



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE
ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**Departamento de Investigaciones Educativas
(Sede Sur)**

**La enseñanza de las matemáticas en la escuela multigrado.
Análisis didáctico de un caso centrado en los alumnos de
quinto y sexto grados**

Tesis que para obtener el grado de
Maestra en Ciencias en la Especialidad de
Investigaciones Educativas

Presenta

Abril Beatriz Muñoz Quiroz
Licenciada en Ciencias de la Computación

Director de Tesis

David Block Sevilla
Doctor en Ciencias

Marzo 2013

Para la elaboración de esta tesis se contó con el apoyo de una beca del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi asesor de tesis, siempre conté con su apoyo oportuno y escucha atenta. Su acompañamiento, experiencia, enseñanza, y paciencia a lo largo de este trabajo hicieron posible la conclusión del mismo. Muchas gracias **David Block**.

Durante todo el proceso de observación, análisis y redacción mis colegas del equipo multigrado, leyeron, corrigieron e hicieron múltiples aportaciones que enriquecieron mi trabajo y me enseñaron, entre otras cosas, la potencialidad del trabajo en equipo, cuando este es realizado con profesionalismo y gusto. Muchas gracias **Margarita Ramírez y Laura Reséndiz**.

Agradezco también la lectura y comentarios de la **Dra. Ruth Mercado**, en particular su enseñanza e invitación a reflexionar sobre otras dimensiones del trabajo escrito, intentar “ver más allá”, en un momento crucial y complicado como lo es el término de la tesis.

Agradezco la lectura fresca y minuciosa de **Diana Solares**. Su trabajo y experiencia en la didáctica de las matemáticas me permitieron volver a los detalles para mejorar la redacción final.

Agradezco de manera especial a la **maestra Vero** y a **todos sus estudiantes** que con amabilidad y calidez me dejaron entrar a una parte de su vida escolar. Su enseñanza trasciende los días de observación. De igual forma agradezco a **Cenobio Popoca**, por ponerme en contacto con la maestra Vero.

Agradezco también a mis maestros: **Justa Ezpeleta**, diste un giro a todas mis concepciones sobre la educación y con ello a mi vida; **Elsie Rockwell**, tu trabajo enseña la esencia de la investigación para la transformación; **Daniel Hernández**, la teoría tejida con tus experiencias me acercaron a sentir la etnografía.

Gracias **Rosi Martínez**, por el trato humano y generoso que tienes con todos nosotros, los alumnos. Gracias **Ángel Díaz** por tu amable ayuda en la biblioteca.

Con mucho cariño y alegría, agradezco la amistad de **Yose** que me sigue contagiando la sonrisa y la felicidad de vivir y **El Jo**, contundente, carismático y *buena onda*. Compas: su compañía en las pláticas, baile, comidas, críticas, café, y demás cosas en la vida, es un placer.

Gracias a mis amigos: **Chayo**, por tu ánimo ecuánime y ejemplo solidario añejado en las montañas; **Clau**, por tus cariños y escucha en momentos de crisis; **Aleida**, por tu tesón inquebrantable; **Six**, por tu plática amena a cualquier hora;

Yanelli, por tu ternura, solidaridad, bonachonería y sencillez; **José Francisco**, por tu compañía que sigo extrañando; **Efre**, por tu fresca palabra irreverente; **Jorge**, por tus “otras miradas” de las cosas; **Luis Manuel**, por tu arrojo en el momento oportuno; **Nancy**, por tu ejemplo de fortaleza y reinención; **Maru**, por tu escucha inocente y cabal; **Robert**, por recordarme que la vida es un sueño; **Ara**, por tus palabras breves y sabias. De alguna manera, el mío, también fue un grupo multigrado y, como tal, aprendí mucho de ustedes. Los quiero mucho.

Agradezco también a mi familia, **mis padres** que me siguen enseñando con su vida y su lucha particular, a **mis hermanos y hermanas**, soy afortunada por tenerlos y amarlos. Por supuesto, agradezco a los más pequeños, mis **niños y niñas**, por inundarme de felicidad.

Gracias **Sergio**. Eres el apoyo constante, la voz que es escuchada, la risa que acompaña, la palabra dicha a tiempo, el abrazo preciso cuando el frío amenaza helar la sangre. Estás viviendo en mí de una forma sencilla y buena, como agua fresca, es más, eres cerveza fría en un día soleado.

Gracias **M.A.** fuiste la escucha forzada de mi palabra errante.

Resumen. En este trabajo presento un análisis didáctico de las clases de matemáticas en una escuela multigrado unitaria. Para ello identifico y analizo las estrategias y recursos que una maestra con experiencia en este tipo de escuela ha logrado construir. También analizo las interacciones entre los niños y de la maestra con los niños en torno a las tareas que se plantean durante las clases de matemáticas. El análisis de las situaciones didácticas observadas se hace desde el punto de vista de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Se hace uso de estudios socioculturales de enfoque etnográfico para presentar una visión más integral del trabajo de la maestra.

Abstract. In this thesis I present a didactical analysis of the prototypical Math classes taught in a multigrade school. As part of that task I identify and analyze the strategies and resources that an experienced teacher has built along several years of working in this kind of schools. I also analyze the emergent interactions between the children and the interactions observed between the teacher and the children, that appear when tasks are assigned and stated in the class. The analysis of the observed didactical situations is conducted from the perspective of the Theory of Didactical Situations. Sociocultural studies with an ethnographic approach are used in order to present a more integral vision of the teacher's work.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	10
La escuela multigrado y las clases de matemáticas	11
Propósito de la investigación.....	12
Referentes teóricos	13
Preguntas de investigación	15
Recursos metodológicos	16
La escuela elegida y la maestra	17
- La maestra Vero.....	17
- La comunidad y sus niños.....	18
Capítulos que componen la tesis	20
CAPÍTULO 1. PLANEACIÓN DE LAS CLASES DE MATEMÁTICAS: TEJER CURRÍCULO EN MULTIGRADO	22
1.1 La planeación: un recurso necesario, útil y compartido	22
El apoyo de la Propuesta Multigrado 2005.....	23
1.2 Pasos de planeación	26
1.2.1 Seleccionar el contenido.....	26
1.2.2 Selección de actividades y materiales (material concreto, libros, actividades del fichero, etc.)	26
1.2.3 Intenciones didácticas.....	28
1.2.4 Conocimientos y habilidades por ciclo.....	28
1.2.5 Actividad inicial	28
1.2.6 Actividades por ciclo	29
- Adecuación curricular para primer ciclo	29
- Adecuación curricular para segundo ciclo	30
- Adecuación curricular para tercer ciclo	31
- Organización del grupo.....	33
1.3 Procesos no escritos en la planeación.....	33
1.3.1 Selección del material concreto.....	33
1.3.2 Tiempo asignado por actividad.....	34
Comentarios	35
CAPÍTULO 2. LAS CLASES DE MATEMÁTICAS.....	36
2.1 Dinámica general de una clase de matemáticas.....	36
2.1.1 Frecuencia y duración de las clases de matemáticas	36
2.1.2 Momento previo al inicio de la clase de matemáticas.....	36

2.1.3 Momento inicial, colectivo	37
2.1.4 Actividad por grados o ciclos	38
2.1.5 Atención individualizada	39
2.1.6 La copia: respuesta a una necesidad de gestión, más que de aprendizaje	40
2.1.7 Medidas disciplinarias de la maestra.....	42
2.1.8 Tiempo extra para la clase.....	42
Comentarios	43
2.2 Una actividad matemática para los seis grados: “Los globos”	44
2.2.1 Presentación de la actividad	44
2.2.2 El cálculo mental en los programas de la SEP	45
2.2.3 Análisis previo de la actividad.....	46
2.2.4 Análisis de la clase	47
- Primer ciclo	50
- Segundo ciclo.....	51
- Tercer ciclo.....	52
- Participaciones que interrumpen.....	52
- Tiempos y otras variables diferenciadas.....	54
2.2.5 Un procedimiento enseñado causa conflicto	54
2.2.6 Formas de validación de los resultados usadas por la maestra	57
Comentarios	58
2.3 Problemas con el contenido en las clases de la secuencia sobre cuerpos geométricos y volumen.....	60
2.3.1 Análisis de la primera clase	60
- La actividad diseñada: dificultades que se avizoran	62
- ¿Cuáles son las aristas y los vértices?	62
- El cono, un cuerpo complicado	64
- ¿Son caras o bases?	65
- Problemas para contar las aristas en el cubo	67
- Dificultad para contar los vértices y aristas en las representaciones planas de la pirámide trunca y el prisma pentagonal.	68
- Imaginar los elementos de la pirámide trunca	68
- Una forma desafortunada de dibujar prismas	70
- Comentarios a las actividades de la primera clase	74
2.3.2 Análisis de la segunda clase.....	76
- La actividad diseñada: dificultades que se avizoran (II).....	77

- Cambio en la consigna de la primera actividad	77
- ¿Qué es el volumen?	78
- Formar un prisma cuadrangular con 60 cubos	81
- Comentarios a las actividades de la segunda clase	82
2.3.3 Análisis de la tercera clase	83
- Actividades de la clase.....	83
- La actividad diseñada: dificultades que se avizoran (III).....	86
- Dificultad para interpretar los dibujos tridimensionales.....	87
- Comentarios a las actividades de la tercera clase.....	98
2.4 Ayudas de la maestra.....	100
2.4.1 Solicitudes de ayuda por parte de los niños	101
2.4.2 Tipos de ayuda ofrecidos por la maestra.....	102
- Ayuda para entender lo que hay que hacer (consignas de actividades) 102	
- Ayudas en partes clave del desarrollo de la actividad	103
- Devuelve las preguntas para que los niños reflexionen.....	104
- La maestra induce las respuestas a través de preguntas.....	105
- Marcar el error o pedir argumentación en determinada respuesta.	106
- Ayuda ofreciendo procedimientos alternos a los que usan los niños ..	107
2.4.3 La gestión de las ayudas	108
- Una maestra, múltiples ayudas.....	108
- Las dificultades en la ayuda.....	111
Comentarios	111
2.5 Interacciones y ayudas entre los niños	112
2.5.1 ¿Cómo son las interacciones entre los niños de los distintos ciclos en el aula multigrado?	113
2.5.2 Ser alumno de sexto en el aula multigrado.....	113
- Yesi (sexto grado)	114
- Ubín (sexto grado)	115
- Yadi (sexto grado).....	117
- Beto (quinto grado)	117
2.5.3 Interacciones entre los niños de tercer ciclo.....	118
2.5.4 Las ayudas a los más pequeños	119
2.5.5 La influencia de los lazos familiares en las aulas multigrado	122
2.5.6 Ayuda de los niños menores a los niños mayores.....	122
2.5.7 Niños beneficiados en la escuela unitaria.....	123

COMENTARIOS FINALES.....	124
Las actividades y su contenido en las clases de matemáticas	124
Actividades multigrado.....	124
Dificultades con el contenido	125
La gestión de la clase.....	126
Atención individualizada	126
Duración de las clases.....	126
Los niños mayores ayudan a los pequeños.....	127
Trabajo autónomo.....	127
La escuela multigrado: posible beneficio desigual para los alumnos, desde el punto de vista académico.....	128
Necesidades en la escuela multigrado.....	129
Para terminar.....	131
BIBLIOGRAFÍA	133
ANEXOS	137

INTRODUCCIÓN

En este trabajo presento un análisis didáctico de las clases de matemáticas en una escuela multigrado unitaria. Para ello, identifico y analizo las estrategias y recursos que una maestra con experiencia en este tipo de escuelas ha logrado construir, así como las interacciones de los niños entre ellos, con la maestra, en torno a las tareas que se les plantean durante las clases de matemáticas. El análisis de las situaciones didácticas puestas en juego se hace desde la Teoría de las Situaciones Didácticas; el de la problemática de la maestra intenta beneficiarse de los aportes de estudios socioculturales del trabajo docente, así como de un acercamiento etnográfico.

En las primarias multigrado un profesor imparte al mismo tiempo dos, tres, cuatro o hasta seis grados. La mayoría de estas escuelas se ubica en zonas rurales en donde el tamaño de la población, según criterios de la Secretaría de Educación Pública (SEP), no justifica la creación de primarias generales.

La enseñanza en las primarias multigrado, además de presentar una mayor complejidad con respecto a la enseñanza unigrado, posiblemente también tiene características que podrían constituir condiciones favorables para el aprendizaje y esto da una especial relevancia a su estudio desde una perspectiva didáctica.

En respuesta a la necesidad de conocer con mayor profundidad la problemática de la enseñanza de las matemáticas en la escuela multigrado, en el Departamento de Investigaciones Educativas se inició un proyecto en el año de 2010, en el cual se inscribe la presente tesis¹. Se asumió la tarea de documentar y analizar prácticas de enseñanza de las matemáticas en escuelas multigrado, por maestros con experiencia, reconocidos como comprometidos con su labor.

En dicho proyecto consideramos que conocer con mayor profundidad los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas que ocurren en las aulas multigrado puede ser muy útil en varias direcciones: para identificar y divulgar estrategias exitosas desarrolladas por maestros a lo largo de su experiencia; para identificar dificultades y aportar elementos que contribuyan a idear soluciones y, finalmente, para conocer y documentar formas de interacción entre alumnos específicas de la escuela multigrado que podrían ser favorables para el aprendizaje, además de aportar elementos que puedan convertirse en insumos para futuras propuestas de mejora.

¹El equipo de investigación estuvo integrado por David Block (coordinación), Margarita Ramírez, Laura Reséndiz y yo, Abril Muñoz.

La escuela multigrado y las clases de matemáticas

La idea de que las primarias multigrado constituyen una opción educativa pasajera que con el tiempo dará lugar a la primaria graduada conformada por grupos supuestamente homogéneos, ha sido cuestionada (Rockwell, 2007). Hoy en día las primarias con aulas multigrado son una opción educativa presente en muchos países (Little, 2005) tanto en los “llamados desarrollados como en vías de desarrollo” (Arteaga, 2009: 14).²

En México atienden al 9% del total de la matrícula en el nivel primaria. Durante el ciclo escolar 2010-2011 asistieron a una aula multigrado 1, 373,859 alumnos.³ Hay 44,116 escuelas multigrado en todo el país, lo que representa el 44.4 por ciento del total de primarias.(INEE, 2011)

Está documentado que los requerimientos propios de la dimensión gestivo-administrativa y la dimensión pedagógica adquieren otras características en la escuela multigrado (Ezpeleta y Weiss, 2000). Diferentes investigaciones (Rodríguez, 2004; Schmelkes, 2005; Vera y Domínguez, 2005; Ezpeleta y Weiss; 2006) dan cuenta de las condiciones materiales de estas escuelas, tales como la pobreza y marginación. La ubicación geográfica de las aulas multigrado, predominantemente rural, hace difícil que los maestros se sientan atraídos a laborar en estas zonas. Por otra parte, la falta de formación específica para trabajar en estas escuelas representa un reto para los docentes, por otra parte, la falta de formación específica para trabajar en estas escuelas incrementa aún más la magnitud del reto que dicho trabajo representa(Ezpeleta y Weiss, 2000; Schmelkes, 1994).Estas condiciones también se han identificado en otros países (Bustos,2007; Mulryan-Kyne, 2007). Las constantes en estos trabajos apuntan a la necesidad de ajuste tanto de las políticas de administración y organización escolar, curricular y didáctica como la producción de materiales didácticos de apoyo y las estrategias de capacitación a la especificidad del multigrado en el funcionamiento de las escuelas.

Las investigaciones de Mercado (1999), García (2003) y Arteaga (2009) documentan prácticas docentes en escuelas multigrado, evidenciando las estrategias, conocimientos y saberes que los maestros han construido a lo largo de su labor en las escuelas y forman parte de su trabajo cotidiano. También permiten

² Los trabajos de Rockwell (2007) y Arteaga (2009) ofrecen un interesante recorrido en la historia de las primarias multigrado, haciendo énfasis de su situación en México.

³ Las primarias multigrado pueden ser generales, indígenas o comunitarias, estas últimas abarcan “los Cursos Comunitarios del Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE), el Proyecto de Atención Educativa a la Población Indígena (PAEPI) y el Proyecto de Atención Educativa a la Población Infantil Agrícola Migrante (PAEPIAM)” (INEE, 2011:PG01b.2-A1.3)

apreciar los procesos reflexivos, la improvisación y organización de las adecuaciones curriculares que los docentes elaboran. Aunque este despliegue de saberes también está presente en las escuelas de organización unigrado (Mercado 1991; Salgueiro, 1999) un primer resultado, previsible, de los estudios mencionados arriba, es poner en evidencia que, en el caso de la escuela multigrado, la tarea que los maestros enfrentan es más compleja que la que se realiza en grupos unigrado.

Con respecto a la problemática específica de las clases de matemáticas en la escuela multigrado las investigaciones disponibles, por cierto pocas, destacan dificultades que, la mayoría de las veces, no son privativas de este tipo de escuelas, por ejemplo: el escaso recurso a problemas para enseñar los temas, la nula variedad de éstos y su carácter desligado “de un contexto real”; la tendencia a conducir demasiado la actividad de los niños, lo cual limita las posibilidades de ensayo, de juego, o de comparación de alternativas que se pretende que realicen”(SEP, 2006: 85). También se observó escaso uso de los ficheros que se elaboraron en el marco de la reforma de 1993 los cuales ofrecían una gran cantidad de actividades (Fuenlabrada y Weiss, 2006: 120-140); con respecto a los contenidos específicos, se señala un centramiento en el eje los números, sus relaciones y operaciones, dificultades de los maestros con temas de geometría, tratamiento de la información, procesos de cambio y predicción y azar (Fuenlabrada y Weiss, 2006; SEP, 2006).

Otras dificultades detectadas que posiblemente sí se relacionan de manera más específica con la problemática de la escuela multigrado son: enseñanza de temas que no corresponden al grado, disminución del nivel de exigencia en los grados superiores (SEP, 2006: 85); predominio, en los tres últimos grados, de la realización de planas de numeración. (Fuenlabrada y Weiss, 2006: 120-140).

Llama la atención, por otra parte, que no se reportan prácticas exitosas.

Propósito de la investigación

Como ya anticipé, el presente trabajo se inscribe en un proyecto más amplio y asume los propósitos generales de aquél, a saber:

- Conocer formas de organizar los programas escolares en el área de matemáticas de manera que la enseñanza multigrado sea factible.
- Conocer secuencias de situaciones didácticas para la enseñanza de las matemáticas en escuelas multigrado realizadas por maestros con experiencia con el fin de analizar sus prácticas (situaciones dirigidas a un

grado, a un ciclo o a los tres ciclos, así como formas de articulación entre éstas).

- Identificar en dichas secuencias estrategias exitosas que pueden ser de interés para otros maestros, o dificultades cuyo análisis pueda constituir un aporte a mediano plazo para ideas con mejores estrategias.
- Conocer y documentar formas de interacción entre alumnos durante su trabajo en matemáticas, específicas de la escuela multigrado que podrían ser favorables para el aprendizaje.

Referentes teóricos

Nuestro estudio se centra en el análisis de las situaciones didácticas para la enseñanza de las matemáticas utilizadas por una maestra para atender a un grupo multigrado, así como en las formas de interacción de los alumnos en torno a estas situaciones. Un referente teórico que consideramos especialmente adecuado es la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) desarrollada por GuyBrousseau (2007) en la medida en que caracteriza a los conocimientos a partir de las situaciones en las que éstos se usan, y ofrece herramientas para el estudio de las mismas.

En la conceptualización de aprendizaje que se hace desde la TSD se entretienen una dimensión cognitiva y una dimensión social. La dimensión social se manifiesta, entre otros aspectos, en un modelo de situación didáctica en el que la relación de los alumnos con el medio (la resolución de un problema, por ejemplo) requiere de interacciones diversas entre pares: comunicación de información; validación de resultados, entre otras (Sadovsky y Sessa, 2005: 89).

En este estudio, sin embargo, nos referimos a una acepción más amplia de interacción entre pares: pretendemos dar cuenta de las interacciones espontáneas entre los alumnos en el proceso de llevar a cabo una tarea, incluyendo, de manera destacada, las ayudas explícitas que brindan unos a otros, por lo general, pero no siempre, los mayores a los menores. Las ayudas que los alumnos reciben en la realización de las tareas pueden ser de muy diversa índole y por lo tanto influyen de manera diversa en la tarea que los alumnos enfrentan, y, en consecuencia, en el relación que establecen con el conocimiento. Ésta influencia de las ayudas en la tarea está bien identificada en algunos estudios, para el caso en el que son los maestros quienes las brindan (Robert, 2007), más no para cuando son los mismos alumnos. Otros autores, desde una perspectiva sociocultural del salón de clases, destacan el importante papel de los alumnos en la construcción de la vida social y académica del aula (Naranjo, 2009), aunque no centran su atención, como se

pretendió hacer en el presente trabajo, en la influencia específica de las ayudas en la tarea y en la manera en que ésta se transforma para los alumnos.

Por otra parte, cabe señalar que nos interesa complementar el análisis didáctico con otros elementos que ayuden a tener una visión más integral, comprensiva, del trabajo del maestro. Los trabajos realizados en los últimos años desde la perspectiva didáctica, además de lo que dejan saber sobre las prácticas de la enseñanza de las matemáticas, aportan en la dirección metodológica, al explorar y proponer formas de estudiarlas que den cuenta también de la problemática del maestro, y van más allá de su evaluación en función de un “deber ser”.⁴

Así, en el estudio de Robert (2007), quien encabeza a un grupo de investigadores franceses avocados al estudio de las prácticas de la enseñanza de las matemáticas, se desarrolla una metodología de investigación llamada “el doble enfoque”, que conjunta la perspectiva didáctica con la ergonómica, para dar mejor cuenta no solamente de la problemática del aprendizaje de los alumnos en el aula, sino también de la problemática que el maestro enfrenta en tanto trabajador, frente a una tarea compleja.

En algunas de las investigaciones realizadas en escuelas de México sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas en escuela primaria, en particular en la de Ramírez (2004) y Block, Moscoso, Ramírez, Solares (2007), si bien utilizan sobre todo herramientas de la didáctica de las matemáticas, han hecho propios algunos propósitos de los estudios etnográficos (y también algunos de los declarados como “ergonómicos” en los estudios citados anteriormente) tales como la intención de recuperar, en las explicaciones que se construyen, la visión que los actores mismos tienen sobre sus prácticas, esto es, sus descripciones, explicaciones, justificaciones y, también, la intención de tener en cuenta, en lo posible, las condiciones no necesariamente de índole didáctica, que influyen en alguna medida, el trabajo del profesor, por ejemplo, tiempos disponibles, presiones de otros actores, entre otros.

De igual manera, el presente trabajo se inspira en las investigaciones que toman los procesos cotidianos en las aulas como materia de análisis y a partir de esa mirada aportan información útil para la comprensión de diversas dimensiones del quehacer educativo (Rockwell, 1982; Rockwell y Mercado, 1999; Weiss, Block, Fuenlabrada, et al. 1996; Block, Moscoso, Ramírez, Solares 2007; Ezpeleta y

⁴Perrin-Glorian, Deblois y Robert (2008), en un estado de arte de las investigaciones realizadas sobre las prácticas de los maestros de matemáticas, mencionan que desde hace quince años se han multiplicado los estudios sobre lo que ocurre en el aula debido, principalmente, a las dificultades encontradas en los intentos de llevar al salón de clases innovaciones didácticas.

Weiss, 2006). Los hallazgos de los estudios cualitativos en las escuelas primarias han reportado un conocimiento profundo sobre la experiencia de los docentes, las decisiones que los maestros toman para llevar a cabo su trabajo, sus concepciones sobre su labor educativa, los alcances y limitaciones de las reformas educativas y los requerimientos y dificultades de las asignaturas. Los maestros construyen importantes conocimientos tácitos, o “saberes docentes” (Mercado, 1991, 1999, 2006) de muy distinta índole, para poder llevar a cabo su trabajo. Saber ser docente, dice Mercado (1991), implica apropiarse no sólo de contenidos y de teoría pedagógica, sino también de una cantidad de elementos más sutiles e implícitos en esos puntos donde se cruzan lo afectivo y lo social con el trabajo intelectual.

Procuramos en todo momento comprender las decisiones que la maestra toma, con base en las restricciones y condiciones en las que trabaja. Para este propósito, nos apoyamos tanto en estudios de corte etnográfico sobre la práctica docente, como en algunas herramientas características de dichos estudios, tales como la observación, la entrevista y los registros detallados de cada sesión.

Para dar cuenta de las prácticas de enseñanza en una primaria multigrado unitaria, el enfoque etnográfico estuvo presente en los distintos momentos de la investigación: durante la observación, grabación y transcripción de las clases de matemáticas, así como en el análisis de las mismas. Los registros se hicieron a detalle para recuperar las consignas, las formas de organizar las actividades, las ayudas, y también, las interacciones entre los alumnos, así como, en lo posible, sus maneras de resolver las tareas.

Preguntas de investigación

Las preguntas que guiaron nuestra investigación, se enfocan por un lado, al trabajo de la maestra, la planeación y gestión de sus clases, tipos de ayuda que ofrece a sus alumnos, y por otra parte, al trabajo de los niños, las interacciones y ayudas entre ellos y a los problemas que tiene los niños con los contenidos matemáticos abordados durante las clases.

- La planeación de la clase
 - a. ¿Qué contenidos selecciona y cómo los organiza en cada ciclo o grado?
¿Cuáles son los criterios que toma para esta elección?
 - b. ¿Qué organización elige para cada ciclo o grado? (trabajo individual, trabajo grupal o por equipo,) ¿Qué criterios toma para esta organización?

- c. ¿Qué características didácticas tienen las situaciones preparadas? Especialmente, ¿qué aspectos del contenido matemático entran en juego y qué actividad del alumno propician?
- d. ¿Qué fuentes utiliza para desarrollar las situaciones? ¿En qué medida las diseña o las retoma de alguna fuente?
- Las situaciones didácticas llevadas a cabo en clase
 - a. ¿Qué cambios hace en relación con lo planeado? ¿A qué se deben estos cambios?
 - b. ¿Cómo es la interacción de los alumnos con el saber matemático, con los compañeros, con el maestro?
 - c. ¿Cómo son las ayudas que la maestra ofrece a los niños?

Recursos metodológicos

En este apartado describo en primer lugar el trabajo de campo realizado en el proyecto en el que se inscribe mi tesis, y en el cual participé desde un inicio, y especifico en seguida aquello de lo cual soy responsable para el desarrollo de la presente tesis.

Las observaciones de las clases se llevaron a cabo durante tres semanas en dos comunidades del estado de Hidalgo. A finales de marzo y principios de abril de 2011 visitamos dos escuelas multigrado. Una de las primarias fue una escuela tridocente, en ella hicimos tres observaciones del primer ciclo durante una semana; la segunda primaria fue una escuela unitaria, ahí realizamos seis observaciones en un período de dos semanas. Debido a la cantidad del material y al interés que despertaron en el equipo las características, dificultades y riquezas de la escuela unitaria, acotamos nuestro análisis a esta última. Dejamos para trabajos posteriores el análisis de las clases en la escuela tridocente.

Posterior al trabajo de campo, nos dimos a la tarea de hacer las transcripciones de las clases, a partir de las notas, los videos y los audios que entre todos recolectamos. Una colega del equipo hizo los registros generales de cada clase, mientras otras detallamos el registro por ciclos.

Aunque tratamos de mirar las interacciones de todos los grados, desde la etapa de recolección de datos tuvimos la necesidad de dividir el trabajo: usamos la estrategia de seguir un ciclo en particular. Cada una ha hecho el análisis del ciclo

que observó⁵, y posteriormente en las reuniones, compartimos, revisamos, discutimos y complementamos los análisis.

Me correspondió analizar las clases de matemáticas siguiendo a los niños de tercer ciclo, es decir, de quinto y sexto grados, aunque, como es de esperarse el análisis también involucra a los niños de otros grados en función de las interacciones que establecen con los primeros.

Cabe precisar que en el análisis que aquí presento habrá una parte destinada a la organización de la clase multigrado considerando los tres ciclos⁶ y, en otros apartados profundizaré en el tercer ciclo.

Si bien toda investigación es un producto social y en la voz del estudiante o investigador hay múltiples voces, referencias y experiencias de otros, deseo advertir al lector que dadas las condiciones del trabajo en equipo, hablar en plural adquiere un significado especial en esta tesis. Uso el “nosotros” mayoritariamente pues el análisis en muchos aspectos es producto, como ya mencioné, del trabajo en equipo; hablo en primera persona, cuando hago referencia a observaciones o comentarios, que son resultado de un análisis más personal, producto del énfasis en mis observaciones y reflexiones sobre el trabajo del tercer ciclo. No está demás decir que asumo todo lo escrito y deslindo de cualquier error al “equipo multigrado”.

La escuela elegida y la maestra

A continuación explicaré los criterios con los cuáles escogimos a la maestra con la que finalmente se hizo el trabajo de campo. Describiré, someramente, los antecedentes profesionales y académicos de la maestra.

- La maestra Vero

La maestra Vero tenía 30 años de edad al momento del estudio y aproximadamente ocho años de experiencia en multigrado. Estudió la Normal Superior y la Licenciatura en Formación Cívica y ética a nivel secundaria. Una tía suya, docente en una primaria, le ofreció cubrir un interinato de tres meses para dar clases en una primaria de organización completa; cuando éste finalizó le hicieron la propuesta de cubrir otro interinato, esta vez, de un año. Durante ese período concluyó sus estudios en la Normal Superior. Cuando terminó el segundo interinato, la

⁵Debido a la necesidad de dar seguimiento a la labor de la maestra no siempre fue posible para todas enfocarnos al ciclo que teníamos planeado observar, en particular faltó registrar algunos procedimientos de segundo ciclo. En compensación a eso tuvimos un registro detallado de la actividad de la maestra pues un miembro del equipo se encargó de seguirla.

⁶Sobre todo en el apartado de planeación y en la actividad inicial de cálculo mental “Los globos”.

supervisora de la zona escolar le ofreció su puesto actual. En palabras de la maestra la supervisora le dijo “oye, qué crees Vero, pues ya se terminó tu interinato, pero cómo ves, la escuela que tengo allá (...) se va a quedar sin maestro, nadie quiere estar por allá porque es escuela unitaria. Todos piden su cambio, y el último maestro que llegó, pues él renunció y dijo que, que no” (PE2803)⁷. La maestra aceptó el reto de trabajar en una escuela unitaria ubicada en un municipio del estado de Hidalgo y ha laborado ahí desde 2003-2011.

El primer año en esa escuela unitaria, la maestra conoció al equipo de la Secretaría de Educación Pública (SEP) que en ese momento realizaba la fase experimental de la Propuesta Educativa Multigrado 2005 (PEM 2005).⁸ Este equipo trabajaba bajo la coordinación de Cenobio Popoca⁹, quien atendiendo a nuestra solicitud de ponernos en contacto con una maestra destacada por su labor, experiencia y que estuviera de acuerdo en participar en el estudio, nos presentó a la maestra Vero.

La maestra Vero, además de su participación en el pilotaje de la PEM 2005, coordinó un documento de adecuaciones curriculares para multigrado con base en los Programas 2009 que los maestros del Sector 02 de Hidalgo elaboraron. Este fue uno de los factores que nos llevó a considerarla como una maestra destacada.

Otros elementos en la preparación de la maestra eran: sus estudios de licenciatura en educación primaria en la Universidad Pedagógica Nacional. La maestra hablaba de la necesidad estudiar esta carrera “porque en realidad no tenía una formación específica en matemáticas, en español, en ciencias (...) tengo más conocimiento, en formación cívica y ética, que es donde tenía la especialidad” (PE2803); su colaboración en un grupo de profesores multigrado que están interesados en compartir sus experiencias y para ello estaban preparando una página de internet; también estaba elaborando un documento con Cenobio Popoca sobre la enseñanza de la lengua escrita. Es una maestra joven muy activa que busca continuamente estrategias que le faciliten o enriquezcan su trabajo.

- **La comunidad y sus niños**

Durante las entrevistas no indagamos mucho en la relación de la maestra con la comunidad, sin embargo, en charlas con ella, relataba problemáticas de sus

⁷Para ver la nomenclatura de las claves que aparecen al final de las fuentes primarias consultar Anexo A.

⁸ Antes de ese encuentro la maestra narra sus dificultades para atender a los niños de todos los grados, hablaremos más sobre esto en el capítulo 2.

⁹El equipo se integró a inicios del 2002 con María Cabello, Alma Cuervo, María Estrada, Martha Saucedo y María Reyes (Weiss y Taboada, 2007).

alumnos relacionadas con su familia, su condición económica o con problemas de salud. En ocasiones la maestra intervenía y ayudaba a los niños y a sus familias con los medios a su alcance, demostrando una relación estrecha con ellos. Incluso comentó que los abuelos de tres de sus alumnos, que son hermanitos, cambiaron a sus hijos a su escuela, a pesar de la lejanía de su comunidad, pues consideraban que en la escuela multigrado, eran mejor atendidos.

Sobre la carga de trabajo que representa para los maestros de escuela multigrado fungir como maestros y directores, la maestra habló del “doble turno” que este trabajo representa, aunque ella procuraba realizarlo fuera del horario de clase.

Yo les hago siempre la broma, ¿no?, en la escuela unitaria uno es conserje, directora, secretaria, maestra, consejera, apapachadora de niños, niñera y demás, ¿no? Sí, uno tiene que hacer todo, pero yo procuro, pues todo ese trabajo administrativo es trabajo para la casa, igual que las planeaciones, ¿no? entonces, yo le digo a mi mamá “ya llegué de la escuela pero voy por mi siguiente turno”.
(PE2803)

Cuando comenzó a trabajar en la escuela unitaria la maestra no conocía el trabajo en multigrado, narraba las complicaciones que enfrentó, pero se sentía responsable de su labor y tenía una especie de contrato no escrito con sus alumnos; frente a la opción de cambiarse a una escuela tridocente, más cercana a su domicilio, ella se negó “[no se fue a la otra escuela] porque tengo muchos compromisos con los niños, yo no puedo dejarlos así, o sea, estamos empezando a construir algo, yo no puedo dejarlos a la mitad del camino”(PE2803). La escuela multigrado, para la maestra Vero, dista de ser un lugar de paso en su carrera laboral.

Su grupo, al momento de la observación, tenía un total de veinticuatro alumnos, con por lo menos un niño en cada grado (Ver Tabla 1). Cuando le preguntamos a la maestra si había un grado particularmente difícil, contestó que primero, ya que en preescolar no trabajaron mucho los números y la atención que demandan es “más específica y más cercana y eso requiere tiempo.”(PE2803) Como veremos en nuestro estudio, la maestra hacía lo posible por organizar y repartir su tiempo para los niños de los seis grados.

Tabla 1

Oyentes	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto	Sexto
---------	---------	---------	---------	--------	--------	-------

Luis	Marisol, Erick, Juan, Irene, Tomás, Lupita, Ángel	Bere, Christian, Aylen, José, Armando	Fernando, Crystal, Sergio Manuel Mario	Verónica, Javier	Beto	Ubín, Yadi, Yesi
1	7	5	5	2	1	3

Así, la maestra Vero nos pareció una candidata ideal y dado que aceptó participar en el proyecto, no lo pensamos más.

Capítulos que componen la tesis

La tesis se compone de dos capítulos, el primero trata sobre la planeación de la maestra y el segundo se enfoca al análisis de las clases de matemáticas.

En los dos capítulos presento fragmentos de las entrevistas y de los registros, y utilizo la simbología acordada con el equipo para tal efecto.¹⁰

En el primer capítulo nuestra intención es ofrecer un panorama del trabajo cotidiano que la maestra realiza para organizar las clases de matemáticas desde la planeación, para ello, preguntamos a la maestra en qué materiales se apoya, cómo selecciona el contenido, también presentamos un ejemplo de la adecuación curricular que la maestra hace en una de las clases. La maestra comentó los pasos que sigue cuando hace la planeación, como se apreciará en el capítulo, el tema común es el eje que articula las actividades de la clase y a partir de su elección desarrolla las actividades iniciales y por ciclo, el material concreto, las intenciones didácticas, los conocimientos y habilidades y la organización del grupo.

En el capítulo II se concentra la mayor parte del análisis. Presentamos la dinámica general de las clases de matemáticas observadas. Posteriormente ofrecemos el análisis de una actividad diseñada por la maestra que conjunta a los niños de los tres ciclos en equipos, destacamos algunas dificultades vislumbradas a través de un análisis previo de la actividad y luego presentamos el análisis de la actividad realizada, señalando la participación de los niños de cada ciclo.

La segunda parte del capítulo II consiste en el análisis de una secuencia de tres clases en las que los niños trabajaron con cuerpos geométricos y volumen. En

¹⁰ Simbología usada en los registros: “ “= cita textual, Ma= maestra, Aos =Alumnos(as), Ao= Alumno(a), subrayado= tono de voz alto, (.)=silencio corto, (...)= silencio largo, [= inicio de diálogo simultáneo, (texto entre paréntesis) = descripción de acciones no verbales. El número que acompaña el nombre de los alumnos Yadi-6, Beto-5, Armando-2, etc. indica el grado que cursa el niño, es decir, Yadi se ubica en sexto, Beto en quinto y Armando en segundo grado.

estas clases presentamos una serie de dificultades que los niños tuvieron con el contenido matemático.

La tercera parte del capítulo consiste en dos apartados que abordan aspectos transversales en todas las clases, el primero alude a las ayudas que la maestra ofrece durante la clase. En el segundo presentamos las interacciones y ayudas que ocurren entre los niños de tercer ciclo y el resto de sus compañeros.

Por último, en los comentarios finales destaco los principales hallazgos del trabajo así como algunas preguntas que quedan abiertas.

CAPÍTULO 1. PLANEACIÓN DE LAS CLASES DE MATEMÁTICAS: TEJER CURRÍCULO EN MULTIGRADO

La planeación de la maestra Vero es un recurso importante para el desarrollo de las actividades durante las clases de matemáticas. Es un material que en sí mismo permite apreciar la lógica del trabajo en un aula multigrado, pues deja ver muchas decisiones que la maestra toma antes y durante la clase.

La intención de este apartado es mostrar el proceso de planeación de las clases de matemáticas que la maestra desarrolla e integra a su labor cotidiana como docente. Mostramos los elementos que conforman la planeación y retomamos lo que la maestra explica sobre ellos.

La planeación se hace en distintas escalas de tiempo, sabemos que la maestra coordinó adecuaciones curriculares para el ciclo escolar 2010-2011, planteando en ellas una estructura anual para el trabajo en multigrado; también vimos una escala semanal durante las clases observadas ya que los ejes temáticos fueron abordados por la maestra semanalmente. Sin embargo aunque tenemos en cuenta los distintos niveles de planeación, en este apartado nos enfocamos a la planeación diaria de las clases de matemáticas.

Lo anterior lo hacemos desde la perspectiva del papel activo y de apropiación del maestro en su interacción con “los espacios, usos, prácticas y saberes (...) que pone en juego cotidianamente” en su trabajo (Rockwell y Ezpeleta, 1985: 7).

La planeación, es una de las prácticas cotidianas que ya han sido identificadas y analizadas por estudios desde la perspectiva etnográfica (Mercado, 2002; Arteaga, 2009)¹. El papel de la planeación en el desarrollo de las clases ha sido analizado también desde la perspectiva de la didáctica, en donde se analiza la problemática de la preparación de las clases y su respectiva gestión (Fregona y Orús, 2011). Compartimos la mirada de estos trabajos porque durante nuestras observaciones apreciamos la riqueza de recursos, conocimiento y experiencia de los que echa mano la maestra para organizar las actividades en la escuela unitaria.

1.1 La planeación: un recurso necesario, útil y compartido

La maestra escribe su planeación de matemáticas en un cuaderno que lleva diariamente a la escuela. Este cuaderno es conocido por los niños y durante la clase permanece en un lugar cerca de uno de los pizarrones al alcance de cualquier niño.

Ya hasta los niños saben, ¿no? “maestra, ¿verdad que ésa es su tarea?” Sí, ésta es mi tarea así que miren, bueno, así como ustedes hacen actividades aquí yo también tengo que hacer actividades previas para que ustedes puedan desarrollar lo que tienen que hacer. Y sí, alguna vez que fue la supervisora se le hacía muy curiosa esta cuestión de que un niño dijo, “maestra y ahora me toca continuar con el libro” pero (...) y ya él solito se acercó y vio en la planeación la página del libro que correspondía al tema. (EF0704)

Sin duda es un recurso muy funcional pues la dinámica de la clase estaba estructurada en la planeación. Por supuesto hubo cambios ya que la tarea de conducción de una clase implica enfrentar numerosos imprevistos, por lo cual exige la elaboración por el maestro de respuestas *in situ*, inmediatas, también caracterizadas como improvisaciones (Mercado, 2002). Por ejemplo, en una clase la maestra tiene programado que los niños de tercer ciclo usen el libro de quinto grado, “En equipos resuelvan pág. 128 y 129 de quinto. Copien las multiplicaciones pág. 130”. Los niños no encontraron el libro de quinto, entonces la maestra les puso otras operaciones, “van apuntar esas multiplicaciones y las van a resolver, son ejemplos parecidos a los que vienen en el libro de quinto y que eran las que tenían que resolver” (RG2803). Sin embargo, la mayoría de las actividades estuvieron descritas en la planeación.

El apoyo de la Propuesta Multigrado 2005

Uno de los principales retos a los que se enfrentan los maestros de escuelas multigrado es trabajar con materiales no diseñados expresamente para esta opción educativa. En la planeación de las clases la maestra tiene que manejar distintos y numerosos recursos: libros de texto, ficheros y libros de actividades de editoriales comerciales, la mayoría de ellos pensados para escuelas de organización unigrado. Esta situación se ha reportado en otros estudios como Ezpeleta y Weiss(2000: 299).

Cuando la maestra Vero habla sobre sus inicios en multigrado, narra un proceso de descubrimiento y complicaciones. Cuenta que al principio intentó retomar la forma de trabajo que los niños llevaban con el maestro anterior. Según lo que le dijeron los niños, en esa forma de trabajar cada grado hacía una actividad de distintas materias “entonces trabajábamos y con unos estaba en historia y con otros en ciencias y con otros en español y con otros en matemáticas al mismo tiempo pero yo dije no, es que no, ésta no es la forma (...) así me la pasaba corriendo de una fila a otra” (PE2803). Al enfrentarse a las necesidades particulares de

multigrado la maestra comenzó a buscar alternativas para hacer frente a la situación novedosa que planteaba para ella la organización de las clases en una escuela unitaria.

¿Y cómo le voy a hacer para trabajar con todos, no? Yo a veces en las noches pues no podía ni dormir así pensando, ¿de qué manera podemos arreglar esto para poder atender a todos?, porque sentía que no, que no sabía por dónde empezar. Entonces, pues ya después de eso empiezo a buscar formas de, de organizarnos, de que pudiera trabajar con todos los niños, de que pudiéramos avanzar en los contenidos, de que pudiéramos sí aprovechar el tiempo y entonces pues ya empiezo a encontrar lo que en ese momento era la fase experimental de la Propuesta Multigrado, del grupo que trabajó el maestro Cenobio. (PE2803)

La PEM 2005 es un material que se elaboró para las escuelas multigrado, por ello, es un referente para el trabajo en estas aulas.¹¹

La maestra participó en la fase de pilotaje cuando la PEM 2005 estaba en construcción, gracias a ello conoció la organización de las clases por tema común. Sobre esta forma de organizar las clases a través del tema común menciona “es que esto me viene a solucionar muchas cosas” (PE2803), la propuesta generó cambios en la organización del grupo y del trabajo.

Posteriormente en el proceso de pilotaje hubo otros aspectos de la PEM que se desarrollaron “se fueron sacando nuevas cosas acerca de la propuesta: estrategias, formas de organización del grupo y un poco más después, hasta después, las adecuaciones curriculares” (PE2803). La participación activa de la maestra durante este proceso de construcción le dio elementos valiosos para su trabajo.

En el ciclo escolar en el que hicimos las observaciones la PEM 2005 seguía ocupando un lugar importante en la planeación de la maestra, aunque los cambios en Planes y Programas de Estudio de 2009 y la circulación de nuevos libros de texto ocasionaron que no pudiera usarse totalmente¹². La maestra usaba la PEM 2005 para segundo ciclo, ella decía “en tercero y cuarto [grado] me sigo moviendo en la Propuesta Multigrado que es donde no se ha generalizado la reforma”.

La PEM 2005 hace referencia a las lecciones de los libros de texto y se basa

¹¹El proceso de elaboración de la PEM 2005 estuvo precedido por un diagnóstico en diferentes escuelas multigrado y “se recuperaron experiencias de entidades como Veracruz, Guanajuato, Hidalgo, Durango y Michoacán” (Weiss y Taboada, 2007: 35, 37). Una de los modelos que lo inspiró fue el de los manuales de *Dialogar y Descubrir* de Cursos Comunitarios.

¹²La Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB) engloba los cambios de los planes y programas de estudio establecidos en 2009 en el Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012, y en el Programa Sectorial de Educación 2007-2012 (Prosedu).

en los planes y programas de estudio anteriores a la reforma, sin embargo, las recomendaciones, estrategias y planificación de las clases a través del tema común, la organización por ciclos y las actividades diferenciadas pueden ser aplicadas para primer y tercer ciclo. Muestra de ello es la adecuación curricular en donde participó como coordinadora la maestra Vero. Este material es una adaptación para multigrado del plan de estudios de 2009 y está hecho siguiendo el modelo de la PEM. En la adecuación participaron maestros de escuelas multigrado del Sector 02 de Tulancingo. Los maestros que realizaron estas adecuaciones escriben en la introducción del documento que para su trabajo un referente central fue la PEM 2005“Los aspectos metodológicos considerados durante la estructuración de las adecuaciones curriculares de la PEM05 fueron retomados como guía en la estructuración de estas Adecuaciones elaboradas por los maestros multigrado del Sector” (ACSector02). Este trabajo inspirado en la propuesta, señala la importancia de la PEM 2005 como material que puede orientar y ofrecer una estructura para la planeación en las escuelas multigrado.

En la PEM 2005“la estrategia de planeación que se propone consiste en trabajar con un tema común para todo el grupo, asignando actividades diferenciadas por ciclo y/o grado y, aprovechar el lenguaje (expresión oral, lectura y escritura) como eje transversal en cada asignatura” (SEP, 2005: 86). En la planeación de las clases de matemáticas de la maestra Vero está presente esta estrategia.¹³

De forma general, en el proceso de planeación de la maestra Vero se distinguen los siguientes elementos:

- a) Selección del contenido común
- b) Selección de actividades y materiales (material concreto, libros, actividades del fichero, etc.)
- c) Establecimiento de intenciones didácticas
- d) Actividad de inicio común para los tres ciclos
- e) Actividad por ciclos

Estos elementos que conforman la estructura de la PEM 2005 para la organización de las clases en las escuelas multigrado, forman parte de la planeación diaria de la maestra.

¹³Sólo en uno de los días de planeación hace referencia al uso de lenguaje(expresión oral, lectura y escritura) de manera explícita.

1.2 Pasos de planeación

A través de las entrevistas fue posible conocer de la voz de la maestra cómo concibe el proceso de planeación, qué elementos destaca y qué lógica sigue para elaborarla. La maestra reiteró una secuencia de pasos, mismos que a continuación ilustramos con ejemplos tomados de su cuaderno de planeación.

1.2.1 Seleccionar el contenido

En la elaboración de la planeación el primer elemento es la selección del contenido:

Lo primero que yo hago cuando voy a determinar cuál es la planeación es checar la adecuación que hicimos o directamente en los programas de estudio para cada grado, entonces, por ejemplo, determino cuál ya va a ser el contenido que vamos a abordar. (EF0704)

Además de la adecuación curricular que coordinó la maestra, un referente base para el contenido de la planeación fueron los programas de estudio de los seis grados. Otra estrategia que la maestra usa para organizar la clase es revisar los programas para quinto y sexto, analiza las similitudes que hay entre lo propuesto para esos grados y revisa en los programas de los grados menores qué contenidos puede abordar, es decir, buscar los contenidos para primer y segundo ciclo tomando como base tercer ciclo. También señala que puede hacer el proceso inverso yendo del primer ciclo al tercero. Este es un ejercicio de articulación de los contenidos.

Algunos temas comunes que la maestra trabajó durante las clases fueron: en la primera semana, solución de problemas matemáticos, estrategias de cálculo mental; en la segunda semana, clasificación de cuerpos geométricos y volumen de prismas, en la segunda semana. La enunciación del tema es muy general y está dirigida a todos los ciclos, en ella describe a grandes rasgos las actividades y conocimientos que los niños debían desarrollar.

1.2.2 Selección de actividades y materiales (material concreto, libros, actividades del fichero, etc.)

Una vez definido el contenido, la maestra decidía qué actividades eran pertinentes para cada grado o ciclo, hacía un trabajo de selección usando diferentes

materiales, la mayoría de ellos elaborados para escuelas unigrado.

- Ficheros de matemáticas. La maestra comentó “recorro a la fichas, a los ficheros de matemáticas del 93 que proponían un poco así como más de actividades que me permitían construirlo” (PE2803). En ocasiones hacía modificaciones a las mismas para trabajarlas con los niños.¹⁴
- Libros de texto de los seis grados. Los libros de texto fueron mencionados en la planeación la mayoría de las clases que presenciamos. En una clase la maestra añadió preguntas a las que el libro hacía. Usa los libros “para (...) poder ir enlazando y buscar actividades que tengan que ver con este contenido [el que trabajan en determinada clase] y que puedan enlazarse para la temática común”. (PE2803)
- Hojas de actividades y otros materiales como revistas y libros. La maestra no especificó cuáles usó en concreto, pero en las clases se apoyó en hojas de actividades que lleva fotocopiadas, las ocupó mayoritariamente con los niños de primer ciclo.

Tomando como base el contenido que abordaría durante la clase, la maestra hacía una búsqueda de las actividades en los materiales descritos, esto constituía el siguiente paso en la planeación.

Comienzo a buscar en diferentes materiales cuáles podrían ser las actividades que me ayudarían a lograr este contenido, entonces comienzo a revisar dentro de los libros de texto, dentro de los ficheros de matemáticas o en algún otro material que aborde el tema aunque no sea proporcionado por la SEP. (EF0704)

El conocimiento de diferentes materiales permitía a la maestra contar con alternativas para diseñar la clase, los libros que usó no se limitan a los ofrecidos por la SEP. Algunos de los materiales que la maestra tenía anotados a lo largo de las clases fueron, “Fichero matemáticas 3º, Libros de texto 1º pág. 129 y 130,131, Fichero 5º *Ficha 15 Cálculos mentales para tercer ciclo*, Libro de texto 6º pág. 58 y 59, Hoja de actividades por ciclo” (RG2903) .

También se anotan como materiales los objetos concretos que los niños manipularían durante la clase, por ejemplo, “piedritas o semillas y tapas para primer ciclo, dados (azul, rojo y amarillo), cuadrados, rectángulos y triángulos de papel” (RG3103). En las actividades por ciclo se especifica cómo se usarán los materiales.

¹⁴Los ficheros que usa son los editados por la SEP a partir de la Reforma de 1993.

1.2.3 Intenciones didácticas

En las intenciones didácticas hubo una enunciación breve de las tareas que los niños de cada ciclo debían hacer, por ejemplo, en la primera clase que observamos las intenciones didácticas fueron: “que los alumnos resuelvan problemas matemáticos de suma, resta, multiplicación de enteros y decimales utilizando procedimientos convencionales y no convencionales” (RG2803). Todos los niños resolvieron problemas matemáticos pero las operaciones involucradas y el conjunto de números (naturales o decimales) para trabajar variaron de un ciclo a otro.

Por ejemplo, mientras los niños de primer grado trabajaron con sumas de una o dos cifras, los niños de tercer ciclo resolvieron multiplicaciones que involucran decimales y fracciones. Lo mismo ocurrió en la segunda clase en donde las intenciones didácticas fueron: “que los alumnos desarrollen recursos de cálculo mental para determinar el resultado de sumas, sustracción y multiplicaciones” (RG2903). Nuevamente se partió de los primeros números naturales para primer ciclo, a números decimales para tercer ciclo.

1.2.4 Conocimientos y habilidades por ciclo

Este elemento estuvo presente en la planeación de todas las clases. A veces se hicieron distinciones entre lo que se espera para los niños de acuerdo a su grado, pero en la mayoría de las planeaciones los conocimientos y habilidades se trabajaron por ciclo.

1.2.5 Actividad inicial

La actividad inicial estaba pensada como una introducción al tema común dirigida a todos los ciclos. Identificamos dos propósitos fundamentales en esta actividad.

a) La maestra buscaba contextualizar el tema del día: “Platicar con los alumnos acerca de la importancia del cálculo mental, en qué consiste, para qué sirve, por qué resulta útil. Indicar que el objetivo de esta clase es que desarrollemos estrategias de cálculo mental que nos permitan realizar operaciones de manera rápida y sin necesidad de escribirlas” (RG2903)

b) Repasar los temas de las clases anteriores: “hacer un repaso de lo estudiado la sesión anterior. Nombres de los cuerpos geométricos, características.”

(RG0504)

En una clase la actividad inicial consistió en organizar equipos con los niños de todos los ciclos y resolver operaciones: “pegar en el pizarrón globos con operaciones; en la columna uno se encontrarán las operaciones para primer ciclo; en la segunda, para segundo ciclo, y en la tercera para tercer ciclo” (RG0404), ésta actividad la diseñó la maestra y describiremos sus características, logros y problemas en el siguiente capítulo.

1.2.6 Actividades por ciclo

Después de seleccionar el tema la maestra hace ajustes para desarrollar las actividades, en esta parte debía definir si se realizarían por ciclo o por grado. Por ejemplo, durante la segunda semana los temas centrales durante las tres clases fueron los cuerpos geométricos y volumen de prismas. Para trabajar estos temas, en la última clase, con los niños de tercer ciclo, la maestra hizo extensivo un contenido de un grado mayor (sexto), a otro menor (quinto), “para que lo puedan trabajar ambos” (EF0704). Esta forma de trabajo se ha documentado en otras investigaciones (Arteaga, 2009).

Para segundo ciclo, también se buscó el contenido relacionado y “entonces ya vamos formando una temática común”. Para primer ciclo vemos que a falta de un contenido que “tenga que ver directamente con el volumen” la maestra tomó otro tema, estrechamente relacionado con las actividades de los otros ciclos: comparación de cuerpos.

A continuación presento orientaciones didácticas que plantean los Programas de la SEP de 2009 y la actividad que la maestra escribió en la planeación relaciono ambas con el fin de mostrar brevemente parte del trabajo curricular que hace la maestra.¹⁵

- Adecuación curricular para primer ciclo

En su cuaderno de planeación las actividades están escritas como en la última columna de las tablas.¹⁶

¹⁵ Digo brevemente, porque no hago un análisis exhaustivo de los materiales que la maestra usó para la planeación de ese día.

¹⁶ Las actividades escritas en la planeación y las que la maestra puso en las láminas que pega en el salón para que los niños las copien presentaron algunas modificaciones.

Primer ciclo		
Grado	Orientaciones didácticas en el Programa de Primer y Segundo Grado.	Actividad en la planeación para primer ciclo
1°	“Con recipientes de diferentes formas y tamaños, anticipar cuántas veces entrará una unidad arbitraria, luego verificar con varios ejemplares de la unidad vaciando o llenando los recipientes (...) Comparar recipientes y medir para verificar. Por ejemplo, el balde es “más grande” que el bidón. Se podría verificar trasvasando de un recipiente a otro, pero ahora se exige el uso de unidades más pequeñas que esos recipientes. Se pide que verifiquen la anticipación y registren.”(SEP, 2009a:109)	Organizados en equipos como la sesión anterior. Cada equipo tendrá una cubeta con arena y los recipientes que trajeron los alumnos junto a otros que no sean recipientes. Por turnos seleccionar cuáles pueden llenar de arena. Expliquen por qué no utilizaron todos los objetos. -Seleccionar dos recipientes con diferente forma y escriban. ¿A cuál creen que le cabe más arena?
2°	“Comparar a ojo la capacidad de dos recipientes de forma muy distinta, anticipar y verificar por trasvasamiento primero y luego vertiendo el contenido de una unidad. Estimar cuántas veces cabe la capacidad de un recipiente (considerado como unidad) en otro, verificar vertiendo la unidad.”(SEP, 2009b:117)	¿Cómo lo saben? ¿Cómo pueden comprobar que efectivamente le cabe más?

La verificación con el uso de recipientes de diferentes formas y capacidades es un tema que se trabaja para los dos grados en cuestión. La segunda parte de la actividad intenta encaminar a los niños a la verificación de sus estimaciones, el contenido se presta para que los niños de ambos grados puedan trabajarlo.

- Adecuación curricular para segundo ciclo

Segundo ciclo		
Grado	Orientaciones didácticas en los Programas de Primer y Segundo Grado.	Actividad en la planeación para segundo ciclo
3°	“ahora se trata de introducir otras unidades, adecuadas a las cantidades a medir (...) Buscar en cajas de medicamentos, dosificadores, envases, vasos graduados, etcétera, la indicación de la capacidad.”(SEP, 2009c: 97)	Reunidos en equipos como la sesión anterior realicen las sig. actividades. Tomen las tres cajas que han traído a clase, obsérvenlas y respondan ¿A qué caja creen que le cabe más volumen? -Comprueben su respuesta viendo

4°	En el programa para 4° no hay una referencia explícita al tema de volumen. Se trabaja con cuerpos geométricos para identificar sus características, vértices, caras aristas.(SEP, 2009c: 88, 95)	<p>cuántos cubos le caben a la caja. -Ordenen las cajas de menor a mayor volumen, utilicen los cubos para verificar. Registren los resultados en una tabla como la siguiente. Volumen que le cabe a la caja</p> <table data-bbox="949 465 1228 537"> <tr> <td>Caja chica</td> <td>Caja Med.</td> <td>Caja Gran.</td> </tr> </table> <p>¿A cuál caja le cabe mayor volumen? ¿A cuál le cabe menor volumen? ¿Cuál es la diferencia entre la más chica y la más grande? -Construyan dos cuerpos diferentes con 15 cubos cada uno y dibújenlos ¿Los cuerpos que tienen igual volumen deben tener la misma forma?</p>	Caja chica	Caja Med.	Caja Gran.
Caja chica	Caja Med.	Caja Gran.			

En tercer grado se hace énfasis en que el niño distinga las caras, vértices y aristas en los cuerpos geométricos y reconozca las relaciones entre unidades estándares de peso y capacidad (SEP, 2009c: 79, 97). En cuarto grado se profundiza en estos temas, explorando los cuerpos geométricos para analizar diferentes propiedades, además se hace el conteo de los vértices, caras y aristas para distinguir cuerpos geométricos (SEP, 2009d: 85). Aunque estos temas se relacionan con la actividad, en los programas para cuarto no se menciona el volumen como contenido.

Por otra parte, la actividad propuesta por la maestra para este ciclo es una extensión de lo que trabajan los niños de primer ciclo: estimaciones sobre el volumen de las cajas, verificación de resultados y registro de datos, dibujar los cuerpos del mismo volumen y diferente forma y deducciones sobre la forma y volumen de los cuerpos.

- Adecuación curricular para tercer ciclo

Tercer ciclo		
Grado	Orientaciones didácticas en el Programa de Quinto y Sexto Grado	Actividad en la planeación para tercer ciclo

5°	"Comparar el volumen de cuerpos por distintos medios: directamente o a través de una unidad. Con varios ejemplares de unidades, construir cuerpos con diferentes propiedades (inclusive diferente superficie total) y volumen equivalente."(SEP, 2009e:110)	Reunidos en parejas realicen las siguientes actividades: Observen los prismas que se encuentran en la página 152 del libro de 6° y respondan. ¿Cuál prisma tiene mayor volumen?
6°	"Se puede iniciar con dibujos de prismas en los que se distinguen todas las unidades que forman algunas caras, poco a poco se va quitando información hasta indicar únicamente las medidas, largo, ancho y altura" (SEP, 2009f : 110)	-Si al prisma C se le agregaran el doble de cubos de los que tiene ¿Cuál sería su volumen? Resolver las actividades de las páginas 152 y 153 del libro de matemáticas de 6° y el problema de la página 154.

En quinto grado el trabajo se enfoca en la comparación de volumen y el uso de una unidad para verificar. Como la maestra menciona en la entrevista, aquí se hace extensivo un contenido en el que se pretende "calcular el volumen de prismas mediante el conteo de las unidades que lo forman" usando secuencias de prismas en donde los primeros tienen la medida de sus dimensiones (largo, ancho, alto) y en los siguientes se va quitando información (SEP, 2009f: 110). Este es un ejemplo en el que Beto de quinto grado, trabaja un tema adelantado a su grado escolar.¹⁷

En el transcurso de la clase, luego de que los niños presentan algunas dificultades para hacer sus ejercicios, la maestra les recomienda usar cubos de plástico para crear físicamente los prismas que están dibujados en el libro, este contenido es de quinto grado, en él se establece construir cuerpos con distintas propiedades.

Como se puede ver, el trabajo de la maestra Vero no sólo se enfocó a buscar contenidos, como también lo documenta Arteaga (2009) su labor es una actividad que requiere de un proceso de selección y organización en el que adecúa los contenidos para hacerlos comunes, aun cuando en los programas no parecen estar relacionados.

Lo que la maestra dejó claro es que el eje articulador de los elementos de su planeación se ubica en el tema común (EF0705). A partir de él determinó la actividad inicial, las actividades por ciclo o grado y los materiales que usarán. Varias de las actividades sobre cuerpos geométricos y volumen que planteó la maestra no están especificadas en los programas, sin embargo, algunas de ellas son adecuadas para el ciclo escolar y le permitieron, pese a su ausencia en los

¹⁷La página del libro de texto de sexto grado se puede consultar en el Anexo C.

programas, trabajar un mismo tema con los seis grados.

- **Organización del grupo.**

En todas las clases se promovió desde la planeación, alguna forma de trabajo. La forma de organización se especificó en las actividades para cada ciclo. Otras consideraciones como el conocimiento sobre las particularidades del grupo y sobre sus estudiantes fueron factores que influyeron en la elección de las actividades que desarrolló y en la organización del grupo. La maestra decidía si el trabajo se organizaría por grados, ciclos, o si se haría una actividad con el grupo completo. Por ejemplo, en la planeación de una de las clases la maestra diseñó una actividad inicial que consiste en la explicación de las propiedades de algunos cuerpos geométricos, en esta actividad agrupó a los niños de segundo y tercer ciclo. Este es un ejemplo que muestra que las actividades de matemáticas no solo se dirigen a los grados o a los ciclos. En el análisis de una actividad inicial se podrá apreciar otro ejemplo en el que se organizan equipos formados con alumnos de los tres niveles.

1.3 Procesos no escritos en la planeación

Existen elementos no escritos pero presentes al momento de hacer la planeación que sólo fue posible vislumbrar cuando preguntamos directamente a la maestra Vero, durante las entrevistas, cómo hacía su planeación.¹⁸

La elaboración de la planeación se inscribe en un proceso reflexivo que forma parte de las tareas cotidianas de la maestra Vero(Mercado, 2002), en él se localizan los elementos que la maestra organiza incluso antes de escribir la planeación. A continuación describo algunos elementos de este tipo.

1.3.1 Selección del material concreto

Hay conocimientos previos acerca del material “que tiene a la mano” y de cómo lo organiza para hacerlo funcional durante la clase.

Entonces en mi mente ya tengo clasificados cuál me sirve para cada cosa por ejemplo, ahora que veíamos lo de volumen, pues tenemos nuestra caja del sistema numérico en cubos, ¿no?, ah

¹⁸Sabemos que durante su trabajo, antes durante y después de la clase existen estos momentos reflexivos, en esta parte del texto queremos resaltar los que acontecen en la proceso de planeación.

bueno, nos puede servir este material en este momento y entonces es cuando digo “ah bueno, lo vamos a trabajar a partir de esto” y ya lo incluyo dentro de la planeación porque son recursos que tenemos a la mano, pero pues sí ya es antes cómo revisar qué es lo que tenemos y para qué nos puede servir o qué utilidad le podemos dar.(EF0705)

Cuando la maestra dice que tiene clasificados en su mente los materiales que puede usar, deja ver que existen procesos no escritos que están presentes durante todas sus actividades. Ella usa los conocimientos que ha ido elaborando a través de su práctica docente. En una especie de rompecabezas, unía las piezas que le hacían falta para organizar las clases; esto daba como resultado una estructura coherente y funcional para su trabajo en multigrado.

En la planeación también hubo un despliegue de conocimientos y experiencias sobre los planes y programas para cada uno de los grados que se conjugó con el conocimiento sobre los materiales usados durante las clases, sobre el contenido matemático específico y sobre su tratamiento didáctico. En otras investigaciones se da cuenta de este trabajo ya que al tener niños de diferentes grados el maestro debe articular diferentes materiales y cumplir con el currículum diseñado para cada uno de ellos. (Little, 2005; Pridmore, 2007; Arteaga, 2009)

1.3.2 Tiempo asignado por actividad

Notamos que en la planeación escrita no se encontraba asignado un tiempo específico para el desarrollo de las actividades. La principal razón de esto, nos dice la maestra Vero, es que tenía en cuenta las contingencias que se podían presentar durante la clase. Cuestiones como la rapidez o demora en la resolución de los ejercicios, la dificultad o facilidad para abordar el contenido de cada niño influían en la asignación del tiempo para alguna tarea.

¿Qué tanto les dedico? Pues también se va dando en el momento en el que vamos realizando las actividades, dependiendo, a los que veo que lo pueden realizar de forma rápida o que no necesitan tanto mi atención ahí, pues los dejo como más libres ¿no?, sin estar ahí al pendiente de cómo van, qué están haciendo o cómo les resultó y entonces ahí, si veo que el contenido les está resultando complicado, entonces es a los que me dedico más tiempo pero digamos que es en el momento en el que yo estoy viendo cómo están desarrollando la actividad y si les está costando trabajo o no y entonces me dedico un poco más a ellos.(EF0704)

El tiempo fue otro elemento no escrito pero considerado antes y durante las

clases que le permitió a la maestra “improvisar” y hacer los cambios necesarios para la gestión de su clase. (Mercado, 2002)

Comentarios

La planeación de cualquier clase de matemáticas implica un proceso complejo, pero en las aulas multigrado lo es aún más debido a las condiciones desafiantes que el maestro debe encarar, por ejemplo, la necesidad de, en primer lugar, compaginar los contenidos para lograr un trabajo basado en temas comunes, o al menos cercanos.

La maestra habló del proceso de planeación como “un momento de concentración absoluta” (PE2803) que al ser realizado diariamente le permitía maniobrar sobre los temas y plantear estrategias, por ejemplo, el trabajo por separado con los niños a los que se les dificulta algún tema.

Como ocurre con muchos docentes (Arteaga, 2009; Bustos, 2007), la labor de la maestra Vero no se limitó al tiempo de clase “te llevas dos horas diarias, en la tarde, en estar seleccionando” (PE2803). La planeación diaria fue una prolongación de su trabajo en la escuela, además fue una herramienta fundamental para sus clases de matemáticas (y seguramente de todas las áreas), aun cuando, como ya mencionamos, las actividades realizadas en la clase variaron en mayor o menor medida con respecto a lo planeado, como vemos más adelante en los análisis de las clases realizadas.

Los comentarios de la maestra sobre la elaboración de la planeación permiten observar, que la PEM 2005 y la adecuación curricular en la que participó son referentes centrales en su trabajo. La maestra mencionó que las adecuaciones curriculares le dieron información sobre el tema común pero “todo lo demás hay que desarrollarlo, buscando en otras fuentes (...) también checando lo que propone el libro, de qué manera están diseñadas las situaciones, los ejercicios, cuál es el sentido que le están dando” (EF0704).

En la planeación encontramos los sedimentos de los años de experiencia de la maestra, vemos cómo incorporó los cambios de los programas y los materiales, además la planeación demanda cambios constantes, por ejemplo, en el caso de la maestra, atender las adecuaciones que plantea la RIEB.

Como ya mencionamos la planeación es un elemento importante por su funcionalidad, incluso la maestra menciona “el día que me vean llegar sin planeación [los niños] van a decir, esta maestra quién sabe qué le pasa, ¿no?, no sé, se fue de parranda o, hoy no quiso trabajar” (PE2803).

CAPÍTULO 2. LAS CLASES DE MATEMÁTICAS

En este capítulo ofrecemos el análisis de las clases de matemáticas que observamos. Comenzamos con una exposición breve sobre la dinámica común en una clase de matemáticas y señalamos los momentos que identificamos, tales como la actividad inicial, actividad por ciclos y atención individualizada, entre otros.

El análisis de las clases de matemáticas consta de dos apartados, en el primero presentamos una actividad en la que la maestra reúne por equipos a niños de diferentes ciclos y en el segundo analizamos tres clases sucesivas en donde los contenidos que se abordaron fueron volumen y cuerpos geométricos. En este último nos centramos en las actividades para tercer ciclo.

Finalmente presentamos las ayudas de la maestra destacamos sus características y posteriormente las interacciones y ayudas entre los niños.

2.1 Dinámica general de una clase de matemáticas

En este apartado describo los momentos que caracterizan las clases de matemáticas de la maestra Vero. La intención es ofrecer un panorama general que dé cuenta del trabajo de la maestra y de algunas relaciones que establece con los niños, que sirva como referencia para el análisis que presentamos en los siguientes apartados.

Tener una idea de cómo se desarrolla la clase puede contribuir a situar algunas de las interacciones, ayudas y decisiones que la maestra toma a lo largo de la clase de matemáticas.

2.1.1 Frecuencia y duración de las clases de matemáticas

La clase de matemáticas fue la primera materia que los niños estudiaban los lunes, martes y jueves de cada semana. Cada clase duró aproximadamente dos horas: la clase formal comienza aproximadamente a las 8:30 y para la mayoría de los niños terminaba a las 10:30 o a las 11:00 hrs. Para los niños que se retrasaban la clase se prolongaba hasta el recreo.

2.1.2 Momento previo al inicio de la clase de matemáticas

La maestra Vero recorría una vereda para llegar a la escuela, en el camino encontraba a algunos de sus alumnos. Ese encuentro no era casual, los niños

desde su casa, esperaban el momento de verla pasar para hablar con ella mientras caminaban juntos a la escuela.

La maestra Vero era la encargada de abrir la escuela, una vez que estaba en el salón preparaba el espacio para la clase, acomodaba las sillas con ayuda de los niños. Había una lógica en el acomodo de los lugares, la maestra los designaba dependiendo del grado “la idea por las filas es un poco para tenerlos en un mismo espacio y que entonces cuando yo les explique algo, pues pueda estar así como en esa dirección [la dirección en la que ellos están]” (PE2803). También influía la necesidad de orden y disciplina para dar la clase “hay la necesidad de que tuve que cambiarlos de sitio o porque allá platicaba mucho con la compañera o el compañero o acá jugaba mucho con el que estaba al lado o acá se estaban peleando” (PE2803)

Mientras pegaba las cartulinas con las actividades a realizar durante el día, hablaba con los niños acerca del acontecer cotidiano, era una charla informal que servía como preámbulo para la clase. En este momento, algunos niños le contaban cosas personales a la maestra, dejando ver una relación cercana. Otros niños jugaban fútbol en el patio de la escuela mientras iniciaba la clase.

Una vez que la mayoría de los niños llegaba al salón, más o menos a las 8:30 hrs., la maestra daba inicio a la clase formal, para ello acostumbraba pedir a los niños que tomaran su lugar, los saludaba, “buenos días a todos”, estas palabras eran el anuncio de que la clase había comenzado. Había un cambio en la atmósfera del grupo y los niños debían poner atención a las indicaciones de la maestra. Hubo clases en las que este saludo debía reiterarse varias veces para que todos los niños atiendan y estuvieran listos para trabajar.

2.1.3 Momento inicial, colectivo

Luego del saludo la maestra daba una explicación sobre el tema común que abordarían ese día, en la planeación marca este momento como “actividad inicial”. En la mayoría de las clases la actividad inicial consistió en una explicación sobre el tema del día, resaltaba su importancia, utilidad o relación con la vida cotidiana. Por ejemplo, al inicio de una clase dice “vamos a trabajar hoy el tema de cuerpos geométricos y vamos a ver que muchas de las figuras que nosotros utilizamos o vemos en la vida diaria son cuerpos geométricos” (RG0404). Hacía preguntas sobre el tema y buscaba la participación de los niños, por ejemplo, cuando la clase consistió en hacer operaciones, les pregunta “si vamos a la tienda, ¿qué cuentas tendremos que hacer para saber cuánto vamos a pagar si hemos comprado varios

artículos?”(RG2803). En este espacio también recordaban lo visto en clases anteriores, “bueno, ayer vimos los cuerpos geométricos, ¿recuerdan cómo se llama éste?”(RG0504). Finalmente, le servía para organizar al grupo “entonces aquí (señala la parte del salón en dónde está ubicada ella) quiero a todas esas personitas que nombré” (RB3103).

Mientras la maestra realizaba estas actividades los niños hacían distintas cosas, algunos ponían atención a las indicaciones, otros aún se encontraban alistándose para la clase, sacando su libreta y lápiz. Las diferentes reacciones dependían en cierta medida del grado de los niños. Encontré una diferencia significativa en cómo actuaban los niños de sexto con respecto al resto de sus compañeros, ya que mientras varios niños de grados menores permanecían atentos a la explicación y participaban respondiendo las preguntas que la maestra hacía, los niños de sexto sacaban su libreta y comenzaban a copiar los ejercicios de las láminas. Los demás niños copiaban los ejercicios posteriormente. Algunas veces, aunque era raro que esto ocurriera, la copia les llevaba toda la clase a algunos de ellos.

2.1.4 Actividad por grados o ciclos

Luego de la actividad inicial, la maestra explicaba los ejercicios por grado o ciclo, según correspondiera. Ella leía o explicaba con diferente nivel de detalle la actividad para cada ciclo, usualmente dedicaba más tiempo a los niños de primer ciclo. También aprovechaba para mostrarles cómo hacer algunos de los ejercicios resolviéndolos ella o pedía a algún niño que lo resolviera. Mientras la maestra explicaba la tarea al primer ciclo y luego al segundo, los de tercer ciclo copiaban sus ejercicios. Cuando llegaba el turno de tercer ciclo, acostumbraba pedir a alguno de los niños que leyera los ejercicios, luego ella les explicaba lo que deben hacer, si iban a trabajar en equipo o individualmente, si necesitaban algún material, etc.

A veces la maestra establecía condiciones para responder: de acuerdo a la dificultad del tema permitía o no la participación de todos los grados. Por ejemplo, si el ejercicio estaba pensado para los niños de primer ciclo, la maestra omitía las respuestas de los más grandes como si no las escuchara, pero si los más pequeños querían contestar una pregunta de un nivel superior, la maestra alentaba y escuchaba sus participaciones. Los niños de sexto rara vez intervenían dando respuestas fáciles para ellos, quizá los años de experiencia en el aula les habían enseñado a no intervenir aunque tuvieran la respuesta. Los niños de segundo ciclo lo hacían y en ocasiones esto interrumpía la dinámica con los niños más pequeños,

pues ellos tendían a repetir las respuestas que daban sus compañeros.

2.1.5 Atención individualizada

Desde que la maestra llegaba a la escuela entraba en una dinámica de trabajo continuo. A partir del inicio de la clase y conforme transcurría el tiempo, a los niños les surgían dudas sobre el trabajo que debían realizar. La mayoría de ellos acudía con la maestra en varias ocasiones durante la clase, la seguían por el salón hasta que conseguían llegar a ella para manifestar su duda o que les revisara su trabajo. Como veremos más adelante, existían diferentes tipos de ayudas brindadas por la maestra y solicitadas por los niños. Pero una constante fue la presencia de los niños de todos los grados alrededor de la maestra; otros niños la llaman desde su lugar “maestra, ¿puede venir?” Eran pocos los alumnos que no la buscaban. En general, ella acudía poco con los niños que no la llamaban, sin embargo, incluso en esos casos, al final de la clase iba con ellos a revisar su trabajo o se quedaba trabajando a su lado en el recreo.

Esta atención individualizada a veces provocaba que la maestra repitiera una misma indicación o resolviera la misma duda a varios niños por separado. Pero también, gracias a esto, la maestra detectaba problemas puntuales en las dificultades que tenían los niños para resolver algún ejercicio. El manejo del tiempo era complicado en el aula multigrado, la maestra se las arreglaba para atender a todos yendo de un lado a otro del salón y explicando diferentes actividades. Se ha identificado que los maestros de aulas multigrado suelen dedicar más tiempo a los niños de primer ciclo, sobre todo si estos constituyen grupos grandes (Mercado, 2006: 58). En nuestras observaciones también encontramos esto. De hecho cuando preguntamos a la maestra sobre qué grados eran particularmente difíciles, sin titubear ella contestó “primer grado”.

“[En preescolar] no trabajaron mucho en cuanto a los números, en cuanto a conocer (...) la adquisición de la lectura y la escritura (...)se supone que ya tendríamos que estar haciendo esto, pero cuando veo a los niños a lo mejor ni siquiera han adquirido la noción de número hasta la seriación que deberían de llevar,¹⁹ ¿no?, y entonces, otra vez es, regresarnos y retomar y volver a empezar en esa cuestión, eso es lo que me ha parecido complicado”(PE2803)

La maestra comentó que en ese ciclo escolar había muchos niños de

¹⁹ Se ha identificado que uno de los problemas más recurrentes en multigrado es la comprensión del valor posicional de los números. (Fuenlabrada y Weiss, 2006)

primero²⁰(ocho niños de un total de veinticuatro) y al entrar a la escuela “los chiquitos de primero eran como muy platicadores, muy juguetones” (PE2803). Estas son algunas condiciones que hacían que la maestra Vero dedicara más tiempo a los niños de este grado. Aunque probablemente, más allá de eso, la razón principal es su falta de autonomía para trabajar, empezando por la carencia de habilidad lectora.

Fue complicado durante la observación y el análisis tener una mirada global sobre el trabajo de los niños de segundo ciclo ya que durante el trabajo de campo, ninguna de las observadoras estuvimos dedicadas a seguir a los niños de este ciclo, como sí sucedió con los otros dos. Ubicamos a niños como Sergio-3 que continuamente acudía con la maestra para que le revisara su trabajo y casi siempre ofrecía su ayuda a Mario-3 o le daba las respuestas de los ejercicios. En este ciclo también estaba Manuel-4, un niño que no acudía con la maestra y al parecer, prefería trabajar en solitario.

Los niños de tercer ciclo no requerían la ayuda de la maestra con la misma frecuencia o intensidad que los más pequeños, pero Yadi y Ubín sí acostumbraban acudir con ella con cierta frecuencia.

2.1.6 La copia: respuesta a una necesidad de gestión, más que de aprendizaje

La copia es parte inherente de la dinámica que se ha establecido en las clases de matemáticas de esta escuela. Los niños de todos los grados debían copiar las instrucciones que la maestra llevaba preparadas en láminas. Dependiendo del grado, la copia en sí misma podía resultar un gran reto, por ejemplo, para los niños de primer grado, pues muchos de ellos todavía no sabían leer y dedicaban gran parte del tiempo a copiar los enunciados, incluso niños de otros grados podían tardar hasta una hora en copiar los ejercicios como ocurrió con Mario de tercer grado.

Los niños de tercer ciclo, luego del recorrido de más de cuatro o cinco años en la escuela multigrado, han aprendido a moverse en la dinámica del grupo. Por ejemplo, lo primero que los niños de sexto hacían al llegar al salón era sacar su

²⁰ Oficialmente una de las niñas estaba en tercer grado, pues en la escuela unigrado a la que asistía antes la habían aprobado sin tener los conocimientos necesarios. Sin embargo, al llegar a la escuela multigrado, dadas sus dificultades con diversos contenidos, trabajaba siempre con los niños de primero. Sobre esto la maestra comenta, “no ha adquirido todavía ni la lectura ni la escritura, ni en matemáticas, los números, le cuesta trabajo identificarlos. Entonces ahorita, bueno, pues sí ha sido una ventaja que la llevaran a la escuela (unitaria) porque tengo la posibilidad de recorrerla, aunque está en tercer grado inscrita, de recorrerla a las actividades de primero y que entonces, junto con los niños de primero, pueda realizar lo que le corresponde” (PE2803)

cuaderno de matemáticas y empezar a copiar los ejercicios de las láminas, hacer esto les permitía empezar cuanto antes los ejercicios y esto implicaba, entre otras cosas, salir a tiempo al recreo, pues la clase duraba aproximadamente dos horas. Por regla general los niños de sexto, a diferencia de los niños de otros ciclos, nunca se quedaron sin recreo.

Cuando preguntamos a la maestra sobre el papel de la copia durante las clases, compartió lo siguiente:

Es como para que tengan las actividades, pero al mismo tiempo para que tengan las actividades en el cuaderno, es como un espacio para mí, para que mientras unos están apuntando lo que tienen que hacer, pues pueda trabajar con los otros para explicarles cómo es el contenido o qué es lo que vamos a desarrollar, porque yo siento que si no, sería complicado en cierto momento. Podría darles hojas ¿no?, y a lo mejor hacerlo en computadora y a cada quien darle su hojita, pero en el tiempo en el que me esperan de una actividad a otra o que yo les pueda explicar a unos y luego a otros, pues si de por sí, así de repente se arma la revolución, entonces por eso (...)por eso es que trabajamos así con lo de la copia del pizarrón, un poco como medida para que estén trabajando eso, pero también para que tengan las actividades en el cuaderno y vayamos llevando ahí un registro de qué es lo que estamos haciendo (...) también he tratado de esa otra forma, hacerlo con fichas y ya traerlas impresas y demás, pero sí, entonces, todos quieren en el momento que les explique, o entonces unos ya están fastidiados en lo que hablo con otros y se empieza a hacer una revolución, entonces la idea también es ésa un poco, que están entreteniditos ahí escribiendo la actividad en lo que les explico a los demás, sí, pero así como un sustento didáctico no, no mucho, más bien es por esta cuestión. (EF0704)

La maestra usaba la copia como un recurso que le permitía organizar el tiempo, era la oportunidad que tenía para atender a los niños de los distintos grados porque mientras unos copiaban ella podía explicarle los ejercicios a otros, ya que los niños estaban acostumbrados a ir en numerosas ocasiones con la maestra una vez que empezaban a hacer su trabajo.

No obstante, en ciertas ocasiones sucedía lo contrario, la copia resultaba un factor de distracción. Como los niños de tercer ciclo tenían sistematizado llegar al salón de clases y copiar los enunciados de las láminas, en algunas ocasiones que la maestra requería que los niños atendieran la explicación que estaba dando en ese momento, esta actividad los distraía e impedía que pusieran atención. La

maestra les tenía que pedir que la copia la hicieran en otro momento y no siempre los niños hacían caso de la indicación.

Se puede argumentar el papel de la copia como recurso para el desarrollo de la práctica de la lectoescritura, pues indiscutiblemente los niños ejercitan algunas de estas habilidades durante la copia. Sin embargo, tomando en cuenta el tiempo que los niños dedican a ésta, surgen interrogantes sobre la creación de alternativas didácticas cuya función sea ayudar a la organización del tiempo para que la maestra atienda a los niños a la vez que enriquece el trabajo en el área de matemáticas. El hecho de que la maestra con su amplia experiencia y disposición a buscar alternativas, no haya encontrado una opción, hace pensar que ésta no ha de ser nada simple.

En la escuela tridocente que visitamos, una maestra que atendía a primer ciclo también habló sobre la organización del tiempo. Ahí observamos que la maestra había establecido un acuerdo con los niños: cuando alguno terminaba su trabajo iba por un rompecabezas y comenzaba a armarlo, una vez que lo terminaba, si aún había tiempo iba por otro rompecabezas. Esto permitía que los niños se mantuvieran ocupados, a los niños parecía gustarles armar los rompecabezas y permitía que la maestra atendiera a otros niños.

Sin duda imaginar actividades que enriquezcan el aprendizaje de los niños, con las cualidades que ya hemos mencionado: que permitan autonomía, sean retadoras e interesantes y que se puedan plantear en multigrado, constituye un gran reto, y uno no menor, su puesta en práctica.

2.1.7 Medidas disciplinarias de la maestra

Otra actividad que ocupaba una cantidad considerable de tiempo eran los llamados de atención durante la clase. La maestra debía estar pendiente de la dinámica del grupo y sus dificultades no sólo en términos de los contenidos, sino de los juegos, peleas, travesuras, y demás divertimentos o conflictos de los niños durante la clase. Aunque la maestra les llamó la atención a niños de todos los ciclos en algún momento, los niños de primer grado recibieron bastantes llamados de atención.

2.1.8 Tiempo extra para la clase

Hacia el final de las clases cuando la mayoría de los niños terminaba sus ejercicios, la maestra les indicaba que anotaran la tarea y pedía los cuadernos para hacer

revisiones puntuales sobre los ejercicios. Los libros y cuadernos de todos los niños se amontonaban en su escritorio.

Como se ha observado en las prácticas de otros maestros de multigrado (Mercado, 2006) para algunos niños la clase de matemáticas solía prolongarse abarcando la hora de recreo. La maestra dedicaba este tiempo para atender a los que no habían terminado las actividades; usualmente trabajaba con niños de primer y segundo ciclo, el único niño de tercer ciclo que se quedó trabajando a la hora del recreo fue Beto, pues los otros niños de este ciclo siempre conseguían terminar su trabajo antes.

La maestra mencionó en una de las entrevistas que la hora del recreo regularmente la usaba para revisar las actividades (en los cuadernos o los libros), sin embargo, en las dos semanas de observación dijo “no nos ha dado mucho tiempo porque le ha costado trabajo [a los niños] los contenidos que hemos trabajado” (EF070511). No tener un espacio entre clases debía ser bastante agotador para la maestra y para los niños que se tenían que quedar, sobretodo porque el recreo era el momento de la comida y de los juegos. La maestra mencionó que no era frecuente que los niños tuvieran que quedarse a la hora del recreo para terminar su trabajo.

Otro momento “extra” para trabajar con los niños fue el arraigo, un programa estatal que consiste en trabajar dos horas más, de 14:00 a 16:00 hrs., todos los días de la semana con algunos niños. La maestra hacía la selección con base en “los niños que están en posibilidad de reprobar y los que tienen más deficiencias”. En este espacio la maestra se concentraba en “buscar otras estrategias con las que se pueda reforzar” la enseñanza de los contenidos (PE2803).

Comentarios

Una característica sobresaliente de las clases fue la cantidad de interacciones observadas: la maestra iba de un lugar a otro atendiendo a varios niños a la vez, mientras corregía o revisaba algún ejercicio también se ocupaba de hacerle un llamado de atención a los niños que jugaban en lugar de trabajar. La maestra no sólo debía atender las dudas sobre el contenido, también tenía que ocuparse de las contingencias que inevitablemente surgían a lo largo de la jornada escolar: debía permanecer atenta ante los accidentes que eventualmente pudieran suceder, como la llegada de padres de familia o la inspectora. Estas habilidades, desarrolladas por maestros experimentados, han sido identificadas en mayor medida en primarias bidocentes o tridocentes (Mercado, 2002), la maestra de nuestro estudio mostró

pericia en este tipo de atención.

Por su parte los niños también realizaban diferentes acciones, jugaban, se ayudaban, competían, compartían, avisaban a la maestra cuando alguno de ellos estaba en problemas o haciendo travesuras, revivían disputas familiares en el salón de clase o también, retomando los lazos familiares, ayudaban a su primo o hermanito.

2.2 Una actividad matemática para los seis grados: “Los globos”

La creación de actividades matemáticas en donde participen de manera conjunta todos los grados es un reto. No sólo se debe adecuar el contenido a cada uno de los grados o ciclos, sino también se debe crear una dinámica que permita la integración y participación de todos los niños. Durante nuestras observaciones encontramos pocas actividades de este tipo. Si bien el énfasis en la planeación y realización de las clases siempre estuvo en la elección de un tema común, el trabajo tendía a organizarse por grados o ciclos, y una vez organizados así las actividades podían ser individuales o en equipo.

A continuación presentamos una actividad diseñada por la maestra que contrasta con el común de las clases. En ella juntó a los niños de todos los grados. La actividad se llevó a cabo durante la última clase de la primera semana de observación; el eje temático abordado fue *Sentido numérico y pensamiento algebraico*.

En la clase anterior los niños de segundo y tercer ciclo realizaron ejercicios de cálculo mental y los de primer ciclo practicaron sumas y restas. Para que los alumnos de segundo y tercer ciclo trabajaran el cálculo mental, la maestra les ofreció estrategias. En los ejercicios de esta clase también ofreció estrategias para que los niños calcularan. Adelante veremos algunas de ellas

A continuación describo en qué consistió la actividad, y presento algunas de sus características, posteriormente ofrezco el análisis de la actividad realizada durante la clase.

2.2.1 Presentación de la actividad

El ejercicio con los globos fue una actividad inicial diseñada por la maestra Vero, esto lo supimos al preguntarle de dónde había tomado la actividad. En su cuaderno de planeación se describe de la siguiente forma:

Actividad inicial

Pegar en el pizarrón globos con operaciones; en la columna 1 se encontrarán las operaciones para primer ciclo; en la 2da, para segundo ciclo, y en la tercera para 3er ciclo.

Organizar al grupo en 4 equipos de 6 integrantes; en cada equipo deberá haber alumnos de los 3 ciclos. Explicar que por turnos cada equipo elegirá un globo cambiando al representante de ciclo; romperá el globo y calcularán el resultado de la operación; si no lo logró, otro equipo tendrá la oportunidad de contestar. Ganará el equipo que más puntos gane. (RG3103)

Los conocimientos y habilidades en la planeación para los tres ciclos, fueron los siguientes (RG3103):

Conocimientos y habilidades		
Primer ciclo	Segundo ciclo	Tercer ciclo
Descomponer números de dos cifras como sumas de un sumando que repite y algo más.	Desarrollar estrategias para calcular mentalmente el resultado de sumas y restas de enteros.	Que los alumnos utilicen el cálculo mental para resolver diferentes situaciones

Para segundo y tercer ciclo el cálculo mental formaba parte de los conocimientos y habilidades que la maestra anotó en su planeación, mientras que en primer ciclo no hubo una referencia explícita al cálculo mental, se enfocó a la práctica de las sumas.

2.2.2 El cálculo mental en los programas de la SEP

En los programas de los seis grados de primaria el cálculo mental es un contenido recurrente. Para cada grado se detallan los conocimientos y habilidades que los maestros deben favorecer y se dan orientaciones didácticas. De acuerdo al grado escolar el trabajo se va complejizando, partiendo de la suma con números de un solo dígito para primero (SEP, 2009a: 101, 107), hasta el cálculo mental de fracciones y decimales, así como divisiones y multiplicaciones para los últimos grados (SEP, 2009e: 91, 98 y 109; SEP, 2009f: 87).

En particular, en segundo grado, hay muchas orientaciones didácticas diseñadas para que los niños desarrollen habilidades en el cálculo mental con la

mayoría de las operaciones (SEP, 2009b: 98, 105, 111, 116) usando números naturales de pocas cifras.

En diversas partes de los programas se habla de la importancia del cálculo mental, “enfaticar siempre que sea posible el cálculo mental” (SEP, 2009a: 101), o la necesidad de su manejo para dotar de herramientas que permitan al niño elegir el mejor recurso para resolver alguna operación (SEP, 2009b: 105). Por otra parte, el uso de cálculo mental y la estimación, están contemplados en los propósitos generales de la educación primaria.

2.2.3 Análisis previo de la actividad

Este ejercicio se trató de una actividad de cálculo mental que se revistió con un elemento lúdico: el globo, que le dio carácter de juego. Se estableció una competencia: ganaba el que lo hiciera bien, o mejor. El contenido que se trabajó fueron operaciones aritméticas. En la planeación la maestra no escribió los ejercicios específicos ni hubo ejemplos del tipo de operaciones, éstas se escribieron directamente en los papeles que contenían los globos.

La actividad estaba pensada para organizar equipos con niños de los tres ciclos. No hubo restricciones escritas para que respondieran de determinada forma las preguntas, así que en principio, si sólo atendían a la consigna, podrían hacer uso de los recursos que tenían a la mano para hacer las operaciones. Evidentemente, para que la actividad funcione debe establecerse un límite de tiempo para que se dé oportunidad a otros equipos de contestar en caso de que el equipo no conteste o lo haga de manera errónea, pero este límite no se especificó.

Tampoco anticipó cómo debían ser las ayudas que los niños se prestaban, pero sí mencionó “[el representante el equipo] romperá el globo y calculará el resultado de la operación” lo que puede interpretarse como que todos los niños de su equipo pueden ayudarlo. No aclara cuántos globos serán usados.

Algunos de estos elementos que quedaron implícitos en la planeación, como se apreció durante la clase realizada, resultaron conflictivos.

En el siguiente cuadro aparecen las operaciones que están adentro de los globos y los niños de cada ciclo deben responder.

Primer ciclo	Segundo Ciclo	Tercer Ciclo
5+9 20-10	961-320 444-213	425x6 814+193

7+7	861-320	509x5
13+12	319 +120	741+806
10-3	141+263	291x3
4+4+4	250+149	320x7

- Operaciones para primer ciclo: el tamaño de los números permite hacer las sumas y restas contando de uno en uno, con apoyo de los dedos, excepto quizá en las de dos cifras, 13+12 y 20-10, las cuáles sin embargo no presentan dificultad (no implican “llevar” ni “pedir prestado”), sobre todo para los niños de segundo grado.
- Operaciones para segundo ciclo: Hay un aumento en la dificultad, por el tamaño de los números. En el caso de las restas, desde el punto de vista del algoritmo por columnas, no hay la dificultad de “pedir prestado”. En el caso de las sumas, tampoco hay necesidad “de llevar”, es decir, al hacer la suma entre las unidades, éstas no rebasan el número diez, lo mismo ocurre con las decenas y centenas.
- Operaciones para tercer ciclo: Hay un aumento notorio de la dificultad. La mayoría de los ejercicios son multiplicaciones en las que uno de los factores es de tres cifras. Para resolver las multiplicaciones mentalmente, sobre todo para las que son por 6 y por 7, los niños tendrían que poner en juego estrategias más elaboradas de cálculo mental, como la descomposición del factor de tres cifras ($320 \times 7 = 300 \times 7 + 20 \times 7$), la duplicación ($320 \times 7 = 320 \times 2 \times 2 + 320 \times 2 + 320$). Por otra parte, una de las sumas que los niños deben resolver ($814 + 193$) si presentan la necesidad de “llevar”. En clases anteriores han estado trabajando sobre el cálculo de sumas que no llevan acarreo y como se verá en el análisis, esto produce algunas dificultades.

2.2.4 Análisis de la clase

En este apartado destaco las indicaciones de la maestra para la actividad, y describo brevemente la participación de los niños de cada ciclo. También señalo dos cuestiones identificadas en el análisis: la interrupción al trabajo de unos niños por parte de otros, y el tiempo diferenciado que la maestra establece para trabajar con algunos niños. No profundizaré aquí en las participaciones de tercer ciclo, pues las voy a retomar después, con más detalle, para ejemplificar un procedimiento de cálculo que causó conflicto. También abordaré formas de validación usadas por la maestra.



Antes de comenzar la actividad, algunos niños ayudaron a la maestra a pegar los globos en el pizarrón. La maestra usó en total 18 globos, seis blancos para primer ciclo, seis verdes para segundo ciclo y seis rojos para tercer ciclo.

El uso de los globos generó expectativa en los niños, varios de ellos se notaban interesados y emocionados por la actividad.

La maestra escribió los números 3, 2, 1 a lado de la primera columna de globos y abajo escribe los incisos a, b, c, d, e y f. Quizá pensaba usar un sistema de coordenadas para ubicar los globos que los niños deseaban tronar pero una alumna de primer grado propuso numerarlos, ésta fue una forma más sencilla de ubicar los globos. Una vez que los globos estaban acomodados, la maestra llamó a los niños que se encontraban en el patio jugando fútbol e inició la clase con el saludo habitual que indica el inicio formal de la clase.

Las actividades iniciales siempre estuvieron dirigidas a todo el grupo. Si bien la atención y la participación de los niños solía diferir según el grado y el niño, en ésta ocasión todos los niños prestaron atención. La maestra organizó a los equipos que ella previamente definió y que llevaba escritos en una hoja suelta. Pidió a los niños de cada equipo juntarse y ubicarse en un lugar del salón para que pudiera iniciar la actividad.

Los niños quedan organizados de la siguiente manera²¹:

Equipo #1 (rojo)	Equipo #2 (anaranjado)	Equipo# 3 (azul)
Ubín-6	Yesi-6	Yadi-6
Javi-4	Roberto-5	Vero-4
Mario-3	Manuel-4	Sergio-3
Aylen-2	Fernando-3	Toño-2
Ángel-1	Bere-2	Christian-2
Erick-1	Armando-2	Juan-1
Marisol-1	Tomás-1	Lupita-1
Irene-1	Crystal-1	Luis-0 (es oyente)

La maestra explicó en qué consistía la actividad. Transcribo la consigna completa pues los detalles que la maestra da sobre la actividad resultan importantes para el desarrollo de la misma.

Ma: Muy bien, les explico en qué va a consistir el juego. Tenemos aquí varios globos. Dentro de los globos hay diferentes operaciones

Ao: [son dieciocho]

Ma: (al frente, señalando los globos) Son dieciocho globos y a Crystal se le ocurrió que podíamos numerarlos también, para que los seleccione. Había otra manera, pero ella sugiere que a partir del número podamos pedir qué globo vamos a romper. La idea es que en los globos blancos están operaciones para los niños del primer ciclo, para primero y segundo. En los globos verdes hay operaciones para los niños del segundo ciclo, que son quiénes...

As: (.)

Ma: ¿Quiénes están en segundo ciclo?

Aylen: (alza la mano)

Ma: ¿Aylen? ¿Sí? No, dijimos ciclo, no grado... Tercero y cuarto... y los rojos son para quinto y sexto. Por turnos, cada equipo va a pasar. Vamos a iniciar con los niños pequeños y obviamente, quien tenga que pasar a tronar alguno de éstos, será un niño de primero o segundo (señala los globos blancos). Después vamos a sacar el papelito que está ahí y tendrá que responder el resultado de esa operación. Si responde correctamente, el punto será para el equipo. Le vamos a dar un límite de tiempo, si en ese tiempo no responde la pregunta, o no la responde correctamente, cualquiera

²¹ Como hice notar en la introducción la simbología usada en los registros es la siguiente: “=” cita textual, Ma= maestra, Aos =Alumnos (as), Ao= Alumno(a), subrayado= tono de voz alto, (.)=silencio corto, (...) = silencio largo, [= inicio de diálogo simultáneo, (texto entre paréntesis) = descripción de acciones no verbales. El número que acompaña el nombre de los alumnos Yadi-6, Beto-5, Armando-2, etc. indica el grado que cursa el niño, es decir, Yadi se ubica en sexto, Beto en quinto y Armando en segundo grado

de los otros dos equipos tiene la posibilidad de responderlo, pero si antes levantaron la mano; no se vale decir el resultado. Si por ejemplo, la operación es quince menos seis y no supieron el resultado, pero los otros lo saben, no se vale decir “nueve, nueve, nueve, nueve, nueve”, [porque entonces se invalida la pregunta]. No se vale decir el resultado, ¿sale?, ¿entendieron?, se levanta la mano, ¿ok? Vamos a poner entonces nombre a nuestros equipos.” (RG3103)

Una vez que los niños se sentaron frente a los globos y cada uno se encontraba en el equipo que le correspondía, la maestra comenzó a detallar la actividad. Explicó que el color de cada globo correspondía a un ciclo, como ya mencionamos, y aprovechó para recordar quiénes pertenecían a segundo ciclo para que los niños se ubicaran. Les avisó que hay un límite de tiempo, aunque no dijo exactamente cuánto tendrían para contestar, también advirtió que los niños no debían dar la respuesta sin antes levantar la mano y con ello anunciar su participación. Luego de nombrar a los equipos, la maestra dio inicio a las participaciones de primer ciclo. Una vez que se terminaran todas las operaciones de este ciclo seguía el turno de segundo y tercer ciclo.

Durante la explicación de la actividad la maestra detalló cómo debían participar. Por ejemplo, cuando un niño le dijo “¿y si no saben los de primero?” ella contestó “pueden ayudarle los de segundo, pero sólo los de primero o segundo, ya no se vale que los de tercero o cuarto, quinto y sexto les den la respuesta” (RG3103). Hubo una clara diferencia entre ayudar y dar la respuesta, bajo éste contexto ayudar estaba relacionado con el trabajo entre los niños del mismo ciclo.

- **Primer ciclo**

Erick-1 del equipo rojo, fue el primer niño en participar. Algunos niños de grados mayores se ofrecieron a ayudarlo, pero la maestra les recordó que sólo podían ayudarlo los niños de su equipo que fueran del mismo ciclo. Aylen-2 de su equipo, dio la respuesta correcta. Lo mismo ocurrió con las operaciones que los niños de los otros dos equipos debían responder, en la primera ronda fueron los niños de primer grado los que pasaron a elegir un globo, pero ninguno de ellos dio la respuesta correcta, en todos los casos alguno de los niños de segundo grado respondió los ejercicios. Sin embargo, se observó a los niños de primer grado intentando contestar la pregunta pues contaban con los dedos de sus manos; la maestra permitió el uso de recursos para resolver la operación, sin exigir alguno en particular.

En general, las operaciones para primer ciclo resultaron sencillas para segundo grado y complicadas para primero. En la segunda ronda la maestra indicó que los niños de segundo pasaran a elegir un globo y resolvieran la operación. Todos los representantes respondieron rápida y correctamente la operación que les correspondió.

En todos los casos la maestra preguntó a los niños si estaban de acuerdo con el resultado, casi siempre los niños respondieron que estaban de acuerdo y la maestra procedió a escribir el punto que ganado para su equipo.

Durante la primera y segunda ronda los niños de primer ciclo de todos los equipos agotaron sus participaciones²² y en adelante sólo fueron espectadores del trabajo que hacen los otros niños. Una improvisación consistió en permitir que, al final, dos niños de primero rompieran el globo, ésta fue una buena medida para mantener cierta motivación. Después de su turno, los de primero ya no podían participar y comenzaron a distraerse manifiestamente.

- Segundo ciclo

Javi-4, del equipo rojo, eligió un globo y la operación fue una resta ($961-320$), Javi se concentró para hacer la operación, Tomás-1 del equipo anaranjado, empezó la cuenta regresiva para presionar con el tiempo, pero Javi dio la respuesta correcta sin mucha demora. Para verificar la respuesta de Javi la maestra resolvió el ejercicio en el pizarrón y ofreció una estrategia para hacer la resta, que consistió en comenzar con las centenas y seguir con las decenas y las unidades, es decir, $9-3=6$, $6-2=4$ y $1-0=1$, dio como resultado 641.

Fernando-3, un niño que se distinguía por su facilidad para hacer cálculos, pasó al pizarrón, escribió y resolvió con facilidad la resta ($444-213 = 231$). Vero-4, Manuel-3 y Sergio-3 se tardaron un poco más en contestar la operación que les correspondía, pero lo hicieron correctamente.

Cuando le tocó su turno a Mario-3, no parecía intentar hacer la operación, apenas vio el ejercicio volteó a ver a los miembros de su equipo para que lo ayudaran. Mientras esto sucedía Sergio-3 fue por su cuaderno y ahí resolvió el ejercicio. Al verlo, la maestra puso la restricción de resolver el ejercicio sin escribir y por eso no tomó como válida la respuesta de Sergio-3. Luego de darle tiempo suficiente para que pudiera contestar él o cualquier otro de su equipo y no obtener la respuesta, pasó al siguiente equipo. El representante del equipo da la respuesta,

²²En la primera ronda participa un niño de primer grado década equipo, como hay 3 equipos, son 3 globos los que se truenan. En la segunda ronda pasa un niño de segundo y vuelven a tronar 3 globos, como solo hay 6 globos por ciclo la participación de primer grado concluye.

y un niño dice que este equipo tomó el resultado del cuaderno de Sergio.

Mientras los niños de segundo ciclo participaban en la actividad, los niños de primero comenzaron a inquietarse y jugaban tirándose en el piso.

- Tercer ciclo

Los niños presentaron dificultades para hacer el cálculo mental, pero en todas las ocasiones intentaron responder, participar y estar atentos a los ejercicios. A veces hicieron las operaciones de su ciclo, mentalmente o en papel, mientras los otros contestaban en el pizarrón. También los niños de otros grados participaban, diciendo “resultados”, aunque muchas de las participaciones fueron en realidad, ocurrencias de números cualesquiera, pues no hacían cálculos de las operaciones.

Como sólo había cuatro niños de tercer ciclo, Ubín-6 y Yadi-6, resolvieron dos operaciones. Aunque los ejercicios eran para los niños de tercer ciclo, Fernando, de tercer grado, permaneció muy atento e incluso pasó al pizarrón a verificar un resultado. Algunos de los niños de equipos contrarios presionaban con el conteo regresivo a los representantes de equipo para que perdieran su turno.

A los niños de tercer ciclo les tocó resolver las siguientes multiplicaciones, 425×6 , 509×5 , 291×3 , 320×7 . Los niños intentaron responder las operaciones, haciendo cálculos mentales, y en ocasiones solo hacían estimaciones acercándose al resultado, pero no pudieron obtener la respuesta correcta para las multiplicaciones.

- Participaciones que interrumpen

La participación de los niños grados menores cuando querían dar la respuesta a los ejercicios de grados mayores era bien vista por la maestra. Sin embargo, algunas de las interacciones dificultaban el trabajo. Me referiré aquí al caso de Fernando-3, cuya participación destaque anteriormente. Es un niño que tiene mucha facilidad para hacer cálculos mentales y, en esta actividad, mostró interés todo el tiempo. Sin embargo, su constante participación, en ocasiones interrumpía o frenaba el trabajo de sus compañeros. A continuación pongo algunos ejemplos que ilustran esta situación.

Interacción 1. Yadi-6

La operación que Yadi debía resolver era una multiplicación (**509×5**). En cuanto la vio, comenzó a hacerla mentalmente. Fernando interrumpió el trabajo de Yadi.

Fernando: A ver, comper...Yadi
Ma: quinientos nueve por cinco
Fernando: Comper, Yadi...
Yadi: (enojada le dice algo a Fernando)
Ma: No la distraigas, está concentrada haciendo su operación
Fernando: ¡yo sé cuánto es maestra, yo sé cuánto es! (RG3103)

Interacción 2. Beto-5

Beto, no se molestó por la insistencia de Fernando-3 cuando él quería resolver el problema. No obstante, el propósito de la actividad era que cada niño resolviera la operación o por lo menos lo intentara por sí mismo.

Ma. Ahí está en un conflicto, vamos a ver cómo lo resuelve
As: *
Fernando-3: Yo soy muy genio
Ma: Tú eres muy genio...
Fernando: Beto, yo la hago, yo la hago...ándale, Betito, ¿sí?
Ma: Déjenlo, está concentrado...
Fernando: Yo te ayudo, ¿sí? (RG3103)

Interacción 3. Otro ejemplo de Beto-5 y Fernando-3

Cuando la maestra intentaba trabajar con Beto de manera individual durante la hora del descanso explicándole una resta (550-512), Fernando, intervenía constantemente:

Ma: A ver, tenemos cero ¿y le podemos quitar dos?
Beto: (.)
Ma: ¿Sí o no? Tienes cero pesos, y ¿puedes gastar dos?
Fernando: No
Ma: ¿Entonces qué hacemos?
Fernando: Se le pide prestado al otro
Ma: ¿Cuánto tenemos ahora?
Beto: (3)
Ma: (a Mario-3) Camina bien, levanta los pies...
Fernando: diez(RG2803)

Si bien se puede decir que, en general, las participaciones de los niños son muestra de estar involucrados y atentos en la tarea y esto puede contribuir al aprendizaje de todos, no siempre es así, hay participaciones que deben ser mediadas o incluso limitadas aunque se den de grados menores a grados mayores.

- **Tiempos y otras variables diferenciadas**

Me detendré aquí en ciertas variantes que dan cuenta de la gestión de la maestra, en la que procura considerar las capacidades individuales de sus alumnos. En los turnos del tercer ciclo, a diferencia de los otros, la maestra pedía la respuesta a los otros niños de sexto cada vez que el representante de equipo se tardaba en contestar, de esta manera los niños de este ciclo debían permanecer atentos para poder responder en caso de que la maestra les preguntara.

A los niños de primer ciclo no se les presionó con el tiempo como a los otros ciclos, con ellos nadie usó el recurso del conteo regresivo para que contestaran; pero cuando llegó el turno de segundo ciclo, Tomás-1 constantemente presionaba de esta manera a los niños que no eran de su equipo.

El tiempo diferenciado no sólo atendía a la distinción entre ciclos o grados, pues en el caso de la participación de Beto-5, la maestra no lo presiona para contestar, tampoco los otros niños. En las pláticas informales con la maestra Vero, ella comentó que a Beto le costaban mucho trabajo las matemáticas, así que, quizá tomando en cuenta esta dificultad, le daba más tiempo para que el niño resolviera la operación.

2.2.5 Un procedimiento enseñado causa conflicto

En algunos casos la maestra resolvía la operación en el pizarrón, explicaba detalladamente el procedimiento. Durante la resolución hacía preguntas a los niños, mientras ella escribía los procedimientos en el pizarrón.

Por ejemplo, Beto de quinto grado, tuvo dificultades para resolver una suma (814+193). Durante la clase, la maestra les recordó una estrategia para hacer las sumas mentalmente. En ella comenzaba sumando las centenas, luego las decenas y unidades. Por ejemplo, para el caso de la suma:

$$\begin{array}{r} 250 + 149 = \\ 2+1 \quad 5+4 \quad 0+9 = 399 \end{array}$$

La maestra la resolvió frente al grupo de la siguiente manera:

Ma: Dos más uno
As: Tres
Ma: Cinco más cuatro
As: Nueve
Ma: Nueve más cero
Ao: Cero...
Ma: ¿Estamos de acuerdo?

As: Sí
Ma: Trescientos noventa y nueve

Esta estrategia funciona muy bien en números en los que no es necesario llevar un acarreo, pero muestra su limitación si esta condición no se cumple. Para resolver su ejercicio ($814+193$) Beto intentó aplicar este procedimiento.

Beto-5: (trata de contar con los dedos) (señala el 8 y el 1 y le explica a la maestra) son 9 (luego señala el 1 y 9) uno más 9 son 10
Ma: aja
Beto-5: diez... cuatro, cinco, seis y siete (esos últimos son la suma de 4 y 3, las unidades)
Ma: Y entonces, ¿cuál es el resultado?...
Beto-5: ()
Ma. Silencio...
Beto-5: (sigue contando con los dedos) nueve
Yesi-6: (levanta la mano)
Ma: ¿deseas pedir la ayuda de alguien de tu equipo?
Beto-5: No...
Ma: No, dice que él puede, entonces vamos a dejarlo un momentito...

Beto escribió en el pizarrón:

9107

La maestra se percató del problema de Beto al intentar resolver la suma con la estrategia que se usó en las sumas que resolvieron otros niños; la principal dificultad consistió en que si no se atiende el valor posicional de las cifras de los números que se quieren sumar, el resultado se ve afectado. Probablemente Beto se percató de que algo raro sucedía con el resultado que obtiene, pues no declaró haber resuelto el ejercicio.

Luego de darle a Beto tiempo suficiente para contestar, la maestra le pidió a Yesi-6 del equipo de Beto que lo ayudara y luego también pidió el resultado de sus cálculos a Ubín-6 y Yadi-6. Los niños contestaron 1007, 1116 y 907 respectivamente. Para verificar si alguno de los resultados era correcto, la maestra explicó la dificultad con la que Beto tropezó y escribió el procedimiento para dar la solución correcta.

Ma: A ver, vamos a ver cuál de todos esos resultados, (907, 1116,1007). Ay, borré lo que tenía que poner aquí (borró lo que puso Beto: 9107 y lo volvió a escribir).Bueno, Beto hizo esto, (9107),porque dijo, llevando la lógica que seguíamos: ($814+193$) ocho más uno nueve, pero aquí, ($814+193$)uno más nueve le dio diez y entró en conflicto ahí porque dijo, bueno, ¿cómo diez?, y cuatro más tres, es siete. ¿Esto formaba nuestro número?

As: Nooooo
 Ma: ¿En qué lugar están ubicadas éstas? (encierra primero el 10, luego todo el número)
 Javi-4: decenas, unidades y centenas
 Ma: Unidades, decenas y centenas (escribe la letra inicial arriba de los números). ¿En qué posición están ubicadas? (señala el 10)
 c d u
 9 10 7
 Javi-4: centenas
 Ma: ¿en las centenas?
 Ao: No, decenas
 Ma: En las decenas; y ¿cuánto forman diez decenas?
 Javi-4: diez decenas... ¿mil?
 Ma: diez decenas
 Ao: mil
 Fernando: (se levanta de su lugar) yo, yo, yo, yo, cien
 Ma: ¿Cuánto forman diez decenas?
 Ao: cien
 Ma: Cien. Entonces ¿podíamos poner todavía éste (el diez) en el lugar de las decenas? (borra el 10)
 As: (algunos) No
 Ma: Más bien aumentaba una... centena (borra las centenas), ¿no? ¿Nueve más otra centena?
 Ao: diez
 Ma: diez. Entonces quedaba así, ¿no? (escribe **1007**. Va señalando) Diez centenas, cero decenas y siete unidades; entonces, el resultado correcto es... (encierra el 1007)
 Ao: Yo... yo...diez y... (trata de leer 1007)
 Ma: mil siete... ¿qué equipo era?
 Ao: Yesi
 Ma: Si es su mismo equipo, estamos entonces rescatando el punto.

Cuando la maestra hizo la suma convirtiendo diez unidades en una centena, pidió la participación de los niños y algunos contestaban sus preguntas. Cabe observar que la explicación que la maestra ofreció no es sencilla, incluso nos podemos preguntar hasta qué punto los alumnos, aunque contestaban sus preguntas, lo lograban comprender. Los alumnos daban respuestas erróneas, la maestra repetía la pregunta dejándoles saber que eso no es lo que esperaba, hasta que alguno daba, posiblemente por descarte, con la respuesta.

En realidad, la maestra no tenía mucha opción, pues el problema que se asomó no es simple. Lo que dio lugar a este error, fue la propuesta de la misma maestra de ir sumando cifras empezando por el lado izquierdo. Cabe observar que en el cálculo mental, es común sumar empezando por la izquierda, pero no cifras, sino cantidades globales, de manera que no aparece la dificultad de “llevar”:
 $814+193 = (800 + 100) + (10 + 90) + (4+3) = 900 + 100 + 7=1007$

2.2.6 Formas de validación de los resultados usadas por la maestra

Identificamos dos formas en las que la maestra da lugar a la validación de los resultados a) vía consenso, cuando un niño da una respuesta, la maestra les pregunta a los otros si están de acuerdo con el resultado y b) pasando a un niño o dos niños al pizarrón para que resuelvan la operación.

a) El resultado correcto, vía consenso

Esta forma de validar los resultados, la observamos sobre todo con los niños de primer ciclo, quizá porque las respuestas que ellos dieron fueron correctas. En todas las participaciones observamos que la maestra consultaba con los otros niños, si ellos estaban de acuerdo con el resultado que daba determinado niño y una vez que la mayoría de los niños responde afirmativamente, ella confirmaba el resultado y pasaba a la siguiente pregunta. A continuación presento un ejemplo sobre esta forma de validar el resultado.

Primera interacción. (Operación para primer ciclo 20-10):

Ma: ¿cuánto es veinte menos diez...?

Armando-2: (se ve que antes de contestar le dice algo a Yesi-6, tal vez confirma la respuesta que va a dar) maestra, diez

Ma: diez, ¿están de acuerdo?

As: Siiii

Ma: (anota el punto en el pizarrón) Sale, vamos con el equipo 3

Estas respuestas no fueron verificadas por la maestra, es decir, la maestra sabía que eran correctas pero no hubo un procedimiento de comprobación para los niños de primer ciclo.

b) Los niños pasan al pizarrón para resolver la operación

La operación que le tocó responder a Ubín es 425×6 . Varios niños intentaron responder, Mario-3, Fernando-3, incluso Erick-1, pero los resultados que dieron no fueron correctos, por su parte Ubín hizo una estimación del resultado y dijo “como más de mil”. La maestra ya les había dicho a los otros equipos que hicieran la operación para poder contestar en caso de que Ubín no pudiera resolverla. Yadi y

Yesi dieron resultados, y ambos se aproximaron al resultado de la multiplicación, pero no fueron exactos.

Yesica-6: Dos mil cuatrocientos...

Yadi-6: Dos mil quinientos cuarenta

Una vez que dieron el resultado de la operación, la maestra le pidió a Yesi que pasara a explicar el procedimiento que siguió para conocer el resultado, la niña hizo la siguiente multiplicación:

$$\begin{array}{r} 425 \\ \times 6 \\ \hline 2550 \end{array}$$

También Fernando-3 pasó a hacer la operación, escribió la multiplicación con el algoritmo convencional que también aplicó Yesi. Ambos obtuvieron el mismo resultado.

Enseguida la maestra preguntó qué quiere decir que los niños tengan el mismo resultado. Hacer la pregunta así puede generar malos entendidos, pues subyace un criterio que no necesariamente se cumple, a saber, que la validez de un resultado depende del número de alumnos que coincidan en él, aunque ciertamente el hecho de que dos niños tengan el mismo resultado eleva la posibilidad de que el resultado sea correcto. En una clase en donde el tiempo apremia, usar este recurso, en ciertos casos parece necesario.

La maestra enfatiza que, aunque Yesi y Yadi se aproximaron al resultado, ninguna respondió correctamente y por eso nadie ganó el punto.

Comentarios

Como dijimos al principio de este apartado, diseñar una actividad matemática en la que participen de manera conjunta los niños de todos los grados, constituye una tarea compleja²³. Cabe destacar que la actividad diseñada por la maestra propició que los niños ejercitaran el cálculo mental de una manera motivante y favoreció interacciones entre todos los niños, relativamente bien organizadas. Los niños hicieron cálculos precisos o estimaciones, e intentaron usar la estrategia enseñada

²³Una expresión más de esta dificultad es el hecho de que, en la obra *Dialogar y Descubrir*, elaborada para grupos multigrado atendidos por instructores comunitarios (del sistema CONAFE), matemáticas es la única área en la que no se proponen actividades con la participación de todos los niños.

en el caso de la suma.

Por lo anterior, la organización del grupo en equipos con miembros de todos los grados, junto la disponibilidad de variantes de la tarea adecuadas para cada grado constituyó una buena idea para lograrlo.

Por otra parte, se pusieron de manifiesto dificultades que resumiré a continuación. Como anticipé en la introducción de la tesis, cuando sea posible sugeriré algunas modificaciones menores con las que me parece que se podría mejorar el desarrollo de la actividad.

Sobre la organización:

- Aunque la maestra advirtió que los niños no debían contestar sin antes pedir la palabra, muchos niños daban repuestas, las cuales, correctas o no, desconcentraban al representante de equipo o provocaban que éste esperara el resultado en lugar de hacer el cálculo, como sucedió con Mario.
- Varios niños de primer ciclo estaban bastante inquietos en cuanto las operaciones para su ciclo habían terminado. Para mantener su atención, podría convenir hacer una ronda por ciclo, en lugar de agotar las operaciones de un ciclo.
- No todos los niños pasaron a hacer alguna operación porque hubo más niños que globos, por ejemplo Crystal-1, Irene-1, Marisol-1, Armando-2, Luis-0, Christian-2, no participaron; en cambio Yadi y Ubín pasaron dos veces. Quizá sería conveniente llevar un globo por niño para que todos tengan la oportunidad de pasar.
- La verificación de un resultado podría hacerla otro niño en todas las ocasiones, pues así podría haber dos tipos distintos de participación. Es decir, extender a los otros ciclos lo que sucedió para el caso de tercer ciclo, en donde los niños prestaban atención porque sabían que la maestra les iba a preguntar el resultado y eso los obligaba a hacer la operación.
- La maestra fue quien rompió los globos la mayoría de las veces. Un detalle simple que podría hacer más atractivo el juego para los niños, aunque quizá intrascendente desde el punto de vista del conocimiento, es permitir que sean los niños quienes rompan los globos.

Sobre el conocimiento enseñado:

- La estrategia que propone la maestra para resolver las sumas no fue apta para el cálculo mental, como se evidenció en el ejercicio que hizo Beto. La estrategia usual para cálculo mental consiste trabajar con el valor relativo y no absoluto de las cifras de los números, es decir, con cantidades globales. Por ejemplo, al sumar $540+290$, se hacen las sumas $500+200$, $40+90$, en

lugar de 5+2 y 4+9. Este constituye un aspecto importante que convendrá corregir.

2.3 Problemas con el contenido en las clases de la secuencia sobre cuerpos geométricos y volumen

Cuando los niños de tercer ciclo hicieron las actividades de la secuencia de cuerpos geométricos y volumen, a lo largo de tres clases, identifiqué dificultades significativas, que presentaré a continuación. Observamos estas clases durante la segunda semana del trabajo de campo y formaron parte del eje temático de *Forma, espacio y medida*.

El análisis de las clases permitió identificar dificultades en la comprensión del volumen y la representación gráfica de prismas rectangulares así como otros problemas alrededor de estos temas que los niños de tercer ciclo manifestaron. Expongo brevemente las consignas de las actividades que los niños de tercer nivel realizaron en cada clase,²⁴ señalo algunos de los retos que los ejercicios plantean para los niños, retomo investigaciones que han estudiado las dificultades encontradas y hago referencia a los programas elaborados por la SEP en 2009 para quinto y sexto grado para ubicar el trabajo curricular que la maestra elabora para tercer ciclo.

2.3.1 Análisis de la primera clase

En la primera clase la tarea principal fue el conteo de los vértices, caras y aristas de los siguientes cuerpos: prisma triangular, prisma rectangular, prisma pentagonal y prisma hexagonal, cubo, cilindro, cono, pirámide trunca y pirámide cuadrangular. Estos cuerpos estaban dibujados en una hoja de actividad llamada “¡A mirar con atención!”.



²⁴Las actividades completas se encuentran en el Anexo B.

También se pidió elegir dos cuerpos y pintar de rojo las caras, azul las aristas y verde los vértices; esta actividad ya no se hizo durante la clase, aunque los niños lo intentaron. La maestra les indicó que no siguieran las instrucciones, así los niños quedaron en libertad de colorear las figuras como quisieron.

La consigna que la maestra elaboró para contar las caras, vértices y aristas sugiere que se apoyen en los cuerpos geométricos de plástico, esta consigna fue importante en el desarrollo de la clase porque los niños se apoyaron mucho en este material.

Al revisar los programas para quinto y sexto grado vemos que no hay un tema ni orientación didáctica que tenga las características de la hoja de actividades. El conteo de los vértices, caras y aristas tal como aparece en la actividad está pensada para los niños de tercero y cuarto grado “explorar cuerpos geométricos para analizar diferentes propiedades: (...) número de caras, aristas y vértices” (SEP, 2009d: 88; SEP, 2009c: 81).

En la segunda actividad debían trazar algunos prismas en su cuaderno, cabe mencionar que la consigna resultó confusa:

Reunidos en parejas tomen cada una de las figuras que les dio la maestra desliza verticalmente sobre uno de los lados como se muestra. ¿Qué cuerpos se forman? Dibújalos



Completa la tabla

Figura	Número de caras laterales	Forma de las bases	Nombre del cuerpo
Triángulo			
Rectángulo			
Cuadrado			
Pentágono			
Hexágono			

En los programas de quinto y sexto grado no hay temas dedicados al dibujo de los cuerpos geométricos, se hace énfasis en el trazo de figuras planas como circunferencias polígonos, croquis o a partir de desarrollos planos se pide la construcción de prismas y pirámides (SEP, 2009f: 95, 103, 101), en este sentido la actividad constituye una aportación de la maestra al programa, aportación que,

aunque la actividad resultó confusa cuando los niños la estaban haciendo, podría ser útil para el estudio de los cuerpos geométricos.

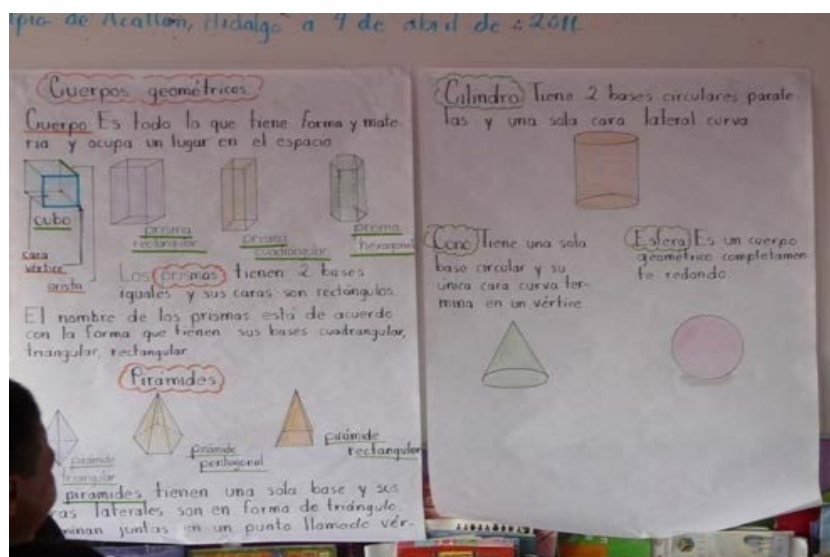
- **La actividad diseñada: dificultades que se avizoran**²⁵

Primera actividad. Como podemos observar, en los cuerpos geométricos dibujados solo algunas de las caras, vértices y aristas son visibles. Esto plantea, de entrada, mayor dificultad pues los niños deben imaginar los elementos que no están presentes. Además, los cuerpos como el cono y el cilindro son distintos al resto y podrían plantear dudas acerca del número de aristas o caras, como efectivamente sucedió. Quizá por ello la maestra les sugirió usar los cuerpos de plástico ya que así la tarea se simplificó.

Segunda actividad. Como ya mencioné, la consigna es confusa, aunque está acompañada de una imagen. Una vez que se comprende la consigna queda pendiente el problema de la interpretación de la representación gráfica, es decir, que el dibujo obtenido se pueda identificar con el cuerpo geométrico que supuestamente representa. Esta dificultad del ejercicio deja pendiente la búsqueda de otras formas de dibujar los cuerpos geométricos que faciliten la interpretación del dibujo, sin embargo, en este trabajo no profundizaremos al respecto.

- **¿Cuáles son las aristas y los vértices?**

Durante la actividad inicial la maestra pidió a los niños leer las características de los cuerpos geométricos que estaban explicadas en sus láminas.



²⁵Un análisis previo de la actividad permite identificar algunos presupuestos e imprecisiones, que explican en cierta medida las dificultades que aparecen a lo largo de la clase, en las tres clases presentadas en la secuencia. En esta parte ofrezco un análisis de este tipo.

La maestra señaló brevemente los vértices, caras y aristas usando un cuerpo geométrico de plástico para ejemplificar dónde se encuentra cada uno de éstos. Esta actividad se especifica en el programa de quinto grado, aunque la maestra durante la clase usó otras definiciones para los cuerpos geométricos.

Un modo de distinguir prismas de pirámides es pensaren generarlos por el desplazamiento de un polígono en ciertas condiciones, y las pirámides determinadas por un polígono y un punto no perteneciente a ese plano. En este grado ya se pueden tratar formalmente esas definiciones como las correspondientes a prismas y pirámides rectos y de manera similar para el cilindro y el cono. (SEP, 2009e: 110)

Durante la actividad, los niños van contando los vértices, caras y aristas en los cuerpos de plástico que coinciden con los cuerpos dibujados en la hoja de actividades. Para identificar la correspondencia entre el cuerpo de plástico y el dibujo no tuvieron ningún problema.

Cuando empezaron a contar los vértices del prisma rectangular, Yadi contó sólo cuatro vértices y Yesi le explicó coloquialmente, los vértices “son los piquitos”.

Yadi: (empieza a contar los vértices, pero sólo está contando cuatro)
Uno, dos, tres, cuatro. (En ese momento Yesi observa cómo está contando Yadi)
Yesi: Son los dos
Yadi: ¿Cuál, éstos? (Tocando las cuatro caras iguales)
Yesi: No, de la, del piquito.(RTC0404)

El segundo cuerpo con el que trabajaron fue la pirámide cuadrangular. Los niños tuvieron dudas acerca del número de aristas. Yadi fue con la maestra para preguntar si también son aristas las que van de los vértices del cuadrado al punto en donde se unen las caras laterales, la maestra le dijo que sí y Yadi regresó con sus compañeros. Contaron correctamente las ocho aristas, primero las que son adyacentes a la base y alguna de las caras laterales de la pirámide y luego las que se formaron entre las caras laterales.

En diversas ocasiones se preguntaban entre sí o a la maestra cuáles eran las aristas. Yesi, que acostumbraba ayudar a sus demás compañeros (de su grado o de grados menores) cuando ellos le pedían ayuda o por iniciativa propia, les dijo cuáles eran las aristas.

Primera interacción. Yadi al contar las aristas del prisma cuadrangular.

Yadi: Aristas, ¿son éstas? (efectivamente, ella está tocando las aristas de un prisma rectangular) ¿Son éstas?

Yesi-6: Sí

Segunda interacción. Ubín consulta a Yesi

Ubín: A ver, a ver Beto ¿cuáles son las aristas? Tú Yesi, ¿cuáles son las aristas?

Yesi: mmmh, las aristas son, los puntitos son los vértices, las aristas son éstas planas (tocando con el dedo una de las aristas del prisma) éstas.

Ubín : A ver las aristas son (las empieza a contar) una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, seis. Tiene seis.

Tercera interacción. Beto aprovechó que la maestra estaba con ellos ayudándoles a contar las aristas de la pirámide trunca. La maestra además de señalarle con el dedo cuáles son las aristas en el dibujo, le dio la definición de arista.

Beto: ¿Cuáles son las aristas? ¿Éstas? (parece que Beto señala los vértices)

Ma: Las líneas que unen los vértices

Beto: ¡Ahaaa!

En síntesis, durante estas interacciones la dificultad radicó en no recordar el elemento del cuerpo geométrico al que refiere la palabra “arista”.

- El cono, un cuerpo complicado

El cono es un cuerpo peculiar, lo ha sido no sólo para los niños de escuela primaria, sino en la historia de la geometría y el cálculo. Para empezar, tiene una circunferencia, que es, en geometría plana, una figura cualitativamente distinta de los cuadrados, triángulos y demás polígonos.

Bajo el análisis de los cuerpos geométricos, y trabajando sobre cierta construcción de la circunferencia, los matemáticos la han estudiado como el resultado de un proceso en el que los lados de un polígono regular crecen al infinito. Si n es el número de lados de un polígono regular, y por ejemplo, $n=4$ obtendremos un cuadrado, con $n=3$ un triángulo, y si $n= 5$ un pentágono, etc. Entonces si n tiende a infinito, obtendremos una circunferencia.

De la misma manera que el círculo aparece como el caso límite cuando el número de lados del polígono regular tiende al infinito, el cono puede generarse

haciendo tender al infinito el número de lados de la base poligonal de una pirámide. Con esta visión del círculo, en el caso del cono se puede hablar de caras, aristas y vértices como lo hacemos para las pirámides con base poligonal, pero indiscutiblemente estos elementos son bastante peculiares, pues son infinitos.

Si no se piensa en la circunferencia de la manera antes mencionada, entonces, hay conflictos para definir las caras, las aristas y los vértices, de la misma manera que se hace para las pirámides. En el vértice del cono no confluyen las aristas puesto que carece de las mismas. Hablar de las caras también resulta complicado, porque de las dos caras que han definido los matemáticos, sólo una es parecida a las caras “normales” de los otros cuerpos, es decir, la cara que también es base mientras que la otra tiene una forma que poco se relaciona con las caras laterales triangulares de las pirámides. Estas características podrían complicar la tarea de contar los elementos del cono.

- **¿Son caras o bases?**

En la hoja de actividades se presentó a lado de los demás prismas y pirámides, un cono, y como para el resto de las figuras, se pidió que determinen caras, vértices y aristas.

Cabe mencionar que había una lámina que los niños acababan de copiar, en la que la maestra pone la siguiente información sobre el cono:

Cono: tiene una sola base circular y su única cara curva termina en un vértice.

Esta definición podría inducir a pensar que una base no puede considerarse cara.

Cuando los niños contaron el número de caras, discutieron entre ellos para determinar el número que éstas. Yadi parecía convencida de que la figura tenía una cara, aunque no explicó por qué; Beto dio lugar la controversia cuando dijo que la figura no tenía cara sino base.

Yadi: Éste, ya, ya vamos con éste. De las caras nada más una
Yadi: Ya, ya éste
Beto: Caras no tiene Ubín, [ésta no es cara, es base (señala la base del cono)
Ubín: [Tiene una
Ao: Si

Beto: Caras son éstas, no tiene ninguna (señala las caras laterales de un prisma)
Ubín: Sí
Beto: Es la base
Ubín: No tiene ninguna
Beto: Mira ve con la maestra. Es la base, bueno eso digo yo (Yadi acude con la maestra para preguntarle)(RTC0404)

En consonancia con la definición presentada por la maestra (cono: tiene una sola base circular y su única cara curva termina en un vértice), cuando Yadi fue con la maestra para preguntarle, la maestra retoma la participación de Beto para señalar que el cono tiene una base. Ante la pregunta sobre las caras, Ubín respondió que “alrededor” tiene una, al parecer haciendo referencia a la cara curva que termina en vértice.

Ma: (Cuestiona a Yadi, sobre la base del cono y se acerca a donde están los demás niños) ¿Es cara?
Beto: ¿Verdad qué es la base, maestra? (La maestra mueve la cabeza afirmativamente) ¡Eh! Te dije
Ma: Es una base circular.
Yadi: Entonces no tiene nada maestra (se refiere a que el cono no tiene caras)
Ma: ¿Sí tiene cara?
Beto: Nomás [tiene
Ubín:[alrededor una (la maestra mueve afirmativamente la cabeza
Yadi: Ésta maestra, circular (al parecer se refieren a la cara lateral)
Ma: ¿De qué forma?
Yadi: Deee
Ma: ¿Recta?
Ao: No
Ma: Plana o curva
Aos: Curva
Ubín: Curva, curva
Ma: Ah, entonces tiene una cara curva (RTC0404)

La maestra permaneció con ellos y les preguntó si tenía aristas, los niños respondieron que no, luego preguntó por los vértices y ellos dicen que tiene uno, luego se va a atender el llamado de otro niño.

Aunque el problema para determinar los elementos quedó resuelto para el cono gracias a la intervención de la maestra y a la información ofrecida en la lámina²⁶, se instauró una diferencia entre las caras y las bases de las demás figuras y en adelante sólo contarán las caras laterales de los prismas restantes.

²⁶En textos de matemáticas se establece que el cono tiene dos caras.

Al contar el número de caras del prisma hexagonal hubo una confusión en Yadi, pues dijo que el prisma tiene dos caras.

Ubín: Cuenten cuántas caras tiene

Yadi: Cuántas caras, una, dos (parece que Yadi sólo tomó en cuenta las bases que son paralelas)

Beto dice que ese no es el resultado y cuenta solo las caras laterales.

Beto: Una, dos, tres, cuatro, cinco, seis (escribe el resultado en el cuaderno) Tiene seis caras (procede a contar en frente de todos anotándoles una marca en cada cara) Una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete (como lo hizo con lápiz, y éste no se marca bien, cuenta dos veces la misma cara pero corrige de inmediato) Ah no, sí seis, me pasé con una.

Ubín: Seis caras

También empezaron a contar de manera distinta las aristas. Al determinar las aristas en el prisma hexagonal sólo contaron las que se forman en la unión de las caras laterales. Así en el caso del prisma triangular, rápidamente calcularon que el número de aristas era tres.

Cuando los niños contaron las caras y las aristas de prisma rectangular, que fue el primer cuerpo con el que trabajaron, sí contaron todas las caras y aristas, pero a partir del conteo de los elementos del cono, cuentan solo las caras laterales.

- **Problemas para contar las aristas en el cubo**

Contar las aristas en el cubo, dada la regularidad de sus caras, resultó una tarea complicada para los niños. El problema es que no tenían un punto de referencia para saber si dejaban sin contar alguna arista o estaban contando alguna más de una vez, es decir, se trató de un problema de enumeración. Para hacer una enumeración eficaz se requiere recorrer el conjunto de forma ordenada y controlada y establecer una correspondencia biunívoca entre cada número y un elemento del conjunto, Briand (1993: 21) en su tesis doctoral analiza las condiciones para el conteo:

Distinguir dos elementos diferentes de un conjunto dado

- 1) Elegir un primer elemento de la colección
- 2) Determinar un sucesor en el conjunto de elementos no elegidos aún
- 3) Conservar en la memoria las elecciones anteriores
- 4) Nuevamente determinar un sucesor en el conjunto de elementos no elegidos aún

5) Discernir cuando se ha elegido el último elemento

Efectivamente constatamos la necesidad de cada uno de los puntos anteriores, pues justamente la omisión de alguno de los puntos provocó que los niños no pudieran contar las aristas. Los niños giraban el cubo y contaban varias veces las mismas aristas, lo que los llevó a contar hasta veinte aristas; no ubicaron un primer elemento a partir del que contar, elegían el sucesor de un conjunto ya contabilizado y no discernían el último elemento.

Al ver sus dificultades, la maestra les ofreció una estrategia cuando les dijo “¿Cómo podrían ir marcando para que no cuenten doble alguna o que estén contando otra vez?”. Luego de eso, los niños, sabían que podían marcar las aristas, e intentaron hacerlo con un plumón. Como no les dio resultado porque los números se borraban fácilmente en el plástico, intentaron con cinta adhesiva: van pegando un pedazo por cada arista, pero el problema fue el mismo, pues cada arista tiene una cinta adhesiva, pero éste no está numerado. Finalmente, le pusieron número a cada adhesiva. Yesi consiguió contar doce aristas y cuando Ubín confirma el resultado dieron por buena esta cantidad y consiguieron terminar de contar.

A los niños les llevó, con respecto al conteo de las aristas de los otros cuerpos, bastante tiempo contar las aristas del cubo.

- **Dificultad para contar los vértices y aristas en las representaciones planas de la pirámide trunca y el prisma pentagonal.**

Los últimos dibujos en la hoja de actividades correspondieron a una pirámide trunca y un prisma pentagonal. Estas dos figuras no formaban parte de los cuerpos de plástico, esto dificultó el conteo de los vértices, caras y aristas. Cada niño contó de distinta forma y proporcionó un número diferente de elementos, le pidieron a la maestra que fuera con ellos, ella les indicó a través de preguntas o señalando la cuenta de los elementos con el dedo, los resultados.

La interpretación de los dibujos tridimensionales representa una dificultad frecuente para los niños (Broitman e Itzcovich, 2003; Godino et al, 2001) de la que daremos mayor detalle en el análisis de la tercera clase de esta secuencia.

- **Imaginar los elementos de la pirámide trunca**

La pirámide trunca tampoco se encontraba entre en los cuerpos geométricos de plástico. Los niños llamaron a la maestra comunicándole esto y ella dice “ah, ¿no

están?, ¿pero no podemos calcular?” Naturalmente, para los niños, fue un ejercicio más complicado contar los elementos en el dibujo de papel, pues tenían que imaginar las caras, vértices y aristas ocultas en el dibujo tridimensional.

Para ayudarles a contar, la maestra les preguntó la forma de la base como una referencia para que a partir de eso pudieran contar los elementos de la pirámide trunca.

Ma: ¿Cuántas caras tiene? ¿Su base qué forma tiene?
Yesi: Eh...triangular, no, rectangular
Ma: Rectangular, ¿cuántos lados tiene un rectángulo?
Yesi: Cuatro
Ma: Entonces, ¿Cuántas caras tendrá?
Aos: Cuatro
Beto: Yo ya le puse cuatro
Yadi: Aristas
Ma: ¿Cuántas aristas?

Para contar el número de aristas, la maestra propuso que los niños imaginaran las aristas que no se ven, guiándolos en la cuenta, a través de señalamientos en el dibujo que hacía con su dedo para indicar el número de aristas.

Su ayuda fue oportuna pues vemos que cuando Yadi intentó contar el número de aristas, sólo contó algunas de las que están visibles; Yesi y Ubín también dieron distintos resultados.

Yadi: (Cuenta algunas de las que están visibles en la figura) Una, dos, tres, cuatro.
Ma: ¿Sólo cuatro?
Beto: Ocho
Yadi: Siete
Ma: A ver, tú (se refiere a Beto y a Yesi respectivamente) dices ocho, tú dices siete
Ubín: Seis, seis
Ma: (A Ubín) Tú dices seis. A ver, ¿cómo supieron que ese número de aristas tiene?
Beto: ¿Cuáles son las aristas? ¿Estás? (parece que Beto señala los vértices)
Ma: Las líneas que unen los vértices
Beto: Ahaaa!
Yadi: (cuenta las aristas) una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete...
Ma: ¿Y los de abajo?
Yadi: Nueve, diez
Ma: ¿Y las del otro lado?
Yesi y Beto: Doce
Ma: ¿entonces cuántas tiene? (la maestra se va con otro grupo de niños)

Aos: Doce (RTC0404)

Cuando la maestra se fue, los niños tuvieron que contar las caras, aristas y vértices, de un prisma pentagonal. Determinaban con facilidad el número de caras laterales, pero cuando contaban el número de aristas cada uno daba una cuenta distinta. Volvieron a llamar a la maestra, ella los ayudó de forma parecida a como lo hizo con la pirámide trunca, señalando con su dedo. Así, en estos dos últimos casos difíciles, la tarea realizada, en comparación con la planeada, quedó reducida pues para saber el número de vértices y aristas los niños solo tenían que contar el número de veces que la maestra señala con su dedo los elementos.

- Una forma desafortunada de dibujar prismas

Una vez que los niños terminaron de resolver la hoja de actividades, empezaron la segunda actividad.

Toma cada una de las figuras que te dio la maestra y deslízala verticalmente sobre uno de sus lados como se muestra
¿Qué cuerpos se forman?
Dibújalos



En el ejercicio también les pidió completar la siguiente tabla:

Figura	Número de caras laterales	Forma de las bases	Nombre del cuerpo
Triángulo			
Rectángulo			
Cuadrado			
Pentágono			
Hexágono			

En el programa de quinto grado hay un tema relacionado con esta actividad
“(…) representar cuerpos para analizar sus propiedades: número de caras, número

de vértices, número de aristas” (SEP, 2009e: 110), si bien no se pide explícitamente trabajar el desplazamiento de una cara para generar un cuerpo. En el programa para sexto no hay un tema o dedicado al dibujo o representación de cuerpos geométricos.

La maestra explicó la actividad que los niños debían hacer, les repartió figuras geométricas y los puso a trabajar por parejas. Yadi y Yesi se escogieron mutuamente para trabajar y Beto y Ubín trabajaron juntos. Le repartió a cada pareja de niños un rectángulo, cuadrado, triángulo, pentágono y un hexágono de papel.

Aunque el enunciado tenía una imagen que les dice a los niños cómo debían deslizar la figura, la consigna no fue clara y ellos no sabían que tenían que hacer. Al parecer la maestra se percató de ello porque les ayudó a trazar los prismas como lo indica la actividad.

La primera figura que la maestra usó para explicarle a las niñas lo que deben hacer es el rectángulo. La maestra dio la explicación primero a una pareja y luego a otra.

(La maestra va con Ubín y Beto)

Beto: ¿Tenemos que marcar el contorno?

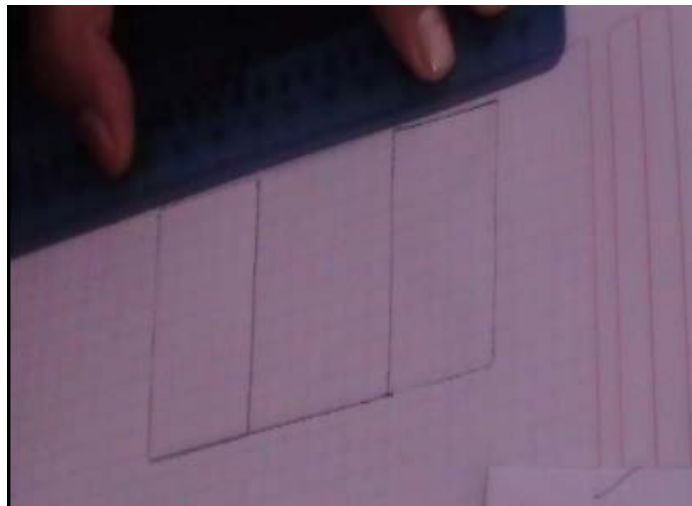
Ma: A ver, abre la página con la que estás trabajando

Beto: ¿Cuántas tienes tú? Nomás tengo cuatro (se refiere a las figuras de papel que la maestra les repartió)

Ma: ¿Ya, dibujaron el contorno? Muy bien, ahora dice: desliza verticalmente hacia arriba (explica deslizando el rectángulo en el cuaderno de Ubín) lo teníamos aquí, vamos a deslizar hacia arriba

Ma: Ahora dibújenlo

Luego de marcar los dos rectángulos, la maestra les mostró cómo unir los vértices, sin embargo, dibujar el prisma rectangular así resultó una elección desafortunada, pues no se apreciaba el volumen en el dibujo.



Del dibujo que resulta no es claro que se forme un prisma rectangular, pero aun así, los niños intentaban adivinar de qué cuerpo se trataba y ver en el dibujo una forma como las que trabajaron. La actividad se transformó: la original pretende que se formen prismas reconocibles por los niños. En la actividad realizada, lo que se forma no es evidente, pero los niños suponen que debe corresponder a uno de los cuerpos que han trabajado, y entonces buscan a cuál se parece.

De hecho Beto propuso una construcción a partir del dibujo plano del prisma rectangular, él opinaba que la figura representaba un prisma triangular, pues si dobla las caras puede formarlo y junta las de los extremos se forma un prisma triangular. Cuando la maestra les dijo que esa figura no se formaba y les puso como referencia la hoja de la actividad pasada, Beto localizó rápidamente el prisma rectangular y lo señaló sin decir su nombre.

Ma: Permítanme(a Ubín) Ahora, ¿Qué cuerpo se formó?

Ubín: Uuun...

Ma: ¿Un qué? Una pirámide (le dice a un niño que la llama con insistencia) ¿Me permites un momentito? ¿Cómo se llama?

Beto: No, se formó un de éste (tiene en sus manos un prisma triangular)

Ma: ¿Ese?

Beto: Sí. Porque ira, así le doblas estos así (pone el prisma en el rectángulo de en medio y dice que si doblan y juntan las otras dos caras y las unen se forma el prisma triangular).

Ma: Ah bueno, pero sin doblarle, así ¿Qué cuerpo geométrico es? (.) A ver (les enseña la hoja de los ejercicios que hicieron) vuelvan a checar estas, ¿cuál es?

Ma: A ver qué cuerpo era entonces

Ubín: Este, yo digo que éste (señala el prisma hexagonal)

Ma: ¿Tiene base en forma de hexágono?

Ubín: No, entonces a éste (señala el prisma rectangular)
(RTC0404)

La maestra quería que los niños dijeran el nombre del cuerpo y por eso siguió preguntando. Beto se mostró participativo en esta actividad y ante la pregunta del nombre del cuerpo, otra respuesta que ofreció es que se trataba de una pirámide cuadrangular. La maestra le hizo ver a Beto que la figura no tiene forma de pirámide, pues si fuera pirámide terminaría en pico.

Beto observó las láminas para fijarse en el nombre de los cuerpos y así saber de qué figura se trata. Determinar el nombre del cuerpo se convierte en una adivinanza para los niños, la maestra descartó las respuestas incorrectas, hizo

preguntas a la par que les indicaba cómo la podían determinar. Ubín también participó y finalmente contestó la pregunta correctamente.

Ma: Y, ¿cómo se llama ése? (Continúan trabajando con el prisma rectangular)

Beto: Se llama...

Beto: ¡Pirámide cuadrangular!

Ma: Pirámide, ¿termina en pico?

Beto: Ah, no

Beto: (voltea a ver las láminas del pizarrón en donde están los nombres de los cuerpos) Prisma

Ubín: No

Beto: [Sí es un prisma cuadrangular

Ma: Sí es un prisma, ¿éste es cuadrangular?

Aos: No

Ma: Su base es un qué...

Beto: ¡Rectangular!

Ma: Entonces, ¿qué es?

Ubín: Un prisma () no

Ma: ¿Un qué?

Ubín: Prisma rectangular

Ma: Un prisma rectangular, escriban entonces ahí su nombre, y van a ir haciendo lo mismo con cada una de las figuras (explica esto usando el cuaderno de Beto y mientras ella da la indicación Beto va dibujando el siguiente prisma). Primero marcas el contorno de la de abajo (se aleja y va con Yadi y Yesi y mientras se aleja le dice) y luego la desplazas hacia arriba.

Cuando la maestra fue con las niñas, les ayudó a marcar el prisma rectangular. Ellas tuvieron el mismo problema que los niños, tampoco sabían que el dibujo que hicieron correspondía a un prisma rectangular, pues las aristas del cuerpo estaban superpuestas y la figura no se distinguía.

La maestra las interrogó acerca de la figura que se marcaba, Yesi respondió que era una pirámide, aunque no sabemos por qué dio esta respuesta. Utilizó la misma pregunta sobre la forma de la base que hizo a los niños y Yadi dio la respuesta correcta. Para que los niños aprendieran el nombre de las figuras, la maestra reitera que vean la forma de las bases y que observen las diferencias en su forma, por ejemplo, “el pico” en el que terminan las pirámides.

Ma: ¿Qué prisma se forma?

Yesi: Una pirámide

Ma: ¿Una pirámide?, ¿[el cuerpo dibujado]termina en pico?

Yadi: Un prisma cuadra...rectangular

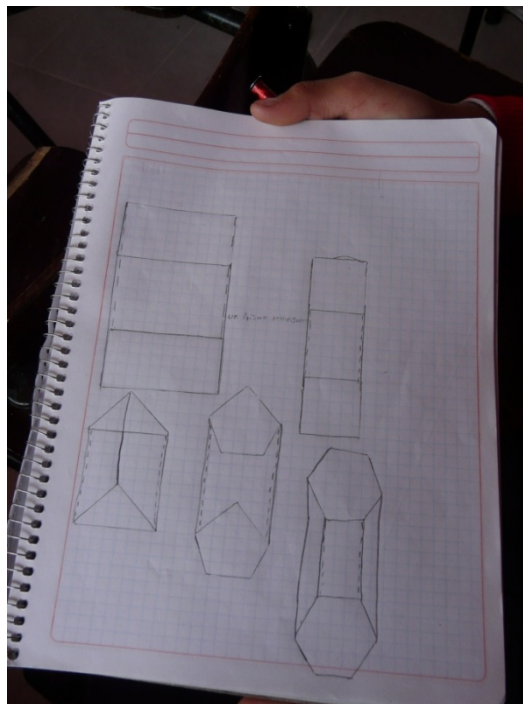
Ma: Un prisma rectangular. Van a tratar con éste (toma otra figura geométrica)

Una vez que los niños resolvieron el primer problema, hicieron el mismo procedimiento con un cuadrado y aunque el dibujo tampoco fue claro, este segundo ejercicio les resultó más fácil y dedujeron rápidamente que se trataba de un cubo.

Ubín: ¿Éste cuál es Beto? (pregunta por el cubo) yo digo que es éste (señala el cubo de la hoja de actividades)

Beto: Yo también

Los trazos propuestos por la maestra para los prismas triangular, pentagonal y hexagonal resultaron más intuitivos para los niños. (Ver la siguiente figura)



- **Comentarios a las actividades de la primera clase**

- Los niños consiguieron identificar las aristas. Al inicio de la actividad, tres de los cuatro niños no sabían cuáles eran éstas. Al término de la actividad, independientemente de si conseguían contarlas bien o no, todos los niños identificaron correctamente las aristas en los cuerpos.
- El conteo de los elementos a partir del cono plantea algunas precisiones sobre las diferencias y similitudes entre bases y caras en los cuerpos geométricos. La forma como se define comúnmente en los libros de texto de

primaria las bases en un cuerpo geométrico, establece diferencias entre las caras laterales y las bases. Las bases se suelen identificar con las caras planas que se pueden poner sobre alguna superficie horizontal. Pero qué pasa si tomamos algunas de las caras laterales de un prisma y las colocamos en una superficie plana, ¿se considera esa cara como base o de antemano se define que los prismas sólo pueden tener dos bases? Y en caso de definir las así, ¿es correcto hacerlo?, ¿qué nombre le corresponde a la cara apoyada horizontalmente?

Esto se relaciona con la manipulación que hacemos de los cuerpos cuando los trasladamos y giramos, pero mantenemos intactas sus dimensiones. Me surge la siguiente duda: ¿es importante hacerle saber al alumno que aunque el cuerpo este rotado o trasladado se trata siempre del mismo cuerpo?, ¿podría facilitar esto otros conocimientos sobre los cuerpos geométricos?

Cuando los niños se enfrentaron al conteo de elementos sin tener los cuerpos de plástico, tuvieron problemas para hacerlo y requirieron ayuda de la maestra. La actividad se transformó y en lugar de contestar las preguntas que la maestra les hacía, se dedicaron a hacer el conteo como ella les señaló (contaron cuántas veces la maestra señalaba el dibujo en el papel), es decir, la actividad se tradujo en una más guiada. En el comentario siguiente esbozamos una alternativa.

- La anticipación de los números de partes (¿cuántas aristas, caras etc.?) sin disponer de los cuerpos geométricos de plástico presenta una dificultad interesante que podría ser explotada didácticamente: exige un ejercicio de imaginación espacial. Una vez hecha la anticipación, se puede poner a disposición el cuerpo geométrico en cuestión, para que se verifique. Cabe observar que para el caso de los cuerpos geométricos que sí estaban disponibles en el salón, los alumnos sí los usaron, pero no de la manera anterior, sino para resolver directamente. Cuando el análisis de figuras se hace a través de su representación plana es cuando puede ser más conveniente usar el material para verificar anticipaciones. Consideramos que la idea de anticipar–verificar debería ser trabajada intensamente en procesos de formación con los profesores (Brousseau, 2007).
- Los tropiezos en la actividad del dibujo de los cuerpos geométricos ponen de relieve, por un lado, la pertinencia de la representación bidimensional de cuerpos geométricos y, por otro, el escaso énfasis que se hace sobre el tema en los programas de la SEP. La maestra se aventura a trabajar este

tema tomando como base una consigna que no sabemos de dónde obtuvo o si ella la diseñó, pero que, en todo caso, resultó confusa para los alumnos. También en este caso un cambio sencillo en la consigna podría dar mejores resultados, por ejemplo, marcar la figura de papel, luego desplazarla no solo vertical sino también horizontalmente, ayudaría a que los niños visualizaran los cuerpos más fácilmente.

2.3.2 Análisis de la segunda clase

En la segunda clase las actividades para tercer ciclo que estaban escritas en las láminas fueron las siguientes:

Reunidos en equipo utilicen los cubos del material y con ellos formen todos los prismas rectangulares y cuadrangulares que les sea posible, con la información obtenida van a completar esta tabla.

Prisma	Número de cubos a lo largo	Número de cubos a lo ancho	Número de cubos a lo alto	Volumen: número total de cubos que lo forman
A B C D E				

En el programa para sexto grado hay una actividad en la sección de orientaciones didácticas, análoga a la primera actividad de esta clase, “Con 48 cubitos, ¿cuáles prismas se pueden construir?” (SEP, 2009f: 95). En quinto grado también hay una actividad parecida “Con varios ejemplares de unidades, construir cuerpos con diferentes propiedades (inclusive diferente superficie total) y volumen equivalente.” (SEP, 2009e: 110)

Luego de esta actividad los niños tienen que responder las siguientes preguntas:

¿Cuántos cubos se necesitan para formar un prisma que mida 5 cubos de largo, 2 de ancho y 4 de altura?

Propongan una forma para calcular el volumen de un prisma rectangular, de manera rápida, haciendo una fórmula y escribanla.

Como veremos a continuación, en la realización de estas actividades hubo grandes dificultades que trataremos de explicar aquí.

- **La actividad diseñada: dificultades que se avizoran (II)**

En las instrucciones para hacer la actividad no se especificó si los niños debían usar todos los cubos. Veremos que esto creó confusión al principio de la actividad.

En la última columna de la tabla que los niños debían llenar la maestra puso una definición de volumen (volumen = número total de cubos que lo forman) que los niños no trabajaron en la clase anterior, aunque es posible que en otro momento del ciclo escolar ya hubieran trabajado este tema.

Cabe observar también que en la actividad no se especificó que la unidad de medida que se usa era un cubito de plástico con el que los niños formaban los prismas. Esto podría acarrear confusiones al proponer la fórmula para el volumen o posteriormente, por ejemplo, cuando los niños hagan otros ejercicios sobre conversiones de volumen.

La última pregunta que debían responder, “Propongan una forma para calcular el volumen de un prisma rectangular, de manera rápida, haciendo una fórmula y escríbanla” (RG0504), suponía que los niños ya habían hecho una serie de deducciones que les permitirían llegar a esta conclusión, sin embargo, la obtención de dicha fórmula no es nada trivial para los alumnos y, por otra parte, incluso el arribar a la fórmula no es garantía de que los niños comprendan qué es el volumen.²⁷

- **Cambio en la consigna de la primera actividad**

Conforme transcurre la clase la maestra explicó la consigna. Primero dijo a los alumnos que para el primer prisma “van a ubicar cuántos cubos, tiene a lo largo (...) cuántos a lo ancho y cuántos a lo alto, en total cuántos cubos lo forman”, pero queda pendiente saber qué condiciones debe cumplir ese primer prisma.

Cuando los niños comenzaron a trabajar formaron un prisma de $2 \times 5 \times 1$, les sobraron varios cubos y no sabían si lo que estaban haciendo era correcto, por eso llamaron a la maestra para preguntarle. Cuando fue con ellos les dijo que debían usar “todos los cubos o la mayor cantidad” para formar un solo cuerpo. La indicación siguió siendo ambigua.

Cuando la maestra se retiró, los niños decidieron usar todos los cubos y se pusieron a formar el primer prisma. En las revisiones siguientes la maestra va a esperar que siempre usen todos los cubos.

²⁷La complejidad que subyace a la comprensión de la noción de volumen está ampliamente documentada, por ejemplo en Vergnaud *et al* (1983), o en Saiz (2002).

- **¿Qué es el volumen?**

En la última columna de la tabla está escrito “volumen = número total de cubos que lo forman”. Sin embargo, para algunos niños, contar los cubos y determinar el volumen no es equivalente, como lo muestra la interacción con Yadi. El primer prisma que los niños hacen tiene dimensiones 10x3x2. Al llenar la tabla con los datos de este prisma sucede lo siguiente.

(La maestra llega a revisar el trabajo de los niños, ellos ya contaron el número de cubos)

Ma: ¿Sesenta tiene de volumen?, ¿sí?

Yadi: No, número de cubos

Ma: ¿De cubos? Por eso, aquí dice: volumen es igual al número total de cubos que lo forman. ¿Cuántos lo formaron?

As: Sesenta (los niños ya habían contado los cubos uno por uno)

Ma: Sesenta, a ver, entonces, anoten ahí. (RTC0504)

La maestra usó una definición de medida de volumen, pero es probable que otros niños de tercer ciclo, además de Yadi, no tuvieran claro qué significa “obtener el volumen de un cuerpo”. El trabajo con el tema de volumen implica dos nociones, la primera es interpretar el volumen en tanto cantidad de espacio que ocupa un cuerpo, la segunda es la medida del volumen, que es un número de unidades cúbicas. En la segunda noción es necesario establecer cuál es la unidad de medida de la que se parte para medir. En este caso la unidad es el cubito, pero al inicio de la actividad no se precisa.

Para determinar el número de cubos, los niños contaron de uno en uno, o de dos en dos y así determinaban el total, es decir, el principal recurso de los niños para contar el número de cubos fue el conteo, eventualmente abreviado mediante el recurso a sumas repetidas. Esto constituyó un primer acercamiento a la medición con una estrategia aditiva, la pregunta es ¿cómo pasar de esta estrategia a la definición de una fórmula que descansa en una estrategia multiplicativa? La maestra les preguntó si no había una forma más rápida de calcular el número de cubos “además de contar de dos en dos o de uno en uno”. Yesi respondió que sí. La interacción que tuvo con ellos en ese momento dejó ver claramente cómo los alumnos no pudieron inferir, a partir de sus conteos, la fórmula para calcular el volumen—la cual sin embargo resulta tan obvia para quienes ya la conocen—.

Ma: A ver, ahora, ¿habría una forma más rápida de calcularlo?

Yesi: Sí

Ma: ... ¿Que contar de dos en dos, o de uno en uno?

Ubín: Mmmh, no

Yesi: Multiplicar el largo por el ancho
Ma: A ver, vamos a escuchar. Multiplicar el largo por el ancho, a ver, entonces dirías: diez por tres... ¿Cuánto es?
Ao: Diez por tres...treinta
Ubín: Treinta
Ma: ¿Y luego?
Yadi y Ubín: Tres por dos...
Ubín: Seis...(RTC0504)

Los niños proponían multiplicaciones, primero del largo por el ancho y luego del ancho por el alto, pero no asociaban que esas operaciones correspondían a contar los cubos en una de las capas o niveles²⁸del prisma y que al hacer las dos multiplicaciones en forma consecutiva (largo por ancho y ancho por alto) no obtendrían el total de cubos en el prisma.

Ma: ¿Sí?... ¿Diez por tres y luego tres por dos?
Ao: Ah, no...veinte
Ma: A ver...
Yesi: Tres por tres...diez por tres treinta y [diez por dos veinte
Ma: ¿Sí? Diez por dos...
Ao: Por tres...
Ubín: A no, diez por tres...treinta y diez por dos veinte
Ma: A ver, dicen que multiplicando el largo por el ancho, dijo Yesi diez por tres, treinta...ya tenemos ahí lo de un solo piso, o un solo nivel. (RTC0504)

La maestra hizo hincapié que, la multiplicación que Yesi propuso correspondía a un solo nivel, cuestión que no pareció clara para los niños. La multiplicación no fue un recurso que ellos tuvieran presente para hacer el conteo de cubos.

Como mencioné, la primera operación que los niños usaron para contar más rápido el número de cubos fue la suma, en este caso duplican el número de cubos que hay en un nivel. Es decir, si arriba (segundo nivel) hay 30, abajo (primer nivel) debe haber también 30, entonces en total hay 60 cubos.

As: [diez por tres, treinta]
Ubín: Ahora vamos a hacer otro
Ma: Pero nos falta contabilizar los de abajo
Beto: Hay treinta arriba
Ma: Ajá...Si hay treinta arriba
Ubín: treinta abajo, [sesenta
Ma: [sesenta, y eso ¿de dónde lo sacamos?
As: [de lo alto]
Ma: Ah, bueno, entonces era diez por tres treinta, por dos, porque tiene dos de altura
Ao: sesenta

²⁸En adelante llamaré capa o nivel al prisma de cualquier largo y ancho y altura igual a uno.

Ma: ¿Nos dio sesenta? Bueno...(RTC0405)

Hubo intención de la maestra de 1) concretar la noción de medida de volumen, 2) intentar que la fórmula sea deducida por los niños preguntando cómo pueden hacer los cálculos más rápidos.

En los ejercicios posteriores los niños no usaron la multiplicación para contar el número de cubos, continuaron usando estrategias como contar de dos en dos, y siguiendo el razonamiento de la maestra para este primer prisma, duplicaban el número de cubos de los niveles para contar más rápido.

La maestra acudió con los niños cuando terminaron el segundo prisma. Ellos acomodaron los sesenta cubitos para formar un prisma de $6 \times 5 \times 2$. Les preguntó por sus dimensiones y el número de cubos que tenía e introdujo ella misma el uso de la multiplicación, aunque tuvo que cortar su interacción con tercer ciclo para atender a otros niños.

Ma: Ahora, ¿cuántos cubos tiene en total?

Yesi: Sesenta

Ao: Sesenta...

Ma: ¿Sí?

Yesi: porque es el mismo que aquí (se refiere al número de cubos que usaron para hacer el prisma anterior)

Ma: A ver, pero vamos a hacer el cálculo...a checar si es cierto: largo por ancho, seis por cinco

Ao: treinta

Ma: ¿Y luego?

As: (.)

Ao: Seis por dos...

Ma: ¿Seis por dos?

Ao: (no)

(La maestra se tiene que ir para a corregir a unos niños que están jugando con el material)(RTC0504)

Introducir la multiplicación para determinar el número de cubos, crea confusión entre los niños. Ante la petición de la maestra de usar la multiplicación ellos proponen que se multiplique largo por ancho y, en este ejemplo, largo por alto. Pero cuando la maestra se fue, los niños contaron los cubos, primero de uno en uno, luego de dos en dos, cometieron errores de conteo y el resultado que obtuvieron no fue sesenta. Yesi contó primero todos los cubos del nivel de arriba, primero contó treinta, luego duplicó la cantidad y finalmente verificó que son 60. También con otros prismas duplicaron el número de cubos por nivel, por ejemplo, para el prisma de dimensiones $5 \times 3 \times 4$, Yesi contó primero los cubos de un nivel, dice "quince y quince, treinta y treinta sesenta".

Si releemos la interacción anterior, vemos que por lo menos Yesi ya sabía

cuál sería el resultado cuando la maestra pidió que lo verificaran. Esta petición de la maestra no fue porque los niños contaran mal, quizá ella quería repasar la multiplicación de las dimensiones como método para calcular el número de cubos.

Así, si usar la multiplicación para contar los cubos era uno de los principales objetivos, éste no se cumplió, pues los niños no lo hicieron. Ellos no relacionaron las sumas repetidas de la cantidad de cubos de un nivel, tantas veces como niveles hay, con una multiplicación. No obstante, aunque no usaran la fórmula del volumen, duplicar la cantidad de cubos por niveles podría facilitar que en ejercicios posteriores, la multiplicación fuera deducida por los niños, pues lo que están haciendo son sumas repetidas y, como sabemos, la multiplicación es la simplificación de una suma repetida.

Por otra parte, cada que terminaban de hacer un prisma los niños contaban, aunque supieran que el resultado siempre sería sesenta. No está claro el objetivo de contar 60 cubos cada vez, ¿era que los niños comprobaran que se pueden formar diferentes prismas con el mismo número de cubos?, ¿se logró que los niños lo observaran?, ¿o el ejercicio quedo simplificado al conteo de cubos?

- **Formar un prisma cuadrangular con 60 cubos**

En repetidas ocasiones los niños intentaron hacer un prisma cuadrangular, pero no lo consiguieron, en cada intento les faltaban o les sobraban cubos. Otro problema radicó en el material con el que trabajaron pues los cubos que usaron en estas clases eran muy pequeños, además cuando se caían se desprendía una tapa transparente que era difícil de encontrar. Cuando construían prismas con mayor altura, las piezas se tambaleaban y terminaban cayendo.

Por otra parte, el material concreto si bien presentó un conjunto de ventajas, también provocó que los niños se rehusaran a trabajar sin él, aun cuando éste resultaba difícil de manipular y, sobre todo cuando no era muy necesario. Por ejemplo, en el caso del prisma con base cuadrangular de 2×2 los niños no pudieron formarlo con el material, pero tampoco intentaron hacerlo de algún otro modo (“acostado” por ejemplo, o dibujado), se empeñaron en formar físicamente el prisma para poder contar los cubos, dada su altura se desplomaba y no lo pudieron hacer.

Desde que comenzó la actividad inicial transcurrieron más de dos horas. Cuando intentaban hacer el último prisma (de 2×2), les llevó cerca de media hora formarlo. Los niños comenzaron a arrebatarse los cubos e intentaron hacer un prisma con los cubos que cada uno lograba obtener. Yesi y Yadi se unieron para quitarle los cubos a Beto y Ubín, los niños iniciaron una cuenta regresiva para

presionarlas mientras ellas hacían un prisma. La maestra intervino en diferentes ocasiones para que los niños siguieran trabajando en equipo y al final fue ella quien construyó el prisma cuadrangular. Como no pudieron armarlo porque se caía, la maestra hizo primero una parte y luego otra, y posteriormente sumó los niveles. Así logró formar el prisma cuadrangular.

- **Comentarios a las actividades de la segunda clase**

- Los niños formaron prismas con el mismo número de cubos (60 en total), contaron el largo, ancho y alto de los cuerpos y posteriormente, el número de cubos. Durante la actividad desarrollaron estrategias de conteo, agruparon cubos y contaron el número de estos, por niveles. Quizá iban asociando que, cuando contaban el total de cubitos, lo que estaban haciendo era determinar un volumen, pero como antes mencioné, la comprensión de este tema es difícil y en estas clases quizá solamente se sentaron algunas bases para que posteriormente los niños accedan al contenido. Para los niños, la tarea se centró principalmente en formar prismas rectangulares con pequeños cubos y contarlos; el prisma de base cuadrangular fue la construcción más complicada y no la pudieron hacer.
- Al inicio de la actividad los niños colaboraban y entre todos armaban los prismas, pero luego de casi dos horas de trabajo empezaron a pelear entre sí por los cubos. No tenemos certeza sobre ello, pero quizá la maestra les pedía con insistencia que hicieran el prisma cuadrangular para que siguieran ocupados mientras ella trabajaba con los otros grados, ya que al final, cuando la clase estaba por concluir fue la maestra la que construyó el prisma. En otras clases los niños de tercer ciclo terminaron antes que los otros ciclos y la maestra debía encontrar actividades para mantenerlos ocupados. La maestra debe hacer una estimación de cuánto tiempo se va a llevar cada grado haciendo las actividades, pero este cálculo es difícil por las múltiples variables en la clase real. Es complicado encontrar el punto exacto para que los niños sigan interesados en los ejercicios y a la vez que el tiempo le alcance a la maestra para atender a todos los niños. Esto plantea algunas interrogantes, ¿qué parámetros sirven para saber cuánto tiempo debe durar la clase?, ¿alguno de los ciclos se debe tomar como referencia, por ejemplo, primer ciclo que son quienes más se tardan? Y esto conduce nuevamente a pensar sobre la distribución del tiempo y el manejo de los tiempos “muertos” durante las clases. Sobre este aspecto, señalo

nuevamente que la maestra que observamos en la escuela tridocente tenía un conjunto de actividades lúdicas, que los alumnos podían hacer en los tiempos muertos, sobre todo cuando terminan antes una actividad. Esta idea aparece también, de alguna manera en la propuesta curricular de *Dialogar y Descubrir*, bajo la forma de clases indirectas.

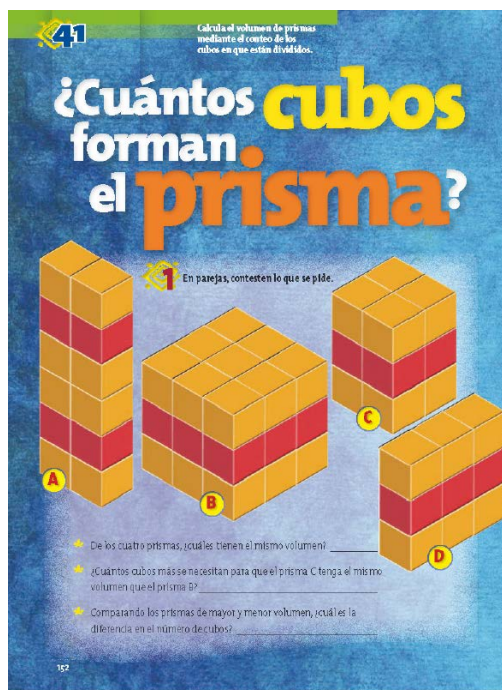
- Sin excluir los posibles avances y relaciones que más adelante podrían servir a los niños en su trabajo con el volumen y los cuerpos geométricos, el trabajo estuvo centrado mucho tiempo en la construcción de prismas y en el conteo de cubos. De hecho, para responder la última pregunta, en donde se pide a los niños formar un prisma de $5 \times 2 \times 4$ los niños forman el prisma con las dimensiones requeridas usando el material concreto, pero quizá el aprendizaje esperado por la maestra era la aplicación de la fórmula y el uso de ésta no se concretó.
- Si bien el uso de material concreto tiende a ser valorado en la enseñanza de las matemáticas, su pertinencia para los objetivos de las actividades no está garantizada *per se*, por lo que debe ser analizada cada vez. Como vimos, en esta clase el material constituyó un apoyo para los razonamientos en ciertos momentos, pero en otros tendió a inhibir otras construcciones o razonamientos.

2.3.3 Análisis de la tercera clase

La tercera clase de matemáticas de la secuencia y última de la observaciones, difiere con el resto en que inicia después del recreo. Al llegar al salón los niños se encuentran excitados, todavía con ánimos de jugar, toman agua y tardan un poco más de lo habitual en atender la clase; la maestra puso límite de tiempo para copiar los ejercicios de las láminas y empezó las indicaciones hasta que observó que los niños han terminado de copiar los ejercicios. El uso de los espacios también fue distinto: los niños de primer y tercer ciclo trabajaron en el patio al aire libre, mientras que los de segundo ciclo se quedaron en el salón.

- Actividades de la clase

Los niños trabajaron con el libro de sexto (SEP, 2010) en las páginas 152 y 153 sección 41.



La lección se llama “¿Cuántos cubos forman el prisma?”
Están dibujados 4 prismas de las siguientes dimensiones.

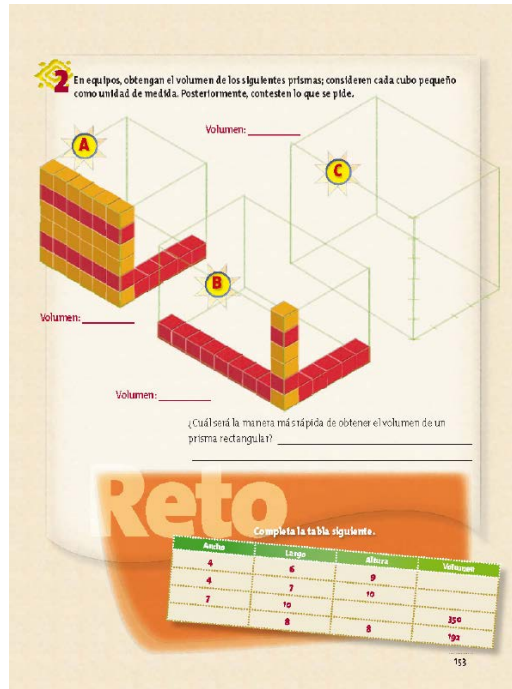
- A) $2 \times 1 \times 6$
- B) $3 \times 3 \times 3$
- C) $2 \times 2 \times 3$
- D) $3 \times 1 \times 3$

Las preguntas planteadas fueron las siguientes:

- De los prismas, ¿cuáles tienen el mismo volumen?
- ¿Cuántos cubos más se necesitan para que el prisma C tenga el mismo volumen que el prisma B?
- Comparando los prismas de mayor y menor volumen, ¿cuál es la diferencia en el número de cubos?

La maestra añadió otras preguntas haciendo referencia a los prismas dibujados en el libro, “¿Cuál prisma tiene mayor volumen?, ¿Cuál tiene menor volumen? Si al prisma **C** se le agrega el doble de cubos que tiene, ¿cuál sería su volumen?” (RTC0704).

Aunque esta actividad aparece en el libro para sexto grado, en el programa de quinto grado hay una orientación didáctica relacionada con ella ya que se pide comparar el volumen de los prismas dibujados, “comparar el volumen de cuerpos por distintos medios: directamente o a través de una unidad” (SEP, 2009e: 110).



En la página 153 hay otra actividad, en la que los niños tienen que determinar el volumen de tres prismas. Como vemos en las fotos, esos prismas tienen algunos cubos dibujados y poco a poco se va quitando información y los niños deben en cada caso determinar el volumen de los prismas. Las paredes de los prismas son “transparentes” a diferencia de los prismas de la página anterior.

La indicación en la página del libro es la siguiente:

En equipos obtengan el volumen de los siguientes prismas, consideren cada cubo pequeño como unidad de medida. Posteriormente contesten lo que se pide. Los prismas están dibujados en el libro y tienen las siguientes dimensiones:

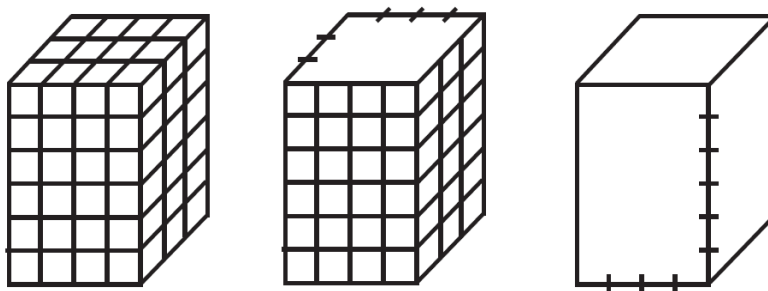
- A) $6 \times 6 \times 6$
- B) $9 \times 6 \times 6$
- C) $9 \times 5 \times 6$

Posteriormente, los niños tienen que responder la siguiente pregunta: ¿cuál será la manera más rápida de obtener el volumen de un prisma rectangular?

Finalmente hay un recuadro que dice “Reto” y pide que los niños completen una tabla:

Ancho	Largo	Altura	Volumen
4	6	9	
4	7	10	
7	10		350
	8	8	192

En el programa para sexto grado esta actividad se especifica gráficamente “se puede iniciar con dibujos de prismas en los que se distinguen todas las unidades que forman algunas caras, poco a poco se va quitando información hasta indicar únicamente las medidas, largo, ancho y altura. Algunos ejemplos de estos casos son los siguientes” (SEP, 2009f: 110)



- **La actividad diseñada: dificultades que se avizoran (III)**

Como ya he mencionado, la interpretación de los dibujos planos de cuerpos tridimensionales fue un reto para los niños, en particular para Ubín. Esta va a ser la principal tarea durante la clase, los niños deberán obtener información para contar y comparar el número de cubitos a partir de los dibujos.

La forma en la que los niños van a resolver las actividades, como veremos más adelante, va a pasar por usar cubitos de plástico, esto va a evidenciar algunas dificultades en la interpretación de los dibujos planos de cuerpos tridimensionales. Sobre este problema, Gutiérrez (1998: 194) advierte:

Al enseñar geometría espacial, el proceso de comprensión subyacente a una representación plana se complica debido a que hay que recorrer dos pasos: 1) interpretación de la figura plana para convertirla en un objeto tridimensional y 2) interpretación de este objeto (que en muchos casos solo existe en la mente de los estudiantes) para convertirlo en el concepto geométrico objeto de estudio. Por tanto siempre que estemos manejando objetos espaciales y nos veamos obligados a representarlos mediante figuras planas, tendremos planteado un problema que tiene que ver con la capacidad de visión espacial de los estudiantes y con su habilidad para dibujar representaciones planas de objetos tridimensionales o para interpretar correctamente las representaciones hechas por otras personas.

En la segunda hoja de la actividad, se tiene que deducir la fórmula del volumen a partir de las características del dibujo. Comentamos que no es una tarea sencilla abstraer del dibujo las propiedades, en este caso, el volumen de los prismas, la conceptualización y comprensión del volumen es compleja, como lo evidencia el trabajo de los niños.

- Dificultad para interpretar los dibujos tridimensionales

La maestra pidió que los niños se organizaran en parejas. Como es usual Ubín trabajó con Beto y Yadi con Yesi.

La maestra añadió algunas preguntas en la actividad del libro para que los niños las contestaran. Son éstas las que resolvieron primero los niños.

Pregunta 1: ¿Cuál prisma tiene mayor volumen?

Ubín: Mira Beto aquí dice, ¿Cuál prisma tiene más volumen? Yo digo que es el B, ¿no? Porque cuéntalos, (con ayuda de su lápiz empieza a contar) este es uno, dos,

Beto: [El B porque está más grande.

Ubín: [Tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, (...) son nueve (cuenta solamente los cubos de una de las caras) Y nueve de acá (se refiere a las nueve visible en la otra cara) dieciocho, son dieciocho de los dos lados, (...) (sigue contando) treinta y seis (sigue sumando en voz baja) cincuenta y cuatro.



Lo que hizo Ubín para determinar el número de cubos es contar los cuadrados de una de las caras del prisma, y esto da como resultado 9, luego duplicó la cantidad hasta completar los cuadrados de las seis caras. No todas las caras del cubo son visibles, Ubín imaginó las que no aparecen en el dibujo. Como son nueve por cada cara del prisma y en total hay 6 caras, Ubín calculó a través de sumas que hay 54 cubos. Con los otros prismas procedió de la misma manera, es decir, cuenta el número de cuadrados en la cara de los prismas.

Siguiendo este mismo procedimiento Ubín calculó el número de cubos para los otros prismas, dijo que para el prisma C ($2 \times 2 \times 3$) hay treinta y dos cubos y cuarenta en el prisma A ($2 \times 1 \times 6$).

Aunque Ubín no determinó correctamente el número de cubos que tienen los prismas, respondió acertadamente cuál de ellos tiene mayor y menor volumen. Ubín logró imaginar las caras del prisma que no estaban dibujadas pero no

consideró los cubos en el interior del prisma. Tampoco tuvo en cuenta que al contar todos los cuadrados de una de las caras y luego los de otra cara adyacente, contaba dos o tres veces un mismo cubo del prisma. Vemos que el conteo de cubos cuando es mediante representaciones gráficas representa un reto con mayor dificultad para los niños.

Como las actividades se centran en esta forma de contar los cubos, Ubín se equivocó al responder las otras preguntas que están en el libro de texto. “De los prismas, ¿cuáles tienen el mismo volumen?” Al leer la primera pregunta Ubín respondió casi de manera inmediata “ninguno”. “¿Cuántos cubos más se necesitan para que el prisma C ($2 \times 2 \times 3$) tenga el mismo volumen que el prisma B ($3 \times 3 \times 3$)?” (SEP, 2009fa: 153), Ubín consideró, de acuerdo a la forma en la que los contó, que el prisma B tenía 54 cubos, y el prisma C tenía 32 cubos, hizo la resta mentalmente y luego la comprobó por medio del algoritmo tradicional, en ambos casos el resultado es 22.

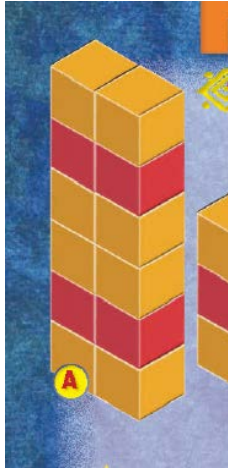
“Comparando los prismas de mayor y menor volumen, ¿cuál es la diferencia en el número de cubos?” la respuesta de Ubín fue “que unos tienen más y otros tienen menos”.

Al terminar de responder los ejercicios de la primera página del libro, Ubín y Beto van con la maestra porque tienen dudas sobre lo que deben hacer en la siguiente página del libro. Cuando ella revisó los ejercicios, la primera observación que hizo es sobre la forma en la que contaron los cubos. Pidió que le enseñaran cómo lo hicieron. Los niños le explicaron y ella trató de convencerlos que estaban contando doble algunos cubos.

La maestra contó en presencia de los niños el número de cubos del primer prisma, e incluso les propuso contar los cubos multiplicando las dimensiones como lo hizo en la clase pasada, aunque esta estrategia no resolvió las dificultades que los niños mostraron en el conteo y tampoco sirvió para comprender por qué multiplicando se obtiene el total de cubos.

Los niños regresaron a su lugar y Ubín durante varios minutos intentó contar los cubos, pero no lo consiguió, Beto se limitó a observar lo que hacía Ubín y no tomó parte activa en la actividad. Los niños continuaron con dudas acerca de cómo contar los cubos y finalmente fueron otra vez con la maestra.

Ella les volvió a explicar cómo contar los cubos y tomó como ejemplo el primer prisma. El problema siguió siendo la comprensión del dibujo, y cómo imaginar los cubos que no son visibles en él.



Ubín: (Cuenta los cubos del prisma A, y lo hace como ya expliqué antes) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, tiene doce y doce de acá.

Ma: ¿Y por qué doce? ¿No éste será un solo cubo?

Ubín: Entonces, ¿cuánto es?

Ma: No éste será un solo cubo o hay más hacia atrás

Ubín: No

Ma: ¿Tiene más columnas? ¿Entonces? ¿Cuántos tuvo aquí? Yo no veo que tenga más hacia atrás, (se refiere al número de “capas”) sólo tiene dos columnas ¿y cuántos cubos tiene en cada columna? (los empieza a contar señalándolos con el dedo) Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, en esta torre, ¿entonces cuántos tendrá?

Ubín: Doce

Ma: Y no podría ser también, ¿Cuántos tiene de largo?

Ubín: Dos

Ma: ¿Y cuántos tiene de ancho?

Ubín: Uno

Ma: Uno. Dos por uno

Ubín: dos

(La maestra introduce la fórmula para calcular el volumen, mientras les explica a los niños)

Ma: Y ¿cuántos tiene de alto?(los va contando) Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, dos por seis.

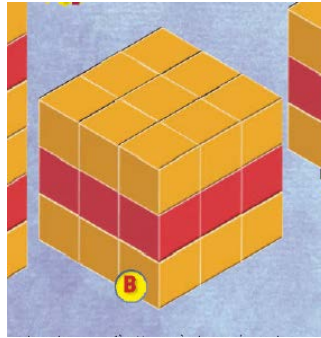
Ao: Doce (contesta un niño de grado menor que ha estado atento a la revisión que hace la maestra)

Ubín: Doce (RTC0704)

El prisma A, con el que la maestra ejemplificó tiene solo una unidad de ancho, lo que facilita la visualización del conteo de cubos que hace la maestra pues todos los cubos que cuenta están visibles. Sin embargo, los otros prismas “esconden” en su base otros cubos, que en el dibujo no están visibles. Considero

que esta es una de las dificultades con las que Ubín se topó cuando repitió el modo de contar que le enseñó la maestra.

Por ejemplo, con el prisma B (3X3X3) la maestra le dijo:



Ma: ¿Cuánto tiene de largo?

Ubín: Tres

Ma: ¿Y de ancho?

Ubín: Tres

Ma: ¿Cuántos tendrá entonces en este piso en total? Si tiene tres, tres, tres (señalando las tres hileras de la base del cubo B)

Ubín: ¿Cómo?

Ma: Tiene tres aquí, tres en esta otra fila y tres en esta otra fila, ¿Cuántos tiene? Primero en lo de la base.

Ubín: Seis

Ma: ¿Cuántos tiene? (señalando una de las filas)

Ubín: De este tres.

Ma: Y otros tres

Ubín y Beto: Seis

Ma: Y otros tres

Cuando la maestra preguntó por los otros tres, Ubín no veía en la figura a cuáles otros tres se refería la maestra, pero como ella indicaba contar esos otros tres Ubín dio el resultado de la suma.

Beto: Diez

Ubín: Nueve

Ma: Nueve, y entonces si tres pisos con nueve cada uno, ¿cuántos cubitos tiene en total? (RTC0704)

Los niños se fueron para terminar de contar el número de cubos del prisma B. Ubín determinó, no se sabe cómo, que el prisma tiene 15 cubos. Hubo intentos de los niños de contabilizar los cubos, la maestra optó por indicarles que trabajaran con el material concreto, esta parece una buena medida pues los niños podrían relacionar el dibujo de un objeto tridimensional con el cuerpo en cuestión. Les da algunos cubos de plástico (los que habían estado usando en las clases pasadas) para que formen físicamente el prisma y así puedan contar los cubos de cada

prisma.

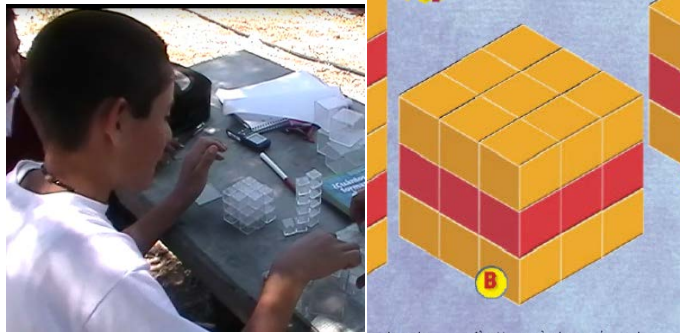
Cuando Ubín formó el prisma B, lo comenzó de la siguiente manera:



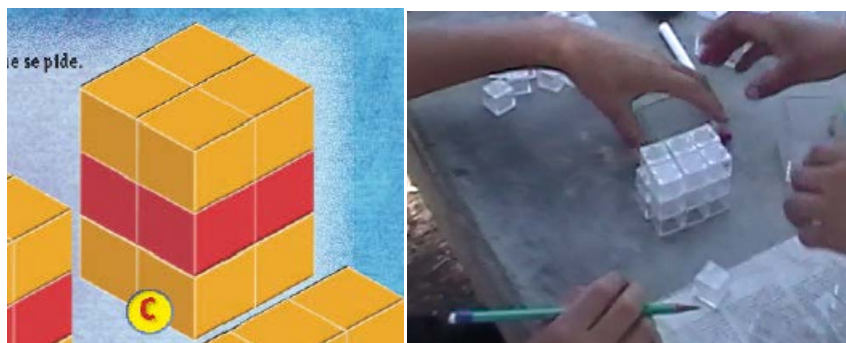
No puso el primer nivel de 3×3 , forma una "L", como la que se aprecia en el dibujo tridimensional del libro y le puso un segundo nivel, luego le dijo a Beto, "acá también, ¿no Beto? Se le debe cerrar acá" (señalando el espacio vacío dentro de la "L") Beto contesta que sí.



Ubín terminó de armar el prisma y luego contó de tres en tres, pero como se le cayó un cubo se equivocó, así que decidió contar los cubos de uno en uno y determinó que hay 27 cubos, luego volvió a hacer el conteo para verificar y comprobó que eran 27.



El prisma C no lograron reproducirlo: formaron un cubo de $3 \times 2 \times 3$ (ver foto de la derecha) que les dio como resultado 18 cubos.



El cubo D lo construyeron igual que el anterior (el de la foto de lado derecho) este prisma en el dibujo tiene dimensiones $3 \times 1 \times 3$, ellos hacen uno de $3 \times 2 \times 3$, es decir, en este caso tampoco logran concretar correctamente el dibujo.

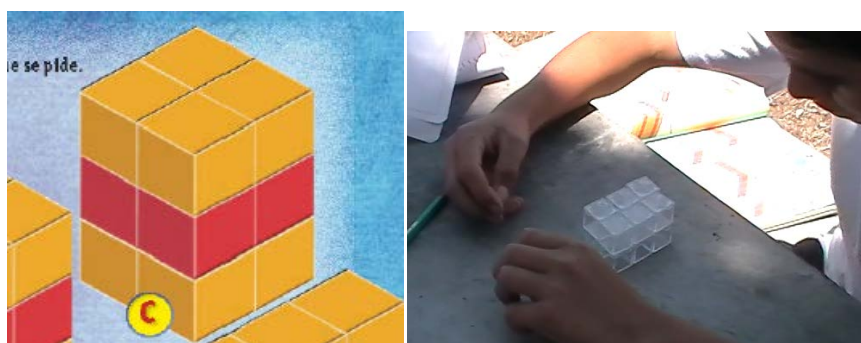
Sobre esta dificultad para interpretar un dibujo de un cuerpo geométrico, Broitman e Itzcovich (2003: 302) señalan que “las conceptualizaciones de los sujetos acerca de los objetos geométricos son las que determinan qué propiedades pueden verse en los dibujos”. Ante esto queda la duda de lo que Ubín estaba visualizando, pues no es fácil determinarlo.

Cuando fueron con la maestra para que les revisara si contaron correctamente los cubos del prisma C, tiene lugar la siguiente interacción:

- Ubín: Aquí tiene dos (señala el número de cubos de uno de los lados de la base)
- Ma: ¿Y acá de este lado?
- Ubín: Dos
- Ma: entonces, ¿Cuántos tiene en la base?
- Ubín: Cuatro
- Ma: ¿Y en el segundo nivel?
- Ubín: Dos, (corrige) uno
- Ma: ¿Sólo uno?
- Ubín: No

Ma: ¿Y cómo sostiene los de arriba entonces?
 Ubín: Tres
 Ma: ¿Sólo tres?, ¿atrás no habrá otro?
 Ubín: Si
 Ma: ¿O cómo se sostiene este?, ¿Entonces cuántos tiene? (Aquí la maestra nota que Ubín no está contando todos los cubos)
 Ubín: Ocho
 Ma: ¿Y acá?
 Ubín: Cuatro
 Ma: Entonces, ¿cuántos son?
 Ubín: Doce
 Ma: ¿Cómo armaron entonces su prisma que calcularon que era 18?
 (Ubín ya no le contesta, toma su libro y se va para su banca a seguir trabajando) (RTC0704)

Cuando Ubín formó el prisma C, el resultado que obtuvo fue 12. El acomodo que hizo de los cubos no corresponde a la figura dibujada, se trata del mismo prisma (2x2x3) pero dibujado con la base de 3x2 en lugar de 2x2 como en el dibujo original.



Las concretizaciones con cubos que se hace de los prismas representados en el libro indican que la comprensión de las figuras tridimensionales no es una tarea trivial. Esta situación ya la habíamos observado en la primera clase de la secuencia en la que los niños tenían que imaginar los vértices, caras y aristas la pirámide trunca y el prisma pentagonal. Al respecto Godino et al (2001: 20) menciona que “el papel de la visualización en el trabajo matemático, profesional o escolar, es complejo ya que está frecuentemente imbricado con el uso de inscripciones simbólicas , que aunque `se vean´ , su significación es puramente convencional.”

Al intentar hacer otra vez el prisma D, Ubín volvió a obtener un cubo de 3x2x3. Como la maestra ya le había corregido esa cuenta, fue con ella nuevamente para que lo ayudara a construir el prisma.

Al ver los resultados de los niños, la maestra fue con ellos a su banca para ayudarles a hacer el prisma. Antes de ir con los niños a su lugar, la maestra agotó otros recursos, pero al ver que los niños continuaban con dificultades, decidió ir con ellos y ayudarles a construir el prisma.

En esta interacción siguen trabajando con el prisma D (3x1x2).

Ma: ¿Cuántos son? (se refiere al número de cubos que debe tener la base del prisma)

Ubín: Tres

Ma: ¿Cuántos van a poner ustedes en el que van a formar?

Ubín: Tres

Beto: (le dice a Ubín) Ponlos

Ma: Y luego, en el siguiente nivel, ¿cuántos tendrá?

Ubín: uno, dos

Beto: Son tres

Ma: ¿Por qué crees tú que son tres o dos?, ¿por qué?, ¿Cuántos son?

Ubín: Tres

Ma: Entonces colócalos, ¿por qué decías que dos?, ¿Y luego en el tercer nivel?

Beto: Te dije que así era (se pone a construir el prisma)

Ubín: Tres

Ma: Ahora sí, ¿cuántos tiene?

Ubín: Nueve

Ma: ¿Y de dónde sacamos que eran 18o porque dijimos que eran 18?

Ubín:(...)

Ma: Ya tiene el material ustedes aquí para que puedan, si les cuesta trabajo contar aquí (se toca la cabeza) y en su mente organizar la información tienen ya aquí el material y aun así lo seguían teniendo incorrecto. ¿No lo estaban haciendo o qué sucedió?

Ubín: Sí

Ma: ¿entonces?, ¿Por qué les salió 18?

Sergio-3: Porque

Ma: Sssh, ellos son los que me tienen que explicar. ¿Cuántos tiene entonces?

Ubín: Nueve

Ma: Nueve, entonces vamos a escribir ahí.

Cuando pasó al segundo nivel del prisma, y pregunta cuántos cubos hay, Ubín respondió primero que uno y luego dos, la maestra le cuestionó por qué dijo que dos, pero Ubín no contestó. El silencio de Ubín me hace reflexionar sobre una dificultad presente a la hora de averiguar el por qué de un error o alguna confusión en las actividades: aunque exista una intención de



la maestra de averiguar por qué Ubín dijo dos, es difícil que logre saberlo en parte porque Ubín siente presión por contestar correctamente las preguntas de la maestra pero también porque los “por qué” que dice en clase la maestra (y los maestros en general) suelen tener distintos sentidos. Algunas veces, como en la anterior, cuando la maestra pregunta el “por qué” de alguna respuesta, apela a una argumentación y los niños lo saben.²⁹ Dar una explicación precisa que logre expresar lo que se está mirando (lo que Ubín ve en el papel) más allá de explicar un procedimiento, no es una tarea sencilla. De hecho para ubicar qué podía estar pasando en los errores de Ubín tuve que ver varias veces el video hasta poder encontrar la lógica del error.

El tiempo de clase se agotaba y todavía quedaba una página del libro que los niños deben responder. La maestra condujo las respuestas para que los niños puedan terminar la actividad.

Ahora, (leyendo la pregunta del libro) ¿De los cuatro prismas cuáles tienen el mismo volumen?

Ubín: Ninguno

Ma: Seguro, ¿Cuánto tiene este? (señala el prisma A [2x1x6] y luego el B [2x2x3])

Ubín: Doce, veintiuno, ah no (se refiere al cubo C 3x3x3)

Ma: ¿Este tiene 21?

Ubín: Ah no, 27

Ma: ¿Cuáles tienen el mismo volumen entonces?

Ubín: El A y el C

Ma: Escribanlo. Ahora ¿Cuántos cubos más se necesitan para que el prisma C tenga el mismo volumen que el prisma B?, ¿cuánto tiene el prisma C?

Beto: Nueve

Ma: ¿Y cuánto se necesita para que tenga lo mismo que el prisma B? Éste tiene doce (se refiere al prisma B), cuántos le hacen falta para tener 27? (se aleja acompañada de su “nube” de niños de los otros ciclos que estuvieron poniendo atención a todo lo que la maestra hacía)

Ubín: Quince

Beto: ¿Quince?

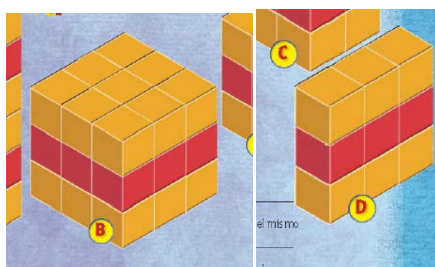
Ubín: Sí (RTC0704)

Para la última pregunta, la que dice “Comparando los prismas de mayor y menor volumen, ¿Cuál es la diferencia en el número de cubos?” Ubín respondió: “el

²⁹ Sobre esta característica del trabajo en clase Sadovsky y Sessa(2005: 15) menciona “Si el alumno tiene que obtener una buena nota, se siente obligado a tener una actitud *conforme* a las expectativas que se tienen sobre él, necesita *mostrar* que sabe, decir aquello que se espera que diga. Esto puede inhibirlo de desplegar todas sus ideas por temor a que se lean como “ideas confusas” o “erróneas” o “no pertinentes” y puede llevarlo en consecuencia a que pierda autonomía”

B tiene más y los otros tienen menos”. La palabra *diferencia* no evocó, para Ubín la necesidad de dar una respuesta cuantitativa exacta, por lo que no hace la operación y responde en términos cualitativos. Bajo esta mirada su respuesta es acertada, pues efectivamente el prisma B tiene más cubos que los otros prismas, él marca una diferencia entre ellos. La pregunta anterior también pedía determinar una diferencia de cubos (¿Cuántos cubos más se necesitan para que el cubo C tenga el mismo volumen que el prisma B?) y Ubín procedió a hacer una resta.

En este momento de la clase, cuando ya se estaba operando sobre el número de cubos en los prismas, hay dos tareas principales, una es comprender lo que la pregunta pide y la otra es hacer la operación correcta. La maestra “le traduce las preguntas”, para que Ubín haga la operación solicitada. Es importante mencionar que esto tiene lugar luego de que Ubín ya intentó contestar y tuvo errores, es un recurso que la maestra usó, cuando ya había transcurrido un tiempo considerable y los niños no habían podido avanzar, tenemos evidencia de que Ubín lo estuvo intentando. Veamos.



Diferencia entre el prisma con mayor número de cubos (B) y el prisma (D) con menos cubos.

(Ubín contesta que la diferencia es de dieciocho cubos)

Ubín: Dieciocho

Ma: Dieciocho, ¿cómo lo supiste?

Ubín: Puse nueve, nueve y son veintisiete, le puse veinte y ahí le quite dos a veinte y son dieciocho y nueve, veintisiete.

Ma: (La maestra toma el libro de texto en donde está el ejercicio y le señala los prismas) Ésta (se refiere al prisma D) es sólo una pared no, cuántas paredes más tiene (el prisma C)

Ubín: Dos

Ma: Entonces dos veces nueve también, perdón, si dos veces nueve

Sergio-3: Dieciocho.

Ubín: Dieciocho.

La maestra trabajó sobre el dibujo de los prismas para calcular la diferencia en el número de cubos.

Esta es la siguiente la actividad (pág. 153):

En equipos obtengan el volumen de los siguientes prismas consideren cada cubo pequeño como unidad de medida. Posteriormente contesten lo que se pide.

- A) $6 \times 6 \times 6$
- B) $9 \times 6 \times 6$
- C) $9 \times 5 \times 6$

Se menciona “consideren cada cubo pequeño como unidad de medida”, esta es la primera alusión al cubo como unidad de medida en las clases anteriores no se dijo nada al respecto.

La maestra leyó para Ubín las indicaciones del ejercicio. Cuando le preguntó cómo lo haría él, el niño levantó los hombros, indicando que no sabía, la maestra le dijo “tienes medidas muy importantes” (largo, alto y ancho). Explicar este ejercicio le permitió a la maestra reiterar la importancia de las dimensiones para el cálculo total de los cubos, le preguntó a Ubín si con esa información podía calcular el número total de cubos, al no obtener respuesta, le dice que “a ver piénsalo”.

Cuando Ubín acudió otra vez con la maestra, ella usó la pared visible del ejercicio para que Ubín contara cuántos cubos había. Ubín hizo el conteo, suma agrupando los cubos, como lo hacían los niños de tercer ciclo en la segunda clase, cuando querían determinar el número de cubos de los prismas que estaban construyendo. La siguiente intervención de la maestra apuntó a resaltar la multiplicación como la operación que simplifica cálculos, también hizo analogías para que Ubín imaginara los cubos que estaban en el interior del prisma. Sin embargo, él continuó con dificultades para contar los cubos.

Ma: A ver, ¿cuánto tiene entonces?, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, [¿Y cuántas veces sumaste el seis?

Ubín: Tiene seis (Ubín no responde la pregunta de la maestra)

Beto: Cinco

Ma: (Vuelve a contar las filas señalándolas con su lápiz) Una, dos, tres, cuatro, cinco, seis

Ubín: Seis

Ma: Seis por seis

Sergio: (está atrás de Ubín y sigue toda la explicación) Treinta y seis

Ma: Treinta y seis, me lo acabas de decir. Entonces, si en esta pared hay treinta y seis, ¿cuántas más habrá en todo el cubo completo?

Ubín: Treinta y seis aquí y treinta y seis acá (señalando la cara superior del cubo)

Ma: A ver, no de cada pared, sino de esto (señala la pared visible) vas a completar, es como si estuvieras llenando un cuarto de muchas cajitas, en esta primera fila te cupieron treinta y seis, pero aquí vas a poner otra fila de cajitas y acá otra fila de cajas y acá otra fila de cajas y acá otra fila de cajas, hasta que llenes el cuarto. Entonces, ¿cuántas cajas vas a poder meter aquí, si sabes que en una te caben treinta y seis?

Ubín: Otros treinta y seis.

Ma: ¿Nada más otros treinta y seis? ¿Tú qué opinas Beto?, ¿Sólo una vez más sumas treinta y seis?

Sergio: Treinta y seis, treinta y seis, treinta y seis, treinta y seis, treinta y seis (se va)

Beto: No

Ma: Aquí nos está diciendo cuántas filas más tenemos que hacer.

Ubín: ¿Cuatro veces?

Ma: ¿Aparte otras cuatro veces?

Una, dos, tres, cuatro, [cinco

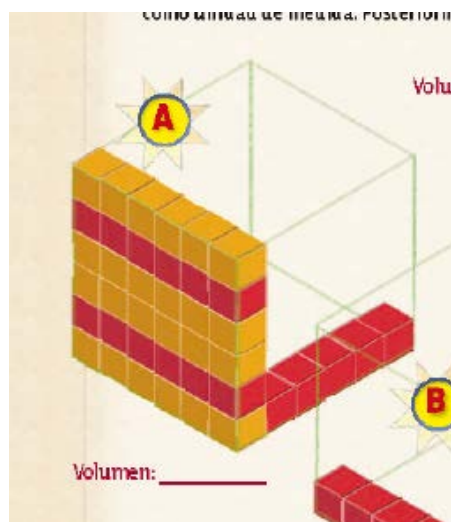
Ubín y Beto: [Cinco

Ma: Cinco veces más y con esta son seis veces, seis veces

¿Cuánto?

Ubín: Treinta y seis

Ma: Seis veces treinta y seis



En el segundo ejercicio, los niños regresaron con la maestra para que les ayudara. Ella contó los cubos del prisma a lo largo, ancho y al parecer Ubín dijo que tenía que multiplicar el número de cubos de estas dos dimensiones. La maestra contó cuántos cubos tiene de altura, (son seis) y frente a la pregunta de qué hacer después, Ubín respondió “multiplicar los 54 seis veces”.

- **Comentarios a las actividades de la tercera clase**

Esta última clase en términos generales fue difícil tanto para los alumnos como para la maestra, debido en primer lugar a la complejidad conceptual de los temas implicados y, posiblemente, por la carencia de situaciones didácticas adecuadas. Es notorio el grado en que, por lo menos en el libro de texto, se pasan por alto las grandes dificultades que ya se sabe que los alumnos tienen para 1) conceptualizar

el volumen, 2) comprender el carácter multiplicativo, tridimensional de noción medida de volumen de un prisma y 3) interpretar una representación plana de un cuerpo geométrico tridimensional, con todo el código de partes que se ven y otras que no. Hoy en día sabemos que dichas nociones requieren un trabajo largo. Ciertamente, no sabemos si los alumnos lo tuvieron antes, en años anteriores, pero es claro que si lo hubo, al menos para Ubín y Beto no fue suficiente.

La maestra se ve inserta en una situación muy difícil. Ella misma no parece estar consciente de las dificultades que van a implicar las actividades, probablemente incluso consideró que serían sencillas. Su recurso ante dificultad para avanzar será “ir mostrando como” reiteradamente, individualmente, una y otra vez, haciendo muestra de una gran paciencia y perseverancia. Sobre la marcha, y conforme se agota el tiempo, para obtener las respuestas, las irá induciendo cada vez, hasta prácticamente darlas. En manos de los alumnos tiende a quedar solamente hacer las cuentas que a finalmente ella decía. Durante esta actividad Ubín y Beto dependían mucho de lo que la maestra les decía, construían un cuerpo, hacían una multiplicación, medían, en fin, daban un paso en la actividad y de inmediato iban con la maestra para que ella les verificara que estaban haciendo bien las cuentas.

El tiempo y la energía invertidos por maestra y niños fueron considerables. Los aprendizajes logrados, lo avanzado no lo podemos saber, pero no hay indicios de que haya sido significativo, al menos en el caso de Ubín y Beto.

Hay aquí, en primer lugar, una fuerte llamada de atención al diseño curricular: dificultades tan grandes como las que hemos visto deberían estar advertidas de alguna manera, tanto en los programas como en los libros. Por otra parte, nuevamente, destacaré una modificación relativamente pequeña, en algunas de las actividades, la cual podría incrementar de manera importante su potencial didáctico. Se trata nuevamente de hacer funcionar la dinámica “anticipar-verificar”. Los alumnos podrían recorrer varias veces un ciclo en el que primero anticipan una respuesta y después la verifican:

a) Para ayudarlos a inferir el carácter tridimensional del volumen del prisma se les muestra a todos un prisma formado con cubos. Su tarea consiste en averiguar de cuántos cubos está hecho, pero no lo pueden desarmar. Una vez que tienen respuestas, lo desarman para verificar. Repiten ese mismo ejercicio varias veces con prismas distintos, en ciertos momentos comparten sus estrategias.

b) Para ayudarlos a interpretar las representaciones gráficas de los cuerpos. Misma idea que en el inciso a), a partir de las representaciones gráficas de los cuerpos, anticipan cuántos cubos creen que podría haber. Después, construyen los cuerpos con cubos, y verifican.

Puede observarse que, de esta manera, los errores se hacen evidentes para los alumnos, sin intervención de la maestra, y esto permitiría poco a poco irlos corrigiendo.

En este sentido cabe hacer un comentario sobre el uso del material concreto: como vimos a lo largo de la clase, el material concreto ayudó a los niños para que pudieran hacer el conteo de cubos de algunos prismas. En el caso de otros prismas, la maestra tuvo que construirlos con ellos. Cuando empezaron a hacer los prismas con los cubitos Beto se mostró participativo, antes de eso no estaba interesado en la actividad y era Ubín quien resolvía los ejercicios. Sin embargo, como sucedió en las otras clases, el material concreto también actuó como un inhibidor de procedimientos, al dar lugar a los procedimientos elementales de conteo. En este punto, nuevamente puede verse una importante ventaja de la dinámica de anticipar y verificar pues en ésta, el material concreto y los procedimientos elementales de conteo que trae consigo, se usan para verificar una respuesta hallada de otra manera.

2.4 Ayudas de la maestra

Las ayudas personalizadas de la maestra a sus alumnos constituyen una forma de interacción privilegiada en el salón multigrado. Durante las clases la maestra despliega distintos tipos de ayuda en sus interacciones con los niños. El tipo de ayuda que ofrece responde a distintas variables: grado o ciclo del niño, momento de la clase, tipo de actividad, tipo de duda y por supuesto, el niño que solicita la ayuda, pues aunque los niños sean del mismo grado, la maestra en muchas ocasiones ofrece una ayuda personalizada. El tipo de ayuda, además, no es siempre el mismo, varía conforme transcurre el tiempo de la clase,

Por otra parte, las condiciones en las que la maestra brinda las ayudas son difíciles pues ella atiende al mismo tiempo a varios niños de distintos niveles, las ayudas se van dando en episodios entrecortados a lo largo de la clase.

En los siguientes párrafos describo primero, brevemente, las solicitudes de ayuda comunes por parte de los niños, posteriormente presento los tipos de ayuda que la maestra ofrece como respuesta estas solicitudes, y finalmente incluyo un apartado más sobre la gestión de las ayudas.

2.4.1 Solicitudes de ayuda por parte de los niños

Durante el desarrollo de las actividades, en el trabajo individual o en equipo, los niños manifestaban diversas dudas. Líneas arriba comenté que la maestra desplegaba ayudas personalizadas en muchas interacciones, esto también está influenciado por el hecho de que cada niño solicitaba diferente tipo de ayuda.

Por ejemplo, Yadi de tercer ciclo, acudía con mayor frecuencia en busca de la maestra en cuanto tenía cualquier dificultad en las actividades, por mínima que ésta fuera. En la última clase observada también Ubín acudía en repetidas ocasiones. Como ellos, hay niños en los demás grados que constantemente acuden con la maestra. Esto contribuye a que, literalmente, en todo momento la maestra esté rodeada de niños que piden su atención. También hay otros niños, realmente son pocos, como Beto, que rara vez acuden con la maestra.

Aunque los motivos por los que acuden con ella son variados, identificamos algunas causas comunes que lleva a los niños de los distintos grados a pedir ayuda a la maestra.

- 1) Necesidad de validar sus resultados. Cuando los niños acaban algún ejercicio van con la maestra para que ella lo revise y les diga si es correcto lo que hicieron. Por ejemplo, en la última clase, cada que Ubín obtiene el resultado de una operación (sumas, restas y conteo de prismas), acude con la maestra para que ella diga si va bien o no. También durante el trabajo en equipo, los niños de tercer ciclo, acudían con ella o la llamaban cuando no conseguían ponerse de acuerdo entre sí, es decir, cuando las respuestas que obtenían eran distintas entre sí luego de un rato de intentar hacer el ejercicio, Por ejemplo, cuando intentan contar las aristas del cubo, cada uno de los niños daba una respuesta diferente; lo que la maestra ofrece es una herramienta (marcar las aristas) que les ayude a controlar su conteo.
- 2) No tienen clara la consigna del ejercicio. Acuden con la maestra para que les explique lo que deben hacer. En la segunda clase de la secuencia, los niños debían construir prismas con los cubitos de plástico que tenían, pero no sabían exactamente qué condiciones debían cumplir los prismas, así que la maestra precisa la consigna aclarándoles que debían ocupar “todos los cubos o la mayoría”.
- 3) Entienden la consigna pero no saben cómo hacer lo que se plantea. Acuden con la maestra para que les ayude a resolver el ejercicio. La ayuda solicitada puede consistir en que les recuerde cómo hacer alguna operación; por ejemplo, a Ubín le recuerda rápidamente el algoritmo para la suma de fracciones. Algo similar ocurre cuando en una de las clases los niños saben que deben contar las aristas de un

prisma pentagonal que está dibujado; saben cuáles son las aristas, pero no saben cómo contarlas en el dibujo.

2.4.2 Tipos de ayuda ofrecidos por la maestra

A continuación presento algunos tipos de ayuda identificados en las clases y ejemplifico cada uno de ellos con una interacción. Evidentemente hay una correspondencia entre el tipo de ayuda que solicitan los niños y lo que la maestra ofrece para orientarlos. En este punto nos centramos en la tarea de la maestra en su función de traductora de consignas, coordinadora, juez, y enseñante, durante las clases de matemáticas.

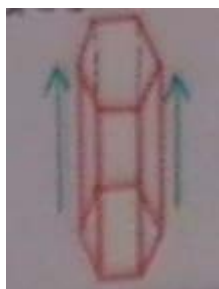
- Ayuda para entender lo que hay que hacer (consignas de actividades)

La introducción a la clase de matemáticas, como ya lo hemos mencionado, es una actividad inicial que la mayoría de las veces consiste en una breve explicación del contenido, dirigida a los niños de los tres ciclos. Luego de este momento la maestra leía o pedía a algún niño leer las consignas para los diferentes grados o ciclos, luego de la lectura, la maestra explicaba lo que los niños debían hacer, con distinto nivel de detalle dependiendo del grado o ciclo. Por ejemplo, en el caso de los niños de primer ciclo, era común que leyera y resolviera con ellos algunos de los ejercicios; mientras con los niños de tercer ciclo, la lectura casi siempre la hacía alguno de los niños de este ciclo, y solo en algunas ocasiones la maestra extendía la explicación resolviendo alguno de los ejercicios.

Sin embargo, a esta primera explicación le sucedían otras, numerosas y detalladas, durante la clase. Una vez iniciada la actividad y cuando los niños terminaban de copiar los ejercicios de las láminas o aun antes, la maestra no paraba, iba por todo el salón, revisando los ejercicios y resolviendo dudas, siempre rodeada de una nube de niños.

La maestra también acude cuando alguna actividad puede resultar problemática. Durante la primera clase, hacia el final de las actividades, los niños se encuentran trabajando en parejas. Hay una consigna poco clara que es difícil de comprender.

Reunidos en parejas tomen cada una de las figuras que les dio la maestra y desliza verticalmente sobre uno de los lados como se muestra. ¿Qué cuerpos se forman? Dibújalos (RTC0404)



La maestra, acude con los dos equipos de tercer ciclo para explicar lo que deben hacer. Toma como referencia la consigna y va dirigiendo a los niños para que dibujen los prismas. Les dice cómo usar las figuras trazando el contorno y deslizando para dibujar la figura tridimensional.

Ma: Tenemos aquí el rectángulo, marquen el contorno (la indicación que la maestra le da al primer equipo, formado por Yadi y Yesi, es escuchada por los niños Ubín y Beto)

Yadi: Ay, ay, ay ya sé

(La maestra va con Ubín y Beto)

Beto: ¿Tenemos que marcar el contorno?

Ma: A ver, abre la página con la que estás trabajando

(La maestra va con otros niños y luego regresa con Beto y Ubín para continuar con la explicación).

Ma: ¿Ya, dibujaron el contorno? Muy bien, ahora dice: desliza verticalmente hacia arriba, (desliza el rectángulo en el cuaderno de Ubín) lo teníamos aquí, vamos a deslizar hacia arriba

Ma: Ahora dibújenlo. (Otra vez acude a atender a otros niños y luego regresa) ¿Ya? Ahora vamos a unir. (RTC0404)

La ayuda de la maestra fue oportuna porque los niños no comprendían lo que el enunciado les pedía hacer. La maestra permaneció pendiente del desarrollo de este ejercicio, alternando sus indicaciones con la interacción con niños de otros grados. Después de la interacción con la maestra y luego de que ella les mostró cómo debían hacer las figuras, los niños comprendieron y pudieron avanzar con mayor autonomía en la realización de este ejercicio.

- **Ayudas en partes clave del desarrollo de la actividad**

Después de la primera explicación, la maestra está alerta a las dificultades de los niños en la comprensión de las consignas a lo largo de la clase. Además de la lectura de los enunciados, durante las clases observamos cómo permanece atenta al inicio de alguna actividad cuando quiere hacer énfasis en un contenido.

Por ejemplo, en la segunda clase de la secuencia, los niños tienen que hacer un registro en una tabla.³⁰La maestra acude en el preciso momento en que los niños deben llenar la tabla y los ayuda a completar los datos sobre las dimensiones de un prisma. Esta tabla contiene información que podría ayudar a la deducción de la fórmula para el volumen, la maestra está interesada en que los niños hagan estas deducciones y quizá por ello está atenta a su llenado. Su intervención también sirve para que posteriormente los niños llenen por sí mismos la tabla con los datos que van obteniendo, sin la necesidad de la supervisión permanente de la maestra.

- **Devuelve las preguntas para que los niños reflexionen**

Cuando algún niño le hace una pregunta a la maestra, antes de responder la duda directamente, la maestra le devuelve la pregunta. Este es un recurso común de para que el mismo alumno reflexione más sobre la duda que manifiesta, ella lo expresa diciendo “ustedes piensen”.

Como respuesta a este tipo de ayuda, algunos niños se iban a su lugar a intentar resolver el ejercicio; por ejemplo, en la última clase, en un ejercicio en donde Ubín debe construir prismas a partir de un dibujo plano, intenta recordar el ejemplo que hizo la maestra; también podían regresar minutos más tarde para preguntarle una vez más lo mismo o ir con alguna respuesta esperando que los apruebe, corrija o incluso les dé la solución.

En la siguiente actividad los niños se encuentran formando prismas con 60 cubos de plástico; deben acomodar los cubos sin que les sobre.

Ma: (a los alumnos de 5º y 6º) ¿cómo van niños?... ¿Ya es otro?

¿Con la misma cantidad de cubos?

Ao: No

Ma: A ver ¿cuántos fueron ahí?

Ao: No porque, sobraron éstos...

Ma: A ver, pero sin que sobren... ¿cómo lo acomodarían?

Beto: Para que no nos sobren...

Ma: Para que no les sobren...

Ubín: ¿Poniendo otra fila acá?

Ma: A ver, no sé. A ver, ustedes piensen, ¿cómo lo acomodarían? (RTC0704)

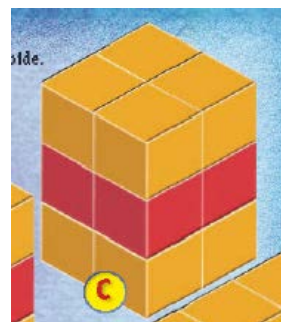
³⁰Ver actividad completa en el Anexo A

- **La maestra induce las respuestas a través de preguntas**

También sucedía que cuando los niños llevaban un resultado concreto, por ejemplo, el resultado de alguna operación, al ser interpelados por la maestra, respondían de inmediato al cuestionamiento y en ese momento la maestra les decía si era correcta o no la respuesta. Era frecuente que los niños esperaran su turno para ser atendidos por la maestra, durante varios minutos. Estaban habituados a esperar y a acudir en reiteradas ocasiones. Para algunos éste era un medio tardado, pero eficaz, hasta que la maestra finalmente les daba la respuesta. A continuación pongo dos ejemplos.

Ejemplo 1. El ejercicio consiste en contar los cubos del prisma C (2x2x3)

Durante la última clase, Ubín y Beto debían contar el número de cubos de varios prismas dibujados en el libro de texto, la maestra les dio cubitos de plástico para que construyeran los prismas que estaban dibujados. En una de las interacciones, luego de formar el prisma (de modo incorrecto) los niños acuden con la maestra para mostrarle sus resultados. A través de preguntas ella dirige las respuestas hacia el resultado correcto.



Ubín: Aquí tiene dos (señala el número de cubos de uno de los lados de la base)

Ma: ¿Y acá de este lado?

Ubín: Dos

Ma: Entonces, ¿Cuántos tiene en la base?

Ubín: Cuatro

Ma: ¿Y en el segundo nivel?

Ubín: Dos, (corrige) uno

Ma: ¿Sólo uno?

Ubín: No

Ma: ¿Y cómo sostiene los de arriba entonces?

Ubín: Tres

Ma: ¿Sólo tres?, ¿atrás no habrá otro?

Ubín: Sí

Ma: ¿O cómo se sostiene este?, ¿Entonces cuántos tiene?

Ubín: Ocho (Ubín contó los del primero y segundo nivel, por eso dice "ocho")

Ma: ¿Y acá?

Ubín: Cuatro

Ma: Entonces, ¿cuántos son?

Ubín: Doce

En esta actividad Ubín tuvo varias dificultades en la comprensión de la representación plana de los prismas. Las preguntas de la maestra sobre aspectos

parciales del proceso lo conducen a dar respuestas esperadas, pero es poco probable se resuelva el problema que Ubín tiene para comprender la representación.

Ejemplo 2. Contar los vértices, caras y aristas del prisma pentagonal.

En la siguiente interacción los niños tienen dificultades para contar los vértices, caras y aristas de un prisma pentagonal. A través de las preguntas y del conteo que la maestra induce al señalar con el dedo el número de aristas, dirige el conteo de estos elementos. Al ir señalando les ahorra la identificación de estos elementos, así como su enumeración, es decir, el despliegue de recursos para contar sin omitir ni repetir elementos.

Ma: ¿No forma un pentágono?

Aos: Sí

Beto: Pentagonal

Ma: Tiene cinco caras ¿cuántas aristas?

Yesi: (La maestra va señalando cada una de las aristas - incluidas las que no aparecen en el dibujo y Yesi va contando en voz alta) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez

Ma: ¿Y las cinco que tiene abajo?

Yesi: Quince

- **Marcar el error o pedir argumentación en determinada respuesta.**

Cuando los niños tienen algún error la maestra les hace preguntas como las siguientes: ¿seguro?, ¿sí?, que apuntan a que ellos se den cuenta de éste; también usa este recurso cuando quiere que los niños expliquen por qué han dado algún resultado. Los niños han aprendido a identificar estas preguntas y cuando las escuchan, saben que deben repensar la respuesta, y poder dar una explicación de por qué la dieron o corregir su respuesta.

Interacción 1:

Ma: ¿Cuántos de largo?

Yadi: De largo son cinco

Ma: ¿Sí?

Yadi: No, seis...seis

Interacción 2:

Ma: Cincuenta y cuatro y seis...

Yesi: Sesenta y dos

Ma. ¿Segura?

Yadi: Sesenta y uno

Ma: Cincuenta y cuatro más seis

Yesi: Sesenta

Interacción 3:

Ma: ¿Este no lo habían hecho ya?

Yadi: No

Yesi: Si

Ma: ¿Seguro?

Yesi: Sí...sí

Yadi: No...

Yesi: A que sí, ira...

- **Ayuda ofreciendo procedimientos alternos a los que usan los niños**

Ubín tiene que encontrar una diferencia entre la cantidad de cubos de dos prismas durante la tercera clase. Luego de hacer la resta, Ubín da el resultado de la operación. La maestra le pregunta cómo lo hizo y a su vez ella misma da una alternativa para resolver el ejercicio.

Ubín: Dieciocho

Ma: Dieciocho, ¿cómo lo supiste?

Ubín: Puse nueve, nueve y son veintisiete, le puse veinte y ahí le quite dos a veinte y son dieciocho y nueve, veintisiete.

Ma: (La maestra toma el libro de texto en donde está el ejercicio y le señala los prismas) Esta es sólo una pared ¿no? (se refiere al prisma D), ¿cuántas paredes más tiene (el prisma C)?

Ubín: Dos

Ma: Entonces dos veces nueve también, perdón, si dos veces nueve

Sergio-3: Dieciocho.

Ubín: Dieciocho.

La maestra trabaja sobre los prismas, en cambio Ubín trabaja sobre los números, esto lo sabemos porque Ubín tenía la cantidad de cubos de cada prisma y lo que hizo fue la resta del mayor y el menor, por su parte, la maestra usa el dibujo de los prismas para hacer la resta.

También ocurre esto cuando los niños cuentan el número de cubos de los prismas que formaron, ellos cuentan los cubos de dos en dos o por niveles, la maestra insiste en que lo hagan multiplicando las dimensiones del prisma, con el fin de afianzar la fórmula del volumen, aunque como vemos en el análisis de la secuencia de las clases sobre volumen y cuerpos geométricos, los niños no usan la multiplicación para determinar el volumen.

2.4.3 La gestión de las ayudas

La maestra en todo momento interactúa con los niños, si pudiéramos describir su trayectoria imaginando a la maestra como un punto que se desplaza, veríamos que recorre el salón en varias ocasiones, y alrededor de ella podríamos identificar otros puntos, correspondientes a los niños, que en todo momento la siguen y recorren con ella el salón. A continuación presentamos algunas características de la gestión de las ayudas.

- Una maestra, múltiples ayudas

La ayuda de la maestra raramente es lineal, es decir, cuando está trabajando con algún niño o grupo de niños, suele entablar diferentes diálogos, dejando “hilos de conversación” con otros pequeños, pero demuestra su capacidad para dar continuidad a las ayudas retomando el hilo de las mismas luego de algunos segundos o minutos de dejarlas en suspenso. Esta habilidad se ha identificado en maestros experimentados (Mercado, 2006)

Por ejemplo, en uno de los extractos de registro en el que presentamos una interacción de la maestra con Ubín y Beto, vemos cómo, mientras explica a los niños la actividad, les llama la atención a otros niños y presta ayuda a otros más. A continuación pongo un extracto largo, con el propósito de ejemplificar la cantidad de interacciones que la maestra sostiene en un algunos minutos (aproximadamente siete) de la clase, lo que marco con negritas es el diálogo con los niños de tercer ciclo.

Beto: Maestra, ¿puede venir?

Ma: (va al lugar de Beto) A ver acá, el contorno...A ver, abre la página en la que estás trabajando...

Ao: Maestra

Ma: Mande...

Ángel: Las revistas...

Ma: Las revistas...las revistas...

Ao: ()

Ma: Es que fue donde tiró el agua Juan. En la revista, ahí busca objetos que se parezcan a los cuerpos que coloreaste

Fernando: Maestra...maestra, ¿puede venir por favor?

Ma: ¿Ya?, ahora ve las cosas de alrededor que se parecen a un prisma

Fernando: Una lámpara

Ma: ¿Una lámpara?

Sergio: ¡una lata!

Ma: ¿Una lata se parece a un prisma? ¿Sí?... ¿Tiene formas planas? ¿Una lata?

Sergio: (señala una botella) Una botella

Ma: ¿Una botella se parece a un prisma?

Sergio: Sí

Fernando: Una hoja

Ma: [¿Una hoja?, pero la hoja es plana] (saca una caja forrada y se las muestra) ¿Esta no se parece a un prisma?)

Sergio y Fernando: A una caja... (Se van a su lugar)

Ma: **(A Sergio y Fernando) En el cuaderno... (A Yadi y Yesi), ¿ya?...¿Dibujaron el contorno? Muy bien... (Se va al lugar de Ubín) Ahora dice, “desliza verticalmente hacia arriba...” (Toma una de las figuras) La teníamos aquí, ahora vamos a deslizar hacia arriba... (Desliza la figura hacia arriba) (A Ubín) Ahora, deténla...**

Fernando: El cubo...

Ma: (Va con Fernando) El cubo, ¿a qué se puede parecer? [¿Qué cosas que hay en la escuela se parecen a un cubo?]

Mario: Cajas...

Ma: Puede haber cajas en forma de cubos], pero qué otra cosa...

Yadi: Maestra, ¿después las vamos a recortar?

Ma: (continúa) El prisma ¿a qué se parece?

Ao: a una lata

Ma: ¿seguro?

Mario: A un libro, maestra...a un libro...

Ma: ¿Seguro?, éste es un cilindro...el cilindro sí se parece a una lata...En el cuaderno los tienen que dibujar...

Ma:(va al lugar de Beto) ¿Ya? Ahora la regla

Fernando: ¿Qué es eso? (señala las alcancías)

Ma: Las alcancías para los equipos... (Revisa la hoja de actividades de Fernando)

Fernando: Ooh

Ma: ¿Qué otra cosa? (Fernando no contesta y la maestra le entrega su hoja)

Ma: (traza unas líneas en el cuaderno de Ubín)

Mario: Maestra, ¿puede venir?

Ma: Me permite un momento por favor

Ao: Maestra, mire...

Ma: (sigue trazando en el cuaderno de Ubín. Usa líneas punteadas) [¿Qué pasó?]

¿Ya? Ahora vamos a unir

Aa: Maestra, mire lo que me encontré

Ao: Maestra

Ma: Permítame

Ma: (A Ubín cuando termina de trazar la figura) Ahora ¿Qué cuerpo se forma? (a una alumna que la llama) ¿me permites un momentito? ¿Un qué? ¿Me permites un momentito ?Ahora, ¿Qué cuerpo de formó?

Ubín: (.)

Ma: ¿una pirámide?

Ubín: (.)

Ma: ¿Cómo se llama?

Beto: (toma un prisma triangular y lo pone encima de los trazos que tiene Ubín)

Ma: ¿Ése?

Beto: Sí. Lo pones así y luego le doblas (pone una cara sobre los trazos que tiene Ubín)

Ma: Ah, pero sin doblarle...

Ubín: (.)

Ma: ¿Qué cuerpo geométrico era? A ver, vuelvan a checar esto (les pone enfrente la hoja en donde identificaron caras, vértices y aristas)

Beto: (señala un `prisma rectangular)

Ma: ¿Y ése cómo se llama?

Beto y Ubín: (se miran entre sí)

Ma: ¿Cómo se llama?... ¿rectángulo?...Está formado por rectángulos, pero cómo se llama?

Ubín: (señala en la hoja el prisma hexagonal) ()

Beto: (Toma una figura) Pero le faltaría éste

Ao: Mario tiene ()...Mario tiene ()

Ma: ¿Qué pasó Erick? ¿Andas haciendo travesuras? Ya siéntate por favor...siéntate por favor...

Ao: Maestra, aquí venga...

Ma: Esta cajita, ¿a cuál se parece?

Marisol: Una ()
 Ma: Nooo..A ver... ¿Qué pasó?
 Marisol:
 Ma: Ah, sí, pero ahorita ¿qué estamos buscando?...¿se parece a la esfera alguno?
 Aa: Sí
 Irene: (le muestra una figura a la maestra)
 Ma: ¿Cuál? Ah, mira!...¿A cuál se parece?
 Irene: A éste...
 Ma: Ah, entonces recórtalo y lo pegas ahí...Javi, ¿terminaste?
 Irene: Y corté, maestra...
 Javier: (está de pie cerca de Sergio y Mario)
 Ma: (A Javier) Javi, ¿terminaste? Te falta otra actividad, quiero que trabajes aquí...Fernando, siéntate...Oye Mario, siéntate y acomódate el pantalón
 Mario: (se sube el pantalón) Sí lo tengo acomodado...
 Sergio: Cuarenta y cinco, Mario...
Ma: (a Ubín y Beto) ¿Tiene bases en forma de hexágono?
Beto: No, a éste (señala el prisma rectangular)
Ma: ¿ Y cómo se llama éste?...Mario!...
Beto: Se llama...Pirámide...
Ma: ¿pirámide?...¿termina en pico?...
Beto: Ah, no. Prisma cuadrangular
 Fernando: (va a decirle algo a la maestra)
 Ma: ¿terminaste ya el trabajo?
 Fernando: Ya
Ma: (indica a Fernando que sí) (continúa con Ubín y Beto) ¿un prisma?...¿éste es cuadrangular?
Ao: No
Ma: Su base es un qué...
Beto: rectangular
Ma. Entonces, ¿qué es?
Beto: rectángulo
Ubín: (.) Un prisma rectangular
Ma: ¿Un qué?
Ubín: Un prisma rectangular
Ma: [Un prisma rectangular]...Escríbanle ahí entonces su nombre, y van a ir haciendo lo mismo con cada una de las figuras...Primero marcas su contorno en la de abajo, y luego la desplazas hacia arriba, a ver, aquí (va al equipo de Yadi y Yesi) ¿ya?...ahora, una regla...[¿Cómo van aquí?]
Beto y Ubín: (siguen haciendo trazos)

En este extracto del registro podemos darnos una idea del trabajo cotidiano de la maestra, vemos como durante esos siete minutos atiende a niños de todos los ciclos y va de un lado a otro del salón tomando medidas disciplinarias “¿Andas haciendo travesuras? Ya siéntate por favor, siéntate por favor”, y también explica y orienta a los niños para que resuelvan los ejercicios, “el cubo, ¿a qué se puede parecer? ¿Qué cosas que hay en la escuela se parecen a un cubo?”.

Esta estructura de las ayudas probablemente se adapta mejor a trabajos simples que se van realizando en numerosos pasos. La ayuda puede ir apuntando a cada paso por separado. Pero, éste no es el caso siempre, como en el ejemplo de Ubín que vimos antes, en el que la ayuda es amplia y apela a un abordaje alternativo de la cuestión.

- **Las dificultades en la ayuda**

Las ayudas dadas por la maestra se van modificando dependiendo del tiempo disponible, por ejemplo, durante la última clase, Ubín y Beto tienen problemas para interpretar las representaciones planas de unos prismas y contar los cubos que los forman, la maestra intenta explicarles, primero contando con ellos el número de cubos de uno de los prismas a la vez que intenta indagar cómo están haciendo el conteo, después les proporciona material concreto para que formen los cubos; como tampoco logran construir todos los prismas, hacia el final de clase, los niños no han terminado la actividad y es entonces cuando comienza a dirigir casi por completo lo que ellos deben hacer, simplificando mucho la tarea. Las actividades tenían que concluirse, esa era una meta implícita que no estaba escrita en la planeación. Por ello mientras el final de la clase se acercaba más, la maestra recurría a dar algunas respuestas en forma de pregunta, explicaba con mayor detalle lo que el ejercicio pedía a los niños o simplificaba el ejercicio indicando la operación que debían hacer. En el caso de los niños de tercer ciclo, si ya habían terminado su trabajo, les pedía ayuda para que apoyaran a los niños de primer ciclo. El cierre de la clase se vivía con cierta tensión, se acercaba la hora del recreo, (o en el caso de la última clase, la hora de salida) y como es natural, todos los niños deseaban salir.

Como no todos conseguían terminar antes de la hora, en la mayoría de las clases, hubo niños que se quedaron sin recreo. En esas ocasiones, tampoco la maestra tenía el merecido y necesario descanso. Aprovechaba ese momento para trabajar con los niños que se habían retrasado en su trabajo, sin la presión constante de la nube de niños.

Los niños de sexto año nunca se quedaron sin recreo, hacían lo posible por terminar. Ubín con tal de salir, en un par de ocasiones entregó el cuaderno con algunos ejercicios incompletos y debido a las múltiples ocupaciones de la maestra, ella no se percató de la situación.

Comentarios

Como pudo constatar, las ayudas individuales que la maestra ofrece a los alumnos son numerosas y diversas, y acaban constituyendo una forma privilegiada de interacción. Los alumnos resuelven las diversas actividades casi siempre con la ayuda más o menos importante de la maestra, la maestra enseña mediante estas ayudas.

Consideramos que cada una de estas formas de marcar el error puede justificarse plenamente, y puede resultar adecuada, dependiendo del tipo de dificultad y del momento en que se presenta, entre otras cosas. No obstante, se pueden identificar problemas. Por ejemplo, cuando la dificultad es profunda, ayuda poco ir conduciendo la solución mediante preguntas sobre cuestiones muy parciales.

Por otra parte, las ayudas, en cualquier nivel, se enfrentan a varias dificultades, ¿cómo ayudar sin dar la respuesta?, ¿cómo ubicar los problemas sobre conceptos o contenidos que impiden que el niño de una respuesta por sí mismo?

Las condiciones del aula multigrado plantean otras interrogantes, ¿qué ayudas son las más efectivas, considerando la presión de que siempre hay varios niños esperando?, ¿cómo ayudar cuándo los recursos para explicar un tema se van agotando junto con el tiempo disponible para la clase?

En varias ocasiones nos pareció que los alumnos, probablemente más los de los ciclos 1 y 2, acudían demasiado pronto a la ayuda de la maestra, ante una dificultad, o para que ésta validara un avance todavía muy parcial del trabajo. Percibimos cierta falta de autonomía de los alumnos, lo cual incrementaba la ya de por sí fuerte demanda de atención por parte de la maestra. Si así fuera, esto estaría propiciado por el hecho mismo de que la maestra atiende a dichas demandas. Nos preguntamos entonces si esta dinámica responde a una necesidad de organización del trabajo que no alcanzamos a percibir, o si se trataría de un hábito, una forma de trabajo, susceptible de modificarse en aras de un mejor funcionamiento de la clase.

2.5 Interacciones y ayudas entre los niños

Una de las características de las escuelas multigrado que puede llegar a constituir una ventaja desde el punto de vista de las condiciones para el aprendizaje, es la posibilidad que tienen los alumnos de distintos niveles escolares de interactuar entre ellos. Por ello, me propongo aportar elementos de respuesta a las siguientes preguntas: ¿Cómo son las ayudas entre los alumnos y, más ampliamente, sus interacciones en torno a las actividades escolares? ¿En qué medida y de qué maneras, estas interacciones apoyan los procesos de aprendizaje de los alumnos? Haré énfasis en las interacciones de los alumnos de sexto, entre ellos y con los otros niños de grados menores.

2.5.1 ¿Cómo son las interacciones entre los niños de los distintos ciclos en el aula multigrado?

La mayoría de los niños tendía a estar en constante interacción, aunque para ello influía el lugar donde estaban sentados y el grado que cursaban, pues algunas de las actividades que realizaban los vinculaban de manera más directa con los niños de su mismo grado o ciclo³¹. La distribución en el salón y algunas de sus ventajas y limitaciones de esa distribución, son señaladas por Mercado (2006). Como en el transcurso de la clase la mayoría de los niños se movía constantemente por todo el salón, esto permitía que se relacionaran entre sí. Cuando alguno de ellos iba a donde estaban sus otros compañeros, observaba lo que los niños de otros grados hacían; otras veces se preguntaban entre sí las tareas que estaban haciendo. Así, en alguna medida un niño podía ver temas correspondientes a grados mayores o menores.

2.5.2 Ser alumno de sexto en el aula multigrado

En cada grado, los niños tienden a asumir determinadas pautas de comportamiento. Así por ejemplo, los niños de primer grado, sobre todo los varones, se distinguían por su constante facilidad para distraerse, jugar, cantar, pelear y andar de un lugar a otro. Esto no quiere decir que los niños de los otros grados no lo hicieran, pero lo hacían con menor frecuencia e intensidad. Por su parte los niños de tercer ciclo, Beto, Yesi, Yadi Y Ubín se mostraban más tranquilos, y daban muestras de haber creado ciertos hábitos de trabajo, por ejemplo, copiar las instrucciones de las actividades a realizar, en cuando entran al salón o procurar terminar las actividades, para lo cual un fuerte incentivo fue poder “salir al recreo”. Los niños de tercer ciclo parecían ser un referente social y también académico para los otros niños. Durante los juegos en el recreo o antes de entrar a clases, ellos solían dirigir al resto de sus compañeros, y era común que los pequeños los obedecieran.

Durante las tareas académicas los niños de otros ciclos solicitaban ayuda a los niños de sexto, querían formar parte del equipo en donde estuviera alguno de ellos, en particular, seguían a Ubín.

³¹En la PEM 2005 (SEP, 2005: 31) se propone “utilizar formas flexibles de agrupamientos, es decir, diferentes opciones de organizar a los niños con el fin de que colaboren entre ellos, procurando que ninguna de estas formas sea la única”, efectivamente, en nuestra observación vimos diferentes formas de organizar a los niños aunque la mayoría de las actividades se hicieron por ciclos.

En algunas interacciones entre los niños de distinto ciclos, también llegaba a ocurrir que algunos niños de grados menores interrumpieran el trabajo de los otros, como observamos en el caso de Fernando y Yadi, en una actividad de cálculo mental³², o también que respondieran las preguntas que iban dirigidas a niños de otros grados. En éste último caso, aunque la maestra ignorara las respuestas, a veces ocurría que el destinatario de la pregunta tomaba la respuesta dada por su compañero y la repetía sin hacer la operación él mismo.

Los niños de tercer ciclo a veces comparaban entre sí los resultados obtenidos en sus cuadernos y cuando no eran iguales corregían, por ejemplo, en el caso de Yesi, parece que ella se percató de su error al ver el cuaderno de Ubín quién se encuentra formado adelante de ella, luego ve el cuaderno de Yadi, quizá para asegurarse de su error o copiar la respuesta y corregir su resultado.

La maestra también solía apoyarse en los niños de sexto cuando ellos terminaban su actividad y los niños de primer ciclo todavía no concluían la suya. Más adelante comentaré esto con más detalle.

A continuación describo a grandes rasgos el papel de cada uno de los niños de tercer ciclo y la influencia que éste tuvo para las interacciones que se dan entre ellos y las que tienen lugar con los niños de otros ciclos.

- **Yesi (sexto grado)**

Yesi ocupa un lugar importante para sus compañeros, no sólo para los más pequeños sino para los de su mismo grado. Cuando Yesi interviene dando un resultado, los niños suelen considerar su participación, tomándola casi siempre como correcta. También acuden con ella cuando tienen alguna duda, pues suele ayudarles, explicándoles cómo hacer el ejercicio o dándoles la respuesta directamente. En la primera clase, Bere, una alumna de segundo grado le pide ayuda con un ejercicio que no puede resolver, se trata de una suma:³³

Yesi: Suma 8, 8 (animándola a que escriba el número y Bere-2 lo pone), le dice 8 y 8, 16, (inaudible) a ver 8 y 7 (hace la cuenta con ayuda de los dedos) 8,9,10,11,12,13,14,15, quince y 16, 16, 17 18, 20, 21, 22, 23, 24. Pon 24.

A veces ayuda a sus compañeros sin que ellos se lo soliciten, por ejemplo, en una clase, al ver que Manuel de tercer grado no podía terminar su actividad, ella se acerca a su lugar y le ayuda a resolver el ejercicio. Hacia el final de una de las

³²Ver apartado sobre la actividad de cálculo mental.

³³No está el enunciado de la suma en cuestión

clases, Yesi terminó de hacer los ejercicios y permite que Yadi los copie de su cuaderno, aunque cabe mencionar que la mayor parte del trabajo que hicieron durante esa clase lo desarrollaron juntas.

También suele hacerse cargo de algunas medidas disciplinarias dentro del salón de clase, por ejemplo, cuando Tomás, uno de los niños de primer grado, pelea con Angelito, también de primer grado, y lo arrastra por el salón, Yesi interviene para que Tomás lo suelte.

La maestra suele pedirle su ayuda en otras tareas, tales como sacarle punta a los lápices cuando inicia la clase, recoger el dinero que los niños deben dar para los desayunos escolares.

Ma: Yesi-6, ¿me ayudas a sacarle punta [a los lápices] a tus compañeros?

En otra ocasión:

Ma: Dile a Yesi-6 que por favor te acompañe y allá atrás en la biblioteca están unas tijeras, que te indique en dónde están por favor.

- **Ubín(sexto grado)**

Ubín es el preferido de la mayoría de los niños pequeños, cuando se forman equipos, los niños piden trabajar con él, “maestra, yo con Ubín” se escucha por el salón. En otras clases Lupita y su hermanito Ángel, ambos de primero, juntan su banca para estar más cerca de Ubín, pues saben que ante las dudas que tengan él les va a ayudar, por ejemplo, ante las dificultades de Ángel por leer los números, Ubín le dice el nombre del número, gracias a eso Ángel puede hacer las operaciones de suma y resta, aunque todavía no pueda reconocer los números. Un ejemplo:

Operación: $10 - 5$

Ubín-6: (le dice a Ángel) Pon diez palitos de éstos. Pon diez

Ángel-1: ¿Diez? uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez.

Ubín-6: Quítale cinco.

Ángel-1: ¿Le quito cinco? (Quita cinco palitos). Uno, dos, tres, cuatro, uno, dos, tres, cuatro, cinco. Cinco.

Ubín-6: Pon cinco

Ángel-1: ¿Aquí?

Ubín-6: Pon cinco

Ángel-1: (Ángel busca el número en la recta numérica que tiene dibujada en su cuaderno y cuenta) uno, dos, tres, cuatro, cinco.

Ya Ubín. Ya Ubín, ¿ahora cuánto pongo de palitos? (RTC2803)

El liderazgo de Ubín, también es evidente durante los juegos, es uno de los encargados en formar los equipos cuando juegan fútbol. También tiene otras funciones, por ejemplo, junto con Beto y Javi-4, se encarga de tirar la basura cuando llega el camión recolector.

Cuando la maestra pone a Ubín y a Beto de quinto grado a trabajar en parejas, contrario a lo que sucede cuando pone a las niñas Yesi y Yadi, Ubín tiene mucha paciencia con él. Algo contraproducente es que llega al extremo de no exigir la participación de Beto y entonces es Ubín el que resuelve todo, como sucedió en la última clase.³⁴

Para los niños de grados menores una forma de validar es la revisión por parte de un niño mayor, generalmente los niños de sexto son los “capacitados” desde el punto de vista de los pequeños (ellos no acuden con los otros pequeños para que les revisen). Sin embargo, en el caso de la interacción de Tomás de primer grado con Ubín, veremos que también ocurrió que los niños pequeños dudaran de la “palabra” o conocimiento de los mayores y que sólo se convencieran a través de una demostración.

Tomás-1: (espera a que Ubín le revise las cuentas y observa a veces la cara de Ubín y a veces el cuaderno).

Ubín: Estás mal aquí (Ubín deja su cuaderno sobre la banca de Tomás)

Tomás: ¿A dónde? no, no, déjame llevárselo a la maestra (intenta quitarle su cuaderno a Ubín, pero éste no lo permite)

Ubín: (se sienta en la banca de Tomás-1 y le dice) es de más... mira, ¿cuatro más cuatro?... a ver pon cuatro (Ubín pone cuatro dedos en su mano para que vea Tomás cómo)

Tomás: (deja su lápiz en su banca y pone cuatro dedos con ayuda de Ubín, quien le dice cuáles poner y cuál "cerrar")

Ubín: éste ciérralo (dedos que no estira); cuatro más otros cuatro... cuéntalo a ver cuánto es

Tomás: (con cuatro dedos estirados en cada mano empieza su conteo tocando cada dedo con su labio) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho

Ubín: Y pusiste siete

Tomás: ¿En dónde?

Ubín: Aquí (señala un punto en el cuaderno de Tomás)

Ángel-1: (observa toda la explicación, está en primera fila, en ese momento ya hay varios niños alrededor de Tomás y Ubín)

Tomás-1: (Ve el siete y ladeando su cara, sonrío) (RG2803)

³⁴Ver análisis de la última clase de la secuencia de volumen y cuerpos geométricos.

- **Yadi (sexto grado)**

En ocasiones Yadi organizaba la actividad cuando los niños trabajaban en equipo, diciendo los turnos, repartiendo el material. Ella es la que recurría con mayor frecuencia con la maestra para plantear las dudas que surgían de la actividad que se encontraban haciendo. Aunque suele ayudar a los niños, casi siempre que esto ocurre lo hace por pedido de la maestra. Durante la hora del recreo vimos cómo las niñas de primer ciclo pidieron a la maestra que les ayudara para que Yadi fuera su amiga.

El hecho de que Yadi fuese hermana de Beto (de quinto grado) influía en el trabajo escolar, por ejemplo, durante la primera y segunda clase de la secuencia de volumen y cuerpos geométricos, Yadi no tomaba en cuenta las respuestas de su hermano Beto y en ocasiones no permitía que él participara.

- **Beto (quinto grado)**

Como ya dijimos, Beto es el único niño de quinto grado. Durante la observación, no hubo distinción en las tareas que se le asignaban a Beto y a los niños de sexto grado, ellos siempre trabajaron juntos. Aunque en una ocasión que Beto tenía problemas para resolver las multiplicaciones, la maestra le puso ejercicios más sencillos que al resto de los niños. Los niños de sexto, no solían prestar mucha atención a las participaciones y sugerencias de Beto al resolver alguna actividad.³⁵ En varias ocasiones su participación fue ignorada, como ya dijimos particularmente por Yadi, su hermana mayor.

Una de las conveniencias de trabajar siempre con los niños de sexto, era que Beto podía contar con la ayuda de los otros niños si él mismo no podía hacer algún ejercicio, aunque, como mencioné, solía ocurrir que fuera el niño que menos participaba en el desarrollo de las actividades. Había otros temas que no manejaba bien, además de las multiplicaciones, por ejemplo, en el trabajo con series numéricas a Beto le costaba más que sus compañeros hacer las sumas reiteradas. No era común que Beto ayudara a los niños menores en las tareas académicas, los niños no acostumbraban pedirle ayuda aunque él era parte de los “niños grandes” y Beto tampoco se las ofrecía. Sin embargo, para los juegos durante el recreo, como

³⁵ Sobre este problema Mercado (2006: 57) señala “Otro problema en el trabajo conjunto del multigrado es que muchas veces éste se realiza como si los ciclos o niveles que se juntan conformaran un grado, sin distinguir actividades para cada uno de los grados que los integran, o según sea el avance de los niños en el mismo. (...) Lo más grave de este problema es que los niños trabajan, muchas veces, con contenidos inferiores a los de su grado.”

el fútbol, sí era reconocido por los demás niños y era respetado y tomado en cuenta.

Así, para Beto, ser el único alumno del grado inferior del ciclo representó ventajas y desventajas; si bien posiblemente se benefició del mayor conocimiento de los otros (a pesar de que frecuentemente lo ignoraban), también le tocó ser el que sabe menos. Se deja ver la incidencia de factores personales o familiares, en estas interacciones.

2.5.3 Interacciones entre los niños de tercer ciclo

Solamente durante la primera clase los niños no trabajaron en equipo, aun así algunos de ellos, cuando se encontraban en la fila de revisión esperando su turno para que la maestra verificara su trabajo, se hacían preguntas sobre el ejercicio que estaban haciendo; los demás días la maestra organizó el trabajo por equipos, y fue más evidente su interacción.

El hecho de que fuera un par de niños, Ubín y Beto y un par de niñas, Yesi y Yadi, ponía ciertas características a estas interacciones. En la mayoría de las clases observadas los niños de tercer ciclo trabajaron en equipo. Los niños de este ciclo eran solo cuatro, tres de ellos estaban en sexto, parecían bastante habituados a trabajar en equipo, las niñas solían organizar, dirigir y repartir el trabajo.

La organización por equipos en las clases que observamos resultaba muy conveniente en el aula multigrado. Algunas ventajas son las siguientes:

- La mayoría de las veces todos los niños de tercer ciclo comparten la misma duda, así la maestra puede ahorrar tiempo explicando a todos los niños a la vez, en lugar de explicar a cada uno. Cuando los niños solicitaron ayuda de la maestra, sucedía que solo uno de ellos, generalmente Yadi, acudía con ella, le hiciera la pregunta y regresara con sus compañeros con alguna respuesta.
- Varias de las preguntas que le hacen a la maestra, son preguntas “filtradas” en el sentido que, los niños ya intentaron responder y el conocimiento que entre ellos compartieron, no fue suficiente para contestar satisfactoriamente la pregunta.
- La maestra sólo tiene que revisar una vez el trabajo en algunas actividades, por ejemplo, cuando construyen el prisma, cada niño llena la tabla con los datos requeridos, pero para todos son los mismos datos.

Pese al dinamismo de la maestra, dada la cantidad de alumnos que atendía simultáneamente, era difícil acudir siempre que algún niño le hablaba. En el aula multigrado lo que menos le sobra a la maestra es tiempo, de ahí la importancia del trabajo en equipo en contraposición con el individual. Otra ventaja, de índole cognitivo, es que en equipo los niños podían compartir sus conocimientos, e incluso idear estrategias que les facilitaran el trabajo, otra razón de peso para la organización de equipos es la necesidad que el material alcance para todos; esto puede tener mayor provecho si se combina con actividades donde los niños puedan trabajar con mayor autonomía, lo que se facilita cuando las consignas son sencillas y claras.

También identificamos problemáticas en el trabajo en equipo, por ejemplo, hacia el final de las actividades, cuando ya habían transcurrido más de dos horas de haber iniciado la actividad, los niños empezaban a desesperarse y de hecho, en dos clases pelearon por tener el control del material. Durante la actividad de las series numéricas³⁶ en donde cada niño debía ponerle a los demás una serie numérica, los alumnos buscaron facilitarse el trabajo poniéndose series fáciles de calcular, conscientes de que eso les convenía a todos, así la actividad no resultaba tan retadora y ellos no tenían que esforzarse mucho para hacer las operaciones. Estos son aspectos a considerar en el diseño de actividades.

Por otra parte, cuando las actividades debían hacerse en parejas, Yadi y Yesi siempre se elegían mutuamente para trabajar, también Beto y Ubín preferían trabajar juntos en estas ocasiones. Las niñas solían trabajar por igual y casi siempre terminaban antes que los niños; entre los niños, era Ubín el que hacía la mayor parte del trabajo. También hubo ocasiones, cuando trabajaron por parejas, que había poca interacción entre ellos e incluso una intención de no “pasarse los resultados”, pues se establecía una especie de competencia.

2.5.4 Las ayudas a los más pequeños

Cuando se hace referencia a los procesos de solidaridad, compañerismo, ayuda y colaboración entre los niños como actitudes deseables (Schmelkes, 2005), pocas veces se consideran algunas dificultades relacionadas con la puesta en práctica de un trabajo en el que los niños deban ayudar a otros más pequeños.

Hemos resaltado las ayudas que los niños dan, ya sea por iniciativa propia, indicación de la maestra o porque otro niño se los pide, sin embargo en algunas ocasiones estas ayudas fueron otorgadas con cierto hartazgo y frustración por parte

³⁶ Ver la actividad en el Anexo A

de los niños mayores. Detectamos esta situación sobre todo, cuando los niños de tercer ciclo habían concluido su trabajo y la maestra les pedía que ayudaran a los niños de primero. Algunas veces habían invertido cerca de dos horas haciendo su propio trabajo, como es natural, estaban cansados y deseaban salir al recreo o irse a su casa.³⁷

Un ejemplo que ilustra esta situación ocurrió durante la tercera clase que observamos. Los niños de tercer ciclo, como el resto, participaron en la actividad de los globos. Luego de eso debían hacer series numéricas, cuando terminaron, le preguntan a la maestra si ya pueden salir al recreo.

Ao: ¿Ya podemos salir?

Ma: No, les voy a asignar un equipo

Aos: Ay maestra

La consigna de los ejercicios para primer grado es:

Haciendo uso de tus semillas o piedritas; encuentra las sumas posibles que den como resultado los números:

$20 = 15 = 9 =$

$18 = 23 = 14 =$

¿Cómo podemos hacerlo? Primero contamos el total de frijolitos, luego los repartimos en dos montones; ¿cuántos hay en el primero?, ¿Cuántos en el segundo? Si los volvemos a juntar, ¿cuántos tenemos? (RG3103)

La maestra da indicaciones a los de sexto de lo que deben hacer para ayudar a los niños de primero “él es el que tiene que contar corazón, tú nada más vigila que cuente bien y haga la repartición, ¿sale?”

Yesi comienza a ayudar a Erick, el niño no entiende lo que tiene que hacer. Ante la pregunta de qué hacer para que dé veinte, el niño responde algo muy lógico, “pondría los veinte allí en la tapaderita”; Yesi termina diciéndole la cantidad de frijolitos que debe poner.

Primer ejercicio: dos números para sumar 20

Yesi: échale (a la tapita) órale, ¿cómo le harías aquí?, ¿cómo le harías pa qué te diera veinte?

Ao: Pondría los veinte allí en la tapaderita.

Yesi: No, a ver ¿cuántos meterías en una?

Ao: Los veinte

Yesi: En una tendrías que meter diez

³⁷La última clase fue después del recreo, como también duró cerca de dos horas los niños podían irse a casa al terminar su trabajo.

Ao: Nueve

Yesi: Serían veintinueve, y tienen que dar veinte. Diez y diez, a ver mete diez aquí en una tapita y diez en el otro.(RTC3103)

Yesi continua dirigiendo lo que hace Erick incluso le dice cómo escribir los números y la “crucecita”, es decir, el signo de adición.

Yesi: Ya, ora ¿cuántos pusiste en una tapadera? (No espera mucho a que le conteste) ¿Diez? ¿En la otra? Diez, ponle diez más diez.

Ao: ¿Qué pongo? ¿El diez?

Yesi: Acá, allí

Erick: Pero la maestra me pone (.)

Yesi: Ponle el uno, el cero, la crucecita [el signo de más] y otra vez el uno y el cero, ya. Te da diez y diez.

Erick: Diez y diez.

Yesi: Veinte. (RTC3103)

Veamos otro ejemplo, Erick dice que no sabe contar, Yesi cuenta por él, de hecho hace casi toda la actividad por él.

Operación dos números para sumar 18:

Yesi: Veinte. Ora que, uno que te dé dieciocho. ¿Cómo le pondrías? ¿Cómo le pondrías?

Erick: Es que no sé contar

Yesi: Nueve y nueve, son dieciocho, pon nueve a ver (.)

Erick: Cinco, seis, siete, ocho, nueve, ahora en la otra tapita, dos, tres, cuatro, nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete, diecisiete, y dieciocho, metimos nueve y nueve, ora ponle nueve. (RTC3103)

En el tercer ejercicio Erick continúa sin entender la lógica de la actividad; Yesi cuenta por él y le sigue diciendo cuántos debe poner en cada tapa, el ejercicio pierde el objetivo de hacer que el niño encuentre formas de hacer la repartición en cada tapa. Erick vuelve a expresar que no sabe.

Yesi: Acá arriba en la crucecita y el nueve. Ora, uno que te dé veintitrés.

Erick: Veinte y veintitrés.

Yesi: A ver empíezale a contar, uno, dos, tres [cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, doce en ésta, a ver, doce, trece, catorce, ahí fueron doce. Uno, dos, tres, (.) doce trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete, dieciocho, diecinueve, veinte, veintiuno, veintidós, veintitrés y aquí quedaron dos, cuatro, seis, ocho, diez, once. Doce, ponle el uno aquí, el uno, abajo

Yesi hace los ejercicios aparentemente sin darle la respuesta a Erick, sin embargo en sus intervenciones, el niño manifiesta que no sabe contar y al parecer

no comprende la lógica de echar las piedritas en una tapa y contarlas. Yesi dirige la actividad, está apresurada por terminar el ejercicio y poder salir al recreo. Los niños de sexto no iban de “buena gana” a ayudar a los de primero, de hecho, se escucha en la grabación a Yadi acusar a Ubín de hacerle el trabajo a las niñas porque “acabaron bien rápido”; forzar la ayuda puede resultar contraproducente. Para la maestra mediar esta situación, es un reto que se suma a la difícil tarea de ser maestro multigrado, sobre todo si tenemos en cuenta que en otros momentos Yesi y los otros niños ayudan de forma espontánea a sus compañeros y no siempre lo hacen dándoles la respuesta.

2.5.5 La influencia de los lazos familiares en las aulas multigrado

En las aulas multigrado es muy común que convivan hermanos y primos, en el mismo grado o en grados diferentes, esto tiene diversas influencias en el trabajo escolar. Cuando los niños salían del salón de clase, mantenían relaciones de amistad y parentesco, pues la comunidad en la que viven es pequeña y casi todos los niños se conocen.

En el caso de los lazos familiares estos pueden influir de manera positiva o negativa, por ejemplo, si un niño ha tenido peleas con alguno de sus hermanos, éstas pueden aflorar también en el salón de clase. Si un niño es el menor de la familia, por ejemplo, la relación de guías o autoridad de los hermanos se prolonga en la escuela. Pueden ayudarlo, pelear con él o intentar protegerlo. En el caso de Yadi y Beto, era sobre todo ella quien durante el trabajo en equipo inhibía o ignoraba las participaciones de su hermano, afectando su trabajo.

Otro ejemplo de esta influencia se establecía entre Angelito y Ubín. En una plática con el primer niño, al ser interrogado sobre los familiares que tenía en el salón, él decía con orgullo que Ubín era su primo, Angelito era uno de los niños que más ayuda pedía a Ubín.

2.5.6 Ayuda de los niños menores a los niños mayores

Durante la última clase, Ubín y Beto se encontraban resolviendo un ejercicio en el libro de texto y debían hacer algunas multiplicaciones y sumas, en tres ocasiones los niños Armando-2, Fernando-3, y Sergio-3, proporcionaron la respuesta a las operaciones que la maestra preguntaba a Ubín. Estas respuestas no fueron solicitadas ni por Ubín ni por la maestra, sin embargo, como en ese momento los niños estaban junto a la maestra para que ella les revisara su trabajo, escuchaban

la interacción de ella con los niños de tercer ciclo y sin pensarlo mucho intervenían, y daban la respuesta más rápidamente que Ubín, que por su parte las tomaba como correctas. Esto plantea que la ayuda no sólo es de los niños de tercer ciclo hacia los ciclos menores. Quizá factores como la cercanía con algún contenido, como en este caso ocurrió con la multiplicación, posibilita la ayuda, aunque ésta no sea solicitada por los niños menores a los mayores. En otra ocasión observamos a Fernando-3, ayudando a Beto de quinto grado a dibujar una figura tridimensional, tarea que presentó dificultades para los niños de segundo y tercer ciclo.

2.5.7 Niños beneficiados en la escuela unitaria

Aunque de todos los niños de nuestro estudio están en la escuela multigrado, y seguramente esto imprime un rasgo a su formación, hay algunos estudiantes que posiblemente se beneficien más por estar en este tipo de aulas. Son niños que ponen particular atención a la tarea de los otros grados o ciclos. De hecho en algunas ocasiones no se limitan a la observación, también intervienen, como vimos en el apartado anterior dando respuestas y haciendo preguntas a la maestra o a sus compañeros.

Un caso destacado es el de Fernando, un niño de tercer grado. La maestra le llama la atención en diversas ocasiones porque Fernando casi siempre está fuera de su lugar, demora en hacer sus propias actividades o incluso no las termina. Pero cuando se trata de hacer algún cálculo mental o participar en las actividades iniciales de las clases, Fernando es uno de los niños que más destaca por su habilidad en esas tareas.

En sus habituales recorridos por el salón puede pasar de las tareas que están diseñadas para primer grado a las que están diseñadas para sexto grado, relacionándose con los contenidos que se desarrollan durante la clase. Quizá Fernando independientemente del aula multigrado tenga una particular destreza para hacer cálculos, sin embargo, es evidente que en el aula multigrado, dada su curiosidad, puede desplegar y practicar esta habilidad.

Cabe suponer que esta ventaja, muy visible en el caso de Fernando, lo es también para varios otros niños menos expresivos, quienes están en relación más o menos estrecha con el trabajo de sus compañeros mayores y menores.

COMENTARIOS FINALES

Luego de analizar el trabajo de la maestra Vero destaco los siguientes aspectos: las horas dedicadas a la planeación, su esfuerzo por adaptar los programas y hacerlos funcionales para multigrado, el uso de otros momentos -como el recreo- para atender a los niños más rezagados, el conocimiento de sus estudiantes para atenderlos de forma individualizada, el doble turno indispensable para atender las cuestiones administrativas que le demanda su cargo como directora. En su trabajo no había tregua.

El acercamiento de la maestra a formas alternativas de organizar la clase tuvo que ver con su interés por resolver las problemáticas que enfrentó en su trabajo con los niños. En esa búsqueda la maestra Vero destacó como una docente preocupada y ocupada por construir herramientas que le permitan desarrollar su trabajo. Ese interés también se notó en su preparación escolar.

Cabe decir, sintéticamente y en referencia a nuestro propósito inicial, que en efecto encontramos a una maestra con experiencia en escuela multigrado, quien ha desarrollado estrategias de enseñanza valiosas que valdrá la pena que otros conozcan. Pero también identificamos algunas dificultades importantes, que merecen ser tomadas en cuenta en procesos de formación de profesores, de desarrollo curricular y en futuras investigaciones.

A continuación me propongo señalar algunos de los logros, dificultades y necesidades que ubicamos en las clases, así como las preguntas que se abren a partir de nuestro trabajo.

Las actividades y su contenido en las clases de matemáticas

En general, en las actividades que la maestra propuso vimos su intención de ofrecer situaciones problemáticas para los niños que les permitieran interactuar con material concreto, apoyándose en recursos como los ficheros. Así mismo mostró valorar los procedimientos no formales y la diversidad de procedimientos Sin embargo, las actividades presentaron varias dificultades en su diseño o con el contenido que abordaron. A continuación resumo algunas de las dificultades.

Actividades multigrado

Actividades como la de los globos, en la que los niños de los tres ciclos fueron organizados en equipos y resolvieron operaciones con el correspondiente nivel de

dificultad, ponen de manifiesto que el diseño de ejercicios en donde trabajen los tres ciclos es posible. Esta actividad puede servir de base para el diseño de otras, que, con algunas modificaciones, eleven el potencial didáctico. Pero es necesario señalar que no es fácil adecuarla para trabajar otros contenidos además del cálculo mental y tampoco es fácil de organizar. Es probable que la actividad, aun con modificaciones, no pudiera usarse frecuentemente.

Las actividades que conjuntan a los tres ciclos fueron poco frecuentes. Aunque el ejemplo que ofrecemos resulta interesante en cuanto al diseño didáctico, no se puede soslayar su complejidad.

Dificultades con el contenido

Otro aspecto que arrojó el análisis de las clases fueron problemas con el contenido de matemáticas para los niños de tercer ciclo, y también para la maestra. Cabe señalar que estos problemas, la mayoría de los cuales ya fueron identificados por la investigación educativa, no son privativos de multigrado.

- La dificultad que representó para los niños el algoritmo de cálculo mental propuesto por la maestra. Como ya explicamos, el procedimiento enseñado no es una estrategia adecuada para hacer cálculos mentales.
- Las dificultades de los niños para interpretar representaciones planas de cuerpos geométricos.
- Los problemas con el conteo (y la enumeración) de vértices, caras y aristas de los cuerpos geométricos.
- La dificultad en la comprensión de la dimensión tridimensional del concepto de volumen del prisma.

También identificamos dificultades didácticas:

- En el trabajo sobre volumen, cuando los niños formaron prismas, el uso del material concreto fue problemático: los niños se rehusaron a trabajar sin él, pero a la vez éste pareció no favorecer procedimientos más allá del conteo, además de la dificultad meramente física de armar torres altas. Si bien ciertamente fue un apoyo para algunos razonamientos también inhibió otras construcciones.

- El empobrecimiento de las situaciones, principalmente cerca del final de la clase, cuando la premura por concluir hizo que la maestra diera algunas respuestas o pistas demasiado obvias para resolver la tarea.

Estos problemas, que probablemente se presentan también en aulas unigrado, dejaron ver la necesidad de un mayor conocimiento del contenido y de su didáctica por parte de la maestra. Desde luego, la solución a estas dificultades pasa también por la creación de mejores secuencias para trabajar y por una organización más clara del currículum.

La gestión de la clase

Los elementos de la gestión de la clase fueron resultado de la experiencia de la maestra y de su conocimiento adquirido. El análisis de las clases, a la vez que permitió destacar la complejidad de la gestión de una maestra de escuela unidocente, dio lugar a problematizar aspectos como la atención individualizada, la duración de las clases, la necesidad de la maestra-en algunas clases- de pedir a los niños mayores que ayuden a los pequeños. Estas características de la clase dan cuenta de la necesidad de un mayor desarrollo de trabajo autónomo por parte de los niños. A continuación delinearé estos elementos.

Atención individualizada

Hablamos de la atención individualizada señalando sus conveniencias, por ejemplo, en palabras de la maestra, le ayudó a saber cómo estaban resolviendo los problemas cada uno de sus alumnos e identificar sus dificultades.

También identificamos dificultades. Algunos niños han aprendido que si acuden con la maestra el suficiente número de veces, la maestra simplificará las tareas. Esto provoca que el contenido que se busca desarrollar en las actividades se vea afectado.

¿De qué otras formas se puede obtener el diagnóstico que aporta la atención individualizada sin provocar que la demanda de los niños sea tan intensa durante la clase?

Duración de las clases

Determinar la duración de las clases es otro elemento complicado. No se puede

prever exactamente el tiempo que los niños van a tardar en resolver alguna tarea. Se vuelve necesario contar con un repertorio de actividades en las que los niños puedan trabajar en caso de terminar antes que los otros ciclos, y también considerar los casos en los que la actividad se prolonga demasiado, lo que puede resultar poco favorable en términos del aprendizaje de los niños y del esfuerzo que implica para el maestro.

Los niños mayores ayudan a los pequeños

Con los análisis de las clases, mi idea previa (“mirada romántica” le digo yo misma) sobre las ayudas de los niños entre sí, se modificó radicalmente. Si bien es notorio el papel de los niños de tercer ciclo como autoridades académicas y sociales para los niños de otros grados (nótese que describimos interacciones en las que por iniciativa propia prestaban ayuda), es importante señalar que forzar las ayudas, en ocasiones resultó contraproducente. Los alumnos de tercer ciclo no necesariamente suplieron al maestro en la tarea de hacer que los otros niños aprendan algún contenido. En ocasiones una salida fácil para los niños mayores (y para los pequeños) consistió en darles los resultados para terminar rápido los ejercicios.

Trabajo autónomo

No es difícil sacar como conclusión, después de haber hecho análisis de clases multigrado, que hay necesidad de desarrollar trabajo autónomo entre los niños. Lo complejo es hacer propuestas útiles que ayuden a desarrollar ese trabajo autónomo. La PEM 2005 señala el trabajo autónomo como parte de las mejoras deseables en las aulas multigrado. En otro estudio (SEP, 2004: 27), los mismos autores de la propuesta comentan que los materiales autodidácticos deben ser sencillos, claros y favorecer el aprendizaje reflexivo y el trabajo colaborativo, sobre todo en los niños de segundo y tercer ciclo. Aunque no presentan ejemplos concretos sobre actividades de matemáticas que cumplan con esas características.

Por otra parte, en los libros *Dialogar y descubrir*, se contempla que en ocasiones algunos niños van a terminar el trabajo antes que otros y esto provoca que se “inquieten, pidan más trabajo o distraigan a los demás”. Por ello se hace énfasis en la importancia que tienen actividades que los niños puedan realizar solos, como “completar algún trabajo manual o ensayar una escenificación o una canción”; otro recurso es que los niños aprendan a ponerse trabajo entre sí sin

esperar indicación del instructor (110).

La primera interrogante es: ¿qué es el trabajo autónomo? Retomo aquí dos ejemplos que suscitan la reflexión: por una parte, la actividad “La carrera de las series”, en la que se organizó a los niños en equipo, por turnos cada niño propuso un número y los otros calcularon sus múltiplos, es un ejemplo de una actividad que los niños realizaron sin la supervisión permanente de la maestra.³⁸Otra actividad que los niños de tercer ciclo hicieron en todas las clases fue copiar los ejercicios sin alguna indicación de la maestra. Esto forma parte de una dinámica que tienen incorporada. Sin embargo, al comparar ambas actividades, aunque las dos permiten a la maestra trabajar con los otros ciclos, la carrera de las series resulta más enriquecedora, entre sus cualidades está el trabajo en equipo y la práctica de la suma o multiplicación. Esto abre la discusión sobre algunas características deseables en las actividades autónomas, más allá de si los niños pueden o no trabajar por su cuenta.

En todo caso, considero necesario continuar investigando las estrategias de los maestros en aulas multigrado. Aprender de ellos y con ellos otras formas de gestión puestas a prueba en el salón de clase.

La escuela multigrado: posible beneficio desigual para los alumnos, desde el punto de vista académico

Los alumnos de primer ciclo tuvieron más tiempo de atención de la maestra, más “asesores” entre los alumnos del grupo y entraron en relación frecuente (unos más que otros) con contenidos de los grados superiores. En los resultados del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) sobre el Panorama Educativo de México, INEE (2007: 196), se detectaron mejores resultados en los alumnos de tercer grado de cursos comunitarios de CONAFE “pues sus puntajes en éstos los coloca con porcentajes por arriba de los obtenidos por los alumnos de las escuelas urbanas, rurales e indígenas.” Es posible que en la situación que presentamos también ocurra que los niños pequeños resultan beneficiados, de manera similar a lo que se detectó en CONAFE. Sin embargo, los resultados no se extienden a los niños de otros grados.

Como observamos, aun con el esfuerzo, tiempo extra y constante búsqueda de materiales por parte de la maestra, ella debió permanecer la mayor parte del tiempo trabajando con primer ciclo.

³⁸Aunque como señalamos en el apartado “Interacciones entre los niños”, esta actividad se puede mejorar con algunas modificaciones

¿Será indispensable que por lo menos haya dos maestros en las escuelas multigrado? A la luz de las dificultades me inclino por contestar que sí, aunque tal vez otras formas de gestión podrían ayudar con este problema.

Otra conveniencia de la organización multigrado es la posibilidad de ubicar a los niños en un nivel escolar determinado por conocimientos. Un caso que ejemplifica esto es el de una niña que oficialmente estaba en tercer grado porque en su primaria anterior (unigrado) la habían “pasado de año”, pero debido a sus dificultades en lectoescritura “realmente” trabajaba en primer ciclo. La organización de la escuela unitaria permitió ubicarla en primer grado para afianzar sus conocimientos e ir tomando decisiones sobre el grado que deberá cursar analizando sus avances.

Necesidades en la escuela multigrado

En nuestra investigación tuvimos oportunidad de observar el despliegue de las estrategias de la maestra, sobre todo en la planeación de sus clases. Un primer elemento que la maestra destacó en su proceso para organizar el trabajo en multigrado es que la PEM 2005, de la que retomaba las pautas generales que ésta propone para la planeación en multigrado, representó una ayuda muy valiosa pues cambió su forma de trabajo. Antes de conocer la organización por tema común, que propone la PEM 2005, ella había intentado otras formas³⁹ que complicaban más su labor. La reorganización de los contenidos no parece ser una tarea fácil. Aun con la ayuda de la PEM 2005, la maestra tenía que hacer cada día un desarrollo curricular basado en dicha pauta. Esto le requería conocer los programas y los libros de todos los grados, y conllevaba para ella la preocupación constante de buscar materiales con actividades para todos los ciclos, además de tener presente las necesidades específicas de sus alumnos.

Sobre este punto, deseamos resaltar la importancia que tiene un material como la PEM 2005. En su trabajo, Arteaga (2009), documenta el uso de este material por las maestras de su estudio, destacando que éste ayudaba a cubrir algunas necesidades: la propuesta curricular (la organización de las clases con base en el tema común), así como la referencia a las lecciones de los libros de texto. La PEM 2005 es un ejemplo del impacto sobre las aulas multigrado que puede tener un material diseñado para ellas.

Los cambios en los planes y programas de estudio, así como la creación de reformas educativas, es inevitable. Sin embargo, las escuelas multigrado no

³⁹Por ejemplo, trabajaba diferentes materias con cada grado.

parecen tener el acompañamiento necesario para transitar por esos cambios.

Al ver el trabajo titánico de la maestra, surgen las siguientes preguntas: ¿Están dispuestos a hacer este trabajo los profesores que son invitados o designados a trabajar en las aulas multigrado? Más aun, ¿es justo esperar eso de ellos sin más apoyos académicos específicos? ¿Cuál tendría que ser el aporte de la SEP? ¿Por qué la SEP abandonó el proyecto multigrado, que durante su período de actividad realizó la PEM 2005?

A la luz de lo encontrado en este trabajo sigue pendiente la atención a diversas necesidades de las aulas multigrado, a continuación menciono algunas problemáticas que fueron identificadas desde hace ya varios años y que coinciden con lo que nosotros encontramos.

El estudio coordinado por Fuenlabrada y Weiss (2006: 137-145) señala la necesidad de una propuesta pedagógica encaminada a transformar las escuelas multigrado, en la que se contemple, entre otros elementos, “un programa que organice los contenidos del programa nacional desde la lógica de la metodología en la enseñanza multigrado”, así como la creación de materiales que atiendan a las características de estas primarias que se correspondan con cuadernos de trabajo por grado y por asignatura para los niños. Como ya señalamos el vacío que dejó la PEM 2005 luego de no poder usarse en su totalidad, no ha sido llenado por otro material.

Como que yo sentía que ya tenía más seguridad para trabajar en multigrado, y ya nos iban dando más elementos con esto de la propuesta. Y además, durante esa época se trabajaron muchos cursos, estatales, cursos por zona escolar, para maestros en situación multigrado, como para darnos más elementos de cómo enfrentar las clases en multigrado. Pero a partir de que, previo a la entrada en vigor de la reforma educativa, otra vez el contexto multigrado vuelve a quedar abandonado. (PE2803)

En relación a los procesos de capacitación y actualización de los maestros se subraya la ausencia de una política estatal o federal correspondiente a la demanda y expectativa que tiene el magisterio respecto a los cursos (Fuenlabrada y Weiss, 2006: 144). Sobre la actualización y capacitación de los maestros multigrado la maestra Vero comenta la ausencia de espacios en donde se puedan crear soluciones frente a los problemas pedagógicos en multigrado:

La única posibilidad que tenemos de reunirnos con otros maestros, en mi caso, es cuando hay la reunión de directores en la zona escolar, que a veces es cada mes, a veces cada dos

meses a veces tarda hasta tres meses en haber una reunión, mientras tanto pues no veo a ninguno, ¿no?, a ninguno me lo encuentro y no tengo la posibilidad de platicar con nadie. Y pues en esas reuniones pues nada más nos dicen “van a llenar esta documentación y tienen que entregarla para tal fecha” pero no hay espacio para dialogar en torno a lo pedagógico, ésa una de las grandes carencias, de ahorita. (PE2803)

Otra problemática son las condiciones laborales y salariales de los maestros de aulas multigrado, pues “debe tomarse en cuenta su mayor dificultad técnica junto a las condiciones de vida que impone el trabajo en los poblados donde se ubica”. (2006: 134)

No sólo hay que organizar el tiempo en clase, también hay que organizar el tiempo personal para dar respuesta a todas las actividades (...) hay que hacer de todo, las reuniones, la gestoría, eso es lo que nos quita tiempo. En la escuela multigrado el hecho de que digan, “hay que ir a Servicios Regionales a tomar una asesoría para llenado de documentación inicial”, y es el lunes, y el martes te están citando a las 8 y media también en Servicios Regionales para que vayas a llevar los libros de caja a cotejar y el miércoles tienes que presentarte a entregar tal cosa, ¿no?, y yo les decía, pero ¡cómo tres días! Entiendan que yo estoy en una escuela unitaria y no me puedo salir lunes, martes y miércoles.

Estos son algunos de los problemas que no han sido atendidos o no se les ha dado continuidad y soporte.

Para terminar

Cabe destacar que el haber complementado la perspectiva didáctica con una mirada etnográfica, nos permitió efectivamente dar cuenta tanto de cuestiones muy específicas sobre la enseñanza de las matemáticas en aula multigrado, como de las condiciones más allá de lo didáctico, pero que definitivamente lo afectan, en las que la maestra realiza su trabajo.

Hemos podido conocer varias de las estrategias didácticas para la enseñanza de las matemáticas de una maestra competente de escuela unitaria, algunas de sus fortalezas y algunas debilidades. Hemos confirmado numerosas observaciones hechas en estudios anteriores y, pensamos, hemos podido identificar algunas problemáticas más específicas de la enseñanza de las matemáticas, la posibilidad, y la complejidad de las actividades “multinivel”, el nivel de reto de las actividades propuestas, las formas de retroalimentación posibles, entre otras.

Es necesario seguir estudiando a otros maestros experimentados, de escuela unitaria para ver si se identifican problemas similares y si hay una diversidad mayor de estrategias para enfrentarlos. También podría ser pertinente realizar estudios en los que se desarrollen y se pongan a prueba, junto con los profesores, pequeñas modificaciones orientadas a facilitar el trabajo del profesor y al mismo tiempo elevar la calidad de la experiencia matemática de los niños, como algunas de las que se han venido esbozando a lo largo del presente trabajo, por ejemplo, precisiones en la manera de organizar los equipos en las actividades multinivel; formas de usar el material concreto; actividades con mejor equilibrio que la “copia”, entre su potencial para el aprendizaje, y su función como medio para liberar a la maestra de la atención de los alumnos.

Finalmente deseo agregar que no se agota con esta pesquisa lo que podemos decir sobre nuestra experiencia en la escuela multigrado. Lo que aquí presento constituye un análisis de una parte de los datos recogidos. El coordinador y las otras colegas del equipo siguen analizando el resto de los datos, sobre todo los relativos a las interacciones con los otros dos ciclos. Este es un primer acercamiento que, como mencionamos al inicio de la investigación, intenta contribuir al conocimiento, en vistas al desarrollo de la escuela multigrado. Más adelante será posible brindar un panorama más completo de la compleja tarea de enseñar matemáticas, de una maestra de escuela unidocente.

BIBLIOGRAFÍA

- Arteaga, Paola (2009). *Los saberes docentes de maestros en primarias con grupos multigrado*. Tesis para obtener el grado de Maestra. México, Cinvestav, DIE.
- Briand, Jean (1993). *L'énumération dans le mesurage des collections: un dysfonctionnement dans la transposition didactique*. Tesis doctoral, Université de Bordeaux I, Burdeos, Francia. Disponible en <<http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/49/46/23/PDF/TheseJBriand.pdf>> (Enero 2013).
- Block, David, José Moscoso, Margarita Ramírez y Diana Solares (2007). *La apropiación de innovaciones para la enseñanza de las matemáticas por maestros de educación primaria*, Revista Mexicana de Investigación Educativa 2007, vol.12(33):731-752.
- Broitman, Claudia y Horacio Itzcovich (2003) "Geometría en los primeros años de la EGB: problemas de su enseñanza y, problemas para su enseñanza, Capítulo 8" en Panizza, Mabel, (comp.) *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de la EGB*. Buenos Aires. Paidós.
- Brousseau, Guy (2007). *Iniciación al estudio de las situaciones didácticas*, Libros del Zorzal, Argentina.
- Bustos, Antonio (2007) *Enseñar en la escuela rural aprendiendo a hacerlo. Evolución de la identidad profesional en las aulas multigrado. Profesorado*. Revista de currículum y formación de Posgrado, año/vol. 11, núm. 003 España.
- Ezpeleta, Justa y Eduardo Weiss (2000). *Cambiar la escuela rural. Evaluación cualitativa del Programa para Abatir el Rezago Educativo*. México: DIE-CINVESTAV.
- Ezpeleta, Justa y Eduardo Weiss (2006). "Las escuelas rurales en zonas de pobreza y sus maestros: tramas preexistentes y políticas innovadoras". *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. México: COMIE.
- Fregona, Dilma y Pilar Orús (2011). *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas*, Argentina, Libros del Zorzal.
- Fuenlabrada, Irma y Eduardo Weiss (coords.) (2006) *Las prácticas escolares y docentes en las escuelas multigrado de la educación primaria*. Informe de investigación, México, CONAFE.
- García, Rosa (2003). *El papel de la experiencia docente en los cursos de capacitación para maestros multigrado*. Tesis de Maestría. México: DIE-CINVESTAV.
- Godino, Juan, José Cajaraville, Teresa Fernández y Gonzato (2001) "Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática" Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación, EDU2010-14947, Ministerio de Ciencia e Innovación (Madrid) y de la Beca FPU, AP200804560. Disponible en <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/visualizacion_seg%FAAn_EOS.pdf>(Diciembre 2012).

- Gutiérrez, Ángel (1998) Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial, *Revista EMA*, vol. 3, No. 3: 193-220.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, INEE, (2007) *Panorama Educativo de México, Indicadores del Sistema Educativo Nacional 2007*, México, INEE.
- INEE (2011) *Panorama educativo de México 2010. Indicadores del sistema educativo nacional*, México, INEE.
- Little, Angela (2005) *Learning and Teaching in Multigrade Settings*. Disponible en <<http://skoleplassen.hist.no/Rapport/Learning%20and%20Teaching%20in%20Multigrade%20Setting%20final.doc>>(Enero 2013).
- Mercado, Ruth (1991) “Saberes docentes en el trabajo cotidiano de los maestros”, *Infancia y aprendizaje*, núm.55, pp.59-72.
- Mercado, Ruth (1999) *El trabajo docente en el medio rural*. México: DIE-CINVESTAV.
- Mercado, Ruth (2002) *Los saberes docentes como construcción social. La enseñanza centrada en los niños*, México, FCE.
- Mercado, Ruth (2006) “La organización de la enseñanza”, en Fuenlabrada, Irma y Eduardo Weiss (coords.), *Las prácticas escolares y docentes en las escuelas multigrado de la educación primaria. Informe de investigación*, México, DIE-CINVESTAV.
- Mulryan-Kyne, Catherine (2007) “The Preparation of Teachers for Multigrade Teaching”, *Teaching and Teacher Education*, vol.23, pp.501-514.
- Naranjo, Gabriela (2009) *Ser alumno: Análisis multimodal de la participación de los alumnos en las clases de ciencias naturales*, Tesis de Maestría. México, DIE-CINVESTAV.
- Perrin-Glorian, Marie-Jeanne, Lucie Deblois. y Aline Robert (2008). In K. Krainer & T. Wood (Eds.) *Participants in Mathematics Teacher Education: Individuals, Teams, Communities and Networks* Rotterdam, Sense, vol. 3 of The International Handbook of Mathematics Teacher Education, pp. 35 – 59.
- Pridmore, Pat (2007) “Adapting the Primary-school Curriculum for Multigrade Classes in Developing Countries: a Five-Step Plan and an Agenda for Change”, *Journal of Curriculum Studies*, vol.39, num.55, pp.559-576. Disponible en <<http://eprints.ioe.ac.uk/3749/1/Pridmore2007Adapting559.pdf>> (Diciembre 2012).
- Ramírez, Margarita (2004). *El saber enseñado: protagonista en la trama de acontecimientos en el aula. La proporcionalidad en sexto grado de educación primaria*. Tesis de maestría. México, DIE-CINVESTAV.
- Robert, Aline, (2007) *Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré): Une hypothèse, des inférences en formation*, *Recherches en Didactique des mathématiques*, vol. 27, no. 3, pp. 271-312.

- Rockwell, Elsie (1982) *De huellas bardas y veredas: una historia cotidiana en la escuela*, México, DIE-CINVESTAV.
- Rockwell Elsie y Justa Ezpeleta (1985) "La escuela: relato de un proceso de construcción inconcluso", en Reicher, Felícia y Namó Guiomar (coords.) *Educação na América Latina os modelos teóricos e a realidade social*, São Paulo, Cortéz Editora.
- Rockwell Elsie y Ruth Mercado(1999)*La escuela lugar del trabajo docente. Descripciones y debates*, México, DIE-CINVESTAV.
- Rockwell, Elsie (2007) Breve historia de la escuela multigrado en México (capítulo 1). En: Weiss, E. (coord.), D. Block, A. Candela, A. Pellicer, E. Taboada y E. Rockwell, *Evaluación Externa de la Construcción de la Propuesta Educativa Multigrado 2005. Reporte Final*. México: DIE-CINVESTAV.
- Rodríguez, Yolanda(2004). *Estrategias de enseñanza docente en escuelas multigrado*. Disponible en <http://www.grade.org.pe/ime/docs/Informe%20Final%20Yolanda%20Rodriguez.pdf> (Enero 2012)
- Sadovsky, Patricia y Carmen Sessa (2005), "The didactic interaction with the procedures of peers in the transition from arithmetic to algebra: a milieu the emergence of new questions", en *Educational Studies in Mathematics*, Springer.
- Sáiz, M. L. (2002). *El pensamiento del maestro de primaria acerca del concepto volumen y de su enseñanza*. Departamento de Matemática Educativa. México, CINVESTAV.
- Salgueiro, Ana María (1999) *Saber docente y práctica cotidiana. Un estudio etnográfico*, Barcelona, Octaedro.
- Schmelkes, Silvia (1994) *La calidad educativa y la formación de docentes*, Conferencia presentada en el 3er. Simposium en Ciencias de la Educación, Proceso de Formación y Actualización de Profesionales de la Educación. Disponible en http://portal.iteso.mx/portal/page/portal/Sinectica/Historico/Numeros_antteriores02/007/Schmelkes%20Silvia%207.pdf(Enero 2013)>.
- Schmelkes, Silvia (2005) "La desigualdad en la calidad de la educación primaria", *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 3er-4to trimestres, año/vol. XXXV, pp. 9-33.
- SEP (2004), *La organización del trabajo en el aula multigrado*, México, SEP.
- SEP (2005), *Propuesta Educativa Multigrado (2005). Juntos aprendemos mejor*, México, SEP.
- SEP (2006) *Escuelas multigrado. Reto y necesidades de cambio en las escuelas multigrado. Estudio exploratorio*, México, SEP.
- SEP (2009f) *Programas de estudio 2009. Sexto grado. Educación básica primaria*, México, SEP.
- SEP (2009e) *Programas de estudio 2009. Quinto grado. Educación básica primaria*, México, SEP.

- SEP (2009d) *Programas de estudio 2009. Cuarto grado. Educación básica primaria*, México, SEP.
- SEP (2009c) *Programas de estudio 2009. Tercer grado. Educación básica primaria*, México, SEP.
- SEP (2009b) *Programas de estudio 2009. Segundo grado. Educación básica primaria*, México, SEP.
- SEP (2009a) *Programas de estudio 2009. Primer grado. Educación básica primaria*, México, SEP.
- SEP (2009fa) *Matemáticas. Sexto grado. Educación básica primaria*, México, SEP.
- SEP (2010), *Matemáticas. Sexto grado*. México, SEP, México.
- Vera, José y Rosario Domínguez (2005) "Práctica docente en el aula multigrado rural de una población mexicana", *Educação e Pesquisa*, vol.31, num.1, pp.31-43.
- Vergnaud, G. et al (1983) "Une expérience didactique sur le concept de volume en classe de cinquième(12-13 ans)" en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 4.
- Weiss, Eduardo (coord), David Block, Irma Fuenlabrada, Judith Kalman, Rafael Quiroz y Eva Taboada (1996). La enseñanza: diálogos entre distintos enfoques. *Simposio: Caminos de la Investigación Educativa*. México, DIE-CINVESTAV.
- Weiss, Eduardo y Eva Taboada (2007) "Proceso de elaboración de la propuesta" en Weiss, E. (coord.) *Evaluación Externa de la Construcción de la Propuesta Educativa Multigrado2005. Reporte Final*, México, DIE- CINVESTAV.

ANEXOS

Anexo A


Clave	Significado	Contenido
EF0704	Entrevista final a la maestra Vero, realizada el 7 de abril.	Ejemplo de cómo hace la planeación Gestión de la clase Ayudas a los niños Retos de trabajar en una escuela unitaria
ACSector02	Documento de adecuaciones curriculares 2009.	Las adecuaciones curriculares fueron coordinadas por la maestra Vero. Participaron maestros del Sector 02 de Tulancingo.
RG2803	Registro general de la clase del 28 de marzo	Los alumnos resuelven problemas relacionados con la compra de artículos de una papelería con distinto grado de dificultad, dependiendo del grado.
RG2903	Registro general de la clase del 29 de marzo	Los alumnos resuelven operaciones, practicando el cálculo mental.
RG3103	Registro general de la clase del 31 de marzo	Actividad inicial: "Los globos". Posteriormente los niños realizan otros ejercicios relacionados con cálculos.
RG0404	Registro general de la clase del 04 de abril	Inicia la secuencia sobre volumen y cuerpos geométricos.
RG0504	Registro general de la clase del 05 de abril	Los niños de segundo y tercer ciclo trabajan con cubos de plástico para formar prismas.
RTC0404	Registro de tercer ciclo del 04 de abril	Los alumnos cuentan vértices, caras y aristas en cuerpos de plástico.
RTC0504	Registro de tercer ciclo del 05 de abril	Los alumnos construyen diferentes prismas con 60 cubos de plástico.
RTC0704	Registro de tercer ciclo del 07 de abril	Los alumnos resuelven las páginas 152 y 153 del libro de texto para sexto grado.

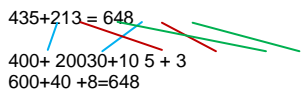
ANEXO B

Planeación de la maestra Vero durante las clases de matemáticas

MATEMÁTICAS Marzo 28/2011		
Tema común: Solución de problemas matemáticos		
Eje temático: sentido numérico y pensamiento algebraico		
Intenciones didácticas: Que los alumnos resuelvan problemas matemáticos de suma, resta, multiplicación de enteros y decimales utilizando procedimientos convencionales y no convencionales.		
CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES		
PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO	TERCER CICLO
1° Resolver problemas que impliquen correspondencias del tipo "más n" 2° Distinguir problemas aditivos y multiplicativos	Usa el algoritmo convencional para sumar y restar números decimales hasta centésimos, resolver problemas en contextos de medición y dinero	Resolver problemas que impliquen multiplicar números fraccionarios y decimales por enteros.
MATEACTIVIDADES DE LENGUAJE		
<u>EXPRESIÓN ORAL:</u> Diálogo acerca de la importancia de saber las operaciones básicas en situaciones cotidianas. Planteamiento de problemas, procedimientos para realizarlos.		
<u>ESCRITURA:</u> De diversas situaciones problemáticas.		
<u>LECTURA:</u> En voz alta y en silencio.		
MATERIALES		
<ul style="list-style-type: none"> - Los precios y productos de la tienda - Cuadernos - Pizarrón marcadores - Marcadores - Palitos de colores o semillas para conteo. - Libros de texto 1° p. 120 y 125 2° p. 109 y 110 4° p. 85 (L9 y 6) 5° p. 85 (L9 y 6) 		
ACTIVIDAD INICIAL		
<p>Iniciar al clase dialogando con los alumnos acerca de la importancia de saber resolver operaciones matemáticas y su utilización en la vida cotidiana.</p> <p>¿Para qué son útiles? ¿En qué lugares y ocasiones utilizamos operaciones matemáticas fuera de la escuela? Explicar que hoy realizaremos algunos ejercicios de solución de problemas a partir de situaciones que se nos presentan en la tienda .</p> <p>Mostrar los artículos que se expenden y solicitar a algunos voluntarios que lean los precios de los mismos. Plantear situaciones problemáticas según el nivel.</p>		
ACTIVIDADES POR CICLO		
1°	3°	5° y 6°
1) Tomás compró 3 lápices, ¿Cuánto debe pagar? 2) Marisol gastó 15 pesos en la papelería e Irene gastó 18, si además compraron cada una unas tijeras de 10 pesos ¿Cuánto deben pagar?	1) Doña Libia vendió los siguientes productos durante el día: un libro de cuentos, 2 refrescos, una caja de colores, un balón de fútbol y 4 chocolates. ¿cuánto reunió por la venta del día? 2) Fernando quiere comprar el cuadro del conejito para su mamá, si tiene ahorrado	1) Compraremos sobres para las cartas que enviaremos a nuestros amigos. Tenemos \$88, si necesitamos 57 sobres ¿nos alcanza con lo que tenemos? R¿sobra o falta? ¿cuánto? R 2) Los padres de familia acordaron regalar balones a los alumnos en los festejos

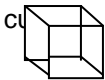
<p>Marisol Irene</p> <p>3) Erick y Ángel fueron a la papelería Erick tenía 25 pesos y Ángel 20, si cada uno compró un resistol ¿Cuánto les sobra? Ericky Ángel.</p> <p>2°</p> <p>1) Armando fue a la papelería, compró 8 gommas, 12 lápices, 5 cajas de colores y 9 tijeras ¿Cuántos artículos compró?</p>	<p>\$45.50 ¿cuánto le falta para completar el costo? R=</p> <p>3) María tiene un billete de \$50.00, si compra una caja de colores y un chocolate ¿cuánto le sobra?</p> <p>4°</p> <p>1) ¿Cuánto debemos pagar si compramos una caja con 24 lápices? R=</p> <p>2) Tenemos \$96 ¿nos alcanza para comprar 50 gommas? R ¿cuánto sobra o falta?</p> <p>3) ¿Qué artículos podríamos comprar con \$100 de modo que te alcance para la mayor cantidad de artículos? R</p>	<p>del día del niño ¿cuánto dinero se requiere para comprar los 24 balones? R</p> <p>3) En la tienda venden vasos de $\frac{1}{4}$ de litro de jugo. Si se vendieron 9 vasos de jugo, ¿cuánto jugo se vendió en total? R</p> <p>En equipos resuelvan pág 128 y 129 de 5°. Copien las multiplicaciones pág 130 5°. Resuelvan</p>
--	--	--

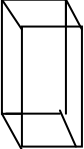
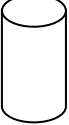
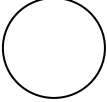
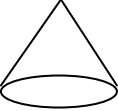
<p>Dibujos de los artículos de la tienda (Primer ciclo)</p>	<p>Otros artículos de la tienda (Segundo y tercer ciclo)</p>
	<p>Libro \$43.50</p> <p>Refresco \$12.50</p> <p>Colores \$23.80</p> <p>Balón \$120.50</p> <p>Chocolate \$7.00</p> <p>Cuadro \$89.00</p> <p>Sobres \$2.80</p> <p>Lápiz \$4.90</p> <p>Gomas \$3.50</p> <p>Tijeras \$9.90</p>

MATEMÁTICAS Marzo 29/2011		
Tema común: Desarrollar estrategias de cálculo mental. Números naturales		
Eje temático: sentido numérico y pensamiento algebraico		
Intenciones didácticas: Que los alumnos desarrollen recursos de cálculo mental para determinar el resultado de sumas, sustracciones y multiplicaciones.		
CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES		
PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO	TERCER CICLO
1° Desarrollar recursos de cálculo mental para disponer de resultados relativos a la suma y la sustracción. 2° Calcular mentalmente algunos productos de dígitos utilizando diversas estrategias.	Desarrollar estrategias para calcular mentalmente el resultado de sumas y restas con números naturales.	Desarrollar estrategias para calcular mentalmente el resultado de sumas, restas, multiplicaciones de números naturales y decimales.
MATERIALES		
Caja Piedritas o palitos de colores Fichero matemáticas. 1° p. 32 "Las maquinitas" F 5° Ficha 12 Cálculos mentales Libros de texto Dados 1° p.126 2° p.114		
ACTIVIDAD INICIAL		
Platicar con los alumnos acerca de la importancia del cálculo mental, en qué consiste, para qué sirve, por qué resulta útil. Indicar que el objetivo de ésta clase es que desarrollemos estrategias de cálculo mental que nos permitan realizar operaciones de manera rápida y sin necesidad de escribirlas.		
ACTIVIDADES POR CICLO		
1° Indica el resultado de los siguientes cálculos 7+3=6+4= 1+9=9+1= 6+6=4+4= 8+2=3+3= 5+5=2+5= 9-1= 5-1= 8-1= 10-5= 7-1= 8-4= 6-1= 6-3= -María tiene 6 estampitas y le ganó 7 a Lucía ¿Cuántas estampitas tiene ahora María? R= José tenía 6 canicas, jugó con Raúl y ahora tiene 13 ¿cuántas canicas	Imaginen que lanzamos 2 dados y en esa tirada los puntos que quedaron hacia arriba suman 9 ¿En qué números cayeron los dados? R= -Si los dados suman 10 puntos ¿Qué números salieron? R= -Si tengo 5 puntos, cuántos me faltan para tener 12? R= Encuentra el número faltante. 38+___=50 16+___=30 29+___=80 17+___=60 54+___=95 66+___=100 Martín utilizó el sig. procedimiento para resolver una suma y una resta. Suma  400+200 30+10 5+3 600+40 +8=648	Calcula mentalmente "cuánto falta" para completar otra centena 648 + ___ = 700 1980 + ___ = 2000 2,019 + ___ = 2100 980 + ___ = 1000 234 + ___ = 300 755 + ___ = 800 1,578 + ___ = 1,600 Explica por lo menos 3 formas distintas para calcular mentalmente 479 + 68 = Ejemplo: 470 + 60 = 530 9+8 = <u>17</u> 547 400 + 130 + 17 = 547 -Explica cómo hallarías el resultado de cada suma o resta 264 + 37 =

<p>ganó? R= -Libro pág. 126 Matemáticas</p> <p>2º Juan ha resuelto una cuenta de la sig. manera: $32 + 27 = 59$ $30 + 20 + 7$</p> <p>$50 + 9 = 59$ ¿Te parece que Juan lo ha hecho bien? R= ¿Se te ocurre otra forma de hacerlo? R= -Trata de resolver las sig. cuentas como lo hizo Juan $46 + 26 =$ $43 + 11 =$ $23 + 11 =$ $53 + 34 =$ $33 + 11 =$ $12 + 56 =$ Encuentra una estrategia para calcular mentalmente el resultado de las sumas. $3 + 3 + 3 + 3 =$ $5 + 5 + 5 + 5 + 5 =$ $2 + 2 + 2 + 2 =$ Libro de matemáticas 2º p.114</p>	<p>Resta $524 - 313 = 2311$ $500 - 300 = 200$ $20 - 10 = 10$ $4 - 3 = 1$ $200 + 10 + 1 = 211$</p>	<p>$854 - 28 =$ $284 + 108 =$ $286 - 108 =$</p> <p>Cálculo mental de La multiplicación</p> <p>$125 \times 8 = 1000$ $125 + 125 = 250$ $125 + 125 = 250$ $125 + 125 = 250$ $125 + 125 = 250$ $250 + 250 + 250 + 250 = 1000$</p> <p>$125 \times 8 =$ $100 \times 8 = 800$ $25 \times 8 = 200 = 1000$</p>
--	---	---

MATEMÁTICAS Marzo 31/2011																							
Tema común: Cálculo mental. Números naturales																							
Eje temático: sentido numérico y pensamiento algebraico																							
Intenciones didácticas																							
CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES																							
PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO	TERCER CICLO																					
Descomponer números de dos cifras como sumas de un sumando que repite y algo más	Desarrollar estrategias para calcular mentalmente el resultado de sumas y restas de enteros	Que los alumnos utilicen el cálculo mental para resolver dif. situaciones																					
MATERIALES																							
Piedritas o semillas tapas	Globos con operaciones matemáticas Dados (Azul, rojo y amarillo) Fichero matem. 3º F5	Libros de texto 1º p129 y 130,131 Fichero 5º. Ficha 15. Cálculos mentales																					
ACTIVIDAD INICIAL																							
Pegar en el pizarrón globos con operaciones; en la columna 1 se encontrarán las operaciones para primer ciclo; en la 2da, para segundo ciclo, y en la tercera para 3er ciclo. Organizar al grupo en 4 equipos de 6 integrantes; en cada equipo deberá haber alumnos de los 3 ciclos. Explicar que por turnos cada equipo elegirá un globo cambiando al representante de ciclo; romperá el globo y calcularán el resultado de la operación; si no lo logró, otro equipo tendrá la oportunidad de contestar. Ganará el equipo que más puntos gane.																							
ACTIVIDADES POR CICLO																							
<p>Reunidos En parejas por ciclo 1º Haciendo uso de tus semillas o piedritas; encuentra las sumas posibles que den como resultado los números: 20=15= 9= 18= 23= 14= ¿Cómo podemos hacerlo? Primero contamos el total de frijolitos, luego los repartimos en dos montones; ¿cuántos hay en el primero? ¿Cuántos en el segundo? Si los volvemos a juntar, ¿cuántos tenemos? 12 +8 = 20 Resolver las actividades de la pág. 129 y 130 2º Utiliza tus semillas y tapas p/ resolver 8+8+8+8= 9+9+9+9+9= 7+7+7+7+7+7+7= Resuelvan junto con los niños de 1º, la pág. 131 del libro de 1º.</p>	<p>Reunidos en equipos de 3 integrantes realicen lo sig. Por turnos lancen los 3 dados: cada punto del dado amarillo vale 100, del rojo vale 10 y del azul, 1; escriban cuántos puntos ganó cada quién en su turno. Lancen los dados 5 veces; completen la tabla:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th colspan="5">Tiradas</th> <th>total</th> </tr> <tr> <th>Alumnos</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Quién ganó? ¿Quién obtuvo menos puntos? ¿Qué diferencia de puntos hay entre el que tuvo más y el que tuvo menos? Resuelve las actividades Calcula el número que falta 350-____=200 188-____=38 521-____=450 806-____=406 940-____=500 745-____=400</p>		Tiradas					total	Alumnos	1	2	3	4	5									<p>Organizados en equipo por ciclo, jueguen "La carrera de las series". Por turnos, cada uno de los alumnos dirigirá el juego, indicará la escritura de una serie, por ejemplo, la del 8. Cuando indique, todos paran de escribir. Gana quien más números escribió y los tiene correctos. Prueba con diferentes series mayores de 10. -Calcula mentalmente el resultado de las multiplicaciones y escribe la explicación del procedimiento que seguiste para realizarlas. Verifica que tu resultado sea correcto</p>
	Tiradas					total																	
Alumnos	1	2	3	4	5																		
Revisar las estrategias que los alumnos utilizan y la efectividad de las mismas																							

MATEMÁTICAS Abril 4/2011		
Tema común: cuerpos geométricos		
Eje temático: Forma, Espacio y Medida		
Intenciones Didácticas: Que los alumnos observen y clasifiquen algunos cuerpos geométricos y desarrollen su capacidad de percepción geométrica		
CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES POR CICLO		
PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO	TERCER CICLO
Agrupar cuerpos con base en características comunes Analizar características de cuerpos sólidos o huecos	Clasificar colecciones de sólidos con criterios como número de vértices o aristas	Clasificar prismas según el número de caras, aristas y vértices
MATERIALES		
-Cuerpos geométricos -Lámina de cuerpos geométricos -Cajas, botes, pelotas -Revistas, tijeras, resistol	Fichero de matemáticas 1º, p23 Fichero matemáticas 2º, p6 -Hoja de actividades por ciclo	Libros de texto 3º L 67 4º B3 (L9) 5º p 135 y 136 -Cuadrados, rectángulos y triángulos de papel
ACTIVIDAD INICIAL		
Organizar al grupo en equipos (por ciclo). Mostrar a los alumnos la lámina de los cuerpos geométricos, solicitar a un voluntario que lea los nombres de los cuerpos, solicitar al resto del grupo que indique a qué objeto de uso cotidiano se parece. Adivinanzas de cuerpos geométricos.		
ACTIVIDADES POR CICLO		
PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO	TERECER CICLO
Distribuir a cada equipo prismas, cilindros y esferas del mismo tamaño, solicitar que agrupen los que se parecen y respondan ¿En qué se parecen los cuerpos que han puesto juntos? Posiblemente los alumnos separen los objetos utilizando diversos criterios (los que ruedan y los que no, los que tienen vértices y los que no tienen vértices, los que tienen aristas y los que no). Si no utilizan ninguno de esos criterios, sugerirles que separen los cuerpos que tienen vértices de los que no los tienen (puntas, picos o esquinas) -Realiza las sig. actividades Recorta 2 objetos que sean parecidos a los cuerpos que se indican e identifica ¿cómo se llaman? (Material 1)	Analizamos las características de algunos cuerpos geométricos, forma de las caras, base, número de aristas y vértices. Propiedades: Ruedan o no ruedan, pueden apilarse o no Cuestionar: ¿Por qué las cajas tienen formas planas y no redondas? ¿Qué pasaría al apilarlas si tuviesen formas redondas como la esfera?	-Observa los cuerpos geométricos que se te presentan en la hoja de actividades y responde cuántas caras, vértices y aristas tiene (puedes apoyarte en los cuerpos geométricos del rincón -Selecciona dos cuerpos geométricos, colorea de rojo sus caras, azul sus aristas y de verde los vértices. -En equipo resuelvan -Toma cada una de las figuras que te dio la maestra y deslízala verticalmente sobre uno de sus lados como se muestra. ¿Qué cuerpos se forman? Dibújalos
	-Dibujamos con cuerpos. (Distribuir a los alumnos la hoja con la actividad) Observen los cuerpos geométricos y transfórmenlos en lo que se indica -Piensen en objetos que tengan la forma de estos cuerpos y en su cuaderno dibujen uno de cada uno CONO PRISMA CUBO ESFERA PIRÁMIDE -¡Descubriendo cuerpos! Lean las pistas y descubran a qué cuerpo geométrico corresponde, dibújenlo	

 <p>prisma</p>  <p>cilindro</p>  <p>esfera</p>  <p>cono</p>		
<p>Concluimos acerca de las características de los cuerpos geométricos Repasamos acerca de las características de los cuerpos geométricos</p>		
<p>TAREA Utiliza cajas o botes que consigas en casa, obsérvalos y responde ¿Qué contenían esos objetos? Elige uno de los botes o cajas y contesta ¿Cuántos vértices (picos o esquinas) tiene? ¿Cuántas aristas (bordes, orillas o filos) tiene? Las caras del bote o caja que elegiste tiene forma de cuadrado, rectángulo, triángulo o círculo? Dibújalo: Tarea: Traer cajas, botes y pelotas y esferas de dif. tamaño, cartón, tijeras, papel de colores, pegamento</p>	<p>3º y 4º TAREA. Selecciona 3 cuerpos geométricos y escribe una adivinanza sobre cada uno, puedes mencionar la forma de sus caras y bases, el número de vértices y aristas</p>	<p>Tarea: Desliza un pentágono y un hexágono como lo hiciste en clase ¿Qué cuerpos se forman? Dibújalos Completa la tabla: Figura Número de caras Forma de Nombre Laterales las bases del cuerpo Triángulo Rectángulo Cuadrado Pentágono Hexágono</p>

MATEMÁTICAS Abril 5/2011		
Tema común: cuerpos geométricos y volumen		
Eje temático: Forma, Espacio y Medida		
Intenciones Didácticas: Que los alumnos avancen en el reconocimiento de cuerpos y adquieran la noción de volumen mediante la percepción y la comparación		
CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES POR CICLO		
PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO	TERCER CICLO
Construyen cuerpos(casas, edificios, torres o trenes)con cajas, botes, cubos	Perciben la noción de volumen al construir diferentes cuerpos con cubos y al ordenar las construcciones de acuerdo con el número de cubos que las forman	Calculan el volumen de prismas rectos construidos con cubos
MATERIALES		
-Los solicitados a los alumnos del 1er ciclo: cajas, botes, papel, tijeras, cartón, pegamento	-Material "Sistema numérico en cubos" -Hoja de actividades	-Libros de texto 4º 84 (L40) 6º p58 y 59
ACTIVIDAD INICIAL		
Hacer un repaso de lo estudiado la sesión anterior. Nombres de los cuerpos geométricos, características. Indicar que todos los cuerpos geométricos tienen volumen, es decir, ocupan un lugar en el espacio y ningún otro cuerpo ocupa un espacio al mismo tiempo. Dar ejemplos		
ACTIVIDADES POR CICLO		
PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO	TERCER CICLO

<p>Reunidos en equipo por ciclo</p> <p>1 Bere Aylén Armando Toño</p> <p>2 Christian Juan Marisol Irene</p> <p>3 Erick Crystal Tomás Ángel Lupita Luis</p> <p>Reúnan el material que trajeron de casa y con él armen una ciudad, autos, trenes, casas o edificios; péquenlos sobre el cartón, forren las cajas y hagan los diseños que consideren necesarios para realizar su maqueta a partir de los cuerpos geométricos que trajeron de su casa. En etiquetas escriban qué cuerpo geométrico utilizaron para cada construcción. Ejemplo: carrito - prisma; casa-cubo</p>	<p>-Javi -Vero</p> <p>-Mario- Manuel</p> <p>-Sergio-Fernando</p> <p>Reunidos en equipo realicen las sig. actividades.</p> <p>Observen las figuras de la hoja que les proporcione la maestra e identifiquen cuántos cubos hay en cada uno de los cuerpos que se muestran.</p> <p>-Utilicen cubos para reproducir los cuerpos. ¿cuántos cubos necesitaron para cada cuerpo?</p> <p>-Verifiquen si el número de cubos que indicaron al inicio para cada cuerpo es igual al número de cubos que necesitaron.</p> <p>-Realicen lo sig. utilicen los cubos y construyan como se indica: Un cuerpo geométrico que en su base tenga dos cubos de largo, dos de ancho y dos de alto.</p> <p>¿Qué cuerpo geométrico se formó?</p> <p>¿Cuántos cubos necesitaron para</p>	<p>Reunidos en equipo utilicen los cubos del material y con ellos formen todos los prismas cuadrados y rectangulares que les sea posible, con la información obtenida con cada prisma vayan completando la tabla</p> <table border="1" data-bbox="762 392 1366 967"> <thead> <tr> <th>PRISMA</th> <th>Número de cubos a lo largo</th> <th>No de cubos a lo ancho</th> <th>No de cubos a lo alto</th> <th>Volumen: No total de cubos que forman el prisma</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>D</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>E</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Cuántos cubos se necesitan para formar un prisma que mida 5 cubos de largo, 2 de ancho y 4 de altura?</p> <p>Propongan una forma para calcular el volumen de un prisma rectangular, de manera rápida, haciendo una fórmula y escríbanla:</p> <p>-Resuelvan las actividades 59 del libro de 6to.</p>	PRISMA	Número de cubos a lo largo	No de cubos a lo ancho	No de cubos a lo alto	Volumen: No total de cubos que forman el prisma	A					B					B					D					E				
PRISMA	Número de cubos a lo largo	No de cubos a lo ancho	No de cubos a lo alto	Volumen: No total de cubos que forman el prisma																												
A																																
B																																
B																																
D																																
E																																

	<p>formarlo?</p> <p>1 cuerpo con 2 cubos de ancho, 4 de largo y 3 de alto.</p> <p>Cuerpo geométricos: Cantidad de cubos:</p>	
--	--	--

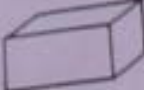








MATEMÁTICAS Abril 7/2011								
Eje temático: Forma, Espacio y Medida								
Intenciones Didácticas: Que los alumnos comparen perceptualmente la capacidad de algunos recipientes y desarrollen la noción de volumen mediante la percepción y la comparación del volumen de dif. objetos.								
CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES POR CICLO								
PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO	TERCER CICLO						
Clasificar cuerpos geométricos considerando como criterio los que pueden ser recipientes y los que no.	Desarrollen la noción de volumen mediante la percepción y la comparación del volumen de dif. Objetos	Calculen el volumen de prismas mediante el conteo de las unidades que lo forman						
MATERIALES								
Fichero de matemáticas 1º, p 49 Recipientes	Ficha 49, Matemát. 1º Objetos no recipientes Cubeta con arena Cubos Cajas de dif. tamaños , pero con volumen similar	Ficha 34, Matemáticas 4º Libro 6º p. 152 y 153						
ACTIVIDAD DE INICIO								
Indicar al grupo que todos los cuerpos tienen volumen, ocupan un lugar en el espacio, algunos pueden ser recipientes, es decir, pueden contener otros cuerpos dentro de ellos, pero otros no. Propiciar que los alumnos den ejemplos de cuerpos recipientes y no recipientes								
ACTIVIDADES POR CICLO								
PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO	TERCER CICLO						
Organizados en equipos como la sesión anterior, cada equipo tendrá una cubeta con arena y los recipientes que trajeron los alumnos junto a otros que no son recipientes. Por turnos, seleccionarán cuáles pueden llenar de arena. Expliquen por qué no utilizaron todos los objetos. -Seleccionen 2 recipientes con diferente forma y escriban, ¿A cuál creen que le cabe más arena? ¿Cómo lo saben? ¿Cómo pueden comprobar que efectivamente le cabe más arena? -Utilicen un recipiente más pequeño y úsenlo como unidad de medida. Registrar los resultados Recipiente 1 Recipiente 2 Le caben.....Le caben.....	Reunidos en equipo como en la sesión anterior, realicen las sig. actividades: -Tomen las 3 cajas que han traído a clase, obsérvenlas y respondan, ¿A qué caja creen que le cabe más volumen? - Comprueben su respuesta viendo cuántos cubos le caben a las cajas -Ordenen las cajas de menor a mayor volumen, utilicen los cubos para verificar. Registren los resultados en una tabla como la siguiente: Volumen que le cabe a la caja <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Caja chica</td> <td>Caja Med.</td> <td>Caja Grande</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table> ¿A cuál caja le cabe mayor volumen? ¿A cuál le cabe menor volumen? ¿Cuál es la diferencia entre la más chica y la más grande? -Construyan 2 cuerpos diferentes con 15 cubos cada uno y dibújenlos ¿Los cuerpos que tienen igual volumen, deben tener las mismas formas?	Caja chica	Caja Med.	Caja Grande				Reunidos en parejas realicen las sig. actividades: -Observen los prismas que se encuentran en la pág. 152 del libro de 6º y respondan ¿Cuál prisma tiene mayor volumen? ¿Cuál tiene menor volumen? -Si al prisma C se le agrega el doble de cubos de los que tiene, ¿Cuál sería su volumen? -Resuelvan las actividades de las pág. 152 y 153 del libro de matemáticas de 6º y el problema de la pág. 154
Caja chica	Caja Med.	Caja Grande						

Anexo C

Hoja de actividades tercera clase


¡A MIRAR CON ATENCIÓN!

• Observamos con atención y completamos con el número de elementos que tiene cada cuerpo geométrico.

 <input type="radio"/> CARAS <input type="radio"/> ARISTAS <input type="radio"/> VÉRTICES	 <input type="radio"/> CARAS <input type="radio"/> ARISTAS <input type="radio"/> VÉRTICES	 <input type="radio"/> CARAS <input type="radio"/> ARISTAS <input type="radio"/> VÉRTICES
 <input type="radio"/> CARAS <input type="radio"/> ARISTAS <input type="radio"/> VÉRTICES	 <input type="radio"/> CARAS <input type="radio"/> ARISTAS <input type="radio"/> VÉRTICES	 <input type="radio"/> CARAS <input type="radio"/> ARISTAS <input type="radio"/> VÉRTICES
 <input type="radio"/> CARAS <input type="radio"/> ARISTAS <input type="radio"/> VÉRTICES	 <input type="radio"/> CARAS <input type="radio"/> ARISTAS <input type="radio"/> VÉRTICES	 <input type="radio"/> CARAS <input type="radio"/> ARISTAS <input type="radio"/> VÉRTICES

• Elige dos cuerpos y pinta:

<input type="radio"/> ROJO	CARAS
<input type="radio"/> AZUL	ARISTAS
<input type="radio"/> VERDE	VÉRTICES

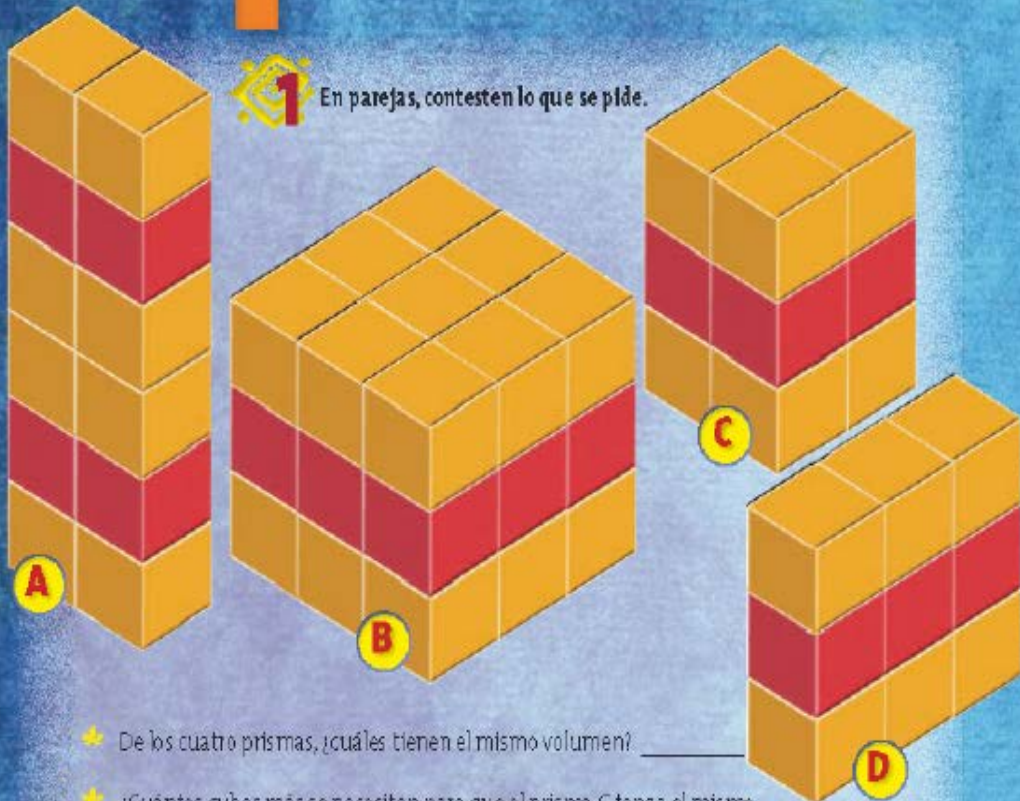


41

Calcula el volumen de prismas mediante el conteo de los cubos en que están divididos.

¿Cuántos cubos forman el prisma?

1 En parejas, contesten lo que se pide.



- ★ De los cuatro prismas, ¿cuáles tienen el mismo volumen? _____
- ★ ¿Cuántos cubos más se necesitan para que el prisma C tenga el mismo volumen que el prisma B? _____
- ★ Comparando los prismas de mayor y menor volumen, ¿cuál es la diferencia en el número de cubos? _____

2 En equipos, obtengan el volumen de los siguientes prismas; consideren cada cubo pequeño como unidad de medida. Posteriormente, contesten lo que se pide.

Volumen: _____

Volumen: _____

Volumen: _____

¿Cuál será la manera más rápida de obtener el volumen de un prisma rectangular? _____

Reto

Completa la tabla siguiente.

Ancho	Largo	Altura	Volumen
4	6	9	
4	7	10	
7	10		350
	8	8	192

153