



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

UNIDAD ZACATENCO  
UMI LAFMIA 3175 CNRS

# **DESARROLLO Y CONTROL DE UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO DE ROTORES Y ALA ABATIBLE**

Tesis que presenta  
**M. en C. Luz María Sánchez Rivera**

Para obtener el grado de  
**Doctor en Ciencias**

En la especialidad de  
**Sistemas autónomos de navegación aérea y submarina**

Directores de Tesis:  
Dr. Rogelio Lozano Leal  
Dr. Alfredo Arias Montaña<sup>†</sup>

# Agradecimientos

---

Primeramente quiero agradecer a mi mamá, porque gracias a su esfuerzo, dedicación y paciencia hizo de mí una persona llena de metas y sueños que sin importar las circunstancias, se pueden hacer realidad.

A mis hermanos, por su apoyo y buenos ánimos que siempre me dieron para seguir adelante aun en los peores momentos.

A mis asesores, el Dr. Rogelio Lozano Leal por su paciencia, perseverancia, buen animo y por darme la oportunidad de trabajar en conjunto con él. Al Dr. Alfredo Arias Montaña por su disposición para seguir colaborando en otro proyecto más, sus enseñanzas, su tiempo y sobre todo por la confianza que tuvo en mí para impulsarme y recomendarme a realizar un posgrado más, siempre le estaré infinitamente agradecida.

Al Dr. Iván González por permitirme ser parte de proyectos académicos importantes, por sus enseñanzas, sus consejos y su buen animo. Al Dr. Sergio Salazar, por el apoyo ante cuestiones académicas y familiares que se suscitaron.

Al Dr. Ricardo López y Dr. Alejandro Dzul por formar parte de mi sinodales y sus invaluable sugerencias que aportaron para el mejoramiento del presente trabajo.

A mis profesores por sus enseñanzas compartidas y a mis compañeros y amigos que de alguna forma me apoyaron y brindaron de su conocimiento.

Al Laboratorio Franco-Mexicano de Automática e Informática (UMI-LAFMIA) y al Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (CINVESTAV), por brindarme la oportunidad de estudiar un posgrado.

Al departamento de becas de CONACYT, al Programa de Becas Elisa Acuña y a la Secretaría de Ciencia, Tecnología e Innovación de la Ciudad de México que a través del proyecto: "Diseñar, desarrollar e implementar mejoras en la plataforma digital de transporte público del Órgano Regulador de Transporte con No. de folio 922c21, me brindaron su valiosa ayuda económica y experiencias académicas.

Pero sobre todo, gracias a dios por prestarme vida, salud y por llenarme de bendiciones en cada instante de mi vida.

Sinceramente Luz María Sánchez Rivera

En memoria del Dr. Alfredo Arias Montaña



Vayas a donde vayas, ve con todo tu corazon

Confucio



Wherever you go, go with all your heart

Confusius

# Índice general

---

<b>Índice de tablas</b>	<b>VIII</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>IX</b>
<b>Resumen</b>	<b>XII</b>
<b>Abstrac</b>	<b>XIII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Descripción y funcionamiento del sistema de estudio . . . . .	3
1.2. Antecedentes . . . . .	4
1.3. Justificación . . . . .	8
1.4. Motivación . . . . .	9
1.5. Objetivos . . . . .	9
1.5.1. Objetivo general . . . . .	9
1.5.2. Objetivos específicos . . . . .	10
1.6. Metodología . . . . .	10
<b>2. Modelo dinámico no lineal</b>	<b>11</b>
2.1. Ejes de referencia y notación . . . . .	11
2.1.1. Marcos de referencia . . . . .	11
2.1.2. Variables de movimiento . . . . .	13
2.1.3. Transformación de los ejes . . . . .	14
2.1.3.1. Ejes cuerpo respecto a los ejes inerciales . . . . .	14
2.1.3.2. Ejes aerodinámicos respecto a los ejes cuerpo . . . . .	16
2.2. Fuerzas y momentos que actúan en el UAV . . . . .	17
2.2.1. Términos gravitacionales . . . . .	18
2.2.2. Términos aerodinámicos . . . . .	18
2.2.3. Términos de las superficies de control . . . . .	20
2.2.4. Términos de los motores . . . . .	20
2.2.5. Distribución de Fuerzas . . . . .	21
2.3. Tensor de inercia . . . . .	22
2.4. Ecuaciones de movimiento . . . . .	22
2.4.1. Dinámica traslacional . . . . .	23

2.4.1.1.	Fuerzas aerodinámicas ( $F_A^B$ ) . . . . .	23
2.4.1.2.	Fuerzas de las superficies de control ( $F_C^B$ ) . . . . .	24
2.4.1.3.	Fuerzas de los motores ( $F_M^B$ ) . . . . .	25
2.4.2.	Dinámica rotacional . . . . .	26
2.4.2.1.	Momentos aerodinámicos ( $\Gamma_A^B$ ) . . . . .	28
2.4.2.2.	Momentos de las superficies de control ( $\Gamma_C^B$ ) . . . . .	29
2.4.2.3.	Momentos de los motores ( $\Gamma_M^B$ ) . . . . .	30
2.4.3.	Dinámica completa del UAV . . . . .	32
<b>3.</b>	<b>Aerodinámica</b> . . . . .	<b>34</b>
3.1.	Rotor . . . . .	34
3.1.1.	Caracterización del rotor para vuelo vertical . . . . .	35
3.1.2.	Caracterización del rotor mediante banco de pruebas para vuelo en transición . . . . .	37
3.1.3.	Caracterización del rotor para vuelo horizontal . . . . .	38
3.2.	Ala . . . . .	38
3.2.1.	Caracterización del ala para vuelo vertical . . . . .	39
3.2.2.	Caracterización del ala para vuelo en transición . . . . .	40
3.2.2.1.	Sección del ala bajo el rotor . . . . .	41
3.2.2.2.	Sección del ala libre . . . . .	42
3.2.3.	Caracterización del ala para vuelo horizontal . . . . .	43
3.3.	Elevones como superficies de control . . . . .	44
3.3.1.	Caracterización de los elevones mediante un banco de pruebas . . . . .	44
3.3.2.	Momento de cabeceo con los elevones mediante CFD . . . . .	46
<b>4.</b>	<b>Diseño, construcción e instrumentación del UAV de doble ala abatible</b> . . . . .	<b>47</b>
4.1.	Diseño del UAV . . . . .	47
4.1.1.	Requerimientos generales . . . . .	48
4.1.1.1.	Requerimientos de misión . . . . .	48
4.1.2.	Concepto del diseño del UAV . . . . .	49
4.1.3.	Diseño detallado del UAV . . . . .	51
4.1.3.1.	Fuselaje . . . . .	51
4.1.3.2.	Ala . . . . .	52
4.1.3.3.	Empenaje . . . . .	55
4.1.3.4.	Rotor . . . . .	58
4.1.3.5.	Tren de aterrizaje . . . . .	60
4.1.3.6.	Superficies de control . . . . .	62
4.1.3.7.	Mecanismo de inclinación . . . . .	65
4.1.3.8.	Autopiloto y componentes electrónicos . . . . .	65
4.1.3.9.	Estación en tierra y comunicación . . . . .	67
4.1.3.10.	Fuente de alimentación . . . . .	69
4.2.	Construcción e instrumentación del UAV . . . . .	70
4.2.1.	Fabricación del fuselaje . . . . .	70
4.2.2.	Fabricación del Ala . . . . .	71
4.2.3.	Fabricación del empenaje . . . . .	71
4.2.4.	Fabricación del tren de aterrizaje . . . . .	72

4.2.5.	Fabricación de las superficies de control . . . . .	72
4.2.6.	Instrumentación del UAV . . . . .	73
4.3.	Ubicación del centro de gravedad . . . . .	74
4.3.1.	Centro de gravedad para el modo de vuelo vertical . . . . .	75
4.3.2.	Centro de gravedad para el modo de vuelo en transición y horizontal . . . . .	75
4.4.	Tensor de inercia del UAV . . . . .	75
4.5.	Prototipo de tipo ala y rotor abatibles . . . . .	76
<b>5.</b>	<b>Control del UAV</b>	<b>78</b>
5.1.	Dinámica de vuelo en modo vertical . . . . .	78
5.1.1.	Consideraciones para modo de vuelo vertical . . . . .	78
5.1.2.	Dinámica traslacional para vuelo vertical . . . . .	79
5.1.3.	Dinámica rotacional para vuelo vertical . . . . .	80
5.1.4.	Control de la dinámica longitudinal . . . . .	82
5.1.5.	Control de la dinámica lateral . . . . .	89
5.1.6.	Simulación numérica . . . . .	90
5.1.7.	Pruebas de vuelo en tiempo real . . . . .	96
5.2.	Dinámica de vuelo en modo de transición . . . . .	97
5.2.1.	Consideraciones para modo de vuelo en transición . . . . .	98
5.2.2.	Dinámica traslacional para transición . . . . .	99
5.2.3.	Dinámica rotacional para transición . . . . .	99
5.2.4.	Control de la dinámica longitudinal . . . . .	100
5.2.5.	Simulación numérica conjunta . . . . .	102
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>107</b>
6.1.	Conclusiones y trabajo a futuro . . . . .	107
6.2.	Publicaciones . . . . .	108
<b>A.</b>	<b>Prototipos previos</b>	<b>109</b>
A.1.	Tilt-wing con fuselaje plano . . . . .	109
A.2.	Ala delta . . . . .	110
A.3.	Tri-rotor . . . . .	110
A.4.	Bi-rotor . . . . .	111
A.5.	Tilt-wing con empenaje intercambiable . . . . .	112
A.6.	Segundo Tri-rotor . . . . .	112
<b>Bibliografía</b>		<b>114</b>

# Índice de tablas

---

1.1. Instituciones alrededor del mundo con vehículos de tipo ala abatible y sus especificaciones. . . . .	5
2.1. Variables de movimiento. . . . .	14
3.1. Datos de hélice y motor para transición. . . . .	37
3.2. Datos de helice y motor para vuelo horizontal. . . . .	38
3.3. Datos de helice y motor para vuelo horizontal. . . . .	40
4.1. Componentes principales del UAV para el diseño conceptual. . . . .	49
5.1. Rango de operación de los actuadores. . . . .	92
5.2. Parámetros. . . . .	92
5.3. Condiciones de simulación. . . . .	92
5.4. Parámetros de control. . . . .	92
5.5. Parámetros y/o condiciones de simulación. . . . .	102



# Índice de figuras

---

1.1. Etapas de vuelo del UAV Tilt-Wing. . . . .	3
2.1. UAV híbrido de tipo Tilt-Wing. . . . .	11
2.2. Marcos de referencia del UAV. . . . .	12
2.3. Notación de las variables de movimiento. . . . .	13
2.4. Rotación de $z_3$ sobre el ángulo de guiñada ( $\psi$ ). . . . .	15
2.5. Rotación de $y_2$ sobre el ángulo de cabeceo ( $\theta$ ). . . . .	15
2.6. Rotación de $x_1$ sobre el ángulo de alabeo ( $\phi$ ). . . . .	16
2.7. Referencial aerodinámico móvil respecto al referencial del cuerpo. . . . .	17
2.8. Fuerzas y momentos que actúan sobre el UAV. . . . .	18
2.9. Distribución de fuerzas que actúan sobre el UAV con respecto al $cg$ . . . . .	21
3.1. Motor brushless y especificaciones. . . . .	35
3.2. Hélice Slowfly 12x45. . . . .	35
3.3. Banco de pruebas para el estudio de la velocidad de aire generada por los rotores. . . . .	36
3.4. Acelerador vs propulsión del rotor. . . . .	36
3.5. Banco de pruebas de hélice con motor en transición . . . . .	37
3.6. Perfil NACA 0012. . . . .	38
3.7. Fuerza de arrastre del ala bajo el rotor. . . . .	39
3.8. Pruebas de empuje del rotor con el ala. . . . .	39
3.9. Trayectorias de vuelo de un Tilt-wing. . . . .	40
3.10. Secciones del ala. . . . .	41
3.11. Área del ala bajo el rotor. . . . .	42
3.12. Aproximación de la velocidad de avance y el ángulo de inclinación para transición. . . . .	42
3.13. Fuerzas aerodinámicas para transición. . . . .	43
3.14. Fuerzas del ala y los rotores para transición . . . . .	43
3.15. Rotores y elevones para vuelo vertical. . . . .	44
3.16. Momento de cabeceo para vuelo vertical en banco de pruebas. . . . .	45
3.17. Cálculo de momento de cabeceo por CFD. . . . .	46
4.1. Diseño en CAD del fuselaje . . . . .	52
4.2. Diseño en CAD del Ala. . . . .	55
4.3. Diseño en CAD del estabilizador horizontal. . . . .	57
4.4. Diseño en CAD del estabilizador vertical. . . . .	59

4.5. Motores sin escobillas (brushless).	60
4.6. Pruebas estáticas de motor y hélice.	61
4.7. Controlador de velocidad Afro Race Spec Mini ESC with BEC.	62
4.8. Diseño del alerón.	63
4.9. Diseño del elevador.	64
4.10. Diseño del timón.	64
4.11. Micro servo HD-1440A.	65
4.12. Servomotor metálico Tower Pro MG90S.	66
4.13. Controladora de vuelo Pixfalcon y componentes.	67
4.14. Software de estación en tierra.	68
4.15. Telemetría de 433 [MHz] y 915 [MHz].	68
4.16. Transmisor, receptor y radio Spektrum.	68
4.17. Batería Li-Po 3S 2200 mAh.	69
4.18. Módulo de alimentación.	69
4.19. Alarma de batería LiPo.	70
4.20. Fabricación del fuselaje.	70
4.21. Fabricación del ala.	71
4.22. Fabricación del empenaje	72
4.23. Tren de aterrizaje tipo patín.	72
4.24. Fabricación de las superficies de control aerodinámicas.	73
4.25. Diagrama de instrumentación del UAV.	74
4.26. Representación en CAD del $cg$ para modo de vuelo vertical.	75
4.27. Representación en CAD del $cg$ para modo de vuelo en transición y horizontal.	76
4.28. Tensor de inercia del UAV.	76
4.29. UAV de tipo ala y rotor abatible.	77
5.1. Modelo del UAV en modo VTOL en simulink.	91
5.2. Entrada $u_1$ en simulink.	91
5.3. Entrada $u_2$ en simulink.	91
5.4. Respuestas de los controladores.	93
5.5. Respuesta del control de altura.	94
5.6. Ángulo de cabeceo.	94
5.7. Desplazamiento en x.	95
5.8. Fuerza de arrastre aerodinámico.	95
5.9. Resultados de pruebas de vuelo entiendo real.	96
5.9. Resultados de pruebas de vuelo entiendo real.	97
5.10. Modelo del UAV en modo transición en Simulink.	102
5.11. Respuestas de los controladores durante la transición.	103
5.11. Respuestas de los controladores durante la transición.	104
5.12. Respuesta del control de altura durante la transición.	104
5.13. Ángulo de cabeceo durante la transición.	105
5.14. Posición en x.	105
5.14. Posición en x.	106
5.15. Fuerzas aerodinámicas y de los motores.	106
A.1. Prototipo con fuselaje plano.	109

A.2. Prototipo tipo ala delta. . . . .	110
A.3. Tri-rotor. . . . .	111
A.4. Bi-rotor. . . . .	111
A.5. Tri-rotor y Bi-rotor. . . . .	112
A.6. Segundo Tri-rotor. . . . .	113

# Resumen

---

En el presente trabajo se desarrolla un vehículo aéreo no tripulado (UAV) de tipo ala y rotor abatible. El vehículo posee la capacidad de volar en modo vertical y horizontal, la transición entre ambos modos de vuelo la realiza mediante un sistema de inclinación compuesto por el ala y los rotores.

Para el vuelo vertical se utilizan dos rotores y dos elevones como superficies de control, por otra parte, para vuelo horizontal se utilizan igualmente los dos rotores, así mismo, dos alerones, el elevador y el timón como superficies de control. Además, para la transición entre ambos modos de vuelo se utiliza un mecanismo para inclinar las alas y los rotores de 90 a 0 grados y viceversa.

Se diseña, construye e instrumenta un prototipo con la finalidad de contribuir en la investigación de esta nueva plataforma a través de la implementación de técnicas de control y vuelos experimentales.

Se plantea el modelo matemático no lineal completo, que incorpora la dinámica de vuelo vertical, horizontal y transición, utilizando la formulación de Newton-Euler, tomando en cuenta la influencia de aspectos aerodinámicos.

El análisis aerodinámico se realiza mediante simulación y en bancos de pruebas experimentales, permitiendo caracterizar los efectos aerodinámicos ante los cambios significativos que se presentan en los diferentes modos de vuelo, mismos que se agregan al modelo matemático.

Para corroborar la eficacia del modelo matemático, se implementan técnicas de control como saturaciones anidadas y realimentación negativa, con la finalidad de estudiar las etapas de vuelo más críticas, como lo son el vuelo en modo vertical y transición. Finalmente, se realizan simulaciones numéricas y vuelos experimentales para el modo de vuelo vertical, así como simulaciones numéricas para transición; mostrando resultados satisfactorios y permitiendo realizar vuelos exitosos.

# Abstrac

---

In the present work, an unmanned aerial vehicle (UAV) of tilt-wing type is developed. The vehicle has the ability to fly in vertical and horizontal mode, the transition between both flight modes is implemented by means of an inclination system integrated by the wing and the rotors.

For vertical flight two rotors and two elevons are used as control surfaces, besides, for horizontal flight the two rotors are also used, as well two ailerons, elevator and rudder as control surfaces. In addition, for the transition between both flight modes, a mechanism is used to tilt the wings and rotors from 90 to 0 degrees and vice versa.

A prototype is designed, built and instrumented to contribute with the investigation of this new platform through the implementation of control techniques and experimental flights.

The complete non-linear mathematical model is proposed, which incorporates the vertical, horizontal and transition flight dynamics, using the Newton-Euler formulation, including aerodynamic aspects.

The aerodynamic analysis is performed through simulation and experimental test benches, allowing to characterize the aerodynamic effects of significant changes that occur in different flight modes, which are added to the mathematical model.

To corroborate the mathematical model effectiveness, control techniques such nested saturation and negative feedback are implemented to study the most critical flight modes, such vertical and transition mode flight. Finally, numerical simulations and experimental flights are performed for the vertical flight mode, as well as numerical simulations for transition; showing satisfactory results and flights.

---

# Introducción

---

Durante la segunda guerra mundial se comenzó con el uso de los primeros aviones no tripulados como vehículos teledirigidos, no obstante, fue hasta finales del siglo XX cuando se comienza a utilizar el término UAV en los Vehículos Aéreos No Tripulados (por sus siglas en inglés, Unmanned Aerial Vehicle).

Los UAVs son vehículos aéreos que están diseñados para poder volar sin necesidad de un piloto a bordo, controlados remotamente desde una estación en tierra, llámese un operador o un sistema que asume las tareas de planificación y control de la misión, dependiendo de su autonomía.

Durante los últimos años, estos vehículos han ido tomando cada vez más auge en diferentes aplicaciones, constituyéndose como una alternativa ante la aviación tripulada en determinado tipo de misiones, desde las más sencillas hasta las más sofisticadas. Su aplicación en el campo militar y civil, viene demostrando grandes ventajas frente a las plataformas tripuladas en algunas áreas de acción como aquellas misiones de obtención de insumos para la cartografía, gestión de cultivos y áreas boscosas, control de incendios, monitoreo en emisiones de gases, planificación y control urbano, monitoreo de desastres e inundaciones, entre otras aplicaciones, donde es necesario el fácil y rápido despliegue en misión, gran maniobrabilidad, poder de acceso a sitios inaccesibles, mayor alcance y radio de operación, y sobre todo el resguardo de la vida de los pilotos (eliminación del factor humano).

Estas áreas de aplicación han impulsado la investigación y el desarrollo de nuevos y mejores vehículos con la finalidad de aumentar el nivel de autonomía, reducir el tamaño de los UAVs, entre otras mejoras. En la actualidad existen aproximadamente 450 organismos registrados, entre empresas privadas, sectores gubernamentales y académicos a nivel mundial que están involucrados en tareas de investigación para aplicaciones con este tipo de vehículos [1].

Por otra parte, en territorio nacional, algunas secretarías y organismos gubernamentales ya cuentan con UAVs para llevar a cabo sus tareas, entre las que destacan la SEDENA, SEMAR, CISEN, SSP, SGM, SAGARPA, etc. De igual forma, existen empresas privadas y sectores académicos que cuentan con algunos prototipos o contribuyen en la investigación de los mismos.

Como se menciona, los UAVs han ganado popularidad en los últimos años hasta el punto de

ser elementos clave de investigación a nivel empresarial, industrial, educativo, etc. Como consecuencia y debido al surgimiento de una gran diversidad de UAVs, por sus múltiples misiones que estos pueden desempeñar, surge la necesidad de elaborar una taxonomía para estos vehículos, no obstante, existen diferentes tipos de clasificaciones. Los UAVs por su tipo de sustentación se pueden clasificar en tres categorías principales:

- Ala fija: Constituidos por alas y propulsados por hélices o rotores. Capaces de volar a altas velocidades y con un amplio radio de operación. Sin embargo, para su ascenso y descenso, o recuperación, es necesario el uso de pistas de aterrizaje o equipo adicional.
- Multirotor: Su sistema de propulsión solo se compone de hélices o rotores. Útiles para volar en zonas urbanas o en interiores debido a su capacidad de realizar vuelos de sustentación. No requieren ninguna infraestructura para su despegue y aterrizaje. No obstante, su velocidad y duración de vuelo es baja, por lo tanto, su radio de operación es corto.

Con la finalidad de combinar las ventajas de los vehículos de ala fija y mutirotor, surge la idea de diseñar y construir nuevos prototipos que presentan ambas configuraciones.

- Híbridos: Une las capacidades de despegue y aterrizaje vertical, así como el vuelo en sustentación de los multirrotores y las altas velocidades y amplio rango de operación de vuelo en crucero típico del ala fija.

Por su modo de transición entre el vuelo vertical o VTOL (Vertical Take-Off and Landing) y el vuelo convencional, de crucero o CTOL (Conventional Take-Off and Landing), los vehículos híbridos se clasifican en dos categorías:

- Convertiplano: El fuselaje se mantiene siempre horizontal al plano de la tierra y en su mayoría, cuentan con un sistema de transición mecánico, el cual permite cambiar la orientación de las superficies sustentadoras.
- Cuerpo rotatorio o sentados en la cola (tail-sitter): Vehículo que se posiciona sobre su cola durante el despegue y aterrizaje vertical. Para realizar la transición entre ambos modos de vuelo, la estructura completa del vehículo se inclina y pasa de estar vertical a horizontal y viceversa.

A su vez, los convertiplanos, por su sistema de transición, se clasifican en: 1) Rotor abatible (Tilt-rotor), vehículo en el que los rotores se inclinan para efectuar el vuelo vertical y el vuelo en crucero; 2) Doble sistema (Dual-system), cuenta con dos sistemas de propulsión, en el primer sistema, las superficies sustentadoras se posicionan verticalmente, para el segundo sistema, las superficies propulsoras se orientan horizontalmente. Finalmente, 3) Ala abatible (Tilt-wing), donde la transición de vuelo se realiza mediante un par de sistemas de inclinación compuestos por sus rotores y alas.

Esta última y nueva estructura posee ciertas ventajas sobre los vehículos anteriormente mencionados. La peculiaridad de este último vehículo ha llevado a que sea un tema de investigación de sumo interés en los últimos años.

## 1.1. Descripción y funcionamiento del sistema de estudio

Como se menciona, un UAV de tipo Tilt-wing es aquel que puede convertir su vuelo vertical (configuración VTOL) a vuelo convencional (configuración CTOL), la transición entre ambos vuelos la realiza mediante un sistema de inclinación compuesto por el ala y los rotores. Las etapas de vuelo del UAV se muestran en la Figura 1.1 y se describen a continuación.

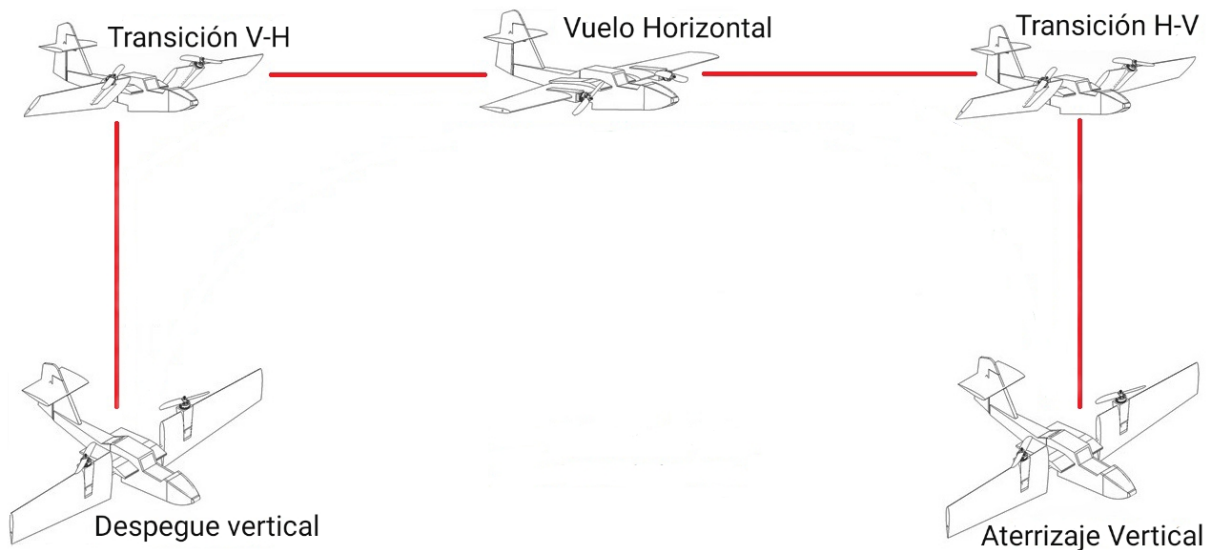


Figura 1.1: Etapas de vuelo del UAV Tilt-Wing.

Durante la primera etapa de vuelo, el mecanismo de inclinación posiciona verticalmente los rotores para el despegue y vuelo en sustentación del vehículo. El empuje es generado por dos rotores girando en direcciones opuestas (contrarrotativos) con la finalidad de eliminar el efecto torque. Ambos rotores permiten la sustentación del vehículo y el movimiento de alabeo. Para el movimiento de cabeceo y guiñada se hace uso de un par de elevones, los cuales se detallan en la sección 3.3.

La segunda etapa consiste en realizar la transición de vuelo vertical a horizontal, por tanto, el mecanismo se inclina hacia adelante, de tal forma que tanto el ala y el empuje de los rotores contribuyen con la sustentación de la aeronave.

Finalmente el vehículo comienza a volar de manera horizontal (tercera etapa de vuelo). El empuje de los rotores contribuye con el aumento de la velocidad de avance del UAV, mientras que para los movimientos de alabeo, cabeceo y guiñada, se hace uso de superficies de control como los alerones, elevador y timón, respectivamente (los detalles de las superficies de control se mencionan en la sección 4.1.3.6).

Para el aterrizaje, el vehículo vuelve a realizar la acción de transición, de tal manera que, pasa de un vuelo horizontal a un vuelo vertical.



## 1.2. Antecedentes

Los UAV híbridos de rotor y ala abatible (Tilt-wing), por su sistema tan peculiar de transición entre los vuelos VTOL y CTOL, han atraído la atención de muchos investigadores. Además, el desarrollo de técnicas de diseño y control en los UAVs, ha sido fundamentales para la fabricación y pruebas de vuelo de dichos vehículos. En la Tabla 1.1, se muestra una recopilación de instituciones ubicadas alrededor del mundo con plataformas realizadas y sus características estructurales de UAVs de tipo rotor y ala abatible .







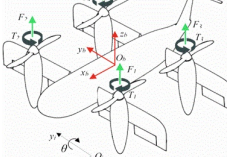




Investigadores de la NASA [2] desarrollaron un vehículo de 3 metros de envergadura llamado “GL-10 Greased Lightning” el cual cuenta con 10 motores con hélices plegables. Se pretende que el vehículo sea utilizado para fines de transporte de drones, entrega de paquetes, vigilancia de agricultura y mapeo, etc. Mediante simulaciones de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) proponen el diseño aerodinámico del vehículo. Para las pruebas de vuelo, implementaron controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID) en sus 3 diferentes modos de vuelo. Se realizaron 10 pruebas de vuelo en el exterior que incluyen el modo de transición con una inclinación de ángulo constante, obteniendo resultados exitosos. Por otra parte, Duvall [14], con el mismo vehículo realiza un estudio con el objetivo de caracterizar la hélice y reducir la contaminación acústica a causa de su gran número de motores, obteniendo elementos que afectan el ruido y características de rendimiento de la hélice.

Asimismo, estudiantes de la Universidad Estatal de Arizona han trabajado en el desarrollo de un vehículo de 4 motores llamado “HARVee”. Presentan el modelo aerodinámico no lineal en el que se captura la dinámica única del ala en la etapa de transición, para la cual se hace uso de puntos de operación ubicados en la trayectoria de transición. En [3] y [4] Dickeson *et al*, presentan un sistema de control  $H_\infty$  robusto y multivariable para la etapa de transición para dicho vehículo, en donde el análisis del rendimiento de robustez del controlador se realiza con respecto a la incertidumbre de la ubicación del centro de gravedad en dicha etapa.

Por otra parte, la Agencia Aeroespacial de Japón (JAXA) construye un primer prototipo llamado “QUX-02A” el cual se compone de una especie de ala tándem. Muraoka *et al*, en [5], obtienen las características aerodinámicas del vehículo mediante la realización de una serie de pruebas de túnel de viento, como el empuje de la hélice en modo VTOL, así como la estela que surge de la hélice y el ala, utilizando un Velocímetro por Imagen de Partículas (PIV). Aunado a ello, se realiza un Sistema de Control Primario de Vuelo (PFCS) en modo manual para el vuelo del vehículo en modo manual. Posteriormente, en [15] se diseña un Sistema de Aumento de Control y Estabilidad (SCAS) para la realización de vuelos completos (VTOL, transición y CTOL) del vehículo.

Un segundo vehículo de 2.3 [m] de envergadura y 4 motores llamado “AKITSU” es construido, en el que se desarrollan diversas temáticas para la mejora continua de su sistema de control en sus diferentes modos de vuelo. Sato *et al* [6], se enfocan en el vuelo de transición, por ello, primeramente, caracterizan la aerodinámica del vehículo en túnel de viento y con un método de estimación numérica. Posteriormente, proponen un método de diseño para controladores de vuelo estructurados de ganancia ajustable (*gain-scheduled*); el controlador se adapta a cambios aerodinámicos significativos debido al cambio de ángulo de las alas y los motores, el cual consiste en un sistema de aumento de estabilidad, aumento de control y coordinador

Tabla 1.1: Instituciones alrededor del mundo con vehículos de tipo ala abatible y sus especificaciones.

País	Instituto	UAV	Proyecto	NM*	Especificaciones
USA	NASA		GL-10 Greased Lightning [2]	10	Envergadura: 3 [m]
	Universidad Estatal de Arizona		HARVee [3]	4	Longitud: 1.3 [m], Envergadura: 1.7 [m], Peso: 12.2 [kg]
Japón	Agencia de exploración aeroespacial (JAXA)		QUX-02A [5]	4	Longitud: 1.1 [m], Envergadura: 1.3 [m], Peso: 3.4 [kg]
			AKITSU [6]	4	Longitud: 1.7 [m], Envergadura: 2.3 [m], Peso: 43.2 [kg]
			McART3 [7]	4	Longitud: 1.1 [m], Envergadura: 1.4 [m], Peso: 4.5 [kg]
	Universidad Nihon		QW-UAV [8]	4	Longitud: 1.3 [m], Envergadura: 1.8 [m], Peso: 1.2 [kg]
Túnez	Universidad de Túnez El Manar		QW (Quad Tilt-Wing) [9]	4	Peso: 1.2 [kg]
Suecia	Universidad Tecnológica de Lulea		Tilt wing UAV [10]	3	Longitud: 1.3 [m], Envergadura: 1.6 [m], Peso: 3.5 [kg]
China	Compañía Dongguan UNIQUE		XC-142 [11]	5	Longitud: 1 [m], Envergadura: 1.2 [m], Peso: 2.4 [kg]
Turquía	Universidad Sabanci		SUAVI [12]	4	Longitud: 1 [m], Envergadura: 1.2 [m], Peso: 2.4 [kg]
Alemania	DHL		Parcelcopter 3.0 [13]	2	Longitud: 2.2 [m], Envergadura: 1.8 [m], Peso: 4.2 [kg]

\* No. de motores.

de giro, mediante la combinación de un método convencional de diseño de un controlador de ganancia ajustable y un enfoque de modelos múltiples para satisfacer el requisito de robustez como errores de modelado, etc. Las ganancias se diseñan mediante la selección de varios puntos (siete ángulos de inclinación del ala preestablecidos de  $90^\circ$  a  $0^\circ$ ), que posteriormente se interpolan.

Además, Tran *et al* [16] y [7], trabajaron con un vehículo de igual configuración que el mencionado anteriormente, con 1.1 [m] de envergadura llamado “McART3”. De igual manera realizan pruebas en túnel de viento para determinar sus características aerodinámicas. Dentro de su trabajo, proponen un Sistema de Aumento de Control (CAS) basado en el Sistema de Aumento de Estabilidad (SAS) para la mejora del rendimiento del control, programado con 7 ángulos de inclinación durante el modo de transición. El propósito de dicho controlador es realizar un seguimiento de la orientación desde el piloto utilizando un método de regulación de salida robusto ante perturbaciones y errores de modelado.

De igual manera, en la Universidad de Túnez “El Manar”, Benkhoud *et al*, desarrollaron una serie de investigaciones sobre los vehículos de ala rotativa en modo VTOL. En [17], presentan un modelo dinámico no lineal a través del planteamiento de la dinámica de vuelo mediante la formulación de Newton-Euler en el que se consideran las fuerzas y momentos aerodinámicos, con ello diseñan un control Lineal Cuadrático Gaussiano (LQG) para estabilizar la altura y orientación. Adicionalmente se consideran perturbaciones que representan pequeñas corrientes de aire, por ello combinan un controlador Lineal Cuadrático (LQ) y un estimador de Kalman para mejorar la reconstrucción de los estados de la planta no observados y el rechazo de mencionadas perturbaciones. Complementando el trabajo, en [9], se realiza la sintonización avanzada basada en metaheurística del controlador LQG para la estabilidad de la posición y seguimiento de trayectoria. Debido a que los principales parámetros de diseño del controlador son las matrices de ponderación, las cuales son seleccionadas por procedimientos basados en errores, se formula una optimización bajo restricciones operativas para ajustar sistemáticamente dichas variables. Por otra parte, en [18], se diseña un control predictivo basado en el modelo para la estabilidad de altura, orientación y seguimiento de trayectoria; el controlador se compara con el controlador LQ presentado en [17]. Adicionalmente, en [19], se diseña un controlador difuso de ajuste de ganancias basado en la Optimización por Enjambre de Partículas (PSO) para controladores PID para estabilizar la orientación.

En la Universidad de Nihon, Mikami *et al* y Masuda *et al* [20] y [8], presentan las ecuaciones de movimiento rotacional y traslacional de un vehículo de 4 motores de ala rotativa. Utilizan el método de Inversión Dinámica (DI) para linealizar el sistema que presenta fuertes no linealidades, sin un algoritmo de aproximación. A su vez, proponen un sistema de control robusto para el vuelo de transición sin cambio de ganancias, considerando incertidumbres como el error de modelado, aplicando  $H_\infty$  al movimiento rotacional para tener solidez frente a perturbaciones como el viento. Se emplea un observador basado en el Control por Acomodación por Perturbaciones (DAC) para estimar dichas perturbaciones y términos no lineales en su dinámica.

Igualmente, en la Universidad Tecnológica de Lulea se desarrolla un vehículo de ala rotativa de 3 motores con una envergadura de 1.6 [m]. Inicialmente, Lindqvist *et al* [10], proponen un diseño de ala óptimo para la etapa de transición, desde un punto de vista aerodinámico.

Se realizan múltiples análisis de simulación de elemento finito y se comparan con pruebas en túnel de viento con la finalidad de calcular con precisión el levantamiento y arrastre del ala. Posteriormente, para la etapa de control, Small *et al* [21], utilizan una estructura en cascada basada en P-PID para el control de orientación y PID para el control de posición para la etapa en modo VTOL.

Wang *et al*, toman como referencia al prototipo “XC-142” construido por la compañía Dongguan UNIQUE. El vehículo tiene una envergadura de 1.2 [m] y posee 4 motores montados en las alas y un motor en la cola. En [11] el autor desarrolla un sistema de control robusto de Múltiples Entradas y Múltiples Salidas (MIMO) para la orientación durante el vuelo VTOL, el cual considera las perturbaciones y los ruidos de medición. El controlador robusto contiene un LQG de 3 dimensiones y un Observador de Perturbaciones (DOB) basado en  $H_\infty$ .

Para la etapa de transición, en [22] se desarrolla un sistema de control robusto de orientación basado en  $\mu$ -síntesis hacia varias incertidumbres estructuradas incluyendo retraso del tiempo, incertidumbre general no modelada, etc. Además, se describe una asignación de control óptimo linealizado, el cual tiene como objetivo minimizar la energía en la etapa de transición.

De igual forma, la Universidad de Sabanci desarrolló un vehículo llamado “SUAVI” (Sabanci University Unmanned Aerial Vehicle). El UAV cuenta con 4 motores montados en sus 4 alas inclinables, con 1 [m] de envergadura y un peso de 4.5 [kg]. En primera instancia, en [23], Oner *et al*, trabajan sobre el modo vertical e implementan un controlador LQR para el control de posición. Posteriormente, en [24] es agregado un Controlador de Modos Deslizantes (SMC) con implementación recursiva para estabilizar la orientación y altura; así mismo también se diseñan controladores PID con compensación de gravedad en [25].

Centisoy *et al*, continúan con el trabajo de investigación y en [26] emplean un filtro de Kalman para estimar los ángulos de alabeo y cabeceo, con ello desarrollan un sistema de control jerárquico de dos niveles: el controlador de alto nivel supervisa los estados y genera referencias de orientación basadas en el Sistema de Posicionamiento Global (GPS) para el controlador de bajo nivel, mientras que éste estabiliza la orientación y altitud para los tres modos de vuelo del vehículo (Vertical, transición y horizontal) en [12].

En [27] y [28], Hancer *et al* diseñan un control robusto de posición y seguimiento de trayectoria para vuelo estacionario, bajo la influencia de perturbaciones como las aerodinámicas, viento externo, términos no lineales, etc. El viento y las perturbaciones aerodinámicas se modelan utilizando el modelo Dryden. Para aumentar la robustez, se utiliza un observador de perturbaciones para estimar dichas perturbaciones sobre el sistema.

Adicionalmente y continuando con el sistema de control jerárquico, en [29] y [30] Yildiz *et al*, agregan un Control Adaptativo por Modelo de Referencia (MRAC) para el controlador de alto nivel, el cual crea comandos de control virtual para el seguimiento de una trayectoria, además un controlador adaptativo no lineal robusto para el controlador de bajo nivel para el control de orientación. Ambos controladores se implementan en presencia de perturbaciones del viento, ruido en las mediciones de los sensores, fallas estructurales y la variación del ángulo de inclinación con enfoque en el centro de gravedad.

Como se puede observar, los vehículos anteriores presentan una configuración de ala abatible de 3 o más motores debido a una fuerte inestabilidad que se presentaría al haber menos superficies sustentadoras. No obstante, reducir el número de motores contribuye al aumento del tiempo de vuelo, menor peso del vehículo, entre otras ventajas. Por tal motivo, la empresa Alemana de paquetería DHL [13], ha desarrollado un vehículo con solo dos motores llamado “Parcelcopter 3.0”, con una envergadura de 1.8 [m] y una velocidad máxima de crucero de 120 [km/h], para fines de entrega de paquetes. Al parecer, el vehículo ha realizado varias pruebas de vuelo en sus tres modos (vertical, transición y horizontal), los vuelos se pueden visualizar en videos promocionales de la empresa [31]. Sin embargo, no se tiene total certeza de que el vehículo utilice solo dos motores para la sustentación o si los videos mostrados son verídicos.

### 1.3. Justificación

En la actualidad existen vehículos aéreos no tripulados capaces de realizar diversas misiones, que van desde las más sencillas hasta las más sofisticadas. Dependiendo del tipo de misión a realizar, es requerido que el vehículo sea capaz de realizar vuelo en modo vertical (Configuración de helicóptero, cuadrirotor, etc) o bien, vuelo en modo horizontal (Configuración de ala fija). El combinar ambas configuraciones permite que el vehículo se desempeñe en infinidad de misiones al poseer las ventajas de ambos modos de vuelo.

Sin embargo, la posibilidad de efectuar la transición entre ambos modos de vuelo resulta ser un riesgo debido a la gran inestabilidad y pérdida de altura que se presentan; dichos factores han sido causa de diversos incidentes. Generalmente, los vehículos que actualmente se tienen en desarrollo o en funcionamiento, poseen 4 o más rotores que contribuyen a mejorar el vuelo vertical, horizontal y sobre todo la etapa de transición; pocos son los vehículos con 3 rotores que han logrado realizar vuelos exitosos, y una mínima cantidad de vehículos con dos rotores han sido presentados como objeto de estudio. Si bien, tener menos rotores que alimentar, contribuye al aumento del tiempo de vuelo y la disminución del peso de vehículo, no obstante, con ello se incrementa el problema de inestabilidad en las etapas de transición y vuelo vertical, así como la posibilidad del desplome por la pérdida de alguno de sus rotores. Por su complejidad, en la actualidad no existe algún registro real de alguna prueba de vuelo completa de un UAV de rotor y ala abatible.

A pesar de que este tipo de vehículos presentan una serie de dificultades técnicas, el proceso de perfeccionar los vehículos de rotor y ala abatible continua, a través de diversas investigaciones que se han ido realizando y mejorando con el fin de atacar cada problema que presenta este tipo de vehículos, así como el logro de pruebas de vuelo en tiempo real con un vehículo de rotor y ala abatible.

Como se detalla en los antecedentes, no existe gran diversidad de vehículos de ala abatible a nivel mundial debido a la complejidad de su modelo matemático fuertemente no lineal y las interferencias aerodinámicas que se presentan, sobre todo durante la transición de vuelo VTOL a CTOL. En México, se ha comenzado a incursionar en el desarrollo de UAVs, incluso de vehículos híbridos, sin embargo, ninguno con la configuración de ala y rotor abatible.

## 1.4. Motivación

Actualmente existe una gran variedad de UAVs con diversas características, dichas cualidades que se requieren en un vehículo aéreo dependen del tipo de misión a efectuar. Como se mencionó, los vehículos aéreos híbridos presentan ciertas ventajas sobre los multirrotores o los vehículos de ala fija al combinar ambas configuraciones. Por su capacidad de despegue y aterrizaje sin necesidad de una pista y su amplio rango de operación, este tipo de configuración híbrida se han convertido en tema de investigación de sumo interés. Los vehículos híbridos generalmente se clasifican por su forma de transición, entre ellos encontramos al UAV de ala abatible (tilt-wing), este tipo de vehículos presenta ventajas favorables sobre otros UAVs híbridos, por mencionar algunas, si se considera que solo las alas y los rotores pivotean y el cuerpo no, se estaría eliminando el problema de desplome del ala principal (Stall), por otra parte si se considera que las alas y los rotores pivotean conjuntamente se eliminan las contracorrientes causadas por los rotores que pivotean independientes de las alas. A pesar de sus favorables atributos, actualmente a nivel mundial solo se cuenta con pocos prototipos de tipo ala abatible con 3 o más rotores y en proceso de investigación y desarrollo el prototipo de dos rotores, que por su complejidad no se ha logrado obtener buenos resultados de vuelos en tiempo real.

Por tal motivo, el presente trabajo surge con el objetivo de diseñar, construir e instrumentar un UAV híbrido de tipo ala abatible (Tilt-wing), con la finalidad de contribuir en la investigación de esta nueva plataforma, brindando tanto a nivel mundial y sobre todo a nivel nacional, un prototipo con dicha configuración que permita investigar de forma eficiente técnicas de control autónomo de vehículos aéreos.

Como se menciona, la configuración de ala abatible presenta diversas dificultades en sus tres etapas de vuelo: despegue y aterrizaje vertical, transición y vuelo convencional. Las etapas de vuelo más críticas como lo son el vuelo VTOL y la transición, se desarrollan a lo largo de este proyecto, atacando cada una de sus problemáticas que se presentan, desde una perspectiva basada en dificultades técnicas que anteriores trabajos de investigación previamente citados han presentado.

Aunado a la construcción del prototipo, se pretende generar el modelo matemático no lineal (completo), que incorpora la dinámica de vuelo vertical, transición y horizontal utilizando la formulación de Newton-Euler, tomando en cuenta la influencia de aspectos aerodinámicos, mismos que se estudian de forma independiente para cada una de sus etapas de vuelo. Finalmente, algoritmos de control serán implementados con la finalidad de evaluar el comportamiento del prototipo mediante pruebas de vuelo experimentales en interiores como exteriores.

## 1.5. Objetivos

### 1.5.1. Objetivo general

Diseño, construcción e instrumentación de un vehículo aéreo autónomo de despegue y aterrizaje vertical y vuelo horizontal, capaz de lograr la transición entre ambos modos de vuelo

mediante de la implementación de un algoritmo de control.

### 1.5.2. Objetivos específicos

- Desarrollar un prototipo capaz de realizar despegue y aterrizaje vertical y vuelo horizontal mediante el pivoteo de sus alas y rotores.
- Plantear el modelo matemático generalizado del prototipo incluyendo aspectos aerodinámicos del mismo.
- Implementar un algoritmo de control con enfoque en la orientación y posición del vehículo, así como la simulación del mismo.
- Realizar pruebas de vuelo para validar el algoritmo de control en tiempo real.

## 1.6. Metodología

Para el cumplimiento de los objetivos del proyecto, el presente trabajo se divide en 5 etapas, las cuales están enfocadas al diseño, la construcción e instrumentación, el modelado matemático, la simulación e implementación de algoritmos de control y la validación experimental del vehículo mediante pruebas de vuelo en tiempo real. Cada etapa de trabajo se describe a continuación:

1) La etapa de diseño se inicia a partir de los requisitos generales de misión. A partir de ello, se bosqueja, analiza y selecciona la plataforma de trabajo, así como sus condiciones de vuelo y características aerodinámicas con el fin de obtener dimensiones de diseño, apariencia, entre otras características preliminares.

2) La construcción e instrumentación parte de tener el diseño preliminar del prototipo. El prototipo requiere sencillez en su construcción para posibles reparaciones del mismo y tener un peso lo más ligero posible. El prototipo se instrumenta con dispositivos electrónicos como sensores, motores, controladora de vuelo, etc.

3) Un modelo matemático no lineal se desarrolla para las tres dinámicas de vuelo del prototipo en el cual se consideran aspectos aerodinámicos del mismo.

4) Estrategias de control para la orientación y posición de sus modos de vuelo más críticos del vehículo se diseñan. Cada estrategia de control se simula y se presentan los resultados.

5) Pruebas de vuelo del prototipo tanto en interiores como en exteriores se realizan. Los resultados obtenidos se comparan con los datos de simulación con la finalidad de validar el modelo matemático obtenido y las estrategias de control implementadas.

---

## Modelo dinámico no lineal

---

El presente trabajo se basa en el vehículo híbrido de tipo ala abatible que se muestra en la Figura 2.1. La configuración del UAV híbrido fusiona la estructura de un PVTOL y un avión convencional. Adicionalmente, un sistema compuesto por las alas y los motores posee la capacidad de pivotar de 90 a 0 grados y viceversa.

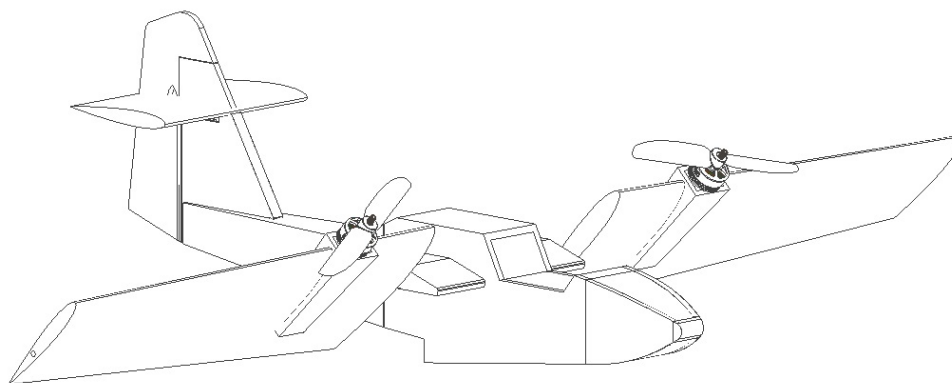


Figura 2.1: UAV híbrido de tipo Tilt-Wing.

La trayectoria de vuelo que realiza el UAV de ala abatible consiste en 3 modos de vuelo: modo vertical o VTOL, modo horizontal o CTOL, y transición entre ambos modos de vuelo. Con el objetivo de establecer cada una de sus dinámicas, en esta sección se plantea su modelo matemático no lineal altamente acoplado que incluye los efectos del sistema de propulsión y los efectos aerodinámicos para sus diferentes modos de vuelo, los cuales cambian significativamente durante transición. El modelo es obtenido mediante el empleo de la formulación de Newton-Euler para cada uno de sus 6-DOF y usualmente se describe por un número de variables que están relacionadas con un sistema de ejes adecuadamente elegido.

### 2.1. Ejes de referencia y notación

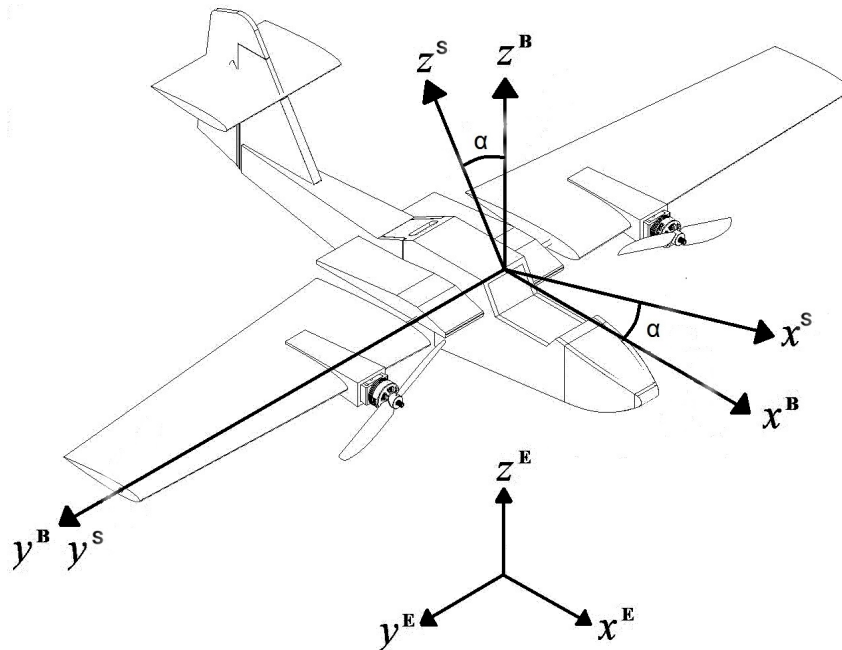
#### 2.1.1. Marcos de referencia

Antes de comenzar a desarrollar el modelo matemático del UAV, es necesario poner una base sobre la cual construir el modelo, es decir, un marco de referencia en el que las ecuaciones

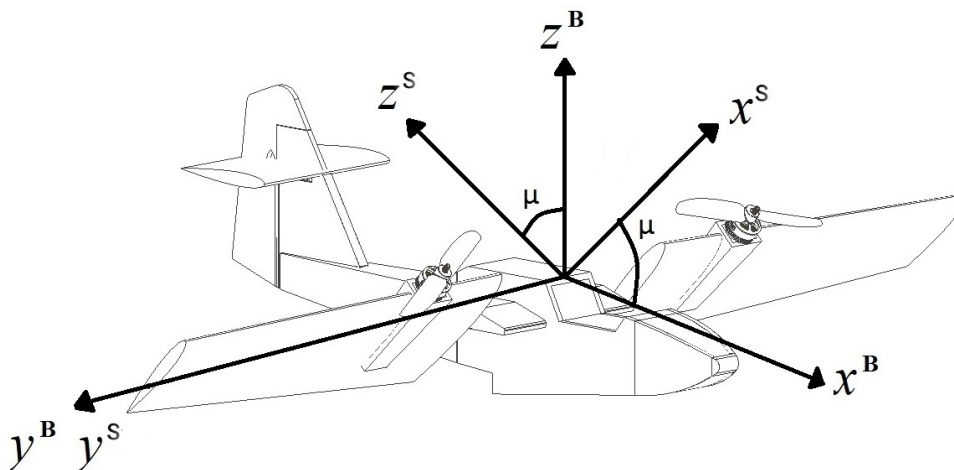


de movimiento pueden desarrollarse de manera ordenada y consistente.

Cada elemento se considera como un cuerpo rígido en un sistema de referencia inercial, con el centro de gravedad ( $cg$ ) y el centro aerodinámico coincidentes ( $ca$ ). Por tanto, se definen los referenciales del UAV y se muestran en la Figura 2.2.



(a) Referencial inercial, del cuerpo y de estabilidad.



(b) Referencial aerodinámico móvil.

Figura 2.2: Marcos de referencia del UAV.

- Marco de referencia inercial fijo a la tierra  $E = \{x^E, y^E, z^E\}$ . La tierra es tratada como un plano estacionario en el espacio inercial.
- Marco de referencia del cuerpo  $B = \{x^B, y^B, z^B\}$ . Situado en el  $cg$  del cuerpo del UAV, con el eje  $x^B$  coincidente con su longitud.

- Marco de referencia aerodinámico de estabilidad  $S = \{x^S, y^S, z^S\}$ . Situado en el *ca* del ala, su posición angular depende del ángulo de ataque ( $\alpha$ ).
- Marco de referencia aerodinámico móvil  $W = \{x^M, y^M, z^M\}$ , el cual se muestra detalladamente en la Figura 2.2b. Situado en el *ca* del UAV, su posición angular depende del ángulo de inclinación ( $\mu$ ).

### 2.1.2. Variables de movimiento

El movimiento del vehículo se describe en términos de fuerzas, momentos, velocidades lineales y angulares resueltos en componentes con respecto al referencial del cuerpo elegido, para que posteriormente dichos términos se definan con respecto al referencial inercial.

Siempre que el vehículo es alterado desde el equilibrio o estado de inmovilidad, las fuerzas y momentos cambian y el movimiento transitorio resultante se cuantifica en términos de variables de estado y entradas de control [32]. Las variables de estado y entradas de control se muestran en la Figura 2.3 y se resumen en la Tabla 2.1.

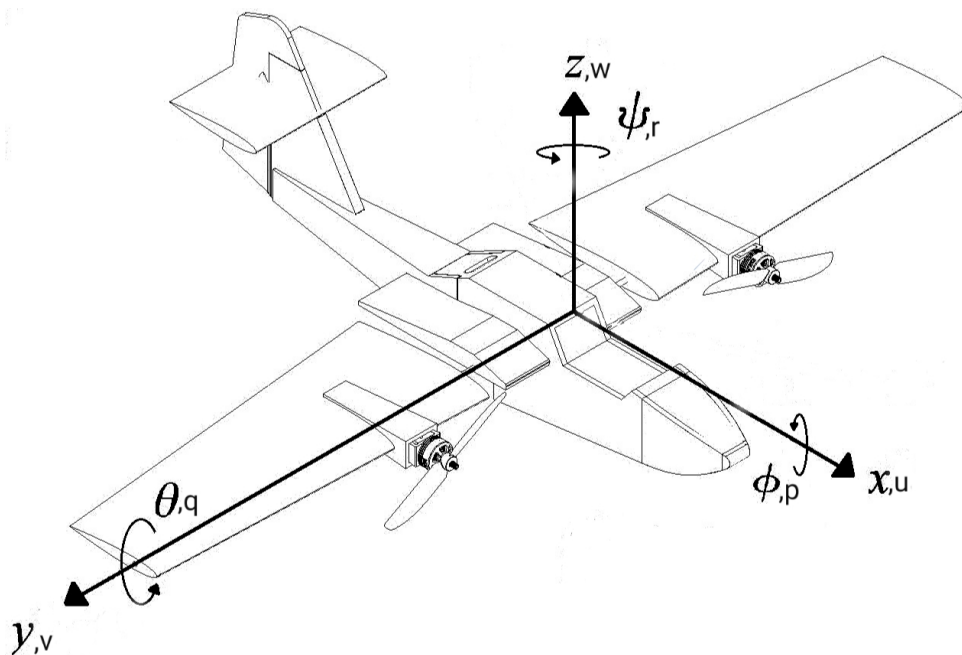


Figura 2.3: Notación de las variables de movimiento.

El sentido positivo de las variables se determina mediante la elección de un sistema de coordenadas en el que los ejes satisfagan la regla de la mano derecha. Los componentes de las magnitudes lineales, la fuerza, la velocidad, etc., son positivos cuando su dirección de acción es la misma que la dirección del eje al que se refieren. El sentido positivo de los componentes de las cantidades rotatorias, momentos, velocidades, etc. es acorde a la regla de la mano derecha.

Tabla 2.1: Variables de movimiento.

DOF		Fuerzas y momentos	Vel. lineal y angular	Posición y orientación <sup>1</sup>
1	Desplazamiento sobre el eje $x$	$F_x$	$u$	$x$
2	Desplazamiento sobre el eje $y$	$F_y$	$v$	$y$
3	Desplazamiento sobre el eje $z$	$F_z$	$w$	$z$
4	Rotación sobre el eje $x$	$\Gamma_x$	$p$	$\phi$
5	Rotación sobre el eje $y$	$\Gamma_y$	$q$	$\theta$
6	Rotación sobre el eje $z$	$\Gamma_z$	$r$	$\psi$

<sup>1</sup> en el marco inercial

La intención es proporcionar una idea del significado físico de las muchas variables utilizadas en el modelo con respecto al referencial del cuerpo y posteriormente a los ejes de inercia, para ello se plantean las siguientes coordenadas generalizadas de posición espacial relativas al marco de referencia inercial como  $Q = [q_1 \ q_2]^T \in \mathbb{R}^6$ , donde  $q_1 = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$  denota la posición del vehículo relativa al marco inercial y  $q_2 = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$  son los tres ángulos de Euler, roll, pitch y yaw respectivamente y denotan la orientación del UAV.

### 2.1.3. Transformación de los ejes

Para la trasladar las variables de movimiento y otros parámetros de un referencial a otro se definen las siguientes matrices de rotación. Se toma por convención la regla de la mano derecha para el sentido positivo de los ángulos.

#### 2.1.3.1. Ejes cuerpo respecto a los ejes inerciales

Los ejes  $\{x^B \ y^B \ z^B\}$  que representan los ejes cuerpo, los denotaremos como  $\{x_0 \ y_0 \ z_0\}$  y los ejes  $\{x^E \ y^E \ z^E\}$  que representan los ejes inerciales, se denotaran como  $\{x_3 \ y_3 \ z_3\}$ , de esa forma, se visualiza de mejor manera un orden secuencial en las rotaciones en cada eje. La orientación del cuerpo del vehículo con respecto al marco inercial puede establecerse considerando la rotación alrededor de cada eje de tal forma que  $\{x_3 \ y_3 \ z_3\}$  sea coincidente con  $\{x_0 \ y_0 \ z_0\}$ . Los ángulos  $\phi$ ,  $\theta$  y  $\psi$  (alabeo, cabeceo y guiñada), describen la orientación angular de un conjunto de ejes con respecto a otro [32]. Resolviendo a través de cada eje de rotación, siguiendo la convención “z,y,x”, se obtiene:

a) Al guiñar sobre el eje  $z_3$  a través del ángulo  $\psi$ , como se observa en la Figura 2.4, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

b) Al cabecear sobre el eje  $y_2$  a través del ángulo  $\theta$ , como se observa en la Figura 2.5, se obtiene:

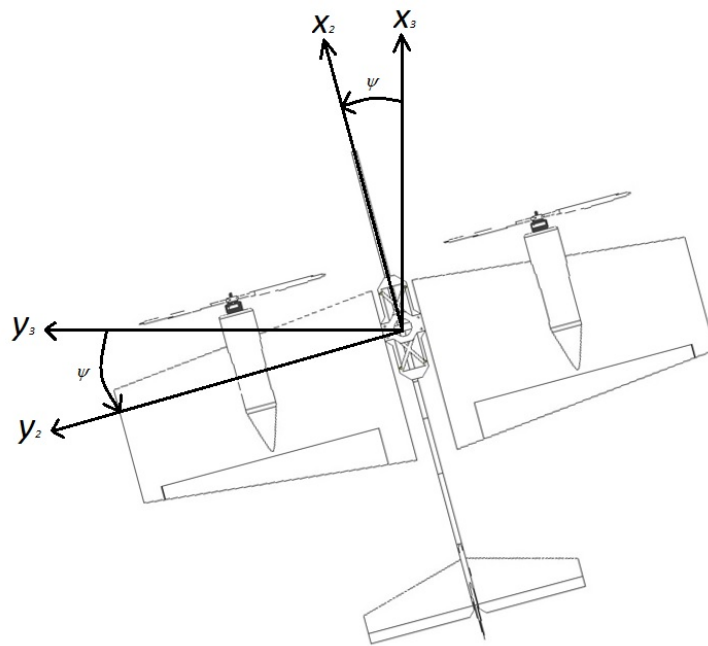


Figura 2.4: Rotación de  $z_3$  sobre el ángulo de guiñada ( $\psi$ ).

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

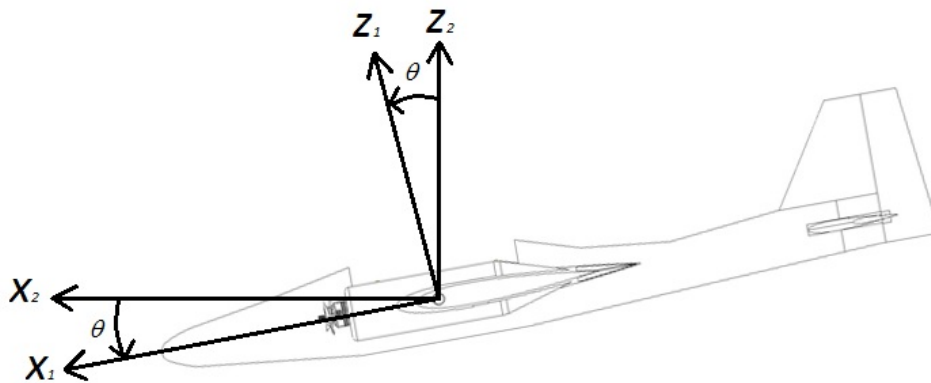


Figura 2.5: Rotación de  $y_2$  sobre el ángulo de cabeceo ( $\theta$ ).

c) Al balancearse sobre el eje  $x_1$  a través del ángulo  $\phi$ , como se observa en la Figura 2.6, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

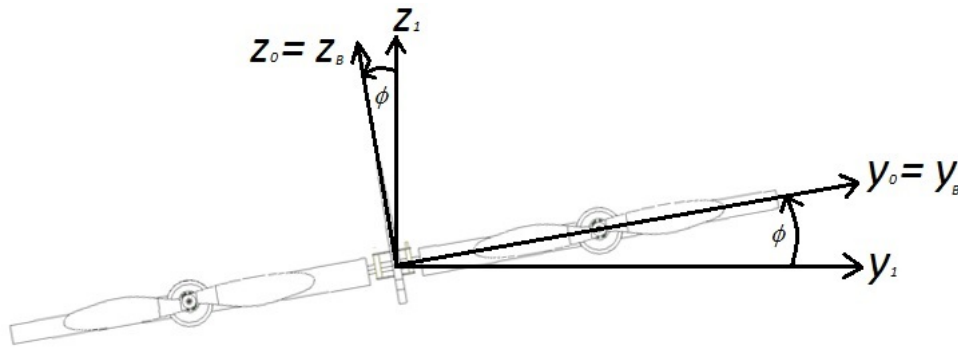


Figura 2.6: Rotación de  $x_1$  sobre el ángulo de alabeo ( $\phi$ ).

Utilizando (2.1) - (2.3), se obtiene la relación de transformación requerida:

$$R^{E \rightarrow B} = R_{z,\psi} \cdot R_{y,\theta} \cdot R_{x,\phi}$$

$$R^{E \rightarrow B} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Trasladando el referencial del cuerpo al inercial se obtiene:

$$(R^{E \rightarrow B})^{-1} = R^{B \rightarrow E}$$

$$R^{B \rightarrow E} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\theta \\ c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

### 2.1.3.2. Ejes aerodinámicos respecto a los ejes cuerpo

Durante el vuelo horizontal, el sistema de transición compuesto por los motores y las alas, así como el fuselaje y el empenaje del UAV son coincidentes respecto a los ejes  $x^M$  y  $x^S$ , mismos que se alinean al eje  $x^B$ . Para el cambio de vuelo horizontal a vertical, el sistema de transición se inclina hacia atrás de manera tal que, el eje  $x^M$  es coincidente con el eje  $z^B$ .

Primeramente, para trasladar los ejes aerodinámicos de estabilidad a los ejes cuerpo como se observa en la Figura 2.2a, se define la siguiente matriz  $R^{S \rightarrow B}$ , donde  $\alpha$  representa el ángulo de ataque del UAV.

$$R^{S \rightarrow B} = \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Para trasladar los ejes del sistema de transición al referencial del cuerpo como se muestra en la Figura 2.7, se define la siguiente matriz de inclinación ( $R^{M \rightarrow B}$ ), al inclinarse sobre el eje  $y^M$  a través del ángulo  $\mu$ , se obtiene:

$$R^{M \rightarrow B} = \begin{bmatrix} c\mu & 0 & s\mu \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\mu & 0 & c\mu \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

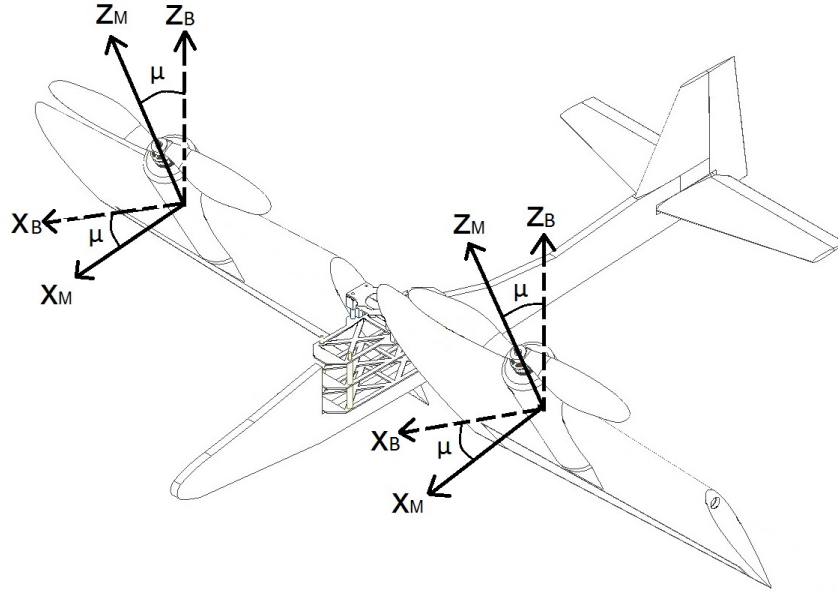


Figura 2.7: Referencial aerodinámico móvil respecto al referencial del cuerpo.

## 2.2. Fuerzas y momentos que actúan en el UAV

Para dar movimiento al UAV en reposo, una serie de magnitudes físicas vectoriales y pseudo-vectoriales denominadas fuerzas y momentos actúan en el vehículo, permitiendo así, el cambio del movimiento lineal y angular del mismo.

En nuestro caso, las fuerzas y los momentos son generados principalmente por los efectos aerodinámicos, los efectos gravitacionales, el movimiento de los controles aerodinámicos, los efectos del empuje de los motores y los efectos de perturbaciones atmosféricas, tal como se muestran en la Figura 2.8 y se definen a continuación:

$$F^E = [F_x^E \quad F_y^E \quad F_z^E]^T = [F_A + F_G + F_C + F_M + F_D] \quad (2.8)$$

$$\Gamma^B = [\Gamma_x^B \quad \Gamma_y^B \quad \Gamma_z^B]^T = [\Gamma_A + \Gamma_G + \Gamma_C + \Gamma_M + \Gamma_D] \quad (2.9)$$

Los vectores de fuerzas y momentos se expresan con respecto al referencial inercial y del cuerpo respectivamente. Los subíndices  $A, G, C, M, D$  representan las interacciones aerodinámicas, la gravedad, los controles aerodinámicos, los motores y las perturbaciones respectivamente.

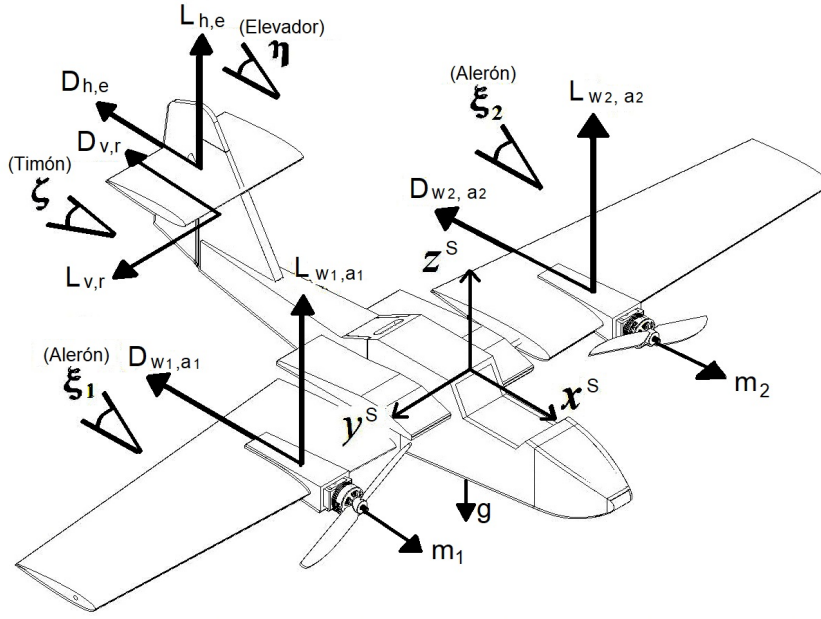


Figura 2.8: Fuerzas y momentos que actúan sobre el UAV.

### 2.2.1. Términos gravitacionales

En un estado estacionario y dado que el fuselaje y empenaje del UAV se mantienen siempre coincidentes con el eje  $x^E$ , los componentes del peso del vehículo expresados en el referencial inercial se definen como:

$$F_G^E = [0 \quad 0 \quad -mg]^T \quad (2.10)$$

El momento de gravedad  $\Gamma_G^B$  se presenta debido al desplazamiento del centro de gravedad con respecto al centro de masa. Por tanto, dado que el origen de los ejes cuerpo es coincidente con el  $cg$  del vehículo, este término se omite.

### 2.2.2. Términos aerodinámicos

Modelar la aerodinámica del vehículo es de suma importancia para lograr un modelo matemático fiable, sobre todo durante los modos de vuelo horizontal y transición en los que las interacciones aerodinámicas son más notables.

Por tanto, se define el vector generalizado de fuerzas aerodinámicas como:

$$F_A = [F_{w_{1,2}}^{M,S} + F_h^S + F_v^B] \quad (2.11)$$

donde  $F_w^{M,S}$  son las fuerzas generadas por el ala principal en el que se incluye el fuselaje,  $F_h^S$  son las fuerzas generadas por el estabilizador horizontal y  $F_v^B$  son las fuerzas generadas por el estabilizador vertical.

Para trasladar las fuerzas generadas por el ala principal de los ejes aerodinámicos al referencial del cuerpo se utilizan las matrices de rotación (2.6) y (2.7) y para trasladar las fuerzas del estabilizador horizontal de los ejes de estabilidad al referencial del cuerpo, se hace uso de la matriz de rotación (2.6) obteniendo:

$$F_A^B = \left[ (R^{M \rightarrow B} + R^{S \rightarrow B}) F_{w_{1,2}}^{M,S} + R^{S \rightarrow B} F_h^S + F_v^B \right] \quad (2.12)$$

Las fuerzas aerodinámicas ejercidas sobre el UAV se dividen comúnmente en dos componentes. La primera corresponde a una fuerza de levantamiento generada por el movimiento del vehículo a través del aire. Este levantamiento se define como la componente de fuerza que actúa en el plano de simetría en una dirección perpendicular a la línea de vuelo. Aunado al levantamiento, existe una segunda fuerza que se opone directamente al movimiento del UAV a través del aire denominada arrastre. Dichas fuerzas tienden a variar directamente con la densidad del aire ( $\rho$ ), el área de la superficie ( $S$ ) y el cuadrado de la velocidad relativa del aire ( $V$ ). Por tanto, las fuerzas de levantamiento y arrastre se expresan en [33] y [34] como:

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \quad (2.13)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \quad (2.14)$$

donde  $C_L$  y  $C_D$  son los coeficientes aerodinámicos del levantamiento y arrastre respectivamente.

Para una descripción completa de los términos aerodinámicos, se requiere del conocimiento de los momentos que se generan debido a las fuerzas aerodinámicas, por tanto, se define el vector de momentos expresados en el referencial del cuerpo:

$$\Gamma_A^B = [\Gamma_a^B + \Gamma_w^B + \Gamma_h^B + \Gamma_v^B] \quad (2.15)$$

donde  $\Gamma_a$  es el momento de cabeceo del UAV a partir del centro aerodinámico,  $\Gamma_w$  es el momento producido por las fuerzas aerodinámicas del ala,  $\Gamma_h$  es el momento producido por las fuerzas aerodinámicas del estabilizador horizontal y  $\Gamma_v$  es el momento producido por las fuerzas aerodinámicas del estabilizador vertical.

Para el ala de un UAV en movimiento, la fuerza lateral perpendicular al levantamiento y arrastre genera un momento, dicho momento tiende a cambiar el ángulo de ataque del vehículo, en consecuencia se le llama momento de cabeceo y se expresa de la siguiente manera:

$$\Gamma_a = \frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{c} C_M \quad (2.16)$$

donde  $\bar{c}$  representa la cuerda aerodinámica media y  $C_M$  es el coeficiente de momento aerodinámico.

Los coeficientes aerodinámicos de levantamiento ( $C_L$ ), arrastre ( $C_D$ ) y momento ( $C_M$ ) se definen en [35] y [32] como se muestra a continuación:



$$C_L = \frac{\partial(C_L)}{\partial\alpha}\alpha \quad (2.17)$$

$$C_D = C_{D_{min}} + KC_L^2 \quad (2.18)$$

$$C_M = \frac{\partial(C_M)}{\partial\alpha}\alpha \quad (2.19)$$

donde las razones de cambio de los coeficientes de levantamiento y momento están en función del perfil aerodinámico seleccionado. La constante  $K = \frac{1}{\pi \cdot Ar \cdot e}$  es el factor de arrastre inducido, con  $Ar$  como el alargamiento y  $e$  como el factor de eficiencia de Oswald.

### 2.2.3. Términos de las superficies de control

Los principales controles aerodinámicos que se consideran para la formulación del modelo matemático son los alerones (*ail*), el elevador (*elev*) y el timón (*rud*). Las fuerzas y momentos generados por las desviaciones de las superficies de control surgen de los cambios en las condiciones aerodinámicas y se denotan como sigue:

$$F_C^B = \left[ (R^{M \rightarrow B} + R^{S \rightarrow B}) F_{ail_{1,2}}^{M,S}(\xi) + R^{S \rightarrow B} F_{elev}^S(\eta) + F_{rud}^B(\zeta) \right] \quad (2.20)$$

$$\Gamma_C^B = \left[ \Gamma_{ail}^B(\xi) + \Gamma_{elev}^B(\eta) + \Gamma_{rud}^B(\zeta) \right] \quad (2.21)$$

donde los ángulos de los alerones, el elevador y el timón se denotan por  $\xi$ ,  $\eta$  y  $\zeta$  respectivamente.

### 2.2.4. Términos de los motores

El empuje proporcionado por los motores y las hélices da lugar a un cambio en los componentes de fuerzas y momentos que actúan en el vehículo.

Debido a la inclinación de los motores, en conjunto con las alas, se utiliza la matriz de rotación (2.7) para trasladar las fuerzas generadas por los motores desde los ejes aerodinámicos al referencial del cuerpo. Por tanto, la fuerza debida al empuje puede expresarse de la siguiente manera:

$$F_M^B = \left[ R^{M \rightarrow B} F_{m_{1,2}}^M \right] \quad (2.22)$$

El empuje generado por las hélices se define en [36] y [37] como:

$$T = \rho n^2 d^4 C_T \quad (2.23)$$

donde  $d$  es el diámetro de la hélice girando a  $n$  revoluciones por minuto,  $\rho$  es la densidad del fluido y  $C_T$  representa el coeficiente de empuje que depende del diseño de la hélice, el número

de Reynolds ( $Re$ ), número de Mach ( $M$ ), parámetro de avance  $J = \frac{V}{nd}$  donde  $V$  es la velocidad de avance de la hélice.

Los momentos debido a la rotación de las hélices se expresan como sigue:

$$\Gamma_M^B = [\Gamma_Q^B + \Gamma_g^B] \quad (2.24)$$

donde  $\Gamma_Q^B$  es el momento debido a la fuerza de empuje (par motor) y  $\Gamma_g^B$  es el momento giroscópico.

De manera similar al empuje, se define el par motor mediante la siguiente expresión:

$$Q = C_Q \rho n^2 d^5 \quad (2.25)$$

donde  $Q$  es el par motor,  $C_Q$  es el coeficiente de par que, al igual que  $C_T$ , depende del diseño de la hélice, número de Reynolds, número de Mach y el parámetro de avance  $J$ .

### 2.2.5. Distribución de Fuerzas

Para obtener los momentos debido a las fuerzas que actúan en el vehículo, en la Figura 2.9 se muestra la distribución de las mismas y su distancia con respecto al  $cg$  el cual, como se menciona anteriormente, es coincidente con el  $ca$ .

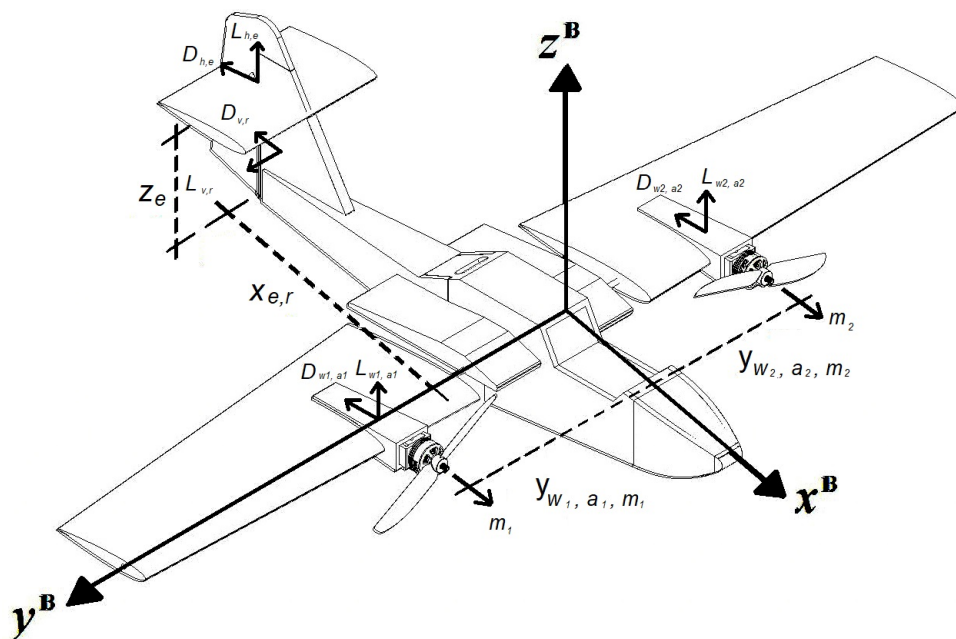


Figura 2.9: Distribución de fuerzas que actúan sobre el UAV con respecto al  $cg$ .

## 2.3. Tensor de inercia

Para caracterizar la distribución de la masa del UAV, se hace uso del tensor de inercia relativo al referencial del cuerpo, el cual se expresa en forma matricial como:

$$I^B = \begin{bmatrix} I_{x^B} & -I_{x^B y^B} & -I_{x^B z^B} \\ -I_{y^B x^B} & I_{y^B} & -I_{y^B z^B} \\ -I_{z^B x^B} & -I_{z^B y^B} & I_{z^B} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

en donde:

$$\begin{aligned} I_{x^B} &= \iiint_v (y^2 + z^2) \rho dv \\ I_{y^B} &= \iiint_v (x^2 + z^2) \rho dv \\ I_{z^B} &= \iiint_v (x^2 + y^2) \rho dv \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} I_{x^B y^B} &= I_{y^B x^B} = \iiint_v (xy) \rho dv \\ I_{x^B z^B} &= I_{z^B x^B} = \iiint_v (xz) \rho dv \\ I_{y^B z^B} &= I_{z^B y^B} = \iiint_v (yz) \rho dv \end{aligned}$$

El UAV está compuesto de elementos ubicados en los ejes del referencial del cuerpo, de volumen diferencial  $dv$ , con material de densidad  $\rho$ , donde los elementos  $I_{x^B}$ ,  $I_{y^B}$  y  $I_{z^B}$  son los momentos principales de inercia y el resto de los elementos son los productos de inercia.

Este conjunto de seis cantidades independientes dependerá de la posición y orientación del referencial al que estén definidas, por tanto, si se considera la simetría del cuerpo respecto al plano  $x^B z^B$ , todos los productos de inercia respecto a dicho plano son cero, además los productos de inercia restantes se omiten por considerarse pequeños en comparación con los momentos de inercia principales. Por tanto, la matriz del tensor de inercia del UAV queda definida como:

$$I^B = \begin{bmatrix} I_{x^B} & 0 & 0 \\ 0 & I_{y^B} & 0 \\ 0 & 0 & I_{z^B} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

## 2.4. Ecuaciones de movimiento

La base para el análisis y la simulación del movimiento de un UAV es la obtención del modelo matemático del mismo, el cual es un sistema dinámico muy complejo.

La obtención del modelo matemático de un mecanismo se basa fundamentalmente, para el movimiento traslacional, en el planteamiento del equilibrio de fuerzas establecido en la segunda ley de Newton con respecto al marco de referencia inercial, o su equivalente para su movimiento rotacional, la denominada ley de Euler con respecto al marco de referencia fijo al cuerpo [38], [39]:

$$R^{B \rightarrow E} F^B = m \dot{V}^E \quad (2.29)$$

$$\Gamma^B = I^B \dot{\Omega}^B + I^B \Omega^B \times \Omega^B \quad (2.30)$$

donde,  $F^B \in \mathbb{R}^3$  y  $\Gamma^B \in \mathbb{R}^3$  son las fuerzas y los momentos que actúan sobre el vehículo,  $\bar{m} = \text{diag}(m) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  es la masa del UAV,  $R^{B \rightarrow E}$  es la matriz de transformación de los ejes cuerpo a los inerciales,  $I^B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  describe la matriz del tensor de inercia,  $\dot{V}^E = \dot{q}_1 = [\dot{u} \ \dot{v} \ \dot{w}]^T = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T \in \mathbb{R}^3$  denota la aceleración lineal,  $\Omega^B = R\dot{q}_2 = [p \ q \ r]^T \in \mathbb{R}^3$  describe la velocidad angular y  $\dot{\Omega}^B = \dot{R}\dot{q}_2 + R\ddot{q}_2 = [\dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r}]^T \in \mathbb{R}^3$  la aceleración angular de acuerdo con los ángulos de Euler, con  $\dot{q}_2 = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T \in \mathbb{R}^3$ ,  $\ddot{q}_2 = [\ddot{\phi} \ \ddot{\theta} \ \ddot{\psi}]^T \in \mathbb{R}^3$  y la matriz de velocidad angular  $R$  definida como:

$$R = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\psi & 0 \\ -c\theta s\psi & c\psi & 0 \\ s\theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

### 2.4.1. Dinámica traslacional

Desarrollando la ecuación (2.29) en el marco de referencia inercial, el movimiento de traslación del UAV puede reescribirse como:

$$\begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\theta \\ c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x^B \\ F_y^B \\ F_z^B \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Resolviendo la multiplicación de matrices y reescribiendo, se obtiene:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_x^B(c\theta c\psi) + F_y^B(c\theta s\psi) - F_z^B(s\theta) \\ m\ddot{y} &= F_x^B(s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi) + F_y^B(s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi) + F_z^B(s\phi c\theta) \\ m\ddot{z} &= F_x^B(c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi) + F_y^B(c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) + F_z^B(c\phi c\theta) \end{aligned} \quad (2.33)$$

#### 2.4.1.1. Fuerzas aerodinámicas ( $F_A^B$ )

De la ecuación (2.11), las fuerzas aerodinámicas generadas por el ala principal, el estabilizador horizontal y vertical se definen como:

$$F_{w_{1,2}}^{M,S} = \begin{bmatrix} -D_{w_{1,2}} \\ 0 \\ L_{w_{1,2}} \end{bmatrix} \quad F_h^S = \begin{bmatrix} -D_h \\ 0 \\ L_h \end{bmatrix} \quad F_v^B = \begin{bmatrix} -D_v \\ L_v \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

donde,  $L$  es el levantamiento aerodinámico y  $D$  es el arrastre aerodinámico del ala principal ( $w$ ), el estabilizador horizontal ( $h$ ) y el estabilizador vertical ( $v$ ).

Cabe mencionar que el ala principal, considerada como un solo elemento, puede ser dividida en dos partes, obteniendo un ala derecha ( $w_1$ ) y un ala izquierda ( $w_2$ ), independientes entre sí. Por tanto, las fuerzas aerodinámicas para tal caso se expresan de la siguiente manera:

$$D_{w_{1,2}}^{M,S} = D_{w_1} + D_{w_2} \quad L_{w_{1,2}}^{M,S} = L_{w_1} + L_{w_2}$$

Tomando en cuenta lo anterior, con las matrices de rotación (2.6) y (2.7), sustituyendo en (2.12) obtenemos:

$$F_A^B = \left\{ \left( \begin{bmatrix} c\mu & 0 & s\mu \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\mu & 0 & c\mu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} -D_{w_{1,2}} \\ 0 \\ L_{w_{1,2}} \end{bmatrix} \right\} \\ + \left( \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -D_h \\ 0 \\ L_h \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} -D_v \\ L_v \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Resolviendo:

$$F_A^B = \begin{bmatrix} -(c\mu + c\alpha) D_{w_{1,2}} + (s\mu - s\alpha) L_{w_{1,2}} \\ 0 \\ -(s\alpha - s\mu) D_{w_{1,2}} + (c\mu + c\alpha) L_{w_{1,2}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -c\alpha D_h - s\alpha L_h \\ 0 \\ -s\alpha D_h + c\alpha L_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -D_v \\ L_v \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Escribiendo las fuerzas aerodinámicas en sus componentes rectangulares:

$$F_{Ax}^B = -(c\mu + c\alpha) D_{w_{1,2}} + (s\mu - s\alpha) L_{w_{1,2}} - c\alpha D_h - s\alpha L_h - D_v \\ F_{Ay}^B = L_v \\ F_{Az}^B = -(s\alpha - s\mu) D_{w_{1,2}} + (c\mu + c\alpha) L_{w_{1,2}} - s\alpha D_h + c\alpha L_h \quad (2.37)$$

#### 2.4.1.2. Fuerzas de las superficies de control ( $F_C^B$ )

Las fuerzas generadas por las desviaciones de las superficies de control aerodinámicas se expresan como:

$$F_{ail}^{M,S} = \begin{bmatrix} -(D_{a_1}(\xi) + D_{a_2}(\xi)) \\ 0 \\ L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi) \end{bmatrix} \quad F_{elev}^S = \begin{bmatrix} -D_e(\eta) \\ 0 \\ L_e(\eta) \end{bmatrix} \quad F_{rud}^B = \begin{bmatrix} -D_r(\zeta) \\ L_v(\zeta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

donde,  $L$  representa la fuerza aerodinámica de levantamiento y  $D$  la fuerza aerodinámica de arrastre de los alerones o elevones derecho ( $a_1$ ) e izquierdo ( $a_2$ ), el elevador ( $e$ ) y el timón ( $r$ ), con  $\xi$ ,  $\eta$  y  $\zeta$  como los ángulos de los mismos, respectivamente.

Es importante mencionar que, si los alerones o elevones se flexionan juntos ( $L_{a_1} + L_{a_2}$ ), se efectúa el movimiento de cabeceo en modo de vuelo VTOL. Si los alerones se flexionan por separado ( $L_{a_1} - L_{a_2}$ ), se efectúa el movimiento de alabeo en modo de vuelo CTOL y el movimiento de guiñada en modo de vuelo VTOL.

Debido a lo anterior y con las matrices de rotación (2.6) y (2.7), sustituyendo en (2.20) se obtiene:

$$F_C^B = \left\{ \left( \begin{bmatrix} c\mu & 0 & s\mu \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\mu & 0 & c\mu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} -(D_{a_1}(\xi) + D_{a_2}(\xi)) \\ 0 \\ L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi) \end{bmatrix} \right\} \quad (2.39)$$

$$+ \left( \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -D_e(\eta) \\ 0 \\ L_e(\eta) \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} -D_r(\zeta) \\ L_r(\zeta) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo:

$$F_C^B = \begin{bmatrix} (c\mu + c\alpha)(-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (s\mu - s\alpha)(L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) \\ 0 \\ (-s\mu + s\alpha)(-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (c\mu + c\alpha)(L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$+ \begin{bmatrix} -c\alpha D_e(\eta) - s\alpha L_e(\eta) \\ 0 \\ -s\alpha D_e(\eta) + c\alpha L_e(\eta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -D_r(\zeta) \\ L_r(\zeta) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Por tanto, las fuerzas generadas por las desviaciones de las superficies de control aerodinámicas en sus componentes rectangulares son:

$$F_{C_x}^B = (c\mu + c\alpha)(-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (s\mu - s\alpha)(L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) - c\alpha D_e(\eta) - s\alpha L_e(\eta) - D_r(\zeta)$$

$$F_{C_y}^B = L_r(\zeta) \quad (2.41)$$

$$F_{C_z}^B = (-s\mu + s\alpha)(-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (c\mu + c\alpha)(L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) - s\alpha D_e(\eta) + c\alpha L_e(\eta)$$

### 2.4.1.3. Fuerzas de los motores ( $F_M^B$ )

El vehículo cuenta con dos rotores que se encuentran en los bordes de ataque de cada ala. Los rotores generan una fuerza de empuje para vuelo vertical que supera el peso total del UAV

y una fuerza de empuje para vuelo horizontal que contribuye al aumento de la velocidad de crucero del mismo.

Las fuerzas generadas por los rotores la podemos definir como:

$$F_m^M = \begin{bmatrix} f_{m_1} \pm f_{m_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

donde,  $f_{m_1}$  y  $f_{m_2}$  representan las fuerzas de empuje de cada uno de los motores. Cuando la fuerza de los motores se suma ( $f_{m_1} + f_{m_2}$ ) se genera el empuje necesario para los modos de vuelo en VTOL y CTOL, por otra parte, cuando existe una diferencia en la fuerza de los motores ( $f_{m_1} - f_{m_2}$ ) se efectua el movimiento de alabeo en modo de vuelo VTOL.

Para expresar las fuerzas del sistema de transición al referencial del cuerpo, se utiliza la matriz de rotación (2.7). Desarrollando la ecuación (2.22), obtenemos:

$$F_M^B = \begin{bmatrix} c\mu & 0 & s\mu \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\mu & 0 & c\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{m_1} \pm f_{m_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Las fuerzas de empuje generadas por los motores en sus componentes rectangulares se definen como:

$$\begin{aligned} F_{Mx}^B &= c\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2}) \\ F_{My}^B &= 0 \\ F_{Mz}^B &= -s\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2}) \end{aligned} \quad (2.44)$$

### 2.4.2. Dinámica rotacional

Para obtener las ecuaciones de momento en el referencial del cuerpo, se desarrolla la ecuación (2.30).

Primeramente se obtiene la velocidad angular  $\Omega^B = R\dot{q}_2$  en función de los angulos de Euler [40], con  $\dot{q}_2 = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T \in \mathbb{R}^3$  y la matriz de velocidad angular  $R$  (2.31), se tiene:

$$\Omega^B = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\psi & 0 \\ -c\theta s\psi & c\psi & 0 \\ s\theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \\ -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \\ \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Al derivar la ecuación de la velocidad angular, obtenemos la aceleración angular  $\dot{\Omega}^B = \dot{R}\dot{q}_2 + R\ddot{q}_2$ , con  $\dot{q}_2 = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T \in \mathbb{R}^3$ ,  $\ddot{q}_2 = [\ddot{\phi} \ \ddot{\theta} \ \ddot{\psi}]^T \in \mathbb{R}^3$ , la matriz de velocidad angular  $R$

(2.31) y la matriz de aceleración angular  $\dot{R}$  definida como:

$$\dot{R} = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}s\theta c\psi - \dot{\psi}c\theta s\psi & \dot{\psi}c\psi & 0 \\ \dot{\theta}s\theta s\psi - \dot{\psi}c\theta c\psi & -\dot{\psi}s\psi & 0 \\ \dot{\theta}c\theta & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Debido a lo anterior, la aceleración angular se expresa como:

$$\dot{\Omega}^B = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}s\theta c\psi - \dot{\psi}c\theta s\psi & \dot{\psi}c\psi & 0 \\ \dot{\theta}s\theta s\psi - \dot{\psi}c\theta c\psi & -\dot{\psi}s\psi & 0 \\ \dot{\theta}c\theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\psi & 0 \\ -c\theta s\psi & c\psi & 0 \\ s\theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix}$$

Resolviendo:

$$\dot{\Omega}^B = \begin{bmatrix} \ddot{\phi}c\theta c\psi + \ddot{\theta}s\psi - \dot{\phi}\dot{\theta}s\theta c\psi - \dot{\phi}\dot{\psi}c\theta s\psi + \dot{\theta}\dot{\psi}c\psi \\ -\ddot{\phi}c\theta s\psi + \ddot{\theta}c\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}s\theta s\psi - \dot{\phi}\dot{\psi}c\theta c\psi - \dot{\theta}\dot{\psi}s\psi \\ \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} + \dot{\phi}\dot{\theta}c\theta \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Para obtener las ecuaciones del movimiento de rotación del UAV en términos de los ángulos de Euler, primeramente se despeja la aceleración angular  $\dot{\Omega}$  de la ecuación (2.30):

$$\dot{\Omega}^B = I^{-1} [I^B - (I\Omega^B \times \Omega^B)] \quad (2.47)$$

Sustituyendo la matriz del tensor de inercia  $I^B$  (2.28), la velocidad angular  $\Omega^B$  (2.45) y la aceleración angular  $\dot{\Omega}^B$  (2.46) en la ecuación (2.47), el movimiento de rotación del UAV expresado en el referencial del cuerpo puede reescribirse como:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi}c\theta c\psi + \ddot{\theta}s\psi - \dot{\phi}\dot{\theta}s\theta c\psi - \dot{\phi}\dot{\psi}c\theta s\psi + \dot{\theta}\dot{\psi}c\psi \\ -\ddot{\phi}c\theta s\psi + \ddot{\theta}c\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}s\theta s\psi - \dot{\phi}\dot{\psi}c\theta c\psi - \dot{\theta}\dot{\psi}s\psi \\ \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} + \dot{\phi}\dot{\theta}c\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_x^B} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y^B} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z^B} \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} \Omega_x^B \\ \Omega_y^B \\ \Omega_z^B \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} I_{x^B} & 0 & 0 \\ 0 & I_{y^B} & 0 \\ 0 & 0 & I_{z^B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \\ -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \\ \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \\ -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \\ \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Resolviendo la multiplicación de matrices:



$$\begin{aligned}
\ddot{\phi}c\theta c\psi + \ddot{\theta}s\psi - \dot{\phi}\dot{\theta}s\theta c\psi - \dot{\phi}\dot{\psi}c\theta s\psi + \dot{\theta}\dot{\psi}c\psi &= \frac{1}{I_x^B} \left[ \Gamma_x^B \right. \\
&\left. - \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \right) \left( \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \right) \left( I_y^B - I_z^B \right) \right] \\
-\ddot{\phi}c\theta s\psi + \ddot{\theta}c\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}s\theta s\psi - \dot{\phi}\dot{\psi}c\theta c\psi - \dot{\theta}\dot{\psi}s\psi &= \frac{1}{I_y^B} \left[ \Gamma_y^B \right. \\
&\left. - \left( \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \right) \left( \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \right) \left( I_z^B - I_x^B \right) \right] \\
\ddot{\phi}s\theta + \ddot{\psi} + \dot{\phi}\dot{\theta}c\theta &= \frac{1}{I_z^B} \left[ \Gamma_z^B - \left( \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \right) \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \right) \left( I_x^B - I_y^B \right) \right]
\end{aligned}$$

La dinámica rotacional del UAV se expresa en función de los ángulos de Euler como sigue:

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi} &= \frac{1}{c\theta c\psi} \left[ -\ddot{\theta}s\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}s\theta c\psi + \dot{\phi}\dot{\psi}c\theta s\psi - \dot{\theta}\dot{\psi}c\psi + \frac{1}{I_x^B} \left( \Gamma_x^B \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \right) \left( \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \right) \left( I_y^B - I_z^B \right) \right) \right] \\
\ddot{\theta} &= \frac{1}{c\psi} \left[ \ddot{\phi}c\theta s\psi - \dot{\phi}\dot{\theta}s\theta s\psi + \dot{\phi}\dot{\psi}c\theta c\psi + \dot{\theta}\dot{\psi}s\psi + \frac{1}{I_y^B} \left( \Gamma_y^B \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left( \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \right) \left( \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \right) \left( I_z^B - I_x^B \right) \right) \right] \tag{2.48}
\end{aligned}$$

$$\ddot{\psi} = -\ddot{\phi}s\theta - \dot{\phi}\dot{\theta}c\theta + \frac{1}{I_z^B} \left( \Gamma_z^B - \left( \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \right) \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \right) \left( I_x^B - I_y^B \right) \right)$$

### 2.4.2.1. Momentos aerodinámicos ( $\Gamma_A^B$ )

Desarrollando la ecuación (2.15) de los momentos aerodinámicos, expresados en el referencial del cuerpo debido a las fuerzas aerodinámicas, se obtiene:

$$\Gamma_A^B = R^{S \rightarrow B} \Gamma_{ac}^B + |d_{w_{1,2}}| \times (R^{M \rightarrow B} + R^{S \rightarrow B}) F_{w_{1,2}}^{M,S} + |d_h| \times R^{S \rightarrow B} F_h^S + |d_v| \times F_v^B \tag{2.49}$$

donde,  $\Gamma_{ac}^B$  representa el momento de cabeceo generado por el ala principal.  $d_{w_{1,2}}$ ,  $d_h$  y  $d_v$  son las distancias del *cg* del UAV a las fuerzas del ala, estabilizador horizontal y vertical respectivamente, y se definen a continuación:

$$\Gamma_{ac}^B = \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma_{ac} \\ 0 \end{bmatrix} \quad |d_{w_{1,2}}| = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm y_{w_{1,2}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad |d_h| = \begin{bmatrix} -x_h \\ 0 \\ z_h \end{bmatrix} \quad |d_v| = \begin{bmatrix} -x_v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$y_{w_{1,2}}$  es positivo cuando la distancia del *cg* a las fuerzas del ala coincide con el sentido positivo del eje del cuerpo  $y^B$ ; así mismo,  $y_{w_{1,2}}$  es negativo cuando la distancia del *cg* a las fuerzas del ala coincide con el sentido negativo del eje del cuerpo  $y^B$ .

Sustituyendo las distancias  $d_{w_{1,2}}$ ,  $d_h$  y  $d_v$ , el momento de cabeceo  $\Gamma_{ac}^B$ , las fuerzas aerodinámicas (2.34) y las matrices de rotación (2.6) y (2.7) en la ecuación (2.49), se obtiene:

$$\begin{aligned} \Gamma_A^B = & \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma_{ac} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \pm y_{w_{1,2}} \\ 0 \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} c\mu & 0 & s\mu \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\mu & 0 & c\mu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} -D_{w_{1,2}} \\ 0 \\ L_{w_{1,2}} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} -x_h \\ 0 \\ z_h \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -D_h \\ 0 \\ L_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x_v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -D_v \\ L_v \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Desarrollando la multiplicación de matrices:

$$\begin{aligned} \Gamma_A^B = & \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma_{ac} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \pm y_{w_{1,2}} [-(s\alpha - s\mu) D_{w_{1,2}} + (c\mu + c\alpha) L_{w_{1,2}}] \\ 0 \\ -\{\pm y_{w_{1,2}} [-(c\mu + c\alpha) D_{w_{1,2}} + (s\mu - s\alpha) L_{w_{1,2}}]\} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ z_h (-c\alpha D_h - s\alpha L_h) - [-x_h (-s\alpha D_h + c\alpha L_h)] \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -x_v L_v \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Finalmente, los momentos aerodinámicos expresados en el referencial del cuerpo en sus componentes rectangulares se escriben como:

$$\begin{aligned} \Gamma_{A_x}^B &= \pm y_{w_{1,2}} [-(s\alpha - s\mu) D_{w_{1,2}} + (c\mu + c\alpha) L_{w_{1,2}}] \\ \Gamma_{A_y}^B &= z_h (-c\alpha D_h - s\alpha L_h) - [-x_h (-s\alpha D_h + c\alpha L_h)] \\ \Gamma_{A_z}^B &= -\{\pm y_{w_{1,2}} [-(c\mu + c\alpha) D_{w_{1,2}} + (s\mu - s\alpha) L_{w_{1,2}}]\} - x_v L_v \end{aligned} \quad (2.50)$$

#### 2.4.2.2. Momentos de las superficies de control ( $\Gamma_C^B$ )

Al desarrollar la ecuación (2.21) de los momentos de las superficies de control expresados en el referencial del cuerpo debido a las fuerzas de las superficies de control, se obtiene:

$$\Gamma_A^B = |d_{a_{1,2}}| \times (R^{M \rightarrow B} + R^{S \rightarrow B}) F_{ail_{1,2}}^{M,S}(\xi) + |d_e| \times R^{S \rightarrow B} F_{elev}^S(\eta) + |d_r| \times F_{rud}^B(\zeta) \quad (2.51)$$

donde,  $d_{a_{1,2}}$ ,  $d_e$  y  $d_r$  son las distancias del *cg* del UAV a los alerones, el elevador y el timón respectivamente y se definen a continuación:

$$|d_{a_{1,2}}| = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm y_{a_{1,2}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad |d_e| = \begin{bmatrix} -x_e \\ 0 \\ z_e \end{bmatrix} \quad |d_r| = \begin{bmatrix} -x_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$y_{a_{1,2}}$  es positivo cuando la distancia del  $cg$  al alerón coincide con el sentido positivo del eje del cuerpo  $y^B$ , así mismo,  $y_{w_{1,2}}$  es negativo cuando la distancia del  $cg$  al alerón coincide con el sentido negativo del eje del cuerpo  $y^B$ .

Sustituyendo las distancias  $d_{a_{1,2}}$ ,  $d_e$  y  $d_r$ , las fuerzas de las superficies de control (2.38) y las matrices de rotación (2.6) y (2.7) en la ecuación (2.51), se obtiene:

$$\begin{aligned} \Gamma_C^B = & \begin{bmatrix} 0 \\ \pm y_{a_{1,2}} \\ 0 \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} c\mu & 0 & s\mu \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\mu & 0 & c\mu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} -(D_{a_1}(\xi) + D_{a_2}(\xi)) \\ 0 \\ L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi) \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} -x_e \\ 0 \\ z_e \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -D_e(\eta) \\ 0 \\ L_e(\eta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -D_r(\zeta) \\ L_v(\zeta) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Desarrollando la multiplicación de las matrices:

$$\begin{aligned} \Gamma_C^B = & \begin{bmatrix} \pm y_{a_{1,2}} [(-s\mu + s\alpha)(-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (c\mu + c\alpha)(L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi))] \\ 0 \\ -\{\pm y_{a_{1,2}} [(c\mu + c\alpha)(-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (s\mu - s\alpha)(L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi))]\} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ z_e(-c\alpha D_e - s\alpha L_e) - [-x_e(-s\alpha D_e + c\alpha L_e)] \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -x_r L_r(\zeta) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Por tanto, los momentos de las superficies de control, expresados en el referencial del cuerpo en sus componentes rectangulares, se escriben como:

$$\begin{aligned} \Gamma_{C_x}^B &= \pm y_{a_{1,2}} [(-s\mu + s\alpha)(-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (c\mu + c\alpha)(L_{a_1}(\xi) \\ & \quad \pm L_{a_2}(\xi))] \\ \Gamma_{C_y}^B &= z_e(-c\alpha D_e(\eta) - s\alpha L_e(\eta)) - [-x_e(-s\alpha D_e(\eta) + c\alpha L_e(\eta))] \\ & \quad - x_r L_r(\zeta) \\ \Gamma_{C_z}^B &= -\{\pm y_{a_{1,2}} [(c\mu + c\alpha)(-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (s\mu - s\alpha)(L_{a_1}(\xi) \\ & \quad \pm L_{a_2}(\xi))]\} \end{aligned} \tag{2.52}$$

### 2.4.2.3. Momentos de los motores ( $\Gamma_M^B$ )

Desarrollando la ecuación (2.24) de los momentos de los motores, expresados en el referencial del cuerpo debido a las fuerzas de los motores (par motor) y el efecto giroscópico, se obtiene:

$$\Gamma_M^B = |d_{m_{1,2}}| \times \left( R^{M \rightarrow B} F_{m_{1,2}}^M \right) + \Omega^B \times \left( R^{M \rightarrow B} I_m \omega_{m_{1,2}}^M \right) \quad (2.53)$$

donde  $d_{m_{1,2}}$  es la distancia del *cg* del UAV a las fuerzas de los motores,  $I_m$  es el tensor de inercia de la hélice y  $\omega_{m_{1,2}}^M$  es la velocidad angular de los motores, definidos como sigue:

$$|d_{m_{1,2}}| = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm y_{m_{1,2}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad I_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{z_m} \end{bmatrix} \quad \omega_{m_{1,2}}^M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{m_1}^M - \omega_{m_2}^M \end{bmatrix}$$

$y_{m_{1,2}}$  es positivo cuando la distancia del *cg* al motor coincide con el sentido positivo del eje del cuerpo  $y^B$ , con  $\omega_{m_1}^M$  como la velocidad angular del motor. Así mismo,  $y_{m_{1,2}}$  es negativo cuando la distancia del *cg* al alerón coincide con el sentido negativo del eje del cuerpo  $y^B$ , con  $\omega_{m_2}^M$  como la velocidad angular del motor.

Sustituyendo la distancia  $y_{m_{1,2}}$ , el tensor de inercia de la hélice  $I_m$ , la velocidad angular de los motores  $\omega_{m_{1,2}}^M$ , las fuerzas de los motores (2.42), la matriz de rotación (2.7) y la velocidad angular (2.45) en la ecuación (2.53), se obtiene:

$$\begin{aligned} \Gamma_M^B &= \begin{bmatrix} 0 \\ \pm y_{m_{1,2}} \\ 0 \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} c\mu & 0 & s\mu \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\mu & 0 & c\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{m_1} \pm f_{m_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \\ -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \\ \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \end{bmatrix} \\ &\times \left( \begin{bmatrix} c\mu & 0 & s\mu \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\mu & 0 & c\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{z_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{m_1}^M - \omega_{m_2}^M \end{bmatrix} \right) \end{aligned}$$

Desarrollando la multiplicación de matrices:

$$\Gamma_M^B = \begin{bmatrix} \pm y_{m_{1,2}} [-s\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})] \\ 0 \\ -\{\pm y_{m_{1,2}} [c\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})]\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\mu I_{z_m} (-\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi) (\omega_{m_2} - \omega_{m_1}) \\ s\mu I_{z_m} (\dot{\phi}s\theta + \dot{\psi}) (\omega_{m_1} - \omega_{m_2}) + c\mu I_{z_m} (\dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi) (\omega_{m_2} - \omega_{m_1}) \\ s\mu I_{z_m} (-\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi) (\omega_{m_2} - \omega_{m_1}) \end{bmatrix}$$

Finalmente, los momentos de los motores expresados en el referencial del cuerpo en sus componentes rectangulares se escriben como:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{M_x}^B &= \pm y_{m_{1,2}} [-s\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})] + c\mu I_{z_m} \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \right) (\omega_{m_2} - \omega_{m_1}) \\
\Gamma_{M_y}^B &= s\mu I_{z_m} \left( \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \right) (\omega_{m_1} - \omega_{m_2}) + c\mu I_{z_m} \left( \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \right) (\omega_{m_2} - \omega_{m_1}) \\
\Gamma_{M_z}^B &= - \left\{ \pm y_{m_{1,2}} [c\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})] \right\} + s\mu I_{z_m} \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \right) (\omega_{m_2} - \omega_{m_1})
\end{aligned} \tag{2.54}$$

### 2.4.3. Dinámica completa del UAV

Para obtener la dinámica traslacional completa se sustituyen las ecuaciones (2.10), (2.37), (2.41) y (2.44) en (2.33), obteniendo:

$$\begin{aligned}
m\ddot{x} &= (c\theta c\psi)(-(c\mu + c\alpha) D_{w_{1,2}} + (s\mu - s\alpha) L_{w_{1,2}} - c\alpha D_h - s\alpha L_h - D_v \\
&\quad + (c\mu + c\alpha) (-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (s\mu - s\alpha) (L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) \\
&\quad + c\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})) + (c\theta s\psi)(L_v + L_r(\zeta)) - (s\theta)(-(s\alpha - s\mu) D_{w_{1,2}} \\
&\quad + (c\mu + c\alpha) L_{w_{1,2}} - s\alpha D_h + c\alpha L_h + (-s\mu + s\alpha) (-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) \\
&\quad + (c\mu + c\alpha) (L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) - s\alpha D_e(\eta) + c\alpha L_e(\eta) - s\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})) \\
m\ddot{y} &= (s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi)(-(c\mu + c\alpha) D_{w_{1,2}} + (s\mu - s\alpha) L_{w_{1,2}} - c\alpha D_h - s\alpha L_h \\
&\quad - D_v + (c\mu + c\alpha) (-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (s\mu - s\alpha) (L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) \\
&\quad + c\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})) + (s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi)(L_v + L_r(\zeta)) \\
&\quad + (s\phi c\theta)(-(s\alpha - s\mu) D_{w_{1,2}} + (c\mu + c\alpha) L_{w_{1,2}} - s\alpha D_h + c\alpha L_h \\
&\quad + (-s\mu + s\alpha) (-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (c\mu + c\alpha) (L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) \\
&\quad - s\alpha D_e(\eta) + c\alpha L_e(\eta) - s\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})) \\
m\ddot{z} &= (c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi)(-(c\mu + c\alpha) D_{w_{1,2}} + (s\mu - s\alpha) L_{w_{1,2}} - c\alpha D_h - s\alpha L_h \\
&\quad - D_v + (c\mu + c\alpha) (-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (s\mu - s\alpha) (L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) \\
&\quad + c\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})) + (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi)(L_v + L_r(\zeta)) \\
&\quad + (c\phi c\theta)(-(s\alpha - s\mu) D_{w_{1,2}} + (c\mu + c\alpha) L_{w_{1,2}} - s\alpha D_h + c\alpha L_h \\
&\quad + (-s\mu + s\alpha) (-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (c\mu + c\alpha) (L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) \\
&\quad - s\alpha D_e(\eta) + c\alpha L_e(\eta) - s\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})) - mg
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Para obtener la dinámica rotacional completa se sustituyen las ecuaciones (2.50), (2.52) y (2.54) en (2.48), obteniendo:

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi} &= \frac{1}{c\theta c\psi} \left[ -\ddot{\theta}s\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}s\theta c\psi + \dot{\phi}\dot{\psi}c\theta s\psi - \dot{\theta}\dot{\psi}c\psi + \frac{1}{I_x} (\pm y_{w_{1,2}} [-(s\alpha - s\mu) D_{w_{1,2}} \right. \\
&\quad + (c\mu + c\alpha) L_{w_{1,2}}] \pm y_{a_{1,2}} [(-s\mu + s\alpha) (-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (c\mu \\
&\quad + c\alpha) (L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi))] \pm y_{m_{1,2}} [-s\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})] + c\mu I_{z_m} \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi \right. \\
&\quad \left. + \dot{\theta}c\psi \right) (\omega_{m_2} - \omega_{m_1}) - \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \right) \left( \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \right) (I_y - I_z) \left. \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = \frac{1}{c\psi} & \left[ \ddot{\phi}c\theta s\psi - \dot{\phi}\dot{\theta}s\theta s\psi + \dot{\phi}\dot{\psi}c\theta c\psi + \dot{\theta}\dot{\psi}s\psi + \frac{1}{I_y} (z_h (-c\alpha D_h - s\alpha L_h) \right. \\ & - [-x_h (-s\alpha D_h + c\alpha L_h)] + z_e (-c\alpha D_e(\eta) - s\alpha L_e(\eta)) - [-x_e (-s\alpha D_e(\eta) \\ & + c\alpha L_e(\eta))] - x_r L_r(\zeta) + s\mu I_{z_m} (\dot{\phi}s\theta + \dot{\psi}) (\omega_{m_1} - \omega_{m_2}) + c\mu I_{z_m} (\dot{\phi}c\theta c\psi \\ & + \dot{\theta}s\psi) (\omega_{m_2} - \omega_{m_1}) - (\dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi) (\dot{\phi}s\theta + \dot{\psi}) (I_z - I_x) \left. \right] \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} = -\ddot{\phi}s\theta - \dot{\phi}\dot{\theta}c\theta + \frac{1}{I_z} & \left( - \{ \pm y_{w_{1,2}} [- (c\mu + c\alpha) D_{w_{1,2}} + (s\mu - s\alpha) L_{w_{1,2}}] \} \right. \\ & - x_v L_v - \{ \pm y_{a_{1,2}} [(c\mu + c\alpha) (-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (s\mu - s\alpha) (L_{a_1}(\xi) \\ & \pm L_{a_2}(\xi))] \} - \{ \pm y_{m_{1,2}} [c\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})] \} + s\mu I_{z_m} (-\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi) (\omega_{m_2} \\ & - \omega_{m_1}) - (\dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi) (-\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi) (I_x - I_y) \end{aligned}$$

Describir explícitamente los cambios aerodinámicos de los UAV de tipo rotor y alas abatibles es un área de investigación interesante y un desafío considerable. Generalmente, por simplicidad, el estudio aerodinámico completo del vehículo se realiza analizando por separado cada una de sus fases de vuelo. Se utilizan métodos analíticos, experimentales y numéricos, que incluyen diferentes tipos de algoritmos de cálculo y software. La Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) es uno de los métodos comúnmente utilizados para determinar el campo de flujo alrededor de los elementos del UAV de rotor y ala abatibles y para definir los coeficientes aerodinámicos en diferentes regímenes de vuelo.

## 3.1. Rotor

El rotor es el elemento que gira y que proporciona el empuje necesario, vertical y horizontal de acuerdo al vuelo, ascenso/descenso o crucero, según corresponda. El rotor está compuesto de un motor eléctrico y una hélice, mismos que se describen a continuación.

- Motor eléctrico sin escobillas (Motor brushless)

El motor Brushless Turnigy Multistar 4822-690Kv [41] proporciona el empuje necesario para contrarrestar el peso máximo de despegue. Además, por su peso, dimensiones, consumo de corriente, entre otras características, el motor contribuye al rendimiento del UAV. Los datos proporcionados por el fabricante, se muestran en la Figura 3.1.

En las especificaciones, el fabricante muestra que el acelerador al 50 % y 100 % con diferentes modelos de hélices, proporciona un empuje siempre mayor al requerido (Mayor al peso del UAV que es de 1 [kg]) para todos los casos. Siempre es conveniente trabajar con el acelerador entre el 50 % como mínimo y 75 % como máximo valor.

- Hélice

De acuerdo a las hélices sugeridas por el fabricante, se selecciona la Hélice Slowfly 12x45 [42], que se muestra en la Figura 3.2.



Figura 3.1: Motor brushless y especificaciones.



Figura 3.2: Hélice Slowfly 12x45.

### 3.1.1. Caracterización del rotor para vuelo vertical

Para estudiar el flujo que se libera del rotor, se construyó un banco de pruebas (Figura 3.3) donde se considera el ala, el rotor y un tubo de Pitot ubicado a la mitad de la superficie del ala para determinar la velocidad del aire de la hélice con empuje estático y obtener los parámetros aerodinámicos, como el arrastre en el área bajo la corriente de aire generada por los rotores. En la Figura 3.4a se muestra que la velocidad de la corriente de aire está en función del acelerador del rotor y en la Figura 3.4b se muestra el acelerador en función de la fuerza de propulsión del rotor.



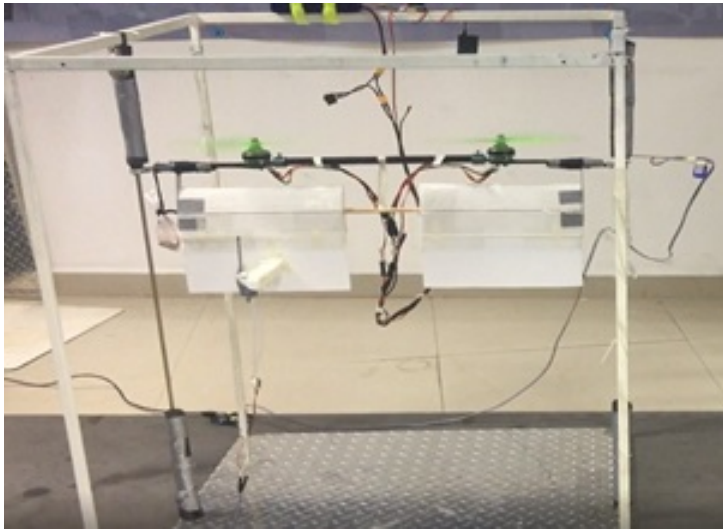
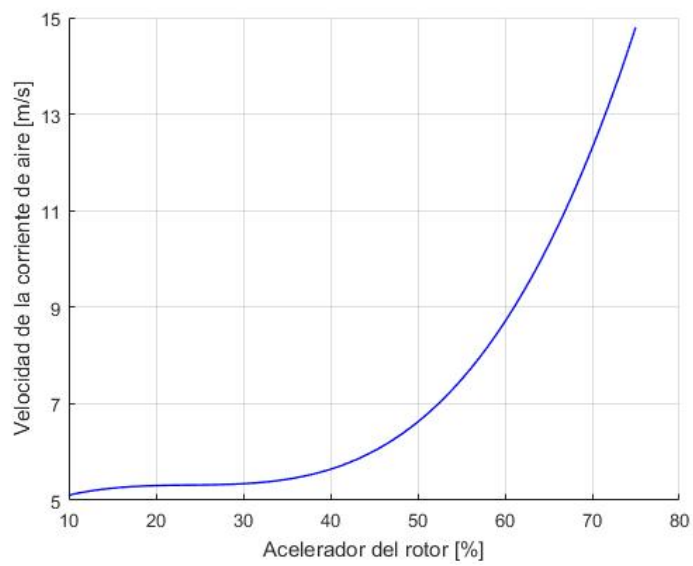
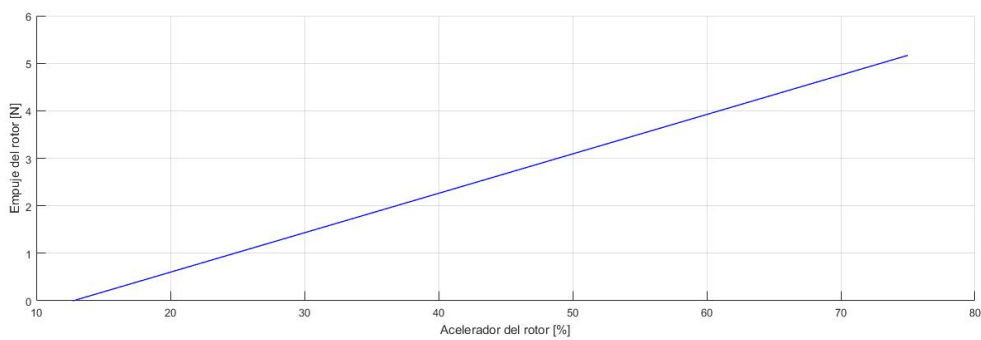


Figura 3.3: Banco de pruebas para el estudio de la velocidad de aire generada por los rotores.



(a) Corriente de aire bajo el rotor.



(b) Velocidad de la corriente de aire vs acelerador del rotor.

Figura 3.4: Acelerador vs propulsión del rotor.

### 3.1.2. Caracterización del rotor mediante banco de pruebas para vuelo en transición

Para determinar el empuje de los motores, se realizan pruebas experimentales, en un banco de pruebas, a diferentes ángulos de inclinación, de 90 a 0 grados, como se observa en la Figura 3.5.



Figura 3.5: Banco de pruebas de hélice con motor en transición

La Tabla 3.1 muestra algunos de los resultados obtenidos durante las pruebas. Dichos valores serán utilizados más adelante en conjunto con el Ala.

Tabla 3.1: Datos de hélice y motor para transición.

Inclinación [°]	Empuje obtenido [N]
80	10.04441
70	9.88827
60	10.20841
50	10.93706
40	11.78713
30	13.35623
20	8.81334
10	5.87751
6	4.41358
5	3.24733
4.5	2.13563

### 3.1.3. Caracterización del rotor para vuelo horizontal

A pesar de los datos proporcionados por el fabricante, haciendo uso del banco de pruebas RCbenchmark Serie 1580, se realizan pruebas del motor y la hélice seleccionados, obteniendo los siguientes datos mostrados en la Tabla 3.2. Las pruebas se realizaron en la Ciudad de México, a una altitud de 2250 [m] y una temperatura de 22°.

Tabla 3.2: Datos de helice y motor para vuelo horizontal.

Señal [ $\mu s$ ]	Empuje [kg <sub>f</sub> ]	Voltaje [V]	Corriente [A]	Velocidad angular [RPM]	Potencia Eléctrica [W]
1000	0.01565	12.584	0.460987	35	5.801277
1038	0.01617	12.582	0.532346	77	6.697977
1234	0.12927	12.551	0.569885	2337	7.425990
1448	0.38171	12.487	2.753545	3816	34.36992
1660	0.61354	12.381	6.159835	4945	76.20493
1883	1.03781	12.164	13.22450	6334	160.7113
1999	1.23107	12.032	16.41592	6805	197.5319

Los datos adquiridos muestran que después del 50 % del acelerador, se obtiene un empuje necesario para poder realizar el vuelo vertical y de sustentación (hover), con un 25 % adicional al 50 % del empuje necesario, para manipular la orientación del vehículo y la compensación de perturbaciones.

## 3.2. Ala

La función primordial del ala se lleva a cabo durante el vuelo horizontal, ya que proporciona el levantamiento necesario para contrarrestar el peso del vehículo. Dentro de sus características, se busca que tenga un menor peso, que no altere significativamente la estabilidad y facilite la obtención de los parámetros aerodinámicos, es por ello que, se utiliza un perfil alar simétrico NACA 0012 como se muestra en la Figura 3.6.

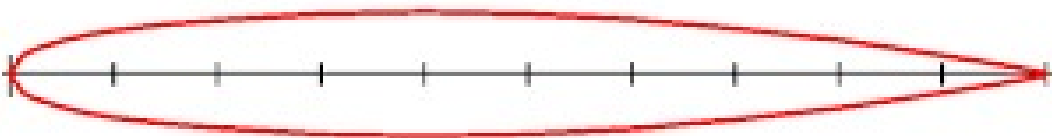


Figura 3.6: Perfil NACA 0012.

### 3.2.1. Caracterización del ala para vuelo vertical

El área del ala debajo de la hélice, debido al perfil utilizado, cancela la fuerza de levantamiento y los momentos que surgen de una condición de flujo simétrico causada por los rotores, es decir, no genera sustentación, pero sí genera arrastre y, por lo tanto, resta empuje a los rotores.

Con la velocidad máxima de la corriente de aire generada por los rotores que se muestra en la Figura 3.4, se realiza un análisis aerodinámico en 3D para esta región. La fuerza de arrastre ( $D$ ) del UAV se calcula utilizando el método de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), utilizando el software ANSYS fluent, obteniendo los siguientes resultados de la Figura 3.7

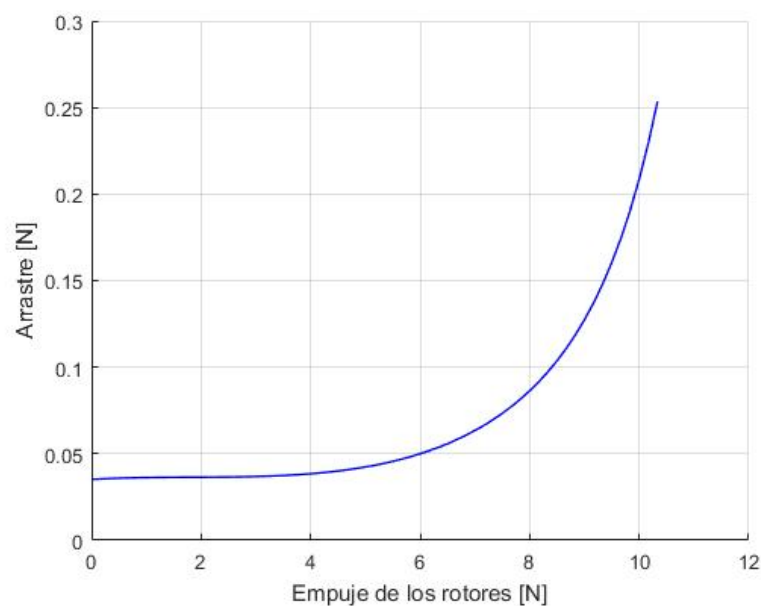


Figura 3.7: Fuerza de arrastre del ala bajo el rotor.

Además, considerando el rotor y el ala, se realizan nuevas pruebas de empuje en un banco de pruebas como se muestra en la Figura 3.8. Los resultados se muestran en la siguiente Tabla 3.3.

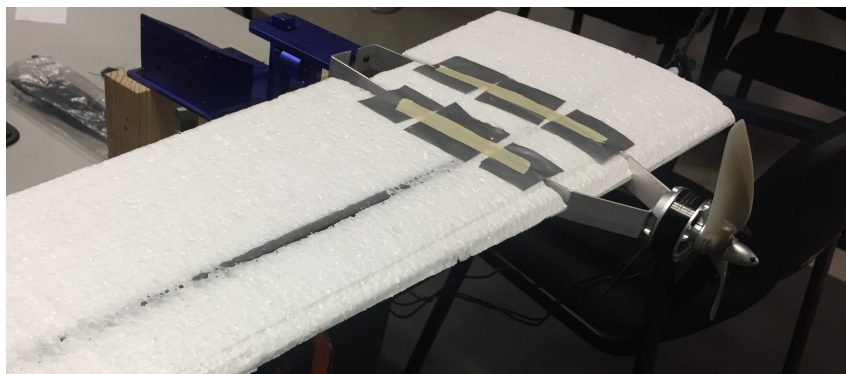


Figura 3.8: Pruebas de empuje del rotor con el ala.

Tabla 3.3: Datos de helice y motor para vuelo horizontal.

Señal [ $\mu s$ ]	Empuje [ $kg_f$ ]	Voltaje [V]	Corriente [A]
1000	0.01055	12.578	0.495937
1041	0.01107	12.575	0.578635
1246	0.12417	12.515	0.630527
1454	0.37621	12.458	3.810847
1664	0.60644	12.364	7.349532
1890	1.01232	12.064	14.72450
1999	1.20507	12.032	18.36592

### 3.2.2. Caracterización del ala para vuelo en transición

Investigaciones basadas en el estudio de la dinámica de transición, generan una trayectoria de referencia, la cual consiste en una secuencia de puntos de equilibrio que corresponden a combinaciones específicas de ángulos de inclinación y velocidad de crucero (Figura 3.9). Sin embargo, diseñar una trayectoria no siempre es necesariamente deseable, debido a que los parámetros aerodinámicos cambian continuamente y no discretamente.

Por lo tanto, se propone una dinámica de transición como la que se muestra en la Figura 3.9 (línea roja), con una estimación continua de parámetros aerodinámicos, en la que el principal objetivo es evitar la pérdida de altura.

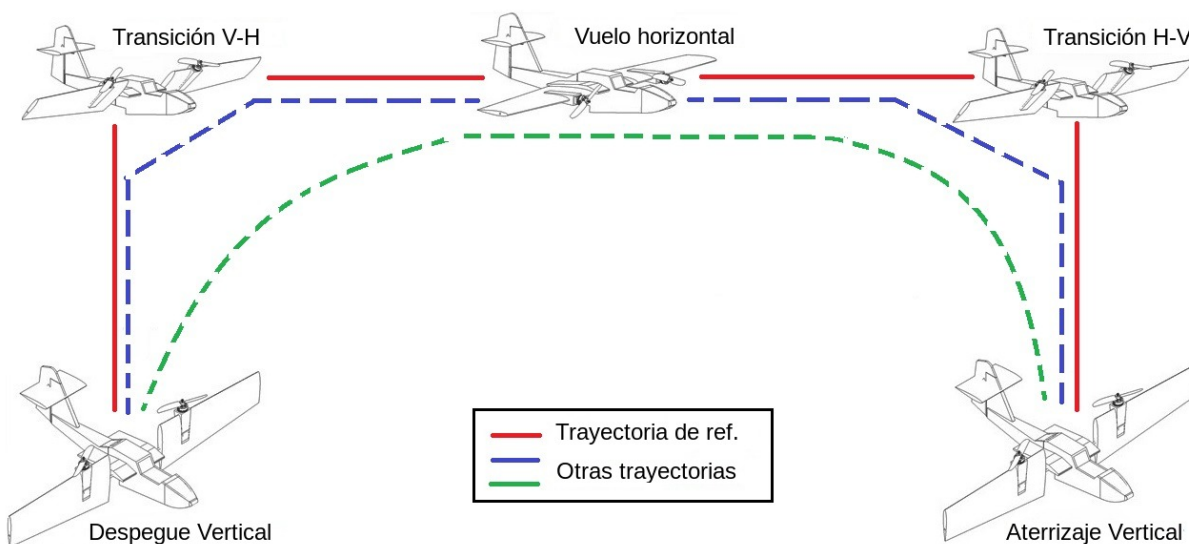


Figura 3.9: Trayectorias de vuelo de un Tilt-wing.

A medida que el ala se inclina, los motores se inclinan. Para vuelo vertical, el empuje de los motores soporta el peso total del UAV. Para vuelo horizontal los motores no proporcionan suficiente fuerza para contrarrestar el peso. Sin embargo, el ala genera levantamiento suficiente para soportar el peso, porque habrá un aumento de velocidad de avance al mismo tiempo, pero también generará arrastre. Las fuerzas de empuje, levantamiento y arrastre están en función de

la velocidad de avance y el ángulo de inclinación y pueden sustituirse por una fuerza resultante siempre igual al peso del UAV.

Para el cálculo de los términos aerodinámicos del ala en el UAV de rotor y ala abatible, el ala se divide en tres secciones, al igual que en [43] y como se observa en la Figura 3.10.

- Dos secciones debido a la corriente producida por la hélice, a saber, el área cubierta y no cubierta por el flujo de la hélice.
- La sección libre del flujo de corriente de la hélice, misma que es cubierta por la velocidad relativa del viento.

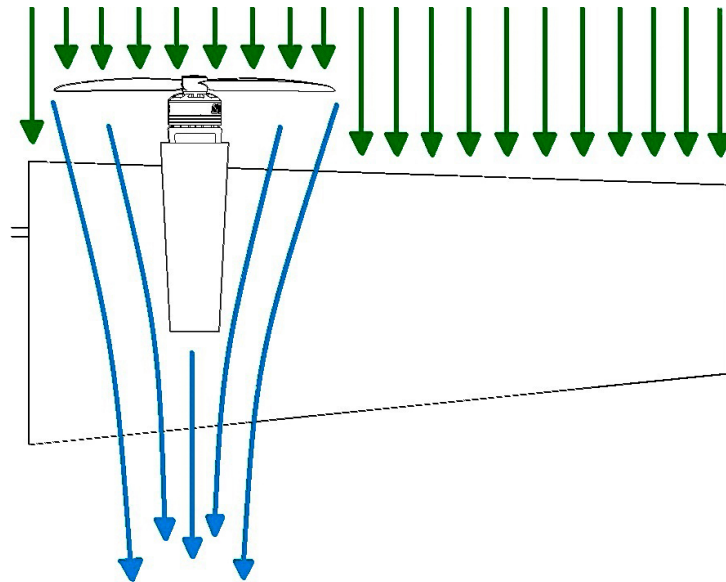


Figura 3.10: Secciones del ala.

### 3.2.2.1. Sección del ala bajo el rotor

Para el cálculo de los parámetros aerodinámicos del área del ala bajo el rotor, la misma se divide en dos áreas que se muestran en la Figura 3.11, el área cubierta por el flujo de la hélice y el área no cubierta.

Para el área cubierta por el flujo de la hélice, el levantamiento y arrastre se pueden expresar como se muestra a continuación, donde las fuerzas aerodinámicas basadas en la corriente producida por la hélice se ven afectadas por la velocidad inducida y no varían con el ángulo de inclinación, mismas que se calcula en la sección 3.1.1.

$$L_{wet} = C_{L_{wet}} qS$$

$$D_{wet} = C_{D_{wet}} qS$$

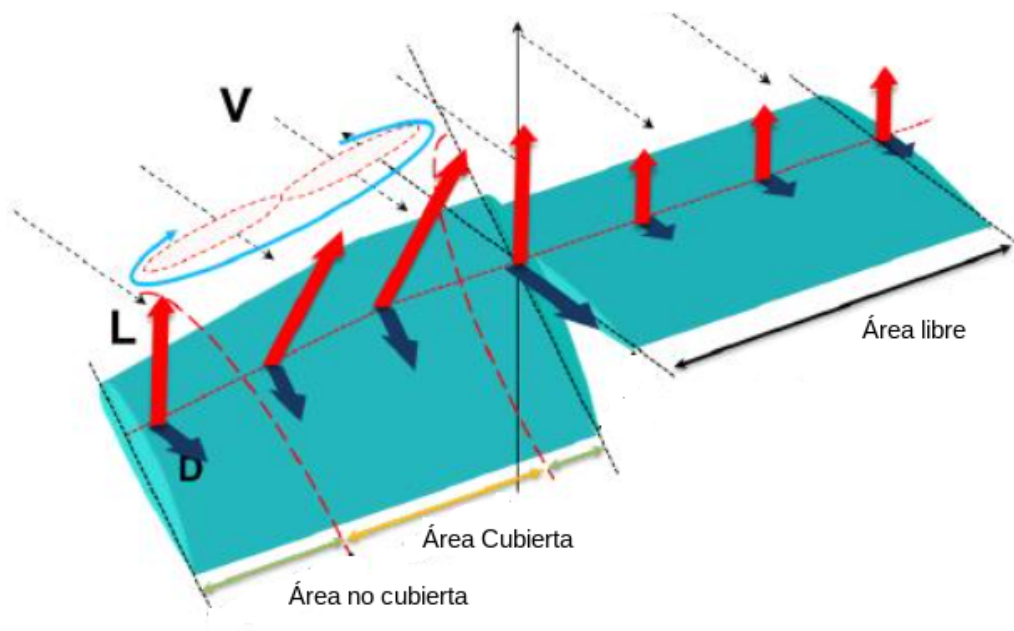


Figura 3.11: Área del ala bajo el rotor.

Donde  $q$  representa la presión dinámica  $q = \frac{1}{2}\rho v_i^2$  y  $v_i$  es la velocidad del flujo producido por la hélice. El área no cubierta actúa principalmente como arrastre.

### 3.2.2.2. Sección del ala libre

Para el cálculo de las fuerzas aerodinámicas, se toman datos aproximados del análisis y ajuste de datos obtenidos de velocidad contra ángulo de inclinación para el modo de transición en [12], como se muestra en la siguiente Figura 3.12.

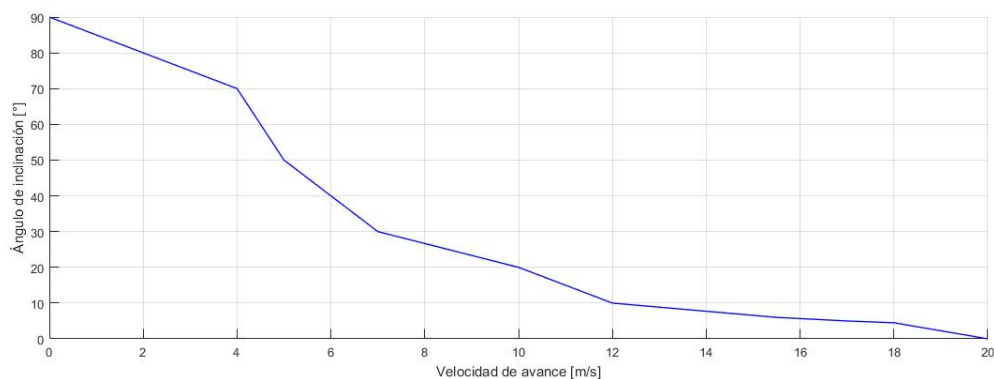


Figura 3.12: Aproximación de la velocidad de avance y el ángulo de inclinación para transición.

Mediante el entorno de simulación ANSYS Fluent se obtienen las fuerzas aerodinámicas de levantamiento y arrastre para cada ángulo de inclinación y una velocidad de avance de 0 a 20 [m/s]. Los resultados se muestran en la siguiente Figura 3.13.

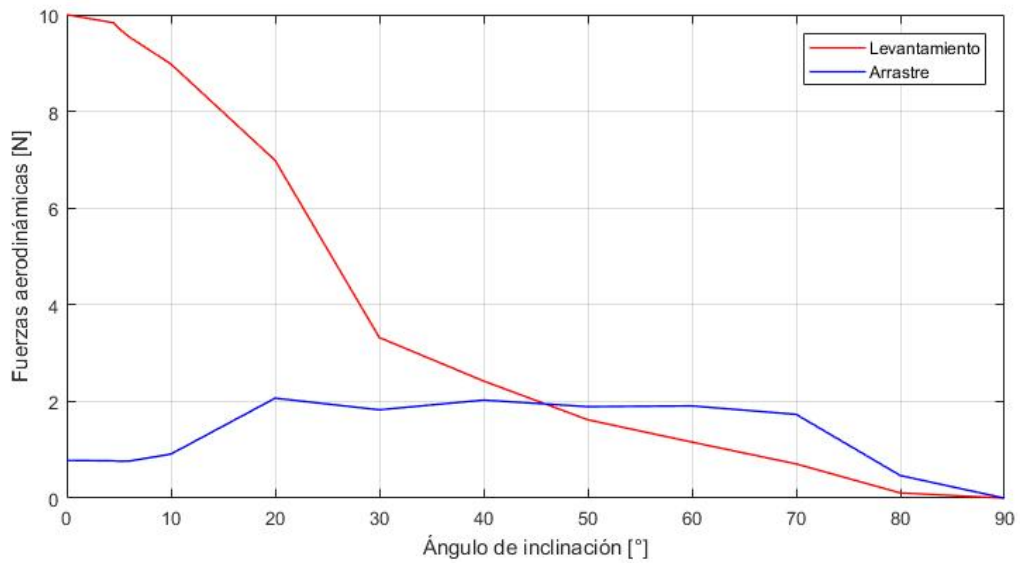


Figura 3.13: Fuerzas aerodinámicas para transición.

La Figura 3.14 presenta las fuerzas aerodinámicas del ala y el empuje de los motores requeridos para contrarrestar el peso del vehículo durante la transición. A partir de los datos obtenidos, se observa que el empuje de los motores es utilizado para sustentar en su totalidad al UAV entre los ángulos de 90 y 30 grados, mientras que el ala necesita ángulos menores a 30 y una velocidad de alrededor de 7 [m/s] para generar el levantamiento requerido.

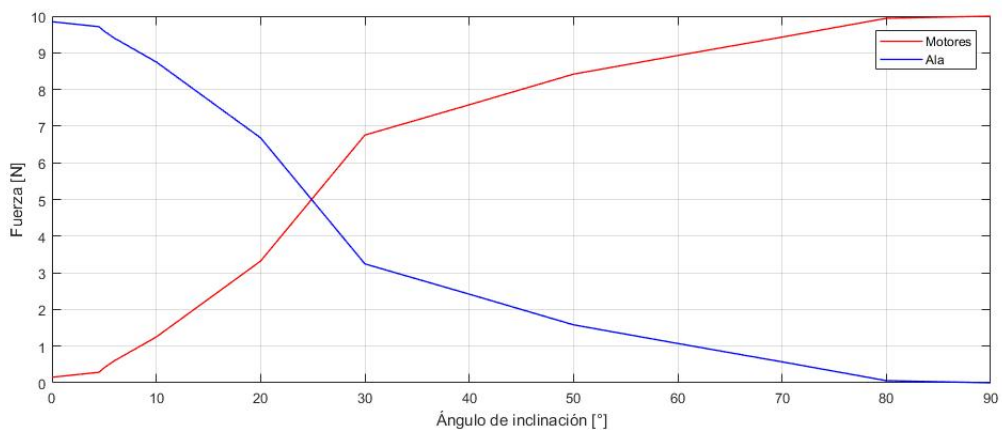


Figura 3.14: Fuerzas del ala y los rotores para transición

### 3.2.3. Caracterización del ala para vuelo horizontal

Por otro lado, se tiene, el área que no se ve afectada por la estela de la hélice, sino por la velocidad del viento relativa durante vuelo horizontal.

A diferencia de los altos ángulos de ataque que se utilizan durante la transición, en esta



ocasión se deben considerar ángulos de ataque por debajo de los 20 grados. Por tanto, el levantamiento y arrastre del área mencionada se pueden obtener por el método de CFD y mediante las siguientes ecuaciones:

$$L_{uw} = C_{L_{uw}} qS \qquad D_{uw} = C_{D_{uw}} qS$$

### 3.3. Elevones como superficies de control

Los elevones se definen como superficies de control que, para el caso del vuelo en modo vertical, combinan las funciones del elevador (utilizado para el control de cabeceo) y el timón (utilizado para el control de guiñada).

El utilizar solo el empuje de los rotores en combinación con los elevones plantean ciertos desafíos en la estabilización del control de orientación para el modo de vuelo vertical y estacionario. Uno de los principales problemas es la compensación del momento de cabeceo. La base de dicha problemática se debe al escaso momento que se genera en el cabeceo por la falta de fuerza aplicada (flujo de viento generado por los rotores) sobre los elevones, provocando inestabilidad en el cabeceo.

Ante dicha problemática, se realizan pruebas y simulaciones para mejorar el momento de cabeceo generado por los rotores y los elevones, tomando en cuenta los siguientes aspectos que se muestran en la Figura 3.15 y se enuncian a continuación: superficie de los elevones y la distancia entre el desprendimiento de la masa de aire generada y los elevones.

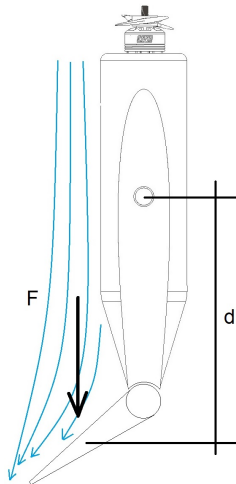


Figura 3.15: Rotores y elevones para vuelo vertical.

#### 3.3.1. Caracterización de los elevones mediante un banco de pruebas

Para el tema en cuestión, se construye un banco de pruebas, con el fin de determinar la variabilidad del momento de cabeceo a diferentes distancias del brazo de momento, dimensiones

del elevon y deflexión del mismo. Se utiliza la hélice slowfly 12x4.5 y el motor brushless 4822-690Kv. El ancho del elevon va de los 0.05 [m] a 0.15 [m] con deflexiones de  $20^\circ$  y  $40^\circ$ . En la Figura 3.16 se muestran los resultados obtenidos en los que se observa que con el elevon de 0.05 [m] el momento de cabeceo no cambia significativamente en comparación con los elevones de 0.08 [m] a 0.15 [m] con los que, después del 50 % del empuje del rotor, el momento aumenta progresivamente.

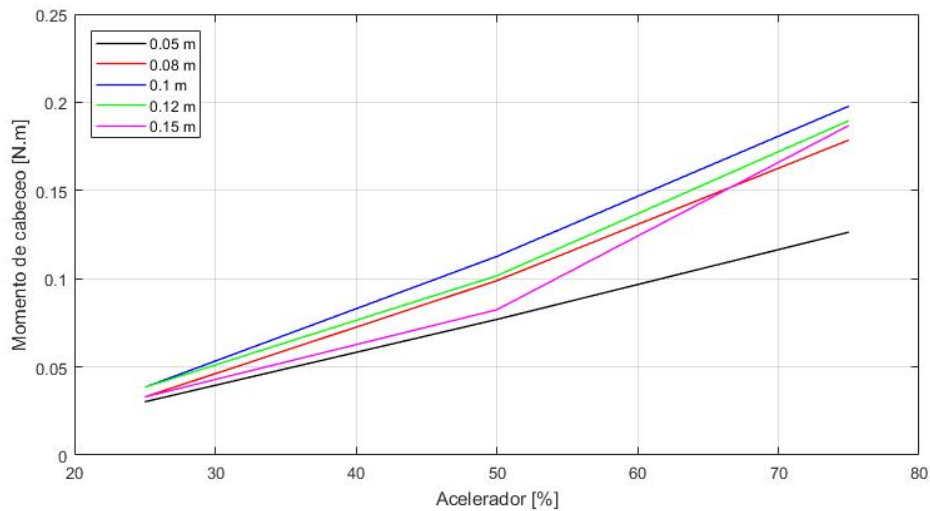
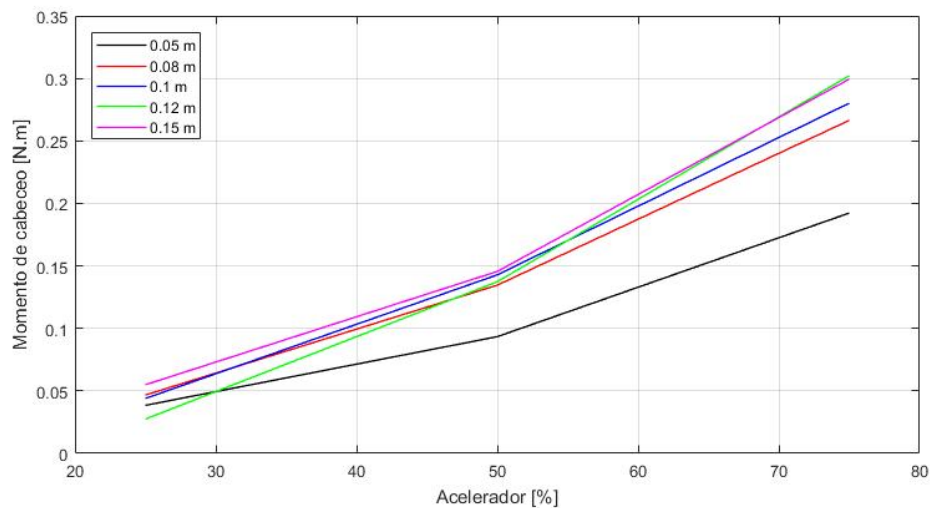
(a) Deflexión del elevón:  $20^\circ$ .(b) Deflexión del elevón:  $40^\circ$ .

Figura 3.16: Momento de cabeceo para vuelo vertical en banco de pruebas.

Como se observa, los elevones con dimensión de 0.15 [m] son los que presentan un mayor momento generado, los elevones de 0.12 [m] se aproximan al mayor momento generado, mientras que los demás elevones se encuentran por muy por debajo, siendo estos los menos eficientes para compensar el momento de cabeceo.

### 3.3.2. Momento de cabeceo con los elevones mediante CFD

En esta ocasión, el análisis de CFD se aplica para determinar el momento ocasionado por el flujo provocado por la rotación de las hélices, mismo que incide en los elevones. Los resultados se muestran en la siguiente Figura 3.17.

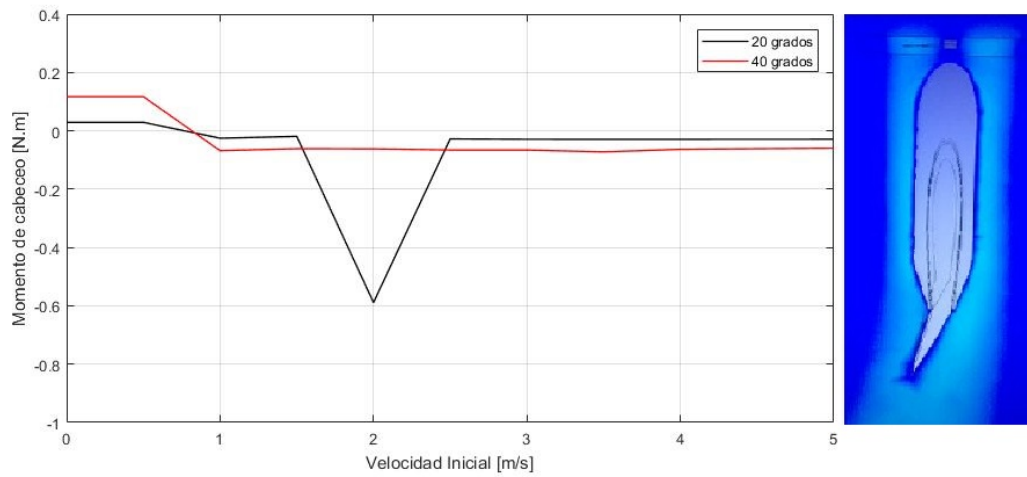


Figura 3.17: Cálculo de momento de cabeceo por CFD.

---

# Diseño, construcción e instrumentación del UAV de doble ala abatible

---

En esta sección, se presentan los detalles del diseño y la construcción del UAV de ala y rotor abatible para lo cual, primeramente se realiza un diseño geométrico de las partes que lo constituyen, posteriormente su elaboración. Finalmente, se implementa la instrumentación a través de la cual se obtendrán los resultados de vuelo experimentales.

## 4.1. Diseño del UAV

El diseño del UAV se lleva a cabo mediante la aplicación de las diferentes etapas del proceso de diseño de sistemas aéreos no tripulados, mismas que se detallan en [44] y [45].

El diseño como proceso consiste en transformar información de las condiciones, necesidades y requisitos de una estructura con forma aerodinámica en una máquina voladora no tripulada con el objetivo de cumplir con las expectativas de la misión con un vuelo seguro a bajo costo operativo. El modelo lineal del proceso de diseño, permite identificar las fases del diseño, las cuales se enuncian y definen a continuación.

En la primera fase, se buscan conceptos o principios de solución al problema sin cálculos precisos, para lo cual se analiza el problema identificado, se sintetiza una o varias posibles soluciones y se evalúan con respecto a restricciones impuestas. En esta fase se generan principios de solución, pero no se obtienen estructuras de solución lo suficientemente válidas como para materializar la respuesta al problema.

En la segunda fase, que corresponde al diseño preliminar, se avanza en la concretización de una solución al problema, determinando componentes e interacciones con el suficiente grado como para poderla evaluar objetivamente. Se obtienen formas específicas, materiales propuestos y planos de conjunto con dimensiones generales, que representan al producto como un conjunto organizado de piezas, componentes, enlaces y acoplamientos. Sin embargo, los parámetros que se determinan no son definitivos y pueden ser alterados posteriormente.

Finalmente, en el diseño de detalle se generan todas las especificaciones necesarias para la producción del producto-solución. La elaboración de planos a detalle, la determinación de

etapas de fabricación, la identificación de proveedores, etc. Lo anterior, finalmente sede paso al diseño final de la solución.

#### 4.1.1. Requerimientos generales

Los principales requisitos generales aplicables para este UAV consisten en el rendimiento, disponibilidad, estabilidad y controlabilidad, basados en la justificación, la motivación y el vehículo "Parcelcopter 3.0" creado por la paquetería DHL mencionado en los antecedentes.

El rendimiento del UAV se evalúa generalmente mediante los parámetros de alcance (Range) y la autonomía o la resistencia (Endurance), los cuales se ven afectados por diversos factores como el peso, la configuración y geometría del vehículo, el empuje, la fuente de alimentación, etc. Por tal motivo, el optar por utilizar una configuración híbrida de tipo ala y rotor abatibles con dos motores contrarrotativos, situados a la mitad de cada ala, y una geometría de la aeronave aerodinámicamente fiable que, contribuyen al aumento del tiempo de vuelo, con un menor peso, entre otras ventajas. Además, por su capacidad de vuelo vertical y horizontal, existe una gran disponibilidad de utilizar el vehículo en infinidad de misiones en diversos entornos al poseer las características de ambos modos de vuelo. Para efectuar dicha transición entre ambos modos de vuelo, se utiliza un mecanismo de inclinación ubicado en el centro del ala al cuarto de cuerda aerodinámica, sin embargo, tanto el mecanismo de inclinación como el ala no alteran el *cg* de la aeronave, es decir, se conserva la simetría en el plano vertical, lo que contribuye a la estabilidad definida como la cualidad en la que la aeronave tiende a regresar a su condición de equilibrio de forma autónoma. No obstante, esta capacidad se ve afectada por la controlabilidad de las superficies de control que, aunado a las superficies de control con las que cuentan de las aeronaves convencionales, el UAV propuesto adicionalmente cuenta con Elevones para vuelo vertical.

##### 4.1.1.1. Requerimientos de misión

Investigaciones basadas en el estudio de la dinámica del UAV de tipo rotor y ala abatible, han generado diversos perfiles de misión con trayectorias durante la transición de vuelo, basadas en una secuencia de puntos como se muestran en la Figura 3.9 (Líneas punteadas). Sin embargo, diseñar una trayectoria no siempre es deseable, debido a que los parámetros aerodinámicos cambian continuamente sobre todo durante la etapa de transición. Por lo tanto, se propone un perfil de misión con una transición como la que se indica con la línea roja, con el objetivo de evitar la pérdida de altura.

Para la etapa de transición, a medida que el ala se inclina, los motores se inclinan. Durante el vuelo vertical, el empuje de los motores soporta el peso total del UAV. Para vuelo horizontal los motores no proporcionan suficiente fuerza para contrarrestar el peso. No obstante, el ala genera el levantamiento suficiente para soportar el peso del vehículo.

Por su configuración híbrida, el UAV es apto para realizar diversos tipos de misiones, desde las más sencillas hasta las más sofisticadas. Es decir, desarrollarse en lugares amplios y despejados hasta poco accesibles, reducidos, con obstáculos o en interiores.

Como se sabe, usar el UAV en la ciudad no es seguro. La pérdida de enlace de datos es uno de los problemas más críticos, ya que los edificios bloquean la señal de radio. Aumentando la distancia desde la estación de control terrestre (GCS), disminuyendo la intensidad de la señal. Cabe mencionar que, en este trabajo no se discutirán los problemas de comunicación y cómo abordarlos. Para evitar el riesgo de pérdida de señal, el rango operativo máximo se establece en 5 [km] y la altitud operativa es 20 [m] sobre el nivel del suelo. La velocidad de crucero es de 20 [m/s] para alcanzar el objetivo en 8 segundos. De acuerdo con la preocupación por la seguridad, el tiempo de merodeo para vuelos de ala fija es de 5 minutos y para vuelos multirrotor es de 2 minutos.

#### 4.1.2. Concepto del diseño del UAV

La problemática ya descrita en la justificación es el punto de partida del diseño conceptual del UAV de rotor y ala abatibles, cuyo objetivo es desarrollar (seleccionar) y definir los requisitos preliminares de diseño como entrada del sistema o vehículo, compuesto por varios componentes principales, como: el fuselaje, el ala principal, el estabilizador horizontal, el estabilizador vertical, el sistema de propulsión, el tren de aterrizaje, las superficies de control, el autopiloto y demás componentes electrónicos, la estación en tierra, la fuente de alimentación y el sistema de inclinación.

La Tabla 4.1 muestra un resumen de los componentes principales antes mencionados, sus funciones, sus principales áreas de influencia, su configuración y su relación con los requisitos de diseño.

Tabla 4.1: Componentes principales del UAV para el diseño conceptual.

Componente	Función	Area de influencia	Configuración	Requisitos de diseño
Fuselaje	Alojamiento de carga util	Rendimiento del UAV, Estabilidad longitudinal y Estabilidad lateral	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Geometría: Rectangular</li> <li>■ Disposición interna</li> <li>■ Alojamiento de batería y aviónica</li> </ul>	Peso máximo de despegue (MTOW), costo (Material)

*Continúa en la siguiente página*

Tabla 4.1 – Continuación de la página anterior

Componente	Función	Área de influencia	Configuración	Requisitos de diseño
Ala	Generación de levantamiento	Rendimiento del UAV y estabilidad lateral	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Tipo: Trapezoidal</li> <li>■ localización: en el hombro</li> <li>■ Estabilidad en roll: Neutral</li> </ul>	Centro de gravedad, MTOW, Maximum speed, Rate of climb, Take-off run, Stall speed, Ceiling, Turn performance, Range, Endurance y costo (material)
Estabilizador horizontal	Estabilidad longitudinal	Control longitudinal	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Tipo: Cola en forma de cruz</li> <li>■ Instalación: fijo</li> </ul>	Requerimientos de estabilidad y costo (material)
Estabilizador vertical	Estabilidad direccional	Control direccional	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Tipo: simple</li> </ul>	Requerimientos de estabilidad y costo (material)
Propulsión	Generación de empuje	Rendimiento del UAV y control	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Tipo: Motor eléctrico sin escobillas</li> <li>■ localización: A mitad de cada ala</li> <li>■ 2 motores</li> </ul>	MTOW, Maximum speed, Rate of climb, Take-off run, Stall speed, Ceiling, Turn performance, Range, Endurance y costo (material)
Tren de aterrizaje	Facilita el despegue y aterrizaje	Rendimiento del UAV	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Tipo: Fijo</li> <li>■ localización: En cola y nariz</li> </ul>	MTOW, Maximum speed, Rate of climb, Take-off run, Stall speed, Ceiling, Turn performance y costo (material)
Superficies de control	Control	Maneobrabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Alerones, Elevones, Elevador y Timón</li> </ul>	Requerimientos de controlabilidad

*Continúa en la siguiente página*

Tabla 4.1 – Continuación de la página anterior

Componente	Función	Área de influencia	Configuración	Requisitos de diseño
Autopiloto y componentes electrónicos	Control, orientación, navegación, comunicación y gestión	Maneobrabilidad, estabilidad y vuelo seguro	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Modelo dinámico: no lineal</li> <li>■ Controlador: PD</li> <li>■ Subsistema de navegación: inercial</li> <li>■ Sensores:</li> <li>■ ESC, telemetría</li> </ul>	MTOW, requerimientos de autonomía, aeronavegabilidad y de trayectoria
Estación de tierra	Control y guía del UAV desde la tierra	Autonomía y vuelo seguro	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Radio</li> <li>■ Transmisor y receptor</li> </ul>	Requerimientos de autonomía
Fuente de alimentación	Alimentación del UAV	Autonomía, rendimiento del UAV y vuelo seguro	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Batería: LiPo</li> <li>■ Regulador</li> <li>■ Tester</li> </ul>	MTOW, Maximum speed, Rate of climb, Take-off run, Stall speed, Ceiling, Turn performance, Range, Endurance, costo (Motores y hélice), Requerimiento de autonomía
Sistema de inclinación	Control de inclinación del ala y rotor	Control, autonomía y vuelo seguro	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Doble inclinación</li> </ul>	MTOW, requerimientos de controlabilidad

### 4.1.3. Diseño detallado del UAV

A continuación se presenta detalladamente cada elemento que compone al vehículo, su diseño en CAD, entre otras características y especificaciones.

#### 4.1.3.1. Fuselaje

El fuselaje es el cuerpo del vehículo, que por una parte, aloja la mayoría de la carga útil como la batería, en conjunto con los componentes electrónicos, y por otra parte, soporta diversas car-



gas a las que se somete el vehículo. Se considera como la parte central debido a que se acoplan directamente o indirectamente el resto de los componentes como las superficies aerodinámicas, el tren de aterrizaje y el sistema de propulsión.

Su forma se debe al resultado de obtener una geometría con poca resistencia aerodinámica y ciertas necesidades de volumen o capacidad de alojamiento.

Para obtener el volumen adecuado para la colocación de los componentes electrónicos y la batería, se selecciona como fuselaje un cuerpo de sección transversal rectangular con la forma del UAV comercial FT Explorer de [46]. Con esta configuración, el fuselaje del vehículo resulta ser una estructura como la que se muestra en la Figura 4.1.

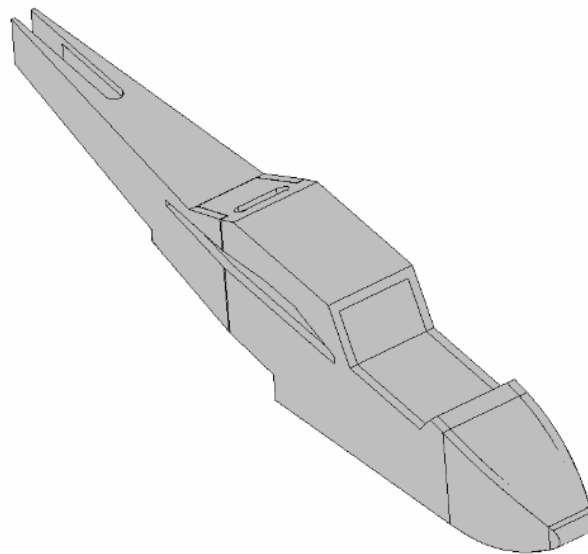


Figura 4.1: Diseño en CAD del fuselaje

#### 4.1.3.2. Ala

La función principal del ala es generar la suficiente fuerza de levantamiento ( $L$ ) debido a la diferencia de presión entre la superficie inferior y superior de la misma, tanto como para soportar el peso del vehículo. Sin embargo, se producen dos fuerzas adicionales, las cuales son: la fuerza de arrastre ( $D$ ) y el momento de cabeceo ( $M$ ). Cuando un ala se diseña siempre se busca maximizar el levantamiento, mientras que el arrastre y momento se buscan minimizar.

Para el diseño del ala, como una primera aproximación, se busca calcular los factores que limitan el ala de acuerdo a la misión a realizar, como lo son: requerimientos de rendimiento, requerimientos de estabilidad y control, requerimientos operacionales, coste de operación, márgenes de seguridad, etc.

Entre los principales requisitos de rendimiento se incluyen la velocidad de pérdida, velocidad máxima, alcance y tiempo máximo de vuelo. Entre los requisitos de estabilidad y control, se incluyen la estabilidad estática lateral-direccional, la estabilidad dinámica lateral-direccional y la capacidad de control del vehículo durante una posible pérdida de levantamiento del ala.

El diseño del ala, en esta primera etapa, se centra en la obtención de ciertos parámetros geométricos y de posición, algunos definidos en [32] y [47].

- **Perfil:** Un perfil aerodinámico es la forma transversal que adopta el ala. Como principales requisitos, se desea que durante el vuelo horizontal y parte de la transición, se genere el levantamiento suficiente para contrarrestar el peso del vehículo, además de una menor fuerza de arrastre y un momento de cabeceo cero.

Por su configuración de ala abatible, se opta por usar un perfil simétrico debido a que su centro de presión no varía, fácil construcción y sobre todo para un ángulo de ataque cero el momento de cabeceo es nulo. Dichas características favorecen a los tres modos de vuelo. Aunado a ello, es un perfil básico utilizado para altas velocidades [34].

- **Forma en planta:** La forma en planta tiene una gran influencia sobre la manera en que se reparte el levantamiento a lo largo de la envergadura, por lo que afectará también a la resistencia inducida y a la entrada en pérdida del ala.

Con el objetivo de determinar el ala óptima para la aplicación seleccionada, se opta por un ala con estrechamiento (cónica) debido a que combina perfiles de cuerdas distintas, en su extremo una cuerda de 0.15 [m] y 0.2 [m] en su cuerda de raíz, de tal modo que aproxima la eficiencia de un ala elíptica, basándose en un ala cuadrada. Este tipo de ala es la más utilizada en la industria, puesto que sus desventajas aerodinámicas son compensadas por la facilidad en su construcción.

- **Envergadura ( $b$ ):** Es la dimensión perpendicular al plano de simetría que va de punta a punta del ala y, normalmente, es considerablemente más grande que la dimensión paralela. Por tanto, para el caso, se define una envergadura de 1.2 [m] y con ello se procede al cálculo de los parámetros geométricos del ala subsecuentes.
- **Superficie alar ( $S$ ):** Es la superficie total del ala tal como se vería desde una vista en planta. Para determinar la superficie (área) de un ala cónica, se hace uso de la fórmula de un trapecoide. Primeramente se determina la cuerda promedio ( $C_A$ ) y esta misma se multiplica por la envergadura ( $b$ ), donde, la cuerda promedio es igual a la suma de la cuerda de raíz ( $C_R$ ) y la cuerda de punta ( $C_T$ ) dividido entre 2.

$$C_A = \frac{C_R + C_T}{2} = \frac{0.2 [m] + 0.15 [m]}{2} = 0.175 [m]$$

$$S = b * C_A = 1.2 [m] (0.175 [m]) = 0.21 [m^2]$$

- Cuerda media ( $\bar{c}$ ): Es aquella que multiplicada por la envergadura obtiene la superficie alar. Implica la relación cónica del ala y la cuerda de raíz.

$$\bar{c} = C_R \cdot \frac{2}{3} \cdot ((1 + t + t^2) \div (1 + t))$$

donde,  $t = C_T \div C_R = 0.75 [m]$  es la relación cónica del ala. Por tanto, se obtiene:

$$\bar{c} = 0.2 [m] \cdot \frac{2}{3} \cdot ((1 + 0.75 [m] + (0.75 [m])^2) \div (1 + 0.75 [m])) = 0.1762 [m]$$

- Ángulo diedro ( $\Gamma$ ): es el ángulo que forman las alas con respecto a la horizontal (Eje  $y$ ). Es un parámetro que se selecciona analizando la estabilidad lateral-direccional del vehículo y tiene un efecto beneficioso. Sin embargo, debido al abatimiento de las alas que presenta el UAV, se considera un diedro neutro, esto con la finalidad de mantener a las alas con respecto al eje  $y$  durante el vuelo en crucero y sobre el eje  $x$  durante el vuelo en sustentación.
- Estrechamiento ( $\lambda$ ): es la relación entre la cuerda de punta y la cuerda de raíz. El estrechamiento afecta a la distribución de sustentación a lo largo de la envergadura del ala.

Para determinar el estrechamiento, se considera una cuerda de raíz de 0.2 [m] y una cuerda de punta de 0.15 [m], por tanto:

$$\lambda = \frac{C_T}{C_R} = \frac{0.15 [m]}{0.2 [m]} = 0.75$$

- Alargamiento ( $A$ ): El alargamiento es la relación entre la envergadura del ala y la cuerda media aerodinámica. Nos proporciona una idea de la esbeltez del ala en dirección perpendicular al plano de simetría. Es decir al aumentar el alargamiento, aumenta la eficiencia aerodinámica y mejora la resistencia inducida.

El alargamiento se define como:

$$A = \frac{b^2}{S} = \frac{b}{\bar{c}} = \frac{1.2 [m]}{0.1762 [m]} = 6.81$$

- Flecha ( $\Lambda$ ): Ángulo formado entre el eje de simetría del vehículo y la línea perpendicular situada al 25 % de la cuerda. La flecha puede ser progresiva o regresiva. Además, mejora la estabilidad y tiene una tendencia natural de efecto diedro (estabilizante). Por tanto, para el UAV de ala abatible, las alas no presentan flechado.

Finalmente, considerando cada una de los parámetros geométricos y de posición del ala, el diseño de la misma se muestra en la siguiente Figura 4.2

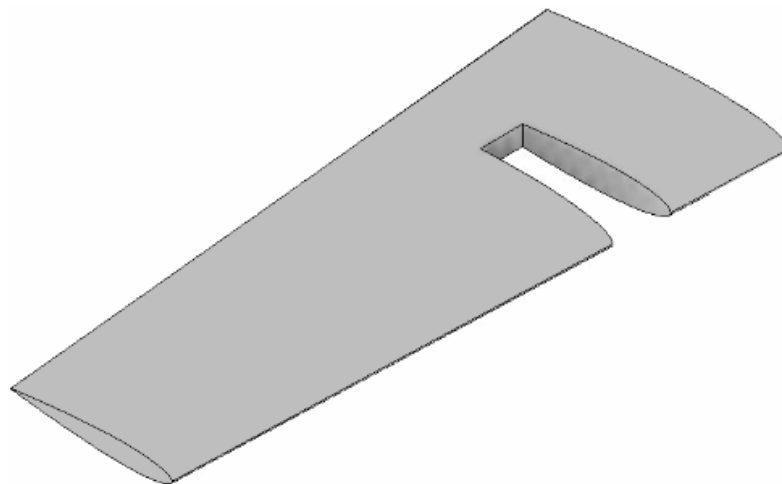


Figura 4.2: Diseño en CAD del Ala.

#### 4.1.3.3. Empenaje

Se denomina empenaje a la combinación del estabilizador horizontal y vertical. En primera instancia, se selecciona la configuración del mismo.

Para la selección de la configuración del empenaje, es de suma importancia tener en cuenta que, durante el vuelo horizontal, las alas son causantes de vórtices y una corriente descendente, así mismo, los rotores con el flujo de aire que generan. Por consecuente, se opta por la configuración de cola en “T”. La principal ventaja de dicha configuración es que está fuera de las regiones de estela del ala y los rotores, por lo que no causa efecto alguno. Una menor influencia del ala permite una leve reducción del tamaño del estabilizador horizontal al no estar inmerso en flujo perturbado y el poco efecto causado por el flujo de los rotores conduce a menos vibraciones y fatiga en el empenaje, por lo que aumenta su vida útil.

La reducción del tamaño del estabilizador horizontal, permite que a su vez se reduzca el área del mismo. Para vuelo vertical, dicha ventaja contribuye en la reducción del arrastre durante el despegue vertical.

Una vez establecida la configuración, se procede a determinar los parámetros geométricos del estabilizador horizontal y vertical:

- Estabilizador horizontal: El estabilizador horizontal es responsable de mantener la estabilidad longitudinal durante todo el tiempo de vuelo y permitir realizar maniobras en el plano vertical como el cabeceo.

Por ello, al igual que el ala, a continuación se determinan ciertos parámetros geométricos y de posición.

1. Perfil: el estabilizador horizontal requiere una sección de perfil aerodinámico que sea capaz de generar la sustentación requerida con una resistencia mínima y un momento de cabeceo mínimo. Dado que el centro de gravedad de la aeronave se mueve durante la etapa de transición, la sección del perfil aerodinámico debe poder crear tanto una sustentación positiva y una sustentación negativa. Este requisito requiere que el estabilizador horizontal se comporte de manera similar tanto en ángulos de ataque positivos como negativos. Por esta razón, una sección de perfil aerodinámico simétrico es un candidato adecuado. Para el caso, se selecciona el mismo perfil simétrico del ala.
2. Forma de la planta: Se adopta un estabilizador horizontal con estrechamiento o cónico, con una cuerda de raíz de 0.1 [m] y una cuerda de punta de 0.05 [m].
3. Envergadura ( $b_h$ ): Para el estabilizador horizontal se define una envergadura de 0.3 [m].
4. Área ( $S_h$ ): Al igual que el ala, para determinar el área del estabilizador horizontal se hace uso de la fórmula trapezoide. Por tanto, se determina la cuerda promedio ( $C_{hA}$ ), misma que se multiplica por la envergadura ( $b_h$ ), donde, la cuerda promedio es igual a la suma de cuerda de raíz ( $C_{hR}$ ) y la cuerda de punta ( $C_{hT}$ ) dividido entre 2.

$$C_{hA} = \frac{C_{hR} + C_{hT}}{2} = \frac{0.1 [m] + 0.05 [m]}{2} = 0.075 [m]$$

$$S_h = b_h * C_{hA} = 0.3 [m] (0.075 [m]) = 0.0225 [m^2]$$

5. Botalón ( $l_t$ ): Estructura que une el empenaje al fuselaje del vehículo. Para el caso, el botalón es de 0.3 [m].
6. Estrechamiento ( $\lambda_h$ ): El estrechamiento es igual a la cuerda de punta entre la cuerda de raíz, como se muestra:

$$\lambda_h = \frac{C_{hT}}{C_{hR}} = \frac{0.05 [m]}{0.1 [m]} = 0.5$$

7. Alargamiento ( $A_h$ ): El alargamiento es la relación entre el cuadrado de la envergadura ( $b_h$ ) y el área ( $S_h$ ), y se calcula como sigue:

$$A_h = \frac{b_h^2}{S} = \frac{(0.3 [m])^2}{0.0225 [m]} = 4$$

De acuerdo a los parámetros geométricos establecidos, el diseño del estabilizador horizontal se muestra en la Figura 4.3.

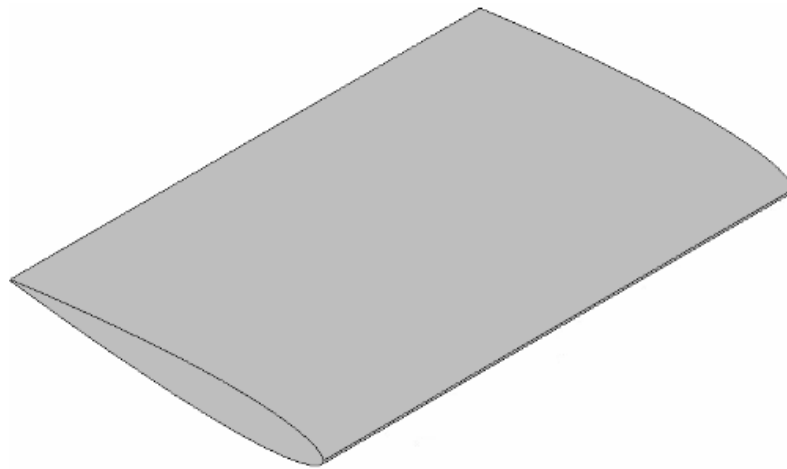


Figura 4.3: Diseño en CAD del estabilizador horizontal.

- Estabilizador vertical: Encargado de proporcionar estabilidad lateral–direccional a la aeronave, compensación direccional, así como realizar maniobras y asegurar controlabilidad en el plano vertical.

Por el tipo de configuración que se adopta para el empenaje, el estabilizador vertical se encuentra ubicado detrás del centro de gravedad del vehículo, en la parte superior del estabilizador horizontal. Además, es de una estructura más rígida al ser quien contiene y une al estabilizador horizontal con el fuselaje.

Al igual que las anteriores superficies aerodinámicas, se determinan ciertos parámetros geométricos y de posición.

1. Perfil: El perfil aerodinámico para el estabilizador vertical debe generar el coeficiente de sustentación requerido con un coeficiente de resistencia mínimo. Una sección aerodinámica no simétrica crea un momento de cabeceo aerodinámico. Uno de los requisitos básicos del diseño de la aeronave es la simétricidad con respecto al plano  $xz$ . Por lo tanto, para asegurar la simétricidad de la aeronave con respecto al plano  $xz$ , la sección vertical del perfil aerodinámico debe ser simétrica. Al ser simétrica, no produce ninguna sustentación para mantener el ajuste direccional en condiciones de vuelo normales.

Para satisfacer los requisitos, se selecciona un perfil simétrico delgado, pero sin descuidar el hecho de que la estructura del estabilizador vertical debe ser rígida. Por consiguiente, se selecciona el perfil NACA0009 para el caso.

2. Forma de la planta: Se adopta un estabilizador vertical con estrechamiento o cónico, con una cuerda de raíz ( $C_{vR}$ ) de 0.15 [m] y una cuerda de punta ( $C_{vT}$ ) de 0.06 [m].
3. Altura ( $h_v$ ): Uno de los requisitos principales para determinar la altura del estabilizador vertical es mantener al estabilizador horizontal fuera de las regiones de la estela del ala y los rotores. Por ello, se determina que la altura del estabilizador vertical sea igual a 0.11 [m].
4. Área neta ( $S_v$ ): Para determinar el área del estabilizador vertical se emplea el mismo método con el que se determinó el área del ala, donde,  $C_{vA}$  es la cuerda promedio.

$$C_{vA} = \frac{C_{vR} + C_{vT}}{2} = \frac{0.15 [m] + 0.06 [m]}{2} = 0.105 [m]$$

$$S_v = h_v * C_{vA} = 0.11 [m] (0.105 [m]) = 0.01155 [m^2]$$

5. Estrechamiento ( $\lambda_v$ ): La cuerda de punta entre la cuerda de raíz permite el cálculo del estrechamiento, como sigue:

$$\lambda_v = \frac{C_{vT}}{C_{vR}} = \frac{0.06 [m]}{0.15 [m]} = 0.4$$

6. Alargamiento ( $A_v$ ): La relación entre el cuadrado de la altura y el área da como resultado el alargamiento, como se muestra:

$$A_v = \frac{h_v^2}{S_v} = \frac{(0.11 [m])^2}{0.01155 [m]} = 1.047$$

Con los parámetros geométricos definidos, se establece el diseño del estabilizador vertical como se muestra en la Figura 4.4.

#### 4.1.3.4. Rotor

La principal función del rotor es generar la fuerza propulsora necesaria para superar el peso del vehículo durante vuelo vertical, así como la resistencia del UAV y proporcionar velocidad para que el ala produzca fuerza de levantamiento durante el vuelo en transición y horizontal.

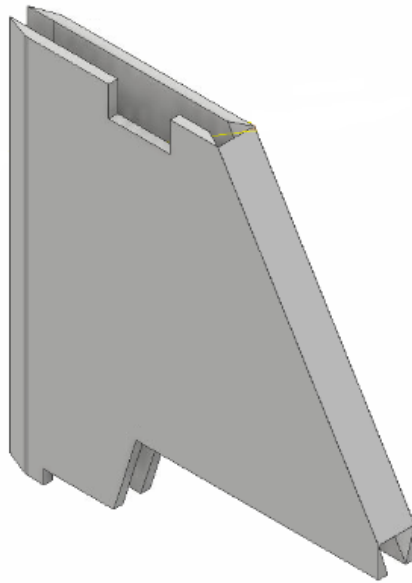


Figura 4.4: Diseño en CAD del estabilizador vertical.

La selección del sistema de propulsión, como lo es el tipo de motor, el número de motores y la ubicación de los mismos, es función de varios factores, como la misión del vehículo, el costo, los requisitos operativos, etc.

El sistema de propulsión del UAV de tipo ala abatible, consta de dos rotores compuestos por motores y hélices. Dependiendo de la ubicación de los rotores, estos pueden desestabilizar o estabilizar el vehículo; para el caso, los motores se posicionan a la mitad del borde de ataque de cada ala, de tal forma que favorece la estabilidad del vehículo de la cual se hablará más adelante.

Para la selección del motor se considera un empuje mínimo generado de 1 [kg]. Por tanto, se presentan una serie de motores de tipo sin escobillas (brushless) con sus características técnicas y sus respectivas hélices propuestas por los fabricantes para producir el empuje requerido.

Motores como el MT3510-630KV (14 polos), AX-2810Q (14 polos), 4220-650KV (16 polos) y el 4822-690KV (22 polos), son motores sin escobillas con alto par, bajo consumo de corriente y un voltaje de entrada de 11.1 [V]-12.5 [V]. Dichos motores se muestran en las Figuras 4.5a, 4.5b, 4.5c y 4.5d en conjunto con algunas especificaciones de interés.

Los motores se analizan en el banco de pruebas RCbenchmark Serie 1580, con diferentes hélices de tamaños estándar. Las pruebas de empuje estático se proporcionan en las siguientes Figuras 4.6a, 4.6b, 4.6c y 4.6d. Las pruebas se realizaron en la Ciudad de México, a una altitud de 2250 [m] y una temperatura de 22°.

EL peso máximo estimado del prototipo que se considera es de 1 [kg], por tanto, es necesario que cada rotor proporcione un empuje mínimo de 500 gramos para poder contrarrestarlo.

Después de las pruebas realizadas de los motores y las hélices, se selecciona el motor 4822-690KV de Turnigy Multistar en conjunto con las hélices 12x4.5 Slowfly como propulsores del vehículo. Los resultados muestran que al 50 % del acelerador, los rotores proporcionan 580





(a) Motor MT3510-630KV



(b) Motor AX-2810Q



(c) Motor 4220-650KV



(d) Motor 4822-690KV

Figura 4.5: Motores sin escobillas (brushless).

gramos a 6.8 [A] cada uno, suficientes para realizar aterrizaje y despegue vertical. Además, 400 gramos adicionales, sin exceder el 75 % del acelerador, para compensación de perturbaciones y vuelo de sustentación.

El motor cuenta con 22 polos, por tanto, su velocidad de rotación es baja en comparación con los demás, lo cual permite un mejor control del mismo. Además, teniendo en cuenta que las hélices seleccionadas son grandes, la conicidad de la estela del rotor que se desprende es lo suficientemente amplia para contribuir de gran manera con las superficies de control.

Debido a la corriente requerida de los motores, se selecciona el controlador de velocidad (ESC) Afro Race Spec Mini ESC with BEC como se muestra en la Figura 4.7. El peso del controlador es de 27 [g] y puede suministrar una corriente de hasta 30 [A].

#### 4.1.3.5. Tren de aterrizaje

El tren de aterrizaje es la estructura que sostiene al vehículo en tierra y le permite despegar y aterrizar. Otra de las funciones principales que tiene el tren de aterrizaje es mantener una distancia segura de los componentes del UAV, como el ala y el fuselaje, mientras la misma está

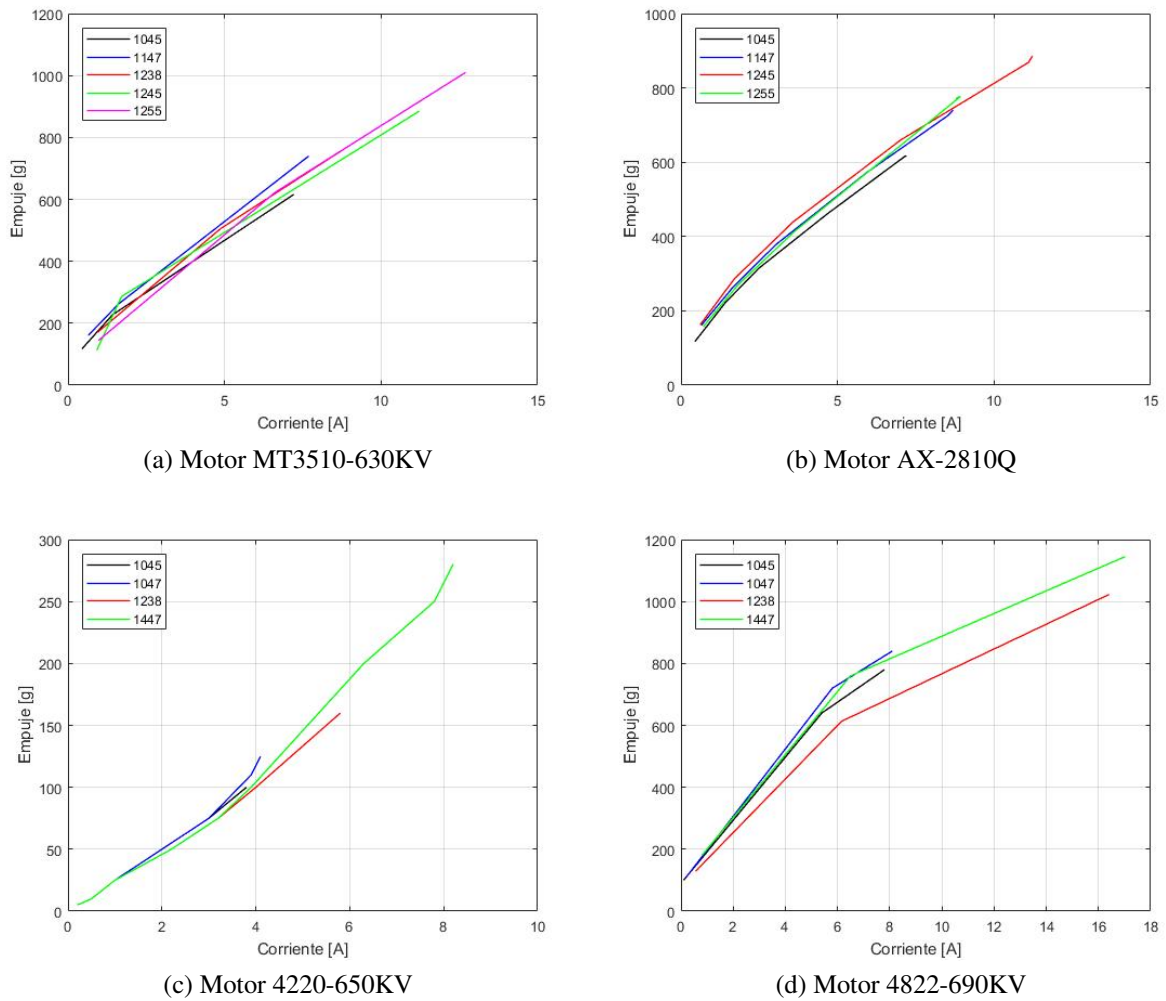


Figura 4.6: Pruebas estáticas de motor y hélice.

en tierra para evitar cualquier daño por contacto con el suelo. Por tanto, la altura del tren se determina considerando a las alas en posición vertical, de tal forma que puedan rotar libremente aun estando el UAV sobre el suelo.

Para el caso del UAV de tipo ala abatible, debido a que el despegue y aterrizaje es de manera vertical, similar a un helicóptero, el tren de aterrizaje es de tipo patín.

Si bien, el tren de aterrizaje es un componente crucial para el despegue y el aterrizaje, es un peso muerto durante las operaciones de vuelo en el aire. Por tanto, su peso debe ser lo más bajo posible.

Además de minimizar el peso, también se considera reducir el costo de la aeronave, una forma es seleccionando un tren de aterrizaje fijo. Sin embargo, un tren de aterrizaje fijo disminuye el rendimiento del UAV al aumentar la resistencia del mismo. No obstante, un mecanismo retráctil aumenta claramente el peso del vehículo, la complejidad del diseño y reduce el volumen interno del fuselaje.



Figura 4.7: Controlador de velocidad Afro Race Spec Mini ESC with BEC.

Otro factor importante para ser considerado en el tren de aterrizaje es su ubicación en relación con el centro de gravedad del UAV. Por tanto, para no afectar el centro de gravedad, el tren de aterrizaje se sitúa en el mismo, unido al fuselaje.

#### 4.1.3.6. Superficies de control

Dos de los requisitos principales para un vuelo seguro son la estabilidad y la controlabilidad. La estabilidad de vuelo se define como la tendencia inherente de un vehículo a oponerse a cualquier entrada y volver a la condición original de compensación si se perturba. El control es el proceso de cambiar la condición de vuelo del vehículo desde un punto de ajuste inicial a un punto de ajuste final o nuevo. Esto se lleva a cabo moviendo las superficies de control.

Cuando las superficies de control se desvían, las curvas de sus superficies de levantamiento relacionadas (ala, estabilizador horizontal o vertical) cambian. Por tanto, la deflexión de una superficie de control varía las fuerzas aerodinámicas; y en consecuencia, un momento resultante influirá en el movimiento del vehículo.

Primeramente, para el diseño de superficies de control, se selecciona la configuración de las superficies de control. La decisión será el resultado para equilibrar y satisfacer todos los requisitos de diseño de manera óptima.

Para vuelo horizontal se selecciona una configuración de un vehículo convencional, es decir, alerones, elevador y timón. El movimiento de alabeo se realiza mediante la diferencia de deflexión de los alerones, el cabeceo al deflectar el elevador y la guiñada al deflectar el timón. Los rotores se utilizan para generar tracción y aumentar la velocidad de vuelo. Cada una de estas superficies se detalla a continuación:

- El alerón es estructuralmente parte del ala, cada alerón está ubicado en el borde de salida de ambas alas y sus geometrías son idénticas. El momento de alabeo generado está en función del tamaño del alerón, la desviación del alerón y la distancia desde la línea central del fuselaje.

Para el diseño de un alerón, se deben determinar cuatro parámetros: (1) la forma en planta del alerón, (2) la envergadura y cuerda del alerón, (3) deflexión máxima hacia arriba y hacia abajo del alerón ( $\pm\xi_{max}$ ) y (4) la ubicación del alerón a lo largo de la envergadura del ala. Por tanto, el alerón se determina como se muestra en la Figura 4.8, donde su deflexión máxima es de  $\pm 30^\circ$ , situado al centro de cada ala, con una envergadura igual al diámetro de la hélice, la cuerda se determina durante el diseño de los elevones.

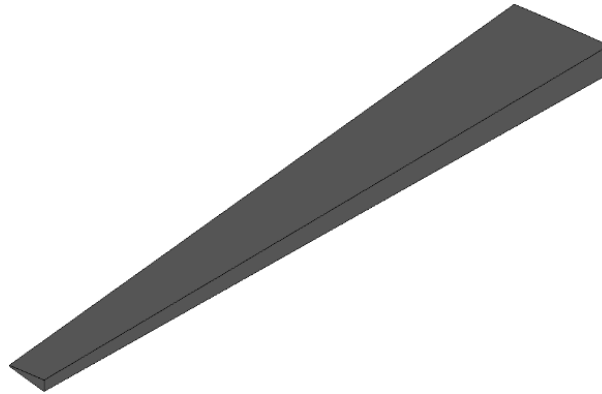


Figura 4.8: Diseño del alerón.

- El elevador es una superficie encargada del control de cabeceo. La fuerza de levantamiento incremental crea un momento de cabeceo en el UAV al deflectar el elevador.

El diseño del elevador, se determina por tres parámetros: (1) la forma en planta del elevador, (2) la envergadura y cuerda del elevador y (3) la deflexión máxima del elevador ( $\pm\eta_{max}$ ). La forma del elevador se observa en la Figura 4.9, donde la envergadura del elevador es igual a la envergadura del estabilizador horizontal, el 25 % de la cuerda y del área del estabilizador horizontal se dedica al elevador, con una deflexión del mismo de  $\eta_{max-up} = -25^\circ$  y  $\eta_{max-down} = +20^\circ$ . Por convención, la deflexión hacia arriba del elevador se denota como negativa y la deflexión hacia abajo como positiva. Por lo tanto, una deflexión negativa del elevador crea un momento de cabeceo negativo (nariz hacia abajo) y viceversa.

- El timón es una superficie ubicada en el borde de salida del estabilizador vertical y es responsable del control direccional del vehículo. Cuando se deflecta el timón, se crea una fuerza de levantamiento, es decir, una fuerza lateral. En consecuencia, se genera un momento de guiñada alrededor del centro de gravedad del UAV o del eje  $z$  del mismo.

El diseño del timón, se determina por cuatro parámetros: (1) la forma de la planta del timón, (2) la cuerda y envergadura del timón, (3) la deflexión máxima del timón ( $\pm\zeta_{max}$ ) y (4) la ubicación del timón sobre el borde de salida del estabilizador vertical. Por tanto, la forma de la planta que se presenta en la Figura 4.10 muestra que el timón presenta un estrechamiento cónico con una cuerda de raíz de 4 [cm] y una cuerda de punta de 2 [cm]. La envergadura del timón es igual a la envergadura del estabilizador vertical. La

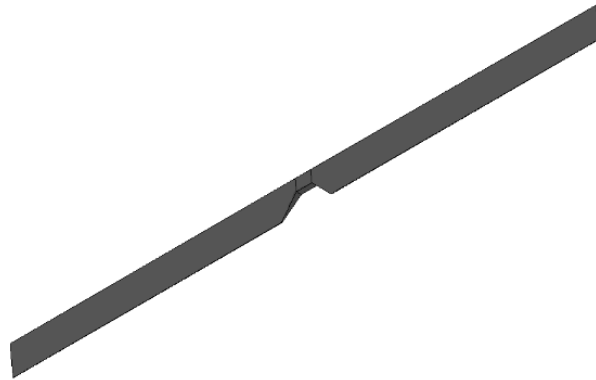


Figura 4.9: Diseño del elevador.

deflexión máxima es de  $\pm 25^\circ$ , el sentido de la deflexión positiva del timón se define hacia la izquierda dando como resultado un momento de guiñada negativo, es decir, en sentido antihorario.



Figura 4.10: Diseño del timón.

Por otra parte, para vuelo vertical los alerones se convierten en elevones. Los elevones son superficies de control que combinan las funciones del elevador y el alerón. Para el caso, mediante la diferencia de deflexión de los elevones se efectúa el movimiento de guiñada y la deflexión de los elevones a la par proporciona el movimiento de cabeceo. Los rotores generan el empuje necesario para la sustentación y mediante la diferencia de empuje se genera el movimiento de alabeo.

La cuerda de los elevones que surgen durante el vuelo vertical como superficies de control, se determina en la sección 3.3, debido a que la compensación del momento de cabeceo es un gran desafío de estabilidad para el control de orientación.

Para deflectar cada una de las superficies de control (alerones-elevones, elevador y timón)

se utilizan los micro servos digitales Power HD-1440A, como el que se muestra en la Figura 4.11. Estos micro servos de 4.4 [g] de peso, tienen un par de salida máximo de 0.6 [kg] a un voltaje de 4.8 [V].



Figura 4.11: Micro servo HD-1440A.

#### 4.1.3.7. Mecanismo de inclinación

Como parte fundamental de los UAV de tipo convetiplano, se cuenta con un mecanismo de inclinación, el cual permite realizar el cambio de vuelo del vehículo.

Para el caso del UAV de tipo ala y rotor abatible, el mecanismo de inclinación es el encargado de rotar  $90^\circ$  las alas y los rotores. Tal efecto permite un cambio de dirección de las fuerzas aerodinámicas y la fuerza de propulsión.

El conjunto de alas y rotores tienden a inclinarse de manera conjunta o de manera individual. Cuando la inclinación es de manera individual, la fuerza de empuje de los rotores contribuye la compensación del movimiento de guiñada.

Para efectuar la inclinación de las alas y los rotores se hace uso de servomotores metálicos Tower Pro MG90S como el que se muestra en la Figura 4.12. El servomotor es de dimensiones reducidas, peso de 13.4 [g] y un torque de 1.8 [kg] a un voltaje de 4.8 [V].

#### 4.1.3.8. Autopiloto y componentes electrónicos

El piloto automático es un subsistema muy importante y necesario dentro de los vehículos aéreos no tripulados. Un piloto automático es un dispositivo electromecánico capaz de realizar diversas funciones de control, incluido el despegue y aterrizaje automático, operaciones de misión, entre otras.

Las funciones principales de un piloto automático son: (1) rastrear los comandos generados por el sistema de comando en paralelo con el sistema de guía; (2) guiar al UAV para que siga



Figura 4.12: Servomotor metálico Tower Pro MG90S.

una trayectoria de vuelo; (3) estabilizar los modos con baja amortiguación o inestables; y (4) determinar las coordenadas del UAV. Por tanto, un piloto automático consta de: (a) subsistema de mando; (b) subsistema de control; (c) subsistema de orientación; y (d) subsistema de navegación.

Básicamente, existen dos métodos para hacer el piloto automático de un UAV: Diseñar el piloto automático o seleccionar el piloto automático. El diseño de un piloto automático es un proceso complejo y que requiere mucho tiempo y experiencia en los fundamentos de la dinámica de vuelo y el control. En su lugar, es preferible seleccionar un piloto automático comercial adecuado que se encuentre en el mercado. Algunos fabricantes ofrecen un piloto automático completo “listo para usar” o personalizado para aplicaciones individuales. En cualquier caso, se debe evaluar las cualidades del producto, como precisión, confiabilidad, vida útil, consumo de energía, características ambientales y peso, etc.

ArduPilot y PX4 son dos de las plataformas de código abierto más usados para pilotos automáticos de UAVs. Ambas plataformas tienen herramientas que incluyen controladores de vuelo con una variedad de sensores, firmware de piloto automático para diferentes tipos de vehículos y configuraciones, software de control de tierra y SDK/API para controlar drones mediante código de programación y desarrollar aplicaciones.

El paquete de software consta de un software de navegación, junto con un software de control de la estación terrestre que incluye el planificador de misiones.

El hardware son los sensores periféricos, el controlador y los dispositivos de salida, etc. Usando entradas de sensores, el controlador puede enviar salidas a dispositivos como ESC, servos y otros periféricos.

Para el caso, se hace uso de la plataforma Ardupilot [48], con el controlador de vuelo Pixfalcon debido a sus características de funcionalidad, peso y dimensiones reducidas en comparación con otros controladores de vuelo. El controlador cuenta con sensores internos como giroscopio, acelerómetro, brújula, barómetro. También cuenta con sensores externos y demás componentes como GPS, buzzer, interruptor de seguridad, etc, como se muestra en la Figura 4.13.

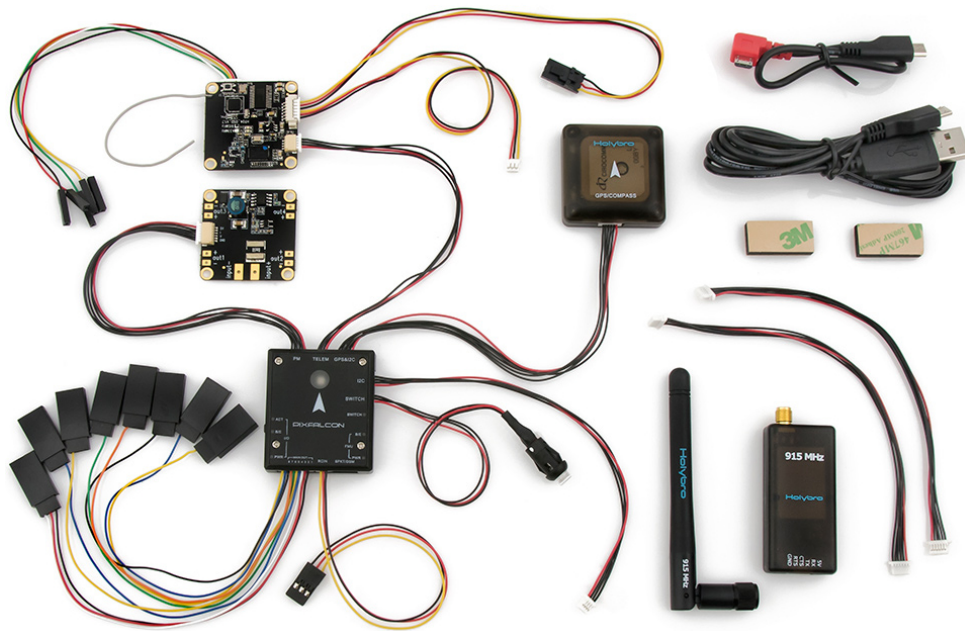


Figura 4.13: Controladora de vuelo Pixfalcon y componentes.

Cabe destacar que el firmware que se carga en la controladora de vuelo se modifica y adapta para la configuración del vehículo de tipo rotor y ala abatible, basado en la configuración de un copter y un avión.

#### 4.1.3.9. Estación en tierra y comunicación

La estación de control en tierra (GCS) es un componente importante del sistema de recolección y distribución de datos. Permite el control remoto del UAV, recibe la información recopilada por el UAV, procesa la información y la reenvía a través de un enlace de datos al usuario.

El vehículo devuelve información al operador a través del enlace descendente de comunicaciones, ya sea en tiempo real por telemetría inalámbrica o radiocontrol, o almacenando datos dentro de la controladora de vuelo, para pilotear y dar seguimiento al vuelo, planificar o actualizar el plan de vuelo. La información generalmente incluye datos del estado de los subsistemas del vehículo, información de altitud, velocidad, posición, batería, etc. Para visualizar la información desde tierra se hace uso del software QGroundControl y Mission Planner como se muestra en la Figura 4.14a y 4.14b.

Los módulos de telemetría, reciben los datos inalámbricos de telemetría desde el UAV a la estación en tierra. Además, permite cambiar remotamente algunos parámetros de configuración del controlador de vuelo y realizar funciones avanzadas, como enviar y activar misiones de navegación autónoma. Los módulos de telemetría (Figura 4.15) con las que se trabaja están disponibles para frecuencias de 433 [MHz] y 915 [MHz].

El sistema de radiocontrol (RC), el cual se muestra en la Figura 4.16, comprende un transmisor y receptor Spektrum DSMX que trabajan a una frecuencia de 2.4 [GHz]. Un radio spektrum





Figura 4.14: Software de estación en tierra.



Figura 4.15: Telemetría de 433 [MHz] y 915 [MHz].

DX8 de 8 canales para el vuelo del UAV. Cuatro canales asignados para el control del acelerador y los movimientos de alabeo, cabeceo y guiñada del vehículo, un canal para la inclinación de las alas y los rotores y un canal para los modos de vuelo.



Figura 4.16: Transmisor, receptor y radio Spektrum.

#### 4.1.3.10. Fuente de alimentación

El sistema de alimentación de energía está compuesto por una batería LiPo, un módulo de alimentación y una alarma de batería.

Para la selección de la batería para un UAV, los criterios a considerar son el peso, las dimensiones, el voltaje y la corriente que suministran.

De acuerdo al voltaje y corriente requeridos, se selecciona una batería Li-Po HRB (Figura 4.17) de 3 celdas con una capacidad de almacenamiento de 2200 [mAh], una velocidad de descarga de 30C, dimensiones reducidas y peso de 168 [g].



Figura 4.17: Batería Li-Po 3S 2200 mAh.

El módulo de alimentación que se muestra en la Figura 4.18 es una fuente de alimentación regulada de 5 [V] con sensores de voltaje y corriente. El voltaje de entrada de la batería suministra una salida regulada de 5 [V] que alimenta al controlador de vuelo y los sensores internos, así como cualquier otro dispositivo externo conectado al controlador de vuelo. Mediante el controlador de vuelo se obtienen lecturas del voltaje y el consumo de corriente desde los sensores de voltaje y corriente incluidos en el módulo de potencia, con la finalidad de estimar la energía restante de la batería y el tiempo de vuelo disponible.



Figura 4.18: Módulo de alimentación.

La alarma de baterías LiPo, como la que se muestra en la Figura 4.19, es un voltímetro tipo buzzer, el cual monitorea constantemente el voltaje en cada celda de la batería y emite una alerta cuando las celdas alcanzan el voltaje mínimo permitido, el cual es aproximadamente 3 [V], de esta manera se evita una descarga excesiva de la batería, misma que puede dañarla.

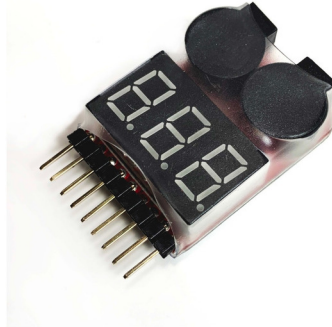


Figura 4.19: Alarma de batería LiPo.

## 4.2. Construcción e instrumentación del UAV

A continuación, se presentan los detalles de la construcción de cada una de las partes que constituyen al UAV, mismas que se detallan en la sección anterior.

### 4.2.1. Fabricación del fuselaje

Conforme al diseño en CAD del fuselaje como se muestra en la Figura 4.20, se fabrica el fuselaje con una lámina con núcleo de espuma (Foam board) de 3 [mm]. Los planos del fuselaje se basan en el UAV comercial FT Explorer como ya se había mencionado previamente.

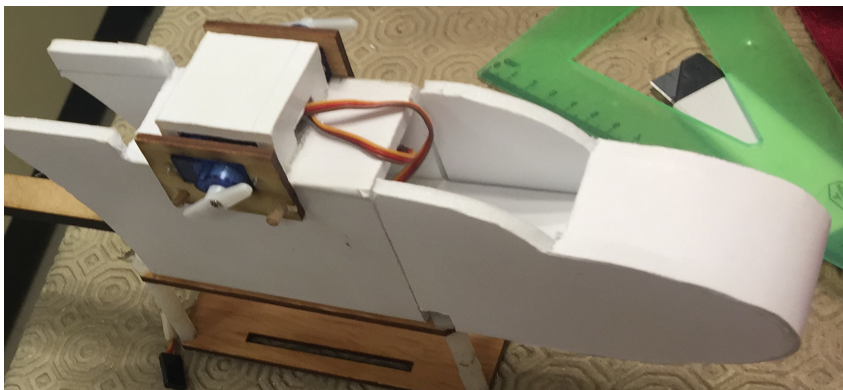


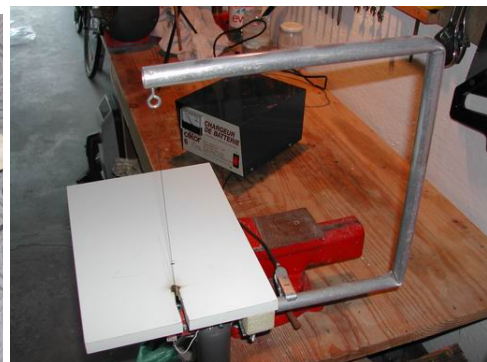
Figura 4.20: Fabricación del fuselaje.

### 4.2.2. Fabricación del Ala

De acuerdo al diseño del ala mostrado en la Figura 4.2 y considerando que debe ser lo más ligera posible, se utiliza poliestireno expandido (EPS) de densidad 10 ( $10 [kg/m^3]$ ). Para fabricar el ala se hace uso de moldes con los perfiles alares seleccionados (Figura 4.21a), se realiza el corte del EPS con hilo caliente (Figura 4.21b), se refuerza con un tubo de fibra de carbono de 8 [mm] en su interior para proporcionarle rigidez (Figura 4.21c) y además se recubre con una película plástica (Monokote)(Figura 4.21d).



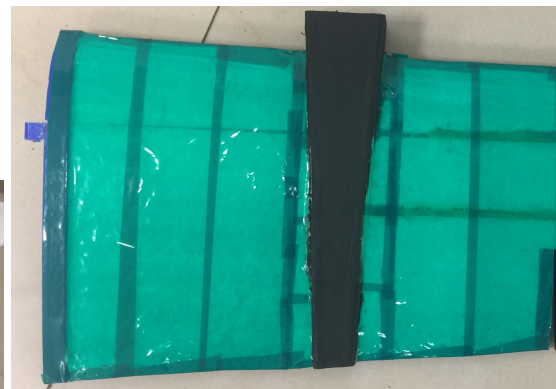
(a) Moldes de perfiles



(b) Corte con hilo caliente



(c) Tubo de fibra de carbono como refuerzo

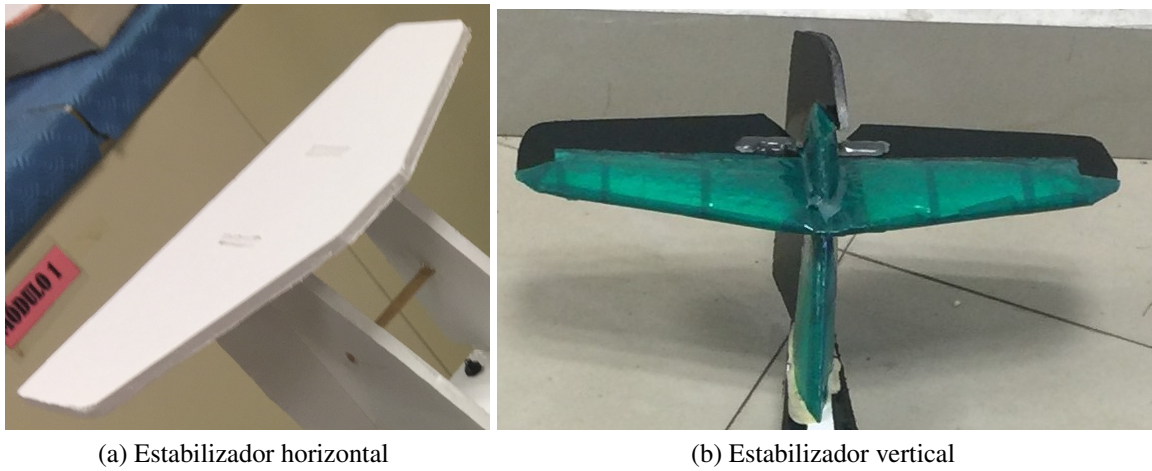


(d) Recubrimiento de Monokote

Figura 4.21: Fabricación del ala.

### 4.2.3. Fabricación del empenaje

Basados en el diseño en CAD de la Figura 4.3 del estabilizador horizontal y la Figura 4.4 del estabilizador vertical, se fabrica el empenaje de EPS y se moldea de igual forma que el ala como se muestra en la Figura 4.22a y 4.22b. El estabilizador horizontal se refuerza en su interior con varillas de madera ligeras de 2 [mm] y el estabilizador vertical con foam board de 3 [mm]. Ambas superficies se recubren con Monokote.



(a) Estabilizador horizontal

(b) Estabilizador vertical

Figura 4.22: Fabricación del empenaje

#### 4.2.4. Fabricación del tren de aterrizaje

El tren de aterrizaje de tipo patín se fabrica de foam board de 5 [mm], basado en los planos del UAV comercial SeaPlane ft Sea Otter como se muestra en la Figura 4.23. Con ello se logra que su peso sea ligero, resistencia mínima y costo accesible.



Figura 4.23: Tren de aterrizaje tipo patín.

#### 4.2.5. Fabricación de las superficies de control

La fabricación de las superficies de control se detalla a continuación de acuerdo a los parámetros establecidos en la sección 4.1.3.6.

- Los alerones o Elevones mostrados en la Figura 4.24a, se fabrican de madera balsa debido a que se necesita que estos sean lo suficientemente rígidos, ya que el flujo que se desprende de los rotores inside en los mismos.
- El elevador y el timón mostrados en la Figura 4.24b, se fabrican de foam board. Con ello el peso del empenaje no aumenta significativamente y al mismo tiempo las superficies de control son rígidas.



(a) Fabricación de los alerones

(b) Fabricación del elevador y el timón

Figura 4.24: Fabricación de las superficies de control aerodinámicas.

#### 4.2.6. Instrumentación del UAV

Una vez terminada la plataforma del UAV de tipo rotor y ala abatibles, se agrega el hardware al mismo, es decir, se realiza la instrumentación electrónica correspondiente. La Figura 4.25 muestra un esquema de la instrumentación del vehículo, en donde, como principal componente se encuentra la controladora de vuelo Pixfalcon y demás componentes como el GPS, buzzer, interruptor de seguridad, etc. Los ángulos de balanceo y cabeceo se miden con un acelerómetro, la orientación con un magnetómetro y la altitud con un barómetro, mismos que se encuentran contenidos en la controladora de vuelo.

Dos motores 4822-690KV de Turnigy Multistar con sus respectivos controladores de velocidad Afro Race Spec Mini ESC with BEC, los cuales forman parte del sistema de propulsión.

Con dos micro servos digitales Power HD-1440A para la deflexión de los alerones o elevones, uno para el elevador y uno más para el timón. Además, un par de servomotores metálicos Tower Pro MG90S para el mecanismo de inclinación.

El sistema electrónico está alimentado mediante un módulo de alimentación y una batería

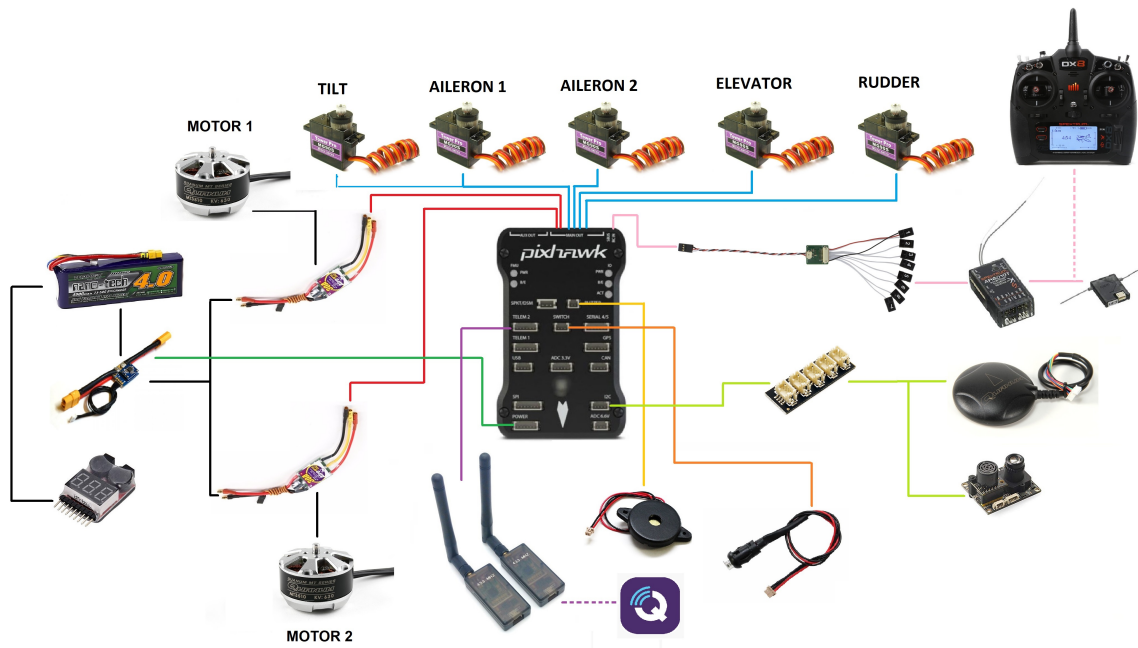


Figura 4.25: Diagrama de instrumentación del UAV.

Li-Po HRB de 3 celdas con una capacidad de almacenamiento de 2200 [mAh] que se coloca en el fuselaje en conjunto con la alarma de la batería.

Para establecer la comunicación con el UAV, se integra un módulo de telemetría. Conjuntamente el vehículo cuenta con un sistema de radiocontrol que comprende un transmisor, receptor Spektrum DSMX y un radio pektrumDX8 de 8 canales para efectuar el vuelo del UAV.

### 4.3. Ubicación del centro de gravedad

Cuando comparamos los vehículos de rotor y ala abatible con otras configuraciones podemos obtener varias ventajas. Sin embargo, la tasa de accidentes es mayor debido al cambio de la ubicación del centro de gravedad del mismo durante sus diferentes modos de vuelo.

Los multirrotores y vehículos de ala fija generalmente son simétricos respecto al eje  $x$  coincidente con la línea longitudinal del mismo, lo contrario con el eje  $y$  coincidente con la envergadura, en donde no son capaces de mantener el equilibrio, esto se puede corregir de dos maneras, con la ayuda de un control automático de estabilidad o con la distribución de pesos, lo que ubicarían el centro de gravedad en un solo punto. No obstante, la configuración de rotor y ala abatible presenta un centro de gravedad variable sobre el eje  $y$ , esto debido a la inclinación de sus alas y rotores (Cambio de modo de vuelo VTOL a CTOL). Es así que, para lograr la estabilidad del vehículo, se podría hacer uso del control automático, sin embargo, esto implicaría el aumento de variables en el control automático para corregir el error. Por consiguiente, se adopta la opción de distribución de pesos sobre el eje  $y$  en sus diferentes modos de vuelo.

Para ambos modos de vuelo se requiere que el centro de gravedad y centro aerodinámico sean coincidentes, dicho esto, el centro de gravedad y centro aerodinámico se requieren al 25 % de la cuerda del perfil de raíz en cruce con la semienvergadura.

### 4.3.1. Centro de gravedad para el modo de vuelo vertical

En modo VTOL, el centro de gravedad presenta un desplazamiento hacia atrás por la diferencia de pesos entre el empenaje y la nariz del vehículo, provocando un momento de cabeceo en la misma dirección. Teniendo en cuenta que el componente con más peso es la batería LiPo, esta se desplaza en dirección a la nariz a fin de lograr el equilibrio como se muestra en la Figura 4.26.

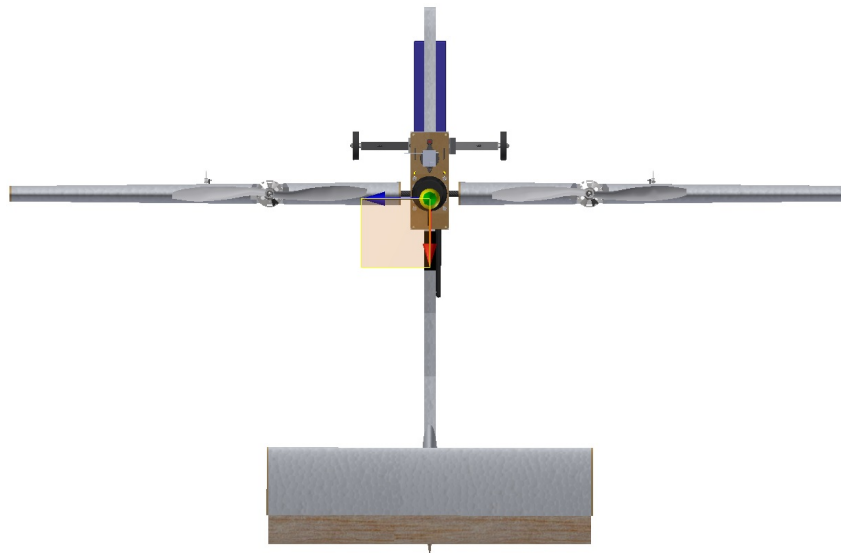


Figura 4.26: Representación en CAD del *cg* para modo de vuelo vertical.

### 4.3.2. Centro de gravedad para el modo de vuelo en transición y horizontal

Para el modo de vuelo en transición y posteriormente el vuelo horizontal, las alas y los rotores se inclinan hacia adelante provocando un desplazamiento del centro de gravedad hacia adelante y un momento de cabeceo en la misma dirección debido al peso de los motores. Con la finalidad de lograr el equilibrio, se coloca un peso extra en el borde de salida de cada ala que compensa el peso de los motores, tal y como se muestra en la Figura 4.27.

## 4.4. Tensor de inercia del UAV

Para obtener el tensor de inercia, se utiliza un software de diseño asistido por computadora (CAD), Autodesk Inventor. Primeramente, se diseña el vehículo en el software, después se



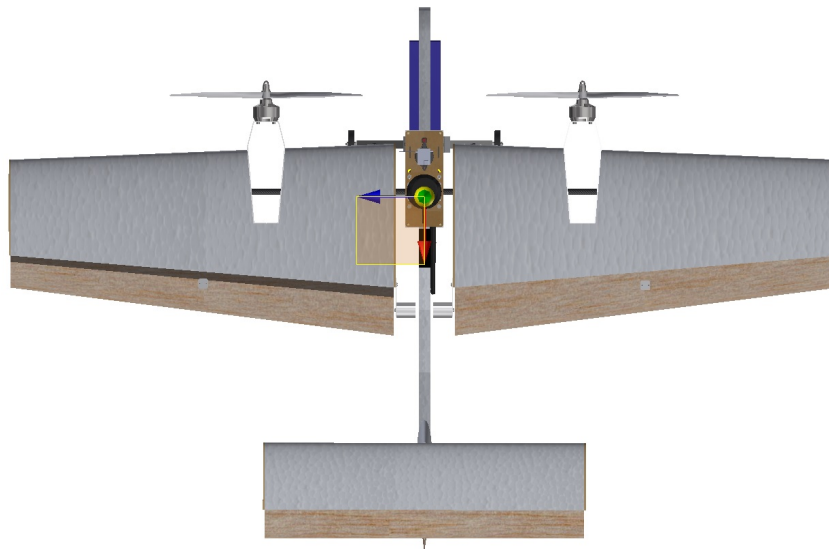


Figura 4.27: Representación en CAD del  $cg$  para modo de vuelo en transición y horizontal.

agrega el tipo de material a las diferentes partes del modelo para estimar el peso, el centro de masa y la matriz del tensor de inercia, como se muestra en la Figura 4.28.

Para que el  $ca$  sea coincidente con el  $cg$ , ambos se posicionan al 25 % de la cuerda de raíz de las alas.

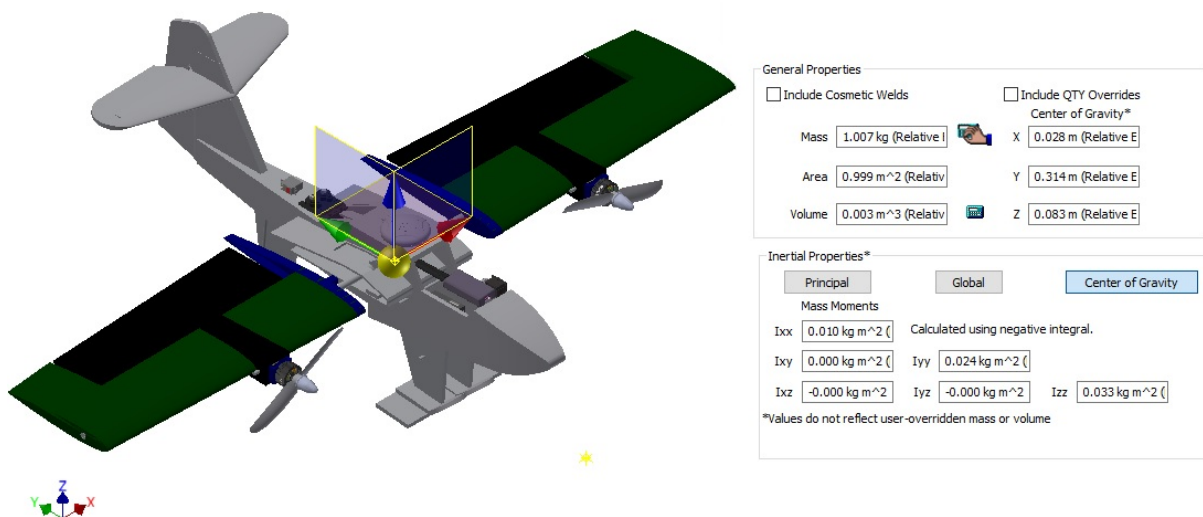


Figura 4.28: Tensor de inercia del UAV.

## 4.5. Prototipo de tipo ala y rotor abatibles

Una vez diseñados, elaborados y/o seleccionados todos los elementos que conforman al UAV de acuerdo a las especificaciones anteriormente estimadas, se obtiene como resultado el prototipo de configuración ala y rotor abatibles que se muestra en la siguiente Figura 4.29.

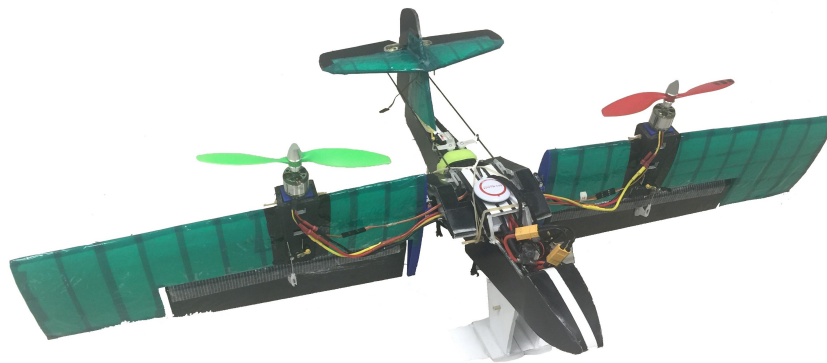


Figura 4.29: UAV de tipo ala y rotor abatible.

Cabe mencionar que antes de obtener el vehiculo final de tipo ala y rotor abatibles, previamente se desarrollaron una serie de prototipos de pruebas tanto mecánicas, estructurales, eléctricas y de implementación de control. Dichos prototipos se visualizan en los anexos.

---

# Control del UAV

---

Para corroborar la eficacia del modelo matemático propuesto y la construcción del UAV de tipo ala y rotor abatible, se implementa un controlador para después validarlo por medio de simulación numérica y pruebas de vuelo en el exterior, con la finalidad de estudiar las etapas de vuelo más críticas, como lo son el vuelo en modo vertical y transición. Por simplicidad, las diferentes dinámicas de vuelo de los UAV se estudian por separado.

## 5.1. Dinámica de vuelo en modo vertical

Primeramente, se analiza el vuelo en modo vertical, por lo tanto, para simplificar el análisis, las ecuaciones de los movimientos de rotación y traslación del UAV se obtienen de la linealización del modelo dinámico completo alrededor de las condiciones de vuelo vertical.

Cabe mencionar que, para la implementación de alguna técnica de control, comúnmente la dinámica completa del vehículo se desacopla en dos dinámicas, la longitudinal y lateral.

Para la dinámica longitudinal (desplazamiento en  $x$  y momento de cabeceo  $\theta$ ), se implementa un controlador de saturaciones anidadas similar al implementado para el control longitudinal de un PVTOL en [49], esto debido a que, el modo de vuelo vertical de un tilt-wing es similar al vuelo de un PVTOL. De igual manera, para la dinámica lateral (desplazamiento en  $y$  y momento de alabeo  $\phi$ ) se implementa un controlador basado en saturaciones anidadas similar al implementado en [50]

Además, un método similar de control de realimentación negativa utilizado para el control de altura y orientación en [25], se implementa para el control de altura ( $z$ ) y el momento de guiñada ( $\psi$ ) del UAV del presente trabajo, debido a que es el desplazamiento y movimiento rotacional menos crítico a controlar y dicho control proporciona un rendimiento satisfactorio.

### 5.1.1. Consideraciones para modo de vuelo vertical

Cuando el modo de vuelo del UAV es vertical, se pueden hacer las siguientes consideraciones:

1. Para vuelo vertical  $\mu = 90^\circ$ , por tanto, la componente de empuje para el caso es  $\cos(\mu) = 0$  y  $\sin(\mu) = 1$ , es decir, el empuje tiene una dirección paralela al eje  $z$ .
2. Las fuerzas en  $x$  y  $y$  se desprecian por ser pequeñas en comparación con las fuerzas en  $z$ . Excepto las fuerzas provocadas por las superficies de control.
3. Por lo anterior, se considera que la velocidad de avance en modo horizontal es cero, por tanto, las alas y el estabilizador horizontal no generan levantamiento en función de su ángulo de ataque, solo fuerzas de arrastre y momentos en las alas debido al flujo que se desprende de las hélices, la velocidad de ascenso y a las ráfagas de vientos cruzados que inciden en las mismas, sin embargo, por ahora solo se considera la fuerza de arrastre debido al flujo que se desprende de las hélices (solo en la dirección  $z$ ). Además, el estabilizador vertical genera fuerzas de arrastre y momentos debido a las ráfagas de vientos cruzados que inciden en el mismo y a la velocidad de ascenso del UAV, que al igual, por ahora no se consideran.
4. Las superficies de control (solo elevones) generan levantamiento debido al flujo que se desprende de las hélices.
5. Además, el estabilizador vertical no genera efectos aerodinámicos.
6. Dado que los efectos giroscópicos en las hélices son lo suficientemente pequeños, se desprecian.
7. Los movimientos en roll ( $\phi$ ), pitch ( $\theta$ ) y yaw ( $\psi$ ) se consideran dentro de un rango pequeño ( $|\phi| < \frac{\pi}{6}$ ,  $|\theta| < \frac{\pi}{6}$ ,  $|\psi| < \frac{\pi}{6}$ ), tal que,  $\sin(A) \approx A$  y  $\cos(A) \approx 1$ .
8. Dado que los perfiles aerodinámicos considerados para las alas, así como el estabilizador horizontal y vertical, son simétricos, como se menciona con anterioridad, entonces se cancelan los momentos que surgen debido al flujo simétrico.

### 5.1.2. Dinámica traslacional para vuelo vertical

Al aplicar la primera consideración en las ecuaciones 2.34, 2.41 y 2.44, se obtiene:

- Fuerzas aerodinámicas

$$\begin{aligned} F_{Ax}^B &= -D_{w_{1,2}} + L_{w_{1,2}} - D_h - D_v \\ F_{Ay}^B &= L_v \\ F_{Az}^B &= -D_{w_{1,2}} + L_{w_{1,2}} + L_h \end{aligned}$$

- Fuerzas de las superficies de control

$$\begin{aligned} F_{C_x}^B &= (-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) - D_e(\eta) - D_r(\zeta) \\ F_{C_y}^B &= L_r(\zeta) \\ F_{C_z}^B &= (-D_{a_1}(\xi) - D_{a_2}(\xi)) + (L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi)) + L_e(\eta) \end{aligned}$$

- Fuerzas de los motores

$$\begin{aligned} F_{M_x}^B &= 0 \\ F_{M_y}^B &= 0 \\ F_{M_z}^B &= -(f_{m_1} \pm f_{m_2}) \end{aligned}$$

Aplicando la consideración No. 3,4 y 5, se definen las fuerzas como:

$$\begin{aligned} F_x^B &= L_{a_1}(\xi) \pm L_{a_2}(\xi) \\ F_y^B &= 0 \\ F_z^B &= f_{m_1} \pm f_{m_2} - D_{w_{1,2}} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Tomando en cuenta la consideración No. 1, 2 y 7 en las ecuaciones 2.33 que describen la dinámica traslacional, se llega a:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_x^B - F_z^B(\theta) \\ m\ddot{y} &= F_x^B - F_z^B(\phi) \\ m\ddot{z} &= F_x^B - F_z^B - mg \end{aligned} \quad (5.2)$$

donde, las fuerzas  $F_x^B$  y  $F_z^B$  corresponden a las ecuaciones 5.1.

### 5.1.3. Dinámica rotacional para vuelo vertical

De igual manera que en la dinámica traslacional, aplicando la primera consideración en las ecuaciones 2.50, 2.52 y 2.54, se obtiene:

- Momentos aerodinámicos

$$\begin{aligned} \Gamma_{A_x}^B &= \pm y_{w_{1,2}} [D_{w_{1,2}} + L_{w_{1,2}}] \\ \Gamma_{A_y}^B &= -z_h D_h - x_h L_h \\ \Gamma_{A_z}^B &= -[\pm y_{w_{1,2}} (-D_{w_{1,2}} + L_{w_{1,2}})] - x_v L_v \end{aligned}$$

- Momentos de las superficies de control

$$\begin{aligned} \Gamma_{C_x}^B &= \pm y_{a_{1,2}} [ -(-D_{a_1} - D_{a_2}) + (L_{a_1} \pm L_{a_2}) ] \\ \Gamma_{C_y}^B &= -z_e D_e + x_e L_e - x_r L_r \\ \Gamma_{C_z}^B &= -\{ \pm y_{a_{1,2}} [(-D_{a_1} - D_{a_2}) + (L_{a_1} \pm L_{a_2})] \} \end{aligned}$$

■ Momentos de los motores

$$\begin{aligned}\Gamma_{M_x}^B &= \pm y_{m_{1,2}} [-(f_{m_1} \pm f_{m_2})] \\ \Gamma_{M_y}^B &= I_{z_m} (\dot{\phi}s\theta + \dot{\psi}) (\omega_{m_1} - \omega_{m_2}) \\ \Gamma_{M_z}^B &= I_{z_m} (-\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi) (\omega_{m_2} - \omega_{m_1})\end{aligned}$$

Al aplicar la consideración No. 3, 4, 5, 6 y 8, se definen los momentos como:

$$\begin{aligned}\Gamma_x^B &= \pm y_{m_{1,2}} [-(f_{m_1} \pm f_{m_2})] \\ \Gamma_y^B &= x_e L_e = \pm y_{a_{1,2}} (L_{a_1} \pm L_{a_2}) \\ \Gamma_z^B &= -[\pm y_{a_{1,2}} (L_{a_1} \pm L_{a_2})]\end{aligned}\tag{5.3}$$

donde, los momentos que se consideran corresponden a las superficies de control utilizadas para efectuar los movimientos de alabeo, cabeceo y guiñada.

Ahora bien, al aplicar la séptima consideración en las ecuaciones 2.48 que describen la dinámica rotacional, se obtiene:

$$\begin{aligned}\ddot{\phi} &= -\ddot{\theta}\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}\theta + \dot{\phi}\dot{\psi}\psi - \dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{1}{I_x} \left[ \Gamma_x^B - (-\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi) (\dot{\phi}s\theta + \dot{\psi}) (I_y - I_z) \right] \\ \ddot{\theta} &= \ddot{\phi}\psi - \dot{\phi}\dot{\theta}\theta\psi + \dot{\phi}\dot{\psi} + \dot{\theta}\dot{\psi}\psi + \frac{1}{I_y} \left[ \Gamma_y^B - (\dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi) (\dot{\phi}s\theta + \dot{\psi}) (I_z - I_x) \right] \\ \ddot{\psi} &= -\ddot{\phi}\theta - \dot{\phi}\dot{\theta} + \frac{1}{I_z} \left[ \Gamma_z^B - (\dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi) (-\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi) (I_x - I_y) \right]\end{aligned}$$

Considerando que se tiene la capacidad de obtener los valores de  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ,  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\dot{\psi}$ ,  $\ddot{\phi}$ ,  $\ddot{\theta}$ ,  $\ddot{\psi}$  con la central inercial. Por tanto, se definen las siguientes variables en función de los valores conocidos:

$$\begin{aligned}\tau_\phi &= \Gamma_x^B + I_x (-\ddot{\theta}\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}\theta + \dot{\phi}\dot{\psi}\psi - \dot{\theta}\dot{\psi}) - \left[ (-\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi) (\dot{\phi}s\theta + \dot{\psi}) (I_y - I_z) \right] \\ \tau_\theta &= \Gamma_y^B + I_y (\ddot{\phi}\psi - \dot{\phi}\dot{\theta}\theta\psi + \dot{\phi}\dot{\psi} + \dot{\theta}\dot{\psi}\psi) - \left[ (\dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi) (\dot{\phi}s\theta + \dot{\psi}) (I_z - I_x) \right] \\ \tau_\psi &= \Gamma_z^B + I_z (-\ddot{\phi}\theta - \dot{\phi}\dot{\theta}) - \left[ (\dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi) (-\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi) (I_x - I_y) \right]\end{aligned}$$

Sustituyendo las variables que están en función de los valores conocidos en la dinámica rotacional, finalmente se obtiene:

$$\begin{aligned}\ddot{\phi} &= \frac{1}{I_x} \tau_\phi \\ \ddot{\theta} &= \frac{1}{I_y} \tau_\theta \\ \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_z} \tau_\psi\end{aligned}\tag{5.4}$$

### 5.1.4. Control de la dinámica longitudinal

Para la implementación del control en la dinámica longitudinal se toman de las ecuaciones 5.2 y 5.4, las siguientes expresiones:

$$m\ddot{x} = -u_1\theta \quad (5.5a)$$

$$m\ddot{z} = u_1 - (mg + D_{w_{1,2}}) \quad (5.5b)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_y}\tau_\theta \quad (5.5c)$$

donde  $u_1$  es una entrada de control en términos de las fuerzas y se define como:

$$u_1 = m(z_p + g) + D_{w_{1,2}} \quad (5.6)$$

donde:

$$z_p = k_1z + k_2\dot{z}$$

Sustituyendo  $z_p$  y 5.6 en 5.5b, se obtiene:

$$\ddot{z} = k_1z + k_2\dot{z} \quad (5.7)$$

Por el criterio de Hurwitz, si  $k_1$  y  $k_2 > 0$  se puede asegurar que  $z$  y  $\dot{z} \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , por tanto, la dinámica de  $z$  es estable.

Una vez estabilizada la dinámica de  $z$ , se procede a estabilizar la dinámica de  $x$  y  $\theta$ , para ello, se sustituye la ecuación 5.6 en 5.5a, además, teniendo en cuenta que la masa ( $m$ ) del UAV equivale a 1 [kg] y despreciando al arrastre ( $D_{w_{1,2}}$ ) por ser pequeño para la dinámica de  $x$ , se obtiene:

$$\ddot{x} = \theta(z_p + g)$$

Dado que  $z$  y  $\dot{z}$  convergen a cero, entonces  $z_p$  converge a cero, por tanto,  $(z_p + g) = g$ , además, considerando el coeficiente de la aceleración gravitatoria normalizada igual a 1, se obtiene:

$$\ddot{x} = -\theta \quad (5.8)$$

Además, definiendo la variable  $\tau_\theta$  como:

$$\tau_\theta = u_2 I_y$$

Sustituyendo la variable  $\tau_\theta$  en la ecuación 5.5c, queda:

$$\ddot{\theta} = u_2 \quad (5.9)$$

donde,  $u_2$  se define como una entrada de control en términos de los torques de accionamiento.

Las ecuaciones 5.8 y 5.9 representan la simplificación de la dinámica completa del UAV para vuelo vertical. Como se observa, las ecuaciones son similares a las del PVTOL reportadas en [51].

Para controlar el desplazamiento horizontal en  $x$  y el ángulo de cabeceo  $\theta$  se hace uso de una estrategia de control utilizada por A. Teel en [52], basada en saturaciones anidadas, con la finalidad de controlar un conjunto de integradores conectados en cascada.

La entrada de control dada por la teoría de las funciones de saturaciones anidadas tiene la forma:

$$u_2 = -\sigma_n (y_n + \sigma_{n-1} (y_{n-1} + \dots + \sigma_{n_1} (y_1)) \dots) \quad (5.10)$$

con,

$$\sigma(s) \begin{cases} M & si & s > M \\ s & si & -M \leq s \leq M \\ -M & si & s < -M \end{cases}$$

donde,  $\sigma_i(s)$  es una función de saturación y  $M_i$  representa las cotas.

Aplicando las transformaciones dadas por A. Teel en [52], se tiene que:

$$y_{n-i} = \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} x_{n-j} \quad (5.11)$$

donde,

$$\binom{i}{j} = \frac{i!}{j!(i-j)!}$$

Primeramente, retomando el dicho método, se establece la cadena de cuatro integradores en cascada como:

$$\begin{aligned} x_1 &= -x \\ x_2 &= -\dot{x} \\ x_3 &= \theta = -\ddot{x} \\ x_4 &= \dot{\theta} \end{aligned}$$

Aplicando los cambios de variable, la cadena de integradores queda como:



$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 = -\dot{x} \\ \dot{x}_2 &= x_3 = \theta = -\ddot{x} \\ \dot{x}_3 &= x_4 = \dot{\theta} \\ \dot{x}_4 &= u_2 = \ddot{\theta}\end{aligned}$$

De 5.11, las transformaciones se expresan como:

$$\begin{aligned}y_1 &= x_4 + 3x_3 + 3x_2 + x_1 = \dot{\theta} + 3\theta - 3\dot{x} - x \\ y_2 &= x_4 + 2x_3 + x_2 = \dot{\theta} + 2\theta - \dot{x} \\ y_3 &= x_4 + x_3 = \dot{\theta} + \theta \\ y_4 &= x_4 = \dot{\theta}\end{aligned}\tag{5.12}$$

De 5.10, se propone una ley de control robusta  $u_2$  basada en saturaciones anidadas, la cual se muestra como:

$$\begin{aligned}u_2 &= -\sigma_a(x_4 + \sigma_b(x_4 + x_3 + \sigma_c(x_4 + 2x_3 + x_2 + \sigma_d(x_4 + 3x_3 + 3x_2 + x_1)))) \\ u_2 &= -\sigma_a\left(\dot{\theta} + \sigma_b\left(\theta + \dot{\theta} + \sigma_c\left(2\theta + \dot{\theta} - \dot{x} + \sigma_d\left(3\theta + \dot{\theta} - 3\dot{x} - x\right)\right)\right)\right)\end{aligned}\tag{5.13}$$

Ahora se demostrará que las funciones de saturación son estables y que garantizan que todos los estados se pueden acotar, además que, después de un tiempo finito se pueda asegurar que todos los estados converjan a cero y por tanto, concluir con la estabilidad asintótica del sistema.

**Saturando a  $\dot{\theta} = x_4 = \dot{x}_3$**

De 5.12, se tiene:

$$y_4 = x_4 = \dot{\theta}$$

Al derivar, según A. Teel en [52], se define la entrada como:

$$\begin{aligned}\dot{y}_4 &= \dot{x}_4 = \ddot{\theta} = u_2 \\ \dot{y}_4 &= -\sigma_a(y_4 + \sigma_b(z_1)) = -\sigma_a\left(\dot{\theta} + \sigma_b(z_1)\right)\end{aligned}$$

donde,  $a > 0$  es un valor de frontera superior dado para  $u_2$ .

Para demostrar que el estado  $y_4$  está acotado, se presenta la siguiente función definida positiva:

$$v_1 = \frac{1}{2}y_4^2 = \frac{1}{2}\dot{\theta}^2$$

derivando,

$$\dot{v}_1 = y_4\dot{y}_4 = \dot{\theta}\ddot{\theta}$$

sustituyendo  $\dot{y}_4$  o  $u_2$ ,

$$\dot{v}_1 = y_4u_2$$

donde,

$$u_2 = \dot{y}_4 = -\sigma_a(y_4 + \sigma_b(z_1))$$

sustituyendo  $u_2$  en  $\dot{v}_1$ ,

$$\begin{aligned}\dot{v}_1 &= y_4[-\sigma_a(y_4 + \sigma_b(z_1))] \\ \dot{v}_1 &= -y_4\sigma_a(y_4 + \sigma_b(z_1))\end{aligned}$$

donde,  $a$  y  $b$  son elegidos, tal que  $b$  satisface a  $a \therefore a \geq 2b$ .

Dado que  $|y_4| > b \Rightarrow \dot{v}_1 < 0$ , eso significa que existe un tiempo finito  $t_1 / \forall t > t_1$  se tiene que  $|y_4(t)| \leq b$ , es decir,  $y_4$  está acotada.

Cuando la condición anterior se satisface,  $u_2$  toma la siguiente forma:

$$u_2 = \dot{x}_4 = -y_4 - \sigma_b(z_1)$$

**Saturando a  $\theta = x_3 = \dot{x}_2 = -\bar{x}$**

Para acotar  $x_3$  se define a  $z_1$  como:

$$z_1 = y_3 + \sigma_c(z_2)$$

donde, de 5.12 se tiene que:

$$y_3 = x_4 + x_3 = \dot{\theta} + \theta$$

derivando,

$$\dot{y}_3 = \dot{x}_4 + \dot{x}_3 = u_2 + y_4$$

sustituyendo  $u_2$  y resolviendo:

$$\begin{aligned}\dot{y}_3 &= -y_4 - \sigma_b(z_1) + y_4 \\ \dot{y}_3 &= -\sigma_b(z_1)\end{aligned}$$

sustituyendo  $z_1$ , se tiene:

$$\dot{y}_3 = -\sigma_b(y_3 + \sigma_c(z_2))$$

Para demostrar que el estado  $y_3$  está acotado, se presenta la siguiente función definida positiva:

$$v_2 = \frac{1}{2}y_3^2$$

derivando,

$$\dot{v}_2 = y_3\dot{y}_3$$

sustituyendo  $\dot{y}_3$ , queda:

$$\begin{aligned}\dot{v}_2 &= y_3 [-\sigma_b(y_3 + \sigma_c(z_2))] \\ \dot{v}_2 &= -y_3\sigma_b(y_3 + \sigma_c(z_2))\end{aligned}$$

donde,  $b$  y  $c$  son elegidos, tal que  $c$  satisface a  $b \therefore b \geq 2c$ .

Dado que  $|y_3| > c \Rightarrow \dot{v}_2 < 0$ , eso significa que existe un tiempo finito  $t_2 / \forall t > t_2$  se tiene que  $|y_3(t)| \leq c$ , es decir,  $y_3$  está acotada.

Cuando la condición anterior se satisface,  $u_2$  toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned}u_2 = \dot{x}_4 &= -y_4 - y_3 - \sigma_c(z_2) = -x_4 - x_4 - x_3 - \sigma_c(z_2) \\ u_2 = \dot{x}_4 &= -y_4 - y_3 - \sigma_c(z_2) = -2x_4 - x_3 - \sigma_c(z_2)\end{aligned}$$

**Saturando a  $-\dot{x} = x_2 = \dot{x}_1$**

Para acotar  $x_2$  se define a  $z_2$  como:

$$z_2 = y_2 + \sigma_d(z_3)$$

donde, de 5.12 se tiene que:

$$y_2 = x_4 + 2x_3 + x_2 = \dot{\theta} + 2\theta - \dot{x}$$

derivando,

$$\dot{y}_2 = \dot{x}_4 + 2\dot{x}_3 + \dot{x}_2 = u_2 + y_4 + y_3$$

sustituyendo  $u_2$  y resolviendo:

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 &= -y_4 - y_3 - \sigma_c(z_2) + y_4 + y_3 \\ \dot{y}_2 &= -\sigma_c(z_2) \end{aligned}$$

sustituyendo  $z_2$ , se tiene:

$$\dot{y}_2 = -\sigma_c(y_2 + \sigma_d(z_3))$$

Para demostrar que el estado  $y_2$  está acotado, se presenta la siguiente función definida positiva:

$$v_3 = \frac{1}{2}y_2^2$$

derivando,

$$\dot{v}_3 = y_2\dot{y}_2$$

sustituyendo  $\dot{y}_2$ , queda:

$$\begin{aligned} \dot{v}_3 &= y_2 [-\sigma_c(y_2 + \sigma_d(z_3))] \\ \dot{v}_3 &= -y_2\sigma_c(y_2 + \sigma_d(z_3)) \end{aligned}$$

donde,  $c$  y  $d$  son elegidos, tal que  $d$  satisface a  $c \cdot c \geq 2d$ .

Dado que  $|y_2| > d \Rightarrow \dot{v}_3 < 0$ , eso significa que existe un tiempo finito  $t_3 / \forall t > t_3$  se tiene que  $|y_2(t)| \leq d$ , es decir,  $y_2$  está acotada.

Cuando la condición anterior se satisface,  $u_2$  toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} u_2 = \dot{x}_4 &= -y_4 - y_3 - y_2 - \sigma_d(z_3) = -x_4 - x_4 - x_3 - x_4 - 2x_3 - x_2 - \sigma_d(z_3) \\ u_2 = \dot{x}_4 &= -y_4 - y_3 - y_2 - \sigma_d(z_3) = -3x_4 - 3x_3 - x_2 - \sigma_d(z_3) \end{aligned}$$

**Saturando a  $-x = x_1$** 

Para acotar  $x_1$  se define a  $z_3$  como:

$$z_3 = y_1$$

donde, de 5.12 se tiene que:

$$y_1 = x_4 + 3x_3 + 3x_2 + x_1 = \dot{\theta} + 3\theta - 3\dot{x} - x$$

derivando,

$$\dot{y}_1 = \dot{x}_4 + 3\dot{x}_3 + 3\dot{x}_2 + \dot{x}_1 = u_2 + 3x_4 + 3x_3 + x_2 = u_2 + y_4 + y_3 + y_2$$

sustituyendo  $u_2$  y resolviendo:

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= -y_4 - y_3 - y_2 - \sigma_d(z_3) + y_4 + y_3 + y_2 \\ \dot{y}_1 &= -\sigma_d(z_3)\end{aligned}$$

sustituyendo  $z_3$ , se tiene:

$$\dot{y}_1 = -\sigma_d(y_1)$$

Para demostrar que el estado  $y_1$  está acotado, se presenta la siguiente función definida positiva:

$$v_4 = \frac{1}{2}y_1^2$$

derivando,

$$\dot{v}_4 = y_1\dot{y}_1$$

sustituyendo  $\dot{y}_1$ , queda,

$$\begin{aligned}\dot{v}_4 &= y_1 [-\sigma_d(y_1)] \\ \dot{v}_4 &= -y_1\sigma_d(y_1)\end{aligned}$$

Dado que  $|y_1| > d \Rightarrow \dot{v}_4 < 0$ , eso significa que existe un tiempo finito  $t_4 / \forall t > t_4$  se tiene que  $|y_1(t)| \leq d$ , es decir,  $y_1$  está acotada.

### 5.1.5. Control de la dinámica lateral

Para la implementación del control en la dinámica lateral se toman de las ecuaciones 5.2 y 5.4, las siguientes expresiones:

$$m\ddot{y} = u_1\phi \quad (5.14a)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{I_x}\tau_\phi \quad (5.14b)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z}\tau_\psi \quad (5.14c)$$

Primeramente se estabilizará el ángulo de guiñada  $\psi$ , para ello, se propone una entrada de control:

$$\tau_\psi = \psi_p I_z \quad (5.15)$$

donde:

$$\psi_p = k_1\psi + k_2\dot{\psi}$$

Sustituyendo  $\psi_p$  y 5.15 en 5.14c, se obtiene:

$$\ddot{\psi} = k_1\psi + k_2\dot{\psi} \quad (5.16)$$

Por el criterio de Hurwitz, si  $k_1$  y  $k_2 > 0$  se puede asegurar que  $\psi$  y  $\dot{\psi} \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , por tanto, la dinámica de  $\psi$  es estable.

Una vez estabilizada la dinámica de  $\psi$ , se procede a estabilizar la dinámica de  $y$  y  $\phi$ , para ello, se sustituye la ecuación 5.6 en 5.14a, además, teniendo en cuenta que la masa ( $m$ ) del UAV equivale a 1 [kg] y despreciando al arrastre ( $D_{w_{1,2}}$ ) por ser pequeño para la dinámica de  $y$ , se obtiene:

$$\ddot{y} = \phi(z_p + g)$$

Dado que  $z$  y  $\dot{z}$  convergen a cero, entonces  $z_p$  converge a cero, por tanto,  $(z_p + g) = g$ , además, considerando el coeficiente de la aceleración gravitatoria normalizada igual a 1, se obtiene:

$$\ddot{y} = \phi \quad (5.17)$$

Además, definiendo la variable  $\tau_\phi$  como:

$$\tau_\phi = u_2 I_x$$

Sustituyendo la variable  $\tau_\phi$  en la ecuación 5.14b, queda:

$$\ddot{\phi} = u_2 \quad (5.18)$$

donde,  $u_2$  se define como una entrada de control en términos de los torques de accionamiento.

Para controlar el desplazamiento en  $y$  y el ángulo de alabeo  $\phi$ , por similitud a la dinámica longitudinal, se hace uso de la estrategia de control basada en saturaciones anidadas, con la finalidad de controlar el siguiente conjunto de integradores conectados en cascada:

$$\begin{aligned}x_1 &= y \\x_2 &= \dot{y} \\x_3 &= \phi \\x_4 &= \dot{\phi}\end{aligned}$$

Aplicando los cambios de variable, la cadena de integradores queda como:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 = \dot{y} \\ \dot{x}_2 &= x_3 = \phi \\ \dot{x}_3 &= x_4 = \dot{\phi} \\ \dot{x}_4 &= u_2 = \ddot{\phi}\end{aligned}$$

De 5.11, las transformaciones se expresan como:

$$\begin{aligned}y_1 &= x_4 + 3x_3 + 3x_2 + x_1 = \dot{\phi} + 3\phi + 3\dot{y} + y \\ y_2 &= x_4 + 2x_3 + x_2 = \dot{\phi} + 2\phi + \dot{y} \\ y_3 &= x_4 + x_3 = \dot{\phi} + \phi \\ y_4 &= x_4 = \dot{\phi}\end{aligned}\tag{5.19}$$

De 5.10, se propone una ley de control robusta  $u_2$  basada en saturaciones anidadas, la cual se muestra como:

$$\begin{aligned}u_2 &= -\sigma_a(x_4 + \sigma_b(x_4 + x_3 + \sigma_c(x_4 + 2x_3 + x_2 + \sigma_d(x_4 + 3x_3 + 3x_2 + x_1)))) \\ u_2 &= -\sigma_a\left(\dot{\phi} + \sigma_b\left(\phi + \dot{\phi} + \sigma_c\left(2\phi + \dot{\phi} + y + \sigma_d\left(3\phi + \dot{\phi} + 3\dot{y} + y\right)\right)\right)\right)\end{aligned}\tag{5.20}$$

La demostración de la estabilidad de las funciones de saturación y el acotamiento de los diferentes estados es similar al presentado en la dinámica longitudinal, por tanto, se omite.

### 5.1.6. Simulación numérica

Simulaciones numéricas son realizadas para probar la veracidad de los controladores propuestos en el modelo dinámico, en donde, además, se consideran los efectos aerodinámicos.

Las simulaciones se llevan a cabo en el entorno Matlab / Simulink tal como se muestra en la Figura 5.1.

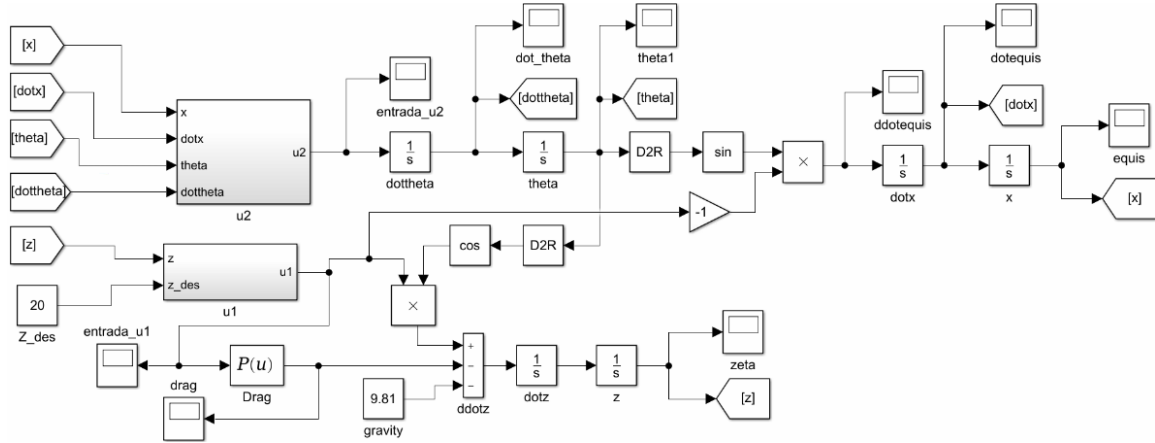


Figura 5.1: Modelo del UAV en modo VTOL en simulink.

En donde, la entrada  $u_1$  está definida como se muestra en la siguiente Figura 5.2.

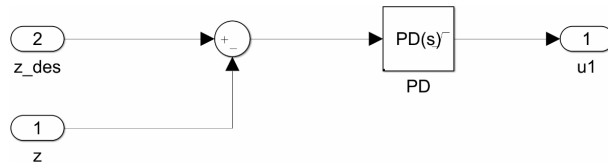


Figura 5.2: Entrada  $u_1$  en simulink.

Así mismo la entrada  $u_2$  se muestra en la Figura 5.3.

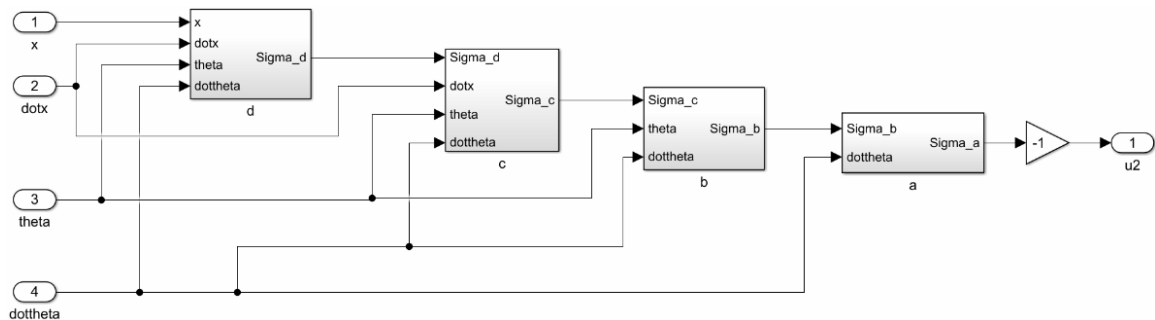


Figura 5.3: Entrada  $u_2$  en simulink.

Los parámetros utilizados en la simulación se muestran en las siguientes tablas. En la tabla 5.1 se muestra el rango de operación de los actuadores del UAV. En la tabla 5.2 se muestran los parámetros y dimensiones aplicables al vehículo. Las condiciones de la simulación se muestran en la tabla 5.3. Por último, los parámetros de control determinados de forma experimental se muestran en la tabla 5.4.



Tabla 5.1: Rango de operación de los actuadores.

Parámetro	Valor	Unidad
Empuje de los rotores	$0 \leq F_{Rn} \leq 10$ ( $n = 1, 2$ )	N
Ángulo del elevón	$-\pi/6 \leq \xi_n \leq \pi/6$ ( $n = 1, 2$ )	rad
Ángulo de inclinación	$\mu_n = \pi/2$ ( $n = 1, 2$ )	rad

Tabla 5.2: Parámetros.

Parámetro	Valor	Unidad
m	1	kg
g	9.80665	m/s <sup>2</sup>

Tabla 5.3: Condiciones de simulación.

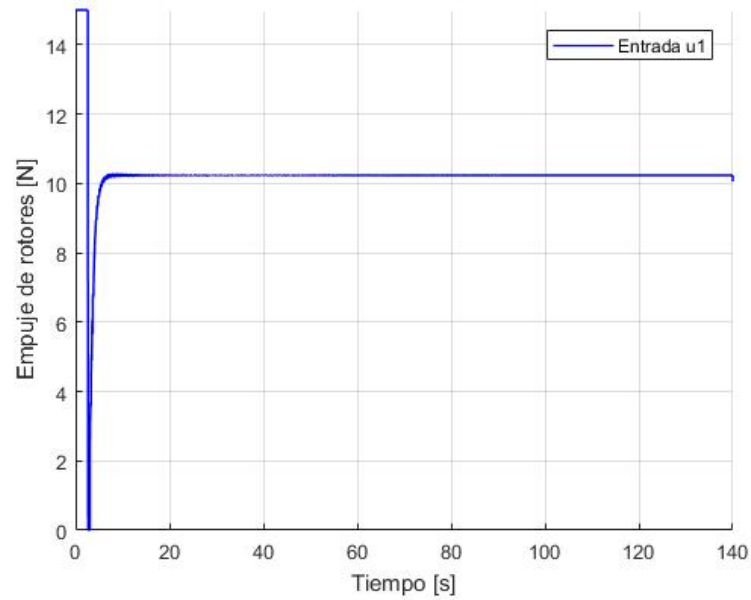
Parámetro	Valor	Unidad
Velocidad linear inicial	$V_o$ $[0 \ 0 \ 0]^T$	m/s
Velocidad angular inicial	$\Omega_o$ $[0 \ 0.5 \ 0]^T$	rad/s
Orientación inicial	$q_2$ $[0 \ 0.5 \ 0]^T$	rad
Posición	$z_d$ $[0 \ 0 \ 20]^T$	m

Tabla 5.4: Parámetros de control.

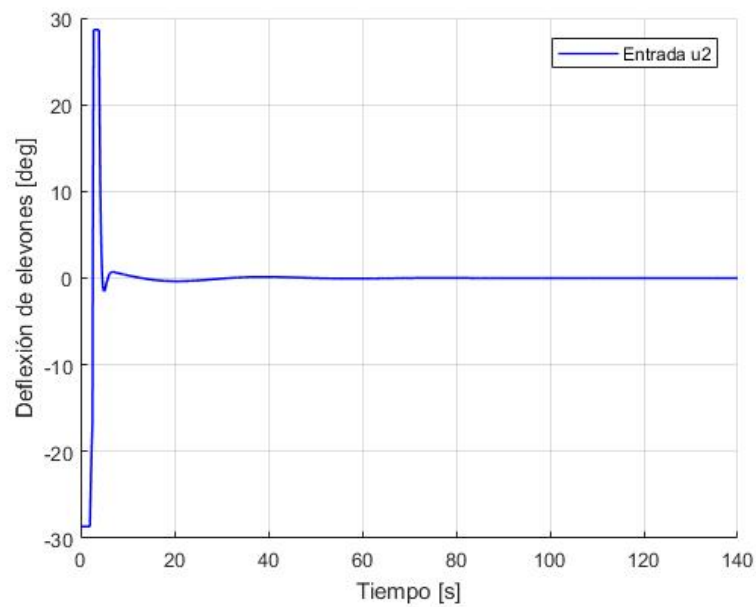
Realimentación negativa	Saturaciones anidadas
$k_1 = 30.39$	$a = 0.5$
$k_2 = 23.08$	$b = 1$
	$c = 2$
	$d = 4$

En la Figura 5.4a,b se muestran las entradas de control correspondientes a  $u_1$  y  $u_2$ . Observe que durante el despegue cada rotor genera aproximadamente 5 [N] al 60 % de aceleración, en total 10 [N] entre ambos motores, que compensan el peso del vehículo y las fuerzas de arrastre de las alas. Cuando se efectúa el movimiento de rotación de cabeceo, la componente vertical de empuje disminuye, por tanto, el empuje de los rotores aumenta sin exceder su capacidad máxima para conservar su altura. Además, observe que la deflexión de los elevones oscila entre aproximadamente  $\pm 30^\circ$ , lo cual es suficiente para compensar el momento de cabeceo según la caracterización que se realizó en la sección 3.3.1, en donde sugiere un ángulo de deflexión máximo de  $40^\circ$ .

También se observa que el UAV alcanza la altura deseada en aproximadamente 4 segundos (Figura 5.5), siendo la primera variable en estabilizarse sin oscilaciones bruscas y en un corto tiempo, a pesar de utilizar un controlador sencillo.



(a) Rotores.



(b) Elevones.

Figura 5.4: Respuestas de los controladores.

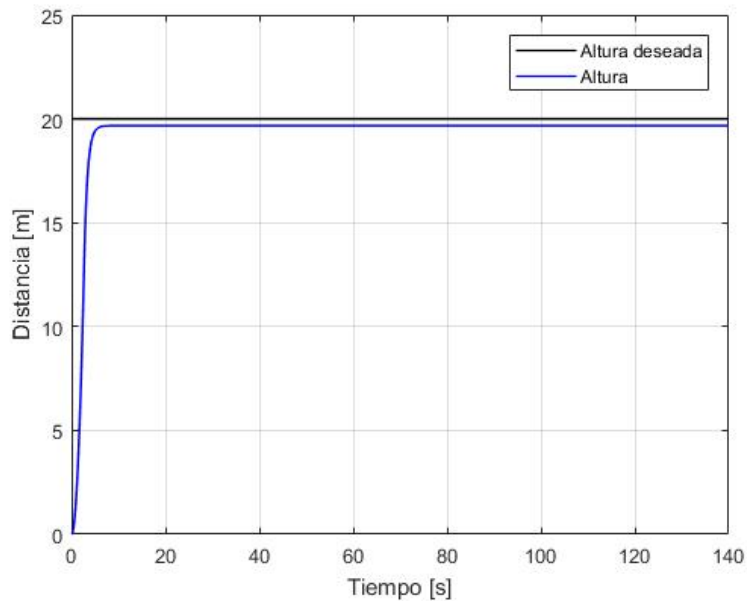


Figura 5.5: Respuesta del control de altura.

La segunda variable en estabilizarse es el ángulo de cabeceo  $\theta$ . Como se observa en la Figura 5.6, la variable  $\theta$  converge a cero en aproximadamente 70 segundos. Además, puede apreciarse que el cambio de referencia de la altura genera perturbaciones en la posición angular  $\theta$ .

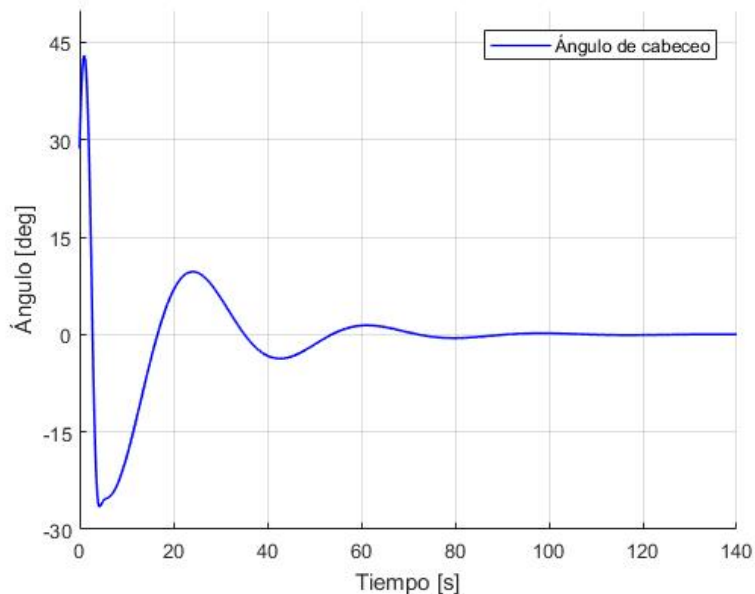


Figura 5.6: Ángulo de cabeceo.

Finalmente, como se observa en la Figura 5.7, la variable  $x$  converge a cero en aproximadamente 100 segundos. Además, observe que,  $x$  es dependiente de  $\theta$ , pues  $x$  no comienza a crecer hasta que  $\theta$  no lo hace. Así mismo,  $\theta$  es dependiente de la entrada  $u_2$ , es decir, cuando  $u_2$  sea igual a cero,  $\theta$  tiende a ser constante.

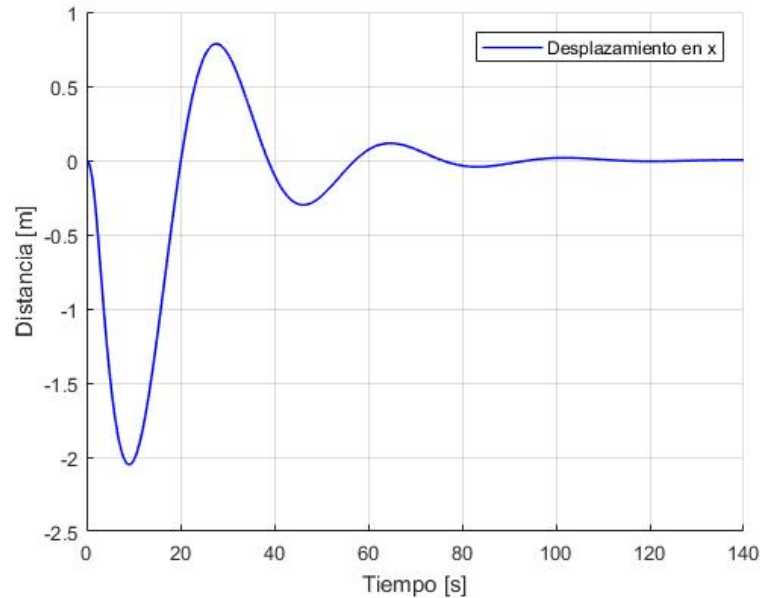


Figura 5.7: Desplazamiento en x.

En la Figura 5.8 se muestra el arrastre obtenido en la zona del ala afectada por la corriente de aire generada por la hélice que en el modelo se incluye. Primero, el arrastre aumenta porque los motores aumentan su velocidad de rotación para alcanzar la altitud deseada, luego, el arrastre disminuye porque los motores disminuyen su velocidad de rotación porque el vehículo excede la altitud deseada y también debido al movimiento de cabeceo. Posteriormente, la resistencia es estable porque los motores tienen la misma velocidad de rotación a la misma altitud de vuelo deseada. Es claro que el arrastre generado es muy pequeño y no afecta en gran manera el buen desempeño del control de altura.

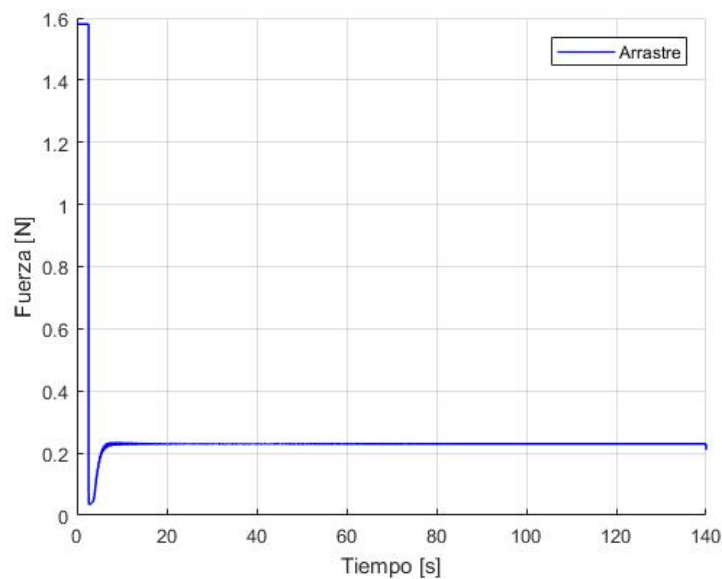


Figura 5.8: Fuerza de arrastre aerodinámico.

En general, las leyes de control presentan respuestas favorables. Por una parte,  $z$  solo necesita poco tiempo para estabilizarse y, por otra parte, aunque  $\theta$  requiere un poco más de tiempo para converger a cero y las oscilaciones son un tanto pronunciadas, dichas oscilaciones son ángulos con valores pequeños.

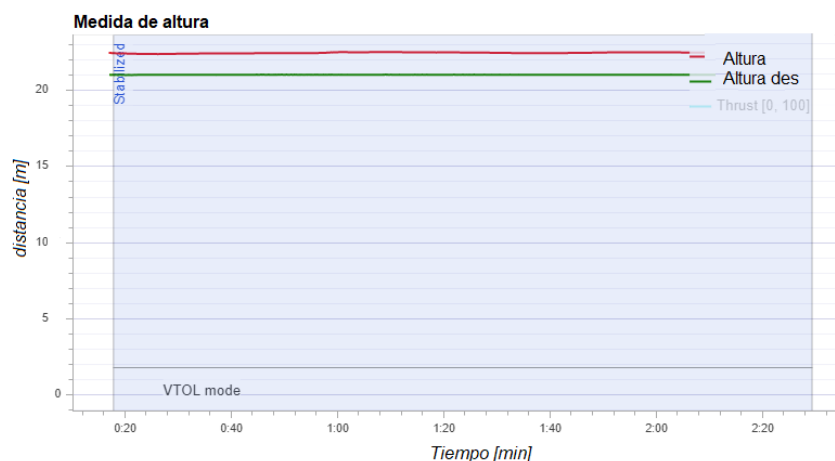
### 5.1.7. Pruebas de vuelo en tiempo real

Las pruebas de vuelo al aire libre se realizaron en la Ciudad de México, a una altitud de 2250 [m] sobre el nivel del mar.

Para las pruebas de vuelo en tiempo real, se considera un escenario en el que el vehículo despegue en modo vertical hasta cierta altura, después, se realizan movimientos de rotación (roll, pitch and yaw), y finalmente, un aterrizaje vertical. La altura se controla mediante el acelerador. Los ángulos de alabeo, cabeceo y guiñada se controlan manualmente, mientras que el vehículo logra un vuelo estacionario estable.

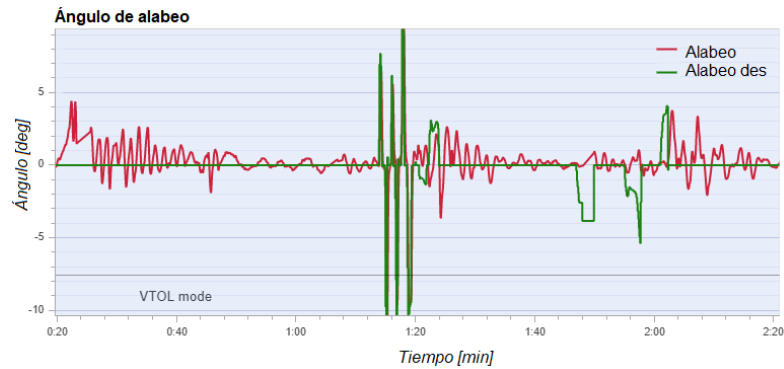
En la Figura 5.9a se muestra la respuesta de la altura, donde se obtienen resultados similares a la simulación numérica. La Figura 5.9b-d muestra las respuestas en tiempo real de la orientación, alabeo, cabeceo y guiñada del vehículo, respectivamente. Se logra un vuelo estacionario estable en el que las entradas de control (rotores y elevones) nunca exceden sus limitaciones, a pesar de que el vehículo es perturbado por el viento.

El ángulo de balanceo no excede su referencia en más de 4 grados, mientras que el error de seguimiento en la guiñada estuvo limitado por 10 grados. La referencia de cabeceo se mantiene en 8 grados, aunque esta referencia es más difícil de estabilizar.

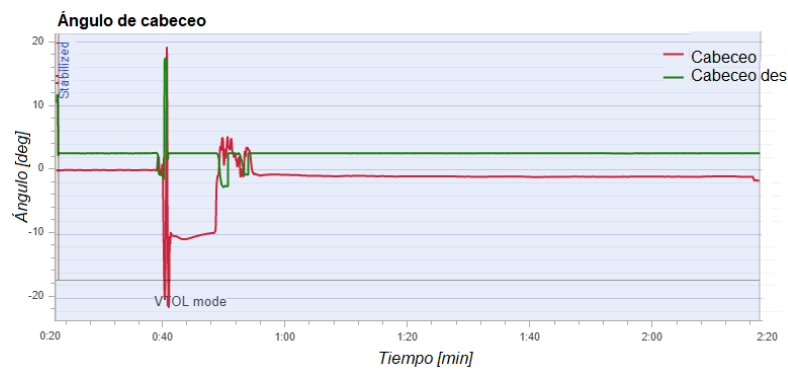


(a) Altura en tiempo real

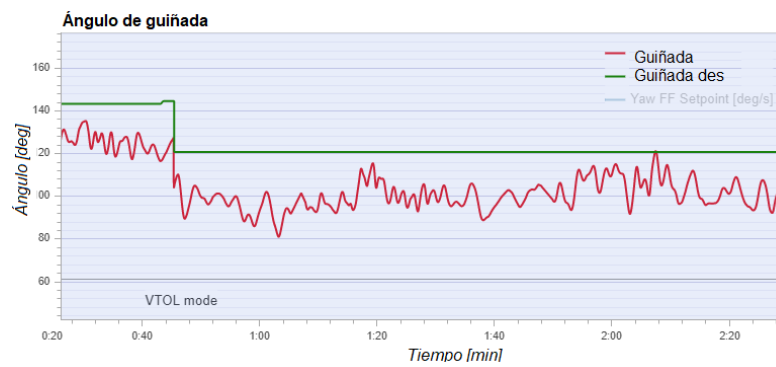
Figura 5.9: Resultados de pruebas de vuelo entiempos real.



(b) Alabeo en tiempo real



(c) Cabeceo en tiempo real



(d) Guiñada en tiempo real

Figura 5.9: Resultados de pruebas de vuelo entiempro real.

## 5.2. Dinámica de vuelo en modo de transición

Una de las etapas más críticas del UAV de tipo tilt-wing, es la transición entre la etapa de vuelo vertical o sustentación y el vuelo horizontal o convencional.

Para el análisis de la dinámica de vuelo en modo de transición, al igual que en la sección 5.1, se simplifican del modelo matemático completo alrededor de las condiciones del modo de vuelo en transición.

La dinámica del vehículo se desacopla en dos dinámicas, la longitudinal y la lateral. Cabe mencionar que, el presente trabajo solo se centra en la dinámica longitudinal para el modo de transición.

Por tanto, para la dinámica longitudinal se implementa un controlador de realimentación negativa el cual proporciona un rendimiento satisfactorio.

### 5.2.1. Consideraciones para modo de vuelo en transición

Para el modo de vuelo en transición, se pueden hacer las siguientes consideraciones:

1. Para la transición, el ángulo de inclinación va de  $\mu = 90^\circ$  a  $\mu = 0^\circ$ .
2. Las fuerzas en  $y$  se desprecian por ser pequeñas en comparación con las fuerzas en  $x$  y  $z$ .
3. Los movimientos en roll ( $\phi$ ), pitch ( $\theta$ ) y yaw ( $\psi$ ) se consideran dentro de un rango pequeño ( $|\phi| < \frac{\pi}{6}$ ,  $|\theta| < \frac{\pi}{6}$ ,  $|\psi| < \frac{\pi}{6}$ ), tal que,  $\sin(A) \approx A$  y  $\cos(A) \approx 1$ .
4. El centro de gravedad coincidente con el centro aerodinámico, es invariante en todo momento.
5. El empenaje genera fuerzas aerodinámicas que por ahora no se consideran.
6. Las alas generan fuerzas aerodinámicas debido a la velocidad de avance, el flujo que se desprende de las hélices y los vientos cruzados. Por el momento, se omiten las fuerzas aerodinámicas generadas por los vientos cruzados.
7. Las superficies de control solo generan levantamiento. Los alerones o elevones debido al flujo que se desprende de las hélices, y el elevador y timón debido al flujo de aire que incide por la velocidad de avance del vehículo. Las fuerzas de las superficies de control no se consideran, solo los momentos generados por las mismas.
8. El ángulo de ataque ( $\alpha$ ) durante transición, se considera nulo.
9. Dado que los perfiles aerodinámicos considerados para las alas, el estabilizador horizontal y vertical son simétricos, como se menciona con anterioridad, se cancelan los momentos que surgen debido al flujo simétrico.
10. Dado que los efectos giroscópicos en las hélices son lo suficientemente pequeños, se desprecian.

### 5.2.2. Dinámica traslacional para transición

Al aplicar las consideraciones No. 1 y del 5 al 8 en las ecuaciones 2.34, 2.41 y 2.44, se definen las fuerzas como:

$$\begin{aligned} F_x^B &= (s\mu) L_{w_{1,2}} - (c\mu) D_{w_{1,2}} + c\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2}) \\ F_y^B &= 0 \\ F_z^B &= (c\mu) L_{w_{1,2}} - (s\mu) D_{w_{1,2}} + s\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2}) \end{aligned} \quad (5.21)$$

Tomando en cuenta las consideraciones No. 2 y 3 en las ecuaciones 2.33 que describen la dinámica traslacional, se llega a:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_x^B - F_z^B(\theta) \\ m\ddot{y} &= F_x^B(\theta) + F_z^B \\ m\ddot{z} &= F_x^B(\theta) + F_z^B - mg \end{aligned} \quad (5.22)$$

donde, las fuerzas  $F_x^B$  y  $F_z^B$  corresponden a las ecuaciones 5.21.

### 5.2.3. Dinámica rotacional para transición

De igual manera que en la dinámica traslacional, aplicando las consideraciones No. 1 y del 7 al 10 en las ecuaciones 2.50, 2.52 y 2.54, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Gamma_x^B &= \pm y_{a_{1,2}} [c\mu (L_{a_1} \pm L_{a_2})] \pm y_{m_{1,2}} [-s\mu (f_{m_1} \pm f_{m_2})] \\ \Gamma_y^B &= -z_e L_e + x_e L_e = \pm y_{m_{1,2}} [-s\mu (L_{a_1} \pm L_{a_2})] \\ \Gamma_z^B &= -\{\pm y_{a_{1,2}} [s\mu (L_{a_1} \pm L_{a_2})]\} + z_r L_r \end{aligned} \quad (5.23)$$

donde, los momentos que se consideran corresponden a las superficies de control utilizadas para efectuar los movimientos de alabeo, cabeceo y guiñada.

Ahora bien, al aplicar la tercera consideración en las ecuaciones 2.48 que describen la dinámica rotacional, se obtiene:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= -\ddot{\theta}\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}\psi + \dot{\phi}\dot{\psi}\psi - \dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{1}{I_x} \left[ \Gamma_x^B - \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \right) \left( \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \right) (I_y - I_z) \right] \\ \ddot{\theta} &= \ddot{\phi}\psi - \dot{\phi}\dot{\theta}\psi + \dot{\phi}\dot{\psi} + \dot{\theta}\dot{\psi}\psi + \frac{1}{I_y} \left[ \Gamma_y^B - \left( \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \right) \left( \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \right) (I_z - I_x) \right] \\ \ddot{\psi} &= -\ddot{\phi}\theta - \dot{\phi}\dot{\theta} + \frac{1}{I_z} \left[ \Gamma_z^B - \left( \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \right) \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \right) (I_x - I_y) \right] \end{aligned}$$



Considerando que se tiene la capacidad de obtener los valores de  $\phi, \theta, \psi, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}$  con la central inercial. Por tanto, se definen las siguientes variables en función de los valores conocidos:

$$\begin{aligned}\tau_\phi &= \Gamma_x^B + I_x \left( -\ddot{\theta}\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}\theta + \dot{\phi}\dot{\psi}\psi - \dot{\theta}\dot{\psi} \right) - \left[ \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \right) \left( \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \right) (I_y - I_z) \right] \\ \tau_\theta &= \Gamma_y^B + I_y \left( \ddot{\phi}\psi - \dot{\phi}\dot{\theta}\theta\psi + \dot{\phi}\dot{\psi} + \dot{\theta}\dot{\psi}\psi \right) - \left[ \left( \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \right) \left( \dot{\phi}s\theta + \dot{\psi} \right) (I_z - I_x) \right] \\ \tau_\psi &= \Gamma_z^B + I_z \left( -\ddot{\phi}\theta - \dot{\phi}\dot{\theta} \right) - \left[ \left( \dot{\phi}c\theta c\psi + \dot{\theta}s\psi \right) \left( -\dot{\phi}c\theta s\psi + \dot{\theta}c\psi \right) (I_x - I_y) \right]\end{aligned}$$

Sustituyendo las variables que están en función de los valores conocidos en la dinámica rotacional, finalmente se obtiene:

$$\begin{aligned}\ddot{\phi} &= \frac{1}{I_x} \tau_\phi \\ \ddot{\theta} &= \frac{1}{I_y} \tau_\theta \\ \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_z} \tau_\psi\end{aligned}\tag{5.24}$$

#### 5.2.4. Control de la dinámica longitudinal

Para verificar la adaptación a la variación de las características aerodinámicas causadas por los cambios en el ángulo de inclinación del sistema de transición y mantener la estabilidad de la dinámica longitudinal, se implementa un controlador de realimentación negativa.

Para la implementación del control en la dinámica longitudinal se toman de las ecuaciones 5.22 y 5.24, las siguientes expresiones:

$$m\ddot{x} = [w_x + c\mu u_1] - [w_z + s\mu u_1] \theta \tag{5.25a}$$

$$m\ddot{z} = [w_x + c\mu u_1] \theta + [w_z + s\mu u_1] - mg \tag{5.25b}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_y} \tau_\theta \tag{5.25c}$$

donde,  $w_x$  y  $w_z$  representan las fuerzas aerodinámicas causadas por los cambios en el ángulo de inclinación:

$$w_x = s\mu L_{w_{1,2}} - c\mu D_{w_{1,2}}$$

$$w_z = c\mu L_{w_{1,2}} - s\mu D_{w_{1,2}}$$

Además,  $u_1$  se define como la entrada de control en términos de las fuerzas, como:

$$u_1 = \frac{m(z_p + g) - w_x\theta - w_z}{\theta c\mu + s\mu} \tag{5.26}$$

donde:

$$z_p = k_1 z + k_2 \dot{z}$$

sustituyendo  $z_p$  y la ecuación 5.26 en 5.25b, se obtiene:

$$\ddot{z} = k_1 z + k_2 \dot{z} \quad (5.27)$$

Por el criterio de Hurwitz, si  $k_1$  y  $k_2 > 0$  se puede asegurar que  $z$  y  $\dot{z} \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , por tanto, la dinámica de  $z$  es estable.

Una vez estabilizada la dinámica de  $z$ , se procede a estabilizar la dinámica de  $x$ , para ello, se sustituye la ecuación 5.26 en 5.25b, además, teniendo en cuenta que la masa ( $m$ ) del UAV equivale a 1 [kg], se obtiene:

$$\ddot{x} = \frac{[(z_p + g) - w_x \theta - w_z] [c\mu - \theta s\mu]}{[\theta c\mu + s\mu]} + w_x + w_z \theta$$

Dado que  $z$  y  $\dot{z}$  convergen a cero, entonces  $z_p$  converge a cero, por tanto,  $(z_p + g) = g$ , además, considerando el coeficiente de la aceleración gravitatoria normalizada igual a 1, se obtiene:

$$\ddot{x} = \frac{(-w_x \theta - w_z) (c\mu - \theta s\mu)}{(\theta c\mu + s\mu)} + w_x + w_z \theta \quad (5.28)$$

Finalmente, se procede a estabilizar la dinámica de  $\theta$ , entonces, para estabilizar el ángulo de cabeceo  $\theta$ , se propone una entrada de control:

$$u_2 = \psi_p I_y \quad (5.29)$$

donde:

$$\psi_p = k_1 \theta + k_2 \dot{\theta}$$

sustituyendo  $\psi_p$  y la ecuación 5.29 en 5.25c, se obtiene:

$$\ddot{\theta} = k_1 \theta + k_2 \dot{\theta} \quad (5.30)$$

Por el criterio de Hurwitz, si  $k_1$  y  $k_2 > 0$  se puede asegurar que  $\theta$  y  $\dot{\theta} \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , por tanto, la dinámica de  $\theta$  es estable.

### 5.2.5. Simulación numérica conjunta

Una vez obtenido el control completo del vuelo vertical y transición, simulaciones numéricas son realizadas para probar la veracidad de los controladores propuestos en el modelo dinámico.

Las simulaciones se llevan a cabo en el entorno de MATLAB / Simulink. En la Figura 5.10 se muestra el diagrama de bloques de la simulación para el modo de transición.

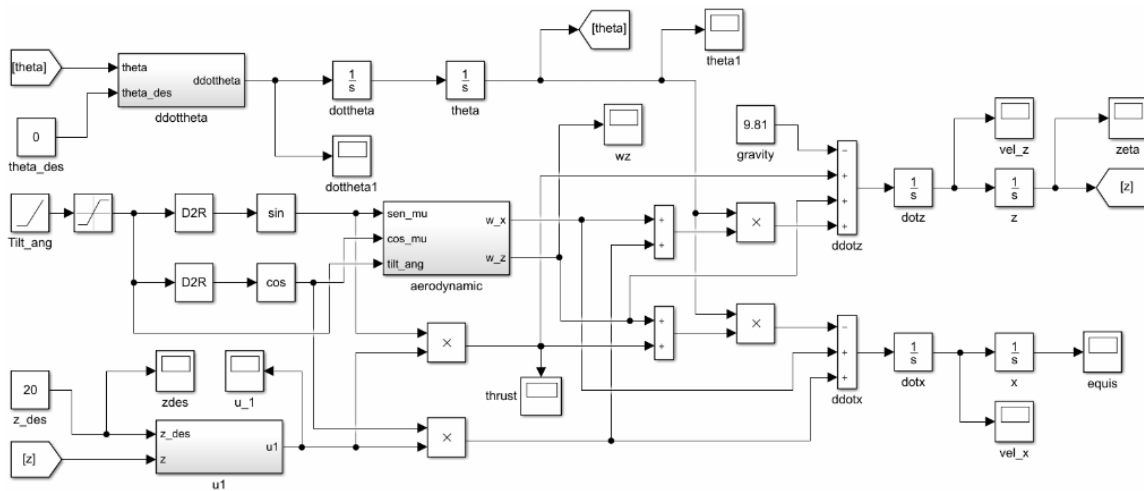


Figura 5.10: Modelo del UAV en modo transición en Simulink.

En la Tabla 5.5 se muestran los parámetros y/o las condiciones utilizadas en la simulación.

Tabla 5.5: Parámetros y/o condiciones de simulación.

Parámetro	Valor	Unidad
Empuje de los motores	$0 \leq F_{Rn} \leq 10$ (n=1,2)	N
Ángulo de inclinación	$0 \leq \mu \leq \pi/2$	rad
Masa (m)	1	kg
Gravedad (g)	9.80665	m/s <sup>2</sup>
Velocidad de avance	$0 \leq V \leq 20$	m/s
Ángulo de los alerones	$-\pi/6 \leq \xi \leq \pi/6$	rad
Ángulo de cabeceo inicial ( $\theta$ )	0.5	rad
Altura ( $z$ )	$0 \leq z \leq 20$	m
$k_1$ para $z$	101	
$k_2$ para $z$	57	
$k_1$ para $\theta$	0.22	
$k_2$ para $\theta$	1.012	

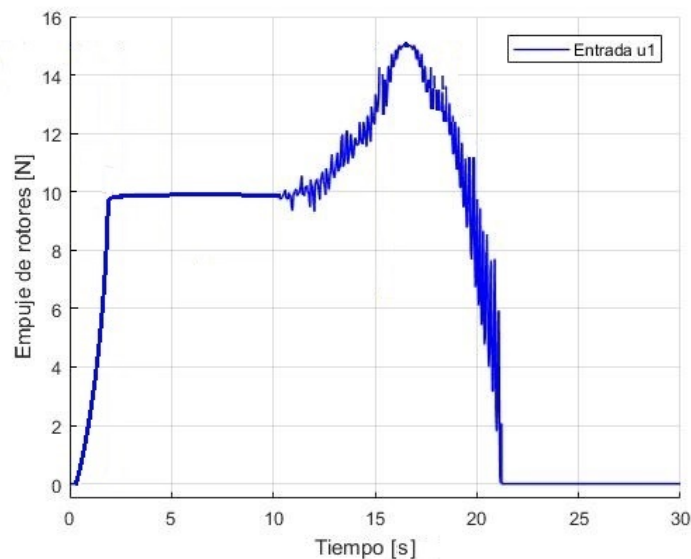
Se considera un escenario donde durante los primeros 4 segundos, el vehículo despegue verticalmente y sube a 20 [m], 6 segundos después de alcanzar la altura deseada, se realiza el cambio de la ley de control del vuelo vertical y la ley de control del vuelo en transición antes de la última acción del control anterior. Después, el vehículo inclina su sistema ala-rotor de los 10 a los 20 segundos y de 90 a 0 grados, mientras intenta conservar su altura.

Estas acciones permiten una transición durante la cual existe un breve instante de tiempo en el cual ambas leyes de control actúan al mismo tiempo y por tanto, no existe tiempo sin acción de control alguna.

En las Figuras 5.11a,b se muestran las entradas de control correspondientes a  $u_1$  y  $u_2$ . Observe que durante el despegue los motores generan aproximadamente 10 [N] de empuje vertical para compensar el peso del UAV. Durante la transición, el vector de empuje de los motores cambia, por lo tanto, para mantener la altura, el empuje de los motores aumenta hasta 15 [N], sin exceder el 75 % de su capacidad máxima. Además, observe que para compensar el momento de cabeceo, la deflexión de los alerones no oscila significativamente.

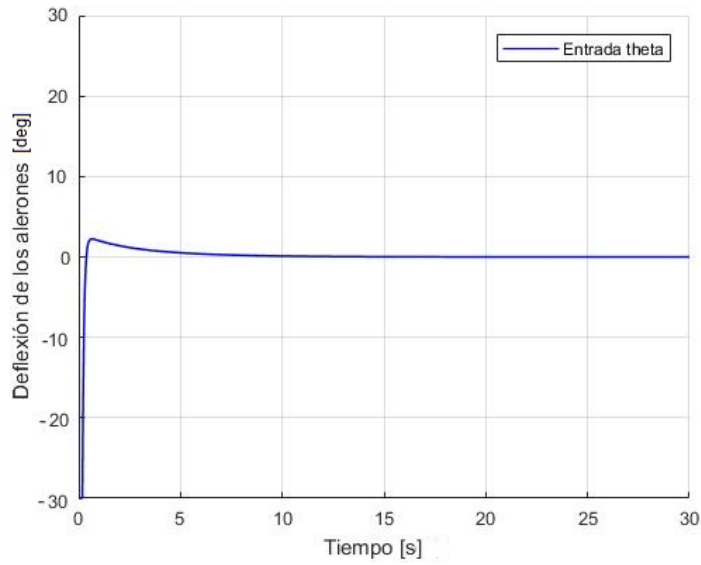
La Figura 5.12 muestra que el UAV alcanza la altura deseada en aproximadamente 4 segundos. Durante la transición, se pierde altura (entre los 15 y 20 segundos), sin embargo, la altura perdida es mínima.

Por otra parte, en la Figura 5.13, se muestra que la variable de  $\theta$  presenta un valor inicial de 0.5 radianes, la cual converge a cero en aproximadamente 15 segundos, a pesar de que se efectúa la transición.



(a) Rotores.

Figura 5.11: Respuestas de los controladores durante la transición.



(b) Alerones.

Figura 5.11: Respuestas de los controladores durante la transición.

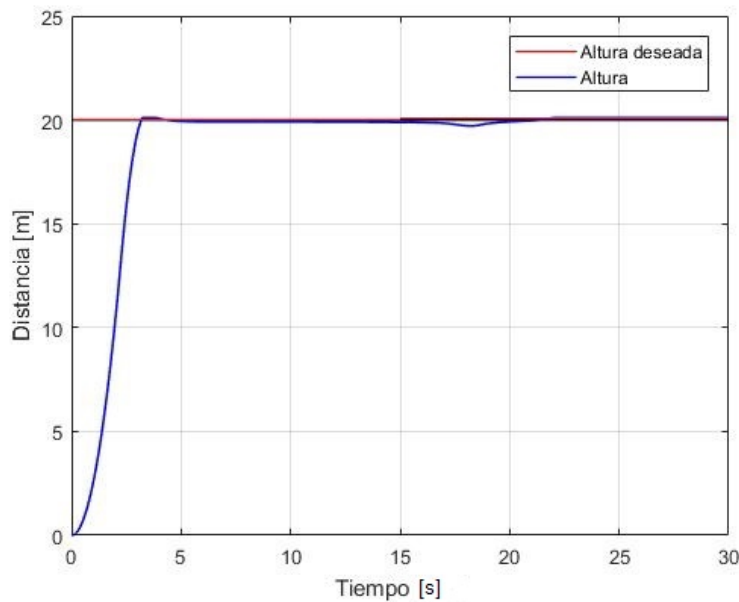


Figura 5.12: Respuesta del control de altura durante la transición.

El seguimiento de la posición en  $x$  se muestra en las Figuras 5.14a,b, donde se observa que  $x$  es dependiente del ángulo de inclinación, pues  $x$  aumenta cuando las alas y los rotores se inclinan. La velocidad horizontal máxima que se alcanza es de aproximadamente 20 [m/s].

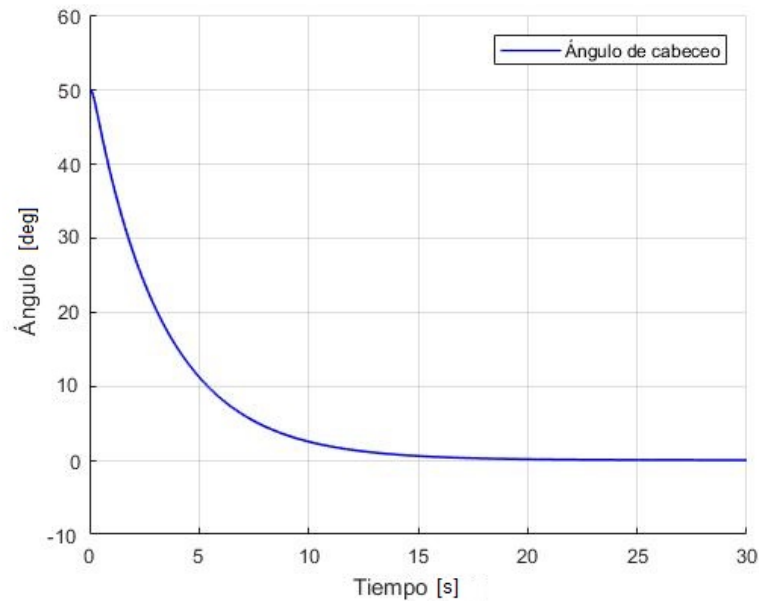
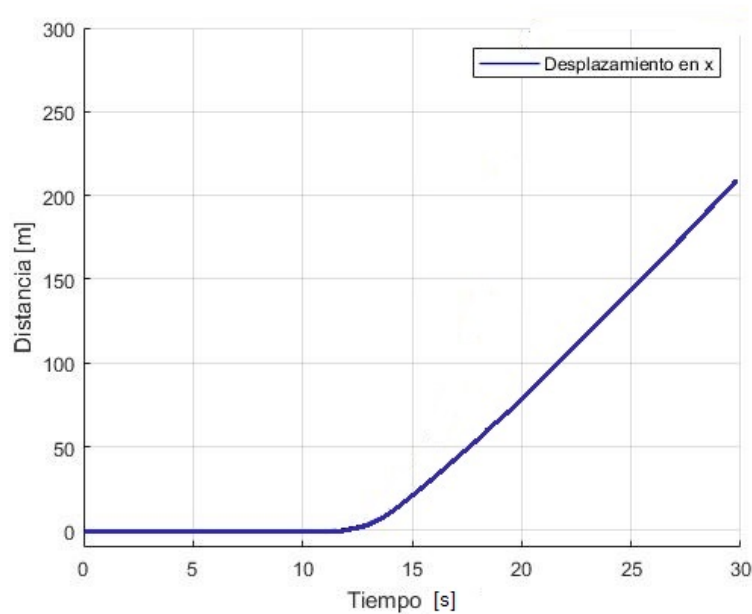


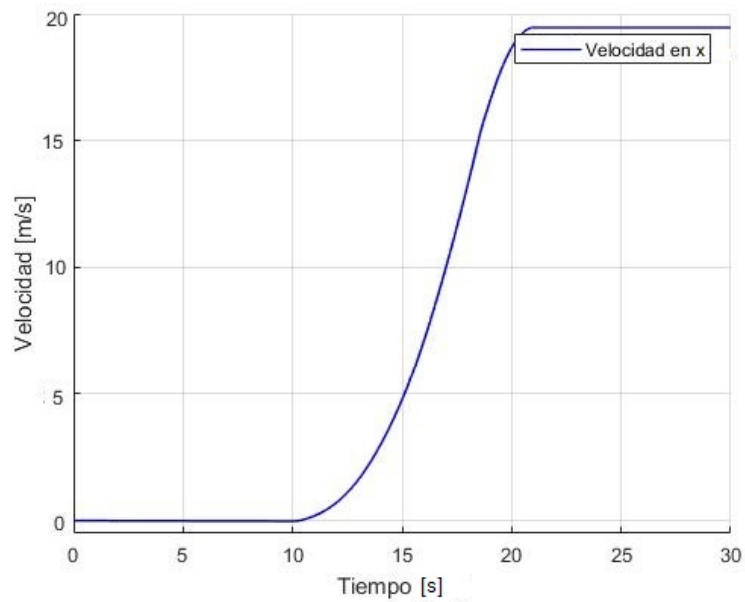
Figura 5.13: Ángulo de cabeceo durante la transición.

Finalmente, la Figura 5.15 muestra las fuerzas aerodinámicas y de los motores. Primero, los motores son los que proporcionan el empuje necesario para la sustentación del UAV. Posteriormente, se observa que las fuerzas aerodinámicas del ala, contribuyen con la sustentación del vehículo en conjunto con los motores. Cuando las alas y los motores se posicionan horizontalmente, la sustentación del UAV queda a cargo de las fuerzas aerodinámicas del ala, el empuje de los motores ahora contribuye al aumento de la velocidad en crucero.



(a) Desplazamiento en x.

Figura 5.14: Posición en x.



(b) Velocidad en x.

Figura 5.14: Posición en x.

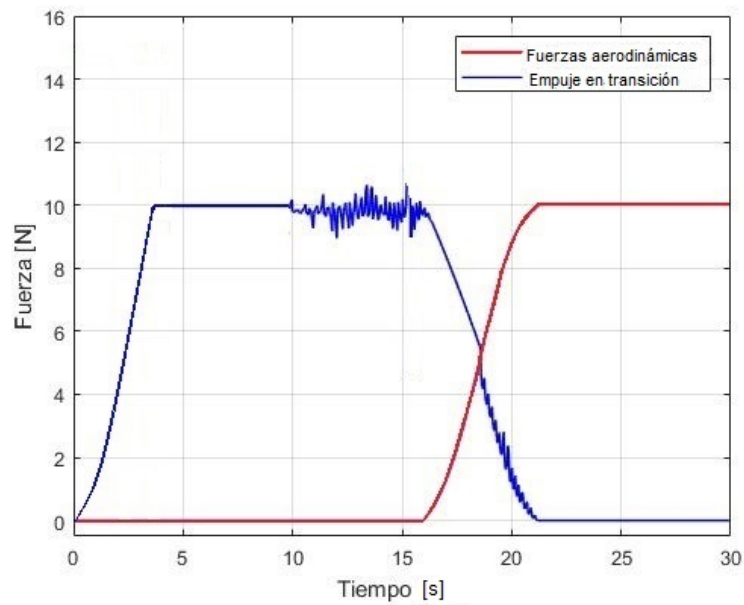


Figura 5.15: Fuerzas aerodinámicas y de los motores.

---

# Conclusiones

---

## 6.1. Conclusiones y trabajo a futuro

En el presente trabajo, se estudia un UAV híbrido de tipo ala y rotores abatibles. El modelo dinámico completo se obtiene utilizando la formulación de Newton-Euler; además, como punto relevante, los efectos aerodinámicos del ala en función de la velocidad de crucero, desprendimiento del flujo de las hélices, ángulo de inclinación y ángulo de ataque, se incluyen en el modelado.

Para el análisis aerodinámico, el ala se divide en dos secciones, un área afectada por la corriente de aire generada por los rotores y un área afectada por la velocidad de crucero. Los experimentos realizados en un banco de pruebas y simulaciones en 3D, permitieron la caracterización de los efectos aerodinámicos ante los cambios significativos que se presentan en los diferentes modos de vuelo, mismos que se agregaron al modelo.

Para la implementación del control y simulaciones, cada una de las fases de vuelo se estudian por separado. El presente trabajo se enfoca solamente a las etapas de vuelo más críticas, las cuales son el vuelo vertical y la transición. Cada etapa de vuelo se desacopla en dos dinámicas, la longitudinal y lateral.

Para el modo de vuelo vertical del UAV, se implementa un controlador de saturaciones anidadas para la dinámica longitudinal y un control de realimentación negativa para la dinámica lateral. Para validar el modelo simplificado para el modo de vuelo vertical y las leyes de control, se realizan simulaciones numéricas y pruebas de vuelo en tiempo real, demostrando una convergencia rápida a las señales de referencia, logrando además vuelos en tiempo real para modo vertical estables.

Por otra parte, para la etapa de transición del UAV, se implementan controladores de realimentación negativa para la dinámica longitudinal, con ello se verifica la adaptación a la variación de las características aerodinámicas causadas por los cambios en el ángulo de inclinación del sistema de transición para evitar la pérdida de altura. Simulaciones del control implementado en el modelo simplificado para la etapa de transición, muestran resultados factibles, permitiendo realizar la maniobra de transición al estabilizar adecuadamente el vehículo.



Para las pruebas de vuelo en tiempo real, se construye e instrumenta un vehículo aéreo con un mecanismo que permite inclinar las alas y los rotores. Su estructura aerodinámica y su aviónica debidamente seleccionada, permitieron que esta reciente configuración híbrida de UAV realizara vuelos de sustentación. No obstante, el vehículo posee las características necesarias para realizar vuelos horizontales (modo avión) e incluso la transición entre ambos modos de vuelo.

Como trabajo futuro, se consideran los siguientes puntos con la finalidad de mejorar y complementar el trabajo de investigación con respecto al UAV de tipo ala y rotores abatibles

- Mediante una estación meteorológica, obtener datos de las ráfagas de viento, con la finalidad de incluir el efecto del viento lateral en las alas durante el modo de vuelo vertical.
- Incluir el ángulo de deslizamiento ( $\beta$ ) para la dinámica lateral del UAV.
- Abordar la fase de vuelo horizontal, de tal forma que, los tres modos de vuelo del UAV Tilt-wing puedan ser estudiados con enfoques de control para mejorar la estabilidad del sistema controlado.
- Con los datos obtenidos, desarrollar un sistema de control completo para la dinámica de transición, es decir, añadir la dinámica lateral
- Complementar las pruebas de vuelo en modo de transición y horizontal, a fin de que el vehículo pueda realizar un vuelo completo.

## 6.2. Publicaciones

L. M. Sánchez-Rivera, R. Lozano and A. Arias-Montano, “Pitching moment analysis and adjustment for tilt-wing UAV in VTOL mode,” *2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 2019, pp. 1445-1450, doi: 10.1109/ICUAS.2019.8797952.

Sanchez-Rivera, Luz M., Rogelio Lozano, and Alfredo Arias-Montano. 2020. “Development, Modeling and Control of a Dual Tilt-Wing UAV in Vertical Flight” *Drones* 4, no. 4: 71. <https://doi.org/10.3390/drones4040071>

L. M. Sanchez-Rivera, R. Lozano and A. Arias-Montano, “Transition Flight Dynamics of a Dual Tilt-Wing UAV\*,” *2020 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 2020, pp. 862-866, doi: 10.1109/ICUAS48674.2020.9214061.

## Prototipos previos

---

### A.1. Tilt-wing con fuselaje plano

Este prototipo cuenta con un fuselaje plano, empenaje en T, las alas muy grandes para el cuerpo del vehículo y un tren de aterrizaje con ruedas.

El prototipo se realiza en general de EPS, MDF (medium density fibreboard), madera balsa, fibra de carbono y aluminio.

A pesar de tener un fuselaje muy ligero, el empenaje y tren de aterrizaje son pesados y por tanto, resulta complicado compensar el momento de cabeceo durante las pruebas de vuelo en modo vertical.

El primer prototipo que se construye se muestra en la siguiente Figura A.1:



Figura A.1: Prototipo con fuselaje plano.

## A.2. Ala delta

El prototipo de la Figura A.2 solo se instrumenta debido a que el cuerpo del vehículo de tipo ala delta hecho de EPS, se adquiere mediante su compra.

Adicionalmente se le agregan unos alerones de madera balsa.

A pesar de no tener un empenaje, el ala delta resulta ser un tanto pesada y difícil de controlar en vuelo vertical.

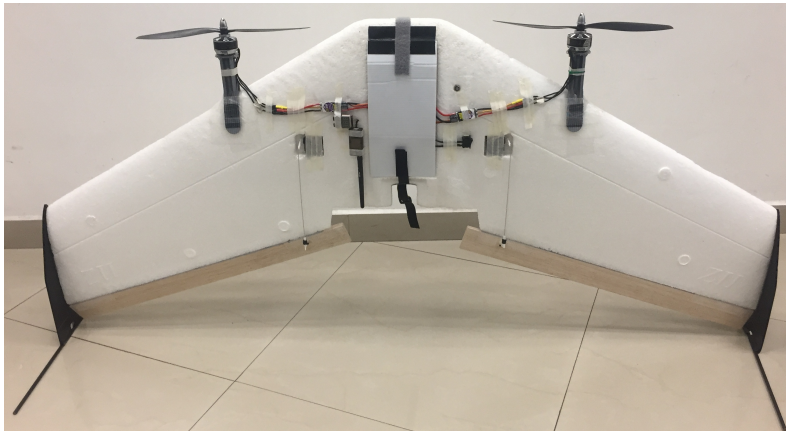


Figura A.2: Prototipo tipo ala delta.

## A.3. Tri-rotor

Debido a la gran inestabilidad en el momento de cabeceo durante el vuelo vertical que se presentó en los prototipos anteriores se opta por construir un vehículo con tres rotores (Figura A.3), es decir, los dos rotores en las alas y uno adicional en la cola con la finalidad de corroborar la buena funcionalidad del firmware con modificaciones para este tipo de vehículos híbridos.

El prototipo se construye de EPS, MDF y fibra de carbono. El fuselaje es plano, además, no cuenta con alas solo una placa plana, y tampoco cuenta con un estabilizador vertical y horizontal.

Gracias al nuevo rotor que se coloca en la cola se pudieron realizar los primeros vuelos en modo vertical de forma satisfactoria. Se realizan vuelos en modo manual y con control de altura.

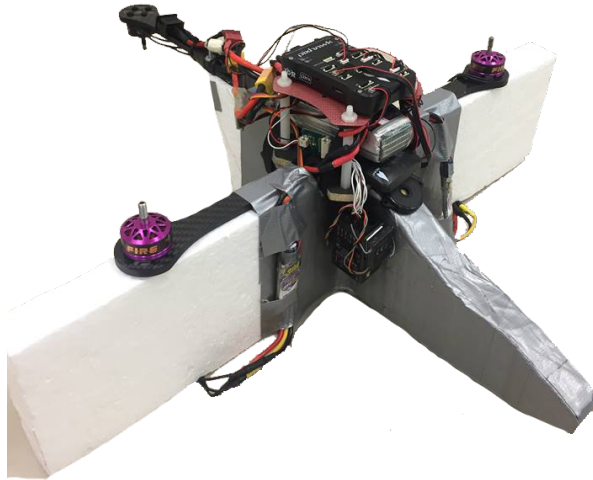


Figura A.3: Tri-rotor.

## A.4. Bi-rotor

Una vez corroborado el buen funcionamiento del firmware para vuelo vertical en el Tri-rotor, se procede a elaborar un prototipo con solo dos rotores, cada uno montado en cada ala, como se muestra en la Figura A.4.

El bi-rotor es elaborado de EPS y fibra de carbono. El vehículo se asemeja a un PVTOL.

Apesar de ser un prototipo muy sencillo y frágil, se logran realizar vuelos exitosos para vuelo vertical.

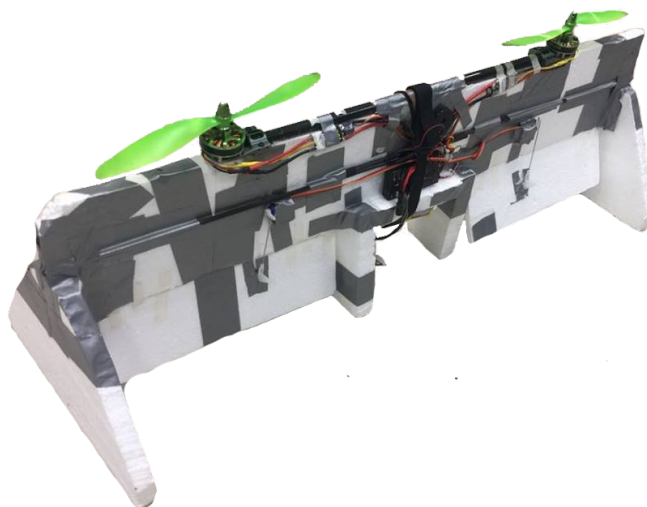


Figura A.4: Bi-rotor.

## A.5. Tilt-wing con empenaje intercambiable

Al obtener vuelos exitosos con un vehículo con dos y tres rotores, se opta por realizar un nuevo prototipo con tres y dos rotores como el que se muestra en la Figura A.5. Por tanto, se realiza un solo fuselaje y dos empenajes, uno tipo T y el otro con un motor dentro del estabilizador horizontal. Ambos empenajes son intercambiables para el único fuselaje que se tiene.

El prototipo se elabora de EPS en su totalidad, con tubos de fibra de carbono y un tren de aterrizaje tipo patín.

A pesar de ser elaborado de un material ligero, el prototipo resulta ser muy robusto y surge nuevamente el problema de inestabilidad en el movimiento de cabeceo.



Figura A.5: Tri-rotor y Bi-rotor.

## A.6. Segundo Tri-rotor

Dado que el material EPS resulta difícil de manipular para realizar una estructura más pequeña y ligera del cuerpo del vehículo, se opta por cambiar el material por Foam board y se realiza el nuevo prototipo que se muestra en la Figura A.6.

Un segundo Tri-rotor es fabricado con la finalidad de implementar un algoritmo de control y realizar pruebas de vuelo al exterior.

Exitosamente se realizan pruebas de vuelo al exterior en modo vertical y se logra inclinar unos cuantos grados hacia adelante el mecanismo pivotante compuesto por las alas y los rotores,

Con el éxito de este último prototipo, se desarrolla el prototipo final de la Figura 4.29, el cual es un vehículo de tipo tilt-wing de dos rotores.



Figura A.6: Segundo Tri-rotor.

# Bibliografía

---

- [1] I. N. de Estadística y Geografía (INEGI), “El uso de vehículos aéreos no tripulados en las tareas geoespaciales,” *Boletín de prensa*, vol. 14, April 2014.
- [2] W. J. Fredericks, Róbert, McSwain, Brian, Beaton, Dávid, and Klassman, “Nasa / TM–2017-219643 Greased Lightning (GL-10) flight testing campaign,” 2017.
- [3] J. Dickeson, D. Mix, J. Koenig, K. Linda, O. Cifdaloz, V. Wells, and A. Rodriguez, “ $H_\infty$  hover-to-cruise conversion for a tilt-wing rotorcraft,” in *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, CDC-ECC ’05*, vol. 2005, pp. 6486–6491, 2005.
- [4] J. Dickeson, D. Miles, O. Cifdaloz, V. Wells, and A. Rodriguez, “Robust lpv  $h_\infty$  gain-scheduled hover-to-cruise conversion for a tilt-wing rotorcraft in the presence of cg variations,” in *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2773–2778, 2007.
- [5] K. Muraoka, N. Okada, and D. Kubo, “Quad tilt wing VTOL UAV: Aerodynamic characteristics and prototype flight,” April 2009.
- [6] M. Sato and K. Muraoka, “Flight controller design and demonstration of quad-tilt-wing unmanned aerial vehicle,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 38, pp. 1–12, October 2014.
- [7] A. T. Tran, N. Sakamoto, M. Sato, and K. Muraoka, “Control augmentation system design for quad-tilt-wing unmanned aerial vehicle via robust output regulation method,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 53, pp. 357–369, February 2017.
- [8] K. Masuda and K. Uchiyama, “Robust control design for quad tilt-wing UAV,” *Aerospace*, vol. 5, no. 1, 2018.
- [9] K. Benkhoud and S. Bouallègue, “Dynamics modeling and advanced metaheuristics based LQG controller design for a quad tilt wing UAV,” *International Journal of Dynamics and Control*, vol. 6, pp. 630–651, Jun 2018.
- [10] A. Lindqvist, E. Fresk, and G. Nikolakopoulos, “Optimal design and modeling of a tilt wing aircraft,” in *2015 23rd Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, pp. 701–708, June 2015.

- [11] S. Wang, B. Song, L. He, and X. Lang, “Modeling and robust attitude controller design of a distributed propulsion tilt-wing UAV in hovering flight,” in *2019 Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, pp. 1480–1485, June 2019.
- [12] E. Cetinsoy, S. Dikyar, C. Hancer, K. Oner, E. Sirimoglu, M. Unel, and M. Aksit, “Design and construction of a novel quad tilt-wing UAV,” *Mechatronics*, vol. 22, p. 723–745, September 2012.
- [13] DHL, “DHL’S parcelcopter:: Changing shipping forever.” URL: <https://discover.dhl.com/business/business-ethics/parcelcopter-drone-technology>, June 2018.
- [14] B. E. Duvall, “Development and implementation of a propeller test capability for GL-10 “Greased Lightning” propeller design,” Master’s thesis, June 2016.
- [15] K. Muraoka, H. Murakami, D. Kubo, and M. Sato, “Transition flight of quad tilt wing VTOL UAV,” 2012.
- [16] A. T. Tran and N. Sakamoto, “Flight control design of quad tilt wing VTOL - CAS design using robust output regulation method with nonlinear model modification,” *Proceedings of the Automatic Control Alliance Conference*, vol. 57, pp. 1598–1605, 2014.
- [17] K. Benkhoud and S. Bouallègue, “Modeling and LQG controller design for a quad tilt-wing UAV,” March 2016.
- [18] K. Benkhoud and S. Bouallègue, “Model predictive control design for a convertible quad tilt-wing UAV,” in *2016 4th International Conference on Control Engineering Information Technology (CEIT)*, pp. 1–6, December 2016.
- [19] K. B. Khoud, S. Bouallègue, and M. Ayadi, “Design and co-simulation of a fuzzy gain-scheduled PID controller based on particle swarm optimization algorithms for a quad tilt wing unmanned aerial vehicle,” *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 40, no. 14, pp. 3933–3952, 2018.
- [20] T. Mikami and K. Uchiyama, “Design of flight control system for quad tilt-wing UAV,” *2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems, ICUAS 2015*, pp. 801–805, 07 2015.
- [21] E. Small, E. Fresk, G. Andrikopoulos, and G. Nikolakopoulos, “Modelling and control of a tilt-wing unmanned aerial vehicle,” in *2016 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, pp. 1254–1259, June 2016.
- [22] S. Wang, B. Song, and L. He, “Robust attitude control system design for a distributed propulsion tilt-wing UAV in flight state transition,” in *The Proceedings of the 2018 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology (APISAT 2018)* (X. Zhang, ed.), (Singapore), pp. 2368–2387, Springer Singapore, 2019.
- [23] K. Oner, E. Cetinsoy, M. Unel, M. Aksit, I. Kandemir, and K. Gulez, “Dynamic model and control of a new quadrotor unmanned aerial vehicle with tilt-wing mechanism,” *World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 45, January 2008.



- [24] K. Oner, E. Cetinsoy, E. Sirimoglu, C. Hancer, T. Ayken, and M. Unel, “LQR and SMC stabilization of a new unmanned aerial vehicle,” *Proc. Of the 2009 World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 58, July 2011.
- [25] K. Öner, K. Oner, E. Cetinsoy, E. Cetinsoy, E. Sirimoglu, E. Sirimoglu, C. Hançer, C. Hancer, M. Ünel, M. Unel, M. Akşit, M. Aksit, K. Gülez, K. Gulez, and I. Kandemir, “Mathematical modeling and vertical flight control of a tilt-wing UAV,” *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, vol. 20, January 2012.
- [26] E. Cetinsoy, E. Sirimoglu, K. Oner, C. Hancer, M. Unel, M. Aksit, I. Kandemir, and K. Gülez, “Design and development of a tilt-wing UAV,” *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, vol. 19, pp. 733–741, January 2011.
- [27] C. Hancer, K. T. Oner, E. Sirimoglu, E. Cetinsoy, and M. Unel, “Robust hovering control of a quad tilt-wing UAV,” in *IECON 2010 - 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 1615–1620, November 2010.
- [28] C. Hancer, K. T. Oner, E. Sirimoglu, E. Cetinsoy, and M. Unel, “Robust position control of a tilt-wing quadrotor,” in *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 4908–4913, December 2010.
- [29] Y. Yildiz, M. Unel, and A. E. Demirel, “Adaptive nonlinear hierarchical control of a quad tilt-wing UAV,” in *2015 European Control Conference (ECC)*, pp. 3623–3628, July 2015.
- [30] Y. Yildiz, M. Unel, and A. E. Demirel, “Nonlinear hierarchical control of a quad tilt-wing UAV: An adaptive control approach,” *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 31, no. 9, pp. 1245–1264, 2017.
- [31] DHL, “Making deliveries with the DHL Parcelcopter 3.0.” <https://www.youtube.com/watch?v=luc7KkCFKWY>, May 2016.
- [32] M. Cook, *Flight Dynamics Principles: A Linear Systems Approach to Aircraft Stability and Control*. Aerospace Engineering, Elsevier Science, 2012.
- [33] I. Abbott and A. Von Doenhoff, *Theory of Wing Sections, Including a Summary of Airfoil Data*. Dover Books on Aeronautical Engineering Series, Dover Publications, 1959.
- [34] J. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill Education, 2010.
- [35] B. Etkin, *Dynamics of flight: stability and control*. John Wiley & Sons Australia, Limited, 1982.
- [36] R. Von Mises, *Theory of Flight*. Dover Books on Aeronautical Engineering Series, Dover Publications, 1959.
- [37] B. McCormick, *Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics*. Wiley, 1994.
- [38] A. Barrientos, C. Balaguer, and L. Peñin, *Fundamentos de Robotica*. MCGRAW-HILL, 2da ed., 2007.

- [39] J. Escareno, S. Salazar, and R. Lozano, “Modelling and control of a convertible vtol aircraft,” in *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 69–74, Dec 2006.
- [40] R. Nelson, *Flight Stability and Automatic Control*. Aerospace Science & Technology, WCB/McGraw Hill, 2da ed., 1998.
- [41] H. King, “Turnigy multistar 4822-690kv.” [https://hobbyking.com/es\\_es/turnigy-multistar-4822-690kv-22pole-multi-rotor-outrunner.html?\\_\\_store=es\\_es](https://hobbyking.com/es_es/turnigy-multistar-4822-690kv-22pole-multi-rotor-outrunner.html?__store=es_es).
- [42] H. King, “Turnigy slowfly hélice 12x4.5.” [https://hobbyking.com/es\\_es/turnigy-slowfly-propeller-12x4-5-black-pusher-4pcs.html](https://hobbyking.com/es_es/turnigy-slowfly-propeller-12x4-5-black-pusher-4pcs.html).
- [43] S. Hong, J. Jeong, S. Kim, J. Suk, and J. I. Jung, “Longitudinal flight dynamics of a single tilt-wing unmanned aerial vehicle,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 46, no. 19, pp. 60–65, 2013. 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace.
- [44] M. Sadraey, *Aircraft Design: A Systems Engineering Approach*. Aerospace Series, Wiley, 2012.
- [45] M. Sadraey, *Design of Unmanned Aerial Systems*. Aerospace Series, Wiley, 2020.
- [46] F. Test, “Ft explorer build.” <https://www.flitetest.com/articles/ft-explorer-build>, Oct 2015.
- [47] A. Models, “Formulas for model aircraft.” [https://www.airfieldmodels.com/information\\_source/math\\_and\\_science\\_of\\_model\\_aircraft/formulas/](https://www.airfieldmodels.com/information_source/math_and_science_of_model_aircraft/formulas/), May 2015.
- [48] Ardupilot, “Documentation.” <https://ardupilot.org/ardupilot/>, 2020.
- [49] R. Lozano, S. Salazar, D. Flores, and I. González, “PVTOL global stabilization using a nested saturation control,” *International Journal of Control*, pp. 1–11, 05 2021.
- [50] I. Fantoni, A. Zavala, and R. Lozano, “Global stabilization of a PVTOL aircraft with bounded thrust,” *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, 2002.*, vol. 4, pp. 4462–4467 vol.4, 2002.
- [51] I. Fantoni and R. Lozano, *Non-linear Control for Underactuated Mechanical Systems*. Communications and Control Engineering, Springer London, 2012.
- [52] A. Teel, “Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls,” *Systems Control Letters*, vol. 18, pp. 165–171, 1992.