robust position/force control". 2021 Publicado en: Actas del 4^o Taller Internacional IEEE sobre Control de Movimiento Avanzado - AMC '96 - MIE. DOI: 10.1109/AMC.1996.509304
- [13] Y. Umeda; D. Nakamura; T. Murakami; K. Ohnishi (1999). "Hybrid position/force control of a mobile manipulator based on cooperative task sharing". En: ISIE '99. Actas del Simposio Internacional IEEE sobre Electrónica Industrial. DOI: 10.1109/ISIE.1999.801773
- [14] O. Khatib (1985) "Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots". Publicado en: Actas. 1985 Conferencia internacional IEEE sobre robótica y automatización. DOI: 10.1109/ROBOT.1985.1087247
- [15] Jesus A. Lopez-Silvano, Alejandro Rodriguez-Angeles, Carlos A. Cruz-Villar (2018) "Sistema Cooperativo de Robots Industriales para Tareas de Manipulación mediante Control de Fuerza". Publicado en: Congreso Mexicano de Robótica (COMROB).
- [16] Chanhun Park; Jin Ho Kyung. (2010). Parque Dong Development of an industrial robot manipulator for the easy and safe human-robot cooperation. Publicado en: ICCAS. DOI: 10.1109/ICCAS.2010.5670249
- [17] H.Osumi; T. Arai; T.Fukuoka; K. Moriyama; H. Torii. (1995) "Cooperative Control of Two Industrial Robots with Force Control Devices". Publicado en: Actas 1995 Conferencia internacional IEEE/RSJ sobre sistemas y robots inteligentes. Interacción humano-robot y robots cooperativos. DOI: 10.1109/IROS.1995.525939
- [18] R. Kelly, V. Santibañez, A. Lucia. (2005). "Control of Robot Manipulator in Joint Space". Springer Verlag.
- [19] Luis Uriel Evangelista Hernandez. (2019). "Control para sistemas robóticos cooperativos en tareas de manipulación en interacción con el ambiente". Tesis de maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN).
- [20] Rogelio de Jesus Portillo Velez. (2013) "Control multilateral de agarre para robots cooperativos maestro/multi-esclavo". Tesis de doctorado. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN).
- [21] B. Campion, G. Andrea-Novel and Bastin G. (1991). "Modelling and state feedback control of nonholonomic mechanical systems". IEEE Conference on Decision and Control, 2:1184-1189.
- [22] A. Dobra (2014). "General classification of robots. Size criteria". En: 23.^a Conferencia internacional sobre robótica en la región de Alpe-Adria-Danube (RAAD); pp. 1-6. DOI: 10.1109/RAAD.2014.7002249.

Apéndice A

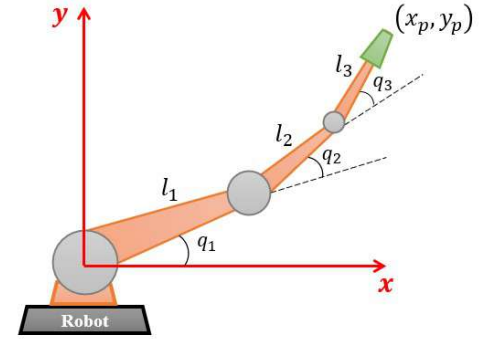
Robot planar de tres grados de libertad.

En esta sección se muestra la cinemática directa, cinemática inversa, así como las matrices que componen la dinámica de un robot de tres grados de libertad.

A.1. Cinemática directa de un robot de tres grados de libertad.

Para solucionar la cinemática directa del robot planar de tres grados de libertad Figura A.1, se utiliza el método geométrico, donde:

$$\begin{aligned}x_0 &= l_1 \cos(q_1) \\y_0 &= l_1 \sin(q_1) \\x_1 &= l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\y_1 &= l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \\x_p &= l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3) \\y_p &= l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)\end{aligned}$$



Las coordenadas Cartesianas del robot manipulador, se encuentran relacionadas con las variables articulares de la siguiente forma:

Figura A.1: Robot planar de tres grados de libertad

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3) \\ l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

A.2. Cinemática inversa de un robot de tres grados de libertad.

La solución de la cinemática inversa del robot de tres grados de libertad se realizó a través del método geométrico, utilizando la Figura A.2.

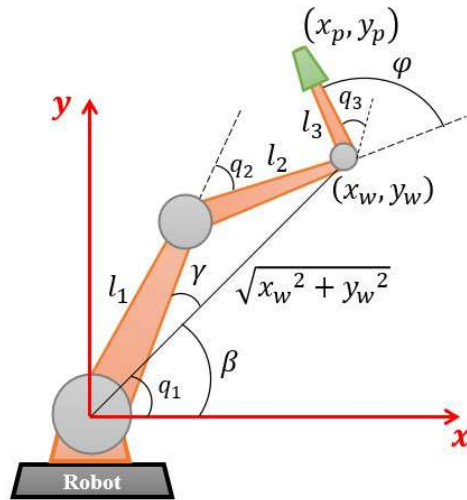


Figura A.2: Robot planar de tres grados de libertad

Como se puede observar en la Figura A.2 la orientación del efector final ϕ esta dado por la suma de las tres variables articulares del robot manipulador:

$$\phi = q_1 + q_2 + q_3$$

La posición de la muñeca del manipulador esta descrita como:

$$\begin{aligned} x_w &= x_p - l_3 \cos(\phi) \\ y_w &= y_p - l_3 \sin(\phi) \end{aligned}$$

Para la variable articular q_2 se tiene:

$$q_2 = \arccos\left(\frac{x_w^2 + y_w^2 - (l_1^2 + l_2^2)}{2l_1l_2}\right)$$

Para la variable articular q_1 se tiene:

$$q_1 = \beta - \gamma$$

de la Figura A.2 se puede observar que:

$$\begin{aligned} \beta &= \operatorname{atan2}\left(\frac{y_w}{x_w}\right) \\ \gamma &= \operatorname{asen}\left(\frac{l_2 \operatorname{sen}(q_2)}{\sqrt{x_w^2 + y_w^2}}\right) \end{aligned}$$

por lo tanto, para q_1 se tiene la siguiente expresión:

$$q_1 = \text{atan2} \left(\frac{y_w}{x_w} \right) - \text{asen} \left(\frac{l_2 \text{sen}(q_2)}{\sqrt{x_w^2 + y_w^2}} \right)$$

En resumen, se determinaron las ecuaciones de la cinemática inversa del robot planar de tres grados de libertad, utilizando una configuración codo arriba:

$$q_1 = \text{atan2} \left(\frac{y_w}{x_w} \right) - \text{asen} \left(\frac{l_2 \text{sen}(q_2)}{\sqrt{x_w^2 + y_w^2}} \right) \quad (\text{A.2})$$

$$q_2 = \text{acos} \left(\frac{x_w^2 + y_w^2 - (l_1^2 + l_2^2)}{2l_1 l_2} \right) \quad (\text{A.3})$$

$$q_3 = \phi - q_1 - q_2 \quad (\text{A.4})$$

A.3. Modelo dinámico de un robot de tres grados de libertad.

El modelo dinámico del robot de tres grados de libertad, se realizó bajo la metodología de Euler-Lagrange, el cual es explicado en el Sección 2.1.2, las matrices que conforman el modelo son las siguientes:

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}$$

Para las componentes de la matriz de inercias $M(\mathbf{q})$ se tiene que:

$$M_{11} = I_1 + I_2 + I_3 + l_1^2 m_2 + l_1^2 m_3 + l_2^2 m_3 + l_{\text{cm}_1}^2 m_1 + l_{\text{cm}_2}^2 m_2 + l_{\text{cm}_3}^2 m_3 + 2l_1 l_{\text{cm}_3} m_3 \cos(q_2 + q_3) + 2l_1 l_2 m_3 \cos(q_2) + 2l_1 l_{\text{cm}_2} m_2 \cos(q_2) + 2l_2 l_{\text{cm}_3} m_3 \cos(q_3)$$

$$M_{12} = m_3 l_2^2 + 2m_3 \cos(q_3) l_2 l_{\text{cm}_3} + l_1 m_3 \cos(q_2) l_2 + m_2 l_{\text{cm}_2}^2 + l_1 m_2 \cos(q_2) l_{\text{cm}_2} + m_3 l_{\text{cm}_3}^2 + l_1 m_3 \cos(q_2 + q_3) l_{\text{cm}_3} + I_2 + I_3$$

$$M_{13} = I_3 + l_{\text{cm}_3}^2 m_3 + l_1 l_{\text{cm}_3} m_3 \cos(q_2 + q_3) + l_2 l_{\text{cm}_3} m_3 \cos(q_3)$$

$$M_{21} = m_3 l_2^2 + 2m_3 \cos(q_3) l_2 l_{\text{cm}_3} + l_1 m_3 \cos(q_2) l_2 + m_2 l_{\text{cm}_2}^2 + l_1 m_2 \cos(q_2) l_{\text{cm}_2} + m_3 l_{\text{cm}_3}^2 + l_1 m_3 \cos(q_2 + q_3) l_{\text{cm}_3} + I_2 + I_3$$

$$M_{22} = m_3 l_2^2 + 2m_3 \cos(q_3) l_2 l_{\text{cm}_3} + m_2 l_{\text{cm}_2}^2 + m_3 l_{\text{cm}_3}^2 + I_2 + I_3$$

$$M_{23} = m_3 l_{\text{cm}_3}^2 + l_2 m_3 \cos(q_3) l_{\text{cm}_3} + I_3$$

$$M_{31} = I_3 + l_{\text{cm}_3}^2 m_3 + l_1 l_{\text{cm}_3} m_3 \cos(q_2 + q_3) + l_2 l_{\text{cm}_3} m_3 \cos(q_3)$$

$$M_{32} = m_3 l_{cm3}^2 + l_2 m_3 \cos(q_3) l_{cm3} + I_3$$

$$M_{33} = m_3 l_{cm3}^2 + I_3$$

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$

Para las componentes de la matriz de Coriolis $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, se tiene:

$$C_{11} = -\dot{q}_3(l_1 l_{cm3} m_3 \sin(q_2 + q_3) + l_2 l_{cm3} m_3 \sin(q_3)) - \dot{q}_2(l_1 l_{cm3} m_3 \sin(q_2 + q_3) + l_1 l_2 m_3 \sin(q_2) + l_1 l_{cm2} m_2 \sin(q_2))$$

$$C_{12} = -l_1 \dot{q}_1(l_2 m_3 \sin(q_2) + l_{cm2} m_2 \sin(q_2) + l_{cm3} m_3 \sin(q_2 + q_3)) - l_1 \dot{q}_2(l_2 m_3 \sin(q_2) + l_{cm2} m_2 \sin(q_2) + l_{cm3} m_3 \sin(q_2 + q_3)) - l_{cm3} m_3 \dot{q}_3(l_1 \sin(q_2 + q_3) + l_2 \sin(q_3))$$

$$C_{13} = -l_{cm3} m_3 (l_1 \sin(q_2 + q_3) + l_2 \sin(q_3)) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)$$

$$C_{21} = \dot{q}_1 (l_1 l_{cm3} m_3 \sin(q_2 + q_3) + l_1 l_2 m_3 \sin(q_2) + l_1 l_{cm2} m_2 \sin(q_2)) - l_2 l_{cm3} m_3 \dot{q}_3 \sin(q_3)$$

$$C_{22} = -l_2 l_{cm3} m_3 \dot{q}_3 \sin(q_3)$$

$$C_{23} = -l_2 l_{cm3} m_3 \sin(q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)$$

$$C_{31} = \dot{q}_1 (l_1 l_{cm3} m_3 \sin(q_2 + q_3) + l_2 l_{cm3} m_3 \sin(q_3)) + l_2 l_{cm3} m_3 \dot{q}_2 \sin(q_3)$$

$$C_{32} = l_2 l_{cm3} m_3 \sin(q_3) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)$$

$$C_{33} = 0$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} g_{11} \\ g_{21} \\ g_{31} \end{bmatrix}$$

Para las componentes del vector de gravedad $\mathbf{g}(\mathbf{q})$, se tiene:

$$g_{11} = g m_3 (l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1) + l_{cm3} \cos(q_1 + q_2 + q_3)) + g m_2 (l_{cm2} \cos(q_1 + q_2) + l_1 \cos(q_1)) + g l_{cm1} m_1 \cos(q_1)$$

$$g_{21} = g m_3 (l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_{cm3} \cos(q_1 + q_2 + q_3)) + g l_{cm2} m_2 \cos(q_1 + q_2)$$

$$g_{31} = g l_{cm3} m_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)$$

Apéndice B

RMM.

En esta sección se muestra la cinemática directa de un RMM, se presentan las matrices para reducir el modelo dinámico, así como las componentes de las matrices que conforman el modelo dinámico reducido del RMM.

B.1. Cinemática directa de un RMM tipo (2,0,2).

El nombramiento de RMM tipo (2,0,2) se debe a que es un robot diferencial tipo (2,0), montado sobre él va un manipulador de dos grados de libertad, obsérvese en la Figura B.1 que el RMM se desplaza en el plano, por lo tanto, no se considera la fuerza de gravedad.

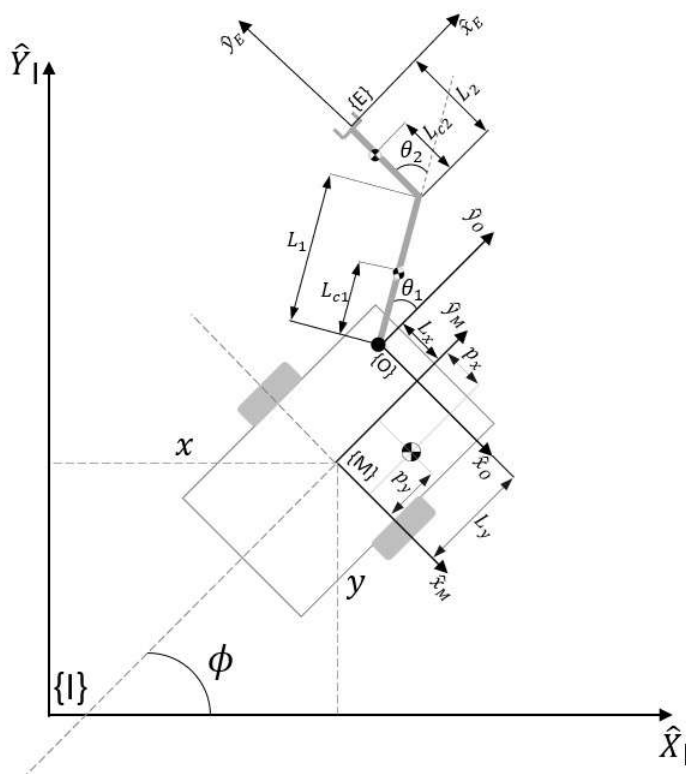


Figura B.1: RMM (2,0,2)

Los parámetros de Denavit-Hartenberg del RMM se presentan en la Tabla B.1.

| i | α_{i-1} | a_{i-1} | d_i | θ_i |
|-----|----------------|-----------|-------|----------------------------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | $\frac{\pi}{2} + \theta_1$ |
| 2 | 0 | L_1 | 0 | θ_2 |
| 3 | 0 | L_2 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | $-\frac{\pi}{2}$ |

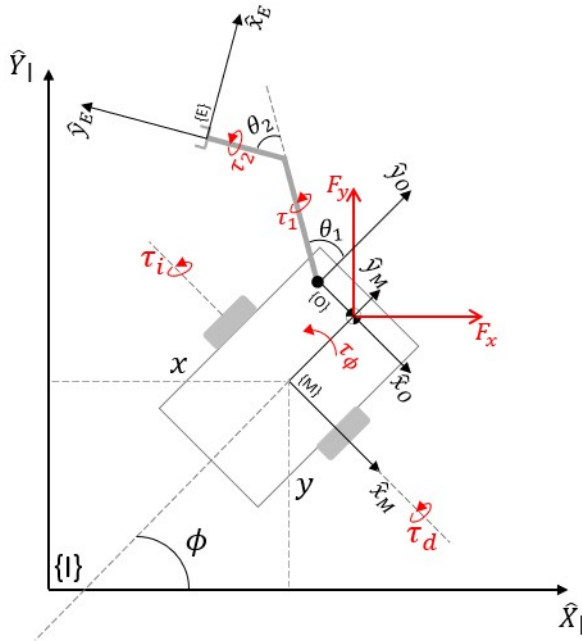
Tabla B.1: Parámetros de Denavit-Hartenberg para el RMM

La matriz de transformación que describe la posición y orientación del efector final $\{E\}$ respecto al marco inercial $\{I\}$, descrita en la ecuación (4.2) es la siguiente:

$${}^I T_E = \begin{bmatrix} \sin(\phi + \theta_1 + \theta_2) & \cos(\phi + \theta_1 + \theta_2) & 0 & x + l_1 \cos(\phi + \theta_1) + L_y \cos(\phi) + L_x \sin(\phi) + l_2 \cos(\phi + \theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\phi + \theta_1 + \theta_2) & \sin(\phi + \theta_1 + \theta_2) & 0 & y + l_1 \sin(\phi + \theta_1) + L_y \sin(\phi) - L_x \cos(\phi) + l_2 \sin(\phi + \theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

B.2. Dinámica de un RMM

La ecuación dinámica del RMM sin restricciones se presenta en (4.8), a continuación se presenta el modelo dinámico reducido del RMM.



$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - U(\mathbf{q})$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}} = U + A^T(\mathbf{q}) \lambda - J^T(\mathbf{q}) \mathbf{h}_r$$

$$\mathbf{q} = [x \ y \ \phi \ \theta_1 \ \theta_2]^T$$

$$M(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + g(\mathbf{q}) - A^T(\mathbf{q}) \lambda = U - J^T(\mathbf{q}) \mathbf{h}_r$$

Figura B.2: Robot manipulador móvil.

Como se mencionó en la Sección 4.0.2, la obtención del modelo dinámico reducido se tiene a partir de la restricción no-holónoma del RMM, la cual se describe a continuación:

$$-\sin(\phi) \dot{x} + \dot{y} \cos(\phi) = 0 \quad (\text{B.2})$$

Por lo tanto la matriz de restricción no-holónoma se escribe como:

$$A(\mathbf{q}) = [-\sin(\phi) \ \cos(\phi) \ 0 \ 0 \ 0] \quad (\text{B.3})$$

La matriz $S(\mathbf{q})$, se define a continuación:

$$S(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\phi) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Al considerar el vector $\boldsymbol{\eta} = [v, \dot{\phi}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2]^T$, donde v es la velocidad del carro; $\dot{\phi}$ es la velocidad angular del carro; $\dot{\theta}_1$ es la velocidad del primer eslabón y $\dot{\theta}_2$ es la velocidad del segundo eslabón, el vector de pares de control $\boldsymbol{\tau} = [\tau_d, \tau_i, \tau_1, \tau_2]$, donde τ_d corresponde al par de la rueda derecha; τ_i es el par de la rueda izquierda; τ_1 es el par del primer eslabón; τ_2 es el par del segundo eslabón, además al tener (B.3) y (B.4), se comprueba (4.9). Para obtener el modelo dinámico reducido se utiliza (4.10), (4.11), (4.8) y (B.4) con lo cual se obtiene (B.5).

$$\begin{aligned} \bar{M}(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\boldsymbol{\eta}})\boldsymbol{\eta} &= \bar{\boldsymbol{\tau}} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} &= S(\mathbf{q})\boldsymbol{\eta} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

donde:

$$\bar{M}(\mathbf{q}) = S^T(\mathbf{q})M(\mathbf{q})S(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \quad (\text{B.6})$$

$$\bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) = S^T(\mathbf{q})M(\mathbf{q})\dot{S}(\mathbf{q}) + S^T(\mathbf{q})C(\mathbf{q}, \dot{\boldsymbol{\eta}})S(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \quad (\text{B.7})$$

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = S^T(\mathbf{q})U - S^T(\mathbf{q})J^T(\mathbf{q})\mathbf{h}_r \in \mathbb{R}^{4 \times 1} \quad (\text{B.8})$$

Dado que $U = B(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau}$, la matriz de motorización $B(\mathbf{q})$ se define como:

$$B(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{r}\cos(\phi) & \frac{1}{r}\cos(\phi) & 0 & 0 \\ \frac{1}{r}\sin(\phi) & \frac{1}{r}\sin(\phi) & 0 & 0 \\ -\frac{R}{r} & \frac{R}{r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

Se define $D(\mathbf{q}) = S(\mathbf{q})^T B(\mathbf{q})$, por lo tanto:

$$D(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{1}{r} & 0 & 0 \\ -\frac{R}{r} & \frac{R}{r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

Las matrices que conforman el modelo dinámico reducido, se presentan a continuación:

Matriz de inercia $\bar{M}(\mathbf{q})$

$$\bar{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} & \bar{M}_{13} & \bar{M}_{14} \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} & \bar{M}_{23} & \bar{M}_{24} \\ \bar{M}_{31} & \bar{M}_{32} & \bar{M}_{33} & \bar{M}_{34} \\ \bar{M}_{41} & \bar{M}_{42} & \bar{M}_{43} & \bar{M}_{44} \end{bmatrix}$$

las componentes de la matriz de inercia $\bar{M}(\mathbf{q})$ son las siguientes:

$$\bar{M}_{11} = m_1 + m_2 + m_c$$

$$\bar{M}_{12} = Lx m_1 + Lx m_2 + m_c px - l_1 m_2 \sin(\theta_1) - l_{cm,1} m_1 \sin(\theta_1) - l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\bar{M}_{13} = -l_1 m_2 \sin(\theta_1) - l_{cm,1} m_1 \sin(\theta_1) - l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\bar{M}_{14} = -l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\bar{M}_{21} = Lx m_1 + Lx m_2 + m_c px - l_1 m_2 \sin(\theta_1) - l_{cm,1} m_1 \sin(\theta_1) - l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\bar{M}_{22} = J_1 + J_2 + J_c + Lx^2 m_1 + Lx^2 m_2 + Ly^2 m_1 + Ly^2 m_2 + l_1^2 m_2 + l_{cm,1}^2 m_1 + l_{cm,2}^2 m_2 + m_c px^2 + m_c py^2 + 2 Ly l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - 2 Lx l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2 Ly l_1 m_2 \cos(\theta_1) + 2 Ly l_{cm,1} m_1 \cos(\theta_1) - 2 Lx l_1 m_2 \sin(\theta_1) - 2 Lx l_{cm,1} m_1 \sin(\theta_1) + 2 l_1 l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_2)$$

$$\bar{M}_{23} = J_1 + J_2 + l_1^2 m_2 + l_{cm,1}^2 m_1 + l_{cm,2}^2 m_2 + Ly l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - Lx l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + Ly l_1 m_2 \cos(\theta_1) + Ly l_{cm,1} m_1 \cos(\theta_1) - Lx l_1 m_2 \sin(\theta_1) - Lx l_{cm,1} m_1 \sin(\theta_1) + 2 l_1 l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_2)$$

$$\bar{M}_{24} = J_2 + l_{cm,2}^2 m_2 + Ly l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - Lx l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_2)$$

$$\bar{M}_{31} = -l_1 m_2 \sin(\theta_1) - l_{cm,1} m_1 \sin(\theta_1) - l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\bar{M}_{32} = J_1 + J_2 + l_1^2 m_2 + l_{cm,1}^2 m_1 + l_{cm,2}^2 m_2 + Ly l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - Lx l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + Ly l_1 m_2 \cos(\theta_1) + Ly l_{cm,1} m_1 \cos(\theta_1) - Lx l_1 m_2 \sin(\theta_1) - Lx l_{cm,1} m_1 \sin(\theta_1) + 2 l_1 l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_2)$$

$$\bar{M}_{33} = m_2 l_1^2 + 2 m_2 \cos(\theta_2) l_1 l_{cm,2} + m_1 l_{cm,1}^2 + m_2 l_{cm,2}^2 + J_1 + J_2$$

$$\bar{M}_{34} = m_2 l_{cm,2}^2 + l_1 m_2 \cos(\theta_2) l_{cm,2} + J_2$$

$$\bar{M}_{41} = -l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\bar{M}_{42} = J_2 + l_{cm,2}^2 m_2 + Ly l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - Lx l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_2)$$

$$\bar{M}_{43} = m_2 l_{cm,2}^2 + l_1 m_2 \cos(\theta_2) l_{cm,2} + J_2$$

$$\bar{M}_{44} = m_2 l_{cm,2}^2 + J_2$$

Matriz de Coriolis $\bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$

$$\bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & \bar{C}_{14} \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{24} \\ \bar{C}_{31} & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} & \bar{C}_{34} \\ \bar{C}_{41} & \bar{C}_{42} & \bar{C}_{43} & \bar{C}_{44} \end{bmatrix}$$

las componentes de la matriz de Coriolis $\bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ son las siguientes:

$$\bar{C}_{11} = 0$$

$$\bar{C}_{12} = -L_y m_1 \dot{\phi} - L_y m_2 \dot{\phi} - m_c \dot{\phi} p_y - l_{cm,2} m_2 \dot{\phi} \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_{cm,2} m_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_{cm,2} m_2 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_1 m_2 \dot{\phi} \cos(\theta_1) - l_{cm,1} m_1 \dot{\phi} \cos(\theta_1) - l_1 m_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) - l_{cm,1} m_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1)$$

$$\bar{C}_{13} = -l_{cm,2} m_2 \dot{\phi} \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_{cm,2} m_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_{cm,2} m_2 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_1 m_2 \dot{\phi} \cos(\theta_1) - l_{cm,1} m_1 \dot{\phi} \cos(\theta_1) - l_1 m_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) - l_{cm,1} m_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1)$$

$$\bar{C}_{14} = -l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \left(\dot{\phi} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 \right)$$

$$\bar{C}_{21} = \dot{\phi} (L_y m_1 + L_y m_2 + m_c p_y + l_1 m_2 \cos(\theta_1) + l_{cm,1} m_1 \cos(\theta_1) + l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2))$$

$$\bar{C}_{22} = -\dot{\theta}_1 (L_x l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_y l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_x l_1 m_2 \cos(\theta_1) + L_x l_{cm,1} m_1 \cos(\theta_1) + L_y l_1 m_2 \sin(\theta_1) + L_y l_{cm,1} m_1 \sin(\theta_1)) - l_{cm,2} m_2 \dot{\theta}_2 (L_x \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_y \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin(\theta_2))$$

$$\bar{C}_{23} = -\dot{\phi} (L_x l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_y l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_x l_1 m_2 \cos(\theta_1) + L_x l_{cm,1} m_1 \cos(\theta_1) + L_y l_1 m_2 \sin(\theta_1) + L_y l_{cm,1} m_1 \sin(\theta_1)) - \dot{\theta}_1 (L_x l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_y l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_x l_1 m_2 \cos(\theta_1) + L_x l_{cm,1} m_1 \cos(\theta_1) + L_y l_1 m_2 \sin(\theta_1) + L_y l_{cm,1} m_1 \sin(\theta_1)) - l_{cm,2} m_2 \dot{\theta}_2 (L_x \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_y \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin(\theta_2))$$

$$\bar{C}_{24} = -l_{cm,2} m_2 \left(\dot{\phi} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 \right) (L_x \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_y \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin(\theta_2))$$

$$\bar{C}_{31} = \dot{\phi} (l_1 m_2 \cos(\theta_1) + l_{cm,1} m_1 \cos(\theta_1) + l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2))$$

$$\bar{C}_{32} = \dot{\phi} (L_x l_{cm,2} m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_y l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_x l_1 m_2 \cos(\theta_1) + L_x l_{cm,1} m_1 \cos(\theta_1) + L_y l_1 m_2 \sin(\theta_1) + L_y l_{cm,1} m_1 \sin(\theta_1)) - l_1 l_{cm,2} m_2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2)$$

$$\bar{C}_{33} = -l_1 l_{cm,2} m_2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2)$$

$$\bar{C}_{34} = -l_1 l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_2) \left(\dot{\phi} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 \right)$$

$$\bar{C}_{41} = l_{cm,2} m_2 \dot{\phi} \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\bar{C}_{42} = l_{cm,2} m_2 \left(l_1 \dot{\phi} \sin(\theta_2) + l_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2) + L_x \dot{\phi} \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_y \dot{\phi} \sin(\theta_1 + \theta_2) \right)$$

$$\bar{C}_{43} = l_1 l_{cm,2} m_2 \sin(\theta_2) \left(\dot{\phi} + \dot{\theta}_1 \right)$$

$$\bar{C}_{44} = 0$$