



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
UNIDAD ZACATENCO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA EDUCATIVA

**Uso de recursos digitales en la educación  
estadística de nivel superior: enfoque en un estudio  
de caso de una propuesta con R**

Tesis que presenta

**Perla Marysol Ruiz Arias**

para obtener el Grado de

**Doctora en Ciencias**

en la especialidad de

**Matemática Educativa**

Directora de la Tesis: **Dra. Ana Isabel Sacristán Rock**

Ciudad de México

febrero de 2023



## **AGRADECIMIENTO A CONACYT**

---

Se agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) por su apoyo para la realización de este trabajo, mediante la Beca Número 615210

## OTROS AGRADECIMIENTOS

---

Agradezco a Dios por todas las bendiciones y dones que me ha otorgado. Gracias a Él que nunca ha soltado mi mano y es mi sostén en los momentos difíciles.

*Gracias a mi familia.* No puedo enlistar todo aquello por lo que les agradezco:

A mis padres, Antonio y Beatriz, a quienes les debo todo lo que soy. Gracias

A mi esposo, Rafael, que me acompaña y alienta en cada proyecto. Gracias

A mi hermano, Rodrigo, de quien tengo apoyo incondicional. Gracias.

A mis hijos, Aurora e Ian, el motivo para esforzarse y ser siempre mejor. Gracias.

A mi querida amiga Liliana. De lo mejor que me ha dejado el doctorado. Gracias por todo tu cariño.

Gracias a mis compañeros en este camino académico por hacer más especial la estancia en el Cinvestav: Maru, Anayeli, Xóchitl, Wendy, Homero, Jorge Alonso, David, José Luis, José Zambrano...

Gracias al Doctor José Guzmán, quien antes de partir nos dejó grandes enseñanzas para continuar en esta senda.

A mi asesora, la Doctora Ana Isabel. Por las lecciones, por su confianza y guía, muchas gracias.

Agradezco a mis asesores por su buena disposición y los valiosos comentarios que me ayudaron a enriquecer este trabajo. En especial al Doctor Ernesto Sánchez, quien me apoyó desde mi ingreso a la maestría y de quien he aprendido mucho.

# DEDICATORIA

---

**A mi familia.**

Esto es por ustedes.



# ÍNDICE

---

<b>Agradecimiento a Conacyt.....</b>	<b>3</b>
<b>Otros agradecimientos .....</b>	<b>4</b>
<b>Dedicatoria .....</b>	<b>5</b>
<b>Índice.....</b>	<b>7</b>
<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>11</b>
<b>Lista de Tablas .....</b>	<b>13</b>
<b>Resumen .....</b>	<b>15</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>16</b>
<b>Capítulo 1. El problema de investigación.....</b>	<b>17</b>
1.1. Objetivos.....	18
1.2. Preguntas de investigación.....	18
1.3. Resumen de procedimientos .....	19
1.4. Mapa del documento.....	20
<b>Capítulo 2. Acerca de la educación estadística .....</b>	<b>21</b>
2.1. Investigaciones en educación estadística .....	21
2.1.1. Cultura, competencia, pensamiento y razonamiento estadístico .....	22
2.1.1.1. Cultura o competencia estadística ( <i>statistical literacy</i> ).....	23
2.1.1.2. Pensamiento estadístico.....	28
i. El ciclo investigativo .....	28
ii. Tipos de pensamiento fundamentales.....	29
iii. El ciclo interrogativo .....	32
iv. Las disposiciones.....	32
2.1.1.3. Razonamiento estadístico.....	33
2.1.1.4. El sentido estadístico.....	35

2.1.1.5. Relación entre Cultura, Pensamiento y Razonamiento Estadístico .....	38
2.2. Recursos digitales en la educación estadística .....	39
2.2.1. Tipos de recursos .....	41
i. Softwares o paquetes estadísticos .....	41
ii. Softwares educativos .....	42
iii. Hojas de cálculo.....	44
iv. Ambientes de programación .....	45
v. Calculadoras gráficas.....	47
vi. Applets.....	48
2.2.2. Algunas propuestas de uso de TD en educación estadística .....	50
<b>Capítulo 3. Marco conceptual: Construccionismo y enfoque documental.....</b>	<b>53</b>
3.1. Introducción al capítulo .....	53
3.2. El paradigma del construccionismo .....	53
3.2.1. Constructivismo.....	54
3.2.2. Construccionismo .....	56
3.3. Los enfoques instrumental y documental de lo didáctico .....	61
3.3.1. Enfoque instrumental.....	61
3.3.2. Enfoque Documental de lo Didáctico.....	64
3.3.3. Orquestación instrumental.....	66
<b>Capítulo 4. Metodología y diseño de la investigación.....</b>	<b>69</b>
4.1. Fases de investigación.....	69
4.2. Fase preliminar: Cuestionario de diagnóstico .....	69
4.2.1. Instrumento y toma de datos.....	69
4.2.2. Participantes.....	70
4.2.3. Método de análisis .....	71
4.2.4. Entrevistas a algunos profesores.....	72
4.3. Estudio de caso .....	72



---

4.3.1. Participantes .....	73
4.3.1.1. La profesora .....	73
4.3.1.2. Los alumnos de Mayra .....	73
i. Alumnos del Grupo 1.....	73
ii. Alumnos del Grupo 2 .....	74
4.3.2. Toma de datos.....	75
4.3.3. Método de análisis.....	77
<b>Capítulo 5. Análisis del cuestionario de diagnóstico .....</b>	<b>79</b>
5.1.1. Diseño del cuestionario diagnóstico.....	79
5.2. Consideraciones sobre la elección de recursos TD y su aporte a la enseñanza .....	83
5.2.1. Consideraciones de los profesores para elegir un recurso .....	89
5.2.2. Consideraciones de los profesores sobre el aporte de los recursos TD .....	90
5.3. Recursos TD utilizados.....	92
5.4. Formación docente.....	95
<b>Capítulo 6. Estudio de caso: análisis de Entrevistas y clases .....</b>	<b>99</b>
6.1. Análisis de los datos derivados de las entrevistas.....	99
6.1.1. Resumen de la evolución de Mayra.....	99
6.1.2. Cambio de recursos y evolución de su forma de enseñanza.....	100
6.1.3. Recurso para la práctica, recurso para la enseñanza.....	103
6.1.4. Consideraciones sobre las actividades de programación en R .....	105
6.2. Orquestación de las clases por Mayra.....	107
6.2.1. Formatos de las clases curriculares de Mayra .....	108
6.2.1.1. Primera fase y formato: Clase magistral .....	108
6.2.1.2. Segunda fase y formato: Actividades en R .....	109
6.2.1.3. Tercera fase y formato: Revisión grupal de las actividades .....	110
6.2.2. Formato de las clases en cursos extracurriculares .....	111
6.2.3. Tipos de orquestación en las clases observadas de Mayra .....	112

---

6.2.4. Elementos construccionistas relacionados a los tipos de orquestación .....	114
<b>Capítulo 7. Estudio de caso: Análisis de las actividades .....</b>	<b>117</b>
7.1. Estructura general de las actividades .....	117
7.1.1. Actividades de familiarización con R.....	117
7.1.2. Actividades estadísticas con R.....	118
7.2. Análisis de dos actividades .....	120
7.2.1. Análisis de la actividad 17: Regresión lineal bivariada.....	123
7.2.2. Elementos del sentido estadístico en la actividad 17 .....	152
7.2.3. Elementos destacados del análisis de la actividad 11 .....	154
7.3. Análisis de las actividades en términos de acciones promovidas .....	162
7.4. El construccionismo en las actividades con R .....	167
<b>Capítulo 8. Conclusiones .....</b>	<b>170</b>
8.1. Síntesis de resultados .....	170
8.1.1. Principales observaciones de la investigación preliminar .....	170
8.1.2. Principales observaciones del estudio de caso (respuestas a las preguntas de investigación) .....	171
8.2. Aspectos notorios, limitaciones del estudio y direcciones futuras de investigación.....	177
8.3. Contribuciones de este trabajo .....	179
<b>Referencias bibliográficas .....</b>	<b>181</b>
<b>Apéndice A. Cuestionario diagnóstico .....</b>	<b>187</b>
<b>Apéndice B. Entrevista principal a la Profesora Mayra .....</b>	<b>195</b>
<b>Apéndice C. Entrevistas con alumnos.....</b>	<b>207</b>
<b>Apéndice D. Actividad 17 (Curso MLG): Regresión lineal (Código de R) .....</b>	<b>221</b>
<b>Apéndice E. Actividad 11 (Curso PAE): ANOVA (Código de R) .....</b>	<b>225</b>

# LISTA DE FIGURAS

---

Figura 2.1 Dimensión 1: El ciclo investigativo.....	29
Figura 2.2 Dimensión 2: Tipos de pensamiento.....	30
Figura 2.3 Dimensión 3: El ciclo interrogativo.....	32
Figura 2.4 Dimensión 4: Disposiciones. ....	33
Figura 2.5 Resultados de la educación estadística: Dominios independientes con alguna superposición. .....	39
Figura 2.6 Simulación estándar usando Fathom. ....	44
Figura 2.7 Espacio de trabajo de RStudio. ....	46
Figura 2.8 Actividad sobre distribuciones muestrales.....	47
Figura 2.9 Menú de acceso a funciones estadísticas [Calculadoras CASIO fx991ES y fx-CG50].....	48
Figura 2.10 Simulación sobre muestreo en una máquina de dulces.....	49
Figura 2.11 Simulación sobre distribuciones de muestreo.....	50
Figura 3.1 Algunos principios construccionistas agrupados por temas. ....	60
Figura 3.2 Representación esquemática de la génesis instrumental.....	63
Figura 3.3 Representación esquemática de la génesis documental. ....	65
Figura 3.4 Esquematización de la dinámica de la génesis documental.....	66
Figura 4.1 Tiempo de uso de recursos TD según antigüedad docente. ....	70
Figura 5.1 Intensidad de uso de los recursos TD. ....	92
Figura 6.1 Alumnos durante la clase magistral. ....	109
Figura 7.1 Objetivos y requisitos de la Actividad 17.....	120
Figura 7.2 Planteamiento de la actividad 17.....	123
Figura 7.3 Pregunta 1, actividad 17.....	124
Figura 7.4 Resultado de ejecutar comandos de la tarea 1, actividad 17.....	125
Figura 7.5 Tarea 2, actividad 17.....	127
Figura 7.6 Resultado de ejecutar el comando <i>plot</i> en la tarea 2, actividad 17.....	127

Figura 7.7 Tarea 3, actividad 17 .....	130
Figura 7.8 Resultado de ejecutar comandos de la tarea 3, actividad 17 .....	131
Figura 7.9 Tarea 4, actividad 17 .....	133
Figura 7.10 Tabla de ANOVA presentada por la profesora en la tarea 4, actividad 17 .....	135
Figura 7.11 Resultado de ejecutar comandos de la tarea 4, actividad 17 .....	136
Figura 7.12 Tarea 5, actividad 17 .....	138
Figura 7.13 Resultado de ejecutar comandos para responder la tarea 5, actividad 17 .....	139
Figura 7.14 Tarea 6, actividad 17 .....	141
Figura 7.15 Tarea 7, actividad 17 .....	143
Figura 7.16 Resultado de ejecutar comandos de la tarea 7, actividad 17 .....	144
Figura 7.17 Diagrama presentado por la profesora en las clases magistrales .....	145
Figura 7.18 Tarea 7, actividad 17 .....	146
Figura 7.19 Resultado de ejecutar el comando <i>summary(mod6.a)</i> para responder la tarea 8, actividad 17 .....	146
Figura 7.20 Resultado de ejecutar el comando <i>summary(mod6.b)</i> para responder la tarea 8, actividad 17 .....	147
Figura 7.21 Pregunta 9, actividad 17 .....	149
Figura 7.22 Resultado de ejecutar el código del inciso 9c, actividad 17 .....	151
Figura 7.23 Resultado de ejecutar el código del inciso 9c, actividad 17 .....	152
Figura 7.24 Hoja de trabajo en R de la actividad 11 (PAE) sobre ANOVA .....	155
Figura 7.25 Detalle del planteamiento de la Actividad 11 .....	155
Figura 7.26 Tarea 3, actividad 11 .....	157
Figura 7.27 Tarea 6, actividad 11 .....	158
Figura 7.28 Tarea 7, actividad 11 .....	159
Figura 7.29 Resultados de aplicar los comandos de la tarea 4, actividad 11 .....	160
Figura 7.30 Tarea 5, actividad 11 .....	161

## LISTA DE TABLAS

---

Tabla 2.1 Modelo de competencia estadística de Gal (2004).....	25
Tabla 4.1 Cursos impartidos por los participantes del cuestionario .....	71
Tabla 4.2 Número de sesiones y horas observadas .....	75
Tabla 4.3 Archivos proporcionados por la profesora .....	76
Tabla 5.1 Categorías y códigos de las razones dadas por los profesores .....	85
Tabla 5.2 Respuestas por categoría, referentes a la elección y al aporte de los recursos TD.....	88
Tabla 7.1 . Actividades de familiarización con R .....	118
Tabla 7.2. Actividades estadísticas del curso MLG .....	119
Tabla 7.3 . Categorías relativas al sentido estadístico .....	122
Tabla 7.4 . Categorías relativas al sentido estadístico .....	152
Tabla 7.5. Acciones identificadas en la actividad 17: Regresión lineal (curso MLG).....	162
Tabla 7.6. Acciones identificadas en la actividad 1: Algebra matricial (curso IMM) .....	163
Tabla 7.7. Acciones identificadas en las actividades estadísticas con R.....	164
Tabla 7.8. Frecuencia de las acciones identificadas en la actividad 17: Regresión lineal (curso MLG) .....	168

---

## RESUMEN

---

En este trabajo se reporta una investigación sobre cómo profesores universitarios de estadística hacen uso de recursos tecnológicos en su clase. En una fase preliminar, mediante un cuestionario en línea que contestaron 31 profesores de estadística universitaria de diferentes instituciones mexicanas, se identificaron distintos aspectos del uso de recursos tecnológicos en sus clases (tipo de recurso, frecuencia, tiempo de uso, entre otros). Los datos obtenidos señalan que aunque los docentes reconocen las potencialidades de los recursos tecnológicos, la mayoría de ellos pone más atención en aspectos de disponibilidad al momento de elegir un recurso, que en aspectos didácticos. Además, se observó que las propuestas de enseñanza tienden a no corresponder con lo que los profesores consideran puede lograrse con el uso de tecnologías digitales. Posteriormente, se realizó un estudio de caso que contrasta con lo anterior e ilustra una metodología innovadora de enseñanza estadística con tecnología. Se observaron 11 sesiones de clase de una profesora (bióloga), quien había cambiado su práctica y enseñanza incorporando el uso del lenguaje de programación R para realizar diversos análisis estadísticos. Esta profesora desarrolló una serie de actividades en R para proveer a sus alumnos de áreas biológicas, de un espacio de práctica estadística, en las cuales se aborden problemáticas acordes a su campo. Se realizó una entrevista semiestructurada y varias entrevistas informales con la profesora y con algunos de sus alumnos. Los resultados mostraron un proceso de génesis instrumental por parte de la profesora del estudio de caso, en el cual las características del lenguaje de programación R, ampliaron sus posibilidades para abordar estadísticamente las problemáticas de su práctica profesional, lo cual conllevó a una reconceptualización de la estadística. Una consecuencia de esta reconceptualización, fue que la profesora adoptó las ideas construccionistas para replantear su forma de enseñanza, lo cual implicó un cambio importante en las formas de orquestar su clase. Así, como parte de los resultados, se señalan orquestaciones (distintas a las identificadas en clases tradicionales), donde los recursos tecnológicos se usan, más allá de fines demostrativos, para aprendizaje conceptual a través de exploración, interpretación y reflexión, y promoviendo trabajo en equipo. Finalmente, el análisis de las actividades destaca qué elementos del sentido estadístico se pueden promover y qué principios construccionistas permiten a los alumnos desarrollar una actividad más acorde a la de un usuario experto de estadística.

---

## ABSTRACT

---

This document reports on a study that focused on how Mexican university statistics instructors use digital resources in their teaching. In a preliminary phase, through an online questionnaire that was answered by 31 university statistics teachers from different Mexican institutions, we identified different aspects of their use of digital resources in their practice (type of resource, frequency and time of use, etc.). The collected data revealed how, although the potential of digital resources is recognized, most teachers pay more attention to aspects of availability when choosing a resource for their teaching practice, than to didactic ones. Moreover, we observed that the teaching proposals tend to not correspond to what teachers consider can be achieved with the use of digital technologies.

In a later phase, we carried out a case study that contrasts with the above and illustrates an innovative methodology of teaching statistics with technology. Eleven class sessions of a (biologist) teacher were observed, who had changed both her own practice and her teaching, by integrating the use of the R programming language to perform various statistical analyses. This teacher developed a series of R-based activities to provide her students, in biological areas, with a space for statistical practice through problems related to their field. A semi-structured interview and several informal interviews were conducted with the teacher and with some of her students. The results showed a process of instrumental genesis by the case study teacher, in which the characteristics of the R programming language expanded her possibilities to address the statistical problems of her professional practice, leading to a reconceptualization of statistics. One consequence of this reconceptualization was that the teacher adopted constructionist ideas to rethink her way of teaching; this led to important changes in the ways in which she orchestrated her classes. Thus, as part of the results, various teaching orchestrations were identified (that differed from those of traditional classes), where digital resources were used, beyond demonstration, for conceptual learning through exploration, interpretation and reflection, and where teamwork was promoted. Finally, the analysis of the activities highlights which statistical sense elements were promoted and which constructionist principles can allow students to develop activities in ways that are more like those of expert statistics users.



# CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

---

Este trabajo trata de identificar la forma en que el uso de herramientas tecnológicas puede favorecer la enseñanza y aprendizaje de la estadística por parte de profesores universitarios. En particular, el trabajo busca identificar el posible impacto que tienen las herramientas tecnológicas en promover el desarrollo del pensamiento o razonamiento estadístico.

Desde principios de los años 90, investigadores en educación estadística han puesto énfasis en el desarrollo del pensamiento estadístico (e.g. Snee, 1993). Desde ese entonces se consideraba que los alumnos aprenderían a pensar estadísticamente a través de la indagación empírica. El desarrollo posterior de las herramientas tecnológicas sirvió más tarde de soporte a las propuestas de enseñanza que promovían esta perspectiva. Biehler (1993) señala la estrecha relación y el mutuo impulso que han tenido el desarrollo de la tecnología, la enseñanza estadística e incluso la práctica estadística.

Actualmente existe una gran variedad de recursos tecnológicos que se han vuelto indispensables para realizar análisis estadísticos (e.g. software estadístico, hojas de cálculo, lenguajes de programación). Más aún, se han desarrollado paquetes de software específicos para la enseñanza de la estadística en los diferentes niveles educativos (e.g. *Fathom*, *ProbSim*, *TinkerPlots*). Las propuestas de uso de la tecnología para la enseñanza de la estadística tienen más de 20 años de evolución. Se han diseñado actividades, unidades e incluso cursos enteros en los cuales el uso de la tecnología tiene un rol central. Estos avances han sido reconocidos y utilizados por parte de ministerios de educación y profesores de distintos países.

Las distintas características de los recursos tecnológicos disponibles pueden usarse para renovar las propuestas de enseñanza de la estadística (Chance et al., 2007; Pratt et al., 2011), aprovechándolos para facilitar la comprensión de las ideas y procesos estadísticos. Sin embargo, resulta incierto en qué medida se logra esto. En particular, en México, no se han documentado propuestas de enseñanza que utilicen los avances tecnológicos y/o de los

resultados de investigación en educación estadística, en particular aquellos sobre el desarrollo del pensamiento estadístico. Por lo general, en los cursos que se imparten el énfasis está en el uso de fórmulas y el seguimiento de algoritmos para obtener un resultado numérico, de manera que, en las aulas donde se cuenta con recursos tecnológicos, su uso se limita a realizar los cálculos indicados.

Por ello, es pertinente analizar cómo se usa la tecnología en la enseñanza de la estadística, por parte de profesores de nivel universitario en México. De allí, los siguientes objetivos.

## 1.1. OBJETIVOS

El objetivo general de nuestro proyecto era analizar la forma en que se incorporan los recursos tecnológicos digitales en la enseñanza de la estadística por parte de profesores mexicanos del nivel universitario. Como primer paso, se buscó identificar las propuestas de enseñanza con tecnología de profesores universitarios de distintas instituciones. Finalmente, como objetivo particular, se llevó a cabo un estudio de caso de una profesora universitaria para analizar su propuesta innovadora de enseñanza de la estadística, con énfasis en la forma en que promueven el desarrollo del pensamiento estadístico. en la que se propicia la interacción de los alumnos con conceptos estadísticos a través del lenguaje de programación R<sup>1</sup>.

## 1.2. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Nuestra pregunta inicial de investigación se enfocaba en cómo es el proceso de integración, a su enseñanza de la estadística, de recursos digitales por profesores mexicanos de nivel universitario. En particular:

- ¿Qué tipo de recursos digitales usan dichos profesores para la enseñanza de la estadística? ¿Cuáles son las consideraciones para su elección?
- ¿Qué papel juegan los recursos digitales en sus propuestas de enseñanza?
- ¿Qué consideran esos profesores que es el aporte de los recursos digitales para promover el desarrollo del pensamiento estadístico?

---

<sup>1</sup> R es un software y lenguaje de programación de uso común en análisis estadístico (ver <https://www.r-project.org>). Se describe en la sección 2.2.1.iv.

Posteriormente, al enfocarnos en el estudio de caso de una profesora que utiliza principalmente R como recurso digital, las preguntas fueron:

- I. ¿Cómo conceptualiza la profesora, la estadística y su enseñanza, al hacer uso de R en su práctica docente?
  - I.i. ¿Cómo influyen las características de R en su enfoque y (re)planteamiento de su propuesta de enseñanza?
  - I.ii. ¿Qué elementos de su enseñanza dan cuenta de las conceptualizaciones de la estadística de la profesora?
- II. ¿Cómo fomenta la profesora el desarrollo, en sus alumnos, del pensamiento (y sentido<sup>2</sup>) estadísticos al utilizar R?
  - II.i.a. ¿Cómo *orquesta su clase* para sacar provecho de R y fomentar el aprendizaje de la estadística?
  - II.i.b. ¿Cómo el diseño de sus *actividades* con R promueve el desarrollo del sentido estadístico?
  - II.i.c. Si su propuesta de enseñanza (actividades y orquestación) se basa en un planteamiento teórico y didáctico definido (i.e., el construccionismo), entonces, ¿cómo se manifiesta el construccionismo en esta?

### 1.3. RESUMEN DE PROCEDIMIENTOS

En un inicio, se realizó una revisión de la literatura a fin de identificar las directrices que han guiado las diferentes propuestas de enseñanza de la estadística, en particular, aquellas que consideran el uso de los recursos tecnológicos como mediadores de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Después se llevó a cabo la investigación en dos fases:

En una fase preliminar, intentamos conocer la situación actual del uso de los recursos tecnológicos digitales por parte de profesores de distintas instituciones de nivel universitario

---

<sup>2</sup> Ver sección 2.1.1.4.

que imparten materias relativas a la Probabilidad y Estadística. Para ello, utilizamos una encuesta para obtener información sobre la forma en que los profesores utilizan los recursos tecnológicos y sus consideraciones al respecto del aporte de dichos recursos en el aprendizaje.

Después de identificar aquellas propuestas de enseñanza en las que se daba un rol central a los recursos tecnológicos, se realizó un estudio de caso de una profesora que sigue una propuesta innovadora, y se estudió la forma en que a través de esa propuesta se favorece el desarrollo del razonamiento estadístico.

Los detalles de la metodología del estudio se dan en el capítulo 4.

## **1.4. MAPA DEL DOCUMENTO**

Se inicia en el siguiente capítulo 2 presentando una discusión acerca de la educación estadística. Luego en el capítulo 3 se presenta un marco conceptual que aborda dos propuestas teóricas: el construccionismo y el enfoque instrumental. Mucha de la información presentada en esos dos capítulos funge como marco teórico de la investigación que se presenta en este documento.

En el capítulo 4 se presenta el panorama de la metodología y diseño de la investigación. En el capítulo 5 se da el análisis del cuestionario diagnóstico. Los capítulos 6 y 7 se centran en el estudio de caso de una profesora. Primero, en el capítulo 6 se describen y analizan sus clases de estadística. Luego, en el capítulo 7, se analiza el diseño sus actividades con R. Finalmente, en el Capítulo 8 se presentan las conclusiones de esta investigación.

# CAPÍTULO 2. ACERCA DE LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA

---

## 2.1. INVESTIGACIONES EN EDUCACIÓN ESTADÍSTICA

La investigación en torno al aprendizaje y la enseñanza de la estadística puede considerarse como una de las ramas más prolíficas en el campo de la Matemática Educativa. Dichas investigaciones versan sobre una gran variedad de conceptos (variación, distribución, análisis de datos, pruebas de hipótesis, simulación, etc.) y han sido desarrolladas por especialistas de diversos campos (e.g., psicólogos, estadísticos, matemáticos educativos); por tanto, existe gran variedad en el tipo de preguntas, las metodologías, los enfoques y los resultados. De este modo, la investigación en Educación Estadística se considera un campo de investigación interdisciplinario (Zieffler et al., 2008).

En una de las investigaciones pioneras, realizada por Tversky y Kahneman (1974), se identificaron los juicios que emiten las personas en presencia del azar. Se observó que tales juicios no consideran el papel del azar y se basan en la experiencia personal, la cual puede ser insuficiente o inadecuada. Otras investigaciones más recientes (e.g. Garfield, 2002; Pfannkuch y Wild, 2004) han corroborado cómo el desconocimiento o la poca comprensión de ciertas ideas estadísticas, llevan a las personas a emitir juicios y tomar decisiones erróneas cuando se enfrentan con situaciones donde está presente el azar (o la incertidumbre debida a la multiplicidad de causas). También se ha encontrado que, aun después de ser instruidas en temas estadísticos, las personas llegan a proceder de manera muy similar a la forma en que lo hacen las personas sin dicha instrucción (Eichler y Zapata-Cardona, 2016; Zimmerman, 2007).

Por lo anterior, varios investigadores han dirigido su atención hacia el conjunto de conocimientos estadísticos y las habilidades requeridas para el adecuado desempeño ante problemáticas del ámbito estocástico (e.g., Ben-Zvi y Garfield, 2004; Biehler y Pratt, 2012). El debate al respecto considera tanto la competencia estadística (*statistical literacy*), como los procesos de pensamiento propios de la estadística, así como las habilidades más específicas o

especializadas del razonamiento estadístico. La competencia estadística es el conjunto de conocimientos y habilidades básicas que se piensan como deseables para cualquier persona, como se profundiza en la siguiente sección.

En la siguiente sección se presentan aspectos teóricos relativos a la competencia, pensamiento, el pensamiento y el razonamiento estadístico; y se discuten algunas propuestas que buscan promover su desarrollo en el ámbito escolar.

### **2.1.1. Cultura, competencia<sup>3</sup>, pensamiento y razonamiento estadístico**

Desde hace varios años investigadores en educación estadística han señalado la necesidad de cambiar el enfoque de la enseñanza de manera que los alumnos adquieran una mejor comprensión tanto de los conceptos estadísticos como de los procedimientos y las ideas subyacentes a estos. Dichos señalamientos hacían referencia al desarrollo de capacidades y tipos de pensamiento específicos de la estadística. Los términos competencia, pensamiento y razonamiento estadístico se han usado para referirse a conjuntos distintos de procesos cognitivos, habilidades y actitudes ligadas a la práctica estadística, los cuales se han planteado como resultados deseables de la enseñanza de esta disciplina.

Aun cuando no se ha logrado un consenso general en las definiciones de dichos términos, las siguientes, propuestas por Ben-Zvi y Garfield (2004), son ampliamente aceptadas:

*Statistical literacy* [cultura o competencia estadística] incluye habilidades básicas e importantes que pueden ser usadas en la comprensión de la información estadística o la búsqueda de resultados. Estas habilidades incluyen ser capaz de organizar datos, construir y presentar tablas, y trabajar en diferentes representaciones de los datos. La competencia estadística también incluye una comprensión de los conceptos, el vocabulario y los símbolos, e incluye una comprensión de la probabilidad como medida de la incertidumbre.

**Razonamiento estadístico** puede ser definido como la forma en la que las personas razonan con ideas estadísticas y le dan sentido a la información estadística. Esto involucra hacer interpretaciones basadas en conjuntos de datos, representaciones de los datos o resúmenes estadísticos de los datos. El razonamiento estadístico puede involucrar conectar un concepto con otro (e.g. centro y dispersión) o puede combinar ideas sobre los datos y el azar. Razonar significa entender y ser capaz de explicar procesos estadísticos y ser capaz de interpretar completamente resultados estadísticos.

---

<sup>3</sup> Ver discusión sobre la traducción e interpretación del término *Statistical Literacy*, en la sección 2.1.1.1.

**Pensamiento estadístico** involucra un entendimiento de por qué y cómo las investigaciones estadísticas son conducidas y las “grandes ideas” que subyacen las investigaciones estadísticas. Estas ideas incluyen la omnipresencia natural de la variación y cuándo y cómo usar apropiadamente métodos de análisis de datos tales como resúmenes estadísticos y presentaciones visuales de los datos. El pensamiento estadístico involucra un entendimiento de la naturaleza del muestreo, cómo hacemos inferencias desde las muestras hacia las poblaciones, y por qué los diseños de experimentos son necesarios para establecer causación. Incluye un entendimiento de cómo los modelos son usados para simular fenómenos aleatorios, cómo los datos son producidos para estimar probabilidades y cómo, cuándo y por qué existen herramientas inferenciales que pueden ser usadas para ayudar en un proceso investigativo. El pensamiento estadístico también incluye ser capaz de entender y utilizar el contexto de un problema para formar investigaciones y obtener conclusiones; y reconocer y entender el proceso entero (desde el planteamiento de preguntas hasta la recolección de datos, la elección de análisis, la prueba de suposiciones, etc.) Finalmente, los pensadores estadísticos son capaces de criticar y evaluar resultados de un problema resuelto o un estudio estadístico.

(Ben-Zvi y Garfield, 2004, p. 7)<sup>4</sup>

Cabe señalar que Batanero (2013) proponen *sentido estadístico* como término que comprende desde la competencia, hasta el pensamiento estadístico.

Las secciones siguientes presentan las propuestas relacionadas con cada término, siguiendo las ideas de los autores que han iniciado y continuado las investigaciones para definir y clarificar estas ideas.

#### **2.1.1.1. Cultura o competencia estadística (*statistical literacy*)**

Una razón por la cual se plantea el estudio de la estadística desde la enseñanza básica tiene que ver con la expectativa de que cuando los alumnos se conviertan en ciudadanos será necesario que posean un mínimo de habilidades matemáticas, de entre las cuales está la capacidad de consumir y/o generar información estadística (Gal, 2005). Esto es lo que en inglés se conoce como *statistical literacy*, o sea “alfabetismo”, cultura o competencia estadísticas.

---

<sup>4</sup> Mi traducción del inglés

Según Gal (2005), el concepto de *statistical literacy* se refiere “a la capacidad para interpretar, evaluar críticamente y, cuando sea pertinente, expresar sus opiniones respecto a información estadística, argumentos relacionados con datos, o fenómenos estocásticos” (p. 49)<sup>5</sup>.

Otras definiciones de *statistical literacy* propuestas por diversos autores, tienen consideraciones similares. Por ejemplo, Wallman (1993, p. 1) propone que:

*Statistical literacy* es la habilidad de entender y evaluar críticamente resultados estadísticos que permean en nuestra vida diaria —junto con la habilidad de apreciar la contribución que el pensamiento estadístico puede hacer en las decisiones públicas y privadas, profesionales y personales.<sup>6</sup>

Este término de *statistical literacy* se ha traducido de diferentes maneras. En la literatura española se ha traducido como “cultura estadística” haciendo referencia a que la estadística se considera parte de la herencia cultural de un ciudadano educado (Batanero, 2002). De hecho, también en su artículo en inglés, Ottaviani (1998) relaciona el término *literacy* con el de cultura estadística.

Por otro lado, Sánchez y Hoyos (2013) consideran que el término “competencia estadística” puede resultar más adecuado como traducción del término en inglés *statistical literacy*, debido a las características que lo describen. Estos autores señalan que la propuesta del currículo por competencias para la enseñanza de la estadística es afín a las propuestas de varios investigadores en educación estadística: por ejemplo, la enseñanza de la estadística a través de proyectos (Batanero y Díaz, 2011) y el énfasis en las ideas estadísticas fundamentales (Burrill y Biehler, 2011). Además, Sánchez y Hoyos (2013) indican que las definiciones del término “competencia” hacen referencia a la relación entre los conocimientos, las habilidades y las actitudes que se consideran como resultados deseables de un proceso educativo. De acuerdo con lo planteado por Sánchez y Hoyos, en este documento utilizaremos el término “competencia estadística” como traducción de *statistical literacy*.

La relación entre los conocimientos, las habilidades y las actitudes también está presente en trabajo de Gal (2004). Este autor propone un modelo para caracterizar la competencia

---

<sup>5</sup> Mi traducción del inglés

<sup>6</sup> Mi traducción del inglés



estadística que considera tanto elementos de conocimiento como elementos de disposición, requeridos por las personas para actuar como “consumidores de datos” en contextos de lectura (en los que la persona se encuentra con información estadística producida por otros). Es importante mencionar que este autor distingue entre contextos de lectura y contextos de cuestionamiento (en los que la persona usa la estadística para producir y analizar datos que ayuden a responder a una problemática dada) ya que demandan distintos conocimientos y habilidades de las personas.

**Tabla 2.1 Modelo de competencia estadística de Gal (2004)**

Competencia estadística	Elementos de conocimiento	Habilidades alfabéticas Conocimiento estadístico Conocimiento matemático Conocimiento del contexto Preguntas críticas
	Elementos de disposición	Creencias y actitudes Actitud crítica

Los elementos de conocimiento considerados por este autor comprenden:

**Habilidades alfabéticas:** La comprensión e interpretación de mensajes estadísticos requiere, en primer lugar, que las personas sean capaces de procesar la información proveniente de textos, gráficas, diagramas y tablas.

**Conocimiento estadístico:** Aunque Gal (2004) reconoce que aquellos conocimientos que pueden llegar a considerarse como base para la competencia estadística dependen del contexto cultural en el que se desarrolla la persona, este autor distingue cinco partes de dicha base:

1. Entender por qué los datos son necesarios y cómo pueden producirse
2. Familiaridad con los términos e ideas básicos relativos a la estadística descriptiva
3. Familiaridad con los términos e ideas básicos relativos a gráficas y arreglos tabulares
4. Comprensión de las nociones básicas de probabilidad
5. Saber cómo se alcanza una conclusión o inferencia estadísticamente

**Conocimiento matemático:** Se refiere a la comprensión necesaria de la base matemática subyacente en distintos conceptos estadísticos (por ejemplo, porcentajes, razones, promedio). Los alumnos requieren de habilidades numéricas que les permitan interpretar correctamente los valores contenidos en reportes estadísticos; además de cierta familiaridad con los procedimientos y cálculos que sustentan los procesos estadísticos.

**Conocimiento del contexto:** La validación de los procedimientos seguidos, así como la identificación de fuentes de variación y/o error, dependen de la familiaridad que se tenga con el contexto. Por lo tanto, es necesario cierto conocimiento del contexto, a fin de interpretar y evaluar los resultados y argumentos obtenidos estadísticamente.

**Preguntas críticas:** Para evaluar críticamente los mensajes estadísticos y los juicios que de ellos se derivan, este autor propone una lista de preguntas que deben considerarse. Dichas preguntas abarcan aspectos relativos a la naturaleza y credibilidad de la evidencia y a la correspondencia entre los procedimientos, así como los datos y las conclusiones propuestas a partir de ellos.

Por otro lado, los **elementos disposicionales** abarcan las creencias y actitudes, relativas a la estadística y a los contextos en los que se utiliza, y la actitud crítica necesaria para evaluar los mensajes estadísticos, evitando que se acepten como verdades por la apariencia formal del proceso del que se derivan.

Este autor afirma que la apreciación del poder de los procesos estadísticos mejora la capacidad de obtener conclusiones válidas estadísticamente. Sin embargo, mantener una actitud crítica ante los mensajes estadísticos depende de la forma en que los usuarios de la estadística pongan en juego sus bases de conocimiento (matemático, estadístico, del contexto).

Ya que el concepto de competencia estadística señala el rol de factores no estadísticos y la variedad de situaciones donde se requiere el conocimiento estadístico, debemos pensar en qué implicaciones tiene dicho concepto en la enseñanza.

El desarrollo de la competencia estadística es considerado como parte de los objetivos de la *Guía para la Evaluación y la Instrucción en Educación Estadística* (GAISE, por sus siglas en inglés – GAISE College Report, ASA Revision Committee, 2016) en los Estados Unidos. Los reportes GAISE constituyen un marco curricular propicio para el desarrollo de la competencia

estadística (Sánchez y Hoyos, 2013). Entre otras cosas se propone que, como consecuencia de la instrucción, los estudiantes sean capaces de:

1. Convertirse en *consumidores críticos* de resultados obtenidos estadísticamente que se reportan en medios populares, reconociendo si son consecuencia lógica del estudio y el análisis que se llevó a cabo.
2. Reconocer interrogantes para las cuales el *proceso investigativo* en estadística podría ser útil y contestar preguntas usando el proceso investigativo.
3. Producir *representaciones gráficas y resúmenes numéricos*, e interpretar qué revelan o no.
4. Reconocer y explicar el rol central de la *variabilidad* en el campo de la estadística.
5. Reconocer y explicar el rol central de la *aleatoriedad* en el diseño de estudios y en la obtención de conclusiones.
6. Adquirir experiencia en cómo se usan los *modelos estadísticos*, incluyendo los modelos multivariados.
7. Demostrar entendimiento de, y habilidad para usar, las ideas básicas de la *inferencia estadística*, tanto las pruebas de hipótesis y la estimación de intervalos, en una variedad de escenarios.
8. Interpretar y extraer conclusiones de las salidas (*outputs*) estándar de *softwares estadísticos*.
9. Demostrar conciencia de *aspectos éticos* asociados con una buena práctica estadística

(Revision Committee, 2016, p. 8)<sup>7</sup>

Para lograr tales objetivos, en el reporte GAISE de 2016 se propone hacer énfasis en la solución de problemas estadísticos a través de la indagación estadística, en lugar de mostrar una variedad de herramientas y procedimientos estadísticos aislados. De hecho, la primera de las recomendaciones de dicho reporte es la de desarrollar el pensamiento estadístico. La

---

<sup>7</sup> Cursivas en el documento original.

metáfora de diferenciar entre enseñar a alguien a cocinar y enseñarle a seguir recetas es útil para entender esta propuesta.

### **2.1.1.2. Pensamiento estadístico**

Ya que algunas de las propuestas surgidas en la década de los 90 sugerían que la enseñanza de la estadística debería conducir a los alumnos a “pensar estadísticamente”, Wild y Pfannkuch (1999) se dieron a la tarea de desglosar los procesos de pensamiento involucrados en la resolución de problemas estadísticos.

A través de entrevistas con estudiantes y profesionales de este campo, y de la revisión de escritos de estadísticos y de educadores estadísticos, estos autores identificaron ciertos procesos asociados al pensamiento estadístico, a partir de los cuales propusieron un marco de referencia para patrones de pensamiento involucrados en la indagación basada en datos.

En dicho estudio, Wild y Pfannkuch (1999) identificaron cuatro dimensiones de la indagación empírica: el ciclo investigativo, los tipos de pensamiento, el ciclo interrogativo y las predisposiciones. Estas dimensiones del pensamiento estadístico no tienen jerarquía, ni linealidad.

Un pensador puede caracterizarse como estando en la etapa de planeación del ciclo investigativo (Dimensión 1), lidiando con algún aspecto de la variación en la Dimensión 2 (tipos de pensamiento) al criticar un plan tentativo en la Dimensión 3 (ciclo interrogativo), conducido por el escepticismo en la Dimensión 4 (disposiciones)

(Pfannkuch y Wild, 2004, p. 41)

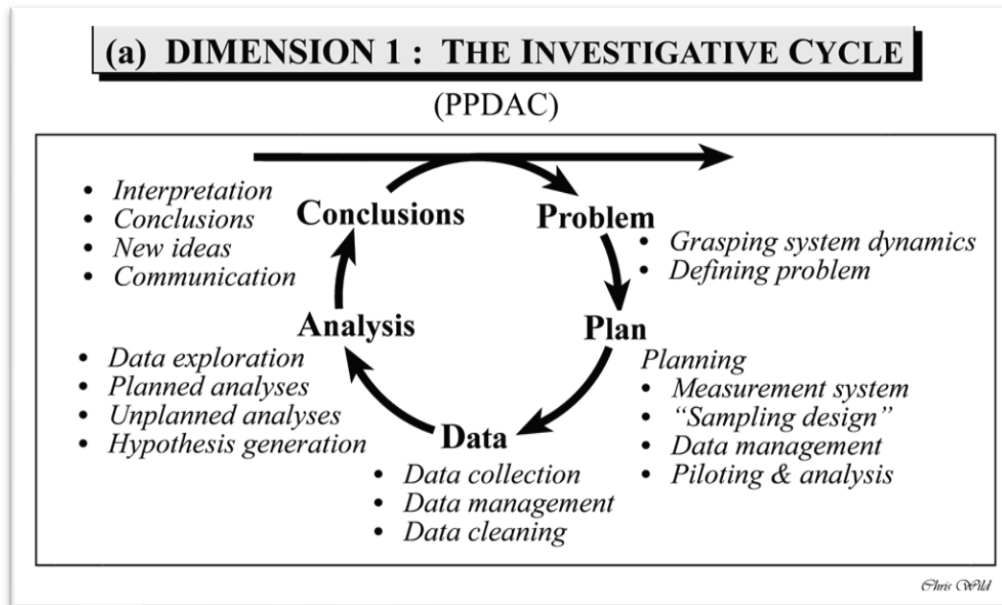
#### ***i. El ciclo investigativo***

El ciclo investigativo (ver Figura 2.1) se refiere a las principales acciones que se llevan a cabo cuando se desarrolla una investigación: La definición y comprensión del problema, la planeación de los procedimientos para llevar a cabo el estudio, la recolección y procesamiento de los datos, el análisis de los mismos para el planteamiento de las conclusiones. El ciclo

---

<sup>8</sup> Mi traducción del inglés

definido por estas acciones puede reiniciarse dependiendo de las conclusiones a las que se lleguen o bien puede ser repetido como sub-ciclo en alguna de las etapas del ciclo inicial.



**Figura 2.1 Dimensión 1: El ciclo investigativo.**

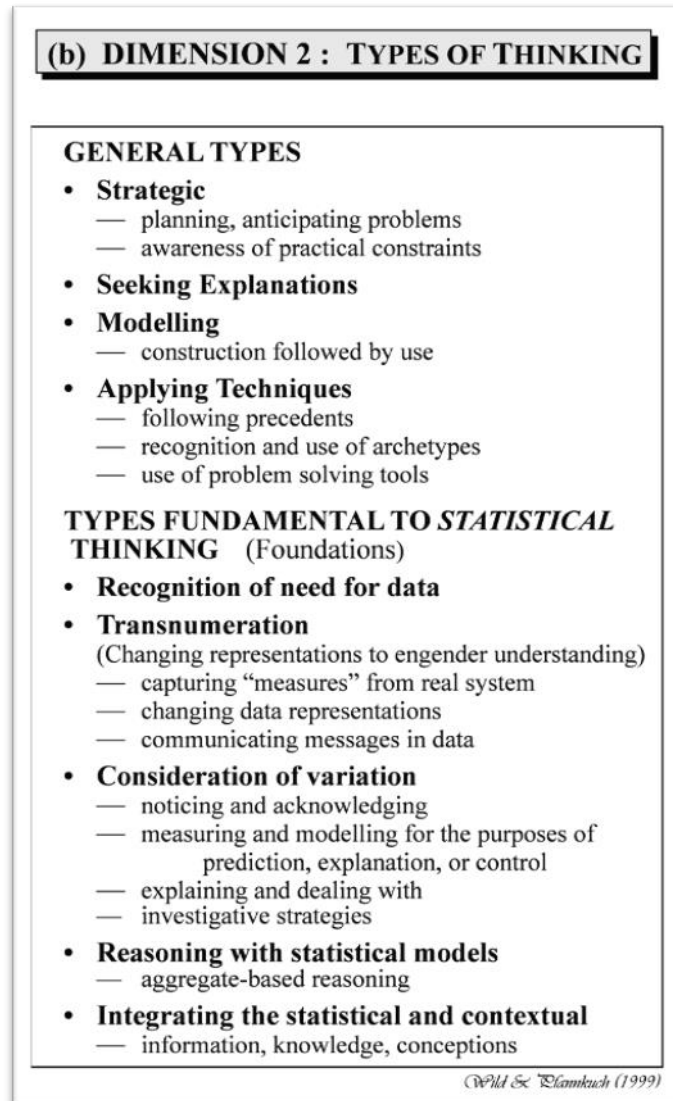
Fuente: <https://www.stat.auckland.ac.nz/~wild/StatThink/>

### ii. Tipos de pensamiento fundamentales

Los tipos de pensamiento (ver Figura 2.2) se distinguen entre aquellos que son generales, presentes en la resolución de problemas, y los que son inherentes al pensamiento estadístico. El pensamiento estratégico, la modelación y la aplicación de estrategias son algunos de los tipos más generales de pensamiento asociados a la indagación empírica.

Los tipos de pensamiento fundamentales para la estadística comprenden:

- ✓ Reconocimiento de la necesidad de datos
- ✓ Transnumeración
- ✓ Consideración de la variación
- ✓ Razonamiento con modelos estadísticos
- ✓ Integración de la estadística y el contexto



**Figura 2.2 Dimensión 2: Tipos de pensamiento.**  
Tomado de <https://www.stat.auckland.ac.nz/~wild/StatThink/>

En el procesamiento de los datos se da la *transnumeración*, la cual ocurre al utilizar diferentes formas de representar esos datos (e.g., mediante tablas, gráficos, resúmenes estadísticos); al obtener comprensión de las cualidades o características de la situación modelada transformando las formas de representar los datos; y al comunicar el significado de los datos, de forma comprensible para otros, en términos de la situación real.

La *variación* y la *variabilidad*<sup>9</sup> son producto del azar, y son inherentes al tipo de situaciones abordadas en estadística, lo cual las distingue de las situaciones deterministas abordadas en matemáticas. La *variación* se refiere al hecho de que los valores de un conjunto de datos varían. El papel que juega la *variación* en los modelos estadísticos requiere que los usuarios de la estadística comprendan cómo surge y se refleja en los datos, además de ser capaces de cuantificarla con el propósito de predecir, explicar o controlarla. Cobb (1992, citado en Garfield y Ben-Zvi, 2008) indica que la *variabilidad* es la esencia de la estadística. Si bien dicha *variabilidad* es impredecible, la estadística se encarga de modelarla, describirla y cuantificarla.

La estadística brinda una aproximación al mundo real a través de *modelos*. Dichos modelos comprenden desde herramientas básicas como las gráficas, ya que por medio de éstas se pueden resumir los datos y encontrar patrones que nos permiten entender la realidad. Es entonces que el pensamiento estadístico requiere de entender el trabajo estadístico en términos de sus modelos.

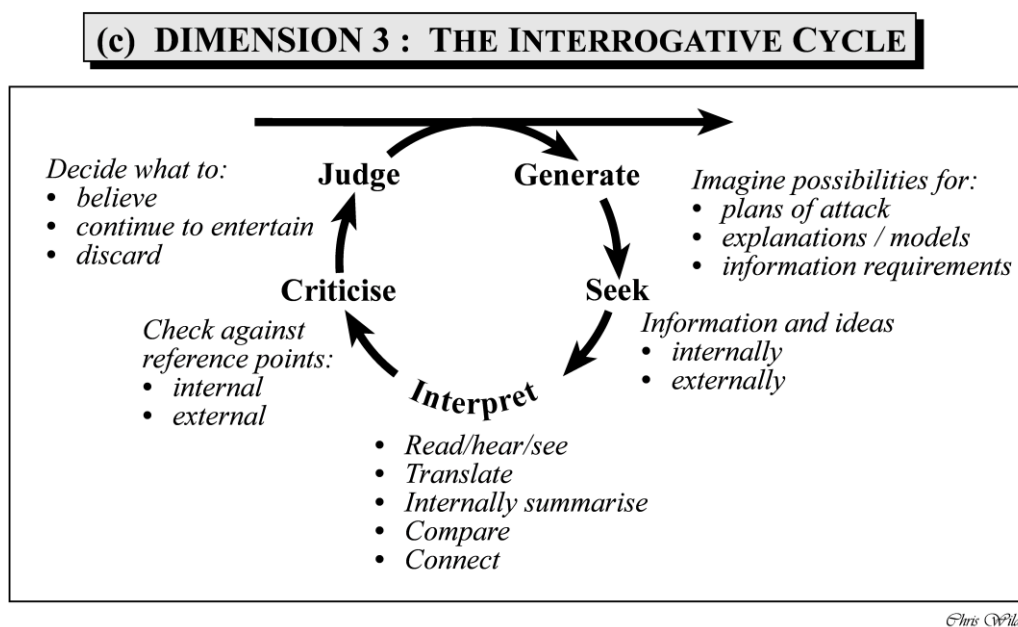
Por último, y tomando en consideración los tipos de pensamiento anteriores, se puede ver que un elemento fundamental del pensamiento estadístico es la *integración de la estadística y el contexto*. La interacción entre las esferas del análisis estadístico y del contexto, de información y resultados, ocurre en distintas etapas de los ciclos de indagación. Por ejemplo, al principio es necesario considerar la información dada por el contexto para elegir los procedimientos estadísticos pertinentes; y, al obtener ciertos resultados estadísticos, es posible interpretar, a través de ellos, determinada información del contexto que ayudará a dar respuesta a la situación que se trate.

---

<sup>9</sup> Algunos autores distinguen entre los términos *variabilidad* y *variación*: Por ejemplo, Burrill (2014) señala que *variabilidad* se refiere al fenómeno general de cambio, mientras que *variación* se refiere al efecto total del cambio. Por otro lado, Reading y Shaughnessy (2004, citados en Garfield y Ben-Zvi, 2008) indican que la *variabilidad* es una característica de la entidad que es observable y la *variación* hace referencia a la descripción o medida de esa característica.

### iii. El ciclo interrogativo

El ciclo interrogativo (ver Figura 2.3) se refiere a procesos de pensamiento relacionados con la resolución de problemas estadísticos. Los componentes del ciclo interrogativo incluyen: generación (de planes, información, explicaciones), búsqueda (de información, ideas), interpretación y crítica (de los resultados de la búsqueda), juicio (del resultado de la crítica en términos de la fiabilidad, viabilidad, utilidad). Ya que es posible que se juzgue necesario iniciar un nuevo ciclo interrogativo, se considera que éste es recursivo y que conlleva al refinamiento y encapsulamiento de ideas.



**Figura 2.3 Dimensión 3: El ciclo interrogativo.**  
Tomado de <https://www.stat.auckland.ac.nz/~wild/StatThink/>

### iv. Las disposiciones

Entre las disposiciones (ver Figura 2.4) que Wild y Pfannkuch (1999) consideran de influencia para desatar u obstaculizar el pensamiento estadístico se encuentran: escepticismo, imaginación, curiosidad y conciencia, mentalidad abierta, propensión a la interpretación, lógica, compromiso y perseverancia. Al respecto Gal (2005) indica que las disposiciones juegan un rol fundamental en las formas de pensar y actuar en situaciones relacionadas con el incierto y el azar, fuera y dentro del aula.



**(d) DIMENSION 4 : DISPOSITIONS**

- **Scepticism**
- **Imagination**
- **Curiosity and awareness**  
— observant, noticing
- **Openness**  
— to ideas that challenge preconceptions
- **A propensity to seek deeper meaning**
- **Being Logical**
- **Engagement**
- **Perseverance**

*Wild & Falkner (1999)*

**Figura 2.4 Dimensión 4: Disposiciones.**  
Tomado de <https://www.stat.auckland.ac.nz/~wild/StatThink/>

**2.1.1.3. Razonamiento estadístico**

Como ha sido señalado por autores como delMas (2004), la estadística conlleva un modo de razonamiento particular, distinto al razonamiento matemático. Por lo tanto, el manejo adecuado de las ideas estadísticas fundamentales requiere del desarrollo de habilidades de pensamiento propias del quehacer estadístico.

Garfield (2002) define el razonamiento estadístico como:

La forma en que las personas razonan con ideas estadísticas y dan sentido a la información estadística. Involucra hacer interpretaciones basadas en conjuntos de datos, representaciones gráficas y resúmenes estadísticos... Combina ideas sobre datos y azar, las cuales llevan a hacer inferencias y a interpretar los resultados estadísticos.<sup>10</sup>

(Garfield, 2002, p. 1)

Garfield (2002) llevó a cabo una revisión de la literatura sobre razonamiento estadístico en la cual encontró que distintas investigaciones se centran en concepciones erróneas y tipos de razonamiento estadístico incorrectos que están presentes en las personas, como los trabajos de Tversky y Kahneman (1974) mencionados anteriormente (ver sección 2.1). Otro tipo de

<sup>10</sup> Mi traducción del inglés

investigaciones sobre razonamiento estadístico, según Garfield, exploran propuestas para su enseñanza y/o evaluación en relación con contenido estadístico específico. Las habilidades de razonamiento mencionadas por Garfield (2002) son:

**Razonamiento sobre datos:** Reconocer y categorizar datos como cuantitativos o cualitativos, discretos o continuos; y conocer por qué el tipo de dato lleva a un particular tipo de tabla, gráfica o medida estadística.

**Razonamiento sobre representación de los datos:** Entender la forma en la cual una gráfica busca representar una muestra, entender cómo las gráficas pueden ser modificadas para representar mejor un conjunto de datos, ser capaz de ver más allá de artefactos aleatorios en una distribución para reconocer las características generales tales como la forma, el centro y la dispersión.

**Razonamiento sobre medidas estadísticas:** Entender por qué las medidas de centro, dispersión y posición nos dicen diferentes cosas sobre un conjunto de datos; saber cuáles son mejores para usar bajo diferentes condiciones, y por qué representan o no representan un conjunto de datos; saber por qué el uso de resúmenes [estadísticos] para predicciones es más preciso para muestras grandes que para muestras pequeñas; saber por qué un buen resumen de los datos incluye una medida de centro así como una medida de dispersión y por qué resúmenes de centro y dispersión pueden ser útiles para comparar conjuntos de datos.

**Razonamiento sobre incertidumbre:** Usar correctamente ideas de aleatoriedad, azar y verosimilitud para generar juicios sobre eventos inciertos, saber por qué no todos los resultados son igualmente probables, saber cuándo y por qué la posibilidad de diferentes eventos puede ser determinada usando diferentes métodos (tales como un diagrama de árbol de probabilidad, una simulación usando monedas o un programa computacional)

**Razonamiento sobre muestras:** Saber cómo las muestras están relacionadas a la población y qué puede ser inferido desde una muestra, saber por qué una muestra bien elegida puede representar más precisamente a la población y por qué hay formas de elegir una muestra que la hacen no representativa de la población; saber ser escéptico de inferencias obtenidas usando muestras pequeñas o sesgadas.

**Razonamiento sobre asociación:** Saber cómo juzgar e interpretar una relación entre dos variables, saber cómo examinar e interpretar una tabla de doble entrada o un diagrama de dispersión cuando se considera una relación bivariada, saber por qué una fuerte correlación entre dos variables no significa que una sea causa de la otra.<sup>11</sup>

(Garfield, 2002, p. 5)

Esta autora añade que no hay consenso en la forma en que los investigadores entienden el término razonamiento estadístico. Más aún, el término razonamiento estadístico ha sido, en ocasiones, usado indistintamente del término pensamiento estadístico (e.g., Batanero et al.

---

<sup>11</sup> Mi traducción del inglés

(2013)). De hecho, delMas (2004) señala que ambos tipos de actividad mental pueden estar presentes y no ser distinguibles al trabajar en alguna tarea estadística. Sin embargo, delMas intenta diferenciar ambos términos; para ello utiliza la definición de “razonamiento” propuesta por Galotti (1989, citado en delMas, 2004), donde se indica que

razonar involucra actividad mental que transforma la información dada, se centra en al menos un objetivo (típicamente para hacer una inferencia u obtener una conclusión), es consistente con las premisas iniciales (modificadas o no modificadas), y es consistente con sistemas lógicos cuando todas las premisas están especificadas<sup>12</sup>

(Galotti, 1989, citado en delMas, 2004, p. 80)

Así, delMas (2004) propone que es posible distinguir entre pensamiento y razonamiento estadístico dependiendo de la naturaleza de la tarea en que se involucre un individuo:

...una persona que sabe cuándo y cómo aplicar conocimientos y procedimientos estadísticos demuestra pensamiento estadístico. En contraste, una persona que puede explicar por qué los resultados fueron producidos o por qué una conclusión es justificada demuestra razonamiento estadístico<sup>13</sup>. (delMas, 2004, p. 80)

Para este autor, una persona muestra razonamiento estadístico cuando:

- Puede explicar por qué se espera o por qué ocurre un resultado particular
- Puede explicar por qué es apropiado seleccionar un modelo o representación en particular
- Pone a prueba un modelo seleccionado para ver si ajusta de forma razonable a un contexto específico

#### **2.1.1.4. El sentido estadístico**

Considerando la especificidad de los métodos y modos de razonamiento estadísticos, Batanero, Díaz, Contreras y Roa (2013) proponen una caracterización del *sentido estadístico*; lo hacen de manera análoga a como algunas investigaciones en el campo de la matemática educativa (MEC, 2006, citado en Batanero et al., 2013) hacen referencia al “sentido numérico” –el cual caracteriza las formas de razonamiento y las competencias asociadas a la comprensión

---

<sup>12</sup> Mi traducción del inglés.

<sup>13</sup> Mi traducción del inglés.

y manejo adecuado de las operaciones y relaciones numéricas. Batanero et al. (2013) plantean que el sentido estadístico puede concebirse como la unión entre la cultura y el razonamiento<sup>14</sup> estadístico (ver secciones 2.1.1.1 y 2.1.1.2). Proponen que la enseñanza de la estadística debe poner énfasis en que los alumnos desarrollen su sentido estadístico. Desde su perspectiva, lo anterior puede lograrse a través del trabajo con proyectos, de modo que se dé a los alumnos la oportunidad de involucrarse en las diferentes fases del ciclo de investigación estadística y así comprender las ideas estadísticas fundamentales.

Batanero et al. (2013) retoman el trabajo de Burrill y Biehler (2011) quienes, basados en las directrices propuestas por el reporte GAISE (GAISE College Report, ASA Revision Committee, 2016), pusieron de relieve la importancia de estas ideas en la comprensión de los procesos estadísticos. De acuerdo a Burrill y Biehler (2011), las ideas estadísticas fundamentales son parte inherente de las situaciones en que la estadística ofrece herramientas de solución. Sintetizando los trabajos de esos autores y de Batanero et al. (2013), las ideas fundamentales de la estadística son:

1. **Datos:** El objeto de la estadística es el razonamiento a partir de los datos, subrayando la importancia del contexto y la variabilidad intrínseca. Deben considerarse los tipos de datos, las formas de recolectarlos, medirlos y organizarlos.
2. **Variabilidad aleatoria:** Identificar y medir la variabilidad es parte importante de los modelos estadísticos, como, por ejemplo, en el estudio de los residuos además del modelo. Los estudiantes deben percibir la variabilidad y manejar modelos que la expliquen, controlen y predigan.
3. **Distribución:** Incluye las nociones a través de las cuales se describen las distribuciones (tendencia, dispersión, variable aleatoria, parámetros). Implica conectar los datos (distribución), la población (distribución de probabilidad) y las posibles muestras (distribución muestral).

---

<sup>14</sup> En este caso, “razonamiento estadístico” se refiere a “pensamiento estadístico”. Batanero et al. (2013) utilizan ambos términos como sinónimos, ya que hace mención del modelo de pensamiento estadístico establecido por Wild y Pfannkuch (1999). En adelante se mantendrá el uso del término razonamiento para ser consistentes con las expresiones de Batanero et al. (2013).

4. **Representación:** Incluye los diferentes tipos de representaciones que ayudan a la organización, descripción y análisis de los datos. Tales representaciones ayudan a revelar historias en los datos a través de la **transnumeración**, la cual consiste en obtener nueva información de un conjunto de datos al cambiar la forma de representación.
5. **Asociación y correlación:** Considera la naturaleza de las relaciones entre las variables estadísticas, de modo que el concepto de dependencia funcional implica que a cada valor de la variable independiente le corresponde una distribución de valores de la variable dependiente. Por ello, las afirmaciones al respecto de la asociación y correlación entre variables debe fundamentarse en resultados estadísticos.
6. **Probabilidad:** Los modelos aleatorios estudiados por la probabilidad sirven de base para el trabajo estadístico.
7. **Muestreo e inferencia:** Incluye la relación entre las muestras y la población, decidir qué información es válida dependiendo de la forma en que se recolectaron los datos y la obtención de conclusiones con cierto grado de incertidumbre (Batanero et al., 2013; Burrill y Biehler, 2011).

Batanero et al. (2013) consideran que parte de la cultura estadística recae en la comprensión adecuada de las ideas fundamentales de la estadística. El trabajo de Garfield y Ben-Zvi (2008) también apunta hacia la promoción del razonamiento estadístico en la enseñanza y toma como base el desarrollo de nueve ideas estadísticas centrales (algunas similares a las enumeradas en los párrafos anteriores): datos, distribución, variabilidad, centro, modelos estadísticos, aleatoriedad, covariación, muestreo e inferencia estadística. Tanto en el trabajo de Batanero et al. (2013), como en el de Garfield y Ben-Zvi (2008), las ideas estadísticas consideradas sirven como una guía para dirigir la instrucción, de modo que estas ideas se pongan en juego a lo largo de los distintos proyectos llevados a cabo en el aula, no tanto como una propuesta de contenidos a abordar. Al respecto Garfield (2002) indica que subyacente al razonamiento estadístico está un entendimiento conceptual de ideas importantes tales como distribución, centro, dispersión, asociación, incertidumbre, aleatoriedad y muestreo.

### 2.1.1.5. Relación entre Cultura, Pensamiento y Razonamiento Estadístico

Como indica delMas (2002), la cultura, el pensamiento y el razonamiento estadístico se refieren a objetivos centrales de la instrucción en esta disciplina. Es frecuente que los investigadores en educación estadística consideren que, al finalizar la instrucción correspondiente, los alumnos puedan ser considerados estadísticamente competentes, usen razonamientos estadísticos adecuados y adquieran el modo de pensamiento requerido en estadística (Garfield, 2002).

delMas (2002) también señala que hay cierta superposición en los componentes que definen el razonamiento, el pensamiento y la cultura estadística. De modo que, por medio de evaluaciones es difícil distinguir los resultados cognitivos que den cuenta de que se ha logrado uno de estos objetivos de instrucción.

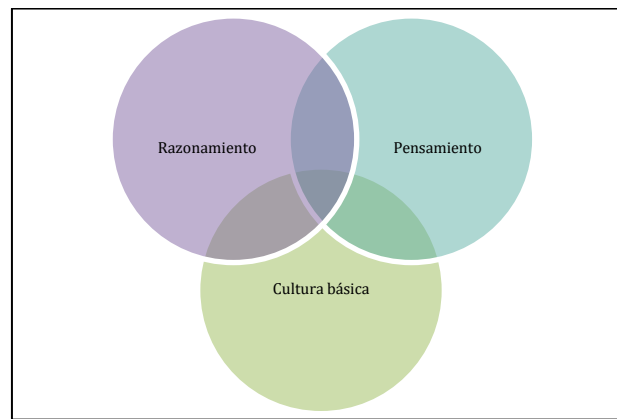
Por ejemplo, Rumsey provee sugerencias útiles de cómo podemos evaluar la concientización de un estudiante [sobre el rol] de los datos. En su descripción sugiere que saber cómo los datos se usan para tomar decisiones demuestra una toma de consciencia por parte del estudiante [sobre el rol] de los datos y, por tanto, un nivel de cultura estadística. Saber cómo usar datos implica una comprensión de los contextos para los cuales diferentes tipos de datos son útiles y los tipos de decisiones que son garantizadas. Si éste es el caso, saber cómo los datos son usados parece encajar bien con la definición de pensamiento estadístico de Chance, saber cómo comportarse como un estadístico. Asimismo, parece que un estudiante que demuestra consciencia de los datos también demuestra razonamiento estadístico, ya que el estudiante está razonando con ideas estadísticas y dando significado a la información estadística.<sup>15</sup>

(delMas, 2002, p. 3)

Este autor propone una representación por medio de un Diagrama de Venn (ver Figura 2.5), de la relación entre los dominios de la cultura, el pensamiento y el razonamiento estadístico. En ella se destaca el hecho de que existen elementos pertenecientes a más de un dominio, por lo que la instrucción y la evaluación pueden ayudar a desarrollar habilidades que se encuentran en alguna de las regiones de intersección entre dichos dominios.

---

<sup>15</sup> Mi traducción del inglés.



**Figura 2.5 Resultados de la educación estadística: Dominios independientes con alguna superposición. [Tomada de del Mas, 2002, p. 4]**

## 2.2. RECURSOS DIGITALES EN LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA

Es innegable que el uso de la tecnología ha tenido un gran impacto en distintas áreas relativas a la actividad humana. Las comunicaciones, los negocios, la medicina, por mencionar algunas, se han favorecido y potenciado enormemente gracias a la tecnología. El uso de la tecnología como medio para la colaboración y la generación de conocimiento ha tenido un impacto especial en el campo de la estadística y su enseñanza.

El desarrollo de la tecnología ha facilitado, por un lado, formas de exploración y explotación de los datos que, a su vez, han promovido el planeamiento, prueba y desarrollo de nuevos métodos estadísticos. Estos métodos han impactado los métodos de investigación estadística, lo cual ha generado nuevas necesidades tecnológicas y, con ello, se contribuye al desarrollo mismo de la tecnología vinculada a esta área de conocimiento (Biehler, 1993). Por otro lado, y de manera análoga, la inclusión de la tecnología en las aulas ha generado un replanteamiento de los elementos relativos a los procesos de enseñanza-aprendizaje (currículo, propuestas pedagógicas, roles de los participantes) y, como consecuencia, se ha promovido el desarrollo de herramientas tecnológicas adecuadas a las necesidades educativas, incluyendo la educación estadística.

La capacidad, precisión, disponibilidad e inmediatez de las herramientas tecnológicas actuales hacen que dichas herramientas puedan ser aprovechadas mejor en el aula para potenciar la enseñanza y el aprendizaje de la estadística. De hecho, parece claro que “la revolución tecnológica ha tenido gran

impacto en la enseñanza de la estadística, quizá más que en muchas otras disciplinas”<sup>16</sup> (Chance et al., 2007, p. 1).

Varios investigadores (Chance et al., 2007; Konold y Kazak, 2008; Mascaró et al., 2014), coinciden en que el uso de recursos digitales, más que ampliar la posibilidad de efectuar cálculos de forma, automática, rápida y precisa, permiten que los alumnos desarrollen la capacidad de análisis y, por tanto, la comprensión de los conceptos. Al respecto, en el reporte GAISE (2016) se indica que “sin importar las herramientas [tecnológicas] usadas, es importante ver el uso de la tecnología no sólo como una forma de generar resultados estadísticos sino como un medio para explorar las ideas conceptuales y mejorar el aprendizaje de los estudiantes”<sup>17</sup> (p. 19).

Por su parte, Batanero (2019) indica que el uso de recursos digitales favorece el estudio de la estadística desde los niveles educativos básicos, permitiendo variar la profundidad a la que se presenta cada concepto. Esta autora señala que la incorporación de tecnologías para realizar simulaciones puede cambiar el enfoque de la enseñanza, por un lado, disminuyendo el nivel de dominio algebraico y de cálculo requerido para ciertos temas; y por otro lado facilitando la comprensión de los conceptos, a través de la experimentación. Lo anterior posibilita cambiar el énfasis en el uso de fórmulas y procedimientos preestablecidos, promoviendo la interacción del alumno con problemáticas estadísticas auténticas.

Así, el uso de herramientas tecnológicas provee a los alumnos un medio para explorar, analizar, conjeturar, contrastar y refinar sus ideas al respecto de los conceptos estadísticos. Al respecto, Biehler (1997, 2019) indica que con el fin de facilitar el hacer y el aprender estadística, la evaluación y el desarrollo de software debe guiarse por ciertos requerimientos. Según este autor y sus colegas, al usar una herramienta, el estudiante debe poder: (1) practicar el análisis, gráfico y numérico, de datos, así como adoptar un estilo de trabajo exploratorio; (2) construir modelos para realizar experimentos aleatorios y simulaciones; (3) participar en la investigación estadística, es decir, en la construcción, comparación y análisis de los métodos estadísticos; (4) usar, crear y modificar “micromundos” incluidos en el software para la exploración de conceptos estadísticos (Biehler et al., 2013).

Las necesidades enlistadas se relacionan con requerimientos del software, el cual debe, según Biehler (1997, 2019): (1) soportar la recolección, interacción y modificación de los resultados gráficos y numéricos; (2) proveer una herramienta de simulación acorde tanto a las necesidades de cursos

---

<sup>16</sup> Mi traducción del inglés

<sup>17</sup> Mi traducción del inglés



introdutorios, de forma simple, como a las nociones elementales de modelado y simulación; (3) permitir la construcción y análisis de nuevas herramientas y métodos; (4) funcionar como una meta-herramienta que permita la construcción de micromundos.

### **2.2.1. Tipos de recursos**

Cada uno de los recursos tecnológicos actuales ofrece diferentes posibilidades de uso en el aula para la enseñanza de la estadística. Las ventajas que tiene su uso incluyen la capacidad de trabajar con conjuntos de datos muy grandes, la facilidad de realizar cálculos de forma rápida y precisa, las posibilidades de visualización y simulación, pero sobre todo la posibilidad de plantear, explorar y comprobar hipótesis sobre los efectos de la variación, el papel del azar, el tamaño de una muestra, etc.

Entre los distintos tipos de recursos disponibles actualmente se encuentran:

- paquetes estadísticos,
- software educativo para estadística,
- hojas de cálculo,
- lenguajes y/o ambientes de programación computacional,
- calculadoras gráficas,
- applets interactivos para estadística,
- otros juegos, ambientes virtuales y materiales multimedia,
- otros recursos web y repositorios de datos y materiales.

A continuación, se describen algunos de estos tipos de herramientas.

#### *i. Softwares o paquetes estadísticos*

Los softwares estadísticos han sido diseñados para satisfacer las necesidades de manejo de datos, cálculo y graficación para el desarrollo de análisis estadísticos. Hay una gran cantidad

de opciones, entre las que se encuentran SPSS<sup>18</sup>, SAS<sup>19</sup>, Stata<sup>20</sup>, Minitab<sup>21</sup>, Statistica, etc. (Stokes et al., 2012).

Varios de ellos se manejan a través de menús o con acciones de selección y arrastre. Sus interfaces gráficas son amigables con los usuarios y cuentan con una gran diversidad de procedimientos especializados. Además, los proveedores ofrecen programas de capacitación y recursos de aprendizaje para su manejo, así como publicaciones sobre su uso en análisis estadísticos específicos (e.g., Stokes et al., 2012).

Mientras algunos de ellos están diseñados para su uso en ambientes empresariales (e.g. SAS) o de investigación (e.g. Stata), otros como SPSS y Minitab proveen versiones y recursos específicos para la enseñanza (<https://www.minitab.com/es-mx/academic/teaching-resources/>).

Debido al costo de estas herramientas su uso en las aulas es poco común. Aunque también es posible encontrar softwares estadísticos gratuitos como PSPP<sup>22</sup> y los ambientes de programación que se mencionan más abajo.

Algunos softwares estadísticos cuentan con un lenguaje de programación que permite extender la capacidad de desarrollar modelos estadísticos (e.g. SAS). Otros softwares, así como las hojas de cálculo, cuentan con posibilidades de interacción con el lenguaje de programación R (e.g. Statistica, SPSS). Con ello se busca aprovechar los procedimientos que se han generado en R para atender las necesidades específicas de distintas áreas, a la par de las posibilidades gráficas y de almacenamiento del software que se esté utilizando.

## *ii. Softwares educativos*

Desde los años 90s, se ha puesto especial atención en el uso y desarrollo de recursos tecnológicos para la enseñanza y aprendizaje de la estocástica (Biehler, 1993). Programas como ProbSim<sup>23</sup>, DataScope<sup>24</sup>, TableTop<sup>25</sup> e Inspire Data<sup>26</sup> son algunos de los primeros

---

<sup>18</sup> <https://www.ibm.com/mx-es/products/spss-statistics>

<sup>19</sup> [https://www.sas.com/es\\_mx/software/stat.html](https://www.sas.com/es_mx/software/stat.html)

<sup>20</sup> <https://www.stata.com/>

<sup>21</sup> <https://www.minitab.com/es-mx/>

<sup>22</sup> <https://www.gnu.org/software/pspp/>

<sup>23</sup> [https://srri.umass.edu/prob\\_sim/](https://srri.umass.edu/prob_sim/)

<sup>24</sup> [https://srri.umass.edu/data\\_scope/](https://srri.umass.edu/data_scope/)

desarrollados con fines educativos. Así, existe una gran variedad de softwares educativos desarrollados específicamente para su uso en clases de estadística (e.g. Fathom<sup>27</sup>, TinkerPlots<sup>28</sup>, CODAP<sup>29</sup>, iNZight<sup>30</sup>). Actualmente los más utilizados y reportados en la literatura de investigación en educación estadística, desarrollados con el propósito particular de promover el aprendizaje y la enseñanza de la estocástica, son Fathom y TinkerPlots.

El enfoque principal de dichos programas es facilitar la interacción de los estudiantes con los conceptos y procedimientos estadísticos, así como permitir la exploración y el desarrollo de simulaciones. Están dirigidos a alumnos de distintos niveles, enfocándose principalmente en los niveles básicos. A continuación, presentamos las características de Fathom, ya que es uno de los que se dirigen al nivel medio superior.

Fathom es un software desarrollado con fines educativos, cuya principal característica es el dinamismo. Este software ofrece la posibilidad de usar, modificar y desarrollar micromundos en los cuales se pueden diseñar modelos y simulaciones de situaciones estocásticas (ver Figura 2.6). Fathom permite explorar múltiples representaciones de los modelos construidos con características interactivas, por lo que ha sido una herramienta utilizada en distintas investigaciones (Biehler et al., 2013; Chance et al., 2007; Hofmann et al., 2014).

Según Hoffman et al. (2014), Fathom cumple con los requerimientos especificados por Biehler para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de la estadística. Biehler et al. (2013) señalan que este software abre posibilidades para la construcción de modelos y métodos, debido a que los estudiantes tienen la posibilidad de:

---

<sup>25</sup> <https://www.worldcat.org/title/tabletop-and-tabletop-jr/oclc/37289105>

<sup>26</sup> <https://www.engagingeverystudent.com/project/inspiredata/>

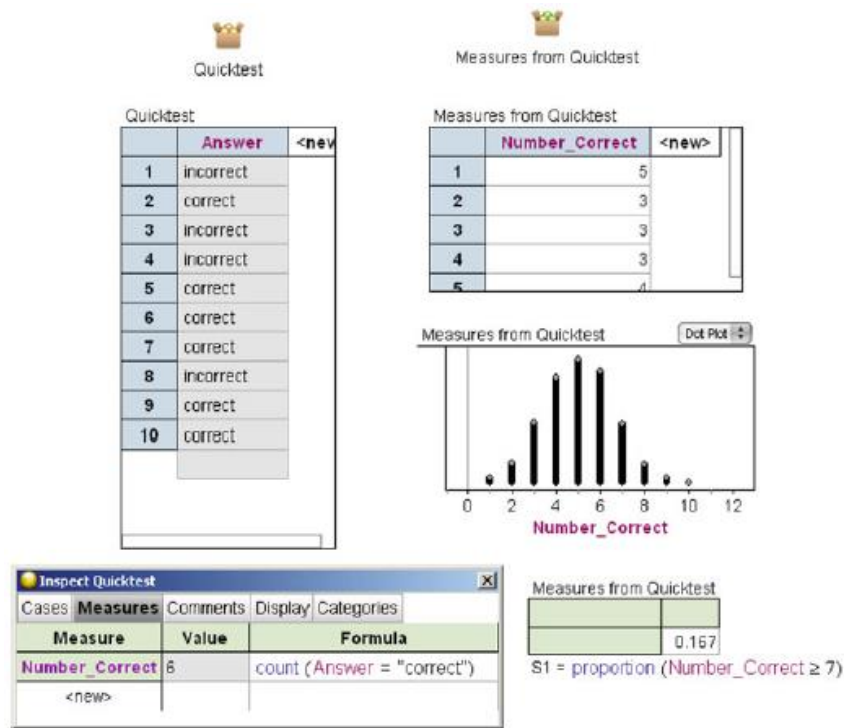
<sup>27</sup> <https://fathom.concord.org/>

<sup>28</sup> <https://www.tinkerplots.com/>

<sup>29</sup> <https://codap.concord.org/>

<sup>30</sup> <https://inzight.nz/>

- Arrastrar-y-soltar rápidamente variables en una gráfica para visualizar distribuciones y relaciones entre variables;
- A través del arrastre, visualizar cómo dinámicamente el cambiar los datos y parámetros afecta las medidas y representaciones relacionadas en tiempo real;
- Ligar múltiples representaciones de datos para observar informalmente las tendencias estadísticas;
- Crear simulaciones para investigar y probar relaciones en los datos.<sup>31</sup>  
(Biehler et al., 2013, p. 653)



**Figura 2.6 Simulación estándar usando Fathom.**  
[Tomada de Biehler, Ben-Zvi, Bakker, y Makar, 2013].

### iii. Hojas de cálculo

Las hojas de cálculo (e.g., Excel) han sido ampliamente usadas en la enseñanza. Ello se debe en parte a su presencia en ambientes laborales (de hecho, es uno de los principales medios de los profesores para el registro y seguimiento de los resultados de las evaluaciones); pero también permiten manejar conjuntos de datos de mayor tamaño, con una capacidad de cálculo adecuada para los niveles escolares. Es posible realizar análisis estadísticos preestablecidos y obtener diversos gráficos. Sin embargo, una de sus principales desventajas

<sup>31</sup> Mi traducción del inglés

es que éstos carecen de dinamismo, ya que al modificar el conjunto de datos no siempre es posible observar el cambio en los gráficos (deben volverse a construir).

Las funciones estadísticas disponibles en las hojas de cálculo no son modificables y en ocasiones no se cuenta con información sobre los algoritmos que se utilizaron en su programación. Lo anterior restringe las posibilidades para generar modelos y realizar ciertos análisis estadísticos más específicos.

Al respecto de las hojas de cálculo y ciertos softwares estadísticos, Daalgard (2002) indica que la aparente cordialidad con el usuario, debido al despliegue de menús y el uso de botones para la realización de un procedimiento estadístico, se convierte en un inconveniente a largo plazo.

Sin embargo, uno de los principales usos de las hojas de cálculo para la estadística es el de almacenamiento y organización de datos, para su procesamiento, ya sea en las mismas hojas de cálculo, o bien, en algún software estadístico.

#### *iv. Ambientes de programación*

Algunos de los lenguajes de programación utilizados actualmente para estadística son S, R, Python, SQL, Julia, Stan. La principal ventaja que ofrecen estos ambientes es que permiten generar y poner a prueba nuevos modelos o procedimientos para la realización de análisis estadísticos especializados. Al respecto de la utilización de R para estos fines Daalgard (2002) afirma que

A pesar de que la estadística elemental es en ocasiones presentada como una colección de procedimientos fijos, los análisis de datos moderadamente más complejos requieren de modelos estadísticos contruidos ad-hoc, lo cual hace altamente deseable la flexibilidad añadida de R.<sup>32</sup> (Daalgard, 2002, p. vii)

R es un software y lenguaje de programación de uso común en análisis estadístico<sup>33</sup>. Además de que se encuentra disponible gratuitamente y de que es posible utilizarlo en distintos sistemas operativos, tiene la capacidad de procesar bases de datos de gran tamaño

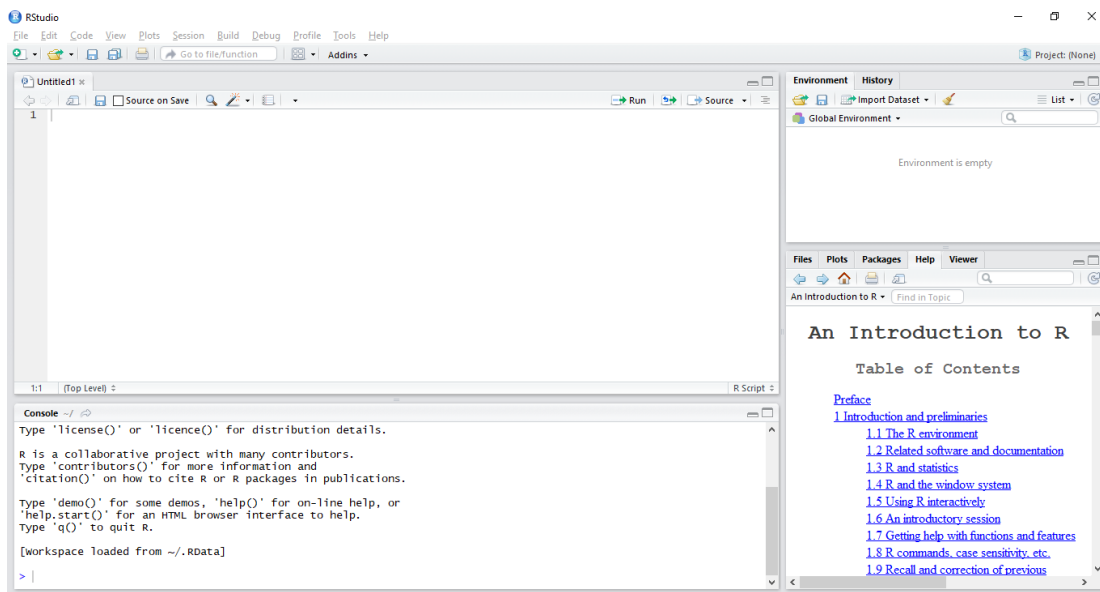
---

<sup>32</sup> Mi traducción del inglés

<sup>33</sup> De hecho, puede observarse la gran cantidad de artículos del *Journal of Statistical Software* (<https://www.jstatsoft.org/index>) que hacen referencia a R.

(*Big Data*). Como se mencionó, una característica importante de R es que los algoritmos de cálculo de los distintos comandos se pueden consultar y, a partir de los comandos ya existentes, se pueden crear comandos y procedimientos personalizados que se almacenan en librerías.

Existen distintos editores que permiten trabajar con el lenguaje de programación R (e.g. RStudio, Crimsom Editor) y que proveen distintas experiencias de trabajo con el lenguaje. Por ejemplo, RStudio muestra en una misma pantalla, además de la línea de comandos, la ventana gráfica, la de los datos y variables declaradas, así como la consola (ver Figura 2.7). Sin embargo, uno de los principales obstáculos para su uso en la enseñanza es el hecho de que los estudiantes requieren tiempo para familiarizarse con el lenguaje de programación y con la interfaz del programa.



**Figura 2.7** Espacio de trabajo de RStudio.

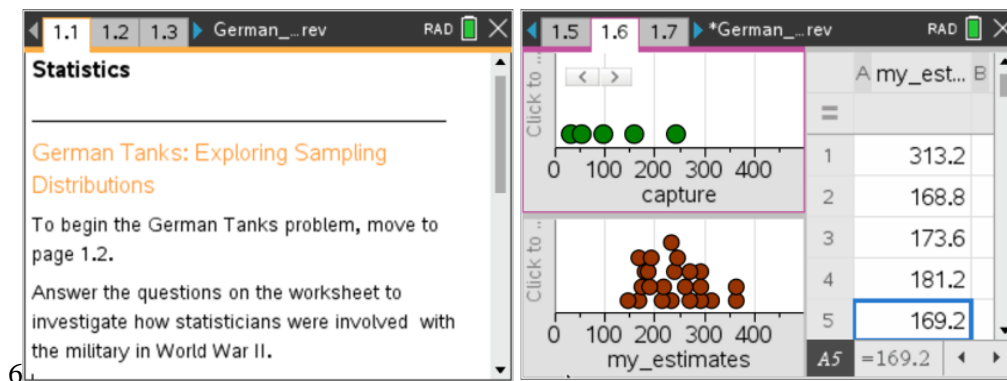
Aunque R permite manejar distintos registros de representación de un conjunto de datos, carece de dinamismo ya que al realizar un cambio en los datos es necesario reconstruir los procedimientos (pero es relativamente sencillo volver a ejecutar los comandos utilizados en el editor).

En los últimos 20 años se ha extendido gradualmente su uso para la enseñanza de la estadística. Algunos textos promueven el estudio simultáneo de la estadística y el uso de R (e.g. Daalgard, 2002). Además, en línea se encuentran diversos documentos, cursos, videos,

etc. donde se utiliza R como herramienta para el estudio de conceptos y procedimientos estadísticos (e.g., Espitunal-Villanueva, 2021; San Segundo, 2013). Esto mismo sucede con otros recursos tecnológicos, aunque es posible notar que su uso para la enseñanza de la estadística, muchas veces se enfoca en seguir los procesos indicados para la realización de los análisis estadísticos, como se discutirá más adelante.

#### v. Calculadoras gráficas.

Las calculadoras fueron una de las primeras herramientas tecnológicas en ser usadas en las aulas. Principalmente ayudaron a acelerar los procesos de cálculo; en varias calculadoras es posible manejar conjuntos de datos descargados o recolectados por medio de sensores, realizar análisis simples y obtener ciertos gráficos (por ejemplo, con las calculadoras TI<sup>34</sup>, ver Figura 2.8). Sin embargo, es necesario que los usuarios lleven a cabo los pasos importantes en la resolución de problemas estadísticos, como la recolección de datos, el planteamiento de hipótesis y la interpretación de los resultados.



**Figura 2.8** Actividad sobre distribuciones muestrales [Tomada de Texas Instruments Incorporated, 2011].

Con el tiempo ha aumentado la capacidad de las calculadoras y, en la actualidad, algunas tienen funciones específicas para el manejo de datos, cálculo de valores descriptivos, análisis de regresión y pruebas de hipótesis. Incluso en las calculadoras más avanzadas se pueden generar diversos análisis usando el lenguaje de programación Python (ver p. 45).

<sup>34</sup> <https://education.ti.com/en/timathnspired/us/statistics>



**Figura 2.9** Menú de acceso a funciones estadísticas  
[Calculadoras CASIO fx991ES y fx-CG50]

### *vi. Applets*

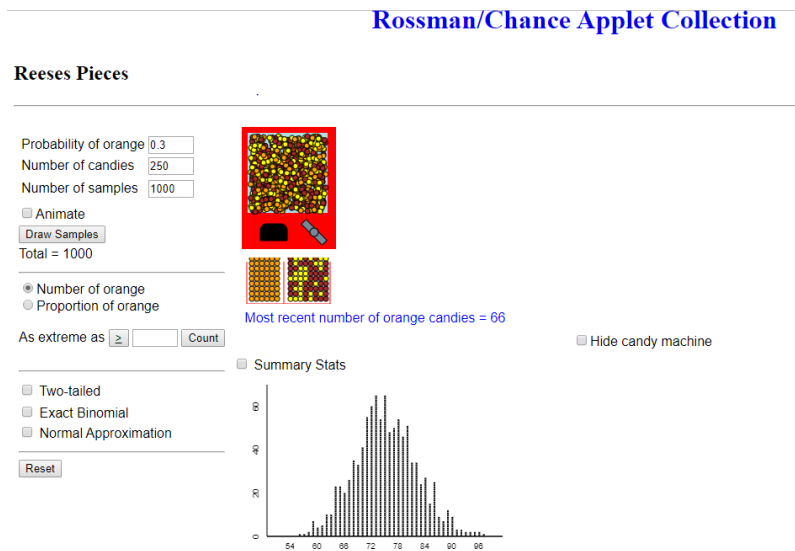
Los applets consisten en archivos interactivos y dinámicos, prediseñados y con pocas posibilidades de modificarlos. Se encuentran generalmente en línea (ver por ejemplo, <https://www.causeweb.org/cause/resources>, <http://www.rossmanchance.com/applets/>) y se usan para explorar e ilustrar un concepto de forma visual, interactiva y dinámica (ver Figura 2.10). Su uso permite a los alumnos abordar las ideas de más dificultad para su comprensión. Por ejemplo, en la página web del “Rice Virtual Lab” (<https://onlinestatbook.com/rvls/index.html>), desarrollado por David Lane, se encuentran applets sobre distintos temas de probabilidad y estadística. Entre ellas un applet sobre distribuciones de muestreo (ver Figura 2.11) donde se simula la obtención de varias muestras de una población, cuya distribución puede especificarse en el applet. A partir de dichas muestras se recolectan los valores de alguna estadística<sup>35</sup> y se genera la gráfica de la distribución de muestreo generada por la recolección de los valores de la estadística. Además de la distribución de muestreo se pueden explorar otros conceptos estadísticos usando este applet (e.g. desviación estándar, distribución normal, el Teorema Central de límite, etc.)

Estos recursos tecnológicos permiten a los estudiantes llevar a cabo acciones enfocadas y deliberadas, observar la consecuencia matemática o estadística y reflexionar en los resultados (Burrill, 2014). Esto puede facilitar a los alumnos acceder a conceptos estadísticos que, por lo

<sup>35</sup> “Estadística” aquí se refiere al término que denota una función calculada a partir de la muestra.



general, se presentan de forma teórica y fuertemente ligada a expresiones algebraicas cuya interpretación puede ser complicada (e.g. la desviación estándar).



**Figura 2.10 Simulación sobre muestreo en una máquina de dulces.  
[Tomada de “Rossman/Chance Applet Collection” (s/f)].**

Existen ciertas plataformas (e.g. Desmos<sup>36</sup> y Descartes<sup>37</sup>) donde los profesores tienen la posibilidad de consultar y modificar los applets que ahí se alojan, o bien crear nuevos applets. La ventaja que ofrecen dichas plataformas es el permitir a los profesores ajustar estos recursos de acuerdo a las necesidades de su curso o nivel educativo.

<sup>36</sup> <https://teacher.desmos.com/?lang=es>

<sup>37</sup> <https://proyectodescartes.org/descartescms/>

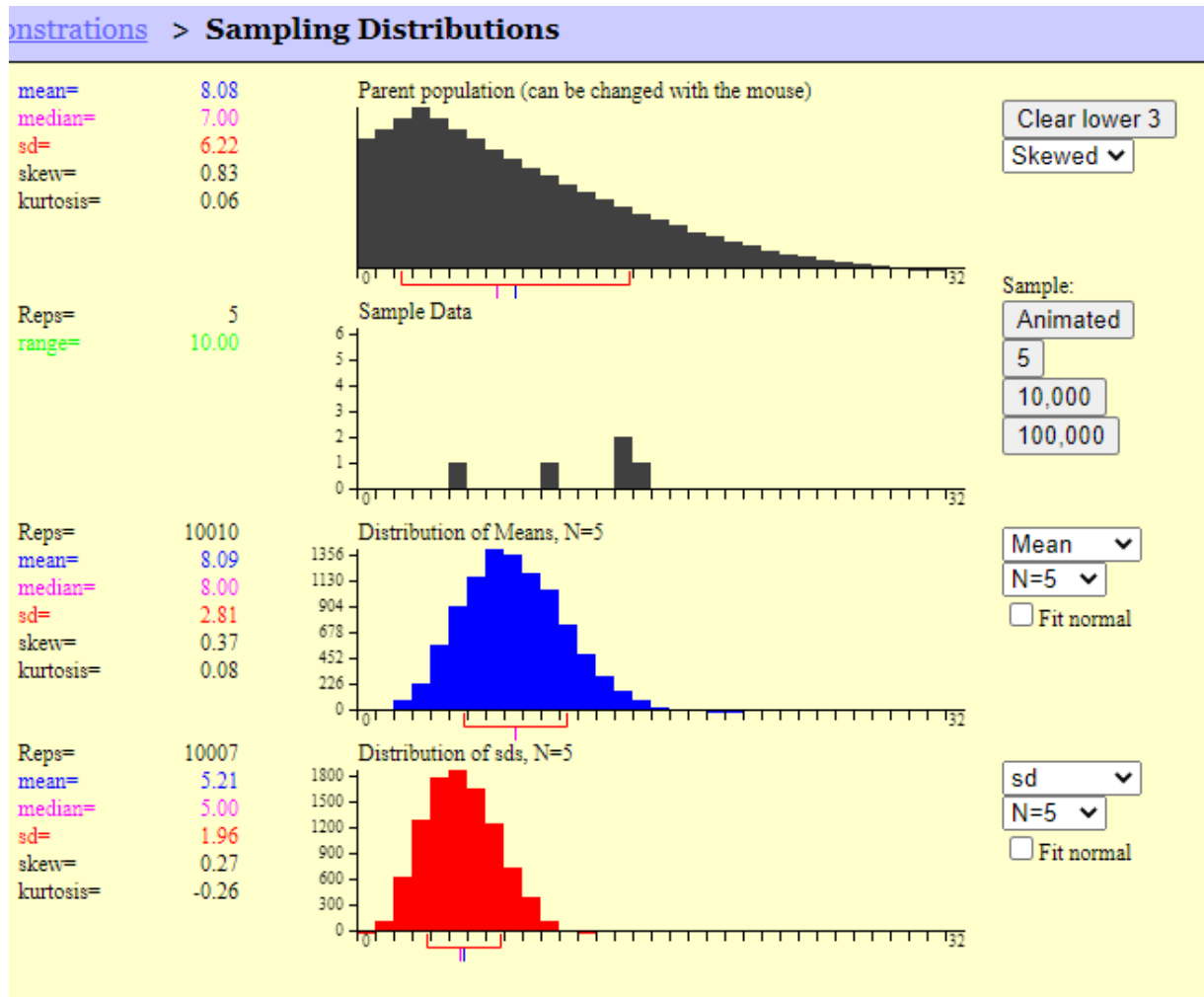


Figura 2.11 Simulación sobre distribuciones de muestreo.

### 2.2.2. Algunas propuestas de uso de TD en educación estadística

Las propuestas de uso de recursos digitales en la educación estadística son variadas. En esta sección se enlistan algunas de dichas propuestas, poniendo énfasis, cuando sea posible, en los objetivos perseguidos por los autores revisados, así como el papel que juegan las herramientas digitales para el logro de los mismos.

Konold y Kazak (2008) presentaron una propuesta de enseñanza para el estudio del Análisis Exploratorio de Datos. Haciendo énfasis en desarrollar las habilidades básicas necesarias para la inferencia informal (hacer generalizaciones a partir de las muestras sin el uso de pruebas estadística y la cuantificación de la incertidumbre que conllevan), estos autores intentan que el alumno descubra tanto los datos en el azar, como el azar en los datos.

Así, con el objetivo de “ayudar a los estudiantes de escuela media a desarrollar un conjunto integrado de ideas probabilísticas y estadísticas fundamentales, entre otras cosas, que apoyen la inferencia informal” (Konold y Kazak, 2008, p. 2), se desarrollaron tres actividades de exploración que utilizan Tinker Plots, principalmente con fines de visualización, manejo de datos y simulación.

Desde los años 90, Rolf Biehler y otros investigadores se han dedicado a investigar el potencial que ofrece la tecnología, para la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, por medio de la simulación (e.g., Biehler, 1993; Hofmann et al., 2014). Para estos investigadores la simulación es una herramienta fundamental que permite a los estudiantes aproximarse de forma experimental a la comprensión de conceptos estocásticos importantes (Hofmann et al., 2014). Biehler (1993) señaló la necesidad de desarrollar software que permitiese a los alumnos involucrarse en actividades de exploración de datos. Al principio, la propuesta de Biehler (1993) se basó en el Análisis Exploratorio de Datos (EDA por sus siglas en inglés) usando calculadoras gráficas. Años después adoptó el software educativo Fathom para iniciar un programa de investigación, en el cual se desarrollaron materiales para la enseñanza, en los niveles del bachillerato y universidad, de la estadística a través del uso de simulaciones, para.

Respecto a las propuestas sobre el uso de simulaciones en la enseñanza de la estadística como herramienta pedagógica, Chance et al. (2007) indican que en esta área los resultados han sido poco consistentes. Entre dichas propuestas se encuentran aquellas que adoptan un enfoque constructorista como en el trabajo de Mascaró et al. (2014).

La propuesta de Mascaró et al. (2014) fue diseñada a partir de su experiencia y tomando en consideración algunos resultados de investigación en la enseñanza de las matemáticas y la estadística. El objetivo de estas autoras era permitir que los alumnos construyeran su propio conocimiento a través de una serie de actividades, que incluían tareas de programación usando el software R. Las actividades propuestas buscaban promover el desarrollo del pensamiento científico a través de modelado, análisis, indagación, reflexión y experimentación dentro del ambiente de programación. Uno de los ejes que guiaron su propuesta fue el uso de diferentes registros de representación y la coordinación de la información que estos contienen. También se promovía un ambiente de trabajo colaborativo para facilitar el planteamiento de propuestas y/o la autoevaluación. Las autoras concluyen, a partir de sus resultados, que el aprendizaje de

los conceptos y algoritmos del análisis estadístico puede promoverse mediante una metodología como la que propusieron.

El uso de los recursos tecnológicos varía según el objetivo que se pretenda alcanzar. Sin embargo, deben considerarse las implicaciones en cuanto a formas de uso, representación y exploración del significado de los conceptos estadísticos, distribución del trabajo, tiempo e incluso el impacto cognitivo que puede conllevar el uso de la tecnología. Al respecto, Chance et al. (2007) indican que tales implicaciones abarcan desde el contenido, la forma de enseñanza, el ambiente de aprendizaje y, por supuesto, los distintos tipos de recursos, así como sus potencialidades y desventajas. Estos autores comentan que el uso de la tecnología para la enseñanza-aprendizaje de la estadística requiere de una revisión de los planes de estudios, en la cual se replantee tanto la selección de los temas a enseñar, así como su dosificación en los distintos niveles educativos. En particular, indican que el foco debe estar en el desarrollo del razonamiento estadístico, el cual requiere que los alumnos “evalúen la validez de diferentes técnicas, utilicen herramientas gráficas para la exploración de datos, se enfrenten a conjuntos de datos desorganizados, provean interpretaciones de los resultados, evalúen y comuniquen la legitimidad de sus conclusiones” (Chance et al., 2007, p. 3). Así mismo, al tener en cuenta lo anterior, debe reconsiderarse el tipo de evaluaciones que darán cuenta de los aprendizajes alcanzados. Además, dichos autores, enfatizan que el tipo de recurso seleccionado implicará un cierto apoyo al aprendizaje de los alumnos. De hecho, comentan que es posible utilizar varios recursos para estudiar un mismo concepto.

# **CAPÍTULO 3. MARCO CONCEPTUAL: CONSTRUCCIONISMO Y ENFOQUE DOCUMENTAL**

---

## **3.1. INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO**

Este capítulo aborda dos de las teorías consideradas en el análisis de los datos obtenidos en el estudio de caso que llevamos a cabo (ver Capítulo 6). Primero discutimos algunas de las ideas del construccionismo propuesto por Seymour Papert (e.g., ver Papert y Harel, 1991/2002); esto se incluye en nuestro trabajo debido a que la profesora, sujeto del estudio de caso, basó su propuesta de enseñanza en ese paradigma (del construccionismo).

En segundo lugar, se discuten los enfoques Instrumental y Documental de lo Didáctico, propuestos por Luc Trouche (e.g., ver Gueudet et al., 2014), en los cuales se consideran los procesos de integración de un recurso tecnológico en la realización de una tarea, y en el caso del Enfoque Documental, el papel de dichos recursos en el quehacer docente.

## **3.2. EL PARADIGMA DEL CONSTRUCCIONISMO**

El paradigma del construccionismo, el cual inició con los trabajos de Seymour Papert en los años 60s y 70s (e.g., ver Taylor y Forsdale, 1980), pero cuyo término se acuñó a principios de los años 90s (Papert y Harel, 1991/2002), se basa en la idea de que el aprendiz construye su propio conocimiento. Esta idea fue planteada previamente por Jean Piaget, y a partir de ella y de otros elementos del constructivismo de Piaget, Papert desarrolló el paradigma construccionista (ver Ackermann, 2001, para una distinción entre las teorías de ambos). A continuación, se presentan algunos de los aspectos importantes de ambas teorías.

### 3.2.1. Constructivismo

Piaget fue un epistemólogo en busca de indicios sobre los procesos de desarrollo del conocimiento, con un interés especial en la construcción de dicho conocimiento a partir de una base biológica (Richmond, 2000). Para él, la actividad realizada por el individuo es el motor que pone en marcha el proceso de su desarrollo cognitivo. Así, según Piaget, los niños adquieren su conocimiento del mundo a través de las acciones que realizan en él, de modo que la mente del niño se adapta al conocimiento generado (Piaget, 1986).

[Una condición es] el uso de métodos activos los cuales dan un amplio campo de acción a la investigación espontánea del niño o el adolescente y requieren que cada nueva verdad a ser aprendida, sea redescubierta, o al menos reconstruida por el estudiante y no simplemente le sea impartida.<sup>38</sup> (Piaget, 1973, p. 15)

Al estudiar la psicogénesis del conocimiento, Piaget intentó “descubrir las raíces de los distintos tipos de conocimiento desde sus formas más elementales y seguir su desarrollo en los niveles superiores” (Piaget, 1986, p. 37). Desde esta perspectiva, plantea el siguiente conjunto de etapas o estadios que dan cuenta del proceso de desarrollo cognitivo: sensoriomotriz, simbólico o preoperacional, operacional concreto y operacional formal. Según Piaget, la progresión de dichos estadios depende de cuatro factores: la maduración del sistema nervioso, la experiencia, la transmisión social y la equilibración (Duckworth, 1964).

Considerando una analogía entre biología e inteligencia, Piaget propone que “la inteligencia es una adaptación” (Piaget, 1969, p. 10). Señala que dicha adaptación es posible gracias a dos tipos de funciones del pensamiento: la asimilación y la acomodación.

La adaptación intelectual conlleva un elemento de asimilación, es decir, de estructuración por incorporación de la realidad externa a formas debidas a la actividad del sujeto.

(Piaget, 1969, p. 12)

Al incorporar nuevos elementos en los esquemas anteriores, la inteligencia modifica sin cesar estos últimos para añadirlos a los nuevos datos. Pero, inversamente, las cosas jamás son conocidas en sí mismas, ya que este trabajo de acomodación sólo es posible en función del proceso inverso de asimilación.

(Piaget, 1969, p. 13)

---

<sup>38</sup> Mi traducción del inglés

El constructivismo se basa en la idea de que el sujeto construye tanto su conocimiento del mundo, como los mecanismos que le permiten conocerlo. El sujeto elabora esquemas para interpretar e interactuar con el mundo. Los esquemas son secuencias de acciones, ya sea acciones físicas o bien modelos internos de acciones que originalmente aparecieron en el plano físico. El repertorio de esquemas disponibles se pone en juego ante una situación problemática y, según se requiera, los esquemas se combinan o modifican, dando lugar a nuevos esquemas (Delval, en el prólogo a Piaget, 1986).

Según Richmond (2000) “la propiedad básica de los esquemas es la asimilación[; se] asimilan al medio y entre sí” (p. 111). La incorporación de un objeto a un esquema es el resultado de la asimilación; luego, por medio de la acomodación el esquema se ajusta a sí mismo para corresponder con el objeto asimilado. El resultado de este proceso es la adaptación del esquema, el cual se enriquece y amplía al establecerse un equilibrio entre los mecanismos de asimilación y acomodación.

El concepto de equilibrio sirve a Piaget como modelo explicativo de la construcción del conocimiento. Según él, a lo largo de la secuencia de estadios, la consecución de estados temporales de equilibrio-desequilibrio-equilibrio, resulta en la ampliación y fortalecimiento de las estructuras mentales.

Un estado de desequilibrio surge cuando la aplicación de un esquema fracasa en determinada situación, lo cual impide la asimilación-acomodación correspondiente. De hecho, el desequilibrio es necesario para el crecimiento de las estructuras mentales, ya que al restaurarse el equilibrio, aumenta la estabilidad de dichas estructuras.

Para Piaget una adaptación mejor significa que el organismo tiene más posibilidades de interactuar con un entorno más amplio. Se ve la equilibración como una espiral que va ensanchándose desde una base muy estrecha hacia un bucle abierto al final. En este sentido, sí se puede afirmar que el adulto interactúa de muchas más maneras y con muchos más aspectos de la realidad que el niño pequeño. (Vuyk, 1984, p. 190)

Las ideas contenidas en la propuesta constructivista han dado lugar a distintas teorías y propuestas de enseñanza. El construccionismo es una de ellas y se presenta a continuación.

### 3.2.2. Construccinismo

Las ideas del construccionismo de Papert se basan en el constructivismo de Piaget. Así como el constructivismo, el construccionismo parte de la premisa de que el aprendizaje equivale a “construir estructuras de conocimiento”, con la afirmación adicional de que el aprendizaje se promueve cuando el individuo se involucra conscientemente en la construcción de una **entidad pública** (Papert y Harel, 1991/2002), es decir de un objeto o producto que pueda ser apreciado o evaluado por otras personas. En otras palabras, el construccionismo enfatiza la posibilidad de aprender creando.

Papert (1981) señala que uno de los aportes de Piaget fue el hacer notoria la gran cantidad de aprendizajes que se dan fuera del contexto escolar y que tienen gran impacto en la formación de los esquemas mentales del sujeto. Dichos aprendizajes no suceden mediante instrucción explícita, ni de seguir un programa determinado. A este tipo de aprendizaje es al que Papert (1981) denomina aprendizaje piagetiano; este autor considera que se puede proveer a los individuos materiales y ambientes propicios para fomentar este tipo de aprendizaje.

En las propuestas de Papert lo anterior puede atenderse a través del uso de la computadora (de lenguajes de programación, en particular) para la enseñanza. Papert ve en las computadoras una fuente de herramientas para la innovación educativa, ya que brinda la oportunidad de hacer mejores cosas y de mejores formas de pensar sobre uno mismo haciendo esas cosas (Papert, 1980a).

Papert (1981) relata una anécdota sobre el gran interés que desarrolló siendo niño por el funcionamiento del sistema mecánico de los autos, en particular de los engranes, y cómo ese interés lo llevó a comprender ideas matemáticas, a través de la exploración y el trabajo autodirigido. Tomando en consideración dicha experiencia, Papert (1981) afirma que es posible “convertir a las computadoras en instrumentos suficientemente flexibles para que muchos niños logren crear, cada uno para sí mismo, algo parecido a lo que los engranajes fueron para mí” (p. 14).

Por otro lado, la versatilidad de la computadora es la característica principal para crear ambientes de aprendizaje que se adapten y encajen con las necesidades y/o intereses afectivos del aprendiz. Esto es valioso desde la perspectiva de Papert, quien considera que



el componente afectivo juega un rol importante en la construcción de conocimiento, ya que sirve como filtro en la selección y colección de modelos de pensamiento.

En una época en la que la computadora era utilizada en tareas de Instrucción Asistida por Computadora, donde el niño era “programado por la computadora”, Papert desarrolló LOGO, de manera que los niños “programen la computadora” y, a través de este lenguaje de programación, puedan tener acceso a ideas de ciencia y a la construcción de modelos intelectuales basados en sus experiencias de programación.

En este sentido, Papert (1980) señala la necesidad de crear micromundos que permitan desarrollar y trabajar con ideas poderosas y/o habilidades intelectuales. Este autor define los micromundos como “un subconjunto de la realidad o una realidad construida cuya estructura embona con un mecanismo cognitivo dado, de forma que provee un ambiente donde este último puede operar efectivamente” (Papert, 1980, p. 204).

El rol de los micromundos es proveer un punto de apoyo para acceder a ideas matemáticas. Por medio de proyectos desarrollados como parte de los micromundos, surge la necesidad de representar alguna noción matemática con algo ya presente en el micromundo y en el mundo mental interno del sujeto. A través de lo que Papert denominó “objetos transicionales”, un micromundo puede ayudar al alumno a internalizar una noción matemática formal, misma que más tarde puede ayudar a internalizar otras nociones matemáticas (Papert, 1980b). De este modo el uso de la computadora puede ayudar a transformar las operaciones concretas en formales; en otras palabras, el uso de la computadora puede ser un catalizador en la progresión de los estadios del desarrollo cognitivo propuestos por Piaget (Papert, 1981).

Mientras que en la escuela tradicional se impone una imagen artificial de las matemáticas, con objetos acabados de la actividad matemática, la propuesta construccionista se enfoca en dicha actividad y en la expresión de significados a través del uso y re-creación con representaciones en forma de artefactos digitales (Kynigos, 2015). En la analogía utilizada por Papert (1981), aprender matemáticas utilizando un lenguaje computacional como LOGO es aprender a “hablar matemática” de una forma muy similar a aprender a hablar francés en Francia. Como se verá más adelante (Capítulo 6), en la

propuesta de la profesora de nuestro caso de estudio, los alumnos aprenden estadística desarrollando exploraciones que se enfocan en la actividad estadística y le dan sentido.

Para finalizar esta sección se reproduce una síntesis de las ideas básicas de la propuesta del construccionismo, en palabras de Papert:

La primera gran idea es **aprender haciendo**. Todos aprendemos cuando aprender es parte de hacer algo que encontramos realmente interesante. Aprendemos mejor cuando usamos lo que aprendemos para hacer algo que realmente queremos.

La segunda gran idea es la **tecnología como material de construcción**. Si puedes usar la tecnología para hacer cosas, puedes hacer cosas mucho más interesantes. Y puedes aprender mucho más al hacerlas. Esto es especialmente cierto para la tecnología digital: computadoras de todos los tipos incluyendo Lego controlado por computadora, en nuestro laboratorio.

La tercera gran idea es **diversión dura**. Aprendemos mejor y trabajamos mejor si disfrutamos lo que estamos haciendo. Pero diversión y disfrute no significa “fácil”. La mejor diversión es diversión dura. Nuestros héroes deportivos trabajan muy duro para ser mejores en sus deportes. El más exitoso carpintero disfruta haciendo carpintería. El más exitoso hombre de negocios disfruta trabajando duro para hacer tratos.

La cuarta gran idea es **aprender a aprender**. Muchos estudiantes tienen la idea de que “la única manera de aprender es siendo enseñado”. Esto es lo que los hace fracasar en la escuela y en la vida. Nadie puede enseñarte todo lo que necesitas saber. Tienes que hacerte cargo de tu propio aprendizaje.

La quinta gran idea es **tomarse tiempo – el tiempo adecuado para el trabajo**. Muchos estudiantes en la escuela se acostumbran a que les digan cada cinco minutos o cada hora: haz esto, luego haz esto, ahora haz la siguiente cosa. Si alguien no les dice qué hacer, se aburren. La vida no es así. Para hacer algo importante tienes que aprender a manejar tu tiempo tú mismo. Esta es la lección más difícil para muchos de nuestros estudiantes.

La sexta gran idea es la más grande de todas: **no puedes llegar a estar en lo correcto sin haber caído en el error**. Nada importante funciona la primera vez. La única forma de llegar a estar en lo correcto es mirar cuidadosamente qué pasó cuando hubo algún error. Para triunfar necesitas la libertad de meter la pata en el camino.

La séptima gran idea es **hacernos a nosotros mismos lo que les hacemos a nuestros estudiantes**. Estamos aprendiendo todo el tiempo. Tenemos mucha experiencia de otros proyectos similares pero cada uno es diferente. No tenemos una idea preconcebida de cómo exactamente resultará. Disfrutamos lo que estamos haciendo, pero esperamos que sea duro. Esperamos tomar el tiempo que necesitamos para hacer que esto funcione. Cada dificultad que experimentamos es una oportunidad de aprender. La mejor lección que podemos dar a nuestros estudiantes es dejarlos vernos tener dificultades para aprender.

La octava gran idea es que estamos entrando en un **mundo digital** donde saber sobre la tecnología digital como leer y escribir. Así es que aprender sobre

computadoras es esencial para el futuro de nuestros estudiantes pero el propósito más importante es usarlas ahora para aprender de todo lo demás.<sup>39</sup>

(Papert, 1999)

Por su parte, Sacristán et al. (2020) identificaron, a partir de la literatura construccionista y de la propuesta inicial de Papert, una larga lista de los principios e ideas que forman parte de la propuesta construccionista. Desde su perspectiva, éstos se organizan alrededor de cuatro temas (ver Figura 3.1):

1. Epistemología y concepciones del conocimiento matemático y de la matemática.
2. Concepción del aprendizaje y del rol del estudiante
3. Pedagogía y el diseño
4. Programación de computadoras y micromundos

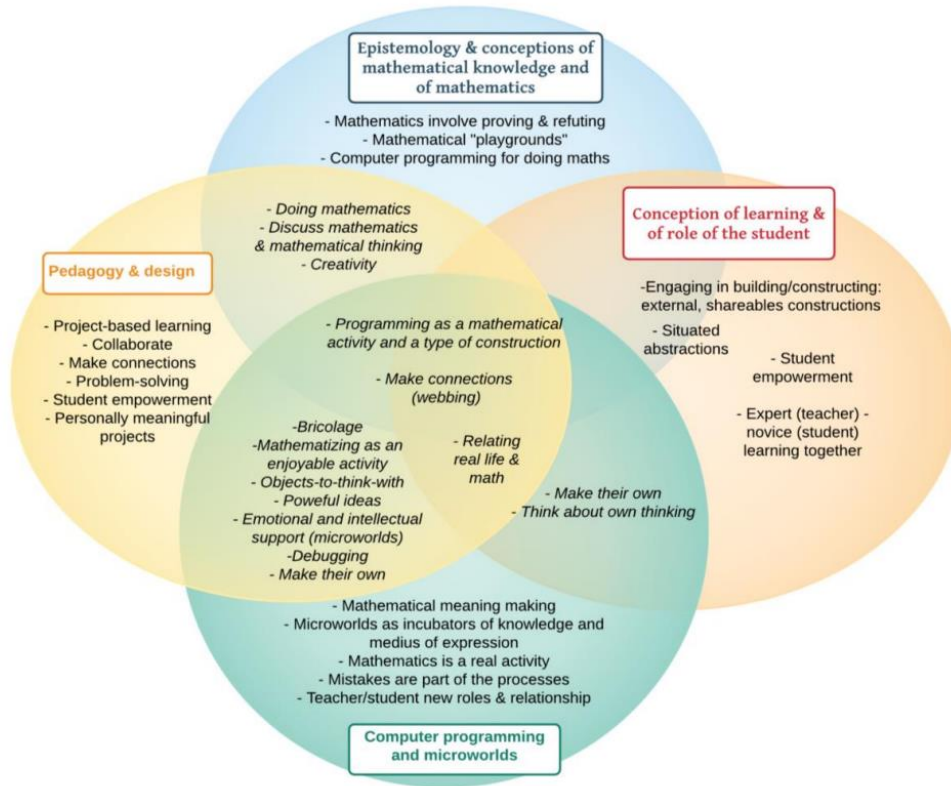
Así, entre los términos clave, de esos autores, que definen principios construccionistas, se encuentran los siguientes:

- Objetos para pensar (e ideas poderosas)
- Creatividad
- Investigación y experimentación / Bricolaje
- Empoderamiento del alumno
- Hacer matemáticas
  - Resolución de problemas
  - Programación de computadoras para hacer matemáticas
  - Discutir matemáticas y pensamiento matemático
- Hacer conexiones (*webbing* –Noss y Hoyles, 1996, citado por Sacristán, 2020)
- Aprendizaje basado en proyectos
- Colaboración
- Depurar (*debugging*)
- Reinventar/modificar (*remixing*)
- Prueba y error

---

<sup>39</sup> Mi traducción del inglés, preservando los resaltados originales.

- Retroalimentación (*feedback*)
- Construcciones compartibles públicamente



**Figura 3.1 Algunos principios constructivistas agrupados por temas. (Sacristán et al., 2020, p 527)**

Como puede observarse, la perspectiva constructivista sostiene una visión holística del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas. Esta visión, en su planteamiento inicial involucraba un trabajo con computadoras y micromundos, en el cual se requiere un cambio en la concepción del conocimiento matemático, en la concepción del aprendizaje y el rol del estudiante; y, consecuentemente, también en el diseño pedagógico. Consideramos como vital el papel del profesor para poner en práctica las ideas constructivistas.

La creación y puesta en marcha de un ambiente de aprendizaje, en particular uno constructivista, se relaciona con la forma en que el profesor integra y organiza su enseñanza haciendo uso de los recursos disponibles, ya sean o no tecnológicos. Al respecto, las teorías del enfoque documental y de la orquestación instrumental (Guin y Trouche, 2002) destacan cómo los profesores se apropian de los recursos (digitales) que utilizan

(convirtiéndolos en instrumentos), así como sus formas de implementarlos en su práctica docente y enseñanza. A continuación, se abordan esas teorías.

### **3.3. LOS ENFOQUES INSTRUMENTAL Y DOCUMENTAL DE LO DIDÁCTICO**

#### **3.3.1. Enfoque instrumental**

Las ideas propuestas por Rabardel (1995) en su Enfoque Instrumental sirvieron como base para el planteamiento, por parte de Gueudet y Trouche (2009), del Enfoque Documental de lo Didáctico. Un trabajo anterior de Rabardel (1984) tenía como objetivo indagar sobre el tipo de cambio cognitivo que se deriva de la actividad de los estudiantes al resolver problemas, usando objetos materiales (a los cuales más tarde se les denominó artefactos). Según Vérillon y Andreucci (2006), Rabardel adoptó en un principio la perspectiva piagetiana para sus investigaciones, ya que en ese momento aún no se había difundido ampliamente el trabajo de Vigotsky.

La suposición fue que, conforme el modelo de equilibración cognitiva de Piaget (1975), las estructuras cognitivas existentes en el sujeto, cuando son puestas en uso en la estructura específica y en las propiedades funcionales de los objetos hechos [artefactos], en el curso de la asimilación/acomodación darían lugar al cambio conceptual.<sup>40</sup>

(Vérillon y Andreucci, 2006, p. 402).

Más tarde, Rabardel replanteó su posición teórica al considerar uno de los componentes culturales que Vigotsky plantea como base para el desarrollo cognitivo: el uso de instrumentos:

[Vigotsky] propone a la psicología un método instrumental basado en el principio de similitud entre el papel de los ‘instrumentos psicológicos, adaptaciones artificiales’ para el control de los procesos psíquicos y los instrumentos en el trabajo.<sup>41</sup> (Rabardel, 1995, p. 28)

---

<sup>40</sup> Mi traducción del inglés.

<sup>41</sup> Mi traducción del inglés.

Desde esta nueva consideración, se pone énfasis en la actividad mediada del sujeto. Así, Rabardel plantea una diferenciación entre artefactos e instrumentos: un artefacto es una herramienta, que puede ser material o cultural, resultado de la actividad humana, elaborada con un propósito específico; mientras que un instrumento, es desarrollado por el usuario, a partir de un artefacto, en el curso de su acción situada (Rabardel 1995). De este modo, los instrumentos son construcciones psicológicas que surgen a partir de la actividad del sujeto mediada por el artefacto.

Como tal los artefactos son solamente uno de los componentes de la acción instrumentada. El otro componente consiste en la actividad puesta en juego por parte del usuario del artefacto. Los artefactos despliegan tanto su función y su eficiencia sólo a través de las operaciones de su usuario. Al igual que las palabras que han perdido su significado, las herramientas para las cuales el uso se ha perdido ya no pueden convertirse en instrumentos a pesar de que permanezcan los artefactos. En este sentido, un artefacto, para calificar como un instrumento, requiere la participación física y psicológica de un usuario. Cuando está en uso, un artefacto está inmerso en un sistema de esquemas de acción, representaciones, conocimientos, habilidades intelectuales y motoras que por sí mismas actualizan su función. En este sentido, los instrumentos son en realidad entidades híbridas, parte psicológica y parte artefactual.<sup>42</sup>

(Vérillon y Andreucci, 2006, p. 411)

Así, el instrumento comprende tanto al artefacto como a los esquemas de utilización. El artefacto se convierte en un instrumento, para un determinado usuario, mediante el proceso denominado *génesis instrumental*. Esta génesis se refiere a la apropiación y transformación del artefacto, por parte del sujeto cuando resuelve una tarea específica (Gueudet & Trouche, 2012). La génesis instrumental implica una relación bilateral entre el artefacto y el usuario: mientras el conocimiento del sujeto dirige la manera en que el instrumento es usado y en cierto modo construye al instrumento (*instrumentalización*), las características del instrumento influyen en las estrategias del sujeto al resolver la tarea y en las correspondientes concepciones emergentes (*instrumentación*). La Figura 3.2 representa las relaciones entre los diferentes componentes de la génesis instrumental.

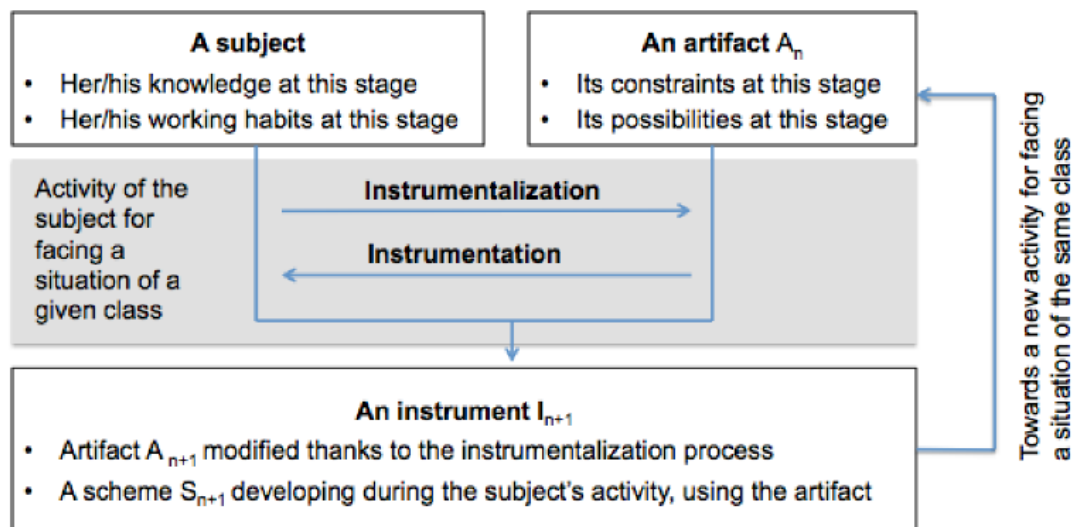
La instrumentalización puede entenderse como un proceso de enriquecimiento de las propiedades del artefacto por el sujeto, mientras que la instrumentación se relaciona con los

---

<sup>42</sup> Mi traducción del inglés.

procesos de aparición y evolución de los esquemas de uso y acción instrumentada (Rabardel, 1995). Páez (2015) señala que

en la instrumentación, las potencialidades y limitaciones del artefacto influyen en la actividad y en el pensamiento del sujeto [...] En cambio, en el proceso de instrumentalización, el sujeto dirige la manera de usar el artefacto mediante conceptualizaciones y preferencias. (op. cit., p. 23).



**Figura 3.2 Representación esquemática de la génesis instrumental.**  
(Gueudet y Trouche, 2014, p. 8)

Desde la perspectiva de Vérillon y Rabardel (1995), el proceso de instrumentalización se dirige hacia el artefacto, mientras que el de instrumentación es hacia el usuario (cómo el uso del artefacto influye en la actividad y pensamiento del usuario).

Para Guin (2005, citado en Trouche, 2014) el proceso de instrumentalización se compone de distintas etapas, que van desde el descubrimiento, la selección, la personalización hasta la transformación de un artefacto. Trouche (2014) indica que el proceso de instrumentalización se refiere a una transformación del artefacto, por parte del usuario, que va más allá de la selección de ciertas funciones que puedan ser relevantes al enfrentar una situación dada. Este autor enfatiza el papel de la instrumentalización al promover una evolución dinámica del artefacto considerado en la GI. De modo que, para una clase de situaciones determinada, un usuario modifica cierto artefacto  $A_n$  (al agregar un programa o cambiar cierta funcionalidad) y, a su vez, el esquema de acción asociado.

Luego, el instrumento generado se compone de un artefacto  $A_{n+1}$  y un esquema  $S_{n+1}$ , los cuales se han enriquecido como resultado de la instrumentalización.

### 3.3.2. Enfoque Documental de lo Didáctico

Tomando como referencia los elementos teóricos del enfoque instrumental (artefacto, instrumento, génesis instrumental, instrumentación e instrumentalización), Gueudet y Trouche (2009) desarrollaron el *Enfoque Documental de lo Didáctico*, cuyo objetivo es estudiar la evolución de la actividad de los profesores, así como los factores que la influyen.

Cuando un profesor utiliza uno o varios artefactos en su enseñanza para cumplir las tareas específicas de su práctica, se genera un proceso de génesis instrumental para el profesor, al mismo tiempo en que éste dirige las génesis instrumentales de sus alumnos. Es posible distinguir que cuando el profesor utiliza un artefacto, se genera una *doble génesis instrumental*, ya que los artefactos se transforman tanto en *instrumentos para desarrollar una tarea matemática dada*, como en *instrumentos para la enseñanza de las matemáticas* (Gueudet et al., 2014). Las decisiones que el profesor toma a distintos niveles influyen directamente en el resultado de dichas génesis.

Así, el enfoque documental surge desde la consideración de que el trabajo de los profesores no se limita a aquel realizado en el aula, sino que incluye distintas actividades como la planeación, búsqueda, revisión, discusión con otros profesionales, autoridades y padres de familia, asesorías, etc. También, en el transcurso de estas actividades el docente está en contacto con una gran variedad de recursos, los cuales son la materia prima de su actividad.

Los recursos considerados en el enfoque documental pueden ser materiales, pero también, culturales, matemáticos, sociales, digitales, etc. De este modo, “los recursos exceden a los artefactos: Para un profesor que hace uso de ellos en su actividad, la reacción de un estudiante o un palo de madera en el piso pueden también constituir recursos” (Gueudet y Trouche, 2012, p. 24). Para Gueudet y Trouche (2009) la interacción del docente con los recursos (selección, adaptación, revisión, reorganización, etc.) es el centro de su actividad profesional. Estas interacciones son parte del trabajo documental del docente; que, según los autores, está presente en todas las fases de su actividad. La

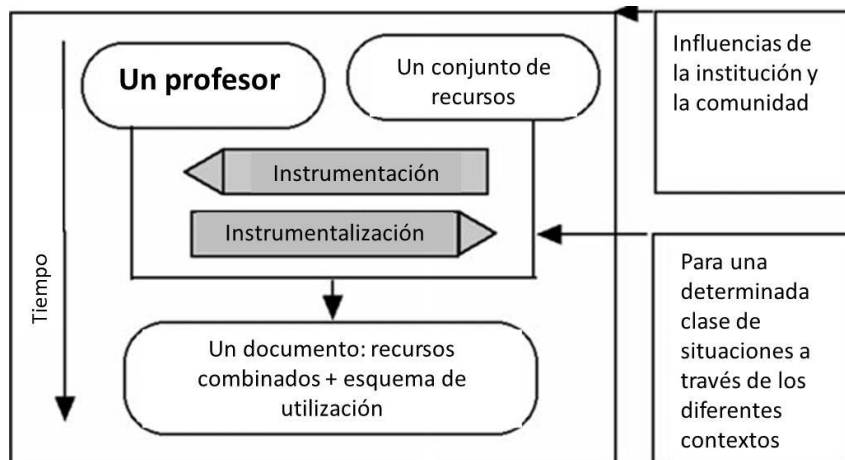


expresión documental de su propuesta teórica se refiere tanto al trabajo de los profesores con los recursos, como al resultado de dicho trabajo: el documento.

El documento surge del trabajo de un profesor con un conjunto de recursos, para una determinada clase de situaciones, a través de la génesis documental. En la propuesta de Gueudet y Trouche, la génesis documental es un proceso análogo a aquel en el cual un artefacto se convierte en un instrumento, para la resolución de un problema determinado, es decir, la génesis instrumental. De forma similar a lo planteado por el enfoque instrumental, los autores proponen (p. 205) que:

$$\text{Documento} = \text{Recursos} + \text{Esquemas de Utilización}$$

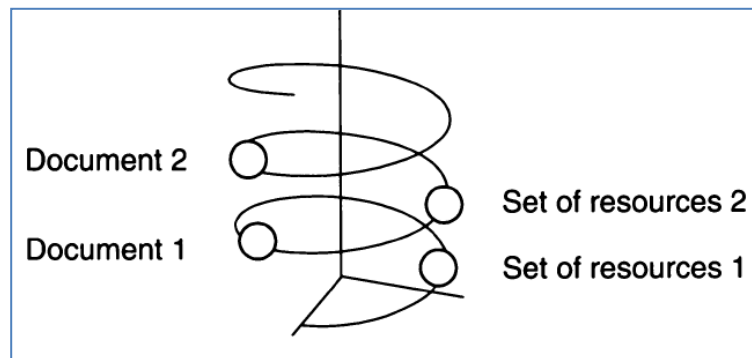
En la génesis documental intervienen, de modo similar, los procesos de instrumentación e instrumentalización. En esta ocasión, la instrumentalización se refiere a los procesos de apropiación y reconfiguración de los recursos, mientras que la instrumentación se relaciona con la influencia que tienen los recursos en la actividad del profesor (Gueudet & Trouche, 2009). En la Figura 3.3 se muestra la representación de la génesis documental propuesta por dichos autores.



**Figura 3.3 Representación esquemática de la génesis documental.**  
(Gueudet y Trouche, 2009, p. 206)

Gueudet y Trouche (2009) resaltan el hecho de que la génesis documental no es simplemente la transformación de un conjunto de recursos en un documento, sino un proceso dinámico y continuo en el que los documentos, desarrollados de un conjunto de

recursos, dan pie a nuevos recursos, reiniciando el ciclo documental, representado en la Figura 3.4.



**Figura 3.4 Esquematización de la dinámica de la génesis documental.**  
(Gueudet y Trouche, 2009, p. 206)

A través del estudio del conjunto de génesis documentales, desarrolladas por un profesor, según dichos autores, se puede tener una perspectiva del crecimiento profesional del profesor (Gueudet & Trouche, 2012). Este crecimiento tendrá a su vez un impacto en las formas de enseñanza del profesor, lo cual puede resultar en la adecuada promoción de habilidades de razonamiento matemático (en particular estadístico), razón por la cual se eligió la perspectiva de la orquestación documental de lo didáctico como parte del marco conceptual de la investigación aquí propuesta.

### 3.3.3. Orquestación instrumental

Otro concepto que surge a partir del enfoque instrumental, con relación a la integración de artefactos tecnológicos en la enseñanza y el aprendizaje, es la noción de la *orquestación instrumental* (Guin y Trouche, 2002). Esa noción se utiliza para estudiar el fenómeno de cómo un profesor integra un artefacto en su clase, y su desempeño al dirigir la actividad de los alumnos con ese artefacto. Es definida como la organización y uso sistemático e intencional de los artefactos a disposición del profesor en el aula, durante la realización de una tarea determinada en un ambiente de aprendizaje, con el objetivo de dirigir las génesis instrumentales de los alumnos (Drijvers et al., 2009). El término propuesto es una metáfora a la disposición y manejo por parte del director de una orquesta, de manera que el desempeño de la orquesta sea óptimo.

La orquestación instrumental se compone de tres elementos:

- i. la configuración didáctica,
- ii. los modos de explotación,
- iii. el desempeño didáctico.

La *configuración didáctica* consiste en la disposición de los artefactos, ya sean o no tecnológicos, y del ambiente de aprendizaje. Los *modos de explotación* se refieren a las formas en las que el profesor busca sacar provecho de una determinada configuración; incluye las decisiones sobre la forma de llevar a cabo las tareas, la forma en que se utilizarán los artefactos, así como los posibles esquemas y técnicas a desarrollar por los estudiantes para lograr los objetivos de la tarea propuesta. El *desempeño didáctico* del profesor involucra sus decisiones e intervenciones desarrolladas en el ambiente de aprendizaje.

Un ejemplo clásico de un tipo de orquestación instrumental es la denominada *orquestación-alumno-sherpa*, en el cual los alumnos desarrollan cierta tarea ayudados de un artefacto (una calculadora), mientras que el trabajo de uno de ellos se proyecta y el profesor, regula la intervención de dicho estudiante (Guin y Trouche, 2002).

Trouche (2004) también distingue la orquestación *sherpa-en-el-trabajo*, la cual tiene una configuración didáctica como la descrita antes y en cuyo modo de explotación el alumno sherpa toma la iniciativa para guiar el trabajo de la clase. Otros tipos de orquestaciones identificadas por Drijvers et al. (2010) son:

1. *Demostración-técnica*: demostración de las técnicas por el profesor.
2. *Explica-la-pantalla*: explicación del profesor a toda la clase, guiada por lo que pasa en la pantalla.
3. *Enlaza-pantalla-pizarrón*: el profesor señala la relación entre la representación del ambiente tecnológico y la representación matemática convencional fuera de éste.
4. *Discute-la-pantalla*: discusión de toda la clase sobre lo que se observa en la pantalla.
5. *Indica-y-muestra*: Se discute el razonamiento incluido en el trabajo de algún estudiante, identificado durante la preparación de la clase.

Los modos de explotación de las primeras tres orquestaciones implican que el profesor tome un papel central, mientras que las siguientes orquestaciones privilegian la intervención de los alumnos. Las configuraciones didácticas son muy similares e incluyen al menos acceso al ambiente tecnológico por parte de los alumnos, posibilidad de proyectar la pantalla y un arreglo del aula que permita a los alumnos seguir las demostraciones.

Por su lado, Tabach (2011, 2013) distingue otros tipos de orquestación: *monitorea-y-guía*, *no-usa-tecnología* y *discute-la-tecnología-sin-ella*. En la orquestación *monitorea-y-guía*, el profesor utiliza un sistema de administración del aprendizaje para guiar a los estudiantes o llevar a cabo tareas similares a las de las orquestaciones *demostración-técnica* y *explica-la-pantalla*. En la orquestación *no-usa-tecnología*, la tecnología está disponible pero el profesor decide no hacer uso de ella. La última forma de orquestación propuesta por esta autora, *discute-la-tecnología-sin-ella*, corresponde a escenarios donde no es posible que los alumnos dispongan del elemento tecnológico. Drijvers (2012) distingue un tipo de orquestación más, al que denomina como *circula-mientras-trabajan* (*work-and-walk-by*). En esa orquestación, los estudiantes trabajan con una computadora, ya sea individualmente o en pares, mientras el profesor circula entre ellos para monitorear su trabajo y guiarlos cuando es necesario.

Para Drijvers et al. (2009), las diferentes formas de orquestación de los profesores se relacionan con su visión sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Por ejemplo, para uno de los profesores que observaron, era importante alcanzar ciertos objetivos de aprendizaje matemático, vinculando lo que sucede en los ambientes tecnológicos y de papel-y-lápiz; así, utilizaba más frecuentemente la forma de orquestación *enlaza-pantalla-pizarrón*.

Drijvers et al. (2009) también señalan que la orquestación *demostración-técnica* era la más frecuente entre los profesores que observaron, debido a que éstos “sienten la necesidad de familiarizar a los alumnos con técnicas básicas [sea lo que básico signifique], para prevenir obstáculos técnicos que inhiban las actividades matemáticas” (p. 6).

Los marcos conceptuales presentados en este capítulo se utilizaron en nuestro análisis del estudio de caso. La descripción de su consideración en el análisis, así como otros aspectos de la metodología de esta investigación se describen en el siguiente capítulo.

# **CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN**

---

## **4.1. FASES DE INVESTIGACIÓN**

El trabajo aquí presentado se realizó en dos fases: una fase preliminar y un estudio de caso. La fase preliminar tenía como objetivo proveer un diagnóstico sobre el uso que hacen los profesores universitarios, de los distintos recursos tecnológicos disponibles para apoyar su enseñanza de la estadística.

A partir de los datos recopilados en la fase preliminar, se seleccionó a una profesora para realizar un estudio de caso. En esta fase se observó la práctica de la profesora, a quien llamaremos Mayra, con el objetivo de identificar la forma en la que se promueve el sentido estadístico a través del uso de los recursos tecnológicos.

A continuación, se presentan de forma general los aspectos metodológicos de cada fase del estudio.

## **4.2. FASE PRELIMINAR: CUESTIONARIO DE DIAGNÓSTICO**

### **4.2.1. Instrumento y toma de datos**

Para lograr los objetivos propuestos en esta investigación era necesario conocer la situación actual sobre el uso de recursos en las clases de estadística universitaria de nuestro país. Por lo que se diseñó un cuestionario (ver apéndice A) dirigido a profesores de dicho nivel, con el cual se buscaba obtener información sobre el uso que hacen de los recursos TD en su práctica (ver sección 5.1.1).

El cuestionario consta de 19 preguntas, dos de ellas abiertas y el resto de opción múltiple. Se creó en línea y se distribuyó por medio de correo electrónico, primero a colegas que cumplieran los requisitos (pertenecer al nivel universitario y haber impartido un curso relativo a estadística) y a las coordinaciones de distintas instituciones del nivel universitario.

### 4.2.2. Participantes

Contamos con la participación de 31 profesores, con distinta formación profesional: 12 de ellos actuarios, 10 matemáticos, 3 biólogos y uno de cada una de las siguientes profesiones: Psicología, Administración, Física, Ecología Cuantitativa, Fisicomatemáticas, Investigación Educativa, e Ingeniería Industrial.

La mitad de los participantes impartía clases en la UNAM (en dos campus), cinco en La Salle, tres en la UAM, ese mismo número en la Universidad Autónoma de Aguascalientes y en la Universidad Anáhuac, y los demás en instituciones como la BUAP, el ITESM, IPN-UPIITA, y la Universidad Linda Vista.

El promedio de antigüedad docente fue de 12 años, pero la mitad de los profesores con 9 años de antigüedad o menos. Además, prácticamente todos los profesores indicaron usar los recursos tecnológicos desde hacía más de un año (sólo uno indica que menos de un año y otro no contestó). Catorce profesores con menos de cinco años utilizándolos y 14 con más de cinco años (ver Figura 4.1).

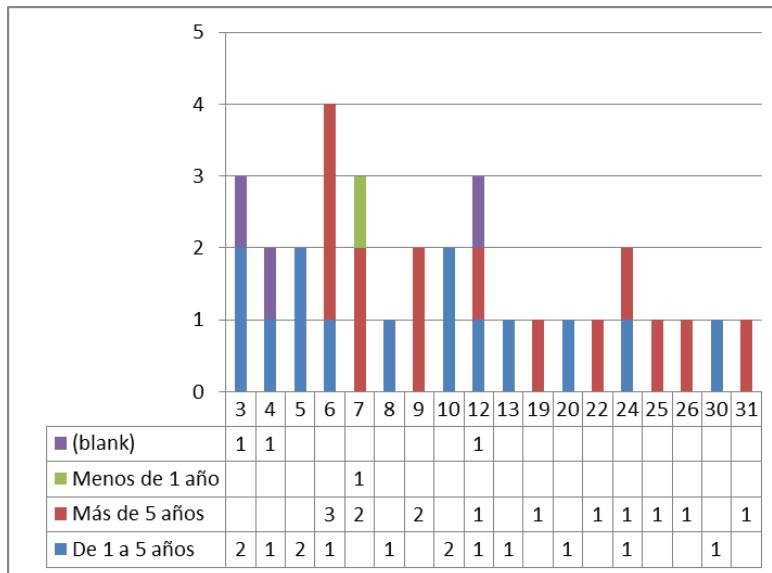


Figura 4.1 Tiempo de uso de recursos TD según antigüedad docente.

Las materias que impartía incluyen cursos básicos de probabilidad hasta cursos avanzados que implican aplicaciones (ver Tabla 4.1), en carreras en donde la formación estocástica es muy necesaria o sirve como base en su formación.

**Tabla 4.1 Cursos impartidos por los participantes del cuestionario<sup>43</sup>**

Curso	Número de menciones
Administración de riesgos financieros	1
Análisis de regresión	1
Análisis de supervivencia	1
Análisis Multivariado	2
Biometría	1
Control Estadístico de la Calidad	2
Econometría	1
Estadística aplicada	9
Estadística Bayesiana	1
Estadística Descriptiva y/o Inferencial	17
Estadística III	1
Estadística Multivariada	1
Estadística No paramétrica	2
Introducción a los Modelos Multidimensionales en R	1
Modelos Lineales Generalizados en R	1
Planeación y Análisis de Experimentos	6
Primer y Permanova	1
Probabilidad	15
Probabilidad y Estadística	6
Procesos Estocásticos	5
Seminario de Investigación de Mercados	1
Series de tiempo	1
Teoría del riesgo	1
<b>Total</b>	<b>78</b>

### 4.2.3. Método de análisis

Los reactivos que componen el cuestionario incluían algunos para reconocer qué cursos, en qué institución y cuánta experiencia tenía el profesor, pero la mayor parte del cuestionario se enfoca en la utilización de recursos TD en clase. Por ejemplo, cuáles recursos son utilizados, en qué tipo de actividades se integran, la frecuencia con que se usan, las razones para utilizarlos, etc.

<sup>43</sup> Las respuestas completas se pueden consultar en la siguiente liga:  
<http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.29153.58724>

La mayor parte de los reactivos del cuestionario eran de opción múltiple, y los datos obtenidos mediante éstos se analizaron cuantitativamente con: tablas de frecuencias y gráficas de barras (datos de tipo categórico), resúmenes estadísticos e histogramas (datos de tipo numérico). Otras preguntas eran abiertas: en particular, se incluyeron dos para indagar las razones por las que los profesores incorporan (o no) recursos TD en sus clases. Las respuestas a estas preguntas se analizaron cuantitativamente por medio de códigos y categorías, que se utilizaron para describir cuáles, cómo y para qué utilizan los recursos TD los profesores.

#### **4.2.4. Entrevistas a algunos profesores**

Durante el análisis de los datos del cuestionario diagnóstico se identificaron algunos profesores que decían usar muy frecuentemente los recursos TD para sus clases. Sin embargo, no era claro cuál era el papel que los profesores le asignaban a estos recursos, además de que tanto las herramientas como el tipo de actividades que indicaron usar eran muy distintos. Así, con el objetivo de ampliar la información obtenida, se decidió realizar entrevistas a algunos de los profesores que contestaron el cuestionario. Se eligieron tres profesores que impartían clases en el mismo plantel, a alumnos de la misma carrera y que referían usar recursos TD de forma frecuente. A partir de los datos de estas entrevistas se seleccionó a una profesora como estudio de caso.

### **4.3. ESTUDIO DE CASO**

Después de analizar los datos del cuestionario de diagnóstico y de las entrevistas, se observó que una gran parte de los profesores que referían hacer uso de los recursos TD, reflejaban en sus respuestas que dichos recursos eran usados, principalmente, para realizar cálculos de manera rápida. Sólo unos cuantos que usaban constantemente los recursos TD, parecían considerarlos como una parte importante de su propuesta de enseñanza. De entre ellos, llamó nuestra atención, en particular, una profesora, a quien llamaremos Mayra, quien refería un uso constante del lenguaje de programación R para fomentar un aprendizaje más conceptual en sus alumnos. Por ello, se decidió llevar a cabo un estudio de caso de tipo cualitativo, de esta profesora.



### 4.3.1. Participantes

#### 4.3.1.1. La profesora

Mayra es bióloga y cuenta con un Doctorado en Biología Marina por la Universidad de Wales. Al momento de iniciar el estudio, tenía 17 años de experiencia docente, de los cuales, en los últimos cinco años había impartido, principalmente, cursos de probabilidad y estadística, con temas de distintos niveles, y fuerte orientación práctica, entre los que se encuentran:

- A nivel licenciatura:
  - *Planeación y Análisis de Experimentos (PAE)*;
  - *Diseño Experimental y Análisis de Datos en R (DEAD)*;
- A nivel posgrado:
  - *Introducción a los Modelos Multidimensionales en R (IMM)*;
  - *Modelos Lineales Generalizados (MLG)*

La propuesta de enseñanza de Mayra, durante el estudio y posterior, se basa en el uso de R para la exploración, por parte de los alumnos, de datos usando registros numérico, gráfico y tabular. Sus actividades con R están diseñadas para realizarse en clase en equipos de dos o tres alumnos. Las evaluaciones son individuales, y son de dos tipos: con uso de R o no.

#### 4.3.1.2. Los alumnos de Mayra

Se tomaron datos de dos grupos de alumnos de Mayra (ver sección 4.3.2):

- El primer grupo (Grupo 1) fueron alumnos de un curso intensivo (extracurricular) *Modelos Lineales Generalizados en R*.
- El segundo grupo (Grupo 2) fueron alumnos de un curso curricular de licenciatura (en el centro de trabajo de Mayra): *Planeación y Análisis de Experimentos*.

##### *i. Alumnos del Grupo 1*

En el curso extracurricular *Modelos Lineales Generalizados* participaron 24 alumnos (5 de licenciatura, 10 de maestría, 5 de doctorado y el resto eran investigadores adscritos a la

institución en la que se llevó a cabo el curso). Sólo 7 habían tenido experiencia previa con el lenguaje de programación R (5 estudiantes de maestría).

Su formación estadística previa fue variada, ya que no pertenecían al mismo nivel educativo, sin embargo, todos contaban con conocimientos básicos de estadística descriptiva e inferencial. Solo un par de ellos refieren haber tomado un curso más avanzado que incluía modelos lineales generalizados y análisis de varianza.

Todos los alumnos eran biólogos y, excepto dos de ellos, indicaron tener alguna especialidad entre las que se encuentran:

- Biotecnología
- Biología Pesquera
- Oceanografía
- Metagenómica Microbiana
- Patología
- Bioquímica
- Manejo Ambiental
- Biología molecular

Cabe mencionar que, en su mayoría, los alumnos de este curso indicaron que cuando se inscribieron en el curso tenían como objetivo principal aprender a programar en R. Entre otros objetivos estaban los de aumentar o reforzar sus conocimientos sobre los conceptos estadísticos que se impartirían, aprender a interpretar los resultados de un análisis estadístico, para desarrollar sus proyectos de investigación o concluir sus trabajos de tesis.

#### *ii. Alumnos del Grupo 2*

Los alumnos observados del Grupo 2 fueron 14 alumnos del cuarto semestre de la licenciatura de Manejo Sustentable de Zonas Costeras, cuyas edades estaban entre 19 y 22 años. Estos alumnos habían cursado la materia de *Probabilidad y Estadística* el semestre inmediato anterior y se encontraban inscritos en la materia curricular de *Planeación y Análisis de Experimentos*. Según el plan de estudios de la licenciatura, en el curso pasado habían abordado conceptos básicos de probabilidad y análisis exploratorio de datos, así como pruebas de hipótesis y de bondad de ajuste. Además, dichos conceptos se abordan en el contexto de

estudios biológicos. Como el curso de *Probabilidad y Estadística* lo había impartido la profesora Mayra, todos los alumnos observados tenían además experiencia con el lenguaje de programación R.

### 4.3.2. Toma de datos

Antes de comenzar las observaciones de las clases se realizó una entrevista semi-estructurada con Mayra (ver Apéndice B), en la que se buscaba ampliar la información sobre su propuesta de enseñanza actual, así como los antecedentes y consideraciones sobre su uso de los recursos TD.

Después, tal como se señaló arriba, se realizaron dos series de observaciones de clases de Mayra:

- La primera fue durante un curso intensivo extracurricular (*Modelos Lineales Generalizados* - MLG) dirigido a un grupo en el que se encontraban tanto alumnos de licenciatura como de posgrado. Este curso se realizó a petición del departamento del CIAD, desde donde invitaron a la profesora para impartirlo.
- La segunda observación se realizó durante las dos primeras semanas del curso curricular de *Planeación y Análisis de Experimentos*, dirigido a los alumnos de la licenciatura de Manejo Sustentable de Zonas Costeras, de la Facultad de Ciencias de la UNAM.

**Tabla 4.2 Número de sesiones y horas observadas**

Curso	Número de sesiones	Duración de cada sesión	Total horas
Modelos Lineales Generalizados (MLG)	5	7 horas	35
Planeación y Análisis de Experimentos (PAE)	6	1.5	9

En cada sesión se recolectaron las actividades respondidas y, en el caso del curso extracurricular, las presentaciones de PowerPoint utilizadas. Además, la profesora nos proporcionó la secuencia de actividades que utiliza en el curso completo. La Tabla 4.3 enlista los archivos que nos fueron proporcionados por la profesora. En total se tienen 32 archivos, de

los cuales, 9 son presentaciones de PowerPoint y 23 son los archivos de R donde se plantean las actividades.

**Tabla 4.3 Archivos proporcionados por la profesora**

Curso	Actividades en R	Presentaciones PowerPoint
<b>Intensivo MLG</b>	Rbas_A: Generalidades Rbas_B: Manipulación Rbas_C: Import/Export Rbas_D: Gráficos Act_17: Regresión Lineal Act_18: Validación GLM Act_19: AED Act_20: ANCOVAR Act_21: Regresión Múltiple Act_22: Regresión Poisson Act_23: Sobredispersión Act_24: Regresión Logística	UNIDAD I: Conceptos básicos UNIDAD II: Probabilidad UNIDAD III: Pruebas de hipótesis (simples) UNIDAD IV: ANOVA_CompMultiples UNIDAD V: ANOVA_anidado UNIDAD VII: Modelos lineales (LM) UNIDAD VIII: Validación del modelo UNIDAD IX: Análisis Exploratorio de Datos UNIDAD X: Regresión múltiple
<b>Curricular PAE</b>	Rbasic1: Generalidades Rbasic2: Manipulación A2: Dist Frec VarConti Rbasic3: Import/Export A3: Dist VarAleat Binom A6: TCL A7: Dist. t-student A8: Dist. t-student 2indep A11: ANOVA Rbasic4: Plots A12: Comp. Posthoc A13: Contrastes A14: ANOVA anidado A15: ANOVA bifactorial A16: Correlación A17: Regresión Bivariada A18: Validación GLM A19: AED A20: ANCOVAR	

Además, se grabaron algunos audios y se tomó nota de algunas conversaciones fuera de clases (entrevistas informales) en las que Mayra comentaba detalles de la clase, de las

decisiones que tomaba y algunos contrastes de su práctica con otros cursos. Adicionalmente, en el curso extracurricular se realizaron entrevistas formales a algunos alumnos, principalmente con el objetivo de tener datos sobre su formación académica, su experiencia con R, etc.

### **4.3.3. Método de análisis**

Las grabaciones de las entrevistas y de los comentarios de la profesora fueron transcritos y se destacaron los aspectos de interés para describir la práctica de la profesora. Los audios de las entrevistas a los alumnos se transcribieron y se incluyen de forma anecdótica en el apéndice C. A través de dichos datos, se tiene una visión de la propuesta de enseñanza de Mayra desde la perspectiva de los alumnos.

La información de las entrevistas de Mayra se utilizó para destacar los elementos principales de su propuesta de enseñanza. En particular, se caracterizó el impacto de la integración del software y ambiente de programación R: (i) en su conceptualización de la práctica estadística, (ii) en el proceso por el cual incorporó este recurso tecnológico en su práctica; y posteriormente en su enseñanza, impulsada por las ideas del construccionismo. Además, se destacaron algunas de las consideraciones de la profesora sobre la creación y uso de las actividades.

Las grabaciones (y transcripciones) de las clases observadas se usaron para distinguir la forma en que Mayra orquesta sus clases. La observación de las clases se dividió en episodios, según se identificara un cambio, ya sea en la configuración didáctica, o en el modo de explotación de la orquestación de Mayra. Tratamos de distinguir sus tipos de orquestaciones (ver sección 3.3.3), a partir de las señaladas en la literatura (e.g., las de Tabach, 2013) para identificar si corresponde o es una variante de cierta orquestación, o si se trata de una nueva orquestación.

Por otro lado, diversos autores (e.g. Batanero & Diaz, 2011; GAISE College Report ASA Revision Committee, 2016; Garfield & Ben-Zvi, 2008) han señalado la necesidad de involucrar a los alumnos con proyectos que les permitan desarrollar los elementos asociados al sentido estadístico (cultura, razonamiento y pensamiento estadístico). Así que, se utilizaron los

archivos de las actividades y las grabaciones de las clases (en audio y video), donde se discutía la solución de las actividades para indagar sobre la promoción del sentido estadístico.

A partir de los archivos de las actividades de R se construyó una tabla donde se enlistaron los problemas de cada actividad y se hizo una codificación asignando etiquetas para identificar cuáles de los elementos del sentido estadístico se promueven (Batanero, 2013; Batanero et al., 2013). También se crearon categorías para describir el tipo de actividad que se requiere de los estudiantes el resolver cada problema o inciso (ver sección 7.3). Dichas categorías se relacionaron con los principios construccionistas identificados por Sacristán et al. (2020), a modo de verificar que la forma en la que se plantean las actividades provee un ambiente de aprendizaje construccionista.

# CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DEL CUESTIONARIO DE DIAGNÓSTICO

---

El cuestionario diseñado tuvo como finalidad conocer diversos aspectos relacionados con el uso de tecnología en la práctica docente de profesores que imparten clases de probabilidad y estadística a nivel universitario. A continuación, se presentan las consideraciones que llevaron a su diseño y algunos de los datos que se obtuvieron.

## 5.1.1. Diseño del cuestionario diagnóstico

De acuerdo con Chance et al. (2007), el uso de la tecnología en la enseñanza de la estadística implica tener en cuenta, desde los cambios en el aula, la pedagogía y el currículo; los diferentes tipos de tecnología disponible, así como sus potencialidades y desventajas; las formas de uso (que pueden ir desde la automatización de cálculos hasta la oportunidad acceder a ideas estadísticas importantes a través de la visualización y la contrastación); hasta los posibles obstáculos que se pueden presentar .

El diseño del cuestionario que aquí se presenta tomó en consideración los aspectos indicados por Chance et al. (2007), aunque dirigiendo su atención hacia aquellos relacionados a la práctica docente. A continuación, se discuten los reactivos que integran el cuestionario.

### *Formación docente*

- 1a. ¿Ha recibido capacitación docente por parte de la escuela o del sistema educativo en el que se encuentra, en uso de recursos tecnológicos digitales (TD)? \* (Sí/No)
- 1b. ¿Qué cursos de TD ha recibido recientemente (en el último año) ?

El objetivo de esta pregunta es identificar si el profesor tiene acceso a capacitación y de ser el caso, indagar si en la institución en que labora se promueve el uso de recursos TD para la enseñanza de la estadística. Esta pregunta toma en cuenta la afirmación de Lee y Hollebrands (2008) sobre la necesidad de capacitar a los profesores de modo que puedan “capitalizar el poder de la tecnología para crear lecciones que asistan a los estudiantes en desarrollar entendimiento matemático” (2008, p. 334).

*Uso de recursos tecnológicos digitales (TD) por parte del profesor*

2. ¿Usa recursos tecnológicos digitales (TD) para/en sus clases de probabilidad y/o estadística?

\*(Selecciona todos los que correspondan:

i. Nada/ ii. Para preparar las clases/ iii. Durante las clases/ iv. Dejó tareas, a los alumnos, que requieren uso de alguna tecnología/ Otro)

Se desea conocer en qué aspectos de la práctica docente se utilizan los recursos TD.

3a. ¿Cuáles de los siguientes recursos TD usa para su clase?

3b. Si usa "Otro", especifique cuál.

3c. ¿Por qué eligió los recursos TD que más utiliza?

Sacristán, et al. (2009) han señalado la fuerte influencia que tiene la elección de una herramienta tecnológica en la promoción del aprendizaje de un concepto matemático. Dicha elección puede ampliar o bien restringir las posibilidades enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, los profesores eligen y usan recursos TD atendiendo a distintos factores, los cuales no necesariamente se relacionan con aspectos didácticos. Esta pregunta se planteó para que los profesores expresaran sus consideraciones relativas a la elección de un determinado recurso.

4. Si usa recursos TD en sus clases de probabilidad y/o estadística ¿desde hace cuánto lo hace? (Menos de 1 año/ De 1 a 5 años/ Más de 5 años)

Las propuestas de uso de recursos TD evolucionan a lo largo del tiempo, así que planteamos esta pregunta para saber qué tanto tiempo han trabajado los profesores con estos recursos. Además, entre los criterios de selección del profesor con el que se llevaría a cabo el estudio de caso, se encontraba el tiempo transcurrido desde la incorporación de recursos TD.

5a. ¿Considera que el uso de recursos TD puede ayudar a mejorar la comprensión de los temas por parte de los alumnos? \* (0=Nada, 1=Poco, 2=Medianamente, 3=Mucho)

5b. ¿Por qué? \*

La comprensión de conceptos estadísticos puede ser apoyada en el uso de recursos TD, con buenos resultados, pero es posible que los profesores no compartan esta opinión o que consideren algunas condicionantes para que esto ocurra. El objetivo de esta pregunta es conocer la postura del profesor respecto a la relación entre la comprensión de los temas y el uso de recursos TD.

6a. ¿Con qué frecuencia hace uso de los recursos TD en clase?

(Menos de 1 vez/ 1 vez/ 2 veces/ 3 veces/ 4 o más veces/ Todos los días de clase: A la semana/ Al mes/ En el periodo del curso)



6b. En promedio, ¿aproximadamente qué tanto tiempo de una clase usa recursos TD? (Menos de 10% (poco)/ 25%/ 50% (la mitad del tiempo)/ 75%/ Más de 90% (casi todo el tiempo)).

La frecuencia e intensidad de uso de los recursos TD, por parte del profesor, pueden indicar qué papel juegan los recursos para promover el aprendizaje. Según el propósito que tenga el profesor al utilizar recursos TD, requerirá de mayor o menor tiempo de trabajo en clase con estos recursos.

Nuestro planteamiento inicial fue que, de acuerdo a las respuestas que se den a las preguntas anteriores, se podría identificar si el profesor dedica mucho tiempo a la exposición de los conceptos y procedimientos, de modo que el uso de recursos TD quede relegado a los momentos en que se muestre la forma de operar con los recursos para obtener los resultados ligados a la exposición realizada.

*Uso de recursos tecnológicos digitales (TD) por parte de los alumnos*

7. Los alumnos hacen uso de recursos TD para la clase de probabilidad y/o estadística:\*

- En clase
- Para tareas específicas que requieren uso de tecnología
- Por su cuenta (e.g. para tareas aunque no se pida el uso de recursos; para consulta y profundizar sobre los temas; etc.)
- Creo que no las usan
- No sé

El objetivo de esta pregunta es saber qué tan informados e involucrados están los profesores sobre el uso de los recursos TD por parte de los alumnos. Es posible que los profesores dirijan a sus alumnos en el uso efectivo de estos recursos, debido a los requerimientos que se hacen en clase; o bien, que los profesores identifiquen la interacción de los alumnos con estos recursos en sus tareas y proyectos, pero sin intervenir.

8. Si los alumnos usan los recursos TD para la clase de probabilidad y/o estadística

8a. ¿Qué tipo de actividades con recursos TD realizan los alumnos?

(Ninguna/ Muy pocas/ En ocasiones/ La mayor parte del tiempo/ Siempre)

- Actividades dirigidas por el profesor
- Actividades con apoyo ocasional del profesor
- Actividades de trabajo autosuficiente con algún software especializado de estadística o de manejo de datos (ver lista en pregunta 2a)
- Actividades independientes con retroalimentación del software (e.g. tutoriales inteligentes)
- Actividades de indagación en Internet por parte del alumno

8b. ¿Cómo realizan los alumnos las actividades con recursos TD?  
(Nunca/ Muy poco/ En ocasiones/ La mayor parte del tiempo/ Siempre)

- Se realizan en forma individual
- Se realizan en equipo

Este cuestionamiento buscaba conocer si la propuesta de uso de tecnología tiene relación con los cambios de rol que se dan en el aula y la forma en que se promueve la comprensión. Por otro lado, a través de esta pregunta intentamos reconocer aquellas propuestas de uso de los recursos TD en los que los alumnos tomaran un rol más activo, de manera que entre ellas se seleccionara el estudio de caso.

8c. ¿Dónde realizan los alumnos las actividades con recursos TD?  
(Nada/ Muy poco/ En ocasiones/ La mayor parte del tiempo/ Siempre)

- Se realizan en clase con un guión de trabajo definido
- Se realizan en clase por medio de exploración, por parte de los alumnos
- Se realizan en línea
- Otro

Las propuestas de uso de tecnología frecuentemente están relacionadas al desarrollo de planes de estudio en línea o semi-presenciales, por lo cual se buscaba distinguir cuándo el uso de recursos TD se vincula a la propuesta del profesor y cuándo al plan de estudio.

#### *Práctica docente*

9a. En sus evaluaciones del curso, ¿se toman en cuenta actividades de los alumnos con recursos TD? \*(Sí/No)

9b. Si es así, ¿cuáles? (Marque todas las que tome en cuenta para la evaluación)

- Actividades con TD que son parte de un examen
- Tareas con TD
- Proyectos con TD
- Trabajo en clase con TD
- Otro: \_\_\_\_\_

Una propuesta de enseñanza que incorpora el uso de recursos TD para promover la comprensión de conceptos requiere replantear la forma de evaluación. Por ejemplo, si durante las clases se utiliza la tecnología para promover el análisis exploratorio de los datos, tiene poco sentido evaluar usando un examen a lápiz y papel. Por medio de esta pregunta intentamos conocer si hay concordancia entre la evaluación propuesta y el trabajo con tecnología.

*Aspectos curriculares*

10. Si usted fuera responsable de elaborar el temario de las materias de probabilidad y/o estadística ¿qué cambiaría? \*

En ocasiones los profesores consideran inadecuada la propuesta del currículo, ya sea porque lo sientan sobrecargado o porque no sea acorde con las características y necesidades de la población a la que se dirige. En particular, respecto al uso de tecnología, los profesores pueden indicar si identifican alguna necesidad para su inclusión o adecuación.

*Comentarios adicionales*

11. ¿Desea hacer alguna observación adicional acerca del uso de recursos TD para la enseñanza-aprendizaje de la probabilidad y/o estadística?

El cuestionario aborda distintos aspectos sobre la práctica docente y el uso de la tecnología que son de interés para los fines de esta investigación; sin embargo, se plantea esta pregunta para permitir que los profesores expresen las opiniones que consideren pertinentes al tema y que no hayan sido abordadas en el cuestionario.

## **5.2. CONSIDERACIONES SOBRE LA ELECCIÓN DE RECURSOS TD Y SU APOORTE A LA ENSEÑANZA**

Algunos de los reactivos del cuestionario eran de opción múltiple, y los datos obtenidos mediante éstos se analizaron cuantitativamente. Otras preguntas eran abiertas: en particular, se incluyeron dos para indagar las razones por las que los profesores incorporan (o no) recursos TD en sus clases; esta sección se enfoca en los resultados de éstas.

La primera era para que los profesores expresaran sus consideraciones relativas a su *elección* de un determinado recurso (pregunta 3c del cuestionario, ver página 80). La segunda era si (y por qué) consideran que los recursos TD pueden ayudar a mejorar la comprensión de los temas y en qué medida, es decir, el posible *aporte* del recurso para promover la comprensión de conceptos (pregunta 5b del cuestionario, ver página 80). Las respuestas de estas preguntas abiertas fueron clasificadas asignando códigos y categorías a cada respuesta. En adelante utilizaremos los términos “elección” y “aporte” para referirnos a dichas cuestiones.

Las respuestas a la pregunta sobre los posibles aportes de los recursos TD a la comprensión de los alumnos se analizaron asignando códigos clasificados en tres categorías: características inherentes a la tecnología; consideraciones didácticas; y conocimiento matemático (estadístico) que se desea transmitir. Los códigos propuestos en cada categoría, así como un ejemplo de los mismos se encuentran en la Tabla 5.1. Aunque cada código pertenece a una categoría, éstas no son excluyentes: consideramos que algunos códigos pueden relacionarse con más de una categoría: por ejemplo, la capacidad de cálculo puede relacionarse con las tres categorías propuestas. Sin embargo, los códigos se incluyeron en la categoría que se ajustaba mejor a las respuestas obtenidas.

Cabe mencionar que entre los códigos propuestos se encuentran “El pizarrón basta” y “Comprensión sin necesidad de tecnología”, debido a que los comentarios de dos profesores reflejan cierta oposición al uso de recursos TD o al hecho de darles un papel prioritario en la enseñanza.

En la Tabla 5.2 se encuentra el número de respuestas obtenidas en cada categoría, divididas según se infieren de las razones dadas por los profesores sobre la elección y la consideración del aporte de los recursos TD, o bien, aquellas que son comunes a ambas cuestiones.

**Tabla 5.1 Categorías y códigos de las razones dadas por los profesores**

<b>Categoría</b>	<b>Código</b>	<b>Descripción del código</b>	<b>Ejemplos de comentarios de los profesores (sic)</b>
<b>Consideraciones inherentes a la tecnología (aspectos ergonómicos)</b>	Costo	El bajo costo o la gratuidad del recurso	"Por accesibles conocidos y baratos"
	Software Libre	Software gratuito	"Por que son software libre"
	No se gasta papel	Disminuye el uso de papel	"... hay un repositorio de las tareas hechas por los alumnos (se gasta menos papel)"
	Familiaridad por profesor	La familiaridad que tiene el profesor con el recurso	"Estan a mi alcance y es lo que opero en mi trabajo"
	Disponibilidad	La posibilidad de que los alumnos accedan al recurso, ya sea porque se pueden encontrar fácilmente (a través de la web o e.g. hojas de cálculo) o porque no requieren un esfuerzo extra por parte de los alumnos para acceder al recurso (e.g. debido al costo)	"Están al alcance de los alumnos"
	Popularidad/Aplicabilidad laboral	El recurso es adecuado o de uso común en el campo laboral	"Por que son recursos tecnologicos que se necesitan en el campo laboral de la carrera en la que imparto clase"
	Uso fácil por el usuario	La facilidad o simpleza para utilizar el recurso	"Para mi son de uso fácil"
	Facilidad de cálculo	La posibilidad de efectuar cálculos de forma rápida o automática	"les permite realizar sus cálculos rápidos y hacer mas amenas sus actividades"
	Práctico para la clase	La posibilidad del recurso para ajustarse a las necesidades de la clase	"Practicidad y enfoque para los contenidos específicos que debe aprender un alumno"
	Versatilidad (elaboración de gráficas)	Que puede ser usado para distintos fines o de distintas formas para un mismo fin	"... necesitaba un lenguaje de programación simple, versátil en la elaboración de gráficas, y comúnmente usado..."
	Capacidad de cálculo	La capacidad para manejar gran cantidad de información con el recurso. Se distingue de la facilidad de cálculo debido a Big Data.	"... Cuando la base de datos aumenta en sus investigaciones, es necesario reducir el tiempo para el cálculo y posteriormente ellos realizarán el análisis de sus datos."
	Manejo de bases de datos	La posibilidad de crear, acceder y manipular bases de datos estadísticos	"Permiten la conformación de bases de datos y los análisis de datos requeridos"
	Disponibilidad de la información	La posibilidad de que los alumnos tengan acceso a información relevante para la clase	"La visualización y la disponibilidad de información seleccionada facilita el aprendizaje"

	Permite formar un repositorio	La posibilidad de crear una colección de los trabajos, tanto los elaborados por el profesor o los realizados por los alumnos	"Repositorio (programa, tareas dejadas, tareas recibidas,...; apoyo de videos de youtube; programación de cálculo diferencial; álgebra lineal y análisis multivariado, bases de datos de información recabada en campo"
	Permite la exploración	La posibilidad de explorar, ya sea diversos escenarios o formas de realizar una tarea	"Velocidad y detalle: implica más tiempo de experimentación e interpretación"
	Manejo del tiempo	Permite al profesor gestionar el tiempo para realizar distintas actividades en clase	"Les sirve para aplicar los conocimientos adquiridos en la teoría de una forma agil y viendo resultados que con calculadora o a mano serían muy tardados"
<b>Consideraciones didácticas</b>	Visualización	El recurso ayuda a la visualización por medio de gráficas y/o animaciones	"Les da acceso a datos y gráficos que les facilitan y aceleran la comprensión"
	Contraste con actividad convencional	El recurso ofrece posibilidades distintas a la actividad que se realiza con lápiz y papel	"...les permite a los alumnos tener un acercamiento diferente a las matemáticas en comparación con un ambiente de papel y lápiz"
	Aumenta la motivación	Los alumnos son motivados debido al uso de recursos TD	"... además de que los alumnos son profunda y genuinamente motivados"
	Organización del trabajo	Permite al profesor planear y gestionar su actividad	"Se preparan mejor las clases y actividades extra clase..."
	Cercanía a los alumnos	La facilidad de los alumnos para utilizar los recursos TD	"Porque los alumnos son cercanos a los recursos TD"
	Retroalimentación	La interacción con el recurso provee retroalimentación al alumno	"...El resultado de cada decisión, así como la conclusión final se verifica en el instante..."
	Transnumeración	Comprender, comparar y conectar la información contenida en distintos registros de representación de los datos	"Los recursos TD permiten hacer una mayor cantidad de adecuaciones y ajustes en las bases de datos, así como una gran variedad de análisis estadísticos, ayudando a los procesos de "transnumeración"
	Ayuda a mantener la concentración	Los alumnos se muestran más concentrados en clase	"Lo apoderan del método, sin perder tiempo ni concentración en el proceso del cálculo u operación matemática"
	Adecuación al contenido	El recurso es adecuado para la enseñanza del contenido	"Practicidad y enfoque para los contenidos específicos que debe aprender un alumno"
	Trabajo en equipo	Permite que se realice trabajo en equipo.	"Elaboré una serie de actividades de programación computacional para ser realizadas en clase por equipos de 2-3 alumnos"

	El pizarrón basta	No se requieren otros recursos para impartir la clase, sólo el pizarrón	"Se pueden ilustrar los conceptos en el pizarrón y el uso de tecnologías entorpece su uso"
	Provee un espacio de práctica estadística	Permite realizar los cálculos y análisis requeridos, a fin de aplicar los conceptos y procesos estudiados de manera teórica	"Permite que el alumno analice y comprenda la lógica de los análisis estadísticos"
	Promueve la comprensión	El uso del recurso ayuda a comprender conceptos y/o procedimientos estadísticos	"...Estos recursos permiten que los estudiantes tengan una mayor comprensión de lo que se les enseña"
	Apoya la interpretación de datos y resultados	La posibilidad de dar mayor énfasis a la interpretación de las características de los conjuntos de datos y a los resultados de los análisis estadísticos	"Les permite hacer mayor énfasis en la interpretación que en los cálculos"
<b>Consideraciones relativas al conocimiento matemático</b>	Construcción del conocimiento	Facilita que el alumno construya su propio conocimiento	"...Con ello son partícipes activos de la construcción de su propio conocimiento... "
	Motiva razonamiento estructurado	El uso del recurso promueve en los alumnos el razonamiento estructurado	"se enseña a pensar de forma más ordenada (programación)"
	Comprensión sin necesidad de tecnología	La comprensión se debe dar previo al uso de los recursos tecnológicos	"Porque permite visualizar los conceptos, pero sólo si ya se han entendido."

**Tabla 5.2 Respuestas por categoría, referentes a la elección y al aporte de los recursos TD**

<b>Categorías inherentes a la tecnología</b>		
<b>Código</b>	<b>Aporte</b>	<b>Elección</b>
Disponibilidad	1	6
Popularidad/ Aplicabilidad laboral	1	8
Costo	0	4
Software Libre	0	4
Facilidad de uso	1	3
Práctico para la clase	0	2
Familiaridad por profesor	1	1
Facilidad de cálculo	1	0
Capacidad de cálculo	6	3
Versatilidad (elaboración de gráficas)	0	1
Manejo de bases de datos	1	1
Permite formar un repositorio	1	1
Permite la exploración	2	1
No se gasta papel	1	0
Disponibilidad de la información	1	0
<b>Total</b>	<b>17</b>	<b>35</b>
<b>Categorías didácticas</b>		
<b>Código</b>	<b>Aporte</b>	<b>Elección</b>
Visualización	8	1
Contraste con actividad convencional	8	0
Manejo del tiempo	6	1
Acelera el aprendizaje	4	0
Aumenta la motivación	2	0
Organización del trabajo	1	1
Cercanía a los alumnos	1	0
Retroalimentación	1	0
Ayuda a mantener la concentración	1	0
Adecuación al contenido	0	3
Trabajo en equipo	0	1
El pizarrón basta	1	0
<b>Total</b>	<b>33</b>	<b>7</b>
<b>Categorías de conocimiento matemático (estadístico)</b>		
<b>Código</b>	<b>Aporte</b>	<b>Elección</b>
Provee un espacio de práctica estadística	10	1
Promueve la comprensión	7	4
Apoya la interpretación	4	0
Transnumeración	1	0
Construcción del conocimiento	1	0
Razonamiento estructurado	2	0
Sin necesidad de tecnología	2	1
<b>Total</b>	<b>27</b>	<b>6</b>



Los datos de la tabla indican que la razón principal de los profesores para incluir recursos TD en el aula es la de proveer un espacio de práctica estadística, además de la visualización y el contraste con la actividad convencional. Los comentarios de los profesores, incluidos en la Tabla 5.1, reflejan que el uso de recursos TD permite que los alumnos tengan un acercamiento a los conceptos estadísticos, debido a que esos recursos ofrecen mayores posibilidades de acción facilitando el desarrollo de actividades y la reflexión sobre los conceptos involucrados. Lo anterior parece indicar que los profesores aprecian el potencial que ofrecen los recursos TD, como lo señalado por investigadores en educación estadística (Pratt, Davies y Connor, 2011).

Podría esperarse que las consideraciones sobre el aporte de los recursos TD orienten la elección de un determinado recurso; sin embargo, al pedir a los profesores que justificaran su elección de los recursos que utilizan (ver el número de respuestas obtenidas para cada código en la columna Elección de la Tabla 5.2), se refirieron principalmente a aspectos inherentes a la tecnología. Si bien la popularidad de un recurso puede influir en su nivel de presencia en las aulas, los profesores también toman en cuenta la posibilidad de facilitar el acceso a dicho recurso, ya sea debido al costo o a la disponibilidad.

Resulta de interés el hecho de que la elección de un recurso se relacione en menor grado con las características didácticas y del conocimiento que se puede promover. En contraste, las consideraciones de Biehler (1993) sobre las características deseables de un software, para que sirva de apoyo a la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, se relacionan mayormente con aspectos del conocimiento estadístico y aspectos didácticos.

Por otro lado, algunas características eran consideradas, por ciertos profesores, tanto al justificar su elección como para referirse al aporte de los recursos TD. Dichas características son: la capacidad de cálculo, el manejo de bases de datos, la posibilidad de formar un repositorio, la visualización, el manejo del tiempo, la organización del trabajo, la provisión de un espacio de práctica estadística y la promoción de la comprensión.

### **5.2.1. Consideraciones de los profesores para elegir un recurso**

La principal razón para elegir un determinado recurso se basa en la popularidad o adecuación de éste en el campo laboral. Esto puede deberse a que se dirigen a alumnos de

nivel superior, a quienes deben proveer de habilidades para el trabajo; de este modo, las respuestas de profesores de otro nivel pudiesen basarse, en mayor medida, en otras razones.

Después, los profesores consideran la posibilidad de que los alumnos accedan al recurso. Esta razón para elegir el recurso puede relacionarse con la inmediatez para conseguirlo (preinstalado, de uso en línea o con posibilidad de descarga), con el bajo costo, por ejemplo el software libre, o con la posibilidad de usarlo en clase. Así que los aspectos ergonómicos tienen mayor peso durante la elección del recurso.

Así mismo, el hecho de que un recurso sea gratuito (software libre) o de bajo costo es una de las razones que los profesores tienen presentes durante la elección del recurso. Ello permite que el recurso esté disponible para usarse por los alumnos.

### **5.2.2. Consideraciones de los profesores sobre el aporte de los recursos TD**

Las consideraciones de los profesores sobre el aporte de los recursos TD se relacionan con las tres categorías propuestas; siendo las Didácticas las más referidas, así como las relativas al Conocimiento Matemático. Cabe mencionar que tres cuartas partes de los profesores consideran que el uso de recursos TD puede ayudar, en gran medida, a mejorar la comprensión de los temas por parte de los alumnos.

Al respecto del aporte, la consideración principal se refiere a la posibilidad que ofrecen los recursos TD de proveer un espacio de práctica estadística. Así mismo el contraste con la actividad convencional es una característica apreciada por los profesores. Los comentarios de los profesores reflejan que el uso de recursos permite que los alumnos tengan un acercamiento a los conceptos estadísticos, debido a las posibilidades de acción, lo cual promueve la reflexión y el desarrollo de actividades, por medio de las cuales se da sentido a dichos conceptos.

Lo anterior se relaciona con la visualización y la capacidad de cálculo, también consideradas por los profesores como características ligadas al aporte. Pues es por medio de adecuaciones en los cálculos y el apoyo de las gráficas que se promueve el acercamiento y la interacción de los alumnos con el conocimiento estadístico.

Aquellos profesores que indicaron que los recursos TD ofrecen poco para mejorar la comprensión de los temas por parte de los alumnos, reflejan en sus comentarios que los

conceptos deben ser comprendidos sin el uso de la tecnología y que ésta, a lo más, podría servir como un auxiliar para la visualización.

Esta postura parece similar a la que se tenía años atrás, cuando se creía que los alumnos que usasen la calculadora no aprenderían las matemáticas que se les trataba de enseñar ya que la enseñanza privilegiaba la memorización y la mecanización de algoritmos. Sin embargo, actualmente se reconoce que la tecnología que se usa para extender las habilidades de los humanos que las utilizan, no sólo requiere un conocimiento técnico, sino una comprensión de la intencionalidad y de los resultados que se obtienen al usar los recursos TD. En particular los recursos TD pueden servir para la enseñanza de la estadística en la medida en que se deje de privilegiar el seguimiento de algoritmos y se preste atención en la comprensión de conceptos, en la intencionalidad de los procedimientos y en la interpretación de los resultados a la luz de una tarea dada. Al respecto, en el reporte GAISE (2016), se indica que:

Sin importar las herramientas [tecnológicas] usadas, es importante ver el uso de la tecnología no sólo como una forma de generar resultados estadísticos sino como un medio para explorar las ideas conceptuales y mejorar el aprendizaje de los estudiantes.  
(p. 19)<sup>44</sup>

Así, como lo indican Wild y Pfannkuch (1999), la solución de problemas estadísticos requieren involucrarse en los distintos pasos del ciclo de investigación, no es posible seguir algoritmos y utilizar software para obtener un determinado resultado de forma ciega, por ejemplo, sin relacionar el contexto con los datos y valores estadísticos. El uso de recursos TD para seguir un algoritmo y obtener un resultado es parte del proceso, que permite continuar con aquellas partes que dan sentido a la actividad estadística (evaluar la pertinencia de los resultados en términos del problema que se desea resolver, la interpretación de un resultado en términos del contexto, la obtención de información de las diferentes formas de representar los datos, la consideración de la variabilidad, etc.) Para la enseñanza de la estadística y la probabilidad, el uso de recursos digitales, más que ampliar la posibilidad de efectuar cálculos de forma, automática, rápida y precisa, permiten que los alumnos desarrollen la capacidad de

---

<sup>44</sup> Mi traducción del inglés

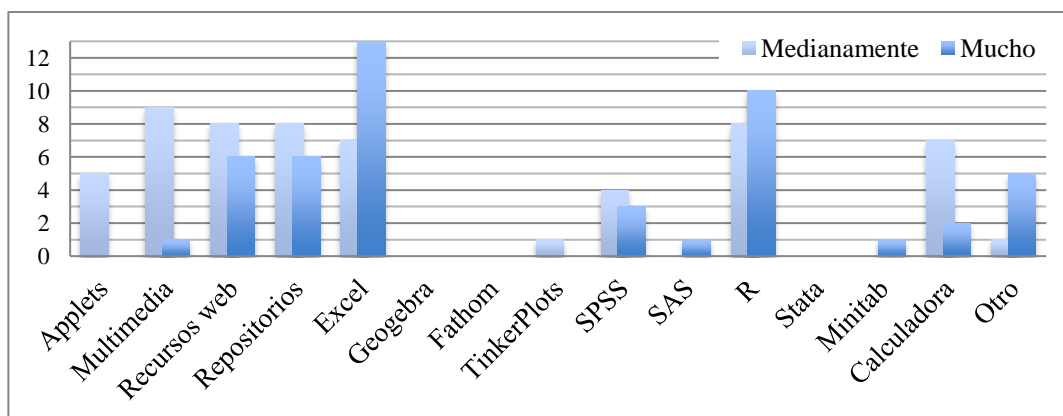
análisis y, por tanto, la comprensión de los conceptos (Chance et al., 2007; Konold y Kazak, 2008; Mascaró et al., 2014).

### 5.3. RECURSOS TD UTILIZADOS

Como hemos comentado, aun cuando existe una gran diversidad de recursos para la práctica y la enseñanza de la estadística, los profesores tienen en cuenta distintas consideraciones al momento de elegir un recurso para la enseñanza de la estadística.

La Figura 5.1 da cuenta de los recursos que los profesores dicen usar. Es posible observar que aquellos usados más frecuentemente atienden la necesidad de los profesores respecto a la disponibilidad y popularidad. Además, llama la atención el hecho de que los paquetes estadísticos, así como los diseñados específicamente para la enseñanza de la estadística, son utilizados en menor grado que los recursos de uso general.

Como se mencionó en la sección 2.2.1, actualmente algunos de los software más utilizados en educación estadística, son Fathom y TinkerPlots. Sin embargo, los datos del cuestionario muestran que Fathom y TinkerPlots no son utilizados por los profesores del nivel universitario (ver Figura 5.1)



**Figura 5.1 Intensidad de uso de los recursos TD.**

Por otro lado, las hojas de cálculo tienen una amplia disponibilidad y son usadas para fines muy variados, tanto en la industria, como en contextos más cotidianos. En el contexto educativo son ampliamente utilizados para la organización de los registros administrativos y académicos, en particular para los resultados de evaluaciones académicas. Por tanto, no es

sorprendente que Excel es el recurso que más profesores indican usar, con una intensidad de uso que va de medianamente a mucho, con 7 y 13 respuestas en estas intensidades de uso.

En distintas investigaciones, las hojas de cálculo han sido utilizadas como la herramienta principal para apoyar el aprendizaje de los conceptos estadísticos (e.g., Haspekian, 2014.). Sin embargo la capacidad de esta herramienta para abordar algunas problemáticas estadísticas, correspondientes a los temas más avanzados en los cursos universitarios, es limitada. Además considerando la tendencia actual de analizar y manejar grandes conjuntos de datos (BigData), es necesario dar oportunidad a los alumnos de familiarizarse con herramientas que tengan mayor capacidad a este respecto.

Recursos de fácil acceso como *applets*, multimedia, recursos web y repositorios de datos, tuvieron mayor número de respuestas en nuestro cuestionario, en todas las intensidades de uso; pero en ninguna categoría hubo más de 9 profesores (no más del 28%). Sin embargo, Chance et al. (2007b) señalan que estos tipos de recursos pueden ser de gran utilidad para explorar temas particulares pero, debido a su especificidad, aunque es necesario combinarlos con otros recursos y tener especial cuidado en diseñar las actividades de tal manera que se mantenga la atención en los conceptos estadísticos y no se desvíe hacia los recursos y sus especificidades.

Volviendo a los resultados del cuestionario, debe remarcarse el hecho de que los paquetes estadísticos mostraron ser utilizados con poca frecuencia, ya que en total sólo son 5 profesores que indican usar “mucho” los paquetes estadísticos SPSS, SAS, Minitab; mientras que son 4 profesores que usan SPSS medianamente. Por otro lado, el paquete estadístico Stata sólo es usado con poca frecuencia por 2 profesores. En contraste, el paquete R cuenta con 10 profesores que lo usan mucho, 8 medianamente y 4 poco. Esto refleja que R es mayormente elegido para su uso, sobre todo por Actuarios y Matemáticos, posiblemente porque es común el uso de R en la práctica de estos profesionales y también por ser gratuito.

Dentro de los “otros” recursos utilizados se mencionan Statistica, Primer y Permanova, que a pesar de ser herramientas para el análisis estadístico no fueron considerados durante el diseño del cuestionario (los últimos dos tienen aplicaciones muy específicas). También fueron mencionados programas más generales como MatLab y Khan Academy.

Las respuestas a los tres rubros siguientes reflejan que la mayoría de los profesores reconoce que los alumnos hacen o deben hacer uso de los recursos TD durante los cursos que

imparten. Después de todo, es difícil impartir un curso de estadística avanzada sin utilizar, si no la calculadora, la computadora para, al menos, realizar los cálculos.

Por otro lado, no es posible inferir si las actividades con TD, ya sea en clase o para las evaluaciones, se realizan con algún paquete estadístico o, al menos, con Excel, o simplemente usando calculadora.

### **Sobre la frecuencia de uso de recursos TD**

Más de dos terceras partes de los profesores indicaron que usan recursos TD, ya sea para la preparación de clase, o en la clase misma. Además de que 84% del total de profesores dejan tareas que requieren TD.

Considerando el tiempo de la clase en que los profesores utilizan los recursos TD:

- Un profesor indicó usarlo casi todo el tiempo de clase (más de 90%), prácticamente de forma mensual, sin manipulación por parte de los alumnos. Indicó que los alumnos usan los recursos sólo en tareas que realizan en equipo. Al parecer, su forma de uso de TD es para ilustrar el uso de las herramientas (Excel y R), posiblemente para realizar cálculos y gráficas.
- Siete profesores dijeron que utilizan recursos TD 75% del tiempo de la clase, al menos de forma semanal. Cinco de ellos indican que los alumnos utilizan recursos TD en clase. Sólo tres de los profesores indicaron que las actividades desarrolladas por los alumnos en clase principalmente requieren un software estadístico (R, en los tres casos), con apoyo del profesor y permitiendo la interacción con sus compañeros. Uno de estos profesores trabaja con recursos TD en clase diariamente. Al parecer esta forma de uso de TD implica que, más allá de lo operativo, el software estadístico es un instrumento para iniciar a los alumnos en la práctica estadística.
- Los profesores que no indicaron que las actividades de los alumnos requieran software estadístico, utilizan los recursos más de una vez a la semana en sus clases. Entre los recursos que ellos usan están: Excel, repositorios, recursos web y multimedia. Además, las actividades realizadas son dirigidas por el profesor y tiene un guion de trabajo definido. Parece que los recursos TD son utilizados con fines ilustrativos y de cálculo.

- Por otro lado, nueve profesores indicaron usar recursos TD cerca de la mitad del tiempo de la clase. De ellos, cinco indicaron utilizarlos en todas las clases, todos ellos realizando actividades con los alumnos en clase; aunque sólo cuatro incluyen software estadístico frecuentemente (todos ellos R, además uno SAS y otro SPSS). Los profesores que utilizan software estadístico, lo incorporan en todas sus clases con un guión de trabajo. Dos de ellos además permiten que los alumnos exploren en clase. Los profesores cuyos alumnos utilizan software estadístico ocasionalmente, lo hacen con un guión de trabajo, al menos una vez a la semana; sólo un profesor indicó que sus alumnos lo usan todos los días de clase.

### **Sobre las evaluaciones**

- Los tipos de actividades con TD que los profesores dijeron usar en sus evaluaciones, fueron: 59% tareas, 15% actividades en el examen, 25% trabajo en clase y 46% proyectos.
- Casi dos terceras partes de los profesores incluyen, tanto tareas como proyectos, en su evaluación. De estos, 8 incluyen todos los tipos de actividades con TD en la evaluación; de ellos, 5 sólo incluyen uno de los tipos de actividad.
- Sólo 15% de los profesores no incluyen en su evaluación alguna actividad con recursos TD.

### **Sobre el uso de TD por parte de los alumnos**

- 22 de los profesores indicaron que los alumnos realizan tareas con TD. De estos, 14 señalaron que los alumnos hacen uso de las TD en clase y los restantes hacen uso de los recursos por su cuenta.
- 3 no saben o indican que los alumnos no las usan.

## **5.4. FORMACIÓN DOCENTE**

Lee y Hollebrands (2008) señalan la importancia de preparar a los profesores para utilizar la tecnología en el aula, desde una perspectiva en la que se desarrollen a la par sus conocimientos tecnológicos, pedagógicos y del contenido. Al presentar su propuesta, estos autores señalan algunas recomendaciones para la incorporación de la tecnología en la

enseñanza de las matemáticas, emitidas por asociaciones de educadores de matemáticas y tecnología, tales como el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), la *Association of Mathematics Teachers Educators* (AMTE) y la *International Society for Technology in Education*. Dichas recomendaciones han tenido cierta incidencia en los programas de formación de profesores de distintas universidades de los Estados Unidos (tal como la presentada por Lee y Hollebrands, 2008).

En contraste, en México, hay un número reducido de programas de capacitación para la integración de la tecnología en la enseñanza, en particular para el nivel universitario. Por lo anterior, resulta razonable que 21 de los profesores considerados no han recibido capacitación alguna sobre el uso de TD para la enseñanza.

De los profesores que sí han recibido capacitación, tres profesores refieren haber sido capacitados para usar Moodle, probablemente debido a la presencia cada vez más constante de programas educativos en línea o de modalidad mixta en el nivel superior. Otros tres profesores han sido capacitados en el uso de software estadístico (SPSS uno de ellos, R a otro y, R junto con Primer, al tercero); pero ninguno refiere que los cursos tuvieran orientación didáctica.

Además, otro profesor indica haber recibido capacitación para usar redes sociales. Otro profesor recibió capacitación en Kahoot, una aplicación en línea en la que se pueden crear trivias breves para monitorear la comprensión. Sin embargo, es posible que dichas capacitaciones se hayan enfocado en aspectos didácticos, ya que tanto las redes sociales como Kahoot no tienen un vínculo directo con la práctica de la estadística.

En el nivel universitario, las propuestas de uso de tecnología en la enseñanza dependen fuertemente de la institución y de los planes de estudio correspondientes. Así, las diferencias en los programas de capacitación para profesores pueden estar asociadas, ya sea a la modalidad del programa educativo (presencial, en línea o mixto), a la infraestructura con la que cuenta la institución o, incluso, al perfil de egreso planteado.

Dos de las más grandes instituciones públicas de nivel superior son la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y el Instituto Politécnico Nacional (IPN). La UNAM, desde 2009, desarrolló el programa “h@bitat puma”, en el cual se capacitaba a los



profesores del nivel medio y superior para incorporar el uso de tecnología en la enseñanza<sup>45</sup>. La capacitación abarca desde el uso de herramientas básicas como la hoja de cálculo y el correo electrónico, hasta la planeación y creación de actividades didácticas, y el uso de Moodle como complemento a la actividad del salón de clases. En el caso del IPN, al respecto del uso de la tecnología para la enseñanza, dicha institución ha enfocado gran parte de sus esfuerzos en generar oferta educativa no escolarizada, a distancia y mixta; pero hasta el 2019 no se habían contemplado programas para aprovechar las herramientas tecnológicas en la enseñanza presencial.

Por su parte, la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES) ha contado con un catálogo de cursos de capacitación, cuyos temas abarcan desde la adquisición de habilidades básicas, la motivación de los alumnos, hasta el uso de software específico como Moodle, SPSS y Atlas Ti.

Sin embargo, en otras instituciones, antes de la pandemia por COVID-19, no se habían detectado esfuerzos para promover el uso de la tecnología, distintos a la implementación y desarrollo de programas en línea, semipresenciales y al uso de aulas virtuales (e. g., vía Moodle) como complemento al trabajo en el aula y para la recolección de evidencias de aprendizaje.

---

<sup>45</sup> Hoy en día, con propósitos similares al “h@bitat puma”, la UNAM cuenta con la “Dirección de Innovación y Desarrollo Tecnológico” y un programa de “Tecnologías para la Educación” (Universidad Nacional Autónoma de México, 21 de julio de 2022 <https://educatic.unam.mx/formacion-docente/index.html>) en el cual, entre otras cosas, se capacita a los profesores para incorporar el uso de tecnología en la enseñanza.



# **CAPÍTULO 6. ESTUDIO DE CASO: ANÁLISIS DE ENTREVISTAS Y CLASES**

---

En este capítulo se presenta el análisis de los datos recopilados de las entrevistas con la profesora Mayra y a partir de las observaciones de las clases. En primer lugar, el análisis se centra en el impacto debido a la incorporación de R en la forma en la que la profesora conceptualiza, utiliza y enseña la estadística, además de las consideraciones de la profesora respecto a las actividades. Luego, se discute la forma en que Mayra orquesta su clase, señalando los distintos tipos de orquestación de Mayra. Finalmente se comentan los elementos constructivistas observados, en particular, en las revisiones de las actividades.

## **6.1. ANÁLISIS DE LOS DATOS DERIVADOS DE LAS ENTREVISTAS**

En esta sección se discuten algunos de los aspectos abordados en la entrevista semi-estructurada (ver Apéndice B), relativos al papel de los recursos TD en la propuesta de enseñanza de Mayra. En un principio se delinea la evolución del trabajo de esta profesora con los recursos TD, los recursos que ha utilizado y las formas en que los ha usado. Enseguida, discutimos cómo el cambiar de recursos TD llevó a un cambio en su forma de enseñanza. Se aborda cómo R comenzó siendo un recurso para su práctica como bióloga y el proceso de adaptar este recurso para la enseñanza, y cómo este proceso llevó a un cambio de conceptualización de la estadística. Finalmente comentamos las consideraciones de Mayra al desarrollar las actividades de programación, las cuales son la base de su propuesta de enseñanza actual.

### **6.1.1. Resumen de la evolución de Mayra**

En la entrevista Mayra mencionó que los recursos TD siempre formaron parte de su propuesta de enseñanza. Al principio, usaba Excel, Statistica y MiniTab, principalmente para

realizar los cálculos prescritos en las fórmulas asociadas al concepto o procedimiento estadístico.

Cuando utilizaba estos recursos, las clases eran tradicionales y cuando era necesario se mostraba cómo utilizarlos para realizar cálculos y obtener algún resultado. Luego, el resultado se interpretaba en términos de la situación o problema discutido en clase.

En esta forma de uso, los recursos TD eran el medio para obtener un resultado a partir del cual generar las conclusiones sobre algún problema estadístico y la actividad se centraba en la resolución de dicho problema.

Más adelante, al conocer el lenguaje de programación R, quiso integrar este recurso a sus clases, como explicaremos más adelante. Al principio lo usaba de modo similar a los recursos que utilizaba antes pero, como se plantea en la sección 6.2.1.2, su enseñanza cambió de formato, permitiendo a los alumnos una participación más activa y reflexiva en la resolución de problemas estadísticos

Para Mayra, R le dio la posibilidad de involucrar a sus alumnos en actividades expresivas de exploración para confrontar sus intuiciones, de modo que, siguiendo lo planteado por Mayra, al tener sus alumnos que expresarse por medio del lenguaje de programación, les permite acceder más directamente a los métodos estadísticos, plantearse preguntas sobre los datos a la mano, reflexionar sobre los resultados obtenidos en cada fase del análisis y relacionarlos, para así generar conclusiones satisfactorias para el problema planteado.

A continuación se discuten los cambios en su enseñanza debidos al cambio de recursos TD.

### **6.1.2. Cambio de recursos y evolución de su forma de enseñanza**

En un principio, para Mayra, el uso de recursos como Excel, Statistica y Minitab, correspondía a la inclusión de un “componente práctico” en sus clases. Tal componente estaba asociado con la siguiente consideración:

“para que un alumno entendiera lo que una ANOVA estaba haciendo era necesario aplicar la fórmula y hacerla [...] de forma manual; [con] 'manual' quiero decir, usando una calculadora o usando Excel”.

Así, su uso previo de los recursos TD, se basaba en dos consideraciones:

- Entender la operatividad de una fórmula o procedimiento promueve la comprensión del concepto asociado.

- Para entender la operatividad de una fórmula o procedimiento es necesario realizar los cálculos asociados.

Al respecto la profesora luego reconoció aquellas consideraciones como erróneas; describiendo tres niveles que llamamos de “*comprensión conceptual*” relativas al acercamiento operativo del alumno con las fórmulas y procedimientos estadísticos:

- Primero, el hecho de ser capaz de identificar los distintos elementos que intervienen en un procedimiento estadístico y, a partir de ello, generar un resultado usando un “programa de ventanas”, corresponde al nivel de comprensión más bajo.
- Segundo, la capacidad de entender, aunque sea intuitivamente, el porqué de cada paso en una fórmula o procedimiento estadístico, corresponde al siguiente nivel de comprensión conceptual.
- Tercero, el nivel más alto requiere que el alumno sea capaz de identificar los elementos involucrados y sus relaciones, a través de distintas formas de representación; además de la capacidad para vislumbrar y reconstruir, por medio de la exploración de dichas formas de representación, la lógica del procedimiento estadístico estudiado. En palabras de Mayra:

Por ejemplo, la prueba de T, ¿sí? A lo mejor, [en] un programa, en particular, tu metes los datos y le dices aplica una prueba de T para comparar esta muestra con esta muestra, y tu nada más le dices ésta es ésta muestra y ésta es ésta otra, aprietas un botón y produce un resultado, de comparar dos medias mediante una prueba de T Student. Eso es el nivel, digamos, más bajo ¿sí? Luego, a lo mejor, tu lo que puedes hacer es decir “Ok, la fórmula de T es ésta y esta fórmula de T lo que hace es... agarra todo esto, calcula la media, agarra esto otro, calcula la media y luego a través de esta fórmula calcula un error estándar de conjunto ¿no? De las dos med... y después divide esta diferencia, entre este valor y este valor de t tiene una probabilidad tal”. Y ese sería un segundo nivel, como de comprensión o de entendimiento, sin embargo, eso no necesariamente va de la mano con entender, cuál es el concepto por detrás de esa prueba de T. La posibilidad de, explorar una media, ver cuál es la distancia con otra media, ver eso en medio de una gráfica de dispersión de puntos, contrastar una media con las varianzas. Es esa parte, es la que, si esta adecuadamente relacionada, o sea si hay una persona que te dice “mira esto es lo que esta haciendo una prueba de T”, puede generar una comprensión conceptual de la prueba de T

El último nivel de comprensión conceptual descrito por Mayra requiere que los alumnos desarrollen su razonamiento estadístico, en particular, promoviendo la transnumeración<sup>46</sup> y el razonamiento con modelos estadísticos, término considerado por Batanero (2013). Así, la elección de R como recurso TD principal se relaciona directamente con esta concepción de la comprensión conceptual, ya que, según Mayra, el nivel más alto sólo se puede alcanzar a través del uso de un lenguaje de programación. Lo anterior coincide con su respuesta en el cuestionario en línea (4.2). sobre la elección R como recurso de enseñanza, en la cual refiere que “necesitaba un lenguaje de programación simple, versátil en la elaboración de gráficas, y comúnmente usado, que promoviera la búsqueda autónoma de soluciones para los diversos obstáculos enfrentados durante los procedimientos de análisis de datos”.

En este sentido, se propone que de las consideraciones, relativas al uso de recursos TD, una continua vigente en la propuesta de uso de R:

- Entender la operatividad de una fórmula o procedimiento promueve la comprensión del concepto asociado

Sin embargo, parece que la consideración:

- Para entender la operatividad de una fórmula o procedimiento es necesario realizar los cálculos asociados

se transformó en:

- La exploración, por medio de distintos registros de representación, de los elementos asociados a una fórmula o procedimiento estadístico, permite entender su operatividad.

Sin embargo, el cambio en su propuesta de enseñanza requirió un proceso, en el cuál, tuvo un papel importante su primer acercamiento a las ideas del construccionismo. Este proceso se explica a continuación.

---

<sup>46</sup> Se recuerda (ver sección 2.1.1.4) que la transnumeración se refiere al proceso por medio del cual, el uso y articulación de distintos registros de representación, conlleva a la comprensión de los datos, de los elementos estadísticos que los representan y del sentido de tales elementos para el análisis de los datos.

### 6.1.3. Recurso para la práctica, recurso para la enseñanza

El acercamiento de esta profesora hacia R se debió a la necesidad de conocer nuevas técnicas estadísticas para realizar análisis de los datos, como requería su práctica profesional, como Bióloga. Mayra sentía cierta limitación para llevar a cabo los análisis de datos reales de su práctica, debido a que dichos datos no tenían la forma de aquellos conjuntos de datos ad hoc con que se presentan los procedimientos estadísticos en cursos y libros de texto (por ejemplo, conjuntos de datos sin valores faltantes o atípicos, con datos que cumplen los supuestos del procedimiento estadístico a realizar, con información coherente, con variables codificadas adecuadamente y sólo las que son relevantes, etc.). Lo anterior también parecía una limitación para realizar análisis estadísticos con los recursos TD con los que contaba. Mayra utilizó la siguiente analogía para expresar cómo percibía dichas limitaciones: “era como ir a comprar ropa a una tienda y esa tienda tener una sola talla y esa talla no le cabe a todo el mundo”.

Al conocer R, las posibilidades de analizar estadísticamente los datos de su práctica profesional se ampliaron. Esto debido a la capacidad de trabajar con diferentes registros de representación (lo que permite explorar mejor los datos, a través de su transnumeración); la capacidad de llevar a cabo diversos procedimientos, combinarlos y de esta manera entender cómo un análisis estadístico podría adecuarse a las características de sus datos.

Como Biehler (1993) indica, el desarrollo de nuevas herramientas TD ha transformado la práctica estadística, ampliando la capacidad de interacción con los datos y de poder generar nuevos procedimientos. Desde la perspectiva de Mayra “la ventana que se me abrió cuando conocí R, fue justamente la posibilidad de adecuar un conjunto de procedimientos analíticos a los datos y no al contrario”.

Lo anterior refleja un cambio importante en la forma en la que la profesora concebía la estadística en sí: Cuando originalmente concebía la estadística como un conjunto de procedimientos rígidos, a partir de comenzar a trabajar con R, descubrió la variedad y riqueza de las distintas herramientas que la estadística ofrece para transformar datos en información útil.

En lo que sigue se observará cómo esta reconceptualización se vio reflejada en la evolución de su propuesta de enseñanza, reestructurando la actividad de los alumnos con R, de manera

que evitaran la concepción rígida de la estadística. Así, el uso de R para la enseñanza y el aprendizaje en las clases de Mayra tiene tres etapas distintivas: (i) iniciando con un uso demostrativo, luego (ii) proponiendo la ejecución de algunos comandos para obtener un resultado y ejemplificar algún concepto, hasta que finalmente (iii) creó actividades que pretendían facilitar un estilo constructorista de aprendizaje por parte de los alumnos.

Las limitaciones referidas por Mayra sobre la posibilidad de realizar análisis estadísticos a datos reales de su práctica como bióloga se reflejaban también en su enseñanza ya que, como ella misma indicó, en su propia enseñanza ella no planteaba diferentes problemáticas relacionadas a la práctica estadística, ya que no se había dado cuenta de las posibilidades que tenía para hacerles frente.

Así, cuando Mayra primero incorporó R en sus clases, le asignó a R un rol demostrativo, similar al de los recursos TD que había usado anteriormente. Dicho uso se restringió a mostrar los comandos que llevaban a obtener un cierto resultado, con programas hechos y probados previamente, sin ninguna interacción entre los alumnos y R. En parte, ese uso restringido inicial de R en las clases de Mayra, se debió a que se sentía inexperta en el ambiente de programación. Su repertorio de procedimientos estadísticos se había ampliado pero, en clases, sentía que necesitaba más experiencia para poder responder a los cuestionamientos que surgieran. Esto concuerda con las observaciones de un par de profesores, en el cuestionario en línea (ver apéndice A), quienes indicaban que su principal razón para elegir usar un recurso en clase era la familiaridad que ya tenían con el mismo. De igual forma, la profesora consideraba que los alumnos podrían tener dificultades para utilizar R eficazmente para obtener un resultado estadístico adecuado.

Una segunda propuesta de uso de R en las clases de Mayra consistió en plantear actividades en las que, poco a poco, los alumnos aprendieran el lenguaje de programación, a la par de los conceptos y procedimientos estadísticos estudiados. En un principio, las actividades eran sencillas y abordaban un concepto –por ejemplo, la media, la desviación estándar, etc. Después, la profesora buscó articular las actividades de manera que los conceptos incluidos en una “unidad temática” del plan de estudios, se abordaran durante una misma actividad. Así, Mayra comenzó a plantear actividades más complejas en donde se planteaba un problema real, a cuya solución se llegaba a través de dar respuesta a una serie de cuestionamientos.



En las primeras propuestas de actividad, la profesora intentaba que los alumnos no tuviesen que responder cuestionamientos complejos. Estas propuestas reflejaban la inquietud de la profesora sobre la incapacidad de los alumnos para usar el lenguaje de programación a la par que aprendían un nuevo concepto estadístico.

El hecho que motivó una tercera etapa para el uso de R en sus clases fue que la profesora tuvo un acercamiento con las propuestas del construccionismo, a través de una colega que le facilitó algunas lecturas como, por ejemplo, el libro de Seymour Papert, *Mindstorms* (traducido al español con el título *Desafío a la Mente*; Papert, 1981). Entonces, cuando Mayra vio que niños pequeños podían escribir programas computacionales con Logo, se motivó para plantear actividades más elaboradas.

Así planteó nuevas propuestas con la idea de que los alumnos podían construir su propio conocimiento, sin necesidad de una instrucción demasiado guiada. Diseñó nuevas actividades (cuyo diseño se discute en la sección 7), buscando que éstas promovieran en los alumnos un trabajo de exploración, de prueba y error, de cuestionamiento e inferencia; un trabajo mucho más parecido al trabajo realizado por un usuario de la estadística. De forma similar a lo propuesto por Batanero (2013), las actividades intentan dar a los alumnos, la oportunidad de desarrollar cierto *sentido estadístico*. Así, a través de esas actividades, la profesora busca transmitir la conceptualización de la estadística que, para ella, fue motivada por el uso de R: Sus actividades, lejos de mostrar la estadística como un conjunto de procedimientos estáticos, promueven un acercamiento a la estadística distinto.

Así, el recurso que inicialmente Mayra adoptó para desarrollar de mejor manera su práctica profesional, también llegó a convertirse en un recurso para su enseñanza, que refleja en gran parte la forma de trabajo y la conceptualización de la estadística adquirida. En la sección 6.1.4 se encuentra un ejemplo de esta combinación de “recurso para la práctica” y “recurso para la enseñanza”, reflejada en el hecho de utilizar datos reales de sus investigaciones y de las de sus alumnos, para construir las actividades.

#### **6.1.4. Consideraciones sobre las actividades de programación en R**

Así, uno de los principales cambios en la práctica de la profesora fue el integrar, en su práctica docente, actividades de programación en R, las cuales se convirtieron en un recurso

central para la enseñanza de los conceptos estadísticos. Estas actividades fueron diseñadas para que los alumnos tengan un acercamiento a los conceptos y procedimientos estadísticos a través de la indagación, de prueba y error, y de relacionar los diferentes registros de representación.

El diseño de las actividades de programación, como se indica en la sección 6.1.3, trata de replicar el espíritu del construccionismo, involucrando a los alumnos en la resolución de problemas estadísticos. De ese modo, los alumnos desarrollan una actividad muy cercana a la actividad de un estadístico: realizando un análisis exploratorio de los datos; relacionando con el contexto en el que se tomaron los datos, las variables, sus gráficos y los resúmenes estadísticos; y proponiendo y realizando métodos estadísticos de los cuales se generan interpretaciones o inferencias relativas al contexto estudiado.

Aunque la propuesta de enseñanza de la profesora mantiene el formato de clase magistral, como uno de sus recursos principales, las explicaciones dadas se dirigen a presentar y enfatizar aspectos que serán abordados en las actividades. Es decir, la relación entre el formato de clase magistral y el formato de realización de actividades en R por parte de los alumnos es de acompañamiento, de complementación. Esto contrasta con usos más demostrativos de los recursos TD, en los que el profesor explica el tema y utiliza el recurso para obtener una gráfica o un resultado numérico asociado, dando, en ocasiones, un ejercicio práctico para aplicar una fórmula.

De hecho, la profesora explica las diferencias entre el uso del código de programación, sobre los programas de tipo ventana:

[Usar] código programático para que puedan explorar ciertos conceptos, ver cuál es la respuesta o cuál es la salida o la retribución que ciertos códigos generan y que eso los conduzcan a través de una práctica llena de pruebas y errores, [a] entender mejor qué es lo que están haciendo. Y digamos que esta lógica está un poco contrapuesta con la idea de la enseñanza de la estadística utilizando programas que son, digamos, de tipo Windows, de ventanas en donde seleccionas un conjunto de opciones y luego simplemente dejas que el programa de cómputo resuelva el procedimiento de una determinada manera.

La propuesta de enseñanza contenida en las actividades de programación, se basa en la necesidad, por parte de los alumnos, de esbozar una propuesta de solución al problema dado e irlo refinando a través de distintos intentos, hasta alcanzar una respuesta que sea adecuada en

términos del contexto dado. El diseño acota y dirige los intentos de solución de los alumnos, ayudando a estructurar su razonamiento e incorporar los nuevos conceptos estudiados.

Ese planteamiento genera en los alumnos la necesidad de preguntarse “¿qué es lo que quiero hacer? ¿Para qué quiero hacerlo? ¿Cuál es la información que voy a obtener con ese particular paso, en el procedimiento?” Y cuando obtengo esa información, recapitulo, resumo y vuelvo otra vez en el mismo camino para buscar la siguiente pregunta.

Mayra afirma que cuando los alumnos hacen un intento fallido, se enfrentan con la necesidad de encontrar el porqué de tal resultado, en consideración de los conceptos estudiados. La profesora afirma que este ejercicio de reflexión conlleva un tipo de aprendizaje distinto al obtenido en los intentos exitosos, en los cuales el resultado ayuda a confirmar su razonamiento.

En contraste con el uso de tipo demostrativo de los recursos TD, mencionado anteriormente –en el cual los ejercicios son propuestos para confirmar lo expuesto en la clase–, el uso de actividades de programación permite a los alumnos enfrentarse a situaciones inesperadas, mismas que tendrán que resolver al enfrentar un problema estadístico real (donde los datos no han sido escogidos ad hoc).

Una de las virtudes de este tipo de actividades es que se desarrollan considerando un problema al que hay que dar solución, de manera que el contexto y los resultados obtenidos se convierten en referentes para los alumnos. Ello da pie a la articulación de las explicaciones dadas en la clase magistral y lo realizado en el ambiente R. En ocasiones, las discusiones surgidas durante las actividades son retomadas en clases subsecuentes para relacionar los temas estudiados.

## **6.2. ORQUESTACIÓN DE LAS CLASES POR MAYRA**

Como vimos en la sección 3.3, el estudio del sistema documental (Trouche, Gueudet, y Pepin, 2008) de un profesor requiere de un análisis de la forma en que el profesor orquesta su clase. Si bien Mayra señaló que su propuesta de enseñanza se dirige hacia la resolución de las actividades por parte de los alumnos, también se observó que su orquestación incluye distintos formatos de clase: un formato tradicional en clases de tipo magistral (sin tecnología), en combinación con otros formatos (con tecnología) donde se realizan y se revisan en grupo las

actividades. A continuación, se discuten dichos formatos y los tipos de orquestación identificados en las clases de Mayra.

### **6.2.1. Formatos de las clases curriculares de Mayra**

Para comenzar este análisis presentamos la secuencia docente de Mayra que consiste de tres distintas fases y formas de clase: clase magistral, actividades en R y revisión grupal de las actividades. Los formatos se describen de manera general, pero es posible que existan variaciones en las diferentes clases.

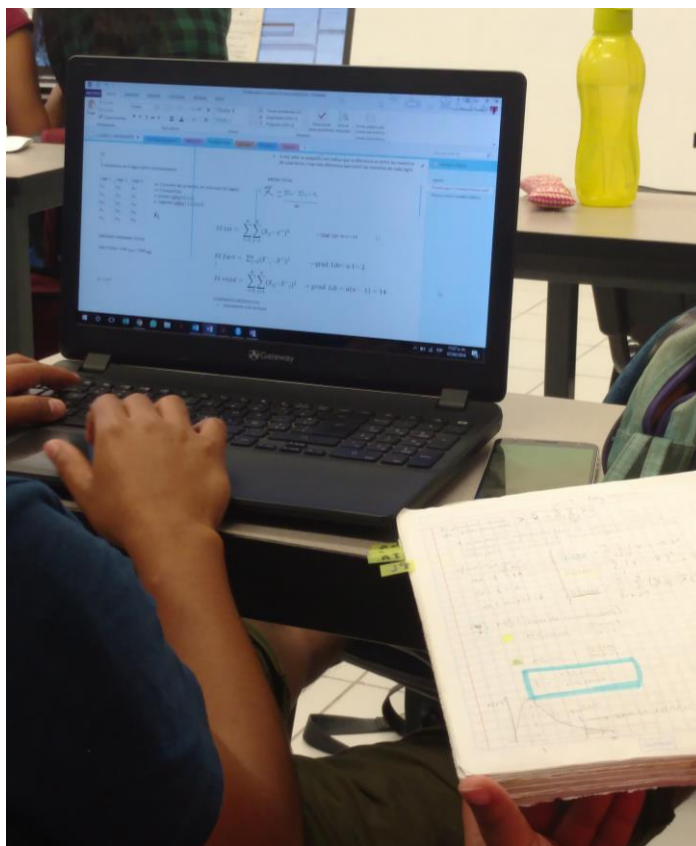
#### **6.2.1.1. Primera fase y formato: Clase magistral**

Normalmente, Mayra comienza con clases de tipo magistral para la introducción de un concepto o método estadístico, en las que dicta una explicación sobre las motivaciones prácticas para introducir ese concepto, la simbología a utilizar, las relaciones de este concepto con otros previamente estudiados y los aspectos teóricos pertinentes.

En ese tipo de clases, Mayra hace énfasis en las características de conjuntos de datos, de parámetros y elementos estadísticos que los describen y del contexto al que pertenecen. Los ejemplos presentados usualmente no hacen referencia a conjuntos de datos particulares; solo en raras ocasiones se especifican valores puntuales. Durante esas clases, Mayra usa el pizarrón para desplegar ejemplos y gráficas de los conceptos a los que se refiere, presentando símbolos asociados, y bosquejando las relaciones entre los elementos descritos. De esta manera acompaña su discurso, de forma que los alumnos puedan seguir la secuencia de las ideas presentadas.

Sin embargo, durante las clases observadas, no se usó el pizarrón para redactar las “notas” de la clase, sino sólo para registrar aspectos de su discurso que deseaba enfatizar, ilustrar, o preservar.

En dichas clases, los alumnos permanecían atentos a la explicación de la profesora y tomaban algunas notas (principalmente de notación y de las ideas importantes que detectaban), ya sea en el cuaderno o en la computadora (Figura 6.1). Cabe mencionar que la mayoría de los alumnos usaban su computadora durante estas clases, usualmente para tomar notas y hacer búsquedas rápidas de las ideas presentadas.



**Figura 6.1** Alumnos durante la clase magistral.

#### **6.2.1.2. Segunda fase y formato: Actividades en R**

Después de las clases introductorias, la profesora asigna a los alumnos una actividad en R, para realizarse en equipos de dos o tres alumnos. Los alumnos tienen que seguir las instrucciones marcadas en la actividad y discutir en equipo las respuestas que darán a los diversos cuestionamientos.

Durante este tipo de clases, la profesora atiende, en sus lugares, a los alumnos que tengan alguna duda o dificultad para realizar la actividad. En esas aclaraciones, la profesora dirige las respuestas de tipo conceptual o procedimental, intentando que las situaciones descritas en las dudas de los alumnos se pongan en correspondencia con aquellas expuestas en la clase magistral.

Cuando la profesora atiende dudas que resultan de interés para la clase entera, llama la atención de los alumnos para compartir alguna idea de los alumnos, para hacer aclaraciones o señalar relaciones entre la actividad y la explicación dada previamente.

Dependiendo de la extensión de la actividad, ésta puede quedar pendiente para continuarla en otra clase; o puede ser que Mayra haga un cierre de la clase, llevando una discusión grupal del trabajo realizado hasta cierto punto de la actividad.

### **6.2.1.3. Tercera fase y formato: Revisión grupal de las actividades**

Al concluir los alumnos las actividades en R, la profesora realiza un sorteo (utilizando R) en el que designa un equipo para presentar los resultados de su trabajo frente al grupo. De esta misma forma, se asigna a cada equipo la revisión del trabajo realizado por otro de los equipos.

La revisión entre equipos se realiza a lo largo de estas sesiones. Primero, cada equipo comparte su trabajo a una carpeta de Dropbox. De esta carpeta, los alumnos deben descargar el trabajo del equipo que les fue asignado y renombrarlo, especificando cuál fue el equipo que lo revisó, para que al final se vuelvan a compartir los trabajos revisados.

Los equipos deben asignar un puntaje a cada respuesta de sus compañeros, mismo que deberán justificar de acuerdo con la discusión de clase. Dichos puntajes son reconsiderados y ajustados por la profesora, quien asigna una calificación a la actividad considerando, tanto el trabajo realizado, su participación durante las clases y el aporte al hacer la revisión de otro equipo.

Consideramos que estas revisiones pueden ayudar a mantener la atención de los alumnos durante estas clases, de manera que no se enfoquen solamente en si respondieron correctamente o no; también abren un espacio en el que los alumnos discuten sus ideas sobre los conceptos y pueden exponer los procedimientos que desarrollaron y las dificultades que se presentaron en el ambiente R.

Los alumnos del equipo asignado para presentar su trabajo, lo proyectan y después de leer las instrucciones de la actividad, indican los comandos que utilizaron, los resultados que obtuvieron y explican por qué eligieron ese procedimiento y cómo se interpreta el resultado de acuerdo al contexto de la actividad.

En sus intervenciones, la profesora Mayra explica, de ser necesario, las características de los comandos (las variables básicas necesarias para utilizarlos, así como posibles variables adicionales para profundizar en algunos casos), y la forma en que intuitivamente R opera. Gran parte de sus intervenciones en estas clases, son para enfatizar en la interpretación de los resultados y cómo éstos se relacionan con los conceptos y ejemplos presentados durante las sesiones introductorias.

También, la profesora alienta a los alumnos que le plantearon sus dudas para que expongan cómo éstas se resolvieron durante la actividad y las conclusiones a las que llegaron. En clases posteriores suele retomar estas dudas e intervenciones para ejemplificar o mostrar que, al conducir análisis estadísticos, la apreciación y experiencia de quien los realiza aportan enfoques y acercamientos distintos a un mismo problema.

### **6.2.2. Formato de las clases en cursos extracurriculares**

En esta sección, describimos el formato observado durante el curso intensivo *Modelos Lineales Generalizados* (MLG) dirigido a alumnos de licenciatura y posgrado, y que es el formato que suele usar Mayra en los cursos extracurriculares. El formato de las clases de estos cursos es muy similar al de los cursos curriculares, salvo ligeras modificaciones para ajustarse al tiempo menor del que se dispone.

En estas clases también se inicia con exposiciones de tipo magistral en donde se tratan de abarcar la mayor cantidad de los temas incluidos en el temario del curso. En estas exposiciones se presentan diapositivas con las definiciones e ilustraciones que acompañan el discurso de la profesora. Aunque también llega a utilizar el pizarrón con el mismo fin, el uso de las diapositivas le permite ahorrar tiempo y secuenciar la exposición.

Luego, los alumnos realizan las actividades y la profesora los atiende de la misma manera que en las clases curriculares. De la misma manera que en la exposición, el propósito de la profesora es abarcar la mayor cantidad de temas en el tiempo que dispone.

Por ello, no se realizan todas las actividades, sino que se ‘saltan’ algunas y se realizan aquellas que abarcan conceptos estudiados en las exposiciones previas. (Cabe mencionar que los alumnos tienen acceso a todas las actividades a través de carpetas compartidas –ver sección anterior.)

Entre las actividades que se omiten durante los cursos, se encuentran las de introducción al lenguaje R. En ese caso, la profesora solicita, mediante un correo electrónico, que éstas se realicen de manera individual antes de comenzar el curso y que las dudas que surjan se responderán por correo electrónico.

Finalmente, las revisiones grupales son dirigidas por la profesora, quien presenta los códigos y resultados, enfatizando los correctos, y discutiendo algunas propuestas alternativas basadas en sus observaciones del trabajo de los alumnos. En estos cursos, los alumnos evalúan y corrigen su propio trabajo, sin necesidad de compartirlo con la profesora y compañeros, ya que no hay una evaluación formal del mismo.

### **6.2.3. Tipos de orquestación en las clases observadas de Mayra**

A lo largo de nuestras observaciones, tanto de las clases de tipo magistral, de las de resolución de actividades y de las de revisión, se distinguieron cuatro tipos de orquestación de Mayra, como se presenta a continuación.

**Orquestación *discute-tecnología-sin-ella*.** En las clases de tipo magistral de Mayra, ella no utiliza tecnología; sin embargo, hay ocasiones en que, ya sea la profesora o los alumnos, hacen referencia a los comandos en R relacionados con un concepto o proceso estadístico involucrado en la explicación. Por ejemplo, en un episodio donde la profesora preguntaba por un valor de referencia para interpretar el valor F obtenido en un ANOVA, bajo cierta hipótesis nula, un alumno dio su respuesta en términos del comando de R (`qf`) asociado al cálculo de cuantiles para la distribución F en pruebas de hipótesis. La profesora aprovechó esta idea para discutir la forma en que R despliega los resultados de un ANOVA. En este episodio se observó la orquestación *discute-tecnología-sin-ella*, donde se explica el manejo de los procesos estadísticos en el ambiente de R y se utilizan sus comandos para expresar ideas estadísticas. En esta orquestación, la configuración didáctica corresponde al arreglo tradicional de una clase en la que los alumnos atienden la explicación del profesor, auxiliado del pizarrón. Además de este artefacto material (el pizarrón), en la configuración didáctica, se incluyen artefactos simbólicos, como las representaciones gráficas, los símbolos y los términos que denotan ciertos conceptos estadísticos y los contextos en los que plantea las problemáticas estadísticas (generalmente tomadas de situaciones y datos reales). El modo de explotación incluye las explicaciones de la profesora, usando el pizarrón para anotar e ilustrar. Parte del



modo de explotación se relaciona con las características de las explicaciones de la profesora, las cuales buscan discutir la pertinencia de un nuevo concepto estadístico y/o del planteamiento de un determinado procedimiento.

Aunque las clases de tipo magistral hacen referencia al contenido estadístico de las actividades a desarrollar por los alumnos, no se trata de sesiones teóricas cuya componente práctica se encuentra en las actividades; al contrario: las discusiones y contextos abordados en esas clases de tipo magistral, sirven como andamiaje para los alumnos, para que puedan desarrollar las actividades en R. En este sentido, los contextos de las problemáticas planteadas juegan un papel importante, ya que la profesora conecta, a través de referencias a éstos, los distintos tipos de clases.

**Orquestación *circula-mientras-trabajan*.** En las clases dedicadas a la resolución de actividades, se observó la orquestación circula-mientras-trabajan (*work-and-walk-by*). Parte de los artefactos que componen esta configuración didáctica son los recursos electrónicos que la profesora comparte en carpetas con los alumnos, los cuales incluyen las actividades diseñadas en R y las bases de datos utilizadas. Entre los artefactos simbólicos se encuentran los conceptos estadísticos mismos (previos y los recién presentados en las clases de tipo magistral), además del lenguaje de programación, en particular los comandos que engloban dichos conceptos estadísticos. La configuración didáctica de esta orquestación requiere que los alumnos tengan acceso al recurso computacional y que el mobiliario del aula permita que se reúnan en equipo para utilizar una o varias computadoras. En las clases observadas, casi todos los alumnos utilizaban su propia computadora. Como modo de explotación, los alumnos realizan la actividad planteada en R, discutiendo entre ellos, en ocasiones también con otros equipos. Esta forma de orquestación se centra en las actividades de los equipos de alumnos, permitiéndoles desarrollar sus propios intentos de solución. Mayra interactúa con un equipo a la vez, buscando: (i) enfatizar aspectos importantes y la relación entre los métodos/resultados de la actividad y los conceptos teóricos abordados; y (ii) abordar dudas y dificultades particulares de los alumnos.

Una de las virtudes de las actividades planteadas por Mayra es que se desarrollan considerando una problemática asociada a la práctica biológica/ambiental (el área de formación de los alumnos), de manera que el contexto y los resultados obtenidos se convierten

en artefactos simbólicos referentes para los alumnos. Ello da pie a la articulación de las explicaciones dadas en la clase magistral y lo realizado en el ambiente R. En ocasiones, las discusiones surgidas durante las actividades son retomadas en clases magistrales subsecuentes para relacionar los temas discutidos.

En su desempeño didáctico, hay momentos en que la profesora decide hacer una discusión plenaria de alguna propuesta de solución, resultado o duda, ya sea porque tiene un interés particular para facilitar el trabajo o la comprensión de los conceptos o porque busca que el trabajo de los distintos equipos sea un poco más homogéneo.

**Orquestaciones *sherpa-en-el-trabajo* y *vincula-pantalla-pizarrón*.** Finalmente, Mayra conduce clases en las que se revisan las actividades realizadas. En ellas, se observa una variación de la orquestación *sherpa-en-el-trabajo* (*sherpa-at-work*), en la cual participa un equipo de alumnos para presentar su trabajo. La configuración didáctica consiste de un arreglo que permita proyectar el trabajo de un equipo y que los demás alumnos lo observen. Como modo de explotación los alumnos de un equipo utilizan R para discutir sus respuestas a la actividad y seguir los planteamientos de la profesora. El desempeño didáctico relativo a esta orquestación incluye la validación por parte de la profesora de las distintas propuestas de solución, la confrontación de las ideas erróneas y dificultades que surgieron en la actividad y la evaluación de la comprensión, por parte de los alumnos, de los conceptos abordados.

En las clases de revisión también se presenta la orquestación *vincula-pantalla-pizarrón*. Por ejemplo, durante la revisión de una actividad sobre el Modelo Aditivo (tema introductorio al procedimiento de Análisis de Varianza), la primera parte se centraba en explorar el conjunto de datos e indicar la diferencia de éste con los conjuntos de datos usados en la prueba de  $t$ . Durante esta explicación, el énfasis estuvo en el arreglo de los datos para realizar el procedimiento estadístico. La profesora utilizó el pizarrón para representar los datos arreglados, señalando cómo los subíndices sirven para distinguir el número de dato y el tratamiento al que corresponde, y cómo esto se refleja en las entradas del comando  $t$ .test.

#### **6.2.4. Elementos construccionistas relacionados a los tipos de orquestación**

Durante la identificación de los tipos de orquestación de las clases de Mayra, se observó que cada una de las orquestaciones reflejaban ciertos aspectos construccionistas. A

continuación, se presentan dichos aspectos construccionistas, guiados por las ideas de Papert (1980abc, 1981, 1991, 1999), y la síntesis realizada por Sacristán et al. (2020) en donde se distinguen los principios construccionistas.

Para comenzar, debemos señalar que en las clases de tipo magistral de Mayra, identificadas como orquestación *circula-mientras-trabajan*, no es posible señalar aspectos construccionistas de su orquestación, al ser éstas más un modo “instruccionista” (Papert, 1981) de enseñanza; esto a pesar de que Mayra busca la participación de los alumnos, para que no estén pasivos.

En las clases donde se realizan las actividades, y que incluyen el tipo de orquestación *circula-mientras-trabajan*, los artefactos que la profesora provee a los alumnos (recursos electrónicos y los artefactos simbólicos) constituyen *objetos con los cuales pensar* y un medio para la *exploración de ideas matemáticas* (en particular, las estadísticas). A través de esa orquestación, los alumnos pueden poner en práctica la *resolución de problemas*, involucrándose en la elaboración de *construcciones compartibles públicamente*. También, el *rol activo* de los estudiantes en su proceso de aprendizaje (su *empoderamiento*), la *colaboración* y la *comunicación*, son aspectos construccionistas ligados a esta orquestación.

Por otro lado, las actividades utilizadas en esta orquestación, también se relacionan con varios de los elementos construccionistas, por ejemplo, la *exploración*, la *construcción de nuevos objetos y/o ideas* y la *superación de obstáculos* o *depuración (debugging)*. Otros aspectos construccionistas de las actividades se comentan en la sección 7.4 de análisis de las actividades.

En las clases de revisión de las actividades, ligada a la orquestación *sherpa-en-el-trabajo*, se cumple uno de los aspectos distintivos del construccionismo, el de *compartir y discutir “entidades públicas”* que señala Papert (1991). Además, dicha revisión conlleva a los alumnos a *pensar sobre su propio pensamiento*, a *reconstruir* y *hacer conexiones* de las ideas y conceptos estadísticos. Destaca también el *cambio en los roles* del profesor y los alumnos, y el *empoderamiento* de estos últimos.

Finalmente, en la orquestación *vincula-pantalla-pizarrón*, se observa cómo la profesora utiliza dichos recursos como *medio de expresión*, en el cual establece *conexiones entre los conceptos matemáticos y la vida real*.

Así, a través del análisis de las consideraciones de la profesora y de sus formatos de clases, se pudieron identificar distintos elementos de su orquestación y de los elementos construccionistas asociados. Sin embargo, es necesario analizar las actividades para tener una visión más completa de la propuesta de la profesora Mayra. Dicho análisis se incluye en el siguiente capítulo.

# CAPÍTULO 7. ESTUDIO DE CASO: ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES

---

El planteamiento inicial del enfoque construccionista (ver sección 3.2.2), considera que el uso de la computadora y de lenguajes de programación puede proveer un medio a través del cual los alumnos construyen su conocimiento matemático. Mayra creó las actividades en R tomando en cuenta esta consideración, buscando que los alumnos puedan acceder a la práctica estadística, lo cual tiene un impacto en su desarrollo del sentido estadístico. En este capítulo, se discute la estructura de las actividades; también se analiza la forma en que éstas promueven el desarrollo del sentido estadístico en los alumnos, identificando elementos construccionistas.

## 7.1. ESTRUCTURA GENERAL DE LAS ACTIVIDADES

### 7.1.1. Actividades de familiarización con R

Como es sabido, el uso de herramientas tecnológicas en las aulas requiere de un tiempo para conocer la herramienta y familiarizarse con la forma en que se opera. La profesora Mayra creó cuatro actividades introductorias al uso de R. En estos archivos se explican generalidades sobre el ambiente de programación, los objetos que reconoce, las operaciones definidas y los comandos básicos.

Así, en estos archivos se brinda una introducción al lenguaje de programación, donde la actividad del usuario se limita a ejecutar los códigos para verificar lo indicado en la explicación o bien contrastar los resultados obtenidos al cambiar alguno(s) de los argumentos de entradas. Se incluyen textos explicativos y comandos para ejecutar, de manera que los alumnos puedan verificar lo indicado en las explicaciones y/o reflexionar sobre la sintaxis, argumentos y resultados de dichos comandos. En las actividades introductorias, sólo en un par de ocasiones se pide a los usuarios que propongan una línea de código o bien hagan una modificación del código para obtener un resultado determinado.

En la siguiente tabla se enlista la secuencia estudiada en cada actividad

**Tabla 7.1 . Actividades de familiarización con R**

<b>Actividad</b>	<b>Sección</b>	<b>Tópicos incluidos</b>
RBasicaA	Ventanas, paquetes y bibliotecas en R	Repositorios, lista de objetos, ventana gráfica, instalación de paquetes, librerías
	Funciones en R	Funciones, resultados de R (errores y advertencias), argumentos, asignación
	Objetos	Asignación, tipos de objetos, visualización en la consola, vectores, arreglos, resúmenes, cambiar el tipo de objeto, tratamiento gráfico para distintos tipos de objeto
	Operadores en R	Operadores lógicos
	Ayuda	Formas de pedir ayuda a R
RBasicaB	Formas de almacenamiento de datos en R	Vectores y secuencias, factores, matrices, <i>dataframes</i>
	Generación de datos a partir de variables aleatorias	Valores aleatorios de distribución dada
	Manipulación de columnas completas en una tabla	Operar una columna, generar nuevas columnas
	Manipulación de objetos en R ( <i>sub-setting</i> )	Selección de subconjuntos de un objeto multidimensional, reasignación, eliminación, selección con operadores lógicos, elaboración de gráficos de subconjuntos de datos
RBasicaC	Directorio de trabajo	Consulta y modificación del directorio de trabajo
	Importar datos a partir de archivos	Importación según tipo de archivo (.txt, .csv) indicar separadores y encabezados
	Importar archivos en formato Excel (.xlsx).	Importar archivos u hojas de cálculo
	Exportar una tabla desde R (en archivo de texto o archivo excel)	Exportar datos a archivos de texto u hojas de cálculo, argumentos de exportación, exportar gráficos

### 7.1.2. Actividades estadísticas con R

Las actividades estadísticas con R fueron planteadas para desarrollar las habilidades de sentido estadístico de los alumnos. En ellas los alumnos llevan a la práctica los conceptos y procedimientos estadísticos que deben cubrirse durante el curso. Presentan un problema de contexto biológico y un listado de preguntas que llevan al alumno a analizar la situación descrita a través de procedimientos estadísticos.

En cada curso la profesora propone un conjunto de actividades específico. Como ejemplo, en la Tabla 7.2 se enlistan las actividades del curso Modelos Lineales Generalizados (MLG).

**Tabla 7.2. Actividades estadísticas del curso MLG**

<b>Número de Actividad</b>	<b>Título</b>
16	Correlación simple
17	Regresión Lineal (ML)
18	Validación del ML: Análisis de Residuales
19	Análisis Exploratorio de Datos (AED)
20	Análisis de Covarianza
21	Regresión Múltiple
22	Regresión de Poisson
23	Sobre dispersión
24	Regresión Logística
25	Extensión a Modelos Mixtos

De forma general, la estructura de las actividades cuestiona a los alumnos sobre la estructura de los datos, sobre las variables involucradas y su distribución, los estimula a explorar alternativas de análisis y a reflexionar sobre la viabilidad de utilizar un determinado procedimiento estadístico.

Las actividades tienen el doble propósito de que los alumnos practiquen y comprendan los conceptos y procedimientos estadísticos, al mismo tiempo que conocen y utilizan el lenguaje de programación R. La profesora ha documentado sus propuestas de manera que, en distintos archivos de uso personal, declaró los objetivos estadísticos y de programación que persigue, además de los prerrequisitos de programación y los contenidos del curso que se abordan en cada actividad (ver Figura 7.1).

### Actividad 17 Regresión Lineal (ML)

Objetivos (Estadísticos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar situaciones donde interesa describir y estimar la relación de determinación entre una variable de respuesta y una explicativa, ambas continuas.</li> <li>• Explorar numérica y gráficamente la variabilidad en la respuesta (y) y sus posibles fuentes: el cambio en la variable explicativa (x) y la variación intrínseca.</li> <li>• Estimar la magnitud de los componentes de variación y sus fuentes, evaluar su significancia mediante pruebas de hipótesis usando la distribución de F y t, e interpretar su significado.</li> <li>• Identificar los coeficientes del modelo lineal, su representación gráfica, y la interpretación numérica en el contexto del problema.</li> <li>• Identificar las estimativas de la variación intrínseca, y las distintas maneras de representarla numéricamente.</li> <li>• Crear, interpretar y comparar diferentes registros para representar una regresión lineal simple.</li> </ul>
Objetivos (Programación en R)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ajustar modelos lineal usando la función 'lm' e identificar el uso de algunos de los argumentos de dicha función</li> <li>• Aplicar funciones sobre objetos 'lm' ('anova', 'summary', 'confint', 'coef') para obtener información complementaria sobre el modelo ajustado</li> <li>• Aplicar comandos para la creación gráficos XY ('plot') y elementos para auxiliar en su interpretación.</li> </ul>
Requisitos (Programación en R)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comandos para la importación de objetos en R</li> <li>• Comandos para calcular parámetros de tendencia central y dispersión y hacer operaciones aritméticas simples.</li> <li>• Comandos relativos a la Distribución de F</li> <li>• Comandos para la creación de gráficos XY ('plot') y comandos para modificar la ventana gráfica ('par')</li> </ul>
Contenidos (Programa del Curso)	<p>VI. Regresión y correlación</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. Regresión lineal bi-dimensional. Coeficientes y el modelo aditivo.</li> <li>4. Componentes de la varianza. Análisis de varianza y regresión.</li> <li>5. Significancia vs indicadores de ajuste. Coeficiente de determinación.</li> </ol>

Figura 7.1 Objetivos y requisitos de la Actividad 17

## 7.2. ANÁLISIS DE DOS ACTIVIDADES

En esta sección se presenta el análisis de dos de las actividades creadas por la profesora. Además, se tienen datos sobre cómo la profesora abordó estas actividades en las clases observadas.

Ya que los cursos observados abordaron temáticas distintas, se eligieron estas dos actividades pues abordan el tema de análisis de la varianza. Este tema nos pareció interesante analizar su abordaje ya que varios autores (e.g. Garfield & Ben-Zvi, 2005; Reading & Shaughnessy, 2004) señalan que el estudio de la variación es una de las ideas fundamentales de la estadística y que forma parte del sentido estadístico a promover.



Se presenta el análisis, de forma detallada, la “Actividad 17: Regresión Lineal” (ver Apéndice D), planteada en el curso extracurricular de Modelos Lineales Generalizados (MLG). Luego se discuten algunos elementos de contraste entre esa actividad y la “Actividad 11: ANOVA” (ver Apéndice E), planteada en el curso curricular Planeación y Análisis de Experimentos (PAE).

El análisis de la varianza, ANOVA por sus siglas en inglés, es un procedimiento estadístico por medio del cual se estudia la composición de la varianza de la variable de interés o independiente (v.i.) para indagar, ya sea: (i) el efecto de distintos niveles de tratamiento en su respuesta promedio, ó (ii) el papel de la variable dependiente en la estimación de la respuesta promedio de la v.i. en un modelo de regresión lineal. En ambos casos, el planteamiento principal de ANOVA es expresar la variación de la v.i. como la suma de la variación de un componente aleatorio más la variación debida al efecto de los niveles de tratamiento o de la variable explicativa. La actividad 11 aborda un análisis de varianza como el descrito en (i), mientras que la actividad 17 se refiere a la situación descrita en (ii).

El análisis sobre la promoción del sentido estadístico sigue la forma en la que Batanero (2013) argumenta que éste se promueve a través de involucrar a los alumnos en proyectos. Es decir, se sigue una metodología similar a la que dicha autora utilizó para identificar cuales ideas estadísticas fundamentales fueron abordadas en un proyecto, así como los componentes del razonamiento estadístico que se podían poner en práctica durante su resolución. Así, para indagar la forma en la que se promueve el sentido estadístico en la propuesta de la profesora Mayra, se consideraron en el análisis de las actividades, las siguientes categorías y subcategorías (Tabla 7.3) relativas al desarrollo del sentido estadístico (Batanero et al., 2013). De modo que, en el análisis presentado más abajo, se señalan los elementos del sentido estadístico promovidos en cada tarea.

Tabla 7.3 . Categorías relativas al sentido estadístico

Categoría	Subcategoría	Descripción
Cultura Estadística	<i>Datos</i>	Se promueve el razonamiento en términos del contexto
	<i>Gráficos</i>	Utiliza distintas formas de obtener información a través de las representaciones gráficas
	<i>Variabilidad Aleatoria</i>	Reconoce la influencia de la variabilidad aleatoria
	<i>Distribución</i>	Conecta la distribución de los datos y la de la población. Razonamiento a través de las distribuciones (teóricas, empíricas)
	<i>Asociación y correlación</i>	Al estudiar la correlación de dos variables establece que a cada valor de la variable independiente le corresponde una distribución de valores de la variable independiente
	<i>Probabilidad</i>	Conecta el trabajo estadístico con los conceptos probabilísticos
	<i>Muestreo e inferencia</i>	Relaciona las características de las muestras con las de la población, promueve la inferencia
Modos fundamentales de razonamiento	<i>Reconocer la necesidad de datos</i>	Reconocer que la evidencia anecdótica o la experiencia propia pueden ser engañosa y no confiable
	<i>Transnumeración</i>	Comprensión que surge al cambiar el registro de representación
	<i>Percepción de la variación</i>	Buscar explicaciones y causas de la variación, realizar inferencias y predicciones teniendo en cuenta la variación explicada y no explicada
	<i>Razonamiento con modelos estadísticos</i>	Razonar tomando en cuenta la aleatoriedad y el papel de los modelos probabilísticos. Cambio del enfoque de lo individual al agregado, basado en el uso de modelos
	<i>Integración de la estadística y el contexto</i>	Se integra el conocimiento estadístico y el contextual
Competencias de Razonamiento estadístico	<i>Análisis de problemas</i>	
	<i>Búsqueda de patrones y relaciones en los datos</i>	
	<i>Percepción de la estructura y planteamiento de conjeturas</i>	
	<i>Elección y evaluación de estrategias, aplicando el ciclo de investigación estadística</i>	
	<i>Buscar y utilizar conexiones entre las conclusiones y el contexto</i>	
	<i>Reflexionar sobre si la solución es razonable y suficiente</i>	

Debemos mencionar que se realizó el mismo tipo de análisis en ambas actividades, destacando los elementos arriba señalados para cada tarea. Sin embargo, gran parte de las tareas de ambas actividades eran muy similares (por ejemplo, las tareas 4d y 4e de la actividad 17, así como los incisos 5g y 5h de la actividad 11, requieren que los alumnos identifiquen el

valor del estadístico F y su probabilidad en la tabla de ANOVA obtenida), por lo que se decidió presentar el análisis completo de la actividad 17 y, en otra sección, destacar los elementos que la distinguen de la actividad 11.

Cabe notar que en dicho análisis hemos añadido subtítulos para distinguir lo que cada parte de la actividad aborda.

### 7.2.1. Análisis de la actividad 17: Regresión lineal bivariada

En cada tarea planteada en la actividad 17, se indica el tipo de consideraciones que los alumnos tienen que realizar para proponer una respuesta. El análisis presentado busca destacar:

1. Qué elementos del sentido estadístico (ver Tabla 7.3) se promueven
2. El papel de R en la resolución de la actividad
3. El contraste con la actividad convencional, es decir con la resolución de problemas planteados de forma clásica, como en un libro de texto
4. La formación de hábitos, el estilo de trabajo de los investigadores estadísticos

Esta actividad aborda el estudio de la variación a través de los resultados de una tabla de ANOVA asociada a un modelo de regresión lineal. Dicho modelo establece una relación entre la cantidad de presas consumidas y la densidad de presas disponibles para consumo, por parte de dos especies de cangrejo del género Cáncer (ver Figura 7.2).

```

7 # Hay evidencias de que el número de presas consumidas por un depredador aumenta en la medida en que aumenta
8 # la densidad de presas por unidad de área. A continuación se presentan los resultados de un experimento para
9 # describir cuantitativamente este fenómeno. El experimento consistió en ofrecerle gasterópodos del género Nucella
10 # a dos especies de cangrejos del género Cáncer (Sp1, Sp2) en densidades que fueron incrementándose en intervalos
11 # de una manera estandarizada a lo largo de 5 niveles. Se registró el número de presas consumidas por cada uno
12 # de 20 cangrejos de cada especie en cada una de las densidades establecidas. En todo momento se utilizaron
13 # individuos distintos, tanto de cangrejos como de gasterópodos. Los resultados están en la hoja 'regr' del archivo
14 # 'datosMLG.xlsx'.

```

**Figura 7.2 Planteamiento de la actividad 17**

Los objetivos estadísticos de esta actividad que la profesora declaró son:

- Identificar situaciones donde interesa describir y estimar la relación de determinación entre una variable de respuesta y una explicativa, ambas continuas.

- Explorar numérica y gráficamente la variabilidad en la respuesta (y) y sus posibles fuentes: el cambio en la variable explicativa (x) y la variación intrínseca.
- Estimar la magnitud de los componentes de variación y sus fuentes, evaluar su significancia mediante pruebas de hipótesis usando la distribución de F y t, e interpretar su significado.
- Identificar los coeficientes del modelo lineal, su representación gráfica, y la interpretación numérica en el contexto del problema.
- Identificar las estimativas de la variación intrínseca, y las distintas maneras de representarla numéricamente.
- Crear, interpretar y comparar diferentes registros para representar una regresión lineal simple.

### Tarea 1

```

17 # 1. Importa los datos y explora su estructura. ¿Qué atributos de los diferentes
18 # vectores del juego de datos cambiaron?
19 rm(list=ls())
20 getwd()
21 setwd("C:/Users/Mayra/Dropbox/C_Directo/docencia/MLG") #Ubicación del directorio
22 #que usarás como directorio de trabajo
23
24 library(rJava)
25 library(xlsxjars)
26 library(xlsx)
27 dat<-read.xlsx("datosMLG.xlsx","regr")
28
29 # Alternativamente, salva el archivo 'regr' como txt separado por tabuladores e
30 # importa con:
31 dat<-read.delim(file.choose(), head=T)
32
33 # Para revisar estructura y generalidades de los datos importados, usando los
34 # siguientes funciones:
35 str(dat)
36 summary(dat)
37 names(dat)

```

Figura 7.3 Pregunta 1, actividad 17

### ***Explorar los datos, paso inicial para realizar un análisis estadístico***

Al comienzo de la actividad (ver Figura 7.3) se pide a los alumnos que importen el conjunto de datos y se indican los comandos y librerías necesarios para ello. Luego se pide que exploren el conjunto de datos “regr” (densidad y consumo de presas por dos especies de

cangrejos) e identifiquen su estructura, usando los comandos `str()`, `summary()` y `names()`. Por medio de estos comandos los alumnos deben identificar que el conjunto contiene 100 datos de tres variables (ver Figura 7.4): ‘x’ (con niveles del 1 al 5), correspondiente al nivel de tratamiento que es la *densidad de presas disponibles* para consumo –por unidad de área–; ‘Spc1’, el número [promedio] de *presas consumidas por los individuos de la primera especie*; y ‘Spc2’, el número [promedio] de *presas consumidas por los individuos por la segunda especie*.

Al utilizar el comando `str()` se obtiene información sobre la dimensión del conjunto de datos, los nombres y el tipo de variables que lo componen (carácter, texto, numérico, etc), además de algunos de los valores del conjunto.

Por otro lado el comando `summary()` provee el resumen de 5 números (mínimo,  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ , máximo) de cada variable en el conjunto de datos. La exploración de esta información sirve para conocer la tendencia central y la dispersión de cada variable, lo cual puede dar una idea de su distribución, antes de indagar sobre la posible influencia del tratamiento.

```
> str(dat)
tibble [100 x 3] (S3: tbl_df/tbl/data.frame)
 $ x   : num [1:100] 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ Spc1: num [1:100] 3.07 3.57 3.07 2.74 3.22 ...
 $ Spc2: num [1:100] 4.687 5.553 -3.686 0.507 -1.805 ...
> summary(dat)
      x           Spc1           Spc2
Min.  :1   Min.   :2.071   Min.   :-9.0821
1st Qu.:2   1st Qu.:3.477   1st Qu.: -0.9363
Median :3   Median :3.979   Median : 3.7492
Mean   :3   Mean   :3.964   Mean   : 3.3459
3rd Qu.:4   3rd Qu.:4.541   3rd Qu.: 6.8396
Max.   :5   Max.   :5.542   Max.   :17.1938
> names(dat)
[1] "x" "Spc1" "Spc2"
```

**Figura 7.4 Resultado de ejecutar comandos de la tarea 1, actividad 17**

Durante esta exploración los alumnos deben ser capaces de identificar las variables asociadas al experimento, traducir lo observado en el conjunto de datos en términos del contexto, entre otras cosas, para buscar patrones, relaciones, generar inferencias, detectar posibles inconsistencias, etc. Por ejemplo, una situación interesante que sucedió es que los alumnos lograron darse cuenta de que había valores negativos de la variable Spc2 (lo cual no

hace sentido, ya que esta variable debe reflejar el número de presas consumidas), y utilizaron otros comandos para corroborar sus suposiciones de que los datos no hacían sentido.

Consideramos que las exploraciones de la tarea 1, promueven la comprensión de una de las ideas estadísticas fundamentales de la *cultura estadística –datos–*, con los cuales se debe razonar, subrayando la importancia del contexto y la variabilidad intrínseca (Batanero et al., 2013). Asimismo, como lo señala Avendaño et al. (2014), un usuario de estadística requiere identificar el tipo de las variables incluidas en un conjunto de datos, su nivel de medición, distribución y relaciones entre ellas, de modo que se seleccionen los resúmenes, gráficas y procedimientos estadísticos adecuados para su estudio. Del mismo modo, Wild y Pfannkuch (1999) consideran que tales acciones forman parte del inicio del ciclo de investigación estadística, y que tienen un papel fundamental en la *integración de la estadística y el contexto –uno de los modos fundamentales de razonamiento* que se promueven en esta tarea.

Cabe señalar el contraste entre la actividad propuesta en la tarea 1 y la resolución de problemas estadísticos tradicionales (por ejemplo, en libros de texto) donde no es necesario realizar esta identificación del tipo de datos, sus niveles de medición, etc., debido a que los datos de los problemas tradicionales son escogidos *ad hoc* para procesarse de acuerdo con la forma indicada por la teoría presentada.

En contraste, al usar R para realizar un análisis estadístico (como de la manera propuesta por Mayra), es necesario reconocer el tipo de objetos que se han incluido en el conjunto de datos ya que ello influye en las posibilidades de acción en el entorno de programación. Por ejemplo, al tratar de obtener un gráfico con el comando *plot*, el usuario tiene que ser consciente de la manera en que estén codificados los datos (e.g., variables como números enteros o como factores), ya que la salida de *plot* será diferente dependiendo de ello.

En resumen, los elementos del sentido estadístico que se promueven en esta primera tarea son:

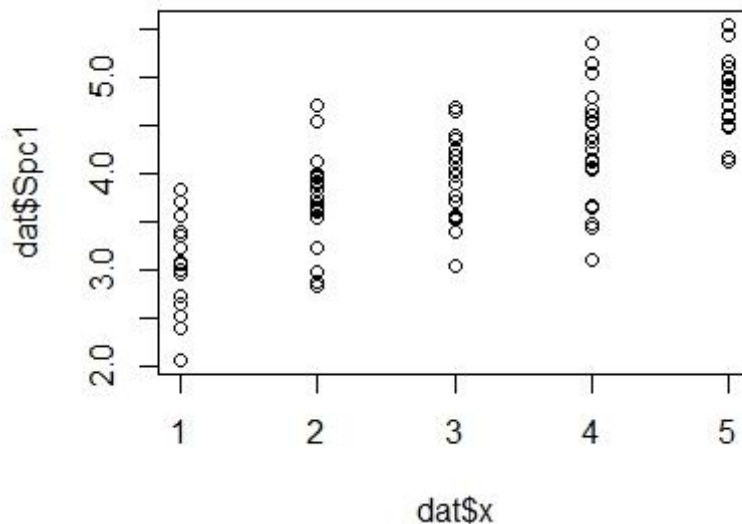
- Datos (parte de la Cultura estadística)
- Integración de la estadística y el contexto (parte de los Modos fundamentales de razonamiento)

**Tarea 2**

```
# 2. Obtén un gráfico de la relación del consumo de cangrejo spc1 dependiendo de
# la densidad de presas. Responde a las siguientes preguntas:
plot(dat$Spc1~dat$x)
# a) ¿Existe variabilidad aleatoria asociada a la densidad de presas?
# b) ¿De qué tamaño es la variabilidad en el consumo de presas por parte de la
# spc1? ¿Cómo podrías medirla?
# c) ¿Crees que el consumo de presas por parte de spc1 depende de la densidad
# de presas?
```

**Figura 7.5 Tarea 2, actividad 17****Análisis de la asociación entre variables por medio de la gráfica de dispersión**

Al comienzo de la tarea 2 (ver Figura 7.5) se pide obtener el diagrama de dispersión del número de presas consumidas por la especie 1 de cangrejos, según los niveles de tratamiento, utilizando el comando `plot(dat$Spc1~dat$x)`. El diagrama obtenido (ver Figura 7.6), muestra los datos separados según su nivel de tratamiento y se puede observar una tendencia creciente en la variable Spc1. De este modo, esta tarea ayuda a los alumnos a apreciar el papel de los *gráficos*, una de las ideas fundamentales consideradas parte de la *cultura estadística*, en la organización, descripción y análisis de los datos

**Figura 7.6 Resultado de ejecutar el comando `plot` en la tarea 2, actividad 17**

**Estudio de la variabilidad y distinción entre variables aleatorias y variables numéricas**

Luego, en el inciso 2a, se cuestiona sobre la existencia de variabilidad en la densidad de presas que se administran. Los alumnos deben indicar que no hay variabilidad en la densidad de presas (variable 'x') pues en el diseño del experimento se determinó de antemano la cantidad de presas a administrar. En clase la profesora indica que otros diseños experimentales pueden implicar variabilidad en los valores del tratamiento pero que su análisis requerirá de otros procedimientos.

De esta manera, en esta tarea, consideramos que se está promoviendo el reconocimiento de la *variabilidad*, una parte de la *cultura estadística*. Esto concuerda con uno de los objetivos del reporte GAISE (2011) –el reconocimiento del rol de la variabilidad incluida en los datos– y para el cual se enfatiza la distinción entre la variabilidad estadística (debida al azar) presente en conjuntos de datos y la naturaleza determinista de las variables en matemáticas.

En el inciso 2b, los alumnos deben identificar que existe variabilidad asociada al consumo de presas en una de las especies (variable  $Spc1$ ) y elegir una forma de cuantificarla (por ejemplo, con el rango o la desviación estándar). Los alumnos deben utilizar alguna medida de dispersión para cuantificar la variabilidad observada. Pueden indicar, por ejemplo, que el rango de valores de  $Spc1$  va de 2 a 5.5 unidades, o bien, que la varianza es 0.57 y que la desviación estándar es 0.75.

A diferencia de los ejercicios de libros de texto en los cuales, generalmente, se indica explícitamente que se calcule algún resumen estadístico, en el planteamiento de la tarea 2, primero se hace reflexionar al alumno en términos del concepto de variabilidad, para después pedirle que elija un resumen adecuado que lo represente. En la práctica estadística, se sigue un proceso similar: se elige algún resumen, gráfico y/o procedimiento que revela información adecuada para entender el objeto de estudio. Esto corresponde con otro de los objetivos del reporte GAISE (2016, p. 9): “ser capaces de producir gráficas y resúmenes numéricos e interpretar lo que revelan y lo que no revelan”.

Aunque en esta tarea no se pide una interpretación de la variabilidad, durante la revisión de clase la profesora indica que es necesario hacer referencia al contexto e interpretarla: distinguir qué se puede decir de la situación estudiada; o bien, a partir del contexto, si se puede verificar que el valor obtenido es coherente.



### ***Estudio de la asociación entre variables***

Finalmente, en el inciso 2c, se cuestiona sobre la dependencia entre el consumo de presas de la especie 1 y la densidad de las presas administradas. Este inciso se puede responder haciendo referencia al gráfico obtenido, donde se observa el aumento en la cantidad de presas al incrementar la densidad de estas. Es necesario que los alumnos sean capaces de interpretar el gráfico en términos del contexto y que puedan identificar la correlación existente entre las variables  $x$  y  $Sp1$ .

En resumen, esta tarea implica que los alumnos:

- Identifiquen la variabilidad
- Elijan e interpreten una forma de cuantificarla
- Establezcan una asociación entre los distintos tratamientos y el número de presas consumido
- Señalen una posible causa de la variabilidad observada

Aunque los dos primeros incisos de la tarea 2 requieren una respuesta analítica, posiblemente se solicita que se obtenga el gráfico antes, para que los alumnos puedan apoyarse de dicha representación. A partir de la gráfica, los alumnos pueden identificar aspectos importantes del conjunto de los datos, las relaciones entre las variables y la distribución de los datos generada por dicha relación. De este modo, se promueve el estudio de la *asociación*, parte de las ideas fundamentales en la *cultura estadística*; así como el desarrollo de las *competencias del razonamiento estadístico*: (i) *análisis de problemas*, (ii) *búsqueda de patrones y relaciones entre los datos*, y (iii) *percepción de la estructura y planteamiento de conjeturas*. Además, en términos de los *modos fundamentales de razonamiento*, al utilizar la información de los gráficos para identificar la variabilidad y algún resumen estadístico para cuantificarla, los alumnos practican (vi) la *transnumeración*, obteniendo una perspectiva nueva sobre el fenómeno que están estudiando (Wild & Pfannkuch, 1999); la tarea también promueve (v) la *integración de la estadística con el contexto*.

Garfield y Ben-Zvi (2008) señalan la dificultad de los alumnos para comprender diferentes aspectos de la variabilidad, como su representación en gráficas, y su papel para la comparación de grupos. El uso de R en esta tarea permite crear gráficos que ayudan a explorar

la variabilidad asociada al conjunto de datos y su identificación entre los distintos niveles de tratamiento. El hecho de que R permita añadir elementos a la gráfica hace posible enfatizar características y tendencias de los datos. Por ejemplo, algunos alumnos utilizaron el comando `abline(h)` para dibujar una recta horizontal a la altura de la media de la variable `Spc1` (en el eje de las `y`). De este modo, se apoyaron en la gráfica para identificar la variación en términos de “desviación de los valores respecto a su media”, tal como recomiendan Garfield y Ben-Zvi (2008). De este modo, en esta tarea, los alumnos tienen la oportunidad de *percibir la variación* y de desarrollar su *razonamiento con modelos estadísticos*.

### Tarea 3

```
50 # 3. Obtén un gráfico de la relación entre el consumo de presas por parte de la
51 # Spc2 y la densidad de presas, y colócalo junto a la anterior.
52 # Responde a las siguientes preguntas:
53 par(mfrow=c(1,2), mar=c(4,4,1,1), cex=.7)
54 plot(dat$Spc1~dat$x)
55 plot(dat$Spc2~dat$x)
56 par(mfrow=c(1,1))
57 # a) ¿De qué tamaño es la variabilidad en el consumo de presas por parte del
58 # cangrejo de Spc2?
59 # b) Compara la variabilidad del consumo por parte del cangrejo Spc1 con el del
60 # cangrejo Spc2.
61 # c) ¿Crees que el consumo de presas por parte del cangrejo Spc2 depende de la
62 # densidad?
```

Figura 7.7 Tarea 3, actividad 17

### **Análisis de la asociación entre variables por medio de la gráfica de dispersión**

En la tarea 3 (Figura 7.7) se indican los comandos para obtener los gráficos que relacionan el consumo de presas con los distintos tratamientos para ambas especies:

```
par(mfrow=c(1,2), mar=c(4,4,1,1), cex=.7)
plot(dat$Spc1~dat$x)
plot(dat$Spc2~dat$x)
par(mfrow=c(1,1))
```

El primer comando divide la pantalla gráfica para que se visualicen dos gráficas en una misma pantalla, indicando el tamaño de los márgenes y el tamaño de los puntos mostrados. El segundo y tercer comando generan la gráfica de dispersión, donde la primera coordenada está dada por los valores de la variable ‘`x`’ del conjunto ‘`dat`’; y la segunda coordenada por los valores respectivos, para cada gráfica, de las variables ‘`Spc1`’ y ‘`Spc2`’ (ver Figura 7.8). El

último comando devuelve la pantalla gráfica a la configuración inicial donde se muestra una sola gráfica.

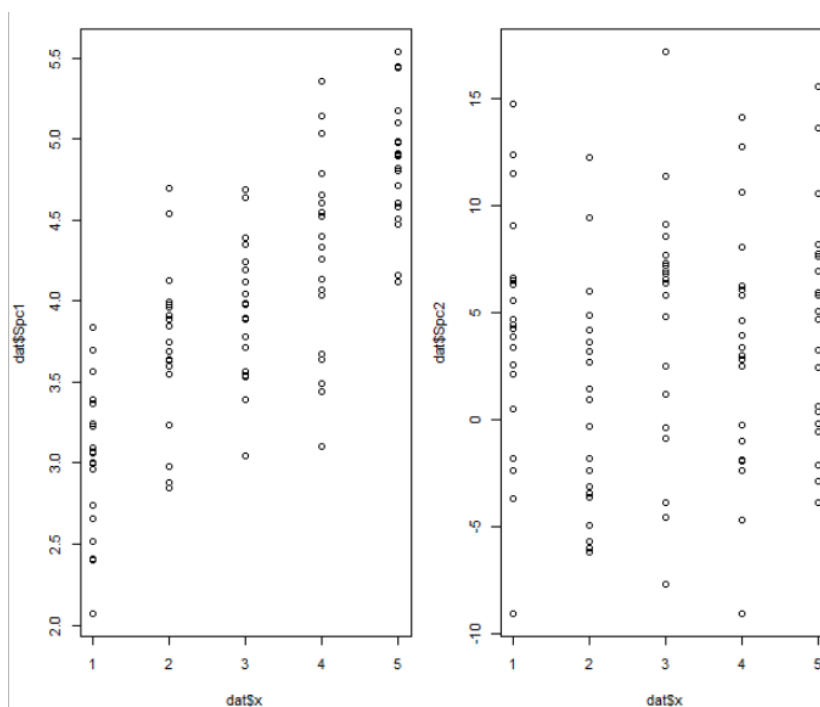


Figura 7.8 Resultado de ejecutar comandos de la tarea 3, actividad 17

### ***Estudio de la variabilidad y comparación entre variables***

En el inciso 3a, nuevamente se cuestiona sobre la variabilidad de Spc2 y la forma de cuantificarla. En esta ocasión el rango va de -9 hasta 17, la varianza es de 32.31 y la desviación estándar es de 5.68. Tanto en el 2b, como en este inciso se pide a los alumnos que seleccionen una forma de cuantificar la variabilidad en el consumo de presas, refiriéndose cada inciso a una de las especies de cangrejo observadas (Spc1 y Spc2, respectivamente). Por lo anterior, consideramos que de nueva cuenta se promueve el estudio de la *variabilidad*, parte de la *cultura estadística* y el desarrollo de las *competencias de razonamiento estadístico*: (i) *análisis de problemas*, (ii) *búsqueda de patrones y relaciones entre los datos*, y (iii) *percepción de la estructura y planteamiento de conjeturas*.

En el inciso 3b, se pide comparar la variabilidad del consumo de presas en ambas especies (Spc1 y Spc2). Tanto al comparar las gráficas (ver Figura 7.8), como los valores de obtenidos en 2b y 3a, se puede concluir que la variabilidad de Spc2 es mayor de Spc1.

Garfield y Ben-Zvi (2005) sugieren que se proponga a los alumnos ítems en los que se presenten dos o más gráficas para hacer comparaciones, y se pregunte cuál de las gráficas muestra mayor o menor variabilidad, de manera que se evalúe la comprensión conceptual de la variabilidad. Aunque no es con fines de evaluación, este inciso tiene un planteamiento similar al descrito por dichos autores. Consideramos que en este inciso se promueven en los alumnos algunos de los *modos fundamentales de razonamiento*: la *percepción de la variación*, a través del *razonamiento con los modelos estadísticos*, constituidos por las gráficas y los resúmenes estadísticos propuestos; y a través de la *integración de la estadística y el contexto*.

### ***Estudio de la asociación entre variables***

En el último inciso 3c de esta tarea se cuestiona sobre la asociación entre la densidad de las presas y su consumo por parte de la especie 2. A través de la gráfica se puede inferir que no hay correlación entre las variables  $x$  y  $SpC2$ .

Para contestar preguntas como las de los incisos 3b y 3c, es necesario el uso de algún programa para generar la gráfica. El uso de la gráfica ayuda a percibir que el comportamiento de consumo en ambas especies es significativamente distinto cuando se cambia la densidad de presas administradas ( $x$ ). También, a través de la gráfica es posible descartar la asociación entre las variables  $x$  y  $SpC2$ .

Reading y Shaughnessy (2004) señalan que gran parte de los libros de texto no brindan a los alumnos oportunidades de visualizar la variabilidad, ni a investigar formas de medirla, ni a interpretar dichas medidas. Sin embargo, en esta tarea se anima a los alumnos a generar su propia interpretación de la gráfica y establecer las posibles relaciones entre las variables. De este modo, se promueve el trabajo con *gráficos* y el estudio de la *asociación y correlación*, elementos de la *cultura estadística*.

En este problema se pide relacionar los resultados analíticos (cuantificar la variabilidad) con los gráficos, para diferenciar las tendencias en los conjuntos de datos e interpretar sus conclusiones en términos del comportamiento de las especies. Así que también se promueven la *transnumeración*, uno de los *modos fundamentales de razonamiento*, y la *búsqueda de patrones y relaciones en los datos*, parte de las *competencias del razonamiento estadístico*.

Cabe señalar que en la actividad planteada a los alumnos del curso extracurricular MLG, se indican los comandos necesarios para generar el gráfico deseado, ya que este es uno de los

primeros acercamientos de los alumnos a este lenguaje de programación. Sin embargo, esta actividad también se incluye de manera similar en el curso curricular PAE y, en ese caso, los alumnos deben generar la gráfica pues ya han tenido más experiencia en la generación de gráficos. Así, los alumnos pueden aprovechar la amplia variedad de comandos y librerías de R para generar gráficos de muy diversos tipos. En particular, pueden usar R para modificar libremente las distintas características del gráfico (etiquetas, escalas, colores, etc.), a diferencia de programas como las hojas de cálculo, donde los tipos de gráficos y sus características están predeterminados, con pocas posibilidades para modificar ciertos elementos.

#### Tarea 4

```

55 # 4. Copia el siguiente código para ajustar un modelo lineal para la relación
56 # entre el consumo de presas y la densidad de presas para la spc1, usando la
57 # función 'lm', y grábalo con el nombre mod6.a. Obtén la tabla de ANOVA
58 # y responde a las siguientes preguntas.
59 mod6.a<-lm(dat$spc1~dat$x)
60 anova(mod6.a)
61 # a) Identifica el o los valores de la tabla que representa la variación en
62 # el consumo de presas que es debida al cambio en la densidad.
63 # b) Identifica el o los valores de la tabla que representa la variación en
64 # el consumo de presas que es debida al error de muestreo.
65 # c) Apartir de los datos en la tabla obtén el valor que representa la
66 # variación total en el consumo de presas.
67 # d) ¿Cómo se obtiene el valor de F, y qué representa?
68 # e) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un valor de F como el obtenido si la
69 # Ho fuese verdadera?
70 # f) ¿Cómo interpretas los resultados de este análisis en términos de la
71 # relación entre consumo y densidad de presas?

```

Figura 7.9 Tarea 4, actividad 17

#### **Descripción breve del análisis de varianza asociado a un modelo de regresión lineal simple**

La tarea 4 (Figura 7.9), aborda el análisis de la varianza (ANOVA) asociado al modelo de regresión lineal por medio del cual se establece una relación entre el *consumo de presas* (variable dependiente), por parte de cada una de las especies de cangrejos, y la *densidad de presas administradas* (variable independiente) en cada uno de cinco niveles de tratamiento. En esta tarea se busca que los alumnos identifiquen los distintos componentes de la tabla de ANOVA y que interpreten el resultado en términos del contexto.

Un modelo de regresión lineal establece una relación funcional entre la respuesta media de la variable dependiente ( $Y$ ) y la variable independiente ( $X$ ), de las cuales se tiene un conjunto de pares de observaciones  $(x_i, y_i)$ . Dicha relación se plantea en términos de una función lineal

de la forma  $y_i = \beta_1 x_i + \beta_0 + \varepsilon_i$ , donde  $\beta_0$  y  $\beta_1$  parámetros por determinar en este proceso (el intercepto u ordenada al origen y la pendiente de la recta de regresión) y el término  $\varepsilon_i$  corresponde a un error aleatorio intrínseco al modelo.

Así, el análisis de la varianza asociado a la regresión lineal estudia la composición de la variación de la variable dependiente  $y_i$ , en términos de la suma de cuadrados de las desviaciones de dicha variable respecto a su valor promedio ( $SS_{Total}$ , usando la notación de la profesora). El modelo matemático (ver Figura 7.10) establece que

$$SS_{Total} = SS_{Regresión} + SS_{Residual},$$

donde

- $SS_{Regresión}$  es la suma de cuadrados de la regresión = la suma de cuadrados de las desviaciones de la variable  $y_i$  y los valores estimados en la regresión  $\hat{y}_i$ ; y
- $SS_{Residual}$  es la suma de cuadrados de los residuales = la suma de cuadrados de la diferencia entre los valores estimados en la regresión  $\hat{y}_i$  y la media de la variable  $y_i$ .

A través del cociente entre la  $SS_{Regresión}$  y la  $SS_{Residual}$ , se prueba la hipótesis de que la pendiente en el modelo de regresión no es cero, lo cual implica que la variable independiente es significativa para explicar la variación en Y.

Para realizar el análisis de la varianza se construye una tabla, conocida como tabla de ANOVA, para enlistar las sumas de cuadrados y su valor promedio ( $MS$ , cuadrados medios). De modo que con los elementos de la tabla se calcula, entre otras cosas, el valor del estadístico  $F$  (cociente entre las sumas de cuadrados de regresión y residual), el cual permite realizar la prueba de hipótesis arriba mencionada.

Otro de los valores que se pueden obtener a partir de los valores de la tabla de ANOVA es el porcentaje de variación “explicada” por la variable X, así como el porcentaje de la variación “no explicada” que se debe a variables no consideradas en el modelo de regresión y que pueden ser aleatorias.

Durante su clase magistral, la profesora presenta los distintos elementos del análisis de varianza y su versión de la tabla de ANOVA (Figura 7.10). A diferencia de esta, las tablas de ANOVA que R genera (como la dada en la Figura 7.11), incluyen el valor del estadístico  $F$ ,

así como su  $p$ -valor. Estos últimos valores son necesarios para probar la hipótesis de que la variable dependiente  $X$  es significativa para explicar la variación en  $Y$ .

Tabla 1. Tabla de ANOVA para la regresión lineal bivariada.

Fuente de variación	SS	g.l.	MS	MS esperados
Regresión	$\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	1	$\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{1}$	$\sigma_{\varepsilon}^2 + \beta^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
Residual	$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$	$n-2$	$\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$	$\sigma_{\varepsilon}^2$
Total	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$	$n-1$		

Figura 7.10 Tabla de ANOVA presentada por la profesora en la tarea 4, actividad 17

### **Obtención de un modelo lineal y su correspondiente tabla de ANOVA en R**

Al inicio de la tarea 4 (ver Figura 7.9), se pide a los alumnos que generen el modelo de regresión lineal de la relación entre el consumo de presas y la densidad de presas para la primera especie, además de obtener la tabla de ANOVA utilizando los resultados del modelo lineal. Al respecto, Garfield y Ben-Zvi (2005) señalan como una idea clave para la comprensión de la variabilidad, la identificación de sus patrones en modelos ajustados.

En esta tarea, los alumnos deben usar los comandos proporcionados en el planteamiento de la actividad.

```
mod6.a<-lm(dat$Spc1~dat$x)
anova(mod6.a)
```

En R, el comando `anova()` requiere que el argumento sea un modelo de regresión lineal ajustado a las variables que se están estudiando. En este caso, el resultado de ejecutar dicho comando (Figura 7.11) es:

## Analysis of Variance Table

```

Response: dat$Spcl
      Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
dat$x   1 34.458  34.458  149.17 < 2.2e-16 ***
Residuals 98 22.638   0.231
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

**Figura 7.11** Resultado de ejecutar comandos de la tarea 4, actividad 17

### **Identificación de los fragmentos de variación en la tabla de ANOVA**

En el inciso 4a (ver Figura 7.9), se pide identificar los valores de la tabla de ANOVA que representan la variación en el consumo de presas que es debida al tratamiento – es decir la suma de cuadrados en el renglón de la variable  $x$ , 34.458.

Luego el inciso 4b pide identificar la variación debida al muestreo o error aleatorio; este valor es 22.638, que corresponde a la suma de cuadrados de los residuales. Los valores de la suma de cuadrados pueden servir para cuantificar la variación, pero también es posible cuantificarla y responder los incisos 4a y 4b usando las sumas de cuadrados medias –o sea, 34.458 y 0.231, respectivamente.

Al responder estas preguntas los alumnos deben identificar los elementos del modelo matemático subyacente al análisis de varianza. Así, utilizando R, los alumnos exploran el concepto estudiado, lo cual va de acuerdo con una de las recomendaciones del reporte GAISE (2016) sobre el uso de la tecnología “no como un medio para generar resultados estadísticos, sino como un medio para explorar ideas conceptuales y mejorar el aprendizaje del estudiante”.

Después en el inciso 4c se pide la suma de cuadrados total. Este valor no aparece en la tabla, pero se calcula con la adición de las sumas de cuadrados – o sea, 57.096. Se espera que los alumnos verifiquen que la variación total se expresa en términos de variaciones en donde se involucran los valores ajustados del modelo lineal. A través de ello, se refuerza la idea de que parte de la variación en el consumo es explicada por el modelo de regresión y el resto se debe a otras fuentes no consideradas. Por lo anterior, consideramos que en esta tarea promueve el estudio de la *variabilidad*, parte de las ideas fundamentales para la *cultura estadística*, a través del *razonamiento con modelos estadísticos*, uno de los *modos fundamentales de razonamiento*.



Es importante señalar que varios autores (Garfield & Ben-Zvi, 2008; Reading & Shaughnessy, 2004; Wild & Pfannkuch, 1999) indican que en los distintos modelos estadísticos se requiere estudiar la variabilidad e identificar las fuentes de dicha variabilidad, de modo que se requiere cuantificar tanto la variación explicada como la no explicada (aleatoria). Dado que esta idea se pone en práctica durante este ejercicio, consideramos que también se promueve la *percepción de la variación*, parte de los *modos fundamentales de razonamiento*, a partir de *percibir la estructura* de las ideas y los elementos de la tabla de ANOVA, como parte de las *competencias de razonamiento estadístico*.

### ***El estadístico F y su p-valor en la prueba de significancia de la regresión***

En el inciso 4d, se pide especificar cómo se obtiene el valor del estadístico F y qué representa. Aquí los alumnos deben indicar que F se calcula como el cociente de los cuadrados medios de la regresión ( $MC_{\text{regresión}}$ ) y los cuadrados medios de los residuales ( $MC_{\text{residuales}}$ ), en este caso  $34.458/0.231= 149.1688$ . Siguiendo la explicación de la profesora, este valor representa la “*proporción entre la variación explicada y la que no está explicada por x en el modelo*”; es decir, es la explicada por la *relación lineal entre la variable de respuesta y la explicativa*.

Dado que el valor de F en este caso está muy por encima de 1, los alumnos pueden hacer referencia a los argumentos dados en la presentación, donde se especifica que los valores de F mayores a 1 indican que la *mayor parte de la variación total está explicada por la regresión*.

Sin embargo, para probar la hipótesis de que la densidad de presas es una variable significativa para explicar el consumo de la especie 1, es necesario calcular el p-valor de F, es decir la probabilidad de obtener un valor igual o más extremo en la distribución F son 1 y n-2 grados de libertad. Los incisos 4e y 4f preguntan por el p-valor y su interpretación. Para los datos de la tabla se tiene que el p-valor es  $2.2e-16$ , el cual es tan pequeño que, prácticamente con cualquier nivel de significancia, indica el rechazo de la hipótesis de que la pendiente del modelo de regresión es cero. El rechazo de dicha hipótesis, en términos del contexto implicaría que la densidad de presas es una variable que tiene una relación con el consumo de presas por parte de la especie Spc1.

El enunciado de 4e solicita que se calcule el p-valor planteando la pregunta “¿Cuál es la probabilidad de obtener un valor de F como el obtenido si la  $H_0$  fuese verdadera?” Con lo cual se pone énfasis en el planteamiento del p-valor, donde el evento condicional es que la hipótesis nula sea verdadera; en consideración de este evento se calcula la probabilidad de obtener el valor del estadístico observado, o uno más extremo. Esta forma de solicitar el p-valor puede ayudar a los alumnos a evitar la confusión donde se toma como condicional al valor del estadístico y que, según Batanero (2012), ha sido encontrada en distintas investigaciones.

Finalmente, el inciso 4f pide interpretar los resultados del contraste de hipótesis realizado para establecer si el consumo y la densidad de presas son variables que están asociadas. Así, en esta tarea se aborda la idea de *muestreo e inferencia*, así como la de *asociación y correlación*, fundamentales en la *cultura estadística*.

### Tarea 5

```

80 # 5. Ajuste un modelo lineal para la relación entre el consumo de presas por
81 # parte del cangrejo spc2 y la densidad de presas, usando la función 'lm', y
82 # gráballo con el nombre mod6.b. Obtén la tabla de ANOVA y responde a las
83 # siguientes preguntas.
84 # a) ¿De qué tamaño es la variabilidad en el consumo de presas debida a la
85 # regresión en esta especie comparado con la especie anterior?
86 # b) ¿De qué tamaño es la variabilidad en el consumo de presas debida al
87 # error comparada con la variabilidad total en esta especie?
88 # c) ¿Cómo interpretas los resultados en términos de la relación entre el
89 # consumo y la densidad de presas para la spc2?

```

**Figura 7.12 Tarea 5, actividad 17**

La tarea 5 pide obtener la tabla de ANOVA del modelo lineal que asocia la variable densidad con la variable de consumo para la especie Spc2. En este caso los alumnos deben proponer los comandos para obtener la tabla. Modificando los códigos de la tarea 4, podrían obtener la respuesta usando:

```

mod6.b<-lm(dat$Spc2~dat$x)
anova(mod6.b)

```

Lo cual da como resultado lo presentado en la siguiente Figura 7.13:

```

> mod6.b<-lm(dat$Spc2~dat$x)
> anova(mod6.b)
Analysis of Variance Table

Response: dat$Spc2
      Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
dat$x   1   21.8   21.817   0.6729  0.414
Residuals 98 3177.3   32.422

```

Figura 7.13 Resultado de ejecutar comandos para responder la tarea 5, actividad 17

### **Comparación de la variabilidad debida a la regresión en dos poblaciones**

A partir de la tabla obtenida, en el inciso 5a, se pide cuantificar la variabilidad en el consumo de presas debida a la regresión en la especie 2 –variable Spc2– y compararla con la variabilidad reportada para la especie 1 –variable Spc1.

Para la variable Spc2 la suma de cuadrados de la regresión es de 21.8 que se puede tomar como una medida de la variabilidad en el consumo debido a la regresión, al igual que la suma de cuadrados medios de la regresión, 21.817. Se puede notar que ambas medidas de variabilidad son mayores que las obtenidas en la regresión con la variable Spc2.

### **Reconocimiento de la variación no explicada en la tabla de ANOVA**

En el inciso 5b se pide comparar la variabilidad debida al error con la variabilidad total de la variable Spc2. Es posible que los alumnos sólo comparen los valores de  $SS_{Residual} = 3177.3$  y  $SS_{Total} = 3177.3 + 21.8 = 3199.1$  y se den cuenta de que una gran parte de la variabilidad total está compuesta con la variabilidad residual. Sin embargo, una respuesta que muestra una mayor comprensión del estudio de ANOVA es obtener el cociente  $SS_{Residual} / SS_{Total} = 3177.3/3199.1 = 0.9932$ , a partir del cual se puede afirmar que aproximadamente el 99.32% de la variación en el consumo no es explicada por la regresión.

De nueva cuenta, se fomenta el razonamiento sobre la *variabilidad aleatoria*, idea fundamental de la *cultura estadística*, en particular a través de los elementos de la tabla de ANOVA, por lo cual consideramos que se promueven los *modos fundamentales de razonamiento: percepción de la variación y razonamiento con modelos estadísticos*.

***Evidencia estadística de la asociación entre la densidad y el consumo de presas: asumiendo el nivel de significancia  $\alpha = 0.05$*** 

En el inciso 5c, al final de esta tarea, se pide interpretar los resultados de la tabla obtenida en términos de la relación entre la densidad y el consumo.

Al analizar este inciso llamó nuestra atención el que la profesora no haya indicado un nivel de significancia  $\alpha$ , a partir del cual establecer la inferencia estadística sobre asociación de las variables densidad y consumo de presas por parte de los cangrejos de la especie 2, como lo discutimos más adelante.

Para interpretar los resultados de la tabla de ANOVA determinada por un modelo de regresión lineal (Figura 7.13), se puede hacer referencia a la variación no explicada o bien a la prueba de hipótesis, en la cual la hipótesis nula establece que la pendiente de la recta de regresión es cero, implicando una posible relación de determinación entre las variables de densidad y consumo de presas.

Si se considera que el 99.32% de la variación no es explicada por la regresión, se puede argumentar que parece no haber asociación entre la densidad de presas y el consumo de ellas por parte de la especie Spc2. Por otro lado, el valor del estadístico F en este caso es de 0.6729 y tiene un p-valor de 0.414. De este modo, con los niveles de significancia usuales ( $\alpha=0.05$ ,  $\alpha=0.01$  o  $\alpha=0.001$ ), los alumnos pueden argumentar que se debe rechazar la hipótesis nula y, por tanto, la densidad de presas no es una variable significativa para explicar la variación en el consumo de presas por parte de la especie 2, ya que 0.414 es mayor que  $\alpha$ .

Se puede notar que los p-valores del estadístico F utilizados para responder los incisos 4f y 5c son muy extremos, de manera que parece inmediato concluir que apuntan, en 4f, hacia el rechazo de la hipótesis nula; y, en 5c, hacia el no rechazo. Sin embargo, parte importante del establecimiento de la regla de decisión en las pruebas de hipótesis es la elección del nivel de significancia  $\alpha$ , el cual no es considerado en dichos planteamientos.

Como señalamos arriba, llama la atención el que la profesora no haya indicado un nivel de significancia  $\alpha$ , a partir del cual establecer la inferencia estadística sobre asociación de las variables densidad y consumo de presas por parte de los cangrejos de la especie 2. Normalmente al reportar la conclusión de un contraste de hipótesis, se señala el nivel de significancia bajo el cual se generó dicha conclusión.

En el análisis de este inciso y el del problema siguiente se observa cómo la profesora y los alumnos utilizan el nivel de significancia usual,  $\alpha = 0.05$ , para decidir el resultado del contraste de hipótesis indicado y para establecer el valor que delimita la región de rechazo, pero sin especificarlo. Sin embargo, debido a que se asume que los alumnos de este curso ya tienen conocimiento sobre el tema de contraste de hipótesis, no se plantea una discusión al respecto. Al respecto Batanero (2011) señala que el uso de los niveles de significancia 0.05, 0.01 y 0.001 “es una cuestión de convención y no se justifica por la teoría matemática”.

Batanero (2012) también señala la necesidad de replantear la enseñanza de la inferencia estadística de modo que se ayude a los alumnos a comprender la relación entre el nivel de significación; el p-valor; la región de rechazo; y la regla de decisión de una prueba de hipótesis.

A pesar de lo anterior, consideramos como positivo que al responder esta tarea los alumnos establecen distintas conexiones entre los elementos del modelo de regresión y los del análisis de varianza, para llegar a una conclusión basada en los datos sobre la asociación entre las variables de densidad y consumo de presas. Consideramos que se promueve la *percepción de la estructura y planteamiento de conjeturas*, parte de las *competencias del razonamiento estadístico* y el estudio del *muestreo e inferencia*, así como de la *asociación y correlación*, parte de las ideas fundamentales de la *cultura estadística*.

### Tarea 6

92 # 6. Considerando que los grados de libertad son iguales en ambos modelos, ¿cuál  
 93 # es el valor de F a partir del cual la  $H_0$  de ambas pruebas debe ser  
 94 # rechazada? (PISTA: usa funciones de la distribución de F).

Figura 7.14 Tarea 6, actividad 17

### **Uso del valor crítico para determinar la región de rechazo de la hipótesis nula**

En esta tarea (Figura 7.9) se pide encontrar el valor que delimita la región crítica para la prueba donde  $H_0$  indica que la pendiente de la regresión es cero, considerando que el estadístico de contraste se distribuye como una F con 1 y 98 grados de libertad. Este valor, conocido como *valor crítico*, depende del nivel de significancia  $\alpha$  indicado y, en este caso, corresponde al cuantil de la distribución  $F_{(1,98)}$  que acumula  $\alpha$  de probabilidad del lado derecho, es decir el valor  $q_\alpha$  que cumple que  $P(F \geq q_\alpha) = \alpha$ .

Aunque no se especifica el nivel de significancia, la profesora valida como adecuado el uso de  $\alpha = 0.05$ . Así, los alumnos deben calcular dicho cuartil usando el comando `qf(0.05,1,98,lower.tail = F)`, lo que da como valor crítico 3.9381.

Esta tarea requiere que los alumnos sean capaces de establecer la región crítica para la prueba de hipótesis que se plantea en la tabla de ANOVA dada por R. Para responder a esta tarea deben identificarse:

- los parámetros que definen la distribución  $F$ ;
- el hecho de que dicha distribución está determinada bajo el supuesto de que la hipótesis nula es verdadera; y
- distinguir si la probabilidad buscada se acumula en la cola superior o inferior, según indique el enunciado de la hipótesis alternativa.

Consideramos que en esta tarea se abordan las ideas de (i) *probabilidad*, (ii) *distribución* y (iii) *muestreo e inferencia*, fundamentales para la *cultura estadística*. Al mismo tiempo se promueve el *razonamiento con modelos estadísticos*, parte de los *modos fundamentales de razonamiento*; así como la *percepción de la estructura y planteamiento de conjeturas*, una de las *competencias de razonamiento estadístico*.

Por otro lado, resulta de interés el hecho de que se promueva en los alumnos una reflexión sobre el papel del valor crítico en la prueba de hipótesis planteada. En general la regla de decisión para una prueba de hipótesis se puede establecer: (1) en términos del p-valor; o (2) en términos del valor crítico. Los alumnos normalmente adoptan una de ambas formas de establecer la regla de decisión y, en ocasiones, desconocen la equivalencia entre dichas formas de las reglas de decisión. Al respecto Batanero (2012) señala que no todos los alumnos comprenden que, si el valor del estadístico está dentro de la región de rechazo delimitada por el valor crítico, el valor p correspondiente será menor que el nivel de significación.

**Tarea 7**

```

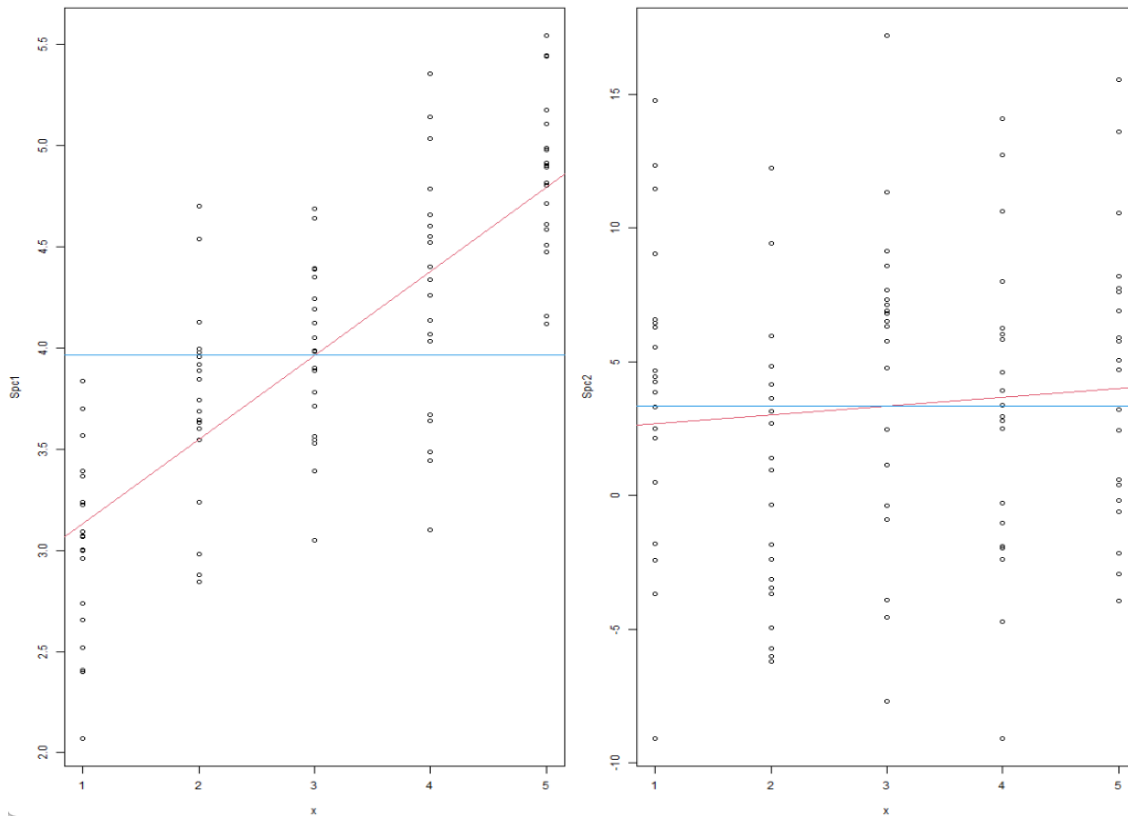
97 # 7. Elabora dos gráficos con los datos de los dos modelos anteriores.
98 # Representa la línea de regresión estimada por el ajuste del primer modelo,
99 # y otra que represente la media general total de y. Para hacer esto usa la
100 # función 'abline'. Haz lo mismo para el segundo.
101 par(mfrow=c(1,2), mar=c(4,4,1,1), cex=.7)
102 plot(Spc1~x, data=dat)
103 abline(mod6.a,col=2)
104 abline(h=mean(dat$Spc1),col=4)
105
106 plot(Spc2~x, data=dat)
107 abline(mod6.b,col=2)
108 abline(h=mean(dat$Spc2),col=4)
109 par(mfrow=c(1,1))

```

**Figura 7.15 Tarea 7, actividad 17*****Gráfica de la recta de regresión y del valor medio para identificar la descomposición de la varianza***

En esta parte de la actividad (Figura 7.15) los alumnos deben ejecutar el código dado para obtener las gráficas pedidas (ver Figura 7.16). En la gráfica izquierda se puede observar cómo la recta de regresión para Spc1 sigue la tendencia de aumento en el consumo al aumentar la densidad de presas, en los distintos niveles de la variable x. A partir de ella parece plausible el resultado del contraste de hipótesis que indica que la variable x es significativa para explicar la variabilidad observada en Spc1.

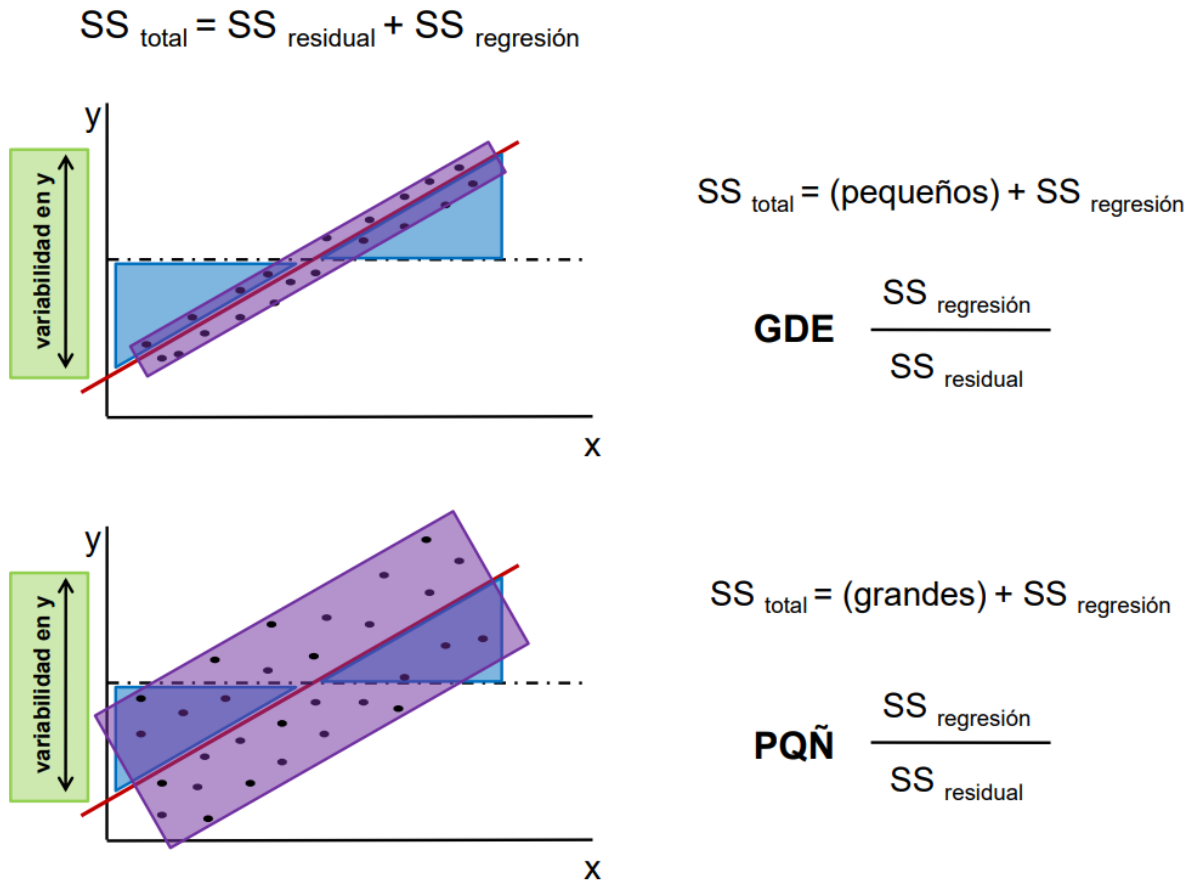
Por otro lado, en la gráfica derecha se observa que para la especie 2, la recta de regresión no muestra una tendencia distinta a la recta horizontal que indica el valor medio de Spc2. Así como el contraste de hipótesis lo indica, la variable x no explica la variabilidad de Spc2.



**Figura 7.16** Resultado de ejecutar comandos de la tarea 7, actividad 17

En esta parte de la actividad, R provee un medio para explorar visualmente la lógica detrás de la prueba de hipótesis asociada a la tabla de ANOVA en la regresión lineal. Hay que recordar que el cociente, con el que se construye el estadístico de prueba, compara la variación residual con la variación total de la variable respuesta. De manera que, cuando la pendiente de la recta de regresión es muy pequeña, ésta y la recta horizontal correspondiente al promedio de la variable dependiente (en este caso el consumo de cada una de las especies), serán muy parecidas y la variación alrededor de ellas también. Por lo anterior, la variación residual será similar a la variación total, entonces el estadístico  $F$  tendrá un valor cercano a 1 y la hipótesis nula se rechazará, concluyendo que la variable explicativa no es significativa para estudiar la variación alrededor de la respuesta.





**Figura 7.17 Diagrama presentado por la profesora en las clases magistrales**

Aunque en la tarea 7 sólo se pida a los alumnos ejecutar los comandos para obtener las gráficas, éstas sirven como referencia para corroborar los resultados de la tarea 6. Por lo anterior consideramos que en esta tarea se resalta el papel de los *gráficos*, uno de los elementos de la *cultura estadística*, en la *percepción de la variación*, una de las competencias del razonamiento estadístico. Además, el hecho de incluir las rectas del promedio de consumo en ambas gráficas permite a los alumnos analizar visualmente la descomposición de la varianza y el efecto de los residuales en el cálculo de  $F$ , en los mismos términos que la profesora planteó en clase (ver Figura 7.17).

A través del estudio de las gráficas obtenidas es posible reflexionar sobre las ideas fundamentales de *variabilidad* y *asociación* y *correlación*, consideradas parte de la *cultura estadística*. De modo que se promueve la *integración de la estadística y el contexto*, así como *el razonamiento con modelos*, dos de los *modos fundamentales de razonamiento*.

**Tarea 8**

```

111 # 8. Utilizando la función 'summary' sobre cada objeto obtén el resumen de los
112 # análisis efectuados.
113 # a) ¿Cuáles fueron las estimativas de la pendiente y el intercepto de la
114 # recta en el modelo mod6.a?
115 # b) ¿Cuáles fueron estas estimativas en el modelo mod6.b?
116 # c) ¿Cuáles fueron las estimativas de 'sigma' para ambos modelos?
117 # d) ¿Puedes obtener este último dato a partir de las tablas de ANOVA?

```

**Figura 7.18 Tarea 7, actividad 17****Identificación de los elementos del modelo de regresión lineal simple**

Al inicio de la tarea 8 se pide a los alumnos ejecutar el comando *summary* con cada uno de los modelos de regresión generados en las tareas 4 y 5. Luego, en el inciso 8a los alumnos tienen que identificar en el resumen del objeto *mod6.a*, la pendiente y el intercepto de la recta de regresión. Los parámetros estimados se encuentran en la columna *Estimate* de la tabla cuyo subtítulo es *Coefficients* (Figura 7.19). El valor estimado para el intercepto es 2.719 y el de la pendiente es 0.41508.

```
> summary(mod6.a)
```

```

Call:
lm(formula = dat$Spc1 ~ dat$x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.27752 -0.29347  0.02293  0.29902  1.15193

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  2.71900    0.11272   24.12  <2e-16 ***
dat$x         0.41508    0.03398   12.21  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4806 on 98 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6035,    Adjusted R-squared:  0.5995
F-statistic: 149.2 on 1 and 98 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

**Figura 7.19 Resultado de ejecutar el comando *summary(mod6.a)* para responder la tarea 8, actividad 17**

El valor de la pendiente se puede interpretar como: por cada unidad que aumenta la variable  $x$ , se observará un aumento de 0.415 unidades en la variable *Spc1*, es decir pasar de un nivel de densidad al siguiente aumentará en 0.415 unidades el consumo promedio de presas. Así que

esta especie tiende a comer más cuando se le administra más alimento. En este caso el intercepto no tiene una interpretación ya que el valor 0 no es parte del rango de  $x$ .

Al interpretar los valores de la pendiente, se estudia la *asociación* entre las variables, considerada como una de las ideas fundamentales de la *cultura estadística*. Además, dado que, para dicha interpretación es necesario conocer la lógica detrás del modelo de regresión lineal, consideramos que en esta tarea se promueve el *razonamiento con modelos estadísticos*, parte de los *modos fundamentales de razonamiento*.

El inciso 8b se refiere al resumen del modelo relativo a la especie 2 (Figura 7.20), en el cual se puede identificar que el valor estimado del intercepto es 2.3551 y la pendiente estimada es 0.33.

```
> summary(mod6.b)

Call:
lm(formula = dat$spc2 ~ dat$x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-12.7583  -4.5210   0.6258   3.6059  13.8478

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  2.3551     1.3354   1.764  0.0809 .
dat$x        0.3303     0.4026   0.820  0.4140
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 5.694 on 98 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.00682, Adjusted R-squared: -0.003315
F-statistic: 0.6729 on 1 and 98 DF, p-value: 0.414
```

**Figura 7.20** Resultado de ejecutar el comando *summary(mod6.b)* para responder la tarea 8, actividad 17

### ***Identificación de la variación en el resumen del modelo de regresión***

En el inciso 8c se cuestiona sobre el valor estimado de sigma en cada uno de los modelos. La teoría indica que el estimador para sigma está dado por  $s = \sqrt{\sum e_i^2 / (n - 2)}$ . El valor de *Residual standard error* de este resumen, dado por *summary*, corresponde a dicho estimador. Por lo que la sigma estimada del modelo A es 0.4806 y la del modelo B es 5.694 (ver Figura 7.19 y Figura 7.20).

El valor de  $s$  corresponde a la medida de variación de los residuales, por lo que esta tarea aborda la idea de *variabilidad aleatoria*, parte de la *cultura estadística*. Además, dado que dicha medida se asocia al ajuste de una recta de regresión, en este inciso se promueve el *razonamiento con modelos estadísticos* y la *percepción de la variación*, dos de los *modos de razonamiento estadístico*.

También se puede obtener el estimador por medio de los cálculos:

- $\sqrt{\text{mean}(\text{mod6.a}\$residuals)^2 * 100 / 98}$
- $\sqrt{\text{mean}(\text{mod6.a}\$residuals - \text{mean}(\text{mod6.a}\$residuals))^2 * 100 / 98}$
- $\sqrt{\text{var}(\text{mod6.a}\$residuals) * 99 / 98}$

Varios de los valores que se pide identificar a lo largo de esta actividad podrían obtenerse por medio de los cálculos dictados por las fórmulas presentadas en clase. Sin embargo, la profesora no muestra cómo manipular los distintos elementos del objeto tipo ‘lm’ de R. Por lo anterior, los alumnos limitan su respuesta al tratar de identificar los valores relativos a distintos conceptos en la tabla de ANOVA y del resumen del modelo. Si los alumnos pudiesen operar con los elementos del modelo lineal (residuales, valores ajustados, etc.) podrían corroborar que los elementos señalados son correctos y explorar algunas relaciones entre ellos.

En el reporte GAISE (2016) se plantea como recomendación una actividad similar usando la tecnología para explorar conceptos.

Cabe mencionar que es posible relacionar la información desplegada en este resumen con la información de la tabla de ANOVA. Como se puede observar, el valor de la estadística F y su p-valor mostrados en el resumen es igual a los que se incluyen en la tabla de ANOVA obtenida en la tarea 4. También, los cuadrados medios de los residuales (MC\_residuales) de la tabla de ANOVA se pueden obtener como el cuadrado del *Residual standard error* de este resumen.

Como se mencionó en la discusión sobre la tarea 4 (ver pág. 136 de este documento), los valores de las sumas de cuadrados de la tabla de ANOVA ayudan a interpretar la relación entre las variables a través del porcentaje de variación explicada,  $SS_{\text{Regresión}} / SS_{\text{Total}} = 34.458 / 57.09585 = 0.6035099$ . Este valor coincide con el mostrado en este resumen como *Multiple R-Squared*. A pesar de que la profesora incluye en la presentación, y en la clase magistral, la explicación sobre el coeficiente de regresión  $R^2$  y de

su relación con el cociente de las sumas de cuadrados, no se plantea algún cuestionamiento sobre ello en la actividad.

Por otro lado, en la columna *t-value* de este resumen se encuentran los valores de los estadísticos asociados a las pruebas de hipótesis que establecen que los valores reales de la pendiente y del intercepto son nulos. Se puede establecer la regla de decisión para dichas pruebas mediante los p-valores de la columna  $Pr(>/t/)$ , fijando previamente algún valor de significancia  $\alpha$ . Este tema fue incluido por la profesora en la presentación y en la clase magistral, sin embargo, en la actividad no se hace mención de ello.

Consideramos que de haberse planteado, en la actividad, la relación entre el resumen del modelo y los elementos de la tabla de ANOVA, podrían haberse abordado otras de las ideas estadísticas fundamentales, como las de *probabilidad y distribución*. También, podría haberse fomentado la *percepción de la estructura y el planteamiento de conjeturas*, competencias del razonamiento estadístico.

Por otro lado, también se podrían haberse aprovechado las posibilidades que R ofrece, para obtener un mismo resultado por diferentes medios y, de este modo, explorar los conceptos asociados al modelo de regresión lineal y el de ANOVA, asociando sus elementos.

### Tarea 9

```

119 # 9. Con los resultados obtenidos en 'summary', calcula los intervalos de
120 # confianza (95%) de los parámetros alfa y beta de la regresión que resultó
121 # significativa, usando el código a continuación. Intenta describir con
122 # palabras lo que cada línea de código está haciendo.
123 # a) ¿Cuál será el valor que usarás como error estándar?
124 # b) ¿Cuál el valor de t correcto?
125 ICint<-qt(0.025,98,lower.tail=F)*0.11272
126 ICpen<-qt(0.025,98,lower.tail=F)*0.03398
127 Linf.int<-2.71900 - ICint; Lsup.int<-2.71900 + ICint
128 Linf.pen<-0.41508 - ICpen; Lsup.pen<-0.41508 + ICpen
129 Linf.int; Lsup.int
130 2.495311
131 2.942689
132 Linf.pen; Lsup.pen
133 0.3476478
134 0.4825122
135 # c) Copia el siguiente código y compara con los resultados que tu obtuviste.
136 confint(mod6.a)
137 # d) Verifica si el IC de la pendiente para el mod6.b incluye el 0. ¿Qué
138 # significa eso?

```

Figura 7.21 Pregunta 9, actividad 17

### **Dos métodos para obtener una estimación por intervalo en R**

La pregunta 9 plantea la obtención de los intervalos de confianza para los parámetros  $\beta_0$  y  $\beta_1$  correspondientes al intercepto u ordenada al origen y la pendiente de la recta de regresión. La teoría indica que el intervalo del  $100(1 - \alpha)\%$  de confianza de estos parámetros se pueden obtener calculando

$$\hat{\beta}_1 \pm t_{\alpha/2} \sigma_{\beta_1} \qquad \hat{\beta}_0 \pm t_{\alpha/2} \sigma_{\beta_0}$$

donde:

$\hat{\beta}_0$  y  $\hat{\beta}_1$  son los valores estimados del intercepto y la pendiente, respectivamente,

$\sigma_{\beta_0}$  y  $\sigma_{\beta_1}$  son los errores estimados del intercepto y de la pendiente, respectivamente,

$t_{\alpha/2}$  es el cuartil de la distribución t que acumula  $\alpha/2$  de probabilidad del lado derecho.

Así, esta pregunta aborda las ideas asociadas con la *variabilidad aleatoria*, la *probabilidad* y la *distribución*, subyacentes a la definición de los intervalos de confianza y consideradas parte de la *cultura estadística*.

En el inciso 9a se pide especificar el valor de los errores estándar para cada parámetro de “la regresión que resultó significativa”, es decir,  $\sigma_{\beta_0}$  y  $\sigma_{\beta_1}$  del modelo que establece la asociación entre las variables  $x$  y Spc1. Así, los valores pedidos se encuentran la columna *Std. Error*, de la tabla *Coefficients*, en el resumen del modelo *mod6.a* (Figura 7.19). Los errores estándar son, 0.11272, para el intercepto y, 0.03398, para la pendiente.

Luego, en el inciso 9b se pide calcular el valor de  $t_{\alpha/2}$ . Sin embargo, como sucedió en el inciso 5c y la tarea 6, se espera que los alumnos asuman el valor usual  $\alpha = .05$ . Para responder a este inciso se puede utilizar el comando `qt(0.025, 98, lower.tail=F)`, obteniendo el valor 1.984467.

Cabe mencionar que en este inciso  $\alpha$  está asociado al *nivel de confianza* del intervalo y no al *nivel de significancia* que  $\alpha$  determinaba en las tareas anteriores. Suponemos que no se hace distinción al respecto, dado que los temas de estimación por intervalo y de pruebas de hipótesis ya han sido estudiados por los alumnos.

Una vez que los alumnos han identificado los valores dictados por la fórmula para calcular os intervalos de confianza, esta tarea incluye el código para realizar dichos cálculos:

```
ICint<-qt(0.025,98,lower.tail=F)*0.11272
```

```
ICpen<-qt(0.025,98,lower.tail=F)*0.03398
Linf.int<-2.71900 - ICint; Lsup.int<-2.71900 + ICint
Linf.pen<-0.41508 - ICpen; Lsup.pen<-0.41508 + ICpen
```

Con el código anterior se obtienen los intervalos del 95% de confianza (2.495311, 2.942689), para  $\beta_0$ , y (0.3476478, 0.4825122), para  $\beta_1$ .

En seguida, el inciso 9c señala que se ejecute el comando `confint(mod6.a)`, con el cual se obtienen los mismos intervalos de forma directa (Figura 7.22).

```
> confint(mod6.a)
                2.5 %    97.5 %
(Intercept) 2.4953207 2.9426811
dat$x       0.3476376 0.4825219
```

**Figura 7.22** Resultado de ejecutar el código del inciso 9c, actividad 17

Así, respondiendo a los incisos anteriores, los alumnos pueden corroborar cómo ciertos códigos de R, por ejemplo `confint()`, ofrecen los mismos resultados que los obtenidos al seguir el algoritmo indicado en las fórmulas, en este caso de los intervalos de confianza. De este modo, se manifiestan las posibilidades de exploración que R brinda.

Al construir los intervalos de confianza para los valores de los coeficientes del modelo lineal, esta tarea pone en práctica dos de los *modos fundamentales de razonamiento estadístico*; ya que involucra el *razonamiento con el modelo estadístico* de la regresión, y la *percepción de la variación* inherente al estimar dichos coeficientes.

### ***Relación entre la estimación por intervalo y la prueba de significancia de los parámetros***

La estimación por intervalo puede proponerse como un método para verificar si uno de los posibles valores del intercepto o la pendiente puede ser nulo. Así, en el inciso 9d se plantea verificar que el intervalo de confianza de  $\beta_1$  incluye a cero, en el modelo `mod6.b`.

Para responder a esta pregunta se puede replicar el procedimiento del inciso 9c, obteniendo el intervalo del 95% de confianza (-0.4687165, 1.129282) para la pendiente. Dicho resultado se puede vincular con la conclusión obtenida en 5c, donde el resultado de la prueba de hipótesis señala que  $\beta_1 = 0$  para el modelo `mod6.b`.

```
> confint(mod6.b)
                2.5 %    97.5 %
(Intercept) -0.2948969  5.005064
dat$x       -0.4687165  1.129282
```

Figura 7.23 Resultado de ejecutar el código del inciso 9c, actividad 17

### 7.2.2. Elementos del sentido estadístico en la actividad 17

A lo largo de la discusión anterior, se identificaron las ideas estadísticas fundamentales abordadas en cada tarea, y consideradas como parte de la *cultura estadística*; los *modos fundamentales de razonamiento* implicados en el proceso de solución de las tareas; así como las competencias de razonamiento promovidas. En la Tabla 7.4 se señala, para cada tarea cuáles de los elementos del sentido estadístico se manifestaron en las distintas tareas.

Tabla 7.4 . Categorías relativas al sentido estadístico

Tarea	Datos	Gráficos	Variabilidad Aleatoria	Distribución	Asociación y correlación	Probabilidad	Muestreo e inferencia	Reconocer la necesidad de datos	Transnumeración	Percepción de la variación	Razonamiento con modelos estadísticos	Integración de la estadística y el contexto	Análisis de problemas	Búsqueda de patrones y relaciones en los datos	Percepción de la estructura y planteamiento de conjeturas	Elección y evaluación de estrategias, aplicando el ciclo de investigación estadística	Buscar y utilizar conexiones entre las conclusiones y el contexto	Reflexionar sobre si la solución es razonable y suficiente	
1	✓											✓							
2		✓	✓		✓				✓	✓		✓	✓	✓	✓				
3		✓	✓		✓				✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓				
4			✓		✓		✓			✓	✓				✓				
5			✓		✓		✓			✓	✓				✓				
6				✓		✓	✓				✓				✓				
7		✓	✓		✓					✓	✓	✓							
8			✓		✓					✓	✓				✓				
9			✓	✓		✓				✓	✓				✓				
	1	3	7	2	6	2	3	0	2	7	7	4	2	2	7	0	0	0	0



Como puede observarse, en esta actividad se aborda cada una de las *ideas estadísticas fundamentales*. Así, a través de esta actividad, los alumnos tienen la oportunidad de reflexionar al respecto de distintos aspectos de las ideas consideradas como fundamentales en la estadística.

Debido a que la actividad tiene como objetivo el estudio de la variación, a través de los resultados de una tabla de ANOVA asociada a un modelo de regresión lineal, la idea más frecuentemente abordada fue la de *variabilidad aleatoria*, seguida de la de *asociación y correlación*, distintiva del modelo de regresión.

Por otro lado, la idea menos frecuentemente abordada en esta tarea fue la de *datos*. Esto no es sorprendente, puesto que la actividad 17 corresponde más bien a la etapa de análisis de un ciclo investigativo (Wild & Pfannkuch, 1999); y no a las etapas iniciales de tal ciclo, donde es necesario abordar el problema de recolección y depuración de datos. En la actividad 17, sólo el principio incluye exploración de datos. Sin embargo, el acercamiento a los datos que allí se hace es importante, puesto que, además de generar una comprensión sobre la situación estudiada, permite explorar las distintas posibilidades para llevar a cabo su análisis.

En cuanto a los *modos fundamentales de razonamiento*, inherentes a la estadística, se identificó que se promueven principalmente aquellos relacionados con *percibir la variación* y el *razonamiento con modelos*. Como se mencionó antes, la variación era el tema principal de la actividad, por lo cual se esperaba observar que se promoviera el razonamiento acerca de ella. Ahora, dado que el análisis de varianza se auxilia de una gran variedad de modelos estadísticos (e.g. resúmenes estadísticos, el modelo de regresión, pruebas de hipótesis), de forma frecuente las soluciones requerían del *razonamiento con modelos estadísticos*. De nueva cuenta, el hecho de que la actividad corresponda a la etapa de análisis, el *reconocimiento de la necesidad de datos* no fue uno de los modos de razonamiento observados.

En lo que respecta a las *competencias del razonamiento estadístico* necesarias para reforzar la comprensión de las ideas estadísticas, se promueve principalmente *la percepción de la estructura y el planteamiento de conjeturas*. Esto debido a que las tareas constantemente llevan a reflexionar sobre los elementos de los distintos modelos utilizados (por ejemplo, los contrastes de hipótesis asociados, tanto al modelo de regresión, como al análisis de varianza),

y la forma en que estos se conectan para obtener alguna conclusión sobre el resultado observado.

Debido a que la actividad 17 no indica cuál es la finalidad práctica de realizar el análisis de varianza sobre la relación entre el consumo y la densidad de presas, es decir, no está enmarcada en una problemática biológica que requiera solución, no se promueven las competencias relativas a manejo de los resultados del análisis realizado (i.e., no es necesario promover *la elección y evaluación de estrategias*; el *buscar y utilizar conexiones entre las conclusiones y el contexto*; y el *reflexionar sobre si la solución es razonable y suficiente*).

Podemos concluir que, en consideración del tema y objetivos de la actividad, se promueven los modos de razonamiento y las competencias pertinentes.

### **7.2.3. Elementos destacados del análisis de la actividad 11**

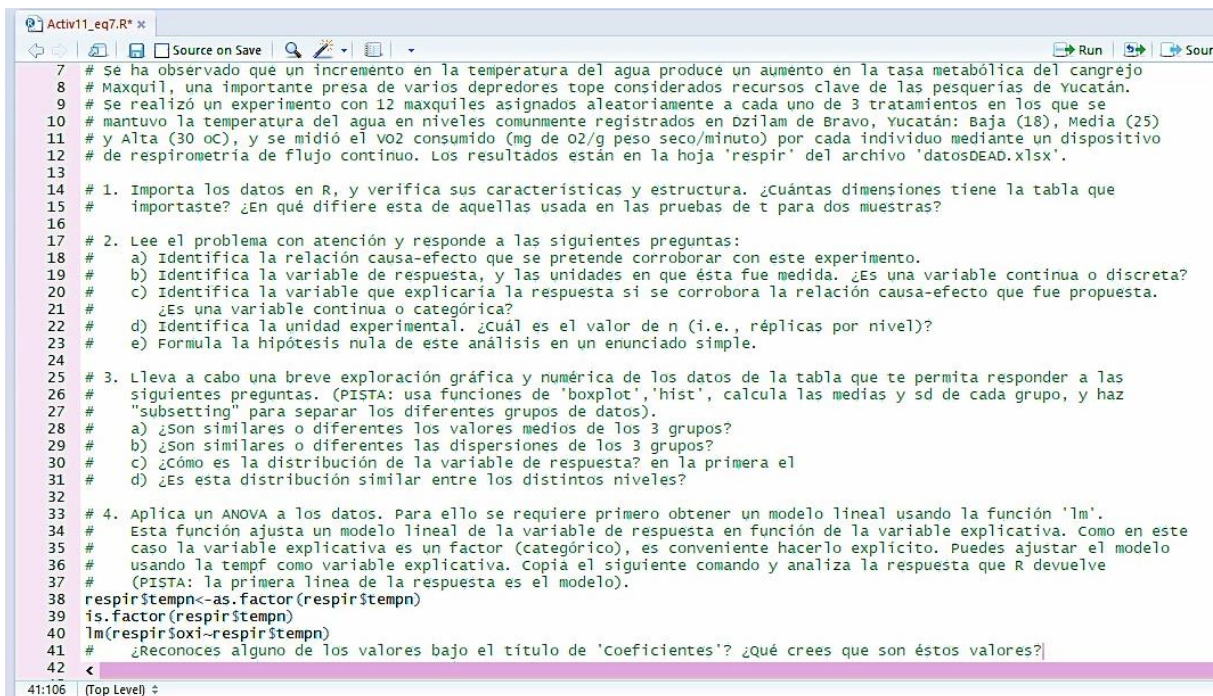
En esta sección, se muestran algunos elementos del análisis de otra actividad (la Actividad 11 del curso PAE). El propósito aquí es mostrar algunos elementos que aportan una visión complementaria a los elementos resaltados en el análisis de la actividad 17 del curso MLG).

La actividad 11 (ver Figura 7.24 y Figura 7.25) plantea el estudio de ANOVA en una situación de comparación de las respuestas obtenidas bajo distintos niveles de tratamiento. En este caso se analiza la variación del volumen de oxígeno consumido por cangrejos Maxquíl (*oxi*), a los cuales se les sometió a las tres distintas temperaturas (*tempf* y *tempn*).

La profesora declaró que los objetivos estadísticos de esta actividad son:

- Identificar situaciones donde se requiere comparar las medias de variables registradas en más de dos muestras, para corroborar hipótesis sobre las poblaciones de donde éstas fueron tomadas.
- Identificar la relación de determinación que subyace la formulación de dichas hipótesis.
- Explorar los componentes de variación que contribuyen con la variación total en un diseño de ANOVA de una vía; hacer valoraciones sobre sus magnitudes y relacionarlos con diversos elementos en la tabla de ANOVA (suma de cuadrados, grados de libertad, etc.)
- Familiarizarse con la Distribución de F y los parámetros que la definen.

- Aplicar pruebas de hipótesis que involucren el estadístico F, e interpretar los resultados de forma numérica y gráfica.
- Explorar gráfica y numéricamente los valores observados de las medias de los grupos, de la media poblacional bajo el modelo nulo, y diferenciarlos de los valores ajustados o predichos por el modelo estadístico cuando la  $H_0$  es rechazada.
- Explorar gráfica los valores observados de las medias de los grupos y la media general, y asociar la magnitud de sus diferencias a los resultados numéricos de las pruebas.

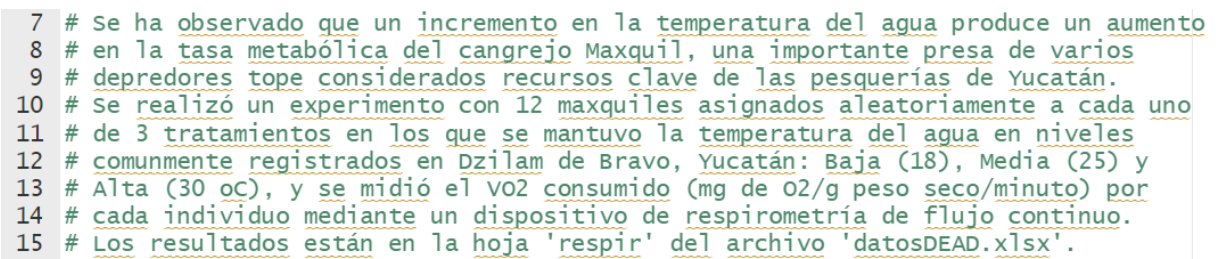


```

Activ11_eq7.R* x
Source on Save
Run Sour
7 # Se ha observado que un incremento en la temperatura del agua produce un aumento en la tasa metabólica del cangrejo
8 # Maxquíl, una importante presa de varios depredadores tope considerados recursos clave de las pesquerías de Yucatán.
9 # Se realizó un experimento con 12 maxquiles asignados aleatoriamente a cada uno de 3 tratamientos en los que se
10 # mantuvo la temperatura del agua en niveles comunmente registrados en Dzilam de Bravo, Yucatán: Baja (18), Media (25)
11 # y Alta (30 oc), y se midió el VO2 consumido (mg de O2/g peso seco/minuto) por cada individuo mediante un dispositivo
12 # de respirometría de flujo continuo. Los resultados están en la hoja 'respir' del archivo 'datosDEAD.xlsx'.
13
14 # 1. Importa los datos en R, y verifica sus características y estructura. ¿Cuántas dimensiones tiene la tabla que
15 # importaste? ¿En qué difiere esta de aquellas usada en las pruebas de t para dos muestras?
16
17 # 2. Lee el problema con atención y responde a las siguientes preguntas:
18 # a) Identifica la relación causa-efecto que se pretende corroborar con este experimento.
19 # b) Identifica la variable de respuesta, y las unidades en que ésta fue medida. ¿Es una variable continua o discreta?
20 # c) Identifica la variable que explicaría la respuesta si se corroborara la relación causa-efecto que fue propuesta.
21 # d) ¿Es una variable continua o categórica?
22 # e) Identifica la unidad experimental. ¿cuál es el valor de n (i.e., réplicas por nivel)?
23 # f) Formula la hipótesis nula de este análisis en un enunciado simple.
24
25 # 3. Lleva a cabo una breve exploración gráfica y numérica de los datos de la tabla que te permita responder a las
26 # siguientes preguntas. (PISTA: usa funciones de 'boxplot', 'hist', calcula las medias y sd de cada grupo, y haz
27 # "subsetting" para separar los diferentes grupos de datos).
28 # a) ¿Son similares o diferentes los valores medios de los 3 grupos?
29 # b) ¿Son similares o diferentes las dispersiones de los 3 grupos?
30 # c) ¿Cómo es la distribución de la variable de respuesta? en la primera el
31 # d) ¿Es esta distribución similar entre los distintos niveles?
32
33 # 4. Aplica un ANOVA a los datos. Para ello se requiere primero obtener un modelo lineal usando la función 'lm'.
34 # Esta función ajusta un modelo lineal de la variable de respuesta en función de la variable explicativa. Como en este
35 # caso la variable explicativa es un factor (categórico), es conveniente hacerlo explícito. Puedes ajustar el modelo
36 # usando la tempf como variable explicativa. Copia el siguiente comando y analiza la respuesta que R devuelve
37 # (PISTA: la primera línea de la respuesta es el modelo).
38 respir$tempn<-as.factor(respir$tempn)
39 is.factor(respir$tempn)
40 lm(respir$oxi~respir$tempn)
41 # ¿Reconoces alguno de los valores bajo el título de 'coeficientes'? ¿Qué crees que son éstos valores?
42 <
41:106 | Top Level >

```

Figura 7.24 Hoja de trabajo en R de la actividad 11 (PAE) sobre ANOVA



```

7 # Se ha observado que un incremento en la temperatura del agua produce un aumento
8 # en la tasa metabólica del cangrejo Maxquíl, una importante presa de varios
9 # depredadores tope considerados recursos clave de las pesquerías de Yucatán.
10 # Se realizó un experimento con 12 maxquiles asignados aleatoriamente a cada uno
11 # de 3 tratamientos en los que se mantuvo la temperatura del agua en niveles
12 # comunmente registrados en Dzilam de Bravo, Yucatán: Baja (18), Media (25) y
13 # Alta (30 oc), y se midió el VO2 consumido (mg de O2/g peso seco/minuto) por
14 # cada individuo mediante un dispositivo de respirometría de flujo continuo.
15 # Los resultados están en la hoja 'respir' del archivo 'datosDEAD.xlsx'.
16

```

Figura 7.25 Detalle del planteamiento de la Actividad 11

### **Similitudes entre las actividades 11 y 17**

Como puede notarse, los objetivos de esta actividad y los de la actividad 17 (ver sección 7.2.1) son similares. Por lo cual, en las dos actividades, la profesora pone énfasis en los elementos que caracterizan al procedimiento de ANOVA, por ejemplo:

- Identificar la variable respuesta y la variable explicativa
- Especificar la relación de determinación entre las variables
- Identificar y cuantificar las componentes de la variación
- Representar gráficamente la variación y su composición
- Identificar e analizar los elementos de la tabla de ANOVA
- Contrastar la hipótesis de que los distintos valores del tratamiento no influyen en la respuesta
- Determinar los parámetros de la distribución F y evaluar la significancia del estadístico de prueba

Incluso, en términos del uso de R para llevar a cabo lo anterior, los alumnos requieren:

- ✓ Aplicar la función *lm* para ajustar modelos lineales
- ✓ Obtener distintos elementos del modelo ajustado con comandos como *anova*, *summary*, entre otros.
- ✓ Crear gráficos con los comandos *plot* y *boxplot*, además de añadir elementos auxiliares modificando sus argumentos, o bien, usando *abline*.
- ✓ Calcular probabilidades y cuartiles de la distribución F, usando *pf*, *qf*.

Entonces, debido a que distintas tareas de las actividades 11 y 17 tienen planteamientos semejantes, en esta sección se presentan sólo partes del análisis de la actividad 11 que aportan nuevos elementos para estudiar la propuesta de la profesora.

### **Repaso de conceptos previos**

A diferencia de la actividad 17, ciertas tareas de la actividad 11 incluyen cuestionamientos sobre conceptos básicos de la estadística, a modo de repaso. Por ejemplo, los incisos 2b) y 2c) piden especificar el tipo (cuantitativa o categórica), la clasificación (continua o discreta) y las unidades de las variables de interés; y en el inciso 2d) se pide especificar la ‘unidad

experimental' y el 'número de réplicas'. En particular, se hace reflexionar al alumno sobre cuál de las dos codificaciones de la variable de tratamiento usar (*tempf* y *tempn*), ya que el tipo de variable determina: (1) la pertinencia del modelo para realizar el estudio planteado y (2) los resultados de ajustar el modelo de regresión requerido para realizar el ANOVA.

Al responder estos incisos se repasan conceptos previos, al mismo tiempo que se promueve la identificación de los elementos y el propósito principal del análisis de varianza, además de promover la familiarización con los términos del diseño experimental. Por lo cual, se fomenta uno de los *modos fundamentales de pensamiento*, (iv) el *razonamiento con modelos estadísticos*.

### **Familiarización con conceptos y comandos nuevos**

Cabe señalar que normalmente la profesora propone la actividad 11 en un curso previo al curso donde se aborda la actividad 17. Así, ciertos conceptos que se abordan en la actividad 11, tienen como enfoque que los alumnos se familiaricen con ellos. Para ello, se realizan sugerencias para abordar la actividad y/o se presentan los comandos para realizar el procedimiento estadístico a introducir en la actividad.

Por ejemplo, la tarea 3 aborda la comparación entre los grupos de tratamiento, el cual es tema central de la actividad; por lo cual en la tarea se sugiere a los alumnos el uso de resúmenes estadísticos y de representaciones gráficas (Figura 7.26). Como puede observarse, la profesora llama la atención de los alumnos hacia distintos elementos de interés en las herramientas estadísticas sugeridas. De modo que, en esta tarea se sugiere una forma de integrar la información de dichas herramientas estadísticas para establecer alguna afirmación sobre la asociación entre las variables estudiadas, la magnitud del cambio en la variable de respuesta, así como de la variación observada en los distintos grupos.

```
32 # 3. Lleva a cabo una breve exploración gráfica y numérica de los datos de la
33 # tabla que te permita responder a las siguientes preguntas. (PISTA: usa
34 # funciones de 'boxplot', 'hist', calcula las medias y sd de cada grupo, y haz
35 # "subsetting" para separar los diferentes grupos de datos).
36 # a) ¿Son similares o diferentes los valores medios de los 3 grupos?
37 # b) ¿Son similares o diferentes las dispersiones de los 3 grupos?
38 # c) ¿Cómo es la distribución de la variable de respuesta?
39 # d) ¿Es esta distribución similar entre los distintos niveles?
```

**Figura 7.26 Tarea 3, actividad 11**

En la comparación de grupos, los alumnos revisan y conectan conceptos previamente estudiados sobre distribución, medidas de posición, tendencia central y desviación; sin embargo, no es intuitivo para los alumnos considerar a los datos como un agregado en la comparación de grupos. Esto coincide con la sugerencia de Garfield y Ben-Zvi (2008) de que se guíe a los alumnos en este proceso, tal como se propone en esta tarea.

Siguiendo lo anterior, puede notarse que la tarea 3 promueve (i) la *transnumeración*, (ii) la *percepción de la variación*, (iii) el *razonamiento con modelos estadísticos*, componentes de los *modos fundamentales de razonamiento*; así como el acercamiento a los elementos de la cultura estadística: (iv) *gráficos*, (v) *asociación y correlación*, y (vi) *distribución*.

Un ejemplo de una tarea propuesta con el objetivo de familiarizar a los alumnos con los nuevos conceptos y de presentar los comandos de R requeridos para su estudio es la tarea 6 (Figura 7.27). En ésta, se propone la función *qf* para obtener el valor crítico para el rechazo de la hipótesis de que no hay diferencia en la respuesta media obtenida en los distintos tratamientos. Además, dirige a los alumnos a identificar los grados de libertad que definen a la distribución de la cual se obtiene; y a que distingan el papel de este valor en el contraste de hipótesis asociado al análisis de varianza. Así, en esta tarea se promueve (i) el *razonamiento con modelos estadísticos*, uno de los *modos fundamentales de razonamiento*, y (ii) la comprensión del papel de la *probabilidad* en la estadística, parte de los elementos de la *cultura estadística*.

```
78 # 6. Utilizando la función 'qf' obtén el valor crítico de F bajo la hipótesis
79 # nula. Busca valores de los g.l. para el numerador y el denominador en la
80 # tabla anterior, y considera un valor de alfa=0.05. ¿Qué representa este valor?
```

**Figura 7.27 Tarea 6, actividad 11**

Para ayudar a los alumnos a familiarizarse con los conceptos o elementos de los nuevos procedimientos estadísticos estudiados, las actividades incluyen tareas para que los alumnos puedan explorarlos. Por ejemplo, en la tarea 7 (Figura 7.28) se hace reflexionar al alumno acerca del efecto sobre el valor crítico al cambiar  $\alpha$  o cambiar el tamaño de muestra. Dicha exploración puede ayudar que los alumnos distingan el papel del tamaño de muestra en la obtención de un resultado significativo y a evitar algunos de los errores comunes asociados al nivel de significancia (Batanero, 2001).

```

83 # 7. Intenta predecir lo que sucedería con el valor crítico de F bajo las
84 # siguientes situaciones. Después modifica
85 # el comando que escribiste en el inciso 6 para corroborar tus predicciones.
86 # a) si se aumenta el valor de alfa a 0.10 (uno en diez chances de equivocarme).
87 # b) si se disminuye el valor de alfa a 0.001 (uno en mil chances de equivocarme).
88 # c) si aumentas el número de réplicas en este experimento a n=30 réplicas por
89 # cada nivel del factor, manteniendo alfa en 0.05.

```

**Figura 7.28 Tarea 7, actividad 11**

Puede notarse que, en estas tareas, R provee un medio para la exploración conceptual. Por ejemplo, los alumnos pueden reflexionar sobre el significado de un concepto estadístico cuando intentan predecir el resultado de un procedimiento simple –como modificar el argumento del comando `qf`–, y obtienen una retroalimentación inmediata con la cual corroborar su pensamiento y, de ser necesario, ajustarlo. Al respecto, Chance et al. (2007) afirman que el uso de la estrategia “predice-y-prueba” puede ayudar a modelar la forma en que los alumnos piensan sobre un concepto.

### ***Conocimiento previo de R para proponer soluciones***

Otra diferencia en la propuesta de las actividades 11 y 17, es que en la 11 se asume que los alumnos han tenido la oportunidad de trabajar con R y no se les sugieren los comandos para importar o graficar. De esta forma, en la actividad 11, los alumnos tienen mayores oportunidades de explorar, de usar sus conocimientos previos (tanto de estadística como de programación), de realizar distintos ensayos y de depurar sus propuestas.

Para ello, se requiere que el alumno conozca los comandos principales de manejo de datos, generación de resúmenes y gráficos estadísticos, además de reconocer y/o interpretar los elementos que resultan de aplicar dichos comandos. Por lo que R se convierte en una herramienta básica para abordar un problema estadístico.

Por otro lado, la actividad 17 fue adaptada para el curso intensivo MLG, en el cual los alumnos no necesariamente tenían experiencia con el lenguaje de programación R<sup>47</sup>. El hecho de que en algunas de las tareas se proponga parte del código, ayuda a los alumnos a mantener el enfoque en los conceptos y procedimientos estadísticos, ya que varias de las preguntas se

<sup>47</sup> Cuando esta actividad se plantea en el curso curricular, solamente las tareas 4 y 9 indican el código a utilizar.

centran en la identificación e interpretación de los elementos obtenidos tras la ejecución del código.

Según lo señalado por distintos autores (Biehler et al., 2013; Burrill, 2014; Chance et al., 2007), el hecho de aprender a usar las herramientas tecnológicas puede saturar a los alumnos, haciendo que pierdan de vista los contenidos de la clase. Así, en esta actividad se evita dicha situación, ya que al utilizar los códigos incluidos en la actividad 17, los alumnos pueden familiarizarse con el lenguaje de programación y, más adelante, pueden proponer modificaciones o códigos nuevos que les ayuden a resolver las siguientes tareas

### ***Énfasis en la interpretación en términos del contexto***

En contraste con la actividad 17, en la actividad 11, se plantearon varias preguntas donde se pide interpretar y referenciar los valores obtenidos. Por ejemplo, la tarea 4 requiere la identificación e interpretación de los coeficientes obtenidos al ajustar el modelo lineal (Figura 7.29). En esta tarea los alumnos deben reconocer como punto de referencia al promedio de los valores de *oxi* en el tratamiento alta, con respecto al cuál se calculan las diferencias con las de las medias de *oxi* en los otros tratamientos, tal como se planteó que sería la lógica del procedimiento de ANOVA en clase.

Aquí se promueve el razonamiento con modelos estadísticos y la percepción de estructuras y el planteamiento de conjeturas.

```
> dat$tempf<-as.factor(dat$tempf)
> is.factor(dat$tempf)
[1] TRUE
> lm(dat$oxi~dat$tempf)

Call:
lm(formula = dat$oxi ~ dat$tempf)

Coefficients:
  (Intercept)  dat$tempfBaja  dat$tempfMed
          3.061          -1.616          -1.176
```

**Figura 7.29 Resultados de aplicar los comandos de la tarea 4, actividad 11**

También, en la tarea 5 (Figura 7.30) se pide en distintos incisos que se referencie el valor obtenido, por ejemplo: (1) el valor del estadístico F, en términos de la distribución a la que



pertenece, a su p-valor o indicando si es parte de la región de rechazo; y (2) el valor de la proporción de variación explicada, en términos del contexto y la asociación observada entre ese nivel de tratamiento y la respuesta.

### **Aspectos en los que las actividades podrían mejorarse**

Como puede notarse, la tarea 5 de la actividad 11 se ocupa de la identificación los elementos de la tabla de ANOVA, así como en la tarea 4 de la actividad 17. De hecho, en ambas se omite la especificación del nivel de significancia, así como se suprimió la condición de suponer verdadera a  $H_0$  en el cálculo del p-valor y el error tipo 1 (indicado en el inciso 5k). Por otro lado, en la tarea 5 de la actividad 11, se encuentra uno de los errores comunes en la interpretación del p-valor (Batanero, 2001): considerar a  $\alpha$  como la probabilidad de equivocarse al rechazar la hipótesis nula.

```

58 # 5. Guarda el modelo que acabas de ajustar bajo un objeto con el nombre "mod1",
59 # y aplica la función 'anova' a dicho objeto. Responde a las siguientes
60 # preguntas:
61 # a) ¿Qué hace la función 'anova'?
62 # b) ¿Qué es la Sum Sq correspondiente al factor "tempf" y a los residuales?
63 # c) ¿Cuánto vale la Sum Sq total?
64 # d) ¿Corresponden los valores de g.l. que aparecen en la consola con
65 # aquellos que resultan de aplicar las fórmulas revisadas en clase?
66 # e) ¿Qué es la Mean Sq?
67 # f) ¿Qué representa el valor de F de la tabla? ¿Es un valor grande o pequeño?
68 # ¿Cómo lo sabes?
69 # g) ¿Qué representa el valor de probabilidad? ¿Es un valor grande o pequeño?
70 # ¿Cómo lo sabes?
71 # h) Calcula la proporción de la variación total de la variable 'mgO2peso' que
72 # es debida al factor 'tempf'.
73 # i) ¿Es grande o pequeña esta proporción? ¿Cómo lo sabes?
74 # j) A partir de este resultado, concluye si tienes evidencias suficientes
75 # para rechazar la  $H_0$  que formulaste antes.
76 # k) ¿Cuál es la probabilidad de equivocarte en esta aseveración?

```

**Figura 7.30 Tarea 5, actividad 11**

### **Fortalezas comunes**

En las dos actividades analizadas en este trabajo, puede observarse que se dirige a los alumnos a comenzar el abordaje de un problema estadístico a través de la exploración del conjunto de datos de forma numérica y gráfica, en un estilo de trabajo similar al análisis exploratorio de datos. En estas exploraciones la profesora dirige la atención de los alumnos hacia los elementos que pueden ayudar a distinguir cuál proceso estadístico realizar y la pertinencia del mismo.

Promueve no es la verificación ni la comprobación, sino una especie de adecuación o coherencia interna al revisar en lo que se infirió en algún momento, aun si no resulta significativo.

### 7.3. ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES EN TÉRMINOS DE ACCIONES PROMOVIDAS

De acuerdo con Pratt et al. (2011), al hacer estadística, los estadísticos no sólo aplican técnicas, sino que llevan a cabo actividades que requieren un amplio rango de habilidades cognitivas. Por ello, resultó de interés identificar el tipo de acciones llevadas a cabo por los estudiantes al responder las actividades. De este modo, se complementa el análisis presentado en la sección 7.2.1, en el cual se identificaron el tipo de consideraciones estadísticas y matemáticas que los alumnos tienen que realizar para responder a las tareas.

La identificación de las acciones, también se propuso para distinguir si las actividades, y su posterior revisión en clase, son elementos construccionistas de la propuesta de enseñanza de Mayra. De esta manera, se esperaba corroborar si la mayoría de las tareas promovían un tipo de actividad distinta a simplemente seguir algoritmos de procesos estadísticos.

Durante el análisis de las actividades, se propusieron categorías para caracterizar las acciones necesarias para que los alumnos las puedan resolver. En las Tabla 7.5 y Tabla 7.6 se enlistan las categorías propuestas, mediante ejemplos de dos actividades (la actividad 17 del curso MLG, ya analizada; y otra, que es la actividad 1 del curso IMM), y se da una breve descripción de las mismas.

**Tabla 7.5. Acciones identificadas en la actividad 17: Regresión lineal (curso MLG)**

Categoría	Acción necesaria	Ejemplo
Ejecución	Utilizar el código indicado	2. <i>Obtén un gráfico de la relación del consumo de cangrejo Spc1 dependiendo de la densidad de presas. Responde a las siguientes preguntas:</i> <code>plot(dat\$Spc1~dat\$X)</code>
Interpretación	Interpretar la salida de un comando de R en términos del problema estadístico y/o el contexto	# a) <i>¿Existe variabilidad aleatoria asociada a la densidad de presas?</i>

Exploración	Prueba y error de propuestas de programación	# b) ¿De qué tamaño es la variabilidad en el consumo de presas por parte de la <i>Spc1</i> ? ¿Cómo podrías medirla? # e) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un valor de <i>F</i> como el obtenido si la <i>H<sub>0</sub></i> fuese verdadera?
Identificación	Identificar partes o valores resultantes de aplicar un modelo estadístico	# c) A partir de los datos en la tabla obtén el valor que representa la variación total en el consumo de presas. # d) ¿Cómo se obtiene el valor de <i>F</i> , y qué representa?
Reflexión	Exploración, donde no se ejecuta código, dirigida a generar una reflexión sobre el objeto de estudio (problema/datos/procedimientos)	a) ¿De qué tamaño es la variabilidad en el consumo de presas debida a la regresión en esta especie comparado con la especie anterior?
Decodificación	Interpretar las partes del código para entender cómo genera un cierto resultado.	# c) Copia el siguiente código y compara con los resultados que tu obtuviste. <code>confint(mod6.a)</code>

**Tabla 7.6. Acciones identificadas en la actividad 1: Álgebra matricial (curso IMM)**

Categoría	Acción necesaria	Ejemplo
Replicación	Generar un código usando ideas previas ( <i>remixing</i> )	# 2. Usando <code>subsetting (RBasB_ManipObj)</code> selecciona la primera columna y la primera fila de <code>mat1</code> de manera separada.
Exploración conceptual	Exploración dirigida a generar una reflexión sobre el concepto ejecutando algún código	# 5. El operador <code>'*'</code> es usado para obtener el producto escalar de una matriz. # a) Usando este operador estima el doble de <code>mat1</code> . ¿El resultado es una matriz o es un escalar? # b) ¿Qué sucede si multiplicas <code>mat1</code> por <code>mat2</code> usando el operador <code>'*'</code> ? # c) ¿Qué sucede si multiplicas <code>mat1</code> por <code>mat2</code> usando el operador <code>'**'</code> ? # d) ¿Qué sucede si multiplicas <code>mat1</code> por la matriz traspuesta de <code>mat2</code> usando el operador <code>'**'</code> ? # e) ¿Por qué tuviste que trasponer la <code>mat2</code> ?

En la Tabla 7.7, se muestran las categorías asignadas a cada tarea de la "Actividad 17: Regresión lineal" (ver Apéndice B). Dichas categorías se propusieron durante el análisis de la actividad y se corroboraron al analizar los datos de las observaciones de las clases donde esta actividad se resolvió.

**Tabla 7.7. Acciones identificadas en las actividades estadísticas con R**

<b>Tarea</b>	<b>Descripción de la actividad</b>	<b>Categoría</b>
1	Importar y explorar los datos	Identificación
2	Gráfico variable vs. niveles tratamiento	Ejecución
2a	Observar resultados previos	Interpretación
2b	Medir la variabilidad	Exploración
2c	Observar resultados previos	Interpretación
3	Gráfico variable vs. niveles tratamiento	Ejecución
3a	Medir la variabilidad	Exploración
3b, c	Observar resultados previos	Interpretación
4	Modelo lineal y tabla ANOVA	Ejecución
4a, b	Observar resultados previos	Interpretación
4c	Calcular la variación total	Identificación
4d	Explicar el cálculo de F	Identificación
4e	Identificar el p.valor	Exploración
4f	Interpretar los resultados	Interpretación
5	Modelo lineal y tabla ANOVA	Ejecución
5a, b	Comparar la variación en 2 conjuntos de datos	Reflexión
5c	Interpretar los resultados	Interpretación
6	Encontrar valor crítico para 2 pruebas	Identificación
7	Graficar recta de regresión y media	Ejecución
8	Obtener resumen de la regresión lineal	Ejecución
8a, b, c	Interpretar los resultados	Identificación
8d	Relacionar resumen de la regresión con el modelo ANOVA	Identificación
9	Ejecutar el código e identificar el procedimiento estadístico al que corresponde	Decodificación

Como puede notarse, algunas de las acciones identificadas se relacionan con aspectos inherentes al aprendizaje y práctica del lenguaje de programación; mientras que otras se relacionan con el quehacer estadístico.

Al analizar los datos del cuestionario sobre uso de recursos TD por parte de los profesores (capítulo 5), se observó que algunos de los comentarios sobre la elección y el aporte de estos recursos para su enseñanza (ver sección 5.2), se relacionaban con aspectos inherentes a la tecnología y otros con aspectos del conocimiento matemático (estadístico). De manera similar, observamos que las actividades propuestas por esta profesora conllevan acciones relacionadas con ambos aspectos. Parece que la profesora toma en cuenta ambos aspectos, mostrando a los alumnos cuestiones operativas del uso de R, pero poniendo énfasis en acercar a los alumnos a la práctica estadística. Además, observamos que las acciones relativas a la práctica estadística,

en la solución de las actividades, se asocian a tareas en las cuales se promueven distintos elementos del sentido estadístico

### **Acciones inherentes al aprendizaje y uso de R**

- *Ejecución*. En el análisis de la actividad 17 pudimos notar que aquellas tareas relativas al código *Ejecución*, se plantean con objetivo específico de que el alumno conozca la sintaxis de los nuevos comandos presentados. El ejemplo dado para esta categoría en la Tabla 7.5 corresponde con el objetivo de programación en R declarado por la profesora en su documentación de la actividad: “Aplicar comandos para la creación gráficos XY (*plot*) y elementos para auxiliar en su interpretación”.
- *Decodificación*. Para realizar los cálculos indicados en un determinado procedimiento estadístico utilizando un lenguaje de programación como R, requiere que los alumnos sean capaces de “traducir” instrucciones y procedimientos del lenguaje matemático/estadístico al lenguaje de programación. Así que la *Decodificación* es un tipo de actividad ligado al uso de R en la resolución de problemas estadísticos.
- *Replicación*. Con la finalidad de proveer a los alumnos con un espacio de práctica, la profesora plantea tareas donde el alumno debe replicar algún código previamente utilizado. De nuevo, la *Replicación* tiene el doble propósito de mejorar las habilidades estadísticas y de programación de los alumnos.

### **Relación entre las acciones identificadas y los elementos del sentido estadístico**

- *Interpretación*. Como la descripción dada en la Tabla 7.5 indica, las tareas asociadas a la categoría de *interpretación* se plantean con la intención de que los alumnos pongan en correspondencia los resultados de ejecutar determinado código en R con el contexto del cuál surgen los datos. En este tipo de acción se promueve, por ejemplo, la *transnumeración*, la cual forma parte de los tipos de pensamiento fundamentales para la estadística (Wild y Pfannkuch, 1999).
- *Reflexión*. Para llevar a cabo cualquier razonamiento estadístico es necesario pasar por distintos momentos de *reflexión*. Durante dichas reflexiones, los alumnos pueden *analizar los problemas, buscar patrones y relaciones en los datos*, así como *reflexionar sobre si la*

*solución es razonable y suficiente*; promoviendo así las competencias de razonamiento estadístico necesarias para reforzar la comprensión de las ideas fundamentales y la producción de sentido estadístico (Shaughnessy, Chance y Kranendonk 2009, citado en Batanero et al. 2013).

- *Exploración*. Durante las tareas de *Exploración* los alumnos ponen en juego tanto su conocimiento estadístico como su conocimiento del lenguaje de programación. Ya que generalmente estas tareas requieren que el alumno realice un cálculo para comprender, a través de conceptos estadísticos, alguna característica de las variables y/o modelos utilizados. De esta manera los alumnos pueden *percibir la estructura y plantear conjeturas*, además esto les lleva a *elegir y evaluar estrategias de análisis*. Cabe mencionar que las respuestas a este tipo de tareas son abiertas, ya que en R es posible obtener un mismo resultado con distintos comandos, dependiendo del nivel de experiencia del usuario. Además, en ocasiones se tiene la posibilidad de responder a través de los distintos registros de representación.
- La *exploración conceptual* es una actividad en la cual se proponen a los alumnos que ejecuten variaciones de un determinado código, identifiquen el procedimiento que generó el resultado e interpreten la validez y pertinencia de dicho resultado en términos de la situación estudiada. De esta manera los alumnos ponen en práctica uno de los modos de razonamiento con modelos estadísticos: la *integración de la estadística y el contexto*. Estas reflexiones se plantean para llamar la atención de los alumnos hacia aspectos prácticos del uso del lenguaje de programación, que revelan características teóricas inherentes a los modelos utilizados. Por lo anterior, se promueve en los alumnos el *razonamiento con modelos estadísticos*.
- La *identificación* de los resultados que R proporciona, o de partes de ellos, es una actividad inherente al uso de la tecnología en el análisis estadístico: Los alumnos deben ser capaces de discernir cómo el recurso tecnológico que se utiliza devuelve un determinado resultado para su posterior interpretación y validación. En el análisis de las actividades se observó que las tareas que implicaban *identificación*, se dirigía la atención de los alumnos hacia distintos elementos de la cultura estadística, por ejemplo, la *probabilidad*, o la *asociación y correlación*; así como a la *percepción de la variación*, fomentando uno de los modos fundamentales de razonamiento.

## 7.4. EL CONSTRUCCIONISMO EN LAS ACTIVIDADES CON R

Mayra indicó en la entrevista que, por medio de las actividades con R, buscaba promover en los alumnos un trabajo de *exploración*, de *prueba y error*, de *cuestionamiento e inferencia*; en otras palabras, que realizaran un trabajo parecido al de un usuario de la estadística. De esta manera, coincide con las propuestas de Papert de utilizar la programación como una actividad para que los alumnos *hagan matemáticas* en lugar de aprender acerca de las matemáticas (Papert, 1980c, 1981).

Por ejemplo, en la actividad 11 (ver 7.2.3 y Apéndice B) presenta una situación real. Algunos de los objetivos de la actividad incluyen explorar los componentes de variación en los distintos registros y relacionarlos con diversos elementos en la tabla de ANOVA (suma de cuadrados, grados de libertad, etc.), además de familiarizarse con otros conceptos estadísticos. La profesora explicó que el propósito de esta actividad es que los alumnos tengan ellos mismos que construir las representaciones y programar; es decir, que

los alumnos [tengan] que ir a una tabla de ANOVA... a buscar ahí, ciertos valores que... [les permitan] dar una respuesta [a la situación planteada]... Hacer lo mismo gráficamente, obligarlos a relacionar lo que estaban viendo en una gráfica con ese valor numérico, hacerlos reflexionar sobre la magnitud de esa diferencia, o de esa variación, o de ese número en términos del problema en general, en términos de las unidades que estaban siendo utilizadas.

De esta manera, la propuesta de uso de la tecnología por parte de Mayra busca apoyar la comprensión de los conceptos y procesos estadísticos a través de la resolución de actividades planteadas en el lenguaje de programación R. Mayra comentó que: “el objetivo de las prácticas se convirtió en un objetivo que yo no había sido capaz de ver[:] encontrar en cada una de esas unidades temáticas, cuáles eran los conceptos esenciales que tenían que aprender.” Señaló como objetivo promover en sus alumnos un aprendizaje más conceptual a través de las actividades que resuelven, *discuten* y *comparten*. Explicó que buscaba un uso de los recursos TD, no como auxiliares para hacer más fácil lo que siempre se ha hecho, sino para replantear su enseñanza y *cambiar los roles* usuales en clase tanto del profesor y los alumnos, como de la tecnología.

Así, como se mostró antes (ver sección 6.2.4), las clases de Mayra poseen elementos construccionistas; sin embargo, estos están ligados a la resolución de las actividades por parte

de los alumnos. A continuación, se analiza cómo las acciones promovidas (ver Tabla 7.5 y Tabla 7.6) en cada tarea de las actividades se ajustan a un diseño que provee un ambiente de trabajo constructorista, señalando, más adelante, algunos de los principios que se promueven.

Antes de ello, en la Tabla 2.1, se presentan las frecuencias de cada categoría de acciones promovidas en las distintas tareas de la actividad 17, analizada en la sección 7.2.1.

**Tabla 7.8. Frecuencia de las acciones identificadas en la actividad 17: Regresión lineal (curso MLG)**

Categoría	Frecuencia
Decodificación	1
Ejecución	6
Exploración	3
Identificación	8
Interpretación	7
Reflexión	2
<b>Total general</b>	<b>27</b>

Una primera observación al respecto es que las acciones inherentes al uso de R, se observaron menos que las relacionadas con el quehacer estadístico; esto, a pesar de que las actividades se realizan completamente en R y que algunas tareas se plantean para que los alumnos aprendan y practiquen este lenguaje de programación. Entre las acciones relativas al uso de R, la ejecución fue la más frecuente.

Sin embargo, la mayoría de las acciones reflejan que, para responder a las actividades, los alumnos deben mantenerse activos, atentos y con actitud reflexiva. De hecho, muchas de las acciones identificadas se correlacionan con algunos de los principios constructoristas (ver sección 3.2.2).

Por ejemplo, la acción de *exploración* implica generar propuestas de solución a través de *prueba y error (testing and fixing)* y *bricolaje*; la *identificación* requiere que los alumnos *hagan conexiones (webbing)*, relacionando lo que ya conocían con lo nuevo y lo que deben aprender. De forma similar, *replicación* requiere usar ideas previas para proponer una nueva solución, en el mismo sentido que en el *remixing*. La *exploración conceptual*, es equivalente al elemento de *exploración* propuesto por dichos autores y se relaciona con la *investigación y experimentación*. También, a través de la *retroalimentación (feedback)* los alumnos pueden *reflexionar* sobre los conceptos, el procedimiento, etc.



Así, aun cuando los alumnos desarrollan las actividades de forma dirigida, es posible observar que se promueven acciones distintivas de un ambiente de aprendizaje constructivista.

Además, el hecho de revisar las soluciones en grupo, les da a los alumnos una oportunidad de discutir sus hallazgos y conocer, a través del punto de vista de los compañeros, distintas formas de pensar al respecto de un concepto o procedimiento estadístico. Las soluciones de los alumnos son, en este sentido, “*entidades públicas*” (Papert, 1991) que pueden compartir con sus compañeros y con las cuáles pueden *discutir* sobre la estadística, así como *pensar sobre su propio pensamientos*.

Otros de los principios construccionistas relacionados con las actividades incluyen el *dotar de significado* a los conceptos estadísticos: el tener un medio en el cual manipular diversas *representaciones*, así como establecer *relaciones entre la vida real y la estadística*.

# CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES

---

En la investigación reportada en este documento se llevó a cabo un estudio sobre el uso de recursos digitales en la enseñanza de la estadística del nivel superior. Nos enfocamos en un estudio de caso, sobre la forma en la que una profesora hace uso de R en su práctica docente. En dicho estudio, se propuso identificar la orquestación, el papel de R y los elementos constructoristas de las clases de la profesora, analizando cómo éstos se relacionan con la promoción del desarrollo estadístico.

A continuación, se sintetizan los resultados obtenidos en la investigación y se plantean respuestas a las preguntas de investigación. Luego, se examinan los aportes y limitaciones de este trabajo, y se señalan posibles direcciones futuras de investigación.

## 8.1. SÍNTESIS DE RESULTADOS

### 8.1.1. Principales observaciones de la investigación preliminar

La investigación preliminar reveló que la mayoría de los profesores universitarios de estadística encuestados, usan los recursos tecnológicos con fines demostrativos y para agilizar los procesos de cálculo y graficación; sin que ello conlleve a un replanteamiento de su enseñanza para promover la comprensión de la estadística. De hecho, se encontró una disociación entre las consideraciones de los profesores sobre el aporte de los recursos TD, y qué recursos eligen para su enseñanza. Es decir, a pesar de que reconocen que el uso de algún recurso TD puede incidir positivamente en los aspectos didácticos y del conocimiento estadístico que desean transmitir, la elección que hacen de algún recurso se basa, sobre todo, en sus características tecnológicas.

Sin embargo, se encontró una profesora con una propuesta de enseñanza que consideramos innovadora, en la cual los alumnos usan R para hacer estadística, abordando problemáticas cercanas a su campo de estudio. Fue su propuesta de enseñanza el foco de nuestro estudio de caso.

### **8.1.2. Principales observaciones del estudio de caso (respuestas a las preguntas de investigación)**

Como se ilustró en este documento, la profesora Mayra diseñó una serie de actividades, para el procesamiento estadístico de datos, basadas en el uso del lenguaje de programación R, y buscando una pedagogía constructorista, con la idea de que los alumnos pudieran desarrollar su propio conocimiento, sin necesidad de una instrucción demasiado guiada. Durante varios ciclos escolares, Mayra depuró y refinó el diseño de las actividades: En sus primeras propuestas, las actividades buscaban introducir el lenguaje de programación R, para que después los alumnos pudieran utilizarlo para obtener cálculos y gráficas; siendo ésta, una incorporación de la herramienta sin cambiar la forma de enseñanza. Luego de que conoció el constructorismo, la profesora buscó cambiar su enseñanza, así que modificó las actividades para que los alumnos pudieran explorar conceptos estadísticos (e.g., media, desviación estándar), o conjuntos de conceptos (incluidos en los planes de estudio) a través de la resolución de un problema estadístico particular. Cada actividad plantea un problema con un contexto biológico cercano a la experiencia de los alumnos, y cuya resolución se lleva a cabo por etapas, en las cuales se pone en acción un concepto o procedimiento estadístico determinado. Cabe mencionar que cada actividad lleva al alumno a explorar y vincular continuamente los registros numérico, gráfico y tabular, a tratar de inferir el resultado de una acción, a justificar sus decisiones, a explorar los comandos y a plantear distintas propuestas de solución.

A continuación discutimos las observaciones principales del estudio de caso, dando respuesta a las preguntas de investigación.

#### ***1. ¿Cómo conceptualiza la profesora, la estadística y su enseñanza, al hacer uso de R en su práctica docente?***

Actualmente Mayra tiene una concepción de la estadística como un área de conocimiento flexible, con mayores posibilidades de aplicación a su práctica y que posibilita el ofrecer respuestas a diversas problemáticas, en particular, las de la biología. A su vez, esta concepción de la estadística llevó a la profesora a reconceptualizar también su propuesta de enseñanza otorgando ahora un papel principal a la práctica de la estadística a través de actividades de exploración en el ambiente de programación de R.

*I.i. ¿Cómo influyen las características de R en su enfoque y (re)planteamiento de su propuesta de enseñanza?*

Según lo discutido en la sección 6.1, el uso de R implicó un cambio en la visión de Mayra sobre la estadística y las posibilidades para utilizar las herramientas de este campo de conocimiento en su práctica profesional. En los señalamientos de la profesora se distingue que ella conceptualizaba la estadística como un campo de estudio con restricciones de aplicación, asociadas con el manejo de conjuntos de datos reales, naturalmente caóticos, incompletos y que pueden no ajustarse a con supuestos específicos (como la normalidad); además de que no concebía formas de auxiliarse de algún recurso tecnológico para afrontar esta situación. Así, al igual que sucedía en su práctica profesional, su propuesta de enseñanza limitaba el uso de recursos digitales al cálculo y la graficación. Lo anterior concuerda con el señalamiento de Pratt et al. (2011) sobre las dificultades que los profesores enfrentan para usar tecnología en la enseñanza de la estadística debido a su propia falta de exposición y conocimiento de un mejor uso de la tecnología.

Para Mayra, el lenguaje de programación R proveyó un medio para explorar métodos de manejo y análisis de conjuntos de datos con características diversas. Por esta razón la profesora cambió su visión sobre la estadística y de las posibilidades de aplicarla en su práctica como bióloga. Sin embargo, fue necesario que Mayra conociera el planteamiento construccionista para modificar su propuesta de enseñanza.

El proceso de desarrollo profesional de Mayra, es análogo al desarrollo de herramientas tecnológicas para el análisis estadístico, el cual conllevó primero a un replanteamiento del quehacer estadístico y, más tarde, a un replanteamiento de la enseñanza que además consideró también cambios en la pedagogía. Biehler et al. (2013) exponen cómo el desarrollo de herramientas tecnológicas tuvo gran impacto en la práctica estadística, por ejemplo, “en la reinterpretación de la estadística en dos prácticas separadas que comprenden el análisis exploratorio de datos [AED] y el análisis confirmatorio de datos [ACD]” (p. 646). Esos autores también señalan que años más tarde inició la discusión sobre “la actualización de la educación estadística para tomar en cuenta los cambios en la estadística (su contenido), la pedagogía y la tecnología” (p. 648).

Por un lado, R es un software estadístico y un lenguaje de programación *con una amplia variedad de procedimientos* para generar análisis estadísticos y gráficos. De este modo, una de sus características principales es que *permite generar distintas representaciones y explorar diferentes métodos de solución* a problemas estadísticos. Esas características resultaron de interés para Mayra, ya que, como lo señaló, busca fomentar en los alumnos un estilo de trabajo exploratorio, así como el uso de diferentes procedimientos estadísticos. Lo anterior también fue señalado por Biehler et al. (2013) como una de las posibilidades deseables en un recurso tecnológico para la enseñanza de la estadística.

Por otro lado, el hecho de que R sea un software expresivo manejado a través de comandos, requiere que el usuario vislumbre/esboce el procedimiento que tiene que seguir para llegar al resultado deseado; eso requiere que sea consciente de los códigos a utilizar –que dependen, a su vez, de conocimientos estadísticos– y que sepa utilizar la retroalimentación que obtenga, para encontrar soluciones a su problemática. Así, Mayra considera que el uso de R lleva a los alumnos a reflexionar sobre cómo responder a una problemática estadística, distinguiendo cuáles elementos puede proveer R a través del uso de sus distintos comandos y librerías. La profesora indicó que esta reflexión no se da cuando los alumnos usan programas tipo ventana, donde además se puede obtener un resultado del cuál se desconoce el proceso que llevó a la obtención de un determinado resultado (*black box*). Así, otra de las características de R que la profesora distingue y aprovecha en su propuesta didáctica, es el hecho de generar en los alumnos un proceso reflexivo sobre el procedimiento a seguir; además hay más control sobre esos procedimientos al poder conocer la forma en que R genera cualquier resultado –a través de la transparencia de R: o sea, a través de su documentación contenida en sus librerías<sup>48</sup>.

Biehler et al. (2013) señalan que ciertos paquetes estadísticos fueron caracterizados como cajas negras (*black box*) debido a que los usuarios solo debían seleccionar un método apropiado para sus propósitos, el cual generalmente era numérico, para obtener el correspondiente resultado. Esos autores indican cómo fue necesario desarrollar nuevas herramientas tecnológicas para facilitar el aprendizaje de la estadística haciéndola más “visual,

---

<sup>48</sup> Las distintas librerías de R incluyen documentación (<https://cran.r-project.org/manuals.html>) sobre la forma en la que se efectúan los procedimientos asociados a cada comando y las posibilidades de modificar sus argumentos.

interactiva y dinámica, enfocándose en los conceptos más que en los cálculos, y ofreciendo la oportunidad de experimentar con los datos” (Biehler et al., 2013, p. 648).

Observamos que las características mencionadas se relacionan con las posibilidades que Mayra descubrió en R para realizar análisis estadísticos y que influyeron en su reconceptualización de la estadística. Así, se observa un proceso de génesis instrumental (Gueudet y Trouche, 2009; ver sección 3.3.1), donde Mayra se apropia de R como un instrumento para hacer estadística, al mismo tiempo que ese instrumento cambia su forma de conceptualizar la estadística. Más aún, esa apropiación, llevó a Mayra a replantear su enseñanza de manera que los alumnos descubran las mismas posibilidades (un proceso de génesis documental –ver sección 3.3.2). Recordemos que, a través de las actividades, la profesora busca que los alumnos *practiquen* la estadística por medio del análisis exploratorio de los datos, de la integración del contexto y los resultados obtenidos (gráficos y resúmenes estadísticos); de generar inferencias e interpretaciones; y de la prueba y el error. En consecuencia, consideramos que, las características de R que facilitan la exploración y el análisis estadístico, fueron elementos decisivos para que Mayra reconceptualizara la estadística e influyeron en el replanteamiento de su enseñanza, y diseño de actividades, para propiciar un espacio de práctica estadística.

*I.ii. ¿Qué elementos de su enseñanza dan cuenta de las conceptualizaciones de la estadística de la profesora?*

A partir de lo señalado, podemos concluir que la conceptualización de la estadística de Mayra se relaciona con su apropiación de R como un recurso para su práctica. Mientras que su reconceptualización de la enseñanza de la estadística, requirió de la adopción de la propuesta constructorista. Así, consideramos que a través de las actividades que propone la profesora, inculca un estilo de trabajo exploratorio, donde se pone énfasis en el uso de distintos registros de representación para obtener información sobre los datos y la situación estudiada. Por ejemplo, en las tareas iniciales (1-3) de la actividad 17, la profesora anima a los alumnos a explorar los datos a través de los comandos de R para graficar y estudiar la estructura de los datos (ver sección 7.2.1).

Concluimos que las actividades creadas por esta profesora son el elemento donde se refleja la forma en que conceptualiza la estadística.

## ***II. ¿Cómo fomenta la profesora el desarrollo, en sus alumnos, del pensamiento (y sentido) estadísticos al utilizar R?***

Distinguimos tres elementos que resultan valiosos en la propuesta de Mayra, para el desarrollo del pensamiento estadístico:

1. Su utilización de R para involucrar a los alumnos en actividades que implican procesos similares a los de un usuario de la estadística (provee un espacio de práctica estadística)
2. Que en las actividades se ponen en juego tanto conocimientos como habilidades propias de la estadística, lo cual fomenta el desarrollo del sentido estadístico
3. Que dichas actividades se diseñaron y se implementan considerando las propuestas del construccionismo.

Profundizamos en estos aspectos a continuación.

### *II.i.a. ¿Cómo orquesta su clase para sacar provecho de R y fomentar el aprendizaje de la estadística?*

Como se discutió en la sección 6.2.1, las clases de Mayra tienen tres formatos: clase magistral, actividades en R y revisión grupal de las actividades. En dichos formatos se distinguieron cuatro tipos de orquestación: *discute-la-tecnología-sin-ella*, *circula-mientras-trabajan*, *sherpa-en-el-trabajo* y *vincula-pantalla-pizarrón*. Dichas orquestaciones reflejan una planeación con intenciones y consideraciones mucho más variadas que las referidas en Drijvers et al. (2010). Por ejemplo, mientras que la *orquestación-demo-técnica* es la más frecuentemente observada en el estudio de Drijvers et al. (2010), en las clases de Mayra no se presenta este tipo de orquestación. Lo anterior se debe a que la incorporación de R en las clases de Mayra, va más allá del uso demostrativo que muchos profesores dan a los recursos tecnológicos, como se observó en el análisis de los resultados del cuestionario (ver sección 5.2).

Cabe señalar que, a diferencia de lo observado en las clases de Mayra, en pocos de los tipos de orquestación presentados en trabajos previos (Drijvers et al. 2009, Guin & Trouche, 2002; Trouche 2004, Tabach, 2011, 2013), se fomenta el trabajo en equipos.

*II.i.b. ¿Cómo el diseño de sus actividades con R promueve el desarrollo del sentido estadístico?*

Batanero (2013) afirma que el desarrollo del sentido estadístico se promueve especialmente a partir de proyectos e investigaciones. Como se discutió en la sección 7.3, las acciones promovidas en las actividades señalan que estas proveen de un espacio de práctica estadística. Así, a través de las actividades los alumnos tienen la oportunidad de desarrollar el razonamiento y las competencias inherentes a la práctica estadística.

Los resultados de nuestro análisis indican que las actividades que Mayra diseñó, llevan a reflexionar constantemente sobre las ideas estadísticas fundamentales, facilitando de este modo la posibilidad de adquirir el conocimiento estadístico. Más específicamente, se observó que las actividades no sólo promueven los modos de razonamiento propios de la estadística, sino también el desarrollo del sentido estadístico, el cual, según lo señalado por Batanero (2013), incluye una doble componente de adquisición de conocimiento y razonamiento.

El análisis realizado en la sección 7.2,7.2.2 mostró que el planteamiento de las actividades promueve el desarrollo del sentido estadístico, a partir de involucrar a los estudiantes en partes en las distintas etapas del ciclo de investigación estadística; además de promover la reflexión de los estudiantes sobre las distintas ideas estadísticas fundamentales. Lo anterior concuerda con el señalamiento de Pratt et al. (2011) :

Cuando los estadísticos hacen estadística se involucran con conceptos más profundos y llevan a cabo actividades que requieren un amplio rango de habilidades cognitivas comparado con sólo aplicar técnicas. Parece que los desarrollos pedagógicos no han ido a la par de aquellos del diseño de software, en los cuáles, la oportunidad de usar computadoras para involucrar a los estudiantes en el ciclo completo de investigación estadística, no está siendo explotada

(Pratt et al. 2011, p. 97)

Sin embargo, también distinguimos que se promovió principalmente una de las competencias de razonamiento (la percepción de la estructura y el planteamiento de conjeturas). Sugerimos que esto se debe a que la actividad 17 sólo se ocupa de la etapa de análisis en el ciclo de investigación estadística (Wild & Pfannkuch, 1999). De hecho, observamos que en todas las demás actividades (aunque no se hayan presentado aquí) corresponden solo la etapa de análisis. Por ello concluimos que, para promover el conjunto completo de competencias, se requiere plantear un proyecto de investigación que abarque el



ciclo completo de investigación; es decir, que inicie con una problemática en donde surja la necesidad de recolectar datos y termine evaluando la forma en la que los resultados obtenidos estadísticamente ayudan a solucionar la problemática inicial.

*II.i.c. Si su propuesta de enseñanza (actividades y orquestación) se basa en un planteamiento teórico y didáctico definido (i.e., el construccionismo), entonces, ¿cómo se manifiesta el construccionismo en esta?*

La orquestación de Mayra otorga un papel principal a R, en sesiones completas donde los alumnos resuelven actividades y comparten sus soluciones. Este uso de R se relaciona con el propósito de la profesora de generar un ambiente de enseñanza-aprendizaje construccionista. Según lo señalado en la sección 6.2.4, en su orquestación, R es utilizado para que los alumnos *hagan* estadística, más que aprender acerca de esta, exponiéndolos además a situaciones, como por ejemplo, de exploración, de prueba y error, de crear conexiones, de depurar, entre otras – las cuáles, desde la perspectiva construccionista son valiosas para promover el aprendizaje.

Además, en el marco teórico construccionista, se considera que el aprendizaje se facilita especialmente al involucrar a los alumnos en la construcción de una entidad compartible. Ello sucede en la propuesta de Mayra, durante las sesiones de revisión grupal de las actividades, en las cuales los alumnos tienen un rol principal. También, al resolver las actividades, los alumnos comparten las soluciones construidas en R con sus compañeros de equipo; se considera que dicha colaboración resulta beneficiosa, ya que como afirman Chance et al. (2007):

el aprendizaje colaborativo es particularmente útil en la educación estadística y la tecnología puede ser usada para facilitar y promover exploraciones e indagaciones colaborativas, permitiendo a los estudiantes generar su propio conocimiento de un concepto o un nuevo método en un ambiente de aprendizaje constructivista. (p. 16)

## **8.2. ASPECTOS NOTORIOS, LIMITACIONES DEL ESTUDIO Y DIRECCIONES FUTURAS DE INVESTIGACIÓN**

Según lo discutido en la sección 6.1, el caso de la profesora muestra un proceso de génesis instrumental y documental (Gueudet & Trouche, 2009), donde R pasó de ser un artefacto a convertirse en un recurso para ella misma y para su práctica docente. Luego en la sección 6.2, se discutió la orquestación de Mayra, es decir la forma en la que la profesora integró R en su

propuesta de enseñanza y la forma en la cual, a través de las actividades, intenta dirigir las génesis instrumentales de los alumnos (Drijvers et al., 2009).

Sin embargo, en este trabajo no se analizaron las génesis instrumentales de los estudiantes que den cuenta de sus niveles de apropiación de R. De hecho, en un principio se había planteado analizar las tesis y trabajos desarrollados por ex alumnos de Mayra, para verificar si habían adoptado este recurso tecnológico para su práctica. Esta podría ser una posible investigación futura para obtener información que indique si la profesora logró fomentar las génesis instrumentales de los alumnos para que se apropiaran de R como un instrumento en su quehacer estadístico.

El análisis realizado en las secciones 7.2.1 y 7.2.2, destaca los elementos del sentido estadístico que las actividades pueden promover. Sin embargo, los objetivos que guían una propuesta de enseñanza no siempre se logran tras su implementación. Así que no es posible establecer en qué medida las actividades promueven el desarrollo del sentido estadístico. De este modo, otra dirección futura de esta investigación sería indagar el efecto de las actividades en la comprensión de los alumnos de las ideas estadísticas contenidas en las actividades y en el desarrollo de sus competencias de razonamiento estadístico. Por ejemplo, podrían recabarse datos sobre cómo los alumnos resuelven las actividades, para identificar cuáles elementos del sentido estadístico se manifiestan en dicha resolución.

Al respecto, cabe señalar que, a pesar de que no pudimos recabar datos sobre el desempeño de los alumnos al realizar las actividades (ya que nuestra investigación se enfocaba en el desempeño de la profesora), sí se buscó indagar sobre la comprensión de los alumnos de los conceptos estadísticos, utilizando la evaluación desarrollada por delMas et al. (2007). Algunos alumnos contestaron en línea esta evaluación. Sin embargo, dicha evaluación solo evalúa conceptos estadísticos básicos, por lo que no parecía claro que los resultados obtenidos fueran consecuencia de su participación en el curso de Mayra que observamos, y por eso no los incluimos en este documento.

Lo anterior apunta a otra posible dirección de la investigación: Se podría dirigir una investigación para construir un instrumento de investigación con el cuál se evalúe la comprensión de las ideas estadísticas abordadas en las actividades. Finalmente, se observó que la formación como bióloga de Mayra tiene gran influencia tanto en el diseño de las actividades, como en la forma en que presenta los conceptos estadísticos en sus clases,

refiriéndolos a problemáticas biológicas específicas. Según lo que Mayra refirió en la entrevista (ver sección 6.2.1.2), la elección de las situaciones planteadas en las actividades y el diseño de las preguntas incluidas, deriva de su experiencia docente y como investigadora. Ella busca ayudar a los alumnos a evitar errores y concepciones erróneas observadas en cursos previos, además de que busca exponer a los alumnos a problemáticas reales de su área de estudio, preparándolos para desarrollarse en contextos profesionales y de investigación.

Por lo anterior, en una investigación futura podría indagarse cómo su práctica como investigadora, específicamente en el área biológica, influye en la forma en el diseño de sus cursos y materiales de enseñanza, así como en la forma en que contribuye a que los alumnos doten de sentido a los conceptos estadísticos.

### **8.3. CONTRIBUCIONES DE ESTE TRABAJO**

Diversos autores (e.g. Chance et al., 2007; Pratt et al., 2011) han señalado que, para sacar provecho de los recursos digitales en la enseñanza de la estadística, se deben implementar cambios, principalmente, en el contenido, en la pedagogía, y en el formato de los cursos. Al respecto, resulta de interés cómo la profesora de nuestro estudio de caso, generó una propuesta de uso de la tecnología acompañada de dichos cambios. Consideramos que este estudio constituye un aporte, al ofrecer evidencia de que lo anterior es posible y que, además, un profesor puede innovar al respecto.

Por otro lado, el ANOVA es un concepto de estadística avanzada al que muy escasamente se refieren las investigaciones en educación estadística. Así, el documentar una propuesta sobre su enseñanza aporta a enriquecer la discusión al respecto.

Creemos que todo lo anterior podría servir como base para plantear un programa de formación de profesores, y/o de capacitación de alumnos, para aprovechar recursos tecnológicos que se utilizan profesionalmente en la práctica de la estadística, tal como R, de tal manera que la enseñanza promueva que los alumnos se conviertan en usuarios de la estadística para sus investigaciones, en lugar de aprender acerca de esta, tal como lo señalan Pratt et al. (2011).

De esta manera, considerando que existe una brecha entre la estadística que se enseña en las universidades y las prácticas estadísticas utilizadas en investigación, el presente trabajo

muestra cómo esta brecha puede disminuirse, teniendo en cuenta que la estadística juega un rol determinante en el desarrollo científico en áreas como la química computacional, el procesamiento de señales, pero también en la validación de un gran número de procesos industriales. Es decir, la cultura estadística que estos tiempos exigen a los universitarios es cada vez más amplia y eso se convierte en un desafío constante para la innovación de los cursos de estadística. De ahí que este trabajo resulte relevante y necesario.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- Ackermann, E. (2001). Piaget's Constructivism, Papert's Constructionism: What's the difference? Recuperado de [http://learning.media.mit.edu/content/publications/EA.Piaget%20\\_%20Papert.pdf](http://learning.media.mit.edu/content/publications/EA.Piaget%20_%20Papert.pdf)
- Bakker, A., & Eerde, D. van. (2015). *An Introduction to Design-Based Research with an Example From Statistics Education*. 429–466. [https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6\\_16](https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_16)
- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Jornadas interamericanas de enseñanza de la estadística. Buenos Aires, 2002. Conferencia inaugural. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/~batanero>.
- Batanero, C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 55-61). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en [www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html](http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html).
- Batanero, C., & Diaz, C. (Eds.). (2011). *Estadística con Proyectos*. Recuperado de <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf>
- Batanero, C., Diaz, C., Contreras, J., & Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83, 7–18.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical Literacy, Reasoning and Thinking: Goals, Definitions, and Challenges. En *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 3–15). Kluwer Academic Publishers.
- Biehler, R. (1993). Software Tools and Mathematics Education: The Case of Statistics. En C. Keitel & K. Ruthven (Eds.), *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology* (pp. 68–100). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-78542-9\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-642-78542-9_4)
- Biehler, R. (1997). Software for learning and for doing statistics. *International Statistical Review*, 65 (2), 167–189.
- Biehler, R. (1999). Discussion: Learning to Think Statistically and to Cope with Variation. *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, 67(3), 259–262. <https://doi.org/10.2307/1403704>
- Biehler, R. (2019). Software for learning and for doing statistics and probability – Looking back and looking forward from a personal perspective. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Recuperado de [www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html](http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html)

- Biehler, R., & Pratt, D. (2012). Research on the reasoning, teaching and learning of probability and uncertainty. *ZDM*, 44(7), 819–823. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0468-0>
- Biehler, R., Ben-Zvi, D., Bakker, A., & Makar, K. (2013). Technology for Enhancing Statistical Reasoning at the School Level. En M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 643–689). Springer.
- Burrill, G. (2014). Tools for Learning Statistics: Fundamental Ideas in Statistics and the Role of Technology. En T. Wassong, D. Frischemeier, P. Fischer, R. Hochmuth, & P. Bender (Eds.), *Mit Werkzeugen Mathematik und Stochastik lernen [Using Tools for Learning Mathematics and Statistics]* (pp. 153-164). Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Burrill, G., & Biehler, R. (2011). Fundamental Statistical Ideas in the School Curriculum and in Training Teachers. En C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 57–69). Springer Science & Business Media.
- Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., & Medina, E. (2007). The Role of Technology in Improving Student Learning of Statistics. *Technology Innovations in Statistics Education*, 1(1). <http://escholarship.org/uc/item/8sd2t4rr>
- Coordinación de Tecnologías para la Educación—Hábitat puma UNAM. (s/f). Recuperado el 10 de diciembre de 2019, de <https://educatic.unam.mx/index.html>
- Daalgard, P. (2002). *Introductory Statistics with R*. Springer-Verlag.
- delMas, R. C. (2002). Statistical Literacy, Reasoning and Learning: A Commentary. *Journal of Statistics Education*, 10(3). <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910675>
- delMas, R. C. (2004). A Comparison of Mathematical and Statistical Reasoning. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 79–95). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6\\_4](https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_4)
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Gisbergen, S. V., & Reed, H. (2009). Teachers Using Technology: Orchestrations and Profiles. M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 481–488.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in mathematics*, 75(2), 213-234.
- Duckworth, E. (1964). Piaget Rediscovered. *Journal of Research in Science Teaching*, 2, 172-175
- Eichler, A., & Zapata-Cardona, L. (2016). *Empirical Research in Statistics Education*. Springer International Publishing. <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-38968-4>

- Espitunal-Villanueva, C. (2021, septiembre 14). Caso 4. Tablas de Contingencias y medidas de dispersión. RPubS. <https://rpubs.com/gibran564/Caso4>
- GAISE College Report ASA Revision Committee. (2016). Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education. <http://www.amstat.org/education/gaise>.
- Gal, I. (2004). Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Kluwer Academic Publishers.
- Gal, I. (2005). Towards “Probability Literacy” for All Citizens: Building Blocks and Instructional Dilemmas. En Graham A. Jones (Ed.) *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning* (pp. 39–63). Springer. [https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8\\_3](https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3)
- Garfield, J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3). <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910676>
- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students’ statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer.
- Gueudet, G., Buteau, C., Mesa, V., & Misfeldt, M. (2014). Instrumental and documentational approaches: From technology use to documentation systems in university mathematics education. *Research in Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1080/14794802.2014.918349>
- Guin, D., & Trouche, L. (2002). Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: Necessity of instrumental orchestrations. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 34(5), 204–211. <https://doi.org/10.1007/BF02655823>
- Haspekian, M. (2014). Teachers’ Instrumental Geneses When Integrating Spreadsheet Software. En Clark-Wilson, A., Robutti, O., Sinclair, N. (eds) *The Mathematics Teacher in the Digital Era*. Mathematics Education in the Digital Era, vol 2. Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-4638-1\\_11](https://doi.org/10.1007/978-94-007-4638-1_11)
- Hofmann, T., Maxara, C., Meyfarth, T., & Prömmel, A. (2014). Using the software FATHOM for learning and teaching statistics in Germany -A review on the research activities of Rolf Biehler’s working group over the past ten years. En T. Wassong, D. Frischemeier, P. Fischer, R. Hochmuth, & P. Bender (Eds.), *Mit Werkzeugen Mathematik und Stochastik lernen -Using Tools for Learning Mathematics and Statistics* (pp. 283–304). Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Konold, C., & Kazak, S. (2008). Reconnecting Data and Chance. *Technology Innovations in Statistics Education*, 2(1). <http://escholarship.org/uc/item/38p7c94v>
- Kynigos, C. (2015). Constructionism: Theory of Learning or Theory of Design? En S. J. Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 417–438). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6\\_24](https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_24)
- Lee, H. & Hollebrands, K. (2008). Preparing to teach data analysis and probability with technology. *Joint ICMI/IASE study: Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. Proceedings of the ICMI Study, 18*.

- López, L. (2004). Pensamiento estadístico: directivos con nuevas tecnologías de información y comunicación. *Espacios*, Vol. 25 (3) 2004.
- Mascaró, M., Sacristán, A. & Rufino, M. (2014). Teaching and learning statistics and experimental analysis for environmental science students, through programming activities in R. *Constructionism and Creativity-Proceedings 3rd Intl. Constructionism Conf*, 407–416. [http://constructionism2014.ifs.tuwien.ac.at/papers/3.3\\_4-8498.pdf](http://constructionism2014.ifs.tuwien.ac.at/papers/3.3_4-8498.pdf)
- Ottaviani, M. (1998). Developments and Perspectives in Statistical Education. *Proceedings of the Joint IASS/IAOS Conference. Statistics for Economic and Social Development. Developments and perspectives in statistical education*, Aguascalientes, México.
- Paez, D. (2015). *Análisis de la Práctica del Profesor de Matemáticas en Torno al Concepto de Pendiente: Énfasis en la Reflexión Durante y Después de la Acción*. (Tesis doctoral inédita). Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Intituto Politécnico Nacional, Ciudad de México.
- Papert, S. y Harel, I. (2002). *Situar el Construccinismo*. (INCAE, trad.) [http://web.media.mit.edu/~calla/web\\_comunidad/Readings/situar\\_el\\_construccinismo.pdf](http://web.media.mit.edu/~calla/web_comunidad/Readings/situar_el_construccinismo.pdf) (Trabajo original publicado en 1991)
- Papert, S. (1980a). Teaching children thinking. En R. P. Taylor (Ed.), *The Computer in the School: Tutor, Tool, Tutee* (pp. 161–176). Teachers College Press, Teachers College, Columbia University.
- Papert, S. (1980b). Computer-based Microworlds as Incubators for Powerful Ideas. En R. P. Taylor (Ed.), *The computer in the school: Tutor, Tool, Tutee* (pp. 203–210). Teachers College Press, Teachers College, Columbia University.
- Papert, S. (1980c). Teaching children to be mathematicians vs. Teaching about mathematics. En R. P. Taylor (Ed.), *The Computer in the school: tutor, tool, tutee* (pp. 177–196). Teachers College Press, Teachers College, Columbia University.
- Papert, S. (1981). *Desafío a la mente: Computadoras y educación*. Ediciones Galápagos.
- Papert, S. (1991). Situating constructionism. En Harel, I. & Papert, S. (Eds.), *Constructionism: Research reports and essays* (pp. 1-18). Ablex Publishing Corp
- Papert, S. (1999). Eight Big Ideas Behind the Constructionist Learning Lab [pdf]. <http://www.stager.org/articles/8bigideas.pdf>
- Pfannkuch, M., & Wild, C. (2004). Towards an Understanding of Statistical Thinking. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Kluwer Academic Publishers.
- Piaget, J. (1969). *El nacimiento de la inteligencia en el niño*. Madrid: Aguilar.
- Piaget, J. (1973). *To understand is to invent: The future of education*. Grossman Publishers. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000006133>



- Piaget, J. (1986) *La epistemología genética*. Madrid: Editorial Debate.
- Pratt, D., Davies, N., & Connor, D. (2011). The role of technology in teaching and learning statistics. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 97–107). Springer Science & Business Media.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: Approches cognitives des instruments contemporains*. Armand Colin.
- Revision Committee. (2016). Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education.
- Richmond, P. (2000). *Introducción a Piaget*. Editorial Fundamentos.
- Rossman/Chance Applet Collection. (s/f). Recuperado el 4 de noviembre de 2019, de <http://www.rossmanchance.com/applets/>
- San-Segundo, F. (2013, enero 8). Apuntes de Estadística. PostData. <https://fernandosansegundo.wordpress.com/2013/01/08/apuntes-de-estadistica/>
- Sánchez, E., & Hoyos, V. (2013). La estadística y la propuesta de un currículo por competencias. En A. Salcedo (Ed.), *Educación Estadística en America Latina: Tendencias y Perspectivas* (pp. 211–277). Programa de Cooperación Interfacultades. Universidad Central de Venezuela.
- Snee, R. (1993) What's Missing in Statistical Education? *The American Statistician*, 47:2, 149-154, <https://doi.org/10.1080/00031305.1993.10475964>
- Stokes, M., Davis, C., & Koch, G. (2012). *Categorical Data Analysis Using SAS* (3a ed.). SAS Institute
- Tabach, M. (2011). A mathematics teacher's practice in a technological environment: A case study analysis using two complementary theories. *Technology, Knowledge and Learning*, 16(3), 247-265.
- Tabach, M. (2013). Developing a general framework for instrumental orchestration. En B. Ubuz, C. Haser, M. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Antalya, Turkey (p. 2744 -2753). Ankara, Turkey: Middle East Technical University on behalf of the European Society for Research in Mathematics Education. [https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/doc/CERME8/CERME8\\_2013\\_Proceedings.pdf](https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/doc/CERME8/CERME8_2013_Proceedings.pdf)
- Taylor, R. & Forsdale, L. (1980). *The Computer in the School: Tutor, Tool, Tutee*. Teachers College Press, Teachers College, Columbia University.
- Texas Instruments Incorporated. (2011). German Tanks: Exploring Sampling Distributions TEACHER NOTES. <https://education.ti.com/en/timathnspired/us/statistics/sampling-distributions>
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 9(3), 281-307.

- Trouche, L. (2014). Instrumentation in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 307–313). Springer.
- Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (2008). The documentational approach to didactics. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer. [https://www.academia.edu/37155540/Documentational\\_approach\\_to\\_didactics](https://www.academia.edu/37155540/Documentational_approach_to_didactics)
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1974). Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases. *Science*, 185(4125), 1124–1131. <https://doi.org/10.1126/science.185.4157.1124>
- Vérillon, P., & Andreucci, C. (2006). Artefacts and cognitive development: How do psychogenetic theories of intelligence help in understanding the influence of technical environments on the development of thought?. En *International Handbook of Technology Education* (pp. 399-416). Brill.
- Verillon, P., & Rabardel, P. (1995). Cognition and Artifacts: A Contribution to the Study of Thought in Relation to Instrumented Activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), 77–101. <http://www.jstor.org/stable/23420087>
- Vuyk, R. (1984). *Panorámica y crítica de la epistemología genética de Piaget 1965-1980, I*. Madrid: Alianza Editorial.
- Wallman, K. (1993). Enhancing Statistical Literacy: Enriching Our Society. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), 1–8. <https://doi.org/10.1080/01621459.1993.10594283>
- Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223–265.
- Zieffler, A., Garfield, J., Alt, S., Dupuis, D., Holleque, K., & Chang, B. (2008). What Does Research Suggest About the Teaching and Learning of Introductory Statistics at The College Level. *Journal of Statistics Education*, 16. <http://ww2.amstat.org/publications/jse/v16n2/zieffler.html>
- Zimmerman, C. (2007). The development of scientific thinking skills in elementary and middle school. *Developmental Review*, 27(2), 172–223.

# APÉNDICE A. CUESTIONARIO DIAGNÓSTICO

---

## Cuestionario sobre el uso de recursos tecnológicos digitales (TD) en la enseñanza de la Estadística y Probabilidad

Nota: Recopilamos su correo electrónico para poder contactarlo posteriormente en caso necesario. Si no desea dar su correo electrónico, por favor haga clic en el siguiente vínculo <https://goo.gl/forms/PGhTM9FP7D6Im7z492>

\*Obligatorio

1. Correo \*

### DATOS GENERALES

2. Nombre (Opcional)
  3. Título o carrera de formación \*
  4. Antigüedad docente en años \*
  5. Cursos que imparte (o ha impartido) de probabilidad y/o estadística \*  
Ejemplo: 1. Introducción a la Probabilidad, 2. Estadística Bayesiana.
  6. Programa educativo \*  
Licenciatura(s) en la(s) que imparte los cursos de la respuesta anterior.
  7. Institución donde labora \*
-

## CUESTIONARIO

### Formación docente

8. 1a. ¿Ha recibido capacitación docente por parte de la escuela o del sistema educativo en el que se encuentra, en uso de recursos tecnológicos digitales (TD)? \*

*Marca solo un óvalo.*

Sí

No

9. 1b. ¿Qué cursos de TD ha recibido recientemente (en el último año)?  
(Omitir si no aplica)

### Uso de recursos tecnológicos digitales (TD) por parte del profesor

10. 2. ¿Usa recursos tecnológicos digitales (TD) para/en sus clases de probabilidad y/o estadística?  
\*

(Marque todas las que aplican)

*Selecciona todos los que correspondan.*

i. Nada

ii. Para preparar las clases

iii. Durante las clases

iv. Dejo tareas, a los alumnos, que requieren uso de alguna tecnología

Otro:

11. 3.a ¿Cuáles de los siguientes recursos TD usa para su clase?  
(Marque todos los que apliquen)

Marca solo un óvalo por fila.

	Nada	Poco	Medianamente	Mucho
Applets interactivos, juegos o ambientes virtuales	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Materiales multimedia (e.g. videos, etc).	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Otros recursos web	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Repositorios de datos y materiales	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Hoja de cálculo (e.g. Excel)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Geogebra	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Fathom	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
TinkerPlots	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
SPSS	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
SAS	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
R	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Stata	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Minitab	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Calculadoras gráficas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Otro	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

12. 3b. Si usa "Otro", especifique cuál.

13. 3c. ¿Por qué eligió los recursos TD que más utiliza?

14. 4. Si usa recursos TD en sus clases de probabilidad y/o estadística ¿desde hace cuánto lo hace?

*Marca solo un óvalo.*

- Menos de 1 año
- De 1 a 5 años
- Más de 5 años

15. 5a. ¿Considera que el uso de recursos TD puede ayudar a mejorar la comprensión \* de los temas por parte de los alumnos? 0=Nada, 1=Poco, 2=Medianamente, 3=Mucho *Marca solo un óvalo.*

- 0      1      2      3
- 

16. 5b. ¿Por qué? \*

17. 6a. ¿Con qué frecuencia hace uso de los recursos TD en clase?

*Marca solo un óvalo por fila.*

	Menos de 1 vez	1 vez	2 veces	3 veces	4 o más veces	Todos los días de clase
A la semana	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Al mes	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
En el periodo del curso	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

18. 6b. En promedio, ¿aproximadamente qué tanto tiempo de una clase usa recursos TD?

*Marca solo un óvalo.*

- Menos de 10% (poco)
- 25%,
- 50% (la mitad del tiempo)
- 75%
- Más de 90% (casi todo el tiempo)

Uso de recursos tecnológicos digitales (TD) por parte de los alumnos para la materia

7. Los alumnos hacen uso de recursos TD para la clase de probabilidad y/o estadística: \*  
(Marque todas las opciones que apliquen) *Selecciona todos los que correspondan.*

En clase

Para tareas específicas que requieren uso de tecnología

Por su cuenta (e.g. para tareas aunque no se pida el uso de recursos; para consulta y profundizar sobre los temas; etc.)

Creo que no las usan

No sé

8. Si los alumnos usan los recursos TD para la clase de probabilidad y/o estadística

8a. ¿Qué tipo de actividades con recursos TD realizan los alumnos?

(Marque todas las opciones que apliquen)

*Marca solo un óvalo por fila.*

	Ninguna	Muy pocas	En ocasiones	La mayor parte del tiempo	Siempre
Actividades dirigidas por el profesor	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Actividades con apoyo ocasional del profesor	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Actividades de trabajo autosuficiente con algún software especializado o de manejo de datos (ver lista en pregunta 2a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Actividades independientes con retroalimentación del software (e.g. tutoriales inteligentes)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Actividades de indagación en Internet por parte del alumno	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>



8b. ¿Cómo realizan los alumnos las actividades con recursos TD?

(Marque todas las opciones que apliquen)

*Marca solo un óvalo por fila.*

	Nunca	Muy poco	En ocasiones	La mayor parte del tiempo	Siempre
Se realizan en forma individual	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Se realizan en equipo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

22. 8c. ¿Dónde realizan los alumnos las actividades con recursos TD?

*Marca solo un óvalo por fila.*

	Nada	Muy poco	En ocasiones	La mayor parte del tiempo	Siempre
Se realizan en clase con un guión de trabajo definido	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Se realizan en clase por medio de exploración, por parte de los alumnos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Se realizan en línea	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Otro	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

### PRÁCTICA DOCENTE

23. 9a. En sus evaluaciones del curso, ¿se toman en cuenta actividades de los alumnos con recursos TD? \*

*Marca solo un óvalo.*

Sí

No

24. 9b. Si es así, ¿cuáles?  
(Marque todas las que tome en cuenta para la evaluación)

*Selecciona todos los que correspondan.*

Actividades con TD que son parte de un examen

Tareas con TD

Proyectos con TD Trabajo en clase con TD Otro:

#### Aspectos curriculares

25. 10. Si usted fuera responsable de elaborar el temario de las materias de \* probabilidad y/o estadística ¿qué cambiaría?

#### Comentarios adicionales

26. 11. ¿Desea hacer alguna observación adicional acerca del uso de recursos TD para la enseñanza-aprendizaje de la probabilidad y/o estadística?

¡Muchas gracias por su colaboración!

# APÉNDICE B. ENTREVISTA PRINCIPAL A LA PROFESORA MAYRA

---

Aquí se presenta la transcripción de la entrevista principal a la profesora Mayra. Dicha entrevista se realizó de manera informal, pero tomando en cuenta las preguntas incluidas en el siguiente guión.

## ***Guión de la entrevista***

Buenos días. Agradezco el tiempo que me dedica y, de manera especial, su disposición a contribuir con mi investigación de Doctorado. Espero me pueda responder algunas preguntas a fin de conocer más a fondo algunos aspectos de su práctica docente.

1. ¿Qué materia imparte actualmente?
2. ¿Me puede decir si utiliza algún o algunos enfoques o metodologías particulares al impartir esta materia? ¿Por qué?

Me indica que hace más de 5 años que utiliza los recursos TD en su clase.

3. ¿Por qué decidió utilizar recursos TD en sus clases?
  - a. ¿Considera que existen conceptos estadísticos (o de probabilidad) que requieren y/o se benefician del uso de recursos TD para su comprensión? Si sí, ¿cuáles y cómo se benefician?
4. ¿Cómo eran sus clases antes de que comenzara a utilizar recursos TD?
  - b. ¿Cuáles eran los recursos que utilizaba entonces (libros, tablas, etc)?
  - c. ¿Cómo eran las evaluaciones?
5. ¿Actualmente, la evaluación incluye algún aspecto involucrado con el uso de TD? Si, sí ¿En qué consiste dicha evaluación?

Usted indicó en el cuestionario que constantemente usa R, Excel y otros recursos tecnológicos:

6. Podría decirme cómo usa estos recursos, ya sea para preparación de o en las clases, o incluso para tareas y evaluaciones
7. ¿Qué otros recursos (no TD) utiliza?
8. ¿Cómo ha cambiado su rol en clase desde que usa recursos TD?
9. ¿Cómo ha cambiado el rol de sus alumnos en clase desde que usa recursos TD?
10. ¿Considera que logró lo que se proponía al comenzar a utilizar recursos TD? ¿Por qué?
11. ¿Considera que la forma en que utiliza el recurso TD ha ayudado a los alumnos en la comprensión de los temas?
12. ¿Qué obstáculos o desventajas a enfrentado al utilizar recursos TD durante su práctica docente?
13. ¿Considera que el programa de estudios es compatible con el uso de recursos TD o que es necesaria alguna modificación en este sentido?

### **Transcripción de la entrevista**

Entrevistadora: Para empezar, quisiera de nuevo agradecerle la oportunidad de observarla, el tiempo que ha tomado conmigo, el tiempo que se tomó para contestar el cuestionario. En este cuestionario ya me mencionó algunas cosas, que son bastante interesantes, pero le quisiera plantear unas preguntas para ahondar un poquito más en los aspectos relacionados a su práctica docente

Entrevistadora: Me podría decir, para empezar, si utiliza algún enfoque o alguna metodología cuando imparte sus clases y, bueno, de ser así, porqué eligió esa metodología.

Profa. Mayra: Sí, si utilizo una metodología particular y la metodología que uso, o que pretendo usar, y este, las tentativas de uso son tentativas, en principio creo que, poco formales, pero no por eso menos entusiastas. Es en la lógica de que los alumnos utilicen un lenguaje de programación computacional y que este sea el vehículo a través del cual ellos aprendan un conjunto de conceptos mediante el uso de estos instrumentos distintos, ¿no? O sea de código programático para que puedan explorar ciertos conceptos, ver cuál es la respuesta o cuál es la salida o la retribución que ciertos códigos generan y que eso los conduzca a través de una práctica llena de pruebas y errores, los conduzca a entender mejor qué es lo que están haciendo y digamos que esta lógica está un poco contrapuesta con la idea de la enseñanza de la estadística utilizando programas que son, digamos, de tipo Windows, de ventanas en donde seleccionas un conjunto de opciones y luego simplemente este dejas que el programa de cómputo resuelva el procedimiento de una determinada manera. Lo que pretendo es que ese procedimiento este cargado de un conjunto de decisiones que tienen que ser tomadas por la persona que está empleando la herramienta y estas decisiones deben de ser reflexionadas y pensadas con base en conocimiento que adquieren acerca de los datos que están analizando y entonces creo que ese tipo de aproximación en el uso de la estadística no solamente en el aprendizaje sino en el uso de la estadística es mucho más completa, mucho más, em... Genera un conocimiento mucho más profundo y mucho más amplio, no solamente del uso de la herramienta sino de los propios datos que están siendo analizados cosa que no hacen los programas de ventanas. De alguna forma, de alguna manera, la utilización del lenguaje de programación permite a los alumnos saber qué es lo que quieren hacer y hacer una tentativa para implementar esas acciones y entonces tener un resultado.

Tiene el, la dificultad, digamos ¿no?, pero no es un..., yo lo veo como un obstáculo, sino que lo veo justamente como una de las ventajas: que los alumnos tienen que saber qué es lo que quieren hacer. O sea, no es una forma de emplear la estadística en la que juntan una serie de datos o de, o de, o de..., opciones ¿no? para aplicar un determinado procedimiento de análisis y le dan *enter*, sino que tienen que saber con mucha precisión, o con mucha mayor precisión, qué es exactamente lo que quieren hacer. Y ese planteamiento genera en los alumnos la necesidad de preguntarse “¿qué es lo que quiero hacer? ¿para qué quiero hacerlo? ¿cuál es la información que voy a obtener con ese particular paso, en el procedimiento?” Y cuando obtengo esa información, recapitulo, resumo y vuelvo otra vez en el mismo camino para buscar la siguiente pregunta.

Entrevistadora: Ah, ok. Entonces, bueno, según lo que me dice, usted considera que existen conceptos estadísticos o, que se benefician particularmente del uso recursos digitales, bueno, de recursos digitales, de tecnologías digitales para que se puedan comprender.

Profa. Mayra: Sí. Definitivamente sí. O sea, por ejemplo, entender el concepto de lo que es un muestreo aleatorio. Se, se puede explicar, se puede intentar hacer un dibujo, se puede intentar replicar un experimento físico ¿no? en donde sacas una tómbola, o donde tienes un sistema aleatorio de obtención de canicas dentro de una cesta, en fin, alguna cosa así. Sin embargo, el lenguaje de programación te permite hacer eso de una forma muchos más efectiva y sobre todo con la posibilidad de la persona que está utilizando el lenguaje de entender lo que está haciendo o de enfrentarse a resultados que pueden o no ser lo que esperan. Cuando el resultado es lo que esperan, confirma una predicción, esa predicción es una manera de reforzar lo que la persona está aprendiendo acerca de ese concepto en particular. Cuando el resultado no lo confirma, entonces es un ejercicio de cuestionamiento y de reflexión sobre lo aprendido, o lo que sabe, y entonces también, en el fondo, es una forma de aprender.

Entrevistadora: Entonces, usted considera que, que es, es confrontar los, las definiciones, confrontar las cosas que clásicamente se hacen con otros recursos y aquí tienen la oportunidad de ellos, no de verlos, sino de ser, establecer una especie de diálogo con el concepto.

Profa. Mayra: Sí, exactamente, exactamente sí, sí exactamente. Y creo que ese diálogo con el concepto, que, nunca mejor puesto, creo, en esos términos creo que queda muy claro. Este a lo mejor podría ser llevado a cabo en un escenario, en una situación en donde hagas una cosa física ¿no? de obtención de canicas, de una tómbola. Pero lo que ocurre es que eso es muy lento

Entrevistadora: Claro

Profa. Mayra: Y no solamente es lento, sino que además no necesariamente replica la condición, por ejemplo, de obtención aleatoria de una muestra ¿sí? Además, este, el lenguaje de programación en R, en particular, y creo que en otros también pero el que yo conozco es R; te permite tener un resultado que tú lo ves numéricamente, luego te permite tener un resultado que tú lo ves gráficamente, te permite contrastar los dos y relacionar los dos; lo que a su vez también ayuda y fortalece la relación que existe entre una gráfica y lo que la gráfica indica y lo que la gráfica te informa y lo que un conjunto de números te indica y te informa.

Entrevistadora: Claro. Entiendo. Este, bueno, en el cuestionario nos decía que hace mucho tiempo que usa los recursos tecnológicos, bueno R en particular.

Profa. Mayra: Sí.

Entrevistadora: Este, desde el principio que comenzó a dar clases de estadística, bueno de concep..., de materias relacionadas con la estadística ha utilizado estos recursos

Profa. Mayra: No.

Entrevistadora: Entonces, antes de que los empezara a utilizar ¿Cómo eran sus clases?

Profa. Mayra: Antes de que los empezara a usar mis clases tenían que tener un componente práctico, pero ese componente práctico estaba em, basado en el uso de programas de ventanitas. Fundamentalmente era Excel, Statistica, Minitab, ocasionalmente, y ya.

Entrevistadora: Entonces las clases estuvieron ligadas siempre a algún tipo de recurso tecnológico, ya sea, pero no precisamente R.

Profa. Mayra: Sí, exactamente. O sea, enseñar a aplicar una ANOVA.

Entrevistadora: Si claro.

Profa. Mayra: Puedes hacerlo con una calculadora y un lápiz, pero si te puedes pasar demasiado tiempo haciéndolo, ¿no?

Entrevistadora: Sí claro.

Profa. Mayra: Y al respecto aquí hay una cosa que me parece que es una cuestión un tanto equivocada. Creo que hay o hubo, y yo estaba mal en ese sentido ¿no?, y creo que eso es una cosa que he aprendido, en términos de práctica docente. Que para que un alumno entendiera lo que una ANOVA estaba haciendo era necesario aplicar la fórmula y hacerla, eh, hacerlo de forma manual. Manual quiero decir, usando una calculadora o usando Excel. Pero, gene..., aplicando la form..., el algoritmo que representa la fórmula, aquí tenemos que restar esto, luego tenemos que elevarlo al cuadrado, pero eso no implica entender conceptualmente lo que esa fórmula está haciendo. Sí implica entender lo que operativamente la fórmula está haciendo, pero no necesariamente eso va de la mano con el concepto. Por ejemplo, la prueba de  $t$ , ¿sí? A lo mejor, un programa, en particular tu metes los datos y le dices aplica una prueba de  $t$  para comparar esta muestra con esta muestra, y tu nada más le dices ésta es esta muestra y ésta es ésta otra, aprietas un botón y produce un resultado, de comparar dos medias mediante una prueba de  $t$  Student. Eso es el nivel, digamos, más bajo ¿sí? Luego, a lo mejor, tú lo que puedes hacer es decir "Ok, la fórmula de  $t$  es ésta y esta fórmula de  $t$  lo que hace es... agarra todo esto, calcula la media, agarra esto otro, calcula la media y luego a través de esta fórmula calcula un error estándar de conjunto ¿no? De las dos medias... y después divide esta diferencia, entre este valor y este valor de  $t$  tiene una probabilidad tal". Y ese sería un segundo nivel, como de comprensión o de entendimiento, sin embargo, eso no necesariamente va de la mano con entender, cuál es el concepto por detrás de esa prueba de  $t$ . La posibilidad de, explorar una media, ver cuál es la distancia con otra media, ver eso en medio de una gráfica de dispersión de puntos, contrastar una media con las varianzas. Es esa parte, es la que, si esta adecuadamente relacionada, o sea si hay una persona que te dice "mira esto es lo que está haciendo una prueba de  $t$ ", puede generar una comprensión conceptual de la prueba de  $t$ , de lo que esa fórmula efectivamente está evaluando, que te da otra dimensión de comprensión de la prueba. Y esa última

parte, definitivamente, ese último estado, digamos, o última forma de hacer las cosas, definitivamente, no lo puedes hacer si no tienes un lenguaje de programación, asociado ¿sí?

Entrevistadora: Sí. Y bueno, cuando no contaba con este recurso de lenguaje R cuáles eran las, los criterios para la evaluación, las pautas que dirigían la clase, el curso en general.

Profa. Mayra: Sí. Eran, yo creo que, eran fundamentalmente, eran acerca de la conclusión final y no necesariamente del proceso.

Entrevistadora: Del proceso... O sea, sigue enfatizando la interpretación.

Profa. Mayra: Sí, sigo enfatizando la interpretación no automatizada de un resultado. La interpretación reflexiva, la interpretación por fases, la interpretación que me permite a la mitad del procedimiento decir "a lo mejor, esta no es la mejor manera de hacer las cosas" ¿sí? O incluso, "esta puede ser una forma de hacer las cosas, obtengo este resultado, pero este resultado aquí, solamente por haber pensado y reflexionado acerca de todos estos pasos me permite tener un, una visión y un conocimiento del proceso que estoy queriendo describir que es mucho más completa y mucho más, este, por conocerla, mucho más propia, mía.

Entrevistadora: Sí, sí, sí.

Profa. Mayra: Y yo creo que eso es lo que permite a los estudiantes sentirse, este, fortalecidos en su conocimiento ¿sí?

Entrevistadora: Entonces, digamos que el enfoque ha sido el mismo desde antes de utilizar R, sólo que ahora R le permite potenciar ciertas habilidades en los alumnos, ciertas otras capacidades.

Profa. Mayra: Creo que, esa, esa, esa pregunta, creo que, sí, en parte, y no, en parte. O sea, yo creo que yo he aprendido a enseñar con R de una forma mucho más efectiva y más completa de lo que lo hacía antes. O sea, R, a mí me ha permitido, el uso de R para la enseñanza, me ha permitido a mí, de repente descubrir, este, ciertas formas de plantear ciertas problemáticas, ciertos asuntos, ciertas cuestiones complejas, que antes simplemente yo no las veía.

Entrevistadora: Ok.

Profa. Mayra: Y no las veía, simplemente, porque no había tenido esa posibilidad de *insigth*, de asomarme a la realidad vista así de esa manera.

Entrevistadora: Me parece súper interesante lo que me dice. ¿Por qué decidió entonces empezar a utilizar este recurso?

Profa. Mayra: Yo conocí R, yo siendo una alumna y llegando a un curso, en donde quería aprender una serie de técnicas y el curso era enseñado usando un lenguaje de programación y yo no sabía, absolutamente nada acerca del lenguaje de programación. Es más, más que eso, me daba bastante inseguridad utilizar cualquier cosa que tuviera que ver con lenguaje de programación. Entonces, este, en este curso tuve la oportunidad de, por primera vez, de conocer el programa y en ese curso, lo que puedo recordar, fue en el 2007, yo daba clases de Estadística desde el 2001, ¿no? Cursos regulares de estadística. Y en el 2007, yo creo que lo que, con lo que yo me regresé fue con una ventana que decía: "si existían una serie de impedimentos, de obstáculos para llevar a cabo una prueba y tener confianza en los resultados de esa prueba; estas pruebas eran cajitas cerradas, ¿no? Un poco lo que yo les digo a mis alumnos ahora, era como ir a comprar ropa a una tienda y esa tienda ser una sola talla y esa talla no le cabe a todo el mundo". Y entonces eso era un problema para la solución de mis problemas estadísticos, de mis datos, de los datos de mis colegas. La ventana que se me abrió cuando conocí R fue justamente la posibilidad de adecuar un conjunto de procedimientos analíticos a los datos y no al contrario ¿sí? Entonces, esa fue, digamos, que esa fue mi primera instancia. Y lo que hice inmediatamente después fue hacer el uso de R demostrativo. O sea, yo les decía a los alumnos esto se puede resolver de esta manera, y yo ya tenía el código escrito y yo corría el código en un cañón para que ellos vieran lo que el código estaba haciendo, pero lo hacía yo, no era ellos que lo hacían y la razón de eso era porque primero, yo no sabía programar completamente por un lado. No conocía el lenguaje lo suficientemente bien como para sentirme con la perfecta libertad y tranquilidad de hacer las cosas, digamos, en vivo, frente a un grupo, por un lado y, por el otro, porque pensaba que si yo no podía hacerlo los alumnos muchísimo menos. El descubrimiento sensacional fue encontrar que existían otro conjunto de estrategias de enseñanza de las matemáticas, que utilizaban lenguaje de programación incluso con niños muy chiquititos, que no sabían lenguaje de programación, ni y a lo mejor tampoco sabían de la complejidad que ese lenguaje podía estar encerrando, ¿no? Y que sin embargo eran perfectamente capaces de escribir ese código, entender lo que

estaban haciendo, el porqué y el para qué, con una instrucción simple, ¿no? En un contexto simple. Y que eso pudiera producir un resultado que ellos pudieran efectivamente interpretar adecuadamente. Cuando conocí eso y lo conocí a través de logo y de las tortugas, y de, este, el construccionismo y de Mindstorms y de etcétera. Lo que pensé fue, hijole, a lo mejor es posible utilizar R para enseñar estadística, justamente aplicando, o intentando aplicar esa lógica.

Entrevistadora: Esa misma idea.

Profa. Mayra: Sí.

Entrevistadora: Extrapolarla. ¿Cómo podría describirme usted este proceso que ha sido incorporar R y cambiar de mostrarlo, mostrar el procedimiento, lo que se puede hacer, a alentar a los alumnos a intentar generar su propio procedimiento, a intentar entender y comunicarse con R, comunicarse con ese concepto estadístico? ¿Cómo ha sido?

Profa. Mayra: Este. Bueno. Creo que, lo que, la forma como lo empecé a hacer fue pensando en la necesidad de crear unas prácticas de laboratorio que introdujeran el lenguaje de R, poco a poco, y luego descubrí que el poco a poco no tenía que ser tan poco a poco, que podía ser bastante más de chapuzón ¿no? Pero al principio si era, la sensación que me daba es que esto si tiene que ser muy poco a poco ¿no? Y que, a través, a lo mejor, de actividades que tenían objetivos muy simples de aprendizaje: entender el concepto de variabilidad, entender el concepto de... de la media, la desviación estándar, la varianza, qué representan en una muestra cómo se pueden comparar dos cosas distintas, gráficamente, en términos numéricos, ¿sí? Esa fue, como que, el inicio ¿no? Y luego me di cuenta que lo que podía hacer era prácticamente cada una de las unidades temáticas de un curso, intentar encontrar cuales eran los objetivos esenciales que, deberían de aprender, y enfocar un conjunto de instrucciones, este, que tenían que estar dadas sobre un conjunto de datos, que tenían que tener un contexto particular porque es muy importante establecer una pregunta de investigación, por lo menos.

Entrevistadora: ¿Instrucciones en el sentido de requerimientos para los alumnos o instrucciones en el sentido del lenguaje de programación?

Profa. Mayra: Instrucciones en el sentido de, a ver, a lo mejor, instrucción no es la palabra, a ver, a lo que me refiero es a, decirles en la práctica el paso a paso o el llevar de la mano a los alumnos, lo que involucraba era, existe esta situación, o este problema o este contexto; hacer una primera pregunta que pudiera, que podía ser, por ejemplo, si estabas explorando el concepto de variabilidad, este. “¿En qué difieren estas dos muestras? Difieren en”, entonces sugerir a través de una instrucción, sugerir, “difieren en sus valores de tendencia central, difieren en su dispersión”, eso ponerlo en la práctica ¿sí? y entonces esa instrucción estaba muy pormenorizada ¿no? y al principio pensaba, ok hace falta hacer eso muy poco a poco y luego eso, por ejemplo, para explorar el concepto de variabilidad, pero luego eso si yo quiero explorar el concepto de ... descomposición de la varianza en una ANOVA. ¿Cuáles son las instrucciones que van a permitir a un alumno explorar eso gráficamente, explorar eso numéricamente, explorar eso estadísticamente? Y entonces hacer un conjunto de preguntas que obligaba a los alumnos a tener que ir a la salida de un ANOVA, de una tabla de ANOVA, a ir a buscar ahí, ciertos valores que eran los valores numéricos que les iban a dar una respuesta a la pregunta que tenían que contestar en la práctica. Hacer lo mismo gráficamente, obligarlos a relacionar lo que estaban viendo en una gráfica con ese valor numérico, hacerlos reflexionar sobre la magnitud de esa diferencia, o de esa variación, o de ese número en términos del problema en general, en términos de las unidades que estaban siendo utilizadas si eran gramos, centímetros, lo que fuera, ¿sí? La, era, era, el objetivo de las practicas se convirtió en, un objetivo que yo no había sido capaz de ver que era encontrar en cada una de esas unidades temáticas, cuáles eran los conceptos esenciales que tenían que aprender, ¿sí?

Entrevistadora: Sí, sí.

Profa. Mayra: Y entonces, como, como tenía que pensar en las preguntas específicas, eso me obligaba a identificar esos objetivos específicos.

Entrevistadora: O sea, todas estas consideraciones son parte del, de los diseños de sus actividades.

Profa. Mayra: Sí.

Entrevistadora: ¿Ha utilizado otro recurso con este mismo objetivo? O sea, otro lenguaje de programación, quizá.

Profa. Mayra: Nunca, no me atrevo. (Risas) No, no es no me atrevo, lo que pasa es que R, creo que no lo conozco ni siquiera en la superficie. Entonces tengo la sensación de que me faltan tantas cosas que puedo explorar con R. Y que, a lo mejor están relativamente bien exploradas en las actividades más simples, correspondientes, a

los, a los conceptos más simples; no así en los más elaborados. Y también creo que hay otro, otro elemento aquí que cuenta mucho es que las clases de estadística que yo he dado, son clases de estadística relativamente básica. Un curso de probabilidad y estadística, un curso sobre diseño experimental, ANOVA, regresión lineal; esos son los que doy con mucha frecuencia y desde hace mucho tiempo. El hecho de darlos con esa frecuencia me ha permitido ir perfeccionando estas actividades, ¿sí? y dándome cuenta, no eso no lo puedo preguntar en este momento, esto lo tengo que preguntar más adelante, esta pregunta aquí está mal formulada, no estoy haciendo, no estoy siendo clara en cuál es la respuesta que busco, esta gráfica no es la mejor manera de ver esta respuesta, esta relación entre este número y esta gráfica no es la mejor manera de... ¿no? Y, ir modificándolas. Los cursos más elaborados, un curso de análisis multivariado y este, ahorita, de modelos lineales generalizados, o sea, los he dado muchas menos veces, ¿sí? entonces no tengo la suficiente retroalimentación ¿sí?

Entrevistadora: Aún.

Profa. Mayra: Para ir haciendo como actualizaciones de las actividades, como modificaciones puntuales, que van haciendo esto una cosa más fluida. Me vuelvo a replantear si efectivamente es tan buena idea poner el análisis exploratorio de datos después de una práctica de validación de los modelos mediante análisis de regresión. Me lo vuelvo a plantear, por qué, porque no estoy segura de lo que sea lo mejor. Creo que sí, intuitivamente pienso que sí, tengo motivos para pensar que sí, pero me doy cuenta de cómo se traban, de cómo se, llega un momento en el que no saben qué va primero y qué va después.

Entrevistadora: Ok. Ya que me mencionó como, como conoció esto de la programación, en, en la enseñanza, que está informada sobre el construccionismo, etcétera, ¿utiliza los resultados de la investigación, este, para informarse y generar sus propuestas? O sea, me refiero a la, los resultados de investigación en Matemática Educativa...

Profa. Mayra: En realidad no.

Entrevistadora: ...En la enseñanza de la estadística...

Profa. Mayra: En realidad no y no lo hago porque no tengo tiempo. En realidad, no lo hago, en realidad mi aproximación a esto es absolutamente empírica. Completamente empírica. De los únicos lugares a donde puedo ir a beber algo es en, a partir de, estos contactos, el contacto que tengo contigo, el contacto que tengo con Ana, ¿sí? Algunos contactos que he tenido en algunos congresos. Pero no es ni de una manera formal metódica, sistematizada, formalizada, ni tampoco lo es de una forma, digamos, autodidacta, de ninguna de las dos, ¿sí? Es simplemente, hago lo que hasta ahora he hecho y lo repito y lo mejoro y, intuitivamente, lo voy haciendo, pero no, no estudio.

Entrevistadora: Esta bien sólo es para, para quedar claros.

Profa. Mayra: Ahora, eso no quiere decir que no quiera ¿sí? Estoy convencida de que, si pudiera, yo, entender, saber, conocer esos procesos de aprendizaje y su estudio digamos, este, formal podría encontrar muchísimos más elementos y esos elementos los podría incorporar de una manera formal ¿sí?

Entrevistadora: Tal vez podría encontrar que lo que usted está haciendo, hace falta informarlo también.

Profa. Mayra: A lo mejor.

Entrevistadora: Bueno, en el cuestionario también nos mencionó que utiliza ciertos materiales multimedia y repositorios de datos con una frecuencia menor a la que utiliza R, entonces... Eso decían los datos.

Profa. Mayra: ¿A dónde?

Entrevistadora: En el cuestionario. Porque recuerda, había una pregunta en donde decía, "cuáles de estos datos, cuáles de estos recursos utiliza" y venían una serie de paquetes estadísticos y algunas otras cosas como calculadora, Excel, repositorios de datos y entonces venía la posibilidad de indicar qué tanto se utilizaban esos, esos otros recursos, entonces usted marco de, solamente R en, como "mucho", muy usado, y marcó materiales multimedia, repositorios de datos y hojas de cálculo, como "poco", "muy poco".

Profa. Mayra: Poco, sí.

Entrevistadora: Entonces, este pues, al respecto quisiera saber, esos otros materiales como los obtiene, como los usa, si los usa para preparar clases tan solo, durante las clases, para dejarles tareas o para la evaluación incluso.

Profa. Mayra: Los otros materiales son, a ver nada más repítame porque no me acuerdo muy bien.



Entrevistadora: Materiales multimedia que pueden ser este videos, no sé, algunas cosas que se puedan obtener de la red, y repositorios de datos, bueno, los repositorios de datos pueden ser las mismas, este, datos que están ahí como la, como estos datos de Iris que están ahí, ya, en R.

Profa. Mayra: Ajá, sí.

Entrevistadora: ¿O se refería a otros?

Profa. Mayra: Sí, exacto, ok. Sí, este, con respecto a los materiales multimedia, creo que sobre todo no los uso directo para dar clase, los uso para mejorar mis clases ¿sí? O sea, lo que si he hecho alguna vez es meterme a ver la presentación de alguien; o meterme a ver, por ejemplo, alguna, algún video ¿sí? que están en la internet para, qué se yo, este, explicar, por ejemplo, estos, este tipo de problemas divertidos que hacen con cosas de probabilidad. ¿Cómo se resuelve el problema de este...? No sé.

Entrevistadora: Monty hall.

Profa. Mayra: Sí, de Monty hall, por ejemplo. Cosas de esas y tratar de incorporar eso dentro de una actividad, o dentro de una pregunta, o dentro de una actividad, o dentro de un juego con los alumnos ¿sí? eso es una cosa, poco pero lo he hecho. Con respecto a los repositorios de datos, lo que ocurre o lo que me ocurre a mi es que tengo justamente por desarrollar una práctica de análisis estadístico de datos tengo muchos alumnos a los que asesoro y que las juegos de datos de sus trabajos me los quedo, yo los tengo y entonces son esos datos los que yo utilizo para mis practicas ¿? algunos son exactamente tal cual están los datos, otros los modifico de acuerdo a determinadas características o rasgos, o... o procedimientos que quiero aplicar en clase que quiero que los alumnos sean capaz de reconocerlos y de entenderlos y otros los usos como una forma que me permita a mi simular datos, ¿no? Como, como, una, una, una, un contexto particular que me permita a mi simular datos dentro de ese contexto, para la, para generar un conjunto de datos y entonces utilizar esos datos este, como si, como si hubieran salido de ese, de ese estudio, digamos, pero los datos están inventados. *Iris*, *bumpus*, este... datos en R como por ejemplo hay uno que se usa un montón, en un montón de librerías que son unos datos sobre coches ¿sí? Esos los suelo usar por ejemplo para generar situaciones diferentes a las que yo conozco normalmente ¿sí? porque yo no trabajo ni con los pajaritos de *bumpus*, ni tampoco trabajo con las flores de iris, ni tampoco trabajo con coches. Entonces los uso más para eso.

Entrevistadora: Ok. ¿Qué otros recursos, que no sean tecnológicos, utiliza ya sea para preparar sus clases, durante las clases o para su práctica diaria, o sea al respecto de la estadística, claro?

Profa. Mayra: ¿Que no sean tecnológicos?

Entrevistadora: Pueden ser libros, tablas, este...

Profa. Mayra: Tablas las deje de usar, completamente, no reviso tablas...

Entrevistadora: Lo entiendo, lo entiendo...

Profa. Mayra: Libros, sí, muchísimos. Muchos libros. Sobre todo, utilizo libros para, otra vez, obtener juegos de datos que me puedan resultar interesantes. Los uso para entender, para estudiar y para leer acerca de, eso, *GLMs*. Los uso para... para mis clases y para mi práctica, libros sí, mucho. Y son en su mayoría libros especializados en estadística para biólogos o para situaciones de, de, dentro del contexto de las ciencias ambientales y ese tipo de cosas ¿no?

Entrevistadora: Hay una cosa que a mí en lo particular me llama la atención cuando se incorporan las tecnologías a la práctica docente y es la cuestión de la evaluación ¿Cómo son sus evaluaciones, ya que sus alumnos prácticamente todo el tiempo están trabajando con el ambiente? y, pues también me interesa conocer un poco la evolución de esas evaluaciones desde, desde antes de tener una propuesta así de armada como la que tiene ahorita hasta este momento.

Profa. Mayra: Hasta este momento. Sí. Uy sí, ahí si tengo mucho que decir y yo creo que ahí es en donde yo me siento, son más posibilidades digamos es en donde está la mayor de las áreas de oportunidad. Porque hago un esfuerzo muy grande por tratar de hacer evaluaciones que sean representativas, que realmente si acompañen y representen lo que yo supongo que los estudiantes están aprendiendo y acerca de su desempeño. Yo creo que al inicio mi..., la mayor parte de mis evaluaciones eran exámenes en el salón, individuales; cuando mucho eran exámenes en equipo a casa y lo que planteaban eran un problema y resuelve el problema, y cuando mucho lo que planteaban eran, a lo mejor, una serie de pasos en esa solución del problema y estaban, la mayoría de ellos, relacionados con la identificación de una hipótesis, el planteamiento de una pregunta de investigación, que obtenía uno de la información que estaba dada en el problema, la elección de un procedimiento en particular para resolver ese, ese particular problema y su aplicación y su

interpretación final. Ahora no. Ahora voy mucho más a fondo en las evaluaciones, hago muchas más preguntas que tienen que ver o que están diseñadas y pensadas para saber si los estudiantes realmente pueden, primero, explicar el concepto, si son capaces de ellos explicar el concepto. Segundo, si son capaces de utilizar ese conocimiento para responder a preguntas tramposas, preguntas que tiene este, la intención de, digamos, este, de buscar mucho más allá. Por ponerte un ejemplo, este, hacer una pregunta, tener un problema y decir "Ok. Aquí en este caso el valor de  $f$  puede valer entre 0 y 1, puede valer algo entre 0 y 1. ¿Si y por qué?, o ¿no y por qué? ¿El valor de  $f$  puede ser un valor negativo?, ¿sí o no, y por qué?" Por decir algo. Otra situación por ejemplo en una prueba de  $t$ , pareada, preguntar a los alumnos la siguiente, esta pregunta ¿no?, "se aplica una prueba de  $t$  pareada y se encuentra una solución y nanana..."; y la siguiente pregunta dice "hay un referí, un árbitro ¿no? que acaba de revisar un trabajo publicado con este análisis y encuentra que hay una de los dos, este, muestras que tiene una varianza mucho más grande que otra, ¿eso representa un problema interpretativo para el resultado, o no?" O explicar "el referí considera que esto representa un problema interpretativo y que la interpretación, o la conclusión de este problema no es adecuada o no es correcta porque existe una varianza mucho más grande que la otra y se trata de una prueba de  $T$  pareada ¿Esto es realmente un problema o no? Explica por qué." ¿Sí? Entonces, obligar de alguna manera con la pregunta a ver si los estudiantes están entendiendo lo que una prueba de  $T$  pareada hace y cómo una prueba de  $T$  pareada elimina de facto el problema de que las dos varianzas puedan ser distintas, ¿sí?

Entrevistadora: Sí.

Profa. Mayra: Entonces, ese tipo de preguntas que son preguntas que están dirigidas muy específicamente a profundizar en ciertos conceptos ¿sí?. Operativamente esos exámenes son muy diversos, muy diversos ¿sí? En particular en los últimos 4 años incluyo una evaluación que la encuentro tremendamente ilustrativa, tremendamente interesante, y que creo que tiene mucho potencial y es que hago un examen que es oral y grupal al mismo tiempo, este examen se desarrolla de la siguiente manera, este en grupos de 5 o de 6, no muchos más grandes que eso, todos los alumnos cada quien tiene una terminal de computadora, cada quien tiene el problema en su computadora, yo leo el problema en voz alta y yo tengo un conjunto de preguntas que están organizadas de cierta manera y que lo que pretenden es ir haciendo preguntas personalizadas, yo dirijo la pregunta a un alumno en particular, luego a otro alumno en particular, y así sucesivamente, yo sé, yo dirijo la pregunta a quién y las preguntas pueden ser muy simples, medianamente complejas, y otras preguntas muy complejas. Intento siempre que haya, algunas preguntas que cualquiera puede contestar, de tal manera que, si hay alguien que no las puede contestar, pues ese alumno se va a destacar por un desempeño particularmente malo. Intentar incluir siempre una pregunta que yo creo nadie va a poder contestar, de tal manera que si hay algún alumno que si la puede contestar ese alumno se destacará por ser uno con un desempeño particularmente alto, ¿sí?. O sea, buscar esos extremos que me permitan efectivamente como referenciar el resto del grupo dentro de algo que sea medible ¿no? Esos exámenes tienen otra característica muy interesante y es que, como van respondiendo de manera oral, todos están oyendo lo que los demás están contestando. Eso funciona como un sistema de retroalimentación grupal instantáneo. Entonces, el alumno contesta bien y yo le digo "eso está bien respondido", todo mundo entonces está en ese nivel de entendimiento del problema ¿sí?. La siguiente pregunta, la siguiente pregunta, el alumno no contesta bien digo "a ver, eso no está bien respondido, o no está parcialmente bien respondido". "Fulano de tal, ¿puedes completar lo que tu compañero dijo, lo quieres modificar, quieres decir otra cosa?" y entonces la tercera persona modifica, cambia, sugiere, hace observaciones sobre lo que el otro compañero dijo. "No, yo no estoy de acuerdo en lo que él dijo, yo pienso que..." y trantrantrantran. Yo, contesto "eso esta correcto" o "eso esta incorrecto" o "eso esta parcialmente correcto" o lo que sea, de tal manera que todos están todo el tiempo oyendo su respuesta y encontrando una retroalimentación inmediata a lo que esa respuesta,... si esta correcta o no.

Eso tiene 2 efectos que son interesantes: el primero es que estoy convencida de que durante los exámenes es cuando los alumnos más aprenden. Absolutamente segura de eso. Primero porque están tensos y nerviosos, alertas, preocupados por su desempeño. Entonces quieren saber entender ponen toda su atención en la respuesta esa respuesta lo que tiene es una consecuencia enorme en términos de aprendizaje ¿Sí? En ese momento saber si estoy mal o estoy bien tiene implicaciones mucho más importantes que en un salón de clases, "a mí qué me importa lo que estoy diciendo finalmente no estoy siendo evaluado". Es un ambiente de mucha mayor, mucho más relajado. Esa es la primera, pero la segunda, yo creo que es un elemento

interesante de esta manera de hacer la evaluación; es que nos tiene a todos siempre en una fase de el análisis que es la misma. Me pude haber equivocado antes o no, o pude haber intentado ir por un camino y ese camino no era el correcto, entonces me vuelvo otra vez a acomodar en todos en la misma página. A partir de aquí vuelvo otra vez a insistir en el siguiente paso del procedimiento y esto tiene una ganancia, porque la estadística no es un problema de una respuesta “sí o no”, es un problema de una respuesta que puede ser muy buena llevada por determinado camino, o no, dependiendo de cómo la interpretes; dependiendo de cómo avanzas en ese procedimiento, si optas por este camino u optas por este otro. Sí una vez que optaste por este ahora concluye esto o concluyes lo otro. No son preguntas cerradas, son preguntas que, en la mayor parte de las ocasiones, depende mucho de cómo construyes el argumento detrás de la respuesta. Entonces, eso sí se puede hacer cuando tú tienes a todo el salón o a ese grupo que está siendo evaluado todos en la misma página porque tú sí puedes ir a buscar más allá. de otra manera si un alumno se va por el camino incorrecto y tú no tienes la posibilidad de redirigirlo, entonces ya no tienes la posibilidad de ir a ver si aprendió determinadas cosas que están en una fase más avanzada de ese procedimiento.

Entrevistadora: Entiendo. Una propuesta de evaluación bastante interesante.

Profesora: No les gusta. Se sienten muy nerviosos. Es una propuesta interesante, pero tiene un par de desventajas importantes. La primera es que es definitivamente un tipo de evaluación que, si tú tienes un alumno que no es... un alumno particularmente verbal, no necesariamente sabes lo que ese alumno está aprendiendo o no está aprendiendo; y no es un problema del conocimiento que tiene, si no es un problema de la situación en que se lo estás planteando. Entonces esos exámenes no funcionan con alumnos que sean particularmente tímidos particularmente inseguros. Sin embargo, es una evaluación que, por ejemplo, lo que hace es distinguir cuando están todos en una ambigüedad, alrededor del 6, es un examen que los separa en “los que sí” y “los que no”. Te ayuda a hacer esa distinción, si es una evaluación que permite hacer esa distinción, porque es un examen duro. ¿Sí? Y desde luego por ejemplo cualquier alumno que repite de forma automatizada un procedimiento, en este examen no puede.

Entrevistadora: Claro, rompe por mucho el esquema anterior, al que están acostumbrados. ¿Estas evaluaciones son entonces periódicas o sólo es una evaluación al final del curso?

Profesora: No, en un semestre yo hago 3 evaluaciones en general. La primera, normalmente, es un examen escrito en general, con computadora abierta, libro abierto, etcétera. Todos los recursos que quieran, puedan y deseen, la única restricción es que no pueden hablar con nadie más y tampoco comunicarse por internet ni por teléfono ni por WhatsApp ni Facebook con nadie más. Es la única restricción. la segunda evaluación es un examen de debate. Lo he hecho un par de veces y funciona bien. En donde hay un juego de datos o 2 juegos de datos y entonces hay un equipo de 3 o cuatro personas que tienen que responder y resolver una problemática, otro con otra y luego tienen que hacer una exposición. Este examen fue muy lindo, lo aplique con un grupo que era particularmente bueno, lo que hicimos fue hacer cuatro equipos en el salón y el examen consistía en 2 partes. Una primera parte era, se sentaban con el problema en equipo y lo resolvían en equipo los cuatro equipos, cuatro problemas distintos. Luego venía una segunda fase en donde tenían que hacer una exposición oral de la forma en que habían resuelto eso, con una presentación powerpoint, que tenían que preparar en el momento. No se la llevaban a casa, tenían que hacerlo en ese momento. Generar en ese momento los gráficos que querían mostrar. En ese momento, mostrar un diagrama de flujo sobre cuál era el procedimiento que habían seguido, la conclusión y la interpretación; los problemas que esa interpretación podía tener, y durante esa segunda fase los demás equipos tenían que hacer preguntas. Entonces la calificación estaba hecha de las tres partes: cómo lo resolvían por escrito, cómo lo resolvían de manera oral en una presentación, y qué preguntas hacían a los otros equipos.

Entrevistadora: No eran las que respondían, sino las que planteaban.

Profesora: Las que planteaban. Entonces tenían..., les expliqué que cuál era el objetivo de este examen, se trataba de preguntas que fuesen reveladoras, no preguntas bobas y superficiales tenían que hacer preguntas que fueran profundas y reveladoras. Y eso les encantó. Eso les resultó de lo más divertido. Y se enfrentaron a la dificultad de tener que hacer preguntas que fueran reveladoras. Hacer una pregunta difícil requiere un conocimiento, sino no la puedes hacer. entonces fue muy interesante. Fue un ejercicio muy divertido y lo quiero volver a implementar.

Y el tercero es un examen oral. En estas condiciones o en otras. Hay veces que esos exámenes han sido, por ejemplo, individualmente, orales, pero individualmente. Eso no tiene el mismo...jugo, no lo tiene. Yo tengo un

seguimiento muy preciso de lo que ese alumno está haciendo pero no tiene el mismo... Estoy tan convencida de que el aprendizaje máximo es porque, se publican los errores, se vuelven públicos los errores. Hacer una pregunta, intentar responderla, equivocarte en ella, es la mejor manera de aprender tú y de los otros. entonces eso es algo que fomento en clase.

Ahora esos 3 exámenes constituyen el 60% de la calificación. El otro 40% se divide en 2 partes. Una parte de es su asistencia a clase, a través de... no es estar sentado en clase, no les pasó lista, pero es estar en un salón de clases activamente haciendo preguntas, activamente participando, activamente discutiendo. Esa calificación normalmente la hago de forma muy subjetiva y es durante la clase. Anotó, tengo mis notas. Anotó Fulano de tal, 9, 10,8,6, éste lo hizo muy mal hoy, 5, él estaba viendo videos, 2. Hago ese tipo de evaluaciones generales Eso constituye el 20% de la calificación. El otro 20% son las actividades que las resuelven en equipos de 2 personas máximo 3 personas y luego en la clase intercambio al azar, a veces con un poquito de mano negra, no tan azarosamente, para que a cada equipo le toque calificar la actividad de alguien más, de otro equipo. en este caso las calificaciones son muy mal, mal, medio bien y bien. Sólo cuatro. Les doy una pauta general sobre un criterio general, pero los dejo que ellos asignen las calificaciones. Una calificación por cada número o sea por cada pregunta digamos por cada numeral. Y hay un equipo que pasa al pizarrón y hace la exposición de la respuesta completa, y yo lo que hago es que en determinados momentos intervengo y entonces digo " alguien más contestó esto...", "esto no supimos cómo se hizo, ¿alguien más supo?". Entonces hay una discusión, tenemos una dinámica grupal en dónde están respondiendo y tienen que evaluar a sus compañeros. Las evaluaciones son siempre mucho más duras de las que hago yo. Ellos se califican entre sí mismos de una forma mucho más exigente. Esas calificaciones ya después las revisó, ajustó, estandarizó y eso constituye el otro 20%. Y la regla es que no pueden pasar la materia sino a un aprobado los 3 exámenes. Aunque su calificación promedio sea de 6 o más, si no han pasado los 3 exámenes no pueden aprobar. Entonces les permito hacer una reposición al final del semestre. O sea, tienen una oportunidad, si reprueban uno de los 3 exámenes pueden hacer una reposición al final del semestre y si lo pasan, entonces... O pueden también, si hay un examen particular en el que no les fue muy bien y quieren subir su calificación, tienen una oportunidad de volver a hacerlo. La condición es que renuncien a la calificación anterior

Entrevistadora: Entonces estos, todos estos cambios en la evaluación, en particular, y en el formato de la clase también, por supuesto, seguramente implican un cambio en el rol de los de los alumnos y de su desempeño. Me podría decir algo acerca de esto.

Profesora: Sí. Sí, este, los alumnos no pueden estar en mi salón de clases sin estar ahí. Sí, no los dejo, no es posible. Estoy permanentemente llamándolos a que participen de una forma activa, permanentemente involucrándolos y entonces su participación se vuelve mucho más activa. Están interesados, están interesados en aprender porque les divierte

Entrevistadora: ¿Cómo les divierte?

Profesora: Les divierte encontrar la respuesta a un enigma que exige de ellos un proceso racional y no necesariamente un proceso de memoria automatizado. Le..., se dan cuenta de que... No quieren aprender con R. Muchos no quieren, no les gusta. Había en el semestre pasado, había tres o cuatro niños que, cuando les dije "aquí no vamos a usar otra cosa más que R", ponían una cara de "es que yo odio la programación". Al final del semestre sabían alguna programación y lo que sabían les daba una enorme satisfacción. Esa satisfacción de "¡entendí!", es una satisfacción que se aplaude en clase y la hago muy patente. Soy promotora de decir "ves, lo entendiste". "A ver ¿quién puede responder esta pregunta?" y entonces los ves con muchas ganas de querer responder bien. Están pensando. Les ves las caras de que están concentrados tratando de encontrar la respuesta, porque les parece que es una respuesta que sí es accesible. No les resulta una respuesta lejana. Se dan cuenta de que, si se ponen a pensar, si se ponen concentradamente a tratar de buscar las respuestas si van a ser capaces de encontrarla. esto lo refuerzo todo el tiempo. todo el tiempo les digo que son inteligentes que son listos que lo pueden hacer les digo que es algo que no es difícil que decir pues es difícil lo pueden hacer.

Entrevistadora: Bueno, ahora la contraparte. Su rol, su desempeño en clase ¿cómo ha cambiado?

Profesora: Bueno, obviamente ha cambiado con cierta complementariedad. En la medida en que ellos también son más activos, yo también lo soy menos. Aparte a mí también me cuesta un poco de trabajo. Como la primera que se entusiasma y se motiva muchísimo soy yo. hay veces que me cuesta un poco el trabajo mantenerme

en un segundo lugar. son muchas las veces en que me doy cuenta. muchas las veces en que me doy cuenta en que estoy hablando de más, que estoy insistiendo en una particular manera de responder a la situación. Y creo que exagero en mi papel. Dirijo más de lo que debería y es, es el resultado del entusiasmo y la motivación. No es porque me desespere, al contrario, Entonces hay más una vez en que digo "hay, esto, ... le di demasiada información". ¿Sí? A lo mejor él podría haber llegado sólo por su cuenta. Lo empuje demasiado. Lo ayude demasiado. Me pasa en clase y me pasan los exámenes.

Entrevistadora: ¿Y antes? ¿Cómo era antes?

Profesora: antes yo creo que lo que me pasaba es que me frustraba y me enojaba cuando alguien no sabía. ¿Sí? O sea, me resultaba frustrante que no hubiera del otro lado ese aprendizaje y la posibilidad de mostrarlo. ¿Sí? Creo que ese es el principal cambio, porque ahora, lo que me, lo que me pasa es que hay muchas veces en que me doy cuenta que yo sé exactamente cómo está funcionando su cabeza. Me doy cuenta exactamente cómo está funcionando su cabeza. Por la forma en la que hacen una pregunta, por las caras que ponen ¿Sí? Y entonces este, a donde eso me lleva es a decir "Ay, no, no es por ahí. A ver, espérate. No, por ahí no, mejor tantito para acá". Me llama a intentar ayudarlos porque puedo ver con más claridad qué parte no está funcionando bien, cuál es la parte que no tienen clara. Entonces puedo dirigir y a veces dirijo demás.

Entrevistadora: Entiendo. Entonces, ¿usted diría que ha observado un cambio sustancial de la comprensión por parte de los alumnos de los temas que imparte?

Profesora: Este... comparado con antes, sí, pero no tengo forma de medirlo. Yo pienso que sí. Yo pienso que sí y... la respuesta de los alumnos ante esa pregunta también es que sí. Los cursos tienen muy buena aceptación, los alumnos quieren tomar cursos conmigo, consideran que aprenden estadística conmigo. Les resulta interesante, divertida, justa la clase; lo que pasa es que no tengo una forma de hacer una medición de eso que realmente me diga... efectivamente esto es lo que está funcionando y no es nada más un problema de que yo les caigo bien, o de que yo funciono bien

Entrevistadora: De por sí, ya eso es muy complejo, creo. Medir la comprensión es bastante complejo. Quitando muchísimos factores, uno no se puede meter tanto en la cabeza de los alumnos.

Profesora: Una cosa que sí es cierto es que desde que utilizo R, y aquí también no puedo distinguir por qué motivo es, y voy a intentar explicarte qué es lo que he pensado. Desde que utilizo R, lo que si me encuentro es con muchos más estudiantes, exalumnos míos, que regresan a mi cubículo y me dicen que quieren revisar un código conmigo, que quieren... Y pues han adoptado R, claro que han adoptado R, la mayoría. ¿Sí? Ahora, lo que yo no sé y no sé hasta qué punto es porque: a) aprendieron con R, si hubiera usado Statistica, harían a lo mejor algo similar con Statistica. No lo hacían, no lo hacían, pero puede ser. Dos, R es "el programa". ¿No? Si tú eres una persona que sabes R, tú te distingues del resto. O sea, da caché. ¿Me entiendes? No sé si es eso. Y la tercera que sería la que me gustaría más, ¿no? es si lo que ocurre es que utilizan R para aprender de la misma manera en que lo hago yo, con los análisis de mis datos. Y entonces lo que quieren es encontrar a alguien con quien tener esa retroalimentación, ¿Sí? Que teníamos en la clase y me buscan a mí porque la tenían conmigo en clase.

Entrevistadora: Muy bien, muy bien. Bastante interesante. Y bueno, ahora vámonos a otro aspecto un poco diferente que es... Pues muchas veces el programa está marcado y hay que seguirlo. ¿Usted considera que el programa de estudios es compatible con el uso de recursos tecnológicos, en general? Y bueno, en particular con el recurso tecnológico que usted ha adoptado, que es R. ¿O que sería necesaria alguna modificación al respecto del programa?

Profa. Mayra: Al respecto del programa... Este... Si, o sea, el plan de estudios de estas materias que yo imparto. Este... Una pregunta difícil...

Entrevistadora: Un poco porque lo que yo veo es que usted ya tenía un programa desde hace bastante tiempo y ha estado adaptando este recurso para poder seguirlo, ¿no? Pero podría ser que las posibilidades que plantea utilizar este recurso en clase le permitan replantear también el programa. Ahorita, primero habría que distinguir si es compatible. Parece, parece como que sí y, si no, qué modificación sería necesaria.

Profa. Mayra: Yo creo que en general si es compatible. Porque creo que la principal limitante es la amplitud de los contenidos. Y los dos programas, de los que estoy todo el tiempo haciendo referencia, y son fundamentalmente los dos de licenciatura. ¿Sí? Uno de ellos es un programa no demasiado ambicioso. A lo mejor sería más eficiente si la colega con la que doy clases, diera clases de la misma manera en que la doy yo. ¿Sí? Que no lo hace. Ahí me refiero a el curso que se llama Probabilidad y Estadística. Las primeras cinco

semanas del curso son impartidas por una colega que da clases junto conmigo, y que no utiliza R, ni utiliza este sistema ni utiliza ningún otro, ni remoto ni cercano. Y entonces hay, yo creo que ahí hay una falta de eficiencia en la utilización del tiempo. ¿Sí? Y entonces es un semestre que siempre me queda un poquito corto. Y no se consigue abarcar la suficiente..., con suficiente tranquilidad y profundidad algunos de los últimos temas. ¿Sí? Cosa que no ocurre en la siguiente materia, porque la siguiente materia, digo siguiente porque es la que doy en el siguiente semestre. Que también es un elemento importante, o sea, estos alumnos están conmigo un año completo y entonces los conozco muy bien.

En el siguiente semestre es un, es un plan de estudios, o un programa de la asignatura mucho menos... No creo que sea menos ambicioso, yo creo que también es ambicioso, pero que yo consigo completar de una forma más armónica y más tranquila. Entonces creo que la limitante fundamental es la cantidad de contenidos ¿Sí? Ahora, hay, por ejemplo, ciertos contenidos que no son cubiertos y que sería súper interesante explorar que es, por ejemplo, todo lo referido a estadística bayesiana. Eso no está en el programa, por ningún lado. Y cada vez resulta más frecuente sus aplicaciones, sus usos en estudiantes que están, o terminando la licenciatura o estudiantes del posgrado. Y no hay nada de estadística bayesiana. Y yo creo que sí es un..., es otra manera, otro, otro marco teórico, otra aproximación diferente, ¿no? Que pudiera ser interesante explorar. Ahora sí, no hay manera de eso, por ejemplo, meterlo dentro de este, de este curso. ¿Sí? O sea, tendrías realmente que tener un curso optativo sobre estadística bayesiana, por ejemplo.

Entrevistadora: Entonces, ya para terminar, para puntualizar, las dos materias que dan son "Probabilidad y Estadística" el primer curso al que hace referencia y el segundo...

Profa. Mayra: Se llama "Planeación y Análisis de Experimentos" y es principalmente diseño experimental. O sea, ANOVA y control de la variación, regresión lineal...

Entrevistadora: Pues creo que eso es todo así que le agradezco mucho.

# APÉNDICE C. ENTREVISTAS CON ALUMNOS

---

Aquí se presentan cuatro entrevistas a algunos alumnos del curso MLG observado de Mayra. Tres de ellas se realizaron a dos alumnos conjuntamente. La cuarta, a un solo alumno. Las entrevistas fueron semi estructuradas: su objetivo era conocer la perspectiva de los alumnos respecto al curso dictado por Mayra. Entre otras cosas, se cuestionó sobre su experiencia previa, tanto con la estadística, como con el uso de herramientas tecnológicas para realizar análisis estadísticos, en particular R; y sobre cuáles aspectos de las clases les parecieron novedosos, interesantes, de provecho, o bien, un reto.

## ***Entrevista 1***

Entrevistadora: Para que te vayas acostumbrando. Este, sí. Bueno no es la gran cosa es como que, un poquito para conocer su opinión y el qué han hecho antes, el cómo lo sienten en comparación con lo anterior.

Entonces, en ese sentido, pues, primero quisiera que me comentaran, cuál es su opinión respecto al curso, como lo sienten, les gusta, no les gusta.

Ambos alumnos: Sí.

Entrevistadora: Bueno primero díganme su nombre para que en el audio sepa reconocerlos, ¿no?

Alumno 1: Okey, pues no se si la propuesta era alternar o te enfoques con alguno.

Entrevistadora: No, si alternadas, o sea, saco la pregunta la responde uno y luego ya el otro después enseguidita.

Alumno 1: Ah, okey, pues empieza tú.

Alumno 2: Okey, ¿ya están grabando?

Entrevistadora: Ya.

Alumno 2: Ah, mi nombre es Alumno 2, tengo formación de biólogo pesquero.

Entrevistadora: ¿Estás en la maestría?

Alumno 2: Ah, sí estoy en primer semestre de la maestría en ciencias con especialidad, en enfoque en acuicultura.

Entrevistadora: ¿Acuicultura?

Alumno 2: Sí acuicultura

Entrevistadora: Y entonces, ¿cuál es tu opinión?

Alumno 2: Ah mi opinión, del curso, así en general... Em, bueno, ya había tomado anteriormente dos cursos, me parece, pero no habían tenido en enfoque tan específico que me detallara o ayudara a mí a conocer y aprenderme los comandos y las funciones de como pues desarrollar las estadísticas mediante la herramienta "R". Así que lo veo muy provechoso el curso, porque no solamente tienes el enfoque a la programación, si no qué de ante mano nos estamos esforzando, eh incluso estamos aprendiendo cosas nuevas de la base de estadística, que es también una parte importante. No solamente es importante obtener los resultados, si no saber que procedimiento se llevó a cabo para obtener el resultado. Entonces me parece muy bien estructurado lo que ha sido el curso. Quizá un poco el lado negativo, pero no viene del profesor, sino también de uno mismo, es la cantidad de información que hay que asimilar en cinco días de clase. Entonces es una cuestión de tratar de aprender lo más que se pueda en esta semana de clase y, posteriormente, es cuestión de uno

tratarlo de reforzar, pues en una semana no vamos a guardar o almacenar en nuestra mente toda esa información, si es muy complicado asimilar demasiados conceptos en un corto tiempo. Sí.

Entrevistadora: Bueno, no sé. Ahora sí, tu opinión.

Alumno 1: Mi nombre es Alumno 1, soy estudiante también de universidad en maestría, pero hace con enfoque a manejo ambiental.

Entrevistadora: ¿Eres biólogo también?

Óscar: No, yo soy de formación de gestión de zona costera y el curso pues la verdad me ha gustado mucho.

Como lo comentaba mi compañero, aparentemente se ve muy denso cuando uno ve el contenido, pero con la doctora ha sido muy dinámico. En lo que es en respecto a los conceptos han reforzado muy bien la parte de la estadística, y al usar el programa, porque no solo nos ha enseñado los comandos, sino también a interpretar y como va ejecutando el mismo programa el procedimiento y eso nos da un mayor acercamiento entre la parte teórica y la práctica. Desde mi punto de vista pues me va a ayudar con..., porque yo soy de primer semestre y todavía no tengo datos de trabajo de investigación, pero me va a ayudar a escoger los modelos que más se ajusten y los más adecuados.

Entrevistadora: Ah ok, entonces ¿ya habían tenido cursos aquí de estadística o quizá en...?

Alumno 1: Tuvimos un curso de efectos estadísticos y al final abordamos dos o tres ejercicios en R, sin embargo, no, no, sólo fue la ejecución de comandos y algunas interpretaciones, pero no tan a fondo como lo hemos hecho en este curso.

Entrevistadora: ¿También vieron modelos lineales?

Alumno 1: Vimos solamente modelos lineales y... Vimos uno de estos, un análisis multivariado.

Alumno 2: No, sólo lineales.

Alumno 1: Sí, hasta ahí llegamos, regresión logística.

Entrevistadora: Sí, supongo que el curso abarcó también inferencia estadística, modelos de, prueba de hipótesis, etc.

Ambos: Sí, sí.

Entrevistadora: Pruebas de medias..., pero hasta regresión lineal llegaron. Bivariada, nada más, ¿no?, ¿si hicieron múltiple? ¿Regresión lineal múltiple?

Alumno 1: Sí, Regresión múltiple, es la que hicimos.

Alumno 2: Sí, pero nada más como dos.

Alumno 1: Sí, y ya se acabó el curso.

Alumno 1: Sí, hasta ahí llegamos, regresión logística.

Entrevistadora: Sí, supongo que el curso abarcó también inferencia estadística, modelos de, digo prueba de hipótesis, etc.

Alumno 1: Con el tiempo encima, no aterrizamos como uno quisiera.

Entrevistadora: Con el tiempo encima es complicado. Aparte de R, ¿utilizaron otra herramienta en el curso?

Alumno 1: Estuvimos usando *Geogebra* para encontrar valores críticos y las probabilidades de sus valores.

Usamos *Gpower* para cuestiones de ver el tamaño de muestra para antes de...

Alumno 2: Análisis a priori, análisis post.

Entrevistadora: Ajá.

Alumno 2: Aparte utilizamos el *Sigma Plot*, *Statgraphic*.

Alumno 1: *Statgraphic*

Entrevistadora: Entonces ¿si hubo una variedad de herramienta?

Alumno 2: Sí, si hubo una variedad de herramienta, pero bueno, en mi caso, como que utilizar una variedad de herramientas a mí me termino confundiendo un poco. Porque yo tenía como que bases, ya había manejado el *Statistic* entonces, cuando empecé a utilizar esta otra herramienta, a veces no me daban los resultados iguales y, aparte, en las formas en que tu metes los datos en esos programas es diferente. No es lo mismo meter los datos en *Statistic* que meter los datos en estar *Statgraphic*, lo tienes que meter en forma diferente, entonces como que te puedes confundir un poco.

Entrevistadora: Estas varias herramientas, entonces cada una las usaban para una cosa en particular ¿no?

Alumno 1: Sí.

Entrevistadora: Y luego. ¿Cómo integraban esta información? o ¿ya se quedaba así?



Alumno 1: Eh, generalmente se quedaba así. O simplemente usábamos una herramienta y complementamos con otra o nada más para corroborar información (corroborar información). Pero si a veces se hacía muy seccionado y hasta ahí se quedaba pues, nos faltó esa parte de ....

Entrevistadora: Este, en cuanto a la interpretación entonces era en si sacaban, digamos un contraste hipótesis, ¿hacían la interpretación de eso, pero en el siguiente tema ya no retomaban el anterior? o ...

Alumno 2: Sí, se retomaba siempre,

Alumno 1: Sí, en algunas ocasiones incluso se realizaba, por ejemplo, mediante un enfoque bayesiano y a veces lo hacíamos con el otro enfoque y... del mismo ejercicio para realizar esas diferencias.

Entrevistadora: Ustedes ya utilizaron todas esas herramientas, este, digamos, alguna, bueno, todas esas y ahora que también están trabajando con R, ¿alguna les gusta más? ¿Sienten que tiene más potencial o que la van a seguir utilizando ustedes para sus investigaciones?

Alumno 1: Pues a mí me gustó mucho R, la verdad, porque prácticamente se puede hacer casi todo lo que hacen otras herramientas en una sola. Es mejor trabajar así, que estar seccionando el... Pues esa parte del análisis. Pues R te corre todo lo que necesitas y ya no es tanto trabajo estar interpretando las, los diferentes programas.

Alumno 2: si, también, de todas las que he visto R me gusta, me gusta más. Aunque es la más complicada de todas.

Entrevistadora: ¿Por qué complicaba?

Alumno 2: Porque tienes que, como que, tienes que hacer un trabajo previo para obtener el resultado final. No es como un paquete estadístico, como *Statistic* que metes tus datos y arroja resultados, aquí hay que tener ya un conocimiento previo (si) y es lo que hace, dificulta un poco y un cálculo para empezar a utilizar R. Pero, yo creo que superando ese pequeño gran obstáculo como que las herramientas de R te dan una ventaja sobre las otras. Puedes aplicar cualquier tipo de análisis en R no es como utilizar *Statistic* pero si luego quieres hacer análisis ecológico más robustos tienes que ir a utilizar *Primer*, otros paquetes estadísticos. En R no pasa eso, si ya tienes un conocimiento básico de programación eso te abre el camino para seguir utilizando el mismo programa para todos tus análisis, esa es su ventaja. Y a parte los gráficos están mejores, no se comparan con otros programas estadísticos.

Entrevistadora: Tú, ¿qué opinas, a ti te parece complicado, te gusta?

Alumno 1: Este a mí me gusta y si me parece un poco complicado en el momento en... en el de ejecutar los comandos y en la parte de programación, pero la ventaja es que, con otros editores, con los editores puedes hacer incluso las notas. Ya no te pierdes tanto.

Entrevistadora: Saber que estás haciendo en cada paso.

Alumno 1: Si saber que estoy haciendo y ...

Entrevistadora: Este, ustedes creen por ejemplo que si el curso, si hubiera igual de esta manera como la exposición con la profesora, las actividades, pero con otra herramienta ¿hubiese resultado igual?, ¿hubiere resultado mejor?, o ¿cómo creen que podría haber sido? o ¿creen que si es fundamental esa herramienta dentro de la propuesta de la doctora?

Alumno 1: Bueno, si hubieran utilizado otra herramienta...

Entrevistadora: Por ejemplo, tú que conoces *Statistic* imagínate que, les hubiera pedido lo mismo la doctora, pero con *Statistic*.

Alumno 2: A la final, como que hubiéramos abarcado más cosas porque *Statistic* no, no tiene que aprender nada, como que no tienes que adquirir un conocimiento previo y es fácil, lo aplicas. Pero creo que aquí lo que hay es que ponerle más énfasis es como al potencial que tiene el programa. O sea, si bien con *Statistic* hubiéramos avanzado más, pero no tiene el potencial de R. Entonces como que un aspecto negativo de R es que te tardas un poco más en realizar ciertos análisis, pero el pro o las ventajas que puedes llegar a tener son mucho mayores. Entonces está bien que haya utilizado esta herramienta y aparte ella lo explica muy bien y muy importante lo que hacer ella, como que, a pesar de no ser un grupo tan pequeño, hace bien personalizado lo que son las explicaciones, en cuanto a las practicas. Entonces una parte importante es que nos esté enseñando R, pero al mismo tiempo sepa como enseñarlo, no simplemente, como que sea un curso que tomamos y queda ahí, sino que le está poniendo bastante énfasis como para que nos quede como una herramienta para poder seguirla utilizando.

Entrevistadora: ¿Tu concuerdas?

Alumno 1: Sí, sí. Este, lo que pasa que como yo casi no trabaje, en la licenciatura, casi no trabaje con, con otros programas, pues no puedo hacer una opinión.

Entrevistadora: No sabrías si se puede lograr algo más, o si no.

Alumno 1: Y nada más me quedo con lo que vi en este curso, bueno en ese, esa materia que tomé en primer semestre y con lo que he visto en el curso Yo también hago énfasis en esa parte del potencial que tiene.

Entrevistadora: O sea, esa materia que mencionaron hace rato, ¿la tomaron juntos? ¿Aunque estaban en diferentes niveles? ¿o...?

Alumno 1: Sí, sí.

Alumno 2: Sí, en un curso, sí, de primer semestre. Estadística. Y el profe nos dio como dos clases de..., bueno como cuatro clases de R para venir un poco preparados para el curso. Bueno y lo que hacía énfasis mi compañero es que, creo que antes de esto no habías trabajado con paquetes estadísticos

Alumno 1: No, no.

Entrevistadora: ¿Con programación sí? ¿En algún otro paquete?

Alumno 1: Mmm. no

Entrevistadora: ¿No habían programado?

Alumno 2: Mmm....no, así programado, no...yo los cursos que estuve de R, anteriormente, pero simplemente era de correr y correr, no de escribir datos.

Entrevistadora: Ah, entonces tu no los generabas, el código.

Alumno 2: Simplemente nos dieron análisis estadísticos y nosotros corrimos el programa y ya no lo... No estaba tan detallado como aquí.

Entrevistadora: ¿Cómo sienten este, los ejemplos, la doctora? Por ejemplo, esta parte de la regresión múltiple en lo de los de los planos, etc. Cuesta un poco de trabajo, a lo mejor, explicarlo no, porque ya no estás en una dimensión en la que todo mundo pueda decir "¡ah, sí!". Este ahí se enfoca, por ejemplo, a lo que el modelo trataba de explicar, no, en términos pues puramente estadísticos. Cuando hizo esa explicación ustedes la entendieron, o la entendieron mejor cuando les hablo en términos del contexto que ustedes conocen bien, lo que es la biología, cuando ya les hablo en términos de "imagínense que esta variable es..." pues de las cosas que ustedes dijeron.

Alumno 1: Sí, eh, mmm bien, como que bien importante que, como que la relacionemos con nuestra rama. Porque si puede ser muy confuso de, que, aunque sea algo tan sencillo por ejemplo, abundancia de aves, y yo que trabajo con parásitos, con población de parásitos. A la final, como quien dice, como que me confundo con que sean aves, pero si está bien cuando da ejemplos para que uno empiece como que a ...a relacionar con lo que uno sabe más.

Entrevistadora: Pero si le tomas más sentido cuando lo explica así en términos de la varianza es así, y etc., ¿Sí le tomas sentido cuando hablan solamente en términos estadísticos?

Alumno 1: No tiene que hacerlo más sencillo, más simple.

Entrevistadora: Necesitas aterrizarlo.

Alumno 1: Ajá.

Entrevistadora: En tu área.

Alumno 2: Porque si lo habla, por ejemplo, en las presentaciones que es hacer la primera parte que la presentación de todo el análisis, ahí si me pierdo un poquito. Pero ya cuando lo empezamos a ver con R, y empieza a detallar con los ejemplos como que es más fácil aterrizar todo. Se quita lo complicado.

Entrevistadora: tú ¿cómo lo sientes?

Alumno 1: Sí, sí. Completamente, em... Hasta que ella pone los ejemplos de la vida real, relacionado con los campos de trabaja de cada uno, ya es cuando uno aterriza la idea, ¿no?, de lo que pretende explicar estadísticamente y ya con esos ejemplos uno ya se da cuenta "ah, es que, las variables se conforman así". O puede hacer una inferencia más o menos de, desde su experiencia de que es lo que puede pasar.

Entrevistadora: Entonces es importante este contexto de fondo ¿no? este...

Alumno 1: Si la verdad, yo veo que es muy hábil para eso. A uno le pregunta "¿En qué trabajas tú?" "Pues yo trabajo con, trabajo con poliquetos". "Ah, pues imagínate que ..." y así aterriza uno la idea rápido.

Entrevistadora: Si, tiene un montón de recursos en ese sentido ¿no? Así rapidísimo... Yo creo que es una de las ventajas del curso que ella está dando, ósea no es la estadística tratando de explicar a biólogos, ella es

- bióloga que está tratando de transmitir su experiencia ¿no? Porque supongo, que en algún momento, también ella trato de hacer esto, de tomarle sentido a lo de la estadística desde acá. Entonces como que...
- Alumno 2: Y eso me llamó bastante la atención a mí, porque es como que raro que alguien de la biología tenga esa pequeña especialización. Como que... En programas, no sé.
- Entrevistadora: Pues esta difícil.
- Alumno 2: Ajá. Como que en programación y no es sencillo conseguir estos tipos de cursos. Entonces eso me llamo bastante la atención, de que ella con su base de bióloga, también sepa programar. O sea, ella sabe la manera de como los biólogos, o bueno las ramas a fines, podemos entender la programación. Y de seguro que, si no hubiera dado la clase un estadístico puro, no le hubiéramos, no le hubiéramos entendido un problema o no le entenderíamos y sus ejemplos no hubiese sido tan, tan... No hubiese sido una manera que nosotros pudiéramos haberlo entendido. Entonces si es importante.
- Entrevistadora: Bueno, no sé si quisieran hacerme otro comentario y ya para que puedan ir a hacer su actividad y no les quite yo más tiempo.
- Alumno 1: Pues, solamente por mi parte, comento que me ha gustado mucho el curso. Si ... Me, me... Esta esa parte que me motiva a seguirle y afortunadamente busqué bibliografía para al rato. Porque si es muy difícil, en una semana, entender al cien por ciento de todos los conceptos, pero sí.
- Entrevistadora: Si, te entiendo
- Alumno 1: Es muy dinámico y que y muy provechoso.
- Entrevistadora: Lo bueno es que te dejo la idea, como, un poco más general ¿no?
- Alumno 1: Si nos dejó con la cabeza sacudida. Ya con eso, da más para seguir.
- Entrevistadora: Se van a asentar en algún momento todas esas ideas. Confío que sí.
- Alumno 1: No, pero, sí. Muy buena la doctora, como explica
- Entrevistadora: Muy bien, muy bien. Muchas gracias chicos, por regalarme este ratito.

## **Entrevista 2**

- Alumno 3: Más o menos, porque ya he tenido clases de estadística en la escuela. Si le entiendo, pero está mucho más avanzado, lo que da la doctora. Pero sí, sí logro entenderle a muchas cosas que no sabía, por su forma de explicar.
- Entrevistadora: Y tú, perdón.
- Alumno 4: Pues mira, soy muy cabeza dura para la estadística. Siempre lo he sido, y es como un coco eh... Un problema que he tenido a lo largo de mi vida entonces. Yo estudie un doctorado, no creo que el grado sea una cuestión ahí importante. Pero, por ejemplo, para mí, ahorita estoy empezando, estoy aquí haciendo una estancia haciendo metagenómica y es más o menos similar, porque implica una cuestión de usar la imaginación y entender los conceptos y las explicaciones. Entonces, la explicación puede ser muy buena pero tu mente tiene que como aprender a imaginarse las cosas e interpretarlas cosas muy lineales muy literales como... como esas cosas en dimensión. Imagínate como, es el equivalente a como se pega un *Primer* para identificar una, un pedazo de un gen. Entonces aquí más o menos es tomar datos reales tomar lo que hiciste en campo e interpretarlo de una forma, que está más allá del entendimiento de un plano euclidiano. Entonces digamos que la dificultad que yo, que veo en lo personal, o sea, el curso eh pedagógicamente está muy bueno, pero ya como que la parte personal de lo que lo hace un poquito complicado y hasta un punto cansado.
- Entrevistadora: Tu habías tenido experiencia previa con R
- Alumno 4: Con R no, es la primera vez con R
- Entrevistadora: Pero con otros paquetes si
- Alumno 4: Sí, sí, cuando hice la maestría, incluso GLM de hecho todos mis análisis en la maestría fueron GLM. Entonces tengo una idea, pero yo soy de la escuela de P de valor, de P es lo que rige y muchas cosas que de hecho me está mostrando como que me doy cuenta de que tal vez mis resultados no son muy fiables, ¿no? Por qué no fuimos a fondo soy de la escuela, de esa escuela que solo valora P ¿no? y ahora veo que el mundo es un poquito diferente a lo que había aprendido hace unos años.

Entrevistadora: Entonces te está aportando en las dos cosas, tanto un poco de entendimiento de las pruebas de estadísticas y un poco en el entendimiento del programa.

Alumno 4: Sí claro, yo decía ayer algo que me... que es similar a aprender idiomas porque vas construyendo un lenguaje poco a poco le vas (inaudible) yo a R le tenía miedo luego ya le perdí miedo porque la información suena a que es para expertos, ¿no? Pero realmente es muy amigable, yo me lo imaginaba más abrupto como cuando abías ms2, ¿te acuerdas?

Entrevistadora: Sí.

Alumno 4: Que es la programación así cruda, ¿no? Tienes que tener como todo en la cabeza y realmente no, yo estoy usando *RStudio* ahorita y te da la oportunidad de ir haciendo tus anotaciones y es un poquito más fluido.

Entrevistadora: Un comentario que me quieran hacer al respecto este... pues en general del curso... No sé, este, por ejemplo, cuando hacen los ejemplos, ya en la parte de biología, a ustedes ya les toma sentido porque al principio hacen una especie de explicación de los términos, así tal cual matemáticos, estadísticos, y ya después hace una especie de contrastación con las cosas que ustedes ya saben ¿no? ¿Eso les sirve? ¿Les cuesta?

Alumno 3: Toma sentido todo porque ya sabes dónde aplicar cada cosa o que hacer si tú tienes un problema similar en tus estudios ya sabes que vas a hacer.

Alumno 4: Además tiene un poco más de sentido y como que ayuda más a entender el concepto, para mí las fórmulas esenciales son muy complejas, pero ya que entiendes que, por ejemplo, que una... Todavía me enredo un poco con las variables, cuál es cual, pero cuando le empiezas a dar sentido que una es, por ejemplo, el tiempo y la otra es masa o abundancia etcétera, hace más sentido. Entonces es más adaptable, más aceptable y como que el cerebro lo procesa. Entonces yo entiendo que la parte abstracta, la parte muy elemental de las fórmulas, es obvio que se tiene que mostrar, pero si yo soy partidario, cien por ciento, de que los ejemplos prácticos entre matemáticas y biología una cosa que me chocaba que creo que eso es relevante es que yo vengo de la generación donde nos explicaban y luego ponían el ejercicio y ahora nos ponen el ejercicio primero y luego nos explican y eso es como un poco, viene un enfrentamiento ahí, como se dice... pero creo que eso tiene que ver con cómo me formé yo, desde la primaria siempre era te explicaban el primer ejemplo y luego te daban tarea y aquí es al revés y yo hubo un corto, no funciona así para mí, tal vez es entretenido no

Entrevistadora: Un poco iba a eso. Que si me pudieran decir como son o como fueron los cursos previos que han tomado al respecto de la materia, ¿no? Porque los dos ya tienen formación, y entonces, yo tome tres cursos en la licenciatura a lo mejor un nivel más bajo, pero digamos quitando un poquito lo de los temas más bien como las propuestas, así como me estás diciendo, bueno antes a mí me enseñaban así, ahorita me están enseñando de esta forma, qué me podrían comentar de cómo fueron sus cursos y la diferencia que encuentran con esta propuesta.

Alumno 3: Pues es como él decía, primero haces un ejemplo con el maestro y después lo haces tú solo. Pero siento que aquí aprendes... Como que aquí te esfuerzas más al principio y tratas de entenderle, tal vez no le entiendes bien, pero cuando ya la doctora pasó junto con nosotros, como que ya va tomando sentido el esfuerzo que hiciste. Yo siento que me queda más claro que como es normalmente, de que primero el maestro va contigo y luego te deja tu solo.

Alumno 4: Lo que veo, tal vez lo que para mí lo hace muy complicado, es que es muy intensivo, bueno ahorita. Esto que se ve en el semestre ¿no? Pero en un semestre es demasiado relajado, entonces como que el contraste que veo. Yo la estadística en la maestría no aprendí nada o sea sinceramente no aprendí nada y al final lo que aprendí en estadística realmente fue aprender a usar *Statistica* y a interpretar mis GLMS. Con lo me enseñó mi asesor, entonces fue como muy frontal, muy en corto con él y yo y los cursos que he tomado de estadística no reflejan, no se ven reflejados en los trabajos que he hecho.

Entrevistadora: Perdón, lo que acabas de decir entonces es, lo de la interpretación entonces lo trabajaste con tu asesor o ya lo venías trabajando.

Alumno 4: No, no, no, digamos...

Entrevistadora: En los cursos pasados, ¿la interpretación fue importante?

Alumno 4: No, realmente no, para mí no, en lo particular no. Fueron más como un requisito, ¿no? La parte digamos ya puntual para la tesis, para tus artículos, siempre fue ir platicándolo uno a uno con tu asesor.

- Bueno, en mi caso particular, y no, yo creo que a la mayoría le pasa, o sea, tú tomas tus cursos generales de estadística, tienes idea sobre los conceptos, pero vas y aprendes una formulita. Un camino en un paquete y el maestro más o menos te explica “mira esto se interpreta así” ¿no? El valor de P es esto y, más o menos, dice que esta parte del modelo explica el crecimiento, la independencia, los días para aprender a comer solo, etcétera. Entonces, más bien fue muy puntual, es como una isleta. Yo veo como ecuaciones estadísticas, como islas pequeñas, ¿no? Los cursos eran como, ibas navegando y de repente, “mira, esto me sirve”. Entonces ha sido como muy... solamente uso estadística cuando estás presionado por los datos. Incluso, por ejemplo, una cosa importante es que no te enseñan diseño experimental, entonces cuando tu empiezas a muestrear y todo, te enfrentas a que tus datos luego son un, es un desastre. Y creo que yo nunca he llevado un curso de diseño experimental, jamás, incluso con mi director de doctorado, nos quisimos poner de acuerdo e hice un diseño experimental muy, muy a mano alzada. Entonces, creo que la parte que una parte que nos duele es que los datos que conseguimos siempre necesitan toda esta parte de aprender a explorar los datos, porque lo hacemos como sea, no es una, lo que se dice una secuencia lógica de haber planeado desde el principio. Y eso es como ... de esas cosas que hacen que en la noche me levante asustado. Pero bueno lo bueno es que hay como opciones para que tus datos no digan tantas mentiras o los intérpretes de una forma tan exagerada.
- Alumno 3: Sí, yo también, estaba anoche estaba platicando con alguien del curso y de cómo me sentía y eso, justamente eso, no dije islas, dije como lagunas. Que mi conocimiento de estadística y en todo esto que estamos viendo eran como lagunas así alejadas y que, no tengo un panorama completo y entonces cuando está hablando de la doctora hay cosas que no le entiendo, pero de repente ya llega como esa laguna donde sí está mi conocimiento un poquito y ya se van como que uniendo más.
- Entrevistadora: O sea, como que empiezas a conectar las islas, ¿no? o sea, tú ya sabes algo sobre la media, algo sobre la... regresión lineal, y dices ah pues sí aquí va, aquí va el puente entre esas dos. Se van rellenando esos huequitos.
- Alumno 4: El punto de vista de un biólogo acuático y uno terrestre ¿no? Para mis las islas son lo importante y para ella el agua...
- Entrevistadora: Para ella el agua, sí. Ella está conectando las lagunas, tu estas conectando las islas.
- Alumno 4: Que curioso, son las cosas extrañas que pasan, pero sí
- Entrevistadora: Sí, estamos, está nuestra visión bastante filtrada, con estos lentes de biólogo acuático, biólogo terrestre...
- Alumno 4: E incluso, ¿no? no hay que ser biólogo, todo depende que grupo trabaje. Los que estudian bacterias pensarán, no sé, cuadrantes de una cepa o no sé...
- Entrevistadora: Tal vez, tal vez, pude ser...
- Alumno 4: Creo que, por último, una cosa importante es como, el asunto de la imaginación. De cómo imaginarte la abstracción de un modelo, de expandirlo en la mente, creo que es, para mí es algo, te digo porque lo acabo de vivir con esto de la marea genómica. Para mí fue aprender cómo funciona, como se extrae el ADN y, toda esa parte... Porque no lo puedes ver ¿no? Entonces yo soy muy visual, soy biólogo de campo, yo creo que existe lo que veo. Entonces yo estoy acostumbrado a interpretar lo que se ve entonces esta otra parte al final ponerle líneas a algo en donde nunca ves líneas es el reto, digamos...
- Entrevistadora: O sea, ayer la clase de esto de los planos y de cómo se mueven...
- Alumno 4: Sí, sí, fue intenso, hasta migraña me dio.
- Entrevistadora: Y que te pareció la animación que presentaron después bueno, ya que ya se podía mover que ya se podía dar la vuelta un poco, ¿te ayudó?
- Alumno 4: Sí, justo creo, el primer día o el segundo día estaría genial tener un proyector que hiciera tercera dimensión debe haber algún... Los arquitectos usan una cosa que se llama *Sketch Up*
- Entrevistadora: ¿*Sketch Up*?
- Alumno 4: Sí, entonces este *Sketch Up*, hace cosas en 3D. Le puedes dar vuelta al... entonces puedes verlo por arriba y por abajo. Incluso, hay unos ecólogos que hacen unas cosas bien locas que se llaman interacciones, no... ¿Cómo se llaman...? No recuerdo el término... El caso es que aquí es que no pivotan, por ejemplo, en un bosque quieren ver quien es más importante ¿no? Plantas, animales, insectos, todo. Entonces ellos hacen unos análisis y a la hora que los ves es como si fuera un asterisco en 3D, con miles de aristas ¿no? Incluso hay veces que los modelan en 3D, entonces tú puedes ver como en un bosque húmedo tiene, cada línea es la importancia de una especie, entonces hay árboles que tienen (inaudible) grandísimo. Entonces, sí hay forma

de ponerlo en 3D, y a lo mejor no todo el mundo lo necesita ¿no? Yo creo que los que tienen inteligencia matemática se ríen de eso, pero los que no tenemos como yo... yo me... entiendo muy fácil. Sé muy bien mis limitantes y las matemáticas es, mi inteligencia matemática es, muy básica, (inaudible) lo visual.

Entrevistadora: Lo visual, bueno es que también es el tipo de forma de aprendizaje

Alumno 4: Claro

Entrevistadora: Yo también soy muy visual, si algo no lo puedo imaginar, así, plasmarlo en un dibujo o verlo, verlo digamos, a lo mejor en mi cabeza, pero visualizarlo de alguna manera, es muy difícil aprenderlo, yo te entiendo perfectamente.

Alumno 4: Incluso como que además se disuelve más fácil en tu mente. Como no es algo que lograste tener abstractamente en tu cabeza, así como, ah, es una cosa que puedes como palpar en tu mente se diluye muy fácil. En fin, aprendes otras cosas y, pum, como que ocupan ese espacio muy rápido. Es lo que pasa conmigo y la estadística otras cosas llegan y dicen "quítese".

Entrevistadora: ¿A ti te costó trabajo esto de la visualización? ¿o sí te lo podías imaginar?

Alumno 3: Cuando lo estaba haciendo con las hojas sí se me... No entendía, no... pero ya que puso eso dije "¡Aaaah!"

Entrevistadora: ¿Ya que puso las hojas? ¿o sea, a las hojas sí le entendiste?

Alumno 3: No, no le entendía, lograba imaginarme, pero no. Como que apenas. Y ya cuando lo puso y dijo por aquí está, por aquí pasa el intercepto, y aquí esto, y le empezó a dar vueltas, como se veía desde el... desde cada  $x$  y  $x$  dos ... ahí ya...

Alumno 4: Yo me lo imaginaba como un abanico o como un acordeón. Ya ves como los acordeones están juntos, pero se mueven independientemente. Como los acordeones de música o los abanicos de estos. Yo me los imaginaba como un plano así, un abanico no tiene la flexibilidad para moverse como entendí que puede moverse ese plano, y más si fuera un acordeón sí. No sé si te acuerdas cuando te marcaba un error Windows 95, y te salía muchas veces y botaba y botaba y botaba, entonces eran muchas ventanas que se movían y se movían. Entonces, eso es lo que me vino a la mente. Que más o menos era algo así, o sea, cada ventana, cada lomo de cada ventana, era una línea, esas líneas de cada error, al final, te construyen el plano y fue lo que con lo que más pude.

Entrevistadora: Ándale, esa es una idea muy muy cercana a lo que pasa. De hecho, bueno hasta aquí lo voy a dejar esto.

### Entrevista 3

Alumno 5: El curso a mí se me ha hecho muy padre. Para mí es un curso, o sea, R es para mí como totalmente nuevo. No había trabajado con este tipo de herramientas este, y la forma en que lo ha hecho la doctora Mayra ha sido como, ha sido bastante... O sea, le he entendido pues. Como que la forma, como que busca la forma en que se te quede algo y este... Pues me ha parecido, eso sí, un poco pesado, pesado, sí, sobre todo para los que no habíamos visto algo parecido...

Entrevistadora: Pero ¿ningún otro paquete estadístico has utilizado?

Alumno 5: Ah, sí, los paquetes estadísticos, el *Statistica*, y esos... paquetes sí,

Entrevistadora: ¿Haciendo estos mismos modelos?

Alumno 5: No, de... con regresión lineal no, de regresión lineal, alguna clase así, pero nada más por encimita, y... Pero no, no ... Como que este es un tema ya más particular, y este... pues que me refresca los conocimientos básicos por así decirlo, entonces pues te refresca los básicos y algunas cosas que yo pensaba que... No sé yo, como que estábamos casados con alguna idea, entonces como que este curso me ha servido para ser más más flexible para no estar tan cerrado.

Entrevistadora: Me puedes explicar un poco esto de casarse con una idea. ¿En qué sentido?

Alumno 5: Pues porque como que seguimos ciertas... ciertos paradigmas de la estadística ¿no?, o ciertas... ciertas este... Aseguramos siempre lo que... que ciertas cosas no cambian, tienen un patrón y uno piensa que es así porque las visto toda la vida has notado... o bueno las has escuchado en tus distintas clases o con tus distintos profesores y pues luego ya ves que no es tanto así y que puedes

Entrevistadora: Que puedes ser flexible...

Alumno 5: Sí, que puedes ser flexible.

Entrevistadora: Tu entonces, ¿has tomado ya cursos de estadística?

Alumno 5: Bueno, no muchos...

Entrevistadora: Hasta que tema conoces, hasta que tema habías visto, digamos.

Alumno 5: Primero lo básico ¿no? Estadística descriptiva, luego ya, pues sí, estadística inferencial. Pero la forma en que ... pues la forma en los cursos son muy distintas. Pues este es ... se utiliza el lenguaje de programación R, y en otros que había tomado, pues era... pues el típico ¿no? El típico un poco de pizarrón, las formulitas, el Excel, algunos paquetes y siempre como te decía como cierta...como... que uno tiene cierta predisposición ya a lo que te han dicho los profesores, o a lo que... Sigues es una ruta, no, hay una ruta... Son normales o no normales tus datos y ahorita lo que comprendido es que no es tan, no tiene que ser tan rígida esa..., una exploración... una mayor exploración de los datos, igual como que hay distintos caminos no se... es lo que he....

Entrevistadora: Sí, que puedes este, como tú, según tus lentes o lo que quieres buscar, ir explorando diferentes rutas...

Alumno 5: Sí...

Entrevistadora: Y en los otros cursos ¿cómo era? Que... te mostraban la ruta... y...

Alumno 5: Pues sí, te mostraban la ruta... así, así y así..., más o menos, bueno, es lo que yo creo,

Entrevistadora: Pero entonces, ahorita, que tienes este descubrimiento de que te puedes irte por aquí, y también te puedes ir por allá y entonces juntar información de diferentes lados. ¿Tú tienes alguna certeza extra, algún entendimiento más de lo anterior?, o sea de los temas que ya conocías, tú dices "¡ah!, como que, ese tema ya vi a que se refería..."

Alumno 5: Pues más bien, como que, ya visto un tema, me había quedado más o menos claro, pero ya ahora, ya me termino de aclarar algunas cosas. Como que más... pues si de alguna forma más claro o como más este... El porqué de las cosas. El entendimiento de dónde vienen las cosas pues. Porqué se acepta, digo porqué se rechaza o porque no rechaza y no nada más porque un numero te lo da o una... un paquete estadístico te dice a partir de esto se rechaza o no se rechaza.

Entrevistadora: O sea, tú ya lo puedes interpretar.

Alumno 5: Si, la interpretación ya, como que me quedo creo un poco más clara la interpretación. Puede ser un poco por la forma o por pues por ya de tanto que ya lo había visto, no sé...

Entrevistadora: Tú utilizas este... O sea, en tu trabajo de investigación, en el doctorado has utilizado ya ciertos procedimientos estadísticos los has utilizado de esta manera o sientes que ahorita les necesitas dar una revisada a los que ya has utilizado...

Alumno 5: Ah no, sí

Entrevistadora: Supongo que ya tienes algunos datos

Alumno 5: Sí

Entrevistadora: Y que tal vez ya trabajaste

Alumno 5: Sí, ah una re revisada. Sí, sí, más bien una revisada, más bien, volver a explorarlos, y este ver que se puede hacer con ellos. Porque anteriormente era... tengo todos mis datos y son normales sí, no, no son normales, ok vete por acá. Pero ya como que, un poco, un análisis más prof... Bueno un, o al menos como que pensarle más qué le puedo hacer a esos datos.

Entrevistadora: Sí sí, ya no es tan, tan rígido el camino. Ya puedes buscarle... Bueno, pues muy bien, muchas gracias ¡eh!

Alumno 5: No, gracias a ti.

#### **Entrevista 4**

Entrevistadora: Bueno, supongo que tú ya tienes una idea muy clara que estás buscando con el curso o te pidieron que vinieras.

Alumno 6: No, yo solo quise entrar.

Entrevistadora: ¿Cuál fue tu motivación? o los datos que ya tienes.

Alumno 6: Haz de cuenta que ya tengo varios datos ahorita ya estoy cursando el tercer semestre. Entonces, como quien dice ya tengo todo mi objetivo uno ya tengo algunos datos Entonces si tengo en mis datos como yo trabajo con bacterias estoy trabajando con tres diferentes bacterias tengo que ver la virulencia de cada una de las cepas y si ambas la provocación de la misma enfermedad que es una patología del camarón entonces tengo que determinar si hay alguna diferencia significativa entre cada una de las cepas con una patología Entonces tengo mis datos y si me han costado mucho trabajo analizarlos, porque ya evalúa el crecimiento de las bacterias con respecto a un tiempo sin embargo mis datos, sí gráfico los datos, datos crudos me dan una S. Entonces no sé estado buscando le pido mucha ayuda porque veo mis datos y no son algo que vea en el cursos de estadística normal Por lo regular todo se enfoca los datos que son normales a los supuestos básicos Y pues sí me ha costado mucho interpretar porque he trabajado con varios programas y según yo ajusto un modelo y puedo ver qué sale muy bonita la línea los datos y se ajustan, Pero mis residuales no se ajustan mucho, pues me cuesta mucho entender porque me residuales se tienen que ajustar a mi curva a pesar de que sale una línea muy bonita pero mis residuales no se ajustan Y me cuesta mucho trabajo entenderlo porque voy a exponer muy bonita mi curva de mi cepas, sin poder interpretar que está pasando o porque está pasando, y ahorita en estos días ya me queda más claro de saber lo importante que es como analizar mis residuales, pues independientemente de los datos crudos, por ejemplo, esto de los modelos generalizados Ya lo habíamos visto aquí en el curso pero sí tenía un millón de dudas Lo vimos así como que muy rápido y es lo que a mí ahorita lo que me sirva Pues mis datos están en esa situación no son datos normales tienen un comportamiento de *Poisson* y aparte de que tengo varios factores que involucran para analizar los datos Entonces se me está sirviendo muchísimo para darme una idea de cómo saber interpretar, de cómo hacer el análisis de los datos Y cómo interpretarlos Y ver más que nada es efectivamente el modelo que voy a utilizar corresponde a alguien necesito o al comportamiento de mis datos

Entrevistadora: Y entonces el curso que tomaste, estos temas que enfoque seguían o por qué crees que ahora funcionan.

Alumno 6: Pues ya me quedo más claro Haz de cuenta que los cursos pasados eran era siempre el mismo conjunto de datos el mismo juego de datos que más que nada se enfocan en que los datos que van a ser normales o si vemos por ejemplo para modelos generalizados Ese mismo modelo de datos, pero no así teórico no vimos, más que nada sigan esta matriz en Excel les tiene que dar esta grafica pero lo que nos costaba mucho más interpretar esta gráfica, veo este punto aquí, que significa que pasa esto que no pasa, esto por ejemplo yo tenía muchos problemas en lo residual mi problema era que no entendía porque la importancia de los residuales ese siempre había sido mi problema por más que alguien venía y me decía no lograba entender, se me hacía algo que no tenía caso.

Entrevistadora: ¿Qué crees que haya sido la diferencia que marcó el que ahora si ya estas teniendo más idea de que...

Alumno 6: Pues a mí me gustó mucho la matemática como los vimos desde el lunes que fueron conceptos muy básicos hasta los modelos lineales que es más o menos todo que es donde estamos más familiarizados y como ya explicaron detalle a detalle cada una de esas cosas y aparte de que nos da muchos ejemplos que no se enfoca en ejemplos cotidianos

Entrevistadora: Buen ejemplo de su experiencia.

Alumno 6: desde su experiencia, pues por ejemplo que a veces los problemas que veíamos aquí como el conjunto de datos y el conteo que no sé qué, a veces nos da ejemplos que extra pola a algo cotidiano que vivimos y te queda más clara esa idea, a mí me ha servido mucho eso, como que lo visualizas de una manera diferente, se me hace más fácil, cuando lo ejemplifica con algo chusco que nos pasa o algo cotidiano que todo mundo sabe, ¡aah si esa es la variante! o ¡si es cierto, sucede esto! como que ya lo extrapola al problema y ¡aquí es donde lo puedo usar!... bueno a mí me ha servido mucho eso de que hemos visto desde conceptos muy básicos que es bueno recordar y que te refuercen para que te quede más claro.

Entrevistadora: Que bueno.

Alumno 6: ¡Sí!, a mí me ha servido mucho

Entrevistadora: Y tú como lo has sentido, ¿Cuál es tu impresión?



Alumno 7: Soy estudiante de licenciatura entonces yo clases de estadística que tú digas Guau No para nada para nada para nada Entonces mi intención si era precisamente el saber un poquito más de lo poquito que tengo lo poco que he visto pues profundizarlos un poco más entonces me ayudado muchísimo porque de por sí Yo pienso que la mayoría de las personas a nadie nos gustan las estadísticas como que se nos hace más difícil entonces la manera en que la doctora en que lo está dando se me hace una maravilla porque, porque es muchísimo tiempo que estamos ahí y sin embargo el tiempo se pasa rápido el curso lo hace muy ameno Entonces el que te esté precisamente ejemplificando con cosas cotidianas con las que puedes encontrar una relación se te hace más fácil, problemas que tú ves teóricos te quedas de que esto haya expresados en una tabla pues ahora sí es más fácil te hace aterrizar.

Entrevistadora: O sea que tú también has llevado cursos de estadística.

Alumno 7: Me he llevado los que me han impartido como una materia. Pero son cursos que básicamente no te dan la explicación del para que de las cosas nada más te dicen "haces esto haces esto y te da eso" y que tú te quedas y ¿Esto para qué? ¡Bueno lo voy a hacer para pasar! Pero con la finalidad de que se aprenda y se separe para que se sirva para que se nos proporcione una fuente de datos. no hay nada más como números y como cálculos, sino que tengo que hacer esto porque así me dice y que me tiene que dar esto Y me da eso porque he dicho que tengo que dar eso que es así quién sabe qué significa no sé

Entrevistadora: La prueba de hipótesis que es la regresión lineal

Alumno 7: Entonces el que se base mucho en la explicación en la que tú tienes que dar una interpretación, es algo que me parece muy muy importante en las actividades. Que ella te incite a interpretar que te diga "no, no nomás saques eso, pero ¿qué significa?", "si haces esto y haces estos, ¿qué pasa?" y "¿por qué pasa eso?" entonces que tú lo interpretes que utilices la estadística como tus conocimientos, no sé, es este caso que estamos manejando mucho la biología y ecología de los organismos pues también que hagas una mezcla de tus conocimientos interdisciplinarias, eso es importante.

Alumno 6: Por ejemplo las actividades y ejercicios que hacemos se me hacen bien porque no nada más metan comandos y esto, sino que te pone a pensar realmente pues, o sea, te pone el modelo y que diferencia ves entre esta gráfica y tú crees que está bien, esto que te ponga a pensar creo yo que si te ayuda a reportar todo lo que vimos, pues más que ahí salen las dudas, pues aquí como que tengo una dudita si es esto o aquello.

Entrevistadora: Pues las actividades a las que ustedes se han enfrentado de estadística previamente, no les requieren esto, el interpretar.

Alumno 7: Pues como que es más técnico, lo que ves en otros tipos de cursos son más de que vas a obtener esto y es significativo, ¡ah que bueno! pero eso que significa para mí, para mis resultados para mi problemática, que significa que sea significativo.

Alumno 6: Sí, es como dice ella: creo que todo mundo, a mí también me ha tocado. Los maestros que me han dado estadística se enfocan en que este es tu libro si tienen duda preguntan al libro y el libro no te dice, no te enseña a interpretar, el libro te enseña estas fórmulas sale de esto, está formulita se basa en esto pero nada más. Pero en sí no te enseña realmente a interpretar O tal vez te lo dice, pero con las palabras que yo no entiendo y te enredan más.

Entrevistadora: A ustedes el contexto les está ayudando

Alumno 6: Y por ejemplo que le preguntamos y luego ella rápido se baja, se basa por ejemplo en hacerlo en dibujarlo, que nos visualice más, pues, un rápido exacto, un una gráfica un dibujo, por ejemplo cuando nos estaba poniendo el plano de las hojas también se me hizo muy bien porque te ayudaba a visualizarlo y no nada más quedaba en palabras, lo que decía, sino que te ayuda a visualizarlo y entenderlo.

Alumno 7: Utiliza diferentes tácticas que si no le entendiste así, a ver, a ver, te lo replantea desde otra perspectiva a ver si ya le puedes hallar,

Alumno 6: Esto es muy amigable, esto fue muy complicado.

Entrevistadora: ¿Lo mismo les pasa cuando le plantean las dudas que tengan en las actividades?, porque esto que ustedes me comentan lo entiendo como cuando ella está el frente explicando, pero cuando están ustedes trabajando las actividades le plantean sus dudas, ¿también lo sienten así?

Alumno 7: Sí, porque por ejemplo, porque cuando nos resultan dudas, ella se centra y nos comienza a hacer preguntas a ver ¿qué estás viendo? esto ¿y Qué significa que ves esto? y entonces así es que te ayuda a razonar "ah con razón estoy haciendo esto", o "este es el motivo de utilizar este comando"

Alumno 6: Sí, porque lo malo de otros maestros es "que tengo la duda de esto" y te dice la receta: "ah es esto por esto y por esto", pero ella no al contrario te hace: "Fíjate, tienes esto, que es esto, o sea, te ayuda a que tu sola te respondas y pienso yo que eso es muy bueno porque tu solo encuentras las respuestas es cuestión de que te vayas o te ayude a enfocarte en los detalles que tienes.

Alumno 7: Te ayuda a razonar, y eso como...

Alumno 6: Que se te queda más a que alguien nada más te dicte las respuestas

Alumno 7: Pagues si y que mañana otra vez me resulte el mismo problema y me voy a quedar igual, y me quede ¿y que hice ayer con eso? en cambio, así como que "Ah mira este caso se parece al que vimos ayer, ayer hice esto para resolver esto, y me dio como resultado lo contrario a mira por esto" si está muy padre.

Entrevistadora: Y habían utilizado ustedes algún este Excel o algún otro programa para (yo sí)

Alumno 6: He utilizado es *Statística*, *Sigmaplot* y otro que se llama *Prisma*, pero el usar este tipo de programas pues nomas te dicen "píquele aquí, píquele aquí" y ¡Pum! ya te aparece la gráfica, no?, pero no es lo mismo como R, de R lo que se me hace muy muy padre porque tienes que saber lo que quieres para poder, para que te de ese resultado que tú quieres, realmente tienes que saber lo que estás haciendo, porque si no, si no sabes lo que estás haciendo no se lo puedes pedir y no lo puedes hacer.

Entrevistadora: Tienes que saber que preguntarle.

Alumno 6: Ya sabiendo lo que tú quieres pues vas a tener el resultado y vas a saber interpretarlo, que en otros lados en otros paquetes pues que quiere una prueba de esto y ponla y ya te arroja todo y ya nomas le das los datos, pero como que no sabes que tanto o que está haciendo.

Entrevistadora: ¿Y tú que paquetes has utilizado?

Alumno 7: Si yo también he utilizado el *Statística* y el *Sigma* son los únicos, pero pues así muy por encima de esos que te dan nada más lo que tienes que hacer "pícale aquí, pícale acá" y ya, que, si vas a hacer otros problemas, saca los apuntes y donde mismo le picaste nomas vuélvelo a hacer.

Entrevistadora: Creen que, si por ejemplo la doctora hubiera utilizado en vez de R, *Statística* o como me dijiste ¿*Prisma*? con las mismas actividades, podría haber una diferencia grande en aprendizaje para ustedes lo que están entendiendo.

Alumno 6: Para mí sí, yo opino que sí, tal vez. Creo que me queda más claro en R porque voy metiendo paso por paso, voy metiendo las cosas paso por paso, estoy obteniendo mis datos, otra forma voy viendo esa transformación de ahí le hago ajustes al modelo, veo los coeficientes y pues paso por paso, mientras que en los otros, es cierto me arroja los datos si tal vez nos pudo haber dicho: "ah mira, esto nos dice esto", "esto nos dice esto" pero no es lo mismo que tú lo hagas, pues bueno a mí me funciona más hacer las cosas como que más dinámicas a que estarme como maquinita, ¿no? la maquinita está aprendiendo, no sé, a mi así me funciona.

Alumno 7: Ensayo y error de que te equivocas, y ah a ver, ¡ah es que va así!, como que eso te ayuda, aquí es mas de eso de que te equivocas en una cosa, en un comandito que te equivoques y ya no te lo da entonces eso es revisar el porque te equivocaste y como que te ayuda a entender más todavía de que te equivocaste.

Entrevistadora: Aun en las mismas actividades, pero en otro entorno ¿creen que no sería tan provechoso?

Alumno 6: Tan útil para mi no.

Alumno 7: Aunque también tiene mucho que ver con la persona que te está guiando, porque si es alguien que nada más te dice "pícale aquí" "pícale acá" y te da esto así, en cambio sí se pone contigo mira "aquí le vas a picar" "aquí para que te de esto" "por qué buscas que te de esto" pues bueno "para esto" entonces si como que cambia un poquito, pero no es el mismo escenario

Entrevistadora: Muy bien, bueno, para puntualizar: de los cursos de estadística que has tomado hasta que tema ¿has visto? porque ya dijiste que regresión lineal, modelos lineales también los hayas conocido

Alumno 6: Si, por ejemplo, la materia pasada fue diseño de experimentos, entonces te dan todos los modelos generalizados, regresión múltiple, ese si ya los había visto, pero pues no entendía mucho, la verdad.

Alumno 7: Y mis cursos de estadísticas así puntualizados... no nunca he tenido, en mi carrera he tenido por ejemplo "dinámica poblacional", que utilizas modelos, pero así que te agarres paso por paso desde todas las bases de estadísticas, no.

Entrevistadora: Todo esto de esperanza, varianza y esos conceptos, entonces ¿los vistes, por ahí, en otras materias?

Alumno 7: Si, así es en otras cosas y así como que nunca una explicación de para que te sirve de donde resulta no,

Entrevistadora: ¿Que te dicen?

Alumno 7: Si, para que, y bueno.

Alumno 6: Si el dialogo con R requiere un conocimiento previo, se requiere, es decir las cosas como son, o sea, imagínense que están hablando con un cuate ¿no? como esta en contexto papas y él ya sabe a qué te refieres a una situación que vivieron etc. pero si llega otra persona tienes que. ah mira, lo que paso, ... blablabla. entonces ponerlo en contexto, entonces cuando tú haces ese esfuerzo de recapitular y poner las cosas en claro para otro, en este caso, para R es decirle: a ver R: yo voy a hacer esto, necesito ir primero aquí, y luego nos vamos para acá y luego nos pasamos para allá, ni modo que le digamos "papas" Órale (aja)

Alumno 7: Si ese es cierto.

Alumno 6: Es un poco como hablarle claro a R, no, como que R te dice: si te entiendo, pero, dímelo (más despacio, más puntualizado ve al grano), si, si lo otros dicen, a ver ¿qué quieres? no pos quiero una nova... ah Órale ¡ahí está!, a ver para que la quieres, si te doy una nova, para que la quieres, desde donde empezamos.

Investigadora: Ajá

Alumno 7: O que quieres que ponga, te puedo poner muchas cosas.

Entrevistadora: Bueno alguna otra cosa que quisieran comentarme, No sé, se me hace muy bien,

Alumno 6: Para mí se me hace muy interesante y me ha servido mucho.

Entrevistadora: A pesar de la intensidad.

Alumno 6: No si, a pesar de la intensidad, pero no lo sientes pues a la mejor, este si ha sido pesado, tal vez por las horas, pero yo no lo siento será que se me va mucho el tiempo ahí, o sea me gusta mucho que le estemos dedicando más tiempo a las actividades pues en el manejo, del R, también siento que eso ayudo mucho a entender mejor.

Alumno 7: Es que como que no lo sientes tan martirizado, como si lo tomas no se con otras materias que es más repetitivo.

Alumno 6: Si por que por lo regular en las materias, o sea nada más puro teórico, teórico y esta prueba y a ver aplícalo tu como tu puedas, como tú lo entiendas y a ver que te da, no sé si este bien o si está mal pero tú ya lo aplicaste.

Entrevistadora: Ya lo aplicas s estas bien. palomita

Alumno 6: Y esto si me gusta mucho que, a parte terminemos la actividad y que la revisemos, eso es lo mejor.

Entrevistadora: Es retroalimentación.

Alumno 7: Si sí, o sea, lo que adquiriste en la teoría ponerlo en práctica, corroborar que es verdad lo que estás haciendo.

Todos: Siempre sí, sí, sí.

Alumno 6: Ya entendí esto

Entrevistadora: Ok. Gracias.



# APÉNDICE D. ACTIVIDAD 17 (CURSO MLG): REGRESIÓN LINEAL (CÓDIGO DE R)

---

```
#####  
ACTIVIDAD 17: Regresión lineal bivariada
```

```
#####
```

```
# Hay evidencias de que el número de presas consumidas por un depredador aumenta en la medida en que aumenta
```

```
# la densidad de presas por unidad de área. A continuación se presentan los resultados de un experimento para
```

```
# describir cuantitativamente este fenómeno. El experimento consistió en ofrecerle gasterópodos del género Nucella
```

```
# a dos especies de cangrejos del género Cancer (Spc1, Spc2) en densidades que fueron incrementándose en intervalos
```

```
# de una manera estandarizada a lo largo de 5 niveles. Se registró el número de presas consumidas por cada uno
```

```
# de 20 cangrejos de cada especie en cada una de las densidades establecidas. En todo momento se utilizaron
```

```
# individuos distintos, tanto de cangrejos como de gasterópodos. Los resultados están en la hoja 'regr' del archivo # 'datosMLG.xlsx'.
```

```
# 1. Importa los datos y explora su estructura. ¿Qué atributos de los diferentes vectores del juego de datos cambiaron?
```

```
rm(list=ls()) getwd()
```

```
setwd("C:/Users/Maite/Dropbox/C_Directo/docencia/MLG") # Ubicación del directorio que usarás como directorio de trabajo library(rJava) library(xlsxjars) library(xlsx)
```

```
dat<-read.xlsx("datosMLG.xlsx","regr")
```

```
# Alternativamente, salva el archivo 'regr' como txt separado por tabuladores, y importa con: dat<-read.delim(file.choose(), head=T)
```

```
# Para revisar estructura y generalidades de los datos importados, usando las siguientes funciones:
```

```
str(dat) summary(dat)
names(dat)
```

# 2. Obtén un gráfico de la relación del consumo de cangrejo Spc1 dependiendo de la densidad de presas. Responde a

# las siguientes preguntas:

```
plot(dat$Spc1~dat$x)
```

# a) ¿Existe variabilidad aleatoria asociada a la densidad de presas? # b) ¿De qué tamaño es la variabilidad en el consumo de presas por parte de la Spc1? ¿Cómo podrías medirla?

# c) ¿Crees que el consumo de presas por parte de Spc1 depende de la densidad de presas?

# 3. Obtén un gráfico de la relación entre el consumo de presas por parte de la Spc2 y la densidad de presas, y

# colócalo junto a la anterior. Responde a las siguientes preguntas:

```
par(mfrow=c(1,2), mar=c(4,4,1,1), cex=.7)
plot(dat$Spc1~dat$x) plot(dat$Spc2~dat$x)
par(mfrow=c(1,1))
```

# a) ¿De qué tamaño es la variabilidad en el consumo de presas por parte del cangrejo de Spc2?

# b) Compara la variabilidad del consumo por parte del cangrejo Spc1 con el del cangrejo Spc2.

# c) ¿Crees que el consumo de presas por parte del cangrejo Spc2 depende de la densidad?

# 4. Copia el siguiente código para ajustar un modelo lineal para la relación entre el consumo de presas y la

# densidad de presas para la Spc1, usando la función 'lm', y grábalo con el nombre mod6.a. Obtén la tabla de ANOVA

# y responde a las siguientes preguntas.

```
mod6.a<-lm(dat$Spc1~dat$x) anova(mod6.a)
```

# a) Identifica el o los valores de la tabla que representa la variación en el consumo de presas que es debida al

# cambio en la densidad.

# b) Identifica el o los valores de la tabla que representa la variación en el consumo de presas que es debida al

# error de muestreo.

# c) A partir de los datos en la tabla obtén el valor que representa la variación total en el consumo de presas.

# d) ¿Cómo se obtiene el valor de F, y qué representa?

# e) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un valor de F como el obtenido si la  $H_0$  fuese verdadera?

# f) ¿Cómo interpretas los resultados de este análisis en términos de la relación entre consumo y densidad de presas?

# 5. Ajuste un modelo lineal para la relación entre el consumo de presas por parte del cangrejo Spc2 y la densidad de presas,

# usando la función 'lm', y grábalo con el nombre mod6.b. Obtén la tabla de ANOVA y responde a las siguientes preguntas.

# a) ¿De qué tamaño es la variabilidad en el consumo de presas debida a la regresión en esta especie comparado con la

# especie anterior?

# b) ¿De qué tamaño es la variabilidad en el consumo de presas debida al error comparada con la variabilidad total en esta especie?

# c) ¿Cómo interpretas los resultados en términos de la relación entre el consumo y la densidad de presas para la Spc2?

# 6. Considerando que los grados de libertad son iguales en ambos modelos,

¿cuál es el valor de F a partir del cual la  $H_0$  de ambas

# pruebas debe ser rechazada? (PISTA: usa funciones de la distribución de F).

# 7. Elabora dos gráficos con los datos de los dos modelos anteriores.

Representa la línea de regresión estimada por el ajuste

# del primer modelo, y otra que represente la media general total de y. Para hacer esto usa la función 'abline'. Haz lo mismo

```
# para el segundo. par(mfrow=c(1,2), mar=c(4,4,1,1),
cex=.7) plot(Spc1~x, data=dat) abline(mod6.a,col=2)
abline(h=mean(dat$Spc1),col=4)
```

```
plot(Spc2~x, data=dat) abline(mod6.b,col=2)
abline(h=mean(dat$Spc2),col=4) par(mfrow=c(1,1))
```

# 8. Utilizando la función 'summary' sobre cada objeto obtén el resumen de los análisis efectuados.

# a) ¿Cuáles fueron las estimativas de la pendiente y el intercepto de la recta en el modelo mod6.a?

```

# b) ¿Cuáles fueron estas estimativas en el modelo mod6.b?
# c) ¿Cuáles fueron las estimativas de 'sigma' para ambos modelos?
# d) ¿Puedes obtener este último dato a partir de las tablas de ANOVA?

# 9. Con los resultados obtenidos en 'summary', calcula los intervalos de confianza (95%) de los
parámetros

# alfa y beta de la regresión que resultó significativa, usando el código a continuación. Intenta
describir

# con palabras lo que cada línea de código está haciendo.
# a) ¿Cuál será el valor que usarás como error estándar?
# b) ¿Cuál el valor de t correcto?
ICint<-qt(0.025,98,lower.tail=F)*0.11272
ICpen<-qt(0.025,98,lower.tail=F)*0.03398
Linf.int<-2.71900 - ICint; Lsup.int<-2.71900 + ICint
Linf.pen<-0.41508 - ICpen; Lsup.pen<-0.41508 + ICpen

Linf.int; Lsup.int
2.495311
2.942689

Linf.pen; Lsup.pen
0.3476478
0.4825122

# c) Copia el siguiente código y compara con los resultados que tu obtuviste.
confint(mod6.a)

# d) Verifica si el IC de la pendiente para el mod6.b incluye el 0. ¿Qué significa eso?

```



# APÉNDICE E. ACTIVIDAD 11 (CURSO PAE):

## ANOVA (CÓDIGO DE R)

---

```
#####  
ACTIVIDAD 11: ANOVA
```

```
#####
```

```
# Se ha observado que un incremento en la temperatura del agua produce un aumento  
# en la tasa metabólica del cangrejo Maxquil, una importante presa de varios  
# depredadores tope considerados recursos clave de las pesquerías de Yucatán.  
# Se realizó un experimento con 12 maxquiles asignados aleatoriamente a cada uno  
# de 3 tratamientos en los que se mantuvo la temperatura del agua en niveles  
# comúnmente registrados en Dzilam de Bravo, Yucatán: Baja (18), Media (25) y  
# Alta (30 oC), y se midió el VO2 consumido (mg de O2/g peso seco/minuto) por  
# cada individuo mediante un dispositivo de respirometría de flujo continuo.  
# Los resultados están en la hoja 'respir' del archivo 'datosDEAD.xlsx'.  
# 1. Importa los datos en R, y verifica sus características y estructura.
```

```
# ¿Cuántas dimensiones tiene la tabla que importaste?
```

```
library(readxl)
```

```
setwd("C:/Users/Perla/OneDrive/Doctorado/Análisis")
```

```
dat <- read_excel("~/Análisis/respir.xlsx")
```

```
dat <- as.data.frame(dat)
```

```
View(dat)
```

```
str(dat)
```

```
summary(dat)
```

```
# 2. Lee el problema con atención y responde a las siguientes preguntas:
```

```
# a) Identifica la relación causa-efecto que se pretende corroborar con este  
# experimento.
```

```
# Oxi en función de tempf, para generar una regresión lineal xq con tempn no se puede  
lm(oxi~tempf,data=dat)
```

```
# b) Identifica la variable de respuesta, y las unidades en que ésta fue  
# medida. ¿Es una variable continua o discreta?
```

```
# c) Identifica la variable que explicaría la respuesta si se corrobora la  
# relación causa-efecto que fue propuesta.
```

```
# ¿Es una variable continua o categórica?
```

```
# d) Identifica la unidad experimental. ¿Cuál es el valor de n  
# (i.e., réplicas por nivel)?
```

```
# f) Formula la hipótesis nula de este análisis en un enunciado simple.
```

```
# 3. Lleva a cabo una breve exploración gráfica y numérica de los datos de la
```

```
# tabla que te permita responder a las siguientes preguntas. (PISTA: usa
```

```
# funciones de 'boxplot','hist', calcula las medias y sd de cada grupo, y haz
# "subsetting" para separar los diferentes grupos de datos).
boxplot(dat$oxi~dat$tempn)
plot(dat$oxi~dat$tempf)
hist(dat$oxi)
par(mfrow=c(3,1))
hist(dat[dat$tempf=="Baja",3]); hist(dat[dat$tempf=="Med",3]); hist(dat[dat$tempf=="Alta",3])
mean(dat[dat$tempf=="Baja",3]); mean(dat[dat$tempf=="Med",3]); mean(dat[dat$tempf=="Alta",3])
sd(dat[dat$tempf=="Baja",3]); sd(dat[dat$tempf=="Med",3]); sd(dat[dat$tempf=="Alta",3])
par(mfrow=c(1,1))
# a) ¿Son similares o diferentes los valores medios de los 3 grupos?
# b) ¿Son similares o diferentes las dispersiones de los 3 grupos?
# c) ¿Cómo es la distribución de la variable de respuesta?
# d) ¿Es esta distribución similar entre los distintos niveles?
```

```
# 4. Aplica un ANOVA a los datos. Para ello se requiere primero obtener un
# modelo lineal usando la función 'lm'. Esta función ajusta un modelo lineal
# de la variable de respuesta en función de la variable explicativa. Como en
# este caso la variable explicativa es un factor (categórico), es conveniente
# hacerlo explícito. Puedes ajustar el modelo usando la tempf como variable
# explicativa. Copia el siguiente comando y analiza la respuesta que R
# devuelve
# (PISTA: la primera línea de la respuesta es el modelo).
dat$tempf<-as.factor(dat$tempf)
is.factor(dat$tempf)
lm(dat$oxi~dat$tempf)
# ¿Reconoces alguno de los valores bajo el título de 'Coeficientes'?
# ¿Qué crees que son éstos valores?
# Otra sintaxis alternativa para la misma función es:
lm(oxi~tempf,data=dat)
```

```
# 5. Guarda el modelo que acabas de ajustar bajo un objeto con el nombre "mod1",
# y aplica la función 'anova' a dicho objeto. Responde a las siguientes
# preguntas:
mod1<-lm(oxi~tempf,data=dat)
anova(mod1)
# a) ¿Qué hace la función 'anova'?
# b) ¿Qué es la Sum Sq correspondiente al factor "tempf" y a los residuales?
# c) ¿Cuánto vale la Sum Sq total?
# d) ¿Corresponden los valores de g.l. que aparecen en la consola con
# aquéllos que resultan de aplicar las fórmulas revisadas en clase?
# e) ¿Qué es la Mean Sq?
# f) ¿Qué representa el valor de F de la tabla? ¿Es un valor grande o pequeño?
# ¿Cómo lo sabes?
```

```
# g) ¿Qué representa el valor de probabilidad? ¿Es un valor grande o pequeño?
#   ¿Cómo lo sabes?
# h) Calcula la proporción de la variación total de la variable 'mgO2peso' que
#   es debida al factor 'tempf'.
# i) ¿Es grande o pequeña esta proporción? ¿Cómo lo sabes?
# j) A partir de este resultado, concluye si tienes evidencias suficientes
#   para rechazar la Ho que formulaste antes.
# k) ¿Cuál es la probabilidad de equivocarte en esta aseveración?
```

```
# 6. Utilizando la función 'qf' obtén el valor crítico de F bajo la hipótesis
#   nula. Busca valores de los g.l. para el numerador y el denominador en la
#   tabla anterior, y considera un valor de alfa=0.05. ¿Qué representa este valor?
qf(0.05,2,33,lower.tail = FALSE)
```

```
# 7. Intenta predecir lo que sucedería con el valor crítico de F bajo las
#   siguientes situaciones. Después modifica
#   el comando que escribiste en el inciso 6 para corroborar tus predicciones.
# a) si se aumenta el valor de alfa a 0.10 (uno en diez chances de equivocarme).
# b) si se disminuye el valor de alfa a 0.001 (uno en mil chances de equivocarme).
# c) si aumentas el número de réplicas en este experimento a n=30 réplicas por
#   cada nivel del factor, manteniendo alfa en 0.05.
```

```
# 8. Aplica la función 'summary' al modelo lineal que ajustaste, y responde a las siguientes preguntas:
# a) ¿Reconoces algún valor ya obtenido o calculado en el resultado que R devuelve?
# b) ¿Qué crees que sea el valor dado en 'Residual Standard Error'?
```

```
# 9. Aplica la función 'fitted' al modelo lineal que ajustaste. ¿Qué hace la función 'fitted'?
# ¿Qué pasa si aplicas la función 'predict' al modelo lineal? ¿Cuántos hay?
fitted(mod1)
predict(mod1)
```

```
# 10. Para obtener una visualización de tu modelo con los datos observados copia el siguiente código.
# Este código calcula los valores predichos y las medias de cada grupo a partir del mod1 ajustado.
dat$Yg<-predict(mod1)
YgBaja<-mean(dat[dat$tempf=="Baja",5])
YgMed<-mean(dat[dat$tempf=="Med",5])
YgAlta<-mean(dat[dat$tempf=="Alta",5])
medias<-data.frame(Ygorr=c(YgBaja,YgMed,YgAlta),tempf=c("Baja","Med","Alta"))
```

```
# Este código elabora las gráficas.
library(ggplot2)
ggplot(dat, aes(y=oxi, x=tempf))+
```

```

geom_point(data=medias, aes(x=tempf, y=Ygorr, col=tempf), size=3)

ggplot(dat, aes(y=oxi, x=tempf))+
  geom_point(position = position_jitter(width = .1), aes(shape=tempf, col=tempf), size=1.5)+
  theme_bw() + # cambiamos para un tema mas parecido con las revistas científicas
  geom_point(data=medias, aes(x=tempf, y=Ygorr, col=tempf), size=3, shape=4) +
  ylab(expression(paste("Consumo de ", O[2], "(mg ", O[2], "/g/min)")))+
  xlab(expression(atop(paste("Temperatura (" , degree , "C)"))))

# a) ¿Qué representan los puntos de color?
# b) ¿Qué representan los puntos negros?
# c) Identifica las líneas de código usadas para obtener unos y otros.
# d) Copia estas nuevas líneas de código y elabora la gráfica a continuación. ¿Qué hiciste?
nombres<-data.frame(tempf=unique(dat$tempf))
nva<-data.frame(nombres, unique(round(as.data.frame(predict(mod1, se.fit=T)),2)))

ggplot(dat, aes(y=oxi, x=tempf))+
  stat_summary(fun.y = mean, geom="point", size=2)+
  geom_point(position = position_jitter(width = .1), aes(shape=tempf, col=tempf), size=1.5)+
  geom_errorbar(data=nva, aes(x=tempf, y=fit, ymin=fit-se.fit, ymax=fit+se.fit), colour="black",
width=.1)+

  theme_bw() +

  ylab(expression(paste("Consumo de ", O[2], "(mg ", O[2], "/g/min)")))+
  xlab(expression(atop(paste("Temperatura (" , degree , "C)"))))

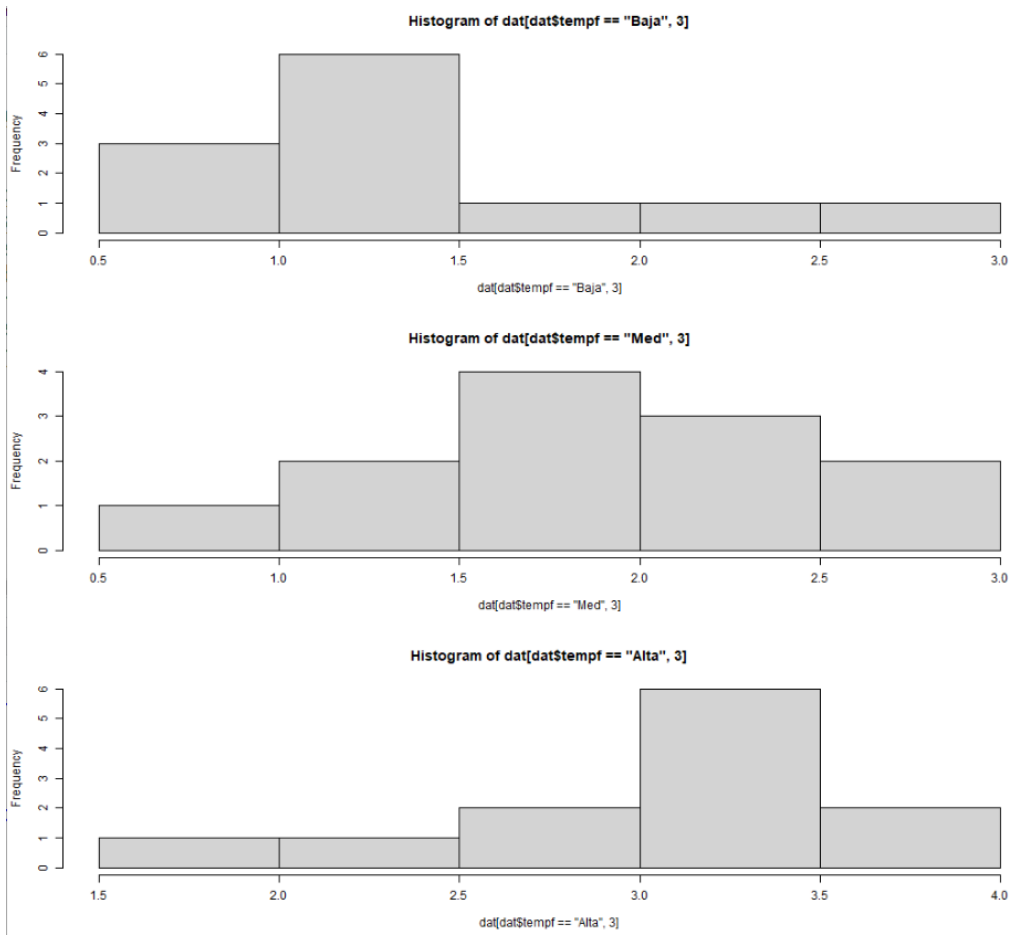
```

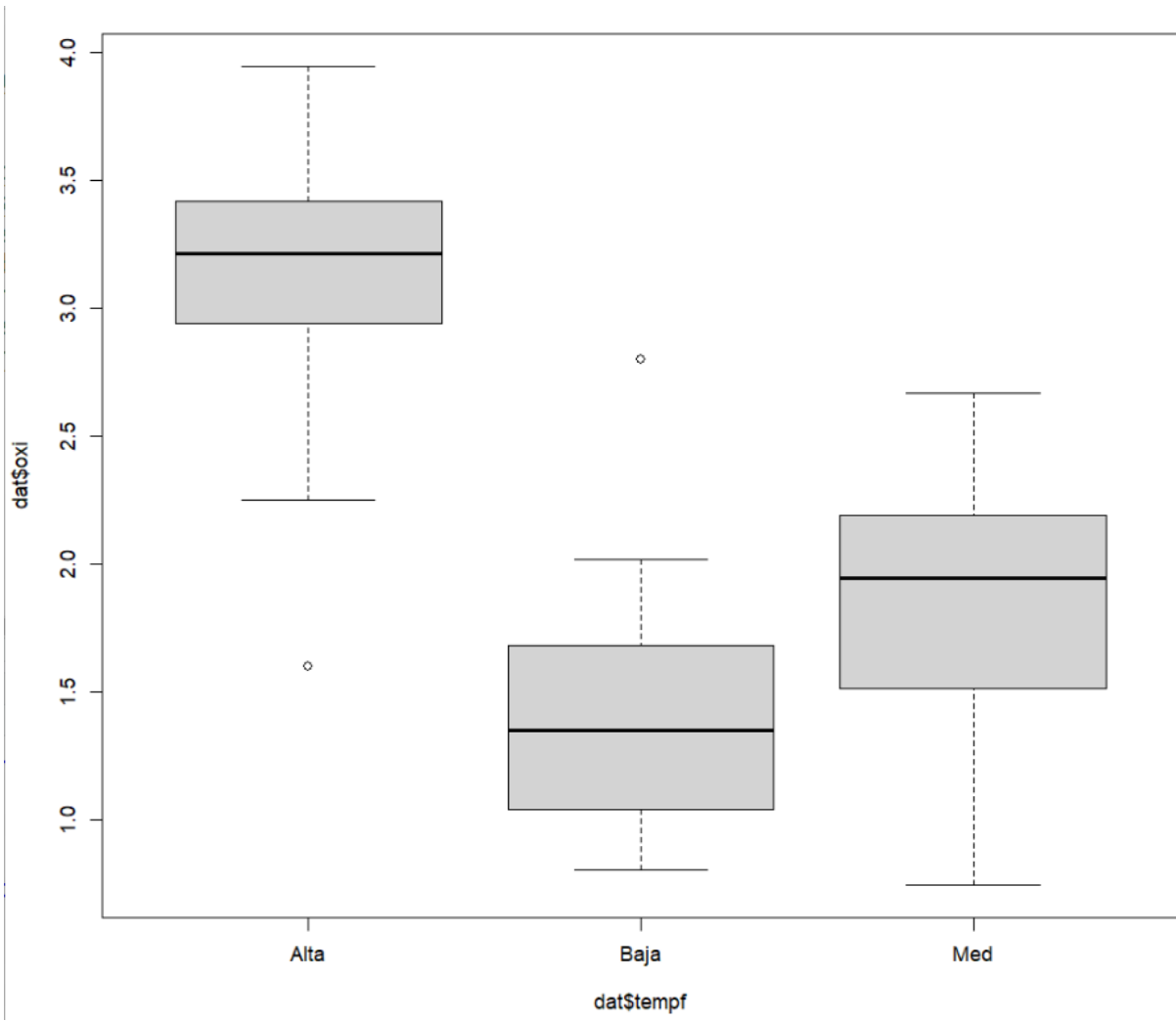
Resultados de aplicar los comandos indicados en la actividad 11

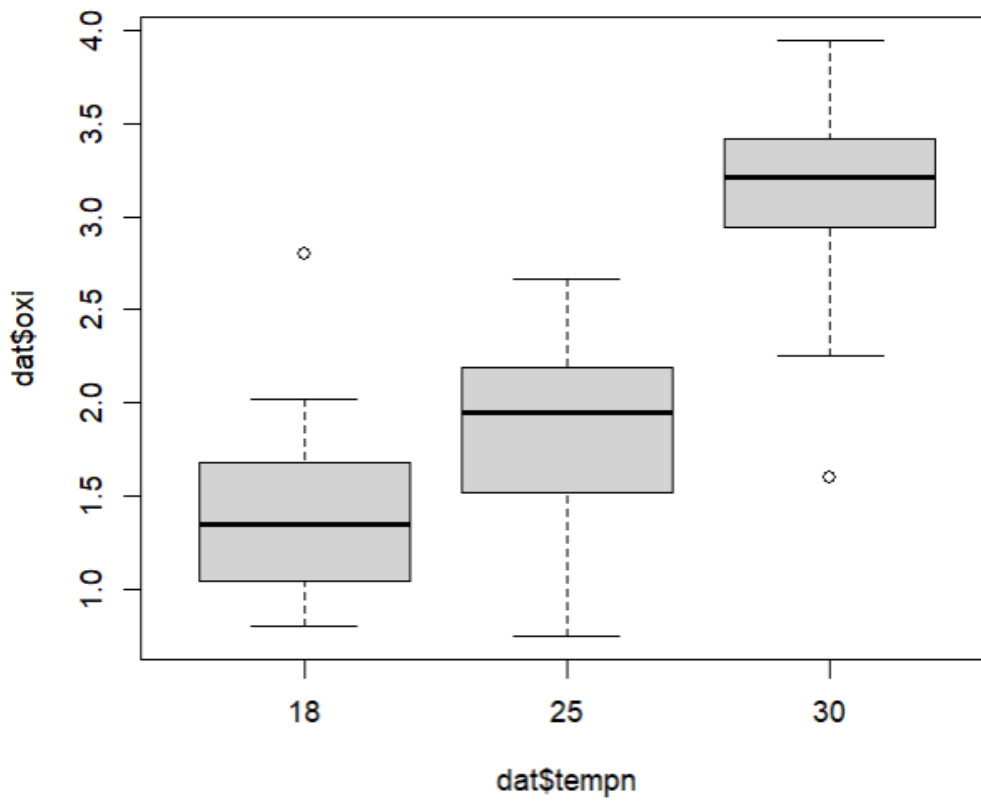
```

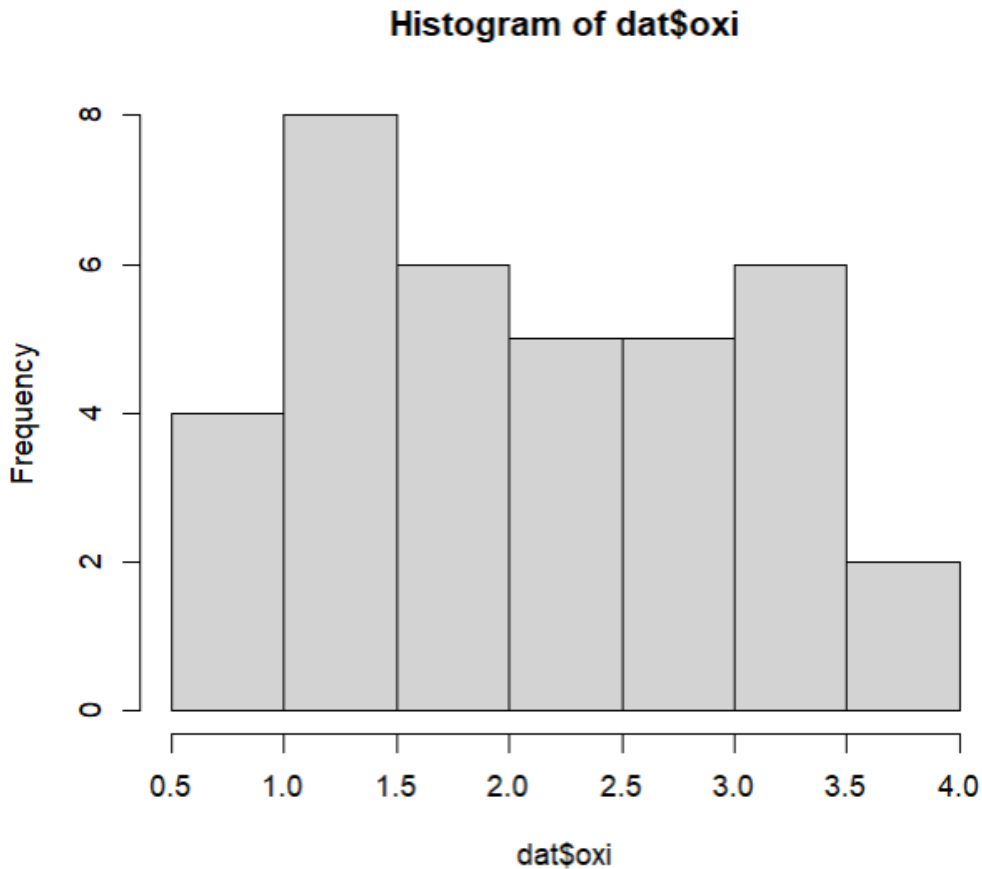
32 # 3. Lleva a cabo una breve exploración gráfica y numérica de los datos de la
33 # tabla que te permita responder a las siguientes preguntas. (PISTA: usa
34 # funciones de 'boxplot', 'hist', calcula las medias y sd de cada grupo, y haz
35 # "subsetting" para separar los diferentes grupos de datos).
36 # a) ¿Son similares o diferentes los valores medios de los 3 grupos?
37 # b) ¿Son similares o diferentes las dispersiones de los 3 grupos?
38 # c) ¿Cómo es la distribución de la variable de respuesta?
39 # d) ¿Es esta distribución similar entre los distintos niveles?

```









```
> hist(dat[dat$tempf=="Baja",3]); hist(dat[dat$tempf=="Med",3]); hist(dat[dat$tempf=="Alta",3])
> mean(dat[dat$tempf=="Baja",3]); mean(dat[dat$tempf=="Med",3]); mean(dat[dat$tempf=="Alta",3])
[1] 1.444963
[1] 1.885006
[1] 3.060968
> sd(dat[dat$tempf=="Baja",3]); sd(dat[dat$tempf=="Med",3]); sd(dat[dat$tempf=="Alta",3])
[1] 0.5688936
[1] 0.5401407
[1] 0.6163733
```

```
42 # 4. Aplica un ANOVA a los datos. Para ello se requiere primero obtener un
43 # modelo lineal usando la función 'lm'. Esta función ajusta un modelo lineal
44 # de la variable de respuesta en función de la variable explicativa. Como en
45 # este caso la variable explicativa es un factor (categórico), es conveniente
46 # hacerlo explícito. Puedes ajustar el modelo usando la tempf como variable
47 # explicativa. Copia el siguiente comando y analiza la respuesta que R
48 # devuelve
49 # (PISTA: la primera línea de la respuesta es el modelo).
50 dat$tempf<-as.factor(dat$tempf)
51 is.factor(dat$tempf)
52 lm(dat$oxi~dat$tempf)
53 # ¿Reconoces alguno de los valores bajo el título de 'Coeficientes'?
54 # ¿Qué crees que son éstos valores?
55 # Otra sintaxis alternativa para la misma función es:
56 lm(oxi~tempf,data=dat)
```



```
> dat$tempf<-as.factor(dat$tempf)
> is.factor(dat$tempf)
[1] TRUE
> lm(dat$oxi~dat$tempf)
```

```
Call:
lm(formula = dat$oxi ~ dat$tempf)
```

```
Coefficients:
(Intercept)  dat$tempfBaja  dat$tempfMed
      3.061          -1.616          -1.176
```

```
58 # 5. Guarda el modelo que acabas de ajustar bajo un objeto con el nombre "mod1",
59 # y aplica la función 'anova' a dicho objeto. Responde a las siguientes
60 # preguntas:
61 # a) ¿Qué hace la función 'anova'?
62 # b) ¿Qué es la Sum Sq correspondiente al factor "tempf" y a los residuales?
63 # c) ¿Cuánto vale la Sum Sq total?
64 # d) ¿Corresponden los valores de g.l. que aparecen en la consola con
65 # aquéllos que resultan de aplicar las fórmulas revisadas en clase?
66 # e) ¿Qué es la Mean Sq?
67 # f) ¿Qué representa el valor de F de la tabla? ¿Es un valor grande o pequeño?
68 # ¿Cómo lo sabes?
69 # g) ¿Qué representa el valor de probabilidad? ¿Es un valor grande o pequeño?
70 # ¿Cómo lo sabes?
71 # h) Calcula la proporción de la variación total de la variable 'mgO2peso' que
72 # es debida al factor 'tempf'.
73 # i) ¿Es grande o pequeña esta proporción? ¿Cómo lo sabes?
74 # j) A partir de este resultado, concluye si tienes evidencias suficientes
75 # para rechazar la Ho que formulaste antes.
76 # k) ¿Cuál es la probabilidad de equivocarte en esta aseveración?
```

```
> mod1<-lm(oxi~tempf,data=dat)
> anova(mod1)
Analysis of Variance Table
```

```
Response: oxi
      Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
tempf   2  16.752   8.3760  25.246 2.23e-07 ***
Residuals 33  10.948   0.3318
```

```
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
78 # 6. Utilizando la función 'qf' obtén el valor crítico de F bajo la hipótesis
79 # nula. Busca valores de los g.l. para el numerador y el denominador en la
80 # tabla anterior, y considera un valor de alfa=0.05. ¿Qué representa este valor?
```

```
> qf(0.05,2,33,lower.tail = FALSE)
[1] 3.284918
```