



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS  
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**UNIDAD ZACATENCO**

DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO

**Reducción de Vibraciones en Edificios y Sistemas  
Mecánicos mediante Control Semi-activo**

T E S I S

Que presenta

**M. en C. ANDRÉS JOSÉ RODRÍGUEZ TORRES**

Para obtener el grado de

**DOCTOR EN CIENCIAS**

En la especialidad de

**CONTROL AUTOMÁTICO**

Directores de la Tesis:

**Dr. Wen Yu Liu  
Dr. Jesús Morales Valdez**

Ciudad de México

Agosto, 2023

# Agradecimientos

Debo agradecer a mis asesores el Dr. Jesús Morales Valdez y el Dr. Wen Yu, por su apoyo, orientación y paciencia para el desarrollo de este trabajo que al final, el conocimiento que me transmitieron es mi mayor recompensa.

Este proyecto fue apoyado en parte por donaciones otorgadas por Conahcyt, gracias a su colaboración a la generación de ciencia y tecnología. Asimismo al CINVESTAV por haberme recibido para mis estudios doctorales y sus apoyos financieros fueron fundamentales para la divulgación de mis resultados.

Gracias a mi esposa Silvia, sin su apoyo no se hubiera realizado esta tesis, siendo compañía y sustento en todos los aspectos.

Un agradecimiento especial para el laboratorio de resistencia de materiales de la Universidad Santo Tomás de Bucaramanga, Colombia, a mis amigos Jorge Guillermo Díaz Rodríguez y Cesar Valencia Niño y sus estudiantes Zuly Alexandra Mora Pérez y Sebastian Muñoz Vasquez por la asistencia en experimentos del amortiguador magnetoreológico en medio de la pandemia.

Otras personas que también merecen un agradecimiento son mi amigo Gerson Gabriel Portilla Fuentes por su constante ayuda y generación de ideas, así como el resto de mis amigos del doctorado con los que tuve oportunidad de hacer colaboraciones científicas como Lorenz Oliva. A los ingenieros del laboratorio Ing. José de Jesús Meza Serrano e Ing Roberto Lagunes Feregrino por su apoyo en el laboratorio para realización de pruebas e implementación de las leyes de control.

Finalmente, gracias a mi familia en Colombia: mis padres Sixto y Yanet, mis hermanos Leonardo y Luis José, mi cuñada Yadira, mis sobrinos Luis José, Alejandro y Sebastián y mi tía Myriam por todo el apoyo. Este logro también es de ustedes.

# Índice general

Resumen	v
Abstract	vi
Índice de figuras	vii
Índice de tablas	viii
Nomenclatura	x
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	2
1.2. Estado del arte . . . . .	3
1.2.1. Control Activo . . . . .	4
1.2.2. Control semi-activo . . . . .	4
1.2.3. Amortiguador Magnetorreológico . . . . .	5
1.3. Objetivos de la tesis . . . . .	6
1.4. Metodología . . . . .	6
1.5. Estructura de la tesis . . . . .	7
1.6. Publicaciones . . . . .	7
1.6.1. Revistas científicas . . . . .	7
1.6.2. Congresos internacionales . . . . .	7
1.6.3. Congresos nacionales . . . . .	8
<b>2. Modelo matemático de un edificio</b>	<b>9</b>
<b>3. Control activo de vibraciones</b>	<b>13</b>
3.1. Control PD convencional . . . . .	15
3.2. Controlador robusto . . . . .	20
3.2.1. Diseño de función de ponderación . . . . .	21
3.2.2. Diseño del controlador . . . . .	22
3.2.3. Simulación . . . . .	23
3.3. Controlador PD modal . . . . .	27
3.3.1. Diseño del controlador . . . . .	29
3.3.2. Simulación del prototipo . . . . .	32
3.3.3. Resultados experimentales . . . . .	36

<b>4. Identificación de un amortiguador magnetoreológico</b>	<b>40</b>
4.1. Identificación paramétrica . . . . .	40
4.1.1. Modelo de Bouc-Wen . . . . .	40
4.1.2. Modelo de LuGre . . . . .	42
4.1.3. Tangente hiperbólico . . . . .	43
4.1.4. Métodos metaheurísticos . . . . .	45
4.2. Identificación no paramétrica del MRD . . . . .	48
4.2.1. Red neuronal convolucional . . . . .	48
4.2.2. Modelo paralelo . . . . .	49
4.3. Identificación del amortiguador RD 8040-1 . . . . .	51
4.3.1. Parametrización por optimización . . . . .	52
4.3.2. Estimación de la fuerza por CV-CNN . . . . .	53
<b>5. Control semi-activo</b>	<b>59</b>
5.1. Modelo de un edificio de varios pisos equipado con un MRD . . . . .	59
5.2. Estimador de desplazamiento y velocidad . . . . .	61
5.3. Controlador K-ADRC . . . . .	62
5.3.1. Transformación . . . . .	62
5.3.2. Diseño de ley de control . . . . .	63
5.3.3. Análisis de estabilidad del control de rechazo de perturbaciones activo basado en observadores . . . . .	65
5.4. Aplicación en tiempo real . . . . .	66
5.4.1. Prototipo de Edificio . . . . .	66
5.4.2. Resultados experimentales . . . . .	67
<b>6. Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>71</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	71
6.2. Trabajo futuro . . . . .	72
<b>A. Apéndice A: Criterio de Routh-Hurwitz y teorema de Kharitonov</b>	<b>74</b>
A.1. Criterio de Routh-Hurwitz . . . . .	74
A.2. Teorema de Kharitonov . . . . .	75
<b>Bibliografía</b>	<b>76</b>

# Resumen

En la presente tesis se desarrollan diferentes esquemas de control con el fin de reducir las vibraciones en estructuras tipo edificios, donde el objetivo principal es conservar la integridad estructural. Para ello, diferentes técnicas de control son aplicadas a modelos de edificios a esfuerzo cortante y perturbados sísmicamente en una dirección. Entre las estrategias empleadas están los enfoques de control activo y semiactivo, por las ventajas que estas poseen. En ambos casos, se tiene la ventaja de cambiar las propiedades dinámicas de su actuador en tiempo real, permitiendo alcanzar un mejor desempeño en comparación con los disipadores de energía pasivos, los cuales introducen amortiguamiento en la estructura. La diferencia entre estos enfoques radica en que el control activo ejerce una fuerza adicional al edificio que puede funcionar con varios modos de vibración y el control semiactivo usa el movimiento estructural. En consecuencia, el control activo requiere un control robusto que disminuya las deformaciones y se puede ejercer a través de un amortiguador de masa activa (AMD, por sus siglas en inglés Active Mass Damper). Con el fin de establecer estrategias robustas este trabajo presenta el diseño clásico de un controlador proporcional-derivativo (PD), una metodología de sintonización del mismo basado en las frecuencias naturales de la estructura y un controlador robusto basado en la síntesis  $\mathcal{H}_\infty$  como rechazo de perturbaciones considerando el espectro en frecuencia del histórico sísmico. Por otra parte, recientemente uno de los actuadores más usado en el control de vibraciones es el amortiguador magnetoreológico (MRD por sus siglas en inglés Magnetorheological Damper) por sus múltiples ventajas de consumo eléctrico, estabilidad, entre otras. Sin embargo, dicho amortiguador tiene un comportamiento no lineal debido a que la fuerza de fricción es variable por los fluidos reológicos con partículas ferromagnéticas en su interior capaces de cambiar la respuesta del amortiguador mediante un voltaje aplicado. Este comportamiento debe ser caracterizado para ejercer control sobre la cantidad de fuerza a disipar de acuerdo a las mediciones estructurales, por ende, esta tesis menciona varios modelos del MRD y un método de identificación paramétrica basado en algoritmos genéticos (GA por sus siglas en inglés Genetic Algorithm) y optimización por enjambre de partículas (PSO por sus siglas en inglés Particle Swarm Optimization). Asimismo, muestra un método robusto de estimación de la fuerza a través de una técnica de aprendizaje profundo llamada red neuronal convolucional de valor complejo (CV-CNN, por sus siglas en inglés, Complex Value Convolutional Neural Network). La CV-CNN es una estrategia sin modelo de histéresis que supera la parametrización en sistemas no lineales y solo requiere mediciones de desplazamiento y voltaje para la estimación de la fuerza. Finalmente, el control semiactivo usa dispositivos como el MRD que poseen propiedades de un elemento pasivo para disipar energía y al mismo tiempo puede cambiar su amortiguamiento con pequeñas fuentes de corriente de acuerdo a las mediciones de la respuesta estructural. En consecuencia, se introduce una estrategia de control que considera la dinámica del actuador, una transformación y el control activo de rechazo de perturbaciones (ARDC), el cual estima las incertidumbres externas e internas por medio de un observador de perturbaciones (DOB por sus siglas en inglés Disturbance Observer).

# Abstract

In this thesis, different control schemes are developed in order to reduce vibrations in building-type structures, where the main objective is to preserve structural integrity. For this, different control techniques are applied to models of buildings under shear stress and seismically disturbed in one direction. The active and semi-active control approaches are used due to their advantages. In both cases, you have the advantage of changing the dynamic properties of your actuator in real-time, allowing you to achieve better performance compared to passive energy dissipators, which introduce damping into the structure. The difference between these approaches is that active control exerts an additional force on the building that can work with various vibration modes, and semi-active control uses structural movement. Consequently, active control requires robust control that decreases deformations and can be exerted through an Active Mass Damper (AMD). In order to establish robust strategies, this work presents the classic design of a proportional-derivative controller (PD), a tuning methodology based on the natural frequencies of the structure, and a robust controller based on the synthesis  $\mathcal{H}_\infty$  as disturbance rejection considering the frequency spectrum of the seismic history. On the other hand, recently, one of the most used actuators in vibration control is the Magnetorheological Damper (MRD) for its multiple advantages of electrical consumption and stability, among others. However, MRD has a nonlinear behavior because the friction force is variable by rheological fluids with ferromagnetic particles inside, capable of changing the damper's response through an applied voltage. This behavior must be characterized to exercise control over the amount of force to dissipate according to structural measurements; therefore, this thesis mentions several MRD models and a parametric identification method based on genetic algorithms (GA) and Particle Swarm Optimization (PSO). It also shows a robust force estimation method through a deep learning technique called Complex Value Convolutional Neural Network (CV-CNN). CV-CNN is a hysteresis-less model strategy that overcomes parameterization in nonlinear systems and only requires displacement and voltage measurements for force estimation. Finally, semi-active control uses devices like the MRD that have properties of a passive element to dissipate energy and, simultaneously, can change their damping with small current sources according to structural response measurements. Consequently, a control strategy is introduced that considers the actuator dynamics, a transformation, and active disturbance rejection control, which estimates the external and internal uncertainties by means of a Disturbance Observer (DOB).

# Índice de figuras

1.1. Cinturón de fuego del Pacífico . . . . .	1
2.1. Edificio de $n$ -pisos . . . . .	9
3.1. Edificio con actuador AMD localizado en el último piso . . . . .	13
3.2. Respuesta del edificio (2.19) en lazo abierto con excitación sinusoidal . . . . .	18
3.3. Respuesta del sistema con controlador (3.1) para una excitación sinusoidal . . . . .	19
3.4. Comparación de la respuesta sin control y controlada del edificio de 2 niveles bajo el sismo de México 1985 . . . . .	20
3.5. Fuerza requerida para controlar por medio del PD convencional . . . . .	20
3.6. Diagrama del controlador $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	21
3.7. Espectro en frecuencia del registro sísmico del 85 frente a la función ponderación $W_3$ . . . . .	22
3.8. Respuesta sin control del segundo piso sujeta a la excitación del sismo de 1985 . . . . .	23
3.9. Lugar de las raíces . . . . .	24
3.10. Respuesta controlada del segundo piso con $\mathcal{H}_\infty$ propuesto bajo la excitación sísmica México 1985 . . . . .	25
3.11. Respuesta controlada del sistema con $\mathcal{H}_\infty$ por medio de la función <i>hinfsyn</i> de Matlab bajo la excitación sísmica México 85 . . . . .	27
3.12. Fuerza requerida para controlar por medio de $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	28
3.13. Componente norte-sur del sismo de México de 1985 . . . . .	33
3.14. Respuesta controlada de la estructura del edificio del controlador bajo excitación sinusoidal . . . . .	35
3.15. Prototipo a escala del de edificio de dos pisos . . . . .	37
3.16. Estructura del filtro estimador . . . . .	37
3.17. Respuesta sin control y controlada de la estructura del edificio bajo el sismo de 1985 en México . . . . .	38
3.18. Fuerzas requeridas para controlar . . . . .	39
4.1. Modelo amortiguador magnetoreológico de Spencer . . . . .	41
4.2. Entradas aplicadas al modelo Spencer para el amortiguador MR. . . . .	42
4.3. Respuesta del modelo Spencer para el MRD a un escalón . . . . .	42
4.4. Entrada aplicada y salida del modelo LuGre para el amortiguador MR . . . . .	44
4.5. Respuesta del modelo LuGre para el amortiguador MR a una rampa . . . . .	44
4.6. Modelo del MRD propuesto por Kwok . . . . .	44
4.7. Respuesta del amortiguador bajo excitación seno . . . . .	45
4.8. Reglas de cambio de los genes en un GA . . . . .	47
4.9. Algoritmo genético . . . . .	47
4.10. Arquitectura CNN . . . . .	48

4.11. Proceso de entrenamiento mediante modelo de simulación. . . . .	50
4.12. Montaje de ensayos al MRD . . . . .	51
4.13. Pruebas de identificación del MRD a diferentes niveles de voltaje . . . . .	52
4.14. Comparación de fuerza teórica y experimental empleando 5.4 V en el MRD . . .	54
4.15. Comparación del ciclo histerético experimental y teórico utilizando los métodos GA – tanh, PSO – tanh, CV-CNN y SNN, con configuración MRD para 5.4 V .	54
4.16. Prueba del MRD con desplazamiento aleatorio . . . . .	55
4.17. Comparación de fuerza teórica y experimental para el MRD, configurado en 4.8 V con desplazamiento aleatorio. . . . .	56
4.18. Comparación del ciclo histerético experimental y teórico utilizando los métodos GA – tanh, PSO – tanh, CV-CNN y SNN, con configuración MRD para 4.8 V .	56
4.19. Pruebas de identificación de MRD con desplazamiento de sierra y voltaje aleatorio.	57
4.20. Comparación de fuerza teórica y experimental para voltaje aleatorio y despla- zamiento de sierra. . . . .	57
5.1. Edificio de $n$ -pisos equipado con un MRD . . . . .	60
5.2. Filtro integrador . . . . .	62
5.3. Esquema ADRC implementado . . . . .	64
5.4. Prototipo a escala del de edificio de dos pisos con MRD . . . . .	67
5.5. Estados estimados para el segundo piso . . . . .	67
5.6. Componente del terremoto de Kobe de 1995 . . . . .	68
5.7. Resultados de la comparación en lazo abierto y cerrado . . . . .	69
5.8. Perturbación estimada por el DOB . . . . .	69
5.9. Ley de control . . . . .	69
5.10. Respuesta en lazo cerrado de cada controlador . . . . .	70

# Índice de tablas

3.1. Polos, frecuencias naturales y amortiguamiento de la estructura . . . . .	18
3.2. <i>ISE</i> de los controladores . . . . .	27
3.3. Parámetros estructurales . . . . .	33
3.4. Comparación del nivel de atenuación para el edificio de dos pisos usando diferentes controladores . . . . .	35
3.5. Niveles de atenuación ante incertidumbre paramétrica . . . . .	36
3.6. Comparación del nivel de atenuación para el edificio de dos pisos usando diferentes controladores . . . . .	39
4.1. Parámetros del modelo Spencer para el amortiguador por [1] . . . . .	42
4.2. Parámetros del modelo LuGre modificado para el amortiguador MR por [2]. . .	43
4.3. Parámetros del modelo tanh para el amortiguador por [3] . . . . .	45
4.4. Parámetros estimados para el modelo MRD basados en métodos de optimización GA y PSO ( <i>GA – tanh</i> , <i>PSO – tanh</i> ) . . . . .	53
4.5. Métricas de rendimiento y tiempo de entrenamiento para cada método de estimación de fuerza en diferentes pruebas . . . . .	58
5.1. Parámetros nominales del prototipo de edificio equipado con un MRD . . . . .	68
5.2. Porcentajes de atenuación para cada estrategia . . . . .	70

# Nomenclatura

Con el fin de facilitar la lectura de la presente tesis se resumen las abreviaciones usadas a lo largo de ella

AMD	Amortiguador de masa activa.
TMD	Amortiguador de masa sintonizada.
MRD	Amortiguador magnetorreológico.
MR	Magnetorreológico.
PD	Proporcional-Derivativo.
ARDC	Controlador por rechazo activo de perturbaciones.
K-ARDC	Controlador por rechazo activo de perturbaciones más retroalimentación.
LQR	Regulador cuadrático lineal.
DOB	Observador de perturbaciones.
FFT	Transformada Rápida de Fourier.
GA	Algoritmos genéticos.
PSO	Optimización por enjambre de partículas.
ANN	Red neuronal artificial.
SNN	Red neuronal superficial.
CNN	Red neuronal convolucional.
CV-CNN	Red neuronal convolucional de valor complejo.
NARX	Modelo exógeno autorregresivo no lineal.
GDL	Múltiples grados de libertad.
MSE	Error cuadrático medio.
ISE	Error cuadrático integral.
AP	Porcentaje de atenuación.

Asimismo los operadores usados son

$h$	Valor escalar
$\mathbf{h}$	Vector
$\mathbf{H}$	Matriz
$\lambda(\cdot)$	Valores propios de la matriz
$\lambda_{max}(\cdot)$	Valor propio máximo de la matriz
$\lambda_{min}(\cdot)$	Valor propio mínimo de la matriz
$\bar{h} = \lambda_{max}(\mathbf{H})$	Valor propio máximo de la matriz $H$
$\underline{h} = \lambda_{min}(\mathbf{H})$	Valor propio mínimo de la matriz $H$
$\mathbf{Re}(\lambda)$	Parte real del valor
$\mathbf{Im}(\lambda)$	Parte imaginaria del valor
$\ \cdot\ $	Norma euclidiana
$\ \cdot\ _{\infty}$	Norma infinita
$\text{diag}(\cdot)$	Matriz diagonal con los elementos del vector
$\det(\cdot)$	Determinante de la matriz
$[\mathbf{H}]_i$	Es la $i$ -ésima fila de la matriz $\mathbf{H}$



# Capítulo 1

## Introducción

Los sismos son producidos por movimientos de reajuste en el interior y en la superficie de la Tierra en los límites de las placas tectónicas. Por consiguiente, las zonas de mayor riesgo sísmico son las que se encuentran en la frontera de las placas, como ocurre con el cinturón del fuego del pacífico, que es la zona donde ocurren la mayoría de sismos en el mundo (ver Fig. 1.1<sup>1</sup>), donde constantemente se ven afectados países como Japón, México y Colombia.

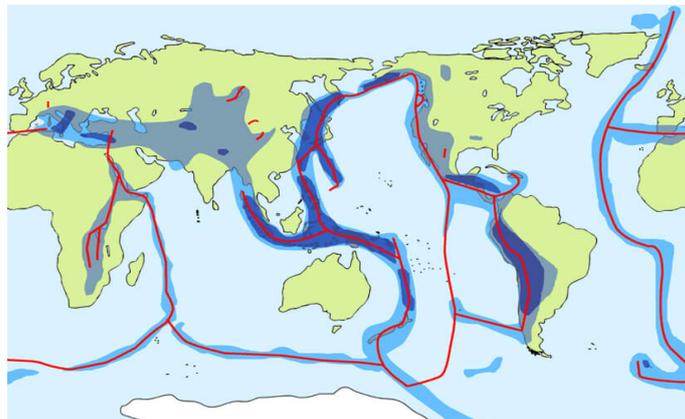


Figura 1.1: Cinturón de fuego del Pacífico

Para contrarrestar estos movimientos telúricos en estructuras, continuamente se desarrollan nuevos dispositivos de disipación de energía y estrategias de control. De acuerdo con el tipo de dispositivo a emplear existen varias clases de estrategias de atenuación de las vibraciones, las cuales se pueden catalogar como control pasivo, activo, semi-activo e híbridos. Las ventajas, limitaciones y la selección de cada uno se describen en [4].

El control pasivo consiste en el uso de dispositivos de disipación de energía, que no requieren ninguna alimentación externa y absorben energía del movimiento inducido por alguna perturbación, como lo pueden ser los vientos fuertes o la actividad sísmica. En otras palabras, la energía se disipa produciendo un movimiento relativo dentro del dispositivo de control con respecto al movimiento de la estructura, por ejemplo, un amortiguador de masa sintonizada (TMD, por sus siglas en inglés de Tuned Mass Damper). Las principales ventajas es que son más económicos, no demandan energía eléctrica y su principal desventaja es que no se puede modificar sus propiedades en tiempo real para ejercer control [5]. Bajo este enfoque se encuentran los aisladores de base, colocados entre el edificio y la cimentación. Estos son dispositivos

<sup>1</sup>Fuente: <https://smis.org.mx/informacion/zonas-sismicas-en-el-mundo/>

de aislamiento flexibles que evitan la propagación de los componentes de alta frecuencia de las ondas sísmicas en la estructura. La adición de este dispositivo aumenta la flexibilidad de la estructura, lo que lo hace adecuado para implementarse en estructuras de edificios pequeños y medianos. Este tipo de tecnología ha tenido mucho éxito pese a que no modifica sus propiedades dinámicas en tiempo real.

El control activo se define como un sistema equipado con un dispositivo capaz de ejercer una fuerza en la estructura, requiere una fuente con alta demanda de energía para el funcionamiento de un actuador, por ejemplo, electrohidráulico o electromecánico (servomotor), lo que significa un aumento del amortiguamiento y/o la rigidez estructural. El sistema de control activo utiliza sensores para medir tanto la excitación como la respuesta estructural. Luego, mediante el procesamiento de los datos y su interpretación, se genera una acción de control en respuesta al movimiento provocado en la estructura. Esto se lleva a cabo mediante la ubicación estratégica de actuadores, lo que genera una respuesta vibratoria secundaria que controla las vibraciones de la estructura no deseadas. Una de sus ventajas más considerable es su idoneidad para estructuras con múltiples grados de libertad, debido a que los actuadores pueden funcionar con varios modos de vibración. Esta ventaja puede representar una desventaja debido a que al momento de administrar energía al sistema puede generar mayores desplazamientos de la estructura si esta vibración secundaria tiene la misma frecuencia natural de la estructura. En consecuencia, para superar este reto es necesario implementar esquemas de control robustos.

El control semi-activo usa dispositivos con propiedades de un elemento pasivo para disipar energía y al mismo tiempo puede cambiar su amortiguamiento con pequeñas fuentes de corriente de acuerdo a las mediciones de la respuesta estructural como en el caso de control activo. Por lo tanto, tiene las ventajas de un control activo con bajo requerimiento de energía y a su vez con la virtud de un control pasivo, por lo que utiliza el movimiento de la estructura para desarrollar la fuerza de control. El beneficio del control semi-activo sobre el control activo es que requiere una menor cantidad de energía para su funcionamiento, que incluso pueden alimentarse con una batería, lo cual representa una ventaja significativa, puesto que durante la actividad sísmica es común el fallo eléctrico. Adicionalmente, el control semi-activo no suministra una fuerza al sistema controlado, así que no tiene la desventaja del control activo de someter la estructura a mayores vibraciones, lo que significa un método robusto y seguro para la reducción del movimiento.

Por último, existe el enfoque de control híbrido, el cual consiste en una combinación de la robustez del actuador pasivo y el alto rendimiento del control activo. Un ejemplo de ellos son los aisladores de base híbridos que combinan un aislador en la base con posicionamiento variable, por medio de la acción de un dispositivo activo o semi-activo para ejercer control. Debido a la inclusión de múltiples dispositivos de control, el sistema híbrido supera las limitaciones y restricciones observadas en los dispositivos de control únicos como dispositivos pasivos, activos y semi-activos.

## 1.1. Motivación

En zonas sísmicamente activas existen muchos accidentes, desde riesgos en edificaciones de gran tamaño que son afectadas en su integridad física al punto de ser destruidas, riesgos económicos, en líneas eléctricas [6], ecológicos como el caso del sismo del Limón [7], hasta en la salud mental de las personas [8], lo que genera una gran crisis. México es un país que posee varias de estas zonas, por ende, se encuentra bajo riesgo latente de actividad sísmica. Por ejemplo, el caso del sismo de 1985, que provocó el colapso de varios edificios en la ciudad de México como también los recientes sismos en 2017 con epicentro en el estado de Chiapas y Puebla el

07 y 19 de septiembre, respectivamente. El terremoto de Chiapas es considerado el sismo más fuerte que se ha registrado recientemente en el país y de mayor intensidad en la historia de México; posteriormente a los doce días el terremoto de Puebla que debido a su cercanía a la Ciudad de México causó el daño de 5765 edificios y la pérdida de vidas humanas [9]. Por otra parte, Colombia es otro país que es fuertemente afectado por sismos, como sucedió con el caso del gran Tumaco, sismo en 1979 con epicentro en el océano Pacífico que produjo la pérdida de muchas vidas humanas e inmuebles en diferentes zonas cercanas al epicentro, como Bogotá que se encuentra a 500 km del océano Pacífico [10]. Estos países poseen un alto riesgo sísmico y un gran número de edificaciones comerciales y residenciales que son afectadas drásticamente generando una gran crisis nacional con impacto social y económico. El constante movimiento telúrico ocasiona la formación de grietas por bajos ciclos de fatigas que debilitan la integridad estructural [11]. Por otra parte, las grandes corrientes de aire también pueden producir fallas estructurales debido a que se producen movimientos inesperados en las construcciones.

Debido a estos fenómenos es necesario el desarrollo de técnicas de control estructural que permitan conservar el buen funcionamiento y la integridad de los inmuebles, así como experimentar y proponer estrategias para mitigar y/o reducir las vibraciones en edificios, en ciudades sísmicamente activas o aquellas donde ocurren movimientos accidentales, como los producidos por vientos fuertes, intentando disminuir el riesgo de tragedias. Por ejemplo, en lugares como la Ciudad de México que se caracterizan por tener un suelo blando y muchas edificaciones antiguas, es necesario incluir algunos mecanismos disipadores de energía sísmica, debido a la ausencia de un diseño estructural contra los movimientos tectónicos, como quedó evidenciado en el sismo de 2017, el cual causó el colapso de varios edificios en dicha ciudad [9]. En consecuencia, se ha prestado una atención considerable al uso de tecnologías destinadas a reducir las vibraciones de los edificios inducidas por sismos. La vibración estructural se puede mitigar generalmente de dos maneras: Construyendo edificios con materiales inteligentes o agregando dispositivos disipadores de energía como amortiguadores, aisladores y actuadores al edificio.

Por lo mencionado anteriormente se debe realizar el planteamiento de nuevas estrategias de control de vibraciones y su verificación experimental exhaustiva a escala reducida en el laboratorio. Por consiguiente, su posterior implementación en estructuras reales para salvar vidas ante eventos naturales no esperados. Es por ello la necesidad del desarrollo de este tipo de investigación, para la generación de algoritmos de control robustos que conserven la integridad estructural a pesar de los eventos sísmicos. En conclusión, en este trabajo se desarrollan algunos esquemas de control basados en el enfoque de tecnología activa y semi-activa debido a las propiedades que ambos presentan. Ambos enfoques se pretenden implementar en un prototipo experimental de 2 niveles, localizado en el laboratorio del Departamento Control Automático del CINVESTAV-IPN.

## 1.2. Estado del arte

La acción de control estructural se logró con éxito en una implementación práctica en los controles de vibraciones activo y semi-activo [12, 13, 14, 15]. Del mismo modo, en estas investigaciones se presentan algunos mecanismos idóneos para ejercer este tipo de controles. Con el fin de implementar nuevas estrategias de supresión de vibraciones se profundizó sobre dos técnicas muy populares en el control de oscilaciones causadas por eventos sísmicos.

### 1.2.1. Control Activo

Los sistemas de control activo operan utilizando energía externa suministrada por actuadores para impartir fuerzas sobre la estructura. La acción de control adecuada se determina en función de las mediciones de las respuestas estructurales. Los dispositivos de control activo resultan muy eficaces para reducir la respuesta estructural debido a sismos de gran magnitud. Sin embargo, los requisitos de alta potencia, reducir el costo y mantenimiento de estos dispositivos son un gran desafío a resolver. Por esta razón, durante aproximadamente cinco décadas, los investigadores han buscado la posibilidad de utilizar métodos de control activo para mejorar los enfoques pasivos y así reducir las respuestas estructurales. Existen una variedad de mecanismos de control activo, dentro de los usados en recientes investigaciones está el sistema de tendón activo [16], que ante pequeñas perturbaciones el sistema activo se puede apagar, entonces los cables resistirán la deformación estructural en modo pasivo. A mayores excitaciones, el modo activo se habilita para alcanzar la tensión requerida en los tendones. Otro dispositivo muy usado es el amortiguador activo de masa sintonizada (ATMD o AMD por sus siglas en inglés) que constituye la modificación de un TMD. En este sistema, el 5% de la masa total del edificio es excitado directamente mediante un actuador sin resorte ni amortiguador adjunto [17], lo que constituye un riesgo si no se tiene una apropiada ley de control. De modo que, se han propuesto varias estrategias de control para lograr un alto rendimiento con fines de supresión de vibraciones, como sucede con el control  $\mathcal{H}_\infty$ . De acuerdo con las referencias [18, 19, 20, 21], los autores reportan resultados satisfactorios para la reducción vibraciones empleando dicho esquema. Sin embargo, el rendimiento de este controlador puede degradarse en estructuras con un número muy alto de modos de vibración, a menudo más allá del ancho de banda del controlador. Otra alternativa es mediante el control por modo deslizante, que es robusto frente a variaciones y perturbaciones de los parámetros, como se reporta en [22, 23, 24]. No obstante, los términos de alta frecuencia en la señal de control representan una dificultad en los sistemas mecánicos. Por otro lado, métodos de control óptimos como el regulador cuadrático lineal (LQR) [25, 26] y el Gaussiano cuadrático lineal [27], han informado resultados satisfactorios para el control activo de vibraciones de estructuras de edificios. Debido a que ambos algoritmos están basados en modelo, ante la incertidumbre y las perturbaciones paramétricas, el rendimiento del controlador puede verse reducido. La mayor parte de la investigación en [28, 29, 30] emplean el control a través de redes neuronales. En este caso, los algoritmos requieren una gran cantidad de procesamiento de datos y señales, lo que significa un alto costo computacional. Por otro lado, los controladores PD-PID son los algoritmos más simples y utilizado con diversas aplicaciones, como la supresión activa de vibraciones estructurales [31]. Todas las técnicas de control presentadas demuestran el gran interés de la comunidad científica en el control activo de vibraciones y su eficiencia teórica y práctica para disminuir desplazamiento en edificaciones ante eventos sísmicos y fuertes vientos.

### 1.2.2. Control semi-activo

Los controladores activos demandan mucha potencia que está por el orden de los Mega Vatios (MW) para su implementación real en actuadores, mientras que los controladores semi-activos con dispositivos de amortiguamiento variable poseen un consumo eléctrico alrededor de los 20W. Además, éstos últimos pueden modificar el amortiguamiento estructural de la misma forma que los sistemas de control activo. Esto representa una ventaja considerable ante eventos sísmicos, donde es común fallos en el suministro de energía eléctrica [32]. El control semi-activo es una combinación de los enfoques activos y pasivos, ofreciendo la estabilidad de los sistemas pasivos que aprovechan el movimiento estructural y la adaptabilidad de los sistemas activos

ante perturbaciones y/o cambios en las propiedades de la estructura. Por lo tanto, a diferencia de los dispositivos de control activo, los dispositivos de control semi-activo no tienen el potencial de desestabilizar el sistema estructural. Los estudios preliminares indican que los sistemas semi-activos implementados correctamente alcanzan mejor desempeño que los dispositivos pasivos y tienen el potencial de alcanzar, o incluso superar, el rendimiento de los sistemas totalmente activos, permitiendo así la posibilidad de la reducción de respuesta eficaz durante una amplia gama de condiciones de carga dinámica [33].

Algunos ejemplos de actuadores para control semi-activo son los amortiguadores de fluido de orificio variable, dispositivos de fricción controlable, dispositivos de rigidez variable, amortiguadores de líquido controlables y amortiguadores de fluido controlables. En búsqueda de nuevos actuadores, en la referencia [34] se propone optimizar y validar un nuevo amortiguador de masa sintonizado semi-activo bajo excitación armónica. Los actuadores se forman reemplazando el amortiguador viscoso en el TMD con un amortiguador controlable.

La mayoría de las estrategias de control semi-activo dependen del tipo de actuador debido a que muchos de ellos poseen un comportamiento no lineal. Sin embargo, para el amortiguador magnetorreológico se han propuesto varias combinaciones de estrategias tradicionales para su control, como controladores PID adaptables considerando el control por modos deslizantes [35]. De manera similar, un controlador PID basado en reglas difusas es planteado considerando una entrada de frecuencia variable [36]. Asimismo se han propuestos algoritmos adaptables basados en una ley fuzzy adaptable [37] y Modos Deslizantes adaptables [38]. En consecuencia, el modelado, la identificación y creación de algoritmos de control se hacen objetos de estudio en este trabajo.

### 1.2.3. Amortiguador Magnetorreológico

Recientemente para ejercer el control semi-activo los amortiguadores magnetorreológicos (MRD, por sus siglas en inglés Magnetorheological Damper) se han utilizado más que otros instrumentos. Esto debido a su rápida respuesta y porque la energía externa requerida para que funcionen es menor que la que se necesita para los sistemas activos. Dichos actuadores son dispositivos mecánicos para disipar energía a través de una fuerza de fricción variable debido a fluidos reológicos con partículas ferromagnéticas capaces de cambiar el comportamiento del amortiguador mediante un voltaje aplicado. La característica principal es su capacidad para cambiar reversiblemente de un estado de flujo lineal a un estado semisólido con un límite elástico controlable [1]. Una de las características más atractivas de los MRD es que estos dispositivos son sistemas variables en el tiempo que pueden modificar la respuesta dinámica de la planta en tiempo real para contrarrestar las perturbaciones. Actualmente, los MRD se utilizan para controlar las vibraciones en los sistemas de asientos de los automóviles, para minimizar y evitar daños en las estructuras de ingeniería civil en caso de movimientos sísmicos y para reducir las vibraciones en la maquinaria, entre otras aplicaciones. Esto muestra que los MRD son dispositivos prometedores para aplicaciones de reducción de vibraciones [33].

Sin embargo, el uso de un MRD para el control de vibraciones tiene retos significativos debido a la caracterización de la respuesta fuerza-velocidad no lineal e histerética producida por fluidos magnetorreológicos (MR). Un trabajo pionero para caracterizar este tipo de sistemas menciona los efectos así como un modelo de fricción deslizante y rodante [39]. De manera similar, el modelo de Bouc-Wen caracteriza la respuesta de MRD con base en una solución de Galerkin y una formulación de vector de Markov [40]. La fuerza se estima utilizando un modelo dinámico basado en la fricción (modelo LuGre) propuesto por [41]. Uno de los modelos MRD más referenciados en la literatura es el propuesto por [1], que estima la fuerza utilizando el modelo histerético

de Bouc-Wen y un resorte adicional para caracterizar la rigidez del acumulador presente en el amortiguador. En contraste, [2] propuso un modelo MRD teniendo en cuenta la desviación promedio de las cerdas. Recientemente, [42] introdujo un nuevo modelo que utiliza una función tangente hiperbólica para representar la histéresis. En consecuencia, en esta tesis se presentan varios modelos del MRD y se selecciona uno de ellos para el diseño de una ley de control a partir de la dinámica del dispositivo semi-activo.

### 1.3. Objetivos de la tesis

El objetivo general de esta tesis es minimizar las vibraciones en estructuras de tipo edificios para mantener su integridad estructural por medio del control activo y semi-activo.

Para conseguir esta finalidad, los objetivos específicos son:

- Calibrar y poner en marcha un equipo experimental para validar la teoría desarrollada a través de pruebas en laboratorio mediante un prototipo de edificio de 2 niveles a escala reducida.
- Plantear leyes de control activo y métodos de sintonización basado en las frecuencias naturales de la estructura para la reducción de vibraciones.
- Estimar la fuerza que absorbe un amortiguador magnetoreológico (MRD) para realizar control semi-activo de vibraciones en estructuras por medio del modelado del ciclo histérico en condiciones de trabajo complejas y cambiantes bajo ruido de medición.
- Diseñar una ley control semi-activo de vibraciones en estructuras civiles tipo edificios, a través de la aplicación de diferentes técnicas de control como retroalimentación de estados, regulador lineal cuadrático, rechazo activo de perturbaciones, entre otras.
- Implementar una ley de control mediante la acción de un amortiguador semi-activo para mitigar las vibraciones ante perturbaciones producidas en un modelo a escala.

### 1.4. Metodología

El presente trabajo combina conceptos, metodologías propuestas y resultados de control de vibraciones en estructuras tipo edificio ante eventos sísmicos. Por lo tanto, primeramente, se estudia el comportamiento de estructuras civiles, de hecho, se inicia con el modelado de un edificio a esfuerzo cortante en una dirección a través de la formulación de Lagrange considerando la disipación de energía del sistema por medio del amortiguamiento. Luego, se realiza el estudio de diferentes tipos de disipadores de energía implementados en supresión de vibraciones y a partir de estos se hace una selección de las mejores estrategias. De dichas estrategias se implementan dos de ellas: Control activo y semi-activo. En cuanto al control activo, se proponen leyes de control robusto como el controlador PD y el  $\mathcal{H}_\infty$  debido a los riesgos de estabilidad que pueden generar en el sistema. Dicha estrategia de control se hace a través de un amortiguador de masa activa (AMD por sus siglas en inglés, Active Mass Damper) que es el actuador activo más popular en la literatura para la reducción de la respuesta estructural de edificios altos debido a su alto desempeño para controlar las vibraciones inducidas por el viento. Por lo tanto, en este trabajo de tesis, se hace uso de este tipo de actuadores AMD para investigar su versatilidad como elemento atenuador de movimiento ante perturbaciones sísmicas. Por otra parte, para el control semi-activo se estudian varios tipo de actuadores en el que se destaca el MRD debido

a su rápida respuesta. Sin embargo, estos actuadores tienen un comportamiento histerético difícil de modelar. Por lo tanto, se estudian algunos de los modelos más representativos de este fenómeno, así como métodos para identificación de los parámetros y un método libre de modelo para estimar la fuerza como el aprendizaje profundo. Por último, se diseña una técnica de control semi-activo de acuerdo a la dinámica del MRD y a sus ventajas de estabilidad, consumo bajo de energía y el buen rendimiento en control de vibraciones.

## 1.5. Estructura de la tesis

El resto del documento está organizado de la siguiente manera: El capítulo 2 describe el modelo matemático de la estructura tipo edificio. En el capítulo 3 se presentan diferentes técnicas de control, las cuales han sido simuladas e implementadas para una estructura equipada con un AMD. El diseño clásico de un controlador proporcional-derivativo (PD) se presenta en la sección 3.1. Asimismo, un controlador robusto es descrito en la subsección 3.2. La última estrategia de control activo se realiza a través de una descomposición modal para sintonizar un PD y se detalla en la Sección 3.3. El capítulo 4 muestra una introducción del amortiguador magnetorreológico, sus modelos y métodos de identificación. De acuerdo al modelo seleccionado del amortiguador magnetorreológico se propone una ley de control semi-activo de vibraciones en estructuras tipo edificio en la sección 5. Finalmente, las observaciones de los resultados y futuros desafíos se proporcionan en el capítulo 6, *Conclusiones y trabajos futuros*.

## 1.6. Publicaciones

Como resultado esta investigación y colaboraciones durante el desarrollo de la presente tesis se han publicado los siguientes trabajos en:

### 1.6.1. Revistas científicas

- *Alternative tuning method for PD gains for active vibration control in building structures* Journal Transactions of the Institute of Measurement and Control, June 2021, pp. 1-13; doi: 10.1177/0123456789123456.
- *Robust force estimation for magnetorheological damper based on complex value convolutional neural network* Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2022. doi: 10.1115/1.4055731.
- *Active disturbance rejection control for building structure using a magnetorheological damper*, bajo revisión.
- *Algebraic observers for velocity and displacement estimation in structural systems through acceleration measurement*, bajo revisión.

### 1.6.2. Congresos internacionales

- *Modeling and Proportional-Derivative controller design for buildings based on vibration frequencies*, 7th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), 2020, pp. 575-580, doi: 10.1109/CoDIT49905.2020.9263982.

- *Active Vibration Control for Building Structures based on  $\mathcal{H}_\infty$  Synthesis Problem*, 17th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 2020, pp. 1-6, doi: 10.1109/CCE50788.2020.9299118.
- *Parametric identification of a magneto-rheological damper based on Genetic Algorithm*, 18th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 2021. doi: 10.1109/CCE53527.2021.9633028
- *Vibration control for a second-order system via a magnetorheological damper*, 9th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), 2023, doi:por asignar.

### 1.6.3. Congresos nacionales

- *Semi-active control for 1 story building via a magnetorheological damper*, 2022 Congreso Nacional de Control Automático, doi: 10.58571/CNCA.AMCA.2022.070.
- *Semiactive Vibration Control for Vibration Reduction in Buildings through ADRC*, 2022 Congreso Nacional de Control Automático, doi: 10.58571/CNCA.AMCA.2022.006.

# Capítulo 2

## Modelo matemático de un edificio

Considere la estructura lineal de múltiples grados de libertad (GDL), mostrada en la Fig. 2.1, la cual representa un edificio a cortante sometido a una acción sísmica [43].

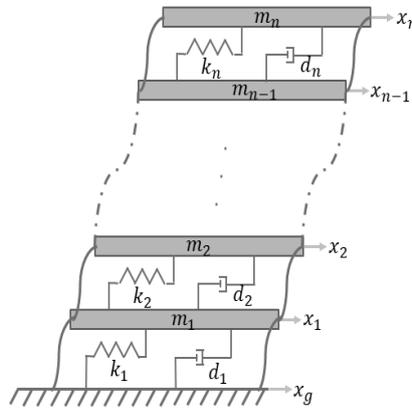


Figura 2.1: Edificio de  $n$ -pisos

Para obtener el modelo matemático, la estructura tipo edificio se asume como un conjunto de  $n$  masas interconectadas por resortes y amortiguadores viscosos lineales. Asimismo, el edificio está apoyado en suelo firme, se supone que los diafragmas del piso son rígidos en su plano pero flexibles para deformarse en la dirección vertical. Por lo tanto, se considera la formulación de Lagrange que incluye funciones de disipación de energía para el modelado de la estructura como

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{x}_i} = F_{e_i}, \quad (2.1)$$

donde  $F_{e_i}$  representa las fuerzas externas ejercidas por un sismo,  $x_i$   $i = 1, 2, \dots, n$  son las coordenadas generalizadas y  $R$  es una función de disipación de Rayleigh que representa la fuerza absorbida por el amortiguamiento de la estructura [44]. Por último, la función escalar  $L$ , llamada Lagrangiano, es definida como:

$$L = T - U, \quad (2.2)$$

aquí  $T$  y  $U$  son la energía cinética y potencial del sistema, respectivamente. Estas funciones  $T$ ,

$U$  y  $R$  se definen como se muestra en las Ec. (2.3), (2.4) y (2.5), respectivamente.

$$T = \frac{m_1 \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n \dot{x}_n^2}{2}, \quad (2.3)$$

$$U = -\frac{k_1}{2} [x_1]^2 - \frac{k_2}{2} [x_2 - x_1]^2 - \dots - \frac{k_n}{2} [x_n - x_{n-1}]^2, \quad (2.4)$$

$$R = \frac{d_1}{2} [\dot{x}_1]^2 + \frac{d_2}{2} [\dot{x}_2 - \dot{x}_1]^2 + \dots + \frac{d_n}{2} [\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}]^2. \quad (2.5)$$

Las derivadas parciales que definen las ecuaciones de movimiento (2.1) con respecto a la primera coordenada generalizada  $x_1$  se pueden expresar como:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} = m_1 \dot{x}_1, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial L}{\partial x_1} = -[-k_2(x_2 - x_1) + k_1(x_1)], \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial R}{\partial \dot{x}_1} = d_1(\dot{x}_1) + d_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \quad (2.8)$$

de manera similar, las ecuaciones para la segunda coordenada  $x_2$ :

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} = m_2 \dot{x}_2, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial L}{\partial x_2} = -[-k_3(x_3 - x_2) + k_2(x_2 - x_1)], \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial R}{\partial \dot{x}_2} = d_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + d_3(\dot{x}_2 - \dot{x}_3). \quad (2.11)$$

Repetiendo el mismo procedimiento se obtienen las derivadas para cada piso hasta el último de ellos  $x_n$ ,

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_n} = m_n \dot{x}_n, \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial L}{\partial x_n} = -k_n(x_n - x_{n-1}), \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial R}{\partial \dot{x}_n} = d_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}). \quad (2.14)$$

Sustituyendo las Ec. (2.6) - (2.14) en la ecuación dinámica de Lagrange (2.1) y resolviendo la derivada con respecto al tiempo se obtiene un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias,

$$m_1 \ddot{x}_1 + d_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2(x_1 - x_2) + d_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F_{e_1}, \quad (2.15)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - d_2 \dot{x}_1 + (d_2 + d_3) \dot{x}_2 - d_3 \dot{x}_3 - k_2 x_1 + (k_2 + k_3) x_2 - k_3 x_3 = F_{e_2}, \quad (2.16)$$

⋮

$$m_n \ddot{x}_n + k_n(x_n - x_{n-1}) + d_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) = F_{e_n}, \quad (2.17)$$

aquí  $F_{e_i}$  representa la actividad sísmica que afecta a cada piso y puede ser descrita como

$$F_{e_i} = -m_i \ddot{x}_g(t), \quad (2.18)$$

donde  $\ddot{x}_g$  es la aceleración del suelo. Reordenando las Ec. de (2.15) a (2.17), el sistema se puede escribir en forma matricial como se muestra a continuación

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}_s \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}_s \mathbf{l} \ddot{x}_g(t), \quad (2.19)$$

con

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \\ \dot{\mathbf{x}}(t) &= [\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dots, \dot{x}_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) &= [\ddot{x}_1(t), \ddot{x}_2(t), \dots, \ddot{x}_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \\ \mathbf{l} &= [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

aquí  $\mathbf{x}(t)$ ,  $\dot{\mathbf{x}}(t)$ ,  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$  son los vectores de desplazamientos, velocidades y aceleraciones relativas con respecto a la posición inicial; el vector  $\mathbf{l}$  permite distribuir la señal escalar  $\ddot{x}_g$  en cada piso. Además,  $\mathbf{M}_s$ ,  $\mathbf{D}_s$ , y  $\mathbf{K}_s \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son respectivamente la matriz de masas, amortiguamientos y rigidez definidas como

$$\mathbf{M}_s = \text{diag} [m_1, m_2, m_3, \dots, m_n] > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad (2.21)$$

$$\mathbf{D}_s = \begin{bmatrix} d_1 + d_2 & -d_2 & \dots & 0 & 0 \\ -d_2 & d_2 + d_3 & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & d_{n-1} + d_n & -d_n \\ 0 & 0 & \dots & -d_n & d_n \end{bmatrix} \geq 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad (2.22)$$

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & \dots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ 0 & 0 & \dots & -k_n & k_n \end{bmatrix} > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad (2.23)$$

donde  $m_i$ ,  $d_i$ , y  $k_i$  con  $i = 1, 2, \dots, n$ , son la  $i$ -ésima masa, rigidez y amortiguamiento de entrepisos, respectivamente, las cuales definen características físicas de la estructura del edificio.

Definiendo las variables de estado

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

el sistema (2.19) se puede escribir en la forma de espacio estado como

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{z}}_2(t) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{M}_s^{-1} \mathbf{K}_s & -\mathbf{M}_s^{-1} \mathbf{D}_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{l} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_1} \ddot{x}_g(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \mathbf{z}(t), \end{aligned} \quad (2.25)$$

aquí  $\mathbf{y}(t)$  son las salidas del sistema que representan el desplazamiento de cada piso. De esta manera se puede obtener la respuesta en simulación del sistema en lazo abierto ante la presencia de perturbaciones sísmicas.

Adicionalmente, los valores propios de la matriz  $\mathbf{A}$  de la Ec. (2.25) siempre son polos complejos conjugados en una estructura [45], por lo tanto, los polos se pueden expresar en función de las frecuencias naturales y los factores de amortiguamiento

$$s_{(2j-1,2j)} = -\omega_{n(j)}\xi_{(j)} \pm i \omega_{n(j)}\sqrt{1 - \xi_{(j)}^2} \quad (2.26)$$

donde  $j \in \{1, \dots, n\}$  de tal manera que cada par de polos permite obtener la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento.

# Capítulo 3

## Control activo de vibraciones

El amortiguador de masa activa (AMD por sus siglas en inglés, Active Mass Damper) es el actuador activo más popular para la reducción de la respuesta estructural de edificios altos debido a su alto desempeño para controlar las vibraciones inducidas por el viento. Por lo tanto, en este trabajo de tesis, se hace uso de este tipo de actuadores AMD para investigar su versatilidad como elemento atenuador de movimiento ante perturbaciones sísmicas. Para ilustrar la metodología, la estructura tipo edificio ahora está equipada con un AMD en el techo, como se muestra en la Fig. 3.1. Por consiguiente, para incorporar la dinámica del actuador

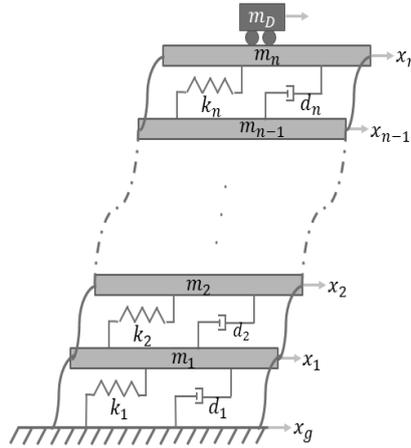


Figura 3.1: Edificio con actuador AMD localizado en el último piso

AMD se agrega un término adicional al modelo lineal. La Ec. (2.19) con acción de control ahora se representa

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}_s \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}_s \mathbf{l} \ddot{x}_g(t) + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{u}(t) - \varrho(t)), \quad (3.1)$$

donde  $\mathbf{u}(t) = [u_1, u_2, \dots, u_n] \in \mathbb{R}^n$  representan las acciones de control aplicadas a los actuadores;  $\varrho(t) = [\varrho_1, \varrho_2, \dots, \varrho_n] \in \mathbb{R}^n$  reproducen las fuerzas de fricción en los actuadores y  $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de ubicación de los amortiguadores definida de la siguiente manera

$$\Gamma_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j = r \\ 0 & \text{para el resto de casos} \end{cases}, \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\}. \quad (3.2)$$

Aquí  $i, j$  son subíndices que representan las filas y columnas de la matriz de ubicación y  $r \subseteq \{1, \dots, n\}$  indica los pisos en los que están instalados los AMDs. Se pueden configurar

varias combinaciones según la cantidad de AMDs instalados en el edificio. Finalmente, acorde a [46] la fuerza aplicada por los actuadores AMD se calcula mediante

$$F_{D_i}(t) = m_i(\ddot{x}_i(t) + \ddot{x}_{D_i}(t)) = u_i(t) - \varrho_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.3)$$

donde  $\ddot{x}_{D_i}(t)$  es la aceleración de la masa del amortiguador. Por otro lado, considerando que las fuerzas de fricción en los actuadores AMD son pequeñas, entonces estas fuerzas pueden ser despreciables, es decir,  $\varrho(t) = 0$ . El objetivo consiste en encontrar la mejor estrategia de control  $\mathbf{u}(t)$  para contrarrestar las perturbaciones que actúan en el sistema y así evitar daño estructural. A partir de (2.26) es fácil ver que los polos se recorren hacia el semiplano negativo aumentando las frecuencias de vibración y los factores de amortiguamiento, es decir, se garantiza la estabilidad del sistema. En consecuencia, considerando los estados  $\mathbf{z}(t)$  (2.24) y un único AMD en el techo de la estructura el sistema (3.1) se puede representar como

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{B}_1\ddot{x}_g(t), \quad (3.4)$$

con

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{K}_s & -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{C}_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{\Gamma} \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{B}_1 = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}.$$

Asumiendo que el sistema (3.4) es *controlable* se presentan en las secciones 3.1, 3.2 y 3.3 un método de sintonización y 2 estrategias para el control activo de vibraciones: el controlador PD convencional, un regulador robusto basado en el problema síntesis de  $\mathcal{H}_\infty$  y una sintonización alternativa de las ganancias del controlador PD basado en descomposición modal. Por otra parte, se dice que el par  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  (3.5) es *controlable* de acuerdo con los siguientes criterios tomados del Teorema 9.8 por [47], sección 9.8.1, página 165.

**Teorema 1.** *El par  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  es **controlable** si y solo si una de las siguientes propiedades se mantiene*

1. *El gramiano de controlabilidad*

$$\mathbf{G}_c(t) = \int_{\tau=0}^t e^{\mathbf{A}\tau} \mathbf{B} \mathbf{B}^T e^{\mathbf{A}^T \tau} d\tau \quad (3.6)$$

*es definido positivo para cualquier  $t \in [0, \infty)$ , en otras palabras, si existe una matriz  $\mathbf{W}_c \geq 0$  tal que*

$$\mathbf{A} \mathbf{W}_c + \mathbf{W}_c \mathbf{A}^T = -\mathbf{B} \mathbf{B}^T \quad (3.7)$$

2. *La matriz de controlabilidad*

$$\mathbf{C} = [\mathbf{B} \ \mathbf{A}\mathbf{B} \ \mathbf{A}^2\mathbf{B} \ \dots \ \mathbf{A}^{2n-1}\mathbf{B}] \quad (3.8)$$

*es de rango completo.*

3. *La matrix de Hautus*

$$[\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I} : \mathbf{B}] \quad (3.9)$$

*tiene rango completo por líneas para todo  $\lambda \in \mathbb{C}$ .*

### 3.1. Control PD convencional

En esta sección se presenta el desarrollo de un controlador Proporcional Derivativo convencional. Entonces, se propone el siguiente controlador PD con el fin de estabilizar el sistema (3.1) sísmicamente excitado:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= -\mathbf{K}_P[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_d(t)] - \mathbf{K}_D[\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}_d(t)] \\ &= -\mathbf{K}_P[\mathbf{x}(t)] - \mathbf{K}_D[\dot{\mathbf{x}}(t)], \end{aligned} \quad (3.10)$$

donde  $\mathbf{x}_d = \mathbf{0}$  y  $\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{0}$  son las posiciones y las velocidades deseadas, ya que en el caso de control de vibraciones estructurales se desea que el movimiento sea nulo. Por otra parte,  $\mathbf{K}_P$  y  $\mathbf{K}_D$  son las matrices de ganancias proporcional y derivativas, respectivamente, definidas como

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_P &= \text{diag}([k_{p_1} \ k_{p_2} \ \cdots \ k_{p_n}]), \\ \mathbf{K}_D &= \text{diag}([k_{d_1} \ k_{d_2} \ \cdots \ k_{d_n}]). \end{aligned} \quad (3.11)$$

El controlador PD se introduce en el sistema de lazo cerrado a través de las matrices  $\mathbf{K}_s$  y  $\mathbf{D}_s$ , las cuales dependen del desplazamiento y la velocidad, respectivamente, es decir, modificando el amortiguamiento y la rigidez del sistema como sigue

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{D}_s + \Gamma \mathbf{K}_D) \dot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{K}_s + \Gamma \mathbf{K}_P) \mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}_s \mathbf{1} \ddot{x}_g(t), \quad (3.12)$$

por simplicidad  $(\mathbf{D}_s + \Gamma \mathbf{K}_D)$  y  $(\mathbf{K}_s + \Gamma \mathbf{K}_P)$  se renombran como  $\mathbf{D}_{CL}$  y  $\mathbf{K}_{CL}$ , respectivamente, donde el subíndice  $CL$  se refiere a sistema en lazo cerrado. Por ejemplo, para  $n = 2$  y un sólo actuador en el techo se obtiene:

$$\mathbf{D}_{CL} = \begin{bmatrix} d_1 + d_2 & -d_2 \\ -d_2 & d_1 + k_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{CL} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_p \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Por lo tanto, el sistema controlado en lazo cerrado se puede expresar en la forma de espacio de estados como

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_{CL_1} \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_1 \ddot{x}_g(t), \quad (3.14)$$

con

$$\mathbf{A}_{CL_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{M}_s^{-1} \mathbf{K}_{CL} & -\mathbf{M}_s^{-1} \mathbf{D}_{CL} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

donde  $\mathbf{A}_{CL_1}$  representa la matriz de estados en un sistema de lazo cerrado.

**Teorema 2.** *Sea  $\mathbf{A}_{CL_1}$  la matriz de estado que contiene la nueva ubicación de los polos del sistema controlado en lazo cerrado (3.14) y el par  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  (3.5) cumple alguno de los criterios del teorema 1. Entonces, las ganancias del controlador PD se pueden diseñar aumentando la relación de amortiguamiento y las frecuencias de vibración, es decir,*

$$\begin{cases} \omega_{d_i} = \alpha \omega_{n_i} \\ \xi_{d_i} = \alpha \xi_{n_i} \end{cases} \quad i \in \{1, \dots, n\}, \quad (3.16)$$

donde  $\omega_{n_i}$ ,  $\omega_{d_i}$  son las frecuencias de vibración naturales y deseadas, respectivamente, mientras que  $\xi_{d_i}$ ,  $\xi_{n_i}$  representan el coeficiente de amortiguamiento del sistema y los deseados, respectivamente. Por último,  $\alpha > 1$  es una constante para aumentar las frecuencias naturales.

*Demostración.* De acuerdo con los autores en [48] (sección 6.1, páginas 138-143), el polinomio característico deseado se puede definir como una combinación lineal de funciones de transferencia de segundo orden, lo cual, permite reubicar los polos en el sistema de lazo cerrado. Esto impone unas frecuencias naturales deseadas más altas que el ancho de banda del sistema y el polinomio se puede expresar como

$$\prod_{i=1}^n (s^2 + 2\xi_{d_i}\omega_{d_i}s + \omega_{d_i}^2), \quad (3.17)$$

Teniendo en cuenta que  $\omega_{n_i} < \omega_{d_i}$  entonces

$$\mathbf{Re}(-\lambda_{max}(\mathbf{A}_{CL})) < \mathbf{Re}(-\lambda_{max}(\mathbf{A}_{OL})), \quad (3.18)$$

donde el subíndice (*OL*) se refiere al sistema en lazo abierto (2.25). Para probar la afirmación, considere la función de transferencia en el sistema de lazo abierto y cerrado por cada grado de libertad, es decir, en cada piso:

$$s^2 + 2\xi_{d_i}\omega_{d_i}s + \omega_{d_i}^2 < s^2 + 2\xi_i\omega_{n_i}s + \omega_{n_i}^2, \quad (3.19)$$

o, equivalentemente,

$$a_{CLS}^2 + b_{CLS} + c_{CL} < a_{OLS}^2 + b_{OLS} + c_{OL}, \quad (3.20)$$

es decir,

$$\begin{aligned} a_{CL} &= a_{OL} = 1, \\ b_{CL} &= 2\xi_{d_i}\omega_{d_i}, \quad b_{OL} = 2\xi_i\omega_{n_i}, \\ c_{CL} &= \omega_{d_i}^2, \quad c_{OL} = \omega_{n_i}^2. \end{aligned}$$

Calculando las raíces del polinomio deseado en lazo cerrado (3.17) resolviendo la fórmula cuadrática general ( $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ), donde la parte real en términos de  $\xi_{d_i}$  y  $\omega_{d_i}$  es:

$$-b_{CL} = \xi_{d_i}\omega_{d_i} \Rightarrow \omega_{n_i} < \omega_{d_i} = \alpha\omega_{n_i}. \quad (3.21)$$

Por lo tanto, una  $\omega_{d_i}$  y  $\xi_{d_i}$  más grande mueve la abscisa espectral hacia a la izquierda del semiplano real complejo.  $\square$

**Observación 1.** Si se selecciona el factor de amortiguamiento deseado como  $\xi_{d_i} = 1$  se obtiene una respuesta crítica del sistema. A su vez la constante  $\alpha > 1$  aumenta las frecuencias de vibración y mueve los polos a una posición más negativa ( $\omega_{d_i} \geq \omega_{n_i}$ )

Adicionalmente, de acuerdo con los autores [49] el conjunto de valores de la constante  $\alpha$  está determinado por el criterio de Bilharz y el teorema de Kharitonov descrito en el apéndice A ( $\alpha \in (0, \infty)$ ). Esto con el fin de tener un rango de los valores que pueden ser asignados teóricamente a las ganancias y simplificar el cálculo de las mismas. En consecuencia, esta constante afecta la estabilidad en lazo cerrado, en el sentido de que si es negativa o algunos números entre 0 y 1, los polos del sistema pueden estar en el semiplano derecho (*cf.* Ec. (3.21), (3.16)). Sin embargo, en este trabajo se selecciona el conjunto de valores de  $\alpha \in (1, \infty)$  para aumentar la frecuencia natural  $\omega_{n_i}$ . Según Zhang, en la misma referencia [49], la condición de estabilidad asintótica se satisface si la matriz  $\mathbf{D}_s$  y  $\mathbf{K}_s$  son simétricas y  $\mathbf{M}_s$  es definida positiva, entonces:

$$\begin{aligned} k_d &> -\lambda_{max}(\mathbf{D}_s), \\ k_p &> -\lambda_{max}(\mathbf{K}_s), \end{aligned} \quad (3.22)$$

donde  $k_d$  y  $k_p$  son las constantes menores de las matrices de ganancias derivativas  $\mathbf{K}_D$  y proporcionales  $\mathbf{K}_P$ , respectivamente, que para este caso serían las únicas de acuerdo con solo un actuador en el techo (cf. Fig. 3.1);  $\lambda_{max}(\cdot)$  es el valor propio máximo de la matriz entre los paréntesis. En consecuencia, el conjunto de valores de  $k_p$  y  $k_d$  se puede definir como

$$\begin{aligned} k_d &\in (-\lambda_{max}(\mathbf{D}_s), \infty), \\ k_p &\in (-\lambda_{max}(\mathbf{K}_s), \infty). \end{aligned} \quad (3.23)$$

Cabe destacar que  $k_p$  y  $k_d$  no son necesariamente positivas de acuerdo con el criterio de estabilidad asintótica (3.22). Dado que el controlador PD nos permite reubicar los polos sin un límite superior, podemos obtener las ganancias proporcionales y derivativas  $k_p$  y  $k_d$ , respectivamente, a partir del polinomio característico  $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{CL})$ . Por ejemplo, para los casos  $n = 2$  y  $n = 3$

■  $n = 2$

$$\begin{aligned} \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{CL}) &= s^4 + \frac{d_1m_2 + d_2(m_1 + m_2) + k_d m_1}{m_1m_2} s^3 \\ &+ \frac{d_1d_2 + k_d(d_1 + d_2) + k_1m_2 + k_2m_1 + k_2m_2 + k_p m_1}{m_1m_2} s^2 \\ &+ \frac{d_1k_2 + d_2k_1 + k_p(d_1 + d_2) + k_p(k_1 + k_2)}{m_1m_2} s \\ &+ \frac{k_1k_2 + k_d(k_1 + k_2)}{m_1m_2} \\ &= s^4 + c_3s^3 + c_2s^2 + c_1s + c_0, \end{aligned} \quad (3.24)$$

■  $n = 3$

$$\begin{aligned} \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{CL}) &= s^6 + \frac{d_1m_2m_3 + d_2(m_1m_3 + m_2m_3)}{m_1m_2m_3} \dots \\ &\frac{d_3(m_1m_2 + m_1m_3) + k_d m_1m_2}{m_1m_2m_3} s^5 + *s^4 + *s^3 \\ &+ *s^2 + *s + \frac{k_1k_2k_3 + (k_1k_2 + k_1k_3 + k_2k_3)k_p}{m_1m_2m_3} \\ &= s^6 + c_5s^5 + c_4s^4 + c_3s^3 + c_2s^2 + c_1s + c_0, \end{aligned} \quad (3.25)$$

De los dos polinomios anteriores de grado  $(2n)$  es evidente que uno de los términos sólo depende de  $k_p$  y otro sólo de  $k_d$  sin necesitar de la sintonización de la otra ganancia <sup>1</sup>. Por consiguiente, por medio de la igualación de estas expresiones, la ganancia  $k_p$  se calcula a partir del término  $c_0$

$$k_p = \frac{\alpha^{2n} \prod_{i=1}^n m_i \omega_{n_i}^2 - \prod_{i=1}^n k_i}{\left( \sum_{i=1}^n \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_j \right)}, \quad (3.26)$$

<sup>1</sup>\* representa un valor no escrito debido a su extensión.

mientras que  $k_d$  a partir de  $c_{2n-1}$

$$k_d = \frac{\prod_{i=1}^n m_i \left( 2\xi_d \alpha \sum_{i=1}^n \omega_{n_i} \right) - \left( d_1 \prod_{i=2}^n m_i + \sum_{i=2}^n \left[ d_i \sum_{j=1}^2 \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j+i-2}}^n m_k \right] \right)}{\prod_{i=1}^{n-1} m_i}. \quad (3.27)$$

Para evaluar el desempeño del controlador PD para control de vibraciones, se lleva a cabo una simulación de un modelo de edificio de dos pisos. Los parámetros corresponden a un prototipo de edificio ubicado en el Departamento de Control Automático del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN). Esta plataforma tiene las masas de los pisos en  $[kg]$ :  $m_1 = 3.17$  y  $m_2 = 4.609$ , las estimaciones de elasticidad en  $[N/m]$ :  $k_1 = 9199.834$  y  $k_2 = 7531.628$  y las aproximaciones de las constantes de amortiguamiento en  $[Ns/m]$ :  $d_1 = 7.388$  y  $d_2 = 6.834$ . Los resultados de la simulación se realizaron mediante Simulink <sup>®</sup> de Matlab 2019b y el tiempo de muestreo utilizado se fijó en 1 ms.

La Fig. 3.2 muestra los desplazamientos  $x_1$  (línea discontinua) y  $x_2$  (línea punteada) en el primer y segundo piso, respectivamente, los cuales son obtenidos después de aplicar una onda sinusoidal como señal de excitación ( $\ddot{x}_g$ ) con amplitud  $1 \text{ cm/s}^2$  y frecuencia 8 Hz en la simulación. Adicionalmente, esta señal es seleccionada al analizar las frecuencias naturales de la estructura con los valores antes mencionados  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $d_1$  y  $d_2$  sustituidos en el sistema (2.25).

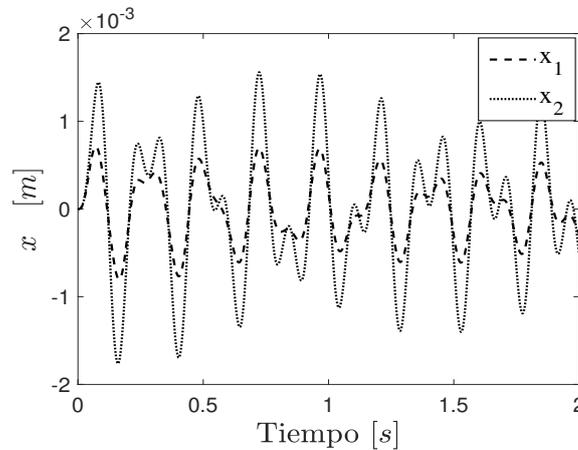


Figura 3.2: Respuesta del edificio (2.19) en lazo abierto con excitación sinusoidal

Además, a través de la Fig. 3.2 y los valores propios de la matriz  $\mathbf{A}_{OL}$  descritos en la Tabla 3.1 podemos ver la estabilidad del sistema ( $Re(\lambda) < 0$ ). De hecho, a partir de las raíces y la relación establecida en la Ec. (2.26) se calculan las frecuencias naturales y los factores de amortiguamiento de la estructura.

Tabla 3.1: Polos, frecuencias naturales y amortiguamiento de la estructura

Piso	Polos	$\omega_n$ (rad/s)	$\xi$
1	$-2.6585 \pm 78.3114i$	78.35	0.03
2	$-0.3261 \pm 27.7905i$	27.79	0.01

Teniendo en cuenta estos parámetros de la Tabla 3.1, se diseñó el controlador PD convencional. Primero, se calcula y se comprueba controlabilidad del sistema a partir de la matriz

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.47 & 512.7 \\ 0 & 0.22 & -0.32 & -353.4 \\ 0 & 0.47 & 512.7 & -6295.2 \\ 0.22 & -0.32 & -353.4 & 2574.2 \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

cuyo rango es 4 y es igual al número de filas y columnas de la matriz del sistema  $\mathbf{A}_{OL}$ . Segundo,  $\xi_i$  se incrementa para obtener una respuesta críticamente estable y  $\omega_{n_i}$  a un 10% más alta. Finalmente, se calculan las ganancias:  $k_p = 1924.4$  y  $k_d = 510.57$  de acuerdo con la metodología propuesta en las Ec. (3.26) y (3.27), respectivamente. La Fig. 3.3 ilustra la respuesta del edificio en presencia del controlador PD y la excitación sinusoidal.

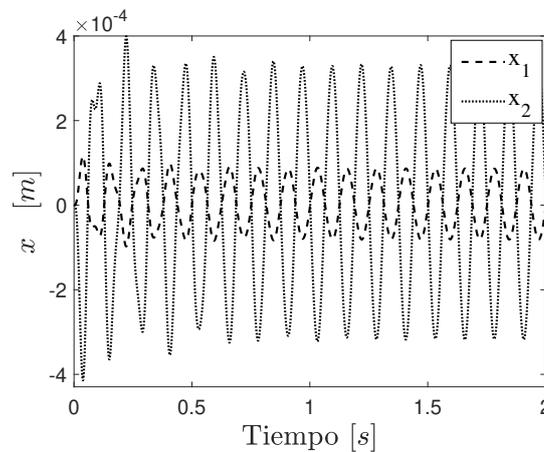


Figura 3.3: Respuesta del sistema con controlador (3.1) para una excitación sinusoidal

Al comparar la respuesta del sistema en las Fig. 3.2 y 3.3, se puede ver que los desplazamientos se redujeron considerablemente bajo la acción del controlador, los cuales redujeron su magnitud del orden de  $10^{-3}$  a  $10^{-4}$ , pero aumentaron su frecuencia.

Por otro lado, para evaluar el desempeño del controlador PD propuesto también se emplea como señal de excitación la componente Norte-Sur del sismo de 1985 registrado por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), en la Ciudad de México. Además, considerando el prototipo de escala reducida, la señal de excitación también es escalada para que coincida con la estructura. A partir de los resultados de la Fig. 3.4, se observa que el controlador PD propuesto tiene un desempeño favorable para el control de vibraciones ya que reduce los desplazamientos de cada piso significativamente (2 órdenes de magnitud) con una señal de control de magnitud razonable (ver Fig. 3.5), que puede ser realizada por el AMD de acuerdo con la máxima fuerza consignada en la hoja de datos del actuador lineal instalado en el prototipo.

Sin embargo, es importante señalar que bajo este enfoque existen las siguientes limitaciones:

- Las ganancias de PD en el modelo (3.26) y (3.27) requieren conocer previamente los parámetros  $m_i$ ,  $d_i$  y  $k_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , que en la mayoría de los casos no están disponibles y se estiman mediante un método de identificación.
- La estructura de las ganancias  $\mathbf{K}_P$  y  $\mathbf{K}_D$  crece exponencialmente según el número de pisos del edificio, lo que complica el diseño en estructuras multinivel.

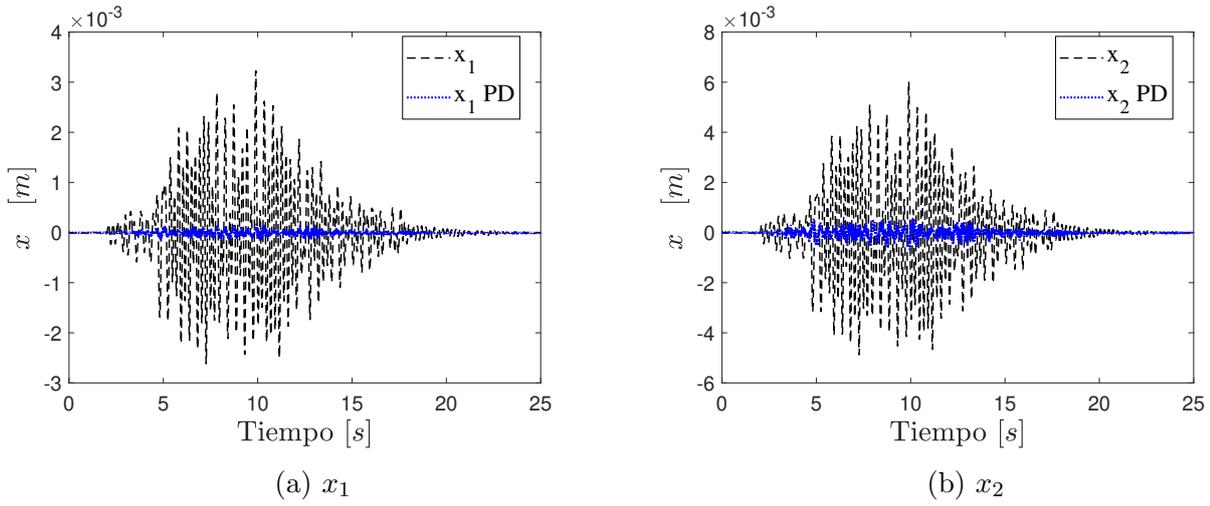


Figura 3.4: Comparación de la respuesta sin control y controlada del edificio de 2 niveles bajo el sismo de México 1985

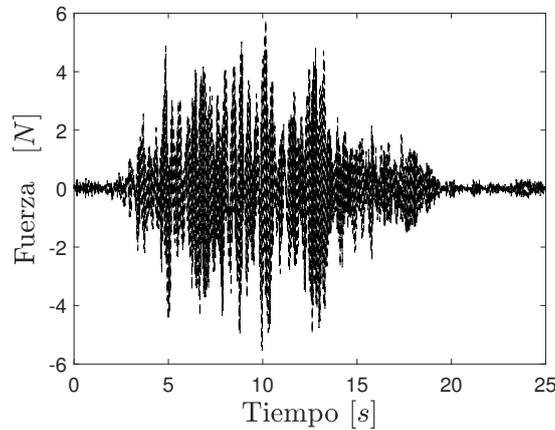


Figura 3.5: Fuerza requerida para controlar por medio del PD convencional

- Dado que la sintonización de las ganancias se obtiene a partir de la ubicación deseada de los polos, para obtener un mejor rendimiento es necesario ajustar las ganancias con frecuencia y rehacer todos los cálculos, lo que no es útil para fines prácticos.

## 3.2. Controlador robusto

Esta sección presenta el desarrollo de un controlador  $\mathcal{H}_\infty$  con el propósito de reducir los desplazamientos estructurales basado en la síntesis como rechazo de perturbaciones [50]. Considere nuevamente el modelo de estructura de edificio equipado con AMD en el techo descrito anteriormente en (3.1) sin fricción en el actuador

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}_s \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}_s \mathbf{l} \ddot{x}_g(t) + \mathbf{\Gamma} \mathbf{u}(t).$$

Los efectos del actuador se reflejarán en el estado asociado con el piso  $n$ . En consecuencia, la Ec. (3.1) con los estados (2.24) ( $\mathbf{z}(t) = [\mathbf{z}_1(t) \mathbf{z}_2(t)]^T = [\mathbf{x}(t) \dot{\mathbf{x}}(t)]^T$ ) se puede reescribir como:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_1\ddot{x}_g(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_2\mathbf{z}(t),\end{aligned}\quad (3.29)$$

donde  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_1$ , son definidos en la Ec. (2.25),  $\mathbf{B}_2$  y  $\mathbf{C}_2$  se redefinen como

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{K}_s & -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{D}_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_2 &= \{[0 \cdots 0 \ 1]_{1 \times n} \ \mathbf{0}_{1 \times n}\}, \quad \mathbf{B}_2 = \{[0 \cdots 0 \ 1/m_n]_{1 \times 2n}\}^T,\end{aligned}\quad (3.30)$$

con el fin de tener un sistema única entrada y única salida de acuerdo conl único actuador representado en la Fig. 3.1 y el desplazamiento del último piso del edificio. Además, es importante señalar que el objetivo en control de vibraciones es lograr que los desplazamientos en la estructura sean nulos  $\mathbf{x}_d(t) = 0$ .

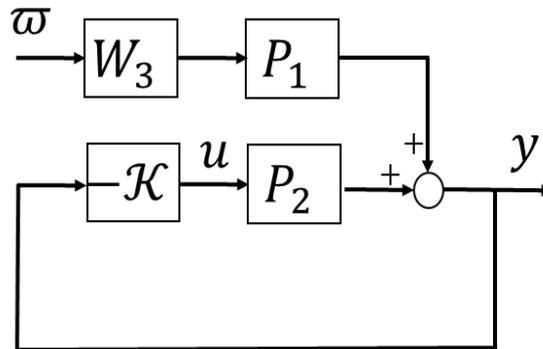


Figura 3.6: Diagrama del controlador  $\mathcal{H}_\infty$

En la Fig. 3.6 se presenta una diagrama del controlador  $\mathcal{H}_\infty$  donde  $\varpi$  es una perturbación,  $P_1$  es la función de transferencia entre la perturbación filtrada y la salida  $y$ ,  $P_2$  es la planta entre la señal de control  $u$  y la salida  $y$  calculadas a partir de (3.29),  $\mathcal{K}$  es el controlador a diseñar y  $W_3$  representa la función de ponderación de las perturbaciones, en este caso la actividad sísmica ( $\varpi = \ddot{x}_g$ ). De hecho, el diseño de dichas funciones son presentadas en las secciones 3.2.2 y 3.2.1, respectivamente. Por otro lado, para que el problema de síntesis  $\mathcal{H}_\infty$  tenga solución es necesario satisfacer las dos condiciones siguientes:  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$  debe ser estabilizable y  $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_2)$  debe ser detectable como se muestra en la sección III-A del artículo [51].

### 3.2.1. Diseño de función de ponderación

Para el diseño de la función de ponderación se utiliza nuevamente la componente Norte-Sur del sismo de México de 1985, cuyo espectro de frecuencias se compara con los resultados reportados en [52]. La función de ponderación se selecciona para que coincida con el ancho de banda de los datos crudos del registro sísmico, con el fin de cancelar las frecuencias con más energía, las cuales son capaces de producir grandes desplazamientos en el edificio. En este contexto, la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) permite identificar el espectro de frecuencias a suprimir con esta función de ponderación, por lo general, se encuentra en bajas frecuencias en señales sísmicas. Por lo tanto, para superar estos problemas, se propone

un filtro de pasa bajas (3.31) relacionado con el ancho de banda de la perturbación. Además, se mejora el rendimiento del filtro aumentando el orden de su denominador, por ejemplo, en este caso se selecciona de tercer orden como sigue

$$W_3 = \frac{1}{(\tau s + 1)^3}, \quad (3.31)$$

con  $\tau = 0.05$  para coincidir con el espectro de frecuencia como se muestra en la Fig. 3.7

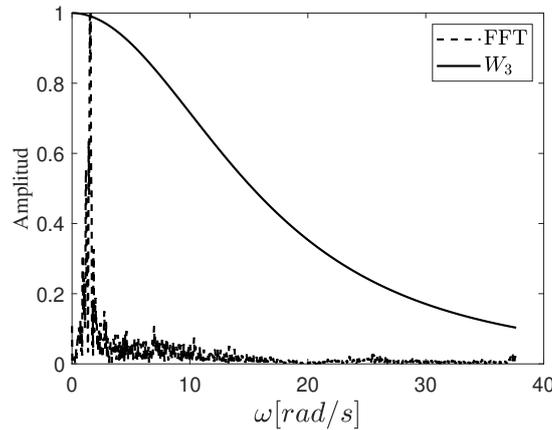


Figura 3.7: Espectro en frecuencia del registro sísmico del 85 frente a la función ponderación  $W_3$

### 3.2.2. Diseño del controlador

El objetivo de la estrategia  $\mathcal{H}_\infty$  es encontrar un controlador  $\mathcal{K}$  que estabilice internamente el sistema dinámico y que minimice  $\|W_3 U\|_\infty$ , donde  $U$  es la función de transferencia que conecta la perturbación con la salida ( $\varpi \mapsto y$ ) (ver Fig. 3.6),

$$U = \frac{P_1}{1 + P_2 \mathcal{K}}. \quad (3.32)$$

El controlador es diseñado a partir de los siguientes pasos considerando como entradas:  $P_2$ ,  $W_3$

1. Realizar una factorización coprime de  $P_2$ . Encontrar cuatro funciones de transferencia en el anillo<sup>2</sup>  $\mathcal{S}$  tales que:

$$P_2 = \frac{N}{M}, \quad NX + MY = 1. \quad (3.33)$$

2. Encontrar una función óptima  $Q_{im}$  que minimice el valor de  $\gamma$  tal que:

$$\|W_3 N(Y - NQ_{im})\|_\infty < \gamma, \quad (3.34)$$

mediante el uso de la solución del problema de igualdad de modelos (model-matching)  $\|T_1 - T_2 Q_{im}\|$  con  $T_1 = W_3 N Y$  y  $T_2 = W_3 N^2$ .

<sup>2</sup> $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}(s)$  es un anillo con la familia de todas las funciones de transferencia racionales que son estables y propias

**Observación 2.**  $U$  se puede expresar en términos de un conjunto de controladores parametrizados (ver el paso 5) como  $U = N(Y - NQ)$ .

3. Ajustar

$$J(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)^\nu}, \quad (3.35)$$

donde  $\nu$  es lo suficientemente grande como para que  $Q_{im}J$  sea adecuado y  $\tau$  sea lo suficientemente pequeño tal que:

$$\|W_3 N(Y - NQ_{im}J)\|_\infty < 1.$$

4. Asignar  $Q = Q_{im}J$

5. Asignar  $\mathcal{K} = (X + MQ)/(Y - NQ)$ .

De esta forma, al llegar al paso 5 del procedimiento resumido se diseña el controlador  $\mathcal{K}$ , el cual va a depender de las funciones de transferencia conseguidas a través de la factorización coprima y la solución del problema model-matching que pertenecen al anillo  $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}(s)$ .

### 3.2.3. Simulación

Para la simulación del controlador se tomaron en cuenta los parámetros del prototipo de la sección anterior especificados en la Tabla 3.3. De la misma manera que el controlador PD convencional los parámetros  $m_i$ ,  $k_i$  y  $d_i$  con  $i = 1, 2$ , se reemplazan en el modelo (2.25) con condiciones iniciales nulas de desplazamientos y velocidades. La respuesta estructural del último piso se obtiene luego de perturbar al edificio mediante el registro sísmico de México 1985 (ver Fig. 3.8). Además, es importante señalar que los errores de medición no se consideran en esta simulación. La estabilidad del sistema se analiza a través de la ubicación de los polos en lazo

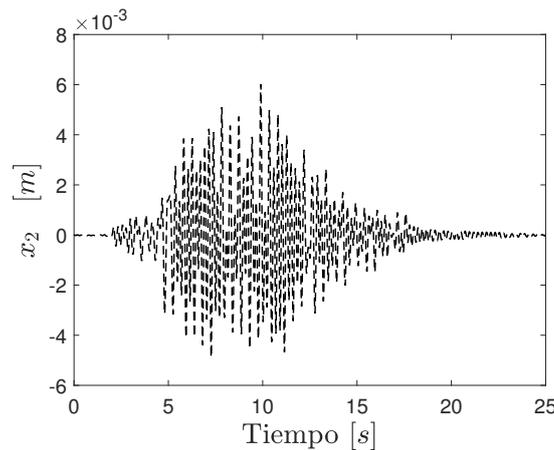


Figura 3.8: Respuesta sin control del segundo piso sujeta a la excitación del sismo de 1985

abierto ( $Re(\lambda) < 0$ ), que permite calcular la región para el control de retroalimentación por el lugar de las raíces como se puede ver en la Fig. 3.9. Siguiendo la metodología propuesta, se diseña el controlador  $\mathcal{H}_\infty$  como sigue:

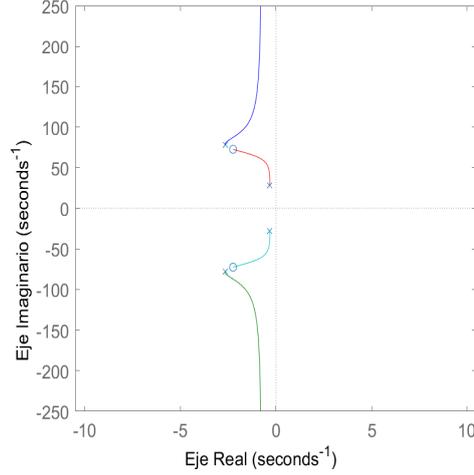


Figura 3.9: Lugar de las raíces

Primeramente se hace la factorización coprime de acuerdo con los polos de la función  $P_2$  obteniendo:

$$N = \frac{0.4677s + 515.5}{s^4 + 5.969s^3 + 6916s^2 + 8112s + 4.742 \times 10^6},$$

$$M = 1,$$

$$X = 0,$$

$$Y = 1.$$

En segundo lugar, se busca a través de un proceso iterativo la función óptima  $Q_{im}$  que resuelve el problema model-matching obteniendo

$$Q_{im} = \frac{1.801 \times 10^{16}s^4 + 1.075 \times 10^{17}s^3 + 1.246 \times 10^{20}s^2 + 1.461 \times 10^{20}s + 8.543 \times 10^{22}}{8.426 \times 10^{15}s + 9.286 \times 10^{18}},$$

con un  $\gamma = 1.4922 \times 10^{-16}$ . En consecuencia, al analizar la función óptima se selecciona  $\nu = 3$  para igualar el grado relativo y  $\tau = 1 \times 10^{-4}$  en la función (3.35), la cual multiplicado por  $Q_{im}$  se obtiene

$$Q = \frac{2.14 \times 10^{12}s^4 + 1.28 \times 10^{13}s^3 + 1.48 \times 10^{16}s^2 + 1.73 \times 10^{16}s + 1.01 \times 10^{19}}{s^4 + 3.11 \times 10^4s^3 + 3.33 \times 10^8s^2 + 1.33 \times 10^{12}s + 1.1 \times 10^{15}}.$$

Finalmente, de acuerdo con el paso 5 el controlador que se expresa de la forma:

$$\mathcal{K} = \frac{1 \times 10^8s^8 + 1.19 \times 10^9s^7 + 1.39 \times 10^{12}s^6 + 9.88 \times 10^{12}s^5 + \dots}{s^8 + 2 \times 10^4s^7 + 2.21 \times 10^5s^6 + 2.44 \times 10^8s^5 + \dots} \cdot \frac{5.74 \times 10^{15}s^4 + 1.69 \times 10^{16}s^3 + 6.57 \times 10^{18}s^2 + 7.69 \times 10^{18}s + 2.25 \times 10^{21}}{1.45 \times 10^9s^4 + 8.26 \times 10^{11}s^3 + 1.31 \times 10^{12}s^2 + 5.01 \times 10^{14}s + 2.04 \times 10^7}.$$

La respuesta del sistema de este controlador se expone en la Fig. 3.10, mientras que la Fig. 3.8 ilustra una respuesta sin control. La comparación entre el sistema en lazo abierto y cerrado se basa en el criterio  $\|W_3U\|_\infty < \gamma$ , mostrando que el controlador  $\mathcal{H}_\infty$  produce una disminución significativa del desplazamiento en simulación, la cual es alrededor de 90 %. Dicho porcentaje de atenuación (AP) es una medida de rendimiento calculado como

$$AP = \frac{\bar{x}_a - \bar{x}_c}{\bar{x}_a} * 100\%, \quad (3.36)$$

donde  $\bar{x}_c$ ,  $\bar{x}_a$  representan el desplazamiento medio en lazo cerrado y abierto, respectivamente. Por otra parte, con el fin de comparar los resultados también se considera el diseño del contro-

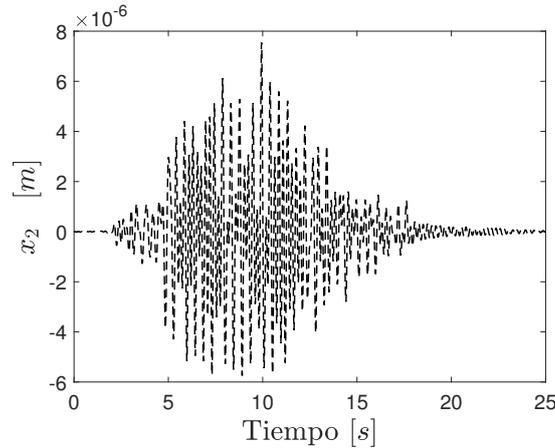


Figura 3.10: Respuesta controlada del segundo piso con  $\mathcal{H}_\infty$  propuesto bajo la excitación sísmica México 1985

lador  $\mathcal{H}_\infty$  mediante la función *hinfsyn* Matlab<sup>®</sup>. De acuerdo con la sección III en la referencia [51] el sistema (3.29) se puede representar como:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_1\ddot{x}_g(t) + \mathbf{B}_2u(t), \\ w(t) &= \mathbf{C}_1\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}_{11}\varpi(t) + \mathbf{D}_{12}u(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_2\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}_{21}\varpi(t) + \mathbf{D}_{22}u(t), \end{aligned} \quad (3.37)$$

donde  $\varpi = \ddot{x}_g$  es la perturbación y  $w$  representa la salida de error que debe minimizarse, de hecho,

$$\min \| w \|_2 \equiv \min \| T_{w\varpi} \|_\infty = \gamma.$$

Bajo las condiciones sobre la planta:  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$  debe ser estabilizable y  $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_2)$  debe ser detectable. El sistema (3.37) también se puede representar como una matriz de funciones de transferencia

$$\begin{bmatrix} w \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varpi \\ u \end{bmatrix},$$

con  $(\varpi, u)$  como entradas,  $(w, y)$  como salidas y  $P$  la conexión entre ellos. De hecho, la función ponderada  $W_3$  se puede introducir de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} w \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}W_3 & P_{12} \\ P_{21}W_3 & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varpi \\ u \end{bmatrix},$$

recordando que  $W_3$  intenta cancelar la perturbación,  $\varpi$  (ver Fig.3.6). Ahora, para aplicar esta función con el ejemplo en su forma general, se consideran dos salidas a partir del modelo (2.25), por lo que  $\mathbf{C}_2$  se redefine como:

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Por otra parte, a partir de la Ec.(3.29) las matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}_1$  y  $\mathbf{B}_2$  se definen como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5278 & 2376 & -4.486 & 2.156 \\ 1634 & -1634 & 1.483 & -1.483 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.217 \end{bmatrix},$$

mientras que  $\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2$  porque el sistema usa el mismo canal para expresar el efecto de la perturbación. Además, antes de usar este comando es necesario demostrar que los supuestos de la planta son ciertos:

1.  $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$  controlable:  $rank(\mathcal{C}) = size(\mathcal{C}) \rightarrow 4 = 4$ .
2.  $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_2)$  detectable:  $rank(\mathcal{O}) = column\ size(\mathcal{O}) \rightarrow 4 = 4$ .

Por lo tanto, el controlador obtenido empleando la función *hinfsyn* de Matlab es:

a) Desde la salida  $y_1$  a la señal de control:

$$\mathcal{K}_1(s) = \frac{-7.5068 \times 10^7 (s^2 + 124.2s + 4417)(s^2 + 58.04s + 4559)(s^2 + 4.688s + 5722)(s^2 + 5.317s + 6140)}{(s + 63.49)(s^2 + 73.24s + 4016)(s^2 + 5.317s + 6140)(s^2 + 48.78s + 1.931e04)(s^2 + 627.9s + 1.86e05)}. \quad (3.38)$$

b) Desde la salida  $y_2$  a la señal de control:

$$\mathcal{K}_2(s) = \frac{-1.8679 \times 10^7 (s^2 + 108.5s + 3395)(s^2 + 50.54s + 3102)(s^2 + 5.317s + 6140)(s^2 + 16.04s + 7530)}{(s + 63.49)(s^2 + 73.24s + 4016)(s^2 + 5.317s + 6140)(s^2 + 48.78s + 1.931e04)(s^2 + 627.9s + 1.86e05)}. \quad (3.39)$$

con  $\gamma = 1.7277 \times 10^{-4}$ . La respuesta de cada piso se muestra en la Fig. 3.11<sup>3</sup>. Por consiguiente, la simulación demostró que el controlador reduce significativamente los desplazamientos de cada piso en 2 órdenes de magnitud. En conclusión, se observa que el controlador  $\mathcal{H}_\infty$  propuesto tiene un desempeño favorable para el control de vibraciones. Es importante señalar que las variables de control se filtraron con un filtro pasa bajas a 15 Hz, la cual corresponde al ancho de banda de la respuesta estructural.

Con el fin de comparar con el controlador PD convencional de la Sección 3.1, se plantea una medida del rendimiento del sistema formada por la integral del error cuadrático (ISE, por sus siglas en inglés) durante un intervalo de tiempo fijo y se define como

$$ISE = \int_t^T (\eta \mathbf{e}(\tau))^2 d\tau, \quad (3.40)$$

donde  $\eta$  es un factor de escala y el error se define como:

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}_d(t) - \mathbf{x}(t).$$

Recordando que en control de vibraciones se requiere que el desplazamiento deseado sea nulo ( $\mathbf{x}_d(t) = \mathbf{0}$ ), el *ISE* para el piso superior con  $\eta = 1$  es calculado y presentado en la Tabla 3.2. En consecuencia, el controlador  $\mathcal{H}_\infty$  muestra un mejor rendimiento bajo este criterio. De

<sup>3</sup>Observe que la Fig. 3.10 corresponde a  $\mathcal{H}_\infty$  basado en la metodología Doyle, mientras que 3.11 b corresponde a la función *hinfsyn* matlab, por esta razón, los desplazamiento obtenidos son diferentes

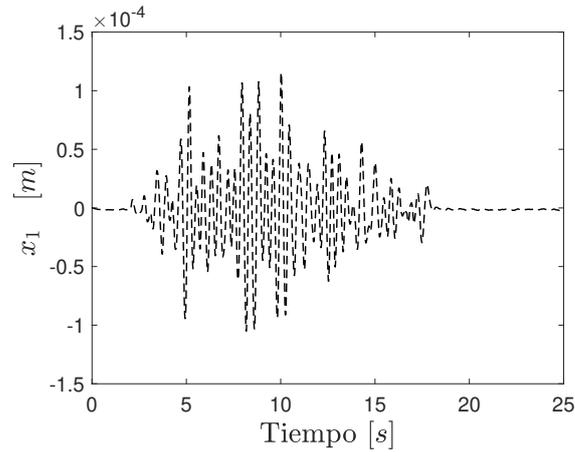
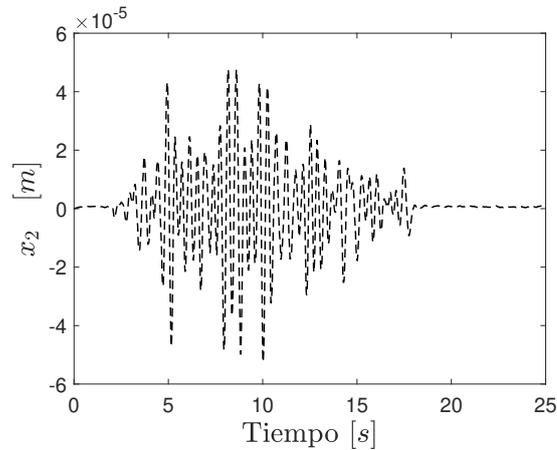
(a)  $x_1$ (b)  $x_2$ 

Figura 3.11: Respuesta controlada del sistema con  $\mathcal{H}_\infty$  por medio de la función *hinfsyn* de Matlab bajo la excitación sísmica México 85

Tabla 3.2: *ISE* de los controladores

Controlador	<i>ISE</i>
$\mathcal{H}_\infty$	$2.2591 \times 10^{-10}$
función <i>hinfsyn</i>	$1.1797 \times 10^{-09}$
PD	$2.6146 \times 10^{-07}$

la Fig. 3.12 es evidente que la señal de control está por debajo de la restricción máxima de la fuerza del actuador AMD en el laboratorio de 90 N (ver Sec. 3.3.3), lo que demuestra su potencial para futuras aplicaciones prácticas. Asimismo, cabe destacar que si el sismo es más fuerte es posible que los límites de fuerza que aplica el amortiguador se rebasen.

### 3.3. Controlador PD modal

En esta sección se presenta un controlador *PD* alternativo basado en la descomposición modal y el ancho de banda frecuencial del sistema que modela una estructura tipo edificio (2.19) con el fin de superar los problemas en el diseño de *PD* convencional presentado previamente en la sección 3.1.

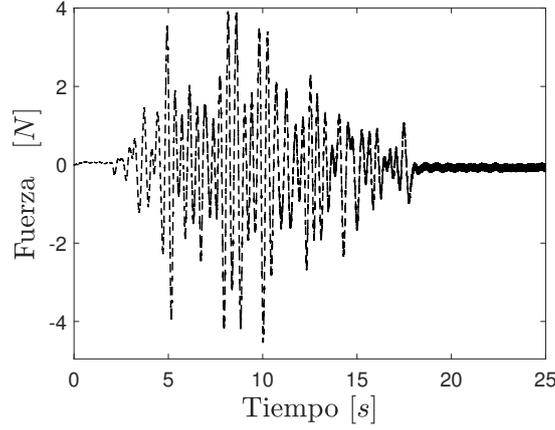


Figura 3.12: Fuerza requerida para controlar por medio de  $\mathcal{H}_\infty$

de acuerdo con la descomposición modal de los desplazamientos de la Sección 10.7 por [43], el modelo (2.19) se puede representar alternativamente como un conjunto de  $n$  ecuaciones diferenciales lineales desacopladas, debido a la propiedad de ortogonalidad. Para ello, considere el vector de desplazamiento  $\mathbf{x}(t)$  expresado en coordenadas modales

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(\mathbf{x}) q_i(t) = \mathbf{\Phi} \mathbf{q}(t),$$

$$\mathbf{\Phi} = [\phi_{jn}] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \cdots & \phi_{nn} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad (3.41)$$

$$\mathbf{q}(t) = [q_1(t) \quad q_2(t) \quad \cdots \quad q_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1},$$

donde  $\mathbf{q}(t)$  es el vector de coordenadas modales y  $\mathbf{\Phi}$  es una matriz invertible que contiene cada modo de vibración vectoriales  $\phi_i$ , es decir, un difeomorfismo entre las coordenadas cartesianas y las modales [43]. Sustituyendo (3.41) en (2.19) y pre-multiplicando ambos lados de la ecuación resultante por  $\mathbf{\Phi}^T$  se obtiene

$$\mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{\Phi}^T \mathbf{D} \mathbf{\Phi} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{\Phi}^T \mathbf{K} \mathbf{\Phi} \mathbf{q}(t) = -\mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi} \mathbf{l} \ddot{x}_g(t),$$

$$\mathbf{M}_g \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{D}_g \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}_g \mathbf{q}(t) = -\mathbf{M}_g \mathbf{l} \ddot{x}_g(t), \quad (3.42)$$

donde  $\mathbf{M}_g = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi}$ ,  $\mathbf{D}_g = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{D} \mathbf{\Phi}$  y  $\mathbf{K}_g = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{K} \mathbf{\Phi}$ , son las matrices modales de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, las cuales son matrices definidas positivas. Despejando  $\ddot{\mathbf{q}}(t)$  de la Ec. (3.42) podemos expresar el sistema como:

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{M}_g^{-1} \mathbf{D}_g \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{M}_g^{-1} \mathbf{K}_g \mathbf{q}(t) = -\mathbf{l} \ddot{x}_g(t),$$

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + 2\mathbf{\Xi} \mathbf{\Omega} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{\Omega}^2 \mathbf{q}(t) = -\mathbf{l} \ddot{x}_g(t), \quad (3.43)$$

con

$$\mathbf{\Xi} = \text{diag}([\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]) \in \mathbb{R}^{n \times n},$$

$$\mathbf{\Omega} = \text{diag}([\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n]) \in \mathbb{R}^{n \times n},$$

donde  $\Xi$  y  $\Omega$  son respectivamente matrices diagonales de amortiguamiento y frecuencias naturales, que se pueden estimar experimentalmente a partir de mediciones de ruido ambiental [53].

Considerando las variables de estado  $\mathbf{z}(t) = [\mathbf{z}_1(t), \mathbf{z}_2(t)]^T = [\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)]^T$ , entonces el sistema (3.43) se puede escribir en la forma de espacio de estado como

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A}_{\text{OL}}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_1\ddot{x}_g(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_1\mathbf{z}(t),\end{aligned}\quad (3.44)$$

con

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{\text{OL}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\Omega^2 & -2\Xi\Omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_1 &= [\mathbf{I}_{n \times n} \quad \mathbf{0}_{n \times n}].\end{aligned}\quad (3.45)$$

De esta manera se puede simular el mismo sistema (2.19) en lazo abierto dependiendo de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento (ver Ec. (3.43)). En consecuencia, el controlador PD considerando las coordenadas modales es descrito en la subsección 3.3.1.

### 3.3.1. Diseño del controlador

Considere el modelo de un edificio a cortante controlado por la acción de la estrategia *PD* descrito anteriormente en la Ec. (3.12)

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_s\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}_s\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_s\mathbf{x}(t) &= -\mathbf{M}_s\mathbf{l}\ddot{x}_g(t) + \Gamma\mathbf{u}(t), \\ \mathbf{u}(t) &= -\mathbf{K}_P\mathbf{x}(t) - \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{x}}(t).\end{aligned}\quad (3.46)$$

En el contexto del análisis modal, las señales de control  $\mathbf{u}(t)$  también pueden expandirse en términos de contribuciones modales. Siguiendo el procedimiento para obtener (3.43), la ecuación del edificio controlado (3.46) se convierte en

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + 2\Xi\Omega\dot{\mathbf{q}}(t) + \Omega^2\mathbf{q}(t) = -\mathbf{l}\ddot{x}_g(t) - \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_P\Phi\mathbf{q}(t) - \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_D\Phi\dot{\mathbf{q}}(t). \quad (3.47)$$

Reagrupando términos, el modelo (3.47) se puede reescribir como

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + 2(\Xi\Omega + \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_D\Phi)\dot{\mathbf{q}}(t) + (\Omega^2 + \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_P\Phi)\mathbf{q}(t) = -\mathbf{l}\ddot{x}_g(t). \quad (3.48)$$

Ahora, suponiendo un polinomio deseado de la forma

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + 2\Xi_d\Omega_d\dot{\mathbf{q}}(t) + \Omega_d^2\mathbf{q}(t) = -\mathbf{l}\ddot{x}_g(t), \quad (3.49)$$

con matrices

$$\Xi_d = \sigma\Xi, \quad \Omega_d = \sigma\Omega, \quad (3.50)$$

que representan los factores de amortiguamiento y las frecuencias naturales deseadas. Las ganancias de  $\mathbf{K}_D$  y  $\mathbf{K}_P$  son calculados a partir de la Ec. (3.48) como sigue

$$\Gamma\mathbf{K}_P = (\Phi^T)^{-1}\mathbf{M}_g(\Omega_d^2 - \Omega^2)\Phi^{-1}, \quad (3.51)$$

$$\Gamma\mathbf{K}_D = (\Phi^T)^{-1}\mathbf{M}_g2(\Xi_d\Omega_d - \Xi\Omega)\Phi^{-1}. \quad (3.52)$$

Cabe destacar que por propiedades de las matrices si  $\Phi$  es invertible, entonces su transpuesta  $\Phi^T$  también es invertible. Por otra parte, observe que al comparar las ganancias (3.26), (3.27) y las nuevas ganancias en *PD* modal (3.51) (3.52) se tienen las siguientes ventajas:

- Las ganancias del controlador modal no cambian independientemente del número de pisos del edificio. Este hecho representa un enfoque multiescala, que no se necesita ajustar con frecuencia los parámetros de diseño, ya que las ganancias del controlador se pueden mejorar mediante un factor  $\sigma$  que aumenta las frecuencias deseadas  $\Omega_d = \sigma\Omega$ .
- Teóricamente los factores de amortiguamiento pueden ser seleccionados como matriz de identidad  $\Xi_d = \mathbf{I}_{n \times n}$ , es decir, el sistema controlado produce una respuesta críticamente amortiguada.
- Las masas generalizadas se estiman empleando un algoritmo de identificación del sistema [53]. Sin embargo, dado que los parámetros  $\mathbf{K}_s$  y  $\mathbf{D}_s$  no son necesarios, el tiempo de cálculo se reduce.

Por otro lado, considerando los estados  $\mathbf{z}_*(t) = [\mathbf{q}(t) \ \dot{\mathbf{q}}(t)]^T$  el sistema en lazo cerrado (3.48) se puede reescribir en el espacio de estados como:

$$\dot{\mathbf{z}}_*(t) = \mathbf{A}_{CL_2} \mathbf{z}_*(t) + \mathbf{B}_1 \ddot{x}_g(t) \quad (3.53)$$

donde

$$\mathbf{A}_{CL_2} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\Omega_d^2 & -2\Xi_d \Omega_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

El análisis de estabilidad para el sistema de circuito cerrado (3.48) se presenta mediante el teorema 2 de la sección 3.1. El rango de ganancias para el controlador *PD* modal se determina con base al criterio *Routh-Hurwitz* descrito en el Teorema 9.2 en [47]. Además, los polinomios de Kharitonov presentados en [54] se utilizan para comprobar la estabilidad de lazo cerrado basándose en la constante  $\sigma$ , la cual modifica la respuesta del sistema como sigue

$$\sigma = \begin{cases} \text{posiblemente inestable} & \text{si } \sigma < 1 \\ \text{sin control} & \text{si } \sigma = 1 \\ \text{Controlado} & \text{si } \sigma > 1, \sigma \in \{1, \dots, \infty\} \end{cases}$$

Por lo tanto, para encontrar el rango de valores cuando  $\sigma > 1$  considere el sistema dinámico (3.48) sin perturbación

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + (2\Xi\Omega + \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_D\Phi)\dot{\mathbf{q}}(t) + (\Omega^2 + \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_P\Phi)\mathbf{q}(t) = 0. \quad (3.55)$$

Aplicando la transformación de Laplace al sistema (3.55) se obtiene

$$s^2 + (2\Xi\Omega + \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_D\Phi)s + (\Omega^2 + \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_P\Phi) = 0. \quad (3.56)$$

Además, dado que  $\Omega$  y  $\Xi$  son matrices definidas positivas y  $\Phi$  normalizada no afecta sus propiedades, la descomposición Hermitiana del sistema (3.56) sólo produce parte real. Por consiguiente, definiendo

$$\begin{aligned} a_1 &= V(2\Xi\Omega), \\ a_0 &= V(\Omega^2), \\ k_d &= V(\mathbf{M}_g^{-1}\Gamma\mathbf{K}_D), \\ k_p &= V(\mathbf{M}_g^{-1}\Gamma\mathbf{K}_P), \end{aligned}$$

donde  $V(\cdot)$  es el conjunto de valores tales que

$$V(\mathbf{A}) = \{\phi^T \mathbf{A} \phi \mid \|\phi\| = 1\},$$

en consecuencia, el modelo (3.56) se puede reescribir como

$$s^2 + (a_1 + k_d)s + (a_0 + k_p) = 0. \quad (3.57)$$

Denotando los valores propios máximos y mínimos ( $\lambda(\cdot)$ ) de las matrices como

$$\begin{aligned} \underline{a}_1 &= \lambda_{\min}(2\Xi\Omega), \quad \bar{a}_1 = \lambda_{\max}(2\Xi\Omega), \\ \underline{a}_0 &= \lambda_{\min}(\Omega^2), \quad \bar{a}_0 = \lambda_{\max}(\Omega^2), \\ \underline{k}_p &= \lambda_{\min}(\mathbf{M}_g^{-1}\Gamma\mathbf{K}_P), \quad \bar{k}_p = \lambda_{\max}(\mathbf{M}_g^{-1}\Gamma\mathbf{K}_P), \\ \underline{k}_d &= \lambda_{\min}(\mathbf{M}_g^{-1}\Gamma\mathbf{K}_D^2), \quad \bar{k}_d = \lambda_{\max}(\mathbf{M}_g^{-1}\Gamma\mathbf{K}_D^2) \end{aligned}$$

y recordando que se satisfacen las desigualdades

$$\begin{aligned} \underline{a}_1 &\leq a_1 \leq \bar{a}_1, \\ \underline{a}_0 &\leq a_0 \leq \bar{a}_0, \\ \underline{k}_p &\leq k_p \leq \bar{k}_p, \\ \underline{k}_d &\leq k_d \leq \bar{k}_d, \end{aligned} \quad (3.58)$$

según el teorema de Rayleigh [55]. Adicionalmente, el polinomio (3.57) o, equivalentemente, la matriz  $\mathbf{A}_{CL_2}$  es estable si y sólo si todas los menores principales  $\mathbf{H}_i^{\mathbf{A}}$  ( $i = 1, 2$ ) son estrictamente positivos de acuerdo con el criterio de Routh-Hurwitz, donde  $\mathbf{H}^{\mathbf{A}}$  se define como

$$\mathbf{H}^{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} a_1 + k_d & 0 \\ 1 & a_0 + k_p \end{bmatrix}.$$

Por lo tanto, sus menores principales deben cumplir que

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1^{\mathbf{A}} &= a_1 + k_d > 0, \\ \mathbf{H}_2^{\mathbf{A}} &= \det \left( \begin{bmatrix} a_1 + k_d & 0 \\ 1 & a_0 + k_p \end{bmatrix} \right) = (a_0 + k_p)(a_1 + k_d) > 0, \end{aligned} \quad (3.59)$$

**Teorema 3.** *El sistema (3.55) es exponencialmente estable si y solo si*

$$\begin{aligned} 2\Xi\Omega + \mathbf{M}_g^{-1}\Phi^T\Gamma\mathbf{K}_D\Phi &> 0, \\ (\underline{a}_0 + \underline{k}_p)(\underline{a}_1 + \underline{k}_d) &> 0, \\ \underline{a}_0 + \underline{k}_p &> 0. \end{aligned} \quad (3.60)$$

*Demostración.* Para analizar la estabilidad del sistema con el conjunto de valores (3.57) se usan los polinomios de Kharitonov (ver Apéndice A), los cuales se pueden expresar como

$$\begin{aligned} P_1(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p + j\underline{o}_0) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d + j\underline{o}_1)s + s^2, \\ P_2(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p + j\bar{o}_0) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d + j\bar{o}_1)s + s^2, \\ P_3(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p + j\underline{o}_0) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d + j\bar{o}_1)s + s^2, \\ P_4(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p + j\bar{o}_0) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d + j\underline{o}_1)s + s^2, \\ P_5(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p + j\underline{o}_0) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d + j\bar{o}_1)s + s^2, \\ P_6(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p + j\underline{o}_0) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d + j\underline{o}_1)s + s^2, \\ P_7(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p + j\bar{o}_0) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d + j\underline{o}_1)s + s^2, \\ P_8(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p + j\bar{o}_0) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d + j\bar{o}_1)s + s^2, \end{aligned}$$

Del Lema 3 en [49] se obtiene que el sistema (3.56) es *Hurwitz* si y solo si los ocho polinomios anteriores son *Hurwitz*. Sin embargo, sólo son necesarios cuatro polinomios debido a que la transformación modal evita raíces conjugadas ( $o_i = 0, i = 0, 1$ ). Esto porque el conjunto de valores representan matrices definidas positivas en el sistema (3.56). De tal forma que los cuatro polinomios se expresan como

$$\begin{aligned} P_1(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d)s + s^2, \\ P_2(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d)s + s^2, \\ P_3(s) &= (\bar{a}_0 + \bar{k}_p) + (\underline{a}_1 + \underline{k}_d)s + s^2, \\ P_4(s) &= (\underline{a}_0 + \underline{k}_p) + (\bar{a}_1 + \bar{k}_d)s + s^2. \end{aligned}$$

En consecuencia, al sustituir la condición (3.59) en polinomios, se obtiene

$$\begin{aligned} \text{Cond}_1 : \underline{a}_1 + \underline{k}_d &> 0, \\ (\underline{a}_0 + \underline{k}_p)(\underline{a}_1 + \underline{k}_d) &> 0. \\ \text{Cond}_2 : \bar{a}_1 + \bar{k}_d &> 0, \\ (\bar{a}_0 + \bar{k}_p)(\bar{a}_1 + \bar{k}_d) &> 0. \\ \text{Cond}_3 : \underline{a}_1 + \underline{k}_d &> 0, \\ (\bar{a}_0 + \bar{k}_p)(\underline{a}_1 + \underline{k}_d) &> 0. \\ \text{Cond}_4 : \bar{a}_1 + \bar{k}_d &> 0, \\ (\underline{a}_0 + \underline{k}_p)(\bar{a}_1 + \bar{k}_d) &> 0. \end{aligned}$$

Es fácil de ver que la primera condición implica

$$\text{Cond}_1 \Rightarrow \text{Cond}_4, \quad \text{Cond}_1 \Rightarrow \text{Cond}_3,$$

debido a que su valor propio mínimo es mayor que cero, lo cual significa que su valor propio máximo sea mayor que cero de acuerdo con la desigualdad de Rayleigh (3.58). De la misma manera se puede ver que  $\text{Cond}_1$  implica  $\text{Cond}_2$  bajo la premisa de límites inferiores. Por lo tanto,  $\text{Cond}_1$  es equivalente a lo planteado en el teorema de estabilidad (3.60).  $\square$

Finalmente, la estabilidad del sistema es satisfecha si las ganancias del controlador satisfacen

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_D &> -\lambda_{\min}(2\Xi\Omega)/\lambda_{\min}(\mathbf{M}_g^{-1}), \\ \mathbf{K}_P &> -\lambda_{\min}(\Omega^2)/\lambda_{\min}(\mathbf{M}_g^{-1}). \end{aligned} \tag{3.61}$$

Aunque teóricamente  $\sigma$  puede adquirir valores hasta el infinito, la ganancia del controlador es limitada por las restricciones físicas del actuador, por ejemplo, en esta tesis se verifica que la fuerza máxima requerida en control es alcanzable por el actuador instalado en la estructura.

### 3.3.2. Simulación del prototipo

En esta sección, se realiza la simulación del prototipo de las secciones anteriores de dos pisos con los parámetros estructurales detallados en la Tabla 3.3 con el fin de verificar el rendimiento del *PD* propuesto. A partir de ellos, se calculan las siguientes frecuencias de vibración:  $f_1 = 4.42$  Hz y  $f_2 = 12.46$  Hz. Teniendo en cuenta los parámetros anteriores, reescribimos el modelo en

Tabla 3.3: Parámetros estructurales

Piso	Rigidez (N/m)	Amortiguamiento(Ns/m)	Masas (kg)
1	9199.83	7.38	3.17
2	7531.63	6.83	4.61

forma modal, produciendo

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_g &= \text{diag}([4.2959, 3.3373]), \\ \mathbf{D}_g &= \text{diag}([2.3877, 15.6886]), \\ \mathbf{K}_g &= \text{diag}([3317.7, 20487]),\end{aligned}$$

con polos en  $s_{1,2} = -0.278 \pm 27.8i$ ,  $s_{3,4} = -2.35 \pm 78.3i$ . Los resultados de la simulación se hacen mediante Simulink® de Matlab 2019b y se llevan a cabo utilizando diferentes señales de excitación. La primera de ellas es una señal *sinusoidal*, con una frecuencia de 4.42 Hz y una amplitud de  $1.5714 \text{ m/s}^2$ . Estos valores se seleccionan con base en la frecuencia fundamental de la estructura y la amplitud máxima entre los sismos: El Centro 1940, México 1985, y el gran sismo de Chile 1960 en Valdivia, los cuales también se utilizan como una perturbación en la estructura del edificio. Cabe destacar que están escalados bajo el teorema de Buckingham para coincidir con el prototipo como se muestra en la Fig. 3.13 para el caso del sismo México 85.

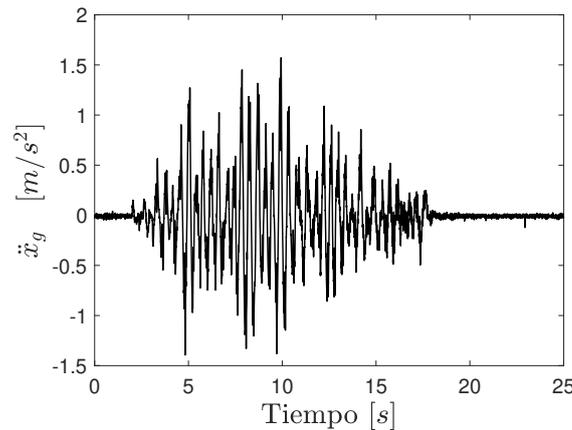


Figura 3.13: Componente norte-sur del sismo de México de 1985

Siguiendo la metodología de ajuste propuesta, se selecciona una frecuencia natural deseada  $\Omega_d = 2\Omega$  para aumentar las frecuencias de vibración con  $\sigma = 2$  y  $\Xi_d = \mathbf{I}_{2 \times 2}$  para obtener una respuesta críticamente estable. En consecuencia, se calculan las ganancias para el controlador *PD*:  $k_{P2} = 19650$  y  $k_{D2} = 623, 3$ . Por lo tanto, los polos se reubican en  $s_{1,2} = -2.26 \pm 80.1i$ ,  $s_3 = -18.3$  y  $s_4 = -253$ . Es importante mencionar que se produce un par de polos complejos conjugados porque la estructura no está equipada con AMDs en todos los pisos; sin embargo, la ubicación de los polos se ha mejorado significativamente en el semiplano izquierdo, aumentando únicamente las frecuencias de vibración.

Adicionalmente, para comparar el rendimiento del esquema de *PD* modal propuesto, se considera el controlador  $\mathcal{H}_\infty$  de las Ec. (3.38) y (3.39), el cual es diseñado por medio de la función de Matlab *hinfsyn* como una solución óptima. De la misma manera se utiliza la metodología de ajuste propuesta en [56] para comparar el método de sintonización del *PD* modal propuesto,

donde las ganancias se pueden calcular como:

$$k_{p_i} = \frac{k_{d_i}^2}{2}, \quad k_{d_i} = val, \quad (3.62)$$

aquí *val* es un valor proporcionado arbitrariamente por el usuario y en el resto de esta sección es nombrado como  $PD_2$ . Estas ganancias se seleccionan de tal manera que la derivada de la función de Lyapunov sea definida negativa. Para este trabajo se selecciona la ganancia derivativa  $k_d = 300$  y se calcula la ganancia proporcional  $k_p = 45000$ .

Asimismo, otra estrategia utilizada para comparar nuestra metodología es a través del enfoque LQR presentado en [57]. Las fuerzas de control óptimo se determinan minimizando la siguiente función de costo:

$$J = \int_0^{t_d} [\mathbf{z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) + u^2(t)R]dt,$$

donde  $t_d$  es un tiempo deseado,  $\mathbf{Q} \geq 0$  es la matriz simétrica de peso en estados y  $R > 0$  el peso del control. De modo que el control es dada por:

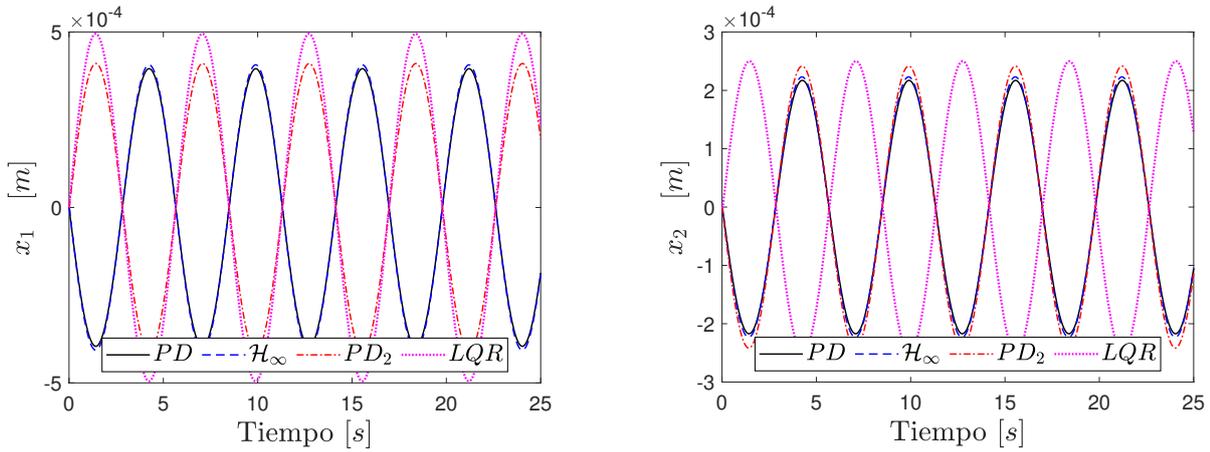
$$u(t) = -\mathbf{G}\mathbf{z}(t).$$

Aquí  $\mathbf{G}$  es la solución de la ecuación de Riccati, es decir, el resultado de minimizar el criterio de desempeño  $J$  se reduce en solucionar la ecuación de Riccati. En conclusión, para nuestro caso al seleccionar  $\mathbf{Q} = \text{diag}([100, 100, 1, 1])$  y  $R^{-1} = 1 \times 10^{-6}$  se obtiene

$$\mathbf{G} = 10^5 \times \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 5.28 & -5.807 & -0.0558 & -0.1026 \end{bmatrix}.$$

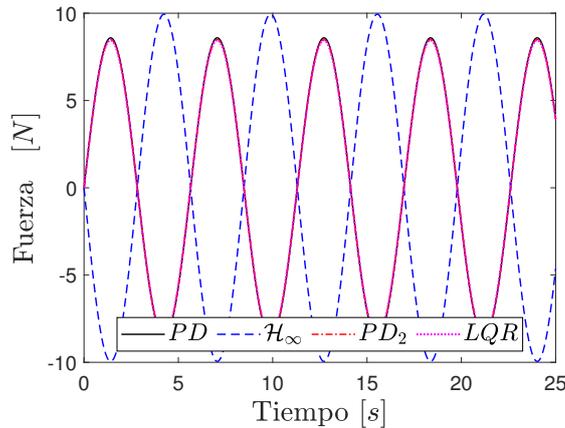
Las Fig. 3.14 representan la respuesta estructural controlada bajo excitación sinusoidal correspondiente al primer y segundo piso así como las señales de control requeridas por el controlador propuesto  $PD$  y las otras metodologías  $\mathcal{H}_\infty$ ,  $PD_2$  y  $LQR$ . A partir de los resultados, ambos controladores  $PD$  y  $PD_2$  reducen efectivamente la vibración más que los otros dos esquemas óptimos debido a mejor sintonización. Adicionalmente, la simplicidad en el diseño de las ganancias del  $PD$  lo convierte en un algoritmo prometedor para usar en aplicaciones prácticas con unas ganancias menores con respecto a las del controlador  $PD_2$ . Además, a diferencia del esquema de  $PD$  modal propuesto, las ganancias del controlador  $LQR$  son grandes y el controlador  $\mathcal{H}_\infty$  es difícil de calcular e implementar satisfactoriamente debido a los grandes cambios en su señal de control. Sin embargo, en simulación para señales de excitación sísmicas sinusoidal las señales de control requeridas son similares en todos los casos. Adicionalmente, para ver la robustez de las metodologías se simulan con los diferentes registros sísmicos mencionados anteriormente y se calcula el porcentaje de atenuación (3.36). Los detalles sobre el nivel de atenuación alcanzado por cada controlador se muestran en la Tabla 3.4, donde  $\text{Tiempo}_c(s)$  y  $\text{Tiempo}_s(s)$  son la media de 5 pruebas en los tiempos requeridos para calcular el controlador y realizar la simulación, respectivamente. De los resultados en la Tabla 3.4 se concluye que la metodología  $PD$  modal propuesta mantiene una buena relación entre el diseño simple y el tiempo requerido para este cálculo.

Adicionalmente, se evalúa la robustez de las metodologías variando hasta  $\pm 25\%$  de incertidumbre en los parámetros nominales presentados en la Tabla 3.3. Los niveles de atenuación de cada controlador bajo incertidumbre paramétrica se presentan en la Tabla 3.5, donde el símbolo – en la Tabla representa que  $\mathcal{H}_\infty$  se convierte en un sistema inestable cuando la incertidumbre de los parámetros es 25% menos de los nominales. A partir de las Tablas 3.5 y 3.4 podemos



(a) Desplazamiento en el primer piso

(b) Desplazamiento en el segundo piso



(c) Fuerzas requeridas para controlar

Figura 3.14: Respuesta controlada de la estructura del edificio del controlador bajo excitación sinusoidal

Tabla 3.4: Comparación del nivel de atenuación para el edificio de dos pisos usando diferentes controladores

Sismo	Piso	$PD$	$\mathcal{H}_\infty$	$PD_2$	$LQR$
Seno	$x_1$	72.42	81.74	71.67	69.67
	$x_2$	92.73	95.23	91.77	89.30
El Centro	$x_1$	34.71	32.95	14.17	47.15
	$x_2$	91.71	64.67	85.31	78.56
México 85	$x_1$	83.55	90.05	81.77	85.69
	$x_2$	97.38	96.46	96.44	93.19
Chile 60	$x_1$	81.64	87.79	80.96	76.25
	$x_2$	95.58	96.81	94.82	87.72
	Tiempo <sub>c</sub> (s)	0.015	0.456	0.005	0.025
	Tiempo <sub>s</sub> (s)	0.271	0.366	0.260	0.289

concluir que el enfoque de  $PD$  modal muestra un mejor desempeño frente a la incertidumbre de los parámetros que las otras metodologías. Aunque todos los controladores tienen un rendimiento similar, el enfoque  $PD$  modal propuesto muestra una mejor eficiencia computacional en el

Tabla 3.5: Niveles de atenuación ante incertidumbre paramétrica

	piso	$PD$	$\mathcal{H}_\infty$	$PD_2$	$LQR$
Nominal	$x_1$	83.55	90.05	81.77	85.69
	$x_2$	97.38	96.46	96.44	93.19
Nominal+25 %	$x_1$	76.03	86.39	75.69	80.73
	$x_2$	94.95	94.50	93.31	90.12
Nominal-25 %	$x_1$	83.04	—	82.17	86.97
	$x_2$	97.64	—	97.24	94.13

cálculo y simulación del controlador que los esquemas  $\mathcal{H}_\infty$  y  $LQR$ , debido a que la metodología solo implica el cálculo de una matriz y un controlador de primer orden. Al igual que el control  $PD_2$ , el diseño propuesto requiere un tiempo de ejercicio similar. Por lo tanto, la metodología de sintonización modal muestra robustez, eficiencia y precisión en simulación.

### 3.3.3. Resultados experimentales

Para los resultados se considera el prototipo en el Laboratorio de control automático del CINVESTAV-IPN. La estructura consta de dos pisos construida de aluminio, ambos con cuatro columnas de sección transversal rectangular con dimensiones  $0.635 \times 2.54$  cm y 58 cm de separación de entre-pisos para el primer piso y 62 cm para el segundo. Asimismo, el prototipo de edificio tiene dimensiones de  $32.5 \times 53 \times 120$  cm y está adherido a una placa de aluminio. Además, la estructura está montada sobre una mesa vibradora accionada por servomotores de Quanser modelo I-40 con dimensiones  $43.2 \times 10.2$  cm, la cual reproduce las señales sísmicas durante los experimentos. Dicha mesa vibradora es operada por QUARC, un software de control de arquitectura abierta instalado en Simulink como un paquete adicional. Adicionalmente, tiene integrado un amplificador de potencia VoltPAQ, una tarjeta de adquisición de datos Quanser Q2-USB, un sistema mecánico y un codificador óptico rotatorio de alta resolución para el servomotor brushed. Esta mesa vibradora emula los sismos mencionados anteriormente en la sección de resultados de la simulación.

Por otro lado, el prototipo está equipado con acelerómetros analógicos modelo XL403A tipo MEMS con un rango de medición  $\pm 6$  g, sensibilidad de 400 mV/g y respuesta con ancho de banda (0 – 800) Hz. Estos permiten mediciones de alta precisión de las aceleraciones en cada piso y en la base. Sin embargo, dado que el control  $PD$  modal propuesto requiere de los estados de desplazamiento y velocidad, los cuales no son medibles en aplicaciones reales, estos se estiman a partir de los datos de aceleración aplicando un integrador numérico y el siguiente filtro Sallen-Key con ganancia unitaria

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + \left(\frac{2}{\tau}\right)s + \frac{1}{\tau^2}}. \quad (3.63)$$

Considerando 0,3 [Hz] como frecuencia de corte para el filtro (3.63), es decir,  $\tau = 0,53$ . Este filtro es la primera parte de la integración numérica que evita aumentar el ruido en las señales de aceleración (ver sección 5.2).

En cuanto al actuador para ejercer control se utiliza un servoactuador lineal STB-1108 de Copley Controls Corp que está montado en el último piso. Esta configuración se selecciona debido a que se han reportado excelentes resultados para varios edificios reales en Japón, de acuerdo con [58]. El servo mecanismo mueve una masa de 0.45 kg, que representa el 5% de la

masa total de la estructura. Además, el AMD posee salidas de sensor de posición con comunicación estándar sin-cos y está restringido a un rango de fuerza continuo de  $[9 - 27]$  N y fuerzas máximas de hasta 92 N según las especificaciones de su hoja de datos. El servo mecanismo lineal es impulsado por un servoaccionamiento digital (Accelnet Micro Panel, Copley Controls Corp). Las acciones de control se emplean a una frecuencia de muestreo de 1 kHz y tiene una constante de fuerza de 6.26 N / Arms o 3.13 N / Vrms, con una relación lineal entre la señal de control (voltaje) y las fuerzas del amortiguador, ver Fig. 3.15. Las señales de sensores y actuadores son adquiridas por una placa electrónica de la serie RT-DAC / USB2 con múltiples canales de INTECO. La placa se utiliza para la adquisición de datos en tiempo real provenientes de los sensores de aceleración ubicados en la estructura, así como salida al actuador AMD de acuerdo con la relación de fuerza y señal de control. Los programas de adquisición se operan en Windows 7 con Matlab 2011a / Simulink y la comunicación entre estas placas y Simulink se realiza mediante un compilador C. Adicionalmente, los experimentos se realizan con una duración de 25 s con un tiempo de muestreo de 5 ms. En la Fig. 3.15 se presenta el prototipo físico

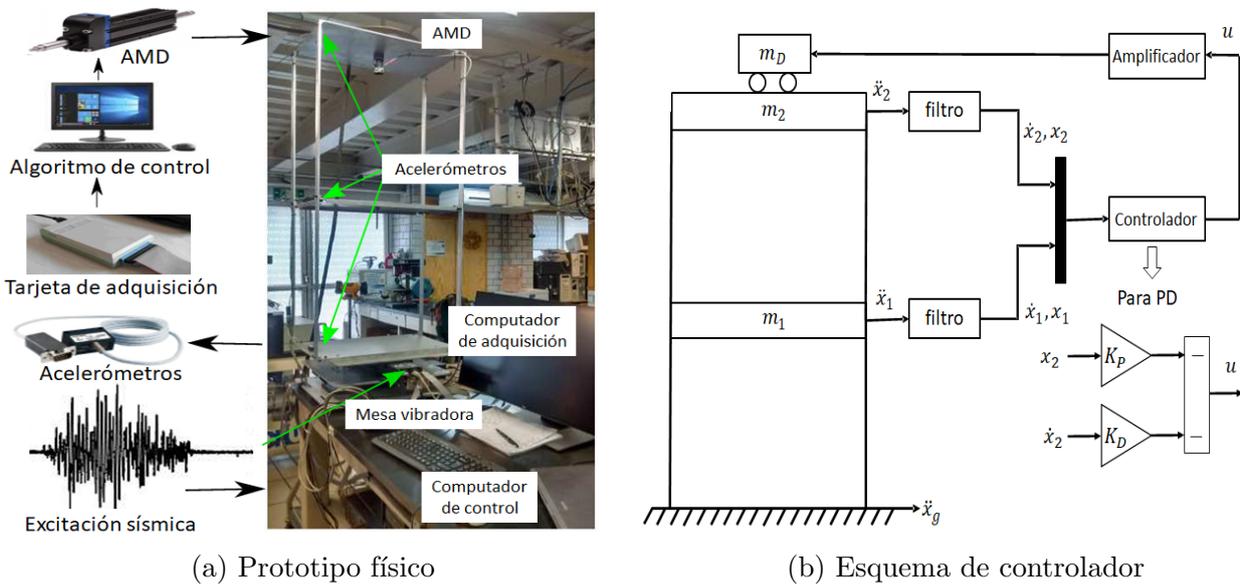


Figura 3.15: Prototipo a escala del de edificio de dos pisos

y el esquema del controlador que requiere de una integración numérica hecho por medio de un filtro, el cual se puede representar como se muestra en la Fig. 3.16. Por otro lado, empleando

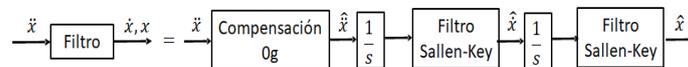


Figura 3.16: Estructura del filtro estimador

los valores nominales de las propiedades de los materiales del aluminio, los valores de rigidez, amortiguamiento y las masas medidas se encuentran en la Tabla 3.3. Es importante decir que, basado en datos experimentales, el amortiguamiento de Rayleigh se calcula bajo el supuesto de que los dos primeros modos de la estructura tienen un factor de amortiguamiento de 2%, es decir, las constantes de amortiguamiento de los pisos son  $d_1 = 7.38$  Ns / m y  $d_2 = 6,83$  Ns / m, respectivamente. A partir de estos valores, se estiman las frecuencias naturales, resultando  $\omega_1 = 27.79$  rad / s y  $\omega_2 = 78.35$  rad / s. A partir de los resultados de la Fig. 3.17, se observa que el controlador *PD* modal propuesto tiene un desempeño favorable para el control de

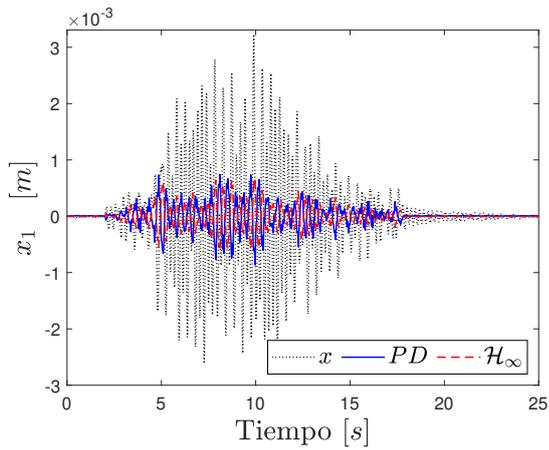
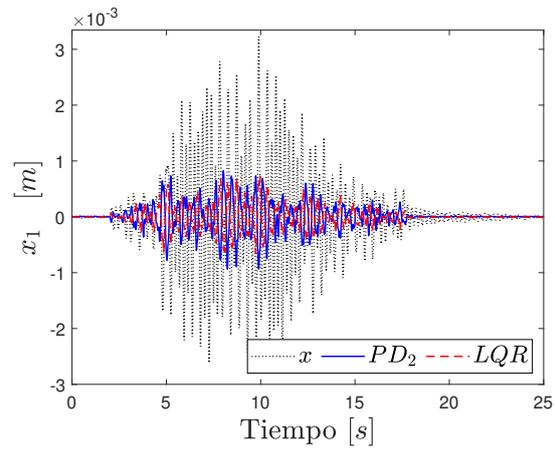
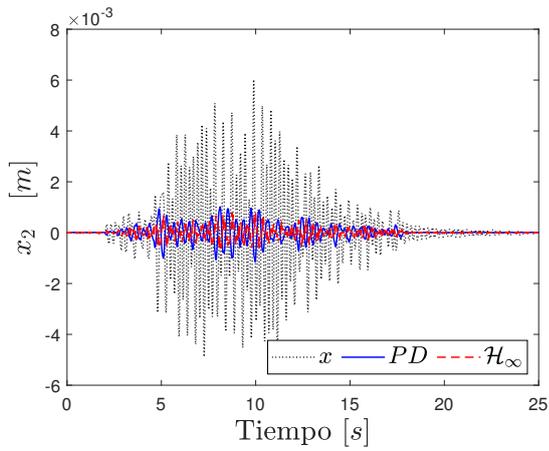
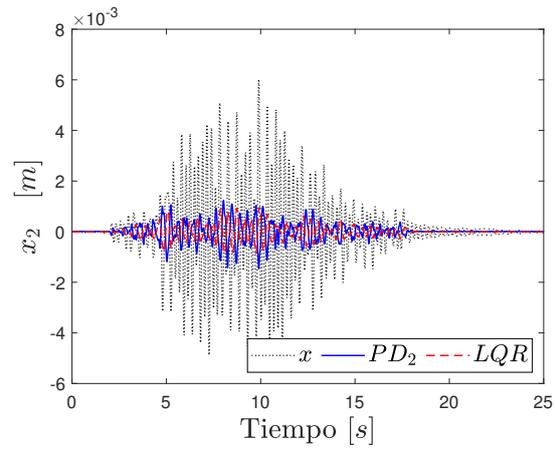
(a) Desplazamiento primer piso  $PD$  y  $\mathcal{H}_\infty$ (b) Desplazamiento primer piso  $PD_2$  y  $LQR$ (c) Desplazamiento segundo piso  $PD$  y  $\mathcal{H}_\infty$ (d) Desplazamiento segundo piso  $PD_2$  y  $LQR$ 

Figura 3.17: Respuesta sin control y controlada de la estructura del edificio bajo el sismo de 1985 en México

vibraciones. La prueba con el sismo de 1985 en México mostró que el controlador  $PD$  modal reduce significativamente los desplazamientos de cada piso 2 órdenes de magnitud cerca de un controlador  $\mathcal{H}_\infty$  con una señal de control menor como se muestra en la Fig. 3.18.

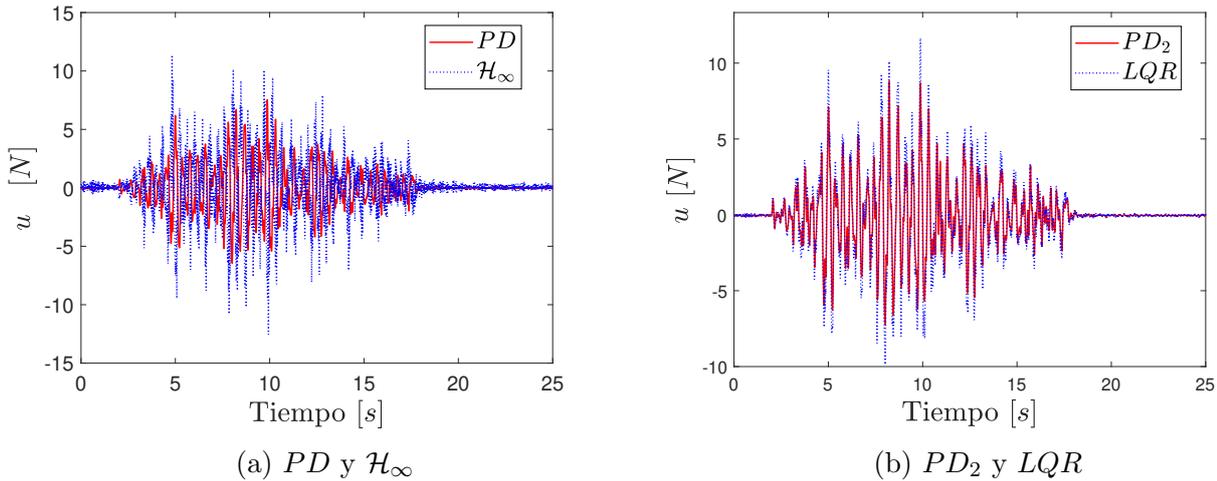


Figura 3.18: Fuerzas requeridas para controlar

El desempeño del control se evalúa en términos de su capacidad para reducir el desplazamiento relativo en cada piso del edificio. El control  $PD$  tiene una atenuación muy similar a la del esquema  $\mathcal{H}_\infty$ . La Tabla 3.6 presenta el nivel de atenuación, donde los controladores  $PD$  y  $\mathcal{H}_\infty$  lograron disminuir efectivamente el desplazamiento. La respuesta controlada que usa el controlador  $PD$  se reduce significativamente aplicando la metodología de ajuste para ganancias proporcionales y derivativas. El rendimiento del  $PD$  se mejora estableciendo las ganancias en el valor máximo posible de acuerdo con las limitaciones del actuador debido a que teóricamente el teorema de Kharitonov y los criterios de Routh-Hurwitz permiten encontrar las ganancias y mantener la ganancia lo más grande posible. Por lo tanto, el  $PD$  modal propuesto puede compensar las perturbaciones inciertas, aunque existen fluctuaciones en el sistema como se muestra en la Fig. 3.17 a por las grandes ganancias del controlador. Estas fluctuaciones no son críticas para el aislamiento de vibraciones debido a que las edificaciones permiten pequeños desplazamientos sin provocar daños estructurales.

Tabla 3.6: Comparación del nivel de atenuación para el edificio de dos pisos usando diferentes controladores

sismo	Piso	$PD$	$\mathcal{H}_\infty$	$PD_2$	$LQR$
Seno	$x_1$	54.78	73.93	52.98	53.51
	$x_2$	70.13	76.91	67.82	68.52
El Centro	$x_1$	39.79	45.55	27.61	43.32
	$x_2$	75.81	71.41	39.59	68.12
México 85	$x_1$	74.51	76.57	72.43	74.97
	$x_2$	81.92	84.37	76.95	79.85

Los resultados experimentales comparados con la simulación son satisfactorios, incluso cuando presenta menor atenuación en lo experimental. Factores como el ruido de medición y la incertidumbre paramétrica disminuyen el rendimiento del control de supresión de vibraciones para aplicaciones prácticas. A pesar de este hecho, el método de sintonización propuesto para las ganancias  $PD$  modal aún tiene un mejor desempeño o similar al del resto de controladores, lo que valida su desempeño competitivo con el resto de esquemas de control. De tal manera que la sencillez en su diseño permite reducir el tiempo de cálculo para ajustar las ganancias y mejorar el rendimiento.

# Capítulo 4

## Identificación de un amortiguador magnetoreológico

Desde hace varias décadas se han fabricado diferentes tipos de actuadores para ejercer control semi-activo y disipar energía producida por eventos sísmicos o tormentas de viento. Entre los actuadores más empleados se encuentran los de orificios variables, amortiguadores de fluido controlable, soportes de fricción controlable, aislamientos de fricción controlable, dispositivos de rigidez variable, entre otros. De estos actuadores han sobresalido los amortiguadores de fluidos controlables, cuya fuerza de fricción es controlable en tiempo real debido a un cambio de estado de flujo lineal a un estado semi-sólido, el cual genera una resistencia mayor al pasar por el orificio del amortiguador. Los fluidos electrorreológicos y los fluidos magnetoreológicos son los más usuales en la construcción de este tipo de amortiguadores, donde los más usados en control de vibraciones ante sismos son los amortiguadores magnetoreológicos. Sin embargo, estos actuadores tienen un comportamiento no lineal difícil de modelar. Por lo tanto, a continuación se presentan algunos de los modelos más representativos de este fenómeno, un método para identificación de los parámetros y un método libre de modelo para estimar la fuerza a través de aprendizaje profundo.

### 4.1. Identificación paramétrica

En esta sección se presentan modelos matemáticos del amortiguador magnetoreológico que representan el comportamiento reológico del actuador y una técnica para obtener los parámetros mediante optimización.

#### 4.1.1. Modelo de Bouc-Wen

Uno de los modelos más referenciados en la literatura para representar la curva histerética es el definido por Bouc-Wen debido a su versatilidad, en el cual, varios autores se han basado para modelar un amortiguador magnetoreológico (MRD por sus siglas en inglés MagnetoRheological Damper), entre ellos, Spencer et al [59] proponen un modelo representado en la Fig. 4.1, donde  $F(t)$  es la fuerza absorbida por el amortiguador que puede ser expresada como

$$F(t) = \alpha_s z(t) + c_0(\dot{x}(t) - \dot{y}(t)) + k_0(x(t) - y(t)) + k_1(x(t) - x_0), \quad (4.1)$$

donde  $\alpha_s > 0$  es una constante que permite el acoplamiento de  $z(t)$  con la fuerza  $F(t)$ ,  $k_0$ ,  $k_1$  son las constantes de rigidez,  $c_0$  es la constante de amortiguamiento viscoso,  $x(t)$  es el desplazamiento relativo entre los extremos del amortiguador y  $x_0$  es el desplazamiento inicial del

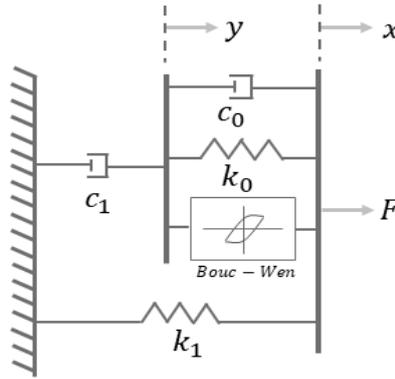


Figura 4.1: Modelo amortiguador magnetoreológico de Spencer

muelle. Por otro lado,  $z(t)$  representa el estado interno del modelo Bouc-Wen y  $y(t)$  es otro estado interno que reproduce los efectos de deslizamiento (roll-over, roll-off) observados a bajas velocidades que pueden ser expresados como

$$\dot{z}(t) = -\gamma_s |\dot{x}(t) - \dot{y}(t)| z(t) |z(t)|^{n_s-1} - \beta_s (\dot{x}(t) - \dot{y}(t)) |z(t)|^{n_s} + A_s (\dot{x}(t) - \dot{y}(t)), \quad (4.2)$$

$$c_1 \dot{y}(t) = \alpha_s z(t) + c_0 (\dot{x}(t) - \dot{y}(t)) + k_0 (x(t) - y(t)), \quad (4.3)$$

donde  $\gamma_s$ ,  $\beta_s$  y  $A_s$  controlan el ciclo de histéresis del modelo de Bouc-Wen,  $c_1$  es otra constante de amortiguamiento viscoso y  $n_s$  es la potencia que relaciona  $z(t)$  y determina su evolución. Despejando  $\dot{y}(t)$  de (4.3) y relacionando con (4.2) podemos expresar el sistema (4.1) como

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= \frac{1}{c_0 + c_1} [\alpha_s z(t) + c_0 \dot{x}(t) + k_0 (x(t) - y(t))], \\ F(t) &= c_1 \dot{y}(t) + k_1 (x(t) - x_0). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Para cuantificar los cambios del esfuerzo de fluencia del fluido magnetoreológico en presencia de campo magnético se emplean las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} \alpha_s(u) &= \alpha_a + \alpha_s u(t), \\ c_0(u) &= c_{0a} + c_{0b} u(t), \\ c_1(u) &= c_{1a} + c_{1b} u(t), \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde  $\alpha_a$ ,  $\alpha_s$ ,  $c_{0a}$ ,  $c_{0b}$ ,  $c_{1a}$ ,  $c_{1b}$  son parámetros constantes. Por otro lado, la dinámica de  $u(t)$  se puede expresar como

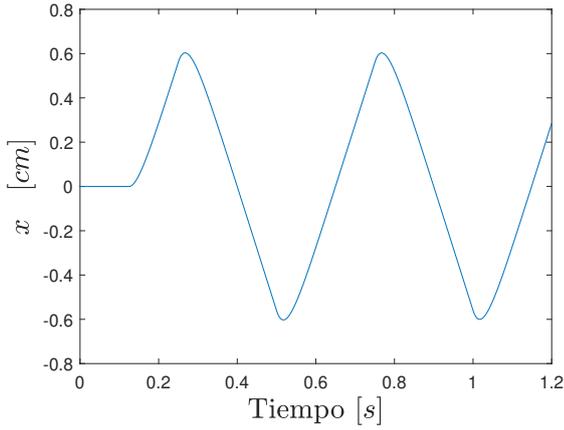
$$\dot{u}(t) = \eta_s (u(t) - v(t))$$

donde finalmente  $\eta_s$  es una constante del filtro y  $v(t)$  es el voltaje aplicado en la entrada. Este es un modelo preciso, pero complejo matemáticamente y limita su implementación en control, por lo que son 14 parámetros a identificar. Sin embargo, con técnicas de optimización se obtienen los parámetros presentados en la Tabla 4.1 por [1].

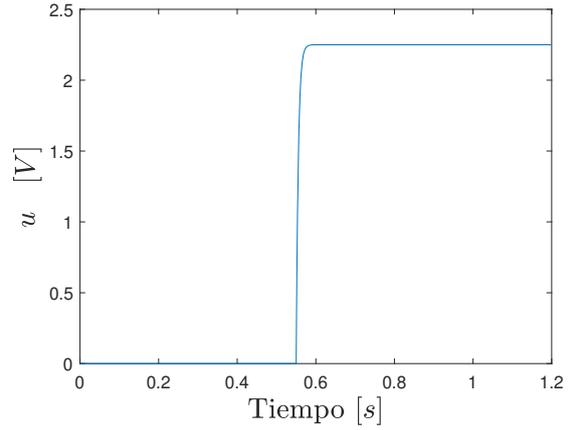
Considerando como entradas un desplazamiento y un voltaje como en la Fig. 4.2b se simula el sistema (4.4) en Simulink de Matlab 2019b con un tiempo de muestreo de 1 ms y el método numérico Dormand-Prince (ode5). La fuerza resultante en simulación se muestra en la Fig. 4.3a. Además, en la Fig. 4.3b se muestra la curva de fuerza contra desplazamiento. Los resultados obtenidos en simulación representan los mismos datos reportados en el artículo [59].

Parámetros	valor	Parámetros	valor
$c_{0a}$	21 N s/cm	$\alpha_a$	140 N/cm
$c_{0b}$	3.5 N s/cm V · V	$\alpha_b$	695 N/cm · V
$k_0$	49.9 N /cm	$\gamma_s$	363 cm <sup>-2</sup>
$c_{1a}$	238 N s /cm	$\beta_s$	363 cm <sup>-2</sup>
$c_{1b}$	2.95 N s /cm · V	$A_s$	301
$k_1$	5.00 N /cm	$n_s$	2
$x_0$	14.3 cm	$\eta_s$	190 s <sup>-1</sup>

Tabla 4.1: Parámetros del modelo Spencer para el amortiguador por [1]

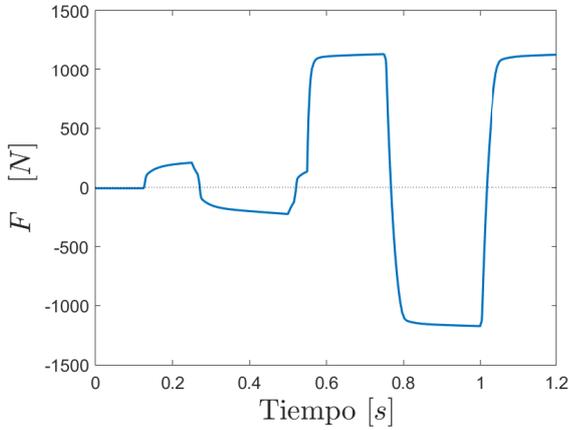


(a) Desplazamiento

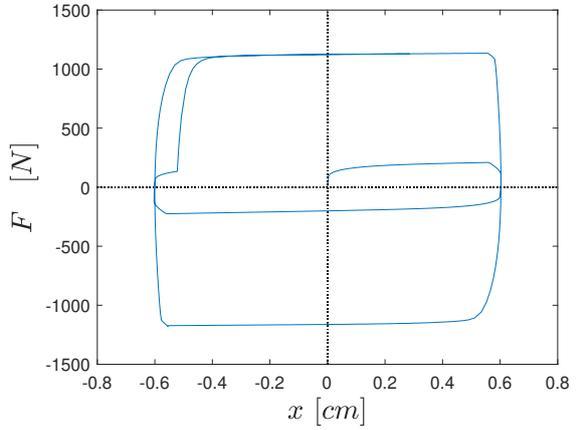


(b) Voltaje

Figura 4.2: Entradas aplicadas al modelo Spencer para el amortiguador MR.



(a) Fuerza a lo largo del tiempo



(b) Fuerza vs desplazamiento

Figura 4.3: Respuesta del modelo Spencer para el MRD a un escalón

#### 4.1.2. Modelo de LuGre

Un modelo sencillo para estimar la fuerza del MRD  $F(t)$  basado en la fricción se puede definir como

$$\begin{aligned} F(t) &= \sigma_0 z(t) + \sigma_1 \dot{z}(t) + \sigma_2 \dot{x}(t), \\ \dot{z}(t) &= \dot{x}(t) - \sigma_0 a_0 |\dot{x}(t)| z(t), \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde  $\dot{x}(t)$  velocidad relativa entre extremos del amortiguador,  $z(t)$  estado interno que modela la deformación del fluido,  $\sigma_i$  con  $i = 0, 1, 2$  son parámetros de diseño y  $a_0$  es inicialmente una función; sin embargo, siguiendo el modelo propuesto por Dahl  $a_0$  es una constante que modela el efecto de fricción *Stribeck* [60]. Considerando el voltaje de entrada la Ec.(4.6) se convierte en

$$\begin{aligned} F(t) &= \sigma_0 z(t)v(t) + \sigma_1 \dot{z}(t) + \sigma_2 \dot{x}(t), \\ \dot{z}(t) &= \dot{x}(t) - \sigma_0 a_0 |\dot{x}(t)| z(t)(1 + a_1 v(t)), \end{aligned} \quad (4.7)$$

donde  $a_1$  es el parámetro que asocia  $z(t)$  con  $v(t)$ , el cual representa el voltaje aplicado al amortiguador. Finalmente, si se simplifican las Ec.(4.7) se obtiene

$$F(t) = \sigma_0 v(t) - \sigma_0 \sigma_1 a_0 |\dot{x}(t)| z(t) - \sigma_0 \sigma_1 a_0 a_1 |\dot{x}(t)| z(t)v(t) + (\sigma_1 + \sigma_2) \dot{x}(t). \quad (4.8)$$

Adicionalmente, una versión modificada dependiente de la corriente en la bobina del amortiguador  $i(t)$  es propuesta en [2] y se expresa como

$$F(t) = q_1 z(t)i(t) + q_2 z(t) + p_1 i^2(t)\dot{x}(t) + p_2 i(t)\dot{x}(t) + (p_3 + \varepsilon_l)\dot{x}(t) + \delta_l x(t) - \varepsilon_l |\dot{x}(t)| z(t) + f_0, \quad (4.9)$$

donde  $q_1, p_1, p_2$  son parámetros que modifican el ciclo histerético de la fuerza de acuerdo con la corriente de entrada,  $q_2, p_3, \varepsilon_l, \delta_l$  son parámetros generalizados de rigidez y amortiguamiento y  $f_0$  es la fuerza residual en  $x = 0$ . Finalmente,  $z(t)$  representa el estado de fricción interna no medible que satisface

$$\frac{1}{\alpha_l} \dot{z}(t) = \dot{x}(t) - |\dot{x}(t)| z(t), \quad (4.10)$$

donde  $\alpha_l$  representa una normalización del estado interno. Por otra parte, los parámetros presentados en la tabla 4.2 son considerados para pruebas de simulación

Parámetros	valor	Parámetros	valor
$\alpha_l$	$3.20 \text{ (mm)}^{-1}$	$p_3$	$0.50 \text{ Ns/mm}$
$q_1$	$833.85 \text{ N/A}$	$\varepsilon_l$	$0.60 \text{ Ns/mm}$
$q_2$	$14.72 \text{ N}$	$\delta_l$	$1.03 \text{ N/mm}$
$p_1$	$-10.80 \text{ Ns/(mm A}^2\text{)}$	$f_0$	$-45.82 \text{ N}$
$p_2$	$17.75 \text{ Ns/(mm A)}$		

Tabla 4.2: Parámetros del modelo LuGre modificado para el amortiguador MR por [2].

Aplicando la entrada de corriente como una rampa de 0.0 a 1.2 A (ver Fig. 4.4a) y un desplazamiento con amplitud sinusoidal de 20 mm y frecuencia a 0.5 Hz, se obtienen los resultados de la Fig. 4.4b

Asimismo, la curva característica de un amortiguador desplazamiento contra fuerza en Fig. 4.5a y velocidad contra fuerza en la Fig. 4.5b.

Los resultados de las Fig. 4.5a y 4.5b son iguales a la sección de simulación del artículo en la referencia [2].

### 4.1.3. Tangente hiperbólico

Un modelo más reciente y sencillo es propuesto por Kwok [42], como se muestra en al Fig. 4.6. El modelo utiliza una función tangente hiperbólica para representar la respuesta histerética.

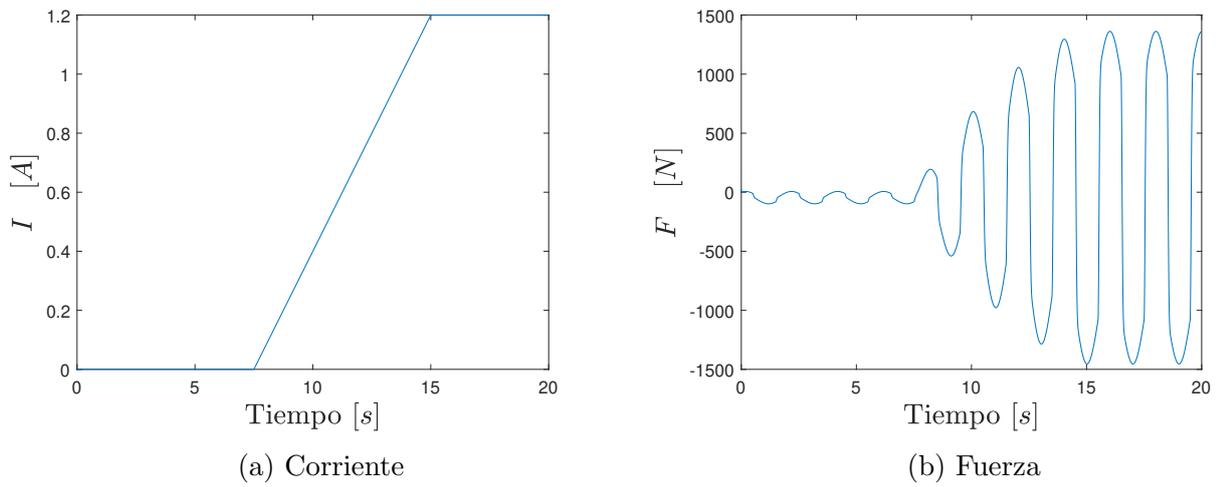


Figura 4.4: Entrada aplicada y salida del modelo LuGre para el amortiguador MR

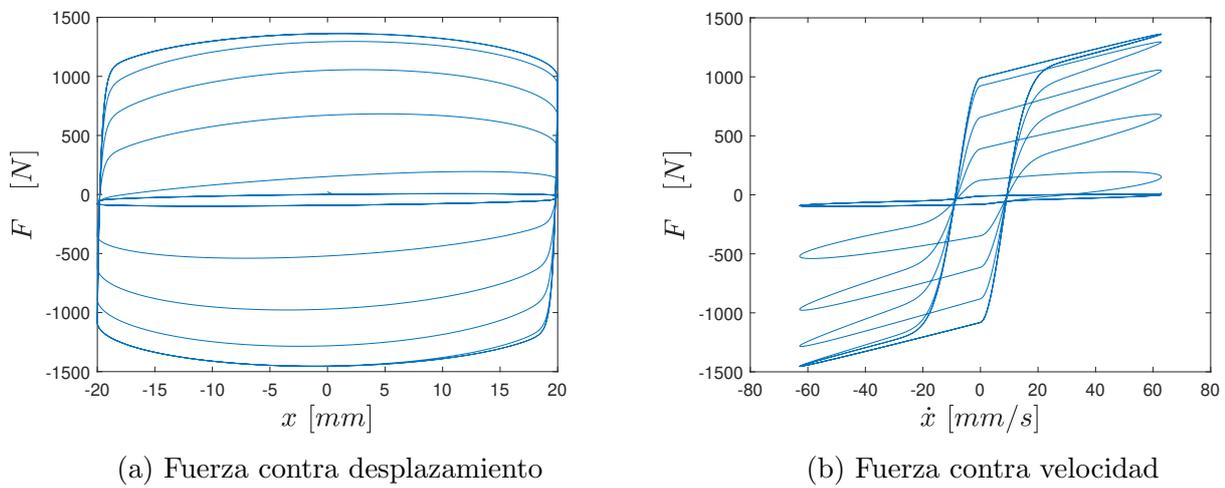


Figura 4.5: Respuesta del modelo LuGre para el amortiguador MR a una rampa

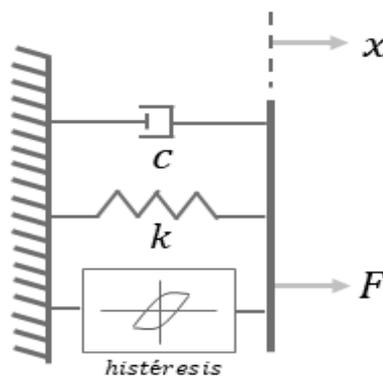


Figura 4.6: Modelo del MRD propuesto por Kwok

Además, se emplean funciones lineales simples para representar la rigidez y viscosidad del

amortiguador que pueden ser expresadas como

$$\begin{aligned} F(t) &= c_k \dot{x}(t) + k_k x(t) + \alpha_k z(t) + f_0, \\ z(t) &= \tanh(\beta_k \dot{x}(t) + \delta_k \text{sign}(x(t))), \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde  $c_k$  y  $k_k$  son los coeficientes de viscosidad y rigidez,  $\alpha$  el factor de escala de la histéresis,  $z(t)$  el estado histerético dada por la función tangente hiperbólica y  $f_0$  es el offset de la fuerza del amortiguador. El coeficiente  $\beta_k$  es un factor de escala de la velocidad del amortiguador que define la pendiente histórica. Por lo tanto, un  $\beta_k$  alto genera una pendiente pronunciada. El factor de escala  $\delta_k$  y el signo del desplazamiento determinan el ancho del ciclo histerético. Un fenómeno histerético amplio corresponde a un valor grande de  $\delta_k$ . Con el fin de simular se utilizan los parámetros reportados en la referencia [3], los autores emplearon un esquema de identificación basado en algoritmos genéticos con datos de la corriente constante  $I = 0.4A$ . En consecuencia, los parámetros identificados se presentan en la tabla 4.3.

$c_k$	$k_k$	$\alpha_k$	$f_0$	$\beta_k$	$\delta_k$
29.013	187.39	6.99	-0.971	41.88	9.88

Tabla 4.3: Parámetros del modelo tanh para el amortiguador por [3]

Además, los autores consideraron las limitaciones de una máquina de prueba de amortiguamiento hidráulica (Lunik España) con una capacidad de 1 tonelada, una frecuencia máxima de trabajo de  $4.7Hz$ , un curso de 300 mm y una frecuencia de operación 3.6 Hz [3]. Por esta razón, se propone un desplazamiento de forma sinusoidal con frecuencia 3.6 Hz y una amplitud de 0.025 m como se muestra en la Fig. 4.7a.

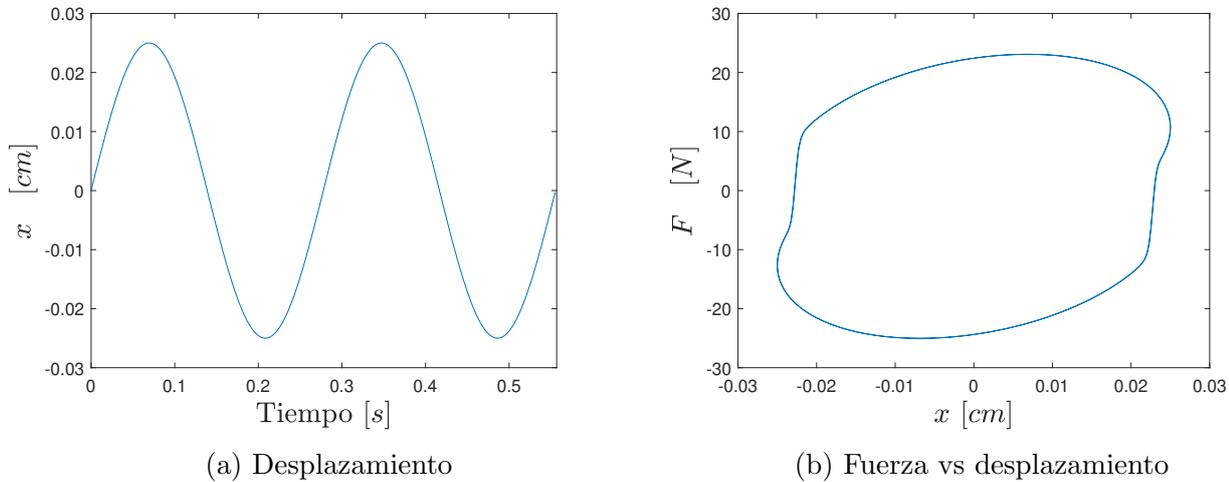


Figura 4.7: Respuesta del amortiguador bajo excitación seno

Obteniendo la fuerza que es representado en la Fig. 4.7b en su curva de fuerza contra desplazamiento muy similar a lo mostrado en el artículo de referencia. La desventaja de este modelo es que no existe una relación entre voltaje o corriente y la viscosidad del fluido MR, el cual modifica fuerza absorbida por el amortiguador.

#### 4.1.4. Métodos metaheurísticos

Una aproximación de los parámetros del amortiguador magnetorreológico se puede hacer a partir de la optimización de una función objetivo que relaciona la estimación de la fuerza

con las mediciones experimentales. En consecuencia, varios métodos metahurísticos como la optimización por enjambre de partículas (PSO, por sus siglas en inglés Particle Swarm Optimización) pueden ser aplicados para la identificación debido a su precisión del parámetro estimado en ciclos histeréticos [61, 62, 63]. La técnica se basa la inteligencia de enjambre que se inspira en el comportamiento de los enjambres de abejas propuesta por [64]. En PSO, un conjunto de partículas se mueve por un espacio de búsqueda multidimensional, donde cada partícula representa una solución potencial. Cada partícula tiene una posición y una velocidad en el espacio de búsqueda, y su movimiento está influenciado por su propia experiencia y la experiencia colectiva del enjambre. El proceso de optimización comienza con la inicialización de las partículas en posiciones aleatorias dentro del espacio de búsqueda. Luego, en cada iteración, cada partícula ajusta su velocidad y posición en función de su mejor posición conocida  $p_{best}$  y la mejor posición conocida por todo el enjambre  $g_{best}$ . De hecho, la dinámica de la velocidad y posición se puede expresar como:

$$\begin{aligned} v_{in}(k+1) &= v_{in}(k) + c_1 r_1 (p_{best}(k) - x_{in}(k)) + c_2 r_2 (g_{best}(k) - x_{in}(k)), \\ x_{in}(k+1) &= x_{in}(k) + v_{in}(k+1), \end{aligned} \quad (4.12)$$

donde  $k$  es el número de iteración actual,  $x_{in}$  es la posición de la  $i$ -ésima partícula en el espacio  $n$ -dimensional y  $v_{in}$  es la velocidad actual. Además,  $c_1$  y  $c_2$  son factores cognitivos y sociales, y  $r_1$  y  $r_2$  son números aleatorios pertenecientes a  $[0,1)$ . Durante la búsqueda, las partículas tienden a converger hacia la mejor solución encontrada, lo que permite encontrar soluciones óptimas o cercanas a las óptimas en problemas de optimización. Sin embargo, PSO no garantiza encontrar la solución óptima global en todos los casos, ya que las partículas pueden quedar atrapadas en óptimos locales. Es por ello que su rendimiento depende de varios parámetros, como el tamaño del enjambre, los límites de velocidad y posición, así como los coeficientes que controlan la influencia de las mejores posiciones, es decir, estos parámetros deben ajustarse adecuadamente para lograr un equilibrio entre la búsqueda de nuevas áreas y el refinamiento de áreas prometedoras.

Por otra parte, los algoritmos genéticos (GA, por sus siglas en inglés) son otro método de optimización común que, debido a su potente naturaleza, se puede utilizar para la identificación de sistemas lineales y no lineales [65]. Los GA son técnicas de búsqueda y optimización basados en los principios de la genética y selección natural, es decir, están integrados por un conjunto de individuos y diferentes tipos de reglas que se aplican sobre la población [66]. Dicha población representa un conjunto de cromosomas numerados bajo un índice, los cuales vienen codificados en genes que poseen un orden determinado. De hecho, los genes pueden tomar diversos alelos que representan los diferentes valores que puede tomar un gen, por ejemplo, para el caso de codificación binaria los alelos son  $\{0, 1\}$ . Estos alelos marcan la evolución de los genes de acuerdo con las reglas definidas a continuación:

- **Selección:** El cromosoma que da buen resultado en la función de costo se mantiene en la generación de una nueva población.
- **Cruce:** Intercambia una parte de un cromosoma a otro.
- **Ordenamiento:** Cambia el orden de los cromosomas.
- **Mutación:** Evoluciona el alelo de un gen aleatoriamente.

Estas reglas son realizadas dependiendo de un porcentaje de cambio preestablecido y/o la evaluación de una función de aptitud o costo (ver Fig. 4.8) [67]. Para la identificación de

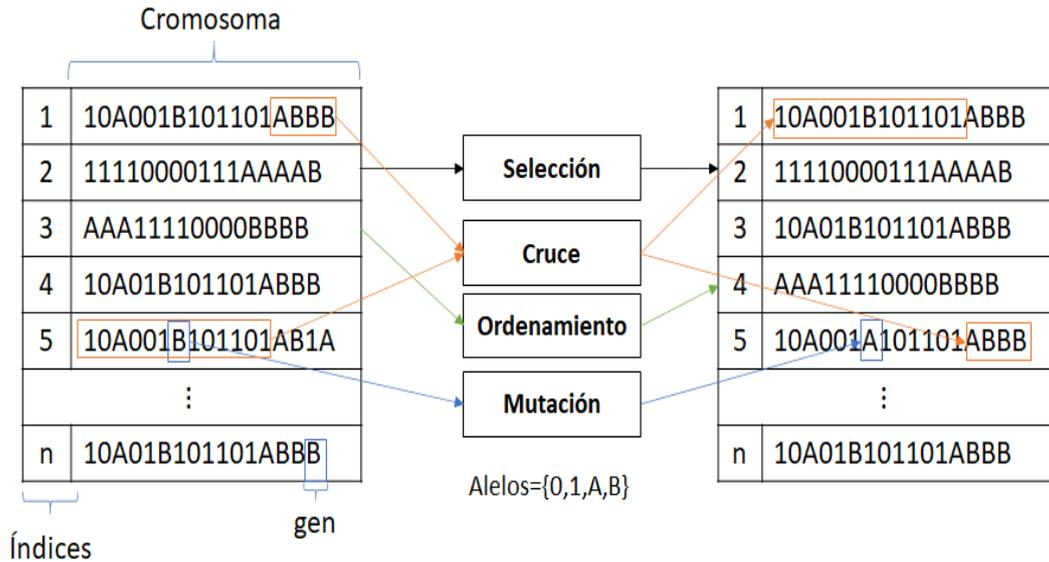


Figura 4.8: Reglas de cambio de los genes en un GA

parámetros con los GA se requiere la definición de una función objetivo. Para este caso la función de aptitud se basa en el cálculo de la diferencia de los datos experimentales y los estimados por medio del modelo simulado bajo las entradas medidas en el experimento y los parámetros identificados en el proceso iterativo (ver Fig. 4.9).

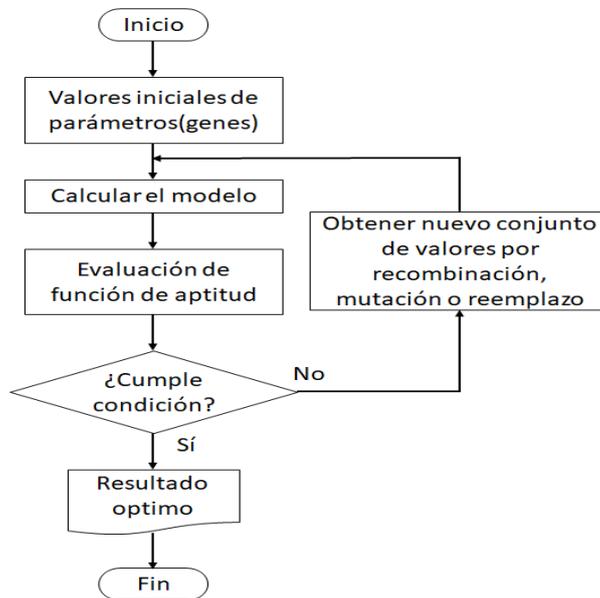


Figura 4.9: Algoritmo genético

Algunas de las ventajas considerables de los algoritmos genéticos son su fácil implementación computacional, que no requiere información a priori del sistema, ni el uso de filtros para los datos debido a que evita singularidades de funciones discontinuas. Asimismo, posee algunas desventajas como la inexistencia de reglas claras en el número de individuos de una población, la aplicación de una selección o mutación y su desempeño depende de una buena elección de la

función de aptitud.

## 4.2. Identificación no paramétrica del MRD

En esta sección se presenta un nuevo esquema robusto para estimar las fuerzas del MRD utilizando una red neuronal convolucional de valor complejo (CV-CNN, por sus siglas en inglés, Complex Value Convolutional Neural Network). La CV-CNN utiliza filtros convolucionales de valores complejos aleatorios como parámetros para reducir el ruido medido combinando la etapa de entrenamiento y la operación de máximo por magnitud. Además, la CV-CNN es una estrategia sin modelo que supera la identificación en sistemas no lineales y solo requiere mediciones de desplazamiento y voltaje para la estimación de la fuerza.

### 4.2.1. Red neuronal convolucional

Para estimar la fuerza del amortiguador se considera un modelo exógeno autorregresivo no lineal (NARX por sus siglas en inglés Nonlinear Autoregressive Exogenous) [68], el cual es definido como:

$$F(t) = \Psi(\bar{\mathbf{x}}), \quad (4.13)$$

donde  $\Psi(\cdot)$  es una ecuación en diferencia no lineal que corresponde a la dinámica de la fuerza de amortiguación estimada con respecto al desplazamiento y el voltaje aplicado al sistema. El vector  $\bar{\mathbf{x}}$  representa el tipo de entrada para la fuerza del amortiguador, que se define por los datos de entrada y salida de la siguiente manera:

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \Phi[F(t-1), \dots, F(t-n_F), v(t), x(t), \dots, x(t-n_x)]. \quad (4.14)$$

Aquí  $n_F$  y  $n_x$  son el orden de regresión desconocido de la fuerza del amortiguador y el desplazamiento del amortiguador, respectivamente. Además,  $v(t)$  es el voltaje aplicado que modifica la dinámica de fluidos involucrada en alcanzar el equilibrio reológico del MRD, es decir, el voltaje es una entrada que modifica la fuerza del amortiguador.

La arquitectura CV-CNN propuesta en este trabajo consta de dos capas convolucionales con su respectiva capa de submuestreo. Además, una capa totalmente conectada que conduce a la salida  $\hat{F}(t)$ . Esta estructura se puede ver en la Fig. 4.10. Las capas convolucionales consisten

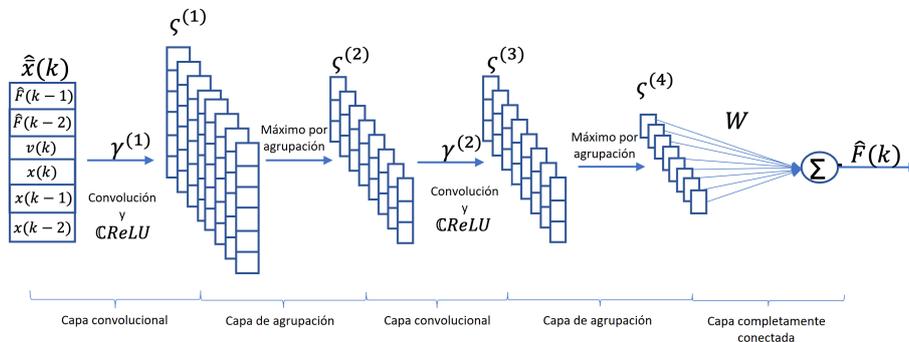


Figura 4.10: Arquitectura CNN

en un arreglo de mapas de características generados por la convolución entre los filtros  $\gamma^{(\ell)}$  y

la salida de la capa anterior  $\zeta^{(\ell-1)}$ , donde  $\ell$  indica la capa actual. Los mapas de características se generan de la siguiente manera:

$$\chi^{(\ell)} = \zeta^{(\ell-1)} \otimes \gamma^{(\ell)}. \quad (4.15)$$

Después de generar cada mapa de características se aplica una función de activación de unidad lineal rectificada compleja expresada como

$$\zeta^{(\ell)} = \mathbb{C}\text{ReLU}(\chi^{(\ell)}), \quad (4.16)$$

esta función de activación se define como

$$\begin{aligned} \mathbb{C}\text{ReLU}(x) &= \text{ReLU}(x_{\Re}) + i\text{ReLU}(x_{\Im}), \\ x &= x_{\Re} + ix_{\Im} \in \mathbb{C}, \end{aligned} \quad (4.17)$$

donde la función de activación unidad lineal rectificada (ReLU) es una operación cuyo resultado es el valor máximo de sus dos argumentos, es decir,  $f(x) = \max(0, x)$ . Por otro lado, la capa de submuestreo consiste en una función máximo por magnitud, la cual reduce los datos como sigue

$$\zeta^{(\ell)} = \arg \max_{x \in \text{set}} M(x), \quad (4.18)$$

con

$$M(x) = |x| \quad M : \mathbb{C} \rightarrow \Re. \quad (4.19)$$

Finalmente, la salida de la CV-CNN se define como:

$$\hat{F}(t) = \Gamma^T \zeta, \quad (4.20)$$

donde  $\zeta$  es el vector concatenado de todos los mapas de características de las capas convolucionales y  $\Gamma$  son los pesos sinápticos de la capa de salida. Estas operaciones se muestran en la Fig. 4.10.

### 4.2.2. Modelo paralelo

Es posible que los datos de salida no estén disponibles en muchos sistemas debido a la desconexión durante el proceso de adquisición, lo que hace que el sistema quede inutilizable. Por esta razón, se proponen tipos de modelos alternativos para trabajar solo con datos de entrada. Por ejemplo, el modelo (4.11) requiere al menos la velocidad y el estado histórico  $z(t)$ , que generalmente no son medibles sino estimados, mientras que la posición y el voltaje son conocidos. Por lo tanto, el modelo paralelo propuesto solo emplea dos medidas más la salida estimada producida por la misma CV-CNN, las cuales se utilizan como entradas; este último dato se utiliza para compensar el valor real no disponible. En este sentido, el vector de entrada de la CNN se define como:

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \Phi[\hat{F}(t-1), \dots, \hat{F}(t-m_F), v(t), x(t), \dots, x(t-m_x)], \quad (4.21)$$

donde  $m_F$  y  $m_x$  son los órdenes de regresión para la fuerza del amortiguador estimada y el desplazamiento del extremo del amortiguador, respectivamente. Este orden de regresión generalmente difiere del usado en (4.14). Para el *entrenamiento* de la CV-CNN se usa el algoritmo de regla delta, esto con el fin de actualizar los parámetros de red como filtros y pesos sinápticos. La representación completa del proceso de entrenamiento se muestra en la Fig. 4.11, donde el modelo paralelo se entrena solo en simulación basado en datos experimentales obtenidos del

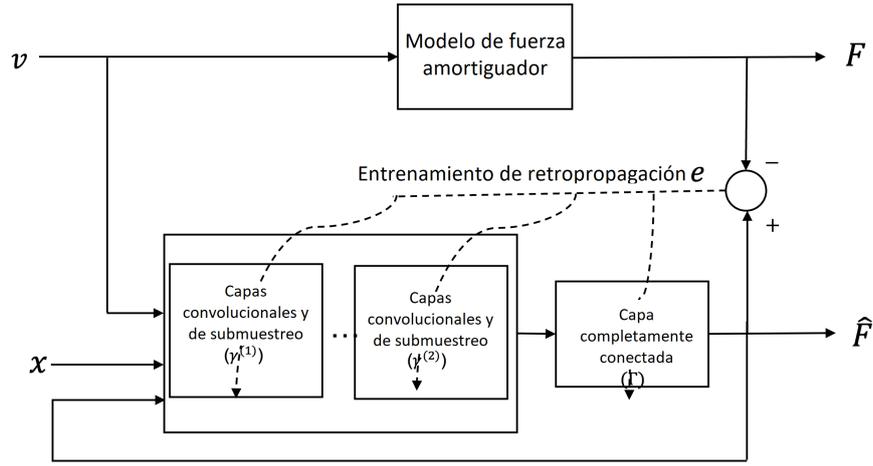


Figura 4.11: Proceso de entrenamiento mediante modelo de simulación.

**Algorithm 1** Entrenamiento CV-CNN**repeat****Etapa FeedForward**Generar vector de entrada  $\hat{x}$ **for**  $\ell \in$  Número de capas **do**Calcular mapas de características  $\chi^{(\ell)} = \zeta^{(\ell-1)} \otimes \gamma^{(\ell)}$ Calcular  $\zeta^{(\ell)} = \arg \max_{x \in \text{set}} M(x)$ **end for** $\hat{F}(t) = \Gamma^T \zeta$ 

▷ Salida CV-CNN

**Etapa Backward** $e = \hat{F} - F$ 

▷ Error estimado

 $J = e^2$ 

▷ Función de costo a minimizar

**for**  $\ell \in$  Número de capas **do**Calcular  $\frac{\partial J}{\partial \Gamma}, \frac{\partial J}{\partial \gamma^{(\ell)}}$ 

Actualizar hiperparámetros

 $\Gamma(k+1) = \Gamma(k) - \eta \frac{\partial J}{\partial \Gamma}$  $\gamma^{(\ell)}(k+1) = \gamma^{(\ell)}(k) - \eta \frac{\partial J}{\partial \gamma^{(\ell)}}$ **end for****until**  $j = N_t$ 

MRD. En consecuencia, la CV-CNN propuesta realizó una arquitectura NARX con el vector de entrada correspondiente y todas las operaciones. Del algoritmo 1,  $N_t$  indica la cantidad total de datos utilizados para este proceso. Las derivadas parciales son los gradientes de la función objetivo  $J$  de la CV-CNN para cada parámetro y se obtienen a través del algoritmo de retropropagación para pesos sinápticos en la capa de salida como sigue

$$\frac{\partial J}{\partial \Gamma} = \frac{\partial J}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial \hat{F}} \frac{\partial \hat{F}}{\partial \Gamma} = e_o [\zeta_{j,\Re} + i \zeta_{j,\Im}] \quad (4.22)$$

y para filtros convolucionales:

$$\frac{\partial J}{\partial \gamma_i^{(\ell)}} = \sum_{a=0}^{N-3} \chi_a^{(\ell)} \phi_{i+a}^{(\ell-1)}, \quad (4.23)$$

donde  $j$  indica cada elemento del filtro convolucional  $\gamma^{(\ell)}$  y  $N$  el tamaño del vector de entrada  $\phi_{i+a}^{(\ell-1)}$ . Cabe destacar que las dos expresiones anteriores (4.22), (4.23) satisfacen la condición de Cauchy-Riemann.

### 4.3. Identificación del amortiguador RD 8040-1

Para probar las metodologías de estimación de fuerza son presentados experimentos del amortiguador RD 8040-1 de la marca LORD. Este dispositivo es un amortiguador mono-tubo de fluido magnetoreológico compacto adecuado para aplicaciones de suspensión industrial. El amortiguamiento variable se controla mediante el aumento del límite elástico del fluido magnetoreológico en respuesta a la intensidad de un campo magnético. lo cual representa un tiempo de respuesta rápido. El MRD posee una carrera 50 mm y una fuerza de 2.5 kN a 5 cm/s con una señal de control de 1 A y  $< 667$  N a 20 cm/s con una señal de control de 0 A. Por otra parte, se utilizan diferentes métricas para comparar los resultados entre CV-CNN, una identificación paramétrica por algoritmo genético (GA, por sus siglas en inglés, Genetic Algorithm), otra por optimización de enjambre de partículas (PSO, por sus siglas en inglés, Particle Swarm Optimization) y una última estimación no paramétrica por una red neuronal superficial (SNN, por sus siglas en inglés, Shallow Neural Network). Los resultados experimentales muestran el potencial de la CV-CNN propuesta para aplicaciones prácticas debido a su simplicidad de uso y robustez. El tiempo de cálculo de CV-CNN es menor que el de GA y PSO en la etapa de entrenamiento; la CV-CNN utiliza 0.7 % del tiempo de GA y 1.4 % de PSO. Aunque SNN usa 5.5 % del tiempo consumido por CV-CNN, este último realiza una mejor estimación de fuerza para el MRD; su error cuadrático medio es 78,3 % inferior al de GA y PSO y 71,4 % inferior al de SNN.

Para la caracterización del MRD todos los experimentos se llevaron a cabo utilizando una máquina de ensayos universal de tracción-compresión Shimadzu AG-I 250 (Tokio, Japón) a temperatura ambiente de 25°C. Dicha máquina es controlada por ordenador a un periodo de muestreo de 50 ms con el software trapezium 2.23. Asimismo, posee una celda de carga de 250 kN con control de desplazamiento y una amplitud máxima de 50 mm. Inicialmente,

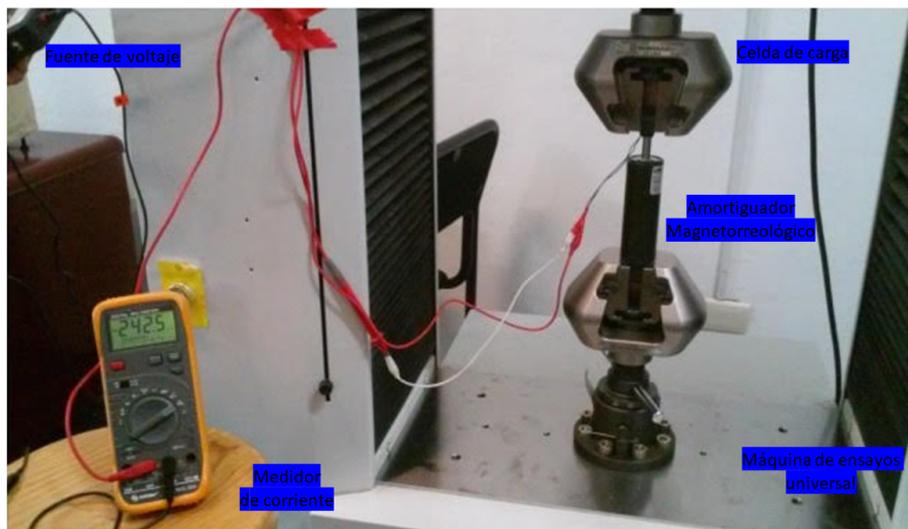


Figura 4.12: Montaje de ensayos al MRD

el amortiguador MR se somete a 3 ensayos sobre la máquina de ensayos universal como se

muestra en la Fig. 4.12. Estos ensayos fueron realizados a diferentes voltajes constantes con el desplazamiento que se muestra en la Fig.4.13a. Cabe mencionar que los datos de fuerza fueron

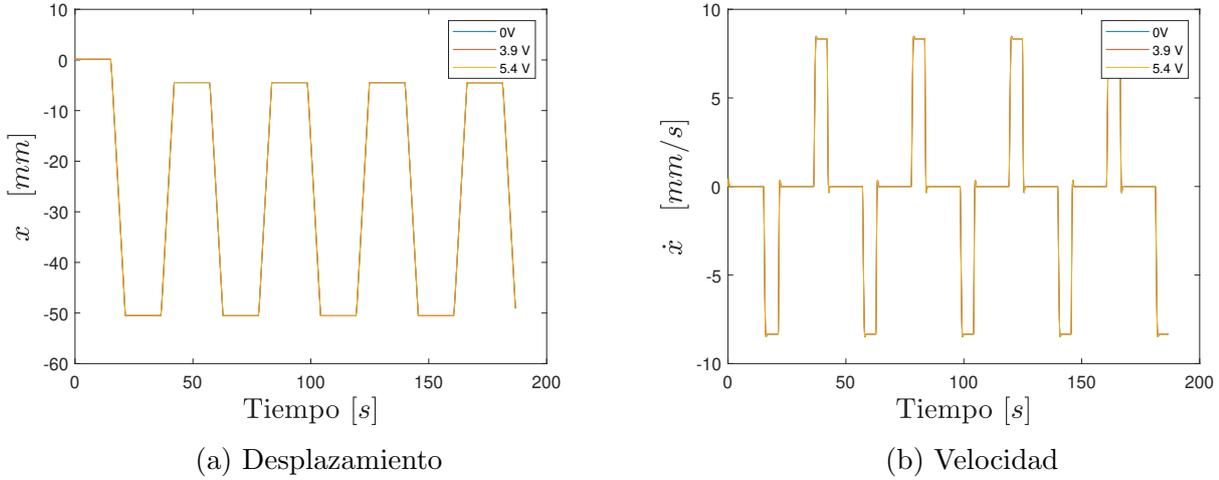


Figura 4.13: Pruebas de identificación del MRD a diferentes niveles de voltaje

filtrados mientras que la velocidad fue estimada a través de los siguientes filtros

$$f_1(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q}s + \omega_c^2}, \quad f_2(s) = \frac{s\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q}s + \omega_c^2}. \quad (4.24)$$

El resultado de la estimación de la velocidad se muestra en la Fig. 4.13b. Para la selección de la frecuencia de corte de los filtros (4.24) se realizó un análisis de Fourier del desplazamiento, la cual mostró que los datos relevantes se ubican hasta  $5 \text{ Hz}$ . Por lo tanto, se seleccionó una frecuencia de corte de  $\omega_c = 32 \text{ rad/s}$  y un factor de calidad  $Q = 0.707$ . El filtro propuesto cumple la función derivada hasta la frecuencia de corte, después de esta frecuencia el filtro atenúa el ruido de alta frecuencia en contraste con el derivado puro.

Los resultados experimentales descritos sirvieron para la identificación de parámetros a través de algoritmos genéticos y PSO. Asimismo, fueron tomados para la etapa de entrenamiento de los métodos de identificación no paramétrica: CV-CNN y SNN.

### 4.3.1. Parametrización por optimización

En este apartado se presenta una identificación de parámetros por medio de la minimización de una función objetivo para GA y PSO. Estos métodos proporcionan resultados precisos con una adecuada función de aptitud, lo que genera una ventaja para identificar los parámetros en presencia de ruido y datos discontinuos. La función objetivo utilizada se deriva de la diferencia entre los resultados experimentales y de simulación definida como:

$$J = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i^{exp} - F_i^{sim})^2, \quad (4.25)$$

donde *exp* es el valor de fuerza experimental y *sim* es el obtenido por el modelo con las variables de diseño, por ejemplo, para el caso del modelo de tanh (4.11) son los parámetros  $c$ ,  $k$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  y  $f_0$ . Dichos parámetros fueron identificados para una tensión de 5.4 V a través de la función *ga* de Matlab con una fracción de recombinación de 0.5, un tamaño de población de 100 y un número

total de generaciones de 200 de acuerdo a lo observado en varias simulaciones. Adicionalmente, la función *pso* se emplea con la configuración de 100 iteraciones desde el último del mejor valor de función. Los parámetros estimados a través de la optimización mediante algoritmos genéticos y la optimización de enjambres de partículas permiten estimar la fuerza del MRD y se denominarán *GA – tanh* y *PSO – tanh*, respectivamente, en el resto de la sección. En consecuencia, los parámetros estimados para el modelo *tanh*, así como los límites inferiores y superiores se describen en la tabla 4.4.

Tabla 4.4: Parámetros estimados para el modelo MRD basados en métodos de optimización GA y PSO (*GA – tanh*, *PSO – tanh*)

	$c$ (Ns/m)	$k$ (N/m)	$\alpha$ (N/m)	$f_0$ (N)	$\beta$	$\delta$
<i>GA</i>	120.8	1.04	-40	4.30	-32.22	6.84
<i>PSO</i>	121.9	0.97	-1.01	10.34	3.67	2.64
Límites inferiores	0	0	-100	-100	-100	-500
Límites superiores	200	1200	100	100	100	500

Su evaluación, representación gráfica y error de aproximación por diferentes métricas son presentadas en el próximo apartado.

### 4.3.2. Estimación de la fuerza por CV-CNN

Esta sección presenta la estimación de fuerza MRD basada en el modelo de aprendizaje profundo CV-CNN (4.13) y una comparación con la estimación de fuerza obtenida por el modelo matemático (4.11) y la optimización. La identificación se realizó en Matlab (®) 2019b y el tiempo de muestreo utilizado se establece en 50 *ms* de acuerdo a los datos obtenidos en las pruebas con la máquina universal.

Por otro lado, la estimación de fuerza utilizando la CV-CNN se llevó a cabo utilizando el modelo paralelo que utiliza la salida de la red para retroalimentar a la red para generar predicciones futuras y compensar los datos reales no disponibles. Con este fin se estableció la siguiente configuración: dos capas convolucionales que contienen diez filtros cada una, donde el filtro es un vector  $3 \times 1$ . Asimismo hay dos capas de submuestreo; la reducción de datos se realizó mediante una operación de máximo por magnitud en cada dos elementos consecutivos. La inicialización de parámetros, como filtros y pesos sinápticos, se seleccionó dentro del rango de  $[0, 1]$  y la tasa de entrenamiento para el algoritmo de retropropagación se definió como  $\eta = 0.001$ . cabe destacar que las arquitecturas propuestas se obtienen mediante el método de prueba y error y las que se presentan son las de mejor desempeño. En este sentido, los valores iniciales de los parámetros, como los filtros convolucionales, se eligen aleatoriamente en cada ensayo. Para evaluar el rendimiento de la red (mediante las métricas descritas más adelante en el texto) se establece un gran número de capas (10) con pocos parámetros en cada una. Luego, dependiendo del rendimiento, el número de parámetros es disminuido hasta que el número de capas se reduce a dos. Además, los mismos pasos se repiten para los parámetros en cada capa. Por otro lado, los rendimientos de las arquitecturas generadas para la CV-CNN son evaluados presentando resultados similares. Aún así, en algunas arquitecturas, la cantidad de capas y parámetros era considerable, por lo que se mantuvieron las dos arquitecturas con menos capas y mejor rendimiento. Por lo tanto, se seleccionó SNN de dos capas con 50 neuronas en su capa oculta, con una función de activación de tangente hiperbólica y una entrada similar a la del modelo (4.21) con el fin de comparar. El entrenamiento también se realizó a través

del algoritmo de retropropagación con una tasa de entrenamiento de  $\eta = 0,001$ . Ambas ANN: SNN y CV-CNN fueron entrenadas con un conjunto de datos correspondiente a 0 V y 3.9 V con 0 A y 0.74 A, respectivamente, mientras que las validaciones se realizaron con datos de desplazamiento obtenidos a 5.4 V y 1 A. Aunque este último no cubre el área de la aplicación de modelos basados en datos, la validación a 5.4 V representa un desafío crítico para demostrar la versatilidad del método CV-CNN propuesto cuando los datos experimentales no están disponibles para el entrenamiento. Los resultados de la estimación de la fuerza aplicando 5.4 V y 1 A al MRD se muestran en la Fig. 4.14. Teniendo en cuenta que el amortiguador presenta

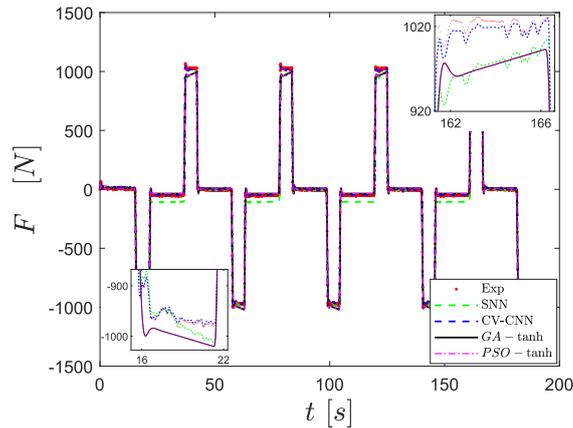


Figura 4.14: Comparación de fuerza teórica y experimental empleando 5.4 V en el MRD

variaciones no lineales atribuidas a la histéresis (ciclo esfuerzo-deformación) y la limitación de la fuerza por propiedades del fluido que dependen del campo magnético aplicado, el cual es generado por un voltaje en un dispositivo electrónico interno. Los ciclos histeréticos en la Fig. 4.15a muestran que la estimación de fuerza mediante CV-CNN es la más cercana a los datos experimentales, en contraste con los resultados obtenidos a partir de los modelos  $GA - \tanh$ ,  $PSO - \tanh$  y SNN. En la Fig. 4.15b, es claro que la respuesta fuerza-velocidad presenta un

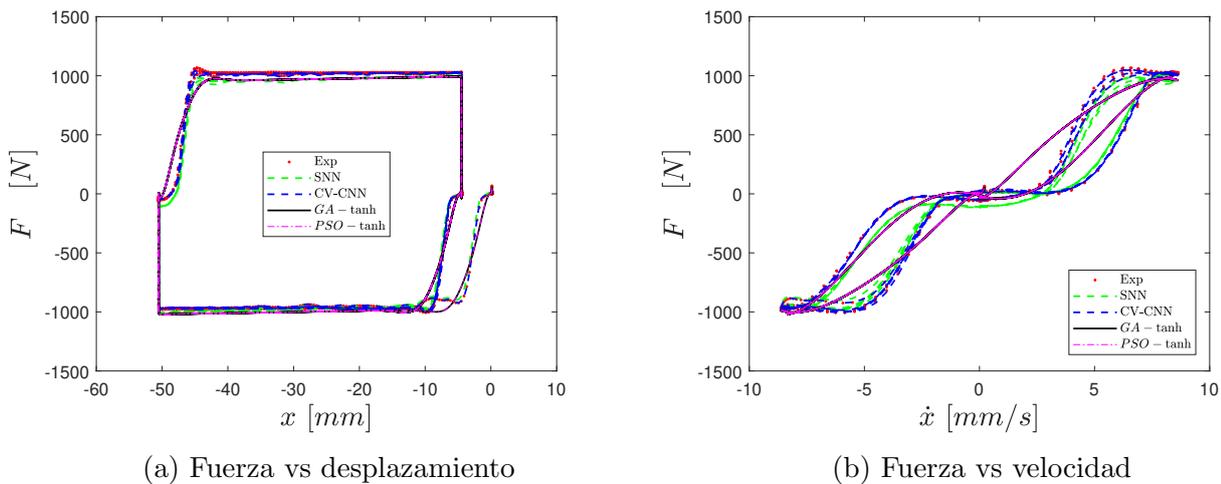


Figura 4.15: Comparación del ciclo histerético experimental y teórico utilizando los métodos  $GA - \tanh$ ,  $PSO - \tanh$ , CV-CNN y SNN, con configuración MRD para 5.4 V

engrosamiento por cizallamiento con dos ciclos histeréticos debido a la limitación de velocidad en

la máquina de ensayos universal.

Además, se realizaron otros experimentos que varían la velocidad y el voltaje para demostrar la eficiencia de los métodos, como por ejemplo el desplazamiento aleatorio que se muestra en la Fig. 4.16. La Fig. 4.17 presenta la estimación de fuerza del MRD sujeto al desplazamiento

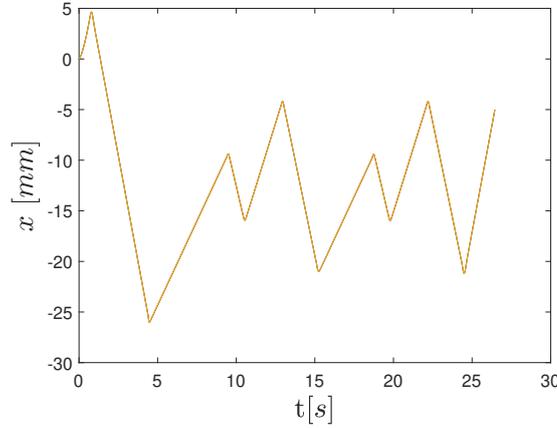


Figura 4.16: Prueba del MRD con desplazamiento aleatorio

descrito en la Fig. 4.16 y a un voltaje constante de 4.8 V, mientras que la Fig. 4.18 muestra los resultados de fuerza versus desplazamiento y fuerza versus velocidad. Además, se probó un desplazamiento que representa una onda diente de sierra con amplitud constante y voltaje aleatorio en el MRD que se muestran en la Fig. 4.19. Finalmente, la Fig. 4.20 ilustra la fuerza estimada bajo voltaje aleatorio y desplazamiento de ondas de sierra impuestos como entradas en el MRD. En consecuencia, se puede ver el efecto de la entrada de voltaje en la fuerza producida por el MRD al comparar la Fig. 4.19b y 4.20; por ejemplo, en el quinto segundo, se puede observar que cuando el voltaje disminuye también lo hace la fuerza resultante; en cambio, en el decimotercero segundo, la fuerza aumenta junto con el voltaje. Por otro lado, el rendimiento de las metodologías se evalúa teniendo en cuenta las métricas: el error cuadrático medio (MSE, por sus siglas en inglés Mean Square Error), el coeficiente de correlación  $R^2$  y las métricas WI. Estos índices de desempeño están definidos por:

$$\begin{aligned}
 MSE &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i - \hat{F}_i)^2, \\
 R^2 &= 1 - \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i - \hat{F}_i)^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F}_i)^2}, \\
 WI &= 1 - \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i - \hat{F}_i)^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{F}_i - \bar{F}_i + F_i - \bar{F}_i)^2}.
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Los resultados de las tres métricas se presentan en la tabla 4.5, donde (–) representa la ausencia de datos para el modelo matemático tanh porque la Eq. (5.3) es independiente del voltaje. Los resultados muestran que la CV-CNN presenta un mejor desempeño para la estimación de fuerza MRD, por ejemplo, el índice MSE para este algoritmo y desplazamiento aleatorio en la Fig. 4.16 es 74,9 %, 69,5 % y 42,5 % menos que GA–tanh, PSO–tanh y modelos SNN, respectivamente. Además, según la métrica  $R^2$ , los coeficientes de correlación son 94,5 %, 95,8 % y 98,6

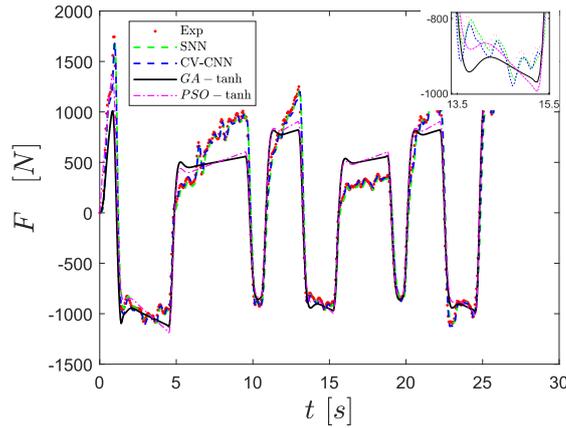
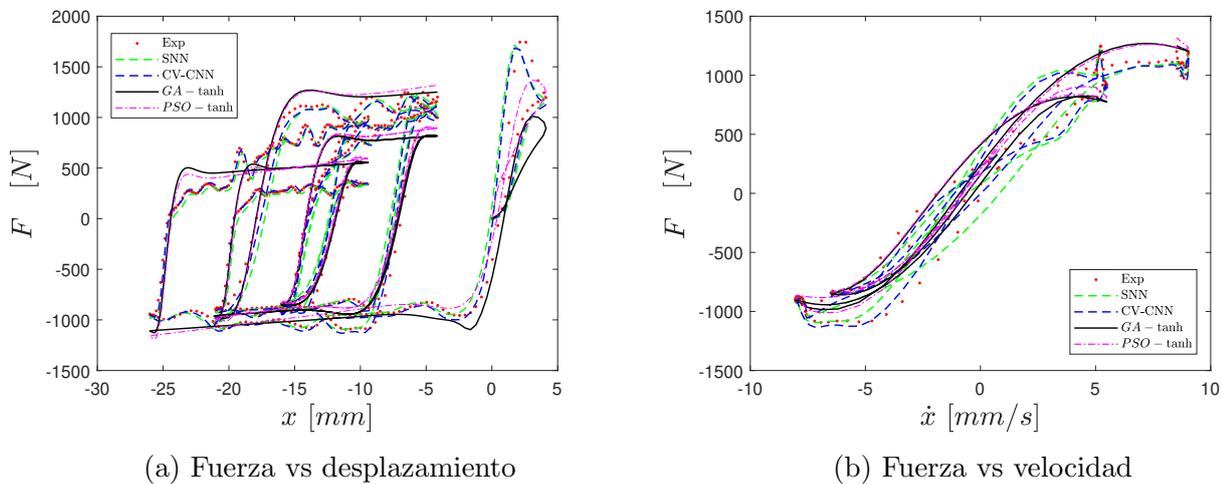


Figura 4.17: Comparación de fuerza teórica y experimental para el MRD, configurado en 4.8 V con desplazamiento aleatorio.



(a) Fuerza vs desplazamiento

(b) Fuerza vs velocidad

Figura 4.18: Comparación del ciclo histerético experimental y teórico utilizando los métodos  $GA - \tanh$ ,  $PSO - \tanh$ ,  $CV-CNN$  y  $SNN$ , con configuración MRD para 4.8 V

% para  $GA - \tanh$ ,  $PSO - \tanh$  y  $SNN$ , respectivamente, en comparación con el coeficiente de correlación de  $CV-CNN$ . Finalmente, para el WI, los coeficientes son 98.5%, 98.9% y 99.6% para  $GA - \tanh$ ,  $PSO - \tanh$  y  $SNN$ , respectivamente, en comparación con la  $CV-CNN$ . Por lo tanto, teniendo en cuenta las tres métricas como índice de evaluación, podemos afirmar que la  $CV-CNN$  tiene un rendimiento superior a los otros tres métodos para la estimación de la fuerza MRD. De los resultados de la prueba MRD con desplazamiento de sierra y voltaje aleatorio (ver Fig. 4.19), la  $CV-CNN$  presenta un MSE de 54.4% del  $SNN$ . Además, el  $SNN$  muestra 97,8% y 99,5% del coeficiente de correlación y el WI de  $CV-CNN$ , respectivamente. Por lo tanto, la estimación de la fuerza MRD por medio de la  $CV-CNN$  muestra un rendimiento superior al de la  $SNN$ .

En este capítulo se introdujeron cuatro tipos diferentes de algoritmos para estimar la fuerza del MRD; todos ellos son modelos adecuados del MRD según las métricas empleadas. Sin embargo, en todos los experimentos, la  $CV-CNN$  presenta una estimación más cercana a los valores experimentales que los otros tres algoritmos, incluso cuando los resultados están contaminados

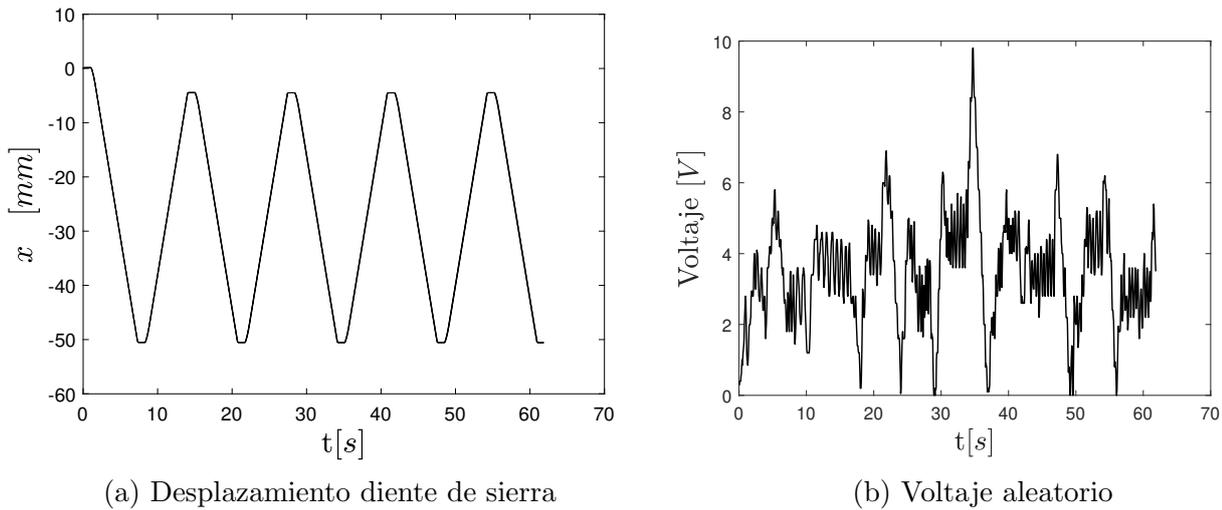


Figura 4.19: Pruebas de identificación de MRD con desplazamiento de sierra y voltaje aleatorio.

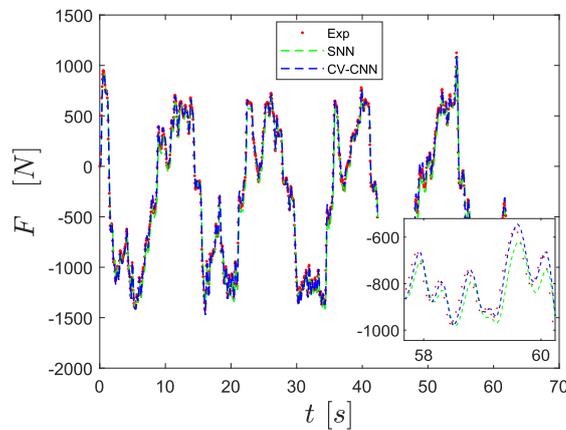


Figura 4.20: Comparación de fuerza teórica y experimental para voltaje aleatorio y desplazamiento de sierra.

con ruido de medición, lo que demuestra la versatilidad del método CV-CNN propuesto. Este desempeño confirma que el método propuesto es eficiente y preciso para la tarea de estimación de fuerza MRD a pesar del comportamiento variable en el tiempo del MRD.

La diferencia en el tiempo de entrenamiento entre CV-CNN y SNN se resume en la tabla 4.5. A pesar de que SNN requiere más épocas de entrenamiento consume el 5.5% del tiempo de cálculo usado por la CV-CNN. Por lo contrario, la CV-CNN propuesta usa 0.7% y 1.4% de GA y PSO, respectivamente. En la etapa de prueba, la CV-CNN requiere alrededor de 0.122 s mientras que el SNN requiere 0.007 s. Este tiempo de respuesta es una ventaja de la aplicación de ambas ANN. Además, aunque CNN presenta una precisión ligeramente mejor para esta aplicación con respecto a SNN, la diferencia en el rendimiento de CV-CNN no siempre es bajo como se informa en [69], donde la simulación de 4 modelos numéricos diferentes ha demostrado que CV-CNN presenta mejores resultados.

Con respecto a la configuración de parámetros, la mejor combinación posible que se pudo encontrar tanto para la CV-CNN como para el SNN se hizo por prueba y error, por lo tanto, una mejor combinación de parámetros podría generar resultados similares o mejores. Sin embargo, dada la naturaleza de este tipo de algoritmo, que en su mayoría inicializa estos parámetros

Tabla 4.5: Métricas de rendimiento y tiempo de entrenamiento para cada método de estimación de fuerza en diferentes pruebas

Método	MSE	$R^2$	WI	Tiempo de entrenamiento [s]
Experimentos de desplazamiento en la Fig. 4.13a				
<i>GA</i> – tanh	2520.0	0.9901	0.9975	69.65
<i>PSO</i> – tanh	2520.4	0.9901	0.9975	36.23
SNN	1909.0	0.9925	0.9981	0.026
CV-CNN	546.8	0.9978	0.9995	0.490
Experimentos de desplazamiento aleatorio en la Fig.4.16				
<i>GA</i> – tanh	46480	0.9273	0.9808	15.8
<i>PSO</i> – tanh	38270	0.9401	0.9843	14.16
SNN	20310	0.9682	0.9919	0.013
CV-CNN	11670	0.9817	0.9954	0.109
Experimentos de desplazamiento diente de sierra en la Fig.4.19				
<i>GA</i> – tanh	-	-	-	-
<i>PSO</i> – tanh	-	-	-	-
SNN	4991.6	0.9682	0.9919	0.0268
CV-CNN	2275.5	0.9898	0.9975	0.2627

aleatoriamente, es difícil determinar una estructura para cada aplicación. Por otra parte, el proceso de selección de parámetros puede reducirse por la experiencia en programación con estos algoritmos. Otra ventaja de la CV-CNN es que no requiere la velocidad como dato de entrada, eliminando la necesidad de estimarla o medirla. Otro resultado favorable la CV-CNN es que no es necesaria una comprensión completa de la dinámica interna del sistema que solo requiere datos de entrada y salida para lograr la estimación de la fuerza. Cabe destacar que los parámetros de CV-CNN y SNN son solo valores como en todas las ANN. Por lo tanto, estos parámetros no representan un valor físico a diferencia de otras alternativas como el modelo de Bouc-Wen.

Los resultados muestran que la CV-CNN tiene un mejor rendimiento de estimación que los otros algoritmos en todos los experimentos, incluso en condiciones de datos ruidosos. Sin embargo, a pesar de todas las ventajas que tienen los modelos CNN para la estimación de fuerzas, una limitación que presentan estos modelos son los mayores tiempos de procesamiento, en la dirección directa, en comparación con el SNN. En este sentido, las operaciones extra, como max-pool o la propia convolución aumentan el tiempo de procesamiento. Además, el número de capas en las CNN es más significativo que en las SNN. Además, no se pueden eliminar las limitaciones generales como el sobreajuste o el desvanecimiento de gradiente o gradiente explosivo. Sin embargo, el ajuste correcto puede reducirlos drásticamente a través de la operación max-pool. Sin perder de vista que la falta de datos para estos algoritmos es un problema. En este caso, nuevos métodos como el aprendizaje por transferencia podrían ser una alternativa.

# Capítulo 5

## Control semi-activo

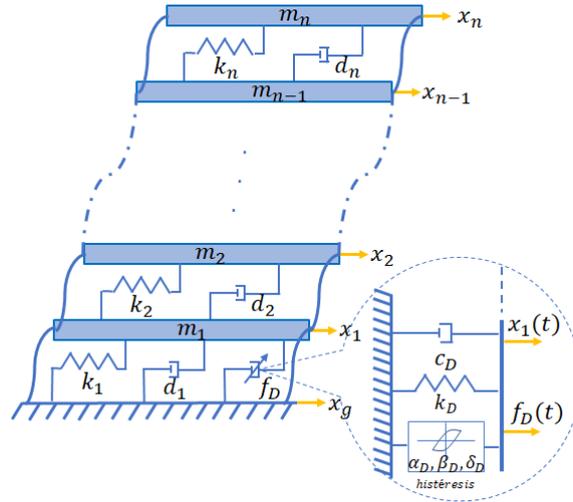
Esta sección proporciona una alternativa para el problema de control de vibraciones semi-activo a través de una retroalimentación de estado más un control de rechazo activo de perturbaciones (K-ADRC por sus siglas en inglés, K- Active Disturbance Rejection Control) para una estructura tipo edificio de varios pisos equipada con un amortiguador magnetorreológico (MRD por sus siglas en inglés, Magnetorheological Damper) ubicado entre planta baja y el primer piso. Esta ley de control introduce un observador de perturbaciones (DOB por sus siglas en inglés, Disturbance Observer) para estimar la perturbación total en tiempo real producida por un terremoto, la dinámica no modelada y las incertidumbres paramétricas, con el fin de cancelar una parte de su efecto usando la señal de control. Además, el K-ADRC proporciona un controlador proporcional derivativo diseñado para mejorar la estabilidad interna mediante el uso de un difeomorfismo. Una característica destacada del algoritmo ADRC es que el valor de la ganancia DOB se selecciona de acuerdo con el ancho de banda del sistema. Además, el modelo de estructura del edificio y el MRD se construye incorporando una no linealidad que representa el efecto de histéresis del actuador. Por otra parte, suponiendo que la aceleración es la única medida disponible en las estructuras se proporcionan filtros integrales para estimar el desplazamiento y la velocidad evitando sesgos, compensaciones y cambios de fase. Por último, este capítulo presenta resultados experimentales de un prototipo de edificio de dos pisos a escala reducida, los cuales demuestran un mejor rendimiento del K-ADRC propuesto en contraste con la retroalimentación de estado y el control LQR.

### 5.1. Modelo de un edificio de varios pisos equipado con un MRD

Considere una estructura del edificio de varios pisos sísmicamente excitada, fijada bajo tierra sólida y equipada con un amortiguador magnetorreológico ubicado entre la planta baja y el primer piso como se ilustra en la Fig. 5.1. Entonces, la ecuación de movimiento que describe la dinámica del edificio de varios pisos se expresa de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{x}(t) + \mathbf{F}_k(\dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{x}(t)) = \mathbf{\Gamma} f_D(t) - \mathbf{M}_s \mathbf{l} \ddot{x}_g(t), \quad (5.1)$$

donde la mayoría de los elementos son definidos anteriormente:  $\mathbf{x}(t)$ ,  $\dot{\mathbf{x}}(t)$ ,  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$  son los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración relativos al suelo junto al vector de distribución  $\mathbf{l}$  se encuentran en la Ec. (2.20). Además,  $\ddot{x}_g(t)$  representa la aceleración del suelo producida por el sismo,  $\mathbf{\Gamma}$  la matriz de ubicación de los amortiguadores definida en (3.2). Asimismo, las matrices de masa  $\mathbf{M}_s$ , amortiguamiento  $\mathbf{D}_s$  y rigidez  $\mathbf{K}_s$  se describen respectivamente por (2.21), (2.22)

Figura 5.1: Edificio de  $n$ -pisos equipado con un MRD

y (2.23). Por otra parte,  $\mathbf{F}_k(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$  es el vector de rigidez no lineal que se puede definir como

$$\mathbf{F}_k(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)) = \begin{bmatrix} \alpha_1 \tanh(\beta_1 \dot{x}_1(t) + \delta_1 \text{sign}(x_1(t))) \\ \alpha_2 \tanh(\beta_2 (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) + \delta_2 \text{sign}(x_2(t) - x_1(t))) \\ \vdots \\ \alpha_n \tanh(\beta_n (\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n-1}(t)) + \delta_n \text{sign}(x_n(t) - x_{n-1}(t))) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \quad (5.2)$$

donde  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\delta_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  son parámetros constantes que determinan la forma del ciclo de histéresis. Además,  $f_D(t)$  en la Fig. 5.1 representa la fuerza estimada del MRD, la cual es definida por una función tangencial hiperbólica con dependencia de entrada de corriente [70]. Para simplificar se propone el siguiente modelo modificado:

$$\begin{aligned} f_D(t) &= c_D \dot{x}_1(t) + k_D x(t) + \alpha_D h(t) v(t) + f_0, \\ h(t) &= \tanh(\beta_D \dot{x}_1(t) + \delta_D \text{sign}(x_1(t))), \end{aligned} \quad (5.3)$$

donde  $c_D$  y  $k_D$  son los coeficientes de viscosidad y rigidez, respectivamente,  $\alpha_D$  es el factor de escala de histéresis,  $h(t)$  representa el estado histórico dado por una función tangente hiperbólica,  $v(t)$  es el voltaje para la señal de control y  $f_0$  es la compensación de la fuerza del amortiguador. Además, el factor de escala  $\delta_D$  y el signo de desplazamiento determinan el ancho del ciclo histórico; conjuntamente, el coeficiente  $\beta_D$  representa el factor de escala de la velocidad del amortiguador que define la pendiente histórica. Por lo tanto, introducir (5.3) en el (5.1) permite describir la dinámica del edificio controlado como

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{M}_s^{-1} [(-\mathbf{C}_D) \dot{\mathbf{x}}(t) + (-\mathbf{K}_D) \mathbf{x}(t) - \mathbf{F}_k(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)) \\ &\quad + \mathbf{\Gamma} (\alpha_D \tanh(\beta_D \dot{x}_1(t) + \delta_D \text{sign}(x_1(t))) v(t) - f_0)] - \mathbf{l} \ddot{x}_g(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \ddot{\mathbf{x}}(t). \end{aligned} \quad (5.4)$$

donde las salidas  $\mathbf{y}(t)$  son las aceleraciones en cada piso. Con el fin de simplificar la matriz de localización de los actuadores se puede redefinir a un vector para el caso particular con solo un MRD ubicado entre el suelo y el primer piso, es decir,  $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^{n \times 1} = [1, 0, \dots, 0]^T$ . De manera similar, las matrices  $\mathbf{C}_D$  y  $\mathbf{K}_D$  son modificadas en la primera línea de la siguiente manera

$$[\mathbf{K}_D]_1 = [k_1 + k_2 + k_D \quad -k_2 \quad 0 \quad \dots \quad 0]. \quad (5.5)$$

Por otro lado, considerando las variables de cambio de estado  $\mathbf{z}(t) = [\mathbf{z}_1(t), \mathbf{z}_2(t)]^T = [\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)]^T$ , el sistema (5.4) se puede reescribir en la forma espacio-estado como

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{D}\ddot{x}_g(t) + \tilde{\mathbf{F}}_k(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\dot{\mathbf{z}}(t),\end{aligned}\quad (5.6)$$

con

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{K}_D & -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{C}_D \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{\Gamma} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D} &= - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{F}}_k(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)) = - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{F}_k(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= [\mathbf{0}_{n \times n} \quad \mathbf{I}_{n \times n}].\end{aligned}\quad (5.7)$$

Por lo tanto, para la realización de una retroalimentación de estado al sistema (5.6) se requieren de señales no disponibles y, por consiguiente, deben estimarse usando un observador de estados o un filtro integrador.

## 5.2. Estimador de desplazamiento y velocidad

Es importante señalar que la ley de control a proponer depende una transformación que requiere del desplazamiento y la velocidad. Sin embargo, dado que esas señales no están disponibles deben estimarse a partir de las mediciones de aceleración. Para ello, una forma de solucionar este problema es estimar a través de integradores numéricos a pesar de que la eficiencia se ve afectada por cuatro fenómenos: sesgo, ruido, técnica de integración y aliasing<sup>1</sup>. Con el fin de contrarrestar estos eventos se usa una combinación de filtros de cancelación de desplazamiento y pasa altas en lugar del integrador ideal [71].

Considere la aceleración medida en cada piso expresada como

$$a(t) = k_a \ddot{x}(t) + \ddot{x}_s(t) + w(t) + q, \quad (5.8)$$

donde  $k_a$  es la ganancia del acelerómetro,  $\ddot{x}(t)$  es la medida de aceleración registrada por el acelerómetro,  $\ddot{x}_s(t)$  describe el error debido al fenómeno de muestreo o aliasing,  $w(t)$  representa el ruido de medición y, finalmente,  $q$  denota la compensación de la gravedad  $0$ , es decir,  $0 g$ . Primero, el filtro de cancelación de compensación (OCF, por sus siglas en inglés, offset cancellation filter) se calcula mediante un tiempo de muestreo retrasado ( $\delta$ ) de (5.8) de la siguiente manera:

$$a(t - \delta) = k_a \ddot{x}(t - \delta) + \ddot{x}_s(t - \delta) + w(t - \delta) + q. \quad (5.9)$$

Segundo, se define un factor de correlación entre la aceleración retrasada (5.9) y la aceleración (5.8)

$$r(t) = a(t) - a(t - \delta); \quad r(0) = 0, \quad (5.10)$$

donde se considera que el sistema parte del reposo, es decir, este factor de correlación es cero para el  $t = 0$ . Por consiguiente, la aceleración libre compensada  $\ddot{\hat{x}}(t)$  se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\ddot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=0}^N r(t - i); \quad \ddot{\hat{x}}(0) = 0 \\ &= k_a \ddot{x}(t) + \ddot{x}_s(t) + w(t).\end{aligned}\quad (5.11)$$

<sup>1</sup>Fenómeno que ocurre cuando señales continuas diferentes se vuelven indistinguibles al ser muestreadas digitalmente

A continuación, se aplican dos filtros de pasa altas para la atenuación del ruido ya que el proceso de integración es sensible a la polarización de baja frecuencia. Dichos filtros pueden ser los filtros Sallen-Key de ganancia unitaria que se definen como

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + \left(\frac{2}{\tau}\right)s + \frac{1}{\tau^2}}, \quad (5.12)$$

donde  $\tau$  es la constante de tiempo del filtro relacionada con la frecuencia de corte  $f_c$ , la cual puede ser seleccionada analizando el ancho de banda del sistema a través de la FFT a la señal de aceleración libre de compensación (5.11). Finalmente, la integración numérica se aplica a la señal filtrada mediante el uso de un método numérico para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias como el método de Dormand-Prince. En conclusión, la metodología de integración se resume en la Fig. 5.2.

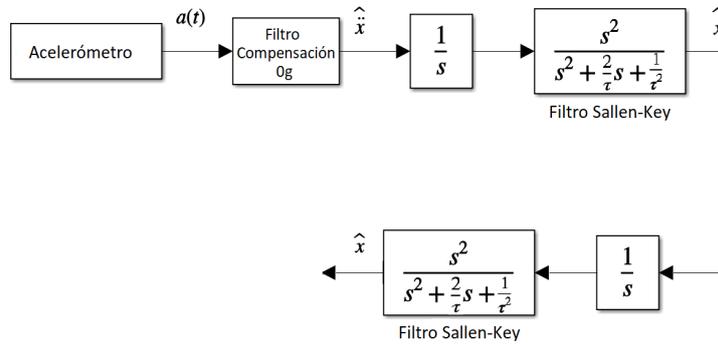


Figura 5.2: Filtro integrador

### 5.3. Controlador K-ADRC

Partiendo de que los estados están disponibles para el diseño de la señal de control en esta sección se propone un controlador PD más un observador de perturbaciones (DOB).

#### 5.3.1. Transformación

La parte lineal del sistema (5.6) se transforma a la forma estándar controlador y se expresa como

$$\dot{\xi}(t) = \mathbf{A}_c \xi(t) + \mathbf{B}_c u(t) + \mathbf{D}_c f(t, \xi(t)), \quad (5.13)$$

con

$$\mathbf{A}_c = \mathbf{TAT}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_{2n} & -a_{2n-1} & -a_{2n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}, \quad (5.14)$$

$$\mathbf{B}_c = \mathbf{TB} = [\mathbf{0}_{2n-1 \times 1} \quad 1]^T, \quad \mathbf{D}_c = \mathbf{B}_c \in \mathbb{R}^{2n \times 1},$$

donde  $a_{2n}, \dots, a_1$  son los coeficientes del polinomio característico de  $(\det(s\mathbf{I}_{2n \times 2n} - \mathbf{A}))$ , mientras que la función  $f(t, \xi)$  representa dinámicas no modeladas y perturbaciones externas. Por otro lado, la transformación para la forma canónica controlable se define como

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{T}\xi(t), \quad (5.15)$$

donde  $\mathbf{T}$  se define a través de las matrices de controlabilidad  $\mathcal{C}_c$  y  $\mathcal{C}$  de los sistemas (5.6) y (5.13) de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_c &= [\mathbf{B}_c \ \mathbf{A}_c \mathbf{B}_c \ \mathbf{A}_c^2 \mathbf{B}_c \ \dots \ \mathbf{A}_c^{n-1} \mathbf{B}_c] \\ &= [\mathbf{T}\mathbf{B} \ \mathbf{T}\mathbf{A}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{B} \ \mathbf{T}\mathbf{A}^2\mathbf{T}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{B} \ \dots \ \mathbf{T}\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{B}] \\ &= \mathbf{T}\mathcal{C} \\ \Rightarrow \mathbf{T} &= \mathcal{C}_c \mathcal{C}^{-1} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Por lo tanto, el sistema (5.13) se puede expresar como

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1(t) &= \xi_2(t) \\ \dot{\xi}_2(t) &= \xi_3(t) \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_n(t) &= b_0 u(t) + d(t) \end{aligned} \quad (5.17)$$

donde  $b_0$  es la ganancia de control,  $u(t)$  el control aplicado y  $d(t) = -a_{2n}\xi_1 - a_{2n-1}\xi_2 - \dots - a_1\xi_{2n} + f(t, \xi)$  corresponde a perturbaciones endógenas y exógenas. Cabe destacar que se supone que la perturbación y su derivada temporal de primer orden están acotadas, es decir, existen dos constantes finitas tales que:

$$|d(t)| \leq D_{d1}, \quad |\dot{d}(t)| \leq D_{d2}, \quad D_{d1}, D_{d2} \in \mathbb{R}^+. \quad (5.18)$$

### 5.3.2. Diseño de ley de control

Los autores [72] presentan una ley de control para el sistema (5.17) que es definida como

$$u(t) = b_0^{-1}[u_n(t) - \hat{d}(t)], \quad (5.19)$$

donde  $\hat{d}(t)$  es la perturbación estimada y  $u_n(t)$  es la señal de control nominal similar a un controlador por modo deslizante [73]. Asumiendo que la estimación es equivalente a la perturbación  $\hat{d}(t) = d(t)$  y se conoce  $b_0$ , entonces (5.17) se convierte en

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1(t) &= \xi_2(t) \\ \dot{\xi}_2(t) &= \xi_3(t) \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_n(t) &= u_n(t). \end{aligned} \quad (5.20)$$

Por lo tanto, la ley de control para la planta (5.20) por retroalimentación de estado se define como

$$u_n(t) = -\mathbf{K}\xi(t), \quad (5.21)$$

donde  $\mathbf{K} = [\kappa_1 \ \dots \ \kappa_{2n}] \in \mathbb{R}^{1 \times 2n}$  es el vector de ganancias constantes, que se seleccionan a través de la asignación de polos, LQR o cualquier otra estrategia que garantice que sea un sistema Hurwitz estable.

Por otro lado, la perturbación se estima a través del siguiente DOB

$$\dot{\hat{d}}(t) = -\beta\hat{d}(t) + \beta(\dot{\xi}_n(t) - b_0u(t)), \quad (5.22)$$

donde  $\beta$  es una ganancia que representa la frecuencia de corte del filtro para la estimación de la perturbación [74]. Sin embargo, teniendo en cuenta que  $\dot{\xi}_n(t)$  es un estado no medible; por lo que se introduce una variable auxiliar:

$$w(t) = \hat{d}(t) - \beta\xi_n(t). \quad (5.23)$$

De modo que su derivada temporal se expresa en sus propios términos usando la dinámica (5.22)

$$\dot{w}(t) = -\beta w(t) - \beta^2\xi_n(t) - \beta b_0u(t). \quad (5.24)$$

En consecuencia, considerando esta variable (5.23) y el control nominal (5.21) la ley de control (5.19) se puede reescribir como

$$u(t) = b_0^{-1}[-\mathbf{K}\xi - w(t) - \beta\xi_n(t)], \quad (5.25)$$

o, equivalentemente, para su implementación

$$u(t) = b_0^{-1}[-\mathbf{K}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{z}(t) - w(t) - \beta[\mathbf{T}^{-1}\mathbf{z}]_n(t)]. \quad (5.26)$$

donde  $[\mathbf{T}^{-1}\mathbf{z}]_n$  representa el último estado después de la multiplicación con la inversa de la transformación. Adicionalmente, note que esta ley de control posee una singularidad cuando  $b_0$  es cero. Para evitar esto, la ganancia del MRD  $b_0$  se define de la siguiente manera

$$b_0 = \begin{cases} |b_0| < \epsilon & b_0 = \epsilon \\ |b_0| > \epsilon & \frac{1}{m_1}\alpha_D \tanh(\beta_D \dot{x}_1(t) + \delta_D \text{sign}(x_1(t))) \end{cases}, \quad (5.27)$$

aquí  $\epsilon \in \mathbb{R}^+$  es una pequeña constante arbitraria para evitar la singularidad. Por lo tanto, la

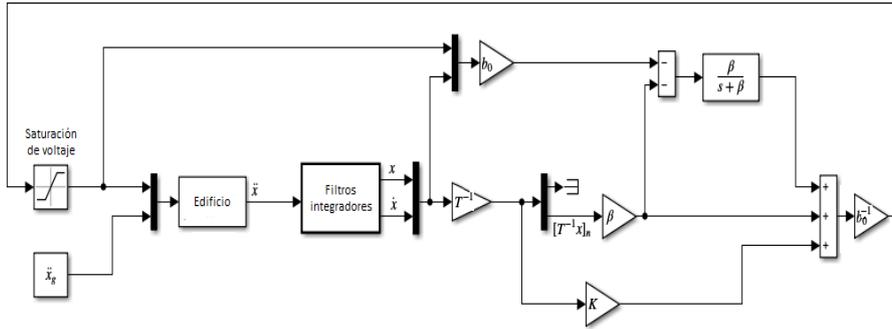


Figura 5.3: Esquema ADRC implementado

ley de control (5.26) se puede implementar a través de la transformada y la dinámica de la variable auxiliar (5.24) en el dominio de Laplace

$$w(s) = \frac{\beta(-\beta[\mathbf{T}^{-1}\mathbf{z}]_n(s) - b_0u(s))}{s + \beta}, \quad (5.28)$$

como se muestra en la Fig. 5.3.

### 5.3.3. Análisis de estabilidad del control de rechazo de perturbaciones activo basado en observadores

Considerando el error de observación de la perturbación  $e_o(t) = d(t) - \hat{d}(t)$ , la ley de control (5.19) y la última dinámica de estado (5.17), la dinámica del DOB se puede representar como

$$\dot{\hat{d}}(t) = \beta e_o(t) \quad (5.29)$$

Recordando que en control de vibraciones el desplazamiento deseado es cero, entonces, la observación de perturbaciones y la dinámica de errores de seguimiento se pueden expresar como

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1(t) &= \xi_2(t) \\ \dot{\xi}_2(t) &= \xi_3(t) \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_n(t) &= -\kappa_1 \xi_1(t) - \kappa_2 \xi_2(t) - \cdots - \kappa_n \xi_n(t) + e_o(t) \\ \dot{e}_o(t) &= \dot{d}(t) - \beta e_o(t). \end{aligned} \quad (5.30)$$

Definiendo los estados  $\mathbf{X}(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_n(t), e_o(t)]^T$ , el sistema (5.30) se puede expresar como

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}_e \mathbf{X}(t) + \mathbf{D}_e(t), \quad (5.31)$$

con

$$\mathbf{A}_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ -\kappa_1 & -\kappa_2 & -\kappa_3 & \cdots & -\kappa_{2n} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -\beta \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(2n+1) \times (2n+1)},$$

$$\mathbf{D}_e(t) = [0, \dots, 0, \dot{d}(t)]^T \in \mathbb{R}^{(2n+1) \times 1}.$$

La estabilidad en lazo cerrado del sistema (5.31) puede ser garantizada según el teorema de Lyapunov [75]. Por simplicidad para sistemas lineales, existe una matriz definida simétrica y positiva, es decir,  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$ ,  $\mathbf{P} > 0$  tal que

$$\mathbf{A}_e^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_e = -\mathbf{I}. \quad (5.32)$$

Por consiguiente, considere la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(t) = \mathbf{X}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{X}(t), \quad (5.33)$$

la cual es una función definida positiva. La matriz  $\mathbf{P}$  es definida simétrica y positiva y existe cuando se satisface la propiedad de Lyapunov. Así, considerando la Ec. de Lyapunov (5.32) la derivada de la Ec. (5.33) a lo largo de la dinámica (5.31) es

$$\dot{V}(t) = \mathbf{X}^T(t) (\mathbf{A}_e^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_e) \mathbf{X}(t) + 2\mathbf{X}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{D}_e(t). \quad (5.34)$$

Considerando (5.32) se obtiene la igualdad

$$\dot{V}(t) = -\|\mathbf{X}(t)\|^2 + 2\mathbf{X}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{D}_e(t). \quad (5.35)$$

Además, dado que el vector  $\mathbf{D}_e(t)$  está acotado por (5.18) y que se cumple la desigualdad de Rayleigh ( $\lambda_{\min}(\mathbf{P}) < R(\mathbf{P}) < \lambda_{\max}(\mathbf{P})$ ),  $\dot{V}(t)$  está acotado por

$$\dot{V}(t) \leq -\|\mathbf{X}(t)\| [\|\mathbf{X}(t)\| - 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})D_{d2}], \quad (5.36)$$

donde  $\lambda_{\max}(\mathbf{P})$  representa el mayor valor propio de la matriz  $\mathbf{P}$ . Por lo tanto, el sistema (5.31) es asintóticamente estable si  $\|\mathbf{X}(t)\| - 2\lambda_{\max}(\mathbf{P})D_{d2} > 0$ , o de manera equivalente de acuerdo con el Lema 1,

$$\frac{D_{d2}}{\|\mathbf{X}(t)\|} < \frac{-\sigma_{sa}(\mathbf{A}_e)}{2}, \quad (5.37)$$

aquí  $\sigma_{sa}(\mathbf{A}_e) = \max_i[\operatorname{Re}(\lambda_i(\mathbf{A}_e))]$ ,  $i = 1, \dots, 2n + 1$  es el espectro abscisa de  $\mathbf{A}_e$  y corresponde a su valor propio más a la derecha en el plano complejo que se obtiene del siguiente Lema por [76] (Lema 3)

**Lema 1.** Si  $\mathbf{H}$  es una matriz asintóticamente estable y se cumple la igualdad  $\mathbf{H}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{H} = -\mathbf{I}$  con  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$ ,  $\mathbf{P} > 0$  una simétrica y definida positiva entonces se cumple que

$$\frac{1}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \leq -\sigma_{sa}(\mathbf{H}) \quad (5.38)$$

donde  $\sigma_{sa}(\mathbf{H})$  es la abscisa espectral de  $\mathbf{H}$ , y la igualdad se cumple cuando  $\mathbf{H}$  es una matriz normal.

Tenga en cuenta que  $\mathbf{A}_e$  es una matriz normal si cumple con  $\mathbf{A}_e^* \mathbf{A}_e = \mathbf{A}_e \mathbf{A}_e^*$ . Asimismo, cabe destacar que  $\mathbf{A}_e$  es una matriz real, por lo tanto, el  $\mathbf{A}_e^*$  es igual a la transpuesta conjugada de  $\mathbf{A}_e^T$ . En consecuencia, el sistema de lazo cerrado está últimamente uniformemente acotado por (5.37) [77].

## 5.4. Aplicación en tiempo real

Esta sección presenta resultados experimentales para evaluar el desempeño de la ley de control propuesta desarrollada en la sección previa.

### 5.4.1. Prototipo de Edificio

El prototipo de edificio de dos pisos a escala reducida descrito en la sección 3.3.3 fue modificado para evaluar el control propuesto como se muestra en la Fig. 5.4. En los experimentos de esta sección la estructura está equipada con un amortiguador magnetorreológico modelo RD-1097-01 de la empresa LORD, el cual tiene una fuerza máxima de 100 N, carrera  $\pm 25$  mm y tiempo de respuesta  $< 25$  ms. La fuerza en el modo de desactivación pasiva (0 V) es inferior a 9 N a una velocidad del pistón de 200 mm/s [78]. Adicionalmente, la instrumentación está conectada a un ordenador de control con Windows 7 y Matlab 2011a/Simulink<sup>®</sup> a través de QUARC, software de control de arquitectura abierta y placa electrónica serie RT-DAC/USB2 con múltiples canales de entrada/salida de INTECO a un tiempo de muestreo establecido en 5 ms.

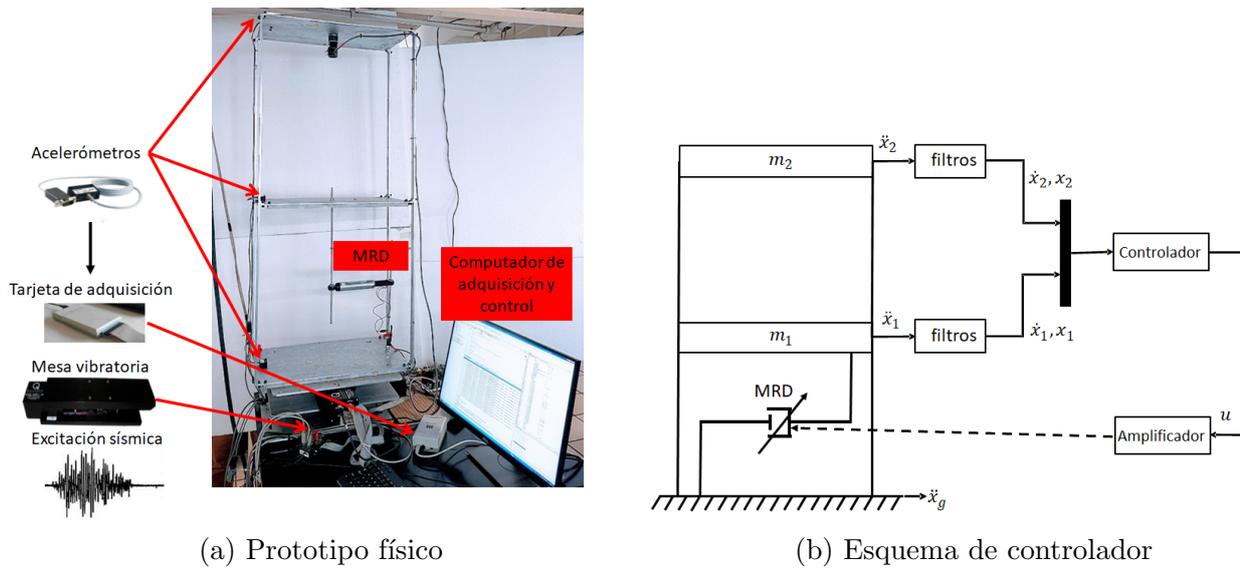


Figura 5.4: Prototipo a escala del de edificio de dos pisos con MRD

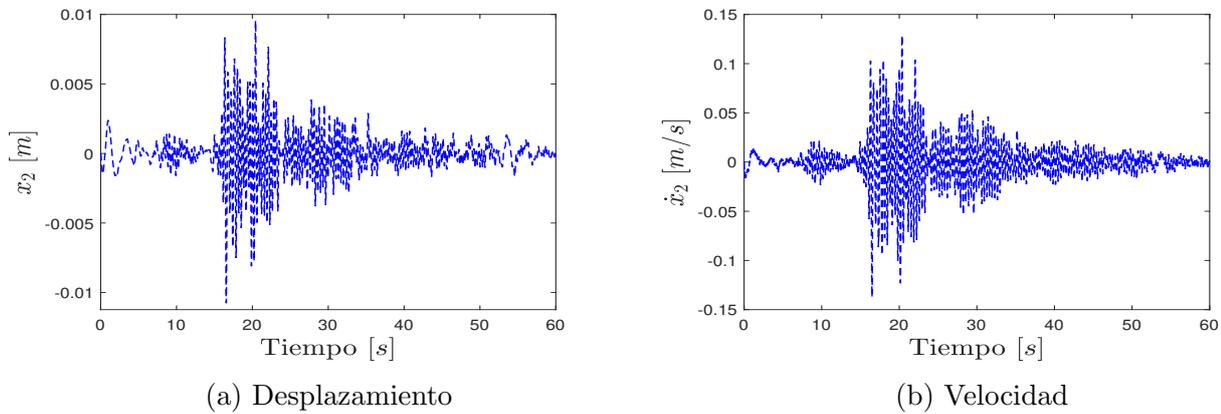


Figura 5.5: Estados estimados para el segundo piso

### 5.4.2. Resultados experimentales

De acuerdo con la metodología descrita para el filtro integrador 5.2, la compensación de  $0g$  se determina en  $2.50048 V$ . Además, el estimador está diseñado considerando una frecuencia de corte  $0.3 Hz$  para el filtro Sallen-Key con ganancia unitaria, es decir,  $\tau = 0.53$ . Por ejemplo, la Fig. 5.5 muestra el desplazamiento y la velocidad estimados para el segundo piso bajo esta metodología.

Por otra parte, los parámetros del MRD fueron identificados de la misma manera que la sección 4.3.1. De manera similar, los parámetros de la estructura del edificio se identifican empleando el algoritmo de optimización de enjambre de partículas y la siguiente función objetivo

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|(\ddot{x}_i - \hat{\ddot{x}}_i)^2\|, \quad (5.39)$$

donde  $N$  indica el número de datos experimentales,  $\ddot{x}$  y  $\hat{\ddot{x}}$  son, respectivamente, las aceleraciones experimental y estimada, esta última obtenida a partir del modelo Eq. (5.4). En consecuencia, la tabla 5.1 presenta los parámetros estimados después del proceso iterativo. Tenga en cuenta

Parámetros	Valores	Parámetros	Valores
$m_1$	3.17 kg	$k_D$	0.9717 N/m
$k_1$	7.388 N/m	$c_D$	110.7796 N·s/m
$c_1$	9.04 N·s/m	$\alpha_D$	0.2517
$m_2$	4.609 kg	$\delta_D$	-2.1770
$k_2$	344.68 N/m	$\beta_D$	5.5162
$c_2$	6.53 N·s/m	$f_0$	9.9505 N

Tabla 5.1: Parámetros nominales del prototipo de edificio equipado con un MRD

que (5.16) describe una transformación invertible, por lo tanto, sustituyendo los parámetros de la tabla 5.1 en las matrices (5.7) y (5.13) se obtiene

$$T = \begin{bmatrix} 0 & -0.0007 & -0.0003 & -0.0010 \\ 0 & 0.0424 & 0.0000 & 0.0001 \\ 0 & -0.0033 & -0.0000 & 0.0424 \\ 3.1700 & -3.1697 & 0.0601 & -0.0634 \end{bmatrix}. \quad (5.40)$$

Por otro lado, las constantes de ganancia de retroalimentación  $K = [0.0201 \ -32.5864 \ 0.1746 \ -26.6850]$  se seleccionan a través de frecuencias naturales y una constante  $\sigma = 1.001$  en la metodología planteada por [79]. Además, la ganancia del observador de perturbaciones  $\beta = 0.05$  se elige por ensayo y error, minimizando el error cuadrático integral (ISE), definido como:

$$ISE = \int_0^t (r(\tau) - x(\tau))^2. \quad (5.41)$$

Cabe mencionar que la referencia para el sistema dinámico en el control de vibraciones es cero. Además, para realizar los experimentos se utiliza uno de los componentes del registro sísmico de Kobe de 1995, que ha sido escalado; es decir, su magnitud de desplazamiento se reduce para que coincida con el prototipo del edificio. Sin embargo, la aceleración se mantiene igual como se ilustra en la Fig. 5.6. Como resultado, los desplazamientos del edificio en cada

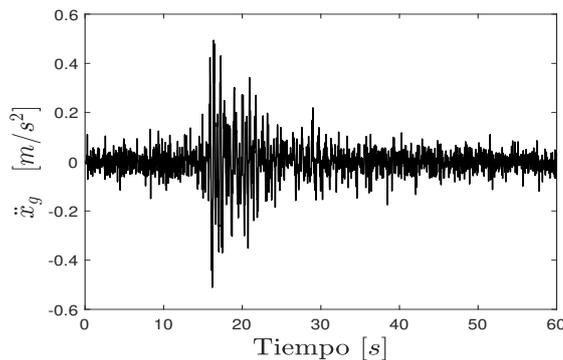


Figura 5.6: Componente del terremoto de Kobe de 1995

piso se muestran en la Fig. 5.7 donde  $x_a$  y  $x_c$  describen desplazamientos en lazo abierto y cerrado con el MRD instalado en la estructura, respectivamente. Por consiguiente, se observa que la K-ADRC propuesta tiene un buen desempeño para el control de vibraciones empleando

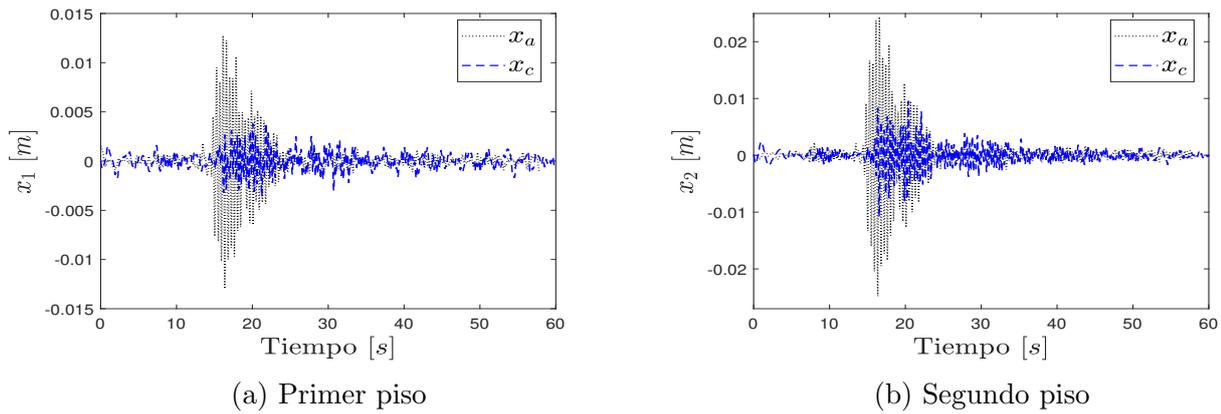


Figura 5.7: Resultados de la comparación en lazo abierto y cerrado

el MRD, el cual estima la perturbación que se muestra en la Fig. 5.8. La incertidumbre estimada resulta de la respuesta estructural considerando perturbaciones externas como el terremoto y la incertidumbre paramétrica en el sistema no lineal. El voltaje requerido por la ley de control

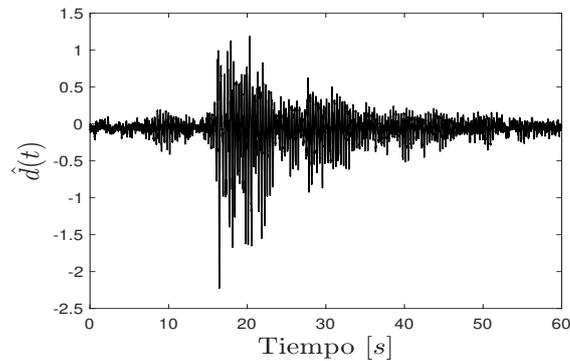


Figura 5.8: Perturbación estimada por el DOB

se muestra en la Fig. 5.9(a). Asimismo, la fuerza estimada por (5.3) en la Fig. 5.9(b). Cabe

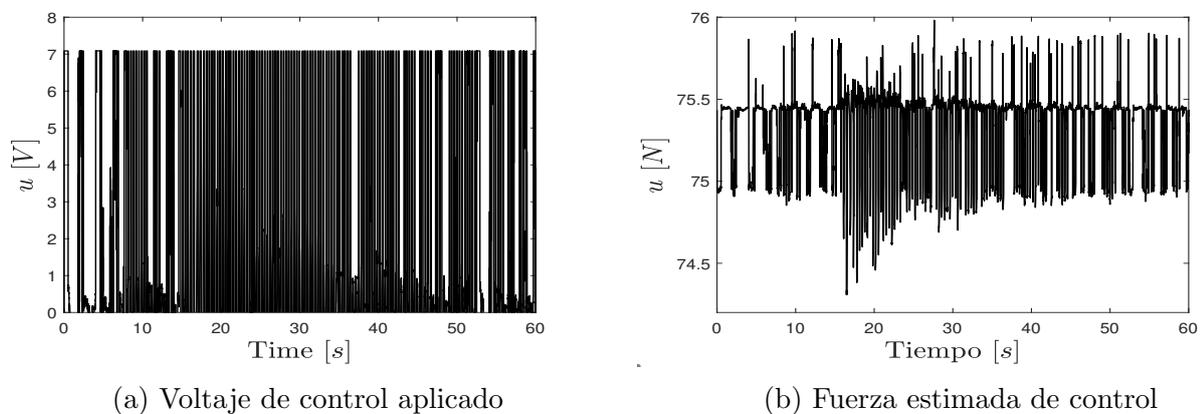


Figura 5.9: Ley de control

mencionar que el voltaje aplicado al MRD se satura a 7 V en lugar de 12 V como indica la hoja

de datos para trabajar en la región de control del actuador y evitar su saturación. Esto debido a que una tensión superior produce que el pistón amortiguador no se mueva comportándose como un elemento adicional que aporta rigidez a la estructura; en consecuencia, es un estado indeseable debido a que la ganancia de MRD (5.27) depende del movimiento del pistón.

Para comparar el esquema de control propuesto, se evaluó el prototipo del edificio en lazo abierto, con el control nominal, que corresponde a la retroalimentación de estado, y por medio del controlador LQR con  $Q = \text{diag}([2 \ 2 \ 1 \ 1])$  y  $R = 1 \times 10^{-3}$ . De hecho, una comparación gráfica de la respuesta estructural se presenta en la Fig. 5.10. Además, como medida de rendimiento

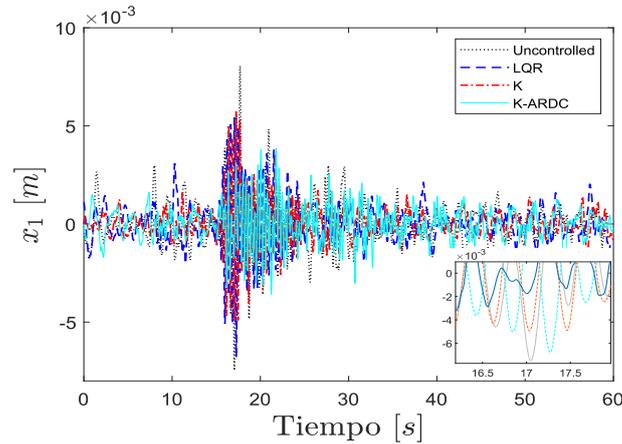


Figura 5.10: Respuesta en lazo cerrado de cada controlador

de los controladores se considera el porcentaje de atenuación (AP) de la Ec. (3.36), el cual es definido como

$$AP = \frac{\bar{x}_a - \bar{x}_c}{\bar{x}_a} * 100 \%, \quad (5.42)$$

donde  $\bar{x}_c$ ,  $\bar{x}_a$  representan el desplazamiento medio en lazos cerrados y abiertos, respectivamente; por lo tanto, los porcentajes de atenuación se resumen en la tabla 5.2. Los resultados de la

Controlador	Sin control	Retroalimentación	LQR	K-ADRC
AP en $x_1$	7.6	19.32	32.16	42.12
AP en $x_2$	37.4	36.46	39.9	47.27

Tabla 5.2: Porcentajes de atenuación para cada estrategia

tabla 5.2 muestran que la técnica de control propuesta presenta una reducción más significativa en el desplazamiento medio con respecto a otras técnicas de control. Además, el K-ADRC reduce alrededor de 40% los desplazamientos respecto a la respuesta sin control. Por otro lado, la Fig. 5.9(b) muestra la magnitud de las señales de control para el ADRC, que nunca supera la restricción física de 76 N a 7 V impuesta por el actuador. Por lo tanto, la reducción de vibraciones en edificios es viable a partir de una adecuada ley de control aplicada a un amortiguador magnetorreológico.

# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajos futuros

### 6.1. Conclusiones

Se han presentado dos estrategias de control de vibraciones: activo y semiactivo. Para el control activo se propuso un método de sintonización novedoso para ajustar las dos ganancias de un controlador PD para estructuras tipo edificios sometidas a una acción sísmica. La contribución teórica de este trabajo es que se ha demostrado la estabilidad del controlador PD modal para edificios de varios pisos, el cual es diseñado a partir de frecuencias de vibración. Es decir, sobre la base de la transformación del análisis modal se garantiza la ubicación de los polos en el eje real izquierdo. Al utilizar el teorema de los polinomios de Kharitonov y los criterios de Routh-Hurwitz se derivan condiciones suficientes y necesarias de estabilidad para seleccionar el rango de ganancias del controlador PD. En conclusión, el diseño propuesto proporciona un controlador que asegura la estabilidad en lazo cerrado y atenúa la perturbación producida por sismos. El nuevo enfoque se aplica con éxito a un prototipo de edificio de dos pisos. Por consiguiente, la simplicidad de la metodología de diseño lo convierte en un controlador prometedor para aplicaciones prácticas, ya que es evidente que el controlador PD únicamente requiere el ancho de banda del sistema, lo que tiene la ventaja de estar diseñado alrededor de una prueba experimental.

Aunque teóricamente las ganancias  $\mathbf{K}_D$  y  $\mathbf{K}_P$  se pueden diseñar usando el factor (3.50)  $\sigma \in (1, \infty)$  hasta el infinito, las ganancias deben acotarse a los límites físicos del actuador para propósitos prácticos, lo cual se puede lograr colocando una saturación en la acción de control. A su vez es necesario realizar más investigaciones para evaluar el potencial de este enfoque debido a los resultados experimentales obtenidos, los cuales son un buen paso para la investigación en esta dirección.

Por otra parte, se ha introducido un controlador  $\mathcal{H}_\infty$  para mejorar la respuesta de un edificio equipado con AMD sometido a eventos sísmicos. La norma  $\|W_3U\|_\infty < \gamma$  es funcional para establecer límites del controlador. Como ventaja este controlador es una generalización para el diseño de control de vibraciones en estructuras es eficaz. La metodología del diseño del controlador  $\mathcal{H}_\infty$  reduce considerablemente los desplazamientos y evita la distorsión entre pisos debido a la factorización copríma y la solución del problema de coincidencia de modelos.

Con respecto al control semiactivo, primeramente se han introducido varios modelos del amortiguador magnetoreológico y seleccionado uno con la intención de identificar el mejor modelo posible para ejercer control y al mismo tiempo pueda caracterizar la respuesta experimental. En segundo lugar, se introduce una técnica de aprendizaje profundo para la estimación de la fuerza un MRD llamada red neuronal convolucional de valor complejo (CV-CNN). La CV-CNN ha demostrado ser una técnica alternativa eficaz y robusta para la estimación de

la fuerza de un MRD. Por lo tanto, esta técnica de aprendizaje profundo supera el problema de parametrización en sistemas no lineales como un MRD, que a menudo es difícil de lograr. Además, La CV-CNN puede resolver el problema con datos de entrada sin filtrar, conocimiento insuficiente del sistema y un número reducido de variables de medición. Asimismo, la CV-CNN aumentó la precisión de la estimación de fuerza en más de 78.3 % en comparación con  $GA-tanh$  y  $PSO-tanh$  y 71.4 % con respecto a la SNN en la prueba se lleva a cabo con voltaje constante. De la misma manera, la CV-CNN abre una posibilidad para mejorar el control semiactivo de sistemas mecánicos ante la presencia de perturbaciones, teniendo en cuenta que este tipo de algoritmo depende de los datos disponibles y no estimaciones. Por otra parte, el tiempo computacional para la CV-CNN en la etapa de entrenamiento es menor que los algoritmos de optimización, lo cual es útil en aplicaciones reales. De hecho, la CV-CNN utiliza 0.7 % y 1.4 % del tiempo consumido por GA y PSO en las etapas de entrenamiento, respectivamente, mientras que SNN sólo utiliza 5.5 % del tiempo consumido por la CV-CNN. Sin embargo, en un sistema de identificación, la CV-CNN es una alternativa interesante para el método de procesamiento de señales porque utiliza datos sin procesar; por lo tanto, no requiere procesamiento de datos previos. La CV-CNN utiliza filtros convolucionales aleatorios de valor complejo en su arquitectura como parámetros que combinados con la etapa de entrenamiento y la operación de máximo por magnitud ayuda a reducir el ruido que afecta los datos de entrada y reduce el problema de sobreajuste. Por consiguiente, los filtros convolucionales aprenden a reducir estas perturbaciones generando todos los diferentes tipos de mapas de características a medida que avanza el entrenamiento.

Finalmente, para ejercer control semiactivo de vibraciones un controlador K-ADRC ha sido diseñado a partir de la naturaleza del amortiguador magnetorreológico; esto con el fin de mejorar la respuesta de un edificio a escala sometido a eventos sísmicos. El ADRC puede estimar la perturbación total en tiempo real utilizando un observador de perturbaciones que considera las incertidumbres de los datos de entrada de las señales sísmicas, los parámetros y el comportamiento estructural no modelado; por consiguiente, una ley de control robusta. Además, la estrategia propuesta ha sido diseñada en base a un difeomorfismo para estimar las perturbaciones de todo el sistema a través de un DOB, lo que permite generalizar el diseño del controlador para edificios de varios pisos sin modificar la forma del controlador. En consecuencia, este algoritmo se puede aplicar a una estructura tipo edificio con múltiples niveles considerando sus frecuencias naturales y las estimaciones de perturbación. Por otro lado, los filtros integradores son funcionales para estimar los estados no medibles a partir de la aceleración, los cuales permiten implementar una ley de control a partir de los estados estimados. A partir de estos estados estimados y la transformación a la forma canónica controlador se demostró una reducción de los desplazamientos a través de un amortiguador magnetorreológico en estructuras, lo cual constituye un método efectivo para aplicar en ambientes reales. De tal manera que la metodología propuesta para el diseño del controlador reduce significativamente los desplazamientos, de hecho, alrededor de un 40 % en comparación con la respuesta no controlada; en consecuencia, se podría evitar la deformación entre pisos de la estructura y fallas estructurales.

## 6.2. Trabajo futuro

Como trabajos futuros se pretende abordar una extensión del problema para un control activo de vibración adecuado que emplee un modelo no lineal y un control no lineal. Asimismo, investigar y aplicar un método de identificación no lineal además de los métodos metaheurísticos para la caracterización del amortiguador y una medida de error para la selección de la mejor representación del comportamiento del MRD. Por otra parte, el diseño e implementación de

otras leyes de control semi-activas para la reducción de vibraciones en edificios de múltiples grados de libertad. Adicionalmente, considerar modelos no lineales de estructuras en su elasticidad y amortiguamiento. De la misma forma, desarrollar algún esquema de control no lineal para comparar los resultados con el ADRC.

Uno de los grandes retos en control de vibraciones en edificios es la formulación de observadores que estimen desplazamiento y velocidad a partir de aceleración en modelos no lineales para su parametrización y posterior uso de los estados estimados para la implementación de leyes de control que dependen de ellos.

Otra estrategia interesante a estudiar sería estimar con una técnica de aprendizaje profundo el voltaje en este tipo de sistemas subactuados y comportamientos no lineales como lo es un edificio equipado con un amortiguador magnetoreológico.

Finalmente, una investigación futura es modelar una estructura con 3 grados de libertad por cada cada piso, es decir, movimiento en X, movimiento en Y y torsión. Esta investigación con el fin de implementar en edificios de la ciudad y conseguir un modelo más realista que pueda contrarrestar la alta actividad sísmica.

# Apéndice A

## Apéndice A: Criterio de Routh-Hurwitz y teorema de Kharitonov

### A.1. Criterio de Routh-Hurwitz

Considere el sistema dinámico gobernado por

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t).\end{aligned}\tag{A.1}$$

La estabilidad del sistema se determina analizando el polinomio característico  $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ . En consecuencia, para un sistema (A.1) de grado de libertad  $n$  se tiene

$$s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n.\tag{A.2}$$

Reordenando términos en (A.2), el polinomio se puede reescribir en forma matricial

$$\mathbf{H}^A := \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 1 & a_2 & a_4 & & & & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & a_2 & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & a_1 & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & & \cdot & & \cdot & \cdot \\ & \cdot & 0 & & & & a_n & 0 \\ & \cdot & \cdot & & & & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_{n-2} & a_n \end{bmatrix},\tag{A.3}$$

donde  $\mathbf{H}^A$  es la matriz *Hurwitz*, la cual muestra que el sistema con polinomio característico (A.2) es **estable** si y solo si  $H_i^A > 0$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), es decir, todos los menores principales de la matriz *Hurwitz* son definidos positivos

$$H_i^A := \mathbf{H}^A \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & i \\ 1 & 2 & \dots & i \end{pmatrix},$$

tal que

$$H_n^A = \det(\mathbf{H}^A).$$

## A.2. Teorema de Kharitonov

La matriz  $\mathbf{A}$  del sistema (A.1) se puede expandir aplicando una *descomposición hermitiana* como  $\mathbf{A} = \mathbf{E} + j\mathbf{O}$ , donde

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{A} + \mathbf{A}^*}{2}, \quad \mathbf{O} = \frac{\mathbf{A} - \mathbf{A}^*}{2j}, \quad \text{con } j = \sqrt{-1} \quad (\text{A.4})$$

y el conjunto de valores se define como

$$a = \mathbf{V}(\mathbf{A}) = \{v^* \mathbf{A} v \mid \|v\| = 1\}, \quad (\text{A.5})$$

donde  $v \in \mathbb{C}^n$ . Por lo tanto, el polinomio característico con coeficientes complejos se puede escribir como:

$$s^n + (e_{n-1} + j o_{n-1})s^{n-1} + \dots + (e_1 + j o_1)s + (e_0 + j o_0) \quad (\text{A.6})$$

Por otra parte, el *teorema de Kharitonov* asegura que el polinomio (A.2) es **Hurwitz estable** si y solo si los ocho polinomios de Kharitonov son Hurwitz estables,

$$\begin{aligned} P_1(s) &= (\underline{e}_0 + j\underline{o}_0) + (\underline{e}_1 + j\underline{o}_1)s + (\bar{e}_2 + j\bar{o}_2)s^2 + (\bar{e}_3 + j\bar{o}_3)s^3 + \dots, \\ P_2(s) &= (\bar{e}_0 + j\bar{o}_0) + (\bar{e}_1 + j\bar{o}_1)s + (\underline{e}_2 + j\underline{o}_2)s^2 + (\underline{e}_3 + j\underline{o}_3)s^3 + \dots, \\ P_3(s) &= (\bar{e}_0 + j\bar{o}_0) + (\underline{e}_1 + j\underline{o}_1)s + (\underline{e}_2 + j\underline{o}_2)s^2 + (\bar{e}_3 + j\bar{o}_3)s^3 + \dots, \\ P_4(s) &= (\underline{e}_0 + j\underline{o}_0) + (\bar{e}_1 + j\bar{o}_1)s + (\bar{e}_2 + j\bar{o}_2)s^2 + (\underline{e}_3 + j\underline{o}_3)s^3 + \dots, \\ P_5(s) &= (\underline{e}_0 + j\underline{o}_0) + (\bar{e}_1 + j\bar{o}_1)s + (\bar{e}_2 + j\bar{o}_2)s^2 + (\underline{e}_3 + j\underline{o}_3)s^3 + \dots, \\ P_6(s) &= (\bar{e}_0 + j\bar{o}_0) + (\underline{e}_1 + j\underline{o}_1)s + (\underline{e}_2 + j\underline{o}_2)s^2 + (\bar{e}_3 + j\bar{o}_3)s^3 + \dots, \\ P_7(s) &= (\bar{e}_0 + j\bar{o}_0) + (\bar{e}_1 + j\bar{o}_1)s + (\underline{e}_2 + j\underline{o}_2)s^2 + (\underline{e}_3 + j\underline{o}_3)s^3 + \dots, \\ P_8(s) &= (\underline{e}_0 + j\underline{o}_0) + (\underline{e}_1 + j\underline{o}_1)s + (\bar{e}_2 + j\bar{o}_2)s^2 + (\bar{e}_3 + j\bar{o}_3)s^3 + \dots, \end{aligned}$$

donde las barras encima y debajo de la variable se definen como los autovalores mínimos y máximos

$$\begin{aligned} \bar{e} &= \lambda_{\max}(\cdot), \\ \underline{e} &= \lambda_{\min}(\cdot). \end{aligned}$$

# Bibliografía

- [1] BrnF Spencer Jr, SJ Dyke, MK Sain, and Jdf Carlson. Phenomenological model for magnetorheological dampers. *Journal of engineering mechanics*, 123(3):230–238, 1997.
- [2] René Jiménez and Luis Álvarez-Icaza. Lugre friction model for a magnetorheological damper. *Structural Control and Health Monitoring*, 12(1):91–116, 2005.
- [3] Ebrahim Yarali, Arman Mohammadi, Sheyda Mafakheri, Mostafa Baghani, and Hamed Adibi. Mathematical modeling and experimental evaluation of a prototype double-tube magnetorheological damper. *SN Applied Sciences*, 1(11):1–10, 2019.
- [4] Suresh Thenozhi and Wen Yu. Advances in modeling and vibration control of building structures. *Annual Reviews in Control*, 37(2):346–364, 2013.
- [5] Fernando Ferreira, Carlos Moutinho, Álvaro Cunha, and Elsa Caetano. Proposal of optimum tuning of semiactive tmds used to reduce harmonic vibrations based on phase control strategy. *Structural Control and Health Monitoring*, 25(4):e2131, 2018.
- [6] Adam Rose, Juan Benavides, Stephanie E Chang, Philip Szczesniak, and Dongsoon Lim. The regional economic impact of an earthquake: Direct and indirect effects of electricity lifeline disruptions. *Journal of Regional Science*, 37(3):437–458, 1997.
- [7] Jorge Cortés, Ricardo Soto, and Carlos Jiménez. Efectos ecológicos del terremoto de limón. *Revista Geológica de América Central*, 1994.
- [8] Félix Cova and Paulina Rincón. El terremoto y tsunami del 27-f y sus efectos en la salud mental. *Terapia psicológica*, 28(2):179–185, 2010.
- [9] Yolanda Alberto, Masahide Otsubo, Hiroyuki Kyokawa, Takashi Kiyota, and Ikuo Towhata. Reconnaissance of the 2017 Puebla, Mexico earthquake. *Soils and foundations*, 58(5):1073–1092, 2018.
- [10] Susan L Beck and Larry J Ruff. The rupture process of the great 1979 Colombia earthquake: Evidence for the asperity model. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 89(B11):9281–9291, 1984.
- [11] Helmut Krawinkler and Mahmud Zohrei. Cumulative damage in steel structures subjected to earthquake ground motions. *Computers & Structures*, 16(1-4):531–541, 1983.
- [12] Akira Nishitani and Yutaka Inoue. Overview of the application of active/semiactive control to building structures in Japan. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 30(11):1565–1574, 2001.

- 
- [13] Samira Azizi, Kaveh Karami, and Satish Nagarajaiah. Developing a semi-active adjustable stiffness device using integrated damage tracking and adaptive stiffness mechanism. *Engineering Structures*, 238:112036, 2021.
- [14] Elesban Nochebuena-Mora, Nuno Mendes, Paulo B. Lourenço, and José A. Covas. Vibration control systems: A review of their application to historical unreinforced masonry buildings. *Journal of Building Engineering*, 44:103333, 2021.
- [15] BG Kavyashree, Shantharam Patil, and Vidya S Rao. Review on vibration control in tall buildings: from the perspective of devices and applications. *International Journal of Dynamics and Control*, 9(3):1316–1331, 2021.
- [16] Serdar Ulusoy, Gebrail Bekdas, and Sinan Melih Nigdeli. Active structural control via metaheuristic algorithms considering soil-structure interaction. *Structural Engineering and Mechanics*, 75(2):175–191, 2020.
- [17] Aylin Ece Kayabekir, Gebrail Bekdaş, Sinan Melih Nigdeli, and Zong Woo Geem. Optimum design of pid controlled active tuned mass damper via modified harmony search. *Applied Sciences*, 10(8):2976, 2020.
- [18] Yang Wang, Jerome P Lynch, and Kincho H Law. Decentralized  $H_\infty$  controller design for large-scale civil structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 38(3):377–401, 2009.
- [19] Wonsuk Park, Kwan-Soon Park, and Hyun-Moo Koh. Active control of large structures using a bilinear pole-shifting transform with  $H_\infty$  control method. *Engineering Structures*, 30(11):3336–3344, 2008.
- [20] Yang Chen, Wenlong Zhang, and Huijun Gao. Finite frequency  $H_\infty$  control for building under earthquake excitation. *Mechatronics*, 20(1):128–142, 2010.
- [21] Linsheng Huo, Gangbing Song, Hongnan Li, and Karolos Grigoriadis. Robust control design of active structural vibration suppression using an active mass damper. *Smart materials and structures*, 17(1):015021, 2007.
- [22] Rahmi Guclu. Sliding mode and PID control of a structural system against earthquake. *Mathematical and Computer Modelling*, 44(1-2):210–217, 2006.
- [23] JN Yang, JC Wu, AK Agrawal, and SY Hsu. Sliding mode control with compensator for wind and seismic response control. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 26(11):1137–1156, 1997.
- [24] Xinghuo Yu and Okyay Kaynak. Sliding-mode control with soft computing: A survey. *IEEE transactions on industrial electronics*, 56(9):3275–3285, 2009.
- [25] Ali Alavinasab, Hamid Moharrami, and Amir Khajepour. Active control of structures using energy-based LQR method. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 21(8):605–611, 2006.
- [26] A Saleh and H Adeli. Optimal control of adaptive building structures under blast loading. *Mechatronics*, 8(8):821–844, 1998.

- [27] Chih-Cherng Ho and Chih-Kao Ma. Active vibration control of structural systems by a combination of the linear quadratic gaussian and input estimation approaches. *Journal of Sound and Vibration*, 301(3-5):429–449, 2007.
- [28] Jamshid Ghaboussi and Abdolreza Joghataie. Active control of structures using neural networks. *Journal of Engineering Mechanics*, 121(4):555–567, 1995.
- [29] Alok Madan. Vibration control of building structures using self-organizing and self-learning neural networks. *Journal of sound and vibration*, 287(4-5):759–784, 2005.
- [30] Ju-Tae Kim, Hyung-Jo Jung, and In-Won Lee. Optimal structural control using neural networks. *Journal of engineering Mechanics*, 126(2):201–205, 2000.
- [31] SM Khot, Nitesh P Yelve, Rajat Tomar, Sameer Desai, and S Vittal. Active vibration control of cantilever beam by using PID based output feedback controller. *Journal of Vibration and Control*, 18(3):366–372, 2012.
- [32] Michael D Symans and Michael C Constantinou. Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering structures*, 21(6):469–487, 1999.
- [33] Yoshiki Ikeda. Active and semi-active vibration control of buildings in japan—practical applications and verification. *Structural Control and Health Monitoring: The Official Journal of the International Association for Structural Control and Monitoring and of the European Association for the Control of Structures*, 16(7-8):703–723, 2009.
- [34] Marcin Maślanka. Optimised semi-active tuned mass damper with acceleration and relative motion feedbacks. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 130:707–731, 2019.
- [35] Do Xuan Phu, Jin-Hee An, Seung-Bok Choi, et al. A novel adaptive pid controller with application to vibration control of a semi-active vehicle seat suspension. *Applied Sciences*, 7(10):1055, 2017.
- [36] Asan GA Muthalif, Hasanul B Kasemi, NH Diyana Nordin, MM Rashid, and M Khusyaie M Razali. Semi-active vibration control using experimental model of magnetorheological damper with adaptive f-pid controller. *Smart Structures and Systems*, 20(1):85–97, 2017.
- [37] Wei Huang, Jian Xu, Da-yong Zhu, Ying-lei Wu, Jian-wei Lu, and Kun-lin Lu. Semi-active vibration control using a magneto rheological (mr) damper with particle swarm optimization. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 40(3):747–762, 2015.
- [38] Abdelkrim Saidi, Khaled Zizouni, Boufeldja Kadri, Leyla Fali, and Ismail Khalil Bousserhane. Adaptive sliding mode control for semi-active structural vibration control. *Stud. Inform. Control*, 28:371–380, 2019.
- [39] Phil R Dahl. A solid friction model. Technical report, Aerospace Corp El Segundo Ca, 1968.
- [40] Yi-Kwei Wen. Method for random vibration of hysteretic systems. *Journal of the engineering mechanics division*, 102(2):249–263, 1976.
- [41] C Canudas De Wit, Hans Olsson, Karl Johan Astrom, and Pablo Lischinsky. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on automatic control*, 40(3):419–425, 1995.

- 
- [42] NM Kwok, QP Ha, TH Nguyen, Jianchun Li, and Bijan Samali. A novel hysteretic model for magnetorheological fluid dampers and parameter identification using particle swarm optimization. *Sensors and Actuators A: Physical*, 132(2):441–451, 2006.
- [43] A.K. Chopra. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Always learning. Pearson, 2017.
- [44] M Lazarek, P Brzeski, and P Perlikowski. Design and identification of parameters of tuned mass damper with inerter which enables changes of inertance. *Mechanism and Machine Theory*, 119:161–173, 2018.
- [45] Daniel J. Inman. *Vibration with control*. John Wiley & Sons, Ltd, pages 1–382, 2006.
- [46] Suresh Thenozhi and Wen Yu. Active vibration control of building structures using fuzzy proportional-derivative/proportional-integral-derivative control. *Journal of Vibration and Control*, 21(12):2340–2359, 2015.
- [47] Alexander S Poznyak. *Advanced mathematical tools for automatic control engineers: Stochastic techniques*. Elsevier, 2009.
- [48] Michael V Cook. *Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control*. Butterworth-Heinemann, 2012.
- [49] Jingrui Zhang, Shijie Xu, and Junfeng Li. A new design approach of pd controllers. *Aerospace science and technology*, 9(4):329–336, 2005.
- [50] John C Doyle, Bruce A Francis, and Allen R Tannenbaum. *Feedback control theory*. Courier Corporation, 2013.
- [51] John Doyle, Keith Glover, Pramod Khargonekar, and Bruce Francis. State-space solutions to standard  $h_2$  and  $h_\infty$  control problems. In *1988 American Control Conference*, pages 1691–1696. IEEE, 1988.
- [52] Emilio Rosenblueth and Roberto Meli. The 1985 mexico earthquake. *Concrete international*, 8(5):23–34, 1986.
- [53] Jesús Morales-Valdez, Luis Alvarez-Icaza, and Antonio Concha. On-line adaptive observer for buildings based on wave propagation approach. *Journal of Vibration and Control*, 24(16):3758–3778, 2018.
- [54] B Ross Barmish and EI Jury. New tools for robustness of linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(12):2525–2525, 1994.
- [55] Sydney Henry Gould. *Variational methods for eigenvalue problems: an introduction to the methods of Rayleigh, Ritz, Weinstein, and Aronszajn*. Courier Corporation, 2012.
- [56] Adolfo Perrusquia, Juan Alejandro Flores-Campos, and Christopher Rene Torres-SanMiguel. A novel tuning method of PD with gravity compensation controller for robot manipulators. *IEEE Access*, 8:114773–114783, 2020.
- [57] Jian-Bo He, Qing-Guo Wang, and Tong-Heng Lee. PI/PID controller tuning via LQR approach. *Chemical Engineering Science*, 55(13):2429–2439, 2000.

- [58] Masahiko Higashino, Satoru Aizawa, Masashi Yamamoto, and Kotaro Toyama. Application of active mass damper (amd) system, and earthquake and wind observation results. In *Proceedings of the 2nd World Conference on Structural Control*, volume 1, pages 783–794, 1998.
- [59] BrnF Spencer Jr, SJ Dyke, MK Sain, and Jdf Carlson. Phenomenological model for magnetorheological dampers. *Journal of engineering mechanics*, 123(3):230–238, 1997.
- [60] C Canudas De Wit, Hans Olsson, Karl Johan Astrom, and Pablo Lischinsky. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on automatic control*, 40(3):419–425, 1995.
- [61] Meiyong Ye and Xiaodong Wang. Parameter estimation of the bouc–wen hysteresis model using particle swarm optimization. *Smart Materials and Structures*, 16(6):2341, 2007.
- [62] AE Charalampakis and CK Dimou. Identification of bouc–wen hysteretic systems using particle swarm optimization. *Computers & structures*, 88(21-22):1197–1205, 2010.
- [63] Tudor Sireteanu, M Giuclea, and AM Mitu. Identification of an extended bouc–wen model with application to seismic protection through hysteretic devices. *Computational Mechanics*, 45:431–441, 2010.
- [64] James Kennedy and Russell Eberhart. Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks*, volume 4, pages 1942–1948. IEEE, 1995.
- [65] Klaus H Hornig and George T Flowers. Parameter characterization of the bouc-wen mechanical hysteresis model for sandwich composite materials by using real coded genetic algorithms. *Intl. J. of Acoustics and Vib.(IJAV)*, 10(2):73–81, 2005.
- [66] Seyedali Mirjalili. *Genetic Algorithm*, pages 43–55. Springer International Publishing, Cham, 2019.
- [67] Cesar Hernando Valencia and Silvia Nathalia Cáceres. Modelo de optimización en la gestión de inventarios mediante algoritmos genéticos. *Iteckne*, 8(2):156–162, 2011.
- [68] Asriel U Levin and Kumpati S Narendra. Control of nonlinear dynamical systems using neural networks. ii. observability, identification, and control. *IEEE transactions on neural networks*, 7(1):30–42, 1996.
- [69] Mario Lopez-Pacheco and Wen Yu. Complex valued deep neural networks for nonlinear system modeling. *Neural Processing Letters*, 54(1):559–580, 2022.
- [70] Jerzy Kasprzyk, Janusz Wyrwał, and Piotr Krauze. Automotive mr damper modeling for semi-active vibration control. In *2014 IEEE/ASME international conference on advanced intelligent mechatronics*, pages 500–505. IEEE, 2014.
- [71] Suresh Thenozhi, Wen Yu, and Ruben Garrido. A novel numerical integrator for velocity and position estimation. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 35(6):824–833, 2013.
- [72] Rubén Garrido and Luis Luna. Robust ultra-precision motion control of linear ultrasonic motors: A combined adrc-luenberger observer approach. *Control Engineering Practice*, 111:104812, 2021.

- [73] Jaime A Moreno, Hector Rios, Luis Ovalle, and Leonid Fridman. Multivariable super-twisting algorithm for systems with uncertain input matrix and perturbations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021.
- [74] Emre Sariyildiz, Roberto Oboe, and Kouhei Ohnishi. Disturbance observer-based robust control and its applications: 35th anniversary overview. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67(3):2042–2053, 2019.
- [75] Adrian Ilka and Nikolce Murgovski. Novel results on output-feedback lqr design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022.
- [76] RV Patel and M Toda. Quantitative measures of robustness for multivariable systems. In *Joint Automatic Control Conference*, 17, page 35, 1980.
- [77] Meysam Azhdari and Tahereh Binazadeh. Uniformly ultimately bounded tracking control of sandwich systems with nonsymmetric sandwiched dead-zone nonlinearity and input saturation constraint. *Journal of Vibration and Control*, 28(9-10):1109–1125, 2022.
- [78] Marcin Maślanka, Bogdan Sapiński, and Jacek Snamina. Experimental study of vibration control of a cable with an attached mr damper. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 45:893–917, 01 2007.
- [79] Andres Rodriguez-Torres, Jesús Morales-Valdez, and Wen Yu. Alternative tuning method for proportional-derived gains for active vibration control in a building structure. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 0(0):01423312211021052, 0.