

XX(113578.1)



CINVESTAV

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.
Unidad Guadalajara

Control Adaptable del Motor de Inducción sin Sensor: Método de Control Integral por Bloques con Modos Deslizantes

Tesis que presenta:
Omar Guadalupe Rios Gastelum

para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias

en la especialidad de:
Ingeniería Eléctrica

**CINVESTAV
IPN
ADQUISICION
DE LIBROS**

Directores de Tesis
Dr. Alexander Georgievich Loukianov
Dr. Bernardino Castillo Toledo

CLASIF.: TK165.G8 R56 2003
ADQUIS.: SSI - 307
FECHA: 28 - VI - 2004
PROCED.: Don. - 2004
\$ _____

ID: 113639-2001

Control Adaptable del Motor de Inducción sin Sensor: Método de Control Integral por Bloques con Modos Deslizantes

**Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica**

Por:

Omar Guadalupe Rios Gastelum

Ingeniero Eléctrico

Instituto Tecnológico de Culiacán

1996-2001

Becario del CONACyT, expediente no. **165241**

Directores de Tesis

Dr. Alexander Georgievich Loukianov

Dr. Bernardino Castillo Toledo

CINVESTAV del IPN Unidad Guadalajara, Agosto 2003.

Dedicado a:

Mis Padres Ma. Del Rosario y Miguel Ángel.

Gracias por sus enseñanzas, cariño y apoyo.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por haberme permitido terminar mis estudios de maestría.

A mis padres, Ma. Del Rosario y Miguel Ángel por apoyarme durante toda mi vida, siempre confiar en mí, guiarme por el buen camino, por sus consejos y por enseñarme a no dejarme vencer en los tiempos difíciles, ustedes son mi fuerza para seguir adelante.

A mis hermanos, Carolina y Miguel por su confianza, cariño y apoyo.

A toda mi familia por todo el apoyo, consejos y por su cariño.

A mis abuelas, donde quiera que estén, por su cariño, apoyo y confianza que siempre tuvieron en mí.

A la familia Palazuelos Cervantes, especialmente a Carmen Cervantes, por hacerme sentir como en casa aquí en Guadalajara y brindarme su apoyo y cariño durante todo este tiempo.

A Nubia, por estar conmigo, apoyarme, brindarme su cariño y ayudarme a ser paciente durante la etapa terminal de este trabajo de tesis.

A mis asesores, Dr. Alexander G. Loukianov y Dr. Bernardino Castillo Toledo por sus consejos y apoyo para la realización de este trabajo de tesis.

A mis amigos de toda la vida de Culiacán, por todo el apoyo, consejos y la confianza que siempre han tenido en mí.

A mis amigos de aquí de Guadalajara, por su compañía, consejos y apoyo.

A mis amigos y compañeros del CINVESTAV unidad Guadalajara, especialmente a los compañeros de la generación 2001 de Control Automático, por su amistad, apoyo y consejos.

Al CONACyT por el apoyo económico brindado durante mis estudios de maestría.

Sinceramente muchas gracias y que dios los bendiga.

Índice general

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Objetivos.	1
1.2. Antecedentes e Investigaciones Realizadas.	1
1.3. Estructura de la Memoria de Tesis.	3
2. MODELADO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN.	5
2.1. Introducción.	5
2.2. Conversión de Energía Electromecánica.	5
2.2.1. Relación de Energía.	5
2.2.2. Devanados de la Máquina y Fuerza Magnetomotriz del Entrehierro.	7
2.3. Inductancia de los Devanados y Ecuaciones de Voltaje.	7
2.4. Ecuaciones de Transformación - Cambio de Variables.	13
2.5. Variables de Circuitos Estacionarios Transformadas al Esquema de Referencia Arbitrario.	15
2.5.1. Elemento Resistivo.	15
2.5.2. Elemento Inductivo.	15
2.6. Ecuaciones de Voltaje de la Máquina de Inducción.	17
2.7. Transformación al Marco de Referencia Arbitrario.	18
2.8. Ecuaciones de Voltajes de la Máquina de Inducción en el Marco de Referencia Arbitrario.	19
2.9. Obtención del Modelo en variables (α, β) de la Máquina de Inducción.	21
2.9.1. Par Electromecánico de la Máquina de Inducción.	23
2.9.2. Modelo en Variables (α, β) de la Máquina de Inducción.	24
3. MÉTODO DE CONTROL Y OBSERVADORES.	27
3.1. Introducción.	27
3.2. Método de Control Integral por Bloques con Modos Deslizantes.	27
3.2.1. Forma No Lineal Controlable Por Bloques con Perturbación.	27
3.2.2. Transformación por Bloques con Integradores.	28
3.2.3. Análisis de Estabilidad Sobre la Variedad de Modos Deslizantes.	30
3.3. Observadores para una Clase de Sistemas No Lineales.	33
3.3.1. Formulación del Problema.	33
3.3.2. Observador de Orden Completo.	34
3.4. Observador para una Clase de Sistemas No Autónomos.	34
3.4.1. Observador de Orden Completo.	35
3.5. Observador Adaptable.	36
3.5.1. Herramientas Básicas.	37
3.5.2. Diseño de Observadores Adaptables para dos Clases de Sistemas No Lineales.	38
4. APLICACIÓN DEL MÉTODO DE CONTROL AL MOTOR DE INDUCCIÓN.	43
4.1. Introducción.	43
4.2. Aplicación del Método de Control al Motor de Inducción.	43
4.2.1. Transformación No Lineal de Coordenadas.	44

4.2.2.	Transformación por Bloques con Integradores.	45
4.2.3.	Análisis de Estabilidad sobre la Variedad de Modos Deslizantes.	46
4.2.4.	Método Alternativo de Control.	47
4.3.	Diseño de Observadores Adaptables.	49
4.3.1.	Transformación No Lineal de Variables.	49
4.3.2.	Estimación de los Enlaces de Flujo y Velocidad del Rotor.	50
4.3.3.	Estimación de los Enlaces de Flujo, Constante de tiempo y Velocidad del Rotor.	52
5.	SIMULACIÓN DE RESULTADOS.	55
5.1.	Introducción.	55
5.2.	Parámetros de la Máquina de Inducción.	55
5.3.	Motor de Inducción en Lazo Abierto.	56
5.3.1.	Simulación del Motor I.	56
5.3.2.	Simulación del Motor II.	58
5.4.	Motor de Inducción en Lazo Cerrado.	60
5.4.1.	Simulación del Motor I.	60
5.4.2.	Simulación del Motor II.	63
5.5.	Observadores Adaptables.	66
5.5.1.	Caso 1.- Estimación de los Enlaces de Flujo y Velocidad del Rotor.	67
5.5.2.	Caso 2.- Estimación de los Enlaces de Flujo, Constante de Tiempo y Velocidad del Rotor.	75
5.6.	Comentarios Finales.	83
6.	CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.	85
6.1.	Conclusiones.	85
6.2.	Trabajo Futuro.	85

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Objetivos.

El avance natural de la investigación en el área de control del motor de inducción tiene el objetivo de proporcionar algoritmos de control más sofisticados, esto para lograr una extensa gama de objetivos de diseño (p.ej., posición el rotor, el seguimiento de la velocidad del rotor a una referencia dada, compensación de incertidumbres de parámetros, etc.) manteniendo un alto grado de confiabilidad. Es decir el algoritmo de control acompañado por el hardware y el software necesario debe alcanzar el objetivo de control deseado con una posibilidad mínima de fracaso. Junto con la reducción de esta posibilidad de fracaso esta la necesidad que el hardware necesario para la ejecución del esquema de control sea tan simple como sea posible. El empleo de sensores en la arquitectura de control intrínsecamente aumenta la posibilidad de fracaso (p.ej., la alteración del sistema mecánico para la colocación del sensor, la calibración y la exactitud del sensor, la adquisición y procesamiento de datos, etc.) del proceso de control debido al hardware adicional; de ahí, las ventajas de esquemas de control sin sensores mecánicos.

Muchos enfoques prácticos y estrategias para el control sin sensores mecánicos del motor de inducción muestran uno o varios de los siguientes inconvenientes (ver [1]): i) la carencia de un desarrollo matemático riguroso o la comprobación de estabilidad para el sistema en lazo cerrado, ii) las no linealidades del sistema electromecánico a menudo son despreciadas (p. ej., el modelo de sistema es linealizado), iii) y el modelo de orden completo del sistema electromecánico no es utilizado en el diseño del controlador (p. ej., la dinámica de las corrientes del estator y/o la dinámica de sistema mecánico a menudo son despreciados).

En un intento por resolver estos defectos de diseño, se propone un algoritmo *Control Observador Sensorless* con enfoque adaptable, con el cual conseguimos el seguimiento de la velocidad y el módulo de los flujos magnéticos a señales de referencia dadas. Para el modelo no lineal de orden completo del motor de inducción, se propone primeramente un observador adaptable para la los flujos magnéticos con ley de adaptación para la velocidad del rotor, suponiendo conocidas las corrientes del estator, la constante de tiempo del rotor; y por ultimo un observador adaptable para los flujos magnéticos, con ley de adaptación para la velocidad y la constante de tiempo del rotor, suponiendo medibles solo las corrientes del estator. Se hace un análisis completo de estabilidad del controlador obtenido y de los observadores no lineales adaptables, así cómo también simulaciones de los resultados obtenidos.

1.2. Antecedentes e Investigaciones Realizadas.

Actualmente, el motor de inducción, especialmente el tipo jaula de ardilla, es la máquina eléctrica más utilizada a nivel industrial, debido a las ventajas que presenta sobre las demás, como son: bajo costo, mínima necesidad de mantenimiento, alta confiabilidad, robustez, mayor eficiencia en la conversión de energía eléctrica a mecánica, capacidad de trabajar en diferentes tipos de ambientes, etc.

Tradicionalmente este tipo de motores se habían utilizado como motores de velocidad constante, sin embargo, gracias a los avances alcanzados en la electrónica de potencia y en la electrónica digital, en la

teoría de control y en la de máquinas eléctricas, se han desarrollado sistemas impulsores de velocidad variable de alta precisión a costos razonables. Así, los campos de aplicación han ido creciendo paulatinamente.

Algunas de las aplicaciones donde se utilizan los motores de inducción trifásicos es en: bombas, molinos, bandas transportadoras y en muchas otras aplicaciones industriales. En menor escala, el motor inducción de dos fases es utilizado en sistemas de control de posición y en servo sistemas de instrumentación, mientras que los motores de inducción monofásicos son muy populares en aplicaciones domésticas, en herramientas manuales y de banco.

En las aplicaciones industriales el motor de corriente continua está siendo masivamente sustituido por el motor de inducción. Éste, presenta una serie de ventajas, lo que hace que sea más atractivo a la hora de elegir entre ambos. Sin embargo, a diferencia de los motores de corriente directa, el control de estos motores implica tomar en cuenta otros factores, cómo fuertes no linealidades en el modelo matemático, el cual consta de dos entradas de control (voltajes del estator) y dos variables de salida (velocidad del rotor y el cuadrado del módulo de los enlaces de flujo del rotor), las cuales deben de seguir a señales de referencia dadas. Debido a que no se cuenta con sensores de los enlaces de flujo del rotor, se presenta un problema de retroalimentación de la salida, en el cual las salidas a ser controladas no coinciden con las salidas medidas. Además, existen parámetros desconocidos, tal es el caso del par de carga que es típicamente desconocido en este tipo de máquinas, así como la resistencia del rotor, que puede variar su valor en un rango muy amplio debido al calentamiento del devanado del rotor dentro del ciclo de operación de la máquina.

Un problema fundamental en el diseño de controladores por retroalimentación es estabilizar y obtener una respuesta transitoria específica en la presencia de perturbaciones externas y variación de parámetros de la planta. El control sin sensores mecánicos del motor de inducción esta recibiendo una amplia atención [2]. La razón principal es que el sensor de velocidad afecta la rugosidad y simplicidad del mismo. En un ambiente hostil, el sensor de velocidad no puede ser montado. Sin embargo, debido al alto orden y no linealidad de la dinámica del motor de inducción, la estimación del ángulo y de los flujos magnéticos del rotor sin la medición de las variables mecánicas se convierte en un problema desafiante. Para superar estas dificultades, varios algoritmos de control han sido propuestos en la literatura. En [3], se propone un control vectorial híbrido. En [4], se sugiere un observador de los flujos magnéticos adaptable con respecto a la velocidad con un compensador adaptable para la variación de la resistencia del rotor. Basados en la teoría de control adaptable con referencia en el modelo, un estimador para la velocidad con colocación de polos fue desarrollado en [5]. En [6], se propone la estimación de la velocidad por medio de la diferencia de la salida del modelo de las corrientes y el modelo de los voltajes. En [7], fue desarrollado un estimador para la posición y velocidad, basados en la introducción de una frecuencia constante de una señal portadora en las corrientes del estator. Una nueva estrategia de adaptación fue propuesta en [8], para operación de muy baja velocidad, para estimar la velocidad instantánea y el par de carga utilizando el filtro de Kalman.

Una técnica relativamente simple, especialmente tratando con plantas no lineales, es el uso de control con modos deslizantes [9]. Las ventajas de esta técnica son bien conocidas. Primero, este método permite la descomposición del problema de diseño en dos etapas independientes: Selección de la variedad de modos deslizantes con el movimiento deslizante deseado, y el diseño del control discontinuo que fuerce los modos deslizantes a lo largo de esta variedad. Segundo, con un diseño adecuado del controlador discontinuo, el efecto de las no linealidades, incertidumbres en parámetros y las perturbaciones en el subespacio de control (matched) pueden ser suprimidas, e invariancia total puede obtenerse cuando el movimiento del sistema se encuentra sobre la variedad de modos deslizantes.

Muchos sistemas físicos contienen incertidumbres dentro y fuera del subespacio de control (matched y unmatched). En la ausencia de las condiciones matching, leyes de control discontinuas garantizan movimiento acotado alrededor de la dinámica nominal de modos deslizantes, y cuando el sistema alcanza la variedad de modos deslizantes las perturbaciones que no se encuentran en el subespacio de control pueden ser rechazadas utilizando altas ganancias.

En este trabajo de tesis se diseña un controlador para una cierta clase de sistemas no lineales en la forma no lineal controlable por bloques con perturbación (FNLCB con perturbación), que consiste en un conjunto de bloques con una estructura similar a la de la forma regular, donde el bloque del vector de

estado y el bloque del vector de control ficticio tienen la misma dimensión, y con un término de perturbación constante pero desconocido, fuera y dentro del subespacio de control. La ley de control diseñada utiliza la teoría de control por bloques con modos deslizantes, ver [10], para rechazar las perturbaciones dentro del subespacio de control y llevar los errores de seguimiento a cero, e introduce integradores para rechazar las perturbaciones que se encuentran fuera del subespacio de control en la ecuación de modos deslizantes, haciendo el movimiento del sistema invariante ante perturbaciones constantes desconocidas. Como un ejemplo del método de control diseñado, se obtiene un controlador para el motor de inducción. Este trabajo de tesis introduce una nueva propuesta para el diseño de un controlador del motor de inducción, para obtener un buen desempeño en el seguimiento de las variables de salida, sin el uso de la velocidad para estimar el par de carga que es desconocido, como es usada en trabajos previos [12].

Como mencionamos anteriormente, los enlaces de flujo del rotor no son medibles, por lo tanto tienen que ser estimados, al igual que algunos parámetros de la máquina de inducción, como es el caso de la resistencia del rotor.

Suponiendo que la resistencia del rotor es conocida, observadores del flujo magnético fueron obtenidos en [11]-[14], y estimadores de flujo magnético exponencialmente convergentes fueron diseñados en [15] y [16]. Este tipo de observadores fueron probados en experimentos y simulaciones, suministrando estimaciones del flujo magnético para el control de campo orientado [17], [18], [19] y para el control de linealización entrada-salida [20]-[24]. Una línea de investigación independiente fue enfocada en el diseño de estimadores de la resistencia del rotor empezando con [25] (ver [26]-[32]). Mas recientemente, un estimador no lineal exponencialmente convergente para la resistencia del rotor y un observador del flujo magnético adaptable fue obtenido en [33], el cual demuestra que los flujos magnéticos y la resistencia del rotor pueden ser estimados en línea de mediciones de la velocidad y las corrientes del estator. Un algoritmo que consiste de un observador de flujos magnéticos que es adaptable con respecto a la resistencia del rotor, junto con un controlador por retroalimentación de estados que es adaptable con respecto al par de carga se presenta en [34], sin embargo, el comportamiento en lazo cerrado solo es ilustrado en simulaciones, ya que su estabilidad no fue comprobada. De hecho, en lo que concierne a sistemas no lineales, remplazar mediciones del estado por estimadores de estado exponencialmente convergentes en controladores de seguimiento global no da como resultado, en general, controladores por retroalimentación de seguimiento globales. Esta propiedad, que se cumple para sistemas lineales, tiene que ser establecida para sistemas no lineales. Por lo tanto el problema del control por retroalimentación de la salida para el motor de inducción se toma en [35]-[39], suponiendo la resistencia del rotor como conocida.

En este trabajo de tesis se diseñan dos tipos de observadores no lineales adaptables. Como primer caso consideramos el diseño de un observador para los enlaces de flujo y la velocidad del rotor, suponiendo como conocidas las corrientes del estator y la constante de tiempo del rotor. Como segundo caso se considera el diseño de un observador no lineal adaptable para los enlaces de flujo, la velocidad y la constante de tiempo del rotor, suponiendo como conocidas las corrientes del estator solamente. Para el diseño de tales observadores se realiza una transformación no lineal al modelo en variables (α, β) del motor de inducción, lo cual resulta en un modelo más sencillo para la comprobación de estabilidad de la dinámica del error de dichos observadores.

Entonces, en resumen, obtenemos un observador de estados y parámetros que es continuo, y una ley de control discontinua, lo cual da como resultado un mejor desempeño del motor de inducción en lazo cerrado.

1.3. Estructura de la Memoria de Tesis.

En el primer capítulo de este trabajo de tesis se presenta una introducción al trabajo de investigación. Primeramente hablamos de la justificación del proyecto, la importancia de la investigación. Seguida por una sección acerca de las investigaciones realizadas y finalmente esta sección de la estructura de la memoria de tesis

En el segundo capítulo se presenta, paso a paso, la obtención del modelo matemático del motor de inducción, en base a las relaciones magnéticas y eléctricas del mismo, en el marco de referencia fijo al estator, basados en [40].

En el tercer capítulo se describe la forma general del método de control integral por bloques con modos deslizantes, así como las condiciones de estabilidad en lazo cerrado del mismo. También se presenta la técnica de observación no lineal de orden completo, y su aplicación al motor de inducción. Por último se describen las técnicas de observación no lineal adaptable, para la obtención de parámetros y estados no medibles, basados en [42], para cierta clase de sistemas no lineales, y se obtienen dos teoremas para la comprobación de estabilidad de los observadores adaptables diseñados.

En el cuarto capítulo se presenta la aplicación del método de control integral por bloques con modos deslizantes al motor de inducción, tomando en cuenta dos alternativas para la selección de la superficie de modos deslizantes. También en este capítulo se aplican las técnicas desarrolladas en el tercer capítulo para la obtención del observador no lineal adaptable para el motor de inducción en dos casos. Como primer caso consideramos el diseño de un observador para los enlaces de flujo y la velocidad del rotor, suponiendo conocidas las corrientes del estator y la constante de tiempo del rotor. Como segundo caso se considera el diseño de un observador no lineal adaptable para los enlaces de flujo, la velocidad y la constante de tiempo del rotor, suponiendo conocidas las corrientes del estator solamente. Comprobando la estabilidad de la dinámica del error de observación con los teoremas obtenidos en el tercer capítulo.

En el quinto capítulo se presentan simulaciones numéricas del controlador, suponiendo primeramente, conocidas todas las variables de estado. Posteriormente se presentan simulaciones del controlador, utilizando los estados estimados obtenidos de los dos observadores no lineales adaptables propuestos: Para la obtención de los flujos magnéticos y la velocidad del rotor como primer caso, y la obtención de los flujos magnéticos, velocidad, y la constante de tiempo del rotor en segundo.

Por último en el sexto capítulo se describen las conclusiones que arroja el presente trabajo de investigación, así como el trabajo futuro, por donde esta línea de investigación puede continuar.

Capítulo 2

MODELADO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN.

2.1. Introducción.

En este capítulo se establecen las relaciones magnéticas y eléctricas que describen la dinámica del motor de inducción, basados en [40].

Podremos notar que algunas de las inductancias de la máquina están en función de la posición angular del rotor, por lo cual los coeficientes de las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento de esta máquina son variantes en el tiempo, excepto cuando el rotor está fijo, lo cual hace complicada la solución de estas ecuaciones diferenciales.

Para reducir la complejidad de estas ecuaciones diferenciales se aplica una transformación de variables que consiste en referir las variables de la máquina a un esquema de referencia, el cual gira a una velocidad angular arbitraria. Todas las transformaciones conocidas son obtenidas de esta transformación general, simplemente asignando la velocidad de rotación del esquema de referencia deseado.

Como última parte de este capítulo se establece el modelo del motor de inducción en el marco de referencia estacionario o también llamado modelo en variables (α, β) .

2.2. Conversión de Energía Electromecánica.

Aunque los dispositivos electromecánicos son utilizados ampliamente en una gran variedad de sistemas, las máquinas eléctricas son por mucho las más comunes. Por lo tanto en las siguientes secciones vamos a establecer métodos de análisis que serán aplicados a este tipo de dispositivos electromecánicos.

2.2.1. Relación de Energía.

Los sistemas electromecánicos están compuestos de un sistema eléctrico, un sistema mecánico y un medio mediante el cual ambos puedan interactuar. La interacción puede tomar lugar a través de los campos magnéticos y/o electrostáticos, los cuales son comunes para ambos sistemas, y la energía es transferida de un sistema a otro como resultado de la misma interacción. Ambos campos de acoplamiento, electrostático y electromagnético pueden existir simultáneamente, y el sistema electromecánico puede tener cualquier número de sistemas eléctricos y mecánicos. Antes de considerar algún sistema de este tipo, es necesario analizar el sistema electromagnético en forma simplificada. Un sistema electromagnético formado por un sistema eléctrico, un sistema mecánico y un campo de acoplamiento se muestra en la fig. (2.1).

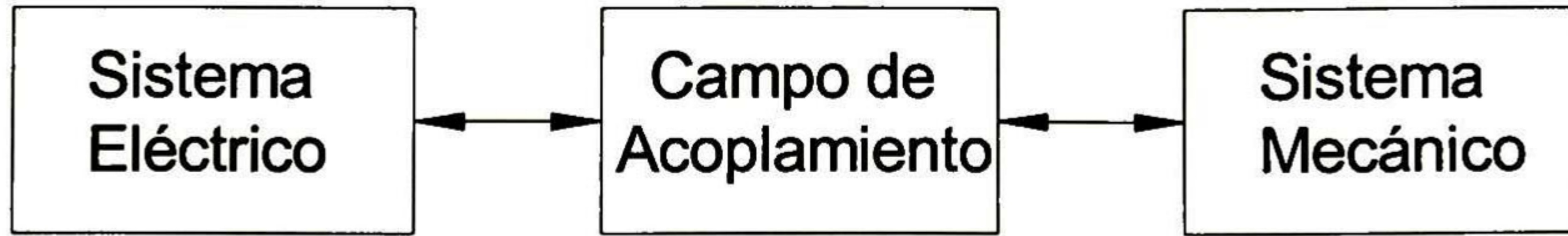


Fig.2.1.- Diagrama a bloques de un sistema electromecánico elemental.

La radiación electromagnética puede ser despreciada, y suponemos que el sistema eléctrico opera a una frecuencia suficientemente baja, de tal forma que puede ser considerada como un parámetro de soporte para el sistema.

En todos los sistemas electromecánicos ocurren pérdidas. Las pérdidas por calor ocurren en el sistema mecánico debido a la fricción, y en el sistema eléctrico se disipará calor debido a la resistencia que ofrece el conductor al fluir corriente eléctrica a través de él. Las pérdidas por corrientes de Eddy y por histéresis ocurren en el material ferromagnético de los campos magnéticos, mientras que las pérdidas dieléctricas ocurren en los campos eléctricos. Si W_E es el total de energía suministrada por la fuente eléctrica y W_M el total de energía suministrada por la fuente mecánica, entonces la distribución de energía puede ser expresada como:

$$W_E = W_e + W_{eL} + W_{eS} \quad (2.1)$$

$$W_M = W_m + W_{mL} + W_{mS} \quad (2.2)$$

donde W_e es la energía transferida al campo de acoplamiento por el sistema eléctrico. W_{eL} es la energía asociada a las pérdidas por calor en el sistema eléctrico, que ocurren debido a la resistencia eléctrica del conductor que se opone al paso de la corriente, y a la energía disipada por los campos en forma de calor debido a pérdidas por histéresis, pérdidas dieléctricas y corrientes de Eddy, y W_{eS} es la energía almacenada en el campo eléctrico o magnético, la cual no está acoplada con el sistema mecánico.

En el sistema mecánico W_m es la energía transferida al campo de acoplamiento. W_{mL} es la pérdida de energía del sistema mecánico en forma de calor, y W_{mS} es la energía almacenada en el miembro en movimiento independiente del sistema mecánico.

Es importante notar que con la convención adoptada, la energía suministrada por cada una de las fuentes es considerada positiva. Por lo tanto, W_E (W_M) es negativa cuando la energía es suministrada a la fuente eléctrica (fuente mecánica).

Si W_F es definido como la energía total transferida al campo de acoplamiento, entonces

$$W_F = W_f + W_{fL} \quad (2.3)$$

donde W_f es la energía almacenada en el campo de acoplamiento y W_{fL} es la energía disipada en forma de calor debido a pérdidas dentro del campo de acoplamiento (corrientes de Eddy, pérdidas por histéresis y dieléctricas). El sistema electromagnético debe obedecer la ley de conservación de la energía, entonces

$$W_f + W_{fL} = (W_E - W_{eL} - W_{eS}) + (W_M - W_{mL} - W_{mS}) \quad (2.4)$$

También puede ser escrito como

$$W_f + W_{fL} = W_e + W_m \quad (2.5)$$

La relación anterior se muestra esquemáticamente en la fig. (2.2).

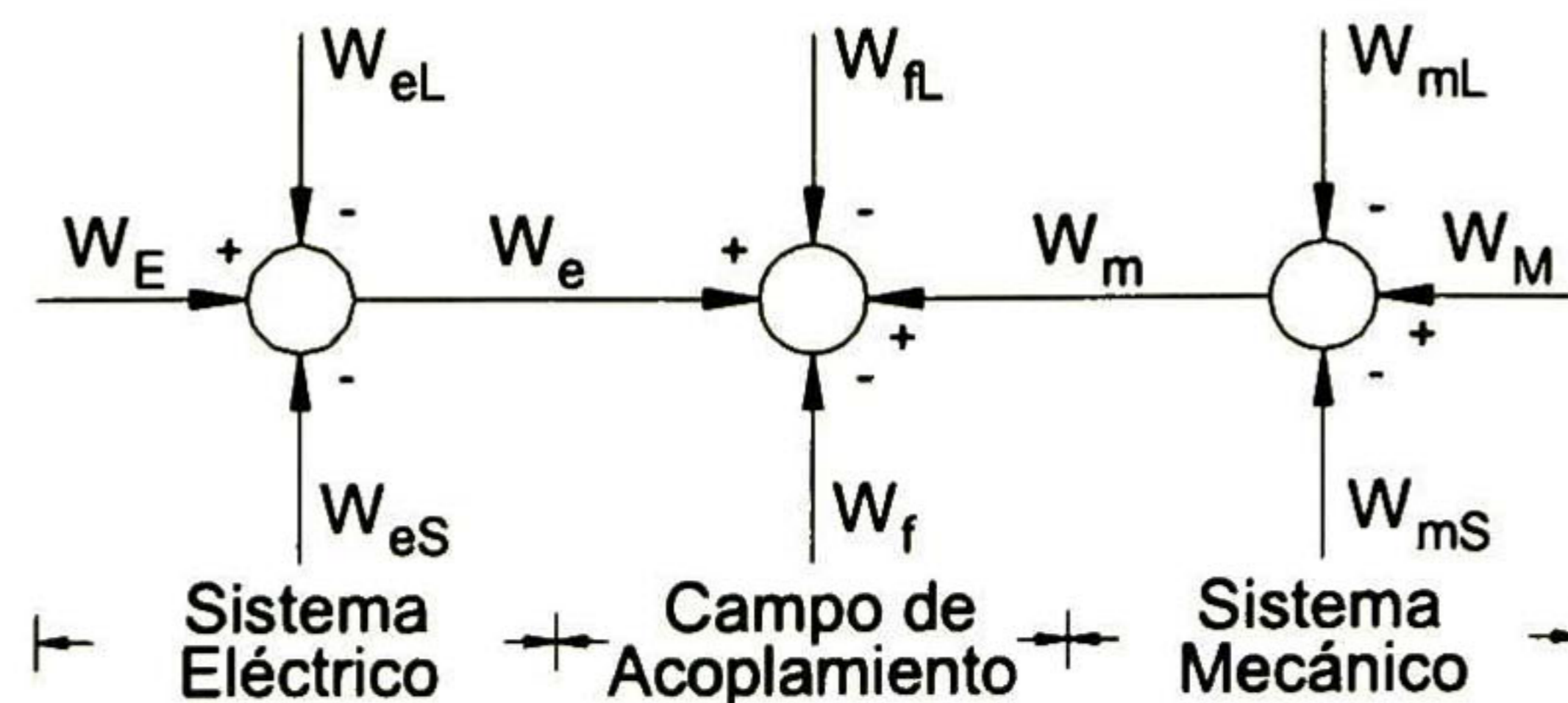


Fig.2.2.- Balance de energía.

El proceso de conversión de energía eléctrica a energía mecánica (o viceversa) es independiente de:

- * Las pérdidas de energía en cualquiera de los sistemas, eléctrico o mecánico, (W_{eL} y W_{mL}).
- * Las energías almacenadas en el campo eléctrico o magnético, los cuales no son comunes para ambos sistemas (W_{eS}).
- * La energía almacenada en el sistema mecánico (W_{mS}).

Si las pérdidas del campo de acoplamiento son despreciadas entonces el campo es conservativo y la ec. (2.5) queda

$$W_f = W_e + W_m \quad (2.6)$$

2.2.2. Devanados de la Máquina y Fuerza Magnetomotriz del Entrehierro.

Los devanados del estator son idénticos, con número de vueltas N_s y resistencia r_s iguales en cada uno. Los devanados del rotor, el cual puede ser bobinado o tipo jaula de ardilla, pueden ser aproximados como devanados idénticos con número de vueltas N_r y resistencia r_r . El entrehierro de la máquina de inducción es uniforme y se supone que los devanados del estator y rotor se aproximan a devanados sinusoidalmente distribuidos.

En la mayoría de las aplicaciones de la máquina de inducción, está es operada como un motor, en donde los devanados del estator se conectan a una fuente de alimentación trifásica, y los devanados del rotor se conectan en corto circuito. El principio de operación de la máquina es fácil de explicar. Con corrientes balanceadas trifásicas fluyendo por los devanados del estator es establecida una fuerza magnetomotriz (FMM) que gira a través del entrehierro a una velocidad determinada por la frecuencia de las corrientes del estator y el número de polos. Si la velocidad del rotor es diferente a la velocidad de la FMM rotante, entonces, son inducidas corrientes trifásicas balanceadas en los devanados del rotor en corto circuito. La frecuencia de las corrientes del rotor corresponde a la diferencia entre la velocidad de la FMM giratoria debida a las corrientes del estator y la velocidad del rotor. Las corrientes inducidas en el rotor producirán una FMM en el entrehierro, la cual girará relativa al rotor a una velocidad correspondiente a la frecuencia de las corrientes del rotor. La FMM producida en el entrehierro impuesta sobre la velocidad del rotor, tiene la misma velocidad a la FMM del entrehierro producida por las corrientes que fluyen por los devanados del estator. Estas dos FMM's en el entrehierro que giran en armonía, pueden ser consideradas como dos conjuntos de polos magnéticos que giran a velocidad síncrona, cuando la máquina se encuentra en estado estable. El par es producido por la interacción de estos polos magnéticos. Es claro que el par no se produce cuando el rotor está girando a la velocidad de sincronismo con la FMM del entrehierro producida por las corrientes del estator, por lo que en este caso no se induce corriente en los devanados del rotor conectado en corto circuito.

2.3. Inductancia de los Devanados y Ecuaciones de Voltaje.

En esta sección se establecen las relaciones que definen la inductancia propia y mutua de los devanados de la máquina de inducción. Para deducir estas relaciones es de gran ayuda utilizar la máquina elemental trifásica de 2 polos conexión estrella.

El arreglo de los devanados de una máquina de inducción simétrica de 2 polos, tres fases con conexión estrella se muestra en la fig. (2.3).

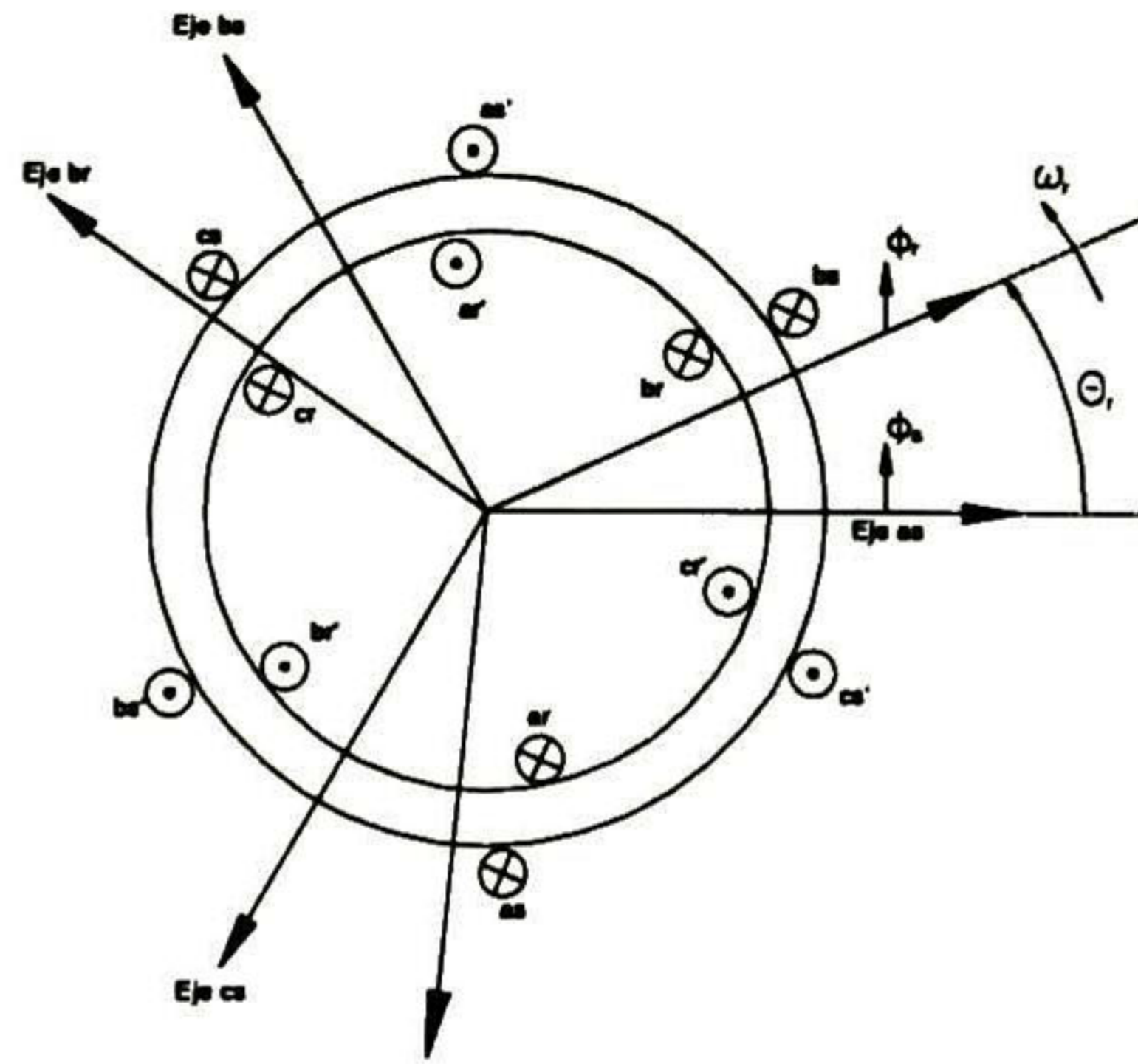


Fig.2.3.- Máquina de inducción simétrica de 2 polos, 3 fases, conexión estrella.

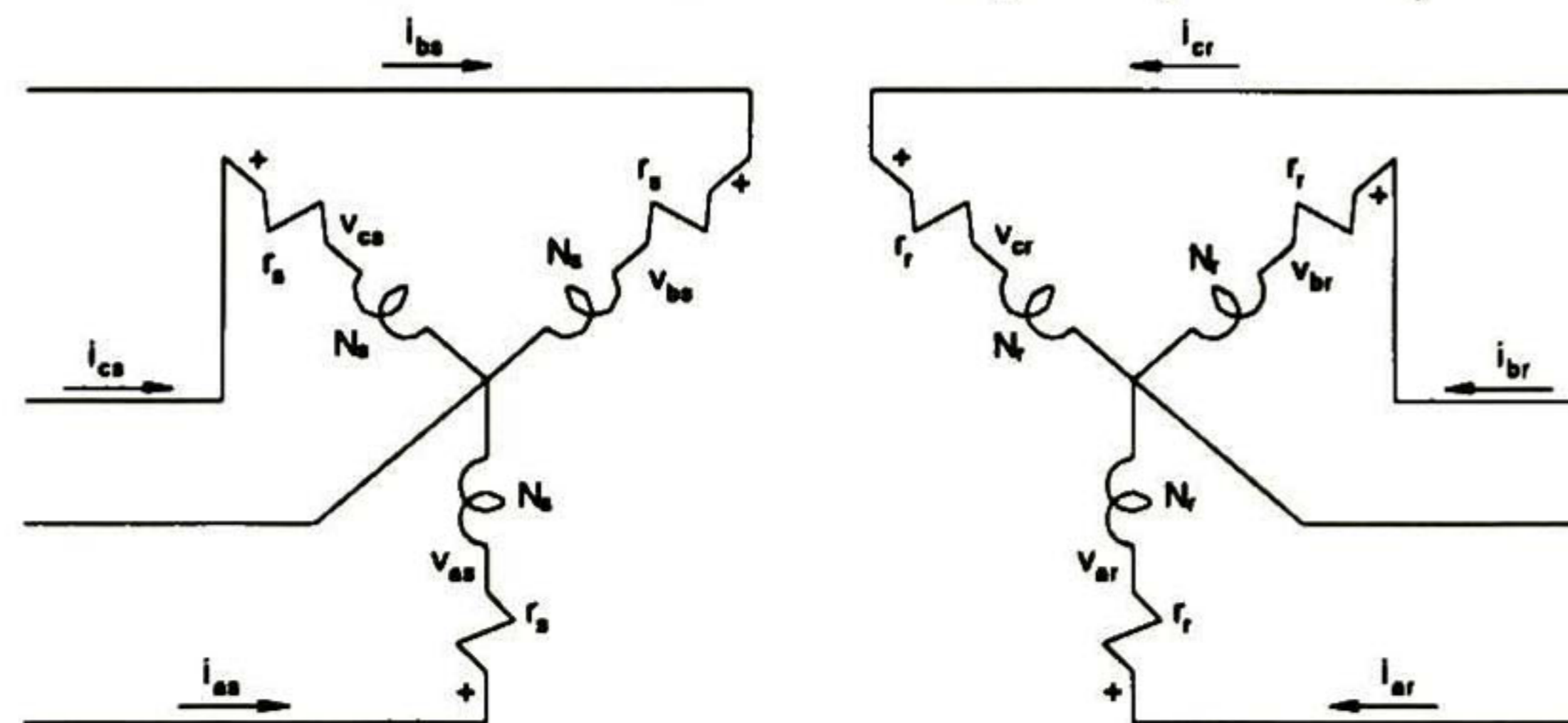


Fig.2.4.-Diagrama eléctrico de la máquina de inducción simétrica de 2 polos, 3 fases, conexión estrella.

En un sistema magnéticamente lineal la inductancia propia de un devanado es la razón del flujo enlazado por un devanado a la corriente fluyendo por el mismo con todas las demás corrientes de los otros devanados iguales a cero. La inductancia mutua es la razón del flujo enlazado por un devanado debido a la corriente que fluye por un segundo devanado con todas las demás corrientes de los otros devanados iguales a cero. Para análisis se considera que la longitud del entrehierro es g y esté es uniforme. Ahora tenemos que la densidad de flujo magnético es

$$B_r = \mu_0 \frac{FMM}{g} \quad (2.7)$$

o también podemos expresar la FMM en términos del desplazamiento angular del estator $FMM(\phi_s)$ como

$$B_r(\phi_s, \theta_r) = \mu_0 \frac{FMM(\phi_s)}{g} \quad (2.8)$$

La FMM del entrehierro es de forma cosenoidal. Esta forma es fácilmente establecida aplicando la ley de Ampere. La forma de onda equivalente del devanado as es

$$FMM_{as} = \frac{N_s}{2} i_{as} \cos(\phi_s) \quad (2.9)$$

donde también

$$FMM_{bs} = \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos\left(\phi_s - \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.10)$$

$$FMM_{cs} = \frac{N_s}{2} i_{cs} \cos\left(\phi_s + \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.11)$$

donde ϕ_s es el desplazamiento angular del estator, i_{as} es la corriente que fluye por el devanado as , N_s es el número de vueltas del devanado y θ_r es el desplazamiento angular del rotor.

Entonces la densidad de flujo del entrehierro debida a la corriente del devanado as (i_{as}), con las demás corrientes iguales a cero, es obtenida sustituyendo la ec. (2.9) en la ec. (2.8). En particular, la densidad de flujo con todas las corrientes iguales a cero excepto i_{as} se puede expresar como

$$B_r(\phi_s, \theta_r) = \mu_0 \frac{FMM_{as}(\phi_s)}{g} \quad (2.12)$$

$$B_r(\phi_s, \theta_r) = \frac{\mu_0}{g} \frac{N_s}{2} i_{as} \cos(\phi_s)$$

De igual manera, la densidad de flujo con todas las corrientes iguales a cero excepto i_{bs} es

$$B_r(\phi_s, \theta_r) = \frac{\mu_0}{g} \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos\left(\phi_s - \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.13)$$

Ahora con todas las corrientes igual a cero excepto i_{cs} , tenemos

$$B_r(\phi_s, \theta_r) = \frac{\mu_0}{g} \frac{N_s}{2} i_{cs} \cos\left(\phi_s + \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.14)$$

Ahora vamos a obtener la densidad de flujo del rotor para el devanado ar , cuya FMM está dada por

$$FMM_{ar} = -\frac{N_r}{2} i_{ar} \sin(\phi_r) \quad (2.15)$$

en donde N_r es el número de vueltas del devanado ar del rotor, i_{ar} es la corriente que circula por el rotor y ϕ_r es el desplazamiento angular del rotor. Aquí los tres devanados del rotor (ar , br , cr) son iguales, lo que significa que tienen los mismos parámetros.

Entonces la densidad de flujo del entrehierro debida a i_{ar} , con todas las demás corrientes iguales a cero, puede ser expresada como

$$B_r(\phi_r) = -\frac{\mu_0}{g} \frac{N_r}{2} i_{ar} \sin(\phi_r) \quad (2.16)$$

Ahora debemos considerar el flujo enlazado por una sola vuelta del conductor de un devanado del estator, el cual tiene una longitud de π radianes entre extremos, y se encuentra localizado a un ángulo ϕ_s . En este caso el flujo está determinado por la integral de superficie sobre la superficie de una sola vuelta. En particular

$$\Phi(\phi_s, \theta_r) = \int_{\phi_s}^{\phi_s + \pi} B_r(\xi, \phi_r) r l d\xi \quad (2.17)$$

donde Φ es el flujo que enlaza a una vuelta orientado ϕ_s desde el eje as , l es la longitud axial del entrehierro de la máquina, r es el radio a la mitad del entrehierro, y ξ es una variable muda de integración. A fin de obtener el flujo que enlaza a un devanado completo, el flujo enlazado por cada una de las vueltas del devanado debe ser sumado. Entonces los devanados se consideran sinusoidalmente distribuidos y el sistema magnético se considera lineal.

Sabemos que el flujo enlazado se puede representar como

$$\begin{aligned} \lambda &= Li = \\ &= N\Phi \end{aligned} \quad (2.18)$$

entonces podemos decir que

$$\begin{aligned}\lambda_{as} &= L_{ls}i_{as} + \int N_{as}(\phi_s)\Phi(\phi_s, \theta_r) d\phi_s \\ &= L_{ls}i_{as} + \int N_{as}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} B_r(\xi, \phi_r) r l d\xi\end{aligned}\quad (2.19)$$

En la ecuación (2.19), L_{ls} es la inductancia de dispersión del estator, debida principalmente al flujo de dispersión de las últimas vueltas del devanado. Generalmente esta inductancia es el 5% o 10% del máximo valor de la inductancia propia del devanado.

Como se dijo anteriormente, los devanados tienen una distribución sinusoidal y la FMM del entrehierro es sinusoidal también. Entonces la distribución del devanado as puede ser escrita como

$$N_{as} = N_p \sin(\phi_s) \quad 0 \leq \phi_s \leq \pi \quad (2.20)$$

$$N_{as} = -N_p \sin(\phi_s) \quad \pi \leq \phi_s \leq 2\pi \quad (2.21)$$

donde N_p es la máxima vuelta o densidad de conductor, expresada en vueltas por radian. Si N_s representa el número de vueltas del devanado distribuido sinusoidalmente, entonces

$$\begin{aligned}N_s &= \int_0^\pi N_p \sin(\phi_s) d\phi_s \\ &= 2N_p\end{aligned}\quad (2.22)$$

entonces

$$N_p = \frac{N_s}{2} \quad (2.23)$$

Los límites para ϕ_s vienen de la distribución sinusoidal que tienen los devanados del estator. Esto se muestra en la fig. (2.5).

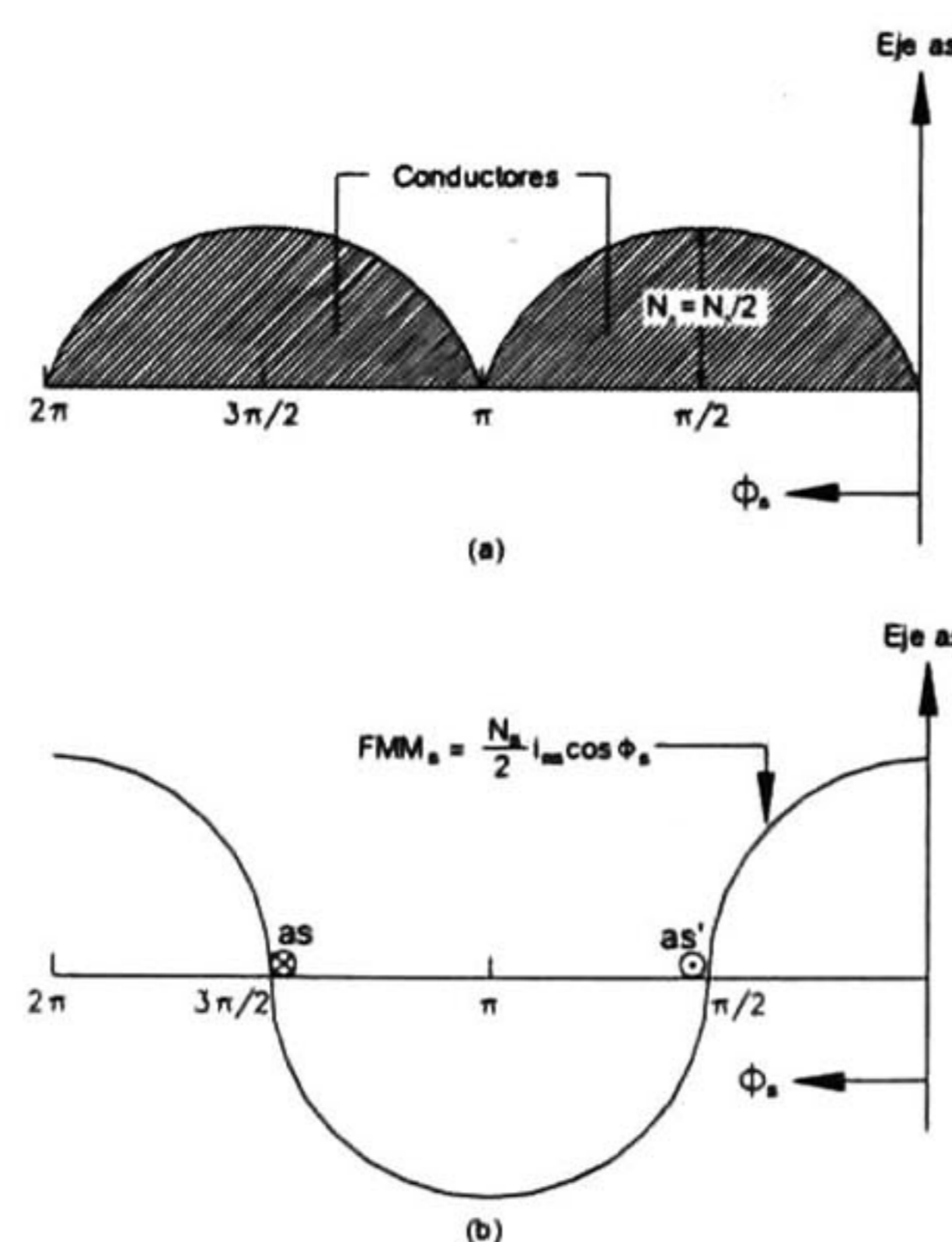


Fig.2.5.- Distribución senoidal. (a) Distribución equivalente del devanado as ; (b) FMM debida al devanado equivalente as .

Regresando a la ecuación (2.19) tenemos que, sustituyendo (2.21) (con N_p remplazada por $\frac{N_s}{2}$) y (2.12) para $B_r(\xi, \phi_r)$ en (2.19), lo que da como resultado

$$\begin{aligned}\lambda_{as} &= L_{ls}i_{as} + \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \frac{\mu_0}{g} \frac{N_s}{2} i_{as} \cos(\xi) r l d\xi d\phi_s \\ &= L_{ls}i_{as} + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \frac{\pi\mu_0 r l}{g} i_{as}\end{aligned}\quad (2.24)$$

El intervalo de integración es tomado de π a 2π a fin de cumplir con la convención que el enlace de flujo positivo es obtenido en la dirección positiva del eje as por la circulación de una corriente supuesta positiva en la dirección de las manecillas del reloj que circula por una bobina (regla de la mano derecha). La inductancia del devanado as es obtenida dividiendo (2.24) entre i_{as} . Entonces

$$L_{asas} = L_{ls} + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \frac{\pi\mu_0 r l}{g} \quad (2.25)$$

La inductancia mutua entre el devanado as y el devanado bs puede ser determinado primeramente calculando el flujo que enlaza al devanado as debido a la corriente que fluye únicamente por el devanado bs . En este caso se supone que el flujo de dispersión puede ser despreciado. Entonces

$$\lambda_{as} = \int N_{as}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} B_r(\xi, \theta_r) r l d\xi d\phi_s \quad (2.26)$$

Sustituyendo (2.21) y (2.13) en (2.26) obtenemos

$$\lambda_{as} = - \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \frac{\mu_0}{g} \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos\left(\xi - \frac{2\pi}{3}\right) r l d\xi d\phi_s \quad (2.27)$$

Por lo tanto, la inductancia mutua entre el devanado as y el devanado bs se obtiene evaluando (2.27) y dividiendo el resultado entre i_{bs} . Lo que da como resultado

$$L_{asbs} = - \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \frac{\pi\mu_0 r l}{2g} \quad (2.28)$$

La inductancia mutua formada entre el devanado as y el devanado del rotor se determina sustituyendo (2.16), expresada en términos de $\phi_r = \phi_s - \theta_r$ en (2.26), tenemos

$$\lambda_{as} = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \frac{\mu_0}{g} \frac{N_r}{2} i_{ar} \sin(\xi - \theta_r) r l d\xi d\phi_s \quad (2.29)$$

Evaluando la ecuación (2.29) y dividiendola entre i_r , obtenemos

$$L_{asar} = \left(\frac{N_s}{2}\right) \left(\frac{N_r}{2}\right) \frac{\pi\mu_0 r l}{g} \cos(\theta_r) \quad (2.30)$$

La inductancia del devanado del rotor, puede obtenerse evaluando el flujo que enlaza el devanado del rotor con todas las corrientes igual a cero, excepto la corriente que fluye por tal devanado, esto es, i_{ar} . Entonces, con el devanado del rotor considerado sinusoidalmente distribuido, y la densidad de flujo expresada como en (2.16), podemos decir que

$$\lambda_{ar} = L_{lr}i_{ar} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{N_r}{2} \cos(\phi_r) \int_{\phi_r}^{\phi_r+\pi} \frac{\mu_0}{g} \frac{N_r}{2} i_{ar} \sin(\xi) r l d\xi d\phi_r \quad (2.31)$$

De la cual resulta que la inductancia del rotor es

$$L_{ar} = L_{lr} + \left(\frac{N_r}{2}\right)^2 \frac{\pi\mu_0 r l}{g} \quad (2.32)$$

donde L_{lr} es la inductancia de dispersión del devanado de campo.

Ahora podemos expresar las inductancias de manera compacta definiendo

$$L_{ms} = \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \frac{\pi\mu_0 r l}{g} \quad (2.33)$$

$$L_{mr} = \left(\frac{N_r}{2}\right)^2 \frac{\pi\mu_0 r l}{g} \quad (2.34)$$

donde L_{ms} es la inductancia de magnetización del estator y L_{mr} es la inductancia de magnetización del rotor.

Como todas las inductancias del estator son iguales, entonces $L_{asas} = L_{bsbs} = L_{cscs}$ con

$$L_{asas} = L_{ls} + L_{ms} \quad (2.35)$$

Por otro lado las inductancias mutuas entre los devanados del estator son iguales y se pueden expresar como

$$L_{asbs} = -\frac{1}{2}L_{ms} \quad (2.36)$$

Como las inductancias de los devanados del rotor son iguales, podemos decir que

$$L_{arar} = L_{lr} + L_{mr} \quad (2.37)$$

De la misma forma las inductancias mutuas entre los devanados del rotor son iguales, por lo tanto

$$L_{arbr} = -\frac{1}{2}L_{mr} \quad (2.38)$$

Ahora vamos a obtener las inductancias mutuas entre los devanados del rotor y los devanados del estator. Como $L_{asar} = L_{bsbr} = L_{cscr}$, entonces

$$L_{asar} = L_{sr} \cos(\theta_r) \quad (2.39)$$

También $L_{asbr} = L_{bscr} = L_{csar}$, entonces

$$L_{asbr} = L_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.40)$$

Finalmente, $L_{ascr} = L_{bsar} = L_{csbr}$, entonces

$$L_{ascr} = L_{sr} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.41)$$

donde

$$L_{sr} = \left(\frac{N_s}{2}\right) \left(\frac{N_r}{2}\right) \frac{\pi\mu_0 r l}{g} \quad (2.42)$$

Las ecuaciones de voltaje para la máquina de inducción son

$$v_{as} = r_s i_{as} + \frac{d\lambda_{as}}{dt} \quad (2.43)$$

$$v_{bs} = r_s i_{bs} + \frac{d\lambda_{bs}}{dt} \quad (2.44)$$

$$v_{cs} = r_s i_{cs} + \frac{d\lambda_{cs}}{dt} \quad (2.45)$$

$$v_{ar} = r_r i_{ar} + \frac{d\lambda_{ar}}{dt} \quad (2.46)$$

$$v_{br} = r_r i_{br} + \frac{d\lambda_{br}}{dt} \quad (2.47)$$

$$v_{cr} = r_r i_{cr} + \frac{d\lambda_{cr}}{dt} \quad (2.48)$$

donde r_s es la resistencia de cada devanado del estator y r_r es la resistencia de cada devanado del rotor. Los enlaces de flujo se pueden escribir de la siguiente manera

$$\lambda_{as} = L_{asas} i_{as} + L_{asbs} i_{bs} + L_{ascs} i_{cs} + L_{asar} i_{ar} + L_{asbr} i_{br} + L_{ascr} i_{cr} \quad (2.49)$$

$$\lambda_{bs} = L_{bsas} i_{as} + L_{bsbs} i_{bs} + L_{bscs} i_{cs} + L_{bsar} i_{ar} + L_{bsbr} i_{br} + L_{bscr} i_{cr} \quad (2.50)$$

$$\lambda_{cs} = L_{csas} i_{as} + L_{csbs} i_{bs} + L_{cscs} i_{cs} + L_{csar} i_{ar} + L_{csbr} i_{br} + L_{cscr} i_{cr} \quad (2.51)$$

$$\lambda_{ar} = L_{aras} i_{as} + L_{arbs} i_{bs} + L_{arcs} i_{cs} + L_{arar} i_{ar} + L_{arbr} i_{br} + L_{arcr} i_{cr} \quad (2.52)$$

$$\lambda_{br} = L_{bras} i_{as} + L_{brbs} i_{bs} + L_{brcs} i_{cs} + L_{brar} i_{ar} + L_{brbr} i_{br} + L_{brcr} i_{cr} \quad (2.53)$$

$$\lambda_{cr} = L_{cras} i_{as} + L_{crbs} i_{bs} + L_{crCs} i_{cs} + L_{crar} i_{ar} + L_{crbr} i_{br} + L_{crCr} i_{cr} \quad (2.54)$$

Aquí podemos ver la complejidad de las ecuaciones de voltaje, debido a las inductancias mutuas variantes en el tiempo entre los circuitos del estator y el rotor (circuitos en movimiento relativo). Por lo tanto, para disminuir la complejidad de estas ecuaciones se aplicará una transformación de variables, que después de aplicarla dará como resultado ecuaciones de voltaje todavía no lineales, pero mucho más manejables para nuestros fines de aplicación de algoritmos de control.

2.4. Ecuaciones de Transformación - Cambio de Variables.

Aunque los cambios de variables son usados en el análisis de máquinas de C.A. para reducir la complejidad de las ecuaciones de voltaje, también son usados en el análisis de componentes de sistemas de potencia. Por ejemplo, las variables de todos los componentes de los sistemas de potencia, excepto para la máquina síncrona, son representados en un esquema de referencia girando a una velocidad arbitraria. Esto es, las variables asociadas con transformadores, líneas de transmisión, cargas, bancos de capacitores, por ejemplo, son transformadas a un esquema de referencia que gira a una velocidad síncrona para su análisis.

Afortunadamente, todas las transformaciones conocidas para estos componentes están contenidas en la transformación del esquema de referencia arbitrario; la misma transformación general usada para las variables del estator y del rotor de la máquina de inducción.

Aunque podríamos formular una transformación para el esquema de referencia arbitrario, la cual se pueda aplicar a todas las variables directamente, es preferible considerar primeramente las variables asociadas con los circuitos estacionarios de la máquina (devanados del estator), y posteriormente, modificar este análisis para las variables asociadas con los devanados del rotor.

Un cambio de variables, el cual presenta una transformación trifásica de los elementos del circuito estacionario al esquema de referencia arbitrario puede ser expresado como

$$f_{qd0s} = K_s f_{abcs} \quad (2.55)$$

donde

$$(f_{qd0s})^T = [f_{qs} \quad f_{ds} \quad f_{0s}] \quad (2.56)$$

$$(f_{abcs})^T = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}] \quad (2.57)$$

$$K_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$\theta = \int_0^t \omega(\xi) d\xi + \theta(0) \quad (2.59)$$

donde ξ es una variable muda de integración. La inversa de la matriz de transformación es

$$(K_s)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

En las ecuaciones anteriores, f puede representar ya sea voltaje, corriente, enlaces de flujo, o carga eléctrica. El superíndice T representa la transpuesta de la matriz. El subíndice s indica las variables, parámetros y transformación asociados con los circuitos estacionarios. El desplazamiento angular θ , que es el ángulo entre el esquema trifásico del motor y el nuevo esquema transformado en las coordenadas (d, q) , que debe ser continuo, pero la velocidad angular asociada con el cambio de variables no está especificada. El esquema de referencia puede girar a cualquier velocidad angular constante o variante, o puede permanecer estacionaria. Por lo tanto la velocidad angular puede ser elegida en forma arbitraria, con el fin de facilitar la solución del sistema de ecuaciones o para facilitar ciertas restricciones del sistema. El cambio de variables puede ser aplicado a variables de cualquier forma de onda y secuencia de tiempo.

La matriz de transformación se puede visualizar como una relación trigonométrica entre las variables mostradas en la fig. (2.6).

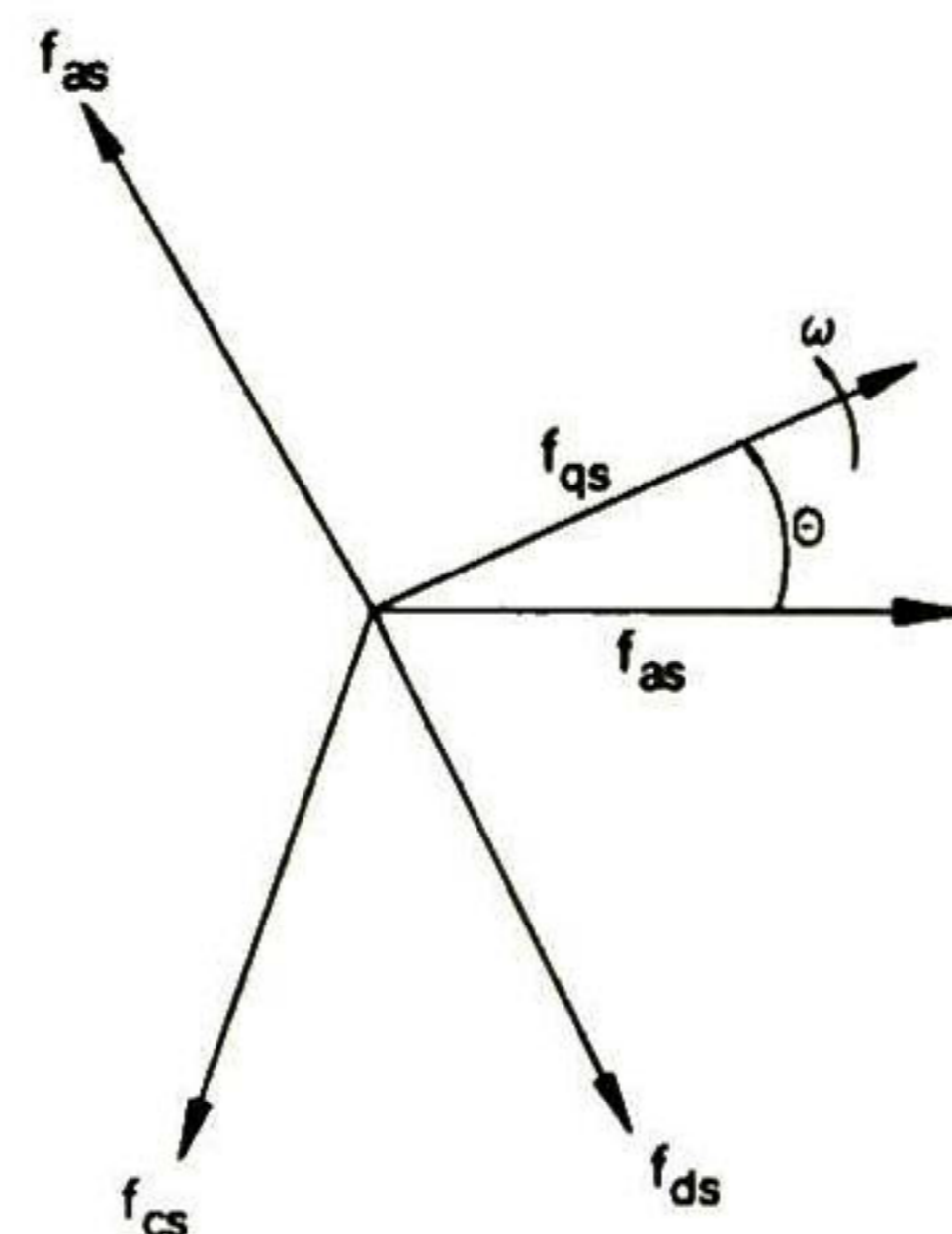


Fig.2.6.- Transformación para circuitos estacionarios, representada por una relación trigonométrica.

en el esquema anterior f_{qs} y f_{ds} son variables ortogonales una de la otra, girando a una velocidad angular ω (que es la que se asigna arbitrariamente), por lo cual f_{as} , f_{bs} y f_{cs} son variables de la parte estacionaria desplazadas 120° cada una. Es importante ver que las variables $0s$ no están asociadas con el esquema de referencia arbitrario. Entonces, las variables $0s$ están relacionadas a las variables abc , independientemente de θ . Es también importante no confundir f_{as} , f_{bs} y f_{cs} con fasores, ya que éstas son cantidades instantáneas, donde las direcciones de cada uno pueden ser la dirección de los ejes magnéticos de los devanados del estator. Aquí veremos como la dirección de f_{qs} y f_{ds} se pueden considerar como las direcciones de los ejes magnéticos de los nuevos devanados, creados debido al cambio de variables.

2.5. VARIABLES DE CIRCUITOS ESTACIONARIOS TRANSFORMADAS AL ESQUEMA DE REFERENCIA A

La potencia total instantánea de las variables abc se puede expresar como

$$P_{abcs} = v_{as}i_{as} + v_{bs}i_{bs} + v_{cs}i_{cs} \quad (2.61)$$

La potencia no cambia debido al cambio de variables, por lo tanto la potencia total expresada en las variables $qd0$ debe ser igual a la potencia total expresada en las variables abc , entonces sustituyendo (2.55) en (2.61) obtenemos

$$\begin{aligned} P_{qd0s} &= P_{abcs} \\ &= \frac{3}{2} (v_{qs}i_{qs} + v_{ds}i_{ds} + 2v_{0s}i_{0s}) \end{aligned} \quad (2.62)$$

El factor $\frac{3}{2}$ es debido a la constante usada en la transformación. Aunque las formas de ondas de los voltajes, corrientes, flujos y cargas eléctricas en las coordenadas qs y ds dependen de la velocidad angular del esquema de referencia, la forma de onda de la potencia total es independiente del mismo. En otras palabras, la forma de onda de la potencia total siempre es la misma, independientemente de la transformación.

2.5. Variables de Circuitos Estacionarios Transformadas al Esquema de Referencia Arbitrario.

En esta sección vamos a analizar los elementos resistivo e inductivo en forma separada, para tener un mejor conocimiento de estos después de la transformación al esquema de referencia arbitrario.

2.5.1. Elemento Resistivo.

Para un circuito resistivo trifásico tenemos que

$$v_{abcs} = r_s i_{abcs} \quad (2.63)$$

De la ecuación (2.55)

$$v_{qd0s} = K_s r_s (K_s)^{-1} i_{qd0s} \quad (2.64)$$

Todas las fases del estator de las máquinas de inducción trifásicas están diseñadas de tal manera que su resistencia es la misma. De la misma manera, transformadores, bancos de capacitores, líneas de transmisión y, de hecho, todos los componentes de sistemas de potencia están diseñados para que todas sus fases tengan resistencias iguales.

Si los elementos diferentes de cero de la matriz diagonal r_s son iguales, entonces

$$K_s r_s (K_s)^{-1} = r_s \quad (2.65)$$

Así, la matriz de resistencias asociada con las variables del esquema arbitrario de referencia no cambia con respecto a su valor original si cada fase del circuito original tiene la misma resistencia. Si las resistencias de fase son diferentes (sistema desbalanceado), entonces la matriz de resistencias asociada con las variables del esquema arbitrario de referencia contiene funciones senoidales de θ . Esta característica se ilustra fácilmente sustituyendo $r_s = \text{diag} [r_{as} \quad r_{bs} \quad r_{cs}]$ en $K_s r_s (K_s)^{-1}$.

2.5.2. Elemento Inductivo.

Para un circuito inductivo trifásico tenemos que

$$v_{abcs} = p \lambda_{abcs} \quad (2.66)$$

donde p es el operador d/dt . En el caso de un sistema magnéticamente lineal es usual expresar los enlaces de flujo como un producto de matrices entre la matriz de inductancias y la matriz de corrientes.

$$\lambda_{abcs} = L_s i_{abcs} \quad (2.67)$$

La transformación se aplica directamente sobre la ecuación (2.66), y obtenemos

$$v_{qd0s} = K_s p \left[(K_s)^{-1} \lambda_{qd0s} \right] \quad (2.68)$$

la cual puede ser expresada de la siguiente manera

$$v_{qd0s} = K_s p \left[(K_s)^{-1} \right] \lambda_{qd0s} + K_s (K_s)^{-1} p \lambda_{qd0s} \quad (2.69)$$

Es fácil demostrar que

$$p \left[(K_s)^{-1} \right] = \omega \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \\ -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Por lo tanto, utilizando algunas identidades trigonométricas obtenemos

$$K_s p \left[(K_s)^{-1} \right] = \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

entonces la ecuación (2.69) puede expresarse como

$$v_{qd0s} = \omega \lambda_{dqs} + p \lambda_{qd0s} \quad (2.72)$$

donde

$$(\lambda_{dqs})^T = [\lambda_{ds} \quad -\lambda_{qs} \quad 0] \quad (2.73)$$

La ecuación (2.73) puede escribirse en forma expandida como

$$v_{qs} = \omega \lambda_{ds} + p \lambda_{qs} \quad (2.74)$$

$$v_{ds} = -\omega \lambda_{qs} + p \lambda_{ds} \quad (2.75)$$

$$v_{0s} = p \lambda_{0s} \quad (2.76)$$

Donde el primer término de lado derecho de la ec. (2.74) y (2.75) es llamado "voltaje rotacional", y ω es la velocidad angular del esquema arbitrario de referencia. Es claro que cuando ω es cero, el voltaje de la velocidad será también cero, entonces se dice que el esquema de referencia es estacionario.

Como ya mencionamos anteriormente, para un sistema magnéticamente lineal, el enlace de flujo puede ser expresado como en (2.67), entonces, expresado en el esquema de referencia arbitrario queda

$$\lambda_{qd0s} = K_s L_s (K_s)^{-1} i_{qd0s} \quad (2.77)$$

Igual que en el caso del circuito resistivo, es necesario especificar la matriz de inductancia antes de evaluar la ecuación (2.77). Una vez especificada la matriz de inductancias, es muy fácil expresar el circuito inductivo trifásico en el esquema de referencia arbitrario.

Entonces si, por ejemplo, L_s es una matriz diagonal con todos los términos diferente de cero iguales, tenemos que

$$K_s L_s (K_s)^{-1} = L_s \quad (2.78)$$

Una matriz de este tipo podría describir la inductancia de una carga inductiva trifásica balanceada, como un conjunto de reactores trifásicos usados para sistemas de transmisión de alto voltaje o cualquier red trifásica simétrica inductiva sin acoplamiento inductivo entre fases.

La matriz de inductancias común en las maquinas de inducción es de la forma

$$L_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

donde L_{ls} es la inductancia de dispersión y L_{ms} es la inductancia de magnetización. Esta matriz no es diagonal como la anterior debido a que en la máquina de inducción simétrica existen acoplamientos inductivos entre fases.

Al multiplicar la matriz de inductancias por la matriz de transformación tenemos que

$$K_s L_s (K_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + \frac{3}{2}L_{ms} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + \frac{3}{2}L_{ms} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

Un sistema lineal trifásico acoplado es magnéticamente simétrico si los elementos de la diagonal principal son iguales y los elementos fuera de la diagonal principal son también iguales entre si. La ecuación (2.79) es de esta forma. Podemos ver que en la ecuación (2.80), para un sistema simétrico, $K_s L_s (K_s)^{-1}$ es una matriz diagonal, en la cual, las variables sustitutas están magnéticamente desacopladas en el esquema de referencia.

2.6. Ecuaciones de Voltaje de la Máquina de Inducción.

En está sección retomamos la máquina de inducción simétrica de 2 polos, 3 fases, conexión estrella, como la mostrada en la fig. (2.3). Como ya habíamos mencionado en secciones anteriores, los devanados del estator son idénticos, cuentan con una distribución senoidal y están desplazados 120° , con el mismo número de vueltas N_s y resistencia r_s . Para su uso en este trabajo, los devanados del rotor también serán considerados con una distribución senoidal idéntica, desplazados 120° , con el mismo numero de vueltas N_r y resistencia r_r . También se comentó que la dirección positiva de los ejes magnéticos de los devanados del estator es como se muestra en la fig. (2.6).

Entonces las ecuaciones de equilibrio de la máquina de inducción pueden expresarse como

$$v_{abcs} = r_s i_{abcs} + p \lambda_{abcs} \quad (2.81)$$

$$v_{abcr} = r_r i_{abcr} + p \lambda_{abcr} \quad (2.82)$$

donde

$$(f_{abcs})^T = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}] \quad (2.83)$$

$$(f_{abcr})^T = [f_{ar} \quad f_{br} \quad f_{cr}] \quad (2.84)$$

En las ecuaciones anteriores el subíndice s indica variables y parámetros asociados a circuitos del estator, mientras que el subíndice r indica variables y parámetros asociados con los circuitos del rotor. Las matrices r_s y r_r son diagonales con elementos diferentes de cero. Los enlaces de flujo para un sistema magnéticamente lineal pueden ser expresados como

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abcs} \\ \lambda_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ (L_{sr})^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abcs} \\ i_{abcr} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

En secciones anteriores obtuvimos los valores de las matrices de inductancias, que a continuación mostramos

$$L_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

$$L_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

$$L_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

donde L_{ls} y L_{ms} son las inductancias de dispersión y la inductancia de magnetización del devanado del estator respectivamente; L_{lr} y L_{mr} son la inductancia de dispersión y la inductancia de magnetización del devanado del rotor respectivamente. La inductancia L_{sr} es la amplitud de las inductancias mutuas entre los devanados del rotor y estator.

La mayoría de los motores de inducción no tienen rotor devanado; en lugar de esto, la corriente fluye por barras de cobre o aluminio, las cuales están uniformemente distribuidas e incrustadas sobre material ferromagnético, con todas las barras conectadas en un anillo común. Este tipo de rotor es llamado "Rotor jaula de ardilla". A primera vista puede parecer que la inductancia mutua entre el devanado del rotor uniformemente distribuido y el devanado del estator senoidalmente distribuido no es de la forma dada por la matriz en (2.88). De cualquier manera, un devanado uniformemente distribuido es descrito por su componente fundamental senoidal y es equivalente a un devanado trifásico.

2.7. Transformación al Marco de Referencia Arbitrario.

En la sección (2.4) fue introducido el concepto de esquema de referencia arbitrario, aplicado a circuitos estacionarios, o del estator.; pero para el análisis de la máquina de inducción también es deseable transformar las variables asociadas con los devanados simétricos del rotor a un esquema de referencia arbitrario. Entonces, el cambio de variables de los circuitos trifásicos del rotor al esquema de referencia arbitrario está descrito por

$$f_{qd0r} = K_r f_{abcr} \quad (2.89)$$

donde

$$(f_{qd0r})^T = [f_{qr} \quad f_{dr} \quad f_{0r}] \quad (2.90)$$

$$(f_{abcr})^T = [f_{ar} \quad f_{br} \quad f_{cr}] \quad (2.91)$$

$$K_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \cos(\beta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\beta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\beta) & \sin(\beta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\beta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

con

$$\beta = \theta - \theta_r \quad (2.93)$$

Entonces el desplazamiento θ esta dado por la ec. (2.59), y θ_r está definido como

$$\theta_r = \int_0^t \omega_r(\xi) d\xi + \theta_r(0) \quad (2.94)$$

donde ξ es una variable muda de integración. La inversa de la matriz de transformación está dada por

$$(K_r)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) & 1 \\ \cos(\beta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\beta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\beta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\beta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

2.8. ECUACIONES DE VOLTAJES DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN EN EL MARCO DE REFERENCIA AR.

El subíndice r describe las variables, parámetros y transformación asociados con los circuitos del rotor. Se pueden visualizar estas ecuaciones de transformación como una relación trigonométrica entre cantidades vectoriales, como se muestra en la fig. (2.7).

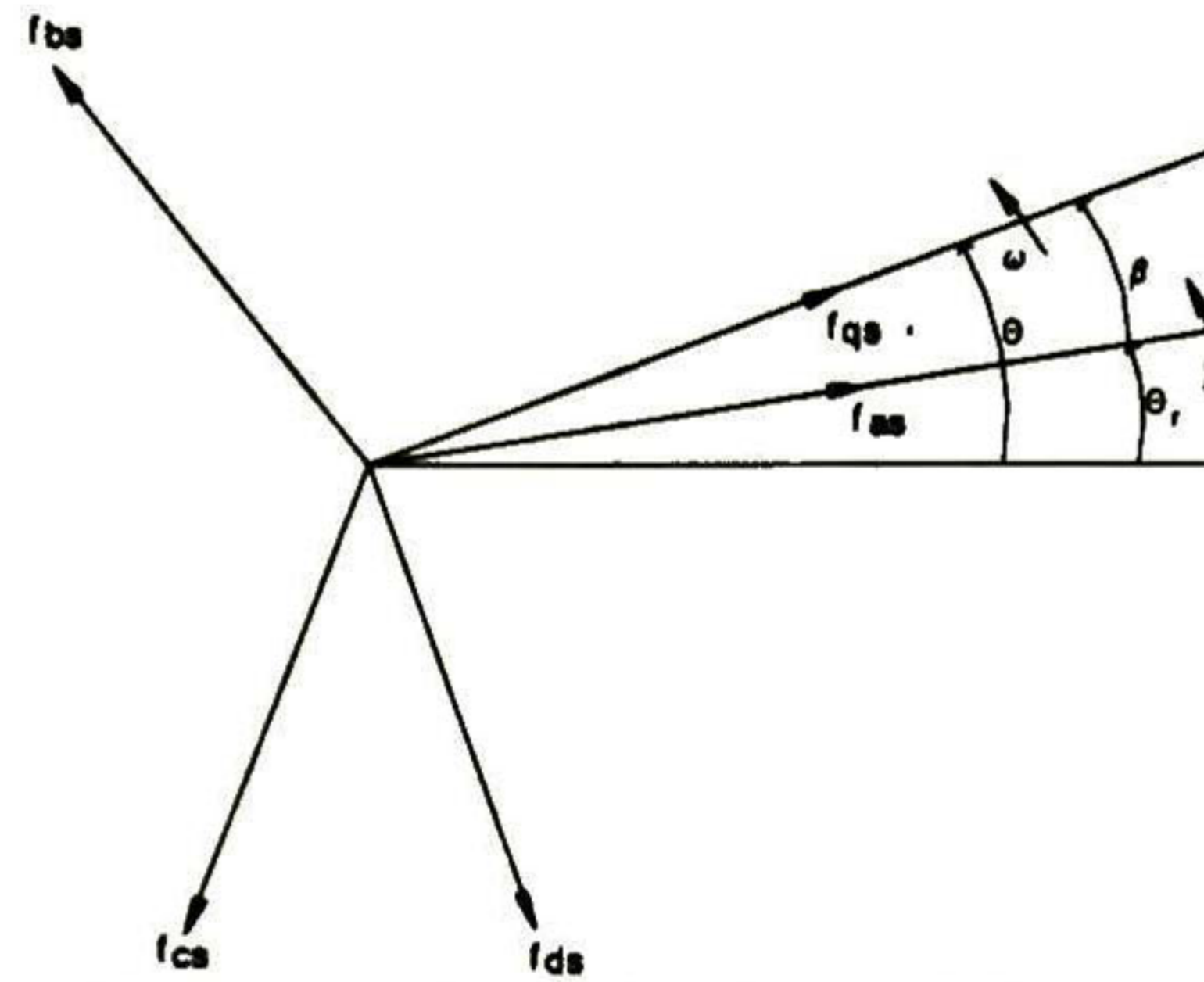


Fig.2.7.- Transformación para los circuitos del rotor ilustrados por medio de una relación trigonométrica.

Las ecuaciones de transformación para los circuitos del rotor son las ecuaciones de transformación para los circuitos del estator, solamente que esta vez utilizamos β como el desplazamiento angular en lugar de θ .

2.8. Ecuaciones de Voltajes de la Máquina de Inducción en el Marco de Referencia Arbitrario.

En la sección (2.6) establecimos las matrices de los diferentes tipos de inductancias. En esta sección se establecen las ecuaciones de voltaje, de los enlaces de flujo y las matrices de inductancias en variables del esquema de referencia arbitrario.

Aplicando las matrices de transformación para el estator y el rotor, tenemos que

$$v_{qd0s} = r_s i_{qd0s} + \omega \lambda_{dqs} + p \lambda_{qd0s} \quad (2.96)$$

$$v_{qd0r} = r_r i_{qd0r} + (\omega - \omega_r) \lambda_{dqr} + p \lambda_{qd0s} \quad (2.97)$$

donde

$$(\lambda_{dqs})^T = \begin{bmatrix} \lambda_{ds} & -\lambda_{qs} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.98)$$

$$(\lambda_{dqr})^T = \begin{bmatrix} \lambda_{dr} & -\lambda_{qr} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

con p que representa el operador d/dt .

El conjunto de ecuaciones está completo una vez que las expresiones para los enlaces de flujo son determinadas. Sustituyendo las ecuaciones de transformación, (2.55) y (2.89), en las ecuaciones de los enlaces de flujo expresadas en variables abc , (2.85), que da como resultado las ecuaciones de los enlaces de flujo para un sistema magnéticamente lineal

$$\begin{bmatrix} \lambda_{dq0s} \\ \lambda_{dq0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s L_s (K_s)^{-1} & K_s L_{sr} (K_s)^{-1} \\ K_r (L_{sr})^T (K_r)^{-1} & K_r L_r (K_r)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abcs} \\ i_{abcr} \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

donde las matrices de las inductancias transformadas son

$$K_s L_s (K_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + \frac{3}{2} L_{ms} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + \frac{3}{2} L_{ms} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

con

$$L_s = L_{ls} + \frac{3}{2}L_{ms} \quad (2.102)$$

Ya que L_r es similar a L_s , tenemos que

$$K_r L_r (K_r)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{lr} + \frac{3}{2}L_{mr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{lr} + \frac{3}{2}L_{mr} & 0 \\ 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

donde

$$L_r = L_{lr} + \frac{3}{2}L_{mr} \quad (2.104)$$

Fácilmente puede ser demostrado que

$$K_s L_{sr} (K_s)^{-1} = K_r L_{sr} (K_s)^{-1} = L_{sr} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \cos(\theta - \theta_r - \beta) & -\frac{3}{2} \sin(\theta - \theta_r - \beta) & 0 \\ \frac{3}{2} \sin(\theta - \theta_r - \beta) & \frac{3}{2} \cos(\theta - \theta_r - \beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.105)$$

Como sabemos que

$$\beta = \theta - \theta_r \quad (2.106)$$

entonces

$$\theta - \theta_r - \beta = 0 \quad (2.107)$$

por lo tanto las funciones senoidales se eliminan, quedando la matriz de inductancias invariante ante la posición del rotor, como podemos ver en la siguiente ecuación

$$K_s L_{sr} (K_s)^{-1} = K_r L_{sr} (K_s)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}L_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}L_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.108)$$

donde

$$L_{sr} = \frac{2}{3}L_m \quad (2.109)$$

Las ecuaciones de voltaje escritas en forma expandida. De la ecuación (2.96) y (2.97)

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + p \lambda_{qs} \quad (2.110)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \omega \lambda_{qs} + p \lambda_{ds} \quad (2.111)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + p \lambda_{0s} \quad (2.112)$$

$$v_{qr} = r_r i_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda_{dr} + p \lambda_{qr} \quad (2.113)$$

$$v_{dr} = r_r i_{dr} - (\omega - \omega_r) \lambda_{qr} + p \lambda_{dr} \quad (2.114)$$

$$v_{0r} = r_r i_{0r} + p \lambda_{0r} \quad (2.115)$$

2.9. Obtención del Modelo en variables (α, β) de la Máquina de Inducción.

En esta sección vamos a obtener el modelo en variables (α, β) o también conocido como modelo en el marco de referencia estacionario, ya que la velocidad de referencia es tomada como $\omega = 0$. Entonces obtendremos el modelo del motor de inducción, tomando como variables de estado los enlaces de flujo del rotor, las corrientes del estator y la velocidad mecánica del rotor, obteniendo un modelo de ecuaciones diferenciales de quinto orden, donde todas las variables magnéticas y eléctricas del rotor están referidas al estator.

Sabemos que los circuitos del rotor están conectados en corto circuito, por lo tanto $v_{qr} = v_{dr} = v_{0r} = 0$, además, si consideramos el sistema balanceado, podemos omitir las cantidades de secuencia cero ya que su contribución será nula. Hasta aquí hemos considerado el modelo para una máquina con 2 polos magnéticos, para obtener un modelo para una máquina con P número de polos se añade el parámetro n_p , que es el número de pares de polos, de tal forma que las ecuaciones de voltaje quedan

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + p \lambda_{qs} \quad (2.116)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} + p \lambda_{ds} \quad (2.117)$$

$$0 = r_r i_{qr} - n_p \omega_r \lambda_{dr} + p \lambda_{qr} \quad (2.118)$$

$$0 = r_r i_{dr} + n_p \omega_r \lambda_{qr} + p \lambda_{dr} \quad (2.119)$$

De igual forma los enlaces de flujo quedan de la siguiente manera

$$\lambda_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (2.120)$$

$$\lambda_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (2.121)$$

$$\lambda_{0s} = L_{ls} i_{0s} \quad (2.122)$$

$$\lambda_{qr} = L_r i_{qr} + L_m i_{qs} \quad (2.123)$$

$$\lambda_{dr} = L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \quad (2.124)$$

$$\lambda_{0r} = L_{lr} i_{0r} \quad (2.125)$$

En las cuales, también omitimos las cantidades de secuencia cero, pues su contribución será nula, llegando al conjunto de ecuaciones que definen los enlaces de flujo

$$\lambda_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (2.126)$$

$$\lambda_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (2.127)$$

$$\lambda_{qr} = L_r i_{qr} + L_m i_{qs} \quad (2.128)$$

$$\lambda_{dr} = L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \quad (2.129)$$

Despejando de la ecuación (2.118) i_{qr} obtenemos

$$i_{qr} = \frac{1}{r_r} (n_p \omega_r \lambda_{dr} - p \lambda_{qr}) \quad (2.130)$$

Sustituyendo (2.130) en (2.128) y despejando $p \lambda_{qr}$ obtenemos

$$\lambda_{qr} = \frac{L_r}{r_r} (n_p \omega_r \lambda_{dr} - p \lambda_{qr}) + L_m i_{qs} \quad (2.131)$$

$$p \lambda_{qr} = -\frac{r_r}{L_r} \lambda_{dr} + n_p \omega_r \lambda_{dr} + \frac{r_r L_m}{L_r} i_{qs} \quad (2.132)$$

De la ecuación (2.119) despejamos i_{dr} obteniendo

$$i_{dr} = \frac{1}{r_r} (-n_p \omega_r \lambda_{qr} - p \lambda_{dr}) \quad (2.133)$$

Sustituyendo (2.133) en (2.129) y despejando $p \lambda_{dr}$ obtenemos

$$\lambda_{dr} = \frac{L_r}{r_r} (-n_p \omega_r \lambda_{qr} - p \lambda_{dr}) + L_m i_{ds} \quad (2.134)$$

$$p \lambda_{dr} = -\frac{r_r}{L_r} \lambda_{dr} - n_p \omega_r \lambda_{qr} + \frac{r_r L_m}{L_r} i_{ds} \quad (2.135)$$

Ahora, derivando (2.126) tenemos que

$$p \lambda_{qs} = L_s p i_{qs} + L_m p i_{qr} \quad (2.136)$$

Sustituyendo (2.136) en (2.116) obtenemos

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + L_s p i_{qs} + L_m p i_{qr} \quad (2.137)$$

Despejando i_{qr} de (2.128) y derivando, tenemos que

$$i_{qr} = \frac{1}{L_r} \lambda_{qr} - \frac{L_m}{L_r} i_{qs} \quad (2.138)$$

$$p i_{qr} = \frac{1}{L_r} p \lambda_{qr} - \frac{L_m}{L_r} p i_{qs} \quad (2.139)$$

Ahora sustituyendo (2.139) en la ec. (2.137)

$$\begin{aligned} v_{qs} &= r_s i_{qs} + L_s p i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} p \lambda_{qr} - \frac{L_m^2}{L_r} p i_{qs} \\ &= r_s i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} p \lambda_{qr} + \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) p i_{qs} \end{aligned} \quad (2.140)$$

Sustituyendo la ec. (2.132) en (2.140) y despejando $p i_{qs}$ obtenemos

$$p i_{qs} = \frac{L_r}{L_r L_s - L_m^2} \left[v_{qs} - \left(r_s + \frac{r_r L_m^2}{L_r^2} \right) i_{qs} - \frac{L_m}{L_r} \left(-\frac{r_r}{L_r} \lambda_{qr} + n_p \omega_r \lambda_{dr} \right) \right] \quad (2.141)$$

Del mismo modo, derivamos (2.127)

$$p \lambda_{ds} = L_s p i_{ds} + L_m p i_{dr} \quad (2.142)$$

Sustituyendo la ec. (2.142) en (2.117)

$$v_{ds} = r_s i_{ds} + L_s p i_{ds} + L_m p i_{dr} \quad (2.143)$$

Despejando i_{dr} de la ec. (2.129) y derivando obtenemos

$$i_{dr} = \frac{1}{L_r} \lambda_{dr} - \frac{L_m}{L_r} i_{ds} \quad (2.144)$$

$$p i_{dr} = \frac{1}{L_r} p \lambda_{dr} - \frac{L_m}{L_r} p i_{ds} \quad (2.145)$$

Sustituyendo la ec. (2.145) en (2.143) tenemos que

$$\begin{aligned}
 v_{ds} &= r_s i_{ds} + L_s p i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} p \lambda_{dr} - \frac{L_m^2}{L_r} p i_{ds} \\
 &= r_s i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} p \lambda_{dr} + \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) p i_{ds}
 \end{aligned} \tag{2.146}$$

Sustituyendo la ec. (2.135) en (2.146) y despejando $p i_{ds}$ obtenemos

$$p i_{ds} = \frac{L_r}{L_r L_s - L_m^2} \left[v_{ds} - \left(r_s + \frac{r_r L_m^2}{L_r^2} \right) i_{ds} - \frac{L_m}{L_r} \left(-\frac{r_r}{L_r} \lambda_{dr} - n_p \omega_r \lambda_{qr} \right) \right] \tag{2.147}$$

Hasta aquí, definimos la dinámica de las variables eléctricas de la máquina de inducción (enlaces de flujo del rotor y corrientes del estator), en la siguiente sección definiremos la dinámica de la variable mecánica, necesaria para obtener el modelo completo en variables (α, β) de la máquina de inducción.

2.9.1. Par Electromecánico de la Máquina de Inducción.

La energía almacenada en la máquina de inducción es igual a la suma de la inductancia propia de cada devanado multiplicada por la mitad del cuadrado de sus corrientes, mas la inductancia mutua multiplicada por las corrientes del estator y del rotor. La energía almacenada en las inductancias de dispersión no forma parte de la energía almacenada en el campo de acoplamiento.

Entonces, podemos describir la energía almacenada en el campo de acoplamiento como

$$W_f = \frac{1}{2} (i_{abcs})^T (L_s - L_{ls} I) i_{abcs} + (i_{abcs})^T L_{sr} i_{abcr} + \frac{1}{2} (i_{abcr})^T (L_r - L_{lr} I) i_{abcr} \tag{2.148}$$

donde I es la matriz identidad. Suponemos que la máquina es magnéticamente lineal, entonces, la energía W_f es igual a la coenergía W_c .

El cambio de energía mecánica en un sistema rotacional respecto a su desplazamiento puede definirse como

$$dW_m = -T_e d\theta_{rm} \tag{2.149}$$

donde T_e es el par electromagnético positivo, debido a la acción del motor y θ_{rm} es el desplazamiento angular actual del rotor. Los enlaces de flujo, corrientes, W_f y W_c son todas expresadas como funciones del desplazamiento angular θ_r . Ya que

$$\theta_r = n_p \theta_{rm} \tag{2.150}$$

$$\theta_{rm} = \frac{1}{n_p} \theta_r \tag{2.151}$$

donde n_p es el número de pares de polos en la máquina; por lo tanto, sustituyendo la ec. (2.151) en (2.149) tenemos que

$$dW_m = -T_e \left(\frac{1}{n_p} \right) d\theta_r \tag{2.152}$$

Ya que $W_f = W_c$, el par electromagnético puede ser expresado como

$$T_e (i_j, \theta_r) = n_p \frac{\partial W_c (i_j, \theta_r)}{\partial \theta_r} \tag{2.153}$$

Ya que L_s y L_r no son funciones de θ_r , sustituyendo W_f de la ec. (2.148) en (2.153) da como resultado la ecuación que define el par electromagnético en Newton-Metros (N.m)

$$T_e = n_p (i_{abcs})^T \frac{\partial}{\partial \theta_r} [L_{sr}] i_{abcr} \tag{2.154}$$

Aplicando la matriz de transformación a la ecuación anterior obtenemos

$$T_e = n_p \left[(K_s)^{-1} i_{abcs} \right]^T \frac{\partial}{\partial \theta_r} [L_{sr}] (K_r)^{-1} i_{abcr} \quad (2.155)$$

Expandiendo la ecuación (2.155) obtenemos la expresión para el par electromagnético

$$T_e = \frac{3}{2} n_p L_m (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) \quad (2.156)$$

Otra expresión para el par electromagnético, equivalente, en términos de los enlaces de flujos del rotor y las corrientes del estator de una máquina de inducción es

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{n_p L_m}{L_r} (\lambda_{dr} i_{qs} - \lambda_{qr} i_{ds}) \quad (2.157)$$

En un motor de inducción, el par electromagnético y la velocidad pueden ser relacionados por la siguiente expresión

$$T_e = T_L + J p \omega_r + D \omega_r + \frac{1}{K} \int_{-\infty}^t \omega_r dt \quad (2.158)$$

donde J es el momento de inercia del rotor y de cualquier objeto acoplado a él, D es el coeficiente angular de fricción viscosa y ventilación y K es la constante de elasticidad del eje. Al término $J p \omega_r$ se le denomina par inercial, a $D \omega_r$ por fricción y a $\frac{1}{K} \int_{-\infty}^t \omega_r dt$ par elástico.

Sustituyendo la ec. (2.157) en (2.158) y despejando $p \omega_r$ obtenemos la siguiente expresión para la velocidad de la máquina de inducción

$$p \omega_r = \frac{3}{2} \frac{n_p L_m}{L_r} (\lambda_{dr} i_{qs} - \lambda_{qr} i_{ds}) - \frac{1}{J} T_L - \frac{1}{J} D \omega_r - \frac{1}{JK} \int_{-\infty}^t \omega_r dt \quad (2.159)$$

Para nuestros propósitos, podemos despreciar el par por fricción y el par elástico, resultando la siguiente expresión que define la dinámica de la velocidad angular del rotor

$$p \omega_r = \frac{3}{2} \frac{n_p L_m}{J L_r} (\lambda_{dr} i_{qs} - \lambda_{qr} i_{ds}) - \frac{1}{J} T_L \quad (2.160)$$

2.9.2. Modelo en Variables (α, β) de la Máquina de Inducción.

Las ecuaciones (2.132), (2.135), (2.141), (2.147) y (2.160) son las ecuaciones que definen la dinámica del motor de inducción en el marco de referencia estacionario. Sustituyendo la velocidad mecánica por la velocidad eléctrica ($\omega_r = \frac{1}{n_p} \omega_e$) en las ecuaciones de los enlaces de flujo del rotor (2.132), (2.135) y en las ecuaciones de las corrientes del estator (2.141), (2.147), sustituyendo los subíndices (d, q) por los subíndices (α, β) , respectivamente y reacomodando parámetros, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones que definen la dinámica del motor de inducción

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3 n_p L_m}{2 J L_r} (\lambda_\alpha i_\beta - \lambda_\beta i_\alpha) - \frac{1}{J} T_L \quad (2.161)$$

$$\frac{d\lambda_\alpha}{dt} = -\eta \lambda_\alpha - \omega_e \lambda_\beta + \eta L_m i_\alpha \quad (2.162)$$

$$\frac{d\lambda_\beta}{dt} = -\eta \lambda_\beta + \omega_e \lambda_\alpha + \eta L_m i_\beta \quad (2.163)$$

$$\frac{di_\alpha}{dt} = \beta \eta \lambda_\alpha + \beta \omega_e \lambda_\beta - \gamma i_\alpha + \frac{1}{\sigma L_s} u_\alpha \quad (2.164)$$

$$\frac{di_\beta}{dt} = \beta \eta \lambda_\beta - \beta \omega_e \lambda_\alpha - \gamma i_\beta + \frac{1}{\sigma L_s} u_\beta \quad (2.165)$$

con

$$\eta = \frac{r_r}{L_r}, \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad \beta = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}, \quad \gamma = \frac{1}{\sigma L_s} \left(r_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} r_r \right)$$

donde L_s , L_r y L_m son, respectivamente, la inductancia del estator, la inductancia del rotor, y la inductancia de magnetización. r_s y r_r son, respectivamente, la resistencia del estator y la resistencia del rotor, n_p es el número de pares de polos de la máquina. λ_α y λ_β son los componentes del enlace de flujo magnético del rotor, i_α e i_β son las componentes de la corriente del estator, u_α y u_β son las componentes de voltaje del estator, T_L es el par de carga, J es el momento de inercia del rotor, ω_e es la velocidad eléctrica del rotor y ω_r es la velocidad mecánica del rotor.

En base al modelo para el motor de inducción obtenido anteriormente ((2.161)-(2.165)), se aplicarán todos los algoritmos de control que sean diseñados en secciones posteriores.

Capítulo 3

MÉTODO DE CONTROL Y OBSERVADORES.

3.1. Introducción.

En el presente capítulo se diseña un controlador para una clase de sistemas no lineales en la forma no lineal controlable por bloques con perturbación (FNLCB con perturbación), que consiste en un conjunto de bloques similar a la que tiene la forma regular, esto es, el bloque del vector de estado y el bloque del vector de control ficticio tienen la misma dimensión, con una perturbación constante pero desconocida en el subespacio “matched” y “unmatched”. La ley de control utiliza la teoría de control por bloques con modos deslizantes para rechazar las perturbaciones en el subespacio de control (matched), llevando los errores de seguimiento a cero, e introduce integradores para rechazar las perturbaciones en la ecuación de modos deslizantes (unmatched), haciendo al movimiento del sistema invariante ante perturbaciones constantes desconocidas.

Por otra parte, también se considera el problema de diseño de observadores no lineales y observadores adaptables para dos clases de sistemas no lineales, utilizados para estimar variables que no son posibles de medir en el sistema así como también para estimar parámetros variantes dentro del mismo.

3.2. Método de Control Integral por Bloques con Modos Deslizantes.

3.2.1. Forma No Lineal Controlable Por Bloques con Perturbación.

Consideremos el caso del sistema no lineal con perturbación descrito por

$$\dot{x} = f(x) + B(x)u(t) + D(x)\omega \quad (3.1)$$

con una salida

$$y = h(x) \quad (3.2)$$

donde $x \in X \subset \mathbb{R}^n$, $y \in Y \subset \mathbb{R}^p$, $u \in U \subset \mathbb{R}^m$, $w \in W \subset \mathbb{R}^s$, con w que es el término de perturbación externa, que suponemos constante

$$\dot{w} = 0 \quad (3.3)$$

El campo vector f , y las columnas de B , y D son mapeos suaves. La FNLCB con perturbación para el sistema (3.1) consiste de r bloques, estructurados de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_1(x_1) + B_1(x_1)x_2 + D_1(x_1)\omega \\
\dot{x}_i &= f_i(x_1, \dots, x_i) + B_i(x_1, \dots, x_i)x_{i+1} + D_i(x_1, \dots, x_i)\omega, \quad i = 2, \dots, r-1 \\
&\vdots \\
\dot{x}_r &= f_r(x_1, x_2, \dots, x_r) + B_r(x_1, x_2, \dots, x_r)u + D_r(x_1, x_2, \dots, x_r)\omega
\end{aligned} \tag{3.4}$$

$$y = h(x) = x_1 \tag{3.5}$$

donde x_i es un vector de dimensión $n_i \times 1$. En cada block, los vectores x_{i+1} son tomados como vectores ficticios de control y

$$\text{rank}(B_i) = n_i, \forall x \in X$$

donde los enteros (n_1, n_2, \dots, n_r) definen la estructura del sistema (3.4) con $\sum_{i=1}^r n_i = n$. En este trabajo de tesis consideramos la estructura

$$n_1 = n_2 = \dots = n_r = m$$

Nótese que el esquema de control propuesto puede fácilmente ser generalizado para el caso $n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_r \leq m$.

Las condiciones de existencia de la forma no lineal controlable por bloques con perturbación (FNLCB con perturbación) (3.4) y el procedimiento para llevar el sistema (3.1) a la forma (3.4) se presenta en [10]. Nótese que la dinámica del motor de inducción puede ser presentada en la forma (3.4) aplicando una transformación de variables, donde el término de la perturbación es el par de carga y la salida a controlar es la velocidad del rotor.

Entonces podemos diseñar una variedad de modos deslizantes y una ley de control discontinua, que fuerce los modos deslizantes en lazo cerrado para el sistema (3.4), considerando el estado x_{i+1} , $i = 1, \dots, r-1$ como un vector de control ficticio (cuasi control) en el i^{mo} bloque del sistema. Tal diseño se lleva a cabo de la siguiente manera.

Siguiendo la técnica de control por bloques e introduciendo integradores, se obtiene como resultado una transformación no lineal de las variables de estado, la cual linealiza la parte no perturbada de la dinámica de (3.4) lo que da como resultado una variedad no lineal deslizante con movimiento invariante con respecto a perturbaciones. Considerando el estado x_{i+1} , $i = 1, \dots, r-1$ como un vector ficticio de control en el i^{th} de (3.4), el procedimiento de transformación por bloques se bosqueja en la siguiente sección.

3.2.2. Transformación por Bloques con Integradores.

Como primer paso definimos el error de seguimiento de la salida como

$$z_1 = x_1 - s := \phi_1(x_1, s) \tag{3.6}$$

donde s es una señal de referencia constante conocida. La derivada de la ec. (3.6), queda

$$\dot{z}_1 = \bar{f}_1(z_1, s) + \bar{B}_1(z_1, s)x_2 + \bar{D}_1(z_1, s)\omega \tag{3.7}$$

donde $\bar{f}_1(z_1, s) = f_1(x_1)|_{x_1=z_1+s}$, $\bar{B}_1(z_1, s) = B_1(x_1)|_{x_1=z_1+s}$, $\bar{D}_1(z_1, s) = D_1(x_1)|_{x_1=z_1+s}$.

Ahora introduciendo un integrador

$$z_{01} = \int_{-\infty}^t z_1 dt \tag{3.8}$$

seleccionamos el control ficticio x_2 en la ec. (3.7) como

$$x_2 = -\bar{B}_1^{-1}(z_1, s) [\bar{f}_1(z_1, s) - K_{01}z_{01} - K_1z_1 - z_2] \tag{3.9}$$

donde K_{01} y K_1 son matrices con elementos constantes de dimensión $n_1 \times n_1$; z_2 es un vector de nuevas variables de dimensión $n_2 \times 1$.

Utilizando (3.7)-(3.9) obtenemos el siguiente sistema aumentado deseado:

$$\begin{aligned}\dot{z}_{01} &= z_1 \\ \dot{z}_1 &= K_{01}z_{01} + K_1z_1 + z_2 + \bar{D}_1(z_1, s)\omega\end{aligned}\quad (3.10)$$

De la ec. (3.9) puede obtenerse la nueva variable z_2 como

$$z_2 = \bar{B}_1(z_1)x_2 + \bar{f}_1(z_1, s) - K_{01}z_{01} - K_1z_1 := \phi_2(z_{01}, z_1, x_2, s)\quad (3.11)$$

En el segundo paso, derivando la ec. (3.11) a lo largo de las trayectorias del segundo bloque de la ec. (3.4) y utilizando (3.10), obtenemos

$$\dot{z}_2 = \bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) + \bar{B}_2(z_{01}, z_1, z_2, s)x_3 + \bar{D}_2(z_{01}, z_1, z_2, s)\omega\quad (3.12)$$

donde $\bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) = \frac{\partial \phi_2}{\partial z_{01}}z_1 + \frac{\partial \phi_2}{\partial z_1}[K_{01}z_{01} + K_1z_1 + z_2] + \bar{B}_1(z_1, s)f_2(x_1, x_2)$, $\bar{B}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) = \bar{B}_1(z_1, s)B_2(x_1, x_2)$, $\bar{D}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) = \frac{\partial \phi_2}{\partial z_1}\bar{D}_1(z_1, s) + \bar{B}_1(z_1, s)D_2(x_1, x_2)$. Notese que el rango de $\bar{B}_2 = n_2$. Como en el primer paso, primero introducimos un integrador

$$z_{02} = \int_{-\infty}^t z_2 dt\quad (3.13)$$

y seleccionamos el vector ficticio de entrada x_3 en (3.12), de manera similar a lo hecho en la ec. (3.9), esto es

$$x_3 = -\bar{B}_2^{-1}(z_{01}, z_1, z_2, s) [\bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) - K_{02}z_{02} - K_2z_2 - z_3]\quad (3.14)$$

donde z_3 es un vector de dimensión $n_3 \times 1$; K_{02} y K_2 son matrices constantes de dimensión $n_2 \times n_2$.

Por lo tanto, las ecs. (3.12) y (3.13) con (3.14) toman la misma forma que la ec. (3.10), esto es

$$\begin{aligned}\dot{z}_{02} &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= K_{02}z_{02} + K_2z_2 + z_3 + \bar{D}_2(z_{01}, z_1, z_2)\omega\end{aligned}\quad (3.15)$$

Como en el primer paso, la variable z_3 puede obtenerse usando la ec. (3.14) como

$$z_3 = \bar{B}_2(z_{01}, z_1, z_2, s)x_3 + \bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) - K_{02}z_{02} - K_2z_2 := \phi_3(z_{01}, z_1, z_{02}, z_2, x_3, s)\quad (3.16)$$

Este procedimiento puede llevarse a cabo iterativamente, obteniendo en el i^{th} paso, $i = 3, \dots, r - 1$.

Seleccionando el control ficticio $x_{(i+1)}$ como

$$\begin{aligned}x_{(i+1)} &= -\bar{B}_i^{-1}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) [\bar{f}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) \\ &\quad - K_{0(i)}z_{0(i)} - K_i z_i - z_{(i+1)}]\end{aligned}\quad (3.17)$$

donde $K_{0(i)}$ y K_i son matrices con elementos constantes de dimensión $n_i \times n_i$, $z_{0(i)} = \int_{-\infty}^t z_i dt$ es un integrador de dimensión $n_i \times 1$, z_i y $z_{(i+1)}$ son vectores de nuevas variables de dimensión $n_i \times 1$ y $n_{i+1} \times 1$ respectivamente.

Ahora, obtenemos la dinámica aumentada deseada

$$\begin{aligned}\dot{z}_{0(i)} &= z_i \\ \dot{z}_i &= K_{0(i)}z_{0(i)} + K_i z_i + z_{(i+1)} + \bar{D}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s)\omega\end{aligned}\quad (3.18)$$

La variable $z_{(i+1)}$ puede obtenerse usando la ec. (3.17)

$$\begin{aligned} z_{(i+1)} &= \bar{B}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) x_{(i+1)} \\ &\quad + \bar{f}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) - K_{0(i)} z_{0(i)} - K_i z_i \end{aligned} \quad (3.19)$$

con $z_{(i+1)} := \phi_{(i+1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i)}, z_i, x_{(i+1)}, s)$.

Las nuevas variables obtenidas de este procedimiento forman una transformación no lineal del estado original, que está dada por

$$\begin{aligned} z_{01} &= \int_{-\infty}^t z_1 dt \\ z_1 &= x_1 - r := \phi_1(x_1, s) \\ &\vdots \\ z_{0(i+1)} &= \int_{-\infty}^t z_{(i+1)} dt \\ z_{(i+1)} &= \bar{B}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) x_{(i+1)} + \bar{f}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) - K_{0(i)} z_{0(i)} - K_i z_i \\ &\quad \vdots = \phi_{(i+1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i)}, z_i, x_{(i+1)}, s) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Ahora, la dinámica del sistema en las nuevas variables

$$\begin{aligned} \dot{z}_{01} &= z_1 \\ \dot{z}_1 &= K_{01} z_{01} + K_1 z_1 + z_2 + \bar{D}_1(z_1, s) \omega \\ &\vdots \\ \dot{z}_{0(i)} &= z_i, \text{ con } i = 2, \dots, r-1. \\ \dot{z}_i &= K_{0(i)} z_{0(i)} + K_i z_i + z_{(i+1)} + \bar{D}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) \omega \\ \dot{z}_r &= \bar{f}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) + \bar{B}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) u + \bar{D}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) \omega \end{aligned} \quad (3.21)$$

donde $\bar{f}_r = \frac{\partial \phi_r}{\partial z_{01}} z_1 + \frac{\partial \phi_r}{\partial z_1} [K_{01} z_{01} + K_1 z_1 + z_2] + \dots + \frac{\partial \phi_r}{\partial z_{0(r-1)}} z_{(r-1)} + \frac{\partial \phi_r}{\partial z_{(r-1)}} [K_{0(r-1)} z_{0(r-1)} + K_{(r-1)} z_{(r-1)} + z_r] + \bar{B}_{(r-1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-2)}, z_{(r-1)}, s) f_r(x_1, \dots, x_r)$, $\bar{B}_r = \bar{B}_{(r-1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-2)}, z_{(r-1)}, s) B_r(x_1, \dots, x_r)$ y $\bar{D}_r = \frac{\partial \phi_r}{\partial z_1} \bar{D}_1(z_1, s) + \dots + \frac{\partial \phi_r}{\partial z_{(r-1)}} \bar{D}_{(r-1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-2)}, z_{(r-1)}, s) + \bar{B}_{(r-1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-2)}, z_{(r-1)}, s) D_r(x_1, \dots, x_r)$.

3.2.3. Análisis de Estabilidad Sobre la Variedad de Modos Deslizantes.

Seleccionamos la variedad de modos deslizantes como $z_r = 0$, e investigamos estabilidad sobre ella utilizando la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V_s = \frac{1}{2} z_r^T z_r. \quad (3.22)$$

Derivando esta ecuación, resulta en

$$\dot{V}_s = z_r^T (\bar{f}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) + \bar{D}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) \omega) + z_r^T \bar{B}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) u \quad (3.23)$$

y seleccionando la ley de control discontinua como

$$u = -k_r \text{sign}(\bar{z}_r), \text{ con } k_r > 0 \quad (3.24)$$

La ec. (3.23) es de la forma

$$\dot{V}_s = \bar{z}_r^T \bar{B}_r^{-1} (\bar{f}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) + \bar{D}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) \omega) - k_r \|\bar{z}_r\|_1 \quad (3.26)$$

donde $\|\bar{z}_r\|_1 = \bar{z}_r^T \text{sign}(\bar{z}_r)$. Ya que $\|\bar{z}_r\|_1 \geq \|\bar{z}_r\|_2$, la derivada queda

$$\dot{V}_s = (k_r - \|\bar{B}_r^{-1} (\bar{f}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) + \bar{D}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) \omega)\|_2) \|\bar{z}_r\|_2. \quad (3.27)$$

Entonces, para que la ecuación anterior sea negativa definida, se tiene que cumplir que

$$k_r > \|\bar{B}_r^{-1} (\bar{f}_r + \bar{D}_r \omega)\|_2 \quad (3.28)$$

la cual asegura que la ec. de Lyapunov (3.22) se desvanece en tiempo finito, lo cual implica que el movimiento deslizante sobre la superficie $\bar{z}_r = 0$ también ocurrirá en un tiempo finito, y que este movimiento es globalmente estable. Ya que la transformación (3.25) es no singular, entonces, los modos deslizantes tendrán también lugar sobre la variedad $z_r = 0$.

Ahora, para el sistema sobre la variedad de modos deslizantes $z_r = 0$, el sistema (3.21) se reduce a

$$\begin{aligned} \dot{z}_{01} &= z_1 \\ \dot{z}_1 &= K_{01} z_{01} + K_1 z_1 + z_2 + \bar{D}_1(z_1, s) \omega \\ &\vdots \\ \dot{z}_{0(i)} &= z_i, \text{ con } i = 2, \dots, r-1. \\ \dot{z}_i &= K_{0(i)} z_{0(i)} + K_i z_i + \bar{D}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) \omega \end{aligned} \quad (3.29)$$

que puede reescribirse como un sistema lineal con perturbación no desvaneciente

$$\dot{\xi} = A\xi + \bar{D}(\xi, s) \omega \quad (3.30)$$

donde $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_{(r-1)})^T := (z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_{(r-1)})^T$,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_m & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ K_{01} & K_1 & 0 & I_m & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_m & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{02} & K_2 & 0 & I_m & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & K_{0(i)} & K_i \end{bmatrix}, \quad \bar{D}(\xi, s) = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{D}_1 \\ 0 \\ \bar{D}_2 \\ \vdots \\ \bar{D}_i \end{bmatrix}$$

Después de esto suponemos que la matriz de perturbación es acotada de la forma

$$\|\bar{D}(\xi, s) \omega\|_2 \leq g \|\xi\|_2 + h, \text{ con } g > 0 \text{ y } h > 0 \text{ para todo } t \geq 0 \quad (3.31)$$

e investigando estabilidad utilizando la función candidata de Lyapunov

$$V_{sme} = \frac{1}{2} \xi^T P \xi \quad (3.32)$$

con P definida positiva.

Ahora, con la correcta selección de los elementos de las matrices introducidas ($K_{0(i)}$ y K_i) la matriz compuesta A es Hurwitz, entonces existe una solución única ($P > 0$) para la ec. de Lyapunov

$$A^T P + P A = -Q, \text{ para } Q = Q^T, Q > 0. \quad (3.33)$$

La ec. de Lyapunov satisface:

$$\begin{aligned}\lambda_{\min}(P) \|\xi\|_2^2 &\leq \xi^T P \xi \leq \lambda_{\max}(P) \|\xi\|_2^2 \\ \frac{\partial V_{sme}}{\partial \xi} A \xi &= -\xi^T Q \xi \leq -\lambda_{\min}(Q) \|\xi\|_2^2\end{aligned}\quad (3.34)$$

ahora, derivando la ec. (3.32) tenemos que

$$\dot{V}_{sme} = -\xi^T Q \xi + 2\xi^T P \bar{D} \omega \quad (3.35)$$

sustituyendo en la ec. (3.35) las acotaciones de (3.34), obtenemos

$$\begin{aligned}\dot{V}_{sme} &\leq -\lambda_{\min}(Q) \|\xi\|_2^2 + 2\lambda_{\max}(P) \|\xi\|_2 (g \|\xi\|_2 + h) = \\ &= (-\lambda_{\min}(Q) + 2g\lambda_{\max}(P)) \|\xi\|_2^2 + 2h\lambda_{\max}(P) \|\xi\|_2\end{aligned}\quad (3.36)$$

después de eso, la derivada de la ec. (3.32) es negativa si:

$$\|\xi\|_2 \geq \frac{2\lambda_{\max}(P)h}{\beta} = \mu \quad (3.37)$$

Con $\beta = \lambda_{\min}(Q) - 2g\lambda_{\max}(P) > 0$. De la ec. (3.37) obtenemos la última cota para el sistema (3.30), que es de la siguiente forma

$$b = \mu \frac{\sqrt{\lambda_{\max}(P)}}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}} = \frac{2\lambda_{\max}(P)h}{\beta} \frac{\sqrt{\lambda_{\max}(P)}}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}} \quad (3.38)$$

Entonces, la solución $\xi(t)$ del sistema aumentado (3.30) es últimamente acotada, ver [41], con esto aseguramos que la solución del subsistema tiende a un conjunto compacto, con lo que podemos asegurar estabilidad local de la dinámica del subsistema (3.30), y debido a que el término de la perturbación es constante, la dinámica de dicho subsistema tiende a un estado estable constante. Por lo tanto, tenemos que

$$\dot{\xi} = A\xi + D(\xi, s)\omega = 0. \quad (3.39)$$

Ya que la matriz A es Hurwitz podemos resolver la ec. (3.39) para ξ como

$$\xi = -A^{-1}D(\xi, s)\omega. \quad (3.40)$$

Entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_i(t) = 0 \quad (3.41)$$

y también

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_{0(i)}(t) = K_{0(i)}^{-1} \bar{D}_i \omega \quad (3.42)$$

Ahora, en forma expandida tenemos que

Estados del Sistema Transformado	Estados del Sistema Auxiliar
$z_1 = 0$	$z_{01} = -K_{01}^{-1} \bar{D}_1 \omega$
$z_2 = 0$	$z_{02} = -K_{02}^{-1} \bar{D}_2 \omega$
\vdots	\vdots
$z_i = 0$	$z_{0(i)} = -K_{0(i)}^{-1} \bar{D}_i \omega$

Por lo tanto, podemos concluir que el movimiento del sistema (3.30) en lazo cerrado es invariante con respecto a perturbaciones constantes desconocidas.

Nota.- El método de control integral por bloques con modos deslizantes está diseñado para el seguimiento de señales de referencia constantes, más como veremos en capítulos posteriores, este será utilizado para el seguimiento de señales de referencia que varían lentamente en el tiempo (slowly varying signals), presentando también buenos resultados en el seguimiento de este tipo de señales de referencia.

3.3. Observadores para una Clase de Sistemas No Lineales.

En secciones anteriores se diseñó el controlador para una clase de sistemas no lineales, suponiendo conocidas todas las variables de estado del mismo. En la práctica, solamente es medible una parte del vector de estado, lo cual complica el problema de control a través de la información de las variables medidas, el cual consiste en la construcción de observadores no lineales a través de la parte conocida del vector de estado.

En este trabajo de tesis se utilizaron dos tipos de observadores para estimar estados y parámetros del sistema. Los observadores diseñados son de orden completo adaptable, cuya finalidad es estimar parámetros que varían dentro del sistema, así como estados que no son medibles. La técnica para la obtención de un observador de orden completo será desarrollada en esta sección a manera de ejemplo, suponiendo la velocidad del rotor y las corrientes del estator como conocidas (para el caso de la máquina de inducción).

Un aspecto importante que cabe mencionar es que al contrario del caso lineal, no es posible resolver el problema de observación para sistemas no lineales en el caso general. Por lo tanto es importante definir el tipo de sistemas no lineales para los cuales es posible el diseño de un observador no lineal de orden completo.

También presentaremos la técnica de observación de orden completo adaptable para resolver el problema de estimación de parámetros y estimación de estados no medibles para dos clases de sistemas no lineales.

3.3.1. Formulación del Problema.

Consideremos el caso del sistema no lineal descrito por

$$\dot{z} = f_z(z, x, w) \quad (3.43)$$

$$\dot{x} = f_x(z, x) + Bu \quad (3.44)$$

donde $z \in \mathbb{R}^k$, $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$. Supongamos que se satisfacen las siguientes condiciones

B1. El vector z del estado del subsistema (3.43) es medible, y además

$$y = Cx, \quad y \in \mathbb{R}^p \quad (3.45)$$

B2. El subsistema (3.44) tiene la forma no lineal (Bilineal con respecto a z y x) como

$$f_x(z, x) = \sum_{i=1}^k z_i A_i x \quad (3.46)$$

donde A_i son matrices $(n \times n)$ constantes, $z = (z_1, \dots, z_k)$. Puesto que las variables $z_i(t)$ son medibles podemos presentar el subsistema (3.44) como un sistema lineal no autónomo

$$\dot{x} = A(t)x + Bu \quad (3.47)$$

$$y = Cx \quad (3.48)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado del sistema, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, la matriz $A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y es de la forma

$$A(t) = \sum_{i=1}^k z_i(t) A_i \quad (3.49)$$

la cual contiene parámetros variantes en el tiempo. Entonces el problema de diseño de un observador para el sistema no lineal (3.43)-(3.45) se transforma al problema de diseño de un observador para el sistema lineal y no autónomo (3.47)-(3.48).

3.3.2. Observador de Orden Completo.

Supongamos que el sistema (3.47)-(3.48) es observable, y que $\text{rango}(C) = p$, entonces el vector observable y de la ec. (3.48) se puede representar como

$$y = C_1 x_1 + C_2 x_2 \quad (3.50)$$

donde $x = (x_1, x_2)$, $x_1 \in \mathbb{R}^{n-p}$, $x_2 \in \mathbb{R}^p$ y el $\text{rango}(C_2) = p$. El sistema (3.47) se presenta en variables x_1 y y como

$$\dot{x}_1 = \bar{A}_{11}(t) x_1 + \bar{A}_{12}(t) y + B_1 u \quad (3.51)$$

$$\dot{y} = \bar{A}_{21}(t) x_1 + \bar{A}_{22}(t) y + B_2 u \quad (3.52)$$

donde $\begin{bmatrix} \bar{A}_{11}(t) & \bar{A}_{12}(t) \\ \bar{A}_{21}(t) & \bar{A}_{22}(t) \end{bmatrix} = T A(t) T^{-1}$, $\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = T B$, $T = \begin{bmatrix} I_{n-p} & 0 \\ C_1 & C_2 \end{bmatrix}$.

El observador de orden completo para el sistema (3.51)-(3.52) está descrito por la siguiente ecuación diferencial

$$\dot{\hat{x}}_1 = \bar{A}_{11}(t) \hat{x}_1 + \bar{A}_{12}(t) \hat{y} + B_1 u + L_1 (y - \hat{y}) \quad (3.53)$$

$$\dot{\hat{y}} = \bar{A}_{21}(t) \hat{x}_1 + \bar{A}_{22}(t) \hat{y} + B_2 u + L_2 (y - \hat{y}) \quad (3.54)$$

donde \hat{x}_1 representa la estimación del estado x_1 , así como \hat{y} representa la estimación de la salida y , con L_1 y L_2 matrices de ponderación. El último término de las ecuaciones anteriores, es un término de corrección que incluye la diferencia entre la salida medida y y la salida estimada \hat{y} . En presencia de discrepancias entre la dinámica del sistema real (3.51)-(3.52) y la dinámica del sistema que representa nuestro observador de estado (3.53)-(3.54) la adición de términos correctivos ayuda a reducir los efectos debidos a la diferencia entre los mismos.

Ahora definimos los errores de observación como

$$e_1 = x_1 - \hat{x}_1 \quad (3.55)$$

$$e_2 = y - \hat{y} \quad (3.56)$$

y obteniendo su dinámica tenemos que

$$\dot{e}_1 = \bar{A}_{11}(t) e_1 + [\bar{A}_{12}(t) + L_1] e_2 \quad (3.57)$$

$$\dot{e}_2 = \bar{A}_{21}(t) e_1 + [\bar{A}_{22}(t) + L_2] e_2 \quad (3.58)$$

Entonces las matrices L_1 y L_2 se eligen de tal manera que la dinámica del error de observación sea asintóticamente estable. Para estabilizar el sistema de error de observación (3.57)-(3.58) se puede utilizar la técnica de altas ganancias.

Para una clase de sistemas lineales con parámetros variantes en el tiempo se puede asegurar estabilidad con ganancia finita, como veremos en la siguiente sección.

3.4. Observador para una Clase de Sistemas No Autónomos.

Consideremos el sistema representado por las ecs. (3.51)-(3.52) con las siguientes hipótesis:

B3. $n = 2p$

B4. La dinámica del sistema (3.51)-(3.52) contiene la parte estable y la parte conservativa, entonces

$$\dot{x}_1 = [\Lambda_{11} + A_{11}(t)] x_1 + A_{12}(t) y + B_1 u \quad (3.59)$$

$$\dot{y} = [\Lambda_{21} + A_{21}(t)] x_1 + A_{22}(t) y + B_2 u \quad (3.60)$$

donde

$\Lambda_{11} \in \mathbb{R}^{p \times p}$ es una matriz diagonal con elementos negativos.

$\Lambda_{21} \in \mathbb{R}^{p \times p}$ es una matriz diagonal con elementos positivos.

$A_{11}(t) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ y $A_{21}(t) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ son matrices antisimétricas con parámetros variantes en el tiempo.

$A_{12}(t) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ y $A_{22}(t) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ son matrices con parámetros variantes en el tiempo.

A continuación, nótese que la dinámica del motor de inducción esta definida por

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_r}{dt} &= f_z(\lambda_\alpha, \lambda_\beta, i_\alpha, i_\beta, T_L) \\ \begin{bmatrix} \frac{d\lambda_\alpha}{dt} \\ \frac{d\lambda_\beta}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\eta & 0 \\ 0 & -\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_e \\ \omega_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta L_m & 0 \\ 0 & \eta L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{di_\alpha}{dt} \\ \frac{di_\beta}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \beta\eta & 0 \\ 0 & \beta\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \beta\omega_e \\ -\beta\omega_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\gamma & 0 \\ 0 & -\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

representada en la forma (3.43)-(3.45) con

$$\begin{aligned} z = \omega_r, x_1 &= [\lambda_\alpha \quad \lambda_\beta]^T, \quad y = [i_\alpha \quad i_\beta] \\ f_z &= \frac{3}{2} \frac{n_p L_m}{J L_r} (\lambda_\alpha i_\beta - \lambda_\beta i_\alpha) - \frac{1}{J} T_L, \quad f_x(z, x) = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11}(t) & \bar{A}_{12}(t) \\ \bar{A}_{21}(t) & \bar{A}_{22}(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Y el subsistema (3.44) se presenta en la forma (3.59)-(3.60) para el caso del motor de inducción, con

$$\begin{aligned} \bar{A}_{11}(t) &= \Lambda_{11} + A_{11}(t), \quad \bar{A}_{21}(t) = \Lambda_{21} + A_{21}(t) \\ \Lambda_{11} &= \begin{bmatrix} -\eta & 0 \\ 0 & -\eta \end{bmatrix}, \quad A_{11}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_e \\ \omega_e & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{12}(t) = A_{12}(t) = \begin{bmatrix} \eta L_m & 0 \\ 0 & \eta L_m \end{bmatrix} \\ \Lambda_{21} &= \begin{bmatrix} \beta\eta & 0 \\ 0 & \beta\eta \end{bmatrix}, \quad A_{21}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \beta\omega_e \\ -\beta\omega_e & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{22}(t) = A_{22}(t) = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 \\ 0 & -\gamma \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3.4.1. Observador de Orden Completo.

Consideremos el sistema definido por (3.59)-(3.60) como

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= [\Lambda_{11} + A_{11}(t)] x_1 + A_{12}(t) y + B_1 u \\ \dot{y} &= [\Lambda_{21} + A_{21}(t)] x_1 + A_{22}(t) y + B_2 u \end{aligned}$$

Definimos entonces la dinámica del observador como

$$\dot{\hat{x}}_1 = [\Lambda_{11} + A_{11}(t)] \hat{x}_1 + A_{12}(t) y + B_1 u + L_1 (y - \hat{y}) \quad (3.61)$$

$$\dot{\hat{y}} = [\Lambda_{21} + A_{21}(t)] \hat{x}_1 + A_{22}(t) \hat{y} + B_2 u + L_2 (y - \hat{y}) \quad (3.62)$$

con las matrices de ponderación $L_1 \in \mathbb{R}^{p \times p}$ y $L_2 \in \mathbb{R}^{p \times p}$. Ahora definimos el error de observación como

$$e_1 = x_1 - \hat{x}_1 \quad (3.63)$$

$$e_2 = y - \hat{y} \quad (3.64)$$

La dinámica de las ecuaciones de error (3.63)-(3.64) queda

$$\dot{e}_1 = [\Lambda_{11} + A_{11}(t)] e_1 - L_1 e_2 \quad (3.65)$$

$$\dot{e}_2 = [\Lambda_{21} + A_{21}(t)] e_1 + A_{22}(t) e_2 - L_2 e_2 \quad (3.66)$$

Investigando estabilidad se propone la función candidata de Lyapunov

$$V(e_1, e_2) = \frac{1}{2} [e_1^T e_1 + e_2^T e_2] \quad (3.67)$$

derivando la ec. (3.67) obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_1, e_2) &= e_1^T \dot{e}_1 + e_2^T \dot{e}_2 = e_1^T [[\Lambda_{11} + A_{11}(t)] e_1 - L_1 e_2] + e_2^T [[\Lambda_{21} + A_{21}(t)] e_1 + A_{22}(t) e_2 - L_2 e_2] \\ &= e_1^T \Lambda_{11} e_1 + e_1^T A_{11}(t) e_1 - e_1^T L_1 e_2 + e_2^T [\Lambda_{21} + A_{21}(t)] e_1 + e_2^T [A_{22}(t) - L_2] e_2 \end{aligned}$$

Debido a que $A_{11}(t)$ y $[\Lambda_{21} + A_{21}(t)]$ son matrices antisimétricas, tenemos

$$e_1^T A_{11}(t) e_1 = 0$$

y

$$e_2^T [\Lambda_{21} + A_{21}(t)] e_1 = e_1^T [\Lambda_{21} + A_{21}(t)]^T e_2$$

entonces

$$\dot{V}(e_1, e_2) = e_1^T \Lambda_{11} e_1 + e_1^T [\Lambda_{21}^T + A_{21}^T(t) - L_1] e_2 + e_2^T [A_{22}(t) - L_2] e_2$$

si seleccionamos las matrices de ponderación como

$$L_1 = \Lambda_{21}^T + A_{21}^T(t)$$

y

$$L_2 = A_{22}(t) + Q \quad \text{con } Q = Q^T, Q < 0$$

obtenemos que la derivada de la función candidata de Lyapunov

$$\dot{V}(e_1, e_2) = e_1^T \Lambda_{11} e_1 + e_2^T Q e_2 \quad (3.69)$$

que es definida negativa. Lo cual significa que la dinámica del error descrito por las ecs. (3.65)-(3.66) es asintóticamente estable, por lo tanto podemos decir que los estados del observador tienden asintóticamente a los valores reales del sistema original.

3.5. Observador Adaptable.

En los sistemas electromecánicos, en muchas ocasiones, existen incertidumbres con respecto al valor exacto de algunos parámetros, por tal motivo debemos considerar la compensación de la incertidumbre de tales parámetros en línea. Por esta razón, es interesante el estudio del problema de estimación de parámetros de sistemas no lineales junto con la estimación de variables no medibles, que es llamado el problema de diseño de observadores adaptables. En [42] se presentan los resultados que permiten el diseño de un observador no lineal adaptable para la estimación de parámetros en sistemas no lineales. En esta sección la técnica adaptable es extendida para resolver el problema de estimación de parámetros y las variables no medibles para dos clases de sistemas no lineales.

Primero consideramos las herramientas básicas usadas en la técnica de observación adaptable (el teorema de Matrosov y el lema de Barbalat). Después son propuestos dos teoremas, para resolver el problema de observación adaptable para dos clases de sistemas no lineales.

3.5.1. Herramientas Básicas.

Teorema 3.1.- (Matrosov) Considere el sistema

$$\dot{x} = f(x, t), \quad x(t_0) = x_0 \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (3.70)$$

considerando que el origen sea un punto de equilibrio. Asumimos que existen dos reales positivos a y b , dos funciones C^1 como $V(t, x)$, $W(t, x)$ desde $[t_0, \infty) \times U$ dentro de R , con U una vecindad conectada abierta del origen, una función continua $V^*(x) : U \rightarrow R$, dos funciones α y β de clase K , y una vecindad compacta del origen $K_0 \subset U \times [t_0, \infty)$:

- (1) $|f(x, t)| \leq a$.
- (2) $|W(t, x)| \leq b$.
- (3) $\alpha(\|x\|) \leq V(t, x) \leq \beta(\|x\|)$.
- (4) $\dot{V}(t, x) \leq V^*(x) \leq 0$.
- (5) $\dot{W}(t, x)$ es definida no desvaneciente en $E = \{x \in U : V^*(x) = 0\}$ sobre K_0 .

Entonces:

- (a) El origen es uniformemente asintóticamente estable.
- (b) Para cualquier $x_0 \in \{x \in U : V(t, x) \leq \alpha(r)\}$ con $r > 0$ tal que la bola cerrada $\bar{B}_r \subset U$,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\varphi(t + t_0, t_0, x_0)\| = 0$$

es uniforme en t_0 y x_0 .

Definición 3.1.- Una función $V : R^+ \rightarrow R$ se dice que es uniformemente continua sobre $[0, \infty)$ si para todo $\alpha > 0$ existe una $\delta(\alpha)$ tal que

$$|V(t_1) - V(t_2)| < \alpha, \quad \forall t_1, t_2 \in R^+ : |t_1 - t_2| < \delta$$

Lema 3.1.- (Barbalat) Si $\varphi(t)$ es una función real de la variable real t la cual está definida y es uniformemente continua para $t \geq t_0$, $t_0 \in R^+$, y si el límite de la integral $\int_{t_0}^t \varphi(\tau) d\tau$ cuando t tiende a infinito existe y es un número finito, entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 0 \quad (3.71)$$

Corolario 3.1.- Si $\psi(t) : [t_0, \infty) \rightarrow R^n$ es tal que

$$(1) \lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t_0}^t \psi^T(\tau) \psi(\tau) d\tau < \infty.$$

$$(2) \|\psi(t)\| \leq M_1, \quad \forall t \geq t_0.$$

$$(3) \left\| \frac{d\psi(t)}{dt} \right\| \leq M_2, \quad \forall t \geq t_0.$$

con M_1, M_2 reales finitos positivos, entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t) = 0 \quad (3.72)$$

Prueba. Tenemos que $\varphi(t) = \psi^T(t) \psi(t)$. Las condiciones (2) y (3) implican que $\varphi(t)$ y $\dot{\varphi}(t)$ es acotada. Por lo tanto, $\varphi(t)$ es uniformemente continua y podemos aplicar el Lema de Barbalat para la función $\varphi(t)$ la cual garantiza que $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 0$, y por lo tanto el corolario está probado.

Basado en estos resultados, se considera en [42] el siguiente sistema que describe la dinámica de error con el observador adaptable

$$\dot{x} = Ax + b^T \gamma(y, t) z, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad x(t_0) = x_0 \quad (3.73)$$

$$y = cx, \quad y \in \mathbb{R} \quad (3.74)$$

$$\dot{z} = -\Lambda \gamma(y, t) y, \quad y \in \mathbb{R}^p, \quad z(t_0) = z_0 \quad (3.75)$$

donde A es una matriz Hurwitz de $n \times n$, $\gamma(y, t)$ es un vector de dimensión $p \times 1$ de funciones suaves uniformemente acotada para todo y acotado, Λ es una matriz simétrica definida positiva de dimensión $p \times p$.

Si el triple (A, b, c) satisface la condición real estrictamente positiva

$$\operatorname{Re} \left\{ c(j\omega I - A)^{-1} b \right\} > 0, \quad \forall \omega \in (-\infty, +\infty) \quad (3.76)$$

entonces aplicando el Lema de Meyer-Kalman-Yacubovich, se demuestra en [42] que el punto de equilibrio $(x, z) = 0$ del sistema (3.73)-(3.75) es uniformemente asintóticamente estable.

3.5.2. Diseño de Observadores Adaptables para dos Clases de Sistemas No Lineales.

Caso 1.

En el caso 1 del problema de diseño de un observador adaptable para una clase de sistemas no lineales, cuya dinámica de los errores de observación está descrita por el siguiente sistema que es diferente del que representan las ecs. (3.73)-(3.75), esto es

$$\dot{x}_1 = -A_{12}(t) x_2 \quad (3.77)$$

$$\dot{x}_2 = -A_{21} x_1 - A_{22} x_2 + \omega(t) M x_1 - \gamma(t) z \quad (3.78)$$

$$y = x_2 \quad (3.79)$$

$$\dot{z} = \gamma^T(t) x_2 \quad (3.80)$$

donde

$x_1 \in \mathbb{R}^{\frac{n}{2}}$ con $x_1(t_0) = x_{1_0}$.

$x_2 \in \mathbb{R}^{\frac{n}{2}}$ con $x_2(t_0) = x_{2_0}$.

$y \in \mathbb{R}^p$ con $y(t_0) = y_0$.

$z \in \mathbb{R}^1$ con $z(t_0) = z_0$.

A_{12} es una matriz de dimensión $\frac{n}{2} \times \frac{n}{2}$.

A_{21} es una matriz de dimensión $\frac{n}{2} \times \frac{n}{2}$.

A_{22} es una matriz de dimensión $\frac{n}{2} \times \frac{n}{2}$.

M es una matriz de dimensión $\frac{n}{2} \times \frac{n}{2}$.

$\gamma(t)$ es un vector de dimensión $p \times 1$, de funciones suaves uniformemente acotado.

$\omega(t)$ es una función del tiempo acotada.

n es el orden de la dinámica del sistema completo.

Como podemos ver, no es posible usar la condición (3.76) y consecuente el Lema de Meyer-Kalman-Yacubovich para el sistema (3.77)-(3.80). Por esta razón, basados en el Teorema de Matrosov y el Lema de Barbalat se propone el siguiente Teorema.

Teorema 3.2.- Considere el sistema que describen las ecs. (3.77)-(3.80). Supongamos que

1.-La matriz A_{22} satisface la siguiente condición

$$A_{22}^T + A_{22} = \Lambda > 0 \quad (3.81)$$

2.- La función $\gamma(t)$ es uniformemente acotada, esto es

$$\|\gamma(t)\| \leq \beta \quad (3.82)$$

3.- La siguiente condición se cumple

$$\|z\| < \frac{\alpha_{\min}(\Lambda) \theta \|x_2\|}{\|x_1\|} \text{ con } 0 < \theta < 1. \quad (3.83)$$

Entonces:

- (1) El punto de equilibrio $(x_1, x_2, z) = 0$ es uniformemente estable.
- (2) Las soluciones $x_1(t)$, $x_2(t)$ y $z(t)$ del sistema (3.77)-(3.80) son uniformemente acotadas $\forall t \geq t_0$.
- (3) $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_2\| = 0$.

Si en adición, $\partial\gamma(t)/\partial t$ es uniformemente acotada para todo (x_1, x_2, z) acotado, y existe una función α de clase K tal que

$$x_1^T \dot{\gamma}(t) z - x_1^T A_{21}^T \gamma(t) z + \omega(t) x_1^T M^T \gamma(t) z - z \gamma^T(t) \gamma z \geq \alpha(\|z\|) \quad (3.84)$$

entonces:

- (4) El origen $(x_1, x_2, z) = 0$ es un punto de equilibrio uniformemente asintóticamente estable para el sistema (3.77)-(3.80).

Prueba. Investigando estabilidad se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} (x_1^T x_1 + x_2^T x_2 + z^2) \quad (3.85)$$

Tomando la derivada de la ec. (3.85) a lo largo de las trayectorias del sistema (3.77)-(3.80), tenemos que

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} [-x_1^T (A_{12}(t) + A_{21}^T) x_2 - x_2^T (A_{12}^T(t) + A_{21}) x_1 - x_2^T (A_{22} + A_{22}^T) x_2 \\ & + 2\omega(t) x_2^T M x_1] \end{aligned} \quad (3.86)$$

Reacomodando la ec. (3.86) obtenemos

$$\dot{V} = -x_2^T \bar{A}_{22} x_2 + z x_1^T \bar{M} x_2 \quad (3.87)$$

donde $\bar{A}_{22} = (A_{22} + A_{22}^T)$ y $\bar{M} = -M$.

Si la condición (3.81) se satisface, entonces la ec. (3.87) puede representarse por

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -x_2^T \bar{A}_{22} x_2 + z x_1^T \bar{M} x_2 \\ &\leq -\alpha_{\min}(\Lambda) \|x_2\|^2 + \|z\| \|x_1\| \|x_2\| + \alpha_{\min}(\Lambda) \theta \|x_2\|^2 - \alpha_{\min}(\Lambda) \theta \|x_2\|^2 \\ &\leq -\alpha_{\min}(\Lambda) (1 - \theta) \|x_2\|^2 - \|x_2\| (\alpha_{\min}(\Lambda) \theta \|x_2\| - \|z\| \|x_1\|) \end{aligned} \quad (3.88)$$

con $0 < \theta < 1$.

Ahora si la condición (3.83) se satisface, entonces

$$\alpha_{\min}(\Lambda) \theta \|x_2\| - \|z\| \|x_1\| > 0 \quad (3.89)$$

y por lo tanto

$$\dot{V} \leq -\alpha_{\min}(\Lambda) (1 - \theta) \|x_2\|^2 \leq 0 \quad (3.90)$$

La función candidata representada en la ec. (3.85) satisface las condiciones del Teorema de Lyapunov [41], así que podemos asegurar que (1) y (2) quedan probadas.

De (3.85) y (3.90), tenemos que, $\|x_2\|$ y $\|z\|$ son uniformemente acotadas para todo $t \geq 0$. Tanto $\omega(t)$ y $\|\gamma(t)\|$ son también uniformemente acotadas, por lo tanto $\|\dot{x}_2\|$ es acotada. Integrando (3.90) con respecto al tiempo obtenemos

$$-\int_0^t \alpha_{\min}(\Lambda) (1 - \theta) \|x_2(\tau)\|^2 d\tau \leq -\int_0^t \dot{V}(\tau) d\tau = V(0) - V(t) \quad (3.91)$$

y puesto que $V(t)$ es uniformemente acotada y no creciente para $t \geq 0$, implica que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} -\int_0^t \alpha_{\min}(\Lambda) (1 - \theta) \|x_2(\tau)\|^2 d\tau = V(0) - V(\infty) < \infty \quad (3.92)$$

Aplicando el Corolario 4 del Lema de Barbalat para $x_2(t)$ concluimos que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_2(t)\| = 0 \quad (3.93)$$

lo cual prueba (3). Entonces el sistema (3.77)-(3.80) y la función V satisfacen las condiciones (1), (3) y (4) del Teorema de Matrosov.

Ahora considere el conjunto

$$\Omega = \{(x_1, x_2, z) : \dot{V}(x_1, x_2, z) = 0\} = \{(x_1, x_2, z) : x_2 = 0\}$$

y la función auxiliar

$$W(x_1, x_2, z) = x_1^T \gamma(t) z + x_2^T \gamma(t) z \quad (3.94)$$

derivando con respecto al tiempo obtenemos

$$\dot{W} = x_1^T \dot{\gamma}(t) z - x_1^T A_{21}^T \gamma(t) z + \omega(t) x_1^T M^T \gamma(t) z - z \gamma^T(t) \gamma(t) z, \text{ cuando } x_2 = 0 \quad (3.95)$$

Por la hipótesis (3.84), \dot{W} es definida no desvaneciente en Ω . Aplicando el teorema de Matrosov, (4) está probado.

Caso 2.

En el caso 2 del problema de diseño de un observador adaptable para una clase de sistemas no lineales, cuya dinámica de los errores de observación está descrita por el siguiente sistema que es diferente del que representan las ecs. (3.73)-(3.75), esto es

$$\dot{x}_1 = -A_{12}(t) x_2 + Ez \quad (3.96)$$

$$\dot{x}_2 = -A_{21} x_1 - A_{22} x_2 + \omega(t) M x_1 - \gamma(t) z \quad (3.97)$$

$$y = x_2 \quad (3.98)$$

$$\dot{z} = \gamma^T(t) x_2 \quad (3.99)$$

donde

$$x_1 \in \mathbb{R}^{\frac{n}{2}} \text{ con } x_1(t_0) = x_{1_0}.$$

$$x_2 \in \mathbb{R}^{\frac{n}{2}} \text{ con } x_2(t_0) = x_{2_0}.$$

$$y \in \mathbb{R}^p \text{ con } y(t_0) = y_0.$$

$$z \in \mathbb{R}^p \text{ con } z(t_0) = z_0.$$

$$A_{12} \text{ es una matriz de dimensión } \frac{n}{2} \times \frac{n}{2}.$$

$$A_{21} \text{ es una matriz de dimensión } \frac{n}{2} \times \frac{n}{2}.$$

$$A_{22} \text{ es una matriz de dimensión } \frac{n}{2} \times \frac{n}{2}.$$

$$M \text{ es una matriz de dimensión } \frac{n}{2} \times \frac{n}{2}.$$

$$E \text{ es una matriz de dimensión } \frac{n}{2} \times \frac{n}{2}.$$

$\gamma(t)$ es un vector de dimensión $p \times p$, de funciones suaves uniformemente acotado.

$\omega(t)$ es una función del tiempo acotada.

n es el orden de la dinámica del sistema completo.

Como podemos ver, no es posible usar la condición (3.76) y consecuente el Lema de Meyer-Kalman-Yacubovich para el sistema (3.96)-(3.99). Por esta razón, basados en el Teorema de Matrosov y el Lema de Barbalat se propone el siguiente Teorema.

Teorema 3.3.- Considere el sistema que describen las ecs. (3.96)-(3.99). Supongamos que

1.- La matriz A_{22} satisface la siguiente condición

$$A_{22}^T + A_{22} = \Lambda > 0 \quad (3.100)$$

2.- La función $\gamma(t)$ es uniformemente acotada, esto es

$$\|\gamma(t)\| \leq \beta \quad (3.101)$$

3.- La siguiente condición se cumple

$$L(x_1, x_2, z) < 0 \quad \forall t \geq t_0 \quad (3.102)$$

con $L(x_1, x_2, z) = \frac{1}{2} [-x_1^T (A_{12}(t) + A_{12}^T(t)) x_2 - x_2^T (A_{12}^T(t) + A_{21}) x_1 + 2\omega(t) x_2^T M x_1 + 2x_1^T E \gamma(t) z]$.

Entonces:

(1) El punto de equilibrio $(x_1, x_2, z) = 0$ es uniformemente estable.

(2) Las soluciones $x_1(t)$, $x_2(t)$ y $z(t)$ del sistema (3.96)-(3.99) son uniformemente acotadas $\forall t \geq t_0$.

(3) $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_2\| = 0$.

Si en adición, $\partial \gamma(t) / \partial t$ es uniformemente acotada para todo (x_1, x_2, z) acotado, y existe una función α de clase K tal que

$$z^T E^T \gamma(t) z + x_1^T \dot{\gamma}(t) z - x_1^T A_{21}^T \gamma(t) z + \omega(t) x_1^T M^T \gamma(t) z - z^T \gamma^T(t) \gamma(t) z \geq \alpha(\|z\|) \quad (3.103)$$

entonces:

(4) El origen $(x_1, x_2, z) = 0$ es un punto de equilibrio uniformemente asintóticamente estable para el sistema (3.96)-(3.99).

Prueba. Investigando estabilidad se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} (x_1^T x_1 + x_2^T x_2 + z^T z) \quad (3.104)$$

Tomando la derivada de la ec. (3.85) a lo largo de las trayectorias del sistema (3.77)-(3.80), tenemos que

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} [-x_1^T (A_{12}(t) + A_{12}^T(t)) x_2 - x_2^T (A_{12}^T(t) + A_{21}) x_1 - x_2^T (A_{22} + A_{22}^T) x_2 \\ & + 2\omega(t) x_2^T M x_1 + 2x_1^T E \gamma(t) z] \end{aligned} \quad (3.105)$$

Reacomodando la ec. (3.105) obtenemos

$$\dot{V} = -x_2^T \bar{A}_{22} x_2 + L(x_1, x_2, z) \quad (3.106)$$

donde $L(x_1, x_2, z) = \frac{1}{2} [-x_1^T (A_{12}(t) + A_{12}^T(t)) x_2 - x_2^T (A_{12}^T + A_{21}) x_1 + 2\omega(t) x_2^T M x_1 + 2x_1^T E \gamma(t) z]$ y $\bar{A}_{22} = (A_{22} + A_{22}^T)$.

Si la condición (3.100) se satisface, entonces la ec. (3.106) puede representarse por

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -x_2^T \bar{A}_{22} x_2 + L(x_1, x_2, z) \\ &\leq -\alpha_{\min}(\Lambda) \|x_2\|^2 + L(x_1, x_2, z) \end{aligned} \quad (3.107)$$

Ahora si la condición (3.102) se satisface, entonces

$$\dot{V} \leq -\alpha_{\min}(\Lambda) \|x_2\|^2 \leq 0 \quad (3.108)$$

La función candidata representada en la ec. (3.104) satisface las condiciones del Teorema de Lyapunov [41], así que podemos asegurar que (1) y (2) quedan probadas.

De (3.104) y (3.108), tenemos que, $\|x_2\|$ y $\|z\|$ son uniformemente acotadas para todo $t \geq 0$. Tanto $\omega(t)$ y $\|\gamma(t)\|$ son también uniformemente acotadas, por lo tanto $\|\dot{x}_2\|$ es acotada. Integrando (3.108) con respecto al tiempo obtenemos

$$-\int_0^t \alpha_{\min}(\Lambda) \|x_2(\tau)\|^2 d\tau \leq -\int_0^t \dot{V}(\tau) d\tau = V(0) - V(t) \quad (3.109)$$

y puesto que $V(t)$ es uniformemente acotada y no creciente para $t \geq 0$, implica que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} -\int_0^t \alpha_{\min}(\Lambda) \|x_2(\tau)\|^2 d\tau = V(0) - V(\infty) < \infty \quad (3.110)$$

Aplicando el Corolario 4 del Lema de Barbalat para $x_2(t)$ concluimos que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_2(t)\| = 0 \quad (3.111)$$

lo cual prueba (3). Entonces el sistema (3.96)-(3.99) y la función V satisfacen las condiciones (1), (3) y (4) del Teorema de Matrosov.

Ahora considere el conjunto

$$\Omega = \left\{ (x_1, x_2, z) : \dot{V}(x_1, x_2, z) = 0 \right\} = \{ (x_1, x_2, z) : x_2 = 0 \}$$

y la función auxiliar

$$W(x_1, x_2, z) = x_1^T \gamma(t) z + x_2^T \gamma(t) z \quad (3.112)$$

derivando con respecto al tiempo obtenemos

$$\dot{W} = z^T E^T \gamma(t) z + x_1^T \dot{\gamma}(t) z - x_1^T A_{21}^T \gamma(t) z + \omega(t) x_1^T M^T \gamma(t) z - z^T \gamma^T(t) \gamma(t) z, \text{ cuando } x_2 = 0 \quad (3.113)$$

Por la hipótesis (3.103), \dot{W} es definida no desvaneciente en Ω . Aplicando el teorema de Matrosov, (4) está probado.

Capítulo 4

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE CONTROL AL MOTOR DE INDUCCIÓN.

4.1. Introducción.

En el presente capítulo se utilizan los resultados obtenidos en el capítulo 3 sobre el método de control integral por bloques con modos deslizantes, en el diseño del controlador para el motor de inducción, basados en el modelo en variables (α, β) obtenido en el capítulo 2.

La ley de control diseñada utiliza modos deslizantes para rechazar perturbaciones y variación de parámetros en el subespacio de control y llevar los errores de control a cero, e introduce integradores para rechazar perturbaciones que no están en el subespacio de control (ecuación de modos deslizantes), haciendo al movimiento del sistema invariante sobre perturbaciones constantes desconocidas.

Posteriormente se diseñan observadores no lineales adaptables para el motor de inducción en dos casos diferentes. Primero en el que suponemos conocida la constante de tiempo del rotor, así como las corrientes del estator para la observación de los enlaces de flujo del estator, con ley de adaptación para la velocidad del rotor. El segundo caso que consideramos, en el cual solamente podemos medir las corrientes del estator, construimos un observador no lineal adaptable para los enlaces de flujo del rotor, con ley de adaptación para la velocidad del rotor y la constante de tiempo del rotor.

4.2. Aplicación del Método de Control al Motor de Inducción.

Bajo la suposición de inductancias mutuas iguales, y un circuito magnético lineal, el modelo del motor de inducción, que incluye la dinámica eléctrica y mecánica fue obtenido en el capítulo 2 (ecs. (2.161)-(2.165)), en variables (α, β) , con los enlaces de flujo del rotor y las corrientes del estator como variables de estado, en base a este modelo aplicaremos el método de control. Entonces, tenemos que las ecuaciones dinámicas que describen el comportamiento del motor de inducción están dadas por

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3 n_p L_m}{2 J L_r} (\lambda_\alpha i_\beta - \lambda_\beta i_\alpha) - \frac{1}{J} T_L \quad (4.1)$$

$$\frac{d\lambda_\alpha}{dt} = -\eta \lambda_\alpha - \omega_e \lambda_\beta + \eta L_m i_\alpha \quad (4.2)$$

$$\frac{d\lambda_\beta}{dt} = -\eta \lambda_\beta + \omega_e \lambda_\alpha + \eta L_m i_\beta \quad (4.3)$$

$$\frac{di_\alpha}{dt} = \beta \eta \lambda_\alpha + \beta \omega_e \lambda_\beta - \gamma i_\alpha + \frac{1}{\sigma L_s} u_\alpha \quad (4.4)$$

$$\frac{di_\beta}{dt} = \beta \eta \lambda_\beta - \beta \omega_e \lambda_\alpha - \gamma i_\beta + \frac{1}{\sigma L_s} u_\beta \quad (4.5)$$

con

$$\eta = \frac{r_r}{L_r}, \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad \beta = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}, \quad \gamma = \frac{1}{\sigma L_s} \left(r_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} r_r \right)$$

donde L_s , L_r y L_m son, respectivamente, la inductancia del estator, la inductancia del rotor, y la inductancia de magnetización. r_s y r_r son, respectivamente, la resistencia del estator y la resistencia del rotor, n_p es el número de pares de polos de la máquina. λ_α y λ_β son los componentes del enlace de flujo magnético del rotor, i_α e i_β son las componentes de la corriente del estator, u_α y u_β son las componentes de voltaje del estator, T_L es el par de carga, J es el momento de inercia del rotor, ω_e es la velocidad eléctrica del rotor y ω_r es la velocidad mecánica del rotor. Suponemos que el par de carga T_L tiene pequeñas variaciones con respecto al tiempo, por lo tanto

$$\dot{T}_L \simeq 0 \quad (4.6)$$

La finalidad del método de control es controlar la velocidad del rotor, pero como tenemos dos variables de control independientes, u_α y u_β , esto da como resultado un grado extra de libertad para seleccionar una segunda salida a controlar, por lo cual seleccionamos el cuadrado de la magnitud de los enlaces de flujo magnético del rotor

$$|\Psi|^2 = \lambda_\alpha^2 + \lambda_\beta^2 \quad (4.7)$$

Entonces, para el diseño del controlador contamos con dos salidas a controlar, las cuales son:

- 1.- La velocidad del rotor ω_r .
- 2.- El cuadrado de la magnitud de los enlaces de flujo magnético del rotor $|\Psi|^2$

Así como dos entradas de control, que son los voltajes del estator. Aquí suponemos que todas las variables de estado, señales de referencia y parámetros son conocidos.

4.2.1. Transformación No Lineal de Coordenadas.

El modelo del motor de inducción en el marco de referencia estacionario (ecs. (4.1)-(4.5)) tiene la forma triangular, pero no presenta la forma no lineal controlable por bloques con perturbación. Debido a que la matriz \mathbf{B}_1 en el bloque (4.1)-(4.3) sobre el control ficticio (i_α, i_β) ,

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r} n_p \lambda_\beta & \frac{1}{J} \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r} n_p \lambda_\alpha \\ \eta L_m & 0 \\ 0 & \eta L_m \end{bmatrix}$$

no es de rango pleno. Con objeto de obtener la forma no lineal controlable por bloques con perturbación (FNLCB con perturbación), será necesario aplicar una transformación no lineal de variables.

Entonces, definiendo la transformación como

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_r - \omega_{ref} \\ \varphi - \varphi_{ref} \end{bmatrix} \quad y \quad \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

donde ω_r y φ son la velocidad angular del rotor y el cuadrado de la magnitud de los enlaces de flujo magnético del rotor $\varphi = \Psi^T \Psi$, $\Psi = (\Psi_\alpha, \Psi_\beta)^T$ respectivamente, ω_{ref} y φ_{ref} son señales de referencia. Entonces el sistema descrito por (4.1)-(4.5) puede representarse en la FNLCB con perturbación, consistente de dos bloques como

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, s) + \mathbf{B}_1(\mathbf{x}_1, s) \mathbf{x}_2 + \mathbf{D}_1 \omega \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}\end{aligned}\quad (4.8)$$

donde $r = 2$, $n_1 = n_2 = m = 2$, $\text{rango}(\mathbf{B}_1) = n_1$, $\text{rango}(\mathbf{B}_2) = n_2$, $\omega = T_L$, y

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, s) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -2\eta\varphi \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1(\mathbf{x}_1, s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r} n_p & 0 \\ 0 & 2\eta L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\lambda_\beta & \lambda_\alpha \\ \lambda_\alpha & \lambda_\beta \end{bmatrix}, \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) &= \begin{bmatrix} -\gamma i_\alpha + \beta(\eta\lambda_\alpha + \omega_e \lambda_\beta) \\ -\gamma i_\beta + \beta(\eta\lambda_\beta - \omega_e \lambda_\alpha) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_2 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}\end{aligned}$$

4.2.2. Transformación por Bloques con Integradores.

Ahora, de manera similar que en el capítulo anterior, aplicamos el método de control integral por bloques con modos deslizantes para sistemas no lineales.

Definimos $\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_1 = \phi_1(\mathbf{x}_1, s)$, y seleccionamos el control ficticio \mathbf{x}_2 en el primer bloque de (4.8) como

$$\mathbf{x}_2 = -\bar{\mathbf{B}}_1^{-1}(\mathbf{x}_1) [\bar{\mathbf{f}}_1(\mathbf{z}_1, s) - \mathbf{K}_{01} \mathbf{z}_{01} - \mathbf{K}_1 \mathbf{z}_1 - \mathbf{z}_2] \quad (4.9)$$

donde $\bar{\mathbf{f}}_1(\mathbf{z}_1, s) = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, s) |_{\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_1}$, $\bar{\mathbf{B}}_1(\mathbf{z}_1, s) = \mathbf{B}_1(\mathbf{x}_1, s) |_{\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_1}$, $\mathbf{z}_{01} = \mathbf{C} \int_{-\infty}^t \mathbf{z}_1 dt$ es un integrador y \mathbf{z}_2 es un vector de dimensión $n_2 \times 1$ de nuevas variables, \mathbf{K}_{01} y \mathbf{C} son, respectivamente, vectores de elementos constantes de dimensión $n_1 \times 1$ y $1 \times n_1$, y \mathbf{K}_1 es una matriz de dimensión $n_1 \times n_1$ de elementos constantes.

Ahora, obtenemos el sistema aumentado con la dinámica deseada

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}_{01} &= \mathbf{C} \mathbf{z}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_1 &= \mathbf{K}_{01} \mathbf{z}_{01} + \mathbf{K}_1 \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2 + \mathbf{D}_1 \omega\end{aligned}\quad (4.10)$$

De la ec. (4.9) podemos obtener \mathbf{z}_2

$$\mathbf{z}_2 = \bar{\mathbf{B}}_1(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{x}_2 + \bar{\mathbf{f}}_1(\mathbf{z}_1, s) - \mathbf{K}_{01} \mathbf{z}_{01} - \mathbf{K}_1 \mathbf{z}_1 := \phi_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{x}_2, s) \quad (4.11)$$

despues, derivamos la ec. (4.11), y obtenemos

$$\dot{\mathbf{z}}_2 = \bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{u} + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega \quad (4.12)$$

donde $\bar{\mathbf{f}}_2 = \frac{d\phi_2}{dz_{01}} \mathbf{C} \mathbf{z}_1 + \frac{\partial \phi_2}{\partial \mathbf{z}_1} [\mathbf{K}_{01} \mathbf{z}_{01} + \mathbf{K}_1 \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2] + \bar{\mathbf{B}}_1(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, $\bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{z}_1, s) = \bar{\mathbf{B}}_1(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{B}_2$ y $\bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) = \frac{\partial \phi_2}{\partial \mathbf{z}_1} \mathbf{D}_1$. Entonces, la dinámica del sistema transformado queda definida por:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}_{01} &= \mathbf{C} \mathbf{z}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_1 &= \mathbf{K}_{01} \mathbf{z}_{01} + \mathbf{K}_1 \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2 + \mathbf{D}_1 \omega \\ \dot{\mathbf{z}}_2 &= \bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{u} + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega\end{aligned}\quad (4.13)$$

El segundo paso del procedimiento de diseño es la selección del control discontinuo de tal manera que fuerce los modos deslizantes sobre la variedad $\mathbf{z}_2 = 0$. La condición de existencia de modos deslizantes es equivalente a la condición de estabilidad del movimiento de las trayectorias del sistema sobre el subespacio \mathbf{z}_2 , descrito por la ec. (4.12).

4.2.3. Análisis de Estabilidad sobre la Variedad de Modos Deslizantes.

Investigando estabilidad sobre la superficie de modos deslizantes, seleccionamos una función candidata de Lyapunov de la siguiente manera

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{z}_2^T \mathbf{z}_2 \quad (4.14)$$

La derivada con respecto al tiempo de la ec. (4.14).a lo largo de las trayectorias de (4.10), queda

$$\dot{V} = \mathbf{z}_2^T (\bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega) + \mathbf{z}_2^T \bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{u} \quad (4.15)$$

Seleccionando la ley de control discontinua como

$$\mathbf{u} = -u_0 \text{sign}(\bar{\mathbf{z}}_2), \text{ con } u_0 > 0. \quad (4.16)$$

donde

$$\bar{\mathbf{z}}_2 = \bar{\mathbf{B}}_2^T(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{z}_2 \text{ y } \mathbf{z}_2^T = \bar{\mathbf{z}}_2^T \bar{\mathbf{B}}_2^{-1}(\mathbf{z}_1, s) \quad (4.17)$$

Entonces sustituyendo las ecs. (4.16) y (4.17) en la ec. (4.15), obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \bar{\mathbf{z}}_2^T \bar{\mathbf{B}}_2^{-1}(\mathbf{z}_1, s) (\bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega) - u_0 \bar{\mathbf{z}}_2^T \bar{\mathbf{B}}_2^{-1}(\mathbf{z}_1, s) \bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{z}_1, s) \text{sign}(\bar{\mathbf{z}}_2) \\ &= \bar{\mathbf{z}}_2^T \bar{\mathbf{B}}_2^{-1}(\mathbf{z}_1, s) (\bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega) - u_0 \bar{\mathbf{z}}_2^T \text{sign}(\bar{\mathbf{z}}_2) \end{aligned} \quad (4.18)$$

y como sabemos que $\bar{\mathbf{z}}_2^T \text{sign}(\bar{\mathbf{z}}_2) = \|\bar{\mathbf{z}}_2\|_1$, la ecuación anterior queda

$$\dot{V} = \bar{\mathbf{z}}_2^T \bar{\mathbf{B}}_2^{-1}(\mathbf{z}_1, s) (\bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega) - u_0 \|\bar{\mathbf{z}}_2\|_1 \quad (4.19)$$

de la propiedad $\|\bar{\mathbf{z}}_2\|_1 \geq \|\bar{\mathbf{z}}_2\|_2$, la derivada

$$\dot{V} \leq - (u_0 - \|\bar{\mathbf{B}}_2^{-1}(\mathbf{z}_1, s) (\bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega)\|_2) \|\bar{\mathbf{z}}_2\|_2 \quad (4.20)$$

que es negativa si

$$u_0 > \|\bar{\mathbf{B}}_2^{-1}(\mathbf{z}_1, s) (\bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega)\|_2. \quad (4.21)$$

Obviamente la condición (4.21) se cumple para todo ω y s posibles. Por lo tanto, son forzados los modos deslizantes en el sistema en lazo cerrado sobre la variedad $\bar{\mathbf{z}}_2 = 0$ en un tiempo finito. Como la transformación (4.17) es no singular, los modos deslizantes también ocurren sobre $\mathbf{z}_2 = 0$, debido a que las variedades $\bar{\mathbf{z}}_2 = 0$ y $\mathbf{z}_2 = 0$ coinciden. Una vez que esto sucede, el movimiento deslizante en $\mathbf{z}_2 = 0$ es gobernado por el sistema de orden reducido

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_{01} &= \mathbf{C} \mathbf{z}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_1 &= \mathbf{K}_{01} \mathbf{z}_{01} + \mathbf{K}_1 \mathbf{z}_1 + \mathbf{D}_1 \omega \end{aligned} \quad (4.22)$$

Ahora, reacomodando la ecuación de modos deslizantes (4.22), como un sistema lineal con perturbación no desvaneciente

$$\dot{\xi} = A \xi + \bar{D}(\xi, s) \omega \quad (4.23)$$

donde $\xi = (\xi_1, \xi_2)^T := (\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1)^T$, $A = \begin{bmatrix} 0 & C \\ \mathbf{K}_{01} & \mathbf{K}_1 \end{bmatrix}$ es Hurwitz, y $\bar{D}(\xi, s) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{D}_1 \end{bmatrix}$.

Entonces, la solución $\xi(t)$ del sistema aumentado (4.23) es últimamente acotada, ver [41], con esto podemos asegurar que la solución del subsistema tiende a un conjunto compacto, asegurar estabilidad local de la dinámica del subsistema (4.23), y debido a que el término de la perturbación es constante decir que la dinámica de dicho subsistema tiende a un estado estable constante. Por lo tanto, el movimiento deslizante es invariante bajo perturbaciones constantes desconocidas. Y podemos asegurar que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{z}_1(t) = 0 \quad (4.24)$$

donde $\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_r - \omega_{ref} \\ \varphi - \varphi_{ref} \end{bmatrix}$, y por lo tanto

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_r &= \omega_{ref} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi &= \varphi_{ref} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Nota.- Como podemos observar, para facilitar la comprobación de estabilidad del movimiento de modos deslizantes, es necesario utilizar una transformación no lineal para la variedad deslizante, ec. (4.17). Existe otra manera de diseñar el controlador, de tal manera que no utilicemos la transformación de la variedad de modos deslizantes, la cual presentamos a continuación.

4.2.4. Método Alternativo de Control.

De manera similar que en el procedimiento anterior, aplicamos el método de control no lineal integral por bloques con modos deslizantes para sistemas no lineales.

Definimos $\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_1 = \phi_1(\mathbf{x}_1, s)$, y seleccionamos el control ficticio \mathbf{x}_2 en el primer bloque de (4.8) como

$$\mathbf{x}_2 = -\bar{\mathbf{B}}_1^{-1}(\mathbf{z}_1, s) [\bar{\mathbf{f}}_1(\mathbf{z}_1, s) - \mathbf{K}_{01}\mathbf{z}_{01} - \mathbf{K}_1\mathbf{z}_1] + \check{\mathbf{z}}_2 \quad (4.26)$$

donde $\bar{\mathbf{f}}_1(\mathbf{z}_1, s) = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, s) |_{\mathbf{z}_1=\mathbf{x}_1}$, $\bar{\mathbf{B}}_1(\mathbf{z}_1, s) = \mathbf{B}_1(\mathbf{x}_1, s) |_{\mathbf{z}_1=\mathbf{x}_1}$, $\mathbf{z}_{01} = \mathbf{C} \int_{-\infty}^t \mathbf{z}_1 dt$ es un integrador, y $\check{\mathbf{z}}_2$ es un vector de dimensión $n_2 \times 1$ de nuevas variables, \mathbf{K}_{01} y \mathbf{C} son, respectivamente, vectores de elementos constantes de dimensión $n_1 \times 1$ y $1 \times n_1$, y \mathbf{K}_1 es una matriz de dimensión $n_1 \times n_1$ de elementos constantes.

Ahora, obtenemos el sistema aumentado con la dinámica deseada

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_{01} &= \mathbf{C}\mathbf{z}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_1 &= \mathbf{K}_{01}\mathbf{z}_{01} + \mathbf{K}_1\mathbf{z}_1 + \check{\mathbf{z}}_2 + \mathbf{D}_1\omega \end{aligned} \quad (4.27)$$

De la ec. (4.26) podemos obtener $\check{\mathbf{z}}_2$

$$\check{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{x}_2 + \bar{\mathbf{B}}_1^{-1}(\mathbf{z}_1, s) [\bar{\mathbf{f}}_1(\mathbf{z}_1, s) - \mathbf{K}_{01}\mathbf{z}_{01} - \mathbf{K}_1\mathbf{z}_1] = \phi_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{x}_2, s) \quad (4.28)$$

despues, derivamos la ec. (4.28), y obtenemos

$$\dot{\check{\mathbf{z}}}_2 = \bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \mathbf{B}_2\mathbf{u} + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s)\omega \quad (4.29)$$

donde $\bar{\mathbf{f}}_2 = \frac{d\phi_2}{dz_{01}}\mathbf{C}\mathbf{z}_1 + \frac{\partial\phi_2}{\partial\mathbf{z}_1}[\mathbf{K}_{01}\mathbf{z}_{01} + \mathbf{K}_1\mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2] + \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, y $\bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) = \frac{\partial\phi_2}{\partial\mathbf{z}_1}\mathbf{D}_1$, y $\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sigma L_s} I_2$, con I_2 la matriz identidad.

Entonces, la dinámica del sistema transformado:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_{01} &= \mathbf{C}\mathbf{z}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_1 &= \mathbf{K}_{01}\mathbf{z}_{01} + \mathbf{K}_1\mathbf{z}_1 + \check{\mathbf{z}}_2 + \mathbf{D}_1\omega \\ \dot{\check{\mathbf{z}}}_2 &= \bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \mathbf{B}_2\mathbf{u} + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s)\omega \end{aligned} \quad (4.30)$$

El segundo paso del procedimiento de diseño es la selección del control discontinuo de tal manera que fuerce los modos deslizantes sobre la variedad $\check{\mathbf{z}}_2 = 0$. La condición de existencia de modos deslizantes es

equivalente a la condición de estabilidad del movimiento de las trayectorias del sistema sobre el subespacio \check{z}_2 , descrito por la ec. (4.29).

Investigando estabilidad sobre la superficie de modos deslizantes, seleccionamos una función candidata de Lyapunov de la siguiente forma

$$V = \frac{1}{2} \check{z}_2^T \check{z}_2 \quad (4.31)$$

La derivada con respecto al tiempo de la ec. (4.14).a lo largo de las trayectorias de (4.10),.queda

$$\dot{V} = \check{z}_2^T (\bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) + \bar{D}_2(z_1, s) \omega) + \check{z}_2^T B_2 u \quad (4.32)$$

Seleccionando la ley de control discontinua como

$$u = -u_0 \text{sign}(\check{z}_2), \text{ con } u_0 > 0. \quad (4.33)$$

Entonces la ec. (4.32) tiene la forma

$$\dot{V} = \check{z}_2^T (\bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) + \bar{D}_2(z_1, s) \omega) - u_0 \frac{1}{\sigma L_s} \|\check{z}_2\|_1 \quad (4.34)$$

donde $\|\check{z}_2\|_1 = \check{z}_2^T \text{sign}(\check{z}_2)$. Ya que $\|\check{z}_2\|_1 \geq \|\check{z}_2\|_2$, la derivada

$$\dot{V} \leq - \left(u_0 \frac{1}{\sigma L_s} - \|(\bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) + \bar{D}_2(z_1, s) \omega)\|_2 \right) \|\check{z}_2\|_2 \quad (4.35)$$

es negativa si

$$u_0 \frac{1}{\sigma L_s} > \|(\bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) + \bar{D}_2(z_1, s) \omega)\|_2. \quad (4.36)$$

Obviamente la condición (4.36) se cumple para todo ω y s posibles. Por lo tanto, los modos deslizantes son forzados en el sistema en lazo cerrado, en la variedad $z_2 = 0$ en un tiempo finito. Una vez que esto sucede, el movimiento deslizante en $z_2 = 0$ es gobernado por el sistema de orden reducido

$$\begin{aligned} \dot{z}_{01} &= C z_1 \\ \dot{z}_1 &= K_{01} z_{01} + K_1 z_1 + D_1 \omega \end{aligned} \quad (4.37)$$

Ahora, acomodando la ecuación de modos deslizantes (4.37), como un sistema lineal con perturbación no desvaneciente

$$\dot{\xi} = A \xi + \bar{D}(\xi, s) \omega \quad (4.38)$$

donde $\xi = (\xi_1, \xi_2)^T := (z_{01}, z_1)^T$, $A = \begin{bmatrix} 0 & C \\ K_{01} & K_1 \end{bmatrix}$ es Hurwitz, y $\bar{D}(\xi, s) = \begin{bmatrix} 0 \\ D_1 \end{bmatrix}$.

Entonces, la solución $\xi(t)$ del sistema aumentado (4.38) es últimamente acotada, ver [41], con esto aseguramos que la solución del subsistema tiende a un conjunto compacto, asegurar estabilidad local de la dinámica del subsistema (4.38), y debido a que el término de la perturbación es constante decir que la dinámica de dicho subsistema tiende a un estado estable constante. Por lo tanto, el movimiento deslizante es invariante bajo perturbaciones constantes desconocidas. Y podemos asegurar que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_1(t) = 0 \quad (4.39)$$

La ventaja que nos ofrece este algoritmo es que la matriz B_2 , que multiplica al vector de control en la ec. (4.30), es una matriz que no depende de los estados, al contrario de la matriz $\bar{B}_2(z_1, s)$ en la ec. (4.13), lo que resulta en un algoritmo más sencillo para el cálculo de la condición de estabilidad de modos deslizantes.

4.3. Diseño de Observadores Adaptables.

El algoritmo de control bosquejado en secciones anteriores fue desarrollado bajo la suposición de que tenemos información completa sobre las variables de estado y parámetros del sistema. En realidad, la medición de los enlaces de flujo del rotor es muy complicada, ya que para su medición sería necesario introducir sensores en el interior del motor de inducción, lo que resultaría en algo impráctico y costoso.

En esta sección consideramos el diseño de observadores adaptables para la obtención de estados no medibles, como son el caso de los enlaces de flujo del rotor, resistencia del rotor, así como la velocidad mecánica del rotor.

Como primer caso consideramos el diseño de un observador no lineal adaptable para los enlaces de flujo y la velocidad del rotor, suponiendo conocidas las corrientes del estator y la constante de tiempo del rotor.

Y como segundo caso se considera el diseño de un observador no lineal adaptable para los enlaces de flujo, la velocidad y la constante de tiempo del rotor, suponiendo conocidas las corrientes del estator solamente.

4.3.1. Transformación No Lineal de Variables.

El modelo en variables (α, β) del motor de inducción está representado por el siguiente modelo dinámico

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda_\alpha}{dt} &= -\eta\lambda_\alpha - \omega_e\lambda_\beta + \eta L_m i_\alpha \\ \frac{d\lambda_\beta}{dt} &= -\eta\lambda_\beta + \omega_e\lambda_\alpha + \eta L_m i_\beta \\ \frac{di_\alpha}{dt} &= \beta\eta\lambda_\alpha + \beta\omega_e\lambda_\beta - \gamma i_\alpha + c_1 u_\alpha \\ \frac{di_\beta}{dt} &= \beta\eta\lambda_\beta - \beta\omega_e\lambda_\alpha - \gamma i_\beta + c_1 u_\beta\end{aligned}\tag{4.40}$$

con

$$\eta = \frac{r_r}{L_r}, \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad \beta = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}, \quad \gamma = c_1 \left(r_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} r_r \right), \quad c_1 = \frac{1}{\sigma L_s}$$

Ahora el sistema (4.40) es representado en forma matricial quedando de la siguiente manera

$$\dot{\lambda} = -A\lambda + \eta L_m I \tag{4.41}$$

$$\dot{I} = \beta A\lambda - \gamma I + c_1 U \tag{4.42}$$

donde $\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} \eta & \omega_e \\ \omega_e & \eta \end{bmatrix}$ y $U = \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$.

Definiendo la siguiente transformación en las variables de estado originales

$$\Psi = \beta\lambda + I \tag{4.43}$$

y sustituyendo la siguiente equivalencia en la ec. (4.42)

$$\lambda = \frac{1}{\beta} [\Psi - I] \tag{4.44}$$

obtenemos la dinámica del sistema en las nuevas variables

$$\dot{\Psi} = (\beta\eta L_m - \gamma) I + c_1 U \tag{4.45}$$

$$\dot{I} = A\Psi - AI - \gamma I + c_1 U \tag{4.46}$$

Presentando el sistema en las nuevas variables de forma expandida

$$\begin{aligned}
 \frac{d\psi_\alpha}{dt} &= (\beta\eta L_m - \gamma) i_\alpha + c_1 u_\alpha \\
 \frac{d\psi_\beta}{dt} &= (\beta\eta L_m - \gamma) i_\beta + c_1 u_\beta \\
 \frac{di_\alpha}{dt} &= \eta\psi_\alpha + \omega_e \psi_\beta - \eta i_\alpha - \omega_e i_\beta - \gamma i_\alpha + c_1 u_\alpha \\
 \frac{di_\beta}{dt} &= -\omega_e \psi_\alpha + \eta\psi_\beta + \omega_e i_\alpha - \eta i_\beta - \gamma i_\beta + c_1 u_\beta
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

4.3.2. Estimación de los Enlaces de Flujo y Velocidad del Rotor.

Basados en el modelo representado por la ec. (4.47), proponemos la dinámica del observador como

$$\begin{aligned}
 \frac{d\hat{\psi}_\alpha}{dt} &= (\beta\eta L_m - \gamma) i_\alpha + c_1 u_\alpha + k_1 (i_\alpha - \hat{i}_\alpha) + k_2 (i_\beta - \hat{i}_\beta) \\
 \frac{d\hat{\psi}_\beta}{dt} &= (\beta\eta L_m - \gamma) i_\beta + c_1 u_\beta + k_3 (i_\alpha - \hat{i}_\alpha) + k_4 (i_\beta - \hat{i}_\beta) \\
 \frac{d\hat{i}_\alpha}{dt} &= \eta\hat{\psi}_\alpha + \hat{\omega}_e \hat{\psi}_\beta - \eta i_\alpha - \hat{\omega}_e i_\beta - \gamma i_\alpha + c_1 u_\alpha + k_5 (i_\alpha - \hat{i}_\alpha) \\
 \frac{d\hat{i}_\beta}{dt} &= -\hat{\omega}_e \hat{\psi}_\alpha + \eta\hat{\psi}_\beta + \hat{\omega}_e i_\alpha - \eta i_\beta - \gamma i_\beta + c_1 u_\beta + k_8 (i_\beta - \hat{i}_\beta)
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

Definiendo los errores de observación como

$$\begin{aligned}
 \tilde{\psi}_\alpha &= \psi_\alpha - \hat{\psi}_\alpha \\
 \tilde{\psi}_\beta &= \psi_\beta - \hat{\psi}_\beta \\
 \tilde{i}_\alpha &= i_\alpha - \hat{i}_\alpha \\
 \tilde{i}_\beta &= i_\beta - \hat{i}_\beta \\
 \tilde{\omega}_e &= \omega_e - \hat{\omega}_e
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

Utilizando las siguientes relaciones

$$\begin{aligned}
 -\omega_e \psi_\alpha + \hat{\omega}_e \hat{\psi}_\alpha &= -\omega_e \psi_\alpha + \omega_e \hat{\psi}_\alpha - \omega_e \hat{\psi}_\alpha + \hat{\omega}_e \hat{\psi}_\alpha = -\omega_e \tilde{\psi}_\alpha - \tilde{\omega}_e \hat{\psi}_\alpha \\
 \omega_e \psi_\beta - \hat{\omega}_e \hat{\psi}_\beta &= \omega_e \psi_\beta - \omega_e \hat{\psi}_\beta + \omega_e \hat{\psi}_\beta - \hat{\omega}_e \hat{\psi}_\beta = \omega_e \tilde{\psi}_\beta + \tilde{\omega}_e \hat{\psi}_\beta
 \end{aligned}$$

y las ecuaciones (4.47)-(4.49) obtenemos la dinámica de los errores de observación

$$\begin{aligned}
 \frac{d\tilde{\psi}_\alpha}{dt} &= -k_1 \tilde{i}_\alpha - k_2 \tilde{i}_\beta \\
 \frac{d\tilde{\psi}_\beta}{dt} &= -k_3 \tilde{i}_\alpha - k_4 \tilde{i}_\beta \\
 \frac{d\tilde{i}_\alpha}{dt} &= \eta \tilde{\psi}_\alpha - \tilde{\omega}_e i_\beta + \omega_e \tilde{\psi}_\beta + \tilde{\omega}_e \hat{\psi}_\beta - k_5 \tilde{i}_\alpha \\
 \frac{d\tilde{i}_\beta}{dt} &= \eta \tilde{\psi}_\beta + \tilde{\omega}_e i_\alpha - \omega_e \tilde{\psi}_\alpha - \tilde{\omega}_e \hat{\psi}_\alpha - k_8 (i_\beta - \hat{i}_\beta) \\
 \frac{d\tilde{\omega}_e}{dt} &= -\dot{\hat{\omega}}_e
 \end{aligned} \tag{4.50}$$

Suponemos conocidas las corrientes del estator y la constante de tiempo del rotor, y elegimos las ganancias introducidas como

$$\begin{aligned} k_1 &= \eta & k_2 &= -\hat{\omega}_e \\ k_3 &= \hat{\omega}_e & k_4 &= \eta \\ k_5 &= k & k_8 &= k \end{aligned} \quad (4.51)$$

y la ley de adaptación para la velocidad ω_e

$$\dot{\hat{\omega}}_e = (\hat{\psi}_\beta - i_\beta) \tilde{i}_\alpha + (i_\alpha - \hat{\psi}_\alpha) \tilde{i}_\beta \quad (4.52)$$

Ahora el sistema que representa la dinámica del error de observación (4.50), con (4.51) y (4.52) se presenta como

$$\dot{e}_1 = -A_{12}(t) e_2 \quad (4.53)$$

$$\dot{e}_2 = -A_{21} e_1 - A_{22} e_2 + \omega(t) M e_1 - \gamma(t) z \quad (4.54)$$

$$y = x_2 \quad (4.55)$$

$$\dot{z} = \gamma^T(t) x_2 \quad (4.56)$$

donde $e_1 = [\tilde{\psi}_\alpha \quad \tilde{\psi}_\beta]^T$, $e_2 = [\tilde{i}_\alpha \quad \tilde{i}_\beta]^T$, $z = [\tilde{\omega}_e]$, $\omega(t) = \omega_e$, $y \in \mathbb{R}^2$, y las matrices

$$\begin{aligned} A_{12}(t) &= \begin{bmatrix} \eta & -\hat{\omega}_e \\ \hat{\omega}_e & \eta \end{bmatrix}, \quad A_{21} = \begin{bmatrix} -\eta & 0 \\ 0 & -\eta \end{bmatrix}, \quad A_{22} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}, \\ M &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma(t) = \begin{bmatrix} i_\beta - \hat{\psi}_\beta \\ -i_\alpha + \hat{\psi}_\alpha \end{bmatrix} \end{aligned}$$

con condiciones iniciales $e_1(0) = e_{1_0}$, $e_2(0) = e_{2_0}$ y $z(0) = z_0$.

Las condiciones de estabilidad del sistema (4.53)- (4.56) están dadas por el Teorema 3.2.

Considere el sistema (4.53)- (4.56), que cumple con las siguientes condiciones.

$$\Lambda = A_{22} + A_{22}^T = 2 \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

que es definida positiva, ya que k siempre es mayor que cero.

Ahora suponemos que las corrientes del estator y las estimaciones de los enlaces de flujo del rotor son acotadas, entonces la función $\gamma(t)$ es acotada. Existe una constante α tal que

$$e_1^T \dot{\gamma}(t) z - e_1^T A_{21}^T \gamma(t) z + \omega(t) e_1^T M^T \gamma(t) z - z \gamma^T(t) \gamma z \geq \alpha (\|z\|) \quad (4.58)$$

Suponemos que dentro de las condiciones iniciales del motor de inducción y en la región de operación del mismo se cumple la siguiente condición

$$\|z\| < \frac{\alpha_{\min}(\Lambda) \theta \|x_2\|}{\|x_1\|} \quad \text{con } 0 < \theta < 1. \quad (4.59)$$

Entonces, utilizando el Teorema 3.2 tenemos que $(e_1, e_2, z) = (0, 0, 0)$ es un punto de equilibrio uniformemente asintóticamente estable para el sistema del error de observación (4.53)- (4.56), y por lo tanto

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\psi}_\alpha = \psi_\alpha \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\psi}_\beta = \psi_\beta \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\omega}_e = \omega_e \quad (4.60)$$

Las estimaciones obtenidas $(\hat{\psi}_\alpha, \hat{\psi}_\beta, \hat{\omega}_e)$, se usan posteriormente en el lazo de control que se aplica al motor de inducción.

4.3.3. Estimación de los Enlaces de Flujo, Constante de tiempo y Velocidad del Rotor.

El sistema transformado (4.47) se presenta de la siguiente forma, con la constante del tiempo del rotor η , que depende de la resistencia del rotor, en forma explícita

$$\begin{aligned}
 \frac{d\psi_\alpha}{dt} &= \left(\beta\eta L_m - c_1 \left(r_s + \frac{L_m^2}{L_r} \eta \right) \right) i_\alpha + c_1 u_\alpha \\
 \frac{d\psi_\beta}{dt} &= \left(\beta\eta L_m - c_1 \left(r_s + \frac{L_m^2}{L_r} \eta \right) \right) i_\beta + c_1 u_\beta \\
 \frac{di_\alpha}{dt} &= \eta\psi_\alpha + \omega_e \psi_\beta - \eta i_\alpha - \omega_e i_\beta - c_1 \left(r_s + \frac{L_m^2}{L_r} \eta \right) i_\alpha + c_1 u_\alpha \\
 \frac{di_\beta}{dt} &= -\omega_e \psi_\alpha + \eta\psi_\beta + \omega_e i_\alpha - \eta i_\beta - c_1 \left(r_s + \frac{L_m^2}{L_r} \eta \right) i_\beta + c_1 u_\beta
 \end{aligned} \tag{4.61}$$

Basados en el modelo representado por la ec. (4.61), proponemos la dinámica del observador como

$$\begin{aligned}
 \frac{d\hat{\psi}_\alpha}{dt} &= \left(\beta\hat{\eta} L_m - c_1 \left(r_s + \frac{L_m^2}{L_r} \hat{\eta} \right) \right) i_\alpha + c_1 u_\alpha + k_1 (i_\alpha - \hat{i}_\alpha) + k_2 (i_\beta - \hat{i}_\beta) \\
 \frac{d\hat{\psi}_\beta}{dt} &= \left(\beta\hat{\eta} L_m - c_1 \left(r_s + \frac{L_m^2}{L_r} \hat{\eta} \right) \right) i_\beta + c_1 u_\beta + k_3 (i_\alpha - \hat{i}_\alpha) + k_4 (i_\beta - \hat{i}_\beta) \\
 \frac{d\hat{i}_\alpha}{dt} &= \hat{\eta}\hat{\psi}_\alpha + \hat{\omega}_e \hat{\psi}_\beta - \hat{\eta} i_\alpha - \hat{\omega}_e i_\beta - c_1 \left(r_s + \frac{L_m^2}{L_r} \hat{\eta} \right) i_\alpha + c_1 u_\alpha + k_5 (i_\alpha - \hat{i}_\alpha) \\
 \frac{d\hat{i}_\beta}{dt} &= -\hat{\omega}_e \hat{\psi}_\alpha + \hat{\eta}\hat{\psi}_\beta + \hat{\omega}_e i_\alpha - \hat{\eta} i_\beta - c_1 \left(r_s + \frac{L_m^2}{L_r} \hat{\eta} \right) i_\beta + c_1 u_\beta + k_6 (i_\beta - \hat{i}_\beta)
 \end{aligned} \tag{4.62}$$

Definiendo los errores de observación como

$$\begin{aligned}
 \tilde{\psi}_\alpha &= \psi_\alpha - \hat{\psi}_\alpha \\
 \tilde{\psi}_\beta &= \psi_\beta - \hat{\psi}_\beta \\
 \tilde{i}_\alpha &= i_\alpha - \hat{i}_\alpha \\
 \tilde{i}_\beta &= i_\beta - \hat{i}_\beta \\
 \tilde{\eta} &= \eta - \hat{\eta} \\
 \tilde{\omega}_e &= \omega_e - \hat{\omega}_e
 \end{aligned} \tag{4.63}$$

Utilizando las siguientes relaciones

$$\begin{aligned}
 \eta\psi_\alpha - \hat{\eta}\hat{\psi}_\alpha &= \eta\psi_\alpha - \hat{\eta}\hat{\psi}_\alpha + \hat{\eta}\hat{\psi}_\alpha - \hat{\eta}\hat{\psi}_\alpha = \eta\tilde{\psi}_\alpha + \tilde{\eta}\hat{\psi}_\alpha \\
 \eta\psi_\beta - \hat{\eta}\hat{\psi}_\beta &= \eta\psi_\beta - \hat{\eta}\hat{\psi}_\beta + \hat{\eta}\hat{\psi}_\beta - \hat{\eta}\hat{\psi}_\beta = \eta\tilde{\psi}_\beta + \tilde{\eta}\hat{\psi}_\beta \\
 -\omega_e\psi_\alpha + \hat{\omega}_e\hat{\psi}_\alpha &= -\omega_e\psi_\alpha + \omega_e\hat{\psi}_\alpha - \omega_e\hat{\psi}_\alpha + \hat{\omega}_e\hat{\psi}_\alpha = -\omega_e\tilde{\psi}_\alpha - \tilde{\omega}_e\hat{\psi}_\alpha \\
 \omega_e\psi_\beta - \hat{\omega}_e\hat{\psi}_\beta &= \omega_e\psi_\beta - \omega_e\hat{\psi}_\beta + \omega_e\hat{\psi}_\beta - \hat{\omega}_e\hat{\psi}_\beta = \omega_e\tilde{\psi}_\beta + \tilde{\omega}_e\hat{\psi}_\beta
 \end{aligned}$$

y las ecuaciones (4.61)-(4.63) obtenemos la dinámica de los errores de observación

$$\begin{aligned}
\frac{d\tilde{\psi}_\alpha}{dt} &= \left(\beta L_m - c_1 \frac{L_m^2}{L_r} \right) i_\alpha \tilde{\eta} - k_1 \tilde{i}_\alpha - k_2 \tilde{i}_\beta & (4.64) \\
\frac{d\tilde{\psi}_\beta}{dt} &= \left(\beta L_m - c_1 \frac{L_m^2}{L_r} \right) i_\beta \tilde{\eta} - k_3 \tilde{i}_\alpha - k_4 \tilde{i}_\beta \\
\frac{d\tilde{i}_\alpha}{dt} &= \eta \tilde{\psi}_\alpha + \tilde{\eta} \hat{\psi}_\alpha + \omega_e \tilde{\psi}_\beta + \tilde{\omega}_e \hat{\psi}_\beta - i_\beta \tilde{\omega}_e - \left(1 + c_1 \frac{L_m^2}{L_r} \right) i_\alpha \tilde{\eta} - k_5 \tilde{i}_\alpha \\
\frac{d\tilde{i}_\beta}{dt} &= -\omega_e \tilde{\psi}_\alpha - \tilde{\omega}_e \hat{\psi}_\alpha + \eta \tilde{\psi}_\beta + \tilde{\eta} \hat{\psi}_\beta + i_\alpha \tilde{\omega}_e - \left(1 + c_1 \frac{L_m^2}{L_r} \right) i_\beta \tilde{\eta} - k_8 (i_\beta - \hat{i}_\beta) \\
\frac{d\tilde{\eta}}{dt} &= -\dot{\tilde{\eta}} \\
\frac{d\tilde{\omega}_e}{dt} &= -\dot{\tilde{\omega}_e}
\end{aligned}$$

Suponemos como conocidas las corrientes del estator, y elegimos las ganancias introducidas como

$$\begin{aligned}
k_1 &= \hat{\eta} & k_2 &= -\hat{\omega}_e \\
k_3 &= \hat{\omega}_e & k_4 &= \hat{\eta} \\
k_5 &= k & k_8 &= k
\end{aligned} \tag{4.65}$$

y las leyes de adaptación para la constante de tiempo del rotor η y la velocidad ω_e

$$\dot{\tilde{\eta}} = \left(-i_\alpha + \hat{\psi}_\alpha - c_1 \frac{L_m^2}{L_r} i_\alpha \right) \tilde{i}_\alpha + \left(-i_\beta + \hat{\psi}_\beta - c_1 \frac{L_m^2}{L_r} i_\beta \right) \tilde{i}_\beta \tag{4.66}$$

$$\dot{\tilde{\omega}_e} = \left(\hat{\psi}_\beta - i_\beta \right) \tilde{i}_\alpha + \left(i_\alpha - \hat{\psi}_\alpha \right) \tilde{i}_\beta \tag{4.67}$$

Ahora el sistema que representa la dinámica del error de observación (4.64), con (4.65) y (4.66)-(4.67) se presenta como

$$\dot{e}_1 = -A_{12}(t) e_2 + E z \tag{4.68}$$

$$\dot{e}_2 = -A_{21} e_1 - A_{22} e_2 + \omega(t) M e_1 - \gamma(t) z \tag{4.69}$$

$$y = x_2 \tag{4.70}$$

$$\dot{z} = \gamma^T(t) x_2 \tag{4.71}$$

donde $e_1 = [\tilde{\psi}_\alpha \quad \tilde{\psi}_\beta]^T$, $e_2 = [\tilde{i}_\alpha \quad \tilde{i}_\beta]^T$, $z = [\tilde{\eta} \quad \tilde{\omega}_e]^T$, $\omega(t) = \omega_e$, $y \in \mathbb{R}^2$, y las matrices

$$\begin{aligned}
A_{12} &= \begin{bmatrix} \hat{\eta} & -\hat{\omega}_e \\ \hat{\omega}_e & \hat{\eta} \end{bmatrix}, \quad A_{21} = \begin{bmatrix} -\eta & 0 \\ 0 & -\eta \end{bmatrix}, \quad A_{22} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \\
E &= \begin{bmatrix} \left(\beta L_m - c_1 \frac{L_m^2}{L_r} \right) i_\alpha & 0 \\ \left(\beta L_m - c_1 \frac{L_m^2}{L_r} \right) i_\beta & 0 \end{bmatrix} \quad \gamma(t) = \begin{bmatrix} i_\alpha - \hat{\psi}_\alpha + c_1 \frac{L_m^2}{L_r} i_\alpha & i_\beta - \hat{\psi}_\beta \\ i_\beta - \hat{\psi}_\beta + c_1 \frac{L_m^2}{L_r} i_\beta & -i_\alpha + \hat{\psi}_\alpha \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

con condiciones iniciales $e_1(0) = e_{1_0}$, $e_2(0) = e_{2_0}$ y $z(0) = z_0$.

Las condiciones de estabilidad del sistema (4.68)-(4.71) están dadas por el Teorema 3.3.

Considere el sistema (4.68)-(4.71), que cumple con las siguientes condiciones.

$$\Lambda = A_{22} + A_{22}^T = 2 \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \tag{4.72}$$

que es definida positiva, ya que k siempre es mayor que cero.

Ahora suponemos que las corrientes del estator y las estimaciones de los enlaces de flujo del rotor son acotadas, entonces la función $\gamma(t)$ es acotada. Existe una constante α tal que

$$z^T E^T \gamma(t) z + e_1^T \dot{\gamma}(t) z - e_1^T A_{21}^T \gamma(t) z + \omega(t) e_1^T M^T \gamma(t) z - z^T \gamma^T(t) \gamma z \geq \alpha (\|z\|) \quad (4.73)$$

Suponemos que dentro de las condiciones iniciales del motor de inducción y en la región de operación del mismo se cumple la siguiente condición

$$\frac{1}{2} [-e_1^T (A_{12} + A_{12}^T) e_2 - e_2^T (A_{12}^T + A_{21}) e_1 + 2\omega(t) e_2^T M e_1 + 2e_1^T E \gamma(t) z] < 0 \quad (4.74)$$

Entonces, utilizando el Teorema 3.3 tenemos que $(e_1, e_2, z) = (0, 0, 0)$ es un punto de equilibrio uniformemente asintóticamente estable para el sistema del error de observación (4.68)- (4.71), y por lo tanto

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\psi}_\alpha = \psi_\alpha \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\psi}_\beta = \psi_\beta \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\eta} = \eta \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\omega}_e = \omega_e \quad (4.75)$$

Las estimaciones obtenidas $(\hat{\psi}_\alpha, \hat{\psi}_\beta, \hat{\eta}, \hat{\omega}_e)$, se usan posteriormente en el lazo de control que se aplica al motor de inducción.

Nota.- En realidad, las leyes de adaptación para la velocidad de los observadores diseñados anteriormente, estiman la velocidad eléctrica ω_e del motor de inducción, pero ésta se relaciona con la velocidad mecánica ω_r por la siguiente expresión

$$\omega_r = \frac{1}{n_p} \omega_e \quad (4.76)$$

por lo que la obtención de la velocidad mecánica se reduce a una simple división de la velocidad eléctrica entre un parámetro conocido de la máquina de inducción.

Capítulo 5

SIMULACIÓN DE RESULTADOS.

5.1. Introducción.

Es este capítulo se presentan simulaciones numéricas de las formulaciones obtenidas en capítulos anteriores, tanto para el controlador como para los observadores adaptables obtenidos. Para lo cual utilizamos los parámetros de dos motores de inducción de 1/3 Hp. y de 100 Hp. Lo anterior con la finalidad de probar el algoritmo de control con un motor de inducción de capacidad pequeña y con uno de gran capacidad.

Primero presentamos simulaciones del modelo en variables (α, β) del motor de inducción en lazo abierto, solamente aplicando voltaje nominal como entrada y con el par de carga igual a cero. Después se presentan simulaciones del controlador obtenido en el capítulo 4, donde suponemos como conocidos todos los estados del sistema.

Posteriormente se presentan simulaciones del controlador usando la primera versión del observador adaptable para diferentes velocidades de referencia, que estima los enlaces de flujo y la velocidad del rotor. Se suponen conocidas la constante de tiempo del rotor y las corrientes del estator, y en cuya simulación aplicamos directamente los estados estimados al lazo de control.

Y por último se presentan simulaciones del controlador con la segunda versión del observador adaptable, que estima los enlaces de flujo, velocidad y la constante de tiempo del rotor. Se suponen conocidas solamente las corrientes del estator, y en cuya simulación también aplicamos directamente los estados estimados al lazo de control.

5.2. Parámetros de la Máquina de Inducción.

Para las simulaciones que son presentadas en este capítulo son utilizados dos motores de inducción con los siguientes parámetros:

*Motor I

$$P_n = 1/3Hp. \quad V_n = 230V. \quad T_n = 1,3N.m.$$
$$r_s = 7,295\Omega. \quad r_r = 5,890\Omega. \quad J = 0,003249Kgm^2 \quad n_p = 2 \quad L_s = 0,6096H. \quad L_r = 0,6014H. \quad L_m = 0,5866.$$

*Motor II

$$P_n = 100Hp. \quad V_n = 460V. \quad T_n = 395N.m.$$
$$r_s = 0,02836\Omega. \quad r_r = 0,04254\Omega. \quad J = 0,1Kgm^2. \quad n_p = 1 \quad L_s = 0,02332H. \quad L_r = 0,02332H.$$
$$L_m = 0,02257H.$$

donde P_n es la potencia nominal, V_n es el voltaje nominal, T_n es el par nominal, r_s y r_r son, respectivamente, la resistencia del estator y la resistencia del rotor, J es el momento de inercia del rotor, n_p es el número de pares de polos de la máquina, L_s , L_r y L_m son, respectivamente, la inductancia del estator, la inductancia del rotor, y la inductancia mutua entre el estator y el rotor.

5.3. Motor de Inducción en Lazo Abierto.

En esta sección se presentan simulaciones de los motores de inducción en lazo abierto, que usaremos para la evaluación de los controladores y los observadores adaptables diseñados. En cuyas simulaciones se utilizó un par de carga $T_L = 0$, y valores de voltaje de entrada de

$$u_\alpha = V_n \cos(2\pi ft)$$

$$u_\beta = V_n \sin(2\pi ft)$$

donde V_n es el voltaje nominal de cada motor de inducción, y f es la frecuencia de la fuente de alimentación eléctrica.

5.3.1. Simulación del Motor I.

A continuación presentamos los resultados de la simulación numérica del motor de inducción en lazo abierto con parámetros del Motor I.

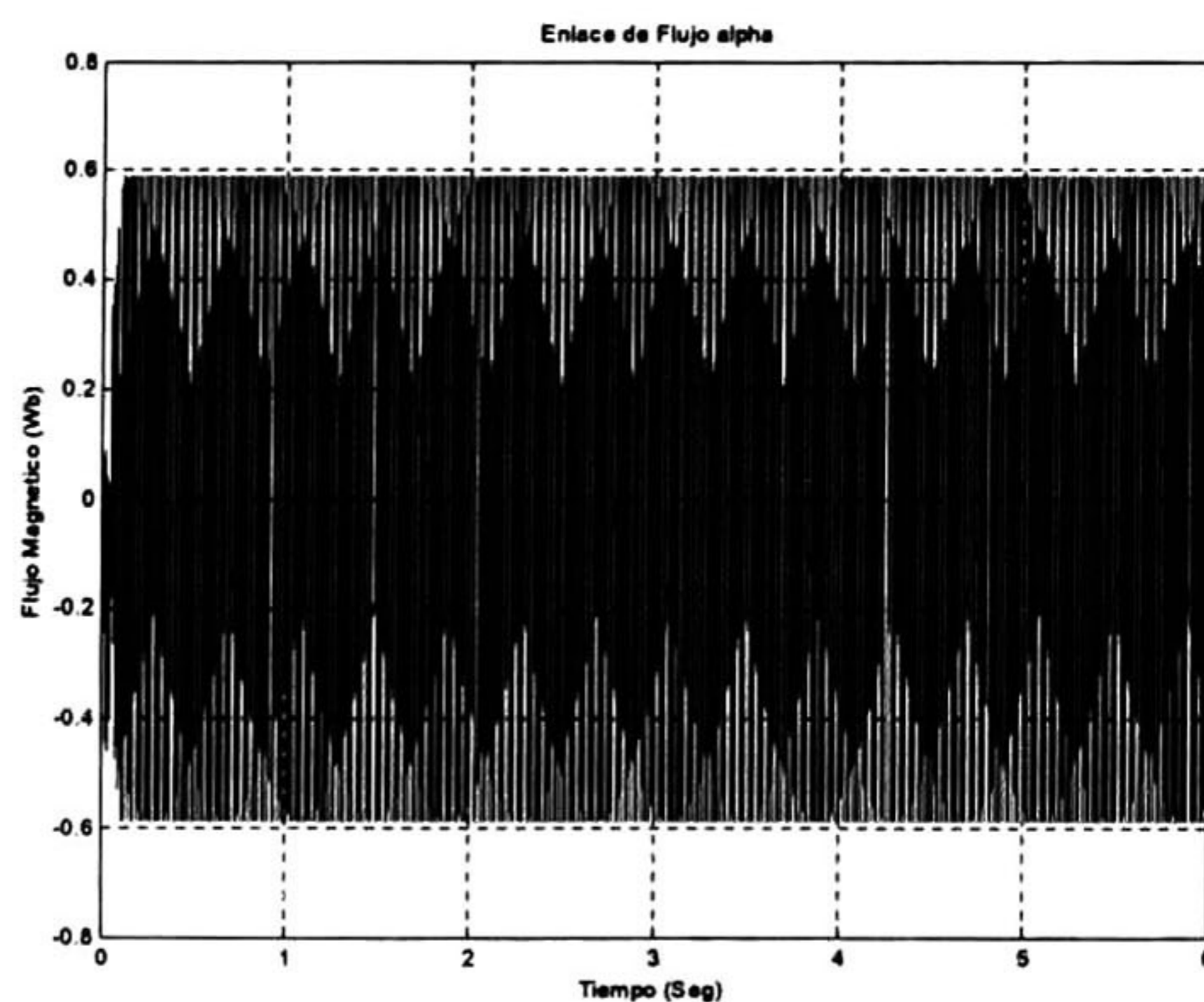


Fig.5.1.- Flujo magnético del rotor λ_α .

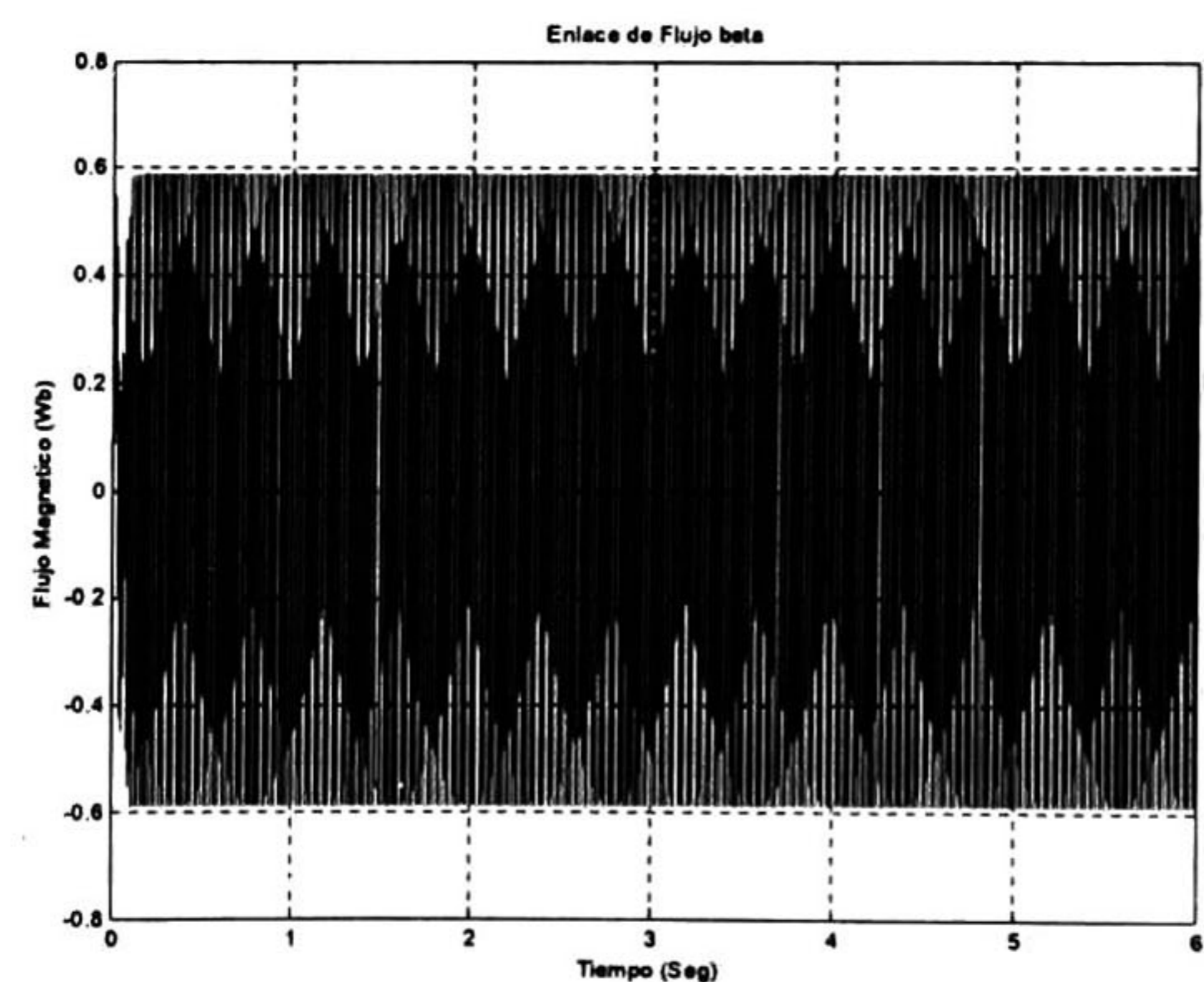


Fig.5.2.- Flujo magnético del rotor λ_β .

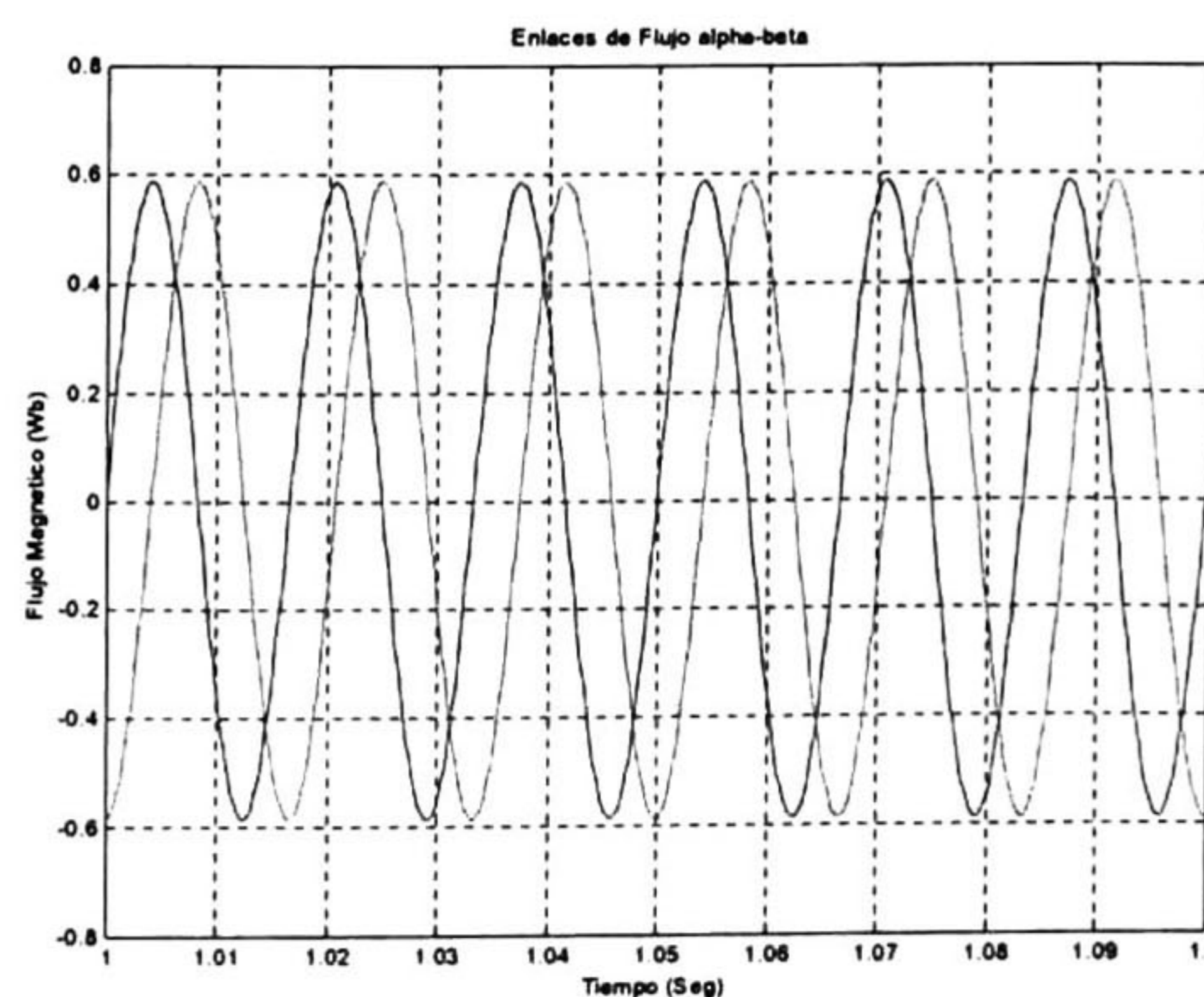


Fig.5.3.- Flujos magnéticos del rotor λ_α y λ_β en estado estable.

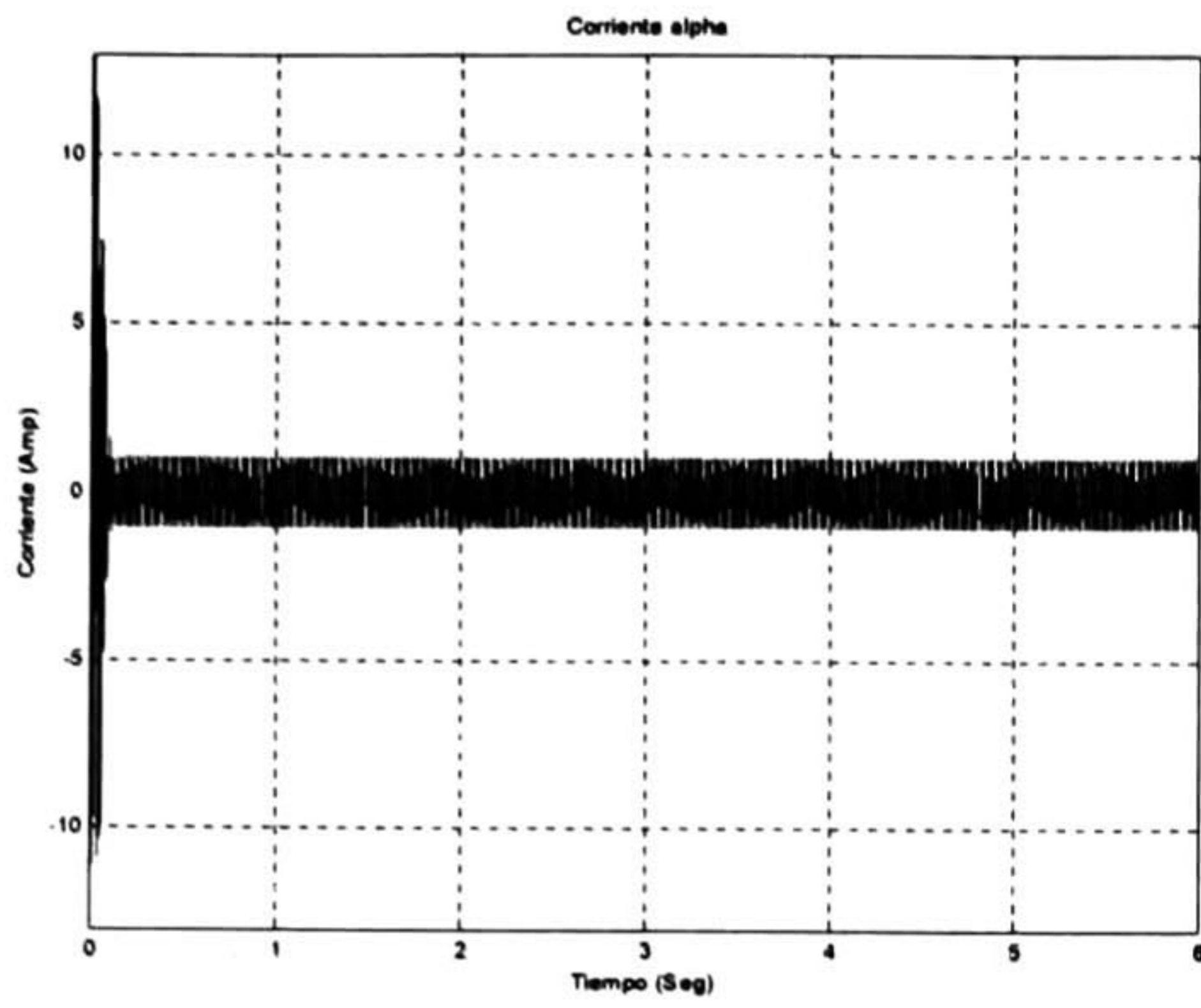


Fig.5.4.- Corriente eléctrica del estator i_α .

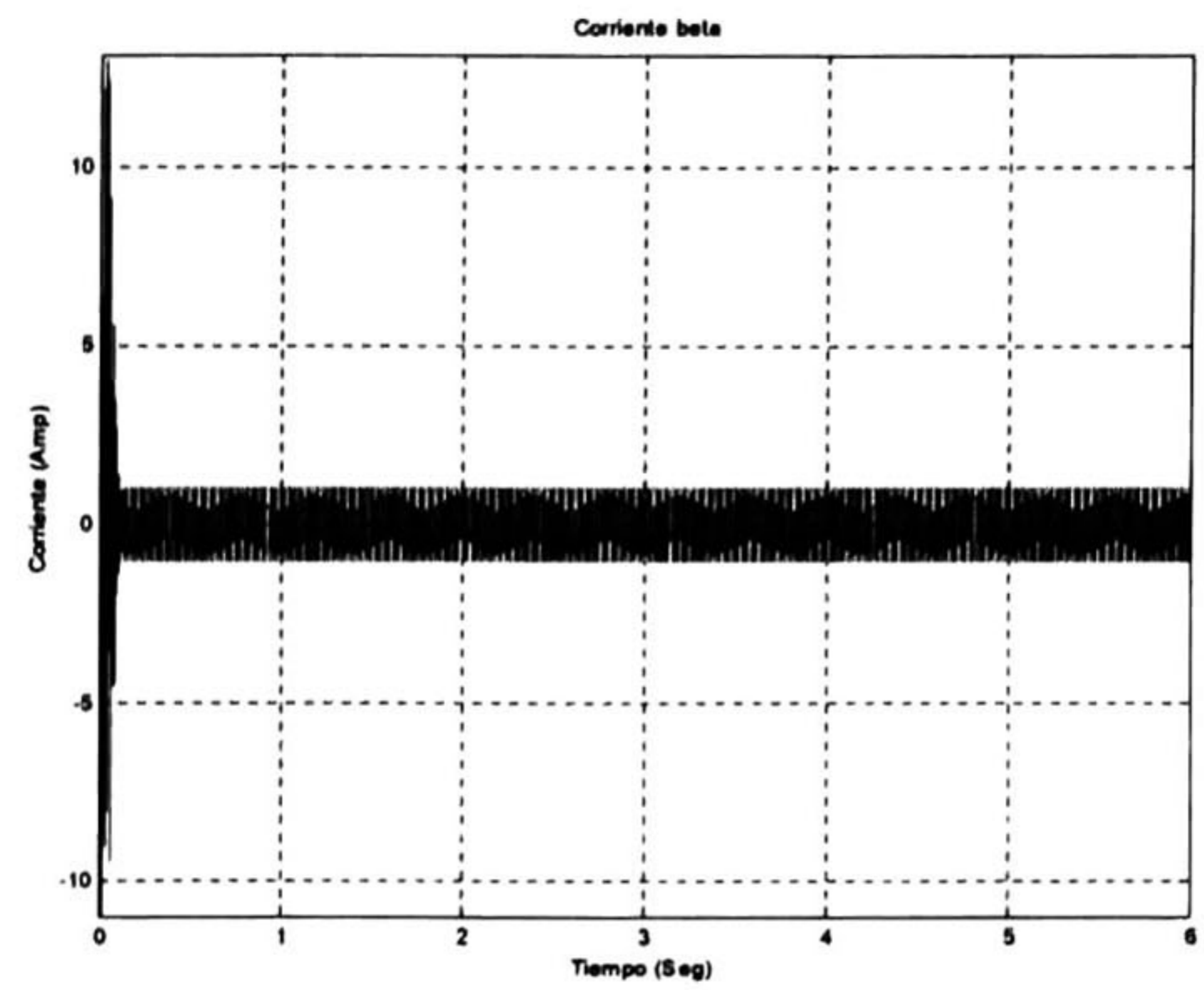


Fig.5.5.- Corriente eléctrica del estator i_β .

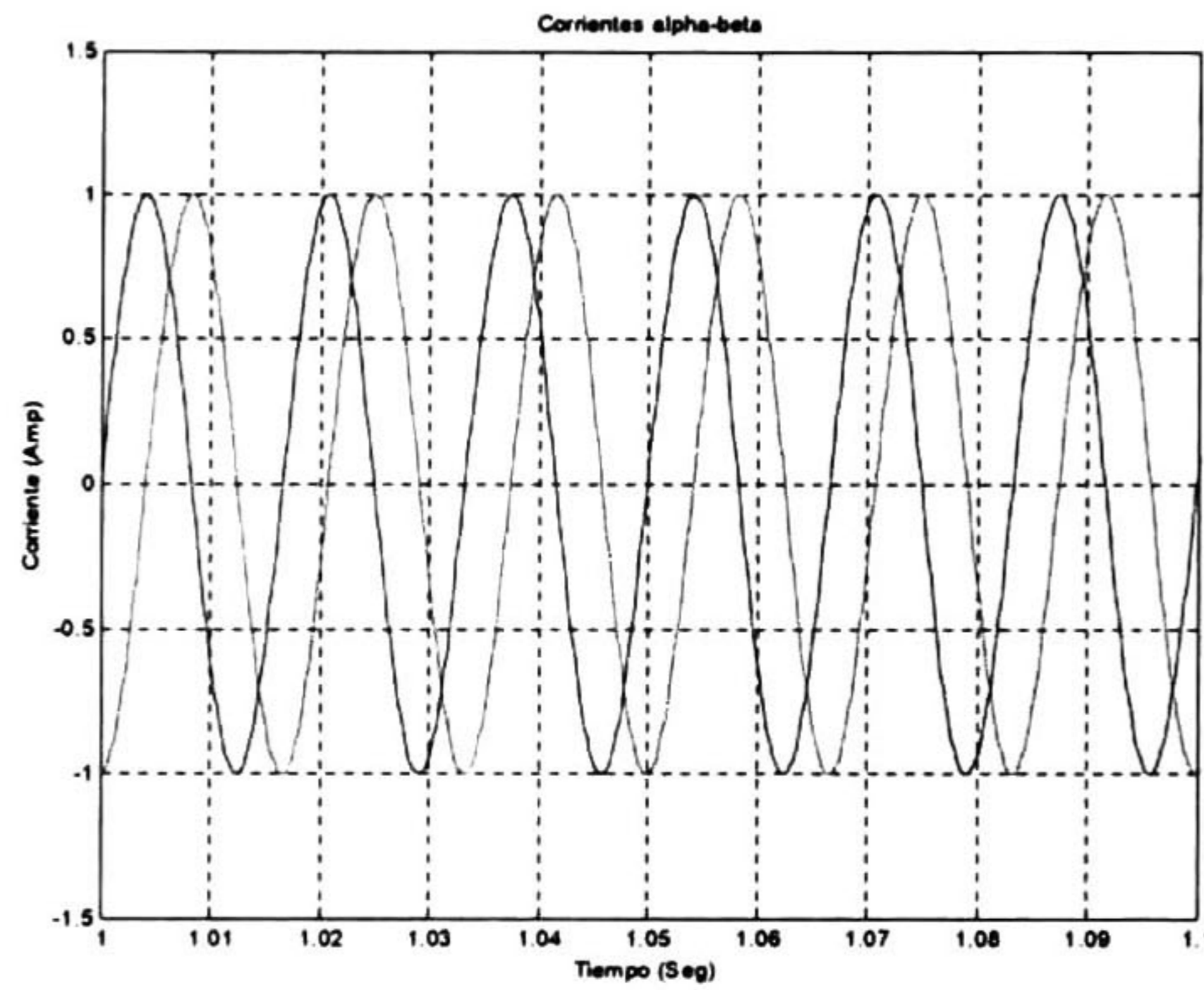


Fig.5.6.- Corrientes eléctricas del estator i_α e i_β en estado estable.

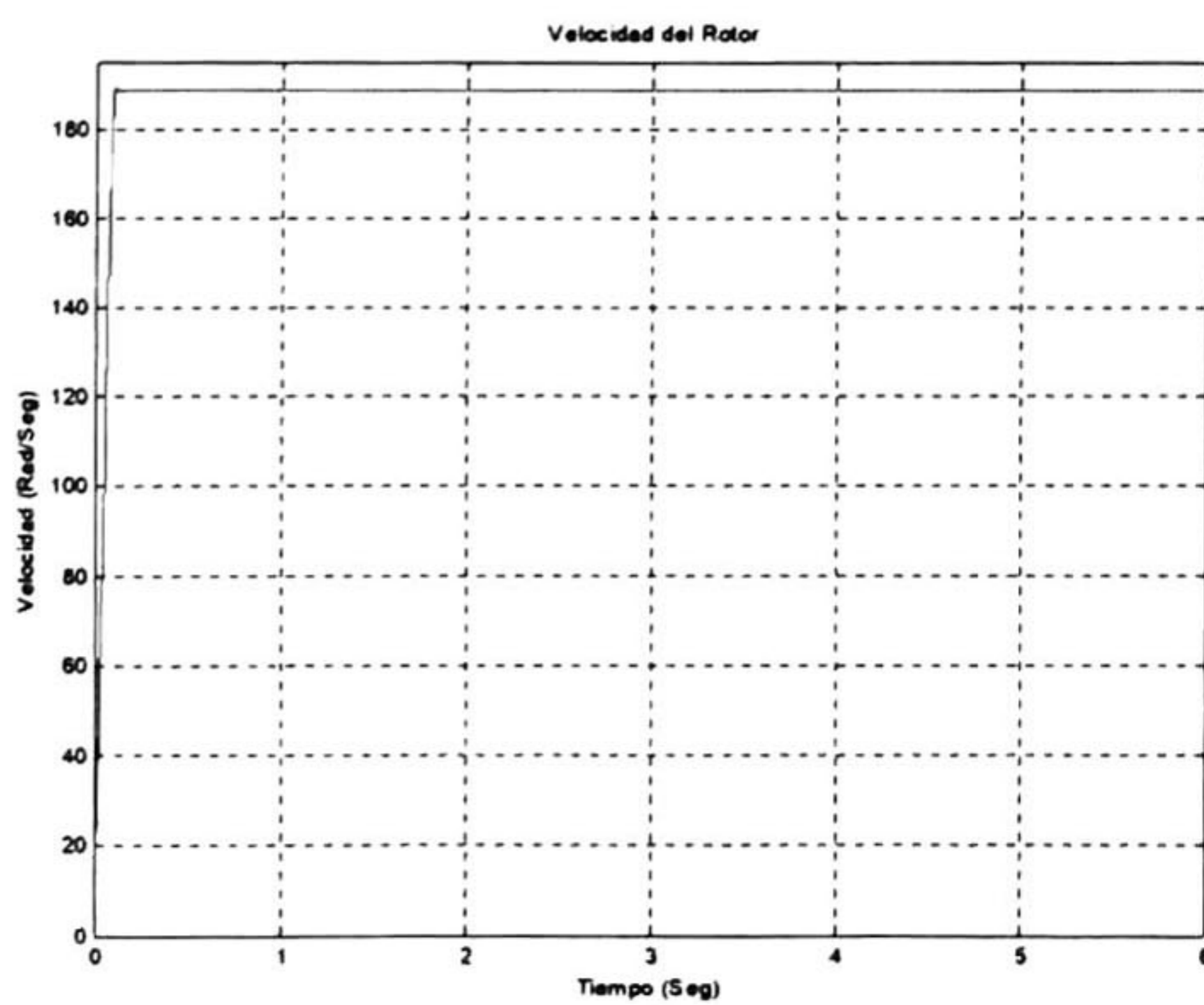


Fig.5.7.- Velocidad mecánica del rotor ω_r .

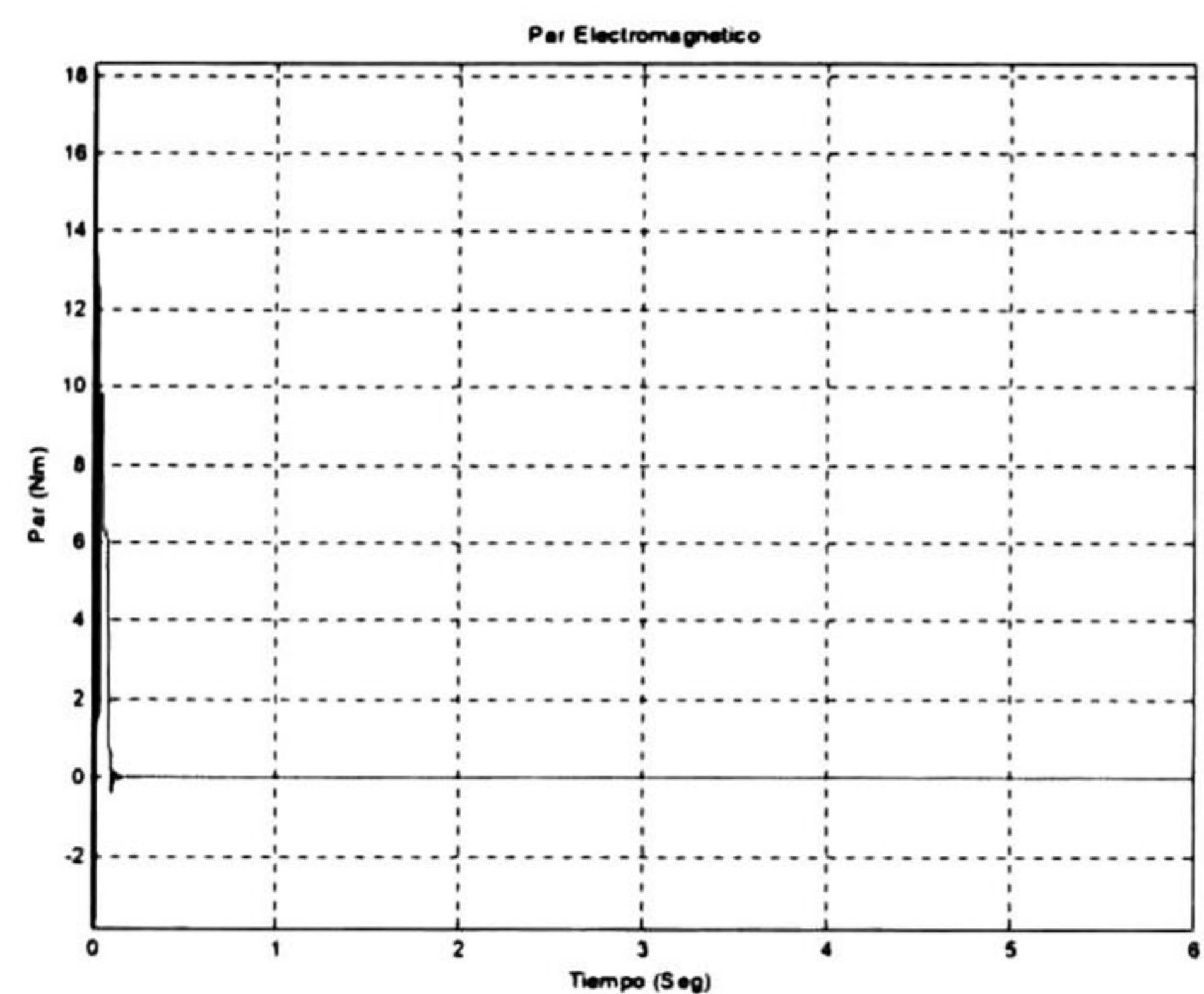
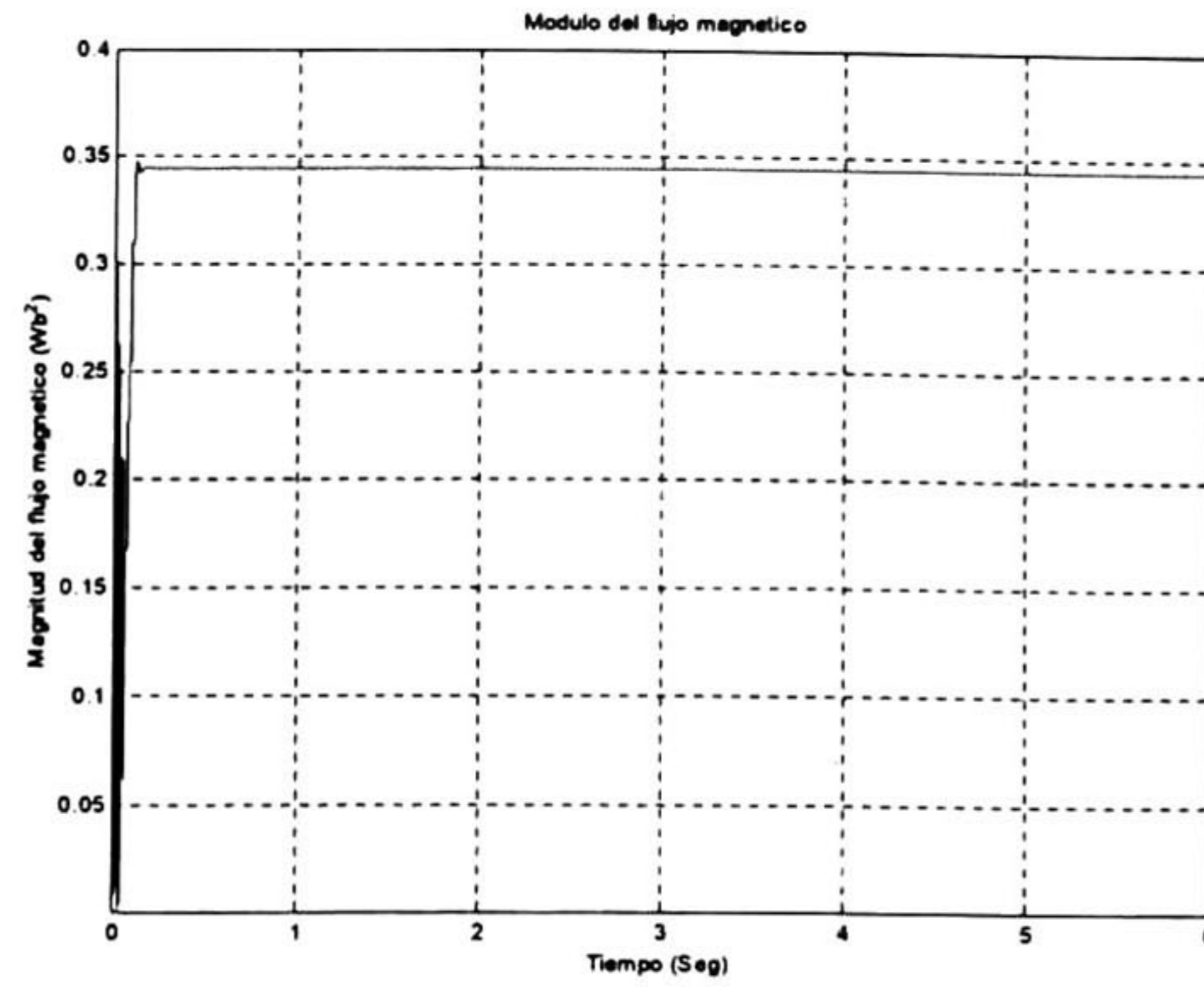
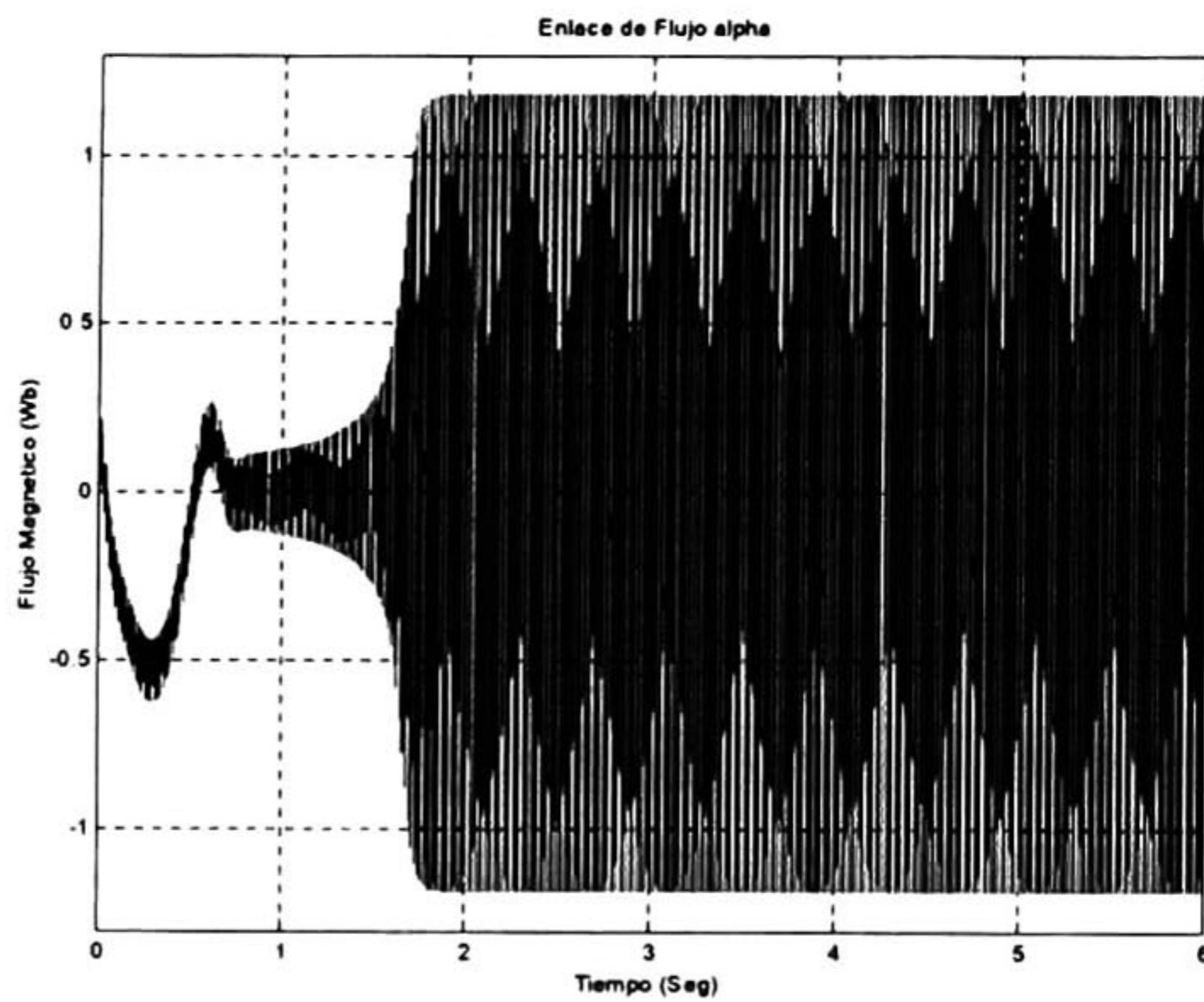
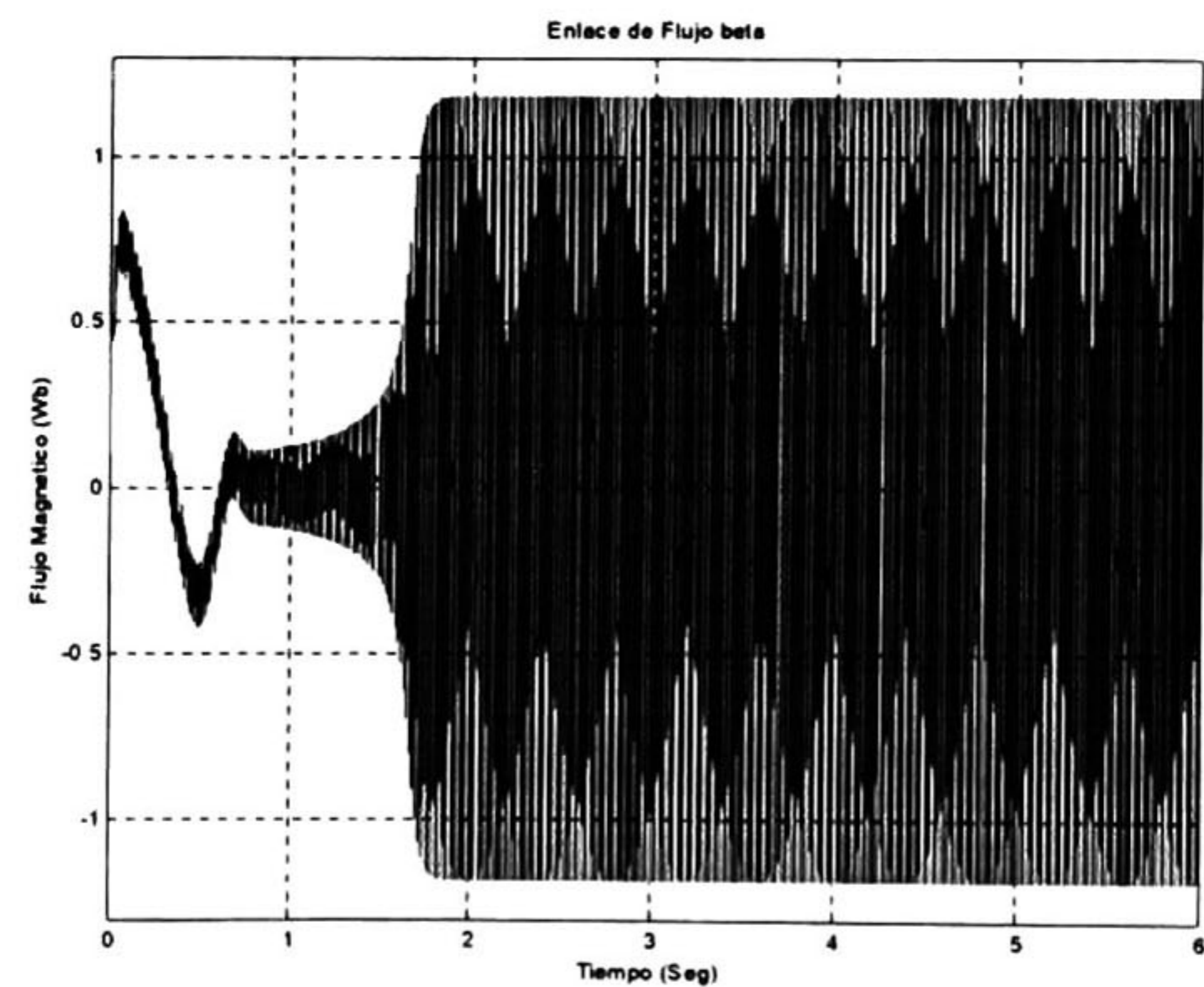
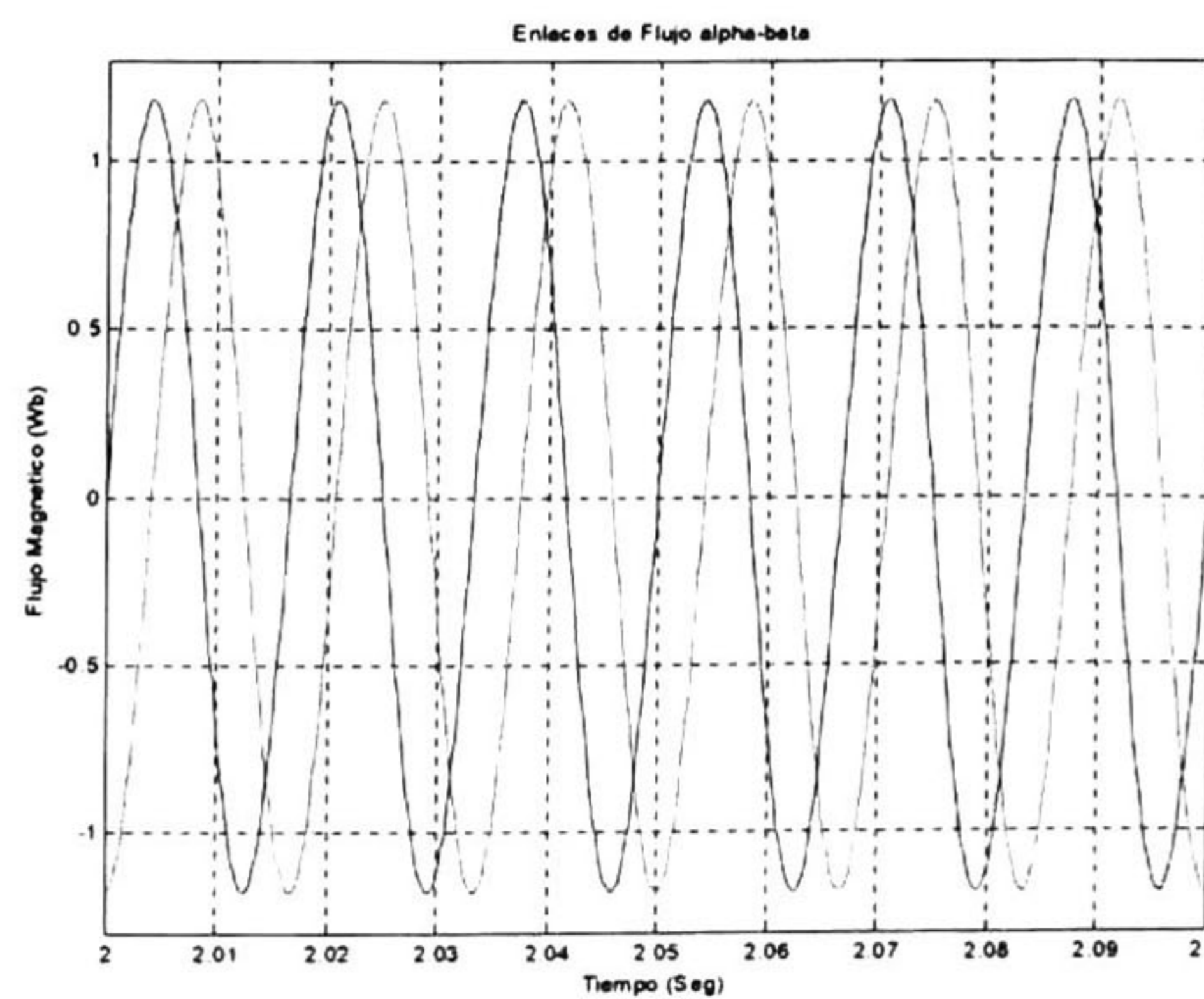


Fig. 5.8.- Par electromagnético T_e .

Fig.5.9.- Módulo del flujo magnético φ .

5.3.2. Simulación del Motor II.

A continuación presentamos los resultados de la simulación numérica del motor de inducción en lazo abierto con parámetros del Motor II.

Fig.5.10.- Flujo magnético del rotor λ_{α} .Fig.5.11.- Flujo magnético del rotor λ_{β} .Fig.5.12.- Flujos magnéticos del rotor λ_{α} y λ_{β} en estado estable.

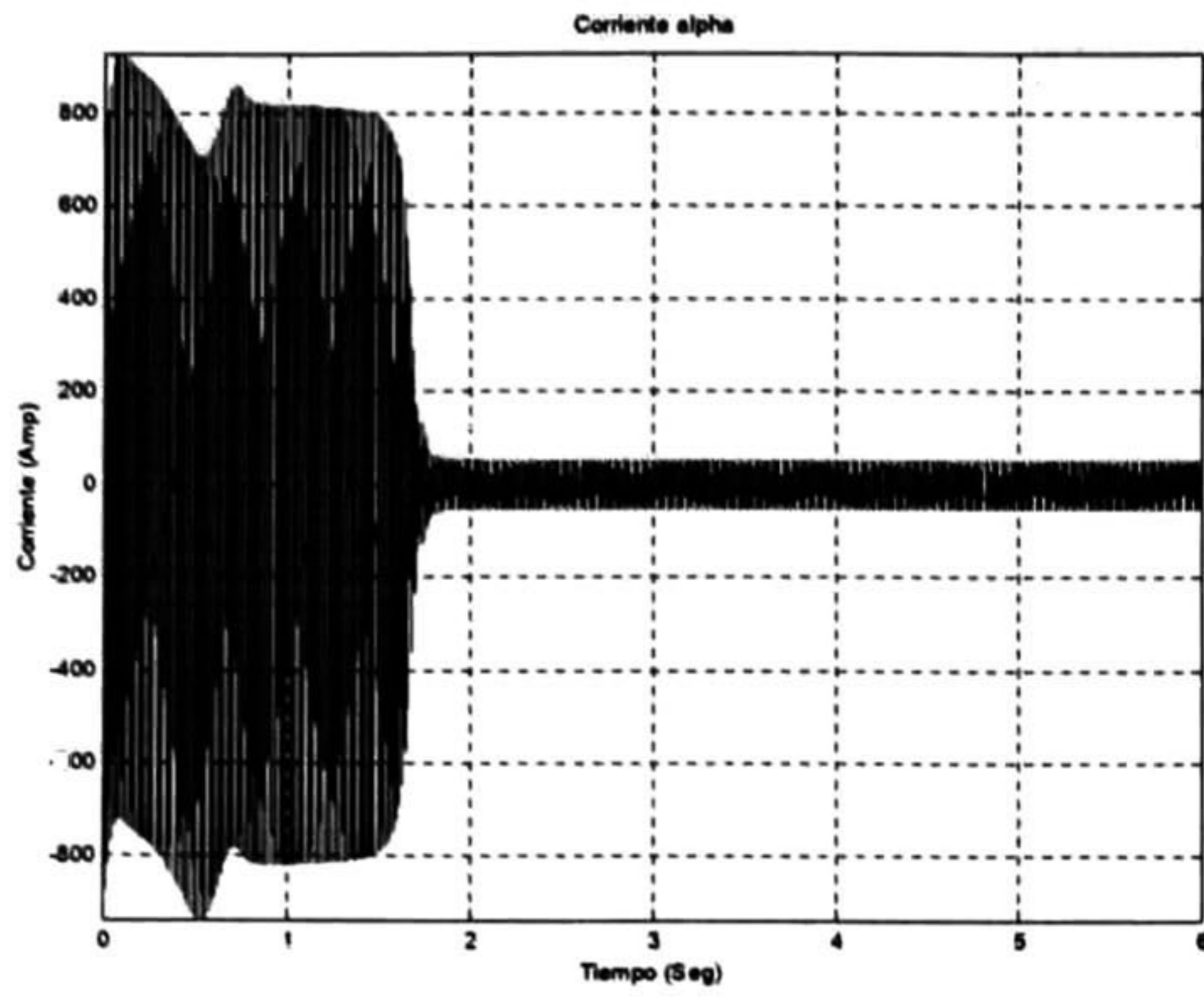


Fig.5.13.- Corriente eléctrica del estator i_α .

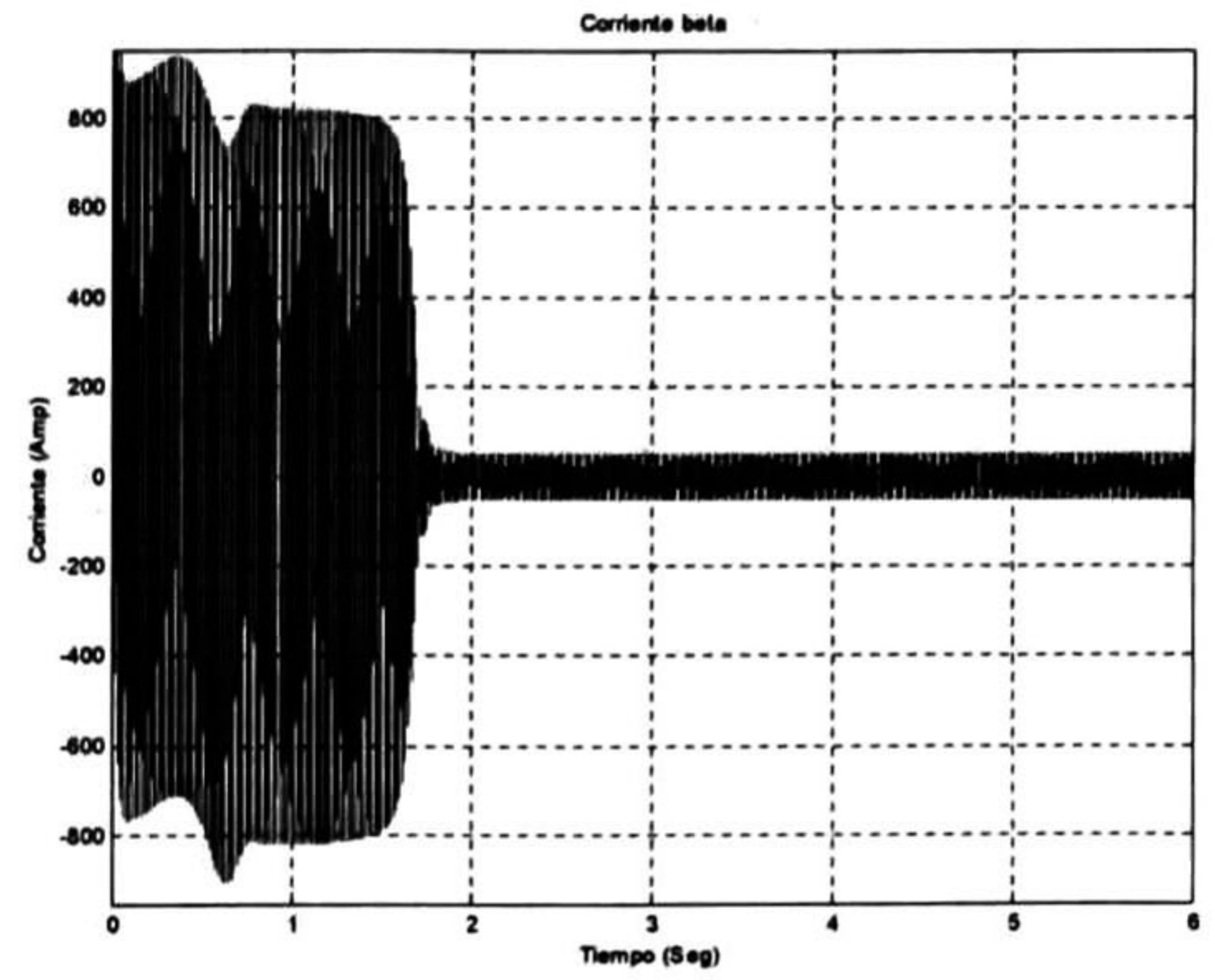


Fig.5.14.- Corriente eléctrica del estator i_β .

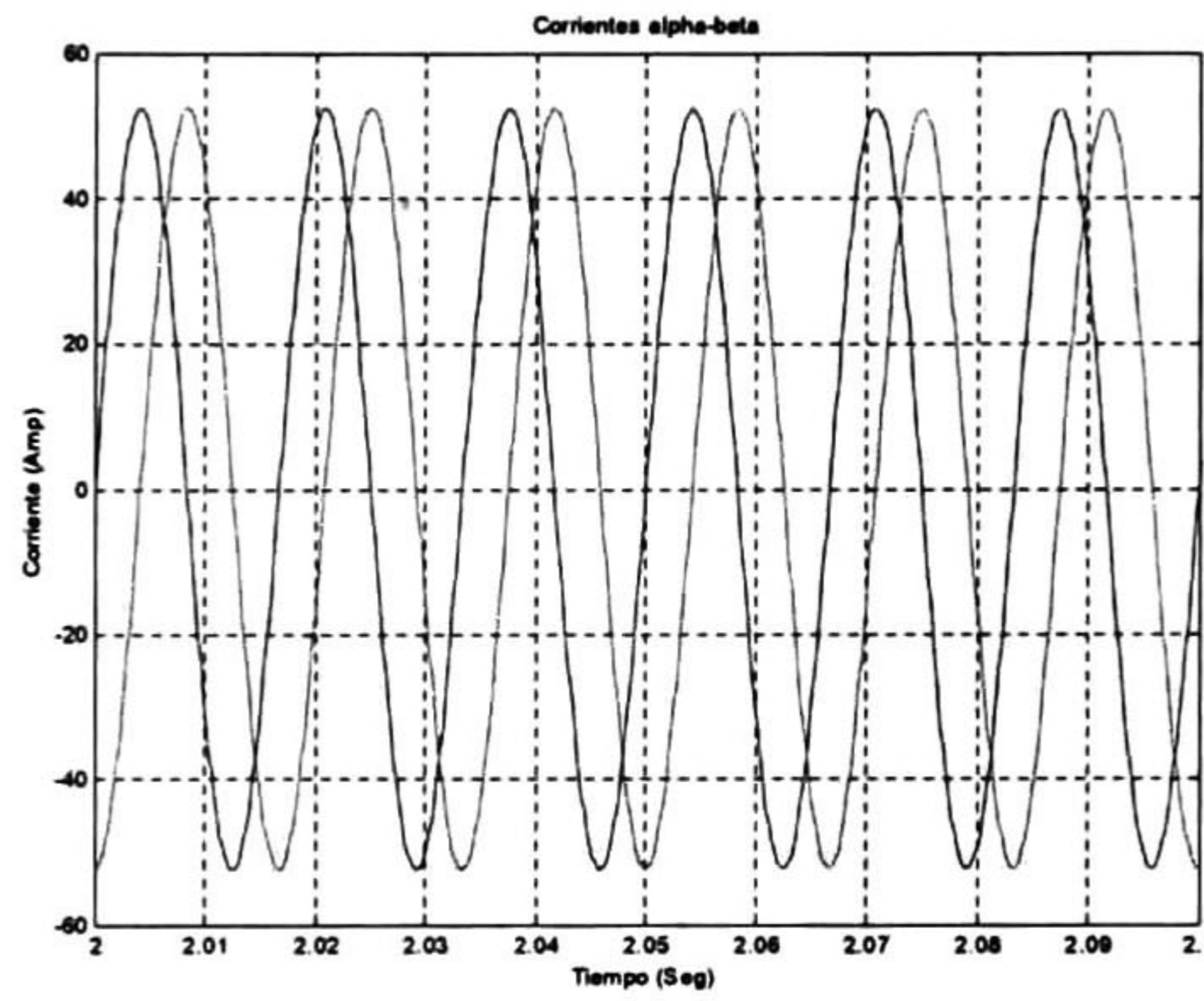


Fig.5.15.- Corrientes eléctricas del estator i_α e i_β en estado estable.

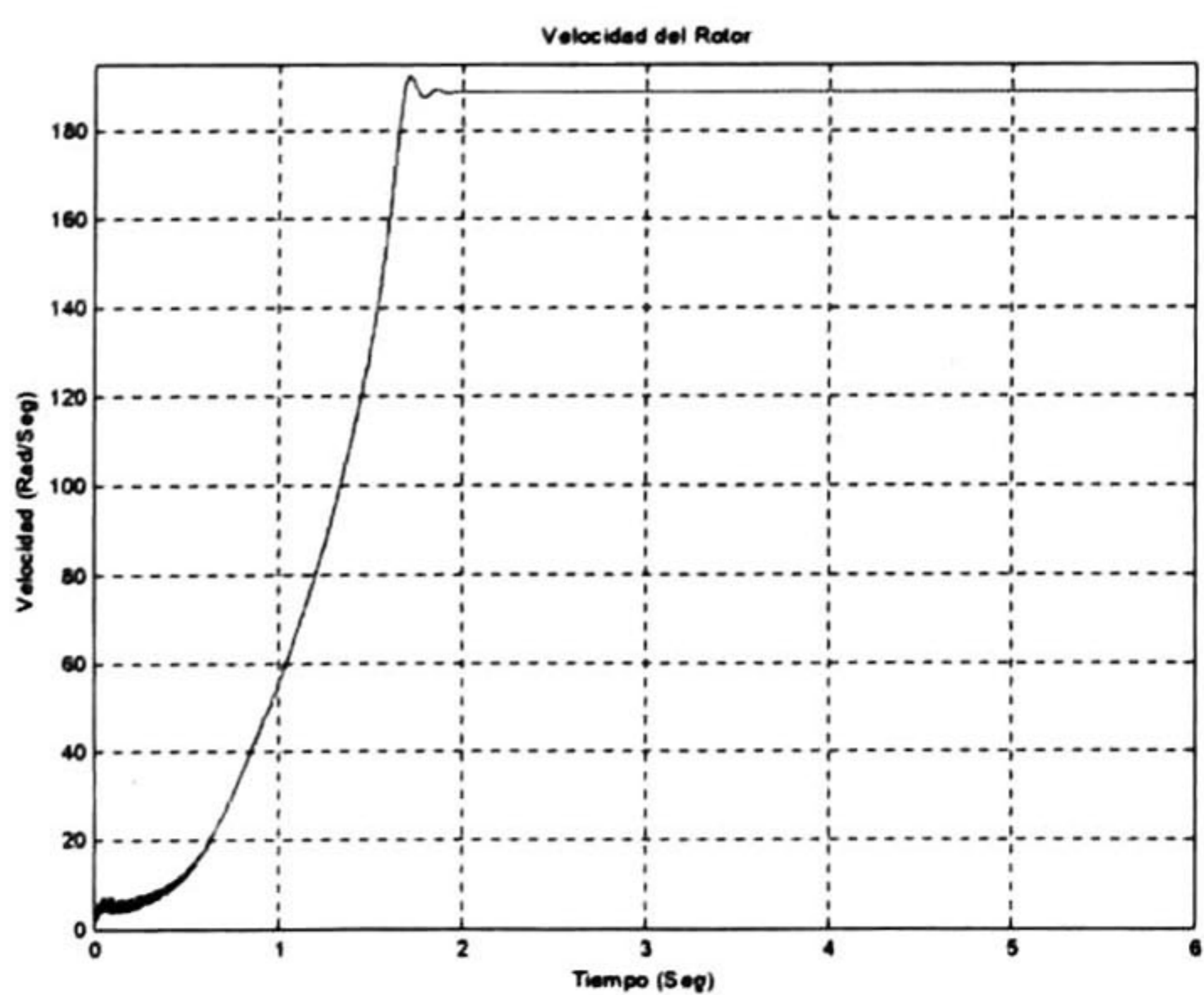


Fig.5.16.- Velocidad mecánica del rotor ω_r .

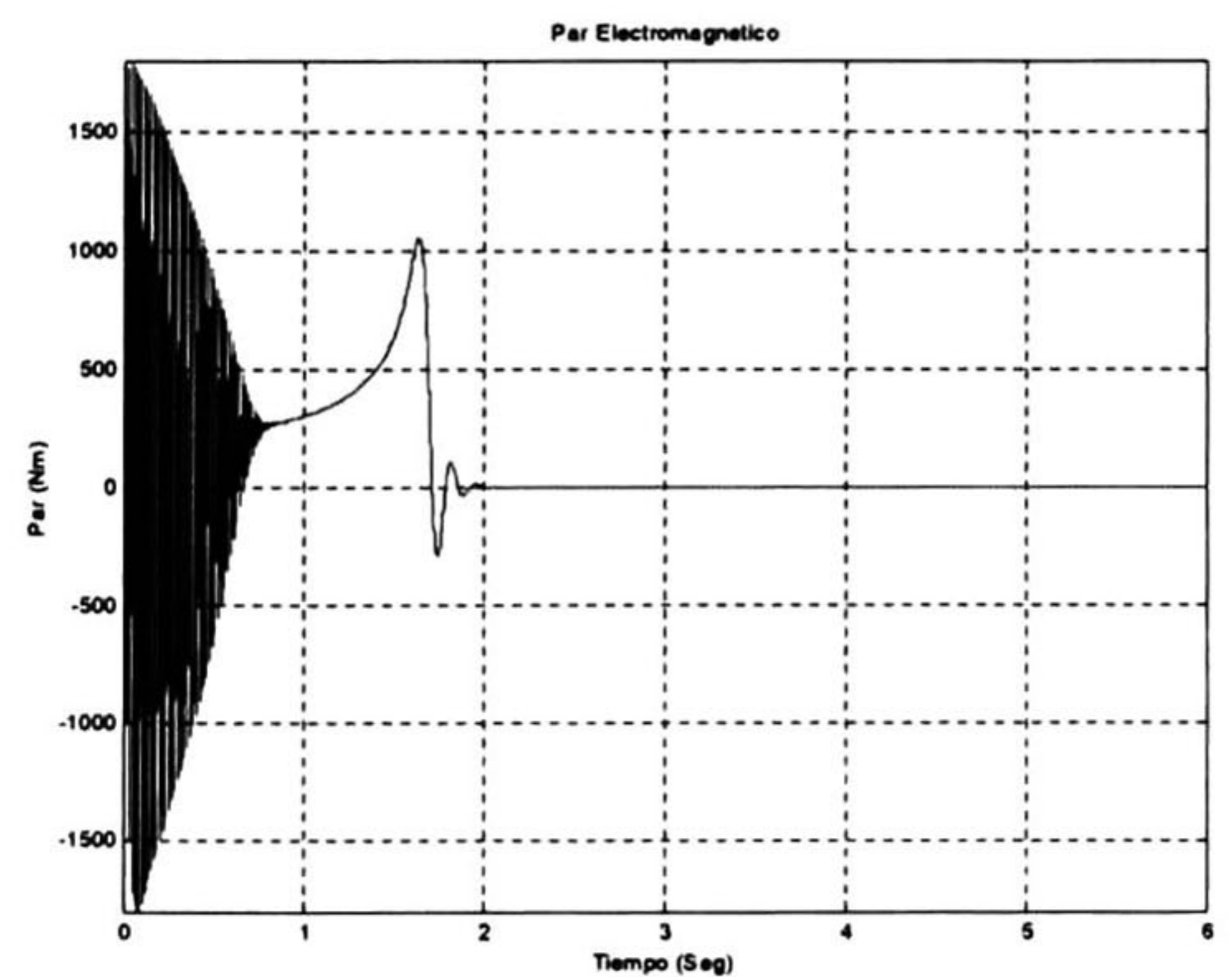
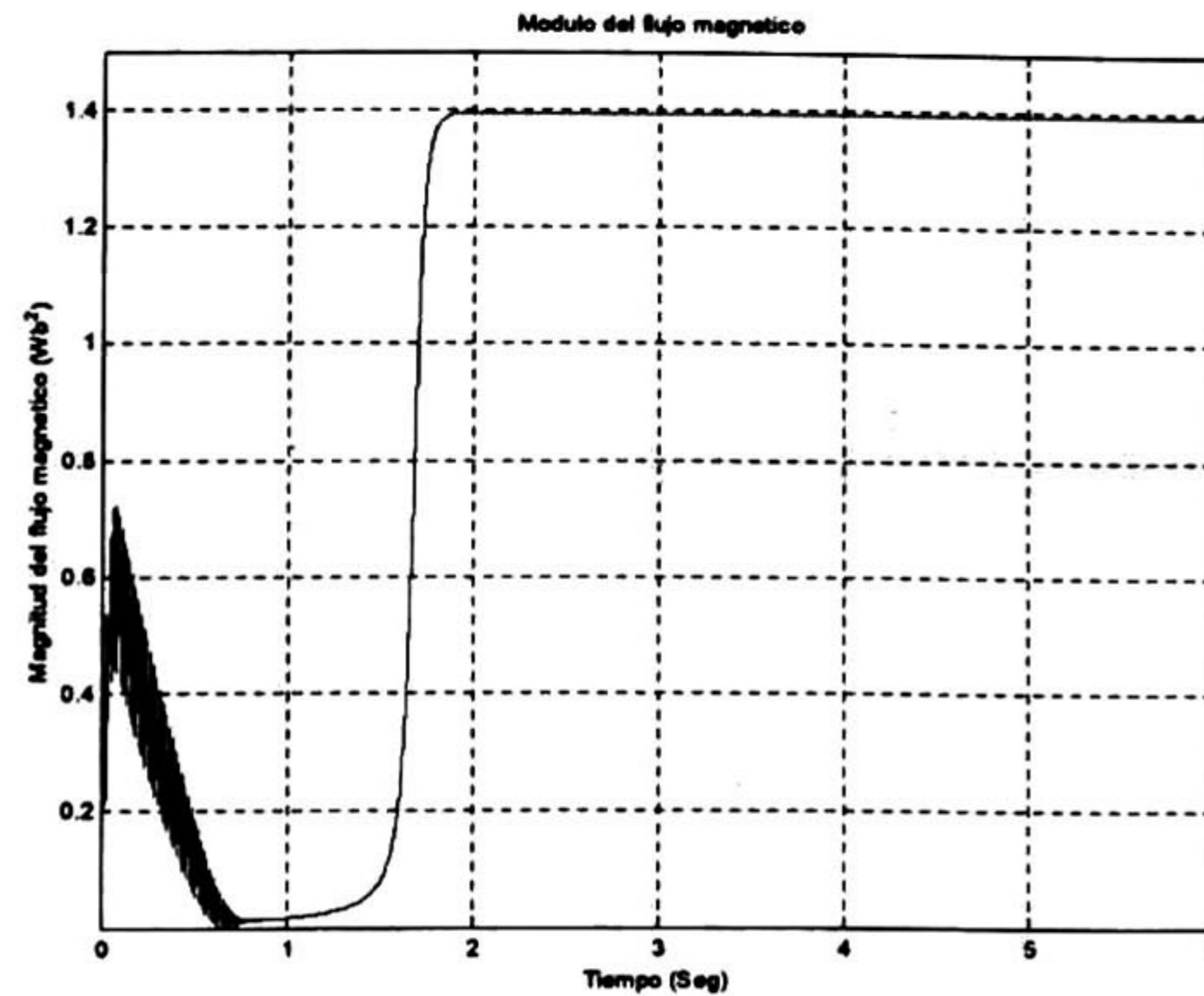


Fig.5.17.- Par electromagnético T_e .

Fig.5.18.- Módulo del flujo magnético φ .

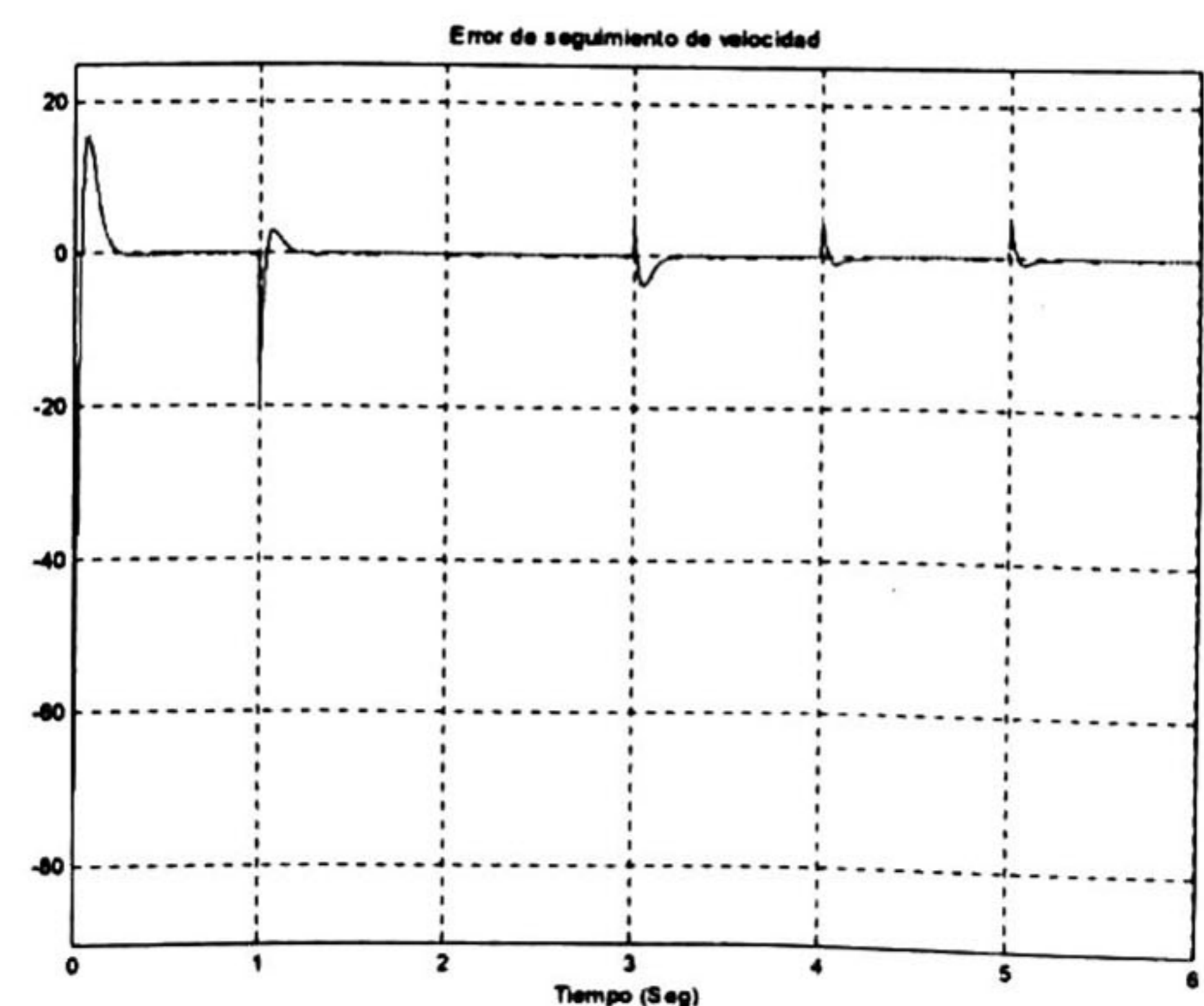
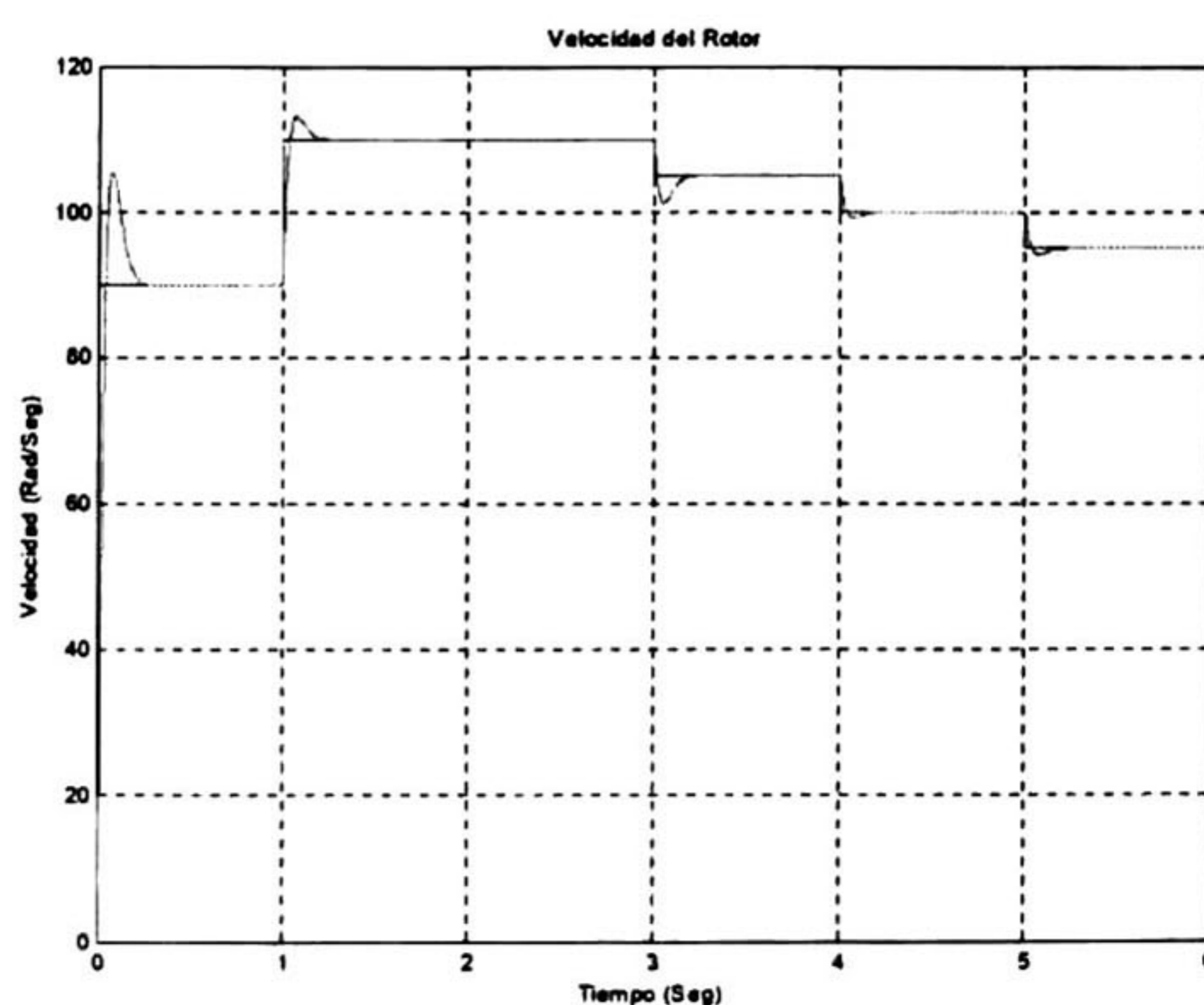
En ambos casos podemos observar cómo se comportan las variables de la máquina de inducción en lazo abierto, con un par de carga igual a cero. A medida que el par de carga incrementa su valor, la velocidad del rotor tiende a disminuir su valor, por lo tanto la finalidad del controlador es mantener la velocidad en un valor constante, aún con variaciones en el par de carga.

5.4. Motor de Inducción en Lazo Cerrado.

5.4.1. Simulación del Motor I.

A continuación presentamos los resultados de la simulación numérica del motor de inducción en lazo cerrado, aplicando el controlador obtenido en el capítulo anterior, con parámetros del Motor I, suponiendo todas las variables de estado y parámetros como conocidos.

Para estas simulaciones se utilizó un par de carga inicial de $T_L = 0,5N.m$, cambiando su valor a los 3 segundos de simulación a su valor nominal $T_L = 1,3N.m$, la velocidad de referencia tiene un valor inicial de $\omega_{ref} = 90Rad/Seg.$ después se incrementa su valor a $\omega_{ref} = 110Rad/Seg.$, posteriormente va decreciendo su valor hasta finalmente llegar a $\omega_{ref} = 95Rad/Seg.$, la referencia para el flujo magnético es de $\varphi_{ref} = 0,9Wb^2$, y son usados los siguientes valores en los parámetros de diseño del controlador $u_0 = 230$, $K_{01} = - \begin{bmatrix} 800 & \\ & 0 \end{bmatrix}$, $K_1 = - \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ y $C = [1 \ 0]$.

Fig.5.19.- Velocidad del rotor ω_r y su referencia ω_{rref} . Fig.5.20.- Error de seguimiento de velocidad.

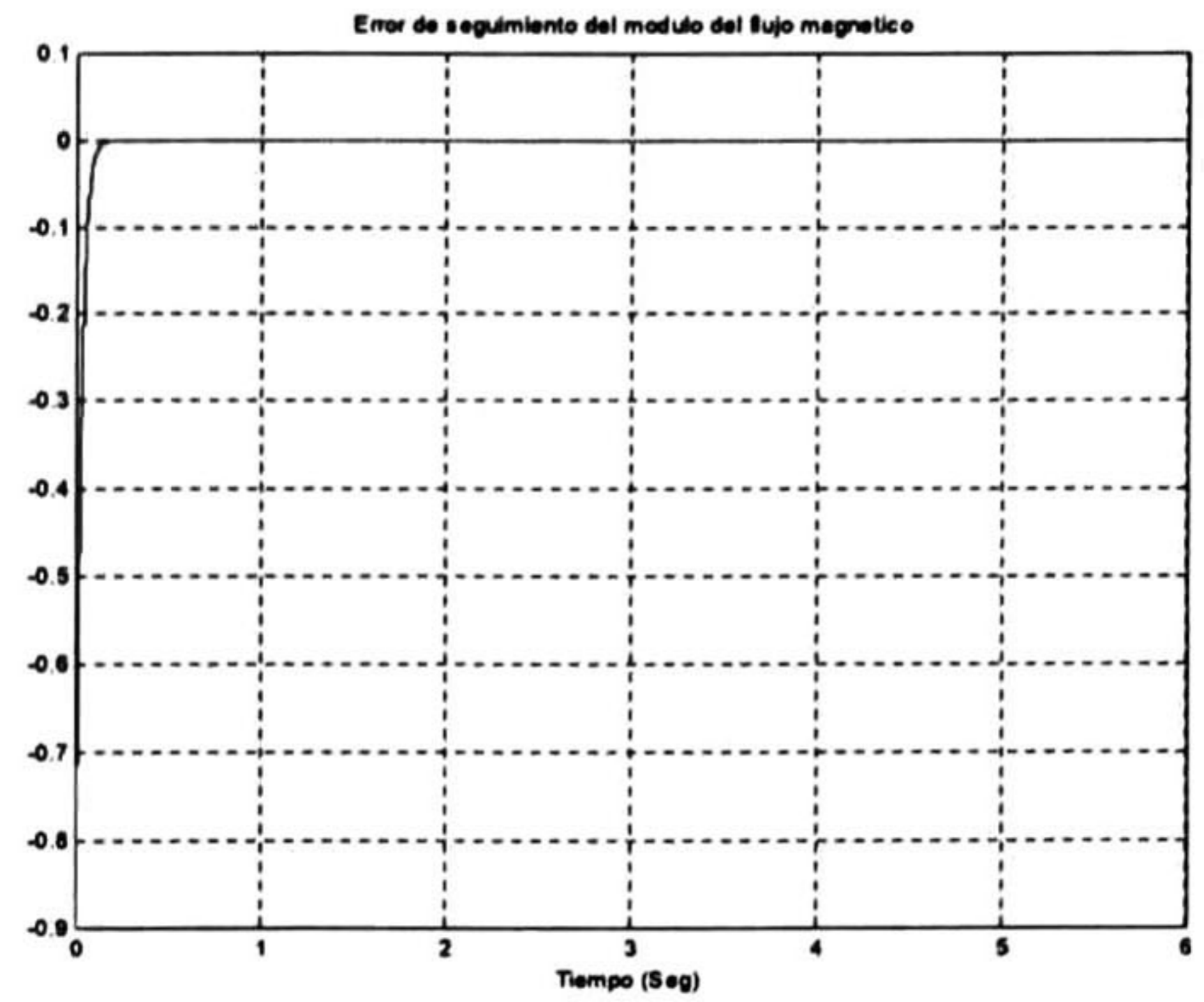
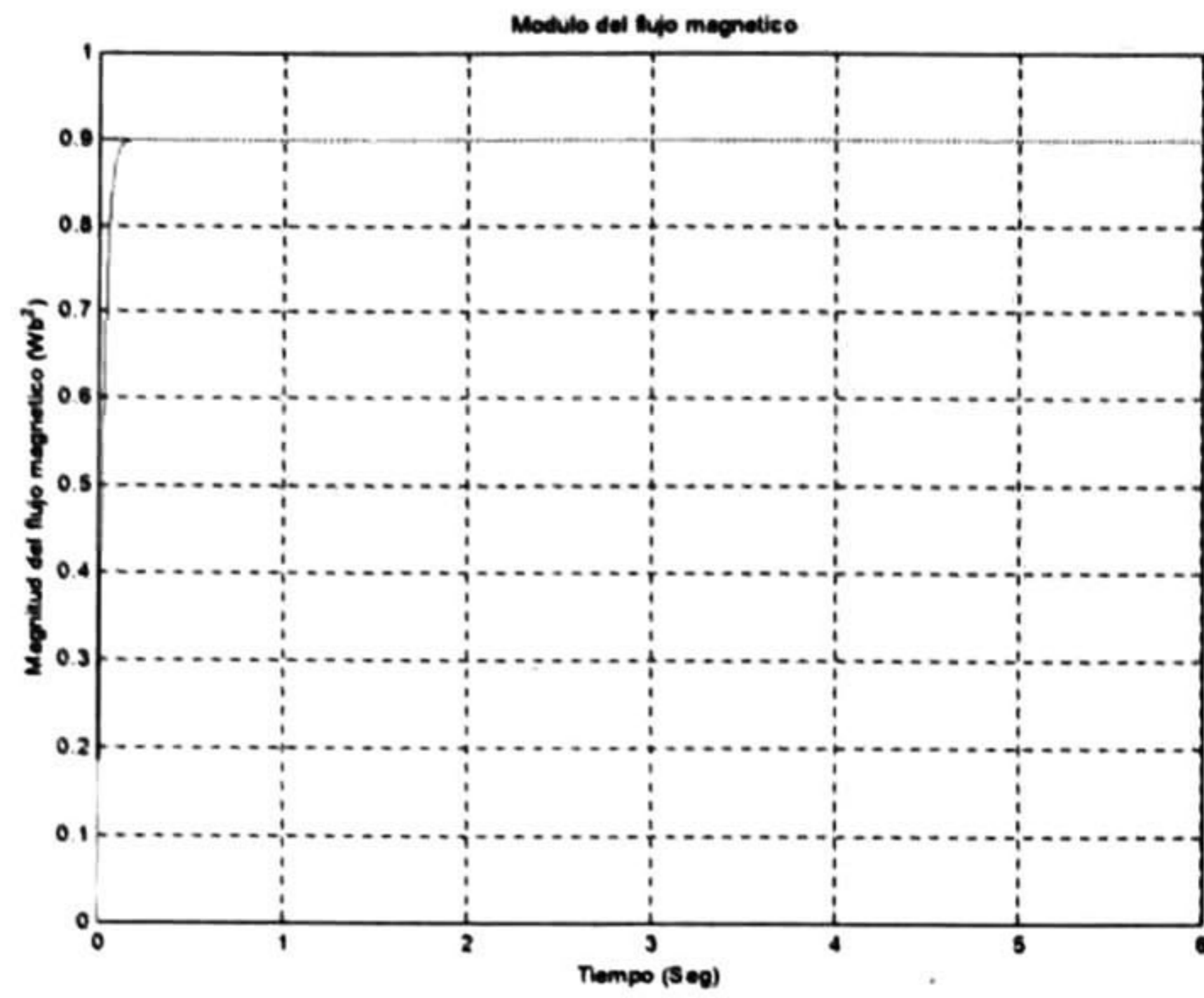


Fig.5.21.- Módulo del flujo φ y su referencia φ_{ref} . Fig. 5.22.- Error de seguimiento del módulo del flujo.

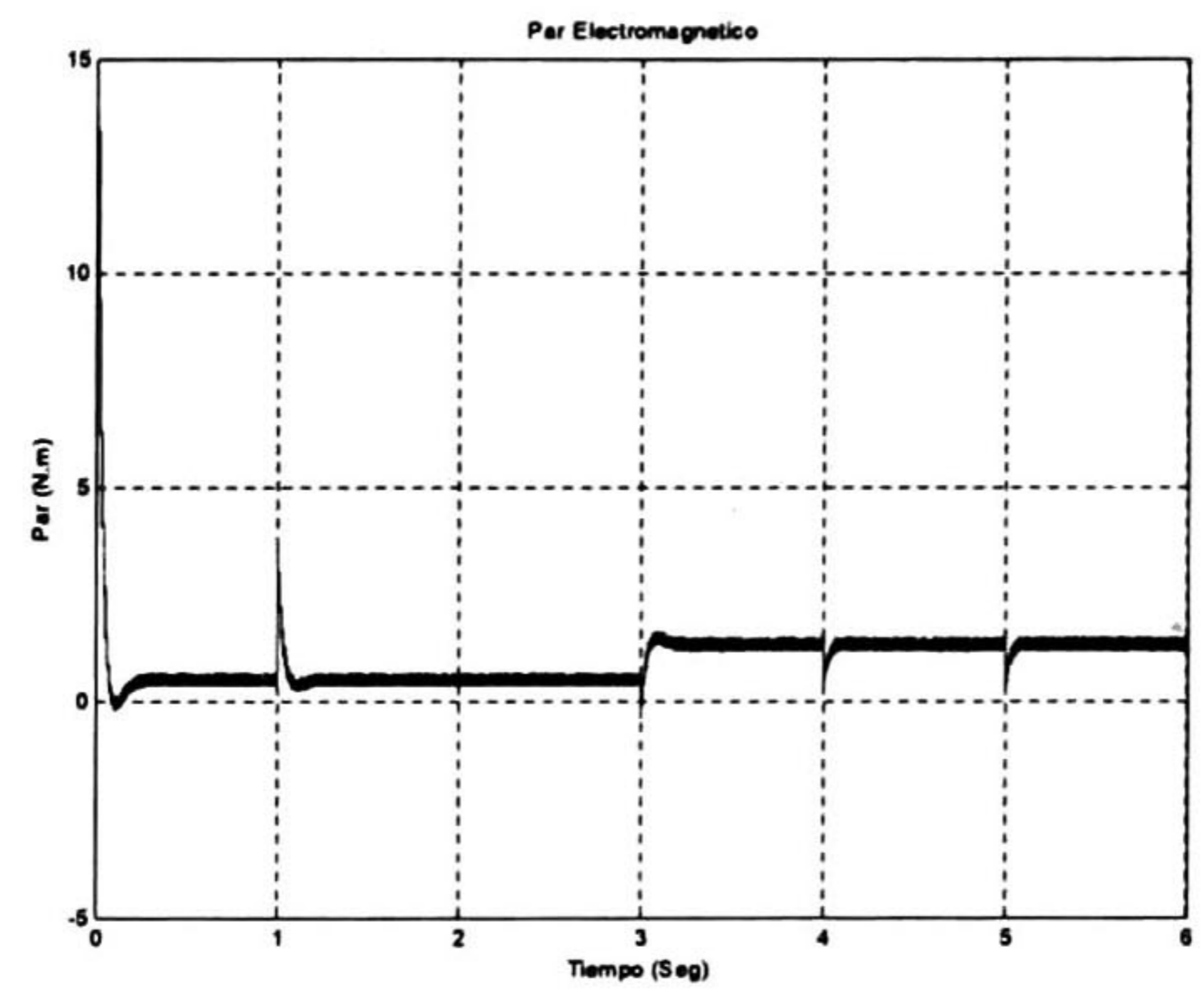
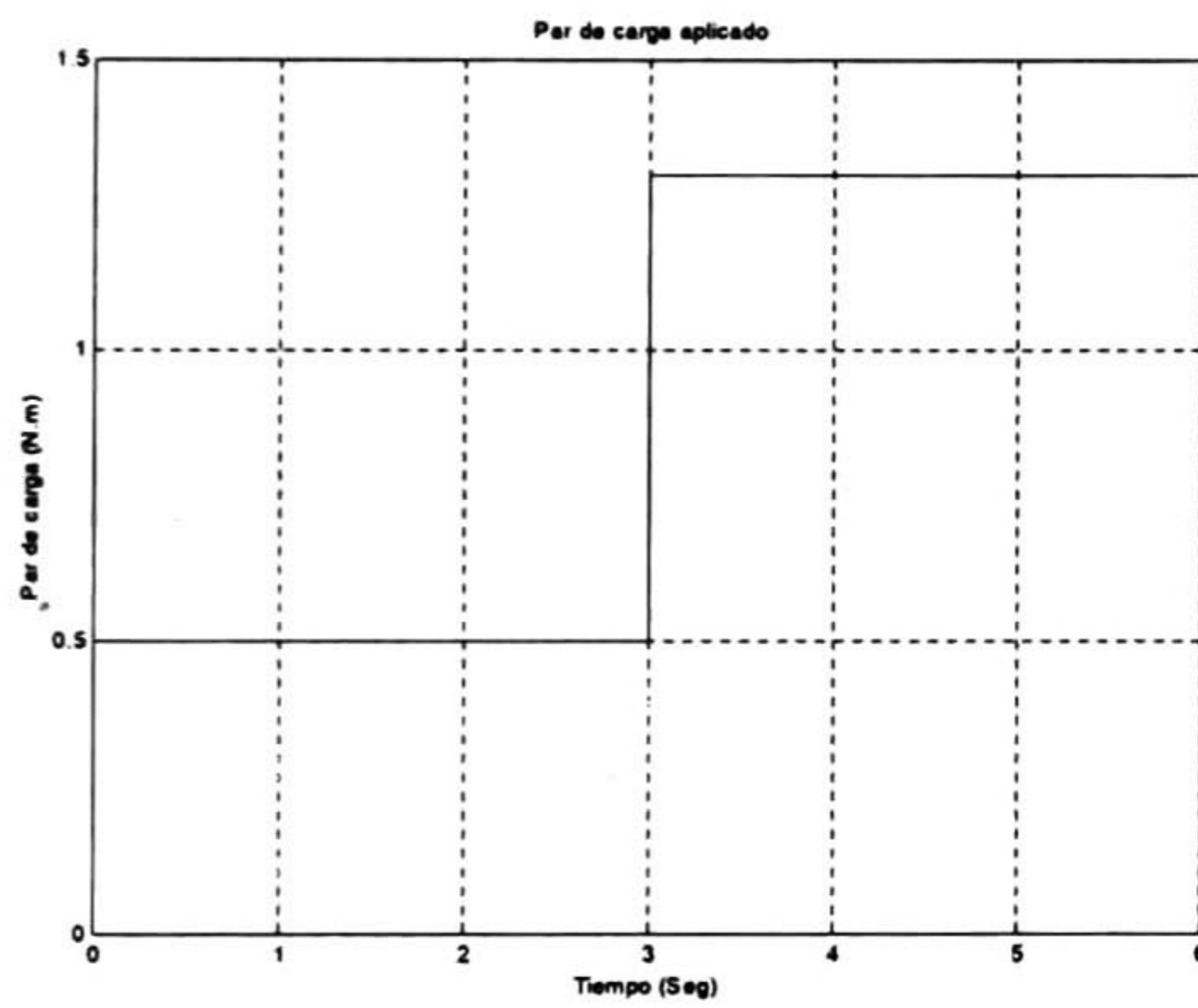


Fig.5.23.- Par de carga aplicado T_L .

Fig. 5.24.- Par electromagnético T_e .

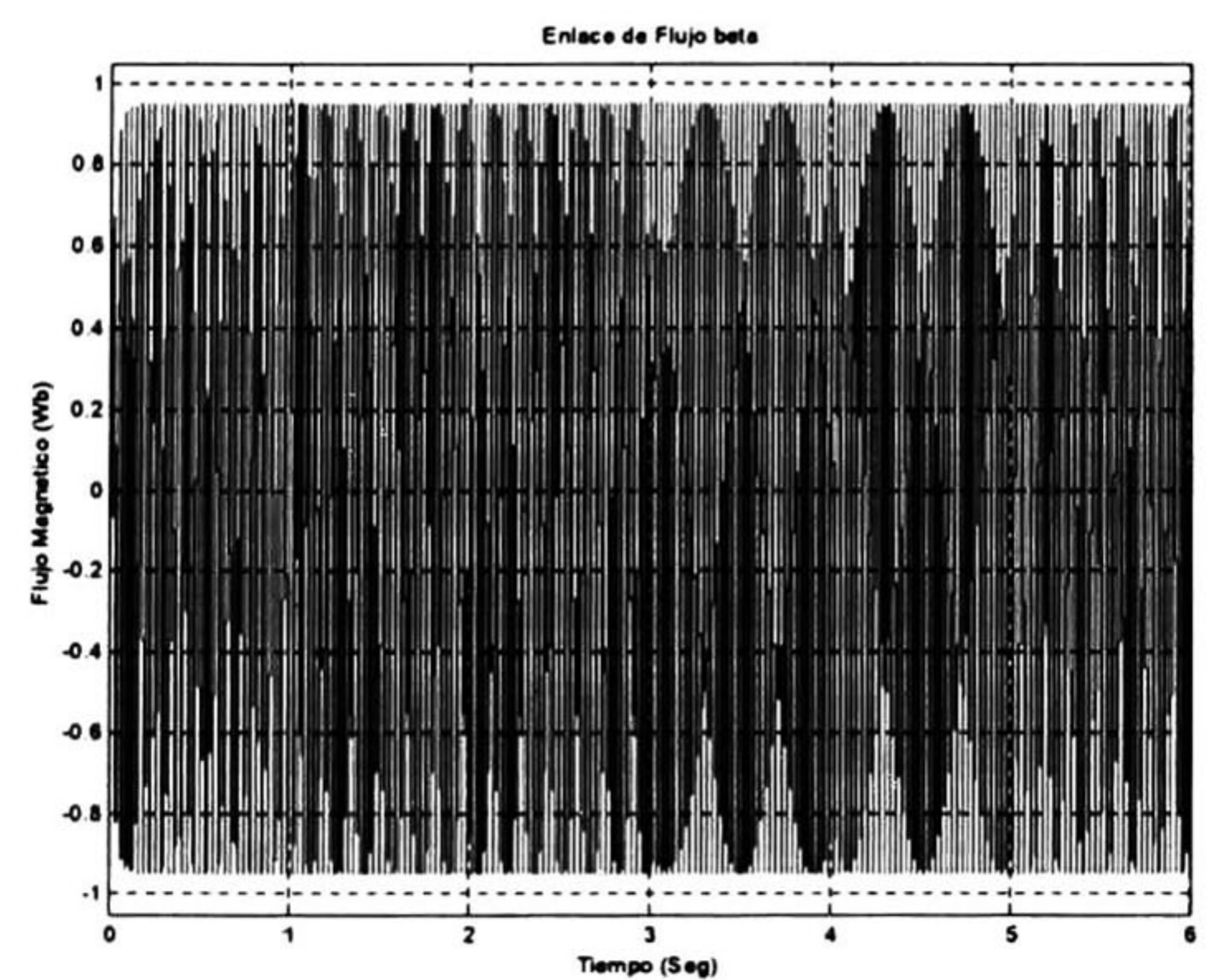
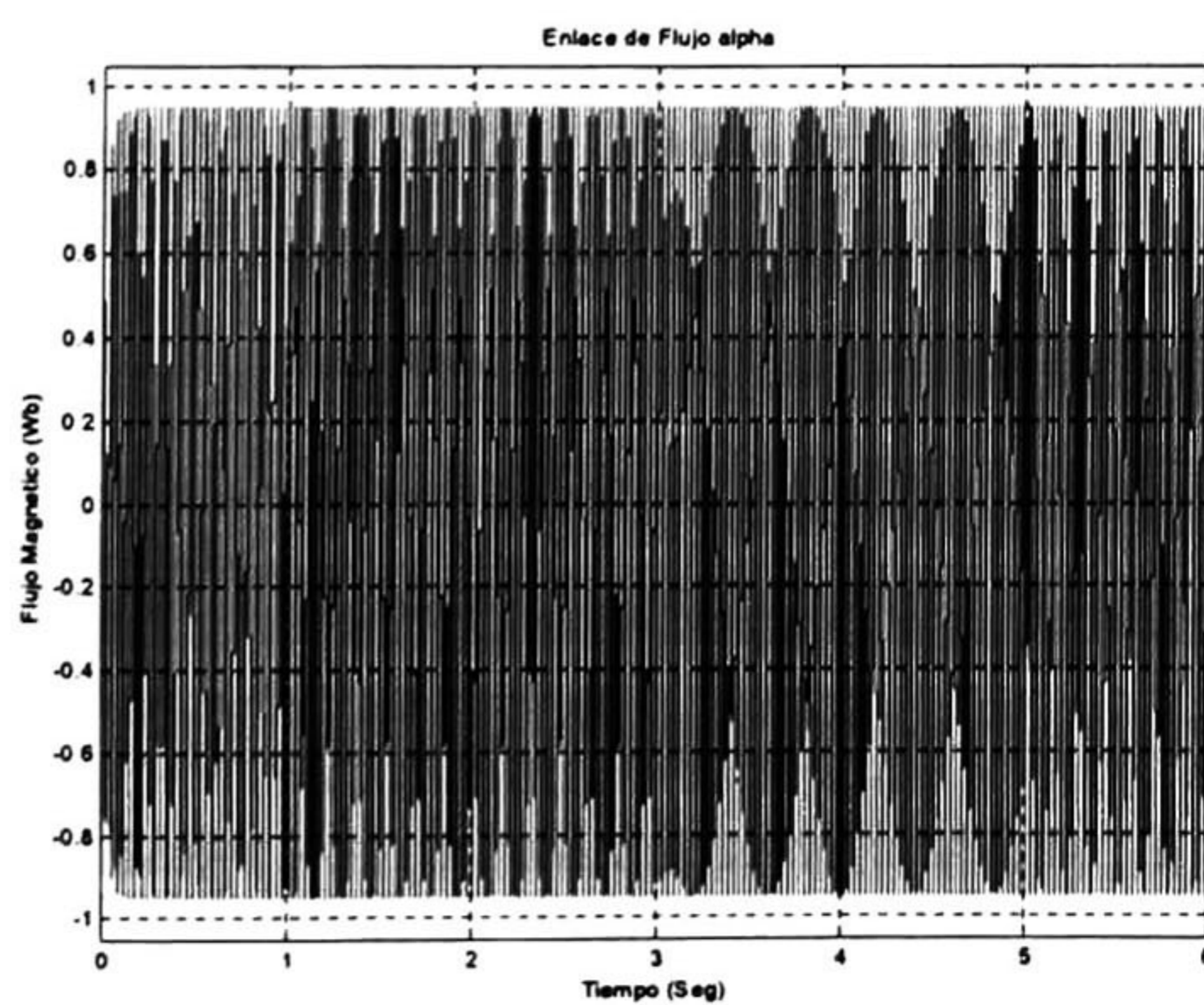


Fig.5.25.- Flujo magnético del rotor λ_α .

Fig.5.26.- Flujo magnético del rotor λ_β .

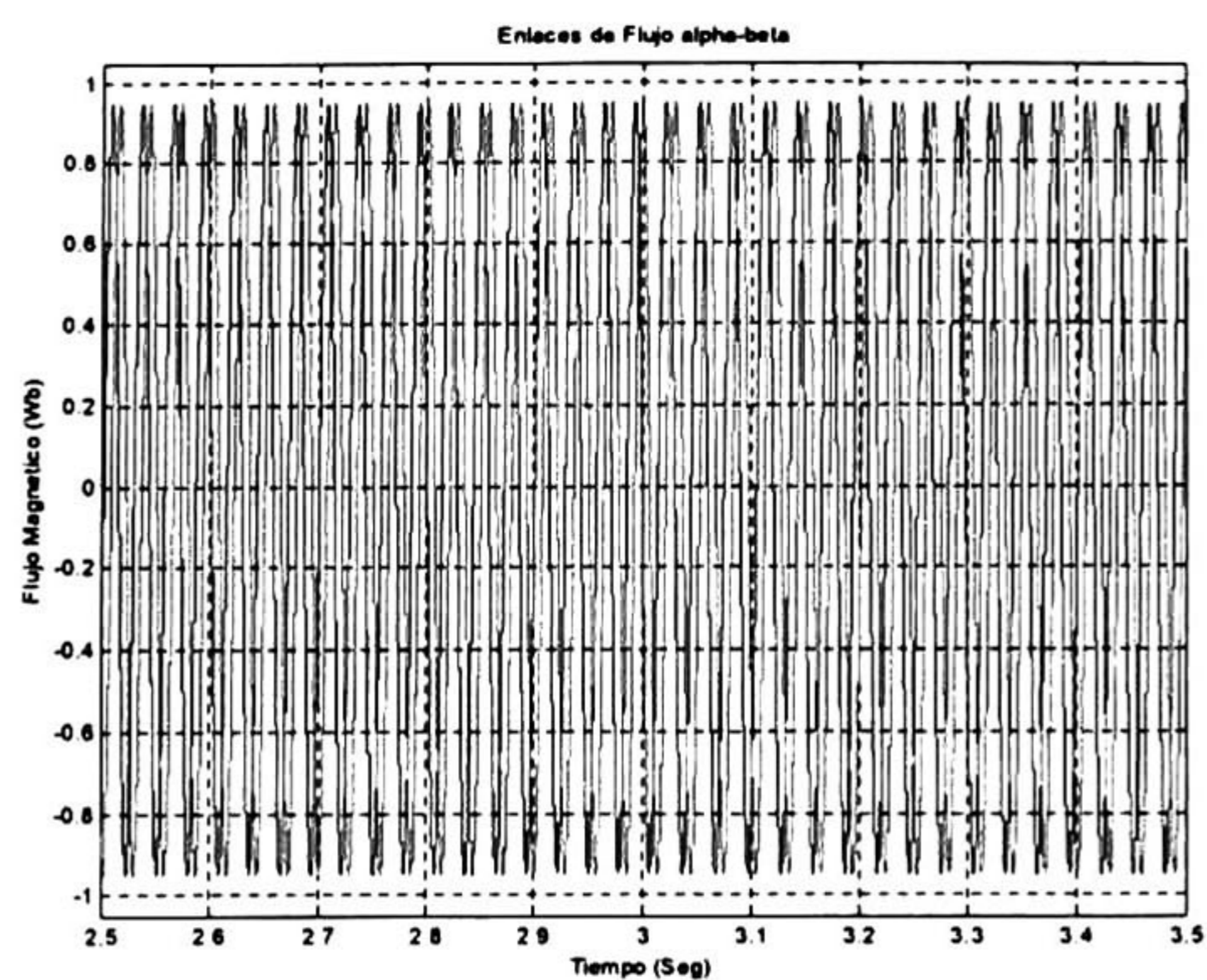


Fig.5.27.- Flujos magnéticos del rotor λ_α y λ_β en estado estable.

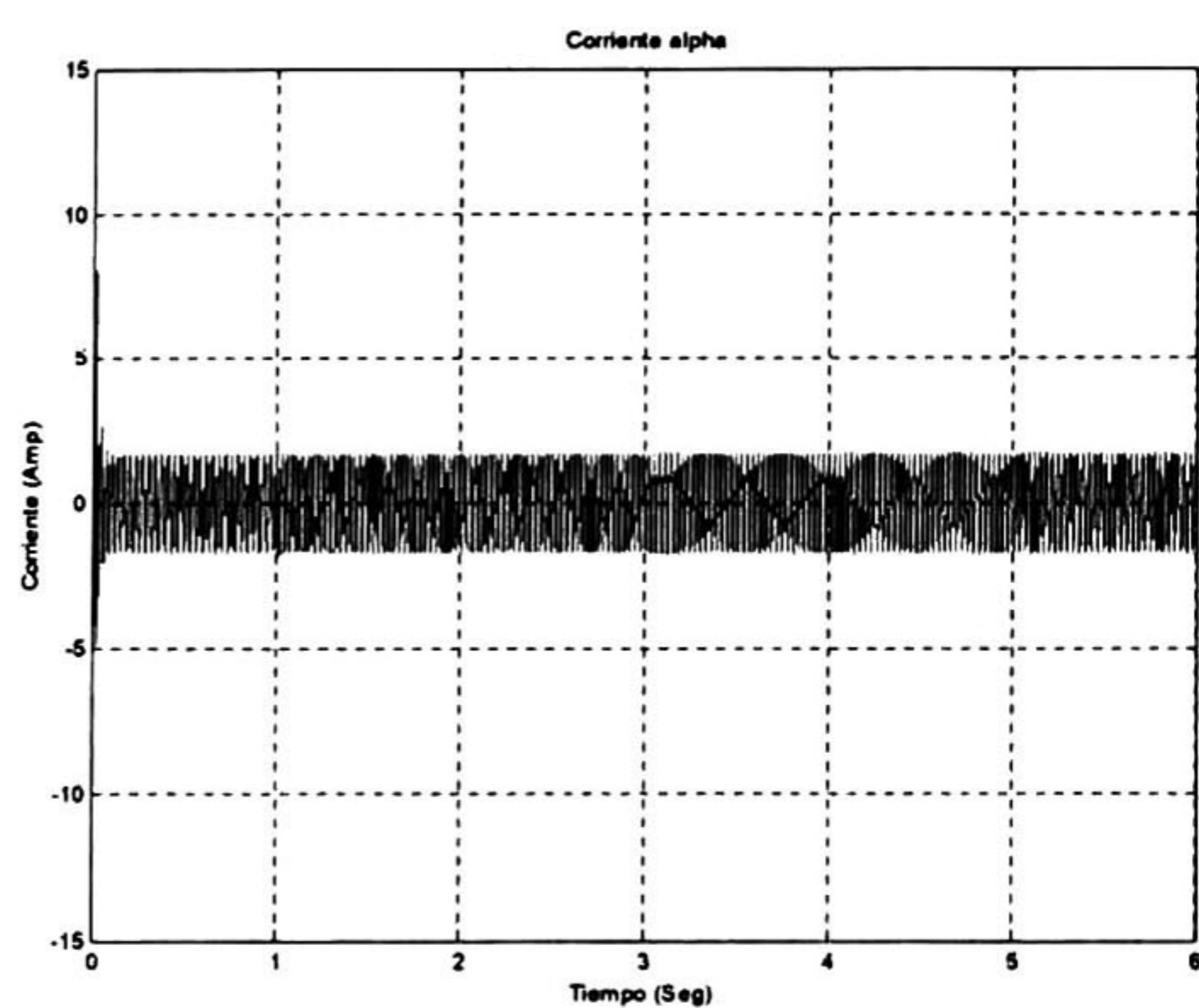


Fig. 5.28.- Corriente eléctrica del estator i_α .

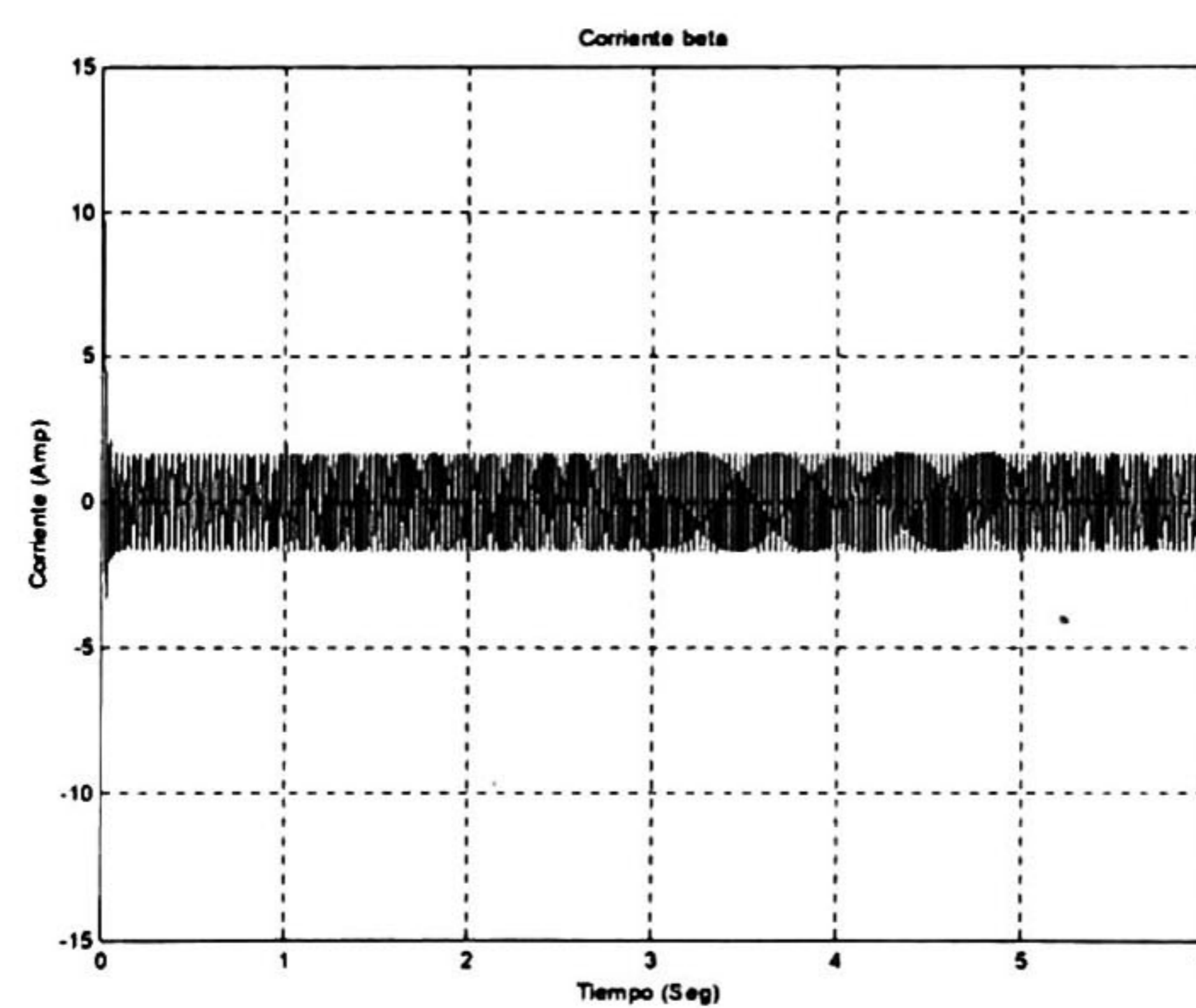


Fig.5.29.- Corriente eléctrica del estator i_β .

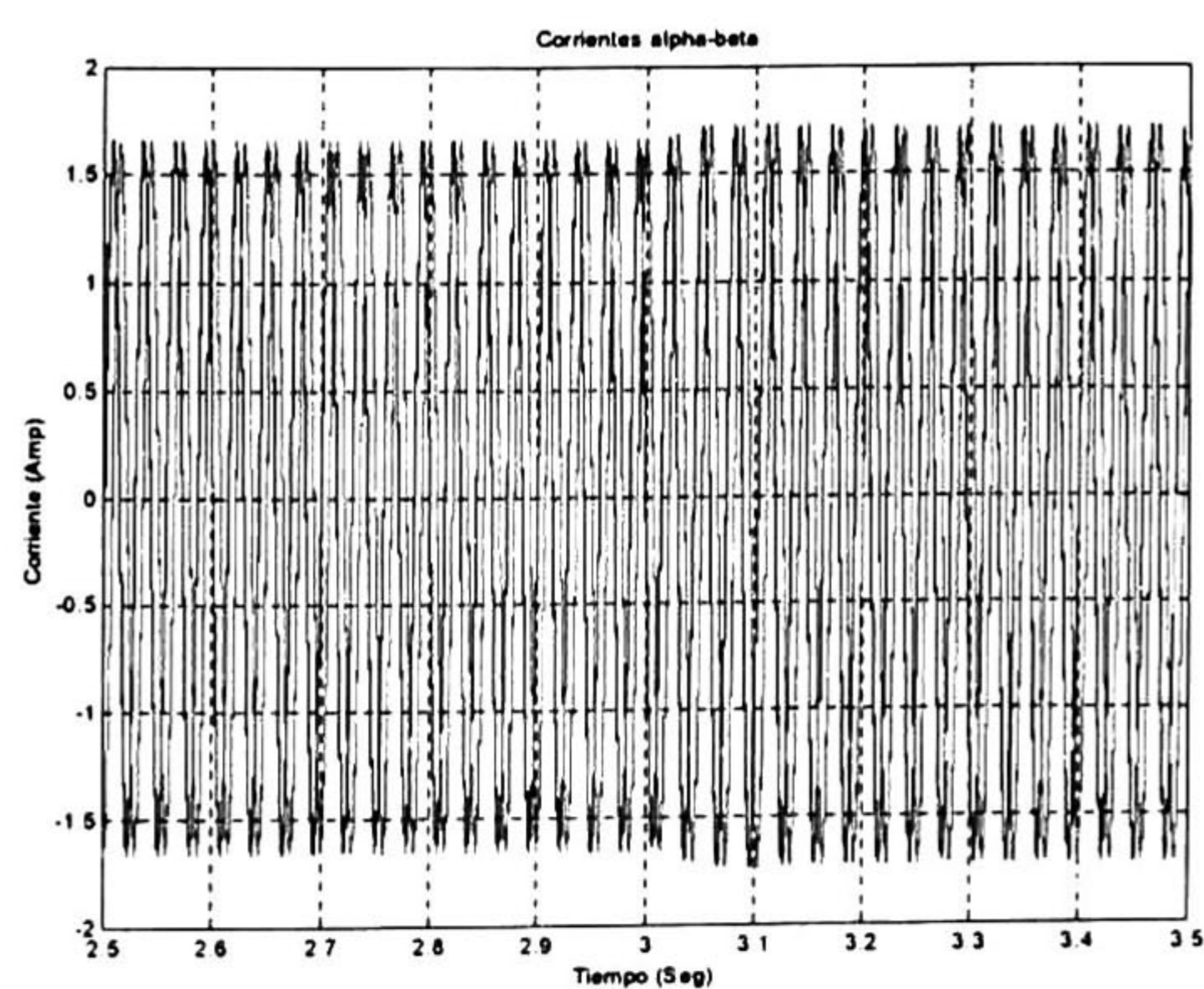
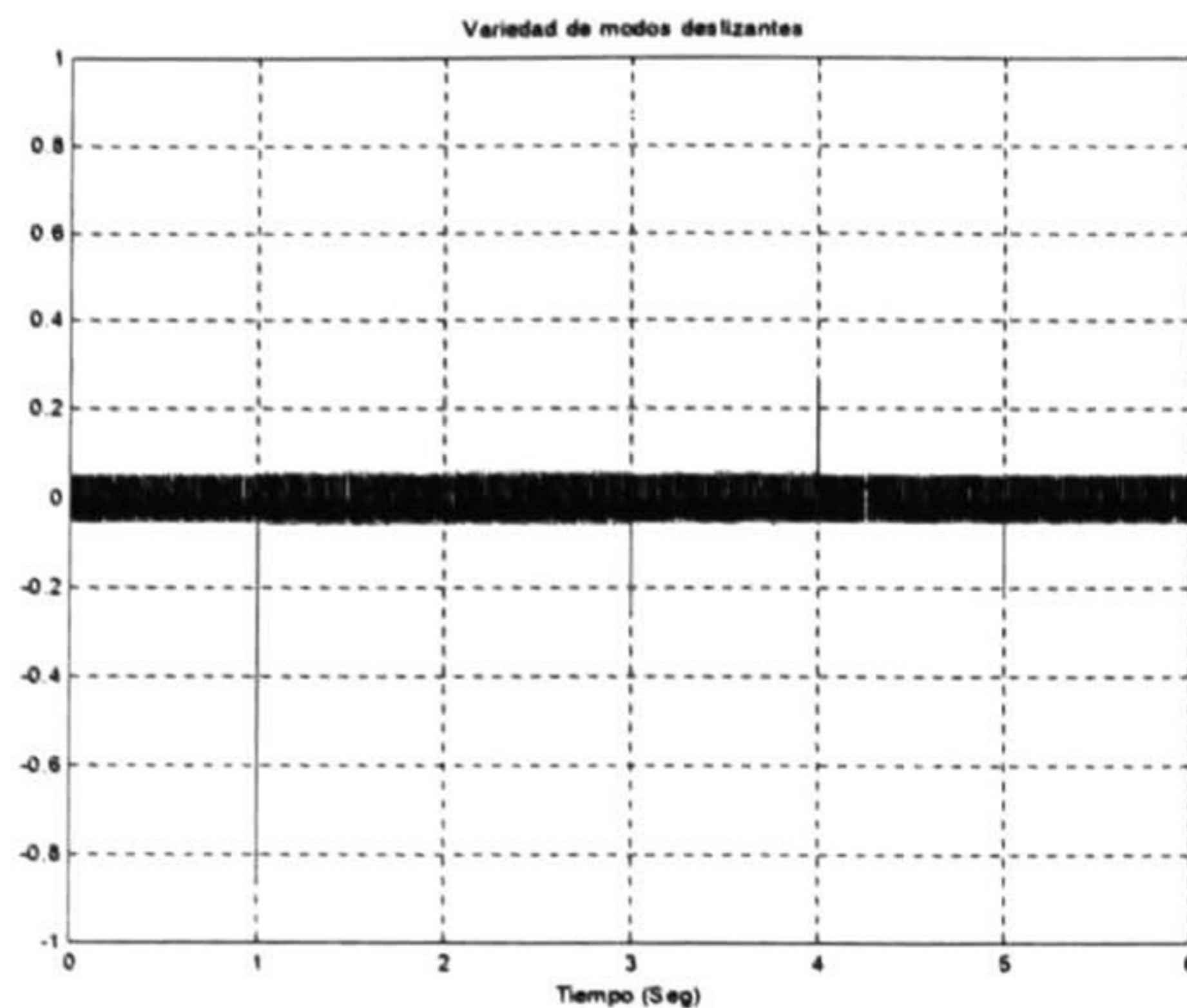
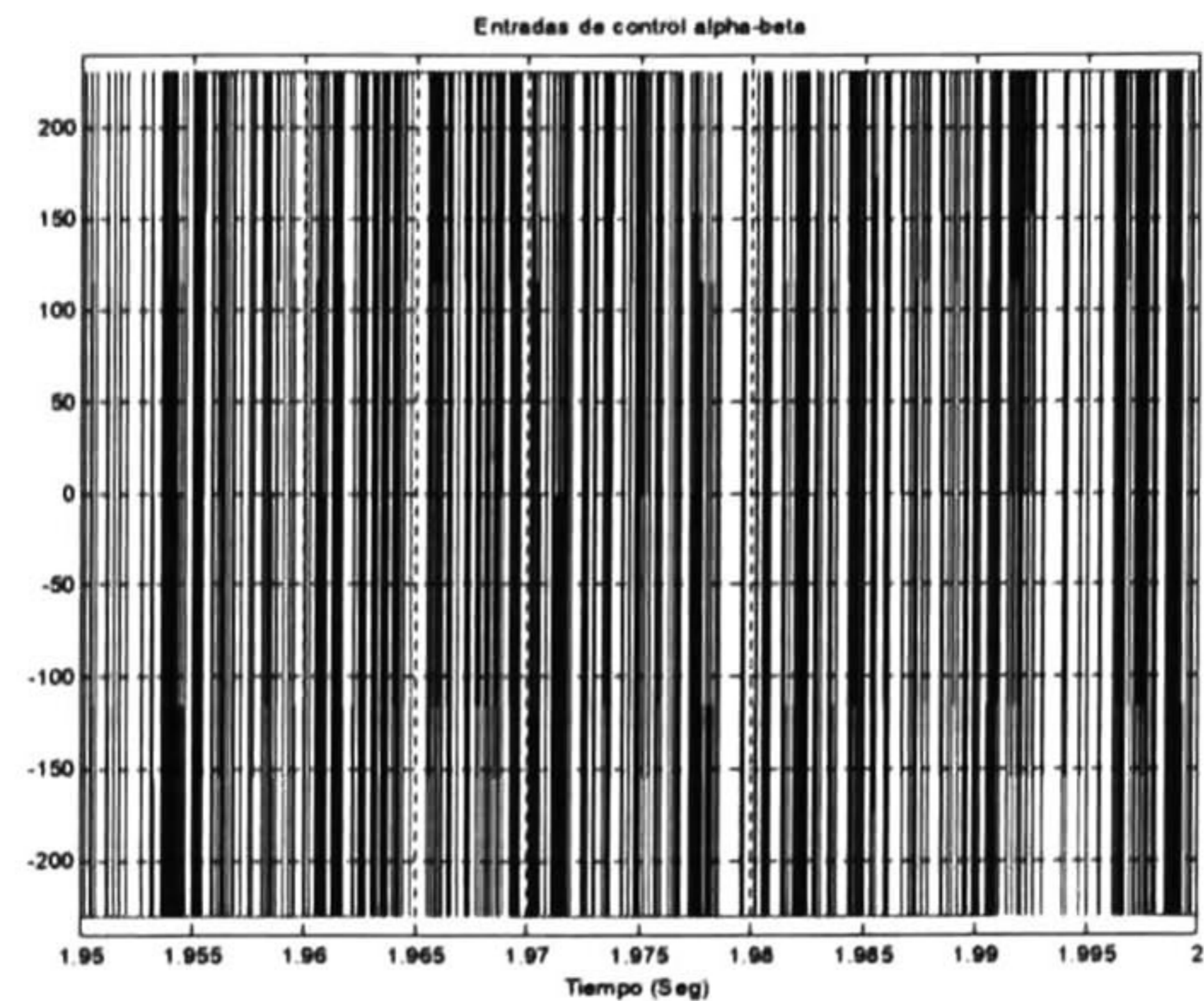


Fig.5.30.- Corrientes eléctricas del estator i_α e i_β en estado estable.

Fig.5.31.- Variedades de modos deslizantes S_α y S_β .Fig.5.32.- Entradas de control u_α y u_β .

En la fig.(5.19) se puede observar cómo la velocidad real del motor, ω_r , alcanza rápidamente a la velocidad de referencia, ω_{ref} . Así como también el módulo del flujo magnético, φ , tiende rápidamente al valor de referencia, como podemos ver en la fig. (5.21). Los errores de control de ambas salidas, ω_r y φ , tienden a cero, ver fig. (5.20) y fig. (5.22). El par electromagnético, T_e , en la fig. (5.24), tiende al valor del par de carga T_L . Podemos ver en la figs. (5.25)-(5.27) cómo los flujos magnéticos del rotor rápidamente se estabilizan. Las corrientes del estator en las figs.(5.28)-(5.30), alcanzan valores altos, pero se estabilizan rápidamente. Podemos ver en la fig. (5.31) cómo se comportan las variedades de modos deslizantes y en la fig. (5.32) las entradas de control discontinuas.

Por último, nótese, que al haber la variación en el par de carga, ver fig. (5.23), existe un pequeño transitorio en el seguimiento de la velocidad a la señal de referencia, fig. (5.19), el cual rápidamente se estabiliza, al igual que hay un cambio en el valor del par electromagnético, fig. (5.24), y las corrientes del estator incrementan su valor debido a este incremento en el par de carga, figs. (5.28)-(5.30), pero rápidamente se estabilizan y alcanzan su valor nominal.

Con los resultados aquí presentados, podemos verificar el buen desempeño y robustez del controlador diseñado, en su aplicación a un motor de inducción de tamaño pequeño.

5.4.2. Simulación del Motor II.

A continuación presentamos los resultados de la simulación numérica del motor de inducción en lazo cerrado, aplicando el controlador obtenido en el capítulo anterior, con parámetros del Motor II, suponiendo todas las variables de estado y parámetros como conocidos.

Para estas simulaciones se utilizó un par de carga inicial de $T_L = 197N.m$, cambiando su valor a los 3 segundos de simulación a su valor nominal $T_L = 395N.m$, la velocidad de referencia tiene un valor de $\omega_{ref} = 120Rad/Seg.$, la referencia para el flujo magnético es de $\varphi_{ref} = 1Wb^2$, y son usados los siguientes valores en los parámetros de diseño del controlador $u_0 = 460$, $K_{01} = - \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \end{bmatrix}$, $K_1 = - \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ y $C = [1 \ 0]$.

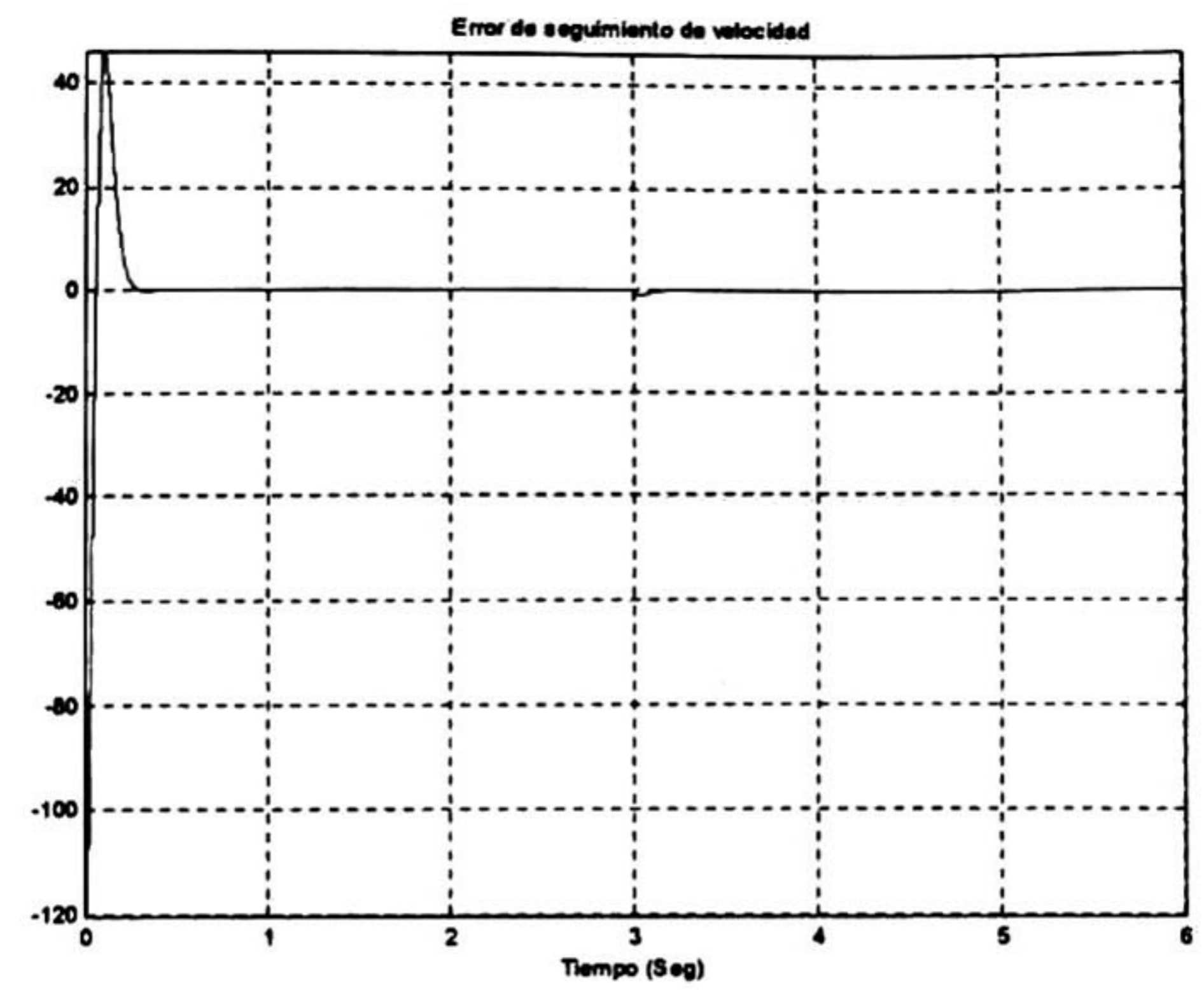
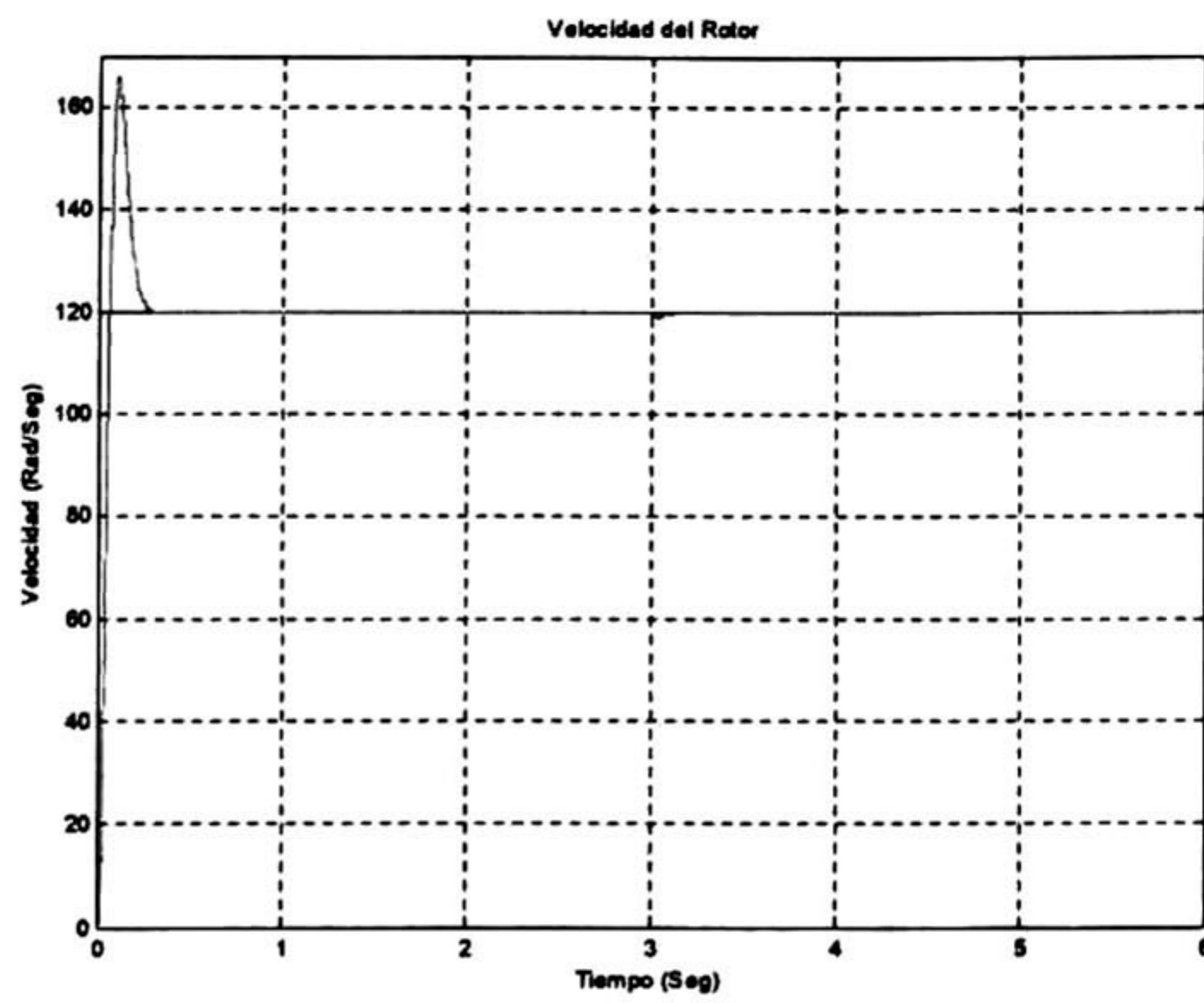
Fig.5.33.- Velocidad del rotor ω_r y su referencia $\omega_{r_{ref}}$.

Fig.5.34.- Error de seguimiento de velocidad.

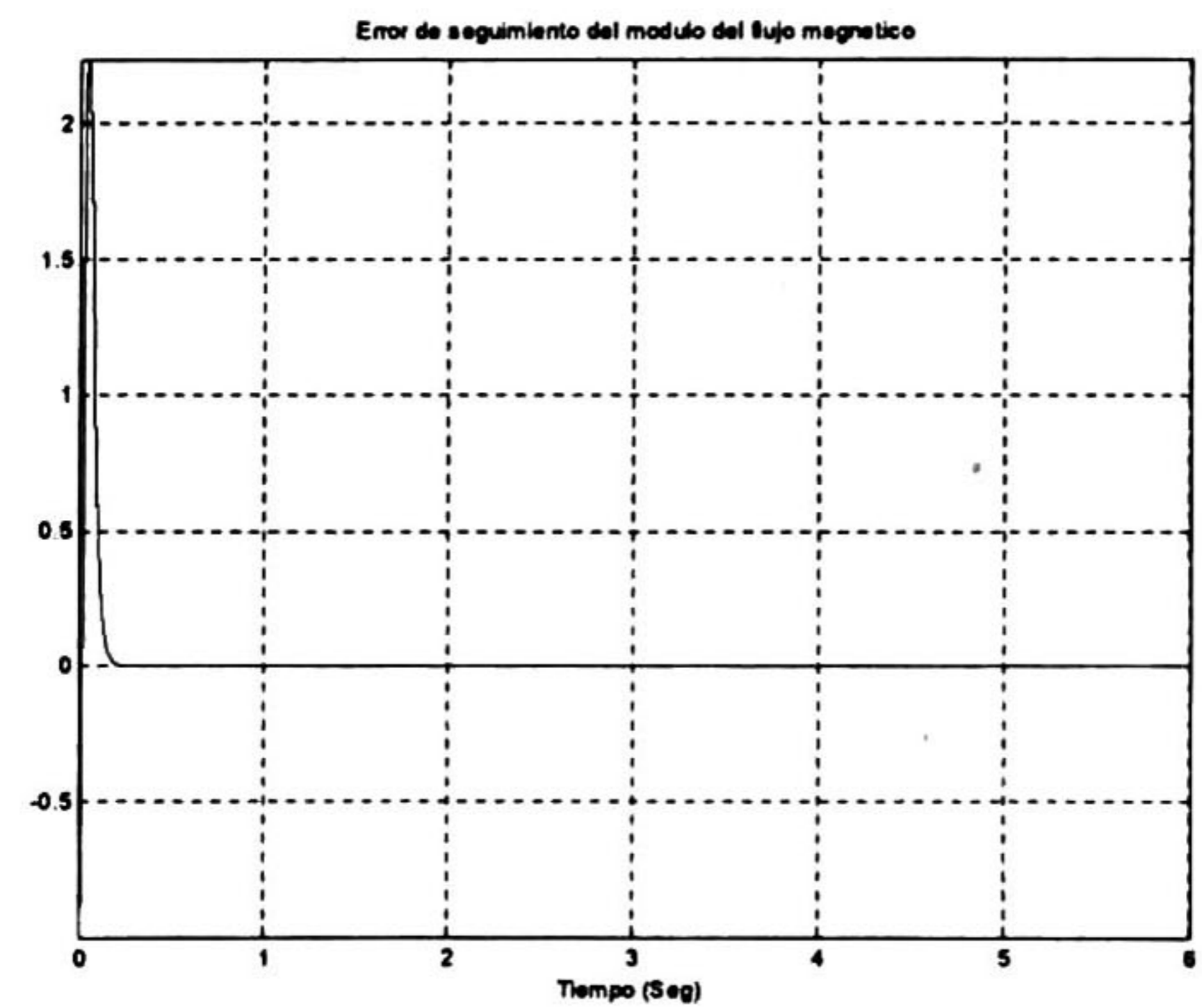
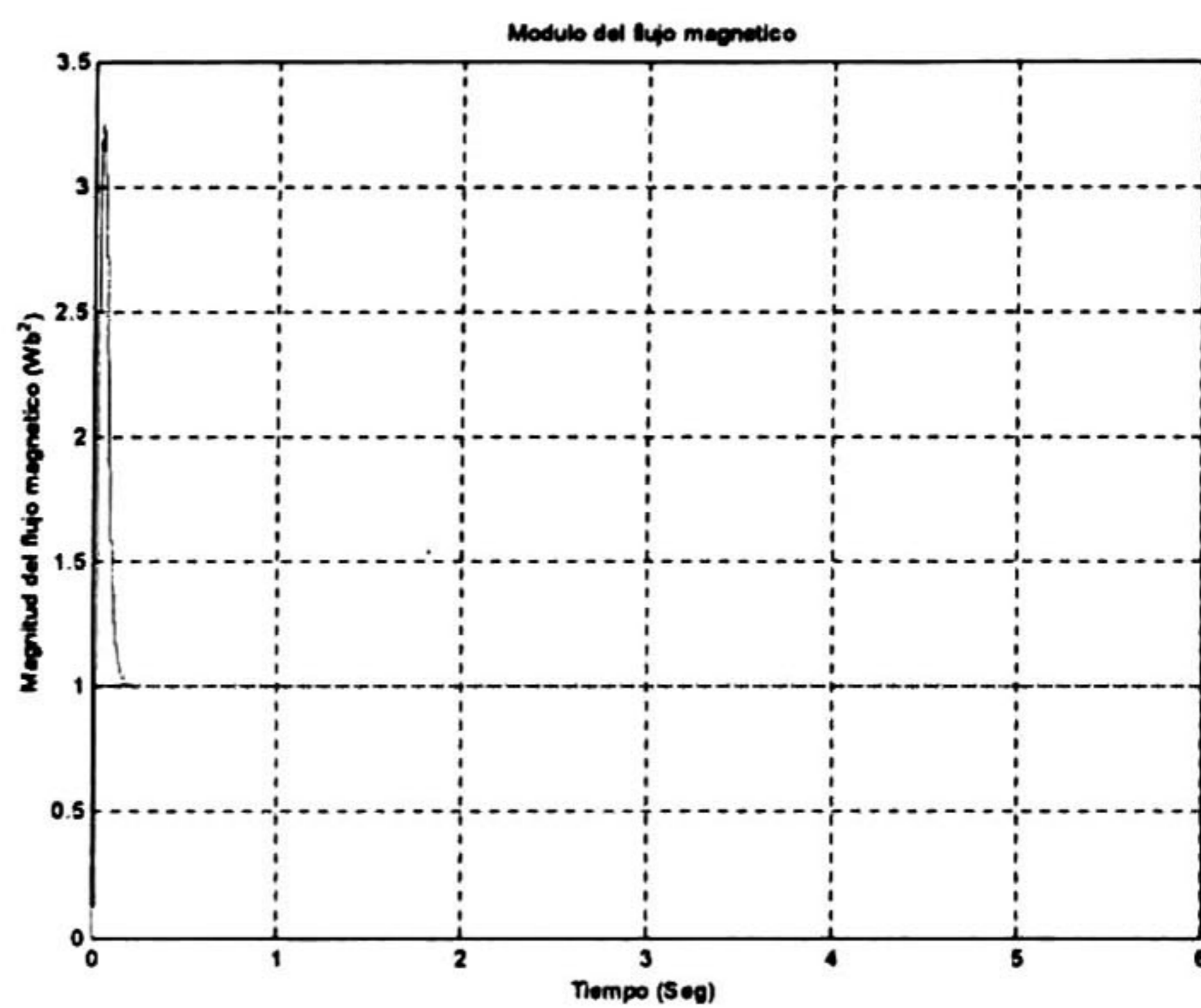
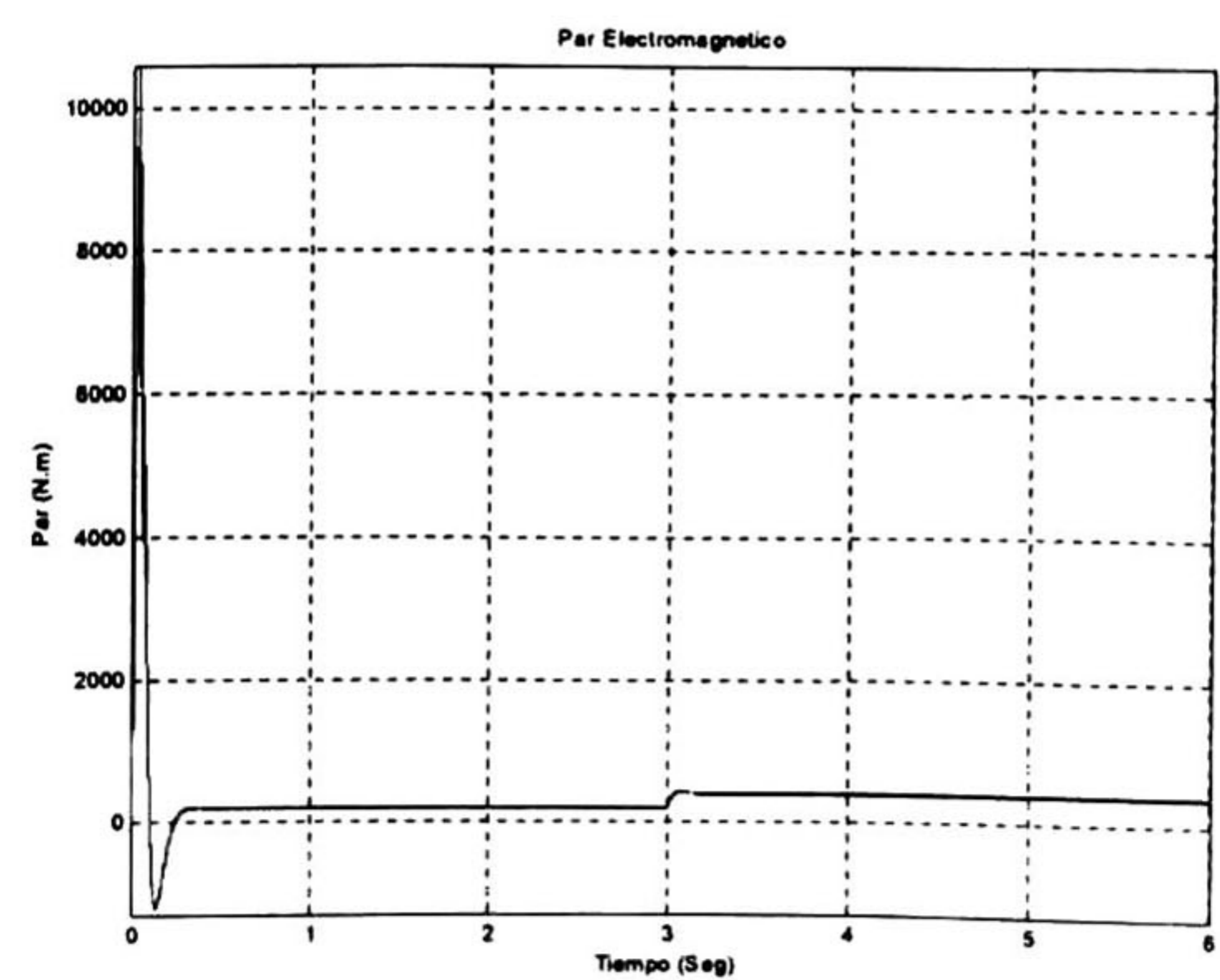
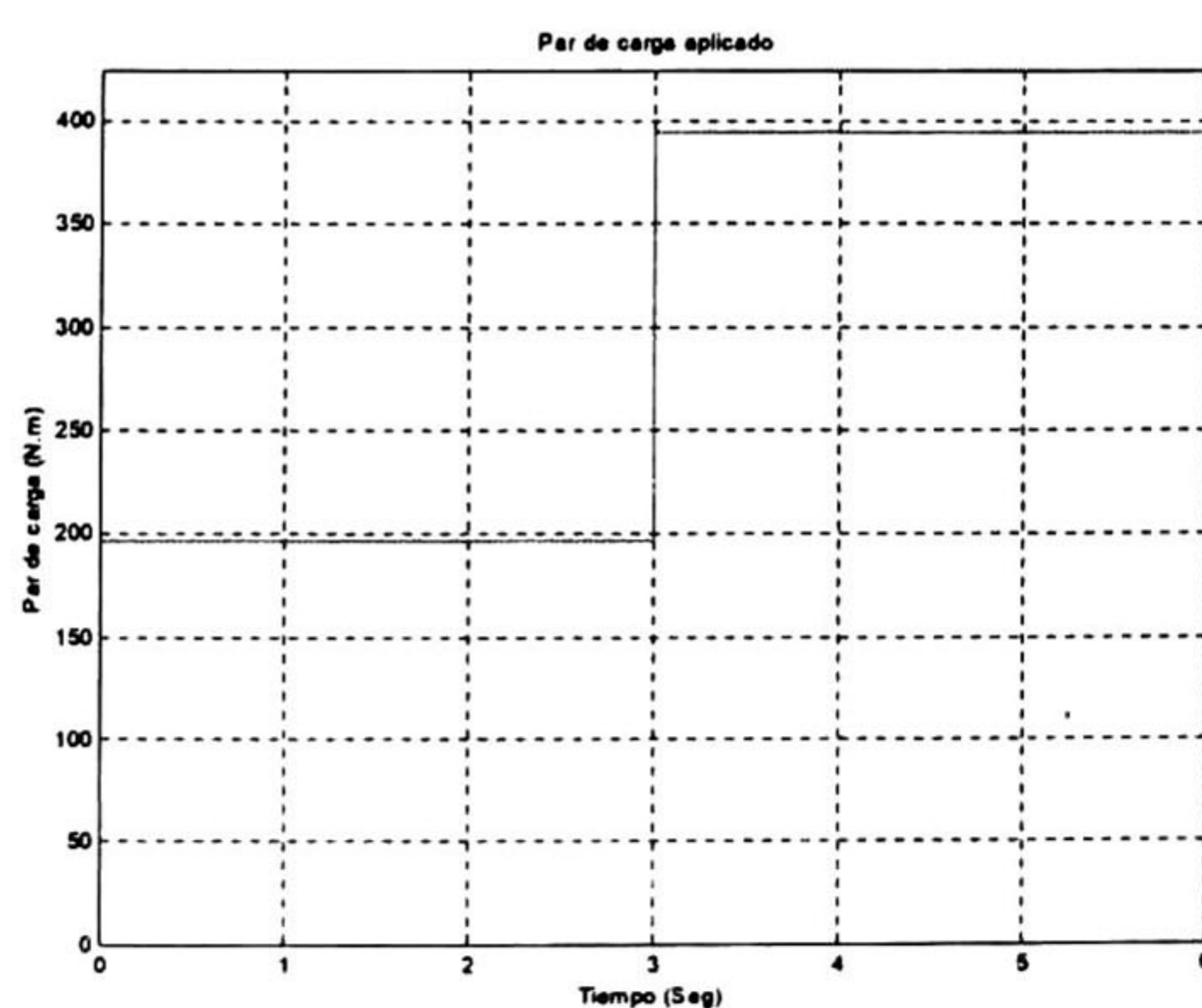
Fig.5.35.- Módulo del flujo φ y su referencia φ_{ref} .

Fig.5.36.- Error de seguimiento del módulo del flujo.

Fig.5.37.- Par de carga aplicado T_L .Fig.5.38.- Par electromagnético T_e .

5.4. MOTOR DE INDUCCIÓN EN LAZO CERRADO.65

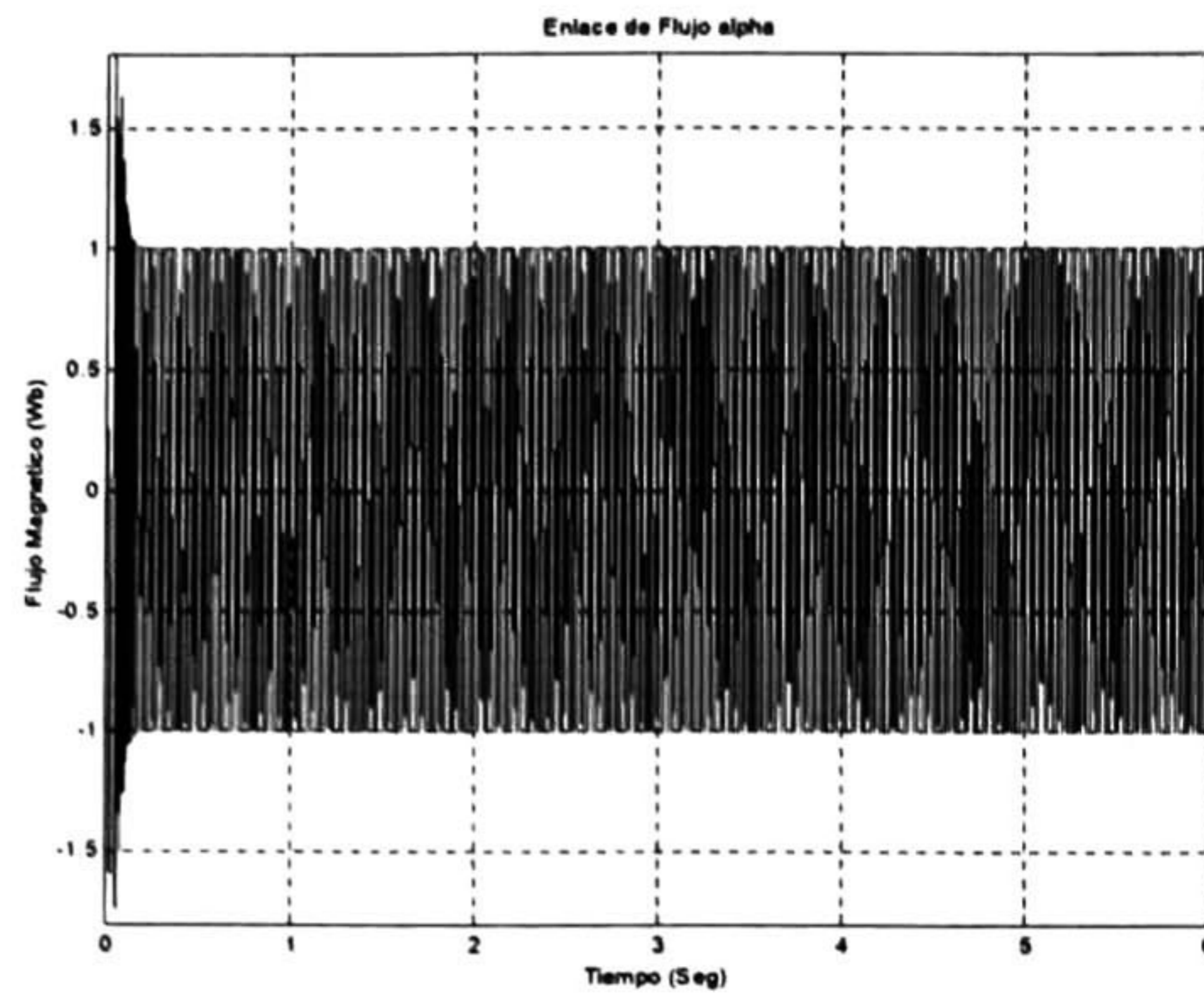


Fig.5.39.- Flujo magnético del rotor λ_α .

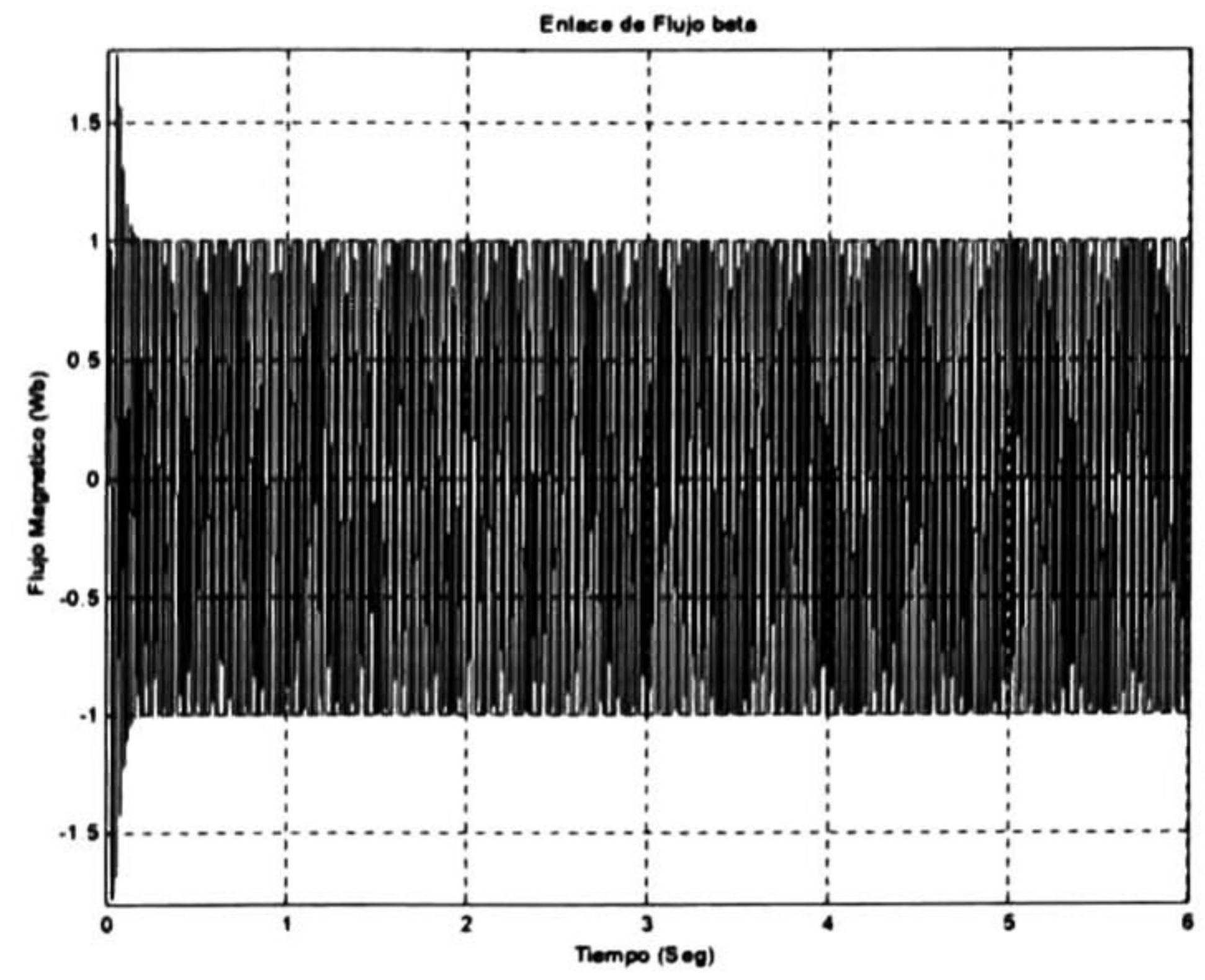


Fig.5.40.- Flujo magnético del rotor λ_β .

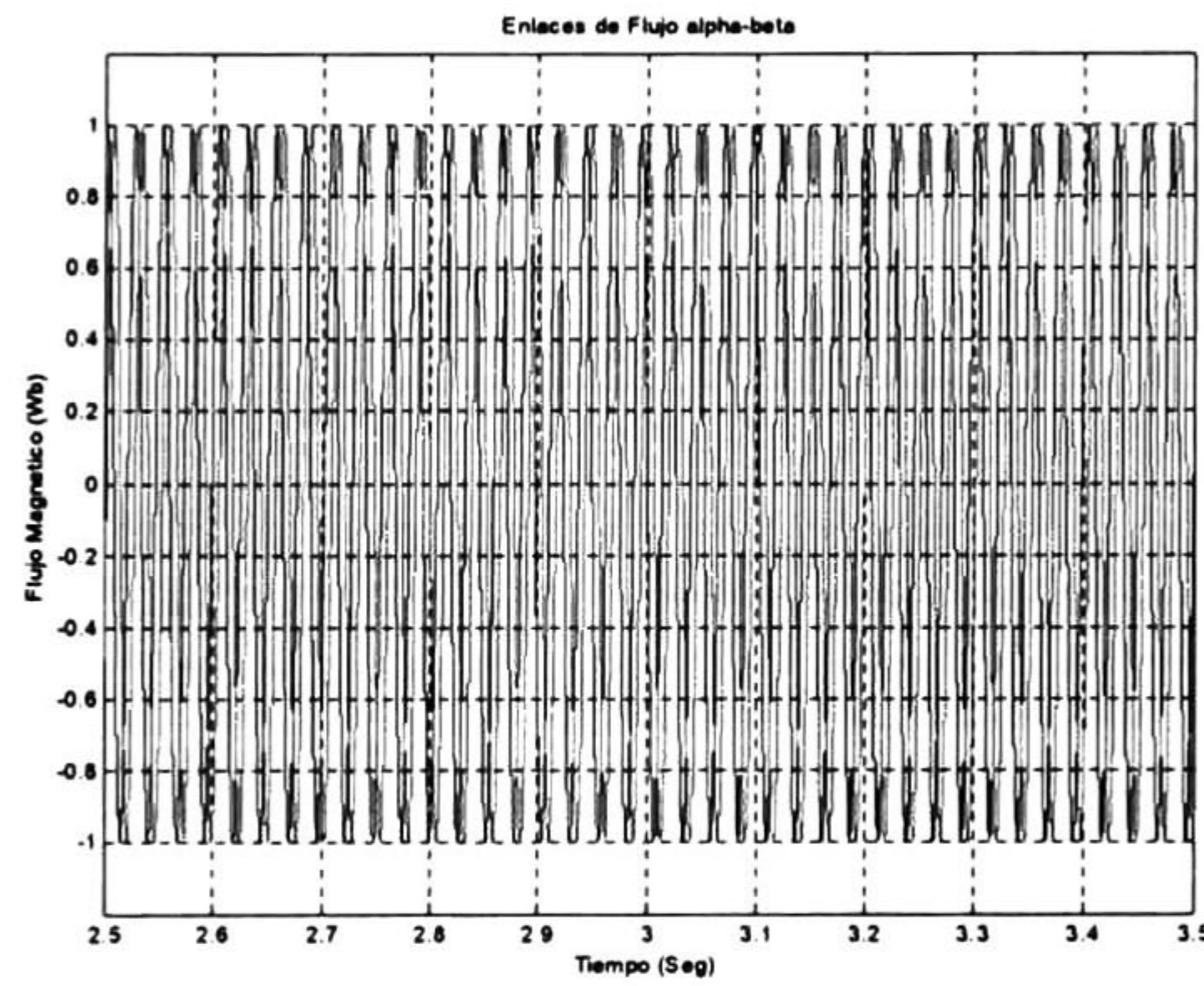


Fig.5.41.- Flujos magnéticos del rotor λ_α y λ_β en estado estable.

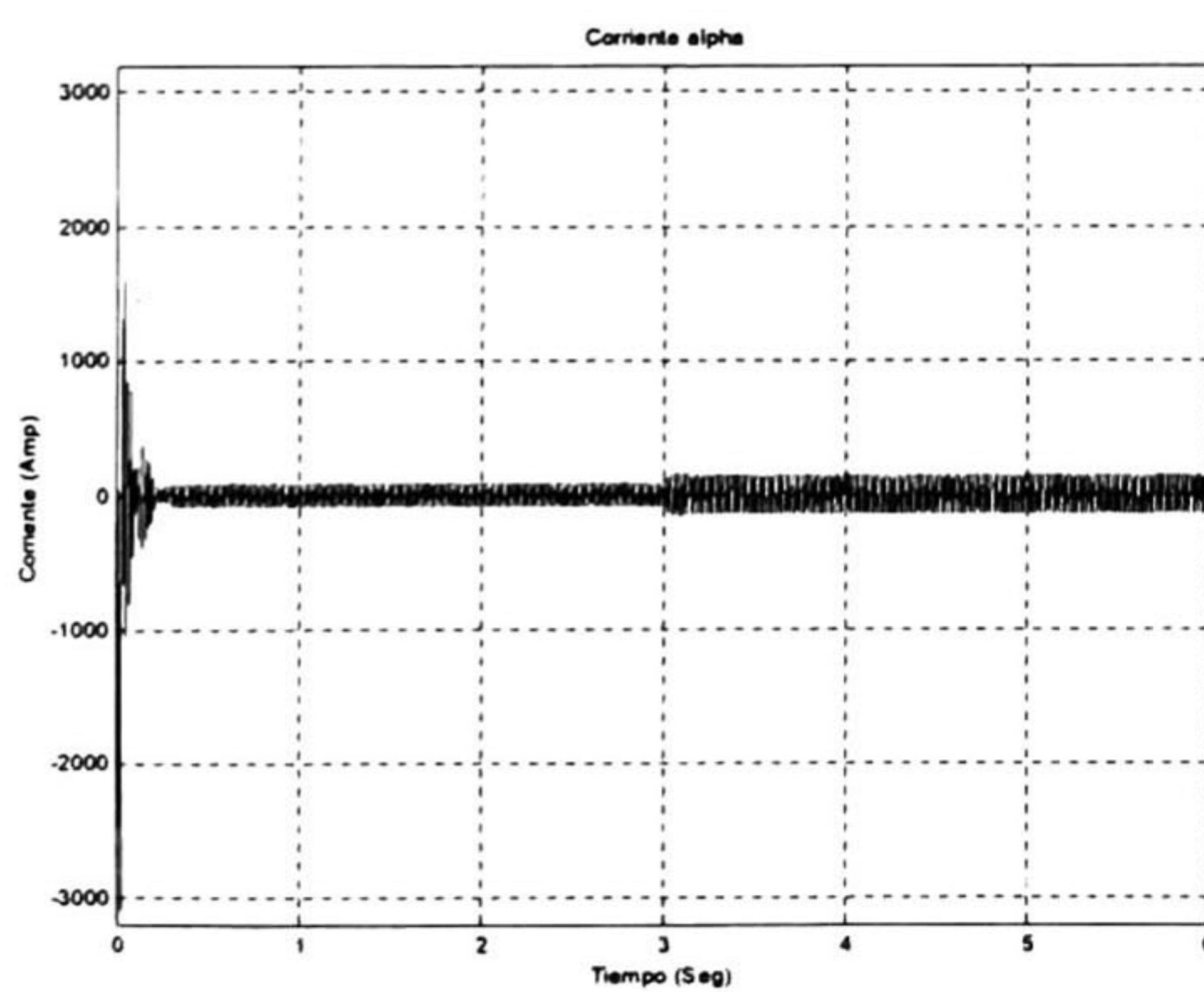


Fig.5.42.- Corriente eléctrica del estator i_α .

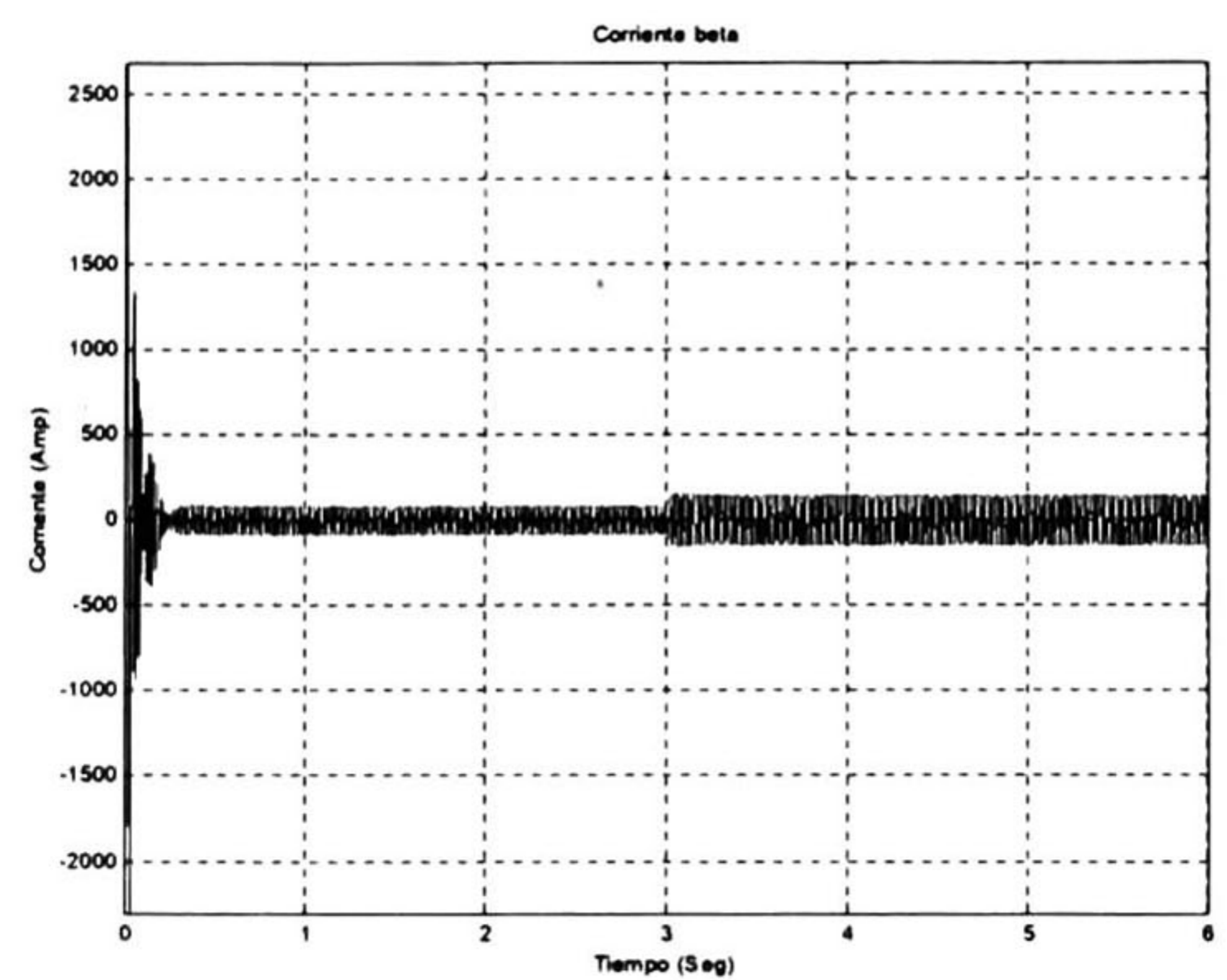
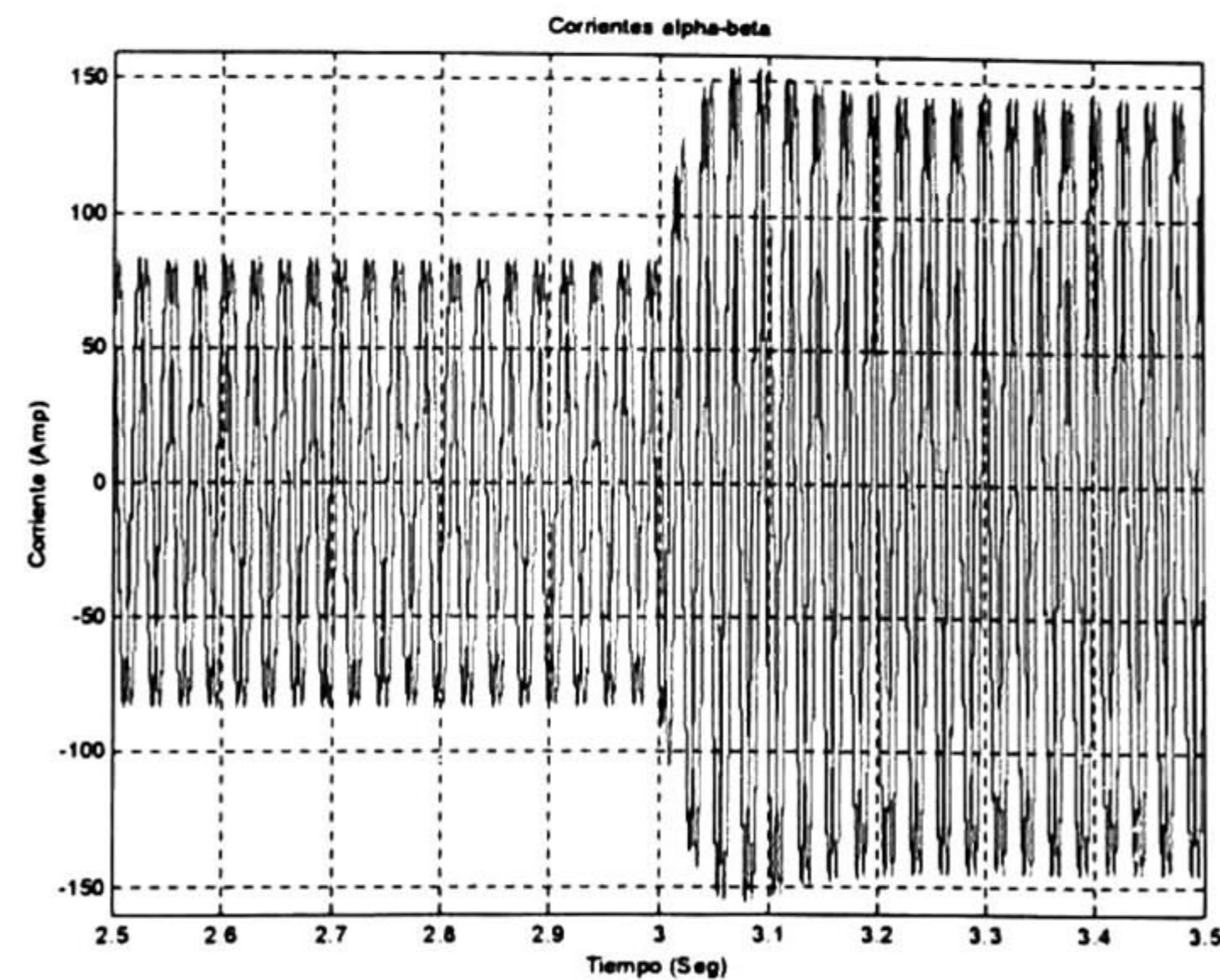
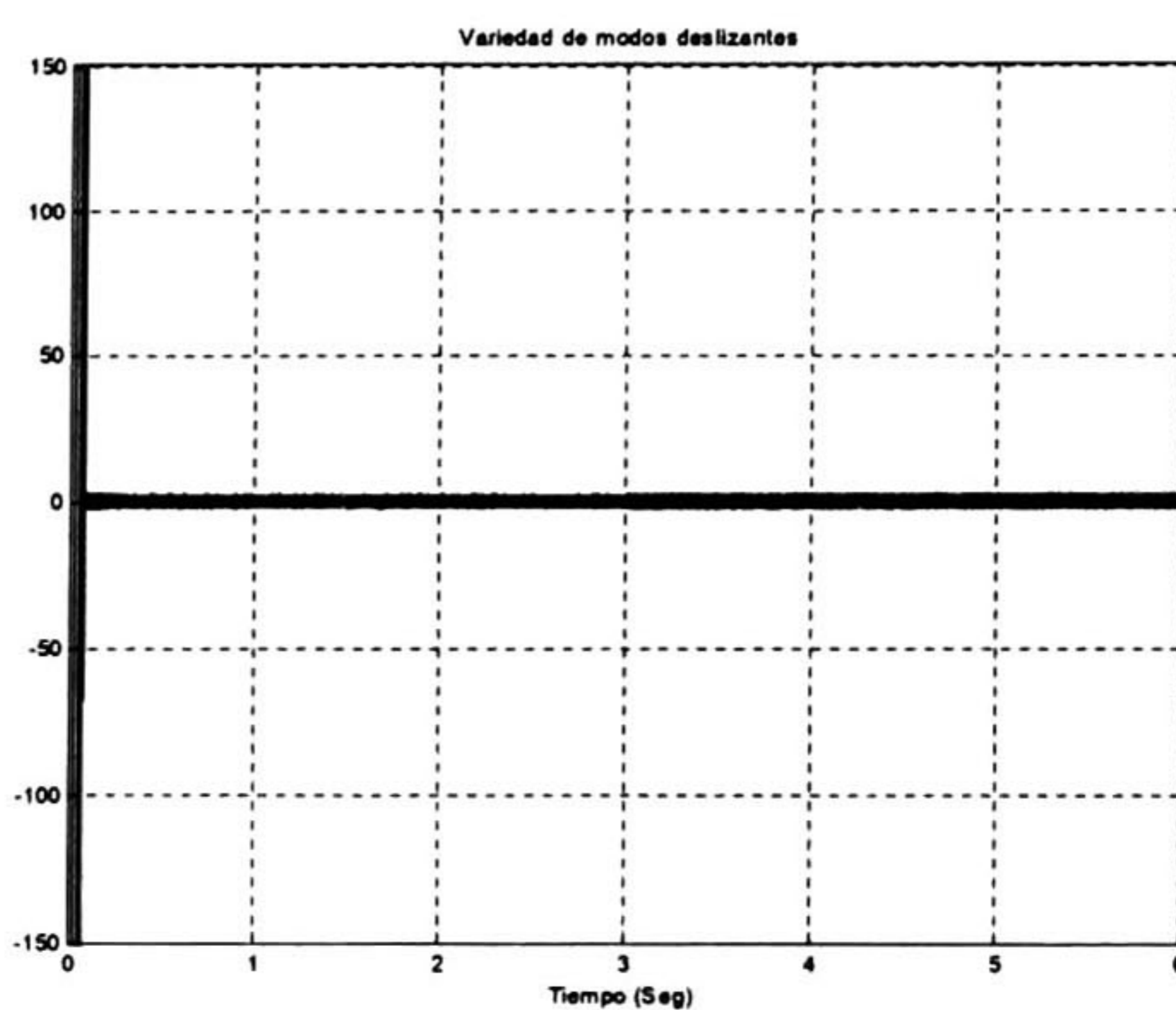
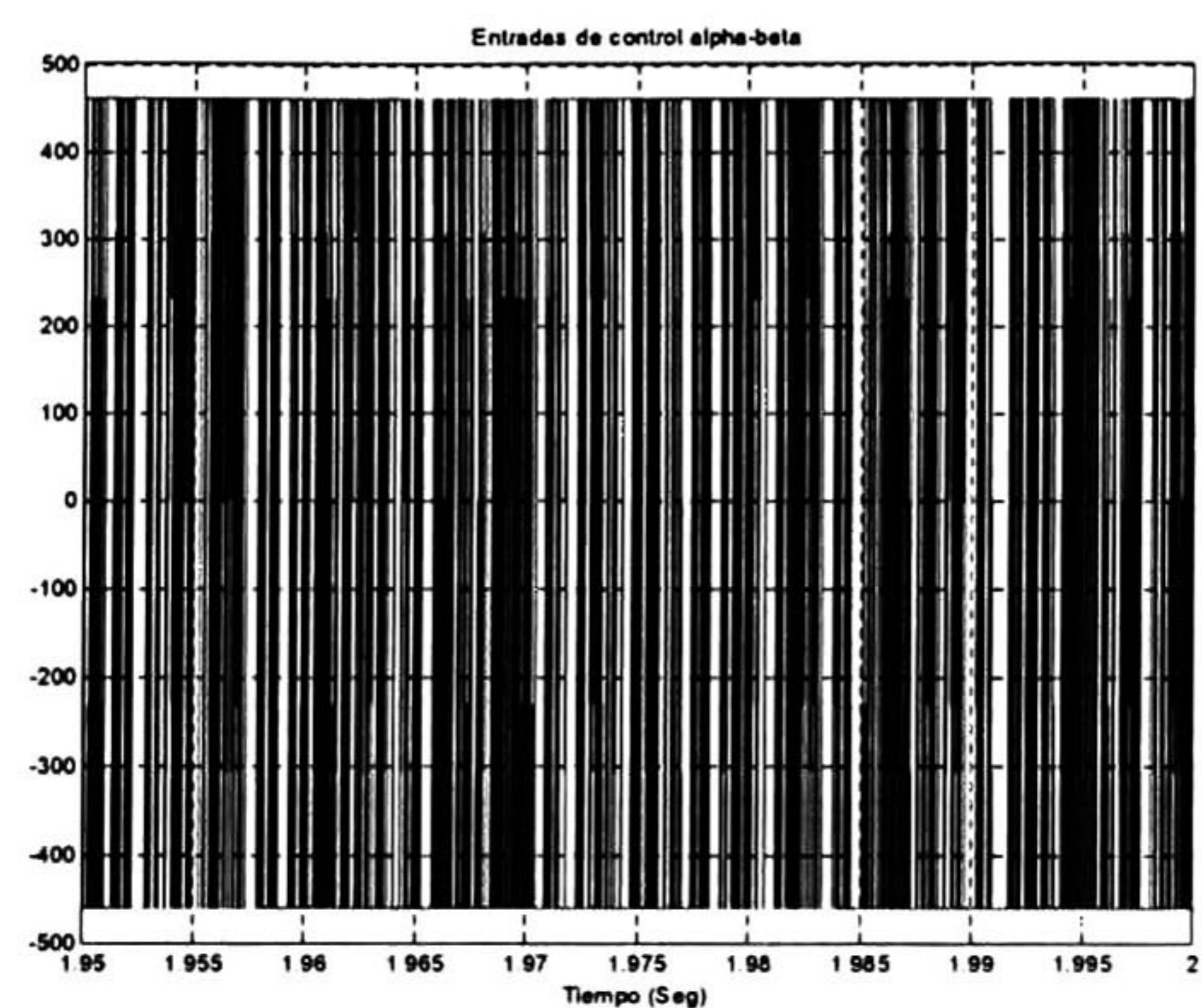


Fig.5.43.- Corriente eléctrica del estator i_β .

Fig.5.44.- Corrientes eléctricas del estator i_α e i_β en estado estable.Fig.5.45.- Variedades de modos deslizantes S_α y S_β .Fig.5.46.- Entradas de control u_α y u_β .

En la fig.(5.33) se puede observar cómo la velocidad real del motor, ω_r , alcanza rápidamente a la velocidad de referencia, ω_{ref} . También el módulo del flujo magnético, φ , tiende rápidamente al valor de referencia, como podemos ver en la fig. (5.35). Los errores de control de ambas salidas, ω_r y φ , tienden a cero, ver fig. (5.34) y fig. (5.36). Podemos observar en la fig. (5.38) cómo el par electromagnético, T_e , tiende al valor del par de carga T_L aplicado. En la figs. (5.39)-(5.41) podemos ver cómo los flujos magnéticos del rotor rápidamente se estabilizan. Las corrientes del estator en las figs.(5.42)-(5.44), alcanzan valores altos inicialmente, pero se estabilizan rápidamente alcanzando valores aceptables en poco tiempo. En la fig. (5.45) vemos cómo se comportan las variedades de modos deslizantes y en la fig. (5.46) las entradas de control discontinuas.

Nótese, que al haber la variación en el par de carga, ver fig. (5.37), existe un pequeño transitorio en el seguimiento de la velocidad a la señal de referencia, fig. (5.33), el cual rápidamente se estabiliza, al igual que hay un cambio en el valor del par electromagnético, fig. (5.38), y las corrientes del estator incrementan su valor debido a este incremento en el par de carga, figs. (5.42)-(5.44), pero rápidamente se estabilizan y alcanzan su valor nominal.

Con los resultados aquí presentados, podemos verificar el buen desempeño y robustez del controlador diseñado, en su aplicación a un motor de inducción de gran tamaño.

5.5. Observadores Adaptables.

En esta sección presentamos los resultados en simulación, de la aplicación de las técnicas de observación no lineal adaptable al motor de inducción, propuestas en capítulos anteriores, primero para el caso del observador no lineal adaptable para los flujos magnéticos y la velocidad del rotor, suponiendo conocidas

las corrientes del estator y la constante de tiempo del rotor. Como segundo caso el del observador no lineal adaptable para los enlaces de flujo, velocidad y constante de tiempo del rotor, suponiendo conocidas solamente las corrientes del estator.

5.5.1. Caso 1.- Estimación de los Enlaces de Flujo y Velocidad del Rotor.

Simulación del Motor I.

A continuación presentamos los resultados de la simulación numérica del motor de inducción en lazo cerrado, aplicando el controlador obtenido en el capítulo anterior, con parámetros del Motor I, utilizando los flujos magnéticos y la velocidad del rotor estimadas en el lazo de control, y suponiendo como conocidas las corrientes del estator y la constante de tiempo del rotor.

Para estas simulaciones se utilizó un par de carga de $T_L = 0,5N.m$, cambiando su valor a los 3 segundos de simulación a su valor nominal $T_L = 1,3N.m$, la velocidad de referencia esta definida por la siguiente señal senoidal dependiente del tiempo $\omega_{ref} = (a \sin(2\pi ft) + val) Rad/Seg.$, donde $a = 5$, $val = 100$, $f = 0,425$, y t es el tiempo; la referencia para el flujo magnético es de $\varphi_{ref} = 0,9Wb^2$, y son usados los siguientes valores en los parámetros de diseño del controlador $u_0 = 230$, $K_{01} = - \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \end{bmatrix}$, $K_1 = - \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ y $C = [1 \ 0]$. Los valores de los parámetros de diseño del observador no lineal adaptable son $k_1 = \eta$, $k_2 = -\hat{\omega}_e$, $k_3 = \hat{\omega}_e$, $k_4 = \eta$, $k_5 = 100$, $k_8 = 100$.

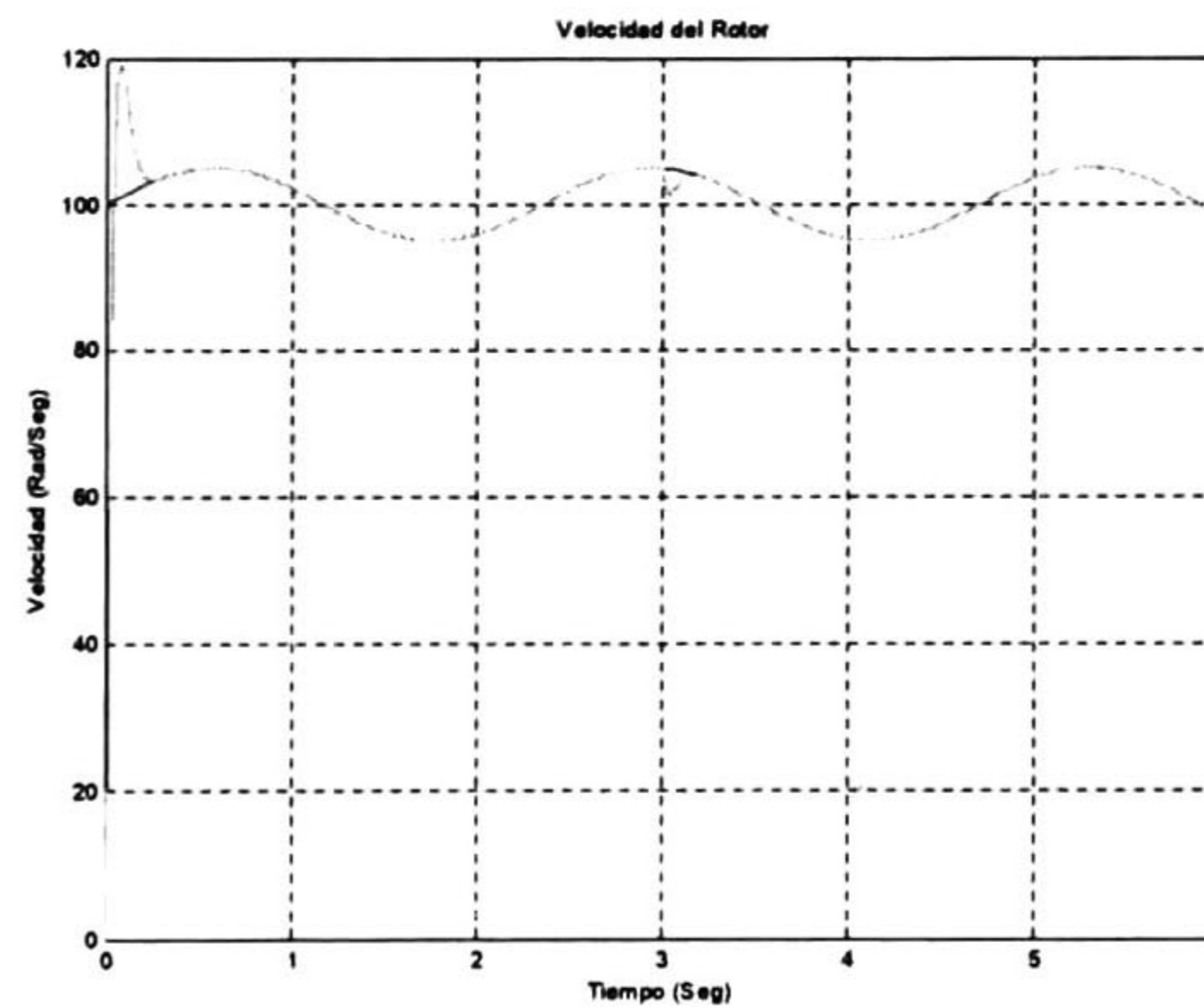


Fig.5.47.- Velocidad real del rotor ω_r , su estimación $\hat{\omega}_r$ y su referencia ω_{rref} .

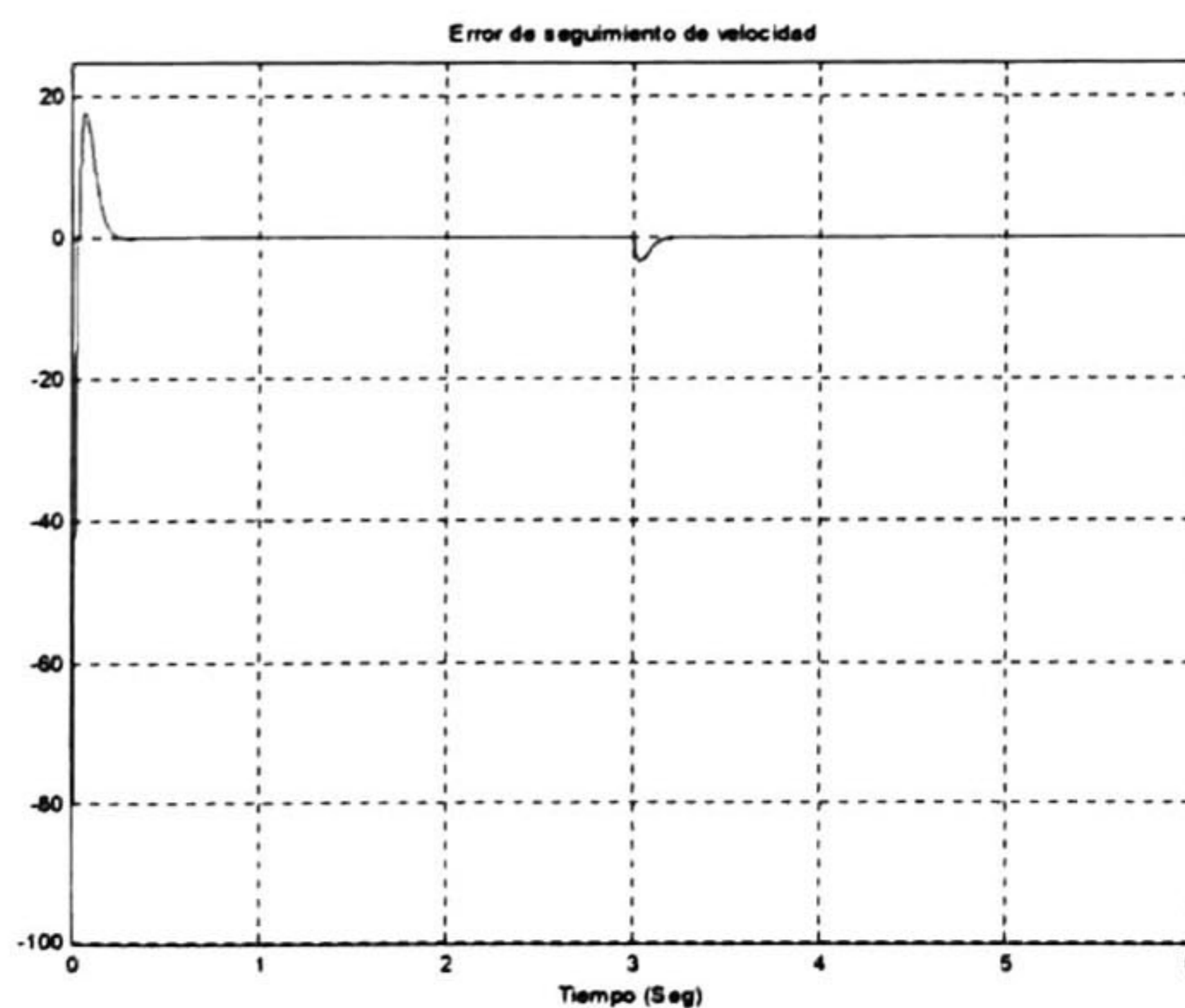


Fig.5.48.- Error de seguimiento de velocidad.

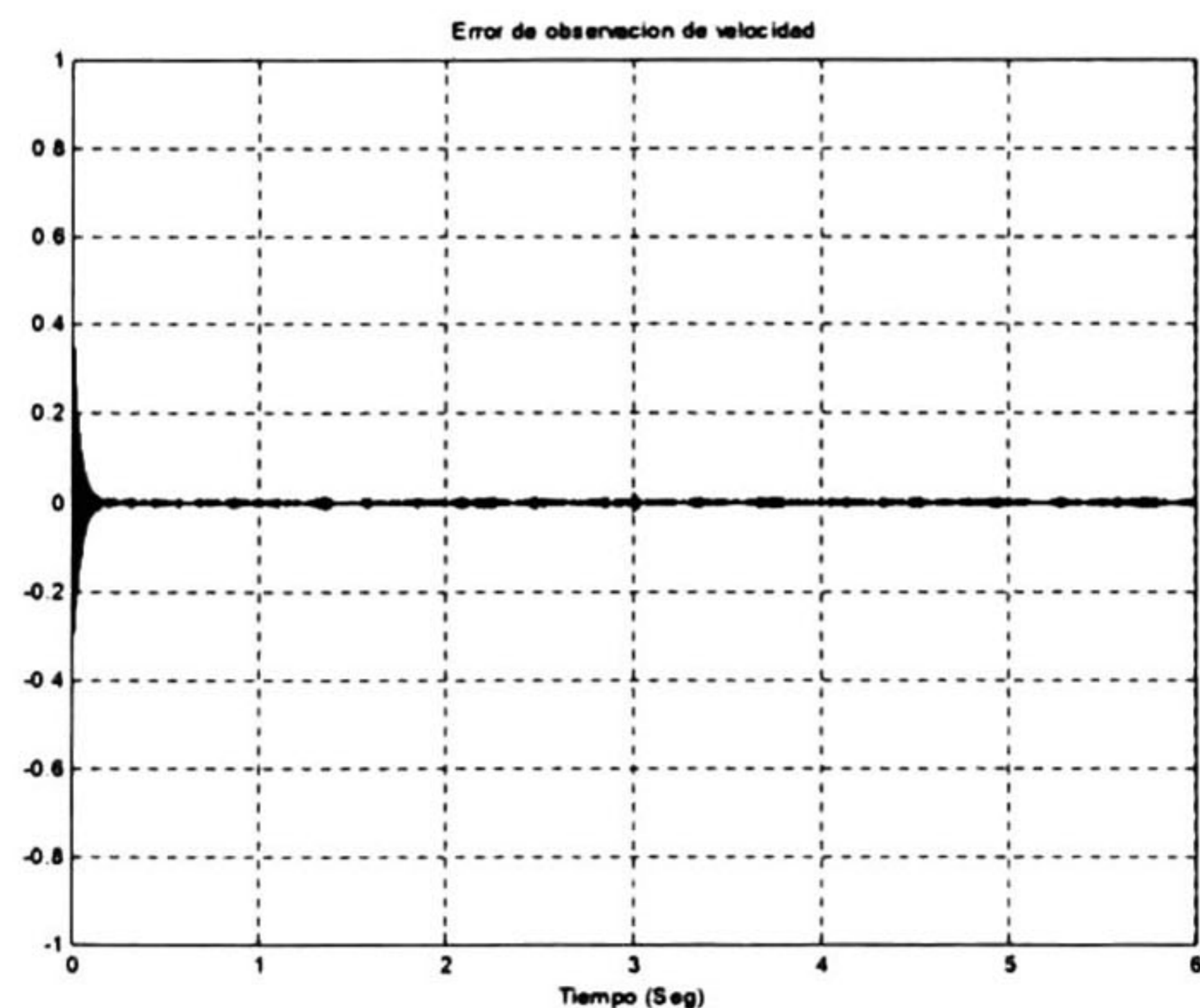


Fig.5.49.- Error de estimación de velocidad $\tilde{\omega}_r$.

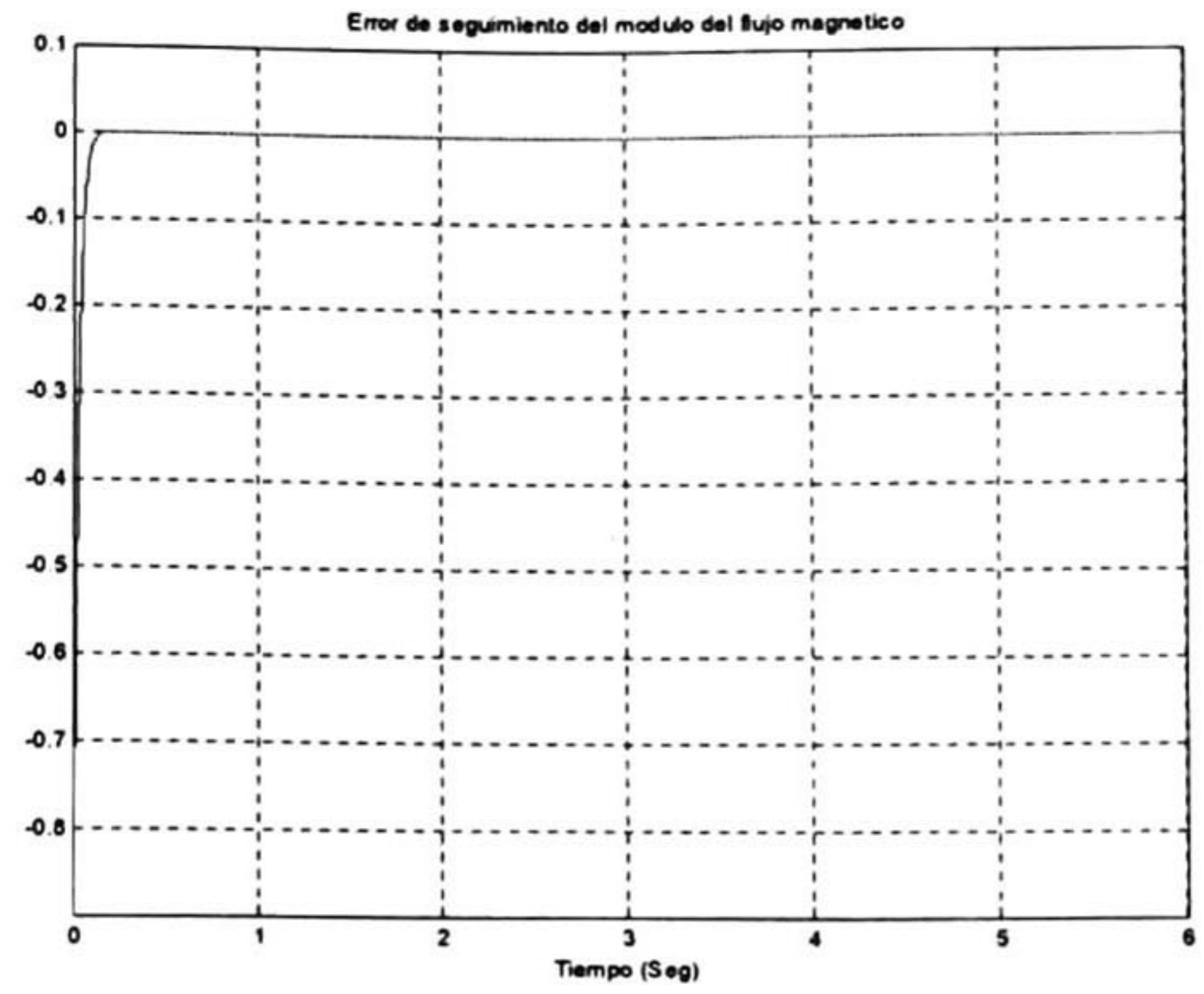
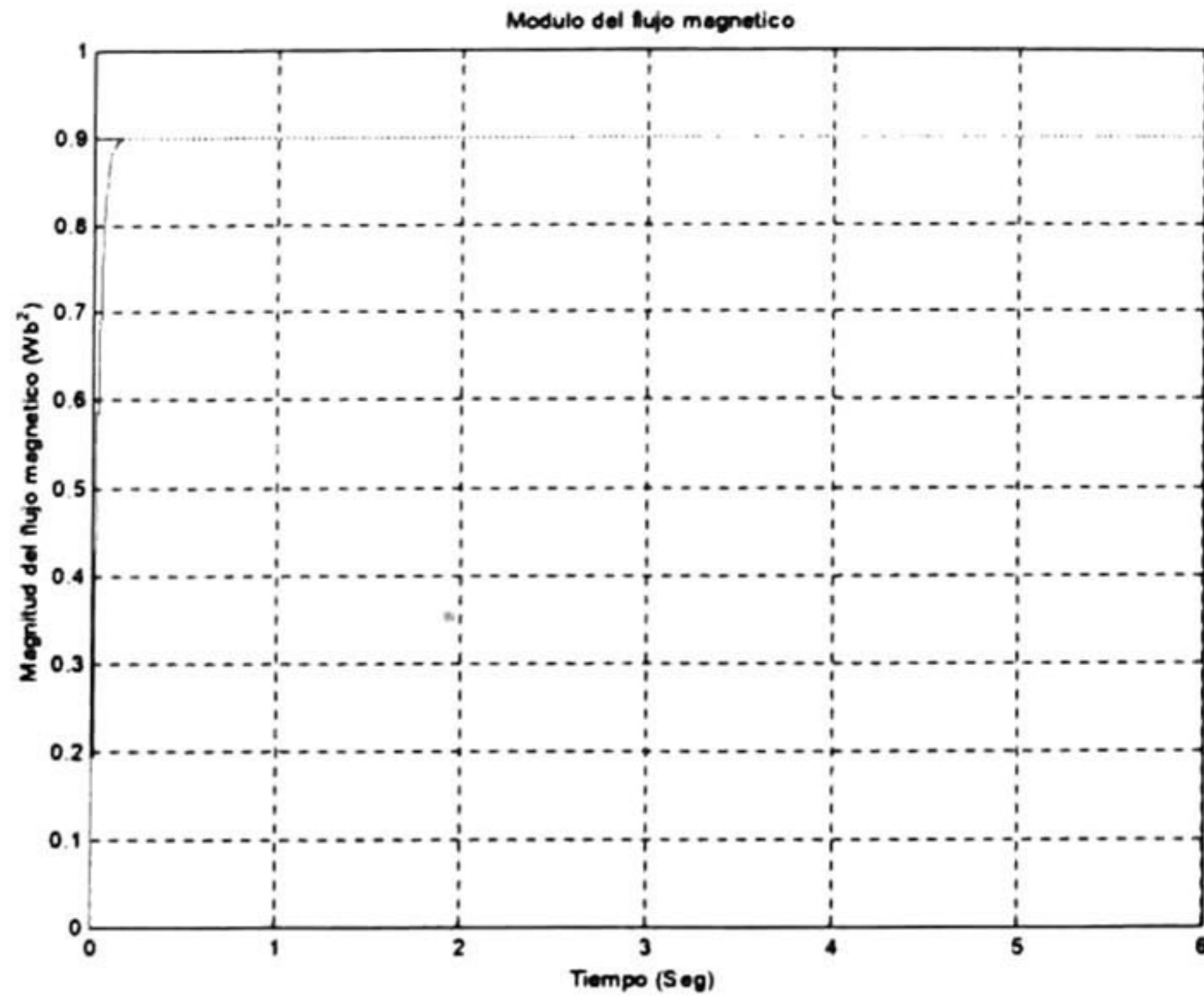


Fig.5.50.- Módulo del flujo φ y su referencia φ_{ref} . Fig.5.51.- Error de seguimiento del módulo del flujo.

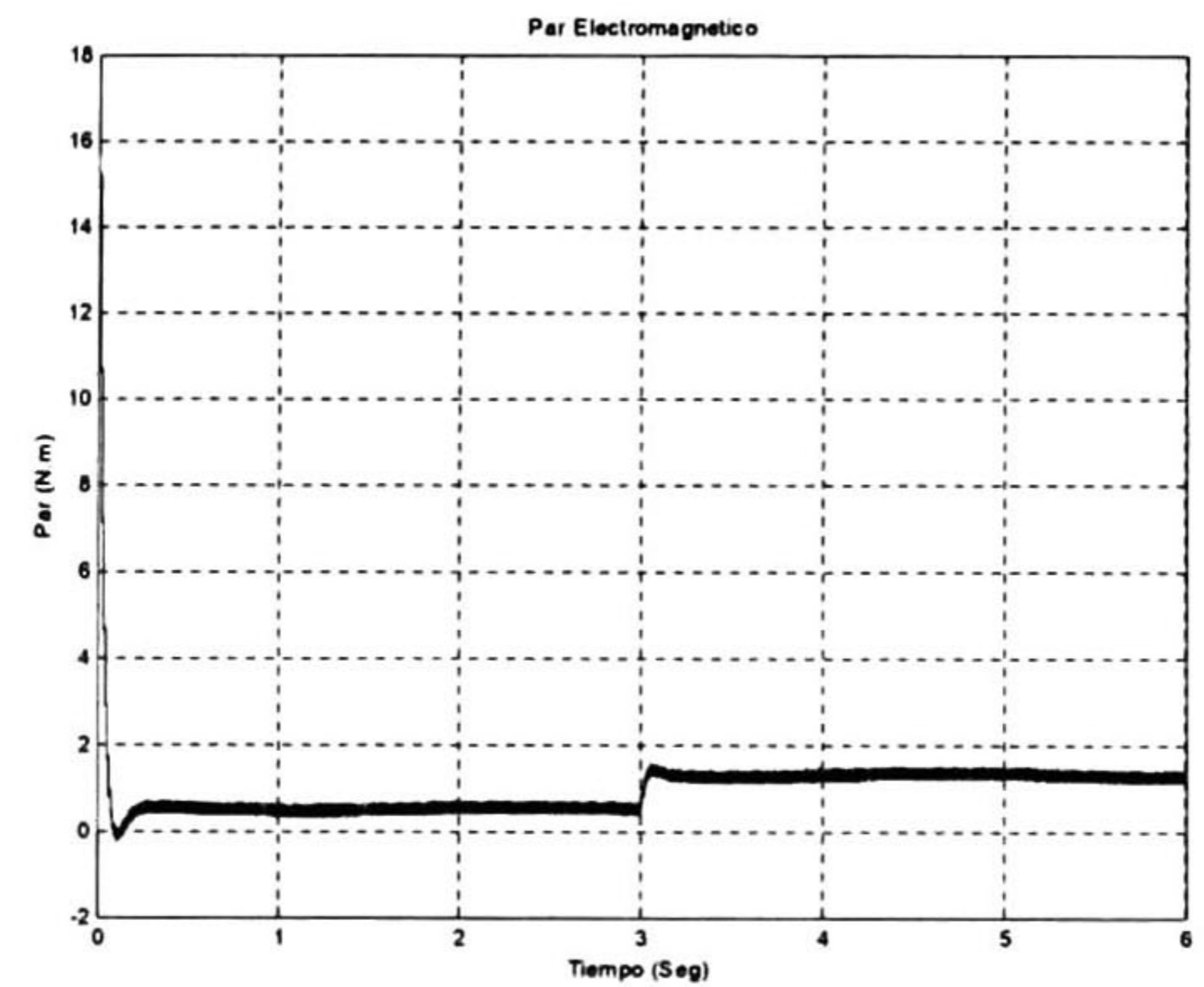
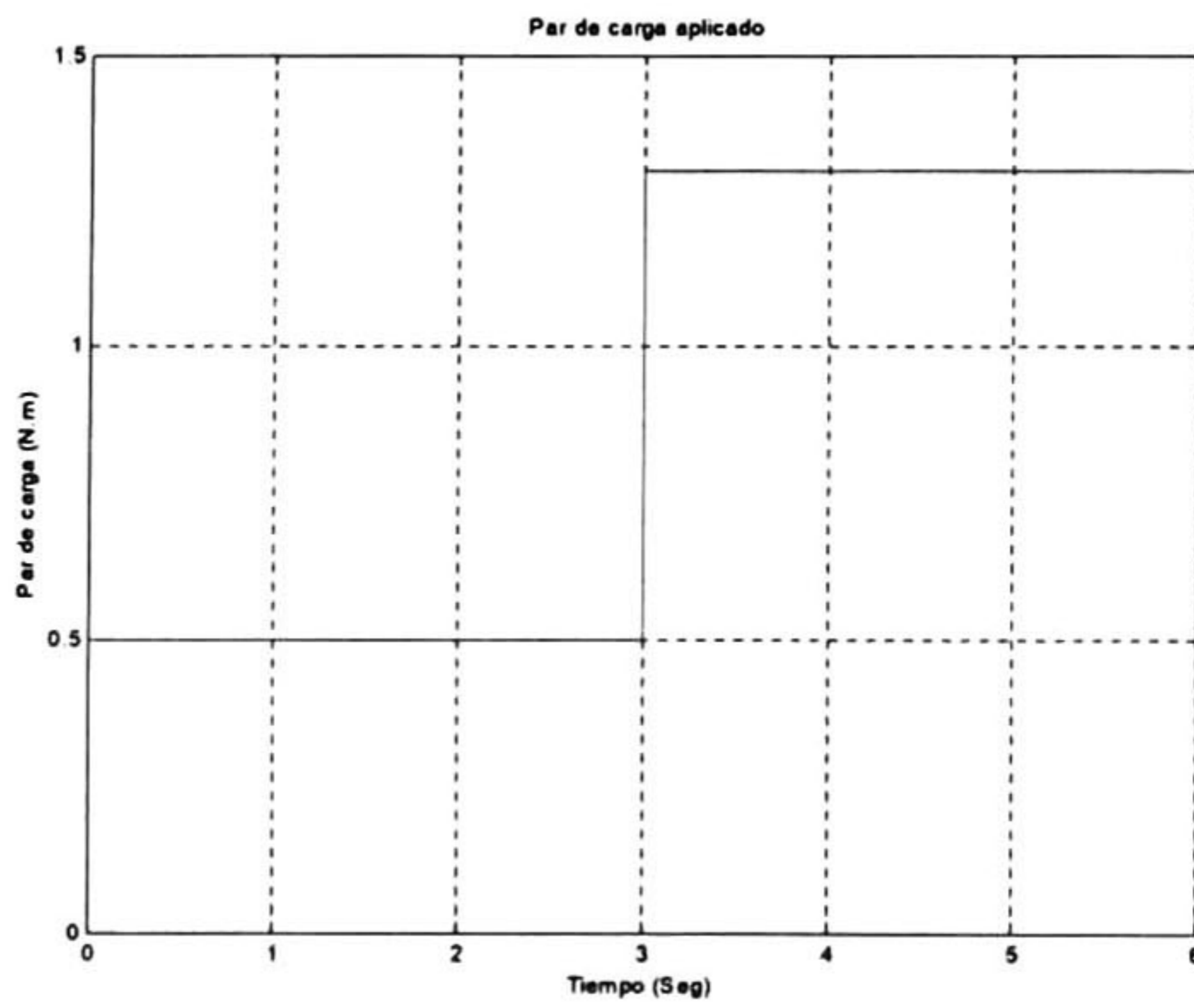


Fig.5.52.- Par de carga aplicado T_L .

Fig.5.53.- Par electromagnético T_e .

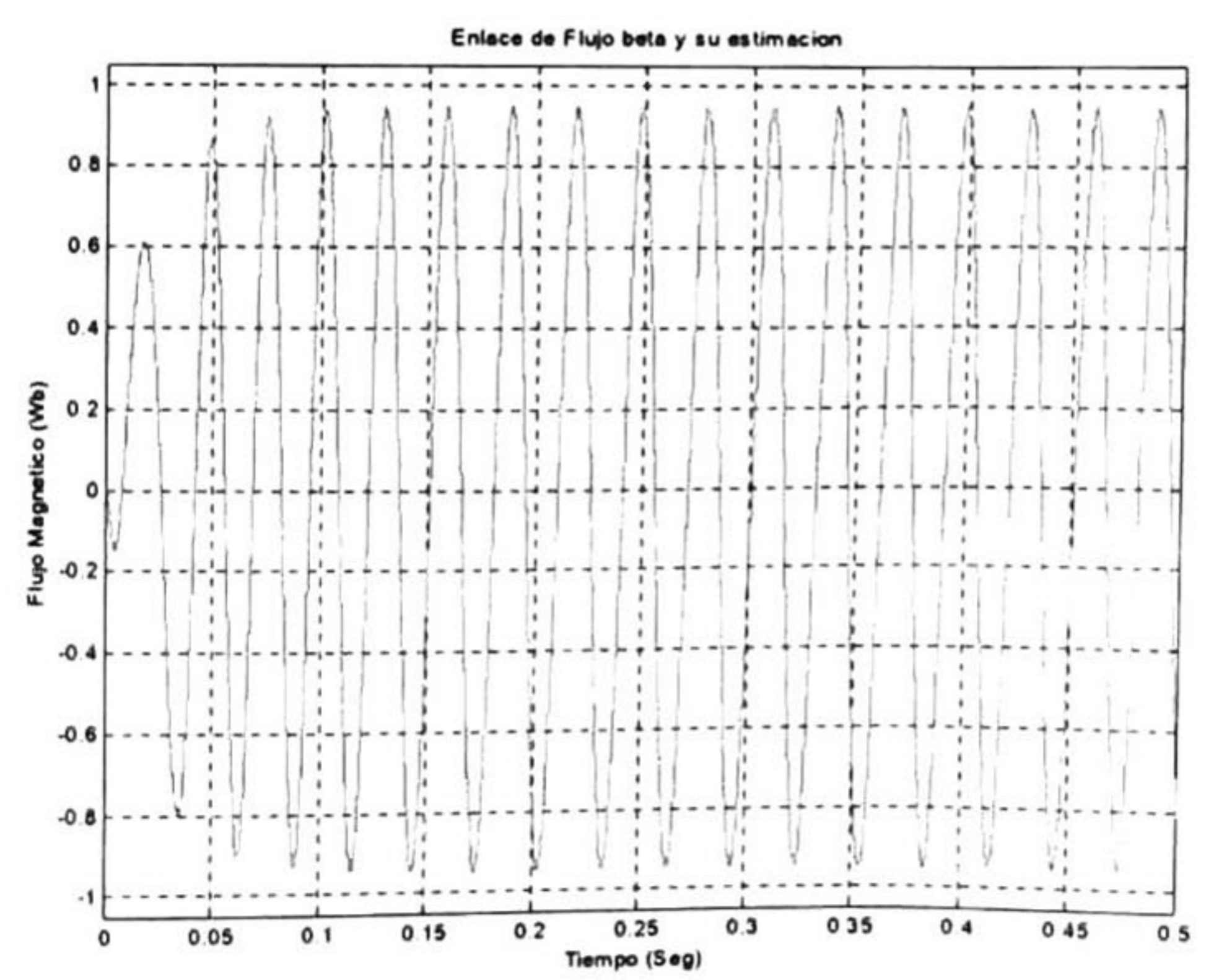
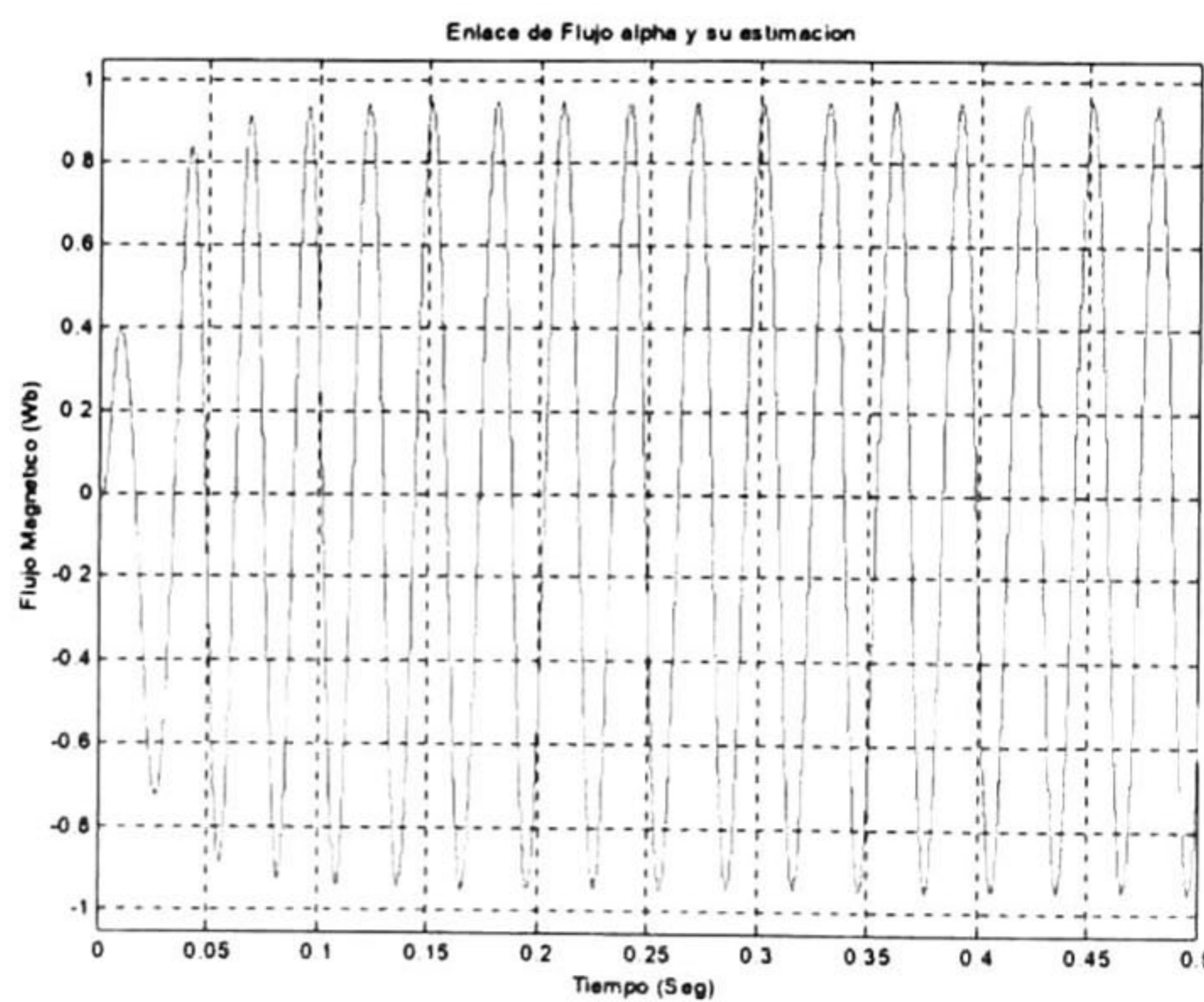


Fig.5.54.- Flujo magnético λ_α y su estimación $\hat{\lambda}_\alpha$. Fig.5.55.- Flujo magnético λ_β y su estimación $\hat{\lambda}_\beta$.

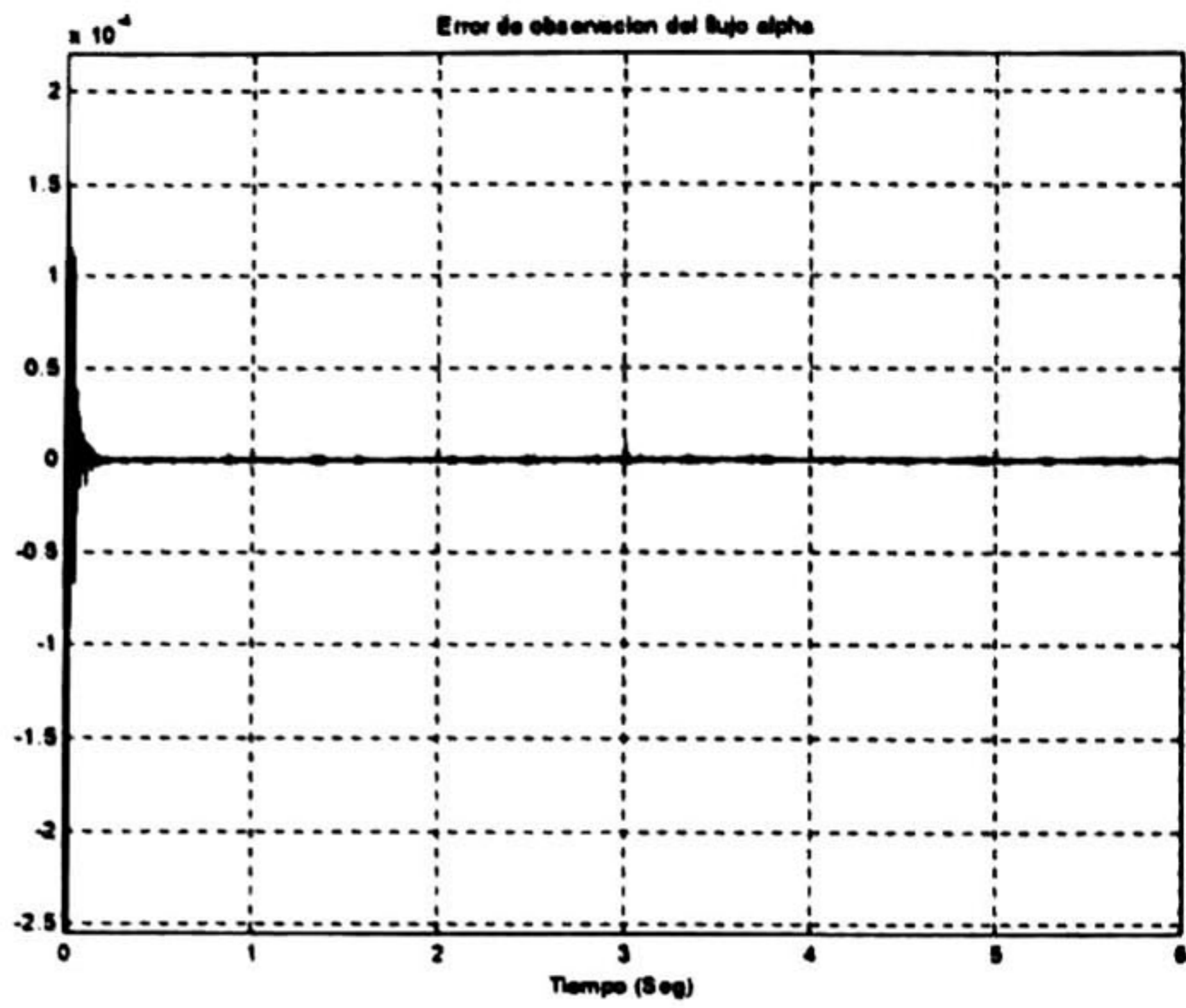


Fig.5.56.- Error de estimación $\tilde{\lambda}_\alpha$.

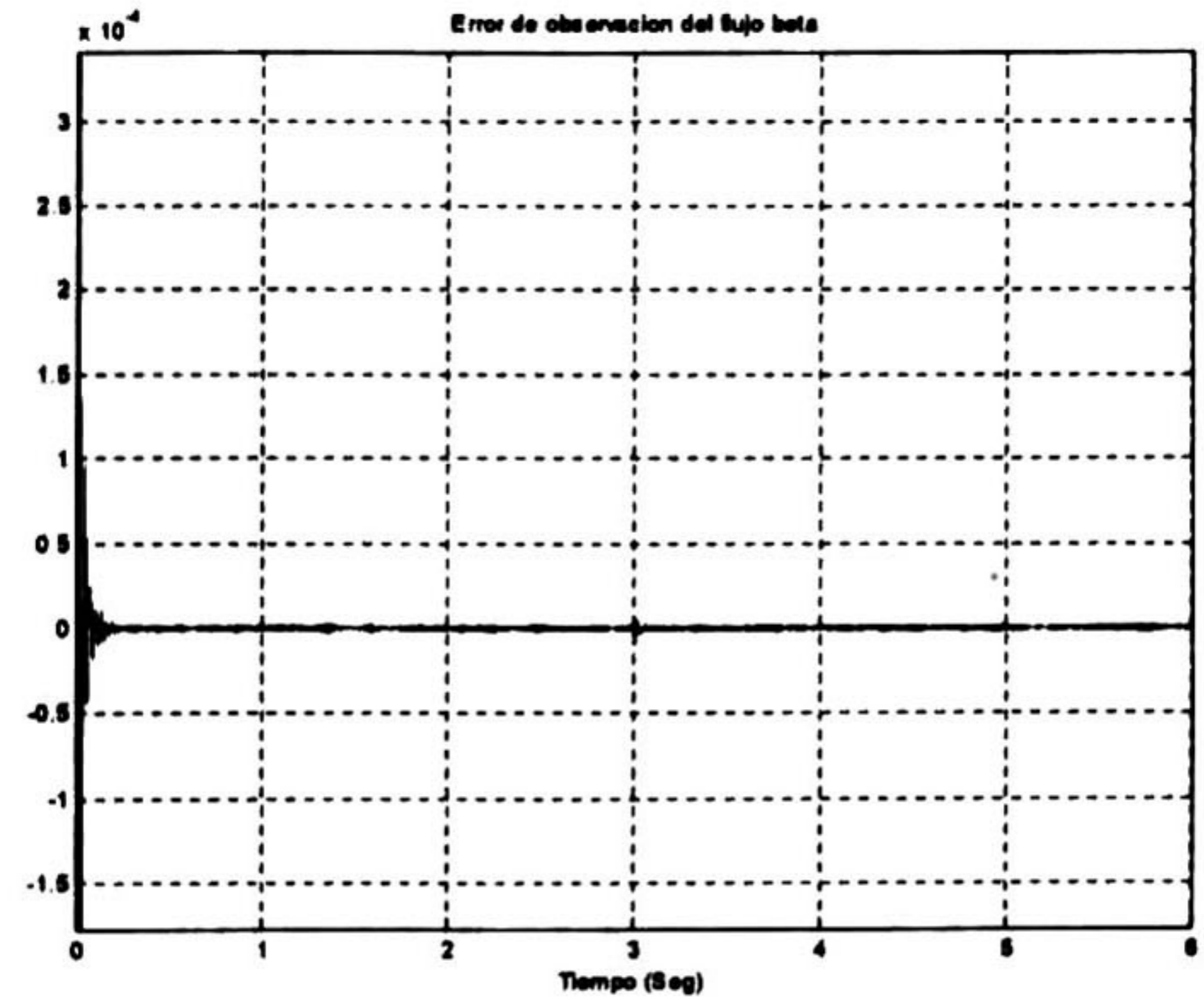


Fig.5.57.- Error de estimación $\tilde{\lambda}_\beta$.

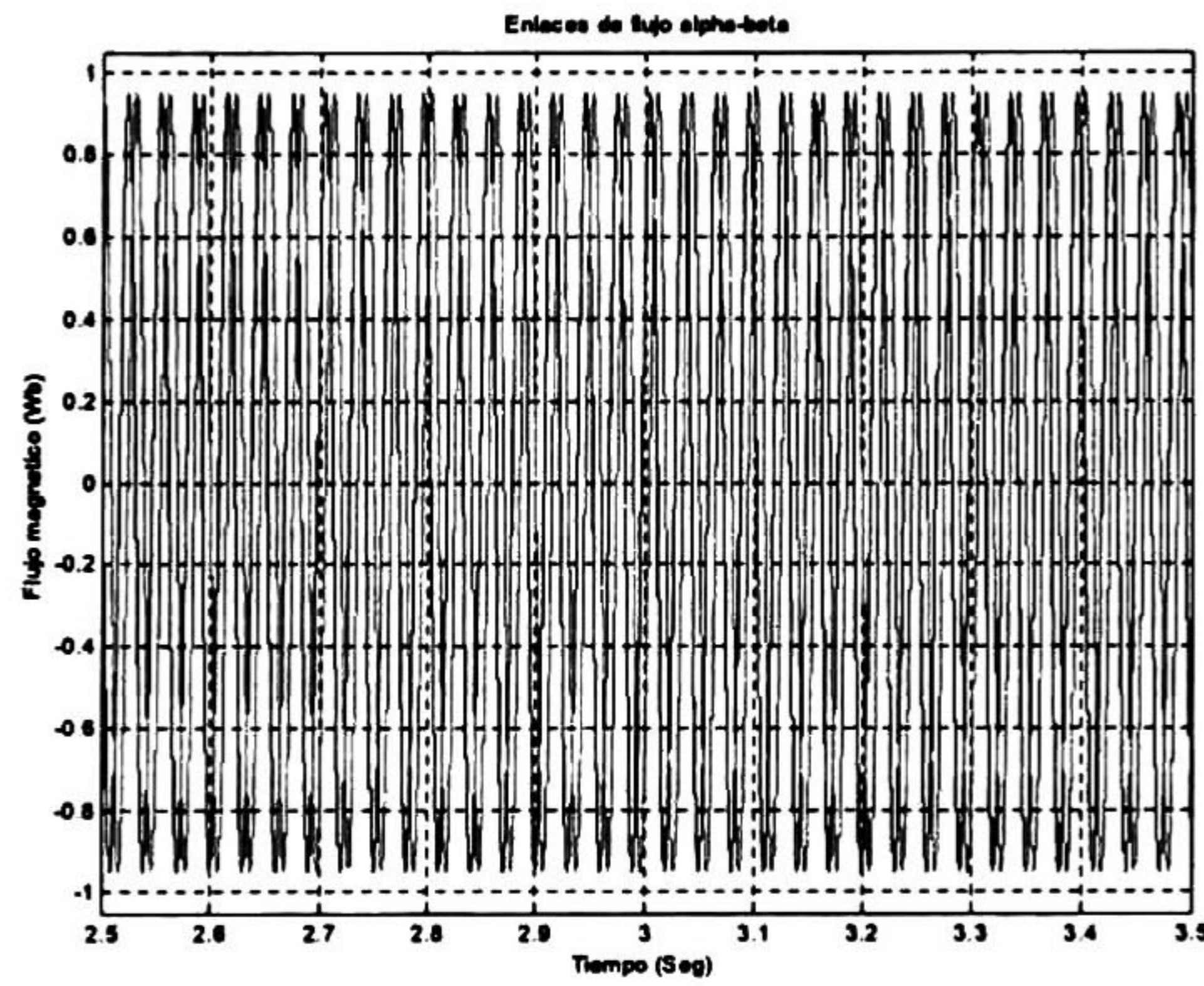


Fig.5.58.- Flujos magnéticos del rotor λ_α y λ_β en estado estable.

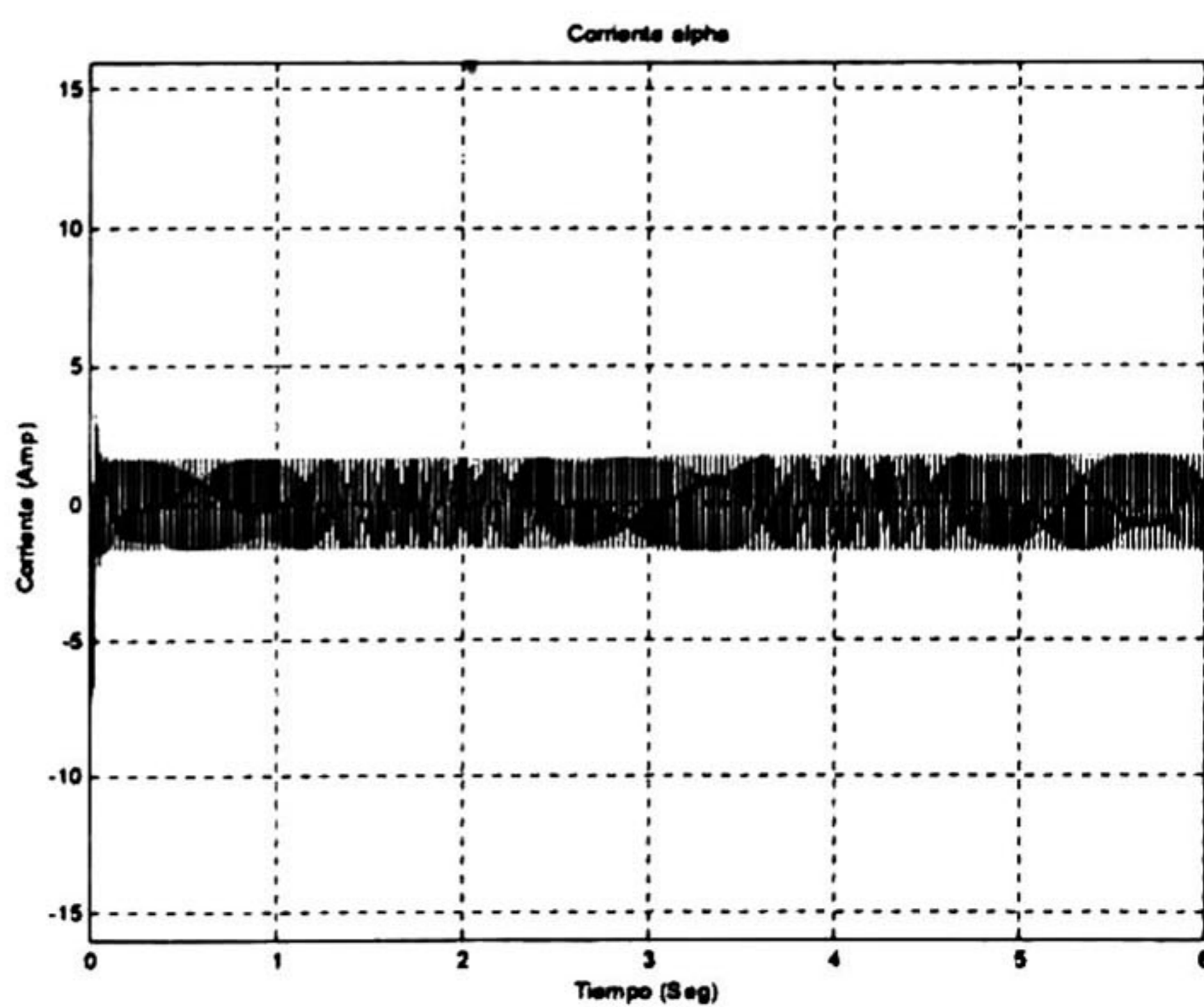


Fig.5.59.- Corriente eléctrica del estator i_α .

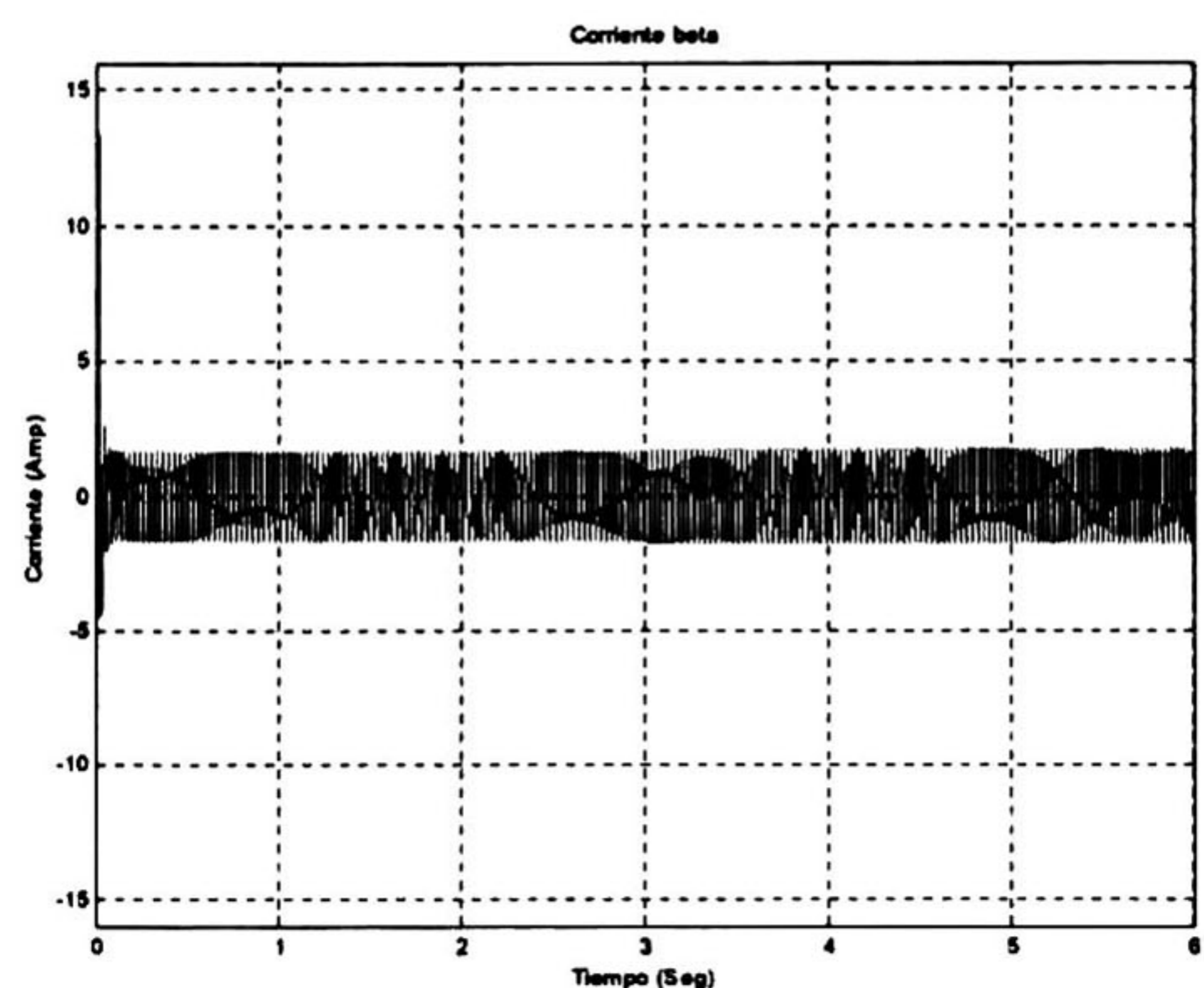
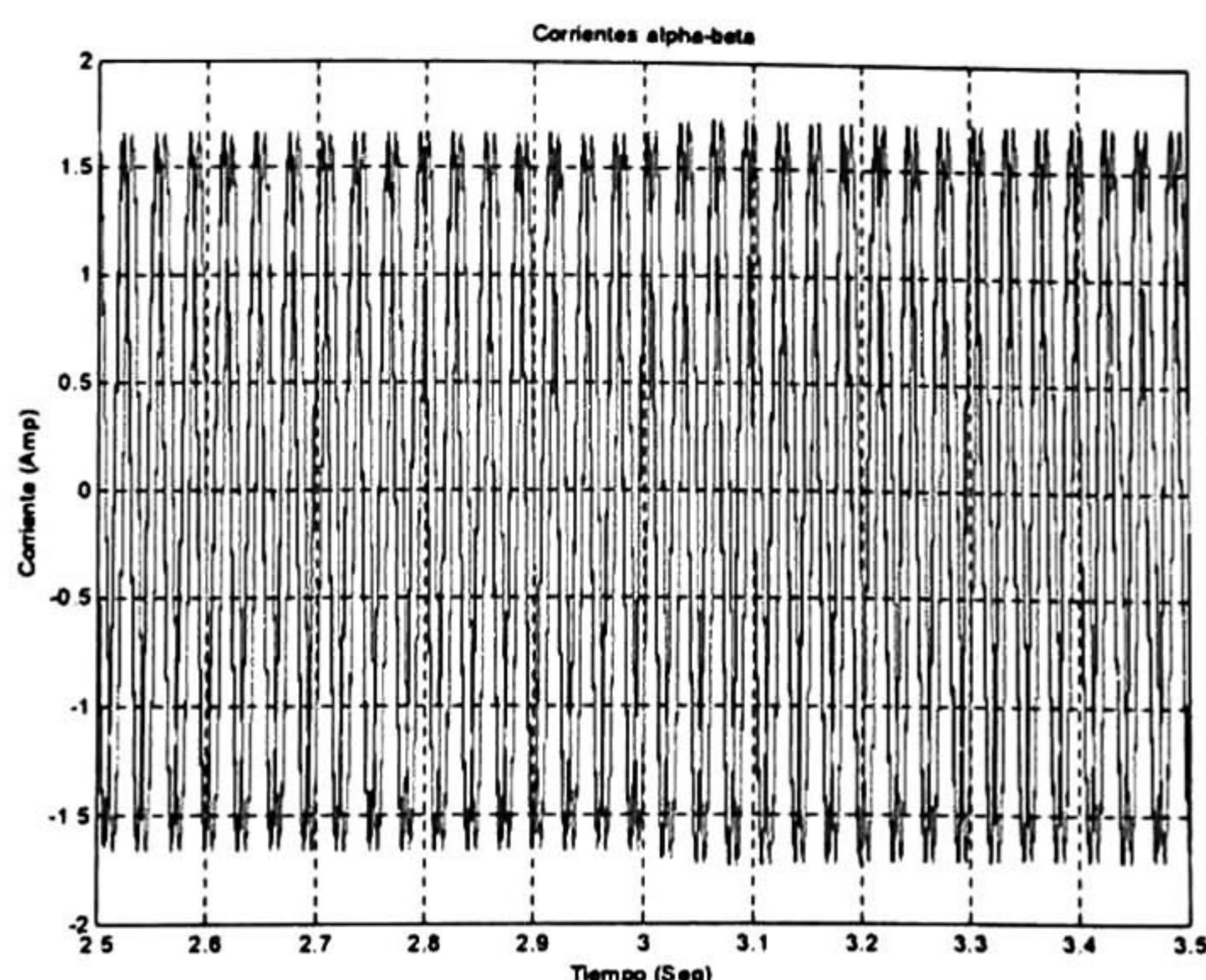
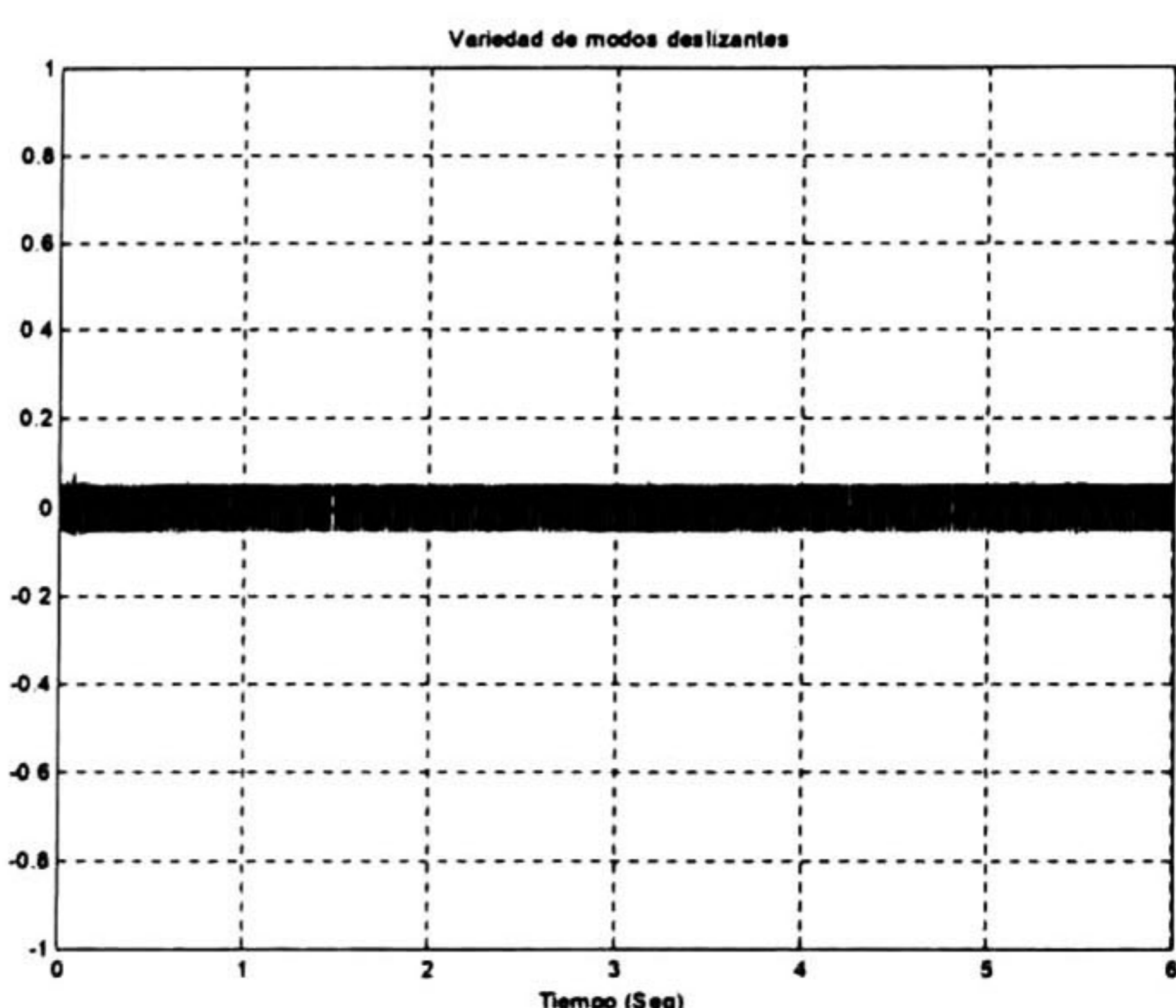
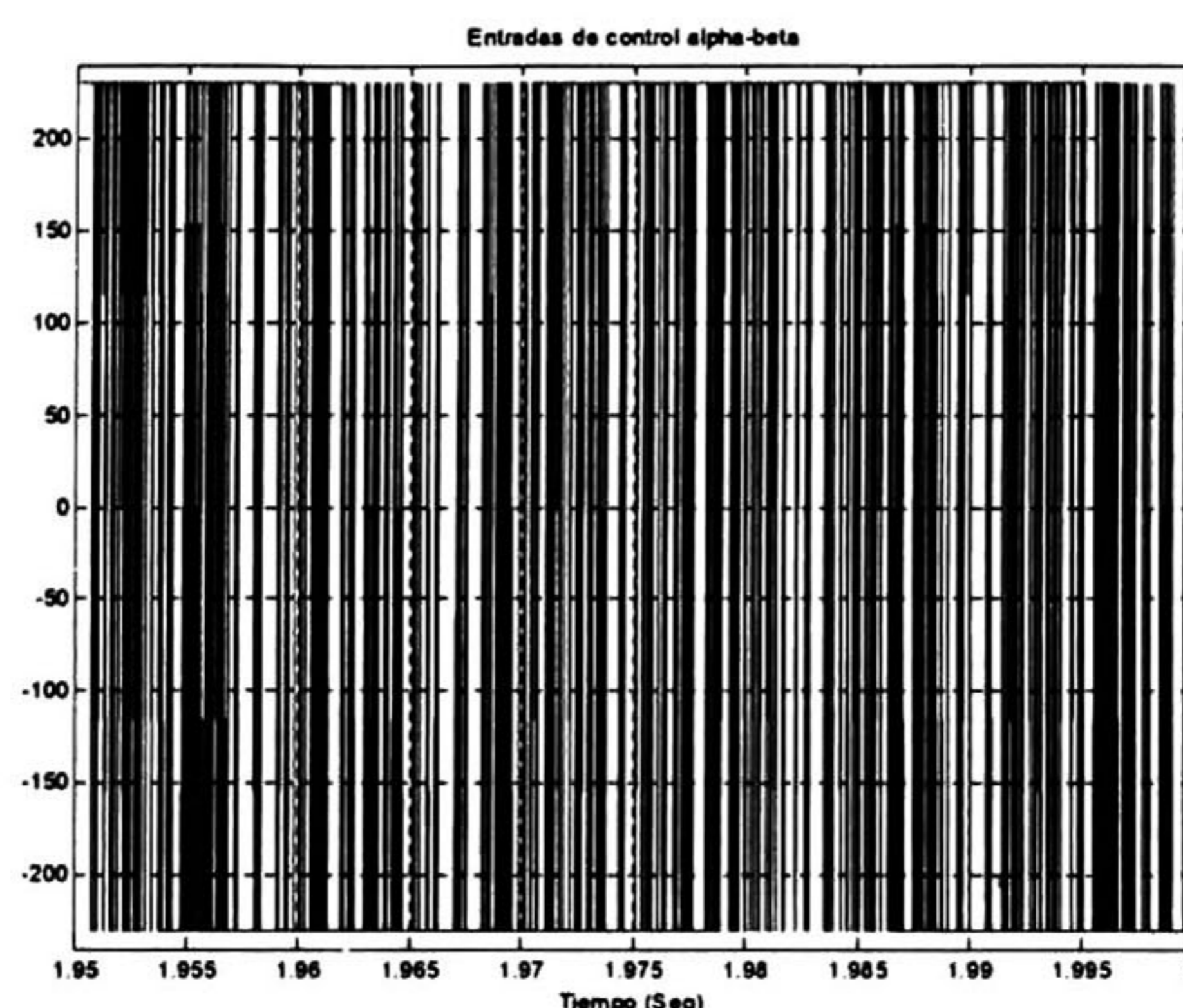


Fig.5.60.- Corriente eléctrica del estator i_β .

Fig.5.61.- Corrientes eléctricas del estator i_α e i_β en estado estable.Fig.5.62.- Variedades de modos deslizantes S_α y S_β .Fig.5.63.- Entradas de control u_α y u_β .

En la fig.(5.47) podemos observar cómo la velocidad real del motor, ω_r , y su estimación, $\hat{\omega}_r$, alcanzan rápidamente a la velocidad de referencia, $\omega_{ref.}$, y los errores de control y estimación tienden rápidamente a valores muy cercanos a cero, figs.(5.48)-(5.49). El módulo del flujo magnético, φ , también tiende rápidamente al valor de referencia, cómo podemos ver en la fig. (5.50), y el error de control de esta variable tiende a cero, fig. (5.51). El par electromagnético, T_e , tiende al valor del par de carga T_L aplicado, fig. (5.53). En la figs. (5.54)-(5.55) y fig. (5.58) podemos ver cómo los flujos magnéticos del rotor y sus estimaciones rápidamente se estabilizan, y los errores de observación del flujo magnético tienden rápidamente a valores cercanos a cero, cómo podemos ver en las figs. (5.56)-(5.57). Las corrientes del estator en las figs.(5.59)-(5.61), alcanzan valores altos inicialmente, pero se estabilizan rápidamente alcanzando valores aceptables en poco tiempo. En la fig. (5.62) vemos cómo se comportan las variedades de modos deslizantes y en la fig. (5.63) las entradas de control discontinuas.

Nótese, que al haber la variación en el par de carga, ver fig. (5.52), existe un pequeño transitorio en el seguimiento de la velocidad a la señal de referencia, fig. (5.47), el cual rápidamente se estabiliza, y que a la estimación de la velocidad del rotor no afecta en gran medida, ver fig. (5.49); también hay un cambio en el valor del par electromagnético, fig. (5.53), y las corrientes del estator incrementan su valor debido a este incremento en el par de carga, figs. (5.59)-(5.61), pero rápidamente se estabilizan y alcanzan su valor nominal. El cambio en el par de carga no afecta a las estimaciones del flujo magnético del rotor, lo que podemos ver en las figs. (5.56)-(5.57).

Con los resultados aquí presentados, podemos verificar el buen desempeño y robustez ante perturbaciones desconocidas, del controlador-observador diseñado, en su aplicación a un motor de inducción de tamaño pequeño.

Simulación del Motor II.

A continuación presentamos los resultados de la simulación numérica del motor de inducción en lazo cerrado, aplicando el controlador obtenido en el capítulo anterior, con parámetros del Motor II, utilizando los flujos magnéticos y la velocidad del rotor estimadas en el lazo de control, y suponiendo cómo conocidas las corrientes del estator y la constante de tiempo del rotor.

Para estas simulaciones se utilizó un par de carga inicial de $T_L = 197N.m$, cambiando su valor a los 3 segundos de simulación a su valor nominal $T_L = 395N.m$, la velocidad de referencia esta definida por la siguiente señal exponencial dependiente del tiempo $\omega_{ref} = k(1 - e^{-\beta t}) \text{ Rad/Seg.}$, donde $k = 100$, $\beta = 4$ y t es el tiempo; la referencia para el flujo magnético es de $\varphi_{ref} = 0,9Wb^2$, y son usados los siguientes valores en los parámetros constantes del controlador $u_0 = 460$, $K_{01} = - \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \end{bmatrix}$, $K_1 = - \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$. Los valores de los parámetros de diseño del observador no lineal adaptable son $k_1 = \eta$, $k_2 = -\hat{\omega}_e$, $k_3 = \hat{\omega}_e$, $k_4 = \eta$, $k_5 = 100$, $k_8 = 100$.

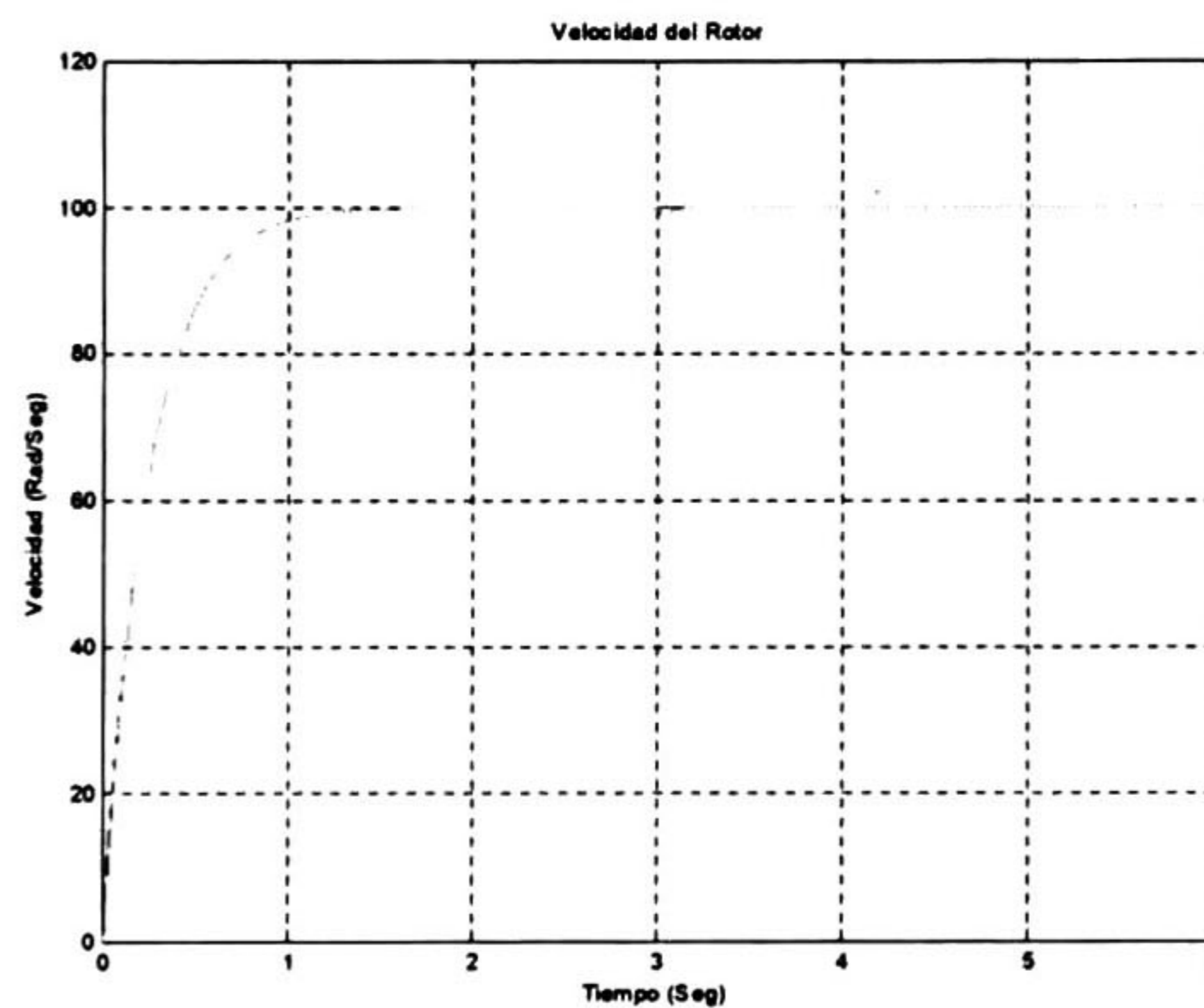


Fig.5.64.- Velocidad real del rotor ω_r , su estimación $\hat{\omega}_r$ y su referencia ω_{rref} .

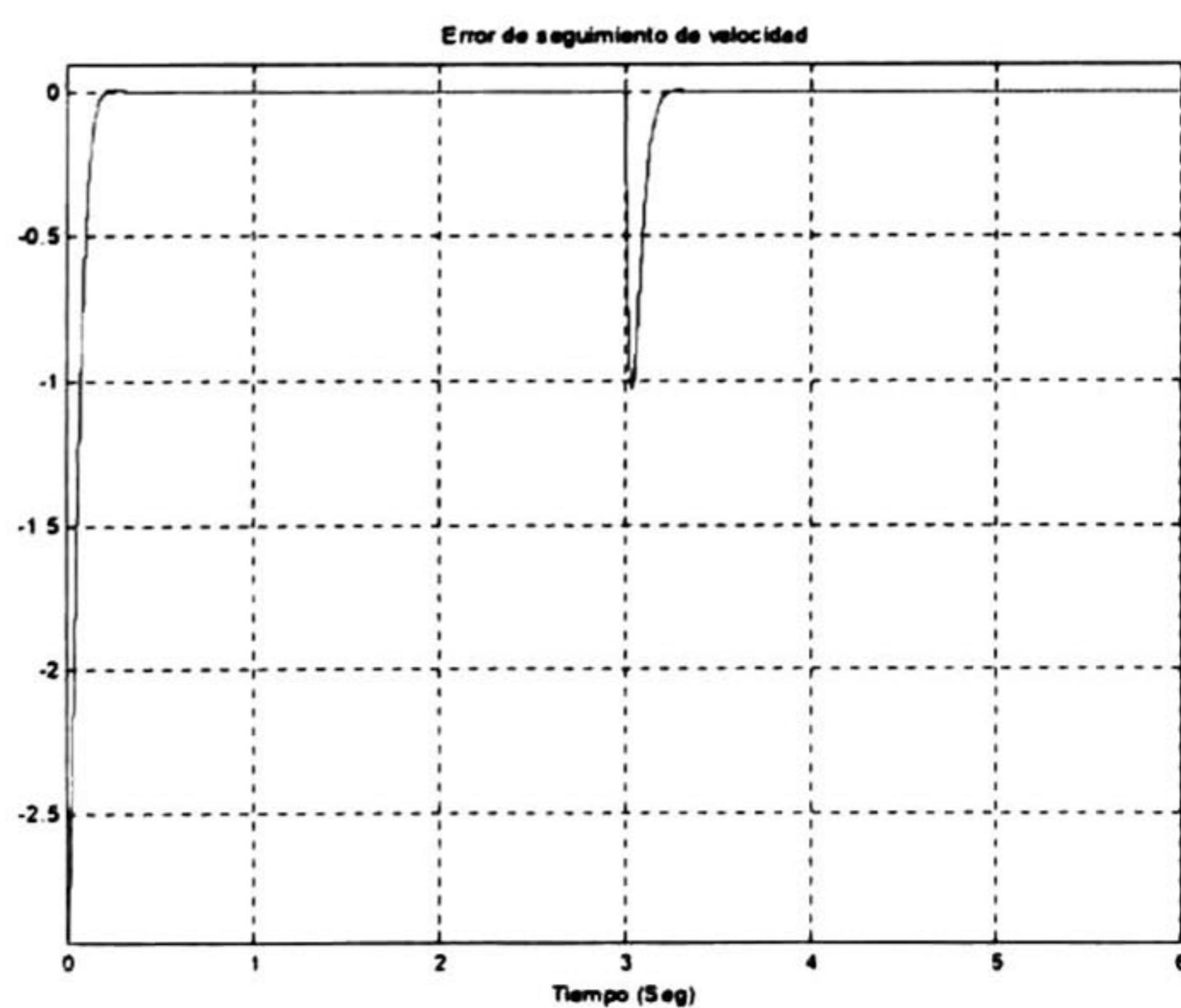


Fig.5.65.- Error de seguimiento de velocidad.

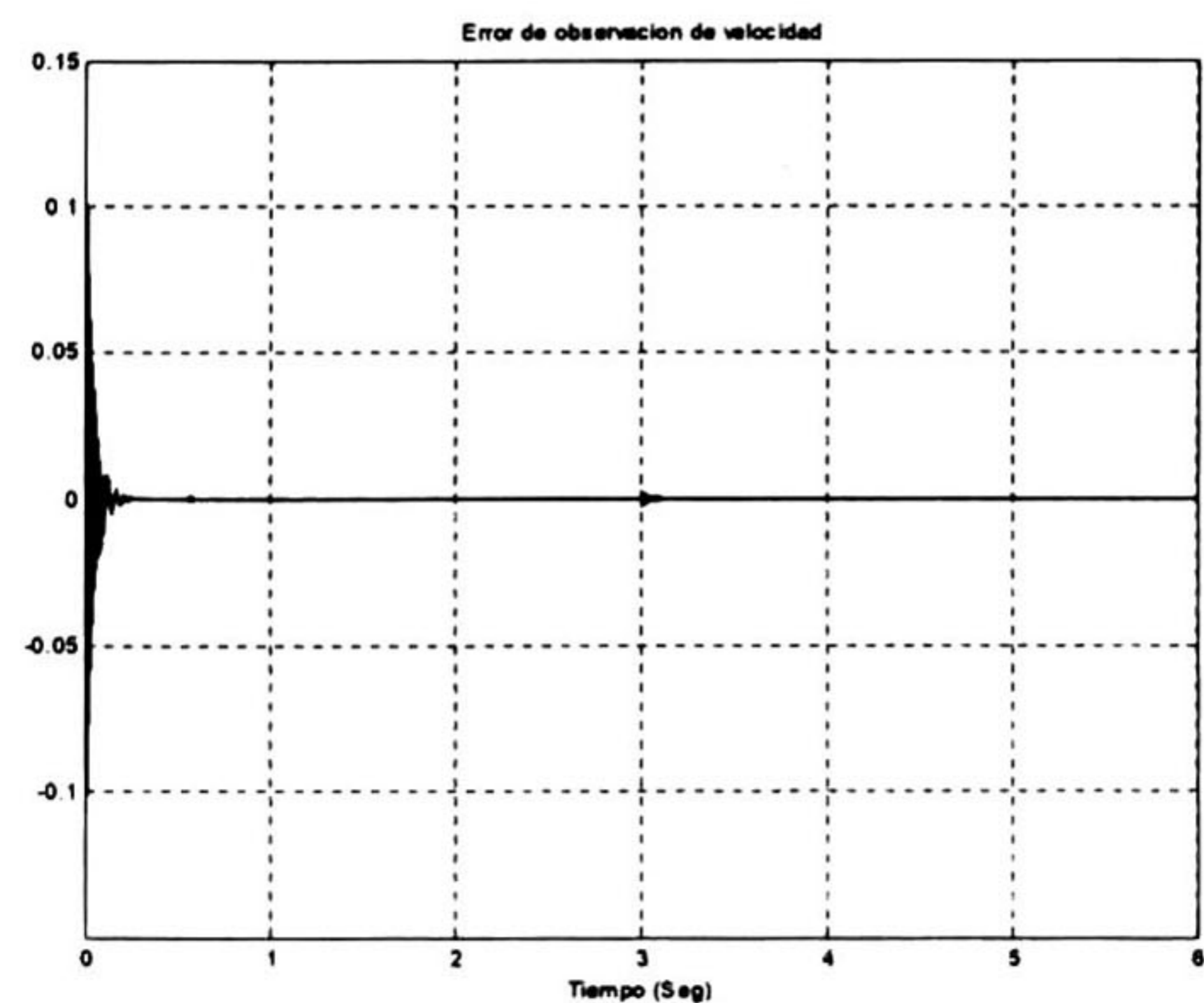


Fig.5.66.- Error de estimación de velocidad $\tilde{\omega}_r$.

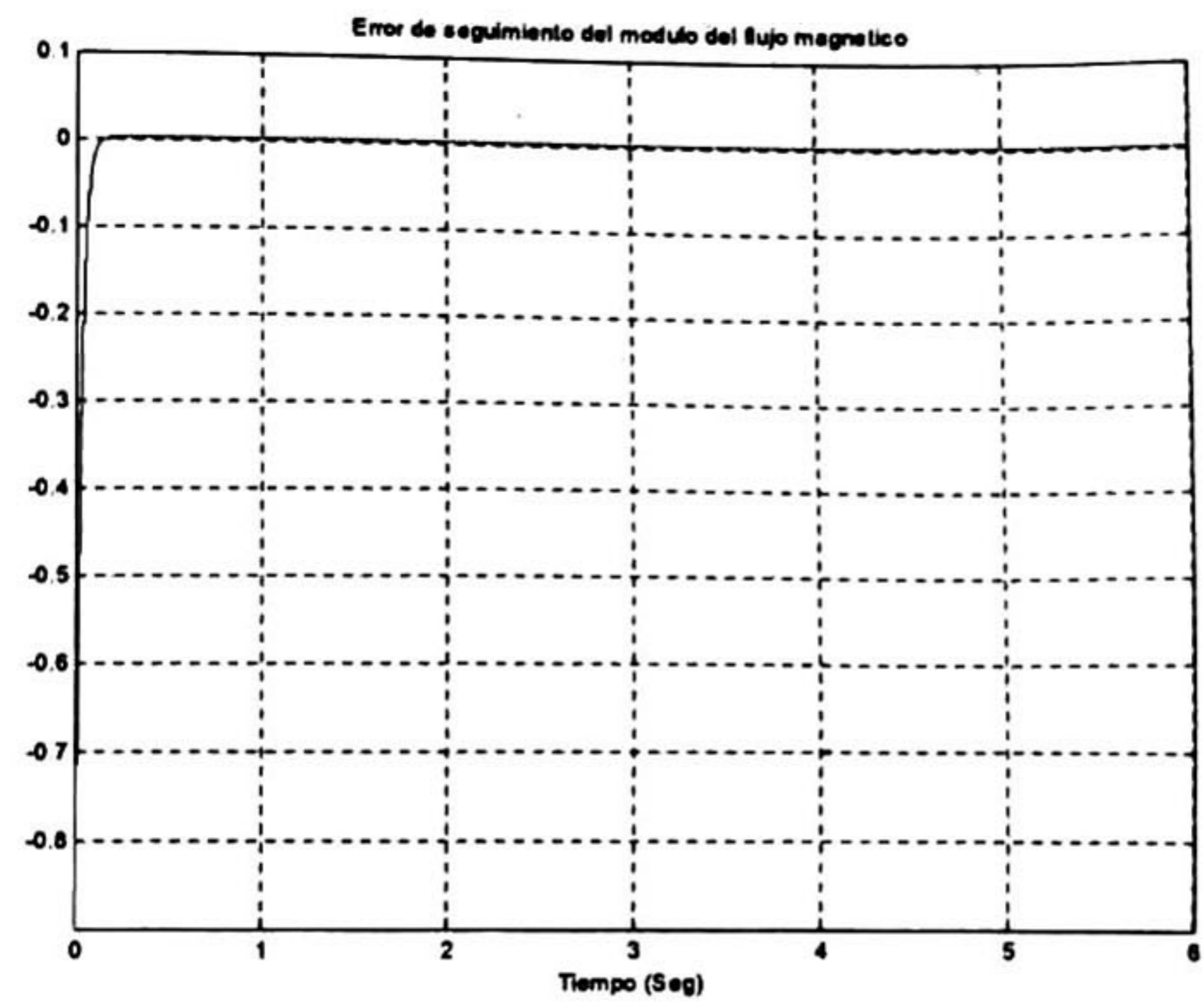
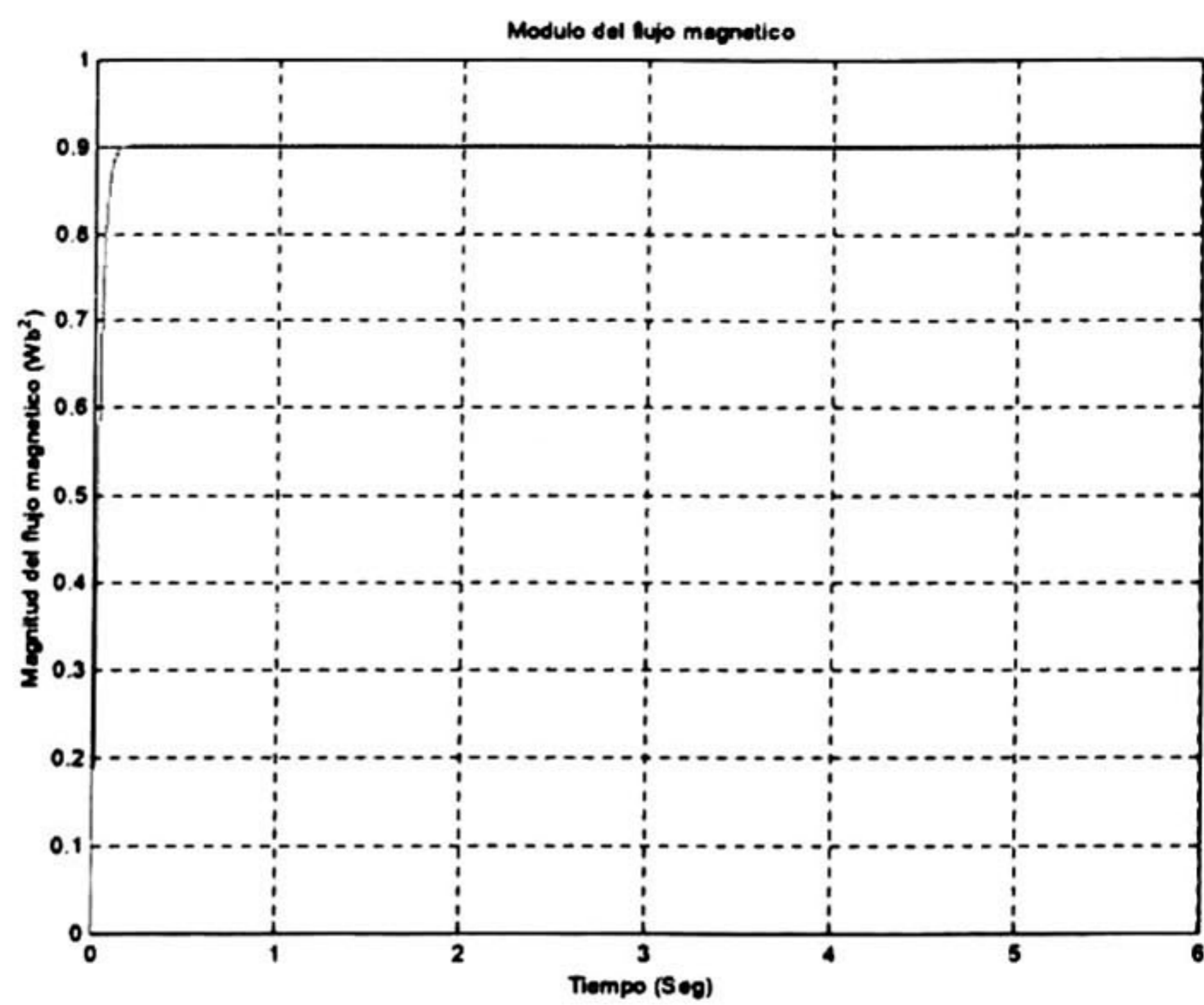


Fig.5.67.- Módulo del flujo φ y su referencia φ_{ref} . Fig.5.68.- Error de seguimiento del módulo del flujo.

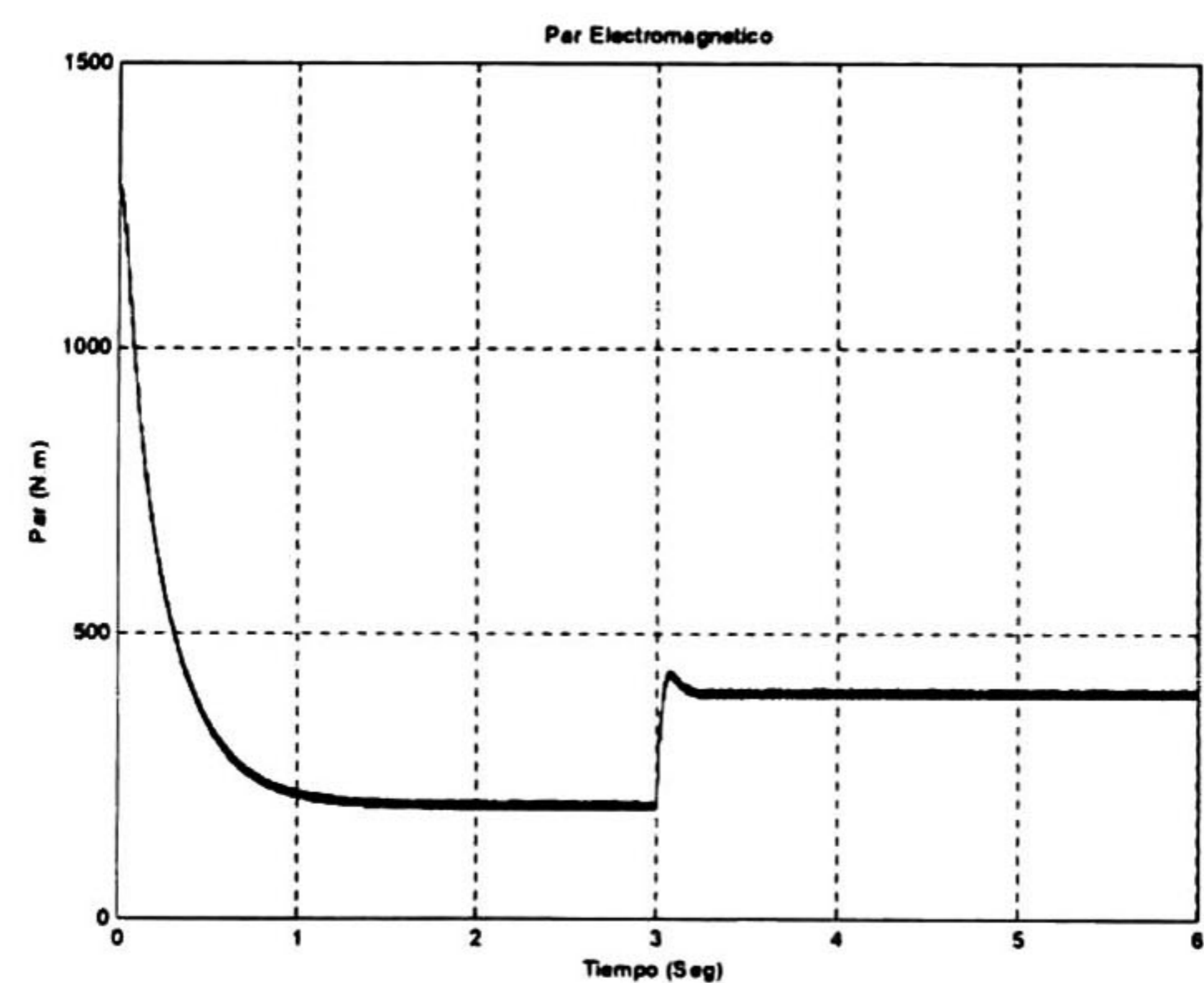
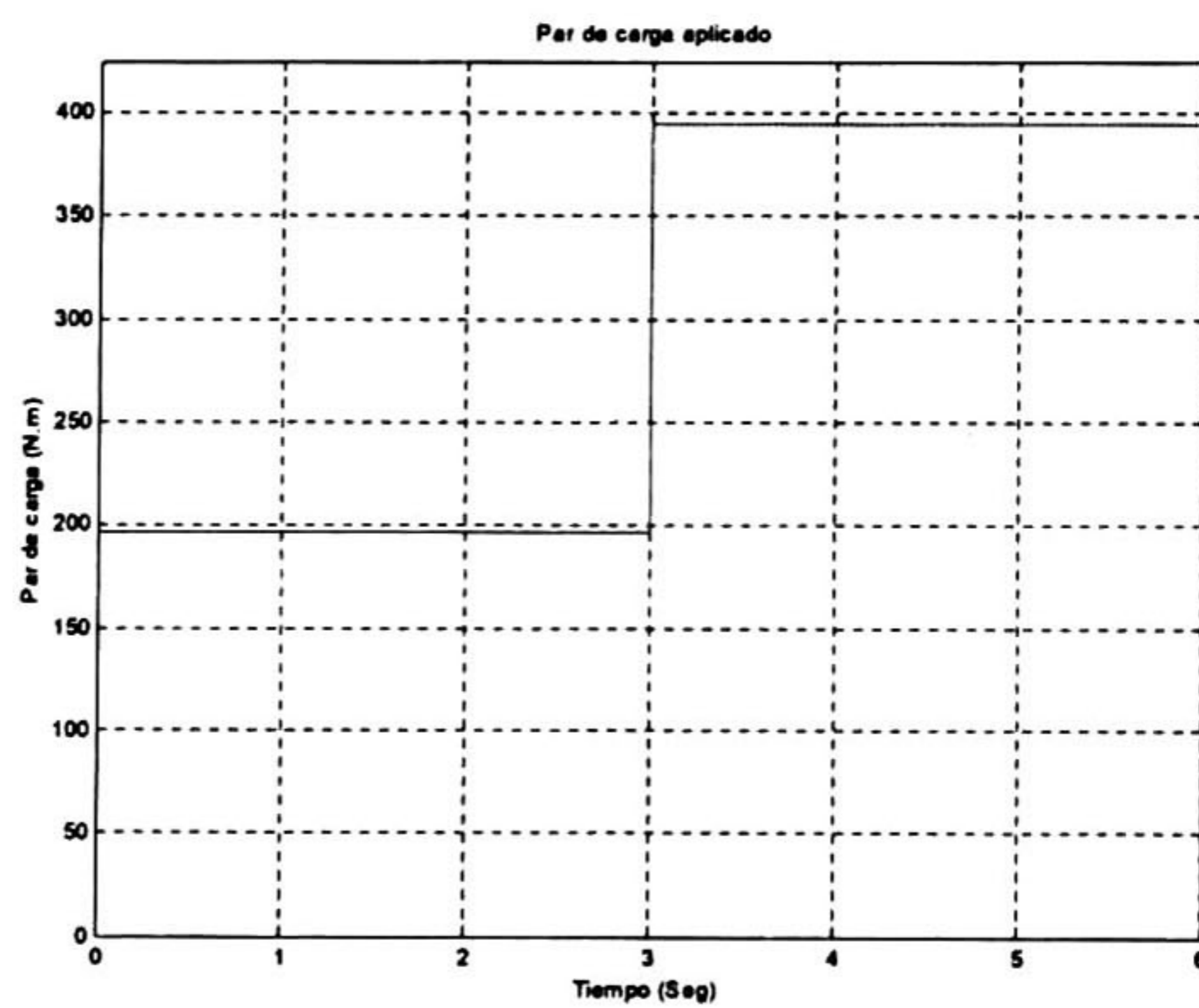


Fig.5.69.- Par de carga aplicado T_L .

Fig.5.70.- Par Electromagnético T_e .

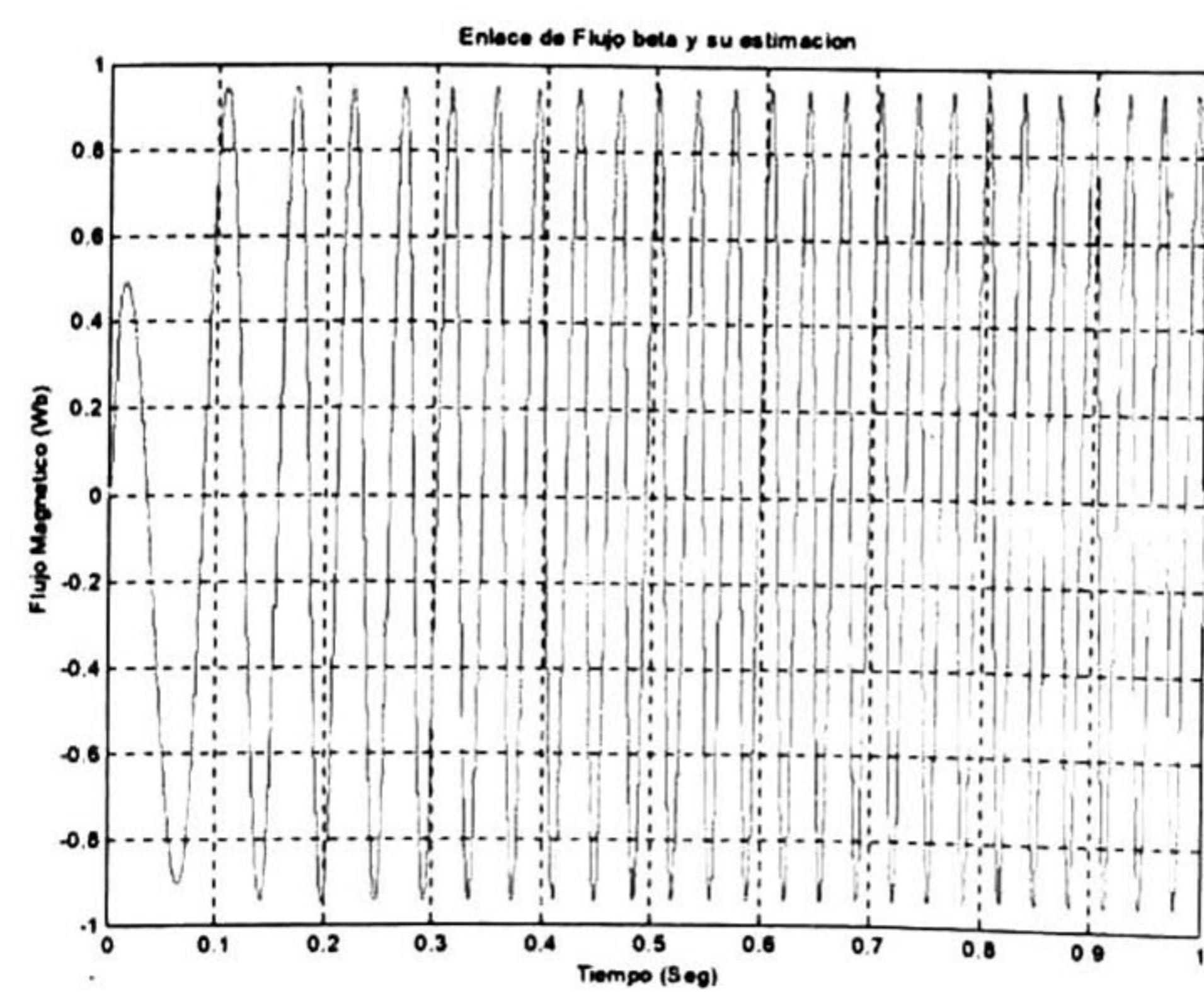
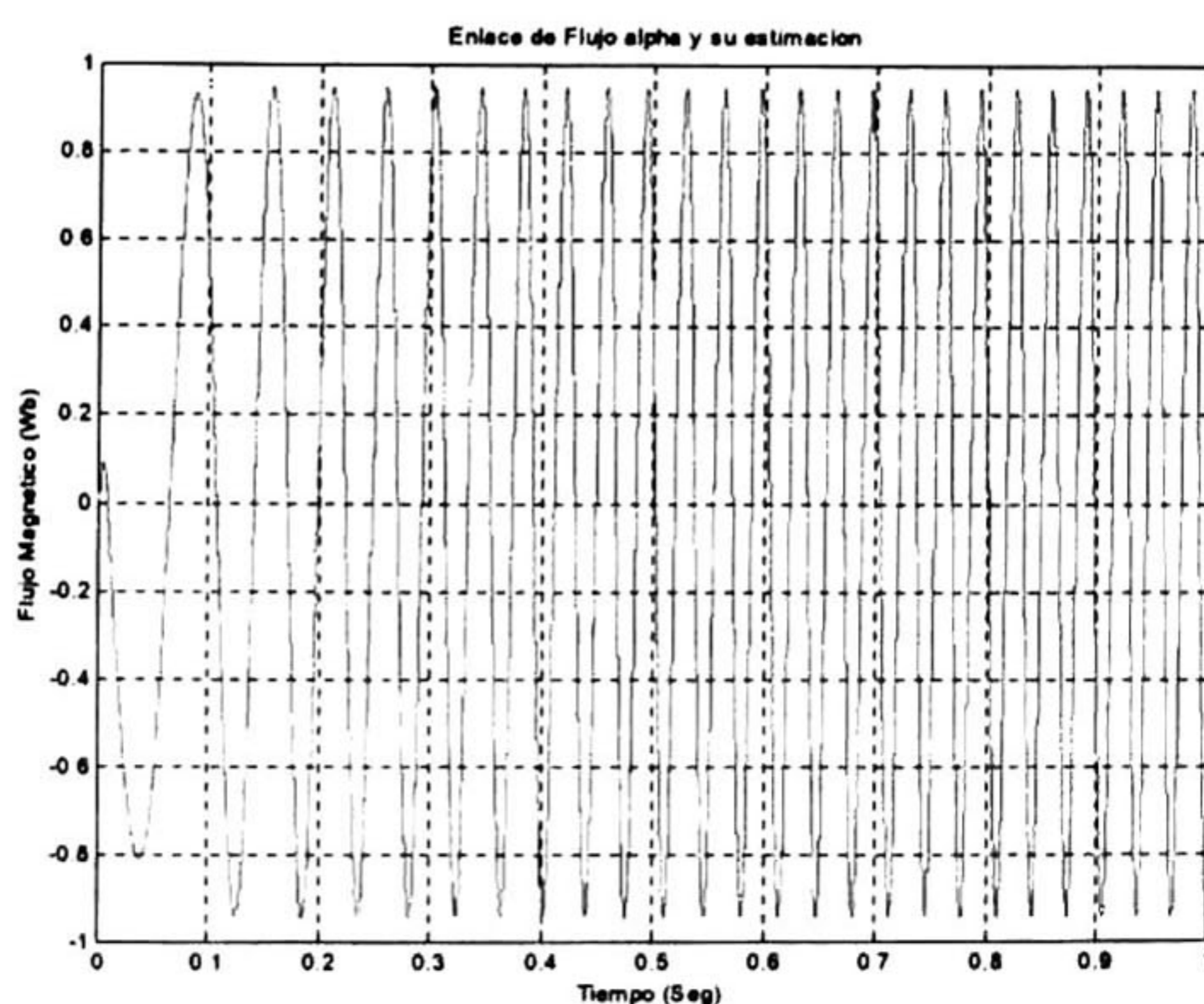


Fig.5.71.- Flujo magnético λ_α y su estimación $\hat{\lambda}_\alpha$. Fig.5.72.- Flujo magnético λ_β y su estimación $\hat{\lambda}_\beta$.

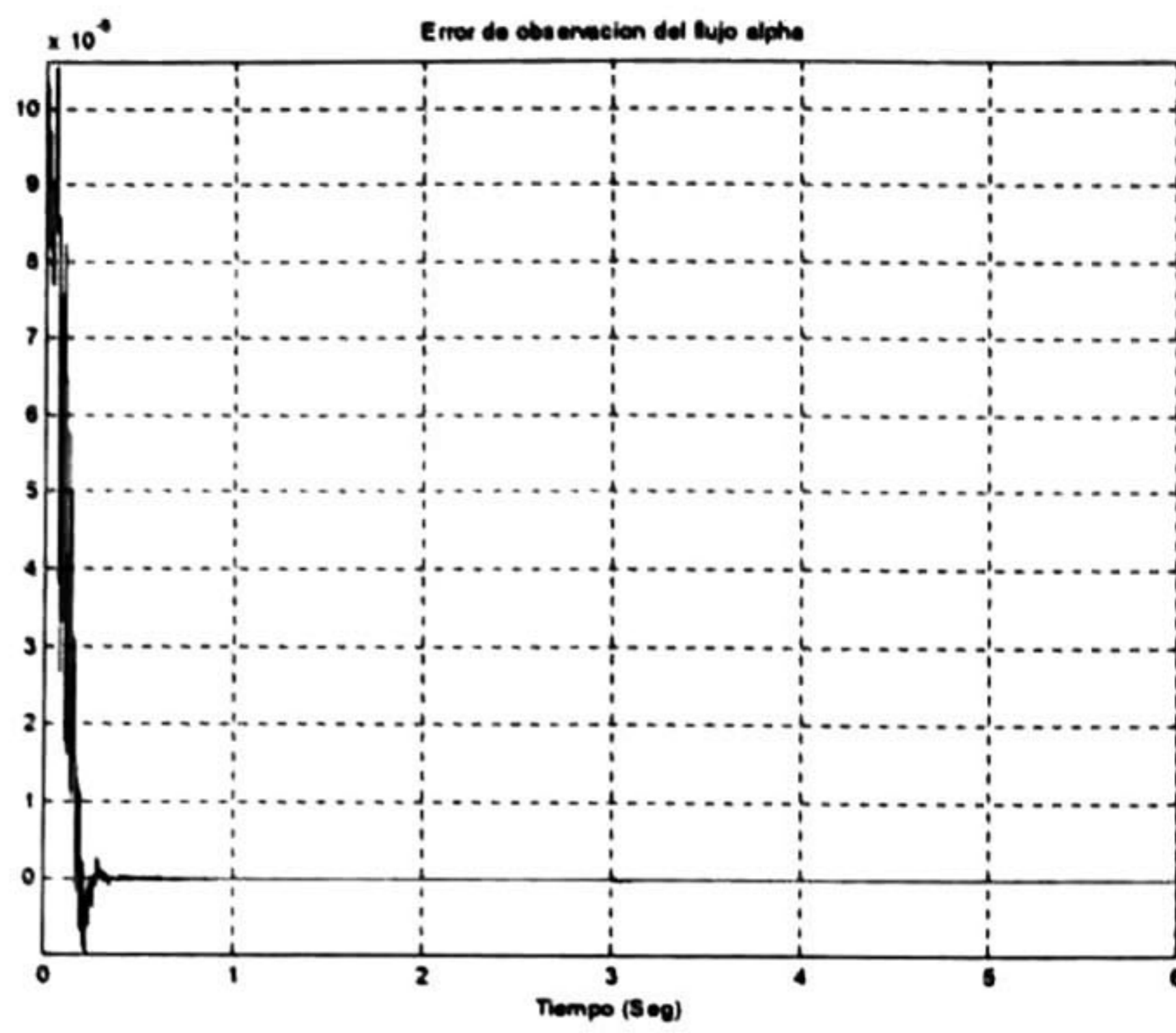


Fig.5.73.- Error de estimación $\tilde{\lambda}_\alpha$.

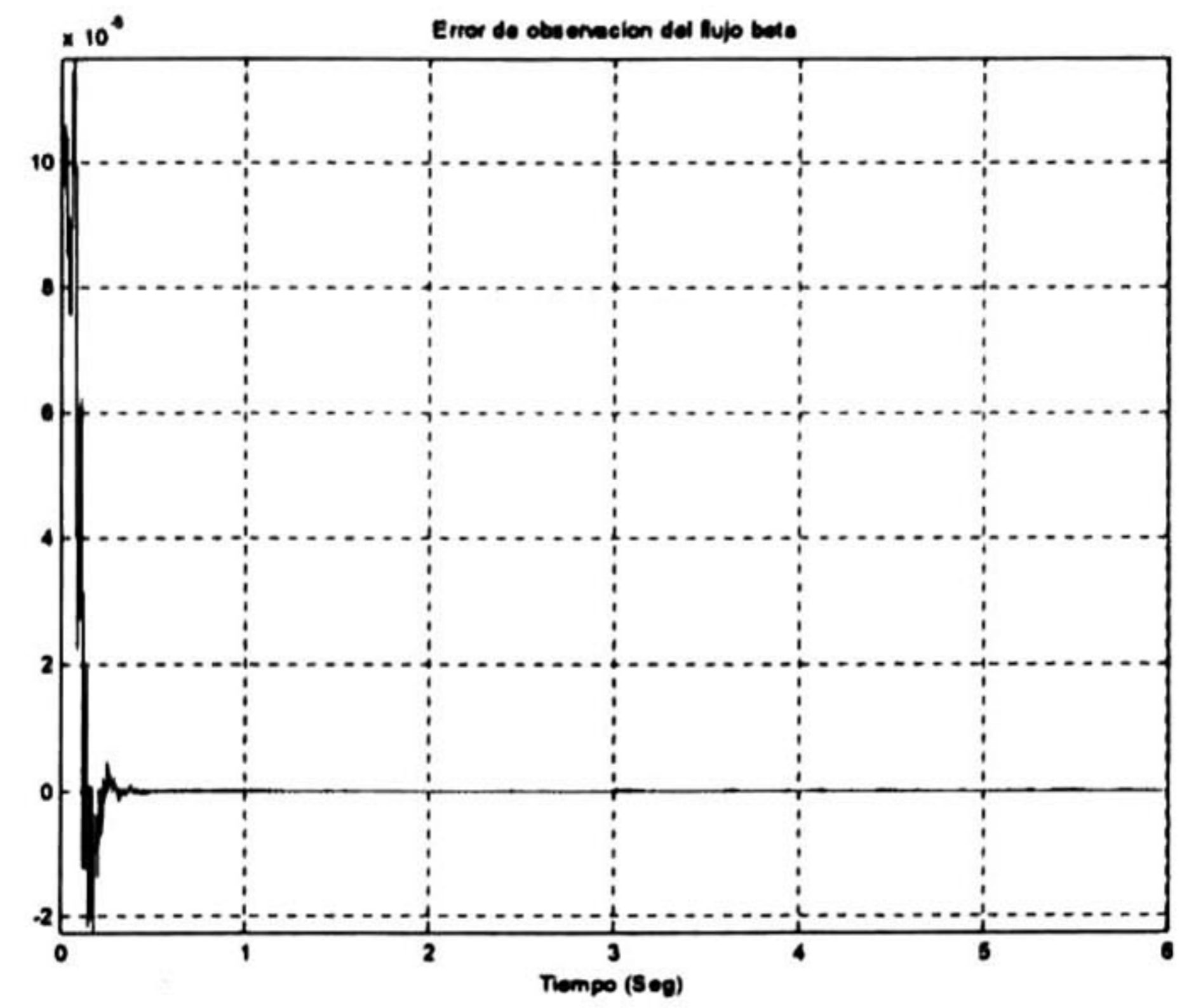


Fig.5.74.- Error de estimación $\tilde{\lambda}_\beta$.

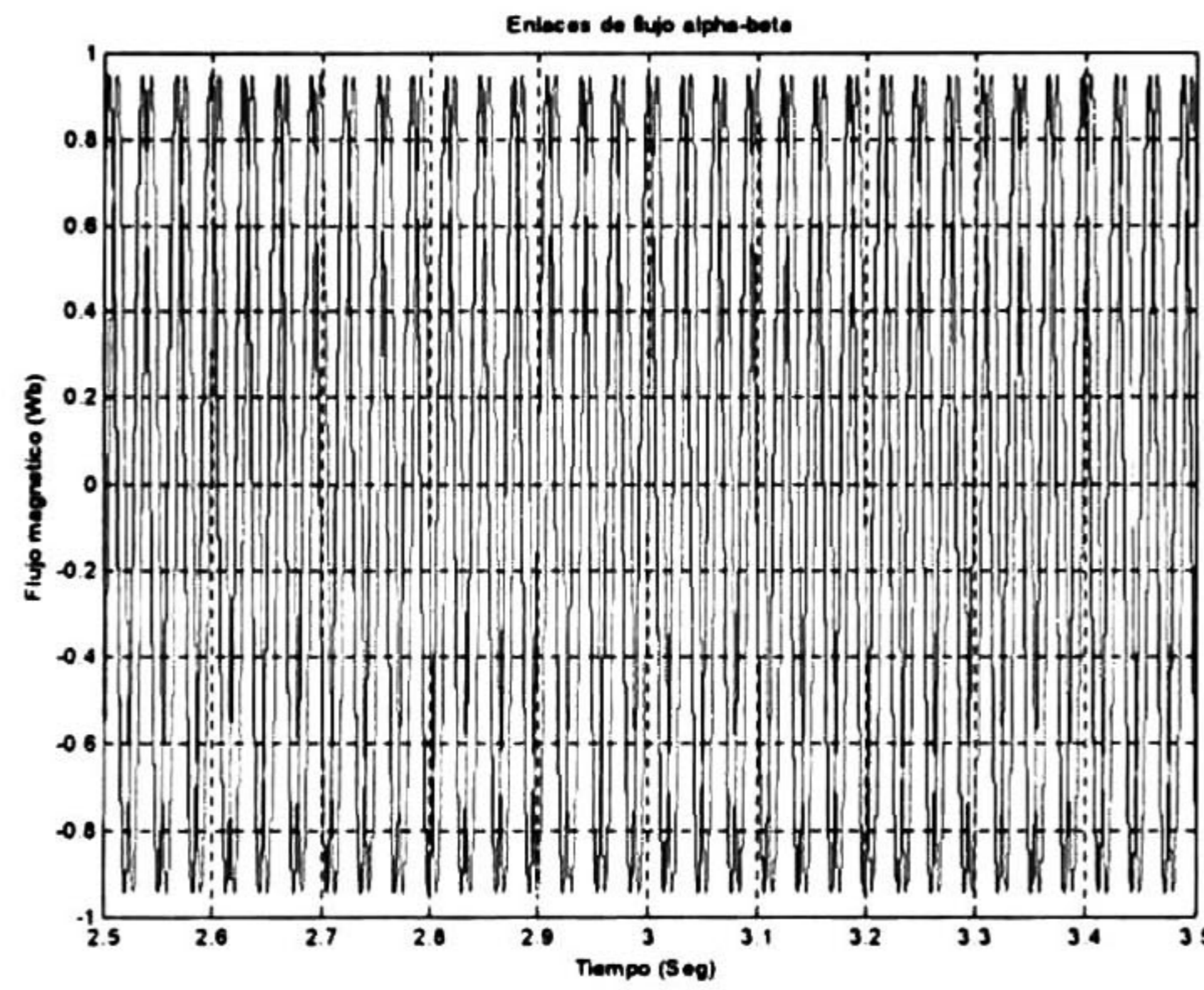


Fig.5.75.- Flujos magnéticos del rotor λ_α y λ_β en estado estable.

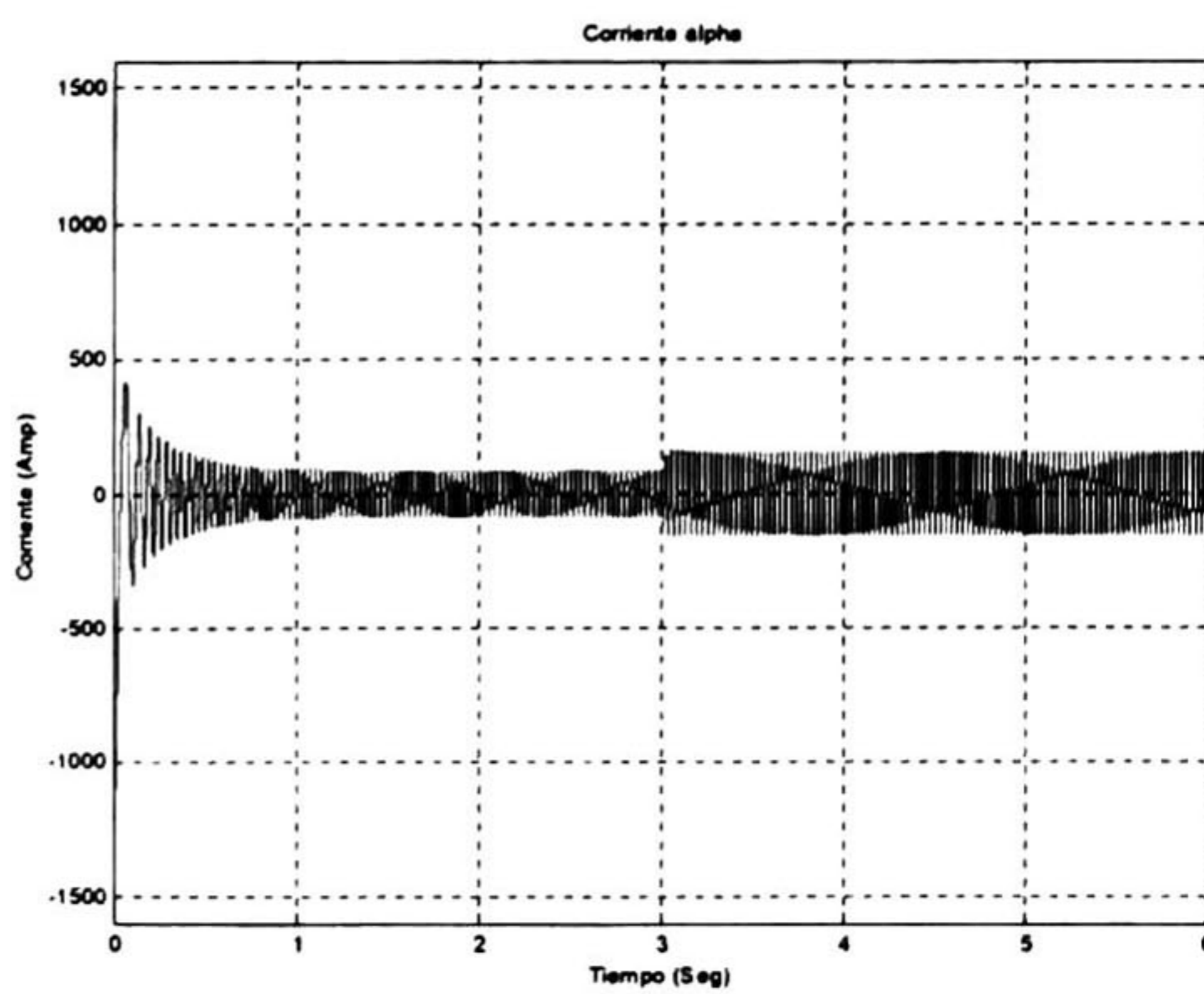


Fig.5.76.- Corriente eléctrica del estator i_α .

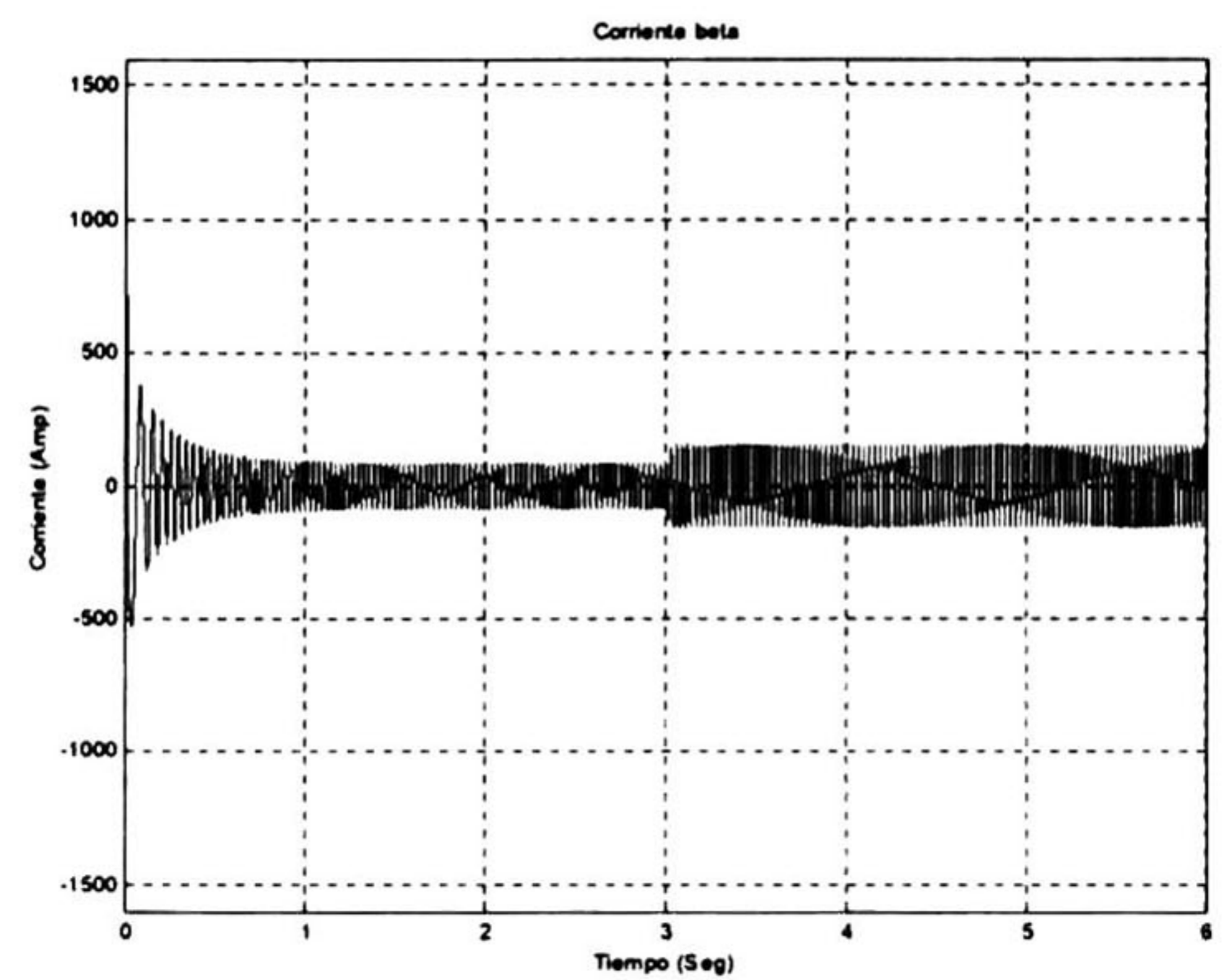
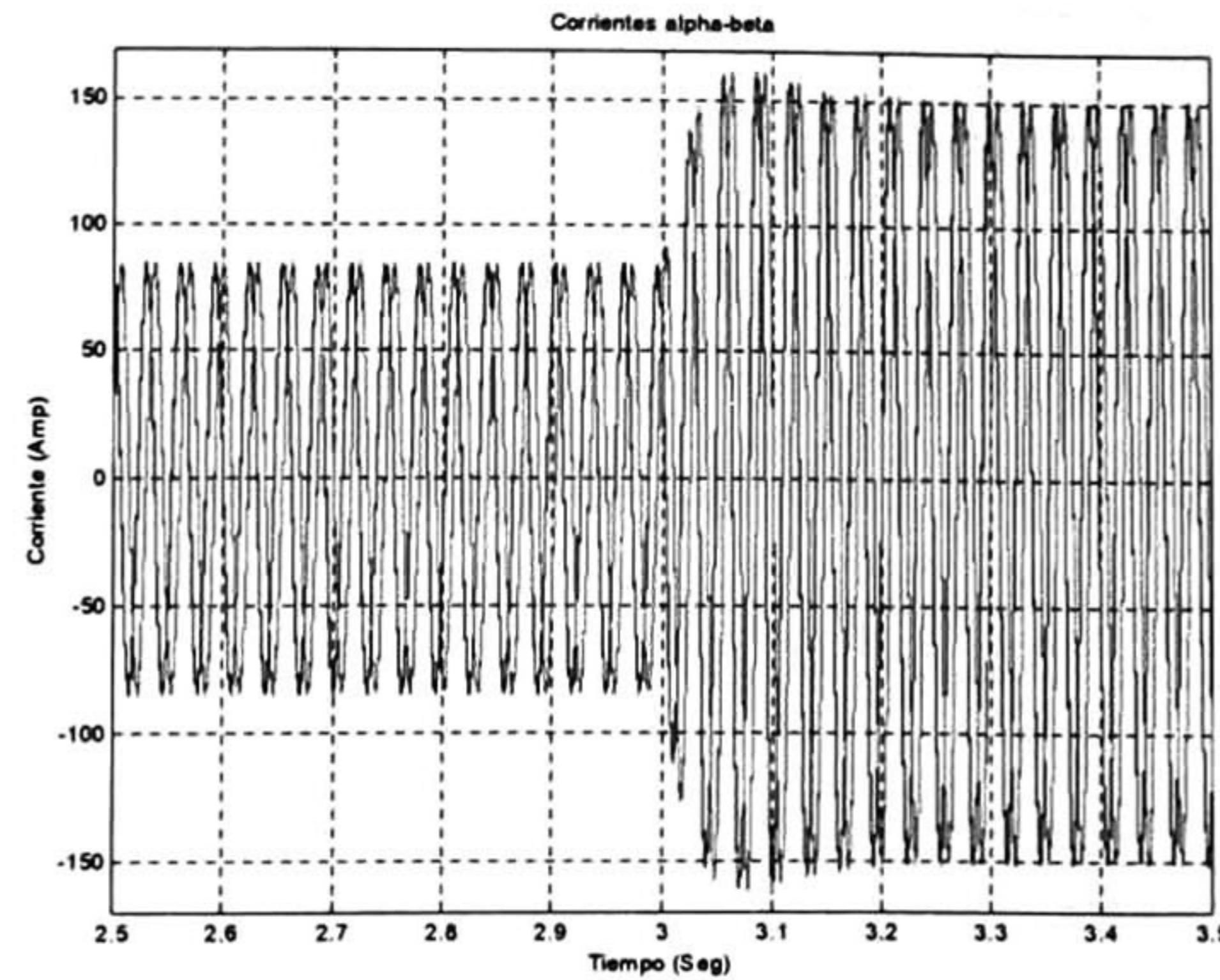
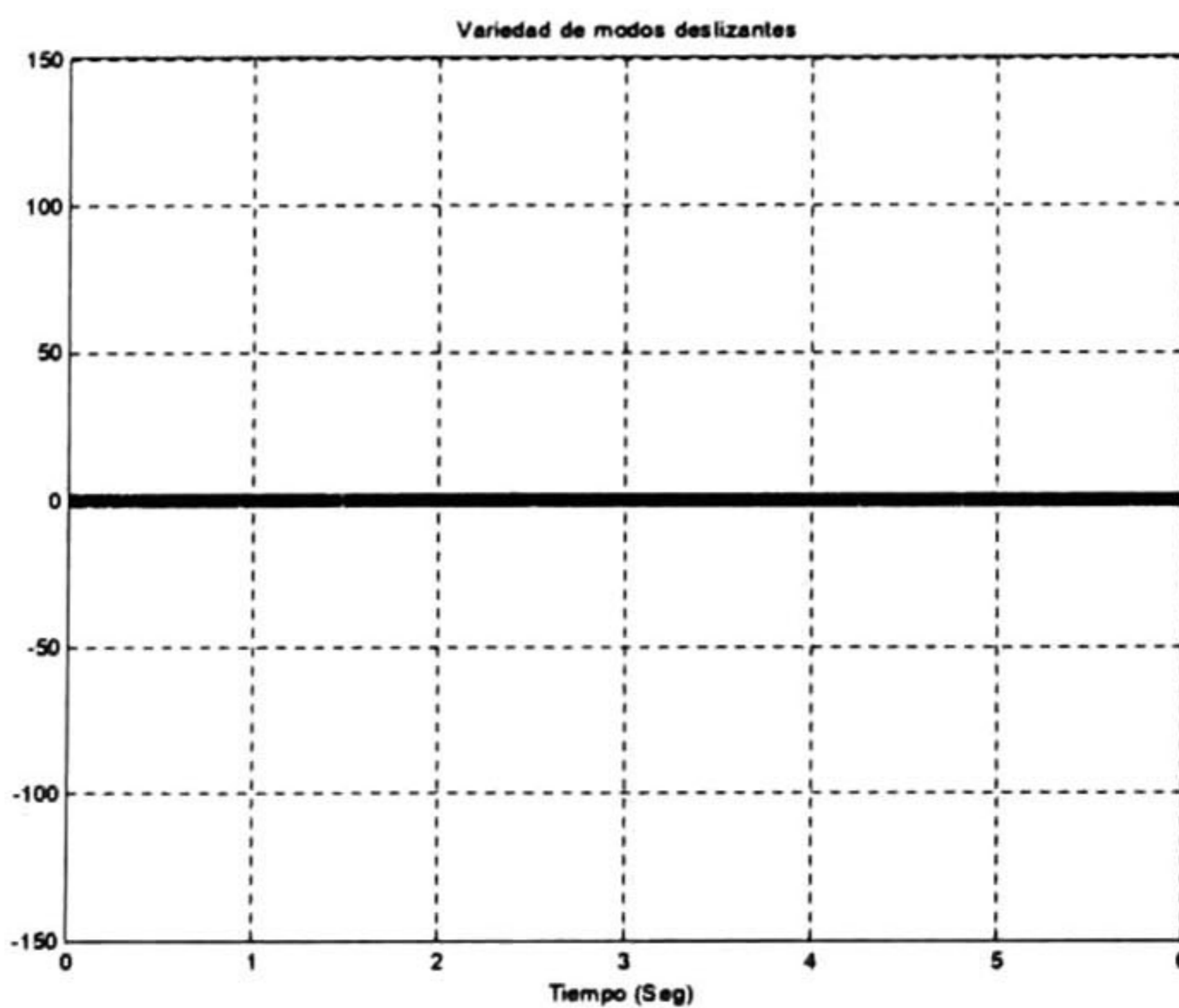
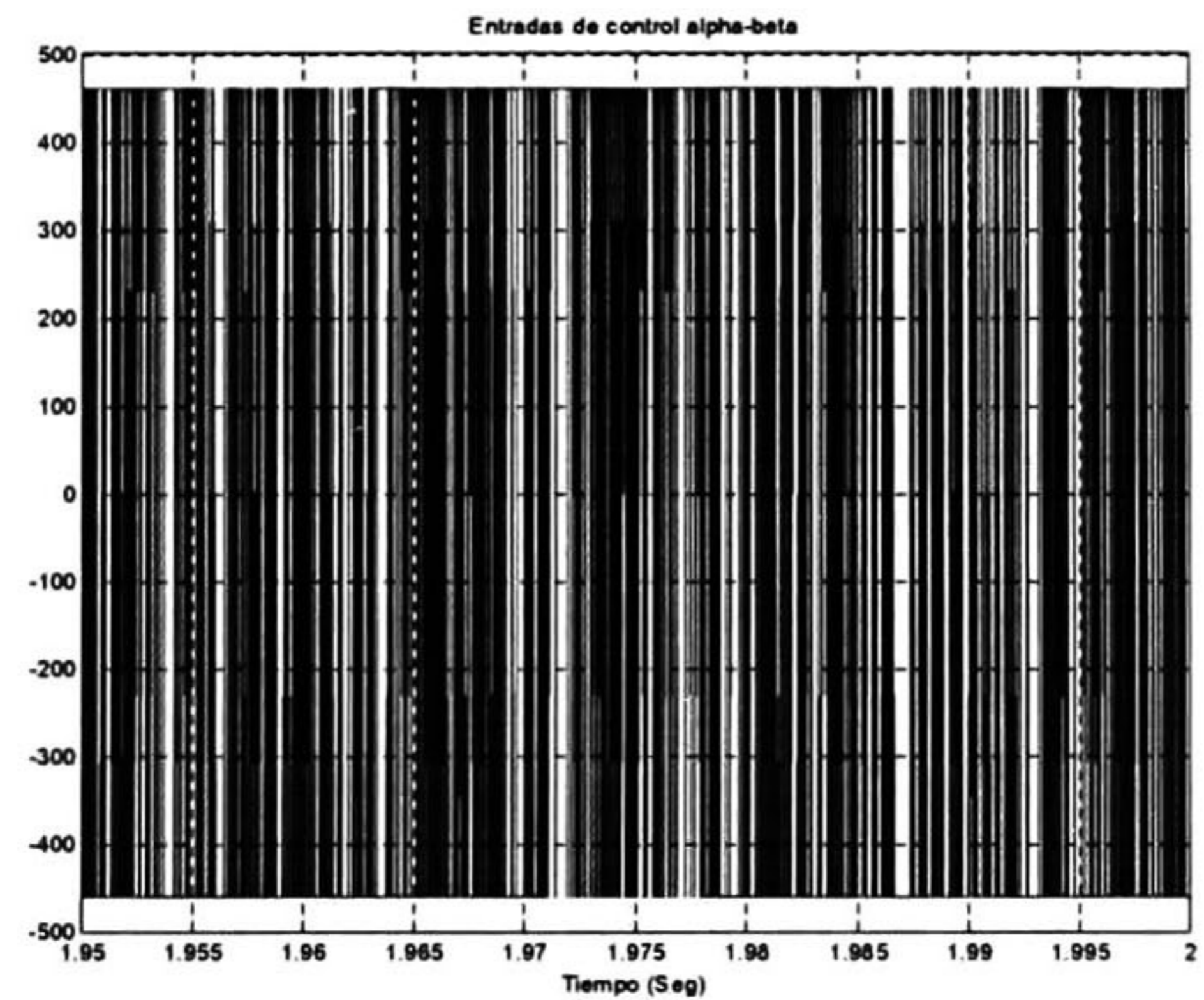


Fig.5.77.- Corriente eléctrica del estator i_β .

Fig.5.78.- Corrientes eléctricas del estator i_α e i_β en estado estable.Fig.5.79.- Variedades de modos deslizantes S_α y S_β .Fig.5.80.- Entradas de control u_α y u_β .

En la fig.(5.64) podemos observar cómo la velocidad real del motor, ω_r , y su estimación, $\hat{\omega}_r$, alcanzan rápidamente a la velocidad de referencia, ω_{ref} , y los errores de control y estimación tienden rápidamente a valores muy cercanos a cero, figs.(5.65)-(5.66). El módulo del flujo magnético, φ , también tiende rápidamente al valor de la referencia, cómo podemos ver en la fig. (5.67), y el error de control de esta variable tiende a cero, fig. (5.68). El par electromagnético, fig. (5.70), tiende al valor del par de carga T_L aplicado, fig. (5.69). En la figs. (5.71)-(5.72) y fig. (5.75) podemos ver cómo los flujos magnéticos del rotor y sus estimaciones rápidamente se estabilizan, y los errores de observación del flujo magnético tienden rápidamente a valores cercanos a cero, cómo podemos ver en las figs. (5.73)-(5.74). Las corrientes del estator en las figs.(5.76)-(5.78), alcanzan valores altos inicialmente, pero se estabilizan rápidamente alcanzando valores aceptables en poco tiempo. En la fig. (5.79) vemos cómo se comportan las variedades de modos deslizantes y en la fig. (5.80) las entradas de control discontinuas.

Podemos observar también, que al haber la variación en el par de carga, ver fig. (5.69), existe un pequeño transitorio en el seguimiento de la velocidad a la señal de referencia, fig. (5.64), el cual rápidamente se estabiliza, y que a la estimación de la velocidad del rotor no afecta en gran medida, ver fig. (5.66); también hay un cambio en el valor del par electromagnético, fig. (5.70), y las corrientes del estator incrementan su valor debido a este incremento en el par de carga, figs. (5.76)-(5.78), pero rápidamente se estabilizan y alcanzan su valor nominal. El cambio en el par de carga no afecta en gran medida a las estimaciones del flujo magnético del rotor, lo que podemos ver en las figs. (5.73)-(5.74).

Con los resultados aquí presentados, podemos verificar el buen desempeño y robustez ante perturbaciones desconocidas, del controlador-observador diseñado, en su aplicación a un motor de inducción de gran tamaño.

5.5.2. Caso 2.- Estimación de los Enlaces de Flujo, Constante de Tiempo y Velocidad del Rotor.

Simulación del Motor I.

A continuación presentamos los resultados de la simulación numérica del motor de inducción en lazo cerrado, aplicando el controlador obtenido en el capítulo anterior, con parámetros del Motor I, utilizando los flujos magnéticos, la velocidad y la constante de tiempo del rotor estimadas en el lazo de control, y suponiendo como conocidas las corrientes estator.

Para estas simulaciones se utilizó un par de carga de $T_L = 1,3N.m$, una velocidad de referencia $\omega_{ref} = 100Rad/Seg.$, la referencia para el flujo magnético es de $\varphi_{ref} = 0,9Wb^2$, el valor de la constante de tiempo del rotor utilizada fue el nominal $\eta = 9,8$, y son usados los siguientes valores en los parámetros de diseño del controlador $u_0 = 230$, $K_{01} = - \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \end{bmatrix}$, $K_1 = - \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ y $C = [1 \ 0]$. Los valores de los parámetros de diseño del observador no lineal adaptable son $k_1 = \hat{\eta}$, $k_2 = -\hat{\omega}_e$, $k_3 = \hat{\omega}_e$, $k_4 = \hat{\eta}$, $k_5 = 50000$, $k_8 = 50000$.

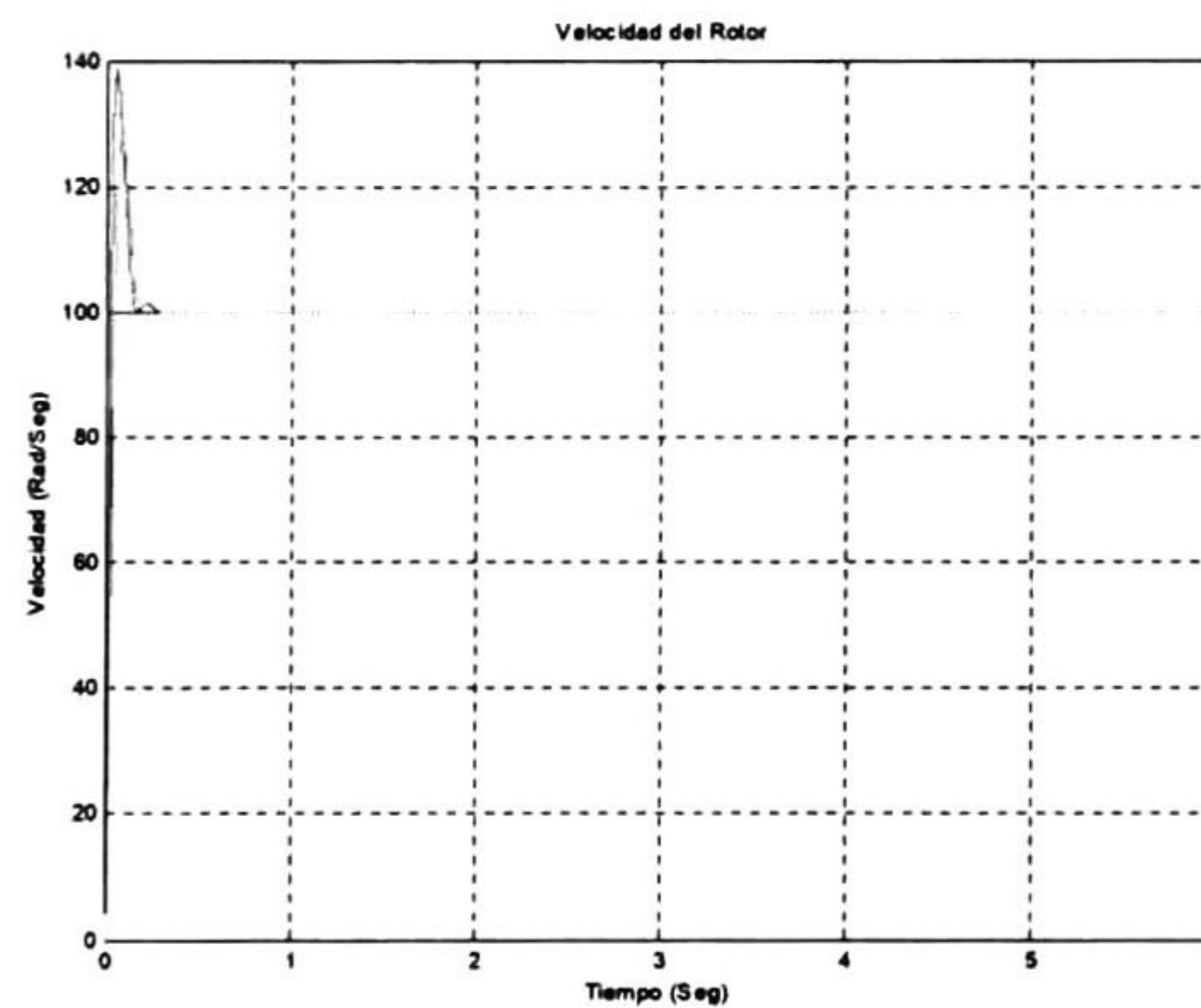


Fig.5.81.- Velocidad real del rotor ω_r , su estimación $\hat{\omega}_r$, y su referencia ω_{rref} .

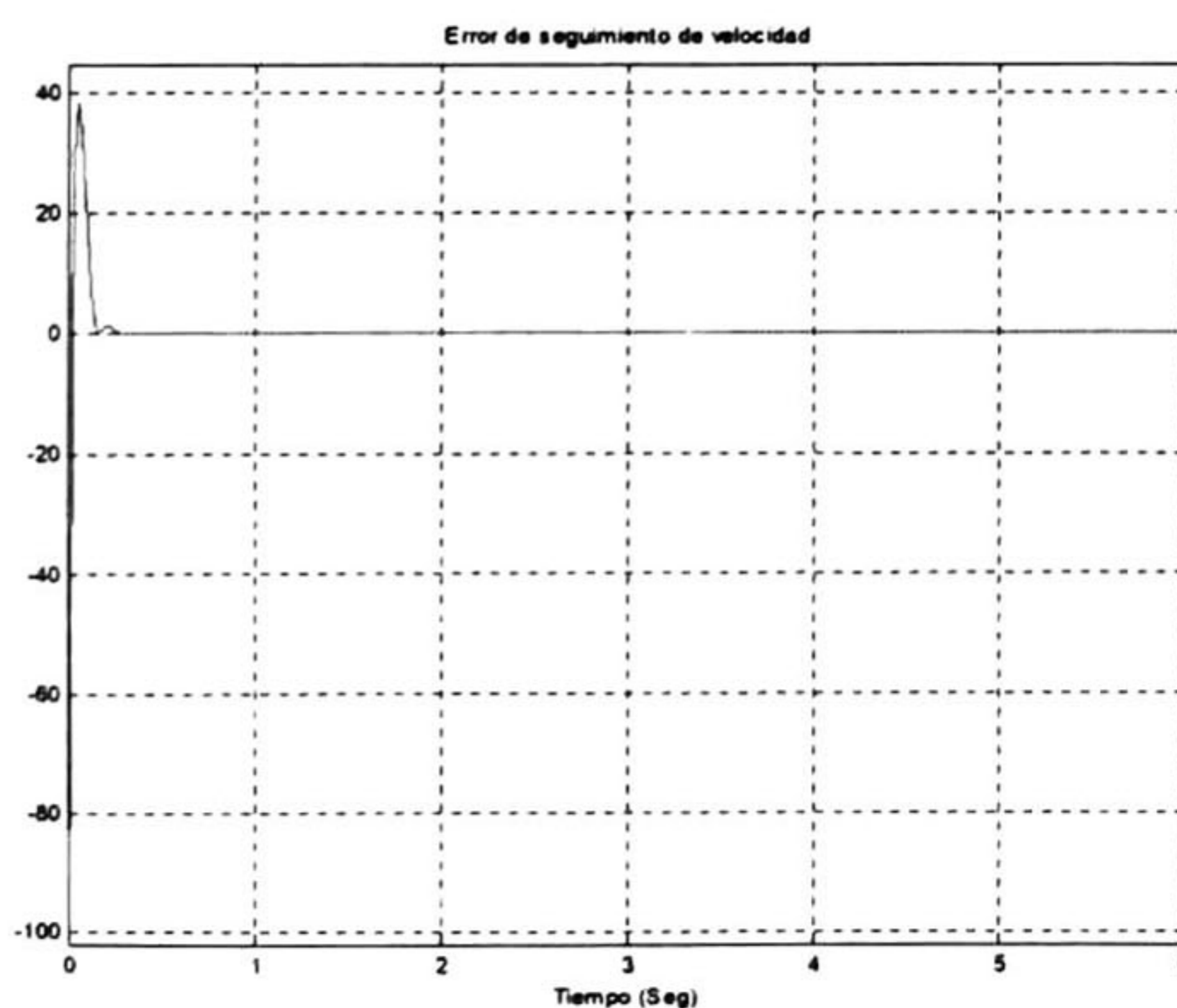


Fig.5.82.- Error de seguimiento de velocidad.

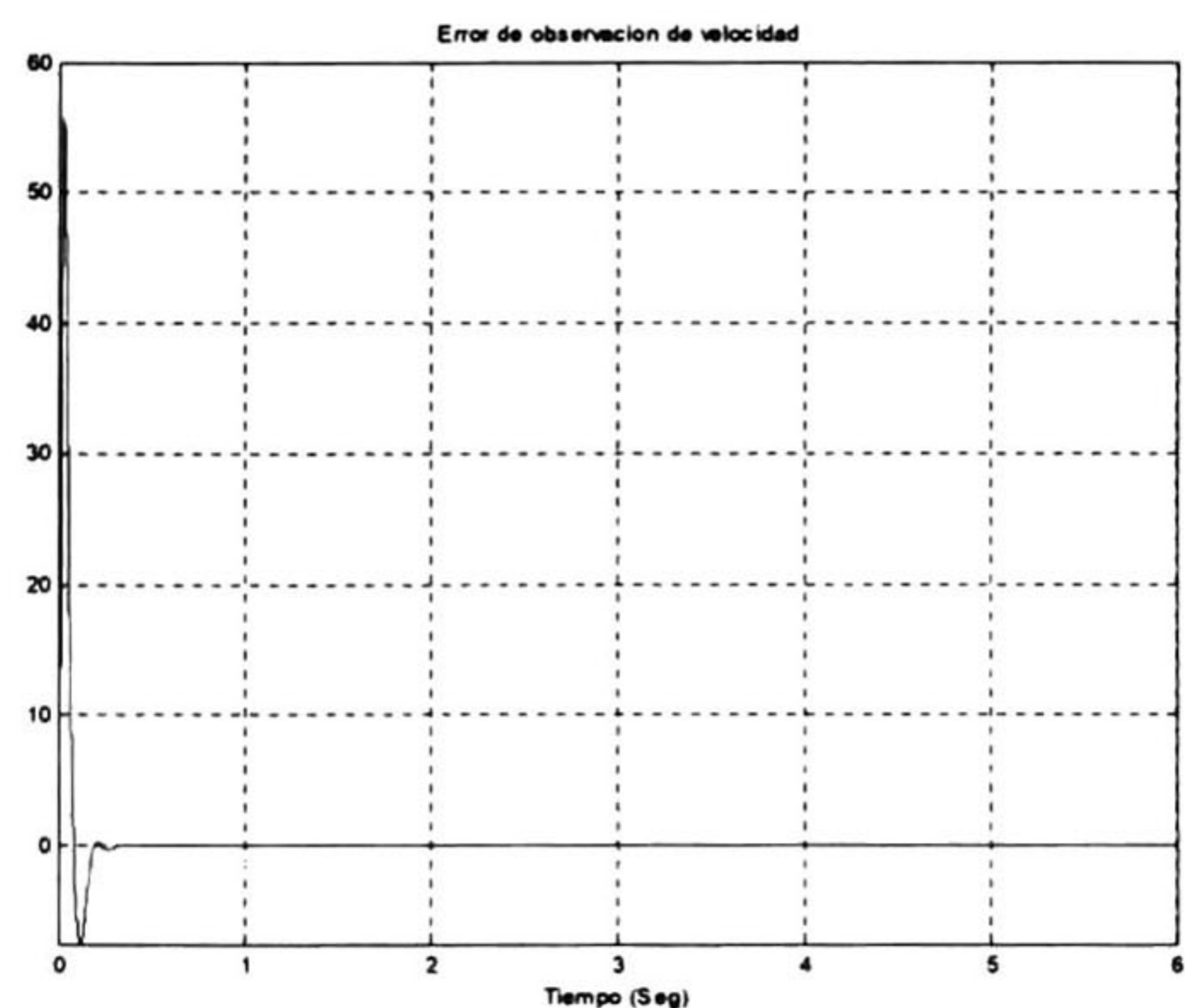


Fig.5.83.- Error de estimación de velocidad $\tilde{\omega}_r$.

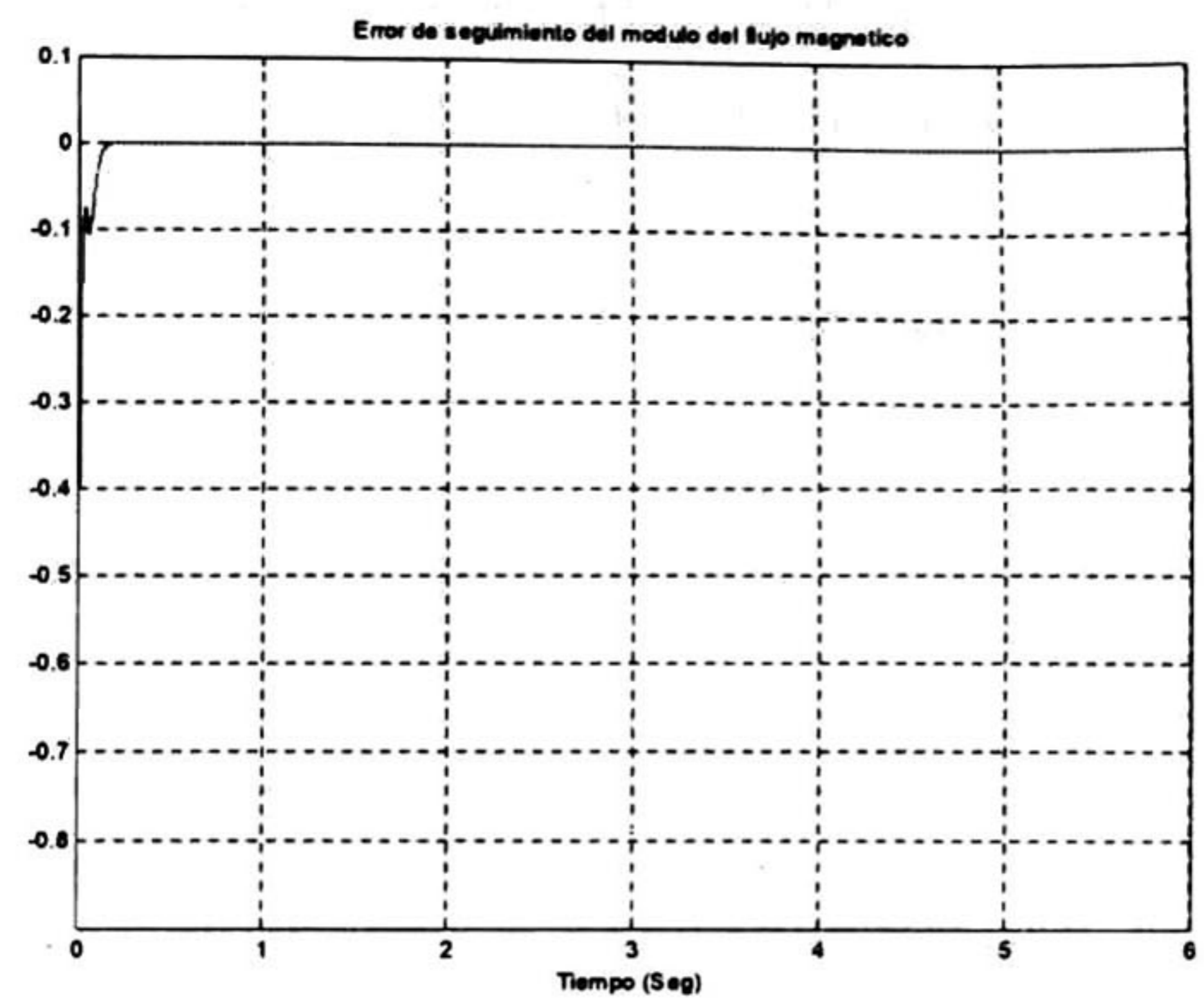
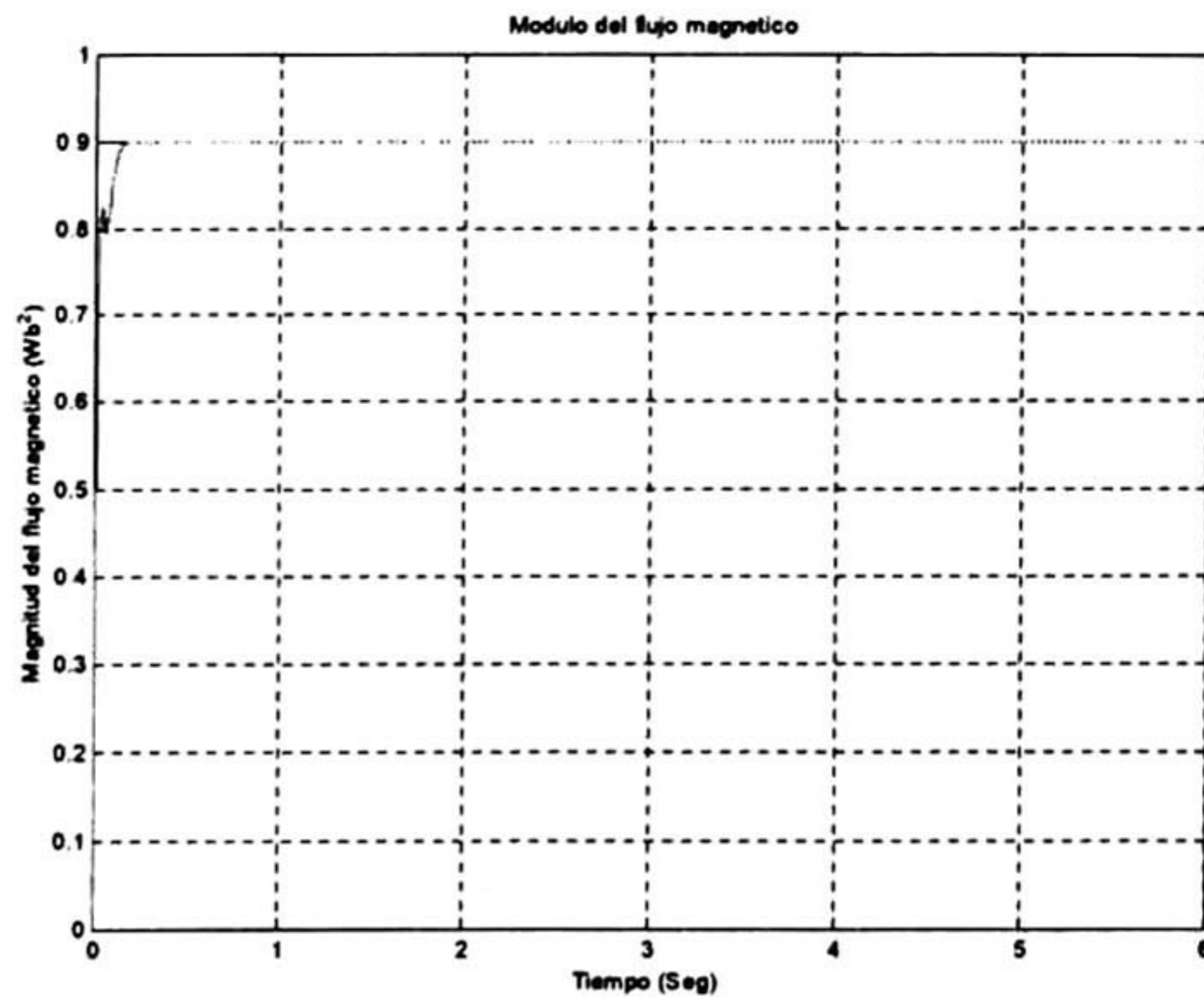


Fig.5.84.- Módulo del flujo φ y su referencia φ_{ref} . Fig.5.85.- Error de seguimiento del módulo del flujo.

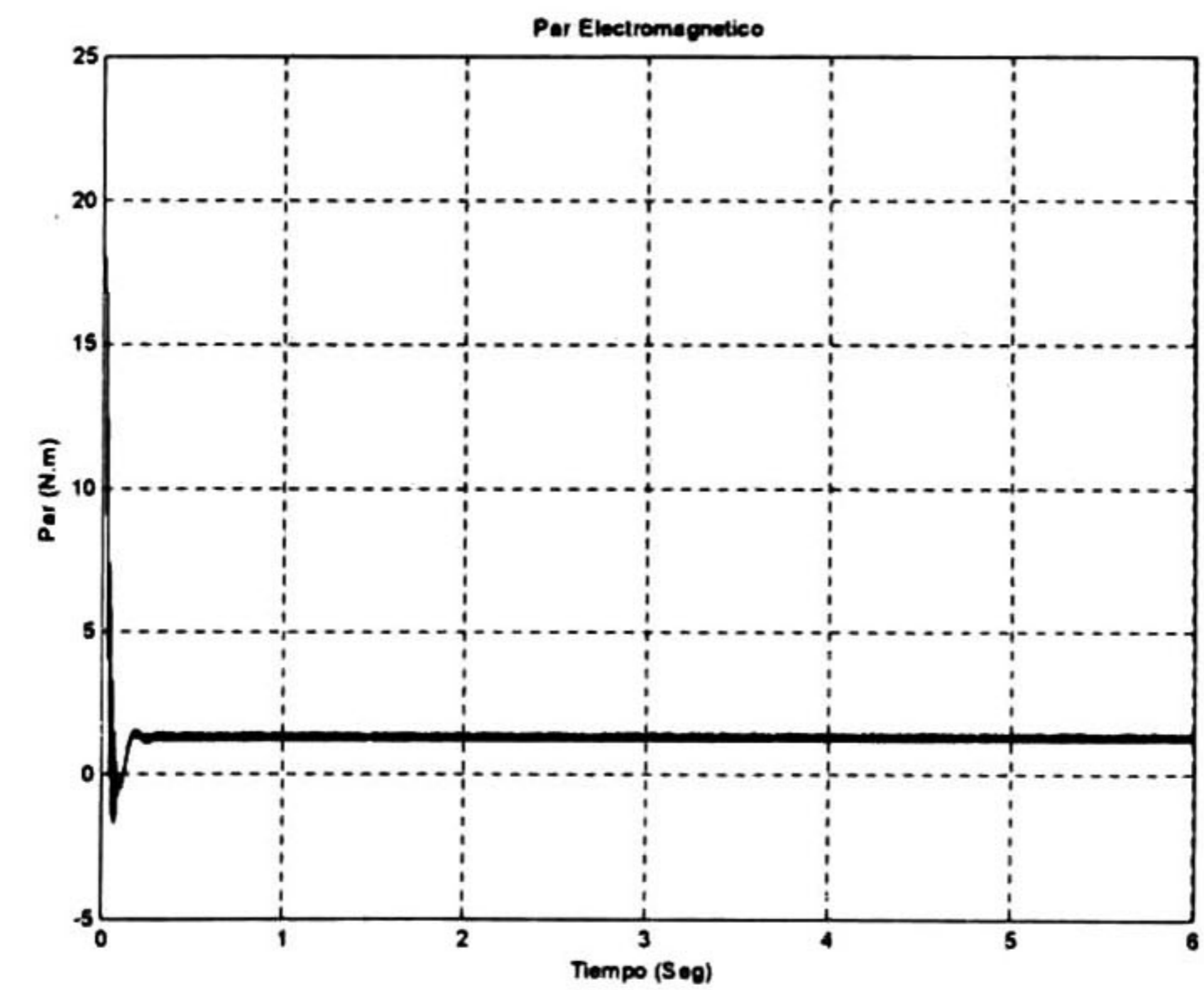
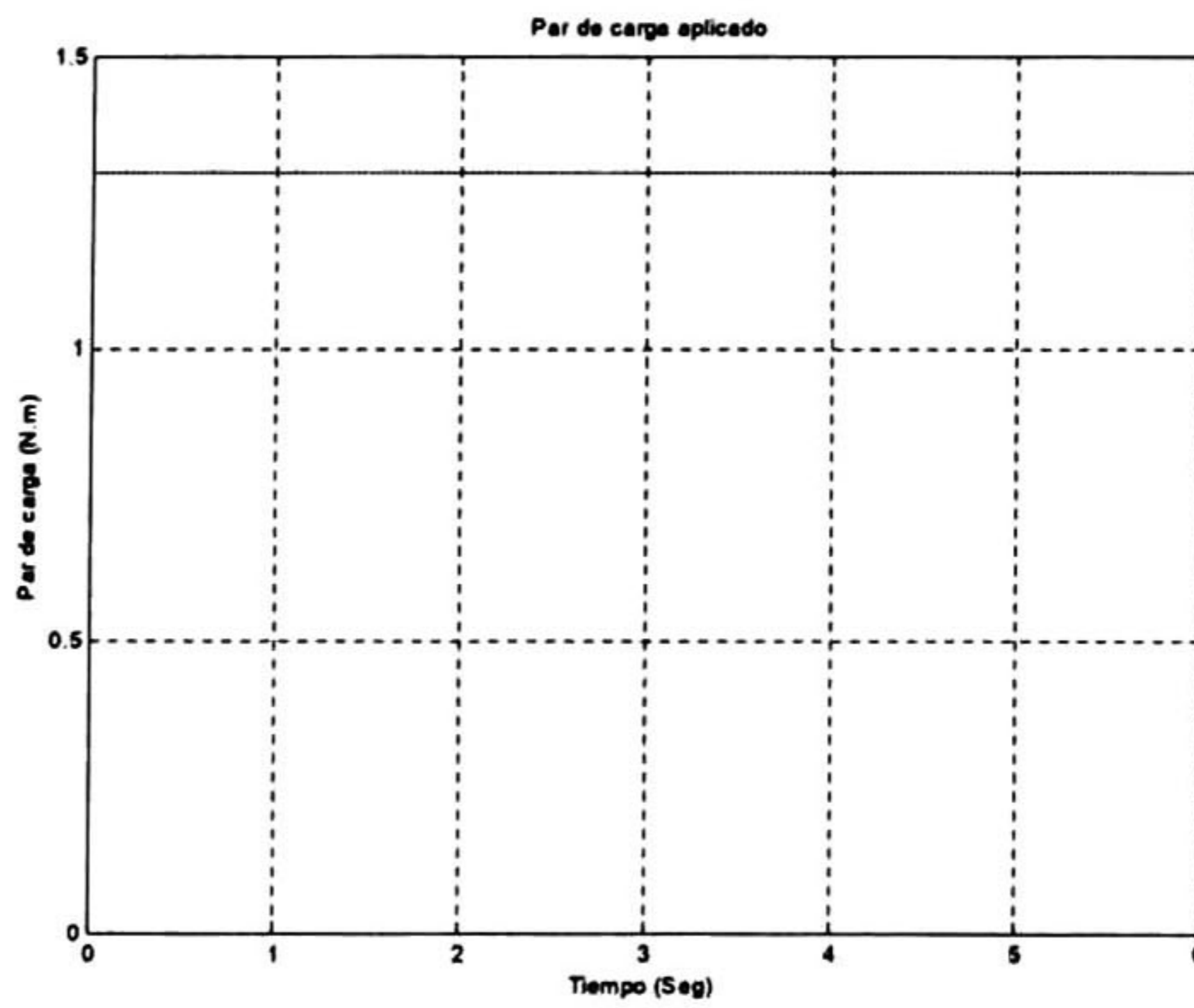


Fig.5.86.- Par de carga aplicado T_L .

Fig.5.87.- Par electromagnético T_e .

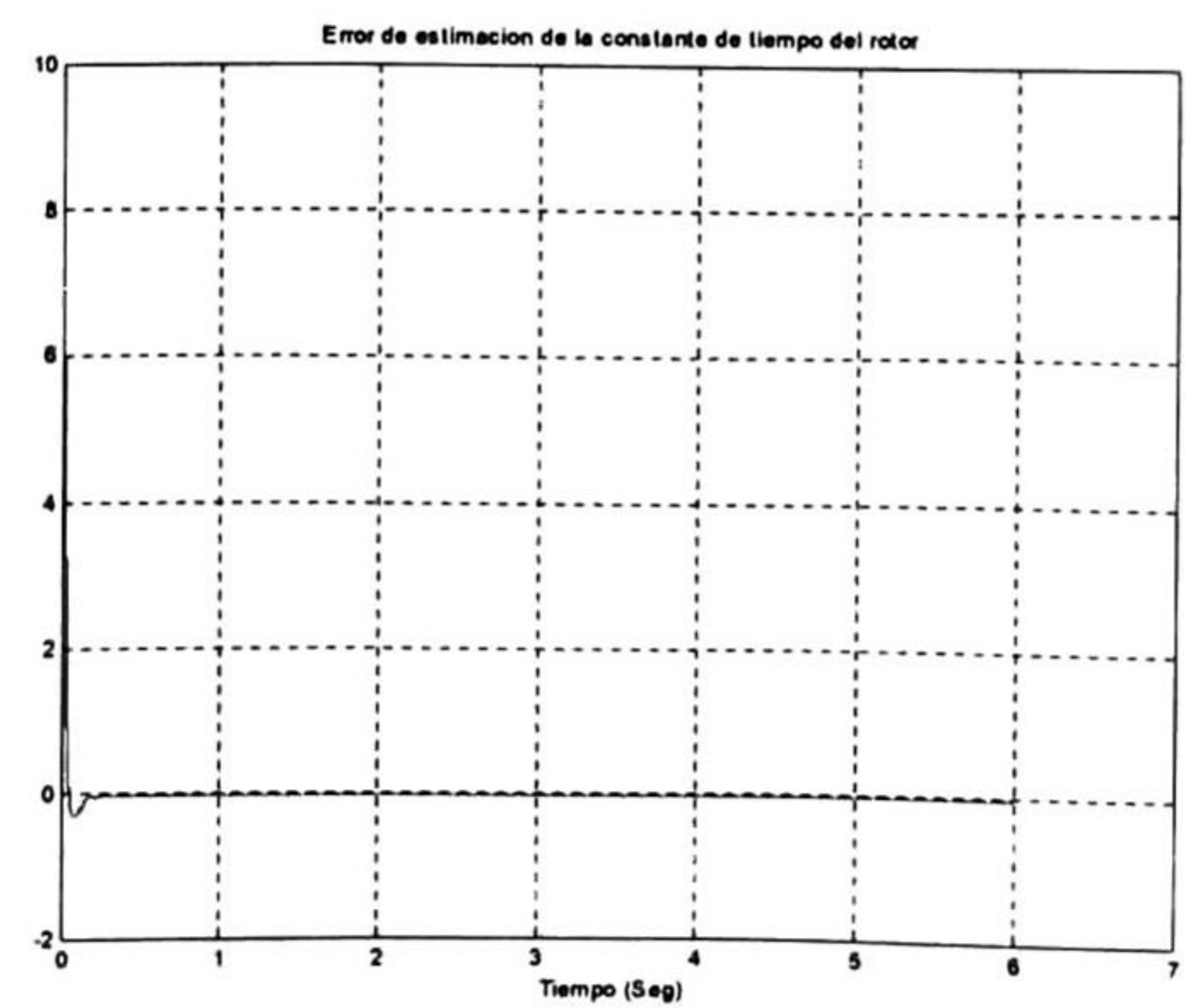
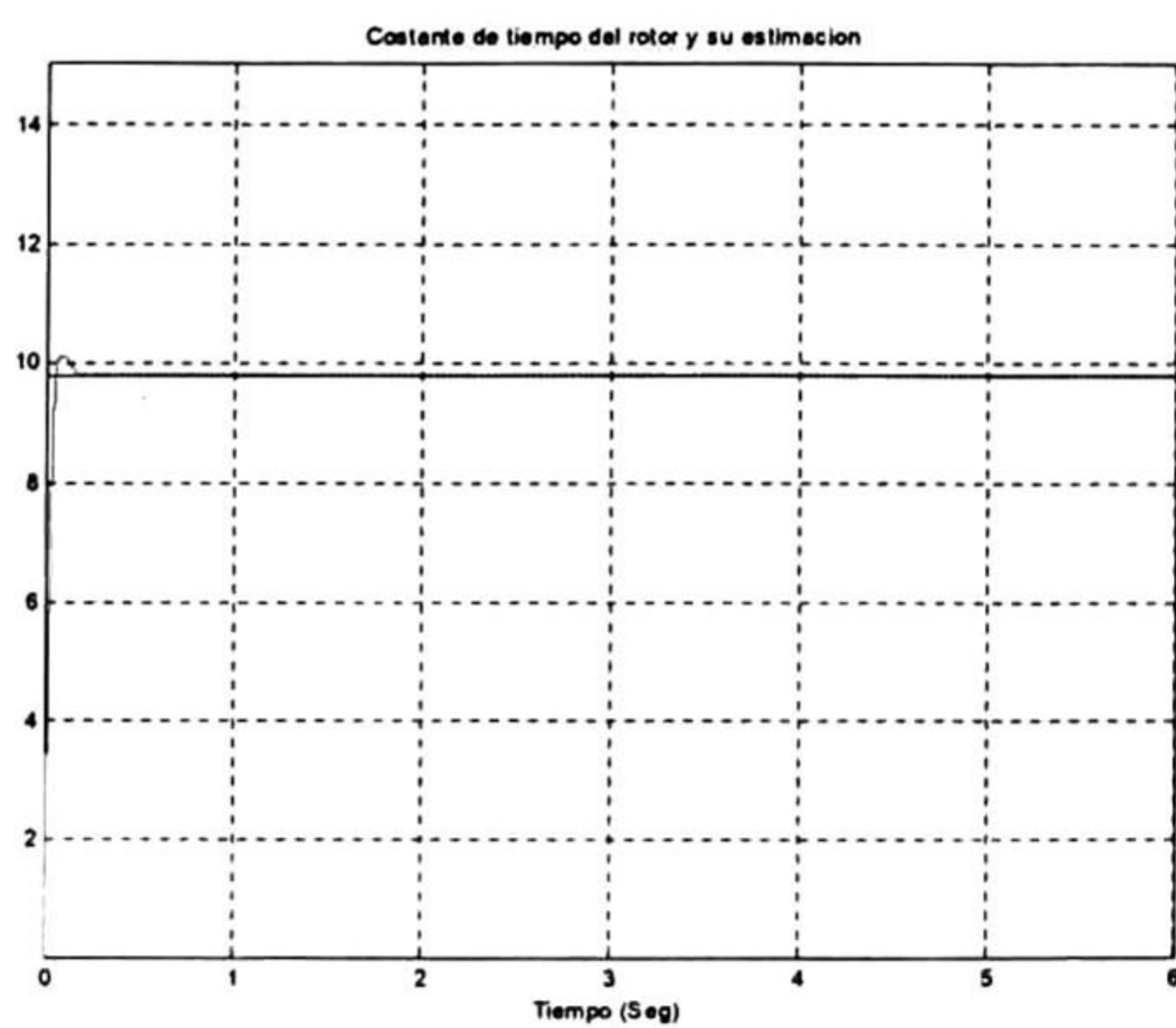


Fig.5.88.- Const. de tiempo real η y su estimación $\hat{\eta}$.

Fig.5.89.- Error de estimación $\tilde{\eta}$.

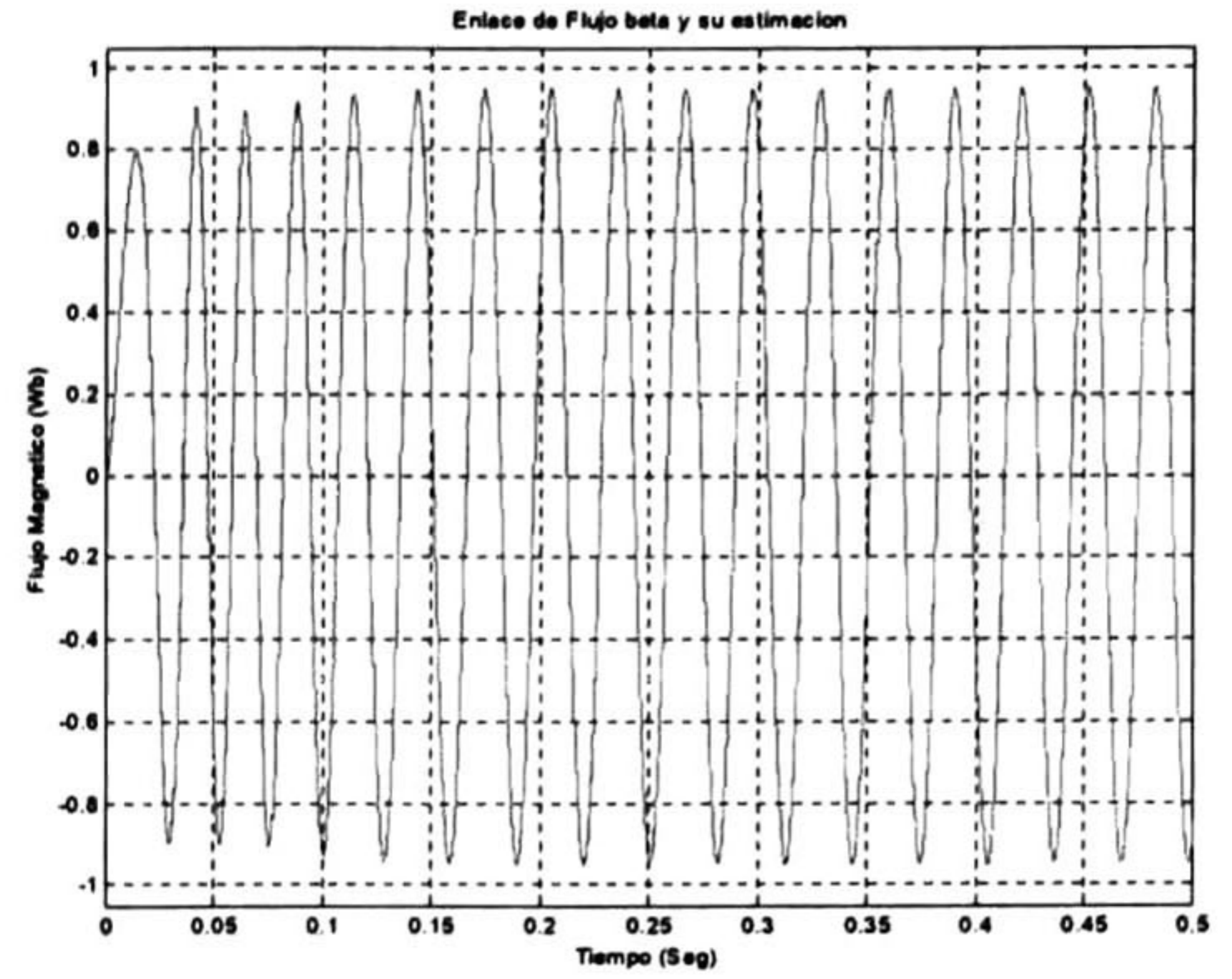
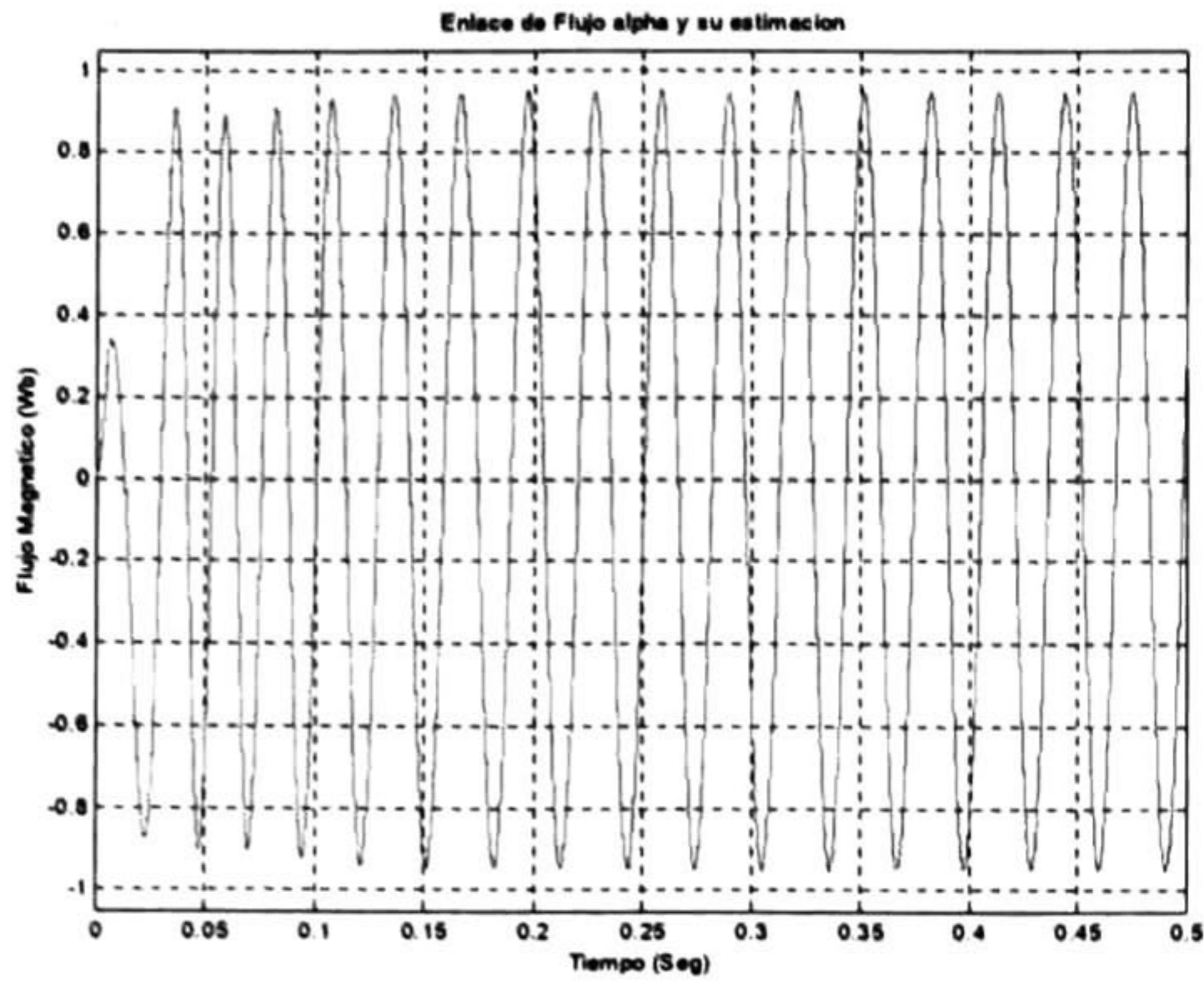


Fig.5.90.- Flujo magnético λ_α y su estimación $\hat{\lambda}_\alpha$. Fig.5.91.- Flujo magnético λ_β y su estimación $\hat{\lambda}_\beta$.

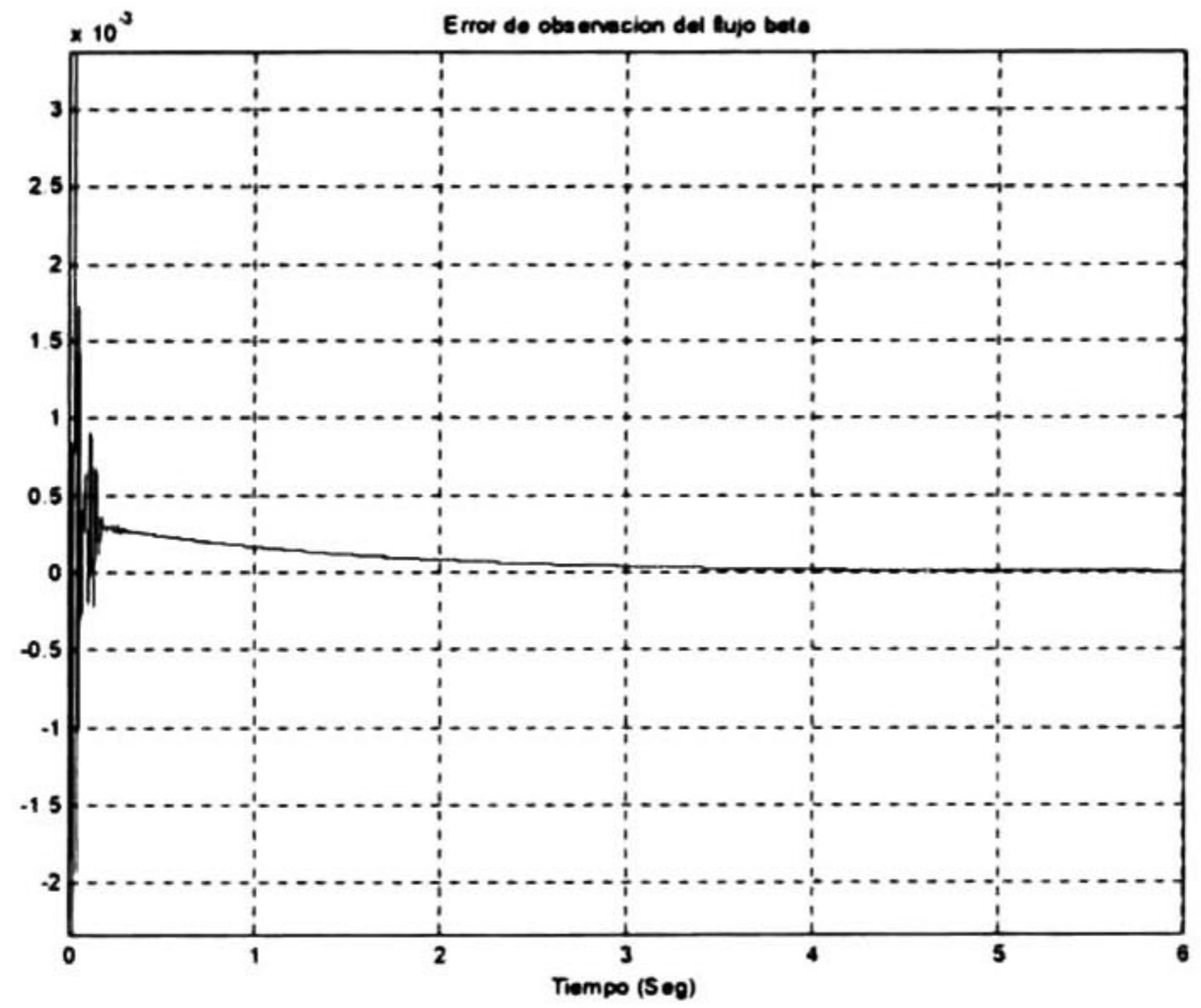
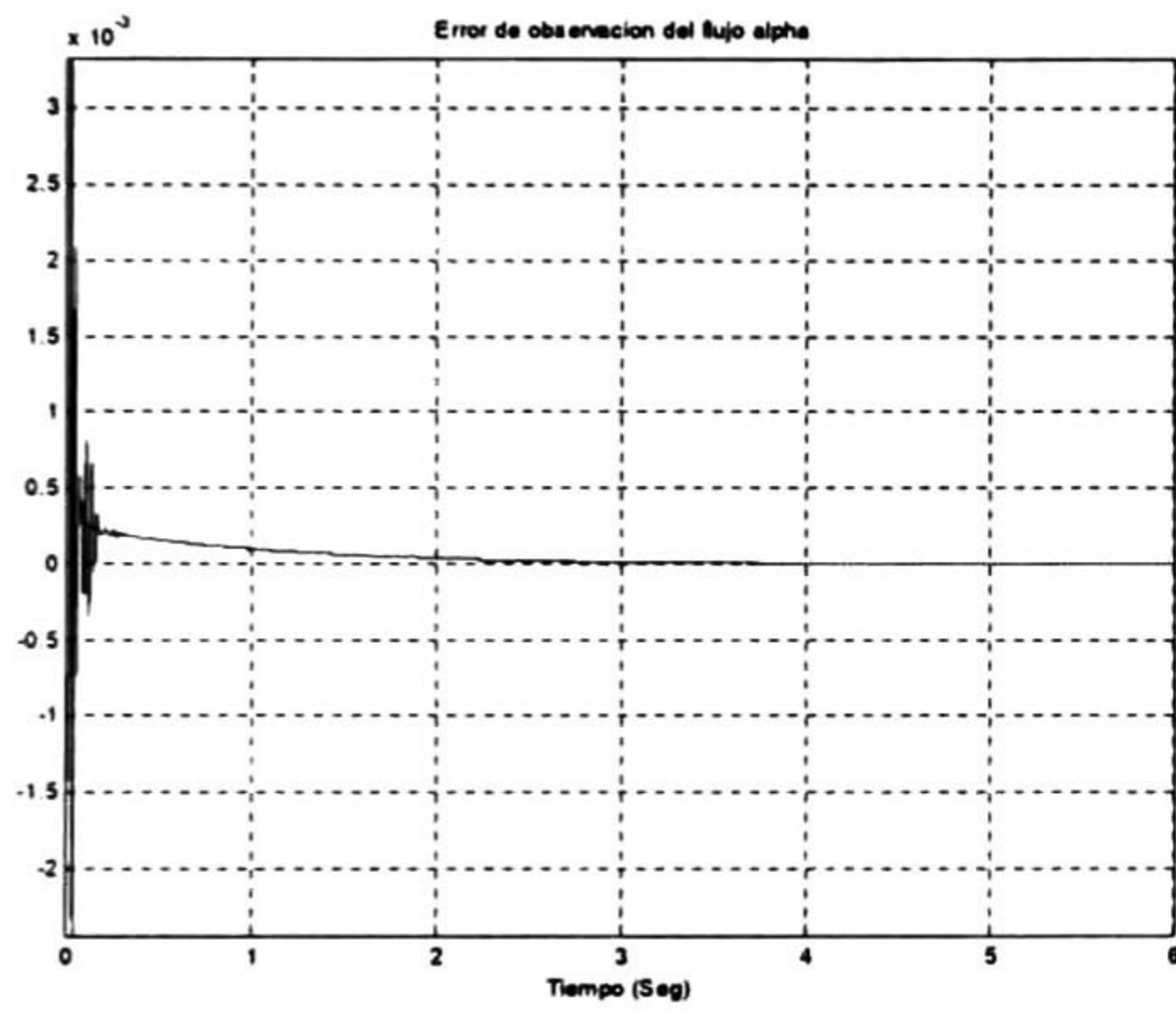


Fig.5.92.- Error de estimación $\tilde{\lambda}_\alpha$.

Fig.5.93.- Error de estimación $\tilde{\lambda}_\beta$.

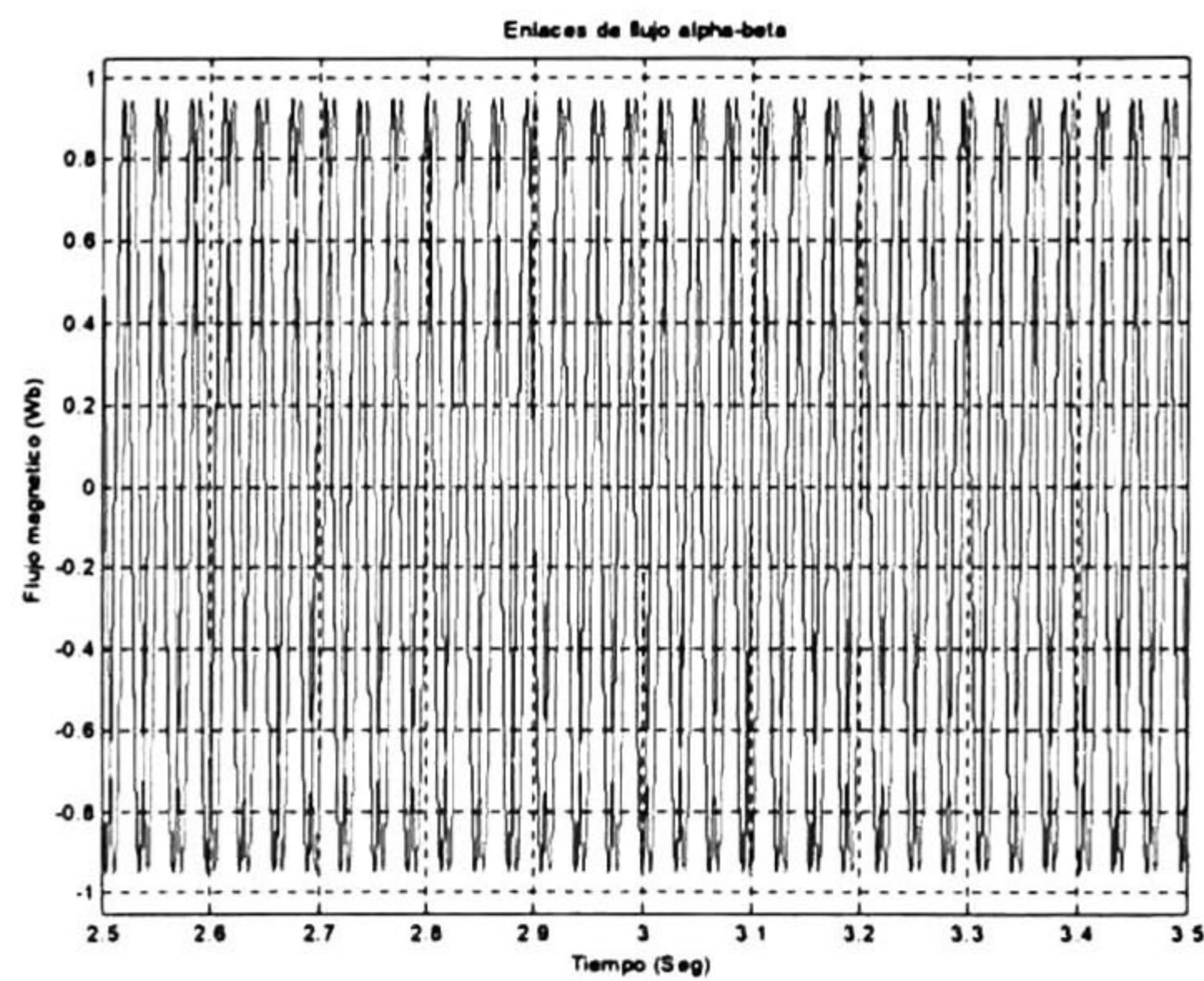
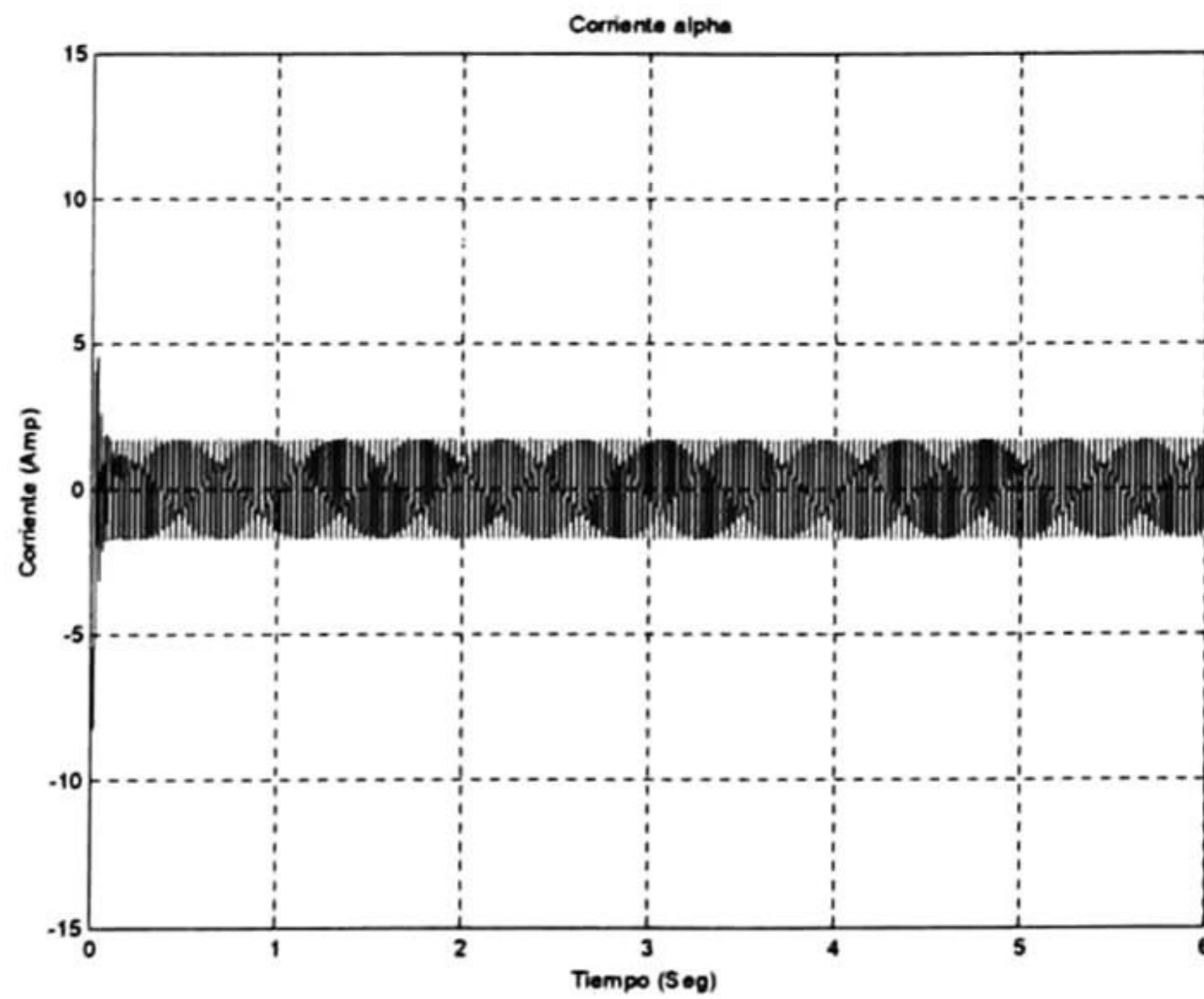
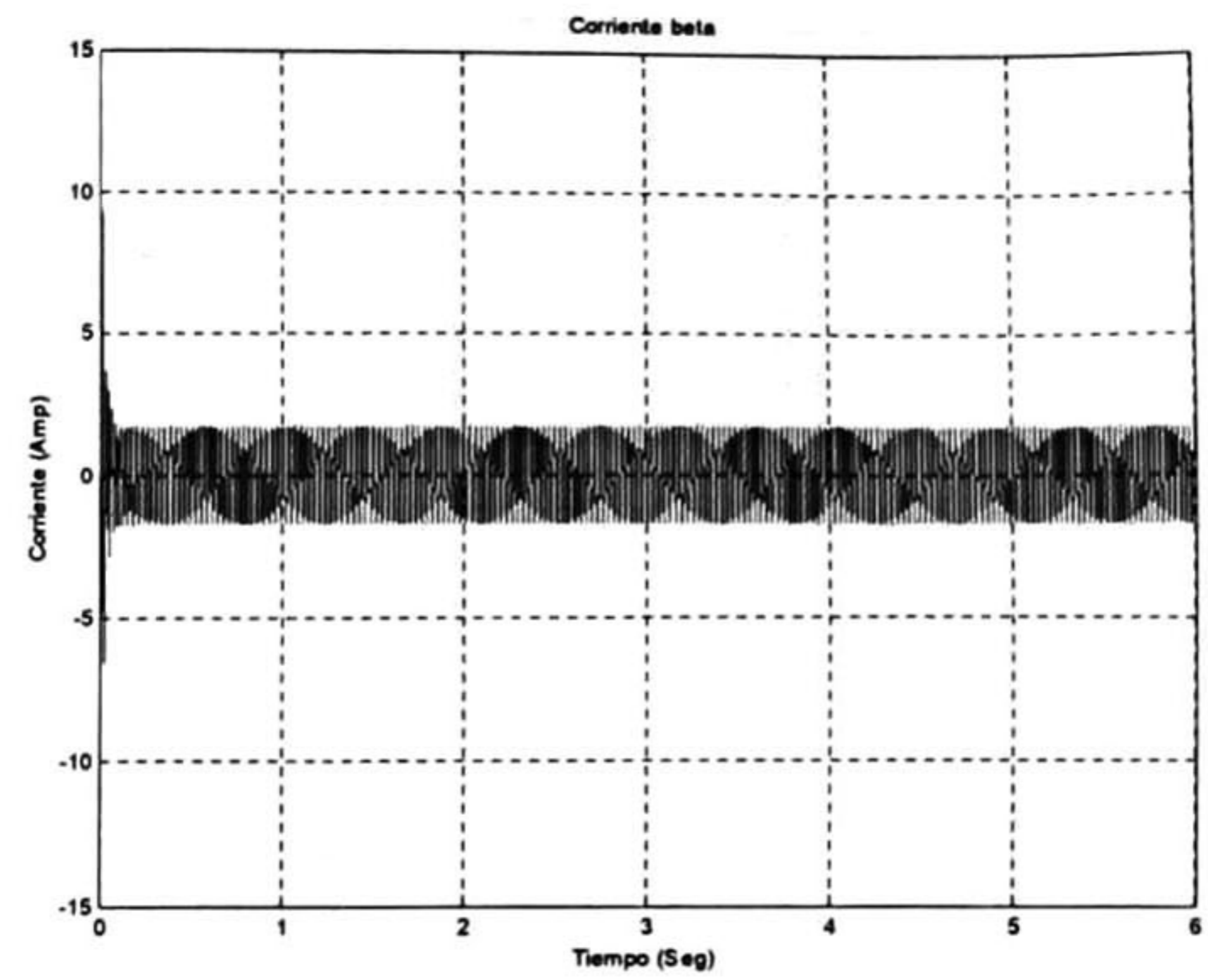
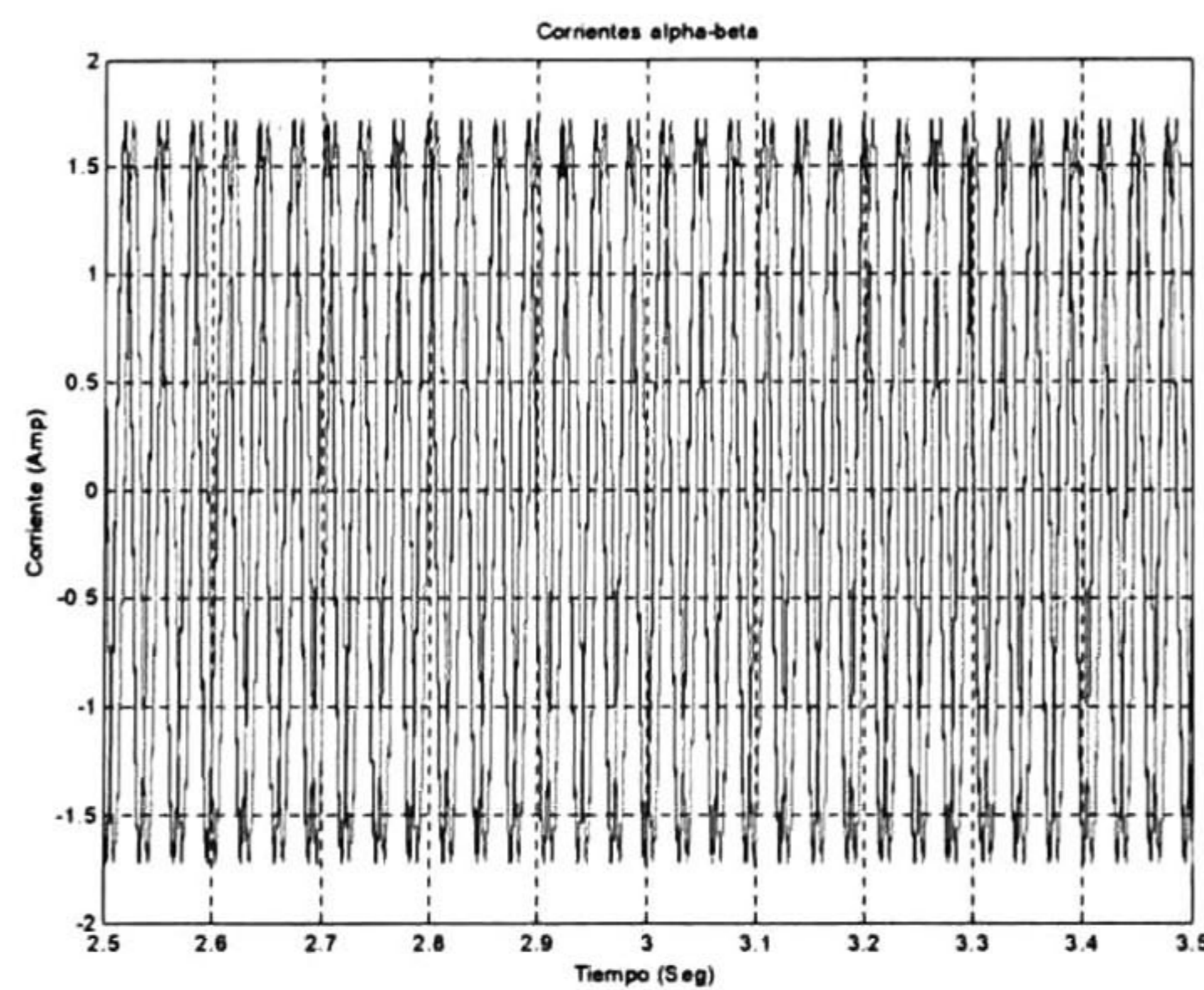
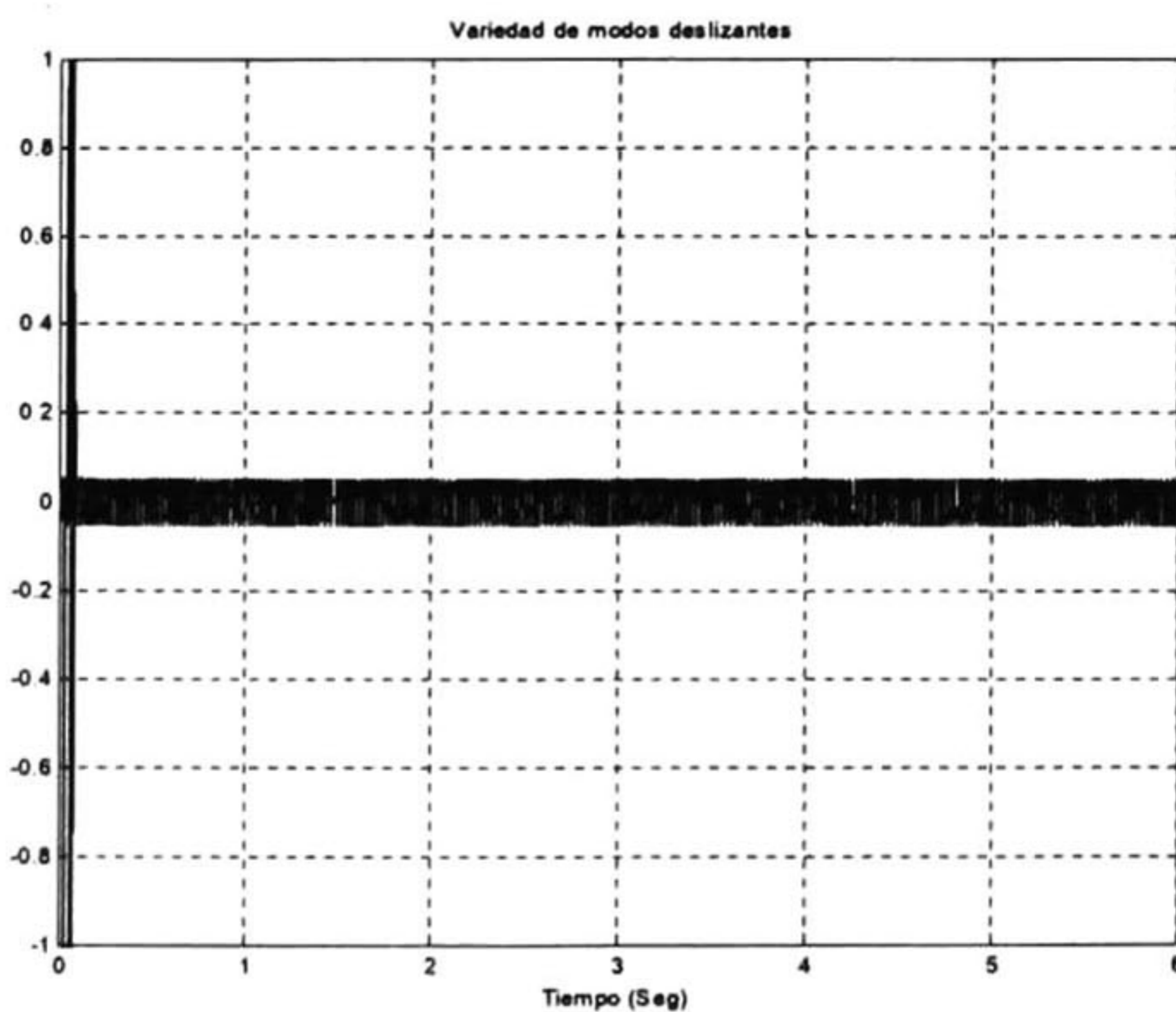
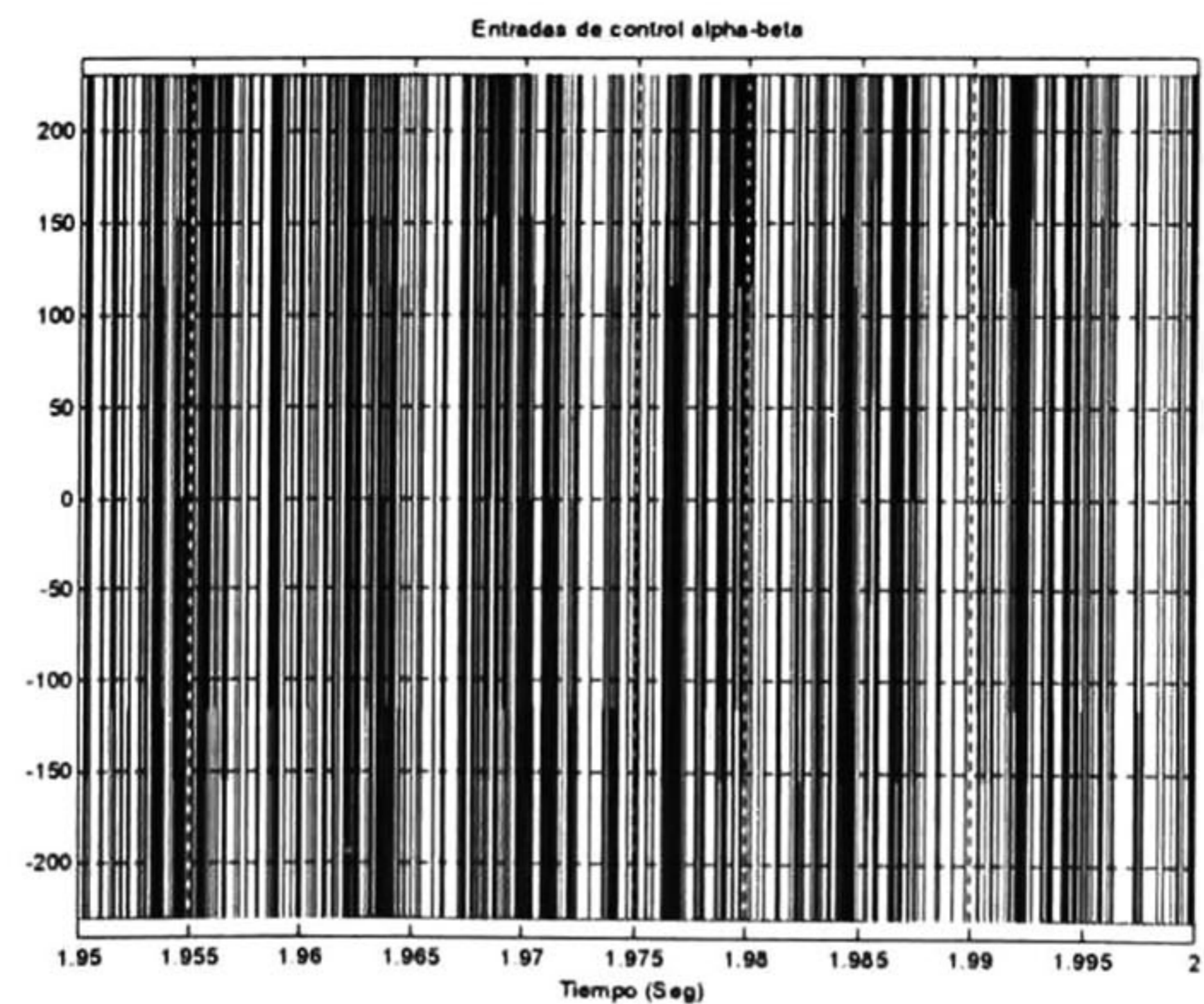


Fig.5.94.- Flujos magnéticos del rotor λ_α y λ_β en estado estable.

Fig.5.95.- Corriente eléctrica del estator i_α .Fig.5.96.- Corriente eléctrica del estator i_β .Fig.5.97.- Corrientes eléctricas del estator i_α e i_β en estado estable.Fig.5.98.- Variedades de modos deslizantes S_α y S_β .Fig.5.99.- Entradas de control u_α y u_β .

En la fig.(5.81) podemos observar cómo la velocidad real del motor, ω_r , y su estimación, $\hat{\omega}_r$, alcanzan rápidamente a la velocidad de referencia, $\omega_{ref.}$, y los errores de control y estimación tienden rápidamente a valores muy cercanos a cero, figs.(5.82)-(5.83). El módulo del flujo magnético, φ , también tiende rápidamente al valor de referencia, como podemos ver en la fig. (5.84), y el error de control de esta variable tiende a cero, fig. (5.85). El par electromagnético, T_e , tiende al valor del par de carga T_L aplicado, fig. (5.87). Observamos en la fig. (5.88) que el valor de la constante de tiempo del rotor estimada tiende al valor real de la misma, y el error de estimación tiende a un valor cercano a cero, fig. (5.89).

En la figs. (5.90)-(5.91) y fig. (5.94) podemos ver cómo los flujos magnéticos del rotor y sus estimaciones

rápidamente se estabilizan, y los errores de observación del flujo magnético tienden rápidamente a valores cercanos a cero, como podemos ver en las figs. (5.92)-(5.93). Las corrientes del estator en las figs.(5.95)-(5.97), alcanzan valores altos inicialmente, pero se estabilizan rápidamente alcanzando valores aceptables en poco tiempo. En la fig. (5.98) vemos cómo se comportan las variedades de modos deslizantes y en la fig. (5.99) las entradas de control discontinuas.

Con los resultados aquí presentados, podemos verificar el buen desempeño y robustez ante perturbaciones desconocidas, del controlador-observador diseñado, en su aplicación a un motor de inducción de tamaño pequeño.

Simulación del Motor II.

A continuación presentamos los resultados de la simulación numérica del motor de inducción en lazo cerrado, aplicando el controlador obtenido en el capítulo anterior, con parámetros del Motor II, utilizando los flujos magnéticos, la velocidad y la constante de tiempo del rotor estimadas en el lazo de control, y suponiendo como conocidas las corrientes estator.

Para estas simulaciones se utilizó un par de carga inicial de $T_L = 197N.m$, cambiando su valor a los 3 segundos de simulación a su valor nominal $T_L = 395N.m$, la velocidad de referencia es seleccionada como $\omega_{ref} = 100Rad/Seg.$, la referencia para el flujo magnético es de $\varphi_{ref} = 0,9Wb^2$, el valor de la constante de tiempo del rotor utilizada fue inicialmente el nominal $\eta = 1,82$, y variando este parámetro un 80 % del valor nominal, y son usados los siguientes valores en los parámetros de diseño del controlador $u_0 = 230$, $K_{01} = - \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \end{bmatrix}$, $K_1 = - \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$ y $C = [1 \ 0]$. Los valores de los parámetros de diseño del observador no lineal adaptable son $k_1 = \hat{\eta}$, $k_2 = -\hat{\omega}_e$, $k_3 = \hat{\omega}_e$, $k_4 = \hat{\eta}$, $k_5 = 50000$, $k_8 = 50000$.

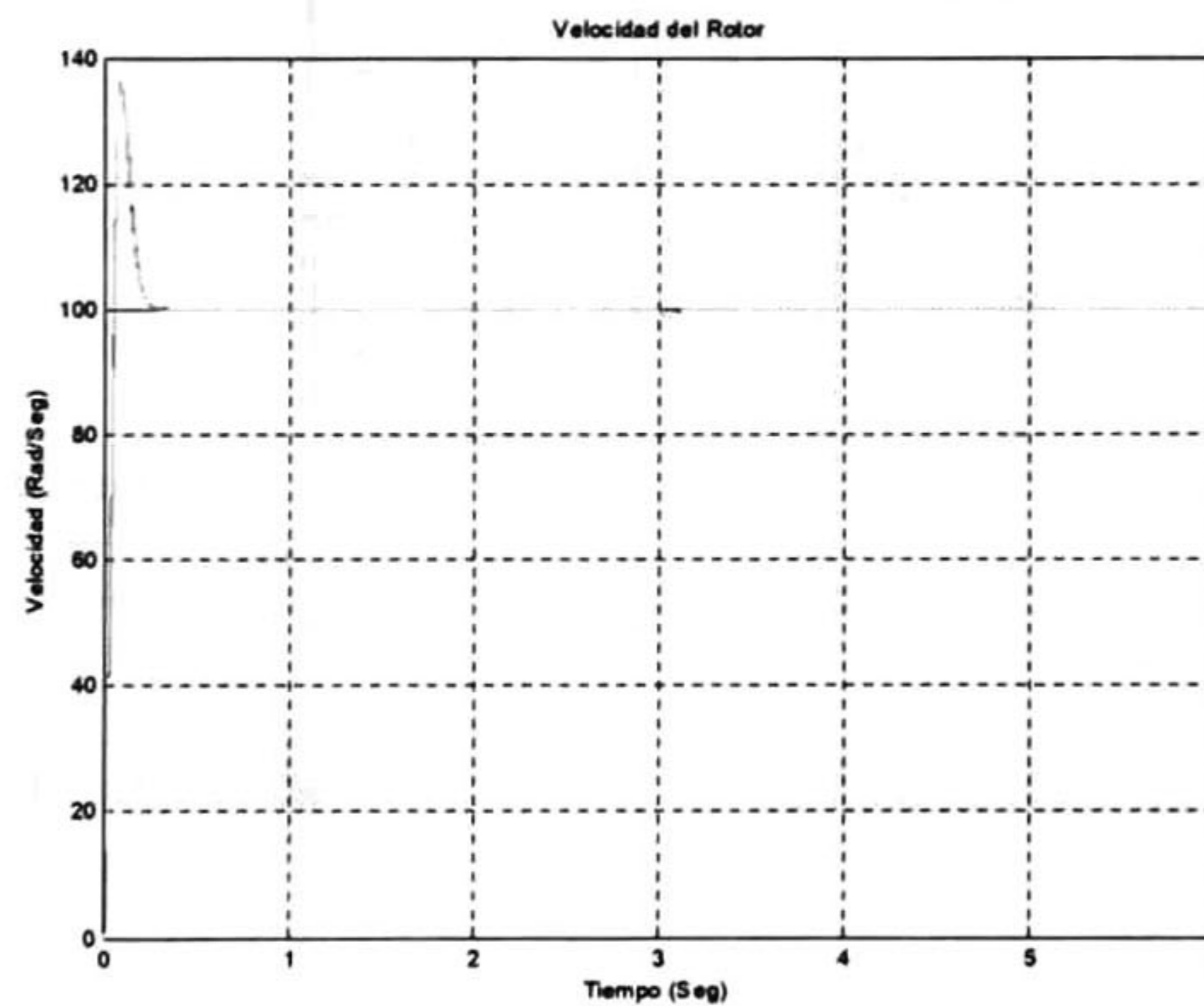


Fig.5.100.- Velocidad real del rotor ω_r , su estimación $\hat{\omega}_r$ y su referencia ω_{rref} .

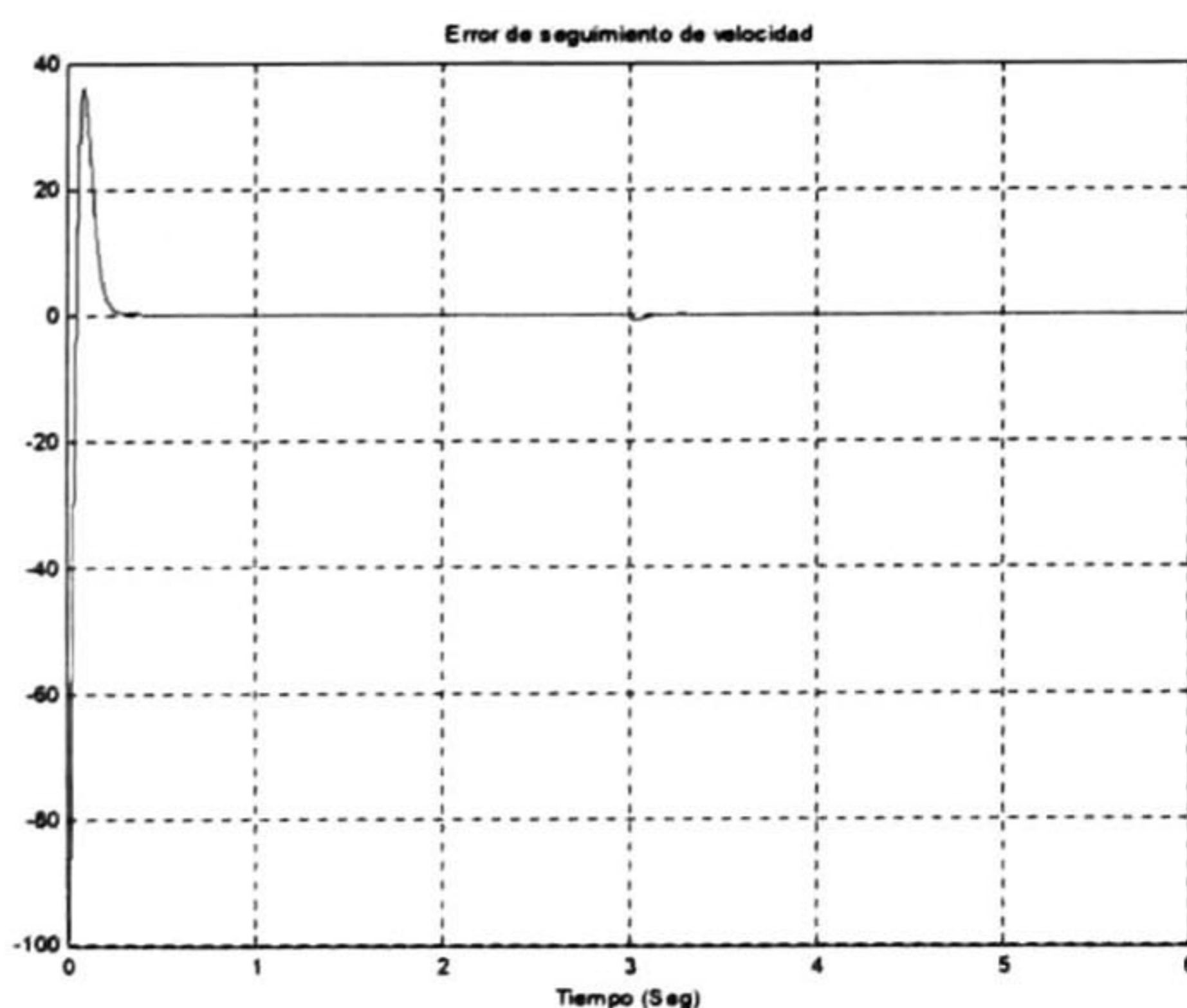


Fig.5.101.- Error de seguimiento de velocidad.

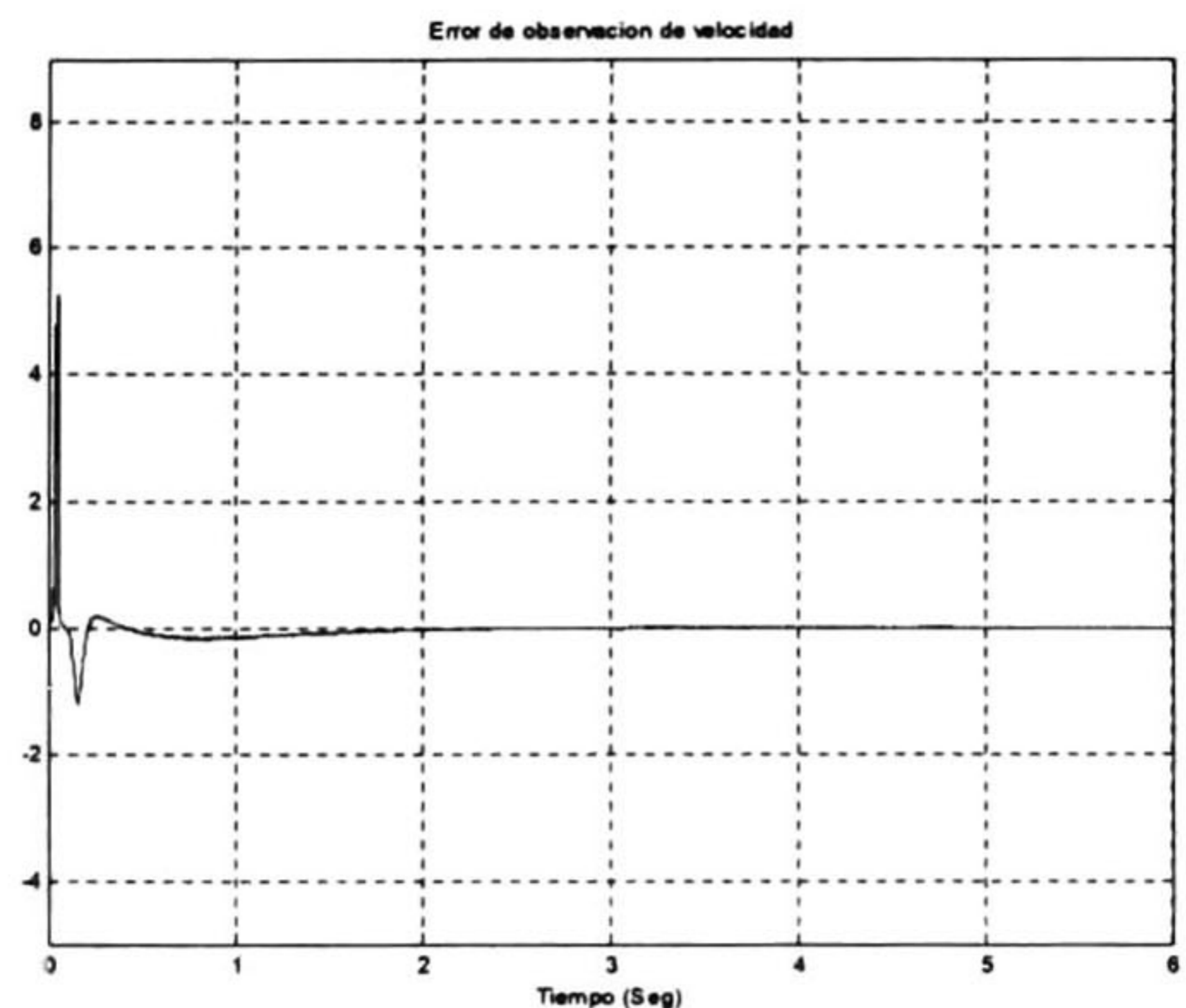


Fig.102.- Error de estimación de velocidad $\tilde{\omega}_r$.

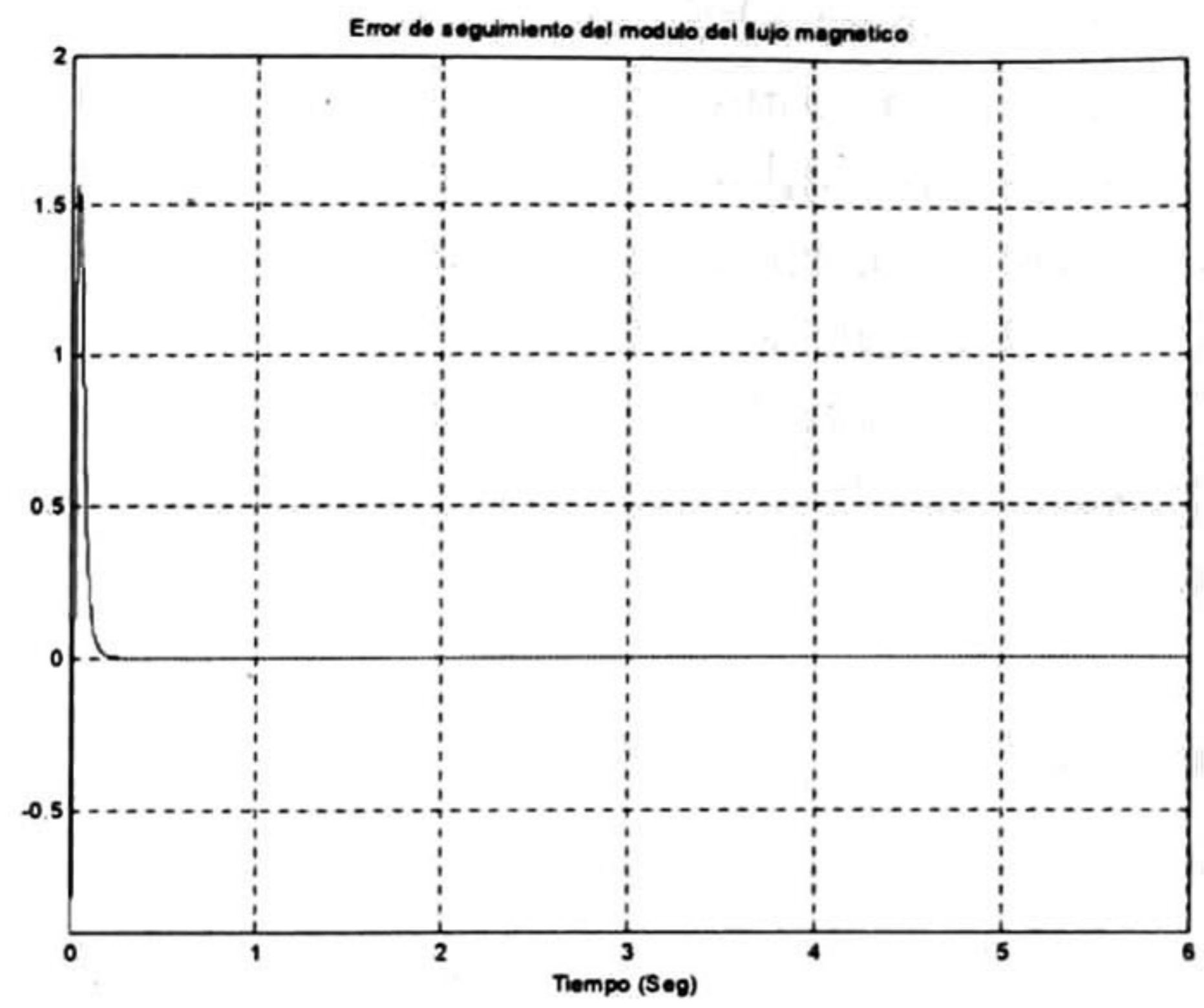
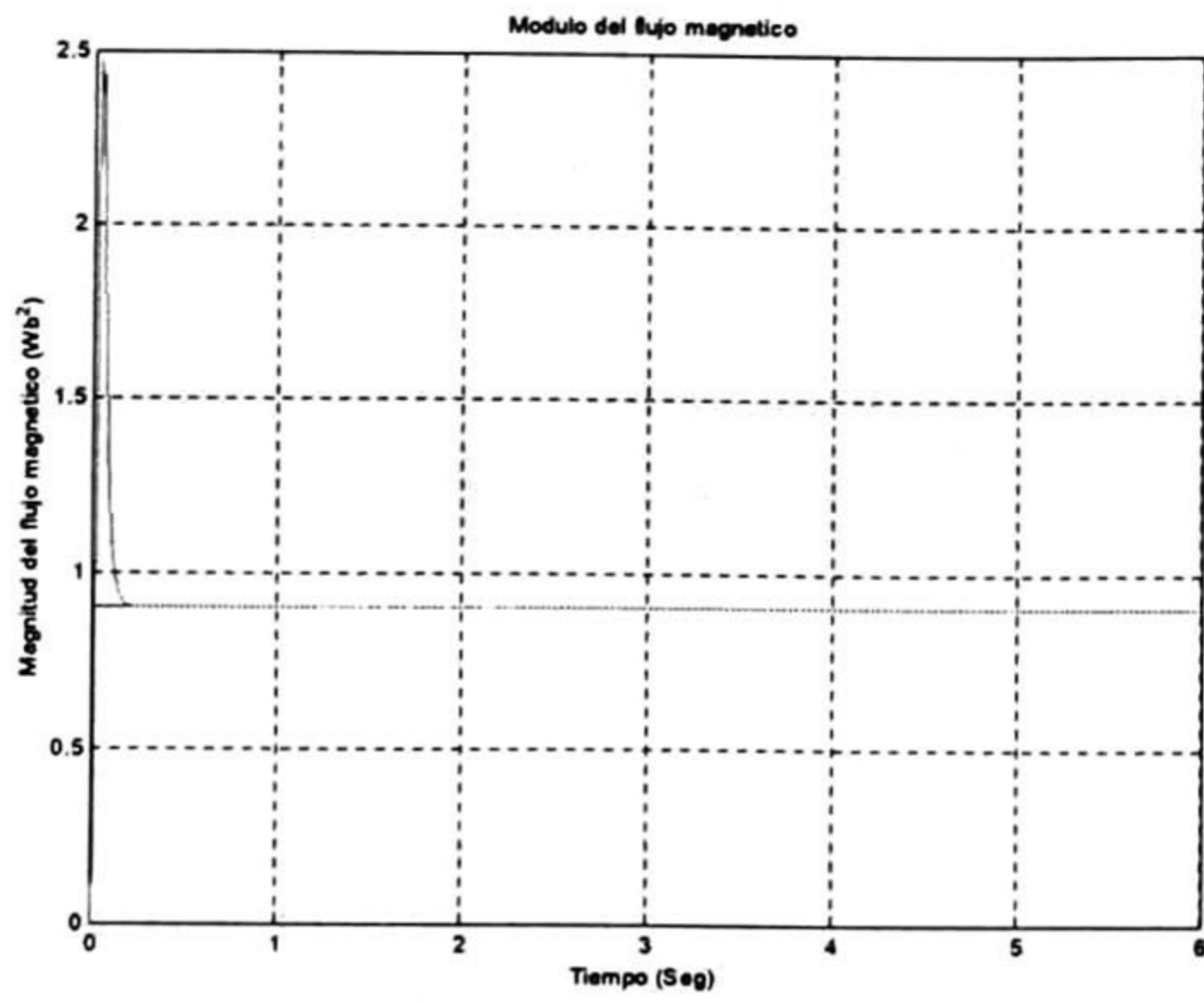


Fig.5.103.- Módulo del flujo φ y su referencia φ_{ref} . Fig.5.104.- Error de seguimiento del módulo del flujo.

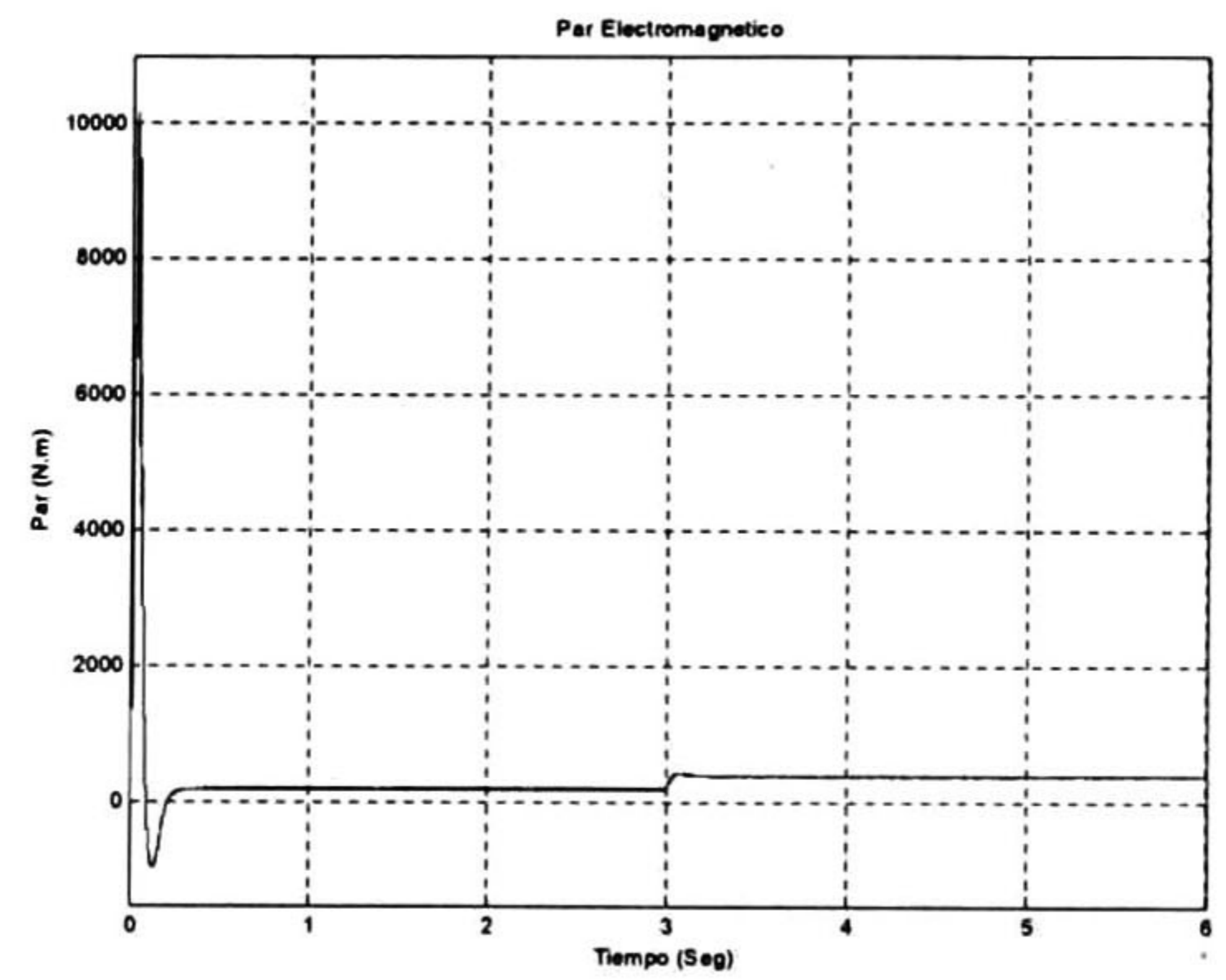
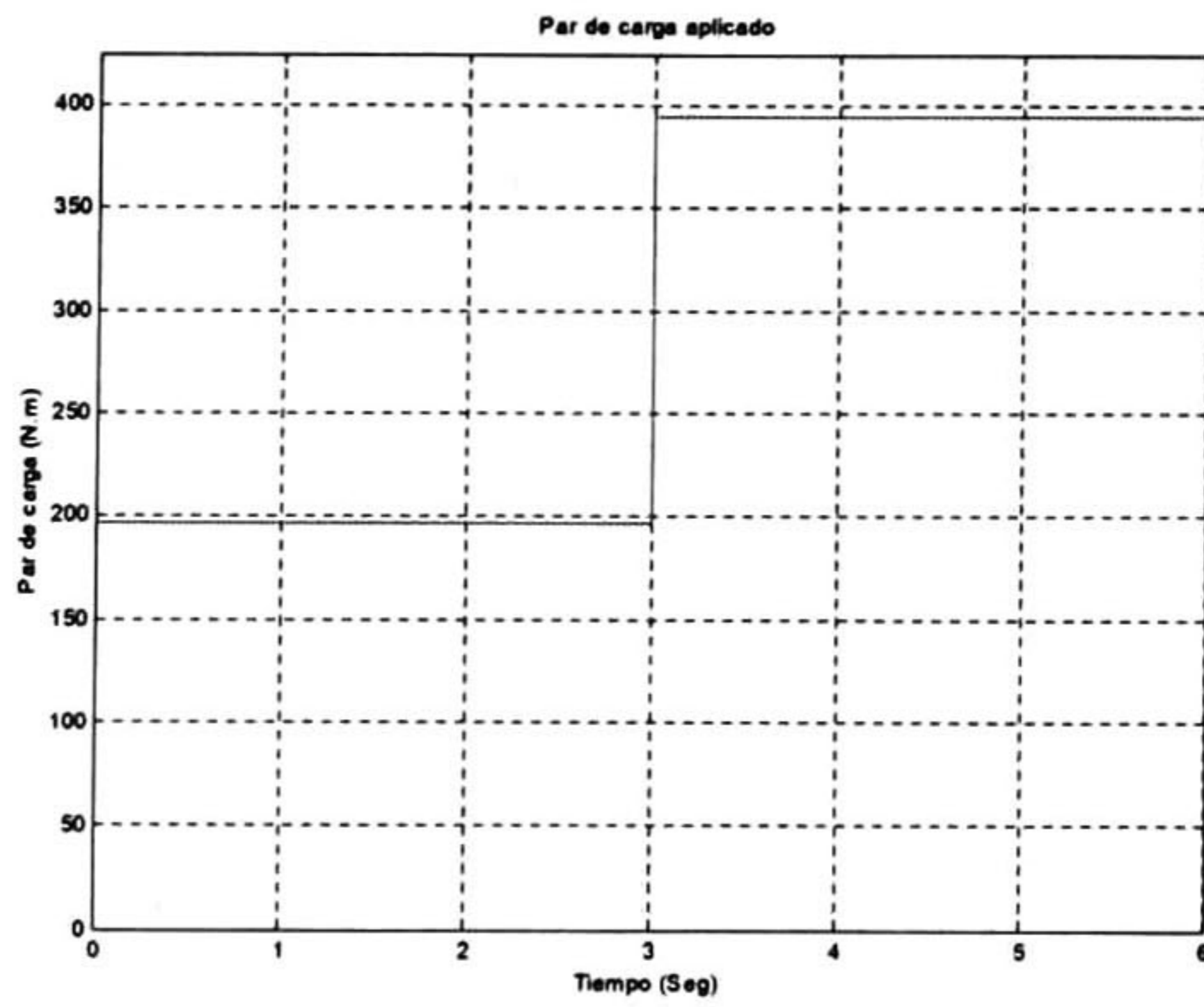


Fig.5.105.- Par de carga aplicado T_L .

Fig.5.106.- Par electromagnético T_e .

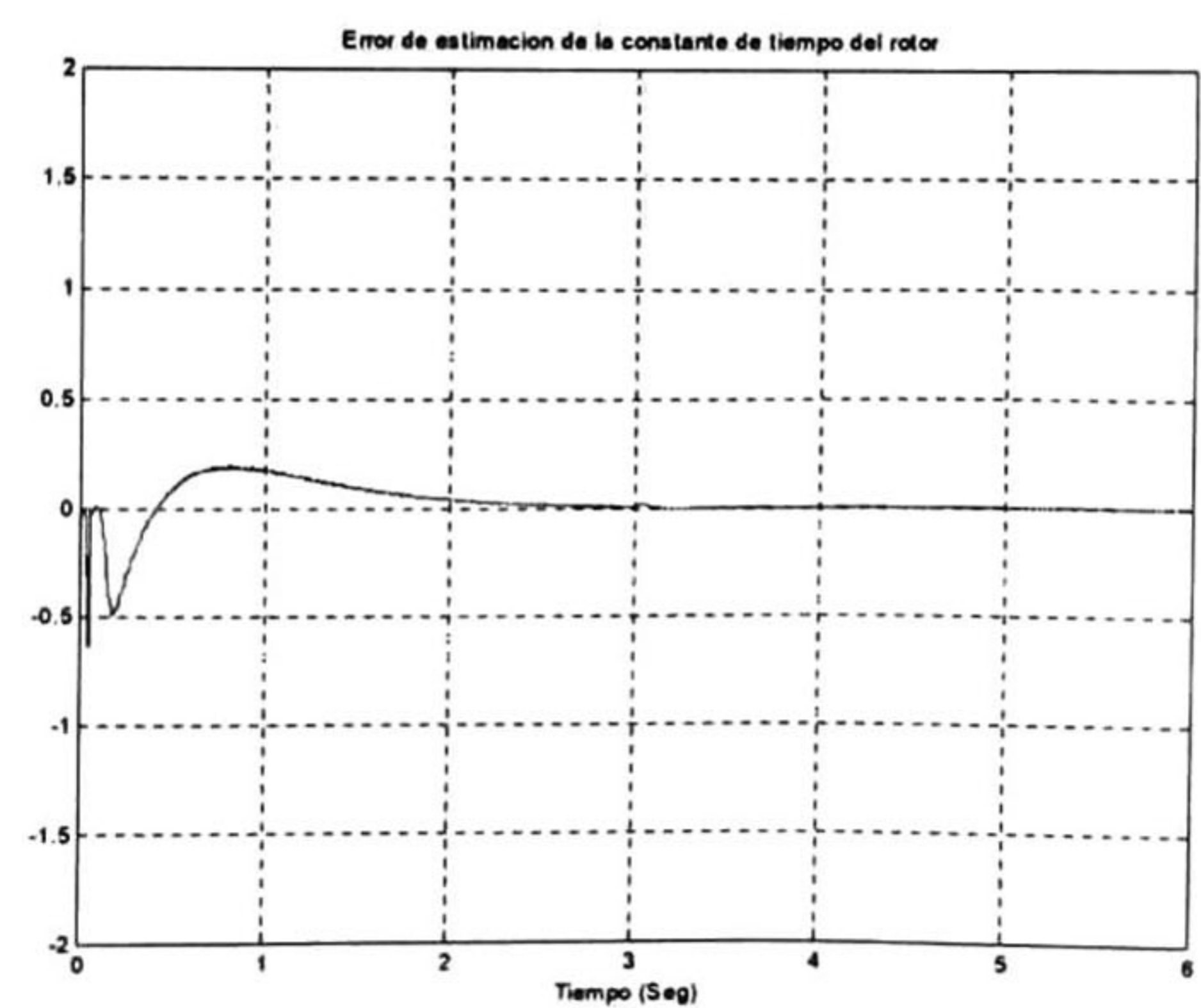
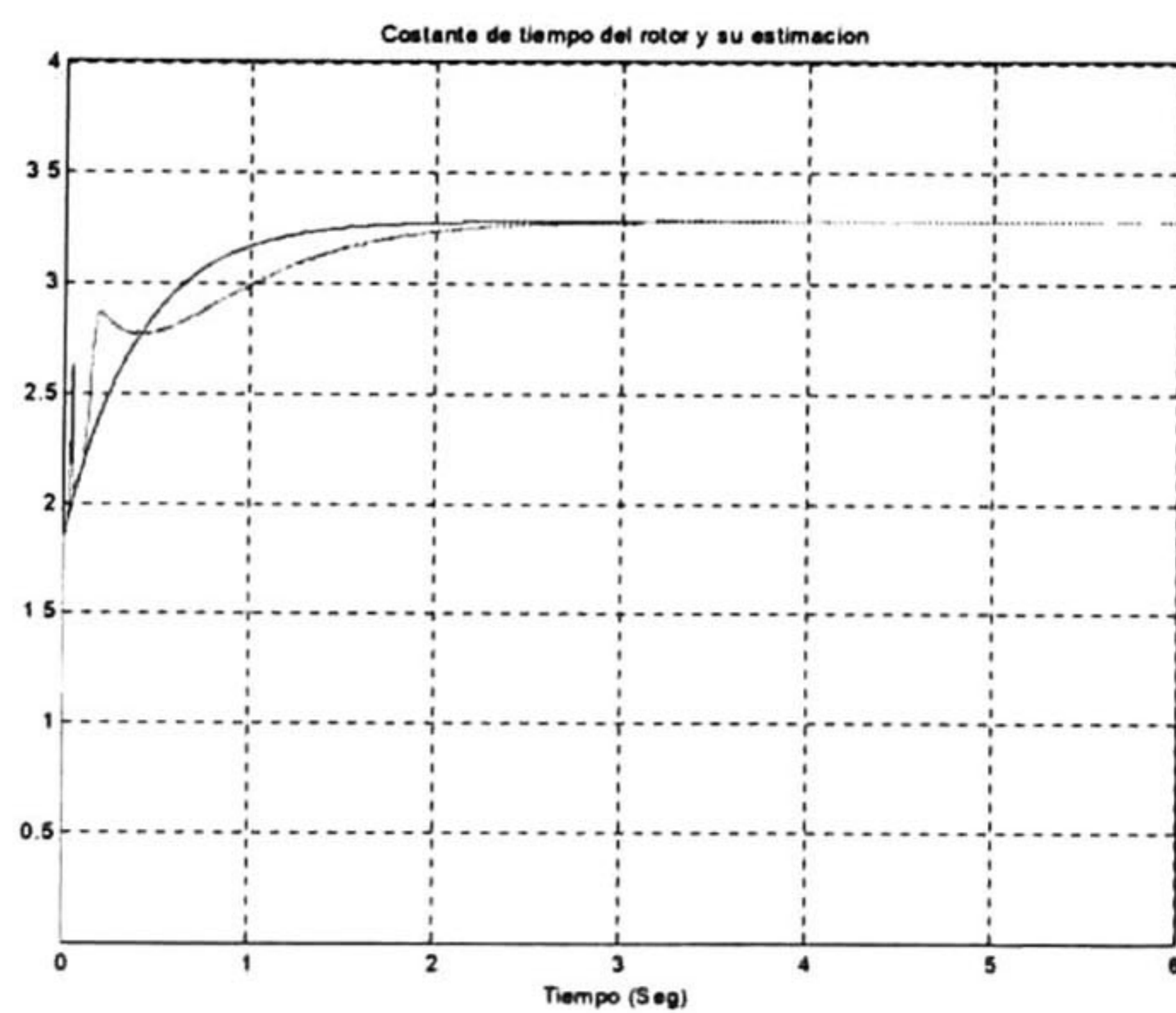


Fig.5.107.- Const. de tiempo real η y su estimación $\hat{\eta}$.

Fig.5.108.- Error de estimación $\tilde{\eta}$.

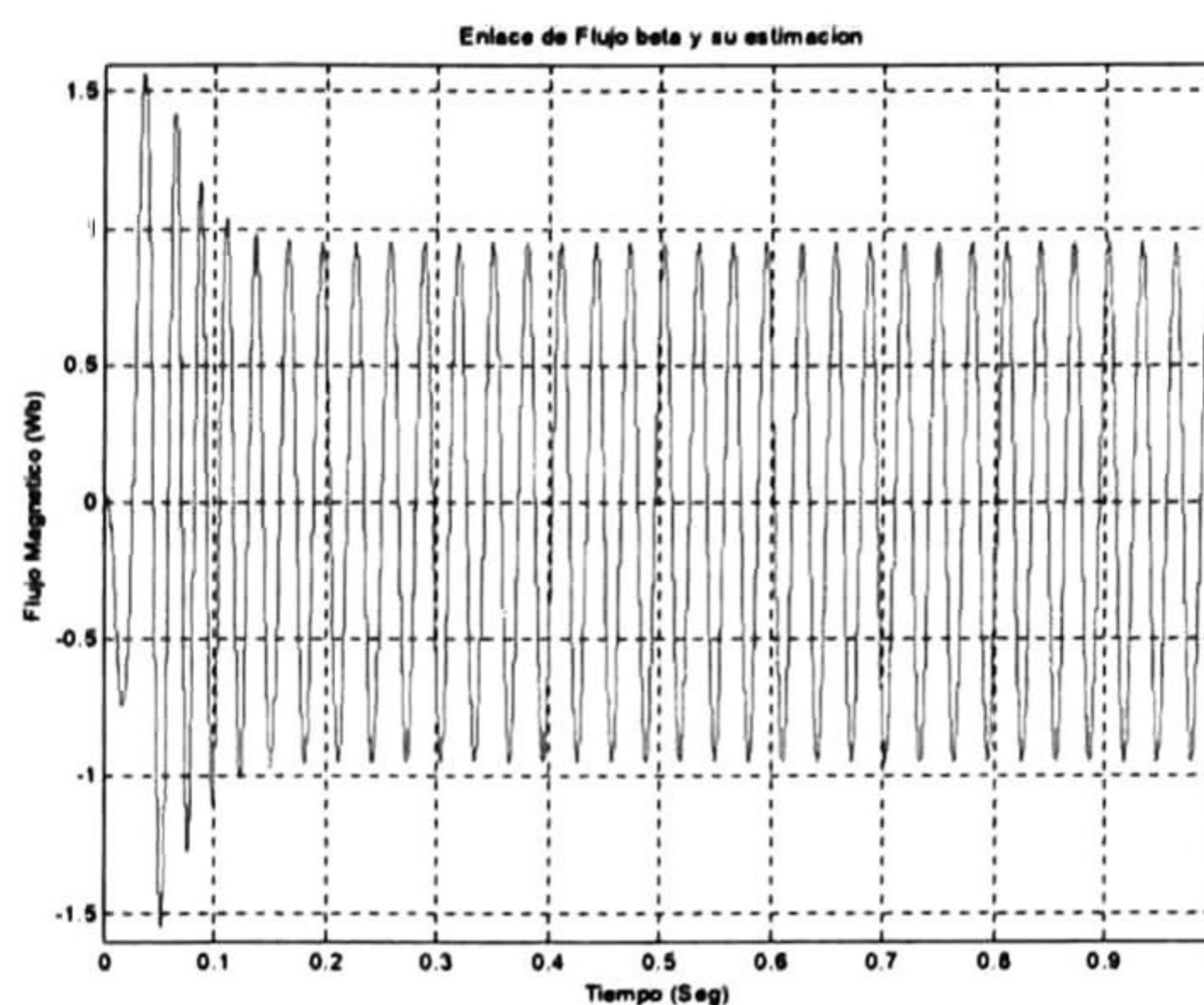
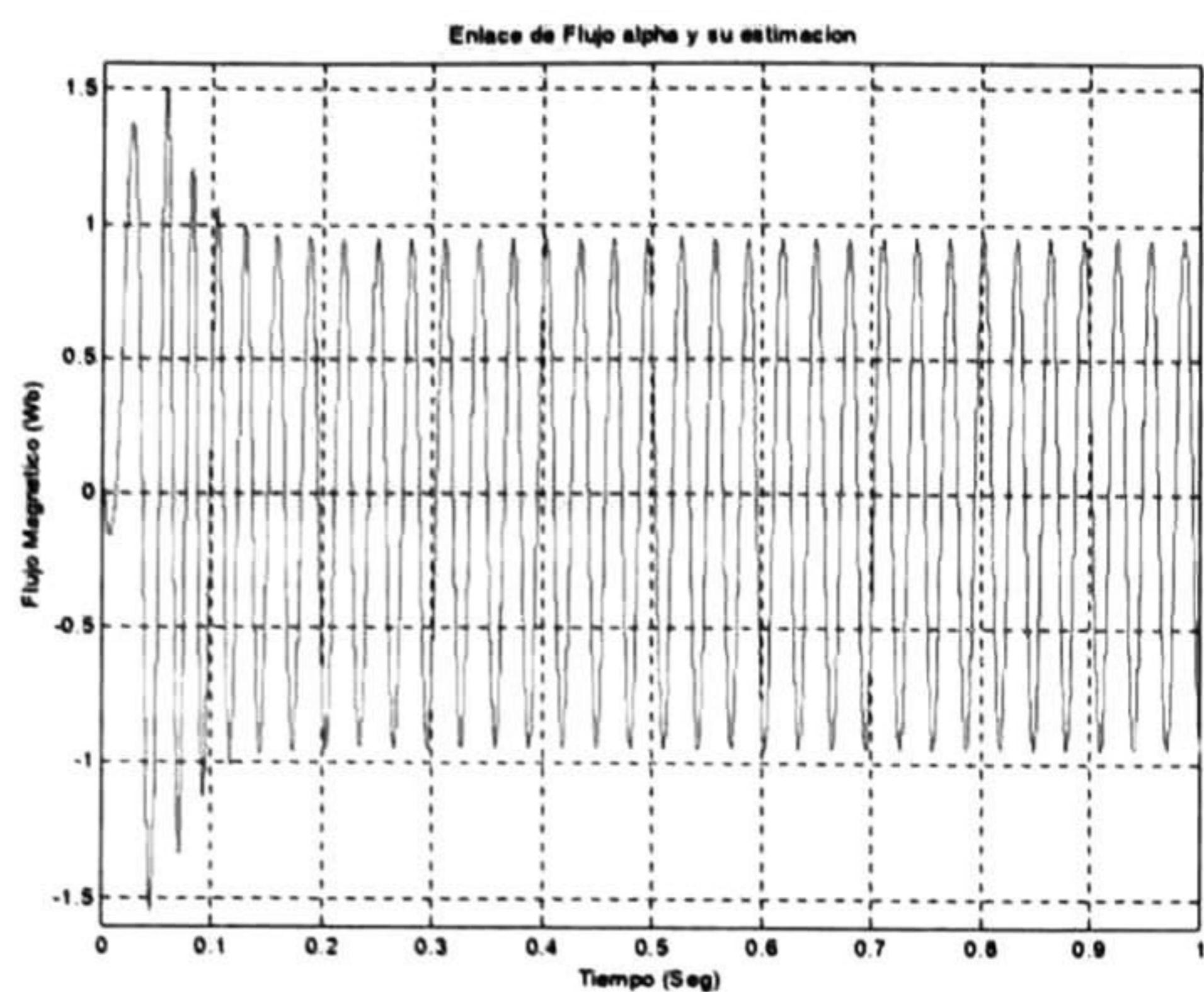


Fig.5.109.- Flujo magnético λ_α y su estimación $\hat{\lambda}_\alpha$. Fig.5.110.- Flujo magnético λ_β y su estimación $\hat{\lambda}_\beta$.

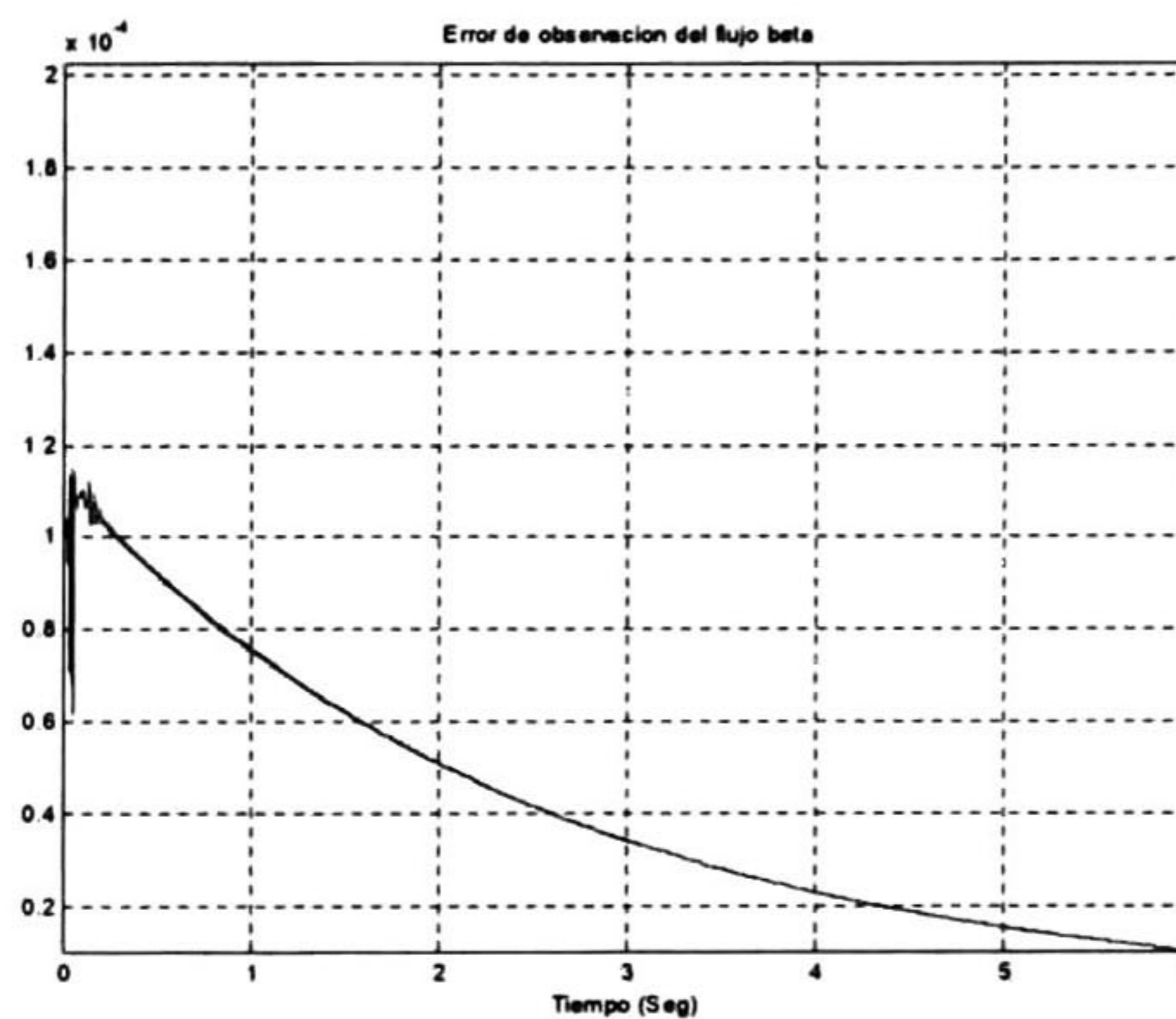
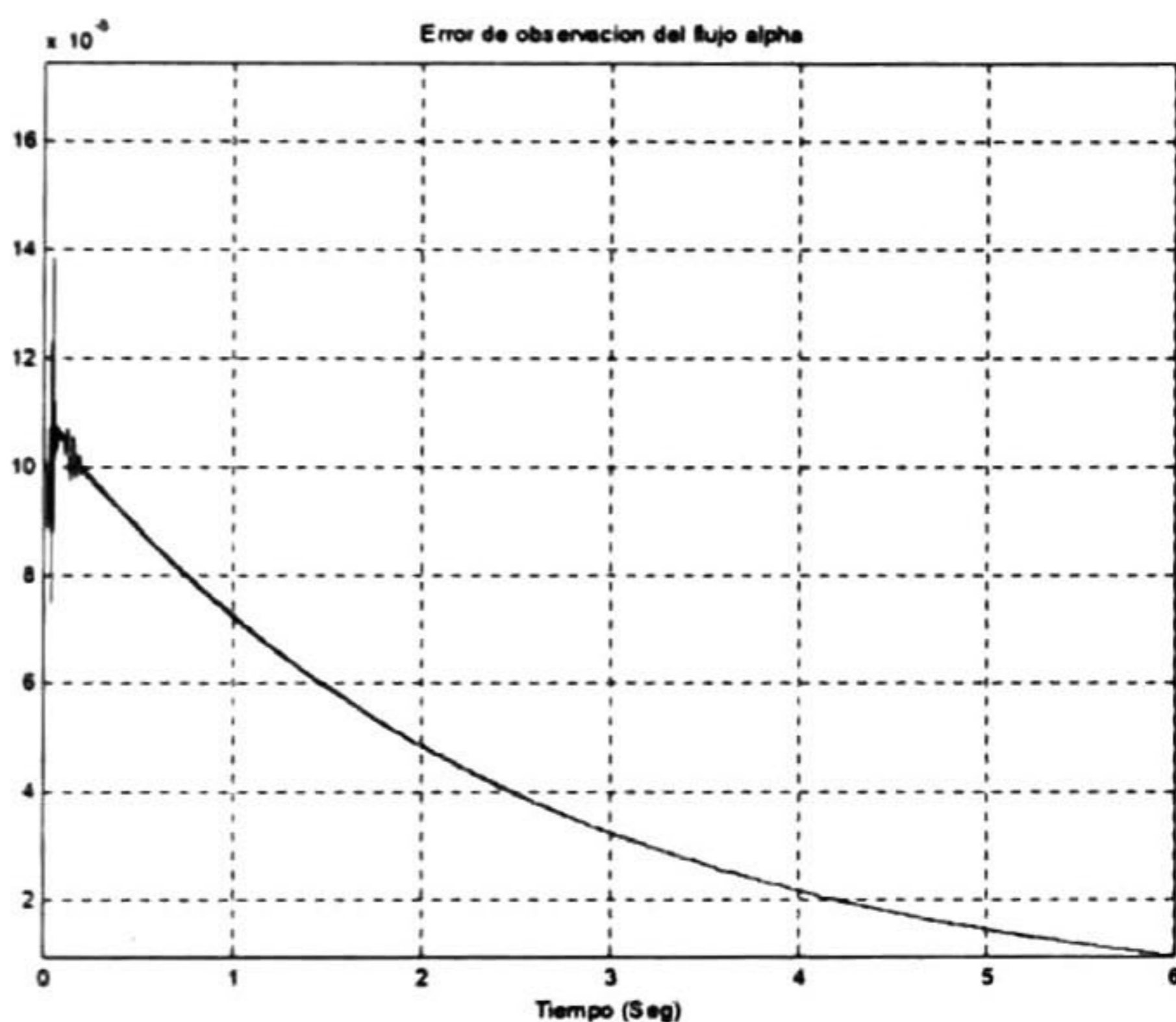


Fig.5.111.- Error de estimación $\tilde{\lambda}_\alpha$.

Fig.5.112.- Error de estimación $\tilde{\lambda}_\beta$.

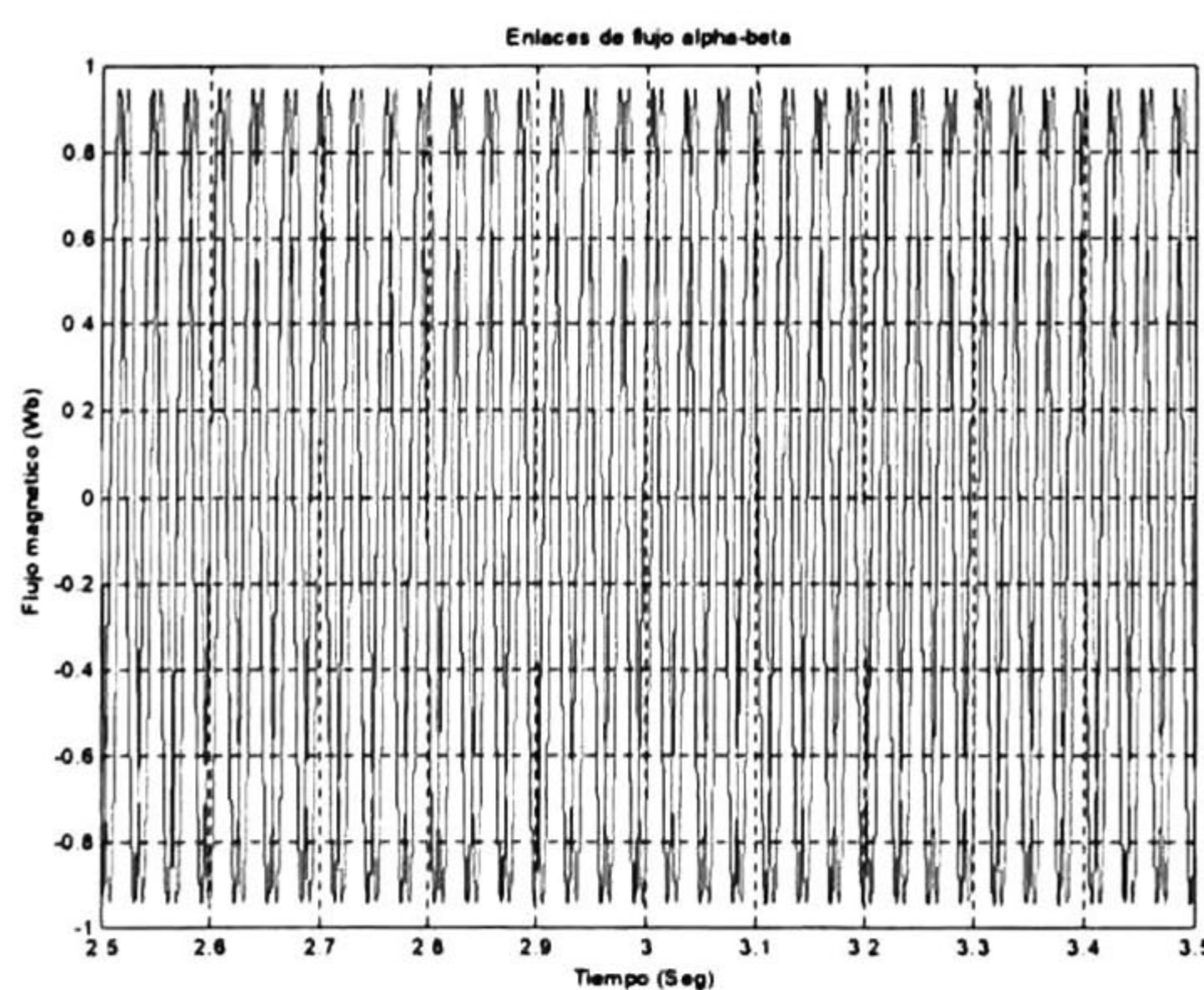
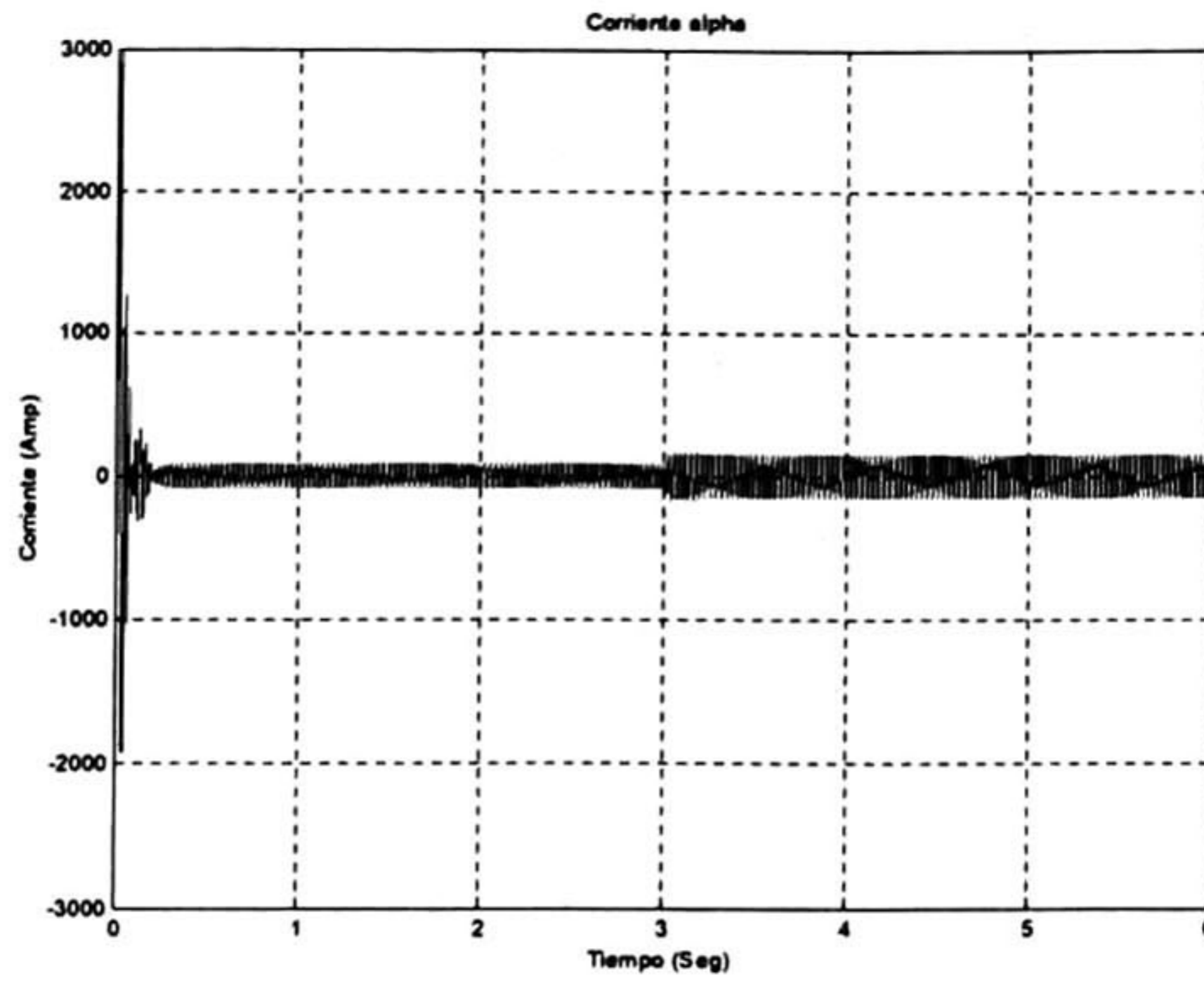
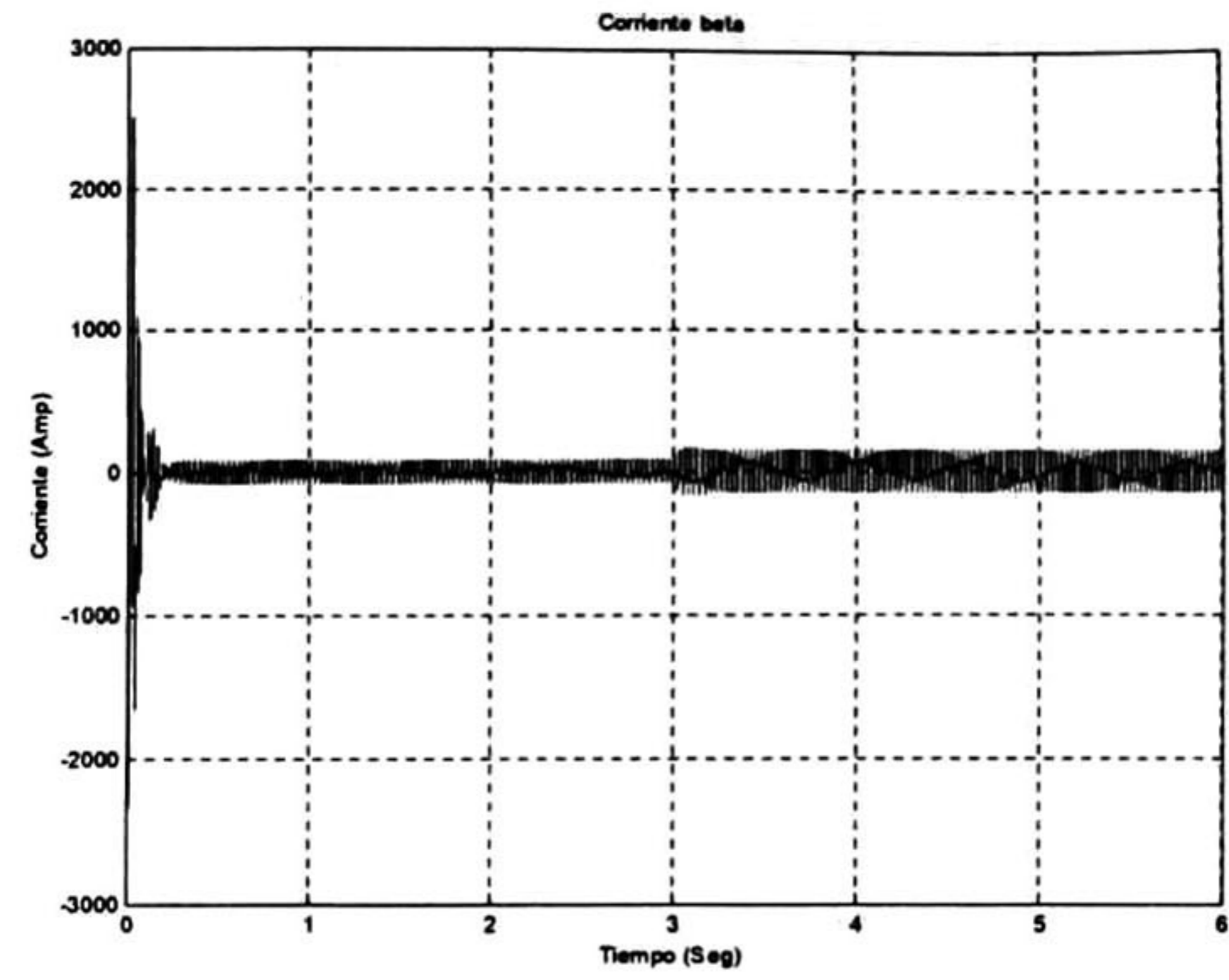
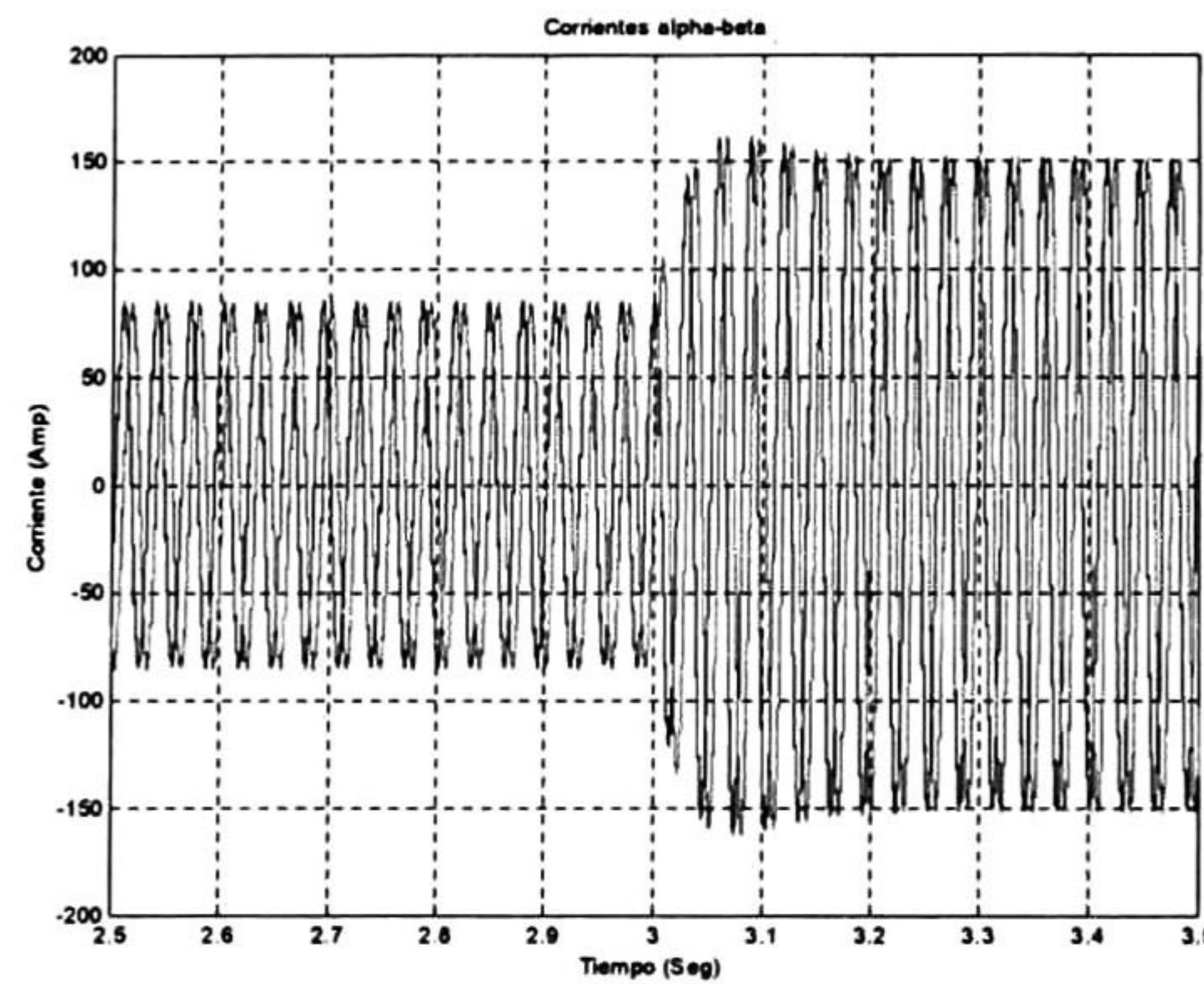
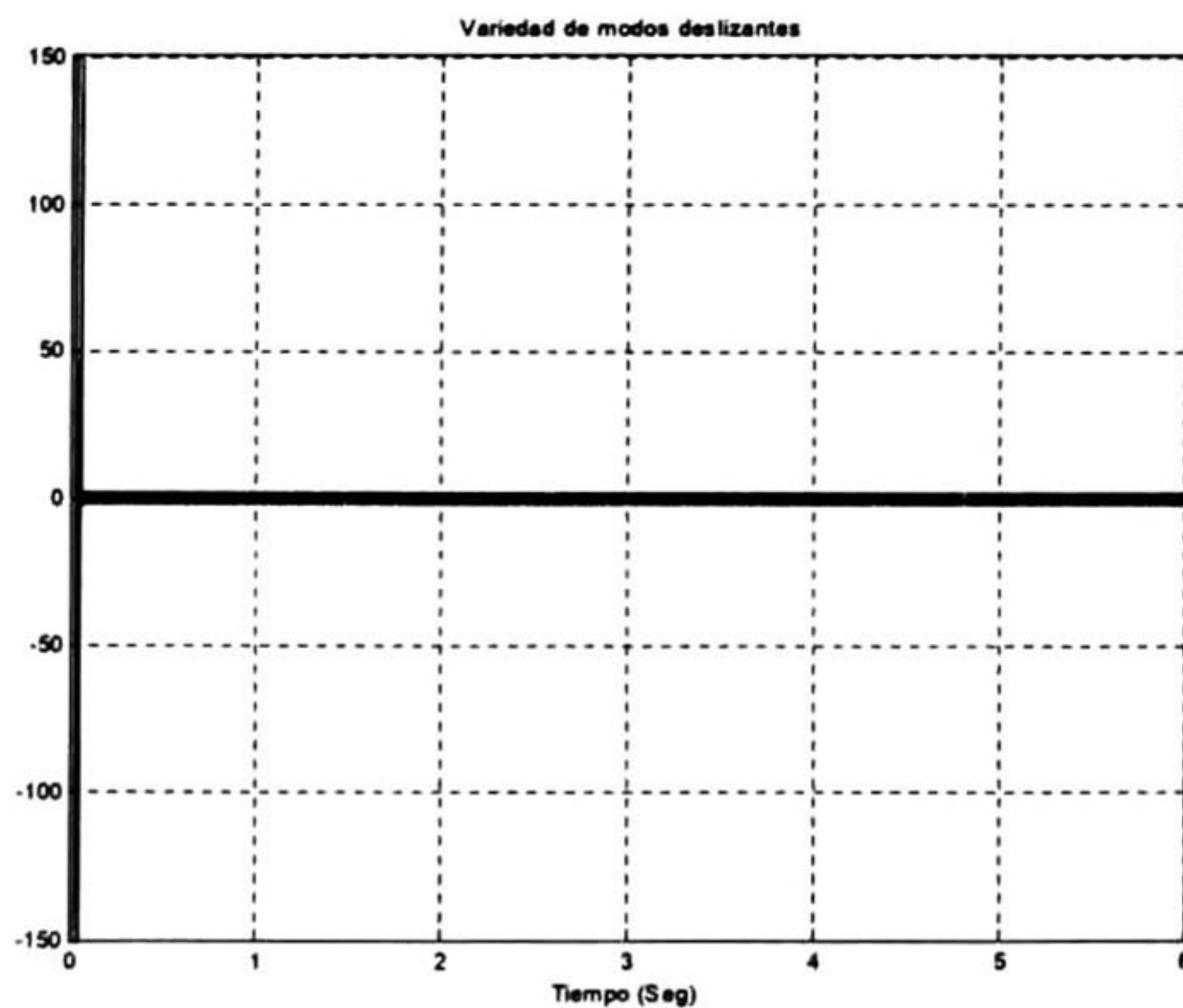
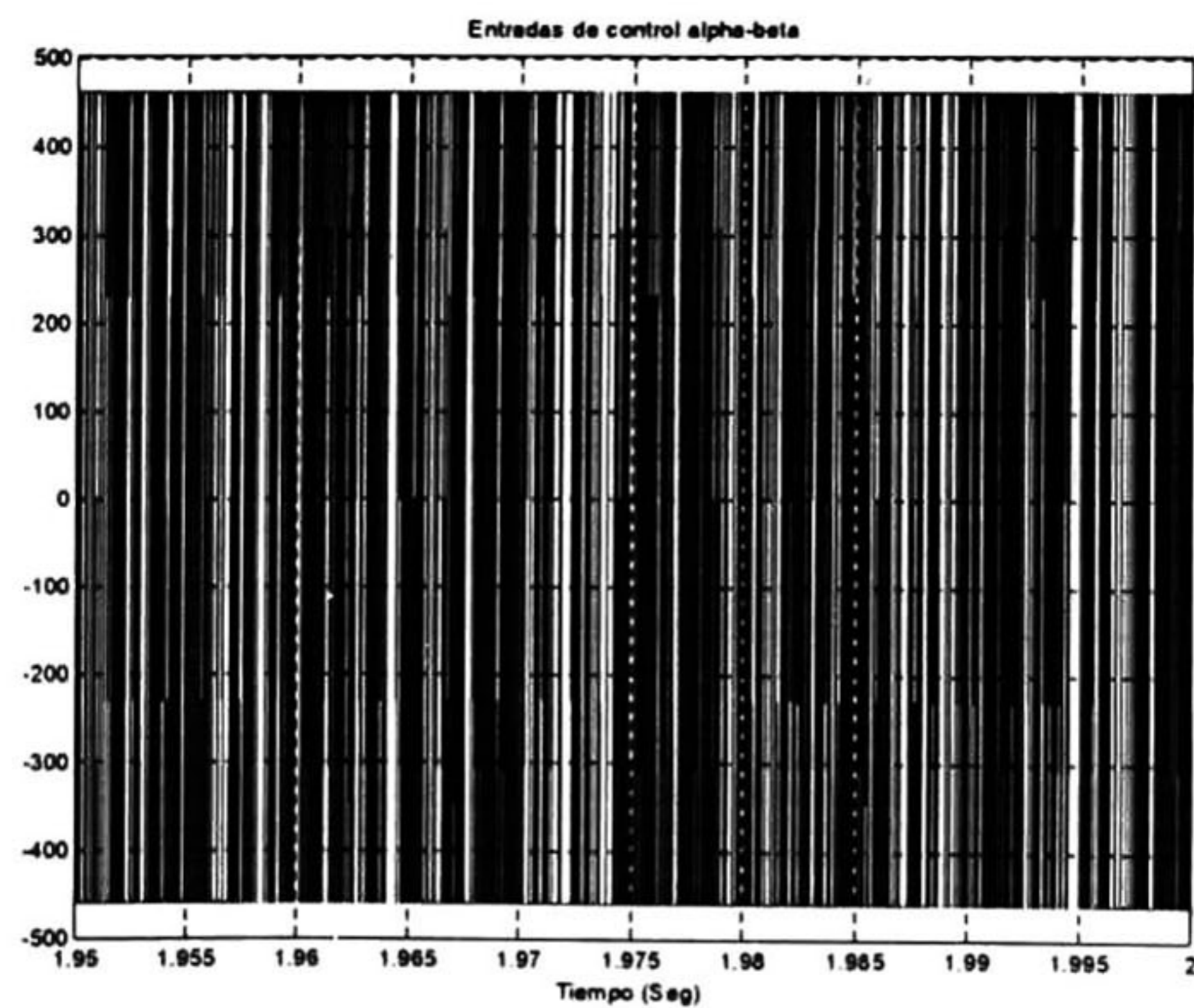


Fig.5.113.- Flujos magnéticos del rotor λ_α y λ_β en estado estable.

Fig.5.114.- Corriente eléctrica del estator i_α .Fig.5.115.- Corriente eléctrica del estator i_β .Fig.5.116.- Corrientes eléctricas del estator i_α e i_β en estado estable.Fig.5.117.- Variedades de modos deslizantes S_α y S_β .Fig.5.118.- Entradas de control u_α y u_β .

En la fig.(5.100) podemos observar cómo la velocidad real del motor, ω_r , y su estimación, $\hat{\omega}_r$, alcanzan rápidamente a la velocidad de referencia, $\omega_{ref.}$, y los errores de control y estimación tienden rápidamente a valores muy cercanos a cero, figs.(5.101)-(5.102). El módulo del flujo magnético, φ , también tiende rápidamente al valor de la referencia, como podemos ver en la fig. (5.103), y el error de control de esta variable tiende a cero, fig. (5.104). El par electromagnético, fig. (5.106), tiende al valor del par de carga T_L aplicado, fig. (5.105). Observamos en la fig. (5.107) que el valor de la constante de tiempo del rotor estimada tiende al valor real de la misma, y el error de estimación tiende a un valor cercano a cero, fig. (5.108).

En la figs. (5.109)-(5.110) y fig. (5.113) podemos ver cómo los flujos magnéticos del rotor y sus estimaciones rápidamente se estabilizan, y los errores de observación del flujo magnético tienden rápidamente a valores cercanos a cero, como podemos ver en las figs. (5.111)-(5.112). Las corrientes del estator en las figs.(5.114)-(5.116), alcanzan valores altos inicialmente, pero se estabilizan rápidamente alcanzando valores aceptables en poco tiempo. En la fig. (5.117) vemos cómo se comportan las variedades de modos deslizantes y en la fig. (5.118) las entradas de control discontinuas.

Nótese, que al haber la variación en el par de carga, ver fig. (5.105), existe un pequeño transitorio en el seguimiento de la velocidad a la señal de referencia, fig. (5.100), el cual rápidamente se estabiliza, y que a la estimación de la velocidad del rotor no afecta en gran medida, ver fig. (5.102); también hay un cambio en el valor del par electromagnético, fig. (5.106), y las corrientes del estator incrementan su valor debido a este incremento en el par de carga, figs. (5.114)-(5.116), pero rápidamente se estabilizan y alcanzan su valor nominal. El cambio en el par de carga no afecta en gran medida a las estimaciones de la constante de tiempo del rotor, fig. (5.108), ni a las estimaciones de los flujos magnéticos del rotor, lo que podemos ver en las figs. (5.111)-(5.112).

Con los resultados aquí presentados, podemos verificar el buen desempeño y robustez ante perturbaciones desconocidas, del controlador-observador diseñado, en su aplicación a un motor de inducción de gran tamaño.

5.6. Comentarios Finales.

La finalidad de los observadores diseñados en los capítulos anteriores es la de estimar las variables de estado no medibles, como es el caso de los flujos magnéticos y la velocidad del rotor, así como estimar parámetros de la planta que varían dentro de la operación normal del motor de inducción, como es el caso de la constante de tiempo del rotor debido al calentamiento del devanado del rotor. Y que en conjunto con el controlador obtengamos un buen desempeño de los mismos, para los fines de seguimiento a señales de referencia y estimación de variables no medibles. Como mencionamos en el capítulo 3, el controlador está diseñado para manejar solamente señales de referencia constantes, más por medio de las simulaciones aquí presentadas, podemos observar que este presenta buenos resultados al ser aplicado al seguimiento de señales de referencia que varían lentamente con el tiempo.

Como pudimos observar también, por medio de los resultados obtenidos en el primer caso, el control-observador obtiene buenos resultados en el seguimiento de las variables de salida a las señales de referencia dadas, así como robustez ante perturbaciones externas desconocidas, tanto en el desempeño del controlador, como en el desempeño del observador adaptable.

En el segundo caso el control-observador aplicado al motor de inducción, presenta buen desempeño en el seguimiento de las variables de salida a las señales de referencia dadas, gracias a la precisa estimación de estados no medibles y parámetros variantes dentro de la operación de la máquina, y además presenta gran robustez ante perturbaciones externas desconocidas.

La efectividad de ambos casos de controlador-observador fue verificada, tanto para un motor de tamaño pequeño, como para un motor de gran tamaño. Mostrándose la independencia del tamaño del motor de inducción, con la aplicación del controlador-observador diseñado.

Capítulo 6

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.

6.1. Conclusiones.

En este trabajo, se propuso un nuevo método de control con modos deslizantes e integradores para una clase de sistemas no lineales en la forma no lineal controlable por bloques con perturbación. Este esquema presenta propiedades de robustez con respecto a variación de parámetros y perturbaciones constantes desconocidas, así como un buen desempeño en el seguimiento de señales de referencia dadas.

El método de control diseñado es aplicado al control del motor de inducción, para el control de dos salidas, que son la velocidad y el cuadrado del módulo de los enlaces de flujo magnético del rotor. El controlador presenta robustez con respecto a perturbaciones constantes desconocidas y un buen desempeño en el seguimiento de las salidas a señales de referencia dadas, presentando excelentes resultados en simulaciones numéricas.

Además, se extienden las técnicas de observadores no lineales adaptables para dos clases de sistemas no lineales, cuyas formas no satisfacen las condiciones del Lema de Meyer-Kalman-Yacubovich [42].

La técnica de diseño de este tipo de observadores adaptables es aplicada a la construcción de observadores para el motor de inducción, primeramente para estimar los enlaces de flujo magnético, con ley de adaptación para la velocidad del rotor, suponiendo como conocida la constante de tiempo del rotor y las corrientes del estator; y por último para estimar los enlaces de flujo, con ley de adaptación para la velocidad y la constante de tiempo del rotor, suponiendo conocidas solamente las corrientes del estator, obteniendo buenos resultados en ambos casos.

En resumen, se presentó el método de control sin medición directa de la velocidad del rotor, dándose el análisis de estabilidad completo y comprobación de la efectividad del mismo por medio de simulaciones del motor de inducción en lazo cerrado.

6.2. Trabajo Futuro.

Como trabajo futuro se propone:

- I.- Diseño de métodos de control con modos deslizantes que presenten robustez ante cualquier tipo de perturbación externa.
- II.- Reducción o minimización de las restricciones de estabilidad de los observadores no lineales adaptables diseñados.
- III.- Diseño de técnicas de observación adaptable con modos deslizantes.
- IV.- Continuar en el desarrollo de técnicas de control sin sensores mecánicos para el motor de inducción.
- V.- Construcción de prototipo del motor de inducción para la comprobación en tiempo real de los resultados teóricos obtenidos.

Bibliografía

- [1] V. I. Utkin, "Comunicación Personal," Jul. 2002.
- [2] V. I. Utkin, "Sliding mode control principles and applications to electric drives," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 40, pp.23-36, Feb. 1993.
- [3] B. K. Bose and M.G. Simoes, "Speed sensorless hybrid vector controlled induction motor drive," *Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting*, pp. 137-143, 1995.
- [4] K. M. H. Kubota and T. Nakano, "DSP-Based speed adaptive flux observer for induction motor," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 29, pp. 344-348, Mar./Apr. 1993.
- [5] C. Schauder, "Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers," *Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting*, pp. 493-499, 1989.
- [6] H. Tajima and Y. Hori, "Speed sensorless field oriented control of induction motor," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 29, pp. 175-180, Jan./Feb. 1993.
- [7] J. W. Dixon and J. N. Rivarola, "Induction motor speed estimator and synchronous motor position estimator based on a fixed carrier frequency signal," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol 43, pp.505-509, Aug. 1996.
- [8] H. W. Kim and S. K. Sul, "A new motor speed estimator using Kalman filter in low-speed range," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol 43, pp. 498-504, Aug. 1996.
- [9] V. I. Utkin, J. Guldner., and J. Shi, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. New York: Taylor & Francis, 1999.
- [10] Luk'yanov A. G., "Nonlinear Block Control with Sliding Mode," *Avtomatika i Telemekanika*, vol. 5, pp. 12-23, 1998 (In Russian).
- [11] Y. Dote, "Existence of limit cycle and stabilization of induction motor via new nonlinear state observer," *IEEE Tras. Automat. Contr.*, vol. 24, pp. 421-428, 1979.
- [12] A. G. Loukianov, J. M. Cañedo, O. Serrano and S. Celikovsky, "Adaptive sliding mode block control of induction motors," *IEEE Proc. American Contr. Conf. ACC01*, pp.149-154, Washington, U.S.A.,2001.
- [13] Y. Dote, "Stabilization of controlled current induction motor drive system via new nonlinear state observer," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol 27, pp. 77-81, Aug. 1980.
- [14] Y. Hori, V. Cotter, and Y. Kaya, "A novel induction machine flux observer and its application to high performance AC drive system," 10th IFAC World Congr., Munich, Germany, pp. 363-368, 1987.
- [15] A. Bellini, G. Figalli, and G. Ulivi, "Analysis and design of a microcomputer-based observer for an induction machine," *Automatica*, vol. 24, pp. 549-555, 1988.
- [16] G. C. Verghese and S. R. Sanders, "Observers for flux estimation in induction machines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol 35, pp. 85-94, 1988.

- [17] W. Leonhard, "Microcomputer control of high dynamic performance ac-drives - A survey," *Automatica*, vol. 22, pp. 1-19, 1986.
- [18] W. Leonhard, *Control of Electrical Drives*, Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1985.
- [19] Y. Hori and T. Humeno, "Flux observer based field orientation FOFO controller for high performance torque control," *Proc. IPEC*, Tokyo, Japan, pp. 1219-1226, 1990.
- [20] D. I. Kim, I. J. Ha, and M. S. Ko, "Control of induction motors via feedback linearization with input-output decoupling," *Int. J. Contr.*, vol. 51, pp. 863-883, 1990.
- [21] D. I. Kim, I. J. Ha, and M. S. Ko, "Control of induction motors for both high dynamic performance and high power efficiency," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 139, pt. D, pp. 363-370, 1992.
- [22] R. Marino and P. Valigi, "Nonlinear control of induction motors: A simulation study," *European Control Conf.*, Grenoble, France, pp. 1057-1062, 1991.
- [23] T. von Raumer, J. M. Dion, L. Dugard, and J. L. Thomas, "Applied nonlinear control of an induction motor using digital signal processing," *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, vol. 2, pp. 327-335, 1994.
- [24] M. Bodson, J. Chiasson, and R. Novotnak, "High performance nonlinear induction motor control via input-output linearization," *IEEE Contr. Syst. Mag.*, vol. 14, pp. 25-33, 1994.
- [25] L. J. Garces, "Parameter adaptation for the speed-controlled static AC drive with squirrel-cage induction motor," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 16, pp. 173-178, 1980.
- [26] T. Orlawska-Kowalska, "Application of extended Luenberger observer for flux and rotor time-constant estimation in induction motor drives," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 136, pt. D, pp. 324-330, 1989.
- [27] T. Matsuo and T. A. Lipo, "A rotor parameter identification scheme for vector controlled induction motor drives," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 21, pp. 624-632, 1985.
- [28] L. C. Zai and T. A. Lipo, "An extended Kalman filter approach in rotor time constant measurement in pwm induction motor drives," *IEEE Trans. Ind. Applicat. Soc. Ann. Mtg.*, Atlanta, GA., pp. 177-183.
- [29] D. Atkinson, P. Acarnley, and J. Finch, "Observers for induction motor state and parameter estimation," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 27, pp. 1119-1127, 1991.
- [30] C. C. Chang and H. Wang, "An efficient method for rotor resistance identification for high-performance induction motor vector control," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 37, pp. 477-482, 1990.
- [31] S. K. Skul, "A novel technique of rotor resistance estimation considering variation of mutual inductance," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 25, pp. 578-587, 1989.
- [32] J. Holtz and T. Thimm, "Identification of the machine parameters in a vector-controlled induction motor drive," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 27, pp. 1111-1118, 1991.
- [33] R. Marino, S. Peresada and P. Tomei, "Exponentially convergent rotor resistance estimation for induction motors," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 42, pp. 508-515, 1995.
- [34] R. Marino, S. Peresada and P. Tomei, "Adaptive observer-based control of induction motors with unknown rotor resistance," *Int. J. Adaptive Contr. Signal Proc.*, vol. 10, no. 4/5, pp. 345-363, 1996.
- [35] I. Kanellakopoulos, P. T. Krein and F. Disilvestro, "Nonlinear flux observer-based control of induction motors," *American Control Conf.*, Chicago, Illinois, pp. 1700-1704, 1992.

- [36] R. Marino, S. Peresada and P. Tomei, "Adaptive output feedback control of current fed induction motors," *Proc. 12th IFAC World Congr.*, Sydney, Australia, pp.451-454, 1993.
- [37] R. Ortega and G. Espinosa, "Torque regulation of induction motors," *Automatica*, vol. 29, pp. 621-633, 1993.
- [38] R. Ortega, C. Canudas and S. I. Seleme, "Nonlinear control of induction motors: Torque tracking with unknown load disturbance," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 38, pp. 1675-1680, 1993.
- [39] G. Espinosa-Perez and R. Ortega, "An output feedback globally stable controller for induction motors," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 40, pp. 138-143, 1995.
- [40] P. C. Krause, O. Wasynczuk and S. D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery*, IEEE Press, 1995.
- [41] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, New Jersey, U.S.A., 1996.
- [42] R. Marino and P. Tomei, *Nonlinear Control design: Geometric, Adaptive and Robust*, Prentice Hall, Great Britain, 1995.



42nd IEEE Conference on Decision and Control



SICE

December 9-12, 2003
Hvatt Regency Maui, Hawaii, USA



informatics

Type of submission	Number	Authors or proposers	Title	Status
Regular Paper	1637	Omar Guadalupe Rios Gastelum, Alexander G. Loukianov, Bernardino Castillo-Toledo	Nonlinear Block Integral Sliding Mode Control: Application to Induction Motor Control.	Accepted

Acceptance Decision and Reviews of Submission 1637 for CDC03.

Decision

Accepted as Regular Paper

Cover message

Dear Author,

It is my pleasure to inform you that the paper identified below, for which you are listed as the corresponding author, has been accepted for presentation at the 2003 IEEE Conference on Decision & Control (CDC 2003) to be held on December 9-12, 2003, in Maui, Hawaii. We have received a record 1849 submissions, and to have your paper selected for publication is no small achievement. Please convey this information and my congratulations to your co-authors, if any. Also please note that your paper may have been accepted in a different category than the one submitted in (please check the information below about the disposition of your paper). The advance program for the conference will be available on the CDC'03 website.

On behalf of the 2003 CDC Program Committee and the Organizing Committee, I thank you for your contribution and look forward to seeing you in Maui at the CDC'03.

Sincerely,

Chaouki T. Abdallah
Program Chair, CDC'03,
chaouki@eece.unm.edu

IEEE Conference on Decision and Control 2003

Technical Program for Thursday December 11, 2003

ThA02		Room 2
<u>Nonlinear Systems III</u>		Regular Session
Chair: <u>Grizzle, Jessy W.</u>		Univ. of Michigan
Co-Chair: <u>Leonessa, Alexander</u>		Florida Atlantic Univ.
09:20		
<i>Event-Based PI Control of an Underactuated Biped Walker</i>		
<u>Grizzle, Jessy W.</u>		Univ. of Michigan
<u>Westervelt, Eric R.</u>		Univ. of Michigan
<u>Canudas de Wit, Carlos</u>		ENSIEG-INPG
09:40		
<i>Adaptive Nonlinear Tracking Control of an Underactuated Nonminimum Phase Model of a Vehicle Using Ultimate Boundedness</i>		
<u>yannick, Yannick Morel</u>		Florida Atlantic Univ.
<u>Leonessa, Alexander</u>		Florida Atlantic Univ.
10:00		
<i>Low-Observable Nonlinear Trajectory Generation for Unmanned Air Vehicles</i>		
<u>Misovec, Kathleen</u>		ALPHATECH
<u>Inanc, Tamer</u>		California Inst. of Tech.
<u>Wohletz, Jerry</u>		Alphatech, Inc.
<u>Murray, Richard M.</u>		California Inst. of Tech.
10:20		
<i>Control of Underactuated Mechanical Systems with Drift Using Higher-Order Averaging Theory</i>		
<u>Vela, Patricio A.</u>		California Inst. of Tech.
<u>Burdick, Joel W.</u>		California Inst. of Tech.
10:40		
<i>Planar Propulsion through the Manipulation of Circulatory Flows</i>		
<u>Hukkeri, Ramadev</u>		Univ. of Illinois at Urbana-Champaign
<u>Hukkeri, Ramadev</u>		-
11:00		
<i>Nonlinear Block Integral Sliding Mode Control: Application to Induction Motor Control.</i>		
<u>Rios Gastelum, Omar Guadalupe</u>		Cinvestav Unidad Guadalajara
<u>Loukianov, Alexander G.</u>		CINVESTAV
<u>Castillo-Toledo, Bernardino</u>		Estudios Avanzados del IPN

Nonlinear Block Integral Sliding Mode Control: Application to Induction Motor Control

Omar G. Rios-Gastelum, B. Castillo-Toledo, Alexander G. Loukianov.

Department of Electrical Engineering CINVESTAV IPN Unidad Guadalajara.
Apartado Postal 31-438, Plaza La Luna, Guadalajara, Jalisco, Mexico. C.P. 45091.
E-mail: orios, toledo, louk@gdl.cinvestav.mx

Abstract— In this paper, a block decomposition procedure with integrators and sliding mode control for a class of nonlinear systems with matched and unmatched unknown but constant perturbations, is proposed. Using sliding modes is claimed to reject the matched perturbations in the control subspace while the integral control is applied to reject the unmatched perturbations in the sliding mode equation.

Keywords— Nonlinear systems, Sliding mode control, NBC-form with perturbation, Block integral sliding mode control method, Induction motor.

I. INTRODUCTION

A fundamental problem in the design of feedback controllers is stabilizing and achieving a specified transient performance in the presence of external disturbances and plant parameters variations. Typical controllers requires quick response, high accuracy and robust performance. A relatively simple approach, specially dealing with nonlinear plants, is based on the use of sliding mode control [1]. The robust feedback stabilization of controlled dynamical systems in the presence of both modelling uncertainty and unknown disturbance remains one of the most interesting problems in control theory. Two main approaches, Lyapunov control and Variable Structure Control (VSC), particularly with a sliding mode, have been implemented to provide certain robust stability margin against bounded uncertainty. The advantages of the VSC technique are well known. First, this method enables decomposition of the design problem into two independent stages: selection of discontinuity surfaces with the desired sliding motion, and design of discontinuous control to force the sliding mode along this manifold. Second, by proper design of a discontinuous controller, the effect of the matched nonlinearities and plant parameter uncertainties and disturbances can be suppressed, and total invariance is obtained when the motion of the system is in sliding mode.

Many physical systems contain both matched and unmatched uncertainty. In the absence of the matching conditions, discontinuous control laws guarantee bounded motion around the nominal sliding mode dynamics, and when the system reach the sliding manifold the perturbations in the unmatched subspace could be rejected using high gains.

In this work we design a controller for a class of systems in the so-called *Nonlinear Block Controllable form with perturbation* (NBC-form with perturbation) consisting of a set of blocks with a structure similar to that of the controlled dynamics of the regular form, that is, the block state vector and the block fictitious control vector have the same

dimension, and with a unknown but constant perturbation in both, matched and unmatched subspace. The control law designed uses sliding mode block control theory [2] to reject the matching perturbations in the subspace of control and drive the tracking errors to zero, and introduces integrators to reject the unmatched perturbations in the sliding mode equation, doing the system motion invariant under unknown constant perturbations.

As an example of the *Block Integral Sliding Mode Control* method, we design a controller for the induction motor, that has two control inputs (stator voltages) and two output variables (rotor speed and flux modulus), required to track desired reference signals. The problem of controlling induction motors was solved, assuming that all state variables (including rotor fluxes) are available from measurements and all parameters (including rotor resistance) are known, by the so-called field-oriented control [3], [4] and, more recently, by the input-output linearizing control [5] (see also [6] for a different feedback linearizing control and [7] for a variable structure approach). As clarified in [8], both field-oriented and input-output linearizing controls make use of nonlinear state-space change of coordinates and nonlinear state feedback transformations to achieve different objectives.

This paper introduces a novel approach for the control design of the induction motor, to achieve good tracking performance of the output variables, without the use of the mechanical speed to estimate the unknown load torque, like is used in previous works [9].

To design the controller we assume that all the state variables are measurable (current, fluxes and speed), reference signals are known and perturbations are unknown but constant.

The simulation tests show that the controller achieve good tracking performance and reject the unknown perturbations.

II. BLOCK INTEGRAL SLIDING MODE CONTROL METHOD

A. Nonlinear block controllable form with perturbation

Let us consider the nonlinear uncertain system subject to a disturbance described by

$$\dot{x} = f(x) + B(x)u(t) + D(x)\omega \quad (1)$$

where $x \in X \subset \mathbb{R}^n$, $u \in U \subset \mathbb{R}^m$, $w \in W \subset \mathbb{R}^s$ The vector field f , and the columns of B , and D are smooth

mappings, ω represents external disturbances. The NBC-form with perturbation for system (1) consists of r blocks:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1) + B_1(x_1)x_2 + D_1(x_1)\omega \\ \dot{x}_i &= f_i(x_1, \dots, x_i) + B_i(x_1, \dots, x_i)x_{i+1} \\ &\quad + D_i(x_1, \dots, x_i)\omega \\ &\vdots \\ \dot{x}_r &= f_r(x_1, x_2, \dots, x_r) + B_r(x_1, x_2, \dots, x_r)u \\ &\quad + D_r(x_1, x_2, \dots, x_r)\omega\end{aligned}\quad (2)$$

where $i = 2, \dots, r-1$ and x_i is a $n_i \times 1$ vector. In each block, the vectors x_{i+1} are regarded as fictitious control vectors and

$$\text{rank}(B_i) = n_i, \forall x \in X$$

where the integers (n_1, n_2, \dots, n_r) define the structure of the system (1) with $\sum_{i=1}^r n_i = n$. In this paper we consider the structure

$$n_1 = n_2 = \dots = n_r = m.$$

Note that the proposed control scheme can be easily generalized for the case $n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_r \leq m$.

Now, following the block control design technique and introducing integrators, a nonlinear transformation of the state variables which linearizes the unperturbed part of the dynamics (2) and gives a nonlinear sliding manifold with motions invariant with respect to perturbations, is derived. Considering the state x_{i+1} , $i = 1, \dots, r-1$ as a fictitious control vector in the i^{th} block of (2), the block transformation procedure is outlined in the following section.

B. Block transformation with integrators

At the first step we define the output error as

$$z_1 = x_1 - s := \phi_1(x_1, s) \quad (3)$$

where s is a known constant reference signal. The derivative of (3), yields

$$\dot{z}_1 = \bar{f}_1(z_1, s) + \bar{B}_1(z_1, s)x_2 + \bar{D}_1(z_1, s)\omega \quad (4)$$

where $\bar{f}_1(z_1, s) = f_1(x_1)|_{x_1=z_1+s}$, $\bar{B}_1(z_1, s) = B_1(x_1)|_{x_1=z_1+s}$, $\bar{D}_1(z_1, s) = D_1(x_1)|_{x_1=z_1+s}$.

Now introducing an integrator

$$z_{01} = \int_{-\infty}^t z_1 dt \quad (5)$$

we select the fictitious control x_2 in (4) as

$$x_2 = -\bar{B}_1^{-1}(z_1, s)[\bar{f}_1(z_1, s) - K_{01}z_{01} - K_1z_1 - z_2] \quad (6)$$

where K_{01} and K_1 are matrices with constant elements of $n_1 \times n_1$, and z_2 is a $n_2 \times 1$ new variables vector.

Using (4)-(6) we obtain the following augmented desired system:

$$\begin{aligned}\dot{z}_{01} &= z_1 \\ \dot{z}_1 &= K_{01}z_{01} + K_1z_1 + z_2 + \bar{D}_1(z_1, s)\omega\end{aligned}\quad (7)$$

From (6) the new variable z_2 can be obtained as

$$\begin{aligned}z_2 &= \bar{B}_1^{-1}(z_1, s)x_2 + \bar{f}_1(z_1, s) - K_{01}z_{01} - K_1z_1 \\ &:= \phi_2(z_{01}, z_1, x_2, s).\end{aligned}\quad (8)$$

At the second step, derivating (8) along the trajectories of the second block of (2) and using (7), yields

$$\begin{aligned}\dot{z}_2 &= \bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) + \bar{B}_2(z_{01}, z_1, z_2, s)x_3 \\ &\quad + \bar{D}_2(z_{01}, z_1, z_2, s)\omega\end{aligned}\quad (9)$$

where $\bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) = \frac{\partial \phi_2}{\partial z_{01}}z_1 + \frac{\partial \phi_2}{\partial z_1}[K_{01}z_{01} + K_1z_1 + z_2] + \bar{B}_1^{-1}(z_1, s)f_2(x_1, x_2)$, $\bar{B}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) = \bar{B}_1^{-1}(z_1, s)B_2(x_1, x_2)$, $\bar{D}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) = \frac{\partial \phi_2}{\partial z_1}\bar{D}_1(z_1, s) + \bar{B}_1^{-1}(z_1, s)D_2(x_1, x_2)$. Note that $\text{rank} \bar{B}_2 = n_2$. As on the first step, we first introduce an integrator

$$z_{02} = \int_{-\infty}^t z_2 dt \quad (10)$$

and choose the fictitious input vector x_3 in (9) similar to (6), that is

$$\begin{aligned}x_3 &= -\bar{B}_2^{-1}(z_{01}, z_1, z_2, s)[\bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) \\ &\quad - K_{02}z_{02} - K_2z_2 - z_3]\end{aligned}\quad (11)$$

where K_{02} and K_2 are matrices with constant elements of $n_2 \times n_2$, and z_3 is $n_3 \times 1$ new variables vector.

Thus, (9) and (10) with (11) takes the same form of (7), namely

$$\begin{aligned}\dot{z}_{02} &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= K_{02}z_{02} + K_2z_2 + z_3 + \bar{D}_2(z_{01}, z_1, z_2, s)\omega\end{aligned}\quad (12)$$

As on the first step, the new variable z_3 can be obtained using (11) as

$$\begin{aligned}z_3 &= \bar{B}_2^{-1}(z_{01}, z_1, z_2, s)x_3 + \bar{f}_2(z_{01}, z_1, z_2, s) \\ &\quad - K_{02}z_{02} - K_2z_2 := \phi_3(z_{01}, z_1, z_{02}, z_2, x_3, s).\end{aligned}\quad (13)$$

This procedure may be performed iteratively obtaining on the i^{th} step, $i = 3, \dots, r-1$.

Choosing the fictitious control $x_{(i+1)}$ as

$$\begin{aligned}x_{(i+1)} &= -\bar{B}_i^{-1}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) \\ &\quad [\bar{f}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) \\ &\quad - K_{0(i)}z_{0(i)} - K_i z_i - z_{(i+1)}]\end{aligned}\quad (14)$$

where $K_{0(i)}$ and K_i are matrices with constant elements of $n_i \times n_i$, $z_{0(i)} = \int_{-\infty}^t z_i dt$ is an integrator of $n_i \times 1$, z_i and $z_{(i+1)}$ are respectively, $n_i \times 1$ and $n_{(i+1)} \times 1$ new variables vectors.

Now, we obtain the augmented desired dynamics:

$$\begin{aligned}\dot{z}_{0(i)} &= z_i \\ \dot{z}_i &= K_{0(i)}z_{0(i)} + K_i z_i + z_{(i+1)} \\ &\quad + \bar{D}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s)\omega\end{aligned}\quad (15)$$

The variable $z_{(i+1)}$ can be obtained using (14):

$$z_{(i+1)} = \bar{B}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) x_{(i+1)} \quad (16)$$

$$+ \bar{f}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s)$$

$$- K_{0(i)} z_{0(i)} - K_i z_i$$

with $z_{(i+1)} := \phi_{(i+1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i)}, z_i, x_{(i+1)}, s)$.

The new variables $z_{(i+1)}$, obtained from this procedure form a nonlinear transformation of state variables given by

$$z_{01} = \int_{-\infty}^t z_1 dt \quad (17)$$

$$z_1 = x_1 - s := \phi_1(x_1, s)$$

$$\vdots$$

$$z_{0(i+1)} = \int_{-\infty}^t z_{(i+1)} dt$$

$$z_{(i+1)} = \bar{B}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) x_{(i+1)}$$

$$+ \bar{f}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s)$$

$$- K_{0(i)} z_{0(i)} - K_i z_i$$

$$:= \phi_{(i+1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i)}, z_i, x_{(i+1)}, s)$$

The dynamics of the system (2) in the new variables are:

$$\dot{z}_{01} = z_1 \quad (18)$$

$$\dot{z}_1 = K_{01} z_{01} + K_1 z_1 + z_2 + \bar{D}_1(z_1, s) \omega$$

$$\vdots$$

$$\dot{z}_{0(i)} = z_i, \text{ with } i = 2, \dots, r-1.$$

$$\dot{z}_i = K_{0(i)} z_{0(i)} + K_i z_i + z_{(i+1)}$$

$$+ \bar{D}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) \omega$$

$$\dot{z}_r = \bar{f}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s)$$

$$+ \bar{B}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) u$$

$$+ \bar{D}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) \omega$$

where $\bar{f}_r = \frac{\partial \phi_r}{\partial z_{01}} z_1 + \frac{\partial \phi_r}{\partial z_1} [K_{01} z_{01} + K_1 z_1 + z_2] + \dots + \frac{\partial \phi_r}{\partial z_{0(r-1)}} z_{(r-1)} + \frac{\partial \phi_r}{\partial z_{(r-1)}} [K_{0(r-1)} z_{0(r-1)} + K_{(r-1)} z_{(r-1)} + z_r]$
 $+ \bar{B}_{(r-1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-2)}, z_{(r-1)}, s) f_r(x_1, \dots, x_r)$,
 $\bar{B}_r = \bar{B}_{(r-1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-2)}, z_{(r-1)}, s) B_r(x_1, \dots, x_r)$
and $\bar{D}_r = \frac{\partial \phi_r}{\partial z_1} \bar{D}_1(z_1, s) + \dots + \frac{\partial \phi_r}{\partial z_{(r-1)}} \bar{D}_{(r-1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-2)}, z_{(r-1)}, s) + \bar{B}_{(r-1)}(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-2)}, z_{(r-1)}, s) D_r(x_1, \dots, x_r)$.

C. Stability analysis on the sliding manifold

We choose the sliding manifold as $z_r = 0$, and investigate stability on it using the Lyapunov candidate function:

$$V_s = \frac{1}{2} z_r^T z_r. \quad (19)$$

Derivating (19), yields

$$\dot{V}_s = z_r^T \bar{f}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) \quad (20)$$

$$+ z_r^T \bar{D}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) \omega$$

$$+ z_r^T \bar{B}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) u$$

and the discontinuous control law is chosen as:

$$u = -k_r \text{sign}(\bar{z}_r), \text{ with } k_r > 0 \quad (21)$$

where

$$\bar{z}_r = \bar{B}_r^T z_r, \quad z_r^T = \bar{z}_r^T \bar{B}_r^{-1} \quad (22)$$

Then (20) has the form

$$\dot{V}_s = \bar{z}_r^T \bar{B}_r^{-1} \bar{f}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) \quad (23)$$

$$+ \bar{z}_r^T \bar{B}_r^{-1} \bar{D}_r(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_r, s) \omega$$

$$- k_r \|\bar{z}_r\|_1$$

where $\|\bar{z}_r\|_1 = \bar{z}_r^T \text{sign}(\bar{z}_r)$. Since $\|\bar{z}_r\|_1 \geq \|\bar{z}_r\|_2$, the derivative of (19) yields

$$\dot{V}_s \leq - (k_r - \|\bar{B}_r^{-1} (\bar{f}_r + \bar{D}_r \omega)\|_2) \|\bar{z}_r\|_2.$$

Then to reach the sliding mode manifold we have to fulfill that

$$k_r > \|\bar{B}_r^{-1} (\bar{f}_r + \bar{D}_r \omega)\|_2 \quad (24)$$

which ensure that the Lyapunov function vanish in a finite time, implying that the sliding motions on the surface $\bar{z}_r = 0$ will also occur in a finite time, and this motion is globally stable. Since the transformation (22) is non singular, therefore sliding mode takes place also on the manifold $z_r = 0$.

Now, for the system constrained to the sliding surface $z_r = 0$, the system (18) reduces to

$$\dot{z}_{01} = z_1 \quad (25)$$

$$\dot{z}_1 = K_{01} z_{01} + K_1 z_1 + z_2 + \bar{D}_1(z_1, s) \omega$$

$$\vdots$$

$$\dot{z}_{0(i)} = z_i, \text{ with } i = 2, \dots, r-1.$$

$$\dot{z}_i = K_{0(i)} z_{0(i)} + K_i z_i$$

$$+ \bar{D}_i(z_{01}, z_1, \dots, z_{0(i-1)}, z_i, s) \omega$$

and we rearrange the sliding mode equation (25) as a linear system with nonvanishing perturbation:

$$\dot{\xi} = A\xi + \bar{D}(\xi, s) \omega \quad (26)$$

where $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_{(r-1)})^T := (z_{01}, z_1, \dots, z_{0(r-1)}, z_{(r-1)})^T$,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_m & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ K_{01} & K_1 & 0 & I_m & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & K_{0(r-1)} & K_{(r-1)} \end{bmatrix}$$

$$\bar{D}(\xi, s) = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{D}_1 \\ \vdots \\ \bar{D}_i \end{bmatrix}$$

Assuming now that perturbation matrix is bounded, i.e.

$$\|\bar{D}(\xi, s) \omega\|_2 \leq g \|\xi\|_2 + h \quad (27)$$

with $g > 0$ and $h > 0$ for all $t \geq 0$, and investigating stability using the Lyapunov candidate function:

$$V_{sme} = \frac{1}{2} \xi^T P \xi, \text{ with } P \text{ positive definite.} \quad (28)$$

With the correct selection of the elements of the introduced matrices $K_{0(i)}$ and K_i , the compound matrix A is Hurwitz, then exists one unique solution ($P > 0$) to the Lyapunov equation:

$$A^T P + P A = -Q, \text{ for } Q = Q^T, Q > 0. \quad (29)$$

Lyapunov equation satisfies:

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(P) \|\xi\|_2^2 &\leq \xi^T P \xi \leq \lambda_{\max}(P) \|\xi\|_2^2 \\ \frac{\partial V_{sme}}{\partial \xi} A \xi &= -\xi^T Q \xi \leq -\lambda_{\min}(Q) \|\xi\|_2^2 \end{aligned} \quad (30)$$

now, derivating (28) we have

$$\dot{V}_{sme} = -\xi^T Q \xi + 2\xi^T P \bar{D} \omega \quad (31)$$

replacing in (31) the bounds (30), we obtain:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{sme} &\leq -\lambda_{\min}(Q) \|\xi\|_2^2 \\ &\quad + 2\lambda_{\max}(P) \|\xi\|_2 (g \|\xi\|_2 + h) \\ &= (-\lambda_{\min}(Q) + 2g\lambda_{\max}(P)) \|\xi\|_2^2 \\ &\quad + 2h\lambda_{\max}(P) \|\xi\|_2 \end{aligned} \quad (32)$$

after that, the derivative of (28) is negative if:

$$\|\xi\|_2 \geq \frac{2 \lambda_{\max}(P) h}{\beta} = \mu \quad (33)$$

where $\beta = \lambda_{\min}(Q) - 2g\lambda_{\max}(P) > 0$. The ultimate bound is given by

$$b = \mu \frac{\sqrt{\lambda_{\max}(P)}}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}} = \frac{2 \lambda_{\max}(P) h}{\beta} \frac{\sqrt{\lambda_{\max}(P)}}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}}. \quad (34)$$

Then, the solution $\xi(t)$ of the augmented system (26) is ultimately bounded (see [10]), and due the perturbation term is constant, the dynamics of (26) tends to a constant steady state. Therefore we have

$$\dot{\xi} = A \xi + \bar{D}(\xi, s) \omega = 0. \quad (35)$$

Since the matrix A is Hurwitz we can solve (35) for ξ as:

$$\xi = -A^{-1} \bar{D}(\xi, s) \omega. \quad (36)$$

Thus, we have that

Transformed system	Auxiliary system
$z_1 = 0$	$z_{01} = -K_{01}^{-1} \bar{D}_1 \omega$
\vdots	\vdots
$z_i = 0$	$z_{0(i)} = -K_{0(i)}^{-1} \bar{D}_i \omega$

Therefore we can conclude that the closed loop system motion (26) is invariant with respect to constant unknown perturbations.

III. APPLICATION OF BLOCK INTEGRAL SLIDING MODE CONTROL METHOD TO INDUCTION MOTOR CONTROL

A. Induction motor model

Under the assumptions of equal mutual inductance and a linear magnetic circuit, a fifth-order induction motor dynamic model, which includes both the electrical and mechanical dynamics, is given in the stator coordinate frame ((α, β) coordinates), for more details see [11]. With rotor flux components, stator current components and rotor mechanical speed as state variables the induction motor dynamic model is described by:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_\alpha}{dt} &= -c_3 \Psi_\alpha - n_p \omega_r \Psi_\beta + c_4 i_\alpha \\ \frac{d\Psi_\beta}{dt} &= -c_3 \Psi_\beta + n_p \omega_r \Psi_\alpha + c_4 i_\beta \\ \frac{di_\alpha}{dt} &= -c_1 a_1 i_\alpha + c_1 c_2 (c_3 \Psi_\alpha + n_p \omega_r \Psi_\beta) + c_1 u_\alpha \\ \frac{di_\beta}{dt} &= -c_1 a_1 i_\beta + c_1 c_2 (c_3 \Psi_\beta - n_p \omega_r \Psi_\alpha) + c_1 u_\beta \\ \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{1}{J_r} (c_5 (\Psi_\alpha i_\beta - \Psi_\beta i_\alpha) - T_L) \end{aligned} \quad (37)$$

where Ψ_α and Ψ_β are the rotor magnetic flux linkage components, i_α and i_β are the stator current components, ω_r is the rotor mechanical speed, J_r is the rotor moment of inertia. $c_1 = \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2}$, $c_2 = \frac{L_m}{L_r}$, $c_3 = \frac{R_r}{L_r} = \frac{1}{T_r}$, $c_4 = \frac{L_m R_r}{L_r} = \frac{L_m}{T_r}$, $c_5 = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r} n_p$, $a_1 = R_s + \frac{L_m^2}{L_r T_r}$, where L_s , L_r and L_m are, respectively, the stator, rotor self inductances and the magnetizing inductance, R_s and R_r are, respectively, the stator and rotor resistances, n_p is the number of pole pairs, and T_r is the rotor time constant.

The load torque T_L it is assumed to be slowly varying and unknown, namely:

$$\dot{T}_L \simeq 0$$

Under assumption that plant parameters, state vector and references are known, we apply the *Block Integral Sliding Mode Control* method reviewed in previous sections, to design a controller for the induction motor.

B. Nonlinear transformation of coordinates and control design

The induction motor model (37), in (α, β) coordinates has the triangular form, but it doesn't have the NBC-form with perturbation, then we have to apply a transformation of coordinates to lead it into the mentioned form.

Hence, let us define the transformation as

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_r - \omega_{ref} \\ \varphi - \varphi_{ref} \end{bmatrix} \text{ and } \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

where φ is the rotor flux modulus $\varphi = \Psi^T \Psi$, $\Psi = (\Psi_\alpha, \Psi_\beta)^T$, ω_{ref} and φ_{ref} are known constant reference signals. Then the system (37) can be represented in the NBC-form with perturbation consisting in two blocks:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{s}) + \mathbf{B}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{s}) \mathbf{x}_2 + \mathbf{D}_1 \omega \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u} \end{aligned} \quad (38)$$

where s are the known reference signals, $r = 2$, $n_1 = n_2 = m = 2$, $\text{rank}(\mathbf{B}_1) = n_1$, $\text{rank}(\mathbf{B}_2) = n_2$, $\omega = T_L$, and

$$\mathbf{f}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2c_3\varphi \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{s_r}{J_r} & 0 \\ 0 & 2c_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Psi_\beta & \Psi_\alpha \\ \Psi_\alpha & \Psi_\beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}_2 = \begin{bmatrix} -c_1 a_1 i_\alpha + c_1 c_2 (c_3 \Psi_\alpha + n_p \omega_r \Psi_\beta) \\ -c_1 a_1 i_\beta + c_1 c_2 (c_3 \Psi_\beta - n_p \omega_r \Psi_\alpha) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_1 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_r} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$$

Now, let's begin with the control design process for non-linear systems in the NBC-form with perturbation, detailed above (*Block Integral Sliding Mode Control* method).

Set $\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_1 := \phi_1(\mathbf{x}_1, s)$, and choose the fictitious control input \mathbf{x}_2 in the first block of (38) as:

$$\mathbf{x}_2 = -\bar{\mathbf{B}}_1^{-1}(\mathbf{z}_1, s) [\bar{\mathbf{f}}_1(\mathbf{z}_1, s) - \mathbf{K}_{01}\mathbf{z}_{01} - \mathbf{K}_1\mathbf{z}_1 - \mathbf{z}_2] \quad (39)$$

where $\bar{\mathbf{f}}_1(\mathbf{z}_1, s) = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, s) |_{\mathbf{z}_1=\mathbf{x}_1}$, $\bar{\mathbf{B}}_1(\mathbf{z}_1, s) = \mathbf{B}_1(\mathbf{x}_1, s) |_{\mathbf{z}_1=\mathbf{x}_1}$, $\mathbf{z}_{01} = \mathbf{C} \int_{-\infty}^t \mathbf{z}_1 dt$ is an integrator, and \mathbf{z}_2 is $n_2 \times 1$ new variables vector, \mathbf{K}_{01} and \mathbf{C} are, respectively, $n_1 \times 1$ and $1 \times n_1$ vectors with constant elements, and \mathbf{K}_1 is a matrix with constant elements of $n_1 \times n_1$. From (39) we can obtain \mathbf{z}_2 as

$$\mathbf{z}_2 = \bar{\mathbf{B}}_1(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{x}_2 + \bar{\mathbf{f}}_1(\mathbf{z}_1, s) - \mathbf{K}_{01}\mathbf{z}_{01} - \mathbf{K}_1\mathbf{z}_1 \quad (40)$$

with $\mathbf{z}_2 := \phi_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{x}_2, s)$. After that, we derive equation (40), and obtain

$$\dot{\mathbf{z}}_2 = \bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{u} + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega \quad (41)$$

where $\bar{\mathbf{f}}_2 = \frac{d\phi_2}{dz_{01}} \mathbf{C} \mathbf{z}_{01} + \frac{\partial \phi_2}{\partial \mathbf{z}_1} [\mathbf{K}_{01}\mathbf{z}_{01} + \mathbf{K}_1\mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2] + \bar{\mathbf{B}}_1(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, $\bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{z}_1, s) = \bar{\mathbf{B}}_1(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{B}_2$ and $\bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) = \frac{\partial \phi_2}{\partial \mathbf{z}_1} \mathbf{D}_1$. Then, the dynamics of the system (38) in the new variables are

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_{01} &= \mathbf{C} \mathbf{z}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_1 &= \mathbf{K}_{01}\mathbf{z}_{01} + \mathbf{K}_1\mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2 + \mathbf{D}_1 \omega \\ \dot{\mathbf{z}}_2 &= \bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{u} + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega \end{aligned} \quad (42)$$

The second stage of the design procedure is the selection of discontinuous control enforcing sliding mode on the manifold $\mathbf{z}_2 = \mathbf{0}$. The condition for sliding mode to exist is equivalent to stability condition of the motion projection on subspace \mathbf{z}_2 , described by (41).

Let $V = \frac{1}{2} \mathbf{z}_2^T \mathbf{z}_2$ be a Lyapunov function candidate. Then:

$$\dot{V} = \mathbf{z}_2^T (\bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega) + \mathbf{z}_2^T \bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{z}_1, s) \mathbf{u} \quad (43)$$

Selecting the control law as

$$\mathbf{u} = -u_0 \text{sign}(\bar{\mathbf{z}}_2), \text{ with } u_0 > 0 \quad (44)$$

where $\bar{\mathbf{z}}_2 = \bar{\mathbf{B}}_2^T \mathbf{z}_2$, $\mathbf{z}_2^T = \bar{\mathbf{z}}_2^T \bar{\mathbf{B}}_2^{-1}$. Then equation (43) has the form

$$\dot{V} = \bar{\mathbf{z}}_2^T \bar{\mathbf{B}}_2^{-1} (\bar{\mathbf{f}}_2(\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, s) + \bar{\mathbf{D}}_2(\mathbf{z}_1, s) \omega) - u_0 \|\bar{\mathbf{z}}_2\|_1$$

where $\|\bar{\mathbf{z}}_2\|_1 = \bar{\mathbf{z}}_2^T \text{sign}(\bar{\mathbf{z}}_2)$. Since $\|\bar{\mathbf{z}}_2\|_1 \geq \|\bar{\mathbf{z}}_2\|_2$, the derivative yields

$$\dot{V} \leq -(u_0 - \|\bar{\mathbf{B}}_2^{-1} (\bar{\mathbf{f}}_2 + \bar{\mathbf{D}}_2 \omega)\|_2) \|\bar{\mathbf{z}}_2\|_2$$

and is negative if

$$u_0 > \|\bar{\mathbf{B}}_2^{-1} (\bar{\mathbf{f}}_2 + \bar{\mathbf{D}}_2 \omega)\|_2. \quad (45)$$

Obviously the condition (45) holds for all possible ω and s . Hence, the sliding mode is forced in the closed loop system on the manifold $\bar{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{0}$ in a finite time. Since the transformation is nonsingular, sliding mode takes place also on the manifold $\mathbf{z}_2 = \mathbf{0}$. Once this is achieved, the sliding motion on $\mathbf{z}_2 = \mathbf{0}$ is governed by the third order linear system

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_{01} &= \mathbf{C} \mathbf{z}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_1 &= \mathbf{K}_{01}\mathbf{z}_{01} + \mathbf{K}_1\mathbf{z}_1 + \mathbf{D}_1 \omega \end{aligned} \quad (46)$$

Now we rearrange the sliding mode equation as a linear system with nonvanishing perturbation:

$$\dot{\xi} = A\xi + \bar{D}(\xi, s) \omega \quad (47)$$

where $\xi = (\xi_1, \xi_2)^T := (\mathbf{z}_{01}, \mathbf{z}_1)^T$, $A = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{C} \\ \mathbf{K}_{01} & \mathbf{K}_1 \end{bmatrix}$

is Hurwitz, $\bar{D}(\xi, s) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{D}_1 \end{bmatrix}$.

The solution $\xi(t)$ of the system (47) is ultimately bounded (see [10]), the solution $\mathbf{z}_1(t)$ tends to zero and the solution $\mathbf{z}_{01}(t)$ tends a constant steady state. Hence, the sliding mode motion is invariant under constant unknown perturbations.

IV. SIMULATIONS

Simulations are carried out to demonstrate the effectiveness of the proposed control algorithm. The key parameter values of the induction motor used are:

$$\begin{aligned} R_s &= 7.295\Omega, R_r = 5.890\Omega, L_s = 0.6096H, L_r = 0.6014H, \\ L_m &= 0.5866, J_r = 0.003249 \text{Kgm}^2, n_p = 2. \end{aligned}$$

The speed reference is selected as $\omega_{ref} = 90 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, increased to $\omega_{ref} = 110 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ and finally decreased to $\omega_{ref} = 100 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, see Fig. 1; the modulus reference is selected as $\varphi_{ref} = 0.9 \text{Wb}^2$, see Fig. 2. The load torque is increased from $T_L = 0.5 \text{Nm}$ to $T_L = 1.3 \text{Nm}$ when $t = 3 \text{sec}$, see Fig. 3. The gains in (39) are selected as $K_{01} = - \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \end{bmatrix}$,

$K_1 = - \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ 0]$, the controller gain in (44) is adjusted to $u_0 = 230$. All initial conditions of the induction motor are set to zero.

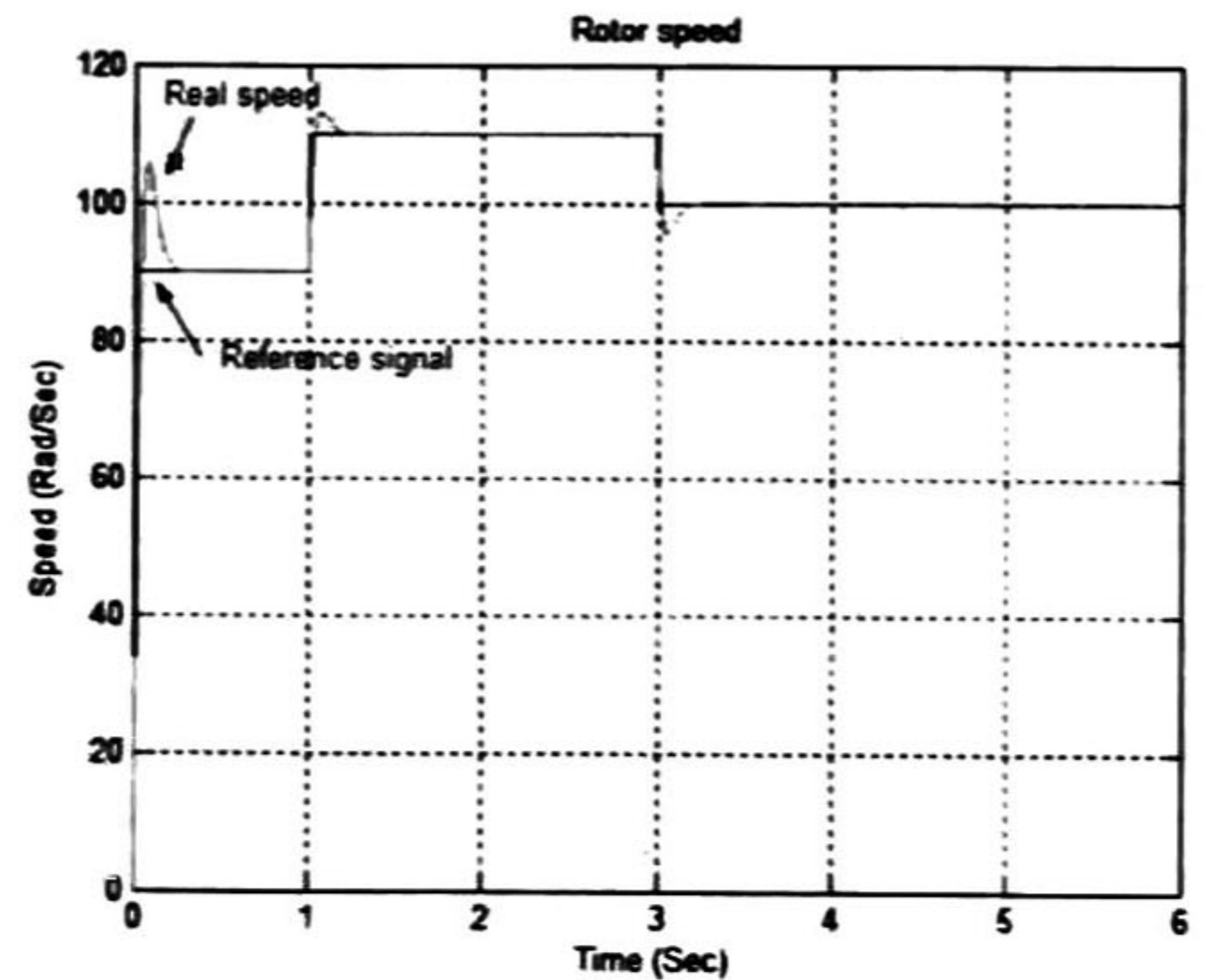


Fig. 1.- Speed tracking.

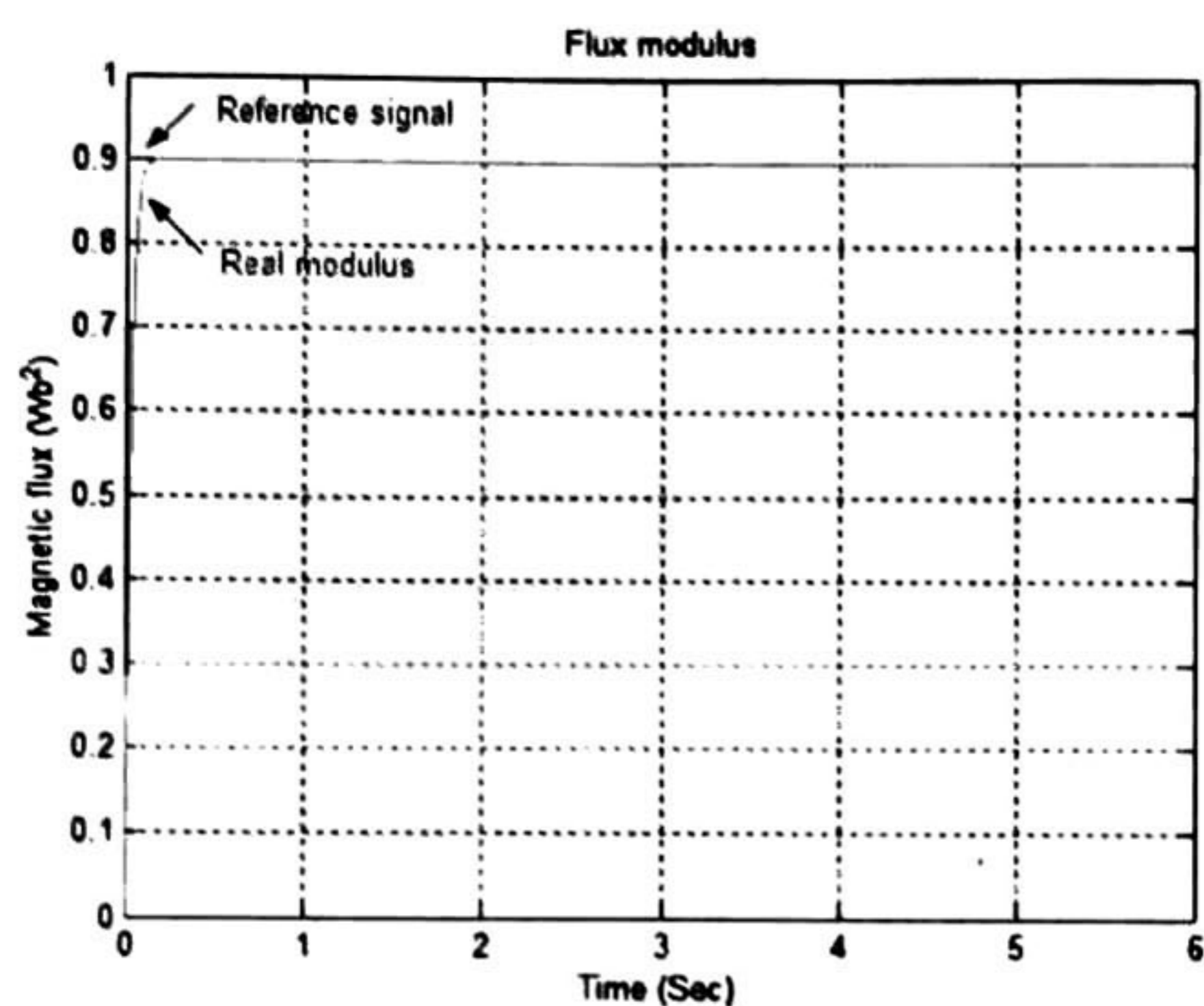


Fig. 2.- Modulus tracking.

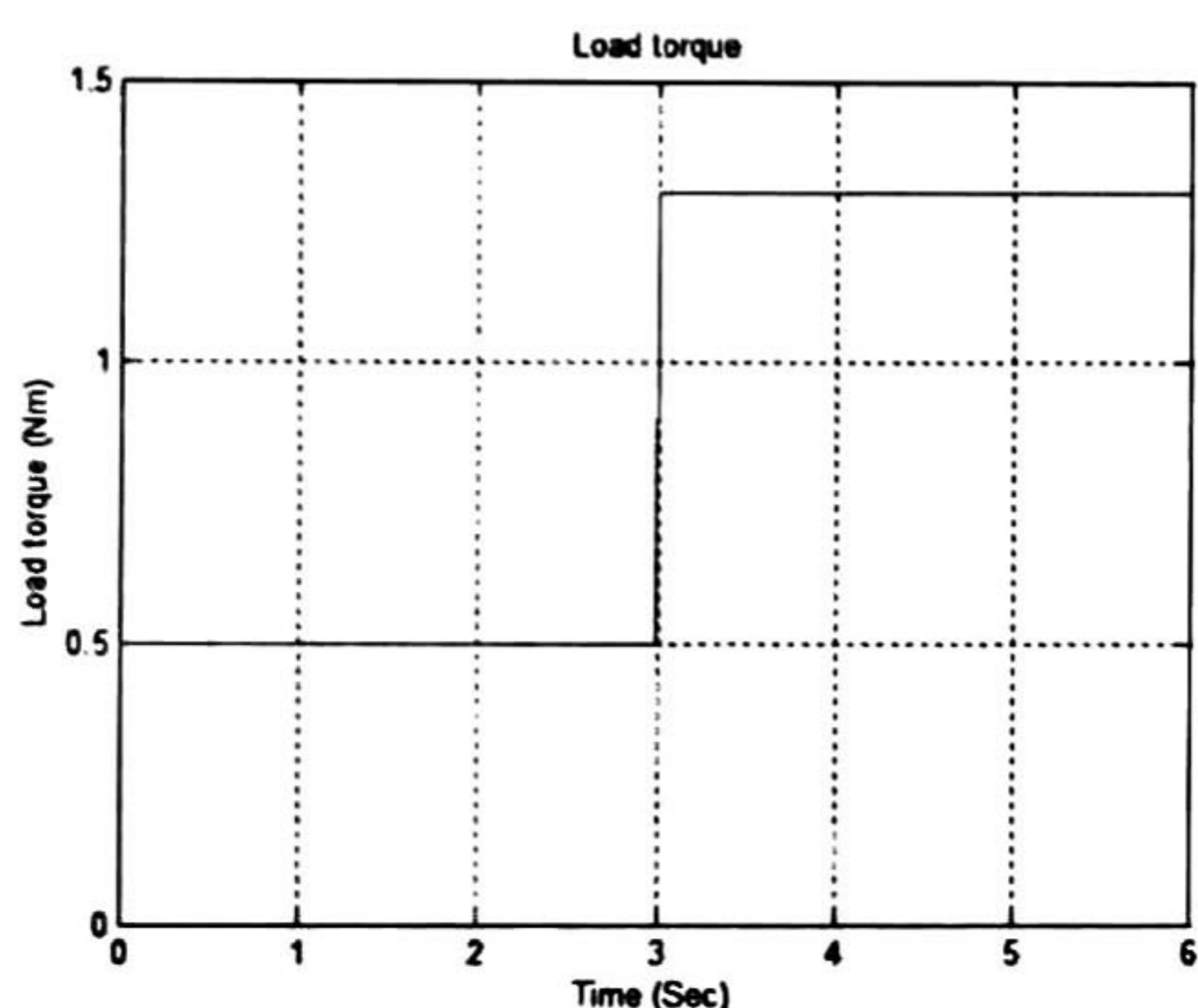


Fig. 3.- Applied load torque.

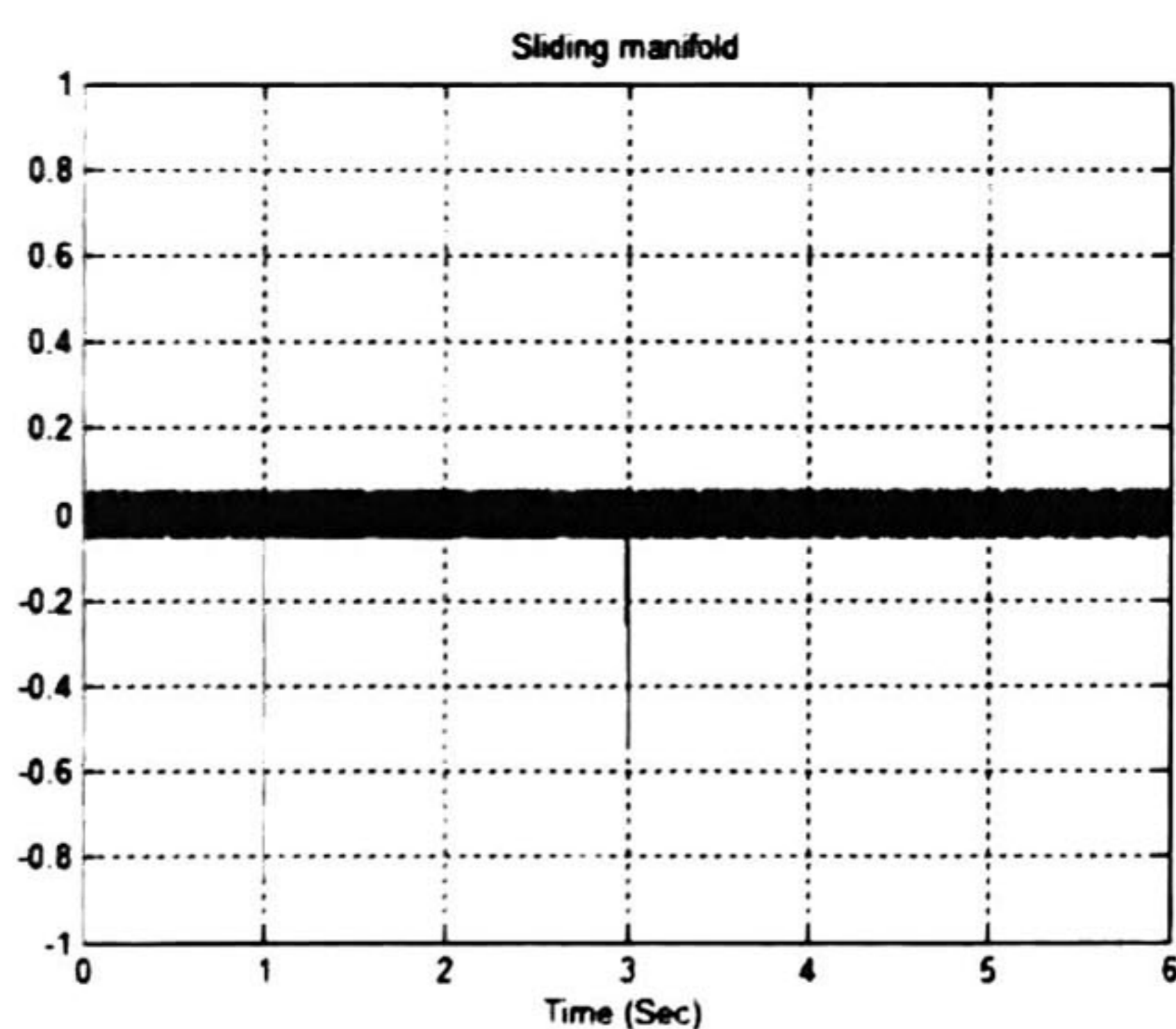


Fig. 4.- Sliding manifold.

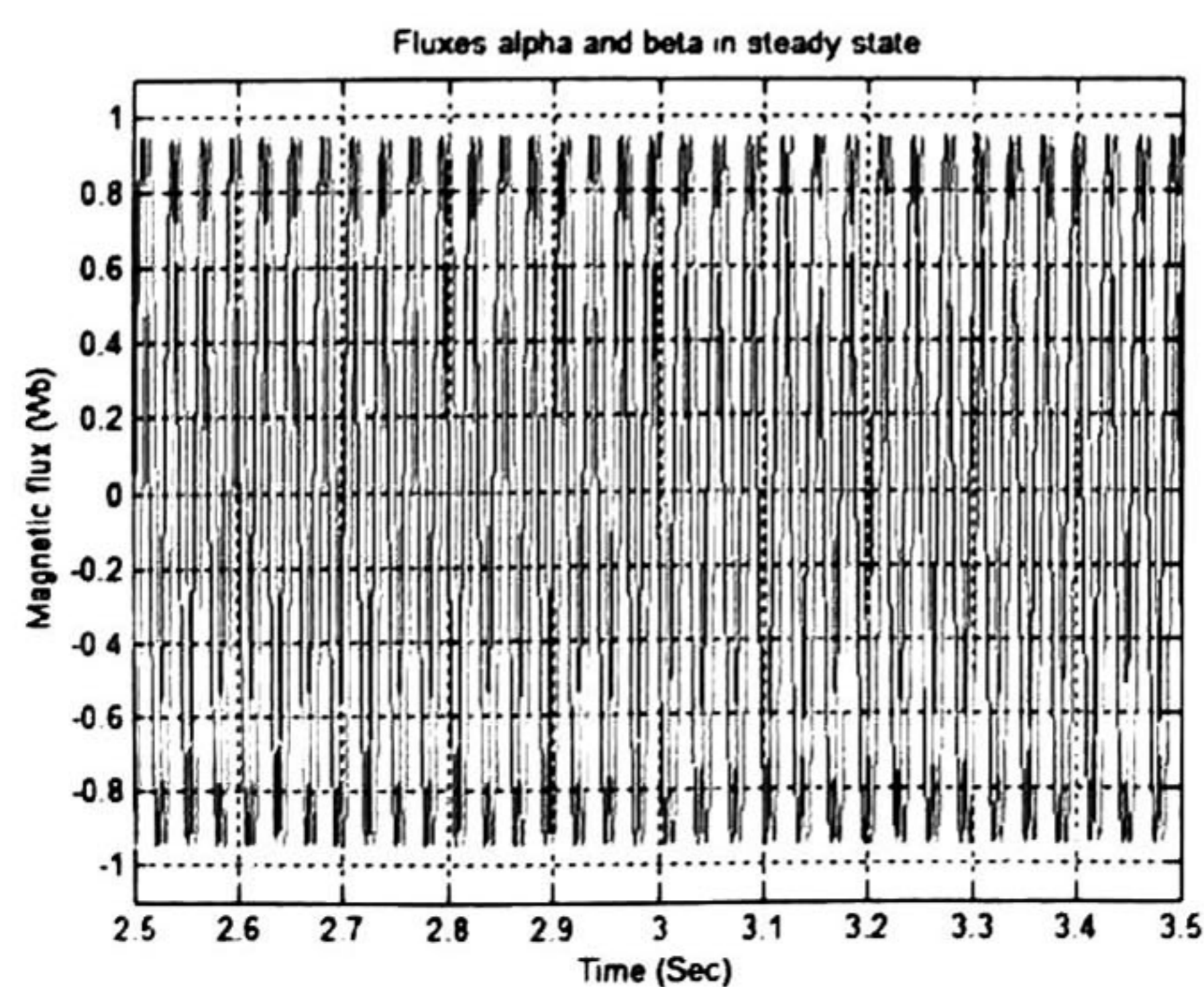


Fig. 5.- Fluxes alpha and beta in steady state.

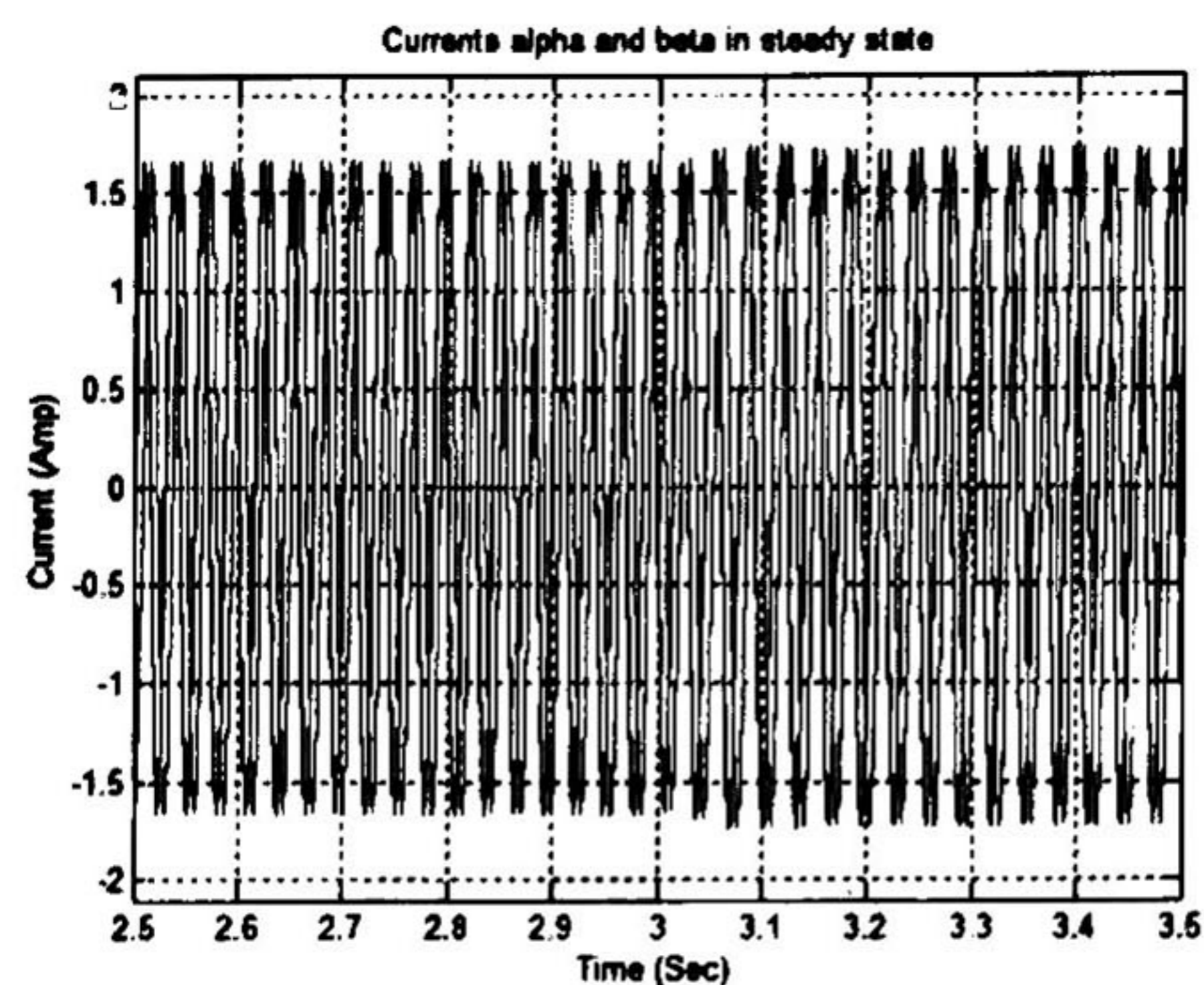


Fig. 6.- Currents alpha and beta in steady state.

We can observe on the Fig. 1 how the real speed ω_r , reaches quickly the reference speed ω_{ref} , as well as also the real flux modulus φ , reaches the reference modulus φ_{ref} , see Fig. 2. On Fig. 4 we can observe the behavior of the sliding manifold.

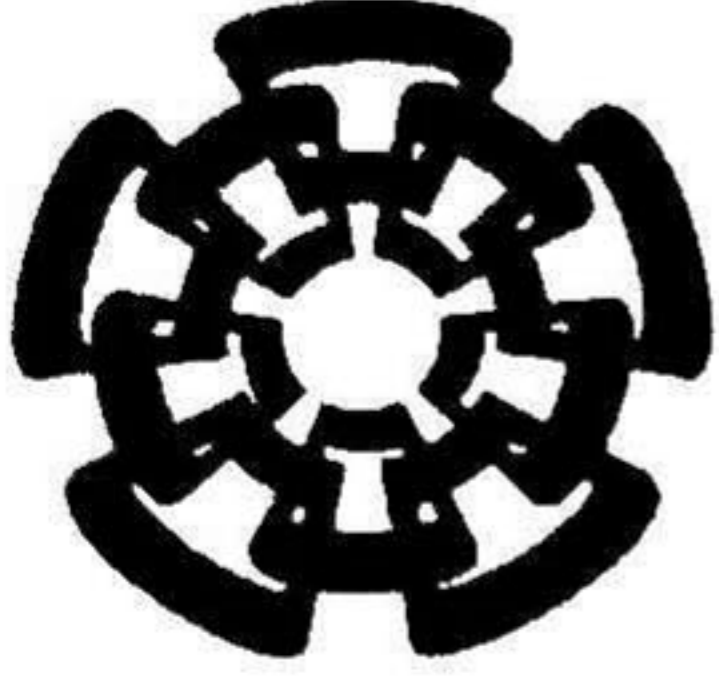
Notice, when the load torque T_L increases its value, see Fig. 3, there is a small transitory on the tracking of the real speed to the reference signal, that is stabilized quickly, as we can see on Fig. 1. On Fig. 5 and Fig. 6 we can see the behavior of the rotor magnetic fluxes (ψ_α, ψ_β) and the stator currents (i_α, i_β), when the load torque value is increased.

V. CONCLUSIONS

A novel *Block Integral Sliding Mode Control* method for a class of nonlinear systems is proposed, exhibiting robust stability and good tracking performance. Complete analysis of stability is given, and effectiveness of this design is demonstrated through simulation results of induction motor control.

REFERENCES

- [1] V. Utkin, J. Guldner, J. Shi., *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, first edition, Taylor & Francis Inc., Philadelphia, U.S.A 1999.
- [2] Luk'yanov A.G., "Nonlinear Block Control with Sliding Mode," *Avtomatika i Telemekhanika*, vol. 5; pp. 12-23 (in Russian), 1998.
- [3] F. Blaschke, "The principle of field orientation applied to the new transvector closed-loop control system for rotating field machines," *Siemens-Rev.*, vol.39, pp. 217-220, 1972.
- [4] W. Leonhard, "Microcomputer control of high dynamic performance ac-drives- A survey," *Automatica*, vol.22, pp. 1-19, 1986.
- [5] Z. Krzeminsky, "Nonlinear control of induction motors," *10th IFAC World Congr.*, Munich, Germany. McGraw-Hill, pp.349-354, 1987.
- [6] A. D. Luca and G. Ulivi, "Design of exact nonlinear controller for induction motors," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.34, pp.1304-1307, 1989.
- [7] A. Sabanovic and D. Izosimov, "Application of sliding modes to induction motor control," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol.17, pp.41-49, 1981.
- [8] R. Marino, S. Peresada, and P. Valigi, "Adaptive input-output linearizing control of induction motors," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.38, pp.208-221, 1993.
- [9] O. Serrano Vedugo, A. Loukyanov, J.M.Cañedo. "Adaptive sliding mode block control of induction motors," *IEEE Proc. of the American Contr. Conf. ACC01*, pp.149-154, Washington, U.S.A., 2001.
- [10] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, second edition, Prentice Hall, New Jersey, U.S.A., 1996.
- [11] P. C. Krause, O. Wasynczuk and S. D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery*, IEEE Press, 1995.



CINVESTAV

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN

Unidad Guadalajara

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, aprobó la tesis: CONTROL ADAPTABLE DEL MOTOR DE INDUCCIÓN SIN SENSOR: MÉTODO DE CONTROL INTEGRAL POR BLOQUES CON MODOS DESLIZANTES del(a) C. Omar Guadalupe RIOS CASTELUM el día 19 de Septiembre de 2003 .

DR. BERNARDINO CASTILLO
TOLEDO
INVESTIGADOR CINVESTAV 3B
CINVESTAV GDL
ZAPOPAN

DR. ALEXANDER GEORGIEVICH
LOUKIANOV
INVESTIGADOR CINVESTAV 3B
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. OFELIA BEGOVICH MENDOZA
INVESTIGADOR CINVESTAV 3A
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. JUAN MANUEL RAMÍREZ
ARREDONDO
INVESTIGADOR CINVESTAV 3A
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA

DR. JOSÉ MANUEL CAÑEDO
CASTAÑEDA
INVESTIGADOR CINVESTAV 2C
CINVESTAV GDL
GUADALAJARA



CINVESTAV
BIBLIOTECA CENTRAL



SS1T000007284