



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
UNIDAD ZACATENCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA EDUCATIVA**

**DESARROLLO DE CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS PARA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS: UNA INTERVENCIÓN DE
DISEÑO CON PROFESORES DE PRIMARIA DE LA MIXTECA BAJA
DE OAXACA**

TESIS

que presenta

HOMERO ENRÍQUEZ RAMÍREZ

para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS

en la especialidad de

MATEMÁTICA EDUCATIVA

Directora de la tesis: Dra. Ana Isabel Sacristán Rock

Ciudad de México

febrero, 2023

AGRADECIMIENTO A CONACYT

Se agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) por su apoyo para mis estudios del programa de Doctorado en Ciencias en Educación Matemática del Cinvestav, Unidad Zacatenco, y la realización del trabajo de investigación aquí reportado, mediante la Beca Número 455023.

Homero Enríquez Ramírez
No. CVU: 166129

OTROS AGRADECIMIENTOS

Mi agradecimiento especial para la Dra. Ana Isabel Sacristán Rock, mi asesora de tesis, por sus orientaciones académicas, sus enseñanzas en el arte de investigar y escribir y su apoyo sensible ante adversidades personales que afronté.

Mis agradecimientos también a mis sinodales: Dra. María Teresa Rojano Ceballos, Dra. Marisol Santacruz Rodríguez, Dra. Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres y al Dr. Armando Solares Rojas por leer este documento y brindarme importantes orientaciones para su mejora.

Mi agradecimiento a todo el Departamento de Matemática Educativa por el apoyo académico, administrativo y personal recibido durante mis estudios de doctorado.

Finalmente, mi agradecimiento también a mi suegra, Margarita Guadalupe Barragán Flores, por el apoyo de cuidar de mis hijos durante mis estudios.

DEDICATORIA

A Eva: mi único, verdadero y gran amor.
Por su apoyo incondicional para llevar a cabo este trabajo.

A Edgar, a Isaac, a Diego y a Paola, mis amados hijos,
por acompañarme en estos siete años y resistir mis ausencias.

A Josefa Ramírez Barrera y a Ramiro Enríquez Ríos, mis papás.

Al padre Miguel Ángel Calvo Gómez, por gran apoyo y acompañamiento en mi vida.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTO A CONACYT	3
OTROS AGRADECIMIENTOS	4
DEDICATORIA	5
ÍNDICE	7
LISTA DE FIGURAS	15
LISTA DE TABLAS	21
RESUMEN	23
ABSTRACT	24
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	25
1.1. Introducción	25
1.2. Antecedentes y origen del trabajo	25
1.2.1. Antecedentes de experiencias profesionales generales.....	25
1.2.2. Antecedentes sobre los recursos digitales	26
1.2.3. Planteamiento del trabajo	28
1.3. Preguntas y objetivos de investigación	28
1.3.1. Preguntas de la investigación	29
1.3.2. Objetivos.....	30
1.4. Panorama del resto del documento	31
SECCIÓN A: ANTECEDENTES, REVISIÓN DE LA LITERATURA Y MARCOS CONCEPTUALES Y TEÓRICOS	35
CAPÍTULO 2. USO DE TECNOLOGÍAS EN LOS CONTEXTOS EDUCATIVOS DE AMÉRICA LATINA Y MÉXICO	37
2.1. El contexto latinoamericano de la tecnología digital en las escuelas	37
2.2. La escuela: Factor clave para reducir la brecha digital	40
2.3. El contexto mexicano sobre uso de tecnología digital en educación básica	42
2.3.1. Programas mexicanos para la integración pedagógica de las tecnologías digitales en las escuelas de educación básica.....	43
i. Red Escolar.....	43
ii. EMAT.....	43
iii. Enciclomedia.....	47
iv. Habilidades Digitales para Todos.....	48
v. Mi compu.mx.....	49
vi. Programa piloto de inclusión digital.....	49
vii. Programa @prende	50

2.3.2. El aprovechamiento de los programas mexicanos para la integración de las TD en las escuelas primarias: el caso de Enciclomedia y HDT para la enseñanza de las matemáticas. ..	52
2.3.3. Consecuencias de la pandemia por Covid 19: educación a distancia y TD en las escuelas primarias.....	54
2.3.4. Conclusiones sobre los programas gubernamentales presentados	58
CAPÍTULO 3. CONOCIMIENTOS DISCIPLINARES, PEDAGÓGICOS Y TECNOLÓGICOS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS.....	61
3.1. Modelos de conocimiento de los profesores para la enseñanza	63
3.1.1. El conocimiento base para la enseñanza	63
3.1.2. El conocimiento de la materia para la enseñanza	64
3.1.3. El conocimiento del contenido para la enseñanza de las matemáticas.....	65
3.1.4. El Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TPACK)	70
3.1.5. El Conocimiento Pedagógico de la Tecnología (PTK o MPTK)	73
3.2. Fuentes de conocimientos y de desarrollo profesional del profesor.....	75
3.2.1. Las fuentes de aprendizaje del profesor	75
3.2.2. La práctica como punto de partida para el desarrollo profesional de profesores	77
3.3. Conclusiones del capítulo 3.....	78
CAPÍTULO 4. LA APROXIMACIÓN INSTRUMENTAL Y EL USO DE RECURSOS DIGITALES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	81
4.1. La Aproximación Instrumental	81
4.1.1. Artefactos y herramientas.....	81
4.1.2. La construcción del conocimiento y el papel de los artefactos	82
4.1.3. Del artefacto al instrumento	84
4.1.4. La génesis instrumental	86
4.1.5. Ejemplo de instrumentación de un recurso de Enciclomedia.....	88
4.2. La Aproximación Documental de lo Didáctico (ADD).....	89
4.2.1. La ADD: el estudio de la interacción del profesor con recursos	89
4.2.2. La génesis documental	90
4.2.3. Investigación reflexiva sobre el trabajo documental del profesor	93
4.2.4. Dimensión social del trabajo documental del profesor	95
4.2.4.1. Comunidades de práctica.....	95
4.2.4.2. Génesis documental en una comunidad	96
4.2.5. Síntesis de la Aproximación Documental de lo Didáctico (ADD).....	98
4.3. La orquestación instrumental	99
4.4. Conclusiones del capítulo 4.....	102
CAPÍTULO 5. INTEGRACIÓN DE TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	105
5.1. El construccionismo: una propuesta pedagógica para la integración de TD en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.	105
5.1.1. Los inicios del construccionismo	105
5.1.2. Obstáculos culturales del aprendizaje	108
5.1.3. La computadora, una herramienta poderosa para el aprendizaje de las matemáticas ..	109
5.1.4. Definición del construccionismo	110
5.2. El profesor y la complejidad de integrar el uso de TD en la clase de matemáticas... 112	112
5.2.1. Factores que posibilitan u obstaculizan la integración de la TD	116

5.3. Conclusiones del capítulo 5.....	118
SECCIÓN B: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	119
CAPÍTULO 6. INVESTIGACIÓN BASADA EN DISEÑO.....	121
6.1. Caracterización de la investigación de diseño.....	121
6.2. Objetividad, confiabilidad y validez en la IBD	123
6.3. Las hipótesis en los estudios de IBD	124
6.4. Pertinencia de los estudios de diseño y sus tipos.....	125
CAPÍTULO 7. METODOLOGÍAS DE FORMACIÓN DOCENTE PARA LA INTEGRACIÓN DE TECNOLOGÍAS DIGITALES.....	127
7.1. Los cursos teórico-prácticos: una estrategia para la formación docente para el uso de td.....	127
7.2. Hacia la propuesta de intervención para fomentar que profesores integren TD a su práctica	130
CAPÍTULO 8. FASES DE LA INVESTIGACIÓN.....	133
8.1. Fase diagnóstico de la población	134
8.1.1. Instrumentos de la fase diagnóstica	135
8.1.2. Primer momento del diagnóstico: visitas a escuelas	136
8.1.3. Segundo momento del diagnóstico: observaciones de clase	137
8.2. Primer ciclo de intervención-investigación (primer curso de formación).....	139
8.2.1. El primer curso de formación	139
i. Fundamentos del primer curso	141
ii. Contenidos y componentes del primer curso.....	142
iii. Duración y espacios de trabajo del primer curso	144
iv. Metodología de implementación del primer curso	144
v. Materiales del curso.....	145
8.2.2. La metodología de investigación en la implementación del curso	147
i. Los instrumentos de investigación	148
ii. Población de profesores y datos del coordinador	150
8.3. Segundo ciclo de intervención-investigación (segundo curso de formación)	153
8.3.1. El rediseño del curso: el segundo curso de formación	153
i. Fundamentos del segundo curso.....	154
ii. Contenidos y componentes del segundo curso.....	155
iii. Duración y espacio de trabajo del segundo curso	160
iv. Metodología de implementación del segundo curso	160
v. Materiales para el segundo curso.....	161
vi. Participantes en el curso	161
8.3.2. Metodología de investigación en la implementación del segundo curso	163
i. Ruta metodológica.....	163
ii. Población del estudio.....	164
SECCIÓN C: DATOS Y ANÁLISIS DE LAS FASES DE INVESTIGACIÓN.....	165
CAPÍTULO 9. RESULTADOS DEL ESTUDIO DIAGNÓSTICO	167

9.1. La infraestructura digital de las escuelas y los modelos de integración digital	167
9.1.1. El equipamiento digital	168
9.1.1. Servicio de internet.....	171
9.1.2. Modelo de integración digital.....	173
9.1.2.1. Las aulas de medios.....	173
9.1.2.2. Aulas de clase equipadas	175
i. Aulas Enciclomedia.....	175
ii. Aulas con equipo de cómputo y proyector.....	177
9.1.2.3. Equipo itinerante en aulas	177
9.2. Las TD en la formación profesional y percepción de los docentes.....	179
9.2.1. La formación de los profesores participantes	179
9.2.2. Percepción de los profesores sobre el uso de tecnología digital para la enseñanza de las matemáticas.	183
9.2.2.1. Ventajas y desventajas del uso de TD para el estudiante	184
i. Promueve el interés por aprender	184
ii. La TD promueve el aprendizaje significativo	185
iii. La TD favorece o inhibe el desarrollo de habilidades del estudiante.....	185
iv. La TD cambia la percepción de los estudiantes sobre las matemáticas	187
v. El uso de la TD genera daños fisiológicos	187
vi. Conclusiones de las ventajas y desventajas percibidas del uso de TD para el estudiante	187
9.2.2.2. Ventajas y desventajas de utilizar TD para el profesor	189
9.2.2.3. Ventajas y desventajas del uso de TD para la clase	190
9.3. La experiencia de los profesores en el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas	192
9.3.1. Frecuencia de uso de TD en la clase de matemáticas y las razones que la justifican...	192
9.3.2. Los recursos digitales empleados y el uso dado	194
9.4. La orquestación de los recursos digitales empleados	196
9.4.1. Fundamentos teóricos para el análisis de las orquestaciones de los profesores observados	196
9.4.2. Resultados: orquestaciones de profesores observados	198
9.4.2.1. Las configuraciones didácticas empleadas	198
9.4.2.2. Los modos de explotación de los recursos digitales.....	199
9.4.2.3. Las orquestaciones (desempeño didáctico) de los recursos digitales y sus usos implicados	200
9.4.3. Reflexiones sobre la experiencia de los profesores con TD.....	202
9.5. Factores que condicionan la orquestación de los recursos digitales en la clase: Estudios de caso.....	202
9.5.1. Caso 1: Alicia.	203
i. Detalles y contexto de Alicia.....	203
ii. Descripción de la clase con TD de 3° de Alicia: Lectura y escritura de números.....	204
9.5.2. Caso 2: Alfredo.	205
i. Detalles y contexto de Alfredo	205
ii. Descripción de la clase con TD de 1° de Alfredo: cálculo mental	205
9.5.3. Discusión de los casos de Alicia y Alfredo	207
i. La orquestación de los recursos digitales por los profesores analizados.....	207
ii. Los factores internos y externos que determinaron el uso de la TD.	208

CAPÍTULO 10. DESARROLLO Y RESULTADOS DEL CICLO 1 (PRIMER CURSO DE FORMACIÓN)	211
10.1. Visitas de apoyo técnico a escuelas	211
10.2. Inicio del curso	212
10.3. Primer Módulo con Fraction Lab	213
10.3.1. Potencialidades y aspectos técnicos del recurso digital Fraction Lab	213
10.3.2. Actividades para el estudio del recurso digital Fraction Lab	214
10.3.2.1. La representación de una fracción con Fraction Lab.....	216
10.3.2.2. Comparando fracciones con Fraction Lab.....	216
10.3.2.3. Fracciones equivalentes con Fraction Lab.....	217
10.4. El replanteamiento del primer módulo	218
10.4.1. Las actividades para el estudio de los nuevos recursos para el estudio de fracciones.....	219
10.4.2. Las actividades de revisión bibliográfica (primer módulo).....	221
10.4.3. La experimentación con recursos digitales del primer módulo y la reflexión sobre la práctica	222
10.5. Segundo Módulo con GeoGebra	223
10.5.1. El recurso digital de GeoGebra	223
10.5.2. Preparación personal para el módulo con GeoGebra	224
10.5.3. Las actividades para el estudio del recurso digital GeoGebra.....	225
10.5.4. Las actividades de revisión bibliográfica (módulo de GeoGebra)	227
10.5.5. La experimentación con el recurso digital de GeoGebra y la reflexión sobre la práctica.....	227
10.6. Tercer Módulo con Logo	228
10.6.1. El recurso digital Logo	228
10.6.2. La preparación del módulo con Logo.....	230
10.6.3. Las actividades para el estudio de Logo.....	231
10.6.4. Las actividades de revisión bibliográfica	232
10.6.5. La experimentación con el recurso digital Logo y reflexiones sobre la práctica	233
10.7. Conclusiones del capítulo 10	233
CAPÍTULO 11. DESARROLLO Y RESULTADOS DEL CICLO 2 (SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN)	241
11.1. Análisis de los sistemas documentales iniciales de los profesores	241
11.2. Análisis del desarrollo del segundo curso	244
11.2.2. Módulo I: Interactivos para contenidos de matemáticas	245
11.2.2.1. Estudio técnico y didáctico de los interactivos (primer momento del módulo) ..	245
11.2.2.2. Lección con el interactivo “Medidas de Capacidad” para enseñanza del litro y mililitro (Momentos 2-4).....	248
i. El contexto y los profesores estudio de caso de la lección con el interactivo	249
ii. Orquestaciones de la lección con el interactivo “Medidas de Capacidad”.....	255
iii. Consideraciones sobre las orquestaciones del interactivo.....	266
11.2.2.3. Reflexiones de los profesores sobre su clase con el uso del interactivo.....	267
11.2.2.4. Análisis documental de la integración del interactivo “Medidas de capacidad” en la clase de matemáticas.....	269
11.2.3. Módulo II. GeoGebra para la enseñanza de la geometría y la medición	271
11.2.3.1. Estudio técnico y didáctico de GeoGebra (primer momento del módulo)	271
11.2.3.2. Lección con el uso de GeoGebra para el estudio de las alturas de un triángulo (Momentos 2-4).....	275
i. Orquestaciones de la lección con GeoGebra	275

ii. Consideraciones sobre las orquestaciones de GeoGebra	286
11.2.3.3. Reflexiones de los profesores sobre su clase con GeoGebra.....	287
11.2.3.4. Análisis documental de la integración de GeoGebra a la clase de matemáticas .	289
11.2.4. Módulo III. Logo para la enseñanza de la geometría y la medición	291
11.2.4.1. Estudio técnico y didáctico de Logo (primer momento del módulo)	291
11.2.4.2. Orquestaciones de una lección con Logo para representar figuras geométricas y desarrollar la ubicación espacial (Momentos 2-3).....	295
i. El contexto y los profesores estudio de caso de la lección con Logo.....	295
ii. Desarrollo de la lección con Logo de acuerdo con los componentes de orquestación.	297
iii. Consideraciones sobre las orquestaciones de Logo	307
11.2.4.3. Aspectos matemáticos relacionados al trabajo con Logo.....	308
11.2.4.4. Reflexiones de las profesoras sobre su clase con Logo (Momento 4).....	309
11.2.4.5. Análisis documental de la integración de Logo a la clase de matemáticas	311
11.3. Cambios en los sistemas documentales de los profesores: El caso de Ofe.....	313
11.3.1. El perfil de la profesora Ofe	313
11.3.2. Los cambios en el sistema documental (SD) de la profesora Ofe	313
11.3.3. Observaciones sobre el caso de la profesora Ofe	316
11.4. Conclusiones del segundo ciclo de intervención-investigación.....	316
11.4.1. Sobre los procesos de génesis documental generados con la integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas	317
11.4.2. Sobre elementos del segundo curso que fueron valiosos para propiciar la integración del recurso digital	321
SECCIÓN D.....	331
CAPÍTULO 12. CONCLUSIONES	331
12.1. Conclusiones del estudio diagnóstico	331
12.2. Conclusiones sobre los cursos formación	333
12.3. Conclusiones sobre la metodología de la investigación	336
12.4. Aportaciones de la investigación al campo de la educación matemática	337
12.5. Perspectivas para investigaciones futuras.....	339
REFERENCIAS	343
APÉNDICE A. CUESTIONARIO DIAGNÓSTICO	355
APÉNDICE B. GUIONES DE ENTREVISTAS DEL ESTUDIO DIAGNÓSTICO	359
B.1. Guión de entrevista a los directores de escuela para el estudio diagnóstico	359
B.2. Guión de entrevista a los profesores cuyas clases con el uso de td se observaron en el estudio diagnóstico	359
APÉNDICE C. DISEÑO DEL PRIMER CURSO DE FORMACIÓN	361
C.1. Invitación a profesores para participar en el primer curso de formación	361
C.2. Efectos del sismo en la configuración del grupo de profesores del primer curso	362
C.3. Objetivos generales del primer curso	362
C.4. Repositorio de recursos digitales distribuido durante el primer curso	363
C.5. Contenidos y calendario del primer curso	367
C.6. Características de los recursos digitales del primer curso.....	367

C.7. Detalles de los módulos del primer curso	368
C.8. Ejemplo de hoja de trabajo de <i>Fraction Lab</i> para el primer curso de formación	379
C.9. Ejemplo de hoja de trabajo con <i>Fraction Intro</i> para el primer curso de formación. alternativa utilizada ante los problemas técnicos con <i>Fraction Lab</i>	380
C.10. Ejemplo de hoja de trabajo con <i>GeoGebra</i> del primer curso de formación.....	381
C.11. Ejemplo de hoja de trabajo con <i>Logo</i> para el primer curso de formación.....	382
C.12. Plantilla para la elaboración del plan de clase	383
C.13. Plantilla para el diario del profesor	384
APÉNDICE D. DISEÑO DEL SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN	385
D.1. Segundo curso de formación.....	385
D.2. Ejemplo de hoja de trabajo del segundo curso de formación.....	387
D.3. Guía de estudio de <i>GeoGebra</i> del segundo curso de formación	387
D.4. Ejemplo de hoja de trabajo con <i>GeoGebra</i>	388
D.5. Guías EMAT utilizadas para el estudio de <i>Logo</i> en el segundo curso de formación	388
D.6. Ejemplo de hoja trabajo de la guía del alumno EMAT para el estudio de <i>Logo</i> en el segundo curso de formación	389
APÉNDICE E. LOS RECURSOS Y DOCUMENTOS DE LOS PROFESORES PREVIOS AL SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN	391
E.1. El sistema de recursos de los profesores	392
E.2. El libro de texto: el recurso fundamental para definir el propósito, contenido, desarrollo y evaluación de la clase.	392
E.3. Recursos para el estudio del contenido matemático de la clase.....	393
E.4. Recursos para consultar orientaciones didácticas de los contenidos.	395
E.5. Recursos para el diseño y desarrollo de las actividades de su clase	397
E.6. El sistema documental de los profesores.....	412
E.7. Los documentos relacionados con la explicación del tema de la clase	413
E.7.1. Documento para la preparación de la explicación	414
E.7.2. Documento para el uso de la explicación en la clase	416
E.8. Los documentos relacionados con el cuestionamiento sobre el tema	419
E.8.1. El documento para el diseño de las preguntas	420
E.8.2. Los documentos sobre el uso de las preguntas en la clase	424
E.9. Los documentos relacionados con las tareas matemáticas de la clase	427
E.9.1. El documento para la preparación de los problemas o ejercicios	428
E.9.2. Documento para la implementación del problema.....	432
E.9.3. Documento para la preparación de juegos	433
E.9.4. El documento para la implementación del juego	435

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1. Dominios del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Ball, et al. 2008, p. 403)	66
Figura 3.2. Modelo del Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (Koehler, et al., 2014)	71
Figura 3.3. Modelo de PTK de Thomas y Palmer (2014, p. 76)	74
Figura 4.1. La génesis instrumental (Trouche, 2004, p. 289).....	87
Figura 4.2. Interactivo "Balanza de kilogramos" de Enciclomedia.....	88
Figura 4.3. Representación de la génesis documental (Gueudet y Trouche, 2012).....	91
Figura 4.4. Relación dialéctica entre el recurso y el documento (Gueudet y Trouche, 2008, p. 206).....	92
Figura 4.5. Esquema de la génesis documental de una comunidad (Gueudet y Trouche, 2012, p. 308)	97
Figura 8.1. Ciclo de los momentos para el estudio didáctico de los recursos digitales.....	160
Figura 9.1. Equipamiento digital de las escuelas.....	168
Figura 9.2. Razón de alumnos por computadora	169
Figura 9.3. Equipo Enciclomedia 1	170
Figura 9.4. Equipo Enciclomedia 2	170
Figura 9.5. Equipo Enciclomedia 3	170
Figura 9.6. Equipo Enciclomedia 4	170
Figura 9.7. Aula de medios EJRP.....	174
Figura 9.8. Aula de medios EMR.....	174
Figura 9.9. Aula de medios EVGF	174
Figura 9.10. Aula de medios EJMM.....	174
Figura 9.11. Equipo adquirido para cada aula de la escuela ECOMC	178
Figura 9.12. Cursos sobre tecnología digital para la enseñanza.....	180
Figura 9.13. Dominio en el uso de TD para la enseñanza	181
Figura 9.14. Frecuencia de uso de recursos digitales en la clase de matemáticas.....	192
Figura 9.15. Lectura de cantidades con apoyo de ábaco (video).....	204
Figura 9.16. Formando cantidades de cuatro cifras (video)	204
Figura 9.17. Repitiendo en papel y lápiz la formación de cifras del video.	204
Figura 9.18. Juego de los globos	206
Figura 9.19. Juego del gusanito	206
Figura 9.20. Juego del pajarito	206

Figura 10.1. Profesores explorando los recursos digitales en visita de apoyo técnico (11-12-2017)	212
Figura 10.2. Sesión inicial del curso (23 sept., 2017) en la biblioteca del Centro de Maestros....	214
Figura 10.3. Recurso digital Fraction Lab.....	214
Figura 10.4. Ejemplo de una hoja de trabajo con Fraction Lab	215
Figura 10.5. Comparación de fracciones con Fraction Lab.....	217
Figura 10.6. Generación de fracciones equivalentes con Fraction Lab.....	218
Figura 10.7. Laboratorio de igualdad en el recurso “Introducción a fracciones”.....	220
Figura 10.8. Revisión de los recursos sobre fracciones (1 y 2 de dic., 2017)	220
Figura 10.9. Exposiciones del tema de fracciones (11 de nov., 2017)	222
Figura 10.10. Captura del software GeoGebra.....	224
Figura 10.11. Ejemplo de hoja de trabajo con GeoGebra para simetría axial.....	225
Figura 10.12. Sesión de trabajo con GeoGebra (27-01-2018).....	226
Figura 10.13. Sesión de análisis de la práctica con TD (24 feb., 2018)	228
Figura 10.14. Captura de una actividad con Logo.	229
Figura 10.15. Materiales EMAT para el estudio de Logo (Sacristán, 2005; y Sacristán y Esparza, 2005).....	231
Figura 10.16. Hoja de trabajo con Logo, creada para el primer curso.	231
Figura 10.17. Sesiones con el uso de Logo (16-03-2018 y 13/14-04-2018)	232
Figura 11.1. Hoja de trabajo con el recurso digital “Ley de equilibrio”	246
Figura 11.2. Profesoras experimentando con la balanza de equilibrio digital.....	247
Figura 11.3. Guía didáctica de quinto grado	251
Figura 11.4. “Consideraciones” del <i>Libro para el Maestro</i> de matemáticas	252
Figura 11.5. Profesor Musio demostrando el uso del pizarrón electrónico.....	253
Figura 11.6. Fichero de actividades didácticas (SEP, 1993), utilizado por la profesora Ofe para preparar los problemas de su clase.....	255
Figura 11.7. Profesores de quinto grado preparando su clase con el uso de recursos digitales ...	257
Figura 11.8. Profesor explicando la tabla de múltiplos y submúltiplos del litro.....	258
Figura 11.9. Hoja de trabajo de las profesoras	259
Figura 11.10. Hojas de trabajo de Musio	259
Figura 11.11. Niños comparando recipientes de distintas capacidades.....	260
Figura 11.12. Interactivo de Enciclomedia “Medidas de capacidad”	260
Figura 11.13. Planteamiento de la situación en el interactivo.....	261
Figura 11.14. Selección de las cantidades de los ingredientes de la receta, en el interactivo	261
Figura 11.15. Selección del recipiente para conseguir la cantidad de leche deseada, en el interactivo.....	261
Figura 11.16. Validación de la cantidad de vasos de leche, en el interactivo	261
Figura 11.17. Escenario <i>En el establo</i> del interactivo	261

Figura 11.18. Hoja de trabajo acordada por las tres profesoras para el trabajo con el interactivo	262
Figura 11.19. Hoja de trabajo del profesor Musio para el escenario <i>En la casa</i> del interactivo.	263
Figura 11.20. Hoja de trabajo del profesor Musio para el escenario <i>En el establo</i> del interactivo.	263
Figura 11.21. Hoja de trabajo tomada de una guía didáctica, utilizada por Olivia y Hermelinda como complemento al trabajo con el interactivo.....	264
Figura 11.22. Actividades del libro de texto, utilizadas por Olivia y Hermelinda como complemento al trabajo con el interactivo	264
Figura 11.23. Estudiantes de la profesora Olivia explorando con el interactivo.....	265
Figura 11.24. Estudiantes de la profesora Ofe discutiendo y probando sus respuestas.....	265
Figura 11.25. Estudiantes del profesor Musio comprobando sus respuestas.	265
Figura 11.26. Construyendo un pentágono con sus diagonales con GeoGebra	272
Figura 11.27. Construyendo un triángulo inscrito en una circunferencia con GeoGebra	272
Figura 11.28. Hoja de trabajo para el estudio de los lados del triángulo.....	274
Figura 11.29. Profesora construyendo triángulos con las medidas solicitadas con GeoGebra	275
Figura 11.30. Los profesores compartiendo en plenaria los triángulos construidos con GeoGebra y sus conclusiones.....	275
Figura 11.31. Actividad “Los caminos de la araña” del fichero didáctico	276
Figura 11.32. Hoja de trabajo para el estudio de las alturas de un triángulo con el uso de GeoGebra	277
Figura 11.33. Actividades del libro de texto oficial sobre las alturas de un triángulo	277
Figura 11.34. Applet en GeoGebra de Musio para el estudio de alturas de triángulos	278
Figura 11.35. Trazos de las alturas del triángulo elaborados por los alumnos de la profesora Ofe	279
Figura 11.36. Alumno de la profesora Olivia exponiendo las características de los triángulos y trazo de las alturas	280
Figura 11.37. Profesora Hermilinda explicando las alturas del triángulo	280
Figura 11.38. Explicación por Musio de la manera de trazar un triángulo equilátero	281
Figura 11.39. Explicación por Musio de la manera de trazar las alturas.....	281
Figura 11.40. Explicación por Musio de la forma de medir el ángulo recto de las alturas	281
Figura 11.41. Alumna del profesor Musio trazando la altura del triángulo	281
Figura 11.42. Niños respondiendo la hoja de trabajo proporcionada por Ofe.....	282
Figura 11.43. Comprobación de las respuestas de los niños con el uso de GeoGebra (clase de Ofe)	282
Figura 11.44. La profesora Olivia señalando que las alturas quedaron fuera del triángulo	283
Figura 11.45. Niño – <i>Sherpa</i> – manipulando la computadora para mostrar un triángulo y sus alturas (clase de Olivia).....	283
Figura 11.46. Profesora Hermelinda explicando la manera de trazar las alturas utilizando escuadras.	284
Figura 11.47. Alumnas de Hermelinda trazando las alturas del triángulo.....	284

Figura 11.48. Hoja de trabajo individual para trazar las alturas del triángulo (clase de Hermelinda).	284
Figura 11.49. Niña trazando las alturas de los triángulos (clase de Musio).	285
Figura 11.50. Niña ayudando a su compañera a trazar las alturas de un triángulo (clase de Musio).	285
Figura 11.51. Niños trazando las alturas de un triángulo rectángulo (clase de Musio).	285
Figura 11.52. Niño trazando las alturas de un triángulo equilátero (clase de Musio).	285
Figura 11.53. Profesor Musio explicando que dos alturas de un triángulo rectángulo coinciden con sus lados.	285
Figura 11.54. Análisis de los ángulos del triángulo equilátero y del pentágono.....	292
Figura 11.55. Intento fallido de la construcción de un triángulo equilátero con Logo	292
Figura 11.56. Construcción de un pentágono con Logo.....	292
Figura 11.57. Molinos construidos por los profesores en Logo	293
Figura 11.58. Panal de abejas generado en Logo	293
Figura 11.59. Momentos del juego de la Tortuga	294
Figura 11.60. Castillo construido en Logo por la profesora Ofe, mediante programas variables para triángulos y rectángulos	294
Figura 11.61. Libro de texto de matemáticas quinto grado de 1993, utilizado por Thelma.....	297
Figura 11.62. Un alumno muestra sus trazos de polígonos en su cuaderno	298
Figura 11.63. Representación de polígonos en la cancha.....	299
Figura 11.64. Juego de la Tortuga	299
Figura 11.65. Niños simulando la posición y giro de la Tortuga	300
Figura 11.66. Profesora Thelma explicando la medida de los ángulos	302
Figura 11.67. Niños del grupo de Isabella programando polígonos.....	303
Figura 11.68. Alumnos de la maestra Thelma trazando polígonos en el patio	303
Figura 11.69. Niñas programando el velero del libro de Logo (Sacristán y Esparza, 2005).....	304
Figura 11.70. Niños construyen programas Logo en papel para trazar una flecha y una bandera.....	305
Figura 11.71. Intento fallido de programación de la flecha en Logo	306
Figura 11.72. Avance en la programación en Logo de la flecha	306
Figura 11.73. Cotejando la figura de su cuaderno con su reproducción en Logo	307
Figura 11.74. Logro en la programación en Logo de la flecha	307
Figura 11.75. Los sistemas documentales (SD) de Ofe con sus momentos (M).....	314
Figura 122 Hoja de Fraction Intro original y su traducción	379
Figura 123. Fraction Lab	379
Figura 124 Hoja de trabajo y Simulación “Razón unitaria. Laboratorio de carrera”	387
Figura E.1 Sistema de recursos de los profesores	393
Figura E.2 Libro de matemáticas utilizado por la profesora Ingrid para estudiar los temas de la clase.....	394

Figura E.3 Guía didáctica de quinto grado	395
Figura E.4 Libro del curso “Matemáticas y su enseñanza I”, Lic. En Educ. Primaria Plan 1997.	396
Figura E.5 Libro Repartir y comparar (Block, Martínez y Moreno, 2013)	396
Figura E.6 Libro para el maestro, Matemáticas. Quinto grado de educación primaria, Plan de estudios 2011.....	396
Figura E.7 Fichero de actividades didácticas. Quinto grado de Primaria. Plan 1997.....	397
Figura E.8 Guía didáctica de quinto grado.	397
Figura E.9 Libro de juegos para aprender matemáticas.	397
Figura E.10 El sistema documental de los profesores	412
Figura E.11. Libro de texto de matemáticas quinto grado de 1993.....	415
Figura E.12 Profesora Verence explicando un procedimiento	416
Figura E.13 Profesor Musio demostrando el uso del pizarrón electrónico.....	417
Figura E.14 Libro para el maestro de matemáticas	421
Figura E.15 Apartado con orientaciones didácticas para el desarrollo de los contenidos	421
Figura E.16 Guía didáctica y material concreto de la profesora Lucero	423
Figura E.17 Alumno de la profesora Hermelinda explicando su procedimiento.	425
Figura E.18 Profesora Graciela anotando respuestas de los niños y explicando.....	426
Figura E.19 Trabajo del profesor Manuel con las preguntas.....	426
Figura E.20 Rediseño de un problema del fichero didáctico.....	431
Figura E.21 Fotocopia de “problemas” utilizada por la profesora Olivia en su clase	432
Figura E.22 Material del libro de texto “Carrera de robots”	434
Figura E.23 Libro de matemáticas utilizado por la profesora Ingrid para estudiar los temas de la clase.....	435

LISTA DE TABLAS

Tabla 8.1. Objetivos y actividades del estudio diagnóstico realizado	134
Tabla 8.2. Población de profesores que accedieron a ser observados	137
Tabla 8.3. Objetivos y actividades del primer ciclo de intervención-investigación	139
Tabla 8.4. Componentes del primer curso	143
Tabla 8.5. Recursos digitales contenidos en el repositorio para el curso de formación docente...	146
Tabla 8.6. Instrumentos de la investigación del primer curso de formación	149
Tabla 8.7. Población de profesores participantes en el primer curso	151
Tabla 8.8. Diseño e implementación de la fase final de intervención-investigación (segundo curso)	155
Tabla 8.9. Los momentos del segundo curso, sus actividades y sus objetivos.....	158
Tabla 8.10. Población de profesores participantes en el segundo curso.....	162
Tabla 9.1. Condición del equipo digital de las escuelas estudiadas	169
Tabla 9.1. Justificación de los profesores a su nivel de dominio de TD en la enseñanza	182
Tabla 9.2. Percepciones de ventajas y desventajas del uso de TD para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	183
Tabla 9.3. Razones de los profesores de su frecuencia de uso de la tecnología en la clase de matemáticas	193
Tabla 9.4. Los recursos digitales utilizados y las actividades que realizan los profesores con ellos.	195
Tabla 9.5. Orquestación y tipos de uso de los recursos digitales empleados por los profesores..	200
Tabla 10.6. Clases impartidas sobre fracciones con recursos digitales (y observadas por el investigador).....	223
Tabla 10.7. Clases impartidas de geometría con GeoGebra	227
Tabla 10.8. Síntesis de los resultados del primer ciclo de la investigación.....	237
Tabla 11.1. Familias de recursos que integraban los SR iniciales de los profesores.....	243
Tabla 11.2. Componentes de la clase de matemáticas de los profesores.....	249
Tabla 11.3. Síntesis de los resultados del segundo ciclo de la investigación	325
Tabla C.1. Lista de los recursos digitales contenidos en el repositorio	364
Tabla C.2 Recursos digitales para fracciones	365
Tabla E.1 Los recursos y la clase de matemáticas de los profesores.....	399
Tabla E.2 Momentos de la clase de matemáticas de cada profesor.....	411

RESUMEN

Se presenta una investigación de diseño para fomentar la integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas a través de un curso de formación con profesores de educación primaria pública de la región Mixteca del estado de Oaxaca. Esta se desarrolló en tres fases: el diagnóstico de la población, y dos ciclos de intervención-investigación en los que se implementó y rediseñó un curso de formación de profesores.

Para el diagnóstico, observaciones en escuelas primarias y de clases, la aplicación de cuestionarios y entrevistas a profesores, permitieron conocer las condiciones de acceso a tecnologías digitales en sus escuelas, su formación y experiencia sobre el uso de esta tecnología para la enseñanza de las matemáticas, así como los recursos digitales disponibles y la manera de utilizarlos en clase. Todo ello fue información valiosa para el diseño y desarrollo de las siguientes fases del estudio.

En el primer ciclo de intervención-investigación, se diseñó e implementó un primer curso de formación, con base en el modelo de Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TPACK) de Mishra y Koehler (2006). El curso consistió en actividades para el estudio e implementación en clases de matemáticas de recursos digitales (interactivos para fracciones, GeoGebra y Logo para geometría). En el segundo ciclo de intervención-investigación se rediseñó el curso a partir de la experiencia previa, retomando esta vez el Conocimiento Pedagógico de la Tecnología para la Enseñanza de las matemáticas (MPTK) de Thomas y Palmer (2014) y Clark-Wilson y Hoyles (2017) como sustento teórico. En esta ocasión se enfatizaron las actividades prácticas para el estudio didáctico de los recursos digitales (interactivos, GeoGebra y Logo) y se desarrollaron ciclos de *diseño-implementación-reflexión* para promover su integración en la clase de matemáticas. Para el análisis de las evidencias recabadas (entrevistas, planes y observaciones de clase) se retomó la Aproximación Documental de lo Didáctico (Gueudet & Trouche, 2008, 2012), a partir de la cual se pudieron explorar procesos de *génesis documental* para la integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas.

ABSTRACT

This document presents a design research aimed to promote the integration of digital resources for the teaching of mathematics through a training course for public elementary school teachers in the Mixteca region of the state of Oaxaca, Mexico. The research was developed in three phases: a diagnosis of the study's population, and two cycles of intervention and research, in which the teacher training course was implemented and redesigned.

For the diagnostic phase, observations in elementary schools and classrooms, and the use of questionnaires and interviews with teachers, allowed us to get insights into the conditions of access to digital technologies in their schools, their training and experience on the use of such technologies for teaching mathematics, as well as the digital resources available and how to use them in class. All this was valuable information for the design and development of the following phases of the study.

In the first intervention and research cycle, an initial training course was designed and implemented, based on the Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) framework of Mishra and Koehler (2006). The course consisted of activities for the study and implementation in mathematics classes of digital resources (interactive for fractions, GeoGebra and Logo for geometry). In the second cycle of intervention and research, the course was redesigned based on the previous experience, using instead the Mathematical Pedagogical Technological Knowledge (MPTK) framework of Thomas and Palmer (2014) and Clark-Wilson and Hoyles (2017). In that second course, emphasis was placed on practical activities for the didactic study of digital resources (interactive apps, GeoGebra and Logo), as well as on design-implementation-reflection cycles to promote their integration in mathematics classes. For the analysis of the collected evidence (interviews, class plans and observations), the Documentational Approach to Didactics (Gueudet & Trouche, 2008, 2012) was used to examine the documentational genesis processes related to the integration of digital resources for the teaching of mathematics.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. INTRODUCCIÓN

En este documento presento los resultados de mi investigación doctoral con la cual, por un lado, investigué cómo favorecer la formación de profesores de educación primaria en términos de la integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas incidiendo en su trabajo documental y, por otro lado, estudié el proceso de integración de tales recursos por parte de los profesores participantes en su práctica. Para ello seguí el modelo de Investigación Basada en Diseño (IBD), cuya metodología se caracteriza por ser intervencionista, lo que posibilitó la implementación de un curso de formación docente para la integración de recursos digitales como parte de la investigación.

1.2. ANTECEDENTES Y ORIGEN DEL TRABAJO

1.2.1. Antecedentes de experiencias profesionales generales

Como docente y como asesor técnico-pedagógico estatal en Oaxaca, durante unas dos décadas, me he dado cuenta de dificultades de profesores de educación primaria en la comprensión y enseñanza de diversos contenidos matemáticos. Ejemplos de esta situación se dieron cuando tuve la oportunidad de impartir talleres de enseñanza de las matemáticas en diversas zonas escolares del estado: Por un lado, en dichos talleres varios profesores expresaban que ciertas lecciones del libro de texto (principalmente de cuarto, quinto y sexto grados) eran muy difíciles, por lo cual las abordaban someramente, las posponían o las evitaban para no verse en dificultades. Por otro lado, yo mismo advertí la dificultad de muchos docentes para resolver tareas matemáticas relacionadas con los contenidos escolares, tanto las diseñadas para esos talleres o las tomadas de los propios libros de texto.

Posteriormente, mi trabajo de investigación de maestría (Enríquez, 2014) consistió en indagar el modo en que profesores de educación primaria de una zona escolar de Oaxaca resuelven problemas matemáticos de razón y proporción contenidas los libros de texto para dar cuenta de su conocimiento del contenido. Durante ese estudio, pude observar cómo se les dificultaba a esos profesores llegar a la solución de los problemas, dando origen a estrategias correctas y erróneas, ya documentadas en estudios sobre el razonamiento proporcional con niños.

Estas experiencias profesionales y de investigación me advirtieron sobre las limitantes de los profesores de primaria de esa región, con respecto a sus conocimientos matemáticos y el cómo enseñarlos, y, en consecuencia, sobre la necesidad de mayor formación en términos de sus conocimientos para la enseñanza (Shulman, 1986). Así surgió mi primer interés por emprender un trabajo de desarrollo, intervención e investigación con profesores de la región, centrado en la formación docente para enseñanza de las matemáticas.

Por otro lado, aunque reconozco la potencialidad de los recursos digitales para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, he tenido otras experiencias profesionales que dan cuenta del desaprovechamiento de este tipo de recursos en las escuelas, como comento a continuación.

1.2.2. Antecedentes sobre los recursos digitales

En particular, en el periodo 2007-2008, tuve la oportunidad de fungir como asesor de Enciclomedia y dar cursos de este programa en una zona escolar de la región Mixteca de Oaxaca. Esto me dio la oportunidad de observar que el formato de los cursos para docentes sobre el uso de Enciclomedia, se centraba simplemente en navegar por el menú de opciones de la plataforma, pero sin tratar contenidos relacionados con el uso didáctico de los recursos de dicha plataforma. Por otra parte, en las visitas a sus escuelas, pude notar que los profesores en su clase de matemáticas utilizaban Enciclomedia principalmente: para visualizar el libro de texto digitalizado y sus soluciones; para presentar alguna información relacionada con el tema (e.g. ver un glosario, una definición de la enciclopedia Encarta, una animación o algunos de los materiales imprimibles); y, en algunas ocasiones, para jugar con los interactivos, pero sin plantear tareas para aprovechar su potencial. De esta manera pude

darme cuenta de un desaprovechamiento de los equipos de Enciclomedia para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Al momento de iniciar el trabajo de investigación para esta tesis doctoral, en las escuelas los equipos de Enciclomedia existentes (computadora, pizarrón electrónico, proyector, internet e impresora) estaban inservibles o abandonados desde hacía una década, con algunas excepciones, como el caso de un profesor que participó en la última fase del proyecto (ver Capítulo 0). Por otra parte, en escuelas donde existían aulas de medios, éstas se utilizaban para clases de cómputo (e.g. el manejo de paquetería de *Office*), pero casi era nulo su uso para el estudio de contenidos escolares. De igual manera, en las escuelas donde los profesores llevaban algún equipo portátil (generalmente propio) y proyector al aula, éstos tendían a ser utilizados únicamente para proyecciones de video o presentar información sobre los contenidos abordados.

De manera general puedo decir que existía desaprovechamiento y un uso limitado de los recursos computacionales para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las escuelas públicas de la región. Su utilización era más para exponer y explicar, con un papel pasivo del alumno, o sea para una enseñanza de tipo tradicional; a diferencia de un uso que permita la exploración, el descubrimiento, el razonamiento, el hacer matemáticas, como lo señalan investigadores en el área (Sacristán, et al., 2010, Drijvers, 2015).

El desaprovechamiento de los equipos computacionales en las escuelas se debe por tres factores, según el diagnóstico que realizamos (ver Capítulo 5): (i) el escaso equipamiento computacional en las escuelas, (ii) el limitado acceso a contenido digital con que se cuenta y (iii) la falta de formación de los profesores sobre el uso de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas. Estos tres componentes deben atenderse si se pretende favorecer el uso de recursos digitales en la clase de matemáticas.

Así, el contar con la infraestructura tecnológica en las escuelas es un punto de partida necesario.

Por otra parte, dar acceso a contenido digital a los profesores, diseñado para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es sustancial. De igual manera, atender la formación de los profesores sobre el uso de este tipo de recursos es primordial y urgente, pues de ello depende, en gran medida, el mejor aprovechamiento del equipo con que se

cuenta y de los contenidos digitales existentes, así como la posibilidad de que el propio profesor busque, seleccione y utilice otros, o bien, diseñe los propios.

Si bien, con Enciclomedia hubo mayor acceso a los recursos digitales, al igual que formación, hoy en día consideramos que existe un retroceso en este sentido, ya que en muchos años no ha habido ningún programa de integración de las tecnologías digitales que haya llegado a las escuelas primarias públicas de la zona (la región Mixteca de Oaxaca).

1.2.3. Planteamiento del trabajo

Por ello, mediante esta investigación, se pretende atender la formación de profesores de esas escuelas, y dar cuenta de su desarrollo profesional, respecto del uso de TD para la enseñanza de las matemáticas.

Para estos propósitos hemos recurrido a la literatura en dos sentidos: Por un lado, aquella relacionada con el aprendizaje del profesor y con el conocimiento necesario para la enseñanza de las matemáticas con el uso de tecnología (ver apartado 3.3), la cual nos permitió sentar las bases para el diseño de propuesta de intervención. Por otro lado, desde un punto de vista teórico para el análisis de nuestros datos, hemos recurrido a la literatura sobre la *aproximación instrumental* y el *enfoque documental* (ver apartado 4.2): este enfoque nos proporciona un lente para observar, analizar e interpretar el proceso mediante el cual los profesores incorporan recursos digitales en su tarea de enseñar matemáticas, donde los conceptos de *sistema documental* y *génesis documental* resultan relevantes, puesto que dan cuenta del proceso dialéctico de *instrumentación* e *instrumentalización* entre el profesor y los recursos (digitales) empleados.

De todo lo anterior, se derivaron los objetivos de este trabajo de investigación, que se presentan a continuación.

1.3. PREGUNTAS Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

Dadas las condiciones halladas sobre acceso a recursos digitales y al uso que se hace de ellos (ver Capítulo 5), así como el reconocer que estos materiales pueden ser herramientas potentes (si son bien explotadas) para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, me interesó emprender un proyecto de investigación para ayudar a los profesores de educación primaria a integrar recursos digitales en su clase de matemáticas de primaria.

1.3.1. Preguntas de la investigación

Por tanto, la primera interrogante que orientó nuestro trabajo fue:

- ¿Cómo favorecer la formación de profesores de primarias públicas de la región Mixteca de Oaxaca, para integrar el uso de recursos digitales en la clase de matemáticas?

Para dar respuesta a esta primera interrogante, se decidió diseñar e implementar un curso de formación (de desarrollo profesional) con profesores, en servicio, de educación primaria de la región Mixteca de Oaxaca, centrado en fomentar y reflexionar sobre el conocimiento y manejo de recursos digitales, y el diseño de clases de matemáticas implementando el uso de estos recursos en clase. Para ello, se utiliza la metodología de Investigación Basada en Diseño (ver apartado 4.3), la cual facilita el trabajo conjunto entre investigadores y profesores, en un trabajo de intervención y diseño iterativo.

Esto llevó a plantear una segunda pregunta de investigación:

¿Cómo es el proceso de integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas, por profesores participantes en el curso de formación? Por otra parte, para atender a la segunda pregunta, acerca del proceso mediante el cual los profesores integran recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas, la Aproximación Documental de la Didáctica (Gueudet y Trouche, 2008) es un marco teórico pertinente, pues plantea el estudio de la práctica del profesor a partir de su interacción con el sistema de recursos del cual echa mano para la enseñanza (trabajo documental). De esta manera, la aproximación documental puede ser útil para comprender los procesos vividos por el profesor al integrar nuevos recursos (en este caso, digitales).

Y las preguntas más específicas de investigación son:

- ¿Qué sistema de recursos tiene disponible y utiliza el profesor de educación primaria de la región mixteca para la enseñanza de las matemáticas?
- ¿Qué implicaciones profesionales y materiales tiene para los profesores el incorporar recursos digitales en su clase de matemáticas?
- ¿A qué miedos y dificultades se enfrentan los profesores para integrar recursos digitales en su clase de matemáticas?

- A partir de la participación del profesor en nuestro curso de formación, ¿cómo evoluciona su trabajo documental para la enseñanza de las matemáticas, en términos de la integración de recursos digitales?
- ¿Qué ajustes hacen los profesores para integrar recursos digitales a su práctica docente y a su sistema documental para la enseñanza de las matemáticas?
 - ¿Qué cambios sufre la organización y desarrollo de la clase de matemáticas cuando el profesor integra recursos digitales?
 - ¿Cómo, a la luz de la experiencia de implementar los recursos a su práctica, y la reflexión sobre ello durante nuestro curso, los profesores van modificando la manera de utilizar los recursos digitales en la clase de matemáticas?
 - ¿Cómo el estudio y trabajo colectivo de los profesores favorece la apropiación de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas (génesis instrumental y documental)?

1.3.2. Objetivos

Objetivo general:

- Explorar, a partir de la implementación del curso de formación para profesores de educación primaria pública de la región Mixteca del estado de Oaxaca, el proceso de integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas (su génesis documental).

Objetivos específicos:

- Realizar un diagnóstico sobre las condiciones de los profesores participantes en la investigación acerca del acceso a TD en las escuelas donde laboran, así como de su formación y experiencia profesional con su uso para la enseñanza de las matemáticas, a fin de contar con bases para el diseño de la propuesta de intervención.
 - Identificar lo que piensan los profesores de educación primaria de la región sobre el uso de tecnología digital para la enseñanza de las matemáticas.

- Identificar los recursos digitales disponibles en escuelas primarias de la región.
- Identificar las maneras en que los profesores de la región utilizan los recursos digitales disponibles en su trabajo docente para la enseñanza de las matemáticas en primaria.
- Diseñar e implementar un curso de formación, dirigido a los profesores participantes en el estudio, que incida en la integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas.
- Indagar sobre el proceso de integración de recursos digitales (la génesis documental) para la enseñanza de las matemáticas por parte de los profesores participantes en el curso de formación.
- Indagar sobre el proceso de apropiación de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas (identificando elementos de apropiación) en profesores de educación primaria del estado de Oaxaca, durante cada uno de los momentos arriba descritos.

1.4. PANORAMA DEL RESTO DEL DOCUMENTO

Habiendo presentado las motivaciones que dieron origen al tema de investigación, en la sección A, se presentan antecedentes relevantes para el trabajo, incluyendo elementos de revisión de la literatura, así como los marcos conceptuales y teóricos.

Primeramente, en el Capítulo 2, “Uso de tecnologías en los contextos educativos de América Latina y México”, presentamos un esbozo de los planteamientos internacionales en América Latina y el Caribe en favor de que los países emprendan acciones para introducir la TD en las escuelas de educación básica. También hacemos un resumen de los programas que en México se han implementado, de manera particular en la educación primaria, para favorecer el aprovechamiento didáctico de la TD.

El Capítulo 3, “Conocimientos disciplinares, pedagógicos y tecnológicos del profesor de matemáticas”, consiste en una revisión de la literatura que de luces acerca de los conocimientos requeridos por el profesor para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con el uso de TD. Es por ello que se hace una revisión de aproximaciones que

señalan los conocimientos que requiere el profesor para la enseñanza en general, seguido de otras que señalan los conocimientos para enseñanza de las matemáticas en particular y finalmente las que señalan los conocimientos para la enseñanza de las matemáticas con el uso de TD. Finalmente, se discute sobre las fuentes de donde el profesor adquiere sus conocimientos.

El Capítulo 4 se centra en la discusión de la Aproximación Instrumental y Documental de lo Didáctico, referentes teóricos principales de esta investigación, para entender de manera general la función mediadora de los artefactos en la actividad del sujeto y, de manera específica para comprender el papel de los recursos digitales en la actividad del profesor para la enseñanza de las matemáticas y en su desarrollo profesional.

En el Capítulo 5, se discute lo que se entiende por integración de la TD para la enseñanza de las matemáticas, así como de los factores que la posibilitan y/o obstaculizan, siendo el profesor un factor clave para lograrla. Además, se trata sobre el complicado proceso que vive el profesor para la integración de la TD en su clase de matemáticas y la importancia de su formación para lograrlo. Finalmente, se recuperan algunas investigaciones sobre la manera de cómo profesores de educación primaria han integrado el uso de la TD.

La sección B corresponde a los elementos metodológicos que guiaron la investigación: características de la investigación de diseño; metodologías de cursos de formación docente para la integración pedagógica de la tecnología digital; y las fases e instrumentos de la investigación.

En el Capítulo 6, “Investigación basada en diseño”, se plantean los antecedentes, fundamentos y características de la investigación de diseño, metodología adoptada para el estudio que aquí se reporta debido a su carácter intervencionista, donde el diseño de materiales y entornos de aprendizaje son ponen a prueba.

El Capítulo 7 “Metodologías de formación docente para la integración de tecnologías digitales” da cuenta de algunas propuestas sobre cursos de formación docente para la integración pedagógica de la TD, las cuales sirvieron para identificar elementos a considerar en los cursos de formación que se diseñaron e implementaron en la investigación que aquí se reporta.

En el Capítulo 8, “Fases de la investigación”, se presenta la metodología seguida en esta investigación, donde se describen las acciones realizadas e instrumentos utilizados para cada fase del estudio: el estudio diagnóstico para conocer las condiciones de acceso a la tecnología digital con que contaban los profesores, así como su formación y experiencia sobre su uso para la enseñanza de las matemáticas. También se incluye la descripción de los cursos de formación docente diseñados para promover la integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas y los instrumentos utilizados para dar cuenta de este proceso de integración seguido por los profesores (génesis documental) .

La sección C está destinada a la presentación de los resultados de la investigación: los relacionados con el estudio diagnóstico; y los correspondientes tanto al primer como al segundo ciclo de la investigación.

El Capítulo 9, “Resultados del estudio diagnóstico” corresponde a los resultados relacionados con las condiciones de acceso a equipamiento tecnológico y conectividad en algunas escuelas, además, las condiciones de formación y experiencia de los profesores del uso de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas.

El Capítulo 10, "Desarrollo y análisis del primer ciclo de la investigación", está destinado a la presentación de los datos obtenidos como producto de la primera parte de la intervención-investigación, donde, bajo la perspectiva del conocimiento tecnológico pedagógico del contenido (TPACK, Mishra y Koehler, 2006), se dan los resultados que dan cuenta del grado de apropiación de los profesores de los recursos digitales (estudiados en el contexto del curso de formación) para su enseñanza de las matemáticas.

El Capítulo 11, "Desarrollo y análisis del segundo ciclo de la investigación", está destinado a presentar los resultados de la fase última de la intervención/investigación. Desde la aproximación documental de lo didáctico, usada como lente analítico, se muestran los resultados de la implementación del segundo curso de formación, para mostrar aspectos de las incipientes génesis documentales de los profesores a que dio lugar la integración de recursos digitales en su clase de matemáticas.

Finalmente, presento las conclusiones del estudio en el Capítulo 12, considerando los hallazgos considerados más importantes del trabajo realizado, las limitaciones del trabajo,

potencialidades y posibles rutas de investigación para favorecer el desarrollo profesional del profesor para la enseñanza de las matemáticas con uso de recursos digitales.

SECCIÓN A:

ANTECEDENTES, REVISIÓN DE LA LITERATURA Y MARCOS CONCEPTUALES Y TEÓRICOS

En esta sección se presentan antecedentes, así como marcos teóricos y conceptuales que sustentan y son referentes para nuestro trabajo.

Se inicia con una revisión de las políticas de integración de las tecnologías digitales en latino américa y específicamente en nuestro país: México.

Por otra parte, se revisan distintas aproximaciones teóricas para comprender los componentes que integran el conocimiento del profesor para la enseñanza de las matemáticas con el uso de tecnología, así como las fuentes para obtenerlo. De esta manera, se da paso al análisis del papel que juegan los recursos digitales (artefactos) en la actividad del profesor para la enseñanza de las matemáticas a partir de la aproximación instrumental y documental de lo didáctico. También se hace una revisión del paradigma del construccionismo el cual usaremos como marco para nuestra propuesta de los cursos para uso de la tecnología digital en la enseñanza.

Finalmente, se hace una revisión de diversos estudios nacionales e internacionales que han indagado la integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas por parte de los profesores.

CAPÍTULO 2. USO DE TECNOLOGÍAS EN LOS CONTEXTOS EDUCATIVOS DE AMÉRICA LATINA Y MÉXICO

Empiezo este capítulo con una breve revisión del contexto y uso de las tecnologías digitales (TD) en el ámbito educativo internacional latinoamericano y nacional. A nivel internacional se reconoce la importancia de las TD en el desarrollo económico y social de los países, por lo que surge la necesidad de impulsar el acceso y aprovechamiento de ellas, siendo la escuela un espacio estratégico para tal fin. En los foros latinoamericanos y del Caribe, donde participa México, se reconoce la gran desigualdad en el acceso a las TD (brecha digital), situación preocupante que requiere de atención urgente. En consecuencia, se han establecido agendas digitales de la región (eLAC; Sunkel, Trucco y Espejo, 2013), donde el equipamiento a las escuelas públicas y el acompañamiento para su utilización pedagógica tienen especial atención. De hecho, en el contexto nacional, han habido programas emprendidos en México destinados a dotar de equipo digital a las escuelas públicas (en particular las primarias) para su utilización en la enseñanza y en el aprendizaje. Sobre estos asuntos abundo a continuación.

2.1. EL CONTEXTO LATINOAMERICANO DE LA TECNOLOGÍA DIGITAL EN LAS ESCUELAS

Actualmente vemos que las TD están cada vez más presentes en la vida de las personas para comunicarse, informarse, recrearse, trabajar y estudiar. Además, las TD juegan un papel muy importante en el desarrollo e igualdad de los países. Sin embargo, la brecha digital aún es muy amplia, pues el nivel de acceso a ellas no sucede por igual en todas partes, ni con todos los grupos sociales; hay lugares donde estos recursos son escasos o están ausentes en la vida de las personas, situación que “agudiza los contrastes entre regiones, países y grupos sociales y culturales” (Sunkel, Trucco y Espejo, 2014, p. 5)

llevando consigo la exclusión cada vez más intensiva y amplia de quienes no accedan a las TD.

El de acceso y equidad a las TD es un asunto que ha sido tratado ampliamente en el ámbito internacional, muchas veces refiriéndose simplemente a las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC). La Cumbre Mundial sobre la Sociedad de la Información (CMSI), celebrada en Ginebra en el año 2003 y en Túnez en el año 2005, reconoció que el acceso a las TIC es parte fundamental para el desarrollo de sociedades de la información, por lo que urgió, principalmente a los países emergentes, a aminorar la brecha digital existente “en campos tan diversos como el aprendizaje, la inserción en el mundo del trabajo, el aumento de la productividad, la voz y la visibilidad públicas, la producción y el consumo cultural, y la capacidad de gestión y organización” como lo apuntan Sunkel, Trucco, y Espejo (2014, p. 5).

Estas cumbres dieron paso a los Planes de Acción de la Sociedad de la Información en América Latina y el Caribe (eLAC), con una concepción de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) como instrumentos de desarrollo y de inclusión social (CEPAL, 2010), donde se han establecido diversos ámbitos de acción (e.g., educación, salud, gestión pública) por parte de los países que se han suscrito a estos planes.

El ámbito de la educación ha sido particularmente importante en los planes eLAC: Peres y Hilbert (2009) destacan cuatro ejes de acción: la cobertura de infraestructura digital; el acceso a contenido digital educativo; la preparación de profesores para hacer un uso significativo de ellas; y su integración a las propuestas curriculares.

Estos ejes de acción se hicieron presentes en el plan eLAC 2010 (Sunkel, Trucco y Espejo, 2013) donde la educación fue el ámbito al que se le dio principal atención, estableciendo diez prioridades para los años 2008-2010:

1. Desarrollar programas de estudio que contemplen el manejo de datos, información y conocimiento y que refuercen el trabajo en equipo, la capacidad de aprender y de resolver problemas.
2. Elaborar estudios anuales sobre el impacto del uso de las TIC en el sistema educativo, en que se aborden, entre otros temas, los siguientes: impacto de las tecnologías en los procesos de enseñanza-aprendizaje en los centros educativos en los ámbitos privado y público, nivel de uso de las TIC por parte de los profesores como complemento en sus clases y situación de desarrollo de los softwares educativos.

3. Conectar a Internet, preferiblemente de banda ancha, al 70% de las instituciones de enseñanza pública o triplicar el número actual.
4. Asegurar que el 90% de los estudiantes, al terminar su ciclo escolar, hayan utilizado computadores para propósitos educativos por un mínimo de 100 horas o duplicar el número actual. Dicha utilización requiere capacitación adecuada según el nivel y tipo de educación y debería contribuir a sus competencias laborales.
5. Capacitar al 70% de los profesores en el uso de las TIC o triplicar el número actual.
6. Capacitar al 70% de los profesores y funcionarios públicos del sector de la educación en la aplicación de las TIC para la elaboración de programas de estudio de la enseñanza o triplicar el número actual.
7. Asegurar que todos los portales educativos nacionales cumplan los criterios vigentes para incorporarse como miembros plenos en redes regionales de estos portales.
8. Buscar el establecimiento de un mercado regional de contenidos y servicios digitales, que incluya la realización de foros, a través de una alianza público-privada con proveedores comerciales.
9. Aumentar el intercambio de experiencias y contenidos de alta calidad en las redes regionales de portales educativos, incluidas aplicaciones de Web 2.0 y otros canales de distribución, como la televisión y la radio.
10. Difundir experiencias en el uso de herramientas de realidad virtual como aplicaciones de las TIC en programas educativos para fomentar la diversidad cultural, la tolerancia y combatir la discriminación por consideraciones de raza, género, religión, etnia, enfermedad y/o discapacidades, entre otras

(Sunkel, Trucco y Espejo, 2013, p. 19).

De acuerdo al plan eLAC 2010 (CEPAL, 2010), las prioridades 1 y 2 corresponden al entorno, la prioridad 3 al acceso; las prioridades 4, 5 y 6 a la capacitación; y las prioridades 7, 8, 9 y 10 se enfocan en aplicaciones y contenido.

En continuidad con lo establecido, las metas 23, 24, 25 y 26 del plan eLAC 2015, para los años 2010-2015 (CEPAL, 2010), enfatizaban la conectividad de las escuelas, la formación de profesores, el desarrollo de aplicaciones y los portales educativos como las prioridades a atender:

23. Conectar a banda ancha todos los establecimientos educativos, aumentando la densidad de computadoras, así como el uso de recursos educacionales convergentes. En este contexto, impulsar políticas públicas que apoyen las actividades de docencia e investigación colaborativa por medio del uso de las redes nacionales y regionales de investigación y educación. En particular, promover el apoyo a la red Cooperación Latinoamericana de Redes Avanzadas (CLARA) y CARIBnet en la gestión y obtención de infraestructura pasiva, fortaleciendo así la red regional de ciencia, tecnología, investigación e innovación.
24. Asegurar que la totalidad de profesores, maestros y equipos directivos de instituciones educativas hayan recibido una formación básica en materia de

tecnologías de la información y las comunicaciones que les permita integrarlas efectivamente al proceso de enseñanza aprendizaje. En este contexto, es de especial relevancia capacitarlos para aplicar modelos pedagógicos innovadores, maximizar las oportunidades y minimizar los riesgos asociados al uso de las distintas tecnologías digitales por parte de niños, niñas y adolescentes.

25. Fomentar el desarrollo de aplicaciones interactivas para la educación y promover la producción de contenidos públicos multimediales utilizando criterios de accesibilidad y usabilidad, y de libre disponibilidad en Internet y dispositivos digitales, con énfasis en la participación y producción de recursos por parte de alumnos y docentes.
26. Promover el apoyo a la Red Latinoamericana de Portales Educativos (RELPE) en el intercambio, la producción conjunta y la generación de repositorios comunes de recursos multimediales, propuestas formativas a distancia y modelos pedagógicos, centrándose en la convergencia de medios en la educación y el fomento de la diversidad cultural

(CEPAL, 2010, p. 13-14)

Este énfasis puesto en el ámbito educativo para reducir la brecha digital, deja ver a la escuela como un espacio privilegiado para este propósito (Peres y Hilbert, 2009; Sunkel, Trucco, y Espejo, 2014); es decir, puede ser medio ideal para que la población acceda a las TD. Pero además, la escuela también puede verse beneficiada con la introducción de las TD, pues como lo apuntan Peres y Hilbert (2009, pp. 228-229), el uso de recursos digitales puede dar lugar a nuevas formas de aprender y de enseñar, basadas en enfoques constructivistas y centradas en el estudiante, que impacten de manera favorable la calidad educativa.

2.2. LA ESCUELA: FACTOR CLAVE PARA REDUCIR LA BRECHA DIGITAL

La mayoría de los niños y jóvenes asisten, durante una parte importante de su vida, a la escuela donde “encuentran, o debieran encontrar, la posibilidad de integrar las nuevas formas de aprender, informarse, comunicar y forjar destrezas para el mundo que tendrán que habitar luego como adultos, ciudadanos y trabajadores” (Bárcena, 2014, p. 8). De esta manera, la escuela es el lugar estratégico para que la mayor parte de población tenga acceso a las TD en un periodo a mediano plazo; pero, también es la institución obligada de hacerlo y su responsabilidad es promover el uso significativo de las TIC¹.

¹ De acuerdo con Peres y Gilbert (2009), el uso significativo de las TICs implica ejercer “un grado de control y elección sobre la tecnología y los contenidos. El uso puede considerarse útil, fructífero, valioso y tiene importancia para el usuario” (p. 230).

En consecuencia, si los planteamientos propuestos en los planes eLAC para dotar de infraestructura digital a las escuelas y del acompañamiento profesional para su aprovechamiento son tomados en serio por los países latinoamericanos y del Caribe, entonces podría darse el “gran salto” para el cierre de la brecha digital en la región (Peres y Gilbert, 2009).

Pero cerrar la brecha digital, a través de las escuelas, va más allá de acceder a infraestructura y equipo:

...requiere de procesar e intercambiar información, de avanzar sostenida y aceleradamente para impulsar nuevas formas de aprender e incorporar nuevos soportes técnicos del aprendizaje, así como utilizar los nuevos recursos tecnológicos para democratizar el acceso al conocimiento y mejorar la gestión educacional en todos los niveles.

(Bárcena, 2014, pp. 9-10)

Por estas razones, para favorecer la integración de TD en la escuela, es necesaria la intervención a nivel escolar, de profesores, directivos y padres de familia en proyectos pedagógicos y de gestión; y a nivel de autoridades educativas, de acciones decididas que doten de equipamiento, contenido digital y acompañamiento pedagógico a las escuelas, como lo mencionan Sunkel et al. (2014).

En este sentido, para convertir a la escuela en un espacio donde los niños y jóvenes tengan el acceso a las TD y se apropien de ellas, las metas de los planes eLAC proponen formación de los profesores; liderazgo de los directores; dotar a las escuelas de contenidos digitales relevantes, de equipo y conexión a internet; dar acompañamiento para el uso de las TD y para valorar su impacto educativo.

Como ejemplo, de programas en Latinoamérica por promover la integración de tecnologías (analógicas ó digitales) en las escuelas públicas, Sunkel, et al (2014) mencionan el caso de las telesecundarias en México en el año 1968, donde se buscaba aprovechar la televisión para dar mayor cobertura educativa en el país. Otro ejemplo es el caso de Costa Rica en 1988, donde se buscó el uso de TD para la mejora del aprendizaje, impulsando en la educación primaria una propuesta innovadora para su época “al emplear la programación en lenguaje LOGO para desarrollar competencias cognitivas de pensamiento lógico y creatividad” (Sunkel, et al, 2014, p. 24).

Ya en el marco de los esfuerzos conjuntos en Latinoamérica y el Caribe por integrar TD en las escuelas, se han implementado distintos los modelos para equipar a las escuelas: Sunkel, et al (2014) identifican cuatro modelos: el *laboratorio de informática*, donde una aula es equipada para que los estudiantes asistan cada cierto tiempo; el modelo de *TIC en el aula*, donde se instala uno o más equipos en el salón de clase acompañados de proyector (o pizarrón electrónico) para uso exclusivo del profesor; el *laboratorio móvil*, similar al laboratorio de informática pero con uso de computadoras portátiles o *tablets*, la cuales son llevadas a los salones; y, por último, el modelo *uno a uno*, que se refiere a una computadora para cada estudiante, la cual es la propuesta más conveniente, pero la menos viable por los costos que implica.

Como ejemplos de esos modelos de equipamiento, implementados los países de la región, menciono los casos de Uruguay y de México. En el primer caso, Uruguay es el único país en América Latina que optó por el modelo uno a uno en todas las escuelas del país y para todos los alumnos (Sunkel et al, 2014). En el caso de México, se han implementado distintos modelos de equipamiento en las escuelas primarias públicas (SEP, 2016): aula de medios (programa *Red Escolar*), TIC en el aula (programa *Enciclomedia*) y el modelo uno a uno (*Mi compu.mx*), modelos aplicados parcialmente, ya sea en algunas escuelas, en algunos grados escolares o en algunos grados escolares de algunas escuelas.

Este breve panorama de algunas iniciativas en Latinoamérica y el Caribe muestra la preocupación por brindar infraestructura digital a las escuelas en favor de reducir la brecha digital y de mejorar la enseñanza y el aprendizaje, dando ejemplos de acciones emprendidas en algunos países. Enseguida, abundaré sobre el caso de México, respecto a los programas gubernamentales para atender a la integración de TD en las escuelas primarias públicas del país.

2.3. EL CONTEXTO MEXICANO SOBRE USO DE TECNOLOGÍA DIGITAL EN EDUCACIÓN BÁSICA

En México se han implementado distintos programas cuya finalidad ha sido la de dotar de infraestructura digital (equipo, conectividad, contenidos) a las escuelas de nivel básico del país, así como acompañamiento a los profesores para su aprovechamiento; sin embargo,

estos múltiples esfuerzos no han tenido el impacto esperado. A grandes rasgos, veamos algo de lo que se ha propuesto.

2.3.1. Programas mexicanos para la integración pedagógica de las tecnologías digitales en las escuelas de educación básica

i. Red Escolar

El programa Red Escolar se impulsó de 1997 a 2004 (SEP, 2016), y consistió en dotar de aula de medios a escuelas primarias y secundarias públicas, donde se contaría con equipos de cómputo en red, línea telefónica para conexión a internet, material digital en CDs y equipo con acceso a televisión educativa (Red Edusat), con el propósito de poner al alcance de los estudiantes y profesores las TIC, así como de la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje mediante la investigación.

Este programa impactó de manera importante la integración de las TD en las escuelas de educación básica que contaron con el programa, pues, hasta el día de hoy (ver apartado 9.1), en esas instituciones las aulas de medios creadas para Red Escolar, continúan existiendo y utilizándose, a pesar de que Red Escolar fue descontinuado; sin embargo, su utilización, al parecer es solo para que los estudiantes estudien informática y no para integrar esta tecnología en la enseñanza y aprendizaje de los contenidos escolares.

ii. EMAT

El programa de Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT) fue una propuesta educativa promovida por la SEP en el año 1997 para introducir gradualmente, en escuelas secundarias, el uso significativo de tecnología digital a través de “un modelo pedagógico orientado a mejorar y enriquecer el aprendizaje de los contenidos curriculares [de las matemáticas]” (Rojano, 2006, p. 16). Resulta de nuestro especial interés hacer una revisión detallada de sus componentes, pues nos brinda herramientas para el diseño la fase de intervención de nuestro proyecto de investigación.

De acuerdo con Rojano (2006), el proyecto EMAT (así como los proyectos paralelos de Enseñanza de la Física y de las Ciencias con Tecnología) se fundamentó en la concepción de las tecnologías digitales “como agentes de cambio tanto de los modos de apropiación de conocimiento, como de las prácticas en el aula y de los contenidos curriculares mismos” (p.

15). De esta manera, se propuso utilizar la tecnología digital para mejorar y enriquecer la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, brindando acceso a “ideas poderosas” mediante software que permite la manipulación de “objetos matemáticos y modelos de fenómenos” (Rojano, 2006, p. 16). Con esta visión se determinaron los criterios para seleccionar los recursos digitales que se emplearon (Rojano, 2006):

- diversos software que estuvieran relacionados con áreas específicas de las matemáticas;
- que contaran con representaciones ejecutables de objetos, conceptos y fenómenos matemáticos;
- que permitieran un tratamiento fenomenológico de los conceptos matemáticos;
- que sirvieran para abordar situaciones que no pudieran estudiarse con los medios tradicionales de enseñanza;
- que pudieran utilizarse para promover la construcción social del conocimiento;
- y que permitieran promover en el aula el intercambio de ideas y la discusión grupal, donde el profesor mediara esta interacción entre los estudiantes y la herramienta.

Con base en esos criterios, se seleccionaron para EMAT diversas herramientas como la hoja de cálculo, geometría dinámica, programación en Logo, entre otros. Resumimos a continuación los dos tipos de software (geometría dinámica y Logo) que son de nuestro interés por poderse utilizar en educación primaria, con las razones por las que se incluyeron en EMAT:

- Software de geometría dinámica (e.g., Cabri-Géomètre) que por sus características dinámicas hace posible la manipulación de representaciones formales de los objetos matemáticos, la animación de construcciones y la percepción de transformaciones de trazos y figuras geométricas, características que hacen posible tratar los temas de geometría Euclidiana de una manera práctica (Rojano, 2006).
- El lenguaje o ambiente de programación computacional Logo: De acuerdo con Sacristán (2006), el lenguaje Logo sirve como un medio que permite al estudiante expresarse y, también, pensar matemáticamente, pues cuando crea un

programa se enfrenta con la idea de generalización, con las nociones de variable matemática y de relación funcional, desarrollando así “sus habilidades de razonamiento lógico, de análisis y de síntesis” (p. 122).

Para utilizar estos recursos digitales como “agentes de cambio”, tanto de los modos de aprender como de enseñar de las matemáticas, en EMAT, se construyó un modelo pedagógico basado en una aproximación constructivista, donde la tecnología fue concebida como una herramienta mediadora de la acción y de la construcción de conceptos (Sacristán y Rojano, 2009). Desde estas perspectivas se propuso un modelo de enseñanza basado en el aprendizaje colaborativo, donde el profesor fuera un mediador entre los estudiantes y las herramientas digitales, que: promoviera la exploración, formulación y validación de conjeturas; propiciara el aprendizaje a partir del error; motivara la expresión, intercambio y debate colectivo de ideas; ayudara y guiara a los estudiantes en las actividades de la clase; interviniera para asegurar que los jóvenes lograran los más altos niveles de conceptualización; e integrara el conocimiento surgido en el contexto digital con el conocimiento matemático tradicional (Sacristán y Rojano, 2009).

Ursini (2006) explica que una herramienta fundamental para implementar este modelo pedagógico fueron las hojas de trabajo, ya que servían de guía para el alumno, provocaban su reflexión y daban evidencia de su aprendizaje al profesor. Esta autora agrega que la introducción de tecnologías digitales para la enseñanza de las matemáticas permitió adoptar un enfoque didáctico distinto en el proyecto EMAT, donde el aprendizaje de los conceptos matemáticos partiera de la práctica y de los casos particulares para luego llegar a los principios teóricos generales, proceso para el cual las hojas de trabajo fueron consideradas valiosas. Estas hojas guían la actividad de los estudiantes para descubrir los conocimientos matemáticos esperados, pues en ellas se plantean problemas a resolver y preguntas para reflexionar sobre el problema, para formularse hipótesis, para probarlas y así llegar a las soluciones. Las respuestas de las preguntas por escrito son de suma importancia, pues el realizarlas se favorecen las habilidades meta cognitivas de los estudiantes —la reflexión sobre sus procedimientos y sobre los resultados obtenidos— y brinda información al profesor sobre el aprendizaje de sus estudiantes, elemento valioso para valorar su progreso y decidir sus subsecuentes intervenciones pedagógicas (Ursini, 2006).

Otro componente del proyecto EMAT fueron los talleres para la formación de los profesores frente a grupo, pues serían ellos quienes aterrizarían la propuesta en las aulas. De acuerdo con Perrusquía (2006) los talleres estuvieron organizados bajo los siguientes contenidos:

- temas de didáctica de las matemáticas;
- manejo del software educativo;
- discusión de las variantes didácticas que implican la introducción de nuevas tecnologías en el aula, bajo un enfoque colaborativo;
- características del modelo tradicional y problemática de la enseñanza de las matemáticas;
- descripción de la propuesta didáctica utilizada en EMAT;
- presentación de ejemplos de aplicación en los ambientes de cómputo
- práctica de introducción con los ambientes de cómputo a partir de las actividades, con las cuales trabajarán los estudiantes (p. 116).

La revisión de la propuesta EMAT fue valiosa para mi investigación con profesores de educación primaria: En particular, retomamos de esa propuesta el uso de la geometría dinámica (en nuestro caso con GeoGebra) y de la programación (con Logo). Además, el modelo pedagógico sobre el uso de las TD para la enseñanza de las matemáticas y las hojas de trabajo como herramienta para su implementación fueron retomados en nuestra propuesta. Finalmente, para el diseño del contenido del curso de formación (ver apartados 8.2 y 8.3), también se retomaron elementos de la propuesta EMAT: por ejemplo, considerar el dominio de los recursos digitales, la revisión de literatura sobre los contenidos curriculares, la experimentación en el aula por parte de los profesores y la reflexión grupal sobre la experiencia vivida.

Lamentablemente, en el año 2007 el proyecto EMAT dejó de tener el apoyo del Gobierno Federal para su operación y expansión. A pesar de ello, EMAT continuó aplicándose en algunas de las escuelas que participaron en el programa; también fue retomado por algunos gobiernos estatales (como el de Hidalgo) o locales para implementarse en las escuelas de esas regiones, aún después de que el gobierno federal dejara de apoyar el programa (Sacristán y Rojano, 2009).

iii. Enciclomedia

El programa Enciclomedia se puso en marcha en el ciclo escolar 2004-2005 en todas las escuelas primarias públicas de México, el cual consistió en dotar de equipo de cómputo, contenido digital, pizarrón electrónico e internet a las aulas de quinto y sexto grados. Esto con el fin de:

Contribuir a la mejora de la calidad de la educación que se imparte en las escuelas públicas de educación primaria del país e impactar en el proceso educativo y de aprendizaje por medio de la experimentación y la interacción de los contenidos educativos incorporados al Programa Enciclomedia, convirtiéndolo en una herramienta de apoyo a la labor docente que estimula nuevas prácticas pedagógicas en el aula para el tratamiento de los temas y contenidos de los Libros de Texto.

(SEP, 2011, p. 12)

Una parte importante de este programa es el tipo de contenido digital que se puso a disposición de los profesores. Este consistió en la digitalización de los libros de texto vigentes, en cuyas lecciones había hipervínculos a diversos materiales digitales contenidos en el equipo de cómputo, como podría ser a información multimedia de la enciclopedia *Encarta*², a videos de hechos o fenómenos, a animaciones o a interactivos, con el propósito de enriquecer las prácticas de enseñanza y mejora del aprendizaje.

Otro tipo de recursos puestos a disposición del profesor dentro del programa Enciclomedia fueron materiales curriculares como programas de estudio, libros del maestro y ficheros, además, de formatos de plan de clase y material imprimible, como mapas, esquemas, con el fin de favorecer el trabajo de planeación de la clase y para la gestión de ésta.

Desde nuestra perspectiva, este programa ha sido el que más impacto ha tenido en la integración pedagógica de las TD en la educación primaria, ya que propició que los profesores y estudiantes tuvieran acceso a recursos digitales para su uso didáctico. De acuerdo con Castañeda, Carrillo y Quintero (2013), este programa motivó a los estudiantes en su aprendizaje y a los profesores a cambiar sus prácticas de enseñanza y enriquecer su formación. Sin embargo, la implementación del programa fue deficiente al no brindar a tiempo el apoyo requerido a los docentes para su uso significativo de la tecnología provista

² Encarta fue una enciclopedia multimedia digital publicada por Microsoft Corporation entre 1993 y 2009, como se señala en Wikipedia (Microsoft Encarta, 2021). Aquí se encuentra una versión archivada de Encarta: <http://web.archive.org/web/20090531212132/http://encarta.msn.com//>

(Castañeda et al., 2013), y sus resultados fueron mínimos (Rodríguez, Canto y García, 2010). Asimismo, como se señaló en una auditoría (SEP, 2010), la mala administración e ignorancia de los funcionarios responsables (ver también, García, 2011) —así como, consideramos, su falta de interés y voluntad— provocó que en el año 2011 Enciclomedia fuera abandonado.

iv. Habilidades Digitales para Todos

En el año 2009, se lanzó el programa Habilidades Digitales para Todos (HDT) para escuelas primarias y secundarias (SEP 2012). HDT buscaba dar continuidad al programa Enciclomedia con la dotación de aulas telemáticas en las escuelas primarias (una computadora por cada 30 niños) y secundarias (una computadora por cada niño) de todo el país, contenido digital³ y conectividad a banda ancha (SEP, 2016). En el caso de la primaria el equipamiento consistía en computadora de escritorio, pizarrón electrónico, equipo de sonido, línea telefónica, conexión a internet y contenido digital.

Con este programa se pretendía “Contribuir a mejorar el aprendizaje de los estudiantes de educación básica propiciando el manejo de TIC en el sistema educativo mediante el acceso a las aulas telemáticas” (SEP, 2012, p. 12), con lo cual se consolidaría el desarrollo de habilidades digitales de los estudiantes. Con estos objetivos el programa HDT tenía grandes aspiraciones en materia de uso de tecnología digital en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Aunque se construyó la plataforma digital en línea, donde se contaba con recursos digitales para maestros, alumnos y padres de familia, éstos fueron escasamente utilizados, pues la infraestructura digital prometida no fue entregada y tampoco el acompañamiento a los profesores para conocer los materiales digitales de HDT y su uso pedagógico (Gutiérrez y Limón, 2019). De hecho, en el libro blanco del programa (SEP, 2012) se indica que los resultados fueron muy pobres en cuanto al equipamiento de escuelas y conectividad. En ese documento se da cuenta de que el logro de las metas en los tres años de seguimiento siempre estuvo muy debajo de lo programado por razones de presupuesto, de licitaciones y

³ Este contenido digital era el que se encontraba en el portal en línea del programa HDT (ahora archivado en <https://web.archive.org/web/20130620091725/http://www.hdt.gob.mx/hdt/>), e incluía actividades prediseñadas, animaciones e interactivos sobre los contenidos curriculares.

de gestión con la Secretaría de Comunicaciones y Transporte. También debo decir que si bien el programa estaba destinado a educación primaria y secundaria, se enfocó en esta última (no se encuentran datos de escuelas primarias). Así pues, el programa HDT llegó a su fin en el año 2012 sin los resultados esperados.

v. Mi compu.mx

Otra propuesta que sólo se implementó en el ciclo escolar 2013-2014 fue Mi compu.mx, parte del programa “U077 Laptops para niños que cursan 5° y 6° grado de primaria”, que en correspondencia con los objetivos del Plan Nacional de Desarrollo de incorporar las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje, buscaba disminuir la brecha digital (SEP, 2016). En ese ciclo escolar se dotó con 240 000 laptops precargadas con aplicaciones y contenido multimedia, a estudiantes de escuelas de los estados de Colima, Sonora y Tabasco (SEP, 2016).

De acuerdo con Cárdenas (s.f.), la evaluación de este programa fue positiva, ya que los profesores recibieron formación para el uso técnico y didáctico del hardware y software recibido; asimismo, la comunidad escolar en general percibía de manera positiva el uso de las computadoras en sus clases, al considerar que enriquecía el proceso de enseñanza-aprendizaje y favorecía el logro académico de los niños. Lamentablemente este programa no continuó, ni se extendió a otros estados de la República Mexicana.

vi. Programa piloto de inclusión digital.

Otra estrategia que se emprendió en el periodo 2013-2015, fue el Programa Piloto de Inclusión Digital que, de forma paralela al programa Mi Compu.mx, tenía el propósito de dotar de tabletas a estudiantes de quinto y sexto grado de educación primaria, con el fin de desarrollar las competencias digitales de alumnos y así generar evidencia para promover políticas educativas que favorecieran el empleo de las TIC. Este programa, a cargo directamente del Gobierno de la República y no de la SEP, propuso dotar de un ecosistema digital con ciertas características: infraestructura, dispositivos, capacitación y acompañamiento, contenidos, evaluación y monitoreo (Cárdenas, 2015). Para ello se convocó a la industria de la tecnología para presentar propuestas y realizar donaciones de equipamiento a escuelas. Esta estrategia solo se implementó en algunos estados durante dos ciclos escolares: en el ciclo 2013-2014 se inició con 60 escuelas de los estados de

Guanajuato, Morelos y Querétaro; y para el ciclo escolar 2014-2015 en 49 escuelas más, donde se incluyeron algunas de los estados de México y Puebla (Cárdenas, 2015).

Tras la implementación de este programa piloto se reconoció su potencialidad para que los niños desarrollaran habilidades digitales –objetivo principal de este programa–, aunque se requerirían esfuerzos adicionales para optimizar el equipamiento y la conectividad de las escuelas. Por otra parte, esta propuesta fue considerada importante para enriquecer el trabajo del profesor y el aprendizaje de los niños, aunque, en la evaluación del programa no se contemplaron indicadores que dieran cuenta de ello, una omisión lamentable como señalan Gutiérrez y Limón (2019). Este programa piloto no pasó a su etapa de masificación, pues no se extendió más allá de las escuelas piloto, ni por más tiempo, dejando truncada otra propuesta para integrar las TD en las escuelas primarias.

vii. Programa @prende

En el año 2014, se creó la Coordinación General *@prende.mx*, con la que se dio seguimiento al programa Mi compu.mx –retomando la experiencia del Programa Piloto de Inclusión Digital— impulsando en las escuelas la apropiación de las TIC para la enseñanza y para el aprendizaje y así disminuir la brecha digital (SEP, 2016). Con este programa se obsequió equipo digital a los alumnos de quinto grado de escuelas de algunos estados (Colima, Distrito Federal, Estado de México, Puebla, Sonora y Tabasco en el ciclo escolar 2014-2015 y Chihuahua, Durango, Hidalgo, Nayarit, Quintana Roo, Sinaloa, Tlaxcala, Yucatán y Zacatecas en el ciclo escolar 2015-2016) (SEP, 2016).

Una versión posterior de ese programa fue *@prender 2.0*, y buscaba dar continuidad a todos los programas anteriores, con el objetivo principal de

promover el desarrollo de habilidades digitales y el pensamiento computacional de manera transversal al currículum de acuerdo con el contexto y nivel de desempeño que permitan la inserción efectiva de las niñas y los niños en México en la sociedad productiva y democrática del siglo XXI. (SEP, 2016, p. 42)

Más específicamente, se buscaba favorecer el desarrollo de nueve habilidades digitales en los estudiantes: pensamiento crítico, pensamiento creativo, manejo de información, comunicación, colaboración, uso de tecnología, ciudadanía digital, auto monitoreo y pensamiento computacional (SEP, 2016). Al respecto el Plan y Programa de Estudio para la

Educación Básica 2017 (SEP, 2017) señala que para desarrollar estas habilidades digitales, los recursos digitales deben permitir:

Buscar, seleccionar, evaluar, clasificar e interpretar información; presentar información multimedia; comunicarse; interactuar con otros; representar información; explorar y experimentar; manipular representaciones dinámicas de conceptos y fenómenos; crear productos, y; evaluar los conocimientos y habilidades de los estudiantes. (SEP, 2017, p. 130).

Este programa también enfatizó que la profesionalización docente es indispensable para que los profesores puedan mediar el uso de la tecnología digital por parte de los estudiantes. Por esa razón, el programa buscaba promover espacios de formación para certificar a profesores en el uso de las TIC en el aula, para lograr que éstos empleen la tecnología digital en su práctica y transiten hacia un profesor que diseña y produce materiales propios (SEP, 2016).

El programa @prende solo estuvo vigente hasta el año 2018, aplicándose, al igual que el programa anterior, solo en su versión piloto, sin llegar a masificarse ni conocerse los resultados de su impacto en las escuelas piloto.

Hasta el día de hoy, @prende fue el último programa promovido para la integración de las TD en la educación primaria, pues en la administración actual, a pesar de que en su *Agenda Digital Educativa* (SEP, s.f.) se han planteado cinco ejes rectores⁴ para favorecer la integración de la TD en la “Nueva Escuela Mexicana”, aún no ha habido otras implementaciones concretas y visibles.

Así, si bien han sido varios programas propuestos en México para favorecer la integración pedagógica de la TD en las escuelas primarias, éstos no siempre han logrado ser implementados, y otros que sí, no han sido aprovechados por lo que no ha habido resultados que muestren impacto en mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, como lo muestran algunos estudios y se discute a continuación.

⁴ “Formación docente, actualización y certificación profesional en habilidades, saberes y competencias digitales; construcción de una cultura digital en el SEN (Sistema Educativo Nacional): alfabetización, inclusión y ciudadanía digitales; producción, difusión, acceso y uso social de recursos educativos digitales de enseñanza y aprendizaje; conectividad, modernización y ampliación de la infraestructura TICCAD (tecnologías de la información, comunicación, conocimiento y aprendizaje digitales); e investigación, desarrollo, innovación y creatividad digital educativa” (SEP, 2020, p. 59)

2.3.2. El aprovechamiento de los programas mexicanos para la integración de las TD en las escuelas primarias: el caso de Enciclomedia y HDT para la enseñanza de las matemáticas.

En este apartado se presenta los resultados de dos investigaciones en las que se explora la integración de recursos digitales de Enciclomedia y HDT para la enseñanza de las matemáticas.

Uno de estos estudios es el de Santiago, Caballero, Gómez y Domínguez (2013), quienes exponen la forma en que profesores de educación primaria (de quinto y sexto grados) utilizaban los recursos digitales incluidos en las plataformas virtuales de los programas Enciclomedia y de Habilidades Digitales para Todos (HDT) en su clase de matemáticas. Santiago et al. (2013) realizaron una investigación longitudinal de ocho años de duración. Sus resultados muestran que: las animaciones digitales se utilizaban para ejemplificar el tema de la clase; los interactivos digitales para hacer ejercicios en equipo o para evaluar; internet para publicar problemas matemáticos creados por los niños; el uso de presentaciones y textos digitales para apoyar las explicaciones, plantear preguntas o ejercicios y, también, para valorar lo aprendido en clases anteriores.

Así, Santiago et al. (2013) identificaron los siguientes usos de las TD por parte de los docentes: la elaboración de presentaciones y documentos de Word para apoyar sus explicaciones, para plantear preguntas o ejercicios y/o para valorar lo aprendido en clases anteriores; la utilización de animaciones para ejemplificar el tema de la clase; el uso de interactivos para realizar ejercicios en equipo o para evaluar lo aprendido; y la publicación en internet de problemas diseñados por los estudiantes.

Estos usos de la TD, de acuerdo con Santiago et al. (2013), mostraron que eran los profesores quienes más interactuaban con los recursos digitales, dando lugar a que la interacción de los estudiantes con la tecnología fuera tangencial, sólo en las contadas ocasiones en las que el profesor lo solicitaba (e.g., cuando seleccionaba a algún estudiante para leer lo presentado en la pantalla o para manipular el software); de ahí que los estudiantes tuvieran pocas oportunidades de manipular los recursos digitales para enriquecer su aprendizaje. Santiago et al. (2013) manifiestan que estas formas de interacción con los recursos digitales en la clase de matemáticas dejan ver la prevalencia de

un estilo de enseñanza “dirigida”, que se traduce en “prácticas pedagógicas desapegadas del enfoque de resolución de problemas” (p. 119).

Otra investigación que también da cuenta de la integración de TD para la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria es la de Trigueros, Lozano y Sandoval (2014). Estas investigadoras indagaron, en una población de once profesores de educación primaria, la manera de utilizar los recursos digitales del programa Enciclomedia (ver apartado 2.3.1.iii) en la clase de matemáticas. Estas investigadoras mencionan cinco aspectos del rol del profesor que pueden verse afectados con el uso de TD: la comunicación matemática, la interacción con los alumnos, la validación del conocimiento matemático, las fuentes para plantear problemas y las acciones y autonomía de los estudiantes. Para este propósito emplearon categorías definidas por Hughes (2005), sobre los usos de la tecnología digital —como *reemplazo* (sin realizar cambios en la manera de enseñar, promoviendo los mismo proceso y metas de aprendizaje), como *amplificador* (realizar las tareas de la clase de manera más eficiente y efectiva, aunque éstas sean las mismas) y como *transformador* (implica cambios en las prácticas de enseñanza, en las rutinas de aprendizaje de los estudiantes, y en los roles de profesor y alumnos)—, fueron el referente teórico principal.

Trigueros et al. (2014) ilustraron los resultados de su estudio a partir de tres casos: un profesor con 30 años de servicio y que había tomado los cursos de Enciclomedia, quien tendió a utilizar más el recurso digital como reemplazo; otro profesor, con seis años de experiencia y autodidacta en la utilización de Enciclomedia, hizo un uso de la TD que fluctuaba entre el reemplazo y la ampliación; y una profesora-investigadora inmersa en el campo de la educación matemática, que contaba con los cursos de Enciclomedia y con seis años de experiencia utilizándola, hizo un uso de la TD que fluctuaba entre la ampliación y la transformación.

Los resultados de Trigueros et al. (2014) destacan la existencia de fluctuaciones en el uso que cada profesor le daba a los recursos digitales: Si bien se identificaron los diversos tipos de usos identificados por Hughes (2005), la tendencia general fue el utilizar la TD como reemplazo y como amplificador. Es decir, observaron los siguientes tipos de uso: como *reemplazo*, *entre reemplazo y ampliación*, y *entre ampliación y transformación*. Sin embargo, la tendencia general fue utilizar la tecnología entre reemplazo y ampliación.

De acuerdo con Trigueros et al. (2014), este uso limitado de la tecnología digital responde a la falta de formación y de experiencia de los profesores sobre su uso didáctico, a su conocimiento matemático y a las metodologías de enseñanza que prevalecen (regularmente tradicionales).

Por otro lado, las investigadoras apuntan que no basta la existencia de recursos digitales en las aulas, tampoco una formación general —como sucedió en Enciclomedia—, sino que es preciso el entrenamiento formal sobre el uso de las TD en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Estas investigaciones evidencian el limitado uso que se hace de la TD en el aula de clases, asunto asociado, en gran medida, a la escasa formación de los docentes sobre el uso pedagógico de esta tecnología. Esta situación se volvió más evidente cuando, debido a la pandemia por Covid 19, las clases tuvieron que ser a distancia y los docentes se vieron en la necesidad de recurrir al uso de la TD: el desconocimiento de recursos digitales y de su uso didáctico, junto con la brecha de acceso a ellos, fueron obstáculos para su aprovechamiento, como enseguida exponemos.

2.3.3. Consecuencias de la pandemia por Covid 19: educación a distancia y TD en las escuelas primarias

La emergencia sanitaria de la pandemia por Covid-19 llevó a suspender, en la primavera del año 2020, las actividades presenciales en las escuelas y a reanudarlas poco después bajo la modalidad a distancia, asunto para el cual el uso de tecnologías digitales se vislumbró como la alternativa más conveniente. Sin embargo, la brecha digital existente en México (Lloyd, 2020; INEGI, 2021a), entre quienes tienen acceso a TD y pueden aprovecharla y quienes no, tuvo como consecuencia que la oferta educativa virtual en los tiempos de pandemia enfrentara “serias limitantes, dificultades y cuestionamientos éticos” (Lloyd, 2020, p. 115). Tal fue el caso con la educación primaria en Oaxaca, donde la falta de acceso a TD en los hogares (INEGI, 2021a)⁵, así como la escasa infraestructura digital en las escuelas y la falta de formación de los profesores (Enríquez y Sacristán, 2017; y Capítulo 7

⁵ De acuerdo con la *Encuesta nacional sobre disponibilidad y uso de tecnologías de la información en los hogares* (INEGI 2021a) en Oaxaca, en promedio el 40% de los hogares cuenta con Internet, el 62% cuenta con telefonía celular, el 76% con televisión; sin embargo, en el medio rural estos porcentajes son menores. Esto ha representado un obstáculo significativo para la integración de la TD en la educación a distancia necesaria en tiempos de pandemia.

de este documento) representaran barreras que obstaculizaron el aprovechamiento de las TD para la educación a distancia.

La transmisión de video clases por televisión abierta –programa “Aprende en Casa”— fue la estrategia oficial para la educación a distancia, sin embargo, tuvo limitantes, ya que, de acuerdo con Garduño, Montes y Medina (2020), a nivel nacional solo el 41% de los profesores retomó esta propuesta para su trabajo a distancia; ese porcentaje fue mucho menor en el estado de Oaxaca debido a que el programa “Aprende en Casa” fue rechazado por el magisterio (Pinto, 2020). De esta manera, la estrategia de educación a distancia quedó en manos de cada profesor.

Los *cuadernillos* (materiales impresos) fueron el principal recurso del que se valieron los profesores para realizar su trabajo a distancia, en los cuales se propusieron las actividades que los niños deberían realizar en casa para el estudio de cada asignatura escolar. La logística bajo la cual se utilizó este recurso consistió en: la entrega semanal o quincenal de estos cuadernillos a los tutores de los niños, a quienes se les daban breves explicaciones de su contenido y orientaciones didácticas; la realización de las actividades por parte de los niños con apoyo de sus padres; y la entrega de vuelta de los cuadernillos al profesor para su evaluación. Este trabajo a distancia fue complementado, la mayoría de las veces, con el uso de *WhatsApp*⁶, recurso digital utilizado por los docentes para dar acompañamiento pedagógico a los niños, como el atender dudas, brindar orientaciones o compartir materiales complementarios (e.g. videos, imágenes, audios, etc.) que apoyaran la realización de las tareas de los cuadernillos. Si bien hubo casos aislados de profesores que hicieron mayor uso de la TD –como el valerse de software de videoconferencias para las clases (*Zoom, Meet*) —, la mayoría de los profesores de las escuelas primarias de Oaxaca no utilizaron nada más allá del WhatsApp para la educación a distancia durante la pandemia.

Esta forma de trabajo no es muy diferente de lo que sucedió a nivel nacional, ya que, de acuerdo con González-Videgaray, Baptista y Covarrubias (2020) *los libros de texto y*

⁶ De acuerdo con Wikipedia WhatsApp es una “aplicación de mensajería instantánea para teléfonos inteligentes [...] que permite enviar y recibir mensajes mediante Internet, así como imágenes, vídeos, audios, grabaciones de audio (notas de voz), documentos, ubicaciones, contactos, gifs, stickers, así como llamadas y videollamadas con varios participantes a la vez, entre otras funciones” (“WhatsApp”, 2022”). El enlace permanente a esta información es <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=WhatsApp&oldid=142509998>

materiales tradicionales (e.g. impresiones) y *WhatsApp* fueron los recursos más empleados por los profesores en su trabajo a distancia, 81% y 91% respectivamente. Con el uso de estos recursos el *presentar conceptos, hechos y datos* (71%), *modelar lo que deben saber hacer [los niños]* (91%) y *ofrecer orientación o asesoría* (59%) fueron las principales actividades que realizaron en su trabajo a distancia (González-Videgaray, Baptista y Covarrubias, 2020).

Así pues, WhatsApp fue el recurso digital al que más recurrieron los profesores para su trabajo a distancia, situación que se comprende a partir de que se trata de una aplicación para teléfonos inteligentes, dispositivos a los que se tenía acceso en la mayoría de los hogares —el 75.5% de los mexicanos en el año 2020 poseía un teléfono inteligente (INEGI, 2021a)—; por lo tanto, fue el recurso tecnológico más accesible y utilizado (por el 72% de los estudiantes, de acuerdo con datos de INEGI, 2021b) en educación primaria para clases a distancia. Sin embargo, el uso de WhatsApp, a pesar de ser el recurso más accesible y conocido, también tuvo limitantes debido a la falta de internet en la mayoría de los hogares de los niños —el INEGI (2021a) señala que sólo el 50.4% de la población rural accede a Internet, principalmente a través de teléfonos celulares (96% de los usuarios)— y/o a la dificultad de los padres de familia para gastar en datos para sus teléfonos; esto tuvo como consecuencia que en ocasiones no se accediera a la información enviada por el profesor a través de este medio. Asimismo, el que los celulares pertenecieran a los padres o fueran compartidos con hermanos, hacía que los niños no pudieran disponer de ellos en cualquier momento para utilizarlos para las tareas de sus cuadernillos.

Como se ha mostrado, la TD ha tenido un lugar secundario en la educación a distancia llevada a cabo en escuelas primarias de Oaxaca, y en México en general, pues los materiales tradicionales (cuadernillos) han sido los principales recursos de los que se han valido los profesores en su trabajo a distancia, dejando el uso de los recursos digitales solo para comunicarse y enviar información, más que para enriquecer sus formas de enseñar y para propiciar y potenciar el aprendizaje de los alumnos, como se esperaba (Sunkel, Truco y Espejo, 2014).

De acuerdo con encuesta del INEGI (2021b), para la mayoría de la gente (56.4%) el único beneficio de esta educación a distancia fue el no poner en riesgo la salud de los niños, pues el 58.3% piensa que se aprendió menos que de manera presencial, el 27.1% indicó que

no hubo seguimiento del aprendizaje de los niños y el 23.9% que en casa se carecía de la capacidad técnica y habilidades pedagógicas para transmitir los conocimientos, elementos indispensables para apoyar las actividades de aprendizaje de sus hijos.

Este uso limitado de la TD para la educación a distancia responde principalmente a la falta de acceso a recursos digitales –tanto en los hogares como en las escuelas— y a la falta de conocimiento sobre su uso pedagógico. Al respecto, el estudio diagnóstico que presentamos en este documento (ver Capítulo 7) ejemplifica la pobre infraestructura digital existente en las escuelas de educación primaria y la casi nula formación de los profesores sobre el uso pedagógico de la TD.

Finalmente, es posible señalar que durante la educación a distancia las desigualdades educativas se acentuaron, lo cual se debió en gran medida a la falta de acceso a TD y al conocimiento sobre su uso. En el caso de los niños que contaron con recursos digitales y conectividad, ellos pudieron acceder a mayor información para afrontar las tareas escolares en casa y a la vez pudieron contar con el apoyo virtual de sus profesores –algo indispensable dadas las dificultades de los padres para apoyar a sus hijos. Por otra parte, los maestros que tuvieron las posibilidades de utilizar recursos digitales para su enseñanza pudieron brindar mayor apoyo a sus estudiantes y dar seguimiento a su aprendizaje. Si bien, como señala Hernández-Aragón (2021), la TD no suple a los docentes ni a la escuela como espacio de encuentro y convivencia social, es evidente que su uso pudo haber amortiguado las afectaciones que sufrieron los niños en sus aprendizajes durante esta pandemia.

Esta experiencia de educación a distancia puso al descubierto las grandes carencias de acceso y uso de la TD en las escuelas y en los hogares de escuelas primarias de Oaxaca. Urge entonces a multiplicar los esfuerzos para cerrar esta brecha digital: extendiendo el acceso de la población en general a esta tecnología; y, por otra parte, impulsando nuevos programas para integrar la TD en las escuelas –pero que, a diferencia de los programas ya implementados, esta vez lleguen a todas las escuelas y tengan continuidad a largo plazo— que doten del equipamiento, conectividad y contenidos digitales necesarios y que, de manera fundamental, atiendan la formación de los profesores para su aprovechamiento en su práctica docente.

2.3.4. Conclusiones sobre los programas gubernamentales presentados

Este recorrido deja ver que los programas impulsados en México para integrar el uso de las TD en la educación primaria –incluido en las escuelas de Oaxaca– han tenido un mínimo impacto, tanto en el acceso a esas tecnologías, como en la formación de los profesores sobre su uso pedagógico. De hecho, los múltiples esfuerzos del gobierno por integrar el uso de TD en las escuelas han sido poco exitosos en términos operativos y pedagógicos (Trejo-Quintana, 2020); y aún hay un grave problema en cuanto a la falta de formación y capacitación de los docentes respecto al uso de esta tecnología (Hernández-Aragón, 2021), lo cual ha obstaculizado y limitado su integración pedagógica en las escuelas. También nos permite dar cuenta de su falta de continuidad, y de cómo casi ninguno de los nuevos programas construyó sobre lo logrado en programas pasados, cambiando los contenidos digitales y las formas de acompañamiento a los docentes.

Esta situación no había sido tan preocupante sino hasta ahora, cuando la educación tuvo que darse a distancia a causa de la pandemia por Covid-19, para la cual resultaba indispensable el tener acceso a recursos digitales y el contar con los conocimientos para aprovecharlos en esta nueva escolaridad.

Por otra parte, aunque el acompañamiento a los profesores para integrar las TD en su práctica ha sido una de las líneas de acción propuestas por los programas, esto no se ha dado de manera generalizada. De hecho, mi experiencia docente en el estado de Oaxaca y los resultados del estudio diagnóstico de esta investigación (ver Capítulo 9) muestran que este acompañamiento profesional a los docentes no ha sucedido como se proponía, siendo prácticamente nulo en la población con la que se realizó el estudio.

En cuanto a infraestructura digital en la escuela primaria se han implementado diversos modelos: el modelo del aula de medios con el programa Red Escolar, el modelo de equipo en cada salón con Enciclomedia, el modelo de un equipo por alumno en Mi compu.mx y en el Programa Piloto de Inclusión Digital, y con el programa @prende 2.0, nuevamente se planteó un aula de medios con equipos móviles. Y, si bien el equipamiento digital de las escuelas es importante, no resulta suficiente para su integración pedagógica.

Más aún, después de EMAT y los interactivos de Enciclomedia, ninguno de los programas ha sido orientado específicamente para la enseñanza de las matemáticas con tecnología.

En resumen, se puede decir que:

- No se ha logrado que todas las escuelas primarias cuenten con el equipo digital propuesto.
- Los programas no han tenido continuidad y han sido desarticulados entre sí; y muchos se han quedado en fases piloto.
- Existe una desvinculación con los planes curriculares que limita el aprovechamiento pedagógico de estas tecnologías para abordar los contenidos escolares.
- Hay una falta de acompañamiento profesional que genera que los docentes no utilicen estas tecnologías o lo hagan de manera limitada.

En relación a ese último punto, cabe enfatizar que consideramos de suma importancia que los profesores cuenten con los conocimientos profesionales necesarios para utilizar las tecnologías digitales de manera significativa, de tal manera que no solo las utilicen para modernizar su práctica tradicional sino para transformarla, es decir, utilizarla para generar nuevas formas de enseñar que favorezcan el aprendizaje de sus estudiantes, en este caso de las matemáticas.

Para que esto suceda es indispensable incidir en la formación de los profesores, enriqueciendo y promoviendo aquellos conocimientos que son necesarios para llevar a cabo su práctica de enseñanza con el uso de tecnología digital.

CAPÍTULO 3. CONOCIMIENTOS DISCIPLINARES, PEDAGÓGICOS Y TECNOLÓGICOS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Hoy en día, justa o injustamente, los profesores son considerados los responsables del logro de los aprendizajes de sus estudiantes, tanto así que los resultados de evaluaciones internacionales (TIMSS, PISA) han motivado en distintos países (e.g. México) políticas enfocadas a la formación de los profesores y a la evaluación de su desempeño, para intentar obtener mejores resultados. Sin embargo, qué porcentaje del aprendizaje de los estudiantes es resultado de la enseñanza del profesor, es un asunto no del todo resuelto.

Noss y Hoyles (1996) señalan que en los años sesenta la investigación en educación matemática estaba centrada en la comprensión conceptual de los estudiantes, sin tomar en cuenta los factores externos que pudieran incidir en ello, como podría ser la influencia del profesor. Por ello, según lo plantean Charalambous y Pitta-Pantazi (2016), se inició un intenso debate sobre la influencia de los profesores y las escuelas en el aprendizaje de los alumnos, dando lugar a investigaciones que trataron de identificar qué exactamente de la enseñanza afectaba el aprendizaje, una relación compleja de comprender, en la que el conocimiento del profesor fue identificado como un elemento base en su tarea de enseñar (Shulman, 1986; Ball, et al., 2008). La investigación enfocada en el profesor ha identificado diversos elementos profesionales como su actitud, su compromiso, sus expectativas (Liakopolou, 2011), su habilidad de evaluar el aprendizaje de sus estudiantes (Krolak-Schwerdt, Glock y Böhmer, 2014; Südkamp, Kaiser y Möller, 2014), sus conocimientos relacionados con la enseñanza de su materia (Shulman, 1986; Ball, 1991; Ball, Thames y Phelps, 2008), que pueden impactar su enseñanza. Sin embargo, reconocer los factores que afectan la enseñanza no alcanza para explicar en qué medida el aprendizaje

de los alumnos depende de manera directa de la enseñanza del profesor, aunque se reconoce como una pieza clave. De manera más reciente, la investigación enfocada en el profesor ha crecido y gran parte de ella ha sido motivada, según Gellert, Becerra y Chapman (2013), por los hallazgos de la investigación —sobre la enseñanza y sobre el aprendizaje— que se han aplicado al desarrollo y práctica profesionales de los docentes.

Por otra parte, actualmente existe la urgencia de que el profesor aproveche las posibilidades de las tecnologías digitales (TD) en el aula, pues se ha identificado que éstas pueden dar lugar a nuevas formas de enseñar y de aprender, como ha sido el caso del campo de la educación matemática, donde hay evidencia de que cierto tipo de uso de recursos digitales puede facilitar y mejorar el aprendizaje de las matemáticas (Papert, 1981; Sacristán et al., 2010; Drijvers, 2015). Además, la integración de la TD por parte del profesor también resulta importante por motivos de interés social, pues la escuela es un espacio clave para cerrar la brecha digital existente en gran parte de la sociedad, la cual “agudiza los contrastes entre regiones, países y grupos sociales y culturales” (Sunkel, Trucco y Espejo, 2014, p. 5).

Considerando lo expuesto hasta el momento, podemos decir que el papel del profesor es pieza clave para el aprendizaje de los alumnos, que su conocimiento disciplinar y pedagógico de la materia forman la base para la enseñanza (Shulman, 1986) y que, hoy en día, la TD es un recurso necesario y potente para la enseñanza y para el aprendizaje que debería ser empleado por el profesor. En este sentido, enseguida presentamos una revisión de la literatura sobre los requerimientos del profesor para la enseñanza en general y, de manera particular, para la enseñanza de las matemáticas con el uso de tecnología. Esta revisión nos es valiosa dado que en esta investigación propiciamos que profesores de educación primaria integraran TD en su clase de matemáticas e indagamos ese proceso formativo de integrar esta tecnología en su enseñanza.

3.1. MODELOS DE CONOCIMIENTO DE LOS PROFESORES PARA LA ENSEÑANZA

3.1.1. El conocimiento base para la enseñanza

Charalambous y Pitta-Pantazi (2016) señalan que el trabajo de Shulman revitalizó el interés por el conocimiento necesario del profesor para la enseñanza. Shulman (1987) puntualizó su visión del proceso de enseñanza al señalar que éste

se inicia necesariamente en una circunstancia en que el profesor comprende aquello que se ha de aprender y cómo se lo debe enseñar. Luego procede a través de una serie de actividades durante las cuales se les imparten a los alumnos conocimientos específicos y se les ofrecen oportunidades para aprender (p. 9, mi traducción).

De esta manera la capacidad de enseñar del profesor implica “formas de expresar, exponer, escenificar o de representar de otra manera ideas, de suerte que los que no saben puedan llegar a saber, los que no entienden puedan comprender y discernir, y los inexpertos puedan convertirse en expertos” (p. 9, mi traducción). Bajo esta visión de la enseñanza, Shulman y colaboradores realizaron diversos estudios en los que buscaron identificar aquellos conocimientos claves en la tarea de enseñar, esto con fines pragmáticos de aportar a la formación de los nuevos profesores. En sus investigaciones, Shulman (1987) señaló que los conocimientos “mínimos” necesarios para la enseñanza son:

- *conocimiento de la materia*, es decir de la disciplina que se enseña;
- *conocimiento didáctico general*, relacionado con los principios y estrategias generales del manejo y organización de la clase;
- *conocimiento del currículo*, en relación al conocimiento de materiales curriculares necesarios en su oficio;
- *conocimiento didáctico [o pedagógico] del contenido*, referente a la mezcla de conocimientos disciplinares y pedagógicos exclusivos de la tarea docente;
- *conocimiento de los alumnos y de sus características*;
- *conocimiento de los contextos educativos*, relacionados con el funcionamiento de la clase, la gestión escolar y la cultura de las comunidades; y
- *conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores educativos, y de sus fundamentos filosóficos e históricos*.

Para Shulman (1987) estos conocimientos resultan necesarios en la formación de los profesores, ya que hacen posible: *los procesos de razonamiento y acción pedagógicos*, que involucran la comprensión y la transformación de lo que se va a enseñar y cómo se va a enseñar; *la enseñanza*; *la evaluación de lo enseñado y aprendido*; y *la reflexión retrospectiva de lo sucedido*. Sin embargo, este autor considera que el *conocimiento didáctico del contenido* es un componente sustancialmente importante en el conocimiento del profesor, puesto que en él se intersecan el conocimiento del contenido (disciplinar) y el conocimiento didáctico. En un trabajo posterior, en que colabora Shulman, se explora ese conocimiento disciplinar involucrado en la enseñanza.

3.1.2. El conocimiento de la materia para la enseñanza

Una parte del conocimiento base para la enseñanza es el conocimiento de la materia (e.g. matemáticas, física, química). Al respecto Grossman, Wilson y Shulman (1989) identifican cuatro componentes de ese conocimiento necesario para la enseñanza: el *conocimiento del contenido*, el *conocimiento sustantivo*, el *conocimiento sintáctico* y *las creencias acerca de la materia*.

Relacionado con el primer componente, *el conocimiento del contenido*, Grossman, et al. (1989) mencionan que éste se refiere “...a la ‘materia’ de una disciplina: información objetiva, organización de principios, conceptos centrales” (p. 11), el cual es muy importante en el trabajo de los profesores, ya que la ausencia de éste ocasiona que el profesor evite el tema; evite cuestionamientos; sea incapaz de responder a preguntas de los estudiantes; o bien deje que el libro de texto sea la guía de su proceso de instrucción. Grossman et al. (1989) añaden que “el conocimiento, o la falta de conocimiento del contenido puede afectar cómo los profesores critican los libros de texto, cómo seleccionan el material para enseñar, cómo estructuran sus cursos y cómo conducen la instrucción” (p.12), por lo cual es indispensable que los profesores aprendan los conceptos centrales y principios organizativos de la disciplina a enseñar.

El segundo componente del conocimiento de la materia es el *conocimiento sustantivo*, que corresponde a los paradigmas que dan sentido a la investigación en cierta disciplina o bien a la interpretación de datos. Este conocimiento de una disciplina tiene su impacto en la

enseñanza; por ejemplo, en el caso de la historia, se puede mostrar una historia de bronce o bien una visión historiográfica o crítica.

El tercer componente de conocer la materia es el *conocimiento sintáctico*, relacionado con la forma en que se genera el conocimiento en la disciplina, pues de esta manera se tendría que enseñar. En este sentido Grossman et al. (1989) plantean que si un profesor desconoce que el desarrollo de conocimiento en matemáticas es a partir de problemas, pudiera pensar que sólo se trata de memorizar y practicar algoritmos.

La cuarta dimensión identificada corresponde a las creencias acerca de la materia, donde se destaca que:

las creencias de los futuros profesores acerca de la materia son tan poderosas e influyentes como sus creencias acerca de la enseñanza y el aprendizaje. Los formadores de profesores deben, por lo tanto, proporcionar oportunidades para que los futuros profesores identifiquen y examinen las creencias que tienen acerca del contenido que enseñan. (Grossman, et al, 1989, p. 20)

De esta manera, Grossman et al. (1989) nos muestran los conocimientos de la disciplina que resultan cuando el profesor enseña su materia, ya que afecta en gran medida los procesos de planeación, de manejo de la clase y la reflexión posterior. A su vez, este estudio permite tener una mayor comprensión de la dimensión disciplinar del Conocimiento Pedagógico del Contenido señalado por Shulman (1987). En el campo de la enseñanza de las matemáticas un trabajo importante que trató de identificar ese conocimiento del profesor necesario en la enseñanza fue el de Ball y colaboradores.

3.1.3. El conocimiento del contenido para la enseñanza de las matemáticas

Ball, Thames y Phelps (2008) reconocen la importancia del trabajo de Shulman al investigar el conocimiento del profesor e identificar que éste requiere de una combinación de conocimiento especializado y conocimiento pedagógico para lograr que los estudiantes aprendan. Dicha investigación hizo emerger el argumento de que la enseñanza es un trabajo profesional con su propia base de conocimiento profesional. Sin embargo, al igual que el mismo Shulman (1986) lo reconoce, Ball et al. (2008) mencionan que el trabajo en este campo no está concluido, ya que, entre otras cosas, existe la necesidad identificar ese

conocimiento base de la enseñanza del profesor para cada disciplina, como puede ser el caso de la enseñanza de las matemáticas, asunto sobre el que se propusieron explorar.

Para tal propósito, a Ball et al. (2008) les pareció necesario “desenterrar” la manera en que las matemáticas estaban involucradas en la enseñanza –todo lo que hace el profesor para apoyar el aprendizaje de sus estudiantes (Ball, et al. 2008, p. 395)—; por lo tanto, es necesario observar la práctica de profesores para identificar el tipo de tareas y problemas que se viven en el día a día, y, en consecuencia, identificar los conocimientos, habilidades y sensibilidades requeridas del profesor para manejar situaciones de enseñanza de las matemáticas. Bajo esta perspectiva, Ball et al. (2008) buscaron sentar las bases de una teoría del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT por sus siglas en inglés) basada en la práctica.

Ball et al. (2008), a partir del análisis de los datos obtenidos en su investigación, propusieron un esquema del conocimiento requerido por el profesor para enseñar matemáticas (ver Figura 3.1), donde identificaron que el Conocimiento de la Materia (CK) y el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) propuestos por Shulman se pueden considerar como compuestos por otros. El CK podría subdividirse en el Conocimiento Común del Contenido (CCK), el Conocimiento Especializado del Contenido (SCK) y el conocimiento del horizonte de la materia, mientras que el PCK podría subdividirse en Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (KCS), el Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KCT) y el Conocimiento del Contenido y el Currículo.

Domains of Mathematical Knowledge for Teaching

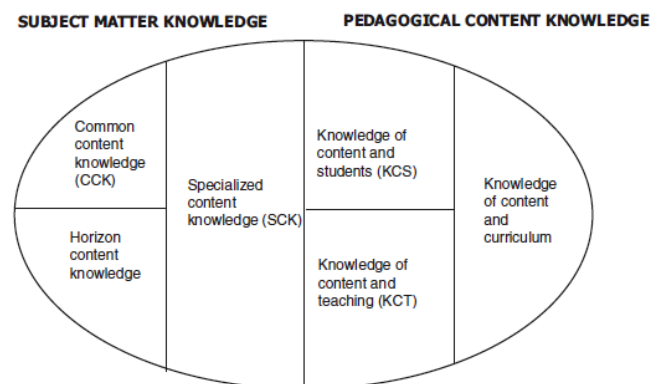


Figura 3.1. Dominios del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Ball, et al. 2008, p. 403)

Veamos las características de esos conocimientos identificados.

El *Conocimiento Común del Contenido* (CCK) consiste en el manejo de conocimientos y habilidades que permiten resolver problemas matemáticos en diversos contextos, no necesariamente en el de la enseñanza; es decir, es un conocimiento común a diversas personas que saben matemáticas, no necesariamente profesores. Sin embargo, el CCK en la clase permite al docente afrontar situaciones tales como identificar una respuesta equivocada, una definición inexacta en el libro de texto, resolver un problema en el pizarrón o manejar términos correctamente. De ahí que el CCK juega un rol importante en la planeación y desarrollo de la enseñanza, por lo que la comprensión de las matemáticas incluidas en el currículum escolar resulta necesario e indispensable para el profesor.

El *Conocimiento Especializado del Contenido* (SCK) es el conocimiento matemático exclusivo para el propósito de la enseñanza, que no es común a otros actores y profesiones. Muchas de las tareas que se viven a diario en la clase requieren un tipo de conocimiento matemático del profesor que va más allá del que es enseñado, un conocimiento matemático “descomprimido” que permite hacer “visible” y “aprendible” para los estudiantes determinado contenido. Ejemplo del SCK es el conocer diferentes interpretaciones de las operaciones aritméticas, comprender el sistema de valor posicional, conocer el significado del lenguaje matemático, reconocer diversas representaciones matemáticas, explicar y justificar ideas matemáticas. Se trata pues, de ese conocimiento matemático de las razones y fundamentos de los contenidos que permite al profesor mostrar, representar, justificar, explicar un contenido a fin de que los estudiantes se hagan de él.

El *Conocimiento del Contenido y los Estudiantes* (KCS) es una amalgama de conocimientos sobre el contenido y los estudiantes. Durante la enseñanza de un tema se debe tener en cuenta: lo que puede resultar interesante o motivante, fácil o difícil para los aprendices; las concepciones e ideas erróneas que pueden surgir para interpretar que se exprese de manera oral o escrita en la clase. Ejemplo de este conocimiento es cuando se identifican errores en un procedimiento y se comprende la naturaleza de estos, cuáles son las ideas que subyacen en dichos errores y que permiten redirigir la intervención docente. Dentro de este tipo de conocimiento resultan importantes los aportes de la investigación sobre el pensamiento de los estudiantes respecto a diversos contenidos matemáticos.

Sobre el *Conocimiento del Contenido y la Enseñanza* (KCT), Ball et al. (2008) mencionan que éste combina el conocimiento matemático de los contenidos con el conocimiento pedagógico sobre la manera de abordarlos. Durante la enseñanza se afrontan muchas tareas que requieren tomar decisiones sobre el método de instrucción, tales como: elegir la manera de presentar el contenido matemático; seleccionar las contribuciones de los estudiantes para la retomarlas al momento, dejar para después o dejarlas pasar; decidir en qué momento hacer una pausa para alguna clarificación, para hacer una pregunta o poner una nueva tarea. Este conocimiento resulta importante y necesario para que el profesor afronte diversas tareas de la enseñanza.

El *Conocimiento del Contenido y del Currículo* (el conocimiento de los materiales curriculares) es una categoría que Ball et al. (2008) retoman de Shulman y sus colaboradores, aunque con la duda de si este conocimiento será parte del KCT o será transversal a varias categorías o requerirá una propia. Sin embargo, la contemplan en su esquema provisionalmente dentro del apartado del PCK. De igual manera, provisionalmente agregan el *Conocimiento del Horizonte del Contenido*, entendido como aquel que se relaciona con la identificación de las relaciones existentes entre los contenidos a lo largo de la duración del plan escolar.

Estos conocimientos, desde una perspectiva de la práctica, fueron identificados por Ball et al. (2008) como parte fundamental de la tarea de enseñar matemáticas, pero que aún requieren un mayor refinamiento, según lo consideran. Sin embargo, esta investigación es un referente fundamental al tratar el asunto del conocimiento de los profesores de matemáticas y su formación.

Enseguida presento una síntesis, realizada por Mochón y Morales (2010) acerca del “conocimiento matemático para la enseñanza”, en el que el trabajo de Ball y colaboradores es un referente importante. En este trabajo se muestra que los elementos que componen este conocimiento son:

Conocimiento especializado. El profesor requiere un conocimiento matemático suplementario que le sea útil en sus múltiples actividades educativas dentro y fuera del aula.

Mencionamos a continuación aspectos relacionados con este conocimiento especializado:

- a) Conocer con profundidad los conceptos fundamentales de cada uno de los tópicos.
- b) Conocer no sólo el cómo sino los porqués de lo que se va a enseñar.

- c) Desglosar ideas y procedimientos matemáticos para hacerlos más simples (en niveles comprensibles para sus estudiantes).
- d) Conocer las conexiones entre diferentes tópicos, entre diferentes conceptos e inclusive entre su materia y las demás del plan de estudios.

Conocimiento para la instrucción. Este conocimiento matemático se requiere en el diseño y planeación del trabajo en el aula para responder preguntas como: ¿cuál sería la secuencia más adecuada?; ¿qué ejemplo es el más apropiado para ilustrar esto?; ¿qué paradigma debo utilizar? Puntos conectados a este componente serían:

- a) Relevancia de los tópicos y de las ideas matemáticas.
- b) Diseño y secuenciación de clases, actividades y tareas.
- c) Selección de representaciones e ilustraciones apropiadas que exhiban nociones matemáticas.
- d) Preparar y dar explicaciones.

Conocimiento de estudiantes. Este conocimiento, también relacionado con contenido y pedagogía, está ligado al razonamiento matemático de los niños. Aspectos relacionados a este componente serían:

- a) Conocer la manera de pensar, las estrategias, dificultades y concepciones erróneas de los estudiantes.
- b) Inferir y deducir lo que entienden los estudiantes y sus confusiones.
- c) Entender, analizar y evaluar sus métodos y soluciones.

(Mochón y Morales, 2010, pp. 93-94)

Como se puede apreciar, estas tres categorías son muy similares a las planteadas por Ball et al. (2008): El conocimiento especializado con el CCK y el SCK; el conocimiento para la instrucción con el KCT y conocimiento del contenido y el currículum; y el conocimiento de los estudiantes con el KCS. Hasta aquí he mostrado algunos de los elementos sustanciales sobre ese conocimiento base para la enseñanza en general y de las matemáticas en particular. Pero, el auge que ha tenido el uso de las TD en la enseñanza de esta disciplina ha motivado la reflexión sobre los requerimientos que el profesor necesita para integrar estas tecnologías en su clase, donde por supuesto figuran los planteamientos de Shulman y Ball como fundamento: El Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido de Mishra y Koehler (2006) y el Conocimiento Pedagógico de la Tecnología de Thomas y Palmer (2014).

3.1.4. El Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TPACK)

Angeli y Valanides (2015) señalan que la discusión sobre conocimiento que requiere el profesor para integrar TD en su enseñanza ha sido abundante en los últimos quince años, siendo el planteamiento de Mishra y Koehler (2006), sobre el Conocimiento Tecnológico y Pedagógico del Contenido (TPACK por sus siglas en inglés), el marco más utilizado (Koh, Chai y Lee, 2015). Esta aproximación se configuró a partir del concepto de Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) propuesto por Shulman (1987), al que le sumaron el conocimiento tecnológico.

Mishra y Koehler (2006) argumentan que la tecnología digital tiene cada día mayor presencia en la escuela, y que su uso didáctico conlleva formas de representar y formular el contenido –asunto fundamental de la enseñanza (Shulman, 1987)—; sin embargo, el conocimiento de la tecnología ha sido un elemento aislado, ya que se consideraba bastaba dominar su uso, sin importar los elementos pedagógicos y del contenido para integrarla a la enseñanza. Derivado de esta crítica, Mishra y Koehler (2006) proponen comprender este conocimiento a partir de un diagrama (ver Figura 3.2) compuesto por tres conjuntos (conocimiento tecnológico, pedagógico y del contenido) que se intersecan y que dan lugar al Conocimiento Tecnológico y Pedagógico del Contenido (TPACK por sus siglas en inglés).

El esquema del TPACK implica una serie de relaciones entre sus componentes que van más allá de la comprensión individual de cada uno de ellos, pues tres de las relaciones importantes de este concepto son binomios compuestos por dos tipos de conocimiento: el Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK), el Conocimiento Pedagógico de la Tecnología (TPK) y el PCK propuesto por Shulman. Finalmente, la convergencia de estos binomios da origen al TPACK. Veamos cómo Mishra y Koehler (2006) plantean cada uno de estos elementos.

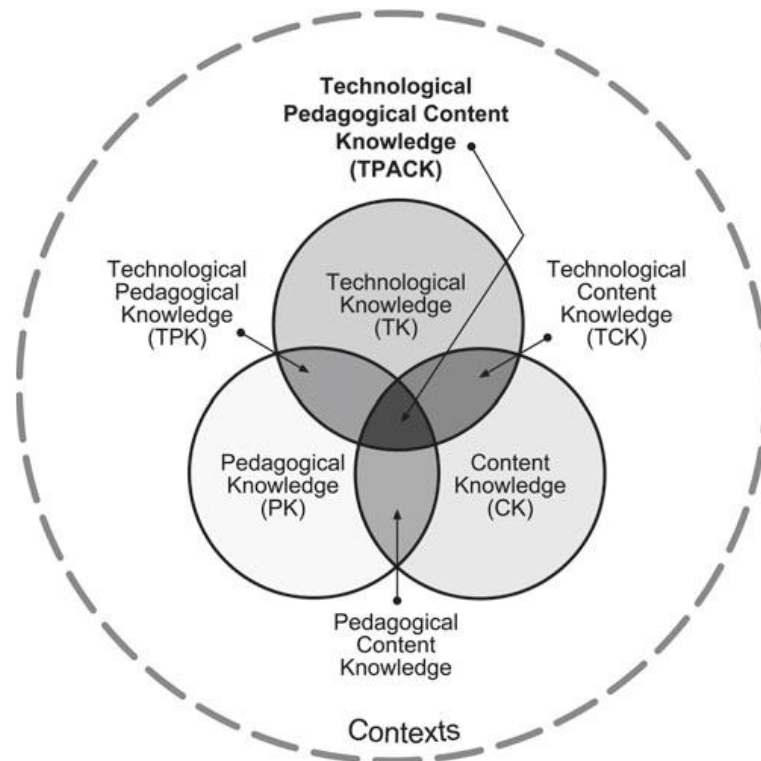


Figura 3.2. Modelo del Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (Koehler, et al., 2014)

Conocimiento del Contenido: Se refiere al conocimiento de la materia, de la disciplina a enseñar o aprender, conocer sus hechos centrales, conceptos, teorías y procedimientos. Retomando a Grossman et al. (1989) este conocimiento implica el dominio de los aspectos sustantivos y sintácticos de la materia.

Conocimiento Pedagógico: Se refiere al conocimiento genérico de los métodos de enseñanza y de aprendizaje, que abarca todas las cuestiones del aprendizaje del estudiante, del manejo de la clase, de la evaluación, de la planeación de la clase y su implementación. En otras palabras, este conocimiento implica una comprensión de teorías cognitivas, sociales y de desarrollo del aprendizaje y cómo éstas se pueden aplicar a los estudiantes en el aula.

Conocimiento Pedagógico del Contenido: se refiere a la manera planteada por Shulman, al conocimiento pedagógico para la enseñanza de contenidos específicos. Este conocimiento implica: conocer cómo contenidos específicos o materias pueden ser organizados, presentados y adaptados para la enseñanza; manejar estrategias y métodos para los contenidos que se pretende enseñar; conocer cómo aprenden los estudiantes la

materia, que puede resultar fácil o difícil para ellos, y que concepciones erróneas pueden presentarse. Se trata de ese conocimiento específico que requiere el profesor para enseñar.

Conocimiento Tecnológico: Hace referencia al conocimiento genérico de conocer y manejar diversas tecnologías existentes, que en el caso de TD implica el manejo de software y hardware, cómo instalar y ejecutar un programa, navegar en internet, etc. Además, dada la velocidad de cambio de estas tecnologías, se requiere la habilidad del profesor para aprender y adaptarse a las nuevas tecnologías.

Conocimiento Tecnológico del Contenido: Es el conocimiento de la manera en que el contenido y la tecnología están relacionados, cómo el uso de tecnología puede cambiar el contenido con nuevas y variadas representaciones con mayor flexibilidad para manipularlas.

Conocimiento Pedagógico Tecnológico: Es el conocimiento de cómo diversas herramientas tecnológicas pueden emplearse para la enseñanza y el aprendizaje, así como los cambios que se pueden dar al utilizarlas. Esto es conocer recursos digitales para temas específicos, la habilidad para seleccionarlos con base en sus características, estrategias pedagógicas para aprovechar estos recursos y explotar sus posibilidades.

Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido: Es la conjugación de los tres tipos de conocimientos que permiten al profesor generar ambientes de aprendizaje para contenidos específicos utilizando tecnologías digitales.

De esta manera, Mishra y Koehler (2006) definen cada uno de los componentes del TPACK, cuya interacción permite que el profesor haga uso significativo de la tecnología para la enseñanza. También, apuntan que bajo este planteamiento la preparación docente para el uso pedagógico de la tecnología requiere un balance de los tres componentes (P,T y C), pues la inclinación por uno no es suficiente, como sucedió en esfuerzos fallidos que pusieron el énfasis en lo tecnológico, bajo la creencia de que con ello se podría integrarla en la enseñanza. Pero el saber cómo usar la tecnología no es lo mismo que enseñar con ella, señalan Mishra y Koehler (2006). Al enfoque que proponen para que el profesor se haga de estos conocimientos del TPACK, estos autores lo llamaron “aprendiendo tecnología por diseño” –propuesta fundamentada en la “cognición situada”— que propone *el diseño de tecnología educativa* (e.g, diseñar cursos en línea) como un auténtico contexto para que los

profesores aprendan, ya que esto requiere una comprensión profunda del uso pedagógico de la tecnología para aplicar el conocimiento en el mundo real de la práctica, por lo que el profesor se enrola activamente en procesos creativos y reflexivos.

Como lo señalé al inicio del apartado el TPACK propuesto por Mishra y Koehler es el que más aceptación ha tenido dentro de los planteamientos que buscan delimitar el conocimiento necesario para hacer uso de la TD en la enseñanza (Angeli y Valanides, 2015); sin embargo, quiero presentar otro planteamiento que, de manera específica, se enfoca al uso de la tecnología en el campo de la enseñanza de las matemáticas: éste es el Conocimiento Pedagógico de la Tecnología (PKT).

3.1.5. El Conocimiento Pedagógico de la Tecnología (PTK o MPTK)

Este planteamiento de PTK propuesto por Thomas y Palmer (2014) me pareció importante de señalar porque se dirige de manera específica a los conocimientos del profesor para el uso de TD en la enseñanza de las matemáticas (ver Figura 3.3), lo que lo hace un planteamiento diferente del más genérico del TPACK. Uno de sus fundamentos es el MKT propuesto por Ball y colaboradores para la enseñanza de las matemáticas. Por otra parte, otro fundamento de esta aproximación, que me parece sustancial, es que retoma los planteamientos de la Génesis Instrumental para interpretar el proceso de integración de la tecnología (de artefacto a instrumento) y el papel que juega ésta en el conocimiento y la práctica de enseñanza del profesor. Finalmente, un tercer componente de este enfoque, que lo diferencia de otros, es que retoma el papel de las orientaciones personales del profesor, tales como su confianza para integrar TD en la enseñanza, y sus valores y creencias.

Cabe señalar que el PTK –más que un concepto que muestra cómo están implicados los diversos conocimientos que originan el conocimiento necesario para emplear TD en la enseñanza, como el TPACK—, puede ser un referente para dar cuenta del progreso del profesor en la integración de TD en la enseñanza de las matemáticas (Thomas y Palmer, 2014). De esta manera, la Figura 3.3 muestra, por un lado, una progresión en la que el conocimiento pedagógico y el conocimiento matemático del contenido dan paso al Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT); y, por otro lado, a la génesis instrumental de la tecnología y se suma al MKT, para que, finalmente, este nuevo componente se encuentre con las orientaciones personales, dando origen al PTK. De este

modo, el modelo del PTK muestra el trayecto que sigue su construcción, más que la manera en cómo están implicados cada uno de sus componentes, que bien podría representarse con un diagrama de Venn como el TPACK.

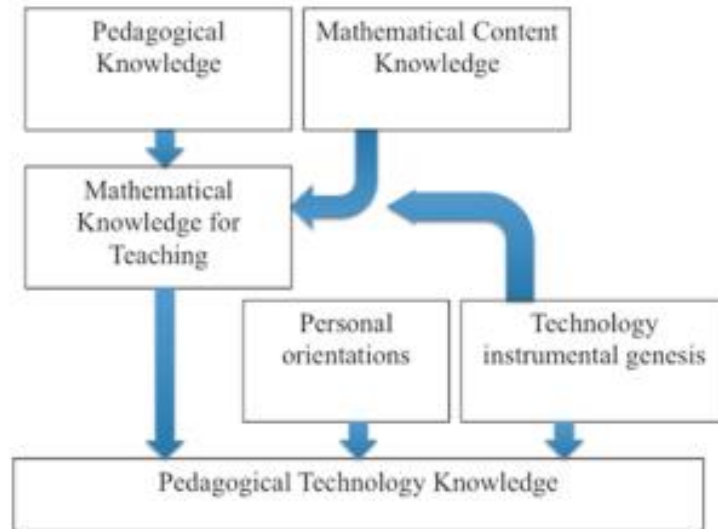


Figura 3.3. Modelo de PTK de Thomas y Palmer (2014, p. 76)

Para Thomas y Palmer (2014), la integración de TD en la enseñanza de las matemáticas está definida por factores externos e internos, siendo estos últimos los que le parecen cruciales y que corresponden a los elementos del PTK. De esta forma, estos autores mencionan que este planteamiento implica que el profesor debe “ser un usuario competente en el uso de tecnología, pero más importante, debe comprender los principios y técnicas requeridas para construir situaciones didácticas que la incorporen, para activar el aprendizaje matemático a través de la tecnología” (Thomas y Palmer, 2014, p. 75, mi traducción). En este sentido, los autores concluyen que un profesor que posee un fuerte PTK poseerá “un buen conocimiento matemático del contenido, una buena comprensión de cómo usar la tecnología, creencias y actitudes positivas para su uso y confianza de ponerla en práctica” (Thomas y Palmer, 2014, p. 77, mi traducción), condición que permitirá a los profesores generar situaciones de aprendizaje ricas para que los estudiantes se apropien de objetos matemáticos.

Clark-Wilson y Hoyles (2017) retomaron el modelo del PTK de Thomas y Palmer (2014) para indagar el impacto en el conocimiento y práctica de profesores al utilizar TD para la enseñanza de las matemáticas. Esas autoras propusieron renombrar el modelo PTK, agregando la letra M de la palabra matemáticas, a fin de enfatizar la particularidad de este

concepto, quedando éste como MPTK (por sus siglas en inglés), es decir *Conocimiento Tecnológico Pedagógico para la enseñanza de las Matemáticas*. Debido a su especificidad, nos parece que MPTK puede ser el modelo más apropiado para el estudio de profesores al utilizar TD en su práctica de enseñanza de las matemáticas.

3.2. FUENTES DE CONOCIMIENTOS Y DE DESARROLLO PROFESIONAL DEL PROFESOR

Todas las aproximaciones presentadas arriba son útiles para comprender ese conocimiento del profesor requerido para la enseñanza de las matemáticas con el uso de TD. Son modelos que definen la composición del conocimiento requerido (como en el modelo TPACK de Mishra y Koehler, 2006) o el trayecto que se sigue para adquirirlo (como en el modelo [M]PTK de Thomas y Palmer, 2014), aunque cada uno tiene sus matices y particularidades. Sin embargo, todos esos modelos dejan claro que el docente en su práctica debe articular diversos campos del conocimiento (de contenido disciplinar, pedagógico y tecnológico), así como contar con actitudes positivas y confianza en el uso de la tecnología. Surge entonces la pregunta: ¿cómo puede el profesor apropiarse de esos conocimientos y actitudes? Es una pregunta que requiere atención si se pretende incidir en la formación de los docentes, como en el caso de la investigación que llevamos a cabo, donde buscamos que los profesores integran el uso de la tecnología en su práctica de enseñanza de las matemáticas. Por esta razón, enseguida recupero planteamientos donde se discute sobre las fuentes de aprendizaje del profesor y su valor para la enseñanza (es decir, espacios de donde el profesor puede obtener los conocimientos necesarios para su práctica), lo cual da pautas para la construcción de propuestas de formación.

3.2.1. Las fuentes de aprendizaje del profesor

Vermunt (2014) identifica tres fuentes de conocimiento del profesor, las cuales deben ser tomadas en cuenta para innovar la educación: Una fuente es la *teoría* relativa a la profesión, sobre cómo aprenden los estudiantes, cuáles metodologías de enseñanza son más apropiadas, sobre los problemas de aprendizaje, etc.; otra fuente de conocimiento es *la experiencia en la práctica de la enseñanza*, donde se experimenten formas o métodos de enseñanza, se reflexione sobre lo sucedido –sobre los aciertos y desaciertos, sobre las

estrategias y recursos que funcionaron o no en ciertos momentos y con ciertos estudiantes—; la tercera fuente señalada son los *profesores experimentados*, de quienes los docentes más novatos pueden aprovechar ese conocimiento práctico adquirido. Finalmente, Vermunt (2014) menciona que la conjugación de los conocimientos adquiridos de estas fuentes permite su optimización en la práctica docente y puede redundar en mejores resultados de aprendizaje. Sin embargo, este autor agrega que, si bien estas fuentes de conocimiento del profesor resultan importantes, existen factores personales —como sus creencias sobre el aprendizaje de la enseñanza y sus motivaciones para aprender— y factores del contexto social en el que se desenvuelve, que condicionan el desarrollo profesional del docente.

Por su parte, Shulman (1987) enumera cuatro fuentes para que el profesor desarrolle su conocimiento base para la enseñanza: (i) La primera es *la formación académica de la disciplina a enseñar* —relacionada con la categoría *teoría* de Vermunt (2014)— la cual tiene que ver con el estudio profundo de la materia, sus elementos sustantivos y sintácticos (Grossman et al. 1989), o en términos de Ball et al. (2008) al conocimiento común y especializado del contenido. (ii) La segunda son *las estructuras y materiales didácticos* —fuente relacionada con las categorías de *teoría y experiencia en la práctica de la enseñanza* de Vermunt (2014)— y que se relaciona con el conocimiento de los materiales curriculares y los elementos institucionales de la escuela, que en dado momento pueden facilitar o inhibir la enseñanza, es decir, se trata del conocimiento del *territorio* donde el profesor se desempeñará. (iii) La tercera fuente —también correspondiente a la fuente *Teoría* de Vermunt (2014)— es la literatura educativa especializada, la cual se refiere al estudio sobre los procesos de escolarización, de enseñanza y de aprendizaje. (iv) La cuarta fuente es la sabiduría adquirida con la práctica, las máximas que la guían el proceder de los profesores competentes; sin embargo, se sabe poco de ella debido a que es un asunto poco atendido en la investigación —esta última se refiere más a la fuente *profesores experimentados* de Vermunt (2014) que a la fuente de *la experiencia en la práctica de la enseñanza*, pues alude a la posibilidad de aprender de los conocimientos prácticos de los profesores competentes, en vez de aprender de la experimentación propia, como lo concibe ese autor.

Como hemos visto, existe coincidencia en las fuentes de conocimiento señaladas por Vermunt (2014) y Shulman (1987), aunque con algunos matices en relación con el

conocimiento derivado de la práctica —ya sea de la experimentación propia de profesor o de sus pares—, asunto sobre el que, de acuerdo con Shulman (2005), se sabe poco. No obstante, Schön (1992) indaga sobre la formación profesional e identifica el conocimiento práctico como el punto de partida de ésta; enseguida se presenta lo propuesto por este autor.

3.2.2. La práctica como punto de partida para el desarrollo profesional de profesores

Schön (1992) hace una crítica de la *racionalidad técnica*, cuya lógica es dotar al aprendiz (i.e., los profesores en formación) de conocimiento científico antes de la práctica, considerando que esto es erróneo. Propone que hay que invertir esto, iniciando como se aprenden las artes y los oficios, a través de *la experiencia directa en la acción, la reflexión en la acción y el acompañamiento tutorial*.

Las operaciones, los procedimientos y las reglas que seguimos *en la acción* son en ocasiones descritas a través de la observación y la reflexión sobre la acción, aunque, como señala Schön, siempre se tratarán de *construcciones*, es decir, de:

intentos de poner en forma explícita y simbólica un tipo de inteligencia que comienza siendo tácita y espontánea. Nuestras descripciones son conjeturas que precisan ser puestas a prueba ante la observación de sus originales; los cuales, al menos en algún aspecto, van a ser distorsionados. Pues el conocimiento en la acción es dinámico, y los hechos, los procedimientos, las reglas y las teorías son estáticos. (Schön, 1992, p. 36)

Otro de los componentes del arte profesional señalados por Schön (1993) es *la reflexión en la acción* —aspecto identificado en aquellos prácticos competentes—, la cual se refiere a la forma de actuar del práctico ante la *sorpresa* y la *variación*, ya que en la práctica surgen resultados inesperados (sorpresas) que pueden conducir a la reflexión sobre lo ocurrido —ya sea durante o al final de la acción— y en consecuencia a la reestructuración o a la generación nuevas acciones, a fin de lograr lo esperado. Otra causa de esta reflexión es a lo que Schön (1993) llama la *variación*, es decir, cuando el contexto imprime condiciones que urgen al práctico realizar cambios en su acción para salir airoso en esta nueva situación, entonces se puede decir que la *variación* y no la *sorpresa* es la causa de la reflexión en la acción. De esta manera, la reflexión sobre la acción tiene una función crítica que pone en tela de juicio el conocimiento en la acción, dando lugar a la prueba de nuevas acciones.

A partir de lo dicho, resulta adecuado mencionar que el trabajo de Schön (1993) da mayor claridad de la naturaleza del conocimiento del profesor derivado de la práctica, ya sea originado desde su propia experiencia o la de terceros, como pudiera ser de expertos o de sus pares⁷. La incertidumbre y singularidad de la práctica exigen de ese conocimiento en acción que trasciende el saber teórico y que emana de la práctica misma, donde la reflexión en la acción tiene el papel fundamental de dar paso a nuevos conocimientos para la acción. Así, estos planteamientos dan mayor valor y sentido a ese conocimiento que se adquiere en la práctica, que, aunque no siempre puede expresarse en palabras, permite la acción del sujeto.

3.3. CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 3

La revisión de la literatura sobre el conocimiento base del profesor para la enseñanza en general y para la enseñanza de las matemáticas en particular –así como para la enseñanza con el uso de TD de manera general y para la enseñanza de las matemáticas con TD de manera particular–, permiten reconocer los conocimientos sobre los que hay que poner la atención en la formación de los profesores, algunos de naturaleza teórica y otros de naturaleza práctica. Por otra parte, el identificar las fuentes que brindan al profesor ese conocimiento base para la enseñanza apunta a la necesidad de promover situaciones de estudio (literatura), de práctica (acción-reflexión) y de compartir (pares y expertos) para favorecer el desarrollo profesional de los docentes relacionado con la integración de TD en la clase de matemáticas.

Como hemos visto en esta revisión, existen conocimientos básicos que debe poseer el profesor para realizar su actividad de enseñanza; sin embargo, hoy se reconoce que la actividad de los sujetos está mediada instrumentalmente por artefactos, ya sean materiales o simbólicos (Verillon & Rabardel, 1995), lo cual incide en su cognición. Así, al trasladar este planteamiento al campo de la enseñanza, también hay que tomar en cuenta que los recursos que emplea el profesor median su actividad brindando posibilidades y restricciones, es decir, no toda la acción docente responde a su conocimiento, aunque desde

⁷ Yo también agrego el aprender de los pares, como una de las fuentes de aprendizaje de la práctica; esto se encuentra en el trabajo de Seidel (2015), quien identifica que la discusión entre pares sobre su experiencia (logros, dificultades) genera críticas, propuestas y motivación entre los profesores, lo que enriquece su práctica y su razonamiento pedagógico.

esta mirada el conocimiento también es un recurso. Ahora bien, en el campo de la educación matemática, a partir este planteamiento, la *aproximación instrumental* ha analizado el impacto que tiene el uso de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas, la manera como afecta la actuación y pensamiento del profesor y del alumno (Gueudet, Pepin, y Trouche, 2013; Monaghan, Trouche, y Borwein, 2016). Por ello enseguida presento elementos de la *aproximación instrumental*.

CAPÍTULO 4. LA APROXIMACIÓN INSTRUMENTAL Y EL USO DE RECURSOS DIGITALES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

En este apartado presento los antecedentes teóricos de lo que se conoce como “la aproximación instrumental de la didáctica de las matemáticas”, su interpretación en el campo de la educación matemática para dar cuenta del proceso que se sigue para apropiarse de un recurso (génesis instrumental), la manera como esta tecnología es empleada en la clase por parte del profesor (orquestración instrumental) y la manera cómo los recursos que emplea el profesor impactan en el desarrollo profesional del docente (génesis documental). Trouche (2016) señala que la aproximación instrumental tiene su origen en los planteamientos de Verillon y Rabardel (1995), por lo que comenzamos con una revisión de ese último trabajo.

4.1. LA APROXIMACIÓN INSTRUMENTAL

Verillon y Rabardel (1995) plantean que la construcción de conocimiento se da a partir de procesos epistémicos y pragmáticos del sujeto, donde los artefactos culturales (materiales o simbólicos) juegan un papel importantísimo como mediadores entre el sujeto y el objeto de su acción. De esta manera, enfocados en la actividad pragmática del sujeto, se proponen aportar a la construcción teórica del papel de los artefactos en la construcción del conocimiento.

4.1.1. Artefactos y herramientas

Uno de los argumentos dados por Verillon y Rabardel (1995) a esta propuesta es que cuando nacemos nos introducimos en un mundo que en gran medida es artificial, es decir, un mundo cultural construido por nuestros antepasados a lo largo de miles de años, donde

muchas de nuestras actividades están mediadas por tecnologías, simbólicas o culturales, a las cuales nos enfrentamos para conocerlas y utilizarlas.

Verillon y Rabardel (1995, p. 77, mi traducción) afirman que

si la cognición evoluciona, como lo muestra la epistemología genética, a través de la interacción con el ambiente entonces se espera que, en el curso de su génesis, se acomode a las características funcionales y estructurales específicas de los artefactos

donde artefactos son aquellas cosas culturales, creadas por el hombre, ya sean simbólicas o materiales, las cuales podrían convertirse en un instrumento. Es así como los artefactos toman particular importancia para los sujetos en el desarrollo cognitivo, ya que son parte del medio cultural en que están inmersos.

Monaghan y Trouche (2016), quienes han retomado la visión instrumental de la actividad humana, señalan que un artefacto o herramienta, de manera simple o coloquial, se puede decir que “es algo que utilizas para hacer algo” (p. 5), un objeto material hecho por el hombre para ciertos propósitos, algo disponible para el usuario para realizar cierta acción o ciertas acciones. Ejemplo de una herramienta/artefacto puede ser un lápiz, cuya finalidad es escribir, pero también borrar, dado que hoy cuentan con una goma. Otro ejemplo, en el caso de matemáticas, puede ser un compás está hecho para el trazo de circunferencias o parte de ellas.

Pero veamos que al hablar de objeto material no se refieren únicamente a objetos sensibles al tacto, sino también pueden ser objetos materiales creados por el hombre aquellos como los símbolos del alfabeto o símbolos matemáticos, que funcionan como artefactos a disposición del uso de alguien para ciertos fines. De los fines para los cuales está diseñada una herramienta, se deriva la implicación que en él están inmersas características matemáticas, como en el compás que encapsula la relación de equidistancia entre el centro del círculo y los puntos de la circunferencia.

4.1.2. La construcción del conocimiento y el papel de los artefactos

Verillon y Rabardel (1995) apuntan que la psicología genética ha mostrado cómo evoluciona la cognición del hombre, cómo la construcción de conocimientos del sujeto se da a partir de su relación con el medio ambiente natural, de un proceso evolutivo de adaptación y maduración de las estructuras cognitivas a las exigencias ambientales. Ante

esto, los autores critican que no solo se trata de adaptación al medio natural, sino también al cultural y que no solo es adaptación sino también modelación, pues parte importante de la actividad del hombre está dirigida a modelar el medio natural de acuerdo a sus necesidades. Por ello, el medio histórico cultural tiene un rol importante en la actividad y cognición humana, ya que los artefactos culturales (objetos materiales o simbólicos construidos por el hombre) son muchas veces mediadores de actividad humana.

Con relación a la actividad humana, Verillon y Rabardel (1995) enuncian dos tipos según su finalidad: la *epistémica*, cuyo fin es la comprensión de la realidad y de sus propiedades; y la *pragmática*, cuyo fin es la solución a situaciones de la vida diaria, donde los procedimientos, metodologías y artefactos juegan un papel relevante. Sin embargo, los autores citados mencionan que la actividad epistémica es la que ha tenido más atención, tanto en el campo de la filosofía como el de la ciencia, ya que lo conocido acerca de la cognición humana se refiere a las funciones psíquicas del individuo en actividades con fines epistémicos. Por el contrario, se carece de modelos que permitan comprender cómo la actividad pragmática –relacionada con la acción técnica— aporta a la cognición, es decir, cómo son las funciones psíquicas en acciones pragmáticas y cómo éstas se ven influidas por la cultura (artefactos). Para Verillon y Rabardel (1995) este desconocimiento de la actividad pragmática y su influencia en la cognición afecta el campo de la educación, ya que los modelos que guían la práctica pedagógica están basados en la aproximación epistémica.

Esta situación se relaciona con el desarrollo de las funciones superiores del pensamiento como un proceso de instrumentalización de las funciones psíquicas naturales; es decir, el desarrollo de las funciones superiores se trata del control artificial de los procesos de desarrollo naturales. Con esto Verillon y Rabardel (1995) argumentan que la cognición humana no es solo un proceso continuo entre las funciones inferiores y las superiores, de mera adaptación, sino existen un rompimiento entre ellas dado por la mediación de la cultura, de los artefactos culturales, sean físicos o simbólicos. Esta visión resulta importante porque considera en la relación del sujeto con su objeto de conocimiento o de acción la mediación de un instrumento, el cual tiene efectos tanto en la acción del sujeto, en su cognición y en el objeto de su acción, por lo cual resulta una aproximación pertinente para la enseñanza y que ha pasado desapercibida con una visión dualista del sujeto-objeto.

4.1.3. Del artefacto al instrumento

Es así como Verillon y Rabardel (1995) voltean la mirada hacia la actividad pragmática, donde el uso de artefactos extiende y amplifica los medios naturales del hombre y, por tanto, podrían estructurar sus categorías de pensamiento y conocimiento o ampliar sus capacidades cognitivas. Como ejemplo de la importancia de los artefactos aluden a la escritura, la cual modificó la forma de pensar y actuar del hombre. De esta manera, se dice que los artefactos tienen un carácter mediador de la actividad humana, y en consecuencia son generadores y amplificadores del pensamiento y conocimiento del sujeto. Verillon y Rabardel (1995) distinguen entre artefacto e instrumento, en el sentido que un instrumento no existe en sí mismo, sino solo cuando el sujeto se ha apropiado del artefacto y lo ha integrado a su actividad.

Por esta razón, Verillon y Rabardel (1995) proponen comprender el pensamiento humano a partir de la actividad instrumental, compuesta por tres elementos: *el sujeto*, *el instrumento* y *el objeto*, componentes que integran lo que los autores denominan *Situaciones de Actividad Instrumentada*, donde el instrumento es la fase en la que el sujeto se ha apropiado del artefacto para su uso; pues, de acuerdo con estos autores, un instrumento no es una cosa dada, sino construido por el sujeto y está formado por un artefacto (material o simbólico) y por los esquemas de utilización vinculados a éste (ver Figura 4.1).

La distinción entre artefacto e instrumento resulta importante. El artefacto tiene que ver con todos los objetos de la cultura material creados para ciertos fines prácticos, aunque en sentido más amplio, señalan, también serían los objetos simbólicos, como lo ejemplifican con la escritura. Por otro lado, el instrumento se refiere a la apropiación del artefacto por el sujeto que lo utiliza para fines específicos, es decir, es de connotación psicológica.

En relación a la actividad instrumentada y el desarrollo de la cognición del sujeto, me parece importante traer las interpretaciones de Monaghan y Trouche (2016) dadas al concepto de instrumento, dado que ellos han retomado el enfoque de la aproximación instrumental para ver los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mediados

por artefactos, principalmente de tecnología digital. Monaghan y Trouche (2016) discuten este asunto tratando de caracterizar los elementos que constituyen una herramienta⁸.

Hablar de instrumento es considerar a la herramienta/artefacto en uso, es la relación existente entre el artefacto y al conocimiento asociado a él. No se puede hablar de instrumento de manera aislada, a diferencia del artefacto, sino en su relación con los fines de la actividad para la cual se utiliza y quien lo utiliza. Un artefacto se vuelve instrumento mientras está en uso, pero en cuanto se deja de utilizar pasa meramente a su estado de artefacto. Por ejemplo, hablar del compás como instrumento es mientras está en uso y pasa de nuevo a artefacto cuando está en desuso. Dada esta dualidad utilizan el concepto de artefacto/instrumento.

Entonces, hablar de instrumento es hablar de actividad del sujeto, bajo ciertos fines y con la utilización de instrumentos, por lo cual existen interacciones en la actividad entre el sujeto, el artefacto y los fines de la actividad, relaciones de mutua influencia y de conformación entre ellos, lo que resulta un enfoque interesante para el análisis de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Monaghan y Trouche (2016) señalan que el considerar la instrumentación de la actividad permite ligar el aprendizaje, el desarrollo cognitivo y la transmisión cultural de medios de conocimiento y acción, dadas las características mediadoras y amplificadoras del instrumento.

De las relaciones inmersas en el concepto de instrumento se desprende, según Monaghan y Trouche (2016), que en el empleo del artefacto existen intenciones, comprensiones y rutinas de quien las utiliza, las cuales no son estáticas, sino dinámicas. Así, las representaciones del uso posible del artefacto/instrumento para ciertas acciones materiales pueden cambiar una vez realizada la acción; es decir, se puede tener la idea de que un artefacto se debe utilizar de cierta manera para lograr cierto fin. Sin embargo, a medida que se experimenta bajo cierto contexto, se puede modificar la idea que se tenía y, por lo tanto, se crea una nueva representación, que a su vez reorienta la acción del sujeto en futuras ocasiones. Esto puede suceder de manera indefinida con la dinámica de las representaciones del sujeto a medida que utiliza el artefacto/instrumento.

⁸ En el texto citado se utiliza la palabra “tool”, la cual en su traducción correspondería a la palabra “herramienta”, aunque la palabra “instrument” a veces se traduce también como “herramienta”. Para ser más fiel, traduzco “tool” por *herramienta* e “instrument” por *instrumento*.

El proceso de que un artefacto llegue a ser un instrumento tiene implicaciones relacionadas con reconocer sus usos, conocer sus métodos de operación y los beneficios de su utilización, los cuales pueden sufrir modificaciones con la experiencia. Entonces, un instrumento no puede ser solo un estímulo, sino que se trata de un intermediario situado entre el objeto y la operación psíquica dirigida a él que genera cambios estructurales y funcionales en la cognición (Verillon y Rabardel, 1995, p. 81).

Así, el papel del instrumento va más allá, al mediar la acción del sujeto extendiendo y ampliando sus posibilidades al grado de reemplazar los procesos naturales del acto instrumentado, no significando la desaparición de estos procesos sino su integración la volverse dependientes del instrumento.

También, en la actividad instrumentada se da un proceso de modificación de artefactos, puesto que la acción realizada por el sujeto puede llevar a sugerir y realizar cambios en el artefacto para que cumpla con mayor cabalidad con los fines previstos en futuras acciones (Monaghan y Trouche, 2016).

Otro aspecto importante, mencionado por Monaghan y Trouche (2016), que surge durante la actividad instrumentada es que a la vez que se logra un producto se construye conocimiento. Esto es que en el proceso de emplear un artefacto para producir un resultado esperado se generan conocimientos de la acción, del instrumento y del objeto a la que se dirigió la acción. Por ejemplo, vuelvo al compás, para decir que mientras lo utilizas para trazar el contorno de un círculo generas conocimiento de las características del compás, de la forma de usarlo y de características del círculo.

Al proceso de cómo el artefacto pasa a ser un instrumento, es decir, cómo se apropia el sujeto del artefacto como instrumento para su uso en cierto tipo de acciones y, a su vez, cómo el artefacto incide en la acción y cognición del sujeto, se le llama *génesis instrumental*, tema sobre el cual abundo en el siguiente apartado.

4.1.4. La génesis instrumental

Una génesis instrumental (Figura 4.1) incluye los procesos de *instrumentación* e *instrumentalización* (Trouche, 2004). El primer proceso va en dirección del artefacto al sujeto, donde “el artefacto imprime su marca en el sujeto” (Trouche, 2004, p. 290), se relaciona con el conocimiento del artefacto, de sus posibilidades y sus limitaciones, así

como desarrollar las habilidades para emplearlo. El segundo proceso va en dirección del sujeto al artefacto, consistente en una etapa donde el sujeto descubre y selecciona las funciones que le son relevantes del artefacto, le sigue otra etapa de personalización del artefacto para su uso y una tercera etapa creativa de transformación del artefacto.

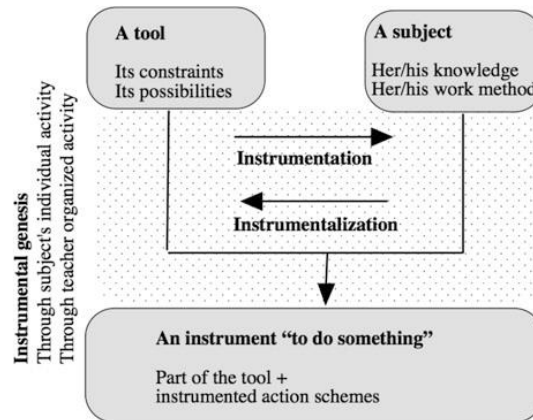


Figura 4.1. La génesis instrumental (Trouche, 2004, p. 289)

Por tanto, la génesis instrumental se da en un proceso bidireccional entre el sujeto y el artefacto; es una relación dialéctica entre ellos, donde la instrumentación e instrumentalización permiten que el artefacto pase a ser un instrumento. Este planteamiento ha resultado importante en el campo de la educación matemática, de manera especial, cuando están presentes herramientas digitales en las actividades de enseñanza de aprendizaje de las matemáticas. Haré algunas consideraciones al respecto.

El sujeto antes de utilizar una nueva herramienta para cierto tipo de acciones ya posee conocimientos y formas de hacer prescindiendo de ella. De la misma manera, el artefacto posee posibilidades de acción para las cuales fue hecha, pero a su vez presenta limitaciones. De esta manera cuando se integra un nuevo artefacto habrá una influencia mutua entre el artefacto y el sujeto.

En este proceso de la génesis instrumental se crean esquemas de utilización del artefacto, organización invariante de la actividad para cierta clase de situaciones. Un esquema está compuesto por

metas y submetas, anticipaciones, reglas de acción, de recopilación de información y ejercer control, y posibilidades de inferencias. Estructurado por invariantes

operacionales, las cuales consisten en conocimiento implícito construido a través de varios contextos de utilización del artefacto (Gueudet y Trouche, 2008, mi traducción).

De esta manera un instrumento es un artefacto junto con sus esquemas de utilización.

4.1.5. Ejemplo de instrumentación de un recurso de Enciclomedia

En el campo de la educación matemática, este enfoque de la aproximación instrumental puede ser útil para estudiar situaciones donde están implicados recursos digitales en la actividad del docente o del estudiante. Por ejemplo, cuando se trata de introducir en la clase de matemáticas la construcción de fracciones equivalentes, los estudiantes ya poseen conocimientos y formas de generarlas con el apoyo de otros recursos, como la multiplicación o división en papel y lápiz. Por otra parte, se puede utilizar un interactivo, como el de Enciclomedia titulado “Balanza de kilogramos” (ver Figura 4.2), el cual posee posibilidades propias para tratar este tema, como es colocar fracciones en cada una de las pesas y la inclinación que tome será el indicador si las fracciones son mayores, menores o iguales. La integración de este recurso en la clase de matemáticas confrontará las posibilidades y limitaciones del recurso con los conocimientos y experiencias de los sujetos al trabajar fracciones equivalentes, por lo que se verán influidos mutuamente el sujeto y el artefacto y quizá en esa relación surja un instrumento.

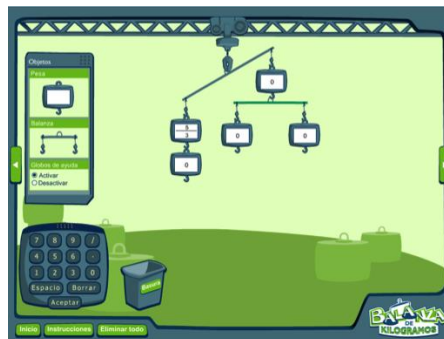


Figura 4.2. Interactivo "Balanza de kilogramos" de Enciclomedia

4.2. LA APROXIMACIÓN DOCUMENTAL DE LO DIDÁCTICO (ADD)

4.2.1. La ADD: el estudio de la interacción del profesor con recursos

Gueudet y Trouche (2008), fundamentados en la aproximación instrumental, proponen estudiar la actividad del profesor a partir de su interacción con los recursos que emplea para su clase de matemáticas. De esta manera, estos autores retoman los planteamientos de la aproximación instrumental para proponer lo que llaman la *aproximación documental de lo didáctico* (ADD)⁹, utilizada para el estudio del trabajo del docente.

Estos autores señalan que el profesor está en interacción permanente con recursos (dados institucionalmente o recopilados por él), los busca y los selecciona para el diseño y organización de tareas destinadas a la enseñanza (Gueudet y Trouche, 2008). La palabra recurso (*resource*, en inglés), según Gueudet y Trouche (2008, 2012), debe ser entendida como sustantivo, como se ha mostrado anteriormente, pero también como verbo (*re-source*) en el sentido de que un recurso vuelve a ser inicio en otro momento, pero de diferente forma (ver también Trouche et al., 2020).

Los recursos pueden ser múltiples artefactos como libros de texto, software, hojas de trabajo, etc., de los cuales puede echar mano el profesor en su actividad profesional (Gueudet y Trouche, 2008, 2012). También el profesor accede a otro tipo de objetos que no caben en la categoría de artefactos para la enseñanza de las matemáticas, pero también interacciona con ellos, como puede ser el palo de una escoba, la actitud de un estudiante, pero que también pueden ser recuperados por el profesor en su actividad. De esta manera, Gueudet y Trouche (2008, 2012) proponen la expresión *sistema de recursos* para referirse a todo el repertorio de recursos –tanto materiales como no materiales (e.g. conocimiento del tema, el contexto social de los estudiantes)— con los que trabaja el profesor, los selecciona, modifica, articula, etc., para sus fines profesionales.

De esta manera, Gueudet y Trouche (2008) proponen comprender la actividad profesional del profesor de matemáticas y su evolución, principalmente cuando existen recursos digitales de por medio, aunque la propuesta bien puede extenderse hacia los

⁹ La ADD también es conocida en español como *enfoque documental de lo didáctico* (EDD) –ver Trouche et al. (2020).

profesores de otras disciplinas y con otro tipo de recursos. Ellos también señalan que la generalizada disponibilidad de recursos digitales, para los profesores de matemáticas, implica una completa metamorfosis del currículum material, lo que conlleva un profundo cambio en el conocimiento y desarrollo profesional del profesor (Gueudet y Trouche, 2009). De esta manera, la aproximación documental busca dar cuenta de este fenómeno, capturando los cambios generados por el uso de recursos digitales, aunque para ello debe considerarse el recurso digital como parte de conjunto de recursos que el profesor utiliza en su actividad profesional.

Otra consideración al objeto de estudio de esta aproximación documental al trabajo del profesor, según Gueudet y Trouche (2012), es considerar la teoría de la actividad en la comprensión de la actividad del docente para tomar en cuenta los objetivos que la orientan y los factores institucionales y de grupos sociales en la que se desarrolla. Esta actividad profesional del profesor consiste en seleccionar y trabajar con recursos dentro de un proceso de diseño y en acción.

Esta aproximación instrumental para el trabajo del profesor, según Gueudet y Trouche (2012), es vista por varios investigadores como central en diversas situaciones, en particular cuando un nuevo currículum es propuesto en el contexto de programas de desarrollo profesional, o en estudios relacionados con seleccionar, adaptar y refinar tareas matemáticas.

4.2.2. La génesis documental

Como ya se dijo, la aproximación documental de lo didáctico permite estudiar la práctica del profesor a partir de su interacción con su sistema de recursos, y ver cómo éstos inciden en su actividad y conocimiento, es decir, en su desempeño profesional. El trabajo del profesor con su sistema recursos produce *documentos*. A esta interacción del profesor con los recursos, Gueudet y Trouche (2008, 2012) le llaman *trabajo documental*, el cual, a la vez, da cuenta de su desarrollo profesional, dado que existe una relación dialéctica entre ellos (instrumentación e instrumentalización) que incide en la manera de hacer y de pensar del profesor.

Al igual que como sucede en la génesis instrumental (ver Figura 4.1), donde un artefacto o herramienta pasa a ser un instrumento, en la génesis documental (ver Figura 4.3)

un sistema de recursos pasa a ser un *documento* tras los procesos de instrumentación e instrumentalización entre el profesor y los recursos (Gueudet y Trouche, 2008). La génesis documental reconoce que la actividad del sujeto está mediada instrumentalmente, donde la relación dialéctica entre el artefacto y el sujeto ha dado origen a esquemas de utilización de los instrumentos a partir de dos procesos: la instrumentación, relacionada con la influencia del artefacto en el sujeto; y la instrumentalización, relacionada con la adaptación y modificación que hace el sujeto del artefacto de acuerdo con fines y necesidades. Esos procesos dan lugar a la generación de esquemas de acción en el profesor, mediante lo cual se genera un documento. Entonces un documento es el conjunto de recursos más sus esquemas de utilización (Gueudet y Trouche, 2008, Trouche et al., 2020). En la Figura 4.3 se muestran los componentes de la génesis documental (Gueudet y Trouche, 2008, 2012).

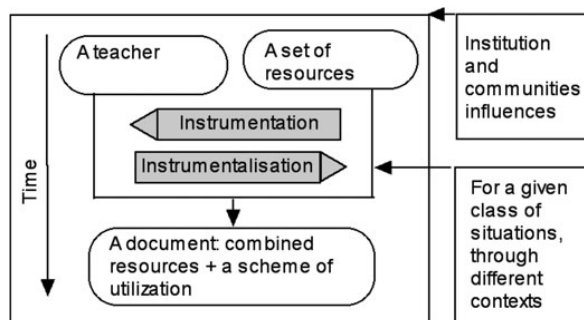


Figura 4.3. Representación de la génesis documental (Gueudet y Trouche, 2012)

Gueudet y Trouche (2008) ejemplifican la génesis documental del profesor de matemáticas, a través de la descripción del diseño de una tarea en la que el profesor reúne un conjunto de recursos, como, por ejemplo, libros de texto, su curso, hojas de trabajo previas, y elige una lista de ejercicios para darle a los estudiantes, los cuales pueden ser modificados de acuerdo con las condiciones grupales o a sus experiencias previas. Los autores describen cómo este proceso es la elaboración de un documento, donde se ponen en juego algunas invariantes operacionales como “la tarea debe ser extraída de los libros de texto” y otras más específicas a la tarea matemática. En este sentido, un documento es más que la mera lista de ejercicios, es todo el proceso que llevó producir la lista de ejercicios, incluyendo otros recursos empleados, los esquemas de utilización, y la experiencia del profesor. En este sentido Gueudet y Trouche, (2012) mencionan que la documentación es el trabajo con los recursos y el resultado de ese trabajo (p. 24)

Algo más que recupero de estos autores es que la génesis documental es continua, en el sentido que el o los productos del trabajo documental del profesor se integran a su sistema de recursos, formando a su vez parte de un nuevo documento que lleve a generar nuevos recursos. De este modo existe una relación dialéctica entre los recursos y los documentos (ver Figura 4.4).

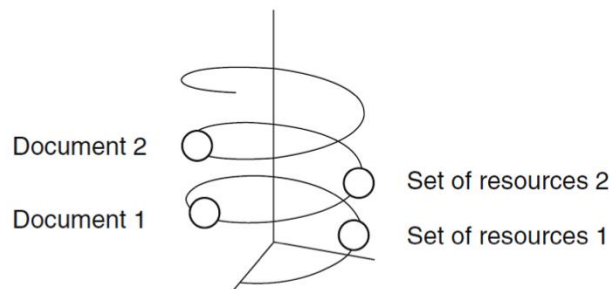


Figura 4.4. Relación dialéctica entre el recurso y el documento (Gueudet y Trouche, 2008, p. 206)

Así, el profesor en todo momento interactúa con el sistema de recursos que existe en su contexto profesional, con el cual genera esquemas para utilizar esos recursos, es decir, genera documentos para diversos tipos de situaciones, los cuales a su vez forman su sistema documental. Este proceso documental del profesor genera aprendizaje. Por lo tanto, estudiar la génesis documental es estudiar el aprendizaje del profesor y su desarrollo profesional; razón por la cual resulta relevante estudiar este fenómeno. Gueudet y Trouche (2012) proponen al respecto una metodología para ello.

De lo planteado se entiende que el foco de atención de la aproximación documental al trabajo de profesor de matemáticas es su actividad con los recursos, su apropiación y su transformación por parte de uno o más docentes trabajando juntos. Para tal interés, Gueudet y Trouche (2008) consideran necesario tomar en cuenta lo siguiente: *el ambiente de trabajo del profesor*, principalmente las condiciones y limitaciones institucionales, el uso de tecnología digital y su involucramiento en colectivos profesionales; el conjunto o *sistema de recursos que intervienen en el trabajo documental* del profesor, como son los materiales curriculares, discusiones con sus pares, planes de clase, hojas de trabajo, entre otros; *la actividad del profesor fuera de clase*, principalmente en la búsqueda de recursos, selección y diseño de tareas, planificar su sucesión y el manejo del tiempo asociado a estas tareas

(actividades que están en estrecha relación con lo que sucede en clase); y, por último, *una visión amplia del cambio profesional*, que implica cambio en la práctica y en las creencias y conocimientos del contenido, curriculares y pedagógicos del contenido. De esta manera, el uso de la ADD para estudiar la práctica del profesor posibilita también la generación de propuestas de formación que incidan en el trabajo documental del profesor y su sistema de recursos.

4.2.3. Investigación reflexiva sobre el trabajo documental del profesor

El proceso metodológico para la investigación de la génesis documental consiste en capturar toda la actividad del profesor en interacción con su sistema de recursos. Para ello, se requiere indagar en diversos espacios (en casa, en cursos, en la escuela, en el aula, etc.) con distintos recursos materiales y no materiales (libros, planes de clase, cuadernos, programas de estudio, material digital, creencias, conocimientos, experiencias, etc.) durante largo tiempo; de esa manera se puede estudiar el sistema documental presente y la generación o modificación de otros.

La investigación documental considera la actividad del profesor tanto fuera como dentro de la clase, ya que una clase se planea fuera de ella, pero lo que sucede en ella a su vez nutre el sistema de recursos del profesor para futuras planeaciones. Para el análisis de la clase, Gueudet y Trouche (2012) plantean la idea de la orquestación instrumental, que describimos más adelante en el apartado 4.3. Otro aspecto de esta metodología es considerar la población con la que un profesor trabaja.

Así pues, los principios metodológicos planteados por Gueudet y Trouche (2012) para la investigación de la génesis documental, son:

- *Seguimiento de largo plazo.* La génesis documental es un proceso continuo de generación de esquemas que sucede en un largo periodo de tiempo. De ahí que proponen realizar un seguimiento largo, incluso por varios años en periodos de tres semanas por año.
- *Seguimiento dentro y fuera de la clase.*
- *Recolección amplia de los recursos utilizados y creados por el profesor.*

- *Seguimiento reflexivo del trabajo documental.* Involucrar al profesor en la recolección de información para favorecer su postura reflexiva y de colaboración.

Bajo estos principios metodológicos los autores proponen una agenda de tres semanas por año para la recolección de datos, como a continuación se describe, la cual se repetiría en los años que dure la investigación:

- Primera semana: en ésta se realizaría el primer encuentro con el profesor para informarle del programa de la investigación y sus propósitos, obtener información profesional en un cuestionario y pedirle realice el registro y descripción (en una bitácora) de sus actividades dentro y fuera del salón de clases relacionadas la enseñanza de cierto tema de matemáticas y por un periodo de tres semanas. También, en esta semana se realizaría la primera visita extra-escolar para recolectar recursos, realizar una entrevista y generar así una representación esquemática del sistema de recursos del profesor (SRRS por sus siglas en inglés).
- Segunda semana: En esta semana se realizaría una observación de clase y posteriormente se llevaría a cabo la segunda visita extra-escolar al profesor para realizar una entrevista acerca de lo observado.
- Tercera semana: En esta semana nuevamente se entrevistaría al profesor sobre la clase observada (en la segunda semana) y se complementarían elementos sobre el tema desarrollado por el profesor y de su sistema de recursos.

A partir de esta agenda de trabajo y los métodos de colección de datos empleados, los autores proponen un análisis cuantitativo del registro (su bitácora) llevado por el profesor, considerando el trabajo dentro y fuera de la clase, lugares de trabajo, momentos de trabajo colectivo, personas involucradas, etc. En las entrevistas se propone de igual manera indagar la frecuencia de los tipos de actividades realizadas por el profesor, los recursos empleados, las personas involucradas. Con el cuestionario se extraería la información correspondiente a la carrera del profesor, a su ambiente de trabajo, al ambiente familiar y de grupos profesionales donde se involucra. Todo este trabajo de investigación propuesto, complementado con el sistema de recursos (SRRS), daría evidencia de la estructura de la

actividad del profesor, de su sistema de recursos y de la dimensión colectiva de su actividad, elemento de la dimensión social del trabajo documental.

4.2.4. Dimensión social del trabajo documental del profesor

Gueudet y Trouche (2012) consideran necesario extender el análisis del trabajo del profesor en su dimensión colectiva, social e histórico-cultural, ya que, según lo señalan, el trabajo documental del profesor se va formando temporal y espacialmente y según los entramados culturales de los grupos sociales a los que pertenece. Es decir, la actividad profesional del profesor no sucede de manera aislada –pertenece a grupos (equipos, comunidades, redes virtuales) con los que comparte la tarea de enseñar— sino en un marco institucional y de trabajo colectivo. De esta manera, Gueudet y Trouche (2012) retoman el concepto de *comunidad de práctica* para atender a la dimensión colectiva del trabajo documental del profesor.

4.2.4.1. Comunidades de práctica

El concepto de Comunidad de Práctica (CoP) se refiere a una comunidad de aprendizaje, dentro de la cual se comparte información, experiencias y existe desarrollo individual y profesional de los individuos (Gueudet y Trouche, 2012). En una CoP existe una fuerte cohesión colectiva y un proyecto en común que se reflejan en el *compromiso mutuo, los objetivos comunes y el repertorio compartido* de los integrantes del grupo. Esta fuerte cohesión colectiva de una CoP es producto de los procesos de *participación y reificación*, donde el primero se refiere a la participación activa de los integrantes de la comunidad para el logro de sus objetivos y el segundo se refiere a la cosificación de la experiencia comunitaria a través de objetos materiales o simbólicos, lo cuales hacen el repertorio compartido de la comunidad.

Una CoP, según lo señalan Gueudet y Trouche (2012), no existe por el hecho de que haya personas juntas en una institución, sino que se trata de una entidad que emerge y se desarrolla en la búsqueda y acción conjunta de sus miembros, guiados por objetivos comunes.

El surgimiento de una CoP se da a través de cinco momentos: *potencialidad, consolidación, maduración, gestión responsable y transformación*. En esta evolución de

una CoP sus integrantes toman identidades y caminos distintos, según su tipo de participación. En este sentido, se identifican cuatro tipos de trayectorias: La *trayectoria periférica*, consistente en la participación tangencial del individuo, sin llegar a una participación completa; la *trayectoria entrante*, de aquellos que tienen intención de ser parte íntegra de la comunidad; la *trayectoria interna*, de aquellos individuos que son integrantes plenos de la comunidad, y; *trayectorias fronterizas*, de quienes colaboran de manera periférica, pero a diferencia de la primera trayectoria, estos son vínculo con otras CoP (op.cit.).

Como señalan Gueudet y Trouche (2012), el surgimiento de una CoP es producto de los procesos de participación y reificación de los individuos que la integran, la cual pasa por distintos momentos de desarrollo, en los cuales también se van formando las identidades de sus integrantes. De esta manera, estos autores dicen que la evolución de una CoP está asociada a la evolución de los individuos que la integran. Gueudet y Trouche argumentan que el estudio de la documentación colectiva del profesor, bajo el marco teórico de las CoP, dará luz para comprender la dimensión social del trabajo documental del profesor.

4.2.4.2. Génesis documental en una comunidad

El trabajo documental de un profesor que labora en una institución y forma parte de un colectivo –que puede ser una CoP—, no se da de manera aislada, como señalan Gueudet y Trouche (2012), sino en interacción con otros sujetos; por tanto, su trabajo documental involucra una dimensión social o colectiva. Es debido a esto que para esos autores resulta importante comprender el trabajo documental del profesor en su dimensión social y para ello proponen un esquema comunitario de la génesis documental (ver Figura 4.5), donde los procesos de instrumentación e instrumentalización se dan entre un conjunto de recursos y una comunidad que tiene objetivos comunes, procesos que originan esquemas de utilización de los recursos (documentos comunitarios), que, en términos de la teoría sobre las CoP, se trata del repertorio y conocimiento compartidos.

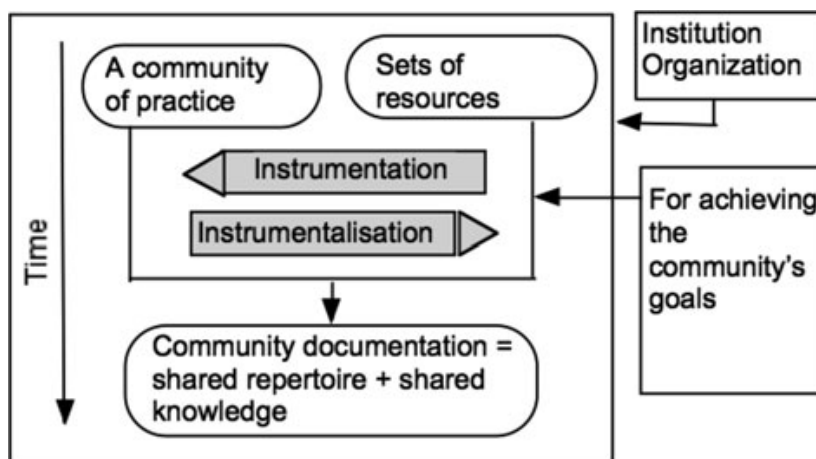


Figura 4.5. Esquema de la génesis documental de una comunidad (Gueudet y Trouche, 2012, p. 308)

Como se mencionó anteriormente, en una CoP la reificación es ese proceso que permite cosificar la experiencia comunitaria en un repertorio compartido (material o simbólico), que, en términos de la ADD (Gueudet y Trouche, 2012), puede entenderse como la *génesis de documentación comunitaria*. Esta génesis documental se da a partir de un proceso en el cual los miembros de la comunidad interactúan con recursos (los reúnen, los construyen y los comparten) y generan esquemas de utilización de éstos (los documentos). Es decir, la documentación comunitaria puede entenderse como el resultado de los procesos de participación y reificación de los integrantes del colectivo, procesos que también dan origen a una CoP (op. cit.). Por lo tanto, hablar de la génesis documental en un colectivo implica también hablar de la génesis de una comunidad de práctica.

En este trabajo documental comunitario confluyen elementos del trabajo documental de cada miembro de la comunidad, pero también elementos propios construidos en la comunidad. En este sentido, Gueudet y Trouche (2012) apuntan que: el sistema de recursos de una comunidad no es idéntico al sistema de recursos del individuo; existirán elementos en común y elementos propios de cada ámbito. En cuanto a los conocimientos y los esquemas de utilización de los recursos, éstos no son exclusivos no del individuo, ni del colectivo, pues aquellos que son construidos y compartidos en una comunidad también forman parte del repertorio individual. De esta manera, se puede señalar que ni los recursos ni el repertorio compartido de una CoP es la suma de lo que posee cada individuo; ni lo que poseen todos los individuos de la CoP son lo único que la CoP le proporciona.

El estudio de la dimensión colectiva continúa desarrollándose (Gueudet y Trouche, 2012; Trouche, 2019; Gueudet, 2019). Un aspecto investigado ha sido el trabajo documental en una CoP; específicamente, la interacción entre la comunidad de práctica y un sistema de recursos. Para ello, Gueudet y Trouche (2012) propusieron una adaptación del modelo creado para estudiar la génesis documental individual y sugirieron: el uso de cuestionarios, el análisis de los recursos que los miembros de la CoP puedan diseñar en colaboración, y un seguimiento a las reuniones de la CoP para observar la participación y negociación de los miembros del colectivo.

Otros estudios de la dimensión colectiva del trabajo documental han utilizado acercamientos diferentes: por ejemplo, fundamentándose en diversas teorías; o cambiando CoP por otros tipos de colectivos, ya que la mayoría de los colectivos de profesores son ocasionales o informales, por lo que no siempre se habla de comunidades de práctica; por ejemplo, se han emprendido investigaciones con colectivos enfocados principalmente en las actividades de diseño de materiales (recursos) (Trouche, 2019).

Trouche (2019) señala que estas experiencias de investigación con diversos tipos de colectivos y aproximaciones teóricas hacen repensar la dimensión colectiva del trabajo documental del profesor: ¿es posible hablar de un “repertorio compartido”? ¿de un sistema de recursos colectivo? ¿de componentes comunes en los esquemas? ¿de conocimiento compartido? ¿qué pasa con los profesores que pertenecen a diferentes colectivos? ¿cómo tomar esto en cuenta?

Con este entendido del trabajo documental comunitario, Gueudet y Trouche (2012) adaptan el método de investigación reflexiva para investigar el trabajo documental comunitario, con los siguientes principios: seguimiento de largo plazo; seguimiento dentro y fuera de la clase; recolección amplia de los recursos utilizados y creados por los miembros de la comunidad; y seguimiento reflexivo del trabajo documental del profesor (Gueudet y Trouche, 2012; Gueudet, 2019).

4.2.5. Síntesis de la Aproximación Documental de lo Didáctico (ADD)

Como hemos revisado en este apartado, los recursos con los que interactúa el profesor para la enseñanza de las matemáticas (trabajo documental) —y de cualquier otra disciplina— impactan su actividad y conocimiento profesionales. El profesor en este trabajo documental

construye formas de utilizar los recursos (documentos) que van evolucionando a través de la experiencia, lo que conlleva también cambios en los recursos mismos (sistema de recursos). Por otra parte, esta aproximación reconoce al profesor como sujeto social, pues está inmerso en diversos colectivos (e. g. compañeros de la escuela, de cursos, grupos virtuales, etc.) que influyen en su trabajo documental, por lo que el estudio de este trabajo requiere tomar en cuenta tanto la dimensión individual y colectiva de la práctica del profesor. De esta manera, en la ADD se propone el estudio de la práctica y desarrollo profesional del docente a partir de su interacción con los recursos que utiliza.

El estudio que realizamos y que reportamos en este documento trata sobre el trabajo documental del profesor, atendiendo a las dimensiones individual y colectiva, para lo cual diseñamos una metodología para estudiar la evolución profesional del profesor a partir de reconocer su sistema de recursos, la manera de utilizarlo y los cambios que se generan cuando integraron recursos digitales, bajo el marco del trabajo documental colectivo generado durante un curso de desarrollo profesional diseñado e implementado por nosotros (ver apartado 8.3).

4.3. LA ORQUESTACIÓN INSTRUMENTAL

Un concepto más, inspirado en la aproximación instrumental, es el de la orquestación instrumental (OI), el cual se relaciona con la actividad del profesor dentro del aula, la manera en que éste conjuga y articula los recursos en su clase, y de manera especial, cuando existen recursos digitales en este trabajo del profesor.

El concepto de orquestación, acuñado por Trouche (2004), es definido como “la organización y el uso sistemático e intencional del profesor de los artefactos disponibles en el ambiente de aprendizaje —computarizados en este caso— dada la situación de una tarea matemática, con la intención de guiar la génesis instrumental de los estudiantes” (Drijvers et al., 2010).

Drijvers et al. (2010) señalan que la integración de tecnología tiene un gran potencial para la enseñanza y aprendizaje, sin embargo, su integración es crítica y problemática. Crítica en el sentido de que la manera como el profesor utiliza la TD tiene consecuencias en su práctica. Y es problemática debido a que si los profesores no perciben su potencial para el logro de los objetivos de aprendizaje provoca, por ejemplo, que eviten su uso; sumado a

esto, los profesores afrontan dificultades para adaptar los recursos tecnológicos a sus técnicas de enseñanza habituales, pues el desarrollar nuevas formas de trabajo no es una tarea sencilla.

Drijvers et al. (2010) explican que la práctica del profesor es una actividad compleja que cambia al introducir el uso de tecnología en la clase, haciéndola más compleja y menos estable debido a que las estrategias que comúnmente se emplean no son compatibles del todo cuando se integran recursos tecnológicos; esta situación exige al profesor crear un nuevo repertorio de técnicas de enseñanza. El marco de la orquestación instrumental permite dar cuenta de las técnicas de enseñanza creadas por los profesores cuando integran recursos tecnológicos en su clase, y, además, se puede explorar el papel que juega la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Para el análisis de la orquestación instrumental se proponen tres elementos que componen la práctica del docente (Drijvers et al., 2010):

- *La configuración didáctica*, aspecto relacionado con los artefactos existentes y la manera en que están dispuestos en el ambiente de enseñanza;
- *el modo de explotación*, relacionado con la manera en que el profesor planifica el aprovechamiento de la configuración didáctica en el desarrollo de su clase, es decir, el papel que jugarán los recursos tecnológicos en la realización de las tareas de aprendizaje para el logro de los objetivos previstos; y, por último,
- *la actuación didáctica*, es decir, la manera en cómo se desempeña el profesor durante la clase —las actividades que realiza, como afronta los asuntos inesperados con los estudiantes o con el uso de la herramienta tecnológica— bajo las condiciones de la configuración didáctica y el modo de explotación previstas, así como su proceder ante situaciones que se le presentan durante la clase, en el manejo de los recursos o en el surgimiento de nuevos objetivos.

Desde el marco de la OI, Drijvers et al. (2010) mencionan que la manera como los profesores orquestan los recursos digitales depende del propósito y momento de su clase, por lo que puede identificarse que un solo profesor utilice distintos tipos de orquestación. Así, en una investigación realizada por estos autores, Drijvers et al (2010) identificaron seis maneras en que el profesor que observaron orquestaba los recursos digitales en su clase:

(i) demostración-técnica, (ii) explica-la-pantalla, (iii) vincula-pantalla-pizarrón, (iv) discute-la-pantalla, (v) identifica-y-muestra, y (vi) sherpa-trabajando (donde sherpa se refiere a un estudiante guía). Estas formas de orquestar los recursos digitales se relacionan con ciertas estrategias didácticas que van desde explicar el funcionamiento del recurso, hasta poner a estudiantes “sherpa” a demostrar, pasando por momentos de explicar conceptos y procedimientos o discutir ideas matemáticas con el apoyo del software. De ahí que estos tipos de orquestación pueden dar cuenta del alcance didáctico de la TD en la clase de matemáticas. A continuación se detallan cada uno de esos seis tipos de orquestación:

- *Demostración-técnica.* Esta orquestación consiste en la demostración técnica del uso del recurso. La configuración didáctica de la clase es en un ambiente rico en tecnología con facilidad de proyección a todo el alumnado. En esta estrategia el profesor expone una manera de utilizar el recurso ante un nuevo problema o para retomar algún tipo de uso dado por uno de los estudiantes.
- *Explica-la-pantalla.* Esta forma de orquestación consiste en la explicación del contenido por el profesor guiado por lo que ocurre. Esto sucede en un ambiente rico en tecnología donde el punto de partida es la solución del profesor a cierta tarea, o bien, la solución dada por un estudiante y retomada para la explicación.
- *Vincula-pantalla-pizarrón.* En esta modalidad del uso de la tecnología, el profesor transpone lo que sucede en el ambiente digital en términos convencionales para dar su explicación (es decir, hace una vinculación entre lo digital y lo convencional). En el aula existe un ambiente rico en tecnología y también existe el pizarrón tradicional, donde puede suceder la exposición del profesor a partir de un ejemplo tomado de un alumno o a petición del grupo.
- *Discute-la-pantalla.* Esta estrategia consiste en la discusión grupal de lo que sucede en el ambiente tecnológico, lo que es promovido a partir de la solución de un estudiante, un problema o una aproximación del profesor para favorecer la génesis instrumental colectiva. También ésta se da en ambiente rico en tecnología y con posibilidad de proyección.
- *Identifica-y-muestra [Spot-and-show].* En este modo de uso el profesor escoge, durante la preparación de la clase, el trabajo de uno de sus estudiantes para mostrar

al grupo el razonamiento seguido y promover la discusión. Esto sucede en un ambiente rico en tecnología y con acceso a lo que realizan los estudiantes.

- *Sherpa-trabajando [Sherpa-at-work]*. Esta forma de orquestación involucra la ayudantía de un estudiante para explicar su trabajo o hacer lo que el profesor solicite. El estudiante ayudante puede estar a cargo del manejo de recurso tecnológico del profesor o también puede encargarse de explicar al grupo ciertas maneras de utilizar el recurso a partir de lo que el profesor le indique. El ambiente donde se da este tipo de utilización es rico en tecnología, al igual que los anteriores.

Para concluir este apartado, podemos señalar que la OI brinda elementos para analizar la manera como el profesor utiliza los recursos digitales dentro del aula en relación con el contexto digital en el que se desarrolla la clase (configuración didáctica) y los objetivos didácticos que se persiguen al utilizarlos (el modo de explotación). Sumado a esto, señalamos que las maneras de orquestar la tecnología también responden a las características de los recursos digitales empleados, a los conocimientos del profesor sobre su uso didáctico y la metodología de enseñanza que guía su uso. La OI nos permite comprender la relación dialéctica que existe entre el profesor y los recursos que emplea en su clase y da la pauta para emprender intervenciones de desarrollo profesional, en las cuales se impulse el conocimiento de recursos digitales y herramientas pedagógicas que potencien su uso, generando así transformaciones significativas en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

4.4. CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 4

En este capítulo he mostrado una revisión teórica de la aproximación instrumental en el campo de la educación matemática, aproximación que ha resultado importante para comprender el papel que juegan los artefactos –digitales, en particular— en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Se inició con los planteamientos de Verillon y Rabardel (1995), quienes subrayan que la actividad humana (epistémica y pragmática) está mediada instrumentalmente, donde los artefactos (materiales o simbólicos), mediante su uso se convierten en instrumento (el proceso de instrumentación), a su vez extendiendo y amplificando las posibilidades del

sujeto, jugando así un papel mediador entre éste y el objeto de su acción. De esta manera, los artefactos inciden en la acción y cognición humana (el proceso de instrumentalización).

Estos planteamientos iniciales han dado pie a la configuración de una aproximación teórica cuyo objeto de estudio es el papel de los recursos (especialmente los digitales) y sus efectos en la actividad y cognición del alumno o del profesor, cuando éstos son empleados para el aprendizaje o para la enseñanza de las matemáticas. Así, la génesis instrumental –la transformación de un recurso en instrumento— o la génesis documental –la transformación de un sistema de recursos en documentos— se vuelven procesos clave para analizar y comprender los efectos que, para el aprendizaje o para la enseñanza, generan el uso de recursos.

De manera particular la revisión de la ADD permitió comprender que los recursos que emplea el profesor inciden en su práctica y en su desarrollo profesional, ya que al interactuar con ellos (trabajo documental) genera esquemas de uso de los recursos (documentos), los cuales orientan su práctica y van evolucionando a la luz de la experiencia. Esta aproximación nos resultó valioso para comprender y estudiar el efecto que tiene la integración de recursos digitales en su práctica y en su desarrollo profesional.

Por otro lado, la revisión de la OI nos permitió comprender una aproximación que se centra en el estudio del uso de recursos digitales dentro del aula para la enseñanza de las matemáticas. El aula, en términos de la ADD, es un lugar importante donde el profesor lleva a cabo una parte importante de su trabajo documental (Gueudet y Trouche (2012), donde se materializan las formas de utilizar los recursos destinados a la enseñanza. De esta manera, para la investigación que realizamos, el estudio de la OI del profesor nos da herramientas para identificar las maneras en que el profesor orquesta los recursos digitales en su clase de matemáticas para su máximo aprovechamiento.

En el siguiente capítulo, revisamos otros aspectos teóricos y resultados de investigaciones en torno a la integración de recursos digitales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que complementan los marcos teóricos presentados en este capítulo.

CAPÍTULO 5. INTEGRACIÓN DE TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

La investigación en educación matemática ha dado cuenta de algunos posibles beneficios del uso de la tecnología digital para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, siempre y cuando se trate de recursos que permitan al estudiante, en colaboración con sus compañeros, experimentar con los objetos matemáticos, visualizarlos, manipularlos, generar hipótesis y validarlas.

De los primeros en impulsar el uso de la tecnología para el aprendizaje matemático fue Seymour Papert (e.g., 1981), quien luego propuso el paradigma del construccionismo (Papert y Harel, 1991/2002), con lo cual iniciamos.

5.1. EL CONSTRUCCIONISMO: UNA PROPUESTA PEDAGÓGICA PARA LA INTEGRACIÓN DE TD EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.

A partir de algunas ideas centrales del libro *Desafío a la mente* de Papert (1981), retomo algunos elementos, que, a mi manera de ver, definen su planteamiento teórico que después llamó “construccionismo” (Papert & Harel, 1991/2002). El construccionismo es una teoría de aprendizaje y una propuesta de enseñanza, inspirada en el constructivismo de Piaget, pero que extiende sus postulados y le suma elementos didácticos (Papert & Harel, 1991/2002); en palabras de Papert (1981) su propuesta “es un ejercicio de epistemología genética aplicada” (p. 13). Enseguida presento los elementos sustanciales de su propuesta.

5.1.1. Los inicios del construccionismo

Papert (en Papert & Harel, 1991/2002) hace referencia a un hecho en una clase de arte que lo impactó y lo motivó a buscar nuevas formas de aprender las matemáticas. Se trata de

cuando observó a los estudiantes de esa clase elaborar de manera libre una escultura de jabón, actividad que generaba una gran emoción en ellos, donde su creatividad eran los límites de su obra. Esta experiencia le hizo preguntarse el cómo podría darse el aprendizaje de las matemáticas al estilo de la clase de arte: “¿Cuál método es el que mejor fusiona la ciencia con la fantasía? ¿Qué favorece los sueños y las visiones y desata series de buenas ideas científicas y matemáticas?” (Papert & Harel, 2002, p. 7).

Otra experiencia de Papert fue la que de pequeño vivió con los engranajes (Papert, 1981), pues aprendió a jugarlos sin ser obligado, actividad en la que su cuerpo y mente se ponían en sintonía para crear distintas configuraciones con los engranes, de tal manera que su afectividad y comprensión quedaban comprometidos en el juego. Esta experiencia le fue muy importante para comprender el funcionamiento del diferencial de un automóvil, pero también le sirvió de modelo para el estudio de las matemáticas.

De esta manera, surgió en Papert la búsqueda de alternativas en favor del aprendizaje de las matemáticas al estilo de elaborar una escultura de jabón, o al estilo del juego con engranes. Papert intuyó, en el uso de computadoras, las posibilidades para crear ambientes en los que los estudiantes aprendieran matemáticas de manera semejante a cómo le sucedió en las experiencias observadas y vividas.

Aunque el término “construccionismo” no estaba acuñado aún en su libro *Desafío a la mente*, Papert (1981) plantea ya los principales fundamentos de su propuesta. En dicho libro, Papert (1981) expone sus planteamientos sobre la naturaleza del aprendizaje y al modo de adquirirlo. Con fundamento en los planteamientos del constructivismo de Piaget, Papert (1981) señala que la comprensión del aprendizaje debe ser genética como lo propone Piaget, agregando que lo que un individuo puede aprender, y el cómo lo aprende, dependerá de los modelos con que cuente (así como su experiencia con engranajes creó estructuras mentales que le sirvieron de soporte para otros aprendizajes).

Papert (1981) sugiere que el aprendizaje no es dependiente únicamente de la maduración biológica, sino de la riqueza o pobreza cultural en que se desarrolle el niño y de los aspectos afectivos involucrados. Papert también enfatiza el aprendizaje natural, semejante al de aprender a hablar, sin una enseñanza deliberada, planteando que las computadoras pueden tener un rol muy importante.

De ahí que Papert (1981) señale que las leyes del aprendizaje deben referirse al modo en que se desarrollan las estructuras intelectuales, una a partir de la otra (en coherencia con Piaget); pero agrega que también estas leyes deben considerar el modo –tanto lógico, como emocional— de cómo se adquiere el aprendizaje. De esta manera, Papert plantea la importancia de los elementos afectivos en el aprendizaje.

La componente afectiva en el aprendizaje, señalada por Papert, se relaciona con esos sentimientos que se ponen en juego a la hora de realizar ciertas tareas –así como a él le fascinaba hacer girar engranes o cómo los chicos de arte soñaban en el diseño de su escultura. Como ejemplo de su experiencia, Papert (1981) señala que el relacionar ecuaciones con el funcionamiento de los engranes, es una manera que muestra cómo un aprendizaje viejo se aplica a uno nuevo; pero también hay algo más: el aspecto afectivo involucrado en su relación con los engranes, se extiende hacia ese nuevo conocimiento.

Bajo estas consideraciones sobre el aprendizaje, Papert (1981) retoma las teorías de Piaget acerca de cómo la asimilación de un nuevo conocimiento requiere que éste se acomode a la propia colección de esquemas o modelos mentales del sujeto. En este sentido, los modelos con que cuenta el sujeto sirven como objetos transicionales (Papert, 1981); es decir, permiten la asimilación de un nuevo aprendizaje. Por ejemplo, la posibilidad del engrane para ilustrar ideas matemáticas ricas y avanzadas, da cuenta de cómo un modelo anterior puede servir de base para nuevos modelos, pues, como señala Papert (1981) “la relación abstracta y sensorial del engranaje puede introducir en la mente potentes ideas matemáticas” (Papert, 1981, p. 13); en otras palabras, el engrane puede actuar como objeto transicional.

Papert pone especial atención a los objetos transicionales, los cuales provienen del ambiente cultural donde se desenvuelve el sujeto –así como él tuvo acceso a los engranajes que crearon los modelos cognitivos, y que posteriormente sirvieron para la comprensión de ideas matemáticas. De ahí que considere que el desarrollo del pensamiento en el niño no solo depende de su desarrollo biológico, sino de aspectos afectivos y del ambiente cultural en que se encuentra, asunto sobre lo que abundaré enseguida.

5.1.2. Obstáculos culturales del aprendizaje

Partiendo de que el niño es constructor de su propio conocimiento, Papert (1981) plantea que, al igual que cualquier constructor requiere de material de construcción, los niños requieren de materiales para construir, los cuales son provistos por la cultura circundante. Por ello, Papert (1981) señala que la privación de materiales y el aislamiento para acceder a ellos son las barreras culturales más dañinas para que los niños puedan construir el conocimiento científico. De ahí que Papert (1981) se cuestione sobre “¿Por qué razón ciertos aprendizajes tienen lugar en forma tan temprana y espontánea mientras que otros se demoran muchos años o no se producen en absoluto sin una instrucción formal deliberadamente impuesta?” (pp. 19-20).

Respeto a la riqueza de materiales culturales para el aprendizaje de ciertas ideas matemáticas, Papert (1981) pone como ejemplo el caso del número, donde la cultura provee de materiales que hacen que se adquiera de manera espontánea ese concepto. Además de la dotación de materiales para construir conocimiento en los niños, existen otros componentes culturales que afectan el aprendizaje: Papert (1981) da como ejemplos el fenómeno QWERTY, y la *matemafobia*.

El primer ejemplo (que hace alusión a los teclados QWERTY de las máquinas de escribir) lo usa para ilustrar la tendencia conservadora de mantener las cosas (e.g., la educación) como están, a pesar de que las tecnologías cambien. Así, Papert (1981) señala cómo los profesores tienden a usar la computadora de una forma que se asemeja a las formas de enseñanza tradicionales, por ejemplo, como un instrumento de ejercitación y práctica.

En términos de la *matemafobia*, Papert (1981) explica que se refiere al elemento cultural asociado al miedo de las personas a las matemáticas y al aprendizaje. Las personas en el trayecto de su vida, a partir de fracasos vividos, se pueden crear imágenes negativas de sus capacidades para aprender matemáticas; éstas pueden llegar a ser tan sólidas que pueden afectar la identidad y las capacidades para aprender matemáticas u otra ciencia.

Por otro lado, ante las problemáticas culturales señaladas, Papert (1981) consideraba que el uso de la computadora podría dar lugar a nuevas formas de aprender (formas que rompan con el “fenómeno QWERTY” de enseñar y aprender matemáticas), donde tuvieran cabida

los distintos estilos de aprendizaje, lo que daría lugar a una identidad positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas.

5.1.3. La computadora, una herramienta poderosa para el aprendizaje de las matemáticas

Un elemento central del construccionismo es el uso de la computadora. En el advenimiento de la era digital, Papert (1981) vislumbraba que la integración estas máquinas a la vida diaria de las personas era una realidad cercana, lo que traería importantes beneficios para la educación. Su experiencia con Logo le permitió ver que las computadoras podrían “ser portadoras de ideas poderosas y de las semillas del cambio cultural” (pp. 16–17), lo que provocaría un cambio profundo en la manera de aprender y de pensar las matemáticas, rompiendo con el círculo vicioso de la matemafobia. En este sentido, Papert (1981) propone ambientes computacionales que favorezcan un aprendizaje natural, semejante al aprender francés en Francia.

Ejemplo de este uso de las computadoras es el caso del aprendizaje de geometría con el uso del software Logo, donde la actividad de programar la tortuga de este ambiente, para la creación de formas geométricas, favorece que los niños se involucren en cuerpo y mente en tareas de diseño, imaginen configuraciones propias, vean con alegría el funcionamiento de los programas creados y, así desarrollen ideas matemáticas poderosas. De esta manera, estas tareas de programación promueven un aprendizaje natural de las matemáticas, pues, como lo plantea Papert (1981), los niños al tener que enseñar a la tortuga están al mando de la situación, lo que hace que los chicos se embarquen en una exploración donde ellos mismo piensan. Además, al emprender los niños sus propios proyectos, no hay tanto miedo a equivocarse; al contrario, los errores se vuelven fuente de comprensión, ya que, de manera natural, se tienen que buscar y evaluar. De hecho, Papert (1981) señala que, si bien su trabajo no es la panacea, es un ejemplo del aprovechamiento de las computadoras para destruir los gérmenes de la matemafobia: el miedo a aprender y a las matemáticas.

Estos antecedentes aquí delineados son piezas clave de la definición del construccionismo.

5.1.4. Definición del construccionismo

Papert (1981) en su libro *Desafío a la mente* ya había delineado las ideas centrales del construccionismo, al señalar que su propuesta, sobre el uso de las computadoras para el aprendizaje, era un ejercicio de epistemología genética aplicada, donde retomó los planteamientos piagetianos sobre el aprendizaje y enfatizó que la cultura juega un papel muy importante en su desarrollo, siendo la computadora un recurso cultural poderoso para favorecerlo, como lo mostró en sus evidencias con el uso de Logo.

Como veremos, las ideas señaladas en el párrafo anterior están presentes en las dos definiciones recuperadas sobre el construccionismo, donde Papert destaca su filiación al constructivismo piagetiano del aprendizaje y plantea su propuesta pedagógica para potenciarlo, a través de involucrar al aprendiz en la construcción consciente de entidades públicas significativas. Una de estas definiciones, fue la siguiente:

La palabra construccionismo es una nemotécnica para dos aspectos de la teoría de las ciencias de la educación subyacente a este proyecto. De las teorías constructivistas de la psicología tomamos una perspectiva del aprendizaje como una reconstrucción en lugar de una transmisión de conocimiento. Luego, extendemos la idea de materiales manipulativos a la idea de que el aprendizaje es más efectivo cuando una parte de la actividad que el aprendiz experimenta, como construir, es un producto significativo.

(Papert, 1987, citado por Monaghan, 2016, p. 181. Traducción propia).

Una segunda definición de Papert fue en un texto de 1991, donde señaló que:

El construccionismo –la palabra que se escribe con n en contraposición a la palabra que se escribe con v— tiene la misma connotación del constructivismo del aprendizaje como "creación de estructuras de conocimiento", independientemente de las circunstancias del aprendizaje. Luego agrega la idea de que esto ocurre en forma especialmente oportuna en un contexto donde la persona que aprende está conscientemente dedicada a construir una entidad pública, ya sea un castillo de arena en la playa o una teoría del universo.

(Papert y Harel, 1991/2002, p. 2)

Estas definiciones muestran las ideas centrales del construccionismo; sin embargo, Papert en el segundo texto citado desglosa con mayor detalle sus componentes, como su *carácter pedagógico*, al señalar que, aunque esta propuesta pueda ser más efectiva para algunas personas que para otras, es un marco que permite toda la gama de estilos y preferencias intelectuales, por lo que resulta una opción más adecuada que las modalidades “instruccionistas”.

En este sentido, la idea de estilos y preferencias intelectuales es central en el construccionismo, pues para Papert y Harel (1991/2002) existen una variedad de formas y estilos de adquirir el aprendizaje, algunos de manera más abstractos y otras más concretos, pero facilitando la posibilidad de adquirir conocimientos a partir de su manera particular de hacer las cosas. A partir de esta idea, Papert (1981) critica las posturas que señalan la existencia de capacidades especiales para aprender matemáticas, ya que, si se siente que se carece de capacidades surge la “matemafobia”. Así, en un ambiente construccionista de aprendizaje todos los estilos tienen cabida (Papert y Harel, 1991/2002).

Relacionado con la idea de estilos de aprendizaje, Papert y Harel (1991/2001) hablan también de la importancia del *bricolaje*, así como de *objetos-límite*. El bricolaje se refiere a una forma de proceder en la realización de un trabajo en la que éste va tomando forma conforme se avanza en él, en vez de seguir un plan preestablecido. En cuanto al concepto de “objetos-límite”, éste se refiere a la preferencia de algunas personas por las formas de pensar que las mantienen cerca de las cosas físicas, a diferencia de quienes prefieren formas más abstractas y formales. Como ejemplo de estas maneras de proceder, Papert y Harel (1991/2001) señalan que mientras algunos niños realizan diseños en Logo como si hubieran estudiado programación estructurada, es decir, con un plan preestablecido y de manera abstracta, otros los crean conforme avanzan en el trabajo, sin un plan previo, como un pintor-programador.

Otra de las ideas centrales del construccionismo, señaladas por Papert y Harel (1991/2001), es la importancia de la *expresividad*, la cual ejemplifican refiriéndose a una clase de arte donde los estudiantes expresaban sus ideas en la elaboración de una escultura de jabón, y que provocó que Papert deseara una matemática escolar donde el resultado de su trabajo matemático fuera algo similar a una escultura.

En el campo del aprendizaje de las matemáticas, esta idea de expresividad la describen Papert y Harel (1991/2001) mediante dos ejemplos: uno donde estudiantes programaron una serpiente con LEGO/Logo haciendo uso de herramientas matemáticas en su diseño; otro donde un niño, derivado de su trabajo con Logo, destacó los conocimientos matemáticos puestos en juego usando gráficos de pantalla, agregando con orgullo “quiero ser una persona que combine el arte con la matemática”. En ambos casos, los estudiantes utilizaron la computadora como medio de expresión, donde el producto de su trabajo era un

objeto que reunía fantasía, ciencia y matemática. Mediante estos ejemplos, Papert y Harel (1991/2001) destacan la importancia de la expresividad en el aprendizaje, es decir, en la producción de un objeto socialmente significativo (e.g., programar una serpiente o elaborar una escultura), donde elementos afectivos y cognitivos se conjugan para dar forma a nuevas estructuras de conocimiento. En este sentido, proponen el uso de la programación computacional como medio potente para favorecer la expresividad y así la adquisición de aprendizajes matemáticos poderosos.

Otro elemento del construccionismo son los ambientes computacionales y de aprendizaje que Papert y Harel (1991/ 2001) llaman *micromundos*: espacios ricos de actividades para la construcción de aprendizajes, capaces de incidir en lo que pueden aprender los niños y en la manera de hacerlo. Más aún, el trabajo de los niños en este tipo de ambientes para diseñar sus modelos puede fomentar su *motivación* y *entusiasmo* por aprender matemáticas, aun en ausencia de enseñanza.

Finalmente, a partir de lo discutido, reitero que el construccionismo retoma una visión constructivista del aprendizaje, agregando que la creación de nuevas estructuras de conocimiento dependerá del estilo de pensamiento de cada sujeto y de los materiales y situaciones que la cultura le dota. De ahí que Papert y Harel (1991/2001) propongan la creación de materiales educativos donde la expresividad sea un componente esencial, donde tengan cabida distintas maneras de hacer las cosas, donde se pueda aprender de manera natural aún sin instrucción, sugiriendo los micromundos computacionales como modelos de este tipo de material cultural.

5.2. EL PROFESOR Y LA COMPLEJIDAD DE INTEGRAR EL USO DE TD EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS.

Como vimos, Papert (1981) vislumbraba que la integración las computadoras traería importantes beneficios para la educación. De la misma manera, Abboud-Blanchard (2016) mencionan que desde el estudio ICMi de 1985 se preveían condiciones para promover el uso de computadores para la enseñanza de las matemáticas, pues se mencionaba que el aumento del equipamiento escolar, la presencia más común de las computadoras en la sociedad y mayor cantidad de software de alta calidad haría más fácil el uso de computadoras en la enseñanza (aunque ello exigiría contar con profesores preparados para

su uso). Sin embargo, como también menciona Abboud-Blanchard (2016), el estudio ICMI del año 2010 —realizado a más de 20 años de aquellas entusiastas predicciones se reconocía que el uso de la TD en la escuela seguía estando distante. Esto, a pesar de existir mayor acceso a ella, de que la investigación ha dado cuenta de la potencialidad de la TD para la enseñanza y para el aprendizaje de las matemáticas y de que se ha avanzado en el desarrollo de herramientas y de entornos tecnológicos

Así, en el caso de las escuelas de educación básica, aunque vemos que hoy en día la infraestructura digital se ha incrementado —como se expuso en el ICME-13 acerca del uso de la TD en la educación primaria y secundaria (Ball et al., 2018)—, sigue existiendo un sub uso y sub explotación de la TD (ver Santiago et al. 2013; Trigueros et al., 2014; Joubert, 2013; y Capítulo 9 de este documento).

Ante esta situación, como lo señala Abboud-Blanchard (2016), sigue siendo necesario y prioritario alentar [y formar] a los profesores para la integración de esta tecnología en su clase de matemáticas, tarea que es conflictiva y problemática para los docentes, como se ha identificado en diversas investigaciones.

En este apartado presento una breve revisión de algunas investigaciones en las que se da cuenta de las dificultades a las que se enfrenta profesores para la integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas.

Históricamente, uno de los primeros proyectos orientado a integrar Logo en la clase de matemáticas y que también buscó intervenir, mediante un curso, en la formación de profesores de secundaria para la, fue “*The Microworlds Project*” (1986-1989) (Noss y Hoyles, 1996). Esto no resultó ser una tarea fácil, como explican Noss y Hoyles (1996), debido a que las actitudes y formas de pensar de los docentes, respecto al uso de la TD y las prácticas consolidadas de enseñanza de las matemáticas, hicieron que el proceso de integrar Logo en la clase fuera lento y conflictivo. Ejemplo de esta situación fue cuando, al integrar el uso de la computadora en la clase el profesor se vio la necesidad de repensar su rol, de adaptarlo o de modificarlo. Otra situación fue cuando algunos profesores se encontraron con nuevas matemáticas al utilizar Logo en su clase, lo que generó un choque con sus preocupaciones pedagógicas (Noss y Hoyles, 1996). Sin embargo, los hallazgos de este proyecto mostraron que, si bien el uso de la computadora en la clase de matemáticas puede ser problemático, también puede servir como un catalizador de las creencias personales,

pedagógicas y profesionales de los docentes, dando lugar a innovaciones en su práctica (Noss y Hoyles, 1996, p. 199).

Otro trabajo, ilustrativo de las prácticas de profesores con el uso de tecnología digital, es el de Abboud-Blanchard (2014), quien realiza un análisis didáctico y ergonómico (doble aproximación) de tres de sus investigaciones, relacionadas con la manera en que profesores de primaria sin formación sobre el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas la integran en su clase, con el fin de identificar regularidades en las prácticas de enseñanza y los factores que las determinan. Para este análisis la autora propone tres ejes: el cognitivo, el pragmático y el temporal.

Respecto al eje cognitivo, Abboud-Blanchard (2014) destaca que las tareas propuestas por los profesores estudiados se enfocan en la práctica de habilidades del contenido visto o en curso, sin utilizarse para abordar completamente un nuevo contenido con el uso de TD. También apunta que los profesores, con el fin de aprovechar los recursos digitales, diseñaban tareas complejas; sin embargo, por cuestiones pragmáticas o de tiempo, durante la clase las subdividían en tareas más simples reduciendo las oportunidades de los estudiantes de enriquecer su trabajo con el uso de los recursos digitales.

Sobre el eje pragmático, relacionado con el manejo de la clase, Abboud-Blanchard (2014) identifica la organización de mini clases como propio de un ambiente tecnológico. Estas mini clases consisten en la organización de grupos de dos o tres estudiantes alrededor de una computadora, a los cuales, de manera particular, el profesor les brinda ayuda y orientación sobre trabajo en curso. Esta ayuda, por iniciativa del profesor o a petición de los estudiantes, puede ser para controlar las soluciones a problemas y cálculos asociados; validar una respuesta o ayudar a encontrar el error; estructurando la solución o pidiendo a los alumnos que lo hagan y; apoyo técnico sobre el manejo del software.

La dinámica de atención a las mini clases es que el profesor, al arribar al grupo de trabajo, valora el avance de la tarea, ayuda a los estudiantes a introducir el razonamiento y pone subtareas, en cuanto ve el correcto avance de las subtareas se mueve a otro grupo; llegado el momento cuando el profesor cree conveniente, en función del avance de las tareas y del tiempo, se regresa a la clase colectiva para unificar el conocimiento (Abboud-Blanchard, 2014).

Algo más que destaca esta investigadora sobre la organización de la clase es que: (i) debido a la poca familiaridad con el uso del recurso, los docentes diseñaban clases bastante guiadas; (ii) cuando se trataba de un recurso digital aparentemente simple, no se reparaba en la génesis instrumental; y (iii) cuando eran profesores con experiencia en el uso de la tecnología, primero se atendía que los estudiantes conocieran el software para luego plantear tareas que realizaran con mayor autonomía, y sus intervenciones docentes eran más para orientar cuestiones de contenido.

El tercer eje de análisis que propone Abboud-Blanchard (2014) es el tiempo, relacionado con la administración de la TD para la enseñanza y para el aprendizaje. En este sentido, el tiempo es un factor que afecta la manera de utilizar los recursos digitales, al grado que los cambios en la práctica del profesor son consistentes con la valoración del costo-beneficio del tiempo invertido en la organización de la clase y el tiempo ganado en el aprendizaje del niño.

Así, Abboud-Blanchard (2014) señala que el profesor tiene que apropiarse del recurso, determinar su potencial y anticipar el tipo de ayuda que darán a los estudiantes, así como cotejar el tiempo contemplado en el plan de clase con el tiempo real de su desarrollo. A partir de ese trabajo del docente, se deriva que en la clase éste pueda proponer diversas tareas para mantener ocupados a los niños más rápidos y ayudar a los niños más lentos para emparejar los tiempos de aprendizaje de los alumnos. Esta ayuda a los más lentos consiste en resolver la tarea con ellos, sin perder de vista que los niños logren el objetivo mínimo de la clase (Abboud-Blanchard, 2014).

Otro proyecto que también dio cuenta de lo problemático y conflictivo que resulta para los profesores la integración de TD en la clase de matemáticas fue un proyecto a cargo de Michèle Artigue en el que se buscó probar el potencial de CAS (DERIVE) para la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria, proyecto en el cual se contó con la colaboración de profesores de este nivel educativo para el diseño e implementación de clases integrando el uso de CAS (Abboud-Blanchard, 2016). Según explica Abboud-Blanchard (2016), las clases desarrolladas se dieron en un ambiente conflictivo entre dos tendencias opuestas: el trabajo reflexivo y las estrategias productivas. El trabajo reflexivo era el que se esperaba de los estudiantes al utilizar las calculadoras; sin embargo, también estuvieron presentes estrategias productivas, donde los estudiantes realizaban múltiples

intentos sin atender a la retroalimentación vertida por el recurso digital, una suerte de adivinar la respuesta. Esta situación fue regulada por el profesor, quien buscaba disminuir las estrategias productivas y favorecer las reflexivas, lo que dependía de su conocimiento didáctico (Abboud-Blanchard, 2016).

Así, una problemática para la integración de TD en el aula se relaciona con el control de la clase, como fue identificada por Ruthven (2005, citado en Abboud-Blanchard, 2016), ya que, el profesor, en el afán de mantener el control de lo que hacen los estudiantes puede reducir la dimensión exploratoria de los recursos digitales y así evitar situaciones difíciles que puedan quedar fuera de su alcance, lo que lleva a limitar el potencial de la tecnología para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Por otra parte, Laborde (2001, citada en Abboud-Blanchard, 2016) reconoce que la apropiación de un recurso digital para su integración de la clase de matemáticas es un proceso largo, debido a tres situaciones: al tiempo que le toma al profesor el aceptar que puede haber aprendizaje a partir de tareas que involucren el uso de la computadora; al desarrollo de la habilidad para generar situaciones de aprendizaje basadas en el recurso digital y; por último, a la aceptación de cierta pérdida de control sobre los estudiantes, respecto a sus actividades de aprendizaje.

Los resultados de estas investigaciones muestran la complejidad de integrar el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas, de ahí que el entrenamiento del profesor sea un factor clave para lograrlo (Artigue, 1998). En este sentido, Michèle Artigue (2011, citada en Abboud-Blanchard, 2016) ha insistido en la necesidad de formar a los profesores para integrar el uso de la TD, pues se trata de un recurso con un gran potencial para la mejora de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, derivado de sus posibilidades para experimentar, visualizar y simular situaciones matemáticas.

5.2.1. Factores que posibilitan u obstaculizan la integración de la TD

De acuerdo con Wachira y Keengwe (2011), hablar de integración de las tecnologías digitales significa incorporar en la práctica la tecnología apropiada en todos los aspectos de la enseñanza y del aprendizaje: en los objetivos, en las lecciones y en las evaluaciones. En este sentido, estos autores señalan que integrar TD para la enseñanza de las matemáticas implica contar con el software matemático apropiado –como *applets*, softwares dinámicos,

calculadoras gráficas, etc.—, que posea posibilidades computacionales, de construcción y de representación visual, de forma tal que ofrezcan contextos más realistas, donde los estudiantes amplíen la calidad de sus investigaciones y se hagan de ideas matemáticas que de otra manera resultaría demasiado complejo (Wachira y Keengwe, 2011). Sin embargo, el contar con recursos potentes no basta, existen diversos factores de los que depende su integración, como se enseña expone.

Drijvers (2015), tras el análisis de cinco investigaciones, identificó tres factores que posibilitaron la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas al integrar el uso de TD en la clase: las características del recurso y las actividades promovidas; los conocimientos del profesor sobre ambientes tecnológicos y sus habilidades para el manejo de las tecnologías; y el contexto educativo, relacionado con las prácticas matemáticas, motivación de los alumnos, recursos disponibles y familiarización con las tecnologías.

Por el contrario, Wachira y Keengwe (2011) identificaron como las principales barreras que impedían a los profesores integrar el uso de la TD en su clase de matemáticas, la falta de disponibilidad y confiabilidad en el equipo tecnológico escolar, la ansiedad y desconfianza que genera el utilizar TD en la clase, la falta de conocimiento sobre su uso y la falta de soporte y liderazgo tecnológico.

En este sentido, Virmani y Williamson (2016) señalan que existen dos tipos de barreras que obstaculizan la integración de la TD: las externas, relacionadas con la accesibilidad a recursos tecnológicos, así como con el apoyo y entrenamiento para los profesores; y las internas, relacionadas con el conocimiento, habilidades, valor y concepciones de los profesores sobre el uso de las tecnologías para la enseñanza. Afín a este planteamiento, Thomas y Palmer (2014) hablan de obstáculos extrínsecos e intrínsecos que impiden la integración de TD, tales como la falta de disponibilidad de software y hardware en la escuela, la falta de entrenamiento sobre su uso, la falta de confianza para utilizarla, la falta de tiempo, el escaso apoyo entre colegas, las presiones curriculares, las evaluaciones requeridas y el soporte técnico inadecuado.

Como se ha visto hasta el momento, son diversos los factores que posibilitan u obstaculizan la integración de la TD para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, siendo la formación del profesor uno de los factores de mayor importancia, ya que, como lo

señala Drijvers (2015), el docente juega un papel fundamental para el aprovechamiento de la TD en la clase.

5.3. CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 5

En esta revisión hemos dado cuenta de que, aunque hay propuestas pedagógicas sobre el uso TD para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como la del construccionismo (Papert, 1981), lo que significa la integración de esta tecnología (Wachira y Keengwe, 2011), de los factores que la hacen posible (Drijvers, 2015) y de los desafíos a superar para lograrla (Wachira y Keengwe, 2011; Thomas y Palmer, 2014; Virmani y Williamson, 2016). Asimismo, se reconoce al profesor como un factor clave para lograr esta integración de la TD (Drijvers, 2015), proceso que, sin embargo, resulta problemático y conflictivo para el docente (Noss y Hoyles, 1996; Abboud-Blanchard, 2016); de ahí que su formación sea fundamental para ello (Artigue, 1998), en la que el trabajo colectivo y cooperativo, el acompañamiento externo y el favorecer su nivel de confianza sobre el uso de la tecnología sean importantes para superar las situaciones conflictivas que conlleva la integración de TD la clase de matemáticas (Thomas y Hong, 2005; Getenet et al., 2016; Hansen et al., 2016).

SECCIÓN B:

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Como lo planteo en la introducción de este documento, en esta investigación se buscaba, por un lado, incidir en la formación docente para la integración de tecnología digital en la enseñanza de las matemáticas y, por el otro, indagar en los profesores el proceso de apropiación de esos recursos digitales para la enseñanza. Bajo estos propósitos, hallamos en la investigación de diseño (Cobb et al., 2016; The Design-Based Research Collective, 2003; Ørngreen, 2015), el soporte metodológico para desarrollar este estudio, pues se trata de una metodología de naturaleza intervencionista donde colaboran investigadores y profesores, situada en contextos reales, que busca probar y diseñar materiales y prácticas educativos, así como contrastar teoría y práctica. Así, en esta sección se da inicio recuperando los elementos teóricos del modelo de investigación de diseño y analizando algunos modelos de formación docente para la integración pedagógica de las TD. Finalmente, se presenta la descripción de la metodología seguida en cada una de las fases desarrolladas en la investigación: la fase diagnóstica, y dos ciclos de intervención-investigación.

CAPÍTULO 6. INVESTIGACIÓN BASADA EN DISEÑO

La investigación basada en diseño (IBD) es una metodología que, según lo señala Ørngreen (2015), ha tenido gran impacto en la comunidad de investigadores educativos preocupados por desarrollar proyectos de investigación que involucran intervención, donde se han puesto a prueba innovaciones educativas en contextos reales, principalmente cuando se trata de ambientes tecnológicos de aprendizaje. Ørngreen (2015) sitúa los antecedentes de este tipo de investigación en la ingeniería, en términos de la producción tecnológica y en la ciencia del diseño que datan de 1973 donde se pretendía poner a prueba innovaciones. Otro de los antecedentes mencionados por este autor es la investigación-acción acuñada por Kurt Levin entre los años 1940 y 1950, metodología cuyo objetivo es promover el cambio a partir de la colaboración entre investigadores y participantes, lo que constituye una visión más democrática de la investigación. Enseguida presento algunos elementos característicos de este modelo de investigación que enfatizan su carácter intervencionista y democrático.

6.1. CARACTERIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN DE DISEÑO

El modelo de investigación de diseño, según el grupo The Design-Based Research Collective (2003), atiende al reclamo del distanciamiento entre la investigación educativa y lo que se vive día a día en la práctica; se trata pues, como lo menciona Ørngreen (2015), de la búsqueda de teorías y modelos aplicables a la realidad, donde la investigación educativa diseña y ponga a prueba artefactos y entornos de aprendizaje en un determinado ambiente natural, situaciones que permitan valorar los beneficios prácticos de la teoría y los beneficios teóricos de la práctica.

De acuerdo a estos planteamientos, Bakker y van Eerde (2015) señalan que la IBD es una metodología de investigación donde el diseño de materiales educativos (herramientas computacionales, actividades de aprendizajes o programas de desarrollo profesional) es de

suma importancia en el proceso de investigación. Por consiguiente, el diseño de un ambiente de aprendizaje, en conjunto con los materiales para ello, permiten probar o desarrollar dicho material y a su vez probar o desarrollar una teoría.

Otra característica relevante de la IBD, señalada por Bakker y van Eerde (2015), es la importancia que juegan las ideas de estudiantes y profesores en el proceso de prueba de los materiales y la realización de ajustes en el proceso reiterativo de la intervención. Es así como, en este caso, los profesores y estudiantes se vuelven parte importante en el rediseño de los ambientes de aprendizaje.

En una definición de la IBD propuesta por Wang y Hannafin (2005, citados en Ørngreen, 2015), se señala que la IBD es:

una metodología sistemática y flexible dirigida a mejorar la práctica educativa mediante procesos de análisis, diseño, desarrollo e implementación iterativos, basado en la colaboración entre investigadores y practicantes en contextos reales del mundo, dirigida por teorías y principios de diseño sensibles al contexto¹⁰ (p. 23)

Para el grupo The Design-Based Research Collective (2003), la IBD tiene cinco características:

- los objetivos de diseño de ambientes de aprendizaje y desarrollo de teorías o prototeorías de aprendizaje están entrelazados;
- el desarrollo e investigación toma lugar en múltiples ciclos continuos de diseño, implementación, análisis y rediseño;
- la investigación debe dirigirse a compartir teorías que tengan implicaciones relevantes para los practicantes u otros diseñadores educativos;
- debe dar cuenta de cómo los diseños funcionan en contextos auténticos;
- finalmente, el desarrollo de los reportes que den cuenta de resultados interesantes están basados en métodos que pueden documentar y conectar los procesos de implementación.

Ørngreen (2015), por su parte, recupera otras características de la IBD:

- se sitúa en un contexto educativo real,

¹⁰ Mi traducción del original en inglés.

- se enfoca al diseño y prueba de una intervención significativa,
- usa métodos diversos, implica la colaboración entre investigadores y practicantes,
- tiene impacto sobre la práctica, entre otras.

Además, este autor considera que este tipo de investigación es predictiva y consultiva debido a que los resultados de la investigación permiten anticipar los resultados de cierto diseño, en cierto lugar, con determinadas características y, por otra parte, los resultados permiten saber cómo se puede implementar cierta propuesta didáctica en un determinado contexto.

Del mismo modo Cobb et al. (2016) mencionan cinco características de este tipo de investigación:

- trata sobre problemas prácticos que viven los profesionales con el fin de promover su desarrollo profesional o el aprendizaje de estudiantes;
- tiene un carácter altamente intervencionista, donde se investigan posibilidades de mejora de la práctica; tienen una fuerte orientación teórica y pragmática;
- su naturaleza es cíclica, donde la intervención y revisión hacen un proceso iterativo; y
- la teoría bajo desarrollo debe realmente funcionar y generalizarse a partir del caso estudiado.

6.2. OBJETIVIDAD, CONFIABILIDAD Y VALIDEZ EN LA IBD

La IBD, al igual que en los demás paradigmas de investigación, debe responder a las exigencias de objetividad, confiabilidad y validez de sus resultados, aunque éstas no sean de la naturaleza de las ciencias experimentales o métodos positivistas. Al respecto, The Design-Based Research Collective (2003) señala que:

- La *objetividad*, entendida como la aproximación fiel a la realidad del fenómeno estudiado, no es fácil de lograr en este tipo de investigación debido a las “cuestionables” metodologías cualitativas-interpretativas de las ciencias sociales y a lo específico de este tipo de investigación, al papel del investigador como

agente activo en el proceso de intervención que lo vuelve parte del objeto de investigación, debido a lo cual el investigador tiene un papel dual de defender y por otro lado criticar los resultados. La obtención de información de diversas fuentes y con la aplicación de diversos métodos permite llevar a cabo una triangulación para un análisis del diseño de la investigación y las razones de los resultados obtenidos. Con estos elementos es posible presentar resultados “objetivos” de la investigación.

- La *confiabilidad*, entendida como la replicabilidad, resulta imposible, puesto que este tipo de investigación está basada en la promoción de innovaciones educativas en contextos reales, donde existen configuraciones sociales sumamente complejas las cuales no son posibles de replicar para que las cosas vuelvan a suceder de la misma manera. Sin embargo, The Design-Based Research Collective (2003) señala que una triangulación sustentada en fuentes diversas, mediante análisis múltiples de la información obtenida durante ciclos de intervención le da confiabilidad a los resultados de la investigación.
- La *validez* de los resultados, relacionada con la causalidad entre variables y generalización de los hallazgos, se da mediante el análisis sistemático del investigador con la colaboración de los involucrados (profesores y/o alumnos), con lo que se evita en gran medida el sesgo y propicia la alineación entre teoría, diseño y práctica, logrando un estudio riguroso, aunque no generalizable ni definitorio en la causalidad entre variables, dado que analiza holísticamente la realidad.

6.3. LAS HIPÓTESIS EN LOS ESTUDIOS DE IBD

Al respecto de las hipótesis, Bakker y van Eerde (2015) indican que en los estudios experimentales principalmente se plantean las hipótesis para ser confirmadas o negadas, mediante la puesta a prueba de una teoría en contextos definidos y controlados. Se trata de explicar entre ciertas variables de un fenómeno y qué pasará bajo ciertas condiciones al modificar alguna variable. En el caso de experimentos de enseñanza lo que regularmente se hace es excluir al investigador y aplicar un pretest y un postest para validar los resultados.

En el caso de la investigación basada en el diseño, según Bakker y van Eerde (2015), “los investigadores continuamente toman su mejor apuesta (Lehrer and Schauble 2001), incluso si esto significa que durante o después de una lección algún aspecto del ambiente de aprendizaje haya cambiado” (p. 432), porque no tendría sentido poner a prueba una hipótesis si lo que se quiere es generar el cambio. Lo que sucede en este caso es la realización de ajustes de la propuesta inicial durante proceso de intervención. En esta metodología lo importante es la innovación y utilidad de las propuestas en el contexto real, por lo que el investigador está estrechamente involucrado en el proceso.

6.4. PERTINENCIA DE LOS ESTUDIOS DE DISEÑO Y SUS TIPOS

Lo que motiva el realizar una investigación de diseño son sus objetivos y las condiciones en que sucede el fenómeno estudiado, dependiendo de esto resulta o no apropiado realizar un estudio de esta naturaleza. Para Cobb et al. (2016) existen dos características de problema de investigación para lo cual una IBD es útil: (i) para conocer prácticas matemáticas de estudiantes o prácticas de enseñanza del profesor, generando un ambiente para poder observar lo que sucede; y (ii) para formular o mejorar diseños de desarrollo educativo o profesional.

Por otro lado, Cobb et al. (2016) identifican dos tipos de investigaciones de diseño: las enfocadas en el desarrollo de intervenciones en el salón de clases; y las enfocadas en intervenciones para el desarrollo profesional de los docentes, siendo éstas últimas las menos frecuentes. De acuerdo con estos autores, el segundo tipo de investigaciones implican el apoyo a los docentes para la mejora de aspectos específicos de su práctica instruccional, proceso en el cual se desarrollan, evalúan y revisan conjeturas, dando lugar al desarrollo de alguna *teoría específica de desarrollo profesional para la práctica*, donde se da cuenta, de forma justificada, del proceso de aprendizaje seguido por el profesor para construir prácticas de enseñanza particulares y de los medios que apoyaron ese proceso de aprendizaje (Cobb et al., 2016).

En la investigación que aquí reporto se estudia el proceso de desarrollo profesional de profesores de educación primaria para la integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas, en el contexto del diseño e implementación de un curso diseñado para

tal fin, de ahí que la metodología seguida está inscrita en la investigación de diseño, como enseguida lo muestro.

CAPÍTULO 7. METODOLOGÍAS DE FORMACIÓN DOCENTE PARA LA INTEGRACIÓN DE TECNOLOGÍAS DIGITALES

Como se mencionó en capítulo anterior, una parte fundamental de la investigación de diseño es la intervención, puesto que además de indagar algún fenómeno educativo, se busca mejorar la práctica mediante la implementación de materiales o propuestas educativas inspiradas en alguna teoría. Ese es el caso de la presente investigación, en la que se buscaba intervenir, a partir de la implementación de un curso, en la formación de los profesores de educación primaria para la integración de TD para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y, al mismo tiempo, indagar el desarrollo profesional propiciado. El diseño del curso tuvo como sustento, además de la teoría sobre el conocimiento del profesor para la enseñanza de las matemáticas con TD, teorías sobre las fuentes de su aprendizaje (ver Capítulo 3) y la Aproximación Documental de lo Didáctico (ver Capítulo 4) , otras propuestas para la formación que compartían el objetivo de propiciar la integración de las TD para la enseñanza, de ahí que enseguida reseñe y analice algunas de estas propuestas.

7.1. LOS CURSOS TEÓRICO-PRÁCTICOS: UNA ESTRATEGIA PARA LA FORMACIÓN DOCENTE PARA EL USO DE TD

Desde una aproximación sociocultural a la actividad del profesor y a su desarrollo profesional, Chikasanda et al. (2013) propusieron una metodología para mejorar el conocimiento y las prácticas de los profesores sobre el uso pedagógico de la tecnología digital. En la propuesta de desarrollo profesional de estos autores, se plantearon cuatro momentos:

- el primero consistió en el *diagnóstico de las necesidades profesionales* de los profesores para el diseño de los talleres sobre el uso pedagógico de la tecnología;
- el segundo consistió en *implementar talleres*, en los cuales se hizo una revisión de literatura sobre el uso pedagógico de la tecnología, se promovió la creación de una comunidad de aprendizaje y se orientó el uso de la tecnología en sus aulas;
- el tercero fue de *acompañamiento a la práctica de los profesores*, para lo cual se hicieron observaciones de clases y reuniones con los docentes en sus escuelas con el fin de reflexionar sobre lo sucedido y reorientar el trabajo; y
- el cuarto fue para *promover y apoyar la reflexión de los docentes* sobre los aprendizajes adquiridos y para promover el trabajo colaborativo.

Otra propuesta de formación docente para la integración del uso pedagógico de TD es la de Niess (2015), en la cual se plantea que la preparación de los profesores para adquirir el Conocimiento Pedagógico Tecnológico del Contenido (TPACK) debe darse de manera colaborativa y debe contemplar:

- *Cursos de tecnología*, donde los profesores, a partir de la revisión de literatura y exploración de los recursos, aprendan el uso técnico de la tecnología y sus posibilidades pedagógicas para tratar contenidos escolares;
- *Cursos metodológicos sobre contenidos* enfocados a ejemplificar el uso didáctico de recursos digitales, de tal forma que los docentes valoren su uso para propósitos educativos y se inicien en el diseño de situaciones de aprendizaje para abordar contenidos escolares; y
- *Experiencias prácticas*, es decir, la utilización real de la tecnología en el aula de clases, donde los profesores de manera colaborativa seleccionen contenidos y recursos digitales, diseñen planes de clase, las ejecuten con grupos de estudiantes y reflexionen solo las experiencias para la mejora de siguientes clases.

Por su parte Mouza y Karchmer-Klein (2015) señalan cinco estrategias clave para la formación de profesores respecto a la integración de la tecnología digital en su práctica:

- *vincular teoría-práctica* a través de acompañar la práctica con la revisión de información conceptual y teórica del uso pedagógico de la tecnología;

- *promover el diseño instruccional*, es decir, involucrar a los docentes en el diseño de situaciones de enseñanza con el uso de tecnología;
- *valerse de modelos a seguir*, pues el observar a educadores experimentados utilizar la tecnología resulta motivante para ellos;
- *vivenciar experiencias auténticas de enseñanza* donde se utilicen recursos digitales, pues esto es fundamental para su formación; y
- *favorecer la reflexión* acerca del uso educativo de la tecnología, ya que esto favorece su uso efectivo e influye en las creencias pedagógicas y personales de los profesores, asimismo permite un análisis sistemático y detallado de su práctica.

Un trabajo más es el de Grugeon et al. (2009), quienes, a partir del análisis de diversos cursos, dirigidos de manera específica a la integración de la TD para la enseñanza de las matemáticas, caracterizan los cursos a partir de los contenidos tratados y las estrategias didácticas para su desarrollo. Respecto al contenido de los cursos fueron cinco las temáticas identificadas:

- *el impacto de la tecnología* en las matemáticas y la evolución resultante del plan de estudios;
- *el potencial de las aplicaciones computacionales* para generar nuevas alternativas en el aprendizaje de las matemáticas;
- *las ideas de la génesis instrumental y la relación entre el conocimiento matemático e instrumental*, a fin servir de orientación al profesor para favorecer la génesis instrumental de los estudiantes;
- *el diseño de tareas con el uso de TD articuladas con tareas tradicionales* para que realmente contribuyan al aprendizaje de los estudiantes;
- *el desarrollo de nuevas habilidades de enseñanza*, como modificar su rol cuando hace uso de recursos digitales o como el articular el trabajo individual con el colectivo o el trabajo con el uso de la TD con el trabajo a papel y lápiz; y
- *el impacto del contexto profesional* en el uso de la TD, a fin de saber actuar ante circunstancias de suficiente o escaso equipamiento en la escuela, o el identificar

que el uso de esta tecnología puede resultar más adecuado para tratar algunos contenidos que otros.

Respecto a las estrategias didácticas utilizadas, Grugeon et al. (2009) hallaron cuatro:

- la *demonstración*, la cual consiste en mostrar el uso del recurso digital y ejemplificar su uso didáctico;
- el *rol de juego*, la cual consiste en que los profesores participantes asumen el rol de estudiantes en la realización de una tarea con el uso de TD, para después analizarla y discutirla grupalmente;
- la *práctica*, la cual consiste en el diseño e implementación de clases con el uso de TD y su posterior análisis y reflexión; y
- el *aprendizaje en comunidad*, como un recurso para compartir conocimientos, preocupaciones y reflexiones con sus pares.

7.2. HACIA LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PARA FOMENTAR QUE PROFESORES INTEGREN TD A SU PRÁCTICA

Esta revisión de algunas propuestas de formación docente para la integración pedagógica de la TD, aportó elementos valiosos para el diseño del curso que se implementó como parte de esta investigación. Retomando la metodología de análisis que hacen Grugeon et al. (2009), en los cursos descritos en el apartado anterior, se identificaron características comunes relacionados con su contenido y con las estrategias didácticas propuestas para su desarrollo. En cuanto al contenido de los cursos podemos identificar cuatro características comunes:

- el estudio de literatura sobre el uso pedagógico de la tecnología y sus aportes para el aprendizaje;
- el estudio técnico de los recursos digitales a utilizar;
- el estudio de la manera de utilizar esta tecnología para la enseñanza y para el aprendizaje, ya sea a través de demostraciones del asesor, de la ejecución de tareas asumiendo el rol de estudiante u observando a profesores experimentados como modelos a seguir; y

- el diseño de situaciones de enseñanza integrando el uso de recursos digitales.

Por otra parte, en cuanto a las estrategias didácticas, los trabajos revisados coinciden en que es necesario:

- favorecer la práctica con experiencias “auténticas” del uso de la TD, mediante el diseño de clases y su posterior implementación en el aula;
- desarrollar las actividades de los cursos, incluyendo trabajo colaborativo, como mediante comunidades de aprendizaje; y
- valerse de la reflexión como recurso para el análisis y la crítica de los contenidos tratados y de las experiencias vividas, a fin de enriquecer la formación de los profesores.

Estos puntos en común de las propuestas anteriores sirvieron de inspiración para nuestro trabajo, pues, como se detalla en el siguiente capítulo, en el diseño de los cursos de formación docente para la integración de TD para la enseñanza de las matemáticas, que formaron parte de esta investigación, se retomaron las características antes enlistadas (ver apartados 8.2.1 y 8.3.1).

CAPÍTULO 8. FASES DE LA INVESTIGACIÓN

La metodología desarrollada en la presente investigación se desarrolló en tres fases:

- La primera consistió en un *estudio diagnóstico* acerca de las características sobre: la infraestructura digital con que se cuentan en algunas (diez) escuelas primarias de la región Mixteca de Oaxaca; la formación y percepción de los profesores (67) respecto al uso de TD para la enseñanza de las matemáticas y; el tipo de recursos digitales que emplean los profesores (10) y la manera de utilizarlos en su clase.
- La segunda fue el *primer ciclo de la intervención-investigación*, en la que se diseñó e implementó un *primer curso* de desarrollo profesional (intervención) para favorecer la adquisición de los conocimientos base por parte los profesores con los que se realizó el diagnóstico y, por otra parte, el diseño y aplicación de los instrumentos para recabar evidencias que dieran cuenta de la apropiación de los conocimientos para integrar el uso de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas. Este momento se sustentó en los resultados del estudio diagnóstico y la revisión teórica sobre las fuentes de conocimiento del profesor (Schön, 1998; Shulman, 1986; Vermunt, 2014;), el conocimiento base del profesor (Shulman, 1986; Ball, et al., 2008) con el uso de tecnología (TPACK de Mishra y Koehler, 2006) y sobre las características y potencialidades de la TD para la enseñanza de las matemáticas (Papert, 1981; Sacristán et al, 2010; Drijvers, 2015).
- La tercera consistió en un *segundo ciclo de intervención-investigación*, de acuerdo a la metodología iterativa de una investigación de diseño (ver Capítulo 6), donde se rediseñó e implementó un *segundo curso* de formación de profesores para la integración de tecnologías digitales en su práctica. Es decir, en esta fase, a partir de la experiencia y resultados de la puesta en práctica del primer curso, así como de una reformulación teórica –la aproximación documental de lo didáctico (ADD – Gueudet y Trouche, 2008, 2012) y el conocimiento pedagógico de la tecnología ([M]PTK – Thomas y Palmer, 2014) en lugar del TPACK—, se realizaron cambios

al modelo y estructura del curso de desarrollo profesional, así como a los instrumentos para recabar evidencia que diera cuenta del proceso de integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas.

Enseguida presento la descripción detallada del trabajo realizado en cada uno de estos momentos: el curso, los instrumentos y el trabajo de campo.

8.1. FASE DIAGNÓSTICO DE LA POBLACIÓN

Como lo señalan las características de la investigación de diseño (Capítulo 6), el diagnóstico es indispensable para diseñar, desarrollar y evaluar la intervención-investigación, puesto que las variables del contexto pueden limitar o potenciar los objetivos de la intervención y el reconocerlas brinda la posibilidad de tomar precauciones en el trabajo. Para el diagnóstico de este estudio –enfocado en investigar el proceso inicial mediante el cual, profesores de educación primaria, integran el uso de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas— era importante conocer los factores extrínsecos (e.g., acceso a software y hardware, entrenamiento) e intrínsecos (e.g., conocimiento, habilidades, actitudes) de la población que pueden incidir de manera positiva o negativa el que el profesor utilice TD para la enseñanza (Thomas y Palmer, 2014; Virmani y Williamson, 2016).

En la Tabla 8.1 presento un resumen de los objetivos que se persiguieron, las actividades realizadas e instrumentos utilizados en esta etapa, cuyo fin fue conocer las características de población de estudio.

Tabla 8.1. Objetivos y actividades del estudio diagnóstico realizado

Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocer la infraestructura digital de las escuelas y la condición en que se encuentran. • Indagar la formación y percepción de los profesores sobre el uso de TD en la enseñanza de las matemáticas. • Indagar el tipo de recursos digitales que utilizan los profesores y la manera de emplearlos en su clase de matemáticas.
-----------	--

Actividades realizadas	<p>Visita a 10 escuelas primarias de la región mixteca de Oaxaca, donde:</p> <ul style="list-style-type: none"> • A partir de la <i>observación y entrevista</i> con los directores se conoció la infraestructura digital con la que contaban en las escuelas y su condición. • Se aplicó un <i>cuestionario</i> (ver Apéndice A) a 67 de los profesores de esas escuelas para conocer sobre su formación y sobre su experiencia de uso de TD para la enseñanza de las matemáticas. • Se realizaron <i>observaciones de clase y entrevistas</i> a 10 profesores voluntarios que señalaron en el cuestionario emplear TD en la clase de matemáticas
------------------------	---

Alcanzar los objetivos previstos en esta etapa de la investigación requirió que la aplicación de los instrumentos se llevara a cabo en dos momentos:

El primer momento fue para conocer, mediante la observación y entrevista a directores, la infraestructura digital de las escuelas; y, mediante el cuestionario, conocer (i) la formación y percepción de los profesores sobre el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas, así como (ii) el tipo de recursos digitales y la manera de utilizarlos para su clase.

El segundo momento fue para profundizar, mediante la observación de clase y entrevista a profesores, en el tipo de recursos digitales y la manera de utilizarlos en la clase de matemáticas.

8.1.1. Instrumentos de la fase diagnóstica

Para realizar el estudio diagnóstico de las escuelas, se recurrió a cinco instrumentos:

- Una *guía de observación de la infraestructura digital* que contempló: la cantidad y condiciones del equipo digital con que se cuenta en cada escuela (computadoras, tabletas, proyectores, pizarrones electrónicos) y los espacios donde están ubicados.
- Un *guión de entrevista para los directores* de las escuelas que consistió en preguntas sobre la cantidad del equipo digital con el que cuentan, si estaban a disposición de los profesores para fines pedagógicos y si se ha observado su uso para la enseñanza de las matemáticas (ver Apéndice B).

- Un *cuestionario dirigido a los profesores* compuesto por preguntas abiertas y cerradas para recolectar información sobre la formación y percepción sobre el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas, así como del tipo de recursos digitales y el uso que hacen de ellos (ver Apéndice A).
- Una *guía de observación de clases*, orientada a observar el recurso digital que emplea cada profesor en su clase de matemáticas, los momentos de las clases en que los emplea, el tipo de actividades que realiza utilizando el recurso y la interacción que se da entre el profesor, el alumno y el recurso digital.
- Un *guión de entrevista para los profesores* observados (ver Apéndice B). Cabe señalar que las entrevistas fueron semiestructuradas. Las preguntas buscaban indagar sobre su formación y experiencia con el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas, la percepción sobre el uso de esta tecnología (ventajas y desventajas de su uso), la frecuencia con que la utilizan, los tipos de recursos digitales que emplean (como el usado en la clase), la manera de utilizarlos y la fuente de su obtención.

8.1.2. Primer momento del diagnóstico: visitas a escuelas

Llevar a cabo este primero momento del estudio diagnóstico, para conocer las características de la población con la que se llevaría a cabo la investigación, demandó que se realizaron diversas acciones:

- *Contactar a directores* de manera personal o telefónica para darles a conocer los objetivos de la investigación y solicitar el acceso a las escuelas primarias a su cargo. De esta manera se logró agendar la visita a diez escuelas de la Región Mixteca Baja de Oaxaca (Cd. de Huajuapán de León y localidades aledañas).
- *Realizar las visitas a las escuelas* agendadas para:
 - observar la infraestructura digital de las instituciones y la condición en que se encontraba dicha infraestructura (computadoras, internet, proyectores, etc.);
 - *entrevistar a los directores* —se logró la colaboración de nueve— para complementar la información sobre el equipo existente, su condición y el

acceso a éstos por parte de los profesores para su uso pedagógico; y, finalmente,

- *aplicar el cuestionario al personal docente* de cada una de las escuelas para obtener información sobre su formación, experiencia y percepción que tienen sobre el uso de esta tecnología para su clase de matemáticas (Apéndice A), logrando la colaboración de 67 profesores.

La revisión de los datos recolectados —principalmente de los obtenidos del cuestionario— sirvió para identificar a los profesores que hacían uso de TD para la enseñanza de las matemáticas, a quienes se les solicitaría permitieran observar al menos una clase empleando algún recurso digital y entrevistarlos al respecto.

8.1.3. Segundo momento del diagnóstico: observaciones de clase

Una vez identificados, a través de las respuestas al cuestionario, a los profesores que hacían uso de TD para la enseñanza de las matemáticas y conociendo la infraestructura digital de sus escuelas, se iniciaron las actividades del segundo momento del diagnóstico:

- *Contactar a los profesores.* De principio la idea era elegir docentes, dependiendo de su disposición, de las diez escuelas visitadas, de los seis grados escolares de primaria, con diversos años de servicio (1-10, 11-20 y 21-30) y aquellos que utilizaran con mayor frecuencia recursos digitales en su clase de matemáticas. Con estos objetivos, para la selección de la muestra se contactó a los profesores personalmente en sus escuelas o vía telefónica para solicitarles permitieran observar una de sus clases de matemáticas en la que emplearan recursos digitales y una entrevista posterior. A la petición, accedieron 11 profesores (de entre 11 y 30 años de servicio), de cinco de las diez escuelas visitadas (ver Tabla 8.2.).

Tabla 8.2. Población de profesores que accedieron a ser observados

NP	Profesor ¹¹	Escuela	Años de experiencia docente	Grado que atiende	Curso de TD para la enseñanza	Frecuencia de uso de TD
1	Armando (Ar)	EPJRP	13	Quinto	No	Ocasionalmente
2	Alicia (Al)	EPJMM	13	Tercero	No	Ocasionalmente
3	Alfredo (Alf)	EPPA	12	Primero	Sí (Curso Nacional de Integración de las	Ocasionalmente

¹¹ Todos los nombres son pseudónimos. Se agregan abreviaturas para cada uno, usadas en algunos resultados.

					TICs en Mat.)	
4	Paola (P)	EPPA	11	Segundo	Sí (Enciclomedia)	Casi siempre
5	Carmelo (Ca)	EPCS	15	Cuarto	--	Rara vez
6	Cecilia (Ce)	EPCS	20	Sexto	Sí (Enciclomedia)	Ocasionalmente
7	Rosi (R)	EPVGF	19	Tercero	No	Nunca
8	Alexa (Alx)	EPVGF	23	Cuarto	No	Casi siempre
9	Hortensia (H)	EPVGF	30	Tercero	Si (Enciclomedia)	Rara vez
10	Bety (Be) ¹²	EPPA	11	Cuarto	No	Ocasionalmente
11	Chalo (Ch) ¹³	EPJRP	--	Quinto	--	--

Esta población estuvo conformada por profesores de los seis grados de educación primaria. En su mayoría (7 de ellos) utilizaban con mayor frecuencia recursos digitales en su clase de matemáticas (ocasionalmente y casi siempre); algunos habían tomado cursos sobre el uso de TD para la enseñanza (cuatro), otros no (cinco), y los otros dos no llenaron el cuestionario por lo que no se contó con la información.

- *Observación de clases de matemáticas.* Esta actividad se llevó a cabo de acuerdo con la fecha y horario dispuestos por los profesores y autorizado por los directores. Las clases observadas fueron 12 (una por profesor), pero en dos casos (Bety y Chalo), los profesores no utilizaron recursos digitales debido a que no contaban con ellos cuando se les visitó, y ya no fue posible reprogramar¹⁴. Así, solo se obtuvo la evidencia de nueve casos. En todos esos casos, las clases tuvieron una duración aproximada de una hora, tiempo en el que los profesores desarrollaron un tema empleando un recurso digital.
- *Entrevistas a los profesores.* Posterior a la observación de la clase se realizaron las entrevistas. Algunas fueron de manera inmediata a la clase y otras se agendaron para días siguientes en el rango de una semana, pues no todos los profesores tenían disponibilidad inmediata. Así, se logró entrevistar a once de los doce profesores observados.

¹² A la profesora Bety no se le pudo observar en clase.

¹³ El profesor Chalo no entregó el cuestionario que se le dio y por lo cual no se obtuvo información de sus años de servicio, formación y frecuencia de uso de TD. Tampoco se le pudo observar en clase.

¹⁴ Uno de los profesores no consiguió el recurso digital que deseaba y ya no pudo reagendar la cita debido a sus compromisos escolares por el fin del ciclo escolar. En el segundo caso se debió a que no solicitó el aula de medios; y en la segunda ocasión que lo visité no llegó la profesora del aula de medios, aunque mi percepción fue que el profesor ya no quería compartir su clase, aunque no me lo señaló.

Fueron estas actividades las que conformaron el segundo momento del estudio diagnóstico de la población con la que se realizaría la intervención-investigación, descrita a continuación.

8.2. PRIMER CICLO DE INTERVENCIÓN-INVESTIGACIÓN (PRIMER CURSO DE FORMACIÓN)

Esta fase del estudio se realizó en dos momentos: En el primero, se diseñó el curso de formación para la población de profesores con quienes se realizó el diagnóstico, así como de los instrumentos de investigación. En el segundo momento, se implementó el curso y se recolectaron datos (ver Capítulo 10).

Cabe señalar que yo, el investigador principal, fungí como el formador y asesor (único) de los cursos (tanto del primero, como del segundo –ver apartado 8.3), teniendo así un rol dual de investigador-participante.

8.2.1. El primer curso de formación

La Tabla 8.3 muestra los objetivos y actividades involucrados en el diseño del primer curso de formación de los profesores en el uso de TD. Dicho curso tenía que ajustarse a las características de infraestructura digital de las escuelas, así como tomar en cuenta la formación y experiencia previas de los profesores en el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas. Para ello, se retomó el modelo de TPACK para organizar el contenido del curso. Por otra parte, se tuvieron que definir también los instrumentos de investigación para recabar los datos que dieran cuenta del proceso de integración de recursos digitales por parte de los profesores.

Tabla 8.3. Objetivos y actividades del primer ciclo de intervención-investigación

Objetivos	Actividades realizadas
<ul style="list-style-type: none"> • Diseño de un curso dirigido a profesores de educación primaria para favorecer su desarrollo profesional para la integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas. 	<p>Se diseñó un curso con las siguientes características:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Con una duración de seis meses (tres horas semanales). • Constó de tres módulos: <ul style="list-style-type: none"> - trabajo con Fraction Lab para abordar contenidos de fracciones; - trabajo con GeoGebra para tratar contenidos de geometría y medición; y - trabajo con Logo para tratar contenidos de geometría y medición. • La estructura de cada módulo tuvo la siguiente composición: <ul style="list-style-type: none"> - <i>Estudio de los recursos digitales</i> a partir de su exploración y realización de actividades con hojas de trabajo, para favorecer el desarrollo de los conocimientos TPACK base de los profesores (conocimiento tecnológico, tecnológico-pedagógico y tecnológico del contenido). - <i>Estudio de literatura sobre los aportes del uso de recursos digitales</i> en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para favorecer el conocimiento tecnológico-pedagógico. - <i>Estudio de literatura, para favorecer el conocimiento pedagógico del contenido</i>, sobre los contenidos curriculares estudiados (fracciones, geometría y medición): elementos matemáticos, didácticos y de su aprendizaje. - Puesta en práctica de los recursos digitales estudiados: planear clases de matemáticas integrando los recursos digitales, implementar en su aula la clase diseñada y reflexionar sobre estas experiencias.
<ul style="list-style-type: none"> • Integración del grupo de profesores participantes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Invitación a los profesores que participaron en el estudio diagnóstico para integrarse en el curso y en la investigación.

<ul style="list-style-type: none"> • Metodología para dar seguimiento al proceso mediante el cual los profesores integran el uso recursos digitales en su clase de matemáticas 	<p>Identificar el proceso de construcción del TPACK – conocimiento necesario para la integración de recursos digitales— para ello se recopilamos los siguientes datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los producidos durante el curso: <ul style="list-style-type: none"> - Las hojas de trabajo resueltas por los profesores empleando los recursos digitales. - Cuestionario sobre su experiencia de las actividades realizadas con cada software. - Los planes de clase producidos por los profesores y las hojas de trabajo diseñadas • Observaciones de las clases preparadas en el curso integrando recursos digitales. • Entrevistas a los profesores posteriores a sus clases. • Diario del profesor en el que registrara sus experiencias de clase.
---	--

i. Fundamentos del primer curso

Los resultados del diagnóstico mostraron que en las escuelas existía un escaso equipamiento computacional, en condiciones de deterioro y un casi nulo acceso a internet. Por otra parte, identificamos que existía poca o nula formación docente y un escaso y limitado uso de los recursos digitales en la clase de matemáticas, aunque con una percepción positiva de los profesores sobre el uso de esta tecnología (ver Capítulo 9). Dadas estas circunstancias fue necesario:

- recurrir a recursos digitales *offline*;
- proponer, además,
- estrategias para trabajar con una computadora y un proyector –equipo mínimo con el que la mayoría de los profesores cuenta en su escuela— para todo el grupo de estudiantes;
 - estrategias para trabajar con uno o dos niños por equipo de cómputo,
 - realizar un trabajo cara a cara con los profesores para favorecer el conocimiento y manejo pedagógico de los recursos digitales;
 - realizar un acompañamiento cercano a los profesores en sus escuelas para ayudarles y motivarles con el uso pedagógico de la TD.

Por otra parte, los referentes teóricos también dieron elementos para definir las temáticas a abordar, los materiales a utilizar, las actividades pedagógicas del curso y la dinámica de trabajo. Los aportes del *conocimiento pedagógico del contenido* (Shulman, 1987), del *conocimiento matemático para la enseñanza* (Ball et al., 2008) y el *conocimiento tecnológico pedagógico del contenido* (Mishra y Koehler, 2006) fueron referentes importantes para definir los contenidos del curso, temas que favorecieran los conocimientos que requiere el profesor para enseñar matemáticas con el uso de tecnología (e.g., literatura sobre los contenidos escolares y sobre el uso pedagógico de la tecnología).

Otros referentes teóricos –como los trabajos de Vermunt (2014) y Shulman (200) acerca de *las fuentes de conocimiento* del profesor, el trabajo de Schön (1992) sobre *la práctica* como punto de partida para la formación de profesionales y el de Seidel (2015) sobre la importancia de la experiencia y del diálogo entre profesores para promover el razonamiento pedagógico— ayudaron a orientar la metodología de trabajo del curso. Así pues, se incluyó: proponer el trabajo colaborativo entre los profesores para el estudio de los contenidos del curso; el plantear la práctica como el eje fundamental del curso para que el profesor se apropiara del uso pedagógico de los recursos digitales; y, finalmente, llevar a cabo una reflexión colectiva entre los profesores para discutir la experiencia y aprender sobre ella.

Además, la literatura sobre las características de la TD para la enseñanza de las matemáticas también fue importante, ya que ayudó a la selección del tipo de recursos digitales que se propondrían. En la literatura en educación matemática se ha identificado que los recursos digitales deben permitir hacer matemáticas, practicar habilidades y desarrollar la comprensión conceptual (Drijvers, 2015), para lo cual es importante, según lo mencionan Sacristán et al. (2010), que éstos posean *generalidad, poder comunicativo, múltiples representaciones, capacidades computacionales y dinámicas*, pues estas características les da la potencialidad para generar altos niveles de razonamiento en la resolución de problemas y para la conceptualización de objetos matemáticos.

ii. Contenidos y componentes del primer curso

Los contenidos. El trabajo de los contenidos digitales del curso de formación se organizó en tres módulos temáticos (ver Apéndice C):

- Módulo I. Enseñanza de *fracciones con el uso del recurso digital Fraction Lab*;
-

- Módulo II. Estudio de temas de *geometría y medición con el recurso digital GeoGebra*;
- Módulo III. Estudio de temas de *geometría y medición con el uso del software de programación Logo*.

Los softwares Fraction Lab, GeoGebra y Logo se eligieron de entre los incluidos en un repositorio de recursos digitales presentado a los profesores (ver apartado “Materiales del curso” abajo), por ser los que contaban con más de las características recomendadas en la literatura (e.g., en Sacristán et al., 2010), como el poseer múltiples representaciones y, principalmente, por tener mayores capacidades dinámicas y computacionales que los demás, ya que esto les daba mayores posibilidades para explorar conceptos y procesos matemáticos.

Cada módulo se organizó en **cuatro momentos**, donde se buscó que los profesores desarrollaran su TPACK. Los cuatro momentos se describen a continuación.

Los momentos de trabajo para cada módulo del primer curso.

1. El primer momento fue dedicado al *estudio del recurso digital del módulo*, con lo que se pretendía que los profesores se hicieran de los conocimientos tecnológicos necesarios según el modelo del TPACK (*el tecnológico, el tecnológico-pedagógico y el tecnológico del contenido*);
2. El segundo momento fue para la *revisión de la literatura sobre los aportes de la tecnología a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, con lo que se esperaba que los profesores se apropiaran del *conocimiento pedagógico de la tecnología*;
3. El tercero fue para la *revisión de literatura sobre las características de los contenidos escolares*, con lo que se buscó favorecer el *conocimiento del contenido*; y
4. El cuarto momento se orientó a la puesta en práctica de los recursos digitales en las clases de matemáticas de los profesores participantes. En este momento se buscó que los profesores integraran los distintos conocimientos del TPACK.

La Tabla 8.4 resume el formato y componentes del primer curso.

Tabla 8.4. Componentes del primer curso

Modalidad	Presencial
Duración	120 horas (40 horas por módulo) distribuidas en ocho horas quincenales durante seis meses.
Temática y recursos digitales del curso	La temática del curso se organizó en tres módulos: <ol style="list-style-type: none"> 1. La enseñanza de las fracciones con Fraction Lab 2. La enseñanza de la geometría y la medición con GeoGebra 3. La enseñanza de la geometría y la medición con Logo
Momentos del curso	Para el trabajo de cada módulo del curso se contemplaron cuatro momentos, para favorecer los distintos conocimientos del TPACK: <ol style="list-style-type: none"> 1. Estudio de los recursos digitales 2. Estudio de literatura sobre el uso pedagógico de la TD. 3. Estudio de literatura sobre los contenidos escolares. 4. Experimentación con los recursos digitales en la clase de matemáticas: diseño, implementación y reflexión.

iii. Duración y espacios de trabajo del primer curso

Dado que este curso estaba pensado para llevarse a cabo cara a cara con los profesores, con la ambición de lograr que se apropiaran del uso pedagógico de los recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas, se requería de un periodo extenso de tiempo. De esta manera, se contempló un curso con una *duración* 120 horas de trabajo (40 por módulo) a realizarse en un periodo de seis meses (ocho horas quincenales). Cada módulo del curso contemplaba cuatro sesiones; cada una tenía una duración de ocho horas distribuidas en dos días, En acuerdo con los profesores se definió que las sesiones se realizarían cada quince días, los días viernes de 16:00 a 20:00 horas y en sábado de las 9:00 a 13:00 horas. El taller se llevó a cabo de septiembre de 2017 a marzo de 2018; sin embargo, por las circunstancias de inestabilidad del grupo y del terremoto no sucedió de la manera esperada (ver Capítulo 10 y Apéndice C.2).

Finalmente, los *espacios* con los que se contó para llevar a cabo el trabajo del primer curso fueron dos: la biblioteca del Centro de Maestros; y un aula de la Escuela Normal Experimental “Huajuapán” de formación de profesores, espacios ubicados en la localidad donde habitan los profesores (Huajuapán de León, Oaxaca).

iv. Metodología de implementación del primer curso

El curso fue pensado para realizarse con los profesores (67) de las escuelas primarias donde se realizó el estudio diagnóstico, considerando su formación y experiencia con el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas, las características de infraestructura digital con que cuentan en sus escuelas, así como los referentes teóricos sobre el conocimiento y la formación de profesores y sobre el uso de TD para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. De esta manera las características del curso fueron:

- *Presencial.* El trabajo se desarrolló cara a cara, en sesiones quincenales durante seis meses (12 horas), para brindar mayor apoyo en su iniciación del uso pedagógico de recursos digitales interactivos y dinámicos.
- *Aproximación teórica-práctica a los temas vistos en el curso.* En cada módulo se revisaron teóricamente los temas y se experimentó con ellos. Por ejemplo, estudiar literatura sobre el tema de fracciones y se realizaron actividades prácticas con el uso de recursos digitales sobre este tema y se experimentó su enseñanza en el aula.
- *Trabajo en equipo y grupal.* Esta fue la estrategia de trabajo con la que se llevaron a cabo los cuatro momentos que contemplaba cada módulo del curso.
- *Acompañamiento personalizado.* Se dio seguimiento de manera personal a los profesores en las sesiones del curso y con visitas a las escuelas para motivar y apoyar a los profesores a experimentar con los recursos digitales en su clase de matemáticas.
- *Apoyo informático.* Se dio apoyo con el manejo y actualización de los equipos que los profesores llevaron a las sesiones del curso y a los equipos de sus escuelas donde laboraban para utilizarlas en su clase.

v. Materiales del curso

Parte del trabajo del diseño del curso fue la selección de materiales digitales. Para tal acción resultó necesario realizar la investigación de materiales digitales y bibliográficos para los que no se requiriera el uso de internet, dado el casi nulo acceso de los profesores a este servicio en sus escuelas. En este proceso de búsqueda generé un repositorio de recursos, enfocados a la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria (ver Tabla 8.5). De este repositorio, opté por aquellos recursos que tuvieran mayores posibilidades de construcción y creación por parte de los profesores y estudiantes: Fraction Lab, GeoGebra y Logo.

Así, para el desarrollo del curso se utilizaron los siguientes materiales digital y bibliográficos:

- *Repositorio de recursos digitales offline.* La búsqueda y selección de estos recursos se fundamentó en las características de la población (resultados del estudio diagnóstico) y en los referentes teóricos sobre las características de los recursos digitales. De esta manera se seleccionaron recursos que no requirieran del uso de internet y que estuvieran diseñados o permitieran abordar contenidos escolares de educación primaria. El repositorio (ver Tabla 8.5) quedó compuesto por múltiples aplicaciones (simuladores) diseñadas para temas específicos del nivel primaria y otros recursos abiertos al diseño de material y a diversos temas. El material recopilado se les proporcionó a todos los profesores participantes en el proyecto.

Tabla 8.5. Recursos digitales contenidos en el repositorio para el curso de formación docente

Recursos	Fuente	Descripción
Simulaciones interactivas.	Recursos digitales de Enciclomedia	Interactivos de la plataforma Enciclomedia que muestran simulaciones (e.g. un establo, una balanza, etc.) para tareas sobre temas particulares, cuyas respuestas son validadas por los recursos.
Simulador para trabajo con fracciones	http://fractionslab.lkl.ac.uk/	Plataforma creada para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones que permite su adaptación a los distintos contenidos curriculares en el nivel de educación primaria.
Actividades Descartes	https://proyectodescartes.org/descartescms/	Se trata de tareas específicas dirigidas a contenidos de matemáticas del nivel primaria, las cuales están acompañadas de animaciones y alertas que validan las respuestas .
Simulaciones interactivas	https://phet.colorado.edu/es/simulations	Se trata de simulaciones (e. g. carrera de automóviles, barra de equilibrio, laboratorio de fracciones) sobre temas específicos (proporción, fracciones), las cuales permiten la posibilidad de definir las tareas a realizar con ellos. Regularmente también están acompañadas de juegos interactivos para practicar el tema aprendido.
Logo	Recuperado del programa EMAT	Software de programación, que permite el diseño de figuras geométricas, lo cual puede aprovecharse para el estudio de diversos contenidos matemáticos.
GeoGebra	https://www.geogebra.org/	Software de geometría dinámica con el que se puede diseñar materiales (applets) para abordar diversos temas de matemáticas en el nivel primaria.
Applets GeoGebra	https://www.geogebra.org/t/math	Interactivos diseñados con GeoGebra para contenidos específicos del nivel primaria, los cuales permiten plantear las tareas a realizar con ellos. Estos también incluyen opciones para validar las respuestas.

- *Compilación de literatura sobre los contenidos escolares.* Se seleccionó como bibliografía el libro “*Didáctica de las matemáticas. Primaria.*” (Chamorro, 2003), que es una compilación de textos sobre los distintos contenidos escolares, sus características, su didáctica y su aprendizaje.
- *Compilación de literatura que aporte elementos teóricos sobre el uso de la tecnología para la enseñanza de las matemáticas.* Consistió en extractos del libro “*Desafío a la mente*” de Papert (1982), para introducir a los profesores a las ideas del paradigma del construccionismo (ver apartado 5.1); así como otros textos sobre las características y potencialidades del uso de TD para la enseñanza de las matemáticas (los textos fueron extractos traducidos de Sacristán, et al. 2010, y de Drijvers, 2015).
- *Secuencias didácticas con el uso de los recursos digitales incluidos en el repositorio.* Dichas secuencias podrían servir de orientación para el trabajo que realizarían los profesores. Las guías de trabajo se basaron en las:
 - actividades para el trabajo con el recurso digital de *Fraction Lab* propuestas en <http://fractionslab.lkl.ac.uk/>¹⁵;
 - hojas de trabajo para explorar ideas matemáticas con *interactivos (simulaciones)* propuestas en <https://phet.colorado.edu/es/simulations>
 - actividades de trabajo con *Logo* tomadas del libro “*Programación computacional para matemáticas de secundaria: Libro de actividades para el alumno*” (Sacristán y Esparza, 2005) de EMAT; y
 - guías de un curso de *GeoGebra* propuestas en <https://mileto.cica.es/cursos/node/204?codigo=01-GEOINICIO>.

8.2.2. La metodología de investigación en la implementación del curso

Guiado por los mismos elementos teóricos que fundamentaron la propuesta de intervención se definió la metodología de trabajo para la recolección de datos que diera cuenta del proceso de apropiación del conocimiento tecnológico pedagógico del contenido por parte de los profesores. Para este propósito fue necesario diseñar instrumentos que recuperaran información de los diferentes momentos que integraron el curso (cuando se

¹⁵ <https://web.archive.org/web/20190313021147/http://fractionslab.lkl.ac.uk/>

estudiaron los recursos digitales, cuando experimentaron con ellos en clase y cuando reflexionaron sobre esta experiencia), pues en ellos se podrían hallar evidencias de la adquisición de los distintos conocimientos del TPACK.

i. Los instrumentos de investigación

Como se vio en el apartado 3.1.4, el TPACK, según lo proponen Mishra y Koehler (2006), es la conjunción del conocimiento pedagógico (PK), el conocimiento tecnológico (TK) y el conocimiento del contenido (CK), a partir de los cuales se deriva el conocimiento pedagógico del contenido (PCK), el conocimiento tecnológico del contenido (TCK) y el conocimiento pedagógico de la tecnología (PTK), que a su vez su conjunción hace el TPACK. Los autores de este planteamiento advierten que, si bien su esquematización ayuda a comprender el conocimiento que requiere el profesor para hacer uso de la TD en la enseñanza, difícilmente se puede ver por separado cada uno de sus componentes, ya que siempre están entremezclados. Con esta consideración se emprendió la intervención-investigación, sin tratar de identificar necesariamente por separado cada uno de los componentes del TPACK, aunque tampoco se estaba cerrado a tratarlos si salían a relucir. Bajo este entendido se definieron el tipo de datos a recabar, los instrumentos a utilizar para ello, el momento del curso en que se obtendrían y los conocimientos del TPACK que reflejarían, como se muestra en la Tabla 8.6. Así, los datos a recabar en la investigación fueron:

- *Las hojas de trabajo* con preguntas de reflexión (ver Apéndice C: C.8, C.9, C.10 y C.11). Se recolectarían las hojas de trabajo resueltas por los profesores durante el curso —donde resolvían situaciones matemáticas con el apoyo de los recursos digitales—, además de un cuestionario sobre su experiencia con el recurso digital y sobre sus aprendizajes adquiridos. La información recabada con las hojas de trabajo y cuestionario brindaría información sobre el TCK, el PCK y el TK
- *Los planes de clase diseñados por los profesores*. La planeación del contenido daría información sobre el PCK y, a la vez, del TCK en el tipo de actividades propuestas con el uso del recurso digital. Para facilitar la elaboración del plan de clase de cada profesor, se diseñó una plantilla (ver Apéndice C.12) que se les proporcionó.

- *Observaciones de clase con el uso de TD.* El trabajo del profesor en el aula brindaría información sobre los distintos componentes del TPACK: del TCK y PTK en las actividades realizadas con el recurso digital, el TK en el manejo técnico del recurso, el PK en la gestión de la clase, sobre el PCK y el CK en el tipo de tareas, orientaciones y explicaciones dadas por el profesor sobre el contenido.
- *Entrevista a los profesores.* Se decidió preguntar a los profesores sobre su experiencia de enseñanza empleando los recursos digitales, con el fin de rescatar más datos sobre sus conocimientos del TPACK observados en la clase. Para esto se diseñó una entrevista semiestructurada.
- *Registro de las discusiones de las experiencias docentes con el uso de TD.* Durante el curso de formación, se hacían reflexiones colectivas de los profesores, sobre sus experiencias utilizando TD en sus clases de matemáticas. Para esto se establecieron puntos de discusión en torno al manejo del software, sobre las tareas de enseñanza realizadas con él, sobre el contenido abordado. Se esperaba que en estas evidencias surgieran elementos de todos los conocimientos del TPACK. De estas sesiones de reflexión se tomaron notas de campo.
- *Diario del profesor.* Se propuso que los profesores llevaran registro de su experiencia donde describieran lo su experiencia de enseñanza con el uso de TD y sus reflexiones (ver Apéndice C.13). Este recurso proporcionó más evidencias sobre su proceso de adquisición de los distintos conocimientos del TPACK.

Tabla 8.6. Instrumentos de la investigación del primer curso de formación

Instrumento	Datos recolectados	Componente del TPACK que atiende	Momento de aplicación
Hojas de trabajo y cuestionario	<ul style="list-style-type: none"> • Hojas de trabajo y cuestionario resueltos por los profesores con el uso de los recursos digitales a las tareas planteadas • Comentarios de los profesores sobre su experiencia con el software, con el aprendizaje del contenido y con la perspectiva de uso para la enseñanza 	TCK, PCK y TK	En sesión del curso de formación

Plantilla de plan de clase	<ul style="list-style-type: none"> Planes de clase y hojas de trabajo creadas por los profesores 	TCK, PCK y TK	En sesión del curso de formación
Guía de observación	<ul style="list-style-type: none"> El trabajo que realizó el profesor en el aula empleando recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas 	TCK, PCK, TPK, TK, PK y CK	En el aula del profesor
Entrevista semiestructurada	<ul style="list-style-type: none"> Comentarios de los profesores sobre su experiencia de enseñanza empleando recursos digitales 	TCK, PCK, TPK, TK, PK y CK	En el aula del profesor
Registro de la discusión colectiva.	Discusión colectiva de los profesores del curso sobre su experiencia de clase de matemáticas con tecnología digital.	TCK, PCK, TPK, TK, PK y CK	En sesión del curso
Diario del profesor	La experiencia del profesor con el uso de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas.	TCK, PCK, TPK, TK, PK y CK	En el momento que el profesor lo estableciera.

Como se muestra en la tabla y en la descripción de las evidencias e instrumentos, la investigación propuesta estuvo centrada en los conocimientos que ponían en juego los profesores en cada uno de los momentos del curso, de tal manera de capturar su evolución y en consecuencia de su desarrollo profesional.

ii. Población de profesores y datos del coordinador

Para integrar el grupo de profesores que participaría en el curso que llamamos “El uso de tecnologías digitales para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria”, se invitó a aquellos de las escuelas donde se realizó la fase diagnóstica de la investigación sin importar el grado que atendieran. La invitación fue hecha formalmente por escrito (ver Apéndice C, apartado C.1) a 26 docentes para integrar un equipo de profesores investigadores sobre el uso de las tecnologías digitales para la enseñanza de las matemáticas. Se les explicaron los contenidos que tendría el curso y que se esperaba implementaran los recursos vistos en sus respectivos grupos escolares, para así explorar su potencial para la enseñanza y aprendizaje. Las cartas fueron entregadas con el propósito de motivar a los profesores a colaborar, así como contar con el apoyo de las de su autoridad escolar en facilitarles las condiciones para sus prácticas con tecnología.

Inicialmente casi todos los profesores invitados estaban dispuestos a participar (con 20 registrados), pero los efectos del terremoto de septiembre de 2017 (ver Apéndice C,

apartado C.2) y cuestiones familiares de los profesores, llevaron a que sólo 13 iniciaran el curso. Esta población fue muy cambiante, ya que se agregaron y desagregaron profesores durante el transcurso del curso, contando al final con sólo doce participantes que concluyeron el curso de un total de 29 que participaron. La relación de profesores participantes (pseudónimos) en el primer curso, se muestra en la Tabla 8.7. Solo uno de los profesores observados (Tabla 8.2.) en la fase diagnóstica (Carmelo) participó en el curso. Y sólo tres (Bety, Carmelo y Rubén) fueron de los que iniciaron el curso.

Los docentes participantes atendían a diferentes grados escolares, como se muestra en la Tabla 8.7.

Tabla 8.7. Población de profesores participantes en el primer curso

NP	Profesor ¹⁶	Formación	Tipo de escuela	Años de experiencia docente	Grado que atiende	Curso de TD para la enseñanza	Concluyó el curso
1	Aldair**	LEP	Rural	12	1°	Sí	No
2	Alejandro**	LEP	Rural	11	5°	Sí	No
3	Anabel*	LEP	Urbana	32	6°	Sí	Sí
4	Bety	LEP	Rural	11	3°	No	Sí
5	Carmelo ¹⁷	LEP	Rural	15	4°	No	Sí
6	Edith*	LE-UPN	Urbana	18	1°	No	Sí
7	Esaú*	LEP	Rural	13	2°	No	No
8	Evelia*	LEP	Rural	14	6°	No	Sí
9	Fer*	LEP	Rural	Director	--	No	No
10	Fredy**	LEP	Rural	13	Unitaria	No	No
11	Gaby*	LEP	Rural	19	1°	No	Sí
12	Georgina*	LE-UPN	Urbana	16	4°	Sí	No
13	Grío**	LEP	Rural	12	2°	No	No
14	Gualberto**	LEP	Rural	9	4°	No	No
15	Irma**	LEP	Rural	19	3°	No	No
16	Ita**	LEP	Urbana	18	3°	No	No
17	Jessica*	LEP	Rural	16	4°	No	No
18	José**	LE-UPN	Rural	10	3°	No	No

¹⁶ Pseudónimos, en orden alfabético.

¹⁷ Este profesor fue observado al dar su clase en el estudio diagnóstico (ver Tabla 8.2.)

19	Lidia*	LE-UPN	Urbana	14	1°	No	Sí
20	María**	LEP	Rural	17	6°	No	No
21	Maribel*	LEP	Rural	13	3°	No	No
22	Mercedes**	LEP	Rural	16	4°	No	No
23	Miriam*	LEP	Rural	16	4°	No	Sí
24	Rubén	LEP	Urbana	11	4°	No	Sí
25	Sobeida*	LEP	Urbana	27	4°	No	Sí
26	Valeria*	LEP	--	0	--	No	Sí
27	Yair*	LEP	Profesor de Normal	13	--	No	No
28	Zapata*	LE-UPN	Rural	15	Aula de medios	Sí	Sí
29	Zulema**	LEP	Rural	11	4°	No	No

(LEP = Licenciatura en Educación Primaria; LE-UPN=Licenciatura en Educación por la UPN)

* Estos profesores se unieron al curso después de un par de meses del inicio del curso.

** Estos profesores desertaron del curso en los primeros meses.

Yo funjé como coordinador del curso, por lo que describiré mi trabajo y las implicaciones que tuvo el realizar este proyecto de intervención e investigación. Empecé el trabajo de promover y dar cuenta del desarrollo profesional del profesor sobre el uso de tecnología para la clase de matemáticas, sin ser experto en el área. Las actividades de estudio en el doctorado, el interés por aportar a la formación de los profesores de Oaxaca y la guía de mi asesora fueron las herramientas y motores para adentrarme en esta aventura.

Antes de iniciar esta investigación, mi experiencia era como docente (durante 17 años¹⁸ hasta ese momento) en educación primaria. En cuanto a mi experiencia con el uso de tecnología para la enseñanza, me tocó estar frente a grupo en el periodo en el que se implementó Enciclomedia en las escuelas, periodo en el que tomé cursos sobre la plataforma y la utilicé en el aula para:

- visualizar los libros de texto y discutir los trabajos realizados;
- proyectar material enciclopédico contenido en las computadoras;

¹⁸ Ocho años estuve frente a grupo en escuelas primarias multigrado y de organización completa, en funciones de profesor y de director. Otros 9 años estuve en cargos como asesor técnico pedagógico en zonas escolares y en cargo técnico pedagógico en el estado de Oaxaca.

- proyectar videos y animaciones de las distintas materias contenidas en el programa; y
- realizar algunas actividades interactivas donde los niños podían pasar al pizarrón electrónico para manipular.

Así, mi experiencia con Enciclomedia, fue más de presentación que de usos significativos. Sin embargo, fue una experiencia novedosa y muy atractiva tanto para mí como para los alumnos, ya que le daba mayor interés, dinamismo y participación a la clase.¹⁹

Otro momento de mi experiencia con el uso de tecnología fue el haber sido asesor de Enciclomedia en una zona escolar, donde realicé trabajo de campo de visitas a las escuelas para orientar la navegación por el programa y resolver dudas o problemas técnicos. Una actividad más que desarrollé fue impartir curso de computación a los profesores en contrahorario para favorecer el manejo de la computadora ya que no la utilizaban, esa fue su primera experiencia. Esta actividad fue para favorecer el uso de Enciclomedia.

8.3. SEGUNDO CICLO DE INTERVENCIÓN-INVESTIGACIÓN (SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN)

8.3.1. El rediseño del curso: el segundo curso de formación

Los resultados obtenidos a partir de la puesta en práctica del primer curso (ver Capítulo 10) y la revisión de nueva literatura llevaron a realizar ajustes de fondo a la propuesta de intervención-investigación, según la metodología iterativa de una IBD (ver Capítulo 6).

Al igual que para el primer curso, los resultados del diagnóstico realizado fueron piezas clave para el diseño del segundo curso de desarrollo profesional. Sin embargo, en cuanto a los fundamentos teóricos hubo algunos cambios y agregados a los propuestos en la

¹⁹ Quiero hacer mención que el programa estuvo destinado a quinto y sexto grados, donde no siempre fue bien recibido debido a que había profesores que no sabían hacer uso de este recurso y les preocupaba sobremedida. Algunos profesores “expertos” en quinto y sexto grados dejaron de estar en ellos debido al uso de Enciclomedia, otros que no se cambiaron no lo utilizaron más que para su propio trabajo administrativo o reproducción de material impreso, ya que contaba con impresora, lo que si fue aprovechado por todos, pero para el uso pedagógico no fue así.

propuesta del primer curso. Uno de los cambios tuvo que ver con la manera de concebir el conocimiento requerido por el profesor para enseñar matemáticas con el uso de recursos digitales, pues en lugar de continuar con la aproximación teórica del TPACK (Mishra y Koehler, 2006) optamos por la aproximación del [M]PTK (Thomas y Palmer, 2014).

i. Fundamentos del segundo curso

El primer cambio fue en el diseño del curso, pues la organización de los temas y la metodología de trabajo ya no fue de acuerdo con el TPACK (Mishra y Koehler, 2006), sino de acuerdo con el modelo del conocimiento pedagógico de la tecnología ([M]PTK propuesto por Thomas y Palmer, 2014). Este cambio fue debido a que el [M]PTK (ver apartado 3.1.5) es: un marco enfocado directamente a la enseñanza de las matemáticas; retoma como uno de sus componentes el conocimiento matemático para la enseñanza de las matemáticas propuesto por Ball et al. (2008); y retoma la aproximación instrumental para comprender la relación entre el profesor y los recursos digitales.

A este cambio de aproximación teórica al conocimiento del profesor, le agregamos el marco de la Aproximación Documental de lo Didáctico (ADD), debido a que ésta propone un modelo para comprender el desarrollo profesional del profesor a partir de su interacción con los recursos que emplea en su práctica docente (trabajo documental), lo que, para el propósito de esta investigación, era conveniente, ya que buscaba estudiar el proceso de integración de un nuevo recurso (digital) en su clase de matemáticas. Además, este modelo propone una metodología para indagar ese trabajo documental del profesor, lo cual permite dar cuenta de los cambios surgidos en su práctica (y en su conocimiento) al integrar un nuevo recurso.

Estos cambios y agregados teóricos realizados, sumados a la experiencia previa del estudio, dieron lugar a diseñar un curso que enfatizó la práctica del profesor como el centro de su actividad. De esta manera, la metodología e instrumentos de investigación propuestos cambiaron, pues ahora no se buscaba identificar los conocimientos de los profesores (TPACK), sino analizar su trabajo documental al integrar el uso de recursos digitales en su clase de matemáticas.

ii. Contenidos y componentes del segundo curso

Al igual que para el ciclo del primer curso de la intervención-investigación, presentamos el segundo curso considerando sus fundamentos, componentes, materiales, y metodología de su implementación. En la Tabla 8.8, se muestran los objetivos de la investigación – parecidos a los del primer curso— y un resumen de las nuevas actividades realizadas, las cuales se abordan en lo subsecuente.

Tabla 8.8. Diseño e implementación de la fase final de intervención-investigación (segundo curso)

Objetivos	Actividades realizadas
<ul style="list-style-type: none"> • Rediseñar el curso dirigido a profesores de educación primaria para favorecer la integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas. 	<p>Se diseñó un segundo curso bajo las siguientes características:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Duración de 120 horas (seis horas semanales durante cinco meses). • El curso se organizó en tres módulos: el primero dirigido al trabajo con applets diversos (incluidos los de Enciclomedia); el segundo al trabajo con GeoGebra; y el tercero al trabajo con Logo. • Las actividades de cada módulo del curso se desarrollaron en un ciclo de cuatro momentos: <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Estudio de los recursos digitales</i>, donde, a partir de actividades estructuradas con hojas de trabajo, se pretendió que los profesores: se apropiaran del uso técnico y didáctico de los recursos digitales; discutieran las potencialidades de la TD a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; y profundizaran en el conocimiento de los contenidos curriculares involucrados. 2. <i>Diseño de planes de clases</i>, donde los profesores, reunidos en equipo, definirían el tema, el recurso digital y la secuencia de actividades de la clase. 3. <i>Implementación por los profesores de las clases diseñadas</i> en el momento anterior, con sus estudiantes en su aula. 4. <i>Reflexión grupal de la experiencia</i>, a partir de la exposición que realizaran los profesores sobre lo vivido en su aula.
<ul style="list-style-type: none"> • Definición de la población de profesores participantes 	<ul style="list-style-type: none"> • Invitación a los profesores que participaron en el estudio diagnóstico para integrarse al segundo curso de desarrollo profesional y en la investigación.

<ul style="list-style-type: none"> • Metodología para dar seguimiento al proceso mediante el cual los profesores integran el uso recursos digitales en su clase de matemáticas. 	<p>Para dar seguimiento al proceso de integración de recursos digitales (basándonos en la Aproximación Documental de lo Didáctico) se propusieron realizar las siguientes acciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observaciones de las clases, diseñadas por los profesores durante el curso, donde integraron el uso de los recursos digitales propuestos. • Recolección de datos del segundo curso: <ul style="list-style-type: none"> - Los planes de clase diseñados por los profesores en los que integraran el uso de recursos digitales. - Las presentaciones digitales elaboradas por los profesores donde describieran y reflexionaran sobre su experiencia al implementar la clase diseñada. • Entrevistas a los profesores: <ul style="list-style-type: none"> - Iniciales, antes de iniciar el curso, para indagar su sistema de recursos y la manera como lo utilizan para el diseño e implementación de su clase de matemáticas (su sistema documental inicial). - Finales, después de cada una de las clases (diseñadas como parte del curso) en las que integraran el uso de recursos digitales, con el fin de recuperar su sentir y los cambios que tuvieron que realizar a su forma de enseñanza habitual.
--	--

De acuerdo con los planteamientos teóricos retomados, en esta segunda versión del curso, se buscó desarrollar la génesis instrumental y el trabajo documental de los profesores, como se muestra en las temáticas del curso y en los momentos para abordarlos (ver Apéndice D).

Los contenidos. En esta ocasión, a diferencia de la primera versión del curso (primer ciclo), nombramos los módulos iniciando con el recurso digital y después los contenidos escolares. Así la atención estaba puesto en la apropiación de los recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas. La descripción detallada del segundo curso se presenta en el Apéndice D.

- *Módulo I. Estudio didáctico de diversas aplicaciones digitales interactivas diseñadas para contenidos escolares específicos de matemáticas* (e.g., interactivos de Enciclomedia, de Descartes, applets de GeoGebra –ver Tabla 8.5). En este modulo no se definió un contenido escolar particular: los interactivos trabajados durante el curso eran sólo ejemplos; los profesores podrían emplear otros interactivos diferentes en sus

clases, dependiendo de sus necesidades. Este módulo se llevó a cabo en cinco sesiones semanales de 3 horas cada una.

- *Módulo II. Estudio didáctico de GeoGebra para la enseñanza de la geometría y la medición.* Los contenidos de este módulo fueron iguales a los del primer curso. Este módulo se llevó a cabo en cuatro sesiones semanales de 3 horas cada una.
- *Módulo III. Estudio didáctico del ambiente de programación Logo para la enseñanza de la geometría y la medición.* A diferencia del primer curso, donde se diseñaron hojas de trabajo para el estudio de Logo, en el segundo curso se tomaron, para tal fin, hojas de trabajo directamente del libro de actividades de EMAT: “*Programación computacional para matemáticas de secundaria*” (Sacristán y Esparza, 2005), ya que éstas últimas ya se encontraban mejor diseñadas y estudiadas que las que yo había diseñado en el primer curso. Este módulo se llevó a cabo en cuatro sesiones semanales de 3 horas cada una.

Los momentos de trabajo para cada módulo del segundo curso. El trabajo para cada módulo estuvo organizado en cuatro momentos (ver Tabla 8.9). A diferencia de lo realizado en el primer curso, en el segundo curso se puso mayor énfasis en el estudio técnico y didáctico de los recursos digitales y en la puesta en práctica de estos recursos en situaciones de enseñanza reales, mientras que la revisión bibliográfica por parte de los profesores se eliminó. Esto último se debió a que los profesores no realizaban las lecturas (ver Capítulo 10); en su lugar, durante el primer momento de cada módulo, el asesor del curso (investigador) expuso ideas centrales de los textos. Así los cuatro momentos de cada módulo fueron:

- El primer momento fue para la exploración técnica y didáctica de los recursos digitales a través de la resolución de hojas de trabajo guiadas por el investigador (que fungió como asesor). En dichas hojas de trabajo se plantearon tareas matemáticas que implicaban el uso del software. Se proponía discutir esta experiencia e incluía actividades para que el asesor compartiera elementos de la literatura sobre el uso pedagógico de la tecnología y sobre los contenidos matemáticos.

- El segundo momento fue para el diseño de clases en colectivo, donde los profesores definirían el contenido, el recurso digital a utilizar y las actividades de desarrollo de la clase.
- El tercer momento fue para que los profesores implementaran la clase diseñada con sus estudiantes.
- El cuarto momento fue para el análisis y reflexión colectiva de las experiencias vividas. En esta actividad, los profesores exponían sus experiencias para ser comentadas en el grupo de trabajo.

Como vemos, la organización de cada módulo estuvo centrada en la práctica del profesor para que éste conociera los recursos digitales y aprendiera a implementarlos en su clase de matemáticas.

Tabla 8.9. Los momentos del segundo curso, sus actividades y sus objetivos.

Momentos	Actividades	Objetivos
Estudio de recursos digitales a partir de resolver tareas matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> -<i>Realización en equipo de tareas matemáticas</i> con el uso del recurso TD del módulo. -<i>Discusión grupal</i> de las estrategias de resolución a las tareas matemáticas. -<i>Exposición por el asesor</i> de las características de la actividad realizada: el recurso digital, el contenido curricular y su enseñanza. 	<ul style="list-style-type: none"> -<i>Tecnológico</i>: Apropriarse del uso técnico de los recursos digitales. -<i>Pedagógico</i>: Reconocer las potencialidades didácticas de los recursos digitales. -<i>Contenido</i>: Reconocer características del contenido trabajado con el recurso.
Planeación de clases de matemáticas que involucre el uso de recursos digitales.	<ul style="list-style-type: none"> -<i>Diseñar, reunidos en equipo, planes de clase</i> sobre contenidos escolares integrando el uso de recursos digitales. -<i>Exposición</i> de los planes de clase. 	<ul style="list-style-type: none"> -<i>Tecnológico</i>: Apropriarse del recurso digital para la enseñanza. -<i>Pedagógico</i>: Diseñar actividades didácticas con el uso de un recurso digital. -<i>Contenido</i>: Considerar las características del contenido en el diseño de la clase.

Implementación de la clase de matemáticas con recursos digitales	La diseñada por los profesores	<p><i>-Tecnológico:</i> poner en prácticas su conocimiento del recurso digital y su aprovechamiento en la enseñanza.</p> <p><i>-Pedagógico:</i> Poner a prueba el diseño de su clase involucrando el recurso digital.</p> <p><i>-Contenido:</i> Poner en práctica su conocimiento del contenido en el desarrollo de la clase.</p>
Reflexión de la clase con recursos digitales.	<p>- <i>Análisis de las clases</i> de los profesores video grabados.</p> <p>- <i>Exposición</i> del análisis de los equipos.</p>	<p><i>-Tecnológico:</i> Reflexionar sobre los aportes del recurso digital a la clase.</p> <p><i>-Pedagógico:</i> Reflexionar sobre las actividades implementadas usando el recurso digital.</p> <p><i>-Contenido:</i> reflexionar sobre el aprendizaje del contenido con el uso del recurso digital.</p>

Estos cuatro momentos, bajo los cuales se organizó el trabajo de cada módulo, componían un trayecto cíclico para que los profesores adquirieran el conocimiento pedagógico de la tecnología (PTK). Este ciclo iniciaba con actividades para promover la génesis instrumental de los recursos digitales y continuaría con otras (trabajo documental) para la génesis documental —el diseño, implementación y reflexión del uso didáctico de estos recursos— (Figura 8.1).

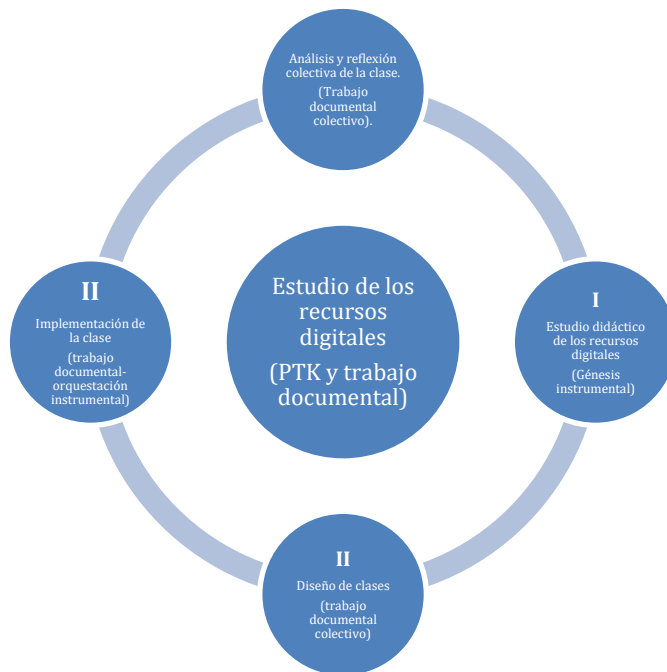


Figura 8.1. Ciclo de los momentos para el estudio didáctico de los recursos digitales.

iii. Duración y espacio de trabajo del segundo curso

El segundo curso tuvo una *duración* de 120 horas, distribuidas en seis horas semanales durante 13 semanas.

En cuanto al *espacio* para llevar a cabo el segundo curso, en esta ocasión fue un aula de una escuela primaria de la localidad de Huajuapán de León, Oaxaca, población de residencia de los profesores participantes.

iv. Metodología de implementación del segundo curso

La metodología de trabajo para este curso se mantuvo sin muchas modificaciones:

- *Presencial*. El trabajo se desarrolló cara a cara, cubriendo seis horas a la semana durante cinco meses (120 horas), con el objetivo de brindar mayor apoyo a los profesores en su iniciación del uso pedagógico de recursos digitales.
- *Validez institucional*. En esta ocasión se buscó la validez del curso por una institución, lo que favoreció el interés de los profesores por participar y ayudó a que se mantuvieran más comprometidos con el trabajo del curso, ya que era un requisito para obtener su documento de validez. Esta estrategia resultó necesaria y útil debido

a que en la primera ocasión los profesores invitados no se comprometieron de la misma manera.

- *Aproximación práctica-teórica.* Para este segundo curso, invertimos la relación teórica-práctica para enfatizar a la práctica como el punto de partida en la formación de los profesores. El trabajo que se realizó siempre se inició con la práctica (resolver tareas matemáticas, diseñar clases, implementarlas, y reflexión sobre estas actividades).
- *Trabajo en equipo y grupal.* La dinámica del trabajo del curso siempre fue por equipos y grupal, con el fin de la interacción enriqueciera los aprendizajes y buscando favorecer la creación de una comunidad de práctica.
- *Acompañamiento personalizado.* Al igual que en el diseño del primer curso, para este segundo, también se dio seguimiento de manera personal a los profesores en las sesiones del curso y con visitas a las escuelas para motivarlos y apoyarlos a experimentar con los recursos digitales en su clase de matemáticas.
- *Apoyo informático.* Se dio apoyo técnico con el manejo y actualización de los equipos que los profesores utilizaba en las sesiones del curso y también a los equipos de sus escuelas donde laboraban.

v. Materiales para el segundo curso

Los materiales digitales recolectados consistieron en el mismo repositorio que se hizo para el estudio del primer curso, aunque se agregaron algunos recursos más, obtenidos de las fuentes ya citadas en la Tabla 8.5. Por otra parte, dado que el primer módulo no se dirigió a un contenido ni una aplicación en particular sino fue abierto —a diferencia de lo llevado a cabo en el primer curso que fue para trabajar el contenido de fracciones con el uso de Fraction Lab— organizamos las aplicaciones del repositorio de acuerdo con la clasificación de contenidos en la educación primaria, de tal modo que los profesores pudieran tener mayor facilidad para la selección de los recursos cuando diseñaran sus clases.

vi. Participantes en el curso

El curso quedó integrado por 20 profesores de las escuelas donde se realizó el diagnóstico, a quienes se les invitó de manera informal a participar en un diplomado sobre

el uso de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. En la convocatoria se plantearon los requisitos que debían cubrirse para obtener el comprobante del curso (asistencia, realizar actividades del curso) y se les pedía a los profesores su colaboración en la investigación, aspecto que se detalló en la primera reunión de trabajo.

La población de participantes (ver Tabla 8.10) estuvo compuesta por:

- Cinco profesores que contaban con entre 1 y 10 años de servicio; 12 entre 11 y 20 años de servicio; dos entre 21 y 30 años; y uno de más de 30 años.
- Once profesores laboraban en escuelas rurales y nueve en escuelas urbanas.
- Tres profesoras laboraban en escuelas multigrado y los demás en escuelas de organización completa;
- 17 eran profesores frente a grupo y otros tres eran directores;
- 18 contaban con licenciatura en educación y dos con estudios de maestría;
- Doce profesores atendían a grados de cuarto a sexto, cinco estaban a cargo de grados de primero a tercero y los otros tres eran directores

Tabla 8.10. Población de profesores participantes en el segundo curso.

NP	Profesor ²⁰	Formación	Tipo de escuela	Años de experiencia docente	Grado que atiende	Curso de TD para la enseñanza
1	Evelia	LE-UPN	Rural	10	Directora	No
2	Francisco	LE-UPN y maestría	Urbana	13	Director	No
3	Moisés	LEP	Urbana	33	Director	Sí
4	Abel	LE-UPN	Rural	7	5°	Sí
5	Cleo	LE-UPN	Rural	7	4°	Sí
6	Gertrudis	LEP	Urbana	24	6°	No
7	Graciela	LEP	Rural	15	2°	No
8	Hermelinda	LEP	Urbana	20	5°	Sí
9	Ingrid	LEP	Rural	14	6°	No
10	Thelma	LEP	Rural multigrado	16	4°, 5°, 6°	No
11	Isabella	LE-UPN	Rural multigrado	11	1°, 2°, 3°	No
12	Lucero	LEP	Rural	15	3°	No
13	Manuel	LE-UPN	Rural	15	1°	Sí
14	Mauricio	LEP	Urbana	12	4°	No

²⁰ Pseudónimos. Después de directores, nombres en orden alfabético.

15	Musio	LEP	Urbana	17	5°	No
16	Norma	LEP	Urbana	16	4°	No
17	Ofe	LEP y MDE	Rural	9	5°	Sí
18	Olivia	LEP	Urbana	26	5°	No
19	Rosalba	LP	Urbana	2	5°	No
20	Verenice	LE-UPN	Rural multigrado	14	3°, 4°	Sí

(LEP = Licenciatura en educación Primaria LE-UPN=Licenciatura en Educación por la UPN)

8.3.2. Metodología de investigación en la implementación del segundo curso

Como ya lo señalamos, en esta investigación buscamos explorar el proceso mediante el cual el profesor integra un nuevo recurso (digital) en su práctica de enseñanza de las matemáticas. Para obtener información de este proceso recurrimos a herramientas metodológicas de la ADD, ya que éstas nos darían evidencia de los cambios en la práctica y desarrollo profesional del profesor al integrar recursos digitales en su trabajo documental para la enseñanza de las matemáticas. Enseguida presento la ruta metodológica y lo instrumentos implementados.

i. Ruta metodológica

- I. *Indagación del sistema de recursos de los profesores:* Esta indagación se dio a partir de la realización de una entrevista individual semiestructurada que se realizó a los profesores antes de iniciar su participación en el curso (ver Apéndice D). Con fundamento en la metodología ADD señalada por Gueudet y Trouche (2012), se les pidió a los docentes que realizaran un esquema escrito de los recursos de los que se valen para su clase de matemáticas (sistema de recursos), a partir del cual se llevó a cabo una entrevista en la que se explicaron en qué consistía cada uno de los recursos señalados y la manera de utilizarlos. Esta entrevista fue acompañada de fotografías de los recursos, señalados por los profesores a los que tuvimos acceso. La información recolectada serviría de base para valorar los cambios de su trabajo documental al integrar los recursos digitales propuestos en el curso.

- II. *Seguimiento del trabajo documental del profesor.* El trabajo documental al que se le dio seguimiento, se llevó a cabo como parte de las actividades del curso de desarrollo profesional, en donde se recabaron los siguientes datos:
- a. *Los planes de clase.* Estos planes fueron los diseñados de manera colectiva por los profesores, en los cuales integraron el uso de recursos digitales.
 - b. *Observaciones de clase.* Se observó a los profesores dar las clases de matemáticas diseñadas en el segundo curso de formación. Para esta observación se contemplaron los elementos de la orquestación instrumental (Drijvers, 2014): Configuración didáctica, modo de explotación y actuación didáctica.
 - c. *La reflexión de la clase.* Esta reflexión se llevó a cabo a partir de una *presentación digital* en la que cada profesor describió su experiencia de la clase de matemáticas que implementó con el uso de recursos digitales, y se comentó entre todos los profesores participantes en el curso. Este momento fue video grabado con el fin de tener evidencia de cada reflexión grupal de experiencias en clase.
- III. *Profundizar en el impacto de los recursos digitales en la práctica.* Posterior al desarrollo de cada módulo del curso, se realizó una *entrevista semiestructurada individual* a los profesores, donde se conversó sobre su experiencia en cada uno de los momentos del curso (estudio de los recursos digitales, diseño de un plan de clase, implementación de la clase, reflexión grupal de la experiencia) para profundizar en el impacto de la integración del recurso digital en su práctica.

ii. Población del estudio

La población con la que contamos al inicio del estudio fueron los 20 profesores registrados en el curso (ver Tabla 8.10). Sin embargo, por distintas razones, no a todos se les pudo dar el seguimiento propuesto en la ruta metodológica (ver Capítulo 0).

SECCIÓN C:

DATOS Y ANÁLISIS DE LAS FASES DE INVESTIGACIÓN

En esta tercera y última sección del documento, se presentan los datos obtenidos y el análisis de cada una de las fases de la investigación.

Respecto al estudio diagnóstico, se muestra la situación de infraestructura digital con que se cuenta en las escuelas primarias de Oaxaca donde se realizó el estudio, así como las formas como los profesores utilizan esta tecnología y la formación que han recibido al respecto.

Se muestran algunos resultados del primer ciclo de intervención-investigación (del primer curso de formación), de sus alcances y limitaciones para favorecer y dar cuenta de la integración de TD en la clase de matemáticas con fundamento en el TPACK (Mishra y Koehler, 2006). Los resultados de este ciclo permitieron la reformulación y mejora de la intervención-investigación para la siguiente fase del estudio.

Finalmente, se describen y analizan los datos obtenidos de la fase final del estudio (el segundo curso), sobre el proceso seguido por los profesores para la integración de TD para la enseñanza de las matemáticas usando la Aproximación Documental de lo Didáctico (Gueudet y Trouche, 2009).

CAPÍTULO 9. RESULTADOS DEL ESTUDIO DIAGNÓSTICO

Como lo señalamos en el apartado metodológico, en nuestra investigación se contempló una fase diagnóstica para explorar la infraestructura digital de las escuelas primarias y las características de la población docente (su formación, experiencia y percepción sobre el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas). Este estudio diagnóstico se realizó entre mayo y julio del 2017, dos meses antes del primer curso de formación (capítulo siguiente). De esta manera, se obtuvo información valiosa para realizar las fases de intervención-investigación. En este capítulo presentamos el reporte de esta fase diagnóstica, a partir de la información obtenida en diez escuelas primarias de la región Mixteca de Oaxaca a las que se tuvo acceso (dos urbanas y 8 rurales) y de la información brindada por nueve de los directores y 67 profesores de grupo de estas escuelas.

9.1. LA INFRAESTRUCTURA DIGITAL DE LAS ESCUELAS Y LOS MODELOS DE INTEGRACIÓN DIGITAL

Con el término de infraestructura digital nos referimos a todos los recursos digitales con lo que se contaba en las escuelas: el equipamiento digital (hardware y software) y servicio de internet. Por otro lado, con el término modelos de integración digital nos referimos a la manera cómo se ha dispuesto del equipo digital en cada escuela: aula de medios, aulas de clase equipadas y equipo itinerante en las aulas.

Cabe señalar que a pesar de que esta fase del estudio se realizó hace cinco años, la infraestructura digital hallada en las escuelas permanece igual, sino es que es más limitado, pues los equipos se han deteriorado más con el tiempo y ya no ha habido nuevos programas del gobierno que promuevan la integración de TD en las escuelas primaria (ver apartado 2.3.1).

9.1.1. El equipamiento digital

Respecto al equipamiento digital, los resultados del estudio diagnóstico mostraron que en todas las escuelas, en el momento de toma de datos, existían computadoras, proyectores y pizarrones electrónicos (ver Figura 9.1). Sin embargo, la cantidad de estos equipos variaba entre una y otra, principalmente en la cantidad de computadoras, el componente principal del equipamiento digital. Vemos que la escuela que contaba con más computadoras sumaba 26 (EVGF), mientras que había otras que solo sumaban dos (EVG, EVJ y EJS). Esta situación deja ver la disparidad en el equipamiento digital de las escuelas y, a su vez, la desigualdad en las posibilidades de que estudiantes y profesores pudieran acceder a una computadora. Como vemos en la Figura 9.2 de “Alumnos por computadora”, la escuela con más posibilidades de brindar acceso contaba con una computadora por cada 10 niños (EMR), mientras que en el otro extremo hay una computadora por cada 170 alumnos (EVJ).

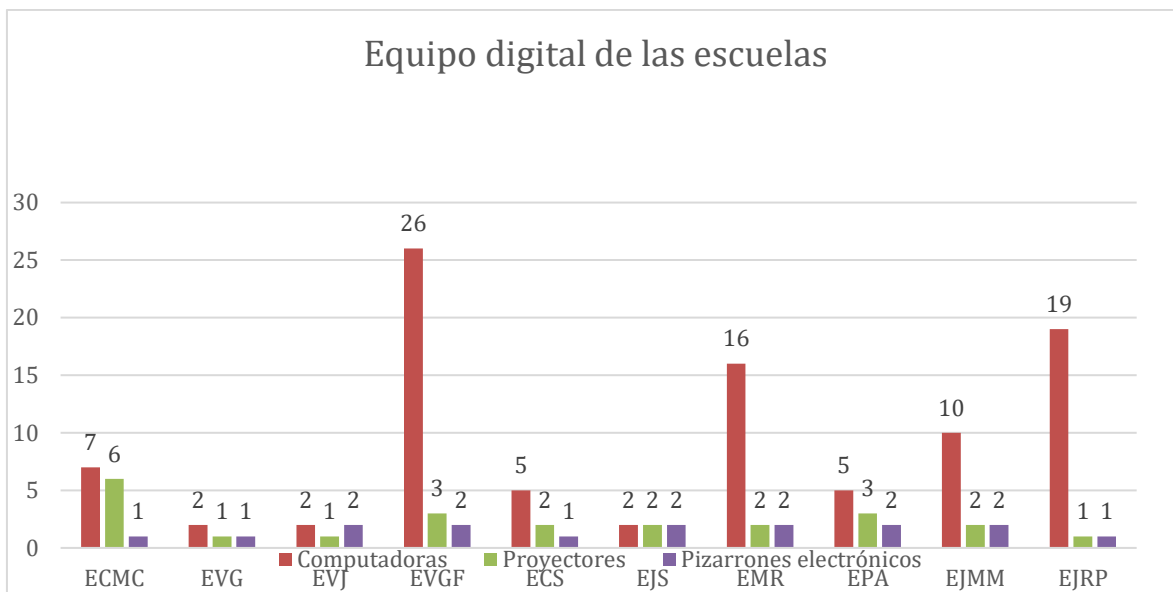


Figura 9.1. Equipamiento digital de las escuelas

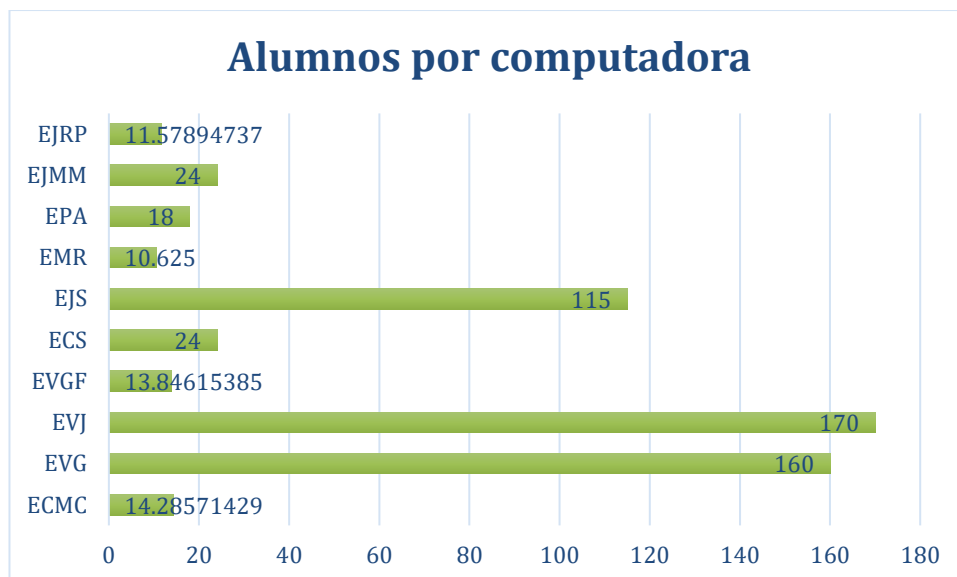


Figura 9.2. Razón de alumnos por computadora

Por otro lado, la condición en que se hallaban los equipos de cómputo no siempre era la deseada, ya que, así como había algunos en condiciones óptimas, había otros en mal estado (ver Tabla 9.1).

Tabla 9.1. Condición del equipo digital de las escuelas estudiadas

Escuela	Computadoras			Proyectores			Pizarrones electrónicos		
	Buen estado	Mal estado	Total	Buen estado	Mal estado	Total	Buen estado	Mal estado	Total
ECMC	7	0	7	6	0	6	0	1	1
EVG	0	2	2	1	1	2	0	1	1
EVJ	1	1	2	1	0	1	0	2	2
EVGF	24	2	26	1	2	3	0	2	2
ECS	4	1	5	1	1	2	0	1	1
EJS	1	1	2	0	1	1	0	2	2
EMR	14	2	16	1	1	1	0	2	2
EPA	3	2	5	1	2	3	0	2	2
EJMM	8	2	10	0	2	2	0	2	2
EJRP	17	2	19	1	0	1	0	1	1
Total	79	15	94	13	10	23	0	16	16

Del total de las computadoras, el 16% (15) se encontraban en mal estado –la mayoría de éstas eran equipos del programa Enciclomedia instaladas en las aulas en el año 2006 (ver Figura 9.3, Figura 9.4, Figura 9.5, Figura 9.6) y que dejaron de tener mantenimiento desde

el año 2011. Más aún, los softwares de esos equipos eran viejos y también carecían de mantenimiento. Por ello, su funcionamiento era lento, varios de los programas precargados de origen ya no funcionaban, y la poca capacidad de los equipos y la desactualización del sistema operativo (Windows Server) dificultaban la ejecución de programas más actuales.



Figura 9.3. Equipo Enciclomedia 1



Figura 9.4. Equipo Enciclomedia 2



Figura 9.5. Equipo Enciclomedia 3



Figura 9.6. Equipo Enciclomedia 4

El resto de los equipos de cómputo (84%) sí se encontraban en buen estado, ya que contaban con sistemas operativos más recientes (desde Windows 7 hasta Windows 10) y recibían mantenimiento, lo que hacía que pudieran responder mejor a las demandas pedagógicas y administrativas de los docentes. De estas computadoras en buen estado la mayor parte se ubicaban en las aulas de medios de las escuelas (ver Figura 9.7, Figura 9.8, Figura 9.9, Figura 9.10, más abajo), otras en la dirección de las escuelas y algunas más en las aulas de clase (ver Figura 9.11).

Respecto a los proyectores existentes en las escuelas el 43% (10) se encontraban en mal estado debido a su desgaste, ya que se trataba de equipo instalado en las aulas como parte del programa Enciclomedia más de diez años antes, por lo que ya emitían luz muy tenue, lo que dificultaba la visualización de la información proyectada.

El resto de los proyectores sí se encontraban en buen estado; eran equipos más recientes, que se encontraban en la dirección de las escuelas a disposición de quien los deseara utilizar.

Por último, los pizarrones electrónicos — otro componente del equipo Enciclomedia instalado en las aulas de clases—, estos ya no eran funcionales como tales, debido a su desconfiguración de los equipos de cómputo, por lo que sólo se usaban como pantallas de proyección.

9.1.1. Servicio de internet

Otro de los componentes identificados en la configuración digital de algunas de las escuelas fue el servicio de internet. En solo la mitad de las escuelas (en cinco de las diez) en las que se llevó a cabo el estudio, se contaba con el servicio de internet (EVGF, EVJ, EJS, EMR y EJMM). Sin embargo, variaba el tipo de servicio de una escuela a otra: En dos (EVGF, EVJ y EJS) se contaba con el servicio de internet gratuito del programa México Conectado²¹ y con servicio de internet de paga (Telmex); en una, se contaba solo con el servicio gratuito de México Conectado; y en las otras dos (EMR y EJMM) se contaban con el servicio de internet satelital otorgado como parte del programa Enciclomedia²². En los casos del internet de paga y del de México Conectado, eran servicios con características aceptables para su uso en la escuela, pues permitían navegar por la web relativamente rápido para buscar, compartir y descargar información; por el contrario, el servicio de internet satelital de Enciclomedia era muy deficiente, lo que dificultaba su utilización.

El servicio de internet de paga, con el que se contaba en dos de las escuelas, era costado por los padres de familia, mientras que el de México Conectado era un servicio brindado por el gobierno, como lo explica el director de una de las escuelas (EVJ):

²¹ México Conectado fue un programa impulsado por el Gobierno de la República Mexicana para brindar a la población el servicio de internet de manera gratuita, a través de puntos de acceso situados en espacios públicos, como escuelas, bibliotecas, etc. Este programa buscaba cerrar la brecha digital existente en el país para favorecer el desarrollo económico de México (Consultores Internacionales S.C., 2017). Este programa se dio por terminado en el año 2019, según el portal de Red en Defensa de los Derechos Digitales (<https://r3d.mx/2019/07/29/gobierno-federal-inicia-el-apagon-de-mexico-conectado/>)

²² Este servicio de internet para Enciclomedia, brindado por el gobierno federal, consistió en la instalación de una antena receptora en la escuela, la cual era direccionada hacia algún satélite para recibir la señal de internet y ser distribuida por un modem hacia las computadoras. Aunque Enciclomedia se dio por terminado en 2011, las antenas seguían captando señales débiles de internet hasta por lo menos el 2017 cuando se hizo el estudio diagnóstico.

Mire, en la institución desgraciadamente se carece de algunas herramientas tecnológicas ¿no? Con lo único que cuenta la institución es servicio de internet, de manera... pues ahora sí... primeramente pagado por la asociación de padres de familia y lo otro que nos manda la federación que es México Conectado, contamos con esos dos servicios digitales.

Una situación lamentable que se vivía en esta escuela (EVJ) es que a pesar de contar dos servicios de internet, no contaban con equipo computacional para su aprovechamiento, y el escaso equipo existente –del programa Enciclomedia— se encontraba en malas condiciones. Por esa razón, el aprovechamiento del internet dependía que los profesores consiguieran algún equipo computacional. De la misma manera, sucedía en otra de las escuelas (EJS), donde también se contaba con servicio de internet del programa México Conectado, pero se carecía de equipo (ver Figura 9.1).

En otra de las escuelas (EVGF) donde también se contaba con dos servicios de internet –el de México Conectado y otro de paga (Telmex), al igual que la escuela anterior (EVJ)—, el primero estaba a disposición de los profesores, sin embargo, carecían de acceso a equipo de cómputo para aprovecharlo o bien, el equipo disponible (Enciclomedia) carecía del hardware para conectarse a la red. Por otro lado, el servicio de paga (Telmex) solo era para uso del responsable del aula de medios –quien lo utilizaba para la investigación de contenido digital y para el mantenimiento de los equipos— o para uso administrativo de la dirección de la escuela.

Con relación al internet satelital, eran dos las escuelas (EMR y EJMM) que solo contaban con este servicio de origen gubernamental. Sin embargo, era muy deficiente; tanto así, que difícilmente se puede recurrir a él para cualquier tipo de uso. La profesora encargada del aula de medios de una de las escuelas (EMR) mencionó que el servicio era muy deficiente, ya que su lentitud no permitía su uso con los estudiantes:

Sí tenemos, ¿que será?... nuestro internet no es suficiente como para darle a todas las máquinas. Casi los niños no ocupan el internet. ¿Por qué? Porque es satelital... es satelital entonces carga en una máquina y como que en las demás se pone más lento. Entonces internet, por lo regular todas las máquinas no lo tienen.

Por otra parte, en conversación informal, la maestra me dijo que cuando quería bajar información de la red, debía ponerla a descargar a la hora de entrada a la escuela para que al final del día tuviera el material. Ello da cuenta de la dimensión de la lentitud con la que trabajaba el internet.

Como se ha mostrado, en todas las escuelas se contaba recursos digitales, sin embargo, la mayoría de la veces no eran suficientes para que toda la población de profesores y alumnos de las escuelas accedieran a éstos; sumado a esto, las malas condiciones algunos equipos también eran otra limitante. Por otra parte, la interconectividad en las escuelas aún era escasa (cinco de las diez escuelas) y deficiente, pues en algunos casos, las que contaban con internet satelital, prácticamente era inutilizable.

Estas condiciones de la infraestructura digital de las escuelas poco han cambiado hasta el día de hoy, cinco años después de haberse hecho el estudio. Esto lo hemos constatado de manera informal, al preguntar a algunos de los profesores al respecto. Más aún, la situación puede que se esté agravando, pues en una de las escuelas (ECMC) ya no se cuenta con ningún equipo debido a que fue robado.

Si bien la cantidad de equipo existente en las escuelas es un factor al que se relacionan las posibilidades de los profesores y estudiantes para acceder a éste, otro elemento es el modelo de integración digital, como enseguida se expone.

9.1.2. Modelo de integración digital

Son varios los modelos de integración digital existentes en las escuelas, los cuales se relacionan con la finalidad para la que se usan las tecnologías en estos centros educativos. Los modelos identificados en el estudio diagnóstico fueron: *aula de medios* en cuatro de las diez escuelas (EVGF, EMR, EJMM y EJRP); *aula de clase equipadas* en las diez escuelas; y *equipo itinerante en aulas* en dos escuelas (ECS y EPA). Veamos a mayor detalle las características de estos modelos de integración digital.

9.1.2.1. Las aulas de medios

Estos espacios consistían en aulas equipadas con laptops o PCs –en un caso (EVGF) también se contaba con internet y proyector—, las cuales estaban destinadas para que los estudiantes tomaran clases de computación, de ahí que en las escuelas donde se contaba con aula de medios había un profesor técnico en informática a cargo del aula y de las clases. De las cuatro escuelas que contaban con aula de medios tres son rurales y una urbana (todas son escuelas de organización completa, es decir, cuentan con al menos un grupo por cada

grado). Las aulas de medios contaban con equipos de escritorio y una de ellas con laptops (EJMM).



Figura 9.7. Aula de medios EJRP



Figura 9.8. Aula de medios EMR



Figura 9.9. Aula de medios EVGF



Figura 9.10. Aula de medios EJMM

En las dos primeras imágenes (ver Figura 9.7 y Figura 9.8) vemos las aulas de medios respectivas de las dos escuelas rurales, donde se muestran equipos de escritorio de pantalla plana con sus respectivas mesas. En la imagen de la escuela urbana (ver Figura 9.9) además de equipo y mesas se contaba con proyector y pantalla. En la Figura 9.10 se muestran unas mini laptops que son del equipo del aula de medios. Respecto a los espacios, en los tres primeros casos existe un aula destinada y adecuada para albergar y utilizar los equipos de cómputo, a diferencia del cuarto caso (ver Figura 9.10), donde la biblioteca escolar es el espacio empleado como aula de medios, donde las mini laptops son utilizadas. Por último, debo decir que en cada uno de los cuatro casos se cuenta con profesor responsable del aula de medios, quien coordina el trabajo con los niños y da mantenimiento al equipo.

9.1.2.2. Aulas de clase equipadas

En las escuelas visitadas hallamos la existencia de aulas de clase que han sido equipadas con equipo computacional para el uso didáctico del profesor. En nueve de las diez escuelas aún permanecen (hasta la fecha de este escrito) algunos de los equipos de Enciclomedia y en la escuela donde ya no existen (ECMC) se equiparon todas las aulas utilizando financiamiento de programas federales por iniciativa de los profesores. A continuación, mostro más datos de todas las aulas equipadas que se observaron.

i. Aulas Enciclomedia

El programa Enciclomedia (2003-2011) dotó de equipo digital (computadora, impresora, pizarrón electrónico, proyector, equipo de sonido e internet satelital) a los grupos de quinto y sexto grados de escuelas primarias oficiales. Estos equipos estaban a disposición del profesor de grupo, principalmente para su trabajo pedagógico. Sin embargo, tanto en el 2017, como hasta la fecha de este escrito, la mayoría de ellos se encuentran en malas condiciones por su deterioro y abandono. Esta situación es preocupante debido a que hay escuelas donde estos siguen siendo los únicos equipos de cómputo a disposición de los profesores, como se halló en tres de las escuelas visitadas (EVG, EVJ, EJS), donde éstos eran los únicos equipos con el que contaban.

Respecto a la condición que guardan los equipos de Enciclomedia los directores explicaron, en 2017, que era todo el equipo con que contaban, la condición en que se encontraban y algunas de las causas de su deterioro. El director de una de las escuelas (EVJ) expresó lo siguiente al cuestionarle sobre las computadoras con que contaban: “Computadoras, solamente contamos con dos del programa Enciclomedia, pero que por el momento son obsoletos esos aparatos” agregando que en parte se debía a que los equipos estaban incompletos por causa de la delincuencia: “Mire los equipos de Enciclomedia como le mencionaba, eh, por la misma delincuencia que se ha dado aquí en la zona, están incompletos... están incompletos; de hecho los cañones también fueron extraídos”. De igual manera, el director de otra de las escuelas (EVG) comentó:

Contamos con... solamente con un salón con el equipo: pizarrón, computadora y.. y cañón. Y en el otro salón pues no contamos; de hecho... nada más con la pura computadora y el pizarrón porque el cañón se lo robaron, aunque pues esto también...

me repusieron parte de, porque se llevaron los equipos completos los amantes de lo ajeno.

Para subsanar esta situación los profesores han emprendido acciones, sin tener mucho éxito en ello, como el darles mantenimiento, sin lograr del todo el funcionamiento de los equipos. En la mayor parte de los equipos, ya no se tenía, desde antes del 2017, acceso al contenido digital; el internet satelital de México Conectado, que nunca fue eficiente, era inservible (y dejó de funcionar en 2019); la comunicación con la pizarra electrónica no funcionaba; y los proyectores emitían una luz que, debido a su desgaste, ya era muy tenue. La directora de una escuela (EJMM) explicó parte de estas condiciones de los equipos:

Directora: En un aula de quinto grado y sexto grado tenemos un equipo de Enciclomedia. Es decir, dos equipos de Enciclomedia tiene la escuela únicamente.

Investigador: ¿aún funcionan?

Directora: Funcionan para proyectar nada más. Pero el pizarrón electrónico en ambos casos ya no funciona. Aun cuando hemos querido dar mantenimiento, ya no funciona.

Investigador: ¿Las computadoras, sí traen todavía lo que venía en Enciclomedia [los programas]?

Directora: Ya no, ya no. A una se lo logramos rescatar, pero... como ya no sirven los pizarrones... y los maestros han tenido la necesidad de ocuparlas para enseñar diferentes asignaturas las mandamos a formatear... una de ellas recuperó el paquete de Enciclomedia que traía originalmente, la otra no porque la tarjeta ya no tenía capacidad para poder leer algunos documentos y se le cambió.

El director de otra (EJRP) de las escuelas también explicó las condiciones de sus equipos:

Tenemos dos equipos de Enciclomedia, uno en quinto grado y otro en sexto. Eh, ya no tienen recepción de internet porque tampoco en el aula de medios contamos con el servicio... El servicio que el gobierno pone a disposición al servicio de la educación pues es, perdonen el término ¿no? pero... es ineficiente. ... No sirve para más rápido. Entonces... entonces pues... lo mismo si no... si no funciona ya en el aula de medios entonces, pues menos en las computadoras de Enciclomedia que deberían ser cuatro por lo menos. Porque, este..., desde antes y hasta hoy, se han manejado dos grupos en quinto y dos en sexto. Sin embargo, solo tenemos dos equipos, uno para quinto y uno para sexto. Funcionan muy lentos, pero funcionan. En el caso de uno, pues la pantalla ya no se ve del color que debería, pero... ahí funcionan. Los proyectores [...] en uno de ellos ya terminó su tiempo de vida del foco... y por lo caro de estos materiales pues no le hemos podido reinvertir.

Como se advierte en estos comentarios de los directores, en las escuelas, en el 2017, el equipo de Enciclomedia con que contaban se encontraba muy deteriorado, pues una parte sustancial que integraba el equipo —el internet, el contenido digital precargado y el pizarrón táctil— ya no funcionaba. Algunas fotografías tomadas de los equipos de las escuelas dan cuenta de esta situación, pues se notan su deterioro y abandono (ver Figura 9.3, Figura 9.4, Figura 9.5, Figura 9.6, más arriba).

En los tres primeros casos (ver Figura 9.3, Figura 9.4, Figura 9.5) se observa cómo los equipos estaban en abandono y el mueble de la computadora se utilizaba para otro fin, como un tipo de mesa para colocar material del profesor. En el último caso (ver Figura 9.6) se trataba de un equipo que aún funcionaba: se podía acceder al contenido digital y el proyector aún alumbraba; pero el pizarrón electrónico ya no funcionaba como pantalla táctil. Aun, hasta la fecha de este escrito, los equipos del programa Enciclomedia siguen ahí, en las aulas que desde un inicio fueron se destinaron para tal fin; pero sus condiciones son adversas. Sin embargo, en algunas escuelas son las únicas herramientas digitales con que se cuenta.

ii. Aulas con equipo de cómputo y proyector

En una de las escuelas (ECMC) ya no existen las aulas Enciclomedia debido a que fueron robados. Sin embargo, por iniciativa de los docentes se determinó invertir parte de los recursos de programas federales en el equipamiento de todas las aulas de esa escuela (Figura 9.11) con una computadora de escritorio, mueble para el equipo y un proyector, con el objetivo de enriquecer el trabajo didáctico. A diferencia de los equipos de Enciclomedia, en este caso no contaban con contenido digital didáctico, sino que dependía de lo que el profesor gestionara. Pero al igual que los equipos de Enciclomedia nuevamente estaban en riesgo debido a la delincuencia; de hecho, unos 3 años después del estudio diagnóstico, todos los equipos de esa escuela fueron robadas.

9.1.2.3. Equipo itinerante en aulas

En dos escuelas (ECS, EPA) se optó por adquirir algunas laptops y proyector para ponerlos a disposición de los profesores, para su uso en clase cuando lo requirieran y lo solicitaran, como lo señaló un director: “Contamos también con un cañón, un proyector que

se presta mediante una comisión de material didáctico que cuenta la institución y cada maestro que lo solicite, así se desarrollan las actividades en cada una de las aulas.”



Figura 9.11. Equipo adquirido para cada aula de la escuela ECMC

Como hemos visto, el equipamiento digital existente en las escuelas y las condiciones en que se encontraban, limitaban su integración pedagógica, pues no eran suficientes o no estaban en las mejores condiciones para dar acceso estudiantes y profesores. Además, estas limitaciones eran más agudas en algunas de las escuelas, lo que refleja la gran desigualdad de acceso a TD. Por otra parte, vimos que las escuelas con más equipamiento son las que cuentan con aula de medios, modelo que no favorece mucho la integración pedagógica de la TD por parte de los profesores, pues están destinadas para clases de computación, mientras que los equipos destinados para el uso pedagógico de los docentes (dentro de las aulas o itinerantes) son los menos y en peores condiciones.

Así, aún falta mucho por hacer en materia de equipamiento digital en las escuelas e implementación de políticas para su uso, de tal forma que realmente existan las posibilidades para su integración pedagógico y para cerrar la brecha digital aún existente. Sin embargo, debemos tener claro que para la integración pedagógica de la TD, el profesor juega un papel fundamental, pues de él depende la manera como se utilice en la clase. Por ende, resulta necesaria una formación que permita a los docentes desarrollar sus

conocimientos (M)PTK para poder explotar la potencialidad que tiene la TD para la enseñanza y aprendizaje.

Después de mostrar datos del equipamiento digital de las escuelas, presento resultados relacionados con la formación, experiencia y percepción de los profesores sobre el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas.

9.2. LAS TD EN LA FORMACIÓN PROFESIONAL Y PERCEPCIÓN DE LOS DOCENTES

Los esfuerzos nacionales por dotar de infraestructura digital a las escuelas primarias han planteado que ésta debe ir acompañada de la formación docente para que exista una integración real y significativa de la TD en la enseñanza y el aprendizaje. Sin embargo, todo apunta a que esta formación no ha podido llevarse a cabo como se esperaba (ni el equipamiento): Existe una escasa, casi nula la formación de los docentes sobre el uso pedagógico de esta tecnología para la enseñanza de las matemáticas. A pesar de ello, la mayor parte de los profesores han recurrido alguna vez a esta tecnología para enriquecer su clase de matemáticas, experiencias que les permite tener una opinión positiva o negativa del uso de la TD. Al respecto, expongo enseguida sobre la formación, la experiencia y percepción de los profesores sobre el uso de TD para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

9.2.1. La formación de los profesores participantes

De los 67 profesores que participaron en el cuestionario, el 74.6% respondió que no habían recibido cursos sobre el uso de tecnología digital para la enseñanza. Por otro lado, solo el 23.8% de los profesores afirmaban haber tomado cursos (ver Figura 9.12).

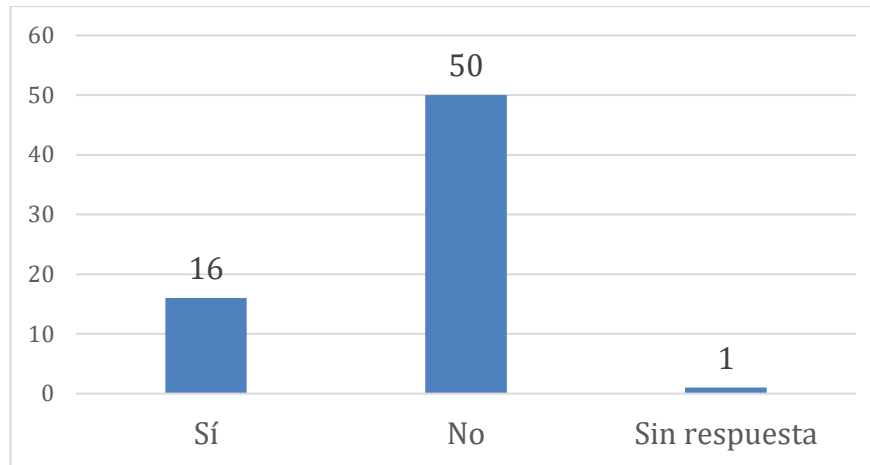


Figura 9.12. Cursos sobre tecnología digital para la enseñanza

De quienes afirmaban haber tomado cursos, siete se referían a los promovidos como parte de la implementación del programa Enciclomedia (hacía más de diez años); cuatro se referían a cursos de paquetería de Office (“ofimática”) y carrera de computación; un profesor mencionó haber tomado un curso relacionado con la enseñanza de las matemáticas “Curso Nacional de Integración de las TICs en Mat.”; y cuatro no mencionaron los cursos que tomaron.

De los pocos profesores que afirmaban haber recibido formación, la mayor parte fue como resultado de la implementación del programa Enciclomedia, lo que deja ver –al menos en estos profesores de Oaxaca– que fue el programa que mayor impacto ha tenido para impulsar el uso de las TD en las escuelas. Esto no resulta tan extraño puesto que ha sido el único programa que se implementó en todas las escuelas primarias del país, porque los demás programas se han quedado en pruebas piloto o en implementación parcial (ver Capítulo 0).

Otra de las preguntas que realicé a los profesores fue sobre su dominio de las TD para la enseñanza, donde identificamos que se perciben que tienen serias limitaciones, situación que creo guarda una estrecha relación con su falta de formación y experiencia en el uso de recursos digitales (Figura 9.13).

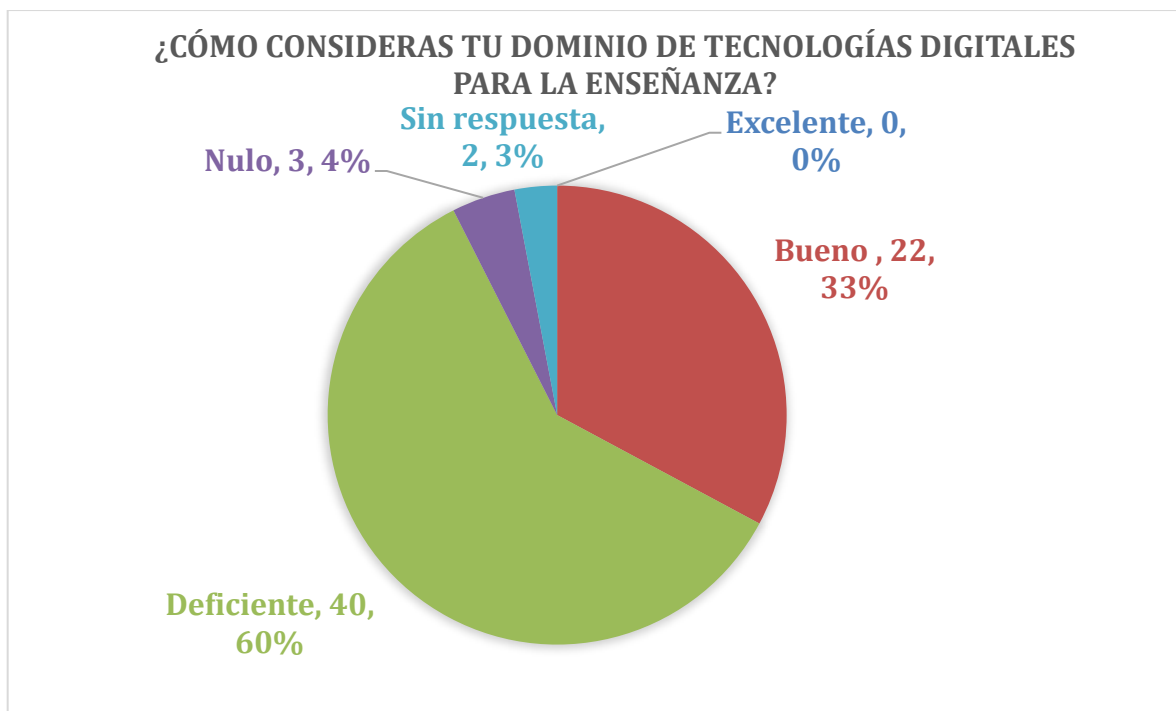


Figura 9.13. Dominio en el uso de TD para la enseñanza

En la Figura 9.13 se muestra como el 64% de profesores se percibe con un dominio deficiente y nulo, mientras que el 33% se considera bueno. Las justificaciones de los profesores sobre su percepción (ver Tabla 9.1) nos muestra algunas constantes. De manera independiente al nivel de dominio en el que se consideran, un punto de común acuerdo es la falta de formación en el conocimiento de programas y aplicaciones, en el conocimiento de actualización de las TIC y en el conocimiento de criterios, estrategias y técnicas de enseñanza. Un punto común entre quienes se ubican en dominio deficiente y nulo es la falta de habilidad para manejo de los equipos y programas, ya que alguno señala no saber utilizar la computadora otros mencionan que saben utilizar algunos programas y otros no. También hubo quienes se ubican en nivel deficiente y nulo porque carecen de equipamiento.

Algunos profesores se basaron en la frecuencia de uso de la TD para ubicarse en un determinado nivel de dominio: Si la usaban con mucha frecuencia, se consideraron en nivel bueno; mientras que otros consideraban un dominio deficiente porque no la usaban siempre, ni con todos los grados. Un caso contrastante es que hubo quienes consideraban un dominio bueno por saber utilizar el equipo, el Office y el internet; mientras que otro

profesor mencionó que solo sabía utilizar Office y consultar materiales en internet, por lo que se consideraba deficiente.

Tabla 9.1. Justificación de los profesores a su nivel de dominio de TD en la enseñanza

Percepciones de los profesores sobre su dominio de TD	Justificaciones dadas
Bueno	<ul style="list-style-type: none"> • Conozco herramientas, pero aún me faltan. • Tengo habilidades para manejar el equipo, office y la red. • Falta conocer criterios, estrategias y técnicas de enseñanza con estos recursos. • Falta actualización ante el cambio de las TIC • Conozco lo básico • La usa con mucha frecuencia
Deficiente	Falta de cursos y actualización. Falta de práctica y habilidad en manejo de programas Solo se office y consultar materiales. Falta uso adecuado de la tecnología. Falta de dedicación. Desconozco programas, aplicaciones, computación. Conozco, pero no las aplico. No las utilizo siempre ni en todos los grados. Los programas se actualizan. La utilizan como medio de investigación. Falta contacto con la tecnología. No cuento con la tecnología.
Nulo	<ul style="list-style-type: none"> • No contamos con la tecnología. • Falta de preparación • No sé utilizar la computadora

En conclusión, la mayoría de los profesores se percibían con dominio deficiente y nulo para emplear las TD. Esta falta de dominio señalada por los profesores se relaciona con la frecuencia de uso, con el desconocimiento de programas, con sus habilidades para el manejo de software, a falta de dedicación, con el desconocimiento de metodología de enseñanza con TD y al acceso a equipo de cómputo. Habría que atender cada uno de esos aspectos para favorecer la apropiación de herramientas digitales para la práctica docente y aprovechar la actitud positiva de los profesores.

A continuación, abordamos las percepciones de los profesores participantes en torno al uso de la TD para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, cómo conciben este tipo recursos y sus ventajas y desventajas para su empleo en clase.

9.2.2. Percepción de los profesores sobre el uso de tecnología digital para la enseñanza de las matemáticas.

La creencia del profesor de que el uso de tecnología digital mejorará los procesos de enseñanza y aprendizaje es uno de los factores relevantes para la adopción de este tipo de recursos en su actividad docente (Wu, Hsu, y Hwang, 2008). En el cuestionario, algunas de las preguntas abiertas estuvieron destinadas a valorar las ventajas y desventajas del uso de tecnología digital para la enseñanza de las matemáticas que los profesores percibían. Las respuestas dadas fueron categorizadas en función de las ventajas o desventajas para el estudiante, para el profesor y para la clase (ver Tabla 9.2).

Tabla 9.2. Percepciones de ventajas y desventajas del uso de TD para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

¿para?	Respuestas dadas	
	Ventajas	Desventajas
Estudiante	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo de habilidades: Agilidad mental, trabajo rápido, razonamiento, investigación, manejo de tecnología. • Aprendizaje con facilidad, por ensayo y error, creativo, divertido, eficaz, lúdico, permanente, significativo, vivencial. • Comprensión de los problemas o el tema debido a: visual • Interés: por aprender TD, lúdico, visual. Es emocionante • Cambia la percepción de Matemáticas difíciles 	<ul style="list-style-type: none"> • Pérdida de habilidades: De manipulación, de razonamiento, mecanización, de investigación, de lectura, de experimentación, de cálculo mental, el pensamiento lógico matemático, el pensamiento crítico, analítico y reflexivo. • Pereza mental, menor esfuerzo, dependencia. • Dañan la vista.
Profesor	<ul style="list-style-type: none"> • Ahorro de tiempo • Encuentra orientación: consejos, dudas, ejercicios bien diseñados. • Aprende junto con el alumno. • Facilita la preparación de clase: Diseñar e imprimir material, permite investigar. 	<ul style="list-style-type: none"> • Desuso de TD • Disgusto por TD • Desconocimiento de TD • Disposición de tiempo • Mayor preparación de clase y tiempo • Falta de interés
Clase	<ul style="list-style-type: none"> • Cambia la dinámica de la clase: amena, atractiva, dinámica, interactiva, interesante. • Facilita el desarrollo de la clase: variedad de estrategias, centra la atención, facilita la explicación del tema, mejora el aprendizaje. • Promueve estrategias de cálculo mental 	<ul style="list-style-type: none"> • Distrae la clase • Falta de condiciones de infraestructura, equipamiento y mantenimiento. • Uso incorrecto. • Niños sin acceso a TD en casa

9.2.2.1. Ventajas y desventajas del uso de TD para el estudiante

En general se puede decir que los profesores perciben que el uso de la TD tiene mayores ventajas que desventajas para el aprendizaje de los estudiantes. Con relación a las ventajas señalan el interés hacia la materia, formas activas de aprender, el desarrollo de habilidades matemáticas, mejor comprensión del tema y cambio de percepción de los estudiantes hacia las matemáticas. Por el contrario, las desventajas señaladas fueron pérdida de habilidades, menor esfuerzo por las tareas y daños fisiológicos (ver Tabla 9.2).

i. Promueve el interés por aprender

El uso de TD en la clase de matemáticas resulta atractivo para los estudiantes debido tres aspectos: el interés por utilizar los recursos, interés por lo lúdico y el interés por lo visual del recurso. En lo relacionado al primer aspecto, algunos profesores ven favorable lo atractivo que resulta el recurso en sí mismo para el estudiante, señalan que a los niños les atraen porque son llamativos y les interesa poder utilizarlos como lo expresa uno de los profesores “para los alumnos le sería más llamativo o interesante utilizar la computadora”. Otra ventaja de emplear TD es el interés que genera en los estudiantes por aprender matemáticas, debido a elementos lúdicos que pueden favorecerse al realizar actividades con este tipo de recursos como lo menciona un profesor “es de interés de los niños al hacer las actividades más lúdicas”. Por último, el empleo de TD en la clase de matemáticas es interesante para el estudiante debido a la posibilidad de visualizar aspectos de los temas. Por ejemplo, respecto al uso de video e imagen, un profesor dijo que el uso de TD genera “mayor interés en la proyección de videos e imágenes como algo novedoso”.

En contraparte, no hubo casos en que señalaran algo contrario al interés que genera el uso de TD en la clase de matemáticas. Sin embargo sí hubo un comentario de que una desventajas que este tipo de recursos no es del interés de todos los estudiantes. También hubieron algunos comentarios que consideraban lo visual como un aspecto negativo, al no relacionarse con habilidades de lectura y razonamiento, porque “el alumno se acostumbra a ver todo visual sin razonamiento”, es decir sin necesidad de leer los problemas y por lo tanto sin razonar.

ii. La TD promueve el aprendizaje significativo

Una idea que redondea lo dicho por los profesores es que el aprendizaje se vuelve más significativo cuando se usa TD. Este señalamiento proviene de una percepción de que los estudiantes trabajan mientras juegan, usan su creatividad, aprenden por ensayo y error; y las experiencias con TD son vivenciales. Estas percepciones sobre el uso de la tecnología, las enunciaron los profesores sin mayores explicaciones que nos permitieran tener mayor claridad sobre ellas. Sin embargo, cuando un profesor habló de aprendizaje por ensayo y error, explicó que “un interactivo le permite al estudiante hacer ensayos, equivocarse y volver a intentarlo hasta obtener los resultados más correctos; el puntaje que obtenga debe ser motivación para que valore sus logros”. Como se observa en esta explicación, el profesor se refiere al uso de juegos donde el estudiante acumula puntos al hallar las respuestas correctas, las cuales son verificadas por el mismo programa. Este tipo de situaciones, donde mediante un juego de ensayo y error, algunos profesores consideran que hacen que el aprendizaje sea significativo.

De esta manera el uso de TD en la clase de matemáticas es un recurso que, según los profesores, puede favorecer que el aprendizaje se vuelva significativo. Pero ¿qué tipo de aprendizajes matemáticos son aquellos que son significativos? Esta interrogante se aclara un poco en el siguiente apartado donde se expone lo que los profesores dijeron sobre las habilidades que pueden desarrollar los estudiantes con TD.

iii. La TD favorece o inhibe el desarrollo de habilidades del estudiante

En las respuestas de los profesores hallamos planteamientos en favor de que la TD promueve un desarrollo de habilidades y otras que ven disminución de ellas. Dentro de las opiniones a favor, se señalan que las TD promueven la agilidad mental, mejoran la velocidad del trabajo, favorecen el razonamiento, la investigación y el manejo de tecnología. De estos planteamientos, la agilidad mental, el razonamiento y la investigación son habilidades que favorecen el aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, un profesor menciona que los estudiantes, al utilizar TD, “tienen mucha ventaja porque van investigando lo que quieren aprender”; el alumno “se vuelve investigador”, señaló otro profesor. Esta visión considera que los recursos digitales dan la posibilidad al estudiante de investigar por cuenta propia, lo que les parece favorable a los profesores. En lo relacionado

con la agilidad mental y con el desarrollo del razonamiento, no hubo mayores explicaciones, pero estos elementos son esencial en el pensamiento matemático, y deseables que posean los estudiantes.

Otras habilidades que se percibe son favorecidas por el uso de TD, según los profesores, son la velocidad de trabajo y la de manejo de tecnología. La primera de ellas se relaciona con hacer en menor tiempo las tareas y la segunda con aprender a utilizar los recursos digitales; como señala uno de los profesores: “desarrollan habilidades para explorar los medios tecnológicos”. Estas habilidades resultan importantes para los profesores en el sentido de agilizar la clase y de favorecer el contacto de los estudiantes con la tecnología, pero poco se relacionan con favorecer el aprendizaje de las matemáticas.

En contraste, algunas opiniones de los profesores exponen que el uso de TD favorece el mecanicismo y afecta las habilidades de manipulación, de investigación, de lectura, de experimentación, de razonamiento, de pensamiento lógico matemático y de pensamiento crítico, analítico y reflexivo. En este sentido, algunos profesores consideran negativo que al emplearse TD los niños no manipulen objetos físicos y que ya no lean debido a lo visual del recurso digital. También mencionan que afecta la investigación, pero a diferencia de los que dicen que favorece la autonomía de investigación, aquí se refieren a que afecta la investigación en libros, como lo señala un profesor que dice “que el alumno ya no se hace investigador por medio de libro”.

Otra de las habilidades que se percibe se ven afectadas negativamente por el empleo de TD, según algunos profesores, es el razonamiento porque el estudiante, como señaló un profesor, “ya no razona, todo se lo deja a la tecnología”. Otro profesor mencionó que “en las diferentes situaciones ya no razonan ni analizan, solo buscan el resultado o solución”. Estos comentarios hablan de una visión del uso de la tecnología que en lugar de favorecer el pensamiento matemático, lo inhibe, debido a que sustituye el trabajo del estudiante. Al respecto, otros comentarios ayudan a entender mejor esa percepción negativa, al especificar el uso de un tipo de recurso y las habilidades inhibidas, como en el caso del uso de la calculadora: “en ocasiones se confían del uso de la calculadora, por ejemplo, y dejan de desarrollar su pensamiento lógico-matemático”, dijo un profesor; otro mencionó que existe “poco desarrollo del cálculo mental por el uso de la calculadora”.

Estas percepciones negativas de los profesores, sobre el uso de la TD, dejan ver que la experiencia de utilizarla en clase no les ha sido favorable para desarrollar el pensamiento matemático (ilustrado en los comentarios hechos sobre el uso de la calculadora, donde se percibe un uso pobre de ésta).

En contraste, el comentario favorable que señalaba que la TD hace a los estudiantes investigadores, posiblemente se deba a una percepción de un posible uso más rico de la tecnología, donde los estudiantes la utilizan para investigar.

iv. La TD cambia la percepción de los estudiantes sobre las matemáticas

Es muy conocida la percepción de estudiantes, padres y profesores acerca de que las matemáticas son difíciles de aprender, no son accesibles para todos, sino sólo para los “inteligentes”. Esta percepción, bastante preocupante y negativa, puede dar pie a justificar problemas para aprender matemáticas. Si bien sólo hubo un único comentario en torno a este aspecto, es importante señalarlo, puesto que el profesor que lo mencionó advierte otra posible ventaja del empleo de tecnología digital: el dejar de ver las matemáticas como una asignatura difícil: “La clase se vuelve dinámica, los alumnos comparten sus estrategias para llegar al mismo resultado, pueden jugar y cambiar el concepto de si aprender matemáticas es difícil”.

v. El uso de la TD genera daños fisiológicos

Sobre este aspecto, al igual que el caso anterior, hubo dos opiniones que señalaron daños a la vista por el uso de tecnología digital. Sin mayor explicación, un profesor señaló que las TD dañan la vista; otro dijo que se fuerza la vista. Este es un asunto que no se discute en el campo, pero que habría que tener en cuenta en las formas que empleamos los recursos.

vi. Conclusiones de las ventajas y desventajas percibidas del uso de TD para el estudiante

Hoy en día sabemos de los beneficios que nos brinda la TD en la enseñanza de las matemáticas, pero esto dependerá del tipo de recursos empleados y de la forma de utilizarlos en la clase. Como lo hemos visto, existen razones a favor y en contra de estos recursos; sin embargo, otros planteamientos ofrecidos por los maestros permiten discutir un poco esta cuestión. A manera de conclusión, algunos profesores mencionaron que el uso de

recursos digitales mejora la comprensión de los temas, mientras que otros señalan que los hace dependientes, al grado de dejar de esforzarse o de no poder realizar cierta tarea si no cuentan con el recurso digital.

Las opiniones que ven mejora en la comprensión solo lo enuncian; sólo hubo un caso en el que el profesor explicó que la comprensión es generada por la posibilidad visual del recurso: “permite al alumno adentrarse con profundidad en el problema al poder visualizarlo”. Este planteamiento habla de la importancia de lo visual para comprender y resolver un problema. Sin embargo, en un caso señalado con anterioridad, otros profesores veían en lo visual un aspecto negativo, al decir que al depender de lo visual hace que el estudiante no tenga la necesidad de leer.

De hecho, las opiniones de algunos profesores consideran que el uso de la tecnología es perjudicial para la enseñanza de las matemáticas porque genera dependencia y pereza en el estudiante. Esta situación de dependencia, por uso inadecuado, podría generar costumbre o “adicción” a la TD, como lo explica un profesor “pues una desventaja podría ser que se acostumbren demasiado a la tecnología y después todo lo quieran hacer utilizando dispositivos digitales”, “que el alumno se haga esclavo de una herramienta para resolver algún cuestionamiento” mencionó otro. Esta dependencia la consideran negativa porque a los estudiantes “les entorpece la imaginación”, les favorece la “pereza mental”, “los hace flojos”, “ya no razonan” y “no ejercitan su pensamiento” porque “dejan que la máquina resuelva el trabajo”, “todo se lo deja a la tecnología”, señalaron los profesores.

En la literatura sobre el uso de tecnología digital para la enseñanza de las matemáticas se resaltan importantes beneficios de ésta en favor del aprendizaje de los estudiantes, que dependen de dos cosas: del recurso de que se trate y del cómo se utilice. Respecto al primer punto, Sacristán et al. (2010) mencionan una serie de elementos técnicos que deben poseer los recursos digitales para favorecer el pensamiento matemático, como son: múltiples representaciones, capacidades computacionales y dinámicas que permitan la exploración y capacidades de red, y que favorezcan la mediación del lenguaje matemático y la matematización. Sacristán et al. (2010) mencionan que existen ambientes computacionales que dan la posibilidad a los alumnos para generar altos niveles de razonamiento, conceptualizar objetos matemáticos y resolver problemas. Así, las características técnicas son importantes, pero el uso del recurso debe favorecer hacer matemáticas, practicar

habilidades y promover la comprensión conceptual; una manera es a través de colaboración para la resolución de problemas (Drijvers, 2016).

Contrastando lo que se dice en la literatura sobre los recursos digitales acerca de sus posibilidades para el aprendizaje de las matemáticas, con lo que dicen los profesores en servicio acerca del tema, existen coincidencias que nos hacen ser optimistas, pero también divergencias preocupantes que contradicen los planteamientos teóricos. Sin embargo, debemos tomar en cuenta el contexto del profesor tras sus afirmaciones vinculado a la infraestructura tecnológica de las escuelas, el acceso a contenido digital que tienen y a la formación profesional recibida sobre este aspecto. Más adelante exploraremos con más detalle el tipo de recursos que emplean y la forma en que lo hacen, lo cual permitirá comprender con más profundidad el porqué de algunas posturas.

9.2.2.2. Ventajas y desventajas de utilizar TD para el profesor

En la Tabla 9.2 también se pueden identificar las percepciones de los profesores acerca de las ventajas del uso TD para su trabajo, así como las desventajas, aunque varias de éstas últimas se refieren más a obstáculos que impiden su uso. Una de las percibidas ventajas de utilizar esta tecnología en la clase de matemáticas es que sirve como fuente de información sobre los contenidos, un elemento importante para desarrollar las clases, como lo expresó uno de los profesores: “Me ha sacado de muchas dudas [sobre los contenidos escolares] y lo puedo explicar mejor a los alumnos”. Otra percibida ventaja del uso de la TD es que en internet se pueden hallar tareas matemáticas y orientación para su implementación en la clase: “[En internet] vienen ejercicios y la forma de cómo desarrollarlos” –dijo un profesor—, los cuales “vienen muy bien diseñados y planteados para el grado que corresponde al nivel del educando y ofrece ayuda de todo tipo” –expresó otro. Una más de las percibidas ventajas del uso de la TD es el favorecer la preparación de la clase, porque, según lo mencionaron varios profesores, les permite investigar los temas, diseñar e imprimir el material a utilizar. Por otra parte, el ahorro de tiempo durante la clase es otra ventaja que perciben, ya que no tienen que escribir o dictar en la clase, señalaron. Finalmente, uno de los profesores expresó que cuando se hace uso de la TD, el profesor aprende al igual que el alumno, lo que le podría ayudar a comprender el tema mejor para obtener recursos y para desarrollar su clase.

Por el contrario, las desventajas mencionadas por los docentes sobre el uso de TD en la clase de matemáticas fueron diversas, aunque no todas podrían considerarse como tales, sino más bien como obstáculos para utilizarla. Una de las desventajas señaladas fue que el uso de TD requiere “mayor preparación de clase y tiempo”, lo que representa una dificultad para que los docentes la integren. Por otra parte, la falta de experiencia y desconocimiento sobre el uso de esta tecnología –una limitante profesional de los docentes— fue señalada como otra desventaja del uso de la TD, como lo mencionaron algunos docentes: “en la práctica no hemos hecho uso [de la tecnología]”, “no sabemos utilizar la tecnología para bien” y se requiere “primero manejar muy bien la tecnología para luego trabajarlo con los niños”. Finalmente, la falta de interés, el disgusto y la falta de tiempo de los docentes para hacer uso de la TD también fueron señaladas como desventajas, como lo mencionaron:

- “Tal vez, si me siento un poco tradicionalista, pero creo que no es prioritario o tal vez desconozco ciertos materiales digitales, para poder pensar diferente”
- “En caso de la calculadora, no me agrada, no es que sea tradicionalista, pero los alumnos necesitan ejercitar, no memorizar, porque para resolver un problema necesitan después una calculadora y no debe ser”.

Como se ha visto, a excepción de la primera desventaja, las otras no pueden considerarse desventajas de utilizar la TD, sino más bien se trata de obstáculos para su uso relacionados con la falta de experiencia, formación e interés de los docentes. En contraste, los profesores perciben valiosas ventajas del uso de TD en su trabajo.

9.2.2.3. Ventajas y desventajas del uso de TD para la clase

Para cerrar este apartado sobre las percibidas ventajas y desventajas del uso de TD para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, presentamos lo que dijeron los profesores participantes con relación a la clase.

Dentro de las ventajas que conlleva utilizar recursos digitales en clase, los profesores señalaron cambios en la dinámica de la clase, considerando que se vuelve amena, atractiva, dinámica, interactiva e interesante. En este sentido, los cambios en la dinámica de la clase resultan favorables puesto que se traducen en conductas favorables de los estudiantes y mejoran el aprendizaje. Los profesores mencionaron que el uso de recursos digitales genera mayor interacción entre los estudiantes al compartir sus estrategias de resolución de problemas, lo que le da mayor dinamismo a la clase y la hace agradable: “La clase se

vuelve dinámica, los alumnos comparten sus estrategias para llegar al mismo resultado, pueden jugar y cambiar el concepto de si aprender matemáticas es difícil”. Estos aspectos de interacción generados por la tecnología pueden dar pie a una “mejor comprensión y razonamiento” de los estudiantes. Sumado a lo anterior el juego tiene un papel importante porque hace agradable el aprender: “La clase y el aprendizaje lo hacemos más ameno y adquieren el aprendizaje de manera agradable mediante el juego”.

Otras percibidas ventajas de la TD son que brinda otras posibilidades al desarrollo de la clase, como: variar las estrategias de enseñanza; facilitar la explicación del tema; centrar la atención y favorecer la participación de los estudiantes. Como lo señaló un profesor, las TD “son un recurso que permite centrar la atención de los alumnos y despertar el interés por participar de manera activa en la clase”. Estas percibidas ventajas del uso de TD en la clase “son de gran ayuda en clase para facilitar el aprendizaje de los alumnos”, señaló uno de los profesores.

Con relación a las desventajas del uso de la TD para la clase de matemáticas, en un caso se dijo que su uso “distrae la clase”, sin dar mayor explicación del sentido de esta afirmación. Por otra parte, las demás desventajas mencionadas se refirieron al limitado acceso a TD en la escuela y en los hogares de los estudiantes, al señalar que la “falta de condiciones de infraestructura, equipamiento y mantenimiento” en las escuelas, así como el que “no todos los niños cuentan con una computadora en casa y menos con el recurso para ir a un ciber” ocasionan que sea una dificultad para utilizarla en la clase, más no una desventaja de su uso. Por último, en un caso se dijo que “a veces no se les da el uso correctamente [a la TD]” en la clase, lo cual fue identificado como una desventaja, aunque sin explicación acerca de lo que sería ese uso incorrecto; esto se relaciona más con las limitaciones profesionales de los docentes que con limitaciones de utilizar TD.

Como se ha mostrado, los profesores ven mayores ventajas en el uso de TD para la clase matemáticas que desventajas, pues algunas de estas últimas son más bien limitaciones de acceso en la escuela y en la casa de los estudiantes.

9.3. LA EXPERIENCIA DE LOS PROFESORES EN EL USO DE TD PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

En este apartado muestro la frecuencia de uso de TD, el tipo de recursos digitales empleados y la manera de utilizarlos. A partir de las respuestas que dieron los 67 profesores a la encuesta, los resultados obtenidos acerca de la frecuencia con que utilizan TD en su clase de matemáticas y el tipo de recurso digitales que emplean asociado a las actividades que realizan con ellos. Por otra parte, a partir de las observaciones de clase de diez profesores, presento las maneras como los profesores utilizan los recursos digitales en su clase de matemáticas.

9.3.1. Frecuencia de uso de TD en la clase de matemáticas y las razones que la justifican

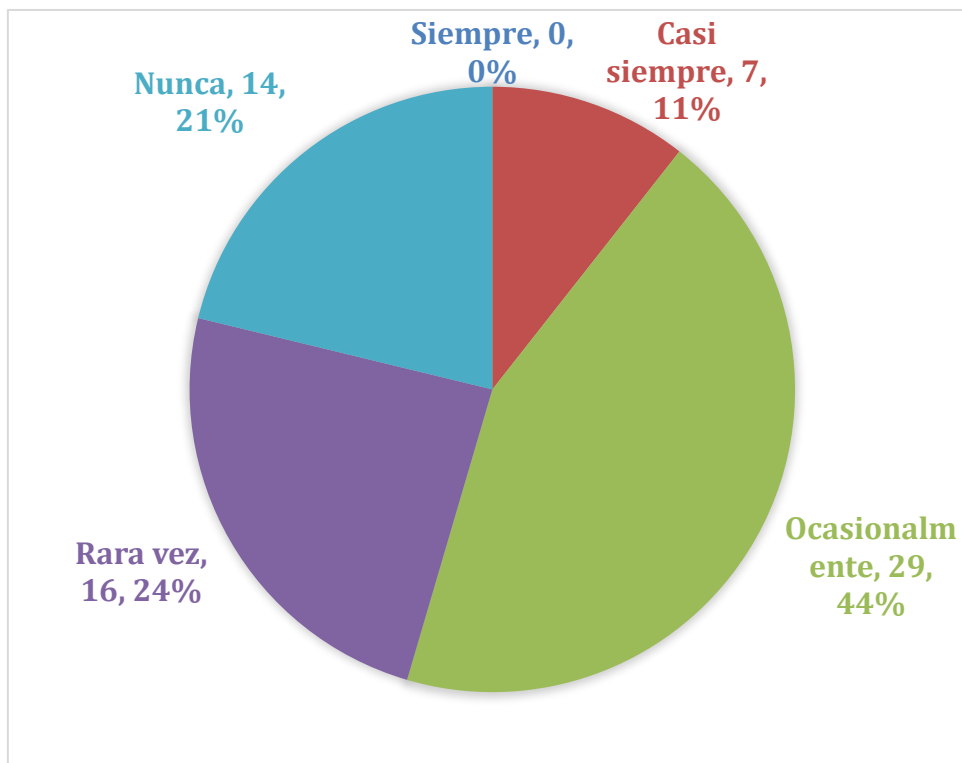


Figura 9.14. Frecuencia de uso de recursos digitales en la clase de matemáticas.

En la gráfica sobre la frecuencia en el uso de TD en la clase de matemáticas (Figura 9.14) se aprecia que un 45% de la población ha hecho uso de recursos digitales para su clase de matemáticas en *raras ocasiones* o *nunca*. Las razones (resumidas en la Tabla 9.3)

que la mayoría de los profesores atribuyen a esta poca o nula frecuencia de uso, se refieren principalmente a limitaciones de equipamiento en la escuela, carencia de interconectividad y carencia de material digital. Otras razones se relacionan con la falta de formación, el uso y manejo del equipo computacional para su clase de matemáticas, el conocimiento de recursos digitales y de estrategias didácticas para emplearlos. Otro tipo de razones dadas tienen que ver la consideración del profesor, dos casos nos dan cuenta de esto, uno que no considerar importante este tipo de recursos y otro porque le parece más importante el libro de texto.

Tabla 9.3. Razones de los profesores de su frecuencia de uso de la tecnología en la clase de matemáticas

Frecuencia de uso	Razones de uso
Casi siempre	<ul style="list-style-type: none"> • Por dominio de Word, Excel e internet. • Para retroalimentar contenidos y comprobar resultados.
Ocasionalmente	<ul style="list-style-type: none"> • Presencia o carencia de equipo e internet y estado de los equipos. • Falta de formación: uso de equipo, conocimiento de estrategias, aplicaciones. • Incomodidad de mover el equipo a diario. • Estudiantes de escasos recursos. • Falta de planeación. • Falta de tiempo. • Le da más importancia al juego y manipulación. • Dependiendo del grado que se atiende. • Para imprimir trabajos. • Retroalimentación de contenidos.
Rara vez	<ul style="list-style-type: none"> • Carencia de equipo e internet y estado de los equipos, infraestructura. • Falta de formación: desconocimiento del funcionamiento, elaborar materiales interactivos.
Nunca	<ul style="list-style-type: none"> • Falta de formación: dominio de la computadora, conocimiento de estrategias digitales. • Carencia de recursos tecnológicos. • Innecesario. • Preferencia por recurrir a libros.

En el caso de los profesores que señalaron que *ocasionalmente* hacen uso de recursos digitales en su clase de matemáticas también señalaron que esto se debe a la condición del equipamiento e interconectividad en las escuelas, la falta de formación en el uso del equipo computacional, en el conocimiento de aplicaciones y de estrategias didácticas. Aunque hubo un caso donde el profesor atribuye este uso ocasional a que considera más importante el juego y la manipulación de objetos físicos. Otras razones que explican el uso ocasional

de recursos digitales son la incomodidad de mover el equipo de cómputo con frecuencia, los escasos recursos de los estudiantes y el grado que atiende el profesor.

Finalmente, los pocos profesores que expresaron utilizar TD “casi siempre” mencionaron que esto es debido a su dominio del uso de programas del manejo de internet, y porque lo utilizan para retroalimentar los contenidos y comprobar los resultados.

Como hemos visto, algunas constantes que limitan el uso pedagógico de los recursos digitales se debe a la falta de formación de los profesores y al acceso que se tiene a TD en su escuela. A pesar de las limitaciones, el 89% de la población de profesores encuestada ha hecho uso de recursos digitales en su clase de matemáticas (aunque algunos en raras ocasiones), como se muestra en la gráfica de la Figura 9.14. Sin embargo, este uso de la tecnología ya sea con mayor o menor frecuencia, ha sido limitado, pues los docentes carecen de formación y de acceso a TD en sus escuelas, situación que se evidenció cuando los profesores señalaron el tipo de recursos digitales y el tipo de actividades que realizan con ellos en la clase de matemáticas, asunto sobre el que enseguida presento.

9.3.2. Los recursos digitales empleados y el uso dado

A la pregunta del cuestionario sobre el tipo de recursos que han empleado en la clase de matemáticas, el 61% (41) de los profesores respondió. De este total de 41 profesores el 32% (13) mencionó haber utilizado videos para apoyar la explicación del tema en desarrollo (e.g. explicación de procedimientos); el 34% (14) se ha valido de la tecnología para proyectar imágenes, problemas o ejercicios; otro 34% (14) ha recurrido al uso de interactivos (e.g. software de sumas y restas, materiales de Enciclomedia); el 24% (10) ha utilizado TD para imprimir material para la clase (e.g. acertijos, problemas, cuerpos geométricos; y dos profesores (5%) mencionaron haber utilizado la calculadora. De acuerdo con la Tabla 9.4. enseguida se presentan el tipo de actividades realizadas por los profesores con cada uno de los recursos antes señalados.

Tabla 9.4. Los recursos digitales utilizados y las actividades que realizan los profesores con ellos.

Recursos digitales	Tipo de uso
Videos	Videos explicativos, para: <ul style="list-style-type: none"> - ampliar un contenido. - reafirmar el contenido - tratar el tema en desarrollo - mostrar cómo resolver ciertos ejercicios. - resolver algunas dudas sobre conceptos.
Proyección de información	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas (área, perímetro, volumen, peso) • Tangramas, ejercicios de escalas • Tablas, dibujos, figuras geométricas, series. • Imágenes en el pizarrón para tratar temas de ubicación espacial • láminas explicativas
Materiales impresos	<ul style="list-style-type: none"> • Ejercicios matemáticos impresos, diversas actividades para trabajar en el aula. • Descargar materiales para imprimir • Actividades para los alumnos: para colorear, operaciones diversas, planteamiento de problemas.
Interactivos	<ul style="list-style-type: none"> • Interactivos para resolver problemas, como el juego <i>Jeopardy</i>. • Juego de sumas y restas para ejercitar el cálculo. • Interactivos de Enciclopedia (sobre fracciones, operaciones aritméticas, figuras geométricas) • Otros interactivos para operaciones con fracciones • Juegos como <i>Matemáticas divertidas para niños de primaria</i> (comercial), DVDs y tarjetas.
Juegos	<ul style="list-style-type: none"> • Diversos juegos matemáticos. • Acertijos. • Ejercicios

Videos. El uso de videos, por ejemplo de YouTube, es para explicar el tema o conceptos con ejemplos de procedimientos para resolver ejercicios, con imágenes que ayuden en la explicación del tema. Así, estas actividades son utilizadas para ampliar o reafirmar un contenido.

Proyección de información. Otro tipo de actividades es la proyección de actividades para la clase y problemas de internet, que expliquen el tema, los cuales incluyen dibujos y operaciones.

Material impreso. Un uso más que le dan a la computadora para su clase de matemáticas es la impresión de materiales para trabajar en el aula, como dibujos para colorear,

problemas y ejercicios matemáticos, actividades para que los estudiantes las realicen en clase,

Interactivos. Uno más del tipo de recursos que utilizan son los interactivos, como materiales recuperados del programa Enciclomedia y otros interactivos que implican juegos como *Jeopardy*. Algunos interactivos que mencionaron algunos profesores no se aclara a qué se refieren (e.g., si se refieren a juegos matemáticos o acertijos o a qué).

Investigar juegos. Este uso se refiere a que el profesor puede investigar en internet juegos o acertijos matemático que sirvan de actividades para realizar en el aula. En parte es similar al uso de imprimir materiales para su clase, pero en este caso no necesariamente son imprimibles.

Las observaciones de clase realizadas con diez profesores permitieron tener mayor claridad de los recursos que emplean y la manera de utilizarlos. Enseguida presento esos usos apoyado con categorías de Drijvers (20) sobre la *orquestración instrumental* y de Hughes (2005) sobre lo que llama *usos de la tecnología*.

9.4. LA ORQUESTACIÓN DE LOS RECURSOS DIGITALES EMPLEADOS

En este apartado se da cuenta de las orquestaciones hechas por los profesores de los recursos digitales empleados en su clase de matemáticas, así como de sus usos y de algunos factores que inciden en ello. Para esto, se inicia planteando los elementos teóricos retomados para el análisis, seguido de la exposición de los resultados y finalmente se hace el análisis detallado de dos casos para dar cuenta de los factores que condicionan la orquestación de los recursos digitales.

9.4.1. Fundamentos teóricos para el análisis de las orquestaciones de los profesores observados

La orquestación instrumental (Drijvers et al, 2010) fue uno de los referentes teóricos para analizar la manera en que los profesores utilizaron los recursos digitales en la clase de matemáticas, puesto que esta aproximación propone comprender el uso de la TD a partir del equipo digital empleado y de los fines para el que es utilizado. Como se presentó en el apartado 4.3, este concepto de orquestación instrumental se define como

la organización y el uso sistemático e intencional del profesor de los artefactos disponibles en el ambiente de aprendizaje —computarizados en este caso— dada la situación de una tarea matemática, con la intención de guiar la génesis instrumental de los estudiantes.

(Drijvers et al, 2010, p. 214)

En ese apartado 4.3, se presentaron los tres aspectos propuestos por Drijvers et al (2010) para dar cuenta de la manera en que los profesores orquestan los recursos digitales:

- La *configuración didáctica*, relacionada con los artefactos existentes y la manera en que están dispuestos en el ambiente de enseñanza;
- el *modo de explotación*, que se refiere a la manera en que el profesor planifica cómo aprovechar la configuración didáctica en el desarrollo de su clase, en particular, el papel que jugarán los recursos tecnológicos en las tareas de aprendizaje previstas; y, por último,
- el *desempeño didáctico*, que se relaciona con lo que hace el profesor en el desarrollo de la clase, la forma en que coordina las acciones previstas con los recursos existentes y su desempeño ante situaciones que se le presentan en el desarrollo de tareas, en el manejo de los recursos o en el surgimiento de nuevos objetivos.

También en el apartado 4.3, se presentaron seis maneras identificadas por Drijvers et al (2010) de orquestación de recursos digitales en clase: (i) demostración-técnica, (ii) explica-la-pantalla, (iii) vincula-pantalla-pizarrón, (iv) discute-la-pantalla, (v) identifica-y-muestra, y (vi) sherpa-trabajando (donde sherpa se refiere a un estudiante guía).

Por otra parte, otro referente retomado y relacionado con el anterior es el de Hughes (2005), como se vio en el apartado 2.3.2, quien propuso tres categorías de formas de uso de recursos digitales en la clase: como reemplazo, como amplificador y como transformador:

- En el caso de *reemplazo*, el profesor utiliza la TD sin hacer cambios en la manera de enseñar, promoviendo los mismos procesos y metas de aprendizaje.
- El uso de TD como *amplificador* implica realizar las tareas de la clase de manera más eficiente y efectiva, aunque éstas sean las mismas (Hughes, 2005).
- Finalmente, el uso *transformador* implica cambios en las prácticas de enseñanza, en las rutinas de aprendizaje de los estudiantes, y en los roles de profesor y alumnos.

Por otro lado, en el campo más específico de la educación matemática, Sandoval (2017) identificó tipos de tareas que corresponden a cada una de las categorías propuestas por Hughes (2005):

- (i) Proyectar, explicar, ejemplificar, motivar, dirigir la clase, completar información, entre otras, corresponderían al uso de la tecnología como reemplazo.
- (ii) Actividades como comprobar un resultado, realizar un cálculo más rápido, ilustrar o simular experimentos dan cuenta del uso amplificador de la tecnología. Y
- (iii) Explorar, comparar, conjeturar, validar, trabajo en equipo/cooperativo, así como experimentar, que corresponderían con un uso transformador de la TD en la clase de matemáticas.

9.4.2. Resultados: orquestaciones de profesores observados

Las observaciones de clase nos permitieron profundizar sobre los tipos de recursos digitales que emplean los profesores y en el tipo de actividades que realizan con ellos. La manera como se orquestaron los recursos digitales (video, información proyectada, interactivos, material impreso y calculadora) en la clase de matemáticas dio cuenta de formas de uso de la TD –principalmente como reemplazo– que evidencian su aprovechamiento limitado, situación relacionada con la falta de formación de los profesores, el limitado acceso a equipamiento y a contenido digital en las escuelas, entre otras.

Enseguida se presenta información relacionada con los nueve profesores observados: Armando (*Ar*), Alicia (*Al*), Alfredo (*Alf*), Paola (*P*), Carmelo (*Ca*), Cecilia (*Ce*), Rosi (*R*), Alexa (*Alx*), Hortensia (*H*); (usando seudónimos). Veamos el tipo de orquestaciones (Tabla 9.5), en términos de los tres aspectos propuestos por Drijvers et al (2010) – configuración didáctica, modo de explotación y desempeño didáctico– para dar cuenta de la manera en que los profesores orquestan los recursos digitales:

9.4.2.1. Las configuraciones didácticas empleadas

Las configuraciones didácticas empleadas por los profesores fueron las siguientes:

- en cinco de los casos (*Ar, Al, Alf, Ca, Ce*) se dispuso de una laptop o PC y un proyector que fue colocada al centro del aula para hacer la proyección de sus recursos;
- en tres casos (*R, Alx, H*) se dispuso del aula de medios existente en la escuela (donde había una computadora por cada uno o dos niños y un proyector, ver Figura 9.9); y
- en un caso (*Ca*), donde se disponía de una laptop y un proyector, también se contó con una calculadora por cada niño.

9.4.2.2. Los modos de explotación de los recursos digitales

Los recursos digitales empleados por los profesores en su clase de matemáticas fueron utilizados para distintos propósitos, como enseguida se muestra.

- Los videos se utilizaron en tres de los casos (*R, Alx y H*) para *reafirmar y ampliar* temas ya vistos, a través de las explicaciones que contenían.
- En otro caso (*Al*), el video se utilizó para *desarrollar* el tema, en el cual se desarrollaba una clase solicitando la participación de los niños, de ahí que la profesora lo llamara como video interactivo;
- Los interactivos de juegos de cálculo mental (sumas, restas, multiplicaciones y divisiones) empleados por dos profesores (*Alf y Ca*) se utilizaron para el *reforzamiento* del tema, al cierre de la clase,
- La proyección de información fue utilizada por cuatro de los profesores (*R, Alx, H y Ca*), tres de ellos lo hicieron para que el estudiante copiara la información y así *reforzar* un tema ya visto. El otro caso (*Ca*) lo hizo para desarrollar el tema mediante la presentación de los problemas de la clase.
- El material impreso, considerado como recurso digital por la profesora que lo empleó (*P*), se utilizó con la finalidad de *desarrollar* el tema, pues se trató de un juego para que los niños realizaran algunas operaciones.
- La calculadora empleada por uno de los profesores (*Ca*) se utilizó con dos finalidades: para *realizar* un juego para adivinar la edad de alguien a partir de realizar algunas operaciones aritméticas y para *desarrollar* el tema al buscar soluciones a problemas planteados en el libro de texto.

9.4.2.3. Las orquestaciones (desempeño didáctico) de los recursos digitales y sus usos implicados

En la Tabla 9.5 se sintetizan las orquestaciones de los recursos digitales que los nueve profesores observados emplearon, así como los usos implicados.

Tabla 9.5. Orquestación y tipos de uso de los recursos digitales empleados por los profesores.

Recurso	Orquestaciones	Tipos de uso	Casos
Video	Explica-el-tema; Explica-la-pantalla; Repite-la-pantalla	Reemplazo y Amplificador	Ar, Al, Ce, H
Información proyectada	Copia-la-pantalla; Discute-la-pantalla	Reemplazo y transformador	R, Alx, H, Ca
Interactivo	Demostración-técnica; Explica-la-pantalla; Sherpa-trabajando	Amplificador	Alf, Ca, H
Material impreso	---	---	P
Calculadora	Identifica-y-muestra	Amplificador / Transformador	Ca

El **video** fue uno de los recursos utilizados por el 32% de los profesores, según la encuesta. En las observaciones de clase fue empleado en cuatro casos:

- Tres de ellos (*Ar*, *Ce* y *H*) lo orquestaron en el modo *Explica-el-tema*, donde el video se utilizó para que los estudiantes recibieran una explicación, ya sea para recordar un concepto ya visto (e.g., ángulos –caso de *H*); conocer uno nuevo (e.g., media, mediana y moda –caso de *Ar*); o para identificar procedimientos (obtención de media, mediana y moda –caso *Ar*; y conversión de fracción a porcentaje – caso *Ce*).
- Otros modos de orquestar el video fueron *Explica-la-pantalla* y *Repite-la-pantalla*. Por ejemplo, la profesora *Al* detenía el video para explicar nuevamente una parte de él, y luego realizaba con los niños una actividad propuesta en el video (armar la cantidad mayor o menor posible dadas cuatro cifras en tarjetas).

Estas orquestaciones dan cuenta del uso de la tecnología como *reemplazo* y *amplificador*, pues se utilizó para suplir y/o ampliar la explicación del profesor, con ilustraciones y animaciones para optimizar la actividad.

Otro tipo de recurso que 34% de los profesores han utilizado es **información proyectada** (e.g., un documento o una página web).

- Cuatro de los casos observados utilizaron este recurso en la clase, de los cuales en tres (*R*, *Alx* y *Ar*) la orquestación fue *Copia-la-pantalla*, realizada en el aula de medios: los niños transcribían a sus cuadernos la información mostrada en la pantalla de la computadora (representación de fracciones, ángulos), lo que da cuenta de un uso de la tecnología como reemplazo.
- Otro de los cuatro profesores (caso *Ca*) utilizó la proyección para plantear un problema (con opciones de respuesta), de manera tal que los niños, con ayuda de la calculadora, hallaran y discutieran las soluciones. A este modo de orquestación se le conoce como *Discute-la-pantalla*, una forma de utilizar la tecnología que involucra validación, comparación y experimentación, actividades que se enmarcan dentro del uso transformador de la TD (Sandoval, 2017).

El **uso de interactivos** fue señalado por 34% de los profesores.

- En dos de los casos observados (*Alf* y *Ca*) se orquestaron estos recursos como *Demostración-técnica*, al dar orientación a los niños sobre el uso del equipo; como *Explica-la-pantalla* al mostrar la dinámica de la aplicación; y en modo *Sherpa-trabajando* cuando algunos niños estaban al mando del equipo. En esas orquestaciones de *Alf* y *Ca*, también hubo un *uso amplificador* de la tecnología: en ambos casos se propició ejercitación de cálculo mental con interactivos con dinámicas similares que motivaban la atención y participación de los niños.

Uno más de los recursos señalados por los profesores (5%) fue la **calculadora**:

- Uno de los profesores observados (caso *Ca*), exhibió una orquestación de *Identifica-y-muestra*, ya que pidió a algunos niños exponer su solución a los problemas multiplicativos planteados para contrastarla con la de otros, aunque sin llegar a discutir los razonamientos implicados. Esta manera de utilizar la TD es cercana a un uso transformador de la tecnología, pues se promueven actividades de comparar, experimentar y validar.

Finalmente, otro de los recursos empleados es **material impreso** descargado de Internet:

- Por ejemplo, se observó a la profesora *P* utilizando ese tipo de material para que los niños realizaran sumas y restas.

- Para el 24% los profesores esto significa emplear TD, pero en sentido estricto no se utiliza TD en la clase.

9.4.3. Reflexiones sobre la experiencia de los profesores con TD

Como hemos notado, la manera como los profesores observados orquestan los recursos digitales refleja usos limitados de la TD para la enseñanza de las matemáticas.

Sin embargo, parece que esta situación no es exclusiva de la población estudiada, sino pareciera un asunto generalizado como lo muestran los estudios de Santiago et al. (2013) y de Trigueros et al. (2014) presentados en el apartado 2.3.2. Como señalan Trigueros et al. (2014), los usos limitados de la TD para la enseñanza de las matemáticas responden a distintos factores, como la experiencia y formación o a los recursos de que dispone el profesor en el ambiente de trabajo. Al respecto, Thomas y Palmer (2014) señalan que lo que posibilita u obstaculiza el uso de las TD en la escuela responde a dos tipos de factores: (i) los *extrínsecos* relacionados con el acceso a hardware y software, con la presión del currículum, con el apoyo institucional, entre otros; y (ii) los *intrínsecos*, como las actitudes y las capacidades de los profesores, factores relacionados con el conocimiento necesario del profesor para integrar TD en su práctica.

En este estudio diagnóstico hemos dado cuenta de algunos de esos factores extrínsecos e intrínsecos que condicionan el uso de TD por parte de los profesores. A continuación, ilustro, a partir de dos casos, la relación entre lo que hace el profesor en la clase de matemáticas cuando utiliza recursos digitales y los factores que inciden en ella.

9.5. FACTORES QUE CONDICIONAN LA ORQUESTACIÓN DE LOS RECURSOS DIGITALES EN LA CLASE: ESTUDIOS DE CASO

Al revisar brevemente dos casos de los nueve profesores observados (Alicia y Alfredo) podemos advertir cómo lo que hace el profesor en el aula al utilizar TD está condicionado por distintos factores. Para cada caso describo aspectos de su contexto institucional y profesional, relacionados con la infraestructura digital, el acceso a ella, su formación y experiencia con el uso TD en la enseñanza de las matemáticas, seguido de una descripción

sobre la manera como utilizaron los recursos digitales en la clase (orquestraciones y usos) y aterrizando en un análisis de la vinculación entre ese contexto y la práctica.

9.5.1. Caso 1: Alicia.

i. Detalles y contexto de Alicia

Esta profesora es licenciada en educación primaria con más de 13 años de servicio, trabaja en una escuela rural, a cargo de grado 3°. Ella carecía de formación sobre el uso de TD; su experiencia al respecto era que “ocasionalmente” –un par de veces en el bimestre— utilizaba “videos explicativos” o juegos como “*Jeopardy*”. Explicó que no usaba esos recursos con más frecuencia porque “no en todas las escuelas se cuenta con el material necesario para llevarlo a cabo y al desconocimiento de estrategias”. También señaló que su dominio del uso de la TD en la enseñanza era deficiente porque le faltaba “dominar algunos otros programas que pudieran ser útiles para la elaboración de material”.

Por otra parte, la profesora tenía una percepción positiva del uso de TD para la clase de matemáticas: señaló que “facilita la investigación de los contenidos a tratar y apoya en la elaboración de material más atractivo para los niños”. También mencionó que con el uso de estas tecnologías “La atención de los niños es mayor y el interés por las actividades y su desarrollo facilita la comprensión del tema a tratar”. Señaló que contaba con computadora e Internet en casa, y que en su salón de clases ella tenía acceso a una computadora.

La escuela de Alicia era una primaria con 240 alumnos. Contaba con un aula de medios con 7 laptops donde los estudiantes reciben clases de computación con una profesora responsable de esta área. Dos aulas (usadas por los grados 5° y 6°) contaban cada una con los equipos del programa Enciclomedia (computadora, proyector y pizarrón electrónico), pero estaban en malas condiciones, los pizarrones ya no funcionaban (se usan sólo como pantalla) y la luz de los proyectores era baja; incluso en un aula ya no se contaba con el contenido digital original. Había Internet satelital pero casi no se usaba por no funcionaba bien.

ii. Descripción de la clase con TD de 3° de Alicia: Lectura y escritura de números.

En su *configuración didáctica*, la profesora trajo su equipo personal (laptop, proyector y extensiones eléctricas) que puso en el centro del aula, con los estudiantes alrededor, pero requirió de ayuda de otro profesor para la instalación. Su objetivo de clase era repasar la lectura y escritura de números de cuatro cifras (tema visto anteriormente), mediante un video interactivo, obtenido de Internet (el *modo de explotación*).

En su *desempeño didáctico*, Alicia organizó a los niños en equipos, preguntándoles números de cuatro cifras y pasando algunos al pizarrón a escribirlas, como repaso. Luego presentó el video con los niños sentados alrededor. El video da explicaciones mediante animaciones y pide la participación del espectador con pausas para ello: primero ejemplifican con un ábaco animado (ver Figura 9.15) las cifras de una cantidad, luego se trata de cómo formar números (pequeños o grandes) a partir de cuatro cifras dadas (ver Figura 9.16). En cierto momento, la profesora pausó el video para enfatizar lo allí explicado (cómo leer un número en el ábaco; y que a las unidades de millar también se les dice millares). Los niños repetían (sin entusiasmo) lo solicitado por el video, mientras la profesora se movía por el salón vigilando su participación. Finalizada la proyección, Alicia retomó una actividad del video (formar números a partir de cuatro cifras dadas) organizando a los niños en equipos (ver Figura 9.17), y solicitando también la escritura de otras cantidades de cuatro cifras; esto también lo dejó como tarea individual.



Figura 9.15. Lectura de cantidades con apoyo de ábaco (video)



Figura 9.16. Formando cantidades de cuatro cifras (video)



Figura 9.17. Repitiendo en papel y lápiz la formación de cifras del video.

9.5.2. Caso 2: Alfredo.

i. Detalles y contexto de Alfredo

Este profesor es licenciado en educación primaria y secundaria con especialidad en matemáticas, con más de 12 años de servicio. Trabajaba en una escuela rural, a cargo de 1er grado. La formación de él en el uso de TD fue haber tomado el “Curso Nacional de Integración de las TICs en Matemáticas-2009”. Señaló que “ocasionalmente” utilizaba las TD para “proyectar imágenes en el pizarrón para tratar [el] tema de ubicación espacial” o utilizando un “software para sumas y restas en el nivel inicial”. Explicó que el uso era ocasional porque “algunos recursos deben estar conectados a Internet para funcionar y en la institución no contamos con acceso a la red”. También mencionó que su dominio de estas tecnologías para la enseñanza era bueno, ya que tenía “habilidades para navegar en la red y utilizar la computadora”. Este profesor apreciaba el uso de TD en la enseñanza de las matemáticas al considerar que pueden “centrar la atención de los alumnos y despertar el interés por participar de manera activa en la clase”, pero veía “como desventaja [que] las instalaciones [escolares] no son idóneas para los recursos”. Él contaba con computadora e Internet en casa y en su salón tenía acceso a computadora y proyector.

Su escuela, de 90 alumnos, contaba con dos aulas (de 5° y 6° grados) con los equipos de Enciclomedia (computadora, proyector y pizarrón electrónico), pero éstos se encontraban abandonados. También había dos laptops y un proyector para el uso de los profesores cuando lo requirieran. En la escuela se carecía de Internet porque el director consideraba que harían mal uso de este servicio tanto profesores, como alumnos.

ii. Descripción de la clase con TD de 1° de Alfredo: cálculo mental

Para su *configuración didáctica*, el profesor colocó una laptop y el proyector al centro del aula, con los niños sentados en semicírculo alrededor. Su propósito de clase (*modo de explotación*) era trabajar el cálculo mental de sumas y restas, como antecedente al algoritmo formal de estas operaciones; para ello usó como modo de explotación, un interactivo digital (comprado) “Sumas y restas”, que incluye juegos de cálculo mental (Figuras 4-6). En su *desempeño didáctico*, el profesor inició la clase organizando equipos y dando a los niños una hoja con sumas y restas para que las resolvieran mentalmente y escribieran el resultado; después de 30 minutos, detuvo la actividad y pidió que se

contrastaran algunas respuestas, explicando y realizando, en caso de discrepancias, las operaciones en el pizarrón.

Después continuó con juegos del interactivo digital. El primer juego (ver Figura 9.18) mostraba una suma en el lado derecho de la pantalla, y al centro salían hacia el espacio tres globos con algunas cantidades, teniendo que reventar el globo con el resultado correcto antes de que saliera de la pantalla. Para jugarlo, Alfredo eligió a un niño que controlara la computadora, pidiendo a otro niño decir el resultado de ese momento para que el niño con la computadora rompiera el globo correspondiente. Esto se repitió varias veces hasta que todos los niños del grupo participaron dando una respuesta.



Figura 9.18. Juego de los globos



Figura 9.19. Juego del gusanito

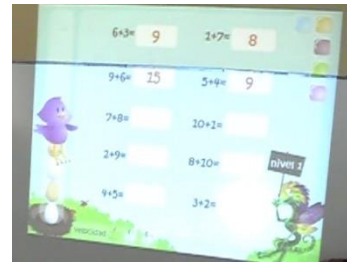


Figura 9.20. Juego del pajarito

Otro juego trataba de un gusanito (ver Figura 9.19) que debía llegar a la manzana; para lograrlo debía seguir el camino cuyas cantidades, al sumarlas dieran la cantidad indicada en la manzana. El profesor siguió la misma dinámica de trabajo anterior, pero con una variante: cuando la suma de las cantidades en los caminos fuera más difícil para los estudiantes, Alfredo pidió que entre todos hallaran la respuesta, señalando las operaciones necesarias.

El tercer juego (ver Figura 9.20) mostraba diez sumas a resolverse antes de que los huevos que pone un pajarito, puestos uno sobre otro, alcanzaran cierta altura. En esta ocasión, Alfredo eligió a un niño a cargo de la computadora y la participación del grupo fue libre.

Durante los juegos del interactivo, los niños se mostraban entusiasmados, participaban con frecuencia dando respuesta a las operaciones y pedían estar a cargo de la computadora.

9.5.3. Discusión de los casos de Alicia y Alfredo

Aquí, primero se analiza cómo los profesores orquestaron los recursos digitales que utilizaron en sus clases, identificando el uso didáctico que hicieron de éstos. Luego, inferimos los aspectos personales y profesionales (factores intrínsecos) y condiciones institucionales (factores externos) que incidieron en la selección y uso de los recursos utilizados.

i. La orquestación de los recursos digitales por los profesores analizados

En la orquestación del caso 1, Alicia primero utilizó el recurso digital (el video) para hacer una explicación del tema de clase, sustituyendo lo que ella normalmente haría (orquestación que llamamos *explica-el-tema*). Otro tipo de orquestación coincide con lo que Drijvers (2010) llama *explica-la-pantalla*, donde ella utilizó el video para explicar de otra manera lo ya explicado. Luego Alicia repitió una actividad mostrada en el video (a lo que llamamos *repite-la-pantalla*), pidiendo a los niños que copiaran la actividad en sus cuadernos y la hicieran lápiz y papel. En el marco propuesto por Hughes (2005), estos modos de orquestación reflejan usos de la tecnología como *reemplazo*, donde el video se utiliza para explicar el tema a los niños. Se busca que los estudiantes aprendan, a partir de escuchar, ver y repetir los conceptos y procedimientos mostrados en el video.

En el caso 2, Alfredo utilizó un interactivo para ejercitar el cálculo mental. En su uso, cuando el profesor ayuda a los niños que pasan al frente con el manejo del recurso digital, identificamos la *demostración-técnica*. Otro modo de orquestar el recurso fue el de *explica-la-pantalla*, cuando Alfredo explicó cuál era la tarea que se pedía en los juegos o ayudaba a llegar al resultado. Él también utilizó el modo *sherpa-trabajando*, al poner a niños a cargo de la computadora para hacer lo que el grupo o profesor decían. Estos modos de orquestar el interactivo muestran un uso amplificador de la TD, al abordar de manera más eficiente el cálculo mental a como lo hizo con lápiz y papel, pues la motivación, atención y participación de los niños por realizar los ejercicios fue mayor; la simulación de distintos escenarios, la animación y límite de tiempo del interactivo permitieron tal uso.

Sin embargo, no se identificaron en estos casos, usos más transformadores de los recursos seleccionados. Por otro lado, el tipo de software (y equipo disponible) condiciona el tipo de orquestación y de aprovechamiento de las TD. En este sentido, es interesante que

el recurso usado por Alfredo en 1er grado, donde pudiera esperarse menos posibilidades de aprovechamiento de la TD, fue más rico que el escogido por Alicia en 3er grado.

ii. Los factores internos y externos que determinaron el uso de la TD.

Como vimos, en ambos casos sólo se utilizó una computadora para toda la clase. En el caso 1, la profesora Alicia llevó su propio equipo al aula, mientras que el profesor Alfredo, utilizó uno de los equipos de su escuela. Esta situación de acceso se liga a políticas escolares sobre el uso de los equipos de cómputo: en la escuela de la profesora Alicia, los equipos del aula de medios están destinados para clases de computación; mientras que en la escuela del profesor Alfredo existe equipo a disposición de los profesores. De esta manera, aunque el ambiente digital en ambas clases fue similar (una computadora y un proyector), la profesora Alicia tenía menor acceso a equipo digital y tuvo que conseguir su propio equipo.

Por otro lado, respecto al uso dado al recurso digital empleado vimos que, en el caso 1, el video se utilizó para presentar y repasar conceptos y procedimientos; mientras que en el caso 2, el interactivo se utilizó para practicar habilidades. Este uso dado a los recursos digitales se vincula con algunos elementos profesionales y del contexto institucional de los profesores. En el caso 1, la profesora no tiene formación en cuanto al uso de tecnología digital para la enseñanza de las matemáticas; incluso menciona desconocer estrategias y dominar algunos programas (digitales). Por otra parte, en el caso 2, el profesor tiene especialidad en matemáticas, ha tomado un curso de capacitación y considera tener buen dominio de las TD para la enseñanza. Esta condición de los profesores permite comprender que en el primero caso se haga un uso de la tecnología como *reemplazo* y en el segundo como *amplificador*. Aunque también este uso se relaciona con el tipo de recurso empleado.

De acuerdo con Sacristán et al. (2009), los recursos digitales para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas deben, idóneamente contar con: potencial para matematizar (para hacer matemáticas, practicar habilidades y comprender conceptos, como señala Drijvers, 2015), poder comunicativo, múltiples representaciones, capacidades de red y capacidades computacionales y dinámicas. En ese sentido, el video y el interactivo utilizados por los profesores son algo limitados, en parte por los grados que se atienden, pero también en términos de los recursos en sí que no cuentan con mayores posibilidades

para matematizar. El recurrir a este tipo de recursos digitales también está condicionado por las políticas escolares: La ausencia de Internet en la escuela del profesor Alfredo (porque el director no lo considera pertinente) limita el uso que pudiera hacer de otros recursos digitales más potentes; o bien el que el equipo sea para clase de computación y no para el uso pedagógico de los profesores limita sus posibilidades de uso. De esta manera, el conseguir su propia computadora, el contar con una sola computadora para todo el grupo, el conseguir sus propios materiales digitales, el carecer de internet son limitantes que inciden de manera importante en ese uso limitado de la tecnología digital.

A pesar de los factores adversos, es importante señalar la existencia de una percepción y actitud favorable por parte de los profesores hacia el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas. Al respecto, ambos profesores consideraban que este tipo de recursos les permite a ellos investigar temas y crear material didáctico atractivo que ayude a promover la atención, el interés y la participación de los niños en la clase; además de que puede facilitar la comprensión del tema de estudio. Es por ello, que hacen un esfuerzo por usar TD: llevan su computadora y proyector al aula (caso 1), compran software educativo (caso 2), investigan en Internet materiales digitales como videos o aplicaciones (casos 1 y 2).

Así, las formas como los profesores utilizaban las TD responden a diversos factores: a su formación; a sus percepciones y actitudes; a la infraestructura digital existente en la escuela; a los recursos digitales que conocen o tienen acceso; y a las políticas y gestiones escolares sobre el uso de la TD en la escuela. Estos resultados nos sugirieron que para integrar TD a las clases de matemáticas, se requieren acciones de desarrollo profesional docente acompañadas de acciones que incidan en los otros factores que condicionan su uso.

CAPÍTULO 10. DESARROLLO Y RESULTADOS DEL CICLO 1 (PRIMER CURSO DE FORMACIÓN)

Como se planteó en el Capítulo 8, con base a la metodología de investigación de diseño, nuestro estudio consistió en dos ciclos interactivos de intervención e investigación. En esos ciclos se (re)diseñó un curso, para docentes de primaria, de formación en la integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas (ver apartado 8.2).. En este capítulo se describe el desarrollo del primer ciclo de intervención-investigación, dando cuenta de los resultados del primer curso de formación que se llevó a cabo en el año 2017-2018.

Como se describe en el apartado 8.2 sobre el diseño del primer curso de formación, las sesiones de trabajo del curso de formación implementado (intervención) contemplaban la realización de actividades de exploración de los recursos digitales, de estudio de literatura sobre tecnología y sobre didáctica de los contenidos, así como la experimentación de clases de matemáticas empleando recursos digitales (para la cual tuve que realizar visitas a las escuelas de apoyo técnico, como se describió en el apartado anterior).

Sin embargo, como se verá a lo largo de este capítulo, hubo diversos problemas que hicieron que no sucedieran las cosas como esperaba: los efectos del sismo de 2017 (ver Apéndice C.2); la irregularidad de asistencia de los profesores; problemas técnicos, tanto con el equipo digital personal de los profesores, como con el existente en las escuelas; condiciones laborales y sindicales; y, también, mi propia falta de experiencia y conocimientos sobre el uso de tecnología para la enseñanza de las matemáticas.

10.1. VISITAS DE APOYO TÉCNICO A ESCUELAS

Una de las actividades que tuve que realizar fue la de realizar visitas a las escuelas para apoyar con la instalación y actualización de los equipos, en algunos casos con el apoyo del

profesor del aula de medios, y, otras veces tuve que llevarme las computadoras a casa para darles el servicio. Estas visitas se hicieron desde antes de iniciar el curso, y repetidamente a lo largo de este.

Durante las visitas de apoyo técnico a las escuelas, también presenté el material digital a los profesores de las escuelas (ver Figura 10.1). Esta actividad, de 30 minutos aproximadamente, consistió en mostrar a los docentes el repositorio de aplicaciones que se había puesto en los equipos, además de explorar algunas para que las conocieran y exploraran.



Figura 10.1. Profesores explorando los recursos digitales en visita de apoyo técnico (11-12-2017)

10.2. INICIO DEL CURSO

La sesión inicial del curso fue para explicar a los profesores el propósito del curso — conocer algunos recursos digitales y su uso para la enseñanza de las matemáticas— y que formaba parte de un proyecto de investigación que realizaba, por lo que su colaboración era de suma importancia. También les expliqué el trabajo que se realizaría, el cual consistiría en revisión de literatura, exploración y puesta en práctica de algunos recursos digitales, y análisis de esas experiencias.

Además, en esta primera sesión, se les compartieron los softwares para su instalación en sus equipos de cómputo; en algunos casos se requirió la instalación de un navegador de internet, de Java y de Flash Player para el funcionamiento de la plataforma de uno de los recursos (Fraction Lab). Una vez se tenían los softwares instalados, se hizo la presentación de éstos y una breve exploración. Con estas actividades previas se dio inicio al curso.

Veamos ahora la descripción de lo realizado durante el curso de acuerdo con cada uno de los módulos.

10.3. PRIMER MÓDULO CON FRACTION LAB

En este apartado presento la dinámica de trabajo del módulo, la forma en que se abordaron los componentes de estudio y las dificultades presentadas en el trabajo, lo que dio pie a realizar cambios en las actividades durante este primer curso y en los recursos digitales empleados. Por otra parte, presento qué acciones de apoyo técnico se hicieron en algunas escuelas para acondicionar equipos de cómputo y así poder utilizar los recursos digitales.

10.3.1. Potencialidades y aspectos técnicos del recurso digital Fraction Lab

Como ya se mencionó, en el primer módulo se utilizó la plataforma de Fraction Lab (ver Figura 10.3), que permite representar fracciones propias e impropias en diversos modelos: de área, de capacidad, en la recta numérica y en uno de cantidades discretas (de conjuntos). Además, cuenta con herramientas para comparar fracciones, crear equivalencias y realizar sumas y restas con igual y diferente denominador. Estas características del recurso digital las consideré muy valiosas para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones. Sin embargo, se trataba de una plataforma en línea que no contaba con versión descargable. Ante esta circunstancia opté por descargar la página donde se alojaba Fraction Lab, creyendo que así funcionaría. Al realizar pruebas de la versión que descargué todo parecía funcionar, pues permitía su uso al desconectar de internet mi computadora. Sin embargo, había un detalle no detectado al principio: la plataforma se tenía que iniciar con conexión a internet (si se abría sin conexión, el interactivo no se ejecutaba en su totalidad, no permitiendo su uso).

Debido a esto, solo se llevaron a cabo dos sesiones (ver Figura 10.2) con Fraction Lab; después, como se presenta en el apartado 10.3.2.1, se tuvo que replantear el contenido del módulo.



Figura 10.2. Sesión inicial del curso (23 sept., 2017) en la biblioteca del Centro de Maestros.

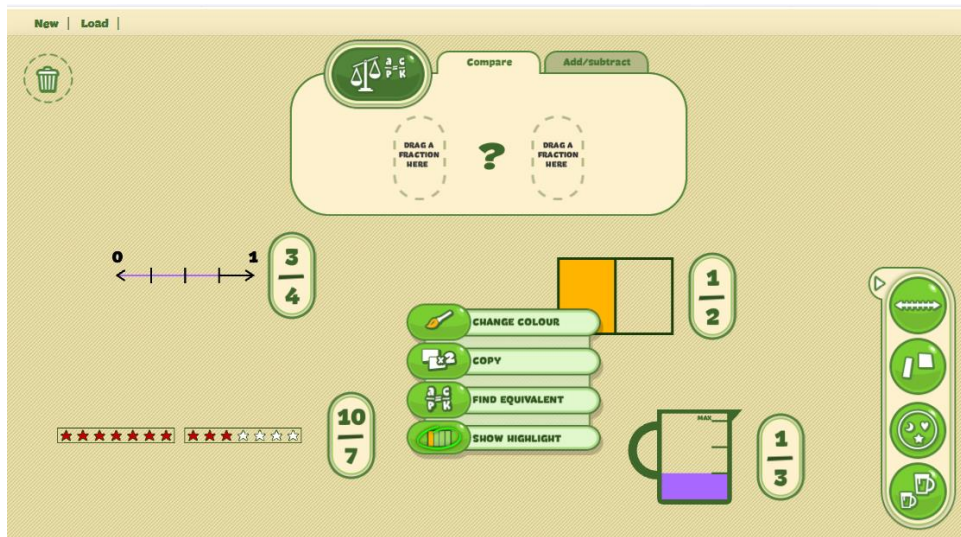


Figura 10.3. Recurso digital Fraction Lab

10.3.2. Actividades para el estudio del recurso digital Fraction Lab


Para el estudio de Fraction Lab, se habían planeado y distribuido a los participantes, 17 hojas de trabajo descargadas de la plataforma del software (ver Figura 10.4.). Esas hojas de trabajo contienen tareas que implican conocer ciertas características del programa a la vez de ir resolviendo situaciones problemáticas. Estas hojas estaban en inglés, y aunque se iban a traducir, se acabó trabajando con las originales con mi ayuda para entenderlas.

La estrategia propuesta para estudiar el recurso digital consistía en que los profesores, organizados en parejas, primero realizaran las actividades de las hojas de trabajo, para luego socializar de manera grupal sus procedimientos utilizados, sus opiniones de la actividad y del recurso digital. Sin embargo, debido a que las parejas avanzaban a ritmos diferentes, no pude organizar las sesiones de socialización. Esto se agravó más porque cambió la población de asistentes de un día al siguiente.

Una complicación más fue que cuando los profesores trataron de utilizar Fraction Lab en su casa o en escuela, éste se quedaba bloqueado por falta de conexión a internet. Fue aquí donde advertí que el archivo descargado sólo se podía iniciar con acceso a internet. Estas condiciones dieron un giro inesperado al módulo, debido a que fue necesario recurrir a otro recurso digital para el estudio de fracciones (ver apartado 10.4).


Aún así, a continuación, presentamos algunos de los aspectos cubiertos durante esta parte del primer módulo.


Nombre: _____




Familiarizándose con la plataforma: construyendo fracciones.

1. Piensa en una fracción. Haz la fracción en **Fraction Lab**, en la recta numérica, en un rectángulo, en un conjunto y en un recipiente. Haz esto seleccionando cada representación utilizando las flechas para colocar el denominador y numerador.


2. Escribe abajo las similitudes y diferencias entre cada representación.
3. Haz clic derecho con el ratón sobre el dibujo de una fracción y elige cambiar color.


4. Haz clic derecho con el ratón sobre otra fracción y elige Copiar.


5. Haz clic derecho sobre tu representación favorita y elige Resaltar.




6. Toma una imagen de la pantalla usando el botón . Guarda tu imagen en una carpeta personal.

Figura 10.4. Ejemplo de una hoja de trabajo con Fraction Lab

10.3.2.1. La representación de una fracción con Fraction Lab

Una de las primeras actividades realizadas con Fraction Lab fue la de explorar las posibles formas en que se puede representar $\frac{1}{3}$. Se recuperaron seis hojas de trabajo de los profesores participantes: todos coinciden en que se trata de poner la misma fracción con “diferencias en la forma” o “en varios diseños” como son “la recta numérica”, “colecciones”, “barras” y “capacidades”. Otras formas de referirse a la representación del modelo área, además de “barras” fue de “figura geométrica” y “en superficie”. La representación en el modelo de capacidad también fue llamada como “volumen” y “ml” (mililitros).

Algo que destacan dos profesores es la interactividad del recurso para promover el aprendizaje: “A través de estas diferentes representaciones el niño puede comparar y observar los tipos de representación para una misma fracción de una manera más interactiva”.

Además de esta tarea para explorar las posibilidades del recurso y la representación de la fracción, los profesores identificaron opciones que presenta la plataforma para cambiar color, resaltar, copiar una fracción, tomar una imagen de la pantalla.

10.3.2.2. Comparando fracciones con Fraction Lab

En una hoja de trabajo de Fraction Lab se pide la tarea de encerrar la fracción mayor entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$, luego se le solicita lo hagan en la plataforma para verificar la respuesta y finaliza solicitando una explicación del por qué una fracción es mayor que otra.

Como explicación del tamaño de la fracción los profesores argumentaron más con base en lo que sabían sobre el contenido que sobre lo observado en Fraction Lab. Por ejemplo, señalaban el tamaño de las partes o el reparto que representa la fracción “porque $\frac{1}{3}$ está dividido o repartido entre menos elementos que $\frac{1}{5}$ ” o “porque las partes son más grandes”. Otras razones que daban se basan en características numéricas. Por ejemplo, una profesora dijo que esto se daba “porque mientras el denominador tenga un número más grande la fracción es más pequeña, ya que se divide en más partes”. Otra razón dada fue “por el denominador”. Hubo una explicación fundamentada en elementos de los mostrados en la plataforma “gráficamente se puede ver cómo $\frac{1}{3}$ es mayor a $\frac{1}{5}$ ”.

Un aspecto técnico que exploraron los profesores fue la función de “comparar” donde se colocaron las fracciones en su expresión numérica y en la pantalla se mostraban los signos menor o mayor para comparar las fracciones (Figura 10.5), apoyos con que cuenta el programa para resolver la situación planteada.

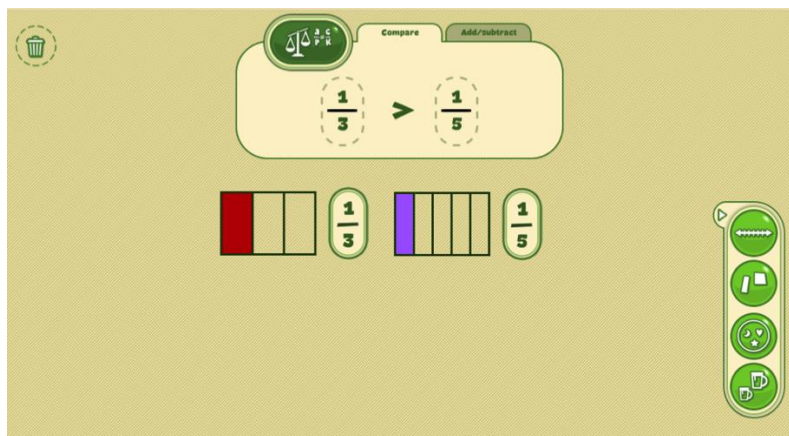


Figura 10.5. Comparación de fracciones con Fraction Lab

10.3.2.3. Fracciones equivalentes con Fraction Lab

Una función de Fraction Lab es la creación de fracciones equivalentes (*find equivalent*), como se puede ver en la Figura 10.6. Al dar clic en esta opción se genera otra fracción igual a la original, pero acompañada de un factor que puede aumentarse como se ve en la Figura 10.6. Aquí se pidió que explicaran la lógica con que el programa crea fracciones equivalentes. Una forma de expresar la respuesta fue considerar los cambios en lo gráfico y numérico de la fracción como lo señalan algunos profesores: “va dividiendo cada parte o cuarto en 2, en 3, en 4... partes” o dicho de otra manera “se va manteniendo el mismo volumen y únicamente se va dividiendo el entero o la unidad”. Otra respuesta se enfocó solo en las relaciones numéricas visualizadas en la pantalla: “Multiplicar el numerador y el denominador por un mismo número”.

Con este tipo de tareas los profesores pusieron en juego los conocimientos sobre fracciones equivalentes y reconocieron las funciones para crear fracciones equivalentes y para compararlas numéricamente. Las tareas realizadas están destinadas a los niños, así que realmente no representó un reto importante para los profesores y varias respuestas dadas fueron fundamentadas en su conocimiento que ya poseen del contenido y no generadas con el software. Por ejemplo, cuando se les preguntó en una hoja de trabajo si $\frac{3}{4}$ es equivalente a $\frac{1}{12}$ porque $3 \times 4 = 12$, las respuestas señalaron que no se aplicó el mismo factor a los dos

términos de la fracción así que no son equivalentes y otros dijeron que “A simple vista se nota la diferencia”.

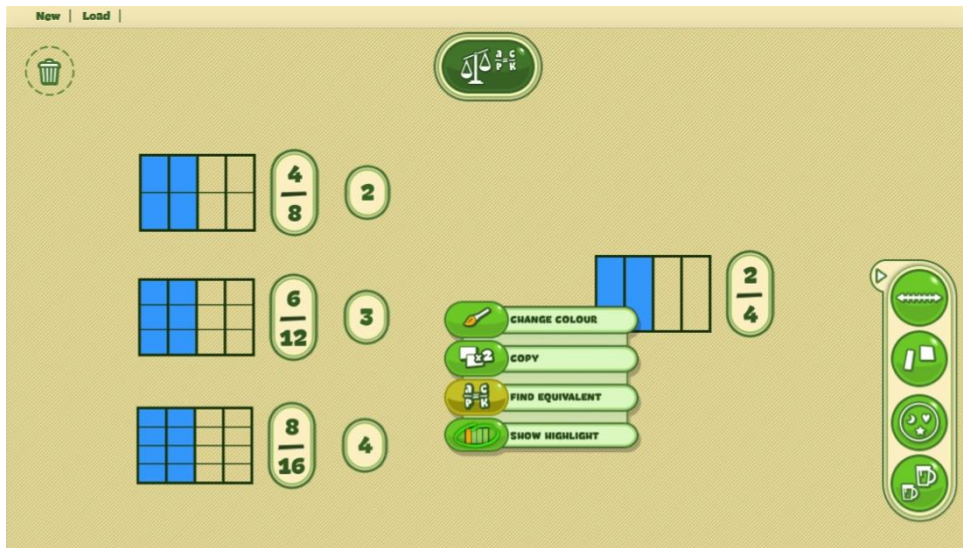


Figura 10.6. Generación de fracciones equivalentes con Fraction Lab.

En las evidencias mostradas se aprecian los elementos técnicos explorados por los profesores en Fraction Lab, así como los conocimientos sobre el contenido que exige la plataforma, lo cuales fueron expuestos por los profesores en las respuestas a las tareas.

10.4. EL REPLANTEAMIENTO DEL PRIMER MÓDULO

Debido en parte a las repercusiones del sismo del 2017, la configuración de los participantes del curso cambió²³. Se aprovechó entonces en la cuarta sesión para replantear los recursos digitales a utilizar y dar una introducción para los nuevos integrantes.

Así, en la sesión del 10 de noviembre 2017, se les volvió a comentar la importancia de su colaboración en el proyecto y se les solicitó llevar un diario de las clases de matemáticas donde emplearan recursos digitales –la consigna era una clase por semana—, llevaran planes de clase y recolectaran algunas evidencias del trabajo con los niños, evidencias que integrarían la carpeta de trabajo de cada profesor.

En cuanto a los recursos digitales a utilizar, en el repositorio que se compiló (ver Tabla 8.5), se contaba con otros recursos digitales (ver Tabla C.2 en Apéndice C) que podrían

²³ Como ya se mencionó, debido a las deserciones de profesores al curso, se invitaron a otros profesores, y así se integraron nuevos al grupo.

utilizarse para el desarrollo del primer módulo de fracciones²⁴. De éstos, se eligieron los interactivos de la Universidad de Colorado porque estos recursos contaban con mayores posibilidades de representación de las fracciones que los demás y consideramos que eran más intuitivos.

10.4.1. Las actividades para el estudio de los nuevos recursos para el estudio de fracciones

La metodología de trabajo planteaba la misma dinámica que al principio, con el estudio de los recursos, revisión bibliográfica, la preparación de clases y experimentación de ellas.

Para explorar las simulaciones sobre fracciones de la Universidad de Colorado, solicité a los profesores que realizaran las actividades de tres hojas de trabajo sugeridas en el material de la página de la simulación “Introducción a fracciones”²⁵, las cuales eran parte de algunos planes de clase. Este material me pareció apropiado para ejemplificar el modo en el que los profesores podrían diseñar su planificación para integrar recursos digitales.

El recurso “Introducción a fracciones” se exploró a partir de tres hojas de trabajo para identificar el sentido del numerador y denominador de una fracción, comparar fracciones y hallar fracciones equivalentes. Aquí los profesores exploraron cómo en el programa presenta seis representaciones gráficas de la fracción acompañado de la representación numérica, la que permite manipular el numerador y denominador.

Tras la primera actividad para identificar los componentes de la fracción los profesores señalaron que “si aumenta la parte superior la fracción aumenta y si disminuye la parte inferior disminuye”, también indicaron que el numerador indica “las partes que se ocupan de un entero. Entre más grande sea el número la cantidad es mayor” y el denominador “como el número de partes en las que se dividió el entero. Entre más aumente el número la fracción disminuye”.

Otras de las ideas sobre el contenido puestas en juego en las tareas realizadas con la aplicación fue la noción de equivalencia con la pestaña “laboratorio de igualdad” (Figura 10.7), a partir de las cuales los profesores indican que las fracciones son equivalentes

²⁴ Por ejemplo, las actividades “Introducción a fracciones”, “Crear una fracción” y “Parejas de fracciones” de University of Colorado Boulder; “Fraction book” de GeoGebra; “Fracciones 1” de Red Educativa Descartes; y “Pedazzitos 1.1” software comercial.

²⁵ <https://phet.colorado.edu/es/simulations>

“cuando el numerador y el denominador son múltiplos de la fracción dada o se suma dos veces la fracción” o bien “una fracción es equivalente al multiplicar el numerador y denominador por 2, 3 o 4”.

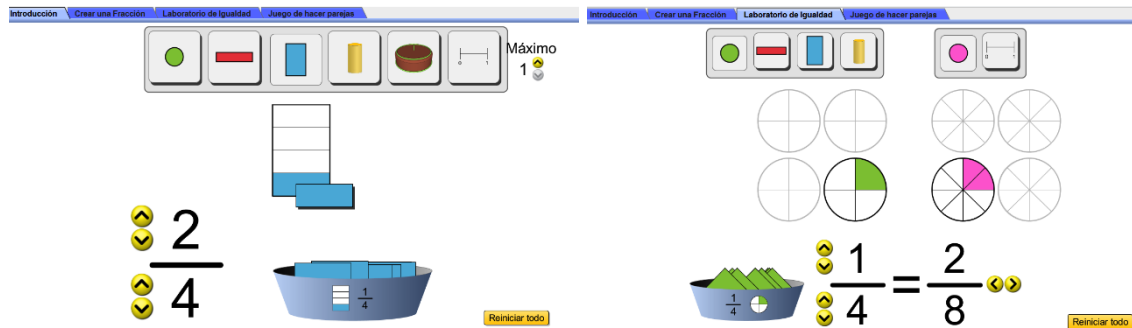


Figura 10.7. Laboratorio de igualdad en el recurso “Introducción a fracciones”

Después de las primeras revisiones, los profesores plantearon que les resultaría importante hacer una revisión general de cada uno de los recursos del tema de fracciones, así que nos organizamos en binas para la revisión y presentación de alguno de los recursos (Figura 10.8). Se hizo una discusión grupal de los aspectos técnicos y de contenido de cada una de las aplicaciones del sitio de la Universidad de Colorado, proyectándolas al grupo, pero también cada uno de los profesores hacía la revisión de los recursos en su propia computadora. Esta actividad fue muy interesante para los profesores porque les permitió conocer todos los recursos y así tenían un mayor número de opciones para preparar su clase, además que les daban más ideas de cómo podrían utilizarse en clase.



Figura 10.8. Revisión de los recursos sobre fracciones (1 y 2 de dic., 2017)

Una profesora, que atendía a primer grado, solicitó dar a conocer otros de los recursos del repositorio que no correspondían a las fracciones, sino a otros temas, porque señaló que le era difícil utilizar los recursos sobre el tema de fracciones en niños de primer grado dado que no es un tema que se aborde en ese nivel. Esta situación de exponer otros temas que

irían más de acuerdo con los contenidos curriculares del primer ciclo fue aplaudida por los demás profesores que atendían estos grados, ya que era difícil organizar el desarrollo del tema con sus estudiantes, además de los escasos recursos con los que contaban.

Fue entonces que resultó importante conocer aplicaciones diversas para atender a los intereses y necesidades de cada uno de los profesores según el grado escolar que atienden. La propuesta prevista para el tema de fracciones, un tema que se aborda de tercero a sexto grado de educación primaria, hubiese sido mejor si el curso se hubiera integrado únicamente con profesores de los grados donde se aborda el contenido. Así pues, se revisaron otras aplicaciones y recursos del repositorio para dar mayores opciones a los profesores. Entre los recursos del repositorio estaban los interactivos del programa Enciclomedia, los cuales se revisaron en otra sesión.

10.4.2. Las actividades de revisión bibliográfica (primer módulo)

Como se ha mencionado, otra parte del curso estaba destinada al estudio didáctico del contenido a partir de la revisión bibliográfica. Esto consistía en realizar la lectura en casa (dando un plazo de 15 días) para que después fuera discutida en algún momento de las sesiones presenciales.

En el primer módulo se les distribuyó a los profesores material bibliográfico sobre el contenido de fracciones y sus distintos significados, tomado de Llinares (2003); así como textos sobre la importancia del uso de tecnología digital en la enseñanza.

Sin embargo, los profesores no realizaron las lecturas. Así que se propuso que en la sesión grupal realizaran en equipo la lectura de extractos de los textos y presentaran al grupo ideas principales y ejemplos que mostraran la comprensión del tema –ver Figura 10.9; pero, esto tomó más tiempo del previsto (tres sesiones). Debido a esto último se cambió el formato para el segundo curso (ver Capítulo 0).



Figura 10.9. Exposiciones del tema de fracciones (11 de nov., 2017)

10.4.3. La experimentación con recursos digitales del primer módulo y la reflexión sobre la práctica

En cuanto a la planificación y desarrollo de clases empleando recursos digitales, se les había solicitado a los profesores que tuvieran una práctica cada semana o mínimo cada quince días, ya que sus planes de clase y evidencias eran parte sustancial para valorar el impacto de los recursos para la enseñanza de las matemáticas. Para ello, les ofrecí mi apoyo a los profesores para la implementación de sus clases. Sin embargo, aún así, hubo poca experimentación por parte de los profesores, como se relata a continuación.

En una de las sesiones del primer módulo se organizaron equipos de profesores, de acuerdo al grado que atendían, para diseñar su clase integrando el uso de los recursos digitales. Dicha clase planeada se implementaría con sus estudiantes, para que en la siguiente sesión se compartiera la experiencia. Incluso yo di una clase (en el grupo de la profesora Edith) usando la simulación “Introducción a fracciones” para motivar a los profesores y, como ya mencioné, les ofrecí ayuda a los profesores. Sin embargo, solo una profesora (Sobeida) puso en práctica su clase planeada. Los demás profesores señalaron que no les había sido posible. Ante esta problemática, la sesión para compartir y analizar la experiencia se utilizó para la revisión de otros recursos digitales. Al finalizar el módulo sólo se logró que cinco docentes implementaran una clase, cuatro sobre el tema de fracciones y una sobre el tema de cálculo mental (ver Tabla 10.6).

Tabla 10.6. Clases impartidas sobre fracciones con recursos digitales (y observadas por el investigador)

Clases observadas	Grado	Tema bordado	Recurso digital ²⁶
Sobeida	Cuarto	Fracciones	Simulación <i>Introducción a fracciones</i> (Universidad de Colorado)
Bety (con ayuda del investigador) ²⁷	Tercero	Fracciones	Simulación <i>Crear una fracción</i> (Universidad de Colorado)
Carmelo (con ayuda del investigador)	Cuarto	Fracciones	Aplicación <i>Crear una fracción</i> (comercial)
Anabel	Sexto	Fracciones	Aplicaciones de Enciclomedia <i>Cubícula y Balanza de números</i> ²⁸
Lidia	Primero	Cálculo mental	Applet de GeoGebra <i>Primaria (8-10 años)</i>

10.5. SEGUNDO MÓDULO CON GEOGEBRA

El desarrollo de este segundo módulo fue más fácil que el anterior debido a que no hubo problemas con la instalación y ejecución del software, por lo que no hubo necesidad de realizar más visitas de apoyo técnico a las escuelas. Tampoco hubo renovación del grupo, aunque se dieron algunas deserciones. Por otra parte, las problemáticas con la asistencia y con la puntualidad permanecieron, lo que afectó la dinámica de trabajo en el curso y en las experimentaciones en las aulas.

10.5.1. El recurso digital de GeoGebra

Como ya se mencionó, el recurso del segundo módulo fue el software GeoGebra, un recurso con diversas posibilidades para el estudio de las matemáticas en los distintos niveles educativos (graficación, geometría, gráficos 3D, CAS, hoja de cálculo, probabilidad), desde la educación primaria hasta la educación universitaria. Otras características de este recurso es que se trata de un software libre y ejecutable en distintos sistemas operativos y en distintos dispositivos como celulares, tabletas y computadoras, lo cual le da versatilidad para que pueda ser portado con mayor facilidad y utilizado.

A diferencia de los recursos del primer módulo, donde cada uno está destinado a actividades específicas sobre algún tema de matemáticas, en este caso GeoGebra no trae

²⁶ Ver Repositorio en Apéndice C.4

²⁷ Me integré al trabajo de planear e implementar clases debido a dos razones: para aprender más sobre el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas y para motivar a los participantes en el curso.

²⁸ Esta aplicación no aparece en la tabla de recursos debido a que no era uno de los programas previstos en la reformulación del curso.

actividades predefinidas y tiene un menú amplio de opciones que permiten diseñarlas según el tema y nivel educativos (ver Figura 10.10). (Y aunque existen applets hechos con GeoGebra, se quería que los profesores aprendieran a utilizar el software para diseñar sus propias actividades con el software, por lo que no se recurrió a dichos applets). Sin embargo, estos aspectos implican que se exija un mayor conocimiento y manejo del programa para poderlo utilizar y crear situaciones de aprendizaje significativas.

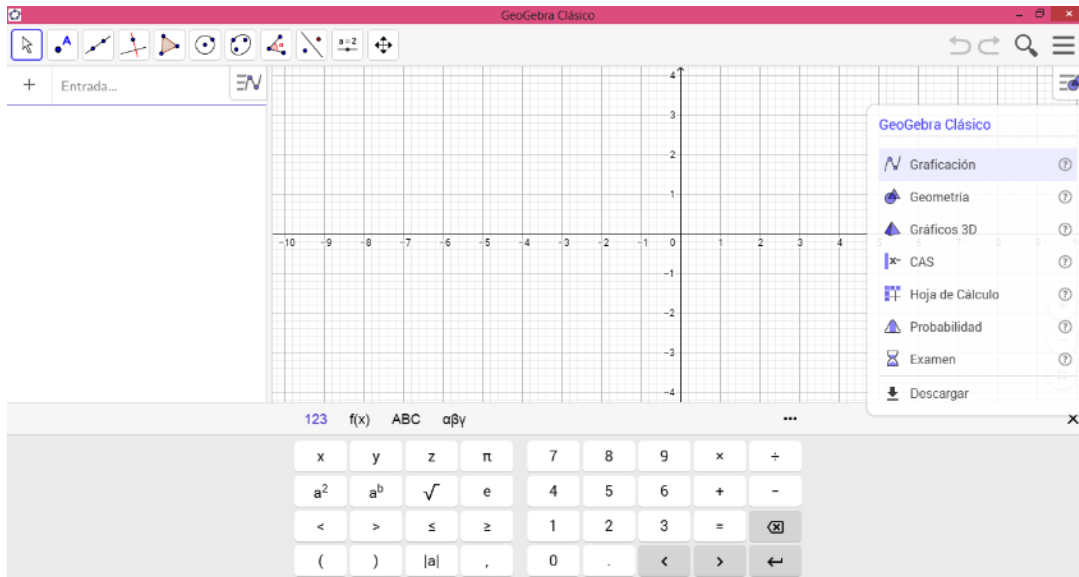


Figura 10.10. Captura del software GeoGebra

10.5.2. Preparación personal para el módulo con GeoGebra

Si bien el recurso estaba definido desde el inicio del curso existía la preocupación de cómo trabajarlo debido a mi falta de confianza en el manejo del software. Conocía de los aportes que GeoGebra ha dado a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, aunque con poca aplicación en la educación primaria, situación que me preocupó en el sentido de cómo podría emplearlo en el curso. De esta manera emprendí un trayecto de investigación y estudio de GeoGebra (tomando un curso personal del software) para mejorar mis conocimientos²⁹.

²⁹ Me acerqué a colegas que conocían del uso del software para solicitar ayuda sobre su uso, con quienes logré tener dos sesiones de trabajo para que me explicaran las herramientas básicas del programa de geometría y algunas funciones para el diseño de actividades. En el congreso del AMIUTEM 2017 supe de los cursos sobre GeoGebra que imparte la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES, así que

Estas actividades nutrieron mi conocimiento técnico y pedagógico del software para el diseño de las actividades que desarrollarían los profesores, así como de mayores elementos como tutor para guiar las actividades en las sesiones del curso. Sumado a esto, algunos de los materiales del curso me sirvieron para compartirlos a los profesores y que tuvieran más herramientas para el estudio del software.

10.5.3. Las actividades para el estudio del recurso digital GeoGebra

El segundo módulo inició con la instalación del software en cada una de las computadoras de los profesores y se les transfirió el archivo ejecutable para que lo instalaran en los equipos de su escuela para poder hacer uso de GeoGebra para alguna clase. Esto transcurrió sin dificultades.

NOMBRE: _____ FECHA: _____

TEMA: Simetría axial

Propósito: Identificación de los ejes de simetría de una figura (original o no) y figuras simétricas entre sí, mediante diferentes recursos.


ACTIVIDADES	OBSERVACIONES
1. ¿Qué entiendes por simetría axial?	¿Qué conocimientos de la simetría axial avanzaste en la actividad?
2. Observa la figura y en colaboración con tu compañero hagan una reproducción simétrica del lado derecho del eje vertical. Dibuja la figura	¿De qué manera te fue útil GeoGebra para resolver la situación?
	¿Qué se dificultó de la actividad y cómo lo resolviste?
3. Cada uno de ustedes en dos ocasiones mueva los puntos de la figura a modo y que tu compañero realice la reproducción simétrica de la figura al lado derecho. Se pueden apoyar en los botones de pistas para hallar la solución o verificar la respuesta.	¿Qué diferencias crees que haya entre hacer esta actividad con GeoGebra y con papel y lápiz?
4. Entre los dos realicen la reproducción simétrica de la figura en los dos cuadrantes restantes.	¿Cómo consideras que puede favorecer tu clase este recurso digital?
5. Borren las figuras que realizaron. Modifiquen los puntos de la figura original. Borren la cuadrícula. Hallen una estrategia para realizar una reproducción simétrica de una figura.	
6. Describe el procedimiento hallado para la reproducción.	
Después de la realización de estas actividades ¿Qué entiendes por simetría axial?	

Figura 10.11. Ejemplo de hoja de trabajo con GeoGebra para simetría axial.

Al inicio del módulo, se introdujo el uso técnico del software. A lo largo del módulo, se tuvieron otros momentos destinados a aspectos técnicos del programa, como por ejemplo, aquellos que se dieron como parte de las exigencias del proceso para resolver algún

emprendí la tarea de buscar la forma de tomar el curso inicial de GeoGebra y en el mes de enero de 2018 inicié el trayecto formativo con el apoyo de una beca de AMIUTEM que consistió en el pago del curso.

problema. Sin embargo, cabe señalar que esta forma de abordar los aspectos técnicos dista del estudio del recurso como fin en sí mismo.

La estrategia de trabajo prevista con GeoGebra, fue el estudio de temas como la construcción de polígonos, identificación de sus características y aspectos de la simetría axial (ver hoja de trabajo en Apéndice C.10). Esto se hizo a partir de resolver situaciones problemáticas (ver Figura 10.11): los profesores, organizados en parejas, exploraron y experimentaron sus ideas a fin de llegar a la solución (Figura 10.12).

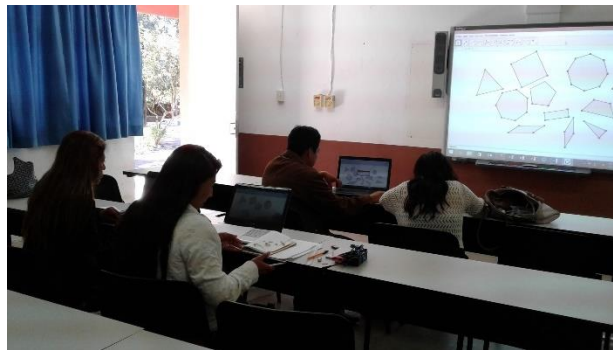


Figura 10.12. Sesión de trabajo con GeoGebra (27-01-2018)

Un aspecto más en la dinámica de trabajo sobre el estudio de GeoGebra fue el compartir soluciones, estrategias y opiniones por los profesores. Después de resuelta la actividad se disponía de un momento para el intercambio, donde las parejas de profesores mostraban al grupo cómo habían llegado a la solución, las dificultades vividas, los descubrimientos logrados y las posibilidades del recurso.

Una de las ideas que subyace a esta forma de trabajo es que los profesores aprenderían a utilizar el recurso a partir de resolver situaciones con él y no meramente a partir del seguimiento de instrucciones, ya que en el proceso de resolver un problema el profesor explora el recurso y halla estrategias sobre su uso.

En las sesiones de este módulo se llevaron a cabo las actividades previstas para el estudio del recurso: las actividades de exploración, sobre las características geométricas de figuras planas y sobre simetría axial, así como la valoración del software.

Nuevamente, aunque en menor medida a como sucedió en el módulo anterior, la impuntualidad y el ausentismo de los profesores hacían que el avance fuera lento, ya que esto implicaba iniciar las actividades con retardo o repetir actividades para quienes no habían asistido a la sesión anterior.

10.5.4. Las actividades de revisión bibliográfica (módulo de GeoGebra)

Respecto a la revisión de literatura sobre el contenido a los profesores se les facilitó un texto sobre la didáctica de la geometría en la educación primaria, así como un texto relacionado con la geometría dinámica. Para llevar a cabo esta actividad, se propuso la distribución de apartados del texto por equipos, para que hicieran la lectura en casa. La idea (como en el módulo anterior) era que en la siguiente sesión se expondrían los contenidos. Sin embargo, nuevamente los profesores no realizaron la lectura; además de que muchos no asistían. Así que opté por seguir realizando las actividades enfocadas al estudio del software y en mis intervenciones comentaba aspectos señalados en la literatura, comentándolos en el grupo y contrastándolos con la experiencia vivida con GeoGebra.

10.5.5. La experimentación con el recurso digital de GeoGebra y la reflexión sobre la práctica

En cuanto al aspecto de planear y desarrollar clases de matemáticas con el uso de GeoGebra, al igual que con el módulo anterior, esto no funcionó mucho. Solo dos profesoras dieron una clase con este recurso (ver Tabla 10.7). A una de ellas (Evelia) la fui a observar la clase y la otra profesora solo me compartió algunas evidencias. Otros profesores prefirieron dar una clase utilizando alguno de los recursos del primer módulo (pero no se pudo contar con evidencias de estos).

Tabla 10.7. Clases impartidas de geometría con GeoGebra

Clase realizada	Grado	Tema abordado	Recurso digital
Sobeida	Cuarto	Características de polígonos	GeoGebra
Evelia	Sexto	Coordenadas en el primer cuadrante	GeoGebra

Dada la circunstancia de la poca experimentación docente con GeoGebra, pero con una mayoría que señalaba ya haber dado una clase con tecnología, opté por organizar una sesión de reflexión sobre las experiencias docentes con tecnología y sobre el análisis de los recursos digitales estudiados hasta el momento. Esto era una parte del curso que no había sucedido.

Para ello, se llevó a cabo la sesión (ver Figura 10.13) donde cada uno de los profesores dio respuesta, ante el grupo, a las siguientes preguntas que sirvieron como guía:

- ¿Qué recursos le han sido más favorables? ¿Por qué?,
- ¿Qué esperaba del uso de TD en su enseñanza y cuál ha sido la realidad?,
- ¿Cómo ha sido la experiencia de los alumnos con el uso de TD en la clase de matemáticas?
- ¿Cómo ha sido su experiencia con la TD en la enseñanza de las matemáticas?
- ¿Cuáles son los desafíos que debe afrontar para implementar el uso de TD en la clase de matemáticas?



Figura 10.13. Sesión de análisis de la práctica con TD (24 feb., 2018)

10.6. TERCER MÓDULO CON LOGO

El tercer módulo estuvo dedicado a Logo. Este es un recurso digital de programación que puede favorecer el aprendizaje de las matemáticas. Para el trabajo con este software retomé actividades de la propuesta creada para el programa de Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT) en la educación secundaria (Sacristán y Esparza, 2005). El trabajo fue arduo y atractivo en la realización de las actividades, las cuales consumieron mayor tiempo del esperado. Algunas problemáticas dificultaron el avance ágil en el estudio de Logo, siendo una de las causas que impidieron ponerlo en práctica. De estos asuntos trataré más adelante.

10.6.1. El recurso digital Logo

Logo (Figura 10.14) es un programa en el que el uso de su lenguaje de programación permite dar indicaciones a la máquina (y a una tortuga virtual) para, por ejemplo, realizar trazos y movimientos indicados por la persona que está al otro lado de la pantalla. Esta característica de crear figuras a partir de indicaciones dadas a la computadora motiva al

estudiante para continuar creando nuevas figuras. De esta manera, se puede jugar y aprender una geometría distinta a la tradicional, con nuevos elementos puestos en juego. Por ejemplo, cuando se pretende construir un triángulo con lápiz y papel, un foco de atención son la medida de los ángulos internos que deben sumar 180, pero con Logo la atención se pone en los ángulos de rotación (complementarios de los ángulos internos) cuya suma debe ser 360 grados.

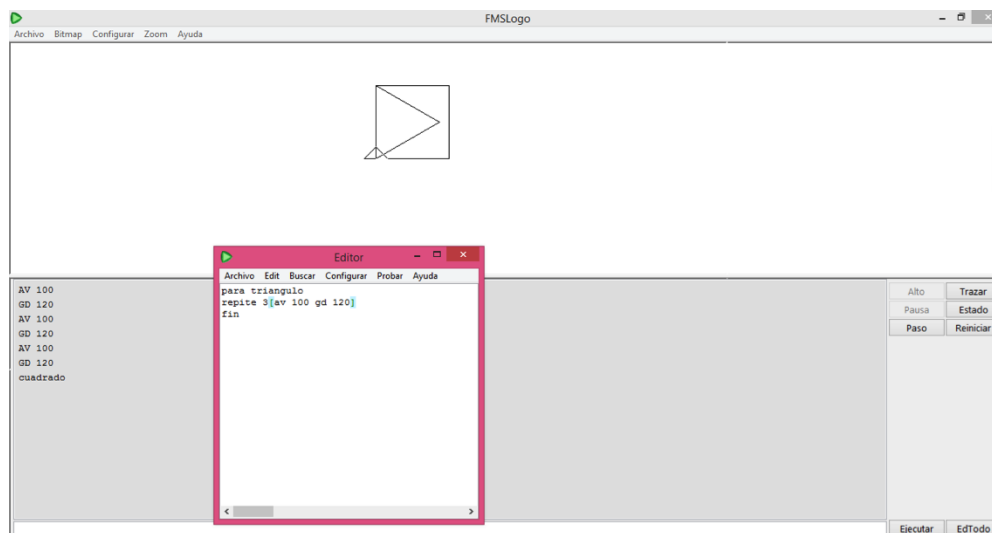


Figura 10.14. Captura de una actividad con Logo.

Entre las características del lenguaje de programación Logo es que es muy intuitivo dado la similitud con el lenguaje que se usa en la vida diaria. Por ejemplo, para indicar que se trace una línea, se le indica con la palabra “avanza” o su abreviatura “AV”, seguido de la distancia que se desea avanzar (aunque, en un principio, la distancia puede resultar extraña, pues se trata de una en pixeles). Para indicar que se gire en cierto sentido, las indicaciones son “giraderecha” y “giraizquierda” o en abreviado “GD” y “GI”. La escritura puede darse en letras minúsculas o mayúsculas de manera indistinta. De esta manera, es un lenguaje de programación accesible y fácil de aprender.

El programa está configurado con el reconocimiento de cierta cantidad de palabras básicas o comandos primitivos, a partir de las cuales el sujeto puede crear otras palabras (comandos) propias y así ampliar la comunicación con el programa para la creación de diversas configuraciones.

Papert (1980), el creador de Logo, resalta sus posibilidades para favorecer el aprendizaje natural del niño de manera similar a cómo se aprende a hablar, sin instrucción deliberada, sino mediante la experimentación y el juego; o sea, mediante la práctica de comunicarse con la computadora y siendo motivado por las creaciones generadas por esa comunicación.

Por otro lado, Logo tiene una relevancia histórica que constituye un antecedente fundamental en el uso de tecnología digital para la enseñanza de las matemáticas, por lo que justifica ser parte del conocimiento pedagógico de la tecnología.

A grandes rasgos estas son las características del software Logo. Sin embargo, a diferencia de las aplicaciones revisadas en el primer módulo, donde se trata de ejecutar simulaciones y tareas preestablecidas —como representar una fracción, ubicar una fracción en la recta numérica, colocar fracciones equivalentes en una balanza, etc.— o en el segundo módulo, donde GeoGebra contiene controles que ayudan en el diseño de situaciones de aprendizaje para diversos temas, Logo, requiere del conocimiento de su lenguaje de programación para poder interactuar con la máquina para, por ejemplo, programar configuraciones geométricas. Esto implica un grado mayor de aprendizaje.

10.6.2. La preparación del módulo con Logo

Para desarrollar el módulo con Logo me pareció importante retomar, como ya se mencionó, los materiales de Logo (Sacristán y Esparza, 2005; Sacristán, 2005) diseñados para el proyecto EMAT (ver apartado 2.3.1.ii) que consta de hojas de trabajo para el estudiante junto con un manual para el profesor (Figura 10.15). En ellos se presenta una propuesta para aprender a utilizar el software, desde lo más básico con la exploración de comandos primitivas hasta construcciones que exigen mayores niveles de programación y de conocimiento matemático.

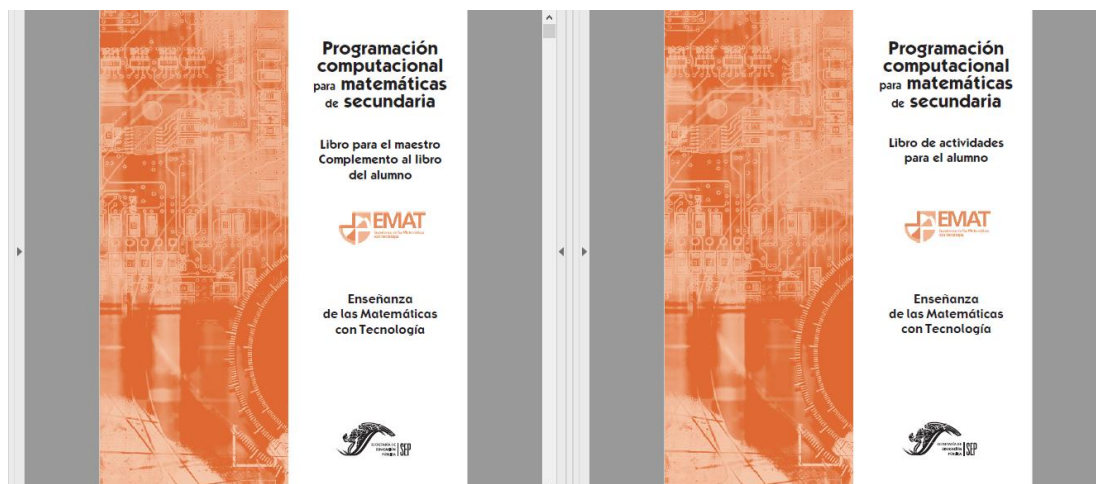


Figura 10.15. Materiales EMAT para el estudio de Logo (Sacristán, 2005; y Sacristán y Esparza, 2005).³⁰

10.6.3. Las actividades para el estudio de Logo

Usando como modelo las actividades de Logo contenidas en el material para el alumno de EMAT, elaboré otras hojas de trabajo que sintetizaran varias de las actividades originales con el fin de agilizar el estudio del software (ver Figura 10.16 y Apéndice C.11). Esta reestructuración también fue para agregar preguntas a las hojas de trabajo que dieran información relativa a la experiencia con el software de los profesores.

NOMBRE: _____
 FECHA: _____

TEMA: Construcción de polígonos a partir de sus ángulos

Propósito: construir polígonos a partir de las características de sus ángulos.

- Explora las primitivas de LOGO: AVANZA, RETROCEDE, GIRADERECHA, GIRAIZQUIERDA, GOMA, SUBELAPIZ, BAJALAPIZ, CENTRO, BORRAPANTALLA, ROTULA, ESCRIBE, MUESTRA, MUESTRATORTUGA, OCULTATORTUGA, PONLAPIZ.
- Escribe las instrucciones para construir los polígonos indicados.

Triángulo	Cuadrado	Pentágono	Trapecio	Romboide

- ¿Qué relación hallas entre los giros que debe dar la tortuga y los ángulos internos de las figuras? Explica tu respuesta
- ¿Explica la estrategia que utilizarías para saber la medida del giro que debe dar la tortuga para construir cualquier polígono?

¿Cuáles fueron las dificultades vividas en la construcción de los polígonos con LOGO?

¿Qué aprendiste sobre las características de los ángulos de los polígonos?

¿Cómo valoras tu primera experiencia con el uso de LOGO?

¿Qué bondades hallas en LOGO para emplearlo en tu clase de matemáticas?

Figura 10.16. Hoja de trabajo con Logo, creada para el primer curso.

³⁰ Materiales editados por la SEP.

Durante este módulo se desarrollaron cuatro sesiones de tres horas en las que se realizaron actividades de exploración de las palabras primitivas (comandos predefinidos) de programación; así como la construcción de polígonos y la edición de nuevas palabras (comandos) (ver Figura 10.6). Otra de las actividades realizadas fue la de reflexionar sobre su experiencia con el software a partir de las actividades hechas en las sesiones del curso.



Figura 10.17. Sesiones con el uso de Logo (16-03-2018 y 13/14-04-2018)

La realización de las actividades fue tardada debido a que los profesores tenían que aprender las palabras (comandos) del lenguaje de Logo, y porque iban probando distintas indicaciones para que la tortuga de Logo dibujara lo esperado. También porque se detenían a pensar o comentar con sus pares sobre cómo debería ser alguna indicación, principalmente en el caso de los giros. Otra situación que retardó el trabajo, al igual que en los módulos anteriores, fueron las situaciones de impuntualidad e irregularidad en la asistencia de los profesores.

10.6.4. Las actividades de revisión bibliográfica

En el aspecto bibliográfico ya no realizamos actividades específicas para la lectura de textos. Como se trataba del tema de geometría, al igual que en módulo anterior, consideré el mismo texto ya comentado. Por otra parte, con relación al estudio de aspectos tecnológicos del contenido, en los comentarios posteriores a las actividades con Logo, hacía yo mención de elementos históricos y de los aportes de este software para el desarrollo del pensamiento matemático.

10.6.5. La experimentación con el recurso digital Logo y reflexiones sobre la práctica

En este módulo las actividades de planeación y experimentación de clases con Logo estuvo ausente, por falta de tiempo y porque se consideró que era necesario que los profesores conocieran mejor el recurso (esto fue diferente en el segundo curso, como se presenta en el Capítulo 11). Así, las sesiones se destinaron exclusivamente al conocimiento del programa y la reflexión sobre la experiencia con éste. Aunque se invitó a los profesores a realizar prácticas con este software, no se pudo llevar a cabo una sesión para planear una clase con él y menos para reflexionar sobre la práctica.

10.7. CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 10

Para cerrar este capítulo, en el que se reporta lo realizado durante el primer ciclo de la intervención-investigación, podemos señalar algunas conclusiones relacionadas con el primer curso de formación y con la investigación realizada sobre su implementación, que aportaron información valiosa para dar respuesta a las preguntas de esta investigación.

Sobre el desarrollo y contenidos del curso, se puede señalar lo siguiente:

- La modalidad de trabajo presencial fue un elemento acertado del curso, ya que la interacción cara a cara favoreció la comunicación, la colaboración y la confianza en el grupo, elementos valiosos para el trabajo que se realizó. Por otra parte, este contacto directo permitió apoyar puntualmente a los profesores cuando lo solicitaban, como las dudas sobre los recursos digitales o el apoyo en el acondicionamiento de sus equipos de cómputo para poder ejecutarlos.
- La temática del curso fue interesante, pero muy ambiciosa para abarcarse en el tiempo estipulado (120 horas), debido a las diversas actividades que acompañaban el estudio de cada recurso digital.
- Los recursos digitales propuestos en el curso fueron un acierto, debido a que eran desconocidos para ellos y despertaron el interés de los profesores por integrarlos en su clase de matemáticas.
- El estudio de los recursos digitales, a partir de la resolución de hojas de trabajo, fue un acierto del curso, ya que esto permitió que los profesores se apropiaran de

su uso técnico (ver apartados 11.2.2.1, 11.2.3.1, 11.2.4.1) e identificaran sus posibilidades didácticas para la enseñanza de las matemáticas, además de que favorecer el estudio de algunos contenidos matemáticos (e.g. la actividad de simetría axial con GeoGebra).

- El buscar con el curso favorecer que los profesores se apropiaran de cada uno de los conocimientos TPACK, necesarios para poder integrar el uso de la TD en su clase de matemáticas, no fue lo más apropiado, ya que se enfatizó lo teórico y se descuidó el componente práctico.
- Las actividades del segundo y tercer momento de cada módulo, orientadas a favorecer el Conocimiento Pedagógico de la Tecnología, y el Conocimiento Pedagógico del Contenido, respectivamente, mediante la revisión de la literatura, no resultaron adecuados para este curso, ya que los profesores, dadas sus múltiples actividades, no hacían las lecturas en casa y el realizarlas durante las sesiones del curso ralentizaba su desarrollo.
- Dadas las características de la población participante (profesores que atendían distintos grados escolares), no resultó favorable el acotar los contenidos matemáticos de cada módulo. Por ejemplo, en el primer módulo el trabajar fracciones no fue del interés de los profesores que atendían los primeros grados escolares y fue una limitante para diseñar e implementar clases sobre este contenido utilizando el recurso digital.
- La conformación del grupo de profesores participantes a partir de una invitación no fue la mejor opción, ya que no hubo el compromiso con el trabajo, la colaboración fue escasa y el ausentismo y deserción entorpecieron el desarrollo del curso.

Sobre el análisis de la integración de los recursos por los profesores en sus prácticas, puedo señalar los siguiente:

- Las escasas evidencias recolectadas no permitieron hacer un seguimiento del proceso de integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas. Dada la poca e intermitente participación de los profesores solo se obtuvieron evidencias aisladas (e.g. planes de clase, observaciones de clase,

entrevistas) de su trabajo en el curso, lo que no permitió realizar un análisis de los conocimientos del TPACK de los que se iban apropiando los profesores para hacer uso de los recursos digitales en su clase de matemáticas.

- El haber retomado el TPACK, como marco analítico para indagar el proceso de integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas, no fue la opción adecuada, ya que la identificación y aislamiento de cada uno de los conocimientos del TPACK utilizados en la práctica es una tarea sumamente compleja, pues la práctica no puede entenderse como una mera suma de conocimientos.

De esta manera, se pudieron identificar elementos del curso que favorecieron la formación de los profesores para la integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas y otros que requerían de ajustes. Por otra parte, se avistó que, para indagar el proceso de integración de los recursos digitales, se requería de un trabajo más puntual con los profesores que permitiera recabar más evidencias; así como un marco teórico más enfocado al estudio de la práctica. Estos aspectos fueron tomados en cuenta en el segundo ciclo de intervención-investigación.

Para finalizar este capítulo presento la Tabla 10.8 donde se resumen los componentes del primer ciclo de la investigación, en términos de los fundamentos de diseño del curso y de la investigación.

Tabla 10.8. Síntesis de los resultados del primer ciclo de la investigación

Componente	Diseño del curso	Investigación
Fundamentos del curso	<ul style="list-style-type: none"> - El TPACK (Mishra & Koehler, 2006) orientó los contenidos del curso: <ul style="list-style-type: none"> - Revisión de literatura sobre contenidos escolares para favorecer el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK). - Revisión de literatura sobre uso pedagógico de la tecnología para favorecer el Conocimiento Pedagógico de la Tecnología (TPK) - Resolución de hojas de trabajo para favorecer el Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK). - La literatura sobre las fuentes de aprendizaje del profesor (Vermunt, 2014; Shulman, 1986) y la manera de aprender (Schön, 1992), así como el construccionismo (Papert, 1991) orientaron los elementos incluidos en el curso (el estudio teórico, el trabajo en equipo, la práctica y la reflexión). - De la propuesta de EMAT se retomó la idea del uso de hojas de trabajo para el estudio de los recursos digitales. 	<p>Se había planteado el TPACK (Mishra & Koehler, 2006) como marco para indagar la apropiación de los recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas, por parte de los profesores. Sin embargo, no fue posible hacer esto (ver abajo).</p>
Metodología	<p>El curso se desarrolló en cuatro momentos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Estudio de los recursos digitales a través de hojas de trabajo. 2. Revisión de literatura sobre los contenidos escolares (fracciones, geometría y medición) 3. Revisión de literatura sobre los beneficios de los recursos digitales utilizados (Fraction Lab, GeoGebra y Logo) para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. 4. Diseño, implementación y reflexión de clase de matemáticas con el uso de recursos digitales. 	<p>El proceso de integración de los recursos digitales se indagó a través de:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Las evidencias (hojas de trabajo y cuestionarios) del trabajo de los profesores con los recursos digitales durante el curso. 2. Las evidencias (observaciones de clase, entrevistas, diario del profesor).del trabajo de los profesores para el diseño, implementación y reflexión de las clases de matemáticas integrando los recursos digitales abordados en el curso.

Recursos digitales estudiados	<ul style="list-style-type: none"> - Fraction Lab para la enseñanza de contenidos escolares sobre fracciones. - GeoGebra para la enseñanza de contenidos de geometría y medición - Logo para la enseñanza de contenidos de geometría y medición. 	<p>La resolución de las hojas de trabajo permitió que los profesores <i>reconocieran las posibilidades de los recursos digitales</i> para la enseñanza de las matemáticas, y despertó su interés por emplearlos.</p> <p>Sin embargo, a excepción de los recursos digitales para tratar el tema de fracciones, <i>no se logró que los profesores alcanzaran el dominio técnico deseable de GeoGebra y de Logo</i> (ver apartados 10.4.1, 10.5.3, 10.6.3)</p>
Contenidos matemáticos abordados	<ul style="list-style-type: none"> - Fracciones: La representación gráfica y numérica de las fracciones, la equivalencia de fracciones y la suma y resta de fracciones. - Geometría: Características de los polígonos (lados, diagonales) y simetría axial. - Medición: área y perímetro de polígonos, ángulos. 	<p>El trabajo con los recursos digitales permitió discutir algunos aspectos sobre los contenidos escolares de fracciones, geometría y medición,</p> <p>Sin embargo, la ausencia de revisión de literatura sobre los contenidos limitó el ahondar en el estudio de estos.</p>
Limitantes	<p>De manera general los alcances del curso fueron limitados, ya que solo hubo un logro parcial de los propósitos del curso.</p> <p>1. Sobre el estudio de los recursos digitales</p> <ul style="list-style-type: none"> - El dominio técnico de los recursos digitales fue parcial: aunque para el manejo de los applets sobre fracciones los profesores no tuvieron mayores dificultades, en el caso de GeoGebra y Logo solo se apropiaron de sus herramientas básicas. - El trabajo con los recursos digitales no fue suficiente para que los profesores pudieran diseñar una clase integrando el recurso y menos diseñar una hoja de trabajo. - Los problemas técnicos que se presentaron con la utilización del software Fraction Lab limitaron su uso por parte de los profesores que tenían la intención de utilizarlo en su clase. <p>2. Sobre la revisión de la literatura</p> <ul style="list-style-type: none"> - La revisión de la literatura, que era un objetivo del curso, fue prácticamente nula, ya que los profesores no realizaban las lecturas propuestas, debido a sus condiciones laborales y familiares. Esto obstaculizó el desarrollo de los momentos dos y tres de cada módulo y provocó que los profesores no se apropiaran de conocimientos teóricos del uso de la TD y de los contenidos matemáticos escolares. 	

<p>Limitantes</p>	<p>3. Sobre el diseño, implementación y reflexión de clases integrando el uso de los recursos digitales.</p> <ul style="list-style-type: none"> - El tema de fracciones no fue del interés de todos, dado que era un contenido que no se contemplaba en el grado que atendían (primero y segundo). - No se logró realizar el trabajo de diseño de clases en las sesiones del diplomado debido a la inestabilidad del grupo. - Los pocos profesores que diseñaron e implementaron una clase lo hicieron de manera individual y en algunos casos con apoyo del coordinados de curso. - Por ende, la implementación de clases de matemáticas integrando el uso de los recursos, por los profesores, fue escasa (sólo cuatro clases con TD para fracciones, dos para geometría con GeoGebra, y ninguna con Logo). - El limitado acceso a TD en las escuelas representó una importante dificultad para que los profesores implementaran su clase. - El estudio sobre los recursos digitales, realizado en el primer momento de cada módulo, no fue suficiente para que los profesores diseñaran una clase integrando el uso de recursos digitales, ni hojas de trabajo. <p>Un factor decisivo, que impidió alcanzar los objetivos del curso, fue la inestabilidad de la población participante (el constante abandono e ingreso de profesores en el curso) y la inasistencia e impuntualidad de los profesores a las sesiones de trabajo, ya que obstaculizaron la realización de las actividades.</p> <p>4. Sobre la integración de recursos digitales</p> <ul style="list-style-type: none"> - Los datos recolectados no permitieron realizar un seguimiento de la evolución del conocimiento de los profesores, ya que las evidencias obtenidas eran escasas y de casos aislados. - La identificación de los conocimientos del TPACK puestos en juego por los profesores en lo que hacían o decían resultó ser una tarea más compleja de lo anticipado y no se pudo realizar. <p>Ante estas circunstancias no fue posible realizar un análisis del proceso de integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas.</p>
-------------------	---

CAPÍTULO 11. DESARROLLO Y RESULTADOS DEL CICLO 2 (SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN)

En este capítulo presento los resultados del segundo ciclo de la investigación, donde se implementó el re-diseño del curso de formación en integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas (ver apartado 8.3.1). Para ello, presento estudios de casos de algunos de los profesores participantes en ese segundo curso, donde se analizan, utilizando la aproximación documental de lo didáctico, partes de sus procesos de génesis documental (Trouche et al., 2020).

11.1. ANÁLISIS DE LOS SISTEMAS DOCUMENTALES INICIALES DE LOS PROFESORES

Para poder analizar los cambios en los sistemas documentales (SD) de los profesores participantes en el segundo curso de formación, se llevó a cabo un análisis de sus SD (incluyendo sus sistemas de recursos –SR) iniciales de esos participantes, a partir de las entrevistas iniciales con cada uno de ellos. Dicho análisis se presenta en el Apéndice E. Algunos elementos de los SD iniciales de algunos de los profesores, se mencionan en las siguientes secciones.

A continuación se presenta un resumen de los resultados de ese análisis.

Observamos que en los SD iniciales de los profesores para la enseñanza de las matemáticas, estaban implicados documentos y recursos para la preparación y desarrollo de cada momento, los cuales se vieron modificados cuando se integraron los recursos digitales. Del análisis de los SD iniciales de los profesores, identificamos lo siguiente:

- *Los SD de los profesores están integrados por documentos, para los distintos tipos de actividades que desarrollan en su clase de matemáticas: los documentos para preparar e implementar,*
 - las explicaciones sobre los temas y los documentos que orientan la utilización de estas explicaciones en la clase;
 - las tareas matemáticas de la clase;
 - las preguntas a los estudiantes sobre el tema; y
 - la evaluación del logro de los objetivos de la clase.
- *Los documentos empleados por los profesores implican el uso de más de un recurso (sus sistemas de recursos –SR). En todos los casos los profesores utilizan varios recursos para preparar y desarrollar cada momento de su clase. Por ejemplo, para la preparación de los problemas de la clase la profesora Ofe utilizaba el fichero didáctico, el contexto de los niños, el libro de texto (ver el estudio de caso de esta profesora, en el apartado 11.3). O para la preparación de sus explicaciones, la profesora Thelma (ver apartado 11.2.4.2) empleaba libros “viejos” de matemáticas, información obtenida de internet y las guías didácticas.*
- *Para cada tipo de actividad que realizaban los profesores existían dos documentos co-dependientes, uno que servía para preparar un recurso para la clase y otro para hacer uso de este recurso durante la clase. Por ejemplo, para la explicación de un tema –los conceptos, procedimientos, ejemplos e información visual a presentar a sus estudiantes— los profesores empleaban inicialmente un documento para su preparación, recurriendo a recursos útiles para estudiar los temas, como las guías didácticas, los libros de matemáticas y videos tutoriales obtenidos de internet. Ya durante el desarrollo de la clase, los docentes empleaban otro documento para orientar sus explicaciones previamente preparadas, que involucraban varios recursos (e.g., equipo digital para proyectar información, el pizarrón para mostrar ejemplos o para que los estudiantes den sus aportaciones).*

Más específicamente, cada SR inicial de los profesores estaba *integrado por cuatro familias de recursos* (ver Tabla 11.2):

- (i) recursos para *definir el contenido, propósito, desarrollo y evaluación de la clase*;
- (ii) recursos que son para *estudiar el contenido matemático* de la clase;
- (iii) recursos que son para *consultar orientaciones didácticas de los contenidos*; y
- (iv) recursos que son para la *selección, (re)diseño y desarrollo de las actividades de enseñanza/aprendizaje*. Y cada profesor tenía su propia manera de desarrollar su clase.

Tabla 11.1. Familias de recursos que integraban los SR iniciales de los profesores

Propósito del tipo de recurso (familia)	Recursos	Observaciones
(i) Definir el contenido, propósito, desarrollo y evaluación de la clase	Libro de texto	Los profesores señalaron que es del libro de texto de donde se seleccionan el tema y objetivos de la clase, y actividades para utilizar o re-diseñar, que sirven para evaluar el logro de los objetivos.
(ii) Estudiar el tema de la clase	- Internet, - libros de matemáticas y - guías didácticas	Una actividad importante de los profesores es profundizar en sus conocimientos sobre el tema y esos recursos les son útiles para la preparación de su clase, construir explicaciones accesibles a sus estudiantes, seleccionar algún problema o ejercicio matemático, entre otros.
(iii) Orientar la manera de abordar el tema de la clase	- Los libros del maestro (manuales para el maestro, libros sobre didáctica de las matemáticas), - intercambio de experiencia con colegas y - cursos de formación	De acuerdo con lo dicho por los profesores, estos recursos les sirven para saber qué indagar en los niños al inicio de la enseñanza de un tema y cómo plantear y dar seguimiento a las actividades de enseñanza/aprendizaje.

(iv) Seleccionar, y (re)diseñar las actividades de enseñanza/aprendizaje de la clase	<ul style="list-style-type: none"> - Los libros de texto, - guías didácticas, - ficheros didácticos e - Internet 	Los profesores explicaron que las actividades de enseñanza/aprendizaje que implementan en su clase pueden ser retomadas tal cual de los recursos señalados o bien hacerles modificaciones para adaptarlas al nivel de aprendizaje de los niños y a su contexto.
--	--	---

Cabe señalar que a *los recursos digitales obtenidos de internet* (e.g., videos tutoriales, documentos digitales y actividades imprimibles) se les otorgaba un papel importante en el trabajo del profesor para estudiar el tema, para compartir información con los estudiantes y para plantear tareas en la clase.

El conocer los SD (y SR) de los profesores sirvió de base para valorar procesos incipientes de génesis documental que se suscitaron con la integración de los recursos digitales. A continuación se presenta el análisis del segundo curso y cómo los SD iniciales de los profesores se fueron adaptando y modificando.

11.2. ANÁLISIS DEL DESARROLLO DEL SEGUNDO CURSO

Este apartado se organiza en tres partes, en función de cada módulo del segundo curso, donde se estudiaron, en cada módulo, los siguientes tres tipos de recursos, respectivamente:

- Interactivos para contenidos de matemáticas
- GeoGebra; y
- Logo.

Cabe señalar que todos los recursos eran desconocidos por la mayoría de los profesores antes del curso.

Recordamos los cuatro momentos (ver apartado 8.3.1) en los que se organizó el trabajo de cada uno de los tres módulos de ese curso:

- (i) estudio técnico y didáctico del recurso;
- (ii) diseño de clases,
- (iii) implementación de la clase y
- (iv) análisis y reflexión.

Así, los momentos dos, tres y cuatro de cada módulo del curso, estuvieron enfocados al trabajo de diseño e implementación de clases de matemáticas con el uso de los recursos digitales propuestos. De esta manera, la presentación de cada módulo del curso se organiza en función de cuatro partes:

- 1) el análisis, a partir de lo sucedido en el *primer momento*, del estudio técnico y didáctico de los recursos digitales estudiados en cada módulo;
- 2) presentar los casos reportados –formación y experiencia con el uso de la TD, la manera de enseñar las matemáticas y los recursos que cada profesor emplea— y para analizar, a partir de lo realizado en el *segundo y tercer momento*, la manera como cada profesor orquestó, en sus clases de matemáticas, los recursos digitales propuestos en el curso;
- 3) presentar, a partir de lo sucedido en el *cuarto momento*, las reflexiones de los profesores sobre las clases implementadas y sobre los recursos utilizados; y, finalmente,
- 4) hacer el *análisis documental* del proceso de integración por los profesores, de los recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas.

11.2.2. Módulo I: Interactivos para contenidos de matemáticas

11.2.2.1. Estudio técnico y didáctico de los interactivos (primer momento del módulo)

Este módulo no estaba destinado al estudio de un recurso digital en particular ni a un contenido curricular en específico, sino en general al estudio de aplicaciones o applets diseñados de manera específica para ciertos contenidos matemáticos. Se buscaba llevar a cabo un estudio pedagógico-matemático de los recursos digitales, de la manera de utilizarlos y de los aportes que éstos pudieran brindar para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Veamos cada uno de los momentos de esta unidad.

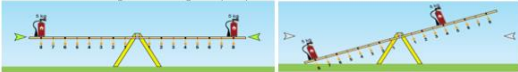
(i) *El estudio técnico y didáctico del recurso digital.*

TEMA: LA BALANZA DE EQUILIBRIO.

Propósito: que el estudiante resuelva problemas de proporción inversa que impliquen la búsqueda de valor faltante.

MATERIAL: Hojas blancas, problema, recurso digital.

1. Observa las siguientes imágenes y responde.

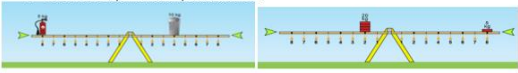


¿Por qué, si ambos objetos son de 5kg, en la primera imagen la balanza está en equilibrio y en la segunda no?

¿En qué punto ubicarías el objeto de la izquierda para que la balanza quede en equilibrio?

¿Por qué?

2. Balanza en equilibrio con pesos distintos:



En las imágenes se muestran dos balanzas en equilibrio con pesos distintos en cada lado ¿Por qué crees que sucede esto?

En ambos casos ¿En qué punto pondrías el objeto de 10kg para que la balanza esté en equilibrio?

Ubicación: _____

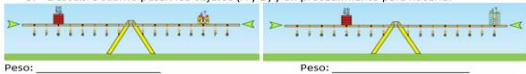
Ubicación: _____

¿En qué puntos de la balanza pondrías un objeto de 40 kg y otro de 10 kg para que la balanza se mantenga en equilibrio? _____

A partir de lo que hiciste describe el procedimiento para conocer la ubicación que debe tener la pesa de 10 kg conociendo la ubicación de la pesa de 5 kg para que la balanza quede en equilibrio.

Procedimiento:

3. Descubre cuánto pesan los objetos (A y D) y un procedimiento para hacerlo.



Peso: _____

Peso: _____

A partir resolver la situación anterior plantea un procedimiento general para hallar el peso desconocido de uno de los objetos en una balanza en equilibrio dadas sus posiciones.

Procedimiento:

Figura 11.1. Hoja de trabajo con el recurso digital “Ley de equilibrio”

Se inició proporcionando a los profesores una hoja de trabajo (ver Figura 11.1) con tareas para explorar la proporción inversa en el contexto de una balanza de equilibrio, con el apoyo del recurso digital “Ley de equilibrio” (una balanza) incluido en el repositorio creado para el curso (ver Apéndice C.4.). Para responder a los cuestionamientos de la hoja de trabajo –para hallar los puntos de ubicación de pesos distintos para que la balanza esté en equilibrio– los profesores en pares anticipaban respuestas que comprobaban mediante experimentaciones con el recurso digital (ver Figura 11.2). En dichas experimentaciones, colocaban pesos en distintos puntos de la balanza digital para hallar la relación matemática que explicara el equilibrio de los pesos y que ayudara a encontrar los valores faltantes (peso o distancia) en las problemáticas planteadas.

Mediante este trabajo los profesores hicieron algunos descubrimientos sobre la relación matemática de una relación de proporción inversa. Uno de estos descubrimientos fue que:

Dos pesos distintos, cada uno a un lado de la balanza, están en equilibrio si el producto del *peso 1* por su *distancia 1* al centro de la balanza, es igual al producto del *peso 2* por su *distancia 2* (al centro).

Otro descubrimiento que hicieron profesores fue que:

Si el *peso 1* era el doble o cuádruple del *peso 2*, entonces el *peso 1* debía estar a un medio o un cuarto de la distancia a la que se encuentra el *peso 2*.

Sin embargo, no lograron generalizar este descubrimiento para cualquier peso.

Al socializar en plenaria las respuestas y justificaciones a los cuestionamientos de las hojas de trabajo, el primer descubrimiento resultó ser el más fácil para los profesores y socorrido para afrontar las tareas posteriores, pues al hallar los pares de números cuyo

producto era el mismo hallaban los valores faltantes: Por ejemplo, si el peso 1 era de 5 Kg y se encontraba a una distancia de 4 unidades, el peso 2 de 10 Kg debería estar a una distancia de 2 unidades, porque 5 por 4 es 20 y 10 por 2 es 20.

Por otra parte, el segundo descubrimiento, que permitía una mayor comprensión de la proporción inversa fue el que resultó de mayor dificultad para aplicarlo a otras relaciones, aun a pesar de que como asesor del curso lo retomé con más ejemplos para señalar cómo la relación entre los pesos era inversamente proporcional a la relación entre las distancias: Por ejemplo, si el *peso 1* era tres veces el *peso 2*, entonces la *distancia 2* era una tercera parte de la *distancia 1*.



Figura 11.2. Profesoras experimentando con la balanza de equilibrio digital

Debo explicar que este tema de proporción inversa no es un contenido que se estudie en la educación primaria; sin embargo, lo retomé con el fin de confrontar a los profesores con tareas nuevas o que no estuvieran tan familiarizados y que les representaran un reto para ellos, de tal forma que fuera posible percibir con claridad la mediación del recurso digital en la generación de ideas matemáticas para la comprensión del tema.

A partir de esta experiencia, se discutieron los aportes de recurso de la balanza, así como los de otros recursos digitales similares para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Al comentar acerca de cómo el recurso digital de la balanza les ayudó para resolver las tareas de la hoja de trabajo, los docentes señalaron que, para ellos, su uso

- les “facilitó la comprensión del problema”,
- les dio “más posibilidades de solucionar los planteamientos de manera interactiva”,

- les permitió “observar la relación de equivalencia que guardan los objetos entre distancia y peso (para estar en equilibrio)” y comprobar sus “hipótesis” mediante “el ensayo y el error”,
- les dio seguridad para afrontar las tareas y hallar soluciones.

Los profesores añadieron que el uso de este tipo de recurso en su clase podría ayudar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas:

- despertando el interés y motivación de los estudiantes;
- favoreciendo la adquisición de “nuevos conocimientos mediante la práctica”, de “aprendizajes significativos”;
- facilitando “el razonamiento y el cálculo mental de forma más interactiva y dinámica”;
- promoviendo la exploración de relaciones matemáticas y la comprobación de hipótesis;
- propiciando la interacción entre pares para afrontar las tareas.

De esta manera, la primera experiencia con el uso de recursos digitales para resolver tareas matemáticas, les ayudó a los profesores a identificar potencialidades y maneras de usar estos recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Después de la actividad de la balanza, se realizó una segunda sobre *proporción directa* empleando el recurso digital “Razón unitaria. Laboratorio de carreras” (ver Apéndice D.2.). Esa segunda actividad también les resultó interesante a los profesores. Y, a pesar de que este contenido sí se estudia en la educación primaria, se presentaron complicaciones para hallar algunos valores faltantes. Los comentarios sobre los aportes pedagógicos del recurso digital fueron similares a los descritos en la actividad de proporción inversa.

11.2.2.2. Lección con el interactivo “Medidas de Capacidad” para enseñanza del litro y mililitro (Momentos 2-4)

El segundo momento del módulo consistió en que los profesores diseñaran una clase sobre un contenido curricular seleccionado por ellos, donde integraran el uso de alguno de los interactivos del repositorio (Apéndice C.4.), inspirados en la forma en que se habían planteado las actividades en el momento anterior del módulo.

Este trabajo se realizó en equipos (ver Figura 11.7), de acuerdo con el grado escolar que ellos atendían.

Cuatro profesores de quinto grado diseñaron y desarrollaron una lección con el interactivo “Medidas de Capacidad” de Enciclomedia, para enseñar sobre el litro y el mililitro. Los profesores (ver Tabla 8.10) fueron: Hermelinda (caso 8), Musio (caso 15) y Olivia (caso 18) de una escuela urbana; y Ofe (caso 17) de una escuela rural.

i. El contexto y los profesores estudio de caso de la lección con el interactivo

La lección se implementó en cada una de esas dos escuelas, por cada uno de los profesores en sus respectivos grupos. Ambas escuelas son de organización completa, es decir, cuentan con al menos un profesor para cada grado escolar. En el periodo del curso de formación, la escuela urbana contaba con tres aulas de quinto grado y la rural con dos. Cada una de esas aulas estaba equipada con una computadora y un proyector de Enciclomedia, aún funcionales. Además, cada una de esas escuelas contaba con un aula de medios para dar clases de computación a los estudiantes, con entre 18 y 20 computadoras (aunque en la escuela urbana, en ese momento, el aula no estaba funcional por cuestiones de mantenimiento). Por último, en la escuela rural se contaban con un proyector portátil a disposición de los profesores cuando lo requirieran.

En cuanto a los profesores, a partir de charlas con ellos, así como las visitas a sus salones de clase, puedo señalar que los cuatro eran docentes muy entusiastas y comprometidos con su labor docente. Por otra parte, a partir de la entrevista inicial, se identificaron componentes de su práctica para la enseñanza de las matemáticas, como la estructura de su clase y los recursos en los que se apoyaban para su desarrollo (ver Tabla 11.1), elementos importantes para valorar el impacto de la integración de los recursos digitales propuestos en el curso de formación.

Tabla 11.2. Componentes de la clase de matemáticas de los profesores

Casos		Momentos de la clase				Recursos de la clase
		Momento 1	Momento 2	Momento 3	Momento 4	
Hermelinda	Actividad	Cuestionamiento sobre el tema con orientaciones (conceptos, procedimientos)	Resolución de problemas	Socialización de resultados	Realización de actividades del libro de texto	Libro de texto Libro del maestro Guías didácticas comerciales (copias) Computadora Experiencias de colegas
	Objetivo	Identificar los conocimientos previos de los niños y atender las debilidades	Favorecer el aprendizaje del tema de la clase	Favorecer el aprendizaje del tema y atender a las debilidades presentadas	Evaluar el logro de los objetivos de la clase	
Olivia	Actividad	Cuestionamiento sobre el	Resolución de	Socialización de resultados	Realización de	Libro de texto

		tema con orientaciones (conceptos, procedimientos)	problemas		actividades del libro de texto	Libro del maestro Guías didácticas comerciales (copias) Material concreto Experiencias de colegas Internet Padres de familia
	Objetivo	Identificar los conocimientos previos de los niños y atender las debilidades	Favorecer el aprendizaje del tema de la clase	Favorecer el aprendizaje del tema y atender a las debilidades presentadas	Evaluar el logro de los objetivos de la clase	
Musio	Actividad	Explicación del tema	Realización de ejercicios	Resolución de problemas contextualizados	Resolución de problemas	Guía didáctica (Copias) Libro de texto
	Objetivo	Favorecer el aprendizaje de los conceptos y procedimientos del tema de la clase.	Practicar lo explicado	Aplicar lo aprendido sobre el tema	Evaluar el logro de los objetivos de la clase	Imágenes Videos Enciclopedia (interactivos) Pizarrón electrónico Monitores (niños destacados)
Ofe	Actividad	Resolución de problemas en equipo	Socialización de resultados	Resolución de problemas en equipo e individual	Realización de actividades del libro de texto	Libro de texto Ficheros didácticos Libros para el maestro
	Objetivo	Identificar los conocimientos previos de los niños y atender las debilidades	Compartir los conocimientos y atender las debilidades	Favorecer el aprendizaje del y atender a las debilidades presentadas	Evaluar el logro de los objetivos de la clase	Literatura sobre didáctica de las matemáticas Videos, diapositivas, Enciclopedia (ejercicios) Experiencias de colegas Material concreto

Hermelinda

De acuerdo con lo que la profesora nos comentó en la entrevista, la enseñanza que hacía de algún tema de matemáticas, previo al inicio del segundo curso, era con la siguiente estructura (ver Tabla 11.2):

- Cuestionamiento a los niños sobre el tema de la clase para indagar sus conocimientos previos, incluyendo preguntas sobre conceptos y sobre procedimientos.
- Resolución de problemas en equipo para favorecer el aprendizaje del tema.
- Socialización de los resultados grupalmente, para compartir soluciones a los problemas y las estrategias seguidas, así como para atender a las debilidades presentadas.
- Realización de actividades del libro de texto, con el fin de evaluar el logro de los objetivos de la clase.

Para esta profesora el uso de *libros de texto*, *guías didácticas* y *el internet* eran los recursos más importantes para la preparación de las preguntas y tareas de la clase. El libro de texto, según explicó, es su guía temática, y de ese escoge el tema de la clase: “[el libro] me guía de cómo seguir [...], si me está marcando suma de fracciones, ese tema es el que trabajo”; además, es el recurso que utiliza para evaluar el logro de los objetivos de la clase. Por otra parte las guías didácticas (ver Figura 11.3) y videos tutoriales, obtenidos de internet, son otros recursos importantes que utiliza la profesora, ya que ahí encuentra

información sobre los temas, como explicaciones y actividades, que le ayudan a saber más para poder plantear las preguntas de la clases, las actividades didácticas, el “poder explicar o poder aportar a la clase” y evaluar.

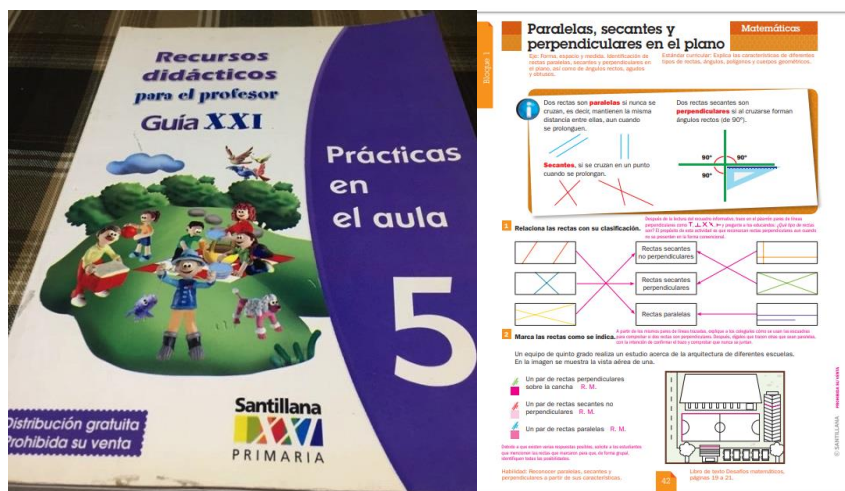


Figura 11.3. Guía didáctica de quinto grado

Olivia

Esta profesora tenía costumbre, previo al inicio del segundo curso, de abordar su clase en el mismo orden de la profesora Hermelinda (ver Apéndice E y Tabla 11.2). Al parecer esto era porque las dos profesoras, según lo explicaron, siempre trabajaban juntas para la preparación de sus clases y compartían sus experiencias.

Para esta profesora también los libros de textos, las guías didácticas y el internet son recursos importantes para su clase de matemáticas. Al respecto, Olivia enfatizó que el internet “es su salvación para todo” ya que ante cualquier duda durante la clase utiliza su teléfono para buscar información y compartirla con sus alumnos. Sin embargo, esta profesora agregó que los *libros del maestro* (ver Figura 11.4) y *situaciones de la vida diaria* son recursos que también retoma para su clase.

En relación a lo primero, señaló que revisa el apartado de “consideraciones previas” del libro del maestro (Figura 11.4) para retomar para su clase las orientaciones acerca de “qué es lo que debo de tomar en cuenta en mis alumnos antes de empezar a abordar el tema”, elementos que integra en las preguntas para su clase. Por ejemplo, sobre el tema de la división, nos dijo que no podía solo llegar al aula y decir a los niños “¿en cuánto se puede dividir? Por ejemplo, 3555 entre 58”, sino que, de acuerdo con las consideraciones previas

del libro para el maestro, primero debe cerciorarse “que el niño sepa multiplicar por 10, por 100”, lo que guía cómo plantear las preguntas.

En cuanto a las situaciones de la vida diaria que utiliza como recursos, señaló que para contextualizar los problemas, retoma actividades de la vida de los alumnos, lo que ayuda a que vean el uso de las matemáticas y se interesen en el trabajo.

Bloque

Consideraciones previas

En la consigna 1 se espera que los alumnos determinen que el denominador al que les conviene convertir las fracciones es 6, pues sólo tendrían que convertir dos fracciones y sumarlas a la que está dada en sextos. Sin embargo, si buscaran otro denominador común y cambiaran las tres fracciones, habría que dejarlos continuar por ese camino hasta que llegaran a la conclusión de que el otro les podía resultar más corto. Esta reflexión puede surgir cuando vean que otro equipo trabajó con el denominador 6, o bien cuando obtengan su resultado y, al simplificarlo, lleguen a $\frac{9}{6}$ o $1\frac{3}{6}$ o $1\frac{1}{2}$.

Para responder la última pregunta de esta consigna, tendrán que determinar cuántas veces cabe 78 en 195, con lo cual sabrán que se compraron 2.5 kg ($2\frac{1}{2}$ kg), y restarán a esta cantidad el resultado de sumar lo empleado al término del día.

La consigna 2 puede trabajarse en otro momento, con la intención de ver los caminos que se utilizan para su solución.

Es importante aclarar que no se pretende que recurran al algoritmo tradicional para obtener el mínimo común múltiplo (éste se estudiará en secundaria con mayor detenimiento), sino que se den cuenta de que pueden encontrar fracciones equivalentes que les permitan hacer fácilmente las operaciones.

Conceptos y definiciones

Las fracciones equivalentes tienen el mismo valor aun cuando se escriban de manera diferente; por ejemplo: $\frac{2}{4}$ es igual a $\frac{1}{2}$ o $\frac{4}{8}$.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Figura 11.4. “Consideraciones” del *Libro para el Maestro* de matemáticas

Musio

El profesor Musio, antes del curso de formación, señaló que los momentos en los que organizaba la enseñanza de un tema era el siguiente (ver Tabla 11.2):

- Explicación del tema, lo que consiste en exponer a los niños los conceptos a estudiar y los procedimientos para resolver tareas matemáticas.
- Ejercicios matemáticos para que los niños pongan en práctica lo explicado por el profesor.
- Resolución de problemas contextualizados para que los niños pongan en práctica lo aprendido en situaciones reales.

- Resolución de problemas de manera individual para valorar el logro de los objetivos de la lección.

Para el profesor Musio, la computadora, proyector y pizarrón electrónico del equipo de Enciclomedia –equipo que aún existía en su aula y que por su cuenta logró hacerlo funcionar— eran recursos importantes para su clase. De hecho, él acostumbraba a iniciar su clase dando una explicación del tema proyectando información gráfica y textual (imágenes, tablas) y manipulándola en el pizarrón electrónico: mostrando imágenes, borrando, agrandando, reduciendo, guardando apuntes hechos, y usando el juego de geometría integrado en el pizarrón de geometría virtual (ver Figura 11.5). Al respecto, dijo: “en vez de que yo traiga mi lámina [de papel] ya lo traigo digital...cómo imágenes, tablas, videos”. Añadió que el uso de estos recursos resulta atractivo y motivante para los alumnos, y genera una participación más interactiva de los niños. A los alumnos “les gusta utilizar el equipo”, dijo.

Por otra parte, las guías didácticas son otro recurso importante para seleccionar actividades que lleva al aula para que los niños las realicen.



Figura 11.5. Profesor Musio demostrando el uso del pizarrón electrónico

Ofe

La enseñanza de un tema por parte de la profesora Ofe se desarrollaba, antes del segundo curso de formación, de la siguiente manera (ver Apéndice E y Tabla 11.2):

- Resolución de problemas en equipo, con el objetivo de identificar los conocimientos previos de los niños sobre el tema.
- Socialización de soluciones en plenaria, para atender las debilidades presentadas.
- Resolución de nuevos problemas en equipo, para poner en práctica sus nuevos aprendizajes
- Realización de las actividades del libro de texto, para evaluar el logro de los objetivos de aprendizaje.

Para esta profesora el *programa de estudios* y el *libro de texto*; el *fichero de actividades didácticas de quinto grado*, las *guías didácticas*, el *internet* y el *contexto social de los estudiantes* eran recursos importantes para el diseño y desarrollo de su clase.

El programa de estudios y el libro de texto eran los recursos utilizados por la docente para seleccionar el tema y objetivo de los problemas que plantea. Por otra parte, como dijo la profesora, el fichero³¹ de actividades didácticas de quinto grado (SEP, 1994) –ver Figura 11.6—, era su “material preferido”³², ya que de ahí selecciona un problema y le hace adecuaciones para llevarlo a su clase, como el adaptarlo al contenido y contextualizarlo con situaciones de la vida de los niños.

Las guías didácticas e internet también son recursos alternativos al fichero de donde también selecciona problemas, aunque el internet también era un recurso que usa para informarse del tema.

³¹ Los ficheros de actividades son material bibliográfico otorgado por la Secretaría de Educación Pública desde hace poco más de dos décadas, en los que se plantean actividades de enseñanza y orientaciones didácticas sobre los contenidos escolares de cada grado escolar.

³² La profesora explicó que el fichero de actividades didácticas es un recurso que ha venido utilizando desde años atrás, de ahí que algunos de los problemas del fichero ya los ha utilizado en varias ocasiones y les ha ido realizando transformaciones.

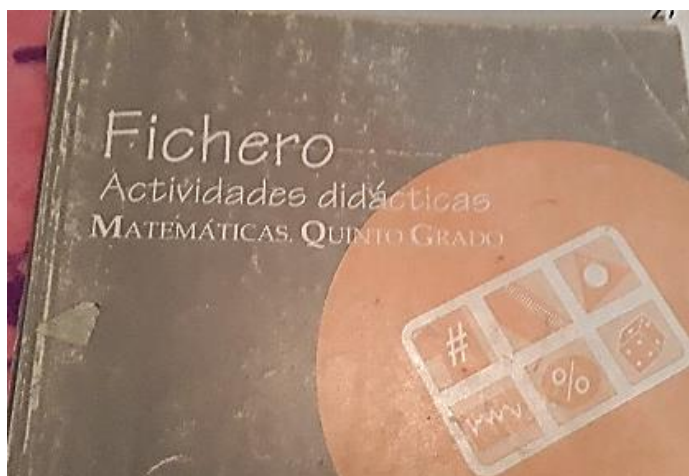


Figura 11.6. Fichero de actividades didácticas (SEP, 1993), utilizado por la profesora Ofe para preparar los problemas de su clase.

A partir de los casos expuestos podemos ver que los cuatro profesores desarrollan su clase en cuatro momentos. En el primer momento las tres profesoras (Hermelinda, Olivia y Ofe) identifican los conocimientos previos que los niños deberían tener antes de estudiar el tema de la clase –Hermelinda y Olivia lo hacen preguntando a los niños y Ofe planteando un problema—, mientras que el profesor Musio inicia el estudio del tema mediante una explicación. Por otra parte, en los momentos dos y tres de la clase, los cuatro profesores implementan tareas de aprendizaje del contenido, ya sean ejercicios o problemas. Finalmente, el último momento de la clase es para evaluar lo aprendido, en el caso de las profesoras es mediante la realización de las actividades del libro de texto y en el caso del profesor mediante nuevas actividades seleccionadas por él.

ii. Orquestaciones de la lección con el interactivo “Medidas de Capacidad”

Como se señaló arriba, los cuatro profesores de quinto grado diseñaron y desarrollaron una lección con el interactivo “Medidas de Capacidad”, para enseñar sobre el litro y el mililitro. A continuación se muestra cómo orquestaron, cada uno, esa lección.

Configuración didáctica

Para llevar a cabo la lección, se tuvieron las siguientes configuraciones de equipo digital:

En la escuela urbana:

- La profesora Olivia y Hermelinda, cada una en su aula respectiva, contaban con el equipo de Enciclomedia (computadora y proyector). Ambas profesoras agregaron dos laptops más en sus aulas, que ubicaron en algunas mesas de trabajo de los niños.
- El profesor Musio contaba también con el equipo Enciclomedia: la computadora en una de las esquinas, el proyector y, además, el pizarrón electrónico que él arregló.

En la escuela rural,

- La profesora Ofe utilizó su laptop y el proyector de la escuela, ubicando estos equipos en una mesa al centro del aula, junto con un ratón inalámbrico a disposición de los estudiantes para manipular la laptop.

Modo de explotación

La planeación de esta lección se realizó durante el desarrollo del primer módulo del curso de formación (ver apartado 8.3.1), donde los cuatro profesores que atendían quinto grado (arriba señalados) trabajaron en equipo para tal fin (ver Figura 11.7). Este trabajo en equipo de diseñar la clase de matemáticas (tema, recurso digital, metodología de trabajo y secuencia de actividades), integrando un recurso digital, no fue una tarea fácil, debido a varias razones: Primero, tuvieron dificultad en definir un tema común, ya que cada profesor llevaba un ritmo de trabajo distinto y los temas que estaban por ver no coincidían. Luego, fue laboriosa la revisión y exploración de los recursos digitales del repositorio (ver Apéndice C.4.) para seleccionar el recurso que consideraron apropiado para el tema de la clase. Finalmente, tuvieron dificultades en acordar la estructura y las actividades de la lección donde se integrara el recurso digital, debido a que, como se mostró antes, cada profesor tenía su propio modelo de enseñanza.

Tras el arduo trabajo de revisión de temas y de recursos digitales, los cuatro profesores acordaron tratar el tema de *múltiplos y submúltiplos del litro* integrando el uso del recurso digital “Medidas de capacidad” de Enciclomedia (ver Apéndice C.4.). De esta manera, el propósito de la lección fue “Que los alumnos utilicen unidades estándar de capacidad como el litro y el mililitro” organizada en cuatro momentos:

- (1) el planteamiento de preguntas a los niños sobre el litro y el mililitro;

(2) la comparación de recipientes de distinta capacidad (litros y mililitros) mediante el llenado de agua;

(3) la realización de tareas del interactivo “Medidas de capacidad” sobre litros y mililitros; y

(4) la realización de las tareas sobre “Litros y mililitros” del libro de texto.



Figura 11.7. Profesores de quinto grado preparando su clase con el uso de recursos digitales

En este trabajo de diseño, la profesora Ofe tuvo una participación muy activa y de liderazgo, ya que siempre fue propositiva y retomaba las propuestas de las profesoras Olivia y Hermelinda. Por el contrario, el profesor Musio (caso 15), también profesor de quinto grado, se mantuvo al margen del trabajo de diseño de esta planeación por desacuerdo con lo propuesto; sin embargo, con algunos ajustes a la planeación, aplicó la lección con sus estudiantes.

Desempeño didáctico

Enseguida se describe la manera como cada profesor llevó a cabo el desarrollo de la lección en sus aulas. Cabe señalar que, en las descripciones presentadas a continuación, se añaden notas entre paréntesis con los tipos de orquestaciones que identificamos en los desempeños de los profesores.

- *Primer momento de la lección: Preguntas sobre el litro y el mililitro*

Para iniciar la lección, cada una de las profesoras Hermelinda, Olivia y Ofe plantearon, en sus clases respectivas, preguntas a los niños para identificar lo que sabían sobre el litro y el

mililitro, tales como “¿qué unidades de medida conocen?” “¿qué unidades de medida se utilizan para medir litros?” “¿para qué nos sirve el litro y el mililitro?”, a partir de las cuales se propició el diálogo en cada una de las clases.

En contraste, el profesor Musio, quien no había quedado del todo conforme con el diseño de la lección, inició preguntando a los niños sobre las equivalencias del litro para el llenado de una tabla (ver Figura 11.8) y dando una explicación, de la manera en la que estaba acostumbrado a iniciar sus clases (ver Apéndice E).

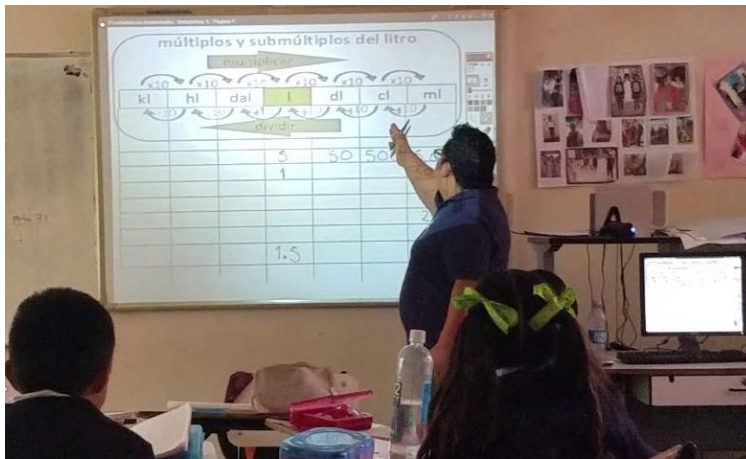


Figura 11.8. Profesor explicando la tabla de múltiplos y submúltiplos del litro

- *Segundo momento de la lección: Comparación de recipientes de distinta capacidad*

Para este segundo momento de la lección, tanto las profesoras como el profesor, organizaron a sus estudiantes en equipos, entregándoles recipientes de distintas capacidades y una hoja de trabajo (ver Figura 11.9 y Figura 11.10) para registrar comparaciones entre los recipientes: La actividad requería ordenar los recipientes empezando con el de mayor capacidad hacia el de menor, y etiquetándolos con números; después, en el patio de la escuela se llenarían los recipientes con agua para compararlos (ver Figura 11.11). Al final de este segundo momento los alumnos compartieron y comprobaron sus respuestas registradas en sus hojas de trabajo.

ACTIVIDAD EN EQUIPO

- Presentar los envases de diferentes capacidades solicitados con anterioridad. (litros y mililitros).
- Ordenar los envases de menor a mayor y asignarles un número.
- Manipular los envases para estimar cuántas veces puede haber un envase en otro.
- Verificar sus estimaciones, vertiendo agua entre los recipientes.
- Registrar sus resultados en la siguiente tabla:

Número de envase	Número de veces que cabe en el envase (x)
El envase <u>3</u> de 250 ml (¼)	Cabe 2 veces en el envase <u>4</u> de 500 ml (1/2)
El envase <u>1</u> de <u>125 ml</u>	Cabe 2 veces en el envase <u>3</u> de 250ml
El envase <u>1</u> de <u>500 ml</u> (3)	Cabe 2 veces en el envase <u>6</u> de 1 Litro
El envase <u>6</u> de 1 Litro	Cabe 2 veces en el embase <u>8</u> de 2 Litros
El envase <u>3</u> de 250 ml	Cabe <u>3</u> veces en el embase <u>5</u> de 750 ml
El envase <u>2</u> de 200 ml	Cabe <u>5</u> veces en el embase <u>6</u> de 1 Litro
El envase <u>5</u> de 750 ml	Cabe 2 veces en el embase <u>7</u> de 1 ½ Litro

Figura 11.9. Hoja de trabajo de las profesoras

En una botella que tiene una capacidad de 5 litros de agua ¿Cuántas botellas se podrán llenar si estas tienen las siguientes capacidades? Llena la tabla.

CAPACIDAD DE LA BOTELLA	BOTELLAS QUE SE PUEDEN LLENAR
250 ml	20
500 ml	10
1 l	5
1.5 l	3 1/3

En una botella que tiene una capacidad de 20 litros de agua ¿Cuántas botellas se podrán llenar si éstas tienen las siguientes capacidades? Llena la tabla.

CAPACIDAD DE LA BOTELLA	BOTELLAS QUE SE PUEDEN LLENAR
250 ml	80
500 ml	40
1 l	20
1.5 l	13 1/3
5 l	4

Figura 11.10. Hojas de trabajo de Musio



Figura 11.11. Niños comparando recipientes de distintas capacidades

- *Tercer momento: Tareas con el interactivo “Medidas de capacidad”*

Como ya se señaló, el interactivo “Medidas de Capacidad” (Figura 11.12) es uno de los recursos del programa Enciclomedia.



Figura 11.12. Interactivo de Enciclomedia “Medidas de capacidad”

En este recurso se plantean tareas para la medida de capacidades en tres escenarios:

(i) *En la casa*, donde se presenta una receta de un postre para cuatro personas (ver Figura 11.13); luego se solicita la cantidad de leche (y otros ingredientes), en litros y mililitros, para realizar esta receta para otra cantidad de personas (ver Figura 11.14), así como los recipientes necesarios (Figura 11.15).

<p>Figura 11.13. Planteamiento de la situación en el interactivo</p>	<p>Figura 11.14. Selección de las cantidades de los ingredientes de la receta, en el interactivo</p>	<p>Figura 11.15. Selección del recipiente para conseguir la cantidad de leche deseada, en el interactivo</p>	<p>Figura 11.16. Validación de la cantidad de vasos de leche, en el interactivo</p>

(ii) *En el establo* (Figura 11.17), donde se solicita la cantidad exacta de recipientes, de 8 o 16 lt de capacidad para llenar recipientes de 20, 40 y 60 litros.



Figura 11.17. Escenario *En el establo* del interactivo

(iii) *En la procesadora de leche*, donde se presenta una actividad similar a la anterior, pero con recipientes de mayor capacidad.

Para trabajar con el interactivo, cada una de las profesoras emplearon la hoja de trabajo diseñada en la planeación de la clase (ver Figura 11.18) en la que se plantearon dos tareas recurriendo al escenario *En la casa* del interactivo y dos para el escenario *En el establo*.

3.- ACTIVIDAD GRUPAL

Utilizando el recurso digital “Medidas de capacidad”, resuelve los siguientes problemas.



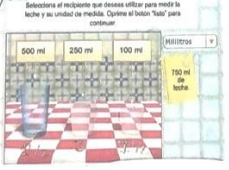


Escenario	Problemas
<p data-bbox="256 285 326 302">En casa</p> 	<p data-bbox="446 285 776 302">Lee la receta y contesta la interrogante.</p> <p data-bbox="446 333 1192 384">1.- Para 4 personas ¿qué recipiente utilizarías para medir la cantidad de leche que requiere la receta? _____</p> <p data-bbox="446 407 639 424">¿Cuántas veces? _____</p> <p data-bbox="446 457 1192 508">2.- Para 6 personas ¿qué recipiente utilizarías para medir la cantidad de leche que requiere la receta? _____</p> <p data-bbox="446 531 639 548">¿Cuántas veces? _____</p>
<p data-bbox="256 585 342 602">El establo</p> 	<p data-bbox="446 585 911 602">Lee la situación del señor Antonio e inicia el interactivo.</p> <p data-bbox="446 632 1214 657">Si utilizas el bote de 20 l, ¿Cuántas cubetas de 8 l utilizarías para llenarlo? _____</p> <p data-bbox="446 680 1214 705">Si tuvieras un bote de 30 l, ¿Cuántas cubetas de 8 l utilizarías para llenarlo? _____</p>

Figura 11.18. Hoja de trabajo acordada por las tres profesoras para el trabajo con el interactivo

Por su parte el profesor Musio diseñó sus propias hojas (ver Figura 11.19 y Figura 11.20), en las cuales solicitaba responder a las preguntas del interactivo con lápiz y papel (para luego comprobar las respuestas con el interactivo-Verifica-la-pantalla³³); añadió una tarea adicional de llenado de una tabla de equivalencias de la capacidad de los recipientes del interactivo, en múltiplos y submúltiplos del litro (tema que explicó al inicio del primer momento de su clase).

En cada clase, las hojas de trabajo fueron entregadas a los niños para que, organizados en equipos, las resolvieran. Al inicio, tanto cada una de las profesoras, como el profesor Musio, proyectaron y explicaron la situación planteada en el interactivo (Explica-la-pantalla –Figura 11.12), junto con una demostración de su uso para que los niños pudieran utilizarla (Demostración-técnica).

³³ Este tipo de orquestación, no identificada por Drijvers (2010) lo nombramos como Verifica-la-pantalla debido a que aquí utiliza la tecnología únicamente para validar las respuestas de los niños.

<p>Lee el siguiente planteamiento y contesta lo que se te indica</p> <p>Menú Dulce de leche Ingredientes para 4 personas: 750 ml de leche, 4 huevos medianos, 1 1/2 tazas de azúcar, canela al gusto, caramelo líquido.</p> <p>Instrucciones: Se licúan los huevos con la leche, el azúcar y la canela. Una vez que la mezcla esté bien espumosa se pone en un recipiente de vidrio (con el caramelo líquido al fondo de éste). Se pone en el horno precalentado a 250 grados y se deja por 45 minutos. Una vez que cuaje se retira del horno, se deja enfriar y se pone en el refrigerador.</p> <p>7 años Selecciona el recipiente que deseas utilizar para medir la leche y su unidad de medida. Oprime el botón 'listo' para continuar</p>  <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Cuantos vasos necesitas de leche</th> <th colspan="4">SUBMÚLTIPLOS DEL LITRO</th> </tr> <tr> <th>Litro</th> <th>Decilitro</th> <th>Centilitro</th> <th>Mililitro</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 1/2</td> <td>l</td> <td>dl</td> <td>cl</td> <td>ml</td> </tr> <tr> <td>7 1/2</td> <td>0.11</td> <td>1.0</td> <td>10</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0.25</td> <td>2.5</td> <td>25</td> <td>250</td> </tr> <tr> <td>2 1/2</td> <td>0.5</td> <td>5.0</td> <td>50</td> <td>500</td> </tr> </tbody> </table>	Cuantos vasos necesitas de leche	SUBMÚLTIPLOS DEL LITRO				Litro	Decilitro	Centilitro	Mililitro	1 1/2	l	dl	cl	ml	7 1/2	0.11	1.0	10	100	3	0.25	2.5	25	250	2 1/2	0.5	5.0	50	500	<p>Lee el siguiente planteamiento y contesta lo que se te indica</p> <p>¿En cuál bote te vas a llevar la leche a la Planta?</p>  <p>Elige la cubeta que vas a utilizar.</p>  <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Cuantas cubetas necesitas de leche</th> <th colspan="4">MÚLTIPLOS DEL LITRO</th> </tr> <tr> <th>KILOLITRO</th> <th>HECTOLITRO</th> <th>DECALITRO</th> <th>LITRO</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>kl</td> <td>hl</td> <td>cal</td> <td>l</td> </tr> <tr> <td>1.10</td> <td>000.6</td> <td>0.06</td> <td>0.6</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>7 1/2</td> <td>000.8</td> <td>0.08</td> <td>0.8</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>3.3/4</td> <td>000.6</td> <td>0.016</td> <td>0.16</td> <td>16</td> </tr> </tbody> </table>	Cuantas cubetas necesitas de leche	MÚLTIPLOS DEL LITRO				KILOLITRO	HECTOLITRO	DECALITRO	LITRO		kl	hl	cal	l	1.10	000.6	0.06	0.6	6	7 1/2	000.8	0.08	0.8	8	3.3/4	000.6	0.016	0.16	16
Cuantos vasos necesitas de leche		SUBMÚLTIPLOS DEL LITRO																																																									
	Litro	Decilitro	Centilitro	Mililitro																																																							
1 1/2	l	dl	cl	ml																																																							
7 1/2	0.11	1.0	10	100																																																							
3	0.25	2.5	25	250																																																							
2 1/2	0.5	5.0	50	500																																																							
Cuantas cubetas necesitas de leche	MÚLTIPLOS DEL LITRO																																																										
	KILOLITRO	HECTOLITRO	DECALITRO	LITRO																																																							
	kl	hl	cal	l																																																							
1.10	000.6	0.06	0.6	6																																																							
7 1/2	000.8	0.08	0.8	8																																																							
3.3/4	000.6	0.016	0.16	16																																																							
<p>Figura 11.19. Hoja de trabajo del profesor Musio para el escenario <i>En la casa del interactivo</i>.</p>	<p>Figura 11.20. Hoja de trabajo del profesor Musio para el escenario <i>En el establo del interactivo</i>.</p>																																																										

El trabajo de los niños para resolver las tareas de las hojas de trabajo se desarrolló de manera diferente en cada caso:

- Las profesoras Olivia y Hermelinda, se organizaron para distribuir el trabajo, cada una en su clase, de tal manera que mientras algunos equipos resolvían la hoja de trabajo (ver Figura 11.18) empleando el interactivo (discute-la-pantalla), otros equipos realizaban otras actividades sobre el mismo tema (de una guía didáctica –ver Figura 11.21–; y del libro de texto oficial –ver Figura 11.22).
- La profesora Ofe solicitó a los equipos de niños que tomaran turnos en usar el ratón inalámbrico para experimentar con el interactivo y así poder responder las preguntas de la hoja de trabajo. Luego, coordinó una sesión plenaria para que los alumnos discutieran y comprobaran sus respuestas (Discute-la-pantalla ver Figura 11.24).

<p>5º. GRADO MATEMÁTICAS APRENDIZAJE ESPERADO: Conocimiento y uso de unidades estándar de capacidad y peso: el litro, el mililitro, el galón, el kilogramo y la tonelada. Unidades estándar de capacidad y peso Resuelve los siguientes desafíos. ● En el salón hay dispensadores de agua de 6 litros. Une con diferentes colores los vasos que se pueden llenar según su capacidad.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Vasos</th> <th>Capacidad</th> <th>Veces que se llena</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>300 ml</td> <td>6 vasos</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>$1\frac{1}{2}$ l</td> <td>8 vasos</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>750 ml</td> <td>20 vasos</td> </tr> </tbody> </table> <p>En una oficina hay una cafetera para servir 12 tazas de 250 ml. ¿Cuál es la capacidad de la cafetera? <i>3000 ml = 3 litros</i></p>	Vasos	Capacidad	Veces que se llena	1	300 ml	6 vasos	2	$1\frac{1}{2}$ l	8 vasos	3	750 ml	20 vasos	<p>12 Litros y mililitros Consigna 1 En equipo, respondan las preguntas con base en las siguientes imágenes.</p> <p>a) ¿Qué capacidad tiene el garrafón de agua? b) ¿Cuánto refresco contiene una lata? c) ¿Qué capacidad tiene el frasco de perfume?</p> <p>Quinto grado 29</p>
Vasos	Capacidad	Veces que se llena											
1	300 ml	6 vasos											
2	$1\frac{1}{2}$ l	8 vasos											
3	750 ml	20 vasos											
<p>Figura 11.21. Hoja de trabajo tomada de una guía didáctica, utilizada por Olivia y Hermelinda como complemento al trabajo con el interactivo</p>	<p>Figura 11.22. Actividades del libro de texto, utilizadas por Olivia y Hermelinda como complemento al trabajo con el interactivo</p>												

El profesor Musio pidió a los niños que resolvieran las hojas de trabajo con lápiz y papel, para luego pasar al pizarrón electrónico y comprobar sus respuestas con el interactivo (ver Figura 11.16).

Veamos ahora como fue la resolución de las tareas empleando el interactivo.



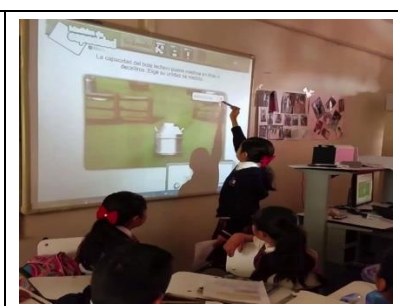
- *La resolución de las tareas con el interactivo*

Lo que se pidió en la hoja de trabajo diseñada y utilizada por las tres profesoras (Figura 11.18) fue elegir un recipiente (100 ml, 250 ml o 500 ml) para reunir la cantidad de leche requerida en la receta para cuatro personas (750 ml). El interactivo permitía seleccionar unidades, medios y cuartos de los recipientes.

Una de las cosas que sucedió en todos los grupos de las tres profesoras, fue que los niños inicialmente utilizaron dos vasos con capacidad de 500 ml, lo que rebasó la cantidad de leche solicitada; aunque podrían haber utilizado $1\frac{1}{2}$ vasos, los niños decidieron usar tres vasos de 250 ml. Su solución fue marcada como correcta al verificarla con el recurso digital.

El hallar respuesta a la segunda tarea resultó más complicado, ya que preguntaba por la cantidad de leche para elaborar un postre para 6 personas y la cantidad de vasos para reunir la cantidad exacta. Aunque el interactivo proponía diversas opciones para la solución, y se podría haber probado cada una, algunos equipos trataron de calcular la cantidad de leche (y azúcar) requerida, lo que les resultó difícil. En los casos donde los niños tuvieron mayores posibilidades de utilizar el recurso digital (alumnos de Olivia y Hermelinda), además de hacer sus estimaciones y cálculos escritos, fueron probando (ensayo y error) las distintas opciones hasta hallar el resultado (ver Figura 11.23). En el caso de la profesora Ofe, ella apoyó señalando que si calculaban la cantidad de leche para la receta de dos personas podrían sumarla a la cantidad de la receta para cuatro y obtener la cantidad de la receta para 6.

Por su parte, el profesor Musio sólo pidió hallar la cantidad de vasos leche para la receta de cuatro personas, pero utilizando los tres distintos recipientes (de 100 ml, 250 ml y 500 ml), por lo que los niños estuvieron realizando más cálculos escritos para luego solo comprobar sus respuestas con el interactivo (ver Figura 11.25); también llenaron la tabla de equivalencias de las capacidades (en submúltiplos de litro) de los vasos que él había incluido en la hojas de trabajo (ver Figura 11.19).

		
<p>Figura 11.23. Estudiantes de la profesora Olivia explorando con el interactivo.</p>	<p>Figura 11.24. Estudiantes de la profesora Ofe discutiendo y probando sus respuestas.</p>	<p>Figura 11.25. Estudiantes del profesor Musio comprobando sus respuestas.</p>

Las tareas de la hoja de trabajo relativas al escenario *En el establo* (Figura 11.17), resultaron un poco más fáciles que las anteriores, ya que los niños identificaron con cierta rapidez que 2 $\frac{1}{2}$ cubetas de 8 litros llenaban el bote de 20 litros. Por otra parte, para resolver la tarea que solicitaba hallar la cantidad de cubetas de 8 litros para llenar el bote de 30 litros (recipiente que no estaba disponible en el interactivo) los alumnos de la profesora Ofe idearon utilizar un recipiente de 60 litros para llenarlo a la mitad, y utilizar la regla del

interactivo (Figura 11.17) para identificar la cantidad de cubetas de 8 litros para lograr tener 30 litros.

Por su parte el profesor Musio en su hoja de trabajo (Figura 11.20) solicitó hallar la cantidad de cubetas de 8 y 16 litros para llenar el bote de 60 litros, tarea que los niños resolvieron rápidamente sin uso del interactivo, pero que pasaron a verificar en el pizarrón electrónico. Además, al igual que en la actividad anterior, solicitó las equivalencias de las capacidades (mediante múltiplos de litro) de las cubetas, lo que tampoco resultó complicado siguiendo el procedimiento explicado por el profesor de dividir por diez para hallar submúltiplos.

- *Cuarto momento: la realización de las tareas del libro de texto.*

Para finalizar sus clases, cada una de las profesoras solicitó a los niños realizar las actividades del libro de texto (ver Figura 11.22) a manera de evaluación, como lo hacían regularmente en todas sus clases. En estas tareas se pedía comparar recipientes de diferente capacidad (1lt, 500 ml y 350 ml) y hallar la cantidad de recipientes para reunir cierta cantidad de líquido; esas tareas no representaron mayor dificultad para los niños. Por su parte, el profesor Musio no realizó las actividades del libro de texto.

iii. Consideraciones sobre las orquestaciones del interactivo

La manera como los profesores orquestaron el interactivo muestran ciertos avances en el uso de la TD, comparado con lo hallado en el estudio diagnóstico (ver apartado 9.4). Las tres profesoras realizaron orquestaciones *discute-la-pantalla*, lo que favoreció que los niños identificaran las relaciones de proporcionalidad al comparar recipientes de diferentes capacidades, lo que permitió hallar los valores faltantes solicitados en la hoja de trabajo (ver Figura 11.18). Sin embargo, el profesor Musio, tras estar en desacuerdo con esta manera de utilizar la tecnología, no favoreció este tipo de orquestaciones, sino solo la *demonstración-técnica*, *sherpa-trabajando* y *verifica-la-pantalla*, pues utilizó el recurso para que sus estudiantes comprobaran sus respuestas a las hojas de trabajo, pero no lo utilizó para explorar.

11.2.2.3. Reflexiones de los profesores sobre su clase con el uso del interactivo

Posterior a la implementación de estas clases, en la que los profesores integraron el interactivo de Enciclomedia, en sesión plenaria del curso se compartieron las experiencias y se reflexionó sobre ellas. Al respecto, recupero las siguientes conclusiones:

- *El estudio de los recursos digitales en el curso, a partir de la resolución de hojas de trabajo, sirvieron de modelo a los profesores para integrar el uso del interactivo en su clase de matemáticas.* De acuerdo con lo expresado por los profesores, la manera como ellos utilizaron los recursos digitales para el estudio de medidas de capacidad (litros y mililitros) estuvo inspirada en las actividades realizadas durante el curso, similar a lo sucedido con el tema de proporción inversa con la balanza de equilibrio. Sin embargo, el escaso equipo digital del que disponían en su escuela fue una limitante, pues no todos los niños usaron el recurso digital.
- *El trabajo colaborativo fue valioso para la planificación de la clase.* De acuerdo con las profesoras, el diseñar la clase con sus colegas facilitó la selección del tema, del recurso digital y la preparación de la secuencia de actividades; además les ayudó para lograr una mejor comprensión del tema y conocer más estrategias y materiales para enseñarlo.
- *El compartir las experiencias con los recursos digitales fue valioso para mejorar su uso y aprender de los errores de los otros.* El que algunos profesores hayan implementado primero su clase y compartido su experiencia ayudó a que quienes aún lo la implementaban hicieran ajustes a la planeación. Las profesoras Hermelinda y Olivia comentaron que, tras conocer la experiencia de Ofe, identificaron la necesidad de conseguir otras computadoras, complementar con nuevas actividades y reorganizar el trabajo, de tal forma que todos los niños pudieran responder la hoja de trabajo utilizando el recurso digital.
- *La clase de matemáticas fue significativa para los estudiantes.* De acuerdo con lo comentado por las profesoras Hermelinda y Olivia, sus estudiantes les comentaron que el comparar físicamente recipientes de distintas capacidades y

luego, resolver las actividades con el recurso digital, les ayudó a comprender el tema con más facilidad, por lo que les pidieron que realizaran más clases así. Las profesoras coincidieron con la opinión de los niños, pues observaron que ellos completaron, sin dificultad, las actividades del libro de texto, recurso utilizado por la profesoras para evaluar los objetivos de la clase.

- *El uso de recursos digitales en la clase de matemáticas requiere que todos (o la mayoría de) los niños puedan explorar con ellos.* A esta conclusión se llegó a partir de lo expuesto por la profesora Ofe, quien comentó que no quedó satisfecha con la forma como desarrolló su clase. Para ella todo fue muy dirigido y grupal, así que no todos tuvieron la posibilidad de explorar el interactivo para responder a las tareas de la hoja de trabajo.
- *El uso del interactivo dio lugar a un ambiente participativo en la clase y a mayores aprendizajes.* De acuerdo con lo dicho por las profesoras Hermelinda y Olivia, el utilizar el recurso digital mantenía atentos y entusiasmados a los estudiantes, de tal forma que no había desorden en la clase. Además, algunos de los niños, diagnosticados con problemas en el aprendizaje de las matemáticas, respondieron con mucha facilidad las actividades de la hoja de trabajo y fueron muy participativos, y fue algo inesperado para ellas.
- *El diseño de la hoja de trabajo fue una tarea complicada.* Las profesoras señalaron que muy raras veces diseñan las tareas para el aprendizaje de los temas, sino que las recuperan de algunos recursos (guías didácticas, fichero didáctico o internet) y les hacen algunos ajustes en ocasiones, por lo que el diseño de las hojas de trabajo les resultó difícil, además de que este trabajo requiere
- *La integración del interactivo generó temor a una profesora.* La profesora Olivia expresó que tenía miedo de hacer uso del recurso digital en su clase, ya que sus alumnos sabían más del uso de la tecnología que ella. Dado que para ella es muy importante mostrar seguridad a sus estudiantes, al ser una maestra de las “antigüitas”, necesitó prepararse mucho en el uso de la computadora y del interactivo para no presentar problemas o titubeos a la hora de la clase.

11.2.2.4. Análisis documental de la integración del interactivo “Medidas de capacidad” en la clase de matemáticas

Como se mostró en la descripción de los casos, cada profesor tenía su propia manera de organización de su clase, la cual estaba soportada por sus sistemas de recursos (SR) y sistemas documentales (SD) (ver Apéndice E y apartado 11.3). La integración del interactivo dio lugar que los profesores movilizaran la estructura de su clase de matemáticas, a sustituir recursos, a recombinarlos, a la creación, modificación y sustitución de documentos. Al respecto se analiza en este apartado.

Para iniciar aludimos a un elemento central para que el profesor integre el uso de recursos digitales en su práctica, el dominio del uso del recurso digital. Para el caso del interactivo “Medidas de capacidad” se puede señalar que los profesores se apropiaron técnicamente de su funcionamiento, esto es, las tareas planteadas en éste, las simulaciones contenidas y las funciones no representaron dificultad para ellos. Sin embargo, el uso del interactivo para el diseño de las tareas de aprendizaje (hoja de trabajo) resultó ser un reto, ya que les exigió un mayor dominio y análisis del contenido que lo que les exigía el seleccionarlas las tareas de otros recursos (e.g. guías didácticas).

En cuando a los efectos que tuvo la integración del interactivo “Medidas de capacidad” en la clase de matemáticas podemos señalar que:

- *se vio alterada la estructura de la clase.* El retomar los planteamientos del interactivo para su clase, junto con la discusión de los profesores sobre sus formas particulares de trabajo, propició que la estructura de la clase diseñada no fuera igual a la que usualmente utilizaban. Ejemplo de ello fue que la profesora Ofe y el profesor Musio, quienes solían iniciar su clase planteando un problema o explicando el tema respectivamente, iniciaron planteando preguntas a los niños, como usualmente lo hacían las profesoras Olivia y Hermelinda (ver apartado 11.1.2).
- *se evidenció un claro proceso de instrumentación del recurso, ya que los profesores se guiaron de este para diseñar e implementar las tareas de la clase.* Ejemplo de esto fue que la clase se inició con la comparación de recipientes de distintas

capacidades, de manera similar a como se propone en el interactivo, para luego realizar tareas propias del recurso digital (ver apartado 11.1.2).

- *La experiencia con el interactivo en la clase de matemáticas:*
 - *Favoreció procesos de instrumentalización del recurso.* El que los niños encontrarán un uso diferente del recurso digital al “permitido”, para resolver una de las tareas de la hoja de trabajo (cantidad de cubetas de 8 litros para llenar un bote de 30 litros), les dio ideas a los profesores sobre otras formas de utilizar el recurso digital y no solo circunscribirlo a lo que se propone en éste.
 - *Dio lugar a que los profesores sustituyeran algunos de sus recursos y a que crearan un nuevo documento para la preparación de las tareas matemáticas.* Ejemplo de esto fue que, las guías didácticas, los ficheros didácticos y el internet, recursos utilizados usualmente por los profesores para la selección y (re) diseño de las tareas de la clase, fueron sustituidos por el interactivo. En este caso, las tareas para el estudio del litro y el mililitro se diseñaron a partir del interactivo, retomando las situaciones que en él se planteaban, la comparación de capacidades de distintos recipientes. También la exploración de las tareas del interactivo y la discusión que tuvieron sobre ellas les sirvió a los profesores para “comprender el tema” (proporción directa), según lo expresaron.
- *El documento creado para el uso del interactivo se articuló con otros documentos de los profesores.* Por ejemplo, después de que las profesoras realizaran las actividades con el interactivo continuaron con las actividades del libro de texto para evaluar los objetivos de la clase alcanzados. Esta acción de las profesoras da cuenta de la articulación de un nuevo documento creado para el uso del interactivo con el documento con el que contaban para el uso del libro de texto.
- *El uso del interactivo se vio limitado por su adaptación a documentos que ya formaban parte del SD de los profesores y al escaso acceso a equipo digital.* A pesar de que en el curso se enfatizó la importancia de utilizar los recursos digitales para explorar y descubrir ideas matemáticas, no siempre se retomó este planteamiento. Ejemplo de esto fue lo realizado por el profesor Musio, quien adaptó

el recurso a su manera tradicional de utilizar la tecnología, para explicar y validar las respuestas de los alumnos, ya que consideraba que la enseñanza de las matemáticas con los niños de quinto grado “ya debe ser más formal, ya no con materiales concretos para que experimenten, como se hace con los niños de primer grado”. Por otra parte, el contar con un solo equipo de cómputo limitó la utilización del recurso digital para solucionar las tareas de la hoja de trabajo, como sucedió con la profesora Ofe, quien pretendía que los niños exploraran sus soluciones con el recurso digital, pero el contar con un solo equipo de cómputo se lo impidió.

- *Modificó su manera de enseñar.* De acuerdo con lo dicho por los docentes, el uso de copias o impresiones recuperadas de guías didácticas o de internet eran los materiales para trabajar los temas de su clase. Sin embargo, para emplear el recurso digital, diseñaron actividades más dinámicas e interactivas, que implicaban la experimentación física y digital.

11.2.3. Módulo II. GeoGebra para la enseñanza de la geometría y la medición

El estudio de este recurso se desarrolló utilizando dos materiales de apoyo:

- La guía “Introducción a GeoGebra” (ver Apéndice D.3) obtenida del curso en línea Thales-Online (<https://mileto.cica.es/cursos/node/251>) –abordada durante 4 sesiones (dos semanales) durante dos semanas (ver Apéndice D1); y
- hojas de trabajo que diseñé para el Segundo Curso de Formación, para tratar contenidos de primaria –abordadas durante otras 4 sesiones (con misma frecuencia).

11.2.3.1. Estudio técnico y didáctico de GeoGebra (primer momento del módulo)

El uso de la guía de introducción a GeoGebra

A partir de la realización de las actividades de la guía se hizo la exploración de la barra de herramientas de GeoGebra (e.g. puntos, rectas, segmento, perpendicular, polígono, circunferencia) y de ideas importantes sobre sus posibilidades para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, como:

- Que “no es lo mismo dibujar que construir”, ya que realizar una construcción en GeoGebra implica tener en cuenta sus propiedades matemáticas.
- Que en una construcción de GeoGebra existen objetos independientes (e.g. un punto, un segmento, una figura), objetos modificables que son el punto de partida de una construcción, y objetos ligados a los primeros mediante sus propiedades, llamados dependientes y que no son modificables.
- Que en GeoGebra la prueba del arrastre es una posibilidad que permite validar las construcciones, ya que, al aplicarles una acción de cambiarlo de lugar, ampliarlo o reducirlo no sufren alteraciones.

Las tareas de la guía incluían al principio una descripción paso a paso del procedimiento para realizar cada construcción, para al final solo plantear una tarea sin instrucciones, como “Dibuja un pentágono y traza sus diagonales” (ver Figura 11.26) o “Dada una circunferencia de centro O, dibuja un triángulo equilátero cuyos vértices sean O y dos puntos de la circunferencia” (ver Figura 11.27).

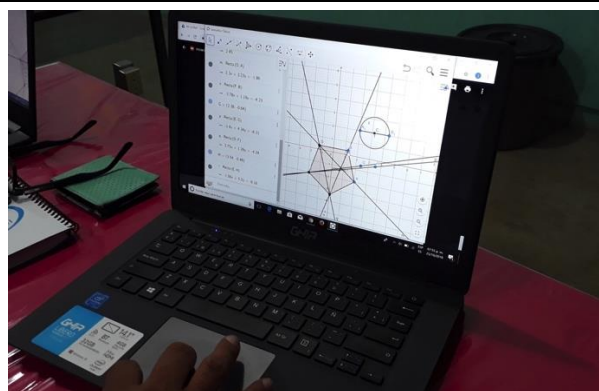


Figura 11.26. Construyendo un pentágono con sus diagonales con GeoGebra

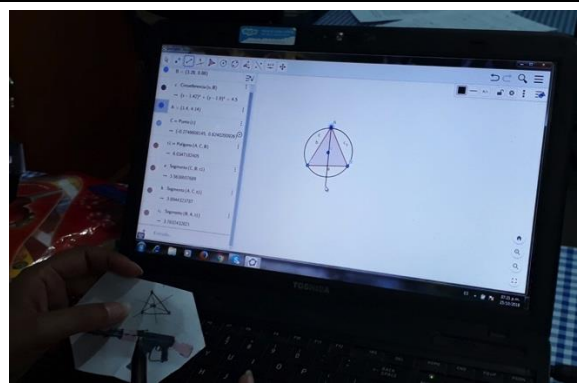


Figura 11.27. Construyendo un triángulo inscrito en una circunferencia con GeoGebra

Una de las dificultades enfrentadas por los profesores participantes, es que sus construcciones no pasaban la *prueba del arrastre*, ya que en ocasiones no hacían el procedimiento correcto para vincular los objetos, y solo guiarse por la percepción. Otra dificultad para hacer las construcciones tuvo que ver con la comprensión de las tareas, principalmente cuando se trataba de las actividades sin instrucciones. Derivado de estas experiencias los profesores señalaron, al final del abordaje de la guía, que GeoGebra era un programa para el estudio de matemáticas más avanzadas, ya que las actividades les parecían

complejas cuyos contenidos rebasaban el nivel de primaria. Ante esto les comenté que se trataba de actividades para aprender a utilizar GeoGebra, pero que realizaríamos otras ya enfocadas a temáticas de educación primaria, como enseguida lo muestro.

Actividades con hojas de trabajo para el estudio de los lados de un triángulo

La primera actividad (ver Figura 11.28) de esta parte del módulo, consistió en explorar la condición que deben cumplir la medida de los lados de un triángulo para que éste exista, es decir, la condición:

la suma de dos lados de un triángulo ABC siempre debe mayor que la medida del tercer lado, siempre y cuando esto suceda para las tres combinaciones ($AB+BC>AC$, $BC+AC>AB$ y $AB+AC>BC$).

Para esto se entregó a los profesores, reunidos en parejas, un archivo de GeoGebra que contenía segmentos fijos de diversos tamaños y la hoja de trabajo correspondiente (Figura 11.28) en la que se solicitaba formar triángulos con dichos segmentos.

NOMBRE: _____

FECHA: _____

TEMA: Características de los lados de un triángulo.

Propósito: que los profesores exploren las características de los lados de un triángulo

ACTIVIDAD 1. LADOS DEL TRIÁNGULO

Abre el archivo “Lados del triángulo” y realiza la siguiente actividad.

Toma de los segmentos dados los que requieras para construir los triángulos de los siguientes lados:

- 3, 4 y 5.
- 6, 6 y 6.
- 2, 3 y 5.
- 4, 7 y 9.
- 4, 6 y 10.
- 3, 4 y 8

Dibuja los triángulos que construiste.

¿Qué triángulos te fue posible construir y cuáles no? ¿Por qué?

¿A qué conclusión llegaste?

Figura 11.28. Hoja de trabajo para el estudio de los lados del triángulo

Los profesores formaron algunos de los triángulos exitosamente (ver Figura 11.29) (e.g., 3-4-5 y 6-6-6); sin embargo, se enfrentaron a dificultades para formar aquellos en los que dos de sus lados sumaban lo mismo que el tercero (2-3-5 y 4-6-10) o eran menores (3-4-8), ya que en un principio estaban seguros que dados cualesquiera tres lados siempre era posible formar esta figura.

En discusión plenaria compartieron sus trabajos y conclusiones (ver Figura 11.30). Dos profesoras señalaron, sin dar otra explicación, que no se podían formar los triángulos donde dos de sus lados medían lo mismo o menos que el otro; mientras que otra profesora dijo, respecto del triángulo de lados 3-4-8, que “uno de los segmentos estaba muy grande con respecto a los otros y no logra cerrar”. Otra profesora argumentó: “los lados más pequeños deben ser mayor o igual que el lado más grande para que se pueda formar el triángulo”. De

esta manera, los profesores fueron llegando a la conclusión de que en un triángulo no podría haber dos lados que al sumar sus longitudes fueran menor o igual que el tercer lado. A partir de esto, les compartí la condición formal que deben cumplir la longitud de los lados del triángulo para formarse.

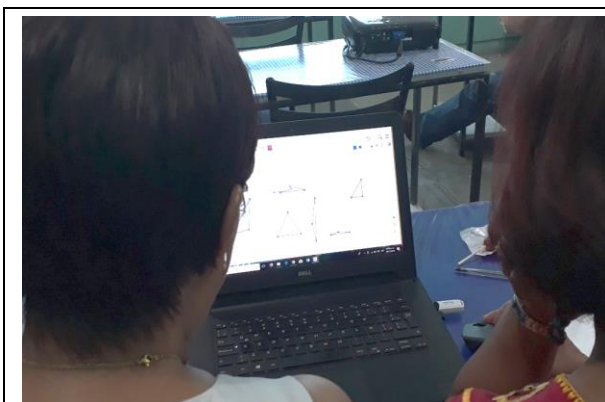


Figura 11.29. Profesora construyendo triángulos con las medidas solicitadas con GeoGebra

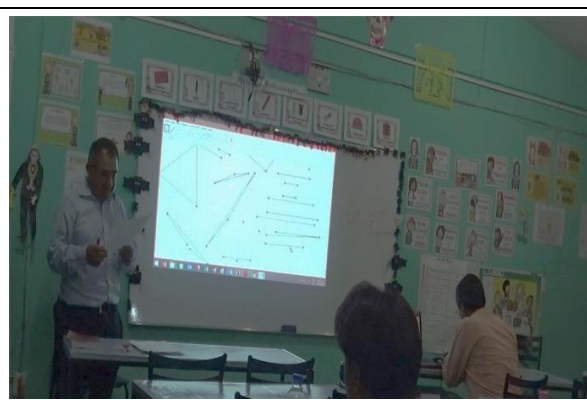


Figura 11.30. Los profesores compartiendo en plenaria los triángulos construidos con GeoGebra y sus conclusiones

Las actividades con las hojas de trabajo para trabajar contenidos de primaria ayudaron a cambiar la percepción anterior de que GeoGebra era solo para niveles educativos superiores. También sirvieron para mostrarlo como un recurso para hacer matemáticas.

11.2.3.2. Lección con el uso de GeoGebra para el estudio de las alturas de un triángulo (Momentos 2-4)

Durante el curso de formación, los mismos cuatro profesores de quinto grado (Ofe, Olivia, Hermelinda y Musio) diseñaron y desarrollaron una lección con GeoGebra para estudiar las características de las alturas de un triángulo, la cual implementaron en sus escuelas respectivas.

i. Orquestaciones de la lección con GeoGebra

Configuración didáctica

Para esta lección, la configuración de los equipos fue igual en todos los casos que para la lección con el interactivo (ver apartado anterior), excepto que, en esta ocasión, Olivia y Hermenilda no utilizaron laptops adicionales. Es decir, cada profesor utilizó solamente los equipos a su disposición: Los profesores de la escuela urbana utilizaron los equipos de

Enciclomedia (computadora y proyector; así como pizarrón electrónico en el aula de Musio). Mientras que la profesora Ofe nuevamente utilizó su laptop y el proyector de la escuela, dispuestos en una mesa al centro del aula de clase.

Modo de explotación

El diseño de esta lección se realizó durante una sesión del segundo módulo (GeoGebra) del curso. En el diseño estuvieron involucrados los cuatro profesores de quinto grado. Esta vez, la elección del tema y las actividades fue rápido: Acordaron que el tema de la clase versaría sobre las alturas del triángulo. Para ello, la profesora Ofe sugirió retomar una actividad de un fichero didáctico (SEP, 1994) llamada “Los caminos de la araña” (ver Figura 11.31), y que con GeoGebra se podría crear un applet para simular la situación planteada en esa actividad. Su propuesta fue bien aceptada por las demás profesoras, pero el profesor Musio nuevamente se mostró escéptico.

La lección propuesta fue “Reflexionar sobre las características de las alturas de diferentes triángulos”, organizada bajo los siguientes momentos:

- (1) el reconocimiento de los tipos de triángulos, y el trazo de sus alturas a lápiz y papel usando regla y compás;
- (2) la realización de actividades con el uso de GeoGebra (ver Figura 11.32);
- (3) la realización de actividades del libro de texto oficial sobre alturas de un triángulo (ver Figura 11.33).

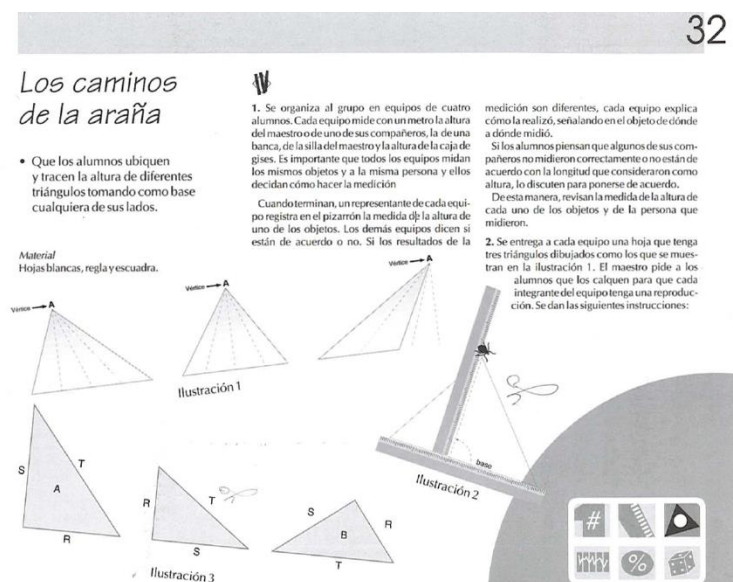
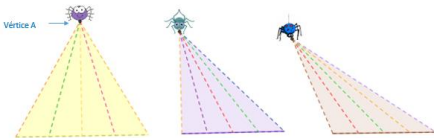


Figura 11.31. Actividad “Los caminos de la araña” del fichero didáctico

LAS ALTURAS DE LOS TRIÁNGULOS

Nombre: _____ Fecha: _____

1.- En cada triángulo hay una araña en el vértice "A" que quiere bajarse del triángulo. Puede hacerlo por varios caminos. Ayuden a la araña a encontrar el camino más corto de cada triángulo y píntalo de un color.

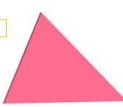
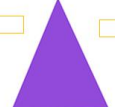



Vértice A


2.- El camino más corto que va desde el vértice "A" a la base del triángulo se llama:

3.- Escribe en el recuadro las características que deben tener las alturas en los triángulos.

4.- Marca con la ayuda de tu regla la altura en cada triángulo, después escribe la medida en cada recuadro.



5.- Integra las alturas de los triángulos anteriores, en el triángulo de abajo.



La altura del triángulo es la distancia más corta que va de un vértice al lado opuesto a ese vértice y es perpendicular a la base. En cualquier triángulo se pueden señalar tres alturas.

6.- En los siguientes triángulos, marca sus tres alturas e indica el ángulo que se forma respecto a la base.

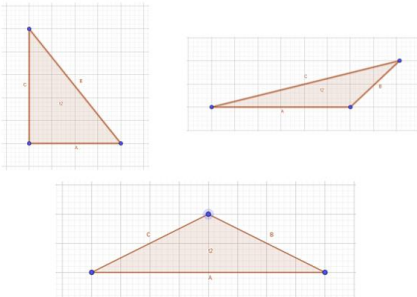
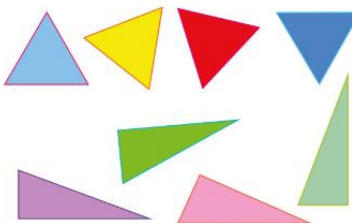


Figura 11.32. Hoja de trabajo para el estudio de las alturas de un triángulo con el uso de GeoGebra

26 Tres de tres


Consigna

De manera individual, traza las alturas de cada uno de los siguientes triángulos. Después haz lo que se indica.



Señala con una si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso.

	Falso	Verdadero
Todos los triángulos tienen tres alturas.		
Todas las alturas son a la vez lados del triángulo.		
Las alturas de un triángulo siempre se cortan en un punto.		
Una altura de un triángulo es un segmento de recta que va de un vértice y es perpendicular al lado opuesto.		



Quinto grado | 61

Figura 11.33. Actividades del libro de texto oficial sobre las alturas de un triángulo

El diseñar el applet para simular la situación planteada en el fichero requería construir tres triángulos en los que se mostraran y ocultaran sus alturas. Además, quisieron incluir imágenes de arañas que se deslizaran por las alturas. Todo esto no resultó fácil para profesoras, por lo que fue necesario apoyarles a cumplir con este proyecto.

Cabe señalar que las profesoras copiaron la actividad del fichero en GeoGebra, dejando los triángulos fijos (es decir, sin utilizar las posibilidades de arrastre de la geometría dinámica).

En contraste, el profesor Musio tenía otra idea para el uso del recurso digital: quiso construir un applet en GeoGebra (ver Figura 11.34) con un triángulo que pudiera modificarse, y donde se pudieran mostrar y ocultar las alturas y los símbolos de ángulos rectos, para lo cual me pidió ayuda.

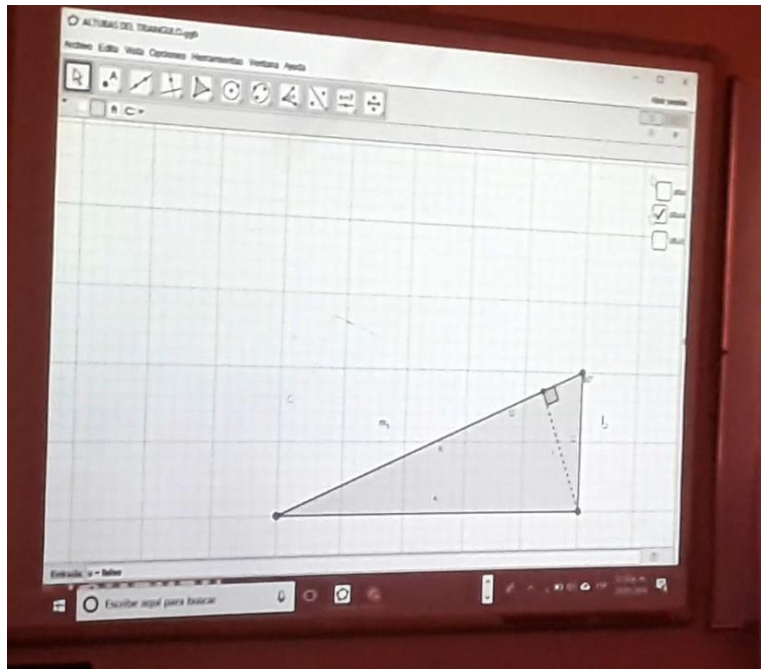


Figura 11.34. Applet en GeoGebra de Musio para el estudio de alturas de triángulos

Desempeño didáctico

Al igual que en el apartado anterior, en las descripciones que se hacen a continuación, se añaden notas entre paréntesis con los tipos de orquestaciones que identificamos en los desempeños de los profesores.

- *Primer momento de la lección: Reconocimiento de los tipos de triángulos y el trazo de sus alturas.*

Para el primer momento de la lección, en sus respectivas puestas en práctica, tanto la como la profesora Ofe, como la profesora Olivia, se valieron únicamente de actividades a lápiz y papel. La profesora Hermelinda combinó el uso de GeoGebra con actividades a

lápiz y papel. El profesor Musio utilizó únicamente los recursos geométricos digitales (e.g., transportador, regla y compás) integrados en el pizarrón electrónico.

La profesora Ofe hizo un recordatorio de los tipos de triángulos; luego pidió y ayudó a los niños a trazar con lápiz y papel diversos tipos de triángulos con sus alturas (ver Figura 11.35).

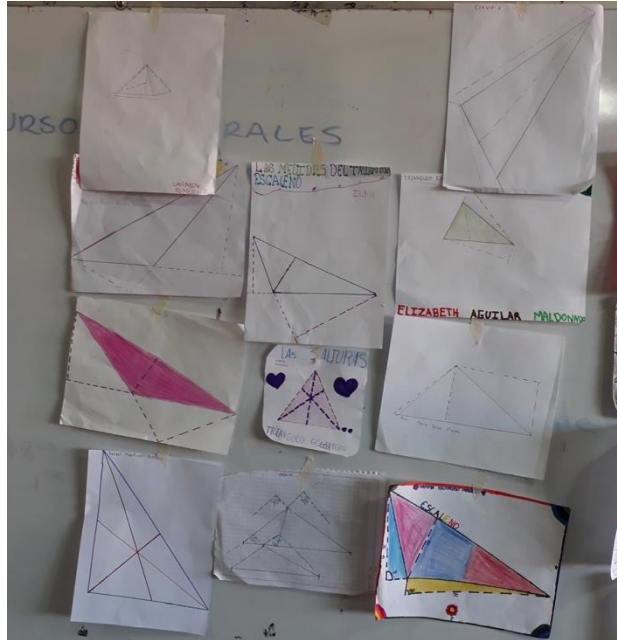


Figura 11.35. Trazos de las alturas del triángulo elaborados por los alumnos de la profesora Ofe

La profesora Olivia entregó recortes de triángulos a equipos de cuatro alumnos, para que ellos los clasificaran con los nombres, características y alturas, y expusieran al resto del grupo en láminas de papel (ver Figura 11.36).

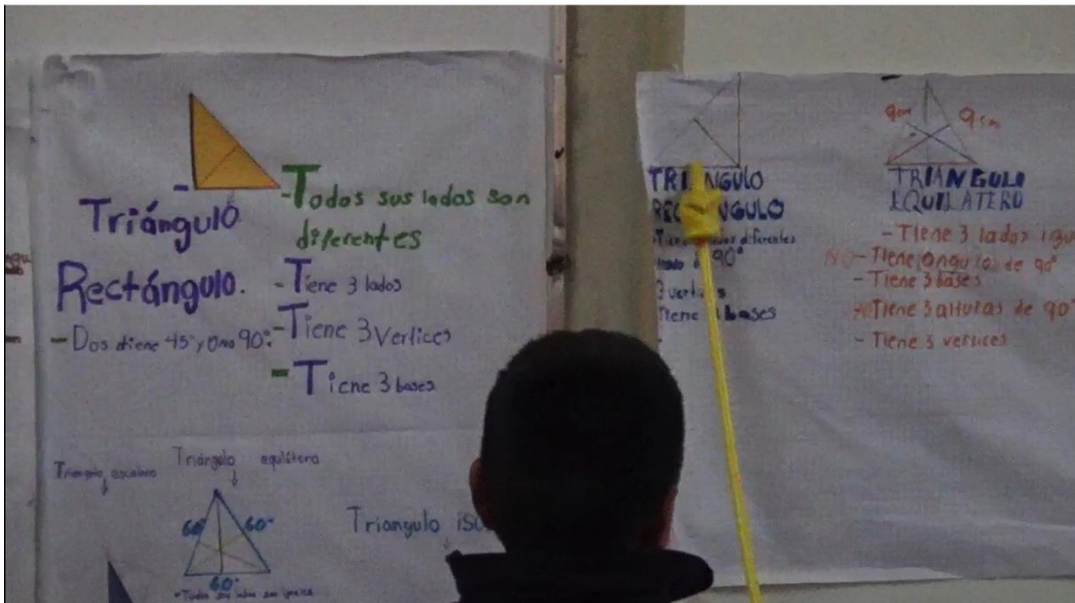


Figura 11.36. Alumno de la profesora Olivia exponiendo las características de los triángulos y trazo de las alturas

Por su parte, la profesora Hermelinda inició explicando las alturas del triángulo rectángulo valiéndose del applet de GeoGebra (orquestación *explica-la-pantalla*) diseñado por el profesor Musio. Pidió a algunos niños que manipularan la computadora conforme ella se los solicitaba (*Sherpa-trabajando*) por ejemplo, les pedía oprimir los botones que mostraban las alturas del triángulo), y señaló que los triángulos tienen tres alturas, una para cada lado y que forman un ángulo recto con estos (ver Figura 11.36). Después pidió a los niños trazar alturas de algunos triángulos impresos en una hoja de papel.

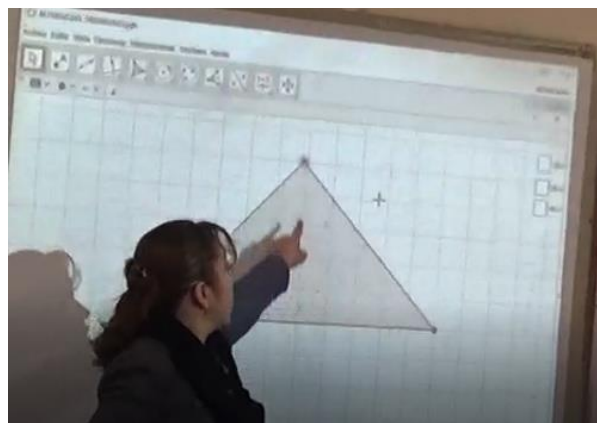


Figura 11.37. Profesora Hermelinda explicando las alturas del triángulo

El profesor Musio inició, como suele hacerlo (ver Apartado 11.2.2.2.i), con la explicación del tema. Primero, explicó la manera de trazar un triángulo equilátero utilizando las herramientas de la regla y compás virtuales del pizarrón electrónico

(*Demuestra-la-pantalla*), para luego preguntar y explicar a los niños sobre las características del triángulo. Después explicó la definición de la altura de un triángulo y la manera de trazarla, utilizando la regla virtual y una escuadra física (*Vincula-pantalla-pizarrón* ver Figura 11.38 y Figura 11.39). Finalmente, usó el transportador virtual para señalar cómo medir el ángulo que forma la altura con la base del triángulo. Posterior a estas actividades pidió a algunos niños (seleccionados utilizando la ruleta de Enciclomedia) a que pasaran al pizarrón electrónico (*Sherpa-trabajando*) para trazar alturas de triángulos y mostrar su comprensión de la explicación (ver Figura 11.40).

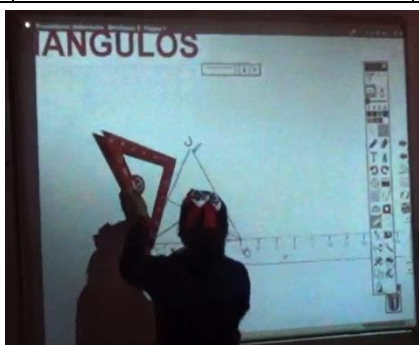
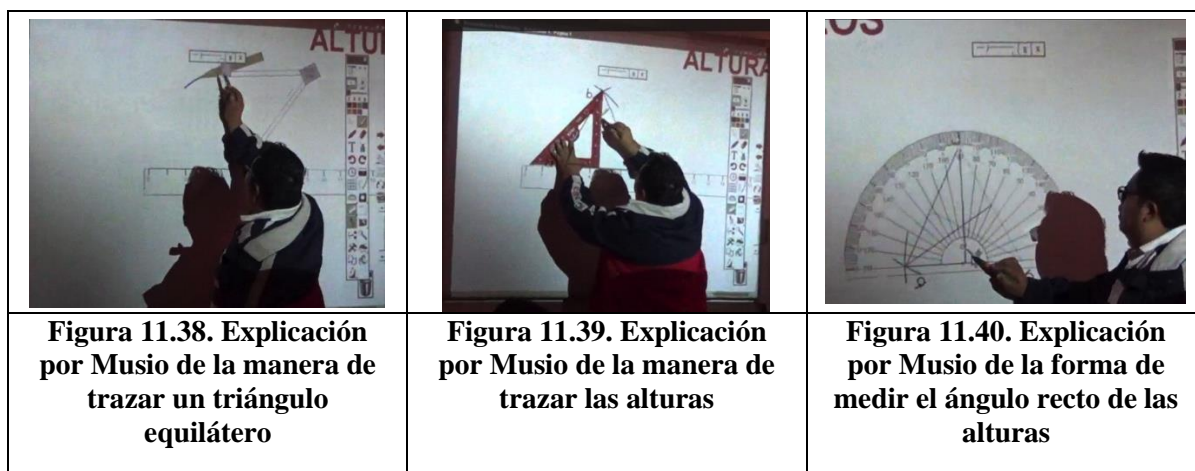


Figura 11.41. Alumna del profesor Musio trazando la altura del triángulo

- *Segundo momento de la lección: la realización de las actividades con el uso de GeoGebra.*

Si bien en la preparación de la clase las profesoras habían planeado cómo sería la actividad con GeoGebra (hoja de trabajo y el applet de la araña), en la implementación solo lo hizo la profesora Ofe. Hermelinda utilizó la hoja de trabajo, pero no el applet. Olivia ninguno de los dos. (Olivia y Hermelinda dijeron haber sido convencidas por Musio de utilizar otra estrategia –la del profesor).

- Lección de Ofe con GeoGebra

La profesora Ofe entregó a los niños la hoja de trabajo (ver Figura 11.42) para que los niños identificaran, utilizando su regla, “el camino más corto” por el que debería bajar la araña (dibujada en la hoja de trabajo), del vértice a la base del triángulo. Los niños no tuvieron dificultad en esto.



Figura 11.42. Niños respondiendo la hoja de trabajo proporcionada por Ofe



Figura 11.43. Comprobación de las respuestas de los niños con el uso de GeoGebra (clase de Ofe)

Una vez que los niños respondieron las hojas de trabajo, la profesora proyectó el applet y entregó a algunos niños el ratón inalámbrico para que comprobaran sus respuestas (*Verifica-la-pantalla* –ver Figura 11.43): Conforme ella lo solicitaba, los niños arrastraron cada una de las arañas a través de los segmentos que unían los vértices con las bases (*Sherpa-trabajando*); esto lo acompañó preguntando a los niños “¿ese es?”, refiriéndose a si era el camino más corto. Esta actividad finalizó muy pronto debido a que todos los estudiantes identificaron de manera correcta las alturas.

Este uso de GeoGebra fue muy limitado, ya que solo fue para ilustrar las soluciones del trabajo de estudio de las alturas del triángulo realizado con lápiz y papel, y no para hallarlas mediante una exploración.

- Lección de Olivia con GeoGebra

La profesora Olivia utilizó GeoGebra para “comprobar” que fueran correctas las alturas de los triángulos trazadas por los niños en las láminas que expusieron. Para esto, la profesora, desde su escritorio, y usando el applet de Musio, reprodujo uno de los triángulos trazados por los niños en sus láminas, para luego dar click en los botones que mostraban las alturas y preguntar “¿trazaron correctamente esa altura o no?” (*Demostración-técnica* y

Explica-la-pantalla) –ver Figura 11.44. Después de esto, puso a algunos niños al mando de la computadora para reproducir los demás triángulos y mostrar sus alturas, según lo iba solicitando la profesora (*Sherpa-trabajando* –ver Figura 11.45). Durante este trabajo, cuando las alturas quedaban fuera de los triángulos, Olivia hacía un alto para señalar que algunas veces era necesario prolongar las bases de los triángulos para el trazo de las alturas (*explica-la-pantalla* –ver Figura 11.44), aunque sin dar mayores explicaciones de por qué sucedía así.

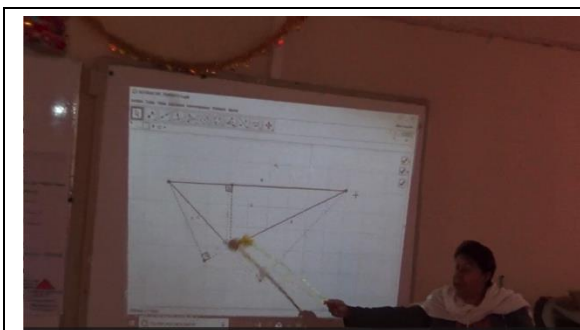


Figura 11.44. La profesora Olivia señalando que las alturas quedaron fuera del triángulo

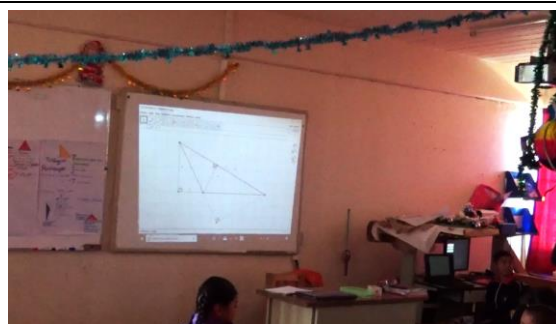

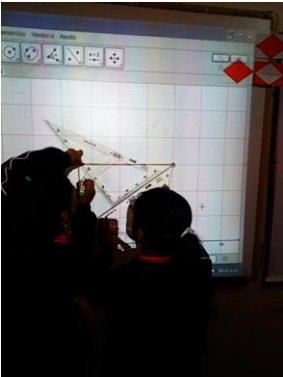
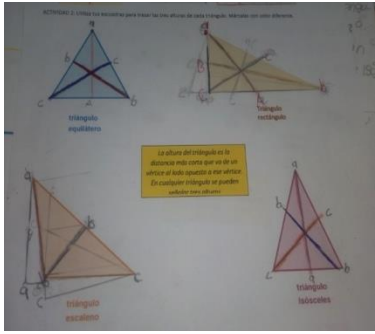


Figura 11.45. Niño –Sherpa– manipulando la computadora para mostrar un triángulo y sus alturas (clase de Olivia).

- Lección de Hermelinda con GeoGebra

Por su parte, la profesora Hermelinda inició este momento de la lección proyectando el applet de Musio para explicar al grupo la manera de trazar las alturas del triángulo con el uso de escuadras (ver Figura 11.46) y para verificar si el trazo era correcto utilizando los botones del mostrar las alturas (*vincula-pantalla-pizarrón*). Tras esta explicación solicitó a algunos niños (ver Figura 11.47) que modificaran el triángulo digital, le trazaran sus alturas y las verificaran (*Sherpa-trabajando*). Seguido a este trabajo, la profesora entregó la hoja de trabajo (ver Figura 11.48) para que los niños, de manera individual, trazaran las alturas de los triángulos.

		
<p>Figura 11.46. Profesora Hermelinda explicando la manera de trazar las alturas utilizando escuadras.</p>	<p>Figura 11.47. Alumnas de Hermelinda trazando las alturas del triángulo.</p>	<p>Figura 11.48. Hoja de trabajo individual para trazar las alturas del triángulo (clase de Hermelinda).</p>

Una vez realizadas las actividades de la hoja de trabajo la docente continuó con un proceso de socialización de las respuestas utilizando GeoGebra, para lo cual pidió a algunos niños que modificaran el triángulo del applet para reproducir los triángulos de la hoja de trabajo, luego les trazaran sus alturas con regla y escuadra y, finalmente, verificaran su trazo correcto con el botón del applet de mostrar las alturas (*Vincula-pantalla-pizarrón / Sherpa-trabajando*), de tal manera que pudieran evaluar sus respuestas todos los niños. Si bien estas orquestaciones de GeoGebra, aún no fueron para que los niños exploraran y descubrieran las propiedades de las alturas de los triángulos, los motivó a realizar el trabajo y las explicaciones de la profesora sirvió para validar su trabajo.

- Lección de Musio con GeoGebra

La lección del profesor Musio fue parecida a la de Hermelinda: entregó a los niños, organizados en equipos, una hoja de trabajo, diseñada por él, en la que los niños debían trazar las alturas de tres triángulos (rectángulo, obtusángulo y equilátero) –ver Figura 11.49. Durante esta actividad el profesor pidió a los equipos que entre ellos se ayudaran al contestar sus hojas de trabajo (ver Figura 11.50).



Figura 11.49. Niña trazando las alturas de los triángulos (clase de Musio).



Figura 11.50. Niña ayudando a su compañera a trazar las alturas de un triángulo (clase de Musio).

Una vez que los niños respondieron la hoja de trabajo, el profesor proyectó su applet de GeoGebra para que los niños demostraran el trazo de las alturas y validaran las respuestas que habían escrito en su hoja de trabajo (*Verifica-la-pantalla*). Esta actividad se desarrolló de la siguiente manera: primero el profesor arrastraba los puntos del triángulo hasta que tomara la forma de alguno de los triángulos de la hoja de trabajo; luego pedía a los niños, seleccionados al azar con la ruleta de Enciclomedia, que pasaran al pizarrón y utilizaran una escuadra y un transportador como regla para trazar las alturas del triángulo; y finalmente, el profesor mostraba las alturas con su applet de GeoGebra para valorar si las trazadas manualmente coincidían con las mostradas en GeoGebra.

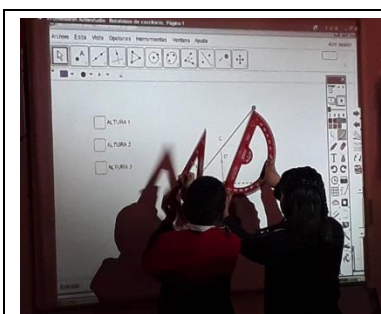


Figura 11.51. Niños trazando las alturas de un triángulo rectángulo (clase de Musio).

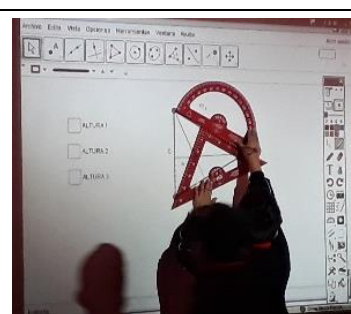


Figura 11.52. Niño trazando las alturas de un triángulo equilátero (clase de Musio).

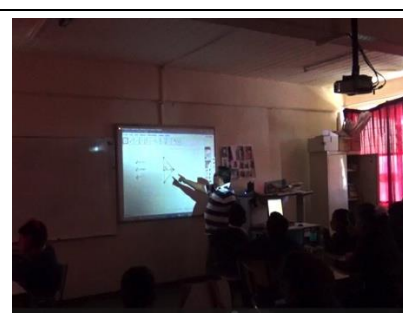


Figura 11.53. Profesor Musio explicando que dos alturas de un triángulo rectángulo coinciden con sus lados.

Durante estas actividades con GeoGebra, el profesor Musio preguntaba al grupo si las alturas trazadas por los niños eran correctas y si las trazadas en sus hojas de trabajo también. Además, en algunos momentos aprovechaba para dar algunas explicaciones sobre las alturas de algunos triángulos apoyándose con su applet, como por ejemplo para señalar

que en el triángulo rectángulo dos de sus alturas coinciden con dos de sus lados (*explica-la-pantalla*). Esta manera de orquestar GeoGebra no fue diferente de cómo solía orquestar otros recursos digitales, ya que sólo lo usó para explicar el tema y para validar las respuestas de los niños a las tareas que realizan en la clase. Esto fue a pesar de que durante el curso se propuso un uso de GeoGebra que permitiera la exploración y descubrimiento de ideas matemáticas; el uso de Musio da cuenta de la resistencia a modificar maneras de enseñar y de utilizar los recursos.

- *Tercer momento de la lección: La realización de las actividades del libro de texto*

La realización de las actividades del libro de texto (ver Figura 11.33), en las que se pedía trazar las alturas de triángulos equiláteros y rectángulos, fueron el último momento de la lección para las profesoras Ofe, Olivia y Hermelinda. Estas tareas no representaron dificultad alguna para los niños, debido a que las actividades propuestas en el libro de texto eran menos demandantes que las actividades diseñadas por los profesores para trabajar con GeoGebra (donde se incluían otras actividades, como el trazo de las alturas de triángulos obtusángulos). De hecho el profesor Musio no realizó las actividades del libro, aludiendo a que estaban muy sencillas, pues para él hallar las alturas de triángulos obtusángulos, era un mayor reto debido a que quedaban fuera de los triángulos.

Para resolver estas actividades del libro de texto, ya no se recurrió al uso de GeoGebra.

ii. Consideraciones sobre las orquestaciones de GeoGebra

Las orquestaciones de GeoGebra para el estudio de las alturas del triángulo dan cuenta de que este recurso se utilizó principalmente para explicar a los niños (*explica-la-pantalla*) las características de las alturas del triángulo, para practicar su trazo (*vincula-pantalla-pizarrón*) y para verificar sus respuestas (*verifica-la-pantalla*). En esta ocasión, a diferencia de las clases con el interactivo, no se hizo uso de la orquestación *discute-la-pantalla*; esto a pesar de que durante el curso de formación, se utilizó dicha orquestación para estudiar las características de la medida de los lados del triángulo (ver apartado 11.2.3.1), para mostrar la importancia de discutir las ideas matemáticas del contenido tratado con los recursos.

Las orquestaciones *vincula-pantalla-pizarrón* y *verifica-la-pantalla* fueron las más utilizadas en las clases de las profesoras Hermelinda, Olivia y el profesor Musio. En sus

clases fue usual pasar a los niños al pizarrón para trazar, con regla y escuadra, las alturas del triángulo (estático) mostrado en el applet de GeoGebra que proyectaron, y, posteriormente, verificar su trazo mostrando con los botones del applet las alturas. Por su parte, la profesora Ofe utilizó las orquestaciones *sherpa-trabajando*, y *verifica-la-pantalla*, ya que utilizó el applet solo para mostrar a los niños el camino más corto por el que debían deslizarse las arañas del vértice a la base de triángulo, sin utilizarlo para explorar las respuestas.

Este uso de GeoGebra fue más limitado que el dado con el interactivo, y pudo deberse a tres cosas:

- a que en esta ocasión los profesores tuvieron que diseñar tanto el interactivo (applet con GeoGebra) como las tareas para utilizarlo (hoja de trabajo);
- a las limitaciones de conocimiento del contenido (características de las alturas de cualquier triángulo); y
- a las limitaciones de infraestructura, pues sólo contaban con un equipo de cómputo y un proyector.

Esto podría explicar el por qué, en vez de utilizar las posibilidades dinámicas de GeoGebra para explorar y descubrir las características de las alturas del triángulo, se utilizó el recurso solo para apoyar la explicación y trazo de las alturas (casos Hermelinda, Olivia y Musio) o para mostrarlas de manera más llamativa (caso Ofe).

11.2.3.3. Reflexiones de los profesores sobre su clase con GeoGebra

- *GeoGebra fue un recurso que resultó interesante, pero a la vez complicado de utilizar en clase de matemáticas.* En plenaria las profesoras señalaron su agrado por las actividades proporcionadas, las de la guía y las hojas de trabajo que resolvieron; sin embargo, destacaron la necesidad de más práctica para aprender a utilizar GeoGebra “verdaderamente”, para poder diseñar sus applets. Por eso previeron que se les dificultaría mucho seguir utilizándolo, pues “cómo le vamos a hacer nosotras solas”.
- *El diseñar el applet para ilustrar la situación del fichero, así como la propuesta de uso durante la clase, no fue satisfactorio para las profesoras.* De acuerdo con

los expresado por las profesoras Hermelinda y Olivia, después de platicar con el profesor Musio —quien desde el principio no estuvo de acuerdo con la planeación que se diseñó durante el curso—, incorporaron cambios a su planeación respecto a cómo utilizarían GeoGebra en su clase. Ellas decidieron retomar el applet que diseñó el profesor (con apoyo del instructor) e integrarlo a las actividades que ya tenían previstas, esto es, el trazo y validación de las alturas de un triángulo con el apoyo del recurso digital. Por su parte, la profesora Ofe, después de utilizar su applet en su clase, comentó que no quedó satisfecha, ni con el applet, ni con como lo usó, por lo que optó por retomar el applet del profesor Musio para otras nuevas actividades, de manera similar a lo implementado por sus compañeras.

- *El diseño de los applets con GeoGebra y de las hojas de trabajo obligó a las profesoras y al profesor a estudiar más sobre el contenido matemático de la clase (características de las alturas del triángulo). En la planeación de la clase con GeoGebra, se buscó construir un applet para tratar el contenido de las alturas del triángulo. Inicialmente se había buscado reproducir una imagen del fichero didáctico (tres triángulos fijos con sus alturas y arañas que podían deslizarse por ellas -ver Apartado 11.2.3.2.i), pero los profesores se dieron cuenta que era más enriquecedor para la clase usar un triángulo dinámico en un applet que mostrara y ocultara las alturas. Para su diseño fue necesario investigar y discutir sobre las características de los triángulos: su perpendicularidad y qué es un segmento que parte del vértice al lado opuesto, así como que no siempre las alturas quedan inscritas en el triángulo. Esta información fue relevante para decidir las características que debería tener el applet de GeoGebra (y las tareas de las hojas de trabajo). Esto también requirió explorar las funciones de este recurso, como los botones para trazar triángulos, segmentos y perpendiculares.*
- *El applet de GeoGebra fue valioso para el desarrollo de la clase, para apoyar su explicación del contenido matemático y para valorar el aprendizaje de los niños sobre el tema. Las dos actividades centrales de la clase de matemáticas, implementadas por Hermelinda, Olivia y Musio, fueron el explicar las características de las alturas del triángulo y la verificación del correcto trazo de las alturas del triángulo por parte de los alumnos, tareas para las que emplearon*

el applet de GeoGebra. La posibilidad de arrastrar el triángulo del applet, para modificar su forma y tamaño, y mostrar cómo se mantenían las propiedades de las alturas fue valioso para la explicación de las propiedades de las alturas (perpendicularidad) y para que los niños lo advirtieran, lo que favoreció que posteriormente los niños trazaran distintos triángulos en lápiz y papel y los validaran con el applet.

- *Para aprovechar GeoGebra* (como se hizo durante el curso), *se requiere tener acceso a más equipos de cómputo*. Ante el cuestionamiento de por qué no realizaron actividades con el applet para que los niños exploraran las características de las alturas del triángulo, las profesoras afirmaron que decidieron no hacerlos. Dicha decisión se debió a que consideraban que se necesitaría “por lo menos” una computadora por cada dos alumnos. (Sin embargo, reconocieron que hubieran podido realizar la exploración de manera grupal, pero aún así no la hicieron).
- *El trabajo colaborativo fue valioso para la integración de GeoGebra en el diseño de una clase de matemáticas*. Al igual que como sucedió con la integración del interactivo, las profesoras reafirmaron la relevancia del trabajo en equipo (entre pares), así como el apoyo del instructor, para el diseño de la clase (y del applet), siendo valiosos las experiencias, ideas y conocimientos compartidos.

11.2.3.4. Análisis documental de la integración de GeoGebra a la clase de matemáticas

En este apartado se analizan algunos procesos iniciales de la génesis documental que se propiciaron con el curso de formación, los cuales se suscitaron cuando los profesores integraron el uso de recursos digitales en su clase de matemáticas.

Un elemento central para que el profesor integre el uso de recursos digitales en su práctica es cierto dominio técnico y contar con un acompañamiento para continuar con su aprendizaje. Para el caso de GeoGebra se puede afirmar que los profesores alcanzaron un nivel elemental sobre su uso, limitando su integración en la clase de matemáticas que diseñaron en el curso. El estudio GeoGebra, a partir de realizar las construcciones

geométricas propuestas en la guía del curso, ayudó a que los profesores exploraran y conocieran algunas herramientas y funciones del software. Sin embargo, esto les resultó insuficiente para producir los applets que deseaban utilizar en su clase sobre las alturas del triángulo.

Por otra parte, la integración de GeoGebra en la clase de matemáticas:

- *Propició que los profesores movilizaran la estructura de su clase.* Ejemplo de estas modificaciones fueron que las profesoras Ofe y Olivia no iniciaran su clase como regularmente lo hacían, con problemas y preguntas respectivamente (ver apartado 11.2.2.2.i y Apéndice E), sino realizando un recordatorio de los distintos tipos de triángulos y con explicaciones de las características de las alturas y de la manera de trazarlas.
- *Exigió a los profesores la instrumentalización del recurso digital,* lo que no fue fácil, pues debían crear la manera de utilizarlo. A diferencia de lo que sucedió con el interactivo (el cual había sido utilizado mediante las simulaciones y tareas ya incluidas en este –ver apartado 11.2.2.2.ii), con GeoGebra fue necesario, desde un principio, desarrollar cómo utilizarlo (instrumentalizarlo) para abordar el tema de las alturas del triángulo. Dicha tarea no resultó fácil, dado que había que crear tanto el applet para tratar el tema, como las actividades que integraran el recurso (ver apartado 11.2.3.2.i).
- *Dio lugar a que los profesores combinaran el uso de este recurso con otros de su sistema de recursos (SR).* Ejemplo de esta combinación de recursos fue cuando las profesoras, durante la planeación colectiva de la clase, utilizaron GeoGebra para diseñar un applet que simulara una situación planteada en el *fichero didáctico* (ver Figura 11.31), un recurso muy importante para la profesora Ofe, de donde solía retomar problemas para su clase. Otro ejemplo de esta combinación sucedió durante el desarrollo de la clase, cuando las profesoras Hermelinda, Olivia y el profesor Musio, utilizaron regla y escuadra para el trazo de las alturas del triángulo en combinación con el uso del applet de GeoGebra para mostrar los triángulos y validar los trazos (ver apartado 11.2.3.2.i).

- *Propició la modificación de algunos de los documentos de los profesores orientados a la implementación de los problemas y/o ejercicios en sus clases.* Por ejemplo, los documentos (previos al curso de formación) de las profesoras Hermelinda y Olivia, que orientaban su uso de problemas y/o actividades de clase, consistía en: pedir a los niños resolver los problemas y/o ejercicios, compartir en plenaria las soluciones a dichos problemas (ilustrando su respuesta en el pizarrón), validar estas soluciones y realizar precisiones sobre el tema (ver Apéndice E). Al integrar el uso de GeoGebra, sus documentos se enriquecieron, ya que integraron el compartir soluciones obtenidas con el recurso y validarlas con éste (ver apartado 11.2.3.2.i). De esta manera, vemos que el recurso sustituyó las intervenciones de las profesoras para validar las soluciones de los niños.

11.2.4. Módulo III. Logo para la enseñanza de la geometría y la medición

11.2.4.1. Estudio técnico y didáctico de Logo (primer momento del módulo)

Para el estudio del ambiente de programación Logo en el tercer módulo del curso, se tomó como guía de trabajo de los profesores el libro *Programación computacional para matemáticas de secundaria* del programa EMAT (Sacristán & Esparza, 2005). Para ello, se propuso a los profesores que trabajaran al menos las primeras cinco unidades del libro:

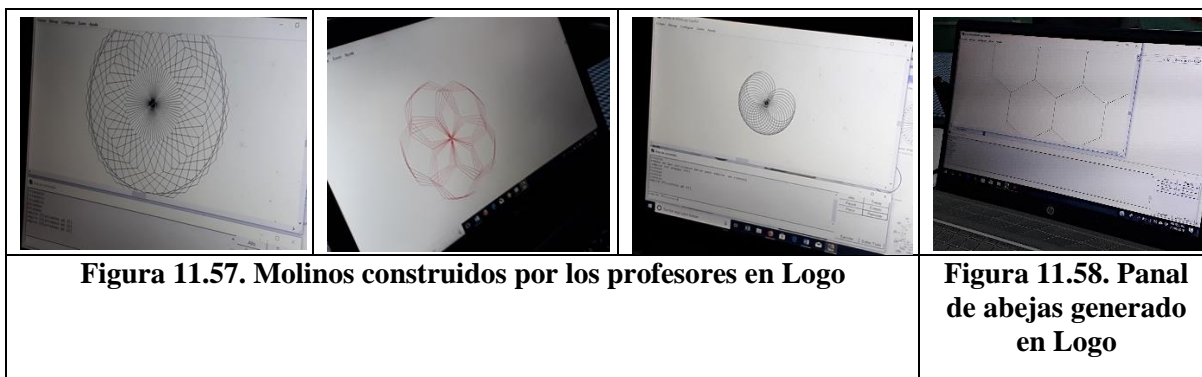
- “Introducción al lenguaje de programación Logo (palabras primitivas)”
- “El teorema del viaje total para la construcción de polígonos”
- “La edición de nuevas palabras y uso de la primitiva REPITE”
- “La programación de polígonos regulares”
- “La generalización con el uso de variables para la construcción de polígonos”

Se inició explicando las palabras “primitivas” –comandos– de Logo para avanzar y girar (AVANZA o AV; y GIRADERECHA o GD / GIRAIZQUIERDA o GI). Luego se trazó un triángulo equilátero, un pentágono regular y un hexágono. La programación de estas figuras generó una amplia discusión de los profesores acerca de la medida de los ángulos internos (ver Figura 11.54) y cómo estos estaban relacionados con el ángulo de rotación de

los ángulos necesarios (de rotación) para trazar el pentágono en Logo: trazar una circunferencia, dividirla en cinco partes (de 72°) con apoyo del transportador y trazar los segmentos que unen cada punto que divide a la circunferencia.

Esto sirvió para introducir el "Teorema del viaje total", el cual se refiere a que la suma de los giros que realiza la tortuga, cuando se construye un polígono, siempre es de 360° . De hecho, coincide con el procedimiento (dado arriba) que los profesores ya utilizaban para la construcción de polígonos de cinco lados o más, lo que facilitó su comprensión.

Este teorema, junto con el comando REPITE, y la programación de nuevas "palabras", fue emocionante para los profesores: con ello emprendieron proyectos propios para crear (programar) figuras, como los rehiltes sugeridos en el libro guía (ver Figura 11.57) y otros como un panal de abejas (ver Figura 11.58).



Sin embargo, durante este trabajo de generar y programar figuras propias se suscitaron dificultades, algunas relacionadas con la sintaxis de Logo y otras con la comprensión de los movimientos. Por ejemplo, unas profesoras escribieron "REPITE 12 [PENTÁGONO AV 100 GD 72]" y la Tortuga no dibujaba la estrella deseada, debido a que el pentágono se estaba sobre-dibujando. El análisis de las indicaciones escritas a partir de revisar la sintaxis y los movimientos de la Tortuga, así como la realización del "juego de la Tortuga"³⁴ con los profesores (ver Figura 11.59) favoreció la programación de las figuras.

³⁴ Juego que se realizó en el patio, donde un participante asume el rol de la Tortuga y sigue las indicaciones dadas por uno de sus compañeros, arrastrando un palo con un gis en un extremo el cual deja trazado el recorrido; así se puede ver si se dibujó la figura esperada. En este juego la distancia se cuenta en pasos y los giros en ángulos.



Sin embargo, este trabajo con Logo fue lento: no se alcanzaron a trabajar el mínimo esperado de los temas previstos. La mayoría de los profesores avanzaron sólo hasta donde se describe. La excepción fue la profesora Ofe, quien trabajó con el uso de variables y modularidad (ver Figura 11.60).

Por otra parte, los profesores señalaron que fue un programa que les gustó mucho porque podían formar una variedad de figuras y porque los hacía pensar, pero que les preocupaba cómo trabajarlo: les parecía difícil utilizarlo para tratar los contenidos escolares y sentían que no tenían el equipo suficiente en las escuelas, por ejemplo, solo una computadora.

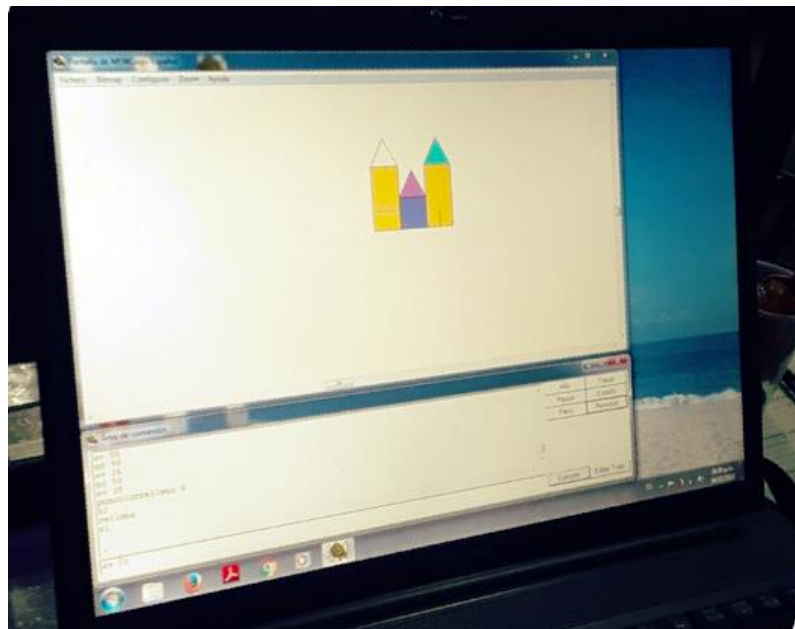


Figura 11.60. Castillo construido en Logo por la profesora Ofe, mediante programas variables para triángulos y rectángulos

11.2.4.2. Orquestaciones de una lección con Logo para representar figuras geométricas y desarrollar la ubicación espacial (Momentos 2-3)

Durante el curso de formación, dos profesoras trabajaron en equipo para diseñar y desarrollar una lección con el uso de Logo. Las profesoras fueron: Thelma e Isabella, quienes laboran en una escuela multigrado. En este apartado nos centraremos en mostrar la manera como las profesoras desarrollaron la clase de la lección que planearon e implementaron juntas.

i. El contexto y los profesores estudio de caso de la lección con Logo

Ambas profesoras trabajaban en una escuela primaria multigrado-bidocente. La escuela se ubica en una localidad rural del estado de Oaxaca. Su equipamiento digital era únicamente de una computadora y un proyector —equipo otorgado como parte del programa del gobierno Enciclomedia (ver apartado 2.3.1.iii)— que se encontraba en malas condiciones, debido a su años y falta de mantenimiento. Este equipo, según contaron las profesoras, era utilizado principalmente para tareas administrativas y en raras ocasiones se utilizaba para la enseñanza. La matrícula escolar de esa escuela era de 30 estudiantes, quienes, en su mayoría, no habían tenido contacto alguno previo con equipos de cómputo.

Thelma e Isabella, participaron en nuestro segundo curso de formación con mucho entusiasmo. Ambas son licenciadas en educación primaria, pero no habían tenido formación, previa al curso, sobre el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas. Su experiencia con el uso de recursos digitales había sido escasa: señalaron que desconocían recursos TD y la manera de emplearlos; sin embargo, veían de manera positiva el aprovechamiento didáctico de esta tecnología. Thelma era una docente con 16 años de servicio e Isabella con 11. A continuación se presentan más detalles de Thelma, incluyendo los derivados del análisis de su sistema documental antes de iniciar el curso (ver Apéndice E). De Isabella no se dan otros detalles debido a que se integró tarde al curso por lo que no se le hizo entrevista inicial; sin embargo, se presenta su caso ya que trabajó la lección de Logo con la profesora Thelma.

Thelma

La profesora explicó que la secuencia que sigue la enseñanza de un tema (ver Apéndice E), es el siguiente:

- Explicación del tema, para exponer a los niños los conceptos a estudiar y los procedimientos para resolver tareas matemáticas.
- Ejercicios matemáticos para que los niños pongan en práctica lo explicado por el profesor.
- La resolución de problemas contextualizados a fin interesar a los niños en los temas de la clase y mostrar su importancia para afrontar situaciones de la vida diaria.
- La realización de las actividades del libro de texto para evaluar el logro de los objetivos de aprendizaje.
- Para la profesora Thelma (caso 10), maestra de cuarto, quinto y sexto grados, *las guías didácticas; los libros de texto de matemáticas “viejos”* (Figura 11.61) y *los tutoriales de internet* son los principales recursos que utiliza para el diseño y desarrollo de su clase, ya sea para preparar su exposición del tema al inicio de su clase o para seleccionar y diseñar los problemas para sus estudiantes. Otro recurso, no material, al que la profesora son las *situaciones de la vida diaria de los niños*, ya que durante su explicación del tema suele ejemplificar situaciones del hogar (e.g. en la preparación de alimentos, en la dosificación de medicina), del trabajo (e.g. el trabajo del albañil, del campesino), de la tienda (e.g. la compra en la tienda, venta de ganado), o de una profesión (e.g. el trabajo del arquitecto) en las que se utilizan los conocimientos sobre lo que versará su clase, con la intención de interesar a los niños y evidenciar la importancia del tema.

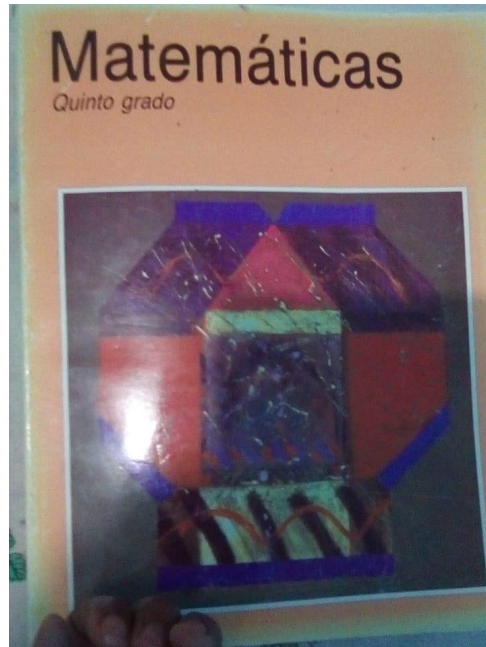


Figura 11.61. Libro de texto de matemáticas quinto grado de 1993, utilizado por Thelma

ii. Desarrollo de la lección con Logo de acuerdo con los componentes de orquestación

Configuración didáctica

Como lo señalamos, en la escuela el equipo digital era escaso; sin embargo, para la clase con Logo, se consiguieron otros equipos de cómputo. La primera sesión de la clase de las profesoras fue “Introducción al programa Logo”. Para esa sesión, las profesoras contaron con la siguiente configuración: la computadora de Enciclomedia ubicada en una esquina del aula y el proyector al centro, lo que facilitaba proyectar sobre el pizarrón (ubicado en el centro de la pared que estaba al frente de las mesas de los alumnos). Para la segunda sesión de la lección, se dispuso de la computadora existente en la escuela y se agregaron tres laptops que se consiguieron prestadas, las cuales se ubicaron en distintos espacios del aula.

Modo de explotación

A las profesoras les fue difícil hallar un contenido que pudieran trabajar con Logo en todos los grados (de primero a sexto) –ya que la escuela es multigrado–, y que requeriría diferentes niveles de complejidad. Finalmente decidieron abordar el contenido curricular “Figuras Geométricas y Ubicación Espacial”. El propósito de la lección, como lo escribieron ellas en su plan de clase fue la “representación de figuras geométricas, por

medio de indicaciones escritas y reforzar la ubicación espacial con la ayuda del programa Logo”. La lección se organizó en cuatro momentos:

(1) el trazo de figuras geométricas a lápiz y papel y su posterior representación corporal en el patio escolar;

(2) la ejemplificación de la programación Logo;

(3) la práctica del lenguaje de programación Logo; y

(4) la creación y programación de figuras propias.

Veamos ahora cómo fue la implementación de esta clase.

Desempeño didáctico

Al igual que en los apartados anteriores, en las descripciones que se hacen a continuación, se añaden notas entre paréntesis con los tipos de orquestaciones que identificamos en los desempeños de los profesores.

Primer momento: el trazo de figuras geométricas y su representación corporal

Las profesoras iniciaron su clase con dos actividades: La primera consistió en solicitar a los niños dibujar algunos polígonos en sus cuadernos (triángulos, cuadrados y rectángulos) (ver Figura 11.62) para luego representarlos en el patio de la escuela con sus cuerpos: acostándose para formar las figuras (ver Figura 11.63). Esta actividad no presentó mayores dificultades para los niños.



Figura 11.62. Un alumno muestra sus trazos de polígonos en su cuaderno



Figura 11.63. Representación de polígonos en la cancha

La segunda actividad consistió en formar a los niños en el patio de la escuela para “jugar a la Tortuga”, siguiendo las instrucciones de avanzar y girar (ver Figura 11.64), a similitud de la programación de la Tortura de Logo (e.g. *gira derecha*, *gira izquierda*, *avanza*)³⁵.

Estas actividades fueron realizadas con entusiasmo por los niños, quienes discutían y se ayudaban para representar los polígonos tirándose en el piso (durante la primera actividad) o se movían de acuerdo con las indicaciones de las profesoras (durante la segunda actividad).



Figura 11.64. Juego de la Tortuga

Segundo momento: la ejemplificación de la programación Logo

Ya en el aula, las profesoras partieron retomando las características de los polígonos (e.g. número de lados, nombres) para introducir Logo como un programa con el que se pueden representar dichas formas dando instrucciones a su Tortuga. Las profesoras, al mando de la computadora, ejemplificaron el uso de Logo escribiendo comandos para

³⁵ Esta segunda actividad estuvo inspirada en el juego de la Tortuga que se realizó durante el curso, la cual consistió en que un participante seguía las instrucciones (avances y giros) de otro, para construir un polígono que se trazaba en el piso arrastrando un gis con cada avance.

generar un cuadrado y un triángulo, y los niños participando oralmente (*Explica-la-pantalla*). Como era de esperarse –ya que ha sido ampliamente observado en la literatura de Logo (e.g., Clements y Burns, 2000) e incluso los mismos profesores habían tenido problemas con esto (ver apartado 11.2.4.1)–, se presentaron complicaciones al indicar el giro de la Tortuga (ángulo de rotación). Una discusión al respecto se presenta en el apartado 11.2.4.4.

A pesar de que la medida de ángulos ya había sido un tema estudiado por los alumnos de 4to, 5to y 6to grados, tuvieron complicaciones para formar un cuadrado, ya que los niños daban medidas al azar. Ante esta situación las docentes aplicaron dos estrategias: (i) pasar a los niños al centro del salón para simular la posición, sentido y giro de la Tortuga (*Simula-la-pantalla*³⁶ ver Figura 11.65); y (ii) señalar (apuntando a un poster en la pared con los tipos de ángulos) que en un cuadrado el ángulo es de 90° . Después de esto, no se tuvo problema en trazar el cuadrado con Logo, sobre todo porque el ángulo interno coincide con el ángulo de rotación (aunque ni los alumnos, ni las profesoras, se dieron cuenta de que se trataban de ángulos diferentes).



Figura 11.65. Niños simulando la posición y giro de la Tortuga

La mayor dificultad fue la construcción de un triángulo rectángulo isósceles. Isabella comenzó haciendo girar la Tortuga 90° grados, por lo que el primer lado sería horizontal, luego escribió los comandos para los dos primeros lados de un triángulo rectángulo

³⁶ Esta orquestación del recurso digital no se identifica con alguna de las identificadas por Drijvers (2010), así que la nombramos como Simula-la-pantalla debido a que se trata de realizar de manera física lo que sucede en la pantalla virtual.

(AVANZA 150, GIRAIZQUIERDA 90, AVANZA 150), igual al trazo inicial del cuadrado. Luego pidió la medida de giro de la tortuga necesaria para trazar el tercer lado del triángulo, pero ninguno de los valores propuestos por los niños funcionó. Intervino Thelma recordando y mostrando a los alumnos los ángulos de 90° y 45° (*Discute-la-pantalla*). Puso su dedo hacia donde la tortuga tenía que girar, pero señalando el ángulo interno del triángulo (no el ángulo de giro), y preguntó si el ángulo del triángulo sería mayor o menor de 90° y cuál era su valor (ver Figura 11.66). Algunos niños dijeron que sería menos que 90° y propusieron “70”, entonces ella escribió “GIRAIZQUIERDA 70”. Cuando las profesoras vieron que no era lo que esperaban, abandonaron la actividad borrando lo realizado. Como se señaló arriba, ni las maestras ni los alumnos se habían dado cuenta de que el giro de la tortuga y el ángulo interno son diferentes. Isabella terminó la clase dibujando un triángulo equilátero, copiando los comandos, con giros de 120° , que había visto en el curso de formación, pero sin discusión, ni reflexión.

Como se aprecia todo comenzó bien con el trazo de los lados iguales del triángulo. Sin embargo, una dificultad se suscitó al querer indicar a la Tortuga cómo trazar la hipotenusa. Parte del problema era que seguían considerando que el ángulo de rotación era el mismo que el ángulo interno del triángulo, por lo que tanto las propuestas de los niños como la medición del ángulo interno por parte de la profesora Thelma (ver Figura 11.66) no indicaban el giro correcto a la Tortuga. Esta situación orilló a las profesoras a abandonar la programación de este tipo de triángulo y programar, ya sin la participación de los niños, otro triángulo ya conocido para ellas, un equilátero, que era una figura ya realizada en el curso de formación.



Figura 11.66. Profesora Thelma explicando la medida de los ángulos

Tercer momento: practicando el lenguaje de programación Logo

En este momento de la clase, las profesoras se organizaron en turnos para hacer uso de las computadoras. De esta manera, mientras una utilizaba las computadoras para la programación de polígonos; la otra realizaba actividades sobre el trazo de polígonos con regla y compás.

Los estudiantes de Isabella, organizados en equipo de tres o cuatro integrantes, fueron los primeros en utilizar las computadoras para programar las figuras que habían diseñado a lápiz y papel en el momento anterior. En esta actividad los niños, entusiasmados, se ayudaban para escribir las palabras correctas y discutían sobre la cantidad de pasos y los giros a dar (ver Figura 11.67). Mientras esto ocurría la maestra Isabella pasaba por los equipos y orientaba a los niños para escribir las indicaciones a la Tortuga, atendiendo a la longitud de los lados y a la direccionalidad y magnitud de los giros (*Explica-la-pantalla*).



Figura 11.67. Niños del grupo de Isabella programando polígonos

Por otra parte, la profesora Thelma realizó una actividad que consistió en trazar polígonos en el patio escolar con el uso de juego geométrico gigante, gises y una escoba como borrador. En esta actividad los niños, juntos con la maestra Thelma, trazaron en el piso algunos polígonos con la medida de sus ángulos internos y de sus lados (ver Figura 11.68), información que luego fue transcrita en el cuaderno y traducida al lenguaje Logo para su posterior ejecución en el software. Sin embargo, repitieron el error de considerar la medida del ángulo interno de los polígonos como la medida del giro de la Tortuga.



Figura 11.68. Alumnos de la maestra Thelma trazando polígonos en el patio

Las actividades de esta sesión con Logo culminaron con el desarrollo de una hoja de trabajo para programar un velero –retomada tal cual del material del curso EMAT (Sacristán y Esparza, 2005) originalmente diseñado para educación secundaria—, tarea que las profesoras pensaron sería fácil para practicar lo que los niños ya habían estudiado con Logo, pues solo les implicaría seguir las indicaciones de dicha hoja de trabajo. Sin embargo, esto no ocurrió como se esperaba, pues las profesoras no repararon en las complicaciones que traerían las instrucciones que incluían números negativos (e.g. GD -90, RE -29), ni de aquellas que incorporaban símbolos no utilizados hasta el momento, como el

que indica división o multiplicación (e.g. AV 220/2, AV 20*7), situación que hizo que la actividad consumiera más tiempo y que el velero no quedara al primer intento (ver Figura). Esto obligó a las profesoras a dar mayor ayuda a los niños simplificando las indicaciones, dando a los niños el resultado de las operaciones (e.g. AV 220/2 = AV 110) o el significado de los números negativos, aunque en esto también ellas tenían complicaciones para interpretarlas (e.g. que GD -90 era lo mismo que GI 90).

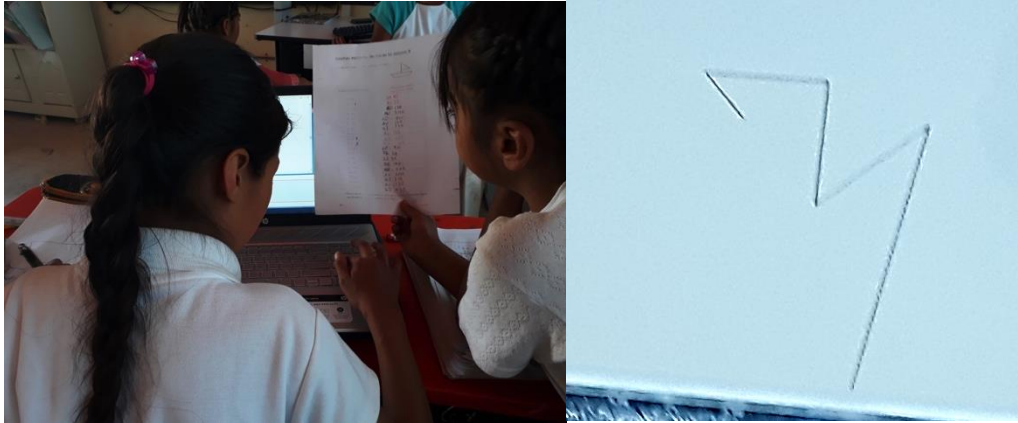


Figura 11.69. Niñas programando el velero del libro de Logo (Sacristán y Esparza, 2005)

La sesión con Logo finalizó organizando a los niños en equipos de trabajo para dibujar los polígonos que ellos desearan, junto con las indicaciones en lenguaje Logo para su programación, ya que en la siguiente sesión las pondrían a prueba en la computadora. En este trabajo los niños discutieron sobre algunas características de los polígonos (e.g. que los lados opuestos de un rectángulo eran iguales, por lo que la cantidad de pasos a avanzar debería ser igual), el sentido y medida de los giros de la Tortuga con el fin de escribir las instrucciones de manera correcta, aunque en los giros se mantenía la idea que correspondían con la medida de los ángulos internos de los polígonos (ver Figura 11.69).

Cuarto momento: La programación de sus propias figuras

La última sesión de la clase con Logo se enfocó en su uso constructorista (ver Capítulo 5), en el que la creatividad y expresividad de los niños, al inventar y programar su propia figura (*Construye-la-pantalla*³⁷), fueron los elementos fundamentales de la actividad. Ya

³⁷ Esta orquestación no se identifica con alguna de Drijvers (2010), así que la nombramos como *Construye-la-pantalla*, identificándola con un uso constructorista de la tecnología, ya que aquí el *profesor* utiliza el recurso para que los niños creen su propio polígono digital.

con sus figuras creadas en la sesión anterior (una bandera, una flecha y una cruz) y las instrucciones para su programación (ver Figura 11.70) se dio inicio con el trabajo.



Figura 11.70. Niños construyen programas Logo en papel para trazar una flecha y una bandera

Una de las figuras con las que trabajaron los niños fue la flecha (ver Figura 11.70), tarea que no resultó sencilla y que les demoró más de una hora, debido a las instrucciones necesarias para su programación, pues se enfrentaron nuevamente con indicar incorrectamente el giro de la Tortuga.

La parte complicada fue para escribir las indicaciones correctas de los giros para dibujar la punta de la flecha, pues la Tortuga se movía en dirección contraria o sin la inclinación requerida. Veamos algunos ejemplos:

En un equipo, después de dar las tres primeras indicaciones (AV 100, GI 90, AV 50) indican, con dudas, el giro para comenzar la punta de la flecha (GI 100), a lo que un niño señala “se me hace que va mal”, mientras otro pide continuar “a ver ahorita si sale, a ver” y aplican otra indicación (AV 150). Al ver el resultado se percatan que no es el polígono esperado (ver Figura 11.71) y deciden borrar y volver a comenzar.



Figura 11.71. Intento fallido de programación de la flecha en Logo

En otro equipo, después de algunos intentos, dan las tres primeras indicaciones (AV 120, GI 90, AV 129), logrando que la tortuga dibuje las dos primeras líneas de la “flecha” y antes de decidir el siguiente giro una niña dice “gira a la... derecha 120 porque hace ratito le pusimos 90 y llegó nada más ahí”—refiriéndose a que llegó a la perpendicular en el intento anterior y por lo tanto ahora debería ser mayor el giro—, luego al ver la posición que toma la Tortuga con ese giro de 120 (ver Figura 11.72) deciden continuar con las demás indicaciones que tenían en su cuaderno.

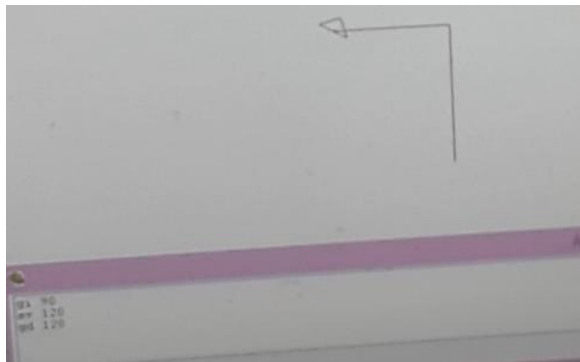


Figura 11.72. Avance en la programación en Logo de la flecha

Bajo esta dinámica de trabajo los equipos fueron avanzando en su proyecto, discutiendo, proponiendo y experimentando soluciones que eran retomadas o desechadas, con base en lo que se mostraba en la pantalla y el modelo de su cuaderno (ver Figura 11.73), aproximándose cada vez más a su modelo original (ver Figura 11.74).

Durante este proceso, la ayuda de la profesora Thelma se centró en lo técnico y en motivarlos a seguir. Ella permitió a los niños trabajar de manera autónoma su proyecto —a diferencia de los momentos anteriores donde el trabajo fue más dirigido— aunque al final les

dio algunas pautas, como el señalar que la figura que deseaban era una combinación de un rectángulo y un triángulo, por lo que se les planteó la posibilidad de programar estas palabras para después combinarlas y hacer la figura deseada.

Los niños trabajaron comprometidos en su proyecto, por momentos alegres por hallar los avances logrados y, otras veces, frustrados ante los resultados fallidos después de varios intentos sin poder programar su figura.



Figura 11.73. Cotejando la figura de su cuaderno con su reproducción en Logo

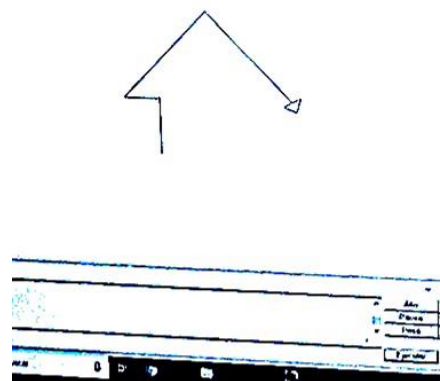


Figura 11.74. Logro en la programación en Logo de la flecha

iii. Consideraciones sobre las orquestaciones de Logo

Durante esta clase las profesoras orquestaron Logo de tres maneras distintas: *Explica-la-pantalla* para mostrar a los niños las palabras primitivas para la construcción de polígonos; *Discute-la-pantalla* para analizar la instrucción de giro que le debían dar a la Tortuga; *Simula-la-pantalla* al propiciar que los niños imitaran los movimientos de la Tortuga para ayudarlos a comprender el tipo de instrucciones para dar a la Tortuga, además de desarrollar su imaginación espacial, uno de los objetivos de la clase. Uno más fue el de *Construye-la-pantalla*, al momento de solicitar a los niños que crearan sus propias figuras. De estas orquestaciones las dos últimas, propias del uso constructor de la tecnología, amplían las propuestas por Drijvers (2010), y resultaron de suma importancia para el trabajo con Logo y para el logro de los objetivos de la clase.

Siguiendo a Hughes (2005) estas maneras de orquestar Logo reflejan un uso transformador de la TD, pues la práctica de enseñanza de las profesoras se modificó y promovió formas distintas de aprender los contenidos de la clase. Al respecto, me parece es

necesario resaltar algunos aspectos relevantes de la clase que surgieron tras el uso de Logo y la manera de orquestarlo.

11.2.4.3. Aspectos matemáticos relacionados al trabajo con Logo

Las tareas de Logo parecían cumplir con los objetivos del maestro y el currículo obligatorio de promover el desarrollo de la imaginación espacial y el aprendizaje sobre polígonos, pero también de ir más allá de los estándares curriculares. Con relación a la ubicación espacial, los niños utilizaron la lateralidad y la imaginación espacial para ubicarse o imitar, de forma física o imaginaria, la posición de la tortuga para definir la dirección de giro. Además de ese trabajo corporal, los niños (y los maestros) tuvieron que reflexionar, no solo sobre los ángulos internos de las figuras, sino también sobre los ángulos de rotación de las tortugas, ampliando así sus concepciones de ángulo.

Sin embargo, tanto para los estudiantes como para las maestras, medir los ángulos de giro de las tortugas (ver los ángulos como rotaciones, en lugar de como una medida entre dos segmentos que se cruzan) fue algo nuevo y desafiante, entró en conflicto con su conocimiento previo y produjo en los maestros cuestionamientos hacia su conocimiento de ese concepto. Investigaciones han demostrado que no es fácil para los niños incorporar el giro al concepto de ángulo –y como hemos visto en este trabajo, tampoco lo es para los docentes– porque las experiencias con la rotación física (por ejemplo, una puerta, un limpiaparabrisas de un automóvil, etc.) no resultan en abstracciones reflexivas que lleven a capturar elementos del concepto matemático de ángulo (Mitchelmore & White, 2000). De ahí la dificultad de concebir el giro de la tortuga como un ángulo. De hecho, Clements y Burns (2000) explican que los giros en geometría de la Tortuga integran dos esquemas: el giro como cuerpo-movimiento y el giro como número (una medida). Además, Mitchelmore y White (2000) advierten que el trabajo con Logo debe complementarse con una mediación pedagógica para que se desarrollen abstracciones de ángulos y se transfieran a otros contextos. Pero en nuestro caso, los propios profesores no habían integrado esta visión de los ángulos, lo que imposibilitaba esa mediación.

Creemos que las dificultades de los maestros provienen de una forma profundamente inculcada de pensar que los ángulos de las figuras siempre son internos (es decir, debido al hábito de cómo han enseñado previamente los ángulos en polígonos y figuras); esto se

convirtió en un obstáculo para concebirlos de otra manera. Las sesiones del curso de formación, en este segundo ciclo, fueron insuficientes para ampliar este tipo de concepción sobre el ángulo. Está claro que, en el curso de formación, dimos por hecho la comprensión del ángulo de giro de la tortuga. Sin embargo, es necesario dedicar más tiempo y atención a los elementos matemáticos involucrados (e.g., enfatizar más que el ángulo interior y el ángulo de rotación son complementarios). En el caso de los niños, el obstáculo del pensamiento de los ángulos internos dominantes se superó más fácilmente, porque no estaba tan profundamente arraigado y "aprendieron" Logo a través de prueba y error. Aunque, por supuesto, en su caso, aún queda por desarrollar un conocimiento matemático más profundo.

11.2.4.4. Reflexiones de las profesoras sobre su clase con Logo (Momento 4)

Para las profesoras, según lo expresaron, la dinámica de la clase fue novedosa y emocionante para los niños, ya que no suelen hacer uso de equipo digital en su clase y, cuando lo hacen, solo ellas lo manipulan; en contraste, esta vez, sí fueron partícipes los alumnos. En este sentido la profesora Isabella señaló:

los niños se mostraban muy emocionados, sobre todo en el momento de estar manejando los equipos porque pues era algo muy novedoso para ellos ¿no? Por lo regular no les permitimos a los niños pues ingresar a la dirección y tener el contacto con las máquinas, pero en esta ocasión sí. [por lo que los niños] en ningún momento perdieron el interés por la actividad.

Otras de las reflexiones de las profesoras se relacionan con el conocimiento de los niños sobre las figuras y sobre el desarrollo de lateralidad. Al respecto la profesora Isabella comentó: “Me sorprendieron los de primero porque suponía que ya sabían las figuras y no; así que le sirvió para reforzar”; por otra parte, también le sorprendió que “los niños no identificaban la lateralidad”. Esta situación fue evidente en las actividades, ya que los niños requirieron de una ayuda constante, la cual consistió en que las profesoras se posicionaban junto a la pantalla de la computadora para señalar la dirección del giro de la Tortuga. Asimismo, los niños pegaban su mano a la pantalla para visualizar y sentir el giro siguiente, lo que da cuenta, en términos de Papert (1981), de la importancia del pensamiento corporal (lo que él denomina “*sintonicidad corporal*” –pp. 82-84).

Otra de las reflexiones de las profesoras después de su clase, fue sobre la dificultad de indicar los giros a la Tortuga para trazar los polígonos, ya que, de acuerdo con la profesora

Thelma, el único giro claro para los niños era el de 90 grados. Aún para ellas mismas, indicar los giros a la Tortuga siguió siendo problemático, como se discutió en el apartado anterior. Al respecto, la profesora Isabella comentó: “me quedé con duda porque, como dices tú, se medía el ángulo, pero de otra manera”.

Por otra parte, sobre las cosas positivas de la clase, ellas destacaron el interés y motivación de los niños a lo largo de todas las actividades, la imaginación y creatividad que mostraron al diseñar sus propias figuras, y el trabajo en equipo. Además, les sorprendió, en particular a la profesora Thelma, el ver a los niños con bajo rendimiento superar lo que hicieron los "mejores estudiantes", lo que le cambió las expectativas que tenía sobre ellos.

Ella escribió que el uso de Logo ayudó a los niños a “desarrollar sus habilidades cognitivas y lógico matemáticas así como buscar procedimientos autónomos para mejorar su aprendizaje y obtener resultados más rápido y más fáciles de comprobar y detectar errores en el proceso”.

Otras más de las reflexiones se centraron en los retos enfrentados. Para la profesora Thelma fueron dos: (i) hacer uso de recursos digitales en su clase de matemáticas, pues durante sus 15 años nunca había utilizado ninguno (de hecho señaló que varios de sus estudiantes “nunca antes habían tocado una computadora”), y (ii) que no fue fácil alentar a sus alumnos a usar la computadora, ya que ella misma carecía de confianza. Sin embargo, ella resaltó que esta experiencia con Logo, así como las anteriores con los otros recursos propuestos en el curso de formación, le dio confianza y una nueva perspectiva sobre cómo enseñar matemáticas, “donde los niños exploran, cometen errores, hacen y deshacen”, en lugar de explicar conceptos y procedimientos como ella habitualmente lo hacía.

Por su parte, la profesora Isabella señaló que le faltaba confianza para realizar esta clase, pero que al final, se vio muy sorprendida por las habilidades de trabajo de los estudiantes y de pensar por sí mismos durante las tareas con Logo. También valoró que los niños aprendieran sobre lateralidad, polígonos y ángulos, a pesar de las confusiones entre ángulos internos y giros de tortuga; dijo que se dio cuenta de la necesidad de estar más atenta en el análisis de los ángulos.

Esta experiencia también fue bien vista por los estudiantes, pues al preguntarles su opinión, un niño dijo “Para mí, esto fue como una fiesta”, mientras que otro expresó: “Con el gis yo lo dibujaba recto y con Logo, le teníamos que pensar”.

Finalmente, las dos profesoras coincidieron en que les gustaría seguir usando este tipo de recursos digitales, pero que para ello necesitaban continuar con más acompañamiento y adquirir más equipos de cómputo.

11.2.4.5. Análisis documental de la integración de Logo a la clase de matemáticas

Como se mostró anteriormente, la introducción de Logo en la clase de matemáticas implicó una serie de transformaciones en el trabajo de las profesoras, como el abordaje de los temas, la dinámica de la clase, el trabajo con los niños y el tiempo de la clase. Estas transformaciones implicaron cambios en sus sistemas de recursos (SR) y sistemas documentales (SD), procesos de génesis documental que se propiciaron con el curso.

Respecto al dominio del uso de Logo podemos señalar que, con su estudio, a partir de realizar hojas de trabajo de la guía de EMAT, las profesoras alcanzaron un nivel básico, pues se apropiaron de las palabras primitivas del lenguaje Logo (GIRA, AVANZA, BORRA, REPITE), pero tuvieron problemas con la generalización y el uso de variables. Además, se evidenciaron problemas conceptuales con la comprensión del ángulo de rotación (aspecto discutido en apartados anteriores), lo que repercutió en la dinámica del salón de clase.

Por otra parte, la integración de Logo en la clase de matemáticas dio lugar a que, en el caso de la profesora Thelma³⁸:

- *Logo fuera el recurso principal de los niños durante el desarrollo de la clase.* Cada una de las actividades realizadas por las profesoras estuvieron orientadas a que los niños pudieran utilizar Logo para la construcción de figuras.
- *Se modificaran sus SD (incluyendo la orquestación de sus clases) y SR.*
 - *Por ejemplo, los documentos para la preparación e implementación de la explicación del tema* —en el que usualmente utiliza de guías, libros de

³⁸ Debido a que no se obtuvo la entrevista inicial de la profesora Isabella, en este caso solo me referiré a la profesora Thelma.

texto anteriores y tutoriales de internet para informarse sobre el tema— *fueron sustituidos* por nuevos documentos para explicar la construcción de polígonos con Logo (e.g., mediante actividades en el patio de la escuela, explicación de los comandos de Logo, y el trazo de polígonos con regla y compás). De igual manera ocurrió con el documento para la preparación e implementación de las actividades de la clase.

- *Se modificara la estructura habitual (la orquestación) de su clase de matemáticas.* A diferencia de las otras clases, la integración de Logo propició que la profesora Thelma cambiara toda la estructura de su clase (señalada en la presentación de su caso, en el apartado 11.2.4.2.i), ya que habitualmente seguía el siguiente orden: (i) explicación del tema, (ii) realización de ejercicios, (iii) planteaba problemas y (iv) resolvía las actividades del libro de texto (ver también Apéndice E). Con el uso de Logo, la estructura fue: (i) trazo de figuras con regla y escuadra, (ii) ejemplificación de la programación Logo, (iii) práctica con Logo y programación de figuras propias.
- *Thelma combinara el uso de Logo con recursos tradicionales.* Por ejemplo, durante la clase, la profesora se valió del uso de un juego geométrico para el trazo a papel y lápiz de figuras geométricas que luego se construirían con Logo.
- *Se dejara de utilizar el documento previo mediante el cual evaluaba los objetivos de su clase.* Como se identificó en la entrevista, la profesora tenía un documento (ver Apéndice E), mediante el cual usaba el libro de texto para evaluar el cumplimiento de sus objetivos de clase. Debido a la manera como se trabajó el tema con Logo, ese documento ya no fue utilizado, al no corresponder ese trabajo con lo tratado en los libros de texto.

11.3. CAMBIOS EN LOS SISTEMAS DOCUMENTALES DE LOS PROFESORES: EL CASO DE OFE

Para concluir el análisis del segundo ciclo, se presenta en este apartado un ejemplo de cómo los sistemas documentales de los profesores cambiaron, con cada uno de los recusos utilizados, a raíz de su participación en el segundo curso de formación. Para indagar los cambios en los sistemas documentales de los participantes recurrimos a: (i) las entrevistas iniciales a los profesores, así como posteriores a la implementación de cada una de sus clases con TD; (ii) los planes de clase diseñados por los profesores durante el curso; (iii) las observaciones de las clases diseñadas; y (iv) las presentaciones de sus experiencias de clase, compartidas con sus colegas del curso.

En el Apéndice E, se presenta un análisis detallado de los sistemas documentales iniciales de todos los participantes. En el siguiente apartado, presentamos el caso particular de la profesora Ofe, que ilustra los cambios que sufrió su sistema documental.

11.3.1. El perfil de la profesora Ofe

En el apartado 11.2.2.2.i, se dieron algunos detalles del contexto de la profesora Ofe y de cómo solía enseñar previo al curso de formación. Aquí damos más detalles de esta profesora.

Ofe era licenciada en educación primaria con una maestría en desarrollo de competencias docentes, y había tomado distintos cursos de desarrollo profesional, entre ellos de matemáticas y de computación. Al inicio del estudio, tenía 9 años de experiencia docente, y estaba a cargo del grado 5° en su escuela (rural), donde se contaba con un aula de medios con 18 computadoras, un proyector portátil, y un viejo equipo de Enciclomedia (computadora, pizarrón electrónico y otro proyector).

11.3.2. Los cambios en el sistema documental (SD) de la profesora Ofe

A partir de los datos de la entrevista inicial a Ofe, determinamos su sistema documental (SD) inicial —recursos y formas de uso para su clase de matemáticas— al principio del estudio (ver Apéndice E). Ese SD cambió a partir del curso, cuando integró los recursos digitales estudiados a su práctica. El SD inicial de Ofe incluía varios documentos —e.g., actividades de orientación, o de reforzamiento (para ayudar a sus alumnos a superar

debilidades) —cada uno con recursos específicos. Su SD inicial (ver Figura 11.75) orientaba la totalidad de su clase, en cuatro momentos: (1) repasar conocimientos previos, (2) socialización de conocimientos, (3) desarrollo del tema y (4) evaluación.

En el SD inicial de Ofe, de acuerdo a la entrevista inicial, se conformaron cada momento con los siguientes propósitos y recursos (mostrados en cursivas): el **Momento 1** (repasar conocimientos previos) y el **Momento 3** (desarrollo del tema) se centraban ambos en poner a los niños a resolver problemas; la diferencia fue que, en el Momento 1, se buscaba hacer un *diagnóstico* de lo que sabían los niños, trabajando ellos en equipos; mientras que en el Momento 3, tomando en cuenta los *resultados* del 1 (otro recurso en sí), los alumnos trabajaban individualmente.

M	Actividad	Objetivo	Recursos	Acciones del profesor
SD Inicial (sin recursos TD)				
1	Resolución de problemas en equipo	Evaluar y repasar conocimientos previos	Fichero. Guía didáctica. Internet. Impresiones. Contexto de los niños. Cuentos.	Seguimiento a los procesos de solución
2	Compartir soluciones en plenaria	Atender debilidades y reforzar conocimientos	Procedimientos de los niños Videos y material concreto Ejercicios y problemas	Orienta Usa recursos Pone ejercicio Decide problemas para M3
3	Resolución de problemas (individual)	Favorecer el aprendizaje esperado	Fichero. Guía didáctica. Internet. Impresiones. Contexto de los niños. Cuentos.	Orienta Atiende dificultades. Implementa problemas
4	Resolución de tareas curriculares	Evaluar el aprendizaje	Libro de texto	Orienta. Evalúa. Cierra el tema.
SD1: Interactivo "Medidas de capacidad"				
1	Planteamiento de preguntas (litro y mililitro)	Evaluar y repasar conocimientos previos	Preguntas	Valora respuestas
2	Resolución de problemas de capacidad (equipo)	Favorecer el aprendizaje esperado	Botellas, cubetas, hoja de trabajo	Orienta
3	Resolución de problemas de capacidad (individual)	Favorecer el aprendizaje esperado	Interactivo "medidas de capacidad". Fichas, hoja de trabajo.	Orienta. Atiende dificultades.
4	Resolución de tareas curriculares	Evaluar el aprendizaje	Libro de texto	Orienta. Evalúa. Cierra el tema.
SD2: Alturas de triángulos con Geogebra				
1	Armar triángulos en equipo (describir sus características)	Evaluar y repasar conocimientos previos	Tangram Juego geométrico Marcadores y papel	Valora descripciones
2	Reconocimiento de alturas del triángulo (individual)	Evaluar y repasar conocimientos previos	Juego geométrico Papel y lápiz	Orienta Refuerza conocimientos
3	Resolución (individual) de actividad sobre alturas de triángulos	Favorecer el aprendizaje esperado	Geogebra Fichero; Hoja de trabajo	Orienta Atiende debilidades
4	Resolución de tareas curriculares	Evaluar el aprendizaje	Libro de texto	Orienta. Evalúa. Cierra el tema.
SD3: Construcción de polígonos con Logo				
1	Juego (características de polígonos regulares e irregulares) en equipo	Evaluar y repasar conocimientos previos	Lotería de polígonos Tabla comparativa de polígonos	Crea y muestra tabla comparativa de características de polígonos
2	Trazo de polígonos regulares (individual)	Favorecer el aprendizaje esperado	Juego geométrico Papel y lápiz	Orienta
3	Construcción en Logo de polígonos (en binas e individual)	Favorecer el aprendizaje esperado	Logo Hoja de trabajo	Orienta Atiende debilidades

Figura 11.75. Los sistemas documentales (SD) de Ofe con sus momentos (M)

Ofe diseñó los problemas a partir de los siguientes recursos: (i) los *objetivos curriculares del programa de estudio*, (ii) *actividades* de los “ficheros” de la Secretaría de Educación (SEP 1994); (ii) orientaciones o *guías didácticas* de los ficheros, compradas o halladas en Internet: (iii) fragmentos de *cuentos*, adaptados al contexto de los estudiantes, para motivar e interesarlos. Los problemas se daban *impresos* o proyectados mediante *diapositivas*. Entre esos momentos, en el **Momento 2** (socialización de conocimientos), se compartían las soluciones grupales de los niños a los primeros problemas, y la profesora reforzaba habilidades mediante *ejercicios* (e.g., aritméticos), *videos* y *materiales concretos*, antes de pasar a la actividad de resolución individual de otros problemas (Momento 3). Finalmente, en el **Momento 4** (evaluación), el *libro de texto* y *programa de estudio* fueron los recursos utilizados para valorar los aprendizajes esperados. Adicionalmente, hay otros recursos que influyen en la totalidad de la clase –tales como el *programa de estudio*, *experiencias de colegas*, *cursos* que ha tomado, y *bibliografía didáctica*.

Ese SD inicial se modificó a raíz del curso de DP, donde Ofe diseñó tres clases integrando, respectivamente, el uso de algunos de los recursos digitales propuestos, dando lugar a un nuevo SD para cada clase (ver Figura 11.75): En el SD1, se plantean situaciones para hallar la cantidad de leche comparando recipientes en tres escenarios distintos, “en la casa”, “en el establo” y en la “planta procesadora”, usando el interactivo “Medidas de capacidad”. En el SD2, se usó GeoGebra para diseñar, basándose en una actividad del fichero, triángulos por los que debía descender una araña desde un vértice hasta la base opuesta para trazar las alturas. Y en SD3 se usaría Logo para construir polígonos. Las clases de los SD1 y SD2, las implementó Ofe en su salón con una computadora y un proyector, y la del SD3 en el aula de medios.

Para cada nuevo SD, en el **Momento 1** se mantiene el propósito de introducir los temas repasando los conocimientos sobre el contenido a trabajar; sin embargo, en lugar de plantear un problema, se hicieron preguntas orales, escritas y juegos. El **Momento 2**, en lugar de ser uno de socialización de conocimientos, fue uno para plantear otras situaciones: para el SD1, comparar recipientes de distintas capacidades (litros y mililitros), de manera similar a lo propuesto en el interactivo; en el SD2, actividades complementarias a las del Momento 1, para evaluar los conocimientos previos sobre triángulos, en particular sobre sus alturas; y en el SD3, trazos de polígonos regulares para analizar sus lados y ángulos. En

los **Momentos 3** de cada recurso, se mantuvo el propósito de abordar el contenido mediante hojas de trabajo para plantear problemas, para luego discutir las soluciones en plenaria, con algunas adaptaciones: en los SD1 y SD3, los recursos digitales suplieron los que originalmente utilizaba la profesora para seleccionar y diseñar problemas. En el SD2 se combinó el recurso digital (GeoGebra) con uno de los recursos originales (una actividad del *fichero*). En el SD3, el uso de Logo llevó a estudiar el contenido de otra manera, en términos del contexto de la Tortuga, pensando en los ángulos como giros, y requirió percatarse que éstos no correspondían a los ángulos internos. Finalmente, los **Momentos 4** de cada recurso, continuaron siendo la resolución de tareas del libro de texto para evaluar el aprendizaje (excepto en el SD3, donde no se llevó a cabo momento 4, ya que no pudo adaptar la actividad Logo, al contenido curricular).

11.3.3. Observaciones sobre el caso de la profesora Ofe

En el caso analizado, observamos que la integración de recursos digitales, así como la capacitación (el curso de formación) generaron modificaciones al sistema documental de la profesora, ocasionando: que se suplieran recursos, o se combinaran (i.e., en el SD2); que las actividades de aprendizaje (hojas de trabajo) del tema no fueran retomadas de otras fuentes, sino construidas por la profesora; que algunas actividades, que la profesora solía llevar a cabo (como el evaluar las respuestas a los problemas), fueran realizadas por el software. Cada recurso digital presentó nuevas posibilidades (en términos de implementación, conocimientos e incluso motivación), así como algunas limitantes: El interactivo fue de fácil manejo y adaptación al contenido curricular, aunque las tareas de aprendizaje se restringían a lo propuesto en éste; GeoGebra resultó de difícil manejo, pero permitió el diseño de material digital propio, de acuerdo al interés de la profesora y al contenido curricular; y Logo originó cambios más significativos al SD inicial de Ofe debido a que modificó la manera de estudiar el contenido curricular.

11.4. CONCLUSIONES DEL SEGUNDO CICLO DE INTERVENCIÓN-INVESTIGACIÓN

En este último apartado se hace la presentación de las conclusiones del segundo ciclo de intervención-investigación (es decir, del segundo curso de formación). Primero se presentan

las conclusiones sobre los sistemas documentales (SD) de los profesores antes de participar en ese segundo curso; enseguida sobre el estudio de los recursos digitales durante ese curso; en tercer lugar, sobre las orquestaciones de los recursos digitales en su clase de matemáticas; y finalmente, sobre el impacto que la integración de los recursos digitales estudiados en el curso tuvo en los SD (y SR) de los profesores.

11.4.1. Sobre los procesos de génesis documental generados con la integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas

Como vimos en el apartado 11.1 (ver también Apéndice E), a partir de las entrevistas iniciales, se identificó que la clase de matemáticas de cada profesor se organizaba en distintos momentos: Por ejemplo, en el apartado 11.3 anterior, vimos los momentos del SD inicial de la profesora Ofe; y en el apartado 11.2.4.2.i, vimos que el SD inicial de la profesora Thelma consistía en: (1) la explicación del tema, le sigue (2) la realización de ejercicios, luego (3) la resolución de problemas y, finalmente, (4) la realización de las actividades del libro de texto.

El conocer los SD (y SR) de los profesores sirvió de base para valorar procesos incipientes de génesis documental que se suscitaron con la integración de los recursos digitales. Pasemos ahora a las conclusiones relacionadas los conocimientos que propició el curso en los profesores acerca del uso técnico y didáctico de los recursos digitales.

Una parte importante para la integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas es la apropiación del recurso digital, elementos que se buscó favorecer con los primeros momentos de cada módulo del curso. Al respecto se puede señalar lo siguiente:

- *La apropiación del uso de los recursos digitales dependió del tipo de software.* En el caso de los interactivos del primer módulo (simulaciones), su uso no tuvo complicaciones. Por el contrario, para el caso de GeoGebra y de Logo, recursos estudiados en el segundo y tercer módulos, fue necesario el uso de guías para apropiarse de las algunas herramientas básicas de estos softwares, sin realmente lograr su dominio.

- *El uso de recursos digitales para la realización de las actividades de las hojas de trabajo permitió a los profesores generar ideas matemáticas importantes sobre los contenidos tratados. Por ejemplo:*
 - en el primer módulo, uno de los recursos utilizados fue una balanza de equilibrio digital, con la cual los docentes exploraron e identificaron algunas relaciones de proporcionalidad inversa (ver apartado 11.2.2.1);
 - en el segundo módulo, el uso de GeoGebra en una de las tareas planteadas permitió a los docentes deducir la propiedad de los triángulos acerca de que la suma de las medidas de dos de sus lados cualesquiera no puede ser igual o menor que la medida del tercer lado (ver apartado 11.2.3.1); y
 - en el tercer módulo la construcción de polígonos en Logo (triángulos, cuadriláteros y otros polígonos) permitió a los profesores comprender el ángulo como rotación, además de generar un análisis más profundo de los ángulos de los polígonos (ver apartado 11.2.4.1).

- *La experiencia de haber resuelto tareas matemáticas apoyándose con el uso de recursos digitales, favoreció que los profesores identificaran las posibilidades pedagógicas de la TD para la enseñanza de las matemáticas. Los profesores señalaron, durante el curso, que el utilizar TD en su clase de matemáticas podría favorecer el interés y motivación de los niños, brindar mayores posibilidades para solucionar los problemas, permitir la experimentación de sus hipótesis mediante el ensayo y el error, facilitar la comprensión y el razonamiento matemático, adquirir el conocimiento mediante la práctica (ver apartado 11.2.2.1).*

Con relación a los procesos que se dieron en el trabajo de los profesores con la integración de los recursos digitales en la clase de matemáticas, se puede señalar que:

- *La estructura de la clase de los profesores sufrió modificaciones, sin embargo, fueron distintas con la integración de cada recurso.*
 - En el caso del interactivo “Medidas de capacidad” (ver apartado 11.2.2.2.ii), su uso generó algunos cambios en la estructura habitual de la clase de los profesores (ver Tabla 11.2):

- Por ejemplo, en el caso de las profesoras Olivia y Hermelinda, el contemplar dos momentos de la clase para la resolución de problemas (resolución y compartir las soluciones), uno con materiales concretos (botellas y agua) y otro con el recurso digital, antes del cuarto momento para resolver las tareas del libro de texto.
- En el caso del profesor Musio implicó que el momento destinado a la explicación del tema no lo realizara, ni tampoco el momento para la realización de ejercicios.
- Por otra parte, el integrar el recurso digital dio lugar a que, en el caso de los tres profesores, los problemas diseñados para la clase fueran similares a los del interactivo (comparación de recipientes de distinta capacidad), que incluye experimentación, por lo que implicaron el uso de materiales concretos (botellas y agua), algo que regularmente no hacían, pues regularmente sus actividades eran a lápiz y papel.
- En el caso de GeoGebra (ver apartado 11.2.3.2.i), su uso generó que los profesores iniciaran la clase con actividades en la que los estudiantes pusieran en práctica sus saberes previos sobre el tema (trazo de triángulos y de sus alturas) a diferencia de como solían hacerlo, (ver apartado 11.1 y Tabla 11.2), con preguntas (Olivia y Hermelinda), explicaciones sobre el tema (Musio) o planteando problemas (Ofe). Otro cambio que realizaron los profesores, fue que no incluyeron problemas para el segundo o tercer momento de sus clases, sino sólo ejercicios (trazo de alturas del triángulo), cuya respuesta fue validada con el uso de GeoGebra. Sin embargo, el cierre de la clase consistió en realizar las actividades del libro de texto para evaluar lo aprendido, lo que da cuenta de la adaptación del recurso digital para tratar el contenido de acuerdo con la propuesta curricular.
- En el caso de la clase con Logo de las maestras Thelma e Isabella (ver apartado 11.2.4.2.ii), los cambios de la estructura de su clase fueron más radicales, puesto que ya no se inició, desarrolló y finalizó de acuerdo con la estructura tradicional de clase de las profesoras (ver apartado 11.2.4.2.i): es decir, en lugar de iniciar explicando el tema, se inició poniendo en práctica

sus conocimientos del tema (trazo de figuras geométricas a lápiz y papel, y con el cuerpo); en lugar de plantear problemas contextualizados a la vida diaria de los niños se plantearon problemas contextualizados a Logo (cómo dar las indicaciones a la Tortuga para dibujar polígonos); y no se incluyó un momento para evaluar el aprendizaje utilizando el libro de texto. Estos cambios dan cuenta de que con la integración de Logo ya no fue posible abordar el contenido de acuerdo con la propuesta curricular: la programación en Logo (e.g., de un polígono), implica conocimientos epistemológicos matemáticos diferentes de los que se utilizan en su abordaje tradicional en el currículo.

- *Se generó discusión y negociación entre los profesores acerca de sus formas de enseñar y las estrategias que utilizaban.* El trabajo de los profesores en el diseño de una clase de matemáticas, integrando el uso de los recursos digitales propuestos, dio lugar a la discusión y negociación sobre la manera de hacerlo, tratando de mediar entre la metodología del uso de la TD propuesta en el curso, las condiciones de equipamiento digital con el que contaban en sus escuelas y la metodología de trabajo de cada docente (momentos de su clase y estrategias didácticas).
- *Se generó que los profesores sustituyeran recursos y/o los combinaran con el recurso digital.* Por ejemplo:
 - El uso del interactivo “Medidas de capacidad” sustituyó los recursos que usualmente son utilizados por los profesores para la preparación de los problemas o ejercicios de la clase.
 - El uso de GeoGebra se combinó con otro recurso de las profesoras (el fichero didáctico) para la preparación de la situación problemática (el camino más corto de las arañas) o con regla y escuadra para el trazo de alturas del triángulo.
 - Finalmente, el uso de Logo se combinó con algunos recursos, como el juego geométrico para el trazo de polígonos, y sustituyó otros, como el libro de texto que ya no se utilizó para evaluar lo aprendido por los niños y cerrar la clase (ver apartado 11.2.4.2.i).

- *Se crearon nuevos documentos que suplieron algunos de los previos de los profesores.* Por ejemplo, para el uso del interactivo “Medidas de capacidad” se generó un documento que sustituyó el documento para la preparación de los problemas y/o ejercicios de la clase, donde estaba implicado el uso de diversos recursos (Guías didácticas, Ficheros didácticos, materiales de internet), ya que esta vez los problemas de la clase se prepararon a partir del recurso digital.
- *El recurso digital se integró en documentos existentes, de tal manera que se limitó su uso.* Por ejemplo, en el caso de GeoGebra (ver apartado 11.2.3.2.i), al combinar su uso con otro recurso en el documento para la preparación de los problemas de la clase, generó que solo se utilizara para ilustrar las soluciones a los problemas. Otro ejemplo fue cuando se combinó el uso de GeoGebra con un juego geométrico físico, en el documento para la implementación de los problemas en la clase, utilizándolo únicamente como apoyo para trazar y verificar las alturas de los triángulos (ver p. 278).

Esta investigación muestra cómo la integración de recursos digitales, al SD de los profesores, es una tarea compleja pero necesaria: para lograr una integración significativa de las TD, demanda la colaboración de profesores, capacitadores, investigadores y autoridades, requiriendo acceso a equipo digital y de desarrollo del conocimiento pedagógico tecnológico (PTK – Thomas & Palmer, 2014), como se intentó mediante el curso de formación.

11.4.2. Sobre elementos del segundo curso que fueron valiosos para propiciar la integración del recurso digital

Con relación a la pregunta de la investigación, sobre cómo favorecer la formación de los profesores para la integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas, se identificaron elementos del segundo curso que dan algunas respuestas.

- El *acompañamiento* dado a los profesores, para el acondicionamiento de los equipos de cómputo personales y los disponibles en sus escuelas (actualizaciones e instalaciones de software), fue un acierto del curso, ya que posibilitó la utilización de los equipos de cómputo, y motivó y dio confianza a los docentes para utilizar los recursos digitales en su clase de matemáticas.

Por otra parte, el desarrollo de los dos cursos permitió identificar aciertos y limitaciones para favorecer los conocimientos necesarios, de los profesores, para la integración de recursos digitales en su práctica de enseñanza de las matemáticas:

- La *utilización de hojas de trabajo* fue una herramienta que propició el conocimiento técnico y pedagógico de los recursos digitales, ya que las actividades de las hojas favorecían el conocimiento del recurso y servían de ejemplo sobre la manera de utilizarlo para la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, esto funcionó para las aplicaciones del primer módulo, pero no fue suficiente para las del segundo y tercer módulo (GeoGebra y Logo), recursos que requieren un estudio más especializado.
- *El diseño de las hojas de trabajo para el uso de los recursos digitales fue una actividad que requería mayor práctica y acompañamiento* del que se le dio en el curso, ya que el diseño de los problemas y/o ejercicios demanda a los profesores, por un lado, el conocimiento pedagógico de los contenidos, el cual es limitado muchas veces, y, por el otro lado, la práctica en el diseño de tareas, algo que los profesores realizan poco, ya que regularmente seleccionan las tareas de otros recursos.
- El *desarrollo de clases de manera colaborativa* durante el curso fue una actividad que propició el intercambio de experiencias y conocimientos de los profesores, lo que favoreció la integración de recursos digitales en su clase de matemáticas.
- *Propiciar la reflexión colectiva de los profesores*, sobre las experiencias vividas con el uso de los recursos digitales en la clase matemáticas, es importante tanto para su motivación como para la mejora de su práctica, como sucedió en el curso, donde algunos profesores retomaron estrategias de otras o evitaron cometer los mismos errores.
- *La secuencia promovida* para el desarrollo de cada módulo del curso –estudio de los recursos digitales, diseño de una clase integrando el uso del recurso, implementación de la clase y la reflexión sobre la clase— *resultó favorable* para la formación de los profesores.

- Sin embargo, el haber promovido *un solo ciclo limitó la integración* los recursos digitales, por lo que es necesario repetir el ciclo más de una vez.
- El *diseño del curso desde un enfoque constructorista*, donde las actividades prácticas fueron el eje para su desarrollo, *resultó conveniente* para la formación de los profesores en servicio, ya que pudieron involucrarse en actividades de diseño de clases que integraran los recursos digitales, lo que respondió a sus intereses y preocupaciones de la práctica.

Para finalizar este capítulo, presento la Tabla 11.3 en la que se resumen los resultados del segundo ciclo de la investigación.

Tabla 11.3. Síntesis de los resultados del segundo ciclo de la investigación

Componente	Diseño del curso	Investigación
Fundamentos del curso	<p>- El MPTK (Thomas & Palmer, 2014; Clark-Wilson y Hoyles, 2017) fue el principal referente para organizar los contenidos del curso:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Propiciar la génesis instrumental de los recursos digitales a partir de la resolución de hojas de trabajo y de guías sobre el uso de los softwares, así como del diseño de situaciones de aprendizaje integrando el uso de estos recursos. - Favorecer el conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) de los contenidos a partir de la discusión de los contenidos tratados en las hojas de trabajo resueltas y de los seleccionados por los docentes para el diseño de clases integrando el uso de los recursos digitales. <p>- Al igual que en el primer curso, la literatura sobre las fuentes de aprendizaje del profesor (Vermunt, 2014; Shulman, 1986), la práctica reflexiva del profesor (Schön, 1992), y el construccionismo (Papert, 1991) también fueron referentes que ayudaron a organizar el trabajo del curso, como la revisión de literatura, el trabajo en equipo, la práctica y la reflexión.</p> <p>- La propuesta de EMAT fue otro referente importante, de donde se retomó la propuesta del estudio de los recursos digitales a partir de hojas de trabajo.</p>	<p>La Aproximación Documental de lo Didáctico (ADD) fue el marco teórico utilizado para dar cuenta del proceso de integración de los recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas.</p> <p>Para el análisis de las evidencias se retomaron los elementos de la ADD como categorías de análisis:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Orquestación instrumental (OI)</i>: la manera como los profesores integran el uso de los recursos digitales en su clase de matemáticas. - <i>Sistema documental (SD)</i>, el sistema de documentos y maneras de orquestar los recursos que hacen los profesores. - <i>El sistema de recursos (SR)</i>: la constitución y estructura del sistema de recursos de los profesores para la enseñanza de las matemáticas, así como su evolución inicial al integrar el uso de recursos digitales. - <i>Génesis documental</i>: el desarrollo de los SD y SR de los profesores que se propician al integrar los recursos digitales en la clase de matemáticas. <p>Las entrevistas iniciales a los profesores permitieron:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conocer los principales documentos de los profesores que orientan el uso de los recursos para la preparación y desarrollo de las actividades de su clase. - Conocer la constitución y estructura de sus SR, conformado por diversos recursos en los que se apoyan para llevar a cabo su clase de matemáticas. <p>El análisis de las OI de los recursos digitales estudiados en el curso permitió identificar las maneras como los profesores los integraron por vez primera en su clase de matemáticas y los cambios que generaron en ella.</p>

Recursos digitales estudiados	<ul style="list-style-type: none"> - Applets diversos y plataformas educativas con los siguientes criterios de selección: Abiertos, <i>offline</i>, que tuvieran diversas representaciones ad hoc a los contenidos. - GeoGebra, para la enseñanza de contenidos geometría y medición - Logo, para la enseñanza de contenidos de geometría y medición.
Contenidos matemáticos abordados	<ul style="list-style-type: none"> - Proporcionalidad inversa y directa en el primer módulo del curso. - Geometría: Características de los polígonos (lados, diagonales), altura del triángulo. - Medición: medida de ángulos.

Componente	Diseño del curso	Investigación
Metodología	<p>El trabajo de este curso se desarrolló a partir de cuatro momentos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Estudio de los recursos digitales a partir de hojas de trabajo y de guías de uso de los software. 2. Diseño de clases integrando el uso de los recursos digitales propuestos en el curso. 3. Implementación de las clases diseñadas. 4. Reflexión de clase de matemáticas implementadas. 	<p>La metodología de investigación retomó elementos de la investigación reflexiva propuesta en la ADD, la cual se organizó de la siguiente manera:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Entrevista inicial a los profesores, previa a su participación en el curso, para indagar sus sistemas de recursos y documentales, a fin de permitir identificar los cambios que sufrían al integrar el uso de los recursos digitales propuestos en el curso. 2. Recuperar evidencias del trabajo realizado por los profesores como parte del estudio de los recursos (las hojas de trabajo resueltas, cuestionarios respondidos y registro de las discusiones). 3. Recuperar evidencias del trabajo documental de los profesores, realizado durante el curso: las planeaciones y hojas de trabajo diseñadas, las observaciones de la clase de matemáticas diseñadas, entrevistas posteriores a las clases implementadas, las reflexiones grupales sobre estas clases. 4. Análisis de los datos recolectados para identificar los cambios realizados por los profesores en sus sistemas de recursos y documentales al integrar el uso de recursos digitales.

Resultados: logros y limitantes	<p>Los alcances de este curso fueron mayores que del primero</p> <p>1. Sobre el estudio de los recursos digitales</p> <ul style="list-style-type: none"> - La resolución de las hojas de trabajo permitió que los profesores identificaran las potencialidades de los recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas y despertó su interés por emplearlas. - Los profesores alcanzaron un mayor dominio técnico de los recursos digitales que en el primer curso, ya que el seguimiento de las guías de GeoGebra y Logo ayudaron a que se apropiaran de más herramientas de estos recursos. - Sin embargo, el dominio técnico de los recursos digitales aún fue insuficiente para que los profesores pudieran hacer uso de ellos en el diseño e implementación de la clase de matemáticas y en el diseño de hojas de trabajo.
	<p>2. Sobre el diseño de clases integrando el uso de recursos digitales</p> <ul style="list-style-type: none"> - El desarrollar este trabajo de diseño en sesiones del curso fue favorable, ya que se realizó en equipo y contaban con el apoyo del coordinador, lo que atenuó las preocupaciones de los profesores y los motivó a realizarlo. - El trabajo en equipo favoreció el diseño de clases, ya que propició la discusión sobre el recurso digital, sobre la manera de utilizarlo y sobre el contenido escolar a tratar. - Este trabajo de diseño de clases también favoreció un mayor conocimiento de los recursos digitales al momento de diseñar sus actividades integrando su uso (hojas de trabajo). - Una limitación fue que este trabajo de diseño de clase durante el curso solo fue posible para los dos primeros módulos del curso, mientras para el caso del tercer módulo (Logo) no, ya que había un avance muy dispar de los profesores en la resolución de las actividades de la guía, por lo que quedó tiempo insuficiente para el trabajo de diseño de la clase (por ende, solo hubo tres profesoras que diseñaron por su cuenta una clase). - Otra limitación del curso fue que para cada módulo solo una vez se trabajó el diseño de clase, lo que fue insuficiente para que los profesores alcanzaran una apropiación significativa del uso de los recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas.

<p>Resultados: logros y limitantes</p>	<p>3. Sobre la implementación de las clases diseñadas.</p> <ul style="list-style-type: none"> - En el primer módulo se logró que ocho profesores implementaran su clase diseñada (se presentan las de los profesores de quinto grado que trataron el tema “múltiplos y submúltiplos del litro” con el uso del interactivo “medidas de capacidad” de Enciclomedia). - En el segundo módulo se logró que siete profesoras implementaran su clase diseñada (se presentan las de los profesores de quinto grado, donde trataron el tema de “las alturas del triángulo” con el uso de GeoGebra). - En el tercer módulo sólo se logró que tres profesoras implementaran una clase (se presentan las de dos profesoras de una escuela multigrado, tratando el tema de “figuras geométricas y ubicación espacial” con el uso de Logo). <p>Si bien con este curso se tuvieron mayores logros que en el primero, aún fueron insuficientes para que los profesores se apropiaran significativamente del uso de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas, ya que la manera de emplearlos en la clase fue limitada, y no se aprovecharon del todo las posibilidades de los recursos.</p> <p>Es mayor impacto que en el primer curso, lo que está relacionado con los cambios en el diseño del curso y con la mayor estabilidad del grupo de profesores participantes, en cuanto a permanencia y colaboración.</p>
--	---

SECCIÓN D

CAPÍTULO 12. CONCLUSIONES

En este capítulo presento las conclusiones del estudio, incluyendo aquellas que dan respuesta a las dos preguntas principales del estudio:

¿Cómo favorecer la formación de profesores de primarias públicas de la región Mixteca de Oaxaca, para integrar el uso de recursos digitales en la clase de matemáticas?

Y, a partir del diseño e implementación de un curso de formación,

¿cómo es el proceso de integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas, por profesores participantes en el curso de formación?

Para esta investigación el estudio diagnóstico fue indispensable, de ahí que comience presentando las conclusiones acerca de las condiciones de acceso a TD en las escuelas de los profesores y de formación y experiencia profesional sobre el uso de esta tecnología para la enseñanza de las matemáticas, para luego presentar las relacionadas con las respuestas a las dos preguntas principales.

12.1. CONCLUSIONES DEL ESTUDIO DIAGNÓSTICO

El estudio diagnóstico realizado en el año 2017 consistió en indagar sobre el acceso a las tecnologías en las escuelas, así como sobre la formación y experiencia profesional de los docentes sen torno al uso de las TD para la enseñanza de las matemáticas.

En relación a la infraestructura digital existente en la muestra de escuelas primarias públicas, analizadas en el año 2017, de la zona Mixteca de Oaxaca, se encontró que:

- *El equipo digital con el que se contaba en las escuelas no resultaba suficiente para brindar el acceso requerido a toda la comunidad escolar:* En la escuela con mejores condiciones de acceso a TD, existía una computadora por cada diez alumnos; y en

la escuela con peores condiciones, existía una computadora por cada 170 alumnos (ver apartado 9.1).

- *El acceso a internet en las escuelas era limitado o inexistente.* Los datos revelaron que en cinco de las diez escuelas, donde se llevó a cabo el estudio diagnóstico, no se contaba con el servicio de internet, mientras que en dos el servicio era satelital y prácticamente inservible y en tres se contaba con un servicio aceptable, pero no estaba disponible para uso de los profesores y alumnos (ver apartado 9.1).
- *La mayor parte del equipo digital existente en las escuelas no era para uso de didáctica de las matemáticas (ni de casi ninguna otra materia).* El 59% de las computadoras existentes en las escuelas se concentraban en las aulas de medios, espacios utilizados exclusivamente para clases de computación (ver apartado 9.1).
- *La mayor parte del equipo digital disponible en las escuelas para su uso pedagógico se encontraba en mal estado y/o carecía de contenido digital educativo.* Las computadoras, proyectores y pizarrones digitales de lo que había sido el programa Enciclomedia –en nueve de las diez escuelas aún se contaba con algunos de estos equipos, instalados en aulas de quinto y sexto grados— eran el principal equipo con el que contaban los docentes para uso pedagógico; sin embargo, se observó un importante deterioro del hardware debido al abandono y falta de mantenimiento, lo que limitaba su uso. Por otra parte, los equipos en buen estado que existían en algunas escuelas –en tres de las diez escuelas se contaba de manera adicional con algunas computadoras y proyectores a disposición de los profesores— carecían de contenido digital (ver apartado 9.1).

Otros datos obtenidos en el estudio diagnóstico fueron acerca de la formación y experiencia de los profesores sobre el uso de TD para la enseñanza de las matemáticas, a partir de los cuales se llegó a las siguientes conclusiones:

- *Casi la totalidad de los profesores (66 de los 67 participantes) carecían de formación sobre el uso de la TD para la enseñanza de las matemáticas.* Aunque algunos profesores habían tomado cursos del programa Enciclomedia y otros que habían tomado cursos de computación o paquetería de Office, ninguno de estos se enfocó al uso pedagógico de la TD, y aún menos para la enseñanza de las matemáticas (ver apartado 9.2).

- *La mayor parte de los profesores hacía uso de recursos digitales para su clase de matemáticas.* A pesar de carecer de formación, sobre el uso pedagógico de la TD, el 79% de los profesores encuestados señalaron utilizar recursos digitales en su clase de matemáticas, aunque esto sucediera de manera esporádica (ver apartado 9.3).
- *Los recursos digitales que utilizaban los profesores en su clase de matemáticas no contaban con las características técnicas necesarias que permitieran la exploración y experimentación de ideas matemáticas.* Si los profesores empleaban algún recurso digital, estos eran (ver apartado 9.3.2): *video tutoriales, documentos (e.g., libros de texto) digitalizados, interactivos* de juegos de cálculo mental (e.g. ver Figuras 9.18, 9.19, 9.20) y *la calculadora*.
- *Los profesores hacían un uso limitado de la TD para la enseñanza de las matemáticas.* En las observaciones de clase, realizadas a 9 profesores, se identificaron orquestaciones de los recursos digitales (e.g. *Explica-el-tema, Explica-la-pantalla, Repite-la-pantalla, Copia-la-pantalla*) que dieron cuenta que la TD es utilizada principalmente como reemplazo y como amplificador (ver apartado 9.4 y 9.5).

Estos resultados, además de haber puesto las bases para el diseño de curso de formación, ya que identificamos las limitaciones de acceso a TD en las escuelas y las limitaciones profesionales de los docentes para hacer un uso significativo de esta tecnología en su clase de matemáticas. Enseguida destacamos las conclusiones del estudio relacionadas con el diseño del curso y de la investigación.

12.2. CONCLUSIONES SOBRE LOS CURSOS FORMACIÓN

En esta investigación de diseño uno de sus objetivos principales fue la formación de los profesores en el uso de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas, de ahí que se diseñara e implementara un curso de formación. Para el diseño de las propuestas de un curso de formación, se retomaron algunos de los avances relacionados con el uso de la TD para la enseñanza de las matemáticas, como por ejemplo, el paradigma del construccionismo (ver Capítulo 5), así como el modelo TPACK (ver Capítulo 3).

El curso evolucionó a lo largo de la investigación, ya que su implementación en el primer ciclo del estudio permitió identificar sus debilidades y limitaciones, lo que llevó a su

rediseñó para su implementación en el segundo ciclo. Derivado de estas experiencias expongo algunas conclusiones acerca de los elementos de los cursos que favorecieron o limitaron la formación de los profesores.

- Una estrategia que resultó favorable en ambos cursos fue la retomada del programa EMAT (ver apartado 2.3.1.ii), la cual consistió en hacer uso de hojas de trabajo para que los profesores se apropiaran del uso de los recursos digitales e identificaran sus posibilidades pedagógicas.
- Otra estrategia acertada del curso fue el acompañamiento a los profesores en sus escuelas, tanto de apoyo técnico como para motivarlos a hacer uso de la TD en su clase de matemáticas. El haber acudido a las escuelas donde laboraban los profesores para acondicionar sus equipos de cómputo (instalación de software, actualización), orientarlos sobre su manejo, dar clases junto con ellos y solicitar a los directivos su apoyo fue una estrategia necesaria y valiosa para ayudar y motivar a los profesores a hacer uso de la TD en su clase de matemáticas.
- El trabajo presencial fue otro acierto del curso, ya que los profesores no cuentan con las condiciones para trabajar en modalidad virtual y por que este trabajo les es más agradable y fructífero.
- El uso de recursos *offline* fue otro acierto del curso, ya que los profesores no cuentan en sus escuelas con internet y en ocasiones tampoco en su casa, por lo que poder utilizar los recursos digitales en estas condiciones favoreció su utilización.
- Un desacierto del primer curso fue el retomar el TPACK como su fundamento, ya que el primer curso estuvo centrado en favorecer, por separado, cada uno de los conocimientos del TPACK (momentos estudio de los recursos digitales, revisión de literatura sobre los contenidos, revisión de literatura sobre el uso pedagógico de la tecnología) que luego conjugarían en la práctica (momento de diseño, planeación y reflexión de clases), lo que no dio los resultados esperados, ya que la integración de tecnología digital no dependía únicamente de lo que habían estudiado los profesores, ya que se trataba de una mera suma y aplicación de conocimientos, sino requería mayor énfasis en la práctica.

- El retomar el MPTK como sustento del segundo curso resultó una propuesta viable, ya que es específica del campo de educación matemática y su enfoque es práctico, ya que plantea el conocimiento matemático para la enseñanza (MKT –Ball, et al. 2008), la génesis instrumental y las orientaciones del profesor como los componentes esenciales del conocimiento del profesor para hacer uso de la TD. Bajo este enfoque, la práctica fue el eje del curso, pues se puso énfasis en desarrollar, mediante el trabajo con guías del uso de los softwares y de hojas de trabajo (primer momento de cada módulo), la génesis instrumental de los recursos digitales y los contenidos abordados y, por otra parte, se puso favoreció el uso de los recursos digitales en su clase de matemáticas (segundo, tercero y cuarto momento de cada módulo), con lo que también se favorecía la génesis instrumental y los conocimientos matemáticos para la enseñanza. Este segundo curso resultó más interesante para los profesores y fue de mayor aprovechamiento.
- Sin embargo, el abordar (en ambos cursos) el estudio de tres tipos de recursos digitales, fue difícil, ya que la duración de cada curso (120 horas), no permitió el trabajo suficiente, con guías y hojas de trabajo, para que los profesores alcanzaran un alto dominio técnico de los softwares; tampoco permitió el desarrollo de más ciclos de diseño, implementación y reflexión para que alcanzasen un dominio de su para la enseñanza de las matemáticas. Ante esta limitación, resulta conveniente dedicar mayor tiempo al estudio de cada tipo de recurso digital.
- Otra limitación en ambos cursos fue el no dar un espacio específico al diseño de hojas de trabajo, pues, de acuerdo a mi experiencia como asesor de los cursos, puedo señalar que se trata de una actividad que exige un amplio conocimiento de los contenidos y de los recursos digitales. Si bien los profesores diseñaron algunas hojas de trabajo al preparar sus clases, no se dio atención específica a tratar este trabajo, lo que hubiera enriquecido la génesis instrumental de los recursos y los conocimientos de los contenidos.

Para finalizar, destaco que la experiencia del segundo curso muestra cómo una pequeña intervención, trabajando dentro de las condiciones disponibles y el conocimiento de los docentes, puede generar experiencias de aprendizaje motivadoras y un uso significativo de las tecnologías, a las que antes no tenían acceso docentes y estudiantes. Sin embargo, se

reconoce que se necesita más tiempo y práctica para que los docentes se apropien tanto de los recursos digitales como del modelo pedagógico para su uso, así como mayores esfuerzos entre investigadores, autoridades y docentes para propiciar una integración significativa de las TD para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, así como mayor equipamiento digital de las escuelas.

12.3. CONCLUSIONES SOBRE LA METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Para indagar el proceso de integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas se llevaron a cabo dos ciclos de investigación. En el primer ciclo se recurrió al TPACK como marco teórico, sin embargo, dadas las dificultades para dar cuenta del fenómeno estudiado se recurrió a la ADD en el segundo ciclo. Derivado de estas experiencias señalo las siguientes conclusiones.

- Si bien el TPACK es un marco que define los conocimientos involucrados en el uso didáctico de la tecnología, no resultó ser el más adecuado para indagar la manera de cómo esos conocimientos se van adquiriendo y se van reflejando en la práctica del profesor al integrar el uso de recursos digitales, ya que, resultaba sumamente complejo aislar estos conocimientos para analizar su impacto en lo que hacían los docentes.
- El retomar la ADD en el segundo ciclo de la investigación fue útil para la finalidad del estudio, ya que esta aproximación está centrada en la práctica, en estudio del desarrollo profesional del profesor a partir de su interacción con los recursos que utiliza. Esta aproximación tiene una serie de conceptos (sistema de recursos, sistema documental, génesis documental, orquestación instrumental) que permitieron analizar la interacción del profesor con los recursos digitales propuestos en el curso e identificar los cambios que generó la integración de los recursos digitales en su quehacer. Así, la ADD fue una aproximación teórica adecuada para indagar el proceso de integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas por los participantes del cursos.

12.4. APORTACIONES DE LA INVESTIGACIÓN AL CAMPO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Consideramos que este trabajo, además de hacer aportes a la investigación en educación matemática sobre los procesos de integración de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas, también hace aportes para la formación docente, en particular para el magisterio de educación primaria de poblaciones como con la que se realizó el estudio.

Más específicamente, algunos de los aportes de la presente investigación, son los siguientes:

- El trabajo aporta información que enriquece el conocimiento sobre los factores que obstaculizan la integración de TD para la enseñanza de las matemáticas en escuelas primarias mexicanas (ver Capítulo 9), como: las condiciones limitadas de acceso a TD que tienen los profesores en sus escuelas—e.g. la falta de internet, escasos equipos de computo y en mal estado, entre otros—; políticas escolares que limitan el uso pedagógico del equipo digital existente en la escuelas; falta de formación de los profesores sobre el uso de esta tecnología para la enseñanza de las matemáticas; y el uso limitado que hacen de ella en la clase de matemáticas, principalmente como reemplazo y como amplificador (Hughes, 2005).
- El diseño de un curso de formación situado (para la integración de recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas, y los resultados de su implementación, señalan aspectos valiosos a considerar en la formación de profesores de primaria.
 - o Desde el punto de vista general,
 - El enfoque construccionista (ver Capítulo 5) del curso, fue favorable para la formación de los profesores en los siguientes sentidos: (i) El curso se centró en la práctica como punto de partida y de llegada en la formación docente, tanto para el estudio de los recursos digitales como de su uso en el aula. (ii) El que los profesores se formaran de una manera similar a cómo se esperaba que formaran a sus alumnos, involucrándolos en la resolución de las hojas de trabajo con el uso de

los recursos digitales permitió que identificaran formas de utilizar el recurso en su clase. (iii) Lo más importante de este enfoque, fue el propiciar que los profesores diseñaran por su cuenta clases (incluyendo las hojas de trabajo); esto les mostró e hizo reflexionar sobre aciertos y desaciertos en el uso de los recursos digitales, y favoreció sus conocimientos sobre el uso técnico y didáctico de cada recurso para la enseñanza de las matemáticas.

- El trabajo colaborativo fomentó la reflexión sobre los diferentes tipos de conocimientos puestos en juego: del conocimiento técnico de los recursos, del conocimiento pedagógico de estos, y del conocimiento del contenido matemático a la luz del uso del recurso (es decir, sobre el MPTK –Thomas y Palmer, 2014).
- Para profesores en contextos similares a los de la población de estudio –de educación primaria rural (o semi rural) donde hay serios problemas de acceso a TD en las escuelas y carencia de formación para su uso pedagógico, nuestra investigación:
 - Muestra la importancia de incluir recursos digitales de fácil acceso, que no requieran internet y cuyas demandas técnicas sean mínimas, debido a las condiciones de los equipos escolares;
 - Muestra que dada la falta de formación y experiencia de los docentes de este tipo de población sobre el uso de los recursos digitales, que es útil llevar a cabo el estudio de los recursos de manera, pausada, guiado, continua y con acompañamiento.
 - Al respecto, también se muestra como este tipo de población se beneficia del trabajo presencial y acompañamiento en las escuelas: sirve para motivar y dar apoyo técnico y pedagógico a los profesores en el uso de los recursos digitales, pero también para establecer diálogo con los directivos de las escuelas sobre la importancia del uso pedagógico de la TD para que promuevan su uso por parte de los docentes;

Desde el punto de vista de investigación en educación matemática, otros de los aportes valiosos de la investigación son al estudio del trabajo y desarrollo profesional de los docentes desde la perspectiva de la ADD.

- La identificación de otras formas de orquestar los recursos digitales (copia-la-pantalla, repite-la-pantalla, verifica-la-pantalla, construye-la-pantalla), por parte de los profesores, fue otro aporte de la investigación que enriquece la aproximación de la orquestación instrumental (Drijvers et al., 2010).
- En el estudio diagnóstico (ver Apartado 9.4) se identificaron formas de orquestar los recursos digitales (e.g. video, información digital), distintas a las clasificadas por Drijvers et al. (2010) que los profesores han construido por su cuenta, dada su falta de formación y desconocimiento de aquellos recursos potentes para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- El identificar familias de recursos que utilizan los profesores de educación primaria para la enseñanza de las matemáticas (ver Apartado 11.1 y Apéndice E), así como algunos de los cambios que sufrieron con la integración de los recursos digitales (con el ser modificados, combinados o sustituidos –ver Capítulo 11), resulta valioso para la comprensión de la constitución, estructura y evolución de los sistemas de recursos de los profesores (como señalan Trgalová et al., 2019, esta es una de las temáticas centrales en las que la investigación en torno a la ADD está profundizando).

12.5. PERSPECTIVAS PARA INVESTIGACIONES FUTURAS

Como se documentó en esta investigación, la infraestructura digital de las escuelas primarias de Oaxaca es muy limitado, aunque podría decirse que, en general, ese es el caso de muchas de las escuelas de educación básica en México (INEE, 2019). Pero, la formación de profesores sobre el uso pedagógico de la tecnología es aún más limitada. Por tal motivo, es necesario y urgente realizar más esfuerzos por atender a esta problemática.

Después de los dos ciclos de investigación realizados es importante señalar aquellos aspectos a mejorar para próximos ciclos de desarrollo de cursos de formación de los docentes para la integración de recursos digitales, donde se puede seguir indagando sobre el

proceso de integración de recursos digitales, para lo que la ADD nos parece un marco pertinente.

En términos de diseño de cursos de formación como el presentado en este trabajo, y de investigación de los resultados de sus implementaciones, se puede señalar que:

- Aunque la propuesta de trabajo de los recursos digitales del segundo curso implementado resultó adecuada, sería necesario prolongar más el estudio de cada recurso digital, de tal manera que los profesores pudieran tener más ciclos de práctica (estudio de recursos digitales mediante hojas de trabajo, diseño, implementación y reflexión de clases) para propiciar un mayor dominio del uso de los recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas y así un mayor nivel de integración.
- Resultaría útil propiciar el estudio de los recursos digitales para la enseñanza de contenidos matemáticos específicos, ya que esto permitiría un estudio más profundo de los contenidos escolares, favoreciendo así el Conocimiento Matemático para la enseñanza, el cual, de acuerdo con Thomas y Palmer (2014) y Clark-Wilson y Hoyles (2017), es uno de los componentes sustantivos del Conocimiento pedagógico de la Tecnología para la Enseñanza de las Matemáticas (MPTK).
- Sería pertinente llevar a cabo un análisis más profundo del desarrollo de los conocimientos del contenido matemático (CK) de los profesores a raíz de su participación en el curso.

En cuanto al modelo de investigación a seguir en próximos ciclos, puedo destacar que:

- Sería conveniente que, además de estudiar la génesis documental para la integración de recursos digitales, se estudien los procesos de aprendizaje de los niños que se propician al integrar el uso de recursos digitales, para tener una visión más completa del impacto de la integración tanto en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- La cantidad de casos retomados en el segundo ciclo de la investigación limitó profundizar en el análisis del proceso de integración de recursos digitales, por lo que sería conveniente centrarse en pocos casos para indagar con mayor detalle los

SD (y SR) de los profesores y de su transformación al integrar el uso de recursos digitales, es decir, de la génesis documental.

- Si bien en esta ocasión el foco de análisis no abordó la génesis documental colectiva (Gueudet & Trouche, 2012), gran parte de las evidencias del trabajo realizado por los profesores con los recursos digitales fue colectivo. En una siguiente investigación, se podría dar cuenta de los procesos de participación y reificación del colectivo de profesores participantes en el curso, que dieran lugar a documentos compartidos sobre el uso de los recursos digitales. Este es uno de los programas de investigación actual que Trouche (2019) señala que aún requiere mayor investigación.

REFERENCIAS

- Abboud-Blanchard, M. (2014). Teachers and Technologies: Shared Constraints, Common Responses. En A. Clark-Wilson, O. Robutti, & N. Sinclair (Eds.), *The Mathematics Teacher in the Digital Era (Vol. 2, pp. 297-317)*. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4638-1_1
- Abboud-Blanchard, M. (2016). Digital Technology and Mathematics Education: The Teacher Perspective in Mathematics Education Research—A Long and Slow Journey Still Unfinished. En B. R. Hodgson, A. Kuzniak, & J.-B. Lagrange (Eds.), *The Didactics of Mathematics: Approaches and Issues* (pp. 143-153). Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-26047-1_7
- Angeli, C., & Valanides (2015). Preface. In Angeli, C., & Valanides, N. (Eds.). (2015). *Technological Pedagogical Content Knowledge*. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-8080-9>
- Artigue, M. (1998). Teacher training as a key issue for the integration of computer technologies. En D. Tinsley & D. C. Johnson (Eds.), *Information and Communications Technologies in School Mathematics* (pp. 121-129). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-35287-9_15
- Bakker, A., y van Eerde, D. (2015). An Introduction to Design-Based Research with an Example From Statistics Education. En A. Bikner-Ahsbabs, C. Knipping, y N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 429-466). Dordrecht: Springer Netherlands. Recuperado a partir de http://link.springer.com/10.1007/978-94-017-9181-6_16
- Ball, D. L. (1991) Research on teaching mathematics: making subject matter knowledge part of the equation. In Brophy (Ed.) *Advances in research on teaching: Vol. 2. Teachers' subject matter knowledge and classroom instruction*. Greenwich, CT: JAI Press.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Ball, L., Drijvers, P., Ladel, S., Siller, H.-S., Tabach, M., & Vale, C. (Eds.). (2018). *Uses of Technology in Primary and Secondary Mathematics Education*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-76575-4>

- Bárcena, A. (2014) Prólogo. En Sunkel, G., Trucco, D., & Espejo, A. *La integración de las tecnologías digitales en las escuelas de América Latina y el Caribe: Una mirada multidimensional*. Cepal. <http://repositorio.minedu.gob.pe/handle/123456789/3120>
- Cárdenas, M. C. (S/F). Evaluación del programa Inclusión y Alfabetización Digital. <https://aprende.gob.mx/wp-content/uploads/2021/08/Rendicion-de-cuentas-Evaluacion-Programa-PIAD.pdf>
- Cárdenas, M. C. (2015). Evaluación del programa piloto inclusión digital. Gobierno de la República: México. Recuperado a partir de https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/229116/EVALUACION_PROGRAMA_PILOTO_INCLUSI_N_DIGITAL_coord_MCCP.pdf
- Castañeda, A.; Carrillo, J. y Quintero, Z. (2013). *El Uso de las Tic en Educación Primaria: La Experiencia Enciclomedia*. ReDIE <https://redie.mx/librosyrevistas/libros/usoticseducprim.pdf>
- CEPAL, N. (2010). Monitoreo del plan eLAC2010: Avances y desafíos de la sociedad de la información en América Latina y el Caribe. <https://www.cepal.org/es/publicaciones/2967-monitoreo-plan-elac2010-avances-desafios-la-sociedad-la-informacion-america>
- Charalambos Y. & Pitta-Pantazi, D. (2016). Perspectives on Priority Mathematics Education: Unpacking and Understanding a Complex Relationship Linking Teacher Knowledge, Teaching, and Learning: In English, L. D., & Kirshner, D. (Eds.). (2016). *Handbook of international research in mathematics education* (Third edition). New York: Routledge/Taylor & Francis Group.
- Chikasanda, V. K. M., Otrell-Cass, K., Williams, J., & Jones, A. (2013). Enhancing teachers' technological pedagogical knowledge and practices: A professional development model for technology teachers in Malawi. *International Journal of Technology and Design Education*, 23(3), 597-622. <https://doi.org/10.1007/s10798-012-9206-8>
- Clark-Wilson, A., & Hoyles, C. (2017). Dynamic digital technologies for dynamic mathematics implications for teachers' knowledge and practice. <https://www.researchgate.net/publication/319490997>
- Clements, D. H., & Burns, B. A. (2000). Students' Development of Strategies for Turn and Angle Measure. *Educational Studies in Mathematics*, 41(1), 31-45. <https://doi.org/10.1023/A:1003938415559>

-
- Cobb, P., Jackson, K., & Dunlap, C. (2016). Design Research. An Analysis and Critique. En *Handbook of International Research in Mathematics Education*. (Third Edition). Roudledge.
- Collective, T. D.-B. R. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 5–8.
- Drijvers, P. (2015) Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (Or Doesn't). In Sung Je Cho (Ed.) *Select Regular Lectures from the 12th International Congress of Mathematics Education* (pp. 332-342). Springer https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_134-151
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213-234. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9254-5>
- Enríquez, H. (2014). El conocimiento del profesor de educación primaria sobre el contenido escolar de razón y proporción. Una aproximación desde los procedimientos de resolución a lecciones del libro de texto. Tesis de maestría. Universidad Pedagógica Nacional, Ajusco. México, D.F.
- Enríquez, H. & Sacristán, A.I. (2017). Acceso y Uso de Tecnologías Digitales para la Enseñanza de las Matemáticas. *Memorias del Seminario Nacional de Tecnología Computacional en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas 2017*. Pátzcuaro, Michoacán, México
- García, A. (27 de junio de 2011) El analfabetismo tecnológico de las autoridades acabó con Enciclomedia. La Jornada. <https://www.jornada.com.mx/2011/06/27/politica/002n1pol>
- Garduño, E., Montes, L. y Medina, L. (2020) Capítulo 2. Dimensión Pedagógica. En *Educación en contingencia durante la Covid-19 en México. Un análisis desde las dimensiones pedagógica, tecnológica y socioemocional*. https://www.fundacion-sm.org.mx/sites/default/files/Educacion_contingencia_2021.pdf
- Gellert, U., Becerra, R. and Chapman, O.(2013). Research Methods in Mathematics Teacher Education. In Clements, M. A., Bishop, A. J., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Leung, F. K. S. (Eds.). *Third International Handbook of Mathematics Education*. Springer New York. <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4614-4684-2>
-

- Getenet, S. T., Beswick, K., & Callingham, R. (2016). Professionalizing in-service teachers' focus on technological pedagogical and content knowledge. *Education and Information Technologies*, 21(1), 19-34. <https://doi.org/10.1007/s10639-013-9306-4>
- González-Videgaray, M., Baptista, M. y Covarrubias, C.(2020) Capítulo 3. Dimensión Tecnológica. En Educar en contingencia durante la covid-19 en México. Un análisis desde las dimensiones pedagógica, tecnológica y socioemocional. https://www.fundacion-sm.org.mx/sites/default/files/Educar_contingencia_2021.pdf
- Grossman, Wilson y Shulman (2005) Profesores de sustancia: el conocimiento de la materia para la enseñanza. (Pedro de Vicente Rodríguez, Trad.) Profesorado. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 9, 2 (Trabajo original publicado en 1989).
- Grugeon, B., Lagrange, J.-B., Jarvis, D., Alagic, M., Das, M., & Hunscheidt, D. (2009). Teacher Education Courses in Mathematics and Technology: Analyzing Views and Options. En C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (Vol. 13, pp. 329-345). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_15
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9159-8>
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2012). Teachers' Work with Resources: Documentational Geneses and Professional Geneses. En G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From Text to «Lived» Resources* (pp. 23-41). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_2
- Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (2013). Collective work with resources: An essential dimension for teacher documentation. *ZDM*, 45(7), 1003-1016. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0527-1>
- Gueudet, G. (2019). Studying Teachers' Documentation Work: Emergence of a Theoretical Approach. En L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The «Resource» Approach to Mathematics Education* (pp. 17-42). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1_2
- Gutiérrez, H. y Limón, A. (2019). Eficacia de los programas de inclusión digital en educación primaria en México. *XV Congreso Nacional de Investigación Educativa COMIE*, 18-22 de noviembre, 2019, Acapulco, Guerrero, México. <http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v15/doc/2704.pdf>

- Hansen, A., Mavrikis, M., & Geraniou, E. (2016). Supporting teachers' technological pedagogical content knowledge of fractions through co-designing a virtual manipulative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(2-3), 205-226. <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9344-0>
- Hernández-Aragón, M. (2021). Ser docente, ser estudiante en tiempos de contingencia sanitaria. *Ra Río Guendaruyubi*, 4 (11), 6-13. ISSN: 2594-0562 http://www.uabjo.mx/media/1/2021/02/RaRio_11.pdf
- Hoyles, C. (2012) Retos y reflexiones en torno al potencial de la tecnología en la educación matemática. En Planas, N. (coord.) *Teoría, Crítica y Práctica de la Educación Matemática* (pp. 136-151). Barcelona: Grao,
- Hughes, J. (2005). The Role of Teacher Knowledge and Learning Experiences in Forming Technology-Integrated Pedagogy. *Journal of Technology and Teacher Education*, 13 (2), 277-302. <https://www.learntechlib.org/primary/p/26105/>
- INEE (2019) La educación obligatoria en México. Informe 2019. México: INEE https://www.inee.edu.mx/medios/informe2019/stage_01/cap_020204.html
- INEGI (2021a) Encuesta nacional sobre disponibilidad y uso de tecnologías de la información en los hogares, 2020. INEGI. https://www.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/boletines/2021/OtrTemEcon/END_UTIH_2020.pdf
- INEGI (2021b) Encuesta para la Medición del Impacto COVID-19 en la Educación. (ECOVID-ED). PRESENTACIÓN DE RESULTADOS. Segunda edición. https://www.inegi.org.mx/contenidos/investigacion/ecovided/2020/doc/ecovid_ed_20_20_presentacion_resultados.pdf
- Joubert, M. (2013). Using digital technologies in mathematics teaching: Developing an understanding of the landscape using three “grand challenge” themes. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 341-359. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9430-x>
- Koehler, M. J., Mishra, P., Kereluik, K., Seob Shin, T. y Graham, C. R. (2014). The Technological Pedagogical Content Knowledge Framework. In Spector, J. M., Merrill, M. D., Elen, J., y Bishop, M. J. (Eds.). *Handbook of Research on Educational Communications and Technology* (pp. 101-112). Springer New York.
- Koh, J. H. L., Chai, C. S., & Lee, M.-H. (2015). Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) for Pedagogical Improvement: Editorial for Special Issue on TPACK. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 24(3), 459-462. <https://doi.org/10.1007/s40299-015-0241-6>

- Krolak-Schwerdt, S. (Ed.). (2014). *Teachers professional development: Assessment, training, and learning*. Sense Publishers.
- Liakopoulou, María (2011, diciembre) The Professional Competence of Teachers: Which qualities, attitudes, skills and knowledge contribute to a teacher's effectiveness?[La competencia profesional del profesor: ¿Qué cualidades, actitudes, habilidades y conocimientos contribuyen a la efectividad del profesor?] *International Journal of Humanities and Social Science*, 1(21), 66-78
- Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. *Didáctica de las Matemáticas para Primaria* (pp. 187-220). Pearson Educación, Madrid.
- Llyod, M. (2020) Desigualdades educativas y la brecha digital en tiempos de COVID-19. En IISUE (2020), *Educación y pandemia. Una visión académica*, México, UNAM, ISBN: 978-607-30-3220-9 <http://www.iisue.unam.mx/nosotros/covid/educacion-y-pandemia>
- Microsoft Encarta (27 de octubre de 2021). En Wikipedia https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Microsoft_Encarta&oldid=137695051
- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x>
- Mitchelmore, M. C., & White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalisation. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 209-238. <https://doi.org/10.1023/A:1003927811079>
- Mochón, Simón y Morales Flores, Melchor (2010, abril) En qué consiste el "conocimiento matemático para la enseñanza" de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación Matemática*, 22 (1), 87-113
- Monaghan, J. (2016). Constructionism. En J. Monaghan, L. Trouche, y J. M. Borwein, *Tools and Mathematics* (Vol. 110, pp. 181-196). Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-02396-0_8
- Monaghan, J. & Trouche, L. (2016) What is a tool? En Monaghan, J., Trouche, L., & Borwein, J. M. (2016). *Tools and Mathematics* (Vol. 110). Cham: Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-02396-0>
- Mouza C., Karchmer-Klein R. (2015) Designing Effective Technology Preparation Opportunities for Preservice Teachers. In: Angeli C., Valanides N. (eds)

-
- Technological Pedagogical Content Knowledge*. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4899-8080-9_6
- Niess M.L. (2015) Transforming Teachers' Knowledge: Learning Trajectories for Advancing Teacher Education for Teaching with Technology. In: Angeli C., Valanides N. (eds) *Technological Pedagogical Content Knowledge*. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4899-8080-9_2
- Noss, R. & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings. Learning cultures and computers*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.
- Ørngreen, R. (2015). Reflections on Design-Based Research. En J. Abdelnour Nocera, B. R. Barricelli, A. Lopes, P. Campos, & T. Clemmensen (Eds.), *Human Work Interaction Design. Work Analysis and Interaction Design Methods for Pervasive and Smart Workplaces* (Vol. 468, pp. 20-38). Cham: Springer International Publishing. http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-27048-7_2
- Papert, S. (1981) *Desafío a la mente. Computadoras y Educación*. Buenos Aires: Ed. Galápago.
- Papert, S. (1991). Situating constructionism. In Harel, I. & Papert, S. (Eds.), *Constructionism: Research reports and essays* (pp. 1-18). Westport, CT: Ablex Publishing Corp. <http://www.papert.org/articles/SituatingConstructionism.html>
- Papert, S. y Harel, I. (2002). Situar el construccionismo. Alajuela: INCAE / MIT Media Lab. (Traducción de: Situating constructionism. En I. Harel y S. Papert, eds., 1991, *Constructionism*. Westport, CT: Ablex Publishing Corp.). Recuperado de http://web.media.mit.edu/~calla/web_comunidad/Readings/situar_el_construccionismo.pdf
- Peres, W., Hilbert, M. R., & United Nations (Eds.). (2009). *La sociedad de la información en América Latina y el Caribe: Desarrollo de las tecnologías y tecnologías para el desarrollo* (1. ed). Naciones Unidas, Comisión Económica para América Latina y el Caribe. <https://www.cepal.org/es/publicaciones/2537-la-sociedad-la-informacion-america-latina-caribe-desarrollo-tecnologias>
- Perrusquía, M. E. (2006). Formación y capacitación de profesores. En T. Rojano (Ed.) *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología: Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula* (pp. 115-120). SEP.
- Pinto, C. (4 de agosto de 2020) Maestros de Oaxaca rechazan regreso a clases por televisión. Plumas atómicas. <https://plumasatomicas.com/noticias/mexico/maestros-de-oaxaca-rechazan-regreso-a-clases-por-television/>
-

- Rodríguez, F. F. M., Canto, M. E. O., & García, J. Q. (2010). Evaluación de Enciclomedia. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos* (Vol. XL, No. 2 pp. 9-36). <https://www.redalyc.org/pdf/270/27018884002.pdf>
- Rojano, T. (2006). Los principios básicos de los modelos EFIT-EMAT. En T. Rojano (Ed.) *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología: Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula* (pp. 15-23). SEP.
- Sacristán, A. I. y Esparza, E. (2005). *Programación computacional para matemáticas de secundaria: Libro de actividades para el alumno*. EMAT. México: SEP. http://www.matedu.cinvestav.mx/~asacristan/LOGO_EMAT_ActividadesPUBc.pdf
- Sacristán, A.I. (2005). *Programación Computacional para Matemáticas de Nivel Secundaria – Libro de Notas para el Maestro, Complemento al libro del alumno*. EMAT. México: SEP. http://www.matedu.cinvestav.mx/~asacristan/LOGO_EMAT_NotasPUB.pdf
- Sacristán, A. I., & Rojano, T. (2009). The Mexican National Programs on Teaching Mathematics and Science with Technology: The Legacy of a Decade of Experiences of Transformation of School Practices and Interactions. En A. Tatnall & A. Jones (Eds.), *Education and Technology for a Better World* (Vol. 302, pp. 207-215). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-03115-1_22
- Sacristán, A. I., Calder, N., Rojano, T., Santos-Trigo, M. et al. (2010). The Influence and Shaping of Digital Technologies on the Learning –and Learning Trajectories– of Mathematical Concepts. In C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Eds.) *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (Vol. 13, pp. 179-226). https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_9
- Santiago, G., Caballero, R., Gómez, D., & Domínguez, A. (2013). El uso didáctico de las TIC en escuelas de educación básica en México. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos* (México), 43(3). <http://www.redalyc.org/html/270/27028898004/>
- Schön, D. (1992) *La formación de profesionales reflexivos*. Paidós: Barcelona, Buenos Aires, México
- Seidel, I. (2015) Teachers Learning Together: Pedagogical Reasoning in Mathematics Teachers' Collaborative Conversations. In Sung Je Cho (Ed.) *Select Regular Lectures from the 12th International Congress of Mathematics Education*. Cham Heidelberg New York Dordrecht London. 332-342 <https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6>

- SEP (2010) Programa E001 Enciclomedia, Auditoría Financiera y de Cumplimiento: 10-0-11100-03-0923.
http://www.asf.gob.mx/Trans/Informes/IR2010i/Grupos/Desarrollo_Social/2010_0923_a.pdf
- SEP (2011) Libro Blanco Programa “Enciclomedia” 2006-2012. SEP: México.
<http://www.sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/2959/4/images/LB%20Enciclomedia.pdf>
- SEP (2012) Libro Blanco Programa “Habilidades Digitales para Todos” 2009-2012. SEP: México.
<http://sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/2959/5/images/LB%20HDT.pdf>
- SEP (2016). @prende 2.0. Programa de Inclusión Digital 2016-2017. SEP: Ciudad de México.
https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/162354/NUEVO_PROGRAMA_PRENDE_2.0.pdf
- SEP (2017) Aprendizajes Clave para la educación integral. Planes y programas de estudios para la educación básica. SEP: México.
http://www.aprendizajesclave.sep.gob.mx/descargables/APRENDIZAJES_CLAVE_PARA_LA_EDUCACION_INTEGRAL.pdf
- SEP (2020) Agenda Digital Educativa.
https://infosen.senado.gob.mx/sgsp/gaceta/64/2/2020-02-05-1/assets/documentos/Agenda_Digital_Educacion.pdf
- SEP (s.f.) Agenda Digital Educativa. https://infosen.senado.gob.mx/sgsp/gaceta/64/2/2020-02-05-1/assets/documentos/Agenda_Digital_Educacion.pdf
- Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23.
<https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Südkamp, A., Kaiser, J. & Möller, J. (2014). Teachers’ judgments of students’ academic achievement. In Krolak-Schwerdt, S. Glock, M. & Böhmer, M. (Eds.). (2014). *Teachers professional development: assessment, training, and learning* (pp. 5-25). Rotterdam: Sense Publ.

- Sunkel, G., Trucco, D., & Espejo, A. (2014). La integración de las tecnologías digitales en las escuelas de América Latina y el Caribe: Una mirada multidimensional. Cepal. <http://repositorio.minedu.gob.pe/handle/123456789/3120>
- Thomas, M. O. J., & Palmer, J. M. (2014). Teaching with Digital Technology: Obstacles and Opportunities. En A. Clark-Wilson, O. Robutti, & N. Sinclair (Eds.), *The Mathematics Teacher in the Digital Era* (Vol. 2, pp. 71-89). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4638-1_4
- Thomas, M. O. J., y Hong, Y. Y. (2005). Teacher factors in integration of graphic calculators into mathematics learning. In H. L. Chick y J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 4, pp. 257–264). Melbourne: University of Melbourne.
- Trejo-Quintana, J. (2020). La falta de acceso y aprovechamiento de los medios y las tecnologías: dos deudas de la educación en México. En IISUE (2020), *Educación y pandemia. Una visión académica*, México, UNAM, ISBN: 978-607-30-3220-9 <http://www.iisue.unam.mx/nosotros/covid/educacion-y-pandemia>
- Trgalová, J. et al. (2019). Teachers' Resource Systems: Their Constitution, Structure and Evolution. In: Trouche, L., Gueudet, G., Pepin, B. (eds) *The 'Resource' Approach to Mathematics Education. Advances in Mathematics Education (197-256)*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1_9
- Trigueros, M., Lozano, M.-D., & Sandoval, I. (2014). Integrating Technology in the Primary School Mathematics Classroom: The Role of the Teacher. En A. Clark-Wilson, O. Robutti, & N. Sinclair (Eds.), *The Mathematics Teacher in the Digital Era* (Vol. 2, pp. 111-138). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4638-1_6
- Trouche, L. (2004). Managing the Complexity of Human/Machine Interactions in Computerized Learning Environments: Guiding Students' Command Process through Instrumental Orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307. <https://doi.org/10.1007/s10758-004-3468-5>
- Trouche, L. (2016) Didactics of Mathematics: Concepts, Roots, Interactions and Dynamics from France. En Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213-234. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9254-5>
- Trouche L. (2019) Evidencing Missing Resources of the Documentational Approach to Didactics. Toward Ten Programs of Research/Development for Enriching This

-
- Approach. In: Trouche L., Gueudet G., Pepin B. (eds) *The 'Resource' Approach to Mathematics Education. Advances in Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1_13
- Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (Eds.). (2019). *The «Resource» Approach to Mathematics Education*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1>
- Trouche, L., Gueudet, G., Pepin, B., Salinas-Hernández, U. y Sacristán, A. (2020) El enfoque documental de lo didáctico. DAD-Multilingual, 2020. ffhal-02557744v2f
- Ursini, S. (2006). Enseñanza de las matemáticas con tecnología (EMAT). En T. Rojano (Ed.) *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología: Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula* (pp. 25-41). SEP.
- Verillon, P., y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), 77-101. <https://doi.org/10.1007/BF03172796>
- Vermunt, J. D. (2014) Teacher learning and professional development. In Krolak-Schwerdt, S. Glock, M. & Böhmer, M. (Eds.) *Teachers professional development: assessment, training, and learning* (pp. 79-95). Rotterdam: Sense Publ.
- Virmani, R. y Williamson, P. (2016). Lessons for teacher educators about learning to teach with technology. In Kosnik, C. M., White, S., Beck, C., Marshall, B., Goodwin, A. L. and Murray, J. *Building bridges: rethinking literacy teacher education in a digital era* (pp. 77-90). Rotterdam/Boston/Taipei: Sense Publisher.
- Wachira, P., y Keengwe, J. (2011). Technology Integration Barriers: Urban School Mathematics Teachers Perspectives. *Journal of Science Education and Technology*, 20(1), 17-25. <https://doi.org/10.1007/s10956-010-9230-y>
- WhatsApp (29 de marzo de 2022). En Wikipedia. <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=WhatsApp&oldid=142509998>
- Wu, H.-K., Hsu, Y.-S., & Hwang, F.-K. (2008). Factors affecting teachers' adoption of technology in classrooms: Does school size matter? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6(1), 63–85.

APÉNDICE A. CUESTIONARIO DIAGNÓSTICO



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Doctorado en Matemática Educativa

Cuestionario

Uso y acceso de tecnologías digitales para la enseñanza de las matemáticas

Estimado profesor le solicito atentamente colaborar en este proyecto de investigación para conocer el estado que guarda el uso de las tecnologías digitales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, con el objetivo de crear una propuesta de intervención que lo favorezca.

Le hago de su conocimiento que la información aquí recabada será confidencial, para uso exclusivo del proyecto.

Datos generales

Nombre:

Años de servicio:

Escuela de adscripción:

Grado que atiende:

Localidad donde labora:

Licenciatura:

Maestría:

Otro:

Instrucción de llenado. Llena con una X los espacios en blanco de las preguntas con recuadros y escribe tu respuesta donde se pide.

1. ¿Posees equipo de cómputo en casa?

Sí No

2. ¿Cuentas con servicio de internet?

Sí No

3. Respecto al uso laboral que le das a tu computadora señala el tipo de actividades que realizas.

Investigación de contenidos
Colaboración con colegas
Elaboración de documentos oficiales
Preparación de material didáctico
Otro _____

Siempre	Casi Siempre	Ocasionalmente	Rara vez	Nunca
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. ¿Cómo consideras tu dominio de tecnologías digitales para la enseñanza?

Excelente Bueno Deficiente Nulo

¿Por qué?

5. ¿Ha tomado cursos para la integración de tecnologías digitales en la enseñanza?

Sí No

¿Cuál o cuáles?

6. ¿Consideras importante el acceso a cursos sobre *el uso de tecnologías digitales para la enseñanza*?

Muy importante	Importante	Moderadamente importante	Poco importante	Nada importante
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. Indica las herramientas tecnológicas con las que se cuenta en tu escuela:

Computadora	<input type="checkbox"/>	Videocasetera	<input type="checkbox"/>
Proyector	<input type="checkbox"/>	Tabletas	<input type="checkbox"/>
Pizarrón electrónico	<input type="checkbox"/>	Calculadoras	<input type="checkbox"/>
Televisión	<input type="checkbox"/>	Otro: _____	<input type="checkbox"/>

8. Indica las herramientas tecnológicas a las que tienes acceso en tu grupo.

Computadora	<input type="checkbox"/>	Videocasetera	<input type="checkbox"/>
Proyector	<input type="checkbox"/>	Tabletas	<input type="checkbox"/>
Pizarrón electrónico	<input type="checkbox"/>	Calculadoras	<input type="checkbox"/>
Televisión	<input type="checkbox"/>	Otro: _____	<input type="checkbox"/>

9. ¿En tu escuela cuentan con acceso a internet?

Sí No

10. Indica con qué frecuencia utilizas tecnologías digitales para la enseñanza de las matemáticas.

Siempre	Casi Siempre	Ocasionalmente	Rara vez	Nunca
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

¿A qué se debe?

11. Si has hecho uso de tecnologías digitales para la clase de matemáticas menciona el tipo de recursos y actividades utilizados.

12. ¿Cuáles consideras, según tu experiencia, que son las ventajas y desventajas de usar tecnologías digitales para la enseñanza de las matemáticas?

13. Según tu experiencia ¿qué ventajas y desventajas tienen las tecnológicas digitales en el aprendizaje matemático de los alumnos?

14. ¿Cuáles serían las ventajas y desventajas de las tecnologías digitales respecto de otros recursos didácticos que has utilizado para la enseñanza de las matemáticas?

15. Si has utilizado algún software (apps, programas) para la enseñanza de las matemáticas menciónalos y describe de qué tratan.

16. Si has indagado en páginas web en busca de recursos para la enseñanza de las matemáticas ¿cuáles han sido y de qué tratan?

17. Se sabe que las matemáticas son una de las asignaturas donde existe mayor rezago de los estudiantes. Con base en el desempeño de tu grupo ¿qué opinión tienes al respecto?

Agradezco su colaboración y entrega en el llenado de este instrumento que permitirá construir una propuesta de intervención que promueva el uso de la tecnología en la clase de matemáticas. Espero seguir contando con su apoyo.
¡GRACIAS!

APÉNDICE B. GUIONES DE ENTREVISTAS DEL ESTUDIO DIAGNÓSTICO

B.1. GUIÓN DE ENTREVISTA A LOS DIRECTORES DE ESCUELA PARA EL ESTUDIO DIAGNÓSTICO

Preguntas guía para entrevista semi estructurada al director de la escuela

1. ¿Con qué recursos tecnológicos cuenta en su escuela?
2. ¿tienen acceso los profesores a tales recursos para su trabajo docente?
3. ¿Han tenido cursos sobre la implementación de herramientas tecnológicas para la enseñanza?
4. ¿En el trabajo de supervisión que realiza a los grupos ha identificado el uso de herramientas tecnológicas para la enseñanza de las matemáticas?
 - a. ¿a qué cree que se debe?
5. Se sabe que las matemáticas son una de las asignaturas con mayor rezago para los estudiantes. Con base en el desempeño de los estudiantes en esta escuela ¿qué opinión tienes al respecto?

B.2. GUIÓN DE ENTREVISTA A LOS PROFESORES CUYAS CLASES CON EL USO DE TD SE OBSERVARON EN EL ESTUDIO DIAGNÓSTICO

Preguntas guía de la entrevista semi estructurada a cada profesor observado, realizada después de la observación de clase

1. ¿Podría comentarme sobre el contenido tratado?
2. ¿Podría explicarme sobre la organización y secuencia de actividades seguida en su clase?
3. ¿Podría hablarme acerca del recurso digital utilizado?
4. ¿Cómo seleccionó ese recurso? ¿de dónde lo obtuvo?
5. ¿Qué otros recursos digitales ha empleado en su clase de matemáticas?
6. ¿Podría explicarme sobre su manera como utilizó la herramienta digital y el momento en que la empleó?
7. ¿Con qué fin utilizó el recurso digital?
8. ¿Qué beneficios le aporta el uso de TD para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?

9. ¿Podría comentarme sobre las diferencias entre el uso de herramientas digitales y otro tipo de materiales?

APÉNDICE C. DISEÑO DEL PRIMER CURSO DE FORMACIÓN

C.1. INVITACIÓN A PROFESORES PARA PARTICIPAR EN EL PRIMER CURSO DE FORMACIÓN

ASUNTO: Invitación

Ciudad de México, a 19 de septiembre de 2017.

C. PROFR [REDACTED]
DOCENTE DE EDUCACIÓN PRIMARIA
P R E S E N T E

Con base en el reconocimiento de su destacado desempeño docente y su profesionalismo me dirijo a usted para invitarle a ser parte del equipo de profesores investigadores sobre el uso de las tecnologías digitales para la enseñanza de las matemáticas, donde su experiencia y análisis serán el material sustancial del trabajo.

Para tal propósito llevaremos el curso "El uso de tecnologías digitales para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria" donde estudiaremos algunas herramientas digitales como *Fraction Lab* (laboratorio de fracciones), *Geoalgebra* y *MSWLogo* para su implementación en el grupo escolar que atienden, y así explorar su potencial para la enseñanza y aprendizaje de esta asignatura.

Seguro de que el trabajo a realizar tendrá repercusiones positivas en su labor docente y seguro de su colaboración reciban un afectuoso saludo y mi agradecimiento.

Atentamente

Responsable del proyecto de investigación



Homero Enriquez Ramirez
Estudiante del programa de doctorado

C.2. EFECTOS DEL SISMO EN LA CONFIGURACIÓN DEL GRUPO DE PROFESORES DEL PRIMER CURSO

Tras los efectos del terremoto del 19 de septiembre de 2017 el gobierno del estado de Oaxaca decretó la suspensión de actividades escolares hasta que especialistas valoraran la condición de cada escuela y emitieran un certificado para continuar su funcionamiento. Esta situación de suspensión de clases inició la semana del 25 de septiembre y se reiniciaron paulatinamente en la semana que comenzó el 16 de octubre, lo cual generó reubicación de estudiantes, reacondicionamiento de espacios escolares, extensión de horarios de trabajo para reposición de clases.

En el inter de suspensión de clases hubo otras dos sesiones del curso el 6 y 7 de octubre donde la asistencia aún fue menor, de seis el primer día y siete el segundo. Con esta situación pensé en acudir a invitar a más profesores y reiniciar el trabajo. Pero en estos días se presentó la ocasión de que investigador chileno, quien trabaja asuntos relacionados con el uso de tecnología para la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria, con una estancia en UPN Ajusco, asistiera a Huajuapán a dar un taller a profesores. Así que me pareció importante esta coyuntura para reorganizar el equipo de trabajo y acudí a escuelas para invitar a los profesores a participar en el taller del doctor invitado y para integrarse en el curso que estaba bajo mi cargo, situación que tuvo buena respuesta por parte de los profesores.

El taller impartido por el invitado se llevó a cabo los días 20 y 21 de octubre al que acudieron 32 profesores, donde nuevamente hice la invitación para que todos aquellos que desearan integrarse al curso que llevamos en sesiones quincenales lo hicieran. Así, a partir de este taller impartido por el invitado, se reconfiguró el grupo con 22 integrantes, de los cuales siete eran de los que ya estaban y quince más se sumaron. Con este grupo de profesores reinicié el curso.

C.3. OBJETIVOS GENERALES DEL PRIMER CURSO

- Favorecer el desarrollo profesional del profesor respecto al uso de tecnologías digitales para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria.
- Crear un espacio de colaboración entre investigador y profesor, una comunidad de práctica, que ponga a la teoría en el terreno de la práctica mediante la implementación de recursos tecnológicos como *Fraction Lab*, *GeoGebra* y *MSWLogo* para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

Objetivos específicos.

- Reconocer el uso de las tecnologías digitales como herramientas poderosas para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Conocer y aplicar el uso del software *Fraction Lab* en la enseñanza y aprendizaje de los contenidos escolares de educación primaria sobre *fracciones* para valorar su impacto en el conocimiento y práctica profesional del docente.
- Conocer y aplicar el uso del software *GeoGebra* en la enseñanza y aprendizaje de los contenidos escolares de educación primaria relacionados con geometría y

medición de figuras planas y cuerpos geométricos para valorar su impacto en el conocimiento y práctica profesional del docente.

- Conocer y aplicar el uso del lenguaje de programación *MSWlogo* en la enseñanza y aprendizaje de los contenidos escolares de educación primaria relacionados con geometría y medición de figuras planas para valorar su impacto en el conocimiento y práctica profesional del docente.
- Reflexionar y analizar la literatura revisada a la luz de sus experiencias con la utilización de los recursos tecnológicos para sus clases de matemáticas.

Destinatarios

Los participantes serán profesores de educación primaria en servicio que deseen profesionalizarse en el uso de tecnologías digitales para la enseñanza de las matemáticas y a su vez colaborar con el proyecto de investigación del cual forma parte este diplomado.

Metodología de trabajo

La modalidad del trabajo consta de tres aspectos:

- Asistir a las reuniones presenciales cada quince días para estudiar los recursos tecnológicos propuestos, para discutir literatura sobre el tema y para el diseño de clase a desarrollar con sus estudiantes.
- Organizar e implementar clases con los recursos tecnológicos revisados dos veces cada quince días que deberán registrar en un diario acompañado de evidencias.
- Participaran en línea compartiendo experiencias, dudas y comentarios sobre el uso de las tecnologías digitales para la clase de matemáticas.

Evaluación del trabajo

Dado que en este trabajo la relación es de pares, de una comunidad de práctica, la evaluación será formativa y colaborativa, donde los espacios presenciales y virtuales servirán como punto de convergencia para nuestros análisis y retroalimentación del trabajo colectivo e individual que favorezcan la mejora profesional de los docentes, así como enriquezcan el trabajo de investigación.

C.4. REPOSITORIO DE RECURSOS DIGITALES DISTRIBUIDO DURANTE EL PRIMER CURSO

Se entregaron a los profesores los archivos ejecutables de cada uno de los siguientes recursos (software y hojas de trabajo) via un dispositivo USB (ver Tabla C.1).

La Tabla C.2 presenta detalles de los recursos contenidos en ese repositorio, específicos para el tema de fracciones.

Tabla C.1. Lista de los recursos digitales contenidos en el repositorio³⁹

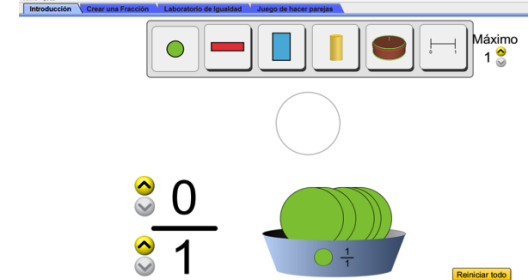
Tema	Subtema	Recurso digital*	Plataforma										
Geometría y medición	Ángulos	• Medición de ángulos.	Descartes										
		• Ángulos en el círculo.	GeoGebra										
	Área y perímetro	• Áreas y perímetros	• Áreas de figuras planas	• La circunferencia y el círculo	• Áreas de cuerpos geométricos.	Descartes							
		• Primaria (8-10 años)	• Actividades: área de polígonos	• Constructor de áreas	GeoGebra								
		• Cuadrícula. Áreas y perímetros	Enciclomedia										
		• Figuras en el geoplano	• Construcciones geométricas básicas	• Descomposición de polígonos regulares	• Actividades en GeoGebra para quinto grado	GeoGebra							
	Figuras planas	• Geometría con regla y compás	• Ejercicios de Geometría	• Ejercicio de Geometría 2	• Logo EMAT	Descartes							
		• GeoGebra clásico	GeoGebra										
		• Simetría	Enciclomedia										
		• Metros, litros y kilogramos	• Ejercicios del reloj y calendario	• Báscula	Enciclomedia	Descartes							
	Unidades de medida	• Poliedros	Descartes										
		• Cuerpos geométricos	• Explorando planos de cuerpos geométricos	• Cubícula	Enciclomedia	GeoGebra							
	Cuerpos geométricos	• Volumen de cuerpos geométricos	• Áreas y volúmenes de cuerpos esféricos	• Medidas de capacidad	Enciclomedia	Descartes							
		• Área y capacidad de Cuerpos geométricos											
	Números y operaciones	Números naturales	• Modelo áreas: introducción	• Modelo áreas: multiplicación	• Aritmética	• Haz un diez	Phet (Universidad de Colorado)						
			• Primaria (8-10 años)	GeoGebra									
			• Operaciones con números naturales I	• Operaciones con números naturales II	• Los números 1	• Los números 2	• La suma 1	• La suma 2	• La resta 1	• La resta 2	• Múltiplos y divisores. Números primos.	• La división	• El euro 1
• El juego del ahorcado		• Arma el número	• Saber consumir cuenta	Enciclomedia									

(continua...)

³⁹ Las páginas de donde se obtuvieron los recursos digitales fueron las de: Descartes <https://proyectodescartes.org/descartescms/>; GeoGebra <https://www.geogebra.org/t/math>; Phet (Universidad de Colorado) de <https://phet.colorado.edu/es/simulations/>; y Fraction Lab <http://fractionslab.lkl.ac.uk/> (ahora disponible en <https://web.archive.org/web/20190313021147/http://fractionslab.lkl.ac.uk/>). Los recursos de Enciclomedia habían sido distribuidos antes y ya no se encuentran en línea.

Tema	Subtema	Recurso digital*	Plataforma
Números y operaciones (cont.)	Decimales	<ul style="list-style-type: none"> Modelo áreas: decimales 	Phet (Universidad de Colorado)
		<ul style="list-style-type: none"> Los números decimales: suma y resta Los números decimales: multiplicación y división 	Descartes
		<ul style="list-style-type: none"> Números decimales 	Enciclomedia
	Fracciones	<ul style="list-style-type: none"> Introducción a las fracciones Crear una fracción Pareja de fracciones 	Phet (Universidad de Colorado)
		<ul style="list-style-type: none"> Ejercicios de fracciones Fracciones 1 Fracciones 2 	Descartes
		<ul style="list-style-type: none"> Fraction Lab 	Fraction Lab
		<ul style="list-style-type: none"> Libro de fracciones (Fraction Book) 	GeoGebra
		<ul style="list-style-type: none"> Pedazzitos 	Software comercial
		<ul style="list-style-type: none"> Balanza Fracciones propias Números Mixtos 	Enciclomedia
Números romanos	<ul style="list-style-type: none"> La numeración romana 	Descartes	
Probabilidad y Estadística	Azar	<ul style="list-style-type: none"> Una carrera de coches lanzando dados Regularidades numéricas y geométricas 	Descartes
		<ul style="list-style-type: none"> Dados La ruleta 	Enciclomedia
	Análisis de información	<ul style="list-style-type: none"> Moda, media y mediana Hoja de cálculo para niños 	Enciclomedia
Proporcionalidad	Razones y proporciones	<ul style="list-style-type: none"> El hombre móvil Pista de juego de proporciones Razón unitaria Ley de equilibrio Laboratorio de péndulo Explorador de igualdades 	Phet (Universidad de Colorado)
		<ul style="list-style-type: none"> Fotocopiadora 	GeoGebra (Dra Marisol Santacruz)
		<ul style="list-style-type: none"> Saber ahorrar cuenta Escalas Mercado compras 	Enciclomedia

Tabla C.2 Recursos digitales para fracciones

Recursos digitales	Descripción
<p>Introducción a fracciones</p> 	<p>Este programa permite representar una fracción en modelo área, capacidad y recta numérica. Se pueden comparar fracciones y crear equivalencias. https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/fractions-intro</p>

Recursos digitales	Descripción
<p style="text-align: center;">Crear una fracción</p> 	<p>Con este recurso se puede representar fracciones propias, impropias y mixtas en modo de juego. https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/built-a-fraction</p>
<p style="text-align: center;">Pareja de fracciones</p> <p style="text-align: center;">Fracciones ¡Elige un nivel!</p> 	<p>Se trata de juegos que demandan realizar comparaciones entre fracciones, ya sea que se trate de propias o mixtas. https://phet.colorado.edu/es/simulation/fraction-matcher</p>
<p style="text-align: center;">Fraction book</p> 	<p>Este material contiene diversas applets para representar fracciones en modelo área y recta numérica. Otras para suma, resta, multiplicación y división de fracciones con modelo área. https://www.geogebra.org/m/K7cDMUC7</p>
<p style="text-align: center;">Ejercicios de fracciones</p> 	<p>Actividades con instrucciones para realizar actividades de identificar fracciones, equivalencias, simplificación. Las cuales son verificada en la aplicación. http://proyectodescartes.org/uudd/materiales_didacticos/ej_fracciones-JS/index.htm</p>
<p style="text-align: center;">Pedazzitos</p> 	<p>Este programa permite la representación gráfica de fracciones, amplificación y simplificación de fracciones, realizar sumas y restas con apoyo gráfico.</p> <p>Programa adquirido por un profesor</p>

C.5. CONTENIDOS Y CALENDARIO⁴⁰ DEL PRIMER CURSO

CONTENIDO TEMÁTICO Y CALENDARIO

	TEMA	Fechas	Horas
Introducción	El uso de tecnologías Digitales para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.	14 de septiembre	4
Módulo I	El uso de la plataforma <i>Fraction Lab</i> para la enseñanza de fracciones.	22 y 23 de septiembre 6 y 7 de octubre 20 y 21 de octubre 3 y 4 de noviembre	50
Módulo II	El uso de <i>GeoGebra</i> para la enseñanza de geometría y medición.	17 y 18 de noviembre 1 y 2 de diciembre 15 y 16 de diciembre 12 y 13 de enero	50
Módulo III	El uso del lenguaje de programación <i>MSWlogo</i> para la enseñanza de geometría y medición.	26 y 27 de enero 9 y 10 de febrero 23 y 24 de febrero 9 y 10 de marzo	50
Cierre	Valoración, con base en los estudiado y experimentado, del uso de las tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas.	23 y 24 de marzo	8
		<i>Total de horas</i>	162

Cada módulo se desarrolla en cuatro semanas que consta de 32 horas presenciales, 12 horas de práctica y 6 horas en la plataforma.

C.6. CARACTERÍSTICAS DE LOS RECURSOS DIGITALES DEL PRIMER CURSO

CARACTERIZACIÓN DE LOS SOFTWARE POR TRABAJAR

SOFTWARE	CARACTERÍSTICAS	PAGINA WEB
Fraction Lab	<p>Software enfocado al trabajo con fracciones en la escuela primaria.</p> <p><i>Aspectos didácticos y de contenido</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Permite múltiples representaciones gráficas de la fracción además de la numérica: modelo área, modelo capacidad, modelo de conjunto y recta numérica. - Permite crear fracciones, compararlas, crear equivalencias, sumar y sustraer fracciones. - Permite el trabajo grupal, individual, en grupos y colaborativo en red. <p><i>Aspectos técnicos</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Software libre - Compatible con los navegadores Firefox y Chrome. - Ejecutable en computadora y Tablet. 	http://fractionslab.lkl.ac.uk/
GeoGebra	Software de matemáticas dinámicas destinado a todos los niveles educativos.	

⁴⁰ Las fechas dadas son las iniciales planteadas, pero se modificaron a raíz del sismo del 19 de sept., 2017.

	<p>Reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo. En este caso sólo se considera trabajar con geometría.</p> <p><i>Aspectos didácticos y de contenido.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Permite la construcción gráfica de polígonos. - Permite explorar dinámica de las propiedades de polígonos: paralelismo, diagonales, lados, ejes de simetría. - Permite la medición de ángulos, áreas y perímetros de polígonos. - Permite el trabajo grupal, individual, en grupos pequeños y colaborativo. <p><i>Aspectos técnicos</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Software libre - Software en línea y descargable - Ejecutable en computadoras, tabletas, teléfonos. 	
Logo	<p>Software de programación para el desarrollo del pensamiento matemático.</p> <p><i>Aspectos didácticos y de contenido</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - En lo relativo a geometría permite la construcción de polígonos mediante la programación de distancias y movimientos. - Favorece la puesta en práctica de nociones geométricas para la construcción de polígonos. - Favorece el desarrollo de la ubicación espacial. - Favorece el razonamiento lógico y de generalización. - Permite el trabajo individual y en grupos pequeños. <p><i>Aspectos técnicos</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Software libre - Ejecutable en computadora con versiones para distintos sistemas operativos. 	<p>http://www.matedu.cinvestav.mx/~a-sacristan/Programa_EMAT-Logo.php</p>

C.7. DETALLES DE LOS MÓDULOS DEL PRIMER CURSO

MODULO I. FRACTION LAB

DESARROLLO DEL CURSO				ASPECTOS A DESARROLLAR EN EL PROFESOR			
Sesión y fechas	Objetivos y Contenidos programáticos	Actividades	Recursos	Tecnológico	Pedagógico	Contenido	Evidencias recuperadas

	<p>Tercer grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Uso de fracciones del tipo $m/2n$ (medios, cuartos, octavos, etc.) para expresar oralmente y por escrito medidas diversas. • Elaboración e interpretación de representaciones gráficas de las fracciones. Reflexión acerca de la unidad de referencia. • Identificación de escrituras equivalentes (aditivas, mixtas) con fracciones. Comparación de fracciones en casos sencillos (con igual numerador o igual denominador). <p>Cuarto grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica fracciones Equivalentes, mayores o menores que la unidad. • Identificación de fracciones equivalentes al resolver problemas de reparto y medición. • Identifica y genera fracciones equivalentes. • Obtención de fracciones equivalentes con base en la idea de multiplicar o dividir al numerador y al denominador por un mismo número natural. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar por parejas las hojas de trabajo. • Compartir las soluciones a las actividades. • Compartir la experiencia del estudio de la representación gráfica de las fracciones y comparaciones con el software. • Estudiar elementos importantes del contenido con el texto de Llinares, S (2003) • Diseñar una clase sobre el tema con Fraction Lab. 	<ul style="list-style-type: none"> • Hojas de trabajo con • Fraction Lab de la 1 a la 7. • Llinares, S. (2003) Fracciones, decimales y razón: Desde la relación parte-todo al razonamiento o proporcional. En Chamorro, M. C. (Ed.) Didáctica de las matemáticas para primaria, ISBN 84-205-3454-4, págs. 187-220 • Concentrado de contenidos curriculares sobre fracciones. • Libros de texto. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifiquen las herramientas de representación gráfica de las fracciones. • Localicen en las representaciones la manipulación del numerador y denominador. • Localicen en las representaciones el cambio de color y resaltar. • Identifiquen la herramienta de la balanza para comparar fracciones. • Identifiquen la función para generar fracciones equivalentes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifiquen la importancia de la representación gráfica de modelo área y modelo conjunto para la enseñanza del tema. • Identifiquen la importancia de la unidad de referencia para la comparación de fracciones. 	<p>Reconozca n el significado de lo que es una fracción.</p>	<p>Hojas de trabajo realizadas por los profesores.</p> <p>Planes de clase.</p> <p>Hojas de trabajo de los estudiantes</p>
<p>iones y fracciones equivalentes.</p>	<p>Quinto grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comparación de fracciones con distinto denominador, mediante diversos 			<p>370</p>			

<p>Suma y resta de fracciones con igual y diferente denominador. 6 y 7 de octubre de 2017</p>	<p>Tercer grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas sencillos de suma o resta de fracciones (medios, cuartos, octavos). <p>Cuarto grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolución, con procedimientos informales, de sumas o restas de fracciones con diferente denominador en casos sencillos (medios, cuartos, tercios, etcétera). <p>Quinto grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominador es son múltiplos uno de otro. • Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador. • Resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominador es diferentes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar por parejas las hojas de trabajo. • Compartir las soluciones a las actividades. • Compartir la experiencia del estudio de la suma con el software. • Estudiar elementos importantes del contenido con el texto de Llinares, S (2003) • Diseñar una clase sobre el tema con Fraction Lab. 	<ul style="list-style-type: none"> • Hojas de trabajo 8, 9, 10, 15, 16 • Llinares, S. (2003) Fracciones, decimales y razón: Desde la relación parte-todo al razonamiento o proporcional. En Chamorro, M. C. (Ed.) Didáctica de las matemáticas para primaria, ISBN 84-205-3454-4, págs. 187-220 • Concentrado de contenidos curriculares sobre fracciones. • Libros de texto. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifiquen la función de suma y resta para apoyarse en la realización de las sumas. • Identificar la función para extraer la fracción y ver la animación de suma de fracciones con el mismo denominador. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifiquen la importancia que juega la generación de equivalencia de fracciones para el aprendizaje del tema. 	<p>Identifique n las propiedades de la suma de fracciones en el algoritmo.</p>	<p>Hojas de trabajo de los profesores.</p> <p>Planes de clase.</p> <p>Hojas de trabajo de los estudiantes</p>
---	--	---	---	---	---	--	---

<p>Resta de fracciones con igual y diferente de nominador 20 y 21 de noviembre de 2018</p>	<p>Tercer grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas sencillos de suma o resta de fracciones (medios, cuartos, octavos). <p>Cuarto grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolución, con procedimientos informales, de sumas o restas de fracciones con diferente denominador en casos sencillos (medios, cuartos, tercios, etcétera). <p>Quinto grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominador es son múltiplos uno de otro. • Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador. • Resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominador es diferentes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar por parejas las hojas de trabajo. • Compartir las soluciones a las actividades. • Compartir la experiencia del estudio de la resta con el software. • Estudiar elementos importantes del contenido con el texto de Llinares, S (2003) • Diseñar una clase sobre el tema con Fraction Lab. 	<ul style="list-style-type: none"> • Hojas de trabajo con Fraction Lab 11, 12, 13 y 17. • Llinares, S. (2003) Fracciones, decimales y razón: Desde la relación parte-todo al razonamiento o proporcional. En Chamorro, M. C. (Ed.) Didáctica de las matemáticas para primaria, ISBN 84-205-3454-4, págs. 187-220 • Concentrado de contenidos curriculares sobre fracciones. • Libros de texto. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifiquen la función de suma y resta para apoyarse en la realización de las restas. • Identificar la función para extraer las fracciones y ver la animación de resta de fracciones con el mismo denominador 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifiquen la importancia que juega la generación de equivalencia de fracciones para el aprendizaje de la resta de fracciones. 	<p>Identifiquen las propiedades de la resta de fracciones en el algoritmo.</p>
--	--	--	--	---	--	--

<p>Valoración de la enseñanza del tema de fracciones con Fraction Lab 3 y 4 de noviembre</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Compartir en grupo las experiencias docentes con el uso del recurso digital. • Planes de clase • Hojas de trabajo de realizadas por los estudiantes. • Analizar las experiencias a partir de los elementos de recurso digital y de las características del contenido. • 	<ul style="list-style-type: none"> • Planes de clase • Hojas de trabajo de los estudiantes • • 	<ul style="list-style-type: none"> • Señalar los elementos del software que les favorecieron en la enseñanza del tema. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recuperar los elementos pedagógicos de la fracción que les parecen importantes para la enseñanza del tema. 	<p>Reconocer los elementos del contenido que se aclararon en las sesiones.</p>	<p>Grabación de la sesión.</p> <p>Hojas de análisis del módulo.</p>
--	--	---	--	---	--	--	---

MODULO II. GEOGEBRA

DESARROLLO DEL CURSO				ASPECTOS A DESARROLLAR EN EL PROFESOR			
Sesión y fechas	Objetivos y Contenidos programáticos	Actividades	Recursos	Tecnológico	Pedagógico	Contenido	Evidencias recuperadas
Introducción a GeoGebra 17 y 18 de noviembre		<ul style="list-style-type: none"> • Instalación del software en cada equipo. • En Plenaria realizar una exploración de las herramientas de geometría con que cuenta el software. • Trazo de algunos polígonos: triángulo, cuadrado, rectángulo, trapecio. • Revisión del texto sobre la enseñanza de la Geometría. 	<ul style="list-style-type: none"> • Software GeoGebra • Vecino, F. (2003) Didáctica de la geometría en la Educación Primaria. En Chamorro, M. C. (Ed.) Didáctica de las matemáticas para primaria, PEARSON: España. ISBN 84-205-3454-4 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifique las herramientas de GeoGebra: puntos, tipos de líneas, polígonos, circunferencia, medición, transformaciones, etiquetas. 	Reconozca las características dinámicas del software y los beneficios del software para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.	Discutir lo que es la Geometría.	
Características de figuras geométricas: lados, vértices, diagonales. 1 y 2 de diciembre	<p>Segundo grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica las características de figuras planas, simples y compuestas. <p>Cuarto grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Clasificación de cuadriláteros con base en sus características (lados, ángulos, diagonales, ejes de simetría, etcétera). 	<ul style="list-style-type: none"> • En parejas realizar las actividades solicitadas en la hoja de trabajo. • Compartir en plenaria las soluciones halladas al problema. • Compartir la experiencia del tema con GeoGebra. • Preparar una clase de matemáticas con el uso de GeoGebra. • Realizar las exposiciones del texto preparado la sesión anterior. 	<ul style="list-style-type: none"> • Applet con GeoGebra. • Hoja de trabajo. • Concentrado de contenidos curriculares sobre geometría. • Libros de texto. • Plantillas para el plan de clase y las hojas de trabajo. • Vecino, F. (2003) Didáctica de la geometría en la Educación Primaria. En Chamorro, M. C. (Ed.) Didáctica de las matemáticas para primaria, PEARSON: España. 	<ul style="list-style-type: none"> • Empleen el trazo de segmentos, rectas perpendiculares y punto medio. 	Reconozca la importancia del significado de componentes de las figuras geométricas y del pensamiento deductivo en su estudio. Reconozca las posibilidades del software para construir soluciones.	Discutir el significado de los conceptos: diagonales, perpendicularidad, punto medio.	<p>Hojas de trabajo del profesor.</p> <p>Planes de clase.</p> <p>Hojas de trabajo del estudiante.</p>

			<p>ISBN 84-205-3454-4</p> <ul style="list-style-type: none"> • Chamorro, M. C. (2003) El tratamiento escolar de las magnitudes y su medida. En Chamorro, M. C. (Ed.) Didáctica de las matemáticas para primaria, PEARSON: España. ISBN 84-205-3454-4 págs. 221-244 				
<p>Simetría axial 15 y 16 de diciembre</p>	<p>Sexto grado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificación de los ejes de simetría de una figura (poligonal o no) y figuras simétricas entre sí, mediante diferentes recursos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver en parejas las actividades de la hoja de trabajo. • Compartir las soluciones en plenaria. • Comentar la experiencia de estudiar la simetría axial con GeoGebra. • Preparar una clase con GeoGebra. • Revisión de la literatura sobre la geometría dinámica. 	<ul style="list-style-type: none"> • Applet con GeoGebra. • Hoja de trabajo. • Concentrado de contenidos curriculares sobre geometría y medición. • Plantillas para el plan de clase y las hojas de trabajo. • Libros de texto. • Vecino, F. (2003) Didáctica de la geometría en la Educación Primaria. En Chamorro, M. C. (Ed.) Didáctica de las matemáticas para primaria, PEARSON: España. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilice la herramienta de simetría axial de GeoGebra. • Utilice la herramienta de medición de longitud. • Utilice la herramienta de líneas perpendiculares. • Uso de botones de control. • Uso de deslizadores. 	<p>Identifique las posibilidades didácticas de GeoGebra para explorar las características de la simetría axial. Reconozca la imaginación espacial como una herramienta importante para la construcción de figuras simétricas.</p>	<p>Identifique las propiedades de simetría axial.</p>	<p>Hojas de trabajo.</p> <p>Planes de clase.</p> <p>Hojas de trabajo para los estudiantes.</p>

			ISBN 84-205-3454-4				
<p>Valoración de la enseñanza de la geometría con GeoGebra.</p> <p>12 y 13 de enero</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Compartir en grupo las experiencias docentes con el uso del recurso digital. <ul style="list-style-type: none"> - Planes de clase - Hojas de trabajo de realizadas por los estudiantes. • Analizar las experiencias a partir de las posibilidades tecnológicas de GeoGebra, de las características de enseñanza y aprendizaje de la geometría y de la naturaleza del contenido. 	<ul style="list-style-type: none"> • Hojas de valoración . 	<ul style="list-style-type: none"> • Rescatar los elementos técnicos de GeoGebra que permitieron favorecer la clase. 	Reconocer la importancia de la geometría dinámica en el estudio de esta materia.	Reconozca la naturaleza deductiva de la geometría.	<p>Hojas de valoración.</p> <p>Grabación de la sesión.</p>

MODULO III. LOGO

DESARROLLO DEL CURSO				ASPECTOS A DESARROLLAR EN EL PROFESOR			
Sesión y fechas	Objetivos y Contenidos programáticos	Actividades	Recursos	Tecnológico	Pedagógico	Contenido	Evidencias recuperadas
Construcción de polígonos regulares con base en los ángulos. 26 y 27 de enero	<p>Segundo grado características de figuras planas, simples y compuestas.</p> <p>Identificación y descripción de las características de figuras por la forma de sus lados</p> <p>Tercer grado Identificación de ángulos como resultado de cambios de dirección.</p> <p>Cuarto grado. Clasificación de cuadriláteros con base en sus características (lados, ángulos, diagonales, ejes de simetría, etcétera).</p>	<p>En parejas realizar la hoja de trabajo para el trazo de polígonos regulares con base en sus ángulos.</p> <p>Compartir las soluciones a la actividad.</p> <p>Compartir la experiencia con el software para el estudio del contenido.</p> <p>Diseño de un plan de clase con Logo.</p> <p>Revisión del apartado “la programación Logo para la construcción de un aprendizaje matemático” del libro para el maestro de Logo del programa EMAT.</p>	<p>Software Logo</p> <p>Hoja de trabajo.</p>	<p>Explora las primitivas de LOGO: AVANZA, RETROCEDE, GIRADERECHA, GIRAIZQUIERDA, GOMA, SUBELAPIZ, BAJALAPIZ, CENTRO, BORRAPANTALLA, ROTULA, ESCRIBE, MUESTRA, MUESTRATORTUGA, OCULTATORTUGA, PONLAPIZ.</p>	<p>Identificar los elementos de imaginación espacial, de razonamiento puestos en juego en el trazo de polígonos regulares con Logo.</p>	<p>Explore características de los ángulos de los polígonos en su complementario.</p>	<p>Hoja de trabajo.</p> <p>Planes de clase.</p>
Ángulos internos de los polígonos regulares. 9 y 10 de febrero	<p>Cuarto grado Construcción de un transportador y trazo de ángulos dada su amplitud, o que sean congruentes con otro. Uso del grado como unidad de medida de ángulos. Medición de ángulos con el</p>	<p>En parejas resolver la hoja de trabajo.</p> <p>Compartir las soluciones a las tareas.</p> <p>Compartir la experiencia con Logo para aprender geometría.</p> <p>Planeación de clase con el uso de</p>	<p>Software Logo</p> <p>Hoja de trabajo.</p> <p>Concentrado de contenidos curriculares.</p> <p>Libros de texto.</p>	<p>Se apropien de las entradas de programación para el trazo de polígonos (primitivas) y de los recursos para crear programas con Logo (opción Repite y Edita).</p>	<p>Reconozcan que el uso del software promueve el desarrollo de habilidades de ubicación espacial y de razonamiento (deducción), así como el desarrollo de conocimientos de ángulos internos y de la relación que guardan con la figura</p>	<p>Conozcan propiedades de los ángulos de polígonos regulares: la relación entre el ángulo interno y su complementario.</p>	<p>Hojas de trabajo.</p> <p>Planes de clase.</p>

	transportador.	Logo.					
Valoración del módulo y taller. 23 y 24 de febrero		<p>Dar respuesta de manera individual a un cuestionario para valorar el curso.</p> <p>Compartir en plenaria la experiencia con Logo para la enseñanza de la geometría.</p> <p>Realizar una presentación de los conocimientos que exige y desarrolla cierto tipo de recursos digitales.</p>	Cuestionario	Reconocer las posibilidades que brinda el software de programación para el desarrollo del pensamiento matemático.	Plantear los elementos centrales del constructivismo que fundamentan el uso de recursos tecnológicos para el aprendizaje de las matemáticas.	Reconocer el razonamiento deductivo que conlleva el estudio de la geometría.	Cuestionario

C.8. EJEMPLO DE HOJA DE TRABAJO DE *FRACTION LAB* PARA EL PRIMER CURSO DE FORMACIÓN

Name: _____



Subtracting fractions with like denominators 2

Kiri was subtracting fractions but forgot how she made the fraction below. Show a subtraction she might have made, using two fractions with the same denominator.



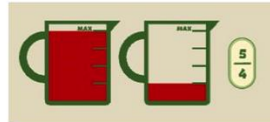
Use the add/subtract box to check your sum. Write your equation here.

Nombre: _____



Resta de fracciones con denominadores comunes 2.

Kiri restó algunas fracciones, pero olvidó como obtuvo la fracción de abajo. Muestra la resta que pudo haber hecho, usa dos fracciones con el denominador común.



Usa la herramienta "add/subtract" para revisar tu resta. Escribe la resta aquí.

Escribe otras restas de fracciones que den como resultado 5/4.

Figura 122 Hoja de Fraction Intro original y su traducción

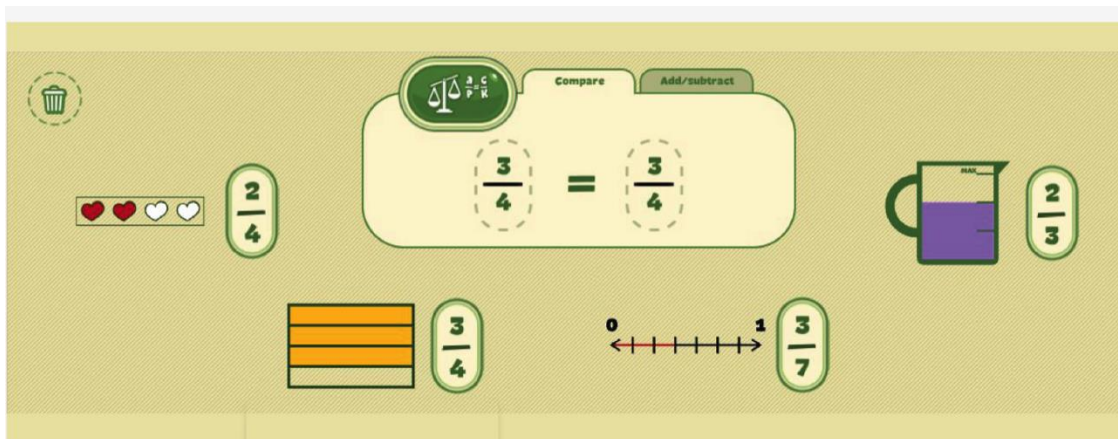


Figura 123. Fraction Lab

C.9. EJEMPLO DE HOJA DE TRABAJO CON FRACTION INTRO PARA EL PRIMER CURSO DE FORMACIÓN. ALTERNATIVA UTILIZADA ANTE LOS PROBLEMAS TÉCNICOS CON FRACTION LAB

Nombre Nahela Santiago, Fecha _____


II. Ordenar y comparar fracciones.

Objetivo de la lección: Usaremos nuestro conocimiento de numeradores y denominadores para ordenar y comparar fracciones.


El señor Hixson y el señor Huey tienen cada uno una tarta de manzana del mismo tamaño. El señor Hixson se comió $\frac{2}{6}$ de la tarta de manzana. El señor Huey se comió $\frac{3}{6}$ de la suya. ¿Quién comió más tarta?

1. En el programa de introducción a fracciones representa las tartas del señor Hixson y el señor Huey y dibújalas aquí:

Tarta del señor Hixson




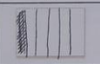


Tarta del señor Huey



2. Gira y platica: ¿Quién comió más tarta? ¿Cómo eligiste la fracción mayor, en qué te fijaste?

El señor Huey, por la cantidad de partes.

3. Representa las siguientes fracciones y dibújalas en la table siguiente:

$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{6}$
			

4. Ordena las fracciones que dibujaste de la menor a la mayor.

$\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$ y $\frac{5}{6}$

5. Gira y habla: ¿Hay alguna regla para ordenar y comparar fracciones cuando el denominador, el número de abajo, es el mismo? Escribe lo que piensas.

Si, de acuerdo al número de partes coloreadas o el valor del número.

$\frac{1}{12}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{15}{9}$


Comentario [11]: Allow students 5 minutes to review/prepare the fractions labro aim.

Comentario [12]: Students should generate the rule that when the denominator is the same, the greater the numerator, the greater the fraction. Have students explain why this rule works.

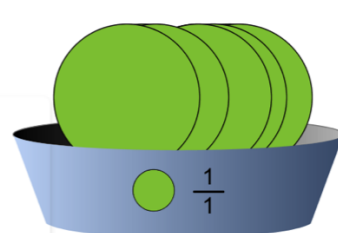
Comentario [13]: Demonstrate this rule using different representations and real life examples. Illustrating the rule using food is a fun, accessible example for students. Using a candy bar, for example, you can show students that $\frac{2}{6} < \frac{4}{6}$. That means a whole candy bar is cut into 6 = pieces. 4 out of 6 is more of the whole than 2 out of 6.

ión Laboratorio de Igualdad Juego de hacer parejas

Máximo
1



$\frac{0}{1}$



Reiniciar todo

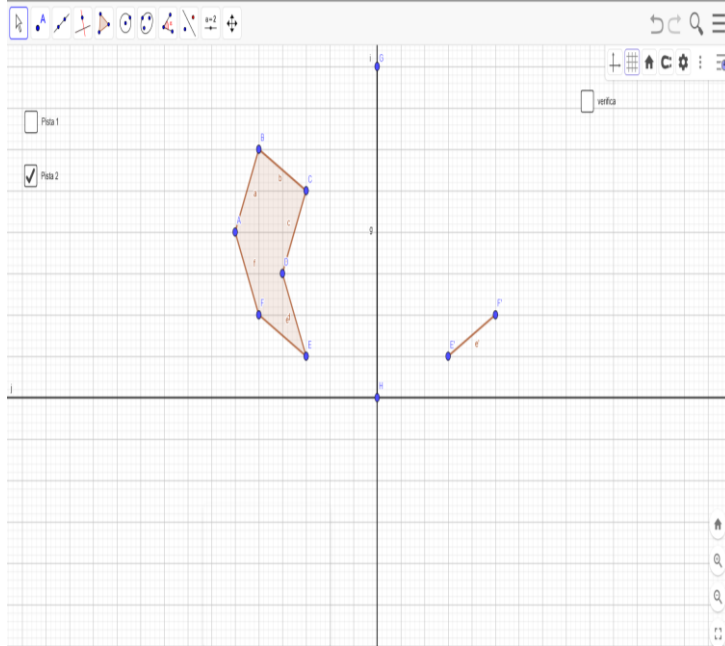
C.10. EJEMPLO DE HOJA DE TRABAJO CON **GEOGEBRA** DEL PRIMER CURSO DE FORMACIÓN

NOMBRE: _____ FECHA: 9/02/18
 TEMA: Simetría axial
 Lcidy Matiana

Propósito: Identificación de los ejes de simetría de una figura (poligonal o no) y figuras simétricas entre sí, mediante diferentes recursos.

ACTIVIDADES	OBSERVACIONES
1. ¿Qué entiendes por simetría axial? Es una figura que rota bajo su mismo eje axial.	¿Qué conocimientos de la simetría axial afianzaste en la actividad? La importancia que hay en cuanto las medidas y la ubicación de la figura.
2. Observa la figura y en colaboración con tu compañero hagan una reproducción simétrica del lado derecho del eje vertical. Dibuja la figura.	¿De qué manera te fue útil Geogebra para resolver la situación? No sé.
3. Cada uno de ustedes en dos ocasiones mueva los puntos de la figura a modo y que tu compañero realice la reproducción simétrica de la figura al lado derecho. Se pueden apoyar en los botones de pistas para hallar la solución o verificar la respuesta.	¿Qué se dificultó de la actividad y cómo lo resolviste? Buscar herramientas adecuadas para obtener la figura a realizar, se resolvió explorando.
4. Entre los dos realicen la reproducción simétrica de la figura en los dos cuadrantes restantes.	¿Qué diferencias crees que haya entre hacer esta actividad con Geogebra y con papel y lápiz? Hay más facilidad e interés y buscar más estrategias.
5. Borren las figuras que realizaron. Modifiquen los puntos de la figura original. Borren la cuadrícula. Hallen una estrategia para realizar una reproducción simétrica de una figura.	¿cómo consideras que puede favorecer tu clase este recurso digital? Crear habilidades.
6. Describe el procedimiento hallado para la reproducción.	

Después de la realización de estas actividades ¿Qué entiendes por simetría axial?



C.11. EJEMPLO DE HOJA DE TRABAJO CON LOGO PARA EL PRIMER CURSO DE FORMACIÓN

NOMBRE: _____ FECHA: _____

TEMA: Ángulos internos de polígonos

1. Escribe el giro que debe hacer la tortuga para los siguientes polígonos regulares.

Polígono regular	Angulo de rotación	Angulo interno
Triángulo		
Cuadrado		
Pentágono		
Hexágono		

¿Qué observas?

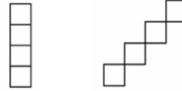
2. Escribe las instrucciones para dibujar las siguientes figuras con la condición de que la tortuga vuelva a su posición original.

	Triángulo	giros	pentágono	giros
Suma de giros				

¿A qué conclusión llegaste con la suma de giros de la tortuga?

3. Haz un recorrido irregular con la tortuga, de forma que llegue a su posición original al cerrarlo. Dibuja tu figura y escribe las indicaciones. ¿Qué pasa con la suma de giros de la tortuga?

4. Crea la palabra **cuadrado** con el editor de logo y a partir de ella construye las siguientes figuras.

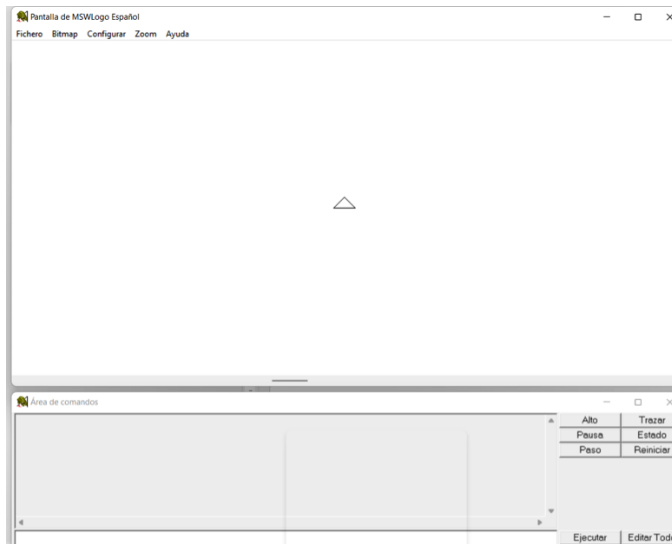


Explica la estrategia que seguiste.

¿Qué conocimientos sobre ángulos pusiste en juego para realizar las actividades?

¿Qué aprendiste del uso de logo?

¿Cómo crees que pueda favorecer este programa tu clase de matemáticas?



C.12. PLANTILLA PARA LA ELABORACIÓN DEL PLAN DE CLASE

PLAN DE CLASE _____ FECHA DE DESARROLLO: _____

Contenido: _____

Propósito: _____

Material: _____ Duración: _____

ACTIVIDADES.	EXPLICACIÓN

NOMBRE DEL PROFESOR: _____

APÉNDICE D. DISEÑO DEL SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN

D.1. SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN

SESIONES	TEMA	ACTIVIDADES	RECURSOS	OBJETIVOS DE FORMACION
Primera semana (seis horas)	Proporcionalidad inversa.	<p>EXPLORACIÓN DE RECURSOS DIGITALES</p> <p>Resolver situaciones que implican hallar la relación entre peso y distancia en una balanza de equilibrio.</p> <ul style="list-style-type: none"> - En parejas dar solución a las actividades de proporción inversa de la hoja de trabajo utilizando la “balanza de equilibrio” digital - Utilizar la “Balanza de equilibrio” digital - Compartir las estrategias de solución a la situación. - Responder de manera individual a un cuestionario sobre su experiencia: <p>¿cuáles fueron las estrategias empleadas sin el software y con el software para realizar la tarea? ¿Qué dificultades afrontaste en la utilización de la aplicación para realizar la tarea? ¿Qué posibilidades te brinda la aplicación para comprender el tema? ¿Cómo podrías utilizar este recurso en tu clase?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Exposición por el asesor sobre los propósitos didácticos de la actividad, aspectos del contenido y del recurso digital. 	<p>“Balanza de equilibrio” digital, https://phet.colorado.edu/nm/simulations Hoja de trabajo</p>	<p><i>Tecnológico:</i> Reconozca las características técnicas del recurso digital Balanza de equilibrio y aprenda a manipularlo.</p> <p><i>Pedagógico:</i> Reconozca las limitaciones y posibilidades de uso del recurso digital para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (proporcionalidad).</p> <p><i>Contenido:</i> Identifiquen las características de la razón y proporción inversa.</p>
Segunda semana (seis horas)	Planeación de clase con el uso de recurso tecnológico.	<p>PLANEACION DE UNA CLASE</p> <p>Organizados en equipos según el grado escolar del que estaba a cargo el profesor:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Definir el tema a desarrollar y los recursos digitales a utilizar. - Diseñar la secuencia didáctica de su plan de clase. - Exponer en plenaria los planes de clase y los elementos que consideraron. - Agendar las fechas de realización de la primera clase. 	<p>Plantilla de planeación. Repositorio de recursos digitales. Programas de estudio. Libro sobre didáctica de las matemáticas (Chamorro, 2003) Materiales que lleven los profesores</p>	<p>Para el diseño de su clase:</p> <p><i>Tecnológico:</i> explorar diversas aplicaciones digitales para seleccionar alguna.</p> <p><i>Pedagógico:</i> Discutir las posibilidades pedagógicas de distintas aplicaciones para seleccionar la que mejor se adecue a sus necesidades e intereses y diseñen actividades de enseñanza-aprendizaje con ellas.</p> <p><i>Contenido:</i> analizar las características del contenido a enseñar durante el diseño de las actividades de enseñanza-aprendizaje.</p>
Tercera semana (seis horas)	Análisis y reflexión de la experiencia.	<p>ANALISIS Y REFLEXION DE LA CLASE.</p> <p>Cada profesor hace presenta su experiencia en PowerPoint ante el grupo considerando:</p> <ul style="list-style-type: none"> - La secuencia de actividades de su clase y las evidencias tomadas. - El recurso digital empleado y el momento en que se utilizó. - Las dificultades y aciertos del uso de recursos digitales. <p>Retroalimentación por el grupo.</p>	<p>Presentación digital de la experiencia (power point).</p>	<p>Durante el análisis y reflexión de la clase implementada:</p> <p><i>Tecnológico:</i> Identificar las características técnicas de las distintas aplicaciones utilizadas por los profesores en su clase y las dificultades para utilizarlas para los profesores y para los niños.</p> <p><i>Pedagógico:</i> Reflexionar sobre la influencia del uso del recurso digital en el aprendizaje de los niños. Identificar posibilidades de mejora sobre el uso didáctico de los recursos digitales para las siguientes clases.</p> <p><i>Contenido:</i> Discutir los aportes ofrecidos por los recursos digitales para enseñar y aprender el contenido curricular abordado.</p>
Cuarta semana (seis horas)	Proporción directa (velocidad)	<p>EXPLORACIÓN DE RECURSOS DIGITALES</p> <p>En parejas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Resolver las tareas de la hoja de trabajo sobre la búsqueda de valor faltante y de comparación de razones con el apoyo de la simulación digital de un automóvil de carreras llamada “razón unitaria”. - Compartir las respuestas y estrategias de solución a las tareas. - Responder individualmente a preguntas sobre la experiencia vivida con recursos digitales: <p>¿Qué dificultades afrontaste en la utilización de la aplicación para realizar la tarea? ¿Qué posibilidades te brinda la aplicación para comprender el tema? ¿Cómo podrías utilizar este recurso en tu clase?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Exposición por el asesor sobre los propósitos didácticos de la actividad, aspectos del contenido y del recurso digital. 	<p>Simulador “razón unitaria” de carrera de velocidad. https://phet.colorado.edu/nm/simulations Hoja de trabajo</p>	<p><i>Digital:</i> Reconocer las características técnicas de la aplicación “razón unitaria” y aprenda a manipularla.</p> <p><i>Pedagógico:</i> Identificar las posibilidades didácticas de la simulación de un auto de carreras para favorecer el aprendizaje de la proporción directa.</p> <p><i>Contenido:</i> Identificar las características del contenido de la proporción directa, el tipo de tareas que se pueden diseñar y las dificultades para su aprendizaje.</p>
Quinta semana (seis horas).	Fraciones equivalentes.	<p>EXPLORACIÓN DE RECURSOS DIGITALES</p> <p>En parejas:</p> <p>Realizar las tareas de la hoja de trabajo para hallar fracciones equivalentes con el apoyo del recurso digital “Balanza de kilogramos”.</p> <p>Realizar la actividad con el uso de la aplicación.</p> <p>Momento 3. Compartir la experiencia con base en las siguientes preguntas:</p> <p>¿cuáles fueron las estrategias empleadas sin el software y con el software para realizar la tarea? ¿Qué dificultades afrontaste en la utilización de la aplicación para realizar la tarea? ¿Qué posibilidades te brinda la aplicación para comprender el tema? ¿Cómo podrías utilizar este recurso en tu clase?</p> <p>Exposición por el asesor sobre los propósitos didácticos de la</p>	<p>“Balanza de kilogramos” del programa Enciclomedia. Hoja de trabajo.</p>	<p><i>Tecnológico:</i> Identifique las características técnicas de la aplicación digital y aprenda a manipularla.</p> <p><i>Pedagógico:</i> Identifique las posibilidades didácticas del recurso digital para la enseñanza y aprendizaje del tema de equivalencia de fracciones.</p> <p><i>Contenido:</i> Identificar las características de las fracciones equivalentes y su enseñanza y aprendizaje.</p>

APÉNDICE D. DISEÑO DEL SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN

SESIONES	TEMA	ACTIVIDADES actividad, aspectos del contenido y del recurso digital.	RECURSOS	OBJETIVOS DE FORMACION
Sexta semana (seis horas)	Exploración de GeoGebra	En parejas: Realizar las actividades de la guía "Iniciación GG01-2017" de GeoGebra para familiarizarse con su uso. - Identificar el uso de los botones de seleccionar, punto, líneas, polígonos y círculo, animación, mostrar-ocultar, etiquetar, ángulos, medidas de superficie y perímetro. - Distinguir la diferencia entre dibujar y construir y la prueba del arrastre a partir de las tareas de construcción propuestas en la guía.	Guías "Iniciación GG01-2017 e Iniciación GG02-2017". GeoGebra. Libro sobre didáctica de las matemáticas (Chamorro, 2003)	<i>Tecnológico:</i> Reconocer algunos de los comandos de GeoGebra para la construcción de polígonos y su medición. <i>Pedagógico:</i> Reconocer algunos elementos dinámicos de GeoGebra importantes para su uso en la enseñanza ya aprendizaje, como lo dinámico y la construcción de figuras. <i>Contenido:</i> Discutir aspectos de la enseñanza y aprendizaje de la geometría: su carácter deductivo; sus aspectos inter e intra figural; los niveles de aprendizaje señalado por Van Hiele
Séptima semana (seis horas)	Características de los lados del triángulo y diagonales de polígonos.	En parejas: Realizar las tareas de la hoja de trabajo sobre la construcción de triángulos a partir de segmentos dados e identificara características de algunos polígonos de acuerdo a las características de sus diagonales. Compartir grupalmente las soluciones dadas a las tareas y realizar conclusiones sobre las características de los lados de un triángulo y las diagonales de polígonos.	Hojas de trabajo. GeoGebra.	<i>Tecnológico:</i> Apropiarse del uso técnico de algunas herramientas de GeoGebra. <i>Pedagógico:</i> Reconocer las posibilidades dinámicas de GeoGebra para la resolución de tareas de enseñanza y aprendizaje de la geometría. <i>Contenido:</i> Reconocer las características de los lados del triángulo y las características de las diagonales de los polígonos.
Octava semana (seis horas)	Planeación de clase con el uso de GeoGebra.	PLANEACION DE UNA CLASE Reunidos en equipo, según el grado escolar de atención: - Diseñar una clase integrando el uso de GeoGebra. - Diseñar el material digital con GeoGebra para la clase diseñada. - Presentar al grupo el plan de clase diseñado y el material digital a emplear.	Libros de texto Programas de estudio. GeoGebra.	<i>Tecnológico:</i> Emplear GeoGebra para el diseño del material digital a utilizar en su clase. <i>Pedagógico:</i> Retomar las herramientas y características dinámicas de GeoGebra para el diseño del material digital y las actividades de enseñanza-aprendizaje. <i>Contenido:</i> Considerar en el diseño de la clase con el uso de GeoGebra los aspectos que son importante para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.
Novena semana (seis horas)	Análisis y reflexión de la experiencia	ANALISIS Y REFLEXION DE LA CLASE. Realizar una presentación en PowerPoint sobre la experiencia de la clase de matemáticas con el uso de GeoGebra, en la que se muestre: - La secuencia de actividades de su clase y las evidencias tomadas. - El recurso digital empleado y el momento en que se utilizó. - Las dificultades y aciertos del uso de recursos digitales. Retroalimentación por el grupo	Presentación en PowerPoint	<i>Tecnológico:</i> Reflexionar sobre la experiencia de diseñar material digital con GeoGebra y su sobre su manejo en la clase con sus estudiantes. <i>Pedagógico:</i> Analizar los aportes del recurso digital para la enseñanza del contenido y su aprendizaje. <i>Contenido:</i> analizar los elementos del contenido abordados vistos en la clase y cómo se favoreció su aprendizaje con el uso del recurso digital.
Décima semana (seis horas)	Exploración de Logo Las palabras primitivas Y la creación de nuevas palabras.	En equipo: - Realizar las actividades de la unidad I de la guía del alumno de Logo para conocer las palabras primitivas y su uso. - Realizar las actividades de la unidad II de la guía del alumno de Logo para identificar el teorema del viaje total y la construcción de triángulos y paralelogramos. - Realizar las actividades de la unidad III de la guía del alumno de Logo para identificar el comando REPITE y crear nuevas palabras con el editor para diversos polígonos.	Guía EMAT Logo del profesor y del alumno (Sacristán y Esparza, 2005) Software Logo Desafío a la mente (Papert, 1982)	<i>Tecnológico:</i> Identificar las palabras primitivas y su uso para la programación con Logo. <i>Pedagógico:</i> Reflexionar sobre las posibilidades didácticas de Logo para su uso en la clase de matemáticas de acuerdo con la propuesta constructorista (Papert, 1982). <i>Contenido:</i> analizar los elementos matemáticos puestos en juego en la construcción de polígonos.
Onceava semana (Seis horas)	Exploración de Logo El uso de variables y la generación	En equipo: - Realizar las actividades de la unidad IV de la guía del alumno de Logo sobre la programación de polígonos regulares y círculos para aproximarse a la generalización. - Realizar las actividades de la unidad V de la guía del alumno de Logo para abordar el tema de la generalización con el uso de variables para la programación de polígonos. - Realizar las actividades de la unidad VI de la guía del alumno de Logo para programar la rotación de diversos polígonos (molinos y rehiletes).	Guía EMAT Logo del profesor y del alumno (Sacristán y Esparza, 2005) Software Logo	<i>Tecnológico:</i> Reconocer el uso de la generalización y el uso de variables en la programación para la construcción de polígonos. <i>Pedagógico:</i> Reflexionar sobre los beneficios de la generalización y el uso de variables para el pensamiento matemático de los niños. <i>Contenido:</i> Analizar los elementos matemáticos puestos en juego en la programación de polígonos al generalizar y utilizar variables.
Doceava semana (seis horas)	Planeación de una clase con el uso de Logo.	PLANEACION DE UNA CLASE En equipo: - Diseñar una clase integrando el uso de Logo. - Diseñar las actividades a realizar con Logo. - Presentar al grupo el plan de clase diseñado y el material digital a emplear.	Libros de texto Programas de estudio. GeoGebra.	<i>Tecnológico:</i> Hacer uso de las herramientas de Logo en el diseño del plan de clases. <i>Pedagógico:</i> Diseñar actividades didácticas para abordar un contenido escolar empleando Logo retomando elementos del constructorismo. <i>Contenido:</i> Analizar los elementos del contenido curricular seleccionado que se pueden favorecer con el uso de Logo.
Treceava semana (seis horas)	Análisis y reflexión de la experiencia CIERRE DEL CURSO	ANALISIS Y REFLEXION DE LA CLASE. Realizar una presentación en PowerPoint sobre la experiencia de la clase de matemáticas con el uso de GeoGebra, en la que se muestre: - La secuencia de actividades de su clase y las evidencias tomadas. - El recurso digital empleado y el momento en que se utilizó. - Las dificultades y aciertos del uso de recursos digitales.	Presentación en PowerPoint de los profesores	<i>Tecnológico:</i> Comentar sobre cómo se dio el manejo de Logo en clase por parte de los niños. <i>Pedagógico:</i> Reflexionar sobre los aportes que brinda el uso de Logo a los niños para el estudio del tema y para el desarrollo de la clase. <i>Contenido:</i> analizar qué elementos matemáticos que se favorecieron al abordar el contenido con el uso de Logo.

D.2. EJEMPLO DE HOJA DE TRABAJO DEL SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN

Carrera de automóviles.

Comparte: Propósito directo.
 Propósito: Analizar de problemáticas para resolver problemas de proporcionalidad del tipo razón unitaria (distancia, tiempo, costo unitario) y de comparación de razones.
 Momentos clave de trabajo: razonar el tipo "razón unitaria".

Resuelve las siguientes actividades en pareja.
 Con ayuda del interactivo "Razón unitaria" completa las distancias y tiempos faltantes en la tabla de cada uno de los automóviles.

Automóvil de 1 litro	Automóvil de 2 litros	Automóvil de 3 litros
Millas	Horas	Millas
100	1.5	100
200	3	200
300	4.5	300
400	6	400
500	7.5	500

¿Cuál de los automóviles fue el más veloz?
 ¿Cómo lo sabes? Explica tu respuesta.
 Considerando la velocidad de cada automóvil, ¿qué distancia recorrerá cada uno de ellos en 45 minutos? ¿Cuál tiempo le tomará a cada automóvil recorrer 200 millas?

En una competencia se registró que el automóvil azul del profesor Múser al pasar por la milla 25 tardó un tiempo de 2.50 y al avanzar más del profesor Baga al pasar por la milla 45 tardó un tiempo de 3.25. ¿Cuál ganó la carrera?
 Explica tu respuesta.

¿Cuánto tardó cada uno de los automóviles en recorrer las 200 millas?
 Auto azul: _____
 Auto rojo: _____

PROBLEMAS DE REPUNCIÓN

- ¿Cómo fue esta segunda experiencia de realizar la actividad con el recurso digital de "Razón unitaria"?
- ¿Cómo te ayudó el uso del recurso digital para dar respuesta a las tareas?
- ¿Cómo te ayudó el uso de este interactivo para comprender las relaciones entre velocidad, distancia y tiempo en una situación de carrera de automóviles?
- ¿Cómo aprende considerando que le puede brindar a su clase de matemáticas el uso de este tipo de recurso digital?
- ¿Cómo crees que puede beneficiar el aprendizaje de los estudiantes el uso de este tipo de recurso digital?

NOMBRE DEL PROFESOR: _____
 INSTITUCIÓN DE LA UN: _____

Doble línea numérica 1

Razón 1

50 millas
 2.0 horas

0.00 horas

150 millas

100 millas

Doble línea numérica 2

Razón 2

50 millas
 2.0 horas

Figura 124 Hoja de trabajo y Simulación “Razón unitaria. Laboratorio de carrera”

D.3. GUÍA DE ESTUDIO DE GEOGEBRA DEL SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN

INICIACIÓN A GEOGEBRA

Guía Del curso

1. Introducción

Este curso está dirigido a aquellos/as docentes que imparten el área de matemáticas, tanto en Secundaria como en Bachillerato, interesados en incorporar las TIC a su aula para promover un cambio metodológico.

El curso se realizará a través de una plataforma de enseñanza a distancia como es Moodle, que suponemos conoce. En cualquier caso hemos incluido como material del curso una breve guía sobre esta plataforma que esperamos le ayude en aquellos aspectos que desconozca.

En el curso se abordan tanto los conocimientos técnicos como los aspectos didácticos para promover el uso de este software con aplicaciones prácticas para realizarlas en clase con su alumnado.

Por las características y objetivos del curso, el último tema está dedicado a la aplicación en el aula de GeoGebra.

El los distintos temas expondremos las herramientas y procesos necesarios para iniciar al docente en el uso de GeoGebra abordando contenidos de los bloques como geometría, álgebra, funciones o estadística, apoyados por ejemplos y propuestas realizadas paso a paso que esperamos permitan descubrir las posibilidades que este programa ofrece como recurso TIC.

Para terminar, se solicitará un proyecto didáctico que se tendrá que trabajar con el alumnado de cada uno de los participantes del curso.

2. Objetivos

El curso se plantea con los objetivos siguientes

1. Incorporar herramientas TIC en nuestra labor docente.
2. Favorecer el conocimiento de GeoGebra para promover su uso como recurso didáctico.
3. Ofrecer a los participantes las herramientas necesarias para conocer GeoGebra para poder aplicarlo al desarrollo en todos los bloques de contenidos.
4. Fomentar el uso de GeoGebra como recurso TIC para los niveles de ESO y Bachillerato.
5. Dar a conocer las posibilidades didácticas para su utilización como un recurso más en el área de matemáticas.
6. Crear, por parte de los participantes, materiales didácticos que utilicen la GeoGebra en ESO y Bachillerato.


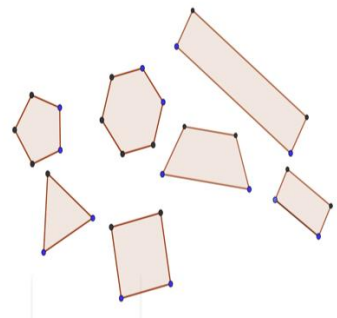
D.4. EJEMPLO DE HOJA DE TRABAJO CON GEOGEBRA

NOMBRE: _____

TEMA: Características de las figuras geométricas.

Propósito: que los profesores exploren algunas características geométricas de las figuras planas.

ACTIVIDADES	OBSERVACIONES
1. Observa las figuras que se muestran en tu pantalla.	¿Qué conocimientos de las figuras geométricas aplicaste en la actividad?
2. Con uno de tus compañeros identifica las figuras que cumplen las siguientes condiciones. Sus diagonales son iguales. Se cortan en un punto que no es el medio. No son perpendiculares.	¿De qué manera te fue útil Geogebra para resolver la situación?
3. ¿Cuáles son las figuras que consideran cumple esta condición? Dibújalas	
4. ¿Cómo sabes que estas figuras cumplen las condiciones? Escribe tu respuesta	¿Qué se dificultó de la actividad y cómo lo resolviste?
5. Identifica una figura con dos pares de lados paralelos, sus diagonales se corten en su punto medio y no sean perpendiculares ni iguales. ¿Dibuja cuál es?	¿Qué diferencias crees que haya entre hacer la actividad con Geogebra y con papel y lápiz?

D.5. GUÍAS EMAT UTILIZADAS PARA EL ESTUDIO DE LOGO EN EL SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN



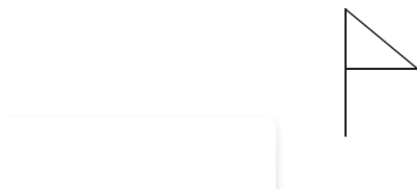
D.6. EJEMPLO DE HOJA TRABAJO DE LA GUÍA DEL ALUMNO EMAT PARA EL ESTUDIO DE LOGO EN EL SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN

ACTIVIDAD
3

Muchas maneras de hacer lo mismo 1

- Prueba las siguientes instrucciones.
- Luego simplificalas lo más que puedas, y comprueba que hagan el mismo dibujo.

INSTRUCCIONES PARA UN BANDERIN	INSTRUCCIONES SIMPLIFICADAS
RE -150	AV 150
GD (180 - 50)	
AV 220 / 2	
GD 20 * 7	
AV 8.4 * 10	
GI-180 /2	GD 90
RE (90 - 11)	



APÉNDICE E. LOS RECURSOS Y DOCUMENTOS DE LOS PROFESORES PREVIOS AL SEGUNDO CURSO DE FORMACIÓN

Como se expuso en el apartado 4.2, sobre la ADD, el profesor en su día a día interactúa con recursos, los selecciona y trabaja con ellos (los adapta, los revisa, los reorganiza, etc.), lo que da lugar a la conformación de su *sistema de recursos* (SR), llamado así debido a que funciona como un todo, pues a los recursos no se les puede ver de manera aislada, sino en interacción de unos con otros (Gueudet & Trouche, 2009). Un SR está en constante evolución durante la trayectoria profesional de los docentes (Gueudet & Trouche, 2009; 2012), ya que va sufriendo modificaciones motivadas por objetivos distintos, como el deseo de los docentes de combinar recursos para el (re)diseño de una lección, (re)elaboración de una tarea o una evaluación (Trgalová et al., 2019).

En este trabajo de los profesores con los recursos —nombrado por Gueudet & Trouche (2009; 2012) como *trabajo documental*—, de manera paralela a la construcción del SR, se generan esquemas de utilización de éstos (*documentos*), que en conjunto integran un *sistema documental* (SD), el cual, al igual que el SR, funciona como un todo y evoluciona conforme al desarrollo profesional de los docentes (Gueudet & Trouche, 2009; 2012), a partir de los procesos dinámicos y continuos de *instrumentación* e *instrumentalización* que conlleva la *génesis documental* (Drijvers, et al., 2013).

Desde la ADD, el estudio de los SR y SD de los profesores son fundamentales para la comprensión de la práctica de los profesores (trabajo documental) y su desarrollo profesional. El SR constituye el recurso del SD (Trouche, 2019), de ahí que el hablar de uno implica al otro, pues se trata de dos componentes del trabajo documental del profesor relacionados dialécticamente. Gueudet (2019) y Trouche (2019) han señalado que el tema

de los SR requiere mayor profundización por lo que se plantea como uno de los diez programas de investigación enmarcados en la ADD.

A continuación se presenta el análisis de la información obtenida en la entrevista inicial realizada a los profesores (ver apartado 8.3.2), a través del cual se indagó sobre los SR y SD de los profesores participantes en esta investigación.

A.1. EL SISTEMA DE RECURSOS DE LOS PROFESORES

En la entrevista inicial a los profesores les pedimos que realizaran un esquema gráfico de los recursos que utilizaban en su práctica, para luego preguntarles sobre éstos, de qué se trataban y cómo los utilizaban para el diseño y desarrollo de su clase. Dicha información se utilizó para deducir los SR y SD iniciales de los docentes.

A partir de los esquemas realizados por los profesores (ver Tabla E.1), sobre los recursos que utilizan para la clase de matemáticas y la explicaciones dadas sobre ellos, identificamos cuatro grupos de recursos que conforman la estructura de su SR (ver Figura E.1), los cuales se asocian con el tipo de actividad del profesor: los que permiten definir el contenido, propósito y desarrollo de la clase; aquellos que aportan información para estudio del contenido matemático a enseñar; los que aportan sugerencias sobre la enseñanza del contenido (orientaciones didácticas); y aquellos que sirven para el diseño e implementación de las actividades didácticas de la clase.

A.2. EL LIBRO DE TEXTO: EL RECURSO FUNDAMENTAL PARA DEFINIR EL PROPÓSITO, CONTENIDO, DESARROLLO Y EVALUACIÓN DE LA CLASE.

Es de resaltar que el libro de texto es el principal recurso para que el profesor establezca el tema a desarrollar (contenido), el propósito y la ruta a seguir en la clase para alcanzarlo. Es tal la importancia del libro de texto que la clase gira en torno a éste: las actividades que implementan los profesores en su clase están orientadas a lograr que al final los estudiantes puedan afrontar las tareas del libro de texto. Al respecto la maestra Hermelinda (caso 8 –ver Tabla E.1) señaló en la entrevista: “primero veo un sinfín de ejercicios en el cuaderno [y] cuando yo veo que está preparado [el alumno], entonces que conteste su libro”. De hecho, en la tabla donde se presentan los esquemas de la clase de matemáticas de los profesores

(ver Tabla E.1), el libro de texto, excepto en el caso del profesor Miguel (caso 15), es utilizado al final de la clase, a fin de valorar si, con las actividades implementadas, se alcanzaron los objetivos de aprendizaje.

Finalmente cabe resaltar, que, a pesar de existir otros recursos curriculares, como los programas de estudio, los cuales pudieran también ser utilizados para este fin no fueron mencionados por los profesores, lo que da cuenta del papel fundamental que tiene el libro de texto en el trabajo de los profesores de primaria para la enseñanza de las matemáticas.

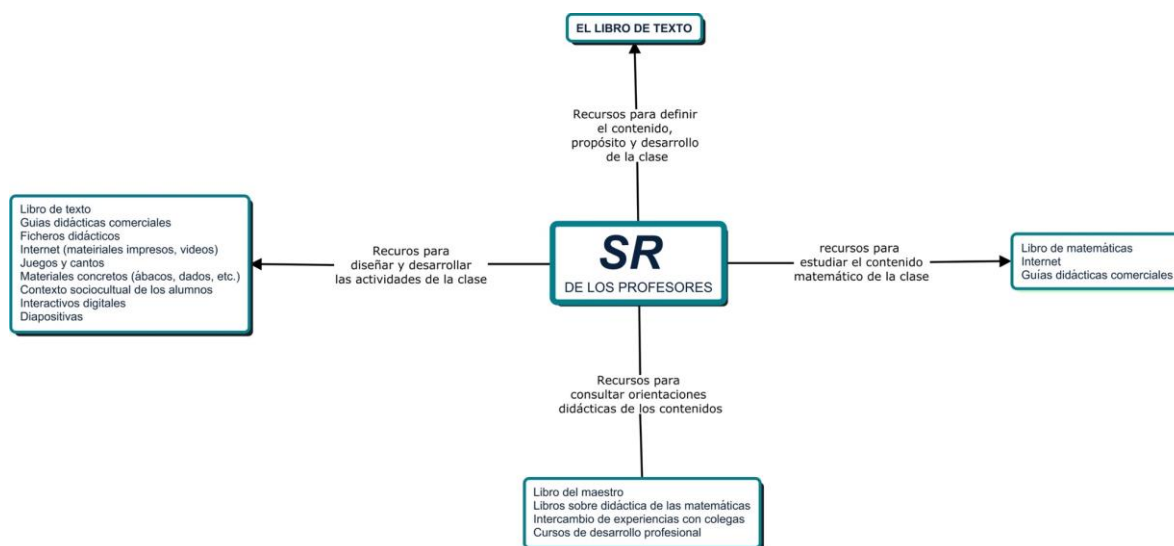


Figura E.1 Sistema de recursos de los profesores

A.3. RECURSOS PARA EL ESTUDIO DEL CONTENIDO MATEMÁTICO DE LA CLASE.

Otro tipo de recursos, de los que se valen los profesores, son aquellos que les brindan información sobre el contenido matemático a enseñar, pues de acuerdo con la entrevista una actividad que realizan es el estudio del tema de la clase.

Uno de estos recursos son *libros de matemáticas*, donde se dan explicaciones de los conceptos matemáticos y se muestran ejemplos, como lo hizo saber la profesora Ingrid (caso 9), quien dijo que cuenta con un libro de matemáticas heredado por su papá (ver Figura E.2), el cual es un recurso importante para resolver sus dudas acerca de los temas, así como para retomar algunos conceptos para compartirlos con sus estudiantes.

El *internet* es otro recurso también socorrido por los docentes para el estudio del tema, donde encuentran materiales con información de los temas a enseñar, como tutoriales de YouTube o documentos que contienen explicaciones de los conceptos matemáticos. En este sentido, la profesora Olivia (caso 18) expresó “el internet es mi salvación para todo” debido a que le permite “investigar más sobre los temas, documentarme más”, “tener información inmediata en la clase” si se requiere para aclarar dudas o apoyar a los estudiantes y encontrar “material y estrategias” para la enseñanza.

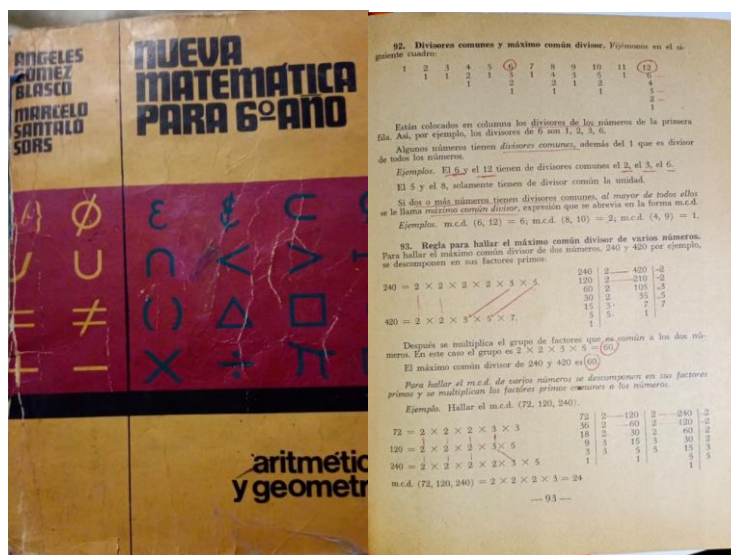


Figura E.126 Libro de matemáticas utilizado por la profesora Ingrid para estudiar los temas de la clase

Las *guías didácticas* –libros de texto de editoriales privadas que están diseñadas de acuerdo con los programas de estudio y con los libros de texto gratuitos, donde se hallan conceptos y actividades para el estudio los contenidos curriculares (ver Figura E.3)— son otro recurso al que recurren los profesores para estudiar las explicaciones y ejemplos que contienen, a fin de temas de la clase, así como actividades explicaciones de conceptos y ejemplos que ayudan a los profesores en el estudio del tema a abordar en la clase.

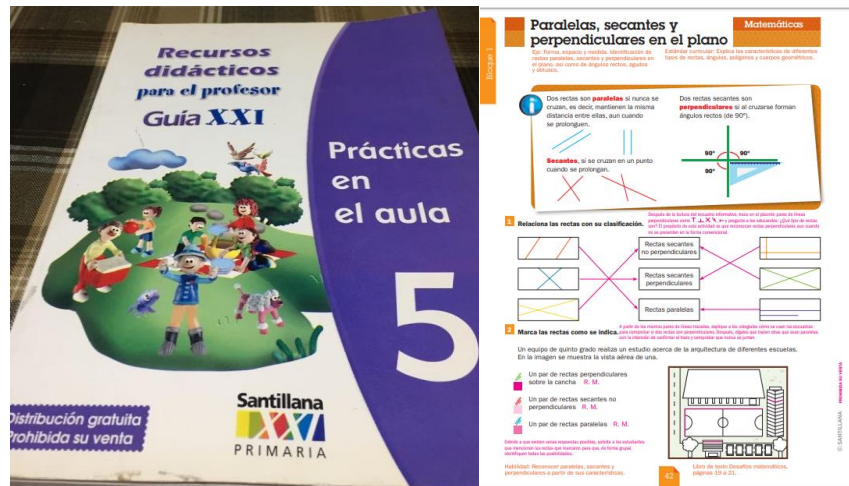


Figura E.127 Guía didáctica de quinto grado

A.4. RECURSOS PARA CONSULTAR ORIENTACIONES DIDÁCTICAS DE LOS CONTENIDOS.

Otro grupo de recursos que constituyen el SR de los profesores son aquellos que aportan información general sobre la didáctica de las matemáticas y/o estrategias didácticas para la enseñanza de contenidos específicos, ya que mencionaron que en la preparación de su clase recuperan sugerencias generales sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y estrategias didácticas específicas para enseñanza del contenido de la clase.

Los libros sobre didáctica de las matemáticas –donde se analizan las características de los contenidos escolares, de su aprendizaje y de su enseñanza (ver Figuras E.4, E.5, E.6)—son recursos utilizados por los profesores para orientar la forma de dar su clase. Estos recursos los han recopilado de su formación inicial (Figura E.4), comprados por ellos (Figura E.5) u otorgados por la Secretaría de Educación Pública (SEP), como los libros para el maestro (ver Figura E.6).

<p>Figura E.4 Libro del curso “Matemáticas y su enseñanza I”, Lic. En Educ. Primaria Plan 1997</p>	<p>Figura E.5 Libro Repartir y comparar (Block, Martínez y Moreno, 2013)</p>	<p>Figura E.6 Libro para el maestro, Matemáticas. Quinto grado de educación primaria, Plan de estudios 2011.</p>

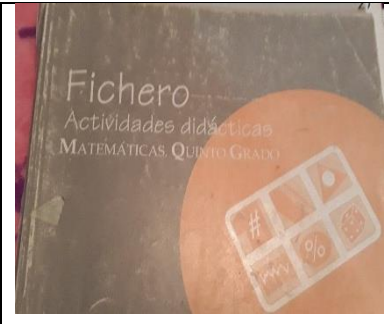
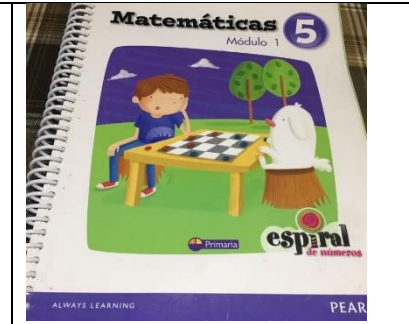

Los *cursos de formación* son otro recurso de donde se han apropiado de elementos metodológicos para su clase de matemáticas. Al respecto la profesora Ofe (caso 8) señala que estos cursos, junto con la revisión de literatura que realizó —e.g., los “libros rojos” utilizados en su formación inicial—, fueron parte importante para cambiar su forma de enseñanza, pues “antes era cuadradote, así feo [...] ponía un ejercicio [...] y luego a resolver el libro de texto” y ahora “me gusta mucho trabajar mediante problemas [...] que los niños resuelvan problemas con lo que saben”. Por su parte la profesora Ingrid (caso 9) señaló que de un curso retomó el uso de juegos y cantos para su clase de matemáticas, actividad con la que ahora comienza sus clases.

Del mismo modo, las *experiencias de colegas* son otro recurso que les aporta elementos didácticos para su clase, como lo explica la profesora Hermelinda (caso 8): “me gusta compartir con colegas con quienes les gusta, para preguntar cómo le puedo hacer. ¡Dime! les digo” y agrega “[tuve] un director que me enseñó desde cómo hacer un oficio hasta cómo impartir una clase. Me decía hazle así, luego le pedía que le explicara y si lo aprobaba [el director], entonces ya podía seguir en el salón”.

A.5. RECURSOS PARA EL DISEÑO Y DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES DE SU CLASE

Este grupo es el más diverso del SR de los profesores, el cual puede subdividirse en dos: en el subgrupo de recursos que contienen actividades de enseñanza sobre contenidos específicos; y en otro subgrupo de recursos, llamado de materiales concretos, que se utilizan en el desarrollo de las actividades de la clase.

Dentro del primer subgrupo de recursos se encuentran aquellos que contienen actividades para el desarrollo de los contenidos, como: los *libros de texto*, recursos de especial importancia, pues las actividades que toman de aquí se utilizan regularmente para finalizar la clase, a manera de evaluación; las *guías didácticas* (Figura E.8), *libros comerciales* (Figura E.9) y *el internet*, recursos de donde obtienen hojas de trabajo para implementarlas en la clase; el *fichero de actividades didácticas* (Figura E.7) –recurso donde se explica, a manera de un recetario, actividades para el tratamiento de contenidos específicos de cada grado escolar, a partir de su propósito, material y pasos a seguir— de donde algunos profesores retoman actividades para su clase; *recursos digitales* como *videos* (tutoriales obtenidos de internet) e *interactivos* con explicaciones de los temas y juegos de matemáticas respectivamente, que en ocasiones se retoman para presentarlos en la clase.

		
<p>Figura E.7 Fichero de actividades didácticas. Quinto grado de Primaria. Plan 1997</p>	<p>Figura E.8 Guía didáctica de quinto grado.</p>	<p>Figura E.9 Libro de juegos para aprender matemáticas.</p>

El *contexto social* de los niños es otro recurso al que recurren los profesores (e.g., casos 10 y 17) para contextualizar las tareas matemáticas, ya que introducen situaciones de la vida diaria para hacer más significativas e interesantes las actividades para los niños.

El segundo subgrupo, de recursos empleados para el diseño y desarrollo de las actividades de la clase de matemáticas, está integrado por todos aquellos materiales a los que recurren los docentes para llevar a cabo las actividades de la clase, conocido como *material concreto*, como dados, argollas, ábacos, fichas, barro, piedras, etc. Dentro de este grupo de recursos existen algunos que son naturales –como piedras, barro, semillas— y otros artificiales, dentro de los cuales hay algunos son fines didácticos (p. ej. El ábajo) y otros sin estos fines (p. ej. Argollas), pero son recursos utilizados por los profesores para desarrollar las actividades de su clase.

Como se ha mostrado, la estructura del SR de los profesores está integrada por grupos de recursos, de acuerdo con la actividad para son utilizados, donde aquellos que aportan al cocimiento disciplinar y didáctico de los contenidos, así como los que contienen actividades didácticas son de gran importancia para el diseño y desarrollo de la clase de matemáticas. Al respecto, Remillard (2019) señala que los profesores de educación primaria poseen un conocimiento pedagógico limitado del contenido matemático, debido a que son responsables de la enseñanza de múltiples disciplinas y carecen de una formación especializada, por lo que los recursos que utilizan son un importante apoyo para su práctica.

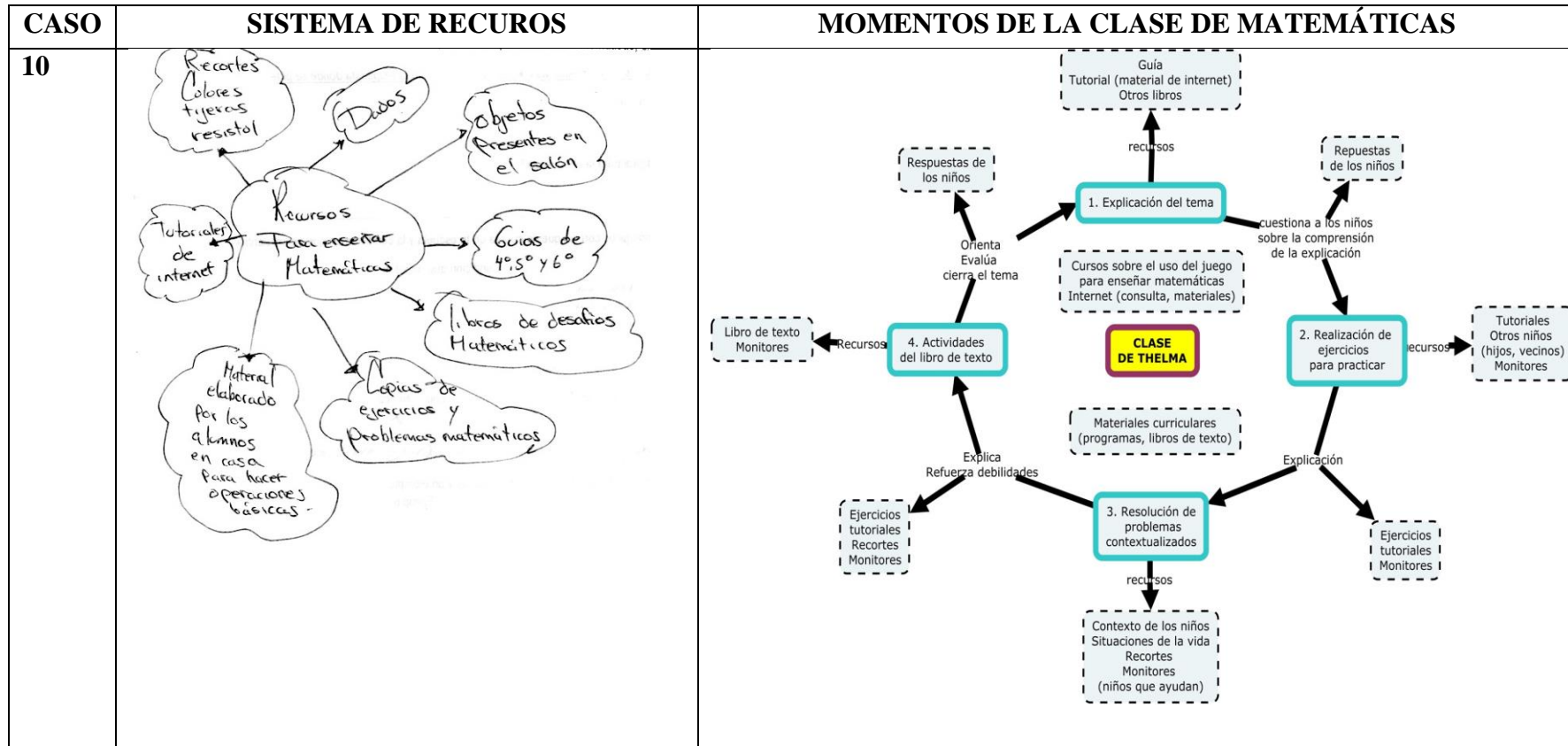
Como ya se explicó, la constitución del SR sucede en el trabajo documental del profesor, a través de los procesos de instrumentación e instrumentalización, de ahí que el no se pueda hablar de los recursos de este sistema sin hacer mención del uso que se les da, es decir, de los documentos en los que están involucrados. Enseguida analizamos parte del sistema documental (SD) de los docentes, donde están involucrados los recursos antes descritos.

Tabla E.1 Los recursos y la clase de matemáticas de los profesores

CASO	SISTEMA DE RECUROS	MOMENTOS DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS
7	<p>Material didáctico (tarjetas)</p> <p>Material didáctico → dominio, memorización, fingran.</p> <p>Adnidades Impresas</p> <p>1 + 2 = ?</p>	<p>1. Cuestionamiento sobre el tema (preguntas)</p> <p>2. Tareas matemáticas con material concreto</p> <p>3. Tareas matemáticas con lápiz y papel</p> <p>CLASE DE GRACIELA</p> <p>Programa de estudios</p> <p>Cuaderno, Actividades impresas de internet, Libro de texto</p> <p>Material concreto, Cuaderno</p> <p>cierra el tema</p> <p>recursos</p> <p>valora aprendizaje</p> <p>observa y cuestiona</p> <p>soluciones de los niños</p>

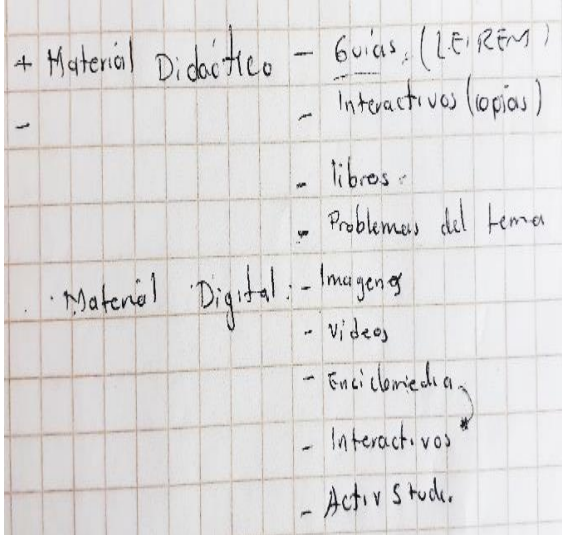
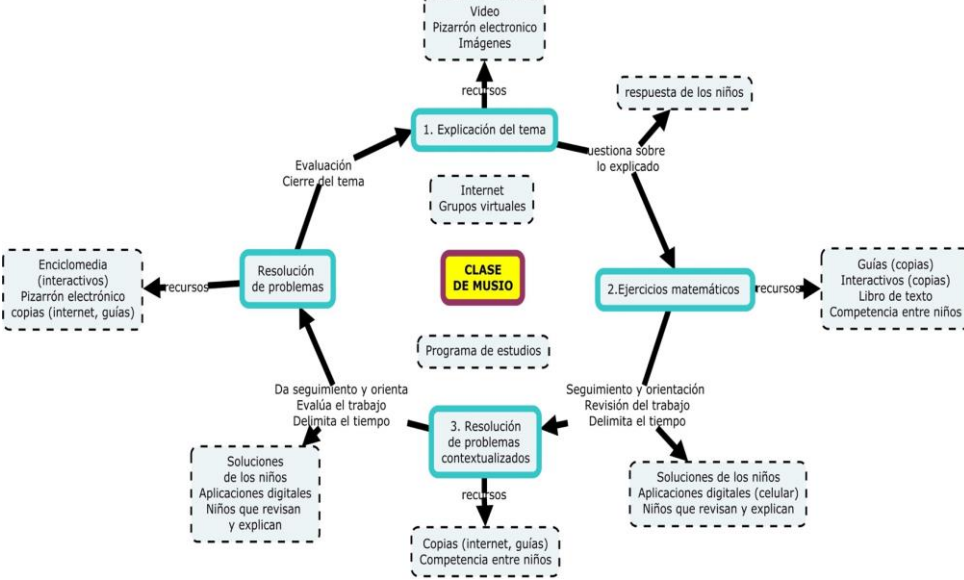
CASO	SISTEMA DE RECUROS	MOMENTOS DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS
8		

CASO	SISTEMA DE RECUROS	MOMENTOS DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS
9	<p>Recursos</p> <ul style="list-style-type: none"> Juegos y Cantos <ul style="list-style-type: none"> - Oca / serpientes escaleras - Caniquero - Botallo naval - Dominos Naturales <ul style="list-style-type: none"> - tierra/suelo - barro - fritas - piedras <ul style="list-style-type: none"> - escaleras - puerta - piso/aculejo <p>Disecados por mi</p> <p>Guías</p> <p>Ejercicios de internet</p> <p>+ Copias</p> <p>* Libreta</p> Concreto/Didácticos de la escuela <ul style="list-style-type: none"> • Arcillas • Memorias Tangram • Carbolatos • Etc. Acervo <ul style="list-style-type: none"> Libro de Mate (heredado por mi padre) Libro para el maestro Antologías de la biblioteca del Maestro 	



CASO	SISTEMA DE RECUROS	MOMENTOS DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS
12	<p>Recursos Didácticos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Material concreto <ul style="list-style-type: none"> - Piedras - Palos - fichas - Material impreso <ul style="list-style-type: none"> - Dibujos - Papeletas - Fotocopias - Libro de t - Juegos <ul style="list-style-type: none"> - Canicas - Tableros - Coalleros 	<pre> graph TD A[1. Cuestionamiento sobre el tema o implementación de juegos] -- "revisa evalúa orienta" --> A A --> B[2. Tareas matematicas sobre el tema] B --> C[3. Socialización de soluciones] C --> A D[soluciones de los niños] -- "recursos" --> A E[Libro del maestro juegos] -- "recursos" --> A F["internet grupos virtuales"] -- "recursos" --> A G["material concreto, material impreso, contexto de los niños juegos"] -- "recursos" --> B H["Colegas Programa de estudios"] -- "recursos" --> C I[soluciones de los niños] -- "recursos" --> C </pre> <p>El diagrama muestra un ciclo de tres momentos principales en la clase:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Cuestionamiento sobre el tema o implementación de juegos: Utiliza recursos como el 'Libro del maestro juegos', 'internet grupos virtuales' y 'internet grupos virtuales'. 2. Tareas matematicas sobre el tema: Utiliza recursos como 'material concreto', 'material impreso' y 'contexto de los niños juegos'. 3. Socialización de soluciones: Utiliza recursos como 'soluciones de los niños' y 'Colegas Programa de estudios'. <p>El ciclo se completa con una 'revisa evalúa orienta' que devuelve al primer momento. En el centro del diagrama se encuentra un recuadro amarillo con el texto 'CLASE DE LUCERO'.</p>

CASO	SISTEMA DE RECUROS	MOMENTOS DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS
13		

CASO	SISTEMA DE RECUROS	MOMENTOS DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS
15	 <p>Material Didáctico</p> <ul style="list-style-type: none"> - Guías (LE, REM) - Interactivos (copias) - libros - Problemas del tema <p>Material Digital:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Imágenes - Videos - Enciclomedia - Interactivos - Activ Study 	 <p>CLASE DE MUESTRO</p> <p>1. Explicación del tema</p> <ul style="list-style-type: none"> Recursos: Video, Pizarrón electrónico, Imágenes Actividad: Pregunta sobre lo explicado Resultado: respuesta de los niños <p>2. Ejercicios matemáticos</p> <ul style="list-style-type: none"> Recursos: Internet, Grupos virtuales Actividad: Seguimiento y orientación, Revisión del trabajo, Delimita el tiempo Resultado: Soluciones de los niños, Aplicaciones digitales (celular), Niños que revisan y explican <p>3. Resolución de problemas contextualizados</p> <ul style="list-style-type: none"> Recursos: Enciclomedia (interactivos), Pizarrón electrónico, copias (internet, guías) Actividad: Resolución de problemas, Da seguimiento y orienta, Evalúa el trabajo, Delimita el tiempo Resultado: Soluciones de los niños, Aplicaciones digitales, Niños que revisan y explican <p>Programa de estudios</p> <p>Recursos adicionales: Copias (internet, guías), Competencia entre niños, Guías (copias), Interactivos (copias), Libro de texto, Competencia entre niños</p>

CASO	SISTEMA DE RECURSOS	MOMENTOS DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS
17	<p>RECURSOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> Material concreto <ul style="list-style-type: none"> - fichas - dados - abacos - juegos de mesa - palitos de madera - fracciones - Pizarra Bibliográfico <ul style="list-style-type: none"> - Libros del alumno - Ficheros - Libros para el maestro - Guías - Literatura - Ejercicios Digitales <ul style="list-style-type: none"> - Videos (Comprender con problemas) - Dispositivos (Visualizador) - Enciclopedia (Ejercicios) <p>Compartir experiencias con otros docentes.</p>	<pre> graph TD OFE[CLASE DE OFE] OFE --- R1[1. Resolución de problemas en equipo] OFE --- R2[2. Socialización de soluciones en plenaria] OFE --- R3[3. Resolución de problemas] OFE --- R4[4. Actividades del libro de texto] R1 --- R1_Rec[Recursos: Ficheros, Guías didácticas, Contexto de los niños, Cuentos, Equipo digital, Impresiones, Trabajo en equipo, Problema] R1 --- R1_Out[Orienta, Evalúa logros, Cierra del tema] R1 --- R1_Exp[Experiencias de sus colegas, Cursos, Bibliografía didáctica] R1 --- R1_Diag[Diagnostica el conocimiento previo] R2 --- R2_Rec[Recursos: Soluciones de los niños, Problemas, Observación, Preguntas] R2 --- R2_Out[Orienta, Atiende debilidades, Diseña problemas] R3 --- R3_Rec[Recursos: Ficheros, Guías didácticas, Contexto de los niños, Cuentos, Equipo digital, Impresiones, Trabajo individual y en equipo, Diagnóstico de los niños] R3 --- R3_Out[Orienta, Atiende debilidades] R4 --- R4_Rec[Recursos: Libro de texto] R4 --- R4_Out[Orienta, Atiende debilidades] R1 --- R1_Sol[Recursos: Soluciones de los niños] R2 --- R2_Sol[Recursos: Soluciones de los niños, Problemas] R3 --- R3_Sol[Recursos: Ejercicios (Enciclopedia), Videos, Equipo digital, Materiales concretos, Problemas] R4 --- R4_Sol[Recursos: Ejercicios (Enciclopedia), Videos, Equipo digital, Materiales concretos, Problemas] </pre>

CASO	SISTEMA DE RECUROS	MOMENTOS DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS
18	<p>RECURSOS A UTILIZAR PARA TRABAJAR LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> LIBROS DEL MAESTRO (DESAFIOS MATEMATICOS Y ESTRATEGIAS PEDAGOGICAS). INTERNET INTERCAMBIO O EXPERIENCIAS CON OTROS PROFESORES COPIAS FOTOSTATICAS RELACIONADOS CON LOS TEMAS MATERIAL CONCRETO, Padres de familia. 	<p>Diagrama de flujo de los momentos de la clase de matemáticas:</p> <ul style="list-style-type: none"> Actividades del libro de texto (Recursos: Libro de texto, Trabajo en equipo) <ul style="list-style-type: none"> Orienta → 1. Cuestionamiento sobre el tema (Recursos: Libro del maestro, Internet (celular), Colegas) Formaliza, hace precisiones → 3. Socialización de resultados (Recursos: Soluciones de los niños) 1. Cuestionamiento sobre el tema <ul style="list-style-type: none"> Pone tarea individual para cerrar el tema → Actividades del libro de texto Evolva → 2. Resolución de problemas en equipo (Recursos: Guías didácticas, Internet, Libro de estrategias) 2. Resolución de problemas en equipo <ul style="list-style-type: none"> observa y cuestiona → 3. Socialización de resultados 3. Socialización de resultados <ul style="list-style-type: none"> soluciones de los niños

CASO	SISTEMA DE RECUROS	MOMENTOS DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS
19	<p>Recurso para la enseñanza de los matemáticos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Libros → Explica temas y ejercicios Guías → Ejercicios Juegos de mesa o material lúdico. → Se hace el material de cierto tema para usarlo como un juego. Internet. → páginas donde hay ejercicios e información. 	<pre> graph TD A["1. Explicación del tema"] -- recursos --> B["Pizarrón Libro de texto Guía didáctica"] A -- "revisa el trabajo apoya a los niños con dificultades" --> C["CLASE DE ROSA"] A --> D["2. Resolución de ejercicios en equipo utilizando el juego"] D -- recursos --> E["Libros de texto Guías didácticas"] D -- "coordina el juego" --> F["Soluciones de los niños"] D --> G["3. Realización de ejercicios acompañado de juego"] G -- recursos --> H["Libro de texto Guía didáctica"] G --> I["Colegas Juegos"] G --> J["Programa de estudios Internet (consulta y material)"] </pre>

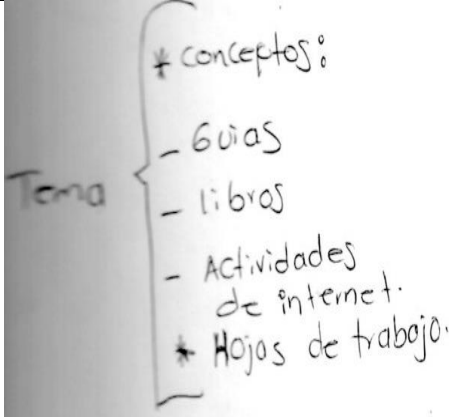
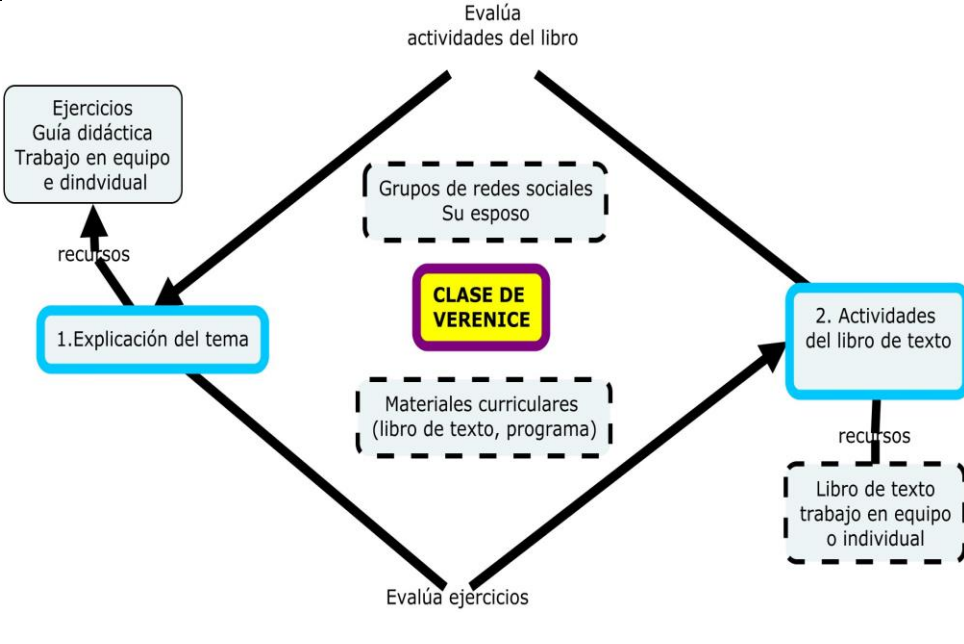
CASO	SISTEMA DE RECUROS	MOMENTOS DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS
20	 <p>* conceptos: - Guías - libros - Actividades de internet. * Hojas de trabajo.</p>	 <p>Evalúa actividades del libro</p> <p>Ejercicios Guía didáctica Trabajo en equipo e individual</p> <p>recursos</p> <p>1. Explicación del tema</p> <p>CLASE DE VERENICE</p> <p>Grupos de redes sociales Su esposo</p> <p>Materiales curriculares (libro de texto, programa)</p> <p>2. Actividades del libro de texto</p> <p>recursos</p> <p>Libro de texto trabajo en equipo o individual</p> <p>Evalúa ejercicios</p>

Tabla E.2 Momentos de la clase de matemáticas de cada profesor

	Primer momento De la clase	Segundo momento de la clase	Tercer momento de la clase	Cuarto momento de la clase
Caso 1 Itayee (6°)	Juego de introducción	Tareas relacionadas con el juego	Realización de tareas en equipo o del libro de texto	Revisión tareas del libro
Caso 2 Ofe J (5°)	Planteamiento de problemas en equipo	Compartir soluciones del problema	Planteamiento de problemas individualmente	Resolución de tareas del libro de texto
Caso 3 Ofelia (5°)	Planteamiento de preguntas a los niños	Resolución de problemas en quipo	Puesta en común de las soluciones a los problemas.	Resolución de tareas del libro de texto
Caso 4 Hermelinda (5°)	Planteamiento de preguntas a los niños	Resolución de problemas en equipo	Puesta en común (soluciones a los problemas)	Resolución de tareas del libro de texto
Caso 5 Gris (2°)	Planteamiento de preguntas a los niños	Realización de tareas con material concreto	Realización de tareas en lápiz y papel	
Caso 6 Lucre (3°)	Planteamiento de preguntas a los niños	Tareas sobre el tema	Compartir soluciones	
Caso 12 Rosa (5°)	Explicación del tema	Resolver problemas en equipo	Resolución de tareas del libro de texto	
Caso 13 Thelma (4°, 5° y 6°)	Explicación del tema	Ejercicios para practicar	Planteamiento de problemas contextualizados	Resolución de tareas de libro de texto
Caso 15 Migue (5°)	Explicación del tema	Realización de diversos ejercicios	Resolución de problemas contextualizados	Evaluación con resolución de problemas
Caso 16 Enma (1°)	Planteamiento de preguntas a los niños	Realización tareas en equipo (material concreto)	Socialización de soluciones	Resolución de actividades de cierre.
Caso 17 Vero (3° y 4°)	Explicación del tema	Plantea ejercicios	Realiza actividades del libro de texto	

A.6. EL SISTEMA DOCUMENTAL DE LOS PROFESORES

En las entrevistas iniciales los profesores describieron la forma en que desarrollaban su clase de matemáticas y los recursos que empleaban para ella, lo que nos permitió aproximarnos a su SD, es decir, a las formas de utilizar los recursos de su SR. En los diagramas de la tabla E.2 se muestran en recuadros azules los momentos de la clase, en los recuadros punteados los recursos que apoyan cada momento y los enlaces entre los cuadros azules las acciones intermedias entre un momento y otro.

A partir de este análisis identificamos que los documentos de los profesores guardan similitudes, tanto en los fines que persiguen como en los recursos y la manera de utilizarlos. Estos documentos, presentes en distintos momentos de la clase, están relacionados con: la preparación y uso de la explicación del tema; el diseño y uso de preguntas sobre el tema; con la preparación y uso de tareas matemáticas (problemas, ejercicios); y con la preparación y uso de la evaluación del tema (ver Figura E.10).

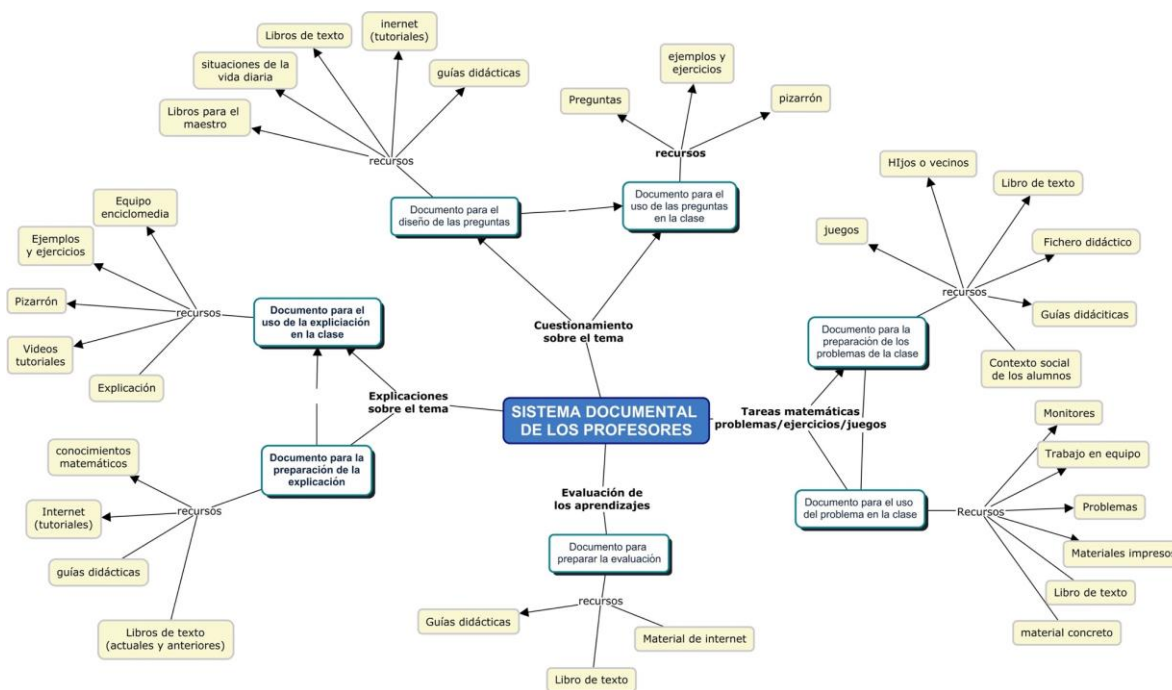


Figura E.10 El sistema documental de los profesores

A.7. LOS DOCUMENTOS RELACIONADOS CON LA EXPLICACIÓN DEL TEMA DE LA CLASE

La *explicación del tema* es una actividad, realizada por los profesores, que acompaña los distintos momentos de su clase en mayor o menor medida. Sin embargo, para cinco de los once los profesores (casos 10, 15, 19 y 20) la explicación del tema es lo fundamental para iniciar la clase.

Esta forma de iniciar la clase, utilizada por cinco de los profesores consistía en exponer a los niños los conceptos y/o procedimientos relacionados con el tema, con el objetivo de que los niños adquirieran los conocimientos necesarios para afrontar las tareas matemáticas que más adelante realizarían, así como motivarlos, como lo explica la profesora Thelma (caso 10): “yo voy primero al asunto de la teoría”, por ejemplo, “ahorita te dicto qué es fracciones, te explico qué son fracciones... en términos ¿no?, en teoría” y “de ahí nos vamos a los ejercicios y ahora sí te lo hago vivencial, pero en cálculo”. El profesor Musio (caso 15), por su parte, señaló:

...[primero] les explico en qué consiste [el tema], qué es, sacamos lo de los conocimientos previos, explico como tal el tema, ya sea fracciones, ya sea lo de la lectura de mapas... concepto, situación e interactuamos, conocimientos previos, trabajamos y les explico bien el tema bien el tema bien el tema y de ahí ya voy a lo que sería la segunda parte.

A partir de lo explicado por los profesores sobre sus recursos y la manera de utilizarlos en la clase podemos identificar la existencia de dos documentos: el relacionado con la preparación de la explicación del tema; y el relacionado con el uso de esta explicación durante la clase.

Inician dando explicaciones (conceptos y/o procedimientos); cinco (caso 7, 8, 12, 13 y 18) cuestionando a los niños acerca del tema de la clase; una profesora (caso 17) planteando problemas; y una más (caso 9) implementando juegos para introducir el tema de la clase. Enseguida describo este momento y los documentos que lo apoyan.

A.7.1. DOCUMENTO PARA LA PREPARACIÓN DE LA EXPLICACIÓN

Como se analizó en el apartado sobre el SR, los profesores cuentan con diversos recursos que les aportan sus conocimientos sobre los contenidos matemáticos, como las guías didácticas, los tutoriales, libros de texto anteriores y libros de matemáticas; recursos de donde obtienen definiciones, ejemplos y ejercicios que retoman para la preparación de la explicación del tema. Enseguida mostramos algunos casos que dan cuenta de los documentos de los profesores para la preparación de la explicación del tema.

- La profesora Verenice (caso 20), encargada de tercero y cuarto grados, utiliza la *guía didáctica* como el recurso principal para preparar su exposición del tema, pues en este recurso apoya su explicación, ya que, según lo expresó la profesora, contiene “los conceptos que se relacionan con el tema, ejemplos y procedimientos” que retoma para su explicación y para que los niños practiquen lo explicado.
- Para la profesora Thelma (caso 10), maestra de cuarto, quinto y sexto grados, tres recursos son importante valor para para preparar las explicaciones del tema: las *guías didácticas*; los *libros de texto de matemáticas* “viejitos, de hace diez, doce años” (ver Figura E.11), dado que contienen “la definición, un ejemplo y de ahí ya tu hacías tus actividades”, elementos que “los libros actuales (en ese momento) ya no los traen”, señaló; y los *tutoriales*, videos recuperados de internet, donde se hacen explicaciones de los temas, donde se presentan ejemplos ilustrados. Con estos recursos, regularmente en combinación, la profesora prepara su exposición, de ahí que cada elemento de la explicación puede provenir de alguna de estas fuentes o de varias al mismo tiempo, como pudiera ser que los conceptos sean retomados de las guías o de los libros de texto viejitos.

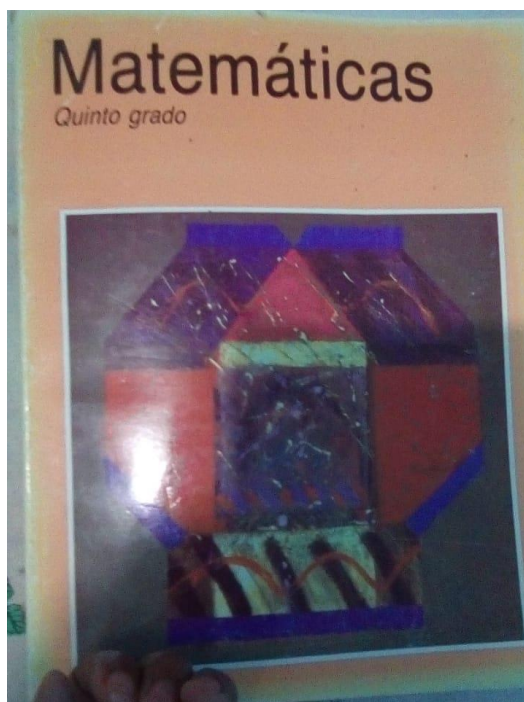


Figura E.11. Libro de texto de matemáticas quinto grado de 1993

- Para el profesor Musio (caso 15), maestro de quinto grado, *la guía didáctica, los videos y su conocimiento matemático* son los recursos a los que recurre para preparar su exposición. La guía didáctica (ver Figura E.7) la utiliza para recuperar conceptos, procedimientos y ejemplos para apoyar su explicación, sin embargo, sus conocimientos sobre los temas son el principal recurso para la preparación de su explicación, ya que se le facilitan las matemáticas, dijo el profesor. Por otra parte, los tutoriales (videos con explicaciones sobre el tema) son otro recurso utilizado por el profesor, el cual, en vez de ser un material para informarse más sobre el tema de la clase, como sucede en otros casos, es un material seleccionado para llevar explicaciones alternativas a la suya a los niños, pues esto enriquece su comprensión, señaló el profesor.
- Para la profesora Rosalba (caso 19), maestra de quinto grado, el libro de texto vigente era su principal recurso para preparar su explicación, debido a que en ese libro “viene la explicación no, paso a paso de lo que se tiene que hacer”, aunque señaló que también la guía didáctica es un recurso que recurre de manera secundaria para informarse sobre los temas.

A partir de lo expuesto podemos identificar que los documentos de los profesores para la preparación de la explicación implican el uso de varios recursos a la vez, siendo sustantivos aquellos que brindan información sobre los temas de la clase, como las guías didácticas y los tutoriales, recursos a los que recurren todos los profesores. Por otra parte, debemos señalar que aunque se trate de los mismos recursos no siempre son utilizados de la misma manera ni con el mismo propósito dentro de los documentos; por ejemplo, los tutoriales son utilizados por la profesora Thelma como una fuente de información para estudiar el tema a explicar y por el profesor Musio como un material seleccionado para presentar a los estudiantes una alternativa a su explicación.

Para terminar, debemos señalar que el producto de este trabajo documental es la explicación, un recurso para el desarrollo de la clase y para la cual existen documentos que orientan su uso, asunto en enseguida se muestra.

A.7.2. DOCUMENTO PARA EL USO DE LA EXPLICACIÓN EN LA CLASE

Una vez preparada la explicación viene su utilización en el aula, donde los profesores integran el uso de otros recursos, como el pizarrón, marcadores, colores, cuaderno y lápiz y recursos digitales. Veamos como ejemplo los casos de algunos profesores, para quienes la explicación ocupaba el momento inicial de su clase:



Figura E.12 Profesora Verenice explicando un procedimiento

- La profesora Verence explicó que al inicio de la clase expone a los niños los conceptos a estudiar, pone ejemplos en el pizarrón (ver Figura E.12) para que los niños copien esa información en su cuaderno, además de poner ejercicios para que los niños los realicen de manera individual o por equipo, dependiendo de la dificultad del tema y de la afinidad entre los temas de los dos grados que atiende.
- La profesora Thelma al explicar lo que llama “la teoría” lo hace ante todo el grupo, valiéndose del *pizarrón y recortes*—que pueden ser información sobre conceptos, fotocopiada de libros o guías—, de *copias de ejercicios* para practicar los procedimientos mostrados. Otro recurso, no material, al que la profesora recurre en su explicación son las *situaciones de la vida diaria de los niños*, con las que ejemplifica situaciones del hogar (e.g. en la preparación de alimentos, en la dosificación de medicina), del trabajo (e.g. el trabajo del albañil, del campesino), de la tienda (e.g. la compra en la tienda, venta de ganado), de una profesión (e.g. el trabajo del arquitecto) en las que se requiere saber del contenido matemático para afrontarlas, esto lo hace con la intención de interesar a los niños en el tema y evidenciar la importancia de su estudio.



Figura E.13 Profesor Musio demostrando el uso del pizarrón electrónico

- Para el profesor Musio la computadora, proyector y pizarrón electrónico del equipo de Enciclomedia —equipo que aún existía en su aula y que por su cuenta logró hacerlo funcionar— son recursos importantes para realizar su exposición. De hecho, el docente señaló que el primer momento de su clase es digital, ya que “en vez de que yo traiga mi lámina [de papel] ya lo traigo digital...cómo

imágenes, tablas, videos”, explicó el profesor. Con estos recursos el docente durante su explicación proyecta información gráfica y textual del tema (imágenes, tablas) y la manipula en el pizarrón electrónico, al escribir, mostrar imágenes, borrar, agrandar, reducir, guardar los apuntes hechos, usar juego de geometría virtual (ver Figura E.13). “El hacer uso de estos recursos resulta más atractivo y motivante para los alumnos”, dijo el profesor, dado que pueden observar los elementos gráficos de su exposición, además, genera una participación más interactiva de los niños al expresar sus ideas o demostrar la comprensión de lo explicado. A los alumnos “les gusta utilizar el equipo”, enfatizó el profesor.

- Por su parte, la profesora expresó que el pizarrón es un recurso importante para realizar su explicación, ya que en el escribe los conceptos, ejemplos o procedimientos necesarios para comprender el tema. Señala que su explicación inicia haciendo un recordatorio de los antecedentes del tema –ya estudiados por sus alumnos en clases anteriores— para luego realizar su explicación, como lo ejemplificó con lo que realizó en la última clase:

“yo empecé recordando qué son las fracciones, ejemplos de fracciones, este... pues ponerles los dibujitos de qué es una fracción, cuánto es un cuarto, cuanto es un medio y ya después este... empezamos con la suma de fracciones, empecé explicando... como tengo colores, cada procedimiento que hago es con flechita y color y cosas así, ¿no?, para que se vea más colorido”.

A partir de lo que se ha expuesto, sobre los documentos relacionados con la explicación del tema, podemos señalar que: cada documento implica el uso de más de un recurso; que los documentos están imbricados uno con otros, como es que el primer documento (preparación de la explicación) es para preparar el recurso de otro documento, relacionado con el uso de la explicación en la clase; y que cada documento principal integra el uso de otros documentos y recursos, como en el caso del documento para el uso de la explicación, donde se integra el documento relacionado con el uso del equipo de cómputo y pizarrón electrónico en el caso del profesor Musio (caso 15). Enseguida mostramos otros

documentos, pero esta vez relacionados con la actividad de cuestionar a los estudiantes sobre el tema.

A.8. LOS DOCUMENTOS RELACIONADOS CON EL CUESTIONAMIENTO SOBRE EL TEMA

Otra manera de iniciar la clase de matemáticas es mediante el planteamiento de preguntas orales a los niños, para la “recuperación de conocimientos previos”. Cinco de los profesores entrevistados (caso 7, 8, 12, 13 y 18) iniciaban su clase de esta manera, preguntando a los niños conceptos, procedimientos y formas de resolver tareas matemáticas.

Como ejemplo de esta manera de iniciar la clase recuperamos lo dicho por la profesora Olivia (caso 8), quien explicó que “el primer momento [de su clase] es la recuperación de los saberes o conocimientos previos del alumno” a través de preguntas, como: “¿qué saben de las fracciones? ¿en qué momento se deben aplicar? ¿por qué es importante saber utilizar o saber las fracciones? ¿cómo aplicarlas?” cuando trabajó el tema de fracciones; o “¿cuándo aplican las divisiones? ¿cómo las utilizan? ¿qué tipos de divisiones conocen? ¿cómo las saben hacer?” cuando trabajó el tema de la división. Asimismo, este planteamiento de preguntas sirve para motivar a los niños, pues dijo que “desde ahí [de las preguntas] tiene que nacer o sea nace el interés del niño por conocer y motivarlo a que él se tiene que centrar en que... por qué es importante que él aprenda las fracciones, más que nada ese interés ¿no? Despertarlo”.

Por su parte, la profesora Hermelinda, encargada de quinto grado, explicó que el uso de preguntas le permite identificar los conocimientos previos de los niños y ajustar su clase a lo que saben: “lo primero es conocer sus saberes previos [de los niños], qué conocen del tema que vamos a ver”, “qué sabemos, qué nos falta saber, y a donde vamos a llegar [...] y en qué tenemos que reforzar”. Por ejemplo, en su clase actual sobre el tema de fracciones inicio preguntando “¿qué es una fracción? ¿cuánto representa una fracción?”, “¿qué significa para ti fraccionar?” dijo la profesora.

Como se advierte, las preguntas son el recurso principal para iniciar la clase, de ahí que los profesores han creado documentos para la preparación de las preguntas para el uso de éstas en la clase.

A.8.1. EL DOCUMENTO PARA EL DISEÑO DE LAS PREGUNTAS

- El documento de la profesora Olivia para la preparación de las preguntas involucra el uso de dos recursos: los *libros del maestro* (ver Figura E.14) y *situaciones de la vida diaria*. La profesora explicó que del libro para el maestro revisa el apartado de “consideraciones previas” (ver Figura E.15), de donde retoma las orientaciones acerca de “qué es lo que debo de tomar en cuenta en mis alumnos antes de empezar a abordar el tema”, elementos que integra en las preguntas para su clase. Por ejemplo, sobre el tema de la división, nos dijo que no podía solo llegar al aula y decir a los niños “¿en cuánto se puede dividir? Por ejemplo, 3555 entre 58”, sino que, de acuerdo con las consideraciones previas del libro para el maestro, primero debería cerciorarse “que el niño sepa multiplicar por 10, por 100”, por lo que considerar esto en las preguntas era necesario.

Respecto a las situaciones de la vida diaria la profesora indicó que para sus preguntas retoma situaciones cotidianas, donde se requieren conocimientos sobre el contenido de la clase, pues esto sirve para motivar e interesar a los niños, como lo señaló: “desde ahí tiene que nacer o sea nace el interés del niño por conocer y motivarlo a que él se tiene que centrar en que... por qué es importante que el aprenda las fracciones, más que nada ese interés ¿no? Despertarlo”.

De esta manera podemos señalar que la profesora cuenta con un documento que conjuga el uso de dos recursos (el libro del maestro y las experiencias de la vida diaria) para el diseño de las preguntas iniciales, orientadas a recuperar los “conocimientos previos” de sus estudiantes.



Figura E.14 Libro para el maestro de matemáticas

Bloque

Consideraciones previas

En la consigna 1 se espera que los alumnos determinen que el denominador al que les conviene convertir las fracciones es 6, pues sólo tendrían que convertir dos fracciones y sumarlas a la que está dada en sextos. Sin embargo, si buscaran otro denominador común y cambiaran las tres fracciones, habría que dejarlos continuar por ese camino hasta que llegaran a la conclusión de que el otro les podía resultar más corto. Esta reflexión puede surgir cuando vean que otro equipo trabajó con el denominador 6, o bien cuando obtengan su resultado y, al simplificarlo, lleguen a $\frac{2}{3}$ o $\frac{1}{2}$.

Para responder la última pregunta de esta consigna, tendrán que determinar cuántas veces cabe 78 en 195, con lo cual sabrán que se compraron 2.5 kg ($2\frac{1}{2}$ kg), y restarán a esta cantidad el resultado de sumar lo empleado al término del día.

La consigna 2 puede trabajarse en otro momento, con la intención de ver los caminos que se utilizan para su solución.

Es importante aclarar que no se pretende que recurran al algoritmo tradicional para obtener el mínimo común múltiplo (éste se estudiará en secundana con mayor detenimiento), sino que se den cuenta de que pueden encontrar fracciones equivalentes que les permitan hacer fácilmente las operaciones.

Conceptos y definiciones

Las fracciones equivalentes tienen el mismo valor aun cuando se escriban de manera diferente; por ejemplo: $\frac{1}{2}$ es igual a $\frac{2}{4}$ o $\frac{3}{6}$.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Figura E.15 Apartado con orientaciones didácticas para el desarrollo de los contenidos

- En el caso de la profesora Hermelinda, el uso de *libros de texto*, *guías didácticas* y *el internet* eran los recursos implicados en el documento para la preparación de las preguntas. Lo primero que hace la docente es definir el tema de las preguntas, el cual lo obtiene del libro de texto, ya que, según explicó, es su guía temática: “[el libro] me guía de cómo seguir [...], si me está marcando suma de fracciones, ese tema es el que trabajo”. Posteriormente, la docente retoma información de las guías didácticas y de videos tutoriales obtenidos de internet, donde se dan explicaciones sobre el tema de la clase, lo que nutre su conocimiento sobre el tema y ayuda a definir las preguntas, evaluar las

respuestas de sus estudiantes y le permite “poder explicar o poder aportar a la clase” cuando fuera necesario.

- La profesora Graciela (caso 7), responsable de segundo grado, también inicia su clase planteando preguntas orales a los estudiantes, como lo mencionó:

“siempre se parte de lo que lo que los alumnos ya saben, cuestionarlos qué saben, si saben ummmm... por ejemplo, ahorita que estamos viendo las unidades y las decenas no, ajá, si saben qué es una unidad, cuánto forma una decena”.

Es mediante esta manera de iniciar su clase que la maestra identifica “quiénes son los [niños] que ya tienen a lo mejor una idea o un concepto” y quienes no, para luego hacer uso de “algunas herramientas” para lograr que los niños que “no tengan el concepto lo reafirmen” y así dar paso al desarrollo del tema.

Para preparar las preguntas la profesora mencionó que utiliza el *libro de texto* y *el programa de estudios* para la preparación de las preguntas: el primero como guía para la elección de tema de la clase; y el segundo para recuperar información del “perfil del grado [escolar] ... las cosas que tiene que aprender [el niño]”, información útil para el diseño de las actividades de aprendizaje y para identificar los conocimientos previos que debe poseer el alumno antes de trabajar el tema. Esta información de los dos recursos es tomada en cuenta por la docente para preparar las preguntas que utilizará en la clase.

- El profesor Manuel (caso 13) señaló que “le gusta mucho retomar lo que hacíamos con los planes anteriores del constructivismo”, donde se proponía como un asunto importante la obtención de “los conocimientos previos: qué traes, qué sabes, dónde has usado”, razón por la cual “partimos con preguntas, por ejemplo [...] ¿cómo lo haces esto?”. A partir de lo dicho por el profesor, se identificó que su documento para la preparación de las preguntas articula el uso de tres tipos de recursos: Primero obtiene del *libro de texto y programa de estudios* el tema sobre el que se va a preguntar; en segundo lugar, desde *sus conocimientos sobre el tema* e intereses realiza ajustes al contenido seleccionado; y en tercer lugar define los *materiales concretos* para que los alumnos realicen demostraciones de sus respuestas a las preguntas. En este sentido, el profesor explicó:

Vamos viendo las lecciones [del libro], porque nos marca el plan y tenemos que retomar, [pero] no veo las lecciones tal y como están en el libro, [ya que], el libro nada más me pidió eso, el conteo y ya nada más, [pero] yo lo refuerzo de una vez y estoy viendo lo que es suma y resta.

Para realizar este trabajo el profesor señaló que también recurre a materiales concretos para que demuestren sus respuestas, como el mencionó que les solicitó a sus estudiantes cuando iba a trabajar el tema de las decenas: “Lo primero que les pedí fue traer material recortable”.



Figura E.140 Guía didáctica y material concreto de la profesora Lucero

- La profesora Lucero (caso 15) también la consideré dentro del grupo de profesores que se valen de preguntas en el primer momento de su clase, sin embargo, no es el único recurso que utiliza, sino que puede echar mano de otros recursos, como lo explicó: “mi secuencia de actividades es de que... hay una actividad de inicio, ahí qué trato de hacer, de rescatar conocimientos previos, sobre cualquier tema”, para lo cual “trato yo de hacer un juego, alguna dinámica o preguntas”. Ante esta situación, podemos entender que cuenta con tres documentos principales para preparar el inicio de su clase.

En la entrevista señaló que *el programa de estudios* es un recurso de donde selecciona los temas y los objetivos de la clase, elementos que permiten dirigir la actividad para identificar los conocimientos previos de sus estudiantes. Después de haber seleccionado el tema hace uso *del internet* y de *guías didácticas* (ver Figura E.16) para saber más sobre el tema, como lo explicó: “cuando tengo duda de un tema o para conocer un poco más sobre el tema, así

hago uso del internet, también trato de apoyarme para ver algunas estrategias” acerca de “cómo enseñar cierto contenido”. Sin dar más explicaciones, sobre este proceso para el diseño de la actividad inicial de su clase, se entiende que el trabajo con los recursos antes mencionados es la parte común que comparten los documentos para el diseño de cualquiera de sus posibles actividades iniciales: juegos, dinámicas o preguntas.

A.8.2. LOS DOCUMENTOS SOBRE EL USO DE LAS PREGUNTAS EN LA CLASE

Como se ha mostrado los profesores cuentan con documentos para diseñar el recurso para el inicio de la clase, las preguntas para indagar los conocimientos previos de los niños sobre el contenido a tratar. Estas preguntas, son el recurso principal para el desarrollo del primer momento de la clase y para el cual existe un documento que guía su uso. Enseguida mostramos los documentos sobre el uso de las preguntas durante la clase.

- En el aula la profesora Olivia plantea las preguntas a todo el grupo, recupera las respuestas y hace anotaciones en el pizarrón, promueve la discusión grupal de las respuestas dadas y orienta las conclusiones. Cuando se trata de preguntas relacionadas con procedimientos propone ejemplos de problemas y pide a los niños que demuestren en el pizarrón su respuesta, situación que aprovecha para subrayar aciertos y errores y hacer precisiones sobre el manejo correcto de los algoritmos. A partir de este trabajo, la profesora identifica los conocimientos previos de sus alumnos sobre el tema, un recurso importante para el siguiente momento de la clase, el planteamiento de situaciones problemáticas.
- La profesora Hermelinda plantea las preguntas al grupo, después socializar las respuestas pidiendo a algunos niños que pasen al pizarrón (ver Figura E.17) y expliquen con ejemplos sus respuestas. De esta manera, ella identifica lo que los niños saben del tema para luego realizar los ajustes necesarios a su clase, como lo explicó: “así me puedo dar cuenta en qué estamos fallando, o si nos falta como maestro, maestra decir ‘NO, esta estrategia no me va a servir, vuelvo a recapitular y vuelvo a plantear’”. Como podemos apreciar, durante la implementación de las preguntas la profesora integra el uso del pizarrón, ya que ahí los niños plasman sus respuestas (explicaciones y procedimientos), las que a

vez son un recurso que, de acuerdo con lo dicho por la profesora, facilita al grupo la comprensión del tema y a ella le permite realizar aclaraciones, precisiones y explicaciones sobre el tema y, a su vez, realizar los ajustes a su plan de clase.

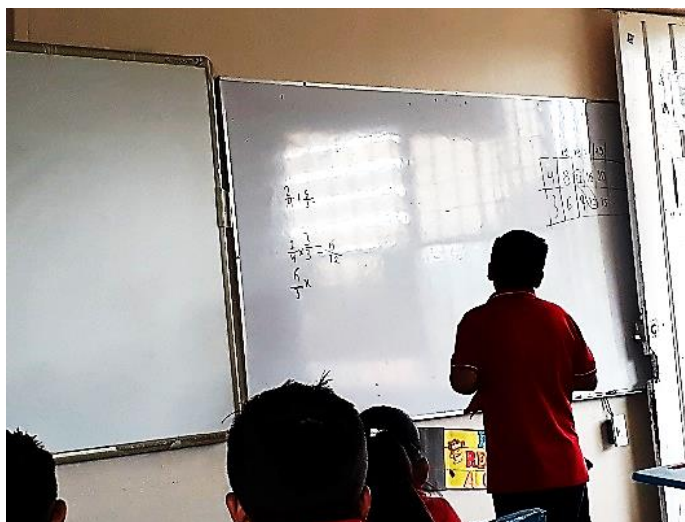


Figura E.17 Alumno de la profesora Hermelinda explicando su procedimiento.

- En el caso de la profesora Graciela, encargada de segundo grado, el uso de las preguntas regularmente requería de respuestas que involucraran demostraciones prácticas de los niños, o de la maestra si era necesario, por lo que la implementación de las preguntas involucraba el uso de otros recursos (materiales concretos). En este sentido, la docente explicó que, en su última clase, sobre el tema de centenas, preguntó a sus estudiantes “este puñito de frijoles [...] forman una decena ¿cuántos tienen? Vamos a contarlos”, pregunta con la cual indagaba sus saberes sobre las decenas, un conocimiento necesario para estudiar el tema de las centenas.

Las respuestas de los estudiantes a este tipo de preguntas dan lugar a actividades que refuercen sus conocimientos previos, como sucedió con el tema de centenas, donde las debilidades halladas sobre el conocimiento de decenas hicieron que planteara actividades para reafirmarlas, aunque se tratara de un contenido que se estudió en el grado escolar anterior. En este trabajo con las preguntas, también la profesora se vale de pizarrón y otros materiales elaborados por ella en casa para que los niños ejemplifiquen sus respuestas o ella dar algunas explicaciones (ver Figura E.18)



Figura E.18 Profesora Graciela anotando respuestas de los niños y explicando

- El profesor Manuel, responsables de primer grado, al igual que la profesora Graciela, solicita a los niños demostraciones prácticas a las preguntas que él plantea, por lo que se apoya en otros recursos, como: *materiales “concretos”* para que los niños validen y argumenten sus respuestas; el trabajo en equipo para socializar el conocimiento; y el pizarrón, un recurso que utiliza “a diario”, dijo el profesor, para socializar respuestas y explicaciones, ya que con este material “lo ejemplificamos [el tema] y pasan los niños también, ellos también ejemplifican, también sacan sus dudas”. Un ejemplo que nos dio el profesor de esta manera de iniciar su clase fue sobre “la decena”, contenido que abordaba en esos días (ver Figura E.19):

Lo primero que les pedí fue traer material recortable, ya lo tenían recortado, después ya les pregunté yo, “¿qué hacemos cuando yo tengo por ejemplo tres manzanas y luego otro niño trae cinco? Y ¿qué pasa para saber cuántas manzanas tenemos entre los dos? Y nos juntamos, entonces ya empiezan a platicar ¿no? es que... algunos ya traen el concepto porque en el preescolar ya lo vieron de... de suma, dicen no pues “¡se sumar profe!” [y responde] “¡a ver ¿cómo se suma?!” ¿qué es suma?” Ya les empiezo a preguntar, ya les empiezo a checar. Ya empiezo, parto de preguntas, siempre parto de preguntas. Entonces este... pero que ellos me vayan acercando a qué saben del tema.



Figura E.143 Trabajo del profesor Manuel con las preguntas

Como lo explicó el profesor y como se observó en su clase, durante el cuestionamiento pide a los niños que, organizados en equipos, demuestren sus respuestas haciendo uso de materiales concretos, como los recortes obtenidos del libro de texto. Mientras los niños están respondiendo a las preguntas el profesor da seguimiento al trabajo que realizan, da explicaciones a casos particulares o a la totalidad del grupo y pide a algunos niños que escriban sus respuestas en el pizarrón.

Finalmente, nos comentó el profesor que tras identificar los conocimientos previos de los niños mediante las preguntas y atender las debilidades, da inicio con el desarrollo del tema de la clase: “el contenido ahorita que tengo para ver la decena, es el momento que ahorita están en el conteo y están usando un material concreto, ya que nos vamos a las actividades, entonces ya empiezo con inicio, desarrollo y cierre”.

- Finalmente, de la profesora Lucero podemos decir poco, ya que dijo no dio mayores explicaciones de sus diversas maneras de iniciar su clase para identificar los saberes previos de los niños: juegos, dinámicas o preguntas. Solo podemos señalar que las preguntas al inicio de su clase de matemáticas son una posibilidad.

A.9. LOS DOCUMENTOS RELACIONADOS CON LAS TAREAS MATEMÁTICAS DE LA CLASE

Otros documentos importantes se relacionan con la actividad fundamental del profesor: la preparación e implementación de tareas matemáticas para el aprendizaje, como problemas, juegos o ejercicios. Si bien entre problemas y ejercicios existe una diferencia significativa, los docentes en diversas ocasiones se refirieron a ellos de manera indistinta, por lo que en este análisis documental se analizaron de manera conjunta. Enseguida mostramos los documentos para la preparación e implementación de los problemas/ejercicios y de los juegos.

A.9.1. EL DOCUMENTO PARA LA PREPARACIÓN DE LOS PROBLEMAS O EJERCICIOS

El uso de problemas o ejercicios es una constante con todos los profesores, aunque no todos los haga uso de ellos en todos los momentos de clase. Aquí retomamos el caso la profesora Ofe (caso 17), encargada de quinto grado, quien toda su clase la desarrolla a partir de “problemas” (ver Tabla E.1, caso 17), según lo dijo:

a mí me gustan mucho los problemas, entrar con problemas, sepan o no sepan los niños y a partir de ahí darme cuenta de lo que saben, regreso un poquito al te... al concepto, al tema, al contenido y vuelvo a regresar a problemas, como que aplicamos mucho, aplicamos mucho. Así lo trabajo.

De acuerdo con la profesora su participación en cursos de desarrollo profesional fue el detonante de retomar el planteamiento de problemas como su estrategia de enseñanza. Así lo expuso:

después de que tomé los cursos [...] dije “las dos primeras generaciones que tuve o sea los trabajé bien... bien este... concreto, o sea directo a la operación formal, no hice estos de ana.... Este... qué saben, para cómo manipular ese conocimiento que tienen, no lo hice, lo metí formal así, feo, cuadradote...” y ahorita no porque me gusta mucho que con lo que saben cómo lo resolverían [los problemas], que traten de buscar... y entonces ahí me doy cuenta cuáles son sus debilidades, cuáles son sus fortalezas.

También la profesora señaló que los libros sobre didáctica de las matemáticas y aquellos que contienen actividades de enseñanza, como los ficheros didácticos, fueron recursos valiosos para implementar el uso de problemas como su estrategia de enseñanza. Pasemos enseguida al documento para la preparación de los problemas.

Para la preparación de los problemas la profesora articula el uso de varios recursos: *el programa de estudios y el libro de texto; el fichero de actividades didácticas de quinto grado, las guías didácticas, el internet y el contexto social de los estudiantes.*

El programa de estudios y el libro de texto son los recursos utilizados por la docente para seleccionar el tema y objetivo de la clase, mismos hacia los cuales debe estar dirigido el problema. Posterior a esta actividad la profesora comienza el trabajo de selección y diseño o rediseño del problema, para lo cual se apoyaba en el fichero de actividades didácticas de quinto grado (SEP, 1994) –material bibliográfico otorgado por la Secretaría de Educación Pública desde hace poco más de dos décadas, en los que se plantean

actividades de enseñanza y orientaciones didácticas sobre los contenidos escolares de cada grado escolar—, su recurso “preferido”⁴¹, dijo la profesora. De este fichero la docente selecciona un problema y le hace adaptaciones, como lo explicó aludiendo a un caso:

“Ah pues.... Imagínate ¿ese del terreno de matemáticas? Aquí viene, pero como yo ya lo he trabajado como en dos tres grupos, yo ya le he hecho más adecuaciones, le he agregado más cosas, más cosas, más cosas al problema de como viene aquí”.

Algunos de los cambios al problema original, relacionado con la medición de superficies, fue el agregar la medición de perímetros, la obtención de alturas de las figuras y el contexto social de los niños, explicó la profesora.

Otros recursos alternativos al fichero didáctico son la guía didáctica –libros de editoriales privadas diseñadas de acuerdo con los programas de estudio y que contienen actividades de enseñanza para los contenidos de cada grado— y el internet, donde también busca y selecciona problemas para su clase, para después rediseñarlo, como lo hace con los problemas retomados del fichero.

Ya en el trabajo de rediseño de los problemas el contexto social de los niños es otro de los recursos que emplea, pues, de acuerdo con lo que nos dijo, esto motiva e interesa a los niños en la clase: “me he dado cuenta que los niños que sean los protagonistas del problema y que sean cuestiones reales o por lo menos, no reales porque a veces es difícil adaptarlo completamente al al al aprendizaje ¿no?... utilizar sus nombres, si tienen tienda, por ejemplo, de la comunidad, ¿no?, sí sí Sirve muchísimo, ayuda mucho.”

Un ejemplo que nos compartió la profesora sobre cómo utiliza el contexto social de los niños en el rediseño de los problemas fue de una situación que vivió al inicio del ciclo escolar (2018-2019), cuando uno de sus estudiantes le dijo:

maestra a mí no me gusta venir a la escuela, yo prefiero ir a cuidar a mis animales que venir a la escuela” porque “yo pienso... yo vengo a la escuela a perder mi tiempo porque este... yo tengo 40 borregos, 20 chivos, 5 burros, 3... te lo estoy diciendo así porque va a ser importante... 3 vacas, 1 toro, 20 pollos, 6 cerdos”, algo así me dijo de cerdos [...] Entonces creé un problema de un terreno con corrales donde le puse sus borregos, sus chivos... la cantidad que él me dijo los fui no... y ya les dije que iban por ejemplo a obtener superficie, no, o que le iba a poner una

⁴¹ La profesora explicó que el fichero de actividades didácticas es un recurso que ha venido utilizando desde años atrás, de ahí que algunos de los problemas del fichero ya los ha utilizado en varias ocasiones y les ha ido realizando transformaciones, nos explicó.

cerca, una malla al corral de los... las gallina, así ¿no?, cuánta malla iba a ocupar, ¿no?, traté de involucrar ese contexto y me llamó mucho la atención las respuesta del niño, no matemáticas, las respuestas ante el problema, el problema que presenté, me dijo “maestra, pero yo no tengo cerca las gallina de los chivos”, me dijo algo así no, y yo le dije... “por qué lo puso así? La voy a llevar a mi terreno para que vea cómo está”, “es que ayer ya no nos dio tiempo y ya nada más me dijiste qué animales tienes, pero ya no platicamos sobre cómo está tu terreno” [le respondió]. Y ese día lo sentí al niño... no pudo resolver... es un niño que trae muchas deficiencias... no pudo resolver el problema, pero era el protagonista del problema y eso le hacía estar, por lo menos, motivado en la escuela, ya no resolviendo, por lo menos su presencia no la sintió una pérdida de tiempo.

En esta anécdota, la profesora retomó el terreno, la cantidad y la clase de animales mencionadas por su alumno (ver Figura E.20), lo que le favoreció la motivación del niño en la clase, un aspecto importante para la motivación de su clase y aprendizaje de los niños. De esta manera, señala que siempre trata de contextualizar los problemas con situaciones de vida cercanas a sus estudiantes.

Un recurso alternativo para contextualizar los problemas son *los cuentos*, pues la profesora nos comentó que de ellos puede retomar pasajes para diseñar los problemas, como lo hizo cuando adaptó una “una pequeña fábula sobre sapos” de la clase de educación cívica a un problema de matemáticas, como lo explicó:

es un sapo que gana una carrera... ¡y gana la carrera porque es sordo. [Esta fábula fue] para estudiar el valor de la perseverancia... [al día siguiente] llevé un problema sobre sapos que saltaban ‘es un sapo que salta un cuarto de metro, luego salta medio metro, luego salta 25 cm, no ¿qué distancia recorre en sus tres saltos?’”.

Finalmente, un recurso más para el diseño o rediseño del problema es el equipo de cómputo, el cual lo utiliza la profesora para digitalizar los problemas y editarlos, como lo explicó:

yo selecciono, lo capturo y le hago como la adecuación, como que me sirve más a mí de base, hay problemas que me agradan, pero ya no se llaman Pedro, yo tengo un alumno... le cambio el contexto y, por ejemplo, si viene algún esquema o algo hago una captura de pantalla y la traslado a mi... [problema] y vuelvo a generar otro, ajá, con capturas de pantalla, recorto y las guías ya están digitales entonces me facilita además la captura de pantalla... de la parte que quiero y la parte que quiero modificar.

Esta digitalización del problema es importante para la docente porque así puede proyectarlos a los estudiantes e imprimirlos, lo que optimiza el tiempo de la clase, al no

tener que dictar los problemas a los niños, y facilita y motiva la discusión al mostrar toda la información escrita y gráfica del problema, dijo la docente.

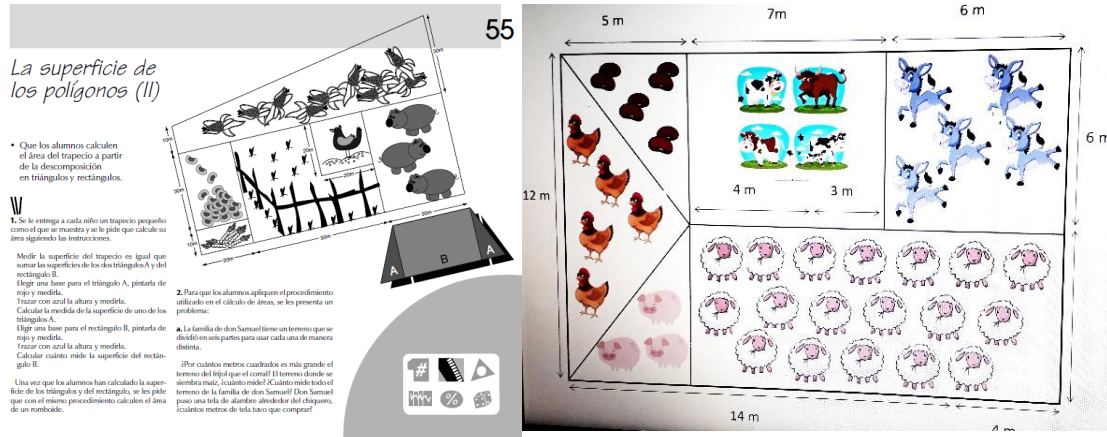


Figura E.144 Rediseño de un problema del fichero didáctico

A partir de lo expuesto podemos resumir de la siguiente manera el documento que articula el uso varios recursos para el diseño del problema inicial de la clase: de principio, del libro de texto y programa escolar selecciona el tema y los objetivos de la clase; luego emprende la búsqueda de problemas en el fichero –o en su caso de una guía didáctica o de internet—; le sigue su trabajo de rediseño adaptando los problemas hallados a los objetivos de aprendizaje y al contexto de los niños (o al pasaje de un cuento); y finalmente la digitalización y edición del problema.

Otro caso, que da cuenta del documento para la preparación de los problemas o ejercicios, es la profesora Olivia (caso 18), maestra de quinto grado, para quien el principal recursos en segundo momento de su clase son los problemas (ver Tabla E.2, caso), cuya preparación es de la siguiente manera: Una vez identificado el “aprendizaje esperado” de los programas de estudio y de libros de texto recurre a la guía didáctica y/o al internet para la selección de los “problemas” (ver Figura E.21) que planteará a los niños, que estén de acuerdo con sus “conocimientos previos” indagados mediante el cuestionamiento del primer momento de su clase (ver Tabla E.2, caso 18). Una vez seleccionados los problemas/ejercicios le sigue su fotocopiado o impresión para llevarlos a la clase.

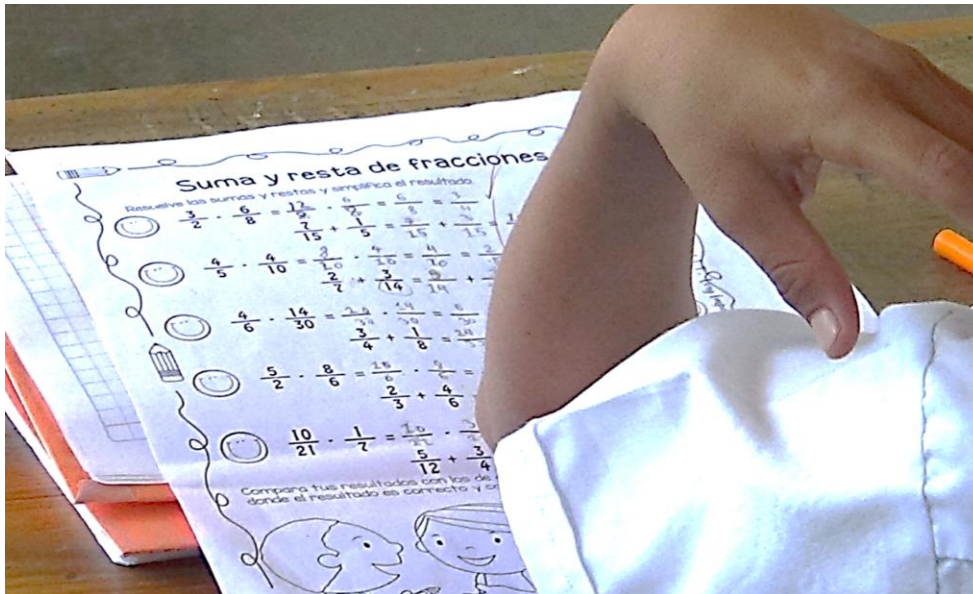


Figura E.21 Fotocopia de “problemas” utilizada por la profesora Olivia en su clase

A.9.2. DOCUMENTO PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL PROBLEMA

Para la implementación del o los problemas la profesora Ofe combina algunos recursos: *impresiones, trabajo en equipo y equipo digital* (computadora personal y proyector). Inicia integrando equipos y les entrega da el problema impreso para ser resuelto con sus propios métodos –y/o lo proyecta cuando tiene acceso a equipo digital—, mientras ella recorre los equipos, observando y cuestionando a los niños sobre lo que realizan, con el fin de indagar sus conocimientos y ayudar a que lleguen a la solución. Posterior a este trabajo, promueve el compartir las soluciones a los problemas (segundo momento de su clase), momento que puede ser nutrido con explicaciones, nuevos problemas o ejercicios para superar las debilidades presentadas por los estudiantes.

De manera similar la profesora Olivia señaló que la forma de implementar los problemas/ejercicios es la siguiente: entrega las “copias” para que los niños “los resuelvan como ellos puedan [y] se les da ese tiempo [para su resolución], si veo que un equipo está teniendo dificultades me acerco a ellos para empezar a preguntarles ¿no? Y a través de preguntas, hasta que ellos vayan cayendo en las respuestas”, a lo que le sigue, la compartición de las respuestas, tercer momento de su clase (ver Tabla E.2, caso 18).

Como se advierte, la observación y las “preguntas” son los recursos empleados por la profesora para dar seguimiento al trabajo de los niños para la resolución de los

problemas/ejercicios. que la profesora favorece que los niños construyan sus soluciones, las cuales serán el recurso central para el desarrollo de su tercer momento de la clase, la socialización de resultados (ver Tabla E.2, caso 18). Estos problemas/ejercicios son resueltos en un primer momento en equipo, para que después, en función de las progresiones, lo hagan de manera individual. La profesora nos ejemplificó esta forma de proceder:

... se les plantea un problema [...] un problema relacionado... de fracciones, por ejemplo “si María compró un litro de leche y un hijo se tomó... no se... un cuarto, otro medio litro, qué cantidad de leche le resta?” [y] como apenas están empezando y yo lo hago con todos los niños, trabajamos en equipo, de dos o tres alumnos, en binas o de tres alumnos máximo.

En esta explicación vemos que el uso de problemas se acompaña de otro recurso, el trabajo en equipo, aunque debemos señalar que comentó que después el trabajo es individual, de acuerdo con la progresión de los niños.

Otro recurso que integra la profesora en este trabajo con los problemas es el uso de internet, mediante su celular, ya que cuando surgen dudas de los niños que ella no puede resolver busca información en internet para compartírsela a los niños en lo inmediato. De ahí que considera que el internet “es su salvación para todo”, dijo la profesora.

A.9.3. DOCUMENTO PARA LA PREPARACIÓN DE JUEGOS

Otro recurso empleado para iniciar la clase de matemáticas es el juego. La profesora Ingrid, encargada de sexto grado, nos dijo que, desde que tomó un curso de “matemáticas lúdicas”, suele utilizar juegos para iniciar su clase: “siempre trato de hacer juegos, en el patio o aquí [en el salón]”. La profesora Itayee, comentó que en el curso el coordinador les señaló que “las matemáticas deben ser lúdicas”, idea que le ha convencido y razón por la cual siempre trata de diseñar juegos para implementarlos al iniciar de la enseñanza de un tema, señaló la profesora: “siempre trato de hacer juegos, en el patio o aquí [en el salón]”, por ejemplo, “para ver las multiplicaciones con la lotería... las cuentas mentales... he hecho varios materiales a raíz de este [el curso], entonces lo poco o mucho que aprendí ahí, de todas maneras trato de hacerlo, igual puede ser que falle, pero igual yo trato”.

Como ejemplo del uso del juego la profesora nos contó que para tratar el tema de fracciones jugaron a “a los brincos”, donde “un brinco, un salto era la unidad, o sea, para

mi tu entero es aquí, pero para ti tu entero es más para allá, para ver distintos enteros. Ahí si fue luego, luego a la libreta.” Además, en este juego se contaba la cantidad de brincos completos y fracciones que daban los niños para llegar para llegar de un punto a otro, de manera similar a una actividad que trabajarían en el libro de texto llamada “carrera de robots” (ver Figura E.22).

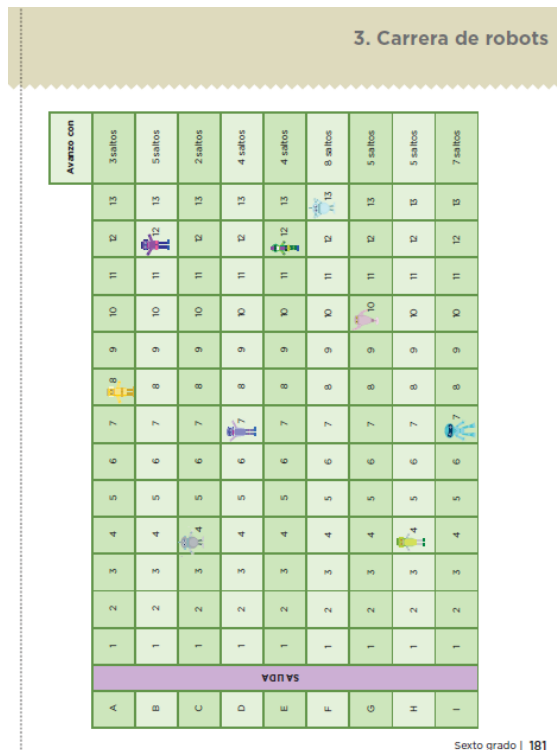


Figura E.22 Material del libro de texto “Carrera de robots”

Según lo dicho por la profesora, la preparación de los juegos inicia recurriendo *al libro de texto y programa de estudios* para seleccionar el tema y los objetivos de la clase, hacía los cuales debe estar dirigido el juego. Enseguida realiza la búsqueda y selección de un juego de entre los aprendidos en el curso “matemáticas lúdicas”, los compartidos por colegas, los hallados en internet o creados por ella. Tras la selección del juego le sigue su rediseño, de tal manera que se contemple el tema de la clase, se elija la manera de jugarlo – en equipo o individual, en el aula o en el patio de la escuela— y se preparen los materiales necesarios.

En este trabajo de rediseño del juego la profesora echa mano de otros recursos, como lo es un *libro de matemáticas* (ver Figura E.23)⁴² y el *internet*, con el fin de informarse sobre el contenido de la clase, lo que le permite definir el tipo de actividades matemáticas que incluirá en el juego, así como estar preparada para orientar a los niños durante las actividades de su desarrollo y, en general, para la orientación todos los momentos de su clase. Finalmente, procede a la preparación de los materiales concretos necesarios para llevar a cabo el juego, como caniquero, dominó, oca (ver Tabla E.2, caso 16).

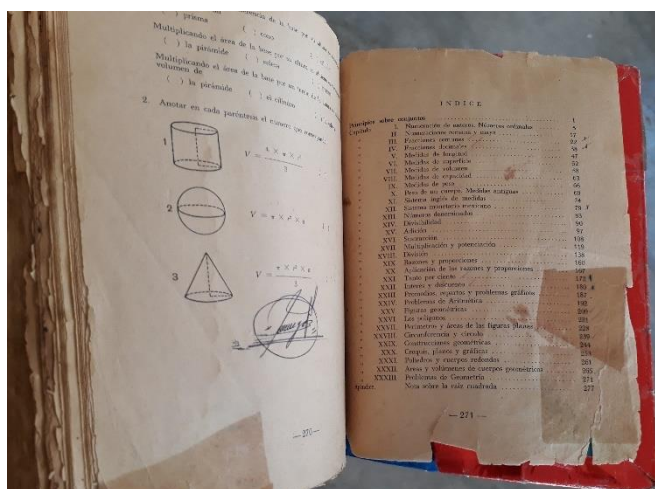


Figura E.23 Libro de matemáticas utilizado por la profesora Ingrid para estudiar los temas de la clase.

A.9.4. EL DOCUMENTO PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL JUEGO

Para desarrollar el juego en la clase la profesora se vale de varios recursos: de *espacios escolares* (patio o aula) para desarrollar el juego; el *trabajo en equipo* para socializar; los *materiales* propios del juego; el *pizarrón* para puntualizar los elementos del contenido matemático tratado; y el *cuaderno del alumno* para que los niños realicen actividades similares en ellos o dar explicaciones. Al respecto la profesora nos comentó su experiencia con el juego de lectura y escritura de números:

... hicimos tarjetas, bueno con tarjetas los saqué a la cancha, empezamos primero a la lectura de números, que se movieran en equipo, primero fue en equipos, después ya en plenaria, pasamos a “a ver tú, tú vas a leer de este equipo esta lectura, tú ves, esta lectura de números y después decía ¿no? “forma el siguiente número” ¿no?, por ejemplo, con ciertos requisitos, que

⁴² Respecto a este recurso la profesora dijo que es su favorito. Se trata de un libro “viejiito” heredado por su padre (profesor jubilado), en el que encuentra las explicaciones de los conceptos y procedimientos matemáticos que trabajará en su clase

haya cero centenas y que haya nueve millones, ¿no?, y ellos colocaban, se ponía la cantidad en juego. Ya después [del juego] de ahí pasamos ya en la libreta, lo hacemos en el pizarrón, pasan algunos en el pizarrón, ya lo exponen y nos vamos a la libreta. Si veo que el ejercicio ya quedó, digo “ya los saben leer” [las cantidades]. Por ejemplo, aquí hubo varios, como cinco, tengo 26 niños, de esos 26, cinco tienen problemas todavía con el cero... [Entonces] Puse varios ejercicios en la libreta y entonces ya trabajo de manera particular con ellos.

Como vemos en esta descripción, para la profesora el juego es un recurso sustantivo en las actividades iniciales de la clase, pues con él se introduce el tema, sin embargo, el pizarrón y el cuaderno del alumno son otros recursos que emplea la profesora en este momento de la clase, pues los emplea para valorar y reforzar lo aprendido con el juego, así como para dar acompañamiento personal a los niños que tienen dificultades con el tema.