

**Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
del
Instituto Politécnico Nacional**

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**Materia oscura escalar, estrellas de Proca y
fotón oscuro**

Tesis que presenta

Leonardo Sánchez Hernández

para obtener el Grado de

Maestro en Ciencias

en la Especialidad de

Física

Director de tesis: **Dr. Tonatiuh Matos Chassin**

Ciudad de México

Noviembre, 2022



**Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
del Instituto Politécnico Nacional
Unidad Zacatenco**

**Materia oscura escalar, estrellas de Proca y fotón
oscuro**

Tesis que presenta

Leonardo Sánchez Hernández

Para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

En la Especialidad de Física

Director de Tesis:
Dr. Tonatiuh Matos Chassin

Ciudad de México, México

Noviembre 2022

Agradecimientos

A mis padres y mi familia, gracias por su apoyo y amor incondicional siempre.

A mi asesor, gracias por todo su apoyo y enseñanzas en estos últimos meses.

A Aurora, gracias por acompañarme en este y en todos los caminos.

A mis amigos y a todos los que me han ayudado y han estado presentes, gracias.

Resumen

La materia oscura es uno de los misterios más grandes en el campo de la física. Aunque existen múltiples evidencias observacionales que sustentan su existencia, su naturaleza fundamental sigue siendo desconocida. El modelo de materia oscura fría (CDM) ha sido uno de los más utilizados hasta el momento para intentar dar respuesta a la materia oscura, sin embargo este modelo presenta una gran serie de dificultades para predecir fenómenos a escalas galácticas. Esto ha motivado a que se propongan modelos alternativos que sean consistentes con las observaciones, uno de estos modelos es el de materia oscura escalar (SFDM). El modelo de materia oscura escalar (SFDM) ha adquirido gran relevancia en los últimos años. Recientemente este modelo ha logrado explicar fenómenos como las VPOS [108] y las burbujas de Fermi (FB) [81] en nuestra galaxia al considerar estados excitados de materia oscura escalar y suponiendo una simetría interna $U(1)$ cuya carga es oscura. Por otro lado, las estrellas formadas por bosones también se han vuelto de gran interés por su capacidad para imitar fenómenos como sombras de agujeros negros y eventos de ondas gravitacionales. Inspirados en todos estos resultados, en este trabajo consideramos un modelo donde la materia oscura escalar posee una simetría de gauge $U(1)$. Esta simetría introduce una nueva carga de gauge y un nuevo campo de gauge que asociamos con el fotón oscuro (DP). A partir de este modelo estudiamos la formación de objetos compactos imponiendo constricciones particulares sobre el sistema y nos concentramos en la posibilidad de que, debido al rompimiento espontáneo de la simetría $U(1)$, el fotón oscuro adquiera masa y sea capaz de formar objetos compactos como estrellas de Proca (PS).

Abstract

Dark matter is one of the biggest mysteries in physics. Although there is multiple observational evidence supporting its existence, its fundamental nature remains unknown. The cold dark matter model (CDM) has been one of the most used until now to try to respond to dark matter, however this model has a number of difficulties in predicting phenomena on galactic scales. This has motivated the proposal of alternative models consistent with the observations, one of these models is the scalar field dark matter model (SFDM). The scalar field dark matter model (SFDM) has gained great relevance in recent years. Recently this model has been able to explain phenomena such as VPOS [108] and Fermi bubbles (FB) [81] in our galaxy when considering scalar field dark matter excited states and assuming an internal symmetry $U(1)$ whose charge is dark. On the other hand, boson stars have also become of great interest for their capability to mimic phenomena such as black hole shadows and gravitational wave events. Inspired by all these results, in this work we consider a model where scalar field dark matter has a $U(1)$ gauge symmetry. This symmetry introduces a new gauge charge and a new gauge field that we associate with the dark photon (DP). From this model we study the formation of compact objects by imposing particular constraints on the system and we focus on the possibility that, due to the spontaneous breaking of the $U(1)$ symmetry, the dark photon acquires mass and is capable of forming compact objects like Proca stars (PS).

Índice

Agradecimientos	I
Resumen	II
Abstract	III
Índice de figuras	VI
1. Introducción	1
2. Relatividad General	2
2.1. Ecuaciones de Einstein con materia mínimamente acoplada	2
2.1.1. Ecuaciones de Einstein en el vacío	2
2.1.2. Ecuaciones de Einstein con fuentes externas	3
2.2. Objetos compactos	4
2.3. Ecuaciones de Euler-Lagrange covariantes	5
3. Materia oscura	8
3.1. Materia oscura como campo escalar (SFDM)	9
3.1.1. Distribución anisotrópica de galaxias satélite	12
3.1.2. Burbujas de Fermi (FB)	14
4. Estrellas bosónicas	17
4.1. Repertorio de estrellas bosónicas	18
4.1.1. Estrellas de bosones (BS)	19
4.1.2. Estrellas de bosones cargadas (CBS)	20
4.1.3. Estrellas de Proca (PS)	21
4.2. Estrellas bosónicas como imitadoras de agujeros negros	22
4.2.1. Imitadores de eventos de ondas gravitacionales (GW)	23
4.2.2. Imitadores de sombras de agujeros negros	24

5. Fotón oscuro	26
6. Transformaciones de gauge	29
6.1. Transformaciones de gauge globales	30
6.2. Transformaciones de gauge locales	31
6.3. Lagrangiano invariante ante transformaciones de gauge locales . .	33
7. Rompimiento espontáneo de simetría	37
7.1. Rompimiento espontáneo de simetrías globales	37
7.2. Rompimiento espontáneo de simetrías de gauge (locales)	40
8. Modelo Propuesto	43
8.1. Construcción del lagrangiano	44
8.2. Maxwell	49
8.3. Fotón oscuro	50
8.4. Estrellas de Bosones	52
8.5. Estrellas de bosones cargadas	54
8.6. Estrellas de Proca	57
8.6.1. Potencial cuadrático	60
8.6.2. Potencial cuártico	62
8.7. Proca con fotón oscuro	64
8.7.1. Soluciones para Proca con fotón oscuro	70
8.7.2. Caso Magnético	71
8.7.3. Caso Eléctrico	75
9. Conclusiones	78
10. Perspectivas	79
Referencias	80

Índice de figuras

1.	Distribución anisotrópica de galaxias satélite. Imagen tomada de [92].	14
2.	Distribución de densidad de materia para multiSFDM. Imagen tomada de [81]	14
3.	Ilustración de Fermi Bubbles en nuestra galaxia. Imagen tomada de https://fermi.gsfc.nasa.gov/science/constellations/pages/bubbles.html . 16	
4.	Simulación del evento GW190521 usando estrellas de Proca. Imagen tomada de [24].	24
5.	Sombras de estrellas de Proca comparadas con sombras de agujeros negros tipo Schwarzschild (izquierda de cada panel). El ángulo de observación en el panel izquierdo es cercano a los polos, mientras que en el otro panel la observación se hace cercana al ecuador. Imagen tomada de [57]	25
6.	Soluciones numéricas para Proca. Imagen tomada de [23]	62
7.	Soluciones numéricas para la masa maximal M y la carga de Noether Q para diferentes valores de ω . Imagen tomada de [23]	63
8.	Función $m(r)$ para distintos valores de $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente con $h = 0$	72
9.	Función $\sigma(r)$ para distintos valores de $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente con $h = 0$	72
10.	Función $f(r)$ para distintos valores de $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente con $h = 0$	73
11.	Función $g(r)$ para distintos valores de $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente con $h = 0$	73
12.	Función $j(r)$ para distintos valores de $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente con $h = 0$	74
13.	Función $j(r)$ con $\delta = 0.01, 0.02, 0.03$ para magenta, rojo y gris respectivamente $h = 0$	75

-
14. Función $h(r)$ con $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente $j = 0$ 76
 15. Función $h(r)$ con $\delta = 0.01, 0.02, 0.03$ para magenta, rojo y gris respectivamente y $j = 0$ 76

1. Introducción

La materia oscura es actualmente un problema abierto en la física. Se estima que cerca del 95 % de materia en el universo es no bariónica, y de este porcentaje se estima que más de un cuarto debe ser materia oscura (DM) [79]. Por lo tanto este problema es especialmente interesante desde la perspectiva del campo de la cosmología. Por otro lado desde la perspectiva de física de partículas se ha vuelto un reto detectar nuevas partículas que pertenezcan al sector oscuro de forma que puedan explicar la materia oscura. Entre las propuestas de modelos para estudiar la materia oscura a grandes escalas está el modelo de materia oscura escalar (SFDM) el cual considera que la materia oscura es un campo escalar bosónico ultraligero de espín $s = 0$ y que recientemente ha ganado gran relevancia. Por otro lado, el fotón oscuro es una hipotética partícula bosónica vectorial que ha sido estudiada desde la física de partículas y también se considera como candidato a materia oscura [49]. En este trabajo se explora la posibilidad de unir ambos conceptos bajo justificaciones observacionales y usar un modelo general donde la materia oscura escalar posea una simetría de gauge $U(1)$ cuya carga de gauge esté asociada al campo del fotón oscuro. Este trabajo se divide de la siguiente forma: en la primera sección (que incluye desde el capítulo 2 hasta el capítulo 7) se presentan los mínimos teóricos necesarios para la construcción del modelo propuesto, estos incluyen las ecuaciones de Einstein con fuentes, materia oscura escalar, objetos compactos, fotón oscuro, simetrías de gauge y rompimiento espontáneo de simetrías. En la segunda sección (que incluye desde el capítulo 8 al 9) se presenta la construcción del modelo propuesto junto casos particulares de objetos compactos que reproduce el modelo y se presentan soluciones numéricas para el caso nuevo de Proca con fotón oscuro.

2. Relatividad General

2.1. Ecuaciones de Einstein con materia mínimamente acoplada

En general en este trabajo se usa relatividad general para estudiar los objetos compactos de interés que surgen del modelo propuesto. Entonces el sistema se rige en principio por las ecuaciones de Einstein y las ecuaciones de movimiento de los campos para cada caso particular.

2.1.1. Ecuaciones de Einstein en el vacío

Las ecuaciones de Einstein pueden deducirse a través del formalismo lagrangiano aplicando el principio variacional de mínima acción [27]. En el caso donde no hay campos electromagnéticos o de materia externos (caso vacío) las ecuaciones de Einstein se construyen a partir de una densidad lagrangiana de la forma

$$\mathcal{L} = \frac{1}{16\pi G} R \quad (2.1.1)$$

donde R es el escalar Ricci, $c = 1$ y en general vamos a considerar que la signatura de la métrica es $(-, +, +, +)$, por consistencia usamos esta signatura para todas las secciones de este trabajo. La acción asociada a este lagrangiano es de la forma

$$S_H = \int \frac{1}{16\pi G} R \sqrt{-g} d^4x \quad (2.1.2)$$

A esta acción se le conoce como acción de Einstein-Hilbert. Variando S_H respecto a pequeñas variaciones $\delta g^{\mu\nu}$ de la métrica se obtiene [27, 109]

$$\delta S_H = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{16\pi G} \left[R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} \right] \delta g^{\mu\nu} \quad (2.1.3)$$

Para que esto sea cero se debe tener que el cambio ante cada variación sea cero, es decir $\frac{\delta S_H}{\delta g^{\mu\nu}} = 0$, entonces se tiene

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_H}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{1}{16\pi G} \left[R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} \right] = 0 \quad (2.1.4)$$

Así, identificando el tensor de Einstein como $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu}$, recuperamos las ecuaciones de Einstein en el vacío

$$G_{\mu\nu} = 0 \quad (2.1.5)$$

Ahora nos interesa estudiar el caso donde se incluyen campos externos en estas ecuaciones.

2.1.2. Ecuaciones de Einstein con fuentes externas

Para incluir campos externos en las ecuaciones anteriores usamos el principio de acoplamiento gravitacional mínimo, este principio nos dice que la densidad lagrangiana total del sistema \mathcal{L} se compone de la adición de la densidad lagrangiana en el vacío mas una densidad lagrangiana \mathcal{L}_M asociada a los campos externos [10]. Entonces en este caso podemos escribir el lagrangiano total como

$$\mathcal{L} = \frac{1}{16\pi G} R + \mathcal{L}_M \quad (2.1.6)$$

Y por lo tanto la acción del sistema estará dada por

$$S = S_H + S_M = \int \left[\frac{1}{16\pi G} R + \mathcal{L}_M \right] \sqrt{-g} d^4x \quad (2.1.7)$$

donde S_M es la acción asociada a los campos externos definida como

$$S_M = \int \mathcal{L}_M \sqrt{-g} d^4x \quad (2.1.8)$$

Así, análogamente al caso vacío, variamos S respecto a variaciones $\delta g^{\mu\nu}$ en la métrica y obtenemos

$$\begin{aligned}\delta S &= \delta S_H + \delta S_M \\ &= \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{16\pi G} \left[R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} \right] \delta g^{\mu\nu} + \delta S_M\end{aligned}\quad (2.1.9)$$

Para que esto sea cero se debe cumplir que [27]

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{1}{16\pi G} \left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} \right) + \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_M}{\delta g^{\mu\nu}} = 0 \quad (2.1.10)$$

Entonces para recuperar las Ecuaciones de Einstein con fuentes identificamos al tensor energía momento $T_{\mu\nu}$ asociado a las fuentes como [27, 86]

$$T_{\mu\nu} = -2 \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_M}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (2.1.11)$$

e identificando al tensor de Einstein $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu}$ podemos escribir las ecuaciones de Einstein como

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (2.1.12)$$

recuperando así las ecuaciones de Einstein con fuentes. Entonces con este método podemos construir el tensor energía momento dada una densidad lagrangiana para las fuentes externas y escribir las ecuaciones de Einstein para una métrica dada.

2.2. Objetos compactos

En astrofísica el término objeto compacto se refiere a objetos que tienen una masa M muy grande en comparación con su radio R y por lo tanto tienen una densidad de materia muy grande. Los objetos compactos suelen clasificarse por su densidad como enanas blancas, estrellas de neutrones y agujeros negros de la siguiente forma. Las enanas blancas poseen aproximadamente $1M_{\odot}$ (una masa so-

lar) y un radio 4000 km , con una densidad promedio de 106 gcm^{-3} . Las estrellas de neutrones tienen aproximadamente $1M_{\odot}$, un radio de aproximadamente 10 km . y una densidad promedio de 1014 gcm^{-3} [32]. Mientras que los agujeros negros contienen una singularidad, o una región de densidad infinita, debido a que la materia se comprime a una densidad mayor que la nuclear, con densidades superiores a 1014 gcm^{-3} [32]. El caso de los agujeros negros se distingue de los otros dos ya que los agujeros negros presentan horizonte de eventos y una singularidad. Otro tipo de objetos compactos, y que son los de interés en este trabajo, son aquellos formados por partículas bosónicas hipotéticas [57] estos objetos hipotéticos son de gran interés ya que se ha demostrado que son capaces de imitar objetos oscuros de interés astrofísico, lo cual los hace fuertes candidatos a materia oscura.

- Estrellas compactas: Enanas blancas, estrellas de neutrones, estrellas de bosones, estrellas de proca, estrellas de fotones oscuros, etc.
- Agujeros negros: Tipo Schwarzschild, Tipo Kerr, Tipo Kerr-Newman, etc.

El estudio de los objetos compactos desde el punto de vista de Relatividad general se hace proponiendo formas específicas para la métrica y los campos fuentes y con esto se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales cuya solución determina la evolución del espacio tiempo asociado a estos objetos. En general en este trabajo usaremos como fuente de materia campos escalares que pueden producir campos vectoriales a partir del rompimiento espontáneo de simetrías.

2.3. Ecuaciones de Euler-Lagrange covariantes

Las ecuaciones de movimiento para los campos son necesarias para estudiar la evolución del sistema. A continuación se presenta su deducción a partir de la variación de su acción asociada.

Podemos considerar una teoría n dimensional donde las i variables dinámicas del sistema sean un conjunto de campos $\Phi^i(x)$ [27], entonces el lagrangiano del sistema es de la forma

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\Phi^i, \nabla_{\mu}\Phi^i) \quad (2.3.1)$$

y por lo tanto su acción es

$$S = \int d^n x \sqrt{-g} \mathcal{L}(\Phi^i, \nabla_\mu \Phi^i) \quad (2.3.2)$$

Para deducir las ecuaciones de movimiento aplicamos el principio variacional de mínima acción variando la acción S respecto a Φ^i , y obtenemos

$$\delta S = \int d^n x \sqrt{-g} \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi^i} \delta \Phi^i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\nabla_\mu \Phi^i)} \delta (\nabla_\mu \Phi^i) \right\} \quad (2.3.3)$$

en donde hay una suma implícita sobre i . La derivada covariante no es dependiente de variaciones en Φ^i entonces podemos escribir $\delta (\nabla_\mu \Phi^i) = \nabla_\mu \delta \Phi^i$, entonces tenemos

$$\delta S = \int d^n x \sqrt{-g} \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi^i} \delta \Phi^i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\nabla_\mu \Phi^i)} \nabla_\mu (\delta \Phi^i) \right\} \quad (2.3.4)$$

Nos interesa integrar por partes el segundo término de esta ecuación, para hacerlo notamos que por regla de Leibniz tenemos que

$$\begin{aligned} \int d^n x \sqrt{-g} \nabla_\mu \left\{ \delta \Phi^i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\nabla_\mu \Phi^i)} \right\} &= \int d^n x \sqrt{-g} \nabla_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\nabla_\mu \Phi^i)} \right) \delta \Phi^i \\ &+ \int d^n x \sqrt{-g} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\nabla_\mu \Phi^i)} \nabla_\mu (\delta \Phi^i) \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

Ahora aplicamos el teorema de Stokes generalizado [27] al lado izquierdo de esta ecuación, entonces el término del lado izquierdo de (2.3.5) se vuelve un término de frontera. Si además pedimos que la variación sea cero en infinito, es decir, en la frontera de la región, entonces el término del lado izquierdo de (2.3.5) es igual a cero y podemos escribir que

$$\int d^n x \sqrt{-g} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\nabla_\mu \Phi^i)} \nabla_\mu (\delta \Phi^i) = - \int d^n x \sqrt{-g} \nabla_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\nabla_\mu \Phi^i)} \right) \delta \Phi^i \quad (2.3.6)$$

Sustituyendo esto en el segundo término de (2.3.4) e igualando la variación de la

acción a cero obtenemos

$$\delta S = \int d^n x \sqrt{-g} \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi^i} - \nabla_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\nabla_\mu \Phi^i)} \right) \right\} \delta \Phi^i = 0 \quad (2.3.7)$$

Considerando $\{\Phi^i\}$ como un conjunto completo de campos [27], los puntos estacionarios ocurren cuando $\frac{\delta S}{\delta \Phi^i} = 0$, entonces finalmente obtenemos la forma de las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange para cada campo

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi^i} - \nabla_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\nabla_\mu \Phi^i)} \right) = 0 \quad (2.3.8)$$

Con estas ecuaciones de movimiento podemos encontrar las ecuaciones que siguen los campos en cada caso de interés de este trabajo.

3. Materia oscura

La materia oscura es uno de los misterios más grandes en el campo de la física. Aunque existen múltiples evidencias observacionales que sustentan su existencia, su naturaleza fundamental sigue siendo desconocida. La primera evidencia observacional fue descubierta en la década de 1970 por Rubin y Ford en [98] al observar que las curvas de rotación de las galaxias son planas y, por lo tanto, la velocidad de las estrellas y del polvo rotando alrededor de las galaxias es constante. Este resultado se contrapone al comportamiento esperado, donde la velocidad de rotación debería decrecer en función de la distancia al centro de la galaxia. La incongruencia puede resolverse considerando la existencia de Halos de materia oscura que proporcionan la masa extra necesaria para reproducir las curvas de rotación constantes. A estos Halos se les conoce como MACHOS y han sido una de las explicaciones más aceptadas para este fenómeno. Los efectos de lente gravitacional descritos por la teoría de la Relatividad General son otra evidencia de la existencia de materia oscura. Las imágenes generadas por este efecto pueden usarse para calcular la distribución de masa en una región [78]. De estas observaciones [6] se ha concluido que debe existir una predominancia de materia oscura en las galaxias para reproducir los efectos de lente gravitacional [78]. Otro efecto observado es la presencia de gas caliente en cúmulos de galaxias [19], que sólo puede ser explicada por pozos de potencial generados por materia oscura [44]. A escala cosmológica, la anisotrópica observada en el fondo cósmico de microondas (CMB) [30] y la cantidad de elementos químicos ligeros en la nucleosíntesis primordial del Big Bang proveen gran parte de la evidencia de la necesidad de que existan cúmulos de materia no bariónica que compongan la mayor parte de la materia presente en el universo [42].

Las observaciones gravitacionales indican que la materia oscura debe coexistir con la materia bariónica ordinaria [69] y que además debe ser lo suficientemente estable para persistir en el tiempo, del orden de billones de años. Debe ser masiva, poco propensa a colisiones y con interacciones predominantemente gravitacionales. Desde el punto de vista de Física de partículas [13], el modelo estándar de

partículas (SM) no provee una explicación satisfactoria para la materia oscura, entonces es necesario considerar escenarios más allá del modelo estándar. En estos modelos la materia oscura se compone principalmente de partículas no bariónicas. Algunas de las partículas hipotéticas propuestas como candidatas a materia oscura son las partículas masivas débilmente interactuantes (WIMP). Estas partículas han sido las candidatas predilectas para el modelo de materia oscura fría (CDM), sus masas oscilan entre los 10 GeV y 1 TeV e interactúan con el sector débil de la materia ordinaria. Otros candidatos dentro del modelos de CDM son los axiones, estas partículas tienen una masa entre 10^{-3} y 10^{-6} eV [107]. Los neutrinos estériles son un candidato en el modelo de materia oscura caliente. Los bosones ultraligeros son las partículas candidatas dentro del modelo de materia oscura escalar (SFDM), y su masa oscila entre los 10^{-25} eV y 2 eV [42]. Más recientemente el fotón oscuro también ha sido propuesto como candidato a materia oscura (o a una parte de ella). Estos dos últimos candidatos (bosones ultraligeros y fotón oscuro) son los de interés en este trabajo.

3.1. Materia oscura como campo escalar (SFDM)

El modelo de materia oscura fría (CDM) ha sido uno de los más utilizados hasta el momento para intentar dar respuesta a la materia oscura, sin embargo este modelo presenta una gran serie de dificultades para predecir fenómenos a escalas galácticas. Esto ha motivado a que se propongan modelos alternativos que sean consistentes con las observaciones, uno de estos modelos es el de materia oscura escalar (SFDM). La idea de la materia oscura scalar (SFDM) fue propuesta inicialmente en 1994 por Ji S. U. y Sin S. J. en [64, 65]. Más tarde por Lee y Koh en 1996 [72], e igualmente por Siddharta y Matos en 2000 [52] y por Sahni y Wang en 1999 [101]. Fue a partir de estos años que inició la investigación continua sobre la materia oscura escalar. En [75, 115, 112, 96, 77, 89] pueden encontrarse revisiones históricas y analíticas sobre la evolución de este modelo. De manera general el modelo de materia oscura escalar (SFDM) propone que la materia oscura está fundamentalmente compuesta por bosones masivos ultraligeros de espín cero, que

tienen asociado un campo escalar Φ (real o complejo) el cual está mínimamente acoplado con la gravedad en las ecuaciones de Einstein y sólo interactúa gravitacionalmente con la materia bariónica. En esta propuesta los Halos galácticos están formados por condensados de Bose-Einstein donde la masa de los bosones asociados al campo escalar debe ser ultraligera, de aproximadamente $10^{-22}eV$ [79]. Al modelo de materia oscura escalar (SFDM) se le ha nombrado de distintas formas a lo largo de los años: materia oscura difusa (2000) [59], Quintessential Dark Matter (2001) [14], materia oscura ondulatoria (2010) [18] y materia oscura ultraligera (ULDM), este último nombre se refiere a una clasificación de la materia oscura escalar según su proceso de condensación [42]. En general, el modelo de materia oscura escalar acopla mínimamente la gravedad en las ecuaciones de Einstein con el campo escalar Φ asociado a la materia oscura, donde Φ sigue una ecuación tipo Klein-Gordon. Entonces la acción de este modelo es de la forma [52]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{16\pi G} R - (\nabla_\mu \Phi) (\nabla^\mu \Phi) - V(\Phi^* \Phi) \right\} \quad (3.1.1)$$

y usando las ecuaciones de Euler-Lagrange covariantes se puede comprobar que efectivamente Φ sigue una ecuación de Klein-Gordon

$$\nabla_\mu \nabla^\mu \Phi - \frac{dV(\Phi\Phi^*)}{d|\Phi|^2} \Phi = 0 \quad (3.1.2)$$

donde $|\Phi|^2 \equiv \Phi^* \Phi$. Existen múltiples propuestas para la forma que debe tener el potencial V para modelar la materia oscura. Se pueden tomar distintas formas de V en función del fenómeno que se desee modelar. El potencial podría V ser, por ejemplo, cuadrático

$$V(\Phi\Phi^*) = m^2 \Phi\Phi^* \quad (3.1.3)$$

en este caso el potencial simplemente representa un término masivo para Φ con masa asociada m . Este tipo de potencial ha sido propuesto en [82, 114] y es de interés ya que es capaz de imitar la evolución del universo que predice el modelo de Λ CDM [75]. También es posible considerar modelos donde se incluyan términos

cuárticos de autointeracción del campo Φ [75, 21] en este caso el potencial asociado es de la forma

$$V(\Phi\Phi^*) = m^2\Phi\Phi^* + \lambda(\Phi\Phi^*)^2 \quad (3.1.4)$$

donde λ es el parámetro de autointeracción. Este tipo de potenciales han sido estudiados en [75], donde resuelven las ecuaciones de Friedman para un sistema de condensado de Bose-Einstein y encuentran comportamientos análogos a CDM. La viabilidad de los modelos de materia oscura escalar autointeractuante se ha estudiado en [21]. Otra propuesta para V es de la forma

$$V(\Phi) = V_0[\cosh(\varepsilon\Phi) - 1] \quad (3.1.5)$$

esta fue una de las primeras propuestas [79, 101] y es de gran interés ya que resuelve el problema de la densidad del núcleo para los Halos de galaxias en el modelo Λ CDM. Una compilación de distintas propuestas para el potencial V se encuentra en [82]. Sin embargo, en este trabajo estamos especialmente interesados en las dos primeras propuestas antes presentadas para V (potencial cuadrático y potencial cuártico) ya que son estas las que se han utilizado de manera general en el estudio de objetos compactos como estrellas de bosones.

En [75, 81] se encuentran recopilaciones de los fenómenos físicos a nivel galáctico y cosmológico que son explicados satisfactoriamente por el modelo de materia oscura escalar, entre estos fenómenos se encuentran las curvas de rotación en las galaxias, el problema de la acumulación de las galaxia satélite cerca de los polos de galaxias como la vía láctea y una explicación tentativa a las burbujas de Fermi (FB). El problema de las galaxia satélite y el de las burbújas de Fermi (FB) son dos fenómenos notables que recientemente han sido estudiados en [81, 108]. El problema de las galaxia satélite es resuelto en [108] usando multi estados de materia oscura escalar (multiSFDM), en este caso la materia oscura escalar sigue una ecuación tipo Schrödinger-Poisson y se distribuye en forma de glóbulos polares parecidos a los estados excitados del átomo de hidrógeno en mecánica cuántica. Esta es una de las predicciones más importantes del modelo de materia oscura es-

calar, ya que es el único modelo de materia oscura capaz de resolver el problema de las galaxias satélite. Por otro lado, utilizando también las predicciones de los multiestados de materia oscura escalar (multiSFDM), en [81] se propone un modelo donde se carga al campo escalar Φ con una simetría interna $U(1)$ cuya carga es oscura y está asociada al fotón oscuro. Este fotón oscuro interactúa con el fotón del modelo estándar de partículas (SM) a través de un efecto Compton inverso, dando lugar a las burbujas de Fermi (FB) observadas en los polos de las galaxias [111]. El modelo presentado en [81] para explicar las burbujas de Fermi (FB) es justamente una versión inicial del modelo que se pretende construir y justificar más detalladamente en esta tesis. A continuación presentamos un breve repaso del problema de las galaxias satélite y de las burbujas de Fermi.

3.1.1. Distribución anisotrópica de galaxias satélite

Recientemente se ha observado una acumulación de galaxias satélite cerca de los polos galácticos en la vasta estructura polar (VPOS) de galaxias como la vía láctea y el gran plano de Andrómeda (GPoA) [91, 92] (Figura 6. en [92]). Algunas posibles explicaciones para este fenómeno sugieren que la interacción entre gases y radiación puede afectar la distribución de las galaxias satélites. Otra posible explicación es la presencia de materia oscura en estas regiones. Sin embargo las simulaciones hechas con el modelo de materia oscura fría (CDM) no han podido predecir el comportamiento de estas distribuciones anisotrópicas [88]. Una explicación alternativa para estas distribuciones lo da el modelo de materia oscura escalar (SFDM). En [81, 108] se propone que estas distribuciones anisotrópicas son producidas por halos de materia oscura escalar de la siguiente manera. Sabemos que en el modelo de materia oscura escalar Φ sigue una ecuación tipo Klein-Gordon, por lo tanto al acoplarla con la gravedad a través de las ecuaciones de Einstein se obtiene un sistema tipo Einstein-Klein-Gordon. Sin embargo en regímenes galácticos podemos asumir un comportamiento no relativista y de campos débiles para estas ecuaciones (límite Newtoniano). En el límite no relativista las ecuaciones de Klein-Gordon se vuelven ecuaciones de Schrödinger, y

en el límite de campos débiles las ecuaciones de Einstein se vuelven ecuaciones de Poisson. Entonces lo que se obtiene para estos regímenes galácticos es que la materia oscura escalar sigue un sistema tipo Schrödinger-Poisson [108]

$$i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Phi + mV\Phi \quad (3.1.6)$$

$$\nabla^2 V = 4\pi G |\Phi|^2 \quad (3.1.7)$$

Las soluciones propuestas para estas ecuaciones son soluciones estacionarias del tipo

$$\Phi_{nlm}(t, r, \theta, \varphi) = Ae^{iE_{nlm}t/\hbar} \phi_{nlm}(r, \theta, \varphi) \quad (3.1.8)$$

A estas soluciones se les conoce como multi estados de materia oscura escalar (multiSFDM) [25][108] e igual que en mecánica cuántica son soluciones que están en términos de los armónicos esféricos $\Phi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$ para estados base y excitados del sistema. Entonces para algunos estados excitados la materia oscura escalar se distribuye en forma de glóbulos (como en el átomo de hidrógeno) en los polos de las galaxias como en la figura 2, lo cual podría explicar que las trayectorias de las galaxias satélite se alineen con las órbitas polares.

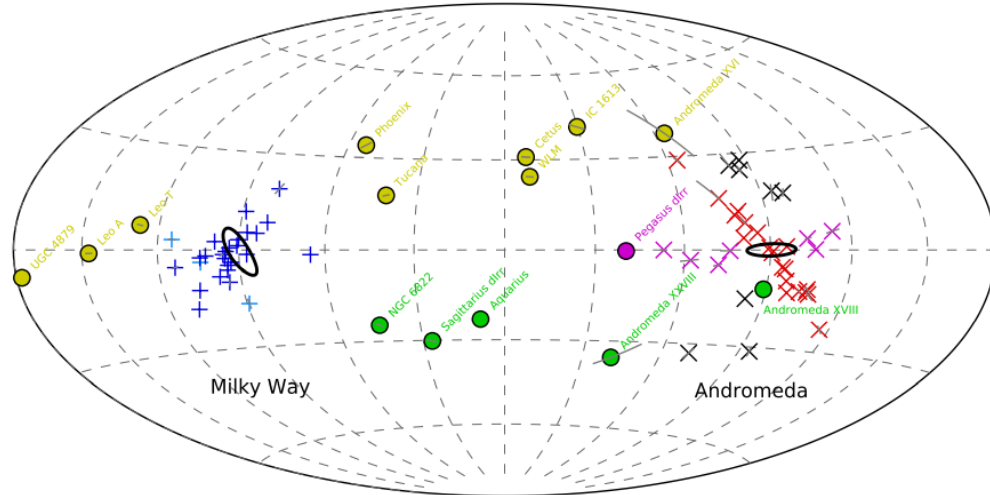


Figura 1: Distribución anisotrópica de galaxias satélite. Imagen tomada de [92].

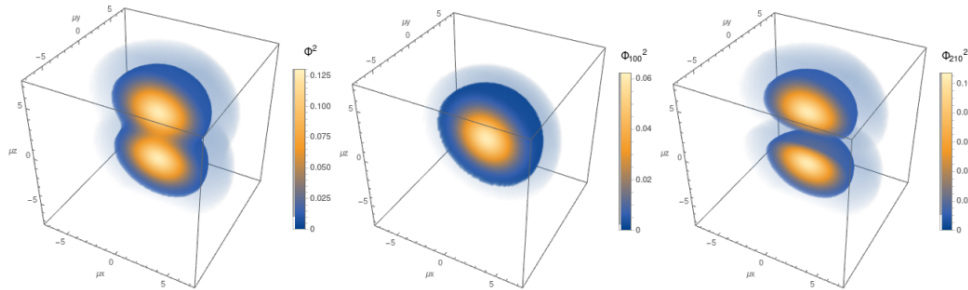


Figura 2: Distribución de densidad de materia para multiSFDM. Imagen tomada de [81]

3.1.2. Burbujas de Fermi (FB)

Las burbujas de Fermi (FB) son dos grandes estructuras en forma de lóbulos o burbujas, emisoras de rayos gamma, que se extienden de forma simétrica desde aproximadamente 55 grados por encima y por debajo del centro de la galaxia [29]. Estas estructuras fueron inicialmente descubiertas hace una década (2010) [111],

y se han detectado observaciones parecidas en el rango de rayos X (2018) [68] y de observaciones de radio (2008) [38]. Existen múltiples propuestas para explicar el origen de las burbujas de Fermi, como vientos provenientes del centro galáctico [46], explosiones provenientes de un agujero negro supermasivo en el centro de galaxias como Sagitario A* [51], explosiones estelares [26], entre otras. Sin embargo aún no hay un consenso sobre el origen de estas emisiones. Una propuesta novedosa para explicar las burbujas de Fermi es la presencia de materia oscura escalar en forma de estructuras lobulares en los polos de la galaxia debido a configuraciones de multi estado de la materia oscura escalar (multiSFDM) [81]. En principio la materia oscura no interactúa con el espectro electromagnético, pero se propone un mecanismo de interacción a través de un campo, vectorial (bosón de espín $s = 1$) asociado a una nueva carga de gauge q proveniente de una simetría interna $U(1)$ del campo escalar Φ de materia oscura. Este nuevo bosón se asume oscuro (fotón oscuro) y sólo interactúa con el fotón del modelo estándar. Entonces en este modelo propuesto en [81] se puede esperar la presencia de fotones oscuros en las regiones de lóbulos polares provenientes de las configuraciones de multi estados de la materia oscura escalar. En estas regiones el fotón oscuro interactúa con el fotón del modelo estándar (SM) a través de un efecto Compton inverso y se producen rayos gamma y rayos X que coinciden con las observaciones de las burbujas de Fermi en los polos de las galaxias. Entonces hay que resaltar que la adición de una simetría interna $U(1)$ al campo escalar Φ de materia oscura, junto con las configuraciones de multi estado (multiSFDM) hacen posible la explicación de las burbujas de Fermi usando el modelo de materia oscura escalar (SFDM). Estos dos resultados (La anisotropía en galaxias satélite y las burbujas de Fermi) son el punto de partida para construir el modelo general que se presenta en este trabajo.

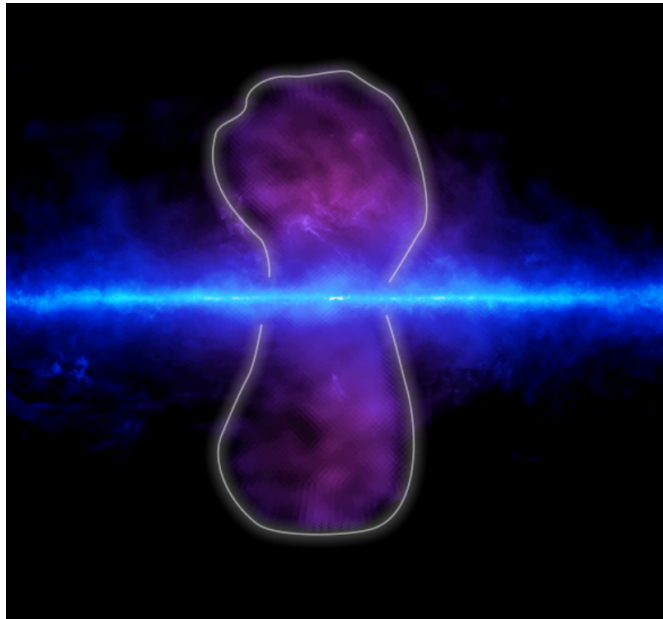


Figura 3: Ilustración de Fermi Bubbles en nuestra galaxia. Imagen tomada de <https://fermi.gsfc.nasa.gov/science/constellations/pages/bubbles.html>.

4. Estrellas bosónicas

La idea de estrellas formadas por bosones se remonta a finales de la década de 1960 [67, 99], donde se empezó con el estudio de campos escalares complejos que obedecen la ecuación de Klein-Gordon y que están mínimamente acoplados con la gravedad. Los resultados que se obtuvieron para la formación de objetos compactos siguiendo estas ecuaciones es lo que ahora conocemos como estrellas de bosones (BS). En el contexto de materia oscura, las estrellas de bosones son de gran importancia ya que múltiples modelos consideran a partículas bosónicas como candidatos a materia oscura. En el caso particular del modelo de materia oscura escalar (SFDM), por ejemplo, hemos visto en las secciones anteriores que este modelo se basa en la existencia de un campo escalar Φ constituido por bosones ultraligeros. En este contexto en [117] se estudiaron estrellas de bosones a escalas galácticas y se encontró que para bosones escalares de masa $m \sim 10^{-23} \text{ eV}$ es posible obtener estrellas de masa $M \sim 10^{12} M_{\odot}$ y radio $R \sim 10^{13} \text{ km}$, estos resultados son compatibles con el modelo de materia oscura escalar (SFDM) para la formación de núcleos galácticos presentado en [7].

Por otro lado, el estudio de estrellas de bosones ha resurgido en los últimos años con el descubrimiento del bosón de Higgs en el 2012, ya que esto fue una reafirmación de la existencia de bosones en la naturaleza (aunque el bosón de Higgs es muy inestable como para ser candidato a formar estrellas de bosones [117]). Y más recientemente en [23] se ha estudiado la posibilidad de estrellas de bosones vectoriales formadas por campos (asociados a bosones de espín $s = 1$) que siguen una ecuación tipo Proca. A estas estrellas vectoriales se les conoce como estrellas de Proca y han ganado gran importancia debido a su capacidad de imitar eventos de interés astrofísico como sombras de agujeros negros e incluso han servido para teorías de materia oscura vectorial (VDM) [11]. Esto se vuelve aún más relevante con las recientes observaciones de la sombra de $M87$ abriendo la posibilidad de que el objeto en el centro de las galaxias no sea un agujero negro sino alguna estrella exótica.

En general podemos usar el término estrella bosónica (BSS) (o estrella exótica)

para referirnos a los objetos compactos hipotéticos constituidos fundamentalmente por bosones ultraligeros [57], ya sean de espín $s = 0$ (descritos por campos escalares) o de espín $s = 1$ (descritos por campos vectoriales). Si la estrella está constituida por bosones de espín $s = 0$ se le conoce como estrella de bosones (BS) [67] y si está formada por bosones de espín $s = 1$ se le conoce como estrella de Proca [23]. Su mecanismo de creación en ambos casos puede ser un condensado de Bose-Einstein macroscópico. Las estrellas bosónicas pueden clasificarse según el tipo de bosón del que estén constituidas (escalares o vectoriales), según la naturaleza del campo asociado a sus bosones (reales o complejos), según su potencial asociado (con autointeracción, cargadas, etc.) y según la métrica del espacio tiempo que se proponga (esféricamente simétricas, con rotación). Cada una de estas características determina la evolución, la estabilidad y en general, el tipo de objeto compacto que pueden formar. A continuación presentamos los aspectos más generales para el estudio de estos objetos junto con sus características más relevantes.

4.1. Repertorio de estrellas bosónicas

El estudio de las estrellas bosónicas es análogo al de otros objetos compactos en Relatividad General, se considera a los campos como fuentes externas en las ecuaciones de Einstein y se acoplan mínimamente en la acción. Entonces cada caso puede describirse de manera general por su acción (ya que a partir de aquí se pueden deducir las ecuaciones de Einstein y de movimiento para los campos). Los dos tipos básicos de estrellas bosónicas pueden describirse con una acción de la forma [55]

$$S^{(s)} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{16\pi G} + \mathcal{L}^{(s)} \right], \quad (4.1.1)$$

donde $\mathcal{L}^{(0)} = -\nabla_\mu \Phi \nabla^\mu \Phi^* - m^2 \Phi \Phi^*$ y $\mathcal{L}^{(1)} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{*\mu\nu} - \frac{\mu^2}{2} B_\mu B^{*\mu}$ para bosones de espín $s = 0$ (escalares) y espín $s = 1$ (vectoriales) respectivamente. Φ y B_μ son los campos complejos escalar y vectorial respectivamente, mientras que $B_{\mu\nu} = \nabla_\mu B_\nu - \nabla_\nu B_\mu$ es el tensor de Faraday asociado a B_μ . Para esta descripción

las masas μ y m de los campos en cuestión se consideran ultraligeras y están dentro del rango $10^{-10} - 10^{-20} eV$. En este caso las masas maximales para las estrellas bosónicas que se forman en este sistema son de aproximadamente $1 - 10^{10} M_{\odot}$ [55]. La relación entre las masas maximales $M_{\text{ADM}}^{\text{máx}}$ y las masas μ (o m) de los campos en la acción $S^{(s)}$ está dada por la expresión [45]

$$M_{\text{ADM}}^{\text{máx}} = \alpha_{\text{BS}}^{(s)} \frac{M_{\text{Pl}}^2}{\mu} = \alpha_{\text{BS}}^{(s)} 1.34 \times 10^{-19} M_{\odot} \left(\frac{\text{GeV}}{\mu} \right) \quad (4.1.2)$$

donde M_{Pl} es la masa de Planck y $\alpha_{\text{BS}}^{(s)}$ es una constante que se obtiene al calcular numéricamente las soluciones y es cercano a la unidad [45]. Para estrellas esféricamente simétricas sin rotación $\alpha_{\text{BS}}^{(s)} = 0.633$, mientras que para estrellas rotantes $\alpha_{\text{BS}}^{(s)} = 1.315$ [45]. Estas masas maximales varían si consideramos otros tipos de potenciales para los campos [54]. A continuación presentamos un compendio reducido de los tipos de estrellas bosónicas más generales y algunos casos particulares caracterizados por diferentes formas del potencial para cada campo. Sin embargo la literatura sobre estrellas bosónicas y objetos compactos exóticos es vasta, algunos repertorios notables que recolectan los múltiples tipos de estrellas bosónicas que se han estudiado a lo largo de los años pueden encontrarse en [117, 54, 105, 15].

4.1.1. Estrellas de bosones (BS)

Las estrellas de bosones están formadas por bosones de espín $s = 0$, estos bosones tienen asociado un campo escalar (en general complejo) Φ que sigue una ecuación tipo Klein-Gordón (análogo a los bosones de SFDM). Su campo Φ está mínimamente acoplado a la gravedad a través de una acción con simetría global $U(1)$ de la forma

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{16\pi G} R - \nabla_{\mu} \Phi \nabla^{\mu} \Phi^* - V(\Phi \Phi^*) \right] \quad (4.1.3)$$

Algunos potenciales que han sido estudiados para las estrellas de Bosones son:

- Mini BS [67]

$$V(\Phi^*\Phi) = m^2\Phi^*\Phi \quad (4.1.4)$$

- BS Autointeractantes [57]

$$V(\Phi\Phi^*) = m^2\Phi\Phi^* + \frac{\lambda}{2}(\Phi\Phi^*)^2 \quad (4.1.5)$$

- BS Solitónicas [54]

$$V(\Phi\Phi^*) = m^2\Phi\Phi^* \left\{ 1 - \frac{\Phi\Phi^*}{\sigma_0^2} \right\}^2 \quad (4.1.6)$$

En general en este trabajo consideramos Φ complejo para no perder generalidad. En el caso particular en que Φ sea completamente real, se obtienen soluciones conocidas como oscilaciones y estrellas de axiones. Un compendio completo de masas maximales, análisis de estabilidad y distintos potenciales puede encontrarse en [54].

4.1.2. Estrellas de bosones cargadas (CBS)

Las estrellas de bosones cargadas (CBS), al igual que las BS, están formadas por bosones de espín $s = 0$ y tienen asociado un campo escalar complejo Φ . La diferencia esencial es que las CBS están cargadas a través de una carga de gauge q asociada a una simetría local $U(1)$ (en la sección 6 se detalla con profundidad cual es la diferencia en términos de simetrías de gauge). Las CBS siguen una acción de la forma

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{16\pi G} R - (\nabla_\mu \Phi + iqA_\mu \Phi) (\nabla^\mu \Phi^* - iqA^\mu \Phi^*) \right. \\ \left. - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - V(\Phi^*\Phi) \right] \quad (4.1.7)$$

En este caso $F_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu$ es el tensor de Faraday asociado al campo A_μ que al acoplarlo con el campo Φ a través de q se asegura la invariancia del sistema

ante transformaciones de gauge locales $U(1)$ y, como veremos más adelante, el término $\nabla_\mu \Phi + iqA_\mu \Phi$ no es otra cosa mas que la derivada covariante de gauge de Φ , la cual hace explícita esta simetría en la acción. Al igual que las BS se han estudiado una gran cantidad de potenciales para las CBS, algunos de ellos son

- Mini CBS

$$V(\Phi^* \Phi) = m^2 \Phi^* \Phi \quad (4.1.8)$$

- CBS autointeractuantes

$$V(\Phi \Phi^*) = m^2 \Phi \Phi^* + \frac{\lambda}{2} (\Phi \Phi^*)^2 \quad (4.1.9)$$

- CBS autointeractuantes con potencial tipo Q-balls

$$V(\Phi \Phi^*) = m^2 \eta^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{\Phi \Phi^*}{\eta^2}\right) \right] \quad (4.1.10)$$

4.1.3. Estrellas de Proca (PS)

Las estrellas de Proca (PS) están formadas por bosones de espín $s = 1$, que tienen asociado un campo vectorial B_μ (que en general consideramos complejo) que sigue una ecuación tipo Proca. Su campo B_μ está mínimamente acoplado a la gravedad a través de una acción de la forma

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{16\pi G} R - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{*\mu\nu} - U(B_\mu B^{*\mu}) \right] \quad (4.1.11)$$

donde U es un potencial general dependiente de $B^2 \equiv B_\mu B^\mu$. El potencial comúnmente estudiado para las estrellas de Proca incluye términos masivos cuadráticos y cuárticos de autointeracción o de órdenes mayores de la forma [57]

$$U(B_\mu B^{*\mu}) = \frac{1}{2} \mu^2 B_\mu B^{*\mu} + \frac{\lambda}{4} (B_\mu B^{*\mu})^2. \quad (4.1.12)$$

En este trabajo consideramos a B_μ complejo, sin embargo este campo también podría ser real. Para el caso en que B_μ sea completamente real se obtienen soluciones conocidas como oscilaciones vectoriales.

Finalmente para cada uno de los casos de estrellas bosónicas antes mencionados se propone una métrica que puede ser estática o con rotación y se propone una forma para el comportamiento de los campos A_μ , B_μ o Φ según corresponda el tipo de estrella que se esté estudiando. Con esto se calculan las ecuaciones de Einstein y las ecuaciones de movimiento para los campos a partir de la acción total del sistema y se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales cuya solución describe la evolución del sistema. Más adelante presentamos explícitamente este análisis para cada tipo de estrella bosónica que se obtiene de constricciones particulares sobre el modelo que proponemos en este trabajo. A continuación nos centramos en el interés astrofísico que representan las estrellas bosónicas y los motivos por los que han ganado gran relevancia en los últimos años.

4.2. Estrellas bosónicas como imitadoras de agujeros negros

Las estrellas bosónicas, a pesar de ser objetos hipotéticos, son de gran interés físico ya que, en simulaciones recientes, han demostrado ser capaces de imitar eventos astrofísicos como sombras de agujeros negros [57] y eventos de ondas gravitacionales [24]. Esto es aún más relevante ante las recientes observaciones de la sombra del hipotético agujero negro en el centro de la galaxia M87 [5] y la detección del evento de ondas gravitacionales GW190521 [1, 2]. En particular son las estrellas de Proca las que exhiben este comportamiento, lo cual abre grandes posibilidades para el estudio de objetos oscuros asociados a bosones de espín $s = 1$. Esto abre líneas de investigación en materia oscura que esté constituida no sólo por bosones escalares (espín $s = 0$), sino también por bosones vectoriales (de espín $s = 1$). Entre estas nuevas líneas de investigación se encuentran los fotones oscuros [40], las teorías de materia oscura vectorial (VDM) [9] que sugiere que una parte (o incluso toda) la materia oscura se compone de bosones vectoriales, y en general compendios como [11], donde se sugiere que la materia oscura puede

dividirse en materia oscura escalar (SFDM) y materia oscura vectorial (VDM).

4.2.1. Imitadores de eventos de ondas gravitacionales (GW)

Las estrellas bosónicas, tanto escalares como vectoriales, han sido exhaustivamente estudiadas usando métodos de relatividad numérica [55]. Al estudiar la estabilidad de este tipo de estrellas en [102] se encontró que las estrellas de bosones (escalares) con rotación poseen una inestabilidad no axisimétrica, lo cual dificulta la viabilidad de su formación dinámica. Sin embargo para el caso análogo de estrellas de Proca (vectoriales) con rotación no se halló esta inestabilidad. La estabilidad de las estrellas de Proca las hace entonces de gran interés astrofísico ya que su formación dinámica es más viable. En particular en [24] se simuló el evento de ondas gravitacionales GW190521 usando la colisión de dos estrellas de Proca con rotación y al comparar los resultados con los datos observacionales se encontró que este modelo se ajusta ligeramente mejor que el propuesto por la colaboración LIGO-Virgo para este evento [55]. Con esta simulación se estimó además la masa de las partículas bosónicas vectoriales que componen a las estrellas de Proca, esta masa es de aproximadamente $8 \times 10^{-13} eV$. La posibilidad de estimar esta masa a través de simulaciones que encajan con datos observacionales abre las puertas para el estudio de nuevos bosones vectoriales desde el punto de vista de física de partículas. La forma de identificar si un evento de ondas gravitacionales está asociado a estrellas de Proca es a través de la elección de la masa maximal para las estrellas en la simulación. La masa maximal de las estrellas bosónicas está fijada por la masa de las partículas bosónicas que componen a la estrella a través de la expresión [55]. Para esta simulación en particular se estimó que la masa maximal de las estrellas de Proca debía ser de $\sim 173M_{\odot}$, entonces un evento con masas menores no estaría asociado a estrellas de Proca [55]. Con esto se demuestra que las estrellas bosónicas son capaces de imitar eventos de interés astrofísico pero que además las diferencias son contrastables usando datos reales.

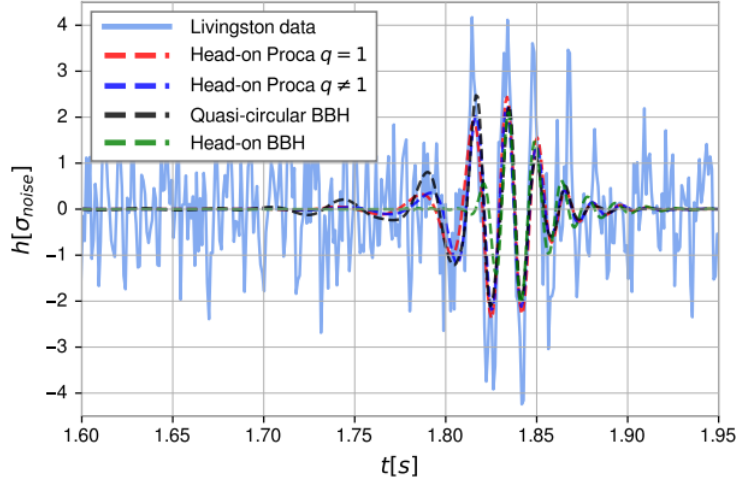


Figura 4: Simulación del evento GW190521 usando estrellas de Proca. Imagen tomada de [24].

4.2.2. Imitadores de sombras de agujeros negros

En [57, 90] se ha estudiado la posibilidad de que estrellas bosónicas produzcan una sombra similar a la de un agujero negro. En particular son las estrellas de Proca las más propensas a exhibir este comportamiento [55]. En el caso de los agujeros negros las sombras se producen debido a las conocidas "órbitas cerradas de fotones", las cuales sirven para trazar el borde de la sombra en el plano celestial. Por otro lado para el caso de las estrellas bosónicas la sombra depende en gran parte de la naturaleza de la fuente de luz que produzca la sombra [90] y la radiación relevante para la formación de la sombra es en su mayoría radiación de sincrotrón [55, 57]. En la figura 5 se presentan simulaciones tomadas de [57] donde se muestran sombras generadas por estrellas de Proca contrastadas con sombras generadas por agujeros negros tipo Schwarzschild con la misma masa y observadas desde los mismos ángulos. Se puede apreciar de esta figura que para que las sombras de las estrellas de Proca se parezcan a la de los agujeros negros es necesario que el punto de observación sea desde los polos, ya que desde otros ángulos las estrellas de Proca producen sombras "planas" que no logran imitar la forma característica de

las sombras de agujeros negros. Por lo tanto es necesario tomar en cuenta que los escenarios donde las estrellas de Proca pueden imitar sombras de agujeros negros son muy restrictivos. Se debe notar, por ejemplo, que las sombras de las estrellas de Proca no son exactamente del mismo tamaño que la de los agujeros negros a pesar de que ambos objetos poseen la misma masa. Por otro lado también se ha encontrado que las estrellas bosónicas capaces de producir sombras son inestables ante perturbaciones. Todo esto representa limitantes para el estudio de sombras de estrellas bosónicas usando observaciones reales [55].

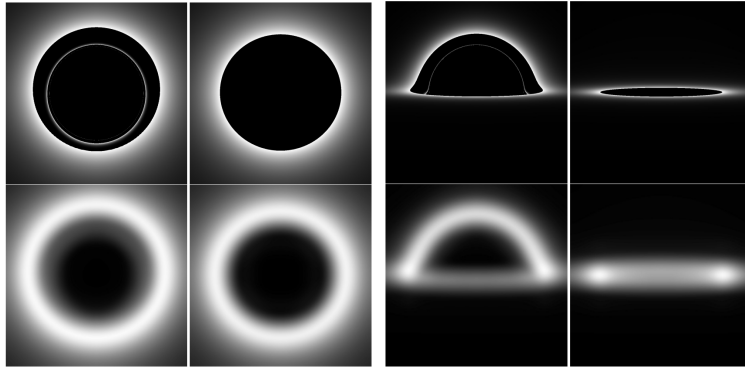


Figura 5: Sombras de estrellas de Proca comparadas con sombras de agujeros negros tipo Schwarzschild (izquierda de cada panel). El ángulo de observación en el panel izquierdo es cercano a los polos, mientras que en el otro panel la observación se hace cercana al ecuador. Imagen tomada de [57]

La idea de estrellas de Proca en el centro de las galaxias es prometedora, sin embargo sigue siendo una conjetura y aún hacen falta observaciones más precisas para aceptar o rechazar esta hipótesis. En el modelo propuesto en este trabajo y presentado inicialmente en [81] se explora la posibilidad de que la materia oscura se componga fundamentalmente del campo escalar complejo del modelo de materia oscura escalar (SFDM) y que debido a simetrías locales de gauge $U(1)$ sea posible que se produzcan nuevas partículas bosónicas vectoriales de espín $s = 1$ (que en particular identificamos como el fotón oscuro) y puedan formar objetos compactos como las estrellas de Proca.

5. Fotón oscuro

El fotón oscuro (DP) es un hipotético bosón vectorial (de espín $s = 1$) asociado a una nueva simetría de gauge oscura $U(1)$ que se añade al modelo estándar de partículas (SM) tal que los campos del modelo estándar no están cargados con esta simetría oscura. La única interacción entre el modelo estándar y el fotón oscuro ocurre a través de pequeños términos cinéticos de mezcla [58] y de posibles acoplamientos entre los campos y corrientes de cada sector [40]. Estas características, junto con las mencionadas en la sección anterior, hacen del fotón oscuro un posible candidato a materia oscura, ya que aunque no interactúa con materia bariónica, su campo sí tiene consecuencias en las ecuaciones de Einstein. Dentro de los modelos de fotón oscuro (DP) existen diversas maneras de introducir la interacción entre el fotón oscuro y el fotón del modelo estándar (ver [94] para un compendio de distintos modelos de interacción), sin embargo la más usual corresponde a un pequeño término cinético de mezcla de la forma [58]

$$\mathcal{L}_{\text{mezcla}} = -\frac{\epsilon}{2} F_{\mu\nu}^{(a)} F^{(b)\mu\nu} \quad (5.0.1)$$

entonces la parte cinética total del lagrangiano para este modelo se escribe como

$$\mathcal{L}_K = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(a)} F^{(a)\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(b)} F^{(b)\mu\nu} - \frac{\epsilon}{2} F_{\mu\nu}^{(a)} F^{(b)\mu\nu} \quad (5.0.2)$$

donde ϵ es un pequeño parámetro de mezcla, $F_{\mu\nu}^{(a)}$ corresponde al tensor de Faraday que describe grupo de gauge $U(1)_a$ asociado al fotón del modelo estándar y $F_{\mu\nu}^{(b)}$ corresponde al tensor de Faraday que describe grupo de gauge $U(1)_b$ asociado al fotón oscuro. La razón de usar esta forma para la interacción y no otras es que, como podemos ver, el término cinético consta de solo un parámetro ϵ , por lo tanto los procesos que se describan con este sistema están determinados por este único parámetro de mezcla [94], lo cual simplifica el análisis y facilita el proceso para realizar predicciones con este modelo. En principio el parámetro de mezcla ϵ podría ser de cualquier magnitud, pero existen múltiples restricciones físicas que

limitan su tamaño. La primer restricción es que ϵ no puede ser del orden de 1, de ser así ya se habrían descubierto fotones oscuros con masa [40] porque la interacción sería grande. Por otro lado del análisis usando ajustes ultravioleta (UV) el orden de ϵ podría ser de entre $10^{-6} - 10^{-12}$ [40]. En general para el estudio de fotones oscuros se suelen utilizar rangos para el parámetro de mezcla de aproximadamente $10^{-6} - 10^{-12}$ [60], aunque hay trabajos donde se han utilizado valores aún más pequeños [8]. A este lagrangiano también se le pueden añadir acoplamientos entre corrientes de la forma [40]

$$\mathcal{L}_{\text{corrientes}} = e\mathcal{J}_\mu A^{(b)\mu} + c'\mathcal{J}'_\mu A^{(a)\mu} \quad (5.0.3)$$

En general podemos considerar fotones oscuros con masa o sin masa [49]. En el caso de fotones oscuros con masa, el modelo incluye términos masivos para el campo $A^{(b)\mu}$, entonces se tiene un lagrangiano de la forma [8]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^{(a)}F^{(a)\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^{(b)}F^{(b)\mu\nu} - \frac{\epsilon}{2}F_{\mu\nu}^{(a)}F^{(b)\mu\nu} - \frac{1}{2}\mu^2 A_\mu^{(b)}A^{(b)\mu} \quad (5.0.4)$$

al cual nuevamente se pueden agregar los acoplamientos entre corrientes de la ecuación (5.0.3). Existen múltiples mecanismos a través de los cuales el fotón oscuro puede adquirir masa, por ejemplo el mecanismo de Stuckelberg, el mecanismo de Higgs o por interacciones del fotón oscuro con el modelo estándar de partículas. En [94] se puede encontrar una recopilación de cada uno de estos casos junto con los mecanismos de producción para el fotón oscuro. En este trabajo estamos especialmente interesados en considerar fotones oscuros que puedan adquirir masa a través de un mecanismo de Higgs ya que, como veremos a continuación, el rompimiento espontáneo de simetría puede darse naturalmente gracias a las simetrías del modelo de materia oscura escalar (SFDM) que se presenta más adelante en este trabajo.

El mecanismo de Higgs para la generación de la masa del fotón oscuro ha sido estudiado en [87, 81], en donde se considera la existencia de un bosón de Higgs oscuro como candidato a materia oscura. En [87] se considera para el mecanismo

de Higgs un campo escalar ϕ cargado y un lagrangiano \mathcal{L}_{DP} de la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{DP} = & (\partial_\mu \phi + iqA_\mu^{(b)} \phi) (\partial^\mu \phi - iqA^{(b)\mu} \phi) - V(\phi) \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(b)} F^{(b)\mu\nu} - \frac{\epsilon}{2} F_{\mu\nu}^{(b)} F^{(a)\mu\nu} \end{aligned} \quad (5.0.5)$$

y eligen un potencial general $V(\phi) = -m^2|\phi|^2 + \lambda|\phi|^4$ de forma que el valor esperado de ϕ en el vacío sea diferente de cero para que pueda ocurrir el rompimiento espontáneo de simetría. Con este sistema encuentran que si se considera la masa del Higgs oscuro m_h y del fotón oscuro $m_{\gamma b}$ de manera que $m_{\gamma b} \geq m_h$, tomando un valor para el parámetro de mezcla ϵ en el rango $10^{-6} - 10^{-13}$ y considerando el parámetro de acoplamiento q lo suficientemente pequeño, entonces el bosón de Higgs oscuro es un candidato viable a materia oscura. En [87] se estudian casos donde la masa m del campo escalar ϕ es del orden de 10 MeV , en nuestro caso nos interesa estudiar masas ultraligeras para ϕ para poder asociar este campo con el campo escalar de materia oscura en SFDM. Este tipo de mecanismos es en los que se inspira el modelo propuesto en este trabajo para que el fotón oscuro adquiera masa y puedan formarse objetos compactos a nivel astrofísico.

6. Transformaciones de gauge

El interés de este trabajo es justificar un modelo donde la materia oscura se componga de un campo escalar masivo asociado a bosones de espín $s = 0$ y que a través del mecanismo de rompimiento espontáneo de simetría surjan nuevas partículas masivas que componen un sector oscuro que sólo interactúa con el campo electromagnético asociado al fotón del modelo estándar. Entonces en esta sección se introducen de manera general las transformaciones de gauge, las simetrías de gauge y el mecanismo de rompimiento espontáneo de simetría para una teoría de campo escalar.

En el contexto de teoría de campos, las transformaciones de gauge son transformaciones realizadas sobre los campos y que dejan invariante la descripción física de una teoría [71]. Esta idea surge de la posibilidad de una teoría de ser descrita en términos de diferentes configuraciones de los campos y aún así producir los mismos observables físicos. Un claro ejemplo es el electromagnetismo, donde podemos someter los campos \vec{A} (potencial vectorial magnético) y ψ (potencial escalar eléctrico) de la teoría electromagnética a transformaciones del tipo

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A} + \nabla\chi \quad (6.0.1)$$

$$\psi \rightarrow \psi - \frac{\partial\chi}{\partial t} \quad (6.0.2)$$

donde χ es una función escalar arbitraria. Estas transformaciones conservan (dejan invariantes) la forma de las ecuaciones de Maxwell. Entonces, aunque se modificaron los campos de la teoría, los resultados físicos siguen siendo los mismos. De manera más general, las transformaciones de gauge también pueden verse como transformaciones que ayudan a eliminar grados de libertad redundantes en una teoría física. Desde la perspectiva de la mecánica lagrangiana, que es la que se sigue en este trabajo, las simetrías de gauge equivalen a la invariancia del lagrangiano y, por lo tanto, de la acción del sistema ante transformaciones de gauge (aunque de manera general la invariancia del lagrangiano no implica necesariamente

la invariancia de la acción).

Existen dos tipos de transformaciones de gauge, las transformaciones de gauge globales (o de primer tipo) y las transformaciones de gauge locales (o de segundo tipo). Un ejemplo de una teoría invariante ante transformaciones de gauge globales es el electromagnetismo, mientras que un ejemplo de invariancia ante transformaciones de gauge locales es la teoría de Yang-Mills. Como se explica en las siguientes secciones, las simetrías globales dan lugar a cantidades conservadas, mientras que las simetrías locales definen campos de gauge que se acoplan a los campos de las partículas.

6.1. Transformaciones de gauge globales

Las transformaciones de gauge globales (o de primer tipo) son aquellas donde la transformación que se realiza sobre los campos es la misma en cada punto del espacio tiempo asociado. El caso más simple de este tipo de transformaciones son aquellas que cambian la fase del campo en términos de un parámetro real y constante (de ahí su carácter global) al cual llamamos Λ . Considerando un campo escalar complejo Φ , estas transformaciones pueden escribirse como

$$\Phi \rightarrow e^{-i\Lambda}\Phi \quad ; \quad \Phi^* \rightarrow e^{i\Lambda}\Phi^* \quad (6.1.1)$$

Estas transformaciones no involucran al espacio tiempo, entonces pueden asociarse a transformaciones de grados de libertad internos en los campos [100]. En general, las transformaciones del tipo (6.1.1) pueden verse como rotaciones hechas por el grupo unitario abeliano unidimensional $U(1)$ [28] definido como

$$U(1) := \{e^{i\Lambda J} \mid \Lambda \in \mathbb{R}; J = 1\} \quad (6.1.2)$$

donde J es el generador de rotaciones. Por lo tanto podemos decir que las transformaciones globales de gauge (o de primer tipo) constituyen un grupo unitario abeliano de una dimensión $U(1)$. Considerando Λ infinitesimal ($\Lambda \ll 1$) las trans-

formaciones (6.1.1) pueden escribirse como [100]

$$\delta\Phi = -i\Lambda\Phi \quad ; \quad \delta\Phi^* = i\Lambda\Phi^* \quad (6.1.3)$$

entonces las transformaciones infinitesimales de sus derivadas son

$$\delta(\partial_\mu\Phi) = -i\Lambda\partial_\mu\Phi \quad ; \quad \delta(\partial_\mu\Phi^*) = i\Lambda\partial_\mu\Phi^* \quad (6.1.4)$$

De acuerdo al teorema de Noether se tiene una 4-corriente conservada j^μ de la forma [100]

$$j^\mu = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi)}(-i\Phi) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi^*)}(i\Phi^*) \quad (6.1.5)$$

cuya componente j^0 es una densidad de carga conservada asociada ρ

$$\rho = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_0\Phi)}(-i\Phi) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_0\Phi^*)}(i\Phi^*) \quad (6.1.6)$$

y entonces la cantidad (carga) Q que se conserva es

$$Q = \int j^0 dV = \int \rho dV \quad (6.1.7)$$

donde \mathcal{L} es el lagrangiano (invariante ante transformaciones globales) del sistema que estamos considerando. Podemos decir que la invariancia del lagrangiano ante transformaciones de gauge globales implica la existencia de cantidades conservadas Q . Del mismo modo se puede decir que si existen leyes de conservación para alguna cantidad entonces deben existir transformaciones de gauge globales ante las cuales el lagrangiano del sistema sea invariante [100].

6.2. Transformaciones de gauge locales

Las transformaciones de gauge locales (o del segundo tipo) son aquellas donde la transformación que se realiza sobre los campos varía en cada punto del espacio tiempo asociado. El caso más simple de este tipo de transformaciones es, al igual

que en el caso global, un cambio de fase en términos de un parámetro real Λ , que en este caso no es constante sino que es una función de las coordenadas x^μ del espacio tiempo asociado $\Lambda = \Lambda(x^\mu)$, de ahí su carácter local. Estas transformaciones pueden escribirse como

$$\Phi \rightarrow e^{-i\Lambda(x)}\Phi \quad ; \quad \Phi^* \rightarrow e^{i\Lambda(x)}\Phi^* \quad (6.2.1)$$

y también son descritas por el grupo unitario abeliano unidimensional $U(1)$

$$U(1) := \{e^{i\Lambda J} \mid \Lambda(x^\mu) \in \mathbb{R}; J = 1\} \quad (6.2.2)$$

donde a $\Lambda(x^\mu)$ se le conoce como función de gauge y J es el generador de estas transformaciones. Considerando Λ infinitesimal ($\Lambda \ll 1$) podemos escribir estas transformaciones como [100]

$$\delta\Phi = -i\Lambda\Phi \quad ; \quad \delta\Phi^* = i\Lambda\Phi^* \quad (6.2.3)$$

y entonces las transformaciones de sus derivadas parciales pueden escribirse como

$$\delta(\partial_\mu\Phi) = -i\Lambda(\partial_\mu\Phi) - i\Phi(\partial_\mu\Lambda) \quad (6.2.4)$$

$$\delta(\partial_\mu\Phi^*) = i\Lambda(\partial_\mu\Phi^*) + i\Phi^*(\partial_\mu\Lambda) \quad (6.2.5)$$

debido al último término en el lado derecho en las dos ecuaciones anteriores las derivadas parciales en este caso no transforman de acuerdo a la transformación de gauge local $U(1)$. Como se verá más adelante, los lagrangianos libres como el de Klein-Gordon no son invariantes ante transformaciones de gauge locales debido a este término extra en la transformación de las derivadas parciales (6.2.4). Entonces para tener una teoría invariante ante transformaciones de gauge locales es necesario construir un lagrangiano que sea invariante ante estas transformaciones. Para resolver este problema se introduce un acoplamiento con un nuevo campo vectorial B_μ con lo cual se introduce la derivada covariante de gauge.

6.3. Lagrangiano invariante ante transformaciones de gauge locales

En general nos interesa construir un lagrangiano \mathcal{L} covariante ante transformaciones de coordenadas en relatividad general e invariante ante transformaciones locales de gauge $U(1)$. En esta sección seguimos el mismo orden de ideas que en el capítulo 3 de [100]. Para construir este lagrangiano primero consideramos transformaciones locales $U(1)$ para Φ del tipo

$$\Phi \rightarrow e^{-i\Lambda} \Phi \quad ; \quad \Phi^* \rightarrow e^{i\Lambda} \Phi^* \quad (6.3.1)$$

donde $\Lambda(x^\mu)$ es una función de la posición x^μ . Además consideramos que el campo escalar de interés debe cumplir la ecuación de Klein-Gordon (ya que es también el que sigue la materia oscura escalar, pero la discusión aquí presentada es general)

$$\begin{aligned} \nabla^\mu \nabla_\mu \Phi - m^2 \Phi &= 0 \\ \nabla^\mu \nabla_\mu \Phi^* - m^2 \Phi^* &= 0 \end{aligned} \quad (6.3.2)$$

Entonces consideramos primero un término \mathcal{L}_1 de donde se pueda deducir la ecuación de Klein-Gordon

$$\mathcal{L}_1 = - (\nabla_\mu \Phi) (\nabla^\mu \Phi^*) - m^2 \Phi^* \Phi \quad (6.3.3)$$

Sabemos que para un campo escalar la derivada covariante es igual a la derivación parcial $\nabla_\mu \Phi = \partial_\mu \Phi$, entonces por simplicidad podemos escribir \mathcal{L}_1 en lo siguiente como

$$\mathcal{L}_1 = - (\partial_\mu \Phi) (\partial^\mu \Phi^*) - m^2 \Phi^* \Phi \quad (6.3.4)$$

Si variamos \mathcal{L}_1 en términos de variaciones infinitesimales de las transformaciones (6.2.3) tenemos

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{L}_1 &= -\delta [(\partial_\mu\Phi)(\partial^\mu\Phi^*)] - m^2\delta(\Phi^*\Phi) \\ &= -[\delta(\partial_\mu\Phi)]\partial^\mu\Phi^* - (\partial_\mu\Phi)[\delta(\partial^\mu\Phi^*)] \\ &\quad - m^2(\delta\Phi^*)\Phi - m^2\Phi^*(\delta\Phi)\end{aligned}\tag{6.3.5}$$

sustituyendo la forma de las variaciones infinitesimales dadas como en (6.2.4) obtenemos [100]

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{L}_1 &= -(\partial_\mu\Lambda)[-i\Phi\partial^\mu\Phi^* + i\Phi^*\partial^\mu\Phi] \\ \Rightarrow\delta\mathcal{L}_1 &= (\partial_\mu\Lambda)j^\mu\end{aligned}\tag{6.3.6}$$

donde definimos $j^\mu \equiv [i\Phi\partial^\mu\Phi^* - i\Phi^*\partial^\mu\Phi]$. De esta última ecuación observamos entonces que el lagrangiano \mathcal{L}_1 no es invariante ante transformaciones de gauge locales $U(1)$ debido al término j^μ . Para recuperar la invariancia introducimos un 4-vector B_μ que se acople con la 4-corriente j^μ en el lagrangiano a través de un segundo término extra \mathcal{L}_2 de la forma

$$\mathcal{L}_2 = -qj^\mu B_\mu\tag{6.3.7}$$

donde q es la constante de acoplamiento. Para el 4-vector B_μ también consideramos transformaciones locales de gauge $U(1)$ del tipo

$$\begin{aligned}B_\mu &\rightarrow B_\mu + \frac{1}{q}\partial_\mu\Lambda \\ \Rightarrow\delta B_\mu &= \frac{1}{q}\partial_\mu\Lambda\end{aligned}\tag{6.3.8}$$

Entonces la variación de \mathcal{L}_2 ante estas transformaciones locales $U(1)$ es

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{L}_2 &= -q(\delta j^\mu)B_\mu - qj^\mu(\delta B_\mu) \\ &= -q(\delta j^\mu)B_\mu - j^\mu\partial_\mu\Lambda\end{aligned}\tag{6.3.9}$$

usando la definición de j^μ y las variaciones (6.2.4) obtenemos que la variación en la 4-corriente es

$$\begin{aligned}\delta j^\mu &= -i\delta (\Phi^* \partial^\mu \Phi - \Phi \partial^\mu \Phi^*) \\ &= -2\Phi^* \Phi \partial^\mu \Lambda\end{aligned}\tag{6.3.10}$$

entonces sustituyendo esto en $\delta\mathcal{L}_2$

$$\delta\mathcal{L}_2 = q (2\Phi^* \Phi \partial^\mu \Lambda) B_\mu - j^\mu \partial_\mu \Lambda\tag{6.3.11}$$

Así, sumando las variaciones $\delta\mathcal{L}_1$ y $\delta\mathcal{L}_2$ obtenemos

$$\delta\mathcal{L}_1 + \delta\mathcal{L}_2 = 2q\Phi^* \Phi B_\mu (\partial^\mu \Lambda)\tag{6.3.12}$$

Por lo que ahora hay que agregar un tercer término \mathcal{L}_3 al lagrangiano total para cancelar el término en el lado izquierdo de (6.3.11). Consideramos

$$\mathcal{L}_3 = -q^2 B_\mu B^\mu \Phi^* \Phi\tag{6.3.13}$$

cuya variación es

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{L}_3 &= -2q^2 B_\mu \delta B^\mu \Phi^* \Phi \\ &= -2q B_\mu (\partial^\mu \Lambda) \Phi^* \Phi\end{aligned}\tag{6.3.14}$$

entonces sumando las variaciones $\delta\mathcal{L}_1$, $\delta\mathcal{L}_2$ y $\delta\mathcal{L}_3$ tenemos

$$\delta\mathcal{L}_1 + \delta\mathcal{L}_2 + \delta\mathcal{L}_3 = 0\tag{6.3.15}$$

Por lo tanto el lagrangiano total hasta el momento formado por $\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3$ ya es invariante ante transformaciones locales de gauge $U(1)$. Finalmente, podemos considerar (como en el electromagnetismo) que el nuevo campo vectorial B_μ contribuye por si mismo al lagrangiano total, entonces introducimos el tensor electromagnético $B_{\mu\nu}$, definido como

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu\tag{6.3.16}$$

el cual es por si mismo invariante ante transformaciones del segundo tipo. Entonces introducimos un nuevo término \mathcal{L}_4 al lagrangiano total

$$\mathcal{L}_4 = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (6.3.17)$$

donde $\delta\mathcal{L}_4 = 0$ (porque $B_{\mu\nu}$ es invariante). Así sumando las 4 contribuciones vemos que

$$\delta\mathcal{L} = \delta\mathcal{L}_1 + \delta\mathcal{L}_2 + \delta\mathcal{L}_3 + \delta\mathcal{L}_4 = 0 \quad (6.3.18)$$

Entonces un lagrangiano \mathcal{L} formado por las 4 contribuciones es invariante ante transformaciones de gauge locales $U(1)$. Así, podemos escribir \mathcal{L} como

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_4 \\ &= -(\partial_\mu\Phi)(\partial^\mu\Phi^*) - m^2\Phi^*\Phi + iq(\Phi^*\partial^\mu\Phi - \Phi\partial^\mu\Phi^*)B_\mu \\ &\quad - q^2B_\mu B^\mu\Phi^*\Phi - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (6.3.19)$$

y factorizando obtenemos

$$\mathcal{L} = -(\partial_\mu\Phi + iqB_\mu\Phi)(\partial^\mu\Phi^* - iqB^\mu\Phi^*) - m^2\Phi^*\Phi - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (6.3.20)$$

Finalmente podemos sustituir las derivadas parciales en Φ por derivadas covariante de relatividad genera para reescribir \mathcal{L} como

$$\mathcal{L} = -(\nabla_\mu\Phi + iqB_\mu\Phi)(\nabla^\mu\Phi^* - iqB^\mu\Phi^*) - m^2\Phi^*\Phi - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (6.3.21)$$

Este es el lagrangiano con el que nos interesa trabajar. Este lagrangiano aparece en teorías como la electrodinámica escalar y en general en teorías que consideren campos escalares cargados, como por ejemplo las estrellas de bosones cargadas vistas en la sección 4.

7. Rompimiento espontáneo de simetría

El rompimiento espontáneo de simetría sucede cuando se tiene un sistema con alguna simetría asociada pero el estado base de este sistema no es simétrico, esto tiene como consecuencia que la simetría se rompa para perturbaciones alrededor de este estado base. Este proceso es de gran importancia porque, dependiendo de la simetría asociada, se tienen mecanismos para que se generen masas de partículas (como el mecanismo de Higgs). Las siguientes dos subsecciones están completamente basadas en el capítulo 8 de [100], en donde pueden encontrarse más detalles de la discusión. En nuestro caso sólo aprovechamos que la discusión está hecha para campos escalares y adaptamos las ecuaciones a la signatura $(-, +, +, +)$ que se suele usar en relatividad general.

7.1. Rompimiento espontáneo de simetrías globales

Consideramos primero el caso de teorías con una simetría global $U(1)$ ante transformaciones de gauge de la forma

$$\Phi \rightarrow e^{-i\Lambda} \Phi \quad (7.1.1)$$

donde Λ es una constante real. Entonces consideramos un lagrangiano \mathcal{L} invariante ante este tipo de transformaciones. En este caso como nos interesan teorías en el contexto de materia oscura escalar (aunque la siguiente discusión es válida fuera del contexto de materia oscura) descritas por bosones escalares (de espín $s = 0$) elegimos un lagrangiano tipo Klein-Gordon de la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -(\partial_\mu \Phi)(\partial^\mu \Phi^*) - m^2 \Phi^* \Phi - \lambda (\Phi^* \Phi)^2 \\ &= -(\partial_\mu \Phi)(\partial^\mu \Phi^*) - V(\Phi, \Phi^*) \end{aligned} \quad (7.1.2)$$

donde λ es un parámetro positivo de autointeracción, m^2 es un parámetro que puede ser positivo o negativo y definimos $V(\Phi, \Phi^*) = m^2 \Phi^* \Phi + \lambda (\Phi^* \Phi)^2$. Para hallar el estado vacío minimizamos $V(\Phi, \Phi^*)$, de forma que hay que encontrar las

raíces de la ecuación

$$\frac{\partial V}{\partial \Phi} = m^2 \Phi^* + 2\lambda \Phi^* (\Phi^* \Phi) = 0 \quad (7.1.3)$$

Para hallar los extremos hay que considerar dos casos, $m^2 > 0$ y $m^2 < 0$. Si $m^2 > 0$ es mayor hay un mínimo en $\Phi = 0$ y por lo tanto no hay rompimiento espontáneo de simetría [100]. Por otro lado si $m^2 < 0$, m deja de ser una masa y se convierte sólo en un parámetro que sirve para buscar los mínimos, entonces podemos escribir

$$\begin{aligned} m^2 \Phi^* \Phi + 2\lambda \Phi^* \Phi (\Phi^* \Phi) &= 0 \\ \Rightarrow \Phi^* \Phi [m^2 + 2\lambda \Phi^* \Phi] &= 0 \end{aligned} \quad (7.1.4)$$

observamos que hay un máximo en $\Phi = 0$ y un mínimo en

$$|\Phi|^2 = \Phi^* \Phi = -\frac{m^2}{2\lambda} \quad (7.1.5)$$

vamos a definir $a \equiv |\Phi| = \sqrt{\frac{-m^2}{2\lambda}}$. Si consideramos una teoría cuántica donde Φ se convierte en un operador entonces podemos escribir el valor esperado de Φ en el estado vacío como [100]

$$|\langle 0|\Phi|0\rangle|^2 = a^2 \quad (7.1.6)$$

Los campos físicos de la teoría son excitaciones sobre este estado vacío, entonces se pueden construir realizando perturbaciones alrededor de a . Para ilustrar las consecuencias de esto podemos escribir Φ en coordenadas polares como

$$\Phi(x) = \rho(x)e^{i\theta(x)} \quad (7.1.7)$$

donde $\rho(x)$ y $\theta(x)$ son campos escalares reales con valores esperados en el vacío

$$\langle 0|\rho|0\rangle = 0 \quad ; \quad \langle 0|\theta|0\rangle = 0 \quad (7.1.8)$$

Ahora reescribimos $\rho(x)$ alrededor de a como

$$\Phi(x) = [\rho'(x) + a] e^{i\theta(x)} \quad (7.1.9)$$

de forma que se sigue teniendo que $|\Phi| = a$. Entonces ahora identificamos a $\rho'(x)$ y $\theta(x)$ como los campos físicos de la teoría. Sustituyendo esta forma (7.1.9) de Φ en el lagrangiano \mathcal{L} podemos encontrar los nuevo términos masivos y no masivos. Antes de realizar esta sustitución podemos reescribir la ecuación (7.1.9) en coordenadas cartesianas (esto con fines ilustrativos siguiendo [100]) en términos de dos campos reales $\Phi_1(x)$ y $\Phi_2(x)$ de forma que

$$\Phi(x) = a + \frac{\Phi_1(x) + i\Phi_2(x)}{\sqrt{2}} \quad (7.1.10)$$

Ahora $\Phi_1(x)$ y $\Phi_2(x)$ representan los campos físicos de la teoría. Sustituyendo (7.1.10) en el lagrangiano \mathcal{L} obtenemos

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi_1)^2 - \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi_2)^2 - 2\lambda a^2 \Phi_1^2 - \sqrt{2}\lambda \Phi_1 (\Phi_1^2 + \Phi_2^2) - \frac{\lambda}{4} (\Phi_1^2 + \Phi_2^2)^2 \quad (7.1.11)$$

de esta expresión notamos que no hay términos masivos para Φ_2 , esto quiere decir que entonces el campo Φ_2 representa un campo escalar real sin masa. Mientras que el término $2\lambda a^2 \Phi_1^2$ es un término masivo para Φ_1 que nos dice que el campo Φ_1 es un campo escalar real con masa m_1 dada por

$$\frac{1}{2}m_1^2 = 2\lambda a^2 \quad (7.1.12)$$

Así, podemos concluir que el rompimiento espontáneo de la simetría global $U(1)$ del lagrangiano hace que en vez de tener dos campos escalares masivos, ahora tenemos un campo escalar masivo Φ_1 y un campo escalar sin masa Φ_2 . A la partícula asociada con el nuevo campo escalar sin masa se le conoce como bosón de Goldstone [100, 36].

7.2. Rompimiento espontáneo de simetrías de gauge (locales)

Ahora estudiamos el caso de una teoría invariante ante transformaciones de gauge locales (simetría de gauge). Entonces consideramos transformaciones del tipo

$$\Phi \rightarrow e^{-i\Lambda(x)}\Phi \quad (7.2.1)$$

donde $\Lambda(x)$ es una función real. El lagrangiano de interés que es invariante ante este tipo de transformaciones lo construimos en la sección 6. En general podemos considerar nuevamente un potencial cuártico V de la forma

$$V(\Phi, \Phi^*) = m^2\Phi\Phi^* + \lambda(\Phi^*\Phi)^2 \quad (7.2.2)$$

Entonces el lagrangiano de interés es

$$\mathcal{L} = -(\partial_\mu\Phi + iqB_\mu\Phi)(\partial^\mu\Phi^* - iqB^\mu\Phi^*) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - V(\Phi, \Phi^*) \quad (7.2.3)$$

Al igual que hicimos en el caso global, buscamos el mínimo de este potencial para $m^2 < 0$.

$$\frac{\partial V}{\partial \Phi} = m^2\Phi^* + 2\lambda\Phi^*(\Phi^*\Phi) = 0 \quad (7.2.4)$$

Este mínimo es el mismo que en la ecuación (7.1.5) y está dado por

$$|\Phi| = \sqrt{\frac{-m^2}{2\lambda}} \equiv a \quad (7.2.5)$$

Entonces reescribimos Φ (en términos de dos campos reales Φ_1 y Φ_2) como perturbaciones alrededor del estado vacío igual que en (7.1.10)

$$\Phi(x) = a + \frac{\Phi_1(x) + i\Phi_2(x)}{\sqrt{2}} \quad (7.2.6)$$

Sustituyendo esta forma de Φ en \mathcal{L} obtenemos

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - q^2a^2B_\mu B^\mu - \frac{1}{2}(\partial_\mu\Phi_1)^2 - \frac{1}{2}(\partial_\mu\Phi_2)^2 - 2\lambda a^2\Phi_1^2 - \sqrt{2}qaB^\mu\partial_\mu\Phi_2 + \text{cúbicos} + \text{cuárticos} \quad (7.2.7)$$

De esta forma de \mathcal{L} podemos ver que ahora tenemos un término masivo $-q^2a^2B_\mu B^\mu$ el cual indica que el bosón asociado al campo B_μ ahora ha adquirido masa. El campo Φ_2 puede eliminarse de esta última expresión haciendo otra transformación de gauge de la forma [100]

$$\begin{aligned} \Phi'_1 &= \Phi_1 - \Lambda\Phi_2 \\ \Phi'_2 &= \Phi_2 + \Lambda\Phi_1 + \sqrt{2}\Lambda a \end{aligned} \quad (7.2.8)$$

entonces ahora el lagrangiano puede escribirse como

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - q^2a^2B_\mu B^\mu - \frac{1}{2}(\partial_\mu\Phi'_1)^2 - 2\lambda a^2\Phi'^2_1 + \text{acoplamientos} \quad (7.2.9)$$

Este lagrangiano contiene entonces un campo B_μ asociado a un bosón vectorial de espín $s = 1$ con término masivo $-q^2a^2B_\mu B^\mu$ y también contiene al campo ϕ_1 asociado a un bosón de espín $s = 0$ con término masivo $-2\lambda a^2\Phi'^2_1$. Es decir, que el rompimiento espontáneo de simetría en este caso resulta en dos campos masivos, uno vectorial (espín $s = 1$) y uno escalar (espín $s = 0$). A este proceso en el cual el bosón vectorial ha adquirido masa se le conoce como mecanismo de Higgs [100, 36], y en este ejemplo está aplicado al caso específico del modelo abeliano con simetría local $U(1)$. Entonces podemos ver de estas últimas dos secciones que el tipo de simetría asociada al sistema es importante en el rompimiento espontáneo de simetría, ya que determina el tipo de partículas que obtenemos como resultado final. Esto lo podemos resumir convenientemente de la siguiente forma [100]

Modo de Goldstone, simetría global $U(1)$:

$$\begin{aligned} 2 \text{ campos escalares con masa} &\rightarrow 1 \text{ campo escalar con masa} \\ &+ 1 \text{ campo escalar sin masa} \end{aligned} \quad (7.2.10)$$

Modo de Higgs, simetría local $U(1)$:

$$\begin{array}{l} 2 \text{ campos escalares con masa} \rightarrow 1 \text{ campo escalar con masa} \\ +1 \text{ fotón sin masa} \qquad \qquad \qquad +1 \text{ fotón con masa} \end{array} \quad (7.2.11)$$

8. Modelo Propuesto

En las secciones anteriores vimos que es posible explicar fenómenos como las burbujas de Fermi (FB) si suponemos que el campo escalar Φ del modelo de materia oscura escalar (SFDM) está cargado con una simetría local oscura $U(1)$ que tiene una carga de gauge q asociada a un bosón de espín $s = 1$ el cual identificamos como el fotón oscuro [81], este fotón oscuro sólo interactúa con el modelo estándar de partículas (SM) a través de términos cinéticos de mezcla entre los campos del fotón oscuro y del fotón del modelo estándar que se incluyen en el lagrangiano total del sistema. También vimos que un posible mecanismo de obtención de masa para el fotón oscuro es a través del mecanismo de Higgs, el cual involucra el rompimiento espontáneo de la simetría local $U(1)$ del sistema en cuestión, y a partir de esto se obtienen una partícula escalar (de espín $s = 0$) masiva y un bosón de espín $s=1$ masivo (que es el que asociamos con el fotón oscuro). Entonces, en principio, con este modelo se espera encontrar fotones oscuros en regiones de materia oscura escalar (como lo podrían ser los polos de las galaxias) y donde además sea posible que ocurra el rompimiento espontáneo de simetría. Con fines ilustrativos a continuación juntamos todos estos elementos en un sólo lagrangiano que después acoplamos mínimamente con la gravedad usando las ecuaciones de Einstein y estudiamos los efectos en la creación de objetos compactos exóticos como las estrellas bosónicas presentadas en la sección 4.

8.1. Construcción del lagrangiano

- 1.-Primero comenzamos con el lagrangiano más general del modelo de materia oscura escalar (SFDM), el cual corresponde a un lagrangiano tipo Klein-Gordon para el campo escalar complejo Φ (sección 3)

$$\mathcal{L}_1 = -(\nabla_\mu \Phi)(\nabla^\mu \Phi^*) - V(\Phi, \Phi^*) \quad (8.1.1)$$

- 2.-Ahora cargamos este campo con una simetría de gauge $U(1)$ ante transformaciones locales del tipo $\Phi \rightarrow \Phi e^{-i\Lambda(x^\mu)}$ como hicimos en la sección 6. Por lo tanto tenemos un nuevo campo vectorial B_μ , con un tensor de Faraday asociado $B_{\mu\nu}$. La carga de gauge q acopla a los campos B_μ y Φ de forma que se garantiza la invariancia de la acción ante este tipo de transformaciones. Para que esto suceda la forma del lagrangiano debe ser

$$\mathcal{L} = -(\nabla_\mu \Phi + iqB_\mu \Phi)(\nabla^\mu \Phi^* - iqB^\mu \Phi^*) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - V(\Phi, \Phi^*) \quad (8.1.2)$$

- 3.-Después asociamos el nuevo campo B_μ con el fotón oscuro, esto lo hacemos suponiendo que la única interacción que tiene B_μ con el modelo estándar es a través de un término cinético de mezcla \mathcal{L}_{mezcla} entre el campo asociado al fotón del modelo estándar A_μ y el campo asociado al fotón oscuro B_μ como en la sección 5

$$\mathcal{L}_{mezcla} = -\frac{\delta^2}{2}F_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (8.1.3)$$

donde $F_{\mu\nu}$ es el tensor de Faraday asociado a A_μ . Entonces el término cinético total para A_μ y B_μ es de la forma

$$\mathcal{L}_{cinético} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{\delta^2}{2}F_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (8.1.4)$$

donde δ^2 es el parámetro de mezcla entre ambos campos.

- 4.- Finalmente para que pueda ocurrir el rompimiento espontáneo de simetría a través del cuál el fotón oscuro adquiere masa, es necesario que el potencial V posea un mínimo distinto de cero que sea degenerado (sección 7). En este caso consideramos una teoría cuártica de autointeracción de la forma

$$V(\Phi, \Phi^*) = m^2 \Phi \Phi^* + \lambda (\Phi^* \Phi)^2 \quad (8.1.5)$$

Reuniendo todo estos elementos obtenemos finalmente el lagrangiano del modelo propuesto de la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -(\nabla_\mu \Phi + iqB_\mu \Phi)(\nabla^\mu \Phi^* - iqB^\mu \Phi^*) - V(\Phi, \Phi^*) \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{\delta^2}{2} F_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (8.1.6)$$

Como mencionamos en la sección 3 este lagrangiano fue propuesto inicialmente en [81] como un modelo de materia oscura escalar (SFDM) que combina los resultados de multiSFDM y la interacción del fotón oscuro con el fotón del modelo estándar de manera que logra explicar el fenómeno de las burbujas de Fermi. Esto sirve como motivación para aplicar el modelo a otros fenómenos como se hace en este trabajo para objetos compactos bosónicos. En general para obtener soluciones separables en el estudio de objetos compactos vamos a considerar que los campos A_μ y B_μ son complejos (cada uno puede describirse en términos de dos campos reales). Donde la parte real de A_μ es la parte física que describe al fotón del modelo estándar. Entonces el lagrangiano propuesto se escribe como

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -(\nabla_\mu \Phi + iqB_\mu \Phi)(\nabla^\mu \Phi^* - iqB^{*\mu} \Phi^*) - V(\Phi, \Phi^*) \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{*\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{*\mu\nu} - \frac{\delta^2}{2} R_e \{F_{\mu\nu} B^{\mu\nu}\} \end{aligned} \quad (8.1.7)$$

Recapitulando, en este lagrangiano Φ es el campo escalar asociado al modelo de materia oscura de campo escalar (SFDM); B_μ es el campo de gauge asociado a la nueva carga q que surge de la simetría $U(1)$; $B_{\mu\nu}$ es el tensor de Faraday asociado

a B_μ , definido como

$$B_{\mu\nu} = \nabla_\mu B_\nu - \nabla_\nu B_\mu; \quad (8.1.8)$$

A_μ es el 4-potencial del fotón del modelo estándar con tensor electromagnético definido como

$$F_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu; \quad (8.1.9)$$

m es la masa del campo escalar Φ y δ^2 es la constante de acoplamiento cinético entre los campos A_μ y B_μ . El campo Φ , como se vio en la sección 3, está asociado a bosones ultraligeros de espín $s = 0$ de materia oscura escalar, mientras que el campo B_ν está asociado a bosones ultraligeros de espín $s = 1$ que en este caso son fotones oscuros. Al acoplar mínimamente con la gravedad se obtiene una acción de la forma

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{16\pi G} R + \mathcal{L} \right] \quad (8.1.10)$$

Y al variar la métrica $g_{\mu\nu}$ podemos escribir el tensor energía momento como (sección 2)

$$\begin{aligned} T_{\alpha\mu} = & g_{\alpha\mu} \mathcal{L} + (\nabla_\mu \Phi + iqB_\mu \Phi) (\nabla_\alpha \Phi^* - iqB_\alpha \Phi^*) \\ & + (\nabla_\alpha \Phi + iqB_\alpha \Phi) (\nabla_\mu \Phi^* - iqB_\mu \Phi^*) - F_{\nu(\alpha} F_{\mu)}^{\nu} \\ & - B_{\nu(\alpha} B_{\mu)}^{\nu} - 2\delta^2 \text{Re} [F_{\nu(\alpha} B_{\mu)}^{\nu}] \end{aligned} \quad (8.1.11)$$

Por lo tanto las ecuaciones de Einstein son de la forma

$$G_{\alpha\mu} = 8\pi G T_{\alpha\mu} \quad (8.1.12)$$

Por otro lado podemos usar las ecuaciones de Euler-Lagrange covariantes vistas también en la sección 2 para escribir las ecuaciones de movimiento que siguen los campos A_μ , B_μ y Φ . Variando Φ se tiene la ecuación de movimiento

$$[\nabla^\mu + iqB^{*\mu}] (\nabla_\mu \Phi + iqB_\mu \Phi) - \frac{dV(\Phi\Phi^*)}{d|\Phi|^2} \Phi = 0 \quad (8.1.13)$$

Variando A_μ tenemos la ecuación de movimiento

$$\nabla_\mu F^{\mu\nu} + \delta^2 \nabla_\mu B^{*\mu\nu} = 0 \quad (8.1.14)$$

y variando B_μ obtenemos la ecuación de movimiento

$$\nabla_\mu B^{\mu\nu} + \delta^2 \nabla_\mu F^{*\mu\nu} = -2iq\Phi^* (\nabla^\nu \Phi + iqB^\nu \Phi) \quad (8.1.15)$$

En general, para el estudio de objetos compactos en este trabajo, usamos una métrica estática y esféricamente simétrica de la forma (seguimos la misma notación que en [23, 57])

$$dS^2 = -\sigma^2(r)N(r)dt^2 + \frac{dt^2}{N(r)} + r^2 d\Omega_2 \quad (8.1.16)$$

Mientras que para los campos se suelen proponer soluciones que sean separables en una parte espacial radial y una parte oscilatoria temporal, para que al sustituirlas en las ecuaciones de Einstein y de movimiento para los campos desaparezcan las dependencias temporales y el sistema de ecuaciones diferenciales resultantes sea compatible con la propuesta de una métrica estática cuyas funciones no dependen del tiempo. Las formas propuestas para los campos entonces son

- para Φ [56, 57]

$$\Phi(r, t) = \phi(r)e^{-i\omega_\Phi t} \quad (8.1.17)$$

- Para B_μ [23]

$$B(r, t) = [f(r)dt + ig(r)dr]e^{-i\omega_B t} \quad (8.1.18)$$

- Para A_μ

$$A(r, t) = [h(r)dt - ij(r)dr]e^{i\omega_A t} \quad (8.1.19)$$

donde $N(r) \equiv 1 - 2m(r)/r$ y $\sigma(r)$, $m(r)$, $f(r)$, $g(r)$, $\phi(r)$, $h(r)$, $j(r)$ son funciones reales de la coordenada radial r y ω_Φ , ω_A y ω_B son parámetro reales de frecuencia que en general son distintos entre sí. A partir de este modelo general imponemos condiciones particulares y usamos las ecuaciones de Einstein y las

ecuaciones de movimiento de los campos para reproducir casos particulares de objetos exóticos como los introducidos en la sección 4. Entonces en la siguiente sección estudiamos cómo a partir de este modelo se pueden introducir constricciones para obtener casos particulares de estrellas de bosones, estrellas de bosones cargadas, estrellas de Proca y en particular centramos el estudio en investigar si es posible seguir teniendo estrellas tipo Proca para fotones oscuros con masa en el caso donde la interacción entre los campos del fotón oscuro y del fotón del modelo estándar no sea despreciable. En cada caso escribimos la forma de las ecuaciones de Einstein y las ecuaciones de movimiento para los campos. En el caso particular de Proca mostramos algunas soluciones de la literatura y para el último caso de interés al cual le llamamos Proca con fotón oscuro encontramos soluciones numéricas para las funciones del sistema entre las regiones asintóticas de r y las presentamos de forma gráfica.

Condiciones	Lagrangiano	Modelo
$\Phi = 0, \delta = 0, q = 0, B_\mu = 0$	$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$	Ecuaciones de Maxwell
$\Phi = 0$	$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{\delta^2}{2}F_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$	Fotón oscuro
$\delta = 0, q = 0, B_\mu = 0, A_\mu = 0$	$\mathcal{L} = -\nabla_\mu\Phi\nabla^\mu\Phi^* - m^2\Phi\Phi^*$	Estrellas de bosones
$\delta = 0, A_\mu = 0$	$\mathcal{L} = -(\nabla_\mu\Phi + iqB_\mu\Phi)(\nabla^\mu\Phi^* - iqB^\mu\Phi^*) - m^2\Phi\Phi^* - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$	Estrellas de bosones cargadas
$\Phi = a, \delta = 0, \frac{\mu^2}{2} = q^2a^2, A_\mu = 0$	$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{\mu^2}{2}B_\mu B^\mu$	Estrellas de Proca
$\Phi = a, \frac{\mu^2}{2} = q^2a^2$	$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{\mu^2}{2}B_\mu B^\mu - \frac{\delta^2}{2}F_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$	Proca con fotón oscuro

Casos particulares con sus constricciones y los modelos resultantes.

8.2. Maxwell

El primer caso que estudiamos a partir del lagrangiano general \mathcal{L} propuesto en este modelo corresponde a considerar regiones donde los campos de materia oscura escalar Φ y del fotón oscuro B_μ sean iguales a cero, es decir que sólo son apreciables los efectos asociados al campo del fotón del modelo estándar A_μ . Entonces fijamos $B_\mu = 0, \Phi = 0$ y $\delta = 0$ en \mathcal{L} y obtenemos un lagrangiano \mathcal{L}_M de la forma

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (8.2.1)$$

Este lagrangiano tiene asociada una acción S_M de la forma

$$S_M = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right] \quad (8.2.2)$$

Entonces la acción total S después del acoplamiento mínimo con la gravedad corresponde a un sistema Einstein-Maxwell de la forma

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{16\pi G} R - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right] \quad (8.2.3)$$

El tensor de energía momento asociado a la variación de esta acción está dado por

$$T_{\alpha\mu} = g_{\alpha\mu} \mathcal{L}_M - F_{\nu(\alpha} F_{\mu)}^{\nu} \quad (8.2.4)$$

y entonces las ecuaciones de Einstein se reducen en este caso a

$$G_{\alpha\mu} = 8\pi G (g_{\alpha\mu} \mathcal{L}_M - F_{\nu(\alpha} F_{\mu)}^{\nu}) \quad (8.2.5)$$

mientras que las ecuaciones de campo para A_μ son simplemente las ecuaciones de Maxwell sin fuentes

$$\nabla_\mu F^{\mu\nu} = 0 \quad (8.2.6)$$

Entonces lo que se obtiene bajo estas condiciones es un sistema donde no hay fuentes externas de masa (bajo estas condiciones no hay campos masivos) en las ecuaciones de Einstein y la única fuente externa es el campo asociado al fotón del modelo estándar.

8.3. Fotón oscuro

Ahora consideramos el caso donde el campo de materia oscura escalar Φ sea igual a cero, esto corresponde a regiones donde las únicas contribuciones provienen de los campos del fotón oscuro B_μ y del fotón del modelo estándar A_μ . En este caso hacemos entonces $\Phi = 0$ en el lagrangiano propuesto \mathcal{L} y obtenemos un

lagrangiano \mathcal{L}_D de la forma

$$\mathcal{L}_D = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{*\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - \frac{\delta^2}{2}R_e \{F_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\} \quad (8.3.1)$$

La acción S_D para este lagrangiano es de la forma

$$S_D = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{*\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - \frac{\delta^2}{2}R_e \{F_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\} \right] \quad (8.3.2)$$

y entonces la acción S resultante del acoplamiento mínimo con la gravedad puede escribirse como

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{16\pi G} R + \mathcal{L}_D \right] \quad (8.3.3)$$

variando esta acción respecto a la métrica encontramos que el tensor de energía momento en este caso está dado por

$$T_{\alpha\mu} = g_{\alpha\mu}\mathcal{L}_D - F_{\nu(\alpha}F_{\mu)}^{*\nu} - B_{\nu(\alpha}B_{\mu)}^{*\nu} - 2\delta^2 R_e [F_{\nu(\alpha}B_{\mu)}^{\nu}] \quad (8.3.4)$$

y las ecuaciones de Einstein se reducen a

$$G_{\alpha\mu} = 8\pi G \{g_{\alpha\mu}\mathcal{L}_D - F_{\nu(\alpha}F_{\mu)}^{*\nu} - B_{\nu(\alpha}B_{\mu)}^{*\nu} - 2\delta^2 R_e [F_{\nu(\alpha}B_{\mu)}^{\nu}]\} \quad (8.3.5)$$

mientras que las ecuaciones de campo para A_μ y B_μ se encuentran de las ecuaciones de Euler-Lagrange covariantes variando cada campo. Variando A_μ se tiene

$$\nabla_\mu F^{\mu\nu} + \delta^2 \nabla_\mu B^{*\mu\nu} = 0 \quad (8.3.6)$$

y variando B_μ tenemos las ecuaciones

$$\nabla_\mu B^{\mu\nu} + \delta^2 \nabla_\mu F^{*\mu\nu} = 0 \quad (8.3.7)$$

Estas ecuaciones no están diciendo que las electrodinámicas que siguen los campos de ambos fotones están acopladas entre sí, entonces se encuentran ecuaciones de

Maxwell modificadas para el campo electromagnético de cada fotón como en [76]. En este caso no hay ningún campo masivo, entonces las únicas contribuciones de fuentes en las ecuaciones de Einstein son los campos electromagnéticos asociados a ambos fotones.

8.4. Estrellas de Bosones

Considerando el lagrangiano general \mathcal{L} de nuestro modelo, ahora estudiamos el caso donde los efectos de los campos del fotón oscuro B_μ y del fotón del modelo estándar A_μ sean despreciables, esto puede corresponder a regímenes galácticos, por ejemplo, donde sólo son considerables los efectos gravitacionales del campo escalar de materia oscura. Entonces hacemos $A_\mu = B_\mu = 0$ y $\delta = 0$ en \mathcal{L} y obtenemos un lagrangiano \mathcal{L}_{BS} de la forma

$$\mathcal{L}_{BS} = -\nabla_\mu \Phi \nabla^\mu \Phi^* - V(\Phi \Phi^*) \quad (8.4.1)$$

y entonces la acción S_{BS} asociada a este lagrangiano es

$$S_{BS} = \int d^4x \sqrt{-g} [-\nabla_\mu \Phi \nabla^\mu \Phi^* - V(\Phi \Phi^*)] \quad (8.4.2)$$

La acción S resultante del acoplamiento mínimo con la gravedad puede escribirse como

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{16\pi G} R - \nabla_\mu \Phi \nabla^\mu \Phi^* - V(\Phi \Phi^*) \right] \quad (8.4.3)$$

esta acción es la misma que siguen las estrellas de bosones (BS) descritas en la sección 4. Entonces a partir de este punto el análisis es análogo al que se ha hecho antes en [57]. De la acción S podemos encontrar el tensor energía momento que es de la forma

$$T_{\alpha\mu} = g_{\alpha\mu} \mathcal{L}_{BS} + \nabla_\mu \Phi \nabla_\alpha \Phi^* + \nabla_\alpha \Phi \nabla_\mu \Phi^* \quad (8.4.4)$$

y las ecuaciones de Einstein pueden escribirse como

$$G_{\alpha\mu} = 8\pi G \{g_{\alpha\mu}\mathcal{L}_{BS} + \nabla_{\mu}\Phi\nabla_{\alpha}\Phi^* + \nabla_{\alpha}\Phi\nabla_{\mu}\Phi^*\} \quad (8.4.5)$$

Las ecuaciones de campo para Φ se calculan usando las ecuaciones de Euler-Lagrange covariantes y se obtiene

$$\nabla_{\mu}\nabla^{\mu}\Phi - \frac{dV(\Phi\Phi^*)}{d|\Phi|^2}\Phi = 0 \quad (8.4.6)$$

Este sistema ha sido ampliamente estudiado en [117, 105, 57]. Particularmente en [57] se buscan soluciones para objetos compactos suponiendo una métrica esféricamente simétrica como la propuesta en (8.1.16) y se usa una propuesta oscilatoria para Φ como el propuesto en la ecuación (8.1.17).

$$\Phi(r, t) = \phi(r)e^{-i\omega t} \quad (8.4.7)$$

Recordando los resultados de la sección 6 podemos ver que la acción asociada al lagrangiano \mathcal{L}_{BS} de las estrellas de bosones tiene una simetría global ante transformaciones de gauge $U(1)$ del campo Φ , por lo tanto existe una carga de Noether asociada a una corriente conservada de Noether de la forma [57]

$$j^{\alpha} = -i[\Phi^*\nabla^{\alpha}\Phi - \Phi\nabla^{\alpha}\Phi^*] \quad (8.4.8)$$

Por otro lado sustituyendo la forma propuesta para Φ y la métrica esféricamente simétrica (8.1.16) en las ecuaciones de Einstein y en las ecuaciones de campos obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales no lineales. Las dos ecuaciones de Einstein diferentes de cero son

$$m' = 4\pi r^2 \left[N(\phi')^2 + \frac{\phi^2\omega^2}{N\sigma^2} + V \right] \quad (8.4.9)$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = 4\pi r \left[(\phi')^2 + \frac{\omega^2\phi^2}{N^2\sigma^2} \right] \quad (8.4.10)$$

y la ecuación de campo para Φ es de la forma

$$\phi'' = -\frac{2\phi'}{r} - \frac{N'\phi'}{N} - \sigma' \frac{\Phi'_r}{\sigma} - \frac{\omega^2 \phi}{N^2 \sigma^2} + \frac{\hat{V}}{N} \phi \quad (8.4.11)$$

donde la $'$ indica derivación respecto a la coordenada radial r . Al resolver este sistema obtenemos la evolución del espacio tiempo asociado a estrellas de bosones. En [57] se han encontrado numéricamente estas soluciones y se han estudiado las funciones asintóticamente. También se han encontrado soluciones para potenciales autointeractuantes en [117, 57]. Podemos usar todas estas soluciones que se han encontrado en la literatura para estudiar la evolución de las estrellas de bosones. La diferencia esencial en este trabajo es que estas estrellas de bosones están compuestas por partículas bosónicas de materia oscura escalar.

8.5. Estrellas de bosones cargadas

Ahora consideramos el caso donde los efectos del campo A_μ asociado al fotón del modelo estándar sean despreciables. Entonces hacemos $A_\mu = 0$ y $\delta = 0$ en el lagrangiano \mathcal{L} del modelo propuesto y obtenemos un lagrangiano \mathcal{L}_{CBS} de la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CBS} = & -(\nabla_\mu \Phi + iqB_\mu \Phi)(\nabla^\mu \Phi^* - iqB^\mu \Phi^*) \\ & - V(\Phi\Phi^*) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (8.5.1)$$

La acción S_{CBS} asociada a este lagrangiano es de la forma

$$S_{CBS} = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_{CBS} \quad (8.5.2)$$

y entonces la acción S resultante del acoplamiento mínimo con la gravedad es

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{16\pi G} R + \mathcal{L}_{CBS} \right] \quad (8.5.3)$$

esta acción es análoga a la que siguen las estrellas de bosones cargadas (CBS) descritas en la sección 4. Entonces podemos estudiarlas igual que se ha hecho antes en [56]. De la acción S_{CBS} tenemos que el tensor de energía momento está dado por

$$T_{\alpha\mu} = g_{\alpha\mu}\mathcal{L}_{CBS} + (\nabla_\mu\Phi + iqB_\mu\Phi)(\nabla_\alpha\Phi^* - iqB_\alpha\Phi^*) + (\nabla_\alpha\Phi + iqB_\alpha\Phi)(\nabla_\mu\Phi^* - iqB_\mu\Phi^*) - B_{\nu(\alpha}B_{\mu)}^\nu \quad (8.5.4)$$

y entonces las ecuaciones de Einstein pueden escribirse como

$$G_{\alpha\mu} = 8\pi G[g_{\alpha\mu}\mathcal{L}_{CBS} + (\nabla_\mu\Phi + iqB_\mu\Phi)(\nabla_\alpha\Phi^* - iqB_\alpha\Phi^*) + (\nabla_\alpha\Phi + iqB_\alpha\Phi)(\nabla_\mu\Phi^* - iqB_\mu\Phi^*) - B_{\nu(\alpha}B_{\mu)}^\nu] \quad (8.5.5)$$

Usando las ecuaciones covariantes de Euler-Lagrange podemos encontrar las ecuaciones de campo para Φ y B_μ . Variando Φ encontramos las ecuaciones [56]

$$[\nabla^\mu + iqB^\mu][\nabla_\mu + iqB_\mu]\Phi - \frac{dV(\Phi\Phi^*)}{d|\Phi|^2} = 0 \quad (8.5.6)$$

que en términos de la derivada covariante $D_\mu \equiv (\nabla_\mu + iqB_\mu)$ es simplemente

$$D^\mu D_\mu\Phi - \frac{dV(\Phi\Phi^*)}{d|\Phi|^2} = 0 \quad (8.5.7)$$

mientras que variando B_μ tenemos las ecuaciones

$$\nabla_\nu B^{\mu\nu} = iq[\Phi^*(D^\mu\Phi) - (D^\mu\Phi^*)\Phi] \quad (8.5.8)$$

Podemos ver que esta última ecuación es una ecuación tipo Maxwell para el campo B_μ del fotón oscuro (lo cuál es de esperarse cuando no hay acoplamiento con el fotón del modelo estándar [76]) y entonces se define una 4-corriente conservada j^α de la forma

$$j^\alpha = i[\Phi^*(D^\alpha\Phi) - (D^\alpha\Phi^*)\Phi] \quad (8.5.9)$$

donde la conservación de esta 4-corriente está dada por $\nabla_\alpha j^\alpha = 0$. En particular, recordando la sección 6, podemos ver que la acción S_{CBS} de este modelo es invariante ante transformaciones de gauge locales del tipo $\Phi \rightarrow \Phi e^{-i\Lambda(x^\mu)}$; $B_\mu \rightarrow B_\mu + \frac{\partial\Lambda(x^\alpha)}{\partial x^\mu}$ donde $\Lambda(x^\mu)$ es una función real de las coordenadas x^μ . Para continuar con el análisis nos basamos en los trabajos para estrellas de bosones cargadas hechos en [56, 63, 66, 70, 113]. En particular seguimos el orden de ideas presentados en [56]. Nuevamente consideramos una métrica esféricamente simétrica como la propuesta en la ecuación 8.1.16 y proponemos (como suele hacerse en el estudio de estrellas de bosones cargadas) que Φ tenga un comportamiento armónico de la forma

$$\Phi(r, t) = \phi(r)e^{-i\omega t} \quad (8.5.10)$$

mientras que B_μ es descrito por una función radial para su componente cero de la forma

$$B = f(r)dt \quad (8.5.11)$$

(para que sean separables). Sustituyendo la métrica y la forma propuesta para B_μ en las ecuaciones de Einstein y en las ecuaciones de movimiento para los campos encontramos el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales no lineales. Las ecuaciones de Einstein distintas de cero son

$$m' = 4\pi Gr \left[\frac{f'^2}{2\sigma^2} + N\phi'^2 + V + \frac{(\omega - qf)^2}{N\sigma^2}\phi^2 \right] \quad (8.5.12)$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = 8\pi Gr \left[\phi'^2 + \frac{(\omega - qf)^2\phi^2}{N^2\sigma^2} \right] \quad (8.5.13)$$

mientras que de las ecuaciones de movimiento para los campos obtenemos

$$f'' + \left(\frac{2}{r} - \frac{\sigma'}{\sigma} \right) f' + \frac{2q(\omega - qf)\phi^2}{N} = 0 \quad (8.5.14)$$

$$\phi'' + \left(\frac{2}{r} + \frac{N'}{N} + \frac{\sigma'}{\sigma} \right) \phi' + \frac{(\omega - qf)^2\phi}{N^2\sigma^2} - \frac{1}{2N} \frac{dV}{d\phi} = 0 \quad (8.5.15)$$

Nuevamente podemos usar las soluciones encontradas en la literatura para este tipo de estrellas, recordando que en este trabajo las estrellas de bosones cargadas corresponden a materia oscura escalar y el campo vectorial asociado a la carga es un fotón oscuro.

8.6. Estrellas de Proca

En el modelo propuesto descrito por el lagrangiano general \mathcal{L} en la ecuación (8.1.7) el campo del fotón oscuro B_μ puede adquirir masa a través de un rompimiento espontáneo de simetría como el descrito en la sección 7. Para estudiar este proceso primero consideramos el caso donde los efectos asociados al campo del fotón del modelo estándar sean despreciables y no haya acoplamiento entre A_μ y B_μ . Entonces hacemos $A_\mu = 0$ y $\delta = 0$ en \mathcal{L} y obtenemos un lagrangiano \mathcal{L}' de la forma

$$\mathcal{L}' = -(\nabla_\mu \Phi + iqB_\mu \Phi)(\nabla^\mu \Phi^* - iqB^{*\mu} \Phi^*) - V(\Phi \Phi^*) - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{*\mu\nu} \quad (8.6.1)$$

Como vimos en la sección 6 este lagrangiano es invariante ante transformaciones de gauge locales $U(1)$ para el campo Φ que en este caso está asociado a materia oscura escalar (SFDM). Si además suponemos un potencial cuártico de la forma

$$V(\Phi, \Phi^*) = m^2 \Phi \Phi^* + \lambda (\Phi^* \Phi)^2 \quad (8.6.2)$$

donde $\lambda > 0$ y m^2 ahora es un parámetro negativo entonces este potencial tiene un mínimo distinto de cero en $|\Phi| = \sqrt{\frac{-m^2}{2\lambda}} \equiv a$ y puede haber un rompimiento espontáneo de simetría a través del cual el fotón oscuro adquiriera masa, este mecanismo corresponde al mecanismo de Higgs [84]. Entonces seguimos el mismo proceso que en la sección 7. Reescribimos Φ en términos de dos campos reales Φ_1 y Φ_2 alrededor del mínimo del potencial $|\Phi| = a$ y obtenemos

$$\Phi(x) = a + \frac{\Phi_1(x) + i\Phi_2(x)}{\sqrt{2}} \quad (8.6.3)$$

sustituyendo esta forma de Φ en el lagrangiano \mathcal{L}' y haciendo una transformación de gauge para eliminar el grado de libertad redundante en Φ_2 como se hizo en la sección 7 obtenemos

$$\mathcal{L}' = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - q^2 a^2 B_\mu B^{*\mu} - \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi'_1)^2 - 2\lambda a^2 \Phi_1'^2 + \text{acoplamiento} \quad (8.6.4)$$

como podemos ver este lagrangiano ahora incluye un término masivo $-q^2 a^2 B_\mu B^{*\mu}$ para el campo del fotón oscuro, donde la masa μ del fotón oscuro está dada como

$$\frac{1}{2}\mu^2 \equiv q^2 a^2 = -q^2 \frac{m^2}{2\lambda} \quad (8.6.5)$$

$$\Rightarrow \mu^2 = -q^2 \frac{m^2}{\lambda} \quad (8.6.6)$$

Hay que recordar que estamos considerando $m^2 < 0$ y por lo tanto μ^2 es un número real positivo. Por ahora nos interesa estudiar el caso donde sólo las contribuciones de B_μ sean relevantes, entonces si consideramos $\Phi \sim \text{constante}$, lo cual corresponde a regiones donde el campo escalar se haya apaciguado, y además despreciamos términos de acoplamiento y constantes, el potencial \mathcal{L}' queda como

$$\mathcal{L}' = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - \frac{1}{2}\mu^2 B_\mu B^{*\mu} \quad (8.6.7)$$

este lagrangiano corresponde simplemente al de un campo de Proca complejo B_μ como el que siguen las estrellas de Proca descritas en la sección 4. Entonces a partir de aquí identificamos a \mathcal{L}' como el lagrangiano de proca \mathcal{L}_P y en adelante llamamos $\mathcal{L}' = \mathcal{L}_P$

$$\mathcal{L}_P = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - \frac{1}{2}\mu^2 B_\mu B^{*\mu} \quad (8.6.8)$$

Para el estudio de estrellas de Proca podemos reescribir este lagrangiano en términos de un potencial general $U(B^2)$ que esté en función de $B^2 \equiv B_\mu B^{*\mu}$ [57], de

forma que \mathcal{L}_P queda como

$$\mathcal{L}_P = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - U(B^2) \quad (8.6.9)$$

Esto lo hacemos para poder considerar casos de potenciales cuárticos de autointeracción en B_μ (estrellas de Proca autointeractuantes) como los descritos en la sección 4. Entonces la acción asociada a este lagrangiano es de la forma

$$S_P = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - U(B^2) \right] \quad (8.6.10)$$

Mientras que al hacer el acoplamiento mínimo con la gravedad obtenemos la acción S para el sistema Einstein-Proca de la forma

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - U(B^2) \right] \quad (8.6.11)$$

De esta acción tenemos que el tensor energía momento está dado por

$$\Rightarrow T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}\mathcal{L}_P - B_{\alpha(\mu}B_{\nu)}^{*\alpha} + 2\hat{U}B_{(\mu}B_{\nu)}^* \quad (8.6.12)$$

donde definimos $\hat{U} \equiv \frac{dU}{dB^2}$. Entonces las ecuaciones de Einstein pueden escribirse como

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G \left[g_{\mu\nu}\mathcal{L}_P - B_{\alpha(\mu}B_{\nu)}^{*\alpha} + 2\hat{U}B_{(\mu}B_{\nu)}^* \right] \quad (8.6.13)$$

Ahora usamos las ecuaciones de Euler-Lagrange covariantes para el campo B_μ y obtenemos las ecuaciones de campo de Proca

$$\nabla_\mu B^{\mu\nu} = 2\hat{U}B^\nu \quad (8.6.14)$$

Este sistema es un sistema Einstein-Proca y ha sido ampliamente estudiado en [23, 57, 55]. Entonces a partir de aquí seguimos el mismo análisis hecho en [23] para estrellas de Proca. Primero hay que notar que la acción S posee una invariancia global ante transformaciones de gauge $U(1)$ para B_μ , entonces como vimos en la

sección 6, existe una 4–corriente conservada j^α definida como

$$j^\alpha = \frac{i}{2} [B_\mu B^{*\alpha\mu} - B_\mu^* B^{\alpha\mu}] \quad (8.6.15)$$

La conservación de esta 4–corriente viene dada directamente de la ecuación de Proca, de forma que $\nabla_\alpha j^\alpha = 0$. Entonces la carga de Noether en este caso es $Q = \int_\Sigma d^3x \sqrt{-g} j^0$ [23]. Por otro lado las ecuaciones de Proca también dan lugar a la norma de Lorentz

$$\nabla_\alpha B^\alpha = 0 \quad (8.6.16)$$

esto quiere decir que esta norma no se elige (como se haría si fuera una elección de gauge) sino que es una consecuencia directa de las ecuaciones de Proca [23]. Para el estudio de objetos compactos consideramos nuevamente una métrica esféricamente simétrica y estática como la propuesta en (8.1.16) y una propuesta para B_μ de la siguiente forma [23]

$$B = e^{-i\omega t} [f(r)dt + ig(r)dr] \quad (8.6.17)$$

Entonces podemos escribir las ecuaciones de Einstein y de campo en términos de las funciones m , σ , f y g para distintos casos de $U(B^2)$.

8.6.1. Potencial cuadrático

Primero consideramos el caso donde el potencial es cuadrático de la forma $U(B^2) = \frac{1}{2}\mu^2 B_\mu B^{*\mu}$. Entonces sustituyendo la propuesta para B_μ (8.6.17) y la métrica (8.1.16), obtenemos las ecuaciones de Einstein distintas de cero [23]

$$m' = 4\pi Gr^2 \left[\frac{(f' - \omega g)^2}{2\sigma^2} + \frac{1}{2}\mu^2 \left(g^2 N + \frac{f^2}{N\sigma^2} \right) \right] \quad (8.6.18)$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = 4\pi Gr\mu^2 \left(g^2 + \frac{f^2}{N^2\sigma^2} \right) \quad (8.6.19)$$

Mientras que las ecuaciones de Proca son

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{r^2 [f' - \omega g]}{\sigma} \right\} = \frac{\mu^2 r^2 f}{\sigma N} \quad (8.6.20)$$

$$\omega g - f' = \frac{\mu^2 \sigma^2 N g}{\omega} \quad (8.6.21)$$

donde la ' indica derivación respecto a la coordenada radial r . La soluciones para estas ecuaciones son conocidas como mini estrellas de Proca. El comportamiento asintótico y las soluciones numéricas para este caso pueden encontrarse en [23][57]. Para $r \rightarrow 0$ se tiene un comportamiento

$$\begin{aligned} f(r) &= f_0 + \frac{f_0}{6} \left(\mu^2 - \frac{\omega^2}{\sigma_0^2} \right) r^2 + \mathcal{O}(r^4) \\ g(r) &= -\frac{f_0 \omega}{3\sigma_0^2} r + \mathcal{O}(r^3) \\ m(r) &= \frac{4\pi G f_0^2 \mu^2}{6\sigma_0^2} r^3 + \mathcal{O}(r^5) \\ \sigma(r) &= \sigma_0 + \frac{4\pi G f_0^2 \mu^2}{2\sigma_0} r^2 + \mathcal{O}(r^4) \end{aligned} \quad (8.6.22)$$

Mientras que en $r \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} f(r) &= c_0 \frac{e^{-r\sqrt{\mu^2 - \omega^2}}}{r} + \dots, \\ g(r) &= c_0 \frac{\omega}{\sqrt{\mu^2 - \omega^2}} \frac{e^{-r\sqrt{\mu^2 - \omega^2}}}{r} + \dots, \\ m(r) &= M + \dots, \\ \log \sigma(r) &= -4\pi G \frac{c_0^2 \mu^2}{2(\mu^2 - \omega^2)^{3/2}} \frac{e^{-2r\sqrt{\mu^2 - \omega^2}}}{r} + \dots, \end{aligned} \quad (8.6.23)$$

donde c_0 es una constante y $\sigma(0) = \sigma_0$, $f(0) = f_0$ son valores iniciales. A continuación presentamos algunas gráficas tomadas de [23], en donde se encuentran

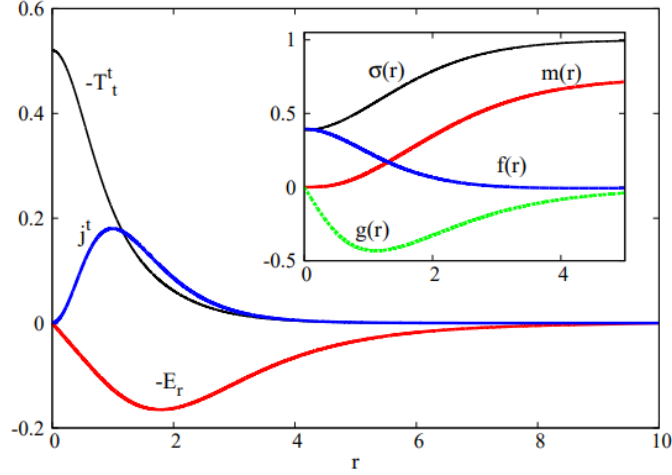


Figura 6: Soluciones numéricas para Proca. Imagen tomada de [23]

gráficamente soluciones entre los límites asintóticos y se grafica la masa maximal M para distintos valores de ω .

8.6.2. Potencial cuártico

Ahora consideramos el caso de un potencial cuártico para B_μ de la forma

$$U(B_\mu B^{*\mu}) = \frac{1}{2}\mu^2 B_\mu B^{*\mu} + \frac{\lambda_p}{4} (B_\mu B^{*\mu})^2. \quad (8.6.24)$$

En este caso al sustituir la propuesta (8.6.17) para B_μ y la forma de la métrica esféricamente simétrica propuesta en (8.1.16) obtenemos las ecuaciones de Einstein de la forma

$$m' = \pi G r^2 \left\{ \mu^2 \left[2N g^2 + \frac{2f^2}{N\sigma^2} \right] + N^2 \lambda_p g^4 + \frac{4\lambda_p g^2 f^2 + 2(g\omega - f')^2}{\sigma^2} - \frac{3\lambda_p f^4}{N^2 \sigma^4} \right\} \quad (8.6.25)$$

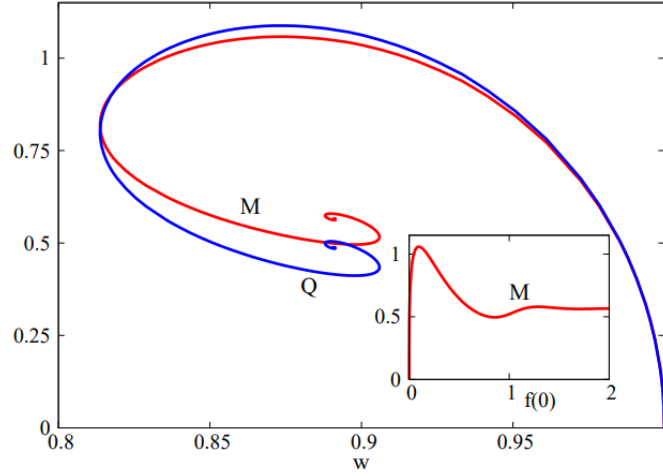


Figura 7: Soluciones numéricas para la masa maximal M y la carga de Noether Q para diferentes valores de ω . Imagen tomada de [23]

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = 4\pi Gr \left[N\lambda_p g^4 + g^2\mu^2 + \frac{f^2\mu^2}{N^2\sigma^2} - \frac{\lambda_p f^4}{N^3\sigma^4} \right] \quad (8.6.26)$$

Mientras que las ecuaciones de Proca en este caso son

$$g\omega - f' = \frac{gN\sigma^2\mu^2}{\omega} + \frac{g^3\lambda_p N^2\sigma^2}{\omega} - \frac{gf^2\lambda_p}{\omega} \quad (8.6.27)$$

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{r^2(f' - \omega g)}{\sigma} \right] = \frac{\mu^2 r^2 f}{\sigma N} + \frac{r^2 g^2 \lambda_p f}{\sigma} - \frac{r^2 \lambda_p f^3}{\sigma^3 N^2} \quad (8.6.28)$$

Las soluciones a estas ecuaciones son conocidas como estrellas de Proca autointeractuantes [23, 22]. Entonces bajo las condiciones propuestas nuestro lagrangiano general se ha reducido a un lagrangiano tipo Proca, donde las partículas que componen al campo de Proca son fotones oscuros en regiones donde no hay campos electromagnéticos del modelo estándar.

8.7. Proca con fotón oscuro

El último caso de interés a considerar es cuando los efectos de los campos B_μ del fotón oscuro y A_μ del fotón del modelo estándar no son despreciables. Para estudiar este caso primero consideramos el lagrangiano completo \mathcal{L} del modelo propuesto, entonces tenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -(\nabla_\mu \Phi + iqB_\mu \Phi)(\nabla^\mu \Phi^* - iqB^{*\mu} \Phi^*) - V(\Phi, \Phi^*) \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{*\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{*\mu\nu} - \frac{\delta^2}{2} R_e \{F_{\mu\nu} B^{\mu\nu}\} \end{aligned} \quad (8.7.1)$$

Nuevamente recordamos que este lagrangiano es invariante ante transformaciones de gauge locales $U(1)$ para el campo escalar Φ de materia oscura, y si consideramos un potencial cuártico del tipo

$$V(\Phi, \Phi^*) = m^2 \Phi \Phi^* + \lambda (\Phi^* \Phi)^2 \quad (8.7.2)$$

donde $\lambda > 0$ y $m^2 < 0$ entonces tenemos un potencial tipo Higgs y puede ocurrir un rompimiento espontáneo de la simetría de gauge $U(1)$ a través del cual el fotón oscuro adquiera masa. Procedemos igual que en el caso de Proca. El mínimo de este potencial V sucede en

$$|\Phi| = \sqrt{\frac{-m^2}{2\lambda}} \equiv a \quad (8.7.3)$$

escribiendo Φ en términos de dos campos reales Φ_1 y Φ_2 alrededor del mínimo del potencial $|\Phi| = a$ obtenemos

$$\Phi(x) = a + \frac{\Phi_1(x) + i\Phi_2(x)}{\sqrt{2}} \quad (8.7.4)$$

sustituyendo esta forma de Φ en el lagrangiano \mathcal{L} y haciendo una transformación de gauge para eliminar el grado de libertad redundante en Φ_2 como se hizo en la

sección 7 obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{*\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - q^2a^2B_\mu B^{*\mu} - \frac{\delta^2}{2}R_e\{F_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\} \\ & - \frac{1}{2}(\partial_\mu\Phi'_1)^2 - 2\lambda a^2\Phi_1'^2 + \text{acoplamientos}(\Phi, B_\mu) \end{aligned} \quad (8.7.5)$$

Este lagrangiano ya contiene un nuevo término masivo $-q^2a^2B_\mu B^{*\mu}$ para el campo del fotón oscuro B_μ , donde la masa μ del fotón oscuro está dada por la expresión $\frac{1}{2}\mu^2 \equiv q^2a^2 = -q^2\frac{m^2}{2\lambda}$. Entonces podemos decir que el fotón oscuro ha adquirido masa a través del rompimiento espontáneo de la simetría local $U(1)$. Nos interesa el caso donde el campo escalar Φ se haya apaciguado (sea aproximadamente constante) y por lo tanto predominen las interacciones entre los campos del fotón oscuro y del fotón del modelo estándar. Entonces haciendo $\Phi \sim$ constante y despreciando términos constantes y de acoplamientos entre B_μ y Φ obtenemos el lagrangiano de la forma

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{*\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - q^2a^2B_\mu B^{*\mu} - \frac{\delta^2}{2}R_e\{F_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\} \quad (8.7.6)$$

a este lagrangiano le llamamos Proca con fotón oscuro (\mathcal{L}_{DP}), ya que contiene, por una parte, al lagrangiano de Proca \mathcal{L}_P descrito en la subsección anterior pero además hace explícita la interacción entre el fotón oscuro y el fotón del modelo estándar. Entonces a partir de ahora nos referimos a este lagrangiano \mathcal{L} como \mathcal{L}_{DP} , y reescribiéndolo en términos de la masa del fotón oscuro μ tenemos

$$\mathcal{L}_{DP} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{*\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - \frac{\mu^2}{2}B_\mu B^{*\mu} - \frac{\delta^2}{2}R_e\{F_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\} \quad (8.7.7)$$

Al igual que en el caso de Proca podemos escribir el término masivo de B_μ como un potencial general $U(B^2)$ dependiente de $B^2 \equiv B_\mu B^{*\mu}$, entonces tenemos

$$\mathcal{L}_{DP} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{*\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{*\mu\nu} - U(B^2) - \frac{\delta^2}{2}R_e\{F_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\} \quad (8.7.8)$$

en este caso nos restringimos al caso cuadrático donde $U(B^2) = \frac{\mu^2}{2} B_\mu B^{*\mu}$, sin embargo dentro de las perspectivas de este estudio a futuro también es interesante considerar potenciales con términos superiores. La acción S_{DP} asociada a este lagrangiano \mathcal{L}_{DP} es de la forma

$$S_{DP} = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_{DP} \quad (8.7.9)$$

Entonces la acción S resultante del acoplamiento mínimo con la gravedad queda como

$$S = \int \left[\frac{1}{16\pi G} R + \mathcal{L}_{DP} \right] \sqrt{-g} d^4x \quad (8.7.10)$$

Variando la acción respecto la métrica obtenemos un tensor energía momento de la forma

$$T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} \mathcal{L}_{DP} - F_{\alpha(\mu} F_{\nu)}^{*\alpha} - B_{\alpha(\mu} B_{\nu)}^{*\alpha} + 2\hat{U} B_{(\mu} B_{\nu)}^* - \delta^2 [F_{\alpha(\mu} B_{\nu)}^\alpha + F_{\alpha(\mu}^* B_{\nu)}^{*\alpha}] \quad (8.7.11)$$

donde definimos $\hat{U} \equiv \frac{dV}{dB^2} = \frac{1}{2}\mu^2$ y entonces las ecuaciones de Einstein son de la forma

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G (g_{\mu\nu} \mathcal{L}_{DP} - F_{\alpha(\mu} F_{\nu)}^{*\alpha} - B_{\alpha(\mu} B_{\nu)}^{*\alpha} + 2\hat{U} B_{(\mu} B_{\nu)}^* - \delta^2 [F_{\alpha(\mu} B_{\nu)}^\alpha + F_{\alpha(\mu}^* B_{\nu)}^{*\alpha}]) \quad (8.7.12)$$

Mientras que aplicando las ecuaciones de Euler-Lagrange covariantes para los campos A_μ y B_μ obtenemos las ecuaciones de movimiento para los campos correspondientes. Variando A_μ tenemos

$$\nabla_\mu (F^{\mu\nu} + \delta^2 B^{*\mu\nu}) = 0 \quad (8.7.13)$$

y variando B_μ obtenemos

$$\nabla_\mu (B^{\mu\nu} + \delta^2 F^{*\mu\nu}) = 2\hat{V} B^\nu \quad (8.7.14)$$

De estas ecuaciones de campo observamos que para el caso donde el parámetro de acoplamiento sea $\delta = 0$ se recuperan las electrodinámicas de Maxwell y de Proca para los campos A_μ y B_μ respectivamente, lo cual era de esperarse. Para estudiar estas ecuaciones nuevamente consideramos una métrica estática y esféricamente simétrica como la propuesta en (8.1.16) y además, inspirados en el ansatz de Proca [23], proponemos que A_μ y B_μ sean de la forma

$$B = e^{-i\omega t}[f(r)dt + ig(r)dr] \quad (8.7.15)$$

$$A = e^{i\omega t}[h(r)dt - ij(r)dr] \quad (8.7.16)$$

Sustituyendo estas formas de A_μ , B_μ y de la métrica obtenemos que las ecuaciones de Einstein distintas de cero son

$$m' = 4\pi Gr^2\mu^2 \left[\frac{Ng^2}{2} + \frac{f^2}{2N\sigma^2} \right] + \frac{2\pi Gr^2}{\sigma^2} \left[(\omega g - f')^2 + 2\delta^2 (\omega g - f') (\omega j - h') + (\omega j - h')^2 \right] \quad (8.7.17)$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = 4\pi Gr\mu^2 \left[g^2 + \frac{f^2}{N^2\sigma^2} \right] \quad (8.7.18)$$

Mientras que las ecuaciones de campo resultantes de variar B_μ son

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{r^2}{\sigma} [(f' - \omega g) + \delta^2 (h' - \omega j)] \right\} = \frac{r^2\mu^2 f}{\sigma N} \quad (8.7.19)$$

$$(\omega g - f') + \delta^2 (\omega j - h') = \frac{\mu^2\sigma^2 g N}{\omega} \quad (8.7.20)$$

y las ecuaciones de campo resultantes de la variación en A_μ son de la forma

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{r^2}{\sigma} [(h' - \omega j) + \delta^2 (f' - \omega g)] \right\} = 0 \quad (8.7.21)$$

$$h' - \omega j = -\delta^2 (f' - \omega g) \quad (8.7.22)$$

donde la ' indica derivación respecto a la coordenada radial r . Así, tenemos un sistema de 6 ecuaciones diferenciales con 6 funciones $\sigma(r)$, $m(r)$, $f(r)$, $g(r)$, $h(r)$, $j(r)$ que es necesario resolver simultáneamente utilizando métodos numéricos para hallar la evolución del sistema físico. Sin embargo hay que notar que la penúltima ecuación (8.7.21) se cumple trivialmente debido a la última (8.7.22). Además podemos ver que sustituyendo la ecuación (8.7.22) en las primeras 4 ecuaciones (8.7.17), (8.7.18), (8.7.19) y (8.7.20) podemos eliminar las funciones j y h de estas ecuaciones. Haciendo esto obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones. Las ecuaciones de Einstein son

$$m' = 4\pi Gr^2 \left[\frac{(1 - \delta^4)(f' - \omega g)^2}{2\sigma^2} + \frac{1}{2}\mu^2 \left(g^2 N + \frac{f^2}{N\sigma^2} \right) \right] \quad (8.7.23)$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = 4\pi Gr\mu^2 \left(g^2 + \frac{f^2}{N^2\sigma^2} \right) \quad (8.7.24)$$

y a ecuaciones de campo en este caso son

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{r^2 [f' - \omega g]}{\sigma} \right\} = \frac{\mu^2 r^2 f}{\sigma N (1 - \delta^4)} \quad (8.7.25)$$

$$\omega g - f' = \frac{\mu^2 \sigma^2 N g}{\omega (1 - \delta^4)} \quad (8.7.26)$$

$$h' - \omega j = -\delta^2 (f' - \omega g) \quad (8.7.27)$$

Podemos ver que las primeras 4 ecuaciones (8.7.23), (8.7.24), (8.7.25) y (8.7.26) de este nuevo sistema corresponden simplemente a un sistema de ecuaciones tipo Einstein-Proca como el que se obtuvo en la subsección anterior de estrellas de Proca, a excepción de un término constante $(1 - \delta^4)$ que multiplica a las ecuaciones. La constricciones para δ son $\delta^2 \neq 1$; $\delta^2 \sim 10^{-3} - 10^{-15}$ (que se introdujeron en

la sección 5 del fotón oscuro), por lo tanto $(1 - \delta^4) \neq 0$ y el sistema queda bien definido. Entonces para solucionar el sistema primero usamos soluciones análogas al caso de Proca para encontrar las funciones de la métrica y del fotón oscuro,. Mientras que las funciones que describen al campo del fotón oscuro h y j quedan definidas en términos de las del fotón oscuro f y g con la ecuación (8.7.27). Para cerrar el sistema hay que fijar una de las dos funciones h o j en esta última ecuación. Debido a la forma de A_μ , hacer $j = 0$ corresponde al caso donde sólo hay potencial eléctrico, mientras que hacer $h = 0$ corresponde a que sólo hay potencial magnético asociado al campo electromagnético del fotón del modelo estándar. Para el sistema tipo Einstein-Proca (8.7.23), (8.7.24), (8.7.25) y (8.7.26) se pueden considerar expansiones asintóticas análogas a las que se usan en las estrellas de Proca descritas en [23], entonces en $r \rightarrow 0$

$$\begin{aligned}
 f(r) &= f_0 + A \frac{f_0}{6} \left(\mu^2 - \frac{\omega^2}{\sigma_0^2} \right) r^2 + O(r^4) \\
 g(r) &= -B \frac{f_0 \omega}{3\sigma_0^2} r + O(r^3) \\
 m(r) &= C \frac{4\pi G f_0^2 \mu^2}{6\sigma_0^2} r^3 + O(r^5) \\
 \sigma(r) &= \sigma_0 + D \frac{4\pi f_0^2 \mu^2}{2\sigma_0} r^2 + O(r^4)
 \end{aligned} \tag{8.7.28}$$

y en $r \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned}
 f(r) &= c_0 c_1 \frac{e^{-r\sqrt{\mu^2 - \omega^2}}}{r} + \dots, \\
 g(r) &= c_0 c_2 B \frac{\omega}{\sqrt{\mu^2 - \omega^2}} \frac{e^{-r\sqrt{\mu^2 - \omega^2}}}{r} + \dots, \\
 m(r) &= M + \dots, \\
 \log \sigma(r) &= -4\pi G c_3 \frac{c_0^2 \mu^2}{2(\mu^2 - \omega^2)^{3/2}} \frac{e^{-2r\sqrt{\mu^2 - \omega^2}}}{r} + \dots,
 \end{aligned} \tag{8.7.29}$$

donde A, B, C, c_1, c_2, c_3 y D son constantes que contienen al término $(1 - \delta^4)$ y $\sigma(0) = \sigma_0, f(0) = f_0$ son valores iniciales. Por otro lado el comportamiento del sistema entre ambos límites asintóticos se calcula numéricamente y las solu-

ciones las obtenemos gráficamente. A continuación presentamos las soluciones en la región no asintótica del sistema en el caso cuando $j = 0$ y en el caso cuando $h = 0$.

8.7.1. Soluciones para Proca con fotón oscuro

Hasta el momento hemos utilizado unidades naturales ($c = 1$, $\hbar = 1$) con el fin de simplificar las ecuaciones resultantes. Para regresar al sistema de unidades internacional (SI) es necesario hacer las transformaciones

$$m(r) \rightarrow \frac{m(r)G}{c^2} \quad (8.7.30)$$

$$\mu \rightarrow \frac{\mu c}{\hbar} \quad (8.7.31)$$

$$f(r) \rightarrow \frac{f(r)}{c} \quad (8.7.32)$$

$$h(r) \rightarrow \frac{h(r)}{c} \quad (8.7.33)$$

En el sistema internacional (SI) tanto $m(r)$ como μ tienen unidades de masa (kg); $f(r)$ y $h(r)$ tienen unidades de potencial eléctrico ($V = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$); mientras que $g(r)$ y $j(r)$ tienen unidades de potencial magnético ($V \cdot s \cdot m^{-1}$). Como δ es el parámetro de mezcla y σ es una función de escalamiento en la componente temporal de la métrica (8.1.16) ambas cantidades son adimensionales. Estas son las consideraciones necesarias para recuperar información física comparable con observaciones. Sin embargo por ahora sólo nos interesa considerar soluciones genéricas al sistema, sin ajustar todavía los valores de las masas consideradas, aunque por las secciones anteriores se puede tener una idea general de los rangos compatibles (para μ masas ultraligeras y para $m(r)$ masas asociadas a objetos compactos bosónicos, ver sección 4). Entonces con el fin de obtener soluciones numéricas al sistema continuamos usando unidades naturales, además es neces-

rio reescalar las funciones con una nueva variable radial de la forma

$$r \rightarrow \mu r \quad (8.7.34)$$

del análisis dimensional de (8.7.30) vemos que μr es adimensional. Reescalar de esta manera implica que las distancias asociadas a $r \rightarrow \mu r$ que aparecen en el eje horizontal de las gráficas que se presentan a continuación dependen de la elección del valor de μ , entonces dependiendo del fenómeno físico que deseemos estudiar podemos ajustar μ y obtener diferentes escalas. En las gráficas mostradas en la siguiente subsección con fines numéricos consideramos entonces las cantidades reescaladas $r \rightarrow r\mu$; $m \rightarrow m\mu$; $\omega \rightarrow \omega/\mu$; $f \rightarrow f\sqrt{4\pi G}$; $g \rightarrow g\sqrt{4\pi G}$; $h \rightarrow h\sqrt{4\pi G}$; $j \rightarrow j\sqrt{4\pi G}$ y ajustamos $\mu = 1$, $4\pi G = 1$ y $\omega = 0.87$. Estas cantidades están basadas en el mismo procedimiento que se sigue en [23] para estrellas de Proca. Finalmente antes de mostrar las soluciones notamos que, usando las expresiones (8.7.30) y (8.7.31) podemos escribir la nueva variable reescalada $\mu m(r)$ en unidades internacionales como

$$\mu m(r) \rightarrow \frac{\mu m(r) G c}{\hbar c^2} \quad (8.7.35)$$

$$\Rightarrow \mu m(r) \rightarrow \frac{\mu m(r)}{m_P^2} \quad (8.7.36)$$

donde m_P es la masa de Planck, entonces vemos que en este caso ajustando el valor de μ podemos esperar que se altere el comportamiento de $m(r)$ de forma que sea consistente con esta última expresión.

8.7.2. Caso Magnético

Suponer $h = 0$ físicamente representa el caso donde sólo hay potencial magnético asociado al campo electromagnético del modelo estándar. Ahora presentamos soluciones numéricas válidas entre las regiones asintóticas (válidas para r diferente de 0 y ∞ , en esos casos se deben usar las aproximaciones asintóticas en series

para cada función) para diferentes valores del parámetro de acoplamiento δ . En este caso j está dada en términos de las funciones f y g por la ecuación

$$-\omega j = -\delta^2 (f' - \omega g) \quad (8.7.37)$$

Mientras que f y g se determinan resolviendo el sistema tipo Proca junto con σ y m , de esta forma se satisfacen simultáneamente las 5 ecuaciones (8.7.23)–(8.7.27) del sistema.

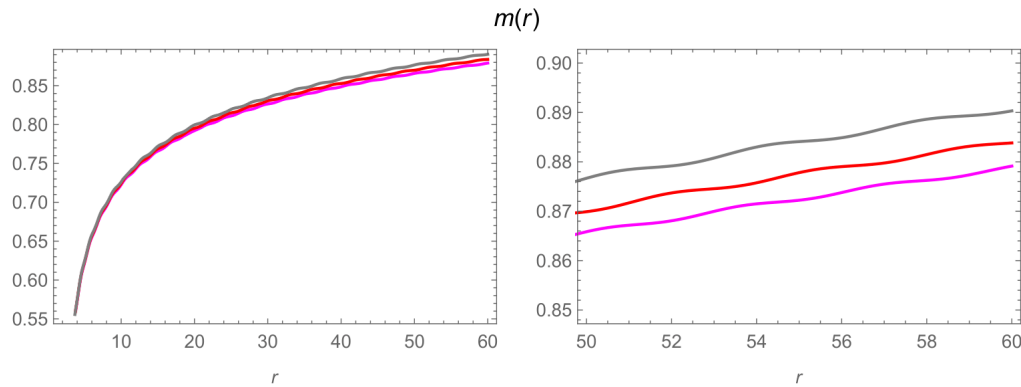


Figura 8: Función $m(r)$ para distintos valores de $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente con $h = 0$

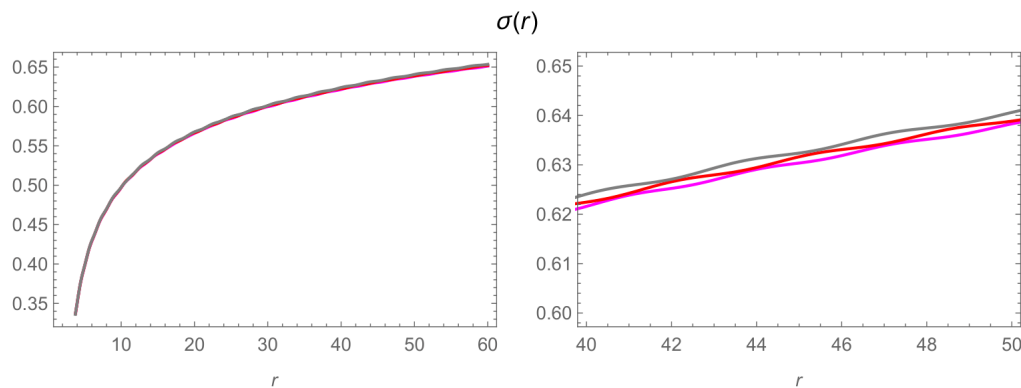


Figura 9: Función $\sigma(r)$ para distintos valores de $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente con $h = 0$

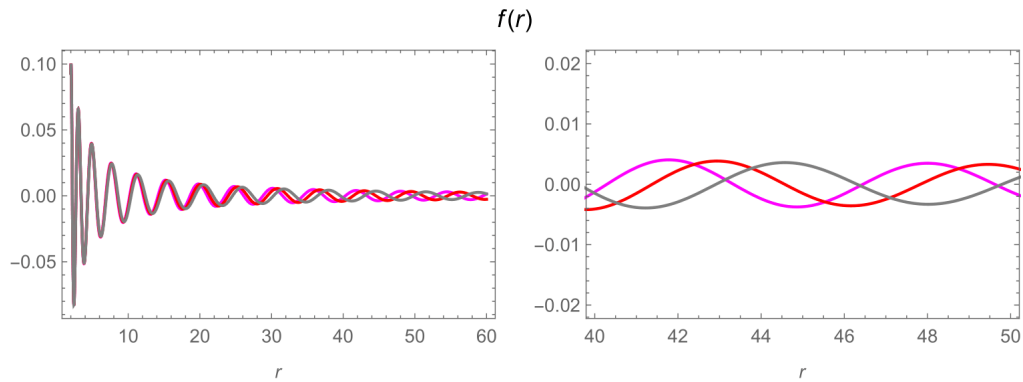


Figura 10: Función $f(r)$ para distintos valores de $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente con $h = 0$

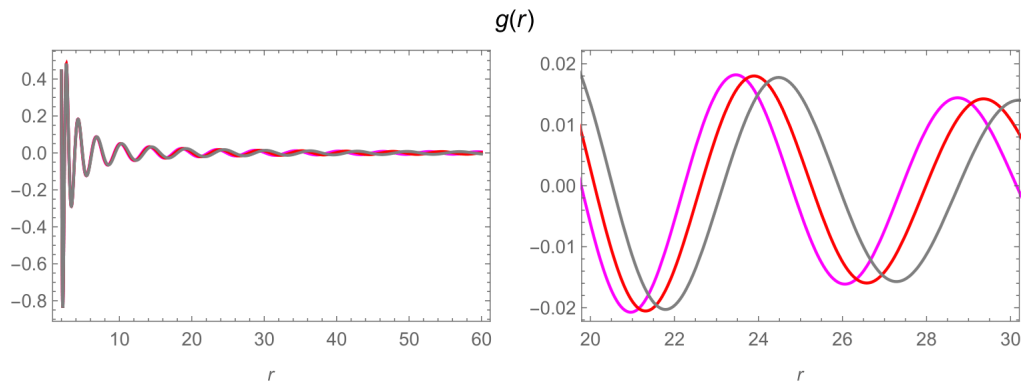


Figura 11: Función $g(r)$ para distintos valores de $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente con $h = 0$

Para este análisis hemos elegido inicialmente un valor para δ relativamente grande de forma que δ^2 está entre $0.01 - 0.3$. Así es más apreciable el comportamiento de cada función respecto a cambios en δ . Lo primero que notamos es que para las funciones m y σ de la métrica se siguen comportamientos parecidos a una función logarítmica (lo cual es de esperarse ya que siguen ecuaciones análogas al caso de Proca) y si δ incrementa como en las figuras 8 y 9 entonces incrementa el valor hacia el límite asintótico de estas funciones. Debido a esto, sería de esperarse

que las masas maximales para este tipo de objetos difieran respecto a las de Proca y que entre más grande sea δ más grande sea la masa maximal que pueden alcanzar estas estrellas. Por otro lado, de las figuras 10 y 11 para las funciones f y g del fotón oscuro vemos que siguen un comportamiento oscilatorio en la coordenada radial y que se amortiguan hacia $r \rightarrow \infty$, lo cual también era de esperarse debido a las soluciones tipo Proca. En este caso vemos que los cambios en δ generan un desfase y aumentan ligeramente la amplitud de la oscilación si aumenta δ y que para $\delta \rightarrow 0$ se recupera completamente el caso de Proca. Finalmente de la figura 12 vemos que la función $j(r)$ para el fotón del modelo estándar también tiene un comportamiento oscilatorio que se amortigua para r grande, sin embargo para esta función j los cambios en delta sí afectan fuertemente la amplitud de la oscilación, esto también se esperaba por la forma de la ecuación (8.7.37), entonces para $\delta = 0$ esta función se vuelve cero y nuevamente recuperamos el caso de Proca (ya no hay campo asociado al fotón del modelo estándar).

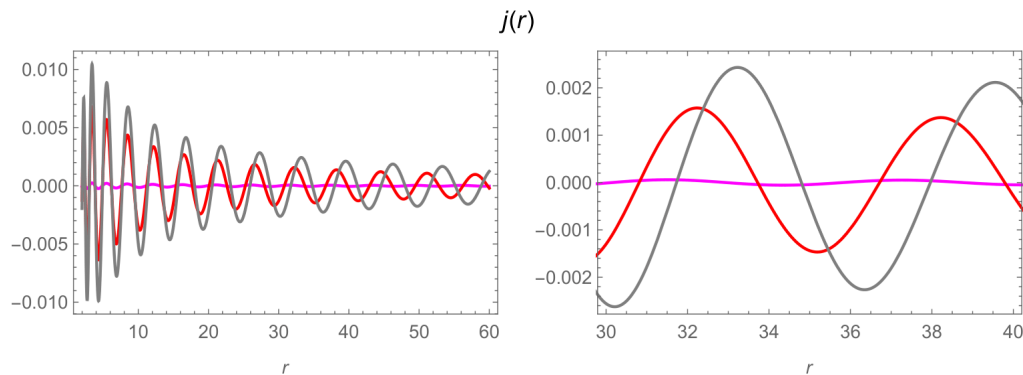


Figura 12: Función $j(r)$ para distintos valores de $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente con $h = 0$

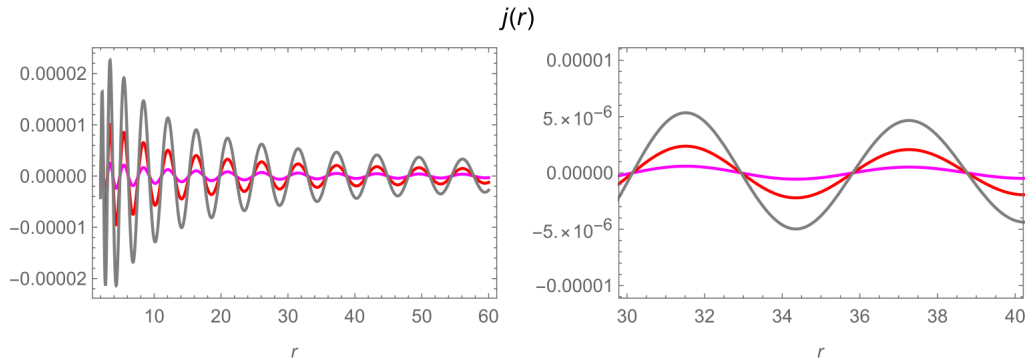


Figura 13: Función $j(r)$ con $\delta = 0.01, 0.02, 0.03$ para magenta, rojo y gris respectivamente $h = 0$

8.7.3. Caso Eléctrico

Por otra parte fijar $j = 0$ representa el caso donde sólo hay potencial eléctrico asociado al campo electromagnético del modelo estándar. En este caso las funciones para el fotón oscuro y para la métrica son análogas al caso magnético, ya que el sistema de ecuaciones diferenciales que siguen sigue siendo tipo Proca, por otro lado el término que más se ve afectado por los cambios en δ es la función $h(r)$ de la componente cero para el potencial A_μ del fotón del modelo estándar. En este caso h queda determinada por la ecuación para h'

$$h' = -\delta^2 (f' - \omega g) \quad (8.7.38)$$

Entonces resolvemos simultáneamente para h y el resto de funciones. Encontramos nuevamente comportamientos oscilatorios para el campo del fotón del SM.

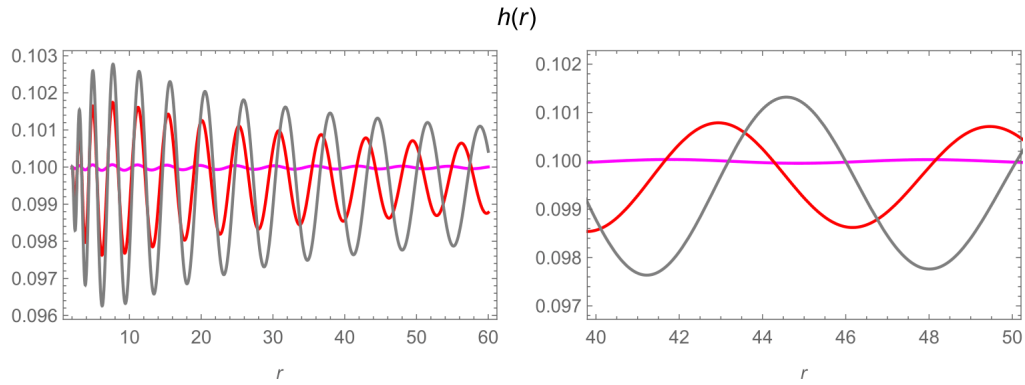


Figura 14: Función $h(r)$ con $\delta = 0.1, 0.5, 0.6$ para magenta, rojo y gris respectivamente $j = 0$

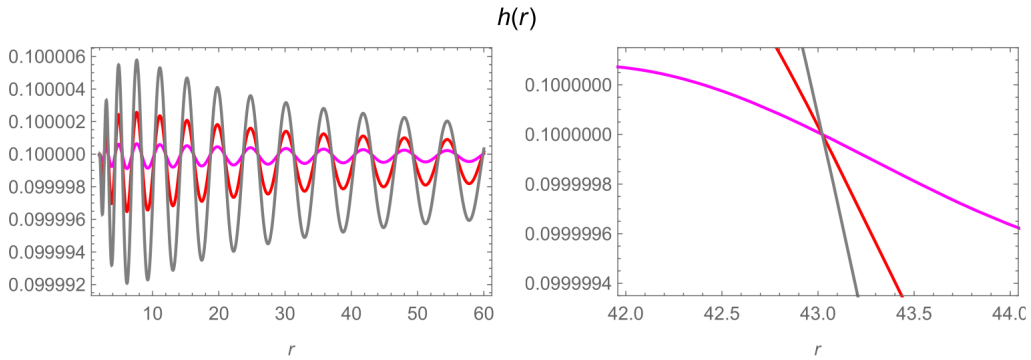


Figura 15: Función $h(r)$ con $\delta = 0.01, 0.02, 0.03$ para magenta, rojo y gris respectivamente y $j = 0$

Finalmente en las figuras 15 y 13 consideramos valores para el parámetro δ de forma que δ^2 esté entre $10^{-3} - 10^{-4}$, este rango ya es compatible con los rangos asociados al parámetro de mezcla en los modelos de fotón oscuro (sección 5). En este caso como ya mencionamos antes, como δ es muy pequeño entonces las funciones del fotón oscura y de la métrica se ven ligeramente afectadas y son muy cercanas al caso de Proca, sin embargo de las figuras 15 y 13 vemos que hacer δ cada vez mas pequeño equivale a que cada vez sea más débil el campo del fotón del modelo estándar y por lo tanto sus efectos sean menos apreciables. De aquí

podemos concluir que el parámetro de mezcla δ es determinante si se quisieran medir los efectos de la materia oscura a través de las modificaciones en los campos del fotón del modelo estándar.

Así, podemos ver que en ambos casos (tanto en el eléctrico como en el magnético) es posible la formación de objetos compactos como estrellas de Proca y además esto tiene consecuencias directas en el comportamiento del campo electromagnético del modelo estándar, esto es de gran relevancia ya que es una primera aproximación para poder comparar los resultados del modelo con observables físicos utilizando, por ejemplo, partículas cargadas de prueba y observar su comportamiento en estas regiones.

9. Conclusiones

- A partir del lagrangiano propuesto que contiene una simetría de gauge $U(1)$ cuya carga está asociada al fotón oscuro es posible obtener las ecuaciones para estrellas bosónicas compuestas de materia escalar y de fotones oscuros que adquieren masa mediante el rompimiento espontáneo de esta simetría. Entonces por un lado se obtienen estrellas de bosones y estrellas cargadas de bosones compuestas de materia oscura escalar pero también es posible obtener estrellas de Proca hechas de fotones oscuros con masa, tanto en presencia (Proca con fotón oscuro) como en ausencia (Proca) del campo electromagnético del fotón del SM.
- El caso donde sólo son apreciables los efectos del fotón oscuro y del fotón del modelo estándar se reduce a un sistema tipo Proca, mientras que el comportamiento del fotón del modelo estándar en este caso queda en términos de las funciones que describen al fotón oscuro. Es decir, que la formación de objetos compactos como estrellas de Proca hechas de fotones oscuros sí tiene un efecto sobre el campo electromagnético del fotón del modelo estándar. Esto es de gran relevancia física porque da lugar a la posibilidad de observar los efectos de la materia oscura a través de la modificación del campo para el fotón del modelo estándar en el contexto de objetos compactos.
- Como es de esperarse el parámetro de acoplamiento δ determina cuánto se alejan las soluciones del caso de Proca y también afecta fuertemente la magnitud de las funciones del campo del fotón del modelo estándar (SM). Por tanto las constricciones en el parámetro de mezcla δ determinan los efectos que pueden esperarse para las funciones que describen al fotón del modelo estándar.

10. Perspectivas

Entre las perspectivas para el estudio de objetos compactos con este modelo están:

- Estudiar este modelo a nivel cosmológico.
- Considerar otros potenciales para el rompimiento espontáneo de simetría por el que adquiere masa el fotón oscuro.
- Calcular las masas maximales para el caso de Proca con fotón oscuro.
- Estudiar los casos para métricas con rotación.
- Estudiar la estabilidad de las soluciones tipo Proca con fotón oscuro

Referencias

- [1] B. P. Abbott et al. “GWTC-1: A Gravitational-Wave Transient Catalog of Compact Binary Mergers Observed by LIGO and Virgo during the First and Second Observing Runs”. en. En: *Physical Review X* 9.3 (sep. de 2019), pág. 031040. ISSN: 2160-3308. DOI: [10.1103/PhysRevX.9.031040](https://doi.org/10.1103/PhysRevX.9.031040). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.9.031040> (visitado 17-10-2022).
- [2] R. Abbott et al. “GW190521: A Binary Black Hole Merger with a Total Mass of 150 M_{\odot} ”. en. En: *Physical Review Letters* 125.10 (sep. de 2020), pág. 101102. ISSN: 0031-9007, 1079-7114. DOI: [10.1103/PhysRevLett.125.101102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.101102). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.125.101102> (visitado 17-10-2022).
- [3] Peter Adshead y Kaloian D. Lozanov. “Self-gravitating Vector Dark Matter”. en. En: *Physical Review D* 103.10 (mayo de 2021). arXiv:2101.07265 [astro-ph, physics:gr-qc, physics:hep-ph], pág. 103501. ISSN: 2470-0010, 2470-0029. DOI: [10.1103/PhysRevD.103.103501](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.103501). URL: <http://arxiv.org/abs/2101.07265> (visitado 17-10-2022).
- [4] Prateek Agrawal et al. “Relic Abundance of Dark Photon Dark Matter”. en. En: *Physics Letters B* 801 (feb. de 2020). arXiv:1810.07188 [hep-ph], pág. 135136. ISSN: 03702693. DOI: [10.1016/j.physletb.2019.135136](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2019.135136). URL: <http://arxiv.org/abs/1810.07188> (visitado 17-10-2022).
- [5] Kazunori Akiyama. “First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole”. en. En: *The Astrophysical Journal Letters* (2019), pág. 17.
- [6] J. K. Adelman-McCarthy et al. “The Fourth Data Release of the Sloan Digital Sky Survey”. en. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 162.1 (ene. de 2006). arXiv:astro-ph/0507711, págs. 38-48. ISSN: 0067-0049, 1538-4365. DOI: [10.1086/497917](https://doi.org/10.1086/497917). URL: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0507711> (visitado 17-10-2022).

-
- [7] Miguel Alcubierre et al. “Galactic Collapse of Scalar Field Dark Matter”. en. En: *Classical and Quantum Gravity* 19.19 (oct. de 2002). arXiv:gr-qc/0110102, págs. 5017-5024. ISSN: 0264-9381. DOI: [10.1088/0264-9381/19/19/314](https://doi.org/10.1088/0264-9381/19/19/314). URL: <http://arxiv.org/abs/gr-qc/0110102> (visitado 17-10-2022).
- [8] Gonzalo Alonso-Álvarez et al. “Hidden Photon Dark Matter in the Light of XENON1T and Stellar Cooling”. en. En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2020.11 (nov. de 2020). arXiv:2006.11243 [astro-ph, physics:hep-ex, physics:hep-ph], págs. 029-029. ISSN: 1475-7516. DOI: [10.1088/1475-7516/2020/11/029](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2020/11/029). URL: <http://arxiv.org/abs/2006.11243> (visitado 17-10-2022).
- [9] Mustafa A. Amin et al. “Small-scale structure in vector dark matter”. en. En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2022.08 (ago. de 2022). arXiv:2203.11935 [astro-ph, physics:hep-ph], pág. 014. ISSN: 1475-7516. DOI: [10.1088/1475-7516/2022/08/014](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2022/08/014). URL: <http://arxiv.org/abs/2203.11935> (visitado 17-10-2022).
- [10] Ian M. Anderson. “The principle of minimal gravitational coupling”. en. En: *Archive for Rational Mechanics and Analysis* 75.4 (dic. de 1981), págs. 349-372. ISSN: 0003-9527, 1432-0673. DOI: [10.1007/BF00256383](https://doi.org/10.1007/BF00256383). URL: <http://link.springer.com/10.1007/BF00256383> (visitado 17-10-2022).
- [11] D. Antypas et al. *New Horizons: Scalar and Vector Ultralight Dark Matter*. en. arXiv:2203.14915 [astro-ph, physics:hep-ex, physics:hep-ph, physics:physics, physics:quant-ph]. Mar. de 2022. URL: <http://arxiv.org/abs/2203.14915> (visitado 17-10-2022).
- [12] T. Aralis et al. “Constraints on dark photons and axionlike particles from the SuperCDMS Soudan experiment”. en. En: *Physical Review D* 101.5 (mar. de 2020), pág. 052008. ISSN: 2470-0010, 2470-0029. DOI: [10.1103/PhysRevD.101.052008](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.052008). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.101.052008> (visitado 17-10-2022).

-
- [13] A. Arbey y F. Mahmoudi. “Dark matter and the early Universe: a review”. en. En: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 119 (jul. de 2021). arXiv:2104.11488 [astro-ph, physics:hep-ph], pág. 103865. ISSN: 01466410. DOI: [10.1016/j.pnnp.2021.103865](https://doi.org/10.1016/j.pnnp.2021.103865). URL: <http://arxiv.org/abs/2104.11488> (visitado 16-10-2022).
- [14] Alexandre Arbey, Julien Lesgourgues y Pierre Salati. “Quintessential Haloes around Galaxies”. en. En: *Physical Review D* 64.12 (nov. de 2001). arXiv:astro-ph/0105564, pág. 123528. ISSN: 0556-2821, 1089-4918. DOI: [10.1103/PhysRevD.64.123528](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.64.123528). URL: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0105564> (visitado 16-10-2022).
- [15] Torsten Asselmeyer-Maluga, ed. *At the Frontier of Spacetime*. en. Vol. 183. Fundamental Theories of Physics. Cham: Springer International Publishing, 2016. ISBN: 978-3-319-31297-2 978-3-319-31299-6. DOI: [10.1007/978-3-319-31299-6](https://doi.org/10.1007/978-3-319-31299-6). URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-31299-6> (visitado 16-10-2022).
- [16] Lars Bergström. “Dark Matter Evidence, Particle Physics Candidates and Detection Methods”. en. En: *Annalen der Physik* 524.9-10 (oct. de 2012). arXiv:1205.4882 [astro-ph, physics:hep-ph], págs. 479-496. ISSN: 00033804. DOI: [10.1002/andp.201200116](https://doi.org/10.1002/andp.201200116). URL: <http://arxiv.org/abs/1205.4882> (visitado 17-10-2022).
- [17] Gianfranco Bertone y Tim M. P. Tait. “A New Era in the Quest for Dark Matter”. en. En: *Nature* 562.7725 (oct. de 2018). arXiv:1810.01668 [astro-ph, physics:hep-ph], págs. 51-56. ISSN: 0028-0836, 1476-4687. DOI: [10.1038/s41586-018-0542-z](https://doi.org/10.1038/s41586-018-0542-z). URL: <http://arxiv.org/abs/1810.01668> (visitado 17-10-2022).
- [18] Hubert L Bray. “On Wave Dark Matter, Shells in Elliptical Galaxies, and the Axioms of General Relativity”. en. En: (), pág. 30.

-
- [19] Ulrich G. Briel y J. Patrick Henry. *An X-ray Temperature Map of Coma*. en. arXiv:astro-ph/9711237. Nov. de 1997. URL: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/9711237> (visitado 17-10-2022).
- [20] Yves Brihaye. “Charged and radially excited boson stars (in Anti-de Sitter)”. en. En: (), pág. 14.
- [21] Fabio Briscese. “Viability of complex self-interacting scalar field as dark matter”. en. En: *Physics Letters B* 696.4 (feb. de 2011). arXiv:1101.0028 [astro-ph, physics:gr-qc, physics:hep-ph], págs. 315-320. ISSN: 03702693. DOI: [10.1016/j.physletb.2010.12.064](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2010.12.064). URL: <http://arxiv.org/abs/1101.0028> (visitado 16-10-2022).
- [22] Richard Brito et al. “Interaction between bosonic dark matter and stars”. en. En: *Physical Review D* 93.4 (feb. de 2016). arXiv:1512.00466 [astro-ph, physics:gr-qc, physics:hep-ph], pág. 044045. ISSN: 2470-0010, 2470-0029. DOI: [10.1103/PhysRevD.93.044045](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.044045). URL: <http://arxiv.org/abs/1512.00466> (visitado 17-10-2022).
- [23] Richard Brito et al. “Proca Stars: gravitating Bose-Einstein condensates of massive spin 1 particles”. en. En: *Physics Letters B* 752 (ene. de 2016). arXiv:1508.05395 [astro-ph, physics:gr-qc, physics:hep-th, physics:nlin], págs. 291-295. ISSN: 03702693. DOI: [10.1016/j.physletb.2015.11.051](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.11.051). URL: <http://arxiv.org/abs/1508.05395> (visitado 17-10-2022).
- [24] Juan Calderón Bustillo et al. “GW190521 as a merger of Proca stars: a potential new vector boson of 8.7×10^{-13} eV”. en. En: *Physical Review Letters* 126.8 (feb. de 2021). arXiv:2009.05376 [astro-ph, physics:gr-qc, physics:hep-ph], pág. 081101. ISSN: 0031-9007, 1079-7114. DOI: [10.1103/PhysRevLett.126.081101](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.126.081101). URL: <http://arxiv.org/abs/2009.05376> (visitado 17-10-2022).
- [25] Andrea Caputo et al. “Dark photon limits: a handbook”. en. En: *Physical Review D* 104.9 (nov. de 2021). arXiv:2105.04565 [astro-ph, physics:hep-ex, physics:hep-ph, physics:physics], pág. 095029. ISSN: 2470-0010, 2470-

-
0029. DOI: [10.1103/PhysRevD.104.095029](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.104.095029). URL: <http://arxiv.org/abs/2105.04565> (visitado 17-10-2022).
- [26] E. Carretti et al. “Giant Magnetized Outflows from the Centre of the Milky Way”. en. En: *Nature* 493.7430 (ene. de 2013). arXiv:1301.0512 [astro-ph], págs. 66-69. ISSN: 0028-0836, 1476-4687. DOI: [10.1038/nature11734](https://doi.org/10.1038/nature11734). URL: <http://arxiv.org/abs/1301.0512> (visitado 17-10-2022).
- [27] Sean M. Carroll. *Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity*. en. 1.^a ed. Cambridge University Press, ago. de 2019. ISBN: 978-1-108-48839-6 978-1-108-77038-5. DOI: [10.1017/9781108770385](https://doi.org/10.1017/9781108770385). URL: <https://www.cambridge.org/core/product/identifier/9781108770385/type/book> (visitado 17-10-2022).
- [28] Masud Chaichian y Nikolai F. Nelipa. *Introduction to Gauge Field Theories*. en. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1984. ISBN: 978-3-642-82179-0 978-3-642-82177-6. DOI: [10.1007/978-3-642-82177-6](https://doi.org/10.1007/978-3-642-82177-6). URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-82177-6> (visitado 21-10-2022).
- [29] Fermi-LAT Collaboration. “The Spectrum and Morphology of the Fermi Bubbles”. en. En: *The Astrophysical Journal* 793.1 (sep. de 2014). arXiv:1407.7905 [astro-ph], pág. 64. ISSN: 1538-4357. DOI: [10.1088/0004-637X/793/1/64](https://doi.org/10.1088/0004-637X/793/1/64). URL: <http://arxiv.org/abs/1407.7905> (visitado 16-10-2022).
- [30] Planck Collaboration et al. “Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters”. en. En: *Astronomy & Astrophysics* 594 (oct. de 2016). arXiv:1502.01589 [astro-ph], A13. ISSN: 0004-6361, 1432-0746. DOI: [10.1051/0004-6361/201525830](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201525830). URL: <http://arxiv.org/abs/1502.01589> (visitado 17-10-2022).
- [31] Edmund J. Copeland y Mitsuo I. Tsumagari. “Q -balls in flat potentials”. en. En: *Physical Review D* 80.2 (jul. de 2009), pág. 025016. ISSN: 1550-7998, 1550-2368. DOI: [10.1103/PhysRevD.80.025016](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.80.025016). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.80.025016> (visitado 17-10-2022).

-
- [32] M.F. Corcoran. “X-Ray Astronomy”. En: *Encyclopedia of Physical Science and Technology (Third Edition)*. Ed. por Robert A. Meyers. Third Edition. New York: Academic Press, 2003, págs. 903-919. ISBN: 978-0-12-227410-7. DOI: <https://doi.org/10.1016/B0-12-227410-5/00829-2>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B0122274105008292>.
- [33] Pedro V. P. Cunha et al. “Shadows of Kerr black holes with and without scalar hair”. en. En: *International Journal of Modern Physics D* 25.09 (ago. de 2016). arXiv:1605.08293 [astro-ph, physics:gr-qc, physics:hep-th], pág. 1641021. ISSN: 0218-2718, 1793-6594. DOI: [10.1142/S0218271816410212](https://doi.org/10.1142/S0218271816410212). URL: <http://arxiv.org/abs/1605.08293> (visitado 17-10-2022).
- [34] Francesca Curciarello. “Review on Dark Photon”. en. En: *EPJ Web of Conferences* 118 (2016). Ed. por G. D’Ambrosio et al., pág. 01008. ISSN: 2100-014X. DOI: [10.1051/epjconf/201611801008](https://doi.org/10.1051/epjconf/201611801008). URL: <http://www.epj-conferences.org/10.1051/epjconf/201611801008> (visitado 17-10-2022).
- [35] H. Dehnen y B. Rose. “Flat rotation curves of spiral galaxies and the dark matter particles”. en. En: *Astrophysics and Space Science* 207.1 (sep. de 1993), págs. 133-144. ISSN: 0004-640X, 1572-946X. DOI: [10.1007/BF00659137](https://doi.org/10.1007/BF00659137). URL: <http://link.springer.com/10.1007/BF00659137> (visitado 17-10-2022).
- [36] Oscar Delicaat. “The Goldstone theorem and spontaneous breaking of conformal symmetry”. en. En: (), pág. 18.
- [37] Achim Denig. “Review of dark photon searches”. en. En: *EPJ Web of Conferences* 130 (2016). Ed. por A. Wrońska et al., pág. 01005. ISSN: 2100-014X. DOI: [10.1051/epjconf/201613001005](https://doi.org/10.1051/epjconf/201613001005). URL: <http://www.epj-conferences.org/10.1051/epjconf/201613001005> (visitado 17-10-2022).
- [38] Gregory Dobler y Douglas P. Finkbeiner. “Extended Anomalous Foreground Emission in the WMAP Three-Year Data”. en. En: *The Astrophysical Journal* 680.2 (jun. de 2008), págs. 1222-1234. ISSN: 0004-637X, 1538-4357. DOI: [10.1086/587862](https://doi.org/10.1086/587862). URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/587862> (visitado 17-10-2022).

-
- [39] John Ellis y J S Hagelin. “SUPERSYMMETRIC CELLS FROM THE BIG BANG”. en. En: (), pág. 38.
- [40] Marco Fabbrichesi, Emidio Gabrielli y Gaia Lanfranchi. *The Dark Photon*. en. arXiv:2005.01515 [hep-ex, physics:hep-ph]. 2021. DOI: [10.1007/978-3-030-62519-1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-62519-1). URL: <http://arxiv.org/abs/2005.01515> (visitado 17-10-2022).
- [41] Marco Fabbrichesi, Emidio Gabrielli y Gaia Lanfranchi. *The Physics of the Dark Photon: A Primer*. en. SpringerBriefs in Physics. Cham: Springer International Publishing, 2021. ISBN: 978-3-030-62518-4 978-3-030-62519-1. DOI: [10.1007/978-3-030-62519-1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-62519-1). URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-030-62519-1> (visitado 17-10-2022).
- [42] Elisa G. M. Ferreira. “Ultra-Light Dark Matter”. en. En: *The Astronomy and Astrophysics Review* 29.1 (dic. de 2021). arXiv:2005.03254 [astro-ph, physics:cond-mat, physics:gr-qc, physics:hep-th], pág. 7. ISSN: 0935-4956, 1432-0754. DOI: [10.1007/s00159-021-00135-6](https://doi.org/10.1007/s00159-021-00135-6). URL: <http://arxiv.org/abs/2005.03254> (visitado 16-10-2022).
- [43] Douglas P. Finkbeiner. “Microwave ISM Emission Observed by WMAP”. en. En: *The Astrophysical Journal* 614.1 (oct. de 2004). arXiv:astro-ph/0311547, págs. 186-193. ISSN: 0004-637X, 1538-4357. DOI: [10.1086/423482](https://doi.org/10.1086/423482). URL: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0311547> (visitado 17-10-2022).
- [44] Katherine Freese. “Review of Observational Evidence for Dark Matter in the Universe and in upcoming searches for Dark Stars”. en. En: *EAS Publications Series* 36 (2009). arXiv:0812.4005 [astro-ph, physics:hep-ph], págs. 113-126. ISSN: 1633-4760, 1638-1963. DOI: [10.1051/eas/0936016](https://doi.org/10.1051/eas/0936016). URL: <http://arxiv.org/abs/0812.4005> (visitado 16-10-2022).
- [45] Felipe F. Freitas et al. “Ultralight bosons for strong gravity applications from simple Standard Model extensions”. en. En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2021.12 (dic. de 2021). arXiv:2107.09493 [astro-ph, physics:gr-qc, physics:hep-ph, physics:hep-th], pág. 047. ISSN: 1475-

-
7516. DOI: [10.1088/1475-7516/2021/12/047](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2021/12/047). URL: <http://arxiv.org/abs/2107.09493> (visitado 17-10-2022).
- [46] Yutaka Fujita. *Reverse shock of the Fermi bubbles explains their origin*. en. arXiv:2208.01654 [astro-ph]. Ago. de 2022. URL: <http://arxiv.org/abs/2208.01654> (visitado 16-10-2022).
- [47] Woon Siong Gan. *Gauge Invariance Approach to Acoustic Fields*. en. Singapore: Springer Singapore, 2019. ISBN: 9789811387500 9789811387517. DOI: [10.1007/978-981-13-8751-7](https://doi.org/10.1007/978-981-13-8751-7). URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-981-13-8751-7> (visitado 16-10-2022).
- [48] Federico García e Ignacio Salazar Landea. “Charged Proca Stars”. en. En: *Physical Review D* 94.10 (nov. de 2016). arXiv:1608.00011 [astro-ph, physics:gr-qc, physics:hep-th], pág. 104006. ISSN: 2470-0010, 2470-0029. DOI: [10.1103/PhysRevD.94.104006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.104006). URL: <http://arxiv.org/abs/1608.00011> (visitado 17-10-2022).
- [49] Marco Gorghetto et al. “Dark Photon Stars: Formation and Role as Dark Matter Substructure”. en. En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2022.08 (ago. de 2022). arXiv:2203.10100 [astro-ph, physics:hep-ph], pág. 018. ISSN: 1475-7516. DOI: [10.1088/1475-7516/2022/08/018](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2022/08/018). URL: <http://arxiv.org/abs/2203.10100> (visitado 17-10-2022).
- [50] Philippe Grandclement, Claire Somé y Ericourgoulhon. “Models of rotating boson stars and geodesics around them: new type of orbits”. en. En: *Physical Review D* 90.2 (jul. de 2014). arXiv:1405.4837 [gr-qc], pág. 024068. ISSN: 1550-7998, 1550-2368. DOI: [10.1103/PhysRevD.90.024068](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.024068). URL: <http://arxiv.org/abs/1405.4837> (visitado 17-10-2022).
- [51] Fulai Guo y William G. Mathews. “THE FERMI BUBBLES. I. POSSIBLE EVIDENCE FOR RECENT AGN JET ACTIVITY IN THE GALAXY”. en. En: *The Astrophysical Journal* 756.2 (sep. de 2012), pág. 181. ISSN: 0004-637X, 1538-4357. DOI: [10.1088/0004-637X/756/2/181](https://doi.org/10.1088/0004-637X/756/2/181). URL:

-
- <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-637X/756/2/181> (visitado 17-10-2022).
- [52] F. Siddhartha Guzman y Tonatiuh Matos. “Scalar Fields as Dark Matter in Spiral Galaxies”. en. En: *Classical and Quantum Gravity* 17.1 (ene. de 2000). arXiv:gr-qc/9810028, págs. L9-L16. ISSN: 0264-9381, 1361-6382. DOI: [10.1088/0264-9381/17/1/102](https://doi.org/10.1088/0264-9381/17/1/102). URL: <http://arxiv.org/abs/gr-qc/9810028> (visitado 16-10-2022).
- [53] Betti Hartmann y Jürgen Riedel. “Glueball condensates as holographic duals of supersymmetric Q -balls and boson stars”. en. En: *Physical Review D* 86.10 (nov. de 2012), pág. 104008. ISSN: 1550-7998, 1550-2368. DOI: [10.1103/PhysRevD.86.104008](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.104008). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.86.104008> (visitado 17-10-2022).
- [54] Thomas Helfer. “Exotic Compact Objects in Numerical Relativity”. en. En: (), pág. 181.
- [55] Carlos A. R. Herdeiro. *Black holes: on the universality of the Kerr hypothesis*. en. arXiv:2204.05640 [astro-ph, physics:gr-qc, physics:hep-th]. Abr. de 2022. URL: <http://arxiv.org/abs/2204.05640> (visitado 17-10-2022).
- [56] Carlos A. R. Herdeiro y Eugen Radu. *Spherical electro-vacuum black holes with resonant, scalar Q -hair*. en. arXiv:2004.00336 [gr-qc, physics:hep-th]. Mayo de 2020. DOI: [10.1140/epjc/s10052-020-7976-9](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-7976-9). URL: <http://arxiv.org/abs/2004.00336> (visitado 19-10-2022).
- [57] Carlos A. R. Herdeiro et al. “The imitation game: Proca stars that can mimic the Schwarzschild shadow”. en. En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2021.04 (abr. de 2021). arXiv:2102.01703 [gr-qc, physics:hep-th], pág. 051. ISSN: 1475-7516. DOI: [10.1088/1475-7516/2021/04/051](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2021/04/051). URL: <http://arxiv.org/abs/2102.01703> (visitado 17-10-2022).
- [58] Bob Holdom. “Two U(1)’s and charge shifts”. En: *Physics Letters B* 166.2 (1986), págs. 196-198. ISSN: 0370-2693. DOI: <https://doi.org/10.1016/>

-
- 0370-2693(86)91377-8. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269386913778>.
- [59] Wayne Hu, Rennan Barkana y Andrei Gruzinov. “Cold and Fuzzy Dark Matter”. en. En: *Physical Review Letters* 85.6 (ago. de 2000). arXiv:astro-ph/0003365, págs. 1158-1161. ISSN: 0031-9007, 1079-7114. DOI: [10.1103/PhysRevLett.85.1158](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.1158). URL: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0003365> (visitado 16-10-2022).
- [60] Joerg Jaeckel. *A force beyond the Standard Model - Status of the quest for hidden photons*. en. arXiv:1303.1821 [hep-ph]. Mar. de 2013. URL: <http://arxiv.org/abs/1303.1821> (visitado 17-10-2022).
- [61] Victor Jaramillo y Dario Nunez. “Magnetostatic Boson Stars”. en. En: (), pág. 13.
- [62] Elizabeth E. Jenkins, Aneesh V. Manohar y Michael Trott. “On Gauge Invariance and Minimal Coupling”. en. En: *Journal of High Energy Physics* 2013.9 (sep. de 2013). arXiv:1305.0017 [hep-ph, physics:hep-th], pág. 63. ISSN: 1029-8479. DOI: [10.1007/JHEP09\(2013\)063](https://doi.org/10.1007/JHEP09(2013)063). URL: <http://arxiv.org/abs/1305.0017> (visitado 17-10-2022).
- [63] Ph. Jetzer y J. J. van der Bij. “Charged boson stars”. En: *Physics Letters B* 227.3-4 (ago. de 1989), págs. 341-346. DOI: [10.1016/0370-2693\(89\)90941-6](https://doi.org/10.1016/0370-2693(89)90941-6).
- [64] S. U. Ji y S. J. Sin. “Late-time phase transition and the galactic halo as a Bose liquid. II. The effect of visible matter”. en. En: *Physical Review D* 50.6 (sep. de 1994), págs. 3655-3659. ISSN: 0556-2821. DOI: [10.1103/PhysRevD.50.3655](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.50.3655). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.50.3655> (visitado 16-10-2022).
- [65] S. U. Ji y S. J. Sin. “Late-time phase transition and the galactic halo as a Bose liquid. II. The effect of visible matter”. en. En: *Physical Review D* 50.6 (sep. de 1994), págs. 3655-3659. ISSN: 0556-2821. DOI: [10.1103/PhysRevD.50.3655](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.50.3655) (visitado 16-10-2022).

-
- [PhysRevD.50.3655](https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.50.3655). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.50.3655> (visitado 16-10-2022).
- [66] Nahomi Kan y Kiyoshi Shiraishi. “Analytical study of charged boson stars with large scalar self-couplings”. en. En: *The European Physical Journal C* 78.3 (mar. de 2018), pág. 257. ISSN: 1434-6044, 1434-6052. DOI: [10.1140/epjc/s10052-018-5745-9](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-018-5745-9). URL: <http://link.springer.com/10.1140/epjc/s10052-018-5745-9> (visitado 21-10-2022).
- [67] David J. Kaup. “Klein-Gordon Geon”. en. En: *Physical Review* 172.5 (ago. de 1968), págs. 1331-1342. ISSN: 0031-899X. DOI: [10.1103/PhysRev.172.1331](https://doi.org/10.1103/PhysRev.172.1331). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.172.1331> (visitado 17-10-2022).
- [68] Uri Keshet e Ilya Gurwich. “Fermi bubbles: high latitude X-ray supersonic shell”. en. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 480.1 (oct. de 2018). arXiv:1704.05070 [astro-ph], págs. 223-235. ISSN: 0035-8711, 1365-2966. DOI: [10.1093/mnras/sty1533](https://doi.org/10.1093/mnras/sty1533). URL: <http://arxiv.org/abs/1704.05070> (visitado 17-10-2022).
- [69] M. Yu Khlopov. “Particle Dark Matter Candidates”. en. En: *Modern Physics Letters A* 32.15 (mayo de 2017). arXiv:1704.06511 [hep-ph], pág. 1702001. ISSN: 0217-7323, 1793-6632. DOI: [10.1142/S0217732317020011](https://doi.org/10.1142/S0217732317020011). URL: <http://arxiv.org/abs/1704.06511> (visitado 16-10-2022).
- [70] Sanjeev Kumar, Usha Kulshreshtha y Daya Shankar Kulshreshtha. “Boson Stars in a Theory of Complex Scalar Fields coupled to U (1) Gauge Field and Gravity”. en. En: (), pág. 11.
- [71] Tom Lancaster y Stephen Blundell. *Quantum field theory for the gifted amateur*. en. First Edition. OCLC: ocn859651399. Oxford: Oxford University Press, 2014. ISBN: 978-0-19-969933-9 978-0-19-969932-2.
- [72] Jae-weon Lee e In-guy Koh. “Galactic Halos As Boson Stars”. en. En: *Physical Review D* 53.4 (feb. de 1996). arXiv:hep-ph/9507385, págs. 2236-2239.

-
- ISSN: 0556-2821, 1089-4918. DOI: [10.1103/PhysRevD.53.2236](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.53.2236). URL: <http://arxiv.org/abs/hep-ph/9507385> (visitado 16-10-2022).
- [73] Clinton L. Lewis. “Explicit gauge covariant Euler–Lagrange equation”. en. En: *American Journal of Physics* 77.9 (sep. de 2009), págs. 839-843. ISSN: 0002-9505, 1943-2909. DOI: [10.1119/1.3153503](https://doi.org/10.1119/1.3153503). URL: <http://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.3153503> (visitado 17-10-2022).
- [74] Wolfgang Ludwig y Claus Falter. *Symmetries in Physics*. en. Ed. por Manuel Cardona et al. Vol. 64. Springer Series in Solid-State Sciences. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1996. ISBN: 978-3-540-60284-2 978-3-642-79977-8. DOI: [10.1007/978-3-642-79977-8](https://doi.org/10.1007/978-3-642-79977-8). URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-79977-8> (visitado 16-10-2022).
- [75] Juan Magaña et al. “A brief Review of the Scalar Field Dark Matter model”. en. En: *Journal of Physics: Conference Series* 378 (ago. de 2012). arXiv:1201.6107 [astro-ph], pág. 012012. ISSN: 1742-6588, 1742-6596. DOI: [10.1088/1742-6596/378/1/012012](https://doi.org/10.1088/1742-6596/378/1/012012). URL: <http://arxiv.org/abs/1201.6107> (visitado 16-10-2022).
- [76] Giacomo Marocco. *Dark photon limits from magnetic fields and astrophysical plasmas*. en. arXiv:2110.02875 [hep-ph]. Oct. de 2021. URL: <http://arxiv.org/abs/2110.02875> (visitado 17-10-2022).
- [77] David J. E. Marsh. *WarmAndFuzzy: the halo model beyond CDM*. en. arXiv:1605.05973 [astro-ph, physics:hep-ph]. Mayo de 2016. URL: <http://arxiv.org/abs/1605.05973> (visitado 16-10-2022).
- [78] Richard Massey, Thomas Kitching y Johan Richard. “The dark matter of gravitational lensing”. en. En: *Reports on Progress in Physics* 73.8 (ago. de 2010). arXiv:1001.1739 [astro-ph, physics:hep-ph], pág. 086901. ISSN: 0034-4885, 1361-6633. DOI: [10.1088/0034-4885/73/8/086901](https://doi.org/10.1088/0034-4885/73/8/086901). URL: <http://arxiv.org/abs/1001.1739> (visitado 16-10-2022).

-
- [79] T. Matos, F. S. Guzman y L. A. Urena-Lopez. “Scalar Field as Dark Matter in the Universe”. en. En: *Classical and Quantum Gravity* 17.7 (abr. de 2000). arXiv:astro-ph/9908152, págs. 1707-1712. ISSN: 0264-9381, 1361-6382. DOI: [10.1088/0264-9381/17/7/309](https://doi.org/10.1088/0264-9381/17/7/309). URL: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/9908152> (visitado 16-10-2022).
- [80] T. Matos y L. A. Urena-Lopez. “Quintessence and Scalar Dark Matter in the Universe”. en. En: *Classical and Quantum Gravity* 17.13 (jul. de 2000). arXiv:astro-ph/0004332, págs. L75-L81. ISSN: 0264-9381, 1361-6382. DOI: [10.1088/0264-9381/17/13/101](https://doi.org/10.1088/0264-9381/17/13/101). URL: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0004332> (visitado 16-10-2022).
- [81] Tonatiuh Matos, Abdel Perez-Lorenzana y Jordi Solís-López. *Fermi Bubbles in Scalar Field Dark Matter halos*. en. arXiv:2203.13218 [astro-ph, physics:gr-qc, physics:hep-ph]. Mar. de 2022. URL: <http://arxiv.org/abs/2203.13218> (visitado 16-10-2022).
- [82] Tonatiuh Matos et al. “Structure Formation with Scalar Field Dark Matter”. en. En: 2010, págs. 283-287. DOI: [10.1063/1.3473867](https://doi.org/10.1063/1.3473867). URL: <http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.3473867> (visitado 16-10-2022).
- [83] Z. Meliani et al. “Circular geodesics and thick tori around rotating boson stars”. en. En: *Classical and Quantum Gravity* 32.23 (dic. de 2015). arXiv:1510.04191 [astro-ph, physics:gr-qc], pág. 235022. ISSN: 0264-9381, 1361-6382. DOI: [10.1088/0264-9381/32/23/235022](https://doi.org/10.1088/0264-9381/32/23/235022). URL: <http://arxiv.org/abs/1510.04191> (visitado 17-10-2022).
- [84] Ivan Melo. “Higgs potential and fundamental physics”. en. En: *European Journal of Physics* 38.6 (nov. de 2017). arXiv:1911.08893 [hep-ph, physics:physics], pág. 065404. ISSN: 0143-0807, 1361-6404. DOI: [10.1088/1361-6404/aa8c3d](https://doi.org/10.1088/1361-6404/aa8c3d). URL: <http://arxiv.org/abs/1911.08893> (visitado 17-10-2022).

-
- [85] Masato Minamitsuji. “Vector boson star solutions with a quartic order self-interaction”. en. En: *Physical Review D* 97.10 (mayo de 2018), pág. 104023. ISSN: 2470-0010, 2470-0029. DOI: [10.1103/PhysRevD.97.104023](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.104023). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.97.104023> (visitado 17-10-2022).
- [86] Charles W. Misner, K. S. Thorne y J. A. Wheeler. *Gravitation*. San Francisco: W. H. Freeman, 1973. ISBN: 978-0-7167-0344-0, 978-0-691-17779-3.
- [87] Cristina Mondino et al. “Dark Higgs Dark Matter”. en. En: *Physical Review D* 103.3 (feb. de 2021). arXiv:2005.02397 [astro-ph, physics:hep-ph], pág. 035027. ISSN: 2470-0010, 2470-0029. DOI: [10.1103/PhysRevD.103.035027](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.035027). URL: <http://arxiv.org/abs/2005.02397> (visitado 17-10-2022).
- [88] Oliver Müller et al. “A whirling plane of satellite galaxies around Centaurus A challenges cold dark matter cosmology”. en. En: *Science* 359.6375 (feb. de 2018). arXiv:1802.00081 [astro-ph], págs. 534-537. ISSN: 0036-8075, 1095-9203. DOI: [10.1126/science.aao1858](https://doi.org/10.1126/science.aao1858). URL: <http://arxiv.org/abs/1802.00081> (visitado 16-10-2022).
- [89] Jens C. Niemeyer. “Small-scale structure of fuzzy and axion-like dark matter”. en. En: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 113 (jul. de 2020). arXiv:1912.07064 [astro-ph], pág. 103787. ISSN: 01466410. DOI: [10.1016/j.ppnp.2020.103787](https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2020.103787). URL: <http://arxiv.org/abs/1912.07064> (visitado 16-10-2022).
- [90] Hector Olivares et al. “How to tell an accreting boson star from a black hole”. en. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 497.1 (sep. de 2020). arXiv:1809.08682 [astro-ph, physics:gr-qc], págs. 521-535. ISSN: 0035-8711, 1365-2966. DOI: [10.1093/mnras/staa1878](https://doi.org/10.1093/mnras/staa1878). URL: <http://arxiv.org/abs/1809.08682> (visitado 18-10-2022).
- [91] Marcel S. Pawlowski y Pavel Kroupa. “The Milky Way’s Disk of Classical Satellite Galaxies in Light of Gaia DR2”. en. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 491.2 (ene. de 2020). arXiv:1911.05081

-
- [astro-ph], págs. 3042-3059. ISSN: 0035-8711, 1365-2966. DOI: [10.1093/mnras/stz3163](https://doi.org/10.1093/mnras/stz3163). URL: <http://arxiv.org/abs/1911.05081> (visitado 16-10-2022).
- [92] Marcel S. Pawlowski, Pavel Kroupa y Helmut Jerjen. “Dwarf Galaxy Planes: the discovery of symmetric structures in the Local Group”. en. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 435.3 (nov. de 2013). arXiv:1307.6210 [astro-ph], págs. 1928-1957. ISSN: 1365-2966, 0035-8711. DOI: [10.1093/mnras/stt1384](https://doi.org/10.1093/mnras/stt1384). URL: <http://arxiv.org/abs/1307.6210> (visitado 16-10-2022).
- [93] Stefano Profumo, Leonardo Giani y Oliver F. Piattella. *An Introduction to Particle Dark Matter*. en. arXiv:1910.05610 [astro-ph, physics:hep-ph, physics:hep-th]. Oct. de 2019. URL: <http://arxiv.org/abs/1910.05610> (visitado 17-10-2022).
- [94] M Raggi y V Kozhuharov. “Results and perspectives in dark photon physics”. en. En: (), pág. 57.
- [95] Michele Redi y Andrea Tesi. *Dark Photon Dark Matter without Stueckelberg Mass*. en. arXiv:2204.14274 [astro-ph, physics:hep-ph]. Jun. de 2022. URL: <http://arxiv.org/abs/2204.14274> (visitado 17-10-2022).
- [96] Tanja Rindler-Daller y Paul R. Shapiro. “Complex scalar field dark matter on galactic scales”. en. En: *Modern Physics Letters A* 29.02 (ene. de 2014). arXiv:1312.1734 [astro-ph, physics:gr-qc, physics:hep-ph], pág. 1430002. ISSN: 0217-7323, 1793-6632. DOI: [10.1142/S021773231430002X](https://doi.org/10.1142/S021773231430002X). URL: <http://arxiv.org/abs/1312.1734> (visitado 16-10-2022).
- [97] Tanja Rindler-Daller et al. “Dark Stars: Improved Models and First Pulsation Results”. en. En: *The Astrophysical Journal* 799.2 (ene. de 2015). arXiv:1408.2082 [astro-ph, physics:hep-ph], pág. 210. ISSN: 1538-4357. DOI: [10.1088/0004-637X/799/2/210](https://doi.org/10.1088/0004-637X/799/2/210). URL: <http://arxiv.org/abs/1408.2082> (visitado 17-10-2022).

-
- [98] Vera C. Rubin y W. Kent Ford Jr. “Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions”. en. En: *The Astrophysical Journal* 159 (feb. de 1970), pág. 379. ISSN: 0004-637X, 1538-4357. DOI: [10.1086/150317](https://doi.org/10.1086/150317). URL: <http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/150317> (visitado 17-10-2022).
- [99] Remo Ruffini y Silvano Bonazzola. “Systems of Self-Gravitating Particles in General Relativity and the Concept of an Equation of State”. en. En: *Physical Review* 187.5 (nov. de 1969), págs. 1767-1783. ISSN: 0031-899X. DOI: [10.1103/PhysRev.187.1767](https://doi.org/10.1103/PhysRev.187.1767). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.187.1767> (visitado 17-10-2022).
- [100] Lewis H. Ryder. *Quantum Field Theory*. en. 2.^a ed. Cambridge University Press, jun. de 1996. ISBN: 978-0-521-47242-5 978-0-511-81390-0 978-0-521-47814-4. DOI: [10.1017/CBO9780511813900](https://doi.org/10.1017/CBO9780511813900). URL: <https://www.cambridge.org/core/product/identifier/9780511813900/type/book> (visitado 16-10-2022).
- [101] Varun Sahni y Limin Wang. “A New Cosmological Model of Quintessence and Dark Matter”. en. En: *Physical Review D* 62.10 (oct. de 2000). arXiv:astro-ph/9910097, pág. 103517. ISSN: 0556-2821, 1089-4918. DOI: [10.1103/PhysRevD.62.103517](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.62.103517). URL: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/9910097> (visitado 16-10-2022).
- [102] N Sanchis-Gual et al. “Non-linear dynamics of spinning bosonic stars: formation and stability”. en. En: (), pág. 8.
- [103] Nicolas Sanchis-Gual et al. “Numerical evolutions of spherical Proca stars”. en. En: *Physical Review D* 95.10 (mayo de 2017). arXiv:1702.04532 [gr-qc], pág. 104028. ISSN: 2470-0010, 2470-0029. DOI: [10.1103/PhysRevD.95.104028](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.104028). URL: <http://arxiv.org/abs/1702.04532> (visitado 17-10-2022).
- [104] Takanori Sato, Fuminobu Takahashi y Masaki Yamada. “Gravitational production of dark photon dark matter with mass generated by the Higgs mechanism”. en. En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2022.08

-
- (ago. de 2022). arXiv:2204.11896 [astro-ph, physics:hep-ph], pág. 022. ISSN: 1475-7516. DOI: [10.1088/1475-7516/2022/08/022](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2022/08/022). URL: <http://arxiv.org/abs/2204.11896> (visitado 17-10-2022).
- [105] Franz E. Schunck y Eckehard W. Mielke. “TOPICAL REVIEW: General relativistic boson stars”. en. En: *Classical and Quantum Gravity* 20.20 (oct. de 2003). arXiv:0801.0307 [astro-ph], R301-R356. ISSN: 0264-9381, 1361-6382. DOI: [10.1088/0264-9381/20/20/201](https://doi.org/10.1088/0264-9381/20/20/201). URL: <http://arxiv.org/abs/0801.0307> (visitado 16-10-2022).
- [106] R. Sharma, S. Karmakar y S. Mukherjee. *Boson star and dark matter*. en. arXiv:0812.3470 [gr-qc]. Dic. de 2008. URL: <http://arxiv.org/abs/0812.3470> (visitado 17-10-2022).
- [107] P. Sikivie y Q. Yang. “Bose-Einstein Condensation of Dark Matter Axions”. en. En: *Physical Review Letters* 103.11 (sep. de 2009). arXiv:0901.1106 [astro-ph, physics:cond-mat, physics:hep-ph], pág. 111301. ISSN: 0031-9007, 1079-7114. DOI: [10.1103/PhysRevLett.103.111301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.111301). URL: <http://arxiv.org/abs/0901.1106> (visitado 17-10-2022).
- [108] Jordi Solís-López et al. “Scalar field dark matter as an alternative explanation for the anisotropic distribution of satellite galaxies”. en. En: *Physical Review D* 103.8 (abr. de 2021), pág. 083535. ISSN: 2470-0010, 2470-0029. DOI: [10.1103/PhysRevD.103.083535](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.083535). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.103.083535> (visitado 16-10-2022).
- [109] Norbert Straumann. *General Relativity*. en. Graduate Texts in Physics. Dordrecht: Springer Netherlands, 2013. ISBN: 978-94-007-5409-6 978-94-007-5410-2. DOI: [10.1007/978-94-007-5410-2](https://doi.org/10.1007/978-94-007-5410-2). URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-94-007-5410-2> (visitado 17-10-2022).
- [110] Liangliang Su, Lei Wu y Bin Zhu. “Probing ultra-light dark photon from inverse Compton-like scattering”. en. En: *Physical Review D* 105.5 (mar. de 2022). arXiv:2105.06326 [astro-ph, physics:hep-ph], pág. 055021. ISSN:

-
- 2470-0010, 2470-0029. DOI: [10.1103/PhysRevD.105.055021](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.105.055021). URL: <http://arxiv.org/abs/2105.06326> (visitado 17-10-2022).
- [111] Meng Su, Tracy R. Slatyer y Douglas P. Finkbeiner. “Giant Gamma-ray Bubbles from Fermi-LAT: AGN Activity or Bipolar Galactic Wind?” en. En: *The Astrophysical Journal* 724.2 (dic. de 2010). arXiv:1005.5480 [astro-ph], págs. 1044-1082. ISSN: 0004-637X, 1538-4357. DOI: [10.1088/0004-637X/724/2/1044](https://doi.org/10.1088/0004-637X/724/2/1044). URL: <http://arxiv.org/abs/1005.5480> (visitado 16-10-2022).
- [112] Abril Suárez, Victor Robles y Tonatiuh Matos. “A Review on the Scalar Field/ Bose-Einstein Condensate Dark Matter Model”. en. En: vol. 38. arXiv:1302.0903 [astro-ph]. 2014, págs. 107-142. DOI: [10.1007/978-3-319-02063-1_9](https://doi.org/10.1007/978-3-319-02063-1_9). URL: <http://arxiv.org/abs/1302.0903> (visitado 16-10-2022).
- [113] Jose M. Torres y Miguel Alcubierre. “Gravitational collapse of charged scalar fields”. en. En: *General Relativity and Gravitation* 46.9 (sep. de 2014), pág. 1773. ISSN: 0001-7701, 1572-9532. DOI: [10.1007/s10714-014-1773-4](https://doi.org/10.1007/s10714-014-1773-4). URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10714-014-1773-4> (visitado 21-10-2022).
- [114] Michael S. Turner. “Coherent scalar-field oscillations in an expanding universe”. en. En: *Physical Review D* 28.6 (sep. de 1983), págs. 1243-1247. ISSN: 0556-2821. DOI: [10.1103/PhysRevD.28.1243](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.28.1243). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.28.1243> (visitado 16-10-2022).
- [115] L. Arturo Ureña-López. “Brief Review on Scalar Field Dark Matter Models”. en. En: *Frontiers in Astronomy and Space Sciences* 6 (jul. de 2019), pág. 47. ISSN: 2296-987X. DOI: [10.3389/fspas.2019.00047](https://doi.org/10.3389/fspas.2019.00047). URL: <https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fspas.2019.00047/full> (visitado 16-10-2022).
- [116] F. H. Vincent et al. “Imaging a boson star at the Galactic center”. en. En: *Classical and Quantum Gravity* 33.10 (mayo de 2016). arXiv:1510.04170 [astro-ph, physics:gr-qc], pág. 105015. ISSN: 0264-9381, 1361-6382. DOI:

-
- 10.1088/0264-9381/33/10/105015. URL: <http://arxiv.org/abs/1510.04170> (visitado 17-10-2022).
- [117] Luca Visinelli. “Boson Stars and Oscillatons: A Review”. en. En: *International Journal of Modern Physics D* 30.15 (nov. de 2021). arXiv:2109.05481 [gr-qc, physics:hep-ph], pág. 2130006. ISSN: 0218-2718, 1793-6594. DOI: [10.1142/S0218271821300068](https://doi.org/10.1142/S0218271821300068). URL: <http://arxiv.org/abs/2109.05481> (visitado 16-10-2022).
- [118] Robert M. Wald. *Quantum Field Theory in Curved Space-Time and Black Hole Thermodynamics*. Chicago Lectures in Physics. Chicago, IL: University of Chicago Press, 1995. ISBN: 978-0-226-87027-4.
- [119] George N. Wojcik y Thomas G. Rizzo. “Forbidden Scalar Dark Matter and Dark Higgses”. en. En: *Journal of High Energy Physics* 2022.4 (abr. de 2022). arXiv:2109.07369 [hep-ph], pág. 33. ISSN: 1029-8479. DOI: [10.1007/JHEP04\(2022\)033](https://doi.org/10.1007/JHEP04(2022)033). URL: <http://arxiv.org/abs/2109.07369> (visitado 17-10-2022).