

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**UNIDAD QUERETARO**

Desarrollo de un láser pulsado de Ti:Sa con tiempos de duración de 25 fs.

Tesis que presenta

Pedro Alberto Reséndiz Lira

para obtener el Grado de

Maestro(a) en Ciencias

en la Especialidad de

Materiales

Directores de la Tesis:

Dr. Sergio Joaquín Jiménez Sandoval

Dr. Sergio López López

**CINVESTAV  
IPN  
ADQUISICION  
LIBROS**

Santiago de Querétaro, Qro. Octubre, 2014.

CLASIF.. CA 00237  
ADQUIS.. CA-252-SS1  
FECHA: 04-Ago-10-2015  
PROCED.. To. 2015  
\$ \_\_\_\_\_

ID: 223400-1001

# Agradecimientos

---

Quiero agradecer a todas las personas que de alguna manera contribuyeron en la realización de esta tesis de maestría.

Primeramente a mi familia, a mis padres y mis hermanos, quienes incondicionalmente me han apoyado durante toda mi vida. No hay palabras que puedan expresar la profunda gratitud que siento hacia ustedes. A mi novia Mariana quien ha sido un apoyo fundamental durante todo este tiempo.

A los Dr. Sergio Jiménez, Dr. Sergio López y Dr. Mauricio López, les agradezco todo su apoyo y enseñanzas durante la realización de esta tesis. Siempre estuvieron en la mejor disposición de ayudar y compartir su experiencia.

A mis compañeros y amigos del CINVESTAV quienes han hecho de esta etapa en vida un experiencia entrañable. Por supuesto a todos mis profesores de maestría quienes me compartieron parte de sus conocimientos con todos nosotros.

Igualmente a todo el personal de la división de Tiempo y Frecuencia del CENAM, por su cordialidad y amabilidad. En especial al Dr. Eduardo De Carlo quien me apoyó directamente en ese proyecto. Y general a todo el CENAM, como institución y como personas, desde el personal del taller hasta el Dr. René Carranza y Dr. Héctor Nava. Gracias por su apoyo y cordialidad.

Finalmente al CONACYT por el apoyo económico que recibí para la realización de esta maestría.

# Contenido

---

Resumen.....	5
Abstract .....	5
Introducción .....	6
<b>1 Marco Teórico.....</b>	<b>9</b>
1.1    Introducción .....	9
1.2    Óptica Lineal.....	9
1.2.1    Luz .....	9
1.2.2    Luz Pulsada .....	10
1.2.3    Relación Entre la Duración del Pulso y Su Ancho Espectral. ....	11
1.2.4    Propagación de un Pulso de Luz en un Medio Transparente.....	12
1.3    Óptica No Lineal. ....	15
1.3.1    Susceptibilidad de Segundo Orden. ....	15
1.3.2    Susceptibilidad de Tercer Orden .....	15
1.4    Métodos para la Generación de Láseres de Pulsos Ultracortos: Amarre de Modos. ....	21
1.4.1    Introducción. ....	21
1.4.2    Principio del Amarre de Modos.....	23
1.4.3    Consideraciones Generales del Amarre de Modos.....	25
1.4.4    Amarre de Modos Activo. ....	26
1.4.5    Amarre de Modos Pasivo. ....	27
1.4.6    Auto Amarre de Modos.....	30
<b>2 Diseño de la Cavity Láser .....</b>	<b>33</b>
2.1    Medio de Amplificación. Titanio:Zafiro.....	33
2.2    Criterios Para el Diseño de la Cavity.....	36
2.2.1    Espejos Chirp. ....	36
2.2.2    Cavity Tipo Anillo.....	37
2.2.3    Análisis de la Luz Dentro de la Cavity.....	37
<b>3 Cavity Laser FC-2.....</b>	<b>42</b>
3.1    Cristal de Ti:Zafiro. ....	42
3.2    Espejos Chirp.....	44
3.3    Dimensiones de la Cavity. ....	45

3.3.1	Corrección del Astigmatismo. ....	45
3.3.2	Cálculo de las Dimensiones de la Cavity FC-2. ....	45
3.3.3	Cálculo del Radio del Haz. ....	48
3.3.4	Sistema de Bombeo de la Cavity FC-2. ....	51
<b>4</b>	<b>Resultados</b> .....	<b>53</b>
4.1	Arreglo Experimental de la Cavity CF-2.....	53
4.1.1	Montura del Cristal de Ti:Za. ....	53
4.1.2	Espejos y sus Monturas. ....	56
4.1.3	Sistema de Espejos de Bombeo. ....	57
4.1.4	Elementos Electrónicos de la Cavity Laser FC-2. ....	57
4.2	Operación de la Cavity FC-2. ....	59
4.2.1	Alineación de la Cavity. ....	59
4.2.2	Frecuencia de Repetición de la Cavity FC-2.....	60
4.2.3	Espectro de la Cavity FC-2. ....	63
4.2.4	Duración de los Pulsos. ....	64
<b>5</b>	<b>Conclusiones</b> .....	<b>66</b>
	Bibliografía .....	67
	Apéndice A .....	68
	Apéndice B .....	69
	Apéndice C.....	71

## Resumen

---

En este trabajo de tesis se diseña, construye y opera un láser de pulsos ultracortos de Ti:Za. Se comienza por estudiar los fenómenos físicos responsables del funcionamiento de un láser de pulsos ultracortos. Posteriormente se diseña la cavidad laser, tanto sus componentes como sus dimensiones. Una vez que se tienen todos los elementos de la cavidad, se procede a su ensamble para ser operada en modo pulsado. Por último se reportan los resultados obtenidos así como algunas conclusiones.

En 2004 John L. Hall y Theodore W. Hänsch desarrollaron la técnica del peine de frecuencias. Esta técnica permite la medición absoluta de frecuencias ópticas y se basa en una cavidad laser de pulsos ultracortos de Ti:Zafiro. La dirección de tiempo y frecuencia del Centro Nacional de Metrología (CENAM), desarrolla el patrón nacional de frecuencias ópticas utilizando esta técnica.

Los pulsos generados por la cavidad laser de Ti:Za producen cientos de miles de líneas coherentes en la región visible del espectro electromagnético, lo que equivale a tener cientos de miles de láseres con frecuencias ultra estables bien conocidas y definidas.

## Abstract

---

In this thesis work an ultrashort pulse Ti:Sa laser is designed, built, and operated. Work begins by studying the physical phenomena that describe the functioning of an ultrashort pulse laser. Afterwards, the laser cavity is designed, considering both its components and dimensions. Once all the elements of the cavity are available, construction of a pulsed laser starts. Finally, results are reported as well as some conclusions.

In 2004 John L. Hall and Theodore W. Hänsch developed the frequency comb technique. This technique allows absolute frequency measurements and it is based in an ultrashort pulse Ti:Sapphire laser cavity. The time and frequency direction of the Centro Nacional de Metrología (CENAM) develops the national optical frequency standard using this technique.

Pulses generated by this Ti:Sa laser cavity produce hundreds of thousands of coherent lines in the visible region of the electromagnetic spectrum, which is equivalent to having hundreds of thousands of lasers with well known and defined ultra-stable frequencies.

# Introducción

---

Cuando se utiliza el término “ultracorto” nos referimos a periodos de tiempo del orden de unos cuantos femtosegundos ( $fs$ ), lo que es igual a  $1 \times 10^{-15}$  segundos. Esta escala de tiempo pudo ser accesible gracias a los avances en generación, amplificación y medición de pulsos ultracortos de luz. Debido a la gran concentración de energía que hay en un pulso óptico de unos cuantos femtosegundos este tema conlleva el estudio de la interacción de luz láser de alta energía con la materia.

Resulta fascinante poder observar y controlar procesos en la naturaleza en una escala de tiempo tan pequeña. Un femtosegundo ( $1 fs$ ) es  $1 : 10^{15}$  parte de un segundo y corresponde a la mitad del periodo de la luz roja. Durante un femtosegundo, la luz visible viaja a través de una distancia de unos cuantos cientos de nanómetros, lo que en el mundo macro puede llegar a carecer de significado. Sin embargo, esta distancia corresponde a unas cuantas miles de celdas unitarias en un sólido, lo cual representa una considerable cantidad de distancias atómicas. Varios procesos esenciales en átomos y moléculas, así como interacción entre estos, ocurren en tiempos menores a la escala de tiempo de los picosegundos ( $1 ps = 1 \times 10^{-12} s$ ). La relevancia de estos procesos tan rápidos radica en que son los primeros pasos para la mayoría de los fenómenos (macroscópicos) físicos, químicos y biológicos.

En un sólido, los átomos tienen una posición bien definida dentro de la red. Sus movimientos están restringidos usualmente a las vibraciones de la red (fonones), con periodos del orden de  $100 fs$ , lo cual corresponde a la energía de un fonón de unas cuantas decenas de mili-electronvolts (el fonón óptico longitudinal en el GaAs tiene una energía de 35 meV).

El problema fundamental a resolver es encontrar herramientas y técnicas que nos permitan observar y manipular fenómenos en una escala de tiempo de  $fs$ . Hablar sobre herramientas y técnicas en la escala de  $fs$  significa utilizar Física de láseres, y en particular láseres de pulsos ultracortos. Poco después de la invención del láser en 1960, se desarrollaron métodos para usarlos en la generación de pulsos de luz. En los 60's, el microsegundo y el nanosegundo fueron ampliamente estudiados. En los 70's, el progreso en la Física de los láseres hizo accesible el rango de los picosegundos, mientras que en los 80's se caracterizó por la introducción de la escala de los femtosegundos.

La era de los femtosegundos y la tecnología que conlleva, permitió nuevas y fascinantes posibilidades basadas en las propiedades únicas de los pulsos de luz con una duración de unos cuantos femtosegundos.

- La energía puede ser concentrada en un intervalo temporal tan corto como unos cuantos  $10^{-15}s$ , lo cual corresponde a unos cuantos ciclos ópticos en el rango visible.
- El pico de potencia del pulso puede ser extremadamente grande incluso si la energía del pulso es moderada. Por ejemplo, un pulso de  $50 fs$  con una energía de  $1 mJ$  tendría una potencia promedio de 20 Gigawatts. Si enfocamos este pulso en un área de  $100 \mu m^2$

tendríamos una intensidad de 20 Petawatts/cm<sup>2</sup> ( $20 \times 10^{15} \text{ W/cm}^2$ ), lo cual resulta en un campo eléctrico de 3 GV/cm. Este valor es más grande que el típico interatómico de 1GV/cm, por lo tanto un pulso de esas características es capaz de modificar el campo eléctrico de los átomos.

Lo más atractivo de los pulsos de luz en el orden de los fs no es solo la posibilidad de monitorear los procesos en su dinámica ultrarrápida, sino también el simple hecho de que las cosas pueden hacerse más rápido, como por ejemplo la transferencia de datos. Un láser de pulsos ultracortos bien estabilizado, en conjunto con interferometría especializada así como toda la electrónica asociada al sistema, se conoce comúnmente como peine de frecuencias. El tren de pulsos resultado de la cavidad laser produce un espectro de frecuencias que consiste en una serie de dientes equidistantes separados todos ellos por el valor de la frecuencia de repetición del láser pulsado. Debido a la semejanza con un peine para cabello convencional, a este sistema óptico se le nombró peine de frecuencias.

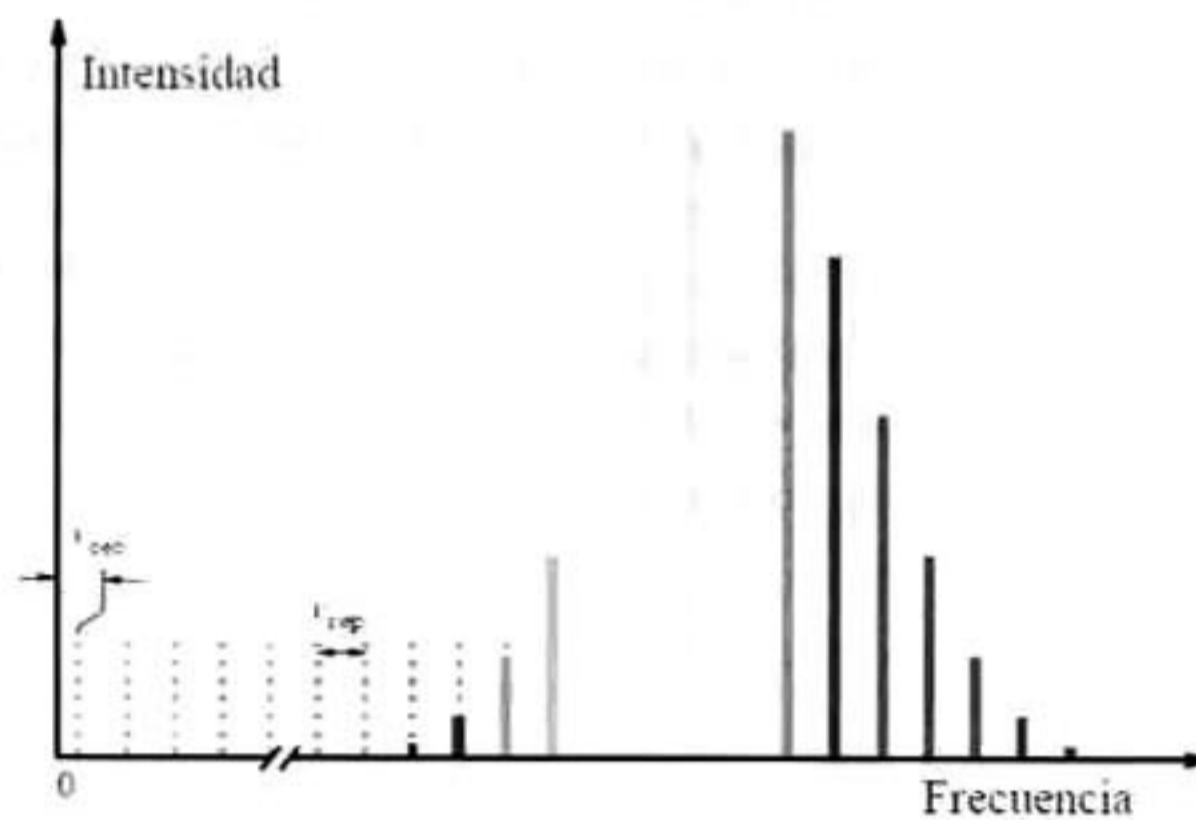


Fig. A. Representación esquemática de un peine de frecuencias. La gráfica representa el perfil de intensidad en el dominio frecuencial del tren de pulsos originado en la cavidad laser.

La técnica del peine de frecuencias nos permite en primera instancia, medir frecuencias ópticas de manera muy exacta, sin embargo hoy en día, esta técnica se utiliza para otros propósitos. Los peines de frecuencias son parte fundamental en el desarrollo de los relojes ópticos. Al día de hoy, ya se plantea la redefinición del segundo en base a una transición cuántica en el orden de las frecuencias ópticas. Ya se trabaja en aplicaciones de estos peines como radares laser avanzados, así como sistemas seguros de comunicación óptica. También se están utilizando para medir la energía de los niveles electrónicos de los electrones y observar la dinámica dentro de los átomos. Así mismo, se utilizan como detectores químicos sumamente sensibles, y gracias a los últimos avances, la posibilidad de controlar las reacciones químicas por medio de láseres está cada vez más cerca.



# Objetivo

---

EL objetivo de este trabajo de tesis consiste en diseñar, construir y operar un láser de pulsos ultracortos de Titanio:Zafiro para aplicaciones de metrología de tiempo y frecuencia. Como objetivos de la cavidad misma, ésta debe alcanzar una frecuencia de repetición por encima de 1 *Ghz*. Así mismo, debe tener una potencia de salida suficiente para que los dientes del peine puedan ser detectados por la electrónica del sistema.

La medición de frecuencias ópticas con alta exactitud es uno de los objetivos de la metrología de tiempo y frecuencia actual. El CENAM como ente rector de la metrología en México posee el patrón nacional de Tiempo y Frecuencia del cual realiza la unidad de tiempo del SI a partir de la definición actual del segundo. La técnica del peine de frecuencias permite ligar de manera directa las frecuencias en la región visible del espectro electromagnético con la región de las radiofrecuencias, típicamente unos cuantos GigaHertz, y dado que la definición actual del segundo involucra frecuencias en la región de las microondas, podemos establecer, como se conoce en metrología, trazabilidad directa de frecuencias ópticas al Patrón Nacional de Tiempo y Frecuencia.

Como mencionamos en la introducción, un peine de frecuencias conlleva la estabilización de la cavidad laser, entre otras cosas, sin embargo, el láser de pulsos ultracortos que se pretende construir en este trabajo será el primer paso en el desarrollo del peine de frecuencias FC-2 con fines a declarar el patrón nacional de frecuencias ópticas.

# 1 Marco Teórico

---

## 1.1 Introduccion

La óptica es el campo de la Física que estudia la interacción entre la luz y la materia. Cuando el principio de superposición puede ser aplicado a las ondas electromagnéticas, o cuando las propiedades de la materia no dependen de la intensidad de la luz, se habla de óptica lineal. Con fuentes de luz de baja intensidad el comportamiento de la materia en presencia de luz incidente puede ser caracterizado por una serie de parámetros como el índice de refracción, coeficiente de absorción y reflexión así como la orientación del medio con respecto a la polarización de la luz. Estos parámetros dependen únicamente de la naturaleza del medio. La situación cambió drásticamente después del desarrollo de los láseres en los años 60's, los cuales permitieron generar luz con intensidades mayores a un kilowatt por centímetro cuadrado. Actualmente los láseres de pulsos ultracortos pueden generar picos de potencia del orden de petawatts. A tan altas intensidades los parámetros ópticos de los materiales cambian en función de la intensidad de la luz incidente. La respuesta de un material a una alta intensidad de luz es lo que se conoce óptica no lineal. Esta distinción entre el régimen lineal y no lineal se muestra claramente en la expansión polinomial de la polarización macroscópica de un medio cuando es iluminado con un campo eléctrico  $E$ :

$$\begin{aligned} \frac{P}{\epsilon_0} &= \chi^{(1)} \cdot E && \text{Óptica lineal} \\ +\chi^{(2)}: EE &&& \text{Óptica no lineal, generación del segundo armónico.} \\ +\chi^{(3)}: EEE &&& \text{Generación del tercer armónico, índice de refracción no lineal.} \\ + \dots &&& \end{aligned} \tag{1.1}$$

## 1.2 Óptica Lineal

### 1.2.1 Luz

Si un campo eléctrico o magnético está variando en algún punto en el espacio, entonces una onda electromagnética se propaga desde ese punto, lo cual puede representarse mediante las ecuaciones de Maxwell.

Si la magnitud del campo magnético es muy pequeña comparada con la magnitud del campo eléctrico, entonces podemos escribir la ecuación de la propagación de la luz como:

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \quad \frac{1}{c^2} = \mu_0 \epsilon_0, \tag{1.2}$$

Donde  $c$  es la velocidad de la luz, la cual depende de la permitividad eléctrica y magnética,  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$ , de material donde la onda se está propagando. La ecuación 1.2 es una ecuación diferencial de segundo orden cuya solución es,

$$E_y = \text{Re}(E_0 e^{i\omega(t-\frac{x}{c})}). \quad (1.3)$$

Esta solución en particular describe la propagación transversal de un campo eléctrico  $E_y$  sobre el eje de las  $x$ . La amplitud del campo eléctrico varía en el tiempo con frecuencia angular  $\omega$  y en el espacio con una longitud de onda  $\lambda = 2\pi c/\omega$ . Reescribiendo 1.3, se introduce el vector de onda  $k$ .

$$E_y = \text{Re}(E_0 e^{i(\omega t - k \cdot r)}), \quad |k| = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.4)$$

Hasta este punto, la luz ha sido tratada solo como onda, pero su comportamiento dual no puede ser ignorado. La dualidad onda-partícula tiene el siguiente significado. La descripción de la luz como una onda es continua en el tiempo y en el espacio, mientras que la partícula es discreta. La partícula de luz está conformada de fotones, paquetes de energía igual al producto de su frecuencia y la constante de Planck  $\hbar\omega$ . Los fotones nunca han sido observados en reposo y viajan a la velocidad de la luz. Cuando la luz interactúa con la materia, la energía y el momento se conservan.

### 1.2.2 Luz Pulsada

Analíticamente hablando, es sencillo producir un pulso de luz. Tomemos un plano de una onda monocromática:

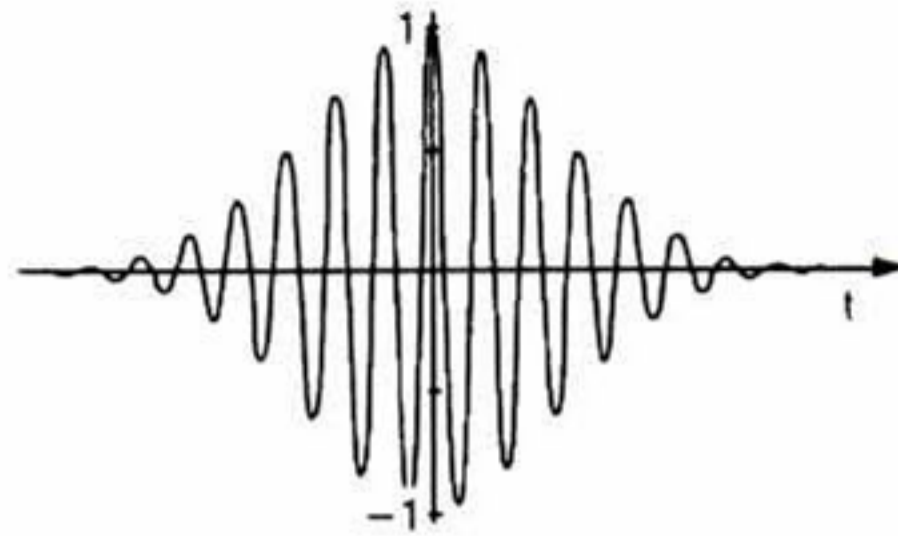
$$E_y = \text{Re}(E_0 e^{i\omega t}). \quad (1.5)$$

La representación del campo eléctrico en el tiempo es una función coseno. Para construir el pulso multiplicamos la ecuación 1.5 por una función Gaussiana para simplificar los cálculos. Por tanto, un pulso Gaussiano puede ser escrito como

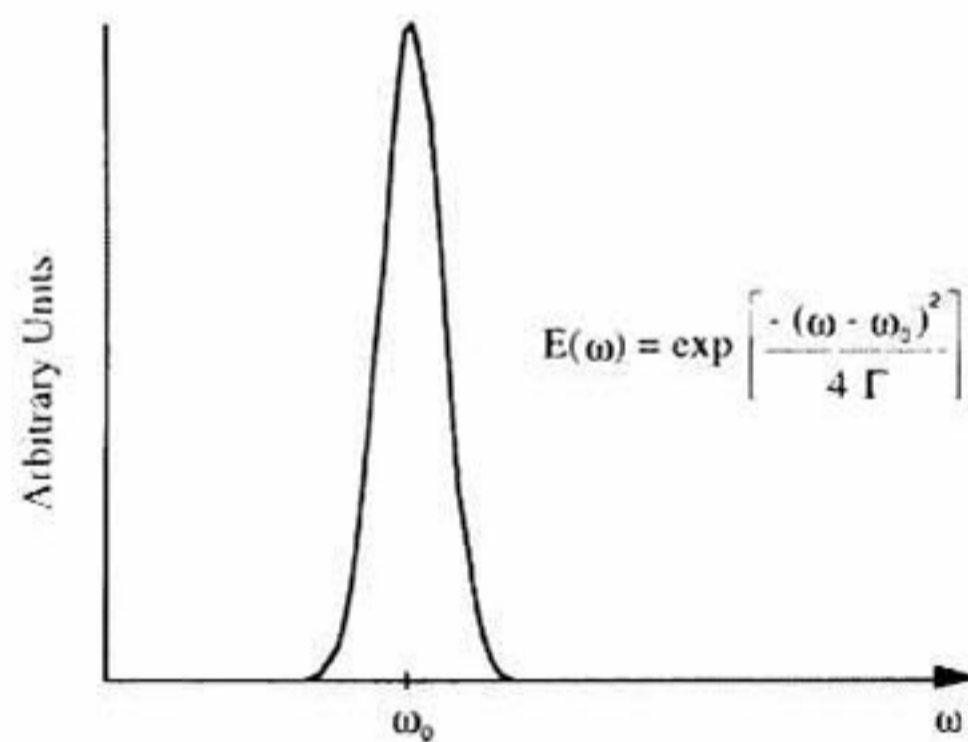
$$E_y = \text{Re}(E_0 e^{(-\Gamma t^2 + i\omega t)}). \quad (1.6)$$

$\Gamma$  es el factor de forma de la envolvente Gaussiana; es inversamente proporcional al cuadrado del tiempo de duración  $t$ .

El contenido espectral de un pulso se obtiene calculando el módulo de su transformada de Fourier de la función temporal del mismo. La transformada de Fourier de un pulso Gaussiano es también en una función Gaussiana.



**Fig. 1.1** Evolución en el tiempo del campo eléctrico en un pulso Gaussiano. Este pulso resulta de multiplicar una función coseno por una función Gaussiana. [1]



**Fig. 1.2** Transformada de Fourier de un pulso Gaussiano mostrado en la Fig. 1.1. La función de la transformada es también una función Gaussiana con un ancho espectral proporcional a  $\Gamma$ . [1]

### 1.2.3 Relación Entre la Duración del Pulso y Su Ancho Espectral.

Hasta ahora hemos visto que existe una relación entre la duración del pulso y su ancho espectral, cuando ambas cantidades son calculadas usando definiciones estadísticas se obtiene la siguiente inecuación:

$$\Delta t \Delta \omega \geq \frac{1}{2}. \quad (1.7)$$

Esta relación de la Física clásica, la cual nos lleva al principio de incertidumbre en Mecánica Cuántica, tiene importantes consecuencias en el campo de los pulsos de luz ultracortos.

- Si queremos producir un pulso de luz con cierta duración es necesario usar a amplio ancho de banda espectral.
- La desigualdad 1.7 solo puede ser satisfecha con envolventes Gaussianas, tanto para la espectral como la del tiempo. Cuando la igualdad es alcanzada se dice que es un pulso

limitado por transformada de Fourier. La variación en la fase en este tipo de pulsos es lineal en el tiempo o lo que es lo mismo, su fase instantánea es independiente del tiempo.

- Para un espectro dado, la envolvente de un pulso puede ser construida tal que tenga la menor duración posible.
- El pulso más corto construido solo puede ser del tipo limitado por transformada de Fourier si su espectro es simétrico.
- Si el pulso es limitado por transformada de Fourier no tiene una forma Gaussiana, entonces la desigualdad es similar pero el valor de  $\frac{1}{2}$  cambia dependiendo de la forma del pulso.

Ahora consideremos un pulso en el cual su dependencia temporal sea cuadrática,

$$E_y = \text{Re}(E_0 e^{-\Gamma t^2 + i(\omega_0 t - \alpha t^2)}). \quad (1.8)$$

Entonces su frecuencia angular instantánea varía linealmente con el tiempo,

$$\omega(t) = \frac{\partial \phi}{\partial t} = \omega_0 + \alpha t, \quad \alpha > 0 \quad (1.9)$$

Cuando un término cuadrático se agrega a la dependencia temporal del pulso, la frecuencia instantánea se corre hacia el rojo en la parte frontal del pulso y hacia el azul en la parte trasera del pulso (Fig. 1.3). Se dice entonces que es un pulso con "chirp"

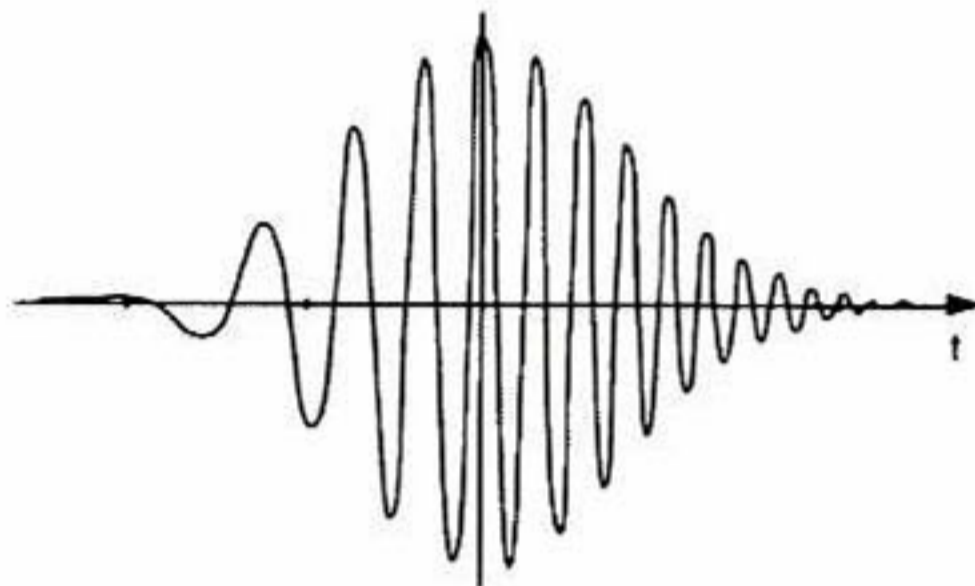


Fig. 1.3 Evolución en el tiempo de un campo eléctrico de un pulso Gaussiano el cual tiene una dependencia temporal en su fase del orden cuadrático. [1]

#### 1.2.4 Propagación de un Pulso de Luz en un Medio Transparente.

Debido al gran ancho espectral de un pulso y debido a la dispersión de la velocidad de grupo en un medio transparente, el pulso sufre una distorsión de fase lo cual induce un incremento su duración.

La transformada de Fourier de un pulso Gaussiano es

$$E_0(\omega) = \exp\left(\frac{-(\omega - \omega_0^2)}{4\Gamma}\right). \quad (1.10)$$

Después de que un pulso se ha propagado una distancia  $x$ , su espectro se ve modificado de tal manera que

$$E(\omega, x) = E_0(\omega) \exp(-ik(\omega)x), \quad k(\omega) = \frac{n\omega}{c}, \quad (1.11)$$

Donde  $k(\omega)$  es el factor de propagación dependiente de la frecuencia angular. Para poder hacer un cálculo analítico parcial de los efectos de la propagación, el factor de propagación es rescrito usando la expansión de Taylor como función de la frecuencia angular.

$$k(\omega) = k(\omega_0) + k'(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}k''(\omega - \omega_0)^2 + \dots, \quad (1.12)$$

Donde

$$k' = \left( \frac{dk(\omega)}{d\omega} \right)_{\omega_0}, \quad (1.13)$$

Y

$$k'' = \left( \frac{d^2k(\omega)}{d\omega^2} \right)_{\omega_0}, \quad (1.14)$$

El espectro del pulso es entonces

$$E(\omega, x) = E_0(\omega) \exp \left( -ik(\omega_0)x - ik'x(\omega - \omega_0) - \left( \frac{1}{4\Gamma} + \frac{i}{2}k'' \right) (\omega - \omega_0)^2 \right). \quad (1.15)$$

La evolución temporal del campo eléctrico del pulso se obtiene mediante la transformada inversa de 1.15,

$$\varepsilon(t, x) = \sqrt{\frac{\Gamma(x)}{\pi}} \exp \left[ i\omega_0 \left( t - \frac{x}{v_\phi(\omega_0)} \right) \right] * \exp \left[ \Gamma(x) \left( t - \frac{x}{v_g(\omega_0)} \right)^2 \right] \quad (1.16)$$

Donde

$$v_\phi(\omega_0) = \left( \frac{\omega}{k} \right)_{\omega_0}, \quad v_g(\omega_0) = \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_{\omega_0}, \quad \frac{1}{\Gamma(x)} = \frac{1}{\Gamma} + 2ik''x \quad (1.17)$$

En el primer término de la exponencial en 1.16 se puede observar que la fase de la frecuencia central tiene un retraso de  $x/v_\phi$  después de propagarse una distancia  $x$ . Debido a que la fase no es una cantidad medible, esta no tienen consecuencia observable. La velocidad de fase  $v_\phi(\omega)$  mide la velocidad de propagación de las componentes del plano de la onda del pulso en el medio. Estos planos de la onda no llevan ninguna información, esto debido a su infinita duración.

El segundo término en 1.16 muestra que el pulso después de viajar una distancia  $x$ , mantienen una envolvente Gaussiana. Esta envolvente está retrasada por una cantidad  $\frac{x}{v_g}$ ,  $v_g$  es la velocidad de grupo. También se muestra la envolvente del pulso se distorsiona durante la propagación debido al factor  $\Gamma(x)$  el cual es dependiente de la frecuencia angular a través de  $k''(\omega)$

$$k'' = \left( \frac{d^2 k(\omega)}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} = \frac{d}{d\omega} \left( \frac{1}{v_g(\omega)} \right)_{\omega_0}, \quad (1.14)$$

Este término es conocido como “dispersión de la velocidad de grupo”. Resumiendo, la propagación de un pulso a través de un medio transparente resulta en un retraso del pulso, un ensanchamiento en la duración y un chirp en la frecuencia del pulso.

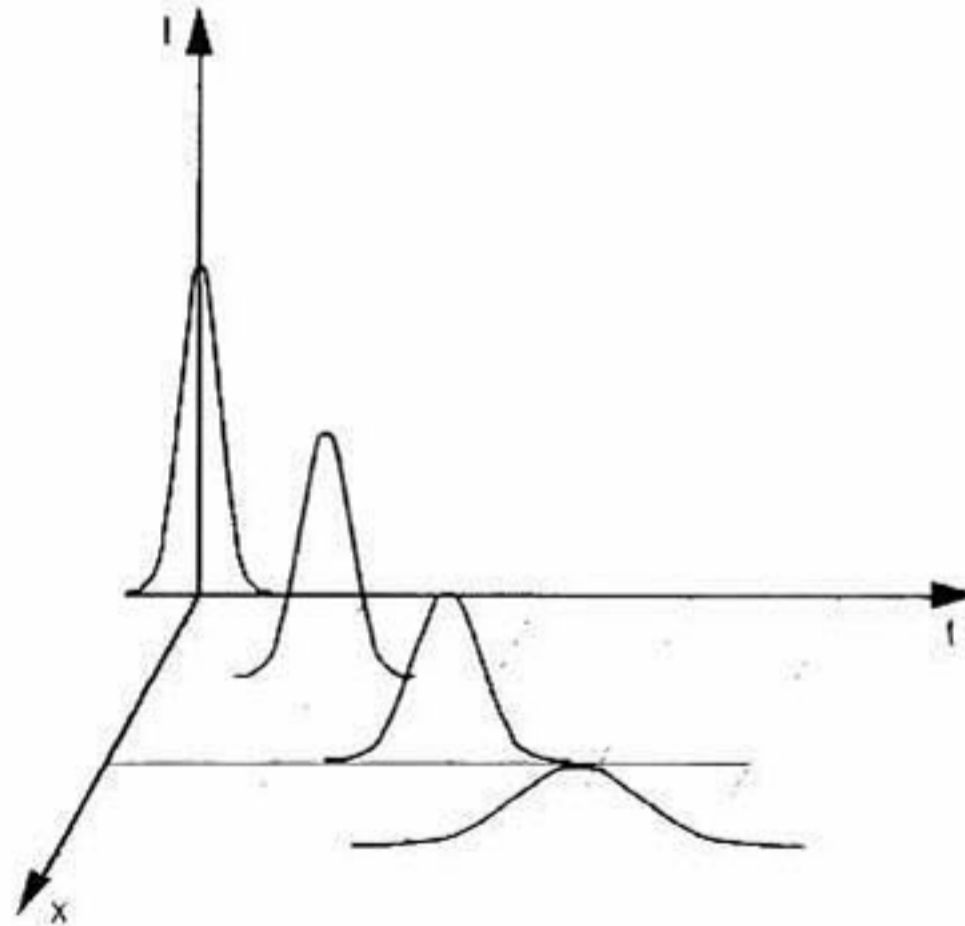


Fig. 1.4 Intensidad de la envolvente del pulso propagándose en el eje x, en un medio transparente sin pérdidas. El pulso se ensancha en el tiempo sin embargo conserva su energía. [1]

#### 1.2.4.1 Parámetro de dispersión de un medio transparente.

La dispersión de un índice de refracción es usualmente tabulada como función de la longitud de onda de la luz en el vacío. Ahora necesitamos recalculamos la dispersión como función de la longitud de onda. De la ecuación 1.14 obtenemos

$$k'' = \frac{\lambda^2}{2\pi c} D, \quad D = \frac{1}{L} \frac{dt_g}{d\lambda}, \quad (1.15)$$

Siendo  $t_g$  el retraso de grupo inducido por la propagación sobre una distancia  $L$ .  $D$  se conoce como el parámetro de dispersión. Siendo  $t_g = L/v_g$  podemos reescribir 1.15 como

$$k'' = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (1.16)$$

## 1.3 Óptica No Lineal.

### 1.3.1 Susceptibilidad de Segundo Orden.

La susceptibilidad de segundo orden  $\chi^{(2)}$  es responsable de varios efectos ópticos no lineales, en esta sección se mencionaran de manera muy general, ya que para efectos de esta tesis, es la susceptibilidad de tercer orden  $\chi^{(3)}$  la responsable de los efectos ópticos en los cuales se basa este trabajo.

#### 1.3.1.1 Generación del Segundo Armónico.

La generación del segundo armónico fue el primer efecto no lineal que pudo ser observado después de que los láseres estuvieran disponibles.

En este proceso, dos fotones con la misma frecuencia angular  $\omega$ , cuando se propagan a través de un material, pueden mezclarse, produciendo un solo fotón con una frecuencia angular que es igual al doble de la original.

#### 1.3.1.2 Interacciones Paramétricas.

La susceptibilidad de segundo orden es responsable de una gran variedad de otros efectos que involucran tres fotones generando nuevas frecuencias. Estos efectos son conocidos como efectos paramétricos, esto en referencia a los osciladores forzados y técnicas relacionadas, las cuales fueron desarrolladas previamente en el campo de las radio-frecuencias electrónicas.

### 1.3.2 Susceptibilidad de Tercer Orden

Cuatro fotones están involucrados en los efectos no lineales debido al término a la susceptibilidad de tercer orden derivado de la expansión de la polarización de un material. En contraste con los efectos de segundo orden, algunos efectos de tercer orden no se desvanecen en materiales centro simétricos por lo que pueden ser observados en líquidos y materiales amorfos.

#### 1.3.2.1 Índice de Refracción No Lineal.

Cuando una onda electromagnética intensa pasa por un medio isotrópico su respuesta dieléctrica cambia:

$$\varepsilon_t = \varepsilon + \varepsilon_2 \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle. \quad (1.17)$$

Donde  $\langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle$  es el promedio temporal del cuadrado del campo eléctrico. De tal manera que  $\langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle = \frac{1}{2} |\mathbf{E}|^2$ . Esta función ocurre cuando escribimos la polarización como

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi^{(3)} + \varepsilon_0 \chi^{(3)} \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle \mathbf{E}. \quad (1.18)$$

De tal manera que  $\varepsilon = 1 + \chi^{(1)}$  y  $\varepsilon_2 = 1 + \chi^{(3)}$ . El término  $\chi^{(2)}$  es cero ya que consideramos un medio centro simétrico.



El índice de refracción está dado por la raíz cuadrada de la función dieléctrica, así podemos encontrar que

$$n = \sqrt{\varepsilon_t} = \sqrt{\varepsilon + \varepsilon_2 \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle} \approx n_0 + n_2 \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle. \quad (1.19)$$

Y eventualmente obtenemos

$$n = n_0 + \frac{1}{2} n_2 I \quad (1.20)$$

Donde  $I = |\mathbf{E}|^2$  es la intensidad de la luz.

Cuando un campo eléctrico suficientemente fuerte es aplicado, la nube electrónica de un átomo o de una molécula es fuertemente distorsionada. Esto ocurre cuando la energía electrostática del campo  $\frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle EV$  (siendo  $V$  el volumen de interacción) llega a ser tal que es comparable con la energía de los estados electrónicos (unos cuantos eV).

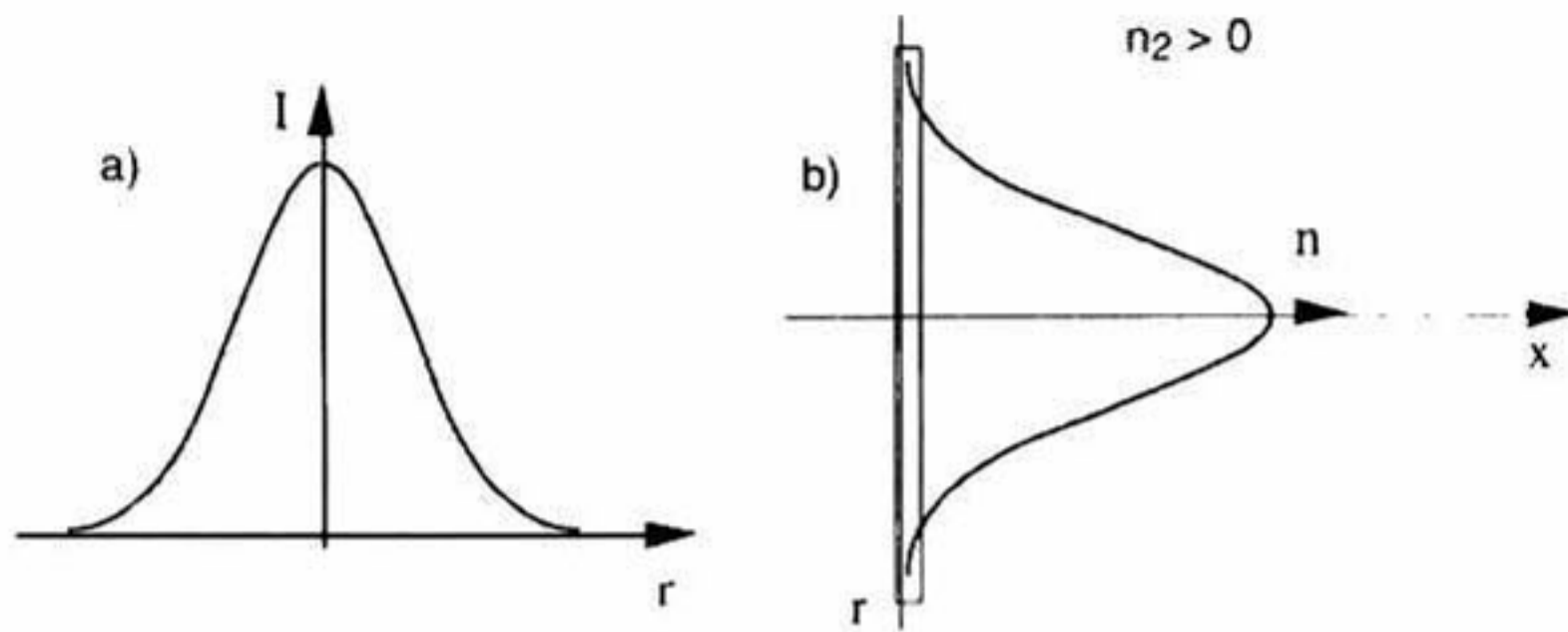
Cabe resaltar que la intensidad en la ecuación 1.20 es una función que varía temporal y espacialmente. El análisis de la propagación no lineal de un pulso luz es un problema complejo el cual necesita aproximaciones numéricas, para el propósito de esta tesis no profundizaremos en el tema y solo veremos los casos donde sea posible el estudio analítico.

### 1.3.2.2 Efecto Lente Kerr

Comenzaremos con la dependencia espacial de la intensidad de la luz y por motivos de simplicidad analizaremos la propagación de un haz Gaussiano en un material  $\chi^{(3)}$ . Este haz está descrito por una función Gaussiana de su radio con parámetro de forma  $g$ . En este caso el índice de distribución se puede escribir como

$$n(r) = n_0 + \frac{1}{2} n_2 I(r), \quad \text{con } I(r) = e^{-gr^2} \quad (1.21)$$

En la figura 1.5a se muestra la distribución de la intensidad a lo largo del diámetro de un haz Gaussiano. En la figura 1.5b observamos que si el haz se propaga a través de un medio delgado y transparente  $\chi^{(3)}$ , el índice de refracción cambia de manera similar a la intensidad a lo largo del diámetro del haz.



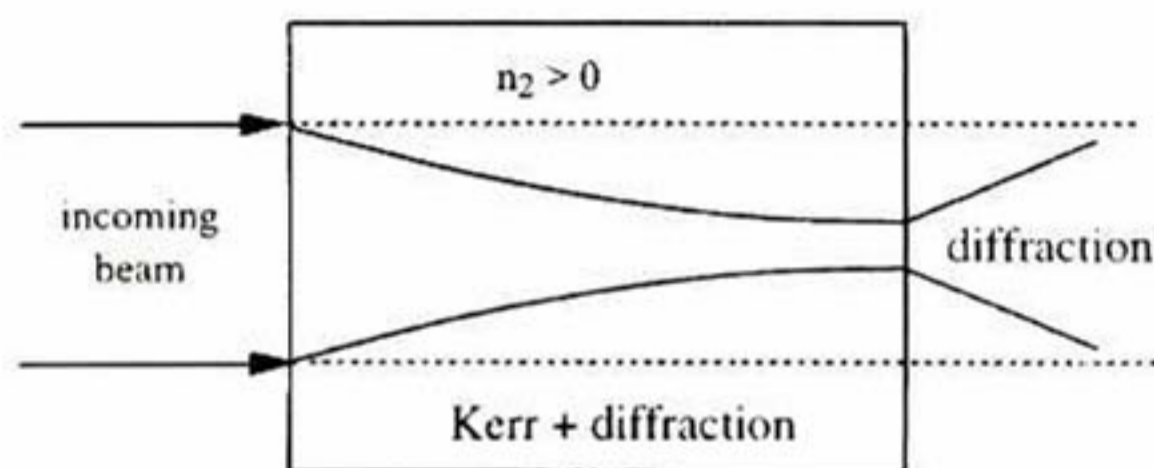
**Fig. 1.5(a)** Distribución de la intensidad de un haz Gaussiano a lo largo de su diámetro. **(b)** La variación del índice de refracción sigue la distribución de la intensidad a lo largo del diámetro. Dependiendo del signo del índice de refracción no lineal, el índice de refracción se incrementa o decrece cuando va en dirección del centro del haz. [1]

En óptica geométrica, la cantidad más relevante en la propagación del rayo de luz es el camino óptico, o sea, el producto del índice de refracción y la distancia de propagación  $e$ ,  $P(r) = n(r)e$ . Para visualizar el efecto de la lente Kerr se reemplaza la constante  $e$  por una variable de tal manera que podemos escribir

$$P(r) = n(r)e = e(r)n_0 \quad (1.22)$$

$$e(r) = \frac{en(r)}{n_0} \quad (1.23)$$

Entonces obtenemos un lente Gaussiano, el cual enfoca el haz óptico. Durante la propagación de un pulso a través de un material delgado (Fig. 1.6) este proceso va en aumento a lo largo del camino óptico debido a que el enfoque del haz incrementa el poder focal del lente dinámico. Este incremento en el foco se detiene cuando el diámetro del haz es lo tan pequeño que la difracción lineal es lo suficientemente grande para balancear el efecto Kerr. Este efecto se conoce como auto enfoque, el cual es de suma importancia en el entendimiento de auto amarre de modos, o amarre de modos por efecto Kerr.



**Fig. 1.6.** Auto enfoque de un haz de luz láser que viaja por medio con  $n_2$  positivo. [1]

### 1.3.2.3 Auto Modulación de Fase

De manera similar, el índice de refracción no lineal varia conforme a la dependencia temporal de la envolvente de la intensidad, lo cual podemos expresar como

$$n(r) = n_0 + \frac{1}{2}n_2I(t), \quad \text{con } I(t) = e^{-\Gamma t^2} \quad (1.24)$$

Para simplificar el análisis consideramos solamente un plano de la onda propagándose en un medio no lineal:

$$E(t, x) = E_0 e^{-i(\omega_0 t - kx)}, \quad k = \frac{\omega_0}{c} n(t). \quad (1.25)$$

La frecuencia instantánea, que es la derivada temporal de la fase, puede ser escrita como

$$\omega(t) = \frac{\partial}{\partial t} \Phi(t) = \omega_0 - \frac{\omega_0}{c} \frac{\partial n(t)}{\partial t} x \quad (1.26)$$

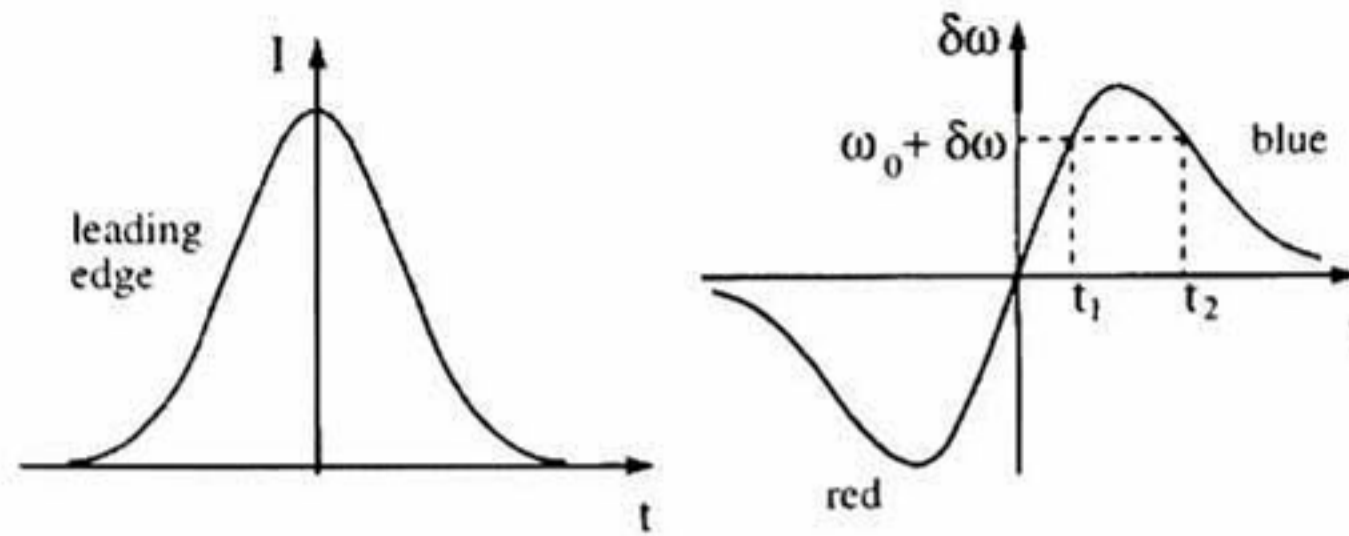
y su variación en frecuencia

$$\delta\omega(t) = \omega(t) - \omega_0 = -\frac{\omega_0 n_2}{2c} x \frac{\partial I(t)}{\partial t} \quad (1.27)$$

Como consecuencia general de la relación entre tiempo y frecuencia, cada vez que aplicamos una amplitud periódica o modulación de fase a una señal periódica nuevas componentes de frecuencias son creadas en su espectro de frecuencias. En el proceso de auto modulación de fases, con  $n_2$  positivo, bajas frecuencias son creadas en la parte delantera de la envolvente del pulso, de igual manera, altas frecuencias son creadas en la parte trasera de la envolvente. Estas nuevas frecuencias no están sincronizadas, sin embargo, son creadas dentro de la misma envolvente del pulso. La auto modulación de fase no es un efecto dispersivo en sí, pero un pulso no se mantiene del tipo limitado por transformada al cruzar un material transparente. El medio en cual el pulso se propaga es dispersivo, por lo tanto las frecuencias presentan un chirp a lo largo de la propagación.

Debido a que la auto modulación de fase causa un ensanchamiento espectral en el pulso de luz, es una técnica básica en compresión óptica usada para producir pulsos ultracortos de luz menores a 10 fs de duración en el rango espectral visible.

La transformada de Fourier nos permite calcular el espectro que resulta del proceso de la auto modulación de fase. La Fig. 1.7 nos muestra el espectro de un pulso auto modulado en fase cuando el corrimiento inducido en la fase es  $2\pi$ .



**Fig. 1.7** En la izquierda, la intensidad de un pulso Gaussiano de Luz. A la derecha, variación en el tiempo de la pulsación central, la cual es proporcional al negativo de la derivada de la envolvente del pulso cuando el índice de refracción no lineal es positivo.

### 1.3.2.1 Absorción de Saturación.

La absorción de saturación en un material se presenta cuando la transmitancia crece con el incremento de la iluminación por medio de la luz. Para describir el proceso consideramos simples argumentos cualitativos basados en un modelo electrónico de dos niveles, para lo cual la absorción saturable es simétrica a la ganancia de saturación. Una aproximación hiperbólica de la dependencia del coeficiente de absorción de la intensidad será

$$\alpha(I) = \alpha_0 \left(1 + \frac{I}{I_{sat}}\right)^{-1} \quad (1.28)$$

Donde  $\alpha_0$  es el coeficiente de absorción lineal y  $I_{sat}$  es la intensidad de saturación. Cuando la intensidad crece, el coeficiente de absorción decrece, lo cual se traduce en la que la intensidad transmitida será

$$T(I_i) = \frac{I_t}{I_i} = \exp\left[\frac{-\alpha_0 L}{1 + I/I_{sat}}\right]. \quad (1.29)$$

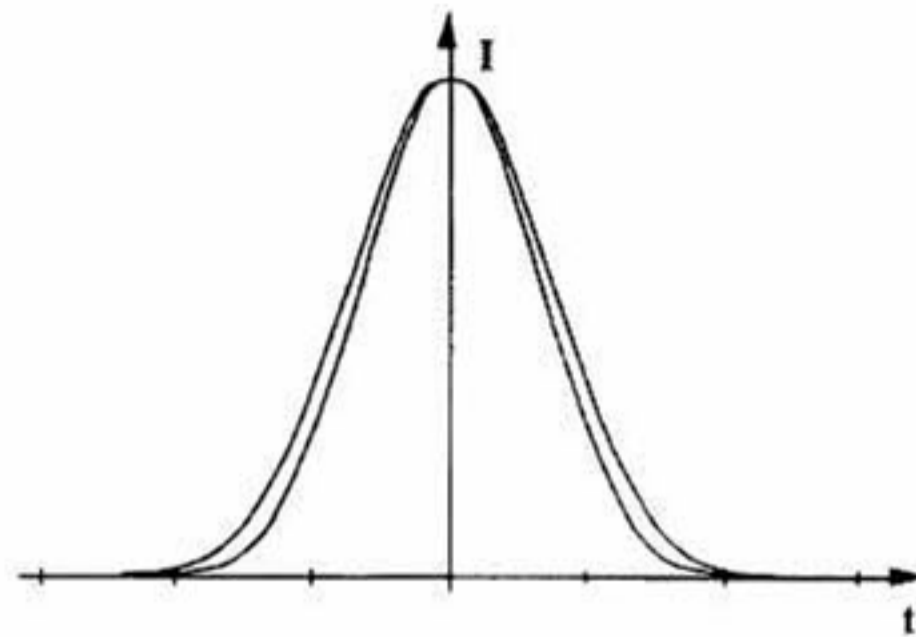
La ecuación 1.29 se obtiene reemplazando el coeficiente de absorción lineal en la ley de Beer Lamber  $I_t = I_0 \exp(-\alpha_0 L)$  por la ecuación 1.28.  $I_i$  es la intensidad incidente en un medio absorbente de longitud L,  $I_t$  es la intensidad transmitida.

La absorción de saturación se divide en dos clases dependiendo de la velocidad de cambio de la transmisión. Los materiales que presentan una rápida absorción de saturación tienen una respuesta instantánea a la luz.

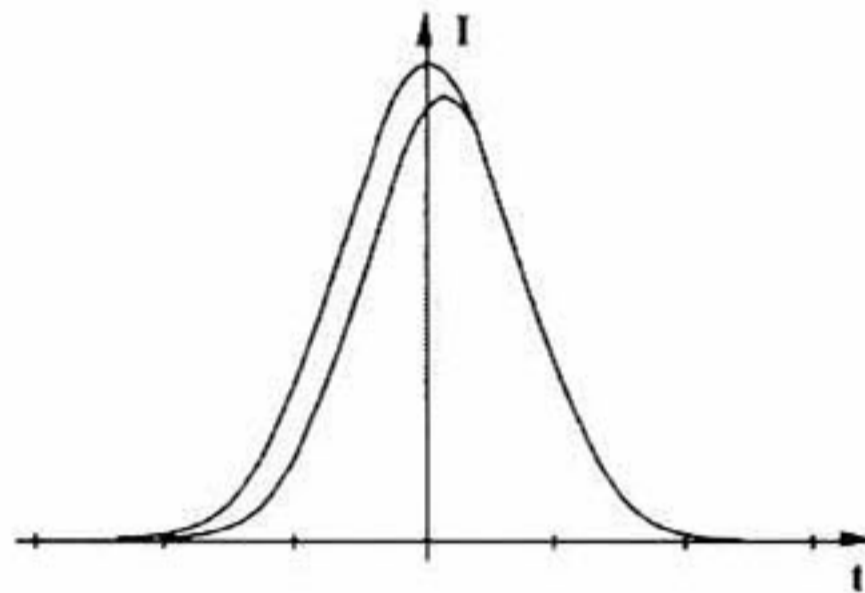
En la parte baja del pulso, donde la intensidad es baja, hay mayor absorción en comparación a la punta o cima del pulso donde prácticamente no la hay. Como resultado de la propagación a través de un material con una rápida absorción de saturación el pulso experimenta una reducción temporal.

La saturación en un material con lenta absorción de saturación depende de la intensidad de la luz durante un tiempo característico. Como resultado, la parte frontal del pulso experimenta una fuerte absorción. Una vez que la saturación ha sido alcanzada, la absorción decae en un tiempo

característico y la parte trasera del pulso pasa a través del medio sin ninguna distorsión. El resultado de la absorción no lineal es asimétrico, como se puede ver en la Fig. 1.9.



**Fig. 1.8** Simulación numérica del efecto de la rápida absorción de saturación en un pulso Gaussiano luz. Se puede apreciar una reducción temporal del pulso. [1]



**Fig. 1.9** Simulación numérica del efecto de la lenta absorción de saturación en un pulso Gaussiano de luz. [1]

“Lento” y “rápido” solo tiene sentido cuando comparamos el tiempo característico en el que se alcanza la absorción de saturación con la duración del pulso de luz. Para un pulso ultracorto en el orden de unos cuantos femtosegundos, todos los materiales caen en la categoría de lentos.

Los fotones de la parte delantera del pulso penetran el material y desaparecen cuando promueven electrones del estado en reposo a estados excitados. Conforme el pulso se propaga, más y más electrones son absorbidos, excitando más y más electrones hasta el punto donde las poblaciones entre los dos estados se igualan, por lo que ya no puede haber más absorción de fotones. La dinámica de la saturación está bajo el control de las relajaciones electrónicas.

## 1.4 Métodos para la Generación de Láseres de Pulsos Ultracortos: Amarre de Modos.

### 1.4.1 Introducción.

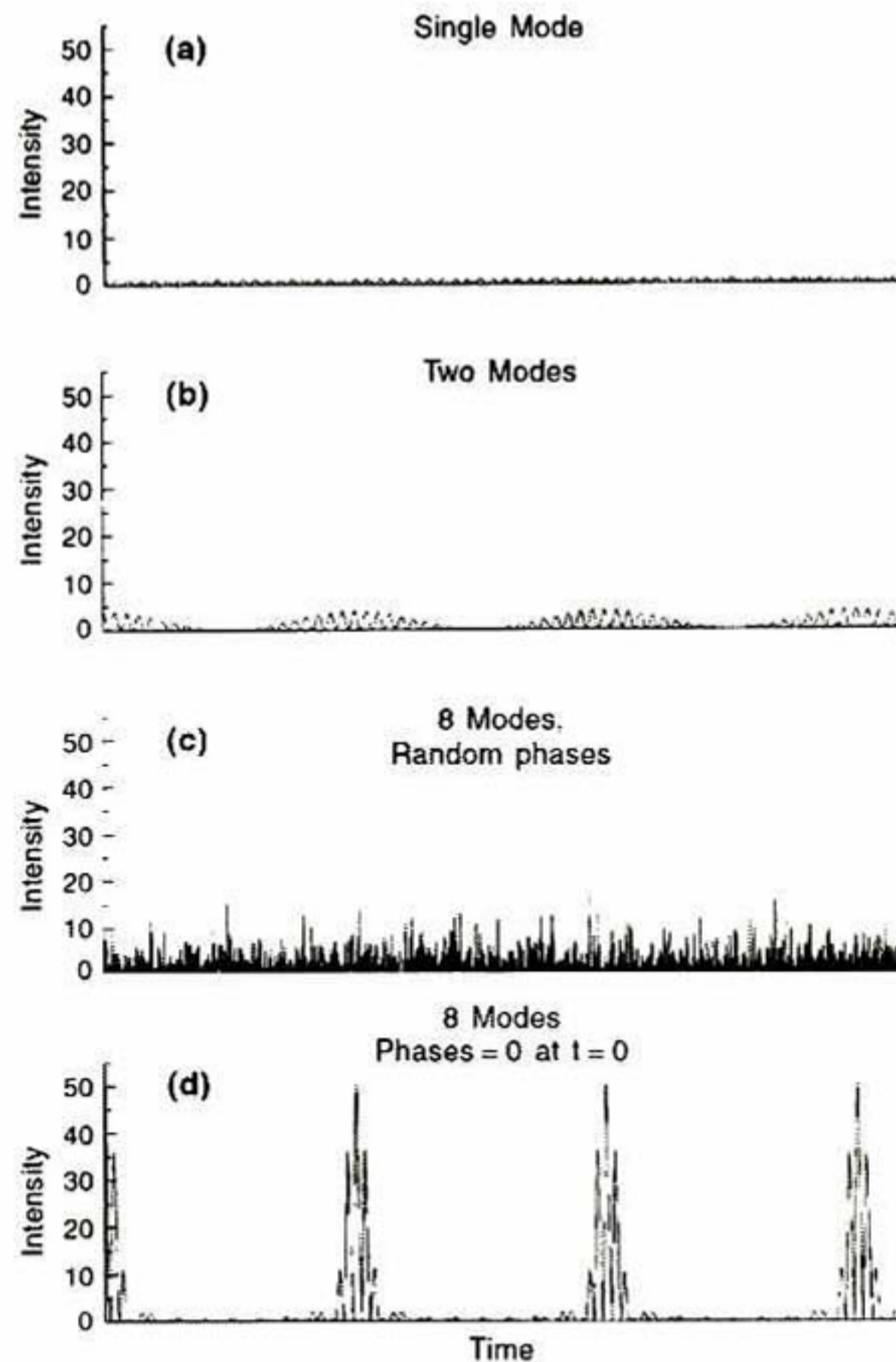


Fig. 1.10 Ilustración de la influencia de la relación de fase entre los modos. (a) Un modo, (b) dos modos, (c) ocho modos con fases aleatorias, (d) ocho modos con la misma fase. [1]

Parecería contradictorio pensar en generar pulsos ultracortos con una fuente láser debido a la frecuencia impuesta por la misma cavidad. La transformada de Fourier de un pulso extremadamente corto es espectralmente muy ancha. Una cavidad láser solo permitirá oscilaciones en un rango de frecuencias discretas alrededor de la frecuencia de resonancia  $\nu_q = qc/2L$  (donde  $q$  es un entero,  $c$  es la velocidad de la luz y  $L$  es la longitud de la cavidad). Un láser no puede generar pulsos ultracortos mientras funciona en su régimen habitual, ya que en este caso, la cavidad actúa como un selector de frecuencias. Sin embargo, como vimos anteriormente, cuando el láser opera en su régimen habitual, oscila simultáneamente conforme a las frecuencias de resonancia de la

cavidad, estas frecuencias son los modos longitudinales del láser. Cuando opera en el régimen multimodal, la intensidad de salida del láser no es necesariamente constante en el tiempo. Su distribución temporal depende esencialmente en la relación de fases entre los modos, Fig. 1.10.

La Fig. 1.10 muestra la importancia de la relación de fase en la distribución temporal de la intensidad del láser. Esta relación puede verse de manera simple con la representación de Fresnel, Fig. 1.11.

Asumamos  $n$  modos, con una forma sinusoidal con frecuencia angular  $\omega_i$ , con fases idénticas en  $t = 0$  y un amplitudes iguales de  $E$  ( $E_i = E \sin \omega_i t$ ). Además  $\omega_{i+k} - \omega_i = k\Delta\omega$ , siendo  $k$  un entero y  $\Delta\omega$  un intervalo espectral. En  $t = 0$ , la amplitud resultante es  $E_T = nE$  ya que todas las componentes están alineadas a lo largo del eje  $x$  (Fig. 1.11a). Después de un tiempo  $\Delta t$ , el vector ha sido rotado un ángulo  $\omega_i \Delta t$  y el ángulo  $\theta$  que representa la diferencia entre dos modos adyacentes será (Fig. 1.11b):

$$\theta = \Delta\omega \Delta t. \tag{1.30}$$

Como se muestra en Fig. 2.3c, cuando  $\theta = 2\pi/m$  la amplitud resultante  $E_T$  vale cero. Esto ocurre en un tiempo  $\Delta t = \Delta\tau$ , donde

$$\Delta\tau = \frac{2\pi}{m\Delta\omega}. \tag{1.31}$$

Mientras más grande sea el número de modos  $m$ , más corto será el tiempo  $\Delta t$  que tarda la amplitud de ir de su máximo a cero.

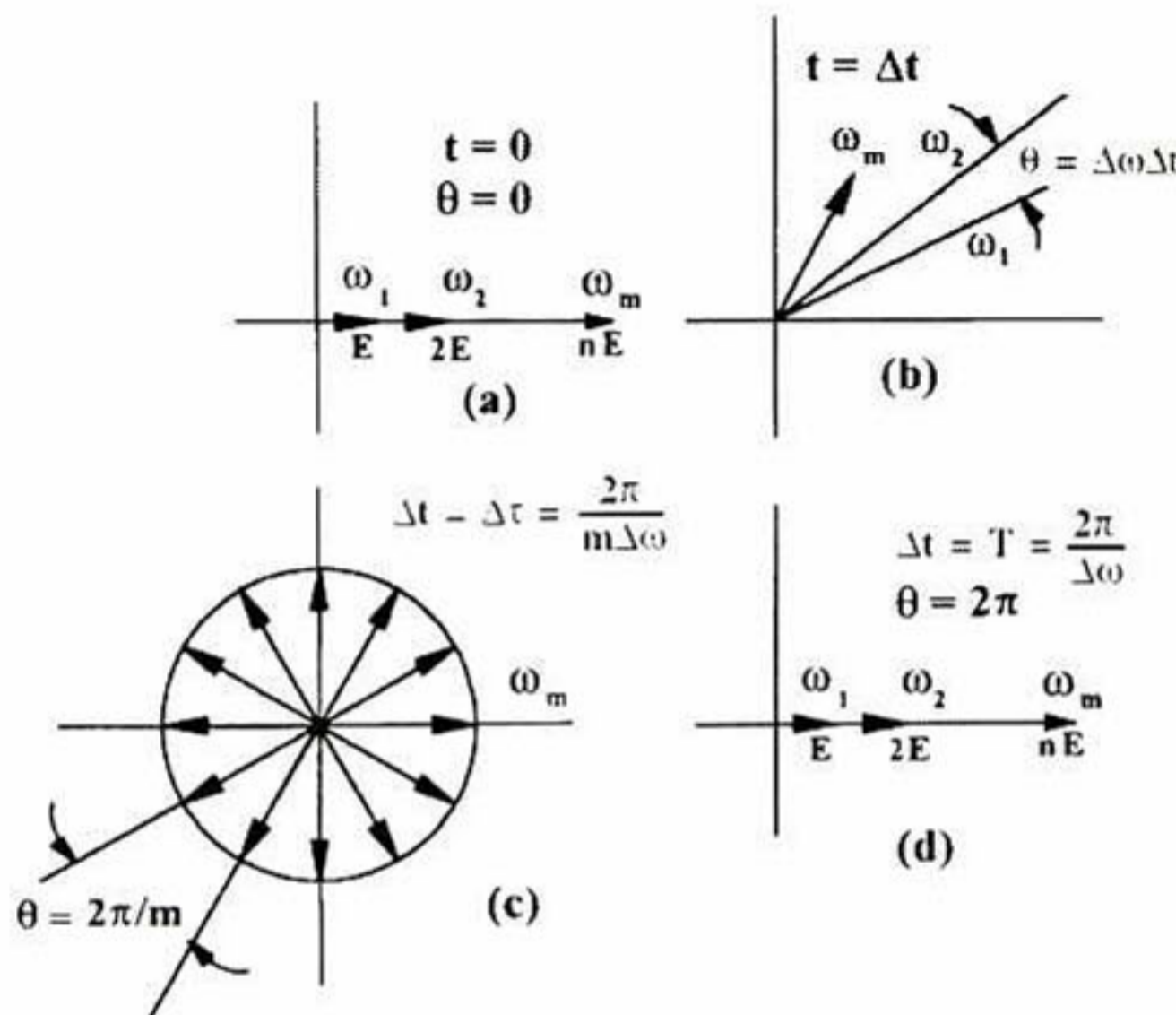


Fig. 1.11. Representación de Fresnel de  $m$  modos. La suma de los vectores representa la amplitud del campo dentro de la cavidad a diferentes tiempos. [1]

Cada vez que  $\theta = 2k\pi$ ,  $E_t$  alcanzará su máximo ( $E_t = mE$ ), y esto ocurrirá en cada tiempo igual a  $T = 2k\pi/\Delta\omega$  (Fig. 2.2d). Resumiendo, para una gran cantidad de modos  $m$  y un intervalo espectral  $\Delta\omega$ , la amplitud resultante alcanzará su máximo periódicamente, con un periodo  $T$ , y bajara hasta cero muy rápido en un tiempo  $kT + \Delta\tau$ . Esta representación ilustra de manera simple el papel de la fase en la interferencia constructiva y destructiva entre diferentes modos. Si  $\Delta\omega = 2\pi c/2L$  entonces  $T = 2L/c$ .

Vemos entonces que la salida del láser consiste en una secuencia periódica de pulsos en lugar de un solo pulso. El ancho de cada pulso será inversamente proporcional al número de modos contribuyendo en la oscilación.

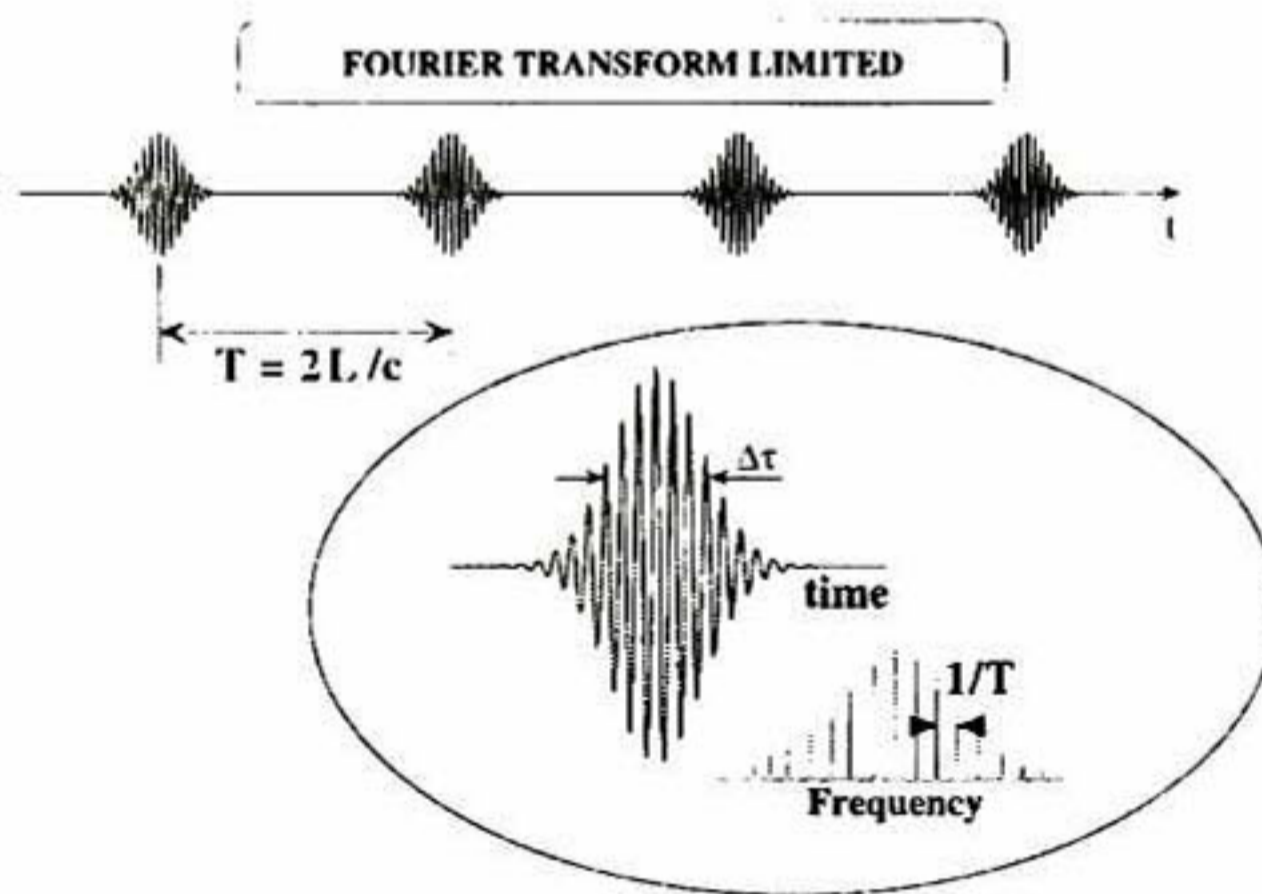


Fig. 1.12. Pulsos limitados por transformada de Fourier. [1]

En la simulación, Fig. 1.12, los pulsos que se obtienen asumiendo que las fases iniciales son rigurosamente iguales, se conocen como limitados por transformada de Fourier, y tenemos entonces el amarre de modos.

#### 1.4.2 Principio del Amarre de Modos.

El número de modos en una cavidad,  $N$ , puede variar de unos cuantos (los láseres de He-Ne) a unos  $10^4$  (en láseres de Ti:Za). A mayor número de modos, más pequeño será el valor de  $\Delta\tau$ . Si asumimos que los modos tienen una diferencia de fases constante, la salida del láser consistirá en una sucesión periódica de pulsos, cada uno con una duración de  $\Delta\tau$ , el periodo de repetición de los pulsos será  $T = 2L/c$ . Bajo estas circunstancias, se dice que el laser está amarrado o en modo pulsado.

La diferencia fundamental en el comportamiento de estos dos casos es debido a las fases de los modos con diferentes frecuencias. Estos términos tienen poca influencia en las fluctuaciones del campo cuando se está en el régimen continuo, sin embargo en el régimen pulsado, determinan la distribución temporal.



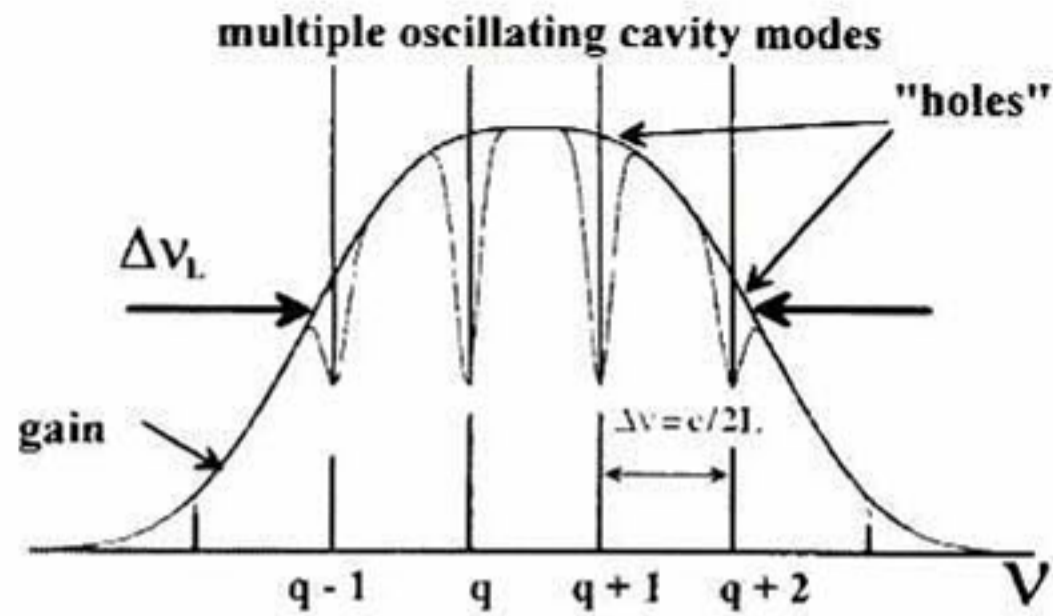


Fig. 1.13. Modos permitidos en una cavidad de longitud óptica  $L$ .

Para entender la causa de la periodicidad en los láseres pulsados, analizamos la distribución espacio-temporal de una onda electromagnética estacionaria, la cual existe en dentro de la cavidad cuando el láser está en el régimen pulsado. Podemos ver que hay una interferencia constructiva en un instante específico en un punto B específico de la cavidad, por otro lado, en ese mismo instante, los modos interfieren de forma destructiva en todos los demás puntos de la cavidad (Fig. 1.14).

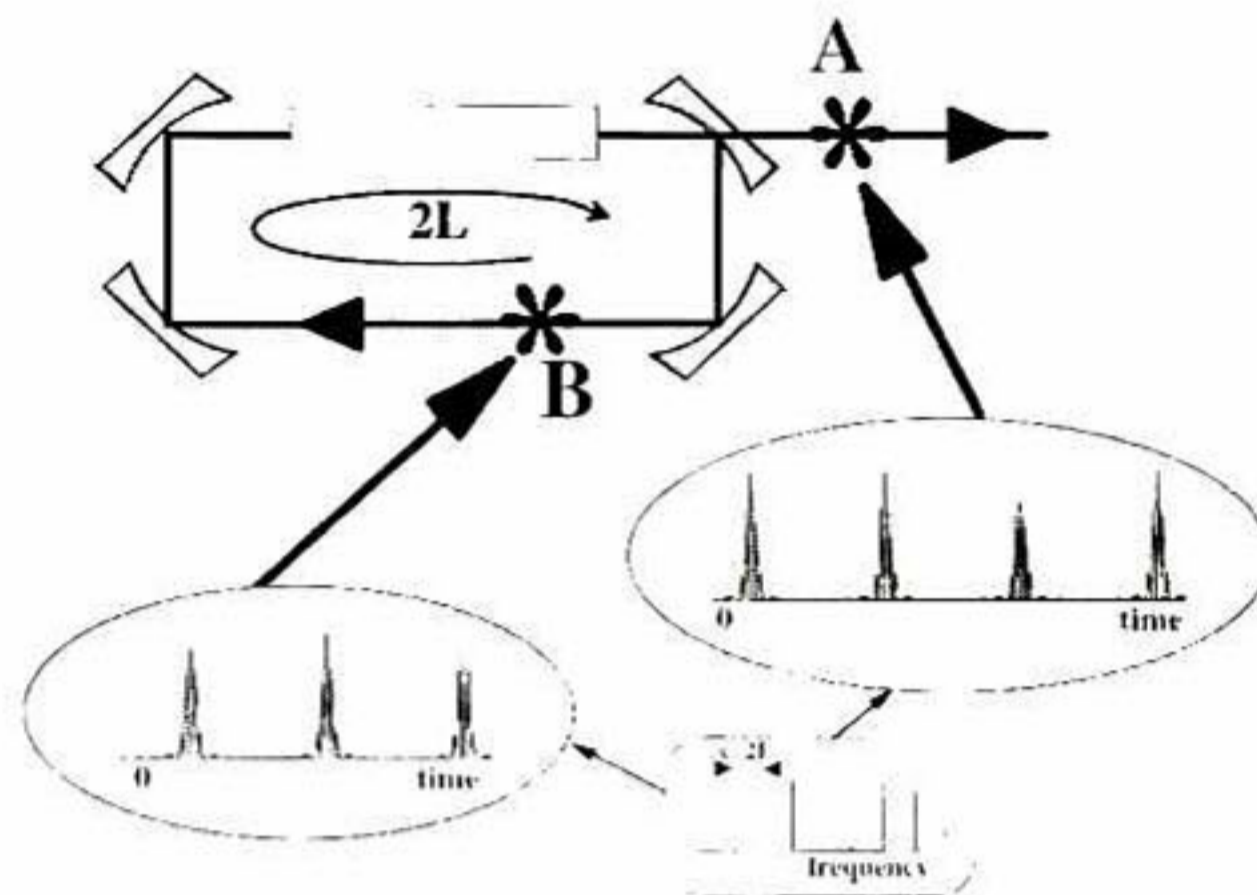


Fig. 1.14. Surgimiento de un pulso en un cavidad láser tipo anillo. [1]

Esto se debe a la presencia de una gran cantidad de modos con longitudes de onda  $\lambda_n$ . Si todas las ondas tienen su máxima amplitud en el punto B, eso implica que interfieren de forma destructiva a lo largo de la cavidad excepto en una corta distancia alrededor del punto B.

Mientras más grande sea el número de modos  $N$ , más corta será la distancia donde estos modos interfieren constructivamente. En cada instante  $t$ , la onda electromagnética dentro de la cavidad está concentrada en un pequeño espacio de longitud  $l_p = c\tau_p$ . Un pulso de unos cuantos femtosegundos ( $\tau_p = 10^{-15} s$ ), es representado en cada instante  $t$ , por un paquete de onda de longitud  $l_p = 300 nm$ . Este paquete de onda viaja al derecho y al revés en la cavidad. Cada vez que el paquete es reflejado en el espejo de salida, parte de su energía es transmitida en el haz de salida

del láser. Por lo tanto, viéndolo de esta manera, el haz de salida consiste en una serie de pulsos con un periodo  $T = 2L/c$  determinado por el transito temporal del paquete de onda a través de la cavidad.

La duración del pulso  $\tau_p$  es siempre proporcional al ancho espectral  $\Delta\omega_0$  de la distribución de la amplitud de los modos (y por lo tanto de número de modos amarrados  $N$ ). Es claro entonces que un laser que emita con el mayor ancho de banda, emitirá también los pulsos más cortos. Se dice que un pulso está limitado por transformada de Fourier si  $\tau_p$  y  $\Delta\omega_0$  están relacionados por una ecuación tipo (1.32) con una constante de proporcionalidad del orden de la unidad. La ecuación 1.32 nos da la duración de del pulso a la altura media de un pulso Gaussiano.

$$\tau_p = \frac{2\sqrt{2}}{\pi\Delta\omega_0} \ln 2. \quad (1.32)$$

### 1.1.3 Consideraciones Generales del Amarre de Modos.

Cuando el láser opera en el régimen multimodal libre, hay una competencia entre los diferentes modos los cuales compiten por ser amplificados por medio de la emisión estimulada de los átomos, moléculas o iones. Esta competencia causa grandes fluctuaciones en las fases y amplitudes de los modos, lo cual explica las grandes fluctuaciones en la intensidad instantánea observada en este tipo de láseres. El propósito del amarre de modos es organizar dicha competencia entre los modos de tal manera que las fases relativas permanezcan constantes, o visto de otra manera, que la intensidad de salida del láser consista en serie de pulsos. En el modo multimodal libre, una concentración espacial ocurre dentro de la cavidad en varios puntos, es posible concentrar la energía del láser aún más si insertamos un medio no lineal, u otro sistema que promueva fuertes intensidades, dentro de la cavidad. Como la onda viaja al derecho y al revés en la cavidad, los modos con mayor intensidad seguirán aumentando su intensidad a costa de los modos con menos intensos debido a la competencia dentro del medio de amplificación. Si las condiciones se escogen cuidadosamente, todas las energías de la cavidad se concentrarían en un solo pulso. Esto es el amarre de modos: seleccionar una intensidad máxima en el dominio del tiempo es equivalente a establecer una relación de fase entre los modos longitudinales en el dominio frecuencial. Si insertamos un elemento dentro de la cavidad el cual module los modos a una frecuencia cercana al intervalo frecuencia intermodal  $c/2L$ , la competencia por la máxima ganancia dentro del medio de amplificación resultará en un acoplamiento entre los modos y las bandas laterales creadas por la modulación de modos vecinos. Se debe tener presente que seleccionar una intensidad máxima dentro de la cavidad por medio de un medio no lineal, equivale a modular el paquete de onda a una frecuencia  $c/2L$ . El primer método induce una auto modulación de los modos a una frecuencia de  $c/2L$  y por lo tanto establece una relación de fase entre los mismos.

Estas dos ideas son el punto de partida de los dos principales métodos desarrollados para lograr el amarre de modos:

- El *amarre de modos pasivo* resulta de insertar un medio con una absorción saturable dentro de la cavidad con el fin de seleccionar un solo pulso.

- El *amarre de modos activo* resulta de una modulación externa a una frecuencia  $\Omega$  ya sea por pérdidas en la cavidad (insertando un cristal acusto-óptico en la cavidad) o por la ganancia de medio amplificador (bombeando el medio con otro laser pulsado).

Con la popularización del Ti:Za , el mecanismo de auto amarre de los modos en el cual las propiedades no lineales del medio amplificador naturalmente aumenta la intensidad máxima dentro de la cavidad, ha hecho que el amarre de modos usando este material sea hasta cierto punto una tarea sencilla.

#### 1.4.4 Amarre de Modos Activo.

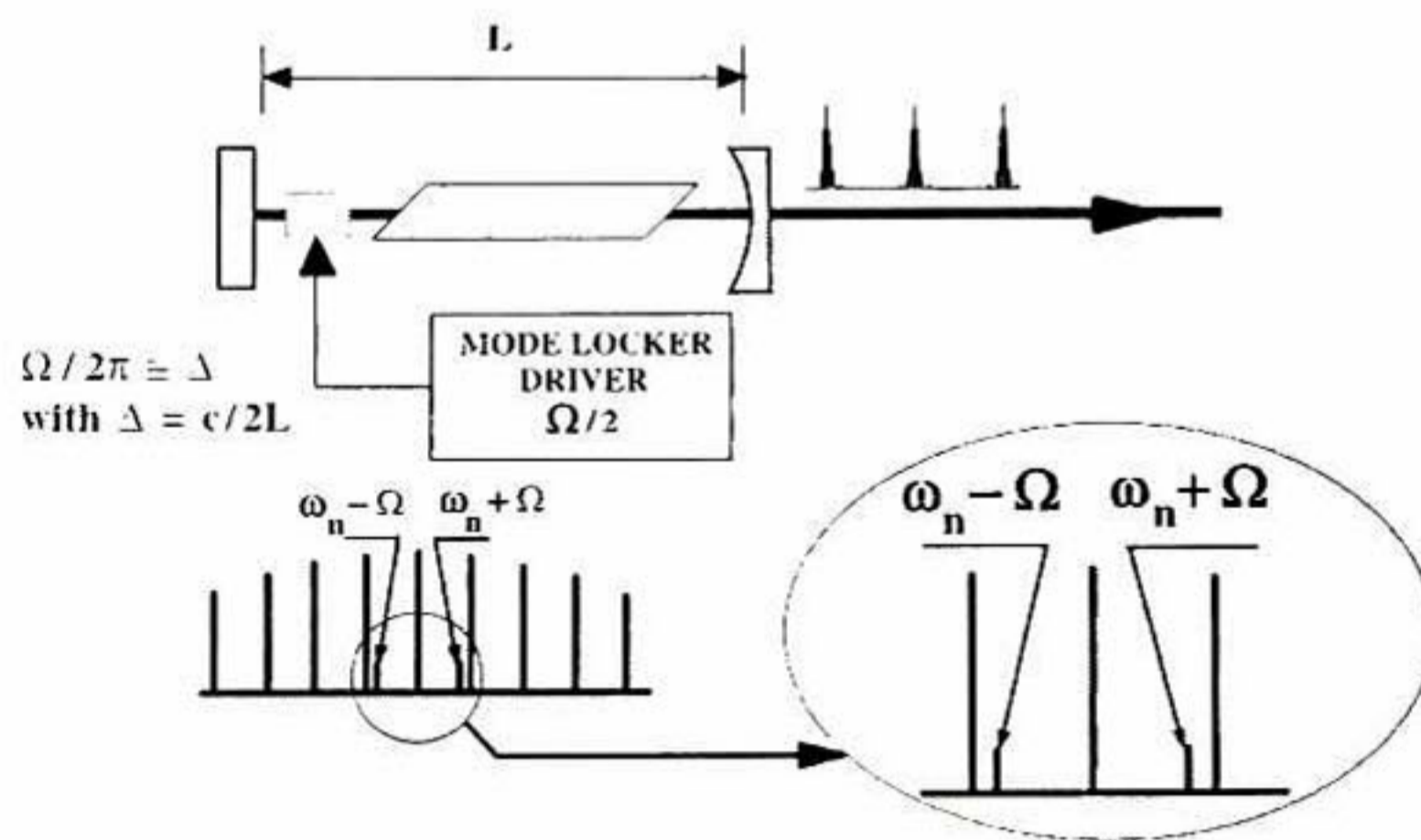


Fig. 1.15. Amarre de modos de manera activa en una cavidad láser. [1]

El amarre de modos de manera activa se lleva a cabo mediante la inserción de un elemento el cual induce una modulación de la amplitud de cada modo longitudinal. Como mencionamos anteriormente hay varios métodos para lograrlo los cuales dependen del elemento que pongamos dentro de la cavidad.

Para fines de este trabajo tesis, el método activo no fue el que se usó para logra el amarre de modos, por lo que solo mencionamos su idea principal sobre la cual se basa dicho método. Para logra el amarre de modos de la cavidad laser que se diseñó y construyó, se utilizó el método pasivo inherente de las propiedades del cristal de Ti:Za. A continuación detallamos este método para su mejor comprensión.

### 1.1.7 Amarre de Modos Pasivo.

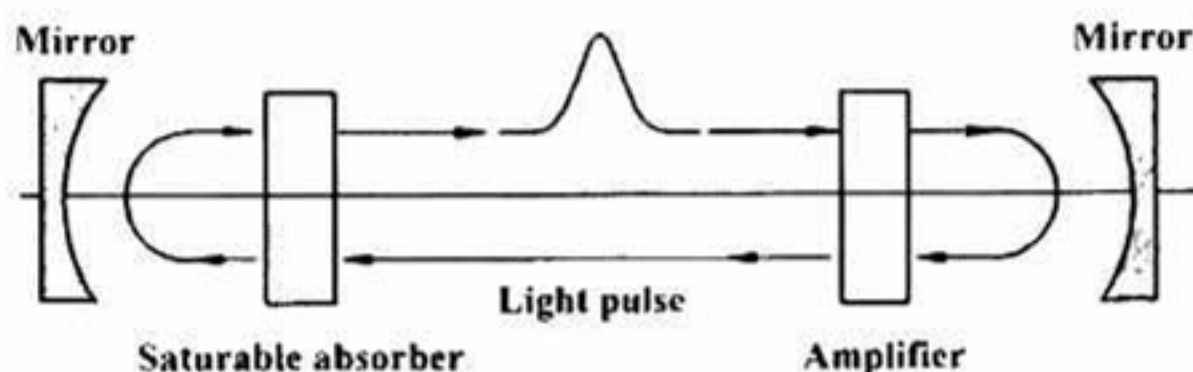


Fig. 1.16. Viaje del pulso en una cavidad laser que incluye un medio de amplificación así como un medio con absorción saturable.

La dinámica de la ganancia de saturación en el medio de amplificación es la responsable de la distorsión de la forma del pulso. Si un medio absorbente con coeficiente de absorción saturable (Fig. 1.16) es colocado dentro de la cavidad, la asociación de este elemento con el medio de amplificación nos lleva a un amarre de modos de manera natural, sin la necesidad de agentes externos. En nuestro caso, el elemento que presenta esta absorción saturable es el cristal de Ti:Za.

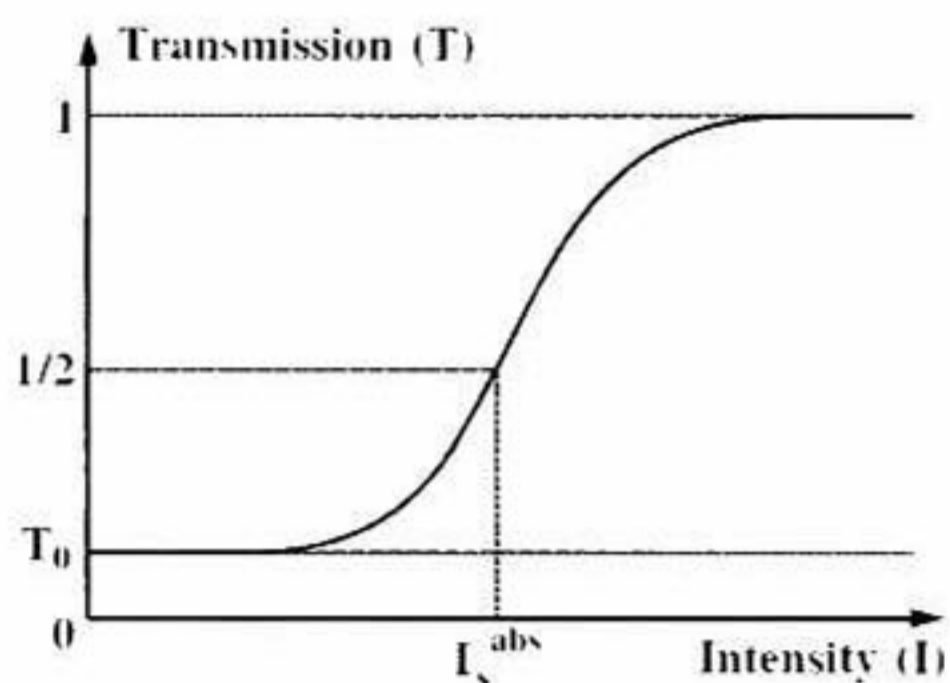


Fig. 1.17. Transmitancia de un medio con absorción de saturación como función de la intensidad.

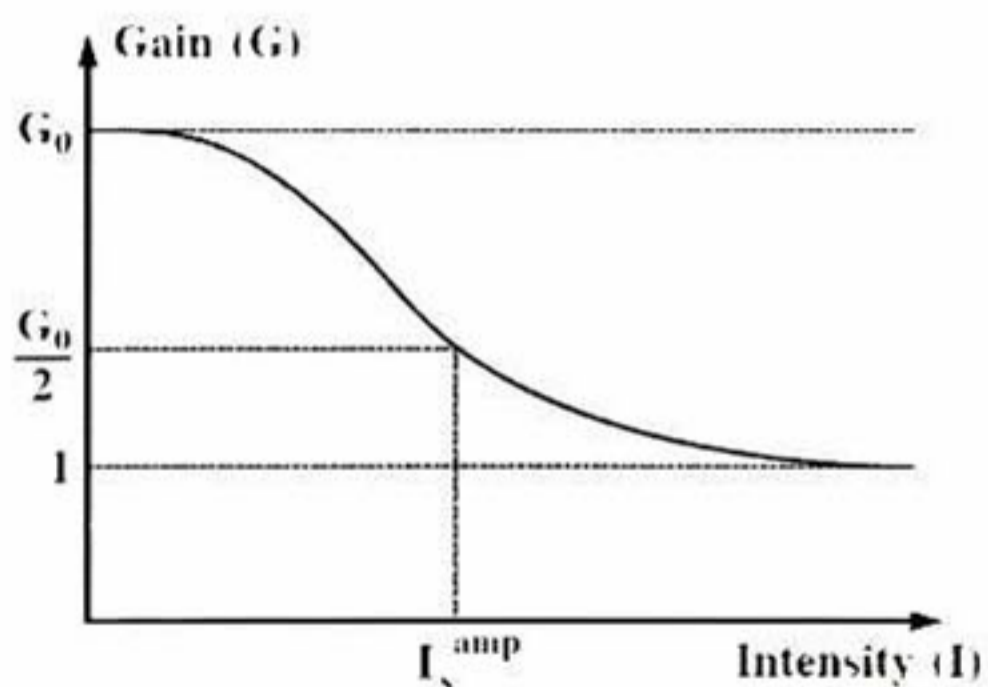


Fig. 1.18. Ganancia de un medio de amplificación como función de la intensidad.

Este proceso es fácil de explicar en el dominio del tiempo. Analicemos las características de transmitancia en un medio con absorción saturable. A bajas intensidades, la transmitancia  $T$  permanece prácticamente constante, con un valor de  $T_0$  que es casi independiente de la intensidad incidente (Fig. 1.17). Pero si la intensidad incidente aumenta, la población del nivel superior involucrada en el proceso de absorción aumenta, así como la emisión estimulada de este nivel. Al mismo tiempo, la población del nivel inferior decrece. La combinación de estos dos efectos resulta en un comportamiento no lineal del coeficiente de transmisión. El medio está caracterizado por su intensidad de saturación  $I_s^{abs}$ . Este parámetro es definido como la intensidad a la cual la diferencia de población que existe entre los dos niveles a baja intensidad es reducida por un factor de dos. Esta definición implica entonces que el coeficiente de absorción  $\alpha$  debe ser proporcional a la diferencia de población.

El medio de amplificación posee también propiedades de saturación. A bajas intensidades, la ganancia  $G$  tiene un valor constante  $G_0$ , el cual es bastante grande (Fig. 1.18). A altas intensidades hay una reducción en la inversión de población entre los dos niveles involucrados en el proceso, y la ganancia  $G$  decrece. Como podemos ver en la Fig. 1.18, podemos definir  $I_s^{amp}$ , la intensidad de saturación para  $G$ , de una manera equivalente a la intensidad de saturación  $I_s^{abs}$  para la absorción.

Usando estos parámetros, podemos describir como se forma un pulso en un láser amarrado pasivamente compuesto por los elementos de la Fig. 1.16. En  $t = 0$  el haz de bombeo es aplicado al medio de amplificación. La potencia inicial es cero y la ganancia insaturada  $G_0$  es mayor que la suma de todas las pérdidas de la cavidad. Una oscilación aparece dentro de la cavidad con un campo electromagnético característico el cual muestra grandes fluctuaciones a baja potencia. Conforme la potencia aumenta, la absorción de saturación en el medio se alcanza. Entonces, el máximo más intenso sufre menores pérdidas que los máximos menos intensos de campo fluctuante. El máximo más intenso logra entonces eliminar de la competencia a los más débiles. Si las condiciones son favorables, terminará siendo el único máximo de la intensidad dentro de la cavidad y contendrá toda la energía de la onda.

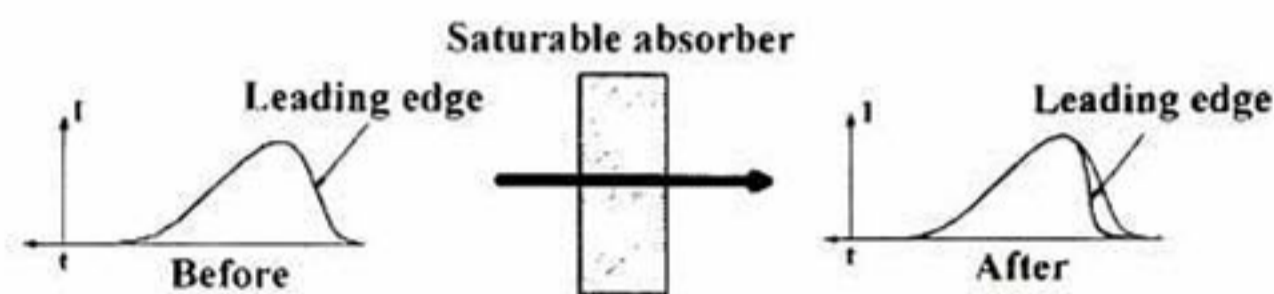


Fig. 1.19. La forma del pulso se ve modificada al pasar por medio con absorción de saturación. [1]

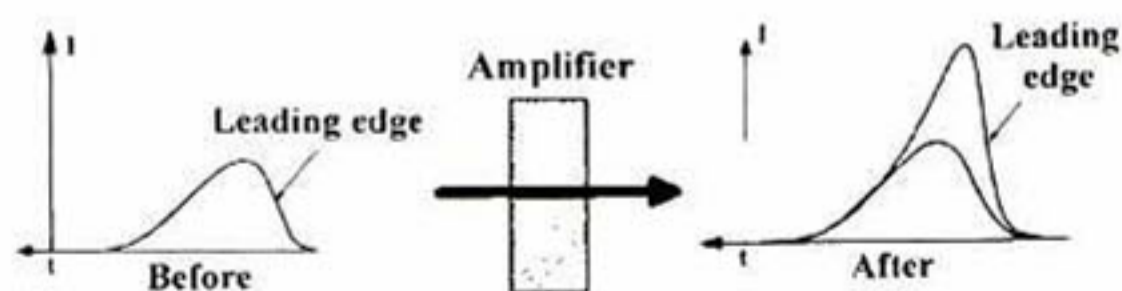


Fig. 1.20. La forma del pulso se ve modificada al pasar por medio amplificador. [1]

Ahora analizaremos el viaje del pulso a lo largo de la cavidad. Comenzamos en el punto donde el pulso se ha formado pero no ha alcanzado su forma y duración final. Como el pulso viaja a través de un medio con una absorción saturable, el frente del pulso es fuertemente absorbido (Fig. 1.19), pero si el pulso logra saturar el medio, el tiempo de relajación del medio saturado es más grande que la duración del pulso, entonces la parte trasera del pulso se beneficiaría de la transparencia inducida del medio saturado y viajará a través de él sin ser atenuado. Cuando el pulso llega al medio de amplificación, la parte delantera experimentará una ganancia insaturada  $G_0$  por lo que sufrirá una gran amplificación mientras que la parte trasera experimentará una menor ganancia, la cual ha sido saturada ya por la parte frontal del pulso, en consecuencia será menor su amplificación (Fig. 1.20). Después de varios viajes de una y otra dirección, el pulso resultante será más estrecho y con un máximo fuertemente amplificado, debido a que el centro del pulso inicial no es afectado por el absorción del medio pero si es amplificado por el medio de ganancia. Este proceso es ilustrado en la Fig. 1.21. El hecho que la dinámica de la absorción sea más rápida que la de la amplificación explica porque solo el centro del pulso es amplificado, y las partes fuera de este, por el contrario, son atenuadas.

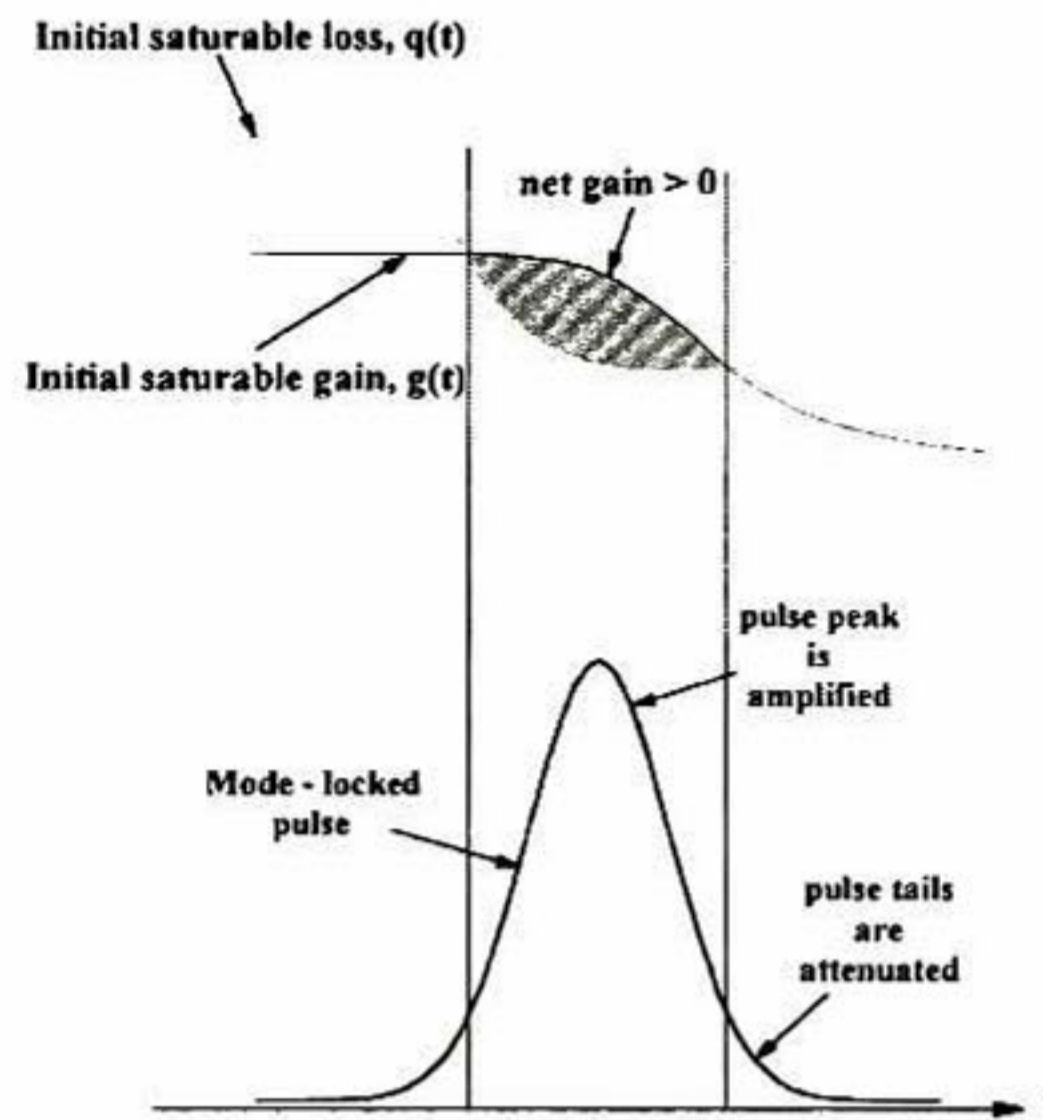


Fig. 1.21. El pulso se hace cada vez más estrecho debido a los procesos simultáneos del efecto de saturación en la absorción y la ganancia. [1]

El pulso alcanza su forma final cuando se vuelve auto consistente en la cavidad, esto es, cuando el sistema alcanza su estado estable. Para que el pulso sea auto consistente, debe mantener la forma a través de una completa travesía por la cavidad. Sin embargo, se podría pensar que el pulso debería hacerse más angosto conforme viaja por la cavidad, sin embargo, las leyes de la física nos dicen que hay un límite para este proceso. La duración del pulso bajo un perfecto amarre de modos es inversamente proporcional al ancho espectral de la distribución de la amplitud. Entonces, cada elemento de la cavidad que trate de limitar el ancho de banda de la oscilación tenderá a

incrementar la duración del pulso. El mismo medio de amplificación puede presentar este comportamiento.

Este efecto de ensanchamiento se ve manera más clara en el dominio de las frecuencias. Antes de introducir un filtro de frecuencias, el pulso tiene una distribución espectral con ciertas amplitudes. El filtro cambia la distribución haciendo que las amplitudes lejanas al centro del pulso decrezcan dejando la central intacta, Fig. 1.22 El estrechamiento del espectro explica el aumento en la duración del pulso cuando pasa por el filtro. De la misma manera, cada elemento dispersivo de la cavidad afectara la duración del pulso retrasando las componentes frecuenciales de la distribución espectral en mayor o menor medida. El pulso alcanza su estado estable cuando el efecto de estrechamiento debido a la saturación de la absorción y al medio de amplificación es exactamente compensado por el efecto de ensanchamiento causado por los elementos dispersivos de la cavidad.

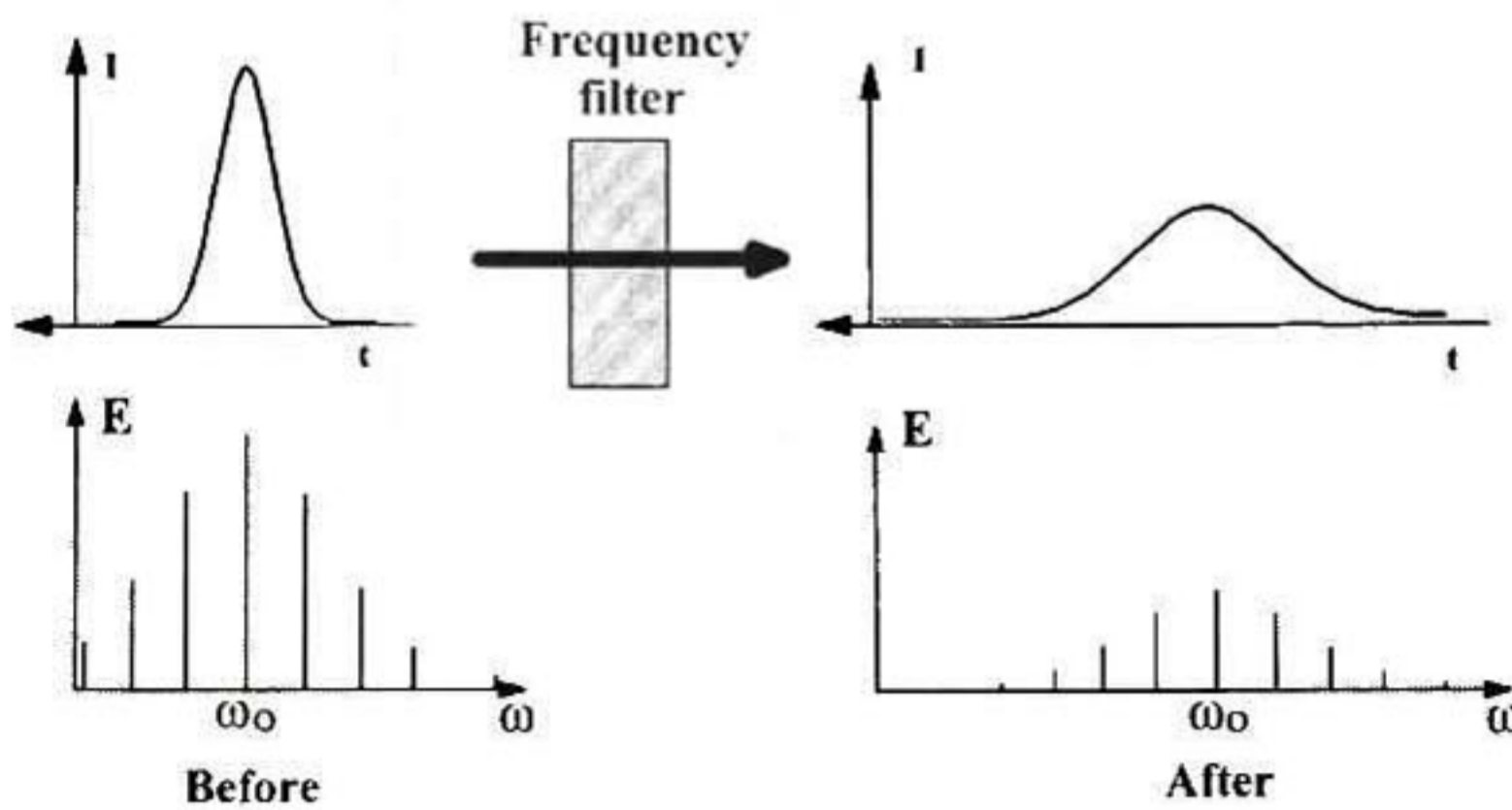


Fig. 1.22. Influencia de un filtro espectral en la distribución espectral y la duración del pulso. [1]

#### 1.4.6 Auto Amarre de Modos.

Hemos visto que las propiedades no lineales del medio de amplificación son siempre muy importantes para el proceso de amarre, ya sea el amarre por el método pasivo o activo. En algunos tipos de láseres, estas propiedades son tan fundamentales que los modos se amarran total o parcialmente, sin la ayuda de una modulación externa (amarre activo) o de un medio con absorción saturable (amarre pasivo). Esta situación es conocida como auto amarre de modos. Para que esto se dé, el medio amplificador debe inducir un estrechamiento del pulso en cada uno de las travesías del pulso por la cavidad. La dinámica descrita en el método pasivo muestra que la saturación de la ganancia no es suficiente. Es necesario que haya un efecto asociado que favorezca los máximos más intensos a expensa de los más débiles. Este efecto es debido al medio con una absorción saturable en el método de amarre de modos pasivo. Ahora describiremos una situación de auto amarre en la cual el medio amplificador decrece las pérdidas de los máximos más intensos de la cavidad modificando selectivamente la estructura transversal de la onda laser con respecto a su intensidad. Esta situación es la que se presenta en el láser de Ti:Zafiro, lo cual hacen de este elemento una excelente elección cuando se piensa en láseres de pulsos ultracortos.

Históricamente hablando, el auto amarre de modos fue observado accidentalmente en un láser donde el medio amplificador o medio de ganancia consistía en un cristal de Ti:Za bombeado con un láser de  $Ar^+$ , el cual en principio, operaba en el régimen continuo, en una cavidad sin ningún elemento con absorción saturable. Científicos escoceses notaron entonces que el laser pasó al régimen pulsado cuando golpearon la mesa donde el laser estaba montado. El régimen pulsado consistía en unos pulsos muy cortos, y una vez iniciados, se mantenían por ellos mismos. En un principio se conoció como "mágico amarre de modos" Pocos meses después se descubrió que se trataba de un caso de auto amarre de modos por efecto del lente Kerr, un proceso que necesita de las siguientes condiciones para llevarse a cabo:

- El régimen pulsado debe ser de alguna forma favorecido sobre el régimen continuo.
- El sistema en si debe poseer la propiedad de estrechamiento de los pulsos.
- Algún mecanismo debe iniciar el proceso de auto amarre de modos.

El hecho de que el medio de amplificación sea no lineal implica que su índice de refracción es una función de la intensidad (efecto Kerr):  $n = n_0 + n_2 I$ . La onda Gaussiana no experimenta índice de refracción homogéneo cuando viaja a través del medio. Si  $n_2$ , el coeficiente no lineal del índice de refracción, es positivo, la refracción es más fuerte en el eje del haz que fuera de él. Entonces, el medio de amplificación se comporta como un lente convergente y enfoca el haz como un lente (lente Kerr). El auto enfoque es mayor a altas intensidades, esto significa que la cavidad láser se enfocara más fuertemente en donde la intensidad es más fuerte que en donde la intensidad es menor (Fig. 1.23).

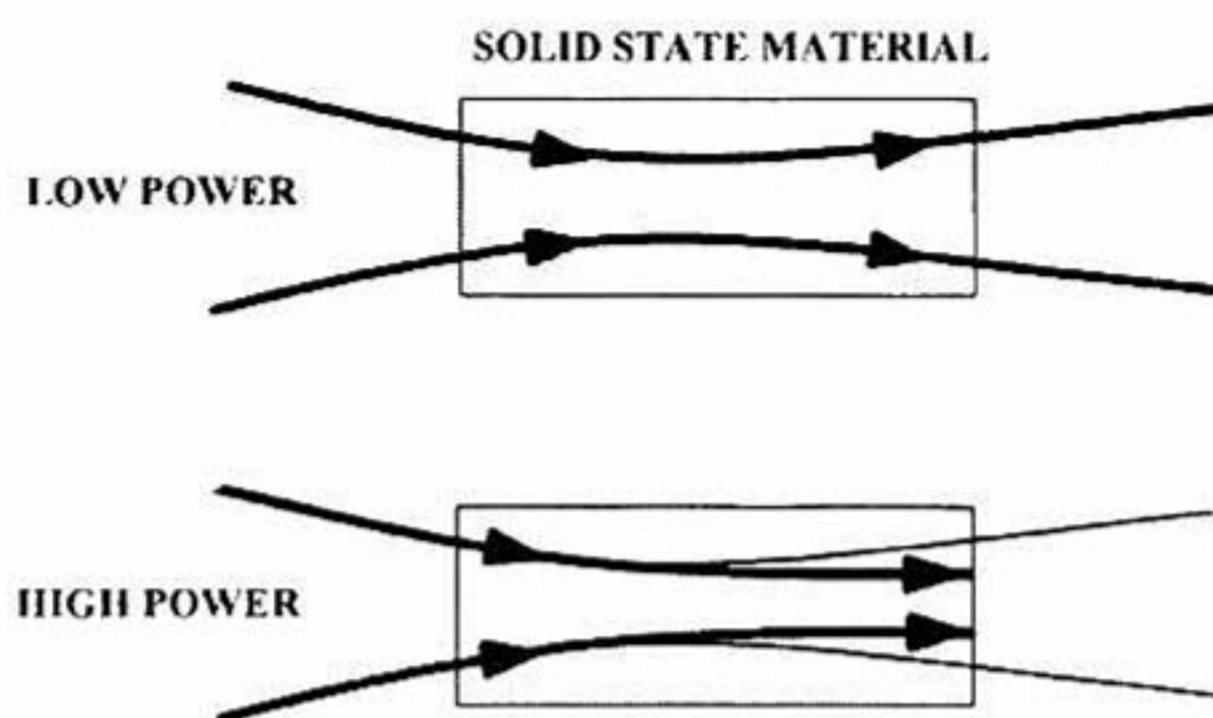


Fig. 1.23. Efecto del auto enfoque por efecto Kerr en la cintura del haz de un láser a alta y baja intensidad.

[1]

Las estructuras transversales de las intensidades más fuertes se reducen en tamaño, por lo que están menos propensas a sufrir pérdidas en la cavidad comparadas con las intensidades más débiles, las cuales ocupan un volumen más grande, por lo tanto las intensidades más fuertes se acentúan. El auto enfoque dependiente de la intensidad asociado con las pérdidas naturales de la cavidad juegan un papel similar al medio con absorción saturable en el método de amarre de modos



pasivo. Una condición para que el efecto de lente Kerr se presente de manera sustancial es que el medio de ganancia debe de ser delgado.

Este tipo de láseres no pasa a un régimen pulsado de manera espontánea. Debido a que no hay una intensidad lo suficientemente fuerte para crear un significativo efecto de lente Kerr, el régimen continuo prevalece sobre el régimen pulsado. Para iniciar el proceso pulsado, se debe crear un cambio en el camino óptico, por ejemplo, dando un pequeño golpe a uno de los espejos de la cavidad creando un pulso intenso el cual detone el proceso.

Más allá de la influencia espacial en la evolución del frente de onda (auto enfoque), el cambio del índice de refracción en función de la intensidad en el medio de ganancia tiene también importantes consecuencias en la estructura temporal de la onda. Esta variación temporal del índice de refracción  $n = n_0 + n_2 I(t)$ , implica un cambio en la fase de la onda como función del tiempo. La auto modulación de la fase ensancha el espectro de la onda y acorta su duración. Un equilibrio es alcanzado entre el proceso de estrechamiento del pulso y la dispersión debido a la velocidad de grupo, la cual tienen a ensanchar el pulso. La compensación entre estos dos procesos da como resultado un pulso que mantiene su forma durante su viaje a través de la cavidad. Este pulso es conocido como cuasi-solitón.

Este tipo de amarre de modos da excelentes resultados en cuanto a la duración del pulso y su estabilidad. En la actualidad se han introducido mejoras con lo cual se pueden lograr pulsos tan cortos del orden de unos cuantos femtosegundos.

## 2 Diseño de la Cavity Láser

### 2.1 Medio de Amplificación. Titanio:Zafiro.

En 1960, T.H. Maiman demostró la operación del primer láser óptico. En dicho experimento se usó un cristal crecido sintéticamente de rubí, o zafiro ( $Al_2O_3$ ) dopando con pequeñas cantidades de cromo. Veinte años después P.F. Moulton desarrolló un láser ampliamente sintonizable incorporando titanio en lugar de cromo como impureza en el zafiro. El Ti:Za ( $Ti:Al_2O_3$ ) tiene un rango sintonizable más grande que cualquier otro laser (660nm a 1180 nm).

El Ti:Za es transparente desde el ultravioleta hasta el infrarrojo; es un material no higroscópico y muy duro (tiene una dureza de 9 en la escala de Mohs, comprado con el 10 del diamante), lo cual es necesario para producir superficies ópticas de buena calidad que no se rayen fácilmente. La conductividad térmica es un décimo de la del cobre a temperatura ambiente y comparable a 80K. Las excelentes propiedades mecánicas, térmicas y ópticas del Ti:Za permiten que las cavidades construidas en base a este material puedan ser bombeadas con láseres de alta potencia. La eficiencia de conversión de potencia de este material excede el 50%.

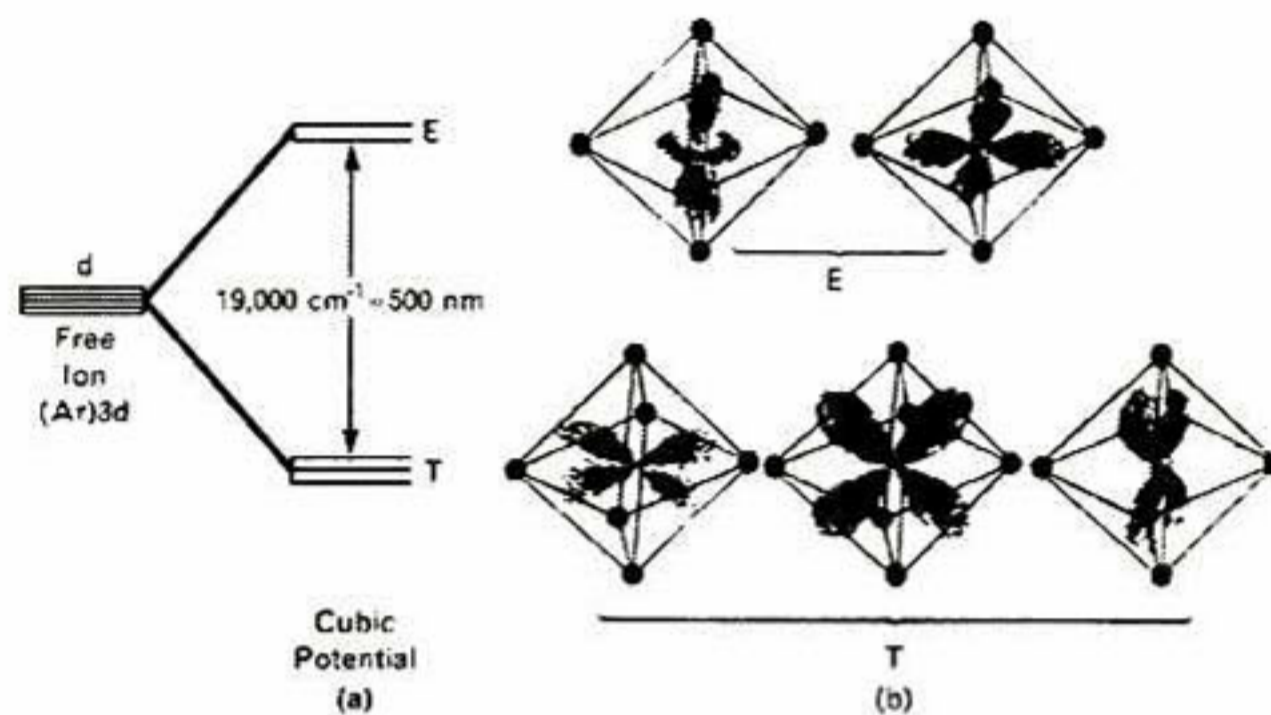


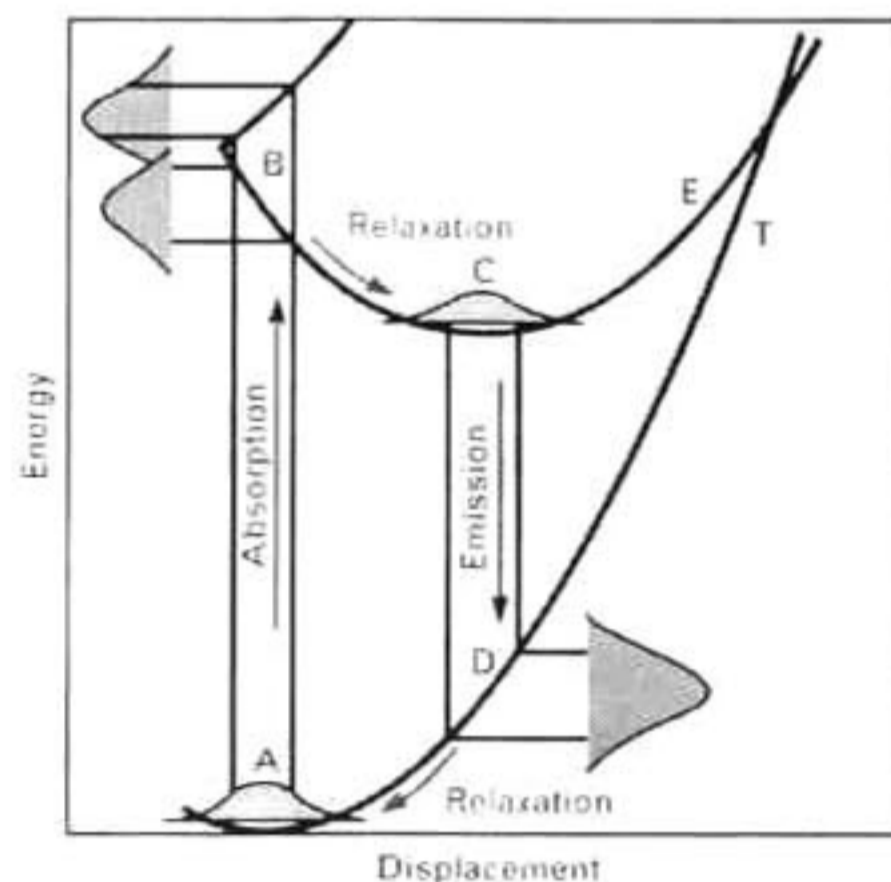
Fig. 2.1. En el lado izquierdo se muestra un diagrama simplificado de los niveles de energía de los iones  $Ti^{+3}$ . En el lado derecho se muestra la orientación de los orbitales 3d con respecto a los átomos de oxígeno.

[4]

En el zafiro dopado con titanio, los iones de titanio sustituyen los iones de aluminio, si el material es crecido adecuadamente, existirán solo en el estado  $3^+$ . La energía de los niveles de los iones del titanio es simple de analizar debido a que un solo electrón se encuentra en el nivel exterior d mientras que los otros 18 permanecen dentro de los niveles interiores (presentando una configuración neutral del átomo de argón). Cuando los iones de titanio son insertados en la red del cristal receptor, el campo electrostático de los átomos vecinos, remueven la degeneración de los cinco momentos angulares del electrón en el nivel d.

El electrón en el nivel 3d, interactúa electrostáticamente con las cargas electrónicas de los seis iones de oxígenos que están posicionados en las esquinas de un octaedro (Fig. 2.1). En tres de los cinco estados de momento angular del electrón 3d (estado T), los orbitales no apuntan directamente a los átomos vecinos de oxígeno; estos estados tienen una energía más baja que los dos estados que apuntan directamente a los átomos de oxígeno (estado E). Esta diferencia en energía corresponde a un fotón verde (500nm), por lo tanto la luz verde causa transiciones del estado sin excitar T, al estado excitado E.

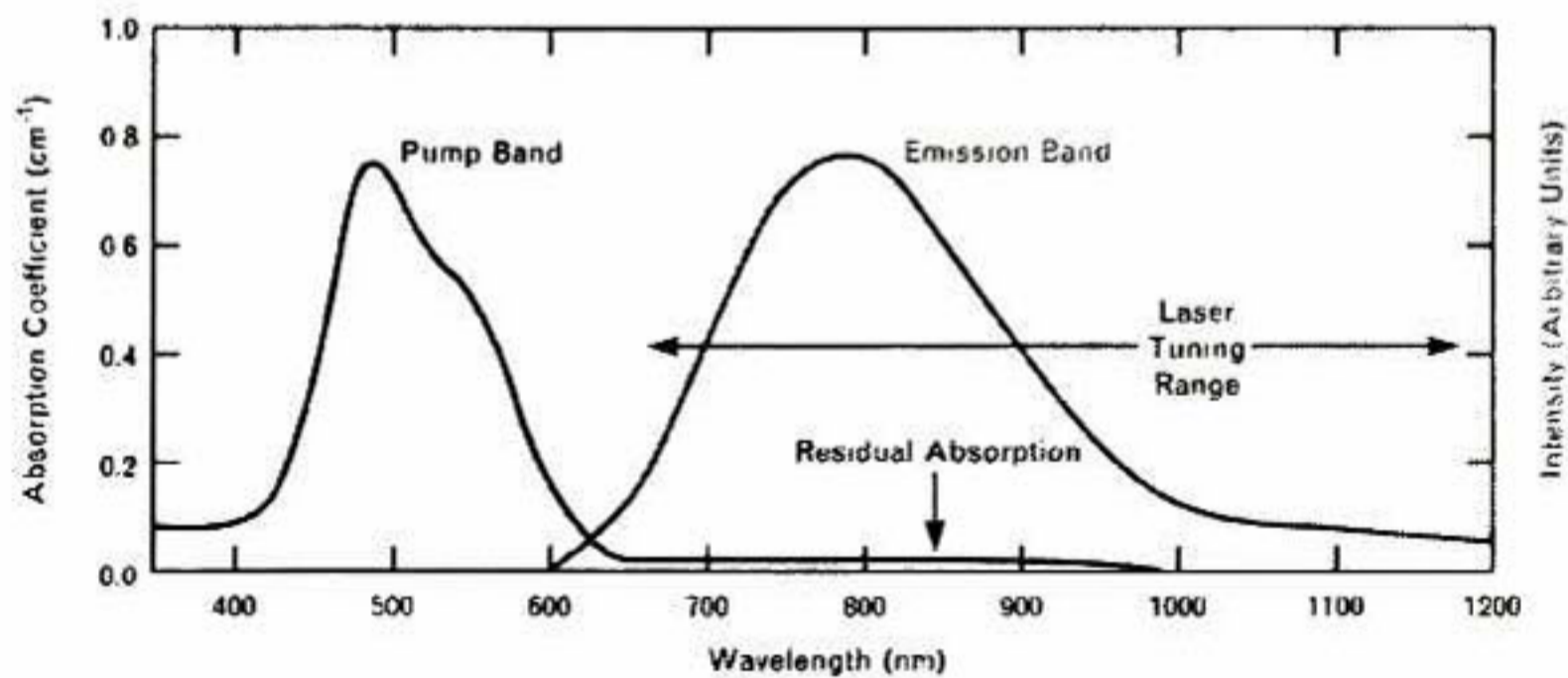
Los niveles de energía de los iones  $Ti^{+3}$  son perturbados por la red del zafiro. Cuando los iones  $Ti^{+3}$  se encuentran en el estado excitado, la energía total del sistema puede ser reducida si los iones  $Ti^{+3}$  se desplazan con respecto a los átomos de oxígeno (efecto Jahn-Teller). Este desplazamiento remueve la degeneración de los dos estados de momento angular excitados, lo cual causa una separación de la banda de absorción. Mientras que el ion  $Ti^{+3}$  se mueve a su nueva posición de equilibrio, perturba la red que lo rodea y provoca vibraciones (fonones).



**Fig. 2.2.** Diagrama  $Ti:Al_2O_3$ . La energía de los estados electrostáticos se grafica con respecto al desplazamiento de los iones  $Ti^{+3}$ . La absorción es indicada por la transición vertical de A a B la cual ocurre en la región verde y azul del espectro. La emisión de luz está indicada por la transición de C a D y ocurre en la región del rojo al infrarrojo. [4]

El acoplamiento de los niveles electrónicos de energía de los iones  $Ti^{+3}$  con los niveles vibracionales de energía de la red de zafiro es esencial para que el Ti:Za pueda operar como láser. La Fig. 2.2 muestra un diagrama de niveles de energía para el  $Ti:Al_2O_3$  en el cual los efectos de acoplamiento fonónico es incluido. La abscisa representa el desplazamiento del ion  $Ti^{+3}$ . Cuando el ion  $Ti^{+3}$  absorbe o emite un fotón, el electrón 3d reacomoda su orbital más rápido de lo que se puede mover un pesado núcleo  $Ti^{+3}$  (principio de Frank-Condon). De esta manera las transiciones ópticas son representadas con las líneas verticales en la figura. Las curvas Gaussianas en los puntos A y C representan la probabilidad de encontrar  $Ti^{+3}$  en una posición particular en el estado vibracional más bajo de los niveles T y E, respectivamente.

La Fig. 2.2 muestra la absorción de luz como una transición del punto A al B. Esto resulta en absorción en la región verde-azul. En el punto B el ion se desplaza hacia un nivel de energía más bajo emitiendo fonones. La transición del punto C al D muestra la emisión de luz. Nuevamente, el ion se relaja rápidamente emitiendo fonones. La emisión de la luz después de la absorción de luz verde se da en una longitud de onda mayor (rojo). Una inversión de población en la banda de emisión del rojo, necesaria para la amplificación, se da más fácilmente debido a que la emisión termina en niveles vibracionales superiores al estado base, los cuales están poco poblados debido a que el proceso de relajación es muy rápido. Un amplio ancho de banda de emisión, como se muestra en la Fig. 2.3, es debido a la distribución de probabilidad de la posición de ion  $Ti^{+3}$  en el fondo del potencial E puede conectarse vía transiciones verticales con un amplio rango de niveles vibracionales del potencial T. El ancho de la banda de emisión depende en detalle de las curvas de los potenciales.



**Fig. 2.3.** Bandas de emisión del  $Ti:Al_2O_3$ . La banda de absorción tiene su pico en 490 nm, esto es en la región verde-azul del espectro y permite que el  $Ti:Al_2O_3$  sea bombeado por láseres como el  $Nd:YAG$  (Verdi-V8). El pico de la banda de emisión está en 790 nm. [4]

La variación en los tiempos de vida de los niveles de energía de un láser influye fuertemente en la operación del láser ya que determina la dinámica de la inversión de población. En un láser de cuatro niveles el nivel del láser más bajo debe relajarse rápidamente hasta el estado de menor energía, de no ser así, ocurriría un cuello de botella y la señal de ganancia desaparecería. El tiempo de vida espontáneo de la población en el nivel del láser más alto está dado por  $\tau$ . Esta cantidad el tiempo en el que el bombeo tarda en crear la inversión de población. Para el  $Ti:Za$  a temperatura ambiente  $\tau = 3.2\mu s$ .

Otro parámetro importante es la ganancia por unidad de área denotada como  $\alpha$ , esta cantidad determina cuantas transiciones del nivel superior al nivel inferior son causadas por un flujo particular de fotones. Se puede estimar  $\alpha$  realizando una espectroscopia del perfil de fluorescencia  $\Delta f$  y del tiempo de vida de la fluorescencia  $\tau$ .

$$\alpha = \frac{3}{4\pi^2} \frac{\lambda^2}{n^2 \tau \Delta f'} \quad (2.1)$$

Donde  $\lambda$  es la longitud de onda del pico de la curva de fluorescencia,  $n$  índice de refracción. El valor de  $\alpha$  para el cristal de  $Ti:Za$  que se uso para este trabajo de tesis es  $6.13 \times 10^{-19} cm^2$ .

## 2.2 Criterios Para el Diseño de la Cavity.

La frecuencia de repetición  $f_r$  en un laser de pulsos ultracortos es determinada por la longitud de la cavity  $L$  y la velocidad de grupo promedio  $\bar{v}_g$ :

$$f_r = \frac{\bar{v}_g}{L}. \quad (2.2)$$

De esta manera, para incrementar la frecuencia de repetición de los pulsos se debe reducir la longitud de la cavity. Una muy buena aproximación para calcular la duración del pulso implica la auto modulación de fase la cual es provocada por el índice de refracción no lineal  $n_2 \approx 3 \times 10^{-16} \text{m}^2/\text{W}$  del cristal de Ti:Za, además de la dispersión negativa del retraso de grupo (GDD), designado como  $D_2$ , estos dos parámetros son los principales responsables de la forma del pulso:

$$\tau = 4 \ln(1 + \sqrt{2}) \frac{|D_2| \lambda \omega_0^2}{dn_2 E_p}, \quad (2.3)$$

Donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la envolvente del pulso,  $\omega_0$  es la cintura de haz dentro del cristal,  $d$  es la longitud del cristal, y  $E_p$  es la energía del pulso.

En la práctica, para lograr que el láser trabaje en el régimen pulsado de manera estable es necesario el amarre de modos por lente Kerr. Como mencionamos en el capítulo uno, el lente Kerr en el cristal de Ti:Za es inducido por un haz Gaussiano de alta intensidad vía su índice de refracción no lineal. De esta manera el lente Kerr modula la ganancia neta o las pérdidas de la cavity.

Se debe lograr también una dispersión negativa neta (GDD) dentro de la cavity. Una manera de lograr esto es usando espejos con dispersión negativa, espejos chirp.

### 2.2.1 Espejos Chirp.

Estos espejos consisten en un arreglo de diferentes capas transparentes con distintos índices de refracción. Modificando el espesor de las capas para que se de un retraso en la fase de  $\lambda_B/4$  se obtiene una interferencia constructiva de las diferentes longitudes de ondas reflejadas en  $\lambda_B$  (longitud de onda de Bragg).

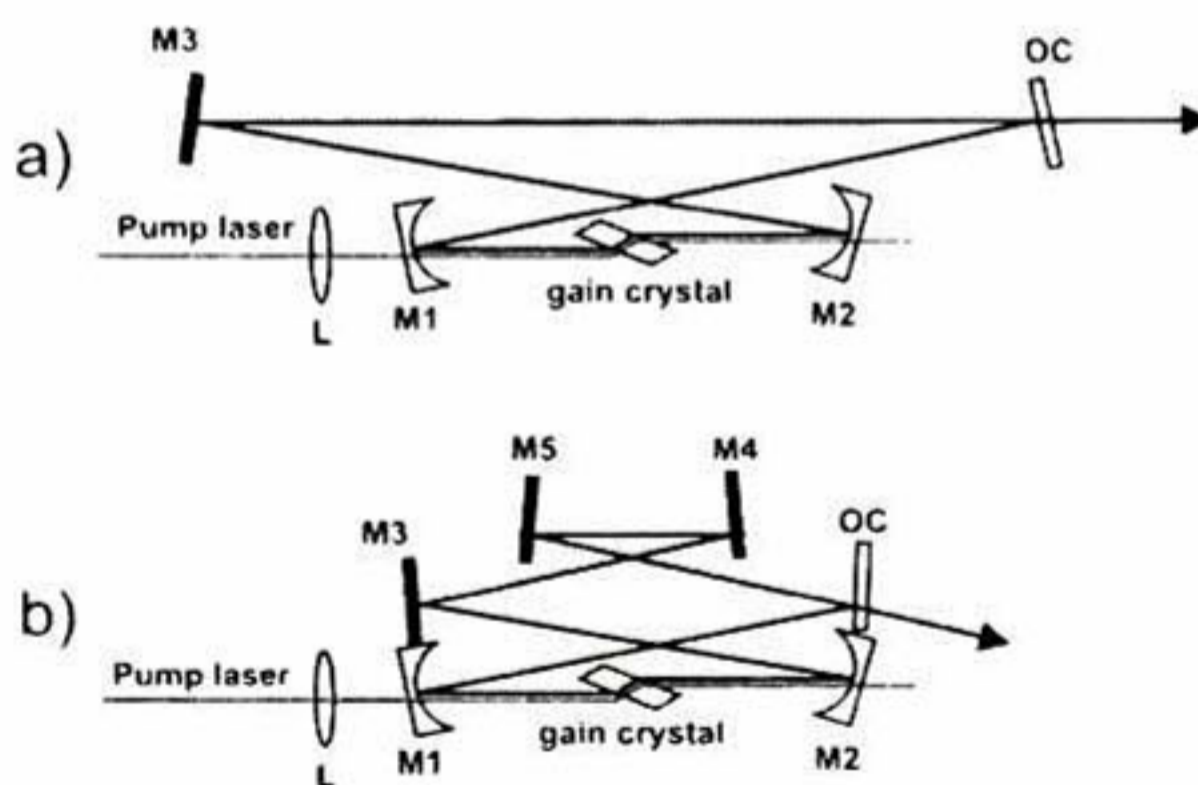


Fig. 2.4. Estructura de un espejo Chirp. [1]

Si el espesor de las capas es diferente a lo largo de la estructura del espejo, será posible reflejar diferentes ondas a diferentes  $\lambda_B$  longitudes de onda para reacomodar el ancho de banda de la cavity laser. Por lo tanto, las diferentes ondas  $\lambda_B$  tendrán diferentes caminos ópticos dentro del espejo antes de ser reflejado. Estas ondas serán retrasadas en mayor o menor medida después de la reflexión en el espejo, dependiendo del espesor de las diferentes capas. De tal manera que un chirp es creado por este tipo de espejos el cual puede ser ajustado modificando el espesor de las

capas, esto con el fin de compensar exactamente la dispersión positiva introducida por el cristal de Ti:Za, evitando así el ensanchamiento del pulso lo que nos lleva a tener unos pulso ultracortos del orden de unos cuantos femtosegundos.

### 2.2.2 Cavity Tipo Anillo.



**Fig. 2.5.** (a) Cavidad de cuatro espejos. EL cristal de Ti:Za es posicionado entre los espejos curvos M1 y M2. EL M3 es un espejo plano mientras que la salida de los pulsos se dan mediante un acoplador óptico OC. La cavidad es bombeada a través de un lente L. (b) Cavidad de seis espejos equivalente a (a) solo con un par de espejos planos extras, M4 y M5. [3]

La cavidad tipo anillo se escoge en detrimento de una lineal por razones geométricas. Este tipo de cavidades permiten frecuencias de repetición más altas en comparación con las cavidades lineales. También, las cavidades de tipo anillo son menos sensibles a las “back-reflections”

Como todas las cavidades basadas en el amarre de modos por lente Kerr, estos osciladores necesitan una perturbación inicial, como un pequeño golpe en la montura de alguno de los espejos, para generar una fluctuación en la potencia intracavidad que de inicio al régimen pulsado. Contrario a régimen continuo que es bidireccional, el modo pulsado es unidireccional y comienza en una dirección aleatoria.

### 2.2.3 Análisis de la Luz Dentro de la Cavidad.

Es necesario poder analizar los rayos de luz viajando e interactuando dentro de la cavidad. Esto nos permitirá poder calcular las medidas de la cavidad, el régimen de estabilidad, así como otros parámetros necesarios para poder construir nuestra cavidad.

#### 2.2.3.1 Matrices ABCD

En este modelo se considera a la luz como una colección de rayos y no de ondas, los cuales viajan en línea recta, de igual manera se refracta y reflejan conforme a la óptica geométrica. Este

modelo simplifica el análisis ya que solo necesitamos la posición y la inclinación del rayo para poder calcular la nueva posición en cualquier otro punto.

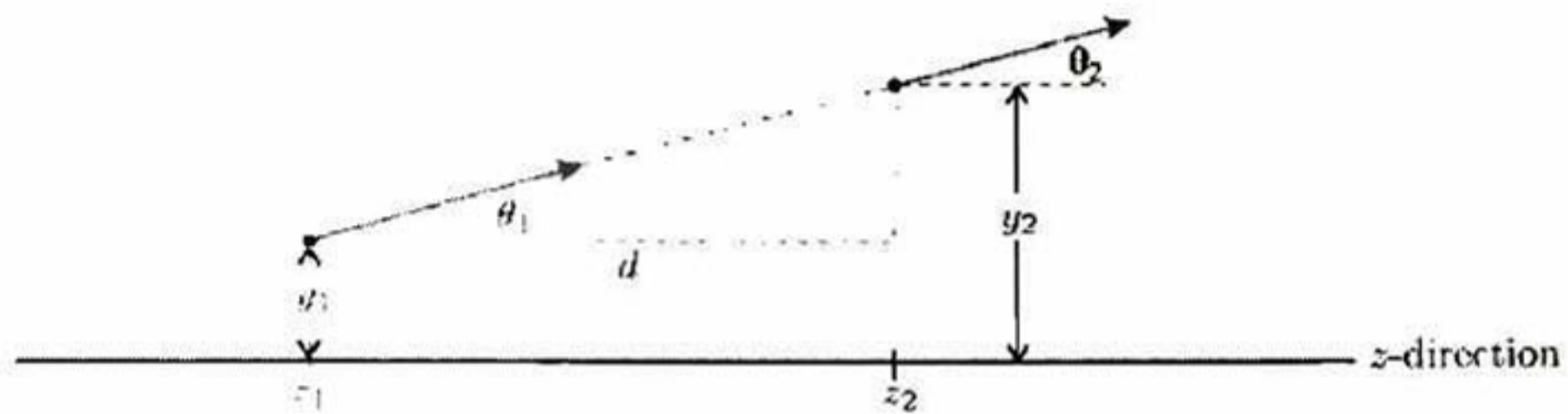


Fig. 2.6. Esquema de un rayo de luz propagándose.[2]

En la Fig. 2.6 vemos que en la posición  $z_1$  tenemos una altura  $y_1$ , así como un ángulo  $\theta_1$ . De la misma manera para  $z_2$  tenemos  $y_2$  y  $\theta_2$ . Podemos escribir entonces la siguiente ecuación:

$$y_2 = y_1 + d \tan \theta_1, \quad \text{siendo } \theta_1 = \theta_2 \quad (2.4)$$

Como sólo nos interesan los rayos que están cerca del eje óptico, en este caso el eje  $z$ , podemos utilizar la aproximación paraxial o de ángulo pequeño, la cual nos permite aproximar  $\tan \theta_1 = \theta_1$ . Con dicha aproximación la ecuación (2.4) es ahora lineal y su notación matricial es de la forma:

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Los vectores contienen la información inicial y final del rayo después de recorrer una distancia  $d$ , mientras que la matriz contiene la información de cómo el rayo es afectado al viajar por un elemento, esta matriz es la matriz ABCD.

Las matrices ABCD nos describen el comportamiento de un rayo al viajar por un elemento óptico (lentes, cristal, espejos, aire, etc). Cada elemento óptico tiene una matriz específica, en la Tabla 2.1 se muestran las matrices para varios elementos ópticos.

La matriz ABCD puede ser de un elemento o de un sistema compuesto por varios elementos, en este caso la matriz ABCD del sistema será el resultado de la combinación de las matrices ABCD de los diferentes elementos que componen al sistema.

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Y una propiedad de esta matriz es

$$\det M = AD - BC = \frac{n_i}{n_f}. \quad (2.7)$$

Donde  $n_i$  y  $n_f$  son los índices de refracción del medio inicial y final respectivamente.

Elemento Óptico	Matriz ABCD	
Distancia L en el espacio libre	$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	(2.8)
Lente delegada con una distancia focal $f$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/f & 1 \end{pmatrix}$	(2.9)
Espejo esférico de radio $R$ rotado un ángulo $\theta$ . Plano Sagital.	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2\cos\theta}{R} & 1 \end{pmatrix}$	(2.10)
Espejo esférico de radio $R$ rotado un ángulo $\theta$ . Plano Tangencial.	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R\cos\theta} & 1 \end{pmatrix}$	(2.11)
Superficie plana colocada en ángulo Brewster. Plano Sagital.	$\begin{pmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	(2.12)
Superficie plana colocada en ángulo Brewster. Plano Tangencial.	$\begin{pmatrix} 1 & d/n^3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	(2.13)

**Tabla 2.1.** Matrices ABCD para elementos ópticos comúnmente usados.

La forma en que se obtiene la matriz ABCD resultante del viaje de un rayo de luz a través de un sistema óptico es multiplicando las matrices, en orden inverso a su disposición espacial, de cada elemento que conforma el sistema. La matriz resultante nos brinda información a través de sus elementos A,B,C y D los cuales son utilizados para calcular parámetros como la cintura del haz intracavidad, el radio de curvatura del haz así como los rangos de estabilidad del láser.

### 2.3.3.2 Estabilidad de la Cavidad.

Con estabilidad de la cavidad nos referimos a las condiciones que permiten que un haz Gaussiano se mantenga confinado dentro de los elementos ópticos que conforman dicha cavidad de tal modo que el haz pueda propagarse dentro de esta sin salir de la cavidad. El haz Gaussiano presenta un divergencia que se contrarresta con espejos curvos que se colocan en determinadas posiciones. Es aquí donde se hace uso de las matrices ABCD, cuyos elementos no ayudan a determinar si los parámetros espaciales de la cavidad a analizar son cumplen con el requisito de estabilidad. Lo que se hace analizar el rayo de luz después múltiples viajes completos a través de la cavidad, lo cual se resume a analizar los elementos de su matriz ABCD resultante después de un viaje completo mediante la condición de estabilidad:

$$-1 < \frac{1}{2}(A + D) < 1 \quad (2.14)$$

Los elementos de la matriz ABCD están en función de los parámetros de los componentes ópticos como radios de curvaturas de los espejos, las distancias entre ellos, el tamaño del cristal así como el ángulo de rotación de los espejos para corregir el astigmatismo.



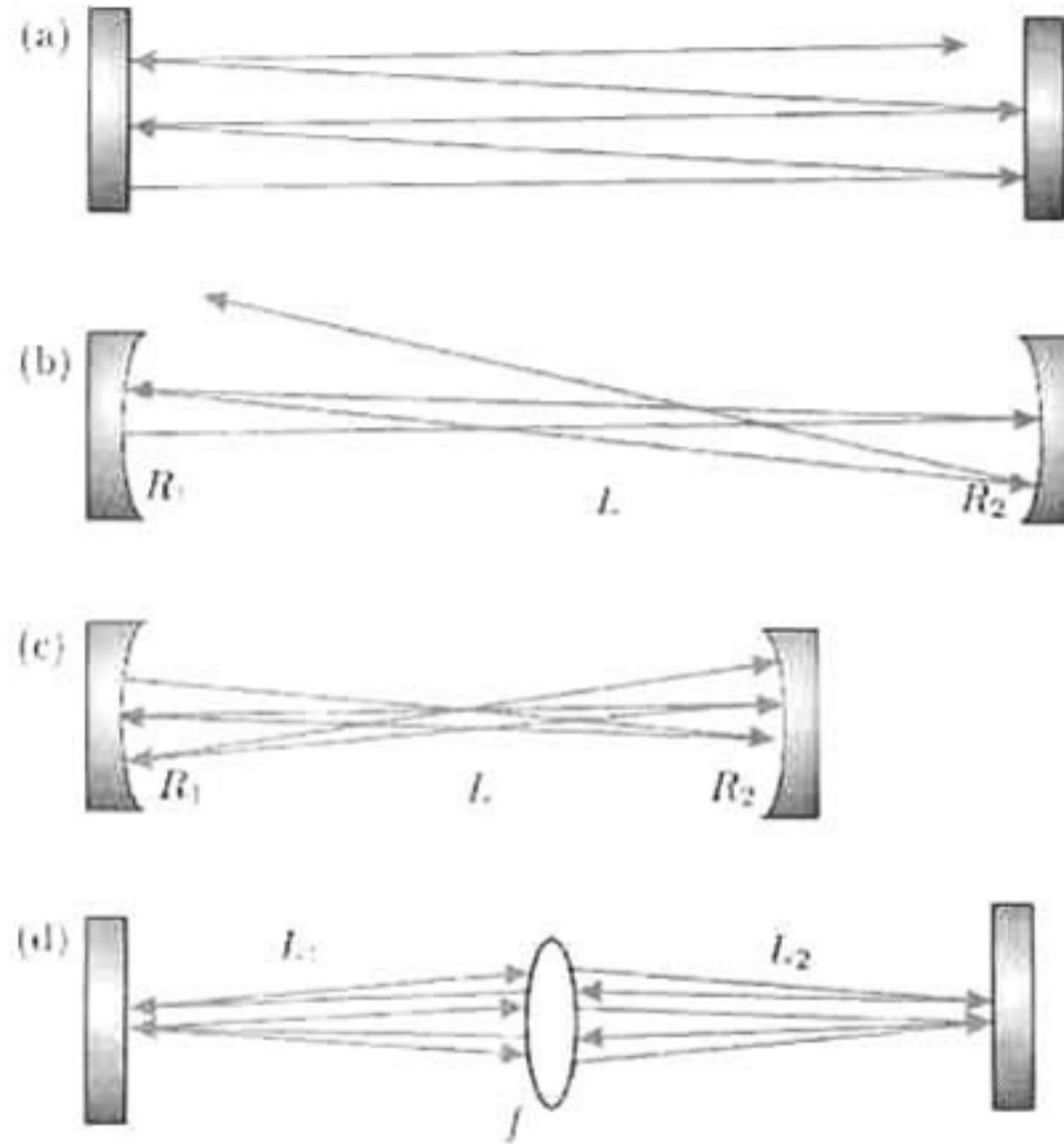


Fig. 2.7. La cavidad (a), (c) y (d) son estables mientras que la (b) no lo es.

### 2.2.3.3 Radio del Haz.

El radio del haz es importante debido a que mientras más pequeño sea este, el efecto del lente Kerr será mayor y por lo tanto el amarre de modos por este método será más factible. Podemos conocer el radio del haz Gaussiano mediante los elementos de las matriz ABCD ya que si el haz tiene un parámetro  $q$ , luego de una vuelta, deberá tener el mismo parámetro  $q$  si la cavidad es estable.

$$q = \frac{Aq+B}{Cq+D} \quad (2.15)$$

Donde A,B,C y D son los elementos de la matriz después de una vuelta.

$$B \left( \frac{1}{q^2} \right) + (A - D) \left( \frac{1}{q} \right) - C = 0 \quad (2.16)$$

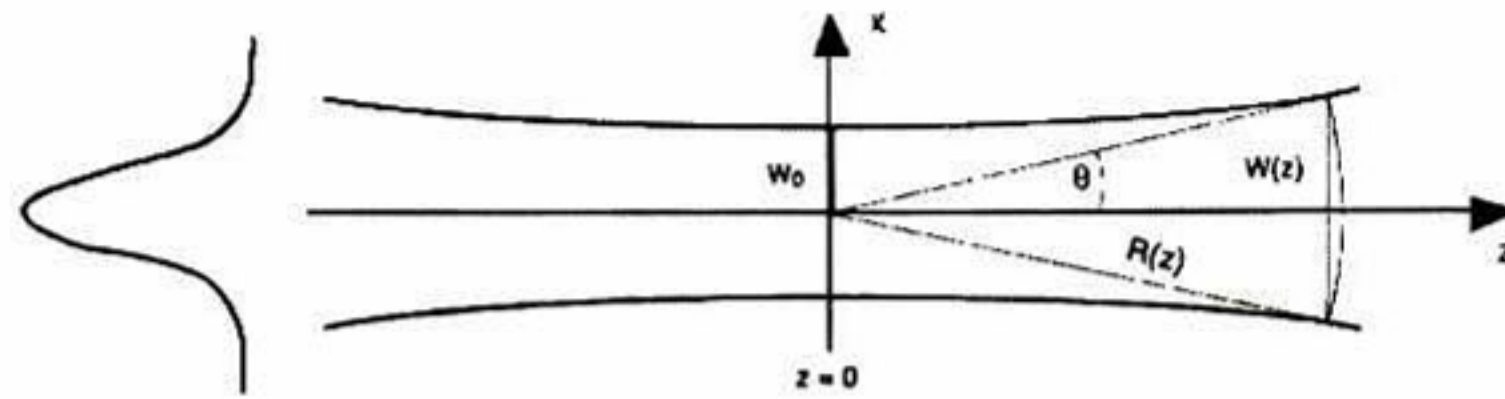
Resolviendo la ecuación para  $\frac{1}{q}$  obtenemos:

$$\frac{1}{q} = -\frac{A-D}{2B} - i \frac{1}{B} \sqrt{1 - \left( \frac{A+D}{2} \right)^2} \quad (2.17)$$

Donde obtenemos los parámetros de un haz Gaussiano, su radio de curvatura del frente de onda  $R$  y el más importante, el radio del haz  $w$

$$R = -\frac{A-D}{2B} \quad (2.18)$$

$$w^2 = \frac{\lambda}{\pi} \frac{B}{\sqrt{1 - \left( \frac{A+D}{2} \right)^2}} \quad (2.19)$$



**Fig. 2.8.** Parámetros del Haz Gaussiano. [1]

Como dijimos anteriormente, el radio del haz es un parámetro fundamental en el funcionamiento de la cavidad laser ya que nos permite vislumbrar si el amarre de modos por lente Kerr es posible o no en función de los parámetros característicos de los elementos ópticos que conforman la cavidad. Esto se ve de manera clara en la ecuación (2.19) donde el radio del haz  $w$  está en función de los elementos de la matriz que a su vez están en función de los parámetros característicos de los elementos ópticos de la cavidad. Por lo tanto, si modificamos los parámetros de los elementos ópticos, tales como radios de curvaturas de los espejos, distancias entre ellos, ángulos de rotación para compensar el astigmatismo o modificando las dimensiones del cristal de Ti:Za, debemos ser capaces de controlar el tamaño del radio del haz a nuestra conveniencia.

### 3 Cavity Laser FC-2

El objetivo de este trabajo de tesis es construir un láser de pulsos ultracortos de Ti:Za con una frecuencia de repetición por encima de 1 GHz, esto con fines de aplicaciones de metrología de tiempo y frecuencia. Finalmente se tomo en decisión de construir una cavidad de anillo de 4 espejos debido a la facilidad para alcanzar frecuencias de repetición mayores a 1 GHz. En la Fig. 3.1 se muestra el esquema de la cavidad FC-2; la cavidad se compone de un lente de bombeo, un cristal de Ti:Za, dos espejos curvos con chirp M1 y M2, un espejo plano de alta reflectividad M3 y un acoplador óptico OC. Así mismo podemos ver algunas medidas de las distancias entre ellos, a continuación detallamos los elementos de la cavidad laser y sus propiedades, así como el cálculo de los parámetros más importantes.

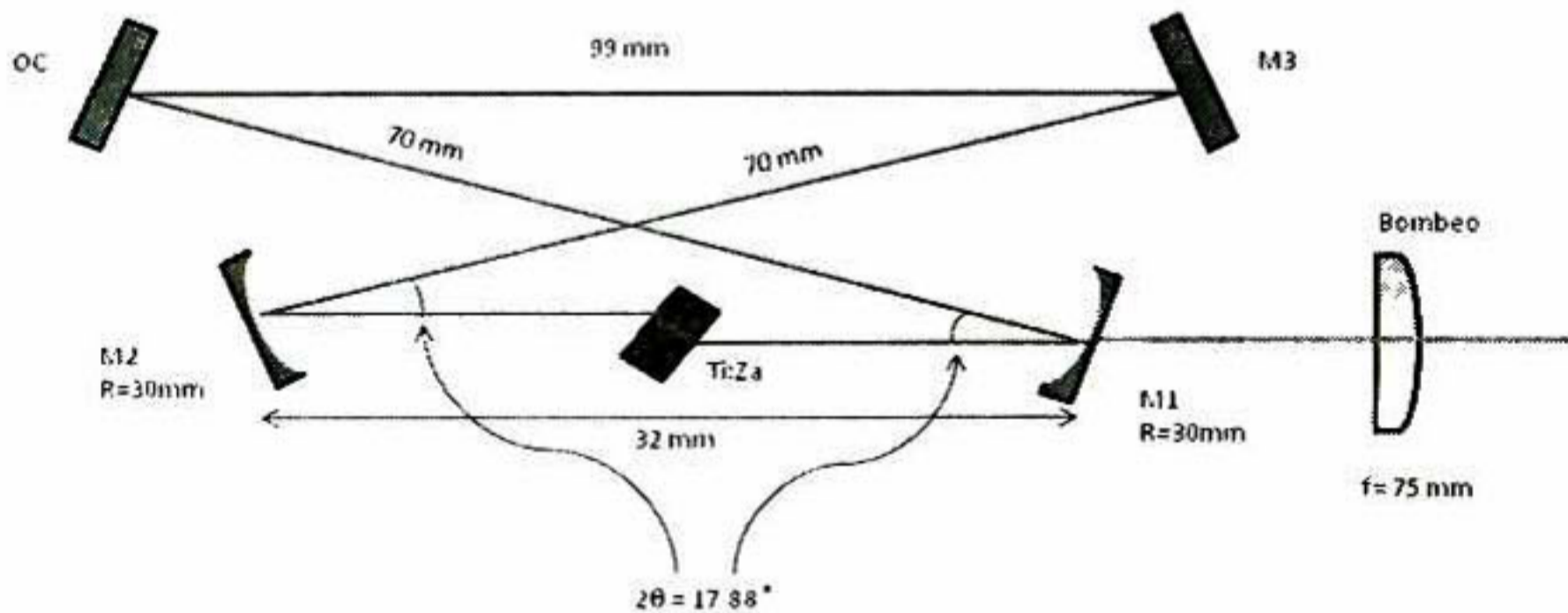


Fig. 3.1. Diagrama de la cavidad laser FC-2. Se incluyen algunos datos de los componentes así como algunas distancias entre ellos.

#### 3.1 Cristal de Ti:Zafiro.

El cristal se corta en ángulo Brewster para evitar las pérdidas por reflexiones, sin embargo, el parámetro más importante es la distancia del camino óptico  $PL$  (Path Length por sus siglas en ingles). A mayor camino óptico, mayor ganancia o mayor amplificación sin embargo, por lo visto en los capítulos anteriores, el cristal como medio transparente, es responsable una dispersión positiva debido a la velocidad de grupo (GVD, "Group Velocity Dispersion"), lo cual trae como consecuencia la deformación del pulso. El parámetro de dispersión, GDD ("Group Delay Dispersion") está dado por la siguiente ecuación:

$$GDD = PL \times GVD. \tag{3.1}$$

De la Tabla 3.1 podemos observar que GVD para el Ti:Za es una constante, por lo que el parámetro de dispersión o GDD, está en función de las dimensiones del cristal, más concretamente, del  $PL$ . Esto quiere decir, que a mayor  $PL$  mayor dispersión, lo cual es un efecto no deseado en la

cavidad, ya que uno de los requisitos para que sea posible el amarre de modos por lente Kerr, es que la dispersión o GDD neta, sea negativa. Por lo tanto, se requiere hacer uso de los espejos chirp para compensar dicha dispersión positiva introducida por el cristal de Ti:Za.

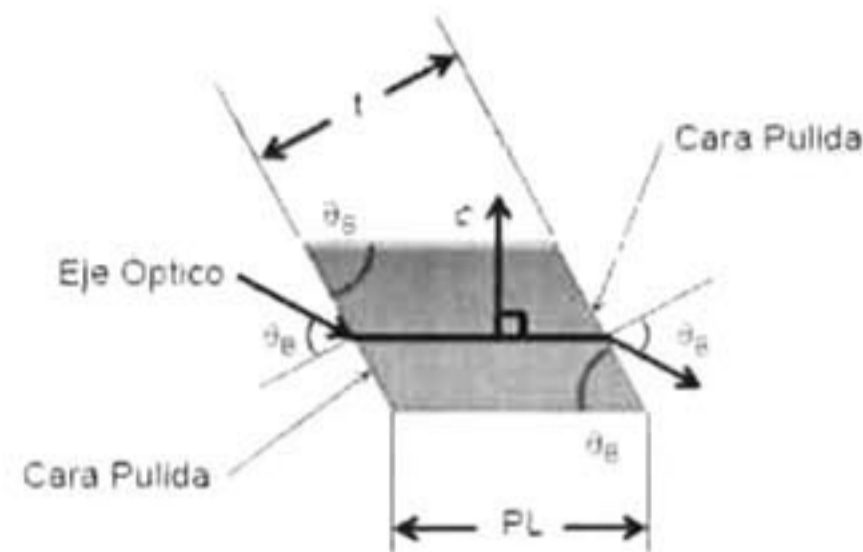


Fig. 3.2. Diagrama de cristal de Ti:Za. [5]

Para este trabajo se tuvo la fortuna de tener tres cristales de Ti:Za con diferentes medias de  $PL$ , con lo cual tuvimos la opción de escoger el más adecuado. En la Tabla 3.1 se muestran las propiedades físicas del cristal Ti:Za escogido.

Propiedades del Cristal Ti:Za	
Índice de Refracción Lineal	1.76 a 800 nm
Índice de Refracción No Lineal ( $n_2$ )	$3.2 \times 10^{-16} \text{cm}^2 \text{W}^{-1}$
Tiempo de Vida de Fluorescencia	3.2 $\mu\text{s}$ a 300K
Pico de Emisión	790 nm
Pico de Absorción	490 nm
Dimensiones	3mm $\times$ 3mm $\times$ 2.0 mm
$PL$	2.0 mm
Tipo de Corte	Brewster
Angulo Brewster $\theta_B$	60.4°
Coefficiente de Absorción $\alpha$	6.13
GVD	58 $\text{fs}^2/\text{mm}$
GDD	116 $\text{fs}^2$

Tabla 3.1. Algunas propiedades del Ti:Za escogido para la cavidad FC-2.

De la Tabla 3.1 observamos que este cristal con estas dimensiones introduce una dispersión  $GDD = 116 \text{fs}^2$  la cual debe ser compensada con espejos chirp con dispersión negativa. El cristal además introduce un astigmatismo el cual es corregido rotando los espejos curvos, M1 y M2 un cierto ángulo.

El corte del cristal es en ángulo Brewster con el fin evitar pérdidas por reflexión. Recordemos que el ángulo Brewster es el ángulo de incidencia en cual se anula la componente con polarización paralela al plano de incidencia. Se debe tener especial cuidado en este aspecto ya que el haz de bombeo (Verdi-V8) tiene una polarización determinada, si no se coloca el cristal de manera adecuada, el haz de bombeo se reflejará en la superficie del cristal en lugar de transmitirse a través del mismo. Hablaremos más a detalle en la sección del sistema de bombeo.

## 3.2 Espejos Chirp.

Como mencionamos en la sección anterior, el cristal de Ti:Za con un  $PL = 2.00mm$  introduce una dispersión  $GDD = 116 fs^2$ , la cual debe ser compensada a fin de cumplir el requisito para el amarre de modos por lente Kerr. De esta manera, introducimos dos espejos curvos, M1 y M2, los cuales tienen  $GDD = -70 fs^2$  cada uno, por lo tanto, tendríamos una dispersión neta dentro de la cavidad  $GDD = -24 fs^2$

Los espejos M1 y M2 tienen un radio de curvatura  $R = 30mm$  por lo tanto su distancia focal es  $f = 15mm$ , recordando que  $f = R/2$ . Estos espejos deben colocarse a una distancia con respecto al cristal cercana a su distancia focal, esto con el fin de que la el haz este lo más enfocado posible dentro del cristal favoreciendo los efectos no lineales responsables del modo pulsado de la cavidad.

Mientras que el espejo M1 esta fijo, el espejo M2 se puede desplazar a lo largo del eje óptico. Esto tiene como finalidad el poder modificar las dimensiones de la cavidad ya que el régimen pulsado sólo se produce bajo ciertas condiciones espaciales de la cavidad. La montura sobre la que está colocado el cristal de Ti:Za se puede desplazar a lo largo del eje óptico así como en el eje perpendicular a éste, también puede ser rotado sobre su propio eje a fin de ser colocado de tal manera que el haz incida en ángulo Brewster.

Se podría pensar que al tener una menor dispersión tendríamos pulso más cortos, cercanos al límite teórico para láseres de Ti:Za de  $3 fs$ , sin embargo, si la dispersión neta de la cavidad tiende a cero, no habría un efecto que pueda compensar el efecto del lente Kerr por lo tanto la formación de los pulsos no sería factible.

Característica	M1 y M2	M3	OC
Substrato	Sílice Fundida	BK9	
Diámetro	12.7 mm	12.7mm	12.7mm
Grosor	6.3 mm	6.3mm	12.7mm
Radio	30mm	-1000mm	$\infty$
Película Reflejante en S1 (Rango Espectral)	>99.9% (630-1010 nm), <10% (510-545nm)	Alta Reflectancia (700-900nm), Alta Transmitancia (532nm)	>98% (630-1120nm)
Película Reflejante en S2 (Rango Espectral)	<0.25% (532nm)	Antirreflejante (532nm)	<0.6% (650-1150nm)
GDD	$-70 fs^2$ (780nm)	Despreciable	Despreciable

Tabla 3.2. Características de los espejos M1, M2, M3 y el acoplador óptico OC.

### 3.3 Dimensiones de la Cavity.

#### 3.3.1 Corrección del Astigmatismo.

El astigmatismo producido por el cristal de Ti:Za puede ser cancelado si giramos los espejos M1 y M2 un cierto ángulo  $2\theta_A$  con respecto al eje óptico. El astigmatismo óptico en este caso se refiere a que el foco del haz en el plano tangencial y sagital no está en la misma posición.

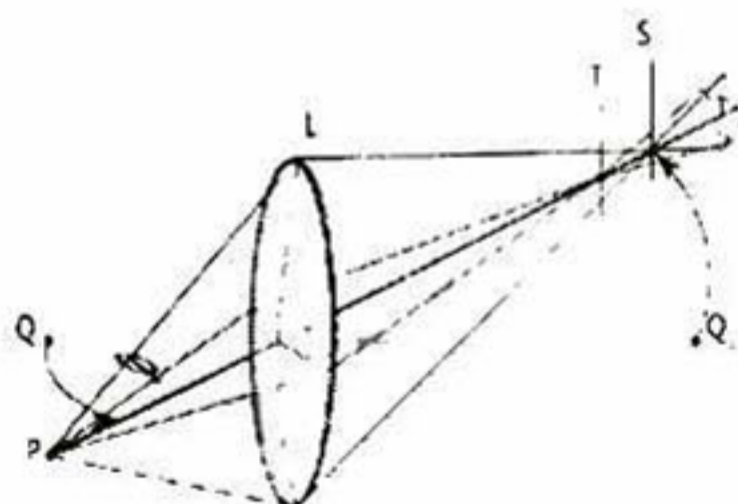


Fig. 3.3. Esquema del astigmatismo.

Si M1 y M2 tienen los mismos radios de curvatura, por lo tanto, distancias focales iguales, la ecuación (3.2) puede ser usada para calcular el ángulo  $\theta_A$ .

$$\frac{PL}{n^3}(n^2 - 1) = f \cdot \sin\theta_A \cdot \tan\theta_A. \quad (3.2)$$

Donde  $PL$  es el camino óptico en el cristal,  $n$  el índice de refracción lineal del cristal y  $f$  la distancia focal de M1 y M2. De los datos del cristal y de los espejos, tenemos que  $PL = 2mm$ ,  $n = 1.76$  y  $f = 15mm$ , podemos entonces resolver la ecuación (3.2) para  $\theta_A$ .

$$\theta_A = 8.94^\circ. \quad (3.3)$$

Para resolver la ecuación (3.2) se utilizó el programa computacional MAPLE, el código fuente de este cálculo puede verse a detalle en el Apéndice A.

#### 3.3.2 Cálculo de las Dimensiones de la Cavity FC-2.

Las dimensiones de la cavity deben cumplir con el parámetro de estabilidad. Basándonos en el esquema de la Fig. 3.4 una vez que tenemos el valor de  $\theta_A$  podemos calcular las distancias de los espejos M1 y M2 al cristal ( $z_2$ ), M1 a OC ( $z_1$ ), de M2 a M3 ( $z_1$ ) y de M3 a OC ( $z_3$ ).

$$a = z_1 - \frac{2z_2 + PL}{2\cos(2\theta_A)}. \quad (3.4)$$

$$z_3 = \sqrt{2a^2(1 - \cos(\pi - 4\theta_A))}. \quad (3.5)$$

$$L = 2z_1 + 2z_2 + z_3 + PL. \quad (3.6)$$

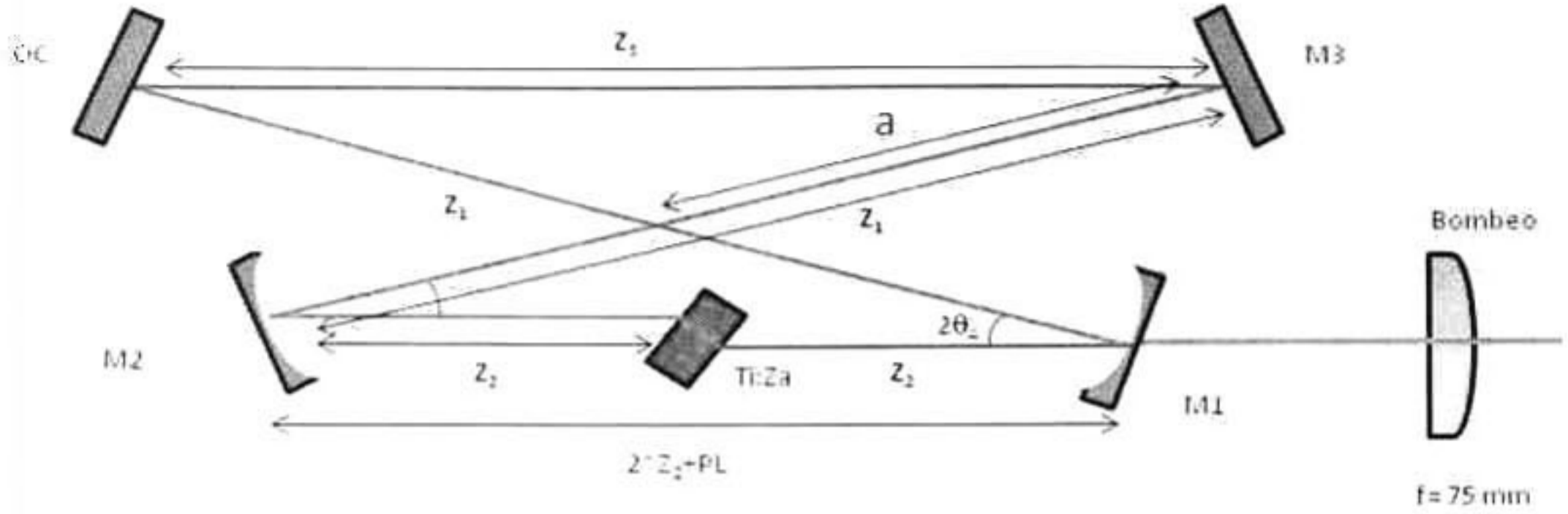


Fig. 3.4. Diagrama representativo de las distancias entre los elementos ópticos de la cavidad FC-2.

La distancia a la que tiene que ser colocado el lente de bombeo es aproximadamente la distancia focal del mismo lente. De la misma manera, se espera que los espejos M1 y M2 sean colocados cerca de sus distancias focales con respecto a la posición del cristal. Sin embargo, debido a que el régimen pulsado del láser es muy sensible a los cambios incluso de unos cuantos micrómetros, debemos calcular de manera precisa dichas distancias. La ecuación (2.2) nos dice que si queremos tener cierta frecuencia de repetición, debemos ajustar la longitud de la cavidad para lograrlo. Por lo tanto si queremos que la cavidad repita con frecuencias mayores a 1 GHz, la longitud  $L$  no debe ser mayor a 300 mm. Dicha longitud esta en términos de  $z_1, z_2, z_3$  y  $PL$ , (3.6), sin embargo,  $PL$  es una constante y  $z_3$  es una función de  $z_1$  y  $z_2$ , (3.4) y (3.5).

Esto nos deja con solo dos variables,  $z_1$  y  $z_2$ . Ahora debemos calcular los valores posibles de estas variables para los cuales se cumpla la condición de estabilidad. Se obtienen las matrices ABCD para cada trayecto y elemento óptico de tal manera que se complete un viaje a través de la cavidad. Posteriormente se multiplican dichas matrices en orden inverso a su disposición espacial. Finalmente se obtiene una matriz ABDC, de los cuales sus elementos son funciones de  $z_1$  y  $z_2$ . Estos cálculos deben hacerse para los dos planos, el tangencial y el sagital, de tal manera que se obtienen dos matrices, una para cada plano; la condición de estabilidad debe cumplirse para ambos planos.

$$M_{s,t} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_{s,t} = D_1 \ D_5 \cdot M3_{s,t} \ D_4 \ F_{s,t} \cdot D_3 \cdot B_{s,t} \cdot D_2 \cdot F_{s,t}. \quad (3.7)$$

$$D_i = \begin{pmatrix} 1 & z_i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

$$F_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2\cos\theta}{R_{M1-2}} & 1 \end{pmatrix}, \quad F_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_{M1-2}\cos\theta} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$B_s = \begin{pmatrix} 1 & \frac{PL}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B_t = \begin{pmatrix} 1 & \frac{PL}{n^3} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$$M3_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2\cos\theta}{R_{M3}} & 1 \end{pmatrix}, \quad M3_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_{M3}\cos\theta} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Finalmente tenemos los elementos de la matriz  $M_{s,t}$  tras un viaje completo dentro de la cavidad, base a la ecuación (2.14) y a los elementos de la matriz resultante tenemos

$$\frac{|A_{s,t}(z_1, z_2) + D_{s,t}(z_1, z_2)|}{2} < 1. \quad (3.12)$$

Si igualamos (3.12) a 1, estaríamos ante el límite superior para los valores de  $z_1$  y  $z_2$ . De esa manera podemos graficar de manera implícita la inecuación (3.12) y saber cuáles son los valores permitidos para  $z_1$  y  $z_2$ . En la Fig. 3.5 se muestra el resultado de graficar (3.12) igualada a la unidad.

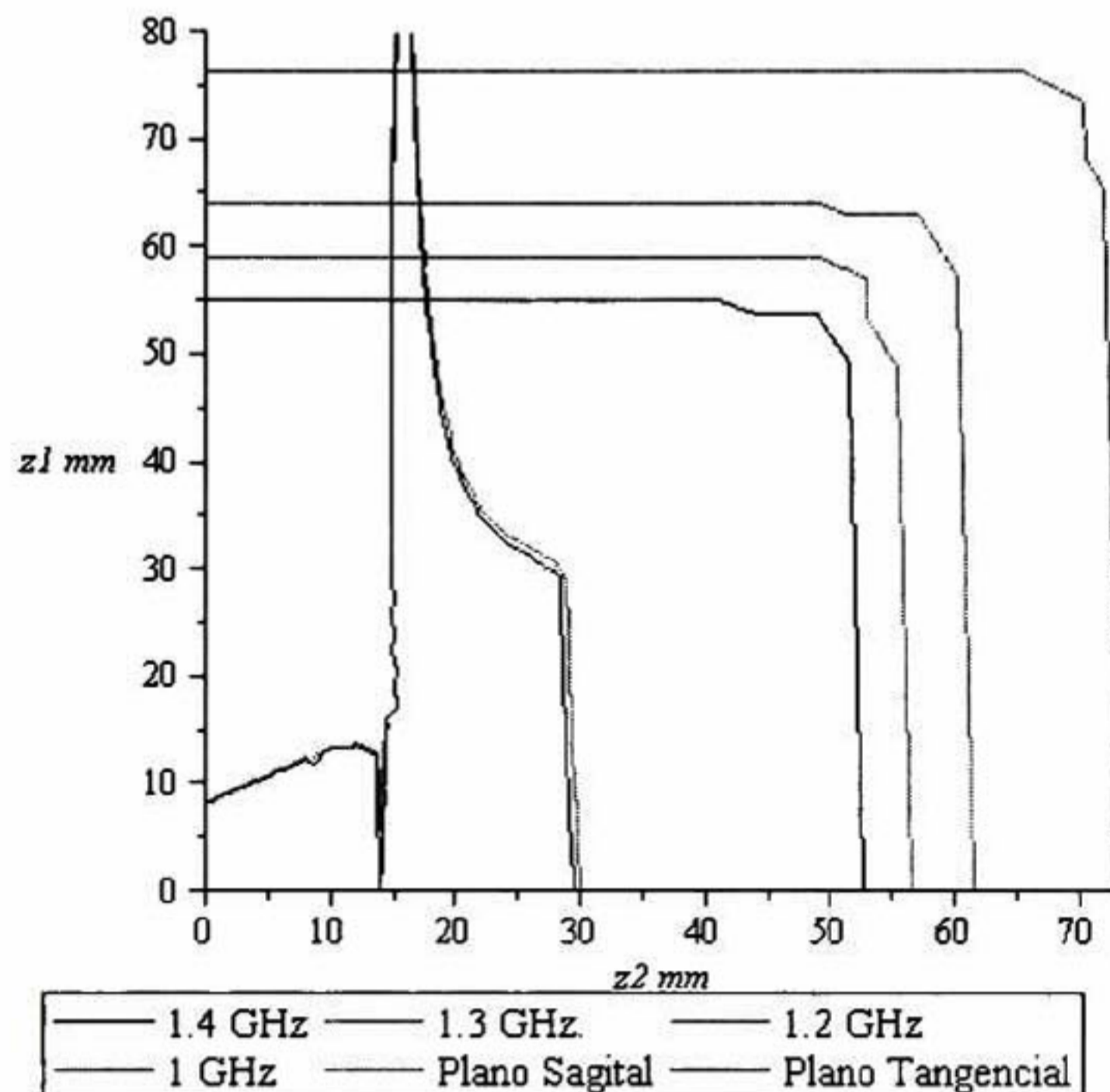


Fig. 3.5. Rangos estabilidad para la cavidad en función de las medidas  $z_1$  y  $z_2$ .

En la Fig. 3.5 se muestran los valores posibles para  $z_1$  y  $z_2$  en los cuales la cavidad es estable. Los valores permitidos son los que caen dentro o incluso sobre las líneas de los planos sagital y tangencial, línea roja y azul, respectivamente. Las líneas que indican frecuencia de repetición se graficaron implícitamente a partir de igualar la ecuación (3.6) a un valor de  $L$  que nos arroja tales frecuencias de repetición conforme a la ecuación (2.2). La forma de leer o usar la siguiente gráfica de la Fig. 3.5 es la siguiente: si nosotros queremos que nuestra cavidad tenga una frecuencia de repetición de 1.4 GHz, tomamos como referencia la línea en color negro y observamos que hay varios puntos con valores para  $z_2$  que están sobre la línea de 1.4 GHz y que están dentro de la zona de estabilidad; en cambio para los valores de  $z_1$  la línea es prácticamente una recta por lo que tendrá un solo valor significativo. Tomando el valor de  $z_1$  y los valores de  $z_2$  se puede calcular fácilmente  $z_3$  mediante la ecuación (3.5). Básicamente, cualquier set de valores para  $z_1$  y  $z_2$  que



caigan dentro o sobre las líneas del plano sagital y tangencial, son valores permitidos para una cavidad estable, estos mismos valores nos determinaran la frecuencia de repetición  $f_r$ .

$f_r$ (GHz)	$z_1$	$z_2$ mm Min	$z_2$ mm Max	$z_3$ mm Min	$z_3$ mm Max	$L$ mm
1	76.3	14.85	16.56	113.55	110.11	298
1.2	63.85	14.85	17.07	89.83	85.39	250
1.3	58.81	14.85	17.36	80.23	75.21	230
1.4	55.1	14.85	17.64	73.17	67.59	214

Tabla. 3.3. Set de datos arrojados por la gráfica de la Fig. 3.5.

Nuevamente los cálculos fueron hechos en MAPLE y el código fuente se encuentra en el Apéndice B. Una vez que se tienen un set de valores posible para nuestra cavidad, queda por ver o probar si estos parámetros nos permitirán obtener un radio de la cintura del haz capaz de generar el lente Kerr necesario para el amarre de modos.

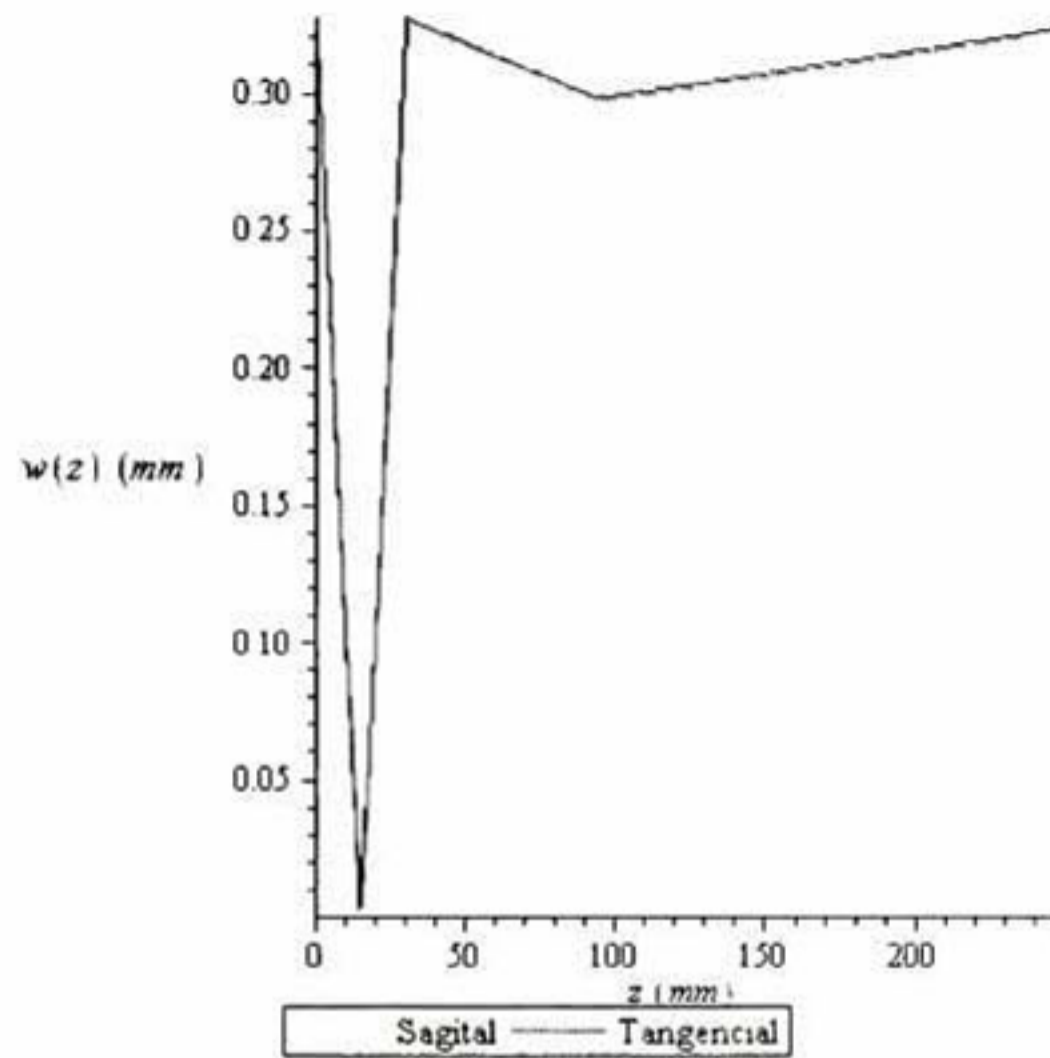
### 3.3.3 Cálculo del Radio del Haz.

Como habíamos mencionado, el radio del haz nos proporciona información sobre la fuerza del fenómeno del lente Kerr, mientras menor sea el radio, mayor será el efecto del lente Kerr. El radio mínimo se conoce como cintura del haz  $w_0$ .

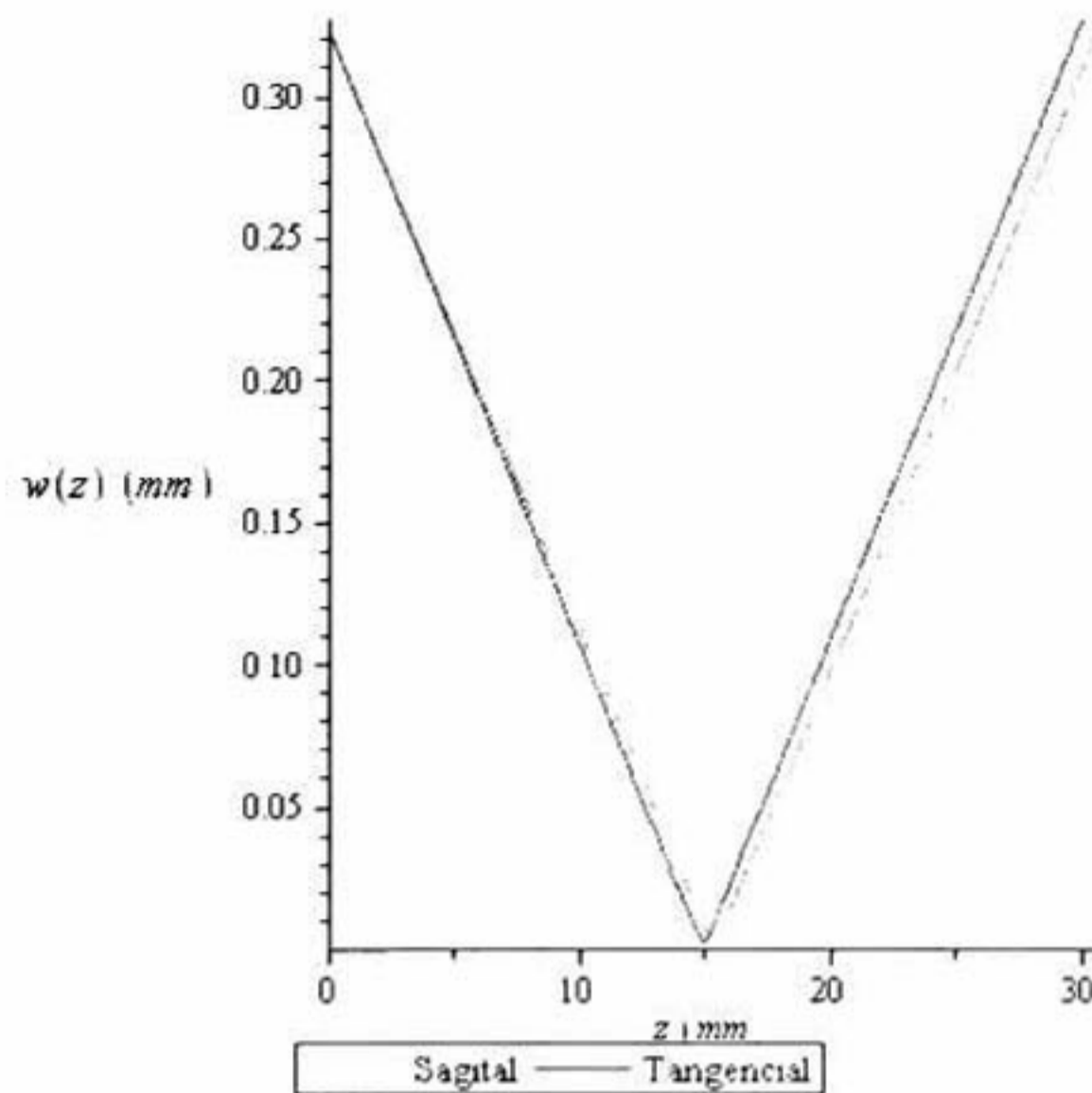
Para calcular el radio del haz se utiliza la ecuación (2.19), la cual está en función de los elementos de la matriz ABCD de la cavidad, a su vez dichos elementos dependen de la distancia recorrida por el haz  $z$ , a lo largo del eje óptico  $w(z)$ . Una vez más se hace uso de las matrices ABCD de cada elemento óptico, calculando sus elementos en función de la variable  $z$ , la cual representa la distancia que viaja el haz dentro de la cavidad.

Una vez más, se utilizó el paquete computacional Maple para realizar todas las operaciones, así como para obtener las gráficas representativas de dichos cálculos. El código fuente se encuentra en el Apéndice C.

En la Fig. 3.6 podemos observar la evolución del radio del haz en su travesía por la cavidad, éste decrece de manera significativa cuando pasa por el cristal de Ti:Za, lo cual por supuesto es, uno de los objetivos del diseño de la cavidad laser a fin de favorecer el amarre de modos por lente Kerr. La Fig. 3.7 es solo una porción de la gráfica de la Fig. 3.6 donde se observa que hay un astigmatismo aun presente a pesar haber hecho la corrección mediante la rotación de los espejos M1 y M2, sin embargo, este astigmatismo no llega a impedir que la cavidad pueda operar de manera satisfactoria. Tanto en la Fig. 3.6 como 3.7, las dimensiones de la cavidad  $z_1$  y  $z_2$ , se establecieron de tal forma que la cavidad tuviera una frecuencia de repetición  $f_r = 1$  GHz.



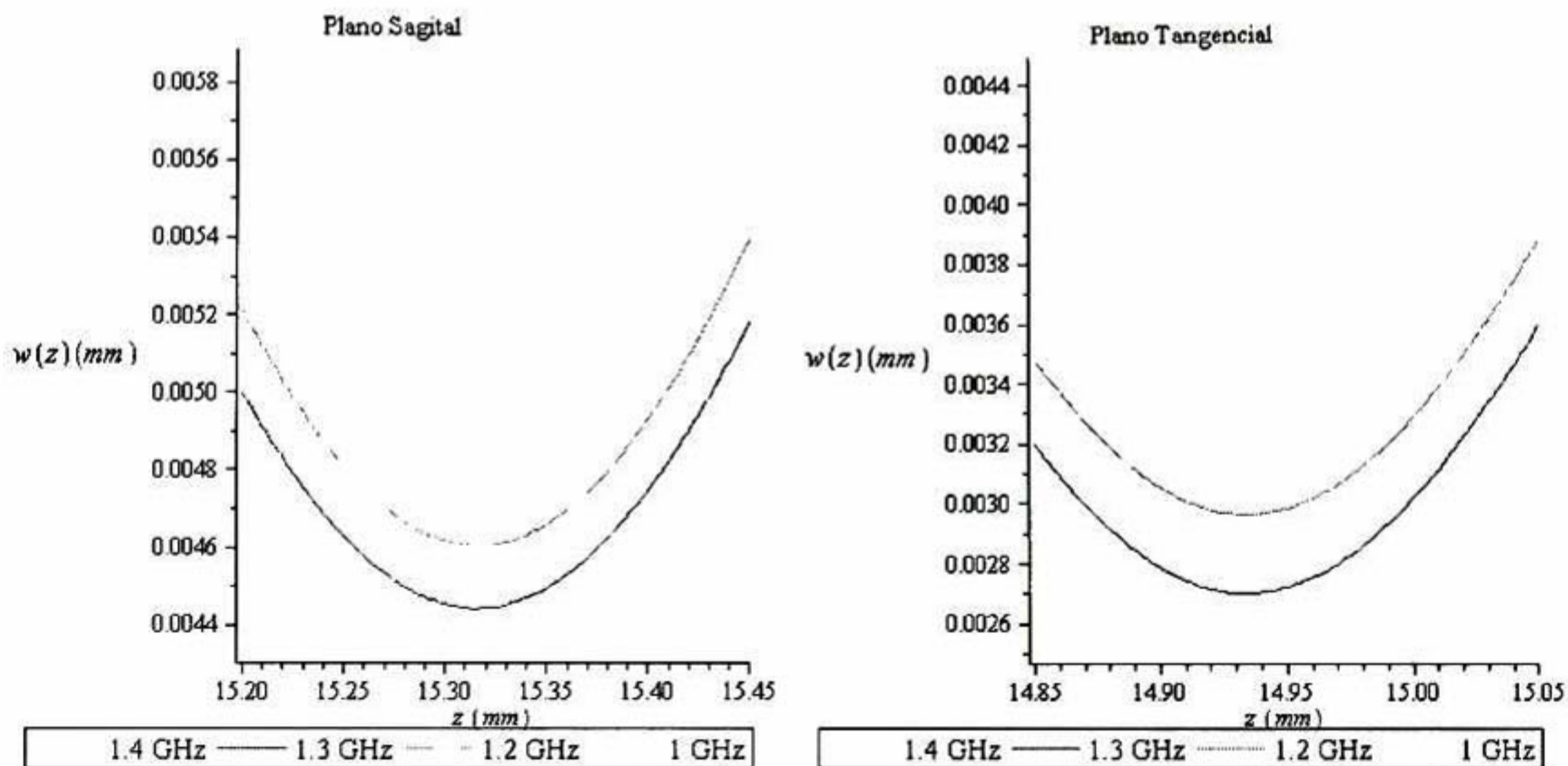
**Fig. 3.6.** Evolución del radio del haz durante su viaje dentro de la cavidad con frecuencia de repetición 1.2 GHz. Cuando el haz a pasa a través del cristal se alcanza la cintura del haz  $w_0$ .



**Fig. 3.7.** Radio del Haz para la cavidad con frecuencia de repetición de 1.2 GHz. Se observa un astigmatismo remanente.

Si modificamos las dimensiones de la cavidad,  $z_1$  y  $z_2$ , la frecuencia de repetición  $f_r$  claramente va a cambiar, de la misma manera, el valor de la cintura del haz  $w_0$  será modificado debido a su dependencia de estos valores. La cintura del haz se alcanza en un cierto valor  $z$ , si nosotros modificamos las dimensiones de la cavidad, el valor de  $z$  donde se alcanza el radio mínimo  $w_0$ , también puede cambiar. En la Fig. 3.8 se ejemplifica de manera gráfica lo dicho anteriormente, en

este caso, se varía solo  $z_1$  dejando  $z_2$  fijo en un solo valor, de esta manera varía la frecuencia de repetición. El valor de  $z$  donde se alcanza la cintura del haz es más dependiente de la variación en  $z_2$  debido a la distancia focal de los espejos M1 y M2, como en este caso  $z_2$  tiene un valor fijo, el valor de  $z$  para la cintura del haz no varía. Comparando las gráficas del plano sagital y el tangencial de la Fig. 3.8 observamos que el valor de  $z$  donde se alcanza la cintura del haz no es igual para los dos planos, esto debido, al astigmatismo remanente que mencionamos anteriormente.



**Fig. 3.8.** Cintura del haz para diferentes frecuencias de repetición en el plano sagital. La menor cintura se encuentra al aumentar la frecuencia de repetición, o visto de otra manera, reduciendo las dimensiones de la cavidad.

Durante el análisis se llevaron a cabo cálculos variando las dimensiones de la cavidad  $z_1$  y  $z_2$ , conforme a los valores de la Tabla 3.3 obtenidos del análisis de los rangos de estabilidad. La Tabla 3.4 nos muestra algunos resultados de los valores para la cintura del haz.

$f_r$ (GHz)	$w_{0s}$ ( $\mu m$ ) Min	$w_{0t}$ ( $\mu m$ ) Min	$w_{0s}$ ( $\mu m$ ) Max	$w_{0t}$ ( $\mu m$ ) Max
1	4.96	3.51	9.24	1.97
1.2	4.60	2.96	10.62	1.70
1.3	4.44	2.70	11.65	3.09
1.4	4.31	2.48	12.02	1.40

**Tabla 3.4.** Medidas de la cintura del haz para diferentes valores de  $z_1$  y  $z_2$ .

De la Tabla 3.4 podemos concluir que los valores para cintura del haz están dentro de lo reportado en la bibliografía, apenas unos cuantos micrómetros. Observamos también que  $w_0$  decrece en ambos planos conforme reducimos la longitud de la cavidad  $L$ .

### 3.3.4 Sistema de Bombeo de la Cavity FC-2.

El sistema de bombeo de la cavity FC-2 está compuesto por un láser de onda continua a  $532\text{ nm}$ , Verdi-V8, un arreglo de espejos para poder manipular la dirección del haz así como cambiar la polarización del haz de bombeo, y una lente plano-convexa el cual se tiene como finalidad enfocar el haz de bombeo para obtener el mínimo radio del haz dentro del cristal de Ti:Za.

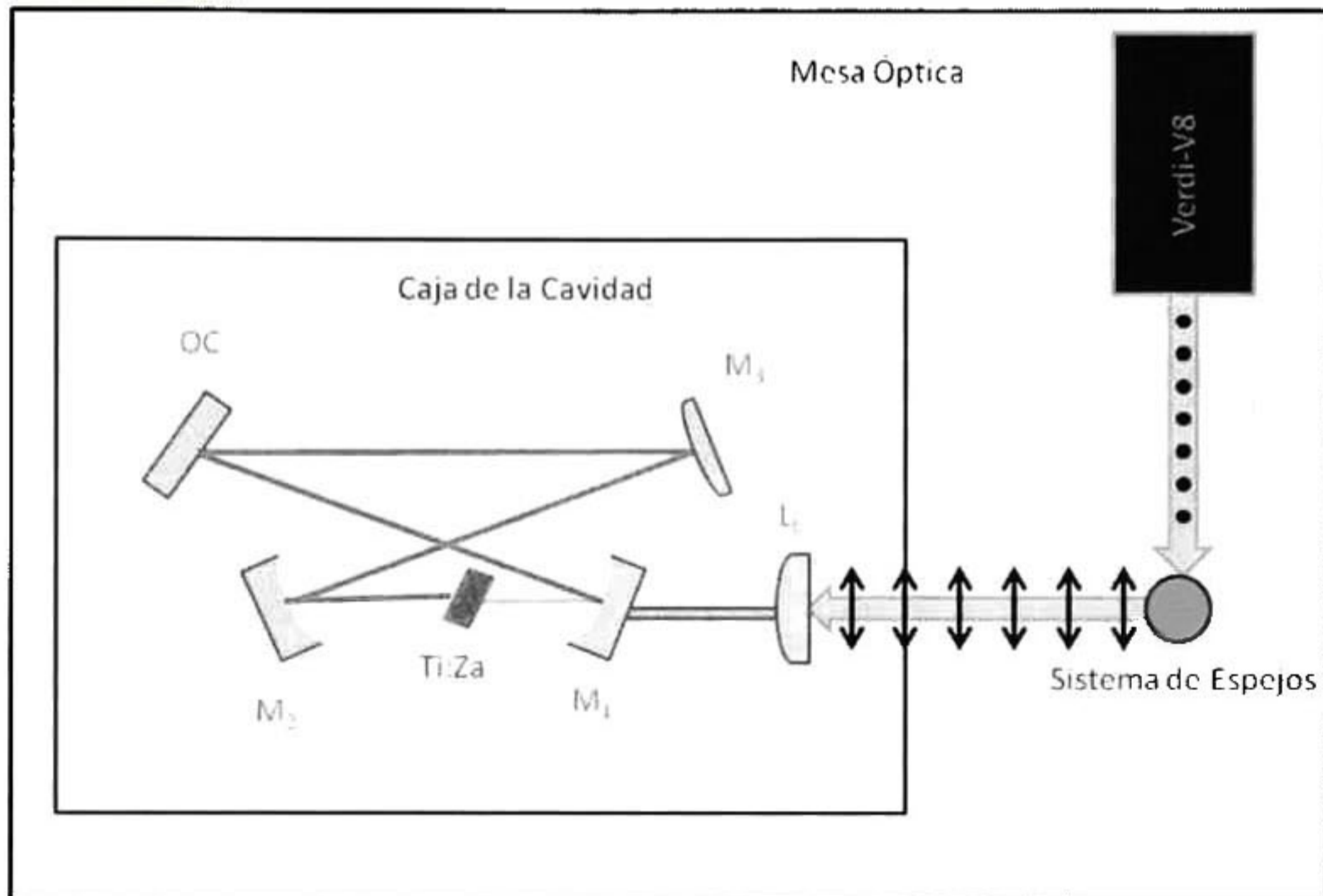


Fig. 3.9. Esquema del sistema de bombeo la cavity FC-2. El sistema se compone de un láser Verdi-V8, un sistema de espejos altamente reflejante a  $532\text{nm}$  y una lente plano-convexa que enfoca el haz dentro de la cavity.

El haz de bombeo, Verdi-V8, es un láser de Ortovanadato de Itrio dopado con Neodimio  $\text{Nd:YVO}_4$ . Este tipo de láseres originalmente emite en  $1064\text{ nm}$  pero mediante un doblado de frecuencia se logra que su emisión de salida este en los  $532\text{ nm}$ . El doblado de frecuencia se logra mediante la generación del segundo armónico, un fenómeno no lineal donde dos fotones se combinan para generar un solo fotón con el doble de frecuencia. Este laser Verdi-V8 puede alcanzar potencias de hasta  $8\text{ W}$  En la tabla 3.5 se muestran algunas de las características de este laser de bombeo.

El sistema de espejos está compuesto por un par de espejos altamente reflejantes en  $532\text{nm}$  a  $45^\circ$ . Este sistema tiene dos funciones, primero, dirigir y posicionar el haz de bombeo sobre el eje óptico de la cavity láser, las monturas sobre las que están instalados cuentan con la ventaja de tener tornillos de rosca fina por lo cual el control preciso sobre el eje azimutal y horizontal del

haz es posible. Segundo y muy importante, cambiar la polarización del haz de entrada de lineal vertical a lineal horizontal. Esto es de suma importancia debido a que el cristal está posicionado de tal forma que el haz de bombeo incida en ángulo Brewster, de tal manera que si no cambiamos la polarización, habrá pérdidas por reflexión tan grandes que no permitirán el correcto funcionamiento de la cavidad.

La lente plano-convexo tiene una distancia focal de 75 *mm* y está montado sobre una base la cual permite desplazarla sobre el eje óptico a fin de facilitar el enfoque del haz dentro del cristal de Ti:Za.

En la bibliografía consultada se menciona que el haz de bombeo debe de ser enfocado de tal manera que la cintura del haz está cerca de la cara del cristal donde se bombea. Así mismo, la máxima transferencia de energía del haz de bombeo al modo intracavidad se da cuando la cintura del haz de bombeo es 30% menor a la cintura del haz intracavidad y se logra que ambos haces estén superpuestos, no obstante, la optimización de las distancias para lograr este objetivo debe hacerse experimentalmente. [6]

Especificación	Valor
Marca	Coherent
Potencia Máxima de Salida	8 W
Longitud de Onda	532 nm
Ancho de Línea	< 5 MHz
Diámetro del Haz	2.55 mm ± 10%
Divergencia del Haz	< 5 mrad
Factor $M^2$	< 1.1
Estabilidad de la Potencia	±1%
Ruido	< 3% rms
Polarización	Vertical, > 100: 1

Tabla 3.5. Especificaciones del haz de bombeo Verdi-V8. [7].

## 4 Resultados

### 4.1 Arreglo Experimental de la Cavity CF-2.

Una vez considerado los parámetros de diseño de la cavity, se procedió con el armado de la cavity laser FC-2 con diversos componentes, algunos de ellos comprados, otros fabricados en el taller del propio CENAM. La Fig. 4.1 muestra la cavity ensamblada para repetir con una frecuencia de 1.2 GHz.

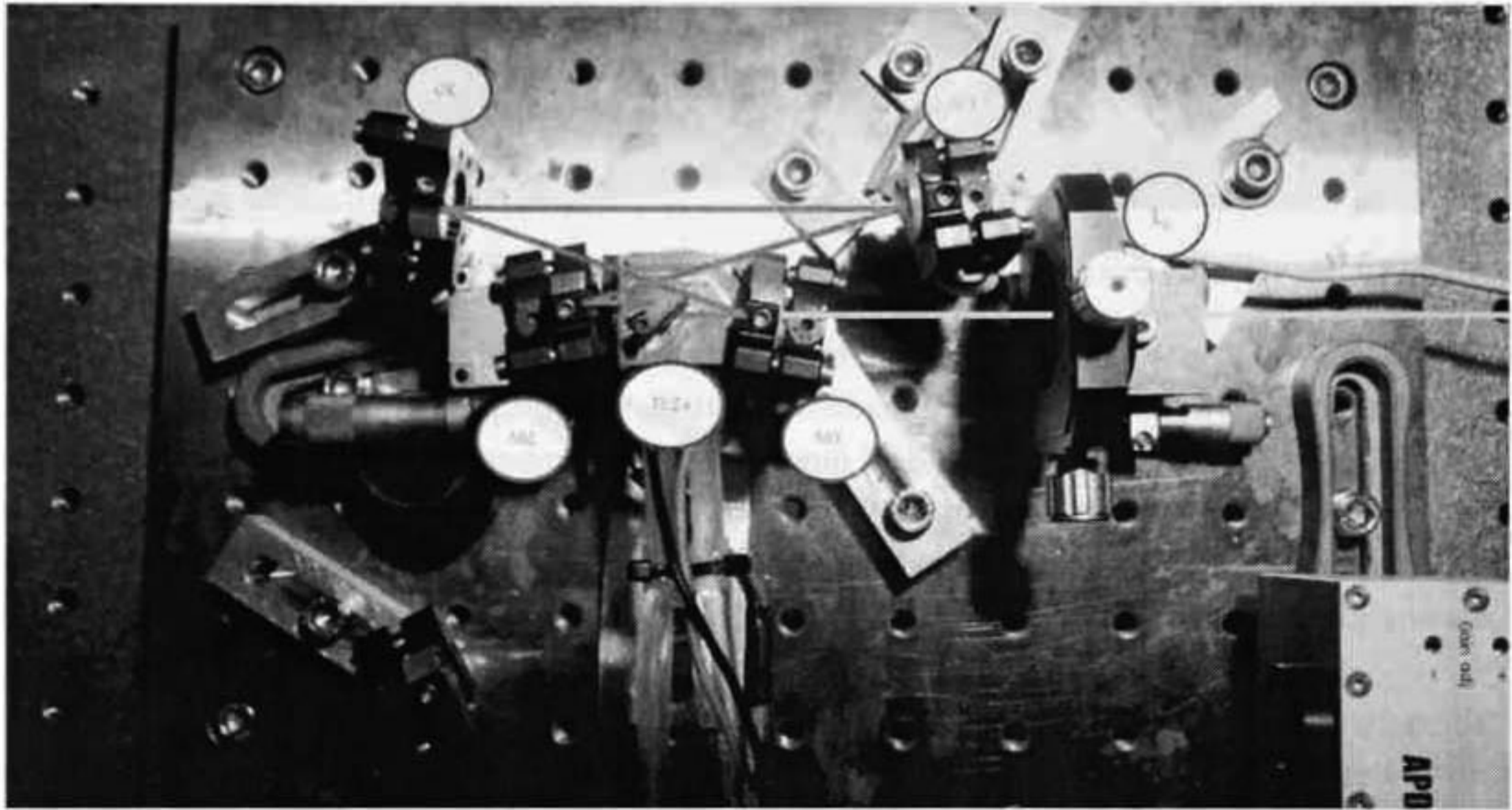


Fig. 4.1. Cavity laser FC-2 con frecuencia de repetición de 1.2 GHz.

Esta cavity puede ajustarse para que la frecuencia de repetición vaya desde 1 GHz hasta 1.4 GHz. Debido a las dimensiones de las monturas de los espejos es que no podemos reducir la longitud de la cavity  $L$  a fin de incrementar la frecuencia de repetición  $f_r$  por encima de 1.4 GHz. Teóricamente este tipo de cavidades puede alcanzar valores de  $f_r$  cercanos a los 3.3 GHz. A continuación detallamos los componentes principales de la cavity.

#### 4.1.1 Montura del Cristal de Ti:Za.

La montura que sostiene el cristal de Ti:Za fue diseñada especialmente para esta cavity y fue fabricada en el taller del CENAM. La montura consta de dos segmentos principales. El primero es la parte motriz de la montura, esta consta de tres plataformas unidas a fin de poder desplazar el cristal a través del eje óptico, el eje perpendicular al eje óptico y además le permite rotar sobre su propio eje, cada una de las tres plataformas adhiere un grado de libertad. Estos tres grados de libertad son de suma importancia en la operación de la cavity ya que teniendo un control a detalle sobre estos parámetros se facilita la alineación de la cavity y ayuda a optimizar su rendimiento.

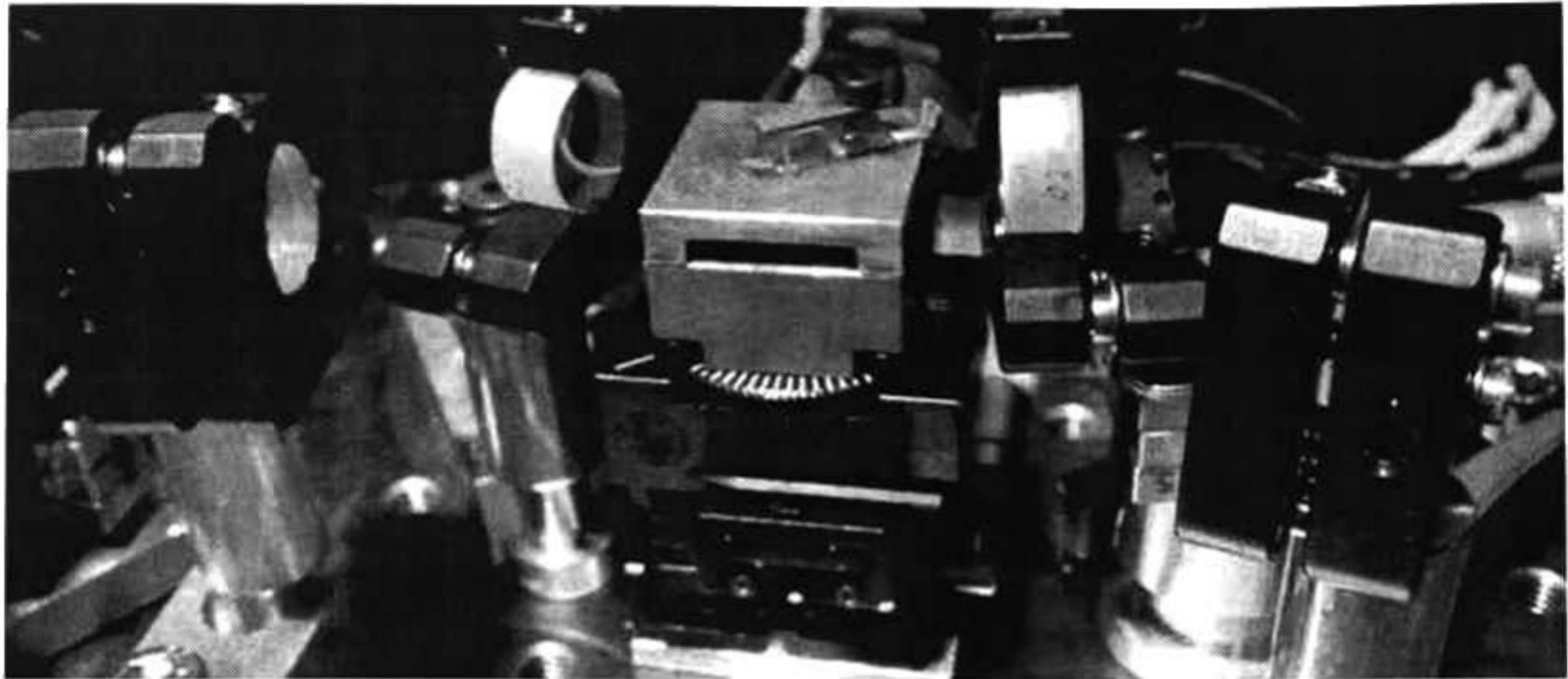


Fig. 4.2. Montura del cristal de Ti:Za. Se compone de una parte motriz y una parta para disipar el calor.

La segunda parte de la montura consta de una estructura fabricada en cobre, la cual sostiene directamente al cristal. Su principal función más allá de ser el sujetador del Ti:Za, es ayudar en el control de temperatura de este. Debido a que el cristal es bombeado con altas intensidades de luz láser (6 W del laser Verdi, y 23 W del laser intracavidad con una longitud de onda de 785 nm), el cristal se calienta y disipa calor. La finalidad de esta montura de cobre es ayudar al cristal a disipar esa energía, es por eso que se escogió un metal con alta conductividad térmica para su fabricación.

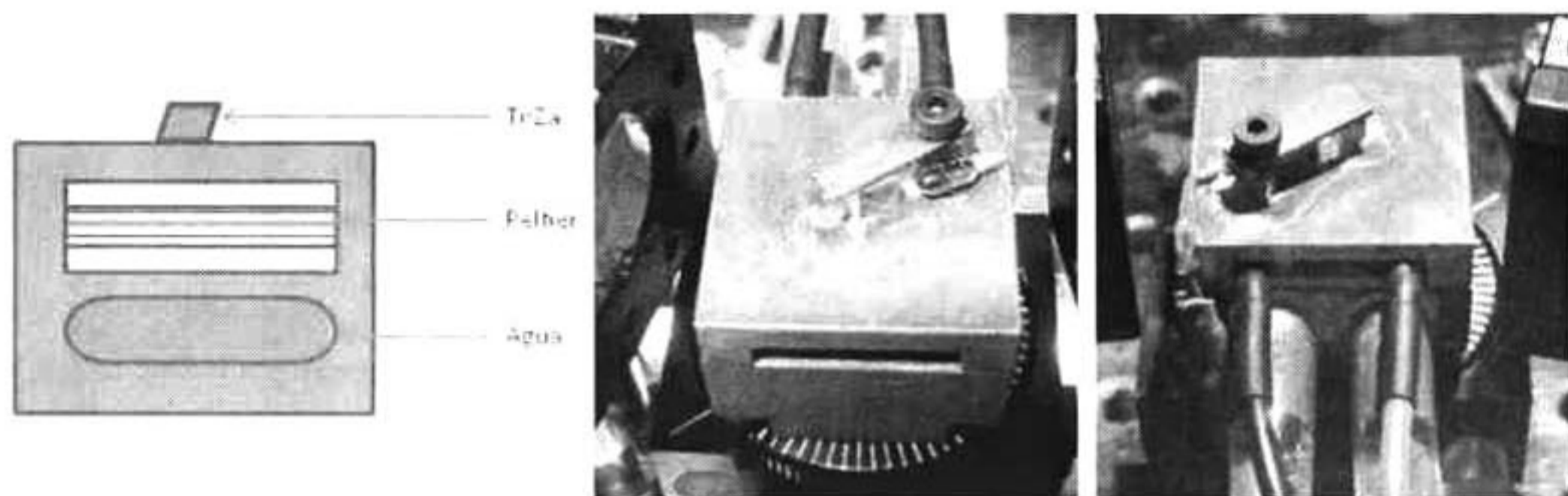


Fig. 4.3. Montura del cristal de Ti:Za. Se compone de una parte motriz y una parta para disipar el calor.

En la Fig. 4.3 se muestra un esquema de la composición estructural de la montura de cobre, como mencionamos anteriormente su principal objetivo es controlar la temperatura del cristal, ayudándolo a disipar el calor. Para esto se utiliza un peltier, el cual está colocado justo debajo del cristal, debajo del peltier se encuentra un circuito de agua el cual ayuda a disipar el calor de la cara caliente del peltier, el agua circula gracias a un sistema de bombeo que además es capaz de controlar de manera precisa la temperatura del agua.

#### 4.1.1.1 Sistema de Enfriamiento del Cristal de Ti:Za.

El tener un control en la temperatura del cristal ayuda a su buen desempeño durante largos periodos de tiempo, se evitan las dilataciones térmicas y ayuda a estabilizar la potencia. En otras palabras se trata de minimizar las transiciones no radiativas asociadas a los cambios térmicos.

La temperatura del cristal se mide mediante un termistor colocado sobre la montura de cobre, cerca del cristal de Ti:Za. Este termistor cambia su resistencia en función de la temperatura, por lo que podemos monitorear la temperatura del cristal midiendo la resistencia del termistor. Si la resistencia del termistor baja, la temperatura aumenta, de manera inversa, si la resistencia aumenta la temperatura decrece. El punto es mantener una estabilidad en temperatura alrededor de la temperatura ambiente o menor, lo bien que el calor sea disipado está en función de la forma en que el cristal está en contacto con la base de cobre. El rango en el que se operó esta cavidad FC-2 fue alrededor de los 20°C.



Fig. 4.4. Peltier TEC1.4-6 de Thorlabs.

Como ya se mencionó, el sistema de enfriamiento se compone además de una celda peltier modelo TEC1.4-6 de la marca Thorlabs. Este dispositivo funciona de tal manera que al aplicar una corriente, un de las caras se calienta mientras que la otra se enfría. De tal manera que la cara que se enfría esta justo debajo de la posición del cristal, mientras que la parte que se calienta se posiciona por encima del sistema de enfriamiento liquido el cual ayuda a transportar el calor fuera de la montura.

El sistema de enfriamiento liquido se opera mediante un "Chiller" RM6 Lauda Brinkmann, el cual además de bombear el agua para la correcta circulación, también es capaz de modificar la temperatura de la misma ayudando a tener un mayor control sobre la temperatura de la montura de cobre. La temperatura del agua con la que se obtuvieron los resultados que más adelante presentaremos se estableció a 10°C.





Fig. 4.5. Baño térmico RM6 LAUDA BRINKMANN.

#### 4.1.2 Espejos y sus Monturas.

De la misma manera que la montura del cristal se puede desplazar sobre el eje óptico, la lente de bombeo así como el espejo M2 también están montados sobre unas plataformas que les permiten trasladarse a lo largo del dicho eje. Los espejos M1, M3 y el acoplador óptico están montados en unos pedestales cilíndricos que no poseen ninguna capacidad de traslación.

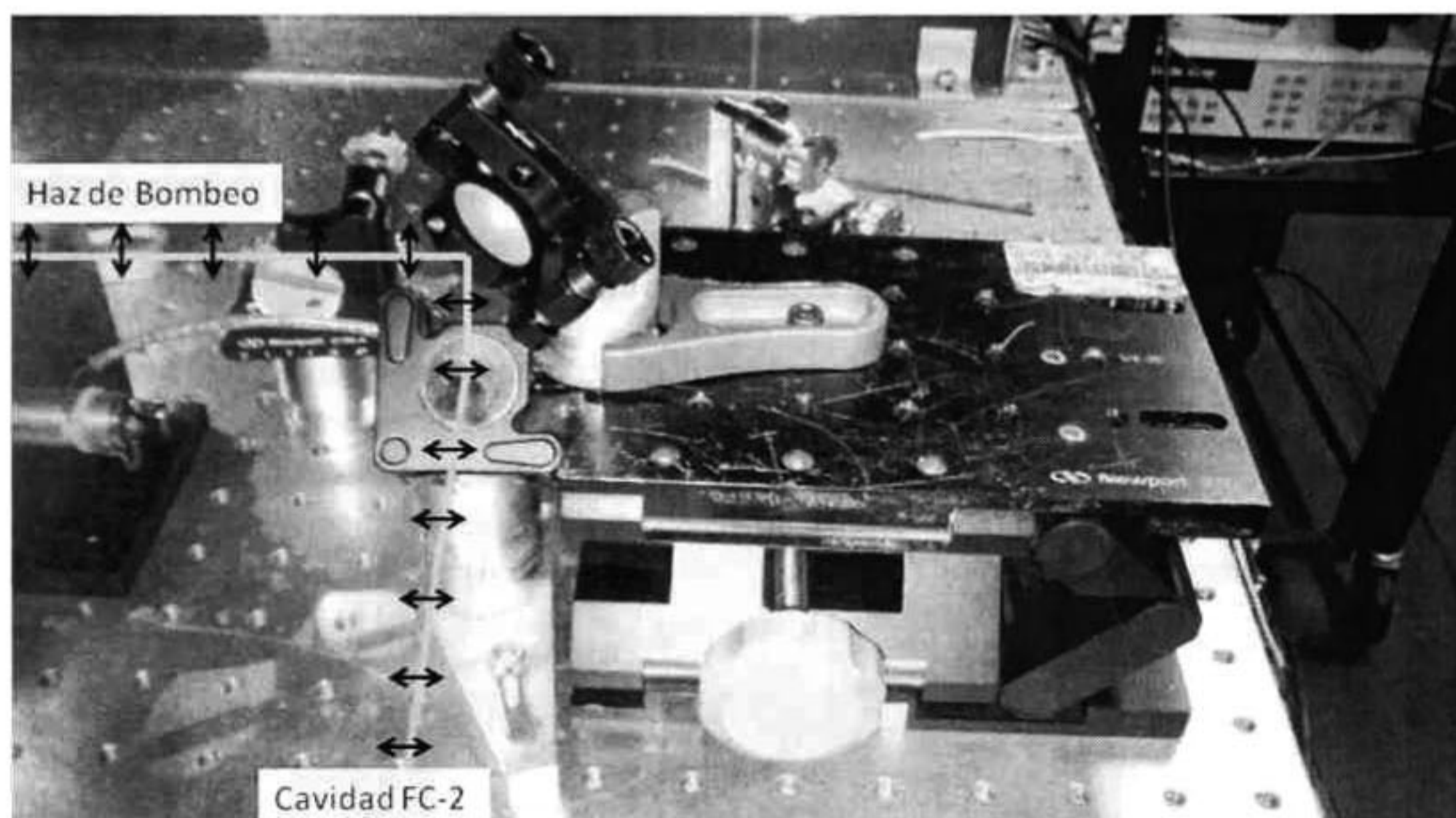


Fig. 4.6. Monturas de los espejos M1, M3 y el acoplador óptico OC.

La capacidad de traslación del espejo M2, así como la de la lente de bombeo y del mismo cristal de Ti:Za, es de vital importancia ya que nos permite modificar las dimensiones de la cavidad a fin de encontrar la zona donde es posible encontrar el régimen pulsado del láser. Sin estas capacidades motrices deberíamos posicionar los espejos y el mismo cristal en el lugar exacto donde las condiciones espaciales de la cavidad se cumplan para el régimen pulsado, esto obviamente en la práctica es muy difícil de lograr, de ahí que estas plataformas móviles nos ayudan a controlar las distancias con una precisión en el orden de micrómetros.

### 4.1.3 Sistema de Espejos de Bombeo.

El sistema de espejos de bombeo tienen dos tareas fundamentales, la primera es cambiar la polaridad lineal vertical del haz de bombeo, y la segunda es controlar la alineación del haz de bombeo. Ambas tareas son vitales para el correcto funcionamiento. Si la polarización no se es cambiada, las perdidas por reflexión serán muy grandes tal que la cavidad no podrá funcionar de manera correcta. La alineación en este tipo de cavidades ultrarrápidas es muy caprichosa y puntual, por decirlo de alguna manera, de tal forma que manipular la dirección del haz de entrada no es un aspecto de cual debemos alejar nuestra atención, un cambio mínimo la dirección del haz de bombeo produce un cambio sustancial en la alineación interna de la cavidad laser FC-2.



4.7. Sistema de espejos altamente reflejantes en  $532 \text{ nm}$  a  $45^\circ$ . Su objetivo es cambiar la polarización lineal así como dirigir el haz de bombeo a la cavidad.

### 4.1.4 Elementos Electrónicos de la Cavidad Laser FC-2.

Los elementos electrónicos son varios y sus usos son para distintos fines. Se mencionó en el apartado del peltier que este se tiene que alimentar con hasta  $2.9 \text{ A}$ , esto se hace con la ayuda de una fuente eléctrica. En cuanto al termistor, el cambio en su resistencia se monitorea mediante un voltímetro, con lo cual podemos medir de manera indirecta la temperatura del cristal.

Para monitorear la frecuencia de repetición de los pulsos de la cavidad FC-2 se hace uso de un fotodetector de la marca MenloSystems, modelo APD210. Este detector es de tipo avalancha y a grandes rasgos transforma la luz que incide sobre él en una señal eléctrica. La señal eléctrica es enviada a un contador de frecuencias de la marca Hewlett Packard modelo 5350B. A su vez el contador de frecuencias envía la señal a una PC la cual mediante un programa escrito en LabView, propio del CENAM, registra y guarda la frecuencia de repetición de la cavidad FC-2.



Fig. 4.8. Fotodetector APD210 de la marca MenloSystems. Registra señales desde 1 MHz hasta 1.6 GHz en un rango espectral de 400 - 1000 nm.

También se cuenta con un analizador óptico de la marca YOKOGAWA modelo AQ6373. Este analizador se usó para observar los espectros ópticos de la cavidad, tanto en su régimen continuo como en el pulsado. En la sección donde se presentan los resultados de la operación de la cavidad, se muestran los resultados obtenidos con este espectrómetro.

La potencia del haz de salida de la cavidad FC-2 se monitorea mediante un potenciómetro NOVA de OPHIR, el cual se puede detectar en un amplio rango de longitudes de onda, como el Ti:Za tiene su pico de emisión en 780 nm, se ajusto a ese valor.



Fig. 4.9. a) Analizador Óptico. b) Potenciómetro. c) Contador de Frecuencias.

Hay varias formas de detectar cuando la cavidad pasa de régimen continuo al régimen pulsado, la más rápida es la visual. Cuando el láser está operando en modo continuo, a la salida del acoplador óptico OC tenemos dos haces rojos con una longitud de onda alrededor de 780 nm, cuando cambia al modo pulsado, uno de los dos haces rojos se apaga y queda solo uno, a esto nos referimos cuando hablamos del modo visual de detectar el régimen pulsado. Esto se lleva a cabo mediante una cámara especialmente adaptada y la cual se visualiza en una PC igualmente dedicada

solo para esta función. La cámara monitorea uno de los dos haces rojos en la salida del OC, por lo que cuando vemos en la pantalla de la PC que el haz se apaga o desaparece, podemos decir que la cavidad laser FC-2 está trabajando ya en el régimen pulsado.

Por último, mencionar que el láser de bombeo, el Verdi-V8, cuenta con su propia fuente de poder, mediante la cual se controla la potencia de este laser, así como su propio sistema de enfriamiento líquido, estos aditamentos forman parte también del sistema de bombeo del láser.

## 4.2 Operación de la Cavidad FC-2.

En esta sección se detalla la operación de la cavidad FC-2 funcionando ya como un láser de pulsos ultracortos. Se reporta la frecuencia de repetición así como el cálculo empírico de la duración de los pulsos. Se reportan también las dimensiones de la cavidad con las cuales se obtuvo el modo pulsado así como consideraciones importantes sobre el funcionamiento de la cavidad.

### 4.2.1 Alineación de la Cavidad.

La alineación de la cavidad en este tipo de láseres debe ser muy precisa, de lo contrario, se dificulta que el láser pase del régimen continuo al régimen pulsado. Lo primero que se debe conseguir es que la cavidad trabaje en el modo continuo, tratando que el perfil del haz intracavidad sea Gaussiano en la medida lo posible, esto con el fin de favorecer los efectos no lineales descritos en los primeros capítulos. Esto está asociado directamente a la meticulosa alineación de la cavidad. De manera que se busca un perfil de intensidad en modo  $TEM_{00}$ .

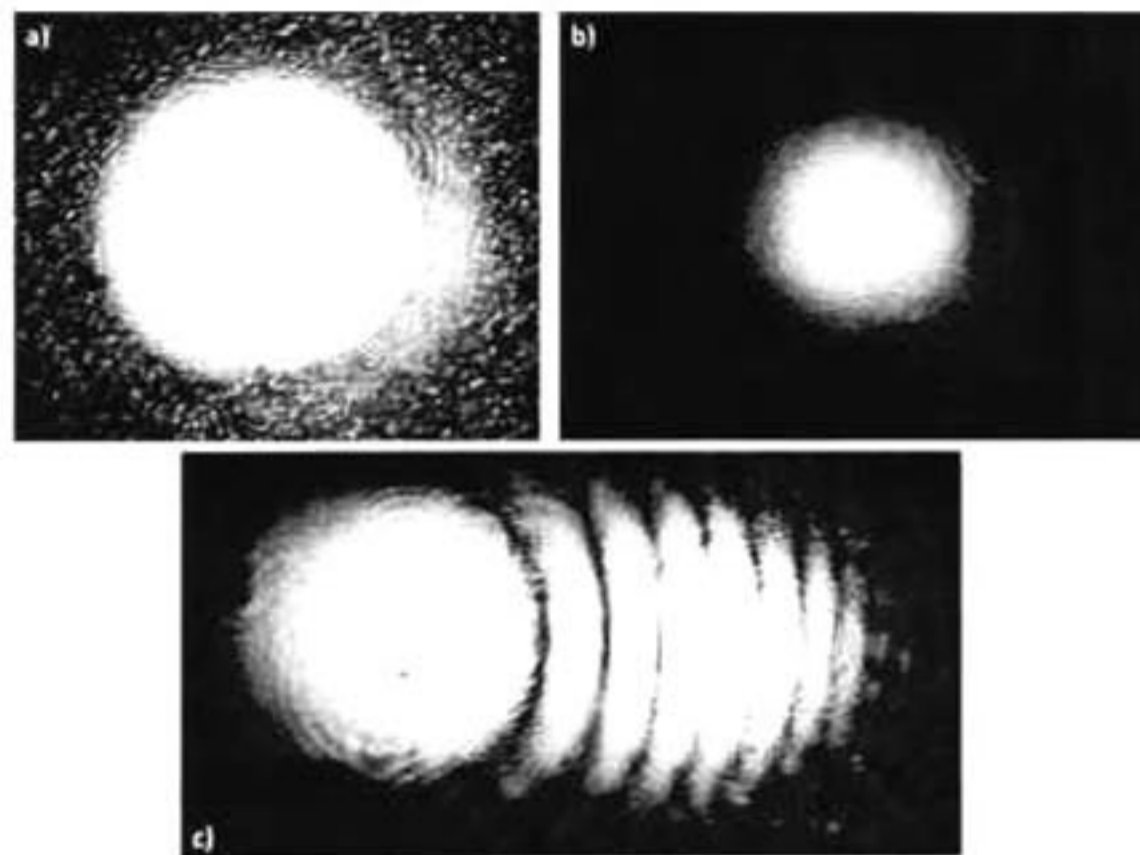


Fig. 4.10. a) Perfil de intensidad  $TEM_{00}$ . b) Mismo perfil que en a) pero con un filtro para reducir la intensidad y apreciar mejor el modo  $TEM_{00}$ . c) Perfil de intensidad de una cavidad desalineada.

Una vez que se tiene un perfil de intensidad Gaussiano, se procede a buscar las dimensiones de la cavidad que de paso al modo pulsado. En principio, tanto el lente de bombeo  $L_b$ , como M1 y M2, deben estar posicionados de tal manera que sus focos estén dentro del cristal. Hacerlo de

manera precisa en un solo intento es difícil en la práctica, lo que se hace es colocarlos lo más cerca posible de sus focos y después ir ajustando poco a poco esas distancias. El espejo M1 no se puede desplazar, pero tanto el cristal como el espejo M2 si, por lo tanto, para comenzar a buscar la zona donde se puede dar el régimen pulsado, se comienza alejando el espejo M2 del cristal de Ti:Za, en pasos pequeños de unas cuantas micras, y en cada nueva posición, se busca el modo pulsado mediante una pequeña perturbación en las dimensiones de la cavidad.

Esta perturbación es necesaria ya que como se dijo en los primeros capítulos, el amarre de modos necesita un detonante para pasar del modo continuo al modo pulsado, esto se hace dando un pequeño golpe en la montura que sostiene al acoplador óptico OC. La perturbación se podría dar en cualquiera de las monturas pero debido a la disposición de la cavidad FC-2 resulta más cómodo hacerlo en el OC.

La búsqueda del régimen pulsado es lenta y requiere de mucha paciencia, como ya se dijo, si la cavidad no está debidamente alienada, el modo pulsado puede no llegar a presentarse, a diferencia del modo continuo. Ahora bien, las monturas que hacen posible el desplazamiento de  $L_b$ , Ti:Za y M2 tiene graduaciones en decenas de micrómetros, por lo tanto es posible registrar los valores de las traslaciones de dichos elementos, estos valores son relativos a las posiciones de los elementos, no a las distancias entre ellos, aunque se pueden deducir indirectamente de manera aproximada.

$L_b$	Ti:Za EO	Ti:Za PEO	M2	Potencia de Salida	$f_r$
4.745 mm	3.30 mm	3.18 mm	4.12 mm	467 mW	1.1 GHz
4 mm	3.30 mm	3.18 mm	4 mm	425 mW	1.2 GHz

**Tabla. 4.1.** Parámetros registrados en las monturas de los elementos móviles. Para estos valores se encontró el régimen pulsado de la cavidad bombeada a 6 W. EO hace referencia a Eje Óptico, mientras que PEO, Perpendicular al Eje Óptico.

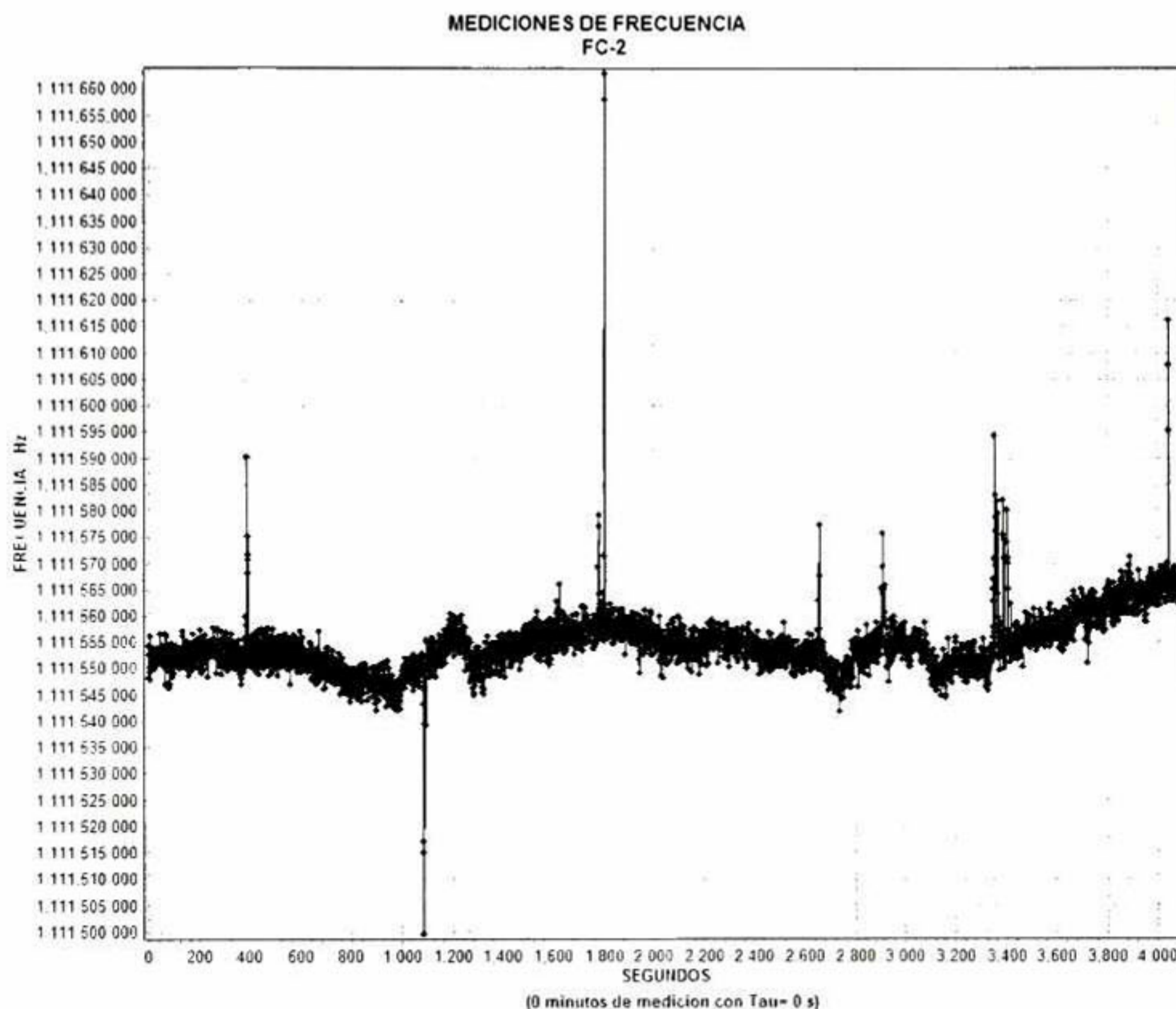
En la Tabla 4.1 se muestran los valores registrados en las monturas de los elementos móviles, en donde se encontraron pulsos. Hacemos notar que las variaciones en el desplazamiento de M2 no son la causa de que la diferencia en frecuencia entre una configuración y otra sea de 100 MHz, esto se debe a que la posición de M3 y OC ( $z_1$ ) fue modificada para cada una de estas configuraciones.

Si bien con estos parámetros se pudo lograr el régimen pulsado, esto no quiere decir que sean las únicas configuraciones. Como ya mencionamos, si trasladamos de manera manual M1 y OC los valores de estos parámetros pueden cambiar, recordando que los cambios de apenas unos micrómetros son tan críticos que hacen la diferencia entre lograr el modo pulsado o no.

#### 4.2.2 Frecuencia de Repetición de la Cavidad FC-2.

La frecuencia de repetición se registró a partir de un reflejo de la luz pulsada el cual fue dirigido al fotodetector, de tal manera que la información recogida se canalizó, mediante un contador de frecuencias, a un programa que se encargó de llevar el registro. Recordamos que  $f_r$

está directamente relacionada con la longitud de la cavidad  $L$ , de tal manera que modificando las dimensiones podemos fácilmente modificar, hasta cierto punto, la frecuencia de repetición. Como mencionamos anteriormente, debido a las limitaciones espaciales impuestas por las monturas de los espejos y del mismo cristal, esta cavidad FC-2 en específico no puede reducirse más allá  $215\text{ mm}$  por lo que tenemos una  $f_r$  máxima de  $1.4\text{ GHz}$ .



**Fig. 4.11.** Cavidad FC-2 con una frecuencia de repetición  $f_r = 1.111\text{ GHz}$ .

La Fig. 4.11 muestra una de las mediciones de la frecuencia de repetición de la cavidad FC-2. Podemos ver que dicha frecuencia no permanece constante sino que tiene pequeñas y grandes variaciones en el tiempo. Las pequeñas variaciones se le atribuyen a pequeños cambios en la longitud de la cavidad, dichos cambios están asociados a expansiones y contracciones térmicas de los elementos que componen la cavidad. Las variaciones más pronunciadas las asociamos con las variaciones de potencia del haz de bombeo.

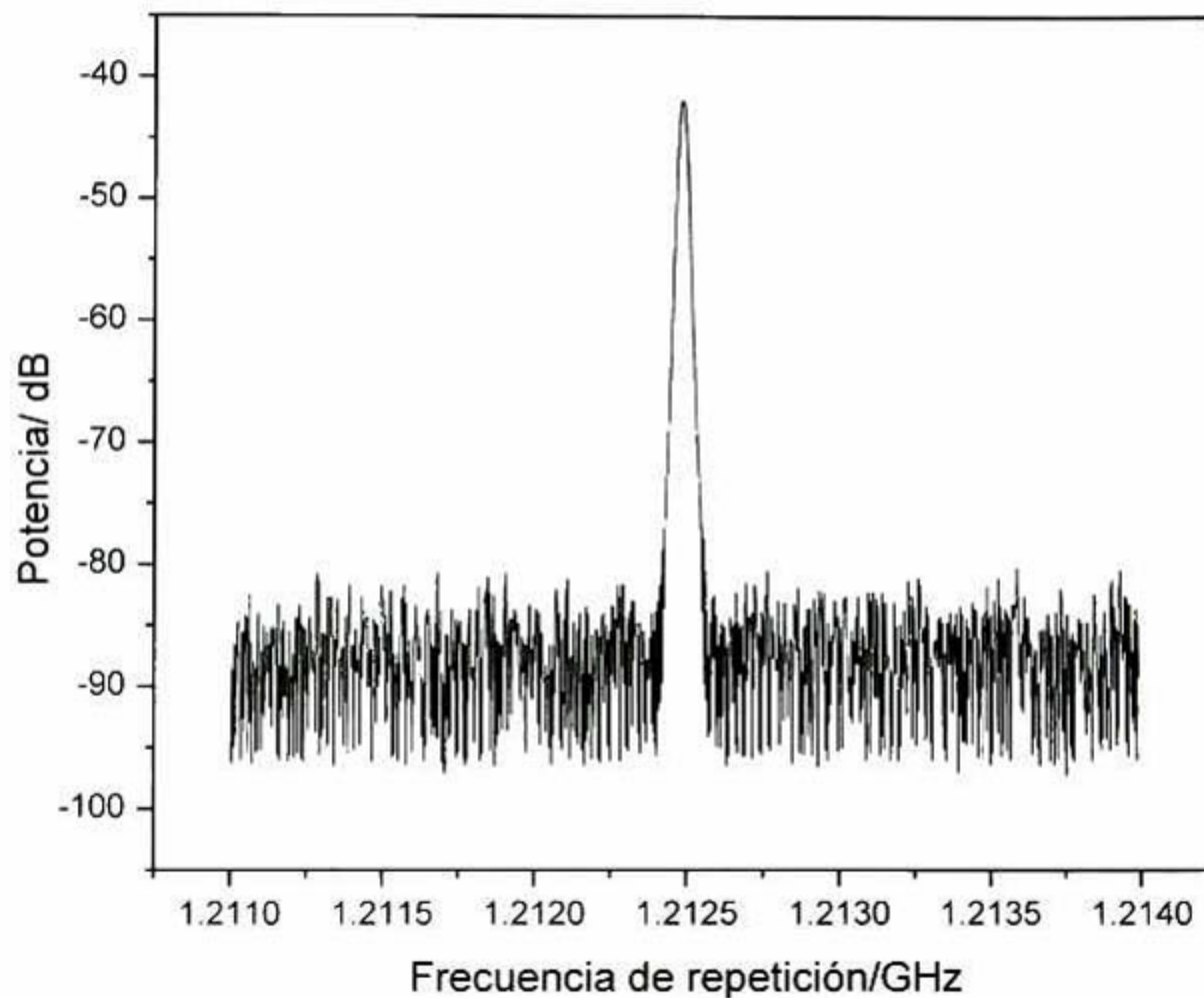


Fig. 4.12. Cavity FC-2 con una frecuencia de repetición  $f_r = 1.212 \text{ GHz}$ .

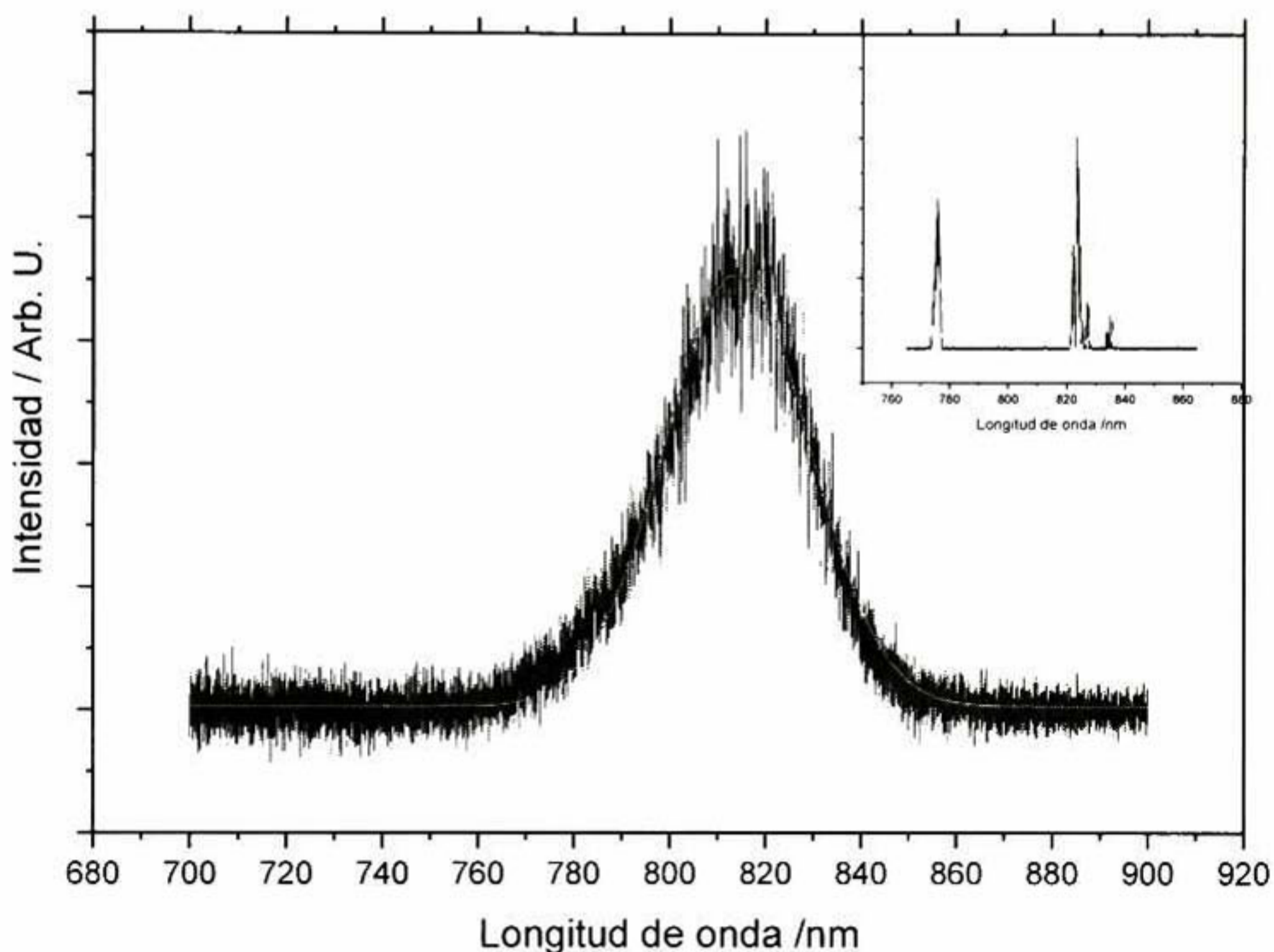
La Fig. 4.12 muestra el registro de la frecuencia de repetición para una cavity FC-2 con una longitud  $L$  menor que la que se muestra en la Fig. 4.11. La grafica de la Fig. 4.11 se obtuvo a partir de la lectura del contador de frecuencias, en cambio la Fig. 4.12 se obtuvo del analizador de espectros.

Un problema que debemos mencionar, es que el fotodetector se comporta de manera no regular para frecuencias por encima de  $1 \text{ GHz}$ ; notamos que a mayor frecuencia el tiempo de muestreo era menor, la potencia de la señal del detector cae de manera que el contador de frecuencias ya no alcanza a leer la señal. Dicho esto, mencionamos que la cavity FC-2 ha llegado a trabajar en el régimen pulsado hasta por 6 horas ininterrumpidas, pero debido a las limitaciones con el detector, no tenemos registro de ello.

La finalidad de tener una frecuencia de repetición alta, por encima de  $1 \text{ GHz}$ , es que cada línea espectral de la transformada de Fourier de los pulsos, tenga una mayor potencia, esto es especialmente importante ya que a mayor potencia de las líneas espectrales o dientes del peine, será más facilidad de trabajar con la señal que se obtiene de la cavity FC-2. Esto último es de suma importancia para aplicaciones de metrología de tiempo y frecuencia.

### 4.2.3 Espectro de la Cavity FC-2.

El espectro de la cavity FC-2 se obtuvo con el analizador óptico. El haz de salida es conducido a través de fibra óptica hacia el analizador. El espectro se obtiene tanto para el régimen pulsado como para el régimen continuo.



**Fig. 4.13.** Espectro de emisión de la cavity FC-2 en el régimen pulsado. La línea roja es un ajuste Gaussiano. En el recuadro observamos el espectro de emisión en modo continuo.

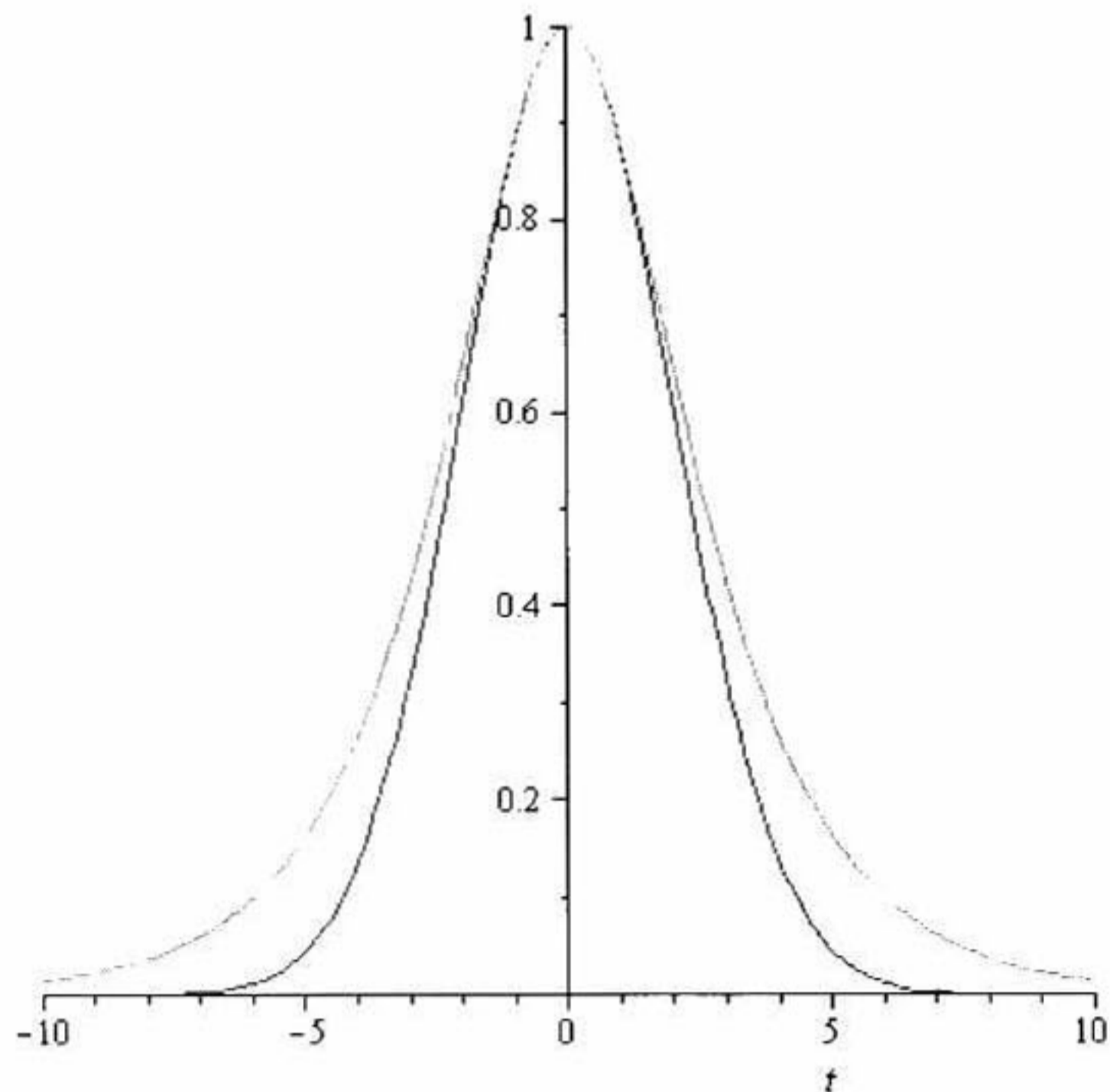
En la Fig. 4.13 se observa el espectro de emisión tanto para el modo pulsado como para el continuo. En el recuadro observamos la emisión de modo continuo y se puede ver la longitud central de emisión del Ti:Za que está alrededor de los  $780\text{ nm}$ , sin embargo se aprecia que hay incluso una emisión de mayor intensidad alrededor de los  $820\text{ nm}$ . Cuando el laser está en el régimen pulsado se forma una envolvente del tipo Gaussiano centrada alrededor de  $820\text{ nm}$ .

La longitud de onda que está centrada en  $820\text{ nm}$  (recuadro Fig. 4.13) es el máximo que se amplifica cuando se logra el amarre de modos. Recordemos que el amarre de modos por efecto Kerr selecciona un solo máximo de entre todos los modos longitudinales y este por supuesto tiene una longitud de onda asociada, en este caso  $820\text{ nm}$ . Los otros picos de intensidad que se observan, son máximos que no logran amplificarse en favor del máximo preponderante.



#### 4.2.4 Duración de los Pulsos.

El cálculo de la duración de los pulsos es semi-empírico. La forma de calcularlo es mediante el ancho a media altura del espectro de emisión, en este caso, el que se muestra Fig. 4.13. El ancho espectral corresponde a  $37 \text{ nm}$  ó  $16.71 \text{ THz}$ , utilizando la inecuación (1.7) podemos obtener la duración de los pulsos. Como se mencionó en el capítulo 1, la inecuación (1.7) cambia el valor de  $1/2$  de acuerdo a la forma de la curva de la envolvente del pulso. En este caso, la aproximación que más se acerca a la forma del pulso es la Gaussiana y secante hiperbólica.



**Fig. 4.14.** La línea azul es una curva Gaussiana, mientras que la línea roja es una secante hiperbólica. Ambas curvas se asemejan en la parte central, alrededor del cero.

En la Fig. 4.14 observamos las similitudes y diferencias entre la curva Gaussiana y la secante hiperbólica. Vemos que la diferencia se hace evidente por debajo de su anchura a media altura, la Gaussiana es un poco más cerrada con respecto a la secante hiperbólica. Por lo tanto, debido a que ambas curvas son buenas aproximaciones de la forma del espectro de emisión de los pulsos, el cálculo se hizo para ambas curvas.

La desigualdad (1.7) cambia a una ecuación de la forma  $\Delta t \Delta \omega = K$ . El valor de  $K$  depende de la curva de aproximación, en el caso de la Gaussiana  $K = 0.441$  mientras que para la secante hiperbólica  $K = 0.321$ . [1]

Tomando esto en consideración, se hacen los cálculos de la duración del pulso para las dos valores de  $K$  obteniendo los siguientes resultados.

Forma de la Curva	$K$	$\Delta t$
Gaussiana	0.441	26.38 fs
Secante Hiperbólica	0.321	19.20 fs

**Tabla. 4.1.** Valores obtenidos para la duración de los pulsos. El resultado varía dependiendo de la forma de la curva del pulso.

En la Tabla 4.1 observamos hay una diferencia 7 fs dependiendo la forma de la curva que utilizemos para aproximar el espectro de emisión obtenido de la cavidad. Podemos pensar que la aproximación Gaussiana es el resultado conservador, mientras que la secante hiperbólica es la aproximación optimista. Como bien se dijo al principio, el cálculo es semi-empírico de esta forma podemos pensar que el valor real de nuestros pulsos estará dentro del rango de los dos valores que obtuvimos,  $19.20 \text{ fs} < \Delta t < 26.38 \text{ fs}$ .

## 5 Conclusiones

---

Se ha logrado el objetivo de construir un láser de pulsos ultracortos de Ti:Za. Dicho láser es capaz de ajustarse para trabajar con frecuencias de repetición que van desde 1 GHz hasta 1.4 GHz, una duración de pulsos de entre 19 fs y 26 fs, así como una potencia promedio de salida de 450 mW.

Sin embargo, es deseable que la duración de los pulsos sea aún menor, eso significaría que el espectro de emisión más amplio, con lo cual, el rango de frecuencias que se pudieran obtener del láser FC-2 sería mucho mayor. De igual forma, se desea que la potencia de salida de la cavidad láser sea lo mayor posible, esto con la finalidad que cada línea del peine de frecuencias, sea más intensa facilitando así, el poder trabajar con ellas.

La cavidad FC-2 funciona correctamente, sin embargo, falta mucho por hacer. El trabajo que le sigue, conlleva estabilización de la frecuencia de repetición, así como la frecuencia offset. Esto no es cosa trivial y requiere que la cavidad láser este trabajando de manera óptima. De tal forma que, si bien la cavidad FC-2 trabaja satisfactoriamente, pueden realizarse muchas mejoras para que su funcionamiento sea aún mejor.

Mejorar las monturas de los elementos ópticos es uno de los aspectos que más influyen en la alineación de la cavidad, y como mencionamos en varias partes de esta tesis, la alineación es parte vital del funcionamiento del láser FC-2. Mejorando las monturas tanto de espejos, lentes, así como la del cristal de Ti:Za, resultaría en tener un control fino sobre los mismos dientes del peine de frecuencias. Con mejoras de las monturas, nos referimos a reducir sus dimensiones, haciendo posible la reducción de la longitud de la cavidad y por lo consecuencia el aumento en la frecuencia de repetición. De la misma manera, robustecer las monturas y hacerlas más precisas con un control electrónico de por medio, nos permitiría tener un mayor control sobre el peine.

Otro aspecto que se debe claramente corregir es la forma en que se detectan los pulsos. Como ya mencionamos, el detector encargado de registrar la frecuencia de repetición no trabaja de manera constante durante largos periodos de tiempo. La intensidad de la señal proveniente del detector decae tras algunos minutos por lo que es necesario amplificar la señal de manera que se pueda trabajar por lapsos de tiempo prolongados, típicamente horas.

Finalmente recalcar que este trabajo de tesis es solo la primera parte en la construcción de la cavidad láser FC-2, aún queda trabajo por hacer antes de que pueda operar como una herramienta en metrología de tiempo y frecuencia, el cual es el motivo de su concepción y construcción.

# Bibliografía

---

- I. Claude Rulliere, *Femtosecond Laser Pulses, Principles and Experiments*, Springer, 2nd Ed, 2004.
- II. Jean Claude Diels, *Ultrashort Laser Pulse Phenomena*, Academic Press, 2nd Ed, 2006.
- III. Jun Ye, Steven T. Cundiff, *Femtosecond Optical Frequency Comb. Principle, Operation, and Applications*, Springer, 2005.
- IV. K.F. Wall and A. Sanchez, Titanium Sapphire Lasers. *The Lincoln Laboratory Journal*, 3(3):447-462, 1990.
- V. Josué Adín Minguela Gallardo. *Desarrollo de un Laser pulsado para un Ti:Zafiro para aplicaciones de metrología*. Tesis de Maestría, Universidad de Guanajuato, División de Ciencias e Ingeniería, Diciembre 2012.
- VI. J. Alfrey. Modeling of longitudinally pumped CW Ti:Sapphire laser oscillator. *IEEE J. Quantum Electron.* 25 (4) (1989).
- VII. URL [www.coherent.com](http://www.coherent.com)
- VIII. URL [www.rp-photonics.com](http://www.rp-photonics.com)
- IX. Mark Fox. *Optical Properties of Solids. Oxford Master Series in Condensed Matter Physics. Oxford University Press, 2<sup>nd</sup> Edition, May 2010.*
- X. Liu L. J. Qian and F. W. Wise. Femtosecond kerr-lens mode locking with negative nonlinear phase shifts. *Optics Letters*, 24(3):166 - 168, February 1999.
- XI. Herwig Kogelnik. On the propagation of gaussian beams of light through lenslike media including those with a loss or gain variation. *Applied Optics*,(12):1562 { 1569, December 1965.
- XII. H. Kogelnik and T. Li. Laser beams and resonators. *Applied Optics*, 5(10):1550-1567, October 1966.
- XIII. Héctor A. Castillo Matadamas. *Construcción de un Láser de Pulsos Ultracortos para Aplicaciones en Metrología*. PhD thesis, Centro de Física Aplicada y Tecnología Avanzada, UNAM,2010.
- XIV. Jesús Garduño-Mejía, Mehrdad Mohebi, and Nooshin Jamasbi. The role of cavity design in a bi-directional Kerr lens mode locked ring Ti:Sapphire laser. *Optics Communications*, 207(1-6):307–314, 2002.

## Apéndice A

---

Cálculo del ángulo para corregir el astigmatismo introducido por el cristal de Ti:Za.

```
> n := 1.76: fm := 15: PL := 2: Rm := 30:
> with(RealDomain):
> solve(fm * sin(x) * tan(x) = (PL/n^3) * (n^2 - 1), x);
-0.15606642970.156066429
> theta_r := 0.1560664297: theta := theta_r / 3.1416 * 180;
theta := 8.94192683
>
```

## Apéndice B

Cálculos para las regiones de estabilidad de la cavidad laser FC2.

>

```

θ := 8.94:
θr :=  $\frac{\theta}{180} \cdot 3.1416$ :
n := 1.76:
fm := 15:
PL := 2:
Rm := 30:
Rm2 := -1000:
c := 3E8:
ω := 0.01:
λ := 0.0008:
λl := 0.000532:

```

>

```

a := z1 -  $\frac{(2 \cdot z2 + PL)}{2 \cdot \cos(2 \cdot \theta r)}$ :
z3 :=  $\sqrt{(2 \cdot a^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \cos(3.14164 - 4 \cdot \theta r))}$ :
D1 :=  $\begin{bmatrix} 1 & z1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ; D2 :=  $\begin{bmatrix} 1 & z2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ; D3 :=  $\begin{bmatrix} 1 & z2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ; D4 :=  $\begin{bmatrix} 1 & z1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ;
D5 :=  $\begin{bmatrix} 1 & z3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ :

```

```

Fs :=  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{Rm} \cdot \cos(\theta r) & 1 \end{bmatrix}$ ; Ft :=  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{Rm \cdot \cos(\theta r)} & 1 \end{bmatrix}$ ; Bs
:=  $\begin{bmatrix} 1 & \frac{PL}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ; Bt :=  $\begin{bmatrix} 1 & \frac{PL}{n^3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ; M3s
:=  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{Rm2} \cdot \cos(\theta r) & 1 \end{bmatrix}$ ; M3t :=  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{Rm2 \cdot \cos(\theta r)} & 1 \end{bmatrix}$ ;
Ms := D1.D5.M3s.D4.Fs.D3.Bs.D2.Fs; Mt := D1.D5.M3t.D4.Ft.D3
.Bt.D2.Ft:

```

> with(plots, implicitplot) : with(plots) :

```

> L1 := implicitplot(2· z1 + 2· z2 + z3 + PL = 215, z2 = 0 ..204, z1 = 0
  ..204, color = "black", legend = "1.4 GHz") :
L2 := implicitplot(2· z1 + 2· z2 + z3 + PL = 230, z2 = 0 ..204, z1 = 0
  ..204, color = "SteelBlue", legend = "1.3 GHz.") :
L3 := implicitplot(2· z1 + 2· z2 + z3 + PL = 250, z2 = 0 ..204, z1 = 0
  ..204, color = "Teal", legend = "1.2 GHz") :
L4 := implicitplot(2· z1 + 2· z2 + z3 + PL = 298, z2 = 0 ..204, z1 = 0
  ..204, color = "Green", legend = "1 GHz") :

> gs1 := implicitplot( (abs(Ms[1, 1] + Ms[2, 2]) / 2 = 1, z2 = 0 ..50, z1 = 0
  ..80, color = "red", legend = "Plano Sagital") :
gt1 := implicitplot( (abs(Mt[1, 1] + Mt[2, 2]) / 2 = 1, z2 = 0 ..50, z1 = 0
  ..80, color = "blue", legend = "Plano Tangencial") :

> display({gs1, gt1, L1, L2, L3, L4});

```

## Apéndice C

Cálculos para el radio del haz intracavidad.

$$\theta := 8.941926835;$$

$$\theta_r := \frac{\theta}{180} \cdot 3.1416;$$

$$n := 1.76;$$

$$f_m := 15;$$

$$PL := 2;$$

$$R_m := 30;$$

$$R_{m2} := -1000;$$

$$c := 3E8;$$

$$\omega := 0.01;$$

$$\lambda := 0.0008;$$

$$\lambda_l := 0.000532;$$

$$z_1 := 63.85;$$

$$z_2 := 14.85;$$

$$a := z_1 - \frac{(2 \cdot z_2 + PL)}{2 \cdot \cos(2 \cdot \theta_r)};$$

$$z_3 := \sqrt{(2 \cdot a^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \cos(3.1416 - 4 \cdot \theta_r))};$$

$$L := 2 \cdot z_1 + 2 \cdot z_2 + z_3 + PL;$$

$$f_r := \frac{c}{L};$$

$$D1 := \begin{bmatrix} 1 & z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; D2 := \begin{bmatrix} 1 & z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; D3 := \begin{bmatrix} 1 & z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; D4 := \begin{bmatrix} 1 & z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$D5 := \begin{bmatrix} 1 & z_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$F_s := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_m} \cdot \cos(\theta_r) & 1 \end{bmatrix}; F_t := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_m \cdot \cos(\theta_r)} & 1 \end{bmatrix}; B_s$$

$$:= \begin{bmatrix} 1 & \frac{PL}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; B_t := \begin{bmatrix} 1 & \frac{PL}{n^3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; M3_s$$

$$:= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_{m2}} \cdot \cos(\theta_r) & 1 \end{bmatrix}; M3_t := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_{m2} \cdot \cos(\theta_r)} & 1 \end{bmatrix};$$



$$Ti := \begin{bmatrix} 1 & z2 - z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; Tf := \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$N := Fs.D1.D5.M3s.D4.Fs.D3.Bs;$$

$$Te := Tf.N.Ti;$$

wst

$$:= \sqrt{\left(\frac{2 \cdot \lambda \cdot \text{abs}(Te[1, 2])}{3.1416}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{4 - (Te[1, 1] + Te[2, 2])^2}}\right)};$$

$$Ti2 := \begin{bmatrix} 1 \left(z2 - z + \frac{PL}{n}\right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix}; Tf2 := \begin{bmatrix} 1 & (z - z2) \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$N2 := D2.Fs.D1.D5.M3s.D4.Fs.D3;$$

$$Te2 := Tf2.N2.Ti2;$$

wst2

$$:= \left(\left(\frac{2 \cdot \lambda \cdot \text{abs}(Te2[1, 2])}{3.1416}\right) \left(\sqrt{4 - (Te2[1, 1] + Te2[2, 2])^2}\right)\right)^{1/2};$$

$$Ti3 := \begin{bmatrix} 1 \left(2 \cdot z2 + \frac{PL}{n} - z\right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix}; Tf3 := \begin{bmatrix} 1 \left(z - z2 - \frac{PL}{n}\right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix};$$

$$N3 := Bs.D2.Fs.D1.D5.M3s.D4.Fs;$$

$$Te3 := Tf3.N3.Ti3;$$

wst3

$$:= \left(\left(\frac{2 \cdot \lambda \cdot \text{abs}(Te3[1, 2])}{3.1416}\right) \left(\sqrt{4 - (Te3[1, 1] + Te3[2, 2])^2}\right)\right)^{1/2};$$

$$Ti4 := \begin{bmatrix} 1 \left(2 \cdot z2 + \frac{PL}{n} + z1 - z\right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix}; Tf4$$

$$:= \begin{bmatrix} 1 \left(z - 2 \cdot z2 - \frac{PL}{n}\right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix};$$

$$N4 := Fs.D3.Bs.D2.Fs.D1.D5.M3s;$$

$$Te4 := Tf4.N4.Ti4;$$

wst4

$$:= \left(\left(\frac{2 \cdot \lambda \cdot \text{abs}(Te4[1, 2])}{3.1416}\right) \left(\sqrt{4 - (Te4[1, 1] + Te4[2, 2])^2}\right)\right)^{1/2};$$

$$Ti5 := \begin{bmatrix} 1 \left(2 \cdot z2 + \frac{PL}{n} + z1 + z3 - z\right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix}; Tf5$$

$$:= \begin{bmatrix} 1 \left(z - 2 \cdot z2 - \frac{PL}{n} - z1\right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix};$$

$$N5 := M3s.D4.Fs.D3.Bs.D2.Fs.D1;$$

$$Te5 := Tf5.N5.Ti5;$$

$$Tit := \begin{bmatrix} 1 & z2 - z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; Tft := \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$Nt := Ft.D1.D5.M3t.D4.Ft.D3.Bt;$$

$$Tet := Tft.Nt.Tit;$$

wtt

:=

$$\sqrt{\left(\frac{2 \cdot \lambda \cdot \text{abs}(Tet[1, 2])}{3.1416}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{4 - (Tet[1, 1] + Tet[2, 2])^2}}\right)}$$

;

$$Tit2 := \begin{bmatrix} 1 \left( z2 - z + \frac{PL}{n^3} \right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix}; Tft2 := \begin{bmatrix} 1 & (z - z2) \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$Nt2 := D2.Ft.D1.D5.M3t.D4.Ft.D3;$$

$$Tet2 := Tft2.Nt2.Tit2;$$

wtt2

:=

$$\left( \left( \frac{2 \cdot \lambda \cdot \text{abs}(Tet2[1, 2])}{3.1416} \right) \left( \sqrt{4 - (Tet2[1, 1] + Tet2[2, 2])^2} \right) \right)^{1/2};$$

$$Tit3 := \begin{bmatrix} 1 \left( 2 \cdot z2 + \frac{PL}{n^3} - z \right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix}; Tft3 := \begin{bmatrix} 1 & \left( z - z2 - \frac{PL}{n^3} \right) \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$Nt3 := Bt.D2.Ft.D1.D5.M3t.D4.Ft;$$

$$Tet3 := Tft3.Nt3.Tit3;$$

wtt3

:=

$$\left( \left( \frac{2 \cdot \lambda \cdot \text{abs}(Tet3[1, 2])}{3.1416} \right) \left( \sqrt{4 - (Tet3[1, 1] + Tet3[2, 2])^2} \right) \right)^{1/2};$$

$$Tit4 := \begin{bmatrix} 1 \left( 2 \cdot z2 + \frac{PL}{n^3} + z1 - z \right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix}; Tft4$$

$$:= \begin{bmatrix} 1 \left( z - 2 \cdot z2 - \frac{PL}{n^3} \right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix};$$

$$Nt4 := Ft.D3.Bt.D2.Ft.D1.D5.M3t;$$

$$Tet4 := Tft4.Nt4.Tit4;$$

wtt4

:=

$$\left( \left( \frac{2 \cdot \lambda \cdot \text{abs}(Tet4[1, 2])}{3.1416} \right) \left( \sqrt{4 - (Tet4[1, 1] + Tet4[2, 2])^2} \right) \right)^{1/2};$$

$$Tit5 := \begin{bmatrix} 1 \left( 2 \cdot z2 + \frac{PL}{n^3} + z1 + z3 - z \right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix}; Tft5$$

$$:= \begin{bmatrix} 1 \left( z - 2 \cdot z2 - \frac{PL}{n^3} - z1 \right) \\ 0 \quad 1 \end{bmatrix};$$

>

```
with(plots, implicitplot) :
with(plots) :
p1 := plot(wst, z = 0..z2) :
p2 := plot(wst2, z = z2..(z2 +  $\frac{PL}{n}$ )) :
p3 := plot(wst3, z = (z2 +  $\frac{PL}{n}$ )..(2·z2 +  $\frac{PL}{n}$ )) :
p4 := plot(wst4, z = (2·z2 +  $\frac{PL}{n}$ )..(2·z2 +  $\frac{PL}{n}$  + z1)) :
p5 := plot(wst5, z = (2·z2 +  $\frac{PL}{n}$  + z1)..(2·z2 +  $\frac{PL}{n}$  + z1
+ z3)) :
p6 := plot(wst6, z = (2·z2 +  $\frac{PL}{n}$  + z1 + z3)..(2·z2 +  $\frac{PL}{n}$  + 2
z1 + z3)) :
t1 := plot(wtt, z = 0..z2, color = "blue") :
t2 := plot(wtt2, z = z2..(z2 +  $\frac{PL}{n^3}$ ), color = "blue") :
t3 := plot(wtt3, z = (z2 +  $\frac{PL}{n^3}$ )..(2·z2 +  $\frac{PL}{n^3}$ ), color = "blue") :
t4 := plot(wtt4, z = (2·z2 +  $\frac{PL}{n^3}$ )..(2·z2 +  $\frac{PL}{n^3}$  + z1), color
= "blue") :
t5 := plot(wtt5, z = (2·z2 +  $\frac{PL}{n^3}$  + z1)..(2·z2 +  $\frac{PL}{n^3}$  + z1
+ z3), color = "blue") :
t6 := plot(wtt6, z = (2·z2 +  $\frac{PL}{n^3}$  + z1 + z3)..(2·z2 +  $\frac{PL}{n^3}$  + 2
z1 + z3), color = "blue") :
display({p1, p2, p3, t1, t2, t3});
display({p1, p2, p3, p4, p5, p6, t1, t2, t3, t4, t5, t6});
```

EL JURADO DESIGNADO POR LA UNIDAD QUERÉTARO DEL CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, APROBÓ LA TESIS DE MAESTRÍA DEL (LA) C. PEDRO ALBERTO RESÉNDIZ LIRA TITULADA: "DESARROLLO DE UN LÁSER PULSADO DE TI:SA CON TIEMPOS DE DURACION DE 25 fs", FIRMAN AL CALCE DE COMÚN ACUERDO LOS INTEGRANTES DE DICHO JURADO, EN LA CIUDAD DE QUERÉTARO, QRO., A LOS VEINTINUEVE DIAS DEL MES DE OCTUBRE DE DOS MIL CATORCE.



**DR. SERGIO JOAQUIN JIMÉNEZ SANDOVAL**



**DR. SERGIO LÓPEZ LÓPEZ**



**DR. JOSÉ MAURICIO LÓPEZ ROMERO**



**DR. GERARDO TORRÉS DELGADO**



CINVESTAV - IPN  
Biblioteca Central



SSIT0012821