



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

UNIDAD ZACATENCO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

SECCIÓN DE MECATRÓNICA

Estimación de Parámetros Físicos para un Cuatrirotor

Tesis que presenta

Iván Abel Cortés Benito

Para obtener el grado de

Maestro en Ciencias

En la especialidad de

Ingeniería Eléctrica

Director de Tesis

Dr. Hugo Rodríguez Cortés

Agradecimientos

Antes que nada, me gustaría agradecer a mis abuelos Cutberto Benito y Virginia Vazquez, a mi tío Enrique Benito, por apoyarme a lo largo de mi vida y acompañarme tanto en mis momentos de éxito como en mis momentos más difíciles. Muchos de mis objetivos han sido posible gracias a sus enseñanzas, su apoyo y su confianza en mi.

A mi familia, especialmente a mis padres Monica y Avelino por su inalcanzable apoyo a lo largo de mi vida.

Un agradecimiento a mi tío Heriberto Cortés, por enseñarme el valor del trabajo duro y su apoyo incondicional.

Un agradecimiento especial al Dr. Hugo Rodríguez Cortés, perteneciente al Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN quien me brindo su constante apoyo de manera incondicional, para alcanzar este objetivo profesional, además de ser uno de los principales pilares en el desarrollo de este trabajo.

A los profesores de la sección de Mecatrónica, por compartir sus conocimientos con alta profesionalidad.

Un gran agradecimiento mis amigos de la sección de mecatrónica de CINEVESTAV; especialmente a Yaraí por su gran apoyo en la realización de esta tesis. A Marco Ramírez y Gustavo Fuentesvilla quienes me brindaron su ayuda y apoyo incondicional cada vez que lo necesitaba

Por último un agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado para mis estudios, con número de CVU:1079258.

Cuando un sueño tiene fecha, se convierte en meta.

-Cmte. Sergio Cortés-

Índice general

Índice de figuras	VII
Índice de tablas	IX
Resumen	XI
Abstract	XIII
1. Introducción	1
1.1. Cuatrirrotores	2
1.2. Estado del arte	2
1.3. Objetivos	5
1.4. Organización de la tesis	6
2. Estimación de parámetros en línea	7
2.1. Ecuación de regresión lineal	7
2.2. Estimador tipo gradiente y la condición de excitación persistente (PE)	8
2.3. Método de Mezclar y filtrar	11
2.4. Señales retardadas	12

3. Estimación de parámetros para un cuatrirotor	15
3.1. Modelo dinámico del cuatrirotor	15
3.2. Problema de identificación para un cuatrirotor	17
4. Simulaciones numéricas y resultados experimentales	23
4.1. Simulaciones	23
4.2. Implementación en tiempo real	29
4.3. Resultados experimentales	34
5. Conclusiones y trabajo a futuro	39
5.1. Conclusiones	39
5.2. Trabajo a futuro	40

Índice de figuras

2-1.	Condición de excitación persistente del regresor X	10
3-1.	: Marcos de referencia $X^I Y^I Z^I$ y cuerpo $X^b Y^b Z^b$	15
4-1.	Determinante de las matrices $\bar{\mathcal{X}}(a)$ y $\bar{\mathbf{X}}_R(b)$, para la dinámica rotacional por el método de señales retardadas.	25
4-2.	Error de estimación de parámetros de la dinámica rotacional $\tilde{\Theta}_R$	25
4-3.	Error entre la salida medida y la estimada para la dinámica rotacional \mathbf{e}_R	26
4-4.	Convergencia de los parámetros estimados a sus valores, para la dinámica rotacional.	26
4-5.	Determinante de la matriz $\bar{\mathcal{X}}_T(a)$ y la matriz $\bar{\mathbf{X}}_T(b)$, para la dinámica traslacional.	27
4-6.	Error de estimación de parámetros de la dinámica traslacional $\tilde{\Theta}_T$	27
4-7.	Error entre la salida medida y la estimada para la dinámica traslacional \mathbf{e}_T	28
4-8.	Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica traslacional.	28
4-9.	Cuatrirotor casero.	29

4-10. Posición de traslación del cuatrirotor. x línea azul, y línea roja y z línea negra.	30
4-11. Velocidad de traslación del cuatrirotor. \dot{x} línea azul, \dot{y} línea roja, \dot{z} línea negra.	31
4-12. Ángulos de Euler. ϕ línea azul, θ línea roja, ψ línea negra.	31
4-13. Velocidad angular.	32
4-14. Empuje total T_T	32
4-15. Momentos de propulsión externos.	33
4-16. La línea azul representa a $\bar{\mathcal{X}} \times (5e17)$, la línea roja representa a $\bar{\mathcal{X}}_\mu \times (1e17)$ y la línea negra representa a $\det(\bar{\mathbf{X}}) \times 2$	33
4-17. Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica traslacional por el método de mezclar y filtrar(parte experimental).	34
4-18. Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica traslacional por el método de señales retardadas(parte experimental).	35
4-19. $\bar{\mathcal{X}}_\mu$ (Línea azul) y $\det(\bar{\mathbf{X}})$ (Línea roja).	36
4-20. Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica rotacional por el método de mezclar y filtrar(parte experimental).	37
4-21. Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica rotacional por el método de señales retardadas(parte experimental).	37

Índice de tablas

4.1. Parámetros estimados	23
4.2. Valor de λ de cada filtro utilizado en los estimadores.	35
4.3. Valores de ganancia de cada estimador.	38

Resumen

Debido a que generalmente los parámetros físicos de los vehículos aéreos no tripulados son desconocidos, su estimación es una herramienta esencial para el diseño aerodinámico y de control. En este trabajo se aborda la identificación experimental de los parámetros físicos de un cuatrorotor, utilizando dos versiones del método EMRD (*Extensión y Mezcla Dinámica del Regresor*).

Estos métodos de estimación se basan en técnicas recientemente introducidas que pre-procesan algebraica y dinámicamente el regresor resultante de las ecuaciones describiendo al cuatrorotor; tal que la condición PE por sus siglas en inglés *persistent excitation* sea relajada. A partir de los datos registrados en vuelos experimentales, se estiman los parámetros físicos para un cuatrorotor: inercia, masa y resistencia aerodinámica. Estos parámetros se identifican utilizando un regresor basado en el balance de potencia.

Abstract

Since, generally the physical parameters of unmanned aerial vehicles are unknown, their estimation is an essential tool for aerodynamic and control design. This work, the experimental identification of the experimental identification of the physical parameters of a quadrotor, using two versions of the DREM method (Dynamic Regressor Extension and Mixing).

These estimation methods are based on recently introduced techniques that algebraically and dynamically preprocess the regressor matrix resulting from the equations describing the quadrotor, so that the persistent excitation (PE) condition to be relaxed. From the data recorded in experimental flights, physical parameters are estimated for a quadrotor: inertia, mass and aerodynamic drag. These parameters are identified using a regressor based on power balance.

Capítulo 1

Introducción

Los vehículos aéreos no tripulados o VANTs, pueden ser de ala fija o de ala rotativa, en este último se conoce comúnmente como drones, se han popularizado en los últimos años debido a que sus aplicaciones son extensas, estas van desde labores de vigilancia, incluso en sus aplicaciones en el sector industrial al poder ser utilizado en procesos de logística, fomentando la capacitación y diversos usos innovación. La importancia de los vehículos aéreos no tripulados ha aumentado durante los últimos años y se espera que tengan más impacto en un futuro próximo [1]. El estudio de estos vehículos tiene sus registros desde sucesos como la primera guerra mundial, en donde surge la necesidad de analizar y diseñar prototipos de VANTs [2]. Las primeras referencias en cuanto al uso del concepto de “aeronave sin tripulación”, datan de la primera mitad del siglo XIX con los modelos construidos y volados por Cayley, Stringfellow, Du Temple, y otros pioneros de la aviación, quienes los utilizaron como prototipos de prueba no tripulados de versiones más grandes de los aviones pensados para llevar pasajeros. Así mismo, se tiene constancia del uso de aeronaves no tripuladas en el año 1849 con el empleo de globos no tripulados para bombardeos. Sin embargo, el desarrollo de la tecnología VANT no comenzó hasta el comienzo del siglo XX [3]. Hoy en día los VANTs participan en innumerables aplicaciones que van desde actividades recreativas, así como también con aplicaciones en la industria y militares.

Actualmente distintos sectores de investigación y desarrollo tecnológico no solo se enfocan en mejorar el diseño físico del VANT (hardware), ahora también se dedican a

mejorar su funcionamiento (programación, control, navegación autónoma, etc.). Estas innovaciones impactan no solo para el uso a nivel profesional, sino también a usuarios con poca o nula experiencia. La utilidad y fácil adquisición de dichas unidades, ha ido incrementando la necesidad de entregar al consumidor aeronaves que puedan ser utilizadas con facilidad y seguridad.

1.1. Cuatrirotores

Dentro de los tipos de VANT, los cuatrirotores han ganado popularidad en los últimos años debido a la gran versatilidad que ofrecen, ya que son aeronaves que pueden realizar maniobras de una manera ágil y rápida, siendo estas características las más importantes en términos de dinámica de vuelo. Esto hace que puedan ingresar en lugares donde los humanos difícilmente podrían, ya sea por restricciones físicas o de seguridad. El cuatrirotor, es un sistema conformado por cuatro servomotores típicamente de tipo brushless, con la capacidad de despegar y aterrizar de manera vertical en un punto y capaz de mantener una posición fija en el aire. Este puede también realizar movimientos hacia adelante, hacia atrás, laterales y girar sobre su propio eje vertical a través de la manipulación en la velocidad de sus rotores. En los últimos años, los cuatrirotores se han vuelto populares en múltiples tareas humanas, tales como topografía, inspecciones de áreas, seguridad y entretenimiento. [4], [5], [6], [7]. Además de su éxito comercial, los cuatrirotores atraen el interés de los centros de investigación como bancos de pruebas para el diseño de algoritmos de control, seguimiento de trayectorias y estimaciones físicas del cuatrirotor.

1.2. Estado del arte

Una de las áreas con mayor estudio a lo largo de los años en la actividad científica es la obtención de modelos matemáticos de sistemas físicos, a partir de la medición de señales conocidas –en la mayoría de los casos imperfecta– ya sea de salida y/o de entrada. Este proceso se conoce en la literatura como identificación de sistemas; y representa uno de los principales problemas estudiados en el diseño matemá-

tico (dinámico) y control de aeronaves. La identificación del sistema puede utilizarse para caracterizar las fuerzas y momentos aplicados que actúan sobre la aeronave, las cuales surgen de la aerodinámica y la propulsión [8]. Normalmente, las fuerzas y los momentos de empuje se obtienen a partir de pruebas físicas, por lo que la teoría de identificación de sistemas, se puede aplicar a la aeronave para determinar un modelo aproximado del mismo a partir de observaciones de entrada y salida. De esta forma, bajo ciertas condiciones el sistema bajo evaluación se puede considerar equivalente [9].

En la mayoría de los problemas de modelado de sistemas dinámicos y control, una aeronave puede asumirse como un cuerpo rígido cuyas ecuaciones de movimiento están gobernadas por las leyes de la física Newtoniana. De esta forma, la identificación de sistemas se utiliza para caracterizar fuerzas y momentos, de origen aerodinámico y de propulsión, o para verificar predicciones teóricas de diseño. En un problema de identificación de sistemas debe establecerse claramente las entradas y salidas disponibles, la estructura del modelo y como determinar adecuadamente los parámetros desconocidos. De tal manera que la dinámica de un sistema no lineal, puede ajustarse a una ecuación de regresión lineal (ERL). Esta ecuación relaciona a las salidas medibles, con el producto de señales conocidas del sistema, las cuales están distribuidas en una matriz y un vector que contiene a los parámetros desconocidos. Es importante mencionar que la matriz involucrada se conoce como matriz de regresión. En el caso de una sola salida, se tiene un vector de regresión. En ambos casos se puede utilizar el término regresor para referirse a la matriz o vector correspondiente.

En los cuatrirotores los parámetros físicos como su masa, momentos de inercia y coeficientes de resistencia al aire, etc, pueden no conocerse o pueden no cambiar durante la vida útil de cuatrirotor. Por ejemplo su carga útil puede variar, por lo que su masa cambiará. Es por estos motivos que la estimación de parámetros para cuatrirotores es en particular un problema de gran interés en la literatura de aeronaves no tripuladas. De esta forma realizar la estimación de parámetros haciendo uso de ERL's ha sido ampliamente aceptado. En [10], se utiliza el algoritmo de búsqueda del extremo para identificar parámetros del modelo planar de un cuatrirotor. Este método consta de múltiples funciones, que pueden ser contradictorias una de otra y para optimizar el sistema en conjunto, cada función objetivo debe alcanzar la solución óptima. Existen dos métodos de algoritmos de búsqueda extremos. Uno se basa en el método de descenso, y el

otro se basa en la optimización Newton-Raphson. En [11] se utiliza el método CIPHER algoritmo basado en la respuesta frecuencial, para identificar los parámetros aerodinámicos. El algoritmo CIPHER se compone principalmente de seis módulos : identificación de respuesta en frecuencia, procesamiento combinado de ventanas, identificación de la función de transferencia de un solo canal, identificación de la ecuación del espacio de estados y verificación en el dominio temporal. Otra técnica ampliamente usada y conocida para realizar la estimación de parámetros es el filtro de Kalman. Basados en dicha técnica, en [12] se realizó la identificación de los parámetros de un cuatrirotor.

La solución clásica a la estimación de parámetros, se basa en los estimadores de gradiente descendiente o de mínimos cuadrados [10]. La desventaja de estos estimadores es que su convergencia al valor real, es asegurada *si y solo si* la matriz resultante de la multiplicación del regresor por su transpuesta verifica la condición de excitación persistente. Recientemente, se han propuesto técnicas de estimación que han podido relajar considerablemente la condición de excitación persistente, utilizando el método EMRD , así como variantes de este método propuestas en [11], [12] y [13].

El método DREM consta de dos etapas: en primer lugar, la generación de nuevas ecuaciones de regresión mediante la aplicación de operadores algebraicos y dinámicos a los datos de la ecuación de regresión original. En segundo lugar, una mezcla adecuada de estos nuevos datos para obtener la forma de regresión final deseada a la que se pueden aplicar las estimaciones de parámetros estándar. Este procedimiento es comúnmente aplicado para sistemas de regresión lineal, de tal manera que se utiliza para generar un nuevo estimador de parámetros cuya convergencia está garantizada relajando la condición de PE en el regresor. En [14], se estiman parámetros físicos de un cuatrirotor utilizando la versión clásica del método EMRD, descrita previamente.

Es bien sabido que los algoritmos estándar de estimación de parámetros aplicados a las regresiones lineales dan lugar a un sistema lineal variable en el tiempo, que es exponencialmente estable si se cumple la condición de excitación persistente en el regresor. Esta condición es un problema teórico desafiante y se han dedicado muchos trabajos de investigación a ella en diversos escenarios [15] [16].

Motivados por la importancia de la estimación de parámetros en sistemas no lineales y particularmente en cuatrirotores. En este trabajo de tesis se aborda la estimación

de los parámetros físicos: inercia, masa y coeficiente de resistencia al avance de un cuatrirotor. El regresor se construye a partir de la ecuación de balance de potencia como se propone en [17]. El problema de estimación se resuelve utilizando dos versiones del método DREM.

- Como se proponen en [18]. Esta variación del método DREM busca aprovechar los datos del regresor, en instantes de tiempo anteriores
- Usando [11], el cual consiste en realizar un regresor extendido a la Kreisselmeir's, lo cual en comparación con el EMRD clásico [18], permite tener una mezcla de información mucho más simple.

Por medio de simulaciones numéricas se muestra que el error de estimación de parámetros converge a cero en ambos casos y se describen las diferencias entre ambos estimadores. Para la parte experimental de este trabajo se utilizan datos de vuelo realizados de manera física. De esta forma, la ecuación de regresión lineal es construida con datos experimentales, estos datos de vuelo incluyen medidas del sistema de referencia de altitud y Rumbo; y el sistema de posicionamiento infrarrojo de Optitrack.

1.3. Objetivos

Objetivo General: Estimar los parámetros físicos de un cuatrirotor utilizando el método EMRD.

Objetivos particulares

- Identificar una ecuación lineal de regresión basada en balance de potencia para un cuatrirotor.
- Haciendo uso del método EMRD, extender la ERL obtenida del paso anterior para diseñar algoritmos de estimación de parámetros, los cuales posiblemente relajen la condición de excitación persistente.

- Validar en simulación el funcionamiento de los estimadores.
- Validar los estimadores utilizando datos de vuelo experimentales.

1.4. Organización de la tesis

Esta tesis está dividida en cinco capítulos y se organiza en la siguiente forma. El capítulo 2 describe la generación de la ecuación de regresión lineal; y también se describen los dos métodos de estimación basados en el EMRD. El primer método es por mezclado y filtrado y el segundo método que se consideran en este trabajo es el método EMRD, pero construido con señales retardadas; para resolver el problema de identificación del sistema. Posteriormente en el capítulo 3 se aborda el problema de identificación de sistemas para un cuatrirotor. Esta sección incluye el modelo del cuatrirotor utilizado en este trabajo, la generación de la ecuación de regresión lineal y la configuración para obtener los datos de vuelo experimental. En el capítulo 4 se presentan los resultados de simulación obtenidos mediante la programación de los estimadores en el software Matlab/Simulink. Así como también los resultados experimentales de los parámetros físicos. Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo.

Capítulo 2

Estimación de parámetros en línea

En este capítulo se presenta en un contexto general de la teoría necesaria para resolver el problema a abordar. El cual consiste en estimar en línea de los parámetros desconocidos y constantes que aparecen en una ecuación de regresión lineal (ERL). Esta ecuación establece una relación lineal entre la salida medible del sistema y los parámetros desconocidos modulo el regresor.

La ERL representa la ecuación instrumental para el diseño de la gran mayoría de los identificadores de sistemas [18].

2.1. Ecuación de regresión lineal

El problema de estimación de los parámetros $\Theta \in \mathbb{R}^q$ puede plantearse como un problema de observación de estados para un sistema dinámico con estados constantes Θ

$$\dot{\Theta} = 0 \tag{2.1}$$

interconectado con un sistema dinámico de la forma

$$\dot{x} = f(x, \Theta) + g(x)u \tag{2.2}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, representa los estados del sistema, $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^q$, la matriz de entrada es $g : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^s$ y $u \in \mathbb{R}^s$, siendo la entrada de control. De acuerdo con el

problema de la identificación de sistemas, es necesario construir una ERL usando las ecuaciones 2.1 y 2.2. Para esto, se asume que existe una función escalar $H(x, \Theta)$ tal que

$$\dot{H} = \frac{\partial H^\top}{\partial x} f(x, \Theta) + \frac{\partial H^\top}{\partial x} g(x)u$$

con

$$y = g(x)^\top \frac{\partial H}{\partial x} \in \mathbb{R}.$$

A partir de estas ecuaciones se asume que

$$\dot{H}(x, \Theta) - \frac{\partial H^\top}{\partial x} f(x, \Theta) = \mathbf{X}^\top \Theta \quad (2.3)$$

cambiando la notación de $y^\top u = \mathbf{y}$, la ecuación 2.3 se reescribe como una ERL de la forma

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}^\top \Theta \quad (2.4)$$

donde $\mathbf{y} \in \mathbb{R}$ y $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^q$, es el regresor. En lo que sigue, se asume que ambas funciones dependen de señales medibles y conocidas.

A partir de \mathbf{y} y \mathbf{X} se puede estimar el vector de parámetros Θ . Para esto, se define el error de estimación \mathbf{e} como

$$\mathbf{e} = \mathbf{X}^\top \hat{\Theta} - \mathbf{y} = \mathbf{X}^\top \hat{\Theta} - \mathbf{X}^\top \Theta = \mathbf{X}^\top (\hat{\Theta} - \Theta) = \mathbf{X}^\top \tilde{\Theta} \quad (2.5)$$

con $\hat{\Theta}$ es el valor estimado de Θ y $\tilde{\Theta} = \hat{\Theta} - \Theta$ el error paramétrico.

De esta forma, si se asegura que dicho error converge hacia cero, entonces la única solución de (2.5) es $\mathbf{e} \rightarrow 0$.

2.2. Estimador tipo gradiente y la condición de excitación persistente (PE)

Proponiendo a la siguiente función de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\Theta}^\top \tilde{\Theta} \quad (2.6)$$

y derivando respecto al tiempo se llega a

$$\dot{V} = \tilde{\Theta}^\top \dot{\tilde{\Theta}}. \quad (2.7)$$

Debido a que se desea asegurar que

$$\dot{V} = \tilde{\Theta}^\top \dot{\tilde{\Theta}} \leq 0.$$

Entonces, definiendo a $\dot{\tilde{\Theta}} = -\kappa_0 \mathbf{X}\mathbf{X}^\top \tilde{\Theta}$ con $\kappa_0 \in \mathbb{R}$ una ganancia positiva; y reemplazándola en 2.7, se obtiene

$$\dot{V} = -\kappa_0 \tilde{\Theta}^\top \mathbf{X}\mathbf{X}^\top \tilde{\Theta} = -\kappa_0 \mathbf{e}^\top \mathbf{e} \leq 0.$$

A partir de está derivada con respecto al tiempo es evidente que la convergencia del error de estimación e no implica que el error paramétrico $\tilde{\Theta}$ converge a cero, ya que implican dos casos del $\mathbf{e} = 0$. El primero es cuando el regresor X es igual a cero; y segundo se produce con $\tilde{\Theta}$ igual a cero. Por otro lado se tiene que $\mathbf{X}\mathbf{X}^\top$ es semi definida positiva y es de rango igual a uno; por lo que satisfacer la condición $\lambda_{\min}(\mathbf{X}\mathbf{X}^\top) \geq 2\alpha$, con $\alpha > 0$ es muy difícil de conseguir.¹ No obstante, como \mathbf{X} es un vector que varía con el tiempo se espera tener la información suficiente para que los parámetros de $\tilde{\Theta}$ converja a cero. Esta disponibilidad de información suficiente a lo largo del tiempo se establece con la condición de excitación persistente establecida en la siguiente definición. Veasé la figura 2-1.

Definición 1 *Un regresor $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^q$, es de excitación persistente si existen constantes positivas α, T tal que*

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \mathbf{X}(\tau)\mathbf{X}(\tau)^\top d\tau \geq \alpha I_m, \quad \forall t_0 \geq 0 \quad (2.8)$$

con $I \in \mathbb{R}^{q \times q}$ siendo la matriz identidad.

¹ $\lambda_{\min}(A)$ denota el valor propio mínimo de la matriz A .

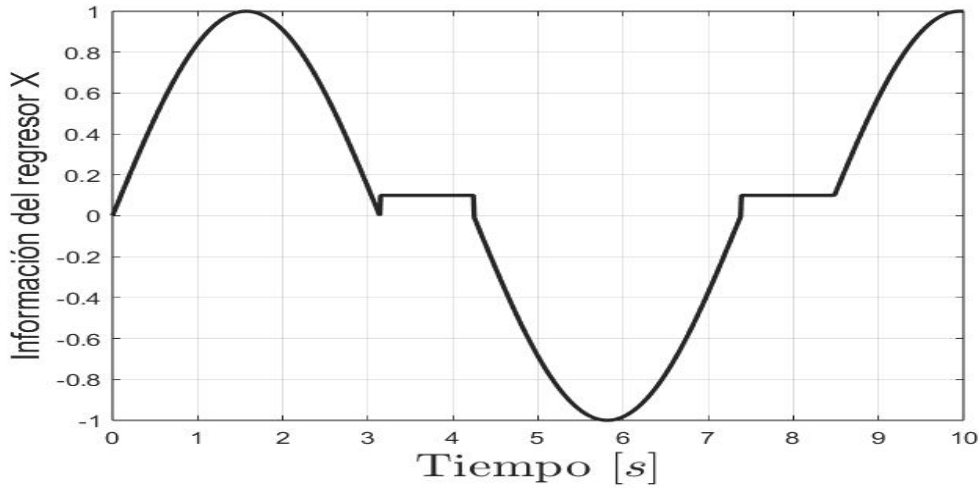


Figura 2-1: Condición de excitación persistente del regresor X .

La condición de excitación persistente permite establecer el siguiente resultado

Proposición 1 *Dada una ERL de la forma (2.4). El estimador tipo gradiente descendiente en tiempo continuo*

$$\dot{\hat{\Theta}} = -\kappa \mathbf{X} \left(\mathbf{X}^\top \hat{\Theta} - \mathbf{y} \right).$$

con $\kappa > 0$ asegura lo siguiente:

- *La norma del vector del error paramétrico $\tilde{\Theta} = \hat{\Theta} - \Theta$, es monóticamente no creciente, es decir*

$$|\tilde{\Theta}(t_b)| \leq |\tilde{\Theta}(t_a)|, \forall t_b \geq t_a \in \mathbb{R} > 0$$

- *La ecuación del error del error paramétrico se define de la siguiente manera*

$$\dot{\tilde{\Theta}} = -\kappa \mathbf{X} \mathbf{X}^\top \tilde{\Theta}$$

y su punto de equilibrio cero, es globalmente exponencialmente estable si y sólo si $\mathbf{X}(t)$ cumple con la condición de excitación persistente.

A lo largo de los últimos 10 años, los trabajos dedicados a la identificación de sistemas han tratado de relajar la condición de PE sobre el regresor. Los enfoques recientes sobre este tema, proponen extender la ecuación lineal del regresor para dotarla de mayor información a través de una manipulación algebraica y dinámica antes de realizar la estimación de los parámetros desconocidos. Las opciones para relajar la condición establecida en (2.8) son limitadas, la primera es generar un nuevo regresor como el que se propone en [19] y [17] y la segunda es modificar la ecuación de salida como se propone en [18].

2.3. Método de Mezclar y filtrar

Este método de estimación, busca superar la limitación impuesta por la condición de excitación persistente y de esta manera, mejorar el rendimiento transitorio del estimador, el procedimiento EMRD consiste en generar nuevas ecuaciones de regresión lineal para estimar independientemente cada uno de los parámetros. A continuación, se presenta el estimador por el método de mezclar y filtrar para la ERL de la forma (2.4). Usando la idea del regresor extendido á la Kreisselmeier's. El cual consiste en multiplica por la izquierda la salida de 2.4 por \mathbf{X} , para llegar a

$$\mathcal{Y} = \mathcal{X}\Theta \quad (2.9)$$

donde

$$\mathcal{Y} = \mathbf{X}\mathbf{y}, \quad \mathcal{X} = \mathbf{X}\mathbf{X}^\top$$

con $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^q$ y $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{q \times q}$. En este punto, el paso clave es la "mezcla" de la información de los regresores y la propiedad de que para una matriz de la forma $M^{q \times q}$ se tiene que

$$\text{adj}(M)M = \det(M)I$$

donde $I \in \mathbb{R}^{q \times q}$ es la matriz identidad y $\text{adj}(M)$ denota la matriz adjunta. De esta manera pre-multiplicando a 2.9 por la matriz adjunta de \mathcal{X} , se llega a

$$\text{adj}(\mathcal{X})\mathcal{Y} = \det(\mathcal{X})I \quad (2.10)$$

De esta manera, la ecuación de regresión lineal vectorial anterior, se transforma en las siguientes q ecuaciones de regresión lineal de forma escalar

$$\bar{\eta}_i = \det(\mathcal{X})\Theta_i, \quad i = 1, \dots, q \quad (2.11)$$

con $\bar{\eta}_i = \text{adj}(\mathcal{X})\mathcal{Y}$.

Una vez realizada esta manipulación algebraica de la ecuación de regresión lineal original 2.4, se propone el siguiente proceso dinámico. Se considera un operador lineal y estable SISO (single-input single-output) y BIBO (bounded-input bounded-output), denotado por $G(s)$, con $s = \frac{d}{dt}$. De esta manera, a partir de las ecuaciones q escalares del regresor lineal de (2.11) es posible definir a

$$\eta_i = \det(\bar{\mathcal{X}})\Theta_i, \quad i = 1, \dots, q \quad (2.12)$$

Donde

$$\eta_i = G(s)_i \bar{\eta}_i, \quad \bar{\mathcal{X}}_i = G(s)_i \det(\bar{\mathcal{X}})$$

La disponibilidad de las ERLs escalares 2.12 es la principal característica del método EMRD que lo distingue de todos los demás estimadores.

2.4. Señales retardadas

Un segundo enfoque del método DREM presentado en [18], consiste en primero procesar dinámicamente la regresión lineal original y luego algebraicamente, de tal manera que exista un aprovechamiento de los datos disponibles en instantes de tiempos anteriores. El procesamiento dinámico implica $q - 1$ operadores de retardo de la forma

$$G(e^{s\tau}), G(e^{2s\tau}), \dots, G(e^{(q-1)s\tau})$$

con τ el valor del retardo. Con un ligero abuso de notación, a partir de 2.4 se definen las siguientes señales

$$\bar{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ G(e^{s\tau})\mathbf{y} \\ G(e^{2s\tau})\mathbf{y} \\ \vdots \\ G(e^{(q-1)s\tau})\mathbf{y} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^\top \\ G(e^{s\tau})\mathbf{X}^\top \\ G(e^{2s\tau})\mathbf{X}^\top \\ \vdots \\ G(e^{(q-1)s\tau})\mathbf{X}^\top \end{bmatrix}.$$

Por lo tanto, se puede construir la siguiente ERL

$$\bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{X}}\Theta \quad (2.13)$$

con $\bar{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}^q$ y $\bar{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{q \times q}$. Al multiplicar a (2.13) de ambos lados por la matriz adjunta de $\bar{\mathbf{X}}$, con la finalidad de obtener q ecuaciones de regresión lineal escalar de la forma

$$\hat{y}_i = \det(\bar{\mathbf{X}})\Theta_i, \quad i = 1, \dots, q \quad (2.14)$$

con $\hat{\mathbf{y}} = \text{adj}(\bar{\mathbf{X}})\bar{\mathbf{y}}$.

Proposición 2: Considere la ecuación de regresión lineal descrita en 2.4. Suponga que se construyen dos conjuntos de q ERLs escalares y lineales mediante la mezcla y el filtrado 2.12 y señales retardadas 2.14. Asumiendo que $\det(\bar{\mathbf{X}})$ y $\mathcal{X} \notin \mathcal{L}_2$, entonces los estimadores de tipo gradiente descendiente normalizado, de la forma

$$\dot{\hat{\Theta}}_i = \kappa_0 \frac{\mathcal{X}}{1 + \mathcal{X}^2} \left(\mathcal{X} \hat{\Theta}_i - \eta_i \right) \quad (2.15)$$

$$\dot{\hat{\Theta}}_i = \kappa_1 \frac{\det(\bar{\mathbf{X}})}{1 + \det(\bar{\mathbf{X}})^2} \left(\det(\bar{\mathbf{X}})\hat{\Theta}_i - \hat{y}_i \right) \quad (2.16)$$

con κ_0 y κ_1 , ganancias de sintonización (positivas), aseguran que $\tilde{\Theta}_i$ converge asintóticamente a cero. Esto es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{\Theta}) = 0$$

Si \mathcal{X} y $\det(\bar{\mathbf{X}})$, satisfacen la condición de excitación persistente, entonces la convergencia a cero de $\tilde{\Theta}$ es de forma exponencial.

Prueba: Considerando como función de Lyapunov (2.7), su derivada en el tiempo a lo largo de las trayectorias del estimador tipo gradiente descendiente normalizado de (2.15) es

$$\dot{V} = -\kappa_0 \frac{\bar{\mathcal{X}}^2}{1 + \bar{\mathcal{X}}^2} \tilde{\Theta}^\top \tilde{\Theta} \quad (2.17)$$

Por otro lado la derivada de la misma función de Lyapunov a lo largo de las trayectorias del estimador de (2.16) es

$$\dot{V} = -\kappa_1 \frac{\det(\bar{\mathbf{X}})^2}{1 + \det(\bar{\mathbf{X}})^2} \tilde{\Theta}^\top \tilde{\Theta} \quad (2.18)$$

Es evidente que la convergencia a cero del error paramétrico viene determinada por las propiedades de las señales

$$\frac{\bar{\mathcal{X}}^2}{1 + \bar{\mathcal{X}}^2}, \quad \frac{\det(\bar{\mathbf{X}})^2}{1 + \det(\bar{\mathbf{X}})^2} \quad (2.19)$$

por lo tanto, las características de convergencia del error paramétrico están determinadas por las propiedades de las señales $\bar{\mathcal{X}}$ y $\det(\bar{\mathbf{X}})$ con lo que se completa la demostración.

La idea de los dos enfoques del metodo EMRD, es relajar la condición de excitación persistente en el regresor original \mathbf{X} a través del determinante de una matriz cuadrada no singular. Estos dos enfoques han demostrado ser eficientes para varios sistemas físicos como se puede observar en [17].

En este trabajo ambos estimadores se evalúan utilizando datos experimentales de vuelo y se realiza la comparación entre ambos estimadores, para el caso de la estimación de parámetros físicos de un cuatrirotor.

Capítulo 3

Estimación de parámetros para un cuatrirotor

3.1. Modelo dinámico del cuatrirotor

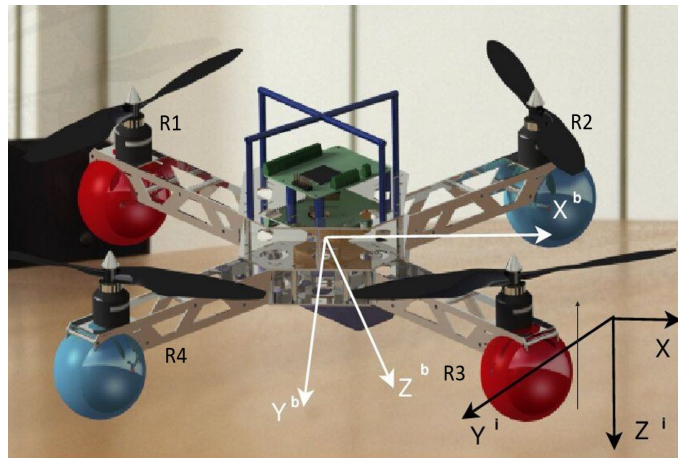


Figura 3-1: : Marcos de referencia $X^I Y^I Z^I$ y cuerpo $X^b Y^b Z^b$.

Al considerar que los componentes del cuatrirotor a excepción de las hélices se mantienen rígidamente unidos y que el efecto del movimiento de las hélices sobre los otros componentes es mínimo. El modelo dinámico del cuatrirotor es equivalente al modelo

dinámico de un cuerpo rígido en el espacio bajo la acción de las fuerzas y momentos externos. La descripción del modelo dinámico requiere dos sistemas de coordenadas, uno con coordenadas en ejes inerciales y uno con coordenadas en ejes cuerpo. El sistema de coordenadas cuerpo se ubica en el centro de gravedad del cuatrirotor. Al asumir que el cuatrirotor es simétrico y que su centro de gravedad coincide con su centro geométrico; el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales describe el modelo dinámico del cuatrirotor.

$$\begin{aligned} m\ddot{X} &= F_g^i + F_p^i + F_a^i \\ I\dot{\Omega} &= -\Omega \times I\Omega + M_p^i, \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde m es la masa, $X = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^\top$ es la posición traslacional, F_g^i , F_p^i y F_a^i son las fuerzas de gravedad, propulsión y aerodinámicas expresadas en ejes inerciales, definidas como

$$F_g^i = mge_3, \quad F_p^i = -T_T Re_3, \quad F_a^i = -K\dot{X} \quad (3.2)$$

con g la constante gravitacional, $e_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^\top$, T_T el empuje total de los cuatro rotores, $R \in SO(3)$ la matriz de rotación de ejes cuerpo a ejes inerciales y $K = \text{diag}\{\mu_x, \mu_y, 0\}$ la matriz de coeficientes aerodinámicos Propuesta en [20]. Además, $I = \text{diag}\{I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}\}$ es la matriz de inercia, $\Omega = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^\top$ la velocidad angular en ejes cuerpo y

$$M_p^b = \begin{bmatrix} M_x & M_y & M_z \end{bmatrix}^\top$$

los momentos generados por el empuje entre los cuatro rotores.

Observación 1: Es importante señalar que los modelos para un cuatrirotor, empleados en [21], [14] y [22] incluyen el mapeo de la velocidad angular del rotor a la fuerza y momentos de propulsión. Esta relación puede establecerse de la siguiente manera [16], para la configuración del cuatrirotor mostrado en la Figura 3-1.

$$\begin{bmatrix} T_T \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{\ell}{\sqrt{2}} & -\frac{\ell}{\sqrt{2}} & -\frac{\ell}{\sqrt{2}} & \frac{\ell}{\sqrt{2}} \\ \frac{\ell}{\sqrt{2}} & -\frac{\ell}{\sqrt{2}} & \frac{\ell}{\sqrt{2}} & -\frac{\ell}{\sqrt{2}} \\ \frac{C_Q \bar{r}}{C_T} & \frac{C_Q \bar{r}}{C_T} & \frac{C_Q \bar{r}}{C_T} & \frac{C_Q \bar{r}}{C_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Donde ℓ es la distancia entre el origen de los ejes cuerpo y el eje de rotación del

rotor, medida a lo largo del brazo del cuatrirotor, C_Q es el coeficiente del momento de reacción, C_T el coeficiente de empuje y \bar{r} es el radio de la hélice. Dado que el subsistema es considerablemente rápido con respecto a la mecánica de vuelo, se utiliza la siguiente relación.

$$PWM_i = PWM_0 T_i + PWM_1, i = 1, 2, 3, 4$$

donde PWM_i es la señal modulada por impulsos que se envía al controlador del motor eléctrico para generar el empuje T_i . PWM_0 y PWM_1 son valores positivos para ajustar la relación. Como ℓ y \bar{r} son conocidos será interesante estimar $\frac{C_Q}{C_T}$. sin embargo, ya que el cuatrirotor no puede volar en lazo abierto, el controlador implementado para obtener los datos de vuelo invierte la relación en 3.3, por lo que es necesario seguir investigando esta cuestión.

Este problema de estimación planteado en este trabajo, se describe en la siguiente sección.

3.2. Problema de identificación para un cuatrirotor

Suponga que los estados X , \dot{X} , R y Ω son medibles. Además, suponga que se tiene acceso a las entradas de control T_T y M_p^b . Estimar los parámetros físicos del cuatrirotor I , K y m .

El primer paso para resolver este problema de identificación es construir la ecuación de regresión lineal. Obsérvese que, como se propone en [23] y [14], es posible construir una ecuación de regresión lineal vectorial directamente a partir de la dinámica rotacional del cuatrirotor.

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{p} & qr & -qr \\ pr & \dot{q} & -pr \\ pq & -pq & \dot{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{xx} \\ I_{yy} \\ I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

donde esta ecuación puede interpretarse en términos de 2.4, en forma vectorial.

Basado en el balance de energía en el sistema, se tiene que, para resolver el problema de estimación de los parámetros físicos de un cuatrirotor, es necesario diseñar la salida del sistema con las señales medibles del cuatrirotor y que esta salida incluya los parámetros que se desean estimar. Para este caso, las dos salidas se generan a partir de las siguientes funciones lagrangianas describen a la energía total del sistema.

$$\mathcal{L}_T = \frac{1}{2}m\dot{X}^\top \dot{X} - mgX^\top e_3 \quad (3.5)$$

$$\mathcal{L}_R = \frac{1}{2}\Omega^\top I\Omega \quad (3.6)$$

con \mathcal{L}_T la función lagrangiana de la dinámica traslacional y \mathcal{L}_R la función lagrangiana de la dinámica rotacional.

- **Para la salida de la energía traslacional del cuatrirotor:** Derivando a 3.5 a lo largo de las trayectorias del cuatrirotor se obtiene

$$\frac{d}{dt} = m\dot{X}^\top \ddot{X} - mg\dot{X}^\top e_3, \quad (3.7)$$

Del modelo 3.1 se tiene que para la dinámica traslacional $m\ddot{X} = mge_3 - T_T Re_3 - K\dot{X}$, sustituyendo en 3.7

$$\frac{d}{dt} = \dot{X}^\top mge_3 - \dot{X}^\top T_T Re_3 - \dot{X}^\top K\dot{X} - mg\dot{X}^\top e_3 \quad (3.8)$$

Reduciendo la ecuación anterior, se tiene

$$\frac{d}{dt} = -T_T \dot{X}^\top Re_3 - \dot{X}^\top K\dot{X} \quad (3.9)$$

De esta ecuación de potencia, es claro que las señales medibles para la dinámica traslacional del cuatrirotor son

$$y_T = -T_T \dot{X}^\top Re_3 \quad (3.10)$$

Abusando un poco de la notación, se define a $s = \frac{d}{dt}$ de tal manera que la ecuación 3.5 se puede escribir como

$$\mathbf{s} \left(\frac{1}{2} m \dot{X}^\top \dot{X} - mg X^\top e_3 \right) \quad (3.11)$$

entonces sustituyendo del lado izquierdo la ecuación 3.11 en 3.9 se tiene que

$$\mathbf{s} \left(\frac{1}{2} m \dot{X}^\top \dot{X} - mg X^\top e_3 \right) = -T_T \dot{X}^\top R e_3 - \dot{X}^\top K \dot{X} \quad (3.12)$$

de esta manera se puede observar que la ecuación anterior contiene los los parámetros que se quieren estimar para la dinámica traslacional.

En este punto ya es posible construir a la ERL para estimar los parámetros de la dinámica traslacional, de tal manera que esta ERL escalar tiene la siguiente forma

$$y_T = \mathbf{s} \left(\frac{m}{2} \dot{X}^\top \dot{X} - mg X^\top e_3 \right) + \dot{X}^\top K \dot{X} \quad (3.13)$$

Posteriormente se define un filtro lineal invariante en el tiempo, de la forma $\frac{\lambda}{s+\lambda}$ con $\lambda > 0$. Aplicándolo a (3.13), por ambos lados se llega a

$$Y_T = \mathbf{X}_T \Theta_T \quad (3.14)$$

con

$$\mathbf{X}_T = \left[\frac{\lambda \mathbf{s}}{s+\lambda} \left(\frac{\dot{X}^\top \dot{X}}{2} - g X^\top e_3 \right) \quad \frac{\lambda}{s+\lambda} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \right]$$

$$\Theta_T = \left[m \quad \mu_x \right]^\top$$

y

$$Y_T = \left(\frac{\lambda}{s+\lambda} \right) y_T$$

- **Para la salida de la energía rotacional del cuatrirotor:** Derivando a 3.6 a lo largo de las trayectorias del cuatrirotor se obtiene

$$\frac{d}{dt} = \frac{1}{2} \Omega^\top I \dot{\Omega} \quad (3.15)$$

Como $I \dot{\Omega} = -\Omega \times I \Omega + M_p^i$, sustituyendo en 3.15, se tiene

$$\frac{d}{dt} = \Omega^\top (-\Omega \times I \Omega + M_p^b) \quad (3.16)$$

Escribiendo a 3.16, en forma vectorial y matricial para la matriz de inercia I , se tiene lo siguiente

$$\frac{d}{dt} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}^\top \left(- \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \right) \quad (3.17)$$

Simplificando a (3.17) toma la siguiente forma

$$\frac{d}{dt} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

realizando la respectiva multiplicación de los vectores de 3.18, se tiene que la potencia rotacional tiene la forma

$$pM_x + qM_y + rM_z = \Omega^\top M_p^b \quad (3.19)$$

De la ecuación de potencia para la parte de la dinámica rotacional del cuatrirotor, se pueden observar las siguientes señales medibles

$$y_R = \Omega^\top M_p^b. \quad (3.20)$$

De igual manera se define al operador $s = \frac{d}{dt}$.

Aplicando este operador la ecuación 3.6, se puede reescribir como

$$s \left(\frac{1}{2} \Omega^\top I \Omega \right) \quad (3.21)$$

y sustituyendo del lado izquierdo la ecuación 3.21 en 3.20 se tiene

$$s \left(\frac{1}{2} \Omega^\top I \Omega \right) = \Omega^\top M_p^b \quad (3.22)$$

De la ecuación anterior es fácil notar que depende de los parámetros a estimar. De igual manera se construye a las ERLs escalares para la parte de la dinámica rotacional y tiene la siguiente forma

$$y_R = s \left(\frac{1}{2} \Omega^\top I \Omega \right) \quad (3.23)$$

Aplicando de igual manera el filtro lineal invariante en el tiempo, de la forma $\frac{\lambda}{s+\lambda}$. a (3.23), por ambos lados se reescribe a las ERLs de la siguiente manera

$$Y_R = \mathbf{X}_R \Theta_R \quad (3.24)$$

con

$$\mathbf{X}_R = \frac{\lambda s}{s + \lambda} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} p^2 & \frac{1}{2} q^2 & \frac{1}{2} r^2 \end{bmatrix}$$

$$\Theta_R = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{yy} & I_{zz} \end{bmatrix}^T$$

y

$$Y_R = \frac{\lambda}{s + \lambda} y_R.$$

Debido a la simetría del cuatrorotor se considera que $\mu_x = \mu_y$. A partir de las ERLs de (3.14) y (3.24) se construyen seis ERLs escalares. A continuación se siguen los procedimientos descritos en el capítulo 2 para la realizar estimación de parámetros y sintonizar las ganancias correspondientes y como último paso se construyen los estimadores (2.15) y (2.16).

Capítulo 4

Simulaciones numéricas y resultados experimentales

En este capítulo se presentan los resultados de los dos métodos de estimación desarrollados en el capítulo 2 mediante simulaciones, así como también los experimentos realizados para la estimación de los parámetros del cuatrirotor.

4.1. Simulaciones

Para las simulaciones se utiliza una planta con los datos del cuatrirotor y el control implementado en el cuatrirotor es el reportado en [24], en este control el cuatrirotor despegue en un punto de origen y vuela hacia cuatro puntos de referencia. La simulación se realiza en Matlab-Simulink. Se consideran los siguientes parámetros físicos

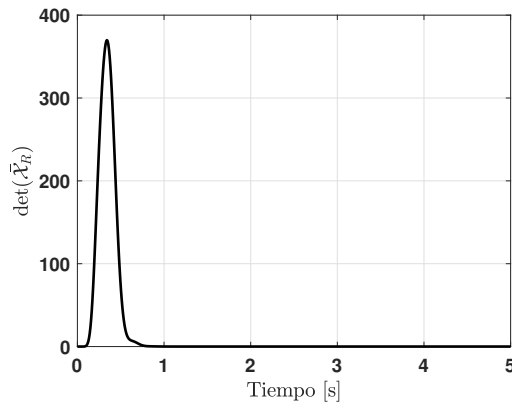
Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
J_{xx}	0.0218	m	1.2
J_{yy}	0.0218	μ_x	0.72
J_{zz}	0.0339	μ_z	0.9

Tabla 4.1: Parámetros estimados

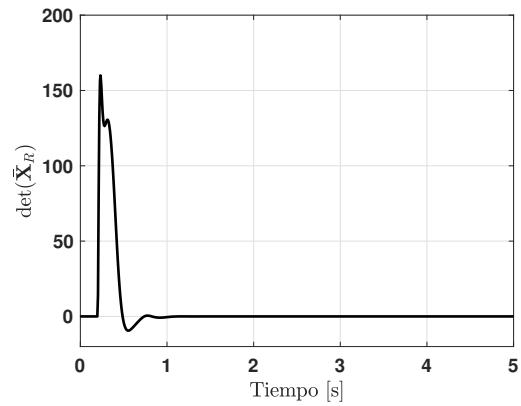
En el método de mezclar y filtrar, es importante definir a el valor de λ , ya que este mismo, junto a las ganancias, modifican el valor de \mathcal{X} para que de esta manera exista excitación del regresor para que se logre converger a los valores de los parámetros desconocidos. En el método de las señales retardadas, el valor del retraso afecta al determinante de $\bar{\mathbf{X}}$, siendo necesario que las ganancias requieran un mayor o menor valor en función del retraso. El objetivo durante la sintonización es que el error de estimación $e_i = \mathbf{X}_i - \mathbf{y}_i$ donde $i = T, R$, a cero. Esto se logra de manera rápida si el cambio de valor del determinante es lo suficientemente grande. En las las figuras de 4-1 y 4-5, corresponden a las gráficas de los determinantes de la dinámica rotacional y traslacional, por el método de (a) mezclar y filtrar y (b) el método de señales retardadas, respectivamente.

En las figuras de 4-2, se observa la convergencia de los errores de la dinámica rotacional $\tilde{\Theta}_R$, de igual manera para los dos métodos utilizados, mientras que en las figuras de 4-3 se muestran los error de la señal \tilde{Y}_R , de la dinámica rotacional cómo se puede observar, el error de las señales converge a cero de manera asintótica por ambos métodos. Finalmente, en las figuras de 4-4, se puede observar la convergencia de los valores estimados, coincidiendo con los valores considerados durante la programación del modelo dinámico del cuatrirotor.

Las figuras de 4-6 se presentan las convergencia de los errores de la dinámica traslacional y en las figuras de 4-7, se puede observar el error de la señal \tilde{Y}_T . Donde igual manera que en la dinámica rotacional, el error converge a cero de manera asintótica. En las figuras 4-8, se puede observar la convergencia de las señales estimadas a los valores considerados en el modelo programado en Matlab.

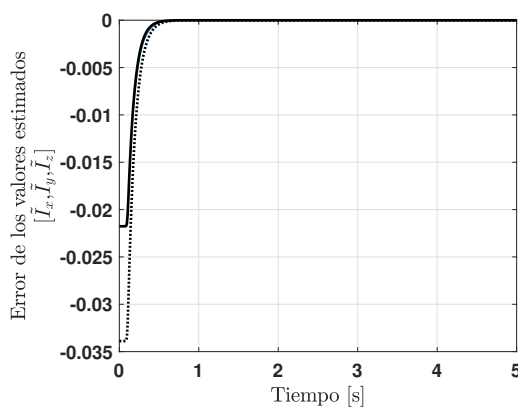


(a) Método de mezclar y filtrar.

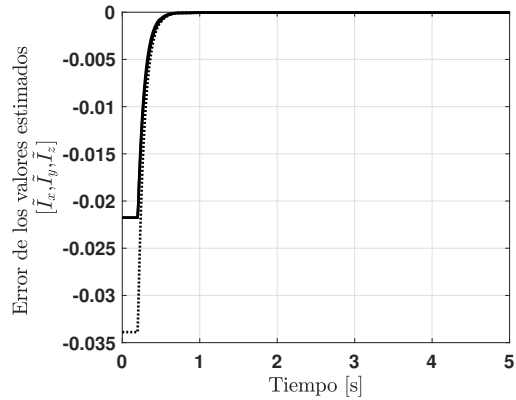


(b) Método de señales retardadas

Figura 4-1: Determinante de las matrices \mathcal{X} (a) y $\bar{\mathbf{X}}_R$ (b), para la dinámica rotacional por el método de señales retardadas.

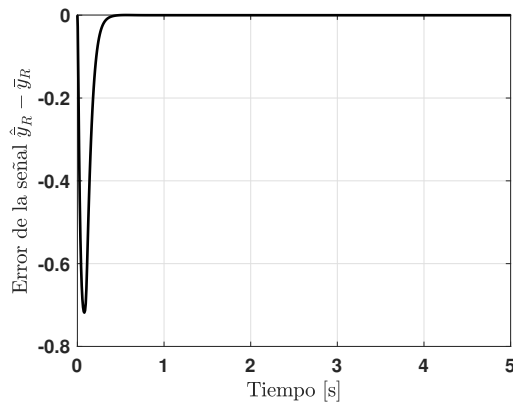


(a) Método mezclar y filtrar

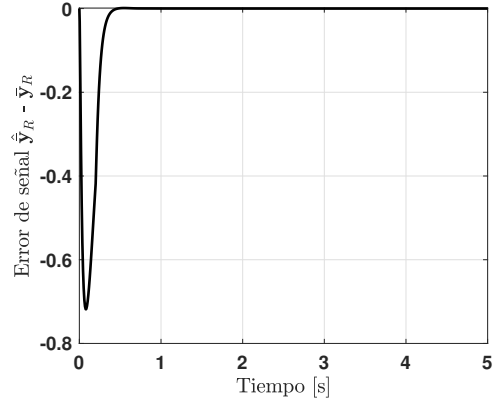


(b) Método de señales retardadas

Figura 4-2: Error de estimación de parámetros de la dinámica rotacional $\tilde{\Theta}_R$.

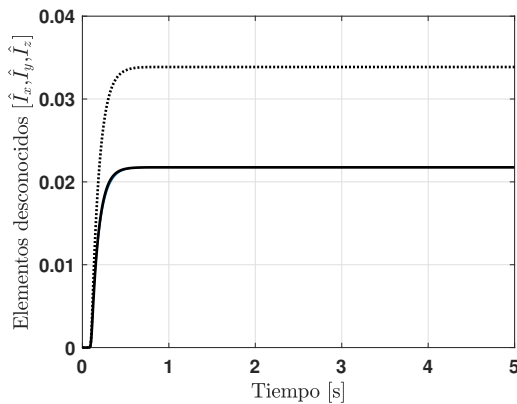


(a) Método mezclar y filtrar

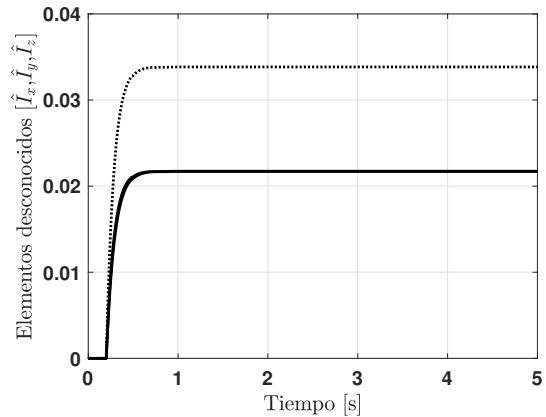


(b) Método de señales retardadas

Figura 4-3: Error entre la salida medida y la estimada para la dinámica rotacional e_R .

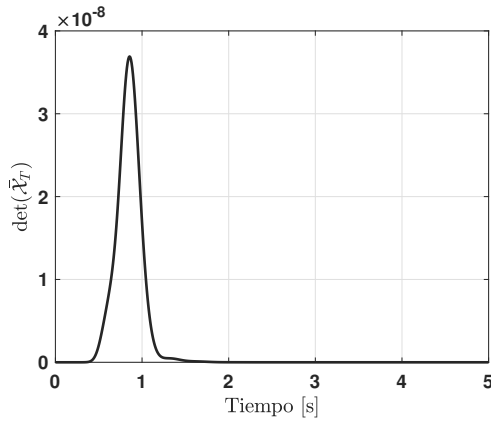


(a) Método de mezclar y filtrar

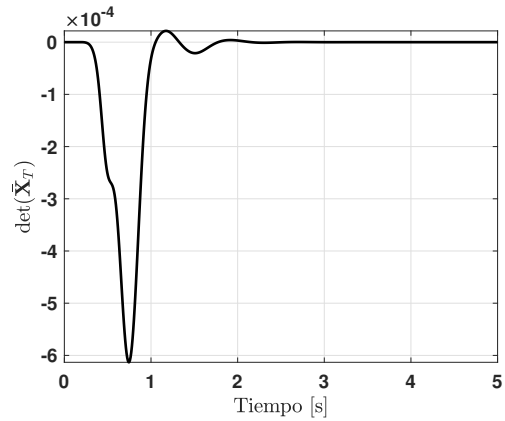


(b) Método de señales retardadas

Figura 4-4: Convergencia de los parámetros estimados a sus valores, para la dinámica rotacional.

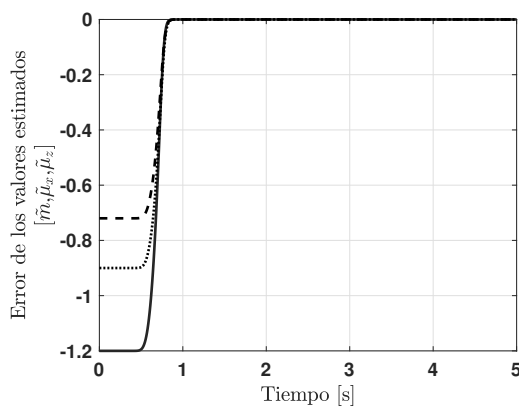


(a) Método de mezclar y filtrar

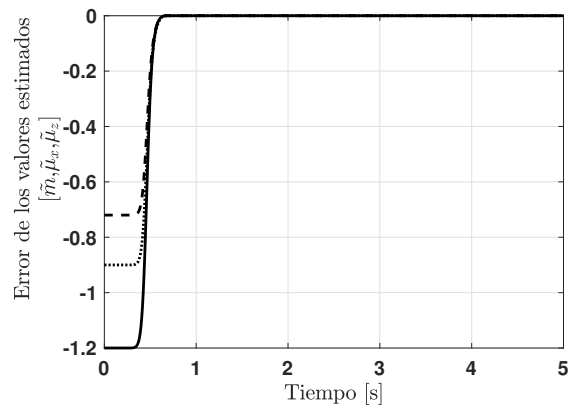


(b) Método de señales retardadas

Figura 4-5: Determinante de la matriz $\bar{\mathcal{X}}_T$ (a) y la matriz $\bar{\mathbf{X}}_T$ (b), para la dinámica traslacional.

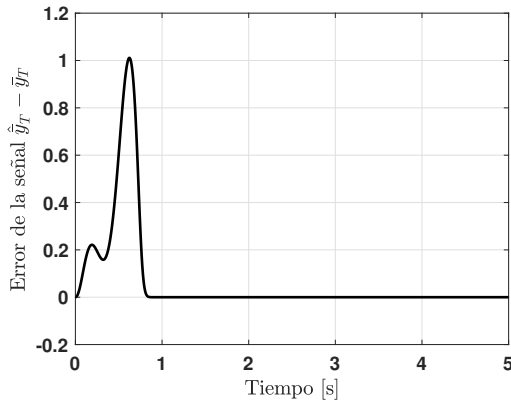


(a) Método de mezclar y filtrar

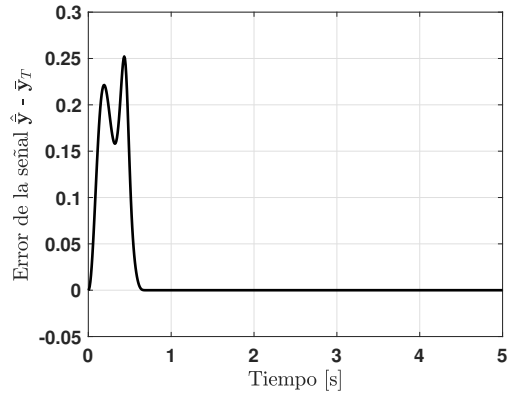


(b) Método de señales retardadas

Figura 4-6: Error de estimación de parámetros de la dinámica traslacional $\tilde{\Theta}_T$.

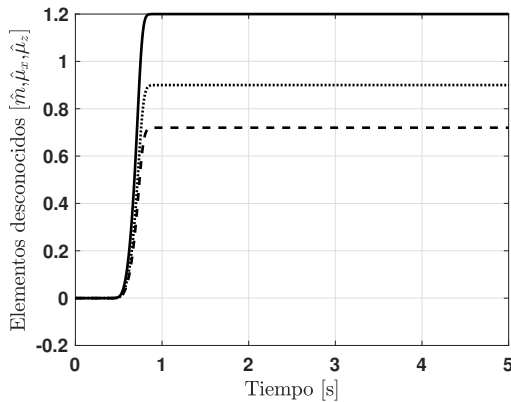


(a) Método de mezclar y filtrar

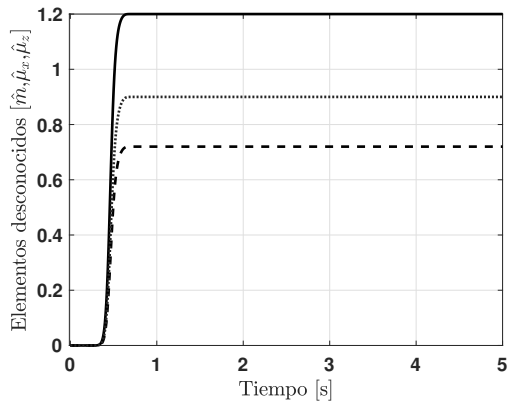


(b) Método de señales retardadas

Figura 4-7: Error entre la salida medida y la estimada para la dinámica traslacional e_T .



(a) Método de mezclar y filtrar



(b) Método de señales retardadas

Figura 4-8: Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica traslacional.

4.2. Implementación en tiempo real

Para la parte experimental de este trabajo, se tomaron mediciones de un cuatrirotor casero, construido en CINVESTAV, este se puede observar en la figura 4-17



Figura 49: Cuatrirotor casero.

Para los datos experimentales, el cuatrirotor mostrado en la Figura 1 se voló en lazo cerrado con el controlador descrito en [24]. El cuatrirotor voló en interiores bajo la cobertura de un sistema de posicionamiento infrarrojo de Optitrack. La posición X del cuadricóptero se obtiene a 60Hz. A partir de los ángulos de Euler la computadora de control realiza el cálculo de la matriz de rotación R . además, determina la velocidad traslacional \dot{X} , utilizando la derivada sucia. El cuatrirotor tiene montado a bordo un AHRS de Xsens, que proporciona la actitud del cuatrirotor y la velocidad angular a 120Hz.

Las figuras de 4-10 y 4-11 muestran la posición traslacional y la velocidad del cuatri-

rotor. Las figuras de 4-12 y 4-13, muestran la altitud del cuatrirotor parametrizada por los ángulos de Euler = $\begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T$. A partir de los ángulos de Euler, la matriz de rotación R puede obtenerse de la siguiente manera

$$R(\Phi) = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - s\phi c\psi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}$$

Por último, la figura de 4-16 muestra las entradas de control. Debido a el ancho de banda del canal de comunicación entre el cuatrirotor y el ordenador base, los valores X , \dot{X} , y T_T , se obtienen del mismo vuelo, mientras que Ω y M_P , se obtienen de un vuelo diferente. También se puede observar que el intervalo de tiempo en el que se obtienen las señales de la ecuación 2.19 es corto; además, las magnitudes son pequeñas. A partir de la experiencia realizando simulaciones numéricas fue posible determinar las ganancias de los estimadores para estimar los parámetros desconocidos m y μ_x .

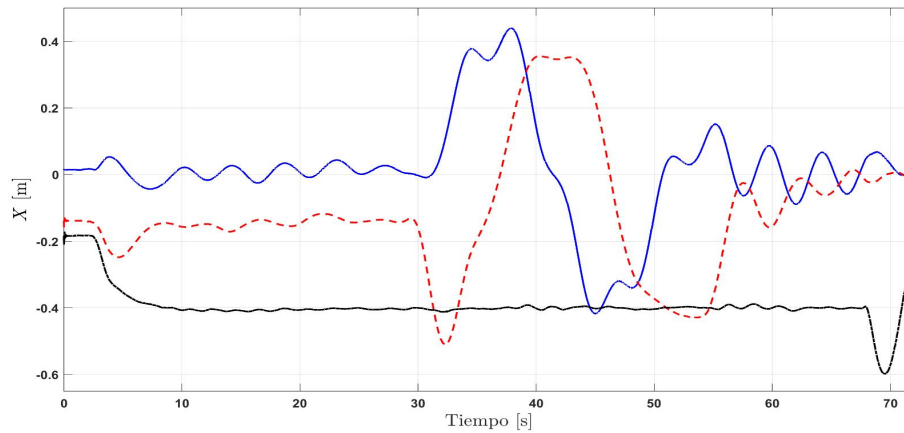


Figura 4-10: Posición de traslación del cuatrirotor. x línea azul, y línea roja y z línea negra.

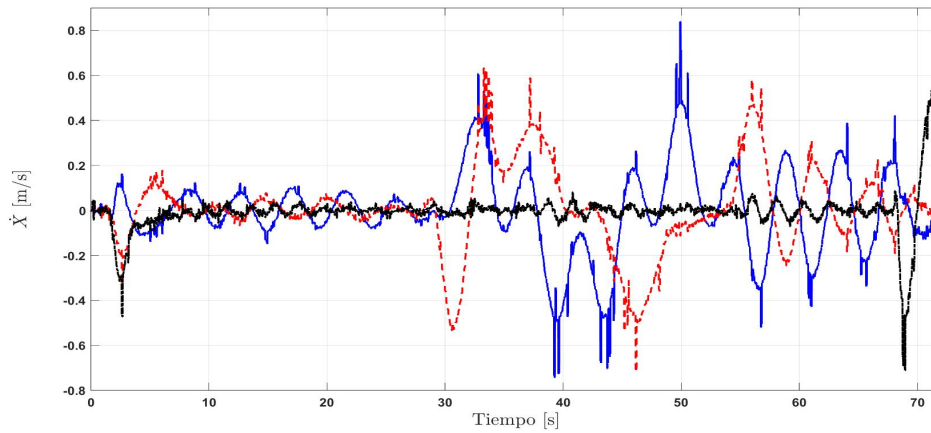


Figura 4-11: Velocidad de traslación del cuatrirotor. \dot{x} línea azul, \dot{y} línea roja, \dot{z} línea negra.

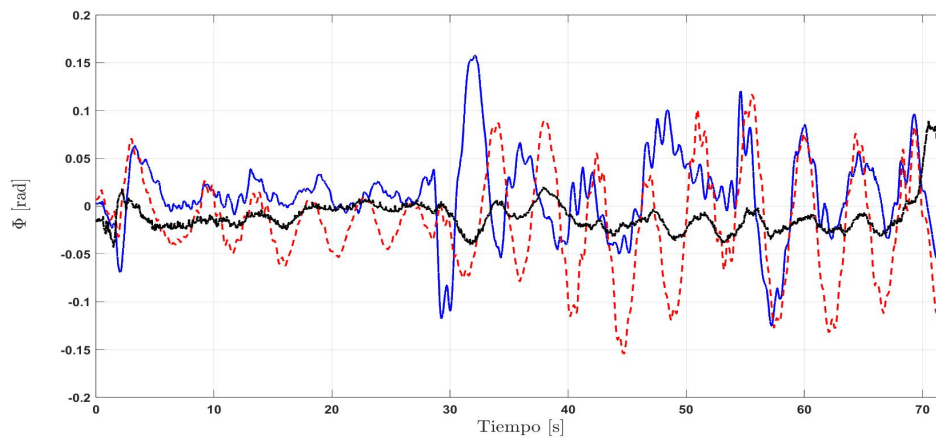


Figura 4-12: Ángulos de Euler. ϕ línea azul, θ línea roja, ψ línea negra.

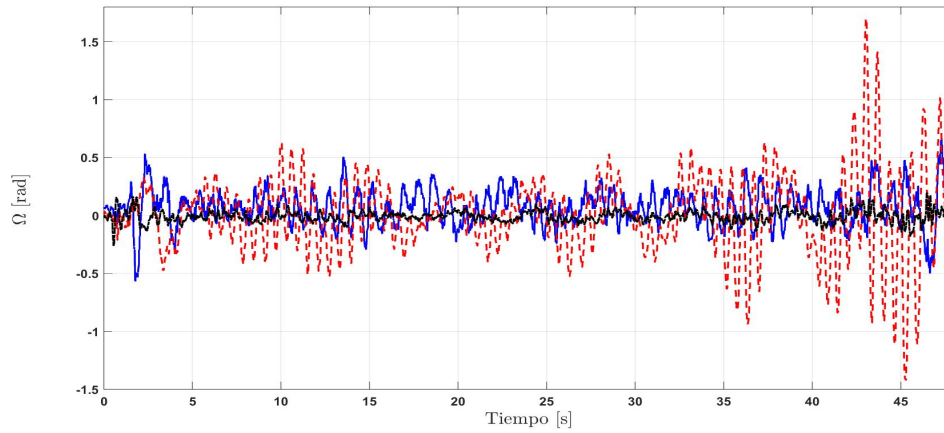
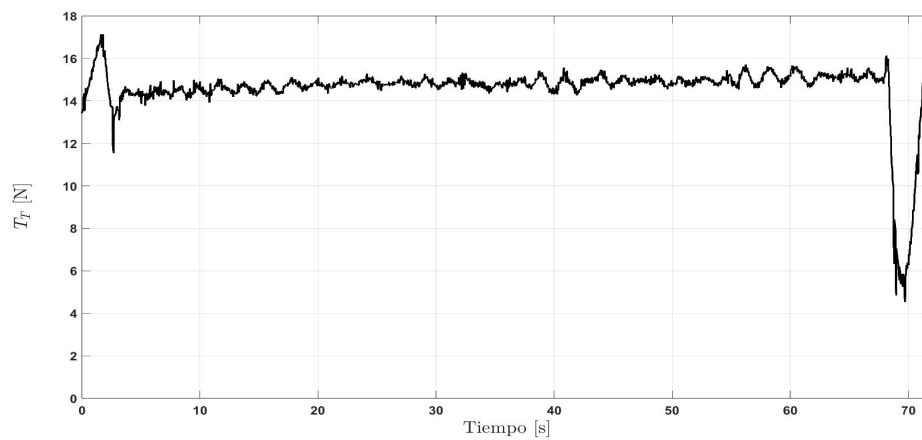


Figura 4-13: Velocidad angular.

Figura 4-14: Empuje total T_T .

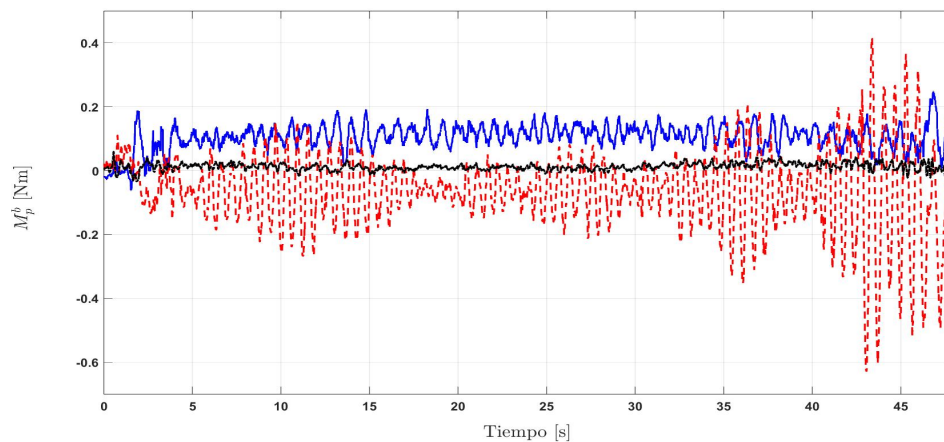
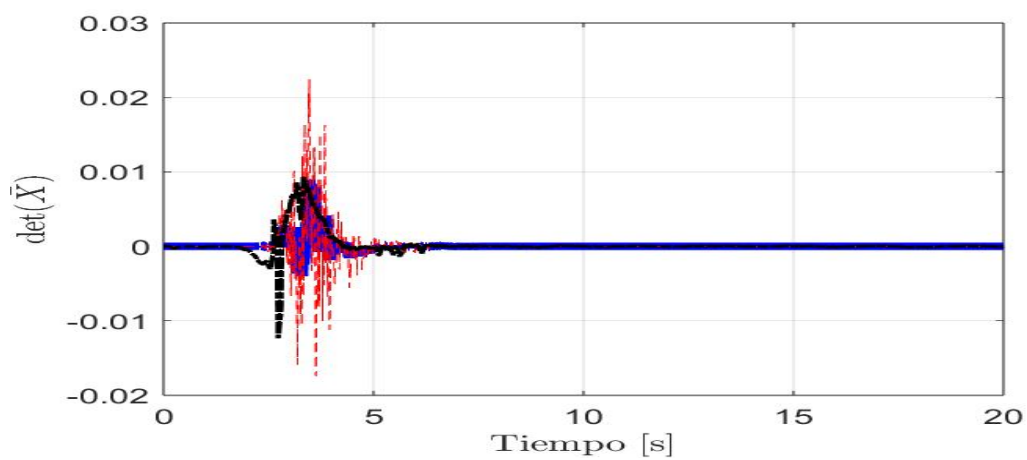


Figura 4-15: Momentos de propulsión externos.

Figura 4-16: La línea azul representa a $\bar{\mathcal{X}} \times (5e17)$, la línea roja representa a $\bar{\mathcal{X}}_{\mu} \times (1e17)$ y la línea negra representa a $\det(\bar{X}) \times 2$.

4.3. Resultados experimentales

Para la estimación de la masa y los coeficientes aerodinámicos los procedimientos de mezcla y filtrado y los procedimientos de señales retardadas se aplican a la ecuación de regresión lineal $Y_T = \mathbf{X}_T \Theta_T$, para obtener las señales $\hat{\mathcal{X}}$ y $\det(\bar{\mathbf{X}})$ respectivamente.

La figura 4-17 muestra los valores de convergencia para m y μ_x utilizando el procedimiento de mezcla y filtrado. El valor real de μ_z es desconocido, por lo que la estrategia para afinar los estimadores se basó en el valor conocido de $m = 1,2kg$. Por este método de estimación, se obtiene la estimación de una masa $m = 1.19092kg$ y $\mu_x = 0721698kg/s$.

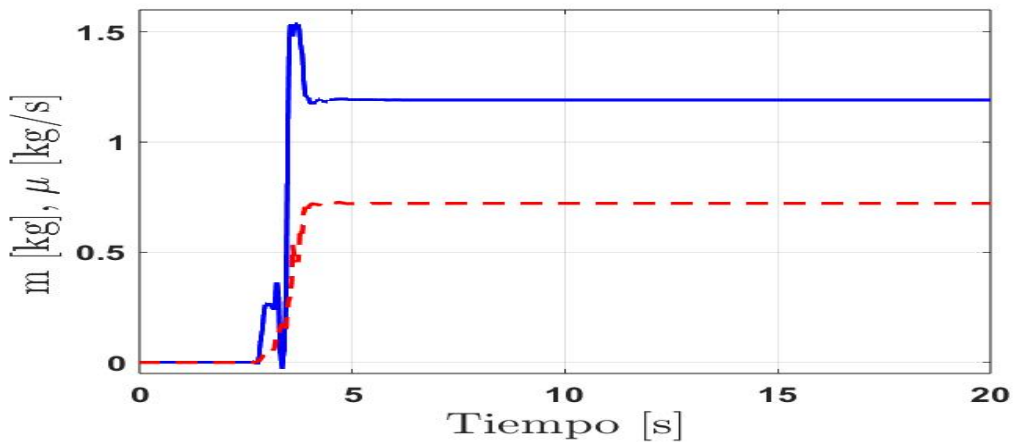


Figura 4-17: Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica traslacional por el método de mezclar y filtrar(parte experimental).

La figura 4-18 muestra el comportamiento temporal de los valores estimados m y μ_x para el procedimiento de señales retardadas. En este caso, se obtiene $m = 1.23807kg$ y $\mu_x = 0.751025kg/s$.

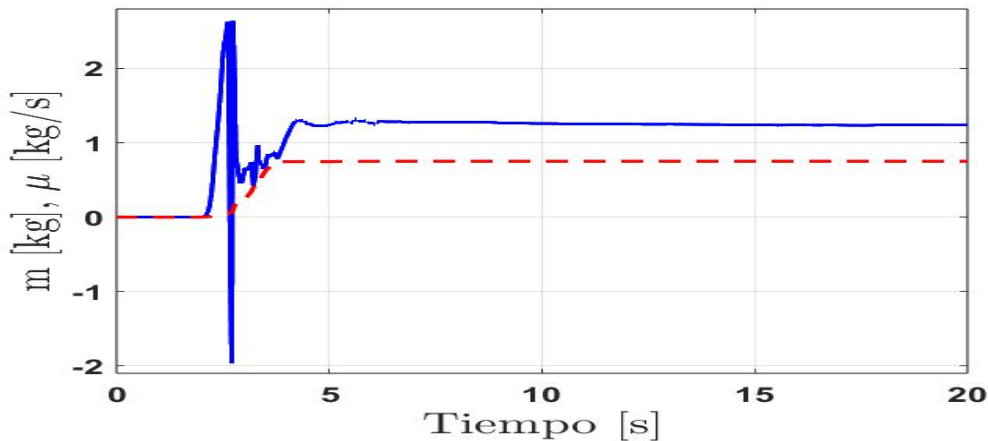


Figura 4-18: Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica traslacional por el método de señales retardadas (parte experimental).

A continuación, se presenta la tabla 4.2 con los valores de λ utilizados.

λ (valor)	Ecuación donde es usada
1	Dinámica traslacional y rotacional (3.24),(3.14)
8	Dinámica traslacional y estimador de masa (2.12)
50	Dinámica traslacional y estimador de mu (2.12)
0.5	Dinámica rotacional y estimador para \hat{I}_{xx} , \hat{I}_{yy} e \hat{I}_{zz} (2.12)

Tabla 4.2: Valor de λ de cada filtro utilizado en los estimadores.

Para los parámetros de inercia, los procedimientos de mezcla y filtrado y de se aplican ahora a la ecuación de regresión lineal $Y_R = \mathbf{X}_R \theta_R$, para obtener las señales $\bar{\mathcal{X}}$ y $\det(\bar{\mathbf{X}})$ correspondientes. La figura 4-19 muestra el comportamiento de las señales $\bar{\mathcal{X}}$ y $\det(\bar{\mathbf{X}})$ respectivamente. Obsérvese que la señal $\det(\bar{\mathbf{X}})$ tiene más información que $\bar{\mathcal{X}}$; esto producirá un efecto interesante en el comportamiento de los coeficientes de inercia estimados.

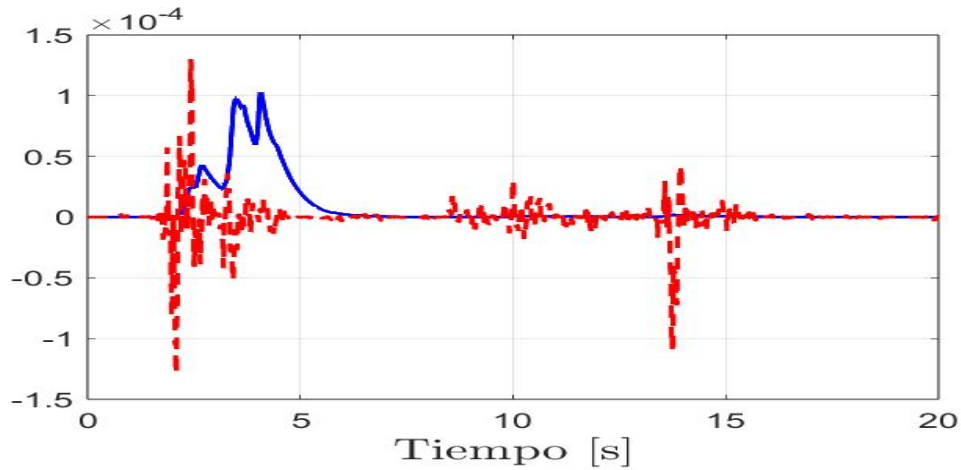


Figura 4-19: $\bar{\mathcal{X}}_\mu$ (Línea azul) y $\det(\bar{\mathbf{X}})$ (Línea roja).

La figura 4-20 muestra los coeficientes de inercia estimados, donde para el caso del cuadrórotor se obtienen $\hat{I}_{xx} = 0.04198kgm^2$, $\hat{I}_{yy} = 0.04023kgm^2$ e $\hat{I}_{zz} = 0.05923kgm^2$. Los valores de referencia obtenidos mediante el programa de diseño asistido por computadora son $\hat{I}_{xx} = 0.043kgm^2$, $\hat{I}_{yy} = 0.043kgm^2$ e $\hat{I}_{zz} = 0.067kgm^2$. La figura 4-21 muestra los elementos de inercia estimados utilizando el procedimiento de señales retardadas. A partir de la figura 10, se obtuvieron los siguientes valores $\hat{I}_{xx} = 0.04063kgm^2$, $\hat{I}_{yy} = 0.04016kgm^2$ e $\hat{I}_{zz} = 0.06412kgm^2$. Es interesante observar la respuesta temporal de \hat{I}_{zz} ; este comportamiento proviene del hecho de que la señal $(\bar{\mathbf{X}})$, véase la figura 8, presenta dos periodos, alrededor de $t = 10s$ y $t = 13s$, en los que es diferente de cero, por lo que se aporta información extra al estimador.

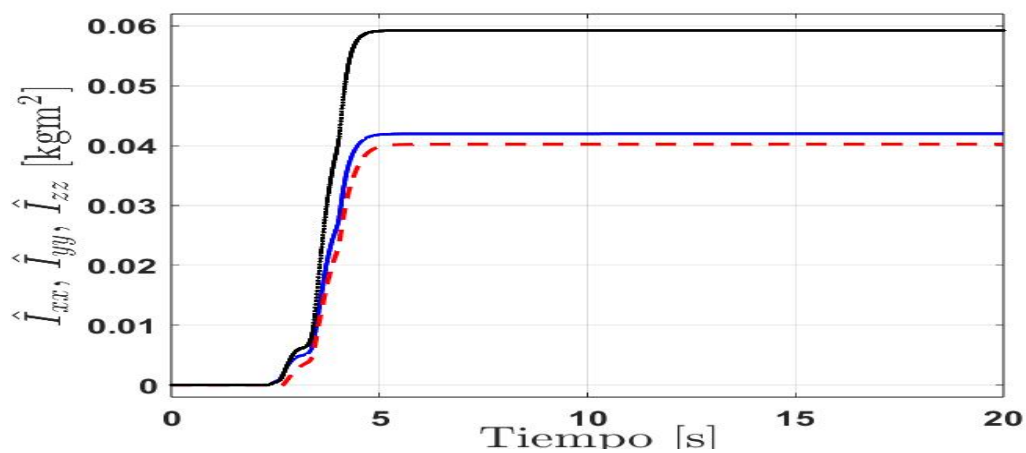


Figura 4-20: Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica rotacional por el método de mezclar y filtrar(parte experimental).

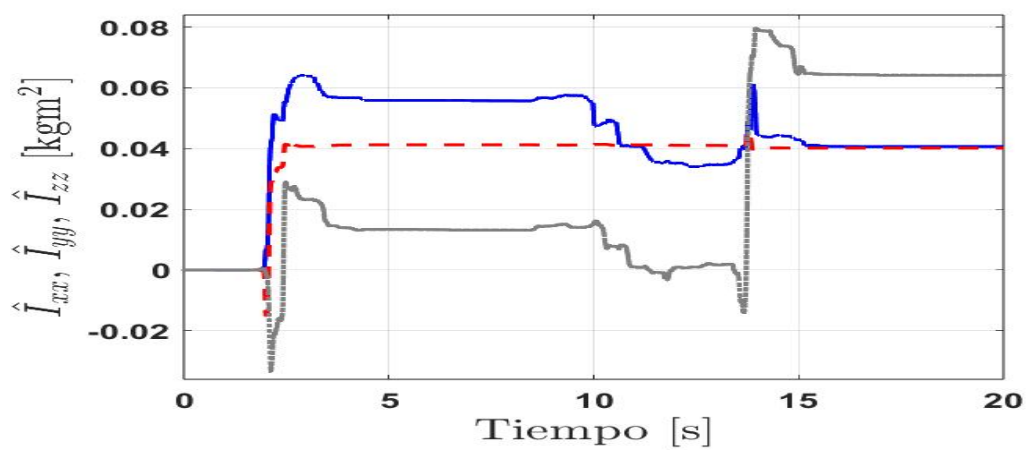


Figura 4-21: Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica rotacional por el método de señales retardadas(parte experimental).

En la tabla 4.3 se presentan las ganancias $k_{0,1}$, utilizadas en los estimadores

ganancia	valor	
k_0	$\text{diag}\{114e37, 225e35\}$	dinámica traslacional (2.15)
k_0	$\text{diag}\{300e27, 63e28, 39e28\}$	Dinámica rotacional (2.15)
k_1	$\text{diag}\{13e5, 6e2\}$	Dinámica traslacional (2.16)
k_1	$\text{diag}\{13.5e7, 25e6, 13e6\}$	Dinámica rotacional (2.16)

Tabla 4.3: Valores de ganancia de cada estimador.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo a futuro

En este trabajo de tesis se aborda el problema de identificación de sistemas para los parámetros físicos de un cuatrirotor y se presentan dos métodos diferentes de estimación para generar un conjunto de nuevas ERLs escalares para un cuatrirotor, las cuales son utilizadas para estimar sus parámetros físicos haciendo uso de un gradiente descendiente normalizado. La regresión lineal original del cuatrirotor se obtiene utilizando el balance de energía del sistema, que genera una ecuación de regresión lineal de menor dimensión que computacionalmente es menos demandante. Por último se presentan las conclusiones de lo elaborado así como las propuestas para futuras aplicaciones de lo hecho en esta tesis

5.1. Conclusiones

El problema de estimación se resolvió empleando la técnica original de extensión y mezcla de regresores dinámicos (DREM) y, una variación, el procedimiento de mezcla y filtrado. Para la parte de simulaciones numéricas, se obtuvieron buenos resultados de los estimadores propuestos en este trabajo, dando lugar a una buena estimación de los parámetros físicos, ya que estos valores coinciden con los propuestos. Este resultado se da gracias a que los nuevos regresores generados por los métodos de mezcla y filtro, y señales retardadas, permiten relajar la condición de excitación persistente y de

esta manera, asegurar la estimación de los parámetros, llevando al error paramétrico a cero. Para la parte experimental, los estimadores diseñados se alimentan con datos de vuelos experimentales. Los valores estimados son cercanos a los valores calculados del cuatrirotor, concretamente para la masa y la inercia.

5.2. Trabajo a futuro

Como trabajo a futuro, sería interesante comparar el valor estimado del coeficiente aerodinámico con la técnica para medirlo propuesta en [20].

En [22], se muestra que algunos de los parámetros desconocidos del cuatrirotor son observables. Así, sería interesante relacionar la observabilidad con la persistencia de las restricciones de excitación impuestas sobre los regresores.

Por otro lado; se pretende utilizar nuevos estimadores como los propuestos en [19] y [25]; y realizar control adaptable para el cuatrirotor utilizando estas nuevas regresiones lineales [17].

Bibliografía

- [1] Thomas Lagkas Ioannis Moscholios Panagiotis Radoglou-Grammatikis, Panagiotis Sarigiannidis. Applications of unmanned aerial vehicle (UAV) in road safety, traffic and highway infrastructure management: Recent advances and challenges. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 141:116–129, 2020.
- [2] I. M. Kroo, Michael Shantz, Peter Kunz, Gary Fay, Shelley J. Cheng, and Tibor Fábíán. The mesicopter: A miniature rotorcraft concept phase ii interim report. 2000.
- [3] Quanlong Feng, Jiantao Liu, and Jianhua Gong. Uav remote sensing for urban vegetation mapping using random forest and texture analysis. *Remote Sensing*, 7(1):1074–1094, 2015.
- [4] BanderAlzahrani, Omar Oubbati, Ahmed Barnawi, Mohammed Atiquzzaman, and Daniyal Alghazzawi. Uav assistance paradigm: State-of-the-art in applications and challenges. *Journal of Network and Computer Applications*, 166, 05 2020.
- [5] Dianxiong Liu, Yuhua Xu, Jinlong Wang, Jin Chen, Kailing Yao, Qihui Wu, and Alagan Anpalagan. Opportunistic uav utilization in wireless networks: Motivations, applications, and challenges. *IEEE Communications Magazine*, 58(5):62–68, 2020.
- [6] Fatma Outay, Hanan Abdullah Mengash, and Muhammad Adnan. Applications of unmanned aerial vehicle (uav) in road safety, traffic and highway infrastructure

- management: Recent advances and challenges. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 141:116–129, 2020.
- [7] Panagiotis Radoglou-Grammatikis, Panagiotis Sarigiannidis, Thomas Lagkas, and Ioannis Moscholios. A compilation of uav applications for precision agriculture. *Computer Networks*, 172:107148, 2020.
- [8] Majeed Mohamed and Vikalp Dongare. *Aircraft System Identification*, pages 1–11. Springer Singapore, Singapore, 2021.
- [9] L. A. Zadeh. From circuit theory to system theory. *Proceedings of the IRE*, 50(5):856–865, 1962.
- [10] Graham C Goodwin and Kwai Sang Sin. *Adaptive filtering prediction and control*. Courier Corporation, 2014.
- [11] R. Ortega, S. Aranovskiy, A. A. Pyrkin, A. Astolfi, and A. Bobtsov. New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: Continuous and discrete-time cases. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 66:2265 – 2272, 2020.
- [12] A. Bobtsov, B. Yi, R. Ortega, and A. Astolfi. Generation of new exciting regressors for consistent on-line estimation of unknown constant parameters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022.
- [13] R. Ortega, V. Gromov, E. Nuño, A. Pyrkin, and J. G. Romero. Parameter estimation of nonlinearly parameterized regressions without overparameterization: Application to adaptive control. *Automatica*, 127, 2022.
- [14] Mikhail A. Kakanov, Stanislav I. Tomashevich, Vladislav S. Gromov, Oleg I. Borisov, Fatimat B. Gromova, and Anton A. Pyrkin. Parameter estimation of quadrotor model. In *2020 International Conference Nonlinearity, Information and Robotics (NIR)*, pages 1–5, 2020.
- [15] Stanislav Aranovskiy, Alexey A. Bobtsov, Anton A. Pyrkin, Romeo Ortega, and Antoine Chaillet. Flux and position observer of permanent magnet synchronous motors with relaxed persistency of excitation conditionsthis article is supported

- by government of russian federation (grant 074-u01, goszadanie 2014/190 (project 2118)), the ministry of education and science of russian federation (project 14.z50.31.0031). *IFAC-PapersOnLine*, 48(11):301–306, 2015. 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems MICNON 2015.
- [16] Anton A. Pyrkin, Alexey A. Bobtsov, Sergey A. Kolyubin, Alexey A. Vedyakov, Oleg I. Borisov, Vladislav S. Gromov, Alexey A. Margun, and Dmitriy N. Bazylev. Fast compensation of unknown multiharmonic disturbance for nonlinear plant with input delay. *IFAC Proceedings Volumes*, 46(11):546–551, 2013. 11th IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing.
- [17] Jose Guadalupe Romero, Romeo Ortega, and Alexey Bobtsov. Parameter estimation and adaptive control of euler-lagrange systems using the power balance equation parameterisation. *International Journal of Control*, 0(0):1–13, 2021.
- [18] Stanislav Aranovskiy, Alexey Bobtsov, Romeo Ortega, and Anton Pyrkin. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62(7):3546–3550, 2017.
- [19] M. Korotina, J.G. Romero, S. Aranovskiy, A. Bobtsov, and R. Ortega. A new on-line exponential parameter estimator without persistent excitation. *Systems & Control Letters*, 159:105079, 2022.
- [20] Robert C. Leishman, John C. Macdonald, Randal W. Beard, and Timothy W. McLain. Quadrotors and accelerometers: State estimation with an improved dynamic model. *IEEE Control Systems Magazine*, 34(1):28–41, 2014.
- [21] Rodrigo Munguía, Sarquis Urzua, and Antoni Grau. EKF-based parameter identification of multi-rotor unmanned aerial vehicles models. *Sensors*, 19(19), 2019.
- [22] Rodrigo Munguía, Sarquis Urzua, and Antoni Grau. EKF-based parameter identification of multi-rotor unmanned aerial vehicles models. *Sensors*, 19(19), 2019.
- [23] Mohamad Dhaybi and Naseem Daher. Accurate real-time estimation of the inertia tensor of package delivery quadrotors. In *2020 American Control Conference (ACC)*, pages 1520–1525, 2020.

- [24] Hugo Rodríguez-Cortés. Aportaciones al control de vehículos aéreos no tripulados en México. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, jun. 2022.
- [25] R. Ortega, J. G. Romero, and S. Aranovskiy. A new least squares parameter estimator for nonlinear regression equations with relaxed excitation conditions and forgetting factor. *ArXiv*, 2022.
- [26] Samir Bouabdallah and Roland Siegwart. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor. volume 2005, pages 2247–2252, 01 2005.
- [27] Aydin Yesildirek and Bara Emran. Robust nonlinear composite adaptive control of quadrotor. *International Journal of Digital Information and Wireless Communications*, 4:213–225, 06 2014.
- [28] Taeyoung Lee, Melvin Leok, and N. Harris McClamroch. Geometric tracking control of a quadrotor uav for extreme maneuverability. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1):6337–6342, 2011. 18th IFAC World Congress.
- [29] Weizhen Liu, Xin Huo, Jinkun Liu, and Libin Wang. Parameter identification for a quadrotor helicopter using multivariable extremum seeking algorithm. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 16(4):1951–1961, 2018.
- [30] Sen Yang, Leiping Xi, Jiaying Hao, and Wenjie Wang. Aerodynamic-parameter identification and attitude control of quad-rotor model with cifer and adaptive ladrc. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 34(1):1–10, 2021.
- [31] Günter Niemeyer and Jean-Jacques E. Slotine. Performance in adaptive manipulator control. *The International Journal of Robotics Research*, 10(2):149–161, 1991.
- [32] G. Yin. Adaptive filtering with averaging. In K. J. Åström, G. C. Goodwin, and P. R. Kumar, editors, *Adaptive Control, Filtering, and Signal Processing*, pages 375–396, New York, NY, 1995. Springer New York.

-
- [33] Weizhen Liu, Xin Huo, Jinkun Liu, and Libin Wang. Parameter identification for a quadrotor helicopter using multivariable extremum seeking algorithm. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 16, 07 2018.
- [34] H. K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Pearson Education. Prentice Hall, 2002.