

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**CINVESTAV IPN**  
USB INFORMACION Y DOCUMENTACION  
SERVICIO DOCUMENTAL

**UNIDAD QUERETARO**

## **Aplicación de cristales y cerámicos de $Al_2O_3$ para resonadores y osciladores de microondas**

Tesis que presenta

**Nikolay Shtin**

para obtener el Grado de

**Doctor(a) en Ciencias**

en la Especialidad de

**Materiales**

Directores de Tesis:

**Dr. Yevgen Prokhorov**

**Dr. José Mauricio López Romero**

**CINVESTAV  
IPN  
ADQUISICION  
DE LIBROS**

CLASIF.: TA404.2 .553
ADQUIS.: BC-112
FECHA: 18-XI-2008
PROCESO: Don. 2007
\$ _____

2008

ID: 144264-1001

## **AGRADECIMIENTOS**

Al CONACYT por la beca otorgada para la realización del presente trabajo.

A los integrantes del CINVESTAV unidad Querétaro por las facilidades que me brindaron para llevar a cabo este trabajo, de manera especial a Dr. Arturo Mendoza Galván, Dr. José Martín Yáñez Limón, Dr. Juan Muñoz Saldaña, Dr. Sergio Jiménez Sandoval y Dr. Aldo Humberto Romero Castro.

A mis asesores Dr. Yevgen Prokhorov y Dr. José Mauricio López Romero por su invaluable apoyo y sus asesorías.

A los integrantes del CIATEQ A. C. Dr. Yuri Kovalenko, Dr. Ismael López Juárez y Dr. Jorge Corona por su apoyo y sus valiosos consejos.

## RESUMEN

En esta tesis se presenta un estudio de monocristales de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  y sus análogos policristalinos con énfasis a las aplicaciones de alta frecuencia y de microondas. La primera parte del presente trabajo esta dedicada a la teoría de pérdidas dieléctricas en el zafiro (fase cristalina de  $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ) en la región de microondas. La teoría propuesta se basa en un modelo de absorción electromagnética establecida por los procesos de transiciones fonónicas afectados por el tiempo de vida finito de los fonones térmicos. Las expresiones para las componentes de la  $\tan\delta$  del zafiro se dedujeron utilizando las funciones dieléctricas dadas en términos de la aproximación de oscilador armónico. Las frecuencias de relajación para cada de los modos fonónicos fundamentales se calcularon numéricamente empleando un calculo preciso de los coeficientes anarmónicos de tercer orden basado en los datos de la red cristalina del zafiro. Se presentan resultados de cálculo de las frecuencias de relajación y de las componentes de la  $\tan\delta$  para dos direcciones ortogonales de la zona de Brillouin de alta simetría. Se muestra que el modelo desarrollado de pérdidas dieléctricas proporciona buena concordancia para las magnitudes de  $\tan\delta$  calculadas y determinadas experimentalmente.

La segunda parte del presente trabajo esta dedicada al desarrollo de los resonadores dieléctricos de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  de modos azimutales y de los osciladores de microondas de muy alta estabilidad de frecuencia. Uno de los primeros resultado de este trabajo fue la construcción de los osciladores de corrimiento libre basados en resonadores de zafiro para la frecuencia de 4.98 GHz. Para este tipo de osciladores se logro desminuir el nivel del ruido de fase hasta -136 dBc/Hz para la frecuencia de Fourier de 1 kHz. Como el resultado principal del trabajo realizado se puede considerar la construcción de un oscilador mas avanzado en el cual se implementó un sistema de estabilización de frecuencia combinado. Según las mediciones realizadas el ruido de fase del lazo principal del oscilador construido se estima como -124 dBc/Hz para la frecuencia de Fourier de 1 kHz. Se espera que dicho oscilador operando con el sistema de estabilización de frecuencia pueda tener el ruido tan bajo como -165 dBc/Hz a 1 kHz de frecuencia de Fourier.

## ABSTRACT

In this thesis a study of single crystal and polycrystalline  $\text{Al}_2\text{O}_3$  with emphasis on microwave applications is presented. The first mainly theoretical part of this work is dedicated to the theory of intrinsic dielectric loss in sapphire (single crystal  $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ) in the microwave region. The proposed theory is based on a model of electromagnetic field absorption imposed by two-phonon difference processes influenced by a finite lifetime of thermal phonons. Expressions for anisotropic sapphire dielectric loss tangent are deduced utilizing the dielectric functions given in terms of damped harmonic oscillator approach. The relaxation frequencies of each fundamental transverse optical (TO) mode were determined numerically employing the accurate cubic anharmonic coefficients calculation based on a sapphire lattice dynamics data. Results of the calculation of the fundamental TO phonon relaxation frequencies and  $\tan\delta$  components for two orthogonal high symmetry Brillouin zone directions are presented. It is shown that the developed dielectric loss model gives excellent agreement between the experimentally measured and the calculated components of  $\tan\delta$  and along with that accurately reproduces  $\tan\delta$  frequency and temperature dependencies.

The second part of this work is dedicated to the development of the high quality factor dielectric resonators and microwave frequency sources having outstanding short term frequency stability. Towards this objective the free running 4.98 GHz oscillators based on a combination of Sapphire Whispering Gallery Resonator (WGR) and a low noise SiGe heterojunction bipolar transistor have been constructed. In this approach the WGR oscillator phase noise has been reduced down to -136 dBc/Hz at 1 kHz Fourier frequency. On the next stage of this development a more complex 4.57 GHz oscillator with combined frequency stabilization has been constructed. A key-element of this oscillator is a novel sapphire traveling wave directional filter which works simultaneously as an oscillator resonant network and as a noiseless dispersive element of the additional frequency stabilization system. According to the performed measurements the phase noise of the main oscillator loop is proved to be -124 dBc/Hz at 1 kHz Fourier frequency. It is expected that once working with the frequency stabilization system the designed oscillator may exhibit a very low phase noise level that could be lower than -165 dBc/Hz at 1 kHz Fourier frequency.

# Índice general

<b><u>1. Introducción</u></b> .....	<b>11</b>
<b><u>2. Antecedentes</u></b> .....	<b>13</b>
<b>2.1 Propiedades del zafiro</b> .....	<b>13</b>
2.1.1 Estructura cristalina.....	13
2.1.2 Dinámica de la red cristalina.....	16
2.1.3 Propiedades dieléctricas .....	24
<b>2.2 Modelos de pérdidas dieléctricas de alta frecuencia</b> .....	<b>28</b>
2.2.1 Modelo de Debye .....	28
2.2.2 Modelo de Gurevich y Tagantsev .....	29
2.2.3 Modelo de Sparks et al. ....	33
2.2.4 Análisis de los modelos actuales.....	35
<b>2.3 Resonadores dieléctricos de zafiro</b> .....	<b>37</b>
2.3.1 Teoría de los resonadores dieléctricos operados en los modos azimutales.....	37
2.3.2 Clasificación de modos resonantes .....	42
2.3.3 Factor de calidad de un resonador dieléctrico.....	42
<b>2.4 Osciladores de microondas de zafiro</b> .....	<b>44</b>
2.4.1. Fundamentos de osciladores de zafiro de corrimiento libre.....	44
2.4.2 Osciladores de zafiro con estabilización de frecuencia combinada .....	48
2.4.3 Posibilidades para el mejoramiento del desempeño de osciladores de zafiro.....	50
<b><u>3. Objetivos</u></b> .....	<b>52</b>
<b>3.1 Objetivo general</b> .....	<b>52</b>
<b>3.2 Objetivos específicos</b> .....	<b>52</b>
<b><u>4. Métodos y materiales</u></b> .....	<b>54</b>
4.1 Instrumentación experimental.....	54

4.2 Materiales utilizados .....	55
4.2.1 Preparación de muestras de cristales de zafiro.....	56
4.2.2 Fabricación de cerámicos de alumina .....	56
4.2.3 Estudio de pureza de las muestras de alumina .....	60
<b><u>5. Desarrollo de modelo de pérdidas dieléctricas en Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.....</u></b>	<b>62</b>
<b>5.1 Resultados de cálculo de pérdidas dieléctricas.....</b>	<b>62</b>
5.1.1 Desarrollo teórico.....	62
5.1.2 Calculo de la dinámica de la red cristalina y de los parámetros anarmónicos del zafiro .....	66
5.1.3 Calculo de $\tan\delta$ en la dirección $[\xi, \xi, \xi]$ .....	68
5.1.4 Calculo de $\tan\delta$ en la dirección $[\xi, 0, -\xi]$ .....	71
<b>5.2 Resultados de la caracterización de parámetros de los fonones en cristales y cerámicos de Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.....</b>	<b>74</b>
5.2.1. Consideraciones generales .....	74
5.2.2. Resultados de la espectroscopia Raman.....	75
5.2.3. Resultados de la espectroscopia de reflectancia de IR.....	76
<b>5.3 Discusión de resultados.....</b>	<b>80</b>
<b><u>6. Desarrollo de resonadores dieléctricos y caracterización de las pérdidas dieléctricas en Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.....</u></b>	<b>84</b>
<b>6.1 Resonadores dieléctricos de monocristal de zafiro.....</b>	<b>84</b>
6.1.1 Cálculo numérico de las frecuencias de modos azimutales y del factor de calidad.....	84
6.1.2 Simulación numérica de ondas azimutales mediante análisis 3D-FE.....	86
6.1.3 Caracterización experimental de resonador dieléctrico de zafiro y de las pérdidas dieléctricas.....	87
6.2 Caracterización del resonador dieléctrico de alumina .....	95
<b><u>7. Desarrollo de osciladores de zafiro.....</u></b>	<b>99</b>
<b>7.1 Oscilador de resonador de zafiro acoplado en reflexión .....</b>	<b>99</b>
7.1.1 Teoría y cálculo de un oscilador de reflexión .....	99

7.1.2 Construcción y ajuste del oscilador.....	108
7.1.3 Caracterización de ruido de fase .....	110
<b>7.2 Oscilador de onda viajera con estabilización de frecuencia combinada .....</b>	<b>114</b>
7.2.1 Filtros direccionales de onda viajera.....	114
7.2.2 Construcción y caracterización del oscilador.....	122
<b><u>8. Conclusiones y perspectivas .....</u></b>	<b>130</b>
8.1 Resonadores de cristal de zafiro .....	130
8.2 Caracterización de pérdidas dieléctricas .....	131
8.3 Cerámicos de alumina.....	131
8.4 Osciladores de zafiro.....	132
8.5 Perspectivas.....	132
<b>Bibliografía.....</b>	<b>133</b>
<b>Anexo .....</b>	<b>138</b>



# Índice de figuras

<b>Figura 2.1.</b> Celda unitaria del cristal de zafiro.....	15
<b>Figura 2.2.</b> Zona de Brillouin del zafiro con los puntos de simetría representados según Koster [6].....	15
<b>Figura 2.3.</b> Dispersión fonónica del zafiro calculada con el modelo de iones rígidos y obtenida mediante la técnica de dispersión de neutrones [13].....	21
<b>Figura 2.4.</b> Curvas de dispersión del zafiro en la dirección $\Gamma$ -Z [14].....	24
<b>Figura 2.5.</b> Curvas de dispersión del zafiro en la dirección $\Gamma$ -D [14].....	24
<b>Figura 2.6.</b> Tangente del ángulo de pérdidas dieléctricas del zafiro en función de temperatura (según V. S. Ilchenko [21]).....	27
<b>Figura 2.7.</b> Dependencia en temperatura de la $\tan\delta$ de zafiro en la frecuencia de 9 GHz en un rango de 4 a 300 K (según V. B. Braginsky [20]).....	27
<b>Figura 2.8.</b> Diagrama de interacción de un cuanto de campo eléctrico con los fonones (a – el proceso 3-cuántico y b – el proceso 4-cuántico).....	30
<b>Figura 2.9.</b> Diagrama de dispersión simplificada de un cristal que explica el mecanismo de absorción en aproximación de Sparks et al.....	33
<b>Figura 2.10.</b> Tangente del ángulo de pérdidas dieléctricas en $\text{Al}_2\text{O}_3$ en la frecuencia de 9 GHz.....	36
<b>Figura 2.11.</b> Factor de calidad de radiación para un resonador con diferentes constantes dieléctricas.....	43
<b>Figura 2.12.</b> Configuraciones básicas de un oscilador basado en resonador de zafiro.....	44
<b>Figura 2.13.</b> Configuración un oscilador con estabilización de frecuencia combinada.....	49
<b>Figura 4.1.</b> Superficie de la muestra de zafiro a – acabado del fabricante; b – después del pulido.....	56
<b>Figura 4.2.</b> Distribución del tamaño de partículas para el polvo de alumina calcinada.....	57
<b>Figura 4.3.</b> Imagen de SEM para el polvo de alumina calcinada.....	57
<b>Figura 4.4.</b> Distribución del tamaño de partículas para el polvo de alumina reactiva.....	57

<b>Figura 4.4.</b> Imágenes de SEM para el polvo de alumina reactiva.....	57
<b>Figura 4.5.</b> Molde de yeso para la compactación de alumina con la técnica de slip-casting...	58
<b>Figura 4.6.</b> Imagen de SEM de polvo de alumina.....	59
<b>Figura 4.7.</b> Imagen de SEM de alumina compactada.....	59
<b>Figura 4.8.</b> Imagen de SEM de la alumina sinterizada a 1450° C.....	60
<b>Figura 4.9.</b> Imagen de SEM de la alumina sinterizada a 1600° C.....	60
<b>Figura 4.10.</b> Patrón de difracción de rayos X para una muestra de la alumina fabricada.....	61
<b>Figura 4.11.</b> Patrón de difracción de rayos X para el sustrato de alumina semitransparente.....	61
<b>Figura 5.1.</b> Las curvas de dispersión fonónica del zafiro calculadas a lo largo de tres direcciones de mayor simetría $\Gamma - Z$ , $\Gamma - \Delta'$ y $\Gamma - \Sigma$ .....	67
<b>Figura 5.2.</b> Las curvas de dispersión fonónica del zafiro calculadas a lo largo de la dirección [ $\xi, \xi, \xi$ ]: <b>a</b> – las ramas que pertenecen a las representaciones irreducibles $A_1$ y $A_2$ y <b>b</b> – las ramas que pertenecen a la representación $A_3$ .....	69
<b>Figura 5.3.</b> Respuestas de los coeficientes de acoplamiento para el modo fundamental ( $A_{2u}$ )TO <sub>1</sub> .....	69
<b>Figura 5.4.</b> Respuestas de los coeficientes de acoplamiento entre los modos fundamentales ( $E_u$ )TO <sub>2</sub> , ( $E_u$ )TO <sub>3</sub> y los fonones térmicos calculadas en la dirección [ $\xi, \xi, \xi$ ].....	70
<b>Figura 5.5.</b> La frecuencia de relajación de los modos ( $A_{2u}$ )TO <sub>1</sub> , ( $E_u$ )TO <sub>2</sub> y ( $E_u$ )TO <sub>3</sub> en función del parámetro $\gamma$ .....	70
<b>Figura 5.6.</b> Las componentes de la tangente del ángulo de pérdidas dieléctricas en función del parámetro $\gamma$ .....	70
<b>Figura 5.7.</b> Curvas de dispersión del zafiro a lo largo de la dirección [ $\xi, 0, -\xi$ ]: <b>a</b> – las ramas fonónicas acopladas fuertemente con el modo fundamental ( $A_{2u}$ )TO <sub>1</sub> , <b>b</b> – las ramas fonónicas acopladas fuertemente con los modos ( $E_u$ )TO <sub>2</sub> y ( $E_u$ )TO <sub>3</sub> .....	72
<b>Figura 5.8.</b> Respuestas de los coeficientes de acoplamiento entre el modo ( $A_{2u}$ )TO <sub>1</sub> y fonones térmicos en la dirección [ $\xi, 0, -\xi$ ].....	72
<b>Figura 5.9.</b> Respuestas de los coeficientes de acoplamiento entre los modos fundamentales ( $E_u$ )TO <sub>2</sub> , ( $E_u$ )TO <sub>3</sub> y los fonones térmicos calculadas en la dirección [ $\xi, 0, -\xi$ ].....	73

<b>Figura 5.10.</b> La frecuencia de relajación de los modos $(A_{2u})TO_1$ , $(E_u)TO_2$ y $(E_u)TO_3$ en función del parámetro $\gamma$ .....	73
<b>Figura. 5.11.</b> Las componentes de la tangente del ángulo de pérdidas dieléctricas en función del parámetro $\gamma$ .....	73
<b>Figura 5.12.</b> Espectros de Raman para el monocristal de zafiro (a) y para el sustrato de Alumina de alta calidad (b).....	75
<b>Figura 5.13.</b> Espectros de Raman de los cerámicos de Alumina fabricados: <b>a</b> – un cerámico con $\rho = 3.8 \text{ g/cm}^3$ y <b>b</b> – un cerámico con $\rho = 3.9 \text{ g/cm}^3$ .....	76
<b>Figura 5.14.</b> Respuesta de reflectancia del cristal de zafiro.....	77
<b>Figura 5.15.</b> Respuestas de la parte real y parte imaginaria de la función dieléctrica de monocristal de zafiro.....	77
<b>Figura 5.16.</b> Respuestas de la parte real y parte imaginaria de la función dieléctrica de la muestra de sustrato de Alumina.....	78
<b>Figura 5.17.</b> Respuestas de la parte real y parte imaginaria de la función dieléctrica para la muestra de cerámico de Alumina.....	79
<b>Figura 5.18.</b> Dependencias de $\tan\delta_{\perp}$ en frecuencia para $T = 150 \text{ K}$ y para dos diferentes valores de $\gamma$ .....	80
<b>Figura 5.19.</b> Dependencias de $\tan\delta_{\perp}$ y $\tan\delta_{\parallel}$ en temperatura calculadas para $\omega = 9 \text{ GHz}$ y $\gamma_{300\text{K}} = 3.4 \text{ cm}^{-1}$ .....	82
<b>Figura. 6.1.</b> Dependencia de las frecuencias resonantes (a) y del factor de calidad de radiación (b) del número azimutal para los diferentes tipos de modos en un resonador de zafiro.....	85
<b>Figura 6.2.</b> Espectro simulado de los modos magnéticos en la banda de 4 a 5 GHz.....	87
<b>Figura 6.3.</b> Diagrama experimental para la caracterización del resonador de zafiro acoplado en transmisión.....	88
<b>Figura 6.4.</b> El arreglo para la medición de las respuestas resonantes del resonador de zafiro.....	88
<b>Figura 6.5.</b> Respuestas resonantes de los modos magnéticos $WGH_{n,1,1}$ con $n = 7 \dots 9$ .....	89
<b>Figura 6.6.</b> Resonador de zafiro encapsulado en una cavidad de aluminio.....	90
<b>Figura 6.7.</b> Diagrama experimental para la caracterización del resonador de zafiro acoplado en reflexión.....	90

<b>Figura 6.8.</b> Respuestas resonantes para los modos magnéticos $WGH_{9,1,1}$ y $WGH_{20,1,1}$ .....	91
<b>Figura 6.9.</b> Dependencias de las frecuencias resonantes (a) y del error entre las frecuencias calculadas y caracterizadas (b) del número azimutal para los diferentes tipos de modos.....	91
<b>Figura 6.10.</b> Factor de calidad de los modos magnéticos.....	92
<b>Figura 6.11.</b> Factor de calidad de los modos eléctricos.....	93
<b>Figura 6.12.</b> Factores de distribución del campo eléctrico calculados para los modos magnéticos.....	94
<b>Figura 6.13.</b> Componentes de la $\tan\delta$ de zafiro obtenidas de las mediciones de factor de calidad y calculadas con el modelo de pérdidas dieléctricas.....	94
<b>Figura 6.14.</b> Resonador dieléctrico en base del cerámico de alumina fabricado.....	96
<b>Figura 6.15.</b> Respuesta del coeficiente de reflexión de resonador de alumina operado en el modo fundamental $TE_{01\delta}$ .....	96
<b>Figura 6.16.</b> Respuesta del coeficiente de reflexión del resonador de alumina operado en un modo azimutal magnético.....	97
<b>Figura 7.1.</b> Esquema de un oscilador resonante de tres reactancias.....	100
<b>Figura 7.2.</b> Esquema de lazo abierto del oscilador resonante.....	100
<b>Figura 7.3.</b> Posibles configuraciones para un oscilador de microondas en base del esquema de tres reactancias.....	102
<b>Figura 7.4.</b> Esquemas para un oscilador de reflexión.....	102
<b>Figura 7.5.</b> Esquema del oscilador con un resonador de zafiro acoplado en reflexión.....	104
<b>Figura 7.6.</b> Respuesta en frecuencia del módulo del coeficiente de transmisión del lazo abierto del oscilado.....	106
<b>Figura 7.7.</b> Respuesta en frecuencia de la fase del coeficiente de transmisión del lazo abierto del oscilador.....	106
<b>Figura 7.8.</b> Grafica de la función de transferencia del lazo abierto representada en un plano complejo para diferentes longitudes de la línea $TL_1$ .....	107
<b>Figura 7.9.</b> Ensamble del circuito de oscilador ajustado para la frecuencia de oscilación de 4.98 GHz.....	108
<b>Figura 7.10.</b> Espectro de la señal del circuito de oscilador sin resonador de zafiro.....	109
<b>Figura 7.11.</b> Espectro de ruido del circuito de oscilador sin resonador de zafiro.....	109

<b>Figura 7.12.</b> Ensamble del oscilador de reflexión de zafiro.....	109
<b>Figura 7.13.</b> Espectro de la señal del oscilador de zafiro.....	109
<b>Figura 7.14.</b> Sistema para la medición del ruido de fase.....	112
<b>Figura 7.15.</b> Esquema de la calibración del sistema de medición del ruido.....	112
<b>Figura 7.16.</b> Espectros del ruido de fase del generador de referencia: curva 1 – para una señal armónica, curva 2 – para una señal cuadrada y curva 3 – para una señal armónica después de agregar al sistema un convertidor de señal de senoidal a cuadrada.....	112
<b>Figura 7.17.</b> Espectro del ruido de fase para la señal de batido entre dos osciladores de zafiro de 4.980 GHz y 4.979 GHz.....	113
<b>Figura 7.18.</b> Representación de filtro direccional de dos puertos como un acoplador direccional acoplado con una línea de transmisión.....	114
<b>Figura 7.19.</b> Respuestas del filtro direccional de dos puertas con un acoplador perfectamente ajustado – curva 1 y con un acoplador con parámetros desajustado a 0.1 % – curva 2.....	116
<b>Figura 7.20.</b> Resonador de zafiro excitado en régimen de onda viajera por medio de excitadores ortogonales.....	117
<b>Figura 7.21.</b> Distribución de amplitud del campo eléctrico en un resonador de zafiro de onda estacionaria (a) y en un resonador de onda viajera (b).....	118
<b>Figura 7.22.</b> Filtros direccionales en base de un resonador de zafiro de onda viajera.....	118
<b>Figura 7.23.</b> Respuestas de frecuencia calculadas para un filtro direccional de cuatro puertas.....	119
<b>Figura 7.24.</b> Respuestas en frecuencia para el resonador de zafiro medidas entre puertos ortogonales y colineales.....	120
<b>Figura 7.25.</b> Respuestas en frecuencia para un filtro direccional de zafiro de dos puertos.....	120
<b>Figura 7.26.</b> Resonador de zafiro ensamblado en una cavidad de vacío.....	121
<b>Figura 7.27.</b> Respuesta en frecuencia del resonador de zafiro encapsulado en la cavidad de vacío.....	122
<b>Figura 7.28.</b> Respuestas de las transmitancias entre los excitadores ortogonales y colineales para el resonador de zafiro encapsulado en la cavidad.....	122
<b>Figura 7.29.</b> Esquema para un oscilador de zafiro de onda viajera con un sistema De estabilización frecuencia.....	123

<b>Figura 7.30.</b> Módulo de electrónica del lazo principal.....	123
<b>Figura 7.31.</b> Construcción del lazo principal del oscilador.....	123
<b>Figura 7.32.</b> Respuestas experimentales para el filtro direccional de dos puertos.....	124
<b>Figura 7.33.</b> Respuestas experimentales para el filtro direccional de cuatro puertos.....	124
<b>Figura 7.34.</b> Módulo de electrónica del sistema de estabilización de frecuencia.....	124
<b>Figura 7.35.</b> Diagrama del sistema de medición del ruido de fase en el amplificador de SiGe HBT.....	125
<b>Figura. 7.36.</b> Oscilador de reflexión con el resonador aislado térmicamente.....	126
<b>Figura. 7.37.</b> Ruido propio del sistema de medición con un sintetizador comercial (curva 1) y con el oscilador de zafiro (curva 2).....	126
<b>Figura 7.38.</b> Ruido de fase del amplificador desarrollado.....	127
<b>Figura 7.39.</b> Construcción del oscilador de onda viajera con el sistema de estabilización de frecuencia.....	127
<b>Figura 7.40.</b> Respuesta de reflexión medida en la salida del filtro direccional.....	127
<b>Figura 7.41.</b> Diagrama del oscilador con el sistema de medición de ruido de fase.....	128
<b>Figura 7.42.</b> Espectro del ruido de frecuencia de la señal del oscilador de onda viajera no estabilizado.....	128

# Índice de tablas

<b>Tabla 2.1.</b> Posiciones de los átomos en el zafiro.....	14
<b>Tabla 2.2.</b> Valores de los parámetros del modelo SM(1) [14].....	23
<b>Tabla 2.3.</b> Parámetros de los modos fononicos de zafiro activos en IR (según Barcker Jr. [15]).....	25
<b>Tabla 2.4.</b> Parámetros de los modos fononicos de zafiro activos en IR (según Schubert et al. [16]) .....	26
<b>Tabla 5.1.</b> Parámetros del zafiro utilizados para los cálculos numéricos.....	68
<b>Tabla 5.2.</b> Parámetros de la función dieléctrica del cristal de zafiro.....	78
<b>Tabla 5.3.</b> Parámetros de la función dieléctrica del substrato de alumina.....	78
<b>Tabla 5.4.</b> Parámetros de la función dieléctrica del cerámico fabricado.....	79
<b>Tabla 6.1.</b> Frecuencias resonantes calculados y obtenidos mediante la simulación.....	86
<b>Tabla 6.2.</b> Parámetros de los modos caracterizados en un resonador abierto.....	89
<b>Tabla 7.1.</b> Valores de los parámetros de elementos del oscilador.....	105

# Capítulo 1

## Introducción

El zafiro ( $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ) es un cristal iónico con propiedades dieléctricas muy atractivas para distintas aplicaciones de alta frecuencia y de microondas. En particular dicho cristal posee un factor de disipación de energía electromagnética más bajo que todas las especies de cristales conocidos. Gracias a esta propiedad particular tanto los monocristales como los cerámicos de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  encuentran extensa aplicación en áreas importantes de alta frecuencia como: fuentes coherentes de radiación de microondas de alta potencia, resonadores y osciladores de microondas ultraestables, circuitos de alta frecuencia y circuitos digitales de alta velocidad, procesamiento y caracterización de materiales por medio de microondas. Todas las aplicaciones mencionadas se requieren de cristales con bajas pérdidas dieléctricas y con alta resistencia a la radiación de microondas de alta potencia.

Una de las aplicaciones de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  que es de gran interés para el área de metrología de tiempo y frecuencia son los resonadores y osciladores de microondas de alta estabilidad. Los dispositivos mencionados se basan en un monocristal de zafiro de alta calidad y su desempeño depende de una manera directa de la magnitud de pérdidas dieléctricas que posee el cristal empleado. Por esta razón es importante conocer bien las propiedades dieléctricas del zafiro desde el punto de vista teórico como experimental. Los primeros trabajos experimentales dedicados a los resonadores y osciladores de zafiro fueron realizados a mediados de los años 80's del siglo pasado y hasta la fecha investigaciones experimentales extensas siguen siendo



realizadas mundialmente. Uno de los resultados cruciales en esta área fue el desarrollo de los resonadores de zafiro de modos azimutales que poseen un factor de calidad extremadamente alto, así como, para los mejores resonadores de este tipo que operan a la temperatura ambiental se reportó un factor de calidad  $Q$  alrededor de 200,000 en una frecuencia de 9 GHz [1], mientras que, para los resonadores criogénicos el mejor resultado reportado fue  $Q = 6 \cdot 10^7$  para la temperatura de 80 K [2] y  $Q = 8 \cdot 10^9$  para 1.6 K [3]. En su momento el desarrollo de los resonadores dieléctricos de zafiro hizo posible la creación de los osciladores de microondas de muy alta estabilidad de frecuencia los cuales poseen las características solamente comparables a las de los patrones de frecuencia atómicos.

Aunque existen muchos trabajos dedicados al estudio experimental de los cristales de zafiro y a sus aplicaciones para microondas, es importante mencionar que la teoría de las pérdidas dieléctricas en  $Al_2O_3$  aún se encuentra en la etapa de desarrollo y a la fecha existen muy pocos trabajos dedicados a este tema. Cabe mencionar que los modelos de pérdidas dieléctricas que existen en la actualidad se basan en teorías muy simples y no permiten reproducir con buena exactitud ni el comportamiento de la  $\tan\delta$  del zafiro en frecuencia y temperatura ni describir sus propiedades anisotrópicas. El desarrollo de un modelo más exacto de las pérdidas dieléctricas permitiría lograr un mejor entendimiento de las propiedades dieléctricas y los mecanismos de absorción electromagnética en  $Al_2O_3$  y así obtener un respaldo teórico que pudiera beneficiar el desempeño de los dispositivos de alta frecuencia basados en este material.

En esta tesis se da un enfoque a la aplicación de los cristales de zafiro en los resonadores y osciladores de microondas de alta estabilidad, por lo que en el siguiente capítulo se presenta un análisis riguroso de los resultados tanto teóricos como experimentales que permitieron el actual desarrollo de resonadores y osciladores de zafiro ultraestables. Una de las metas importantes de este trabajo es el desarrollo de un modelo mejorado para la  $\tan\delta$  de  $Al_2O_3$  el cual supera las deficiencias de las teorías existentes. Los resultados de dicho desarrollo se dan a conocer en el capítulo 5, mientras que, en los capítulos 4, 6 y 7 se presentan resultados teórico-experimentales obtenidos para los resonadores y osciladores basados en monocristales y cerámicos de  $Al_2O_3$ .

# Capítulo 2

## Antecedentes

En este capítulo se presentan los antecedentes tanto teóricos como experimentales para los cristales de zafiro con un énfasis en su aplicación particular para resonadores y osciladores de microondas. Se da la descripción de la estructura cristalina y de las propiedades dieléctricas del zafiro. Desde el punto de vista de la aplicación considerada se muestra la importancia de bajas pérdidas dieléctricas que poseen los monocristales de zafiro y se presentan varios modelos para la absorción de microondas en su red cristalina. Aparte se presenta un análisis riguroso de los resultados experimentales que permitieron actualmente desarrollar los resonadores y osciladores de microondas de muy alta estabilidad

### 2.1 Propiedades del zafiro

#### 2.1.1 Estructura cristalina

El zafiro es una fase cristalina de óxido de aluminio cuyos átomos forman una red que pertenece a un sistema cristalino triangular, con un grupo puntual  $3m$  ( $D_{3d}$ ) y un grupo espacial  $R3c$  ( $D_{63d}$ ). La celda unitaria del zafiro contiene dos unidades de la fórmula química y se aproxima como una celda romboédrica como se muestra en la Figura 2.1. Según [4, 5]

los parámetros de la celda unitaria que también definen los vectores primitivos son:  $a = 5.128$  Å y  $\alpha = 55.287^\circ$ . Si el eje de rotación binaria se considera como el eje  $x$ , las componentes cartesianas de los vectores que definen la celda unitaria se dan como.

$$\begin{aligned} a_1 &= \left( \frac{\sqrt{3}}{2} s, -\frac{s}{2}, r \right) \\ a_2 &= (0, s, r) \\ a_3 &= \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} s, -\frac{s}{2}, r \right) \end{aligned} \quad (2.1)$$

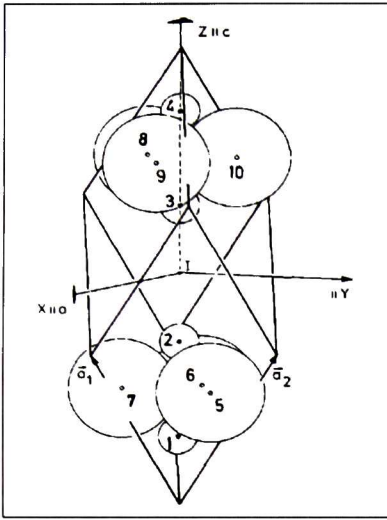
donde  $r = c_H / 3$ ,  $s = a_H / \sqrt{3}$ , mientras  $a_H = 4.579$  Å y  $c_H = 12.991$  Å. Así, dentro de la celda unitaria se encuentran 4 átomos de aluminio y 6 átomos de oxígeno. Las posiciones exactas de los átomos definidas tanto en fracciones de vectores primitivos como en coordenadas cartesianas están especificadas en la Tabla 2.1. El origen de las coordenadas se encuentra en el centro de inversión de la celda. Las componentes romboédricas están dadas en unidades de la constante de la red  $a$  con los parámetros  $u = 0.306$  y  $v = 0.102$ . Como se puede apreciar las dos unidades de la fórmula química que constituyen la celda unitaria del zafiro están rotadas a  $180^\circ$  respecto del eje  $z$ .

Desde otro punto de vista la estructura del cristal puede ser considerada como una red de empaquetamiento hexagonal (HCP) de los átomos de oxígeno donde algunos sitios intersticiales contienen los átomos de aluminio.

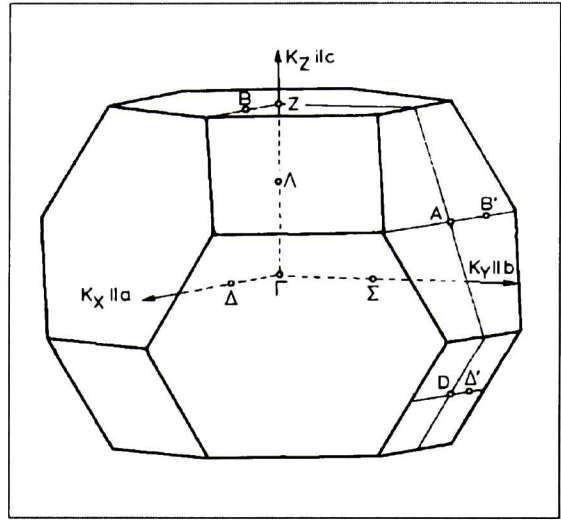
**Tabla 2.1.** Posiciones de los átomos en el zafiro

átomo	coordenadas romboédricas	coordenadas cartesianas, Å
Al1	-0.25-v, -0.25-v, -0.25-v	( 0.000, 0.000, -4.570)
Al2	-0.25+v, -0.25+v, -0.25+v	( 0.000, 0.000, -1.920)
Al3	0.25-v, 0.25-v, 0.25-v	( 0.000, 0.000, 1.920)
Al4	0.25+v, 0.25+v, 0.25+v	( 0.000, 0.000, 4.570)
O5	-0.25, -0.25+u, -0.25-u	( 0.729, 1.262, -3.250)
O6	-0.25-u, -0.25, -0.25+u	(-1.457, 0,000, -3.250)
O7	-0.25+u, -0.25-u, 0.25	( 0.729, -1.262, -3.250)
O8	0.25, 0.25-u, 0.25+u	(-0.729, -1.262, 3.250)
O9	0.25+u, 0.25, 0.25-u	( 1.457, 0,000, 3.250)
O10	0.25-u, 0.25+u, 0.25	(-0.729, 1.262, 3.250)

Los vectores base de una red recíproca del zafiro  $q_j$  se definen como:



**Figura 2.1.** Celda unitaria del cristal de zafiro.



**Figura 2.2.** Zona de Brillouin del zafiro con los puntos de simetría representados según Koster [6].

$$q_1 = \frac{a_2 \times a_3}{a_1 \cdot a_2 \times a_3}, \quad q_2 = \frac{a_3 \times a_1}{a_1 \cdot a_2 \times a_3}, \quad q_3 = \frac{a_1 \times a_2}{a_1 \cdot a_2 \times a_3} \quad (2.2)$$

de donde se obtienen los siguientes parámetros de la red recíproca:  $a_r = |q_j| = 1.60 \text{ \AA}^{-1}$  y  $\alpha_r = (q_i, q_j)_{i \neq j} = 111.27^\circ$ . Respectivamente las componentes cartesianas de un vector general de la red recíproca  $q = h_1 q_1 + h_2 q_2 + h_3 q_3$  vienen dados por:

$$\begin{aligned} q_x &= \frac{2\pi}{3} \frac{\sqrt{3}}{s} (h_1 - h_3) \\ q_y &= \frac{2\pi}{3} \frac{1}{s} (-h_1 + 2h_2 - h_3) \\ q_z &= \frac{2\pi}{3} \frac{1}{r} (h_1 + h_2 + h_3) \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde  $\frac{2\pi}{3s} = 0.762 \text{ \AA}^{-1}$  y  $\frac{2\pi}{3r} = 0.484 \text{ \AA}^{-1}$ . Así, el plano  $q_y, q_x$  en el espacio recíproco se define por  $h_1 = h_3$ , mientras las direcciones  $q_z$  y  $q_x$  se definen con  $h_1 = h_2 = h_3$  y  $h_1 = -h_3, h_2 = 0$  respectivamente. Estas dos direcciones de alta simetría también se designan como  $[\xi, \xi, \xi]$  (la dirección  $q_z$ ) y  $[\xi, 0, -\xi]$  (la dirección  $q_x$ ). La primera zona de Brillouin del zafiro se muestra en

la Figura 2.2, donde los puntos de simetría y las direcciones más significativas están determinados según la definición de Koster [6].

## 2.1.2 Dinámica de la red cristalina

La dinámica de la red describe los modos vibratorios en un medio cristalino. En esta sección se presentan los fundamentos de la teoría de la red cristalina en una aproximación armónica [7, 8] con énfasis en las propiedades vibratorias del zafiro. Así, en el caso de una aproximación armónica se consideran los pequeños desplazamientos de los átomos de sus posiciones de equilibrio. En general, la posición de un átomo  $\kappa$  que pertenece a una celda unitaria  $l$  esta dado por:

$$r_{\kappa l}(t) = r_{\kappa} + r_l, \quad (2.4)$$

donde  $r_{\kappa}$  es el vector que determina la posición del átomo  $\kappa$  en la celda unitaria y  $r_l$  es el vector que apunta a la celda  $l$  desde un origen arbitrario. El desplazamiento del átomo  $(\kappa, l)$  se describe como:

$$u_{\kappa l}(t) = r_{\kappa l}(t) - r_{\kappa l}^o, \quad (2.5)$$

donde  $r_{\kappa l}^o$  es la posición del átomo  $(\kappa, l)$  en el estado de equilibrio. Para obtener la ecuación de movimiento de la red, partimos de un hamiltoniano del sistema cristalino, el cual se define como:

$$H = \sum_{\kappa} \sum_l \frac{p_{\kappa l}^2}{2m_{\kappa}} + \sum_{\kappa} \sum_l \sum_{\kappa'} \sum_{l'} V(\kappa l, \kappa' l'), \quad (2.6)$$

donde  $m_{\kappa}$  y  $p_{\kappa}$  son respectivamente la masa y el momento del átomo  $(\kappa, l)$ .  $V(\kappa l, \kappa' l')$  es el potencial de la interacción entre los átomos  $(\kappa, l)$  y  $(\kappa', l')$ . In la aproximación armónica, en la cual se consideran solamente pequeños desplazamientos de los átomos, la energía potencial puede ser representada en forma de una expansión en serie de potencias de  $u_{\kappa l}$ . Así, realizando la expansión del hamiltoniano hasta segundo orden, se obtiene:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\kappa} \sum_l m_{\kappa} \dot{u}_{\kappa l}^2 + \frac{1}{2} \sum_{\kappa} \sum_l \sum_{\kappa'} \sum_{l'} u_{\kappa l} \mathbf{V}(\kappa l, \kappa' l') u_{\kappa' l'}. \quad (2.7)$$

aquí  $V(\kappa l, \kappa' l')$  es la matriz de las derivadas del segundo orden del potencial interatómico  $V(\kappa l, \kappa' l')$  tomado en posiciones de equilibrio cuyos elementos se dan como:

$$V_{\alpha\beta}(\kappa l, \kappa' l') = - \left. \frac{\partial^2 V(\kappa l, \kappa' l')}{\partial r_\alpha \partial r_\beta} \right|_{r=r_r^0 - r_{\kappa l}^0} \quad (2.8)$$

Así,  $V(\kappa l, \kappa' l') u_{\kappa' l'}$  es la fuerza que actúa sobre el átomo  $(\kappa, l)$  cuando el átomo  $(\kappa', l')$  es desplazado a una distancia  $u_{\kappa' l'}$ . De la Ec. (2.7) se obtienen las siguientes ecuaciones de movimiento:

$$m_\kappa \ddot{u}_{\kappa l} = - \sum_{\kappa'} \sum_{l'} V(\kappa l, \kappa' l') u_{\kappa' l'} \quad (2.9)$$

Respectivamente las soluciones de las ecuaciones acopladas (2.9) vienen dadas de la forma siguiente:

$$u(\kappa, l | q, j) = \frac{1}{\sqrt{Nm_\kappa}} \mathbf{e}(\kappa | q, j) e^{i(qr \pm \omega_{q,j} t)} \quad (2.10)$$

Las soluciones son ondas planas con un vector de onda  $q$  y un vector de polarización  $\mathbf{e}(\kappa | q, j)$ . A cada vector de onda corresponden  $3N$  diferentes modos vibratorios, donde  $N$  es el número de átomos en la celda unitaria. Los modos vibratorios se representan por diferentes vectores de polarización y frecuencias  $\omega_{q,j}$ . El desplazamiento actual del átomo  $(\kappa, l)$  es una combinación lineal:

$$u_{\kappa l} = - \sum_q \sum_j [A_{q,j} u_+(\kappa, l | q, j) + A'_{q,j} u_-(\kappa, l | q, j)] \quad (2.11)$$

La última ecuación puede ser transformada:

$$u_{\kappa l} = - \frac{1}{\sqrt{Nm_\kappa}} \sum_q \sum_j Q_{q,j} \mathbf{e}(\kappa | q, j) e^{iqr} \quad (2.12)$$

donde  $Q_{q,j}$  son las coordenadas normales que se dan como:

$$Q_{q,j} = A_{q,j} e^{-i\omega_{q,j} t} + A_{-q,j} e^{i\omega_{q,j} t}. \quad (2.13)$$

El Hamiltoniano (2.7) puede ser expresado en términos de las coordenadas normales de la manera siguiente:

$$H = \frac{1}{N} \sum_q \sum_j \left[ \left| \dot{Q}_{q,j} \right|^2 + \omega_{q,j}^2 \left| Q_{q,j} \right|^2 \right] \quad (2.14)$$

En esta definición  $H$  es simplemente una superposición de los Hamiltonianos de  $3N$  osciladores independientes. En la aproximación cuántica los términos  $Q_{q,j}$  y  $\dot{Q}_{q,j}$  corresponden a los operadores conjugados  $Q$  y  $P$ , los cuales pueden ser representados mediante operadores de creación y aniquilación  $a^+$  y  $a$ :

$$Q = \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_{q,j}}} (a_{-q,j}^+ + a_{q,j}), \quad (2.15)$$

$$P = i\sqrt{\frac{\hbar\omega_{q,j}}{2}} (a_{-q,j}^+ - a_{q,j}). \quad (2.16)$$

Substituyendo estos operadores en la Ec. (2.14) se obtiene:

$$H_{q,j} = \hbar\omega_{q,j} \left( a_{q,j}^+ a_{q,j} + \frac{1}{2} \right), \quad (2.17)$$

donde el valor  $a_{q,j}^+ a_{q,j}$  es el número de cuantos con energía  $\hbar\omega_{q,j}$  que pueden ser excitados a una temperatura dada. Así, en la interpretación cuántica de la teoría de red cristalina se introduce el término de fonón, el cual por la analogía con el fotón - un cuanto del campo electromagnético, se define como un cuanto del campo vibratorio de la red. El comportamiento de los fonones se describe por medio de estadística de Bose, así que, el número de fonones se calcula como:

$$n_{q,j} = \langle a_{q,j}^+ a_{q,j} \rangle = \left( \exp\left( \frac{\hbar\omega_{q,j}}{k_B T} \right) - 1 \right)^{-1}. \quad (2.18)$$

Los vectores de polarización  $\mathbf{e}(\kappa|q,j)$  y las frecuencias  $\omega_{q,j}$  de fonones se obtienen calculando vectores propios y frecuencias propias de la matriz de constantes de fuerza

multiplicada por la raíz cuadrada de las masas de los átomos. De esta manera, se obtiene las sub-matrices de dimensión  $3 \times 3$  que se definen como:

$$\mathbf{D}(\kappa\kappa'|q) = \frac{1}{\sqrt{m_\kappa m_{\kappa'}}} \sum_{l,l'} \mathbf{V}(\kappa l, \kappa' l') e^{iq(r_l - r_{l'})}, \quad (2.19)$$

las últimas están ensambladas en la matriz dinámica de dimensión  $3N \times 3N$  ( $N$  es el número de átomos que contiene la celda unitaria):

$$\mathbf{D}(q) = \begin{pmatrix} \mathbf{D}(11|q) & \dots & \mathbf{D}(1N|q) \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{D}(N1|q) & \dots & \mathbf{D}(NN|q) \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

En este caso los vectores de polarización también forman una matriz:

$$\mathbf{e}(q, j) = \begin{pmatrix} \mathbf{e}(1|q, j) \\ \vdots \\ \mathbf{e}(N|q, j) \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Considerando las matrices introducidas, la ecuación de movimiento de la red puede ser escrita como:

$$\omega_{q,j}^2 \mathbf{e}(q, j) = \mathbf{D}(q) \mathbf{e}(q, j). \quad (2.22)$$

Según [8] es conveniente introducir una matriz de las constantes de fuerzas interatómicas, la cual se construye en base de las sub-matrices ( $3 \times 3$ )  $\mathbf{F}(\kappa\kappa'|q)$ :

$$\mathbf{F}(\kappa\kappa'|q) = \sum_{l,l'} \mathbf{V}(\kappa l, \kappa' l') e^{iq(r_l - r_{l'})} \quad (2.23)$$

Ahora la matriz dinámica de la red puede ser definida como:

$$\mathbf{D}(q) = \mathbf{M} \mathbf{F}(q) \mathbf{M}, \quad (2.24)$$

donde  $\mathbf{M}$  es la matriz diagonal de las raíces cuadradas inversas de las masas atómicas.

Así, la modelación de propiedades vibratorias de un cristal requiere la construcción de la matriz dinámica o de la matriz de fuerzas intraatómicas. La última puede ser definida en



términos de un potencial que determina el acoplamiento entre dos átomos  $\kappa$  y  $\kappa'$ . En el caso de la aproximación de iones rígidos el número de parámetros del modelo de cristal es determinado por las interacciones de largo alcance como las fuerzas de repulsión e interacciones de largo alcance constituidas por las fuerzas de Coulomb. Uno de los modelos más utilizados para la descripción de las fuerzas de repulsión es el potencial de Born-Mayer definido como:

$$V_{\kappa\kappa'}(r) = V_0 \exp\left(-\frac{r}{\sigma}\right) \quad (2.25)$$

de donde las constantes de fuerzas longitudinal y transversal se determinaran como:

$$L = \frac{d^2 V_{\kappa\kappa'}(r)}{dr^2} = \frac{V_0}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r}{\sigma}\right) \quad (2.26)$$

$$T = \frac{1}{r} \frac{dV_{\kappa\kappa'}(r)}{dr} = \frac{V_0}{\sigma r} \exp\left(-\frac{r}{\sigma}\right) \quad (2.27)$$

En su turno el potencial de las interacciones de Coulomb se da por:

$$V_{\kappa\kappa'} = \frac{Z_{\kappa} Z_{\kappa'}}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2.28)$$

El potencial de Born-Mayer es de corto alcance y su contribución a la matriz dinámica puede ser calculada mediante una sumatoria directa empleando la Ec. (2.19). Sin embargo para el cálculo de la contribución de las interacciones de Coulomb se requiere un tratamiento especial ya que las series en la Ec. (2.19) no convergen debido a las cargas puntuales de los iones. Para solucionar este problema las cargas puntuales se reemplazan por unas distribuciones de carga continuas. De esta manera en [9] fue propuesto utilizar una distribución de carga Gaussiana, la cual da una rápida convergencia. En analogía con (2.24) para la descripción de las interacciones de Coulomb se puede introducir una matriz dinámica:

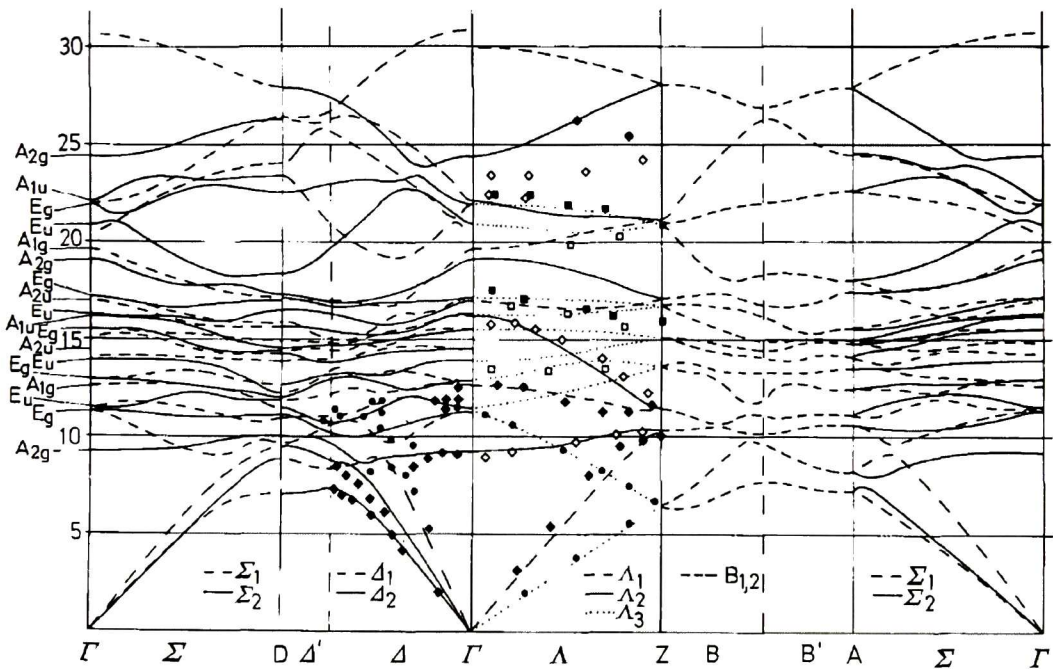
$$\mathbf{D}^c(q) = \mathbf{M} \mathbf{Z} \mathbf{C}(q) \mathbf{Z} \mathbf{M}, \quad (2.29)$$

donde  $\mathbf{Z}$  es la matriz de las cargas iónicas y  $\mathbf{C}(q)$  es la matriz de coeficientes de Coulomb definidos mediante las constantes de fuerza de la manera siguiente:

$$C(\kappa\kappa'|q) = \frac{1}{Z_\kappa Z_{\kappa'}} \mathbf{F}^C(\kappa\kappa'|q), \quad (2.30)$$

Una descripción detallada de las distintas aproximaciones utilizadas para el cálculo de coeficientes de Coulomb puede ser encontrada en [10-12].

La dinámica de la red cristalina de zafiro por primera vez fue reportada en [4] por H. Bialas et al. y en [13] por W. Kappus. En [4] se realizó un estudio experimental de dispersión de fonones basado en la técnica de dispersión inelástica de neutrones. Los resultados experimentales obtenidos en este trabajo fueron utilizados en el trabajo posterior de Kappus para hallar los parámetros del modelo de iones rígidos para el zafiro. Así, los resultados de las mediciones y los cálculos teóricos de dispersión fonónica que fueron reportados en los trabajos mencionados se presentan en la Figura 2.3. Como se puede apreciar aunque el zafiro tiene 30 ramas fonónicas, experimentalmente se pudo detectar e identificar solamente algunas de ellas a lo largo de dos direcciones de alta simetría  $\Gamma - Z$  y  $\Gamma - \Delta'$ . La concordancia del modelo teórico y los datos experimentales es aceptable, sin embargo, el modelo de iones



**Figura 2.3.** Dispersión fonónica de zafiro calculada con el modelo de iones rígidos y obtenida mediante la técnica de dispersión de neutrones [13].

rígidos presentado en [13] no es muy preciso ya que no toma en cuenta la polarizabilidad de los iones, la cual es muy importante para poder describir apropiadamente los modos vibratorios ópticos en especial los aquellos que poseen la polarización longitudinal.

Un estudio mas sofisticado de la dinámica de la red cristalina del zafiro fue reportado en [14] por H. Schober et al. En este trabajo los autores realizaron mediciones experimentales de la dispersión fononica en tres direcciones y de acuerdo a los resultados obtenidos desarrollaron varios modelos de capas (shell model) que ya incluyen los efectos de polarización de los iones. En el caso del modelo de capas la matriz dinámica se define como:

$$D = M \left[ ZCZ + F^{CC} - (YCZ + F^{SC})^\dagger (YCY + F^{SS})^{-1} (YCZ + F^{SC}) \right] M, \quad (2.31)$$

donde  $Z$  – la matriz de cargas iónicas,  $Y$  – la matriz de la carga de la capa ( $Z = Y + X$ , donde  $X$  es la carga del núcleo),  $C$  – la matriz de coeficientes de Coulomb,  $M$  – matriz de masas iónicas inversas y  $F$  – las matrices de transformadas de Fourier de las constantes de fuerza definidas por:

$$\mathbf{F}^{CC} = \mathbf{F}^{SR} + \mathbf{F}^T + \mathbf{F}^{T'} + \mathbf{F}^S, \quad (2.32)$$

$$\mathbf{F}^{SC} = \mathbf{F}^{T'} + \mathbf{F}^S, \quad (2.33)$$

$$\mathbf{F}^{CS} = \mathbf{F}^T + \mathbf{F}^S + \mathbf{F}_0^{T'} - \mathbf{F}_0^T, \quad (2.34)$$

$$\mathbf{F}^{SS} = \mathbf{F}^S + \mathbf{F}_0^{T'} + \mathbf{K}, \quad (2.35)$$

donde  $\mathbf{F}_0^T = \mathbf{F}^T(\kappa l, \kappa l)$ ,  $\mathbf{F}_0^{T'} = \mathbf{F}^{T'}(\kappa l, \kappa l)$ . En las Ecs. (2.32) - (2.35)  $\mathbf{F}^{SR}$  es la matriz de constantes de fuerza entre los núcleos de dos diferentes iones  $(\kappa, l)$  y  $(\kappa', l')$ ,  $\mathbf{F}^S$  es una matriz que describe interacciones entre las capas iónicas,  $\mathbf{F}^T$  es la matriz de constantes de fuerza de interacción entre el núcleo del átomo  $(\kappa, l)$  con la capa del átomo  $(\kappa', l')$  y  $\mathbf{F}^{T'}$  corresponde a la matriz de interacción entre la capa del átomo  $(\kappa, l)$  y el núcleo del átomo  $(\kappa', l')$ .  $\mathbf{K}$  es la matriz diagonal de las constantes de fuerza intraatómicas dada por.

$$\mathbf{K} = \mathbf{Y}/\alpha, \quad (2.36)$$

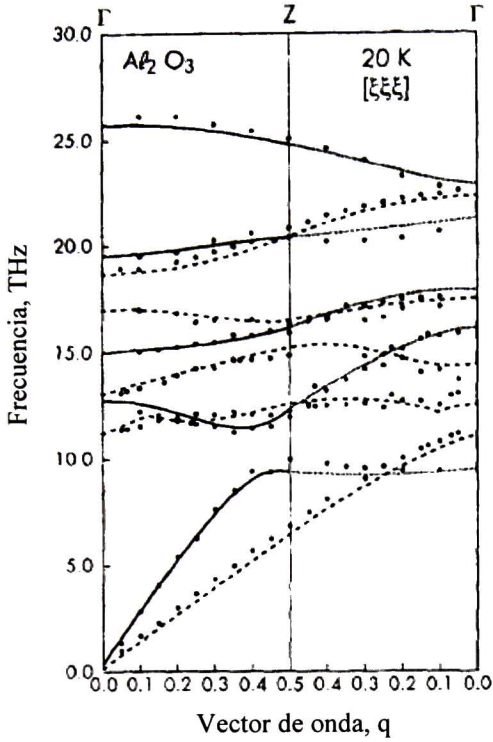
donde  $\alpha$  es una matriz de las polarizabilidades de iones libres. Así, el modelo de capas permite obtener una descripción muy completa de las interacciones entre los iones de la red. Sin embargo, el modelo presentado contiene cuatro matrices que describen las fuerzas de

**Tabla 2.2.** Valores de los parámetros del modelo SM(1) [14]

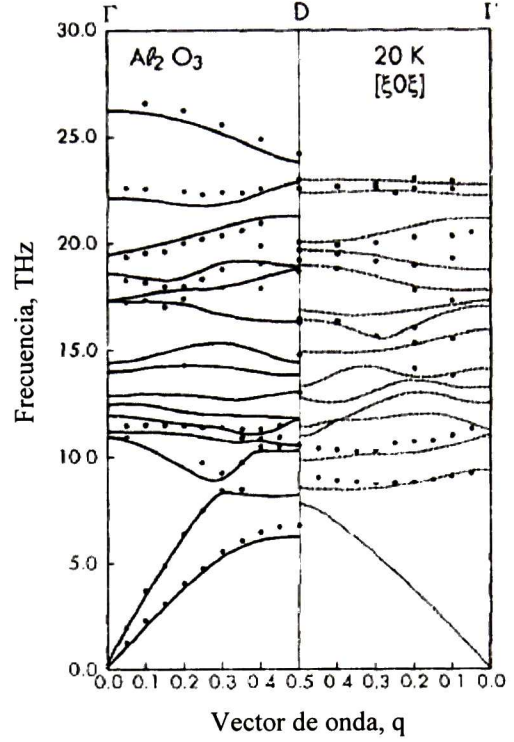
Pares iónicas	Parámetro	Valor
Al(1)-O(8)	L (N/m)	335
	T (N/m)	-37
Al(1)-O(5)	L (N/m)	195
	T (N/m)	-20
O(5)-O(6)	L (N/m)	61.5
	T (N/m)	-5
O(5)-O(8)	L (N/m)	42
	T (N/m)	-4
O(5)-O(9)	L (N/m)	27
	T (N/m)	-2
O(5)-O(6)	L (N/m)	15
	T (N/m)	-1
O-O	$Z_O$ (e)	-1.48
	$Y$ (e)	-2.57
	$\alpha$ ( $\text{Å}^3$ )	0.75
Al-O	$Z_{Al}$ (e)	2.25

iteraciones de corto alcance que implica que el ajuste del modelo a los datos experimentales sería más complicado. Así, con el propósito de tener un menor número de parámetros ajustables los modelos de capas utilizados en [14] son un poco más sencillos ya que los autores utilizaron solamente una matriz de constantes de fuerza asumiendo  $\mathbf{F}^{SR} = \mathbf{F}^S$  y  $\mathbf{F}^T = \mathbf{F}^{T'}$  = 0. Por lo anterior, en el modelo no se toman en cuenta las diferencias de acoplamiento entre los núcleos y las capas de diferentes iones pero se considera que el núcleo y la capa de cada ion poseen cargas diferentes y ellos pueden ser desplazados uno a respecto a otro. En su turno esto significa que cuando el campo eléctrico actúa sobre el núcleo y la capa, ambos sufren un desplazamiento relativo que induce en el ion un momento dipolar, el cual es proporcional a la intensidad del campo eléctrico aplicado. De esta manera, la polarizabilidad iónica  $\alpha_k$  está incorporada en el modelo de capa y puede ser expresada en términos de parámetros del modelo.

Los parámetros de uno de los modelos de capa SM(1) presentados en [14] están dados en la Tabla 2.2. Según los datos reportados, este modelo se ajusta de una mejor manera a los datos experimentales de dispersión de neutrones. Así, en las Figuras 2.4 y 2.5 se muestran los datos experimentales presentados en [14] acompañados con los resultados de cálculo de las curvas de dispersión realizado en base del modelo SM(1).



**Figura 2.4.** Curvas de dispersión del zafiro en la dirección  $\Gamma$ -Z [14].



**Figura 2.5.** Curvas de dispersión del zafiro en la dirección  $\Gamma$ -D [14].

### 2.1.3 Propiedades dieléctricas

Las propiedades dieléctricas de zafiro se determinan por medio de su función dieléctrica, la cual según Barker Jr. [15] puede ser descrita en términos de la aproximación de un oscilador armónico dada por:

$$\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon'' = \varepsilon_{\infty} + \sum_i \frac{\Delta\varepsilon_i \omega_{TOi}^2}{\omega_{TOi}^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma_{TOi}} \quad (2.37)$$

donde  $\Delta\varepsilon_i$ ,  $\omega_{TOi}$ ,  $\Gamma_{TOi}$  son la intensidad, la frecuencia resonante y la frecuencia de relajación de un modo óptico transversal (TO)  $i$ ;  $\varepsilon_{\infty}$  es la constante dieléctrica de alta frecuencia y  $\omega$  es la frecuencia de campo electromagnético excitado en el cristal. La componente transversal de la

función dieléctrica de zafiro  $\epsilon_{\perp}$  posee cuatro modos TO activos en infrarrojo con las siguientes frecuencias resonantes:  $\omega_{TO1}$  ( $\sim 385 \text{ cm}^{-1}$ ),  $\omega_{TO2}$  ( $\sim 442 \text{ cm}^{-1}$ ),  $\omega_{TO3}$  ( $\sim 569 \text{ cm}^{-1}$ ) y  $\omega_{TO4}$  ( $\sim 635 \text{ cm}^{-1}$ ). De acuerdo a la teoría de grupos estos modos pertenecen a una representación irreducible denominada  $\Gamma_3$  o  $E_u$  [13]. Por otro lado la componente longitudinal de la función dieléctrica  $\epsilon_{\parallel}$  longitudinal incluye dos modos TO  $\omega_{TO1}$  ( $\sim 400 \text{ cm}^{-1}$ ) y  $\omega_{TO2}$  ( $\sim 583 \text{ cm}^{-1}$ ) los cuales pertenecen a las ramas fonónicas con simetría  $\Gamma_1$  o  $A_{2u}$ . Los parámetros de todos los modos fonónicos activos en infrarrojo de zafiro extraídos por Barcker Jr. se presentan en la Tabla 2.3. La aproximación del oscilador armónico reportada en [15] fue obtenida en base de mediciones de reflectancia del cristal en infrarrojo utilizando la luz con diferentes polarizaciones cuando el vector del campo eléctrico es perpendicular al eje óptico o cuando es paralelo al eje C.

**Tabla 2.3.** Parámetros de los modos fonónicos del zafiro activos en IR (según Barcker Jr. [15])

E $\perp$ eje C $\epsilon_{\infty} = 3.2$			
Modo	$\omega_{TO}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	$\Delta\epsilon$	$\Gamma_{TO}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )
( $E_u$ ) $TO_1$	385	0.3	5.8
( $E_u$ ) $TO_2$	442	2.7	4.4
( $E_u$ ) $TO_3$	569	3.0	11.4
( $E_u$ ) $TO_4$	635	0.3	12.7
E $\parallel$ eje C $\epsilon_{\infty} = 3.1$			
( $A_{2u}$ ) $TO_1$	400	6.8	8.0
( $A_{2u}$ ) $TO_2$	583	1.7	20.3

Otra técnica experimental para la caracterización de la función dieléctrica de zafiro fue reportada en [16]. En este trabajo la aproximación para  $\epsilon_{\perp}$  y  $\epsilon_{\parallel}$  fue obtenida empleando la caracterización de los parámetros de modos fundamentales de zafiro mediante la técnica de elipsometría espectroscópica de IR. Hay que mencionar que los autores realizaron caracterización tanto de modos transversales como de los modos longitudinales y usaron para las componentes de la función dieléctrica la siguiente aproximación:

$$\epsilon = \epsilon' - i\epsilon'' = \epsilon_{\infty} \prod_i \frac{\omega_{LOi}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_{LOi}}{\omega_{TOi}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_{TOi}}, \quad (2.38)$$

**Tabla 2.4.** Parámetros de los modos fonónicos del zafiro activos en IR (según Schubert et al. [16])

E ⊥ eje-C				
Modo	$\omega_{TO}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\Gamma_{TO}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\omega_{LO}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\Gamma_{LO}$ (cm <sup>-1</sup> )
E <sub>u</sub>				
1	384.99	3.3	387.60	3.1
2	439.10	3.1	481.68	1.9
3	569.00	4.7	629.50	5.9
4	633.63	5.0	906.60	14.7
E ∥ eje-C				
A <sub>2u</sub>				
1	397.52	5.3	510.87	1.1
2	582.41	3.0	881.10	15.4

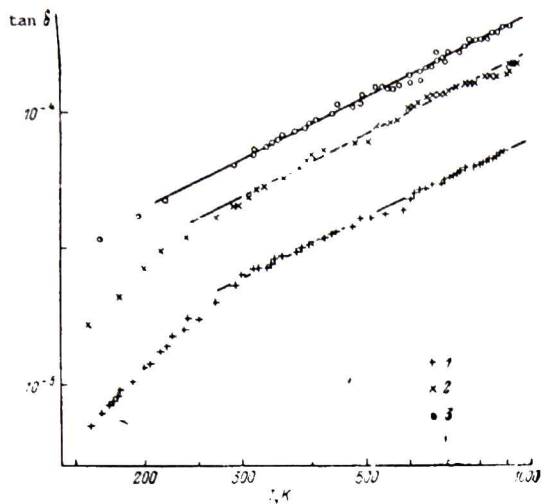
donde  $\omega_{LOi}$ ,  $\Gamma_{LOi}$  son las frecuencias resonantes y frecuencias de relajación de los modos óptico longitudinales (LO).

Valores de los parámetros de la aproximación de oscilador armónico obtenidos por este método experimental se dan en la Tabla 2.4 y son un poco diferentes comparando con los de Barcker Jr. En especial hay que anotar que los anchos de líneas resonantes de los modos fundamentales reportados en [16] son considerablemente más pequeños, en particular, para los modos E<sub>u</sub>(TO<sub>3</sub>), E<sub>u</sub>(TO<sub>4</sub>) y A<sub>2u</sub>(TO<sub>2</sub>).

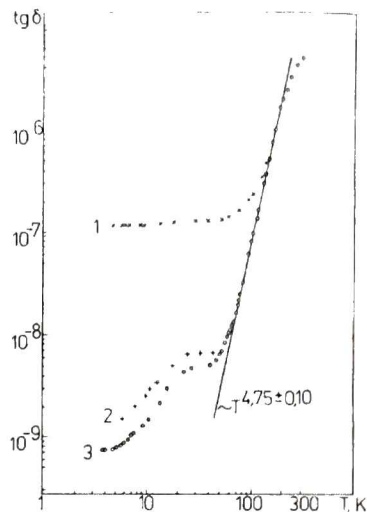
Según la Ec. (2.38) las constantes dieléctricas de zafiro en baja frecuencia se determinan por:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_\infty + \sum_i \Delta\varepsilon_i \quad (2.39)$$

Así, a partir de los datos de Barcker Jr. para la temperatura ambiental se obtienen:  $\varepsilon_\perp = 9.5$  y  $\varepsilon_\parallel = 11.64$ . Los resultados de estudios experimentales enfocados a la medición de constantes dieléctricas de zafiro se puede encontrar en [17, 18]. Según los datos experimentales presentados en [17]:  $\varepsilon_\perp = 9.3941$  y  $\varepsilon_\parallel = 11.5930$  (T = 300 K). En su caso, los valores de las constantes dieléctricas reportados por Bunkov en [18] son:  $\varepsilon_\perp = 9.3941$  y  $\varepsilon_\parallel = 11.5131$ . Como se puede notar entre estos datos hay una ligera diferencia en los valores de  $\varepsilon_\parallel$  y de acuerdo a las verificaciones reportados en [19] la aproximación de Bunkov se considera más exacta.



**Figura 2.6.** Tangente del ángulo de pérdidas dieléctricas del zafiro en función de la temperatura (según V. S. Ilchenko [21]).



**Figura 2.7.** Dependencia en temperatura de la  $\tan \delta$  del zafiro en la frecuencia de 9GHz en un rango de 4 a 300 K (según V. B. Braginsky [20]).

Desde el punto de vista de la aplicación a los resonadores de microondas el parámetro muy importante del  $\text{Al}_2\text{O}_3$  es la tangente de ángulo de pérdidas dieléctricas. Este parámetro se define como:

$$\tan \delta = \frac{\text{Im}(\varepsilon)}{\text{Re}(\varepsilon)} \quad (2.40)$$

Los resultados detallados de las mediciones de la  $\tan \delta$  del zafiro en las frecuencias de microondas fueron reportados por V. B. Braginsky [20] y V. S. Ilchenko [21]. Así, en las Figuras 2.6 y 2.7 se muestran los datos experimentales para la componente transversal de la  $\tan \delta$  presentados en los trabajos mencionados.



## 2.2 Modelos de pérdidas dieléctricas de alta frecuencia

### 2.2.1 Modelo de Debye

El problema del cálculo de pérdidas dieléctricas del campo eléctrico de alta frecuencia fue formulado por Debye (1913) quien investigó las pérdidas en los líquidos polares cuyas moléculas tienen momentos dipolares permanentes. Es bien conocido que el campo eléctrico tiende a orientar los dipolos moleculares en dirección del mismo campo. Según Debye las pérdidas dieléctricas de un líquido se originan de una fricción viscosa de los dipolos que sufren una rotación contra las partículas que están en su vecindad. Las pérdidas dieléctricas se caracterizan con la parte imaginaria  $\varepsilon''$  de la función dieléctrica compleja del líquido. Debye llegó a la conclusión que para un líquido polar la parte imaginaria de la función dieléctrica se define como:

$$\varepsilon'' = \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (2.41)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia del campo eléctrico y  $\tau$  es el tiempo característico de relajación de partículas, la cual es proporcional a la viscosidad de líquido.

El modelo de Debye también fue encontrado apropiado para describir las pérdidas dieléctricas en los medios físicos distintos a los líquidos polares y cuyos mecanismos se originan de los efectos de polarización térmica o de relajación y polarización de migración. La parte imaginaria de constante dieléctrica que se determina por estos procesos de polarización se describe como:

$$\varepsilon'' = \frac{[\varepsilon(0) - \varepsilon(\infty)]\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (2.42)$$

donde  $\varepsilon(0)$  y  $\varepsilon(\infty)$  son las constantes dieléctricas para las frecuencias bajas y altas (comparando con la frecuencia de relajación) respectivamente.

El modelo de Debye es válido incluso para los dieléctricos y cerámicas que se utilizan en las frecuencias de microondas. En particular, este modelo es aplicable para describir pérdidas causadas por las impurezas que dan un efecto de relajación de baja frecuencia y el cual puede ser bien descrito con el modelo considerado. Sin embargo, en los medios cristalinos,

sobretudo, en los cristales ideales, que no poseen ningunos defectos estructurales existen otros mecanismos de pérdidas dieléctricas que están fuera de aplicación de modelo de Debye.

### 2.2.2 Modelo de Gurevich y Tagantsev

El problema general de absorción del campo electromagnético de alta frecuencia por la red cristalina de un sólido ha sido estudiado por un gran número de autores [22-32]. De acuerdo a la teoría de absorción de microondas presentada en [33] por Gurevich y Tagantsev la interacción del campo eléctrico con un sistema de fonones provoca un cambio de las constantes de interacción armónica entre los átomos de la red cristalina. Con la presencia de este cambio las vibraciones de la red se caracterizan con el mismo vector de onda  $k$  y siguen perteneciendo a la misma rama vibratoria  $j$ , pero las frecuencias de vibraciones  $\Omega_j(k)$  cambian según las leyes de dispersión de fonones. En la primera aproximación, el cambio  $\Delta \Omega_j(k)$  de la frecuencia de un fonón tiene que ser proporcional a la perturbación externa, la cual es el campo eléctrico  $E$ . La expresión para  $\Delta \Omega_j(k)$  puede ser representada de forma siguiente:

$$\Delta \Omega_j(k) = \Omega_j(k) \Lambda_j(k) \cdot E, \quad (2.43)$$

donde el vector  $\Lambda_j(k)$  se llama el vector de potencial electrofonónico (EPP). Obviamente el EPP depende de los valores actuales de  $j$  y  $k$  pero se supone que esta dependencia es relativamente débil y en [22] se da la siguiente estimación para la magnitud del EPP:

$$|\Lambda| \sim \Lambda_1 \equiv \frac{1}{p^{1/2} v}, \quad (2.44)$$

donde  $p$  es la densidad de cristal y  $v$  es la velocidad de fase de fonón.

La ecuación (2.43) conserva su significado y para el campo eléctrico de alta frecuencia cuando se supone que el periodo de onda eléctrica es mucho más largo que el periodo de vibración de la red cristalina. Sin embargo, en este caso, para caracterizar la interacción del campo eléctrico de alta frecuencia con fonones sería más apropiado utilizar el Hamiltoniano:

$$H_E = \frac{\hbar}{2} \sum_{j,k} E \cdot \Omega_j(k) \Lambda_j(k) \xi_k^j \xi_{-k}^j, \quad (2.45)$$

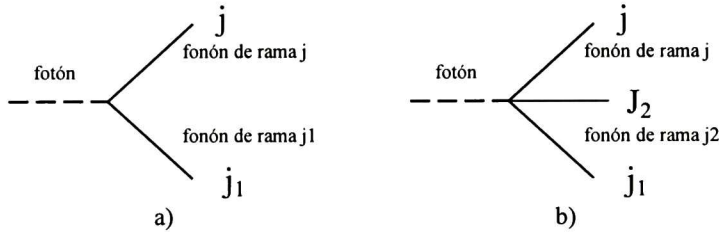
donde  $\xi_k^j = a_{-kj} + a_{-kj}^\dagger$ ,  $a$  y  $a^\dagger$  son los operadores de creación y aniquilación fonónica. Por otro lado, también hay que tomar en cuenta las transiciones entre diferentes ramas vibratorias que pueden ser provocados por el campo  $E$ . El Hamiltoniano que corresponde a dichas transiciones tendrá la forma siguiente:

$$H_E = \frac{\hbar}{2} \sum_{j,k} E \cdot \Lambda_{jj_1}(k) [\Omega_j(k) \Omega_{j_1}(k)]^{1/2} \xi_k^j \xi_{-k}^{j_1}, \quad (2.46)$$

Para los cristales centro-simétricos como el zafiro Gurevich obtuvo una estimación para la magnitud del termino  $\Lambda_{jj_1}(k)$ :

$$|\Lambda_{jj_1}(k)| \sim \Lambda_2 \equiv ka\Lambda_1, \quad (2.47)$$

donde  $a$  es la distancia interatómica característica. El  $\Lambda_2$  fue asignado como un valor estándar para EPP de los cristales centro-simétricos.



**Figura 2.8.** Diagrama de interacción de un cuanto de campo eléctrico con los fonones (a – el proceso 3-quántico y b – el proceso 4-quántico).

El parámetro EPP introducido permite describir los procesos de absorción de un cuanto del campo electromagnético de alta frecuencia como se presenta en la Figura 2.8 (a). El proceso de absorción se considera 3-quántico cuando con la acción de un cuanto del campo electromagnético se aniquila un fonón que pertenece a la rama vibratoria  $j$  y se crea otro fonón en la rama vibratoria de más alta energía  $j_1$ . Para este proceso se tienen que cumplir la ley de conservación de energía y la ley de conservación de cuasi-momento:

$$\Omega_j(k) \pm \Omega_{j_1}(k_1) = \omega, \quad k \pm k_1 = 0. \quad (2.48)$$

Aparte de los procesos 3-quánticos Stolen y Drensfield [28] anotaron la existencia de los mecanismos 4-quánticos y mostraron que la contribución de estos mecanismos a la  $\text{Im}(\epsilon)$  es

proporcional a  $T^2$ . Tal mecanismo esta representado por un proceso que involucra tres fonones con la siguiente ley de conservación:

$$\Omega_j(k) \pm \Omega_{j_1}(k_1) \pm \Omega_{j_2}(k_2) = \omega, \quad k \pm k_1 \pm k_2 = b, \quad (2.49)$$

donde  $b$  es el vector recíproco de la red cristalina. Las probabilidades de los procesos 4- cuánticos son proporcionales a la potencia más alta (en comparación con los procesos 3- cuánticos) del parámetro de anarmonicidad de la red cristalina, y se puede esperar que la contribución de estos procesos a las pérdidas dieléctricas va a ser mas pequeña comprando con la establecida por los procesos 3- cuánticos. Sin embargo, la restricción impuesta por la ley de conservación (2.49) a los fonones que pueden participar en los procesos 4- cuánticos es menos estricta que la de los procesos 3- cuánticos (2.48) y esto puede borrar la diferencia entre las contribuciones de estos dos procesos e incluso hacerlas comparables.

El análisis cuantitativo de las perdidas dieléctricas vinculadas a los procesos 3- cuánticos puede realizarse involucrando la teoría de la perturbación cuántica para el parámetro de anarmonicidad de la red cristalina. Inicialmente estos cálculos fueron realizados en el trabajo de Vinogradov [34] para el caso de una red cúbica y luego fueron generalizados por Gurevich para una red arbitraria [35].

Según Gurevich hay dos tipos de procesos que contribuyen al mecanismo de pérdidas dieléctricas. El primer tipo son los procesos de descomposición, que corresponden el signo positivo en la ecuación (2.48) y el segundo tipo son los procesos de coalición que respectivamente corresponden el signo negativo. Así, la contribución del proceso de descomposición fue definido por Gurevich como:

$$\text{Im } \varepsilon = 2\pi^2 \omega k_B T \sum_{j,j_1} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \Lambda_{j_1} \Lambda_{j,j_1} \delta[\Omega_j(k) + \Omega_{j_1}(k) - \omega], \quad (2.50)$$

y para los procesos de coalición:

$$\text{Im } \varepsilon = \frac{4\pi^2 \hbar^2 \omega}{k_B T} \sum_{j,j_1} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \Lambda_{j_1} \Lambda_{j,j_1} \Omega_j(k) \Omega_{j_1}(k) N_{k_j}^{(0)} (N_{k_j}^{(0)} + 1) \delta[\Omega_j(k) - \Omega_{j_1}(k) + \omega], \quad (2.51)$$

donde  $N$  es la función de distribución de Planck dada por:

$$N_{k_j}^{(0)} = N(\hbar \Omega_j(k)), \quad N(x) = \left[ \exp\left(\frac{x}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (2.52)$$

Hay que mencionar que para la deducción de las ecuaciones (2.50) y (2.51) se asumió que  $\hbar\omega \ll k_B T$  lo que significa un caso de bajas temperaturas, y por otro lado, en estas ecuaciones no se toma en cuenta el hecho que los fonones térmicos poseen un tiempo de vida finito  $\tau = 1/\Gamma$  ( $\Gamma$  es el factor de amortiguamiento de fonón), es decir, que las últimas ecuaciones son validas solamente para el caso de las frecuencias muy altas cuando  $\omega \gg \Gamma$ . La expresión para la  $\text{Im}(\varepsilon)$  donde se considera el tiempo finito de vida de los fonones fue obtenida por Tagantsev [33]:

$$\text{Im } \varepsilon = \frac{4\pi\hbar^2\omega}{k_B T} \sum_j \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Lambda_{j_1} \Lambda_{j_2} \Omega_j(k) \Omega_{j_1}(k) \frac{\bar{\Gamma} \bar{N} (\bar{N} + 1)}{(\omega + \Delta_{j_1})^2 + 4\bar{\Gamma}^2}, \quad (2.53)$$

donde  $\Delta_{j_1} = \Omega_j(k) - \Omega_{j_1}(k)$ ,  $\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma_{kj} + \Gamma_{kj_1}}{2}$ ,  $\bar{N} = N \left( \frac{\Omega_j(k) + \Omega_{j_1}(k)}{2} \right)$ .

Las ecuaciones finales de Gurevich para la estimación de las pérdidas en los cristales centrosimétricos relacionadas con los procesos 3- cuánticos de descomposición y coalición son las siguientes:

$$\text{Im } \varepsilon \sim \frac{k_B T}{Mv^2} \left( \frac{\omega}{\Omega_D} \right)^3, \quad (2.54)$$

$$\text{Im } \varepsilon \sim \frac{k_B T}{Mv^2} \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^n \left( \frac{\omega}{\Omega_D} \right)^m, \quad (2.55)$$

donde  $M$  es de orden de la masa atómica promedia de la red y en este caso el producto  $Mv^2$  es la energía que tiene un valor de unos cuantos electronvolts. Según Gurevich las potencias  $n$  y  $m$  dependen del grupo de simetría de cristal y para el caso del zafiro (que pertenece al grupo  $D_{3d}$ )  $n=1$ ,  $m=4$  para la componente longitudinal de  $\text{Im}(\varepsilon)$  y  $n=3$ ,  $m=2$  para la componente transversal de  $\text{Im}(\varepsilon)$ .

Por otro lado, la ecuación final para la contribución de los procesos 4- cuánticos a la  $\text{Im}(\varepsilon)$  viene dada en la forma siguiente:

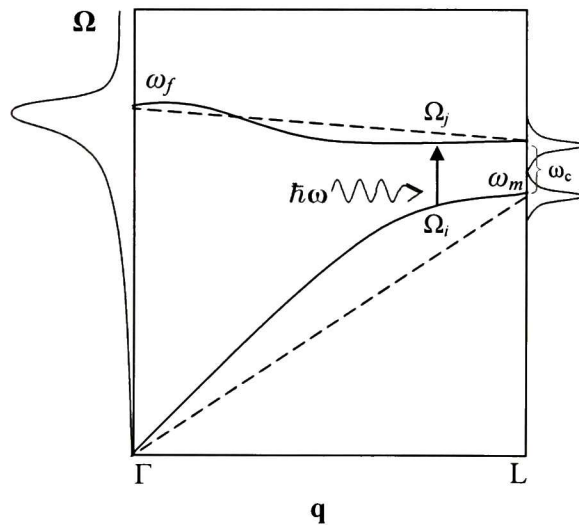
$$\text{Im } \varepsilon \sim \left( \frac{k_B T}{Mv^2} \right)^2 \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^7 \frac{\omega}{\Omega_D}, \quad (2.56)$$

donde se supone que la contribución de los procesos 4- cuánticos no tiene ninguna dependencia del grupo de simetría o de la orientación de campo eléctrico.

### 2.2.3 Modelo de Sparks et al.

Sparks, King y Mills en su trabajo [36] propusieron un modelo simple para la descripción de pérdidas dieléctricas en los cristales de haluros alcalinos. En el origen físico de este modelo se considera que algunas vibraciones de la red adquieren una fracción de energía del campo eléctrico de alta frecuencia y luego debido a la anarmonicidad de la red esta energía adicional se dispersa en el resto de los modos fonónicos de la red y finalmente se convierte en el calor. En este caso el aumento de energía de la red se relaciona con excitación de los fonones que pertenecen a una rama óptica pero con una muy baja frecuencia. En su caso la dispersión de la energía adquirida se relaciona con el proceso de intercambio de energía entre las vibraciones de la red, el cual se describe en términos de interacciones entre los fonones.

En el modelo de Sparks et al. se asume que fonón óptico excitado por el campo eléctrico actúa como un oscilador armónico. Por lo tanto la absorción de energía se determina por la frecuencia de relajación  $\Gamma$  de este fonón. Considerando que dicho oscilador armónico se excita en la frecuencia muy lejana a la de resonancia se toma en cuenta la dependencia de  $\Gamma$  de la frecuencia. Para deducir la expresión para  $\Gamma$  en el modelo de Sparks se considera la siguiente expresión para la razón de cambio del número de fonones ópticos  $n_f$ :



**Figura 2.9.** Diagrama de dispersión simplificado de un cristal que explica el mecanismo de absorción en aproximación de Sparks et al.

$$\frac{dn_f}{dt} = \sum_{i,k} \sum_{j,k} (W_+ - W_-), \quad (2.57)$$

donde  $i$  y  $j$  son las ramas fonónicas involucradas y  $k$  son los vectores de onda. Las probabilidades de transición  $W$  para incrementar el número de fonones ópticos en uno (+) o disminuirlo en uno (-) en un proceso de interacciones entre los fonones vienen dadas por:

$$W_{\pm} = \left( \frac{2\pi}{\hbar} \right) \left| \langle n_f \pm 1 | H | n_f \rangle \right|^2 \delta(\hbar\omega - \hbar\omega_j + \hbar\omega_i), \quad (2.58)$$

donde  $H$  es el Hamiltoniano de potencial no armónico de la red cristalina. Para el segundo término de la ecuación (2.58) se obtuvo la siguiente expresión:

$$\left| \langle n_f + 1 | H | n_f \rangle \right|^2 = 36V_{f12}^2 (n_f + 1) n_f n_j \Delta(K), \quad (2.59)$$

donde

$$V_{f12}^2 = \frac{\hbar^3 |\alpha|^2 \phi_3^2}{288NM_{\zeta}^2 M_r \omega_r \omega_i \omega_j}, \quad (2.60)$$

aquí  $M_r$  es la masa reducida de la celda unitaria  $M_r^{-1} = M_{<}^{-1} + M_{>}^{-1}$ ;  $M_{<}$  y  $M_{>}$  son las masas de los átomo vecinos;  $\phi_3$  es la derivada del tercer orden de potencial de la red y el parámetro  $|\alpha|^2$  se define como  $|\alpha|^2 \sim 4(M_{\zeta}/M_s) \sin^2 k_{ix} \alpha_{mn}$ . Substituyendo las Ecs. (2.59) y (2.60) en (2.57) se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{dn_f}{dt} = -\Gamma (n_f - \bar{n}_f), \quad (2.61)$$

donde

$$\Gamma = (36N_B V_S / 2\pi\hbar) \int_0^{k_{bz}} dk \cdot k^2 V_{fj}^2 \delta(\hbar\omega - \hbar\omega_j + \hbar\omega_i) (\bar{n}_i - \bar{n}_j), \quad (2.62)$$

aquí  $N_b$  es el numero de pares de ramas fonónicas involucradas,  $V_s$  es el volumen de la muestra de cristal,  $\bar{n}$  son los números de ocupación para los fonones en equilibrio.

El otro punto importante en el modelo de Sparks et al. es el efecto de ensanchamiento de los modos fonónicos. Este efecto se debe al hecho de que los fonones poseen un tiempo de vida finito y por lo tanto el espesor entre las ramas fonónicas no está bien definido. Es decir, que las transiciones entre las ramas pueden ocurrir incluso en el caso de que la frecuencia del campo electromagnético es menor que dicho espesor. En esta situación la restricción de

conservación de energía expresada por la función  $\delta$  se reemplaza por una función Lorentziana definida como:

$$\delta \rightarrow L \equiv \frac{\gamma / \pi \hbar}{(\omega_j - \omega_i - \omega)^2 + \gamma^2}, \quad (2.63)$$

donde  $\gamma$  es el factor de amortiguamiento promedio de los modos fonónicos  $i$  y  $j$ . Ahora si sustituimos la expresión (2.63) en la ecuación (2.62) y también considerando que

$(\bar{n}_i - \bar{n}_j) \cong \frac{\hbar\omega}{k_B T} N(\omega_i) [N(\omega_i) + 1]$  obtendremos la siguiente expresión para la  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{(36N_B V_S / 2\pi) \omega}{k_B T} \int_0^{k_{\max}} dk \cdot k^2 V_{ji}^2 N(\omega_i) [N(\omega_i) + 1] \frac{\gamma / \pi \hbar}{(\omega_j - \omega_i - \omega)^2 + \gamma^2}. \quad (2.64)$$

Como resultado final para la  $\Gamma$  en [36] se presenta la siguiente expresión:

$$\Gamma = \frac{\hbar\phi_3^2}{3M_r M_i M_j \omega_f \omega_m (\omega_m + \omega) (\omega_f - \omega_c) k_B T} N(\omega_m) [N(\omega_m) + 1] \times \left[ \tan^{-1} \frac{\omega_f - \omega}{\gamma} - \tan^{-1} \frac{\omega_c - \omega}{\gamma} \right]. \quad (2.65)$$

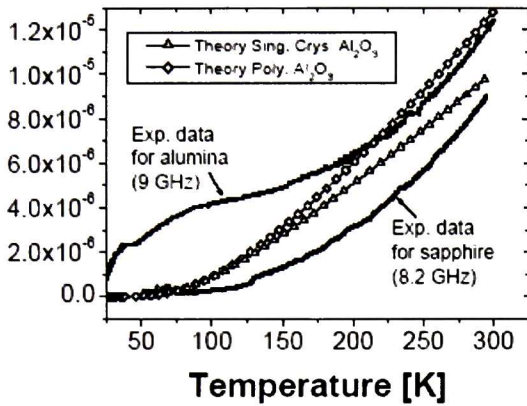
donde las frecuencias  $\omega_c$ ,  $\omega_f$  y  $\omega_m$  se muestran en la Fig. 2.9.

Uno puede notar que la ecuación (2.64) en el modelo de Sparks et al. y la ecuación (2.53) del modelo de Gurevich y Tagantsev son muy parecidas y esto hace pensar que ambos modelos pueden ser equivalentes. Sin embargo, los resultados finales para las pérdidas dieléctricas en el zafiro obtenidos del modelo de Sparks et al. [36] y del modelo de Gurevich y Tagantsev [33] son algo diferentes.

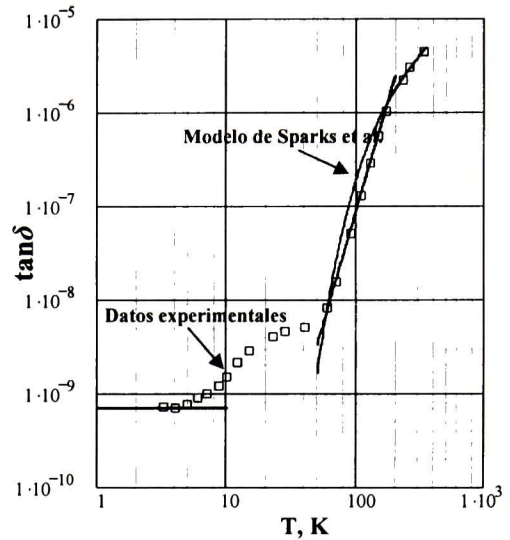
## 2.2.4 Análisis de los modelos actuales

Analizando las ecuaciones de Gurevich (2.54) - (2.56) se puede concluir que la mayor contribución a la  $\text{Im}(\epsilon)$  proviene de los procesos 3-quánticos de coalición (2.55). Asumiendo que la temperatura de Debye para el zafiro es de 1024K, según la ecuación (2.55) para  $f = 9$  GHz y  $T = 300$  K obtenemos que la componente transversal de  $\text{Im}(\epsilon)$  sería  $\sim 7.7 \times 10^{-11}$ . Obviamente esta estimación para  $\text{Im}(\epsilon)$  de zafiro es muy pequeña comparando con los datos experimentales presentados por Braginsky et al. [20]. Esta inconsistencia probablemente se





(a)



(b)

**Figura 2.10.** Tangente del ángulo de pérdidas dieléctricas en  $\text{Al}_2\text{O}_3$  en la frecuencia de 9 GHz.

puede explicar considerando que en el modelo de Gurevich no se toma en cuenta el efecto de ensanchamiento de los modos fonónicos y probablemente este cálculo tiene que ser hecho utilizando la ecuación (2.53) de Tagantsev la cual es mas completa.

Aplicación del modelo de Sparks et al. para el cálculo de pérdidas dieléctricas en los óxidos incluyendo el zafiro fue presentada por Aupi et al. [38]. Es importante mencionar que en dicho trabajo el valor para  $\gamma$  del zafiro fue obtenido por medio de espectroscopia Raman. La estimación para la  $\tan\delta$  del zafiro calculada con la Ec. (2.66) y con el  $\gamma$  determinado tiene el orden correcto e incluso hay muy buena consistencia con los datos experimentales de Braginsky et al. (ver la Figura 2.10). Sin embargo, según los datos de Braginsky et al. [20], para las temperaturas en un intervalo de 50...200 K, la dependencia en frecuencia para la  $\tan\delta$  es  $\sim \omega^{1.7 \pm 0.2}$ , mientras según el modelo de Sparks dicha dependencia únicamente puede ser  $\sim \omega$ . A parte de esto, recientemente fue presentado un estudio [39] de las pérdidas dieléctricas en los cristales de zafiro, donde ha sido reportado que la  $\tan\delta$  de este material tiene un carácter anisotrópico, lo cual tampoco puede ser explicado en términos del modelo actual.

Después de la revisión de los trabajos dedicados al cálculo de pérdidas dieléctricas se puede concluir que para los cristales distintos a los haluros alcalinos y para el zafiro en particular aun no se obtiene buena concordancia entre los modelos teóricos y los datos experimentales.

## 2.3 Resonadores dieléctricos de zafiro

### 2.3.1 Teoría de los resonadores dieléctricos operados en los modos azimutales

En esta sección se presentan los fundamentos teóricos para el cálculo de frecuencias resonantes y de factor de calidad de radiación de los modos azimutales de orden alto que se excitan en un resonador dieléctrico. Para este desarrollo teórico se considera un resonador dieléctrico en forma de un cilindro con un radio  $R$ , el cual posee una permitividad y permeabilidad compleja  $\{\epsilon_1, \mu_1\}$  y se encuentra en un medio con  $\epsilon_2 = 1, \mu_2 = 1$ .

Como primer paso escribiremos las ecuaciones de Maxwell en forma compleja para una onda electromagnética:

$$\text{rot}E = jk\mu_1 H, \quad \text{rot}H = -jk\epsilon_1 E, \quad (2.66)$$

donde  $k = 2\pi / \lambda$  es el número de onda en el vacío. De las ecuaciones (2.66) sigue que para un medio homogéneo se cumplen las siguientes condiciones:

$$\text{div}E = 0, \quad \text{div}H = 0. \quad (2.67)$$

En las ecuaciones de Maxwell se puede eliminar uno de los vectores del campo  $E$  o el campo  $H$ . Para eso aplicaremos la operación de rotacional a ambas partes de las ecuaciones:

$$\text{rot}(\text{rot}E) = jk\mu(\text{rot}H), \quad \text{rot}(\text{rot}H) = -jk\epsilon(\text{rot}E). \quad (2.68)$$

y luego utilizaremos la conocida expresión de análisis vectorial:

$$\text{rot}(\text{rot}F) = -\nabla^2 F + \text{grad}(\text{div}F). \quad (2.69)$$

Aplicando las condiciones (2.67) la última expresión puede ser simplificada y para los vectores  $E$  y  $H$  tendremos:

$$\text{rot}(\text{rot}E) = -\nabla^2 E, \quad \text{rot}(\text{rot}H) = -\nabla^2 H. \quad (2.70)$$

Combinando ecuaciones (2.68), (2.70) y (2.66) uno puede obtener las ecuaciones de onda electromagnética en la forma siguiente:

$$\nabla^2 E + k^2 \epsilon_i \mu_i E = 0, \quad \nabla^2 H + k^2 \epsilon_i \mu_i H = 0. \quad (2.71)$$

En el caso particular de un resonador cilíndrico se requiere representar las ecuaciones (2.71) en las coordenadas cilíndricas por lo tanto considerando las ondas cilíndricas podemos rescribir las ecuaciones (2.71) para las componentes axiales del campo de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{E_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \beta_i^2 E_z &= 0, \\ \frac{\partial^2 H_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{H_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} + \beta_i^2 H_z &= 0, \end{aligned} \quad (2.72)$$

donde  $\beta_i = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_i \mu_i}$  es el número de onda complejo para un medio con  $\epsilon_i, \mu_i$ . Las ecuaciones (2.72) pueden resolverse con el método de separación de variables suponiendo:

$$\begin{cases} E_z \\ H_z \end{cases} (\rho, \varphi, z) = F(\rho) \Phi(\varphi) Q(z). \quad (2.73)$$

Substituyendo la Ec. (2.73) en (2.72) obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{d^2 Q}{dz^2} + k^2 Q = 0 \\ \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + g^2 \Phi = 0 \\ \rho^2 \frac{d^2 F}{d\rho^2} + \rho \frac{dF}{d\rho} + (\beta_i^2 \rho^2 - k_i^2 \rho^2 - g^2) F = 0, \end{cases} \quad (2.74)$$

donde  $g^2$  y  $k_i^2$  son las constantes de separación, las cuales también tienen significado de números de onda azimutal y longitudinal. La tercera ecuación del sistema es conocida como la ecuación de Bessel de orden  $g$ . Vamos a representar la solución de Ec. (2.74) como una onda azimutal que se propaga a lo largo de la coordenada  $\varphi$ . En este caso las funciones  $\Phi$  y  $Q$  se escribirán como  $\Phi(\varphi) = e^{-jv\varphi}$  y  $Q(z) = e^{-jkz}$ . Considerando el sistema de ecuaciones se puede concluir que para determinar la frecuencia resonante de un modo azimutal de orden  $m$  tenemos que encontrar los números de onda  $\beta$  y  $k$  asumiendo que el número azimutal  $g = v = m$ . En otras palabras hay que resolver la primera y tercera ecuación del (2.74) juntas, lo que

nos llevara a un sistema de ecuaciones trascendentales, donde se involucran funciones especiales de Bessel y de Hankel de órdenes altos y además de argumento complejo. Para resolver el sistema (2.74) se requiere la implementación de un procedimiento numérico relativamente complejo y no hay seguridad de obtener una convergencia.

Un método alternativo para resolver el sistema (2.74) fue propuesto en [39]. Así, en [39] fue asumido que el cilindro dieléctrico es infinito en la dirección  $z$  y que los campos electromagnéticos no dependen de esta coordenada. Para poder tomar en cuenta la dependencia de  $\beta$  de la altura del cilindro se utiliza la constante dieléctrica efectiva de una lámina dieléctrica infinita del mismo espesor que el del resonador cilíndrico. Si en la última ecuación del (2.74) suponemos que  $\beta^{E,H} = \sqrt{\beta_1^2 - k_1^2} = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0\epsilon^{E,H}\mu_1}$  llegaríamos al mismo concepto de una constante dieléctrica efectiva, la cual se designará como  $\epsilon^E$  para los modos HE y como  $\epsilon^H$  para los modos EH. Los valores de  $\epsilon^{E,H}$  se puede encontrar utilizando la ecuación característica de una guía de onda dieléctrica con anisotropía de  $\epsilon$  [41]. Dicha ecuación para los modos EH viene dada por:

$$\arctg\sqrt{\frac{\epsilon^H - 1}{\epsilon_{\perp} - \epsilon^H}} + (l-1)\frac{\pi}{2} = \pi\frac{L}{\lambda}\sqrt{\epsilon_{\perp} - \epsilon^H}, \quad (2.75)$$

y para los modos HE:

$$\arctg\left[\epsilon_{\perp}\sqrt{\frac{\epsilon_{\parallel}(\epsilon^E - 1)}{\epsilon_{\perp}(\epsilon_{\parallel} - \epsilon^E)}}\right] + (l-1)\frac{\pi}{2} = \pi\frac{L}{\lambda}\sqrt{\frac{\epsilon_{\perp}(\epsilon_{\parallel} - \epsilon^E)}{\epsilon_{\parallel}}}, \quad (2.76)$$

donde  $L$  es el espesor de la guía de onda;  $l$  es el numero de variaciones del campo a lo largo de eje  $z$ . Finalmente, la última ecuación del sistema (2.74) se escribirá en la forma siguiente:

$$\rho^2 \frac{d^2 F}{d\rho^2} + \rho \frac{dF}{d\rho} + (\rho^2 \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon^{E,H} \mu_1 - \nu^2) F = 0, \quad (2.77)$$

La ecuación (2.77) se conoce como la ecuación de Bessel y su solución puede ser representada a través de las funciones cilíndricas:

$$F(\rho) = \begin{cases} F_1(\rho), & \rho \leq R \\ F_2(\rho), & \rho > R \end{cases}, \quad (2.78)$$

donde  $F_1(\rho) = J_\nu(\beta_1\rho)$  es la solución para el campo que esta adentro del cilindro y  $F_2(\rho) = C_1 H_\nu^{(2)}(\beta_2\rho)$  es la solución para el campo que se propaga desde la superficie lateral del cilindro hacia el infinito. Cuando los campos están definidos podemos utilizar las condiciones de frontera para encontrar las frecuencias resonantes del cilindro. Dichas condiciones de frontera para los modos que tienen componente axial de campo eléctrico (modos HE) requieren que se cumplan  $E_{z1} = E_{z2} \big|_{\rho=R}$  y  $H_{\phi1} = H_{\phi2} \big|_{\rho=R}$ . Mientras para los modos que poseen componente axial del campo magnético (modos EH) las condiciones de frontera son  $H_{z1} = H_{z2} \big|_{\rho=R}$  y  $E_{\phi1} = E_{\phi2} \big|_{\rho=R}$ . Así que, para el componente  $E_z$  de los modos HE y para el componente  $H_z$  de los modos EH podemos escribir la siguiente condición:

$$J_\nu(\beta_1 R) - C_1 H_\nu^{(2)}(\beta_2 R) = 0 \quad (2.79)$$

Para encontrar la expresión que describe la componente azimutal de campo magnético utilizaremos las ecuaciones de Maxwell (2.66), las cuales para este caso particular se escriben como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \rho} E_z &= j\omega\mu_0\mu_r H_\phi & \frac{\partial}{\partial \rho} H_z &= j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r E_\phi \\ \frac{\partial}{\partial \phi} E_z &= j\omega\mu_0\mu_r \rho H_\rho & \frac{\partial}{\partial \phi} H_z &= j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r \rho H_\rho \\ \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho E_\phi) - \frac{\partial}{\partial \phi} E_\rho &= j\omega\mu_0\mu_r H_z & \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho H_\phi) - \frac{\partial}{\partial \phi} H_\rho &= j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r E_z \end{aligned} \quad (2.80)$$

donde  $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  son la permitividad y la permeabilidad del vacío. Substituyendo  $F_1(\rho)$  y  $F_2(\rho)$  en (2.80) podemos encontrar la siguientes expresiones para las componentes azimutales del campo de los modos HE:

$$H_{\phi1} = -j\sqrt{\varepsilon_1} J_\nu'(\beta_1\rho) \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}, \quad H_{\phi2} = -jC_1 H_\nu^{(2)'}(\beta_2\rho) \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}, \quad (2.81)$$

de los modos EH;

$$E_{\phi1} = j\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} J_\nu'(\beta_1\rho) \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}, \quad E_{\phi2} = jC_1 H_\nu^{(2)'}(\beta_2\rho) \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}. \quad (2.82)$$

Ahora utilizando las Ecs. (2.81) y (2.82) podemos escribir las condiciones de frontera para las componentes tangenciales de los modos HE:

$$\sqrt{\varepsilon_1} J'_\nu(\beta_1 R) - C_1 H'_\nu^{(2)}(\beta_2 R) = 0, \quad (2.83)$$

y de los modos EH:

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} J'_\nu(\beta_1 R) - C_1 H'_\nu^{(2)}(\beta_2 R) = 0. \quad (2.84)$$

Eliminando la constante  $C_1$  podemos reescribir las Ecs. (2.79), (2.83) y (2.84) como:

$$\text{para los modos EH} \quad \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} \frac{J_\nu(\beta_1 R)}{J'_\nu(\beta_1 R)} = \frac{H_\nu^{(2)}(\beta_2 R)}{H'_\nu^{(2)}(\beta_2 R)}; \quad (2.85)$$

$$\text{para los modos HE} \quad \sqrt{\varepsilon_1} \frac{J_\nu(\beta_1 R)}{J'_\nu(\beta_1 R)} = \frac{H_\nu^{(2)}(\beta_2 R)}{H'_\nu^{(2)}(\beta_2 R)}; \quad (2.86)$$

En el caso general para las frecuencias reales las ecuaciones (2.85) y (2.86) tienen solo los ceros complejos  $\nu = \nu' - j\nu''$  y las frecuencias que corresponden a los  $\nu'$  enteros pueden ser consideradas como resonantes.

Considerando que  $H_\nu^{(2)}(\beta_2 R) = J_\nu(\beta_2 R) - jN_\nu(\beta_2 R)$  se puede representar las ecuaciones características del resonador de una forma distinta:

$$1 + j\xi_n(\omega) = 0, \quad (2.87)$$

$$\text{donde} \quad \xi_n(\omega) = -\frac{J_n(\beta_1 R)N'_n(\beta_2 R) - \gamma J'_n(\beta_1 R)N_n(\beta_2 R)}{J_n(\beta_1 R)J'_n(\beta_2 R) - \gamma J'_n(\beta_1 R)J_n(\beta_2 R)} \quad (2.88)$$

En las últimas ecuaciones la frecuencia  $\omega = \omega' - j\omega''$  es todavía un número complejo, para evitar esto representaremos la ecuación (2.87) en la forma de serie de Taylor:

$$1 - \omega'' \frac{d\xi_n(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_{res}} + j\xi_n(\omega'_{res}) = 0, \quad (2.89)$$

En este caso las expresiones para la frecuencia resonante y para el factor de calidad de un modo azimutal son las siguientes:

$$\xi_n(\omega'_{res}) = 0, \quad (2.90)$$

$$Q = \frac{\omega'_{res}}{2\omega''} = \frac{\omega'_{res}}{2} \frac{d\xi_n(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_{res}}. \quad (2.91)$$

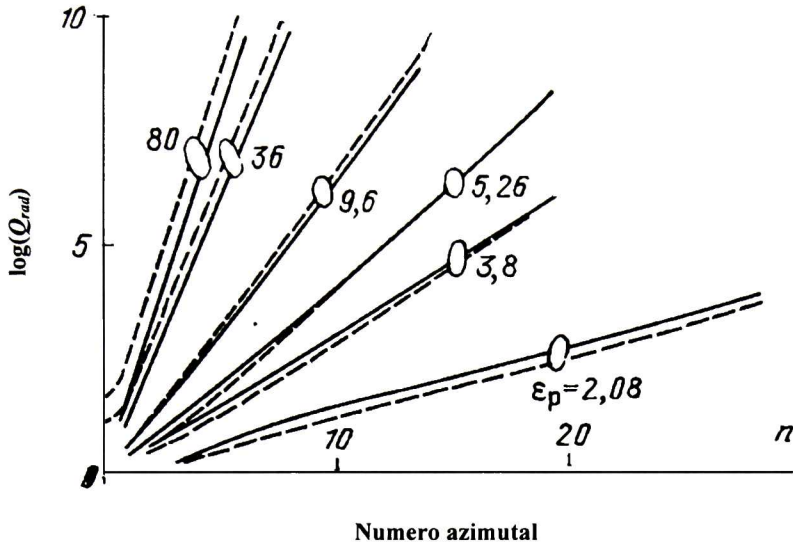
### 2.3.2 Clasificación de modos resonantes

Cuando el eje del cilindro esta alineado con el eje  $z$  las soluciones del sistema de ecuaciones (2.74) corresponden a los dos diferentes tipos de ondas independientes. Anteriormente estas ondas (o modos resonantes) fueron clasificadas por la presencia de componente axial (o componente  $z$ ) en los vectores de su campo eléctrico y magnético. Pero considerando que las ondas azimutales se propagan a lo largo de la coordenada  $\varphi$  es más apropiado clasificarlos tomando en cuenta la presencia de componentes azimutales en sus campos. Es decir que las ondas cuyo campo eléctrico únicamente esta en el plano  $r-\varphi$  se clasifican como las ondas azimutales eléctricas. Mientras las ondas cuyo campo magnético se encuentra en dicho plano se distinguen como ondas azimutales magnéticas. En adelante para las ondas azimutales se van a utilizar las abreviaciones  $WGH_{n,m,l}$  (Whispering Gallery Magnetic mode) y  $WGE_{n,m,l}$  (Whispering Gallery Electric mode) introducidas por J. Dick [43] y donde los índices  $n$ ,  $m$  y  $l$  corresponden al numero de variaciones del campo electromagnético a lo largo de coordenadas  $\varphi$ ,  $\rho$  y  $z$  respectivamente.

### 2.3.3 Factor de calidad de un resonador dieléctrico

Una característica importante de un resonador dieléctrico es el factor de calidad de radiación  $Q_{rad}$ . Así, la Figura 2.11 muestra el factor de calidad de radiación calculado para los modos con diferentes números azimutales y para diferentes constantes dieléctricas del resonador. Según la grafica el  $Q_{rad}$  aumenta su valor casi en un orden con el incremento del numero azimutal y también se puede apreciar que los factores de calidad para los modos con el mismo numero azimutal no muy alto son casi iguales. Para los modos con números azimutales altos ya se aprecia la diferencia en los factores de calidad de tal manera que los modos magnéticos poseen  $Q_{rad}$  más alto que los modos eléctricos.

El  $Q$  total de un resonador dieléctrico abierto está dado por la siguiente relación:



**Figura 2.11.** Factor de calidad de radiación para un resonador con diferentes constantes dieléctricas.

$$Q = \frac{Q_0 Q_{rad}}{Q_0 + Q_{rad}}, \quad (2.92)$$

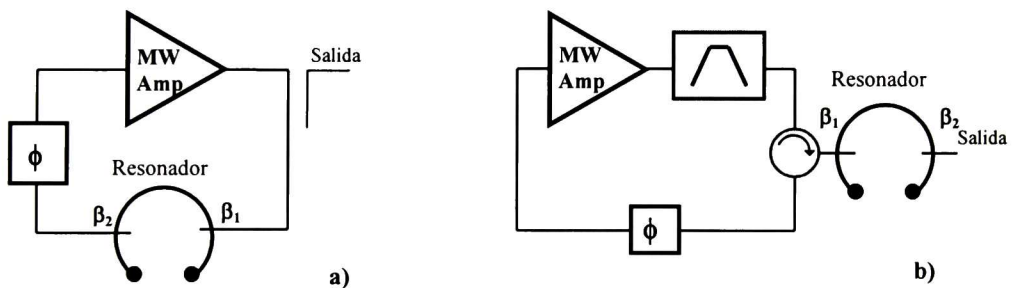
donde  $Q_0 = (\tan \delta)^{-1}$ . Es decir, el  $Q$  total depende tanto de las pérdidas de radiación como de las pérdidas dieléctricas del material de resonador. Así, para poder realizar el  $Q \approx Q_0$ , se requiere encapsular el resonador dieléctrico en una cavidad metálica, la cual previene la radiación del campo electromagnético en el espacio exterior. Es de notar que los modos azimutales con  $n > 10$  poseen  $Q_{rad}$  bastante alto, lo que permite utilizar estos modos incluso en las temperaturas criogénicas, donde, como ya fue mencionado, el factor de calidad propio de zafiro puede alcanzar un valor  $\propto 10^9$ .



## 2.4 Osciladores de microondas de zafiro

### 2.4.1. Fundamentos de osciladores de zafiro de corrimiento libre

Un oscilador básico de microondas contiene un resonador que determina la frecuencia de oscilación y un amplificador, el cual define la amplitud de oscilación estacionaria. El funcionamiento de un oscilador requiere el cumplimiento de dos condiciones de balance de amplitud y de balance de fase. Para cumplir la primera condición de balance de amplitud es necesario escoger un amplificador con una ganancia mayor a la magnitud de las pérdidas de la señal en el resonador. En su caso, la condición de balance de fase se cumplirá si el desplazamiento de fase de la señal en el bucle de oscilador es aproximadamente igual a 180 grados. La configuración más básica de un oscilador de microondas basado en un resonador acoplado en transmisión se muestra en la Figura 2.12 (a).



**Figura 2.12.** Configuraciones básicas de un oscilador basado en resonador de zafiro.

En el régimen estacionario la relación de oscilación de oscilador se describe de la siguiente manera:

$$\alpha K_{res} K_{amp} = 1, \quad (2.93)$$

donde  $\alpha$  es la magnitud de las pérdidas distribuidas en el lazo de oscilador,  $K_{amp}$  es el coeficiente de ganancia complejo de amplificador que se define como  $K_{amp} = G_{amp} e^{j\theta}$  y  $K_{res}$  es el coeficiente de transmisión de resonador, el cual depende de la frecuencia y que se define por la siguiente expresión:

$$K_{res} = \frac{2\sqrt{\beta_1\beta_2}}{i\varepsilon Q_{res} + \beta_1 + \beta_2 + 1}, \quad (2.94)$$

aquí  $Q_{res}$  es factor de calidad de resonador,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son los coeficientes de acoplamiento para las dos puertas de resonador,  $\varepsilon$  es la frecuencia relativa definida como  $\varepsilon = 2(f - f_{res})/f_{res}$ , donde  $f_{res}$  es la frecuencia resonante del resonador.

La frecuencia de oscilación puede ser encontrada utilizando la siguiente ecuación:

$$f_{osc} = f_{res} \left( 1 + \frac{\theta_{amp}}{2Q_{eff}} \right), \quad (2.95)$$

donde:

$$Q_{eff} = \frac{d(\arg(K_{res}))}{d\varepsilon} = \left( \frac{1 + \beta_1 + \beta_2}{Q_{res}} + \varepsilon^2 \frac{Q_{res}}{1 + \beta_1 + \beta_2} \right)^{-1}. \quad (2.96)$$

Las ecuaciones (2.95) y (2.96) demuestran que las fluctuaciones de fase de amplificador se convierten en el desplazamiento de la frecuencia de oscilación. Este efecto es conocido como la conversión de ruido PM - FM (PM – phase modulation, FM – frequency modulation). Respectivamente, la relación entre las magnitudes de fluctuaciones de fase de amplificador y fluctuaciones de frecuencia de oscilador se da como:

$$\Delta f_{osc} = \frac{f_{res}}{2Q_{eff}} \Delta \theta_{amp}. \quad (2.97)$$

Así, un oscilador siempre posee un ruido de frecuencia cuya intensidad depende del ruido de fase de amplificador y de los parámetros de su red resonante.

El ruido de fase total de la señal en la salida de oscilador se representa como la superposición del ruido de fase de amplificador y del ruido de frecuencia de oscilador. El ruido total de un oscilador puede ser calculado utilizando la ecuación que fue derivada en 1960 por Leeson:

$$S_{\phi}^{osc}(f_m) = S_{\phi}^{amp}(f_m) \left( 1 + \left( \frac{f_{res}}{2Q_{eff} f_m} \right)^2 \right). \quad (2.98)$$

En esta ecuación los ruidos se dan en el dominio de frecuencia y se representan con sus densidades espectrales  $S_{\phi}^{amp}(f_m)$  and  $S_{\phi}^{osc}(f_m)$ , donde  $f_m$  es la frecuencia de Fourier, la cual se define como el corrimiento de frecuencia al respecto a la frecuencia fundamental de oscilación. Substituyendo la expresión (2.96) en (2.98) y suponiendo que  $\varepsilon = 0$  ( $f_{res} = f_{osc}$ ), obtenemos:

$$S_{\phi}^{osc}(f_m) = S_{\phi}^{amp}(f_m) \left( 1 + \left( \frac{f_{res}(1 + \beta_1 + \beta_2)}{2Q_{res}f_m} \right)^2 \right). \quad (2.99)$$

Es fácil de notar, si el factor de calidad de resonador  $Q_{res}$  es infinito, en este caso la frecuencia de oscilación es independiente de la fase de amplificador y esto, en su caso, cancela el efecto de conversión de ruido y hace posible construir un oscilador cuyo ruido se limita solamente por el ruido de fase de amplificador. Por supuesto, un resonador de microondas no puede tener el factor de calidad infinito, pero existe una clase de resonadores cuyo factor de calidad alcanza valores muy altos. Así, un resonador dieléctrico basado en un monocristal de zafiro de alta calidad, que trabaja en un modo azimutal alto y con la aplicación de enfriamiento criogénico puede tener un factor de calidad a nivel de  $10^9$  para una frecuencia de operación de 9-11 GHz.

Los primeros osciladores de muy alta estabilidad basados en resonadores de zafiro con enfriamiento criogénico fueron construidos en 1989 - 1992 en UWA (University of Western Australia) [42] y en JPL (Jet Propulsion Laboratory) [43]. El oscilador de UWA utilizaba un resonador de zafiro excitado en el modo resonante  $TE_{6,1,1}$  cuyo factor de calidad alcanzaba el valor de  $2.5 \times 10^8$  en la frecuencia de 9.73 GHz. El amplificador utilizado en aquel oscilador fue basado en los transistores de efecto de campo de GaAs con el ruido de fase de  $-102.5 - 12.5 \log(f)$ . La densidad espectral de ruido del oscilador fue en concordancia con el modelo de Leeson y resultó ser equivalente a  $-140$  dBc/Hz en la frecuencia de Fourier de 1 kHz. En el oscilador de JPL construido por G. J. Dick se implementó una configuración más sofisticada basada en la técnica de cancelación de ruido de fase que permitió disminuir el ruido de fase del oscilador aproximadamente hasta  $-160$  dBc/Hz en la frecuencia de Fourier de 1 kHz. En 1995 Hewlett-Packard implemento la misma tecnología de resonadores de zafiro con

enfriamiento criogénico y logró disminuir el ruido de su oscilador de 13 GHz hasta -140 dBc/Hz en la frecuencia de Fourier de 1 kHz y -162 dBc/Hz en la frecuencia de 10 kHz [17].

El factor de calidad efectivo de un resonador puede incrementarse si el último se utiliza en el régimen de reflexión. La configuración de un oscilador con el resonador de reflexión (Figura 2.12 b) fue propuesta en [44]. Para este tipo de osciladores el ruido de fase se describe con el mismo modelo de Leeson (2.98), donde el factor de calidad efectivo del resonador se da como:

$$Q_{eff}^{refl} = \frac{Q_{res}}{1 + \beta_2} \frac{2\beta}{|1 - \beta^2|}, \quad (2.100)$$

donde  $\beta = \beta_1/(1+\beta_2)$  es el coeficiente de acoplamiento efectivo de resonador. Supongamos que en la ecuación (2.100) el coeficiente de acoplamiento  $\beta$  es igual a uno (el caso de acoplamiento crítico), entonces notamos que el factor de calidad  $Q_{eff}$  sería igual a infinito. Por otro lado, el coeficiente de transmisión para el caso del resonador de reflexión se define como:

$$K_0^{refl} = |1 - \beta|(1 + \beta)^{-1} \quad (2.101)$$

Según las Ecs. (2.100) y (2.101), cuando  $\beta$  tiende a uno, las pérdidas de señal de microondas en el lazo de oscilador y al mismo tiempo el factor de calidad efectivo del resonador, tienden al infinito. Aun que existe esta contradicción en la práctica se logra realizar  $Q_{eff} = (2... 3) Q_{res}$  y eso permite disminuir el ruido de fase aproximadamente en 10 dB. Así, en [44] se reporta la posibilidad de obtener el ruido de fase de un oscilador de zafiro basado en transistores bipolares de Silicio alrededor de -130 dBc/Hz en la frecuencia de Fourier de 1 kHz sin aplicación de enfriamiento criogénico.

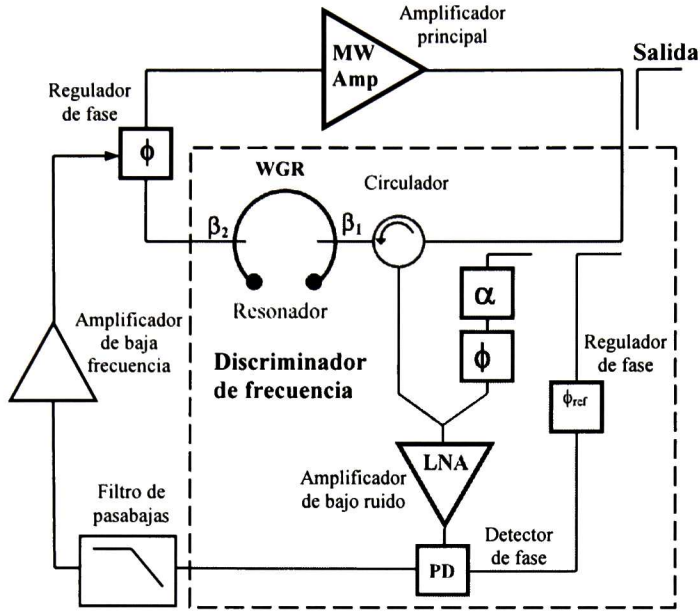
Para obtener un nivel de ruido de un oscilador de zafiro de corrimiento libre todavía más bajo, en el lazo de oscilación se puede utilizar transistores de hetera-uni3n (HBT) de Silicio-Germanio. Los transistores de este tipo poseen muy alta ganancia en las frecuencias de microondas y al mismo tiempo ofrecen un nivel de ruido de fase muy bajo. Así, en unos trabajos relativamente recientes [45, 46] fue reportado el desarrollo de osciladores basados en la combinaci3n de un resonador de zafiro operado a temperatura ambiental y un HBT de SiGe. Seg3n los datos presentados el ruido de los osciladores construidos fue caracterizado ser alrededor de -135 dBc/Hz en la frecuencia de Fourier de 1 kHz

## 2.4.2 Osciladores de zafiro con estabilización de frecuencia combinada

En los osciladores con estabilización de frecuencia combinada aparte de estabilizar la frecuencia de oscilación por medio de un resonador con factor de calidad alto se utiliza una técnica que se basa en un sistema adicional de control de frecuencia la cual permite disminuir el ruido de oscilador hasta niveles considerablemente bajos. La idea de esta técnica consiste en realización de un eficiente discriminador de frecuencia basado en el mismo resonador que se maneja en el bucle de oscilador y el cual permite detectar las fluctuaciones de frecuencia y hacer un lazo de retro alimentación negativa para suprimirlas. Los osciladores de microondas que utilizan este tipo de estabilización de frecuencia se conocen como osciladores con estabilización de frecuencia combinada u osciladores con sistema automático de control de frecuencia.

El primer trabajo dedicado a la evaluación analítica de un oscilador de zafiro con estabilización de frecuencia combinada fue publicado en 1994 [47]. Un año después se reportó sobre la creación de un oscilador de 9 GHz en el cual se implementaron el sistema automático de control de frecuencia (AFC) y que tenía el ruido de fase alrededor de  $-124$  dBc/Hz para la frecuencia de Fourier de 1 kHz operando en temperatura ambiental [48]. Un poco después en este mismo año se logró construir un oscilador con AFC avanzado ya que mostraba el ruido de fase a nivel de  $-150$  dBc/Hz en 1 kHz [49]. En la Fig. 28 se representa la configuración típica de un oscilador de ultra bajo ruido de fase que fue desarrollada en UWA y la cual se utiliza para construcción de osciladores de muy bajo ruido incluso hoy en día [50]. Lo principal de este sistema es el discriminador de frecuencia (FD) el cual se implementa en base al mismo resonador de zafiro utilizado en el lazo principal del oscilador y tiene la función de conversión de fluctuaciones de frecuencia a fluctuaciones de fase ya que éstas pueden ser detectadas con un detector de fase (PD). La señal de la salida de PD se amplifica y pasa a través un filtro de bajas frecuencias. Un regulador de fase electrónico el cual se controla con la señal de PD se usa para cerrar el lazo del sistema y tiene la función de recompensar las fluctuaciones de fase que se presentan en el bucle de oscilador.

El ruido de fase de un oscilador con el control de frecuencia combinado se describe por la siguiente ecuación:



**Figura 2.13.** Configuración de un oscilador con estabilización de frecuencia combinada.

$$S_{osc}^{AFC}(f_m) = S_{AFC}(f_m) + \frac{S_{\phi}^{osc}(f_m)}{K_{AFC}^2(f_m)}, \quad (2.102)$$

donde  $S_{\phi}^{osc}(f_m)$  es la densidad espectral de ruido de fase de oscilador libre,  $S_{AFC}(f_m)$  es la densidad espectral de ruido de fase determinada por el ruido de sistema automático de control de frecuencia y  $K_{AFC}(f_m)$  es el coeficiente de ganancia del sistema. Normalmente el lazo de un sistema de control tiene la ganancia muy alta y esta puede ser alrededor de 1,000... 10,000. En el caso de un lazo de alta ganancia el segundo término en la ecuación (2.102) puede ser descartado y el ruido de oscilador se definirá solamente por el ruido de sistema de estabilización de frecuencia, el cual se define como:

$$S_{AFC}(f_m) = S_{\phi}^{FD}(f_m) T_0^{-2} \left( \frac{f_{res}}{2Q_{res} f_m} \right)^2, \quad (2.103)$$

donde  $T_0 = 2\beta(1 + \beta)^{-2}(1 + \beta)^{-1}$  (para esta configuración  $T_0 \approx 0.5$ ) es el parámetro que caracteriza la eficiencia del discriminador de frecuencia y  $S_{AFC}(f_m)$  es la densidad espectral del ruido de fase de este mismo.

Según las estimaciones presentadas en [51] el ruido de fase de un oscilador de zafiro de banda X con el sistema de control automático de frecuencia puede ser disminuido aproximadamente hasta -165 dBc/Hz en la frecuencia de Fourier de 1 kHz. Para alcanzar dicho nivel de ruido es necesario disminuir el ruido de todos los componentes que constituyen el discriminador de frecuencia en especial del circulador de microondas y del amplificador de bajo ruido. Con este propósito en [51] se propuso utilizar para discriminador de frecuencia en lugar de un resonador convencional de onda estacionaria una estructura resonante de onda viajera también conocida como un filtro direccional. Un filtro direccional de onda viajera es básicamente un resonador de zafiro acoplado con dos guías de onda de tal manera que uno de sus coeficientes de transmisión tiene la respuesta igual a la del coeficiente de reflexión de un resonador convencional. Por eso un filtro direccional no requiere la presencia de un circulador de microondas el cual en el caso de un resonador convencional hace la función de un extractor de onda reflejada. Así, aplicación de los filtros direccionales permite excluir el circulador y de esta eliminar una fuente de ruido. Sin embargo, los intentos de realizar un filtro direccional en base de resonador de zafiro no fueron muy exitosos. En particular, se descubrió que el funcionamiento adecuado de este dispositivo se requiere un ajuste muy fino de los parámetros de guías de onda y de sus acoplamientos con el resonador [52]. Aun que en [53] se reportó una confirmación experimental de la excitación de onda viajera en un resonador de zafiro sin embargo, estos resultados se obtuvieron solamente para un sólo modo azimutal y los autores de este trabajo han confirmado las dificultades relacionadas con el ajuste de este dispositivo.

### **2.4.3 Posibilidades para el mejoramiento del desempeño de osciladores de zafiro**

En base del análisis del estado de arte presentado en la sección anterior podemos proponer algunas soluciones que podrían mejorar tanto el ruido de fase como la estabilidad de frecuencia de los osciladores de zafiro que operan sin aplicación de un enfriamiento criogénico. De esta manera para mejorar el desempeño de los osciladores con estabilización de frecuencia combinada se puede considerar las siguientes soluciones:

- Aplicación de elementos activos en base de transistores bipolares de SiGe tanto en el lazo principal de oscilador como en el sistema de estabilización de frecuencia.
- Incrementar la potencia del lazo principal para tener una mayor relación señal/ruido en la entrada del discriminador de frecuencia del sistema de estabilización.
- Implementación de un discriminador de frecuencia de alto rendimiento en base de resonadores de onda viajera para excluir el circulador de microondas, el cual puede generar el propio ruido  $1/f$ .
- Utilizar un ligero enfriamiento y un control de la temperatura del resonador de zafiro mediante un elemento termoeléctrico.

Aparte de las soluciones presentadas hay que mencionar que el discriminador de frecuencia puede ser realizado en un modo resonante distinto de aquel que se utiliza para el lazo principal. Es decir, el oscilador puede operar por ejemplo en un modo azimutal magnético mientras el discriminador de frecuencia utiliza un modo eléctrico. De esta manera se propone la realización de un sistema de control de frecuencia utilizando propiedades de anisotropía de los modos con diferentes polarizaciones. En particular, los dos modos con polarizaciones ortogonales tienen diferentes sensibilidades de sus frecuencias resonantes al cambio de la temperatura, por lo tanto en un oscilador con un sistema de estabilización de frecuencia de modos duales se puede realizar un control de temperatura del resonador de zafiro de muy alta precisión y de esta manera mejorar considerablemente la estabilidad de frecuencia en la temperatura [54, 55].



# Capítulo 3

## Objetivos

El trabajo de investigación que se presenta en esta tesis esta orientada a cubrir los objetivos especificados en este capitulo.

### 3.1 Objetivo general

- Desarrollo y caracterización experimental de resonadores y osciladores de microondas en base de cristales y cerámicos de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .

### 3.2 Objetivos específicos

- Desarrollo de un modelo teórico para las pérdidas dieléctricas en  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .
- Implementación de cálculo numérico de los parámetros de resonadores dieléctricos de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  de ondas azimutales.
- Desarrollo de la tecnología para la fabricación de cerámicos de Alumina.
- Estudio experimental de propiedades de los cristales y cerámicos de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .

- Implementación y caracterización de resonadores dieléctricos de zafiro y cerámicos de alumina.
- Construcción de osciladores de microondas en base de resonadores de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .
- Desarrollo en las instalaciones del CENAM de las técnicas experimentales para la caracterización del ruido de fase en amplificadores y osciladores de microondas.
- Caracterización del ruido de fase y de la estabilidad de frecuencia de osciladores de zafiro.

# Capítulo 4

## Métodos y materiales

En este capítulo se describe el procedimiento experimental para la fabricación de cerámicos de alumina y algunos detalles de la preparación de muestras de monocristales de zafiro, así también se especifican las técnicas de caracterización experimental empleadas para el estudio de propiedades ópticas, estructurales y eléctricas de las muestras.

### 4.1 Instrumentación experimental

Para la inspección y control de superficies de muestras se utilizó un microscopio electrónico de barrido (SEM - Scanning Electronic Microscope) marca Philips modelo XL30ESEM.

El análisis de estructura, la detección y determinación de impurezas en las muestras de cerámicos se realizó por medio del análisis de patrones de difracción de rayos X (DRX) obtenidos con un Difractómetro de geometría de Bragg de marca Siemens, modelo D5000 el cual opera con una fuente de radiación de cobre con  $\lambda_{\text{CuK}\alpha} = 1.5406 \text{ \AA}$  y posee la resolución máxima en el ángulo de  $0.01^\circ$ .

Para la caracterización de muestras en las frecuencias ópticas se emplearon tanto la espectroscopia de reflectancia en infrarrojo (IR) como espectroscopia Raman. Para las

mediciones de reflectancia en IR se utilizó un espectrómetro Perkin Elmer FT-IR system Spectrum GX. Las mediciones de los espectros de dispersión de Raman se realizaron con un espectrómetro Raman marca Dilor, modelo Labram que opera con un láser de helio-neón en la longitud de onda de 632.8 nm (línea roja) y con un láser de argón con una longitud de onda de 532 nm (línea verde).

Para la caracterización de muestras en frecuencias de microondas se desarrolló un sistema de medición que permite medir las respuestas de transmisión y reflexión de resonadores dieléctricos en un rango de frecuencias de 4 a 12 GHz. Para implementación de este sistema se utilizaron los siguientes equipos:

1. Analizador de espectros de marca Agilent, modelo HP8566B
2. Sintetizador de señal de microondas de marca Agilent, modelo HP8665B
3. Generador de señales de marca Tektronix, modelo AWG2021
4. Puente para la medición de SWR de marca Wiltron, modelo 87A50

Para la caracterización de ruido de fase de osciladores de zafiro y de amplificadores de microondas fueron desarrollados dos sistemas de medición que se presentan en el Capítulo 7.

## **4.2 Materiales utilizados**

Para la parte experimental de este trabajo se utilizaron tanto las muestras de monocristales de zafiro como muestras de cerámicos de alumina de diferente calidad.

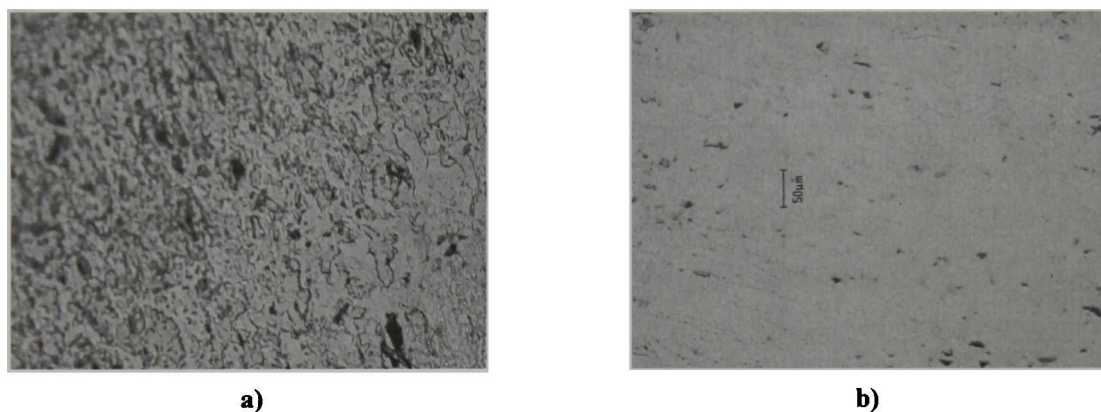
Las muestras de monocristales de zafiro fueron proporcionadas por el fabricante Monocrystal PLC (Rusia) de acuerdo a las siguientes especificaciones: diámetro:  $69.63 \pm 0.05$  mm, espesor:  $21.60 \pm 0.05$  mm, orientación: el eje del cilindro alineado con el eje óptico con una exactitud  $\pm 0.1^\circ$ , calidad de la superficie: “Fine ground” con una rugosidad de 50  $\mu\text{m}$ .

Las muestras de cerámico de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  de alta calidad fueron conseguidas en forma de substratos de alumina semitransparente de marca “Polikor” con una constante dieléctrica de 9.6 fabricados en Rusia.

Otras muestras de los cerámicos de alumina fueron fabricados en instalaciones de la Unidad utilizando la técnica de slip-casting.

### 4.2.1 Preparación de muestras de cristales de zafiro

Para una de las muestras obtenidas se realizó el pulido fino de la superficie utilizando pastas de diamante primero con el grano de 10 micras y para el acabado final de 2 micras. La calidad de la superficie de la muestra fue inspeccionada y controlada utilizando un microscopio óptico. Así, en la Figura 4.1 se muestra la superficie de la muestra de cristal antes y después de pulido. La muestra de cristal pulido se usó posteriormente para las pruebas ópticas y para la caracterización en microondas a temperatura de Nitrógeno líquido.

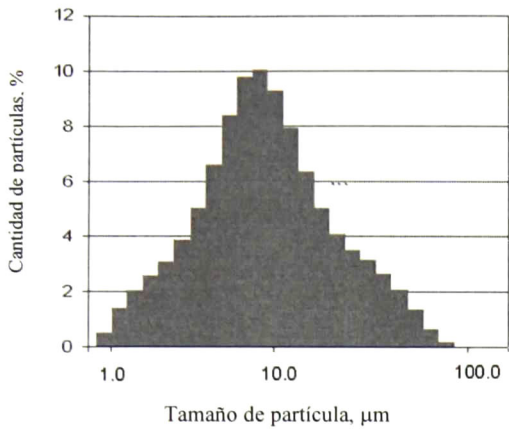


**Figura 4.1.** Superficie de la muestra de zafiro a – acabado del fabricante: b – después del pulido

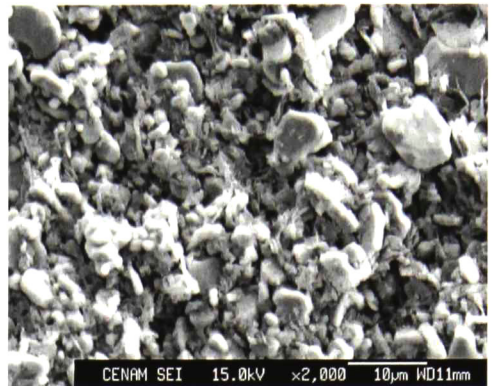
Las dos muestras restantes fueron preparadas para la aplicación en osciladores considerando que para la caracterización de ruido de fase se requieren dos osciladores idénticos pero cuyas frecuencias de oscilación tengan una diferencia alrededor de 1 MHz. Para eso fue necesario realizar una caracterización preliminar de las frecuencias resonantes de cada muestra y hacer un ajuste del espesor de una de ellas utilizando una pasta de diamante de 100 micrómetros.

### 4.2.2 Fabricación de cerámicos de alumina

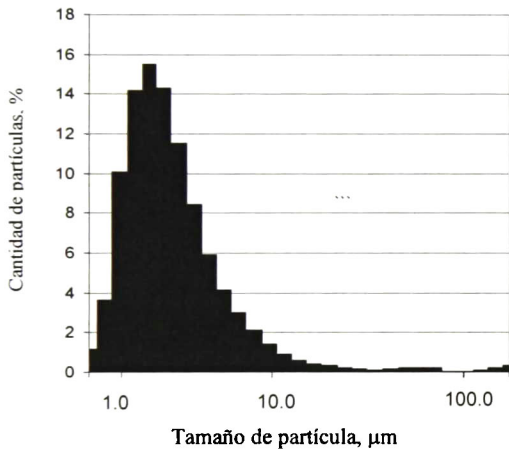
Las muestras de cerámicos de alumina fueron preparados utilizando la técnica de vaciado de suspensiones también conocida como slip-casting. Esta técnica de compactación fue elegida ya que permite fabricar muestras cilíndricas de gran diámetro de una manera sencilla y muy económica.



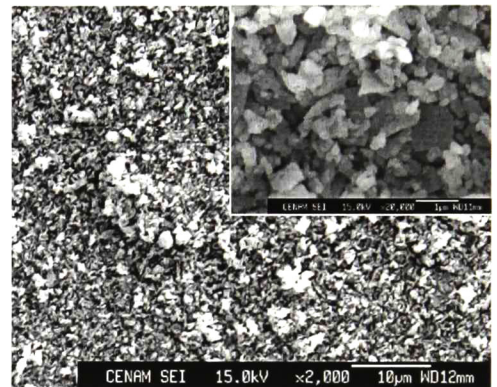
**Figura 4.2.** Distribución del tamaño de partículas para el polvo de alumina calcinada



**Figura 4.3.** Imagen de SEM para el polvo de alumina calcinada.

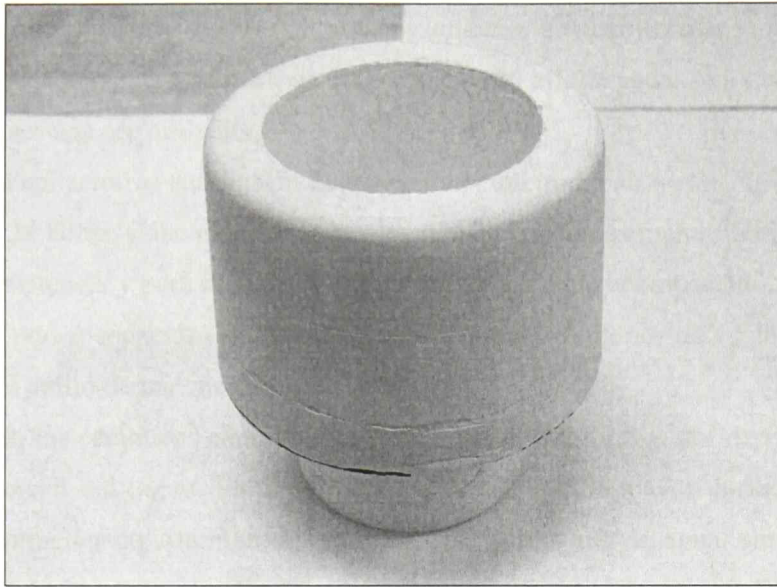


**Figura 4.4.** Distribución del tamaño de partículas para el polvo de alumina reactiva



**Figura 4.4.** Imágenes de SEM para el polvo de alumina reactiva.

Para la preparación de suspensiones se utilizaron dos diferentes tipos de polvo de Alumina de la marca ALCOA. Antes de la preparación de suspensiones se realizó un estudio de tamaño del grano de los polvos utilizados. Así, en las Figuras 4.2 - 4.4 se muestran los resultados de este análisis para cada uno de los polvos que se obtuvieron empleando tanto como un microscopio de barrido (SEM – Scanning Electron Microscope) como un analizador del tamaño de partículas. Según los resultados el tamaño de la mayoría de partículas del polvo de la alumina calcinada esta distribuido entre unos 7 y 20 micrómetros con un máximo a 10



**Figura 4.5.** Molde de yeso para la compactación de alumina con la técnica de slip-casting

micrómetros, mientras para la alumina reactiva la mayor parte de las partículas tiene el tamaño entre 1 y 3 micrómetros.

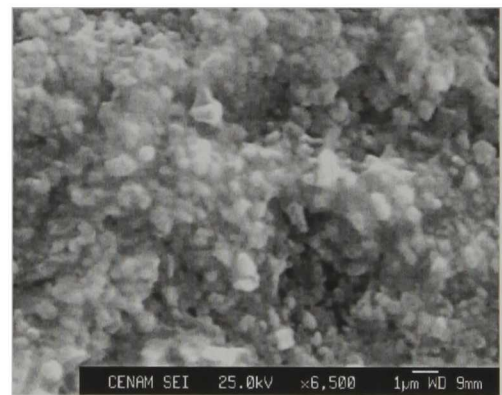
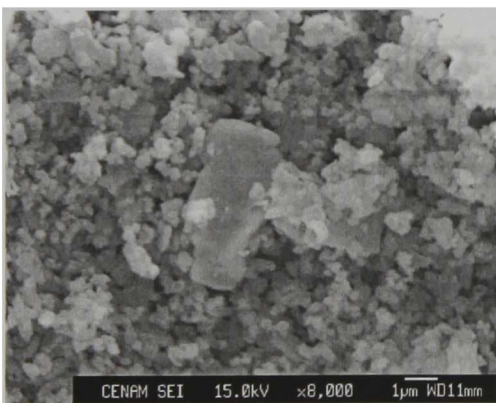
Para la fabricación de los cerámicos se utilizó el polvo con un menor tamaño de grano es decir de la alumina reactiva. Esta elección se basa en los resultados de mediciones del factor de calidad de resonadores de Alumina reportados en [57] y de acuerdo con los cuales el factor de calidad mayor corresponde a los cerámicos de Alumina con un tamaño de grano menor a 1 micrómetro.

Las suspensiones de polvo de alumina fueron preparadas agregando la alumina en el agua de-ionizada (en proporción de 200-280 g /100 mL de agua) y agitando la mezcla durante 24 horas en un agitador magnético y aparte también se usó un procesador ultrasónico para romper las aglomeraciones del polvo. Anteriormente, al recipiente con el agua destilada se agregó el Citrato de Amonio dibásico ( $(\text{NH}_4)_2\text{HC}_6\text{H}_5\text{O}_7$ ), el cual se utilizó como un dispersante y la mezcla se agitó durante 1 hora. La cantidad de dispersante que fue agregada era de 0.25 g /100 g de alumina. Según [58, 59] esta concentración de Citrato de Amonio corresponde a las mejores condiciones de dispersión de las partículas de alumina. Las suspensiones obtenidas ciertamente fueron muy estables que confirma una eficiente dispersión. Aparte del Citrato de Amonio se hizo un intento a usar el Darvan C como dispersante. Aunque en este caso también

se logró preparar unas suspensiones estables, las cantidades de alumina que se pudo agregar a la suspensión eran solamente alrededor de 100 -150 g / 100 mL de agua. Así, que el Citrato de Amonio resultó ser una mejor opción.

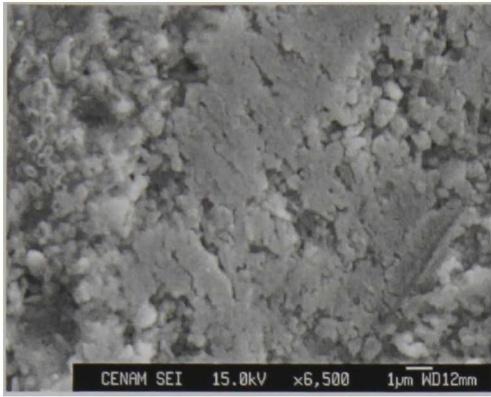
Al terminar la agitación la suspensión fue vaciada en un molde de yeso (Figura 4.5) donde permaneció por 24 horas. Cabe mencionar que los moldes utilizados fueron fabricados de yeso dental de alta resistencia y para facilitar la extracción del cerámico compactado, los moldes se hicieron de dos partes separadas de un anillo con el diámetro interior de 65 mm y una base que se une con el anillo de una manera precisa.

La densidad de los cerámicos compactados resulto ser de 2.2 - 2.8 g/cm<sup>3</sup> dependiendo de la concentración inicial del polvo. Es importante mencionar que la mayor densidad se obtuvo para una concentración de Alumina de unos 220-230 g/100 mL de agua, sin embargo, las muestras preparadas a esta concentración presentaban fracturas al momento de someterlas al tratamiento térmico. Para solucionar este problema se usó una mayor concentración de alumina de 270 g /100 mL de agua lo que permitió reducir el numero de fracturas considerablemente y solo en ocasiones se presentaban pequeñas fracturas superficiales en la parte superior de las muestras. Cabe mencionar que un comportamiento similar de los cerámicos preparados por la técnica de slip-casting fue reportado en [60] y [61]. La estructura de los cerámicos compactados fue analizada constantemente y en la Figura 4.7 se muestra la imagen de SEM para una muestra de 2.6 g/cm<sup>3</sup> donde se puede apreciar una superficie de granos de alumina muy uniforme donde se observan solamente partículas de un tamaño muy pequeño que es menor a un micrómetro.

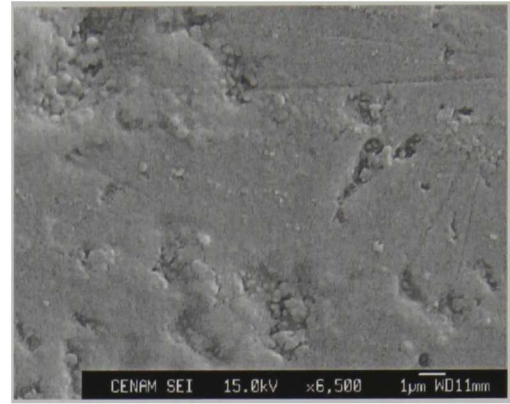


**Figura 4.6.** Imagen de SEM de polvo de alumina. **Figura 4.7.** Imagen de SEM de alumina compactada.





**Figura 4.8.** Imagen de SEM de la alumina sinterizada a 1450° C.

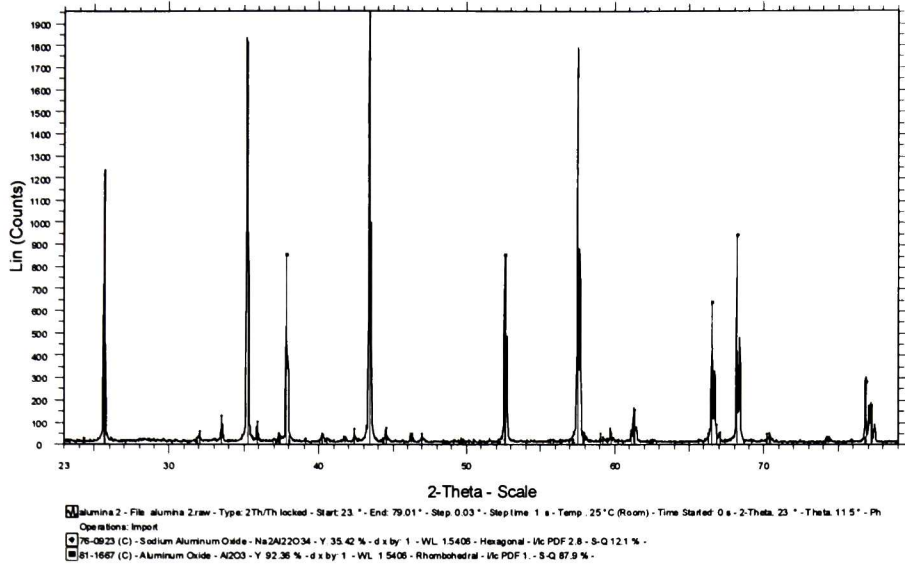


**Figura 4.9.** Imagen de SEM de la alumina sinterizada a 1600° C.

Después de la compactación, las muestras preparadas fueron secadas a una temperatura de 100° C durante 24 horas. El sinterizado de las muestras se realizó a una temperatura de 1600 a 1650° C lo que permitió obtener una densidad de los cerámicos muy cercana a la teórica del óxido de aluminio. Aquí cabe mencionar que en algunos trabajos [62, 63] se reportan unas temperaturas de sinterizado de la alumina compactada por slip-casting menores a la utilizada en este desarrollo. Para averiguar el grado del sinterizado a las temperaturas menores se hicieron algunas pruebas a 1400° C. Así, en la Figura 4.8 se muestra la estructura de la alumina sinterizada a dicha temperatura, donde se puede apreciar un grado de sinterización muy bajo ya que todavía se observan las partículas separadas. Al contrario según la Figura 4.9 la estructura de la alumina sinterizada a una temperatura de 1600° C es completamente uniforme. Según las pruebas realizadas en el laboratorio de masas en el Centro Nacional de Metrología, la densidad final de las muestras sinterizadas a esta temperatura resulto ser de 3.86 a 3.88 g/cm<sup>3</sup>.

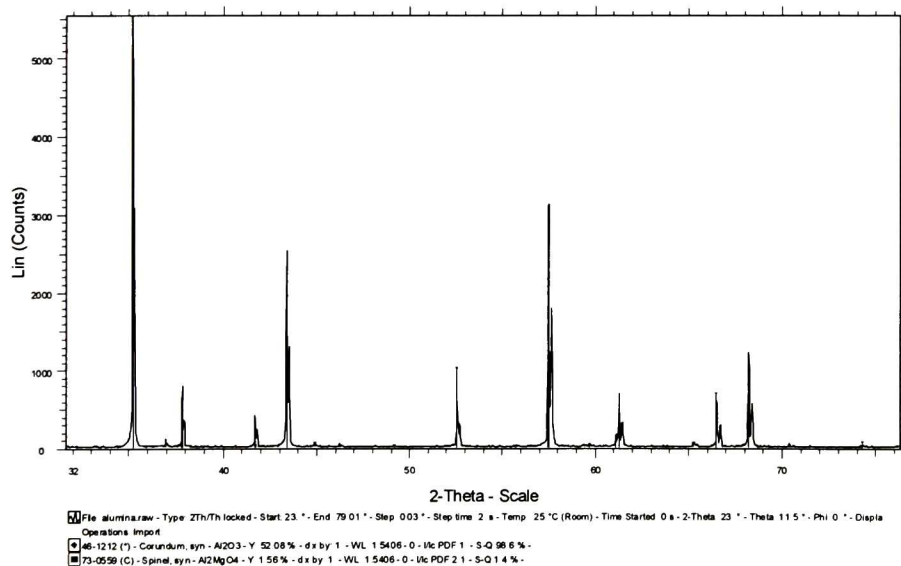
### 4.2.3 Estudio de pureza de las muestras de alumina

Estudio de la pureza de los cerámicos de alumina fue realizado por medio de análisis de los espectros obtenidos con difracción de rayos X. En las figuras 4.10 y 4.11 se muestran los diagramas de DRX para el substrato de alumina semitransparente y para una muestra de alumina fabricada. Así, para la alumina fabricada se pudo detectar unos pequeños picos espectrales (líneas azules en la Figura 4.10) que fueron identificados como un patrón de difracción del Na<sub>2</sub>Al<sub>22</sub>O<sub>34</sub>, lo que indica la presencia de las impurezas de sodio de una



**Figura 4.10.** Patrón de difracción de rayos X para una muestra de la alumina fabricada.

concentración aproximada entre de 1 a 2 %. En el patrón de difracción obtenido para la muestra de alumina semitransparente también se encontraron unos picos (líneas rojas en la Figura 4.11) que corresponden al patrón de difracción de espinel  $MgAl_2O_4$  con una concentración estimada de 1 a 1.5 %.



**Figura 4.11.** Patrón de difracción de rayos X para el sustrato de alumina semitransparente.

# Capítulo 5

## Desarrollo del modelo de pérdidas dieléctricas en $\text{Al}_2\text{O}_3$

En este capítulo se presenta la teoría de pérdidas dieléctricas desarrollada para los cristales de zafiro. Este desarrollo teórico fue realizado con el propósito de obtener una descripción precisa de los mecanismos de pérdidas dieléctricas en el óxido de aluminio que permitiera predecir la magnitud y comportamiento de los componentes de la  $\tan\delta$  tanto en frecuencia como en temperatura.

### 5.1 Resultados del cálculo de pérdidas dieléctricas

#### 5.1.1 Desarrollo teórico

Como ya fue mencionado en los capítulos anteriores las pérdidas dieléctricas de un material se describen mediante el ángulo de tangente de pérdidas definido por la Eq. (2.40). Combinando la Eq. (2.40) con la expresión para la función dieléctrica de zafiro (2.37) se puede deducir una expresión para los componentes de  $\tan\delta$ . Así, asumiendo que la frecuencia

de campo eléctrico es mucho menor que las frecuencias de modos fonónicos fundamentales, obtendremos:

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i \frac{\Delta \varepsilon_i \Gamma_{TO_i}}{\omega_{TO_i}} \quad (5.1)$$

En esta ecuación podemos tomar en cuenta solamente los modos de mayor intensidad que nos lleva a las siguientes expresiones para los componentes de la  $\tan \delta$  de zafiro:

$$\tan \delta_{\perp} = \frac{\varepsilon''_{\perp}}{\varepsilon'_{\perp}} \cong \frac{1}{\varepsilon_{0\perp}} \left( \frac{\Delta \varepsilon_2 \Gamma_{TO_2}}{\omega_{TO_2}} + \frac{\Delta \varepsilon_3 \Gamma_{TO_3}}{\omega_{TO_3}} \right) \quad (5.2)$$

$$\tan \delta_{\parallel} = \frac{\varepsilon''_{\parallel}}{\varepsilon'_{\parallel}} \cong \frac{1}{\varepsilon_{0\parallel}} \frac{\Delta \varepsilon_1 \Gamma_{TO_1}}{\omega_{TO_1}} \quad (5.3)$$

Es importante mencionar que en estas expresiones las frecuencias de relajación de modos fonónicos son parámetros que dependen de la frecuencia y tienen que ser evaluadas en la frecuencia del campo eléctrico excitado en el cristal. Se puede apreciar que las expresiones para diferentes componentes de la tangente del ángulo de pérdidas contienen parámetros de distintos modos fonónicos que da la base para una explicación cualitativa de la anisotropía de pérdidas dieléctricas en zafiro. Sin embargo, para una estimación cuantitativa de  $\tan \delta_{\perp}$  y  $\tan \delta_{\parallel}$  es necesario calcular las frecuencias de relajación de los modos fonónicos que contribuyen a cada una de estas componentes. Con este propósito podemos utilizar una expresión general para la frecuencia de relajación para los procesos bifonónicos dada en [30, 36] como:

$$\Gamma_{0,TO}(\omega) = \frac{72\pi}{\hbar} \sum_{j_1, j_2, q} |V_3(0, TO; q, j_1; -q, j_2)|^2 \tilde{n} L(\mathcal{E}) \quad (5.4)$$

donde todos los términos ya fueron definidos en el Capítulo 2 (ver pp. 34, 35). Un término importante que contiene la Ec. (5.4) es el coeficiente anarmónico del tercer orden denominado como  $V_3(0, TO; q, j_1; -q, j_2)$ , el cual en el caso de haluros alcalinos se define por la Ec. (2.60). Sin embargo, para nuestro caso de cristal de zafiro esta expresión no se puede aplicar y es

necesario utilizar una definición del coeficiente anarmónico general también dada por Sparks et al. [30, 36] y en algunos otros trabajos [27, 28]:

$$V_3(0, TO; q, j_1; -q, j_2) = \frac{N}{12} \left[ \frac{\hbar}{2NM_k} \right]^{3/2} (\omega_{0,TO} \omega_{q,j_1} \omega_{-q,j_2})^{-1/2} \phi''(r_0) a_3(0, TO; q, j_1; -q, j_2), \quad (5.5)$$

donde

$$a_3(0, TO; q, j_1; -q, j_2) = \frac{1}{\phi''''(r_0)} \sum_{\alpha\beta\gamma} \sum_{l'kk'} \phi_{\alpha\beta\gamma}(0, k|l', k') \left( \frac{e_\alpha(k|0, TO)}{(M_k / M_k)^{1/2}} - e_\alpha(k'|0, TO) \right) \\ \times \left( \frac{e_\beta(k|-q, j_1)}{(M_k / M_k)^{1/2}} - e_\beta(k'|-q, j_1) e^{i[q \cdot R(l')]} \right) \left( \frac{e_\gamma(k|-q, j_2)}{(M_{k'} / M_k)^{1/2}} - e_\gamma(k'|-q, j_2) e^{i[-q \cdot R(l')]} \right). \quad (5.6)$$

en la última expresión N es el numero de celdas unitarias;  $R(l')$  es un vector que apunta desde un punto arbitrario de la red a la celda  $l'$ ; en la sumatoria  $\sum_{l'kk'}$  el índice  $l'$  corresponde a todas las celdas unitarias que contienen los átomos  $\kappa'$  - vecinos cercanos del átomo ( $\kappa, l$ ); el índice  $\kappa$  cambia entre todos los átomos del mismo tipo que pertenecen a la celda  $l$ ;  $M_\kappa$  es la masa del átomo  $\kappa$ ;  $\omega_{q,j}$  es la frecuencia de un modo fonónico descrito por un vector de onda  $q$ , un índice de rama fonónica  $j$  y un vector de polarización  $e_\alpha(k|q, j)$ ;  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$  se extienden entre tres coordenadas cartesianas  $x, y$  y  $z$ ;  $\phi_{\alpha\beta\gamma}(0, k|l, k')$  es la constante de fuerza del tercer orden entre los dos iones ( $\kappa, l$ ) y ( $\kappa', l'$ ) cuyas posiciones de determinan respectivamente por los vectores:  $R(l, k) = R(l) + R(k)$  y  $R(l', k') = R(l') + R(k')$ ,  $\phi_{\alpha\beta\gamma}(0, k|l, k')$  es definido como:

$$\phi_{\alpha\beta\gamma}(l, k|l', k') = \left\{ \frac{r_\alpha r_\beta r_\gamma}{r^3} \right\} \left[ \phi_{kk'}''(r) - \frac{3}{r} \phi_{kk'}''(r) + \frac{3}{r^2} \phi_{kk'}'(r) \right] + \frac{(r_\alpha \delta_{\beta\gamma} + r_\beta \delta_{\alpha\gamma} + r_\gamma \delta_{\alpha\beta})}{r^2} \left[ \phi_{kk'}''(r) - \frac{1}{r} \phi_{kk'}'(r) \right], \quad (5.7)$$

donde  $r = R(l, k) - R(l', k')$ ;  $\phi_{kk'}'(r)$ ,  $\phi_{kk}''(r)$  y  $\phi_{kk}'''(r)$  son la primera, la segunda y la tercera derivada del potencial de acoplamiento entre dos iones que vienen dadas por:

$$\phi_{kk'}'(r) = \frac{d\phi_{kk'}(r)}{dr}, \quad \phi_{kk'}''(r) = \frac{d^2\phi_{kk'}(r)}{dr^2}, \quad \phi_{kk'}'''(r) = \frac{d^3\phi_{kk'}(r)}{dr^3}. \quad (5.8)$$

Analizando la ecuación para la frecuencia de relajación, uno puede notar que su evaluación requiere realizar una sumatoria sobre un conjunto completo de las ramas fonónicas y aparte sobre todos los vectores de onda que se encuentran en la zona de Brillouin (BZ). Para

simplificar la evaluación de  $\Gamma_{TO}$  en [36] se propuso calcular la sumatoria solamente a lo largo de una de las direcciones de alta simetría de BZ, la cual da la mayor contribución a los procesos de relajación fonónica. Así, para los haluros alcalinos Sparks et al. utilizaron la dirección [111] tomando en cuenta las posibles transiciones entre dos ramas fonónicas transversales, una del tipo TA y la otra TO, que pertenecen a la misma representación de simetría. En esta aproximación, la expresión para  $\Gamma_{TO}$  se da en la forma siguiente:

$$\Gamma_{0,TO}(\omega) = \frac{4\pi V_S}{8\pi^3} \frac{72\pi}{\hbar} \int_0^{q_{BZ}} \sum_{j_1, j_2} |V_3(0, TO; q, j_1; -q, j_2)|^2 \tilde{n}L(\omega) q^2 dq, \quad (5.9)$$

donde  $V_S$  es el volumen de la muestra de cristal. En la última ecuación la sumatoria sobre las ramas fonónicas es necesaria cuando el cristal estudiado posee más de dos ramas que pueden interactuar entre sí. En el caso particular de zafiro se tienen 30 ramas fonónicas y para una evaluación correcta de  $\Gamma_{TO}$  hay que tomar en cuenta las posibles transiciones entre todas 30 ramas o por lo menos entre aquellas que tienen un fuerte acoplamiento. Para la caracterización de la intensidad de acoplamiento entre los modos es conveniente usar el parámetro  $a_3(0, TO; q, j_1; -q, j_2)$  dado por la Ec. (5.6), el cual adquiere valores en el intervalo de cero a uno. Este parámetro puede ser considerado como un coeficiente de acoplamiento entre los modos fonónicos fundamentales y los pares de fonones térmicos. Ahora para obtener la ecuación final de  $\Gamma_{TO}$  sustituimos la Ec (5.5) en (5.9), obteniendo la siguiente expresión:

$$\Gamma_{0,TO}(\omega) = \frac{\hbar M_C (\phi'''(r_0))^2}{8\pi^2 \rho M_O^3} \frac{\hbar \omega}{k_B T (\omega_{0,TO} \omega_{q,j_1} \omega_{-q,j_2})} \times \int_0^{q_{BZ}} \sum_{j_1, j_2} |a_3(0, TO; q, j_1; -q, j_2)|^2 n(\omega_{j_1}) (n(\omega_{j_1}) + 1) \frac{\gamma}{(\omega_{j_2} - \omega_{j_1} - \omega)^2 + \gamma^2} q^2 dq, \quad (5.10)$$

donde  $\rho$  es la densidad de cristal,  $M_O$  es la masa del átomo de oxígeno y  $M_C$  es la masa de la celda unitaria.

Es importante mencionar, que a diferencia de haluros alcalinos, la dirección de BZ de la mayor contribución en  $\Gamma_{TO}$  es desconocida, así que, sería razonable realizar evaluación de  $\Gamma_{TO}$  para varias direcciones de BZ de la mayor simetría. Considerando que los campos eléctricos que excitan los modos fundamentales que contribuyen a diferentes componentes de  $\tan \delta$  son

ortogonales, podemos escoger dos direcciones de alta simetría, que también sean ortogonales como por ejemplo la dirección  $[\xi, \xi, \xi]$  ( $\Gamma - Z$ ) y  $[\xi, 0, -\xi]$  ( $\Gamma - \Delta'$ ). Aparte de esto, según la simetría de zafiro las direcciones  $[\xi, 0, -\xi]$  y  $[-\xi, 2\xi, -\xi]$  son prácticamente equivalentes, que nos permite asumir  $\tan \delta_i^{[\xi, 0, \bar{\xi}]} \cong \tan \delta_i^{[\bar{\xi}, 2\xi, \bar{\xi}]}$ . Una vez obteniendo los valores para componentes de  $\tan \delta$  para estas tres direcciones podemos promediarlos, de esta manera, logrando una mejor aproximación. Así, para el cálculo de  $\tan \delta$  podemos utilizar la siguiente expresión:

$$\overline{\tan \delta}_i \cong \frac{1}{3} \left( \tan \delta_i^{[\xi, \xi, \xi]} + 2 \tan \delta_i^{[\bar{\xi}, 0, \bar{\xi}]} \right) \quad (5.11)$$

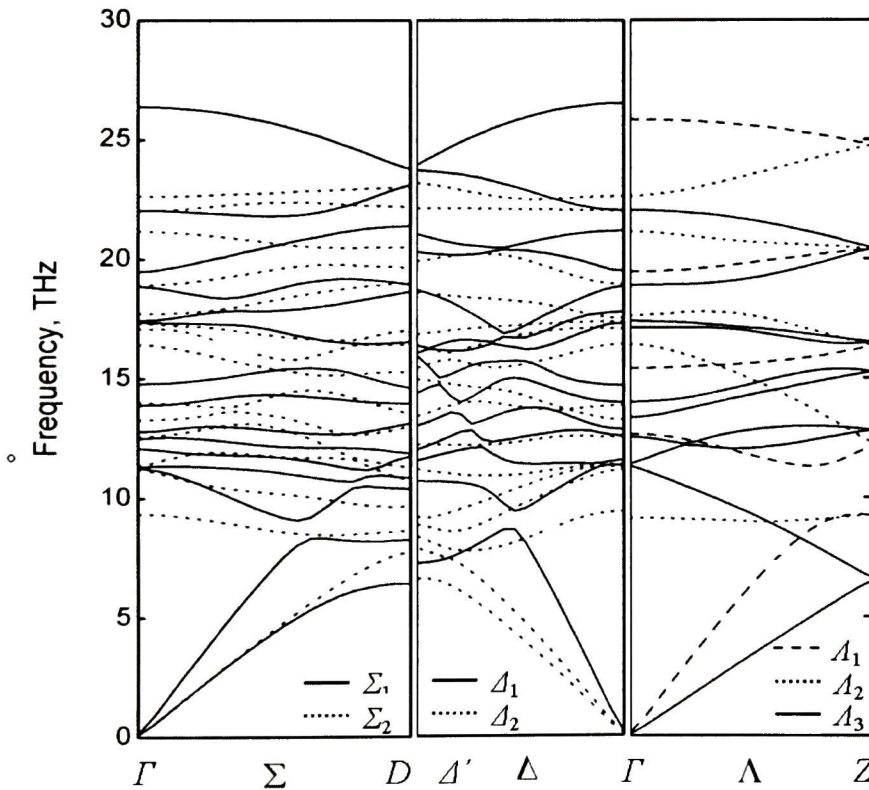
En base en las últimas expresiones se puede concluir que es difícil deducir alguna ecuación sencilla para el ángulo de pérdidas en el zafiro. Básicamente esta dificultad está relacionada con un gran número de ramas fonónicas e incluso realizando los cálculos para varios direcciones de BZ es imposible tomar en cuenta todas las particularidades de interacciones fonónicas del zafiro. Sin embargo, se considera que el modelo desarrollado es suficientemente preciso tanto desde punto de vista de propiedades dieléctricos de este cristal como sus propiedades vibracionales y una vez combinándolo con un modelo exacto de la red cristalina se puede lograr una aproximación prometedora.

### **5.1.2 Cálculo de la dinámica de red cristalina y de los parámetros anarmónicos del zafiro**

La precisión del modelo de pérdidas desarrollado depende fuertemente de los parámetros de los modos vibratorios de zafiro. Así, para cálculos de las frecuencias de relajación en base de la Ec. (5.10) se requieren las frecuencias y vectores de polarización tanto de los modos TO fundamentales como los fonones térmicos que pueden interactuar con ellos. Para conseguir estos datos se realizó un cálculo la dinámica de la red de zafiro. Para ello se empleó uno de los modelos desarrollados por Schober et al. [14]. Los parámetros de este modelo y los resultados obtenidos en [14] para el cálculo de la dispersión fonónica de zafiro ya fueron presentados en el Capítulo 2 (ver pp. 23, 24). En base del modelo mencionado se realizaron los cálculos numéricos de la dispersión de zafiro en las direcciones de BZ de mayor simetría. Para estos

cálculos se utilizó un paquete de software especializado a la dinámica de red cristalina llamado UNISOFT [56]. Los resultados obtenidos para la dispersión fonónica en zafiro se proporcionan en la Fig. 5.1, donde se presentan las curvas de dispersión para tres direcciones de BZ. Aparte de las curvas de dispersión se calcularon los vectores de polarización para todas las ramas fonónicas y para 20 valores del vector de onda en cada dirección. Los datos obtenidos mediante el software mencionado son esenciales para los cálculos posteriores.

Otros parámetros importantes que se requieren para el cálculo de  $\Gamma_{TO}$  son las derivadas del potencial de acoplamiento entre los iones. Para hallar dichas derivadas acudimos a las constantes de fuerza ( $L, T$ ) especificadas en el modelo de Schober et al. En base de estas constantes podemos determinar los parámetros del potencial de acoplamiento dado por la Eq. (2.25) utilizando siguientes relaciones:



**Figura 5.1.** Las curvas de dispersión fonónica del zafiro calculadas a lo largo de tres direcciones de mayor simetría  $\Gamma-Z$ ,  $\Gamma-\Delta'$  y  $\Gamma-\Sigma$ .



**Tabla 5.1.** Parámetros del zafiro utilizados en los cálculos numéricos.

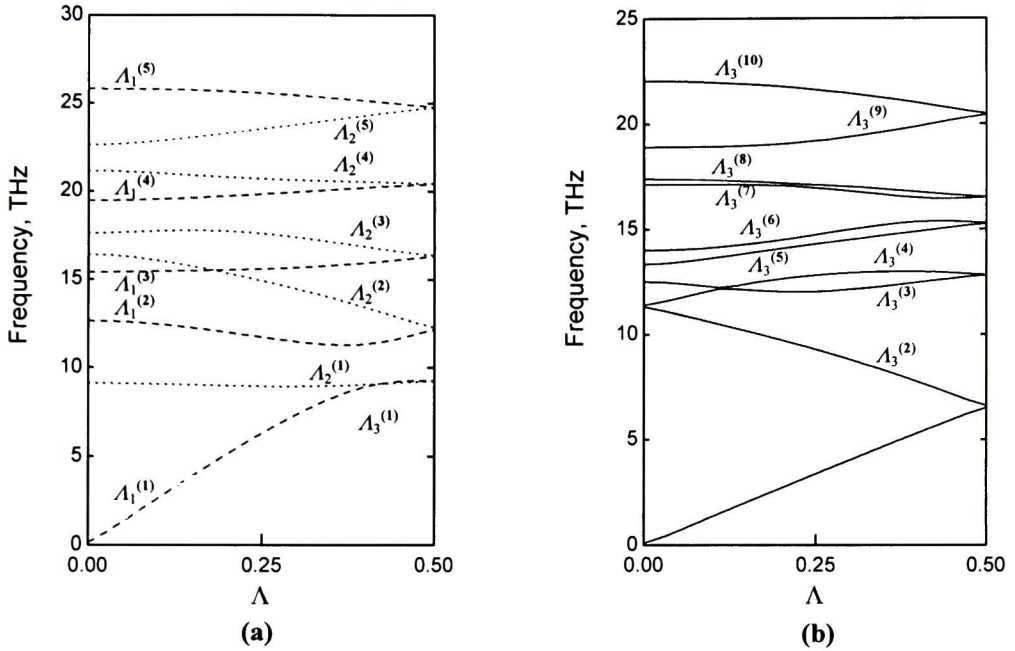
Parámetro del crystal	Unidades	Valor
Densidad	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	3.98
Masa del átomo de aluminio	$M_{Al}$ (amu)	26.982
Masa del átomo de oxígeno	$M_O$ (amu)	15.999
<b>Parámetros de acoplamiento entre los átomos de tipo Al<sub>1</sub>-O<sub>5</sub></b>		
Distancia entre los vecinos cercanos	$r_{01}$ (10 <sup>-8</sup> cm)	1.97
Parámetros del potencial intraatómico	$V_0$ (J)	$1.366 \times 10^{-15}$
	$\sigma$ (10 <sup>-8</sup> cm)	0.203
Primera derivada del potencial intraatómico	$\phi'(r_{01})/r_{01}^2$ (J·m <sup>-3</sup> )	$-0.102 \times 10^{12}$
Segunda derivada del potencial intraatómico	$\phi''(r_{01})/r_{01}$ (J·m <sup>-3</sup> )	$0.989 \times 10^{12}$
Tercera derivada del potencial intraatómico	$\phi'''(r_{01})$ (J·m <sup>-3</sup> )	$-9.651 \times 10^{12}$
<b>Parámetros de acoplamiento entre los átomos de tipo Al<sub>1</sub>-O<sub>8</sub></b>		
Distancia entre los vecinos cercanos	$r_{02}$ (10 <sup>-8</sup> cm)	1.86
Parámetros del potencial intraatómico	$V_0$ (J)	$1.209 \times 10^{-15}$
	$\sigma$ (10 <sup>-8</sup> cm)	0.206
Primera derivada del potencial intraatómico	$\phi'(r_{02})/r_{02}^2$ (J·m <sup>-3</sup> )	$-0.199 \times 10^{12}$
Segunda derivada del potencial intraatómico	$\phi''(r_{02})/r_{02}$ (J·m <sup>-3</sup> )	$1.801 \times 10^{12}$
Tercera derivada del potencial intraatómico	$\phi'''(r_{02})$ (J·m <sup>-3</sup> )	$-16.31 \times 10^{12}$

$$\sigma = -\frac{T}{L}r, \quad V_0 = \frac{T^2 r^2}{L \exp(-r/\sigma)}. \quad (5.12)$$

Una vez que el potencial fue definido, se hallaron las derivadas requeridas. Los parámetros de los potenciales entre los iones de diferentes tipos junto con las derivadas calculadas y algunos otros parámetros de zafiro se dan en la Tabla 5.1.

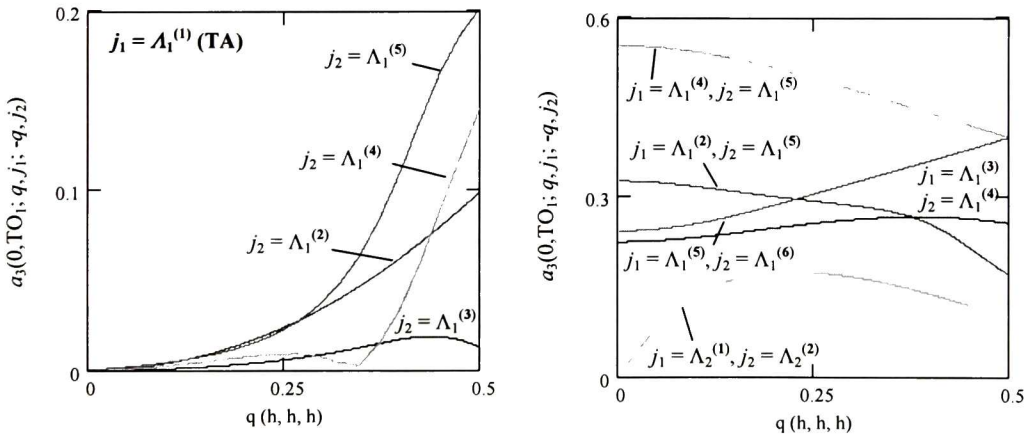
### 5.1.3 Calculo de $\tan\delta$ en la dirección $[\xi, \xi, \xi]$

Las ramas fonónicas a lo largo de la dirección  $[\xi, \xi, \xi]$  pertenecen a tres diferentes representación de simetría. Las representaciones denominadas  $A_1$  y  $A_2$  no son degeneradas y cada una de ellas contiene cinco ramas como se muestra en la Figura 5.2 (a), mientras la representación irreducible denominada  $A_3$  es de degeneración doble y posee diez ramas fonónicas mostradas en la Figura 5.2 (b). En primer lugar de esta etapa de evaluación perdidas, se calcularon los coeficientes de acoplamiento entre los modos TO fundamentales y los fonones térmicos que pertenecen a las dos ramas de diferentes tipos TA y TO y también a las dos ramas de tipo TO. Los resultados de la evaluación de los coeficientes de acoplamiento se

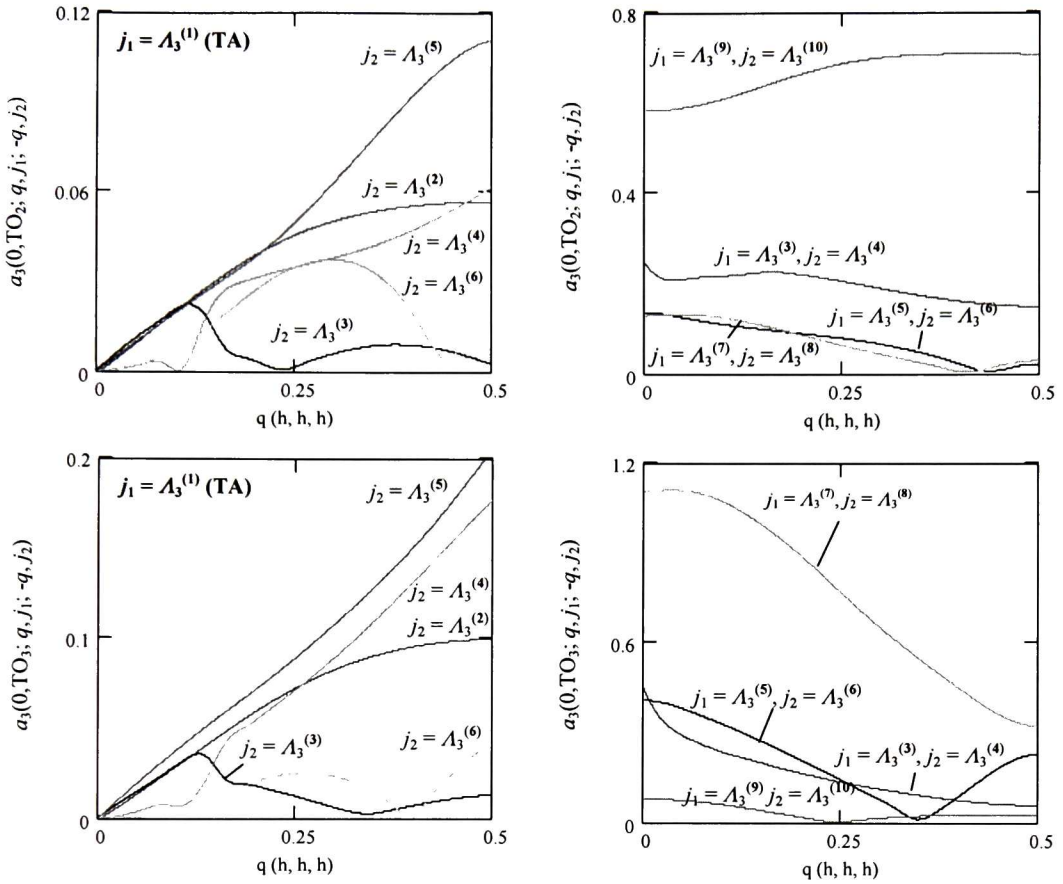


**Figura 5.2.** Las curvas de dispersión fonónica de zafiro calculadas a lo largo de la dirección  $[\xi, \xi, \xi]$ : **a** – las ramas que pertenecen a las representaciones irreducibles  $A_1$  y  $A_2$  y **b** – las ramas que pertenecen a la representación  $A_3$ .

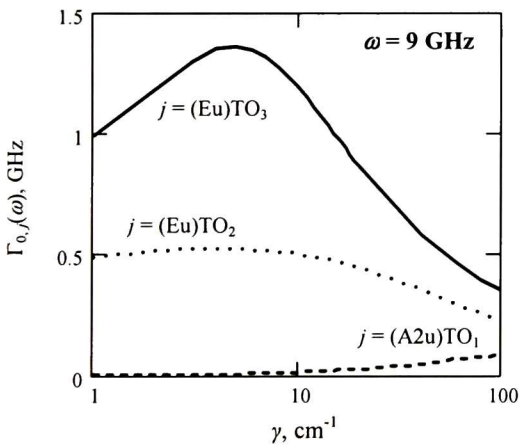
presentan en las Figuras 5.3 y 5.4. Así, la Figura 5.3 muestra los coeficientes de acoplamiento entre el modo fundamental  $(A_{2u})TO_1$  y dos fonones térmicos que pertenecen a las representaciones de simetría  $A_1$  y  $A_2$ . En esta figura se puede apreciar que un



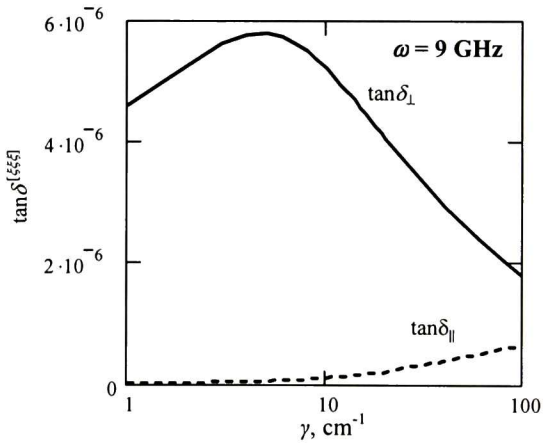
**Figura. 5.3.** Respuestas de los coeficientes de acoplamiento para el modo fundamental  $(A_{2u})TO_1$ .



**Figura 5.4.** Respuestas de los coeficientes de acoplamiento entre los modos fundamentales  $(E_u)TO_2$ ,  $(E_u)TO_3$  y los fonones térmicos calculadas en la dirección  $[\xi, \xi, \xi]$ .



**Figura 5.5.** La frecuencia de relajación de los modos  $(A_{2u})TO_1$ ,  $(E_u)TO_2$  y  $(E_u)TO_3$  en función del parámetro  $\gamma$ .



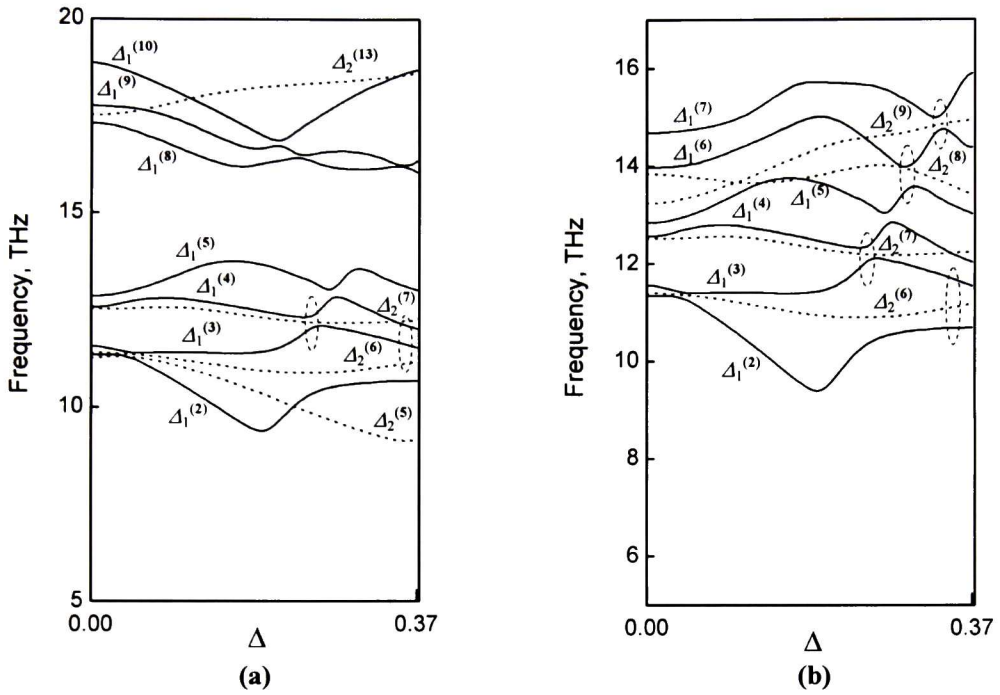
**Figura 5.6** Las componentes de tangente de ángulo de pérdidas dieléctricas en función del parámetro  $\gamma$ .

acoplamiento fuerte entre los fonones de tipo TO y TA se presenta solamente en la frontera de la BZ donde  $a_3 \propto (0.1-0.2)$ . Los coeficientes de acoplamiento entre el mismo modo fundamental y los dos fonones TO, que pertenecen a las distintas ramas de la misma representación de simetría, también se encontró que tienen un fuerte acoplamiento con  $a_3 \propto (0.2...0.5)$ . Sin embargo, debido a los grandes espesores entre las ramas fonónicas consideradas, los valores de  $\Gamma_{TO}$  y  $\tan\delta_{\parallel}$  en esta dirección de BZ, resultaron ser muy pequeños en comparación con los datos experimentales (ver las Figuras 5.5 y 5.6).

Por otro lado los coeficientes de acoplamiento entre los modos  $(E_u)TO_2$  y  $(E_u)TO_3$  y los fonones de tipo TO de la representación  $A_3$  resultaron ser de una magnitud comparable con la de los coeficientes del modo  $(A_{2u})TO_1$ , pero debido a la presencia de los puntos en la frontera de BZ, donde las ramas fonónicas tienen contacto directo, los valores de  $\Gamma_{TO}$  resultaron ser mas grandes y por lo tanto, la magnitud del  $\tan\delta_{\parallel}$  calculada ya es mas cercana a los valores reportados en [20, 39].

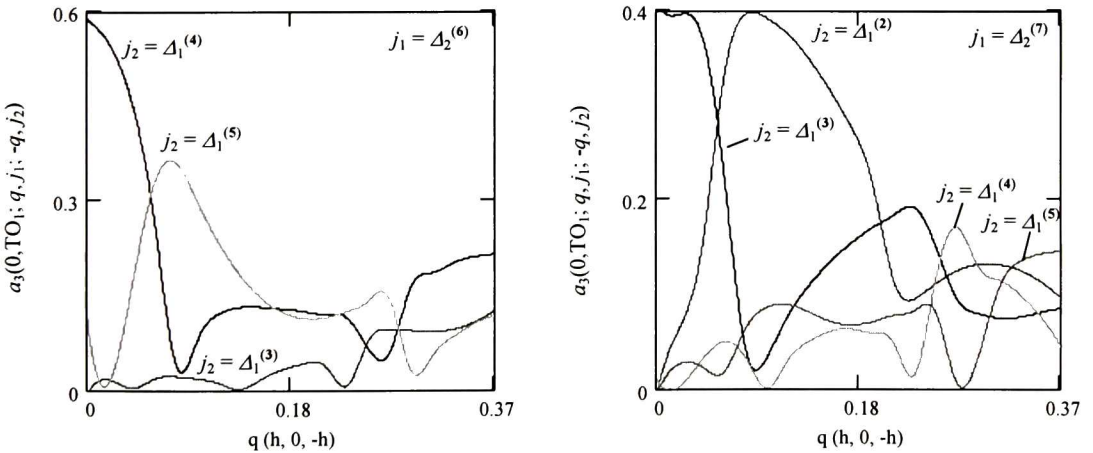
### 5.1.4 Cálculo de $\tan\delta$ en la dirección $[\xi,0,-\xi]$

Las ramas fonónicas a lo largo de la dirección  $[\xi,0,-\xi]$  pertenecen a dos diferentes representación irreducibles denominadas  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$ . Dichas representaciones de simetría no poseen una degeneración y de esta manera la  $\Delta_1$  contiene 14 ramas fonónicas mientras la  $\Delta_2$  contiene 16. Las curvas de dispersión en esta dirección particular de BZ se muestran en la Figura 5.7, donde se presentan solamente las ramas fonónicas que dan la mayor contribución a los procesos de relajación. Para la dirección  $[\xi,0,-\xi]$  se encontró que los coeficientes de acoplamiento resultaron ser grandes solamente para los modos fundamentales y los dos fonones térmicos que pertenecen a las distintas representaciones irreducibles i. e.  $j_1 = \Delta_1^{(i)}$  y  $j_2 = \Delta_2^{(i)}$ . Las respuestas de los coeficientes de acoplamiento calculadas se muestran en las Figuras 5.8 y 5.9, donde de la misma manera que en el caso de las curvas de dispersión, se presentan solamente las respuestas para las ramas fonónicas que dan la mayor contribución a  $\Gamma_{TO}$  de los modos fundamentales. En particular, se encontró que en esta dirección de BZ la

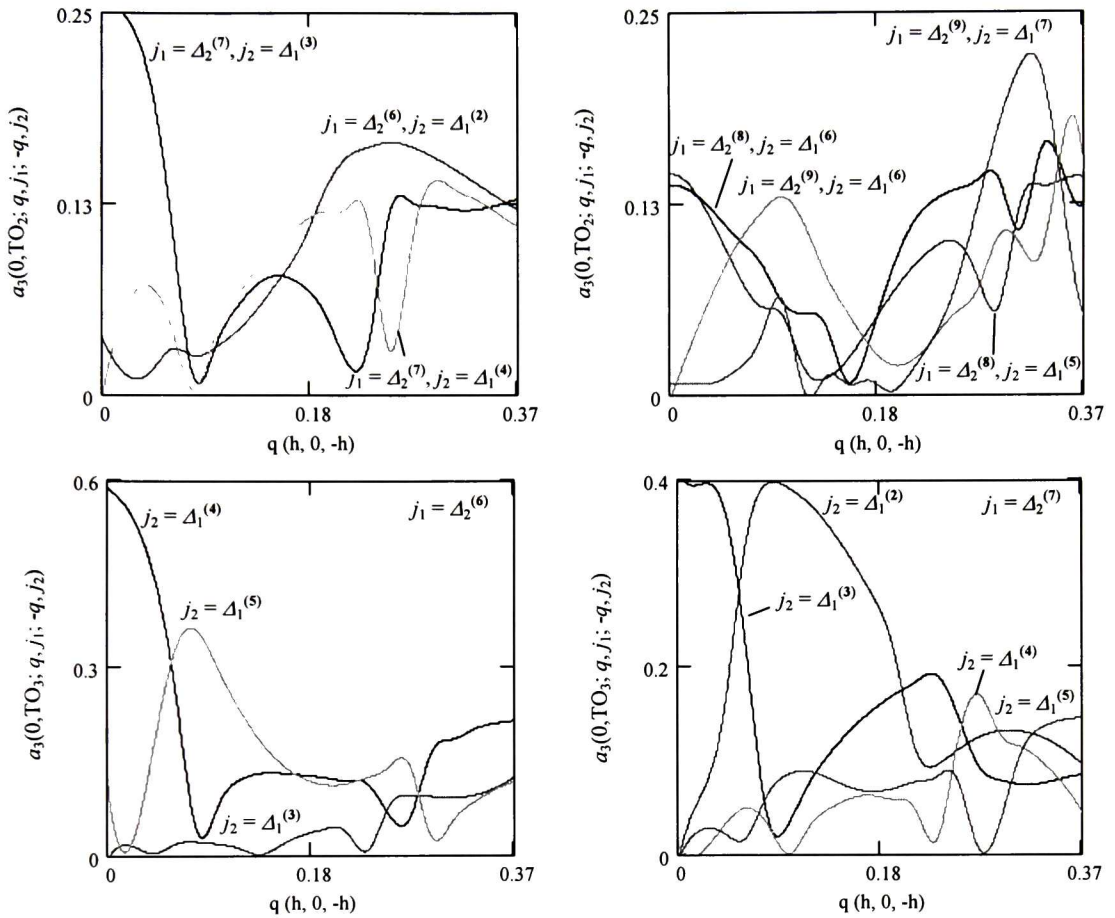


**Figura 5.7.** Curvas de dispersión del zafiro a lo largo de la dirección  $[\xi, 0, -\xi]$ : **a** – las ramas fonónicas acopladas fuertemente con el modo fundamental  $(A_{2u})TO_1$ , **b** – las ramas fonónicas acopladas fuertemente con los modos  $(E_u)TO_2$  y  $(E_u)TO_3$ .

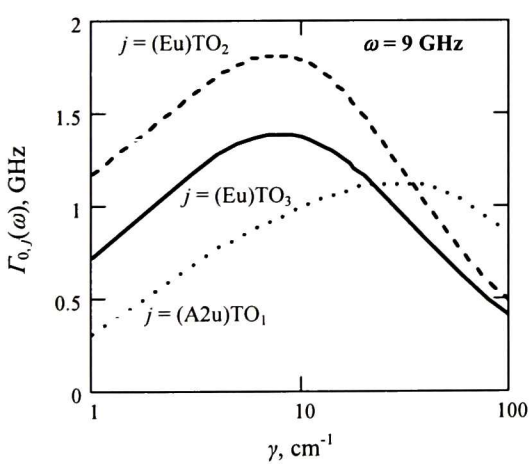
mayor contribución a la frecuencia de relajación del modo  $(A_{2u})TO_1$  proviene de los procesos fonónicos que involucran las siguientes combinaciones de ramas de los fonones térmicos:  $\Delta_2^{(6)}-\Delta_1^{(3)}$ ,  $-\Delta_1^{(4)}$  y  $\Delta_2^{(7)}-\Delta_1^{(3)}$ ,  $-\Delta_1^{(4)}$ ,  $-\Delta_1^{(5)}$ . Se puede notar que en algunos puntos de



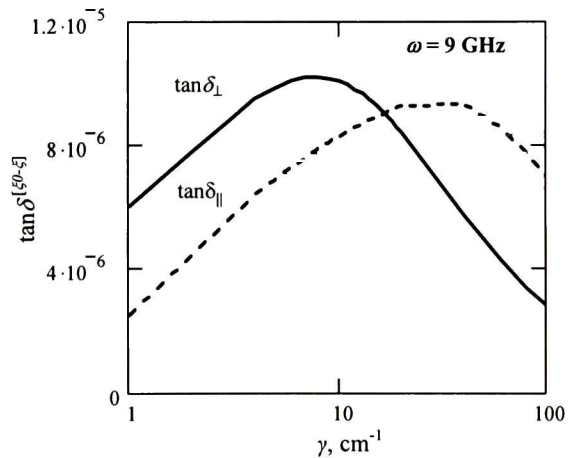
**Figura 5.8.** Respuestas de los coeficientes de acoplamiento entre el modo  $(A_{2u})TO_1$  y fonones térmicos en la dirección  $[\xi, 0, -\xi]$ .



**Figura 5.9.** Respuestas de los coeficientes de acoplamiento entre los modos fundamentales  $(E_u)\text{TO}_2$ ,  $(E_u)\text{TO}_3$  y los fonones térmicos calculadas en la dirección  $[\xi, \theta, -\xi]$ .



**Figura 5.10.** La frecuencia de relajación de los modos  $(\text{A}_{2u})\text{TO}_1$ ,  $(\text{Eu})\text{TO}_2$  y  $(\text{Eu})\text{TO}_3$  en función del parámetro  $\gamma$ .



**Figura 5.11** Las componentes de la tangente del ángulo de pérdidas dieléctricas en función del parámetro  $\gamma$ .

BZ los espesores entre las ramas indicadas son muy pequeños y por lo tanto la función Lorentziana en la Ec. (5.10) adquiere valores mucho más altos que en el caso anterior de la dirección  $[\xi, \xi, \xi]$ . Por esta razón, los valores de  $\Gamma_{TO}$  y  $\tan\delta_{\parallel}$  calculados en la dirección  $[\xi, 0, -\xi]$  resultaron ser considerablemente más grandes (ver las Figuras 5.10 y 5.11).

Por otro lado, según los cálculos realizados los procesos de relajación fonónica para los modos fundamentales  $(E_u)TO_2$  y  $(E_u)TO_3$  pueden ser asociados con las transiciones entre las siguientes ramas de fonones térmicos:  $\Delta_2^{(6)}-\Delta_1^{(2)}$ ,  $-\Delta_1^{(3)}$ ;  $\Delta_2^{(7)}-\Delta_1^{(3)}$ ,  $-\Delta_1^{(4)}$ ;  $\Delta_2^{(8)}-\Delta_1^{(5)}$ ,  $-\Delta_1^{(6)}$  y  $\Delta_2^{(9)}-\Delta_1^{(6)}$ ,  $-\Delta_1^{(7)}$ . Así, a lo largo de la dirección de BZ examinada cada modo que pertenece a una de las ramas de la representación  $\Delta_2$  está acoplado a un par de modos que pertenecen a dos diferentes ramas fonónicas con la simetría  $\Delta_1$ . Por lo tanto los valores calculados de  $\Gamma_{TO}$  y de la  $\tan\delta_{\perp}^{(\xi_0-\xi)}$  resultaron ser incluso más grandes que aquellos calculado anteriormente para la dirección  $[\xi, \xi, \xi]$  (ver las Figuras 5.10 y 5.11).

## 5.2 Resultados de la caracterización de parámetros de los fonones en cristales y cerámicos de $Al_2O_3$

### 5.2.1. Consideraciones generales

En la sección anterior se mostró que las frecuencias de relajación de los modos fundamentales y respectivamente la magnitud de  $\tan\delta$  dependen del factor de amortiguamiento fonónico  $\gamma$ . Por lo general, el valor de  $\gamma$  depende tanto del vector de onda como del número de la rama fonónica. Sin embargo, para simplificar el cálculo y también debido a lo que las dependencias mencionadas de  $\gamma$  son desconocidas, en el modelo se usa un factor de amortiguamiento promedio  $\bar{\gamma}$ .

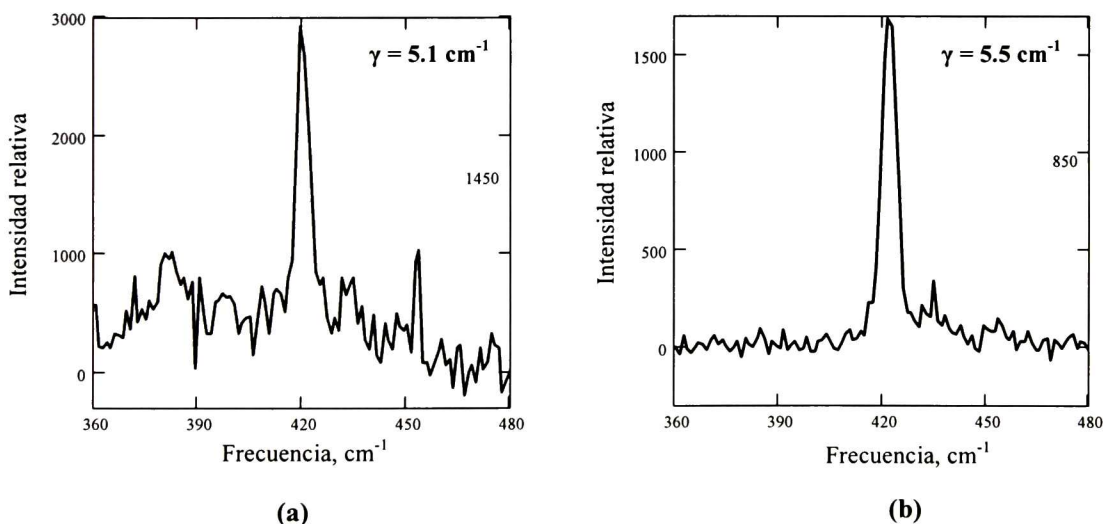
Para hallar una estimación para  $\bar{\gamma}$  en [38] fue propuesto realizar la caracterización de ancho de las respuestas de los fonones por medio de espectroscopia Raman. Aparte de esto en [38] se considera, que la estimación para  $\bar{\gamma}$  obtenida por medio de esta técnica es un parámetro que determina las pérdidas dieléctricas tanto en los monocristales como en sus análogos

policristalinos – los cerámicos. De esta manera, la teoría de pérdidas dieléctricas presentada en [38] se basa en las mediciones del ancho de la respuesta de un fonón activo en Raman que pertenece a la representación irreducible  $A_{1g}$ . No obstante, según los resultados numéricos que se dieron a conocer en la sección 5.1.1 es evidente que este modo fonónico activo en Raman no contribuye a la relajación de estados fonónicos. Considerando el hecho que solamente los modos fundamentales TO activos en IR contribuyen a la función dieléctrica es más razonable para la caracterización de  $\bar{\gamma}$  usar la espectroscopia de reflectancia en IR.

Así, para determinar la técnica mas apropiada para la caracterización de  $\bar{\gamma}$ , en este trabajo se realizaron mediciones del ancho de las respuestas fonónicas utilizando las ambas técnicas tanto espectroscopia de Raman como espectroscopia de reflectancia IR.

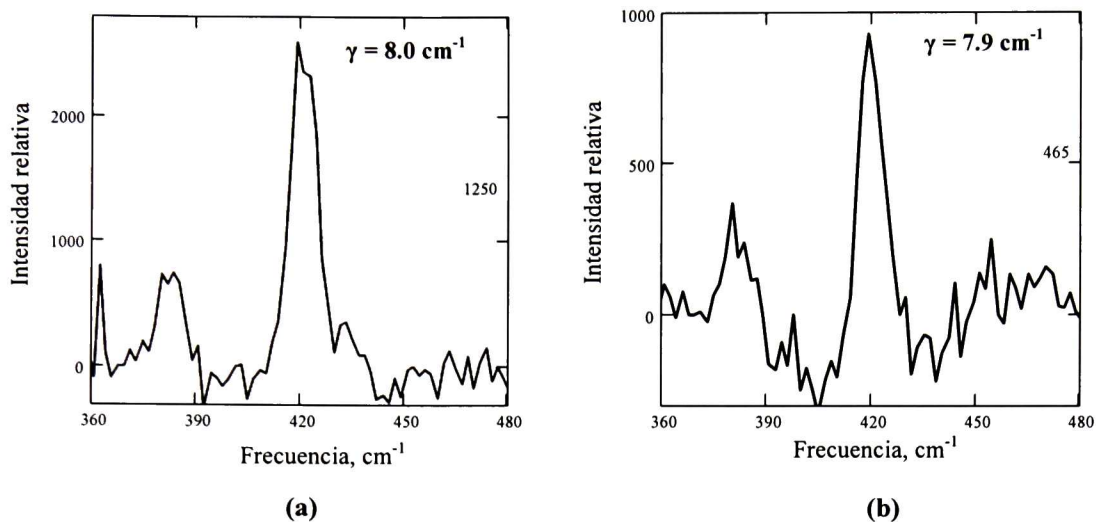
### 5.2.2. Resultados de la espectroscopia Raman

Los espectros de Raman para el modo fonónico ( $A_{1g}$ )TO ( $418\text{ cm}^{-1}$ ) de monocristal de zafiro y diferentes muestras de cerámicos de Alumina se muestran en las Figuras 5.12 y 5.13. Según el espectro experimental presentado en la Figura 5.12 (a) el ancho de la respuesta fonónica para el cristal de zafiro es de  $5.1\text{ cm}^{-1}$ . En el caso de la muestra de sustrato de



**Figura 5.12.** Espectros de Raman para el monocristal de zafiro (a) y para el sustrato de Alumina de alta calidad (b).



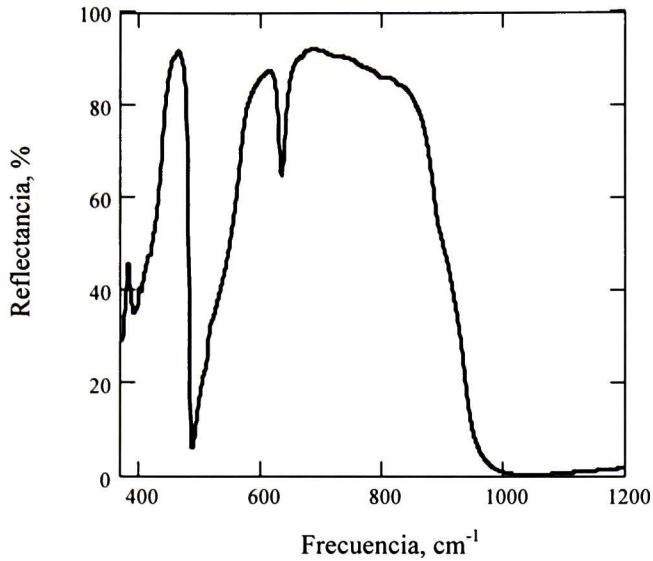


**Figura 5.13** Espectros de Raman de los cerámicos de Alumina fabricados: **a** – el cerámico con  $\rho = 3.8 \text{ g/cm}^3$  y **b** – el cerámico con  $\rho = 3.9 \text{ g/cm}^3$ .

Alumina el ancho de la respuesta es de  $5.5 \text{ cm}^{-1}$ , lo cual es muy cercano al cristal de zafiro. Para los cerámicos de Alumina fabricados por medio de slip-casting el ancho de su respuesta fonónica resulto ser más grande aproximándose a un valor de  $8 \text{ cm}^{-1}$  como se muestra en la Figura 5.13.

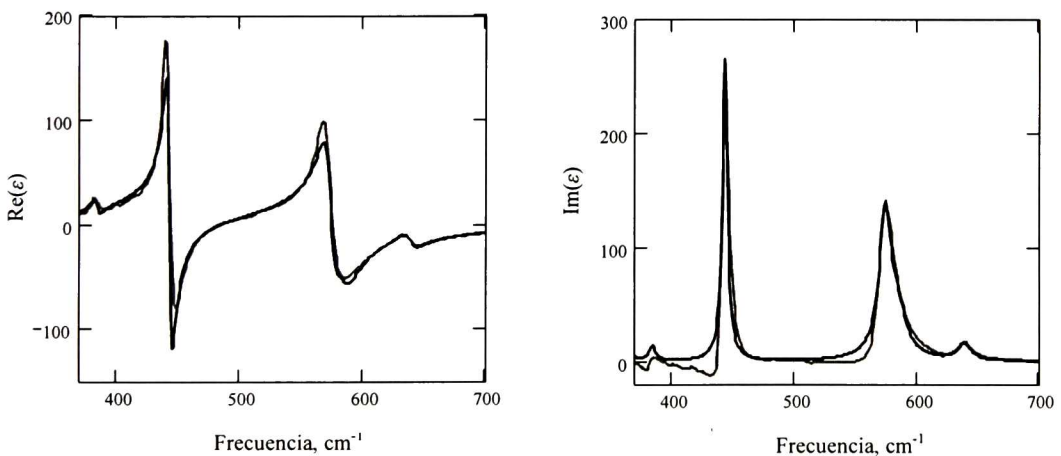
### 5.2.3. Resultados de espectroscopia de reflectancia de IR

Para la determinación del factor de amortiguamiento de los modos fonónicos activos en IR se realizaron las mediciones de reflectancia en un rango de frecuencias de  $380 \text{ a } 3000 \text{ cm}^{-1}$ . Estas mediciones se hicieron con una fuente de luz no polarizada y con un ángulo de incidencia de  $30^\circ$ . Por lo tanto con este experimento solamente fue posible detectar claramente los fonones de zafiro con la polarización transversal. El espectro de reflectancia de monocristal obtenido en el sistema IR Spectrum GX se muestra en la Figura 5.14. Después de las mediciones a la reflectancia obtenida se aplicó el análisis numérico de Kramers-Kronig y de esta manera se calcularon la parte real y parte imaginaria de la función dieléctrica del cristal. Para determinar los parámetros de los fonones las respuestas de función dieléctrica obtenidas mediante el análisis de Kramers-Kronig se ajustaron utilizando la aproximación de oscilador armónico (ver la Ec. 2.38). Los parámetros de fonones que se hallaron mediante esta



**Figura 5.14.** Respuesta de reflectancia de cristal de zafiro.

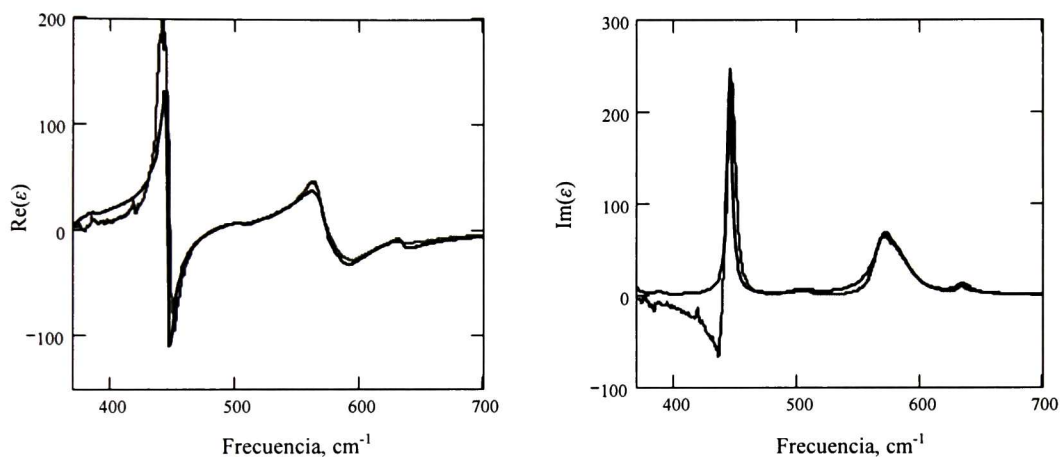
aproximación se proporcionan en la Tabla 5.2, mientras, las respuestas de función dieléctrica extraídas en base de la reflectancia junto con las respuestas calculadas con la aproximación de oscilador armónico se muestran en la Figura 5.15. Como se puede apreciar, la frecuencia de relajación de los modos  $E_u$  observados varía entre 5 y 13  $\text{cm}^{-1}$ . Así, tomado en cuenta estos datos, para los modos  $(E_u)TO_1$ ,  $(E_u)TO_2$  podemos asumir  $\bar{\gamma} = \left( \overline{(E_u)\Gamma_{TO_1}, (E_u)\Gamma_{TO_2}} \right) = 5.3 \text{ cm}^{-1}$ , mientras para los modos  $(E_u)TO_3$  y  $(E_u)TO_4$   $\bar{\gamma} = \left( \overline{(E_u)\Gamma_{TO_3}, (E_u)\Gamma_{TO_4}} \right) = 12 \text{ cm}^{-1}$ .



**Figura 5.15.** Respuestas de la parte real y parte imaginaria de la función dieléctrica de monocristal de zafiro.

**Tabla 5.2.** Parámetros de la función dieléctrica del cristal de zafiro

$E \perp C\text{-axis} \quad \epsilon_\infty = 3.1$			
Mode	$\omega_{\text{TO}}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	$\Delta\epsilon$	$\Gamma_{\text{TO}}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )
(Eu)TO <sub>1</sub>	384	0.22	5.8
(Eu)TO <sub>2</sub>	443	2.91	4.9
(Eu)TO <sub>3</sub>	573	2.55	11.4
(Eu)TO <sub>4</sub>	637	0.32	12.7
(A2u)TO <sub>2</sub>	583	1.70	20.3



**Figura 5.16.** Respuestas de la parte real y parte imaginaria de la función dieléctrica de la muestra de sustrato de Alumina.

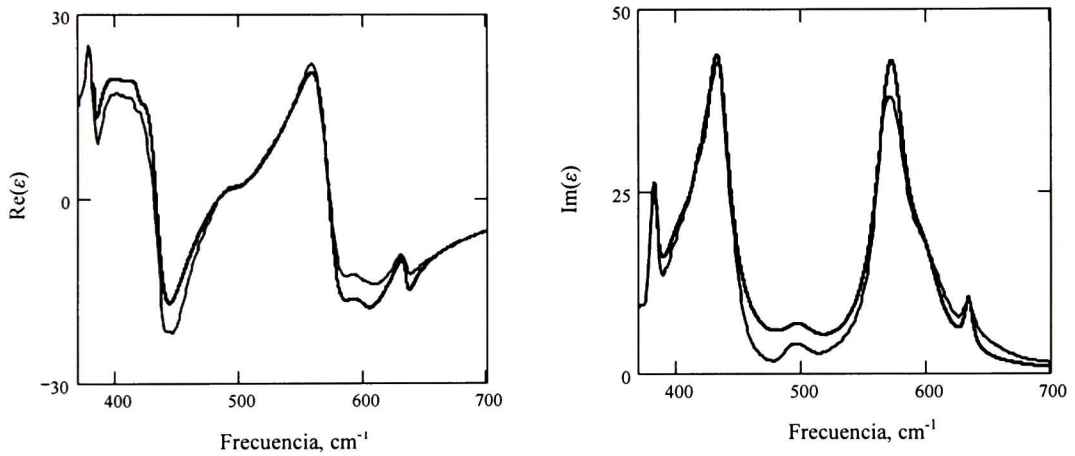
**Tabla 5.3.** Parámetros de la función dieléctrica del sustrato de Alumina

$\epsilon_\infty = 3.05, \quad \epsilon_0 = \epsilon_\infty + \sum \Delta\epsilon = 9.16$			
Mode	$\omega_{\text{TO}}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	$\Delta\epsilon$	$\Gamma_{\text{TO}}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )
(Eu)TO <sub>1</sub>	387	0.05	5.8
(Eu)TO <sub>2</sub>	446	2.70	4.9
(Eu)TO <sub>3</sub>	570	2.01	20.5
(Eu)TO <sub>4</sub>	634	0.22	12.7
(A2u)TO <sub>2</sub>	583	0.98	23.3
TO <sub>6</sub> ( $\text{MgAl}_2\text{O}_4$ )	504	0.15	15.1

Considerando que la mayor contribución a los procesos de absorción proviene de las interacciones entre las ramas ópticas de baja frecuencia ( $\omega \leq 15 \text{ cm}^{-1}$ ) sería razonable aceptar para el factor de amortiguamiento fonónico promedio en la primera estimación  $\bar{\gamma} = 5.3 \text{ cm}^{-1}$ .

Para la muestra de substrato de alumina fue encontrado que su función dieléctrica es muy cercana a la de cristal de zafiro (ver la Figura 5.16). Según los parámetros de la función dieléctrica que se dan en la Tabla 5.3 el factor de amortiguamiento fonónico de este cerámico de Alumina deducido basándose en los dos modos ópticos de baja frecuencia también resulta ser  $\bar{\gamma} = 5.3 \text{ cm}^{-1}$ . Hay que mencionar que la única diferencia detectada entre parámetros de los fonones del cerámico examinado y del monocristal de zafiro es la frecuencia de relajación del modo (Eu)TO<sub>3</sub>, la cual en el caso del cerámico es aproximadamente dos veces más grande.

Las respuestas de la función dieléctrica de la muestra del cerámico de Alumina fabricado se muestran en la Figura. 5.17. Como se puede observar en esta figura, las resonancias de los



**Figura 5.17.** Respuestas de la parte real y parte imaginaria de la función dieléctrica para la muestra de cerámico de Alumina.

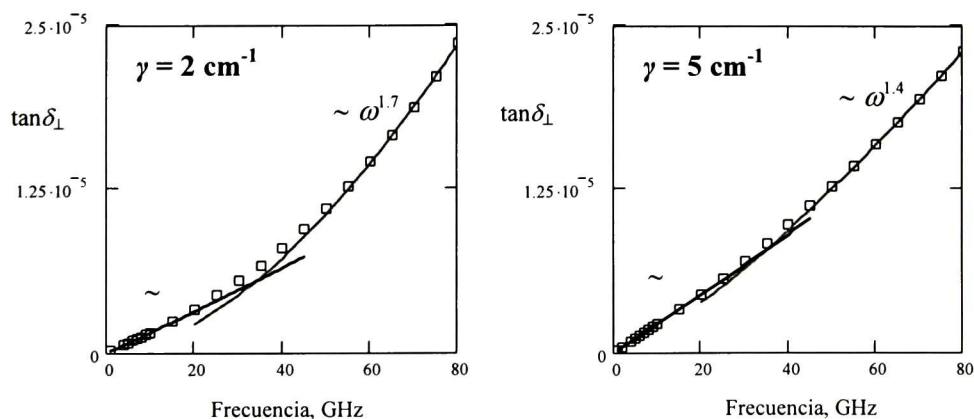
**Tabla 5.4.** Parámetros de función dieléctrica de cerámico fabricado

$\epsilon_{\infty} = 2.90, \epsilon_0 = \epsilon_{\infty} + \sum \Delta\epsilon = 9.6$			
Mode	$\omega_{\text{TO}}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\Delta\epsilon$	$\Gamma_{\text{TO}}$ (cm <sup>-1</sup> )
(Eu)TO <sub>1</sub>	382	0.27	6.5
(Eu)TO <sub>2</sub>	433	2.15	24.3
(Eu)TO <sub>3</sub>	571	2.05	28.6
(Eu)TO <sub>4</sub>	633	0.08	9.5
(A <sub>2u</sub> )TO <sub>1</sub>	400.5	1.10	37.2
(A <sub>2u</sub> )TO <sub>2</sub>	598	0.46	30.5
(A <sub>1g</sub> )TO	418	0.07	7.5
TO <sub>8</sub> (Na)	413	0.3	22.7
TO <sub>9</sub> (MgAl <sub>2</sub> O <sub>4</sub> )	497	0.22	32.2

fonones son mucho más anchas y por lo tanto las frecuencias de relajación tanto de los modos  $E_u$  como  $A_{2u}$  son más grandes (ver la Tabla 5.4), en especial de los modos  $(E_u)TO_2$ ,  $(E_u)TO_3$  y  $(A_{2u})TO_1$ . El origen mas probable de tal incremento del factor de amortiguamiento fonónico en la alumina esta relacionado con el cambio de acoplamiento entre las ramas de fonones térmicos de tipo TA y TO que contribuyen a los procesos de relajación. De esta manera para los cerámicos fabricados podemos asumir  $\bar{\gamma} = (25...30) \text{ cm}^{-1}$ .

### 5.3 Discusión de resultados

Los resultados del cálculo de la  $\tan\delta$  del zafiro presentados en la sección 5.1.1 que se realizaron para la temperatura ambiental y una frecuencia de 9 GHz son muy cercanos a los datos experimentales reportados en [20], [38] y [39]. Para una mayor justificación del modelo presentado se realizaron los cálculos de las dependencias de las componentes de  $\tan\delta$  en frecuencia y en temperatura. Las dependencias de  $\tan\delta_{\perp}$  en frecuencia calculadas para una temperatura de 150 K y para los dos diferentes valores de  $\bar{\gamma}$  se muestran en la Figura 5.18. Como se puede ver las dependencias obtenidas no son lineales y para  $\bar{\gamma} = 5 \text{ cm}^{-1}$  en la banda de 36...80 GHz se observa la dependencia  $\tan\delta \propto \omega^{1.4}$ , mientras para  $\bar{\gamma} = 2 \text{ cm}^{-1}$  en la misma banda ya se tiene  $\tan\delta \propto \omega^{1.7}$ . Una dependencia similar a la calculada para  $\bar{\gamma} = 2 \text{ cm}^{-1}$  fue obtenida experimentalmente en [20] por Braginsky et al, quienes realizaron las mediciones de



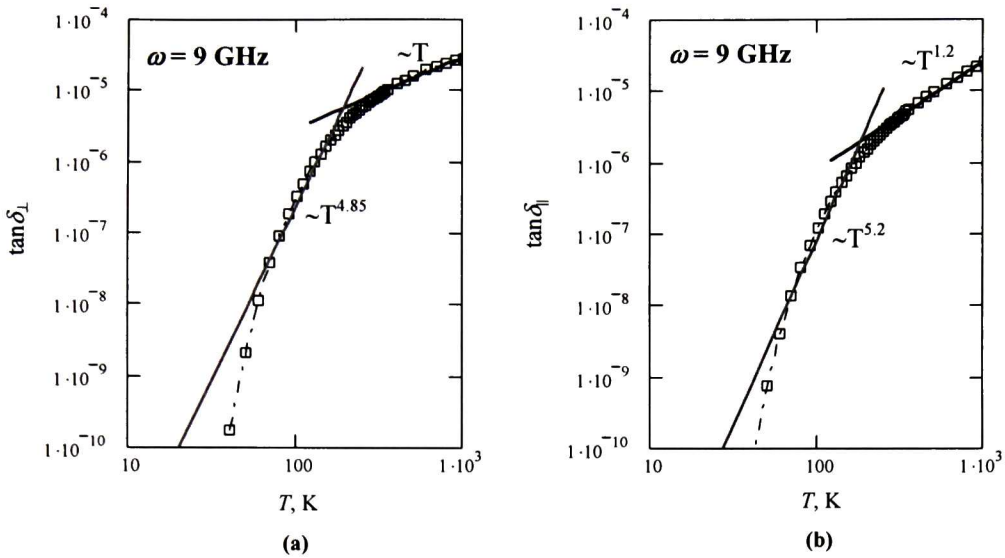
**Figura 5.18.** Dependencias de  $\tan\delta_{\perp}$  en frecuencia para  $T = 150 \text{ K}$  y para dos diferentes valores de  $\gamma$ .

la  $\tan\delta_{\perp}$  del zafiro en un rango de temperaturas de 70 a 150 K y en las frecuencias de 9, 36 y 72 GHz. Los autores del trabajo mencionado reportaron una dependencia  $\tan\delta \propto \omega^{1.7\pm 0.2}$ , la cual concuerda perfectamente con la presentada en la Figura 5.18. En base de este resultado se puede concluir que el valor de  $\bar{\gamma}$  para las bajas temperaturas puede ser mas pequeño que aquel estimado en la sección anterior para la muestra de zafiro a temperatura ambiental. Para hacer una evaluación del comportamiento de  $\bar{\gamma}$  en temperatura podemos emplear un modelo para la frecuencia de relajación de los fonones activos en IR que fue propuesto por Gervais et al. en [64]. Según el modelo de Gervais el factor de amortiguamiento fonónico se describe con la siguiente ecuación:

$$\bar{\gamma} \cong \Gamma_{0,TO} = a \left[ \left( n \left( \frac{\omega_{TO}}{2} \right) + \frac{1}{2} \right) \right] + b \left[ \left( n \left( \frac{\omega_{TO}}{3} \right) + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} \right], \quad (5.13)$$

donde  $n(\omega)$  es el numero de ocupación de fonones evaluado en las frecuencias promedias que corresponden a los procesos 3-quánticos y 4-quánticos;  $a$  y  $b$  son respectivamente los parámetros anarmónicos del tercer y cuarto orden. De esta manera, descartando en la Ec. (5.13) el término correspondiente a los procesos 4-quánticos i. e. asumiendo  $b = 0$  y definiendo la frecuencia promedio de los fonones para los procesos 3-quánticos como  $\omega_{TO} = \left( \overline{(E_u)\omega_{TO_1}, (E_u)\omega_{TO_2}} \right) = 413 \text{ cm}^{-1}$  para  $\bar{\gamma}_{150K} = 2 \text{ cm}^{-1}$  se obtiene  $a = 3.1 \text{ cm}^{-1}$  y respectivamente tendremos  $\bar{\gamma}_{300K} = 3.4 \text{ cm}^{-1}$ . Evidentemente, el último valor de  $\bar{\gamma}_{300K}$  es más pequeño comparando con los  $\gamma$  de los fonones de zafiro proporcionados en la Tabla 5.2. Sin embargo, los valores hallados para  $a$  y  $\bar{\gamma}_{300K}$  son muy cercanos a los reportados por Gervais et al. para el modo  $(E_u)TO_2$  ( $a = 3.0 \text{ cm}^{-1}$  y  $\gamma_{295K} = 3.8 \text{ cm}^{-1}$ ). Además, hay que mencionar que en [16] utilizando la técnica de elipsometria de IR se obtuvieron unos valores de los factores de amortiguamiento todavía mas pequeños. Así, para el mismo modo  $(E_u)TO_2$ ,  $\gamma_{295K} = 3.1 \text{ cm}^{-1}$  ha sido reportado. Tomando en cuenta estos datos se puede llegar a la conclusión que una dependencia en frecuencia de  $\tan\delta$  similar a la reportada por Braginsky et al. puede ser observada para los cristales de zafiro de alta calidad que poseen a temperatura ambiental un factor de amortiguamiento de sus fonones de baja frecuencia menor a  $3 \text{ cm}^{-1}$ .

Otra comparación del modelo con los datos experimentales se puede hacer analizando las dependencias de  $\tan\delta$  en temperatura. En la primera aproximación la mayor contribución a la



**Figura 5.19.** Dependencias de  $\tan\delta_{\perp}$  y  $\tan\delta_{\parallel}$  en temperatura calculadas para  $\omega = 9$  GHz y  $\gamma_{300K} = 3.4 \text{ cm}^{-1}$ .

dependencia  $\tan\delta(T)$  proviene del factor de ocupación fonónica  $n(\omega)$  y del factor de amortiguamiento fonónico definido por la Ec. (5.13). En el modelo estos dos parámetros son los mismos para ambas componentes de  $\tan\delta$  pero de acuerdo a los resultados presentados en las secciones 5.1.3 y 5.1.4, las dependencias  $\tan\delta_{\perp}(\gamma)$  y  $\tan\delta_{\parallel}(\gamma)$  son un poco diferentes, por lo tanto, se puede esperar que el comportamiento de  $\tan\delta_{\perp}$  y  $\tan\delta_{\parallel}$  también sea un poco diferente.

Las dependencias  $\tan\delta_{\perp}(T)$  y  $\tan\delta_{\parallel}(T)$  calculadas se presentan en el Figura 5.19, donde se puede apreciar que a baja temperatura (70...150 K) la dependencia de la componente transversal se aproxima como  $\tan\delta_{\perp}(T) \propto T^{4.85}$ , mientras para la componente longitudinal se tiene  $\tan\delta_{\parallel}(T) \propto T^{5.2}$ . La dependencia calculada para  $\tan\delta_{\perp}$  concuerda bien con los datos experimentales de Braginsky et al. ( $\tan\delta_{\perp} \propto T^{4.75 \pm 0.1}$ ). Sin embargo, en el rango de temperaturas altas se tiene una discrepancia entre los datos experimentales [21] y la  $\tan\delta(T)$  calculada. De acuerdo a los resultados presentados para  $T > 300$  K, se tiene  $\tan\delta_{\perp} \propto T$ , mientras, según los datos reportados en [21]  $\tan\delta_{\perp} \propto T^2$ . Por un lado esta discrepancia se puede tener el origen de la dependencia térmica de las frecuencias fonónicas. De esta manera, se considera que el desplazamiento térmico de las frecuencias de los modos fonónicos puede

generar una corrección considerable a la dependencia  $\tan\alpha(T)$ . Sin embargo, una evaluación precisa de este efecto se complica por lo que las sensibilidades térmicas de las frecuencias fonónicas son desconocidas y para su cálculo se requiere realizar una evaluación de dispersión fonónica de zafiro tomando en cuenta la influencia de la temperatura a los parámetros de la red cristalina. Por otro lado es posible que la dependencia  $\tan\alpha(T) \propto T^2$  se deba a la contribución de los procesos 4-quánticos. Según R. Stolen y K. Dransfield [28] en el caso de altas temperaturas cuando  $kT/\hbar\omega > 1$  la contribución de dichos procesos al coeficiente de absorción esta dada por:

$$\alpha \propto \left[ \frac{kT}{\hbar} \right]^2 \sum \frac{\omega^2}{\omega_1\omega_2\omega_3}, \quad (5.14)$$

donde  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  y  $\omega_3$  son las frecuencias de los fonones involucrados. Así, a nivel cualitativo la dependencia  $\tan\alpha(T) \propto T^2$  puede ser explicada con la contribución de los procesos que implican la participación de tres fonones, sin embargo, para una estimación cuantitativa de este mecanismo de absorción es necesario crear un modelo todavía mas complejo que aquel de los procesos que involucran solamente dos fonones. Básicamente la complicidad de dicho modelo se debe a lo que las restricciones establecidas por las leyes de conservación (ver Ec. (2.49)) ya no son tan estrictas como en el caso de los procesos 3-quánticos y para los procesos 4-quánticos ya se tiene un gran número de interacciones fonónicas que están permitidas. De esta manera el desarrollo de dicho modelo se considera como un trabajo para el futuro que pudiera ser realizado con el objetivo de mejorar el modelo desarrollado para el rango de altas temperaturas.



# Capítulo 6

## Desarrollo de resonadores dieléctricos y caracterización de las pérdidas dieléctricas en $\text{Al}_2\text{O}_3$

En este capítulo se presentan los resultados del desarrollo de resonadores dieléctricos de microondas implementados en base de monocristales de zafiro y cerámicos de alumina. Se presentan las técnicas de caracterización de los parámetros de resonadores dieléctricos empleadas para la medición de las frecuencias resonantes y del factor de calidad. En base de los parámetros de resonadores obtenidos se realiza un análisis del comportamiento de las pérdidas dieléctricas en  $\text{Al}_2\text{O}_3$  en las frecuencias de microondas.

### 6.1 Resonadores dieléctricos de monocristal de zafiro

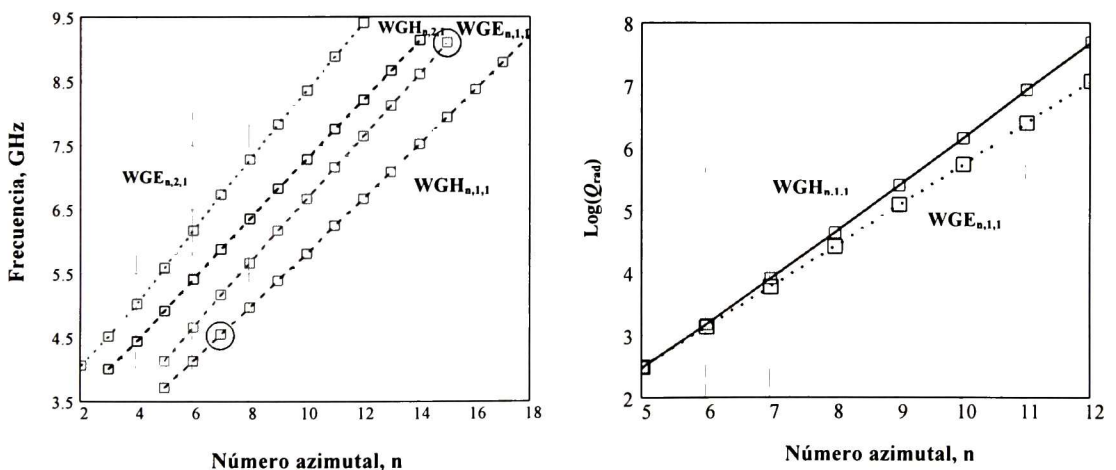
#### 6.1.1 Cálculo numérico de las frecuencias de modos azimutales y del factor de calidad

El desarrollo teórico de las ecuaciones para el cálculo de las frecuencias resonantes y del factor de calidad de modos azimutales excitadas en un resonador dieléctrico de zafiro ya fue

presentado en el Capítulo 2. Las ecuaciones finales (2.26) y (2.27) obtenidas para  $\omega_{res}$ ,  $Q_{rad}$  y las ecuaciones que toman en cuenta la anisotropía de  $\epsilon$  pueden ser resueltas solamente por medio de métodos numéricos. Por lo tanto todas las ecuaciones fueran programadas en el MatLab, donde éstas se solucionaron utilizando los algoritmos especializados de este software. Los resultados del calculo de las frecuencias resonantes y del factor de calidad de radiación para diferentes tipos de modos azimutales de un resonador cilíndrico de zafiro con  $D = 69.63$  mm y  $L = 21.4$  mm se muestran en la Fig. 6.1. La particularidad que tiene un resonador de zafiro con las dimensiones especificadas es la relación 2:1 entre las frecuencias resonantes de los modos  $WGE_{15,1,1}$  y  $WGH_{7,1,1}$ . Como ya fue mencionado en el Capítulo 2, utilizando estos modos resonantes se puede implementar un sistema de control de temperatura en base de la configuración de oscilador de modos duales propuesta en [55].

Según los resultados presentados en la Figura 6.1 (a) las dependencias de las frecuencias de los modos de su número azimutal son lineales. Esto implica que el espesor  $\Delta\omega$  entre las frecuencias de dos modos cercanos es una constante. Para los modos magnéticos se calculó  $\Delta\omega = 0.41$  GHz, mientras para los modos eléctricos  $\Delta\omega = 0.49$  GHz. Es de notar que conociendo el  $\Delta\omega$  y la frecuencia resonante de algún modo resonante que está bien identificado experimentalmente es posible predecir la frecuencia de cualquier otro modo azimutal.

La otra característica importante del resonador que fue calculada es el factor de calidad de



**Figura. 6.1.** Dependencia de las frecuencias resonantes (a) y del factor de calidad de radiación (b) del número azimutal para los diferentes tipos de modos en un resonador de zafiro.

radiación. Así, en la Figura 6.1 (b) se muestra  $Q_{rad}$  calculado para los modos básicos de diferentes polarizaciones  $WGH_{n,1,1}$  y  $WGE_{n,1,1}$ . Según la grafica  $Q_{rad}$  aumenta su valor casi en un orden con el incremento del número azimutal. Además se puede apreciar que los factores de calidad para los modos de diferentes polarizaciones con el mismo número azimutal no muy alto son casi iguales. Sin embargo, para los modos con altos números azimutales ya se aprecia la diferencia en los factores de calidad de tal manera que los modos magnéticos poseen  $Q_{rad}$  más alto que los modos eléctricos. En particular, para los modos mencionados  $WGH_{7,1,1}$  y  $WGE_{15,1,1}$  el valor del  $Q_{rad}$  calculado es igual a  $8 \cdot 10^3$  y  $1.2 \cdot 10^9$  respectivamente.

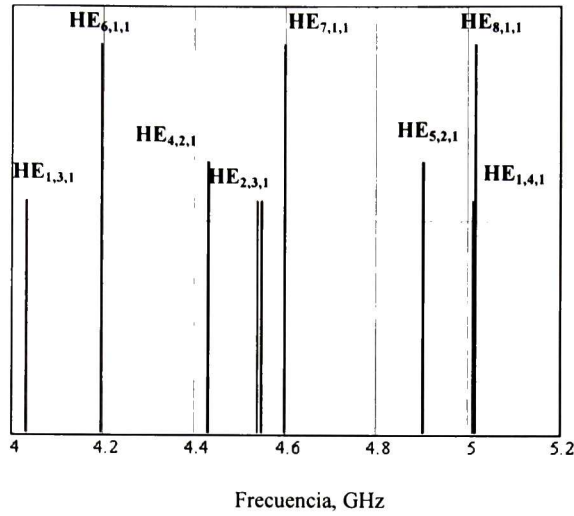
### 6.1.2 Simulación numérica de ondas azimutales mediante análisis 3D-FE

La simulación numérica fue realizada con el propósito de comprobar la precisión de los cálculos numéricos presentados en la sección anterior y aparte para verificar si hay presencia de algunos modos no deseados que pueden afectar al modo de trabajo. Para la simulación se utilizó un software HFSS de Ansoft especializado para solución de problemas electromagnéticos tridimensionales por medio de método de elementos finitos (FE). Este programa es capaz de calcular las frecuencias resonantes de un cierto número de modos resonantes en la banda de frecuencias requiriendo solamente la frecuencia inicial de la banda que nos interesa. Sin embargo el cálculo de frecuencias para varios modos con buena precisión requiere un tiempo de simulación muy largo. Así, que se realizó una simulación particular para cada modo azimutal en la cual para las frecuencias iniciales se utilizaron los valores que ya fueron calculados con el programa de MatLab.

Los resultados del cálculo y simulación para los modos magnéticos se comparan en la

**Tabla 6.1.** Frecuencias resonantes calculadas y obtenidas mediante la simulación.

Modo resonante	Frecuencia calculada	Frecuencia 3D-FE	Error
<b>WGH<sub>6,1,1</sub></b>	4.1231 GHz	4.1954 GHz	1.75 %
<b>WGH<sub>7,1,1</sub></b>	4.5411 GHz	4.5976 GHz	1.24 %
<b>WGH<sub>8,1,1</sub></b>	4.9610 GHz	5.0136 GHz	1.06 %
<b>WGH<sub>4,2,1</sub></b>	4.4440 GHz	4.4208 GHz	0.52 %
<b>WGH<sub>4,2,1</sub></b>	4.9139 GHz	4.9015 GHz	0.25 %



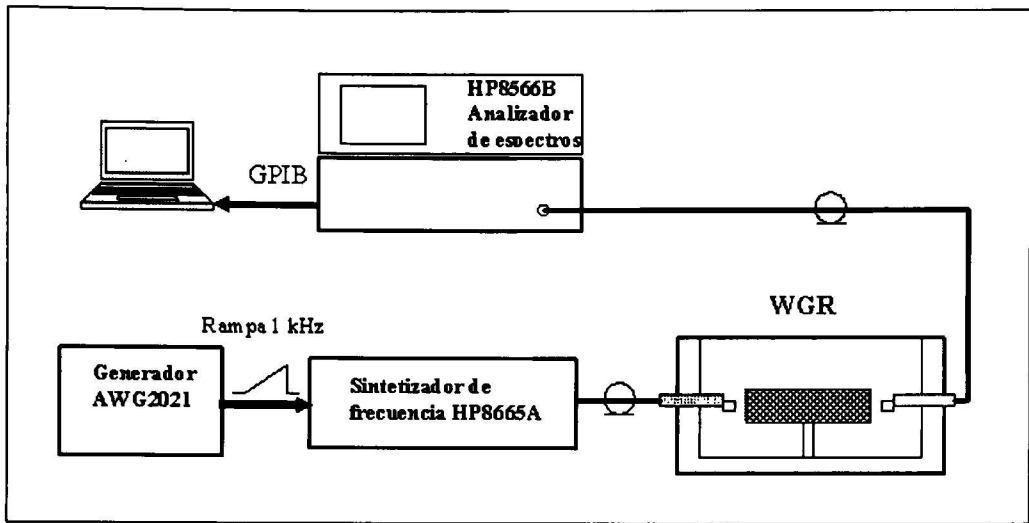
**Figura 6.2.** Espectro simulado de los modos magnéticos en la banda de 4 a 5 GHz

Tabla. 6.1. Como se puede ver el error entre los resultados del cálculo y la simulación es relativamente pequeño sin embargo cuando nos interesa como están distribuidos los modos uno respecto al otro para prevenir la interferencia entre ellos, tal precisión no es suficiente y solamente la simulación numérica puede dar los resultados correctos.

Para averiguar si hay algunas interferencias entre los modos magnéticos se calculó el espectro resonante completo en la banda de frecuencias de 4 a 5 GHz (Figura 6.5). Por un lado según el diagrama de espectro, las posibles interferencias solo pueden ocurrir para el modo  $WGH_{8,1,1}$ , el cual se encuentra muy cerca de un modo radial  $WGH_{1,4,1}$ . Pero por otro lado las frecuencias de los modos radiales dependen de las dimensiones de la cavidad y ajustándolas se puede recorrer estos modos y así evitar las interferencias. Sobre todo en un resonador abierto los modos radiales tienen su factor de calidad de radiación muy bajo y casi no se excitan por la fuerte radiación que ellos sufren.

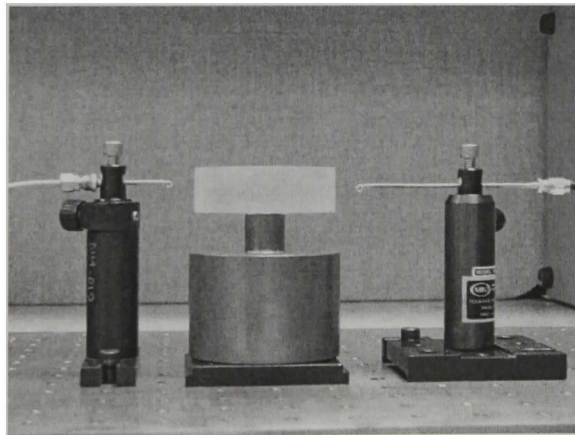
### 6.1.3 Caracterización experimental de resonador dieléctrico de zafiro y de las pérdidas dieléctricas

En la primera etapa de la parte experimental del proyecto el resonador de zafiro fue caracterizado en un rango de frecuencia, en el cual se encuentran los modos magnéticos

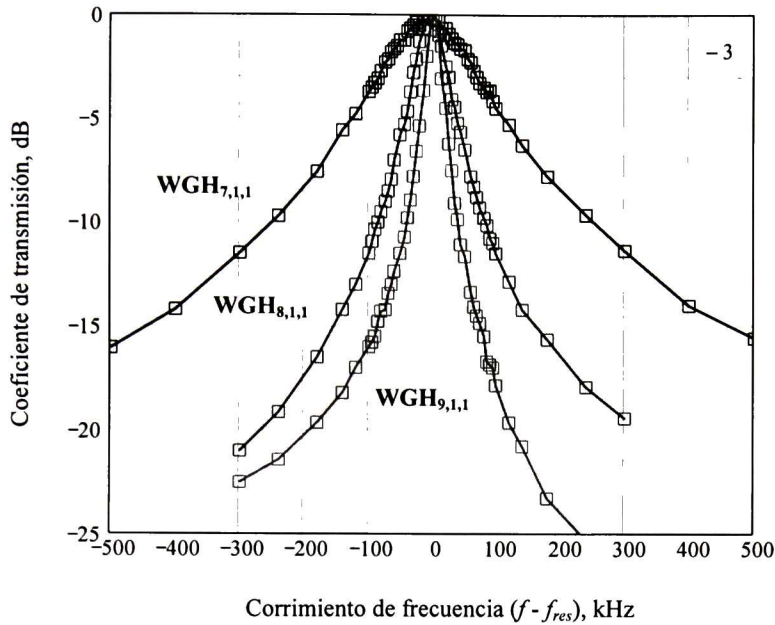


**Figura 6.3.** Diagrama experimental para la caracterización del resonador de zafiro acoplado en transmisión

$WG_{n,1,1}$  con los números azimutales  $n = 7 \dots 10$ . El diagrama de este experimento se presenta en la Figura 6.3. El resonador fue excitado utilizando un generador de microondas HP8665A cuya señal fue modulada usando un generador de rampa con frecuencia de 1 kHz. La señal transmitida a través del resonador fue analizada con un analizador de espectros HP8566B. Los datos de las respuestas obtenidos fueron transferidos a una PC conectado al analizador. En este primer experimento el resonador de zafiro fue acoplado en transmisión por medio de dos excitadores coaxiales y fue dejado a aire abierto sin meterlo en una cavidad cerrada (ver la



**Figura 6.4.** El arreglo para la medición de las respuestas resonantes del resonador de zafiro.



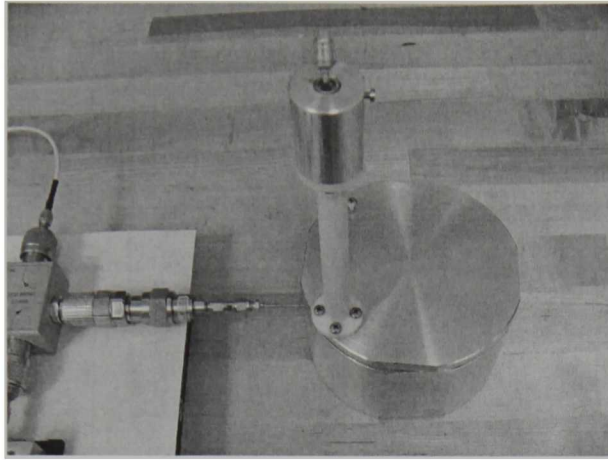
**Figura 6.5.** Respuestas resonantes de los modos magnéticos  $WGH_{n,1,1}$  con  $n = 7 \dots 9$ .

**Tabla 6.2.** Parámetros de los modos caracterizados en un resonador abierto

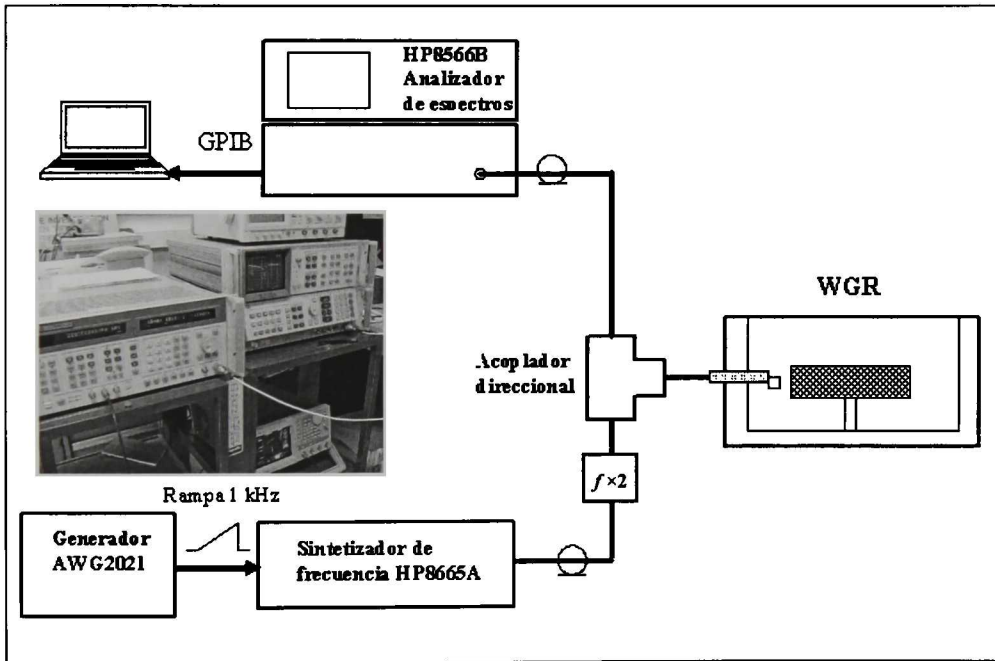
Modo resonante	Frecuencia resonante, GHz	Ancho de banda, kHz	Factor de calidad
<b>WGH<sub>7,1,1</sub></b>	4.569049	155	29,477
<b>WGH<sub>8,1,1</sub></b>	4.979671	56	88,910
<b>WGH<sub>9,1,1</sub></b>	5.393837	28	192,607
<b>WGH<sub>10,1,1</sub></b>	5.810705	24	242,083

Figura 6.6) Las respuestas resonantes obtenidas experimentalmente para los modos magnéticos mencionados se muestran en la Figura 6.5. Los valores exactos para frecuencias resonantes y factores de calidad de los modos se dan en la Tabla 6.2. Como se puede ver la diferencia entre las frecuencias de los modos  $WGH_{7,1,1}$  y  $WGH_{8,1,1}$  calculadas y determinadas experimentalmente es menor a 20 MHz que da un error menor a 0.5 %. Es importante mencionar que con el resonador abierto acoplado en transmisión se pudo detectar solamente los modos magnéticos con el número azimutal  $n < 10$ .

Para caracterización de los modos tanto magnéticos como eléctricos con  $n > 10$  se tuvo que fabricar una cavidad de aluminio que se muestra en la Figura 6.7. En esta cavidad la

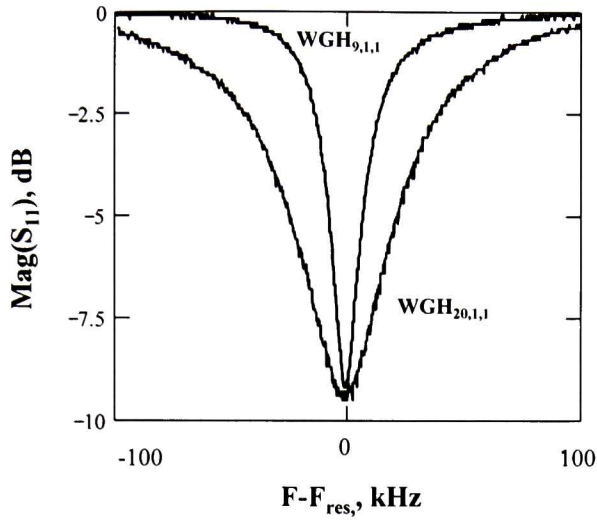


**Figura 6.6.** Resonador de zafiro encapsulado en una cavidad de aluminio.



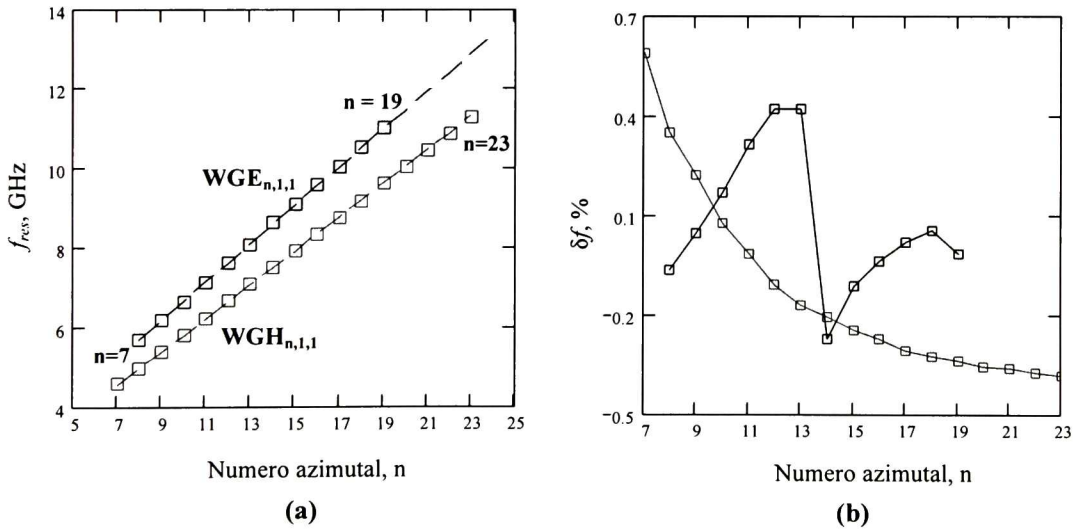
**Figura 6.7.** Diagrama experimental para la caracterización del resonador de zafiro acoplado en reflexión.

excitación de los modos azimutales resultó ser mucho más eficiente y se logró excitar los modos con los índices azimutales hasta  $n = 25$ . Para el resonador encapsulado en la cavidad se realizaron las mediciones del coeficiente de reflexión para la mayoría de modos magnéticos y modos eléctricos. Para la medición de las respuestas de reflexión se utilizó la configuración



**Figura 6.8.** Respuestas resonantes para los modos magnéticos  $WGH_{9,1,1}$  y  $WGH_{20,1,1}$ .

experimental presentada en la Figura 6.7. La forma de las respuestas en frecuencia obtenidas se puede apreciar en la Figura 6.8. Las frecuencias de todos los modos resonantes detectados experimentalmente junto con las frecuencias calculadas numéricamente se presentan en la Figura 6.9 (a), donde se aprecia una muy buena concordancia entre los datos numéricos (líneas sólidas) y experimentales (puntos discretos). En la Figura 6.9 (b) se muestra la magnitud del error entre las frecuencias calculadas y las determinadas en el experimento. El



**Figura 6.9.** Dependencias de las frecuencias resonantes (a) y del error entre las frecuencias calculadas y caracterizadas (b) del número azimutal para los diferentes tipos de modos.



error máximo para los modos magnéticos es de 0.7 % (curva roja) y de 0.4 % para los modos eléctricos (curva azul).

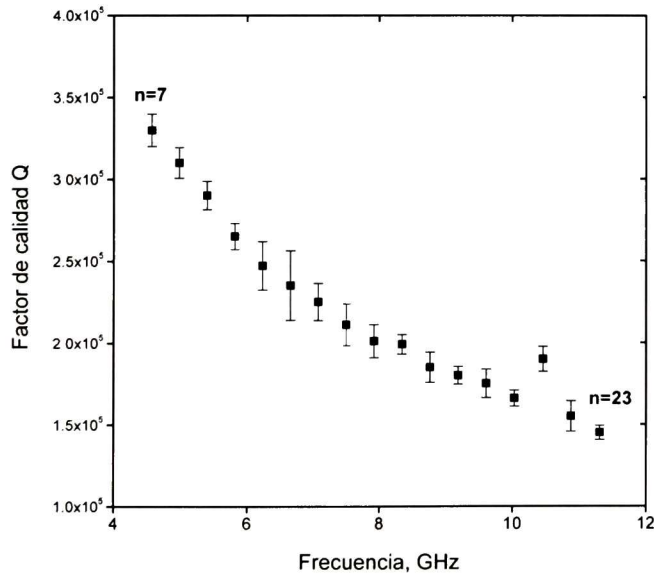
Para la extracción de los valores de coeficiente de acoplamiento y de factor de calidad de cada modo observado, las respuestas de su coeficiente de reflexión fueron aproximadas con la siguiente ecuación:

$$S_{11} = (1 - \beta + j\varepsilon Q_{res}) / (1 + \beta + j\varepsilon Q_{res}), \quad (6.1)$$

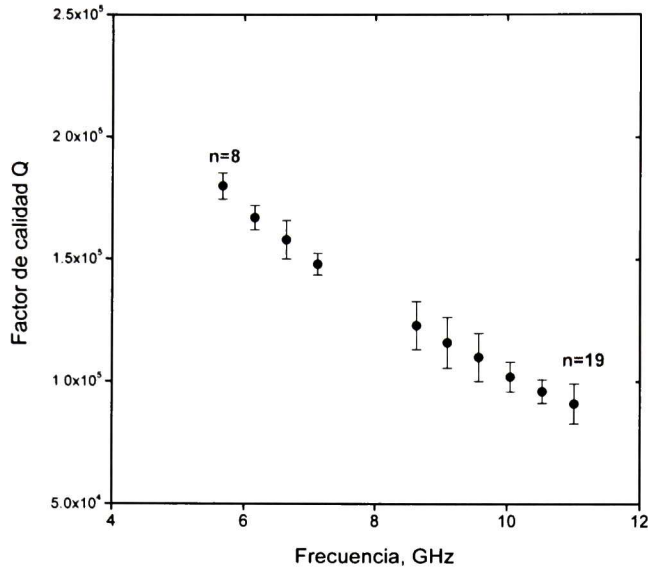
donde  $\varepsilon = 2(f - f_{res})/f_{res}$ ,  $Q_{res}$  es el factor de calidad del resonador,  $f_{res}$  es la frecuencia del modo resonante y  $\beta$  es el coeficiente de acoplamiento.

Así, en las Figuras 6.10 y 6.11 se presentan los resultados de medición de factor de calidad para los modos resonantes en un rango de frecuencias de 4.6 a 11.3 GHz. Estos resultados experimentales pueden ser utilizados para calcular la magnitud de los componentes de ángulo de pérdidas dieléctricas en el monocristal de zafiro. Los factores de calidad de los modos EH y HE están relacionados con el  $\tan\delta_{\parallel}$  y  $\tan\delta_{\perp}$  por medio de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} Q_0^{EH} &= p_{e\perp}^{EH} (\tan\delta_{\perp})^{-1} + p_{e\parallel}^{EH} (\tan\delta_{\parallel})^{-1} \\ Q_0^{HE} &= p_{e\perp}^{HE} (\tan\delta_{\perp})^{-1} + p_{e\parallel}^{HE} (\tan\delta_{\parallel})^{-1}, \end{aligned} \quad (6.2)$$



**Figura 6.10.** Factor de calidad de los modos magnéticos.

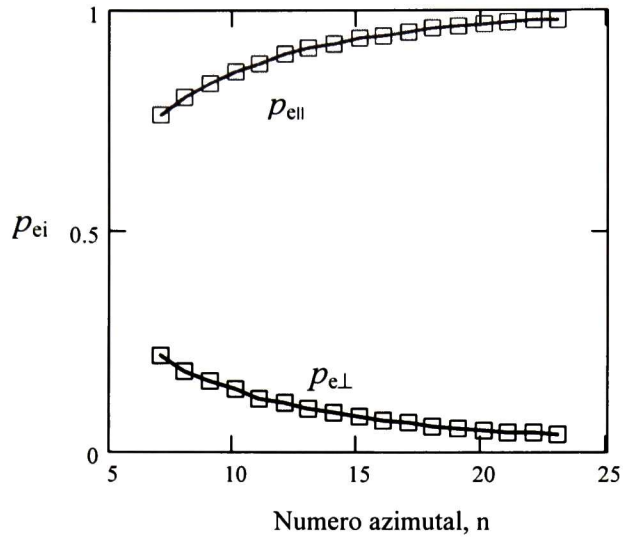


**Figura 6.11.** Factor de calidad de los modos eléctricos.

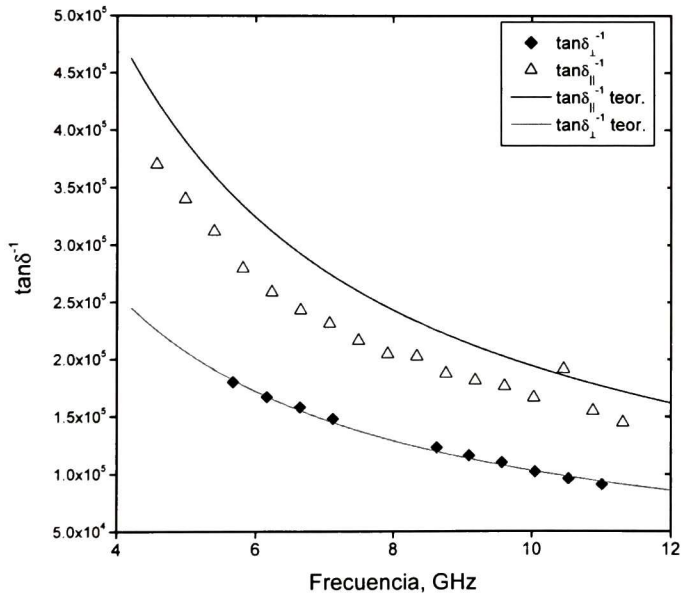
donde  $p_{e\perp}$  y  $p_{e\parallel}$  son los factores de distribución de energía del campo eléctrico en resonador que se definen como:

$$p_{ei} = 2 \left| \frac{\partial f_{res}}{\partial \epsilon_i} \right| \frac{\epsilon_i}{f_{res}} \quad (6.3)$$

Para evaluar  $p_{ei}$  se realizaron cálculos numéricos y unas simulaciones de análisis de elementos finitos para los modos de ambas polarizaciones con menores números azimutales. De esta manera para el modo  $EH_{8,1,1}$  se obtuvo que  $p_{e\parallel} = 0.05$  y  $p_{e\perp} = 0.95$ . En base a este resultado se puede concluir que para los modos EH la componente del campo eléctrico paralela al eje c es muy pequeña y para las ondas azimutales con el numero  $n > 8$  podemos suponer que  $p_{e\parallel} \cong 0$ ,  $p_{e\perp} \cong 1$  y en este caso simplemente tendremos que  $\tan \delta_{\perp} = (Q_0^{EH})^{-1}$ . Los factores de distribución del campo eléctrico para el modo  $HE_{7,1,1}$  resultaron ser  $p_{e\parallel} = 0.78$ ,  $p_{e\perp} = 0.22$ . Estos valores de  $p_{ei}$  nos dan la evidencia que los modos magnéticos poseen una componente azimutal considerable. Para una evaluación precisa de  $\tan \delta_{\parallel}$  era necesario calcular los  $p_{ei}$  para todos los modos HE analizados experimentalmente. Los valores calculados de los  $p_{ei}$  están graficados en la Figura 6.12. Una vez que se tienen los factores de distribución del campo



**Figura 6.12.** Factores de distribución del campo eléctrico calculados para los modos magnéticos.



**Figura 6.13.** Componentes del  $\tan\delta$  de zafiro obtenidas de las mediciones de factor de calidad y calculadas con el modelo de pérdidas dieléctricas.

eléctrico, la componente  $\tan\delta_{||}$  es calculada. Los resultados finales para ambas componentes del  $\tan\delta$  de zafiro se proporcionan en la Figura 6.13. De acuerdo con los datos obtenidos los

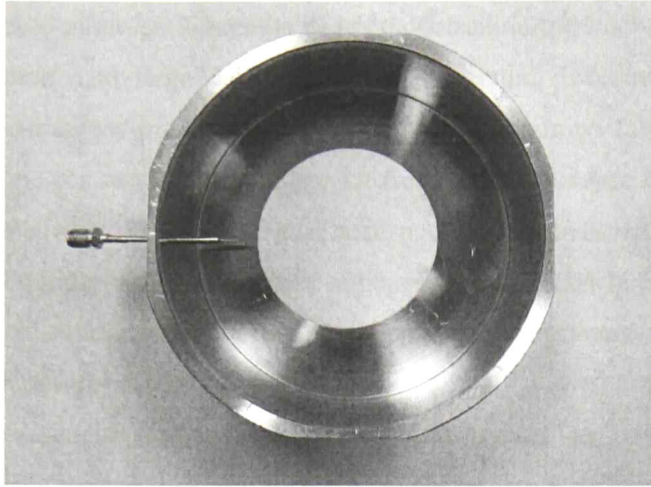
componentes de ángulo de pérdidas dieléctricas de zafiro muestran una dependencia en frecuencia lineal que puede ser aproximada por:

$$\begin{aligned}\tan \delta_{\perp} &= (9.7 \pm 0.1) \times 10^{-7} f \\ \tan \delta_{\parallel} &= (6.0 \pm 0.1) \times 10^{-7} f\end{aligned}\tag{6.4}$$

Las dependencias de  $\tan \delta_{\parallel}$  y  $\tan \delta_{\perp}$  calculadas utilizando el modelo teórico también se muestran en la Figura 6.13. Un parámetro importante usado en los cálculos teóricos ha sido el factor de amortiguamiento fonónico  $\bar{\gamma}$ . Según los resultados de la caracterización del cristal en IR (ver el capítulo anterior p. ) el valor de  $\bar{\gamma}$  fue ajustado a  $5.3 \text{ cm}^{-1}$ . Utilizando este valor de  $\bar{\gamma}$  se obtuvo una muy buena concordancia entre las respuestas del  $\tan \delta$  experimentales y teóricas. Así, según los datos dados en la Figura 6.13 las respuestas para la componente  $\tan \delta_{\perp}$  se ajustan casi de una manera perfecta. Mientras para  $\tan \delta_{\parallel}$  hay un leve error entre sus respuesta que no rebasa 15%. Sin embargo, como se observa en la grafica, para un modo específico  $\text{HE}_{21,1,1}$  también se tiene muy buena concordancias entre las magnitudes de  $\tan \delta_{\parallel}$ . Por el momento es difícil de explicar por qué para este modo particular las pérdidas dieléctricas son mas bajas que uno esperaría basándose en los datos para los otros modos. Hay que mencionar que este efecto fue observado en las tres muestras de zafiro y al menos este hecho permite descartar la influencia de los defectos estructurales o de las posibles imperfecciones de la superficie de la muestra. Lo más probable es que este efecto tenga un origen electromagnético que está relacionado con los elementos de excitación del resonador que afectan a la simetría de las ondas excitadas. En los futuros experimentos seria interesante realizar una investigación del comportamiento de este modo en las temperaturas criogénicas. Esto podría dar nos más información para explicar el efecto.

## 6.2 Caracterización del resonador dieléctrico de alumina

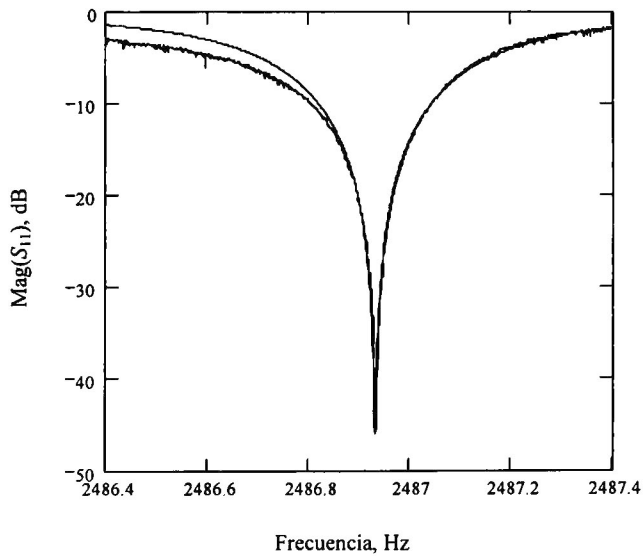
Para el resonador dieléctrico de alumina fue implementado usando una de las muestras de los cerámicos fabricados con las dimensiones  $D = 55.6 \text{ mm}$  y  $h = 9.5 \text{ mm}$ . Para las mediciones de los parámetros del resonador dicho disco de cerámico fue puesto en la misma



**Figura 6.14** Resonador dieléctrico en base del cerámico de alumina fabricado.

cavidad de aluminio que ha sido utilizada para la caracterización de monocristales de zafiro. Para la excitación del resonador se usó un excitador en base de una línea de transmisión abierta de microcinta. La construcción del resonador implementada se muestra en la Figura 6.14.

Inicialmente la caracterización del resonador se realizó en un modo fundamental

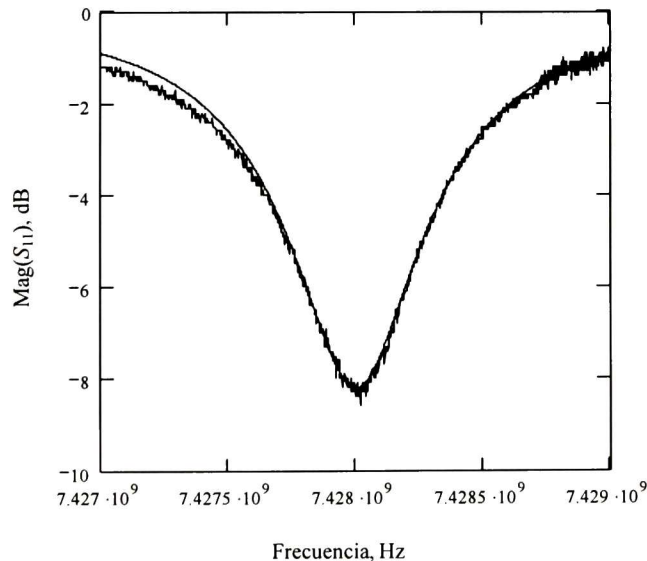


**Figura 6.15.** Respuesta del coeficiente de reflexión de resonador de alumina operado en el modo fundamental  $TE_{01\delta}$ .

denominado  $TE_{0,1,8}$ . Este modo en diferencia de los modos azimutales no tiene variaciones del campo electromagnético a lo largo de la coordenada azimutal. Este modo se utilizó para disminuir la influencia de las imperfecciones del disco de cerámico fabricado que podrían afectar a la simetría de los modos azimutales. La frecuencia resonante detectada del modo  $TE_{0,1,8}$  resultó ser alrededor de 2.486 GHz. La respuesta del coeficiente de reflexión del resonador que fue obtenida para este modo resonante se muestra en la Figura 6.15. Para la extracción del factor de calidad la respuesta experimental fue aproximada con la Ec. (6.1). De esta manera se calcularon:  $\beta = 0.989$  y  $Q = 8,500$ .

Conociendo la frecuencia resonante del modo fundamental es posible determinar la constante dieléctrica del cerámico de alumina. Así, con el objetivo de determinarla se realizó una simulación numérica del resonador con el software de análisis de elementos finitos. En las simulaciones numéricas el valor de la constante dieléctrica del modelo de cerámico fue ajustado para lograr la coincidencia de la frecuencia de resonancia calculada con la determinada experimentalmente. El valor de la constante dieléctrica aproximado de esta manera fue estimado como  $\epsilon = 9.54 \pm 0.03$ .

Para evaluación del comportamiento del factor de calidad del resonador en frecuencia se realizaron las mediciones para algunos modos azimutales. El factor de calidad detectado para



**Figura 6.16.** Respuesta del coeficiente de reflexión del resonador de alumina operado en un modo azimutal magnético.

# Capítulo 7

## Desarrollo de osciladores de zafiro

En este capítulo se presentan los resultados del desarrollo de osciladores de microondas de muy bajo ruido basados en resonadores de zafiro. Durante el desarrollo de este trabajo se construyeron dos osciladores, el primero de los cuales se basa en una configuración de tres reactancias utilizando un resonador de zafiro acoplado en reflexión y un transistor bipolar de heterounión de Silicio-Germanio. Las mayores ventajas de este oscilador son su relativa simplicidad ya que en éste no se utiliza ninguna de las técnicas complejas de estabilización de frecuencia y su desempeño en ruido de fase está al nivel de los mejores osciladores construidos mundialmente. En el segundo oscilador construido se implementó una estructura resonante avanzada conocida como filtro direccional de onda viajera la cual permitió realizar en el oscilador un sistema adicional de estabilización de frecuencia de alto rendimiento.

### 7.1 Oscilador de resonador de zafiro acoplado en reflexión

#### 7.1.1 Teoría y cálculo de un oscilador de reflexión

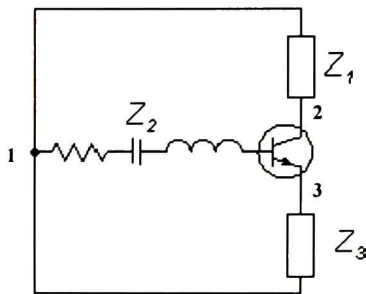
En la etapa inicial de desarrollo de osciladores ultraestables se construyó un oscilador de 4.98 GHz basado en un resonador de zafiro acoplado en reflexión (oscilador de reflexión). Las ventajas de este oscilador son la simplicidad y su bajo costo ya que éste no contiene

componentes costosos como amplificadores de bajo ruido, aisladores o circuladores de microondas y aparte se requiere un solo acoplamiento entre el transistor y el resonador de zafiro que permite obtener un mayor factor de calidad.

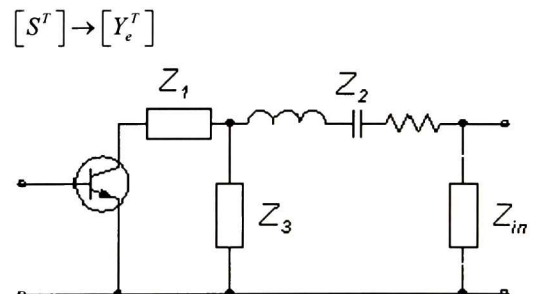
La teoría de operación de este tipo de osciladores se desarrolló en base del análisis de la función de transferencia de lazo abierto de oscilador lo que nos permitió poder calcular los valores de las reactancias acopladas con el transistor para lograr la oscilación en la frecuencia requerida.

Así, para el diseño de oscilador se considera una configuración muy básica que se muestra en la Figura 7.1 (configuración uno), la cual es conocida como un oscilador resonante de tres reactancias. En la configuración considerada el resonador está representado por la reactancia  $Z_2$  mientras otras dos reactancias  $Z_1$  y  $Z_3$  proveen las condiciones para oscilación en la frecuencia del resonador.

Para el análisis de un oscilador, usualmente se utiliza la función de transferencia de su lazo abierto  $G_{opl}$ . Así, desconectando el  $Z_2$  de la base del transistor obtenemos el esquema del lazo abierto que se muestra en la Figura 7.2. En el caso de un transistor no ideal que posee ciertas impedancias en su entrada y salida y aparte contiene unas reactancias parásitas que permiten que la señal pueda ser transmitida desde la salida a la entrada, es necesario incluir al esquema del lazo abierto una impedancia adicional  $Z_{in}$ . Esta impedancia es necesaria para poder tomar en cuenta los efectos mencionados de un transistor no ideal y para que la función de transferencia se obtenga de la manera correcta. De esta manera la función de transferencia del lazo abierto extraído se puede escribir de la siguiente forma:



**Figura 7.1.** Esquema de un oscilador resonante de tres reactancias



**Figura 7.2.** Esquema de lazo abierto del oscilador resonante.



$$\dot{G}_{opt} = -Y'_{21e} / (Y'_{22e} + (Z_2 + Z_3 + Z_{in}) / Z_{in} Z_3), \quad (7.1)$$

donde  $Y'_{21e}$  y  $Y'_{22e}$  son los parámetros  $Y$  del bipuerto (una red de dos puertos) formado por el transistor y la reactancia  $Z_1$ . La impedancia  $Z_{in}$  se puede hallar utilizando la expresión estándar para impedancia de entrada de un bipuerto:

$$Z_m = \frac{\Delta Z^c + Z_{11}^c Z_L}{Z_{22}^c + Z_L}. \quad (7.2)$$

donde  $\Delta Z^c = Z_{11}^c Z_{22}^c - Z_{12}^c Z_{21}^c$  y  $Z_{ij}^c$  son los parámetros  $Z$  de la red compuesta por el transistor, impedancia  $Z_1$  y el circuito resonante. La matriz de parámetros  $Y$  de esta red compleja se da como:

$$[Y^c] = \begin{bmatrix} Y'_{11e} - \frac{Y'_{12e} Y'_{21e} Z_2}{1 + Y'_{22e} Z_2} & \frac{Y'_{21e}}{1 + Y'_{22e} Z_2} \\ \frac{Y'_{12e}}{1 + Y'_{22e} Z_2} & Y'_{22e} - \frac{1}{Z_2 (1 + Y'_{22e} Z_2)} \end{bmatrix}, \quad (7.3)$$

con  $Y'_{22e} = Y'_{22e} + 1 / Z_3$ . De la matriz de parámetros  $Y$  uno puede calcular la matriz  $Z$  utilizando las relaciones conocidas. Ahora considerando que para un lazo cerrado  $Z_L = Z_{in}$  para hallar  $Z_{in}$  se obtiene una ecuación cuadrática:

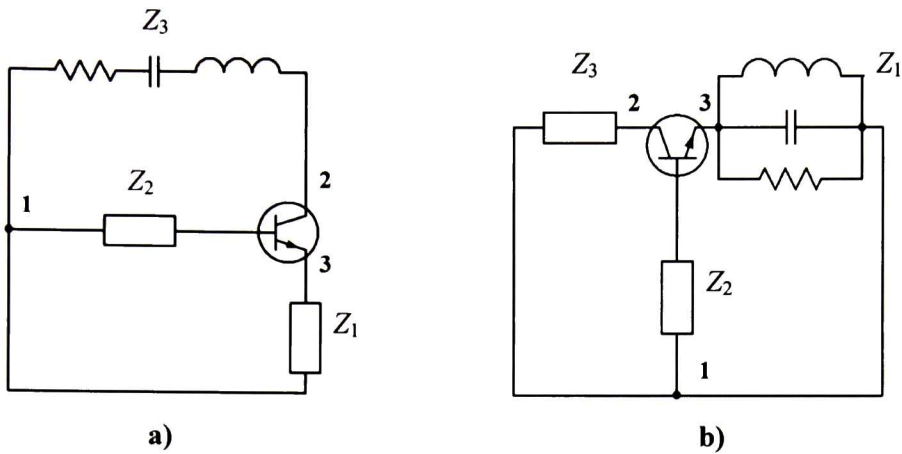
$$Z_m^2 + (Z_{22}^c - Z_{11}^c) Z_m - \Delta Z^c = 0, \quad (7.4)$$

la cual tiene una solución positiva:

$$Z_m^1 = 0.5(Z_{11}^c - Z_{22}^c + \sqrt{(Z_{22}^c - Z_{11}^c)^2 + 4\Delta Z^c}). \quad (7.5)$$

Es importante mencionar que la impedancia  $Z_{in}$  afecta tanto a la respuesta de amplitud como a la respuesta de fase de lazo abierto de oscilador y es necesario incluirla a la red para poder hacer un cálculo exacto de la frecuencia de oscilación y otros parámetros de oscilador.

Una vez que la función de transferencia del lazo abierto ha sido obtenida, los elementos del esquema pueden ser calculados utilizando las condiciones de oscilación:



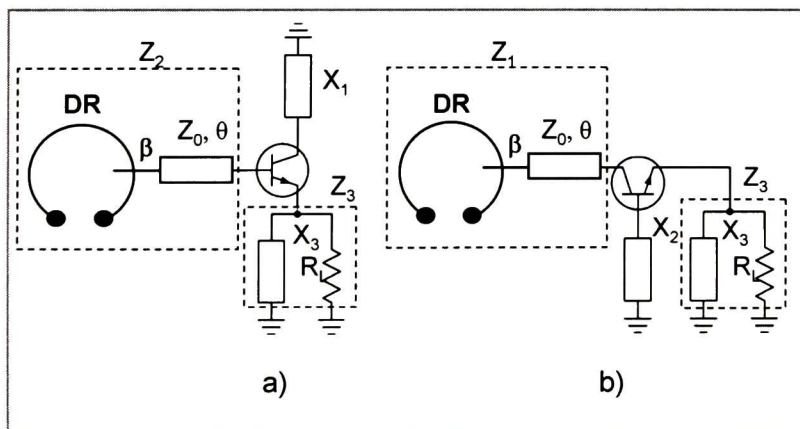
**Figura 7.3.** Posibles configuraciones para un oscilador de microondas en base del esquema de tres reactancias.

$$\operatorname{Re}\left(\dot{G}_{opl}(f_{osc})\right)\Big|_{f_{osc}=f_{res}} > 1, \quad (7.6)$$

$$\operatorname{Im}\left(\dot{G}_{opl}(f_{osc})\right)\Big|_{f_{osc}=f_{res}} = 0, \quad (7.7)$$

donde  $f_{osc}$  es la frecuencia de oscilación requerida y  $f_{res}$  es la frecuencia de resonancia de la red resonante.

En la configuración de oscilador analizada la impedancia  $Z_2$  fue asignada para el resonador pero con el mismo éxito se puede colocar el resonador en el lugar de las impedancias  $Z_1$  o  $Z_3$ , lo que nos da dos esquemas alternativos para un oscilador mostrados en la Figura. 7.3



**Figura 7.4.** Esquemas para un oscilador de reflexión.

(configuración dos y tres). De hecho, las tres configuraciones son aceptables para realizar un oscilador en base de un resonador dieléctrico, sin embargo, por cuestiones relacionadas con el acoplamiento y la polarización del transistor se otorga la preferencia a las configuraciones uno y dos. Así, en la Figura 7.4 se presentan los esquemas preferibles para un oscilador donde se utiliza un resonador acoplado en reflexión como una red resonante en serie. Estas dos configuraciones pueden ser realizadas en las frecuencias de microondas utilizando la tecnología de circuitos impresos en base de líneas de microcinta.

Particularmente para la implementación de oscilador en base de un resonador dieléctrico de zafiro se utilizó la primera configuración ya que ésta según las experiencias anteriores puede ser más estable y no presenta oscilaciones parásitas afuera de la resonancia del resonador. Otra razón por la cual se eligió esta configuración está relacionada con el factor de calidad del lazo abierto y según las estimaciones realizadas la primera configuración posee un factor de calidad un poco más alto que las otras dos. Como ya se mencionó, el cálculo de los elementos del oscilador se hace por medio del análisis de la función de transferencia de su lazo abierto. Un problema importante para este análisis es el modelo de resonador de zafiro, el cual se presenta a continuación. Es bien conocido que el coeficiente de reflexión de un resonador acoplado con una línea de transmisión se da por:

$$\Gamma_{res} = e^{-2j\theta} (1 - \beta + j\varepsilon Q_0) / (1 + \beta + j\varepsilon Q_0), \quad (7.8)$$

donde  $Q_0$  es el factor de calidad propio del resonador,  $\beta$  es el coeficiente de acoplamiento,  $\varepsilon$  es la frecuencia fraccional definida como  $\varepsilon = 2(f - f_{res}) / f_{res}$ , donde  $f_{res}$  es la frecuencia de resonancia y  $\theta$  es la longitud eléctrica de la línea de transmisión. Sin embargo, para el análisis de un oscilador de tres reactancias es más conveniente manejar la impedancia de la red resonante. La expresión para la última puede ser derivada de la Ec. (7.8) y se escribiría de la siguiente manera:

$$Z_2 = Z_0 (Z_{res} + jZ_0 \tan(\theta_{eff})) / (Z_0 + jZ_{res} \tan(\theta_{eff})), \quad (6.9)$$

donde 
$$Z_{res} = \frac{Z_0}{\beta} (1 + j\varepsilon Q_0), \quad (6.10)$$

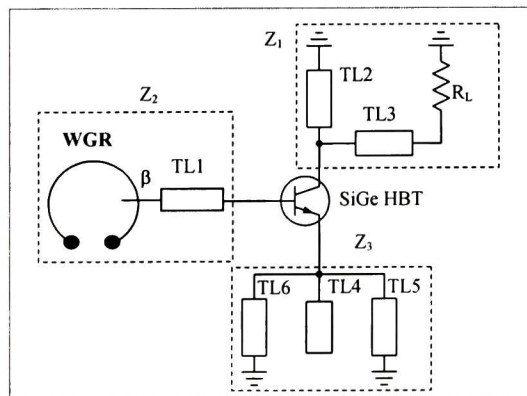
y 
$$\theta_{eff} = \theta - \tan^{-1}(Z_0 / \omega L_1). \quad (6.11)$$

aquí  $Z_0$  es la impedancia característica de la línea de transmisión,  $L_1$  es la inductancia parásita de elementos de acoplamiento. Para el funcionamiento correcto de oscilador es importante que la impedancia  $Z_2$  sea igual a  $Z_{res}$  y para ello es necesario utilizar una línea de transmisión de una longitud eléctrica efectiva  $\theta_{eff}$  múltiple a  $180^\circ$  en la frecuencia de resonancia de WGR.

Para el diseño de un oscilador en base de WGR es muy importante recordar que este tipo de resonadores poseen un gran número de modos resonantes que puede provocar oscilaciones indeseables afuera de la resonancia del modo de trabajo. Para prevenirlo, es necesario introducir en el esquema una red adicional que pueda servir para seleccionar el modo de operación del WGR. La red mencionada puede agregarse a la impedancia  $Z_3$  y en este caso la red debe tener propiedades de un circuito resonante en paralelo, sintonizado a la frecuencia resonante del modo operacional del WGR. La manera más simple de realizar este tipo de red es por medio de un circuito de elementos semi-concentrados, es decir, la inductancia de la red se realiza en forma de dos líneas de microcinta de pequeña longitud, mientras una línea de microcinta abierta con una longitud alrededor de un cuarto de onda hace la función de un capacitor. La longitud exacta de la línea abierta se puede hallar utilizando la siguiente expresión:

$$\theta_{stub} = \tan^{-1}\left(\frac{2Z_{02}}{Z_{01} \tan(\theta_1)}\right), \quad (7.12)$$

donde  $\theta_1$  y  $Z_{01}$  son la longitud y la impedancia característica de las líneas que forman la inductancia y  $Z_{02}$  es la impedancia característica de la línea abierta que forma el capacitor.



**Figura 7.5.** Esquema de un oscilador con un resonador de zafiro acoplado en reflexión.

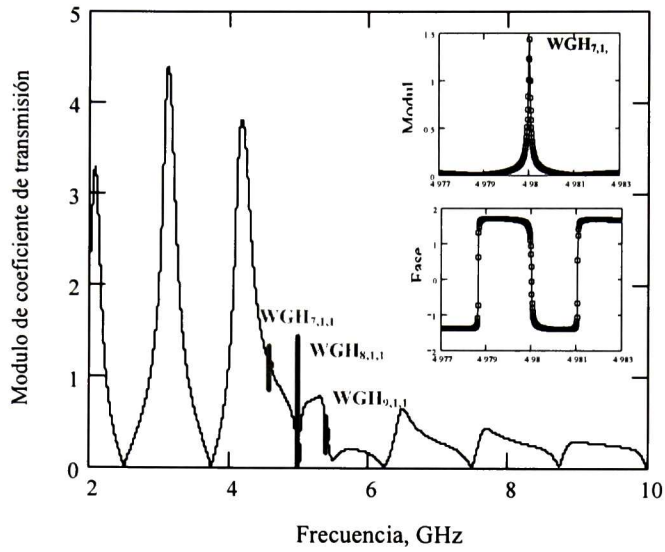
**Tabla 7.1.** Valores de los parámetros de elementos de oscilador

Elemento	Valor del parámetro
WGR	WGH <sub>7,1,1</sub> -mode: $f_{res} = 4.56\text{GHz}$ , $Q_0 = 2.2 \cdot 10^5$ WGH <sub>8,1,1</sub> -mode: $f_{res} = 4.98\text{GHz}$ , $Q_0 = 2.5 \cdot 10^5$ WGH <sub>9,1,1</sub> -mode: $f_{res} = 5.39\text{GHz}$ , $Q_0 = 2.4 \cdot 10^5$
TL1	$Z_0 = 50 \text{ Ohm}$ , $\theta_{eff}(\lambda_{res}) = 720^\circ$ , $L_1 = 3 \text{ nH}$
TL2	$Z_0 = 65 \text{ Ohm}$ , $\theta_{TL2} = 42.5^\circ$ (calculado eqs. 5.1-5.14)
TL3	$Z_0 = 90 \text{ Ohm}$ , $\theta(\lambda_{res}) = 90^\circ$
TL4	$Z_0 = 65 \text{ Ohm}$ , $\theta_{TL4} = 81.2^\circ$ (calculado eq. 5.12)
TL5, TL6	$Z_0 = 75 \text{ Ohm}$ , $\theta(\lambda_{res}) = 15^\circ$

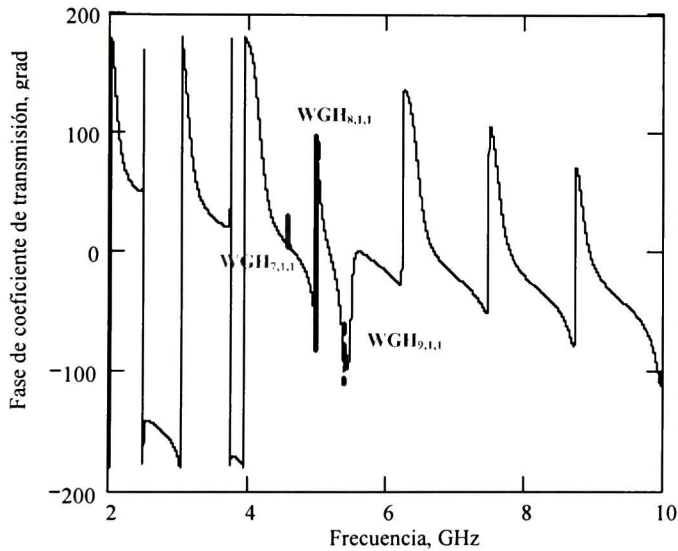
El esquema completo del oscilador desarrollado se muestra en la Fig. 7.5. Aquí como ya se mencionó la impedancia  $Z_2$  contiene el WGR acoplado con una línea de transmisión TL1. En su turno la impedancia  $Z_3$  contiene la red para la selección del modo operacional constituido por TL4 - - TL6. Mientras  $Z_1$  incluye una carga de 50 Ohm acoplada con el oscilador por medio de una línea de transmisión de cuarto de onda TL3 la cual transforma su impedancia a 200 Ohm para evitar una fuerte pérdida de la señal generada en la carga. Finalmente, la línea TL2 funciona como una red de corrección de fase del transistor.

Otro aspecto importante del diseño de un oscilador es la elección del elemento activo. Como se mostró en [45] un bajo nivel de ruido de fase de un oscilador de zafiro se puede obtener empleando transistores bipolares de SiGe. Así, para este diseño se utilizó un transistor del tipo mencionado NESG2021M05 fabricado por California Eastern Laboratories. Este transistor posee un nivel de ruido  $1/f$  muy bajo y al mismo tiempo tiene alta ganancia en el rango de frecuencias requerido. Otra ventaja de los transistores de SiGe empaquetados es el comportamiento de su coeficiente de transmisión de voltaje. En particular, en un rango de frecuencias de 4 a 6 GHz estos transistores tienen la fase de su coeficiente de transmisión cercana a cero grados, lo que hace, que si se usa una red resonante que no invierte la fase, las redes adicionales de corrección de fase no son necesarias.

Después de definir las impedancias  $Z_1$ - $Z_3$  podemos comenzar a trabajar con la función de transferencia de lazo abierto del oscilador. Para su análisis se utilizaron los parámetros de dispersión del transistor elegido proporcionados por el fabricante junto con los parámetros



**Figura 7.6.** Respuesta en frecuencia del módulo de coeficiente de transmisión del lazo abierto de oscilador.



**Figura 7.7.** Respuesta en frecuencia de la fase de coeficiente de transmisión del lazo abierto de oscilador.

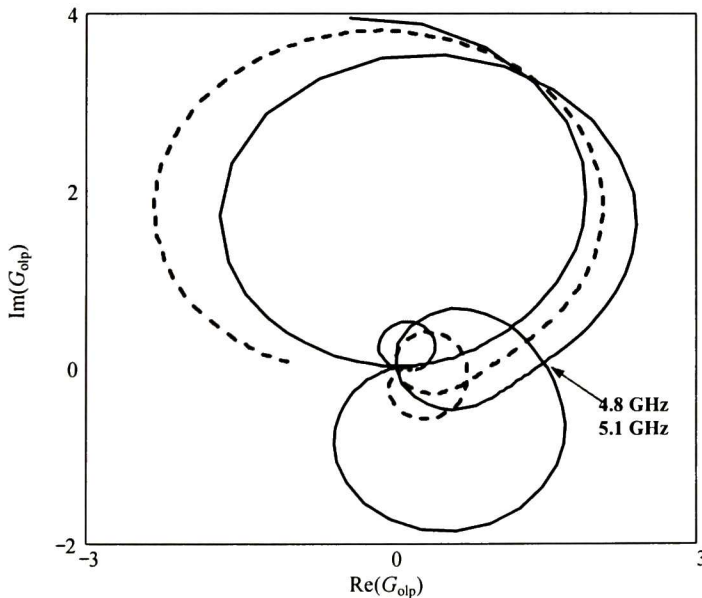
presentados en la Tabla 7.1. En su turno el coeficiente de acoplamiento del WGR y la longitud eléctrica de la línea TL2 fueron asumidos como variables que pueden ser calculadas en base en las condiciones de oscilación [7.6, 7.7], las cuales en este caso se puede describir de la forma siguiente:

$$\operatorname{Re}(\dot{G}_{opl}(f, \beta, \theta_{TL2})) \Big|_{f=f_{res}^{WGH_{8,1,1}}} = G_{mg}, \quad (7.13)$$

$$\operatorname{Im}(\dot{G}_{opl}(f, \beta, \theta_{TL2})) \Big|_{f=f_{res}^{WGH_{8,1,1}}} = 0, \quad (7.14)$$

donde  $G_{opl}$  es la función de transferencia del lazo abierto y  $G_{mg}$  es el margen de ganancia con un valor de 1.414 (3 dB). De las condiciones establecidas se hallaron los siguientes valores de las variables:  $\beta = 0.58$  y  $\theta_{TL2} = 42.5^\circ$ . Así, en las Figuras 7.6 y 7.7 se muestran las respuestas calculadas para el módulo y la fase del coeficiente de transmisión de lazo abierto. Uno puede apreciar que las condiciones de oscilación se cumplen únicamente en la frecuencia resonante del modo  $WGH_{8,1,1}$ , lo que indica, que oscilaciones no deseables no pueden ocurrir en las frecuencias de los modos cercanos y tampoco en alguna otra frecuencia aunque el lazo abierto tenga una alta ganancia.

En la última etapa del cálculo de oscilador se realizó un estudio de lo que cómo la longitud de la línea de transmisión acoplada con el WGR afecta a la función de transferencia de lazo abierto de oscilador. Este estudio es importante para conocer tal longitud máxima que puede ser admitida para no causar alguna oscilación fuera de la frecuencia del modo de operación del resonador. En el cálculo presentado esta longitud fue tomada como  $\theta_{TL1} = 720^\circ$ , lo cual es



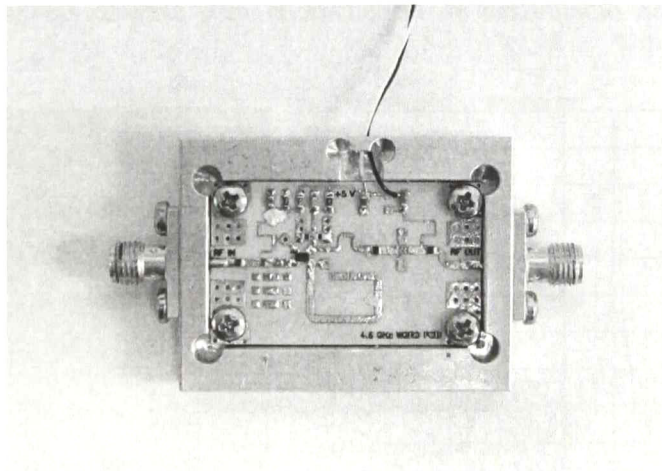
**Figura 7.8.** Grafica de la función de transferencia del lazo abierto representada en un plano complejo para diferentes longitudes de la línea  $TL_1$ .

equivalente a una longitud física de  $2\lambda_{\text{res}}$ , sin embargo, se descubrió que el incremento de esta a  $4\lambda_{\text{res}}$  ya puede provocar oscilaciones parásitas con frecuencia alrededor de 5 GHz. Así, en la Figura 7.8 se muestra la respuesta de la función de transferencia para dos casos donde se observa que para  $l_{\text{TL2}} = 4\lambda_{\text{res}}$  la gráfica pasa por dos puntos donde también se cumplen las condiciones de oscilación  $\text{Re}(G_{\text{opt}}) = 1.6$ ,  $\text{Im}(G_{\text{opt}}) = 0$  y que corresponden a unas frecuencias de 4.8 GHz y 5.1 GHz. Este resultado indica que la longitud de la línea  $\text{TL}_1$  no debe ser mayor que  $2\lambda_{\text{res}}$ , al contrario unas oscilaciones no deseables pueden ocurrir afuera de la resonancia del WGR.

### 7.1.2 Construcción y ajuste del oscilador

El circuito de oscilador diseñado fue fabricado en un substrato comercial (Rogers Corporation) con  $\epsilon = 3.38$  y espesor de 0.5 mm. El ensamble del circuito de oscilador se muestra en la Figura 7.9.

Para obtener un bajo nivel de ruido de fase de oscilador se utilizó un transistor de heterounión (HBT) de Silicio-Germanio. Como ya se mencionó anteriormente los transistores de este tipo poseen muy alta ganancia en las frecuencias de microondas y al mismo tiempo



**Figura 7.9.** Ensamble del circuito de oscilador ajustado para la frecuencia de oscilación de 4.98 GHz.



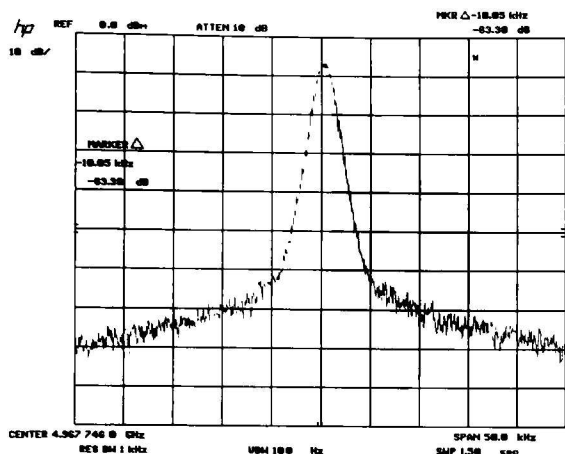


Figura 7.10. Espectro de la señal del circuito del oscilador sin resonador de zafiro.

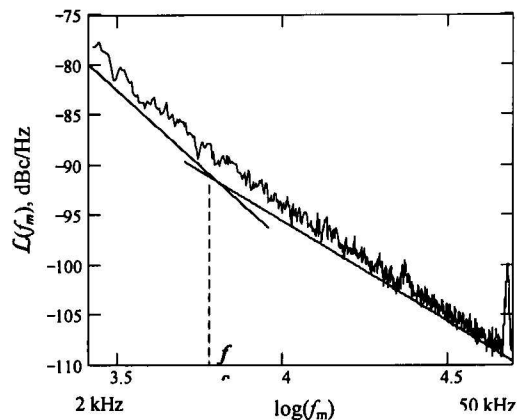


Figura 7.11. Espectro de ruido del circuito del oscilador sin resonador de zafiro.

ofrecen un nivel de ruido de fase muy bajo. Sin embargo hay que mencionar que el ruido de los transistores puede variar de un ejemplar a otro así que para seleccionar transistores de bajo ruido se hizo la caracterización de ruido de fase del circuito de oscilador sin resonador de zafiro. Para esto el resonador de zafiro fue reemplazado por una carga de 50 Ohm lo que permitió tener un oscilador con el factor de calidad muy bajo con un nivel de ruido que se puede medir con un analizador de espectros convencional. El espectro del ruido del oscilador no estabilizado se muestra en las Figuras 7.10 y 7.11, donde se puede observar que el ruido de fase esta a nivel de  $-93$  dBc/Hz para la frecuencia de corrimiento de 10 kHz. Aquí es

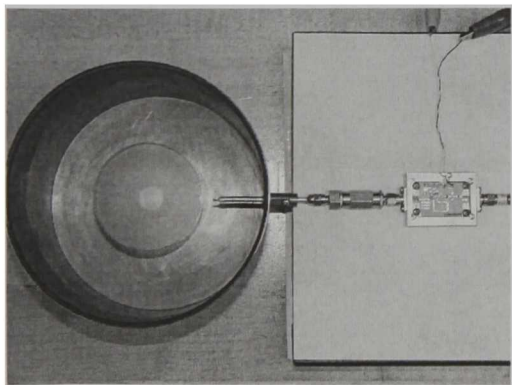


Figura 7.12. Ensamble de oscilador de reflexión de zafiro.

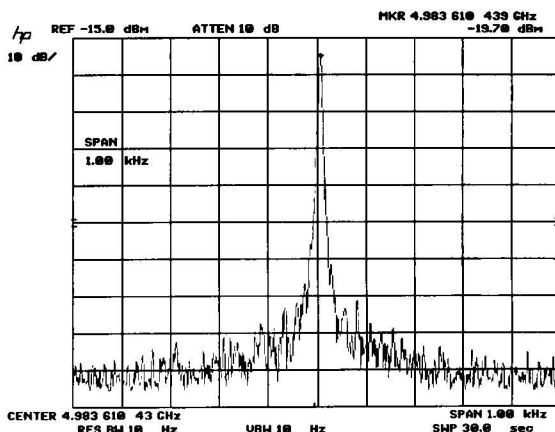


Figura 7.13. Espectro de la señal de oscilador de zafiro.

importante a mencionar que este nivel de ruido varía para diferentes ejemplares de HBTs. Para caracterizar el ruido de un transistor se determina la frecuencia de esquina  $f_c$  de ruido  $1/f$  la cual corresponde al punto en el espectro de oscilador donde el ruido cambia su pendiente de 20 dB/década a 30 dB/década (ver Figura 7.11). Para los transistores examinados esta frecuencia resultó ser alrededor de 5 a 20 kHz. Para las pruebas finales con el resonador de zafiro se seleccionaron dos HBTs con  $f_c = 5 \dots 7$  kHz.

El ensamble del oscilador completo se muestra en la Figura 7.12. Después de acoplar el circuito del oscilador con el resonador de zafiro la oscilación se estabilizó por la resonancia del cristal. En el espectro grabado del oscilador acoplado con el WGR que se muestra en la Figura 7.13 se puede ver que la frecuencia de oscilación es exactamente igual a la frecuencia del modo  $WGH_{9,1,1}$  (4.983 GHz), lo que indica que el oscilador está operando en el régimen correcto. También se puede ver la señal del oscilador estabilizado con el resonador de zafiro está considerablemente más limpia comparando con la del oscilador no estabilizado. El pequeño ruido que se observa en este espectro esta generado por el equipo de medición, el cual opera a su máxima resolución (span de 1 kHz).

### 7.1.3 Caracterización del ruido de fase

Una estimación preliminar de ruido de fase del oscilador diseñado se puede hacer en base de la teoría de realimentación lineal utilizando una función de transferencia de ruido de fase definida en [66], donde la densidad espectral de ruido de fase se da por:

$$S_\phi(\omega) = |\mathcal{H}(j\omega)|^2 S_\theta(\omega), \quad (7.15)$$

donde  $S_\theta(\omega)$  es la densidad espectral de fluctuaciones de fase de amplificador en el lazo de oscilador o de su elemento activo y  $\mathcal{H}(j\omega)$  es la función de transferencia de ruido de fase definida como:

$$\mathcal{H}(j\omega) = \frac{1}{1 - B(j\omega)/B(0)}, \quad (7.16)$$

donde  $B(j\omega)$  es la función de transferencia de fase del lazo abierto de oscilador la cual se calcula con la siguiente expresión:

$$B(j\omega) = \frac{1}{2|G_{olp}(j\omega_{osc})|} [G_{olp}(j(\omega - \omega_{osc})) + G_{olp}(j(\omega + \omega_{osc}))], \quad (7.17)$$

Como se puede ver la función de transferencia de ruido de fase  $\mathcal{H}(j\omega)$  se puede calcular en base de la función del lazo abierto hallada  $G_{olp}(j\omega)$ . Por su parte, para la densidad espectral de ruido de transistor se puede utilizar el siguiente simple modelo:

$$S_{\phi}(f_m) = S_{\phi}^{\text{fl}} \left( 1 + \frac{f_c}{f_m} \right), \quad (7.18)$$

en esta expresión  $S_{\theta}^{\text{fl}}$  es la densidad espectral de ruido blanco definida por la figura de ruido de transistor y  $f_c$  es la frecuencia de esquina de ruido  $1/f$  cuyo valor ya fue definido en la sección anterior ( $f_c = 5 \dots 6$  kHz). Para determinar el valor de  $S_{\theta}^{\text{fl}}$  podemos usar el nivel de ruido de fase del oscilador sin WGR que también ya fue caracterizado y aplicando la ecuación de Leeson hallamos el parámetro requerido. Así,  $S_{\theta}^{\text{fl}}$  se expresa de la siguiente manera.

$$S_{\phi}^{\text{fl}} = S_{\phi}(f_m) - 10 \log \left( 1 + \left( \frac{f_{osc}}{2Q_L f_m} \right)^2 \right), \quad (7.19)$$

La última ecuación contiene el parámetro  $Q_L$  - el factor de calidad de redes resonantes de oscilador no estabilizado, el cual básicamente se determina por el factor de calidad de la línea de microcinta TL<sub>4</sub>. Un valor típico para este tipo de redes es  $Q_L = 50$  aunque en realidad este valor puede ser un poco diferente lo que da **cierta** incertidumbre en la estimación de  $S_{\theta}^{\text{fl}}$ . Entonces, asumiendo que  $S_{\phi}(10 \text{ kHz}) = -93.3 \text{ dBc/Hz}$  y  $f_{osc} = 4.968 \text{ GHz}$  obtenemos  $S_{\theta}^{\text{fl}} = -167 \text{ dBc/Hz}$ . El valor calculado de  $S_{\theta}^{\text{fl}}$  está muy cercano a los resultados de mediciones de ruido en amplificadores de SiGe HBT para una frecuencia de 3.5 GHz presentados en [45] donde se reporta  $S_{\theta}^{\text{fl}} = -(170 \dots 172) \text{ dBc/Hz}$  para  $f_m \geq 10 \text{ kHz}$ . Así, para estimación de ruido del oscilador de zafiro se hace razonable suponer  $S_{\theta}^{\text{fl}} = -170 \text{ dBc/Hz}$ . Finalmente substituyendo los parámetros de HBT definidos en el modelo (7.18) y aplicando las ecuaciones (7.15-7.17) obtenemos la siguiente estimación para la densidad espectral de ruido de fase del oscilador desarrollado  $\mathcal{L}(1 \text{ kHz}) = \frac{1}{2} S_{\phi}(1 \text{ kHz}) = -138.4 \text{ dBc/Hz}$ .

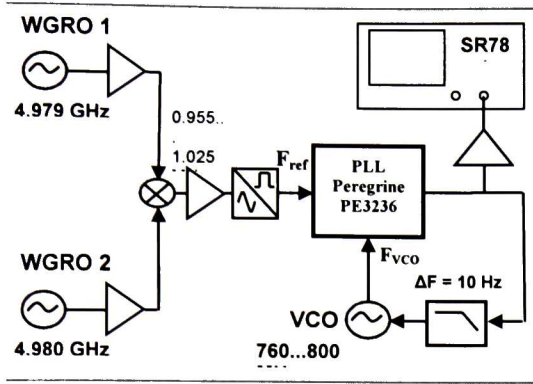


Fig. 7.14. Sistema para la medición del ruido de fase.

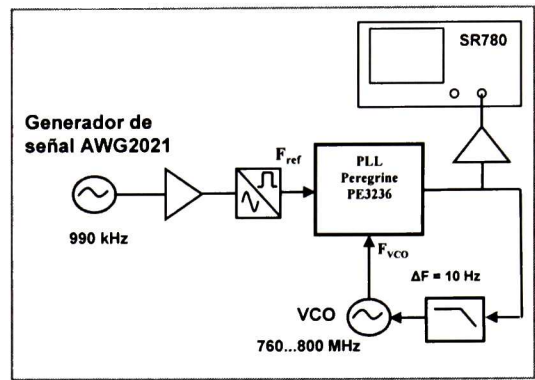


Fig. 7.15. Esquema de la calibración del sistema de medición del ruido.

Para poder realizar mediciones de ruido de fase del oscilador desarrollado se tuvo que construir dos osciladores idénticos e implementar un sistema de medición en base de un lazo de enganche de fase también conocido como PLL (Phase Lock Loop). Como se muestra en la Fig. 23 el elemento principal del sistema es el sintetizador integrado PE3236 (Peregrine Semiconductors) el cual se utiliza para compara la fase de la señal de batido de dos osciladores de zafiro con la señal de un oscilador de referencia de bajo ruido. Lo más

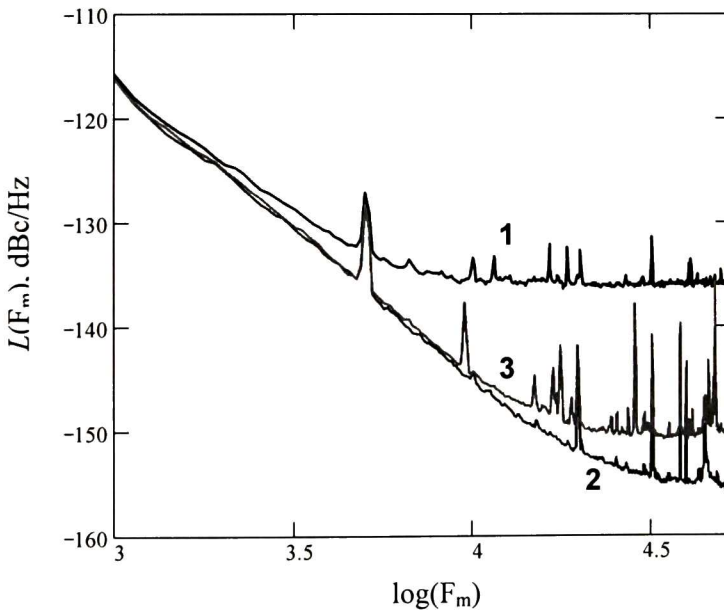
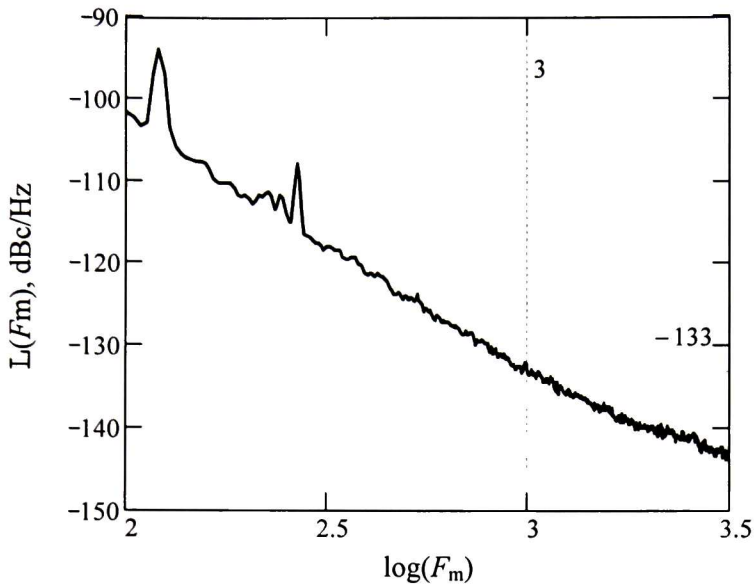


Figura 7.16. Espectros de ruido de fase del generador de referencia: curva 1 – para una señal armónica, curva 2 – para una señal cuadrada y curva 3 – para una señal armónica después de agregar al sistema un convertidor de señal de senoidal a cuadrada.



**Figura 7.17.** Espectro de ruido para la señal de batido entre dos osciladores de zafiro de 4.980 GHz y 4.979 GHz.

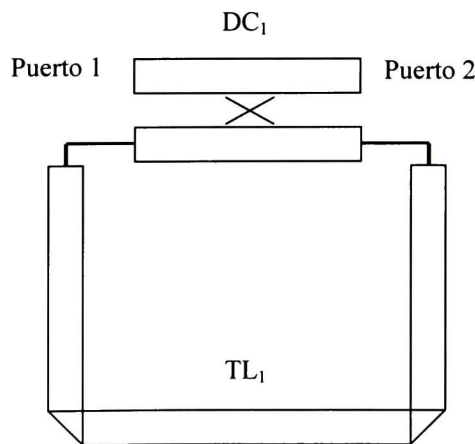
importante en la implementación de este sistema de medición de ruido fue reducir el ruido de todos sus elementos y en especial del detector de fase del sintetizador integrado. Las mediciones del nivel propio de ruido del sistema y su calibración se hicieron utilizando un generador de referencia con un nivel de ruido bien conocido (Figura 7.15). En esta etapa se descubrió que el ruido propio del detector de fase depende de la forma de la señal de generador. Así, para una señal armónica el ruido del detector resultó ser más de 20 dB mayor a aquel que se detectó para una señal cuadrada (ver la Figura 7.16). Para disminuir el ruido de detector de fase en el esquema se tuvo que agregar un circuito adicional que convierte una señal senoidal a una cuadrada logrando de esta manera un nivel propio de ruido del sistema alrededor de -150 dBc/Hz (ver curva 3 en la Figura 7.16).

El espectro de ruido de fase de la señal de batido de dos osciladores de zafiro de 4.979 GHz y 4.980 GHz se presenta en la Figura 7.17. Aquí se puede ver que el ruido de la señal de batido es de -133 dBc/Hz para la frecuencia de corrimiento de 1 kHz. Así, restando de este valor 3 dB para un solo oscilador obtenemos -136 dBc/Hz. Este resultado para el ruido de fase de un oscilador de zafiro de corrimiento libre está a nivel de los mejores osciladores de este tipo donde se utiliza la combinación de un resonador de zafiro y un HBT de SiGe [46].

## 7.2 Oscilador de onda viajera con estabilización de frecuencia combinada

### 7.2.1 Filtros direccionales de onda viajera

Un filtro direccional de onda viajera es un dispositivo que se puede utilizar tanto como para el lazo principal de un oscilador de zafiro como para la implementación de un discriminador de frecuencia de alta eficiencia. Como ya se mencionó en los antecedentes (ver p. 43) este tipo de dispositivos se puede realizar en base de un resonador de zafiro acoplado con dos líneas de transmisión las cuales son necesarias para la excitación de resonador en el régimen de onda viajera. La propiedad más atractiva de un filtro direccional consiste en la posibilidad de obtener una respuesta de reflexión en la salida de uno de sus puertos. Sin embargo, la implementación física de este dispositivo se complica por la necesidad de realizar un acoplamiento muy fino entre las líneas de transmisión y el resonador de zafiro. Para explicación de este problema acudimos a la Figura 7.18, donde se muestra un filtro direccional de dos puertos representado por un acoplador direccional  $DC_1$  y una línea de transmisión  $TL_1$ . Para el estudio del comportamiento de este filtro asumimos que el  $DC_1$  es un acoplador común de dos líneas de transmisión acopladas con una longitud de cuarto de onda i. e.  $\lambda/4$ , mientras



**Figura 7.18.** Representación de filtro direccional de dos puertos como un acoplador direccional acoplado con una línea de transmisión.

la línea de transmisión  $TL_1$  tiene una longitud equivalente a  $15\lambda/4$  así, que el resonador formada por la  $TL_1$  y una de las líneas del  $DC_1$  tiene longitud total de  $4\lambda$ . Comencemos el análisis de esta estructura escribiendo la matriz de parámetros de dispersión para el acoplador direccional:

$$S_{DC1} = \begin{bmatrix} \frac{S_{11e} + S_{11o}}{2} & \frac{S_{21e} - S_{21o}}{2} & \frac{S_{12e} + S_{12o}}{2} & \frac{S_{11e} - S_{11o}}{2} \\ \frac{S_{21e} - S_{21o}}{2} & \frac{S_{22e} + S_{22o}}{2} & \frac{S_{22e} - S_{22o}}{2} & \frac{S_{12e} + S_{12o}}{2} \\ \frac{S_{12e} + S_{12o}}{2} & \frac{S_{11e} - S_{11o}}{2} & \frac{S_{11e} + S_{11o}}{2} & \frac{S_{21e} - S_{21o}}{2} \\ \frac{S_{22e} - S_{22o}}{2} & \frac{S_{12e} + S_{12o}}{2} & \frac{S_{21e} - S_{21o}}{2} & \frac{S_{22e} + S_{22o}}{2} \end{bmatrix}, \quad (7.20)$$

donde

$$S_{11e} = S_{22e} = \frac{j \left( \frac{Z_{0e}}{Z_0} - \frac{Z_0}{Z_{0e}} \right) \sin \theta_e}{2 \cos \theta_e + j \left( \frac{Z_{0e}}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z_{0e}} \right) \sin \theta_e}, \quad (7.21)$$

$$S_{12e} = S_{21e} = \frac{2}{2 \cos \theta_e + j \left( \frac{Z_{0e}}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z_{0e}} \right) \sin \theta_e}, \quad (7.22)$$

$$S_{11o} = S_{22o} = \frac{j \left( \frac{Z_{0o}}{Z_0} - \frac{Z_0}{Z_{0o}} \right) \sin \theta_o}{2 \cos \theta_o + j \left( \frac{Z_{0o}}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z_{0o}} \right) \sin \theta_o}, \quad (7.23)$$

$$S_{12o} = S_{21o} = \frac{2}{2 \cos \theta_o + j \left( \frac{Z_{0o}}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z_{0o}} \right) \sin \theta_o}, \quad (7.24)$$

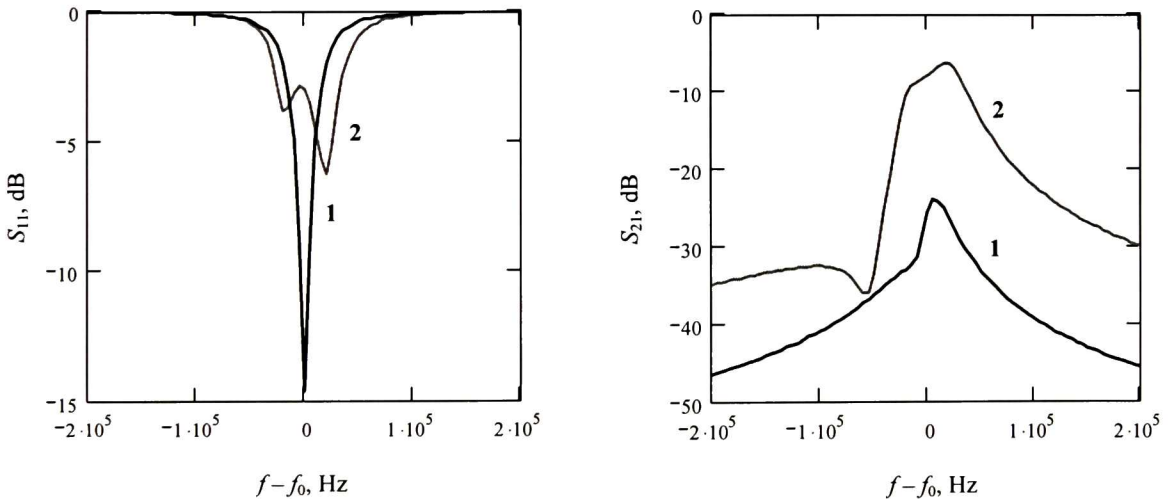
En las Eqs. (7.21 - 7.24)  $Z_{0e}$  es la impedancia característica de modo par [67] la cual se define como la impedancia de una sola línea del  $DC_1$ , cuando las corrientes de alta frecuencia en ambas líneas tienen la misma magnitud y la misma fase. Por su parte  $Z_{0o}$  es la impedancia de modo impar la cual en su turno se define como la impedancia de una sola línea del  $DC_1$

cuando las corrientes en ambas líneas tienen la misma magnitud y las fases opuestas. Es importante mencionar que para diferentes modos de operación las líneas del acoplador también van a tener diferentes longitudes eléctricas, por esta razón en las ecuaciones presentadas para cada modo se utiliza su propia longitud  $\theta_e$  o  $\theta_0$ . Para la descripción de la línea TL<sub>1</sub> se puede usar su matriz de dispersión dada por:

$$T_{TL1} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-\gamma l} \\ e^{-\gamma l} & 0 \end{bmatrix}, \tag{7.25}$$

donde  $\gamma = \alpha + j\beta$  ( $\alpha$  es la atenuación de la línea y  $\beta = 2\pi/\lambda$  es el número de onda) es la constante de propagación compleja y  $l$  es la longitud física de la línea TL<sub>1</sub>. Inicialmente en base de las matrices definidas se calcularon los parámetros de dispersión de una red compuesta por el acoplador con la línea TL<sub>1</sub> acoplada con uno de sus puertos. Para ello se utilizó una serie de ecuaciones dadas en [68] que se escriben de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} S_{p,q}^\Sigma &= S_{p,q} + S_{6,6}S_{p,5}S_{5,q} / (1 - S_{5,5}S_{6,6}) \\ S_{4,q}^\Sigma &= S_{4,6}S_{5,q} / (1 - S_{5,5}S_{6,6}) \\ S_{p,4}^\Sigma &= S_{p,5}S_{6,4} / (1 - S_{5,5}S_{6,6}) \\ S_{4,4}^\Sigma &= S_{4,4} + S_{5,5}S_{4,6}S_{6,4} / (1 - S_{5,5}S_{6,6}), \end{aligned} \tag{7.26}$$



**Figura 7.19.** Respuestas del filtro direccional de dos puertas con un acoplador perfectamente ajustado – curva 1 y con un acoplador con parámetros desajustado a 0.1 % – curva 2.

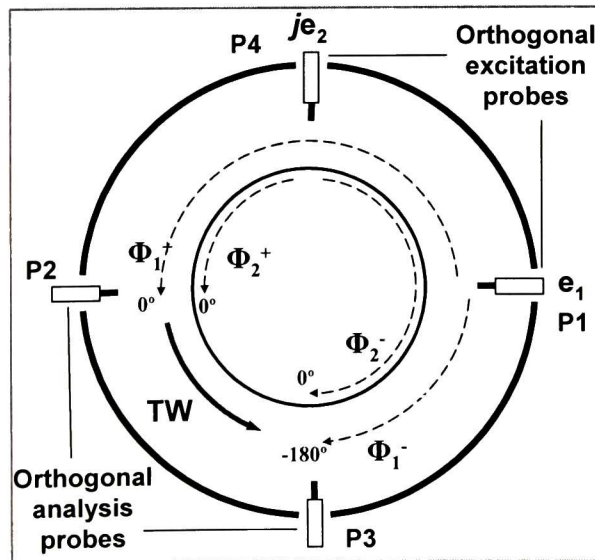


Después, los puertos 3 y 4 de la red compuesta se unieron y de esta forma se hallaron los parámetros requeridos del filtro direccional. En este paso se usó la siguiente relación:

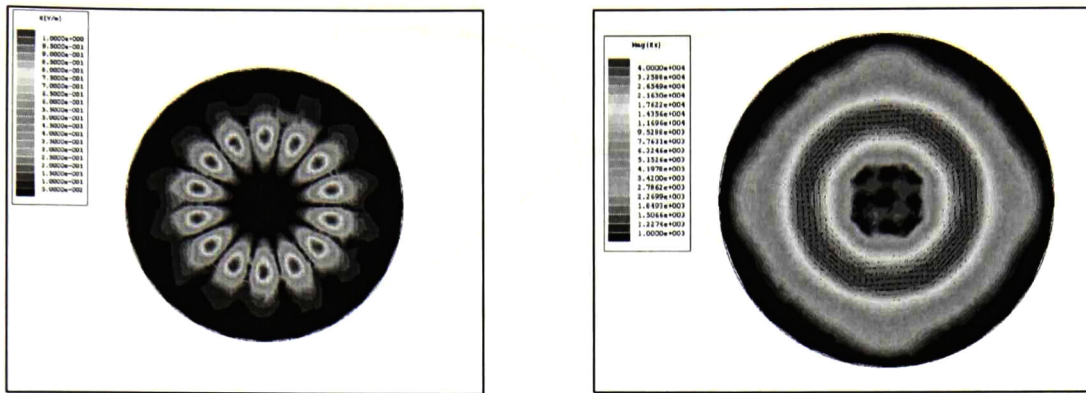
$$S_{p,q}^{\Sigma} = S_{p,q} - \frac{S_{3,3}S_{p,4}S_{4,q} + (1-S_{3,4})S_{p,3}S_{4,q} + S_{4,4}S_{p,3}S_{3,q}}{S_{3,3}S_{4,4} - (1-S_{3,4})(1-S_{4,3})} \quad (7.27)$$

Las respuestas calculadas de un filtro direccional de dos puertos se presentan en la Figura 7.19. En estas gráficas las Curvas 1 corresponden a las respuestas de un filtro perfectamente ajustado y uno puede notar que el coeficiente de transmisión del filtro  $S_{21}$  tiene una respuesta equivalente a la del coeficiente de reflexión de un resonador común de onda estacionaria, mientras la respuesta de su coeficiente de reflexión muestra un nivel de reflexión muy bajo, que indica una buena adaptación de los puertos del filtro. En su caso las curvas 2 corresponden a un filtro direccional cuyos parámetros fueron desajustados a 0.1 % de sus valores iniciales. Para este filtro se aprecia que sus respuestas cambiaron totalmente y ya no son aceptables. Este ejercicio nos indica que este tipo de filtro es muy sensible a los parámetros de acoplamiento en la práctica sería muy difícil obtener las respuestas requeridas.

Para evitar las complicaciones con la realización de la estructura analizada se propone una nueva técnica para excitar una onda viajera en un resonador de zafiro utilizando la

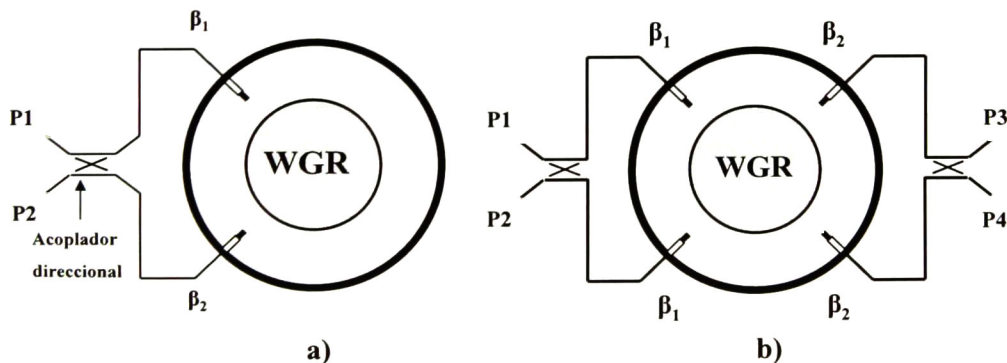


**Figura 7.20.** Resonador de zafiro excitado en régimen de onda viajera por medio de excitadores ortogonales.

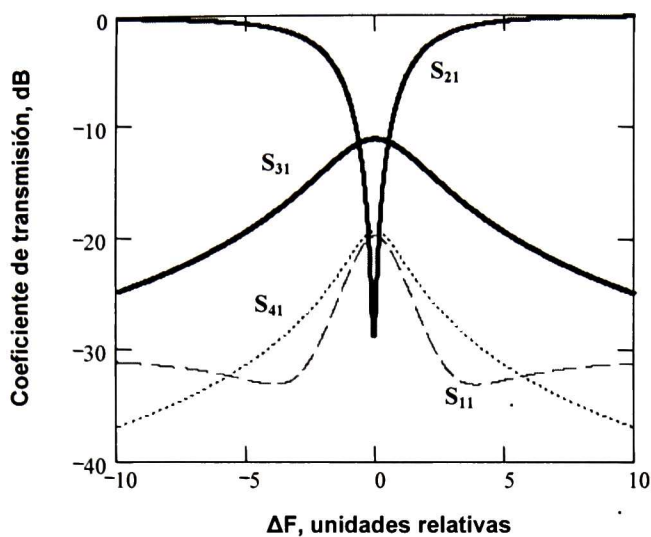


**Figura 7.21.** Distribución de amplitud del campo eléctrico en un resonador de zafiro de onda estacionaria (a) y en un resonador de onda viajera (b).

interferencia de ondas estacionarias. Así, se propone una nueva configuración de un resonador de zafiro, donde la onda viajera es excitada con un par de excitadores coaxiales convencionales alimentados en cuadratura. Como lo muestra la Figura 7.20, para la excitación de una onda viajera mediante la interferencia de ondas estacionarias se requieren dos excitadores orientados uno respecto al otro a un ángulo de 90 grados. La validez de esta técnica de excitación de onda viajera fue comprobada por medio de simulaciones numéricas de elementos finitos cuyos resultados se muestran en la Figura 7.21. De esta manera, en la Figura 7.21 (a) se muestra la distribución de amplitud del campo eléctrico en un resonador de onda estacionaria, mientras en la Figura 7.21 (b) se puede ver la distribución del campo eléctrico excitado por medio de cuatro excitadores ortogonales. El último sin duda muestra comportamiento de una onda viajera ya que su amplitud es casi constante a lo largo de la dirección azimutal.



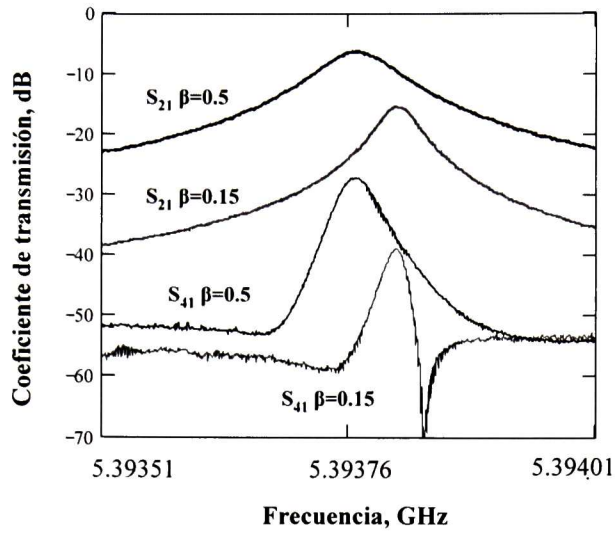
**Figura 7.22.** Filtros direccionales en base de un resonador de zafiro de onda viajera



**Figura 7.23.** Respuestas de frecuencia calculadas para un filtro direccional de cuatro puertos.

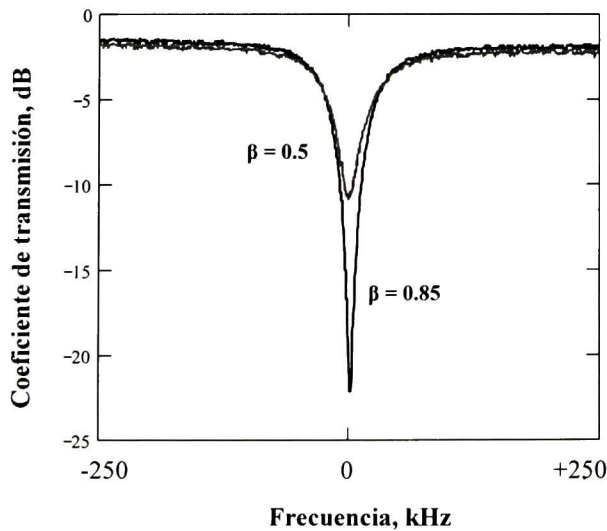
Así, para la excitación de onda viajera se requiere un tipo de alimentación de los excitadores en cuadratura. Para eso se puede utilizar un acoplador direccional de 3 dB como se muestra en la Figura 7.22 (a). De esta manera se obtiene un filtro direccional de dos puertos. El filtro direccional de cuatro puertos que se muestra en la Figura 7.22 (b) puede ser utilizado para un oscilador con estabilización de frecuencia combinada. En este dispositivo la señal transmitida del puerto uno al puerto dos tiene la respuesta de onda reflejada de un resonador convencional (curva rosa en la Figura 7.23) y puede ser utilizada directamente para un discriminador de frecuencia, mientras que el coeficiente de transmisión entre los puertos uno y tres (curva azul en la Figura 7.23) tiene una respuesta adecuada para la implementación del lazo principal de oscilador. El coeficiente de transmisión entre los puertos del filtro uno y cuatro es muy pequeño lo que indica que estos puertos están desacoplados, así que en base de este dispositivo es posible realizar un interferómetro bidireccional, en el cual dos señales se inciden en los puertos mencionados y debido a la interferencia se obtienen mejores características.

Para la caracterización experimental de los resonadores de onda viajera propuestos se midieron los parámetros de dispersión de un filtro direccional de dos puertos. En la configuración experimental el resonador de zafiro con el diámetro  $D = 69.63$  mm y el espesor  $h = 21.50$  mm fue excitado con dos excitadores coaxiales, los cuales podían ser ajustados para



**Figura 7.24.** Respuestas en frecuencia para el resonador de zafiro medidas entre puertos ortogonales y colineales.

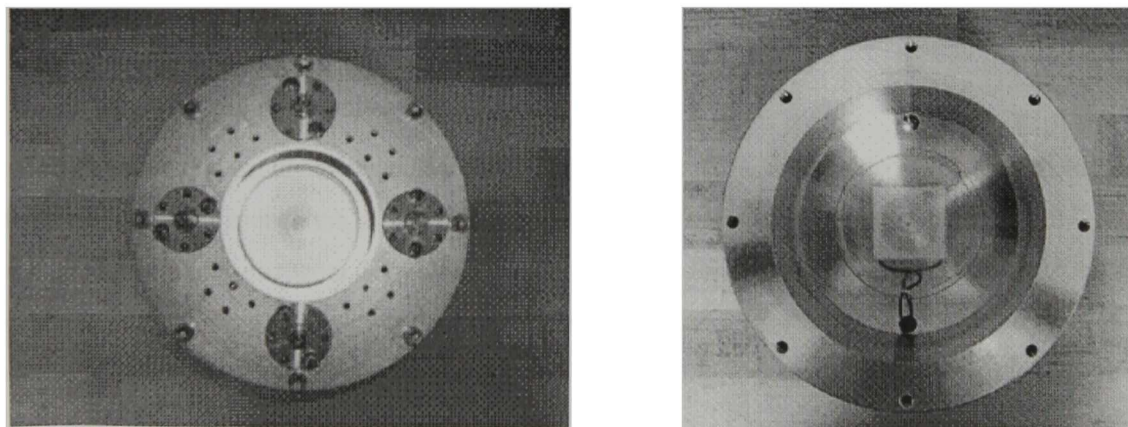
un arreglo ortogonal o colineal. En el primer turno se realizaron las mediciones de los coeficientes de transmisión entre excitadores colineales y ortogonales. Las respuestas en frecuencia obtenidas se presentan en la Figura 7.25, donde se puede observar que el coeficiente de transmisión entre los puertos colineales tiene una respuesta de transmisión convencional, mientras el coeficiente de transmisión entre excitadores ortogonales es 20 dB más pequeño, lo cual nos indica un buen funcionamiento de esta configuración. Es importante



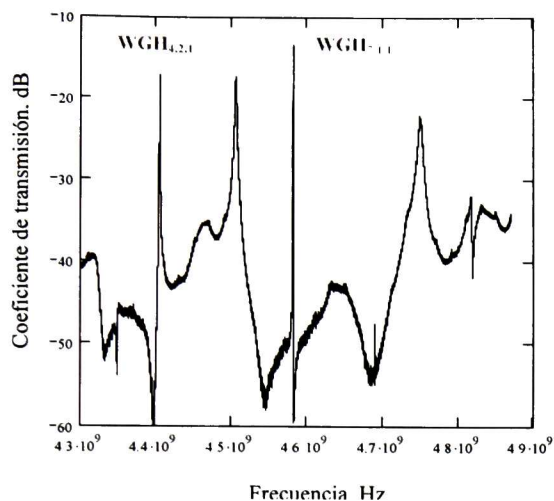
**Figura 7.25.** Respuestas en frecuencia para un filtro direccional de zafiro de dos puertos.

mencionar que la magnitud de atenuación de la señal entre los excitadores ortogonales determina el coeficiente de reflexión de los puertos del filtro. Por esta razón es necesario mantener este parámetro a nivel de 20...25 dB. Después de ajustar los excitadores se acoplaron a un acoplador direccional según la Figura 7.22 (a) y de esta manera se implemento un filtro direccional de dos puertos. La medición del coeficiente de transmisión de este dispositivo fue realizada para diferentes acoplamientos. Así, en la Figura 7.26 se muestran las respuestas para dos diferentes coeficientes de acoplamiento  $\beta_1 = 0.5$  y  $\beta_2 = 0.85$ . En ambos casos las respuestas del coeficiente de transmisión obtenidas coinciden con las respuestas de reflexión para un resonador convencional de onda estacionaria y de esta manera se confirma que un filtro direccional posee propiedades adecuadas para la realización de un discriminador de frecuencia de alta eficiencia.

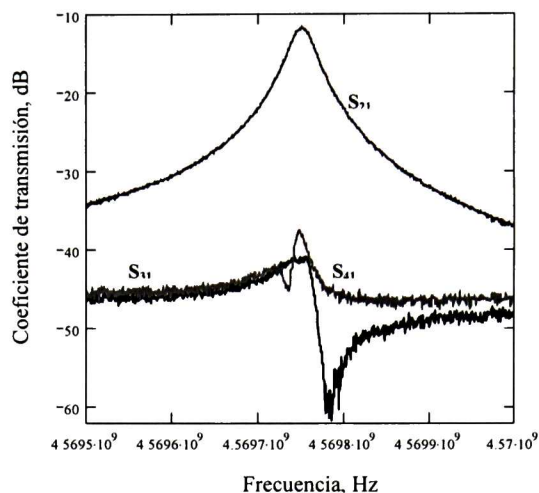
En la siguiente etapa de este desarrollo se construyó una cavidad de vacío (Fig. 7.27), que se diseñó para excitación del resonador de zafiro en el régimen de onda viajera y para poder controlar y estabilizar la temperatura del resonador por medio de un elemento termoeléctrico. Hay que mencionar que el comportamiento del resonador de zafiro ensamblado en la cavidad puede ser muy diferente que el de un resonador abierto. El mayor problema en este caso esta relacionado con las resonancias parásitas que se forman en la cavidad y que pueden afectar el modo de operación del resonador. Así, en la Figura 7.28 se muestra el espectro de resonancias del resonador en un rango de frecuencias de 4.3 a 4.9 GHz. Como se puede notar aparte del modo básico  $WGH_{7,1,1}$  hay dos fuertes modos no muy deseables que están presentes en el



**Figura 7.26.** Resonador de zafiro ensamblado en una cavidad de vacío.



**Figura 7.27.** Respuesta en frecuencia del resonador de zafiro encapsulado en la cavidad de vacío.



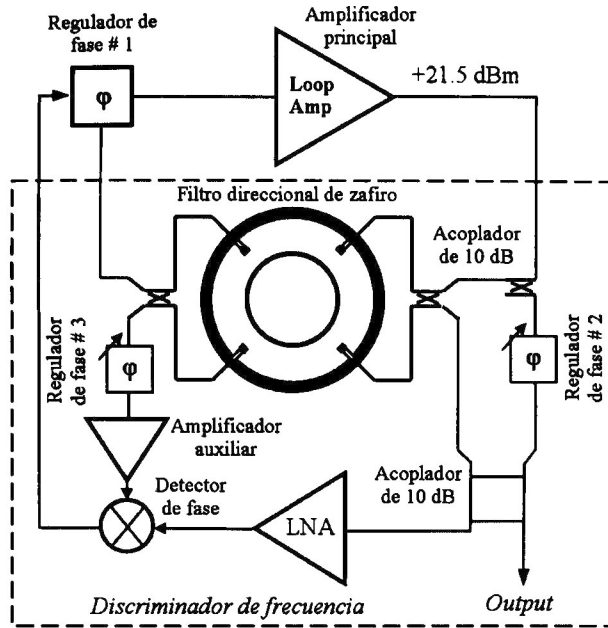
**Figura 7.28.** Respuestas entre los excitadores ortogonales y colineales para el resonador de zafiro encapsulado en la cavidad.

espectro del resonador. Sin embargo, estos modos no afectan a la respuesta del modo básico y aparte tienen la intensidad un poco más baja que la del modo  $WGH_{7,1,1}$ .

Otro reto en la construcción de la cavidad era encontrar la posición correcta de los excitadores. Para esto se requería escoger correctamente tanto las dimensiones de la cavidad como la posición de los excitadores. Cabe mencionar que antes de obtener las respuestas del resonador requeridas se hicieron a prueba y error varios intentos de cambio de posición de los excitadores. Las respuestas finales para el modo operacional se muestran en la Figura 7.29.

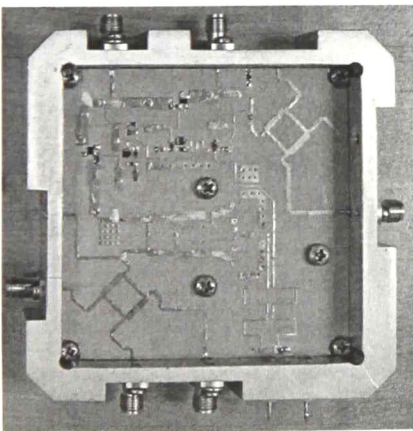
## 7.2.2 Construcción y caracterización del oscilador

La pieza clave para la construcción de oscilador de onda viajera ha sido el filtro direccional de cuatro puertas descrito en la sección anterior. En el diagrama presentado en la Figura 7.30 se puede apreciar el esquema del oscilador completo donde el dicho filtro se utiliza tanto para el lazo principal de oscilación como para la implementación de un elemento de dispersión para un sistema de estabilización de frecuencia. Para el desarrollo de este oscilador se fabricaron dos módulos de circuitos de microondas uno para la electrónica del lazo principal de oscilación y otro para los dispositivos que forman el sistema de estabilización de

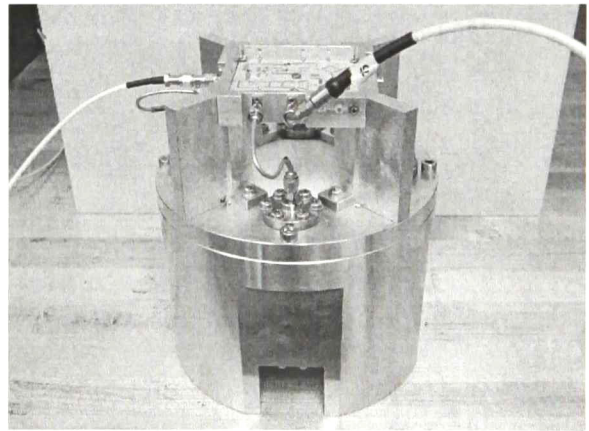


**Figura 7.29.** Esquema para un oscilador de zafiro de onda viajera con un sistema de estabilización frecuencia.

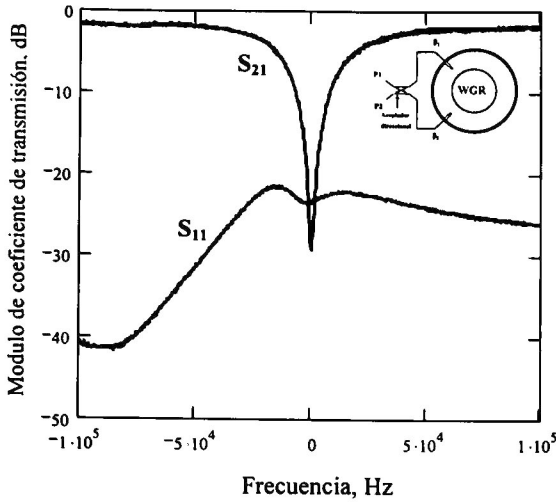
frecuencia. Así, el módulo del lazo principal diseñado incluye el amplificador de bajo ruido de fase, los acopladores del filtro direccional y un regulador de fase. Mucha atención en este diseño fue prestada particularmente al amplificador principal. El último fue diseñado utilizando los transistores de SiGe de potencia media y fue dividido en dos etapas de amplificación para obtener alta ganancia del lazo abierto mayor a 10 dB. La potencia de salida



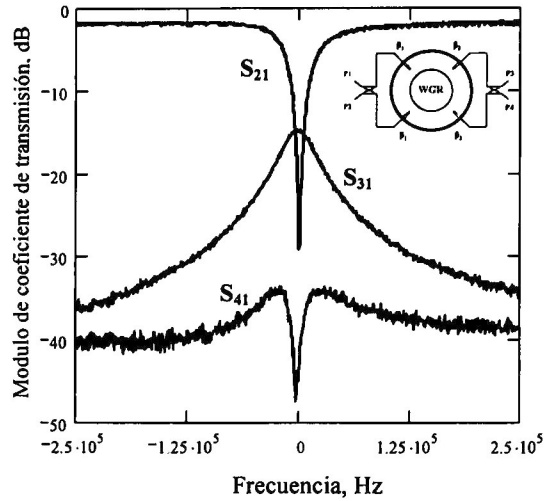
**Figura 7.30.** Módulo de electrónica del lazo principal.



**Figura 7.31.** Construcción del lazo principal del oscilador.



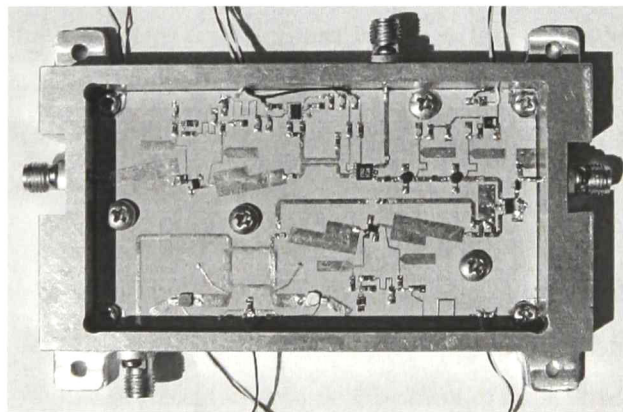
**Figura 7.32.** Respuestas experimentales para el filtro direccional de dos puertos.



**Figura 7.33.** Respuestas experimentales para el filtro direccional de cuatro puertos.

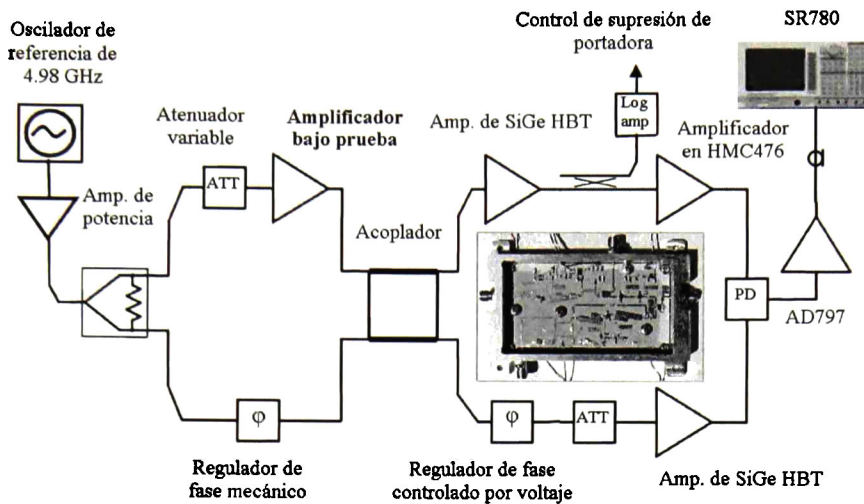
del amplificador resultó ser alrededor de 150 mW. El ensamble del módulo del lazo de oscilación diseñado se muestra en la Figura 7.30. En la siguiente Figura 7.31 se presenta la construcción completa del lazo de oscilador con el módulo de microondas montado en la cavidad del filtro direccional.

Para la caracterización del lazo abierto de oscilador, en primer turno, se realizaron las mediciones de las respuestas del filtro. Así, en las Figuras 7.32 y 7.33 se muestran las respuestas en frecuencia experimentales para el filtro de dos y cuatro puertos. Las respuestas obtenidas están en buena concordancia con las calculadas y caracterizadas anteriormente (ver las Figuras 7.23 y 7.25) y éstas muestran un alto factor de calidad del resonador de zafiro que



**Figura 7.34.** Módulo de electrónica del sistema de estabilización de frecuencia.

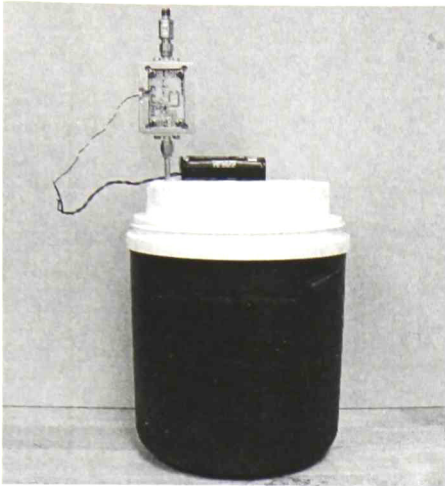




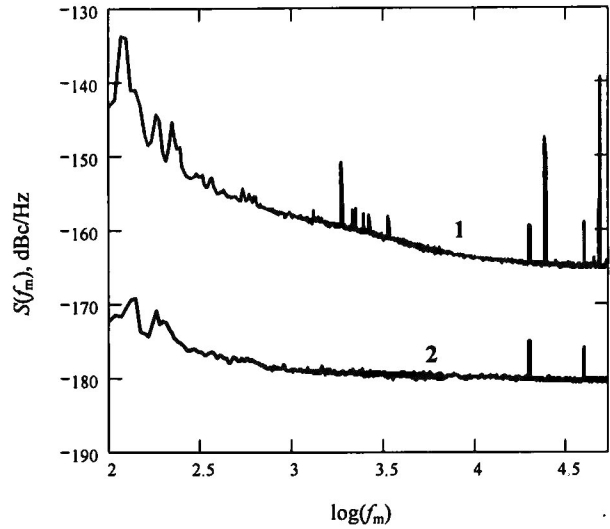
**Figura 7.35.** Diagrama del sistema de medición del ruido de fase en el amplificador de SiGe HBT.

está alrededor de 320,000 en la frecuencia del modo  $WG_{7,1,1}$ .

Otro desarrollo importante de este trabajo es el módulo de electrónica para el sistema de estabilización de frecuencia. En dicho módulo se implementaron los circuitos para el amplificador de bajo ruido (LNA), el amplificador auxiliar, el regulador de fase y el detector de fase. Según las consideraciones presentadas en el Capítulo 2 el LNA es un elemento muy importante para todo el sistema de oscilador ya que éste determina el nivel de ruido propio del discriminador de frecuencia. El objetivo principal para el diseño de LNA fue un bajo nivel del ruido de fase para las frecuencias de Fourier menores a 1 kHz. Para cumplir con este objetivo en la primera etapa de amplificación del LNA se utilizó un amplificador basado en un transistor de SiGe del mismo tipo que fue empleado en los osciladores de reflexión. El amplificador mencionado fue diseñado para un rango de operación de 4 a 5 GHz con una ganancia de 12...13 dB y un nivel de ruido de fase de -162 dBc/Hz a 1 kHz de frecuencia de Fourier. Para poder realizar la caracterización del ruido a este nivel fue necesario desarrollar un sistema de medición de alta sensibilidad que se implementó utilizando los mismos circuitos que se fabricaron para el sistema de control de frecuencia del oscilador. El diagrama del sistema de medición implementado se presenta en la Figura. 7.35. En este sistema para incrementar la sensibilidad se utilizó la técnica de cancelación de la señal de portadora lo que permitió alcanzar un nivel de ruido propio de sistema muy bajo que resultó ser alrededor de -



**Figura. 7.36.** Oscilador de reflexión con el resonador aislado térmicamente.

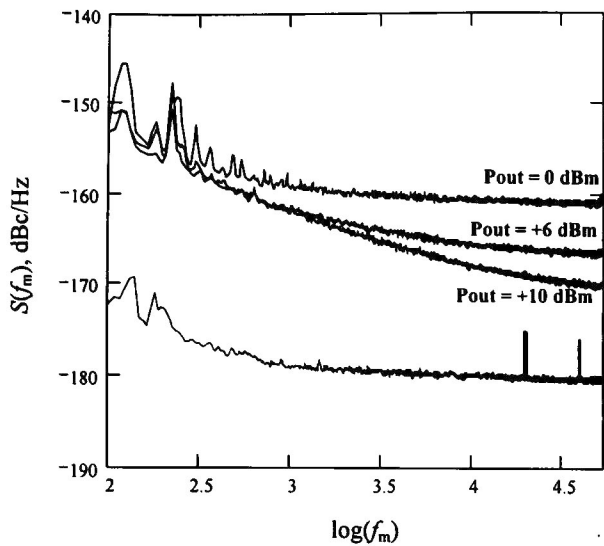


**Figura. 7.37.** Ruido propio del sistema de medición con un sintetizador comercial (curva 1) y con el oscilador de zafiro (curva 2).

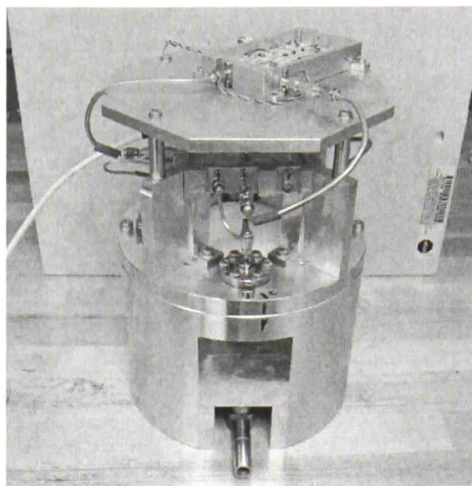
180 dBc/Hz. Lo esencial para alcanzar este nivel tan bajo ha sido la elección del oscilador de referencia. Con este propósito se utilizó uno de los osciladores de reflexión desarrollados en este trabajo. Para lograr buena estabilidad del sistema fue necesario aislar el resonador de zafiro de las variaciones de temperatura colocándolo en un termo (ver la Figura 7.36). Para mostrar el efecto obtenido con este oscilador en la Figura 7.37 se presentan los espectros de ruido del sistema operando con un sintetizador de microondas comercial y el oscilador de zafiro. Como se puede notar con el oscilador de zafiro hay un mejoramiento del ruido del sistema de unos 20 dB. El ruido de fase del amplificador diseñado fue caracterizado para varios niveles de potencia de la salida. Como se muestra en la Figura 7.38, para los niveles de potencia de salida mayor a +6 dBm (4 mW) el ruido del amplificador en la frecuencia de Fourier de 1 kHz resultó ser de -162 dBc/Hz.

Los dos otras etapas de LNA se implementaron usando los amplificadores integrados de la misma tecnología SiGe de marca HMC476 del fabricante Hittite. De esta manera se logró el desarrollo de un amplificador de bajo ruido de fase con una ganancia mayor a 30 dB.

La construcción del oscilador de onda viajera con en base de la cavidad vacío y dos módulos de electrónica de microondas instalados se muestra en la Figura 7.38. Una vez ensamblado el oscilador comenzó a generar la señal con una frecuencia muy cercana a la de

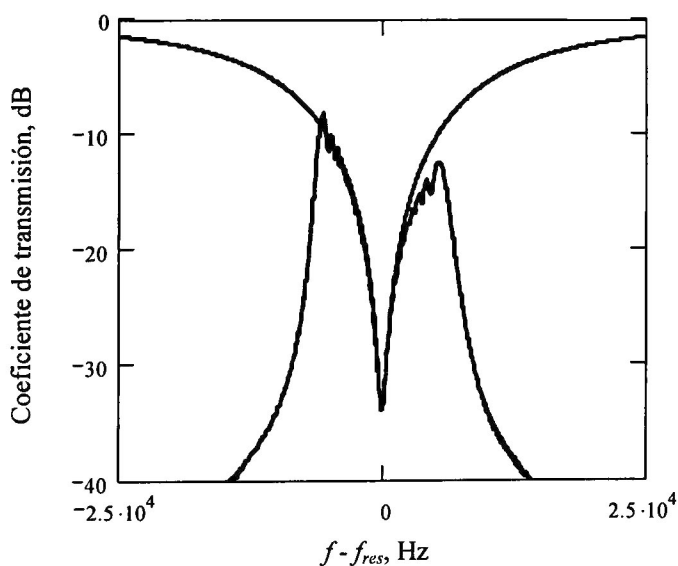


**Figura 7.37.** Ruido de fase del amplificador desarrollado.

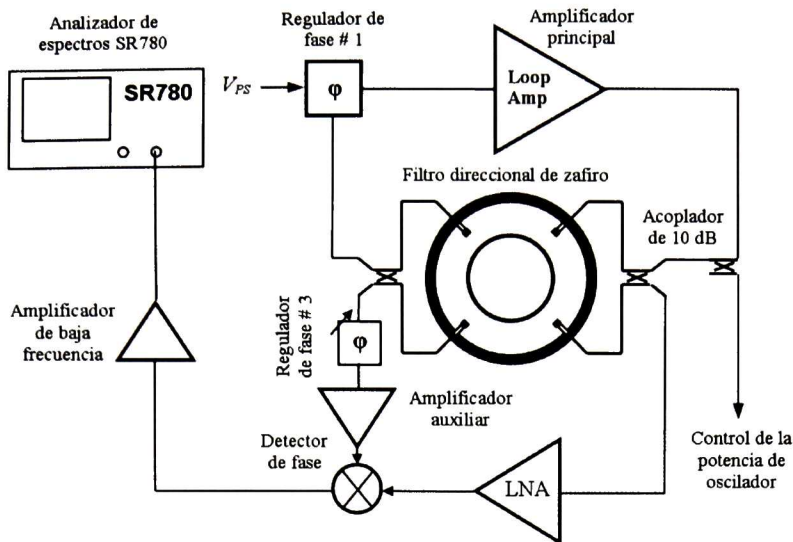


**Figura 7.38.** Construcción del oscilador de onda viajera con el sistema de estabilización de frecuencia.

del modo de operación  $WG_{7,1,1}$ . Para el funcionamiento correcto del oscilador se realizó un ajuste del corrimiento de fase en el lazo principal. Para esto al regulador de fase (# 1) fue aplicado una señal en forma de rampa con la frecuencia de repetición de 50 Hz. Aplicando esta señal se realizó una ligera modulación de frecuencia de la señal del oscilador. De esta manera en la salida del filtro direccional se obtuvo la respuesta de reflexión esperada como lo muestra la Figura 7.39.

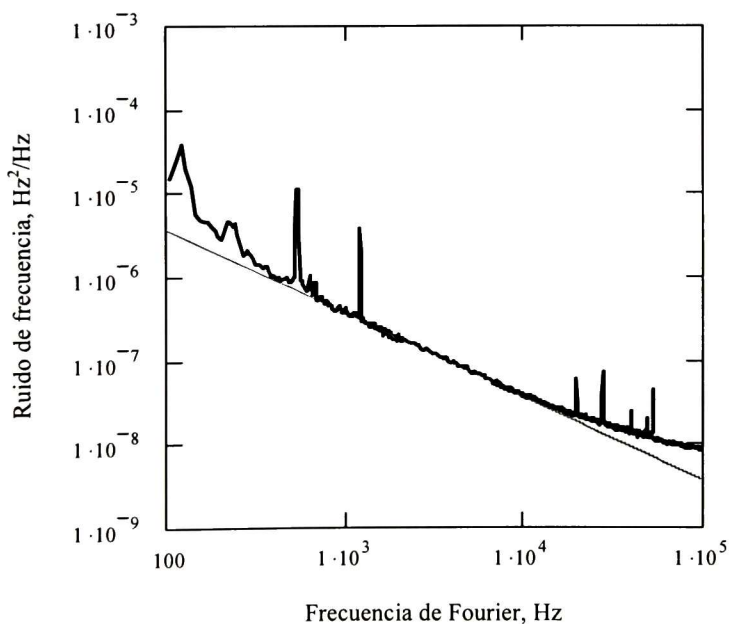


**Figura 7.39.** Respuesta de reflexión obtenida en la salida del filtro direccional.



**Figura 7.40.** Diagrama del oscilador con el sistema de medición de ruido de fase.

Para la medición del ruido de fase del lazo principal se implementó el esquema presentada en la Figura 7.40. Como se puede ver, para realizar esta medición se empleó el mismo sistema de estabilización de frecuencia, cuyo señal de salida fue analizada con un analizador de espectros de baja frecuencia. En las mediciones, el voltaje de control del regulador de fase fue



**Figura 7.41.** Espectro de ruido de frecuencia de la señal del oscilador de onda viajera no estabilizado.

ajustado para que la frecuencia de oscilacion coincidiera exactamente con la frecuencia de resonancia del filtro direccional. Aparte de esto el coeficiente de acoplamiento del resonador fue ajustado a un valor muy cercano a uno lo que permitió tener en la entrada del LNA una señal suficientemente pequeña ( $\sim -20$  dBm) para que esté opere en un regimen lineal. El espectro de ruido de frecuencia obtenido se presenta en la Figura 7.41. Se puede apreciar que el ruido de frecuencia caracterizado tiene un comportamiento correspondiente al ruido  $1/f$  y su nivel para la frecuencia de Fourier de 1 kHz es de  $8 \cdot 10^{-7}$  Hz<sup>2</sup>/Hz. El ruido de frecuencia se puede recalcular al ruido de fase utilizando la siguiente relación:

$$\mathcal{L}(f_m)[dBc/Hz] = \frac{1}{2} 10 \log \left( \frac{1}{f_m^2} S_f(f_m) \right) \quad (7.28)$$

de aquí, para la frecuencia de Fourier de 1 kHz el ruido de fase del oscilador es -124 dBc/Hz.

En conclusión podemos hacer una estimación teórica del ruido de fase del oscilador operando con el sistema de estabilización de frecuencia. Como se mostrado en [47-51], el ruido de fase de un oscilador con estabilización de frecuencia combinada esta básicamente limitado por el ruido del discriminador de frecuencia (FD). En su caso, el FD contiene solamente dos elementos que contribuyen al ruido es el LNA y el detector de fase. Según [47] el límite para el ruido de fase se puede definir por la siguiente expresión:

$$\mathcal{L}_\varphi^{FD}(f_m) = [kT_K NF(f_m)/2P_{inc}] \times T_0^{-2} \times (B_0/f_m)^2, \quad (7.29)$$

donde  $k$  es la constante de Boltzmann;  $T_K$  es temperatura en Kelvins;  $P_{inc}$  es la potencia en la entrada del FD;  $B_0 = f/2Q_0$ ;  $T_0$  es un parámetro que describe la eficiencia del FD;  $NF(f_m)$  es la figura de ruido del FD que viene dada por:

$$NF(f_m) = NF_{LNA}(f_m) + (NF_{PD}(f_m) - 1)/G_{LNA}, \quad (7.30)$$

donde  $NF_{LNA}(f_m)$  es la figura de ruido del LNA;  $NF_{PD}(f_m)$  es la figura de ruido del PD,  $G_{LNA}$  es la ganancia total del LNA. Para la estimación del ruido de fase del oscilador estabilizado suponemos:  $P_{inc} = 150$  mW,  $f = 4.6$  GHz,  $Q_0 = 300,000$ ,  $NF_{LNA} = 2$  dB,  $NF_{PD} = 20$  dB,  $G_{LNA} = 33$  dB, substituyendo estos parámetros en las Eqs. (7.29) y (7.30), se obtiene la siguiente estimación:  $\mathcal{L}_\varphi^{FD}(1kHz) = -165$  dBc/Hz.

# Capítulo 8

## Conclusiones y perspectivas

### 8.1 Resonadores de cristal de zafiro

En este trabajo de tesis se desarrollaron tanto los modelos teóricos como técnicas experimentales para la implementación de los resonadores dieléctricos basados en monocristal de zafiro. Los modelos analíticos presentados han sido orientados para la predicción de las características de los modos azimutales que pueden ser obtenidos en ciertas condiciones de operación del resonador. Un resultado importante es el desarrollo de un modelo de pérdidas dieléctricas en  $\text{Al}_2\text{O}_3$  que puede ser utilizado para la predicción cuantitativa del factor de calidad de un resonador de zafiro operado en distintos tipos de modos, frecuencias y temperaturas.

### 8.2 Modelo de pérdidas dieléctricas

Se desarrolló un modelo de pérdidas dieléctricas que permitió describir la anisotropía de la tangente del ángulo de pérdidas dieléctricas de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  y obtener una estimación cuantitativa muy precisa de los componentes  $\tan\delta_{\perp}$  y  $\tan\delta_{\parallel}$  de este material. Como parte de este desarrollo

se realizaron las mediciones de los parámetros de modos fonónicos de un monocristal de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  y de alumina policristalina utilizando técnicas de espectroscopia de IR y Raman. Un resultado importante obtenido en este trabajo es la comprobación del hecho que los parámetros de fonones activos en IR están fuertemente afectados por el desorden de la red cristalina que se presenta en  $\text{Al}_2\text{O}_3$  policristalino.

### **8.3 Caracterización de pérdidas dieléctricas**

La técnica de resonadores dieléctricos desarrollada fue aplicada para la caracterización de pérdidas dieléctricas en  $\text{Al}_2\text{O}_3$  en la banda de frecuencias de microondas. La técnica implementada permitió realizar la medición de las componentes  $\tan\delta_{\parallel}$  y  $\tan\delta_{\perp}$  en monocristal de zafiro con alta precisión en un rango de frecuencias de 4 a 12 GHz. Por medio de este estudio se obtuvo una justificación experimental para el modelo teórico presentado.

### **8.4 Cerámicos de alumina**

Se desarrolló la tecnología para la fabricación de los cerámicos de alumina que pueden ser utilizados para los resonadores dieléctricos. Los valores de la tangente del ángulo de pérdidas dieléctricas de los cerámicos fabricados son comparables con las de los cerámicos comerciales que fueron reportados en la literatura. La ventaja importante de la tecnología desarrollada consiste en la posibilidad de fabricar los cerámicos en forma de discos de gran diámetro y un espesor arbitrario con la densidad muy cercana a la teórica. Se comprobó que los parámetros de resonadores implementados en base de dichos cerámicos son adecuados a las características de densidad y pureza de la alumina fabricada. Los resonadores con parámetros obtenidos pueden encontrar aplicación en diversos dispositivos de microondas tales como: antenas dieléctricas, filtros RF de alta selectividad, osciladores locales y elementos de sensores de microondas.

## 8.5 Osciladores de zafiro

Se desarrollaron los osciladores de bajo ruido basados en resonador de zafiro que operan en las frecuencias de banda C entre 4.6 y 5.0 GHz. Inicialmente se construyeron dos osciladores de corrimiento libre en base de un resonador de zafiro acoplado en reflexión. Para caracterización de las características de ruido de fase de los osciladores se implementó un sistema de medición basado en una técnica de lazo de enganche de fase. El ruido de los osciladores resultó ser -136 dBc/Hz a 1 kHz de frecuencia de Fourier, lo que puede ser considerado el mejor resultado para este tipo de osciladores que ha sido reportado en la literatura.

En la segunda etapa de este desarrollo se construyó un oscilador más avanzado basado en un resonador de zafiro operado en régimen de onda viajera. El ruido de fase de este oscilador fue caracterizado estar a nivel de -124 dBc/Hz. Para mejorar el desempeño del oscilador se implementó un sistema de estabilización de frecuencia con un discriminador de frecuencia de alto rendimiento. El ruido de fase del oscilador de onda viajera con el sistema de estabilización se estima como -165 dBc/Hz a 1 kHz de frecuencia de Furrier.

## 8.6 Perspectivas

Para el futuro trabajo en el área de osciladores ultraestables se puede considerar las siguientes actividades:

- Desarrollo de cerámicos de alumina con características superiores a las obtenidas utilizando materiales de alta pureza y con un menor tamaño de partículas.
- Medición de parámetros de modos fonónicos activos en IR con luz polarizada.
- Medición de ruido de fase del oscilador de onda viajera operado con el sistema de estabilización de frecuencia.
- Construcción de la electrónica adicional para operar el oscilador de zafiro con un reloj atómico.
- Desarrollo de resonadores y osciladores de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  criogénicos con una mayor estabilidad de frecuencia.



# Bibliografía

- [1] J. Krupka, D. Cros, and M. Tobar, "Design of very high Q sapphire resonators," *Electronics Letters*, vol. **32**, Issue 7, March 1996, pp. 670-671.
- [2] R. A. Woode, M. E. Tobar, E. N. Ivanov, D. G. Blair, "An ultralow noise microwave oscillator based on high-Qnitrogen cooled sapphire resonator," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, vol. **43**, Issue 5, pp. 936-941 (1996).
- [3] A.N. Luiten, A. G. Mann, D. G. Blair, "Ultrahigh Q-factor cryogenic sapphire resonator," *Electronics Letters*, vol. **29**, Issue 10, May 1993, pp. 879-881.
- [4] H. Bialas, and H. J. Stolz, "Lattice Dynamics of Sapphire Part I," *Z. Physik B* **21**, 319 (1975).
- [5] E. R. Cowley, "Symmetry properties of the normal modes of vibration of calcite and  $\alpha$ -corundum," *Canadian J of Phys.* **47**, 1381 (1969).
- [6] G. F. Koster, *Solid State Physics* **5**, 173, ed. Seitz F. and Turnbull D. New York and London: Academic Press (1957).
- [7] A. A. Maradudin, *Theory of lattice dynamics in the harmonic approximation* (Academic Press, New York, 1971).
- [8] A. A. Maradudin, and S. H. Vosko, *Rev. Mod. Phys.* **40**, 1 (1968).
- [9] P. P. Ewald, *Ann. Phys.* **64**, 253 (1921).
- [10] R. A. Cowley, "Some calculations using the Ewald Transformation," *Acta Cryst.* **15**, 687 (1962).
- [11] G. J. Bowden, and R. G. Clark, "Fourier transforms of dipole-dipole interactions using Ewald's method," *J. Phys. C* **14**, L827 (1981).
- [12] E. V. Holopov, *Usp. Fiz. Nauk*, **174** (10), 1033 (2004).
- [13] W. Kappus, "Lattice Dynamics of Sapphire Part II," *Z. Physik B* **21**, 325 (1975).
- [14] H. Schober, D. Strauch, and B. Dorner, *Z. Phys. B* **92**, 273 (1993)
- [15] A. S. Barker, Jr., *Phys. Rev.* **132**, 1474 (1963).

- [16] M. Schubert, T. E. Tiwald, and C. M. Herzinger, "Infrared dielectric anisotropy and phonon modes of sapphire," *Phys. Rev. B* **61**, 8187 (2000).
- [17] Taber R. C., Flory C. A. "Microwave Oscillators Incorporating Cryogenic Sapphire Dielectric Resonators" *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, vol. **42**, pp. 111-119, (1995).
- [18] Bunkov S. N., Egorov V. N. and Ri T. Y. "Sapphire Dielectric Permittivity Dependence on Temperature", in Digest of Conf. on Design of Dielectric Waveguide and Resonator Based Devices and Systems, pp. 253-254, (1998).
- [19] Tsarapkin D. P. "Sapphire Disk Dielectric Resonator Temperature Coefficient of Frequency Dependence on Temperature, Disk Configuration and Resonant Mode", in *Proc.1994 IEEE Int. Freq. Contr. Symp.*, pp. 447-450.
- [20] Braginsky V. B., Ilchenko V. S. and Bagdassarov Kh. "Experimental observation of fundamental microwave absorption in high-quality dielectric crystals". *Phys. Lett. A*, vol. **120**, pp. 300-305, 1987.
- [21] V. S. Ilchenko, "Intrinsic microwave dielectric losses in  $\alpha$ -Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> at 300-1000 K," *Fiz. Tverd. Tela (Leningrad)* **31**, 135-138 (1989).
- [22] P. P. Ewald, *Naturwissenschaften* **10**, 1057 (1922).
- [23] W. Pauli, *Verh. D. Deut. Phys. Ges.*, (3) **6**, 10 (1925).
- [24] M. Born, M. Blackman, *Zs. f. Phys.* **86**, 551 (1933).
- [25] R. B. Barnes, R. R. Brattain, F. Seitz, *Phys. Rev.* **48**, 582 (1935).
- [26] M. Born, and K. Huang, *Dynamical Theory of Crystal Lattices* (Oxford University Press, New York, 1954), p. 341.
- [27] I. P. Ipatova, A. A. Maradudin, and R. F. Wallis, Temperature Dependence of the width of the fundamental lattice-vibration absorption peak in ionic crystals, *Phys. Rev.* **155**, 882 (1967).
- [28] R. Stolen, K. Dransfield, Far-infrared lattice absorption in alkali halide crystals, *Phys. Rev.* **139**, A1295 (1965).
- [29] J. E. Eldridge, Assignment of the two-phonon infrared absorption spectrum of LiF, *Phys. Rev. B* **6**, 1510 (1972).
- [30] C. J. Duthier and M. Sparks, Quasiselection rule for infrared absorption by NaCl-structure crystals, *Phys. Rev. B* **9**, 830 (1974).

- [31] J. E. Eldridge, and R. Howard, Infrared optical properties of LiF and Natural LiF at various temperatures, calculated with shell-model lattice-dynamical data, *Phys. Rev. B* **7**, 4652 (1973).
- [32] J. E. Eldridge and P. R. Staal, Far-infrared dispersive reflection measurements on NaCl compared with calculations based on cubic and quartic anharmonicity. Room temperature, *Phys. Rev. B* **16**, 4608 (1977).
- [33] Gurevich V. L. and Tagantsev A. K. "Intrinsic Dielectric Loss in Crystals". *Adv. in Phys.*, vol. **40**, pp. 719-767, 1991.
- [34] Vinogradov V. S., *Fizika tverdogo tela* **4**, 712, (1962).
- [35] Gurevich V. L., *Fizika tverdogo tela* **21**, 3453, (1979).
- [36] Sparks M., King D. F. and Mills D. L. "Simple Theory of Microwave Absorption in Alkali Halides". *Phys. Rev. B*, vol. **26**, pp. 6987-7003, 1982.
- [37] Subbaswamy K. R. and Mills D. L. "Theory of Microwave Absorption in Wide-Band-Gap insulators: The Role of Thermal Phonon Lifetimes". *Phys. Rev. B*, vol. **33**, pp. 4213-4220, 1986.
- [38] Aupi X., Breeze J., Ljepojevic N., Dunnie L. J., Malde N., Axelsson A. K. and Alford N. "Microwave Dielectric Loss in Oxides: Theory and Experiment". *J. of Appl. Phys.*, vol. **95**, pp.2639-2645, 2004.
- [39] J. G. Hartnett, M. E. Tobar, E. N. Ivanov, and J. Krupka, "Room temperature measurement of the anisotropic loss tangent of sapphire using the whispering gallery mode technique," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, vol. **41**, 34 (2006).
- [40] Ilchenko M. E., Vziatyshev V. F., Gassanov L. G. "Dielektricheskie Resonatory", Moskva: Radio y Sviaz, 1989 (en Ruso).
- [41] Vziatyshev V. F "Dielektricheskie volnovody", Moskva Sov. Radio, 1970.
- [42] Tobar M. E., Blair D. G. "Phase noise analysis of the sapphire loaded superconducting niobium cavity oscillator" *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **42**, pp. 344-347.
- [43] G. J. Dick, "Microwave oscillators for superior short term stability and ultra-low phase noise" *IEEE Trans. 1992 Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, pp. 349-355.
- [44] Tsarapkin D. P. "An uncooled microwave oscillator with 1-million effective Q-factor", in *Proc. 1993 IEEE Int. Freq. Contr. Symp.*, pp. 779-783.

- [45] G. Cibiel, M. Regis, O. Llopis, Y. Kersale, V. Giordano, H. Lafontaine, R. Plana, M. Chaubet, "Ultra Low Phase Noise SiGe HBT Application to a C Band Sapphire Resonator Oscillator," *1998 IEEE Int. Freq. Contr. Symp.*, pp. 691-694.
- [46] O. Llopis, G. Cibiel, Y. Kersale, M. Regis, M. Chaubet, V. Giordano, "Ultra Low Phase Noise Sapphire-SiGe HBT Oscillator," *Microwave and Wireless Components Letters*, vol. **12**, Issue 5, May 2002, pp. 157-159.
- [47] Tsarapkin D. P. "Low phase noise sapphire disk dielectric resonator oscillator with combined stabilization", in *Proc. 1994 IEEE Int. Freq. Contr. Symp.*
- [48] E. N. Ivanov, M. E. Tobar R. A. Woode and J. H. Searls "Low noise 9-GHz sapphire resonator oscillator with thermoelectric temperature stabilization at 300 Kelvin", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. **5**, No **4**, 1995, pp. 108-110.
- [49] E. N. Ivanov, M. E. Tobar and R. A. Woode, "Advanced Phase Noise Suppression Technique for Next Generation of Ultra Low-Noise Microwave Oscillators", in *Proc. 1995 IEEE Int. Freq. Contr. Symp.*, pp. 314-320.
- [50] A. S. Gupta, D. A. Howe, C. Nelson, A. Hati, F. L. Walls and J. F. Nava: "High Spectral Purity Microwave Oscillator: Design Using Conventional Air-Dielectric Cavity" *IEEE Trans. Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, Vol. **51**, No. **10**, 2004, pp. 1225-1231.
- [51] Tsarapkin D. P. and Shtin N. A. "Performance Limits of Microwave Oscillators with Combined Stabilization" in *Proc. 16<sup>th</sup> European Frequency and Time Forum*, 12-13 March 2002, St.-Petersburg, Russia, pp. C028-C031.
- [52] D. P. Tsarapkin, N. A. Shtin, "Whispering gallery traveling wave interferometer for low phase noise applications," in *Proc. of the 2004 IEEE IFCS*, pp. 762-765
- [53] A. C. Fowler, M. E. Tobar, C. R. Locke, E. N. Ivanov, J. H. Hartnett, D. Cros and J. Anstie, "Exciting traveling waves in high Q structures using microstrip," in *Proc. of the 2005 IEEE IFCS*, pp. 512-516.
- [54] Tsarapkin D. P. and Shtin N. A. "Sapphire Loaded Cavity Microwave Oscillator with Improved Temperature Stability" in *Proc. 2002 IEEE Int. Freq. Contr. Symp.*, pp. 572-579.
- [55] Shtin N. A. Tsarapkin D. P. "Sapphire Loaded Cavity Oscillator with 1:2 Divider in Dual-Mode Frequency Control Loop", *Advanced Optoelectronics and Lasers 2003. Proceedings of CAOL 2003*, Vol. 2, pp. 256 – 258.

- [56] G Eckold, M Stein-Arsic, H. J Weber, *J. Appl. Cryst.* **20** (2), 134 (1987).
- [57] S. J. Penn, N. McN. Alford, A. Templeton, X. Wang, M. Xu, M. Reece and K. Scharpel, "Effect of Porosity and Grain Size on the Microwave Dielectric Properties of Sintered Alumina," *J. Am. Ceramic Soc.* **80** [7], 1885-1888 (1997).
- [58] H. Karimian and A. A. Babaluo, "Effect of Polymeric Binder and Dispersant on the Stability of Colloidal Alumina Suspensions," *Ir. Polymer Jour.* **15** (11), 879-889 (2006).
- [59] E. P. Luther, J. A. Yanez, G. V. Franks F. F. Lange and D. S. Pearson, "Effect of Ammonium Citrate on the Rheology and Particle Packing of Alumina Slurries," *J. Am. Ceramic Soc.* **78** [6], 1495-1500 (1995).
- [60] G. Tari, and Jose M. F. Frreira, "Influence of solid loading on drying-shrinkage behavior of slip cast bodies," *J. Europ. Ceramic Soc.* **18** (5), 487-493 (1998).
- [61] R.C. Chiu, T. J. Garino, and M. J. Cima, "Drying of granular ceramic films, effect of processing variables on cracking behavior," *J. Am. Ceram. Soc.* **76** (9), 2257-2264 (1993).
- [62] R. J. McAfee, and I. Nettleship, "Effect of slip dispersion on microstructure evolution during isothermal sintering of cast alumina," *J. Am. Ceram. Soc.* **89** (4), 1273-1279 (2006).
- [63] A. Krell, P. Blank, H. Ma, T. Hutzler, and M. Nebelung, "Processing of high-density submicrometer Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> for new applications," *J. Am. Ceram. Soc.* **86** (4), 546-553 (2003).
- [64] F. Gervais, and B. Piriou, "Anharmonicity in several-polar-mode crystals: adjusting phonon self-energy of LO and TO modes in Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> to fit infrared reflectivity," *J. Phys. C*, Vol 7, 2374 (1974).
- [65] R. A. Woode, E. N. Ivanov, M. E. Tobar and D. G. Blair, "Measurement of dielectric loss tangent of alumina at microwave frequencies and room temperature," *Electron. Lett.* **30** (25), 2120 (1994).
- [66] E. Rubiola, "The Leeson Effect: Phase Noise in Quasilinear Oscillators," pp. 53-78 <http://arxiv.org/abs/physics/0502143>
- [67] G. L. Matthaei, L. Young and E. M. T. Jones, *Microwave filters, Impedance-matching networks and coupling structures* (Artech House, Norwood, MA, 1980).
- [68] А. Л. Фелдштейн, Л. Р. Явич, Синтез четырехполюсников и восьмиполюсников на СВЧ, Москва: Связь, 1981.

# Anexo

## Trabajos publicados

1. Shtin N. A. and Lopez Romero J. M. "Efficient design approach for a SiGe HBT Oscillator incorporating reflection sapphire loaded cavity resonator," in proc. ICEEE-CIE 2005, pp. 403-407.
2. N. A. Shtin, J. M. Lopez Romero and E. Prokhorov, "Novel Sapphire Directional Filters for Application to Ultra Low Phase Noise Oscillators," in proc. ICEEE-CIE 2006, pp. 186-189.
3. N. A. Shtin, J. M. Lopez Romero and E. Prokhorov, "Novel Sapphire Directional Filters for Ultra Low Phase Noise Application," in proc. 49th IEEE Int. MWSCAS 2006, pp. 42-46.
4. N. A. Shtin, J. M. Lopez Romero and E. Prokhorov, "Design and Characterization of Low Phase Noise C-band SiGe HBT Amplifier," in proc. ICEEE-CIE 2007, pp. 217-220.
5. N. A. Shtin, J. M. Lopez Romero and E. Prokhorov, "Design and Performance of Ultra Low Phase Noise Reflection Gallery Resonator Oscillator," *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. **49**, No 8, pp. 2026-2030, 2007.
6. Nicolas Shtin, J. M. Lopez Romero and Eugen Prokhorov, "Study of IR-active phonons damping in sapphire single crystal and alumina ceramics in application to dielectric loss model of metal oxides," XVI INTERNATIONAL MATERIALS RESEARCH CONGRESS 2007.
7. N. A. Shtin, J. M. Lopez Romero and E. Prokhorov, "Theory of intrinsic dielectric loss in sapphire," *Phys. Stat. Sol. b* (enviado).
8. N. A. Shtin, J. M. Lopez Romero and E. Prokhorov, "Development of ultra low phase noise oscillators at CENAM," in proc. European Time and Frequency Forum 2008 (in print).

EL JURADO DESIGNADO POR LA UNIDAD QUERÉTARO DEL CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, APROBÓ LA TESIS DOCTORAL DEL C. NIKOLAY SHTIN TITULADA: "APLICACIÓN DE CRISTALES Y CERÁMICOS DE  $Al_2O_3$  PARA RESONADORES Y OSCILADORES DE MICROONDAS", FIRMAN AL CALCE DE COMÚN ACUERDO LOS INTEGRANTES DE DICHO JURADO, EN LA CIUDAD DE QUERÉTARO, QRO., A LOS TREINTA DE MAYO DE DOS MIL OCHO.



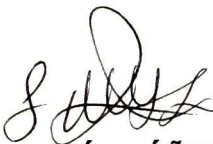
**DR. YEVGEN PROKHOROV**



**DR. JOSÉ MAURICIO LÓPEZ ROMERO**



**DR. ARTURO MENDOZA GALVÁN**



**DR. JOSÉ MARTÍN YÁÑEZ LÍMÓN**



**DR. JUAN MUÑOZ SALDAÑA**



**DR. YURI KOVALENKO**



CINVESTAV  
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000006342