

XX(124337.1)



CINVESTAV

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.
Unidad Guadalajara

Control no lineal robusto de sistemas eléctricos de gran escala por modos deslizantes.



Tesis que presenta:
Héctor Huerta Avila

para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias
en la especialidad de:
Ingeniería Eléctrica

CINVESTAV I.P.N.
**SECCION DE INFORMACION
Y DOCUMENTACION**

Directores de Tesis
Dr. Alexander Georgievich Loukianov
Dr. José Manuel Cañedo Castañeda

Guadalajara, Jalisco, Septiembre de 2005.

CLASIF.: TK165.68.H84 2005
ADQUIS.: SSI-372
FECHA: 27 ABRIL-2006
PROCED.: DON.-2006
\$ _____

I.D. 124227-2001

Control no lineal robusto de sistemas eléctricos de gran escala por modos deslizantes.

**Tesis de Maestría en Ciencias
Ingeniería Eléctrica**

Por:

Héctor Huerta Avila

Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica
Universidad de Guadalajara 1998-2003

Becario de Conacyt, expediente no. 182855

Directores de Tesis

Dr. Alexander Georgievich Loukianov

Dr. José Manuel Cañedo Castañeda

Agradecimientos.

Este trabajo está dedicado a mis padres, a quienes agradezco su apoyo incondicional en todas mis decisiones y proyectos.

Está dedicado también a mis hermanos que siempre me han brindado su apoyo y compañía.

Agradezco a mis directores de tesis, por sus enseñanzas y, sobre todo, su paciencia

Agradezco a mis compañeros y profesores de la maestría por su ayuda.

Agradezco al CONACYT por su apoyo económico en los dos años de duración de la maestría.

Resumen.

Este trabajo está dedicado al diseño de un esquema de control que sea capaz de responder satisfactoriamente en un sistema multimáquinas. Los sistemas eléctricos de potencia están sujetos a perturbaciones de diferentes tipos, como cortos circuitos, entrada y salida de líneas, de cargas o de generadores. Es evidente la necesidad de un controlador que sea capaz de rechazar estas perturbaciones, para poder proveer energía de calidad y de manera ininterrumpida a todos los usuarios conectados a la red eléctrica. El controlador también debe ser robusto ante variaciones paramétricas, que se pueden presentar por incertidumbre en los modelos, envejecimiento de los componentes de los generadores y algunas otras causas físicas. Otro factor a considerar es que los modelos de sistemas multimáquinas son de alto orden, por lo cual se dificulta el diseño de controladores y la implementación de los mismos en el sistema. Por esta razón es conveniente realizar una reducción del orden de los modelos de los generadores, para simplificar el diseño de controladores. En este trabajo se realiza la reducción del modelo de un generador mediante la técnica de perturbaciones singulares, para después diseñar un controlador por modos deslizantes. De esta forma el sistema reducido en lazo cerrado es robusto ante las perturbaciones mencionadas.

Índice.

1. Introducción.	
1.1 Planteamiento del problema.	1
1.2 Trabajos previos.	2
1.3 Objetivos del trabajo	3
1.3.1 Perturbaciones singulares.	3
1.3.2 Modos deslizantes y control por bloques.	3
1.4 Estructura de la tesis.	4
2. Modelado.	
2.1 Introducción.	5
2.2 Modelo del generador síncrono.	6
2.2.1 Dinámica eléctrica.	7
2.2.2 Dinámica mecánica.	11
2.2.3 Ecuaciones dinámicas en espacio de estado	12
2.2.4 Ángulo de referencia de los generadores	13
2.3 Modelo de una línea de transmisión	13
2.3.1 Dinámica de la corriente en serie de la línea de transmisión	14
2.3.2 Dinámica del voltaje en la línea de transmisión	16
2.3.3 Modelo de la línea de transmisión en espacio de estado.	17
2.4 Consumidores.	18
2.5 Modelo de un sistema eléctrico de potencia	19
2.5.1 Representación matricial de una red pasiva.	20
2.5.2 Reducción de la red eléctrica.	20
2.5.3 Transformación de la red eléctrica.	21
2.5.4 Preparación de datos y cálculos preliminares	22
2.6 Sistema eléctrico de potencia en estudio	24
2.6.1 Representación matricial de la red pasiva del WSCC.	24
2.6.1 Reducción de la red eléctrica del WSCC	24
2.6.2 Transformación de la red eléctrica del WSCC	26
2.6.3 Preparación de datos y cálculos preliminares del WSCC	27
2.6.4 Resumen	29
3. Control no lineal por modos deslizantes y análisis de perturbaciones singulares.	
3.1 Introducción.	31
3.2 Control por modos deslizantes.	31
3.2.1 Formulación del problema	32
3.2.2 Método del control equivalente	32
3.2.3 Control por bloques	33
3.3 Perturbaciones singulares.	36
3.3.1 Formulación del problema	37
3.3.2 Llegada al dominio deslizante.	37
3.3.3 Abandono del dominio deslizante.	41
3.4 Análisis de estabilidad.	44

4. Control de un sistema eléctrico de potencia.	
4.1 Introducción.	45
4.2 Reducción del orden del modelo de un sistema multimáquinas.	45
4.3 Control de velocidad.	47
4.3.1 Diseño del controlador de velocidad.	47
4.3.2 Condiciones de estabilidad de modos deslizantes.	48
4.3.3 Condiciones de existencia y unicidad.	48
4.3.4 Análisis de estabilidad de la ecuación de modos deslizantes.	54
4.4 Control del voltaje.	56
4.4.1 Diseño del controlador del voltaje.	56
4.4.2 Análisis de estabilidad del control de voltaje.	57
4.5 Combinación del control de velocidad y control de voltaje.	58
4.6 Resultados	58
4.7 Análisis de resultados.	68
5. Conclusiones y trabajo futuro.	71
Apéndice	73
Referencias bibliográficas.	75

Capítulo 1.

Introducción.

1.1 Planteamiento del problema.

La operación satisfactoria de un sistema eléctrico de potencia consiste en proveer energía eléctrica de manera adecuada e ininterrumpida para todos los consumidores. Idealmente, las cargas deben ser alimentadas con voltaje y frecuencia constantes todo el tiempo. Sin embargo, en términos prácticos las cargas se alimentan con voltaje y frecuencia con tolerancias adecuadas para que los equipos puedan operar satisfactoriamente.

Hoy en día, con el crecimiento de las industrias, los sistemas eléctricos de potencia han incrementado su complejidad debido a las interconexiones y estructura de sus elementos. Esto hace que los generadores de los sistemas eléctricos de potencia operen en regiones cada vez más cercanas de sus límites de operación [1].

Para mantener un servicio de calidad en el sistema eléctrico, es necesario mantener a los generadores operando en paralelo y en sincronismo. Los generadores deben tener la capacidad adecuada para mantener la demanda de las cargas y que sea económicamente adecuado.

El aumento en la complejidad de los sistemas eléctricos de potencia se debe a diversos factores que afectan directamente a este tipo de sistemas. Existen no linealidades en los modelos, efectos de saturación en los generadores y en las cargas. Los sistemas son variantes en el tiempo. Los sistemas son multivariantes por la existencia de generadores y cargas interconectadas, además los modelos matemáticos de los sistemas resultantes son de orden elevado [3].

Uno de los principales elementos de los sistemas eléctricos de potencia son los generadores síncronos. Para garantizar la estabilidad del sistema eléctrico de potencia es necesario mantener en sincronía a todos los generadores que intervienen en el sistema en estado estable y en presencia de perturbaciones. Cuando ocurre una perturbación los generadores presentan oscilaciones de potencia en las líneas de transmisión, las cuales deben ser amortiguadas rápidamente para mantener la estabilidad del sistema completo [3]. En este trabajo se diseña un controlador para estabilizar la velocidad y regular el voltaje de los generadores que intervienen en un sistema eléctrico de potencia. Además se analiza su comportamiento ante perturbaciones.

En el estudio y diseño de controladores para los generadores de los sistemas eléctricos de potencia se han utilizado modelos no lineales reducidos que consideran únicamente la dinámica mecánica de cada generador síncrono, sin considerar las dinámicas eléctricas del estator y del rotor, que son más rápidas que las mecánicas. Otros modelos han considerado la

dinámica mecánica y la dinámica del rotor, sin considerar la del estator. Se han utilizado también modelos linealizados de los sistemas; sin embargo, estos modelos se linealizan en un punto de equilibrio del sistema, por lo cual tienen limitaciones para el análisis de perturbaciones. Además, no se consideran los efectos de no linealidades que pueden contribuir a la estabilidad del sistema.

1.2 Trabajos previos.

Para el desarrollo de controladores se han aplicado diversas técnicas lineales y no lineales, que se enumeran a continuación:

- a) **Control adaptable.** En este método el objetivo es cambiar los parámetros del controlador a medida de los cambios con el tiempo en el sistema. Se han utilizado controladores adaptables convencionales en [4]-[6]. En [7] se utilizó un controlador adaptable combinado con la técnica de linealización por retroalimentación de estado.
- b) **Linealización por retroalimentación de estado.** En este caso los modelos no lineales del sistema se linealizan mediante un lazo de retroalimentación, de tal forma que se pueden utilizar técnicas de control para sistemas lineales. Los principios de esta técnica pueden encontrarse en [8], [9], mientras que las aplicaciones a generadores eléctricos de potencia pueden consultarse en [10]-[14].
- c) **Pasividad.** Esta técnica consiste en que un sistema pasivo siempre consume energía, entonces se utilizan funciones de energía para el diseño y análisis de los sistemas. En [15]-[18] pueden encontrarse aplicaciones a sistemas eléctricos de potencia cuando se conocen las funciones de energía del sistema.
- d) **Funciones de Lyapunov.** Con esta técnica el controlador se diseña utilizando funciones de Lyapunov, basándose en el concepto de la energía del sistema. La ventaja de esta técnica es que la región de estabilidad que proporciona el controlador es mayor que utilizando técnicas lineales. En [19]-[21] se analizan controladores diseñados mediante funciones de Lyapunov para mejorar el amortiguamiento del sistema en lazo cerrado.
- e) **Control inteligente.** Para el diseño de controladores mediante control inteligente se utilizan básicamente dos técnicas: las redes neuronales y el control difuso. Se aprovecha la capacidad de las redes neuronales para aprender de los sistemas no lineales en [22]-[24]. Por otro lado se ha utilizado control difuso para el control de sistemas eléctricos de potencia, debido a la facilidad de este esquema de control de proporcionar efectos no lineales en los algoritmos de control como en [25]-[29].

1.3 Objetivos de trabajo.

El principal objetivo de este trabajo es el diseño de un controlador que sea robusto y sea capaz de mantener voltaje y frecuencia constante en las terminales de los generadores de un sistema eléctrico de potencia multimáquinas. Además el controlador debe ser capaz de amortiguar oscilaciones debidas a perturbaciones. Adicionalmente, el controlador debe proporcionar robustez ante variaciones paramétricas en los parámetros de los generadores, en los parámetros de las cargas y de las líneas de transmisión. Finalmente el controlador debe proporcionar un margen de estabilidad adecuado para prevenir inestabilidad ante perturbaciones.

Para lograr los objetivos descritos anteriormente se utilizarán dos técnicas. La primera es la técnica de perturbaciones singulares que nos permitirá reducir el orden del modelo. La segunda es el control por bloques utilizando modos deslizantes que se utiliza para el diseño del controlador. Ambas técnicas se describen a brevemente continuación.

1.3.1 Perturbaciones singulares.

Los modelos matemáticos de los sistemas eléctricos de potencia tienen una gran cantidad de variables de estado, esto dificulta el diseño e implementación de un algoritmo de control. Para disminuir la complejidad de los modelos se puede reducir la dimensión de los mismos mediante diversas técnicas; una de ellas es la de perturbaciones singulares. Esta técnica permite reducir el orden del modelo matemático mediante la separación de las dinámicas en dos variedades del espacio de control, las dinámicas rápidas y las dinámicas lentas. Después de reducir el modelo, se diseña el controlador para el modelo reducido; esto permite tener un controlador más sencillo.

En los sistemas eléctricos de potencia, se puede reducir la dinámica del estator, que es la más rápida. En [45]-[49] se presentan métodos para reducción de modelos, sin embargo, estos métodos requieren de suavidad en las funciones de sistemas. En [50]-[52] se analiza la reducción por perturbaciones singulares cuando se aplica un controlador por modos deslizantes.

1.3.2 Modos deslizantes y control por bloques.

Las ventajas de un controlador por modos deslizantes [30], [31] como el que se propone en este trabajo, son dos. En primer lugar, el diseño del controlador se puede dividir en dos etapas, primero se elige una superficie que proporcione el movimiento deslizante deseado y después se diseña un control discontinuo para forzar al sistema a llegar a la superficie diseñada. En segundo lugar, un control de estructura variable ofrece robustez ante variaciones paramétricas y ante perturbaciones que satisfacen la condición de acoplamiento.

Por otro lado la técnica de control por bloques [32] se ha utilizado para el control de sistemas lineales y para una clase de sistemas no lineales que poseen la forma controlable por

bloques, la cual consiste en una serie de bloques interconectados, de manera que la estructura del sistema permite diseñar paso a paso un control tal que el sistema en lazo cerrado tenga las propiedades deseadas. Muchos de los modelos matemáticos de sistemas físicos tienen la forma controlable por bloques; este es el caso del modelo del generador síncrono.

Se han utilizado técnicas de modos deslizantes para el control de generadores síncronos, sin embargo, la mayor parte de estos trabajos se realizan con modelos reducidos que sólo consideran la dinámica mecánica del generador [33]-[41]. Se han desarrollado controladores por modos deslizantes para generadores síncronos conectados a un bus infinito [42]-[44].

1.4 Estructura de la tesis.

En el capítulo 2 se presenta el modelado de un sistema eléctrico de potencia multimáquinas modelando por separado cada elemento del sistema. Se modelan los generadores, la red eléctrica y los consumidores. También se presenta el sistema eléctrico de potencia multimáquinas en estudio.

En el capítulo 3 se presenta el marco teórico sobre las estrategias de control. Primeramente se analiza el control por bloques y el control por modos deslizantes. Se analiza la existencia de la solución para un sistema reducido por perturbaciones singulares cuando a este sistema se le aplica un controlador por modos deslizantes; además, se incluye un análisis de estabilidad para un sistema de este tipo.

En el capítulo 4 se presentan las aplicaciones de las técnicas que se describen en el capítulo 3 al sistema multimáquinas en estudio del capítulo 2. Se aplica un esquema de control no lineal robusto por modos deslizantes al modelo reducido por perturbaciones singulares de un sistema eléctrico de potencia multimáquinas. También se analiza la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

En el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo y se mencionan actividades para el futuro.

Capítulo 2.

Modelado.

2.1 Introducción.

En este capítulo se desarrolla el modelo matemático para un sistema eléctrico de potencia multimáquinas con n generadores, m nodos y k cargas. Los sistemas eléctricos de potencia han incrementado su complejidad debido a las interconexiones de los mismos. Actualmente las interconexiones no solo se dan entre ciudades, también existen conexiones entre países. Además las cargas aumentan su complejidad con la incorporación de dispositivos electrónicos. Un sistema eléctrico de potencia consta de tres partes fundamentales: la generación, la red eléctrica y los consumidores.

La generación de la energía eléctrica se realiza mediante generadores síncronos, que tienen la tarea de proporcionar un voltaje con márgenes admisibles de magnitud y frecuencia de forma ininterrumpida. Todos los generadores conectados al sistema deben permanecer en sincronismo para mantener la estabilidad del sistema. El modelado de los generadores se sigue de leyes físicas para la dinámica mecánica y para la dinámica eléctrica. Para la dinámica mecánica se utilizan básicamente las leyes de Newton. Para la dinámica eléctrica se utilizan las leyes de Kirchhoff, la ley de Faraday, entre otras. Una vez que se tiene una representación matemática se procede a aplicar la transformación de Park [53]. En los generadores síncronos operan dos controladores independientes, el control de la turbina y el control de excitación. El controlador de la turbina permite mantener la frecuencia en terminales del generador en un nivel adecuado. El control de excitación mantiene la magnitud del voltaje en terminales del generador en un nivel deseado.

La red eléctrica está formada por varias componentes. En primer lugar están los transformadores que son los elementos más cercanos a los generadores. Los transformadores permiten elevar o disminuir la magnitud del voltaje para facilitar la transmisión de la energía. Las líneas de transmisión son las encargadas del transporte de energía y su dinámica se modela mediante las leyes de Kirchhoff. Las líneas de transmisión pueden representarse mediante circuitos T o circuitos π . La red eléctrica contempla también los dispositivos de electrónica de potencia, como los Sistemas de Transmisión de Corriente Alterna Flexibles (FACTS). Los FACTS ayudan a la interconexión de los sistemas de potencia y a mejorar la calidad de la operación y estabilidad.

Los consumidores son un elemento difícil de modelar, ya que existen cargas de diferentes tipos que se conectan y desconectan de forma aleatoria. Los consumidores

pueden ser cargas pasivas como elementos de impedancia constante o pueden ser elementos dinámicos como un motor de AC, DC, etc.

En la sección 2.2 se desarrolla el modelo de los generadores. En la sección 2.2 también se realiza una transformación adicional para evitar la dependencia de la posición de los rotores en las ecuaciones dinámicas de los generadores. En la sección 2.3 se desarrolla el modelo matemático de una línea de transmisión. En la sección 2.4 se presenta el modelo matemático de una carga de impedancia constante. En la sección 2.5 se presenta el modelo de la red eléctrica, para después realizar una reducción de la misma y una transformación al marco de referencia $dq0$. Todos los cálculos requeridos para la simulación se presentan en esta sección. En la sección 2.6 se presenta el sistema eléctrico de potencia en estudio donde se utilizarán los modelos desarrollados en las secciones 2.2 a 2.5.

2.2 Modelado del generador síncrono.

Un generador síncrono es una máquina eléctrica que convierte energía mecánica en energía eléctrica. Tiene un elemento fijo, estator y un elemento rotatorio, el rotor [2], [46], [54]. En esta sección se presentan las ecuaciones dinámicas para un generador síncrono trifásico con tres devanados en el estator, un devanado de campo y tres devanados de amortiguamiento en el rotor. En la figura 2.1, se muestra la orientación de los devanados y la posición del rotor. Los devanados del estator están separados 120 grados eléctricos. Sin pérdida de generalidad se considera una máquina de dos polos, se puede hacer la generalización para una máquina de P polos haciendo los cambios correspondientes en las ecuaciones dinámicas con $\omega = P/2 \omega_{rotor}$ en radianes por segundo. El par mecánico se considera constante.

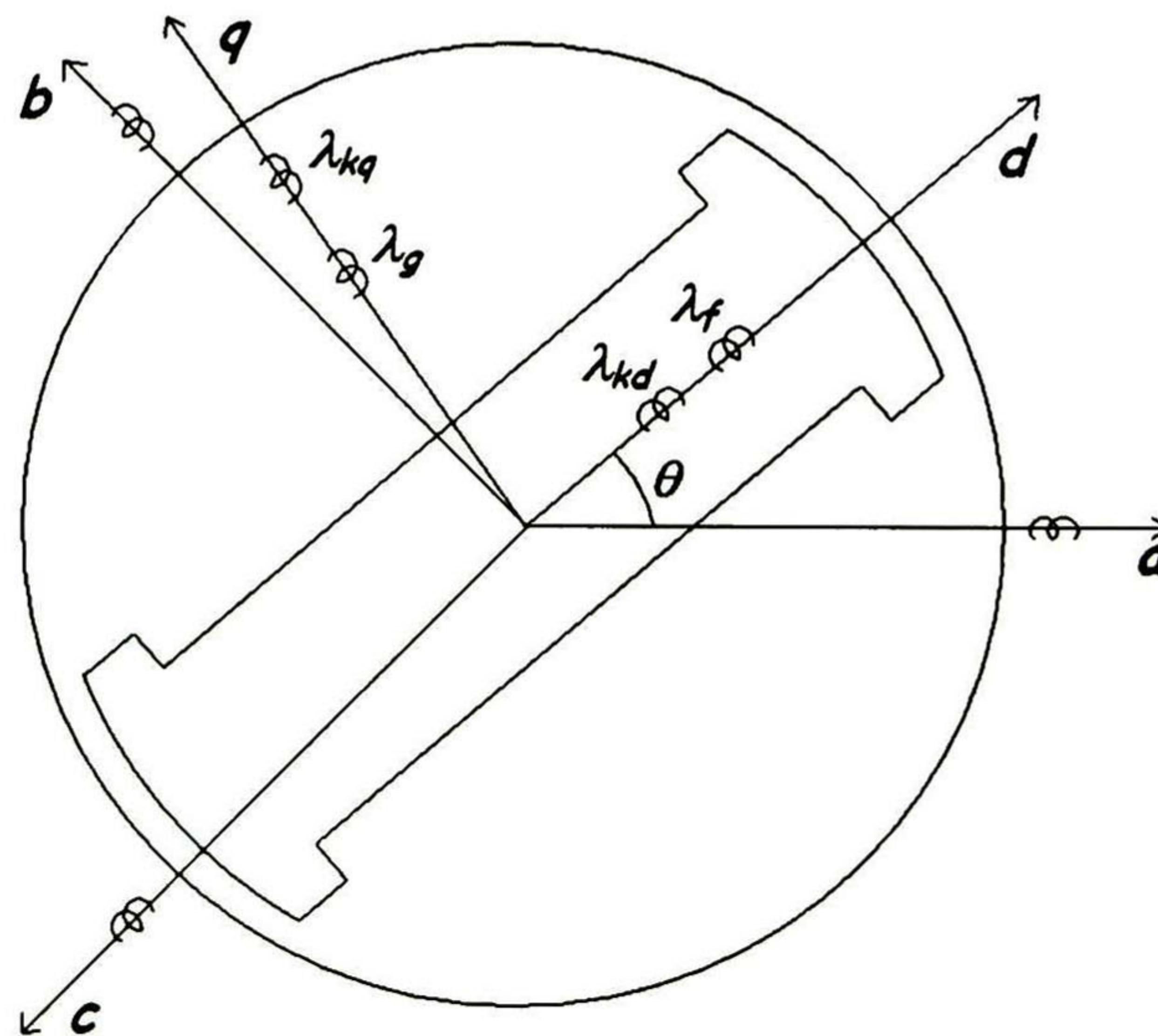


Figura 2.1. Representación esquemática de un generador síncrono.

2.2.1 Dinámica eléctrica.

De las leyes de Kirchhoff y la ley de Faraday, podemos obtener las ecuaciones de equilibrio eléctrico para el generador síncrono. Las ecuaciones en p. u. [55], son:

Para el estator:

$$v_a = -r_a i_a + \frac{d}{dt} \lambda_a \quad (2.1)$$

$$v_b = -r_b i_b + \frac{d}{dt} \lambda_b \quad (2.2)$$

$$v_c = -r_c i_c + \frac{d}{dt} \lambda_c. \quad (2.3)$$

Para el rotor:

$$v_f = r_f i_f + \frac{d}{dt} \lambda_f \quad (2.4)$$

$$v_g = r_g i_g + \frac{d}{dt} \lambda_g \quad (2.5)$$

$$v_{kd} = r_{kd} i_{kd} + \frac{d}{dt} \lambda_{kd} \quad (2.6)$$

$$v_{kq} = r_{kq} i_{kq} + \frac{d}{dt} \lambda_{kq}. \quad (2.7)$$

Además

$$v_g = v_{kd} = v_{kq} = 0$$

donde v es el voltaje, r resistencia, i corriente, λ enlace de flujo. Los subíndices a, b, c son las fases del estator. Además el subíndice f representa al devanado de campo, kd es el devanado de amortiguamiento del eje directo, g y kq son el primer y segundo devanados de amortiguamiento del eje de cuadratura respectivamente.

En forma matricial, se pueden escribir las ecuaciones de equilibrio eléctrico (2.1)-(2.7), de la forma [43]

$$V_{sr} = R_{sr} i_{sr} + \frac{d}{dt} \lambda_{sr} \quad (2.8)$$

donde

$$V_{sr} = [v_a \ v_b \ v_c \ v_f \ 0 \ 0 \ 0]^t$$

$$i_{sr} = [i_a \ i_b \ i_c \ i_f \ i_g \ i_{kd} \ i_{kq}]^t$$

$$\lambda_{sr} = [\lambda_a \ \lambda_b \ \lambda_c \ \lambda_f \ \lambda_g \ \lambda_{kd} \ \lambda_{kq}]^t$$

$$R_{sr} = \text{diag} \left\{ -r_a \ -r_b \ -r_c \ r_f \ r_g \ r_{kd} \ r_{kq} \right\}.$$

Los enlaces de flujo se pueden expresar como

$$\lambda_{sr} = L_{sr} i_{sr} \quad (2.9)$$

donde L es la matriz de inductancias de la máquina síncrona, que esta dada por

$$L_{sr} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{ag} & L_{akd} & L_{akq} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bg} & L_{bkd} & L_{bkq} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cg} & L_{ckd} & L_{ckq} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fg} & L_{fkd} & L_{fkq} \\ L_{ga} & L_{gb} & L_{gc} & L_{gf} & L_{gg} & L_{gkd} & L_{gkq} \\ L_{kda} & L_{kdb} & L_{kdc} & L_{kdf} & L_{kdg} & L_{kdkd} & L_{kdkq} \\ L_{kqa} & L_{kqb} & L_{kqc} & L_{kqf} & L_{kqg} & L_{kqkd} & L_{kqkq} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

y los elementos ij de (2.10) son: para $i = j$ las inductancias propias del devanado i , para $i \neq j$ las inductancias mutuas entre el devanado i y el devanado j . Hay que mencionar que los valores de las inductancias dependen de la posición el rotor.

Para obtener una representación que no dependa de la posición angular del rotor, se realiza la transformación de Park [53]. Como el sistema es trifásico balanceado podemos eliminar la componente 0 de los vectores y definimos la transformación de Park como

$$V_{dq} \triangleq TV_{sr}, \quad i_{dq} \triangleq Ti_{sr}, \quad \lambda_{dq} \triangleq T\lambda_{sr} \quad (2.11)$$

donde

$$V_{dq} \triangleq [V_1 \quad V_2]' = \left[\begin{bmatrix} v_d & v_q \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_f & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right]',$$

$$i_{dq} \triangleq [i_1 \quad i_2]' = \left[\begin{bmatrix} i_d & i_q \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_f & i_g & i_{kd} & i_{kq} \end{bmatrix} \right]'$$

$$\lambda_{dq} \triangleq [\lambda_1 \quad \lambda_2]' = \left[\begin{bmatrix} \lambda_d & \lambda_q \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \lambda_f & \lambda_g & \lambda_{kd} & \lambda_{kq} \end{bmatrix} \right]'$$

y la matriz T , que es

$$T = \begin{bmatrix} T_p & 0 \\ 0 & I_4 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

donde

$$T_p \triangleq \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \text{sen}\theta & \text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

La matriz inversa de T es

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} T_p^{-1} & 0 \\ 0 & I_4 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

donde

$$T_p^{-1} = \begin{bmatrix} \text{sen}\theta & \text{cos}\theta & 1 \\ \text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{cos}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \text{cos}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Aplicando la transformación definida en (2.11) en (2.8) y dado que el sistema es simétrico balanceado ($v_0 = i_0 = 0$), obtenemos

$$V_{dq} = R i_{dq} + \frac{d}{dt} \lambda_{dq} + W \lambda_{dq} \quad (2.16)$$

donde

$$R \triangleq \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{diag}\{-r_s & -r_s\} & 0 \\ 0 & \text{diag}\{r_f & r_g & r_{kd} & r_{kq}\} \end{bmatrix},$$

$$W = \begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

La relación entre los enlaces de flujo y las corrientes después de la transformación es

$$\lambda_{dq} = L_{dq} i_{dq} \quad (2.17)$$

donde

$$L_{dq} = T^{-1} L_{sr} T = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ -L_{12}^T & L_{22} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$L_{11} = \begin{bmatrix} -L_d & 0 \\ 0 & -L_d \end{bmatrix}, \quad L_{12} = \begin{bmatrix} L_{md} & 0 & L_{md} & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & L_{mq} \end{bmatrix},$$

$$L_{22} = \begin{bmatrix} L_f & 0 & L_{md} & 0 \\ 0 & L_g & 0 & L_{mq} \\ L_{md} & 0 & L_{kd} & 0 \\ 0 & L_{mq} & 0 & L_{kq} \end{bmatrix}$$

y L_{md} , L_{mq} son las inductancias de magnetización del eje directo y de cuadratura respectivamente.

Resolviendo (2.16) para $\frac{d}{dt}\lambda_{dq}$, tenemos

$$\frac{d}{dt}\lambda_{dq} = -Ri_{dq} - W\lambda_{dq} + V_{dq}. \quad (2.19)$$

Resolviendo (2.17) para i_{dq} y sustituyendo en (2.19), resulta

$$\frac{d}{dt}\lambda_{dq} = -[RL_{dq}^{-1} + W]\lambda_{dq} + V_{dq}. \quad (2.20)$$

De la ecuación (2.17) se puede resolver i_1 en función de λ_1 , λ_2 , esto es

$$i_1 = (L_{11} + L_{12}L_{22}^{-1}L_{12}^T)^{-1}\lambda_1 - (L_{11} + L_{12}L_{22}^{-1}L_{12}^T)^{-1}L_{sr}L_{22}^{-1}\lambda_2. \quad (2.21)$$

En forma equivalente (2.21) se puede escribir como

$$i_1 = P_{11}\lambda_1 + P_{12}\lambda_2 \quad (2.22)$$

donde

$$P_{11} = (L_{11} + L_{12}L_{22}^{-1}L_{12}^T)^{-1}$$

$$P_{12} = (L_{11} + L_{12}L_{22}^{-1}L_{12}^T)^{-1}L_{12}L_{22}^{-1}$$

Se puede definir una transformación de la forma

$$[\lambda_2 \quad i_1]' = P[\lambda_1 \quad \lambda_2]' \quad (2.23)$$

donde

$$P = \begin{bmatrix} 0 & I_4 \\ P_{11} & P_{12} \end{bmatrix}.$$

Derivando $[\lambda_2 \ i_1]'$ con respecto al tiempo y usando (2.22) se pueden obtener las ecuaciones dinámicas en función de las variables λ_2, i_1 , esto es

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_2 \\ i_1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \lambda_2 \\ i_1 \end{bmatrix} + PV_{dq} \quad (2.24)$$

donde $A = -P[RL_{dq}^{-1} + W]P^{-1}$

2.2.2 Dinámica mecánica.

La ecuación de equilibrio para la dinámica mecánica del generador síncrono se puede obtener a través de la segunda ley de Newton, esto es

$$T_m - T_e - T_i - T_k - T_D = 0 \quad (2.25)$$

donde T_m es el par mecánico del primo motor, T_e es el par eléctrico, T_i es el par inercial, T_k es el par elástico que es proporcional al desplazamiento de torsión angular de la flecha de generador, T_D , es el par de amortiguamiento que es proporcional a la velocidad del rotor. En este trabajo sólo se consideran el par mecánico y el par eléctrico, de tal forma que la ecuación dinámica puede escribirse como

$$T_j \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e \quad (2.26)$$

donde $T_j = 2H/\omega_b$, H es la constante de inercia del generador y ω_b es la velocidad de sincronismo del generador en radianes por segundo. El par eléctrico esta dado por

$$T_e = \lambda_d i_q - \lambda_q i_d. \quad (2.27)$$

Obteniendo λ_d, λ_q de (2.23) y sustituyendo en (2.26) se obtiene la ecuación dinámica para la parte mecánica del generador que es

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{T_j} \left[T_m - (a_1 \lambda_f i_q + a_2 \lambda_g i_d + a_3 \lambda_{kd} i_q + a_4 \lambda_{kq} i_d + a_5 i_d i_q) \right] \quad (2.28)$$

donde las constantes $a_i, i = 1, 2, \dots, 5$ se definen en el apéndice.

Otra variable imprescindible para el estudio de estabilidad de sistemas de potencia es el ángulo de carga del generador.

La ecuación dinámica para el ángulo de carga es

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s. \quad (2.29)$$

Las ecuaciones (2.28), (2.29) representan la dinámica mecánica del generador síncrono.

2.2.3 Ecuaciones dinámicas en espacio de estado.

A continuación se presentan las ecuaciones dinámicas obtenidas en las secciones 2.2.1 y 2.2.2 en espacio de estado que se utilizarán para el diseño del controlador y para el análisis de estabilidad

$$\dot{x}_{1i} = x_{2i} - \omega_b \quad (2.30.a)$$

$$\dot{x}_{2i} = \frac{\omega_b}{2H} [Tm_i - (a_{i1}x_{3i}z_{2i} + a_{i2}x_{4i}z_{1i} + a_{i3}x_{5i}z_{2i} + a_{i4}x_{6i}z_{1i} + a_{i5}z_{1i}z_{2i})] \quad (2.30.b)$$

$$\dot{x}_{3i} = b_{i1}x_{3i} + b_{i2}x_{5i} + b_{i3}z_{1i} + b_{i4}v_{fi} \quad (2.30.c)$$

$$\dot{x}_{4i} = c_{i1}x_{4i} + c_{i2}x_{6i} + c_{i3}z_{2i} \quad (2.30.d)$$

$$\dot{x}_{5i} = d_{i1}x_{3i} + d_{i2}x_{5i} + d_{i3}z_{1i} \quad (2.30.e)$$

$$\dot{x}_{6i} = e_{i1}x_{4i} + e_{i2}x_{6i} + e_{i3}z_{2i} \quad (2.30.f)$$

$$\varepsilon \dot{z}_{1i} = h_{i1}v_{di} + h_{i2}x_{3i} + h_{i3}x_{5i} + h_{i4}x_{2i}x_{4i} + h_{i5}x_{2i}x_{6i} + h_{i6}x_{2i}z_{2i} + h_{i7}z_{1i} + h_{i8}v_{fi} \quad (2.30.g)$$

$$\varepsilon \dot{z}_{2i} = k_{i1}v_{qi} + k_{i2}x_{4i} + k_{i3}x_{6i} + k_{i4}x_{2i}x_{3i} + k_{i5}x_{2i}x_{5i} + k_{i6}x_{2i}z_{1i} + k_{i7}z_{2i} \quad (2.30.h)$$

donde

$$X_i = [x_{1i} \ x_{2i} \ x_{3i} \ x_{4i} \ x_{5i} \ x_{6i}]^t = [\delta_i \ \omega_i \ \lambda_{fi} \ \lambda_{gi} \ \lambda_{kdi} \ \lambda_{kqi}]^t$$

$$Z_i = [z_{1i} \ z_{2i}]^t = [i_{di} \ i_{qi}]^t$$

para $i=1, 2, \dots, n$, $\varepsilon = 1/\omega_b$

y las constantes

$$a_{ij}, \quad j=1, 2, 3, 4, 5,$$

$$b_{ij}, \quad j=1, 2, 3, 4,$$

$$c_{ij}, \quad j=1, 2, 3,$$

$$d_{ij}, \quad j=1, 2, 3,$$

$$e_{ij}, \quad j=1, 2, 3,$$

$$h_{ij}, \quad j=1, 2, \dots, 8,$$

$$k_{ij}, \quad j=1, 2, \dots, 7,$$

se definen en el apéndice.

2.2.4 Ángulo de referencia de los generadores.

La estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia depende de los ángulos relativos de los generadores, es decir, depende de las diferencias angulares de los rotores de los generadores [46]. Los ángulos de los generadores son linealmente dependientes, por lo cual en el modelo del sistema eléctrico de potencia existe al menos una ecuación diferencial más de las necesarias para resolver el sistema debido a que cada sistema rotacional tiene una referencia para los ángulos. Eligiendo al generador 1 como referencia se define el ángulo relativo a la máquina 1 como

$$\hat{\delta}_i \triangleq \delta_i - \delta_1; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.31)$$

Las derivadas para los nuevos estados son

$$\frac{d\hat{\delta}_1}{dt} = 0 \quad (2.32)$$

$$\frac{d\hat{\delta}_i}{dt} = \omega_i - \omega_1, \quad i = 2, 3, \dots, n. \quad (2.33)$$

Se deben hacer las siguientes modificaciones a los modelos de los generadores:

- a) Reemplazar δ_i con $\hat{\delta}_i$ y $\hat{\delta}_1 = 0$.
- b) Reemplazar ω_b en la ecuación dinámica de $\hat{\delta}_i$ con ω_1 .

De esta forma el orden del sistema se reduce en uno.

2.3 Modelo de una línea de transmisión.

En esta sección se considera el modelo de una línea de transmisión de parámetros concentrados desde sus terminales de conexión. En la figura 2.2 se muestra el diagrama esquemático de una línea en circuito π . En esta figura 2.2 los elementos en derivación de la línea sólo contemplan el efecto capacitivo. ($r_{cap} \rightarrow \infty$; $G_{cap} \rightarrow 0$). La línea se considera trifásica balanceada. En la figura 2.2 R_L es la resistencia de la línea, L es la inductancia de la línea, V_1 y V_2 son los voltajes en los nodos de conexión de la línea, C_1 y C_2 son las capacitancias de la línea, i es la corrientes de la línea, i_1 e i_2 son las inyecciones de corriente en los nodos de la línea.

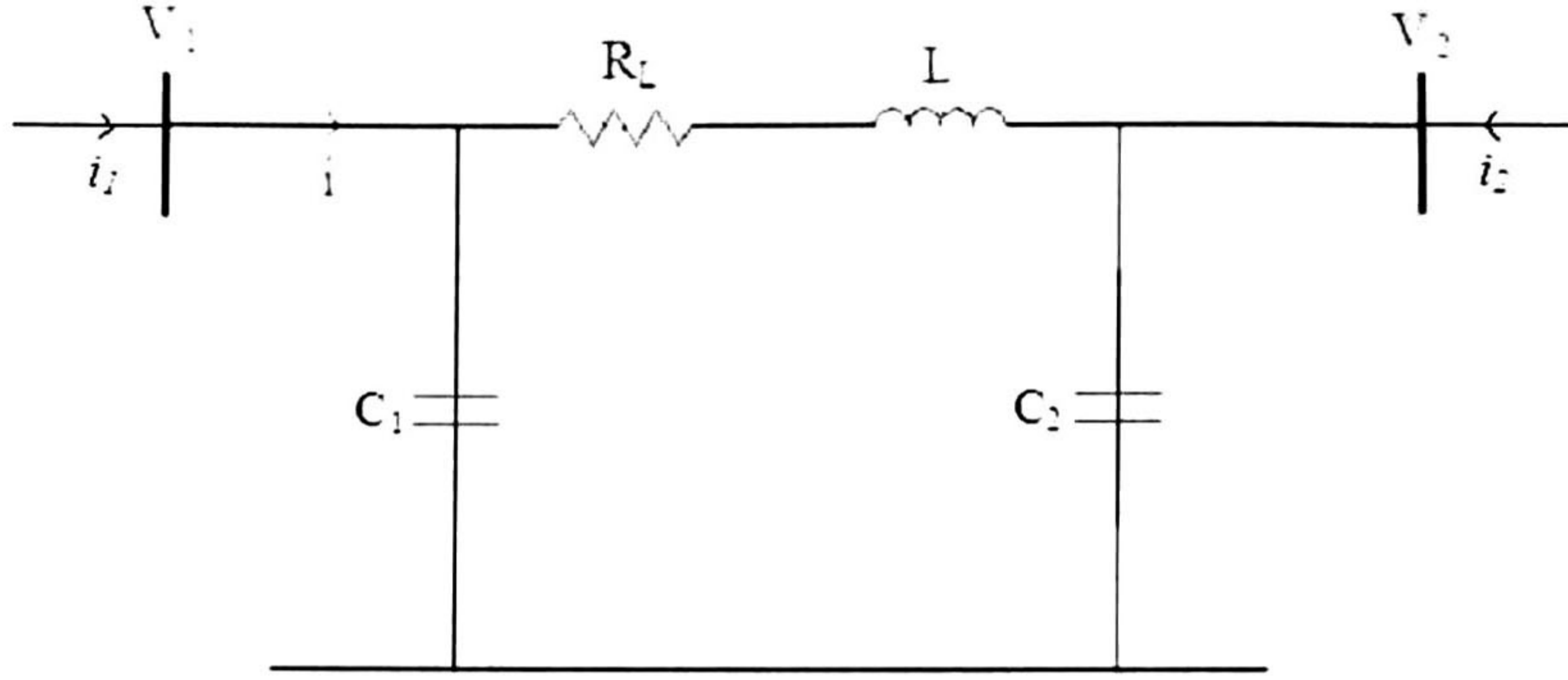


Figura 2.2. Línea de transmisión en circuito π .

2.3.1 Dinámica de la corriente en serie de la línea de transmisión.

La ecuación de voltaje de la línea para la componente en serie es

$$v_{1abc} - v_{2abc} = R_{abc} i_{abc} + \frac{d}{dt} \lambda_{abc} \quad (2.34)$$

donde

$$\begin{aligned} v_{1abc} &= [v_{1a} \quad v_{1b} \quad v_{1c}]' & v_{2abc} &= [v_{2a} \quad v_{2b} \quad v_{2c}]' \\ i_{abc} &= [i_a \quad i_b \quad i_c]' & \lambda_{abc} &= [\lambda_a \quad \lambda_b \quad \lambda_c]' \\ R_{abc} &= \text{diag}\{R_a \quad R_b \quad R_c\}. \end{aligned}$$

Realizando la transformación de Park a la ecuación (2.34), utilizando la matriz de transformación (2.13), tenemos

$$T_p^{-1} (v_{1dq0} - v_{2dq0}) = R_{dq0} T_p^{-1} i_{dq0} + \frac{d}{dt} (T_p^{-1} \lambda_{dq0})$$

o, de forma equivalente

$$T_p^{-1} (v_{1dq0} - v_{2dq0}) = R_{dq0} T_p^{-1} i_{dq0} + T_p^{-1} \frac{d}{dt} (\lambda_{dq0}) + \frac{d}{dt} (T_p^{-1}) \lambda_{dq0} \quad (2.35)$$

donde

$$\begin{aligned} v_{1dq0} &= [v_{1d} \quad v_{1q} \quad v_{10}]' & v_{2dq0} &= [v_{2d} \quad v_{2q} \quad v_{20}]' \\ i_{dq0} &= [i_d \quad i_q \quad i_0]' & \lambda_{dq0} &= [\lambda_d \quad \lambda_q \quad \lambda_0]' \\ R_{dq0} &= R_{abc}. \end{aligned}$$

Los enlaces de flujo λ_{abc} , λ_{dq0} se relacionan con las corrientes i_{abc} , i_{dq0} mediante

$$\begin{aligned}\lambda_{abc} &= L_{abc} i_{abc} \\ \lambda_{dq0} &= L_{dq0} i_{dq0}\end{aligned}\quad (2.36)$$

donde

$$L_{abc} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}, \quad L_{dq0} = T_p^{-1} L_{abc} T_p = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix}.$$

Sustituyendo (2.36) en (2.35), obtenemos

$$T_p^{-1} (v_{1dq0} - v_{2dq0}) = R_{dq0} T_p^{-1} i_{dq0} + T_p^{-1} \frac{d}{dt} (L_{dq0} i_{dq0}) + \frac{d}{dt} (T_p^{-1}) L_{dq0} i_{dq0}. \quad (2.37)$$

Resolviendo (2.37) para $\frac{d}{dt} i_{dq0}$, tenemos

$$\frac{d}{dt} i_{dq0} = A_1 + L_{dq0}^{-1} (v_{1dq0} - v_{2dq0}) \quad (2.38)$$

donde

$$A_1 = L_{dq0}^{-1} \left(T_p R_{dq0} T_p^{-1} + T_p \frac{d}{dt} (T_p^{-1}) L_{dq0} \right) = \begin{bmatrix} \frac{R_L}{L} & -\frac{\omega_r}{\omega_b} & 0 \\ \frac{\omega_r}{\omega_b} & \frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_L}{L} \end{bmatrix}.$$

Expresando la ecuación (2.38) en p. u., se tiene

$$\frac{d}{dt} i_{dq0} = -A_2 i_{dq0} + L_{pu} (v_{1dq0} - v_{2dq0}) \quad (2.39)$$

donde

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{R_L \omega_b}{L} & -\omega_r & 0 \\ \omega_r & \frac{R_L \omega_b}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_L \omega_b}{L} \end{bmatrix}, \quad L_{pu} = \begin{bmatrix} \frac{\omega_b}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\omega_b}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_b}{L} \end{bmatrix}.$$

La ecuación (2.39) describe la dinámica de la corriente en serie en la línea de transmisión en p. u. con ω en *rad/seg* y el tiempo expresado en segundos.

2.3.2 Dinámica del voltaje en la línea de transmisión.

La corriente en un capacitor está dado por

$$i_{cap1abc} = \frac{d}{dt} q_{cap1abc} \quad (2.40)$$

donde $i_{cap1abc}$ es la corriente que circula por el capacitor y $q_{cap1abc}$ es la carga eléctrica del mismo. Utilizando la matriz de transformación (2.13) se puede transformar la ecuación (2.40), esto es

$$i_{cap1dq0} = \frac{d}{dt} (q_{cap1dq0}) + T_p \frac{d}{dt} (T_p^{-1}) q_{cap1dq0}. \quad (2.41)$$

El voltaje y la carga del capacitor se relacionan mediante

$$q_{cap1dq0} = C_1 v_{1dq0}. \quad (2.42)$$

Sustituyendo (2.40) y (2.42) en (2.41), se tiene

$$\frac{d}{dt} v_{1dq0} = A_3 v_{1dq0} + C_1^{-1} i_{cap1dq0} \quad (2.43)$$

donde

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r / \omega_b & 0 \\ -\omega_r / \omega_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Expresando (2.43) en p. u., se obtiene

$$\frac{d}{dt} v_{1dq0} = A_4 v_{1dq0} + C_1^{-1} \omega_b i_{cap1dq0} \quad (2.44)$$

donde

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r & 0 \\ -\omega_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

La dinámica del voltaje en el extremo 1 de la línea de transmisión en p. u. está descrito por la ecuación (2.44). Aplicando la primera ley de Kirchhoff a los nodos 1 y 2 de la línea de transmisión, se tiene

$$i_{1dq0} = i_{dq0} + i_{cap1dq0}, \quad i_{2dq0} = -i_{dq0} + i_{cap2dq0}. \quad (2.45)$$

Sustituyendo (2.45) en (2.44), obtenemos

$$\frac{d}{dt} v_{1dq0} = A_4 v_{1dq0} + C_1^{-1} \omega_b (i_{1dq0} - i_{dq0}) \quad (2.46)$$

$$\frac{d}{dt} v_{2dq0} = A_4 v_{2dq0} + C_2^{-1} \omega_b (i_{2dq0} + i_{dq0}). \quad (2.47)$$

Agrupado las ecuaciones (2.39), (2.46) y (2.47), se obtiene el modelo completo de la línea, que es

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dq0} \\ v_{1dq0} \\ v_{2dq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & L_{pu} & -L_{pu} \\ -C_1 A_4 & A_4 & 0 \\ C_2 A_4 & 0 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dq0} \\ v_{1dq0} \\ v_{2dq0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_b C_1^{-1} I_3 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_b C_2^{-1} I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ i_{1dq0} \\ i_{2dq0} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

donde I_3 es una matriz identidad de dimensión 3. La ecuación (2.48) describe la dinámica de una línea de transmisión en p. u. en el marco de referencia $dq0$.

2.3.3 Modelo de la línea de transmisión en espacio de estado.

El modelo de la línea de transmisión en espacio de estado es

$$\dot{x}_L = A_L x_L + D_L i_{12} \quad (2.49)$$

donde

$$x_L = [x_{L1} \quad x_{L2} \quad \cdots \quad x_{L9}]^T = [i_{dq0} \quad v_{1dq0} \quad v_{2dq0}]^T$$

$$A_L = \begin{bmatrix} A_2 & L_{pu} & -L_{pu} \\ -C_1 A_4 & A_4 & 0 \\ C_2 A_4 & 0 & A_4 \end{bmatrix}, \quad D_L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_b C_1^{-1} I_3 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_b C_2^{-1} I_3 \end{bmatrix},$$

$$i_{12} = [0 \quad i_{1dq0} \quad i_{2dq0}]^T$$

La ecuación (2.49) describe la dinámica de una línea de transmisión en el marco de referencia $dq0$ en p. u.

2.4 Consumidores.

En esta sección se presenta el modelo matemático de una carga para el caso particular de una carga de impedancia constante como se muestra en la figura 2.3. Se considera la carga trifásica balanceada.

La ecuación para el voltaje en la carga es

$$v_{kabc} = Ri_{abc} + \frac{d}{dt} \lambda_{abc}. \quad (2.50)$$

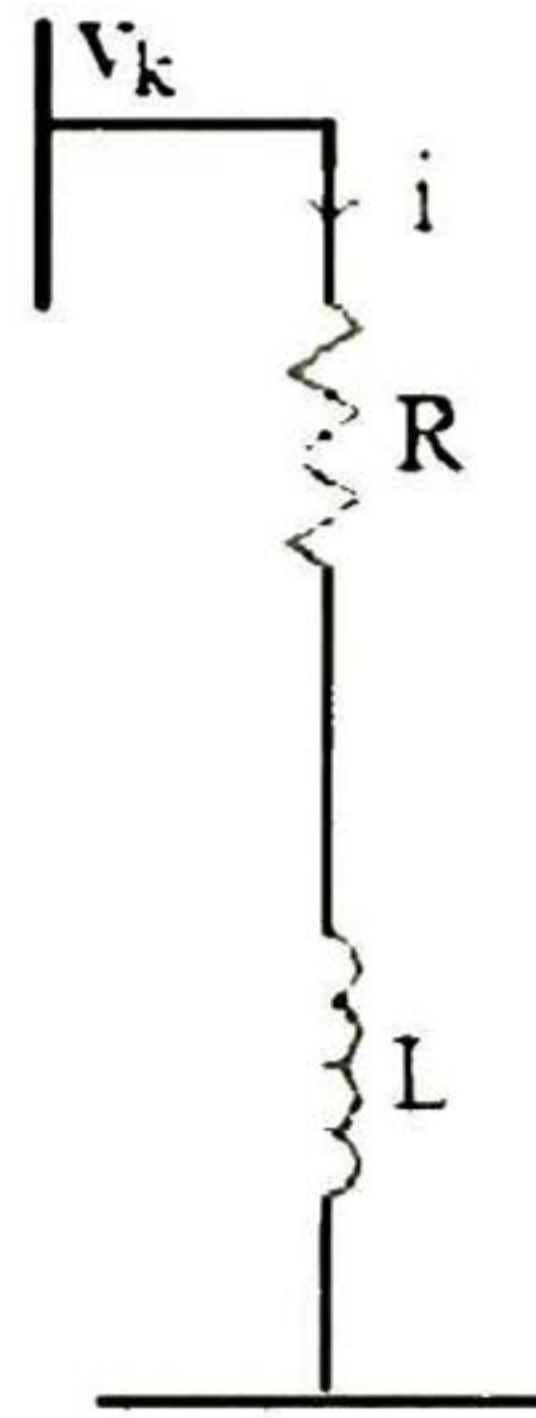


Figura 2.3. Carga de impedancia constante.

Transformando la ecuación (2.50), utilizando la matriz de transformación (2.13), obtenemos

$$T_p^{-1} v_{kdq0} = RT_p^{-1} i_{dq0} + T_p^{-1} \frac{d}{dt} \lambda_{dq0} + \frac{d}{dt} (T_p^{-1}) \lambda_{dq0}. \quad (2.51)$$

Sustituyendo la relación (2.36) en la ecuación (2.51) y resolviendo para $\frac{d}{dt} i_{dq0}$, tenemos

$$\frac{d}{dt} i_{dq0} = A_5 i_{dq0} + L^{-1} I_3 v_{kdq0} \quad (2.52)$$

donde

$$A_5 = L^{-1} \left(T_p R T_p^{-1} + T_p \frac{d}{dt} (T_p^{-1}) L \right) = \begin{bmatrix} \frac{R}{L} & -\frac{\omega_r}{\omega_b} & 0 \\ \frac{\omega_r}{\omega_b} & \frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R}{L} \end{bmatrix}.$$

Expresando la ecuación (2.52) en p. u., se obtiene

$$\frac{d}{dt} i_{dq0} = A_c i_{dq0} + L_c v_{kdq0} \quad (2.53)$$

donde

$$A_c = \begin{bmatrix} \frac{\omega_b R}{L} & -\omega_r & 0 \\ \omega_r & \frac{\omega_b R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_b R}{L} \end{bmatrix}, \quad L_c = \begin{bmatrix} \frac{\omega_b}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\omega_b}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_b}{L} \end{bmatrix}.$$

La ecuación (2.53) describe la dinámica para una carga de impedancia constante expresada en p. u. en el marco de referencia $dq0$.

En espacio de estado, la ecuación (2.53) puede representarse como

$$\dot{x}_c = A_c x_c + L_c v_{kdq0} \quad (2.54)$$

donde

$$x_c = [x_{c1} \quad x_{c2} \quad x_{c3}]' = [i_d \quad i_q \quad i_0]'$$

La ecuación (2.54) describe la dinámica de una carga de impedancia constante en espacio de estado en p. u. y en el marco de referencia $dq0$.

2.5 Modelo de un sistema eléctrico de potencia.

En esta sección se desarrolla el modelo matemático de la red eléctrica de un sistema eléctrico de potencia con n generadores síncronos m nodos y k cargas interconectadas por transformadores y líneas de transmisión. Se desarrollan las ecuaciones para las restricciones de los voltajes terminales en los generadores, es decir, de su interconexión con la red eléctrica en el caso en el que las cargas son representadas por impedancias constantes.

Como se mostrará en los capítulos siguientes la dinámica del estator en el modelo de los generadores síncronos se puede despreciar. En este caso se puede despreciar la dinámica de las líneas y de las cargas y estas se pueden representar mediante fasores.

En las ecuaciones (2.30) de las ecuaciones dinámicas de los generadores se puede ver que hay 10 variables en las 8 ecuaciones dinámicas, 8 variables de estado y 2 más para las componentes de los voltajes en los ejes d y q . En el caso de un sistema de n generadores hay $8n$ ecuaciones dinámicas y $10n$ variables. Se necesitan $2n$ ecuaciones más para completar la descripción del sistema. Estas ecuaciones se obtienen de las restricciones de los voltajes terminales de los generadores. Es necesario obtener relaciones entre los voltajes de los generadores y las variables de estados.

2.5.1 Representación matricial de una red pasiva.

La red pasiva tiene m nodos y su representación matemática en forma fasorial es

$$\bar{I} = \bar{Y}\bar{V} \quad (2.55)$$

donde

$$\bar{V} = [V_1 \quad V_2 \quad \dots \quad V_m]' \quad \bar{I} = [I_1 \quad I_2 \quad \dots \quad I_m]'$$

y la matriz \bar{Y} es la matriz de admitancias de la red, cuyos elementos se calculan de la manera siguiente:

- a) \bar{Y}_{ii} es la suma de todas las admitancias conectadas al nodo i .
- b) \bar{Y}_{ij} es el negativo de las admitancias conectadas entre el nodo i y el nodo j .

2.5.2 Reducción de la red eléctrica.

Ahora se obtendrá la red eléctrica reducida del sistema (2.55) [2]. Para esto se incorporan los nodos de los transformadores en la red, añadiendo las reactancias de los transformadores a los generadores. Posteriormente se incorporan las cargas a la red ya que las cargas son de impedancia constante. En forma equivalente, se consideran las corrientes en los nodos iguales a cero excepto en los nodos internos de los generadores para obtener una red reducida de sólo n nodos, donde las únicas inyecciones de corriente diferentes de cero son las de los generadores. Entonces tenemos la representación matricial para las corrientes de la red reducida como

$$\bar{I} = \begin{bmatrix} \bar{I}_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

donde $\bar{I}_n = [I_1 \quad I_2 \quad \dots \quad I_n]$ es el vector de corrientes en los nodos de generación. Dividiendo la matriz de admitancias de acuerdo con (2.56), tenemos

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{n \times n} & \bar{Y}_{n \times m-n} \\ \bar{Y}_{m-n \times n} & \bar{Y}_{m-n \times m-n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_n \\ \bar{V}_{m-n} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

donde

$$\bar{V}_n = [V_1 \quad V_2 \quad \dots \quad V_n]' \quad \bar{V}_{m-n} = [V_{n+1} \quad V_{n+2} \quad \dots \quad V_m]'$$

De (2.57) se tienen las ecuaciones

$$\bar{I}_n = \bar{Y}_{n \times n} \bar{V}_n + \bar{Y}_{n \times m-n} \bar{V}_{m-n}, \quad (2.58)$$

$$0 = \bar{Y}_{n \times m-n} \bar{V}_n + \bar{Y}_{m-n \times n} \bar{V}_{m-n}. \quad (2.59)$$

Resolviendo (2.59) para \bar{V}_{m-n} y sustituyendo en (2.58), se obtiene

$$\bar{I}_n = \bar{M} \bar{V}_n \quad (2.60)$$

donde $\bar{M} = \bar{Y}_{n \times n} - \bar{Y}_{n \times m-n} \bar{Y}_{m-n \times m-n}^{-1} \bar{Y}_{m-n \times n}$. La ecuación (2.60) describe la red reducida con sólo n nodos, los de generación.

2.5.3 Transformación de la red eléctrica.

Una vez obtenidas las relaciones generales de la red, es necesario expresar este modelo en el marco de referencia $dq0$. Transformando la relación (2.60) al marco de referencia $dq0$, tenemos

$$\bar{I}_{dq0} = \bar{M}_{dq0} \bar{V}_{dq0} \quad (2.61)$$

donde

$$\bar{V}_{dq0} = [V_{dq01} \quad V_{dq02} \quad \dots \quad V_{dq0n}]' \quad \bar{I}_{dq0} = [I_{dq01} \quad I_{dq02} \quad \dots \quad I_{dq0n}]'$$

y la matriz \bar{M}_{dq0} se define como

$$\bar{M}_{dq0} \triangleq T_s^{-1} \bar{M} T_s \quad (2.62)$$

con

$$T_s = \text{diag} \{T_{s1} \quad T_{s2} \quad \dots \quad T_{sn}\},$$

$$T_{si} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \text{sen} \delta_i & \text{sen}(\delta_i - 2\pi/3) & \text{sen}(\delta_i + 2\pi/3) \\ \cos \delta_i & \cos(\delta_i - 2\pi/3) & \cos(\delta_i + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

La ecuación (2.62) consta de n ecuaciones complejas. Se pueden obtener las proyecciones de los voltajes y corrientes en los ejes directo y de cuadratura para obtener $2n$ ecuaciones reales, esto es

$$\tilde{I}_{dq0} = \tilde{M}_{dq0} \tilde{V}_{dq0} \quad (2.63)$$

donde

$$\tilde{V}_{dq0} = [V_{d1} \ V_{q1} \ V_{d2} \ V_{q2} \ \dots \ V_{dn} \ V_{qn}]', \quad \tilde{I}_{dq0} = [I_{d1} \ I_{q1} \ I_{d2} \ I_{q2} \ \dots \ I_{dn} \ I_{qn}]'$$

$$\tilde{M}_{dq0} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{\bar{M}_{dq01,1}\} & -\operatorname{Im}\{\bar{M}_{dq01,1}\} & & \operatorname{Re}\{\bar{M}_{dq01,n}\} & -\operatorname{Im}\{\bar{M}_{dq01,n}\} \\ \operatorname{Im}\{\bar{M}_{dq01,1}\} & \operatorname{Re}\{\bar{M}_{dq01,1}\} & & \operatorname{Im}\{\bar{M}_{dq01,n}\} & \operatorname{Re}\{\bar{M}_{dq01,n}\} \\ & \vdots & & \vdots & \\ \operatorname{Re}\{\bar{M}_{dq0n,1}\} & -\operatorname{Im}\{\bar{M}_{dq0n,1}\} & & \operatorname{Re}\{\bar{M}_{dq0n,n}\} & -\operatorname{Im}\{\bar{M}_{dq0n,n}\} \\ \operatorname{Im}\{\bar{M}_{dq0n,1}\} & \operatorname{Re}\{\bar{M}_{dq0n,1}\} & & \operatorname{Im}\{\bar{M}_{dq0n,n}\} & \operatorname{Re}\{\bar{M}_{dq0n,n}\} \end{bmatrix}.$$

2.5.4 Preparación de datos y cálculos preliminares.

Para el análisis de estabilidad en un sistema eléctrico de potencia es necesario el conocimiento de algunos datos fundamentales, los cuales se enumeran a continuación [2]:

- Todos los datos del sistema son expresados en p. u.
- Las cargas se representan por sus impedancias o admitancias.
- Los parámetros de los generadores, los valores nominales, las reactancias y constantes de tiempo síncronas, transitorias y subtransitorias, las constantes de inercia, las resistencias y reactancias de armadura.
- Los parámetros de la red.
- Un estudio de flujo de potencia de la red pre-falla para determinar la potencia activa y reactiva de los generadores así como la magnitud y el ángulo del voltaje en estado estable.
- Se calculan las admitancias equivalentes de las cargas, que están dadas por

$$\bar{Y}_L = P_L / V_L^2 - j Q_L / V_L^2 \quad (2.64)$$

- Se calculan las condiciones iniciales de los generadores como se indica

1) Se calcula la corriente compleja

$$\tilde{i} = \left(\frac{\tilde{S}}{\tilde{v}} \right)^* \quad (2.65)$$

donde \tilde{S} y \tilde{v} son la potencia y el voltaje en terminales del generador respectivamente.

2) Se calcula el voltaje complejo en el eje de cuadratura del generador, que es

$$\tilde{E}_q = \tilde{v} + (r_s + X_q)\tilde{i} = E_q \angle \delta_r. \quad (2.66)$$

3) Se calcula el voltaje de campo referido al estator, que está dado por

$$E_{fd} = E_q + (X_d - X_q)i_d = X_{md}i_f. \quad (2.67)$$

4) De (2.67) se resuelve i_f , que resulta

$$i_f = \frac{E_{fd}}{X_{md}} \quad (2.68)$$

5) Se calculan las corrientes del generador en los ejes directo y de cuadratura mediante la relación

$$i_d + ji_q = je^{-j\delta_r}\tilde{i}. \quad (2.69)$$

6) Se calculan los enlaces de flujo en los devanados de campo y de amortiguamiento, que son

$$\lambda_f = -X_{md}i_d + X_f i_f, \quad (2.70)$$

$$\lambda_g = -X_{mq}i_q, \quad (2.71)$$

$$\lambda_{kd} = -X_{md}i_d + X_{md}i_f, \quad (2.72)$$

$$\lambda_{kq} = -X_{mq}i_q. \quad (2.73)$$

7) Se calcula el voltaje de excitación con la relación

$$v_f = r_f i_f \quad (2.74)$$

donde $r_f = \frac{X_{md} + X_f}{\omega_b \tau'_{d0}}$.

8) Se calcula el par eléctrico

$$T_e = -X_d i_d i_q + X_{md} i_f i_q + X_q i_d i_q. \quad (2.75)$$

9) Finalmente $T_m = T_e$

h) Se calcula la matriz de admitancias de la red, como se indica en la sección 2.5.1.

2.6 Sistema eléctrico de potencia en estudio.

El sistema utilizado en este trabajo es un sistema eléctrico de potencia muy conocido en la literatura [2], [46]. El WSCC (Western System Coordinating Council) es un sistema eléctrico de potencia que consta de tres generadores, tres cargas y nueve nodos, en el cual se pueden simular diferentes perturbaciones como cortos circuitos trifásicos, salida de líneas de cargas o generadores, etc. El diagrama esquemático se muestra en la figura 2.4.

2.6.1 Representación matricial de la red pasiva del WSCC.

Como las cargas son de impedancia constante sólo existen tres nodos de generación [2]. Mediante el método nodal se puede obtener el modelo de la red eléctrica en forma fasorial que es

$$\bar{I}_3 = \bar{Y}_3 \bar{V}_3 \quad (2.76)$$

donde

$$\bar{V}_3 = [V_1 \quad V_2 \quad \dots \quad V_9]^T \quad \bar{I}_3 = [I_1 \quad I_2 \quad \dots \quad I_9]^T,$$

y la matriz \bar{Y}_3 es la matriz de admitancias de la red, y sus elementos se calculan como se indica en la sección 2.5.1

2.6.2 Reducción de la red eléctrica del WSCC.

Ahora se obtendrá la red eléctrica reducida del sistema de la figura 2.4. Mediante el procedimiento utilizado en la sección 2.5.2 dividiendo la ecuación de la red como

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{n3} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{3 \times 3} & \bar{Y}_{3 \times 6} \\ \bar{Y}_{6 \times 3} & \bar{Y}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{n3} \\ \bar{V}_{n6} \end{bmatrix}$$

donde

$$\bar{V}_{n3} = [V_1 \quad V_2 \quad V_3]^T \quad \bar{V}_{n6} = [V_4 \quad V_5 \quad \dots \quad V_9]^T$$

$$\bar{I}_{n3} = [I_1 \quad I_2 \quad I_3]^T$$

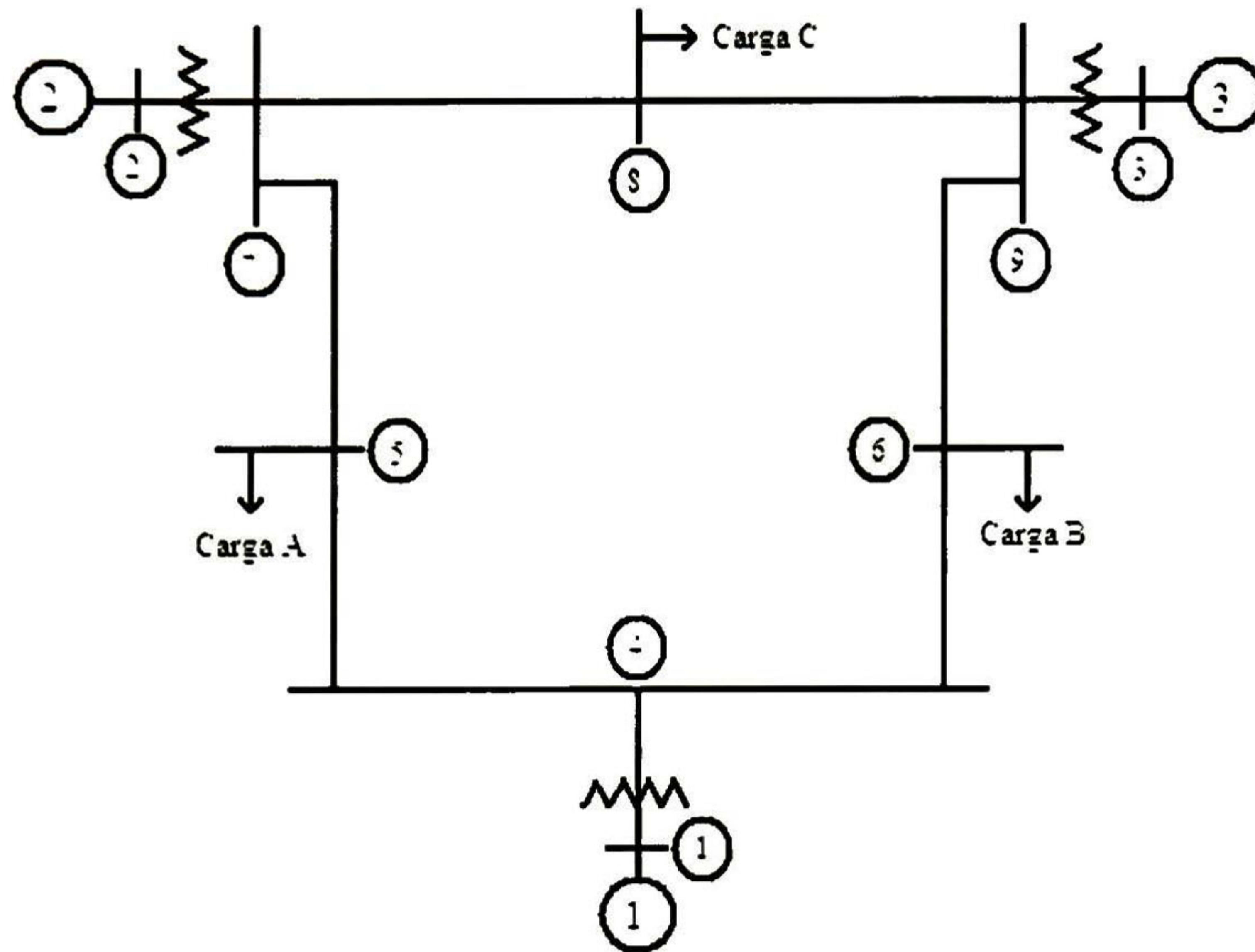


Figura 2.4. Diagrama del WSCC.

Utilizando la ecuación (2.60) se obtiene la ecuación reducida de la red que es

$$\bar{I}_{n3} = \bar{M}_{n3} \bar{V}_{n3} \quad (2.77)$$

donde $\bar{M}_{n3} = \bar{Y}_{3 \times 3} - \bar{Y}_{3 \times 6} \bar{Y}_{6 \times 6}^{-1} \bar{Y}_{6 \times 3}$

La ecuación (2.77) representa la red reducida con solo tres nodos, los de generación, una representación gráfica equivalente se muestra en la figura 2.5.

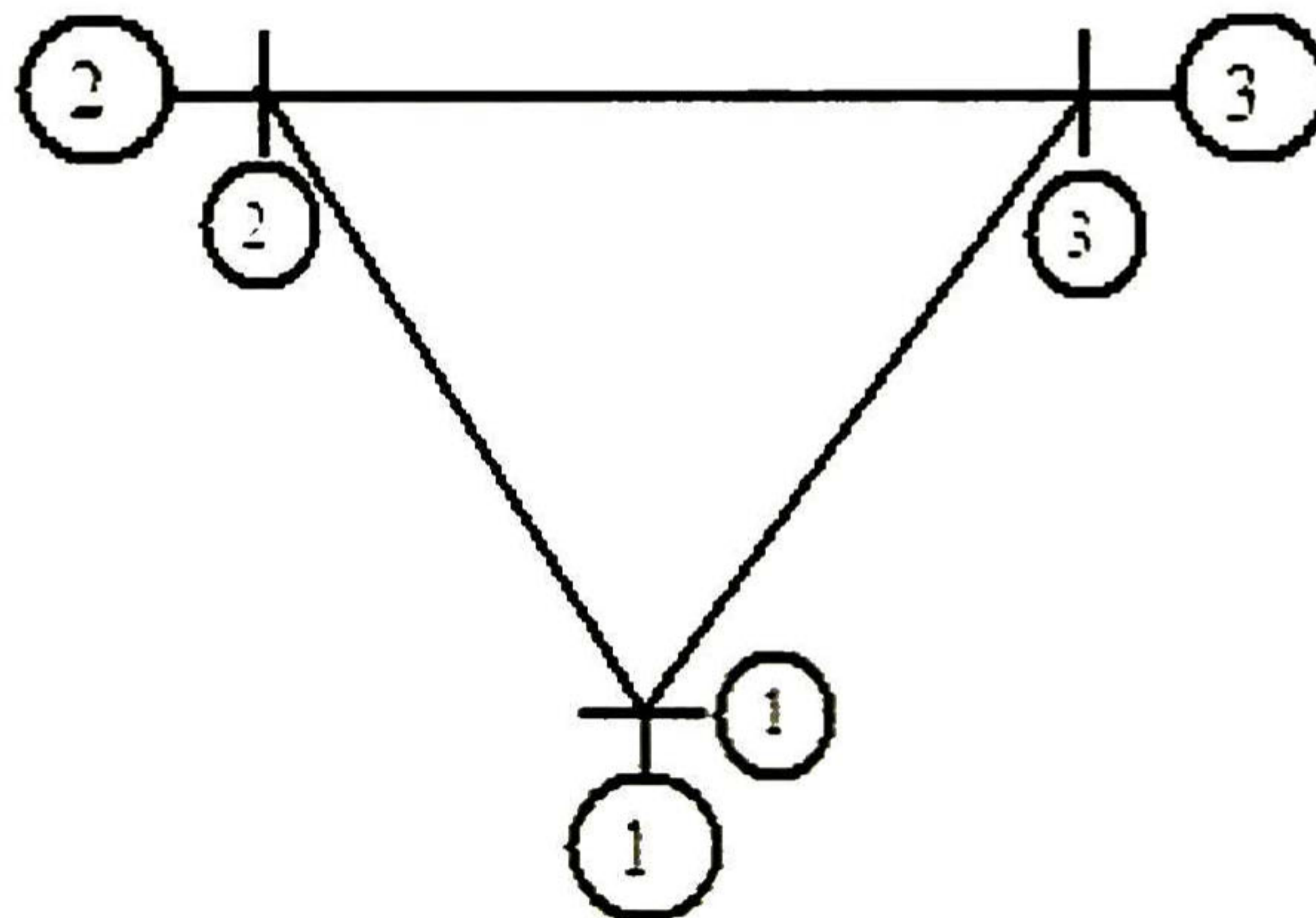


Figura 2.5. Red equivalente reducida del circuito de la figura 2.4.

2.6.3 Transformación de la red eléctrica del WSCC.

Siguiendo el procedimiento de la sección 2.5.3 se obtiene

$$\bar{I}_{dq03} = \bar{M}_{dq03} \bar{V}_{dq03} \quad (2.78)$$

donde

$$\bar{V}_{dq03} = [V_{dq01} \quad V_{dq02} \quad V_{dq03}]^T \quad \bar{I}_{dq03} = [I_{dq01} \quad I_{dq02} \quad I_{dq03}]^T$$

y la matriz \bar{M}_{dq03} se define como

$$\bar{M}_{dq03} \triangleq T_s^{-1} \bar{M} T_s \quad (2.79)$$

donde

$$T_s = \text{diag} \{T_{s1} \quad T_{s2} \quad T_{s3}\},$$

$$T_{si} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \text{sen} \delta_i & \text{sen}(\delta_i - 2\pi/3) & \text{sen}(\delta_i + 2\pi/3) \\ \cos \delta_i & \cos(\delta_i - 2\pi/3) & \cos(\delta_i + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Obteniendo las proyecciones de los voltajes y corrientes en los ejes directo y de cuadratura de la ecuación (2.78), tenemos

$$\tilde{I}_{dq03} = \tilde{M}_{dq03} \tilde{V}_{dq03} \quad (2.80)$$

donde

$$\tilde{I}_{dq03} = [I_{d1} \quad I_{q1} \quad I_{d2} \quad I_{q2} \quad I_{d3} \quad I_{q3}]^T$$

$$\tilde{V}_{dq03} = [V_{d1} \quad V_{q1} \quad V_{d2} \quad V_{q2} \quad V_{d3} \quad V_{q3}]^T$$

$$\tilde{M}_{dq03} = \begin{bmatrix} \text{Re}\{\bar{M}_{dqo1,1}\} & -\text{Im}\{\bar{M}_{dqo1,1}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo2,1}\} & -\text{Im}\{\bar{M}_{dqo2,1}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo1,3}\} & -\text{Im}\{\bar{M}_{dqo1,3}\} \\ \text{Im}\{\bar{M}_{dqo1,1}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo1,1}\} & \text{Im}\{\bar{M}_{dqo2,1}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo2,1}\} & \text{Im}\{\bar{M}_{dqo1,3}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo1,3}\} \\ \text{Re}\{\bar{M}_{dqo2,1}\} & -\text{Im}\{\bar{M}_{dqo2,1}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo2,2}\} & -\text{Im}\{\bar{M}_{dqo2,2}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo2,3}\} & -\text{Im}\{\bar{M}_{dqo2,3}\} \\ \text{Im}\{\bar{M}_{dqo2,1}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo2,1}\} & \text{Im}\{\bar{M}_{dqo2,2}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo2,2}\} & \text{Im}\{\bar{M}_{dqo2,3}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo2,3}\} \\ \text{Re}\{\bar{M}_{dqo3,1}\} & -\text{Im}\{\bar{M}_{dqo3,1}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo2,3}\} & -\text{Im}\{\bar{M}_{dqo2,3}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo3,3}\} & -\text{Im}\{\bar{M}_{dqo3,3}\} \\ \text{Im}\{\bar{M}_{dqo3,1}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo3,1}\} & \text{Im}\{\bar{M}_{dqo2,3}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo2,3}\} & \text{Im}\{\bar{M}_{dqo3,3}\} & \text{Re}\{\bar{M}_{dqo3,3}\} \end{bmatrix}$$

2.6.4 Preparación de datos y cálculos preliminares del WSCC.

Siguiendo el procedimiento descrito en la sección 2.5.4, tenemos:

- a) Todos los datos del sistema son presentados en p. u. con una base de 100MVA.
- b) Las cargas se expresan por impedancias o admitancias.
- c) Las reactancias y constantes de tiempo de los generadores, los valores nominales como los parámetros síncronos, transitorios y subtransitorios, así como las constantes de inercia, las resistencias y reactancias de armadura, se muestran en la tabla 2.1.
- d) Los parámetros de red se muestran en la tabla 2.2.
- e) Los resultados del estudio del flujo de potencia se muestran en la tabla 2.3.
- e) Las admitancias equivalentes de las cargas están en la tabla 2.2.
- g) Siguiendo el procedimiento descrito en la sección 2.5.4 inciso g), se calculan las condiciones iniciales de los generadores, que se muestran en la tabla 2.4.
- h) De la especificaciones de la red se calcula la matriz de admitancias de la red pre-falla que es

$-j8.4459$	0.0000	0.0000	$j8.4459$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	$-j5.4855$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	$j5.4855$	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	$-j4.1684$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	$j4.1684$
$j8.4459$	0.0000	0.0000	$3.3074 - j30.3937$	$-1.3652 + j11.6041$	$-1.9422 + j10.5107$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	$-1.3652 + j11.6041$	$3.8138 - j17.8426$	0.0000	$-1.1876 + j5.9751$	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	$-1.9422 + j10.5107$	0.0000	$4.1097 - j16.1335$	0.0000	0.0000	0.0000	$-1.2820 + j5.5882$
0.0000	$j5.4855$	0.0000	0.0000	$-1.1876 + j5.9751$	0.0000	$2.8047 - j24.9311$	$-1.6171 + j13.6980$	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	$-1.16171 + j13.6980$	$3.7412 - j23.6424$	$-1.1551 + j9.7843$	0.0000
0.0000	0.0000	4.1684	0.0000	0.0000	$-1.2820 + j5.5882$	0.0000	$-1.1551 + j9.7843$	$2.4371 - j19.2574$	0.0000

Tabla 2.1. Especificaciones de los generadores.

Parámetros		Generador		
		1	2	3
Nominales	MVA	247.5	192.0	128.0
	kV	16.5	18.0	13.8
	Factor de Potencia	1.0	0.85	0.85
	Tipo	Hidráulica	Térmica	Térmica
	Velocidad	180 r/min	180 r/min	180 r/min
Sin	X_d	0.1460	0.8958	1.3125
	X_q	0.0969	0.8645	1.2587
Trans	X_d'	0.0608	0.1198	0.1813
	X_q'	0.0969	0.1969	0.2500
	τ_{d0}'	8.9600	6.0000	5.8900
	τ_{q0}'	0.0000	0.5350	0.6000
Subtrans	X_d''	0.0200	0.0500	0.0800
	X_q''	0.0200	0.0500	0.0800
	τ_{d0}''	0.2000	0.3000	0.4000
	τ_{q0}''	0.2000	0.3000	0.4000
Otros	X_l	0.0336	0.0521	0.0742
	r_f	0.0000	0.0000	0.0000
	H	23.6400	6.4000	3.0100

Tabla 2.2 Especificaciones de los buses.

	Bus	Reactancias		Admitancias	
		R	X	B	G
Generadores	1-4	0.0000		0.0000	
	2-7	0.0000		0.0000	
	3-9	0.0000		0.0000	
Líneas de transmisión	4-5	0.0100	0.0850	1.3652	11.6041
	4-6	0.0170	0.0920	1.9422	10.5107
	5-7	0.0320	0.1610	1.1876	-5.9751
	6-9	0.0390	0.1700	1.2820	-5.5882
	7-8	0.0085	0.0720	1.6171	13.6980
	8-9	0.0119	0.1008	1.1551	-9.7843
Admitancias de efecto capacitivo	5-0			1.2610	-0.2643
	6-0			0.8777	-0.0346
	8-0			0.9690	-0.1601
	4-0				0.1670
	7-0				0.2275
	9-0				0.2835

Tabla 2.3. Especificaciones de los nodos.

Nodo	Tipo	Voltaje	Angulo	Potencia de generación		Potencia de carga	
				P	Q	P	Q
1	Compensador	1.04	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	Generación	1.02533	0.0000	1.63	0.0000	0.0000	0.0000
3	Generación	1.02536	0.0000	0.85	0.0000	0.0000	0.0000
4	Carga	1.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	Carga	1.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.90	0.30
6	Carga	1.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	Carga	1.00	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.35
8	Carga	1.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	Carga	1.00	0.0000	0.0000	0.0000	1.2500	0.5

Los datos de los parámetros están en una base de 100 MVA base.
La potencia esta es MW.

Tabla 2.4. Condiciones iniciales de los generadores.

	Generador 1.	Generador 2.	Generador 3.
$\delta(^{\circ})$	3.5800	61.1000	54.2000
ω	120π	120π	120π
L_f	1.7589	0.8169	0.5850
L_g	-0.6520	-0.6766	-0.8752
L_{kd}	0.5091	0.7212	0.4162
L_{kq}	-0.6520	-0.6766	-0.8752
T_m	0.7160	1.6300	0.8500

2.6.4 Resumen

Para finalizar esta sección se presenta un resumen del modelo del sistema en estudio. El modelo consiste en un sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas (DAE) que consiste en

a) Las ecuaciones diferenciales para los generadores

$$\dot{\hat{x}}_{1i} = x_{2i} - x_{21}$$

$$\dot{x}_{2i} = \frac{\omega_b}{2H} [Tm_i - (a_{i1}x_{3i}z_{2i} + a_{i2}x_{4i}z_{1i} + a_{i3}x_{5i}z_{2i} + a_{i4}x_{6i}z_{1i} + a_{i5}z_{1i}z_{2i})]$$

$$\dot{x}_{3i} = b_{i1}x_{3i} + b_{i2}x_{5i} + b_{i3}z_{1i} + b_{i4}v_{fi}$$

$$\dot{x}_{4i} = c_{i1}x_{4i} + c_{i2}x_{6i} + c_{i3}z_{2i}$$

$$\dot{x}_{5i} = d_{i1}x_{3i} + d_{i2}x_{5i} + d_{i3}z_{1i}$$

$$\dot{x}_{6i} = e_{i1}x_{4i} + e_{i2}x_{6i} + e_{i3}z_{2i}$$

$$\varepsilon \dot{z}_{1i} = \varepsilon (h_{i1}v_{di} + h_{i2}x_{3i} + h_{i3}x_{5i} + h_{i4}x_{2i}x_{4i} + h_{i5}x_{2i}x_{6i} + h_{i6}x_{2i}z_{2i} + h_{i7}z_{1i} + h_{i8}v_{fi})$$

$$\varepsilon \dot{z}_{2i} = \varepsilon (k_{i1}v_{qi} + k_{i2}x_{4i} + k_{i3}x_{6i} + k_{i4}x_{2i}x_{3i} + k_{i5}x_{2i}x_{5i} + k_{i6}x_{2i}z_{1i} + k_{i7}z_{2i})$$

donde

$$X_i = [x_{1i} \ x_{2i} \ x_{3i} \ x_{4i} \ x_{5i} \ x_{6i}]' = [\delta_i \ \omega_i \ \lambda_{fi} \ \lambda_{gi} \ \lambda_{kdi} \ \lambda_{kqi}]',$$

$$Z_i = [z_{1i} \ z_{2i}]' = [i_{di} \ i_{qi}]'$$

para $i=1, 2, 3$, $\varepsilon = 1/\omega_b$

y las constantes

$$a_{ij}, \quad j=1, 2, 3, 4, 5,$$

$$b_{ij}, \quad j=1, 2, 3, 4,$$

$$c_{ij}, \quad j=1, 2, 3,$$

$$d_{ij}, \quad j=1, 2, 3,$$

$$e_{ij}, \quad j=1, 2, 3,$$

$$h_{ij}, \quad j=1, 2, \dots, 8,$$

$$k_{ij}, \quad j=1, 2, \dots, 7,$$

se definen en el apéndice.

- b) Las ecuaciones algebraicas para la red eléctrica con las proyecciones de los voltajes y corrientes en los ejes directo y de cuadratura:

$$\tilde{I}_{dq03} = \tilde{M}_{dq03} \tilde{V}_{dq03}$$

Estas son las ecuaciones que modelan matemáticamente al sistema y que se utilizarán en los capítulos posteriores para reducir el orden del modelo y para diseñar el controlador.

Capítulo 3.

Control no lineal por modos deslizantes y análisis de perturbaciones singulares.

3.1 Introducción.

En este capítulo se desarrollan los conceptos fundamentales del control por modos deslizantes [30], [31] y se definen las bases de la metodología de diseño, que es la técnica de control por bloques [32]. Esta metodología, es aplicada a una clase de sistemas lineales y no lineales que están en la forma controlable por bloques; este es el caso de los modelos de los generadores desarrollados en el capítulo anterior.

Posteriormente se presentan algunos conceptos fundamentales sobre la teoría de perturbaciones singulares [47], [48], una herramienta para la reducción de modelos, que se utiliza en este trabajo. La teoría de perturbaciones singulares ha sido utilizada para formalizar simplificaciones de los modelos dinámicos, además es una herramienta muy utilizada en la teoría de control.

La teoría clásica de perturbaciones singulares requiere de suavidad en las funciones que componen los modelos. Cuando se utiliza un controlador por modos deslizantes, la suavidad en las funciones en lazo cerrado no se presenta, por lo cual es necesario utilizar un análisis diferente al de perturbaciones singulares clásicas. En [50]-[52], se presenta un enfoque que contempla las perturbaciones singulares con un control por modos deslizantes.

Finalmente se realiza un análisis de estabilidad del control por modos deslizantes sobre el modelo reducido mediante perturbaciones singulares [56].

3.2 Control por modos deslizantes.

Los modos deslizantes han sido aplicados en una gran cantidad de procesos, últimamente en sistemas eléctricos de potencia. Los modos deslizantes pueden surgir en ecuaciones diferenciales que contienen algún término discontinuo como relevadores [31]. Han tenido gran aceptación debido a que un control por modos deslizantes es equivalente a un control de alta ganancia [49], lo que le proporciona una gran robustez ante variaciones paramétricas y perturbaciones cuando el sistema está en el modo deslizante.

Además, el diseño de un controlador por modos deslizantes se puede simplificar ya que este se divide en dos partes: el primer paso es diseñar una superficie discontinua que tenga las condiciones deseadas para el comportamiento del sistema. En este punto se pueden aplicar diversas técnicas de control lineal y no lineal. El segundo paso es elegir un control discontinuo tal que lleve al sistema a la superficie deseada [31], [32].

3.2.1 Formulación del problema.

Sea el sistema

$$\dot{y} = f(y) + B(y)u + D(y)w \quad (3.1)$$

donde $y \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada de control, w es el vector de perturbaciones, $f(y)$, $B(y)$, $D(y)$ son funciones suaves definidas para $(y, u) \in D_0 \times \mathbb{R}^m$ donde D_0 es un dominio que contiene al origen. Sea $T_r : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ un difeomorfismo tal que transforme al sistema (3.1) en [57]

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, w) \quad (3.2)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + B_2(x_1, x_2)u + D_2(x_1, x_2)w \quad (3.3)$$

donde $B_2(x_1, x_2)$ es no singular para toda $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^n$. La forma en la que se encuentra el sistema (3.2), (3.3) se le llama forma regular, donde el primer bloque representado por la ecuación (3.2) no depende del control, sólo el segundo bloque representado por la ecuación (3.3) depende del control u . Además la dimensión del segundo bloque es igual al rango de $B_2(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^{m \times m}$

El problema del diseño de control por modos deslizantes del sistema descrito por las ecuaciones (3.2), (3.3) se desarrolla en dos partes:

- 1) Diseñar una superficie $s(x) = 0$, subespacio del espacio de estado tal que en este subespacio el sistema exhiba las propiedades deseadas como estabilización, seguimiento de trayectorias, invarianza ante perturbaciones, etc.
- 2) Elegir un control acotado discontinuo tal que fuerce al sistema a llegar a la superficie diseñada

$$u(x) = \begin{cases} -u_0, & s(x) > 0 \\ u_0, & s(x) < 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

3.2.2 Método del control equivalente.

Como se mencionó anteriormente, la estrategia de control propuesta es un control por modos deslizantes, por lo que este cambia a una frecuencia muy alta, teóricamente infinita. Esto dificulta la concepción sobre el comportamiento de las ecuaciones dinámicas en lazo cerrado. Geométricamente el método del control equivalente reemplaza el control discontinuo en la intersección de la superficie por un control continuo tal que el vector de estado pase por una variedad tangencial a la superficie discontinua.

El método para encontrar el control equivalente y la ecuación de modos deslizantes es, en primer lugar, derivar la ecuación de la superficie $s(x_1, x_2)$ con respecto al tiempo e igualarla a cero, es decir

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial x_1} f_1(x_1, x_2) + \frac{\partial s}{\partial x_2} f_2(x_1, x_2) + \frac{\partial s}{\partial x_2} B_2(x_1, x_2) u_{eq} + \frac{\partial s}{\partial x_2} D_2(x_1, x_2) w = 0 \quad (3.5)$$

donde u_{eq} se denomina control equivalente. Resolviendo (3.5) para u_{eq} , tenemos

$$u_{eq} = - \left[\frac{\partial s}{\partial x_2} B_2(x_1, x_2) \right]^{-1} \left[\frac{\partial s}{\partial x_1} f_1(x_1, x_2) + \frac{\partial s}{\partial x_2} f_2(x_1, x_2) + \frac{\partial s}{\partial x_2} D_2(x_1, x_2) w \right]. \quad (3.6)$$

Sustituyendo (3.6) en (3.3) se tiene

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2) \quad (3.7.a)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) - \left[\frac{\partial s}{\partial x_1} f_1(x_1, x_2) + \frac{\partial s}{\partial x_2} f_2(x_1, x_2) + \frac{\partial s}{\partial x_2} D_2(x_1, x_2) w \right]. \quad (3.7.b)$$

Además de la superficie se puede obtener la solución para $x_2 = s_0(x_1)$ y sustituir en (3.7.a) y obtener la ecuación de modos deslizantes, que es

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, s_0(x_1)). \quad (3.8)$$

La ecuación (3.8) tiene orden $n - m$ donde m es la dimensión del campo vector de control, con lo cual la dimensión de la dinámica del sistema se disminuye.

3.2.3 Control por bloques

La técnica de control por bloques se aplica a sistemas en la forma controlable por bloques [32]. Con este método se puede obtener una transformación adicional en el sistema con el objetivo de obtener un sistema linealizado con los polos en ubicaciones deseadas, mismos que se pueden ajustar a través de las ganancias del controlador. La forma no lineal controlable por bloques, consiste en r bloques, de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + b_1(x_1) x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + b_2(x_1, x_2) x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_i &= f_i(x_1, x_2, \dots, x_i) + b_i(x_1, x_2, \dots, x_i) x_{i+1} \\ &\vdots \\ \dot{x}_r &= f_r(x_1, x_2, \dots, x_r) + b_r(x_1, x_2, \dots, x_r) u \end{aligned} \quad (3.9)$$

donde $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_r]^T$ x_i es un vector de dimensión n . El vector x_{i+1} es el control ficticio en cada bloque y la matriz $b_i(x_i)$ que aparece en cada bloque tiene rango pleno para toda $x \in \mathbb{R}^n$, $i=1, 2, \dots, r$. Además los subíndices n_i satisfacen

$$n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_r, \quad \sum_{i=1}^r n_i = n.$$

Se desarrolla el diseño del controlador para el caso particular en que $n_1 = n_2 = \dots = n_r = 1$. Se realiza una nueva transformación para llevar a cabo la linealización del sistema.

Paso 1. Eligiendo el control ficticio x_2 en el primer bloque de (3.9) como

$$x_2 = b_1^{-1}(z_1)(-f_1(x_1) - k_1 z_1 + z_2), \quad k_1 > 0 \quad (3.10)$$

donde $z_1 \triangleq x_1$, z_2 es una nueva variable. El primer bloque transformado con las nuevas coordenadas y el control ficticio es

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + z_2. \quad (3.11)$$

Resolviendo (3.10) para z_2 , obtenemos

$$z_2 = b_1(z_1)x_2 + f_1(z_1) + k_1 z_1. \quad (3.12)$$

Derivando (3.12) con respecto al tiempo, tenemos

$$\dot{z}_2 = \bar{f}_2(z_1, z_2) + \bar{b}_2(z_1, z_2)x_3 \quad (3.13)$$

donde

$$\bar{f}_2(z_1, z_2) = b_1(z_1)f_2(z_1, z_2) + \frac{\partial b_1(z_1)}{\partial t}x_2 + \frac{\partial f_1(z_1)}{\partial t} + k_1 \dot{z}_1,$$

$$\bar{b}_2(z_1, z_2) = b_1(z_1)b_2(z_1, z_2).$$

Paso 2. Elegimos el control ficticio x_3 en (3.13) como

$$x_3 = \bar{b}_2^{-1}(z_1, z_2)(-\bar{f}_2(z_1, z_2) - k_2 z_2 + z_3), \quad k_2 > 0. \quad (3.14)$$

Entonces el segundo bloque transformado se representa como

$$\dot{z}_2 = -k_2 z_2 + z_3. \quad (3.15)$$

Resolviendo (3.14) para z_3 , tenemos

$$z_3 = \bar{b}_2(z_1, z_2)x_3 + \bar{f}_2(z_1, z_2) + k_2 z_2. \quad (3.16)$$

Derivando (3.16) con respecto al tiempo, se obtiene

$$\dot{z}_3 = \bar{f}_3(z_1, z_2, z_3) + \bar{b}_3(z_1, z_2, z_3)x_4 \quad (3.17)$$

donde

$$\bar{f}_3(z_1, z_2, z_3) = \bar{b}_2(z_1, z_2)f_3(z_1, z_2, z_3) + \frac{\partial \bar{b}_2(z_1, z_2)}{\partial t}x_2 + \frac{\partial \bar{f}_2(z_1, z_2, z_3)}{\partial t} + k_2 \dot{z}_2,$$

$$\bar{b}_3(z_1, z_2, z_3) = \bar{b}_2(z_1, z_2, z_3)b_3(z_1, z_2, z_3).$$

Paso i . Siguiendo con el paso i , z_i es

$$z_i = b_{i-1}(z_1, z_2, \dots, z_{i-1})x_i + f_{i-1}(z_1, z_2, \dots, z_{i-1}) + k_{i-1}z_{i-1}. \quad (3.18)$$

Derivando (3.18) con respecto al tiempo, se tiene

$$\dot{z}_i = \bar{f}_i(z_1, z_2, \dots, z_i) + \bar{b}_i(z_1, z_2, \dots, z_i)x_{i+1} \quad (3.19)$$

donde

$$\bar{f}_i(z_1, \dots, z_i) = \bar{b}_{i-1}(z_1, \dots, z_{i-1})f_i(z_1, \dots, z_i) + \frac{\partial \bar{b}_{i-1}(z_1, \dots, z_{i-1})}{\partial t}x_{i-1} + \frac{\partial \bar{f}_{i-1}(z_1, \dots, z_{i-1})}{\partial t} + k_{i-1}\dot{z}_{i-1},$$

$$\bar{b}_i(z_1, z_2, \dots, z_i) = \bar{b}_{i-1}(z_1, z_2, \dots, z_i)b_i(z_1, z_2, \dots, z_{i-1}).$$

Elegimos el control ficticio x_{i+1} como

$$x_{i+1} = \bar{b}_i^{-1}(z_1, \dots, z_i)(-\bar{f}_i(z_1, \dots, z_i) - k_i z_i + z_{i+1}), \quad k_i > 0. \quad (3.20)$$

Entonces el i -ésimo bloque transformado se representa como

$$\dot{z}_i = -k_i z_i + z_{i+1}. \quad (3.21)$$

Paso r . Siguiendo con el paso r , z_r es

$$z_r = b_{r-1}(z)x_r + f_{r-1}(z) + k_{r-1}z_{r-1}. \quad (3.22)$$

Derivando (3.22) con respecto al tiempo, se tiene

$$\dot{z}_r = \bar{f}_r(z) + \bar{b}_r(z)u$$

donde

$$\begin{aligned}\bar{f}_r(z_1, \dots, z_r) &= \bar{b}_{r-1}(z_1, \dots, z_{r-1})f_r(z_1, \dots, z_r) + \frac{\partial \bar{b}_{r-1}(z_1, \dots, z_{r-1})}{\partial t}x_{r-1} + \frac{\partial \bar{f}_{r-1}(z_1, \dots, z_{r-1})}{\partial t} + k_{r-1}\dot{z}_{r-1}, \\ \bar{b}_r(z_1, \dots, z_r) &= \bar{b}_{r-1}(z_1, \dots, z_{r-1})b_r(z_1, \dots, z_r).\end{aligned}$$

Eligiendo la superficie

$$s = z_r = 0 \quad (3.23)$$

y la ley de control

$$u = -k_g \text{sign}(s), \quad k_g > 0. \quad (3.24)$$

Con el método de Lyapunov, se puede obtener la condición de estabilidad de modos deslizantes, que es

$$k_g > |u_{eq}|. \quad (3.25)$$

Cuando se cumple la condición de estabilidad de modos deslizantes (3.25), en el modo deslizante $s = 0$, el sistema en lazo cerrado es

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= -k_1 z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 &= -k_2 z_2 + z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r-1} &= -k_{r-1} z_{r-1}\end{aligned} \quad (3.26)$$

El sistema (3.26) es lineal de orden $n-1$ y eligiendo $k_1, k_2, \dots, k_{r-1} > 0$ el sistema es estable.

3.3 Perturbaciones singulares.

En esta sección se analizan conceptos fundamentales de perturbaciones singulares, iniciando con una perspectiva de las perturbaciones singulares clásicas pasando después a un análisis con modos deslizantes.

3.3.1 Formulación del problema

Sea el sistema

$$\dot{x} = f(t, x, z, \varepsilon), \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (3.27)$$

$$\varepsilon \dot{z} = g(t, x, z, \varepsilon), \quad z \in \mathbb{R}^m \quad (3.28)$$

donde las funciones $f(t, x, z, \varepsilon)$ y $g(t, x, z, \varepsilon)$ son continuamente diferenciables y sus argumentos $(t, x, z, \varepsilon) \in [0, t_1] \times D_1 \times D_2 \times [0, \varepsilon_0]$ donde $D_1 \subset \mathbb{R}^n$ y $D_2 \subset \mathbb{R}^m$ son conjuntos abiertos conectados. Haciendo $\varepsilon = 0$ la dimensión del vector de estado en (3.27), (3.28) se reduce de $n + m$ a n debido a que la ecuación (3.28) degenera en una ecuación algebraica, que es

$$0 = g(t, x, z, 0). \quad (3.29)$$

El modelo representado por (3.27), (3.28) está en la forma del modelo estándar singularmente perturbado si y sólo si la ecuación (3.29) tiene $k \geq 1$ raíces reales aisladas, es decir

$$z_i = h_i(t, x), \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (3.30)$$

para cada $(t, x) \in [0, t_1] \times D_1$. Para obtener el modelo reducido para cada raíz sustituimos (3.30) en (3.27) con $\varepsilon = 0$, esto es

$$\dot{x} = f(t, x, h_i(t, x), 0) \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (3.31)$$

Para el análisis de un sistema singularmente perturbado al cual se le aplica un control por modos deslizantes es necesario separar el movimiento del sistema en dos partes, cuando el flujo del sistema llega al modo deslizante y cuando el flujo abandona el mismo, como se verá en las siguientes secciones.

3.3.2 Llegada al dominio deslizante.

Considerando el sistema [52]

$$\dot{x} = f(t, x, z, \varepsilon, u), \quad x(t_0) = x_0 \quad (3.32.a)$$

$$\varepsilon \dot{z} = g(t, x, z, \varepsilon, u), \quad z(t_0) = z_0 \quad (3.32.b)$$

$$\dot{s} = \varphi(t, x, z, \varepsilon, u), \quad s(t_0) = s_0 \quad (3.32.c)$$

donde $(t, x, z, \varepsilon, u) \in G = \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \times [t_0, T]$, $T > t_0$, $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$ además u es una ley de control discontinua. Sea $S^* = \{s = 0\} \subset G$.

Se puede calcular el control equivalente conforme al procedimiento descrito en la sección 3.2.2 y sustituir en el sistema (3.32) para obtener el sistema

$$\dot{x} = f(t, x, z, \varepsilon, u_{eq}), \quad x(t_0) = x_0, \quad (3.33.a)$$

$$\varepsilon \dot{z} = g(t, x, z, \varepsilon, u_{eq}), \quad z(t_0) = z_0 \quad (3.33.b)$$

$$\dot{s} = \varphi(t, x, z, \varepsilon, u_{eq}) = 0, \quad s(t_0) = s_0 \quad (3.33.c)$$

donde $u_{eq} \in [-1, 1]$ [30]. Suponiendo

$$[a0] \quad (t_0, x_0, z_0, \varepsilon) \in S^+ = \{(t, x, z, \varepsilon) \in G : s > 0\}.$$

$$[a1] \quad f, g, \varphi \in C^{k+2} \quad k \geq 0.$$

[a2] La ecuación $g(t, x, z, \varepsilon, u) = 0$ tiene al menos una solución suave, aislada $z = h^+(t, x)$ con $(t, x) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \times [t_0, \bar{T} + \delta]$, $\bar{T} < T$, $\delta > 0$.

[a3] El sistema reducido

$$\dot{x} = f(t, x, h^+(t, x), \varepsilon, 1) \quad (3.34)$$

tiene solución única $(t, \bar{x}_0^+(t))$ en $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \times [t_0, \bar{T} + \gamma]$, $t \in [t_0, \bar{T}]$, $\gamma > 0$.

[a4] Los valores los valores propios $\lambda_i(t)$ de

$$\frac{\partial g}{\partial z}(t, \bar{x}_0^+(t), h^+(\bar{x}_0^+(t), t), 1)$$

satisfacen $\text{Re}\{\lambda_i(t)\} \leq -\beta_1$, $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$

[a5] La condición inicial z_0 está en el interior del dominio de atracción del punto de equilibrio asintóticamente estable $h^+(t_0, x_0)$ del sistema asociado

$$\frac{d\bar{z}}{d\tau} = g(t_0, x_0, \bar{z}, 1)$$

donde $\tau = (t - t_0)/\varepsilon$, $\tau \in [0, \infty)$.

[a6] Para el sistema reducido (3.31) existe un instante $t_0^A = \bar{T} \in (t_0, T)$ donde las trayectorias llegan a S^*

Además, las trayectorias satisfacen

- * $\bar{s}_0^+(t_0^A) = 0$,
- * $\varphi(\bar{x}_0^+(t_0^A), h^+(\bar{x}_0^+(t_0^A), 0), 0, 1) < 0$,
- * $\varphi(\bar{x}_0^+(t_0^A), h^+(\bar{x}_0^+(t_0^A), 0), 0, -1) > 0$.

[a7] La ecuación $\varphi(t, x, z, 0, u) = 0$ tiene una solución suave, única $u = u_{eq}$ en una vecindad $U_1 \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times [t_0, T]$ de $(\theta_0^A, \bar{x}_0^+(\theta_0^A), h^+(\theta_0^A, \bar{x}_0^+(\theta_0^A), 0))$. Entonces, la ecuación de modos deslizantes tiene la siguiente forma

$$\dot{x}^* = f(t, x^*, z^*, 0, u_{eq}(t, x^*, z^*)) \quad (3.35.a)$$

$$\varepsilon \dot{z}^* = g(t, x^*, z^*, 0, u_{eq}(t, x^*, z^*)). \quad (3.35.b)$$

[a8] Existe una solución suave, aislada $z = h^*(t, x^*)$ de

$$0 = g(t, x^*, z^*, 0, u_{eq}(t, x^*, z^*))$$

para $(t, x^*) \in \mathbb{R}^n \times [t_0^A - \gamma, T]$.

[a9] El sistema reducido en el régimen deslizante

$$\frac{dx^*}{dt} = f(t, x^*, h^*(t, x^*), 0, u_{eq}(t, x^*, h^*(t, x^*))), \quad x^*(t_0^A) = \bar{x}_0^+(t_0^A)$$

tiene solución única $x^*(t) \in \mathbb{R}^n$ sobre $[t_0^A - \gamma, T]$ con las siguientes propiedades

$$\begin{aligned} \varphi(t, \bar{x}^*(t), h^*(t, x^*(t)), 0, 1) &< 0, \\ \varphi(t, \bar{x}^*(t), h^*(t, x^*(t)), 0, -1) &> 0. \end{aligned}$$

[a10] Existe $\beta_2 > 0$ tal que para todo $t \in [t_0^A - \gamma, T]$ los valores propios $\lambda_i^*(t)$ de

$$\frac{\partial g}{\partial z}(t, x^*(t), h^*(t, x^*(t)), u_{eq}(t, x^*(t), h^*(t, x^*(t))))$$

satisfacen $\text{Re}\{\lambda_i^*(t)\} \leq -\beta_2, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$.

[a11] La condición inicial $h^+(t_0^A, \bar{x}_0^+(t_0^A), 0)$ está localizada en el interior del dominio de atracción del punto de equilibrio $h^*(t_0^A, \bar{x}_0^+(t_0^A))$ del sistema

$$\frac{d\bar{z}^*}{d\tau} = g\left(t_0^A, x^*(t_0^A), \bar{z}, u_{eq}\left(x^*(t_0^A), h^*(x^*(t_0^A))\right)\right) \quad (3.36)$$

donde $\tau = (t - t_0^A)/\varepsilon$, $\tau \in [0, \infty)$.

[a12] Para todo $\lambda \in [0, 1]$

$$\begin{aligned} \varphi\left(\lambda\left(t_0^A, \bar{x}_0^+(t_0^A), h^+(t_0^A, \bar{x}_0^+(t_0^A)), 0, 1\right) + (1-\lambda)\left(t_0^A, \bar{x}_0^+(t_0^A), h^*(t_0^A, \bar{x}_0^+(t_0^A)), 0, 1\right)\right) < 0, \\ \varphi\left(\lambda\left(t_0^A, \bar{x}_0^+(t_0^A), h^+(t_0^A, \bar{x}_0^+(t_0^A)), 0, -1\right) + (1-\lambda)\left(t_0^A, \bar{x}_0^+(t_0^A), h^*(t_0^A, \bar{x}_0^+(t_0^A)), 0, -1\right)\right) > 0. \end{aligned}$$

Teorema 3.1. Sea el sistema (3.32) el cual satisface las condiciones [a1]-[a12]. Entonces existe $\varepsilon^* > 0$ tal que para todo $\varepsilon \in (0, \varepsilon^*)$ existe una solución única $x_s(t, \varepsilon) = (x(t, \varepsilon), z(t, \varepsilon))$ del sistema (3.32) sobre $[t_0, T]$ y satisface

$$|x_s(t, \varepsilon) - X_k(t, \varepsilon)| = O(\varepsilon^{k+1}) \quad (3.37)$$

donde

$$X_k(t, \varepsilon) = \sum_{i=0}^k \varepsilon^i \left(\bar{x}_s(t) + \Pi_i^+ x_s(\tau) + \Pi_i^- x_s(\tau_{k+1}) \right) \quad (3.38)$$

y

$$\tau_{k+1} = \frac{t - \Theta_{k+1}^A}{\varepsilon}$$

donde $\Theta_{k+1}^A \triangleq \theta_0^A + \varepsilon\theta_1^A + \dots + \varepsilon^{k+1}\theta_{k+1}^A$ es la aproximación de orden $(k+1)$ del instante de llegada $t^A(\varepsilon)$ del sistema completo (3.32).

La demostración del Teorema 3.1 puede encontrarse en [52].

3.3.2. Abandono del dominio deslizando.

Considerando el sistema [52]

$$\dot{x} = f(t, x, z, s, \varepsilon, u), \quad x(t_0) = x_0 \quad (3.39.a)$$

$$\varepsilon \dot{z} = g(t, x, z, s, \varepsilon, u), \quad z(t_0) = z_0 \quad (3.39.b)$$

$$\dot{s} = \varphi(t, x, z, s, \varepsilon, u), \quad s(t_0) = s_0 \quad (3.39.c)$$

donde $(t, x, z, s) \in G = \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times [t_0, T]$, $T > t_0$, $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$ y u es una ley de control discontinua. Suponiendo

[b1] $f, g, \varphi \in C^{k+2}$ $k \geq 0$.

[b2] La ecuación $\varphi(t, x, z, u) = 0$ tiene una solución suave única $u = u_{eq}(t, x, z)$ en una vecindad U_2 de S^* . Entonces, la ecuación de modos deslizantes tiene la siguiente forma

$$\dot{x}^* = f(t, x^*, z^*, 0, u_{eq}(t, x^*, z^*)), \quad (3.40.a)$$

$$\varepsilon \dot{z}^* = g(t, x^*, z^*, 0, u_{eq}(t, x^*, z^*)). \quad (3.40.b)$$

[b3] Sea $(t_0, x_0, z_0, s_0) \in \{(t, x, z, s) \in S^* : |u_{eq}(t, x, z)| < 1\}$.

[b4] Existe una solución suave, única de

$$g(t, x^*, z^*, 0, u_{eq}(t, x^*, z^*)) = 0$$

para $(t, x^*) \in \{(t, x) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \times [t_0, \bar{T} + \gamma] : |u_{eq}(t, x)| \leq 1\}$.

[b5] Definiendo $\bar{u}_{eq}(t, x) \triangleq u_{eq}(t, x, h^*(t, x))$. El sistema reducido en el régimen deslizando

$$\dot{x}^* = f(t, x^*, h^*(t, x^*), 0, \bar{u}_{eq}(t, x^*)) \quad (3.41)$$

tiene solución única $(\bar{x}^*(t))$ sobre $[t_0, \bar{T} + \gamma]$, $t_0 < \bar{T} < T$ con las siguientes propiedades para $t \in [t_0, \bar{T}]$

$$\begin{aligned} \varphi(t, \bar{x}^*, h^*(t, \bar{x}^*), 1) &< 0, \\ \varphi(t, \bar{x}^*, h^*(t, \bar{x}^*), -1) &> 0. \end{aligned}$$

[b6] Existe $\hat{\beta}_1 > 0$ tal que para todo $t \in [t_0, \bar{T} + \gamma]$ los valores propios $\lambda_i^*(t)$ de

$$\frac{\partial g}{\partial t}(t, \bar{x}^*(t), h^*(t, \bar{x}^*(t)), \bar{u}_{eq}(t, \bar{x}^*(t)))$$

satisfacen

$$\operatorname{Re}\{\lambda_i^*(t)\} \leq -\hat{\beta}_1, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}.$$

[b7] La condición inicial z_0 está en el interior del dominio de atracción del punto de equilibrio asintóticamente estable $h^*(t, x_0, \sigma_0)$ del sistema

$$\frac{dz^*}{d\tau} = g(t_0, x_0, z^*, 0, u_{eq}(t_0, x_0, z^*)) \quad (3.42)$$

donde $\tau = (t - t_0)/\varepsilon$, $\tau \in [0, \infty)$.

[b8] Sea $\Sigma \triangleq \{(t, x, z) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times [t_0, \bar{T} + \gamma] : u_{eq}(t, x, z) = 1\}$. Suponiendo que $\Sigma = \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times [t_0, \bar{T} + \gamma]$. Existe un instante de abandono $t_0^B = \bar{T} \in (t_0, T)$ del sistema (3.40) tal que

- * $(t_0^B, \bar{x}^*(t_0^B), h^*(t_0^B, \bar{x}^*(t_0^B), 0), 0) \in \Sigma$,
- * $\varphi(t_0^B, \bar{x}^*(t_0^B), h^*(t_0^B, \bar{x}^*(t_0^B), 0), 0, 0, 1) = 0$,
- * $\varphi(t_0^B, \bar{x}^*(t_0^B), h^*(t_0^B, \bar{x}^*(t_0^B), 0), 0, 0, -1) > 0$.

[b9] La ecuación $g(t, x, z, s, 1) = 0$ tiene solución suave, única $z = h^+(t, x, s)$ con $(t, x, s) \in R \triangleq \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times [t_0^B - \gamma, T]$

[b10] El sistema reducido

$$\dot{x} = f(t, x, h^+(t, x), s, 1), \quad x(t_0^B) = \bar{x}^*(t_0^B) \quad (3.43.a)$$

$$\dot{s} = \varphi(t, x, h^+(t, x), s, 1), \quad s(t_0^B) = 0 \quad (3.43.b)$$

tiene solución única $(t, \bar{x}_0^+(t), \bar{s}_0^+(t))$ en R sobre $[t_0^B - \gamma, T]$.

[b11] Existe $\hat{\beta}_2 < 0$ tal que para todo $t \in [0, \bar{T}]$ los valores propios $\lambda_i(t)$ de

$$\frac{\partial g}{\partial z}(t, \bar{x}_0^+(t), h^+(t, \bar{x}_0^+(t), \bar{s}_0^+(t)), \bar{s}_0^+(t), 1)$$

satisfacen

$$\operatorname{Re}\{\lambda_i(t)\} \leq \hat{\beta}_2, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}.$$

[b12] La condición inicial $\bar{z}^*(0) = h^+(t_0^B, x^*(t_0^B))$ está en el interior del dominio de atracción de $h^+(t_0^B, x^*(t_0^B))$ del sistema

$$\frac{d\bar{z}}{d\tau} = g(t_0^B, x^*(t_0^B), \bar{z}, 1)$$

donde $\tau = (t - t_0^B)/\varepsilon$, $\tau \in [0, \infty)$.

Teorema 3.2. Sea el sistema (3.43) el cual satisface las condiciones [b1]-[b12]. Entonces existe $\varepsilon^* > 0$ tal que para todo $\varepsilon \in (0, \varepsilon^*)$ existe una solución única $x_s(t, \varepsilon) = (x(t, \varepsilon), z(t, \varepsilon))$ del sistema (3.45) sobre $[t_0, T]$ y satisface

$$|x_s(t, \varepsilon) - X_k(t, \varepsilon)| = O(\varepsilon^{k+1}) \quad (3.44)$$

donde

$$X_k(t, \varepsilon) = \sum_{i=0}^k \varepsilon^i (\bar{x}_s(t) + \Pi_i^* x_s(\tau) + \Pi_i^+ x_s(\tau_{k+1})) \quad (3.45)$$

y

$$\tau_k = \frac{t - \Theta_k^B}{\varepsilon}$$

donde $\Theta_k^B \triangleq \theta_0^B + \varepsilon\theta_1^B + \dots + \varepsilon^k\theta_k^B$ es la aproximación de orden (k) del instante de abandono $t^B(\varepsilon)$ del sistema completo (3.35). Además $\Pi_0^+ x_s \equiv 0$.

La demostración del Teorema 3.2 puede encontrarse en [52].

3.4 Análisis de estabilidad.

Para realizar el análisis de estabilidad es necesario introducir un teorema sobre estabilidad de sistemas singularmente perturbados [59], [56]:

Teorema 3.3. Considere el sistema singularmente perturbado

$$\dot{x} = f(t, x, z, \varepsilon), \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (3.46)$$

$$\varepsilon \dot{z} = g(t, x, z, \varepsilon), \quad z \in \mathbb{R}^m \quad (3.47)$$

Sean $B_r = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| \leq r\}$ y $B_p = \{z \in \mathbb{R}^m : \|z\| \leq p\}$. Suponiendo que las siguientes condiciones se satisfacen para todo $(t, x, \varepsilon) \in [0, \infty) \times B_r \times [0, \varepsilon_0]$:

- a) $f(t, 0, 0, \varepsilon) = 0, \quad g(t, 0, 0, \varepsilon)$.
- b) La ecuación $0 = g(t, x, z, 0)$ tiene una solución aislada $z = h(t, x)$, tal que $h(t, 0) = 0$.
- c) Las funciones f, g, h y sus derivadas parciales de orden mayor que 2 están acotadas por $z - h(t, x) \in B_p$.
- d) El origen de sistema reducido

$$\dot{x} = f(t, x, h(t, x), 0)$$

es exponencialmente estable.

- e) El origen del sistema

$$\frac{dz}{d\tau} = g(t, x, z + h(t, x), \varepsilon)$$

es exponencialmente estable, uniformemente en (t, x) , donde $\tau = (t - t_0) / \varepsilon$

Entonces existe $\varepsilon^ > 0$ tal que para todo $\varepsilon < \varepsilon^*$ el origen del sistema (3.46), (3.47) es exponencialmente estable.*

La demostración del *Teorema 3.3* se puede encontrar en [59]. Con este teorema se verifica la estabilidad del sistema eléctrico de potencia multimáquinas singularmente perturbado.

Capítulo 4.

Control de un sistema eléctrico de potencia.

4.1 Introducción.

En este capítulo se diseña un controlador discontinuo para cada uno de los generadores de un sistema eléctrico de potencia. Para cada generador se realiza el control sobre la velocidad y sobre el voltaje. El controlador se utiliza en el sistema eléctrico de potencia en estudio que se describió en la sección 2.6. El control se separa en dos partes, primeramente se estabiliza la velocidad de los generadores y posteriormente se regula el voltaje en terminales de cada generador. Se considera que todos los estados se pueden medir.

En la sección 4.2 se reduce el modelo de un sistema eléctrico de potencia mediante la técnica de perturbaciones singulares. En las secciones 4.3 y 4.4 se utiliza el modelo reducido del sistema eléctrico para diseñar los controladores de velocidad y voltaje, y realizar el análisis de estabilidad del sistema con estos controladores. En la sección 4.5 se propone un esquema de control que combina los controladores de velocidad y voltaje diseñados. En la sección 4.6 se presentan los resultados de la aplicación del esquema de control en un sistema eléctrico de potencia. Finalmente, en la sección 4.7 se realiza un análisis de los resultados.

4.2 Reducción del orden del modelo de un sistema multimáquinas.

En la sección 2.5 se presentó el modelo de un sistema multimáquinas, el cual se reducirá a continuación. Las ecuaciones (2.30.a)-(2.30.f) del modelo del generador síncrono se pueden escribir como

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{1i} \\ \dot{X}_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1i}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) \\ f_{2i}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{X1i} \\ 0 \end{bmatrix} v_{fi} \quad (4.1)$$

donde

$$X_{1i} = [x_{1i} \ x_{2i} \ x_{3i}], \quad X_{2i} = [x_{4i} \ x_{5i} \ x_{6i}],$$
$$f_{1i}(X_{1i}, X_{2i}) = \begin{bmatrix} x_{2i} - \omega_b \\ \frac{\omega_b}{2H} [Tm_i - (a_{i1}x_{3i}z_{2i} + a_{i2}x_{4i}z_{1i} + a_{i3}x_{5i}z_{2i} + a_{i4}x_{6i}z_{1i} + a_{i5}z_{1i}z_{2i})] \\ b_{i1}x_{3i} + b_{i2}x_{5i} + b_{i3}z_{1i} \end{bmatrix},$$
$$f_{2i}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) = \begin{bmatrix} c_{i1}x_{4i} + c_{i2}x_{6i} + c_{i3}z_{2i} \\ d_{i1}x_{3i} + d_{i2}x_{5i} + d_{i3}z_{1i} \\ e_{i1}x_{4i} + e_{i2}x_{6i} + e_{i3}z_{2i} \end{bmatrix}, \quad b_{X1i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Las ecuaciones (2.30.g), (2.30.h) se pueden escribir como

$$\varepsilon \dot{Z}_i = A_{zi} Z_i + f_{zi}(X_{1i}, X_{2i}) + b_{zi} v_{fi} + V_i \quad (4.2)$$

donde

$$A_{zi} = \begin{bmatrix} h_{i7} & k_{i6} x_{2i} \\ h_{i6} x_{2i} & k_{i7} \end{bmatrix}, \quad f_{zi}(X_{1i}, X_{2i}) = \begin{bmatrix} h_{i2} x_{3i} + h_{i3} x_{5i} + h_{i4} x_{2i} x_{4i} + h_{i5} x_{2i} x_{6i} \\ k_{i2} x_{4i} + k_{i3} x_{6i} + k_{i4} x_{2i} x_{3i} + k_{i5} x_{2i} x_{5i} \end{bmatrix},$$

$$b_{zi} = \begin{bmatrix} 0 \\ h_{i8} \end{bmatrix}, \quad V_i = \begin{bmatrix} h_{i1} v_{di} \\ k_{i1} v_{qi} \end{bmatrix},$$

y A_{zi} tiene rango pleno para toda x . Haciendo $\varepsilon = 0$, tenemos

$$0 = A_{zi} Z_i + f_{zi}(X_{1i}, X_{2i}) + b_{zi} v_{fi} + V_i. \quad (4.3)$$

Debemos mencionar que cuando $\varepsilon = 0$, la variable lenta x_{2i} en A_{zi} , $f_{zi}(X_{1i}, X_{2i})$ se aproxima a un valor constante debido al término x_{2i} / ω_b . Resolviendo (4.3) para Z_i , se obtiene

$$Z_i = g_i(X_{1i}, X_{2i}, V_i) + \varphi_i v_{fi} \quad (4.4)$$

donde

$$g_i(X_{1i}, X_{2i}, V_i) = -A_{zi}^{-1} f_{zi}(X_{1i}, X_{2i}) - A_{zi}^{-1} V_i = \begin{bmatrix} g_{1i}(X_{1i}, X_{2i}, V_i) \\ g_{2i}(X_{1i}, X_{2i}, V_i) \end{bmatrix}, \quad \varphi_i = -A_{zi}^{-1} b_{zi} = \begin{bmatrix} \varphi_{1i} \\ \varphi_{2i} \end{bmatrix}.$$

Debido a que φ_{1i} , φ_{2i} son constantes suficientemente pequeñas, hacemos $\varphi_{1i} = \varphi_{2i} = 0$. Para obtener el modelo reducido se sustituye (4.4) en (4.1), es decir

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{1i} \\ \dot{X}_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1i}(X_{1i}, X_{2i}, g_i(X_{1i}, X_{2i}, V_i)) \\ f_{2i}(X_{1i}, X_{2i}, g_i(X_{1i}, X_{2i}, V_i)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{X1i} \\ 0 \end{bmatrix} v_{fi} \quad (4.5)$$

La ecuación (4.5) describe el modelo matemático reducido para los generadores de un sistema eléctrico de potencia. En esta ecuación las funciones f_{1i} , f_{2i} no dependen de las variables rápidas Z , sólo dependen de las variables lentas X

4.3 Control de velocidad.

El objetivo de esta parte del controlador es estabilizar las velocidades de los generadores síncronos del sistema eléctrico de potencia. Para el diseño del controlador se utiliza la técnica de control por bloques descrita en la sección 3.2.3.

4.3.1 Diseño del controlador de velocidad.

El subsistema

$$\dot{X}_{li} = f_{li}(X_{li}, X_{2i}, g_i(X_{li}, X_{2i}, V_i)) + b_{X_{li}} v_{fi}$$

tiene la forma no lineal controlable por bloques. Se aplica la técnica de control por bloques [32] descrita en la sección 3.2.3. Definiendo el error de control como

$$\xi_{2i} = x_{2i} - \omega_b. \quad (4.6)$$

Tomando la derivada de (4.6) con respecto al tiempo, se obtiene

$$\dot{\xi}_{2i} = \tilde{f}_{2i}(X_{li}, X_{2i}) + \tilde{b}_{2i}(X_{li}, X_{2i})x_{3i} \quad (4.7)$$

donde

$$f_{2i}(X_{li}, X_{2i}) = \frac{\omega_b}{2H} [Tm_i - F_i],$$

$$F_i = a_{i2}x_{4i}g_{li}(X_1, X_2, V_i) + a_{i3}x_{5i}g_{2i}(X_1, X_2, V_i) + a_{i4}x_{6i}g_{li}(X_1, X_2, V_i) + a_{i5}g_{li}(X_1, X_2, V_i)g_{2i}(X_1, X_2, V_i),$$

$$\tilde{b}_{2i}(X_{li}, X_{2i}) = \frac{\omega_b}{2H} a_{i1}x_{3i}g_{2i}(X_1, X_2, V_i), \quad \tilde{b}_{2i}(t) > 0, \quad \forall t > 0.$$

Para eliminar la dinámica no deseada e introducir una nueva dinámica, se elige

$$x_{3i} = -\tilde{b}_{2i}(X_{li}, X_{2i}) \left[\tilde{f}_{2i}(X_{li}, X_{2i}) + k_{0i}\xi_{2i} - s_{\omega i} \right], \quad k_{0i} > 0. \quad (4.8)$$

De (4.8) se puede obtener la función de interrupción como

$$s_{\omega i} = \tilde{b}_{2i}(X_{li}, X_{2i})x_{3i} + \tilde{f}_{2i}(X_{li}, X_{2i}) + k_{0i}(x_{2i} - \omega_s) \quad (4.9)$$

y la ley de control a utilizar es

$$v_{fi} = -k_{gi} \text{sign}(s_{\omega i}), \quad k_{gi} > 0. \quad (4.10)$$

En la ley de control (4.10), la constante k_{gi} permite acotar la entrada de control a los generadores.

4.3.2 Condiciones de estabilidad de modos deslizantes.

Para encontrar las condiciones de estabilidad de modos deslizantes se utiliza la función de Lyapunov

$$V_{\omega i} = \frac{1}{2} s_{\omega i}^2 \quad (4.11)$$

Derivando (4.11) a lo largo de las trayectorias de (4.1), (4.2), tenemos

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\omega i} &= s_{\omega i} \dot{s}_{\omega i} \\ &= s_{\omega i} \hat{f}_i(X_{1i}, X_{2i}) + s_{\omega i} \hat{b}_i(X_{1i}, X_{2i}) v_{fi}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Sustituyendo (4.10) en (4.12), se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\omega i} &= s_{\omega i} \hat{f}_i(X_{1i}, X_{2i}) - s_{\omega i} \hat{b}_i(X_{1i}, X_{2i}) k_{gi} \text{sign}(s_{\omega i}) \\ &= s_{\omega i} \hat{f}_i(X_{1i}, X_{2i}) - |s_{\omega i}| \hat{b}_i k_{gi} \\ &\leq |s_{\omega i}| \left[\hat{f}_i(X_{1i}, X_{2i}) - \hat{b}_i k_{gi} \right]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

De (4.13) se puede ver que la derivada de la función de Lyapunov (4.11) es definida negativa cuando

$$k_{gi} > \left| \hat{b}_i^{-1} \hat{f}_i(X_{1i}, X_{2i}) \right|. \quad (4.14)$$

Cuando se cumple la condición (4.14), la solución del sistema (4.1), (4.2) alcanza la superficie deslizante $s_{\omega i} = 0$ en un tiempo finito [30].

4.3.3 Condiciones de existencia y unicidad.

En esta sección se analizan las condiciones de existencia y unicidad de la solución del sistema (4.1), (4.2). Se verifica que se cumplan las condiciones de los *Teoremas 3.1, 3.2* presentados en el capítulo 3.

Derivando (4.9) con respecto al tiempo e igualando a cero, tenemos

$$\dot{s}_{\omega i} = \hat{f}_i(X_{1i}, X_{2i}) + \hat{b}_i(X_{1i}, X_{2i}) v_{fieq} = 0 \quad (4.15)$$

donde $\hat{f}_i(X_{1i}, X_{2i})$ es una función acotada y $\hat{b}_i(X_{1i}, X_{2i}) > 0, \forall t > 0$. Resolviendo (4.15) para v_{fieq} , obtenemos

$$v_{fieq} = -\hat{b}_i^{-1}(X_{1i}, X_{2i}) \left[\hat{f}_i(X_{1i}, X_{2i}) \right] \quad (4.16)$$

Ahora se verifica que el sistema (4.1), (4.2) con el sistema reducido (4.5), la superficie (4.9) y el control equivalente (4.16) satisfacen las condiciones [a1]-[a12], [b1]-[b12].

Sean

$$f_i(X_i, Z_i, v_{fi}) = \begin{bmatrix} f_{1i}(X_i, Z_i) \\ f_{2i}(X_i, Z_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{X_{1i}} \\ 0 \end{bmatrix} v_{fi},$$

$$\sigma_i(X_i, Z_i, v_{fi}, V_i) = A_{zi}Z_i + f_{zi}(X_i) + b_{zi}v_{fi} + V_i,$$

$$\psi_i(X_i, v_{fi}) = \hat{f}_i(X_i) + \hat{b}_i(X_i)v_{fi}.$$

$$\text{donde } X_i = [X_{1i}, X_{2i}]^T$$

$$[a1] \quad f_i(X_i, Z_i, v_{fi}), \sigma_i(X_i, Z_i, v_{fi}, V_i), \psi_i(X_i, v_{fi}) \in C^2$$

[a2] La ecuación $\sigma_i(X_i, Z_i, v_{fi}, V_i) = 0$ tiene una solución suave aislada dada por (4.4), que es

$$Z_i = g_i(X_i, V_i) = h_i^+(X_i, V_i).$$

[a3] Se puede verificar que el sistema reducido (4.5), que es

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{1i} \\ \dot{X}_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1i}(X_i, g_i(X_i, V_i)) \\ f_{2i}(X_i, g_i(X_i, V_i)) \end{bmatrix}$$

satisface la condición de Lipschitz en X Entonces la solución del sistema (4.5) existe y es única en $[t_0, \bar{T} + \gamma_{1i}]$, $\gamma_{1i} > 0$ [59].

[a4] Los valores propios $\lambda_{1,2}$ de

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial Z_i}(\bar{X}_{i0}^+, h_i^+(\bar{X}_{i0}^+), k_{gi})$$

que son

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}h_{i7} + \frac{1}{2}k_{i7} \pm \frac{1}{2}\sqrt{h_{i7}^2 - 2h_{i7}k_{i7} + k_{i7}^2 + 4h_{i6}k_{i6}\omega_b^2}$$

satisfacen

$$\text{Re}\{\lambda_{1,2}(t)\} \leq -\beta_{1i}$$

donde β_{li} es una constante positiva que depende de los parámetros de los generadores.

[a5] Suponemos que Z_{0i} está en el interior del dominio de atracción del punto de equilibrio asintóticamente estable $h_i^+(X_{0i}, V_i)$ del sistema asociado

$$\frac{d\bar{Z}_i}{d\tau_i} = \sigma_i(X_{0i}, \bar{Z}_i, k_{gi})$$

donde $\tau_i = (t - t_{0i})/\varepsilon$, $\tau_i \in [0, \infty)$.

[a6] Cuando se cumple la condición (4.14) existe un instante $t_{0i}^A = \bar{T}_i \in (t_{0i}, T_i)$ en el que las trayectorias de la solución del sistema reducido (4.5) llegan a la superficie deslizante y satisfacen

$$* \bar{s}_{\omega 0i}^+(t_{0i}^A) = 0,$$

$$* \psi_i(\bar{X}_{0i}^+(t_{0i}^A), k_{gi}) < 0,$$

$$* \psi_i(\bar{X}_{0i}^+(t_{0i}^A), -k_{gi}) > 0.$$

[a7] La ecuación $\psi_i(X_i, v_{fi}) = 0$ tiene una solución suave única $v_{fi} = v_{fi}^{eq}$ en una vecindad $U_{li} \subset \mathbb{R}^6 \times \mathbb{R}^2 \times [t_{0i}, T_i]$ de $(\bar{X}_{0i}^+(t_{0i}^A), h_i^+(\bar{X}_{0i}^+(t_{0i}^A), 0))$ que está dada por (4.16). Entonces, la ecuación de modos deslizantes tiene la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{x}_{li}^* &= \xi_{2i}^* \\ \dot{\xi}_{2i}^* &= -k_{0i} \xi_{2i}^* \\ \dot{X}_{2i}^* &= f_{2i}(X_i^*, g_i(X_i^*, V_i)) \\ \varepsilon \dot{Z}_i^* &= \sigma_i(X_i^*, Z_i^*, v_{fi}^{eq}(X_i^*), V_i). \end{aligned}$$

[a8] Existe una solución suave, aislada $Z_i = g_i(X_i^*, V_i) = h_i^*(X_i^*, V_i)$ de la ecuación

$$0 = \sigma_i(X_i^*, Z_i^*, v_{fi}^{eq}(X_i^*)).$$

[a9] Cuando se cumple la condición (4.14), el sistema reducido en el régimen deslizante

$$\begin{aligned} \dot{x}_{li}^* &= \xi_{2i}^* \\ \dot{\xi}_{2i}^* &= -k_{0i} \xi_{2i}^* \\ \dot{X}_{2i}^* &= f_{2i}(X_i^*, g_i(X_i^*, V_i)) \end{aligned}$$

satisface la condición de Lipschitz en X, Z ; entonces tiene solución única [59].

Además se satisfacen las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}\psi_i(\bar{X}_i^* - k_{gi}) &< 0, \\ \psi_i(\bar{X}_i^* + k_{gi}) &> 0.\end{aligned}$$

[a10] Los valores propios $\lambda_{1,2}$ de

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial Z_i} \left(X_i^*(t), h_i^*(X_i^*(t), V_i), v_{f_{ieq}}(X_i^*(t), h_i^*(X_i^*(t), V_i)) \right)$$

satisfacen

$$\operatorname{Re}\{\lambda_{1,2}^*(t)\} \leq -\beta_{2i}$$

donde β_{2i} es una constante positiva y depende de los parámetros de los generadores.

[a11] Suponemos que $h_i^+(X_{0i}^+(t_{0i}^A), V_i)$ está localizado en el interior del dominio de atracción del punto de equilibrio $h_i^*(\bar{X}_{0i}^+(t_{0i}^A), V_i)$ del sistema

$$\frac{d\bar{Z}_i^*}{d\tau_i} = \sigma_i \left(X_i^*(t_{0i}^A), \bar{Z}_i, v_{f_{ieq}}(X_i^*(t_{0i}^A), h_i^*(X_i^*(t_{0i}^A), V_i)) \right)$$

donde $\tau_i = (t - t_{0i}^A)/\varepsilon$, $\tau_i \in [0, \infty)$.

[a12] Para todo $\lambda_i \in [0, 1]$

$$\begin{aligned}\psi_i(\lambda_i(\bar{X}_{0i}^+(t_{0i}^A), k_{gi}) + (1-\lambda_i)(\bar{X}_{0i}^+(t_{0i}^A), 0, k_{gi})) &< 0, \\ \psi_i(\lambda_i(\bar{X}_{0i}^+(t_{0i}^A), -k_{gi}) + (1-\lambda_i)(\bar{X}_{0i}^+(t_{0i}^A), 0, -k_{gi})) &> 0.\end{aligned}$$

Del *Teorema 3.1*, se sigue que el sistema singularmente perturbado (4.1), (4.2) con la ecuación (4.15) tiene solución única $X_{si}(t) = (X_i(t), Z_i(t))$ en el intervalo $[t_{0i}, T_i]$ cuando llega al modo deslizante.

[b1] $f_i(X_i, Z_i, v_{fi}), \sigma_i(X_i, Z_i, v_{fi}, V_i), \psi_i(X_i, v_{fi}) \in C^2$

[b2] La ecuación $\psi_i(X_i, v_{fieq}) = 0$ tiene una solución suave única $v_{fi} = v_{fieq}$ que está dada por (4.16) en una vecindad U_{2i} de la superficie deslizante. Entonces, la ecuación de modos deslizantes tiene la siguiente forma

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1i}^* &= \xi_{2i}^* \\ \dot{\xi}_{2i}^* &= -k_{0i} \xi_{2i}^* \\ \dot{X}_{2i}^* &= f_{2i}(X_i^*, g_i(X_i^*, V_i)) \\ \varepsilon \dot{Z}_i^* &= \sigma_i(X_i^*, Z_i^*, v_{fieq}(X_i^*), V_i)\end{aligned}\tag{4.17}$$

[b3] Sea $(X_{0i}, Z_{0i}) \in \{(X_i, Z_i) \in S_i^* : |v_{fieq}(X_i, Z_i)| < k_{gi}\}$.

[b4] Existe una solución suave, única de $\sigma_i(X_i^*, Z_i^*, v_{fieq}(X_i^*)) = 0$ que es $Z_i = g_i(X_i^*, V_i) = h_i^*(X_i^*, V_i)$.

[b5] Cuando se cumple la condición (4.14), el sistema reducido en el régimen deslizante

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1i}^* &= \xi_{2i}^* \\ \dot{\xi}_{2i}^* &= -k_{0i} \xi_{2i}^* \\ \dot{X}_{2i}^* &= f_{2i}(X_i^*, g_i(X_i^*, V_i))\end{aligned}$$

cumple con la condición de Lipschitz en X, Z ; entonces tiene solución única $(\bar{x}_i^*(t))$ sobre $[t_{0i}, \bar{T}_i + \gamma_{2i}]$, $t_{0i} < \bar{T}_i < T_i$ [59] y tiene las siguientes propiedades para $t \in [t_{0i}, \bar{T}_i]$

$$\begin{aligned}\psi_i(\bar{X}_i^*, k_{gi}) &< 0, \\ \psi_i(\bar{X}_i^* - k_{gi}) &> 0.\end{aligned}$$

[b6] Los valores propios $\lambda_{1,2}^*(t)$ de

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial Z_i}(X_i^*(t), h_i^*(X_i^*(t), V_i), v_{fieq}(X_i^*, V_i))$$

satisfacen

$$\text{Re}\{\lambda_{1,2}^*(t)\} \leq -\beta_{2i}$$

donde $\hat{\beta}_{1i}$ es una constante positiva y depende de los parámetros de los generadores.

[b7] Suponemos que Z_{0i} está en el interior del dominio de atracción del punto de equilibrio asintóticamente estable $h_i^*(X_{0i}, V_i)$ del sistema

$$\frac{dz_i}{d\tau_i} = \sigma_i(X_{0i}, Z_i^*, v_{f_{ieq}}(X_{0i}), V_i)$$

donde $\tau_i = (t - t_{0i})/\varepsilon$, $\tau_i \in [0, \infty)$.

[b8] Sea $\Sigma_i \triangleq \{(X_i, Z_i) \in \mathbb{R}^6 \times \mathbb{R}^2 \times [t_{0i}, \bar{T}_i + \gamma_{2i}]: v_{f_{ieq}}(X_i, Z_i) = k_{gi}\}$. Cuando se cumple la condición (4.14) existe un instante de abandono $t_{0i}^B = \bar{T}_i \in (t_{0i}, T_i)$ del sistema (4.17) tal que

$$* \left(\bar{X}_i^*(t_{0i}^B), h_i^*(\bar{X}_i^*(t_{0i}^B), V_i) \right) \in \Sigma_i,$$

$$* \psi_i(\bar{X}_i^*(t_{0i}^B), k_{gi}) = 0,$$

$$* \psi_i(\bar{X}_i^*(t_{0i}^B), -k_{gi}) > 0.$$

[b9] La ecuación $\sigma_i(X_i, Z_i, v_{fi}, V_i) = 0$ tiene una solución suave, única, aislada dada por (4.4), que es

$$Z_i = g_i(X_i, V_i) + \varphi_i v_{fi} = h_i^+(X_i, V_i).$$

[b10] Se puede verificar que el sistema reducido

$$\begin{aligned} \dot{X}_i &= f_i(X_i, h_i^+(X_i, V_i), k_{gi}), & X_i(t_{0i}^B) &= \bar{X}_i^*(t_{0i}^B) \\ \dot{s}_i &= \psi_i(X_i, h_i^+(X_i, V_i), k_{gi}), & s_i(t_{0i}^B) &= 0 \end{aligned}$$

satisface la condición de Lipschitz en X, Z ; entonces tiene solución única $(\bar{X}_{0i}^+(t), \bar{s}_{0i}^+(t))$ sobre $[t_{0i}^A - \gamma_{2i}, T_i]$ [59].

[b11] Los valores propios $\lambda_{1,2}$ de

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial Z_i}(\bar{X}_{0i}^+, h_i^+(\bar{X}_{0i}^+, V_i), k_{gi})$$

que son

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}h_{i7} + \frac{1}{2}k_{i7} \pm \frac{1}{2}\sqrt{h_{i7}^2 - 2h_{i7}k_{i7} + k_{i7}^2 + 4h_{i6}k_{i6}\omega_b^2}$$

satisfacen

$$\operatorname{Re}\{\lambda_{1,2}(t)\} \leq -\hat{\beta}_{2i}.$$

donde $\hat{\beta}_{2i}$ es una constante positiva que depende de los parámetros de los generadores.

[b12] Suponiendo que $\bar{Z}_i^*(0) = h_i^*(X_i^*(t_{0i}^B), V_i(t_{0i}^B))$ está en el interior del dominio de atracción de $h_i^*(X_i^*(t_{0i}^B), V_i(t_{0i}^B))$ del sistema

$$\frac{d\bar{Z}_i}{d\tau_i} = \sigma_i(X_i^*(t_{0i}^B), \bar{Z}_i, k_{gi})$$

donde $\tau_i = (t - t_{0i}^A)/\varepsilon$, $\tau_i \in [0, \infty)$.

Del *Teorema 3.2*, se sigue que el sistema singularmente perturbado (4.1), (4.2) con la ecuación (4.15) tiene solución única $X_{si}(t) = (X_i(t), Z_i(t))$ en el intervalo $[t_{0i}, T_i]$ cuando abandona al modo deslizante.

4.3.3 Análisis de estabilidad de la ecuación de modos deslizantes.

El análisis de estabilidad se realiza utilizando el *Teorema 3.3*. Se verifica que el sistema eléctrico de potencia cumplan las condiciones a)-e) de la sección 3.4. Obtenemos la ecuación de modos deslizantes del sistema (4.1), (4.2), es decir

$$\dot{x}_{1i} = \xi_{2i} \tag{4.18.a}$$

$$\dot{\xi}_{2i} = -k_{0i}\xi_{2i}$$

$$\dot{X}_{2i} = f_{2i}(X_{1i}, X_{2i}, g_i(X_{1i}, X_{2i})) \tag{4.18.b}$$

$$\varepsilon \dot{Z}_i = A_{zi}Z_i + f_{zi}(X_{1i}, X_{2i}, v_{fieq}) + V_i. \tag{4.19}$$

- Realizando un cambio de variables, se puede cambiar el punto de equilibrio del sistema (4.18)-(4.19) al origen.
- La ecuación (4.3) tiene solución única aislada que esta dada por (4.4).
- Suponemos que las funciones f, g, h están acotadas por $z - h(t, x) \in B_p$.

d) El subsistema (4.18.b) representa la dinámica cero del sistema para las dinámicas lentas [8], que se puede presentar como un sistema lineal con un término de perturbación no desvaneciente [59], es decir

$$\dot{X}_{2i} = \bar{A}_i X_{2i} + f_{Ai}(X_{1i}, X_{2i}) \quad (4.20)$$

donde

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} \bar{A}_{i11} & \bar{A}_{i12} & \bar{A}_{i13} \\ \bar{A}_{i21} & \bar{A}_{i22} & \bar{A}_{i23} \\ \bar{A}_{i31} & \bar{A}_{i32} & \bar{A}_{i33} \end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_{i11} = c_{i1} - c_{i3} h_{i1} \frac{h_{i3} x_{2i}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2}, \quad \bar{A}_{i12} = c_{i3} \left(h_{i5} \frac{k_{i3}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} + k_{i2} \frac{h_{i6}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} \right),$$

$$\bar{A}_{i13} = c_{i2} - c_{i3} \left(h_{i2} \frac{k_{i3}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} + k_{i5} \frac{h_{i6}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} \right), \quad \bar{A}_{i21} = -d_{i3} h_{i1} \frac{k_{i6}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2},$$

$$\bar{A}_{i22} = d_{i2} - d_{i3} \left(h_{i5} \frac{k_{i3}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} + k_{i2} \frac{h_{i6}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} \right),$$

$$\bar{A}_{i23} = -d_{i3} \left(h_{i2} \frac{k_{i3}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} + k_{i5} \frac{h_{i6}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} \right),$$

$$\bar{A}_{i31} = e_{i1} - e_{i3} h_{i1} \frac{k_{i3}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2}, \quad \bar{A}_{i32} = -e_{i3} \left(h_{i5} \frac{k_{i3}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} + k_{i2} \frac{h_{i6}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} \right),$$

$$\bar{A}_{i33} = e_{i2} + e_{i3} \left(h_{i2} \frac{k_{i3}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} + k_{i5} \frac{h_{i6}}{h_{i6} k_{i6} - h_{i3} k_{i3} x_2^2} \right)$$

Se puede verificar que la matriz \bar{A}_i es Hurwitz, y $f_{Ai}(X_{1i}, X_{2i})$ es acotada. Entonces la solución del subsistema (4.19.b) es últimamente acotada.

El subsistema (4.18.a) es lineal con un valor propio en cero y otro en un valor deseado $-k_{0i}$, $k_{0i} > 0$. La solución de la dinámica cero representada por el subsistema (4.18.b) es últimamente acotada. Entonces el error de velocidad ξ_{2i} tiende a cero y la solución del sistema (4.18) converge exponencialmente al estado estable $x_{1i} = \delta_{1ss}$, $x_{2i} = \omega_b$ y $X_{2i} = X_{2iss}$ definidos por el valor de T_{mi} [44].

e) Definimos el vector

$$\Pi z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_1(\bar{x}(0)) \\ h_2(\bar{x}(0)) \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

De (4.21), el sistema asociado para las dinámicas rápidas es

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Pi z_1}{d\tau} \\ \frac{d\Pi z_2}{d\tau} \end{bmatrix} = A_{smr} \begin{bmatrix} \Pi z_1 \\ \Pi z_2 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

donde $\tau = \frac{t - t_{0i}}{\varepsilon}$. $A_{smr} = \begin{bmatrix} h_{i7} & h_{i6}\varepsilon \\ k_{i6}\varepsilon & k_{i7} \end{bmatrix}$.

Para el caso en estudio se puede verificar que A_{smr} es Hurwitz (ver sección 2.6). Entonces el punto de equilibrio del sistema (4.22) es exponencialmente estable.

Del *Teorema (3.3)* [59], [56] se sigue que el punto de equilibrio del sistema (4.18), (4.19) es exponencialmente estable.

4.4 Control del voltaje.

El objetivo de esta parte del controlador es regular los voltajes V_{gi} en terminales de los generadores síncronos de un sistema eléctrico de potencia multimáquinas. Para lograr este objetivo primeramente se obtiene una ecuación que represente la dinámica del voltaje en terminales del generador en función de los estados del sistema y después se diseña un controlador discontinuo.

4.4.1 Diseño del controlador del voltaje.

El voltaje en terminales de cada generador síncrono está dado por

$$V_{gi}^2 = V_{di}^2 + V_{qi}^2 \quad (4.23)$$

Para obtener la ecuación dinámica para V_{gi} se deriva la ecuación (4.23) con respecto al tiempo, esto es

$$\dot{V}_{gi} = \frac{1}{V_{gi}} (\dot{V}_{di} V_{di} + \dot{V}_{qi} V_{qi}). \quad (4.24)$$

Resolviendo (4.3) para V_i

$$V_i = -A_{zi} Z_i - f_{zi} - b_{zi} v_{fi} \quad (4.25)$$

donde los elementos del vector b_{zi} son suficientemente pequeños para ser despreciados, entonces

$$V_i = \begin{bmatrix} V_{di} \\ V_{qi} \end{bmatrix} = -A_{zi} Z_i - f_{zi} \triangleq \begin{bmatrix} f_{vdli}(X_{i1}, X_{i2}, Z_i) \\ f_{vqli}(X_{i1}, X_{i2}, Z_i) \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Derivando (4.26) con respecto al tiempo y utilizando (2.30), se tiene

$$\dot{V}_i = \begin{bmatrix} \dot{V}_{di} \\ \dot{V}_{qi} \end{bmatrix} = -A_{zi}\dot{Z}_i - \dot{f}_{zi} \triangleq \begin{bmatrix} f_{vd2i}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) \\ f_{vq2i}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{vdi} \\ 0 \end{bmatrix} v_{fi}. \quad (4.27)$$

Sustituyendo (4.26) y (4.27) en (4.24), se obtiene

$$\dot{V}_{gi} = f_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) + g_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i)v_{fi} \quad (4.28)$$

donde

$$f_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) = \frac{1}{V_{gi}}(f_{vd1i}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i)f_{vd2i}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) + f_{vq1i}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i)f_{vq2i}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i)),$$

$$g_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) = \frac{1}{V_{gi}}f_{vd1i}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i),$$

$f_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i)$ es acotada y $g_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i)$ es acotada y cruza por cero.

Se considera el error de control de voltaje como la función de interrupción

$$s_{vi} = V_{gi} - V_{refi} \quad (4.29)$$

y el de control discontinuo

$$v_{fi} = -g_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i)k_{gi} \text{sign}(s_{vi}), \quad k_{gi} > 0. \quad (4.30)$$

4.4.2 Análisis de estabilidad del control de voltaje.

Para analizar la estabilidad del sistema se propone la función de Lyapunov

$$V_{vi} = \frac{1}{2}s_{vi}^2 \quad (4.31)$$

Derivando (4.31) con respecto al tiempo, tenemos

$$\dot{V}_{vi} = s_{vi}f_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) + s_{vi}g_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i)v_{fi}. \quad (4.32)$$

Sustituyendo (4.30) en (4.32), obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{V}_{vi} &= s_{vi}f_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) - s_{vi}g_{vi}^2(X_{1i}, X_{2i}, Z_i)k_{gi} \text{sign}(s_{vi}) \\ &= s_{vi}f_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) - |s_{vi}|g_{vi}^2(X_{1i}, X_{2i}, Z_i)k_{gi} \\ &\leq |s_{vi}|[f_{vi}(X_{1i}, X_{2i}, Z_i) - g_{vi}^2(X_{1i}, X_{2i}, Z_i)k_{gi}]. \end{aligned} \quad (4.33)$$

De (4.33) se puede ver que la derivada de la función de Lyapunov (4.31) es definida negativa cuando

$$k_{gi} > \left| \left(g_{vi}^2 (X_{1i}, X_{2i}, Z_i) \right)^{-1} f_{vi} (X_{1i}, X_{2i}, Z_i) \right|. \quad (4.34)$$

Cuando se cumple la condición (4.35), la solución del sistema (4.29) alcanza la superficie deslizante $s_{vi}(t)=0$ y el error de control de voltaje $s_{vi}(t)$ converge a cero en tiempo finito [30] para cada generador del sistema eléctrico de potencia.

4.5 Combinación del control de velocidad y control de voltaje.

Para el caso del modelo de un sistema eléctrico de potencia, se requiere estabilizar dos salidas, la velocidad y el voltaje en terminales de los generadores síncronos. El modelo presentado en el capítulo 2 sólo cuenta con una entrada para cada generadore, el voltaje de excitación.

El esquema de control que se propone para estabilizar las dos salidas es un control jerárquico, basado en una lógica. Para esto se aprovecha que la dinámica mecánica es más lenta que la eléctrica, entonces se estabiliza en primer lugar la velocidad. Cuando el error de velocidad ξ_{2i} sea menor que un error e_{1i} el controlador regula el voltaje V_{gi} , después de que el valor absoluto de la superficie de voltaje es menor que un error e_{3i} el error e_{1i} se reduce a e_{2i} con $e_{1i} > e_{2i}$.

En forma compacta tenemos

$$e_i = \begin{cases} e_{1i}, & |s_{vi}| > e_{3i} \\ e_{2i}, & |s_{vi}| \leq e_{3i} \end{cases} \quad (4.35)$$

$$v_{fi} = \begin{cases} -k_{gi} \text{sign}(s_{\omega i}), & |\xi_{2i}| > e_i \\ -g_{vi}(X_1, X_2, Z) k_{gi} \text{sign}(s_{vi}), & |\xi_{2i}| \leq e_i \end{cases} \quad (4.36)$$

La lógica de control descrita por (4.36), (4.37) se utilizará en un sistema eléctrico de potencia, como se mostrará en la siguiente sección.

4.6 Resultados.

A continuación se presentan los resultados obtenidos del sistema eléctrico de potencia en estudio que consta de tres generadores, nueve nodos y tres cargas, presentado en la sección 2.6, con las leyes de control (4.10), (4.25) y la lógica de control (4.29), (4.30). El sistema se simula en estado estable para después aplicar tres perturbaciones diferentes. La primera

perturbación consiste en aplicar un escalón de par como el que se muestra en la figura 4.1, en el generador 2, iniciando al primer segundo. La segunda perturbación es un corto circuito trifásico en el generador 1, iniciando a los cuatro segundos y con una duración de 150 milisegundos. La tercera perturbación es un corto circuito en la línea 5-7 de la figura 2.4 que inicia a los 10 segundos, la falla se libera abriendo la línea, 150 milisegundos después del inicio de la falla.

Para la simulación se utilizan los datos y cálculos presentados en la sección 2.6, los datos adicionales requeridos para la simulación de los controladores se muestran en la tabla 4.1. En las figuras 4.1-4.17 se pueden observar los resultados de la simulación. En las figuras se muestran los ángulos, velocidades, voltajes, funciones de interrupción y entradas de control para cada generador del sistema.

Tabla 4.1. Datos de los controladores en la simulación.

	Generador 1	Generador 2	Generador 3
k_g	0.03	0.04	0.05
k_0	7.5	5	6
e_1	0.9	0.8	1.2
e_2	0.01	0.03	0.02
e_3	0.001	0.002	0.001

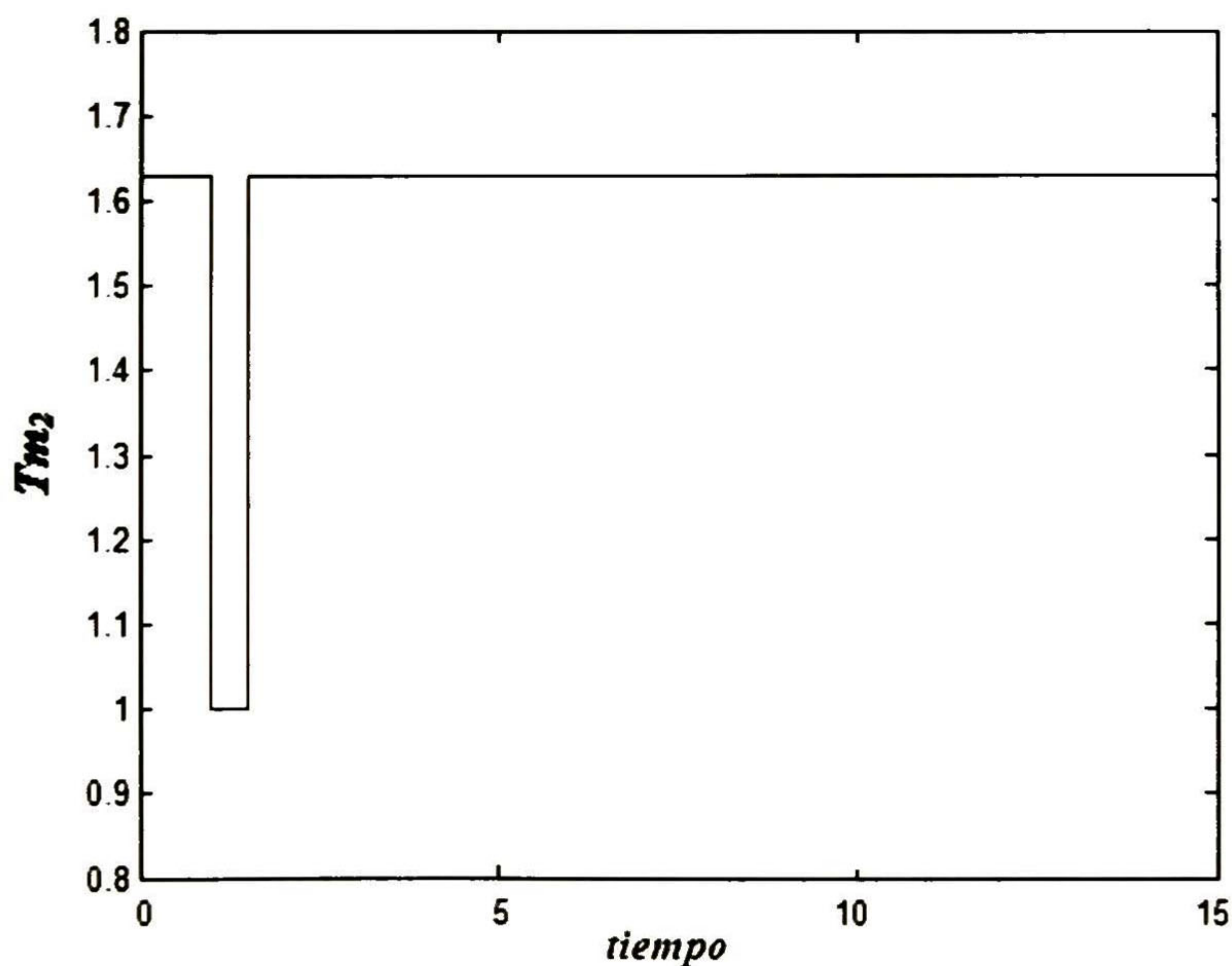


Figura 4.1. Escalón de par mecánico utilizado en la primera perturbación.

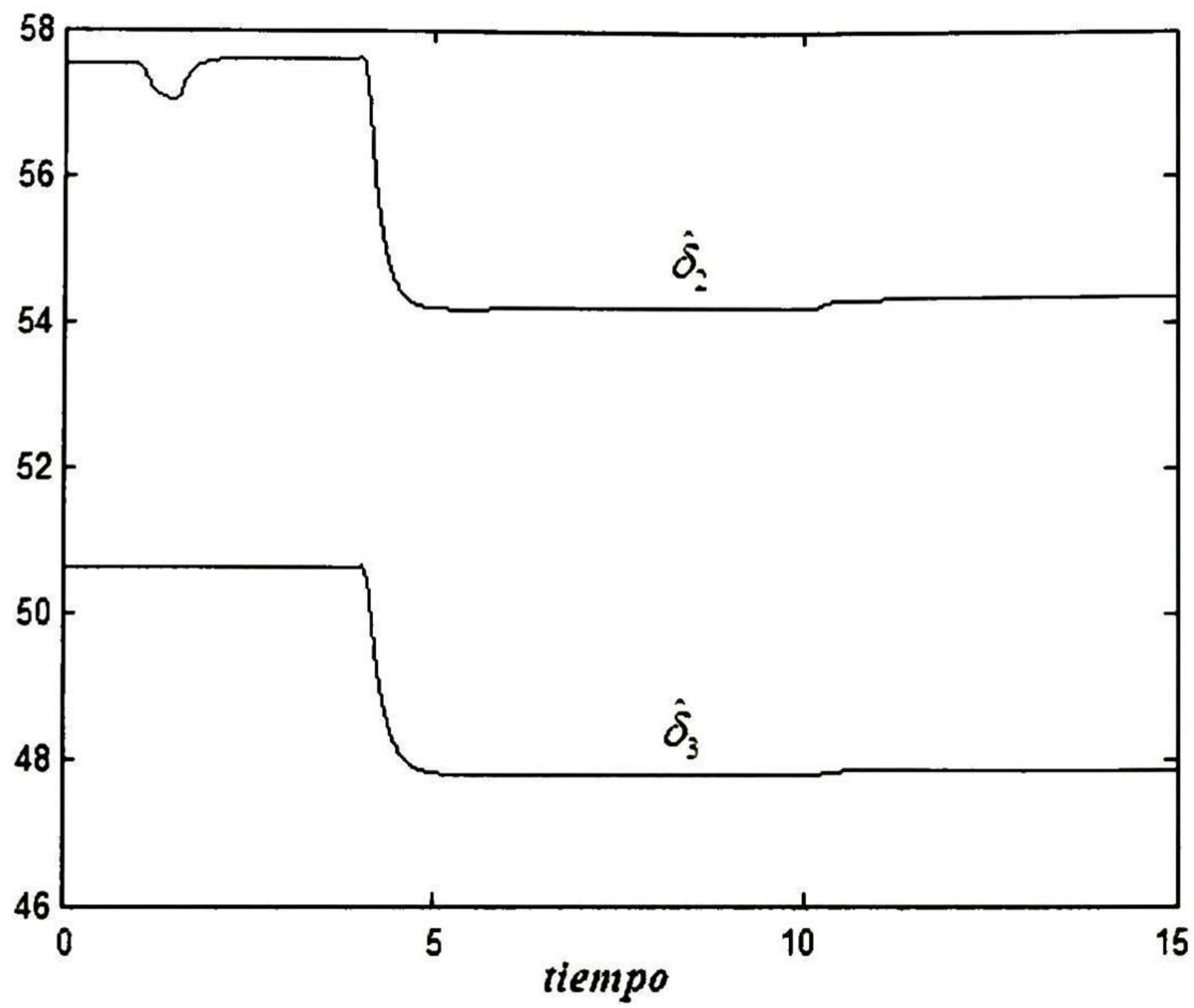


Figura 4.2. Ángulos relativos de los generadores en grados.

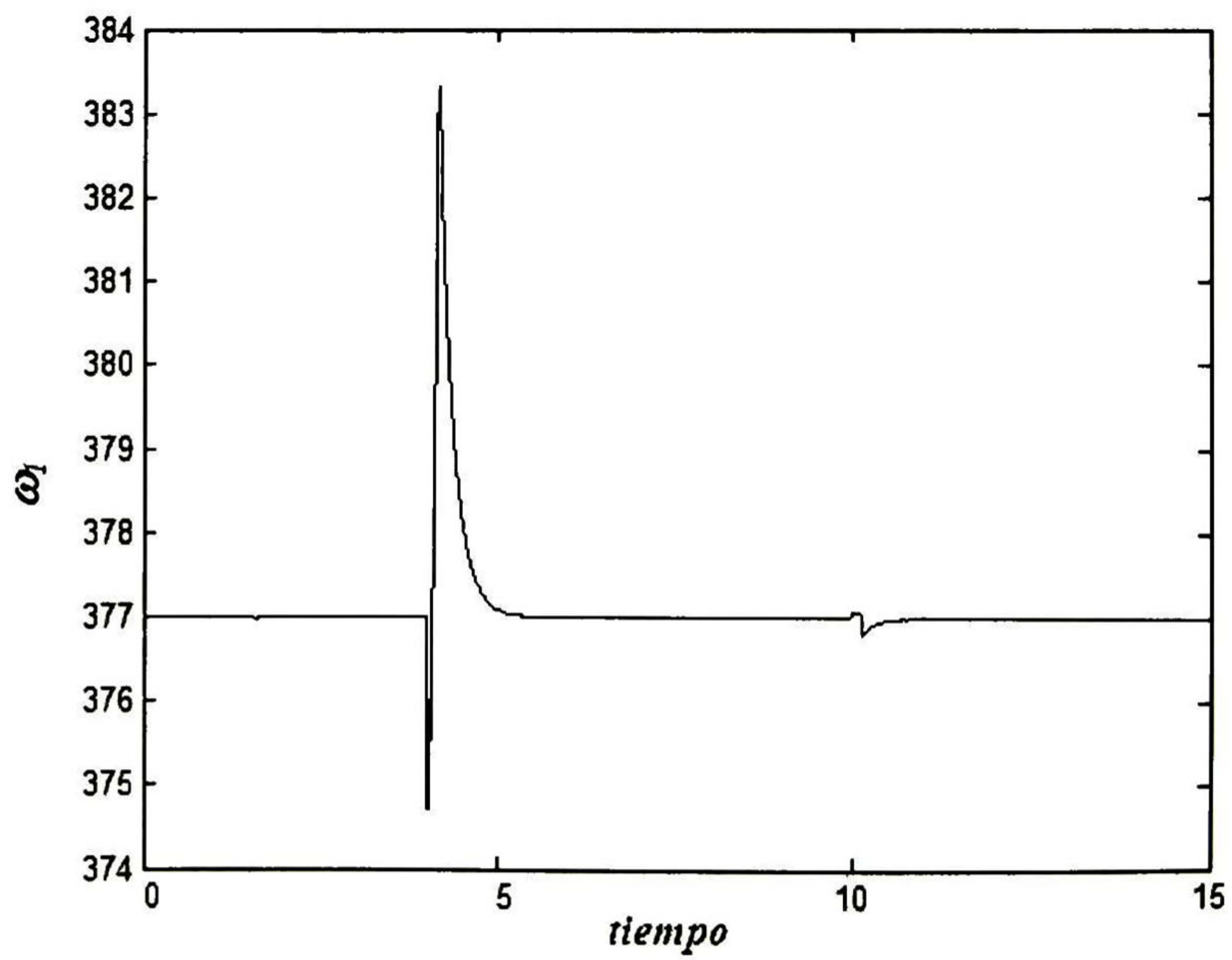


Figura 4.3. Velocidad del generador 1.

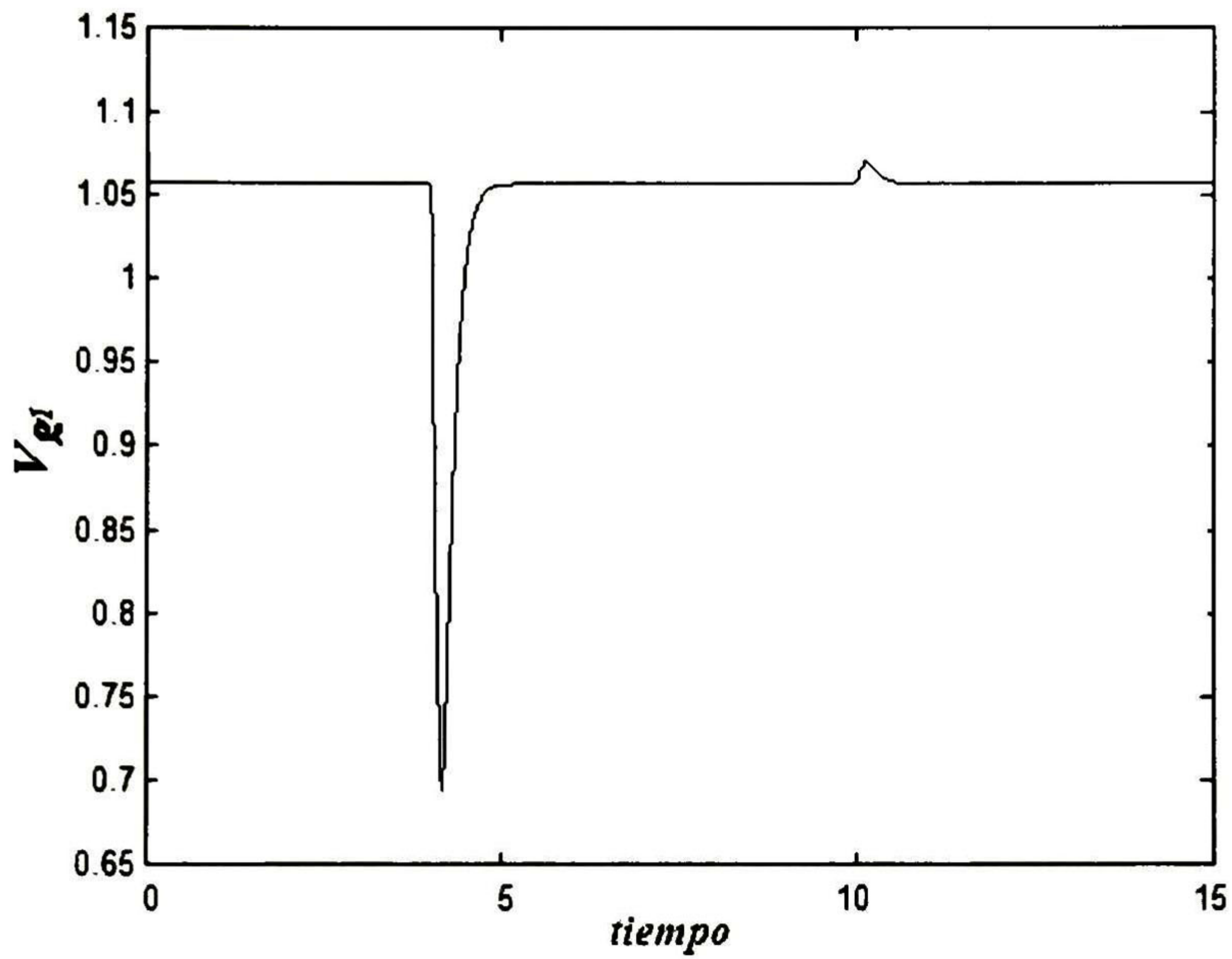


Figura 4.4. Voltaje en terminales del generador 1.

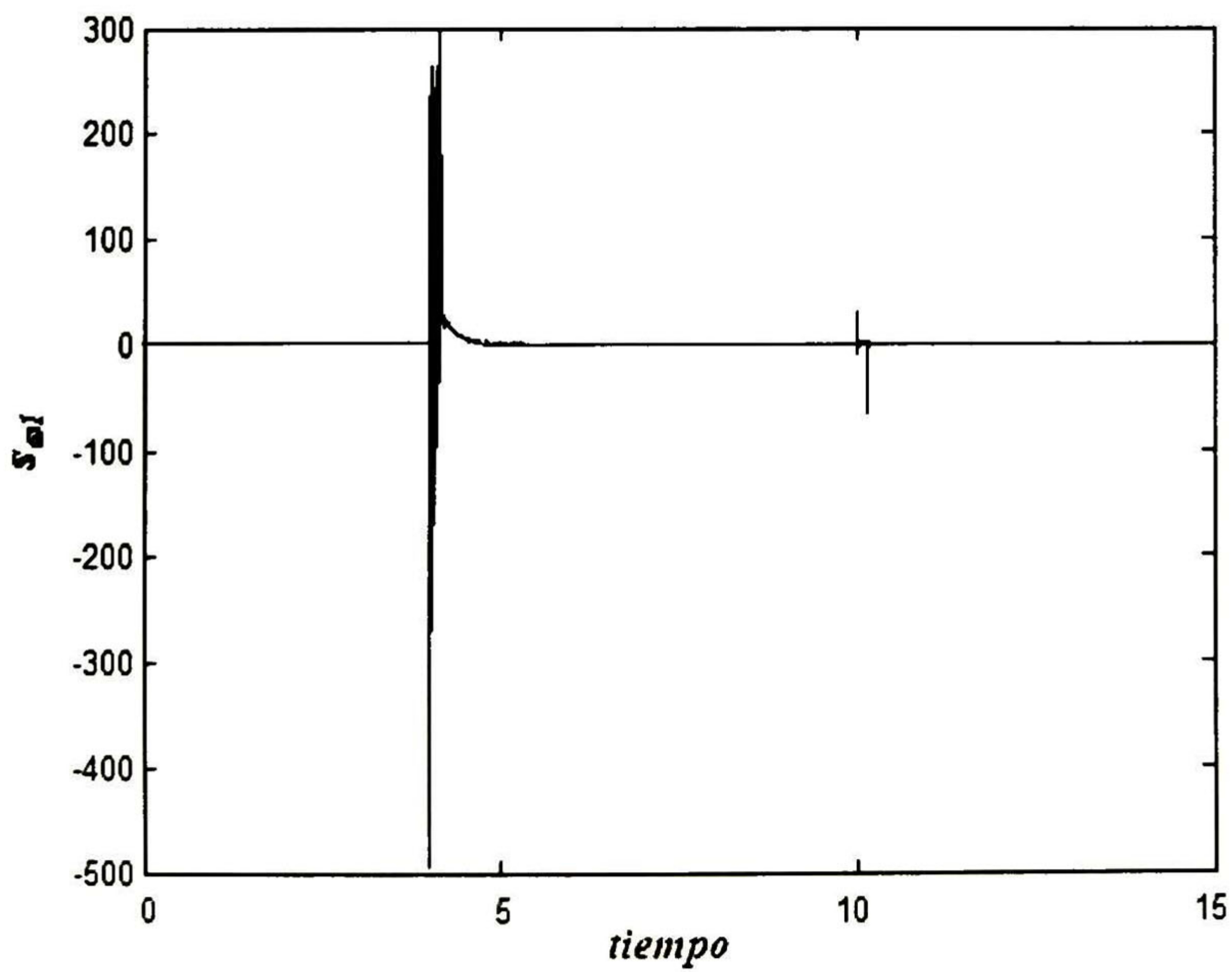


Figura 4.5. Superficie de velocidad del generador 1.

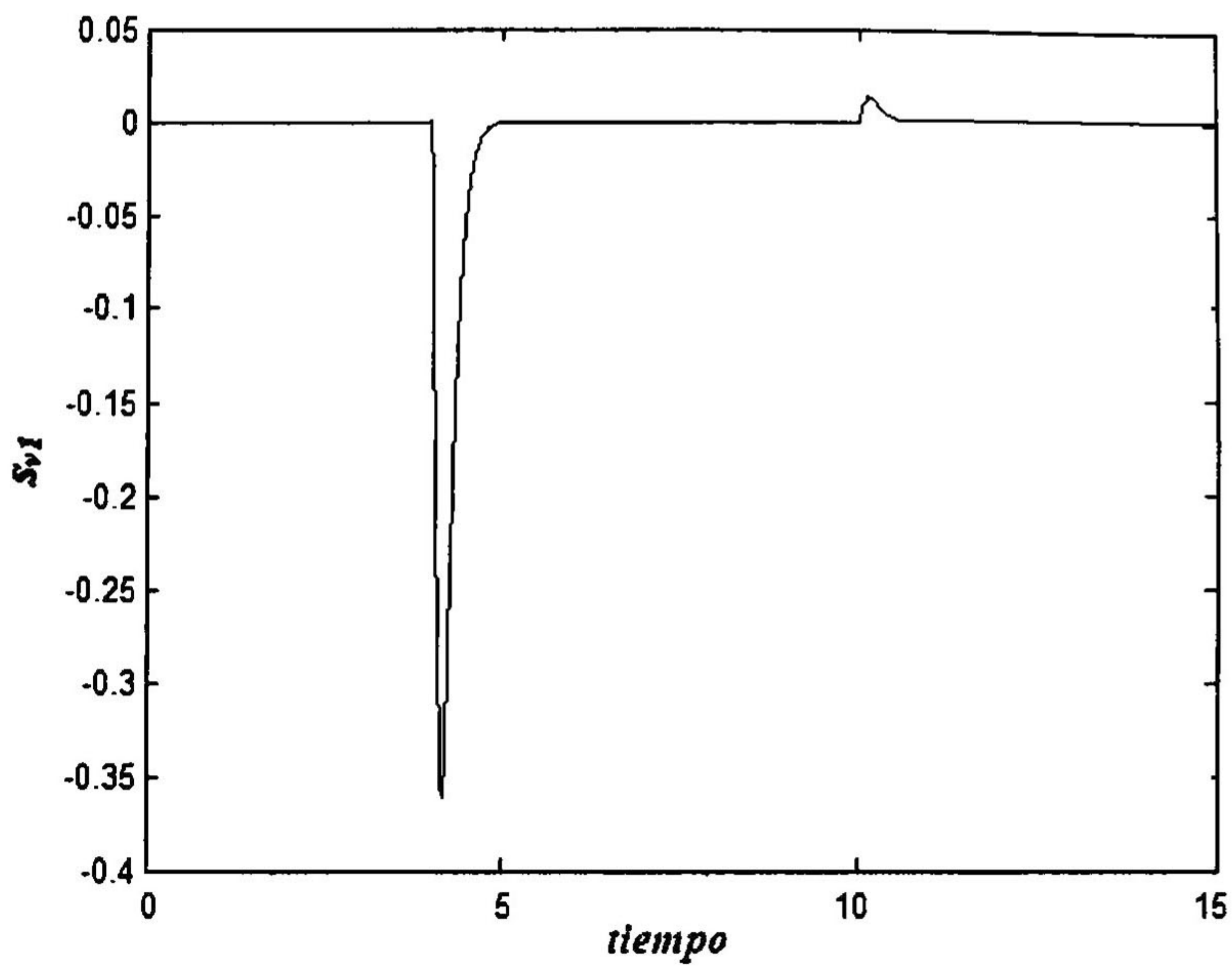


Figura 4.6. Superficie de voltaje del generador 1.

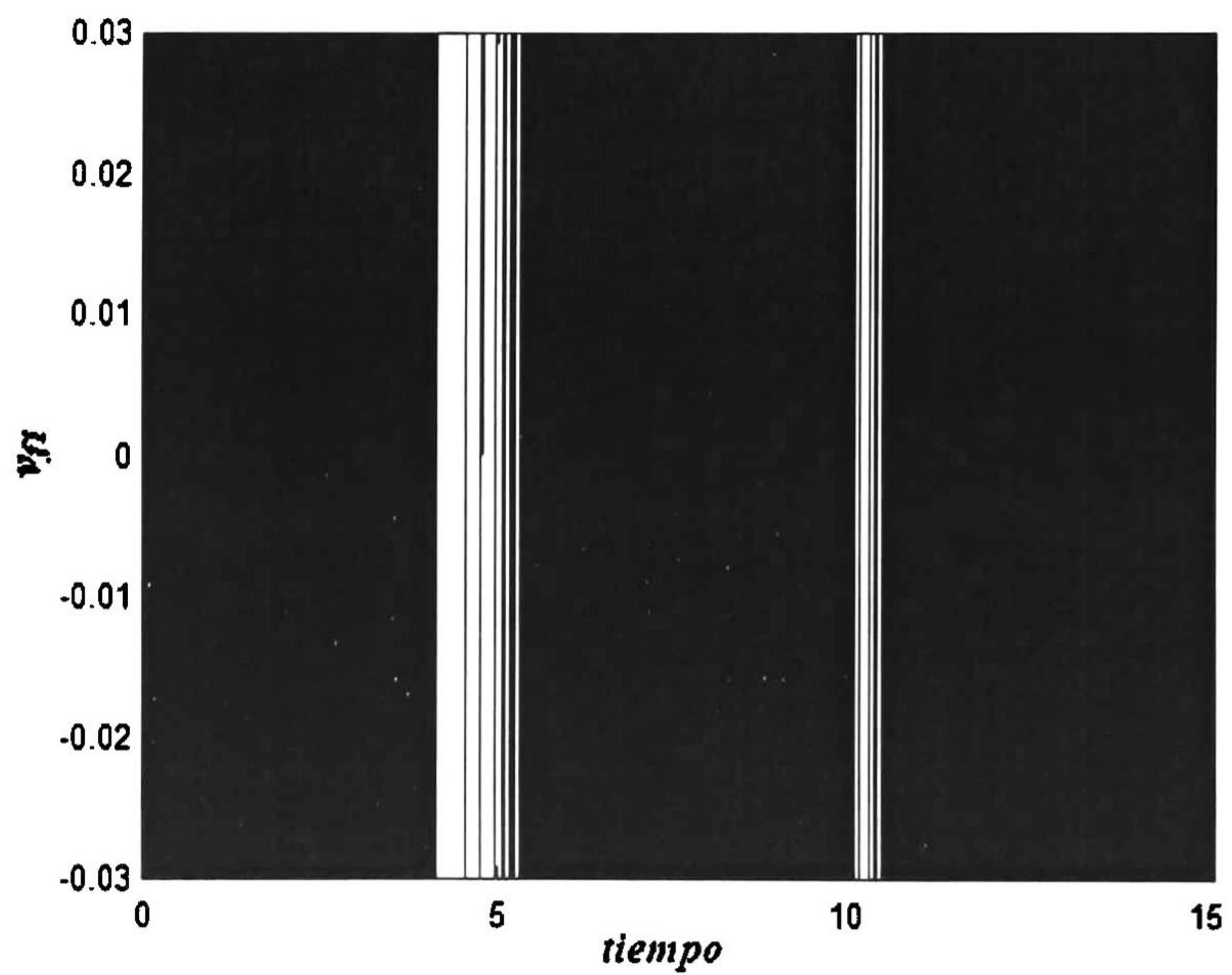


Figura 4.7. Entrada del generador 1.

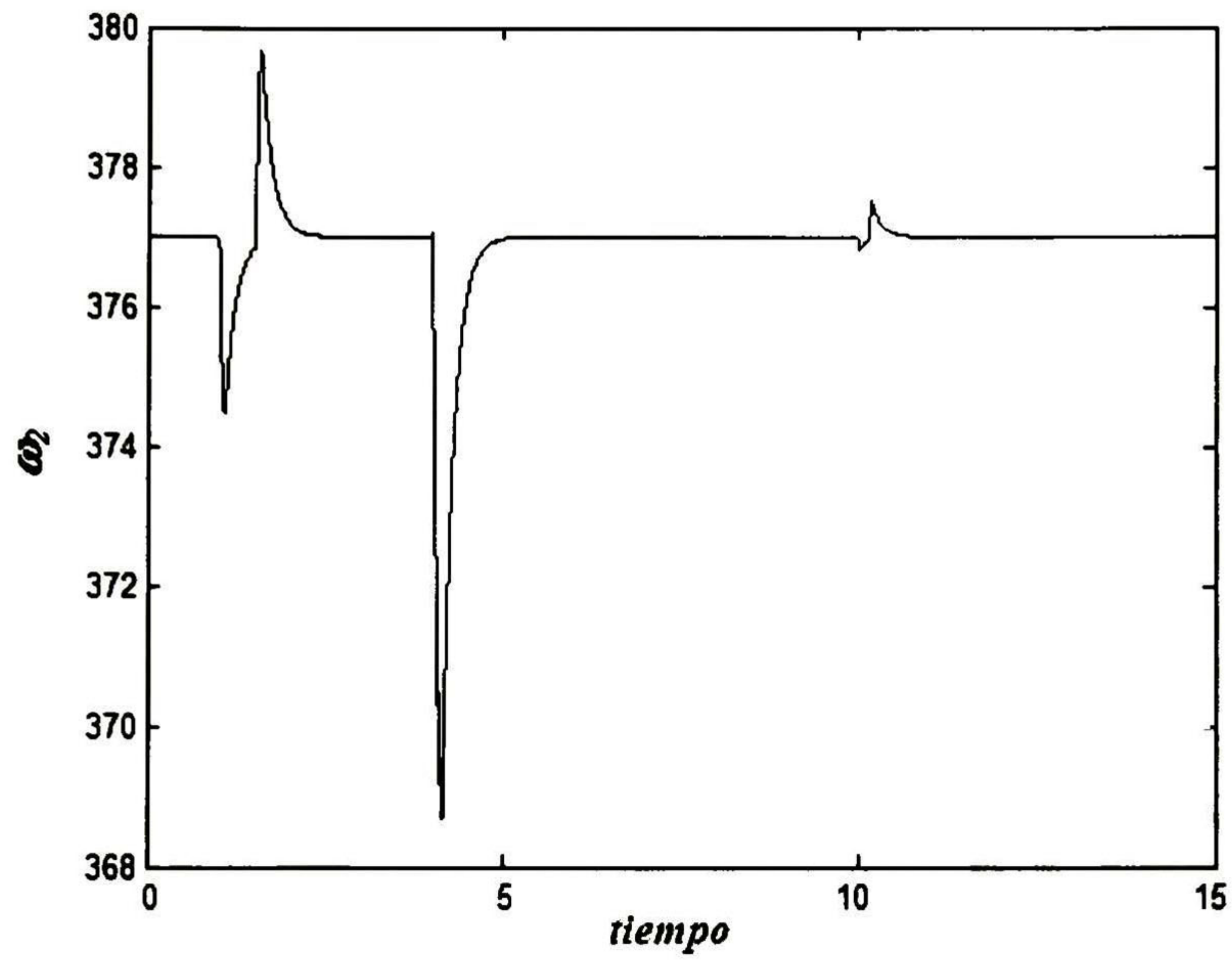


Figura 4.8. Velocidad del generador 2.

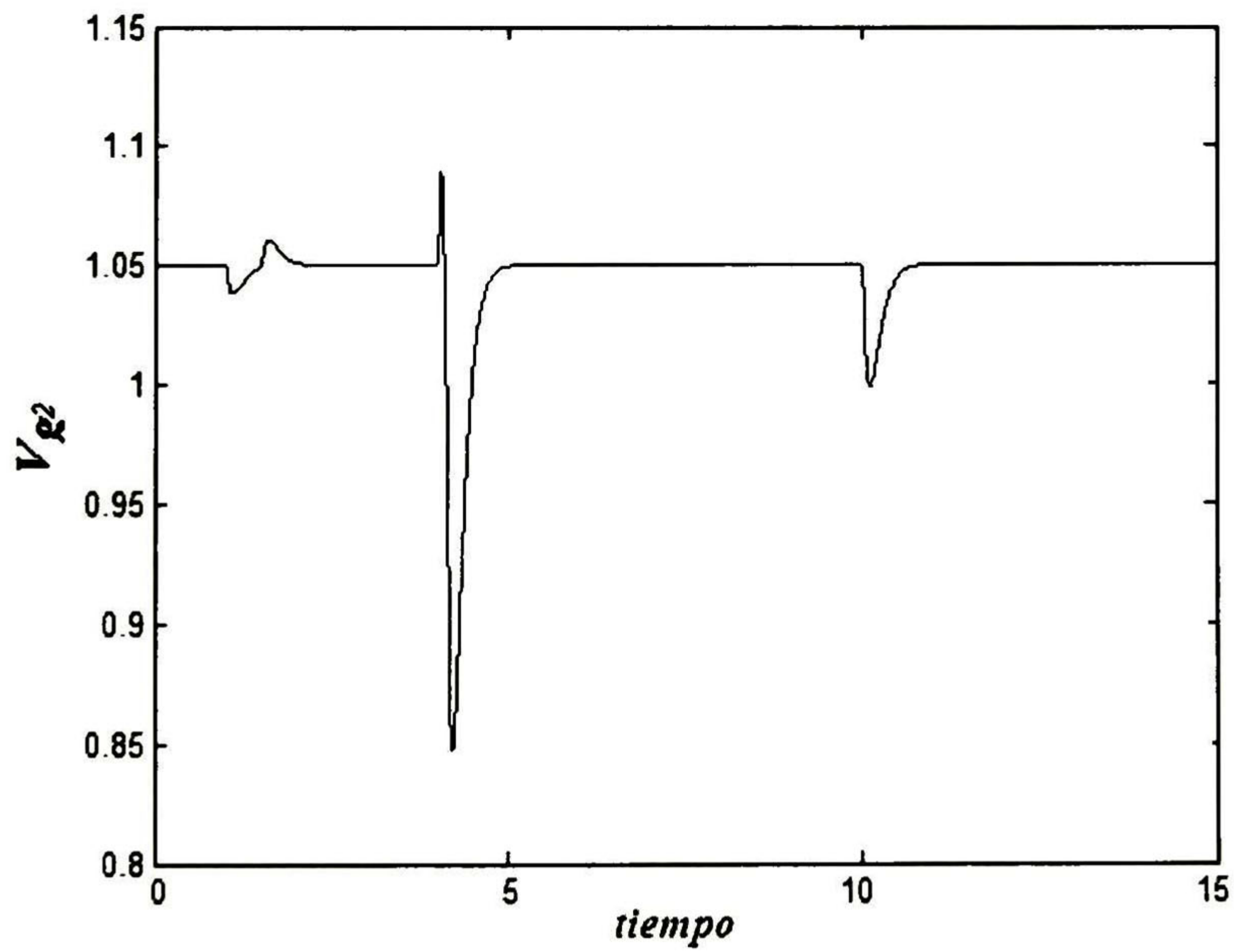


Figura 4.9. Voltaje en terminales del generador 2.

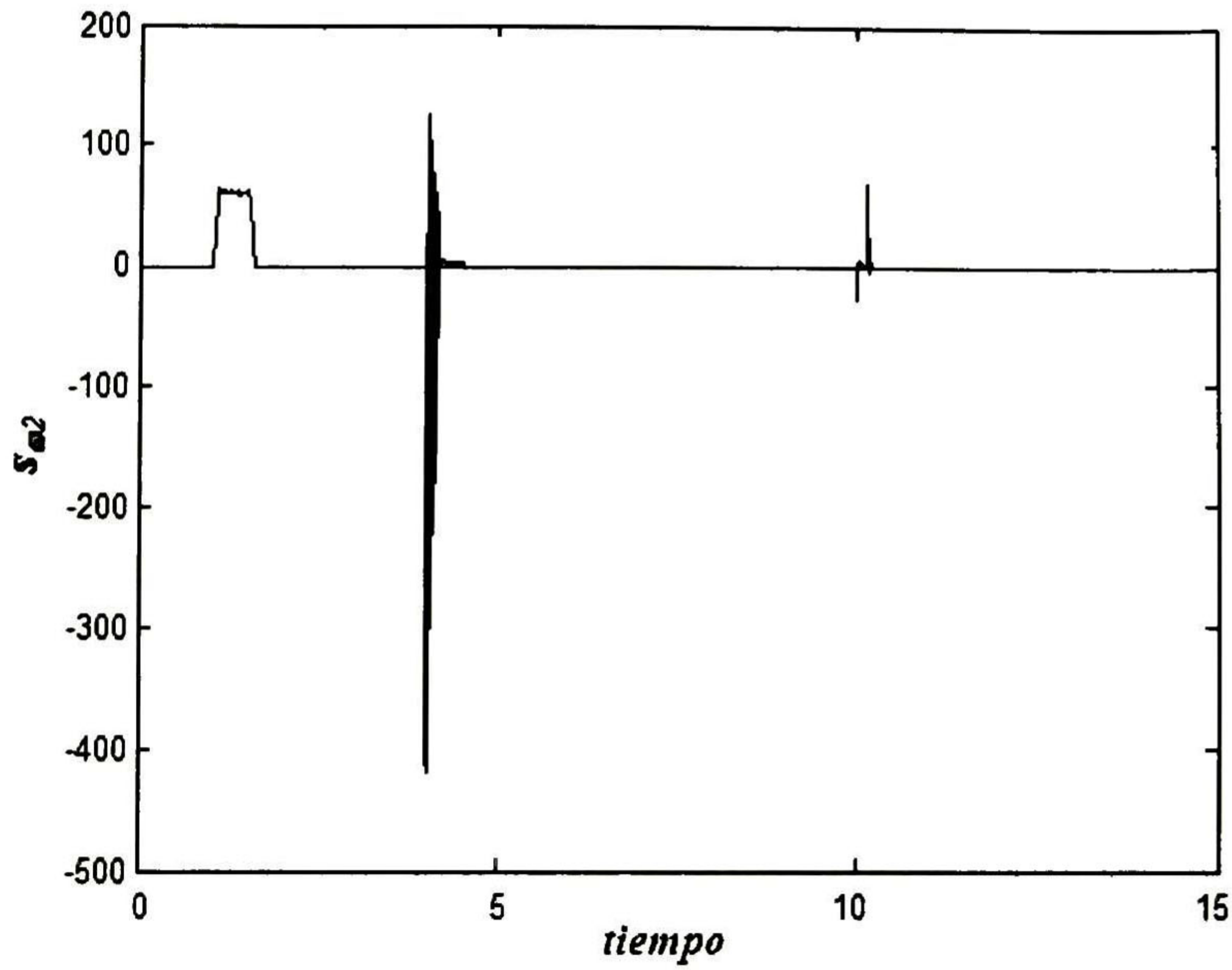


Figura 4.10. Superficie de velocidad del generador 2.

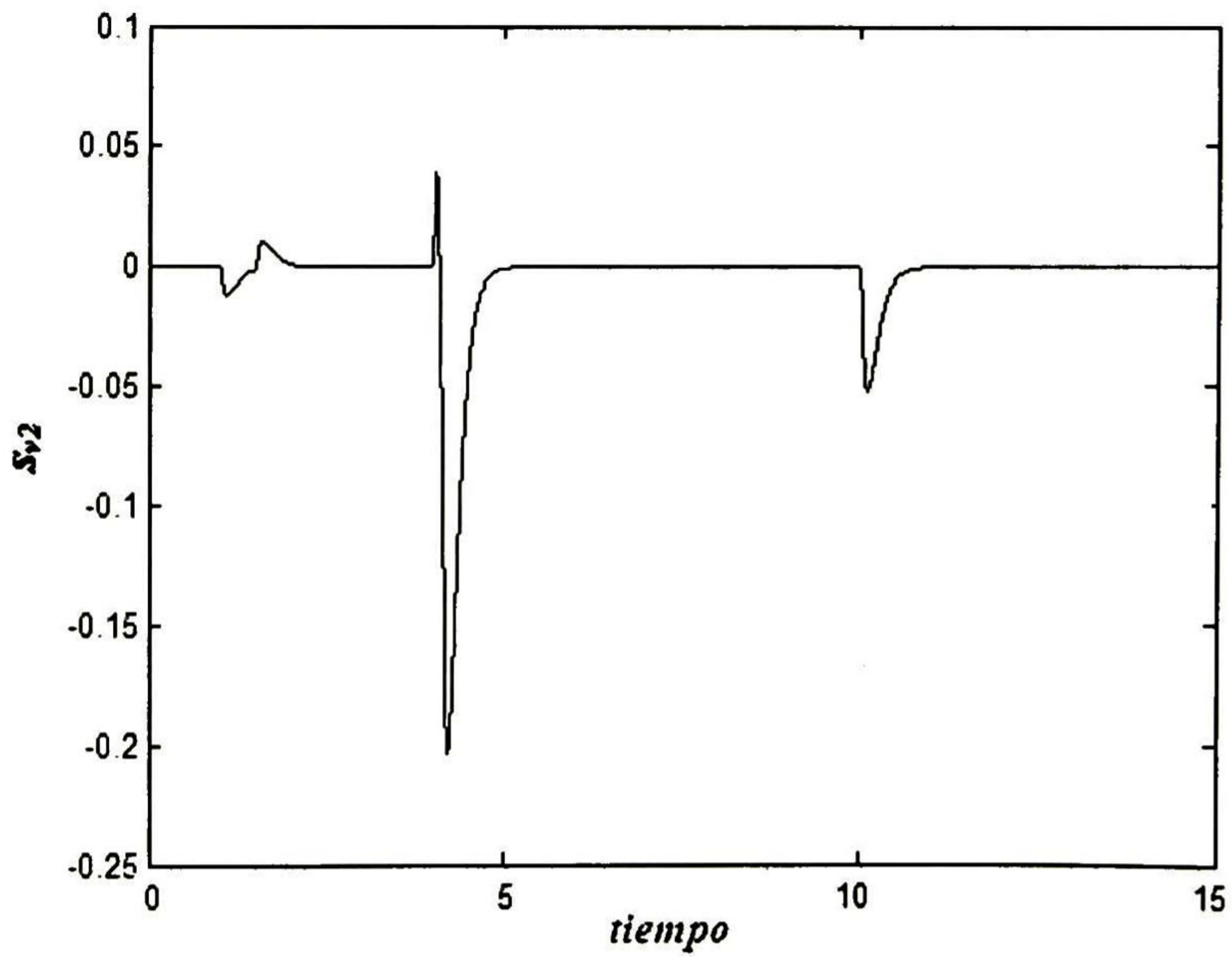


Figura 4.11. Superficie de voltaje del generador 2.

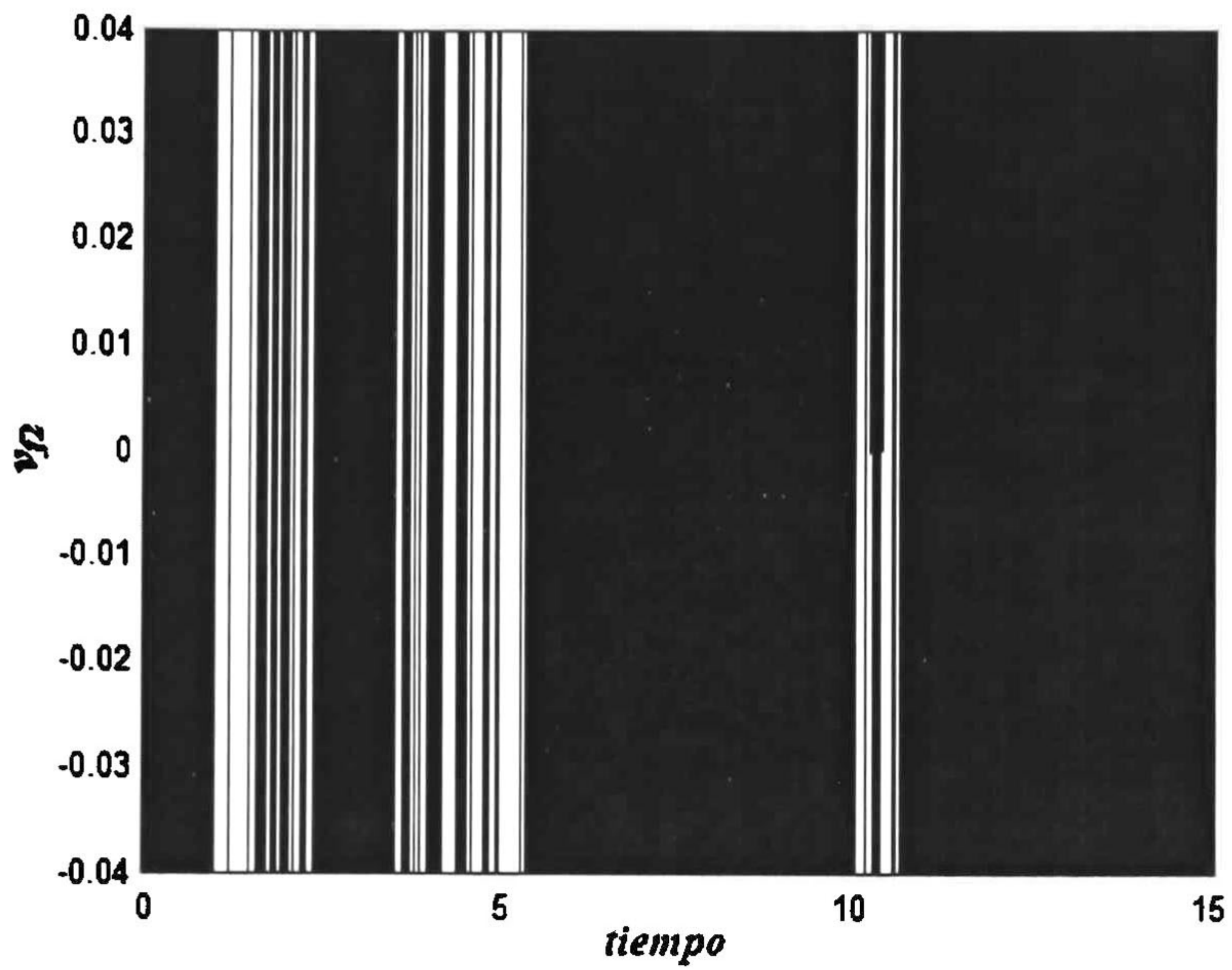


Figura 4.12. Entrada del generador 2.

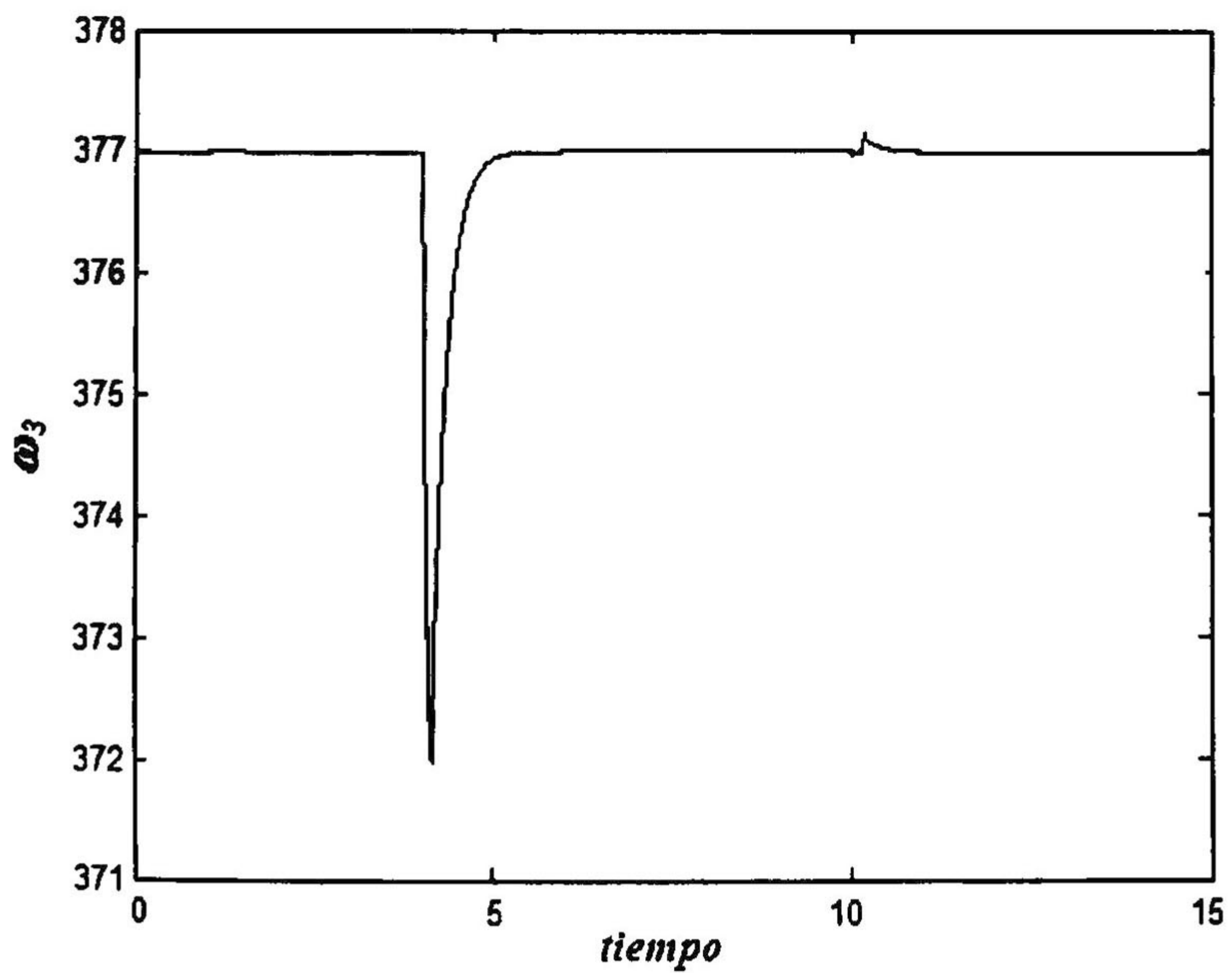


Figura 4.13. Velocidad del generador 3.

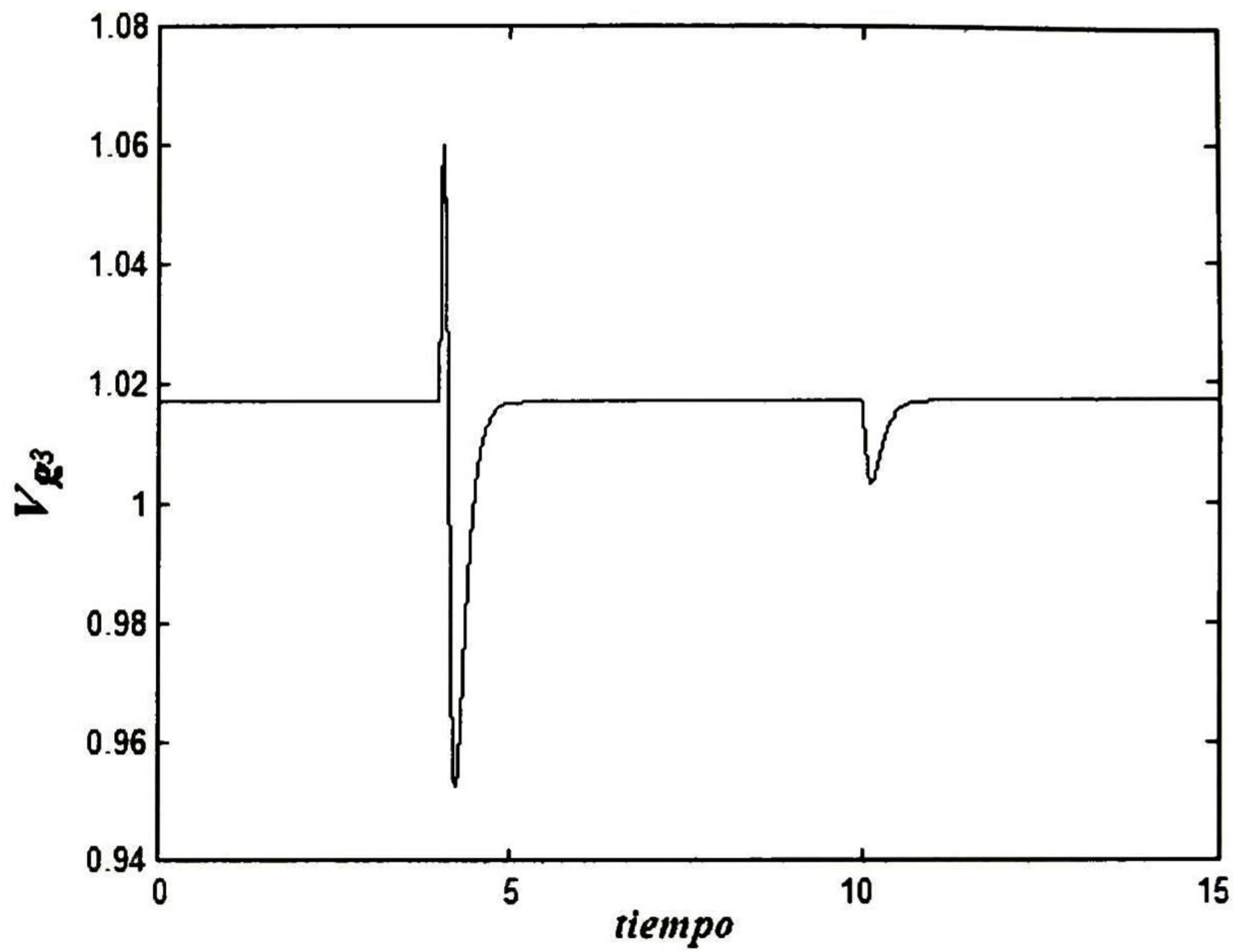


Figura 4.14. Voltaje en terminales del generador 3.

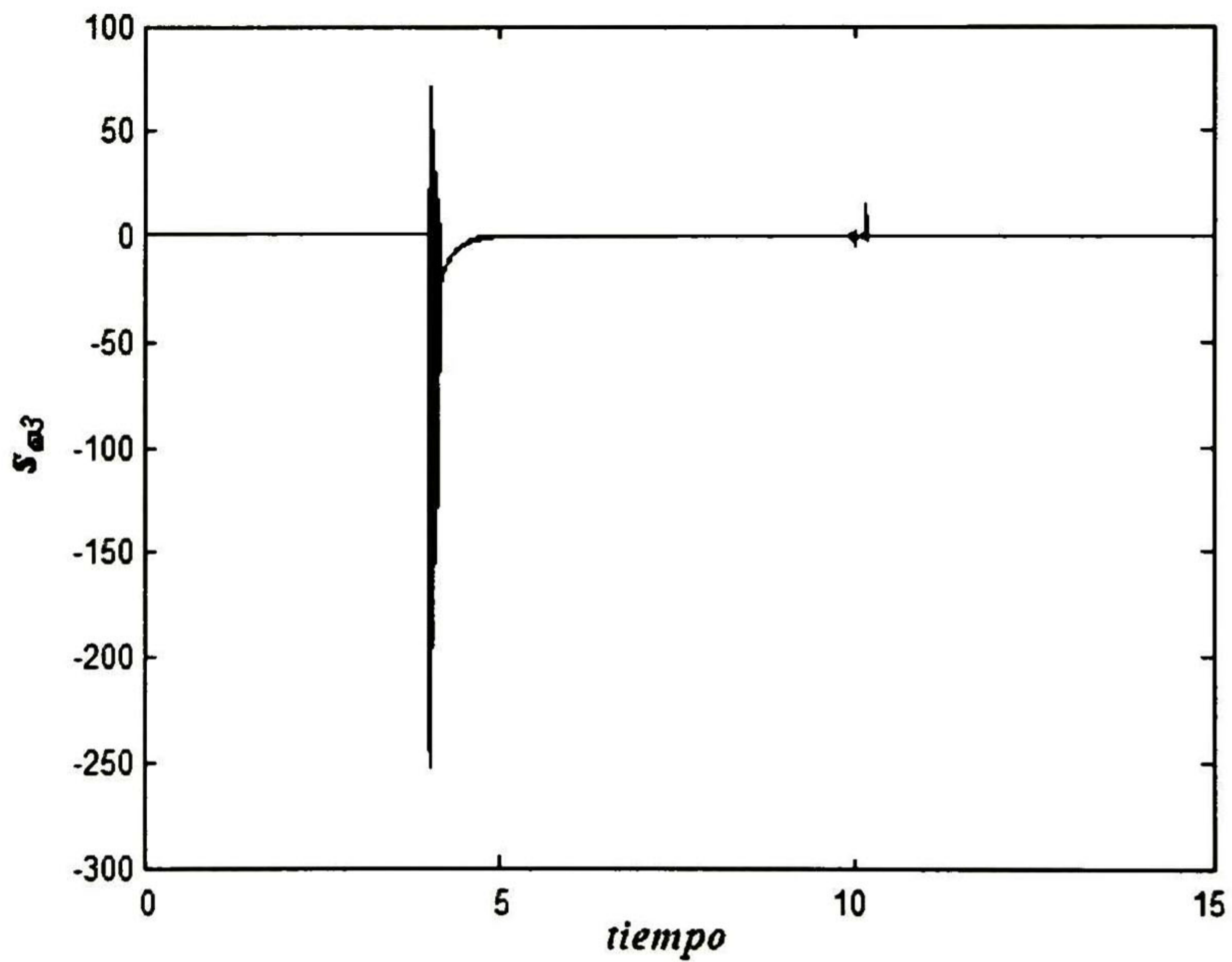


Figura 4.15. Superficie de velocidad del generador 3.

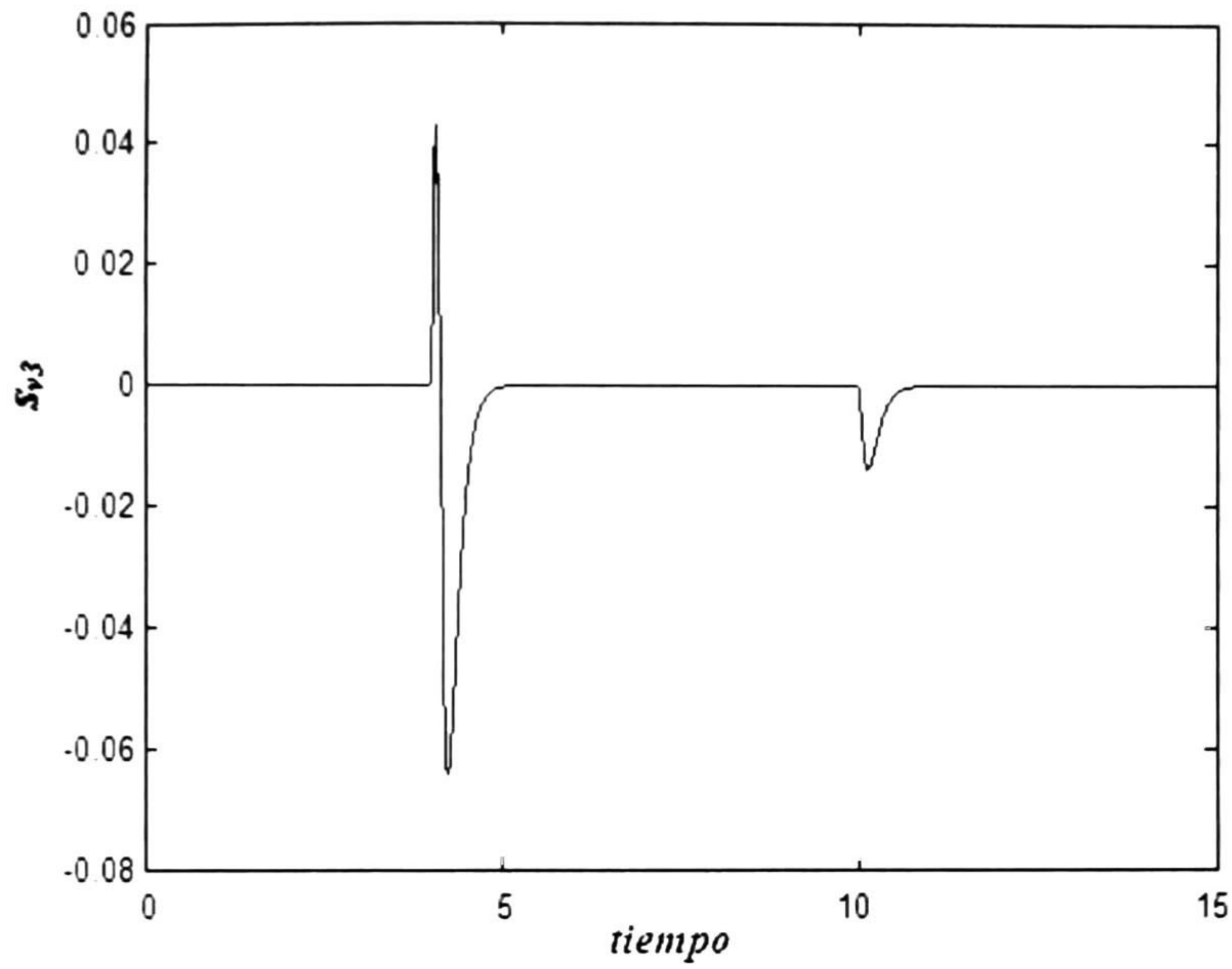


Figura 4.16. Superficie de voltaje del generador 3.

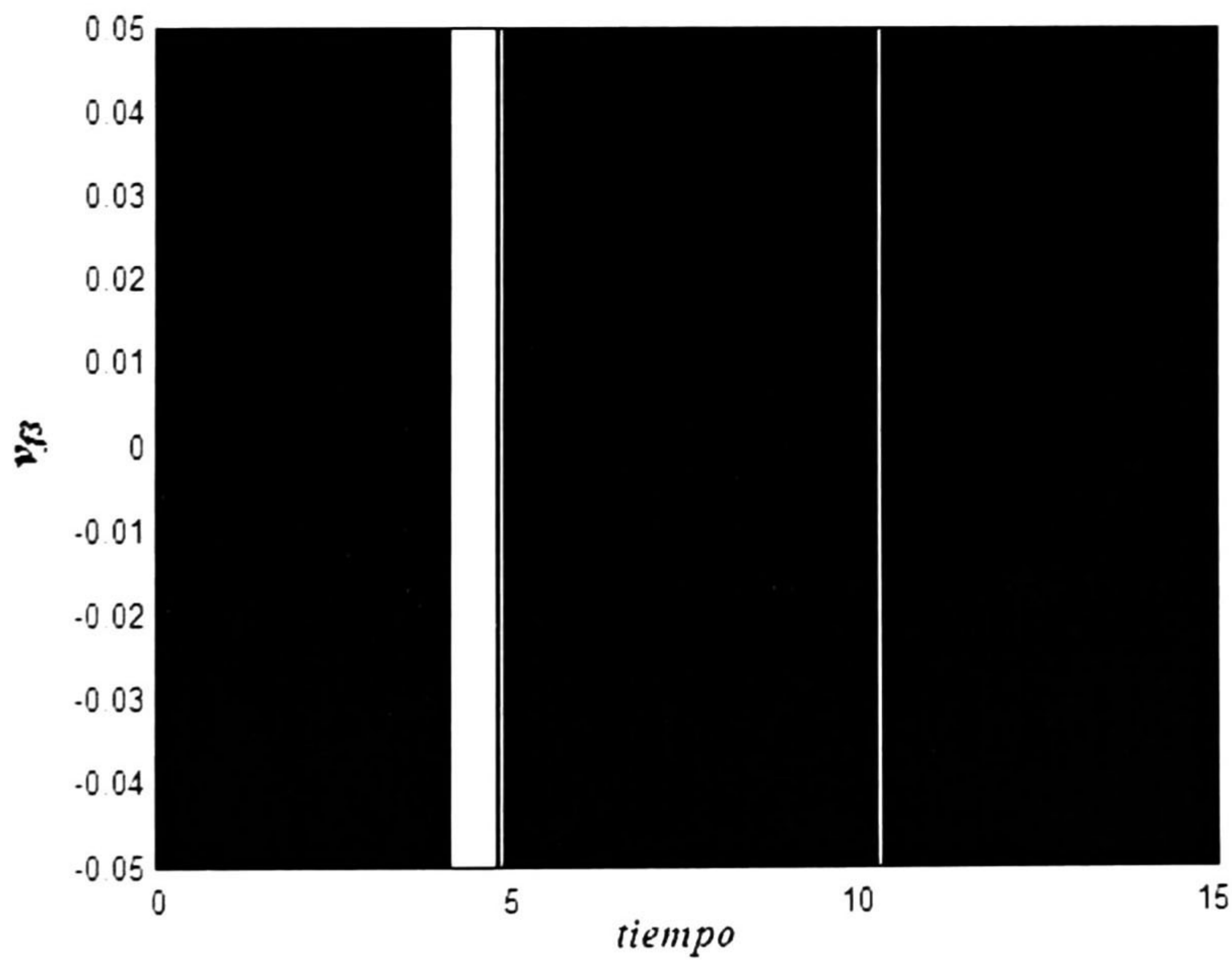


Figura 4.17. Entrada del generador 3.

4.7 Análisis de resultados.

En las figuras 4.1 a 4.17 se puede ver el desempeño de los controladores en los generadores. En todas las figuras puede notarse claramente el comportamiento del controlador ante las perturbaciones descritas.

Inicialmente los generadores permanecen en estado estable con los controladores. Cuando se inicia la primera perturbación que es el escalón de par mecánico en el generador 2, los generadores 1 y 3 no se ven afectados en gran medida por esta perturbación. El generador que se ve más afectado es el generador 2, que disminuye su velocidad y su voltaje durante el escalón. Cuando se regresa el par mecánico a su valor anterior la velocidad y el voltaje aumentan, para después volver a su estado estable.

Cuando se inicia la segunda perturbación, que es el corto circuito trifásico a los cuatro segundos, se puede notar que:

- a) El ángulo del generador 2 disminuye poco menos de 4 grados. Se estabiliza 2.5 segundos después del inicio el corto circuito.
- b) El ángulo del generador 3 disminuye poco menos de 8 grados. Se estabiliza 2.2 segundos después del inicio el corto circuito.
- c) La velocidad del generador 1 disminuye 2.5 rad/seg. y después aumenta hasta 383.5 rad/seg y finalmente se estabiliza después de 1.5 segundos del inicio el corto circuito.
- d) La velocidad del generador 2 disminuye hasta 368.5 rad/seg. Se estabiliza después de 1.5 segundos después del inicio del corto circuito.
- e) La velocidad del generador 3 disminuye hasta 372 rad/seg se estabiliza después de 2 segundos del inicio del corto circuito.
- f) El voltaje del generador 1 disminuye hasta 0.68 y se estabiliza después de 2 segundos.
- g) El voltaje del generador 2 aumenta hasta 1.1 y después disminuye hasta 0.7. Se estabiliza después de 2.2 segundos del inicio del corto circuito.
- h) El voltaje del generador 3 aumenta a 1.06, después disminuye hasta 0.95. Se estabiliza después de 2.3 segundos del inicio del corto circuito.

Cuando se libera el corto circuito los controladores estabilizan al sistema y los errores tienden a cero.

En la tercera falla, que es el corto circuito en una línea de transmisión, el generador 1 aumenta su velocidad y voltaje. Los generadores 2 y 3 disminuyen su velocidad y su voltaje.

Se puede notar un pequeño sobreimpulso en las velocidades de los tres generadores. Después de esta perturbación, los controladores estabilizan nuevamente al sistema haciendo cero los errores.

Como se puede observar en las figuras 4.1-4.17, el esquema de control diseñado tiene un comportamiento satisfactorio ante las tres perturbaciones y logra los objetivos de control, que son estabilizar la velocidad y regular el voltaje en terminales de cada generador síncrono de un sistema eléctrico de potencia haciendo los errores de control iguales a cero.

Capítulo 5.

Conclusiones y trabajo futuro.

En este trabajo se diseña un esquema de control no lineal para sistemas de potencia multimáquinas reducidos mediante perturbaciones singulares.

El controlador se diseña en dos pasos. Primero se reduce el modelo matemático del sistema eléctrico de potencia mediante la técnica de perturbaciones singulares aprovechando las propiedades de las dos escalas de tiempo que tienen los modelos de los generadores. Después se diseña un esquema de control por modos deslizantes mediante la técnica de control por bloques para estabilizar la velocidad y regular el voltaje de cada generador en un sistema eléctrico de potencia. El esquema de control se basa en la información local de cada generador, es decir, cada generador tiene su propio controlador basado en su información local.

Se analizan las condiciones para la existencia de la solución del sistema completo en lazo cerrado, que incluye las dinámicas rápidas y las dinámicas lentas. Se determinó que estas condiciones se satisfacen para el modelo matemático del sistema eléctrico de potencia multimáquinas presentado en este trabajo.

Basado en el método de Lyapunov, se derivaron las condiciones de estabilidad del sistema multimáquinas en lazo cerrado con los controladores de velocidades y voltajes.

El esquema de control propuesto basado en información local se aplicó en un sistema eléctrico multimáquinas que consiste en tres generadores, nueve nodos y tres cargas. En los resultados se puede observar que es posible estabilizar las velocidades y regular los voltajes en terminales de los generadores en un sistema multimáquinas.

Los resultados muestran la robustez del sistema en lazo cerrado ante perturbaciones en un sistema eléctrico de potencia multimáquinas, como un corto circuito trifásico en un generador, variaciones de par mecánico y salidas de líneas.

Las contribuciones de este trabajo son:

- a) El diseño de un esquema de control no lineal robusto por modos deslizantes para estabilizar las velocidades y regular los voltajes en terminales de los generadores síncronos en un sistema eléctrico de potencia multimáquinas.
- b) El análisis de las condiciones para la existencia de la solución del sistema usando un esquema de control por modos deslizantes en un modelo de un sistema eléctrico de potencia reducido mediante perturbaciones singulares.

- c) La aplicación de esquema de control no lineal robusto por modos deslizantes basado en información local a un sistema multimáquinas de tres generadores, nueve nodos y tres cargas reducido por perturbaciones singulares.

Como trabajo futuro se puede mencionar:

- a) El diseño de observadores para los flujos de los rotores de los generadores síncronos de un sistema eléctrico de potencia multimáquinas.
- b) El diseño y análisis de un esquema de control de un sistema multimáquinas basado en el control de los ángulos de carga y regulación de los voltajes en terminales de los generadores.
- c) La implementación en tiempo real del esquema de control.

Apéndice.

Constantes utilizadas en los modelos de los generadores.

$$a_{i1} = \frac{L''_{di} - l_{ai}}{l_{fi}};$$

$$a_{i3} = \frac{L''_{di} - l_{ai}}{l_{kdi}};$$

$$a_{i5} = L''_{qi} - L''_{di};$$

$$b_{i1} = -\frac{1}{\tau'_{d0i}} \left(1 + L_{mdi} \frac{L''_{di} - l_{ai}}{l_{kdi} l_{fi}} \right);$$

$$b_{i3} = -\frac{L_{mdi}}{\tau'_{d0i}} \frac{L''_{di} - l_{ai}}{L'_{di} - l_{ai}};$$

$$c_{i1} = -\frac{1}{\tau'_{q0i}} \left(1 + \frac{L''_{qi} - l_{ai}}{l_{kqi} l_{gi}} L_{mqi} \right);$$

$$c_{i3} = -\frac{L_{mqi}}{\tau'_{q0i}} \left(\frac{L''_{qi} - l_{ai}}{L'_{qi} - l_{ai}} \right);$$

$$d_{i1} = \frac{L'_{di} - l_{ai}}{\tau''_{d0i} l_{fi}};$$

$$d_{i3} = -\frac{L'_{di} - l_{ai}}{\tau''_{d0i}};$$

$$e_{i1} = \frac{L'_{qi} - l_{ai}}{\tau''_{q0i} l_{gi}};$$

$$e_{i3} = -\frac{L'_{qi} - l_{ai}}{\tau''_{q0i}};$$

$$h_{i1} = -\frac{\omega_s}{L''_{di}};$$

$$h_{i2} = -\frac{1}{L''_{di} \tau'_{d0i}} \left(1 + L_{mdi} \frac{L'_{di} - l_{ai}}{l_{fi} l_{kdi}} \right) \frac{L'_{di} - l_{ai}}{l_{fi}} + \frac{1}{L''_{di} \tau''_{d0i}} \frac{L''_{di} - l_{ai}}{L''_{di} l_{kdi}} \frac{L'_{di} - l_{ai}}{l_{fi}};$$

$$h_{i3} = \frac{L_{mdi}}{L''_{di} \tau'_{d0i}} \frac{L''_{di} - l_{ai}}{(L'_{di} - l_{ai}) l_{kdi}} \frac{L''_{di} - l_{ai}}{l_{fi}} - \frac{1}{L''_{di} \tau''_{d0i}} \frac{L''_{di} - l_{ai}}{L''_{di} l_{kdi}};$$

$$a_{i2} = -\frac{L''_{qi} - l_{ai}}{l_{gi}};$$

$$a_{i4} = -\frac{L''_{qi} - l_{ai}}{l_{kqi}};$$

$$b_{i2} = \frac{L_{mdi}}{\tau'_{d0i}} \frac{L''_{di} - l_{ai}}{(L'_{di} - l_{ai}) l_{kdi}};$$

$$b_{i4} = \omega_s;$$

$$c_{i2} = \frac{L''_q - l_a}{(L'_q - l_a) l_{kq}} \frac{L_{mq}}{\tau'_{q0}};$$

$$d_{i2} = -\frac{1}{\tau''_{d0i}};$$

$$e_{i2} = -\frac{1}{\tau''_{q0i}};$$

$$h_{i4} = -\frac{1}{L''_{di}} \frac{L''_{qi} - l_{ai}}{l_{gi}};$$

$$h_{i5} = -\frac{L''_{qi} - l_{ai}}{L''_{di} l_{kqi}};$$

$$h_{i6} = \frac{L''_{qi}}{L''_{di}};$$

$$h_{i7} = -\frac{\omega_s r_{ai}}{L''_{di}} - \frac{L_{mdi}}{L''_{di} \tau'_{d0i}} \frac{L''_{di} - l_{ai}}{l_{fi}} \frac{L'_{di} - l_{ai}}{l_{fi}} \frac{L''_{di} - l_{ai}}{L'_{di} - l_{ai}} - \frac{(L'_{di} - l_{ai}) L''_{di} - l_{ai}}{L''_{di} \tau'_{d0i} L''_{di} l_{kdi}};$$

$$h_{i8} = \frac{\omega_s (L''_{di} - l_{ai})}{L''_{di} l_{fi}};$$

$$k_{i1} = -\frac{\omega_s}{L''_{di}};$$

$$k_{i2} = \frac{L_{mqi}}{L''_{qi} \tau'_{q0i}} \frac{L''_{qi} - l_{ai}}{(L'_{qi} - l_{ai}) l_{kqi}} \frac{L''_{qi} - l_{ai}}{l_{gi}} - \frac{1}{L''_{qi} \tau''_{q0i}} \frac{L''_{qi} - l_{ai}}{L''_{qi} l_{kdi}};$$

$$k_{i3} = -\frac{\omega_s r_{ai}}{L''_{qi}} - \frac{L_{mqi}}{L''_{qi} \tau'_{q0i}} \frac{L''_{qi} - l_{ai}}{l_{gi}} \frac{L'_{qi} - l_{ai}}{l_{gi}} \frac{L''_{qi} - l_{ai}}{L'_{qi} - l_{ai}} - \frac{1}{L''_{qi} \tau'_{q0i}} (L'_{qi} - l_{ai}) \frac{L''_{qi} - l_{ai}}{L''_{qi} l_{kdi}};$$

$$k_{i4} = -\frac{1}{L''_{qi}} \frac{L''_{qi} - l_{ai}}{l_{gi}} \frac{L'_{qi} - l_{ai}}{l_{fi}};$$

$$k_{i5} = -\frac{1}{L''_{qi}} \frac{L''_{qi} - l_{ai}}{L''_{qi} l_{kdi}};$$

$$k_{i6} = \frac{L''_{di}}{L''_{qi}}$$

$$k_{i7} = -\frac{1}{L''_{qi} \tau'_{q0i}} \left(1 + L_{mqi} \frac{L'_{qi} - l_{ai}}{l_{gi} l_{kqi}} \right) \frac{L'_{qi} - l_{ai}}{l_{gi}} + \frac{1}{L''_{qi} \tau''_{q0i}} \frac{L''_{qi} - l_{ai}}{L''_{qi} l_{kdi}} \frac{L'_{qi} - l_{ai}}{l_{gi}};$$

Referencias.

- [1] V. Vittal, N. Bhatia, A. A. Fouad, "Analysis of the inter-area mode phenomenon in power systems following large disturbances" IEEE Transactions on Power and Systems, Vol. 6, No. 4, November 1991, pp. 1515-1521.
- [2] Anderson P. M. and A. Fouad, "Power systems control and Stability", IEEE Press New York, 1994.
- [3] M. Wildenberg, "Stability and nonlinear dynamics in power systems" IEEE Power Engineering Review, vol. 14; issue 10, October 1994.
- [4] A. Ghandakly and P. Idowu, "Design of a Model Reference Adaptive Stabilizer for the Exciter and Governor Loops of Power Generators", IEEE Transactions on Power Systems, 5 pp. 887-893, 1990.
- [5] A. Ghandakly and J. Dai, "An Adaptive Synchronous Generator Stabilizer Design by Generalized Multivariable Pole Shifting (GMPS) Technique", IEEE Transactions on Power Systems, 7, pp 1239-1244, 1992.
- [6] S. Jain, F Khorrami, Fardanesh, "Adaptive Nonlinear Excitation Control of Power Systems with Unknown Interconnections", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 2, No. 4, December 1994.
- [7] T. Lahdhiri and A. T. Alouani, "On the Robust Control of Synchronous Generator" in Proc. American Control Conference, pp 3798-3801, Philadelphia, Pennsylvania, June 1998.
- [8] A. Isidori. Nonlinear Control Systems. Springer –Verlag, New-York, third edition, 1995.
- [9] J. J. E. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice Hall, 1995.
- [10] F. Fatehi, J. R. Smith, D. A. Pierre and M. H. Nehrir, "Application of Feedback Linearization to Generator Speed Control in Multimachine Power Systems", *Proc. of the 27th Annual North American Power Symposium*, Bozeman Montana, U. S. A., pp. 487-492, Oct. 1995.
- [11] W. Mielczarski and A. M. Zajaczowski, "Multivariable Nonlinear Controller for Synchronous Generator", Optimal Control Applications and methods, Vol 15, pp 49-65, 1994.
- [12] T. Landhiri and A. T. Alouani, " Design of a Nonlinear Excitation Controller for Synchronous Generator using the Concept of Feedback Linearization", in Proc. American Control Conference, New Mexico, USA, 1997.
- [13] Y. Wang, D. J. Hill, R. H. Middleton and L. Gao, "Transient Stability Enhancement and Voltage Regulation of power Systems", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 2, pp. 620-627, 1993.
- [14] W. Chapman, M. D. Ilic, C. A. King, "Stabilization a Multimachine Power System via Decentralized Feedback Linearizing Excitación Control", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 3, August 1993.
- [15] A. Y. Pogromsky, A. L. Fradkov and D. J. Hill, "Passivity Based Damping of Power System Oscillations", in Proc. CDC, Kobe Japan, 1996.
- [16] R. Ortega, A. Stankovic and P. Stefanov, "A Passivation Approach to Power Systems Stabilization", in Proc. IFAC NOLCOS, Enschede, Netherlands, July 1-3, 1998.
- [17] Z. Xi and D. Cheng, "Passivity Based Stabilization and H_∞ Control of Hamiltonian Systems with Dissipation and its Application to power Systems", international Journal of Control, Vol. 73, No. 18, pp 1686-1691, 2000.
- [18] M. Galaz, R. Ortega, A. Bazanella and A. Stankovic, "An Energy-Shaping Approach to Excitation Control of Synchronous Generator", in Proc. American Control Conference, 2001.

- [19] M. A. Pai, *Energy Function Analysis for Power Systems Stability*, Kluwer Academic Publishers, 1989.
- [20] A. S. Bazanella, A. S. Silva and P. Kokotovic, "Lyapunov Design of Excitation Control for Synchronous Machine", in proc. 36th IEEE CDC, pp. 211-216, San Diego, California, USA, 1997.
- [21] J. Machowsky, S. Robak, J. W. Bialek, J. R. Bumby and N. Abi-Samra, "Decentralized Stability-Enhancing Control of Synchronous Generator", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 15, No. 4, November 2000.
- [22] M. A. Abido and Y. L. Abdel-Magid, "A Hybrid Neuro Fuzzy Power Systems Stabilizer for Multimachine Power Systems", *IEEE Transactions on power Systems*, Vol. 13, No. 4, pp. 1323-1330, November 1998.
- [23] Y. Hsu and L. Cheng, "Tuning of Power System Stabilizers Using an Artificial Neural Network", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 6, pp. 612- 619, 1991.
- [24] P. Shamsollahi and O. P. Malik, "An Adaptive Power System Stabilizer Using On-Line Trained Neural Network", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 12, No. 4, pp. 382-387, December 1997.
- [25] J- Matzuki and T. Okada, "Application of Fuzzy Algorithms to Stability Control of Power Systems", *IECON '91*, pp. 1645-1650, 1991.
- [26] J. Shi, L. Herron and A. Kalam, "A Fuzzy Logic Controller Applied to Power System Stabilizer for a Synchronous Machine Power System", *IEEE Region 10th Conference Tencon 92*, pp.346-350, 1992
- [27] C. Lim and T. Himaya, "Comparison Study between a Fuzzy Logic Stabilizer and Self Tuning Stabilizer", *Computers in industry*, Vol.21, pp. 199-215, 1993.
- [28] P. Dash, S. Mishra and A. Liew, "Design of a Fuzzy PI Controller for Power System Applications", *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, Vol. 3, pp. 155-163, 1995.
- [29] P. Hoang and K Tomsovic, "Design and Analysis of an Adaptive Fuzzy Power System Stabilizer", *IEEE PES Winter Meeting*, p. 7, 1996.
- [30] V. I. Utkin, *Sliding Mode in Control and Optimization*, Springer Verlag, London 1992.
- [31] V. I. Utkin, J. Guldner and J. Shi, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, Taylor & Francis, London, 1999.
- [32] A. G. Loukianov, "Nonlinear Block Control with Sliding Mode", *Automation and Remote Control*, Vol. 59(7), pp. 916-933, 1998.
- [33] A. Y. Sivaramakrishnan, M. V. Hariharan, and M.C. Srisailam, "Design of Variable-Structure Load-Frequency Controller Using Pole Assignment Technique", *International Journal of Control*, Vol. 40, No. 3, pp. 487-498, 1984.
- [34] K. Panicker, S. Asno and C. Bathia, "The Transient Stabilization of a Synchronous Machine using Variable Structure Systems Theory", *International Journal of Control*, Vol. 42, pp. 715-724, 1985.
- [35] G. P. Matthews, R. A. De Carlo, P. Hawley and S. Lefebvre, "Toward a Feasible Variable Structure Control Design for a Synchronous Machine Connected to an Infinite Bus", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC31, No. 12, Dec. 1986.
- [36] Y. Wang et al., "Variable Structure Fuzzy Controllers for Power System Transient Stability", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, No. 1, February 1992.
- [37] M. Kothari, J. Nanda and K. Bhattacharya, "Design of Variable Structure Power System Stabilizers with Desired Eigenvalues in the Sliding Mode", *IEEE Proceeding, Part C*, 140, pp. 263-268, 1993.

- [38] R. El-Khazali, G. Heydt and R. DeCarlo, "Stabilization of Power Systems using Variable Structure output Feedback Control", in Proc. American Control Conference, pp. 1183-1187, 1994.
- [39] M. E. Aggoune, F. Boudjeman, A. Bensenouci, A. Hellal, M. R. Elmesai, and S. V. Vadari, "Design of Variable Structure Voltage Regulator Using Pole Assignment Technique", IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 39, No. 10, October 1994.
- [40] Y. Park and W. Kim, "Discrete-Time Adaptive Sliding Mode Power System Stabilizer with Only Input/Output Measurements", Electrical Power & Energy Systems, Vol. 18, pp. 509-517, 1996.
- [41] P. Dash, N. Sahoo, S. Elangovan and A. Liew, "Sliding Mode Control of a Static Controller for Synchronous Generator Stabilization", Electrical power & Energy Systems, Vol. 18, pp. 55-64, 1996.
- [42] A. Soto-Cota, Control Robusto de Sistemas No Lineales por Modos Deslizantes: Aplicación al Control de un Generador Síncrono. M. Sc. Thesis, Scientific Adviser: A. G. Loukianov, CINVESTAV, IPN, Guadalajara, México, June 2000.
- [43] J. Cabrera-Vázquez, Control no lineal por Modos Deslizantes del Generador Síncrono en Sistemas Eléctricos de Potencia. Dr. Sc. Thesis, Scientific Adviser: A. G. Loukianov, J. M. Cañedo, CINVESTAV, IPN, Guadalajara, México, October 2001.
- [44] A. G. Loukianov, J. M. Cañedo, V. I. Utkin, J. Cabrera-Vazquez, "Discontinuous controller for power systems: sliding mode block control approach", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 51, No. 2, pp. 340-353, April 2004.
- [45] P. W Sauer and P. V. Kokotovic, "An integral manifold approach to reduced order dynamic modeling of synchronous machines", IEEE Transactions on power Systems, Vol. 3, 1998, pp17-23.
- [46] P. W Sauer and M. A. Pai, Power system dynamics and stability, Prentice Hall, N. J., 1998
- [47] P. V. Kokotovic, H. K. Khalil and J. O'Reilly, Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design, Academic Press, London, 1986.
- [48] P. V. Kokotovic, R. E. O'Malley and P. Sannuti, "Singular Perturbations and Order Reduction in Control Theory- An Overview" Automatica, Vol.12 pp.123-132, Pergamon press, Great Britain, 1976
- [49] R. D. Young, P. V. Kokotovic and V. I. Utkin, "A singular Perturbation Analysis of High-Gain Feedback Systems", Transaction on Automatic Control, Vol. AC-22, No. 6, December 1977.
- [50] B. S. Heck, "Sliding mode control for singularly perturbed system", international IJournal of Control, Vol .53, pp. 985-1001, 1991.
- [51] L. M. Fridman, " Slow periodic motions with internal sliding modes in variable structure systems", International Journal of Control, Vol. 75, No. 7, pp. 524-537, 2002.
- [52] L. M. Fridman, R. J. Rumpel, "On the asymptotic analysis of singularly perturbed with sliding mode", WIAS, preprint 246, June , 1996
- [53] R. H. Park, "Two-Reaction Theory for synchronous Machines – Generalized Method of Analysis – Part I", AIEE Trans, Vol. 48, 1929, pp. 716-727, Part II , Vol. 52, 1933, pp. 352-355.
- [54] P. Kundur, "Power Systems Stability and Control", Mc Graw Hill, 1993.
- [55] A. W. Rankin, "Per-Unit Impedance of Synchronous Machines", AIEE Trans., Vol. 64, Part I, 1945, pp. 569-573, Part II, 1949, pp. 839-845.

- [56] A. I. Klimushchev and N. N. Krasovskii, "Uniform asymptotic stability of systems of differential equations with a small parameter in the derivative terms", *J. Appl. Math. Mech.*, Vol. 25, pp. 1011-1025, 1962.
- [57] A. G. Loukianov, V. I. Utkin, "Methods for reducing dynamic systems to regular form", *Automation and Remote Control*, Vol.42, pp. 413-420, 1981.
- [58] A. Soto-Cota, "Robust Variable Structure Control of Synchronous Generator" Dr. Sc. Thesis, Scientific Advisors: J. M. Cañedo, L. M. Fridman, CINVESTAV, IPN, Guadalajara, México, August 2004.
- [59] H. K. Khalil, "Nonlinear systems", Prentice Hall, Inc. Simon and Schuster, New Jersey, 1996.



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N.
UNIDAD GUADALAJARA**

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

Control no lineal robusto de sistemas eléctricos de gran escala
por modos deslizantes.

del (la) C.

Héctor HUERTA AVILA

el día 29 de Septiembre de 2005.

Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. Alexander Georgievich Loukianov
Investigador CINVESTAV 3C
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. Juan Manuel Ramírez Arredondo
Investigador CINVESTAV 3B
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. José Manuel Cañedo Castañeda
Investigador CINVESTAV 3A
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. Leonid Moiseevich Fridman
Profesor Investigador
Universidad Nacional Autónoma de
México



CINVESTAV
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000008262