



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA EDUCATIVA

**Prácticas de pensamiento sistémico a través del enfoque de sistemas complejos y la interacción con modelos basados en agentes: una experiencia didáctica en bachillerato**

TESIS

Que presenta:

GABRIELA DEL CARMEN RODRÍGUEZ TORRES

Para obtener el grado de:

MAESTRA EN CIENCIAS

EN LA ESPECIALIDAD DE

MATEMÁTICA EDUCATIVA

Directores de la tesis:

Dr. Armando Solares Rojas

Dr. Gustavo Carreón Vázquez

Ciudad de México

AGOSTO, 2022

## **Dedicatoria**

A mi mamá Carmen y a mi papá César, por su amor incondicional, por apoyarme siempre, creer en mí, escucharme al compartirles cada uno de los momentos más difíciles y de mayor alegría a lo largo de este proceso; también, a mi papá por su ayuda al leerme y darme su opinión acerca de mi trabajo para mejorarlo y no perder el rumbo. Gracias por todo.

A mis hermanos Oscar, César y Jesús, por ser parte de mi vida, apoyarme, acompañarme y compartir momentos de complicidad y alegría.

A mi tía Rosa, por su apoyo a lo largo de mi vida, indispensable para tomar la oportunidad de realizar esta maestría y a mi abuelita Chela, a quien siempre le seguiré dedicando cada uno de mis logros.

A mis compañeros de la maestría y del seminario de avances de tesis, por su apoyo a lo largo de este proceso, por sus atenciones, recomendaciones y comentarios hacia mi trabajo, me ayudaron a mejorar y a aprender mucho de cada uno.

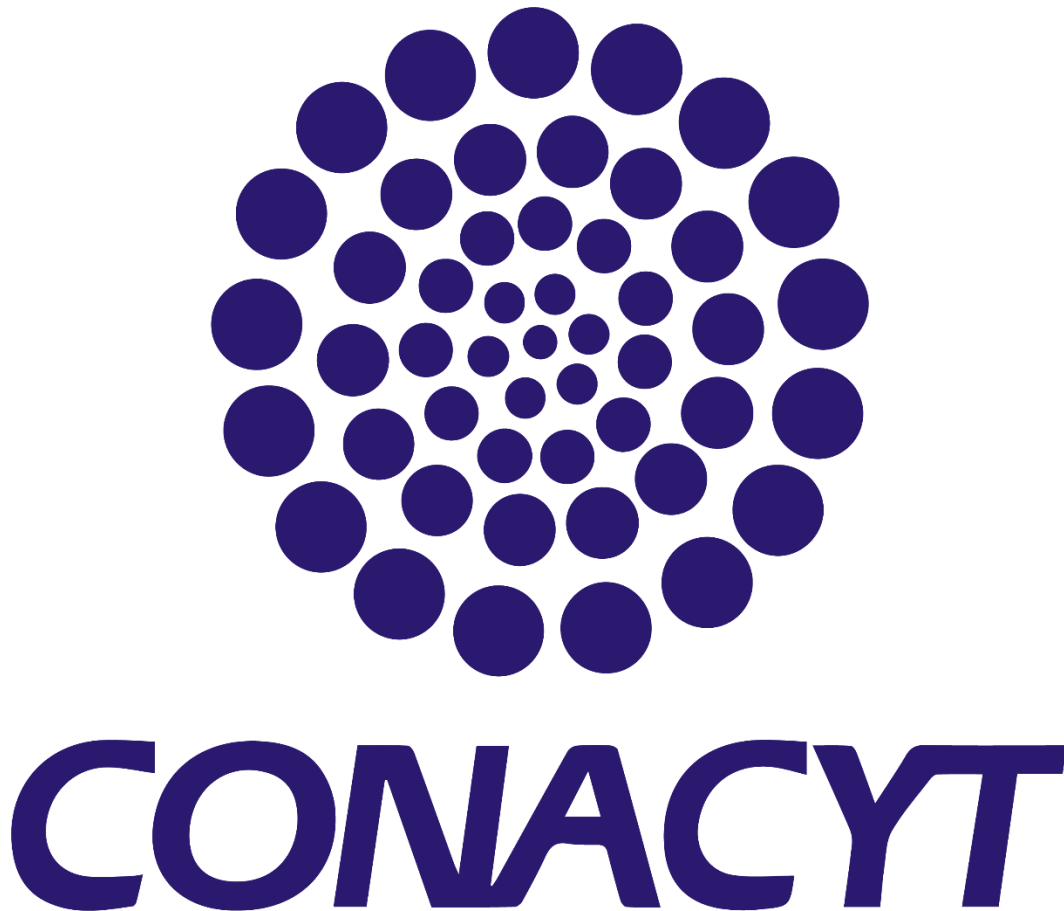
A mis amigos Hugo y Raúl, quienes fueron incondicionales y un gran apoyo emocional a lo largo de este proceso.

A mis profesores, por compartirme sus experiencias, conocimientos, por exigirme desarrollar diversas habilidades y dar mi mayor esfuerzo con cada reto propuesto.

Al Dr. Armando y al Dr. Gustavo, por su acompañamiento y guía durante todo este proceso, por sus enseñanzas, su apoyo y por plantearme retos tan grandes con esta tesis. Muchas gracias por todo.

## **Agradecimientos**

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo financiero que he recibido durante mis estudios de maestría por medio de la beca otorgada con el número de registro 1010097.



Esta tesis se desarrolló en el marco del proyecto “Construcción de significados en procesos de modelación matemática. Una aproximación basada en el uso de herramientas de simulación computacional desde una perspectiva semiótica” (Conacyt A1-S-33505).

## Resumen

En esta tesis se realizó una amplia revisión de literatura de investigación en educación con el fin de identificar las maneras en que se ha planteado el estudio de los sistemas complejos en el salón de clases. De esta revisión se destacan el uso de modelos basados en agentes (MBA) en la investigación educativa, los marcos teóricos para analizar el aprendizaje y la enseñanza de los sistemas complejos, el tipo de fenómenos estudiados y las propiedades de los sistemas complejos abordadas. A partir de la revisión de literatura, se diseñó y aplicó una experiencia didáctica para promover el trabajo de alumnos de bachillerato con prácticas de pensamiento sistémico mediante el estudio del fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas, desde la perspectiva de sistemas complejos y la interacción con un MBA. El análisis de los datos recolectados permitió identificar la movilización de conocimientos previos matemáticos y contextuales inesperados, los momentos de aprendizaje en el trabajo activo de los estudiantes, así como la posibilidad de complementar el análisis de la dinámica del sistema a través de un MBA con el estudio de los mecanismos que rigen la dinámica local, mediante dos modelos creados en Scratch.

**Palabras clave:** pensamiento sistémico, sistemas complejos, modelos basados en agentes, construccionismo.

## **Abstract**

In this thesis, an extensive review of educational research literature was carried out to identify the ways in which the study of complex systems has been proposed in the classroom. From this review, the use of agent-based models (ABM) in educational research, the theoretical frameworks to analyze the learning and teaching of complex systems, the type of phenomena studied, and the properties of complex systems addressed are highlighted. Based on the literature review, a didactic experience was designed and applied to promote the work of high school students with systemic thinking practices through the study of the phenomenon of the spread of infectious diseases, from the perspective of complex systems and interaction with an ABM. The analysis of the collected data allowed to identify the mobilization of unexpected mathematical and contextual prior knowledge, the relevant learning moments in the active work of the students, as well as the possibility of complementing the analysis of the dynamics of the system through an ABM with the study of the mechanisms that govern local dynamics, through two models created in Scratch.

**Keywords:** systems thinking, complex systems, agent-based models, constructionism.

## Contenido

Introducción.....	8
Objetivos y preguntas de investigación.....	10
Organización del documento.....	10
Capítulo 1 Revisión de literatura.....	12
Introducción.....	12
1.1 Metodología de la revisión de literatura.....	12
1.2 Métodos de modelado.....	13
1.3 Fenómenos de la complejidad estudiados en el aula.....	15
1.4 Propiedades, características o conceptos de los sistemas complejos.....	18
1.5 Referentes teóricos.....	19
1.6 Perspectivas pedagógicas, teorías del aprendizaje, enfoques y técnicas didácticas ...	22
1.7 Relación con la experiencia didáctica diseñada y aplicada en esta tesis.....	25
Capítulo 2 Marco teórico.....	27
2.1 El construccionismo y la era de la descentralización.....	27
2.2 Pensamiento computacional en las prácticas matemáticas y científicas.....	29
2.3 Sistemas complejos.....	35
2.4 Modelización basada en agentes (MBA).....	36
2.5 Relación con la experiencia didáctica.....	39
Capítulo 3 Metodología.....	43
3.1 Descripción general de la investigación.....	43
3.2 Pruebas piloto.....	44
3.3 Análisis previo de las actividades.....	45
3.4 Levantamiento de datos definitivo.....	46
3.5 Análisis de datos.....	47
Capítulo 4 Diseño de la experiencia didáctica y análisis previo.....	50
4.1 Descripción general de la experiencia didáctica.....	50
4.2 Fundamentos del diseño de la experiencia.....	54
4.3 Revisión del currículo de bachillerato y conocimientos matemáticos previos necesarios.....	56
Capítulo 5 Análisis de datos.....	59
5.1 Práctica “Comprensión de las relaciones dentro de un sistema”.....	59
5.2 Práctica “Comunicar información sobre un sistema”.....	64

5.3 Práctica “Investigación de un sistema complejo como un todo” .....	67
5.4 Práctica “Pensando en niveles” .....	73
Conclusiones.....	84
a) Aspectos sobre los cuales se aporta en esta investigación. ....	84
b) Respuestas a las preguntas de investigación: un primer acercamiento .....	92
c) Contribuciones y trabajo futuro.....	95
Anexos .....	97
A) Artículos que conforman la revisión de literatura .....	97
B) Hoja de trabajo y posibles respuestas .....	101
C) Análisis respecto de la Taxonomía del Pensamiento Computacional en las prácticas matemáticas y científicas.....	116
D) Ficha técnica de la secuencia de actividades.....	122
E) Transcripciones .....	124
Referencias .....	133

## Introducción

Una de las situaciones más comunes que se enfrentan en la educación matemática preuniversitaria, es que los contenidos matemáticos estudiados, generalmente se abordan desde una visión del mundo de causa-efecto, exponiendo a los estudiantes a un razonamiento lineal sobre distintos fenómenos, sin tomar en cuenta la realidad del entorno y el contexto histórico-cultural (Davis y Sengupta, 2020). Además, la falta de transversalidad entre las distintas asignaturas del currículo escolar y la necesidad de los alumnos por encontrar una relación entre las matemáticas y los fenómenos que ocurren en su vida cotidiana, han sido motivaciones para realizar esta investigación. Por esta razón, el presente estudio pretende abordar dichas inquietudes a través del diseño de una experiencia didáctica en la cual se analice el fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas desde la perspectiva de sistemas complejos, enfoque que se propone como articulador entre los conocimientos previos matemáticos y contextuales de los alumnos y los nuevos conocimientos relacionados con prácticas de pensamiento sistémico.

Promover el cambio en el razonamiento de lo lineal a lo complejo acerca de un fenómeno y el desarrollo de una mentalidad descentralizada resulta de importancia, ya que de acuerdo con Davis y Sengupta (2020) la complejidad ha sido utilizada en el ámbito educativo como una herramienta matemática para estudiar fenómenos, proporcionar contextos de aprendizaje y oportunidades para reformar la didáctica de las disciplinas escolares. Se considera que la preponderancia en el estudio de la complejidad en el contexto educativo puede lograr que la educación matemática se convierta en una disciplina de formación interdisciplinaria. Por otro lado, de acuerdo con Weintrop et al. (2016) resulta interesante desarrollar la capacidad de pensar de forma sistémica debido a que la mayoría de los sucesos o fenómenos que ocurren en el mundo real son de naturaleza compleja, se componen de múltiples elementos con cierta interdependencia y son más sencillos de comprender a través de un enfoque sistémico.

Para promover el estudio de los sistemas complejos en el ámbito educativo se han utilizado diversas metodologías computacionales tales como la modelización basada en agentes (Jacobson y Wilensky, 2006), pero se ha encontrado que los estudiantes presentan dificultades para adoptar esta perspectiva y construir explicaciones sobre los fenómenos emergentes a nivel global: estas dificultades evidencian el pensamiento determinista y



centralizado de los alumnos. En consecuencia, se propone en esta investigación, como una de las alternativas para ayudar a los estudiantes a cambiar ese tipo de razonamiento, promover el pensamiento en niveles de organización a través de la interacción con un modelo basado en agentes (MBA) mediante la variación de parámetros, donde además de estudiar la dinámica global del sistema, identifiquen los mecanismos que rigen la dinámica local del agente y relacionen sus conocimientos contextuales previos, adquiridos a través de su experiencia frente a epidemias, con los componentes, procesos y dinámica del MBA.

A raíz del actual interés de la población sobre el fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas, se consideró importante analizar la dinámica de epidemias a través de una situación hipotética sobre la propagación de un nuevo virus llamado “Simvirus”.

Este trabajo está conformado por dos partes y se planteó como un estudio descriptivo de tipo cualitativo. El diseño se basó en la metodología de Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995). La primera parte, consistió en una revisión de literatura que buscó responder a la pregunta ¿Cómo se han estudiado los sistemas complejos en el aula escolar? La segunda parte, consistió en el diseño y aplicación de una experiencia didáctica y un posterior análisis de los datos recuperados de su implementación. Para el análisis e interpretación de datos se empleó la estrategia de estudio de caso, con el objetivo de averiguar, por un lado, los conocimientos relacionados con las prácticas de pensamiento sistémico desarrollados por los alumnos y por otro, los conocimientos matemáticos y contextuales previos movilizados, los momentos de aprendizaje activo y las implicaciones del uso de los modelos MBA y Scratch en la experiencia didáctica.

La experiencia didáctica implementada tuvo como objetivo fomentar en los alumnos el desarrollo de cuatro prácticas de pensamiento sistémico a través de la interacción con un modelo basado en agentes que permite el estudio del fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas desde el enfoque de los sistemas complejos. La perspectiva pedagógica para el diseño y el análisis de la experiencia fue el construccionismo según Resnick (1994) y como marco teórico para las prácticas de pensamiento sistémico, se tomó como base la taxonomía del pensamiento computacional en las prácticas matemáticas y científicas de Weintrop et al. (2016).

## **Objetivos y preguntas de investigación**

Los objetivos de esta investigación son los siguientes:

- 1) Realizar una revisión de literatura que permita identificar la manera en que se han abordado los sistemas complejos en el aula, considerando cinco aspectos a reconocer: métodos, fenómenos de la complejidad, propiedades de los sistemas complejos, marcos teóricos y perspectivas educativas.
- 2) Diseñar una experiencia didáctica que promueva el desarrollo de prácticas de pensamiento sistémico en los alumnos a través del estudio del fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas desde la perspectiva de los sistemas complejos y mediante la interacción con un MBA.
- 3) Aplicar la experiencia didáctica para identificar, conocimientos previos matemáticos y contextuales movilizados, y los desarrollados relacionados con las prácticas de pensamiento sistémico, así como los momentos de aprendizaje activo y las implicaciones del uso de los modelos MBA y Scratch en la experiencia didáctica.

A continuación, se describen las tres preguntas de investigación que guiaron este estudio:

- 1) ¿Cómo se han abordado los sistemas complejos en el aula?
- 2) ¿Qué conocimientos relacionados con las prácticas de pensamiento sistémico desarrollaron los alumnos con la experiencia didáctica?
- 3) ¿Qué conocimientos previos matemáticos, contextuales y momentos de aprendizaje activo movilizaron los alumnos y qué implicaciones tuvo el uso de los modelos en su trabajo con las prácticas de pensamiento sistémico?

## **Organización del documento**

Este documento está compuesto por cinco capítulos, además de la introducción y las conclusiones. En el Capítulo 1 se presenta una revisión de antecedentes que buscó responder a la pregunta ¿Cómo se han abordado los sistemas complejos en el aula? En el Capítulo 2 se aborda la concepción acerca del paradigma construccionista explicado por Resnick (1994), la taxonomía del pensamiento computacional en las prácticas científicas y matemáticas de Weintrop et al. (2016) y los marcos relativos a sistemas complejos y modelización basada en

agentes, en la perspectiva de Wilensky y Rand (2015). En el Capítulo 3 se describe la metodología empleada. En el Capítulo 4 se presentan los fundamentos sobre el diseño de la experiencia didáctica y el análisis previo de las actividades que la componen. En el Capítulo 5 se expone el análisis de los datos en torno a los conocimientos desarrollados por los alumnos, relacionados con las cuatro prácticas de pensamientos sistémico trabajadas en la experiencia. Finalmente, las conclusiones se dividen en tres apartados: a) Aspectos sobre los cuales se aporta en esta investigación, b) Respuesta a las preguntas de investigación y c) Contribuciones y trabajo futuro.

## **Capítulo 1 Revisión de literatura**

### **Introducción**

Para esta revisión de literatura, la pregunta general que guió la búsqueda de información es la siguiente: ¿Cómo se han abordado los sistemas complejos en el aula?

En primer lugar, se presenta la metodología que se siguió para la revisión. En los siguientes cinco apartados se describe el análisis de los aspectos que se consideraron para responder a la interrogante; finalmente, se presenta una sección en la que se relacionan los hallazgos obtenidos con la experiencia didáctica diseñada y aplicada en este trabajo de tesis, la cual, se presenta en los siguientes capítulos.

### **1.1 Metodología de la revisión de literatura**

Generalmente, la búsqueda de información se realizó a través de la biblioteca en línea del CINVESTAV, empleando como bases de datos principales Springer Link y Wiley Online Library. También, se buscó en revistas especializadas en el área de matemática educativa cuyo impacto es considerado alto de acuerdo con Toerner y Arzarello (2012). Además, se decidió indagar en algunas de las revistas más reconocidas de Iberoamérica con la intención de averiguar acerca de la existencia de publicaciones relacionadas con la temática a investigar y de la pertinencia para incursionar en la investigación en el área desde esta región geográfica, específicamente desde México; las revistas seleccionadas tienen la característica de pertenecer a los grupos “B”, “C” y “D” según CIRC. Las palabras de búsqueda fueron agent-based modeling o modelling, simulation, NetLogo, mathematics, complexity, complex system, emergence, chaos, self-organization, complex phenomena, education, learning y classroom, combinaciones entre ellas y sus correspondientes en español y portugués para revistas Iberoamericanas.

Por otro lado, se revisaron las referencias bibliográficas de algunos de los artículos previamente recuperados y se eligieron aquellos cuyo título tuviera algunas de las palabras mencionadas. Para filtrar la información, se delimitó a ubicar artículos de revistas publicados a partir del año 2000 hasta el momento en que se realizó la búsqueda, a finales del 2020; cabe mencionar que se decidió registrar un artículo del año 1998.

Se obtuvieron 50 artículos preseleccionados con las características que se mencionaron anteriormente. Después de una lectura detallada de los resúmenes y de los textos en general, se trabajó en el análisis con 43 artículos en total. Se decidió analizar los artículos dedicados a presentar investigaciones acerca de propuestas para el salón de clases o experiencias implementadas en el aula, las cuales, tuvieran como finalidad que los alumnos estudiaran algún fenómeno desde la perspectiva de los sistemas complejos.

Para el análisis de los artículos se enfatizó en identificar en cada uno los siguientes criterios: a) propósito de la investigación, b) población y nivel educativo, c) país donde se realizó el estudio, d) disciplinas implicadas, e) fenómeno de la complejidad estudiado, f) métodos de modelado implicados, g) propiedades o conceptos de los sistemas complejos abordados, h) marcos teóricos y perspectivas pedagógicas que guiaron los estudios, i) instrumentos de levantamiento de datos, j) diseño metodológico y k) conclusiones.

En algunos de los artículos no estaban explícitos estos aspectos, por lo que se interpretaron de acuerdo con lo que expresaban los autores a lo largo del texto; en caso de no ser evidente cierto criterio en alguno de los trabajos, se decidió no analizarlo bajo ese criterio. En las siguientes secciones se presentan los resultados de este análisis y revisión de literatura.

Enseguida, se describe y organiza la información recuperada de cada uno de los cinco aspectos que contribuyen a responder la primera pregunta de investigación: métodos, fenómenos, propiedades, marcos teóricos y perspectivas pedagógicas. En la sección A de Anexos se encuentra una tabla con las referencias a los artículos que se enumeran en cada apartado. Finalmente, a modo de cierre del capítulo, se relacionan los hallazgos de esta revisión y análisis de antecedentes con la experiencia didáctica diseñada y aplicada en esta investigación.

## **1.2 Métodos de modelado**

Los sistemas complejos son todos aquellos conjuntos de elementos que interactúan entre sí a una escala local y que pueden presentar comportamientos a una escala global. Tales conjuntos pueden autoorganizarse espontáneamente y pueden emerger fenómenos complejos sin necesidad de intervenciones externas que influyan en el comportamiento del conjunto (De Domenico et al., 2019). Para estudiarlos, son necesarios diversos marcos matemáticos y métodos científicos.

A través del tiempo, se han desarrollado e implementado diferentes métodos de modelado, que son herramientas las cuales pueden ser utilizadas para el estudio de los sistemas complejos. Según Sayama (2015) se han desarrollado modelos descriptivos y modelos conceptuales basados en reglas.

Se observó que existe una extensa cantidad de estudios que han tenido como objetivo introducir la enseñanza de los sistemas complejos en las aulas de biología, física, ciencias y matemáticas; apoyándose de modelos descriptivos o modelos basados en reglas.

### ***1.2.1 Modelos conceptuales basados en reglas***

En el enfoque de modelado basados en reglas, según Sayama (2015), el objetivo principal es intentar comprender y predecir el comportamiento de un sistema. Se basa en proponer una serie de reglas dinámicas que expliquen el comportamiento que se ha observado del sistema. Dentro de los modelos conceptuales basados en reglas, se consideran las ecuaciones dinámicas, los autómatas celulares, los modelos de red y la modelización basada en agentes (MBA). En la Tabla 1 se presenta la clasificación de los artículos analizados.

<b>Categoría</b>	<b>Métodos empleados</b>	<b>Artículos</b>
Uso de modelos basados en agentes como método de modelado único	MBA con fines de exploración	[5], [15], [23], [27], [34], [39]
	Programación de MBA	[8], [20], [32], [40], [41]
	MBA para el desarrollo del pensamiento computacional	[2], [4], [14], [33]
Uso de modelos basados agentes y otro modelo conceptual basado en reglas	MBA y métodos complementarios	[17], [18], [35]
	MBA y simulaciones participativas	[29], [11], [30]
	MBA y programación	[6], [43],
	MBA, autómatas celulares y dinámica de sistemas	[1]
Uso únicamente de modelos conceptuales basados en reglas distintos de MBA	Ecuaciones diferenciales o logísticas	[38], [31]
	Entornos visuales multiusuario	[21]
	Herramientas de computación científica y simulaciones	[7]

**Tabla 1:** Investigaciones que emplearon modelos conceptuales basados en reglas

### ***1.2.2 Modelos descriptivos***

Según Sayama (2015) en el enfoque de modelado descriptivo se tiene como objetivo intentar capturar lo que se observa de un sistema. Se busca describir el estado real del sistema en un momento específico. Entre los modelos descriptivos se pueden encontrar diagramas, dibujos,

textos, modelos físicos y estadísticos. En la Tabla 2 se presenta la clasificación de los artículos analizados.

<b>Métodos empleados</b>	<b>Artículos</b>
Dibujos	[3], [24]
Mapas conceptuales	[37]
Tablas, textos, listas y fórmulas	[16]

**Tabla 2:** *Investigaciones que emplearon modelos descriptivos*

### ***1.2.3 Modelos conceptuales basados en reglas y modelos descriptivos***

Hay algunos otros estudios que utilizaron tanto modelos basados en reglas como modelos descriptivos. La Tabla 3 presenta la clasificación de las investigaciones analizadas.

<b>Métodos empleados</b>	<b>Artículos</b>
MBA y textos	[10], [25]
Ecuaciones diferenciales y representaciones gráficas	[12]
Construcción de un sitio web wiki	[28]

**Tabla 3:** *Investigaciones que emplearon modelos conceptuales basados en reglas y descriptivos*

Esta revisión permitió reconocer los diferentes métodos de modelado que se han utilizado en las aulas escolares para estudiar fenómenos de la complejidad y los más comúnmente empleados.

Se identificó que, en esta literatura, el método más utilizado en el salón de clases es la Modelización Basada en Agentes (MBA). La mayoría de los estudios que consideran MBA, complementan este método con otros, ya sean matemáticos, computacionales o modelos descriptivos.

### **1.3 Fenómenos de la complejidad estudiados en el aula**

Dentro de la literatura revisada, generalmente, el estudio de los sistemas complejos se ha abordado en el aula de ciencias, principalmente desde las áreas de biología, ecología, física, programas especializados de educación superior y en pocas ocasiones, desde el aula de matemáticas. Existe una diversidad de estudios, en los que han participado docentes, alumnos e investigadores trabajando en distintos niveles educativos que van desde educación primaria, secundaria (entre los 11 y 17 años), estudios universitarios y de posgrado.

A continuación, se presenta una clasificación de los artículos que tratan el estudio de fenómenos de los sistemas complejos dentro del aula o propuestas para llevar al salón de

clases. La mayoría de estos trabajos estudiaron los fenómenos mediante modelos basados en agentes. Los trabajos están agrupados en la Tabla 4 de tal forma que los fenómenos abordados comparten ciertas características.

Se identificó que la mayoría de las investigaciones o propuestas dirigidas al contexto escolar, se han realizado desde los ámbitos de biología o ecología a nivel secundaria con el objetivo de analizar fenómenos propios de un ecosistema, tales como depredación y dinámica de poblaciones, por mencionar algunos. Además, los trabajos desde el área de matemáticas, generalmente se aplicaron a nivel universitario y en posgrado. Por otro lado, la propagación de enfermedades infecciosas es un fenómeno que se ha estudiado a nivel secundaria en el aula de biología en tres de los artículos revisados.



<b>Categoría</b>	<b>Fenómeno</b>	<b>Artículos</b>
Ecosistemas artificiales	Selección natural	[41]
	Adaptación	[41]
	Depredación	[5], [15], [18],[19], [38], [40]
	Sincronización	[40]
	Organización	[25]
	Canibalismo	[20]
	Dinámica de poblaciones acuáticas	[4], [24], [33],
	Reproducción y flujo de energía	[43]
	Salud ecológica de una bahía y su bienestar económico	[29]
	Extinción	[21]
	Cambio climático	[27]
	Almacenamiento y movimiento del agua en, sobre y alrededor de la tierra	[17]
	Incendios en bosques	[1]
Enfermedades y cuerpo humano	Propagación de enfermedades	[2], [11], [35]
	Enfermedades dinámicas (cáncer)	[31]
	Homeostasis como fenómeno emergente del cuerpo humano	[37]
Dinámica de poblaciones	Crecimiento de poblaciones de granos	[8]
	Segregación social humana	[25]
	Crecimiento de poblaciones humanas	[1], [22]
Flujo de líquidos o gases	Moléculas de gas para explorar fenómenos mecánicos estadísticos	[39]
	Moléculas de tinta para estudiar el fenómeno de difusión	[10]
	El flujo de agua en un tubo utilizando la dinámica de sistemas	[1]
	Dinámica de la concentración de un plaguicida en un cultivo de arroz	[12]
Fenómenos cinemáticos	Ciclismo con partículas para analizar el fenómeno del <i>drafting</i>	[13]
	El cambio de velocidad en el Fenómenos de la complejidad estudiados en el aula tiempo en un campo de aceleración en un MBA	[4], [33]
	El movimiento como un proceso continuo de cambio	[14], [32]
Otros	El movimiento de las dunas de arena	[3]
	Embotellamiento en el sistema de transporte automotor	[25]
	La corriente eléctrica y la resistencia como fenómenos emergentes	[34]
	Formación de patrones espaciales en el vuelo de los pájaros en parvada en forma de V	[6]

**Tabla 4:** Fenómenos de la complejidad estudiados en las investigaciones

#### **1.4 Propiedades, características o conceptos de los sistemas complejos**

De acuerdo con Miramontes (1999) un sistema puede decirse que es complejo si lo integran una cierta cantidad de componentes simples que interactúan entre ellos y si su estado cambia con el paso del tiempo como resultado de una dinámica no-lineal, que de forma habitual se compone de una dinámica local y una dinámica global. Además, los sistemas complejos pueden medirse a través de escalas: espacial, temporal o funcional (Gershenson, 2013).

Los sistemas complejos se caracterizan por tener ciertas propiedades, entre las que destacan:

a) Emergencia: Según Cocho et al. (2017) es el surgimiento de un comportamiento colectivo que no puede entenderse ni predecirse a partir de las propiedades de sus componentes y resulta de las interacciones entre los diferentes componentes del sistema. Este autor, distingue dos tipos de fenómenos emergentes: espaciales o temporales. La emergencia de fenómenos espaciales puede incluir emergencia de formas o patrones geométricos; mientras que la emergencia de fenómenos temporales incluye emergencia de conductas, procesos o funciones.

b) Autoorganización: De acuerdo con de Domenico et al. (2019) la autoorganización puede describirse como la generación espontánea de patrones o comportamientos globales sin necesidad de un control central o externo (descentralizado), sino como producto de las interacciones entre los componentes de un sistema.

A continuación, se presentan los resultados de la revisión de la literatura que pretende investigar cuáles son las propiedades, características o conceptos de los sistemas complejos que se han abordado desde el ámbito educativo o en el salón de clase y con qué enfoque o propósito.

De forma general, se puede decir que los artículos se categorizaron de acuerdo con la manera en que las investigaciones enfocaron el estudio de propiedades y conceptos de los sistemas complejos; en la Tabla 5 se muestran las categorías generadas.

<b>Categoría</b>	<b>Artículos</b>
Dinámica no lineal del sistema y emergencia de fenómenos a través del uso de MBA	[39], [8], [34], [33], [15], [10], [17], [35], [5], [2], [23], [19], [9], [1]
Dinámica no lineal del sistema con diferentes propósitos	[40], [32], [21], [37], [24]
Dinámica no lineal y desarrollo del razonamiento descentralizado	[6], [3]
Escalas para medir sistemas complejos con apoyo de MBA para fines distintos	[18], [20]
Teoría del caos en sistemas dinámicos	[31], [22], [7]
Cursos o lenguajes para apoyar la comprensión de la emergencia y autoorganización	[30], [28]
Variedad de conceptos y propiedades de los sistemas complejos	[43], [29], [42], [25]

**Tabla 5:** *Propiedades o conceptos de los sistemas complejos abordados en las investigaciones*

Se identificó una basta cantidad de investigaciones cuyo énfasis estuvo en el análisis de la dinámica no lineal de un sistema y en la comprensión de la emergencia de ciertos fenómenos por parte de los estudiantes. El diseño de sus experiencias o propuestas enfatizó en distinguir entre los niveles local y global de la dinámica; y generalmente, se apoyaron de MBA. En menor cantidad, se ubicaron artículos en los cuales se enfatizó en el análisis del sistema a diversas escalas, en la comprensión de la teoría del caos, al desarrollo del razonamiento descentralizado o en la comprensión de distintos conceptos de la complejidad tales como emergencia y autoorganización.

### **1.5 Referentes teóricos**

Al concluir el análisis de la literatura incluida en esta revisión, se observó que hay una gran variedad de marcos teóricos que han guiado y fundamentado los estudios tanto para el diseño de sus propuestas, como para el análisis de los datos recuperados en el caso de haber realizado una intervención. Esta diversidad es consecuencia, principalmente, de la variedad de propósitos que hubo en las investigaciones y específicamente, de los aspectos que se analizaron con dichos referentes. Para abordar esta sección, se presenta la información organizada en la Tabla 6, en la que se distinguen cuatro categorías que agrupan los artículos revisados de acuerdo con los aspectos generales que analizaron los respectivos marcos teóricos utilizados.

<b>Categoría</b>	<b>Aspecto a analizar</b>	<b>Marco teórico</b>
a) Comprensión de contenidos específicos de una o más disciplinas	Comprensión del proceso científico de difusión (Chi et al., 2011)	Marco propio que presenta una caracterización detallada de cada tipo de esquema: proceso secuencial y proceso emergente
	Evolución conceptual sobre fenómenos simples y complejos en el campo de los circuitos eléctricos (Taramopoulos y Psillos, 2017)	La herramienta de comprensión de circuitos eléctricos (ECUT).
	Comprensión de los procesos de matematización usados para construir modelos (English, 2009)	Herramienta de evaluación de Carmona (2004) para describir el conocimiento matemático de los estudiantes
	Comprensión profunda y experta de algunos fenómenos introductorios en el dominio de la electricidad (Sengupta y Wilensky, 2009)	Perspectiva complementaria Levy y Wilensky (2008) y Abrahamson y Wilensky (2005) y “esquemas de objeto” y “esquemas de proceso” taxonomía presentada en Chi et al. (1994, pág. 40)
	Comprensión sobre temas y conceptos en cinemática y ecología (Basu et al., 2016)	Evaluaciones científicas que incluyeron preguntas de cinemática y ecología
	Comprensión de tres conceptos científicos clave: sistemas cerrados, equilibrio dinámico y predicción basada en modelos, en el sistema del ciclo del carbono (Markauskaite et al., 2020)	Marco propio de categorías basadas en el marco de la cognición fundamentada y las perspectivas de aprendizaje socioculturales.
<b>Categoría</b>	<b>Aspecto a analizar</b>	<b>Marco teórico</b>
b) Comprensión de un fenómeno de la complejidad o de las propiedades y/o conceptos de los sistemas complejos	Comprensión de la selección natural y la adaptación (Xiang y Passmore, 2014)	Marco propio de prácticas basado en la Investigación Basada en Modelos (IBM)
	Comprensión del ciclo del agua y la capacidad para reconocer la emergencia en un sistema complejo (Erlandson, 2014)	Taxonomía SOLO (Biggs y Collis 1982), para medir la capacidad de reconocer la emergencia en un sistema complejo en términos de una jerarquía de resultados de aprendizaje medibles.
	Comprensión e interpretación de los componentes, relaciones y procesos de los sistemas complejos (Dauer y Dauer, 2016)	Marco ontológico propio que describe el nivel ontológico del comportamiento basado en el marco para ingeniería (Feltovich et al. 2001; Feltovich et al. 2004, 1994)
	Comprensión y razonamiento sobre el comportamiento de sistemas complejos (Barth-Cohen, 2018)	Marco epistemológico Knowledge-in-Pieces (KiP) (diSessa 1993).
	Comprensión de los sistemas dinámicos (Stroup y Wilensky, 2014)	Complementariedad incorporada del razonamiento basado en agentes y agregado
	Comprensión de un sistema complejo y sus propiedades (Rates et al., 2016)	Marco de categorías ontológicas de Chi (2005)

	Comprensión de expertos y principiantes sobre aspectos estructurales, conductuales y funcionales de un sistema complejo (Hmelo-Silver y Pfeffer, 2004)	La teoría Estructura-Comportamiento-Función (SBF) como marco de análisis
	Comprensión de conocimientos declarativos básicos sobre los conceptos y propiedades de los sistemas complejos y las respuestas de resolución de problemas de sistemas complejos (Jacobson et al., 2010)	Marco de Ontología de Sistemas Complejos (CSOF) se basa en el Marco de Modelo Mental de Sistemas Complejos (Jacobson 2001).
	Comprensión de la dinámica de los ecosistemas (Grotzer et al., 2013)	Categorías: explicaciones de causalidad basada en eventos (EBC); explicaciones sobre cambio en el tiempo basado en patrones o procesos (PPCT).
	Comprensión sobre propiedades de los sistemas complejos (Yoon et al., 2017)	Marco propio con cuatro dimensiones sobre la comprensión de propiedades de los sistemas complejos derivada de otras investigaciones (Yoon 2008, 2011; Jacobson et al.2011; Pavard y Dugdale 2000).
	Evaluar la caracterización de las concepciones de la complejidad de los estudiantes (Calafell y Banqué, 2017)	Marco propio: Tabla 1 Ámbitos y categorías (deductivas) y subcategorías (inductivas)
	Comprensión e incorporación de los conceptos de emergencia y autoorganización (May et al., 2010)	Marco propio con una rúbrica de seis dimensiones
	Comprensión de los estudiantes de los fenómenos emergentes, la interdependencia y la dinámica de la población (Basu et al., 2015)	Marco propio que es la ampliación del marco de $\Delta$ -shift de Sherin y col. (2004)
	Comprensión de algunos aspectos introductorios de la dinámica de la población en un ecosistema simple depredador-presa (Dickes y Sengupta, 2013)	Marco propio de categorías y heurísticas identificadas
	Comprensión conceptual del fenómeno del "drafting" y de la aerodinámica (Hirsh y Levy, 2013)	Marco conceptual que describe tres esferas de conocimiento: comprensión conceptual, expresiones simbólico-matemáticas del comportamiento del sistema y experiencias físicas de los fenómenos explorados
<b>Categoría</b>	<b>Aspecto a analizar</b>	<b>Marco teórico</b>

c) Desarrollo del pensamiento computacional y/o del pensamiento sistémico	Comprensión de los conceptos científicos de las técnicas de ingeniería genética a través del desarrollo del pensamiento sistémico complejo (Yoon, 2008)	Manual de categorización con las categorías del Marco de Modelos Mentales de Sistemas Complejos utilizado por Jacobson (2001).
	Desarrollo del pensamiento sistémico complejo y las habilidades de pensamiento computacional (Berland y Wilensky, 2015)	Jerarquía de comprensión de sistemas complejos de Jacobson y Wilensky (2006).
	Desarrollo del pensamiento sistémico (Tripto et al., 2017)	Modelo de Jerarquía de pensamiento sistémico (STH) para evaluar el pensamiento sistémico (Ben-Zvi, Assaraf y Orion, 2005)
	Desarrollo de prácticas científicas de pensamiento computacional (Arastoopour Irgens et al., 2020)	Taxonomía CT-STEM (prácticas de modelado y simulación) (Weintrop et al. 2016) mediante un análisis temático (Braun y Clarke 2006)
	Desarrollo del pensamiento computacional (Dickes et al., 2020)	Marco propio: La rúbrica utilizada para medir el cambio en el pensamiento computacional del estudiante se proporciona en la Tabla 3
	Desarrollo del pensamiento computacional (Sengupta et al., 2013)	Marco propio CTSiM para integrar el pensamiento computacional con las ciencias k-12

**Tabla 6:** Marcos teóricos utilizados para el análisis en las investigaciones

En general, se observa que la mayoría de los artículos revisados hicieron uso de marcos teóricos cuya función es contar con una serie de herramientas conceptuales para analizar la comprensión de algún fenómeno de la complejidad o de las propiedades y/o conceptos de los sistemas complejos. En menor cantidad, se encuentran los artículos que utilizaron marcos conceptuales diseñados con el objetivo de analizar la comprensión de contenidos específicos de distintas disciplinas, sin considerar los relativos a sistemas complejos. Por último, están los artículos que emplearon marcos teóricos diseñados para analizar el desarrollo del pensamiento computacional y/o sistémico.

### 1.6 Perspectivas pedagógicas, teorías del aprendizaje, enfoques y técnicas didácticas

En la literatura revisada, se encontró una diversidad de marcos que han guiado las investigaciones realizadas en el contexto educativo con motivo de introducir el estudio de los sistemas complejos apoyándose de herramientas de modelado.

En la Tabla 7 se presentan los hallazgos derivados de esta revisión. Se mencionan aquellas perspectivas pedagógicas, teorías del aprendizaje, modelos y enfoques educativos indicados

de forma explícita por parte de los autores dentro de su narrativa, además de las técnicas o metodologías didácticas. Hay estudios en los que solo se identificaron algunos de estos aspectos.

En general, se identificaron pocos artículos que hacen explícitos estos aspectos en su narrativa. Las perspectivas pedagógicas que predominaron en las investigaciones son el constructivismo y el cognitivism. Las teorías del aprendizaje más comúnmente empleadas son el construccionismo y la teoría del aprendizaje basado en modelos. Por otro lado, los enfoques de modelado computacional, modelado matemático y simulaciones participativas han sido los más utilizados en esta literatura; además, se encontraron algunas aproximaciones desde el marco STEM. En cuanto a las metodologías y técnicas didácticas utilizadas con mayor frecuencia, se encuentran la metodología de aprendizaje basado en problemas y el análisis de casos.

	<b>Categorías</b>	<b>Artículos</b>
<b>Perspectivas pedagógicas</b>	Constructivismo	[15], [33], [39]
	Cognitivismo	[5], [7], [10], [11], [13], [21], [27], [34], [37], [41]
<b>Teorías del aprendizaje</b>	Construccionismo (Papert)	[1], [2], [6], [23], [32], [39], [40]
	Teoría del andamiaje (Bruner)	[4], [5], [25],
	Aprendizaje basado en modelos	[4], [15], [16], [23], [27], [39], [41]
	Aprendizaje por descubrimiento (Bruner)	[4], [5]
	Aprendizaje por asimilación (Ausubel)	[10]
	Aprendizaje significativo (Ausubel)	[37]
<b>Marcos y enfoques educativos</b>	Enfoque interdisciplinario	[16], [37], [38]
	Enfoque de modelado matemático	[5], [7], [8], [12], [16], [18], [19], [38]
	Enfoque de modelado computacional	[1], [4], [14], [18], [19], [20], [32], [33], [39], [41], [43]
	Enfoque de modelado corporizado	[40]
	Enfoque de simulaciones participativas	[6], [11], [17], [29], [30], [35]
	Enfoque Learning By Design (2021)	[4], [33]
	Enfoque emergente basado en niveles	[34]
	Enfoque basado en eventos	[21]
	Enfoque fenomenológico	[14]
	Marco STEM	[2], [4], [14], [33], [35]
	Marco Knowledge-in-Pieces	[3]
	Marco de Educación Evolutiva	[42]
	Marco SBF (Estructura-Comportamiento-Función)	[24]
	Perspectiva ontológica y epistemológica	[9]
<b>Metodologías y técnicas didácticas</b>	Metodología de Aprendizaje Basado en Problemas (John Dewey)	[1], [25], [37]
	Técnica de análisis de casos	[10], [37]
	Resolución de problemas	[29]
	Técnica de experimentación basada en la indagación guiada	[36]
	Wikis	[28]

**Tabla 7:** *Perspectivas pedagógicas, teorías y enfoques educativos utilizados en las investigaciones*



### **1.7 Relación con la experiencia didáctica diseñada y aplicada en esta tesis**

La experiencia didáctica que se diseñó y aplicó en esta investigación tiene como objetivo promover el trabajo de los alumnos con cuatro prácticas de pensamiento sistémico, a través de la interacción con un modelo basado en agentes que permite el estudio del fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas desde el enfoque de los sistemas complejos.

Para el diseño de la propuesta, se tomaron como referencia la diversidad de investigaciones previas analizadas en esta revisión y los hallazgos descritos en cada una de las secciones anteriores. Además, se identificó que hay muy pocas publicaciones en Iberoamérica con los criterios de búsqueda empleados en esta investigación. Las únicas cinco publicaciones encontradas pertenecen a revistas editadas por universidades españolas, pero en Latinoamérica y específicamente en México, no se identificaron estudios al respecto, por lo cual, se consideró pertinente incursionar en la investigación en el área.

De la sección “Métodos de modelado”, se rescató la viabilidad de utilizar los MBA para estudiar fenómenos de la complejidad en el contexto escolar y promover el desarrollo del pensamiento sistémico y/o computacional a través de la interacción de los estudiantes con los MBA.

Esta revisión, también aportó para reconocer trabajos previos en los que se ha solicitado a los participantes realizar dibujos o diagramas, los cuales, son considerados modelos descriptivos que se distinguen por ser representaciones con la cualidad de permitir al profesor o investigador identificar lo aprendido sobre el sistema. En consecuencia, una de las actividades principales dentro de la experiencia didáctica diseñada, requiere que los alumnos realicen un diagrama en el cual representen y comuniquen lo entendido.

De la sección “Fenómenos de la complejidad estudiados en el aula”, se identificó que la propagación de enfermedades infecciosas es un fenómeno que generalmente, se ha estudiado a nivel secundaria en el aula de biología, de modo que, para la experiencia didáctica, resultó factible proponer, desde el área de educación matemática con un enfoque interdisciplinario, una experiencia didáctica a alumnos de sexto semestre de bachillerato para estudiar tal fenómeno. Además, una de las motivaciones principales para estudiarlo fue su impacto en los últimos dos años de vida de los estudiantes, y de la población en general, a consecuencia de la pandemia por la enfermedad COVID-19.

Los hallazgos de la sección “Propiedades, características o conceptos de los sistemas complejos” proporcionaron una diversidad de ejemplos que contribuyeron a esclarecer y determinar el rumbo que tomaría la investigación en cuanto a los aspectos de los sistemas complejos a enfatizar. Las prácticas que se buscaron promover con la experiencia requirieron que se analizara la dinámica no lineal del sistema a nivel local y a nivel global a través de un MBA —se prestó especial atención en el diseño didáctico a la dinámica local—. El análisis del modelo se realizó haciendo uso de escalas espaciales y temporales, a través del mundo de agentes y de las series de tiempo que genera el MBA en cada ejecución. Además, se tuvo como objetivo la identificación de los agentes y sus estados, las interacciones y los procesos.

En la experiencia didáctica se utilizó uno de los marcos teóricos mencionados en la sección “Referentes teóricos”, la taxonomía del pensamiento computacional en las prácticas matemáticas y científicas de Weintrop et al. (2016). En el artículo revisado, se enfocaron en trabajar con las prácticas de modelado y simulación; en cambio, en la propuesta implementada, se enfatizó en promover las prácticas de pensamiento sistémico. Este marco teórico se utilizó para diseñar la experiencia didáctica, realizar el análisis previo de las actividades y después de la aplicación, el análisis de los datos recuperados.

De la sección “Perspectivas pedagógicas, teorías del aprendizaje, enfoques y técnicas didácticas”, se identificaron para la experiencia didáctica: el construccionismo explicado por Resnick (1994), el cual se inspira en ideas del constructivismo; el enfoque de modelización basada en agentes, una metodología computacional que permite modelar y entender las dinámicas de los sistemas complejos; y como técnicas didácticas se emplearon la experimentación basada en la indagación guiada y el análisis de casos dentro de las actividades.

## Capítulo 2 Marco teórico

En este capítulo se presentan los referentes teóricos utilizados para el diseño de la experiencia didáctica aplicada en esta investigación y para el análisis de los datos recopilados. El objetivo de la experiencia didáctica fue fomentar el desarrollo de prácticas de pensamiento sistémico a través de la interacción con modelos basados en agentes. Con esta finalidad, los alumnos estudiaron el fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas desde el enfoque de los sistemas complejos. Por consiguiente, se consideró necesario abordar en este capítulo los marcos relativos al construccionismo, pensamiento sistémico, sistemas complejos y modelos basados en agentes.

En primer lugar, se describe la postura educativa desde la cual se fundamenta investigar el estudio de los sistemas complejos a través del construccionismo, un enfoque de aprendizaje para estudiar sistemas descentralizados. En segundo lugar, se presenta la taxonomía del pensamiento computacional en las prácticas matemáticas y científicas propuesta por Weintrop et al. (2016) y se enfatiza en las prácticas de pensamiento sistémico. Posteriormente, se describen algunos conceptos y características acerca de los sistemas complejos. Se retomaron los autores considerados fundamentales para enmarcar este trabajo. Luego, se habla acerca de la modelación basada en agentes, utilizada para analizar y estudiar el fenómeno de propagación de enfermedades.

### 2.1 El construccionismo y la era de la descentralización

En su libro *“Turtles, termites, and traffic jams: Explorations in massively parallel microworlds”*, Resnick (1994) presenta su visión de un paradigma para la investigación en educación, como lo describe Seymour Papert, autor del prefacio de esta obra.

A lo largo del texto, el autor propone herramientas conceptuales que buscan apoyar a las personas a pensar en sistemas descentralizados de formas insólitas y promover el desarrollo de una mentalidad descentralizada. Para ese fin, desarrolla y describe la herramienta computacional StarLogo, la cual les permite a las personas crear y explorar diversos sistemas descentralizados, proporcionándoles el control de las acciones e interacciones de miles de objetos computacionales.

A continuación, se presentan las bases del paradigma educativo que fundamenta esta investigación. Primero, se evidencia la tendencia hacia la exploración de sistemas

descentralizados desde distintos ámbitos, especialmente en los modelos científicos, y el auge de la necesidad de un cambio de perspectiva sobre el mundo, a través de una mentalidad descentralizada. Posteriormente, se describen los principios del construccionismo según Resnick (1994), un enfoque de aprendizaje para estudiar sistemas descentralizados a través del diseño de productos y el trabajo con actividades personalmente significativas.

### ***2.1.1 La era de la descentralización***

Es posible encontrar evidencia de descentralización en una diversidad de fenómenos cotidianos. Sin embargo, en los últimos años, ha aumentado el interés en los sistemas descentralizados y en las ideas de descentralización y de autoorganización, las cuales se han extendido a distintos ámbitos de la vida. Esta tendencia implica también diferentes formas de concebir el mundo, diferentes formas de pensar y de conocer.

Incluso con la creciente influencia de las ideas de descentralización, muchas personas se resisten a desapegarse de su mentalidad centralizada, la cual se basa en la suposición de que todo fenómeno debe ser producto de un solo factor de control centralizado. Las ideas centralizadas también suelen resultar útiles para describir algunos fenómenos, el asunto es que no siempre son la solución, como mucha gente lo ha creído.

La tendencia hacia la descentralización en el texto de Resnick (1994) se examina y evidencia en cinco ámbitos: las organizaciones, las tecnologías, los modelos científicos, las teorías del yo y la mente y las teorías del conocimiento.

### ***2.1.2 Descentralización en los modelos científicos***

Para los fines de esta investigación, se enfatiza en la descentralización en los modelos científicos debido a que trata sobre la predilección a un cambio de percepción del mundo, desde una visión Newtoniana regido por causas y efectos lineales, hacia una de las perspectivas que ha tenido mayor interés, los sistemas complejos. Desde esta perspectiva se estudia en esta investigación el fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas.

La perspectiva de sistemas complejos estudia la emergencia de comportamientos y patrones complejos a partir de la ejecución de reglas sencillas e interacciones entre elementos simples y proporciona una visión del mundo en términos de interacciones descentralizadas y ciclos

de retroalimentación. Diversos campos han justificado sus investigaciones en las ideas sobre emergencia y complejidad.

### ***2.1.3 Construccinismo***

Al atravesar esta era de la descentralización surgió la necesidad de crear nuevas herramientas para ayudar a las personas a comprometerse intelectualmente con el pensamiento y los sistemas descentralizados, incluso cuando observan y participan frecuentemente en este tipo de sistemas; de modo que Resnick propone el diseño de sistemas descentralizados como una opción para brindar una mayor intuición o comprensión de estos.

El enfoque construccionista del aprendizaje y la educación (Papert y Harel, 1991/2002) hace referencia a esta idea acerca de aprender a través del diseño e implica dos tipos de construcción:

- La primera, retoma ideas de Jean Piaget sobre el constructivismo “el aprendizaje es un proceso activo, en el que las personas construyen activamente conocimientos a partir de sus experiencias en el mundo” (Resnick, 1994, p.23).
- La segunda idea del construccionismo afirma que las personas pueden construir aprendizajes nuevos de forma efectiva a través de la construcción de productos que les resulten significativos, debido a que usualmente, trabajan en ellos con mayor interés que en otras actividades escolares. Además, según Resnick (1994), probablemente, los estudiantes al trabajar con estas actividades significativas investiguen y establezcan conexiones sólidas con las ideas matemáticas y científicas latentes.

El construccionismo se centra en proponer formas novedosas para que los estudiantes participen de forma activa en la construcción o creación de algo significativo para ellos. Esto representa un desafío educativo; es necesario que el educador diseñe herramientas y entornos que promuevan en el alumno el diseño, construcción, invención y experimentación.

## **2.2 Pensamiento computacional en las prácticas matemáticas y científicas**

El marco teórico en el que se basó esta investigación para el diseño de la experiencia didáctica, el análisis previo y el análisis de datos, se describe en el artículo “*Defining*

*Computational Thinking for Mathematics and Science Classrooms*” (Weintrop et al., 2016), en el cual, se propone una definición de pensamiento computacional para las aulas escolares de matemáticas y ciencias en forma de una taxonomía que se compone de cuatro categorías principales: prácticas de datos, prácticas de modelado y simulación, prácticas de resolución de problemas computacionales y prácticas de pensamiento sistémico. Esta taxonomía, señala un conjunto de directrices factibles para llevar de forma rápida y efectiva el pensamiento computacional al contexto escolar. Está destinada a profesores, administradores educativos, diseñadores de planes de estudio, desarrolladores de evaluaciones e investigadores en educación.

A continuación, se presentan características importantes para contextualizar el trabajo que realizaron los autores y que se tomaron como base para definir el enfoque de esta investigación. Se abordan de manera general los antecedentes del pensamiento computacional y algunas definiciones que se le han atribuido. Posteriormente, se describen las categorías que componen la taxonomía propuesta por los autores y sus subconjuntos de prácticas, haciendo énfasis en aquellas que se abordaron en este trabajo de investigación: las prácticas de pensamiento sistémico.

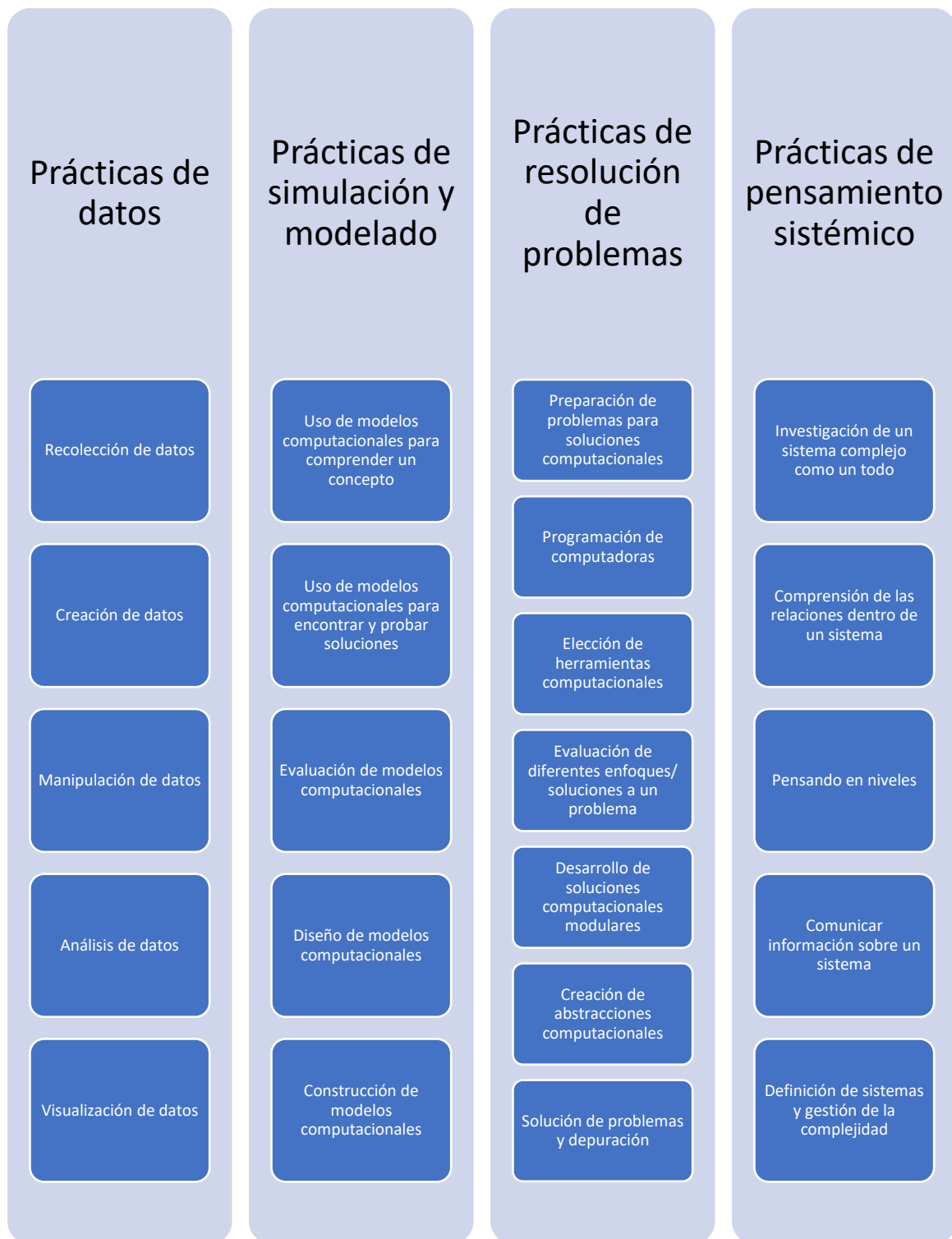
### ***2.2.1 Pensamiento computacional***

De acuerdo con Weintrop et al. (2016) la primera persona en introducir el término pensamiento computacional fue Papert, para hacer referencia a “las posibilidades que tienen las representaciones computacionales para expresar ideas poderosas” (Weintrop et al., 2016, p.130). Esta idea se relacionó en primer lugar con Logo —un lenguaje de programación que en un inicio fue creado con el fin de enseñar conceptos matemáticos por Papert y Feurzeig (Monaghan, 2016)— quienes posteriormente identificaron su trascendencia para el desarrollo de habilidades computacionales. Sus argumentos se basaron en la contribución que tenía el uso del lenguaje a diversos procesos cognitivos al momento en que las personas interactuaban con una computadora a través de la programación. Otra de las perspectivas importantes de pensamiento computacional que mencionan Weintrop et al. (2016) es que se encontró en las computadoras la base para una forma poderosa de alfabetización, ya que tienen el potencial de estar presentes en cualquier tema, contexto y dominio; los autores señalan que esta idea procede del trabajo de diSessa del 2000.

En pocas palabras, se han propuesto una diversidad de definiciones para el pensamiento computacional sin llegar a un acuerdo (Grover y Pea, 2013, citado por Weintrop et al., 2016); pero el reciente interés en el pensamiento computacional parte de la idea de que las habilidades computacionales desarrolladas tienen beneficios en los contextos escolares y profesionales, además pueden aplicarse de forma universal como lo menciona Wing (2006) (citado en Weintrop et al., 2016): “[el pensamiento computacional] representa una actitud y un conjunto de habilidades de aplicación universal que todos, no solo los científicos informáticos, estarían ansiosos por aprender y usar” (p.129).

### ***2.2.2 Taxonomía del pensamiento computacional en las prácticas matemáticas y científicas***

Esta taxonomía se caracteriza porque se compone de cuatro categorías distintas y cada categoría contiene un subconjunto de prácticas que están interrelacionadas. Se habla de “prácticas” debido a que se buscaba enfatizar que además de habilidades, se requieren conocimientos particulares. Esto se relaciona ampliamente con las prácticas que realizan los científicos y los matemáticos al trabajar en sus disciplinas, ya que se requiere de un conjunto de habilidades y conocimientos específicos para avanzar en sus objetivos disciplinares. A continuación, en la Figura 1 se presentan cada una de las cuatro categorías que componen la taxonomía y sus prácticas.



**Figura 1:** *Taxonomía del pensamiento computacional en las prácticas matemáticas y científicas (Weintrop et al., 2016)*



El presente trabajo se enfocó en las prácticas de pensamiento sistémico, específicamente en las primeras cuatro que se muestran en el diagrama. De modo que, se presentan a detalle cada una de las prácticas de pensamiento sistémico que se abordaron.

### ***2.2.3 Prácticas de pensamiento sistémico***

Primero, se presentan algunas características del pensamiento sistémico que mencionan Weintrop et al. (2016) para reconocer estas prácticas y su importancia. El pensamiento sistémico hace énfasis en analizar la manera en que los sistemas cambian con el paso del tiempo, además de analizar el sistema de forma holística, es decir, estudiar tanto la manera en que interactúan los elementos del sistema y se relacionan entre ellos, como el sistema en conjunto. Este enfoque se caracteriza por haber analizado sistemas dinámicos desde dos perspectivas, una agregada y otra basada en agentes, donde en ambos casos, se pueden observar comportamientos emergentes. La capacidad de pensar de forma sistémica es particularmente interesante debido a que la mayoría de los sucesos o fenómenos que ocurren en el mundo real son de naturaleza compleja y se componen de múltiples elementos con cierta interdependencia. Para que sucedan, es necesario que se involucren una diversidad de variables y de efectos que se relacionan directa o indirectamente. Por lo que se torna necesario desarrollar esta capacidad y formar ciudadanos competentes y con conocimientos científicos, quienes en un futuro deberán tomar decisiones con impacto a gran escala en la sociedad.

Gran parte de los fenómenos y conceptos científicos tales como la propagación de enfermedades, la dinámica de poblaciones y las leyes de los gases pueden resultar más sencillos de comprender a través de un enfoque sistémico. Además, hay sistemas como los económicos, físicos, biológicos, históricos, sociales y ambientales que involucran conceptos como emergencia, retroalimentación y flujos, donde se pueden aplicar las prácticas de pensamiento sistémico.

El pensamiento sistémico y el pensamiento computacional se relacionan de modo que las herramientas computacionales han hecho más accesible para los alumnos estudiar, comprender y representar los diferentes conceptos y fenómenos científicos desde una perspectiva sistémica (Weintrop, et al., 2016).

Por otro lado, los expertos científicos y matemáticos entrevistados en la investigación realizada para diseñar la taxonomía afirmaron que en su campo son muy importantes las prácticas relacionadas con investigar y analizar sistemas haciendo uso de herramientas computacionales, además de emplear usualmente conceptos de los sistemas complejos.

Ahora, se describen a detalle las cuatro prácticas de pensamiento sistémico que se trabajaron en la experiencia didáctica diseñada para esta investigación. Se enfatiza la importancia de su implementación en el contexto escolar, la definición de la práctica y cómo se puede observar su desarrollo en los alumnos.

**Investigación del sistema como un todo (CT-PS1).** Teniendo en cuenta a Weintrop et al. (2016), es necesario poseer la habilidad de medir y determinar las entradas y salidas de un sistema para estudiar el sistema como un todo. Al visualizarlo de esta manera, se podrán comprender las características que tiene el sistema en conjunto. Además, mencionan que las herramientas computacionales favorecen las investigaciones, especialmente los modelos y simulaciones. Estas se pueden utilizar de tal modo que los alumnos realicen pruebas de hipótesis, automaticen fenómenos a investigar y modelen los sistemas que busquen analizar. Enseguida, se definen las características observables que demuestran el dominio de la práctica: “Los estudiantes que hayan dominado esta práctica podrán plantear preguntas, diseñar y realizar investigaciones y, en última instancia, interpretar y dar sentido a los datos recopilados sobre un sistema complejo como una sola entidad” (Weintrop et al., 2016, p.141).

**Comprensión de las relaciones dentro de un sistema (CT-PS2).** Según Weintrop et al. (2016) es importante identificar los componentes de un sistema y estructurar la manera en que se llevan a cabo sus interacciones para comprender las relaciones entre dichos componentes. Menciona que las herramientas computacionales facilitan esta investigación ya que permiten visualizar de forma aislada los componentes, estudiar sus comportamientos y la manera en la que interactúan con los demás. Las características observables que demuestran el dominio de la práctica son las siguientes: “Los estudiantes que dominen esta práctica podrán identificar los elementos constitutivos de un sistema, articular sus comportamientos y explicar cómo las interacciones entre elementos producen los comportamientos característicos del sistema” (Weintrop et al., 2016, p.141).

**Pensando en niveles (CT-PS3).** Desde el punto de vista de Weintrop et al. (2016), los sistemas se pueden analizar bajo diversas perspectivas. Estas van desde un análisis del sistema a nivel local, considerando todos sus componentes, los comportamientos y las interacciones entre ellos hasta un estudio a nivel global en donde se examina el sistema como un todo. Además, los autores sostienen que las herramientas computacionales brindan la posibilidad de analizar el sistema desde ambas perspectivas, que son complementarias para llegar a comprenderlo. Para observar el dominio de la práctica, se definen las siguientes características: “Los estudiantes que dominen esta práctica podrán identificar diferentes niveles de un sistema en su conjunto y ser capaces de moverse hacia adelante y hacia atrás entre niveles, atribuyendo correctamente las características del sistema al nivel apropiado” (Weintrop et al., 2016, p.141).

**Comunicar información sobre un sistema (CT-PS4).** Weintrop et al. (2016) señalan que es todo un desafío comunicar lo aprendido sobre un sistema después de investigarlo. Además, mencionan que comunicar información sobre un sistema implica que los estudiantes elaboren visualizaciones con las que expresen lo que han aprendido del sistema y resalten los aspectos que consideran más importantes para que una persona que no conozca a profundidad los detalles del sistema, pueda entenderlo. Para esto, es necesario priorizar ciertas características del sistema y diseñar la forma más adecuada para representar la información que se quiere comunicar, con el propósito de que esta no se vea comprometida. De esta manera se definen las características observables que demuestran el dominio de la práctica: “Los estudiantes que hayan dominado esta práctica podrán comunicar la información que han aprendido sobre un sistema de manera que la información sea accesible para los espectadores que no conocen los detalles exactos del sistema del que se extrajo la información” (Weintrop et al., 2016, p.141).

### **2.3 Sistemas complejos**

Los sistemas complejos tienen ciertas propiedades que los caracterizan, pese a que no hay una definición formal. En general, se puede decir que los sistemas complejos son sistemas que se componen por una gran cantidad de elementos que interactúan entre ellos a una escala local y cuyas propiedades o comportamientos a nivel global no pueden ser entendidos o predecibles a partir del estudio de la suma del comportamiento de cada uno de sus elementos.

Mediante la interacción de los múltiples elementos se genera nueva información que se encuentra en el sistema, pero no en sus elementos individuales, esta propiedad es llamada “emergencia” y es característica de estos sistemas. Además, pueden presentar estructuras globales, comportamientos no triviales y auto-organizados sin necesidad de un control central o externo que determine el comportamiento colectivo (de Domenico et al., 2019; Santa Fe Institute, 2021; Wilensky y Rand, 2015).

Además, según Miramontes (1999) un sistema es complejo si presenta una dinámica no-lineal, que de forma habitual se compone de una dinámica local y una dinámica global. La dinámica local hace referencia a que, como resultado de las interacciones entre elementos cercanos, se modifica el estado de los elementos; mientras que la dinámica global respeta las restricciones del sistema, las cuales resultan de las interacciones del sistema con el todo.

Para medir los sistemas complejos se puede hacer uso de escalas: espacial, temporal o funcional. La complejidad de un sistema va a depender de la escala a la que se observe, la cual, se determina por su contexto (Gershenson, 2013).

Por otro lado, para estudiarlos, son necesarios diversos marcos matemáticos y métodos científicos. A través del tiempo, se han desarrollado e implementado diferentes métodos de modelado que son herramientas utilizadas para el estudio de los sistemas complejos. Según Sayama (2015) se han desarrollado modelos descriptivos y modelos conceptuales basados en reglas. Entre los modelos descriptivos se pueden encontrar diagramas, dibujos, textos, modelos físicos y estadísticos. Por otro lado, los modelos conceptuales basados en reglas consideran ecuaciones dinámicas, autómatas celulares, modelos de red y modelización basada en agentes (MBA).

#### **2.4 Modelización basada en agentes (MBA)**

A continuación, se presenta el método utilizado en esta investigación para analizar y estudiar el fenómeno de propagación de enfermedades desde los sistemas complejos. La perspectiva teórica acerca de esta metodología se tomó del libro “*An Introduction to Agent-Based Modeling: Modeling Natural, Social and Engineered Complex Systems with NetLogo*” (Wilensky y Rand, 2015). Se describe en qué consiste la metodología, los componentes de un MBA, cómo se puede analizar un MBA, algunas características del lenguaje NetLogo y se enfatiza en aquellos conceptos utilizados a lo largo de esta investigación.

El modelado basado en agentes (MBA) es una metodología computacional que permite modelar y entender las dinámicas de los sistemas complejos a través de la creación de agentes, un entorno y sus interacciones. Uno de los lenguajes informáticos de modelado basado en agentes más utilizados para construir y explorar modelos en diversas disciplinas —también utilizado durante esta investigación— es NetLogo (Wilensky, 1999). Este lenguaje tomó como base gran parte de la sintaxis del lenguaje Logo y se desarrolló con el fin de ser aprovechado por principiantes, pero también para que los expertos construyeran modelos científicos.

Los modelos basados en agentes tienen tres componentes principales: agentes, entorno e interacciones; además, NetLogo cuenta con una interfaz de usuario que permite presentar adecuadamente la información. Enseguida se describen cada uno de ellos.

#### ***2.4.1 Componentes de un MBA***

##### **Componentes principales.**

***Agentes.*** Los agentes son las unidades básicas del modelado basado en agentes y pueden representar cualquier elemento de un sistema. Pueden ser individuos u objetos computacionales que tienen propiedades, autonomía, reglas de comportamiento y posiblemente metas particulares. Generalmente, tienen una representación gráfica para poder ser visualizados en la pantalla. Hay dos aspectos que los definen, sus propiedades y sus comportamientos.

- **Propiedades:** describen el estado interno y externo actual de un agente junto con sus datos. Por ejemplo, la posición en que se encuentra, su velocidad, edad o riqueza.
- **Comportamientos:** son las acciones que puede realizar el agente. Estas acciones se describen en forma de reglas de comportamiento para que el agente pueda cambiar su estado, el del entorno o el de otros agentes.

***Entorno.*** El entorno o medio ambiente es el mundo en el que viven e interactúan los agentes. Las condiciones formadas a partir de las interacciones de los agentes dentro del modelo conforman el entorno. Asimismo, el entorno puede resultar afectado por las decisiones de los agentes y también afectar las decisiones de los agentes.

**Interacciones.** Las interacciones son la ejecución de las reglas de los agentes motivadas por la información del entorno y resultan en un cambio de estado de los agentes o en alguna otra acción. Pueden presentarse interacciones entre agentes, entre agentes y el entorno, e incluso entre el agente mismo, como un mecanismo que afecta de manera interna solo al agente. Aquí se describen las que se analizaron en la experiencia didáctica que se propone en esta investigación:

- **Modelo interno del agente:** Se caracteriza porque ocurre en el interior del agente, de forma que considera su estado actual y posteriormente decide qué hacer. Algunos ejemplos son el nacimiento, la muerte, la infección, la recuperación y la velocidad al viajar.
- **Interacciones agente-agente:** Se consideran las acciones más importantes en un MBA. Por ejemplo, la comunicación entre agentes al compartir información acerca de su propio estado y del entorno o la detección de otros agentes por parte de uno.

**Interfaz de usuario.** A través de este medio los usuarios del MBA pueden interactuar con el modelo. Se requieren controles de interfaz que le permitan al usuario establecer parámetros para el MBA. Los controles de entrada pueden incluir deslizadores, interruptores, selectores y cuadros de entrada de texto; en cambio, los controles de salida, gráficas, monitores y notas. El modelo utilizado en la experiencia didáctica aplicada en esta investigación emplea el mundo de agentes que representa la dinámica espacio-temporal del modelo, deslizadores como controles de entrada de parámetros globales y gráficas como representaciones de salida.

#### ***2.4.2 Análisis de un MBA***

Para analizar un modelo basado en agentes es necesario saber que al ejecutarlo en varias ocasiones, manteniendo los mismos valores en los parámetros de entrada, es posible que se obtengan resultados cuantitativos diferentes en cada iteración, sin embargo, el aspecto cualitativo se mantiene. Esto ocurre debido a que la mayoría de los MBA hacen uso de componentes aleatorios dentro de sus algoritmos —como es el caso del modelo con el que los alumnos trabajaron en esta investigación—. En consecuencia, resulta necesario realizar múltiples ejecuciones del experimento para determinar una medida cuantitativa.

**Uso de gráficos para el análisis descriptivo de series de tiempo para examinar los resultados de un MBA.** De acuerdo con Wilensky y Rand (2015), el uso de gráficos que integran el conjunto de datos proporcionados por el modelo en forma de una representación pictórica facilita la comprensión y la visualización de todos los datos disponibles. Además, permiten observar el desarrollo del modelo a través del tiempo durante su ejecución, lo cual, resulta favorable cuando se busca comprender la dinámica del modelo.

## **2.5 Relación con la experiencia didáctica**

En relación con la tendencia a promover la descentralización en las formas de pensar y ver el mundo, específicamente en los modelos científicos, se fomenta desde el ámbito educativo el cambio de percepción en los estudiantes al estudiar los fenómenos que ocurren en el mundo a través de una perspectiva de sistemas complejos. De tal manera, en esta investigación se promovió el estudio del fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas desde la perspectiva de sistemas complejos.

Con base en las ideas del construccionismo, se diseñaron una experiencia didáctica y dos modelos computacionales. Esta experiencia promovió la interacción y experimentación de los participantes con un modelo basado en agentes (MBA) y con los modelos computacionales para apoyar el estudio del fenómeno.

Tomando como referencia los dos tipos de construcciones que Resnick (1994) dice están implicados en el construccionismo, para el diseño y el análisis de la experiencia didáctica, se consideró la idea de Piaget acerca de la importancia de los conocimientos previos de las personas para la construcción activa de nuevos conocimientos. De esta manera, se tuvieron en cuenta los conocimientos matemáticos previos de los alumnos relativos a los procesos de variación y cambio, entre otros, que se mencionan en el capítulo 4; además de los conocimientos contextuales adquiridos por su experiencia con epidemias, para promover el desarrollo de cuatro prácticas de pensamiento sistémico a través de la experimentación, la búsqueda de soluciones, la elaboración y puesta a prueba de hipótesis, el planteamiento de conjeturas, el análisis de información y la comunicación de ideas. A lo largo del texto al hablar de conocimientos contextuales, se entienden como aquellos conocimientos adquiridos a través de su experiencia con el entorno.

Por otro lado, se consideró también la segunda idea, la cual, menciona que los alumnos al construir productos personalmente significativos pueden construir aprendizajes nuevos de forma efectiva. En la experiencia aplicada, los alumnos diseñaron dos productos: un diagrama cuyo objetivo fue representar la dinámica del fenómeno y una propuesta dirigida a la población con un par de escenarios cuyo objetivo fue comunicar la importancia de seguir las recomendaciones sanitarias para *aplanar la curva* en la propagación de una epidemia. Para la construcción de cada una de estas tareas, los alumnos se mostraron interesados en realizarlas e incluso en mejorarlas posteriormente; tuvieron la oportunidad de realizar el diseño de forma individual y en formato libre, con el propósito de que se expresaran con libertad y observar el desarrollo de cada uno.

La herramienta para estudiar sistemas descentralizados StarLogo, se considera una versión anterior al lenguaje de programación NetLogo. En base a este último, Yang y Wilensky (2011) diseñaron el MBA con el que interactuaron los participantes de la experiencia didáctica; este lenguaje mantiene las características esenciales mencionadas en este texto acerca de StarLogo. Una de estas características es que permitió a los alumnos explorar el sistema descentralizado que da lugar al fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas a través de un modelo computacional. Además, les permitió controlar los datos para inicializar el modelo, en este caso fue a través de deslizadores que representaban los posibles valores de los cuatro parámetros que dirigen la dinámica global del MBA.

Por otro lado, como se mencionó anteriormente, se buscó que con la experiencia didáctica los alumnos trabajaran cuatro prácticas de pensamiento sistémico, lo cual implica poner en juego una serie de habilidades y conocimientos específicos. La taxonomía propuesta por Weintrop et al. (2016) proporcionó un marco para guiar el diseño de las actividades que componen la experiencia y el análisis de los datos recuperados de la aplicación.

El pensamiento sistémico busca analizar la manera en que los sistemas complejos cambian con el paso del tiempo, además de estudiar la manera en que se relacionan e interactúan los elementos del sistema entre ellos e investigar el sistema en conjunto. Se considera que el estudiar el fenómeno de propagación de enfermedades desde la perspectiva sistémica con apoyo del MBA y los modelos computacionales diseñados, puede facilitar la comprensión de los distintos conceptos y fenómenos científicos y matemáticos subyacentes. Las prácticas



promovidas con la experiencia fueron: Investigación del sistema como un todo; Comprensión de las relaciones dentro de un sistema; Pensando en niveles y Comunicar información sobre un sistema. En el Capítulo 4 Análisis previo y diseño de la experiencia se describe la manera en que se relaciona cada una de las actividades propuestas con el trabajo en cada una de las cuatro prácticas.

Para analizar el fenómeno desde la perspectiva de los sistemas complejos y para proponer actividades basadas en la taxonomía de Weintrop et al. (2016) que promovieran el pensamiento sistémico en los alumnos, resultó necesario incursionar en el marco teórico de las ciencias de la complejidad. En esta investigación se reconocieron: las propiedades que caracterizan a un sistema complejo, los dos niveles de la dinámica no lineal de estos sistemas, las escalas que se pueden utilizar para medirlos y los métodos de modelado que pueden emplearse para estudiarlos. Estos elementos fueron indispensables para realizar el diseño de la experiencia didáctica, el análisis previo de las actividades y el análisis de los datos recuperados de la aplicación, en términos de las prácticas de pensamiento sistémico.

Finalmente, para estudiar el fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas como un sistema complejo, se decidió utilizar la metodología computacional de modelización basada en agentes (MBA), como ya se mencionó anteriormente. Cuando se habla del “sistema complejo” en el análisis previo de las actividades y en el análisis de datos, se entiende que dicho sistema se modela, y por lo tanto, se estudia a partir del MBA. Es decir, el MBA es la representación simplificada del sistema a analizar. Por consiguiente, se tuvo la necesidad de investigar acerca de este método que permite modelar y entender las dinámicas de los sistemas complejos a través de agentes, un entorno y sus interacciones.

En esta investigación se propuso la interacción y experimentación de los estudiantes con un modelo basado en agentes previamente construido por Yang y Wilensky (2011). Para diseñar las actividades de la experiencia didáctica y posteriormente, diseñar los instrumentos para analizar los datos recuperados de la aplicación, resultó necesario reconocer algunas características esenciales de los MBA. Entre ellas se encuentran: los componentes principales de los MBA, como los agentes, sus propiedades y comportamientos; los tipos de interacciones correspondientes al modelo interno del agente y las interacciones agente-agente. Además, las características de la interfaz de usuario y la forma de analizar un MBA

a través de un análisis descriptivo del mundo de agentes y de las series de tiempo que se muestran en cada ejecución.

En este trabajo fue fundamental cada uno de los marcos teóricos mencionados anteriormente. En los capítulos de análisis previo y análisis de datos se describe la manera en que se relacionaron estos marcos de manera detallada.

## Capítulo 3 Metodología

### 3.1 Descripción general de la investigación

En la Figura 2, se presenta de manera sintetizada la metodología utilizada en esta investigación.

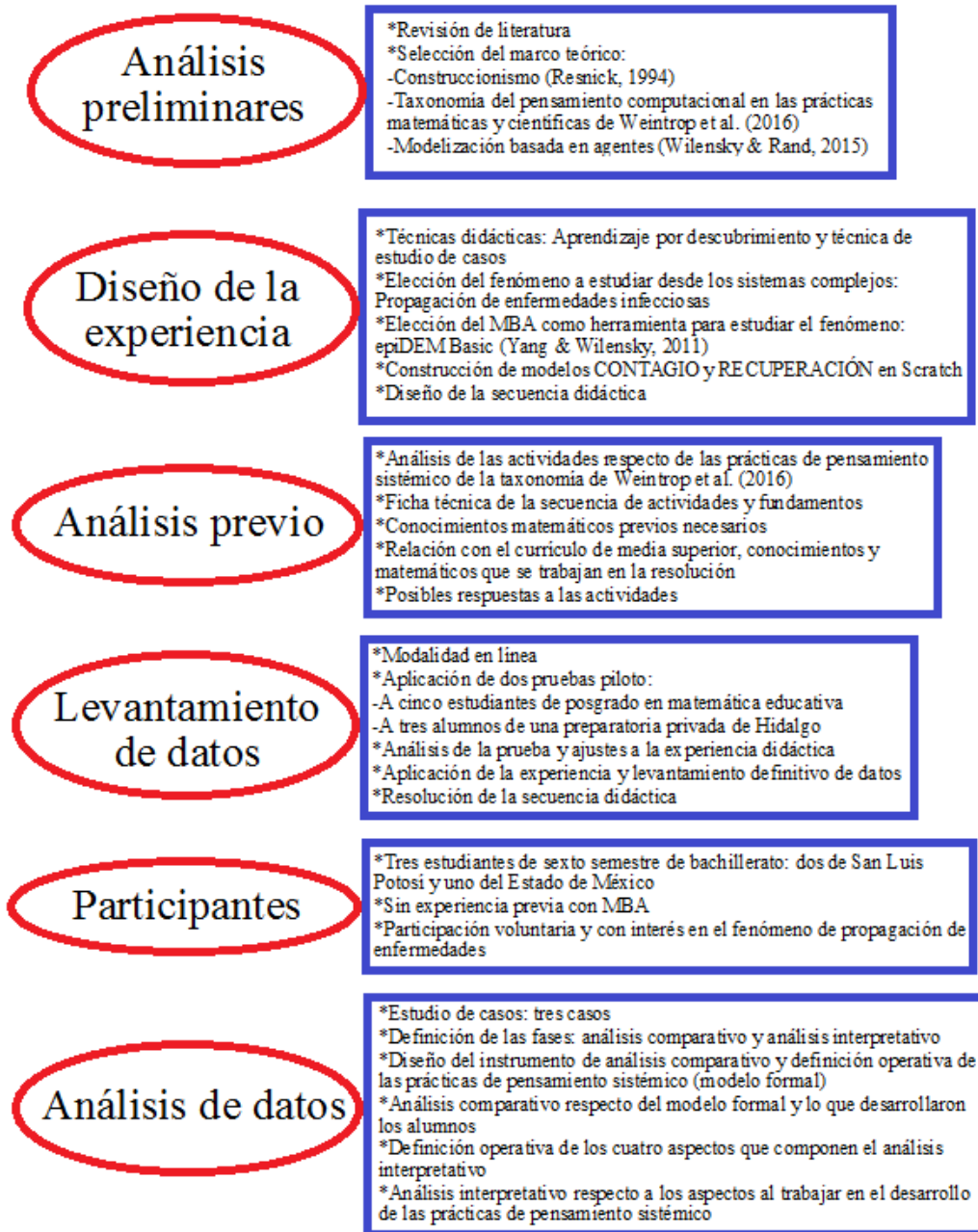


Figura 2: Diagrama de la metodología

### **3.2 Pruebas piloto**

Previo al levantamiento de datos definitivo, se aplicaron dos pruebas piloto con los objetivos de verificar la pertinencia de las actividades para el nivel educativo de los estudiantes, poner a prueba dos formas de intervención de la investigadora para el desarrollo de la sesión, rectificar la claridad de los enunciados y replantearlos en caso de presentarse problemas de comprensión o dificultades para avanzar en la resolución de la actividad. Además, se rectificaron los tiempos necesarios para trabajar en cada actividad que compone la experiencia, de tal manera que el tiempo disponible (2 sesiones de 120 minutos cada una) fuera suficiente para completarlas de forma adecuada. Estas pruebas también aportaron a la investigadora la experiencia de aplicar una experiencia didáctica en modalidad a distancia y a reconocer la plataforma en la que se realizó la transmisión en directo.

La primera prueba, se realizó a un grupo de cinco estudiantes de posgrado en matemática educativa del CINVESTAV: un estudiante de maestría y un participante con grado de maestría; dos estudiantes de doctorado y un participante con grado de doctorado. Se realizó de esta manera debido a que, además, se buscaba su retroalimentación sobre las actividades al ser especialistas en el área y compañeros de la investigadora. Entre ellos había diversidad de formaciones: ingeniería, matemáticas, biología y pedagogía. La aplicación se realizó a distancia en una sesión de 120 minutos y únicamente se aplicó la “Actividad Introductoria” y la “Actividad 2: Mecanismo de contagio y recuperación”, los participantes trabajaron en equipos de dos y tres personas sin intervenciones de la investigadora y solicitaron realizar de forma individual el último diagrama de la Actividad 2. En ambas pruebas se realizó una videograbación de la sesión, la cual se llevó a cabo a través de Zoom. Los datos se recuperaron de un documento que se envió al inicio de la sesión que contenía la experiencia didáctica, además, se trabajó en dos documentos compartidos de Google Slides donde los participantes realizaron sus actividades.

La segunda prueba piloto se aplicó a tres estudiantes de sexto semestre de bachillerato, nivel para el cual fue diseñada la estrategia didáctica. Los alumnos pertenecían a una preparatoria privada del estado de Hidalgo y fueron contactados por medio del profesor José Luis Cruz, quien fue profesor de matemáticas de los estudiantes en el quinto semestre. Al no trabajar en el momento con alumnos de sexto semestre, contactó al grupo con el que había trabajado el

semestre anterior y los invitó a participar en la actividad, por lo que la participación de estos estudiantes fue de forma voluntaria y sin retribución alguna.

La aplicación se realizó a distancia en dos sesiones de 120 minutos cada una y se planteó de tal manera que fuera lo más similar posible al levantamiento definitivo. Se implementó la experiencia didáctica completa moderada por la intervención de la investigadora, con el objetivo de administrar los tiempos para realizar las actividades y hacer énfasis en aquellas que generaban datos de mayor interés para esta investigación.

Los estudiantes trabajaron de forma colaborativa en la resolución de la experiencia y realizaron individualmente el diagrama solicitado al final de la Actividad 2 y una propuesta al final de la Actividad 3. Durante la resolución de la Actividad 2 se observó que los alumnos presentaron dificultades para establecer algunas de las relaciones esperadas, por lo tanto, para la experiencia del levantamiento definitivo se decidió agregar una tabla cuyo objetivo fue apoyar a los alumnos a identificar y establecer dichas relaciones. Además, se observaron los momentos en que era necesaria la intervención de la investigadora.

### **3.3 Análisis previo de las actividades**

En esta investigación, se presenta a detalle en el Capítulo 4 el diseño de la experiencia didáctica y el análisis previo de las actividades; el cual se utilizó posteriormente como base para el diseño de los instrumentos de análisis de datos y la interpretación de los resultados.

En primer lugar, se muestra el análisis previo de las actividades respecto de las prácticas de pensamiento sistémico según la taxonomía de Weintrop et al. (2016). Se describen las características principales de cada una de las cuatro prácticas, las actividades específicamente diseñadas para promover su desarrollo, la forma en que se puede observar el logro de cada una y las actividades específicas con las cuales se analiza el desarrollo de las prácticas; además, cada actividad se contrasta con los elementos que se mencionan en la taxonomía.

En segundo lugar, se presentan los fundamentos teóricos sobre los que se diseñó la experiencia, centrándose en ideas del construccionismo mencionadas por Resnick; posteriormente, se mencionan los aspectos que se enfatizaron para el diseño como fue el pensamiento en niveles de organización, priorizando el análisis del nivel local como base y articulador para la comprensión del fenómeno a nivel global.

En tercer lugar, se detallan los conocimientos matemáticos previos necesarios para abordar las actividades y los posibles conocimientos y competencias matemáticas que se trabajan en la resolución; además, se especifican las actividades de la secuencia que los promueven. Para este apartado, se revisó el currículo de los bachilleratos a los que pertenecían los participantes del levantamiento definitivo: el Currículo del Bachillerato Universitario 2015 de la Universidad Autónoma del Estado de México y los Programas de Estudio de Matemáticas de la Escuela Nacional Preparatoria de la Universidad Nacional Autónoma de México.

### **3.4 Levantamiento de datos definitivo**

El grupo que participó en esta experiencia estuvo conformado por tres estudiantes de sexto semestre de bachillerato: dos de ellos pertenecían a una preparatoria privada de San Luis Potosí incorporada a la Escuela Nacional Preparatoria de la UNAM; la otra alumna, pertenecía a una escuela privada del Estado de México incorporada al Bachillerato Universitario de la UAEM.

Se invitó a los alumnos a participar en la experiencia de forma voluntaria a través de la profesora Liliana Rodríguez, docente de la preparatoria de SLP. Dos alumnos mostraron interés en participar en las sesiones. De manera similar ocurrió con la estudiante del Estado de México. Se contactó con el profesor Raúl Leyva, para invitar a sus alumnos a participar de la experiencia, una decidió colaborar.

Los tres estudiantes se caracterizaron porque no habían tenido interacción previa con modelos basados en agentes y externaron haberse implicado debido a su interés en el tema de propagación de enfermedades infecciosas.

Esta investigación de campo se implementó en modalidad a distancia (en línea) con interacción en directo de los participantes a través de dispositivos como computadoras y teléfonos celulares. Las sesiones se realizaron a través de la plataforma Zoom y se videograbaron con consentimiento informado de los alumnos. La aplicación de la experiencia se llevó a cabo en dos sesiones con duración de 120 minutos cada una.

En cuanto a la logística de las sesiones, al inicio, se les envió un enlace a los participantes, en el cual, tuvieron acceso al documento con la experiencia didáctica. Todos los participantes trabajaron sobre el mismo documento y podían editarlo de forma simultánea. La resolución

de la experiencia se realizó de forma colaborativa, a excepción de algunas actividades. En la primera sesión, se trabajó la “Actividad Introductoria” y la “Actividad 2: Mecanismo de contagio y mecanismo de recuperación”; en la segunda sesión, la “Actividad 3: Análisis de la dinámica del fenómeno”, que se describen a detalle en el Capítulo 4 “Diseño de la experiencia y análisis previo”.

Para la aplicación de la experiencia didáctica la investigadora adoptó el rol de docente desde el modelo pedagógico constructivista. Se situó como una participante más en la experiencia didáctica y a la vez, como moderadora, facilitadora y orientadora durante el proceso de desarrollo de las prácticas de pensamiento sistémico de los estudiantes, lo cual, implica la reconstrucción de conocimientos previos particulares y el desarrollo de diversas habilidades.

De manera particular, algunas de las actividades que realizó la investigadora durante esta experiencia didáctica, consistieron en fomentar y resaltar las participaciones de los estudiantes, delimitar tiempos para trabajar en las diferentes actividades, mediar la comunicación entre los participantes —ya que no se conocían previamente—, orientar en la resolución de algunas actividades en momentos de confusión y distribuir las participaciones en cuanto a quién era la persona encargada de manipular los modelos y compartir la pantalla a los demás, para posteriormente trabajar en conjunto sobre el mismo caso. Cabe mencionar que este tipo de mediación se realizó con la intención de propiciar la participación equitativa y la construcción social de conocimientos frente a una modalidad a distancia con la que, en ocasiones, se puede ver comprometida la interacción.

### **3.5 Análisis de datos**

El análisis de los datos se dividió en dos partes:

La primera parte consistió en un análisis por comparación de procesos entre lo que se esperaba que el alumno lograra —explícito en el modelo formal del instrumento— y lo que logró, se buscó responder a la segunda pregunta de investigación.

La segunda, buscó dar respuesta a la tercera pregunta de investigación y se aborda en las conclusiones del trabajo. En este análisis explicativo se realizaron interpretaciones acerca de los procesos de aprendizaje de los alumnos; se proporcionaron reflexiones en torno a los

conocimientos previos que movilizaron, los momentos de aprendizaje activo y las implicaciones de los recursos tecnológicos implementados.

Para el análisis e interpretación de datos se utilizaron diversas fuentes tales como videgrabaciones de las sesiones; transcripciones de los videos que se acompañaron de notas agregadas por la investigadora acerca de eventos relevantes que ocurrieron durante la sesión; dos producciones específicas de los alumnos: un diagrama y una propuesta junto con sus explicaciones a cada tarea; por último, las respuestas y comentarios proporcionados a lo largo de la Actividad 3.

### ***3.5.1 Primera parte: Análisis comparativo***

En el Capítulo 5 se presenta esta primera parte. En la Tabla 8, se muestra el modelo formal del instrumento de análisis de datos con el que se realizó el análisis por comparación respecto de lo que lograron desarrollar los alumnos sobre las prácticas de pensamiento sistémico.

### ***3.5.2 Segunda parte: Análisis interpretativo***

En las conclusiones se realizó una interpretación acerca de los procesos de aprendizaje en cuanto a los conocimientos matemáticos y contextuales previos movilizados, los momentos de aprendizaje activo al trabajar los alumnos en las prácticas de pensamiento sistémico y las implicaciones del uso de los modelos MBA y Scratch en la experiencia didáctica



<b>Práctica de pensamiento sistémico</b>	<b>Definición operativa</b>	<b>Criterios</b>
Comprensión de las relaciones dentro de un sistema (CT-PS2)	Identifica los componentes del sistema y los procesos dentro del sistema.	<p>Identifica:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Estados de los agentes: susceptible, infectado y recuperado</li> <li>*Interacciones: agente-agente</li> <li>*Procesos: contagio y recuperación</li> <li>*Interfaz de usuario: Influencia de los valores en los parámetros sobre la dinámica del sistema a nivel local</li> </ul>
Comunicar información sobre un sistema (CT-PS4)	Desarrolla visualizaciones en las cuales destaca los aspectos más importantes de lo que ha aprendido sobre el sistema, de tal manera que pueda ser entendido por alguien que no conozca todos los detalles subyacentes.	*Aspectos del sistema que destaca/prioriza en su diagrama y cómo lo organiza
Investigación del sistema como un todo (CT-PS1)	Define y mide las entradas y salidas del sistema.	<ul style="list-style-type: none"> <li>*Define un orden para la influencia de los parámetros sobre el comportamiento de la enfermedad para obtener un escenario controlado y uno descontrolado</li> <li>*Propone los valores en cada uno de los parámetros que le permitan lograr el escenario deseado (controlado o descontrolado) en la propagación de la enfermedad y lo justifica a través de una descripción del mundo de agentes y de la serie de tiempo que describe una curva epidémica</li> </ul>
Pensando en niveles (CT-PS3)	Asigna diferentes descriptores, reglas y patrones a cada nivel.	<ul style="list-style-type: none"> <li>*Identifica la influencia de los parámetros sobre la dinámica global</li> <li>*Caracteriza patrones espaciales y/o temporales en la dinámica del sistema</li> </ul>
	Piensa “entre niveles”	Relaciona los fenómenos a nivel global con las interacciones y comportamientos a nivel local entre agentes (Sengupta y Wilensky, 2009).
	Piensa en términos de un nivel medio	Crea un nivel medio agrupando a los agentes en pequeños grupos como estrategia para razonar sobre fenómenos emergentes (Levy y Wilensky, 2008).

**Tabla 8:** Definición operativa de las prácticas

## Capítulo 4 Diseño de la experiencia didáctica y análisis previo

### 4.1 Descripción general de la experiencia didáctica

Se creó una lección en la cual se les presentó a estudiantes de bachillerato una situación didáctica en la que hicieron uso de un modelo basado en agentes que simula la propagación de una enfermedad infecciosa en una población cerrada (no hay nacimientos, muertes o viajes dentro o fuera de la población). Se buscó que los alumnos identificaran patrones en la propagación de la enfermedad denominada “Simvirus” al comparar entre ejecuciones el mundo de agentes y las series de tiempo, específicamente las curvas epidémicas (gráfica que representa el número de casos infectados de acuerdo con el momento de aparición de la enfermedad en un eje de coordenadas) que realiza el modelo. Dicha comparación se efectuó entre escenarios formados a partir de la variación en los parámetros que rigen la dinámica global del sistema: población inicial, probabilidad de infección, probabilidad de recuperación y tiempo promedio de recuperación. El modelo epiDEM Basic<sup>1</sup> (Epidemiology: Understanding Disease Dynamics and Emergence through Modeling) (Yang y Wilensky, 2011), es parte del conjunto de modelos que se encuentran en NetLogo (Wilensky, 1999) y está ubicado en la biblioteca de modelos en la sección Curricular Models, subsección epiDEM. Para la experiencia didáctica se utilizó la versión de este MBA realizada por el Grupo Interdisciplinario de Economía y Complejidad (2020), que se puede consultar en el siguiente enlace: <https://complejidad-iec.web.app/cursotaller2020/casos/epidemia-basico/index.html> (ver Figura 3). Cabe mencionar que un modelo basado en agentes (MBA) es una forma de modelación computacional que permite modelar, explicar y estudiar sistemas complejos en términos de agentes, su entorno y sus interacciones. A lo largo de esta investigación, cuando se haga referencia al “sistema” se entiende que ese sistema se modela, y por lo tanto, se estudia a partir del MBA. Es decir, el MBA es la representación simplificada del sistema a analizar.

Primero, los alumnos exploraron el modelo epiDEM Basic de forma general y tuvieron un primer acercamiento a la herramienta. Reconocieron las características, la dinámica, la forma de inicializar el modelo y se les motivó a preguntarse sobre el mecanismo que sigue epiDEM Basic para modelar los procesos de contagio y de recuperación.

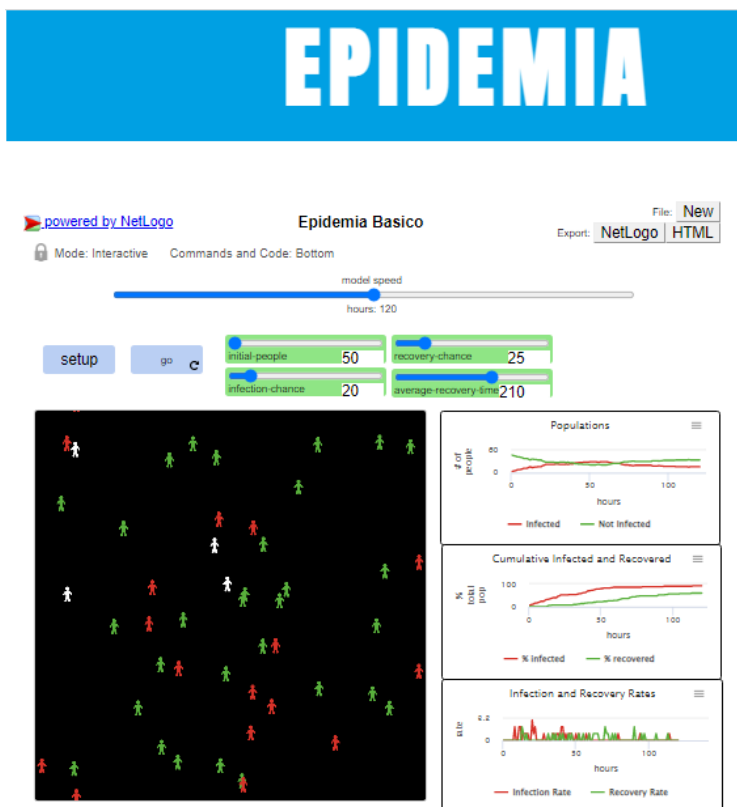
<sup>1</sup>Enlace al modelo epiDEM Basic:

<http://www.netlogoweb.org/launch#http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/models/Curricular%20Models/epiDEM/epiDEM%20Basic.nlogo>

<sup>2</sup>Enlace al modelo CONTAGIO: <https://scratch.mit.edu/projects/511268622>

<sup>3</sup>Enlace al modelo RECUPERACIÓN: <https://scratch.mit.edu/projects/511602398>

Para este propósito, los alumnos exploraron dos simulaciones diseñadas en Scratch por la investigadora: una llamada CONTAGIO<sup>2</sup> (Rodríguez-Torres, 2021a) (ver Figura 4) y otra llamada RECUPERACIÓN<sup>3</sup> (Rodríguez-Torres, 2021b) (ver Figura 5), las cuales, modelan los dos procesos que rigen la dinámica local de los agentes en el modelo epiDEM Basic y muestran las reglas que sigue cada individuo para que ocurra un cambio de estado. Los alumnos analizaron de forma aislada diferentes componentes del sistema (agentes, interacciones e interfaz de usuario), estudiaron sus comportamientos (estados que pueden tomar los agentes: susceptible, infectado y recuperado), exploraron la manera en la que interactúan con los demás componentes (interacciones agente-agente, agente-entorno y modelo-usuario) e investigaron los procesos de contagio y de recuperación.



**Figura 3:** Modelo epiDEM Basic (Yang y Wilensky, 2011, citado por Grupo Interdisciplinario de Economía y Complejidad, 2020)

<sup>1</sup>Enlace al modelo epiDEM Basic:

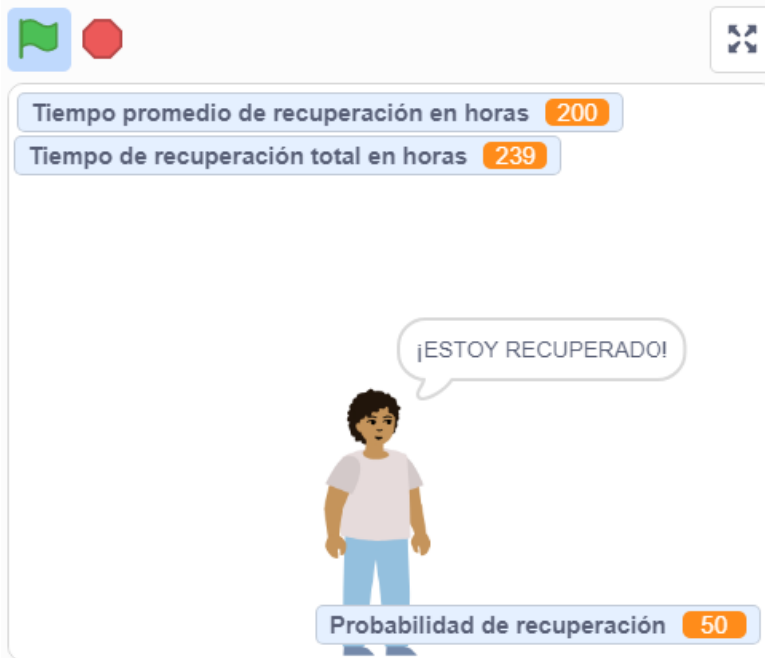
<http://www.netlogoweb.org/launch#http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/models/Curricular%20Models/epiDEM/epiDEM%20Basic.nlogo>

<sup>2</sup>Enlace al modelo CONTAGIO: <https://scratch.mit.edu/projects/511268622>

<sup>3</sup>Enlace al modelo RECUPERACIÓN: <https://scratch.mit.edu/projects/511602398>



**Figura 4:** *Modelo CONTAGIO* (Rodríguez-Torres, 2021a)



**Figura 5:** *Modelo RECUPERACIÓN* (Rodríguez-Torres, 2021b)

Posteriormente, los alumnos construyeron un diagrama que describiera la dinámica de la propagación de la enfermedad y que hiciera explícitos los procesos locales de contagio y recuperación de la enfermedad “Simvirus” (CT-PS2: Comprensión de las relaciones dentro de un sistema), con el objetivo de que los estudiantes desarrollaran visualizaciones que les permitieran expresar los aspectos que consideraron más importantes del sistema y lo que aprendieron sobre él, de tal manera que, al comunicar esta visualización, cualquier persona que no conozca a profundidad los detalles del sistema, pudiera entenderlo (CT-PS4: Comunicar información sobre un sistema).

Luego, los alumnos estudiaron la dinámica de la propagación de la enfermedad respecto de la serie de tiempo, enfocándose en la curva epidémica que muestra epiDEM Basic. Se les presentaron a los alumnos diferentes escenarios de la propagación de la enfermedad al hacer variaciones en los parámetros, se compararon las gráficas y el mundo de agentes resultante, y se incitó a los estudiantes a encontrar patrones temporales (en la curva epidémica) y espaciales (en el mundo de agentes) en el resultado de la propagación de la epidemia. Las actividades realizadas con las simulaciones en Scratch y con el modelo epiDEM Basic, permitieron a los estudiantes investigar tanto comportamientos a nivel local como patrones de comportamiento en la propagación de la enfermedad a nivel global (CT-PS3: Pensando en niveles).

Finalmente, los estudiantes realizaron una propuesta dirigida a la población en la que comunicaron la importancia de seguir las recomendaciones para evitar que la propagación de la epidemia se descontrole. Estas recomendaciones se basaron en sus análisis respecto a la influencia que tienen los parámetros en el desarrollo de la propagación, y para sustentar su propuesta, propusieron dos escenarios, uno en el que se descontrolara el desarrollo de la propagación de la enfermedad y otro en el que el progreso de la epidemia fuera controlado —los nombres para estos escenarios específicos “controlado” y “descontrolado” se utilizaron como un recurso didáctico y no tienen relación con la propiedad de organización de un sistema complejo—. El descontrol de la epidemia se relacionó con la prominencia del punto máximo de la curva epidémica y con que, en algún momento de la propagación, hubiera una mayor cantidad de personas infectadas que no infectadas. Por otro lado, una propagación controlada se reflejó en una curva *aplanada*, en la cual, en ningún momento de la

propagación, el número de enfermos sobrepasaba el número de no infectados en la población. Asimismo, los alumnos justificaron la elección de los parámetros para cada caso y describieron la manera en que se desarrolló la propagación de la enfermedad a través del tiempo (CT-PS1: Investigación de un sistema complejo como un todo). De esta manera, los alumnos pusieron a prueba su capacidad para definir y medir las entradas (valores en los parámetros que rigen la dinámica global del sistema) y salidas (resultados de la propagación de la enfermedad bajo determinadas condiciones) del sistema.

En la sección B de Anexos y en el siguiente enlace, se encuentra la hoja de trabajo proporcionada a los participantes y algunas de las posibles respuestas que pudieron haber aportado: [Hoja de trabajo y posibles respuestas](#). También, se presenta en la sección C de Anexos, el análisis previo detallado de la experiencia didáctica respecto de la Taxonomía del Pensamiento Computacional en las prácticas matemáticas y científicas: [Análisis respecto a las prácticas de pensamiento sistémico](#).

#### **4.2 Fundamentos del diseño de la experiencia**

La experiencia propuesta se fundamenta en el construccionismo como aproximación teórica para el estudio de sistemas descentralizados; su diseño y la elección de las herramientas tecnológicas a utilizar parten de la motivación de presentarles a los alumnos una forma de estudiar modelos científicos descentralizados a través del paradigma de los sistemas complejos.

Para la construcción de la experiencia se consideraron los siguientes aspectos respecto del paradigma construccionista:

1. Partir de los conocimientos previos contextuales de los alumnos adquiridos en su experiencia con epidemias, específicamente la dinámica y los mecanismos de contagio y recuperación de COVID-19.
2. Movilizar conocimientos matemáticos previos de los alumnos adquiridos a través de su formación académica.
3. Promover el papel activo de los estudiantes mediante: la experimentación con un modelo basado en agentes, la construcción de diagramas y escenarios con resultados

específicos, el planteamiento y puesta a prueba de hipótesis, el análisis de información y la comunicación de ideas.

Como estrategia didáctica para generar la comprensión del fenómeno como sistema complejo, el énfasis en el diseño estuvo en motivar el pensamiento en niveles de organización.

La Actividad 2 se enfocó al estudio del sistema a nivel local y la Actividad 3 enfatizó en el estudio del sistema a nivel global. La Actividad 3 se basa en la experimentación con el modelo basado en agentes epiDEM Basic; por otro lado, la Actividad 2 tiene como ejercicio principal la experimentación con los modelos CONTAGIO y RECUPERACIÓN, diseñados en Scratch por la investigadora.

Las técnicas didácticas principales empleadas para el diseño de ambas actividades fueron, para la Actividad 3, el estudio de casos (en este trabajo es llamado análisis de escenarios); y de forma general para las tres actividades, la técnica de exploración guiada a través de preguntas. Se decidió programar los modelos CONTAGIO y RECUPERACIÓN como alternativa para evitar que los alumnos vieran el modelo basado en agentes como una “caja negra” en la cual ingresan valores en los parámetros y observan un resultado en el mundo de agentes o en las series de tiempo sin conocimiento de las reglas subyacentes del modelo.

Esta propuesta implica que, para promover el pensamiento en niveles a través de la interacción con un MBA mediante la variación de parámetros, es necesario que los alumnos, además de estudiar la dinámica global del sistema, identifiquen los mecanismos que rigen la dinámica local del agente y que relacionen sus conocimientos contextuales previos adquiridos a través de su experiencia frente a epidemias con los componentes, procesos y dinámica del MBA.

En primera instancia, se pensó en que los alumnos participaran de una experiencia de modelización corporizada con el objetivo de comprender las reglas que definen la dinámica de los agentes, pero a consecuencia de la situación sanitaria, la cual orientó a que la experiencia fuera aplicada en modalidad a distancia, se optó por diseñar los dos modelos antes mencionados en Scratch. En estos modelos los alumnos podían personalizar con sus

nombres a los agentes involucrados en el modelo y reconocer las reglas que siguen los agentes para el mecanismo de contagio y recuperación.

Por otro lado, con el objetivo de que los parámetros tuvieran algún significado respecto a los conocimientos previos contextuales de los alumnos, se planteó una situación hipotética sobre la propagación de un nuevo virus “Simvirus” y se establecieron relaciones respecto a algunos de los factores que influyen en la propagación y que podrían representarse con cada uno de esos parámetros.

En la sección D de Anexos y en el siguiente enlace, se presenta la ficha técnica de la secuencia de actividades que componen la experiencia didáctica. Se describe el objetivo general de la experiencia, el orden, descripción general, duración y objetivos específicos de cada actividad y su intención didáctica: [Ficha técnica de la secuencia de actividades](#)

#### **4.3 Revisión del currículo de bachillerato y conocimientos matemáticos previos necesarios**

La experiencia didáctica se aplicó a alumnos que, al momento de la aplicación, estaban por concluir su último semestre de bachillerato. Los conocimientos matemáticos previos necesarios para la resolución de la “Actividad 2: Mecanismo de contagio y mecanismo de recuperación” fueron: porcentajes, probabilidades, números aleatorios, relaciones de orden y relaciones entre dos o más variables. Para la “Actividad 3: Análisis de la dinámica del fenómeno”: interpretación de gráficas, porcentajes, probabilidades, relaciones y procesos de variación y cambio.

Se realizó una revisión del currículo de los bachilleratos a los que pertenecían los participantes del levantamiento definitivo: el Currículo del Bachillerato Universitario 2015 de la Universidad Autónoma del Estado de México (Universidad Autónoma del Estado de México, 2015) y los Programas de Estudio de Matemáticas de la Escuela Nacional Preparatoria de la Universidad Nacional Autónoma de México (Escuela Nacional Preparatoria, 1996), con el objetivo de identificar los posibles conocimientos y/o competencias matemáticas involucradas en la resolución de la experiencia.



En ambos programas de estudio se menciona que los contenidos que abarcan son indispensables para el desarrollo de las competencias disciplinares básicas de matemáticas establecidas en el acuerdo 444 del Marco Curricular Común del Sistema Nacional de Bachillerato (Secretaría de Educación Pública, 2008). La experiencia didáctica que se propuso, además, buscó contribuir al desarrollo de las que se mencionan enseguida:

- Competencia 1: Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales para la comprensión de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Competencia 5: Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Competencia 8: Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

En relación con la Competencia 1, en la “Actividad 3: Análisis de la dinámica del fenómeno” de la experiencia didáctica diseñada, se promovió la interpretación de un modelo basado en agentes (MBA), un tipo particular de modelo matemático, a través de procedimientos variacionales.

Los procesos de variación y cambio se consideran aspectos fundamentales para la noción de función; por lo tanto, al enfatizarlos, se favorece la comprensión del concepto de función visto como una relación entre variables. Estos procesos, además se centran en estudiar la forma en que los fenómenos cambian de un estado a otro, se identifican los aspectos que cambian, se cuantifican y se analiza la manera en que se producen (Vrancken et al., 2014).

En el MBA se estudia el fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas a partir del análisis descriptivo del mundo de agentes y de la serie de tiempo que describe una curva epidémica, de esta manera se pone en práctica la Competencia 8 mediante la interpretación de gráficas.

A lo largo de la actividad se analiza el cambio de estado en la dinámica del fenómeno a través de la experimentación, modificando los valores que pueden tomar cada uno de los parámetros que intervienen en el modelo, reflexionando y estimando la forma en que se relacionan para

dar lugar al cambio observado en la propagación; de esta manera se promueve el desarrollo de la Competencia 5.

Los conocimientos matemáticos previos de los alumnos relacionados con los procesos de variación y cambio, la noción de función y su experiencia frente a una pandemia, permiten dotar de significado la relación entre los valores introducidos para cada uno de los parámetros y el resultado de la propagación.

Se buscó que los alumnos trabajaran con procesos de experimentación, reflexión, construcción de significados y generalización como resultado del proceso de modelización matemática debido a que según Vrancken et al. (2014), se relacionan con el estudio de las funciones desde una perspectiva variacional.

## Capítulo 5 Análisis de datos

A continuación, se presenta el análisis de los datos respecto a las cuatro prácticas de pensamiento sistémico trabajadas por los alumnos durante la experiencia didáctica. El análisis de las tres primeras prácticas se presenta enfatizando en alguno de los participantes, Pablo, Michelle o Sofía<sup>3</sup>, posteriormente se muestra una tabla con una síntesis de los resultados de cada uno y comentarios generales; en cambio, la cuarta práctica se organiza por criterios y se muestra un análisis general de los hallazgos. En la sección E de Anexos se encuentran los fragmentos de la transcripción a los que se hace referencia a lo largo del capítulo.

### 5.1 Práctica “Comprensión de las relaciones dentro de un sistema”

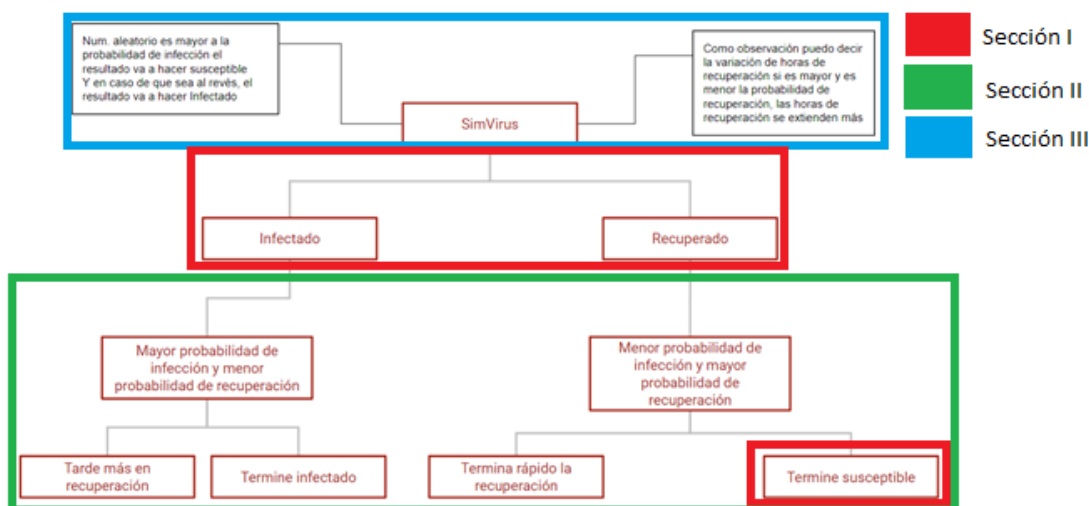
Para reconocer esta práctica en los alumnos, en esta secuencia se propuso como actividad la construcción de un diagrama que describiera la dinámica de la propagación de la enfermedad y que hiciera explícitos los procesos locales de contagio y recuperación. Se enfatizó en que relacionaran cada uno de los estados que puede tomar un agente (susceptible, infectado y recuperado), los parámetros que influyen para que ocurra el cambio de estado (probabilidad de infección, probabilidad de recuperación y tiempo promedio de recuperación) y los procesos (contagio y recuperación) sin olvidarse del tiempo. La construcción del diagrama fue libre y se realizó de forma individual.

El criterio que se utilizó para analizar el desarrollo de esta práctica implica que los alumnos identifiquen los componentes y los procesos dentro del sistema. Se analizó la presencia de los siguientes elementos en sus diagramas o en sus explicaciones.

- Estados de los agentes: susceptible, infectado y recuperado
- Interacciones: agente-agente (Contacto entre un susceptible y un infectado para iniciar el mecanismo de contagio)
- Procesos: contagio (reglas que sigue el agente para el cambio de estado de susceptible a infectado) y recuperación (reglas que sigue el agente para el cambio de estado de infectado a recuperado)
- Interfaz de usuario: identifica la influencia del valor asignado para la probabilidad de infección, probabilidad de recuperación y tiempo promedio de recuperación sobre la dinámica local del agente.

<sup>3</sup>Nombres reales usados con el permiso de los participantes

A continuación, se presenta a detalle el análisis del trabajo realizado por Pablo.



**Figura 6:** Diagrama de Pablo

**Estados de los agentes.** En su diagrama y en su explicación, se identificaron los 3 estados por los que puede pasar un agente: susceptible, infectado y recuperado (Figura 6: Sección I). Los estados infectado y recuperado, los identificó como estados principales de la enfermedad “Simvirus” (Fragmento P1: Líneas 1, 2) y el susceptible, como uno de los estados resultantes del mecanismo de contagio (Fragmento P2: Línea 2).

**Procesos.** Reconoció la regla que siguen los agentes para el mecanismo de contagio y la describió en su diagrama como una observación (Fragmento P1: Línea 7; Figura 6: Sección III). No mencionó la posibilidad de que el número aleatorio fuera igual a la probabilidad de infección.

**Interfaz de usuario.** Identificó la probabilidad de infección como una variable que puede tomar valores “mayores” o “menores” (Fragmento P1: Línea 2) y que influyen en el posible cambio de estado de susceptible a infectado. Describió que, al ingresar un valor grande, el agente evidentemente resultaría infectado (Fragmento P2: Línea 1); asimismo, al ingresar un valor pequeño, encontró más probable que el agente terminara susceptible (Fragmento P2: Línea 2; Figura 6: Sección II). Mencionó que esto lo identificó a partir de revisar la tabla que los alumnos completaron en la Actividad 2 (Fragmento P1: Línea 3), la cual se muestra en la Figura 7.

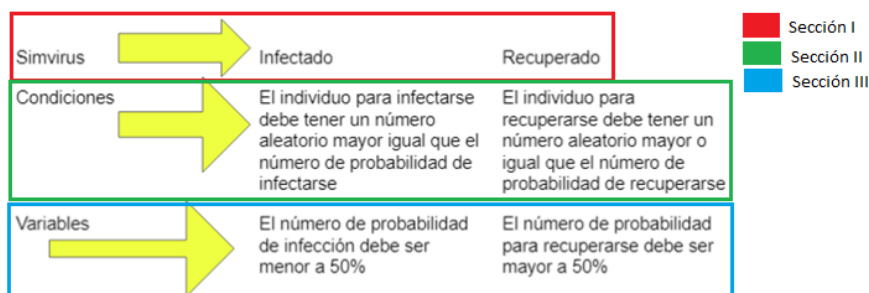
Ensayo	Probabilidad de infección (entre 10 y 100) %	Número aleatorio generado (entre 0 y 100)	Relación			
			Número aleatorio	Mayor, igual o menor que	Probabilidad de infección	Resultado: Susceptible o Infectado
1	40%	1	1	menor	40%	Infectado
2	45%	66	66	mayor	45%	Susceptible
3	85%	8	8	menor	85%	Infectado
4	70%	52	52	menor	70%	Infectado
5	30%	25	25	menor	30%	Infectado
6	20%	94	94	mayor	20%	Susceptible

**Figura 7:** Tabla para analizar el mecanismo de contagio con el modelo de Scratch en Actividad 2

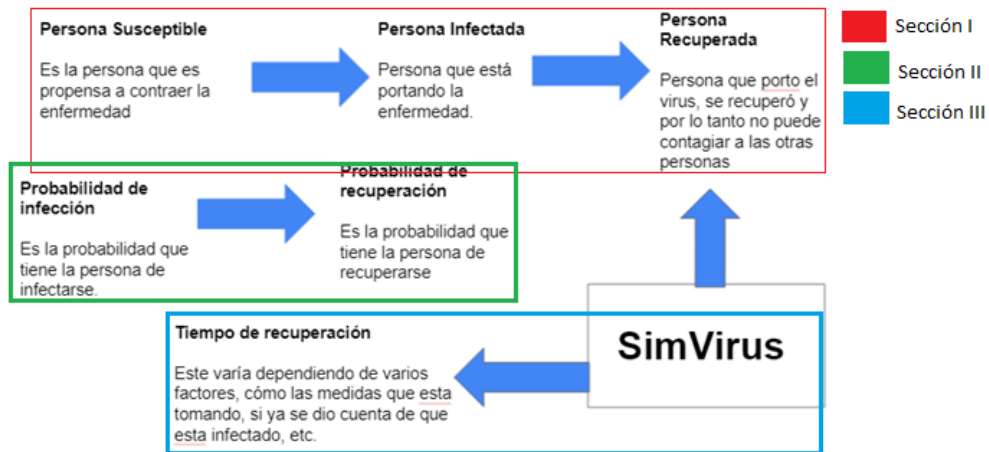
Describió, además, la probabilidad de recuperación como una variable que puede tomar valores “mayores” o “menores” (Fragmento P1: Línea 2) y que influye en el tiempo que tarda el proceso de recuperación. Mencionó que, al ingresar un valor pequeño, observó el incremento en el tiempo que tarda el proceso de recuperación (Fragmento P2: Línea 1); y al ingresar un valor grande, consideró corto el tiempo que tarda el proceso de recuperación (Fragmento P2: Línea 3; Figura 6: Sección III). Además, reconoció que en algún momento siempre se logra la recuperación del agente (Fragmento P2: Línea 3).

Finalmente, refirió que en el proceso de recuperación influyen dos variables: el tiempo promedio de recuperación y la probabilidad de recuperación; también, que estas variables influyen en el tiempo que va a tardar en lograrse la recuperación. Además, mencionó que, al ingresar un valor grande en el tiempo promedio de recuperación y un valor pequeño en la probabilidad de recuperación, se extiende el tiempo que dura el proceso de recuperación. Esta explicación, la expresó en su diagrama como una observación (Fragmento P1: Línea 6; Figura 6: Sección III).

Enseguida, se presentan los diagramas de Michelle y de Sofía, y la Tabla 9 que sintetiza el análisis del trabajo realizado por los tres participantes.



**Figura 8:** Diagrama de Michelle



**Figura 9:** Diagrama de Sofía

De manera general, se puede decir que los alumnos al trabajar en esta práctica identificaron los estados de infectado y recuperado como principales en el sistema y reconocieron su papel, junto con el estado de susceptible, dentro de los mecanismos de contagio y recuperación, de los cuales, describieron su interpretación. Las interacciones entre agentes y con el entorno no fueron incluidas en sus diagramas, en cambio, enfatizaron en el análisis de la dinámica a nivel local, estableciendo relaciones entre la variación de parámetros y su influencia sobre el cambio de estado de los agentes y la duración de la recuperación. Se observó que la interacción con los modelos CONTAGIO y RECUPERACIÓN, posterior a un primer acercamiento con el MBA, ayudó a que los alumnos identificaran los aspectos anteriormente mencionados.

Es interesante observar que los alumnos movilizaron conocimientos matemáticos previos sobre *variables, procesos de variación y cambio* en la dinámica local, nociones de *probabilidad y subconjuntos* (con el propósito de establecer cuándo es más probable que ocurra la infección Figura 8: Sección III), además, intentaron formular generalizaciones en sus diagramas. Por un lado, los alumnos vincularon conocimientos contextuales previos, algunos de ellos, considerados factores que pueden influir en la recuperación. Por otro lado, la explicación del diagrama a los demás, apoyó a que, al escuchar la presentación de sus compañeros y los comentarios realizados por la investigadora, los alumnos rectificaran sus ideas y realizaran correcciones solicitadas por ellos mismos e incluso, reformularan sus diagramas de forma verbal

Alumno	Estados de los agentes			Procesos		Interfaz de usuario: Influencia de los parámetros en la dinámica local		
	Susceptible	Infectado	Recuperado	Mecanismo de contagio	Mecanismo de recuperación	Probabilidad de infección (PI)	Probabilidad de recuperación (PR)	Tiempo promedio de recuperación (TPR)
Pablo	Estado principal de la enfermedad	Estado principal de la enfermedad	Estado resultante del mecanismo de contagio	Regla que siguen los agentes para el contagio; omitió la posibilidad de que el número aleatorio fuera igual a la PI		Una variable que influyen en el posible cambio de estado de susceptible a infectado	Una variable que influye en el tiempo que tarda el proceso de recuperación	Una de las dos variables que intervienen en la recuperación e influyen en el tiempo de recuperación
Michelle	Estado principal de la enfermedad	Estado principal de la enfermedad	Estado previo a la infección	En su interpretación, el número aleatorio debía ser mayor o igual a la PI	En su interpretación, el número aleatorio debía ser mayor o igual a la PR	Una variable cuyos valores se relacionan con una mayor o menor probabilidad de que ocurra la infección.	Una variable que, si llega a tomar ciertos valores, asegura la recuperación	Un factor que influye para lograr la recuperación
Sofía	Persona propensa a contraer la enfermedad	Persona portadora de la enfermedad	Persona que se infectó, recuperó y ya no puede contagiar			Probabilidad de una persona de infectarse	Probabilidad de una persona de recuperarse	Un tiempo que varía dependiendo de los factores contextuales

*Nota:* Se omitió la sección de interacciones porque no se encontró evidencia en ninguno de los diagramas

**Tabla 9:** Síntesis sobre el análisis de la práctica “Comprensión de las relaciones dentro de un sistema”

## 5.2 Práctica “Comunicar información sobre un sistema”

Para reconocer esta práctica en los alumnos, se analizó el mismo diagrama utilizado para evaluar la práctica anterior. El criterio empleado implica que los alumnos desarrollen visualizaciones en las cuales destaquen los aspectos más importantes de lo que han aprendido sobre el sistema, de tal manera que pueda ser entendido por alguien que no conozca el sistema a detalle. Para el análisis se buscó identificar los aspectos del sistema que los alumnos destacan/priorizan en su diagrama y cómo lo organizan. A continuación, se presenta a detalle el análisis del trabajo realizado por Michelle.

*Aspectos del sistema que destaca/prioriza en su diagrama y cómo lo organiza.* La representación realizada por la estudiante (Figura 8) parte de una tabla con tres columnas y tres filas sin bordes, lo expresó en el Fragmento M2: Línea 2. Destacó principalmente “Simvirus” y lo que ella denominó condiciones y variables (Fragmento M1: Línea 1). Empezó su diagrama desde un nivel global mencionando el nombre de la enfermedad que situó en primera fila; se infiere que buscó comunicar la dinámica de la enfermedad.

Desde “Simvirus” se desprende una flecha hacia los estados de infectado y recuperado (Sección I); se considera que, para Michelle, representaron elementos principales de la dinámica y se situó en un nivel local.

En la segunda fila describió su interpretación acerca de las condiciones para que ocurra la infección y la recuperación (Sección II). Desde “condiciones” se desprende una flecha y debajo de infectado describió su interpretación del mecanismo de contagio; de igual modo, debajo de recuperado, su interpretación del mecanismo de recuperación. Se observa que debajo de los estados que identificó, situó el mecanismo que dio lugar a ese cambio de estado. Estas condiciones corresponden a los procesos que rigen la dinámica local del agente.

En la tercera fila, desde “variables” surge una flecha y debajo de infectado expresó algunas generalizaciones que propuso acerca de cómo debe ser el valor de probabilidad de infección para que ocurra la infección; debajo de recuperado detalla cómo debe ser el valor de probabilidad de recuperación para que ocurra la recuperación (Sección III). De esta manera, la estudiante identificó los valores que pueden tomar los parámetros como variables que influyen de forma directa en el posible cambio de estado de los agentes. En cuanto a la organización, se mantiene enfatizando en el nivel local de la dinámica.



En la Sección III se observa que la alumna buscó plantear reglas que definan cuándo es más probable que ocurra la infección y la recuperación. Formuló una estrategia en la cual construyó subconjuntos dividiendo en dos partes iguales el rango de valores que pueden tomar los parámetros y estableció que, para lograrse la infección, la probabilidad de infección debe ser menor al 50 %. De manera similar, estableció que la probabilidad de recuperación debe ser mayor al 50% para que ocurra la recuperación. Se infiere que hubo una confusión sobre el papel que tiene la probabilidad de infección dentro del mecanismo de contagio.

Se entiende por la regla que propuso en la Sección III, que para la recuperación debe haber un valor grande en la probabilidad de recuperación. Es posible que hubiera una confusión de interpretación por parte de la alumna, ya que la recuperación siempre ocurre una vez que el agente se ha infectado, únicamente varía para cada agente el tiempo que tarda en lograrse la recuperación.

En la Tabla 10 se sintetiza el análisis del trabajo realizado por los tres participantes. Al trabajar en esta práctica, los aspectos que en general los alumnos destacaron y priorizaron para agregar en su diagrama fueron el nombre de la enfermedad “Simvirus”, los estados de los agentes, los procesos de contagio y recuperación descritos según su interpretación, los parámetros y su relación entre los valores elegidos y el resultado más probable en la dinámica local. Todos estos aspectos hacen referencia al análisis del sistema a nivel local, a excepción de la enfermedad “Simvirus”, cuya propagación es un fenómeno complejo que ocurre a nivel global. Por otro lado, se observó que dos de los estudiantes partieron del nombre de la enfermedad y después, procedieron a ubicar los diferentes componentes, procesos y relaciones identificadas, partiendo desde un fenómeno global y enfatizando en la dinámica local del sistema; se infiere que al organizarlo de esta manera, buscaron comunicar la dinámica de la enfermedad. Se considera que esta transición entre dinámicas y un posterior énfasis en el nivel local, se atribuye al diseño de la secuencia en cuanto al orden de presentación de los modelos y a la atención prestada hasta el momento de la actividad en los modelos CONTAGIO y RECUPERACIÓN y en el MBA; para el MBA se tuvo solamente un primer acercamiento y para los otros modelos, se profundizó en su análisis.

<b>Alumno</b>	<b>Aspectos del sistema que destaca/prioriza en su diagrama y cómo lo organiza</b>
Pablo	La enfermedad “Simvirus”. Buscó comunicar la dinámica de la enfermedad (nivel global).
	Los estados de los agentes. Los consideró como elementos principales (nivel local).
	Proceso de contagio. Identificó el mecanismo que rige la dinámica local del agente (nivel local).
	Los parámetros. Rigen la dinámica global del sistema, pero identificó su papel dentro de la dinámica local del agente (nivel local).
Michelle	Las relaciones entre los valores en los parámetros y el resultado más probable en la dinámica local. Estableció relaciones y generalizaciones respecto a la elección de los valores en los parámetros y en qué casos es más o menos probable el cambio o mantenimiento del estado del agente y el tiempo que tarda en lograrse la recuperación (nivel local).
	La enfermedad “Simvirus”. Buscó comunicar la dinámica de la enfermedad (nivel global).
	Los estados de los agentes: infectado y recuperado. Los consideró elementos principales (nivel local).
	Procesos de contagio y recuperación. Describió su interpretación acerca de los mecanismos (nivel local).
	Los parámetros. Rigen la dinámica global del sistema, pero identificó su papel dentro de la dinámica local del agente (nivel local).
Sofía	Generalizaciones acerca de la ocurrencia de la infección y la recuperación como consecuencia de la elección de ciertos valores en los parámetros. Identificó los valores que pueden tomar los parámetros como variables que influyen de forma directa en el posible cambio de estado de los agentes (nivel local).
	Los estados de los agentes. Partió de la dinámica local para diseñar su diagrama (nivel local).
	Los parámetros. Rigen la dinámica global del sistema, pero los identificó como parte de la dinámica local del agente (nivel local).
	La enfermedad “Simvirus”. Buscó comunicar la dinámica de la enfermedad (nivel global).

**Tabla 10:** *Síntesis sobre el análisis de la práctica “Comunicar información sobre un sistema”*

### 5.3 Práctica “Investigación de un sistema complejo como un todo”

El criterio empleado para estudiar el desarrollo de esta práctica implica que los alumnos definan y midan las entradas y salidas del sistema. Es decir, se busca que identifiquen la influencia que tienen los valores introducidos en los parámetros: probabilidad de infección, probabilidad de recuperación, tiempo promedio de recuperación y cantidad de población (entradas), que forman parte de la interfaz de usuario del modelo epiDEM Basic, sobre el comportamiento de la propagación de la enfermedad (salidas). Para el análisis se buscó identificar los siguientes aspectos en los datos proporcionados por los alumnos:

- Define un orden para la influencia de los parámetros sobre el comportamiento de la enfermedad para obtener un escenario controlado y uno descontrolado
- Propone los valores en cada uno de los parámetros que le permitan lograr el escenario deseado (controlado o descontrolado) en la propagación de la enfermedad y lo justifica a través de una descripción del mundo de agentes y de la serie de tiempo que describe una curva epidémica

Para reconocer esta práctica en los alumnos, el primer punto se analizó con la respuesta a la siguiente pregunta realizada al final de la Actividad 3: Una vez analizados todos estos escenarios, ¿cuáles parámetros crees que son los que tienen más influencia en la dinámica de la propagación de la enfermedad para que de acuerdo con sus valores resulte una propagación ya sea controlada o descontrolada? Los fragmentos de la transcripción relativos a ese momento también se encuentran en la sección B de los Anexos.

El segundo punto se analizó con los dos escenarios creados por los alumnos a través de la interacción con el modelo epiDEM Basic, junto con su explicación proporcionada al exponerlos. Se solicitó que construyeran dos escenarios con las siguientes características: en el primero, la propagación de la enfermedad debía resultar descontrolada y en el segundo, el desarrollo de la epidemia debía estar controlado. El escenario “descontrolado” se identificó por la prominencia del punto máximo de la curva epidémica y porque en algún momento de la propagación hubo una mayor cantidad de personas infectadas que no infectadas. El escenario “controlado” se caracterizó porque en la curva epidémica no se distinguían con facilidad la curva ascendente, punto máximo y curva descendente; además, en ningún momento de la propagación el número de infectados sobrepasaba al número de no infectados en la población.

A continuación, se presenta el análisis del desarrollo de esta práctica en los estudiantes Pablo y Michelle únicamente, debido a que, por situaciones ajenas a esta investigación, no se cuenta con los datos de Sofía para estas actividades. Se describe a detalle el trabajo de Michelle.

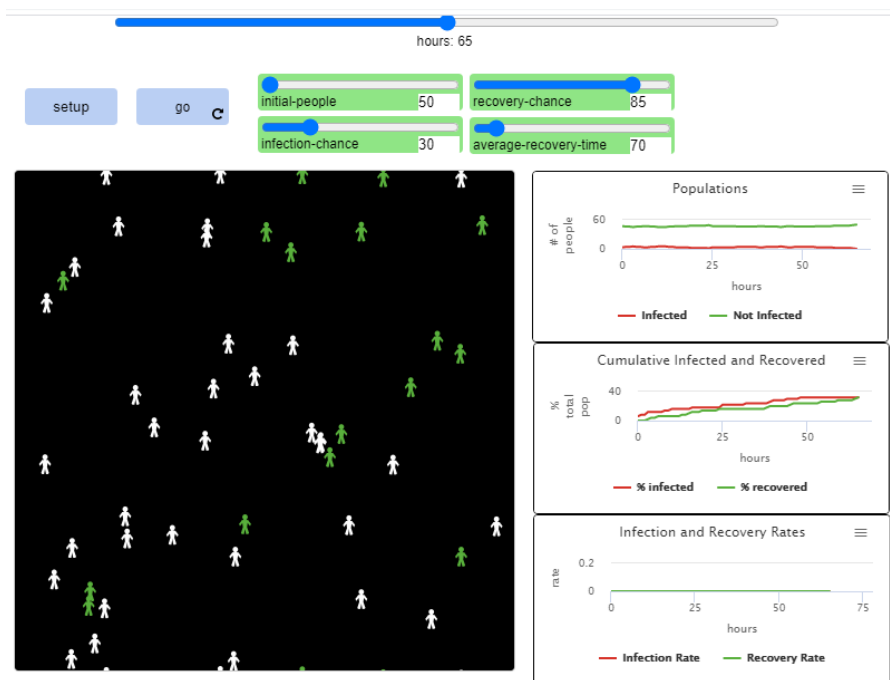
#### **Orden de influencia de los parámetros sobre el comportamiento de la enfermedad.**

Michelle menciona en el Fragmento PM1: Líneas 2, 3, 4 y 5 que desde su perspectiva todos los parámetros influyen de forma conjunta y al aumentar uno, va a afectar a todo lo demás. En su explicación se observa que identificó la variación en las condiciones iniciales como factor de cambio en el comportamiento del sistema y atribuye características a aumentar o disminuir el valor en alguno de los parámetros respecto de su efecto en el resultado de la propagación. En el Fragmento PM1: Línea 5 relacionó el aumento en el valor del tiempo promedio de recuperación con alargar la recuperación; en el Fragmento PM1: Línea 3, vinculó el aumento en la cantidad de población con el contagio de toda la población. También relacionó una baja probabilidad de recuperación con la posibilidad de morir, en caso de que esto fuera admitido (Fragmento PM1: Línea 4).

Después de que la investigadora le preguntó cómo ordenaría los parámetros en cuanto a la influencia que tienen sobre estos escenarios (Fragmento PM1: Línea 6), mencionó que los parámetros que más influyen para obtener un escenario controlado o descontrolado, ordenados de mayor a menor influencia, son en primer lugar, la probabilidad de recuperación; en segundo, la probabilidad de infección; en tercero, la cantidad de población; y en último, el tiempo promedio de recuperación.

De esta manera, se puede observar que la alumna definió qué tanto influye cada uno de los parámetros en el resultado de la propagación de la enfermedad.

**Valores propuestos, descripción del mundo de agentes y de la serie de tiempo.** Para analizar este aspecto, a continuación, se muestra para cada escenario (controlado y descontrolado) la captura de pantalla del escenario propuesto y el respectivo análisis.



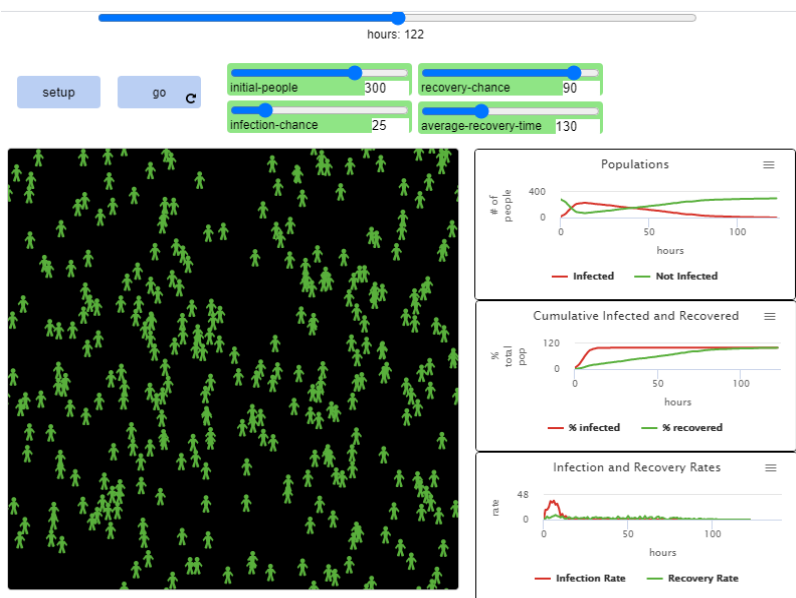
**Figura 10:** *Escenario controlado propuesto por Michelle*

Michelle identificó como su escenario controlado el que se muestra en la Figura 10. Cabe mencionar que para lograr su escenario controlado propuso una serie de valores esperados de acuerdo con los escenarios previamente analizados a lo largo de la Actividad 3. Eligió la cantidad de población mínima posible en el modelo, 50 personas; una probabilidad de infección pequeña de 30%, una probabilidad de recuperación grande de 85% y un tiempo promedio de recuperación corto de 70 horas (Fragmento M3: Líneas 3 y 5).

Resulta interesante que la alumna mencionó haber tomado estas decisiones sobre los valores debido a que tiene una teoría acerca de la influencia de la cantidad de población sobre la propagación de la enfermedad, estableciendo que entre más personas haya en el escenario, más difícil es de mantener bajo control la epidemia (Fragmento M3: Línea 2). Es decir, tomó como un factor importante la cantidad de personas para cambiar de un escenario controlado a uno descontrolado y relacionó la situación con conocimientos contextuales previos, atribuyendo características de comportamiento humano a los agentes.

En cuanto a la descripción de la serie de tiempo que detalla la cantidad de infectados a través del tiempo, la alumna caracterizó este escenario como aquel donde no hay ningún “pico” y los valores son “constantes” (Fragmento M3: Línea 3) e indicó la hora en que terminó la propagación (Fragmento M3: Línea 5).

Por otro lado, Michelle además analizó el mundo de agentes, observando que en este escenario muchos de los agentes no resultaron infectados (Fragmento M3: Línea 4).



**Figura 11:** *Escenario descontrolado propuesto por Michelle*

Michelle identificó como su escenario descontrolado el que se muestra en la Figura 11. Reconoció de forma adecuada el escenario descontrolado de acuerdo con las características que lo describen en esta actividad. Propuso una serie de valores para cada uno de los parámetros que le permitieron lograr el resultado que se le solicitó, como se describe en el Fragmento M4: Línea 1. Es interesante analizar los valores que propuso para los parámetros. Eligió una probabilidad de infección pequeña del 25%, una probabilidad de recuperación grande del 90%, un tiempo promedio de recuperación corto de 130 horas y una cantidad de población grande de 300 personas.

Cabe resaltar que como se describe en el Fragmento M4: Línea 6, la alumna incluso eligió una probabilidad de infección menor para el escenario descontrolado que para el escenario controlado. Por lo tanto, se observa que su propuesta enfatizó en que para lograr un escenario descontrolado era necesaria una cantidad de población grande, como lo confirma en el Fragmento M4: Líneas 7 y 8. No se esperaba que la alumna eligiera una baja probabilidad de infección, una alta probabilidad de recuperación y que enfatizara, al igual que Pablo, en aumentar de forma considerable la cantidad de población para crear este escenario.

La alumna caracterizó este escenario como aquel en el cual se aprecia un “pico” al inicio y después desciende en la gráfica de infectados, como lo menciona en el Fragmento M4: Línea

3. De esta manera, ubicó adecuadamente las tres fases particulares de una curva epidémica que traduce en un “pico”. Reconoció también el momento en que aumentó la cantidad de recuperados en la serie de tiempo de no infectados y enfatizó en el tiempo que duró la propagación, 122 horas (Fragmento M4: Líneas 2 y 3).

Por otro lado, Michelle también analizó el mundo de agentes, observando que en este escenario todos los agentes se recuperaron y no hay ninguno que siga infectado; lo relacionó con que todos los agentes se infectaron en algún momento (Fragmento M4: Línea 4).

En la Tabla 11 se sintetiza el análisis del trabajo realizado por los dos participantes. En el desarrollo de esta práctica es interesante observar que los alumnos para lograr los escenarios solicitados utilizaron la estrategia de enfatizar en algún parámetro, en específico, la cantidad de población. Michelle incluso, formuló una hipótesis sobre este parámetro y su influencia en la propagación, proponiendo para un escenario controlado la mínima población posible y para uno descontrolado una gran cantidad de personas. Antes de experimentar con el MBA y proponer los valores para cada uno de estos escenarios, los alumnos ordenaron jerárquicamente los parámetros de acuerdo con los que consideraron tenían mayor influencia para obtener algún escenario determinado, pero al momento de experimentar con el MBA, optaron por enfatizar en otros parámetros; se percibe en este momento el planteamiento y puesta a prueba de hipótesis para lograr identificar y medir de acuerdo a las entradas (valores en los parámetros), las salidas y posibles resultados en la propagación.

Por otro lado, fue relevante para los alumnos identificar en las series de tiempo los “picos” y su altura, ya que caracterizaban cada uno de los escenarios con la presencia o ausencia de estos elementos y también, enfatizaban en la duración de la propagación. Michelle, además, comentó sus observaciones del mundo de agentes, identificando en qué caso quedaron agentes sin contagiarse y en cual, no. Al momento de describir las series de tiempo, movilizó conocimientos matemáticos como la *representación gráfica de la función constante*, que relacionó al intentar describir la forma de la curva de infectados del escenario controlado. Se considera que la interacción con el MBA fue fundamental para que los alumnos trabajaran en los aspectos mencionados.

Alumno	Define un orden para la influencia de los parámetros sobre el comportamiento de la enfermedad	Describe la serie de tiempo, el mundo de agentes y los valores para los escenarios deseados	
		Escenario controlado	Escenario descontrolado
Pablo	*Identificó que todos los parámetros influyen de forma conjunta	<ul style="list-style-type: none"> <li>*Enfatizó en elegir una cantidad de población grande personas.</li> <li>*No tiene un “pico alto” la gráfica de infectados</li> <li>*Enfatizó la duración de la propagación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*Cantidad de población grande el tiempo promedio de recuperación largo.</li> <li>*Misma probabilidad de infección que de recuperación, del 50%.</li> <li>*Tiene “picos altos” la gráfica de infectados</li> <li>*El momento de descontrol se ubica desde el inicio de la propagación hasta cerca de la cuarta parte del tiempo total</li> </ul>
Michelle	*Identificó que todos los parámetros influyen de forma conjunta	<ul style="list-style-type: none"> <li>*Propuso una teoría acerca de la influencia de la cantidad de población sobre la propagación de la enfermedad</li> <li>* Cantidad de población mínima posible</li> <li>*No tiene ningún “pico” la gráfica de infectados</li> <li>*Describió los valores en la serie de tiempo como “constantes”</li> <li>*Enfatizó la hora a la que terminó la propagación</li> <li>*En el mundo de agentes, observó que muchos agentes no resultaron infectados</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Para lograr un escenario descontrolado era necesaria una cantidad de población grande de 300 personas</li> <li>*Probabilidad de infección menor para este escenario que para el controlado</li> <li>*Tiene un “pico” al inicio y después desciende la gráfica de infectados</li> <li>*Enfatizó en el tiempo que duró la propagación y el momento en que aumentó la cantidad de recuperados</li> <li>*En el mundo de agentes, observó que todos los agentes se infectaron en algún momento</li> </ul>

**Tabla 11:** Síntesis sobre el análisis de la práctica “Investigación de un sistema complejo como un todo”



#### **5.4 Práctica “Pensando en niveles”**

Los criterios empleados para estudiar el desarrollo de esta práctica implican que los alumnos 1) asignen diferentes descriptores, reglas y patrones a cada nivel; 2) piensen entre niveles relacionando los fenómenos a nivel global con las interacciones y comportamientos a nivel local y 3) piensen en términos de un nivel intermedio agrupando a los agentes en pequeños grupos como estrategia para razonar sobre fenómenos emergentes.

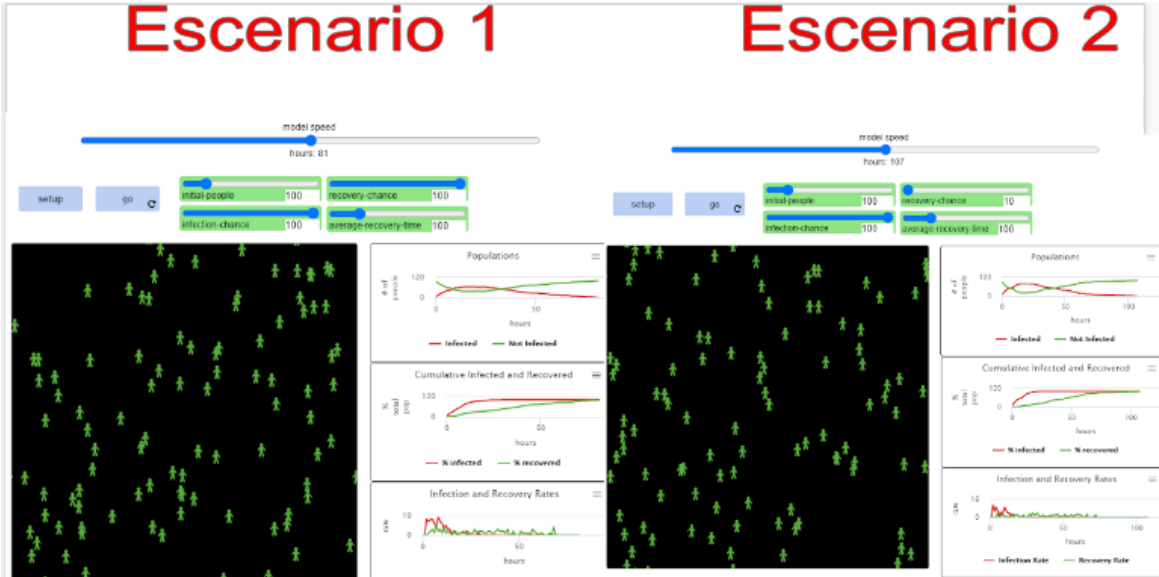
Para identificar el primer criterio en los datos proporcionados por los alumnos, se analizó que los alumnos reconocieran la influencia de cada uno de los parámetros tanto en la dinámica local como en la dinámica global. En el análisis de la práctica “Comprensión de las relaciones dentro de un sistema” se describieron las relaciones que los alumnos encontraron en cuanto al efecto de los valores en los parámetros probabilidad de infección, probabilidad de recuperación y tiempo promedio de recuperación sobre la dinámica local del agente. En este apartado se analizan los efectos de los valores de dichos parámetros, junto con la cantidad de población, sobre la dinámica global del sistema. Asimismo, se buscó identificar que los alumnos reconocieran patrones espaciales y/o temporales en la dinámica a nivel global.

Para identificar los tres criterios, se analizaron las respuestas y comentarios realizados durante el desarrollo de la Actividad 3, en la que los alumnos analizaron 6 escenarios distintos formados a partir de la variación de parámetros. Los estudiantes ingresaron los valores propuestos para los cuatro primeros escenarios y eligieron algunos valores para los escenarios 5 y 6; observaban el desarrollo de la propagación y cuando esta finalizaba, tomaban captura de pantalla de cada uno de los escenarios resultantes como evidencia para el análisis.

##### ***5.4.1 Criterio 1: Asigna diferentes descriptores, reglas y patrones a cada nivel***

En este apartado se presenta la captura de pantalla de los escenarios que trabajaron los estudiantes y un análisis general enfatizando momentos en los cuales los alumnos hayan 1) caracterizados patrones observados entre escenarios formados a partir de variaciones en los parámetros y 2) reconocido la influencia de los parámetros sobre la dinámica global del sistema. Los patrones pueden ser temporales o espaciales y se identificaron a través del análisis descriptivo realizado por los alumnos de la serie de tiempo y del mundo de agentes.

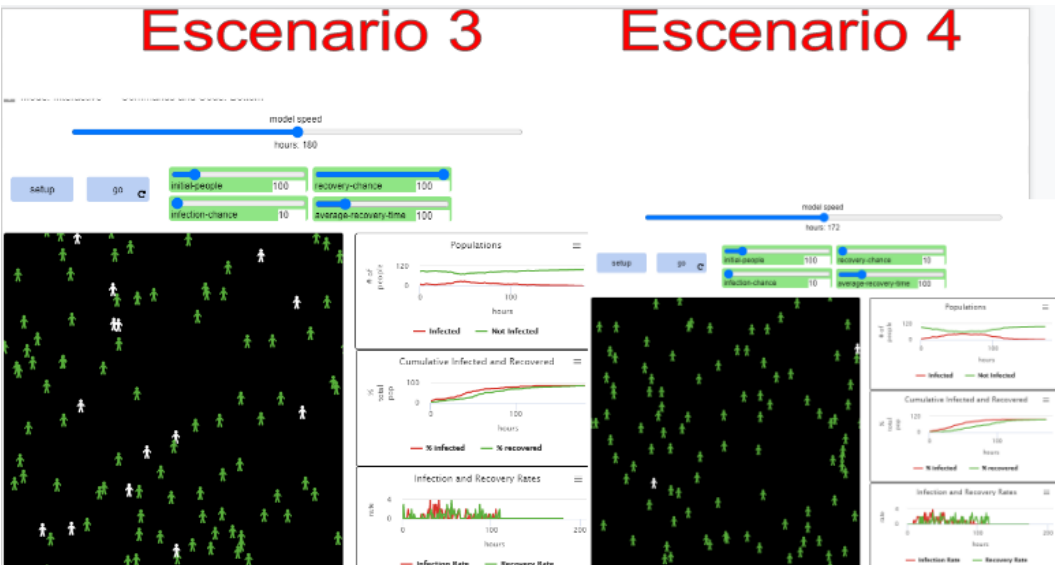
## Escenarios 1 y 2.



**Figura 12:** Escenarios 1 y 2; variación en la probabilidad de recuperación

Pablo ejecutó ambos escenarios compartiendo pantalla, pero cualquiera de los demás participantes podía responder a las preguntas propuestas. Se siguió la misma dinámica para los demás escenarios, cambiando a la persona encargada de ejecutar el MBA.

## Escenarios 3 y 4.



**Figura 13:** Escenarios 3 y 4; variación en la probabilidad de infección y probabilidad de recuperación

Escenarios 3 y 5.

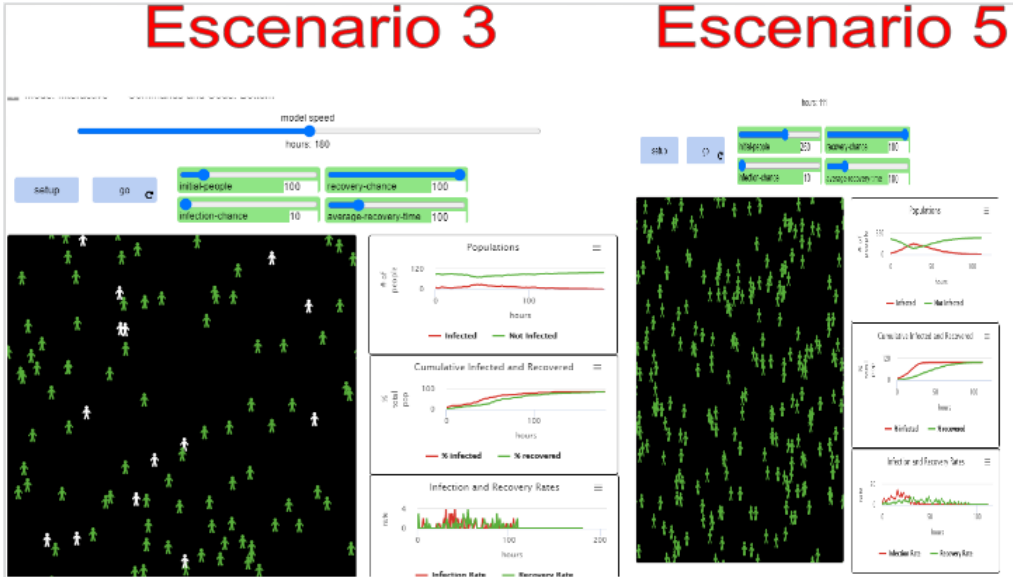


Figura 14: Escenarios 3 y 5; variación en la cantidad de población

Escenarios 3 y 6.

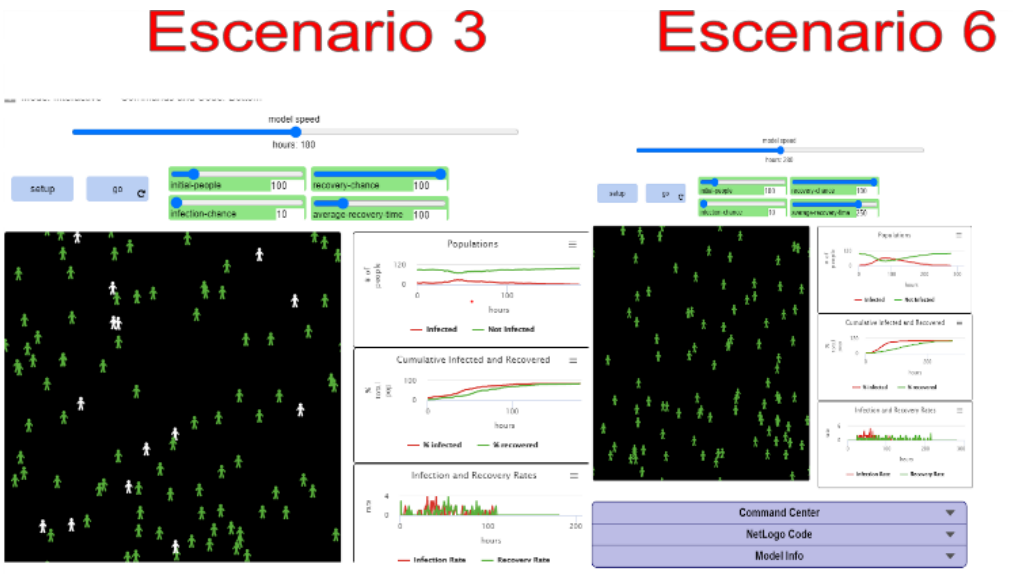


Figura 15: Escenarios 3 y 6; variación en el tiempo promedio de recuperación

En las Tablas 12 y 13 se sintetiza el análisis del trabajo realizado por los participantes. Con los resultados de dicho análisis, se identifica que los alumnos reconocieron *procesos de variación y cambio* en la dinámica global, identificando la influencia de cada uno de los parámetros sobre la propagación como se muestra enseguida:

- 1) Variación en el parámetro cantidad de población. Se le consideró como factor principal de cambio cualitativo en la serie de tiempo de la propagación para pasar de un escenario “controlado” a uno “descontrolado”. Se relacionó el aumento en el valor del parámetro con el aumento en la cantidad de infectados, con la disminución en el tiempo que tarda en terminar la propagación y con la formación de un “pico” en la gráfica de infectados.
- 2) Variación en el parámetro probabilidad de infección. Se relacionó la mayor probabilidad con el contagio de todos los agentes en la población; la menor probabilidad, con una lenta propagación del virus a toda la población, con la presencia de agentes que nunca se contagiaron y con la ausencia de intersecciones entre las gráficas de infectados y no infectados.
- 3) Variación en el parámetro probabilidad de recuperación. Se relacionó la mayor probabilidad con un escenario ideal; la disminución en el valor del parámetro con una mayor duración total de la epidemia.
- 4) Variación en el parámetro tiempo promedio de recuperación. Se relacionó el aumento en la cantidad de horas con una infección más rápida, con un aumento en el tiempo para que toda la población se recupere y con la formación de una curva de “altura media” en la gráfica de infectados.

Por otro lado, se identificó que los alumnos caracterizaran patrones en el mundo de agentes y en las series de tiempo, entre escenarios. Encontraron un patrón entre los escenarios 1, 2, 5 y 6, reconociéndolo como un escenario “descontrolado” en el que ubicaron la presencia de “picos” con cierta altura en la serie de tiempo de los infectados, *puntos máximos* y *mínimos*, la velocidad de la propagación en la curva ascendente en comparación con la curva descendente y *puntos de intersección entre las curvas* de la población de infectados y no infectados. Además, reconocieron que en el mundo de agentes de estos escenarios, todos se habían contagiado en algún momento. Por otro lado, en los escenarios 3 y 4, no todos los agentes resultaron contagiados una vez concluida la propagación; además, no identificaron picos altos en la serie de tiempo, encontrando un patrón que reconocieron como un escenario “controlado” y vincularon conocimientos matemáticos previos al describir las curvas de estos escenarios como *constantes* o *proporcionales*.

Alumno	Influencia de los parámetros sobre la dinámica global			
	Probabilidad de infección (P.I.)	Probabilidad de recuperación (P.R.)	Tiempo promedio de recuperación (T.P.R.)	Cantidad de población (C.P.)
Michelle	Valor del 100% en la P.I. como el factor que influyó para que todos los agentes resultaran contagiados (1 y 2)	Un escenario ideal implica tener la mayor P.R. (3 Y 5)	Relacionó el aumento en el T.P.R. con una infección más rápida y un aumento en el tiempo para que toda la población quede recuperada (3 y 6)	Relacionó el aumento en la C.P. con un mayor número de infectados en la población (3 y 5)
	Relacionó los valores de 10% en P. I., de 10% y 100% P.R. con el hecho de que las gráficas de infectados y no infectados no se cruzaran en ningún momento (3 y 4)			
	Valor de 10% en la P.I. como factor que influyó para que no todos los agentes se contagiaran (3 y 4)			
Pablo	Identificó una mayor influencia del valor en la P.I. respecto de la P.R. para obtener un escenario controlado o uno descontrolado (3 y 4)			
	Relacionó el valor de 10% en la P.I. con una lenta propagación del virus a toda la población (3 y 4)	Relacionó una disminución en el valor en la P.R. con una mayor duración total de la epidemia (3 y 4)	Relacionó el aumento en el T.P.R. con la formación de una curva de “altura media” en la gráfica de infectados (3 y 6)	Relacionó el aumento en el valor en la C.P. con una disminución en el tiempo que tarda en terminarse la propagación (3 y 5)

---

Identificó una mayor influencia del valor en la P.I. en comparación con la P.R. para obtener un escenario controlado o uno descontrolado (3 y 4)

Relacionó el aumento en el T.P.R. con el aumento en el tiempo para que toda la población quede recuperada (3 y 6)

Relacionó el aumento en el valor en la C.P. con la formación de un “pico” en la gráfica de infectados (3 y 5)

---

Nota: Entre paréntesis se encuentran los escenarios en los que se ubicó cada relación

**Tabla 12:** *Síntesis sobre el análisis de la práctica “Pensando en niveles” Criterio 1: 1) Influencia de los parámetros sobre la dinámica global*

Escenarios	Pablo		Michelle	
	Caracterización de los patrones ubicados entre escenarios		Caracterización de los patrones ubicados entre escenarios	
	Temporales, en la serie de tiempo	Espaciales, en el mundo de agentes	Temporales, en la serie de tiempo	Espaciales, en el mundo de agentes
1 y 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>*Ambas gráficas de las poblaciones (<i>Populations</i>) tienen un máximo y un mínimo</li> <li>* La propagación fue rápida desde la hora 0 a la 50 en ambos escenarios</li> <li>*Mientras la curva de infectados aumentaba, la de no infectados descendía</li> <li>*Hay puntos de intersección entre las curvas de infectados y no infectados en ambos escenarios.</li> <li>*La propagación fue lenta en la curva descendente</li> </ul>	<p>Todos los agentes se infectaron en algún momento de la propagación</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*Propagación rápida en la curva ascendente</li> <li>*El punto máximo está muy cerca del inicio de la propagación</li> <li>*Fue más rápido alcanzar el punto máximo en comparación con lo que tardó la propagación desde el punto máximo hasta el término de esta</li> </ul>	<p>Todos los agentes resultaron infectados</p>
3 y 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>* No hay puntos de intersección entre las gráficas de las poblaciones de infectados y no infectados</li> <li>*No identificó la presencia de un punto máximo en la gráfica de los infectados</li> <li>*En algún momento hubo una ligera disminución en la curva de no infectados y un ligero aumento en la curva de infectados</li> <li>*El comportamiento de las gráficas fue “proporcional”</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>*La propagación fue “constante”</li> </ul>	<p>No todos los agentes se contagiaron</p>

3	*No tenía “picos tan altos” *Propagación “controlada”	*Hubo contagios, pero no tantos en comparación con los escenarios 1 y 2		*No todos los agentes se contagiaron
5	*Tenía “un ligero pico” (lo relacionó con los “picos” de los escenarios 1 y 2)		*Identificó un “pico” en los infectados	*Todos los agentes se infectaron
6	*La curva tenía una “altura media”	*Todos los agentes se infectaron	*Identificó un “pico” en la gráfica de los infectados *Lo relacionó con los escenarios 1 y 2 *Escenario “descontrolado”	

**Tabla 13:** *Síntesis sobre el análisis de la práctica “Pensando en niveles” Criterio 1: 2) Caracterización de patrones entre escenarios*



### ***5.4.2 Criterio 2: Piensa entre niveles***

En esta sección se analizan los momentos a lo largo de las dos sesiones en los cuales, los alumnos hacen explícita la relación entre los fenómenos a nivel global y los comportamientos e interacciones a nivel local.

Al analizar el mundo de agentes de los escenarios 1 y 2, en el Fragmento A3: Línea 2 el alumno Pablo relacionó el hecho de que toda la población resultara contagiada (fenómeno a nivel global) como resultado del convivio entre los agentes (interacciones entre agentes) y a su exposición con el entorno (interacción agente-entorno). En este comentario se hace evidente el pensamiento entre niveles y es posible que se atribuya a dos situaciones: al análisis e interacción con el modelo epiDEM Basic y a sus experiencias con epidemias.

Después de ejecutar por segunda ocasión el escenario 1 con los mismos valores iniciales en los parámetros y de escuchar el comentario realizado por Pablo donde observó un cambio cuantitativo en la serie de tiempo de las poblaciones, la alumna Michelle comentó que esto ocurrió debido a los números aleatorios que formaban parte de los mecanismos que se mostraron la sesión anterior en los modelos CONTAGIO y RECUPERACIÓN. Relacionó el cambio cuantitativo en la gráfica de la propagación a nivel global con los números aleatorios que forman parte de los mecanismos que rigen la dinámica local del agente. Se observa el pensamiento entre niveles probablemente atribuido a la interacción de los alumnos con los modelos CONTAGIO y RECUPERACIÓN de la Actividad 2.

En la Tabla 14 se sintetiza el análisis del trabajo realizado por los participantes. En general, los alumnos vincularon sus conocimientos previos contextuales relacionados con epidemias al relacionar la interacción entre personas, el desplazamiento y la exposición al entorno como factores que influyen en la propagación de una enfermedad, estableciendo relaciones entre el fenómeno a nivel global y las interacciones entre los agentes y sus comportamientos, lo cual manifiesta el pensamiento entre niveles.

### ***5.4.3 Criterio 3: Piensa en términos de un nivel intermedio***

En esta sección se analizan los momentos a lo largo de las dos sesiones en los cuales, los alumnos crearon pequeños grupos de agentes como estrategia para razonar sobre fenómenos globales.

En la actividad introductoria se buscó que los alumnos propusieran ideas acerca de las reglas que seguían los agentes para que ocurriera el contagio y la recuperación. El alumno Pablo después de observar la dinámica del fenómeno en el modelo epiDEM Basic, intentó explicar las posibles reglas o estrategias que seguían los individuos para recuperarse y formuló una explicación pensando en términos de un nivel intermedio. Describió que quizás los agentes practicaban una estrategia en la cual formaban grupos de agentes con inmunidad adquirida, previamente infectados, para evitar a los agentes contagiados (Fragmento A9: Línea 2).

En la actividad 3 se les preguntó a los alumnos su opinión sobre cuál parámetro creían era el que más influía en el cambio de un escenario controlado a uno descontrolado, la alumna Michelle respondió que era la probabilidad de infección y al momento de justificar su elección, en lugar de explicar su razonamiento aplicado a nivel población, lo hizo ejemplificando con un grupo más pequeño, de 10 personas (Fragmento A6: Línea 4).

En la Tabla 14 se sintetiza el análisis del trabajo realizado por los participantes. Se consideró como evidencia de la creación de un nivel intermedio, para explicar la recuperación y la propagación de la enfermedad, que los alumnos hablaran en términos de grupos más pequeños de agentes como apoyo para ilustrar su razonamiento.

La experimentación con el MBA y la estrategia de análisis de casos fue fundamental para que los alumnos trabajaran en los aspectos antes mencionados, específicamente en el análisis de la dinámica global, la caracterización de patrones entre escenarios, las relaciones entre la variación en los parámetros y el cambio en la dinámica, la movilización de conocimientos matemáticos y contextuales previos; además, al complementar con una exploración previa de los modelos de Scratch que enfatizaron en los mecanismos que rigen la dinámica local, se potenció el pensamiento entre niveles.

	<b>Criterio 2: Piensa entre niveles</b>	<b>Criterio 3: Piensa en términos de un nivel intermedio</b>
<b>Alumno</b>	<b>Establece la relación entre los fenómenos a nivel global y los comportamientos e interacciones a nivel local</b>	<b>Crea pequeños grupos de agentes como estrategia para razonar sobre fenómenos globales</b>
Pablo	Relacionó el hecho de que toda la población resultara contagiada como resultado del convivio entre los agentes y a su exposición con el entorno	Explicó que, para lograrse la recuperación, quizás los agentes practicaban una estrategia en la cual formaban grupos de agentes con inmunidad adquirida, previamente infectados, para evitar a los agentes contagiados.
Michelle	Relacionó el cambio cuantitativo en la gráfica de la propagación a nivel global con los números aleatorios que forman parte de los mecanismos que rigen la dinámica local del agente	Explicó la influencia de la probabilidad de infección sobre el resultado de la propagación ejemplificando con un grupo de 10 personas, en lugar de explicar el fenómeno para toda la población.

**Tabla 14:** Síntesis sobre el análisis de la práctica “Pensando en niveles” Criterios 2 y 3

## Conclusiones

Para finalizar, se presentan las conclusiones obtenidas en este trabajo, las cuales se organizan en tres apartados: a) Aspectos sobre los cuales se aporta en esta investigación, b) Respuesta a las preguntas de investigación y c) Contribuciones y trabajo futuro.

### **a) Aspectos sobre los cuales se aporta en esta investigación.**

A continuación, se presenta la discusión de cuatro aspectos analizados en esta investigación sobre el trabajo de los participantes con prácticas de pensamiento sistémico: 1) Conocimientos matemáticos previos movilizados, 2) Conocimientos contextuales previos movilizados, 3) Momentos de aprendizaje activo e 4) Implicaciones del uso de los modelos MBA y Scratch en la experiencia didáctica.

### *Conocimientos matemáticos previos movilizados*

Durante la experiencia didáctica, se observó que los alumnos movilizaron distintos conocimientos matemáticos previos; algunos de los identificados se habían tomado en cuenta anteriormente en el análisis previo de las actividades, pero hubo otros que los alumnos activaron y no se habían considerado.

Si bien el objetivo de esta investigación no era enseñar contenidos matemáticos curriculares específicos, en el análisis previo se habían identificado algunos conocimientos previos necesarios para el desarrollo de las actividades. En la implementación de la experiencia, los estudiantes movilizaron conocimientos matemáticos sobre variables, funciones, procesos de variación y cambio, probabilidad, descripción e interpretación de series de tiempo y caracterización de patrones temporales y espaciales, como se especifica en las secciones 5.1 “Comprensión de las relaciones dentro del sistema”, 5.3 “Investigación de un sistema complejo como un todo” y 5.4.1 “Asigna diferentes descriptores, reglas y patrones a cada nivel”.

Además de estos conocimientos previos que se esperaba movilizar, en la implementación se encontraron conocimientos que los alumnos inesperadamente usaron como herramientas para describir series de tiempo y para formular generalizaciones. Entre estos conocimientos, cabe destacar representaciones gráficas de funciones, proporcionalidad, subconjuntos, puntos máximos y mínimos de una función y puntos de intersección entre curvas. Por ejemplo, los

alumnos llamaron *variables* a los cuatro parámetros del MBA al referirse a ellos en los diagramas realizados en la Actividad 2, se considera que lo denominaron de esta manera debido a que los identificaron como elementos que podían tomar diferentes valores dentro de un conjunto predefinido. Por otro lado, establecieron *relaciones* entre los valores elegidos en cada uno de los parámetros y el comportamiento de la propagación en los escenarios resultantes en la Actividad 3.

Además, reconocieron *procesos de variación y cambio* con la variación de parámetros y su influencia sobre el cambio en la dinámica a nivel local y global. A nivel local, identificaron la influencia de “la variable” probabilidad de infección sobre el cambio de estado a infectado y de “las variables” probabilidad de recuperación y tiempo promedio de recuperación sobre el cambio de estado a susceptible y la duración del tiempo de recuperación. En la dinámica global, identificaron la influencia de cada uno de los parámetros sobre la propagación como se describió en el análisis de datos.

Se evidenció que en algunas ocasiones los alumnos emplearon de forma adecuada el significado de *probabilidad*, pero hubo ocasiones en las cuales, para ciertos valores en la probabilidad “aseguraban” la ocurrencia de algún suceso. Se considera posible que el nombre del parámetro “probabilidad de recuperación” en un principio generó confusiones para Michelle debido a que la recuperación siempre ocurría para todo agente infectado, lo que variaba era el tiempo en que se lograba la recuperación.

Por otro lado, en ocasiones, al analizar la influencia de varios parámetros sobre la dinámica global en el MBA, se identificaron dudas sobre el significado de un valor específico de probabilidad que previamente, al analizar la acción del parámetro solo sobre la dinámica local, se había entendido adecuadamente.

Los alumnos en cada escenario *describieron e interpretaron las series de tiempo* de las poblaciones de infectados y no infectados, enfatizando en las características de la curva epidémica. Reconocieron la presencia y altura del “pico” en la curva, la duración total de la propagación, las intersecciones o distancia entre las gráficas de las poblaciones, la forma de la curva y la velocidad de la propagación en determinados momentos. Estos aspectos ayudaron a caracterizar *patrones espaciales* en el mundo de agentes y *patrones temporales* en las series de tiempo para cada escenario o entre escenarios.

Uno de los conocimientos que no se tenía previsto que los alumnos vincularan y que se movilizó al momento de detallar las series de tiempo es la *representación gráfica de la función constante*. Michelle describió los valores de las series de tiempo de infectados y no infectados de los escenarios 3 y 4 como “constantes” y enfatizó en no observar ningún “pico” en la gráfica. Se infiere que por la forma que tomó la curva, la relacionó con la representación gráfica de una función constante y por eso la describió de esa manera; también se considera que pudo describirla así debido a que la variación en la cantidad de infectados a través del tiempo de ese escenario no era muy evidente.

Por otro lado, Pablo describió las gráficas de las poblaciones de infectados y no infectados en los escenarios 3 y 4 como “proporcionales”. Se considera que movilizó sus conocimientos previos acerca de la *proporcionalidad inversa*, a raíz de observar que, al disminuir la cantidad de no infectados, aumentaba la cantidad de infectados, como mencionó en su explicación. Al caracterizar un patrón entre los escenarios 1 y 2, describió que apreciaba en las gráficas de las poblaciones de infectados y no infectados un *máximo* y un *mínimo*. Se considera que relacionó ese conocimiento previo porque es uno de los últimos temas que se abordan en el bachillerato, como se hace explícito en la tercera unidad del programa de matemáticas 1500 (Escuela Nacional Preparatoria, 1996), y de acuerdo con el momento en que se aplicó la experiencia, probablemente su conocimiento fuera reciente. Finalmente, al describir las similitudes entre las series de tiempo de los escenarios 1 y 2, Pablo observó que entre las curvas de las poblaciones de infectados y no infectados en el tiempo había dos *puntos de intersección*, relacionó sus conocimientos previos estableciendo que en ese punto la cantidad de infectados y de no infectados era la misma.

Por último, como estrategia para plantear generalizaciones al realizar su diagrama, los alumnos definieron *subconjuntos* del conjunto de valores que podían tomar los parámetros para representar una mayor o menor probabilidad de ocurrencia.

### ***Conocimientos contextuales previos***

En el análisis previo se esperaba que los estudiantes movilizaran conocimientos contextuales previos relacionados con la dinámica de epidemias. En la implementación se observó que estos conocimientos estuvieron vinculados a los mecanismos de contagio y recuperación de

la pandemia por COVID-19, y que les permitieron conectar sus experiencias con los mecanismos y la dinámica de la propagación de la enfermedad “Simvirus”.

Para comprender dichos mecanismos y la influencia de los parámetros sobre la dinámica de la propagación, los alumnos vincularon factores como el uso de cubrebocas, el distanciamiento social, las comorbilidades, la atención médica oportuna, que pueden intervenir para tener una mayor o menor probabilidad de infección, de recuperación y aumento o disminución del tiempo promedio de recuperación.

Además, mencionaron comportamientos y acciones posiblemente observados en su entorno, como la interacción entre personas, el desplazamiento y la exposición al entorno. Algunos de estos aspectos fueron utilizados para explicar fenómenos globales y otras para establecer relaciones entre la variación en la cantidad de población y el cambio en la dinámica de la propagación.

Como estrategia para explicar la recuperación de la población, Pablo pensó en términos de un nivel medio vinculando sus conocimientos previos para evitar la propagación del virus, en específico, mencionó la formación de grupos de individuos inmunes y la evasión de infectados. Estos comportamientos de segregación en grupos de infectados y no infectados posiblemente fueron observados en su experiencia frente a epidemias. Además, relacionó el contagio de toda la población como resultado del convivio entre personas y a su exposición con el entorno, manifestando el pensamiento entre niveles.

La experiencia con epidemias también contribuyó a que establecieran procesos de variación y cambio y formularan hipótesis, como lo hizo Michelle al plantear su “teoría” acerca de la influencia de la cantidad de población sobre la propagación. La justificó haciendo referencia a que entre más personas haya, no resultan “tan fáciles de controlar”, ya que no se pueden conocer todas las acciones humanas tales como la convivencia, el desplazamiento de personas y las medidas sanitarias que practican.

### ***Momentos de aprendizaje activo***

El aprendizaje activo (Resnick, 1994) se evidenció en actividades y acciones realizadas por los estudiantes, entre las que se encuentran la comunicación de ideas, el diseño y construcción

de productos tales como diagramas y escenarios en el MBA, la explicación de los diagramas y de los escenarios a los demás participantes, el planteamiento y puesta a prueba de hipótesis, la experimentación con los modelos de Scratch y el MBA y la formulación de generalizaciones. Estas actividades influyeron en la reformulación de ideas de los alumnos, en la retroalimentación inmediata sobre los aspectos que no habían considerado en sus producciones al escuchar y observar lo realizado por sus compañeros, en la construcción social del conocimiento y en tener iniciativa al formular planteamientos no esperados y ponerlos a prueba. A continuación, se describe los momentos de aprendizaje activo que resultaron de mayor interés y la manera en que apoyaron el desarrollo de las prácticas.

La explicación y comunicación de los diagramas, brindó oportunidades para que los alumnos rectificaran la información y las relaciones que describieron en sus diagramas, reconsideraran los elementos que omitieron e incluso replantearan su diseño describiéndolo de manera más clara de forma verbal que a través del diagrama. Además, actividades como la experimentación con los modelos CONTAGIO, RECUPERACIÓN y el MBA, la comunicación constante de ideas, el diseño de un diagrama de forma individual, la construcción de escenarios, el planteamiento y puesta a prueba de hipótesis sobre el posible escenario resultante de la ejecución del MBA brindaron la oportunidad de recuperar los conocimientos previos que los alumnos movilizan y promover nuevos conocimientos como son las prácticas de pensamiento sistémico.

Por otro lado, Michelle y Pablo tuvieron la iniciativa de proponer generalizaciones en sus diagramas respecto a los valores que consideraron hacían más o menos probable que se lograra el contagio, la recuperación y que se prolongara o acortara el tiempo de recuperación. No se les solicitó que mencionaran esto en el diagrama, pero se considera que es posible que lo incluyeran debido a la experimentación con los modelos y la puesta a prueba con diferentes valores en los parámetros para definir las reglas para el contagio y la recuperación, ya que ellos observaban con qué valores sí ocurría el cambio de estado; a pesar de observar que el mecanismo tenía un componente de aleatoriedad, intentaban deducir alguna regla para asegurarlo. Es posible que haya influido una sección en la experiencia en la que se buscaba recuperar nociones acerca de la probabilidad de ocurrencia de un evento.



Además, Michelle fue explícita al formular y comprobar una hipótesis, que ella llamó “teoría” acerca de la importancia y la influencia de la cantidad de población sobre la propagación de la enfermedad. Siguió su planteamiento para construir los dos escenarios solicitados al final de la Actividad 3, los cuales resultaron adecuados en cuanto al resultado esperado.

La comunicación de ideas entre los participantes de la sesión, en diversas ocasiones influyó en las respuestas y opiniones de sus compañeros, poniéndose en evidencia la construcción social del conocimiento. Esta comunicación en gran parte fue mediada por la investigadora al promover el intercambio de opiniones y explicaciones entre los participantes, incluso las actividades realizadas de forma individual se llevaron a cabo en un espacio predefinido dentro de un documento compartido, en el cual, trabajaron todos de forma simultánea y podían observar las producciones de los demás compañeros.

#### ***Implicaciones del uso de los modelos MBA y Scratch en la experiencia didáctica***

La exploración y la experimentación en los modelos MBA y Scratch se complementaron para que los alumnos distinguieran entre los niveles local y global de la dinámica, entendieran los mecanismos subyacentes del MBA y relacionaran los cambios en la propagación de la enfermedad como producto de las interacciones entre diversos parámetros (factores) que pueden presentar variaciones, lo cual forma parte del pensamiento entre niveles. En específico, los modelos de Scratch apoyaron a que los alumnos identificaran los componentes y procesos dentro del sistema y las relaciones en la dinámica a nivel local. Por su parte, el MBA contribuyó en que los estudiantes experimentaran, formularan, comprobaran y replantearan hipótesis al proponer y ejecutar escenarios, predijeran comportamientos, establecieran relaciones entre los valores de los parámetros y la dinámica global del sistema, caracterizaran patrones espaciales y temporales entre escenarios, describieran e interpretaran series de tiempo. Enseguida, se detallan cada uno de los aspectos mencionados y algunas reflexiones en torno a detalles observados en el diseño de los modelos que en investigaciones futuras podrían ser modificados.

La identificación de componentes y procesos dentro del sistema, relaciones entre los valores iniciales en los parámetros y la dinámica local, diferentes descriptores y reglas para cada

nivel, se atribuyó a haber tenido una primera interacción con el MBA y un posterior énfasis en el estudio de los procesos que rigen la dinámica local del agente a través de la interacción con los modelos CONTAGIO y RECUPERACIÓN de Scratch. La falta de evidencia en los diagramas respecto a las interacciones se deba a que posiblemente resultó evidente para los alumnos que para el contagio debe existir interacción entre agentes; el modelo CONTAGIO inicia en un momento de interacción (cercanía y diálogo) entre dos agentes.

Las relaciones establecidas entre los valores elegidos en los parámetros y el cambio de estado de los agentes, se atribuye principalmente a la interacción con los modelos CONTAGIO y RECUPERACIÓN y a secciones específicas trabajadas en la experiencia didáctica, tales como la reactivación y vinculación de conocimientos contextuales previos para dotar de significado cada uno de los parámetros, el llenado de la tabla que se muestra en la Figura 7 y la comunicación de ideas entre los participantes.

Las características desarrolladas del pensamiento entre niveles (establecer relaciones, reglas y definir patrones propios para cada nivel) se atribuye al énfasis en estudiar la dinámica a nivel local en la Actividad 2 y a nivel global en la Actividad 3, a través de dos tipos de modelos, el MBA y los diseñados en Scratch.

Probablemente, el diseño del modelo CONTAGIO ocasionó que los alumnos intentaran deducir para qué valores de probabilidad de infección ocurría el contagio y para cuales, no. Se considera que como futura alternativa para evitar confusiones, el modelo podría reformularse de modo que, siguiera ejecutándose el contacto de un agente con diferentes agentes hasta lograrse el contagio.

Por otro lado, también se consideraron relevantes los siguientes aspectos de la experiencia: contextualizar al alumno en una situación hipotética de propagación de una nueva enfermedad “Simvirus” para relacionar los componentes del MBA con sus conocimientos previos sobre epidemias; la exploración de los modelos CONTAGIO y RECUPERACIÓN para profundizar en el estudio de la dinámica local, la formulación de generalizaciones y como alternativa para evitar la percepción del MBA como una “caja negra”; el uso de la técnica de exploración guiada en la Actividad 2 para hacer frente a las limitaciones de la modalidad en línea, de las pocas sesiones programadas y de la falta de confianza para interactuar entre los participantes; finalmente, la técnica de análisis de casos en la Actividad

3 para apoyar al estudio de la dinámica global del sistema al caracterizar patrones temporales y espaciales entre escenarios, definir la influencia de los parámetros sobre la propagación, el planteamiento y prueba de hipótesis y la movilización de conocimientos matemáticos no considerados previamente. Enseguida, se detallan algunos de los aspectos mencionados y algunas reflexiones sobre la secuencia de las actividades y su aplicación.

El planteamiento de la situación hipotética de la propagación de una enfermedad “Simvirus”, contribuyó a que los alumnos establecieran conexiones entre sus conocimientos previos sobre epidemias y el MBA. Además, contribuyó a que identificaran que se estaba estudiando la dinámica de la propagación de una enfermedad tanto a nivel local como global.

Se observó que algunas de las confusiones respecto a las reglas que siguen los mecanismos de contagio y recuperación probablemente se debieron a que al momento en que se establecieron de forma verbal, los alumnos no las escribieron en la hoja de trabajo, solo las mencionaron. Esto quizá se debió a que al ser un documento compartido y no conocerse entre ellos, no sintieron la confianza de editarlo a menos que se le solicitara específicamente a alguien hacerlo; también se puede atribuir a algunas dificultades que se les presentaron al llenar la tabla de la Figura 7, que tenían como objetivo ayudarlos a definir los mecanismos.

La técnica didáctica de exploración guiada a través de preguntas permitió que los alumnos constantemente expresaran sus ideas, reflexionaran, interactuaran frente a las limitaciones de la modalidad a distancia y de no conocerse previamente; también, que reconocieran diversos elementos básicos que les permitieron incursionar en el desarrollo de diversas prácticas de pensamiento sistémico en pocas sesiones. Por otro lado, brindó a la investigadora la oportunidad de indagar a mayor profundidad en las respuestas de los alumnos e inducirlos a la reflexión y justificación de las mismas, lo cual, en ocasiones, orientó a los alumnos a reformular sus respuestas, como fue el caso del llenado de la tabla (Figura 7) en la Actividad 2.

La definición de un escenario “controlado” y “descontrolado” como estrategia didáctica y la técnica didáctica de análisis de casos enfocada al análisis y comparación de seis diferentes escenarios de una propagación permitió que los alumnos caracterizaran patrones temporales en la serie de tiempo, patrones espaciales en el mundo de agentes y establecieran relaciones

respecto a la influencia de cada uno de los cuatro parámetros sobre el cambio que generaban en la serie de tiempo y en el mundo de agentes.

### **b) Respuestas a las preguntas de investigación: un primer acercamiento**

A continuación, se describen los resultados de este trabajo que fue guiado a partir de las siguientes preguntas de investigación: 1) ¿cómo se han abordado los sistemas complejos en el aula?, 2) ¿qué conocimientos relacionados con las prácticas de pensamiento sistémico desarrollaron los alumnos con la experiencia didáctica?, y 3) ¿qué conocimientos previos matemáticos, contextuales y momentos de aprendizaje activo movilizaron los alumnos y qué implicaciones tuvo el uso de los modelos en su trabajo con las prácticas de pensamiento sistémico?

La primera pregunta se abordó en el Capítulo 1 Revisión de Antecedentes. Para responder a la interrogante se consideraron cinco aspectos: 1) Métodos de modelado utilizados, 2) Fenómenos de la complejidad estudiados, 3) Propiedades, características o conceptos de los sistemas complejos abordados, 4) Marcos teóricos que han fundamentado los estudios y 5) Perspectivas pedagógicas, teorías del aprendizaje, enfoques y técnicas didácticas que han enmarcado el estudio de los sistemas complejos en el aula. A continuación, se presentan de forma general los hallazgos encontrados de esta revisión en torno a los cinco aspectos analizados en la literatura.

Dentro de los 42 artículos revisados, el método más utilizado en el salón de clases es la Modelización Basada en Agentes (MBA). La mayoría de los estudios que consideraron MBA, complementaron este método con otros, ya sean matemáticos, computacionales o modelos descriptivos.

La mayoría de las investigaciones o propuestas dirigidas al contexto escolar, se han realizado desde los ámbitos de biología o ecología a nivel secundaria con el objetivo de analizar fenómenos propios de un ecosistema. Además, los trabajos desde el área de matemáticas, generalmente se aplicaron a nivel universitario y en posgrado. Por otro lado, la propagación de enfermedades infecciosas es un fenómeno que se ha estudiado a nivel secundaria en el aula de biología.

Se identificó una basta cantidad de investigaciones, cuyo énfasis estaba en el análisis de la dinámica no lineal de un sistema y en la comprensión de la emergencia de fenómenos; generalmente, se apoyaban de MBA. En menor cantidad, se ubicaron artículos en los cuales se enfatizó en el análisis del sistema a diversas escalas, en la comprensión de la teoría del caos, al desarrollo del razonamiento descentralizado o en la comprensión de distintos conceptos de la complejidad tales como emergencia y autoorganización.

La mayoría de los artículos revisados hicieron uso de marcos teóricos cuya función es contar con una serie de herramientas conceptuales para analizar la comprensión de algún fenómeno de la complejidad o de las propiedades y/o conceptos de los sistemas complejos. En menor cantidad, aquellos con el objetivo de analizar la comprensión de contenidos específicos de distintas disciplinas, sin considerar los relativos a sistemas complejos. Por último, aquellos diseñados para analizar el desarrollo del pensamiento computacional y/o sistémico.

En cuanto a las perspectivas pedagógicas que predominaron en las investigaciones son el constructivismo y el cognitivismo. Las teorías del aprendizaje más comúnmente empleadas son el construccionismo y la teoría del aprendizaje basado en modelos. Por otro lado, los enfoques de modelado computacional, modelado matemático y simulaciones participativas han sido los más utilizados en esta literatura; además, se encontraron algunas aproximaciones desde el marco STEM. En cuanto a las metodologías y técnicas didácticas utilizadas con mayor frecuencia, se encuentran la metodología de aprendizaje basado en problemas y el análisis de casos.

La segunda pregunta se abordó en el Capítulo 5 Análisis de datos. A continuación, se mencionan de manera general los conocimientos que los estudiantes desarrollaron de cada una de las cuatro prácticas de pensamiento sistémico que trabajaron en la experiencia didáctica.

Respecto a la práctica “Comprensión de las Relaciones Dentro de un Sistema” los alumnos identificaron los estados de los agentes y su papel dentro de los mecanismos de contagio y recuperación. Las interacciones entre agentes y con el entorno no fueron incluidas en sus diagramas, en cambio, enfatizaron en el análisis de la dinámica a nivel local, estableciendo relaciones entre la variación de parámetros y su influencia sobre el cambio de estado de los agentes y la duración de la recuperación.

En cuanto a la práctica “Comunicar Información Sobre un Sistema” los alumnos destacaron y priorizaron en su diagrama el fenómeno global “Simvirus”, y posteriormente enfatizaron en los estados de los agentes, los procesos de contagio y recuperación, los parámetros y su relación entre los valores elegidos y el resultado más probable en la dinámica local.

En la práctica “Investigación de un Sistema Complejo como un Todo” los alumnos para lograr los escenarios solicitados utilizaron la estrategia de enfatizar en algún parámetro en específico. Además, fue relevante para los alumnos identificar en las series de tiempo los “picos”, su altura y la duración de la propagación. En el mundo de agentes identificaron los escenarios en los cuales, al terminar la propagación, quedaban agentes sin contagiarse y en los que todos se contagiaron.

Respecto a la práctica “Pensando en Niveles” los alumnos lograron identificar la influencia de cada uno de los parámetros sobre la propagación, caracterizaron patrones en el mundo de agentes y en la serie de tiempo, entre escenarios. Por otro lado, relacionaron la interacción entre personas, el desplazamiento y la exposición al entorno como factores que influyen en la propagación de una enfermedad. Se presentaron ocasiones en las cuales, como estrategia para ilustrar su razonamiento, los alumnos hablaban en términos de grupos más pequeños de agentes.

La tercera pregunta se abordó en el apartado anterior “a) Aspectos sobre los cuales se aporta en esta investigación”. A continuación, se mencionan de manera general las reflexiones y las ideas discutidas en esa sección. Los alumnos al trabajar en las prácticas de pensamiento sistémico movilizaron conocimientos matemáticos previos tales como relaciones, variables, procesos de variación y cambio, nociones de probabilidad, descripción e interpretación de series de tiempo y caracterización de patrones temporales y espaciales. De forma inesperada, activaron conocimientos relacionados con representaciones gráficas de funciones, proporcionalidad, puntos máximos y mínimos de una función y puntos de intersección entre curvas y subconjuntos.

En cuanto a los conocimientos contextuales previos relacionados con epidemias que súbitamente vincularon fueron aquellos relacionados con comportamientos que implican segregación, la interacción entre personas, el desplazamiento y la exposición al entorno.

Los momentos de aprendizaje activo consistieron en la comunicación de ideas, el diseño y construcción de diagramas y escenarios en el MBA, la explicación de los diagramas y de los escenarios, el planteamiento y puesta a prueba de hipótesis, la experimentación con los modelos de Scratch y el MBA y la formulación de generalizaciones. Estas acciones condujeron a que los alumnos tuvieran retroalimentación inmediata, iniciativa al formular y poner a prueba distintos planteamientos y construyeran conocimientos socialmente.

En cuanto a la interacción con los modelos de Scratch y el MBA, se considera que el uso de ambos tipos de modelos se complementó para apoyar a que los alumnos trabajaran en su pensamiento en niveles; por su parte, con los modelos de Scratch profundizaron en el análisis y comprensión de la dinámica local y con el MBA, de la dinámica global. Por otro lado, la distribución de las actividades en la experiencia y las técnicas didácticas utilizadas en su diseño propiciaron la interacción entre los participantes. Finalmente, el formular una situación hipotética de propagación de la enfermedad “Simvirus” y aproximarse a su estudio a través de la lente de los sistemas complejos, permitió la articulación de conocimientos previos matemáticos y contextuales de los alumnos con nuevos conocimientos trabajados con las prácticas de pensamiento sistémico.

### **c) Contribuciones y trabajo futuro**

Esta investigación presenta contribuciones principalmente en dos aspectos. En primer lugar, ofrece una extensa revisión de literatura que aporta un panorama en torno a las investigaciones que han incorporado el estudio de los sistemas complejos en las aulas, se propuso una organización y clasificación de los artículos analizados. En segundo lugar, expone el diseño de una experiencia didáctica y la interpretación de los datos obtenidos de la aplicación, desde la perspectiva de la matemática educativa, los sistemas complejos y la modelización basada en agentes.

Resulta interesante continuar esta investigación en un futuro considerando aplicar la experiencia didáctica a una cantidad mayor de estudiantes, dentro de un aula escolar y en modalidad presencial, donde se reduzca la guía e intervenciones por parte de la investigadora. Un camino distinto implica rediseñar el modelo CONTAGIO de Scratch y la experiencia didáctica, brindando a los estudiantes la libertad de proponer distintos escenarios, aspecto

que se limitó debido a que la aplicación se realizó en línea y no se tuvo la posibilidad de observar la manipulación del MBA al mismo tiempo para todos los participantes.

Por otro lado, este trabajo se considera un primer acercamiento para posteriormente realizar un diseño que involucre una serie de experiencias didácticas que relacionen contenidos curriculares de distintos campos de estudio a través de un enfoque de sistemas complejos como eje articulador y se apliquen en diversos momentos a lo largo de un periodo escolar con el propósito de analizar la evolución del pensamiento sistémico.



## Anexos

### A) Artículos que conforman la revisión de literatura

[1]	Andrade, P. R., Camara, G., Maretto, R. V., Monteiro, A. M. V., Carneiro, T. G. S., y Feitosa, F. F. (2015). Experiences with a Socio-Environmental Modeling Course. <i>Modelling in Science Education and Learning</i> , 8(1), 71. <a href="https://doi.org/10.4995/msel.2015.2811">https://doi.org/10.4995/msel.2015.2811</a>
[2]	Arastoopour Irgens, G., Dabholkar, S., Bain, C., Woods, P., Hall, K., Swanson, H., Horn, M., y Wilensky, U. (2020). Modeling and Measuring High School Students' Computational Thinking Practices in Science. <i>Journal of Science Education and Technology</i> , 29(1), 137–161. <a href="https://doi.org/10.1007/s10956-020-09811-1">https://doi.org/10.1007/s10956-020-09811-1</a>
[3]	Barth-Cohen, L. (2018). Threads of local continuity between centralized and decentralized causality: Transitional explanations for the behavior of a complex system. <i>Instructional Science</i> , 46(5), 681–705. <a href="https://doi.org/10.1007/s11251-018-9454-4">https://doi.org/10.1007/s11251-018-9454-4</a>
[4]	Basu, S., Biswas, G., Sengupta, P., Dickes, A., Kinnebrew, J. S., y Clark, D. (2016). Identifying middle school students' challenges in computational thinking-based science learning. <i>Research and Practice in Technology Enhanced Learning</i> , 11(1), 1–35. <a href="https://doi.org/10.1186/s41039-016-0036-2">https://doi.org/10.1186/s41039-016-0036-2</a>
[5]	Basu, S., Sengupta, P., y Biswas, G. (2015). A Scaffolding Framework to Support Learning of Emergent Phenomena Using Multi-Agent-Based Simulation Environments. <i>Research in Science Education</i> , 45(2), 293–324. <a href="https://doi.org/10.1007/s11165-014-9424-z">https://doi.org/10.1007/s11165-014-9424-z</a>
[6]	Berland, M., y Wilensky, U. (2015). Comparing Virtual and Physical Robotics Environments for Supporting Complex Systems and Computational Thinking. <i>Journal of Science Education and Technology</i> , 24(5), 628–647. <a href="https://doi.org/10.1007/s10956-015-9552-x">https://doi.org/10.1007/s10956-015-9552-x</a>
[7]	Bertacchini, F., Bilotta, E., Caldarola, F., y Pantano, P. (2018). The role of computer simulations in learning analytic mechanics towards chaos theory: a course experimentation. <i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i> , 50(1), 100–120. <a href="https://doi.org/10.1080/0020739x.2018.1478134">https://doi.org/10.1080/0020739x.2018.1478134</a>
[8]	Blikstein, P., y Wilensky, U. (2009). An Atom is Known by the Company it Keeps: A Constructionist Learning Environment for Materials Science Using Agent-Based Modeling. <i>International Journal of Computers for Mathematical Learning</i> , 14(2), 81–119. <a href="https://doi.org/10.1007/s10758-009-9148-8">https://doi.org/10.1007/s10758-009-9148-8</a>
[9]	Calafell, G., y Banqué, N. (2017). Characterizing the conceptions of Complexity of a group of environmental education researchers. <i>Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas</i> , 35(1), 53. <a href="https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1909">https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1909</a>
[10]	Chi, M. T. H., Roscoe, R. D., Slotta, J. D., Roy, M., y Chase, C. C. (2011). Misconceived Causal Explanations for Emergent Processes. <i>Cognitive Science</i> , 36(1), 1–61. <a href="https://doi.org/10.1111/j.1551-6709.2011.01207.x">https://doi.org/10.1111/j.1551-6709.2011.01207.x</a>

[11]	Colella, V. (2000). Participatory Simulations: Building Collaborative Understanding Through Immersive Dynamic Modeling. <i>Journal of the Learning Sciences</i> , 9(4), 471–500. <a href="https://doi.org/10.1207/s15327809jls0904_4">https://doi.org/10.1207/s15327809jls0904_4</a>
[12]	Contreras, W. A., Bautista-Carrascosa, I., Lidón, A., y Ginestar, D. (2011). Utilización de un modelo compartimental de transporte de pesticidas en las prácticas de Química Agrícola y Ambiental. <i>Modelling in Science Education and Learning</i> , 4, 147–157.
[13]	Dauer, J., y Dauer, J. (2016). A framework for understanding the characteristics of complexity in biology. <i>International Journal of STEM Education</i> , 3(1), 1–8. <a href="https://doi.org/10.1186/s40594-016-0047-y">https://doi.org/10.1186/s40594-016-0047-y</a>
[14]	Dickes, A. C., Farris, A. V., y Sengupta, P. (2020). Sociomathematical Norms for Integrating Coding and Modeling with Elementary Science: A Dialogical Approach. <i>Journal of Science Education and Technology</i> , 29(1), 35–52. <a href="https://doi.org/10.1007/s10956-019-09795-7">https://doi.org/10.1007/s10956-019-09795-7</a>
[15]	Dickes, A. C., y Sengupta, P. (2012). Learning Natural Selection in 4th Grade with Multi-Agent-Based Computational Models. <i>Research in Science Education</i> , 43(3), 921–953. <a href="https://doi.org/10.1007/s11165-012-9293-2">https://doi.org/10.1007/s11165-012-9293-2</a>
[16]	English, L. D. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. <i>ZDM</i> , 41(1–2), 161–181. <a href="https://doi.org/10.1007/s11858-008-0106-z">https://doi.org/10.1007/s11858-008-0106-z</a>
[17]	Erlandson, B. E. (2014). Improving Learners’ Ability to Recognize Emergence with Embedded Assessment in a Virtual Watershed. <i>Technology, Knowledge and Learning</i> , 19(1–2), 183–204. <a href="https://doi.org/10.1007/s10758-014-9227-3">https://doi.org/10.1007/s10758-014-9227-3</a>
[18]	Ginovart, M. (2014). Discovering the Power of Individual-Based Modelling in Teaching and Learning: The Study of a Predator–Prey System. <i>Journal of Science Education and Technology</i> , 23(4), 496–513. <a href="https://doi.org/10.1007/s10956-013-9480-6">https://doi.org/10.1007/s10956-013-9480-6</a>
[19]	Ginovart, M. (2015). ¿Qué pueden ofrecer los modelos basados en agentes vivos en el contexto docente? <i>Modelling in Science Education and Learning</i> , 8(2), 5. <a href="https://doi.org/10.4995/msel.2015.3486">https://doi.org/10.4995/msel.2015.3486</a>
[20]	Ginovart, M., Tutusaus, A., y Mas, M. T. (2019). Modelización basada en agentes: canibalismo microbiano. <i>Modelling in Science Education and Learning</i> , 12(2), 5. <a href="https://doi.org/10.4995/msel.2019.10975">https://doi.org/10.4995/msel.2019.10975</a>
[21]	Grotzer, T. A., Kamarainen, A. M., Tutwiler, M. S., Metcalf, S., y Dede, C. (2013). Learning to Reason about Ecosystems Dynamics over Time: The Challenges of an Event-Based Causal Focus. <i>BioScience</i> , 63(4), 288–296. <a href="https://doi.org/10.1525/bio.2013.63.4.9">https://doi.org/10.1525/bio.2013.63.4.9</a>
[22]	Hamilton, A. J. (2005). SLAC: A tool for addressing chaos in the ecology classroom. <i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i> , 36(5), 489–496. <a href="https://doi.org/10.1080/00207390412331336247">https://doi.org/10.1080/00207390412331336247</a>
[23]	Hirsh, A., y Levy, S. T. (2013). Biking with Particles: Junior Triathletes’ Learning About Drafting Through Exploring Agent-Based Models and Inventing New Tactics. <i>Technology, Knowledge and Learning</i> , 18(1–2), 9–37. <a href="https://doi.org/10.1007/s10758-013-9199-8">https://doi.org/10.1007/s10758-013-9199-8</a>
[24]	Hmelo-Silver, C. E., y Pfeffer, M. G. (2004). Comparing expert and novice understanding of a complex system from the perspective of structures, behaviors,

	and functions. <i>Cognitive Science</i> , 28(1), 127–138. <a href="https://doi.org/10.1207/s15516709cog2801_7">https://doi.org/10.1207/s15516709cog2801_7</a>
[25]	Jacobson, M. J., Kapur, M., So, H.-J., y Lee, J. (2010). The ontologies of complexity and learning about complex systems. <i>Instructional Science</i> , 39(5), 763–783. <a href="https://doi.org/10.1007/s11251-010-9147-0">https://doi.org/10.1007/s11251-010-9147-0</a>
[26]	Jacobson, M. J., y Wilensky, U. (2006). Complex Systems in Education: Scientific and Educational Importance and Implications for the Learning Sciences. <i>Journal of the Learning Sciences</i> , 15(1), 11–34. <a href="https://doi.org/10.1207/s15327809jls1501_4">https://doi.org/10.1207/s15327809jls1501_4</a>
[27]	Markauskaite, L., Kelly, N., y Jacobson, M. J. (2020). Model-Based Knowing: How Do Students Ground Their Understanding About Climate Systems in Agent-Based Computer Models? <i>Research in Science Education</i> , 50(1), 53–77. <a href="https://doi.org/10.1007/s11165-017-9680-9">https://doi.org/10.1007/s11165-017-9680-9</a>
[28]	May, C. J., Burgard, M., y Abbasi, I. (2010). Teaching complexity theory through student construction of a course wiki: The self-organization of a scale-free network. <i>Complexity</i> , 16(3), 41–48. <a href="https://doi.org/10.1002/cplx.20325">https://doi.org/10.1002/cplx.20325</a>
[29]	Rates, C. A., Mulvey, B. K., y Feldon, D. F. (2016). Promoting Conceptual Change for Complex Systems Understanding: Outcomes of an Agent-Based Participatory Simulation. <i>Journal of Science Education and Technology</i> , 25(4), 610–627. <a href="https://doi.org/10.1007/s10956-016-9616-6">https://doi.org/10.1007/s10956-016-9616-6</a>
[30]	Resnick, M. (1998). Unblocking the traffic jams in corporate thinking. <i>Complexity</i> , 3(4), 27–30.
[31]	Salinas, D. G., y Gallardo, M. O. (2020). A topic for integrated teaching of mathematics and biology: the parabola of chaos in tumour cell aneuploidy. <i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i> , 1–11. <a href="https://doi.org/10.1080/0020739x.2020.1794072">https://doi.org/10.1080/0020739x.2020.1794072</a>
[32]	Sengupta, P., Farris, A. V., y Wright, M. (2012). From Agents to Continuous Change via Aesthetics: Learning Mechanics with Visual Agent-based Computational Modeling. <i>Technology, Knowledge and Learning</i> , 17(1–2), 23–42. <a href="https://doi.org/10.1007/s10758-012-9190-9">https://doi.org/10.1007/s10758-012-9190-9</a>
[33]	Sengupta, P., Kinnebrew, J. S., Basu, S., Biswas, G., y Clark, D. (2013). Integrating computational thinking with K-12 science education using agent-based computation: A theoretical framework. <i>Education and Information Technologies</i> , 18(2), 351–380. <a href="https://doi.org/10.1007/s10639-012-9240-x">https://doi.org/10.1007/s10639-012-9240-x</a>
[34]	Sengupta, P., y Wilensky, U. (2009). Learning Electricity with NIELS: Thinking with Electrons and Thinking in Levels. <i>International Journal of Computers for Mathematical Learning</i> , 14(1), 21–50. <a href="https://doi.org/10.1007/s10758-009-9144-z">https://doi.org/10.1007/s10758-009-9144-z</a>
[35]	Stroup, W. M., y Wilensky, U. (2014). On the Embedded Complementarity of Agent-Based and Aggregate Reasoning in Students' Developing Understanding of Dynamic Systems. <i>Technology, Knowledge and Learning</i> , 19(1–2), 19–52. <a href="https://doi.org/10.1007/s10758-014-9218-4">https://doi.org/10.1007/s10758-014-9218-4</a>
[36]	Taramopoulos, A., y Psillos, D. (2017). Complex phenomena understanding in electricity through dynamically linked concrete and abstract representations. <i>Journal of Computer Assisted Learning</i> , 33(2), 151–163. <a href="https://doi.org/10.1111/jcal.12174">https://doi.org/10.1111/jcal.12174</a>

[37]	Tripto, J., Assaraf, O. B. Z., Snapir, Z., y Amit, M. (2017). How is the body's systemic nature manifested amongst high school biology students? <i>Instructional Science</i> , 45(1), 73–98. <a href="https://doi.org/10.1007/s11251-016-9390-0">https://doi.org/10.1007/s11251-016-9390-0</a>
[38]	van der Hoff, Q. (2017). Interdisciplinary education – a predator–prey model for developing a skill set in mathematics, biology and technology. <i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i> , 48(6), 928–938. <a href="https://doi.org/10.1080/0020739x.2017.1285061">https://doi.org/10.1080/0020739x.2017.1285061</a>
[39]	Wilensky, U. (2003). Statistical Mechanics for Secondary School: The GasLab Multi-agent Modeling Toolkit. <i>International Journal of Computers for Mathematical Learning</i> , 8(1), 1–41. <a href="https://doi.org/10.1023/a:1025651502936">https://doi.org/10.1023/a:1025651502936</a>
[40]	Wilensky, U., y Reisman, K. (2006). Thinking Like a Wolf, a Sheep, or a Firefly: Learning Biology Through Constructing and Testing Computational Theories—An Embodied Modeling Approach. <i>Cognition and Instruction</i> , 24(2), 171–209. <a href="https://doi.org/10.1207/s1532690xci2402_1">https://doi.org/10.1207/s1532690xci2402_1</a>
[41]	Xiang, L., y Passmore, C. (2014). A Framework for Model-Based Inquiry Through Agent-Based Programming. <i>Journal of Science Education and Technology</i> , 24(2–3), 311–329. <a href="https://doi.org/10.1007/s10956-014-9534-4">https://doi.org/10.1007/s10956-014-9534-4</a>
[42]	Yoon, S. A. (2008). An Evolutionary Approach to Harnessing Complex Systems Thinking in the Science and Technology Classroom. <i>International Journal of Science Education</i> , 30(1), 1–32. <a href="https://doi.org/10.1080/09500690601101672">https://doi.org/10.1080/09500690601101672</a>
[43]	Yoon, S. A., Anderson, E., Koehler-Yom, J., Evans, C., Park, M., Sheldon, J., Schoenfeld, I., Wendel, D., Scheintaub, H., y Klopfer, E. (2017). Teaching about complex systems is no simple matter: building effective professional development for computer-supported complex systems instruction. <i>Instructional Science</i> , 45(1), 99–121. <a href="https://doi.org/10.1007/s11251-016-9388-7">https://doi.org/10.1007/s11251-016-9388-7</a>

## B) Hoja de trabajo y posibles respuestas

### Situación didáctica: Propagación de la enfermedad “Simvirus”

Imagina que estamos ante el brote de una nueva enfermedad infecciosa llamada “**Simvirus**” cuyo modo de transmisión y sintomatología son muy parecidos a los que produce la enfermedad por COVID-19. Las medidas sugeridas por las autoridades sanitarias para frenar la propagación de la enfermedad son las ya conocidas: mantener la sana distancia, uso de cubrebocas y evitar la acumulación de personas en un mismo lugar, por mencionar algunas. Se invita a la población a seguir estas medidas, principalmente **con el objetivo de que no haya un aumento acelerado en la cantidad de personas infectadas en un determinado periodo y que la capacidad hospitalaria sea suficiente** para las personas que lleguen a necesitar atención médica.

Mantener **bajo control** la propagación de la enfermedad implica: mitigar su impacto, reducir su interrupción en diferentes sistemas –como el de salud–, y desacelerar la propagación de la epidemia reduciendo la demanda máxima de atención médica. Por otra parte, el **descontrol** de la epidemia se vería reflejado en un aumento acelerado en la cantidad de personas enfermas, lo cual provocaría insuficiencia en la capacidad hospitalaria para brindarles atención médica a las personas que la requieran.

**Una característica importante de esta enfermedad** es que todos los individuos que resultaron contagiados, después de cumplir con su tiempo de recuperación, **siempre se recuperan** de la enfermedad y adquieren la **inmunidad**. Es decir, no causa la muerte de los individuos que lleguen a enfermarse, pero sí pueden presentarse tanto casos leves como graves que requieran atención hospitalaria y una vez recuperados, ya no pueden volver a contagiarse.

Al declararse la alerta por la propagación de este virus, observas que muy poca gente se encuentra siguiendo las medidas propuestas. **¿De qué manera podrías contribuir comunicando a la población la importancia de seguir tales medidas para frenar la propagación de la epidemia y evitar que se salga de control?** Recuerda que es importante reducir la demanda de atención hospitalaria para poder mantener el control de la epidemia.

Vamos a analizar diferentes escenarios que podría tomar la propagación de la epidemia, los factores que intervienen y su influencia. **¿Qué características debería tener el escenario óptimo para mantener bajo control la propagación de la enfermedad?** La dinámica de la propagación de esta enfermedad se puede simular con el modelo epiDEM Basic que comenzaremos a explorar.

### **Actividad Introductoria: Primer acercamiento con el Modelo epiDEM**

**Indicación:** Da clic a la siguiente liga para acceder al modelo epiDEM <https://complejidad-iiiec.web.app/cursotaller2020/casos/epidemia-basico/index.html> (Grupo Interdisciplinario de Economía y Complejidad, 2020)

#### **Sección I: Descripción del modelo**

**El modelo simula la propagación de una enfermedad infecciosa en una población cerrada. Este modelo puede ser útil para simular la dinámica de la propagación de enfermedades como la gripe, la influenza, el resfriado común, la varicela, el sarampión, por mencionar algunas. Nosotros nos enfocaremos en la propagación de la enfermedad descrita anteriormente llamada “Simvirus”.**

**Características del modelo** (Grupo Interdisciplinario de Economía y Complejidad, 2020):

- i. La población es cerrada, es decir, no hay nacimientos, muertes o viajes dentro o fuera de la población.
- ii. Cada persona tiene las mismas posibilidades de interactuar con cualquier otra persona en el mundo.
- iii. No hay periodos latentes o inactivos del virus, ni posibilidad de mutaciones.
- iv. Cada individuo en la población puede pasar por 3 estados: susceptibles (blancos), infectados (rojos) y recuperados (verdes).
- v. Las personas se mueven de forma aleatoria.
- vi. La escala temporal del modelo está en horas.
  - Susceptibles: individuos que son propensos a contraer la enfermedad.
  - Infectados: individuos que poseen el virus y lo pueden propagar.

- Recuperados: individuos que se han recuperado de la enfermedad, se vuelven inmunes.

**Dinámica del modelo** (Grupo Interdisciplinario de Economía y Complejidad, 2020):

La dinámica está regida por los siguientes parámetros que pueden variar:

1. *Initial-people* (población inicial): establece el número total de personas en la simulación (entre 50 y 400).
2. *Infection-chance* (probabilidad de infección): establece la probabilidad de transmisión de la enfermedad de un infectado a un susceptible (entre 10 y 100).
3. *Recovery-chance* (probabilidad de recuperación): establece la probabilidad de que un infectado se recupere una vez que haya transcurrido su periodo de recuperación (entre 10 y 100).
4. *Average-recovery-time* (tiempo de recuperación promedio): establece el tiempo que tarda una persona en recuperarse en promedio. Para cada individuo, además, se establece un tiempo aleatorio de recuperación tomado de una distribución normal con media en el valor del parámetro establecido (entre 50 y 300).

#### **Para iniciar el modelo:**

- 1) Establece los valores que desees en los cuatro parámetros.
- 2) Elige la velocidad a la que corra el modelo.
- 3) Presiona el botón “setup” para que el programa se inicialice con los valores que estableciste.
- 4) Presiona el botón “go” para que corra la simulación.
- 5) El programa se detiene cuando termina la propagación de la enfermedad, pero si quieres que se detenga antes, vuelve a presionar el botón “go”.

Nota: Puedes variar la velocidad a la que corre el modelo mientras se ejecuta la simulación.

## Sección II:

**Indicación:** Explora el modelo. Elige los valores que desees en los parámetros y ejecuta la simulación.

**1. ¿Qué ocurre en la simulación? Realiza una descripción.** Se observa la propagación de una enfermedad en el tiempo. Se puede apreciar a la población moviéndose sobre el espacio, a los individuos infectados contagiando a los susceptibles, y al mismo tiempo, los infectados recuperándose después de un periodo.

**2. ¿Quiénes son los actores que participan en la simulación y qué significa el cambio de color entre los individuos?** Las personas son los actores y el cambio de color significa el cambio de susceptibles a infectados y posteriormente a recuperados.

¿Cuándo ocurre el cambio de color en un individuo de blanco a rojo y qué significa? Cuando se acerca el individuo infectado a uno susceptible. Significa que el susceptible (blanco) ha quedado contagiado (rojo).

¿Cuándo ocurre el cambio de color en un individuo de rojo a verde y qué significa? Cuando ha pasado cierto tiempo después de la infección. Significa que el infectado (rojo) se recuperó de la enfermedad (verde).

**3. Observa a un individuo infectado y sigue su recorrido. ¿Cuándo se acerca a un individuo susceptible, este resulta contagiado? ¿Por qué crees que ocurre esto?** No. Porque en la vida real, no siempre que una persona susceptible interactúa con un infectado, resulta infectado. Depende de muchos factores: si ambos usaban o no cubrebocas, si mantuvieron la sana distancia, si platicaron, etc.

**4. Observa a diferentes individuos infectados y sigue su recorrido ¿se recuperaron después de la misma cantidad de horas (ticks)? ¿Por qué crees que ocurre esto?** Muy probablemente no. Porque en la vida real, no todas las personas se recuperan de una enfermedad después de la misma cantidad de tiempo. Depende de muchos factores: su sistema inmune, factores genéticos, otras enfermedades que presenten, edad, etc.

**Entonces:**

¿Cuáles son las reglas locales que sigue el modelo para que ocurra el contagio?



¿Cuáles son las reglas locales que sigue el modelo para que ocurra la recuperación?

## Actividad 2: Mecanismo de contagio y mecanismo de recuperación

### Sección I: Mecanismo de Contagio

**Indicación:** Da clic en la siguiente liga para acceder al modelo CONTAGIO:

<https://scratch.mit.edu/projects/511268622/>

En el modelo CONTAGIO, se hace explícito el mecanismo de contagio de una enfermedad infecciosa, como “Simvirus”, mismo que sigue el modelo epiDEM.

**Indicaciones:** Una vez que tengas abierta la página con el modelo, para iniciar, haz clic en la bandera verde y sigue las instrucciones que aparecen en el simulador. Ingresas los datos que te solicitan.

De forma individual, corre el programa eligiendo los valores que desees en varias ocasiones. Presta atención al diálogo de los chicos y responde:

Ensayo	Probabilidad de infección (entre 10 y 100) %	Número aleatorio generado (entre 0 y 100)	Relación			
			Número aleatorio	Mayor, igual o menor que	Probabilidad de infección	Resultado: Susceptible o Infectado
1	50	12	12	Menor	50	infectado
2	80	48	48	Menor	80	infectado
3	10	66	66	Mayor	10	susceptible
4	15	2	2	Menor	15	infectado
5	95	80	80	Menor	95	infectado
6	30	31	31	Mayor	30	susceptible

1.- Para que un susceptible resulte infectado, ¿cómo debe ser el número aleatorio generado respecto a la probabilidad de infección? Menor o igual que la probabilidad de infección

2.- Para que un susceptible no contraiga la infección, ¿cómo debe ser el número aleatorio generado respecto a la probabilidad de infección? Mayor que la probabilidad de infección

3.- Suponga que la enfermedad “Simvirus” posee características muy parecidas a la enfermedad por COVID-19, ¿Qué medidas crees que pueden influir en la población para que haya una menor o mayor probabilidad de infección? **Hacer uso del cubrebocas, mantener la distancia entre personas, no saludar de mano, etc.**

4- ¿Cuándo es más probable que resulten más personas contagiadas al tener contacto con un infectado, con una probabilidad de infección más cercana a 100 o a 10? ¿Por qué? **Cuando es más cercana a 100. Porque al ser muy grande el valor de la probabilidad de infección, existen muchas posibilidades de que el número aleatorio generado sea menor que el valor que tiene la probabilidad de infección.**

5.- ¿Cuál es el parámetro del cual depende el cambio de susceptible a infectado? **Probabilidad de infección**

## Sección II: Mecanismo de Recuperación

**Indicación:** Da clic en la siguiente liga para acceder al modelo RECUPERACIÓN: <https://scratch.mit.edu/projects/511602398/>

En el modelo RECUPERACIÓN, se hace explícito el mecanismo de recuperación de una enfermedad infecciosa, como “Simvirus”, mismo que sigue el modelo epiDEM.

**Indicaciones:** Una vez que tengas abierta la página con el modelo, para iniciar, haz clic en la bandera verde y sigue las instrucciones que aparecen en el simulador. Ingresa los datos que te solicitan.

De forma individual, corre el programa eligiendo los valores que desees en varias ocasiones. Presta atención al dialogo del chico y responde:

Ensayo	Tiempo promedio de recuperación (entre 50 y 300) horas	Probabilidad de recuperación (entre 10 y 100) %	Número aleatorio generado (entre 0 y 100)	Relación			
				Número aleatorio	Mayor, igual o menor que	Probabilidad de recuperación	Resultado: Infectado o Recuperado
1	60	50	43	43	Menor	50	Recuperado
2	100	95	11	11	Menor	95	Recuperado

3	250	15	32	32	Mayor	15	Enfermo
4	80	62	99	99	Mayor	62	Enfermo
5	75	35	0	0	Menor	35	Recuperado
6	180	20	16	16	Menor	20	Recuperado

1.- **¿Por qué crees que el individuo enfermo presenta su propio tiempo de recuperación y no toma el valor promedio?** Porque en la realidad, a pesar de que existe un tiempo promedio en el que la gente se recupera después de una infección, cada persona es diferente y puede recuperarse antes, después o en el tiempo promedio.

2.- **Para que el individuo enfermo logre la recuperación, ¿cómo debe ser el número aleatorio generado respecto de la probabilidad de recuperación?** Debe ser menor o igual que la probabilidad de recuperación.

3.- **Para que el individuo enfermo no logre la recuperación, ¿cómo debe ser el número aleatorio generado respecto de la probabilidad de recuperación?** Mayor que la probabilidad de recuperación.

4.- **¿Es más probable que ocurra la recuperación cuando la probabilidad de recuperación es más cercana a 100 o cuando es más cercana a 10? ¿Por qué?** Experimenta con el simulador. Cuando es más cercana a 100. Porque al ser muy grande el valor de la probabilidad de recuperación, existen muchas posibilidades de que el número aleatorio generado sea menor que el valor que tiene la probabilidad de recuperación.

5.- **Suponga que la enfermedad “Simvirus” posee características muy parecidas a la enfermedad por COVID-19, ¿Qué factores o medidas crees que pueden influir en la población para que haya una menor o mayor probabilidad de recuperación?** Factores genéticos, enfermedades previas, atención médica oportuna, etc.

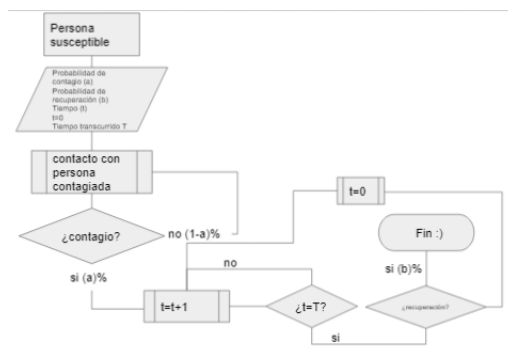
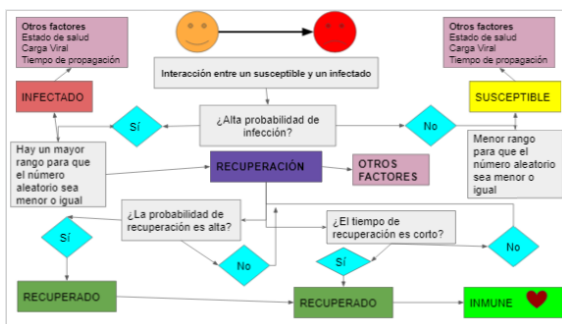
6.- **¿Cuáles son los parámetros de los cuales depende el cambio de infectado a recuperado?** Probabilidad de recuperación y tiempo promedio de recuperación

### Sección III

**Indicaciones:** Construye un diagrama que describa la dinámica de la propagación de la enfermedad y que contenga los procesos de contagio y recuperación de la enfermedad infecciosa “Simvirus” que modela epiDEM Basic y que acabas de analizar a detalle en las simulaciones de Scratch. Relaciona cada uno de los estados que pueden tomar los agentes (**susceptible, infectado y recuperado**) y los parámetros que influyen para que ocurra el cambio de estado (**probabilidad de infección, probabilidad de recuperación y tiempo promedio de recuperación**). No te olvides de considerar el tiempo.

Entra a la siguiente liga y construye tu diagrama; puedes insertar formas, flechas o texto, si lo consideras necesario:

Algunos ejemplos de diagramas construidos por estudiantes que participaron en las pruebas piloto



### Actividad 3 Análisis de la dinámica del fenómeno

Hemos analizado el mecanismo de contagio y el de recuperación, además de la influencia que tiene principalmente la probabilidad de infección y la probabilidad de recuperación en el cambio de estado de los individuos. Pero ¿qué sucede cuando hay una cantidad mayor de individuos infectados y susceptibles interactuando al mismo tiempo?

¿Cómo influyen los parámetros en este nuevo escenario? ¿Resulta relevante la cantidad de población en la propagación de la enfermedad?

¿Qué características debería tener el escenario óptimo para mantener bajo control la propagación de la enfermedad? Analicemos la dinámica de la propagación de esta enfermedad en diferentes escenarios:

### Sección I

**Indicación:** En el simulador introduce los valores que se te indican en cada escenario, cuando haya terminado la propagación de la enfermedad y se detenga el programa, toma captura de pantalla de cada caso y pega la imagen en el Power Point que encontrarás en la siguiente liga: <https://docs.google.com/presentation/d/1jY9k59vTrN8c9qrEyDtIHgDOtgdJUslkoWRZECWXu5g/edit?usp=sharing>

<b>Escenario 1 y 2: Máxima probabilidad de infección y valores extremos en probabilidad de recuperación</b>	
<b>Escenario 1</b>	<b>Escenario 2</b>
Población de 100 individuos. Probabilidad de infección: 100%. Probabilidad de recuperación: 100%. Tiempo de recuperación promedio: 100 horas.	Población de 100 individuos. Probabilidad de infección: 100%. Probabilidad de recuperación: 10%. Tiempo de recuperación promedio: 100 horas.

**¿Cómo crees que se desarrolle la propagación de la enfermedad en estos escenarios?**  
Puede ser que la enfermedad se propague muy rápido ya que la probabilidad de infección en ambos casos es del 100%. Quizá en el escenario 1, termine más rápido la propagación que en el escenario 2 por la probabilidad de recuperación.

**\*\*Corre dos o más veces los escenarios y describe qué sucede en cada ensayo\*\*** Cada ensayo es diferente a pesar de que la simulación se realice con los mismos valores. Parecen similares las gráficas, pero no son iguales.

**Indicación:** Analiza las gráficas correspondientes a los Escenarios 1 y 2. Describe lo que observas.

1.- ¿Encuentras alguna similitud o patrón entre las gráficas del Escenario 1 y el Escenario 2? **Sí, las gráficas de ambos Escenarios tienen una forma muy parecida.**

2.- Analiza la primera gráfica correspondiente al número de infectados respecto al tiempo (curva roja) y responde las siguientes preguntas:

- a) ¿Cómo se desarrolla la propagación desde el inicio hasta el punto más alto de la gráfica: **Va aumentando rápidamente el número de infectados**
- b) ¿Cómo se desarrolla la propagación desde el punto más alto de la gráfica hasta el término de la propagación? **Va disminuyendo lentamente el número de infectados hasta que en un momento todos se encuentran recuperados**
- c) ¿Cómo es la velocidad en la propagación de la enfermedad al inicio de la epidemia? **La propagación de la enfermedad es muy rápida**
- d) Después de haber pasado el momento máximo de contagios, ¿cómo es la velocidad en la propagación de la enfermedad? **La propagación se vuelve lenta**

*Nota:*

*Esta gráfica representa una curva epidémica, es una gráfica que representa el número de casos infectados de acuerdo con el momento de aparición de la enfermedad en un eje de coordenadas. El eje horizontal representa el tiempo y el vertical las frecuencias. Es útil porque puede proporcionar información acerca de: la magnitud de la epidemia, patrones en la propagación de la epidemia, casos aislados, tendencia en el tiempo y periodo de exposición e incubación del virus. De acuerdo con la Organización Panamericana de la Salud y Organización Mundial de la Salud (2020) esta curva usualmente presenta los siguientes elementos:*

*\*La curva ascendente: representa la fase de aumento de la epidemia y cuya inclinación indica la velocidad de propagación de la epidemia.*

*\*El punto máximo o meseta: puede ser alcanzado naturalmente o truncado mediante una intervención temprana.*

*\*La curva descendente: representa la fase de agotamiento de la epidemia y cuya inclinación descendente indica la velocidad de agotamiento de la población susceptible.*

**3.- Observa la vista de individuos, ¿todos se infectaron en algún momento de la propagación de la enfermedad? ¿Por qué ocurrió eso? Sí, porque la probabilidad de infección en ambos Escenarios se encontraba al 100%**

## Sección II

<b>Escenario 3 y 4: Mínima probabilidad de infección y valores extremos en probabilidad de recuperación</b>	
<b>Escenario 3</b>	<b>Escenario 4</b>
Población de 100 individuos. Probabilidad de infección: 10%. Probabilidad de recuperación: 100%. Tiempo de recuperación promedio: 100 horas.	Población de 100 individuos. Probabilidad de infección: 10%. Probabilidad de recuperación: 10%. Tiempo de recuperación promedio: 100 horas.

**¿Cómo crees que se desarrolle la propagación de la enfermedad en estos escenarios?**  
Puede que la propagación sea muy lenta debido a que la probabilidad de infectarse es muy baja, incluso puede que no mucha gente se contagie.

**Indicación:** Analiza las gráficas correspondientes a los Escenarios 3 y 4. Describe lo que observas.

**1.- ¿Encuentras alguna similitud o patrón entre las gráficas del Escenario 3 y el Escenario 4? Sí, las gráficas de ambos Escenarios tienen una forma muy parecida.**

**2.- Analiza la primera gráfica correspondiente al número de infectados respecto al tiempo (curva roja) y responde a las siguientes preguntas:**

- a) **¿Se presenta algún “punto máximo o meseta” en el transcurso de la propagación de la enfermedad?** Se percibe una meseta ya que en un periodo comienza a aumentar más rápido la cantidad de infectados, pero no es un pico tan pronunciado como en el caso anterior. Se logra “aplanar la curva”.
- b) **¿Cómo se desarrolla la enfermedad desde el inicio de la propagación hasta el final de la epidemia?** Comienza aumentando la cantidad de casos, pero no a una velocidad tan rápida como la anterior, se llega a un momento máximo de contagios casi a la mitad del tiempo que duró la propagación, pero ese aumento no es tan drástico; después, van disminuyendo muy lentamente la cantidad de infectados. Tarda más en terminarse la epidemia que en el caso anterior.
- c) **¿Observas algún aumento o disminución acelerados en la velocidad de la propagación de la enfermedad en algún momento?** No, los aumentos o disminuciones no se dan de forma acelerada.

3.- **Observa la vista de individuos, ¿todos se infectaron en algún momento de la propagación de la enfermedad? ¿Por qué ocurrió eso?** No, porque la probabilidad de infección en ambos Escenarios se encontraba al 10%.

4.- **En el Escenario 1 y 2 lo único que cambia es la probabilidad de recuperación, al igual que en el Escenario 3 y 4; entonces ¿Crees que ese parámetro influye bajo esas condiciones para que se vea modificada la propagación de la enfermedad?** Considero que, para estos casos, no tiene una gran influencia.

5.- **Entonces, ¿cuál es el parámetro que modifica drásticamente la propagación de la enfermedad?** La probabilidad de infección

### Sección III

#### Escenario 5:

**Indicación:** Ahora, retomemos un Escenario ideal: el Escenario 3; donde la propagación de la enfermedad se da de forma controlada. Inserta los mismos valores, pero ahora, cambia la



cantidad de población inicial a más del doble (elige el valor). Toma la captura y agrégala al Power Point.

**¿Cómo crees que se desarrolle la propagación de la enfermedad en este escenario?**

Puede que en el escenario haya un momento en el que se descontrole la propagación de la enfermedad, es decir, haya un aumento acelerado en la cantidad de personas enfermas.

**1.- ¿De qué manera cambia la propagación de la enfermedad?** La propagación de la enfermedad cambia drásticamente. La forma de las gráficas es muy parecida a la de los Escenarios 1 y 2, donde la probabilidad de infección estaba al máximo. En la vista de individuos, ahora todos se contagiaron.

**2.- Entonces, ¿de qué manera influye la cantidad de personas expuestas en la propagación de la enfermedad?** Influye mucho. Cambia drásticamente la propagación de la enfermedad. Pasó de un escenario ideal a uno descontrolado.

### **Escenario 6:**

**Indicación:** Volvamos a retomar el Escenario ideal: Escenario 3; donde la propagación de la enfermedad se da de forma controlada. Inserta los mismos valores, pero ahora, cambia el tiempo de recuperación promedio a un valor cercano al máximo (elige un valor cercano a 300). Toma la captura y agrégala al Power Point.

**¿Cómo crees que se desarrolle la propagación de la enfermedad en este escenario?**

Puede que dure mucho tiempo la enfermedad, ya que el tiempo promedio de recuperación es más largo y quizás pueda haber muchas personas enfermas en un mismo momento.

**1.- ¿De qué manera cambia la propagación de la enfermedad?** La propagación de la enfermedad cambia mucho, pero menos drásticamente que en el Escenario 5. La forma de las gráficas es muy parecida a la de los Escenarios 1, 2 y 5. En la vista de individuos, ahora todos se contagiaron.

2.- Entonces, ¿de qué manera influye el tiempo de recuperación promedio en la propagación de la enfermedad? **Influye de forma significativa. Cambia de forma notoria la propagación de la enfermedad. Pasó de un escenario ideal a uno en peligro de descontrolarse.**

3.- Una vez analizados todos estos Escenarios, ¿cuáles parámetros crees que son los que tienen más influencia en la dinámica de la propagación de una enfermedad para que de acuerdo con sus valores resulte una propagación ya sea controlada o descontrolada? **La probabilidad de infección y la cantidad de población.**

#### Sección IV:

##### Indicación:

Una vez analizados diferentes escenarios y la dinámica de la propagación de la enfermedad “Simvirus”, **realiza una propuesta dirigida a la población en la que comuniqués la importancia de seguir las recomendaciones para frenar la propagación de la epidemia y evitar que se salga de control.**

¿Qué recomendaciones le darías a la población considerando la influencia que tienen los parámetros cantidad de población, probabilidad de infección, probabilidad de recuperación y tiempo promedio de recuperación en el desarrollo de la epidemia? ¿En qué recomendaciones harías mayor énfasis?

Para sustentar **tu propuesta**, esta **debe contener dos escenarios**; en el primero, el desarrollo de la epidemia debe resultar **descontrolado** (con el que muestres lo que podría pasar si no se siguen adecuadamente las medidas que propones), y en el segundo, el desarrollo de la epidemia debe resultar **bajo control**. Experimenta con el simulador, elige los valores de los parámetros para ambos escenarios y toma captura de pantalla de cada uno. Toma captura de pantalla de cada uno. Justifica la elección de los valores, describe la manera en que desarrolla la propagación de la enfermedad a través del tiempo y las características de la población que presenta cada escenario. *Nota: Los valores y escenarios deben ser diferentes a los que se te presentaron anteriormente.*

Ejemplos de escenarios propuestos por estudiantes que participaron en las pruebas piloto



### Preguntas finales:

-¿Hay alguna manera de saber el momento en el que un individuo va a resultar contagiado o recuperado en el modelo epiDEM?

\*¿Consideras que el modelo epiDEM dentro de su programación establece desde el inicio de la simulación para cada individuo el momento en el que va a resultar contagiado y recuperado? **No. Los contagios y recuperaciones dependen del número aleatorio que genere cada individuo y de su relación con la probabilidad de infección o de recuperación, según sea el caso. Por lo que todo depende principalmente de la aleatoriedad y las probabilidades. Además, el movimiento de las personas también es aleatorio.**

-¿Consideras que se puede llegar a predecir el desarrollo de una epidemia? **Considero que se puede llegar a tener una idea sobre el comportamiento de la epidemia dependiendo de los valores en los parámetros iniciales, pero no es posible predecirlo con exactitud.**

### **C) Análisis respecto de la Taxonomía del Pensamiento Computacional en las prácticas matemáticas y científicas**

La aplicación de la experiencia didáctica tuvo como objetivo promover el desarrollo de cuatro prácticas de pensamiento sistémico en los alumnos a través de la interacción con un modelo basado en agentes que permite el estudio del fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas desde el enfoque de los sistemas complejos. A continuación, se presenta el análisis previo de las actividades que conformaron la experiencia didáctica respecto de los aspectos que enfatizan de cada una de las prácticas de pensamiento sistémico que se buscó promover en los alumnos:

**Comprensión de las relaciones dentro de un sistema (CT-PS2).** Según Weintrop et al. (2016) es importante identificar los componentes de un sistema y estructurar la manera en que se llevan a cabo sus interacciones para comprender las relaciones entre dichos componentes. Menciona que las herramientas computacionales facilitan esta investigación ya que permiten visualizar de forma aislada los componentes, estudiar sus comportamientos y la manera en la que interactúan con los demás componentes.

**Actividades dentro de la experiencia didáctica para el desarrollo de la práctica CT-PS2.** En primer lugar, desde la “Actividad Introductoria” se invitó a los alumnos a identificar diferentes componentes del sistema (agentes, interacciones e interfaz de usuario) mediante un primer acercamiento con el modelo epiDEM Basic. Se esperaba que reconocieran: agentes, características del modelo, interacciones agente-entorno, interfaz de usuario y observaran los cambios de estado de los agentes a través del significado que posee el cambio de color a lo largo del tiempo. Después, se les solicitó lo siguiente: 1) visualmente, sigan el recorrido de un solo individuo infectado con el propósito de estudiar su comportamiento y la forma en que interactúa con los individuos susceptibles, y averigüen si cada vez que el infectado tiene contacto (se acerca) con un susceptible, el susceptible resulta infectado o no; 2) observen el tiempo de recuperación de un individuo infectado y compárenlo con el de otro, se esperaba que los alumnos se preguntaran por qué los individuos se recuperaban de la enfermedad después de periodos distintos y se les solicitó que expresaran cuáles creían que eran las reglas que seguían los agentes para cambiar su estado a infectado y a recuperado. Con esto, se buscó promover la curiosidad del alumno para investigar los mecanismos que

siguen los individuos para que se produzca el contagio y se logre la recuperación, procesos que rigen la dinámica a nivel local.

Posteriormente, la “Actividad 2: Mecanismo de contagio y recuperación” hace énfasis en el análisis de la dinámica del sistema a nivel local. Tuvo como objetivo que los alumnos estudiaran y comprendieran tanto la manera en que se producen los cambios de estado que pueden llegar a tomar los agentes, como las interacciones agente-agente y los mecanismos probabilísticos que siguen los procesos de contagio y recuperación del modelo epiDEM Basic. También, se buscó que identificaran la influencia que tienen los parámetros sobre la dinámica a nivel local. Se esperaba que los alumnos alcanzaran estos objetivos mediante la experimentación con los modelos de CONTAGIO y RECUPERACIÓN diseñados en Scratch, los cuales, muestran las reglas que sigue el modelo para que ocurra el contagio y la recuperación de la enfermedad, además, hacen explícitos los elementos y las condiciones necesarias para que ocurran dichos procesos. Con esta actividad guiada a base de preguntas que incitan al análisis de los modelos y a ponerlos a prueba, se pueden ver de forma aislada los agentes, sus estados y se permite explorar la forma en que interactúan.

Finalmente, de acuerdo con Weintrop et al. (2016): “Los estudiantes que dominen esta práctica podrán identificar los elementos constitutivos de un sistema, articular sus comportamientos y explicar cómo las interacciones entre elementos producen los comportamientos característicos del sistema” (p. 141). De tal manera que, para reconocer esta práctica en los alumnos se propuso como actividad la construcción de un diagrama que describiera la dinámica de la propagación de la enfermedad y que hiciera explícitos los procesos locales de contagio y recuperación. Se enfatizó en que relacionaran cada uno de los estados que puede tomar un agente (susceptible, infectado y recuperado), los parámetros que influyen para que ocurra el cambio de estado (probabilidad de infección, probabilidad de recuperación y tiempo promedio de recuperación) y los procesos (contagio y recuperación) sin olvidarse del tiempo. La construcción del diagrama fue libre y se realizó de forma individual.

**Comunicar información sobre un sistema (CT-PS4).** Weintrop et al. (2016) señalan que comunicar lo aprendido sobre un sistema después de investigarlo es todo un desafío. Eso implica que los estudiantes elaboren visualizaciones con las que expresen lo que

han aprendido del sistema y resalten los aspectos que consideran más importantes para que una persona que no conozca a profundidad los detalles del sistema, pueda entenderlo. Para esto, es necesario priorizar ciertas características del sistema y diseñar la forma más adecuada para representar la información que se quiere comunicar, con el propósito de que esta no se vea comprometida.

***Actividades dentro de la experiencia didáctica para el desarrollo de la práctica CT-PS4.*** Desde la “Actividad Introdutoria”, mediante un primer acercamiento al interactuar con el modelo epiDEM Basic, se esperaba que los alumnos visualizaran de forma general la dinámica del sistema a nivel global, que identificaran las interacciones entre agentes, el movimiento, el cambio de estado de los agentes y la propagación de la enfermedad a través del tiempo. Posteriormente, con la “Actividad 2: Mecanismo de contagio y recuperación” se esperaba que estudiaran principalmente los procesos que rigen la dinámica local del agente. De esta manera, con actividades que fomentaban el análisis del sistema tanto a nivel local como a nivel global, se tuvo como objetivo que posteriormente los estudiantes realizaran una visualización en la que representaran los aspectos principales del sistema y comunicaran lo que entendieron.

Para identificar esta práctica en los alumnos, Weintrop et al. (2016) mencionan: “Los estudiantes que hayan dominado esta práctica podrán comunicar la información que han aprendido sobre un sistema de manera que la información sea accesible para los espectadores que no conocen los detalles exactos del sistema del que se extrajo la información” (p. 141). De esta manera, también se consideró la actividad acerca del diseño del diagrama, mencionada en la práctica anterior (CT-PS2). Sin embargo, para esta práctica se tomaron en cuenta las características del sistema que priorizaron los alumnos al elaborar su diagrama y las formas en que lo diseñaron y lo organizaron para comunicar la información que aprendieron sobre el sistema.

**Investigación del sistema como un todo (CT-PS1).** Teniendo en cuenta a Weintrop et al. (2016), es necesario poseer la habilidad de medir y determinar las entradas y salidas de un sistema para estudiar el sistema como un todo. Al visualizarlo de esta manera, se podrán comprender las características que tiene el sistema en conjunto. Además, mencionan que las herramientas computacionales favorecen las investigaciones, especialmente los modelos y

simulaciones. Estos se pueden utilizar de tal modo que los alumnos realicen pruebas de hipótesis, automaticen fenómenos a investigar y modelen los sistemas que busquen analizar.

***Actividades dentro de la experiencia didáctica para el desarrollo de la práctica CT-PSI.*** En la “Actividad 3: Análisis de la dinámica del fenómeno” se realizó un estudio a nivel global del sistema. En esta actividad se buscó que los alumnos examinaran la dinámica de la propagación de la enfermedad mediante un análisis descriptivo de series de tiempo, en el cual, se esperaba que identificaran las fases particulares por las que atraviesan los datos que produce el modelo en el transcurso de una ejecución. La serie de tiempo a analizar es la curva epidémica que muestra epiDEM Basic en la gráfica de poblaciones (*Populations*); esta curva se distingue por tres fases particulares por las que puede pasar: curva ascendente, punto máximo y curva descendente. Se esperaba que los alumnos identificaran dos posibles caminos que puede tomar el modelo: 1) un escenario llamado “descontrolado” el cual, se identificó por la prominencia del punto máximo de la curva epidémica y porque en algún momento de la propagación, hubo una mayor cantidad de personas infectadas que no infectadas; y 2) un escenario llamado “controlado” que se caracterizó porque en la curva epidémica no se distinguen con facilidad las tres fases mencionadas anteriormente y porque en ningún momento de la propagación el número de infectados sobrepasa al número de no infectados en la población.

Se les presentaron a los alumnos diferentes escenarios de la propagación de la enfermedad al hacer variaciones en los parámetros, se compararon entre escenarios las gráficas y el mundo de agentes resultantes, y se incitó a los estudiantes a encontrar patrones temporales en la serie de tiempo. Estos patrones, se esperaba que los alumnos los identificaran al determinar las diferentes fases por las que atraviesan los datos y al reconocer la tendencia general del modelo, diferenciando entre los posibles caminos que este pueda tomar. También, podían encontrar patrones espaciales en el mundo de agentes al observar si todos los individuos de la población en algún momento de la propagación se contagiaron o no. De esta forma, se trabajó en que los alumnos identificaran la influencia que tienen los valores en los parámetros introducidos al inicio de la simulación sobre el comportamiento característico del sistema.

Finalmente, para reconocer esta práctica en los alumnos, se propuso como actividad que realizaran una propuesta dirigida a la población en la que comunicaran la importancia de

seguir las recomendaciones para evitar que la propagación de la epidemia se descontrole. Esta propuesta debió incluir dos escenarios, uno en el que se descontrolara el desarrollo de la propagación de la enfermedad y otro en el que el desarrollo de la epidemia fuera controlado. Con esta actividad los alumnos mostraron su capacidad para medir y determinar las entradas (cantidad de población, probabilidad de infección, probabilidad de recuperación y tiempo promedio de recuperación) y salidas (resultados de la propagación de la enfermedad bajo determinadas condiciones) del sistema.

**Pensando en niveles (CT-PS3).** Desde el punto de vista de Weintrop et al. (2016), los sistemas se pueden analizar bajo diversas perspectivas. Estas van desde un análisis del sistema a nivel local, considerando todos sus componentes, los comportamientos y las interacciones entre ellos hasta un estudio a nivel global en donde se examina el sistema como un todo. Además, los autores sostienen que las herramientas computacionales brindan la posibilidad de analizar el sistema desde ambas perspectivas, que son complementarias para llegar a comprenderlo.

***Actividades dentro de la experiencia didáctica para el desarrollo de la práctica CT-PS3.*** Una de las actividades diseñadas para promover el desarrollo de esta práctica en los alumnos es la “Actividad 2: Mecanismo de contagio y mecanismo de recuperación” en la que se realiza un análisis a nivel local del sistema. En esta actividad se buscó que los alumnos comprendieran los mecanismos de contagio y de recuperación, procesos que rigen la dinámica local del agente. Para hacer explícitos estos mecanismos, se diseñaron dos programas en la plataforma Scratch: en el primero, “CONTAGIO”, se hace evidente el mecanismo que sigue el modelo epiDEM Basic para la infección; en el segundo, “RECUPERACIÓN”, se detalla el mecanismo de recuperación que sigue un individuo infectado para que ocurra el cambio de estado. De esta manera, los alumnos estudiaron el sistema desde la perspectiva de los agentes y sus interacciones. Como se mencionó anteriormente dentro de las actividades para el desarrollo de la práctica CT-PS2, se propusieron a los alumnos una serie de preguntas, se motivó la interacción con los programas y la exploración. Por último, para identificar la forma en la que el alumno analizó y comprendió el sistema a nivel local, se utilizó la misma actividad sobre construir un diagrama



que explicara la dinámica de la propagación de la enfermedad y que hiciera explícitos los procesos locales de contagio y recuperación, descrita en la práctica CT-PS2.

Por otro lado, la “Actividad 3: Análisis de la dinámica del fenómeno”, tuvo como principal objetivo que los alumnos analizaran el comportamiento del sistema a nivel global al experimentar en diversos escenarios formados a partir de definir y hacer variaciones en las entradas del sistema. La ruta que siguió la actividad fue que los alumnos realizaran experimentos en el modelo epiDEM Basic para analizar cinco casos diferentes en los que se buscaba que identificaran la influencia que tiene cada uno de los parámetros (valores de entrada) en el desarrollo de la epidemia de la enfermedad “Simvirus” y, por lo tanto, reconocieran el resultado (salida) de dicha propagación dependiendo del valor establecido para cada entrada. Con esta actividad de análisis de escenarios guiada a base de preguntas, y que promovió la experimentación con el modelo epiDEM Basic, los alumnos estudiaron las series de tiempo que se mostraron en la pantalla, específicamente la curva epidémica que muestra el modelo en cada ejecución. Además, observaron el mundo de agentes y los cambios que se presentaron en ambas representaciones al variar los valores en los parámetros.

Posteriormente, se les incitó a los alumnos a encontrar relaciones y patrones temporales y espaciales en la propagación de la enfermedad al elegir ciertos valores para cada entrada e identificar la influencia que tienen en el comportamiento del sistema. Para identificar la forma en la que se desarrolló el pensamiento en niveles, se analizaron las respuestas a las preguntas planteadas a los alumnos al simular los diferentes escenarios propuestos en la “Actividad 3: Análisis de la dinámica del fenómeno”, específicamente a aquellas en las que se buscó obtener evidencia de que el alumno distinguió y asignó diferentes reglas y patrones a cada nivel, local y global; pensó entre niveles y pensó en términos de un nivel intermedio. El diagrama realizado al concluir la “Actividad 2” hace énfasis en destacar la dinámica a nivel local; la propuesta de escenario realizada al concluir la “Actividad 3” hace énfasis en la dinámica a nivel global; por lo cual, también se utilizaron ambos productos para observar que los alumnos distinguieran y asignaran diferentes reglas y patrones a cada nivel.

## D) Ficha técnica de la secuencia de actividades

<b>Título de la situación: Propagación de la enfermedad “Simvirus”</b>	
<b>Objetivo general de la experiencia:</b> Promover el desarrollo de cuatro prácticas de pensamiento sistémico en los alumnos a través de la interacción con un modelo basado en agentes que permite el estudio del fenómeno de propagación de enfermedades infecciosas desde el enfoque de los sistemas complejos.	
<b>Sesión:</b> Primera	<b>Duración de la sesión:</b> 120 min
<b>Actividades y duración:</b>	<b>Objetivos específicos de la actividad:</b>
<b>“Actividad Introductoria”</b>	
Presentación de la situación didáctica (10 min).	Reconocer el contexto de la situación a estudiar y las características de la enfermedad “Simvirus”.
Presentación del modelo epiDEM Basic y primer acercamiento (20 min).	-Identificar las características, la dinámica y la forma de manipular el modelo epiDEM Basic.  -Identificar los componentes del sistema, sus comportamientos y los procesos dentro del sistema, además de los elementos que conforman la interfaz de usuario y su función.
<b>“Actividad 2: Mecanismo de contagio y mecanismo de recuperación”</b>	
Interacción y experimentación con los modelos CONTAGIO Y RECUPERACIÓN (Scratch) para estudiar los mecanismos de contagio y de recuperación que sigue epiDEM Basic (35 min).	-Analizar la dinámica del sistema a nivel local.  -Analizar los estados de los agentes, sus interacciones y los procesos dentro del sistema.  -Comprender los procesos probabilísticos de contagio y de recuperación que siguen los agentes en el modelo epiDEM Basic.  -Identificar la influencia de los parámetros sobre la dinámica del sistema a nivel local.
Construcción de un diagrama que describa los componentes del sistema y los procesos de contagio y recuperación que sigue el modelo epiDEM Basic (40 min).	Construir un diagrama que represente lo que el alumno ha aprendido sobre el sistema. Se espera que destaque la dinámica a nivel local y la influencia de los parámetros sobre la misma, los componentes del sistema, sus comportamientos y los procesos de contagio y recuperación.
Exposición de los diagramas contruidos (15 min).	Comunicar y justificar el diseño de sus diagramas y las relaciones encontradas.

<b>Producto o actividad para analizar: diagrama y explicación</b>	
<b>Sesión:</b> Segunda	<b>Duración de la sesión:</b> 120 min
<b>“Actividad 3: Análisis de la dinámica del fenómeno”</b>	
<b>Actividades y duración:</b>	<b>Objetivos específicos de la actividad:</b>
Análisis de posibles escenarios de la propagación de la enfermedad “Simvirus” mediante la interacción y experimentación con el modelo epiDEM Basic <b>(85 min)</b> .	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Analizar la dinámica del sistema a nivel global.</li> <li>-Identificar la influencia que tienen distintos valores para cada uno de los parámetros (valores de entrada) en el desarrollo de la epidemia, analizando la serie de tiempo, particularmente la curva epidémica, y el mundo de agentes (salidas).</li> <li>-Reconocer patrones temporales (en la serie de tiempo) y espaciales (en el mundo de agentes) en la propagación de la enfermedad.</li> </ul>
Planteamiento de una propuesta dirigida a la población en la que comuniquen la importancia de seguir las recomendaciones para evitar que la propagación de la epidemia se descontrolen. Esta propuesta debe incluir dos escenarios, uno en el que se descontrolen el desarrollo de la propagación de la enfermedad y otro en el que el desarrollo de la epidemia sea controlado <b>(20 min)</b> .	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Comunicar la influencia de los valores en los parámetros de entrada en los posibles resultados de la propagación de la enfermedad.</li> <li>-Comunicar la interpretación que otorga a los parámetros del modelo epiDEM en términos de características “observables” de la población para el fenómeno de propagación de una enfermedad específica.</li> </ul>
Exposición de las propuestas <b>(15 min)</b> .	Comunicar y justificar el diseño de sus propuestas y proporcionar sus conclusiones acerca del análisis del sistema a nivel global.
<b>Producto o actividad para analizar: todas las respuestas y comentarios a las preguntas realizadas en la actividad 3, la propuesta de escenarios y sus explicaciones</b>	

## E) Transcripciones

### Fragmento P1

1. Pablo: Primero, puse el título de "Simvirus", que es de lo que se trata.
2. Entonces pues yo lo separé por infectado y recuperado eh... tomé las variables de la probabilidad. La mayor probabilidad de infección y mayor probabilidad de recuperación
3. entonces me di cuenta o checando las tablas que entre mayor probabilidad de infección termina susceptible y mayor probabilidad de recuperación tarda más la recuperación y se extiende más, ahorita arriba lo explicó un poquito en los cuadros
4. y en los recuperados le puse que pues la menor probabilidad de infección y menor probabilidad de recuperación, si es menor pues la probabilidad de recuperación este... Es que ahí me hice bolas
5. Pero bueno, el punto es que creo que termina rápido la recuperación y cuando es menor probabilidad de infección. Creo que ahí me equivoqué. Entonces ahorita lo corrijo.
6. Pero bueno, puse arriba, puse como observación: puedo decir que la variación de las horas de recuperación si es mayor y es menor la probabilidad de recuperación las horas de recuperación se extienden más.
7. Si el número aleatorio es mayor a la probabilidad de infección, el resultado va a ser susceptible. Y en caso de que sea al revés, o sea que sea menor la probabilidad, el número aleatorio, perdón, el resultado va a ser infectado.

Pablo, decidió corregir su diagrama mientras Michelle explicaba su trabajo. Posteriormente, solicitó la oportunidad para volver a explicarlo.

### Fragmento P2

1. Pablo: Lo que corregí fue que, si es mayor probabilidad de infección, pues obviamente termina infectado y si es menor probabilidad de recuperación, tarda más la recuperación, porque ahí fue donde me hice bolas, en el caso de los infectados.
2. En las recuperadas, si es menor la probabilidad de infección, lo más probable es que el sujeto termine susceptible y no se infecte
3. y la mayor probabilidad recuperación, pues termina rápido la recuperación y pues no modifiqué nada de lo de arriba porque pues lo que había tenido error era en los de menor y mayor y pues ya.

### Fragmento M1

1. Michelle: Yo puse sí, como que "Simvirus", condiciones y las variables. El "Simvirus" hay dos partes, osea si ya te dió, el que estás infectado y el recuperado.

2. las condiciones para poder infectarte sería que el individuo debe de tener un número aleatorio mayor o igual que el número de probabilidad al infectarse.
3. Para la condición de recuperarse del individuo, para recuperarse debe de tener un número aleatorio mayor o igual que el número de probabilidad de recuperarse. Esto para que pueda salir este ahora sí que se note la gran diferencia y sí pueda recuperarse.
4. Ahora las variables, una variable para la infección sería el número de probabilidad de infección debe de ser menor a 50. Esto para que el número aleatorio es este se va en un 50 por ciento 50 por ciento de probabilidad de infectarse y de no infectarse.
5. pero es más probable que te infectes si tu número es menor a 50, porque si es mayor a 100 pues no, y el número de probabilidad para recuperarse debe de ser también mayor a 50.
6. Investigadora: Mich, ¿dónde pondrías a los susceptibles dentro de tu diagrama?
7. Michelle: Pondría más o menos otra columna y no, mejor dicho, tendría que haber puesto una columna y que de esta salieran las condiciones y las variables para que se infecte.
8. Y ya si se infecta, que se recupere y si no, el tiempo que tarda en recuperarse o el tiempo que tarda en infectarse.

Después de este diálogo Sofía realizó la explicación sobre su diagrama; posteriormente, la investigadora decidió preguntarle a Michelle sobre el significado de las flechas en su diseño.

#### Fragmento M2

1. Investigadora: ¿Tus flechas tienen algún significado?
2. Michelle: Am es que me equivoque, o sea no vi como poder hacerlo bien. O sea, yo primero hice una tabla, de hecho, está ahí la estructura de la tabla e intenté agregar las flechas
3. pero como me falta también lo de la persona susceptible, entonces de la persona susceptible tendría que salir el infectado y de ahí que salga la probabilidad de infección.
4. Las probabilidades de infección, las condiciones que tiene y sus variables.
5. Luego aparte, si se infecta, eh la probabilidad de recuperación, se recupera y las probabilidades para poder recuperarse y sus condiciones y sus variables.

#### Fragmento PM1

1. Investigadora: Entonces, una vez que hemos analizado todos los escenarios, desde el 1 hasta el 6, ¿cuáles parámetros creen que son los que tienen más influencia, en la dinámica de la propagación de la enfermedad para que de acuerdo con sus valores resulte en un escenario controlado o descontrolado?
2. Michelle: Yo siento que todo junto, porque si aumentamos la cantidad de personas va a afectar todo lo demás.
3. También la opción o la posibilidad de poder infectarse. En el caso de que era más gente, hacía que todos se contagiaran y todos se recuperaran.
4. También de eso dependen los que están recuperándose, por la probabilidad, pero en el caso de que se pudieran morir o que la probabilidad esté muy baja, entonces va bajando mucho
5. y también de la última que es el tiempo promedio, también afecta porque hace que se haga más larga la recuperación.
6. Investigadora: Si acomodáramos en una lista cada uno de estos parámetros en cuanto a la influencia que tienen sobre estos escenarios, ¿cuál iría en primero, segundo, tercer lugar?
7. Michelle: Yo digo que sería la probabilidad de recuperación, de infección y la cantidad de personas y el tiempo promedio para recuperarse.
8. Investigadora: Y tú Pablo, ¿qué dices?
9. Pablo: Eh igual. o sea que el primero que afecta mucho es la probabilidad de infección,
10. luego sería la probabilidad de recuperación,
11. luego el tiempo y, por último, no, en tercero sería lo de las personas y por último el tiempo.

#### Fragmento M3

1. Michelle: Bueno, es que yo elegí mi escenario controlado, es uno que tenga cincuenta personas y mi descontrolado es de 300 personas.
2. Esto lo hice apoyando mi teoría en que si hay más personas, eh no es tan fácil de controlar. Por lo mismo de que no sabes cómo se van a manejar estas personas, no sabes a quién visitan, no sabes a dónde van.
3. Entonces en el caso de aquí del de arriba, que son de cincuenta, se puede apreciar que son los valores constantes. No hay ningún pico ni nada.
4. Y pues muchos se salvaron de ser infectados.
5. Ocupé como probabilidad de infección del 30 por ciento, la probabilidad de recuperarse del 95 y el tiempo promedio para recuperarse fueron de 50 horas. Pero lo que se tardó fueron 65.

#### Fragmento M4

1. Michelle: En el segundo, que es el descontrolado, puse que eran 300 personas, 25 por ciento de probabilidad de infección, 90 por ciento de probabilidad de recuperarse y 130 horas como tiempo promedio.
2. Aquí se tardó 122, si no me equivoco.
3. Entonces ahí se ve un pico al inicio y después desciende y ya después se aumenta el valor de los recuperados.
4. Aquí sí se nota una pequeña diferencia, pero tampoco es mucha. No se ve nadie que siga infectado y todos aquellos que siguen ahí pues se recuperaron.
5. Investigadora: Muy bien, Mich. Y por ejemplo, dices que tomaste como referencia que influye mucho la cantidad de población, ¿cierto?
6. Porque si vemos aquí tu escenario descontrolado, tenemos un 25 por ciento de probabilidad de infección, incluso es menos que en tu escenario que te resultó controlado.
7. Michelle: Sí, justamente que esos dos valores, incluyendo probabilidad de infección.
8. Porque entre más población sea, es más fácil que tengas contacto con alguien que esté infectado y es más fácil que quedes infectado. Entonces por eso tuve esas dos como referencias y justamente los retomo en mi propuesta.

Fragmento A1 Planteamiento y puesta a prueba de hipótesis sobre el escenario 1

1. Investigadora: [Una vez seleccionados en el modelo los valores para el escenario 1 y justo antes de ejecutarlo, preguntó]: Ustedes ¿qué creen que vaya a ocurrir ahí?
2. Pablo: Que no vaya a durar mucho, en sí, no se va a tardar.
3. Investigadora: [Una vez que se ejecutó y concluyó la propagación, preguntó]: ¿Cómo describirías esta propagación, Pablo? ¿Coincide con lo que comentabas hace rato?
4. Pablo: Bueno, estuve viendo que, pues hay picos, por ejemplo, aquí no sé si se alcance a ver que subió los curados pues, o los no infectados; también como que bajó y ya después de eso ya se controla la enfermedad. Entonces pues puedo decir que después de un pico eh como que aumenta una y disminuye el otro.
5. Investigadora: Si volvemos a correr el programa con esos mismos valores, ¿qué creen que pase?, ¿que salga exactamente igual o no?
6. Pablo: Sí, o a lo mejor puede variar por el medio
7. Investigadora: Vamos a correr nuevamente el programa, por favor. Entonces, ¿qué pasa ahí?
8. Pablo: [Se analizó la segunda ejecución para el escenario 1, es la que se muestra en la Figura 12] Se disminuyó, de 110, pasó a 81. Y esta vez como que ambas curvas fueron más, o sea, con más forma, porque la vez pasada como que no era en sí como una curva

9. Investigadora: ¿Y por qué creen que pasa eso?
10. Michelle: Por los números aleatorios
11. Investigadora: Excelente Michelle, ¿qué tienen que ver ahí los números aleatorios del programa pasado?
12. Michelle: Sería porque, aunque son los mismos datos, por ejemplo, en el primer caso les pudo dar a la persona (inaudible) y a la persona número 2 le dio el 15. Yo creo que es porque los números aleatorios no son los mismos en ambos casos.

#### Fragmento A2 Comparación entre los escenarios 1 y 2

1. Investigadora: [Después de ejecutar el escenario 2, preguntó]: ¿Encuentran alguna similitud o patrón entre las gráficas del escenario 1 y del escenario 2?
2. Pablo: Em bueno, en lo de la primera gráfica, yo veo que igual como que sacan o sea, hay un máximo y un mínimo. Y después de eso se viene como que la recuperación en la cantidad de infectados y aumenta la de no infectados.
3. Investigadora: ¿Cómo describirían que se desarrolla la propagación desde el inicio hasta el punto más alto de la gráfica?
4. Pablo: Em bueno, en la parte verde, pues obviamente hay una cantidad de población, pero en cuestión del tiempo en que se van infectando va bajando la curva hasta que se recuperan otra vez.
5. Investigadora: ¿Cómo es la velocidad de la propagación de la enfermedad al inicio de la epidemia?
6. Pablo: Con el tiempo de propagación del virus, o más bien con la recuperación, es lo que hacía que variaran los resultados. Y luego también, pues lo que dijo Mich que el número aleatorio, porque por ejemplo, la primera prueba que hicimos salió 110 horas y luego la segunda 81. Y si vemos la del escenario 2 se hizo 107, o sea, casi pues tres horas menos que la primera prueba que hicimos.
7. Investigadora: Y por ejemplo, si nos fijamos en la curva roja desde el momento cero hasta donde llega el punto máximo, ¿ustedes dirían que la propagación fue rápida o fue lenta? En ambos escenarios.
8. Michelle: Fue rápida, porque el punto más alto está muy cerca del inicio, porque después desciende.
9. Pablo: Sí, porque si te das cuenta, o sea la primera, está de 0 a 50 y ahí ya se ve como que bajó, o sea como que la curva verde está muy abajo y la curva roja pues aumentó. Entonces pues si fue una propagación rápida del virus e igual en la segunda prueba
10. Investigadora: Entonces, después de haber pasado ese punto máximo de contagios ¿cómo es la velocidad de la propagación de la enfermedad?



11. Pablo: Bueno, en velocidad pues si fue rápida, porque por ejemplo, en la primera hay un punto donde coincide la línea roja y después de eso una crece y otra decrece, e igual aquí antes de los 50 ya empezó... hasta creo que aquí sí se tardó un poquito más porque iba hasta los 107 más o menos.
12. Investigadora: Ese punto que mencionas donde se cruzan ambas gráficas la roja y la verde, ¿qué significa esa intersección?
13. Pablo: Ah pues que ha de haber la misma cantidad de población, o sea, de infectados y no infectados.
14. Investigadora: Después del punto máximo hasta el final de la propagación, ¿creen que fue muy rápido o fue muy lento?
15. Pablo: Yo creo que fue... sí fue lento, la verdad
16. Michelle: Fue más rápido alcanzar el punto máximo.

#### Fragmento A3 Observación del mundo de agentes

1. Investigadora: Si observamos la vista de individuos, ¿qué factor creen que haya influido para que se hayan infectado todos en algún momento?
2. Pablo: A lo mejor la exposición al entorno y el... es que no sé cómo decirlo... el convivio a lo mejor.
3. Michelle: La probabilidad de infección

#### Fragmento A4 Planteamiento y puesta a prueba de hipótesis sobre el escenario 3

1. Investigadora: [Una vez seleccionados en el modelo los valores para el escenario 3 y justo antes de ejecutarlo, preguntó]: ¿Cómo creen que vaya a ser esta propagación de la enfermedad?
2. Pablo: A lo mejor no tarde tanto por la oportunidad de infección o probabilidad
3. Investigadora: [Una vez que se ejecutó y concluyó la propagación, preguntó]: ¿Cómo fue esa propagación?
4. Michelle: Un poco más lento y casi no produce contagios.
5. Pablo: Igual creo que fue lenta, pero creo que fue por la probabilidad de infección. Entonces pues entre menos probabilidad de infección a lo mejor se tarda un poco en manifestarse totalmente el virus y así toda la población esté infectada.

#### Fragmento A5 Comparación entre los escenarios 3 y 4

1. Investigadora: [Después de ejecutar el escenario 4, preguntó]: ustedes encuentran alguna similitud o patrón entre las gráficas y la propagación del escenario 3 y escenario 4?
2. Pablo: Bueno, yo vi que se tardó un poco más este de lo habitual y es lo mismo que dije la vez pasada. A lo mejor fue porque como hay menos probabilidad de infección, pues

se va a tardar en contagiar a toda la población. Pero adicionando lo del tiempo de recuperación, eso hace que todavía se tarde más el proceso.

3. Sofía: Bueno, por lo que se ve en la primera gráfica, en el escenario 3 podemos ver que los infectados y los no infectados están como... bueno, la línea está un poco separada. Estas dos en el escenario 4, pues están más juntas.
4. Investigadora: Y en comparación con los otros escenarios, ¿qué pasaba en relación con estas dos gráficas?
5. Pablo: Había dos puntos de intersección, pero en este caso pues no.
6. Investigadora: ¿Por qué creen que no lleguen a cruzarse estas dos gráficas?
7. Michelle: Por las probabilidades que hay de recuperación e infección
8. Investigadora: Analizando la curva roja, la de número de infectados respecto del tiempo, en ambos escenarios, ¿ustedes creen que se presenta algún punto máximo o meseta en el transcurso de la propagación de la enfermedad en estos dos escenarios?
9. Pablo: Yo considero que no, porque ambas son como que proporcionales y en sí pues, por ejemplo, en el escenario 3 podemos ver que sí bajó un poco la línea verde y la roja sube un poco, pero en sí no son puntos críticos o puntos muy altos.
10. Sofía: Sí, yo también estoy de acuerdo
11. Michelle: También estoy de acuerdo.
12. Investigadora: Entonces, ¿cómo describirían de forma general el desarrollo de la enfermedad en estos dos escenarios 3 y 4, desde el inicio de la propagación hasta el final?
13. Michelle: Constante.
14. Investigadora: Observando la vista de los individuos, ¿todos se infectaron en algún momento?, ¿por qué creen que ocurrió eso?
15. Michelle: No, en ambos casos de los escenarios 3 y 4 no se contagian todos por lo mismo de que nada más tienen un 10 por ciento.

#### Fragmento A6 Relaciones entre parámetros y escenarios

1. Investigadora: Viendo de manera global los escenarios 1, 2, 3 y 4, en los escenarios 1 y 2 lo único que cambia es la probabilidad de recuperación, al igual que entre los escenarios 3 y 4. Entonces, ustedes creen que para decir que un escenario haya sido controlado o descontrolado de la epidemia, ¿afecte mucho la probabilidad de recuperación?
2. Michelle: Debería decir también la probabilidad de infección. Ambas son las que más influyen.

3. Investigadora: Y ¿cuál dirías que influye más, la de infección o la de recuperación?
4. Michelle: La de infección, porque por ejemplo, en este caso podemos decir (inaudible) hay 10 personas y la probabilidad de infección es del 10 por ciento, entonces solamente una se va a contagiar. Y aunque las demás estén expuestas, no les va a pasar nada. Entonces es más fácil controlar a esa persona que si tuviera una probabilidad del 100 por ciento para 10 personas.
5. Pablo: Yo digo que la probabilidad de recuperación no influye tanto, porque por ejemplo, en el caso pasado [escenarios 1 y 2], la probabilidad de recuperación aquí es del 100 y acá es del 10. Más bien lo que hace que pueda variar los resultados, eh para mí sería la probabilidad de infección, no tanto la probabilidad de recuperación.

#### Fragmento A7 Influencia de la cantidad de población sobre la propagación

1. Investigadora: Ahora vamos a retomar un escenario ideal. El escenario 3, donde la propagación de la enfermedad se da de forma controlada. ¿Por qué ustedes creen que mencionan que el escenario 3 es un escenario ideal?
2. Pablo: Yo digo que porque no hay picos tan altos como en el escenario 1 y 2. O sea, está como que más controlada la situación y a lo mejor pues si hay contagios, pero no tan drásticos como en el 1 y 2.
3. Michelle: Porque como la probabilidad de recuperarse es del 100 por ciento, todos aquellos que se contagien se van a recuperar, entonces, aunque sean poquitos los contagiados todos aquellos se van a recuperar y unos pocos van a quedar (inaudible).
4. Investigadora: [Una vez que se ejecutó el escenario 5 y concluyó la propagación, se compararon los escenarios 3 y 5, posteriormente preguntó]: ¿De qué manera cambia la propagación de la enfermedad al cambiar solamente la cantidad de personas?
5. Pablo: A lo mejor al aumentar el número de población o de personas, hace que se refleje como que un ligero pico de infectados, pero en sí no es tan grave como el escenario 1 y 2, que pues la verdad si eran demasiado graves. O sea, sí se notaban mucho.
6. Michelle: Bueno, yo lo que noté es que a comparación del escenario 3 aquí no se ve a las personas que no se hayan contagiado, todos se contagiaron y se recuperaron. Y también que hubo, como dijo Pablo, un pico en los infectados y que descendió.
7. Investigadora: Entonces, ¿de qué manera influye esa cantidad de personas en la propagación de una enfermedad?

8. Michelle: En que pueda haber más número de infectados
9. Pablo: A lo mejor que se tarden más en que toda la población se cure; porque también, otra observación es que por ejemplo, en la que algunos no se contagiaron, se tardó 180 horas y en la que todos se contagiaron se tardó 111. Entonces, a lo mejor puede ser que si toda la población se contagia, se reduce el tiempo. Bueno, a lo mejor, es algo que noté.

Fragmento A8 Influencia del tiempo promedio de recuperación sobre la propagación

1. Investigadora: Retomando que el escenario 6 es exactamente el escenario 3 pero cambiando únicamente tiempo promedio de recuperación a 250, que eligió por ahí Pablo, ¿de qué manera cambia la propagación de la enfermedad haciendo este cambio?
2. Pablo: Yo creo que sí se nota bastante, porque en este caso, pues sí hubo como que una curva. Este... no, según yo, es una curva como media. O sea, no es ni tan alta ni tan baja. Pero en lo demás, se tarda un poco más en que toda la población quedara curada. Y pues en este caso sí hubo pues que toda la población este con el virus.
3. Michelle: Yo opino lo mismo, que se parece a los primeros, que parecía como un escenario no controlado, pero tampoco varía mucho al escenario 3. O sea, nada más cambia la gráfica uno, que tiene un pico en los infectados y de ahí descende; y también las horas, que aquí son como 280 horas, 260 horas (inaudible).
4. Investigadora: Y entonces ¿de qué manera influye el tiempo de recuperación promedio en la propagación de la enfermedad?
5. Michelle: Hace que la infección sea más rápida y que toda la recuperación dure mucho tiempo.
6. Pablo: Yo opino lo mismo que Mich.

Fragmento A9

1. Investigadora: ¿Tienen alguna idea de cómo este modelo está programado? ¿Qué reglas siguen los monitos para que ocurra la recuperación?
2. Pablo: A lo mejor puede ser como nada más juntarse con pura gente que ya esté pues contagiada, porque pues si el virus ya te hace inmune, ya no hay posibilidad que te contagies. Entonces como que nada más se juntan puros, bueno, ya curados y tratan de evitar a los que están contagiados.

## Referencias

- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En P. Gómez (Ed.), *INGENIERÍA DIDÁCTICA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (1.ª ed., pp. 33–59). una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
- Cocho, G., Miramontes, O., y Vizcaya, E. (2017). *CIENCIA HUMANISMO SOCIEDAD. De los sistemas complejos a la imaginación heterodoxa*; CopIt-arXives.
- Davis, B., y Sengupta, P. (2020). Complexity in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 113–117). Springer Publishing.
- de Domenico, M., Brockmann, D., Camargo, C., Gershenson, C., Goldsmith, D., Jeschonnek, S., Kay, L., Nichele, S., Nicolás, J. R., Schmickl, T., Stella, M., Brandoff, J., Martínez Salinas, A. J., y Sayama, H. (2019). *Complexity Explained* [Libro electrónico]. <https://doi.org/10.17605/OSF.IO/TQGNW>
- EC3METRICS SL. (2012). *Clasificación Integrada de Revistas Científicas*. CIRC. Recuperado 19 de septiembre de 2021, de <https://www.clasificacioncirc.es/>
- Escuela Nacional Preparatoria. (1996). *Programa Matemáticas*. Universidad Nacional Autónoma de México. [http://www.dgire.unam.mx/contenido/normatividad/enp/plan\\_estudios\\_enp/1500.pdf](http://www.dgire.unam.mx/contenido/normatividad/enp/plan_estudios_enp/1500.pdf)
- Gershenson, C. (2013). ¿Cómo hablar de complejidad? *Llengua, Societat i Comunicació*, 11. [https://www.researchgate.net/publication/260868697\\_Como\\_hablar\\_de\\_complejidad](https://www.researchgate.net/publication/260868697_Como_hablar_de_complejidad)
- Grupo Interdisciplinario de Economía y Complejidad. (2020, noviembre 17–diciembre 3). *Sesión 3: Aplicaciones y casos de estudio* [Taller en Línea]. Sistemas Complejos Aplicados a la Economía y Fenómenos Sociales, Ciudad de México, México. <https://complejidad.iiec.unam.mx/cursotaller2020/index.php>
- Learning By Design. (2021, 2 septiembre). *Reading y Writing Success*. Recuperado 19 de septiembre de 2021, de <https://learningbydesign.com/>

- Levy, S. T., y Wilensky, U. (2008). Inventing a “Mid Level” to Make Ends Meet: Reasoning between the Levels of Complexity. *Cognition and Instruction*, 26(1), 1–47. <https://doi.org/10.1080/07370000701798479>
- Miramontes, P. (1999). *El estructuralismo dinámico*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Monaghan, J. (2016). Constructionism [Libro electrónico]. En *Tools and Mathematics (Mathematics Education Library Book 110) (English Edition)* (1st ed. 2016 ed., pp. 181–186). Springer.
- Organización Panamericana de la Salud y Organización Mundial de la Salud. (2020). *COVID-19 Glosario sobre brotes y epidemias. Un recurso para periodistas y comunicadores* [Libro electrónico].
- Papert, S., y Harel, I. (2002). Situar el Construccinismo. INCAE (Publicación original de 1991) [http://web.media.mit.edu/~calla/web\\_comunidad/Readings/situar\\_el\\_construccionismo.pdf](http://web.media.mit.edu/~calla/web_comunidad/Readings/situar_el_construccionismo.pdf)
- Resnick, M. (1994). *Turtles, Termites, and Traffic Jams: Explorations in Massively Parallel Microworlds* (1.<sup>a</sup> ed.). MIT Press.
- Rodríguez-Torres, G. (2021a). *CONTAGIO* [Animación interactiva]. Scratch. <https://scratch.mit.edu/projects/511268622>
- Rodríguez-Torres, G. (2021b). *RECUPERACIÓN* [Animación interactiva]. Scratch. <https://scratch.mit.edu/projects/511602398>
- Santa Fe Institute. (2021). *complex system*. Complexity Explorer. Recuperado 22 de agosto de 2021, de <https://www.complexityexplorer.org/explore/glossary/391-complex-system>
- Sayama, H. (2015). *Introduction to the Modeling and Analysis of Complex Systems*. Amsterdam University Press. <https://milneopentextbooks.org/introduction-to-the-modeling-and-analysis-of-complex-systems/>
- Secretaría de Educación Pública. (2008, octubre). *ACUERDO número 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema*

- Nacional de Bachillerato*. Sistema Nacional de Bachillerato.  
[https://www.dof.gob.mx/nota\\_detalle.php?codigo=5064951yfecha=21/10/2008](https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5064951yfecha=21/10/2008)
- Toerner, G., y Arzarello, F. (2012). Grading mathematics education research journals. *European Mathematical Society Newsletter*, 86, 52–54.
- Universidad Autónoma del Estado de México. (2015, junio). *Currículo del Bachillerato Universitario 2015*. Secretaría de Docencia.  
<http://ri.uaemex.mx/bitstream/handle/20.500.11799/63244/CBU%202015%20%e2%80%a2%2011%2003%2016%20V2.pdf?sequence=1yisAllowed=y>
- Vrancken, S., Engler, A., Giampieri, M. L., y Müller, D. (2014). Estudio de las funciones en situaciones variacionales. Resultados de la implementación de una secuencia de actividades. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 15(1).  
<https://doi.org/10.18845/rdmei.v15i1.1992>
- Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Jona, K., Trouille, L., y Wilensky, U. (2016). Defining Computational Thinking for Mathematics and Science Classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, 25(1), 127–147.  
<https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5>
- Wilensky, U. (1999). *NetLogo (and NetLogo User Manual)* [Software]. Center for Connected Learning and ComputerBased Modeling, Northwestern University.  
<http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>
- Wilensky, U., y Rand, W. (2015). *An Introduction to Agent-Based Modeling: Modeling Natural, Social, and Engineered Complex Systems with Netlogo*. MIT Press.
- Yang, C., y Wilensky, U. (2011). *NetLogo epiDEM Basic model* [Software]. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University.  
<http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/epiDEMBasic>