

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

#### UNIDAD ZACATENCO DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA SECCIÓN MECATRÓNICA

Diseño y realización de un esquema de formación de un vehículo aéreo (cuatrirrotor) y un vehículo terrestre (robot móvil tipo diferencial) utilizando técnicas de sincronización

> Que presenta Jesús Alberto Valentín Pérez

## Para obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS EN LA ESPECIALIDAD EN MECATRÓNICA

Directores de la tesis: Dr. Rafael Castro Linares Dr. Jaime Alvarez Gallegos

Ciudad de México

Febrero,2021

# Índice general

1.	Introducción	11										
	1.1. Objetivo	. 11										
	1.2. Metodología	. 11										
	1.3. Generalidades	. 12										
	1.3.1. Robots terrestres $(2,0)$	. 12										
	1.3.2. Cuadrirrotor	. 13										
	1.4. Antecedentes	. 14										
2.	Modelado Matemático	17										
	2.1. Modelo cinemático del robot móvil tipo diferencial $(2,0)$	. 17										
	2.2. Modelo dinámico del cuatrirrotor	. 18										
3.	Control de robot móvil tipo diferencial (2,0)	<b>23</b>										
	3.1. Control de seguimiento	. 23										
	3.1.1. Planteamiento del controlador	. 24										
	3.1.2. Análisis del error de seguimiento	. 25										
	3.2. Simulación numérica	. 27										
	3.2.1. En trayectoria Circular	. 28										
	3.2.2. En trayectoria de Lemniscata	. 30										
4.	Control de vehículo aéreo (cuatrirrotor)	33										
	4.1. Control de orientación	. 33										
	4.2. Control del seguimiento y de altura	. 33										
	4.3. Simulación numérica del cuadrirrotor	. 35										
	4.3.1. En travectoria de elipse	. 36										
	4.3.2. En trayectoria de lemniscata	. 40										
5.	Control por sincronización	45										
	5.1. Concepto de sincronización											
	5.2. Desarrollo del controlador de sincronización para el vehículo terrestre	e 46										
	. Desarrollo del controlador de sincronización para el cuadrirrotor 4											

	5.4. Simulación en gazebo												50						
		5.4.1.	En trayecto	ria circular	• • • •														51
		5.4.2.	En trayecto	ria de lem	niscata		•			•		•		•	•		•	•	60
6.	Conclusión													$71_{71}$					
	0.1.	rabaj	os inturos			• •	·	• •	• •	·	• •	·	• •	·	•	• •	·	·	11

# Agradecimientos

Agradezco a mis padres Floriberta, Candelario y a mis hermanos, por apoyo moral que me brindaron durante mis estudios de maestría.

A los doctores Jaime Álvarez Gallegos y Rafael Castro Linares, por su asesoramiento y guía para realizar el trabajo de tesis.

A los doctores del departamento de ingeniería eléctrica sección de Mecatrónica, por sus enseñanzas y los conocimientos transmitidos durante las clases, y por contribuir en mi formación como maestro.

Al CONACYT por el apoyo económico para realizar mis estudios de Maestría.

### ÍNDICE GENERAL

# Resumen

En este trabajo de tesis se realizó el análisis de un sistema de control mediante la técnica de sincronización de vehículos móviles. Para el desarrollo del trabajo se planteó el uso de dos vehículos móviles, un vehículo terrestre diferencial (2,0) y un vehículo aéreo no tripulado. Los dos vehículos realizan el seguimiento de trayectoria mediante un control de posición independiente. Para lograr la coordinación de los agentes se utilizaron dos funciones, la función de acoplamiento y la función de coordinación, estas dos funciones dependen del error de posición y del error de acoplamiento. Para las pruebas en simulación, la comunicación de los agentes se realizaron con ROS (Robot Operating System) por su uso practico y rapidez en la transmisión de datos, además de la compatibilidad con el drone bebop 2 y el Turtle-bot3.

### ÍNDICE GENERAL

# Abstract

In this thesis work, the analysis of a control system was performed using the synchronization technique of mobile vehicles. For the development of the work, the use of two mobile vehicles, a differential land vehicle (2.0) and an unmanned aerial vehicle, was proposed. The two vehicles track the trajectory using independent position control. To achieve the coordination of the agents, two functions were used, the coupling function and the coordination function, these two functions depend on the position error and the coupling error. For the simulation tests, the communication of the agents was carried out with ROS (Robot Operating System) due to its practical use and speed in data transmission, in addition to the compatibility with the drone bebop 2 and the Turtle-bot3.

# Capítulo 1 Introducción

El estudio de los UAV (Vehículos Aéreos no tripulados, por sus siglas en ingles) es un tema muy importante de análisis, debido a que en la actualidad existen muchas aplicaciones en diferentes ámbitos, como la militar, de rescate, agricultura, marina entre otros. Debido a todas estas aplicaciones se ha llegado a la necesidad de estudiar con mayor detalle el control de estos vehículos, así como las formas de interactuar con otros vehículos. Un ejemplo es la interacción de vehículos aéreos con vehículos terrestres para trabajos en conjunto, lo que ha llevado a buscar que estos vehículos se muevan de manera sincronizada para facilitar la colaboración.

### 1.1. Objetivo

El objetivo de este trabajo de tesis es el de acoplar dos vehículos móviles, uno aéreo y otro terrestre, para el seguimiento de un trayectoria de forma sincronizada, es decir, que cuando exista una perturbación en cualquiera de los agentes el otro vehículo tratara de mantener la formación, al mismo tiempo que sigue la trayectoria deseada.

### 1.2. Metodología

Se trata de diseñar un esquema de formación para un vehículo aéreo y un vehículo terrestre, manteniendo el primero una misma altura. En la figura 1.1 se muestra la formación de los vehículos en el plano X-Y. El trabajo de tesis se realizará siguiendo las siguientes etapas:

1. Familiarización con la operación de un cuadrirrotor y un robot diferencial junto con sus modelos.

- 2. Estudio del esquema de formación y su aplicación a los vehículos, manteniendo una altura constante para el cuadrirrotor.
- 3. Evaluación del sistema propuesto en un ambiente de simulación para robots.



Figura 1.1: Formación líder seguidor

### 1.3. Generalidades

#### 1.3.1. Robots terrestres (2,0)

Los robots tipo uniciclo, también conocidos como robots móviles con ruedas (WMR, por sus siglas en inglés) del tipo (2,0). Son vehículos terrestres no tripulados (UGV, por sus siglas en inglés) que cuentan con dos ruedas propulsadas alineadas sobre un eje de rotación común, además de al menos un punto de contacto adicional con el piso, no alineado con las ruedas de propulsión, no actuado y sin restricciones. Un ejemplo de este robot es el que se muestra en la Figura 1.2, este tipo de MR se usa debido a su tamaño, su software de acceso libre, su estabilidad en su movimiento y por su compatibilidad con ROS, entre otras características.

#### 1.3. GENERALIDADES



Figura 1.2: Vehiculo terrestres TurtleBot-3 Burger

#### 1.3.2. Cuadrirrotor

Los UAV se pueden clasificar en varias categorías según el funcionamiento de sus alas, las principales son dos, los de ala fija y los de ala rotativa. Los aviones y planeadores son ejemplos de vehículos aéreos de ala fija; los vehículos aéreos de alas rotatoria son los helicópteros y los multi-rotores. El modelo que se ocupará en este trabajo es el cutrirrotor que es el vehículo aéreo que cuenta con cuatro rotores. En la Figura 1.3 se puede observar el cuadrirrotor parrot bebop 2, que por sus características de vuelo y su compatibilidad con ROS es un excelente vehículo de pruebas.



Figura 1.3: Drone Parrot Bebop 2

El cuatrirrotor ha sido objeto de un extendido uso, tanto en un ambiente recreacional, como profesional, además de haberse convertido en una plataforma apreciada por la comunidad científica, al tener la capacidad de hacer vuelo estacionario, hover en inglés, además de poder volar en cualquier dirección sin tener que orientarse, lo que lo hace un vehículo omnidireccional.

El principio básico de funcionamiento de un cuatrirrotor es que el empuje generado por los cuatro rotores compense la gravedad y haga que el vehículo acelere en vertical a voluntad; disminuir o incrementar el empuje de algunos de los rotores hacen que el vehículo se incline, se explicara mas adelante con mas detalle, provocando que una componente del empuje ejerza una fuerza horizontalmente, provocando desplazamiento lateral.

Como el cuatrirrotor tiene un par de rotores girando en el sentido horario y otro en sentido antihorario, el arrastre generado por los rotores se cancela si estos giran a la misma velocidad, a esto se le llama par contrarrotativo. Pero si un par genera, en conjunto, más arrastre que el otro, el robot tenderá a girar. Por lo que se considera que el robot tiene cuatro grados de libertad.

#### 1.4. Antecedentes

Existen múltiples trabajos donde se estudian temas relacionados a multi-agentes, su interacción y control, algunos de ellos se muestran a continuación.

En el trabajo [4] se aborda el problema de sincronización aplicado a un grupo de tres cuadrirotores. La idea principal de control por sincronización es regular los

#### 1.4. ANTECEDENTES

movimientos de cada elemento de un grupo de vehículos para seguir una trayectoria deseada mientras se sincronizan sus movimientos con los de otros vehículos para mantener relaciones cinemáticas relativas, como es requerido en una formación. En el Capítulo 1 se presentan los antecedentes referentes a vehículos aéreos no tripulados y se establecen los objetivos de esta tesis. Posteriormente se presenta el modelo dinámico del cuatrirrotor obtenido por el método Quasi-Lagrange. Se propone un control tipo PD para la orientación del vehículo aéreo, dos esquemas de control (PID y linealización exacta) para el seguimiento de trayectorias y finalmente un esquema de control por sincronización para 3 cuatrirrotores.

En el trabajo [3] se diseñaron, implementaron y evaluaron técnicas de control no lineal bajo el concepto de sincronización en tiempo continuo, para un grupo de robots móviles no holónomos que permitan el seguimiento de trayectorias preestablecidas y coordinación de movimientos para generar formaciones.

En el trabajo [2]se presenta una estrategia de control para resolver el problema de control de formación Líder-Seguidor (L-S) de un cuatrirrotor siguiendo un robot móvil tipo uniciclo. Se usa linealización por retroalimentación para obtener un modelo reducido del cuatrirrotor, luego se obtiene un modelo de la formación L-S que incluye la dinámica del cuatrirrotor y la cinemática del robot móvil. Para este modelo de formación L-S se propone un controlador por Backstepping.

El trabajo [1] se enfoca en el diseño de estrategias de control para la coordinación de movimiento en sistemas multi-agente heterogéneos. Las estrategias de control empleadas son descentralizadas, ya que los agentes no tienen un conocimiento global del objetivo a lograr, conociendo sólo las posiciones de un subconjunto de agentes del sistema. Con el diseño de estas estrategias de control se pretende lograr control de marcha de sistemas multi-agente heterogéneos. Estas estrategias son aplicadas a robots móviles tipo uniciclo y aeronaves tipo cuatrirrotor.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

# Capítulo 2

# Modelado Matemático

## 2.1. Modelo cinemático del robot móvil tipo diferencial (2,0)

El modelo cinemático del robot diferencial (2,0), relaciona las velocidades del sistema con la velocidad de cambio de posición y orientación del móvil en cuadro de referencia fijo, la cual tiene como origen un centro de rotación.

Para el robot móvil tipo diferencial (2,0) se observa en la figura 2.1, el modelo cinemático tiene dos entradas: v la cual es la magnitud del vector de velocidad del robot asociado al eje de las ruedas, el eje de referencia del robot tiene la misma dirección;  $\omega$  representa la velocidad de rotación del robot. El punto para controlar es el origen de los ejes móviles, es el punto medio del eje de las ruedas. El modelo cinemático es el siguiente:

 $\begin{aligned} \dot{x} &= \upsilon(t)\cos(\theta(t)) \\ \dot{y} &= \upsilon(t)\sin(\theta(t)) \\ \dot{\theta} &= \omega(t) \end{aligned}$ 



Figura 2.1: Robot diferencial

### 2.2. Modelo dinámico del cuatrirrotor

El cuatrirrotor es controlado mediante la variación de la velocidad angular de cuatro motores eléctricos dispuestos en forma de X. Cada motor produce un empuje y un par, cuya combinación genera el empuje principal T, el momento en alabeo (alrededor del eje x), el momento en cabeceo (alrededor del eje y) y el momento en guiñada (alrededor del eje z), que actúan en el cuadrirrotor.



Figura 2.2: Marcos de referencia del Cuatrirrotor

El motor  $M_i$  (para i = 1, ..., 4) produce una fuerza  $f_i$  la cual es proporcional

al cuadrado de la velocidad angular, esto es,  $f_i = k_i \omega_i^2$ . Dado que los motores del cuadrirrotor sólo pueden girar en una dirección fija, la fuerza producida  $f_i$  siempre es positiva. El motor  $M_1$  y el motor  $M_3$  giran en sentido anti-horario mientras los motores  $M_2$  y  $M_4$  giran en sentido horario (ver Fig. 2.2). Con esta disposición, los efectos giroscópicos y el torque aerodinámico se cancelan. El empuje total T es la suma del empuje individual de cada motor ( $T = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$ ).

Dependiendo de como se ubique el sistema de coordenadas cuerpo en el cuadrirrotor se pueden tener dos configuraciones básicas, la configuración "diamante" (+) y la configuración "cuadrada" (×).En la configuración "diamante" (eq. 2.1) el par de motores que gira en la misma dirección son puestos en los eje x y y del sistema de coordenadas cuerpo B. Con esta configuración es fácil controlar la aeronave ya que cada movimiento (en la dirección x o y) requiere solamente de la variación de la velocidad de los dos motores ubicados en la dirección deseada.La configuración "cuadrada" (eq.2.2), por otra parte, requiere que los motores sean puestos en cada cuadrante del sistema de coordenadas cuerpo. En esta configuración, cada movimiento requiere que los cuatro motores varíen su velocidad de rotación.

Configuración × 
$$\begin{bmatrix} \tau_{\phi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_2 - f_4)l \\ (f_3 - f_1)l \\ (f_1 + f_3 - f_2 - f_4)b \end{bmatrix}$$
(2.1)

**Configuración** + 
$$\begin{bmatrix} \tau_{\phi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_1 + f_2 - f_3 - f_4)l \\ (f_2 + f_3 - f_1 - f_4)l \\ (f_1 + f_3 - f_2 - f_4)b \end{bmatrix}$$
(2.2)

donde l es la distancia del eje del rotor al centro de masa del cuadrirotor y b es la relación entre la velocidad de rotación y el torque del motor.

Un punto muy importante es que la suma del empuje de los cuatro rotores siempre se debe conservar constante para mantener el vehículo en el aire, si reducimos el empuje en un rotor para desplazar al vehículo linealmente, este deberá ser compensado por el resto de los rotores, con el fin de mantener el empuje de sustentación.

El modelo dinámico del cuadrirrotor ha sido abordado en numerosos trabajos y utilizados en diferentes formalismos, principalmente las ecuaciones en obtenidas de Euler - Lagrange y la segunda ley de Newton. El modelo dinámico del cuadrirrotor se obtiene utilizando el enfoque de Quasi–Lagrange que es una variación de Euler–Lagrange descrito en Quasi–coordenadas, tomare el procedimiento utilizado en la tesis. Tomaremos como referencial al procedimiento utilizado en la tesis [4]. Para obtener el modelo dinámico se representa el cuadrirrotor como un cuerpo rígido evolucionando en tres dimensiones, con masa m, una matriz de inercia J y sujeto a la fuerza gravitacional, una fuerza principal y tres momentos o pares. La dinámica de los cuatro motores es relativamente rápida por lo tanto se despreciará al igual que la flexibilidad de las hélices.



Figura 2.3: Marcos de referencia del Cuadrirrotor

Considérese un marco de coordenadas inercial  $I = \{E_x, E_y, E_z\}$  y un marco de coordenadas fijo al cuerpo  $B = \{e_x, e_y, e_z\}$  (véase la Fig. 2.3). Por lo tanto las coordenadas generalizadas del cuadrirrotor pueden escribirse como:

$$\xi = [x, y, z] \tag{2.3}$$

$$\Phi = [\phi, \theta, \psi] \tag{2.4}$$

donde (2.3) denota la posición del centro de masa del cuadrirrotor y (2.4) los tres ángulos de Euler: alabeo, cabeceo y guiñada, respectivamente. Definiendo el lagrangiano como:

$$L = \frac{1}{2}\dot{\xi}^T m\dot{\xi} + \frac{1}{2}\Omega^T J\Omega - mgz \qquad (2.5)$$

Aplicando las ecuaciones de Euler-Lagrange en términos de Quasi-coordenadas y puesto que el lagrangiano no contiene términos combinados de  $\xi$  y  $\Omega$  la dinámica del cuadrirrotor puede ser expresada de la siguiente manera:

$$m\ddot{\xi} = TRe_z - mgE_z \tag{2.6}$$

$$J\Omega = -\Omega_x J\Omega + \Gamma \tag{2.7}$$

donde T es el empuje total de los cuatro rotores en coordenadas cuerpo y actúa en la dirección  $e_z$ , el peso del cuadrirrotor se encuentra en dirección  $E_z$ .  $\Gamma = [\tau_{\phi}, \tau_{\theta}, \tau_{\psi}]^T$  es el torque de control definido en coordenadas cuerpo B mientras que

$$\Omega = [p, q, r]^T \tag{2.8}$$

representa la velocidad angular en los ejes cuerpo B.  $\Omega_x$  representa la matriz anti-simétrica tal que  $\Omega_x v = \Omega \times v$ , es decir, el producto cruz entre dos vectores. Res la matriz de rotación, también llamada matriz de cosenos directores y representa la orientación del cuadrirotor. Esta matriz se utiliza para expresar el empuje en el marco de referencia inercial y está dada por

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\psi\sin\theta\sin\phi - \sin\psi\cos\phi & \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi\\ \cos\theta\sin\psi & \sin\psi\sin\theta\sin\phi + \cos\psi\cos\phi & \sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi\\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}$$
(2.9)

La relación de la velocidades angulares  $\Omega$  las velocidades generalizadas  $\Phi$  (en la región donde los ángulos de Euler son válidos) se obtiene a partir de las propiedades de orto-normalidad de la matriz de rotación R y está dada por:

$$\dot{\Phi} = W_{\eta}^{-1}\Omega \tag{2.10}$$

donde:

$$W_{\eta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \cos\theta\sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}$$
(2.11)

Por lo tanto el modelo dinámico del cuatri<br/>rotor expresado en coordenadas  $\xi$ y $\Phi$ está dado por

$$m\ddot{\xi} = RTe_3 - mgE_3 \tag{2.12}$$

$$JW_{\eta}\ddot{\Phi} = -J\dot{W}_{\eta}\dot{\Phi} - (W_{\eta}\dot{\Phi})_{x}JW_{\eta}\dot{\Phi} + \Gamma$$
(2.13)

Dependiendo de la configuración del cuadrirrotor se relaciona la salida de control  $\Gamma$  con la fuerza de los motores mediante las ecuaciones 2.1 y 2.2.

# Capítulo 3

# Control de robot móvil tipo diferencial (2,0)

### 3.1. Control de seguimiento

Se han escrito diferentes técnicas donde se abordan el control de seguimiento de trayectoria de un robot móvil diferencial, tomando como referencia de control el punto medio entre los ejes de las ruedas de tracción, los trabajos mas sobresalientes son los siguientes: en el trabajo mostrado por [5] en la cual por medio de una extensión dinámica realiza la linealización completa del estado, existe singularidades cuando  $u_1 = 0$ . Otra solución muy interesante de mencionar es del trabajo [6] en la cual una retroalimentación no lineal es utilizada para asegurar la estabilidad del estado. Existen otros trabajos con soluciones interesantes, desde el punto de vista discreto, uno de ellos es [7] que se basa en conmutaciones de la ley de control.

En el procedimiento siguiente se tomó la metodología descrita en [8] y [3] para proponer una solución exacta al problema en tiempo continuo la cual no presenta singularidades.

#### Planteamiento del controlador 3.1.1.



Figura 3.1: Robot diferencial

Se necesita que el vehículo siga una trayectoria deseada, al mismo tiempo que  $x_1 \rightarrow x_{1d}, x_2 \rightarrow x_{2d}, x_3 \rightarrow x_{3d}$  cuando  $t \rightarrow \infty$ 

Considerando el modelo cinemático de vehículo terrestre :

$$\dot{x}_1 = u_1 \cos(x_3)$$
  
 $\dot{x}_2 = u_1 \sin(x_3)$   
 $\dot{x}_3 = u_2$ 
(3.1)

Definimos los errores de la siguiente manera:

$$\tilde{x}_1 = x_1 - x_{1d}; \quad \tilde{x}_2 = x_2 - x_{2d}; \quad \tilde{x}_3 = x_3 - x_{3d}$$
(3.2)

Debido a que se requiere la convergencia de las variables de estado a los valores deseados, tenemos las siguientes señales de control virtual:

$$\xi_{1} = u_{1} \cos(x_{3}) \xi_{2} = u_{1} \sin(x_{3}) \xi_{3} = u_{2}$$
(3.3)

De lo anterior se puede deducir:

$$\xi_1 = \dot{x}_1(t); \quad \xi_2 = \dot{x}_2(t); \quad \xi_3 = \dot{x}_3(t)$$

Ahora se asignan las siguientes retroalimentaciones:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \dot{x}_{1d} - k_1 \tilde{x}_1 \\ \xi_2 &= \dot{x}_{2d} - k_2 \tilde{x}_2 \\ \xi_3 &= \dot{x}_{3d} - k_3 \tilde{x}_3 \end{aligned}$$
(3.4)

#### 3.1. CONTROL DE SEGUIMIENTO

Donde  $k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{R}^+$ 

A partir de las ecuaciones 3.1 obtenemos la retroalimentación:

$$u_1 = \xi_1 \cos(x_3) + \xi_2 \sin(x_3)$$
$$u_2 = \xi_3 \tag{3.5}$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.4 en las ecuaciones 3.5, obtenemos las siguientes retroalimentaciones:

$$u_{1} = (\dot{x}_{1d} - k_{1}\tilde{x}_{1})\cos(x_{3}) + (\dot{x}_{2d} - k_{2}\tilde{x}_{2})\sin(x_{3})$$
$$u_{2} = \dot{x}_{3d} - k_{3}\tilde{x}_{3}$$
(3.6)

Obtenemos el sistema en lazo cerrado con la retroalimentación

$$\dot{x}_{1} = (\dot{x}_{1d} - k_{1}\tilde{x}_{1})\cos^{2}(x_{3}) + (\dot{x}_{2d} - k_{2}\tilde{x}_{2})\sin(x_{3})\cos(x_{3})$$
$$\dot{x}_{2} = (\dot{x}_{1d} - k_{1}\tilde{x}_{1})\cos(x_{3})\sin(x_{3}) + (\dot{x}_{2d} - k_{2}\tilde{x}_{2})\sin^{2}(x_{3})$$
$$\dot{x}_{3} = \dot{x}_{3d} - k_{3}\tilde{x}_{3}$$
(3.7)

donde la convergencia de los estados a sus valores deseados no es fácil de establecer.

#### 3.1.2. Análisis del error de seguimiento

Tomando en cuenta el anterior análisis y para establecer mas fácil su convergencia se realizó el análisis del error de seguimiento, donde utilizaremos el error  $e_i$ , que representa el error tomando como referencia el eje del vehículo móvil, notemos que geométricamente los errores de seguimiento están representados como una proyección de la trayectoria deseada respecto a la real (fig. 3.1), es decir

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos x_3 & \sin x_3 & 0 \\ -\sin x_3 & \cos x_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix}$$
(3.8)

con una inversa globalmente definida en la forma,

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos x_3 & -\sin x_3 & 0 \\ \sin x_3 & \cos x_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$
(3.9)

Se puede notar en 3.9 que,

$$\dot{e}_3 = \dot{\tilde{x}}_3 = \omega - \omega_d = u_2 - u_{2d} \tag{3.10}$$

Por otra parte,

$$\dot{e}_2 = \frac{d}{dt} \left( \tilde{x}_2 \cos x_3 + \tilde{x}_1 \sin x_3 \right) = -u_2 e_1 + u_{1d} \sin e_3$$
(3.12)

obtenemos el sistema,

$$\dot{e}_1 = u_1 + u_2 e_2 - u_{1d} \cos e_3 
\dot{e}_2 = -u_2 e_1 + u_{1d} \sin e_3 
\dot{e}_3 = u_2 - u_{3d}$$
(3.13)

Por otra parte consideramos,

$$\begin{aligned} f_1 &= u_1 \cos x_3 &= \dot{x}_{1d} - k_1 \tilde{x}_1 \\ f_2 &= u_1 \sin x_3 &= \dot{x}_{2d} - k_2 \tilde{x}_2 \\ u_2 &= \dot{x}_{3d} - k_3 \tilde{x}_3 \end{aligned}$$
(3.14)

 ${\rm donde}$ 

$$u_1 = f_1 \cos x_3 + f_2 \sin x_3, \quad u_2 = \dot{x}_{3d} - k_3 \tilde{x}_3$$
 (3.15)

sustituyendo la ec. 3.14 en la ec. 3.15,

$$u_{1} = (\dot{x}_{1d} - k_{1}\tilde{x}_{1})\cos x_{3} + (\dot{x}_{2d} - k_{2}\tilde{x}_{2})\sin x_{3}$$

$$u_{2} = \dot{x}_{3d} - k_{3}\tilde{x}_{3} = u_{2d} - k_{3}\tilde{x}_{3}$$

$$u_{2} - u_{2d} = -k_{3}e_{3}$$

$$\dot{e}_{3} = -k_{3}e_{3}$$
(3.16)

Simplificamos  $u_1$  de la ecuación 3.16, tenemos.

 $u_{1} = (\dot{x}_{1d} - k_{1}\tilde{x}_{1})\cos x_{3} + (\dot{x}_{2d} - k_{2}\tilde{x}_{2})\sin x_{3}$   $= \dot{x}_{1d}\cos x_{3} + \dot{x}_{2d}\sin x_{3} - k_{1}(e_{1}\cos^{2}x_{3} - e_{2}\cos x_{3}\sin x_{3}) - k_{2}(e_{1}\sin^{2}x_{3} + e_{2}\cos x_{3}\sin x_{3})$   $+e_{2}\cos x_{3}\sin x_{3})$  $= \dot{x}_{1d}\cos x_{3} + \dot{x}_{2d}\sin x_{3} - (k_{1}\cos^{2}x_{3} + k_{2}\sin^{2}x_{3})e_{1} + (k_{1} + k_{2})e_{2}\cos x_{3}\sin x_{3}$ (3.17)

Sin perdida de generalidad, establecemos que  $k_1 = k_2 = k$ 

$$u_{1} = \dot{x}_{1d} \cos x_{3} + \dot{x}_{2d} \sin x_{3} - ke_{1}$$

$$= \dot{x}_{1d} \cos(\tilde{x}_{3} + x_{3d}) + \dot{x}_{2d} \sin(\tilde{x}_{3} + x_{3d}) - ke_{1}$$

$$= \dot{x}_{1d} (\cos \tilde{x}_{3} \cos x_{3d} - \sin \tilde{x}_{3} \sin x_{3d}) + \dot{x}_{2d} (\sin \tilde{x}_{3} \cos x_{3d} + \cos \tilde{x}_{3} \sin x_{3d}) - ke_{1}$$

$$= (\dot{x}_{1d} \cos x_{3d} + \dot{x}_{2d} \sin x_{3d}) \cos \tilde{x}_{3} + (\dot{x}_{2d} \cos x_{3d} - \dot{x}_{1d} \sin x_{3d}) \sin \tilde{x}_{3}$$

$$= u_{1d} \cos \tilde{x}_{3} - ke_{1}$$

$$= u_{1d} \cos e_{3} - ke_{1}$$
(3.18)

Finalmente, la retroalimentación se expresa en las coordenadas del error como,

$$\begin{aligned} u_1 &= u_{1d} \cos e_3 - k e_1 \\ u_2 &= u_{2d} - k_3 e_3 \end{aligned}$$
 (3.19)

La dinámica del sistema en lazo cerrado con la retroalimentación, resulta,

$$\dot{e}_1 = -ke_1 - k_3 e_2 e_3 + u_{2d} e_2 
\dot{e}_2 = k_3 e_1 e_3 + u_{1d} \sin e_3 - u_{2d} e_1 
\dot{e}_3 = -k_3 e_3$$
(3.20)

La convergencia de los errores  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$  implican la convergencia de los errores de seguimiento  $\tilde{x}_1$ ,  $\tilde{x}_2$ ,  $\tilde{x}_1$  y que el error  $e_3$  tiende exponencialmente a cero independiente de la evolución de  $e_1$  y  $e_2$ .

### 3.2. Simulación numérica

Para realizar la simulación del sistema con el seguimiento de la trayectoria deseada, se usó el software simulink de Matlab, se obtuvieron las gráficas de las posiciones y de los errores de seguimiento. En la figura 3.2 se observa el diagrama que se realizó en el programa.



Figura 3.2: Diagrama en Simulink (Ctrl: el control; Uniciclo: la planta)

#### 3.2.1. En trayectoria Circular

Para la simulación con la trayectoria circular se usó las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$x_d = 0.5\cos(at)$$
$$y_d = 0.5\sin(at)$$

donde  $a = \frac{\pi}{20}$ 

Para la simulación también se ocuparon los siguientes valores:

$$k_1 = 0,3;$$
  $k_2 = 0,3$   $k_3 = 0,7$   
 $x_0 = 1m$   $y_0 = 0m$   $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ 

En la figura 3.3 se muestra la comparación de la trayectoria deseada con la real, se puede observar como la trayectoria real converge a la trayectoria deseada partiendo desde un punto inicial fuera de la circunferencia.



Figura 3.3: Trayectoria del vehículo

En la figura 3.4, se muestra con mayor claridad el seguimiento de la trayectoria, el error de posición X y Y converge a 0. Lo que significa que genera de manera correcta la trayectoria deseada. Además en la figura 3.5 se muestra como el error del ángulo de orientación también converge a 0, lo que indica que además de seguir la trayectoria también sigue la orientación deseada.



Figura 3.4: Error de Posición en X y Y



Figura 3.5: Error de orientación  $\theta$ 

En la gráfica 3.6 y 3.7 se puede observar las señales de control, la velocidad lineal con respecto al marco del vehículo móvil y la velocidad angular, respectivamente, los valores no soy muy altos lo que indica que no llega a una saturación.



Figura 3.6: Velocidad lineal



Figura 3.7: Velocidad angular

#### 3.2.2. En trayectoria de Lemniscata

Para la simulación con la trayectoria de Lemniscata se usó las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$x_d = 0.7 \cos(at) + 0.6$$
  
 $y_d = 0.4 \sin(2at) - 0.4$ 

donde  $a = \frac{\pi}{20}$ 

Para la simulación también se ocuparon los siguientes valores:

$$k_1 = 0,3;$$
  $k_2 = 0,3$   $k_3 = 0,7$   
 $x_0 = 1m$   $y_0 = 0m$   $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$  rad

#### 3.2. SIMULACIÓN NUMÉRICA

En la figura 3.8 se muestra la comparación de la trayectoria deseada con la real, se puede observar como la trayectoria real converge a la trayectoria deseada partiendo desde un punto inicial fuera de la lemniscata.



Figura 3.8: Trayectoria del vehículo

En las figuras 3.9 y 3.10, se puede observar los errores de posición y de orientación, respectivamente, se puede notar que en las dos gráficas sus valores convergen a 0, lo que indica que sigue de manera correcta la trayectoria deseada.



Figura 3.9: Error de Posición en X y Y



Figura 3.10: Error de orientación  $\theta$ 

En las gráficas 3.11 y 3.12 se muestran nuestras señales de control, la velocidad lineal y angular, la velocidad angular es oscilatorio alrededor de 0 debido a que en la trayectoria existen cambios de dirección del giro del vehículo.



Figura 3.11: Velocidad lineal



Figura 3.12: Velocidad angular

# Capítulo 4

# Control de vehículo aéreo (cuatrirrotor)

### 4.1. Control de orientación

Para el control de orientación del cuatrirotor se utiliza un control lineal tipo Proporcional- Derivativo (PD), de tal forma que, definiendo el error de orientación como

$$\tilde{\Phi} = \Phi^d - \Phi \tag{4.1}$$

se tiene que la entrada de control  $\Gamma$  está dada por

$$\Gamma = k_{do}\tilde{\tilde{\Phi}} + k_{po}\tilde{\Phi} \tag{4.2}$$

con  $k_{do}$  y  $k_{po} \in \mathbb{R}^+$  siendo  $\Phi^d$  la orientación deseada.

### 4.2. Control del seguimiento y de altura

Para este control se propone un control jerárquico (también llamado control en cascada) asumiendo que la dinámica de orientación en lazo cerrado converge mucho más rápido que la dinámica de traslación, por lo cual es posible separar el modelo en dos subsistemas independientes [12]. El esquema de control, como se muestra en la Figura 4.1 consiste en diseñar un control para la dinámica traslacional tal que garantice el control de posición. Este control tendrá como entrada el vector de posición  $\xi$  y el vector de posiciones deseadas  $\xi_d$  y como salida proporcionará los ángulos deseados de alabeo ( $\phi_d$ ) y cabeceo ( $\theta_d$ ) que posteriormente serán tomados como entradas para el control de orientación[4].



Figura 4.1: Esquema de control en cascada: Linealización exacta

Para el control de posición se define el error de posición  $\tilde{\xi}$  de la siguiente manera

$$\tilde{\xi} = \xi_d - \xi \tag{4.3}$$

Sustituyendo la segunda derivada de la ecuación (4.3) en el modelo dinámico del cuadrirrotor (2.6) se tiene

$$m\ddot{\tilde{\xi}} = -TRe_z + mgE_z + m\ddot{\xi}_d \tag{4.4}$$

Tomando el término  $TRe_z$  como entrada de control y renombrándolo como  $F_d$ , se emplea una linealización exacta entrada estado como ley de control y se define  $v_1$ como una nueva entrada de control

$$F_d = m(gE_z + \ddot{\xi}_d + v_1) \tag{4.5}$$

Sustituyendo (4.5) en (4.4) se obtiene

$$\ddot{\tilde{\xi}} = -\upsilon_1 \tag{4.6}$$

Al seleccionar

$$\upsilon_1 = k_{pt}\tilde{\xi} + k_{dt}\dot{\tilde{\xi}} \tag{4.7}$$

se tiene que

$$\ddot{\tilde{\xi}} = -k_{pt}\tilde{\xi} - k_{dt}\dot{\tilde{\xi}}$$
(4.8)

donde  $k_{pt}$  y  $k_{dt} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  son vectores de ganancias y es suficiente que sus componentes estén en  $\mathbb{R}^+$  para hacer que la dinámica del error sea asintóticamente estable.

Asumiendo que la dinámica de los actuadores es despreciable con respecto a la dinámica del cuerpo rígido del cuadrirotor, el valor  $T_d$  se considera que es alcanzado

instantáneamente por T. Por lo tanto, se tiene que  $F_d = TR_d e_z$ , donde  $R_d$  es la orientación deseada del cuadrirotor. Teniendo en cuenta que este vector se puede dividir en su magnitud,  $T = ||F_d||$ , representa la primera entrada de control y su dirección es

$$R_d e_z = \begin{bmatrix} R_{dx} \\ R_{dy} \\ R_{dz} \end{bmatrix} = \frac{F_d}{T}$$
(4.9)

A partir de (4.9) se tiene que

$$\begin{bmatrix} R_{dx} \\ R_{dy} \\ R_{dz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S\psi_d S\phi_d + C\psi_d S\theta_d C\phi_d \\ C\psi_d S\phi_d + S\psi_d S\theta_d C\phi_d \\ C\theta_d C\phi_d \end{bmatrix}$$
(4.10)

tomando $\psi_d$  como un valor constante es posible resolver para  $\phi_d$  y  $\theta_d$  , obteniéndose

$$\phi_d = \arcsin\left(-\frac{R_{dy} - R_{dx} \tan \psi_d}{\sin \psi_d \tan \psi_d + \cos \psi_d}\right) \tag{4.11}$$

$$\theta_d = \arcsin\left(\frac{R_{dx} - \sin\phi_d \sin\psi_d}{\cos\phi_d \cos\psi_d}\right) \tag{4.12}$$

donde  $\begin{bmatrix} R_{dx} & R_{dy} & R_{dz} \end{bmatrix}^T$  se obtiene al sustituir la ecuación (4.5) en (4.9). Para que las ecuaciones (4.11) y (4.12) tengan solución el argumento de función arcsin() debe pertenecer al dominio de la misma  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$ . Es fácil notar que  $R_{dx}$ ,  $R_{dy} \leq 1$ .

Es fácil notar que se pueden presentar singularidades en las ecuaciones (4.11) y (4.12) ante maniobras que requieran valores de  $\phi_d \approx \pi/2$ . Sin embargo, el alcance de este trabajo no contempla este tipo de maniobras, por lo que se asume que los ángulos  $\phi_d$  y  $\theta_d$  se mantienen en valores pequeños, evitando las singularidades.

### 4.3. Simulación numérica del cuadrirrotor

Para realizar la simulación del sistema con el seguimiento de la trayectoria deseada, se usó el software simulink de Matlab, se obtuvieron las gráficas de las posiciones y de los errores de seguimiento. En la figura 3.2 se observa el diagrama que se realizó en el programa.



Figura 4.2: Diagrama en Simulink

#### 4.3.1. En trayectoria de elipse

Para la simulación con la trayectoria en forma de elipse se usó las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$x_d = 0.7\cos(at)$$
$$y_d = 0.4\sin(at)$$

donde  $a = \frac{\pi}{40}$ 

Para la simulación también se ocuparon los siguientes valores:

$$k_{do} = [0,5,0,5,0,5]; \quad k_{po} = [1,1,1] \quad k_{dt} = [3,3,3] \quad k_{pt} = [5,5,5]$$
  
$$\xi = [0,0,0] \ m \quad \Phi = [0,2,0,1,0,15] \ rad \quad g = 9,81 \ m/s^2 \quad masa = 0,6 \ kg$$

En la figura 4.3 se muestra la comparación de la trayectoria deseada con la real, en la primera se muestra en 3D y la segunda en 2D, se puede observar como la trayectoria real converge a la trayectoria deseada partiendo desde un punto inicial dado en los datos de simulación.


Figura 4.3: Trayectoria del Cuadrirotor en 3D y 2D

En las figuras 4.4 y 4.5, se puede observar los errores de posición y de orientación, respectivamente, se puede notar que las dos gráficas sus valores convergen a 0, lo que indica que sigue de manera correcta la trayectoria deseada.



Figura 4.4: Error de Posición en X, Y y Z



Figura 4.5: Error de orientación roll, pitch y yaw

En las gráficas 4.6 y 4.7 se muestran nuestras señales de control, la fuerzas de empuje en las tres direcciones y los torque generados sobre los tres ejes , como podemos observar en las gráficas de las fuerzas de empuje, existe mayor empuje en

la dirección en z debido a que es la que provoca elevar el cuadrirotor a la altura deseada, en las gráficas del torque se analiza que tienden a cero, aunque por las dimensiones no se puede notar que existe una oscilación en los ejes x y y alrededor de cero, ya que estos permiten la inclinación para desplazamiento del drone en el plano X - Y, mientras que para en el eje z es muy independiente del dezplamiento debido a que es un vehículo omnidireccional.



Figura 4.6: Fuerzas de empuje



Figura 4.7: Torques

#### 4.3.2. En trayectoria de lemniscata

Para la simulación con la trayectoria en forma de lemniscata se usó las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$x_d = 0.7 \cos(at) + 0.2$$
  
 $y_d = 0.4 \sin(2at) - 0.1$   
 $z_d = 0.5 m$ 

donde  $a = \frac{\pi}{40}$ 

Para la simulación también se ocuparon los siguientes valores:

$$k_{do} = [0,5,0,5,0,5]; \quad k_{po} = [1,1,1] \quad k_{dt} = [3,3,3] \quad k_{pt} = [5,5,5]$$
  
$$\xi = [0,0,0] \quad m \quad \Phi = [0,2,0,1,0,15] \quad rad \quad g = 9,81 \quad m/s^2 \quad masa = 0,6 \quad kg$$

En la figura 4.8 se muestra la comparación de la trayectoria deseada con la real, en la primera se muestra en 3D y la segunda en 2D, se puede observar como la trayectoria real converge a la trayectoria deseada partiendo desde un punto inicial dado en los datos de simulación.



Figura 4.8: Trayectoria del Cuadrirotor en 3D y 2D

En las figuras 4.9 y 4.10, se puede observar los errores de posición y de orientación, respectivamente, se puede notar que las dos gráficas sus valores convergen a 0, lo que indica que sigue de manera correcta la trayectoria deseada.



Figura 4.9: Error de Posición en X, Y y Z



Figura 4.10: Error de orientación roll, pitch y yaw

#### 4.3. SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL CUADRIRROTOR

En las gráficas 4.11 y 4.12 se muestran nuestras señales de control, la fuerzas de empuje en las tres direcciones y los torque generados sobre los tres ejes, como podemos observar en las gráficas de las fuerzas de empuje, existe mayor empuje en la dirección en z debido a que es la que provoca elevar el cuadrirotor a la altura deseada, en las gráficas del torque se analiza que tienden a cero, aunque por las dimensiones no se puede notar que existe una oscilación en los ejes x y y alrededor de cero, ya que estos permiten la inclinación para desplazamiento del drone en el plano X - Y, mientras que para en el eje z es muy independiente del dezplamiento debido a que es un vehículo omnidireccional.



Figura 4.11: Fuerzas de empuje



Figura 4.12: Torques

# Capítulo 5

# Control por sincronización

#### 5.1. Concepto de sincronización

El estudio sobre el control de formación de múltiples robots ha recibido mayor atención en los últimos años. Ejemplos de tareas de control de formaciones incluyen mantener la forma de la formación, entrar en una formación y el cambio entre formaciones. Las aplicaciones de interés incluyen la exploración, cooperatividad en robots de reconocimiento, el control de vuelo en formación, agrupación satélital y el control de los grupos de vehículos no tripulados.

En el caso clásico de seguimiento de trayectorias, cuando esta tarea se realiza en presencia de alguna perturbación, con un control que no considere el error de posición con respecto a los otros robots, no se tendrá un comportamiento que se pueda llamar coordinado. Por lo tanto, se debe plantear una estrategia de control que muestre una interacción entre los robots, que ante la presencia de perturbaciones en el sistema, el movimiento realizado por los robots cumpla con una formación que llamamos sincronizada. La estrategia de control debe ser tal que cada robot sólo requiera de un mínimo de información de otros robots para el cálculo de dicha estrategia de control.

La idea principal de control por sincronización es regular los movimientos de cada elemento de un grupo de vehículos para seguir una trayectoria deseada mientras se sincronizan sus movimientos con los de otros vehículos para mantener relaciones cinemáticas relativas, como es requerido en una formación.

Dividiremos el control de movimiento de cada robot en dos partes: una de ellas es conducir al robot a lo largo de la trayectoria deseada para lograr el control de seguimiento, que se define como la primera tarea, la otra es para sincronizar el movimiento de cada robot con la de dos robots cercanos para lograr el objetivo de sincronización, que se define como la segunda tarea.

## 5.2. Desarrollo del controlador de sincronización para el vehículo terrestre



Figura 5.1: Esquema de control

Donde  $q = [x, y]; X_3 = \theta$ Se hace entonces la asignación  $q_i = \begin{bmatrix} X_{i1} & X_{i2} \end{bmatrix}^T$ ,  $\tilde{q}_{i+1} = \tilde{x}_{i+1}$  y  $\tilde{q}_{i-1} = \tilde{x}_{i-1}$ 

El modelo de control de sincronización fue diseñado utilizando el modelo cinemático (5.1) del robot móvil diferencial (2,0) para establecer los errores de posición, seguimiento y acoplamiento, siendo este ultimo el utilizado para el control de posición y orientación del vehículo.

$$X_{i1} = v_i \cos(X_{i3})$$
  

$$\dot{X}_{i2} = v_i \sin(X_{i3})$$
  

$$\dot{X}_{i3} = \omega_i$$
(5.1)

Como se menciono con anterioridad el error de acoplamiento es una suma ponderada de los errores de posición y sincronización.Primero definimos nuestros errores de posición o seguimiento, como la diferencia entre la posición real y una trayectoria deseada.

$$\tilde{x}_{i1} = X_{i1} - X_{i1d} 
\tilde{x}_{i2} = X_{i2} - X_{i2d} 
\tilde{x}_{i3} = X_{i3} - X_{i3d}$$
(5.2)

El error de sincronización  $\epsilon_i$  se define como una función entre los errores de posición  $e_i$ , entre dos vehículos adyacentes [9] [10] [11].

$$\epsilon_i = C_i \tilde{x}_i - C_{i+1} \tilde{x}_{i+1} \tag{5.3}$$

Tenemos la ecuación de acoplamiento:

$$E_i = C_i \tilde{x}_i + \beta_i \int_0^t \left(\epsilon_i - \epsilon_{i+1}\right) d\tau$$
(5.4)

donde la matriz de ganancias  $\beta_i$ , queda definida como  $\beta_i = diag(\beta_{i1}, \beta_{i2}, \beta_{i3}), \beta_{ij} \in R$ . La estrategia de control se obtiene a partir del error de acoplamiento al considerara la evolución en el tiempo:

$$\dot{E}_i = C_i \dot{\tilde{x}}_i + \beta_i \left(\epsilon_i - \epsilon_{i+1}\right) \tag{5.5}$$

Sustituimos los errores de posición 5.2 en la ecuación 5.5

$$\dot{E}_{i} = \begin{bmatrix} \dot{E}_{i1} \\ \dot{E}_{i2} \\ \dot{E}_{i3} \end{bmatrix} = C_{i} \begin{bmatrix} \dot{X}_{i1} - \dot{X}_{i1d} \\ \dot{X}_{i2} - \dot{X}_{i2d} \\ \dot{X}_{i3} - \dot{X}_{i3d} \end{bmatrix} + \beta_{i} \begin{bmatrix} \epsilon_{i1} - \epsilon_{(i+1)1} \\ \epsilon_{i2} - \epsilon_{(i+1)2} \\ \epsilon_{i3} - \epsilon_{(i+1)3} \end{bmatrix}$$
(5.6)

Sustituimos las ecuaciones del modelo cinemático 5.1 en la ecuación 5.6, obtenemos:

$$\dot{E}_{i} = \begin{bmatrix} E_{i1} \\ \dot{E}_{i2} \\ \dot{E}_{i3} \end{bmatrix} = C_{i} \begin{bmatrix} v_{i} \cos(X_{i3}) - X_{i1d} \\ v_{i} \sin(X_{i3}) - \dot{X}_{i2d} \\ \omega_{i} - \dot{X}_{i3d} \end{bmatrix} + \beta_{i} \begin{bmatrix} \epsilon_{i1} - \epsilon_{(i+1)1} \\ \epsilon_{i2} - \epsilon_{(i+1)2} \\ \epsilon_{i3} - \epsilon_{(i+1)3} \end{bmatrix}$$
(5.7)

Tenemos el sistema en función de los errores, reagrupando obtenemos:

$$\dot{E}_{i1} = C_{i1}v_i\cos(X_{i3}) - C_{i1}\dot{X}_{i1d} + \beta_{i1}(\epsilon_{i1} - \epsilon_{(i+1)1}) 
\dot{E}_{i2} = C_{i2}v_i\sin(X_{i3}) - C_{i2}\dot{X}_{i2d} + \beta_{i2}(\epsilon_{i2} - \epsilon_{(i+1)2}) 
\dot{E}_{i3} = C_{i3}\omega_i - C_{i3}\dot{X}_{i3d} + \beta_{i3}(\epsilon_{i3} - \epsilon_{(i+1)3})$$
(5.8)

Asignamos los controles virtuales a las señales  $\dot{E}_{i1}, \dot{E}_{i2}, \dot{E}_{i3}$  en la forma:

$$\dot{E}_{i1} = u_{i1}$$
  $\dot{E}_{i2} = u_{i2}$   $\dot{E}_{i3} = u_{i3}$  (5.9)

Entonces obtenemos:

$$u_{i1} = C_{i1}v_i\cos(X_{i3}) - C_{i1}\dot{X}_{i1d} + \beta_{i1}(\epsilon_{i1} - \epsilon_{(i+1)1})$$
  

$$u_{i2} = C_{i2}v_i\sin(X_{i3}) - C_{i2}\dot{X}_{i2d} + \beta_{i2}(\epsilon_{i2} - \epsilon_{(i+1)2})$$
  

$$u_{i3} = C_{i3}\omega_i - C_{i3}\dot{X}_{i3d} + \beta_{i3}(\epsilon_{i3} - \epsilon_{(i+1)3})$$
(5.10)

De las ecuaciones 5.10 despejamos  $v_i$  y  $\omega_i$ 

$$\upsilon_{i} = \left[\frac{u_{i1}}{C_{i1}} + \dot{X}_{i1d} - \frac{\beta_{i1}}{C_{i1}}(\epsilon_{i1} - \epsilon_{(i+1)1})\right] \cos X_{i3} + \left[\frac{u_{i2}}{C_{i2}} + \dot{X}_{i2d} - \frac{\beta_{i2}}{C_{i2}}(\epsilon_{i2} - \epsilon_{(i+1)2})\right] \sin X_{i3}$$
$$\omega_{i} = \frac{u_{i3}}{C_{i3}} + \dot{X}_{i3d} - \frac{\beta_{i3}}{C_{i3}}(\epsilon_{i3} - \epsilon_{(i+1)3})$$
(5.11)

donde el valor de las variables virtuales de control  $u_{i1}$ ,  $u_{i2}$  y  $u_{i3}$  quedan representados de la siguiente forma:

$$u_{i1} = k_{i1}E_{i1}$$
  

$$u_{i2} = k_{i2}E_{i2}$$
  

$$u_{i3} = k_{i3}E_{i3}$$
  
(5.12)

Donde:

 $k_{i1}, k_{i2}$  y  $k_{i3}$ : son ganancias constantes positivas

Y los valores de  $E_{i1}, E_{i2}$  y  $E_{i3}$  son de acuerdo a la ecuación 5.4:

$$E_{i1} = C_{i1}\tilde{x}_{i1} + \beta_{i1} \int_0^t \left(\epsilon_{i1} - \epsilon_{(i+1)1}\right) d\tau$$
  

$$E_{i2} = C_{i2}\tilde{x}_{i2} + \beta_{i2} \int_0^t \left(\epsilon_{i2} - \epsilon_{(i+1)2}\right) d\tau$$
  

$$E_{i3} = C_{i3}\tilde{x}_{i3} + \beta_{i3} \int_0^t \left(\epsilon_{i3} - \epsilon_{(i+1)3}\right) d\tau$$
(5.13)

## 5.3. Desarrollo del controlador de sincronización para el cuadrirrotor

Asumiendo que la dinámica de rotación en lazo cerrado converge mucho más rápido que la translacional, es posible separar el modelo en dos subsistemas independientes[12]. La estrategia, como se muestra en la figura 5.2, consiste en diseñar un control para la dinámica translacional tal que garantice el seguimiento de una trayectoria, de tal manera que proporcione como salida la orientación deseada a ser alimentada al control de orientación. Una tercera ley de control es utilizada para el esquema de sincronización en el plano X-Y [4].



Figura 5.2: Esquema de control

Se hace entonces la asignación  $q_i = \begin{bmatrix} x_i & y_i \end{bmatrix}^T$ ,  $\tilde{q}_{i+1} = \tilde{x}_{i+1}$  y  $\tilde{q}_{i-1} = \tilde{x}_{i-1}$ 

La dinámica de traslación del i-ésimo cuadri<br/>rotor en el planoX-Y puede describirse como

$$\dot{x}_{i} = v_{xi} \cos \psi_{i} - v_{yi} \sin \psi_{i} 
\dot{y}_{i} = v_{xi} \sin \psi_{i} - v_{yi} \cos \psi_{i} 
\dot{\psi}_{i} = \omega_{i}$$
(5.14)

donde  $v_{xi}$  y  $v_{yi}$  son las velocidades en las componentes  $x_i$  e  $y_i$  en el marco de coordenadas fijo al cuerpo (B) del i-ésimo cuadrirotor y  $\omega_i$  es la velocidad angular de la guiñada. Como se mencionó antes, se supone que la dinámica de  $\psi_i$  evoluciona mucho más rápido que la de  $x_i$  e  $y_i$  hacia un valor deseado (por ejemplo, por medio de un control proporcional); de hecho, la dinámica de  $\psi_i$  está desacoplada de las dinámicas de  $x_i$  y  $y_i$  en (5.14). La dinámica del error de acoplamiento se obtiene entonces al derivar la ecuación (5.4) con respecto al tiempo, es decir

$$\dot{E}_i = C_i \dot{\tilde{x}}_i + \beta_i \left(\epsilon_i - \epsilon_{i+1}\right) \tag{5.15}$$

Definimos la derivada del error de posición

$$\dot{\tilde{x}}_i = \dot{x}_{id} - \dot{x}_i \tag{5.16}$$

Sustituyendo (5.16) y (5.14) en (5.15) se obtiene

$$\dot{E}_{i} = C_{i} \begin{bmatrix} x_{i1d} \\ x_{i2d} \end{bmatrix} - C_{i} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\psi_{i} & -\sin\psi_{i} \\ \sin\psi_{i} & \cos\psi_{i} \end{bmatrix}}_{M(\psi_{i})} \begin{bmatrix} \upsilon_{xi} \\ \upsilon_{yi} \end{bmatrix} + \beta_{i} \left(\epsilon_{i} - \epsilon_{i+1}\right)$$
(5.17)

A partir de la dinámica del error de acoplamiento (5.17) se desea diseñar un control que garantice que dicho error tienda a cero. Para esto se toma el vector de velocidades  $\begin{bmatrix} v_{xi} & v_{yi} \end{bmatrix}^T$  como entrada de control y lo renombraremos como  $\begin{bmatrix} v_{xid} & v_{yid} \end{bmatrix}^T$ . Se observa que la matriz  $M(\psi)$  es siempre de rango completo, entonces la ley de control linealizante toma la forma

$$\begin{bmatrix} \upsilon_{xi} \\ \upsilon_{yi} \end{bmatrix} = M^{-1}(\psi_i)C_i^{-1}\left(C_i \begin{bmatrix} x_{i1d} \\ x_{i2d} \end{bmatrix} + \beta_i \left(\epsilon_i - \epsilon_{i+1}\right) + \nu_2\right)$$
(5.18)

Sustituyendo (5.17) en (5.18) se tiene que

$$\dot{E}_i = -\nu_2 \tag{5.19}$$

y la nueva entrada de control  $\nu_2$  puede elegirse como

$$\nu_2 = k_f E_i \tag{5.20}$$

donde  $k_f$  es una matriz diagonal, y es suficiente que las componentes de su diagonal principal estén en  $\mathbb{R}^+$  para que el sistema

$$\dot{E}_i = -k_f E_i \tag{5.21}$$

converge asintóticamente a cero.

#### 5.4. Simulación en gazebo

Para la simulación en un entorno en 3D se utilizo gazebo, debido a su compatibilidad con ROS, se coloco un modelo de un Drone y modelo de un Turtle-bot en el entorno,como se observa en la fig. 5.3, para poder simular nuestro control de sincronización.

#### 5.4. SIMULACIÓN EN GAZEBO



Figura 5.3: Entorno de simulación en gazebo

Los parámetros utilizados para la simulación son los siguientes:

-Drone-  $X_0 = 0 \ m \quad Y_0 = 0 \ m \quad Z_0 = 0 \ m \quad yaw_0 = 0 \ rad$ -Turtle-bot- $X_0 = 0.3 \ m \quad Y_0 = 0.3 \ m \quad Z_0 = 0 \ m \quad yaw_0 = 0 \ rad$ 

#### 5.4.1. En trayectoria circular

En la fig 5.4 se puede observar como los vehículos siguen la trayectoria deseada, también se pueden observar que se aplican perturbaciones en distintos momentos de la trayectoria.



Figura 5.4: Trayectoria del drone y el vehículo terrestres en 2D y 3D

En la fig. 5.5 y 5.6 se muestra los errores de posición en los ejes X, Y y Z, se puede observar que converge a 0, a pesar de insertar perturbaciones, a los 22 seg se perturbó al vehículo terrestre y a los 68 seg al drone, se puede notar que las perturbaciones afectan mas al turtle-bot, debido a que es un robot diferencial (2,0) y el drone es omnidireccional, las perturbaciones se realizaron de manera manual durante la simulación en tiempo real, se cambio su posición del drone y del carrito en diferentes tiempos de la simulación para observar como afecta al vehículo contrario.



Figura 5.5: Errores de posición del drone en el ej<br/>e $X,\,Y$ yZ



Figura 5.6: Errores de posición del vehículo terrestre en el ejeX y Y

En las fig. 5.7 y 5.8 se muestran los errores de orientación alrededor del eje Z del Drone y del turtle-bot, respectivamente, donde se puede notar que al aplicar la perturbación solo afecta el error de orientación del vehículo terrestre, debido a su naturaleza diferencial. En la fig. 5.9 se observan los ángulos roll y pitch del Drone, que son afectados cuando existe movimiento en dirección en X y Y pero en pequeñas inclinaciones, con excepción de las partes donde se aplica una perturbación.



Figura 5.7: Errores de orientación del drone alrededor del eje ${\cal Z}$ 



Figura 5.8: Errores de orientación del vehículo terrestre en el eje Z



Figura 5.9: Ángulos de orientación del drone alrededor de los ejes X y Y

En las fig 5.10 y 5.11 se ilustran las gráficas del error de sincronización, donde se puede notar que converge alrededor de cero a pesar de los picos en donde se aplico la perturbación. Tanto el drone como el turtle-bot3 tienen un buen funcionamiento del control, las cantidades de los errores son relativamente pequeños y la respuesta a la perturbación es aceptable.



Figura 5.10: Errores de sincronización del drone en el ej<br/>eXyY



Figura 5.11: Errores de sincronización del vehículo terrestre en el eje X y Y

En la fig 5.12 se muestran las gráficas de la velocidad lineal y angular sobre el eje Z del Drone, son las variables de control para la altura y la orientación, como se puede observar son valores pequeños, debido a que existen pequeños cambios en la altura por la función a seguir y la orientación en Z es muy cercana a cero.



Figura 5.12: Velocidad lineal y angular del drone sobre el eje Z

En la fig 5.13 se observa la velocidad lineal y angular del vehículo terrestre, señales de control, donde se puede notar que presentan cantidades aceptables que están dentro de los valores de saturación impuestos por las especificaciones del Turtlebot3.



Figura 5.13: Velocidad lineal y angular del vehículo terrestre

En la fig5.14se il<br/>ustra la aceleración del drone en dirección en X y Y, señales de control.



Figura 5.14: Aceleración lineal del drone en los ejes X y Y

#### 5.4.2. En trayectoria de lemniscata

En la fig 5.15 se puede observar como los vehículos siguen la trayectoria deseada, también se pueden observar que se aplican perturbaciones en distintos momentos de la trayectoria.



Figura 5.15: Trayectoria del drone y el vehículo terrestres en 2D y 3D

En la fig. 5.16 y 5.17 se muestra los errores de posición en los ejes X, Y y Z, se puede observar que converge a 0, a pesar de insertar perturbaciones, a los 22 seg se perturbó al vehículo terrestre, a los 102 seg y 138 seg al drone, se puede notar que las perturbaciones afectan mas al turtle-bot, debido a que es un robot diferencial (2,0) y el drone es omnidireccional, la trayectoria suave ayuda a los vehículos a llegar a la trayectoria deseada mas rápido, las perturbaciones se realizaron de manera manual durante la simulación en tiempo real, se cambio su posición del drone y del carrito en diferentes tiempos de la simulación para observar como afecta al vehículo contrario.



Figura 5.16: Errores de posición del drone en el eje  $X, Y \neq Z$ 



Figura 5.17: Errores de posición del vehículo terrestre en el eje  $X \ge Y$ 

En las fig. 5.18 y 5.19 se muestran los errores de orientación alrededor del eje Z del Drone y del turtle-bot, respectivamente, donde se puede notar que al aplicar la perturbación afecta en mayor medida al error de orientación del vehículo terrestre, debido a su naturaleza diferencial, al drone es afectado pero en ángulos muy pequeños. En la fig. 5.9 se observan los ángulos roll y pitch del Drone, que son afectados cuando existe movimiento en dirección en X y Y pero en pequeñas inclinaciones, con excepción de las partes donde se aplica una perturbación.



Figura 5.18: Errores de orientación del drone al<br/>rededor del eje ${\cal Z}$ 



Figura 5.19: Errores de orientación del vehículo terrestre en el ej<br/>e ${\cal Z}$ 



Figura 5.20: Ángulos de orientación del drone alrededor de los ejes  $X \ge Y$ 

En las fig 5.21 y 5.22 se ilustran las gráficas del error de sincronización, donde se puede notar que converge alrededor de cero a pesar de los picos en donde se aplico la perturbación. Tanto el drone como el turtle-bot3 tienen un buen funcionamiento del control, las cantidades de los errores son relativamente pequeños y la respuesta a la perturbación es aceptable.



Figura 5.21: Errores de sincronización del drone en el ej<br/>eXyY



Figura 5.22: Errores de sincronización del vehículo terrestre en el eje X y Y

En la fig 5.23 se muestran las gráficas de la velocidad lineal y angular sobre el eje Z del Drone, son las variables de control para la altura y la orientación, como se puede observar son valores pequeños, debido a que existen pequeños cambios en la altura por la función a seguir y la orientación en Z es muy cercana a cero.



Figura 5.23: Velocidad lineal y angular del drone sobre el eje ${\cal Z}$ 

En la fig 5.24 se observa la velocidad lineal y angular del vehículo terrestre, señales de control, donde se puede notar que presentan cantidades aceptables que están dentro de los valores de saturación impuestos por las especificaciones del Turtlebot3.



Figura 5.24: Velocidad lineal y angular del vehículo terrestre sobre el eje ${\cal Z}$ 

En la fig5.14se ilustra la aceleración del drone en dirección en X y Y, para controlar la posición del drone.



Figura 5.25: Aceleración lineal del drone en los ejes X y Y

# Capítulo 6 Conclusión

Como se puede observar en las pruebas en Gazebo, el control de sincronización tiene un buen funcionamiento en diferentes trayectorias, aunque debido por la naturaleza de los vehículos, la respuesta del cuadrirrotor es mas rápida, por lo que al causar cualquier perturbación es mas notorio cuando se le aplica al vehículo terrestre, ya que tarda mas en corregir su trayectoria.

Se logro desarrollar el control que acopla los dos sistemas para un trabajo coordinado de los dos vehículos para realizar dos diferentes trayectorias, donde se observo un buen seguimiento de la trayectoria. Además se puede observar el efecto de la sincronización, al aplicar una perturbación en cualquiera de los vehículos.

Se logro desarrollar la simulación en Gazebo, en donde, este entorno virtual representa un acercamiento muy parecido a un entorno real y se puede observar con mas claridad el comportamiento del controlador.

Con el control en cascada

### 6.1. Trabajos futuros

Debido a circunstancias de salud publica se omitieron las pruebas físicas, para trabajos futuros se realizaran la pruebas físicas con los agentes y se agregaran mas vehículos, terrestres y aéreos. También se podría realizar simulaciones con otro tipo de controladores para mejorar el funcionamiento, además de realizar tareas mas especificas donde tengan que colaborar los agentes.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIÓN
## Bibliografía

- [1] MARCO ALBERTO ROSALDO SERRANO, Coordinación de movimiento para agentes heterogéneos, CINVESTAV, México, DF, Noviembre 2014.
- [2] MANUAL ALEJANDRO VALLEJO ALARCÓN, Control de Formación Líder-Seguidor por Backstepping para un Robot Tipo Uniciclo y un Cuadricóptero, CINVESTAV, Mexico, DF, Noviembre 2015.
- [3] MAYTE NALLELY OLIVARES CRUZ, Seguimiento de Trayectorias Libre de Singularidades para una clase de Robot Móviles no Hólonomos, CINVESTAV, México, DF, Enero 2016.
- [4] EVA SUMANO MEJIA, Sincronización de Cuadrirotores en Forma Coordinada, CINVESTAV, México, DF, Enero 2014.
- [5] B. D'ANDREA NOVEL, G. BASTIN, AND G. CAMPION, Dynamic feedback linearization of nonholonomic wheeled mobile robots, in Robotics and Automation, 1992. Proceedings., 1992 IEEE International Conference on, May 1992, pp. 2527–2532 vol.3.
- [6] G. KLANCAR, D. MATKO, AND S. BLAZIC, Mobile robot control on a reference path, Mediterranean Conference on Control and Automation, vol. 6, pp. 1343–1348, 2005.
- [7] F. ROSALES HERNÁNDEZ, M. VELASCO VILLA, AND R. CASTRO LINARES, Sincronización en tiempo discreto de robots móviles sujeto a retardos de tiempo, XV Congreso Latinoamericano de Control Automático, vol. Lima, Perú, 2012.
- [8] O. MARTINEZ-ZÚÑIGA, M. VELASCO-VILLA, AND R. CASTRO-LINARES, Control de seguimiento práctico de un robot móvil tipo (2,0) en tiempo discreto, Congreso Nacional de Control Automático, AMCA, vol. Baja California, 2013.
- [9] F. ROSALES-HERNÁNDEZ, M. VELASCO-VILLA, R. CASTRO-LINARES, B. DEL MURO-CUÉLLAR, AND M. A. HERNÁNDEZ-PÉREZ, Synchronization strategy for differentially driven mobile robots: discrete time approach, doi:

10.2316/journal.206.2015.1.206-4063, International Journal of Robotics and Automation, 2015.

- [10] D. SUN, Synchronization and Control of Multiagent Systems, CRC Press, 2011.
- [11] D. SUN, C. WANG, W. SHANG, AND G. FENG, A synchronization approach to trajectory tracking of multiple mobile robots while maintaining time-varying formations, IEEE Transactions on Robotics, vol. 25, pp. 1074 – 1086, 2009.
- [12] S. BERTRAND, N. GUÉNARD, T. HAMEL, H. PIET-LAHANIER, AND L. ECK, A hierarchical controller for miniature vtol uavs: Design and stability analysis using singular perturbation theory, ELSEVIER Control Engineering Practice, 19:1099–1108, 2011.