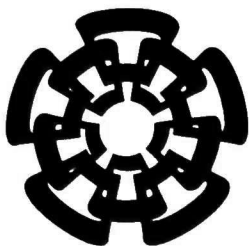




xx (178591.1)



Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.  
Unidad Guadalajara

# **Detección de fugas en un prototipo de tuberías de agua a presión**



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y  
DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL  
INSTITUTO POLITÉCNICO  
NACIONAL

COORDINACIÓN GENERAL DE  
SERVICIOS BIBLIOGRÁFICOS

Tesis que presenta:

**Alejandro Pizano Moreno**

para obtener el grado de:

**Maestro en Ciencias**

en la especialidad de:

**Ingeniería Eléctrica**

Director de Tesis

**Dra. Ofelia Begovich Mendoza**

**CINVESTAV  
IPN  
ADQUISICION  
DE LIBROS**

Guadalajara, Jalisco, Junio de 2008

CLASIF.:	IKIGS.CB P59 2009
ADQUIS.:	SSI-529
FECHA:	23-III-2009
PROCED.:	Don. 2009
	\$ _____

ID: 158262-1001

# **Detección de fugas en un prototipo de tuberías de agua a presión**

**Tesis de Maestría en Ciencias  
Ingeniería Eléctrica**

Por:

**Alejandro Pizano Moreno**  
Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica  
Universidad de Guadalajara 1998-2002

Becario de Conacyt, expediente no. 199543

Director de Tesis  
**Dra. Ofelia Begovich Mendoza**

# Resumen

En esta tesis un algoritmo para la detección de fugas se probó con datos provenientes de un prototipo de tuberías. Se describe además la construcción del prototipo el cual se trata de apegar en lo posible a las condiciones idealizadas de los modelos encontrados en la literatura. El algoritmo utiliza el método de las características para conseguir la discretización del modelado hidráulico, contiene un observador no lineal y un algoritmo de adaptación para el coeficiente de fricción. Los residuos obtenidos de la comparación del proceso y el observador son procesados mediante correlaciones para determinar la existencia y ubicación de la fuga.

Se comentan las dificultades surgidas en la aplicación del algoritmo, así como las soluciones propuestas usadas para lograr la localización de la fuga.

# Abstract

In this thesis an algorithm to detect leaks in hydraulic pipeline networks is tested using data obtained from a scaled-down network. It is also described the construction of of the former prototype. The thesis describes the modification of the algorithm as well as the mathematical modelling techniques employed here. The method of characteristics of PDE theory played an important role in it. Correlations between model results and actual plant measurements help determining the occurrence and location of a leak.

The difficulties encountered during the implementation of the proposed algorithm are described in the thesis along with the corrective actions taken.

# Agradecimientos

A Teresa Moreno Aguirre y Salvador Pizano Castro, mis padres.

A mi asesor la Dra. Ofelia Begovich Mendoza por su apoyo, paciencia y dedicación.

A la Dra. Cristina Verde Rodarte, por la asesoría brindada.

Al Jefe del departamento de Ingeniería de planta la Ing. Elvia López Hurtado, por su gran ayuda en el montaje del prototipo.

Al Sr. Praxedis García Luquin, Técnico en mantenimiento por su ayuda en el montaje del prototipo.

Al Conacyt por su apoyo económico que permitió llevar a cabo esta investigación.

Por el apoyo económico obtenido para la construcción del prototipo se agradece a:

El Laboratorio Franco-Mexicano de Automática Aplicada mediante el proyecto LAF-MAA 2006-2007.

Al Conacyt mediante el proyecto S52974-Y.

A la Unidad Cinvestav Guadalajara.



# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>I</b>
<b>Abstract</b>	<b>III</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>1</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. Detección de fallas	3
1.1.1. Fallas en sistemas de transporte de fluidos	4
<b>2. Prototipo</b>	<b>7</b>
2.1. Introducción .	7
2.2. Componentes del prototipo	8
2.2.1. Almacen de agua	8
2.2.2. Tubería	8
2.2.3. Bomba de agua	9
2.2.4. Ecuación de Darcy-Weisbach para el cálculo de perdidas por fricción	9
2.3. Soportes	12
2.4. Fugas	13
2.5. Sensores del prototipo	14
2.5.1. Sensores de presión .	14
2.5.2. Sensores de flujo	14
2.5.3. Caseta	15
2.5.4. Variador de velocidad	15
2.6. Adquisición de datos	16
2.7. Construcción final	16
<b>3. Modelado del flujo transitorio</b>	<b>23</b>
3.1. Descripción del capítulo	23
3.2. Definiciones	23
3.3. Cambio de presión causado por un cambio de velocidad	25

3.4. Velocidad de la onda	27
3.5. Ecuaciones gobernantes	28
3.5.1. Ecuación de continuidad	28
3.5.2. Ecuación de momentum	30
3.6. Ecuaciones simplificadas	31
3.7. Efectos de una fuga en las mediciones obtenidas .	32
<b>4. Discretización del modelado del ducto</b>	<b>35</b>
4.1. Método de las características	35
4.2. Discretización del modelado de la tubería	37
4.3. Condiciones de frontera	39
4.3.1. Contenedor aguas arriba con nivel constante	39
4.3.2. Contenedor aguas abajo con nivel constante	39
4.3.3. Válvula aguas abajo	40
<b>5. Detección y aislamiento de fugas</b>	<b>43</b>
5.1. Enfoque sensitivo a fallas.	44
5.2. Modelo de la tubería en tiempo discreto.	45
5.3. Representación en variables de estado.	46
5.4. Generador de residuos no lineal. .	46
5.5. Activación de la alarma	47
5.6. Detección del punto de la fuga.	47
5.7. Detección del tamaño de la fuga	50
5.8. Estimación del coeficiente de fricción en línea	50
5.8.1. Estimación de coeficientes de fricción múltiples	50
5.8.2. Estimación del coeficiente de fricción generalizado	51
<b>6. Simulaciones</b>	<b>53</b>
6.1. Introducción .	53
6.2. Elección de los parámetros $\Delta t$ y $\Delta x$	53
6.3. Criterio para la elección del coeficiente de fricción .	54
6.4. Criterio para la generación de la alarma	54
6.5. Filtraje de las mediciones	55
6.6. Implementación del simulador	55
6.7. Implementación en simulación del Enfoque Sensitivo a Fallas.	59
<b>7. Implementacion</b>	<b>65</b>
7.1. Protocolo de experimentación. .	65
7.2. Valores introducidos al algoritmo	65
7.3. Detecciones de fugas	67
7.3.1. Detección de Fuga a los 16 m	67

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	v
7.3.2. Detección de Fuga a los 48 m	71
7.3.3. Detección de la fuga a los 32 m.	75
<b>8. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>79</b>
<b>A. Equivalencia de unidades</b>	<b>83</b>
<b>B. Modelo discretizado</b>	<b>85</b>

# Capítulo 1

## Introducción

En este capítulo se da una introducción a los sistemas de detección de fallas y se habla acerca de un proceso típico de transmisión de fluidos, además se presenta el contenido general de esta tesis.

### 1.1. Detección de fallas

Desde que se inició la construcción de maquinas, el estado de las mismas ha sido de particular interés para las personas. Por siglos la única manera de reconocer una falla era mediante los sentidos; un sonido extraño, tocar para sentir vibraciones o calor en el proceso, etc, pero esto tiene sus inconvenientes (a pesar de ser ampliamente utilizado todavía): una falla debe ser suficientemente grande para ser detectada, la detección depende de la experiencia del operador, y en el peor de los casos la falla puede ser detectada cuando el sistema alcanza un estado crítico, con los riesgos que esto implica.

Con el tiempo se introdujeron los dispositivos de medición, los cuales dan información más exacta de los sistemas y sus variables. Sin embargo, estos sensores, no están exentos de fallas, con lo cual se presenta el problema de falsas alarmas. El problema del fallo en los sensores se acentúa cuando éstos se utilizan en un control automático ya que generalmente no existe un operador humano que vigile el proceso. Una opción común para estos casos es utilizar redundancia física, la cual implica el uso de multiples sensores para medir la misma variable. Este método en muchas aplicaciones es poco práctico o de implementación costosa.

Un fuerte desarrollo en la detección de fallas, se dió con la introducción de la computadora y sus aplicaciones en tiempo real. Una computadora puede ser confiada a la supervisión de un proceso, ya que con sus características puede hacerse cargo de multiples fuentes de información, con lo cual puede localizar la falla en sistemas muy complejos, incluyendo los sensores culpables de las falsas alarmas. Su velocidad creciente, la hace capaz de detectar fallas en tiempo real, incluso cuando estas se están desarrollando.

### 1.1.1. Fallas en sistemas de transporte de fluidos

Durante siglos la humanidad ha tenido que transportar fluidos (p.e. agua) para este fin se proyectaron acueductos gigantescos para llevar agua de una fuente a grandes ciudades, uno de los más antiguos se contruyó en el siglo VII A.C. para surtir agua a la ciudad de Nínive. En la actualidad, el proceso no ha cambiado mucho, se sigue teniendo la necesidad de enviar un fluido (líquido o gas) de un punto de captación, bodega o yacimiento hacia los puntos de consumo. Las tuberías de transmisión son los elementos básicos de estos procesos. Dependiendo de varios factores propios al proceso, las tuberías pueden medir desde unos cientos de metros hasta cientos o miles de kilómetros.

Una tubería típica puede fallar por envejecimiento, ruptura de la soldadura, corrosión o a causa de terceros. Una fuga en un sistema, no sólo trae consigo la pérdida económica asociada al costo del fluido, sino que además puede causar daños al sitio donde ésta ocurre, tal como contaminación de una área. Por estas razones es importante el monitoreo constante de las tuberías y la implementación de sistemas de detección temprana de fugas. Un sistema eficiente de detección de fugas (LDS, por sus siglas en inglés de *Leak Detection System*), permite detectar prontamente la existencia de una fuga así como estimar su localización e intensidad y de esta manera permite la reparación pronta de la misma.

En general, los métodos utilizados para la detección de fugas en tuberías pueden dividirse en dos categorías:

**Métodos externos (directos)**, los cuales detectan la fuga por medio de inspección de la tubería e incluyen métodos tradicionales tales como la revisión física de la misma y pueden auxiliarse de mecanismos tales como sensores electromagnéticos, acústicos, ópticos o inclusive la búsqueda visual de la fuga. Normalmente, estos métodos localizan la fuga de manera puntual. Sin embargo los costos y el tiempo de localización generalmente son elevados y muchas veces es necesario contar con agentes capacitados para la búsqueda de la misma. Muchos de estos métodos también son preventivos, esto es localizan puntos latentes de fuga tales como fracturas, desgastes, etc.

**Métodos Internos (analíticos)**, también conocidos como de monitoreo computacional de la tubería (CPM, por sus siglas en inglés de *Computational Pipeline Monitoring*), los cuales usan instrumentos para monitorear ciertas cantidades (como presión, gasto, temperatura, etc.) que son las entradas al procedimiento CPM, e infieren una posible salida no deseada del fluido por medio de algoritmos computacionales adecuados.

En contraparte con el enfoque externo, los métodos internos pueden ser muy sensibles en la detección de fugas pequeñas y tienen la habilidad de detectar dichas fugas de manera rápida e indicar el sitio e intensidad donde se produce la fuga con aceptable precisión. Sin embargo, el desarrollo confiable de métodos internos de localización de fugas representa un reto debido a las largas dimensiones de las tuberías, la no linealidad en el modelo y las restricciones operacionales existentes. Además, el número de mediciones disponibles es altamente limitada y los estados internos del sistema normalmente son desconocidos.

La fiabilidad de la activación de la alarma es crucial para el LDS, dado que cualquier

falsa alarma genera gastos innecesarios, movimiento de personal y sobre todo la pérdida de confianza de parte de los operadores. Otro factor a tomar en cuenta es la fuga más pequeña a detectar, el tiempo para la activación de la alarma y el tiempo de localización de la misma, en la operación típica de un sistema existen estados transitorios tales como los cambios en el punto de operación, cierre de válvulas, etc., entonces es importante que el algoritmo sea capaz de diferenciar los transitorios de las verdaderas fugas.

Este trabajo se basa en el algoritmo de detección de fugas propuesto por Billman [7], el cual se alimentó con mediciones obtenidas de un prototipo que se construyó en la unidad Guadalajara del CINVESTAV. Este algoritmo tuvo que ser modificado para funcionar bajo las restricciones impuestas por el prototipo y sus componentes. Debido a la existencia de ruidos en las mediciones fué necesario implementar un filtraje extra en los datos de entrada al algoritmo.

El modelado de la tubería está descrito por medio de ecuaciones diferenciales parciales no lineales las cuales son discretizadas por diversos métodos. El algoritmo de Billman utiliza el método de las diferencias finitas para conseguir la discretización del modelado hidráulico, en nuestro caso se utilizó el método de las características. Para la detección de fugas se utiliza un observador no lineal, el cual es una copia del sistema. El coeficiente de fricción  $f$  es un parámetro del observador cuyo valor real no se conoce ya que depende de muchos factores, por lo tanto se utiliza un estimador para aproximar su valor y de acuerdo a este valor el observador es actualizado. La estimación de  $f$  debe detenerse al momento de ocurrir una fuga para evitar que el desempeño del observador se degrade. En este trabajo se propone congelar la estimación de este valor usando un promedio móvil de los valores estimados. Se propone utilizar una ventana de valores que va desde  $k - 120$  a  $k - 20$  (donde  $k$  es el instante actual y representa un instante de discretización) para mejorar la estimación de  $f$ .

Comparando los resultados del observador con las mediciones del prototipo obtenemos un par de residuos los cuales son procesados mediante correlaciones para determinar la existencia y ubicación de la fuga.

Como parte de este trabajo se realizó la construcción del prototipo mencionado anteriormente, en el capítulo 2 se muestra una descripción de la forma final del prototipo. Se describen parte a parte los componentes del mismo. Dado que fue necesario calcularlo para el diseño del prototipo, se introduce el concepto de pérdidas por fricción y se presenta la ecuación de Darcy-Weisbach para calcularlo.

Para el modelado matemático nos basamos en las ecuaciones de Continuidad y de Momentum para un fluido en un ducto a presión. La obtención de estas ecuaciones se describe en el capítulo 3. Además se muestra el cálculo de la velocidad de onda en el fluido. Y se habla brevemente de los efectos de una fuga en una tubería a presión.

Para poder implementar estas ecuaciones es necesario implementar un método de discretización, en este caso se eligió el método de las características. Este método y el sistema discretizado se muestran en el capítulo 4.

Una vez discretizado el modelo, en el capítulo 5, se detalla un método de detección y

aislamiento de fugas: El enfoque sensitivo a fallas. Se explica la manera en que se detecta la existencia de una fuga y se aísla.

En los capítulos 6 y 7 se muestran resultados obtenidos con este método, en el capítulo 6 se muestran los resultados en un simulador implementado con este fin y en el capítulo 7 se muestran los resultados de aplicar este algoritmo con datos obtenidos del prototipo.

# Capítulo 2

## Prototipo

### 2.1. Introducción

Un sistema basado en tuberías típico consiste de fuentes, cargas, estaciones de bombeo y tuberías uniendo estos elementos. Las fuentes acumulan el fluido proveniente de varios depósitos o de otras tuberías. El fluido es entregado a los clientes mediante las tuberías a sus contenedores, estos pueden ser considerados como cargas. La energía necesaria para mover el fluido por la tubería es suministrada por bombas, motores, compresores, localizados en estaciones de bombeo o por gravedad. La instrumentación típica en estas instalaciones junto con los dispositivos de control se muestran en la Figura 2.1.

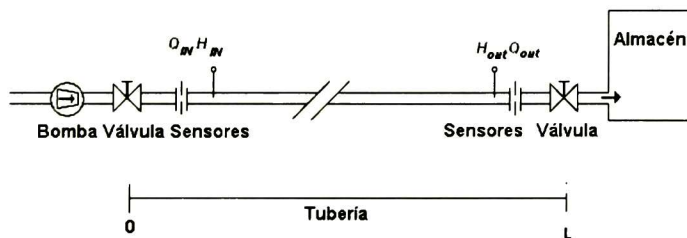


Figura 2.1: Esquema de un circuito de conducción de fluidos por tuberías y su instrumentación

A diferencia de la mayoría de los procesos industriales, las tuberías de transmisión



no se encuentran equipadas con puntos intermedios de instrumentación. Normalmente los puntos de instrumentación de las grandes tuberías contienen medidores de flujo, presión, temperatura los cuales son usados para el control del proceso, pero generalmente éstos se encuentran dispersos en distancias que pueden abarcar decenas de kilómetros.

Con la finalidad de probar los algoritmos de detección de fugas que existen en la actualidad, experimentar, diseñar nuevos y más eficaces métodos, es necesario contar con un sistema como los que son utilizados comúnmente en campo. Para este fin es este trabajo de tesis se construyó una tubería para pruebas en la unidad Guadalajara del CINVESTAV. Este prototipo cuenta con las características enunciadas en Tabla 1.1.

Tabla 1. Características de la tubería

Parámetro	Valor
Longitud	80 m
Diámetro interno	0.0635 m (2.5 in)
Diámetro externo	0.0762 (3 in)
Contenedor de agua	750 l
Bomba	5000 kg/m <sup>2</sup> ( 5 m)
Sensor de presión	17,576.739 kg/m <sup>2</sup> (25 psi)
Sensores de flujo	0.006 m <sup>3</sup> /s

## 2.2. Componentes del prototipo

### 2.2.1. Almacen de agua

La tubería comienza con un almacen de agua, el cual por razones prácticas también sirve como almacen final para el prototipo. Para el cálculo de la capacidad del contenedor, se calcula primero la cantidad de agua necesaria para llenar la tubería, utilizando la siguiente fórmula:

$$Vol = A_t * Z \quad (2.1)$$

Donde

$A_t = \pi r^2$  Área transversal del tubo

$Z$  Longitud del tubo

$r$  Radio interior de la tubería

De (2.1) obtenemos como resultado 253.3 l de agua. Pensando en modificaciones a futuro, se elige un contenedor de 750 litros de capacidad.

### 2.2.2. Tubería

Las tuberías son el componente básico de todo sistema de transporte de fluidos, así que la elección del tipo de tubería a utilizar fue la primera tarea a realizar. Después de

analizar varios tipos de tuberías se seleccionó una de un compuesto llamado Polipropileno Copolímero Random (PCR). Este material plástico es resistente a la intemperie, ligero y de bajo costo comparado con sus contrapartes de cobre o acero. La medida seleccionada fue 3 pulgadas en medida externa con 2.5 pulgadas de medida interna.

La tubería se colocó en un circuito de 80 metros de largo en un arreglo rectangular de  $32\text{m} \times 8\text{m}$ , el cual inicia y termina en un almacén de agua de 750 litros. Esta configuración se eligió para apegarnos lo más posible al modelado idealizado que se encuentra en los libros de hidráulica.

### 2.2.3. Bomba de agua

Para la elección de la bomba de agua requerida, es necesario calcular la pérdida por fricción en la tubería. Para el cálculo de la pérdida por fricción, se utiliza el método de Darcy-Weisbach, el cual se explicará a continuación. Eventualmente los cálculos realizados posteriormente llevan a adquirir una bomba de agua con una potencia de 5 caballos de fuerza (H.P.) capaz de generar un máximo de presión de  $5000 \text{ kg/m}^2$  o equivalentemente 5 m de cabeza de presión. Esta presión es suficiente para mantener un flujo constante a tubería llena.

Normalmente la presión en la tubería se mide por medio de la cabeza piezométrica de presión ( $H$ ), la cual se expresa en metros y representará la presión ejercida por una columna de agua de  $n$  metros. Para más detalles sobre las unidades utilizadas y las conversiones ver Apéndice 1. Para todos los cálculos posteriores se toma un valor de velocidad del flujo ( $V$ ) de  $1.36 \text{ m/s}$  (ver tabla en Apéndice 2) ya que esta velocidad nos asegura un flujo a tubería llena [6].

### 2.2.4. Ecuación de Darcy-Weisbach para el cálculo de pérdidas por fricción

Las pérdidas de energía en el flujo se dividen en pérdidas mayores y pérdidas menores. Las pérdidas mayores son causadas por la fricción entre el fluido moviéndose y las paredes internas del ducto. Las pérdidas menores se deben a las características de construcción de la tubería tales como codos, válvulas y empalmes. Las pérdidas mayores comúnmente se calculan utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach, la cual utiliza el factor de fricción de Moody, o la ecuación de Hazen-Williams. El método de Hazen-Williams solamente es válido para agua en temperaturas ordinarias ( $4^\circ\text{C}$  a  $24^\circ\text{C}$ ), la ventaja de este método es la simplicidad de cálculo, ya que su coeficiente de fricción no depende de la velocidad del fluido o del diámetro del tubo. El método de Darcy-Weisbach es considerado generalmente más preciso que el de Hazen-Williams, además de que Darcy-Weisbach es válido para cualquier fluido, por lo que se utilizará este último.

La ecuación de Darcy-Weisbach tiene la forma:

$$h = f \frac{Z V^2}{D 2g} \quad (2.2)$$

donde

$V$  : Velocidad del flujo

$f$  : Coeficiente de fricción de Moody

$Z$  : Longitud de la tubería

$D$  : Diámetro de la tubería

$g$  : Aceleración de la gravedad

$h$  : Caída de presión por fricción

El coeficiente de fricción de Moody se calcula utilizando la siguiente ecuación.

$$f = \frac{1.325}{\left[ \ln \left( \frac{e}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (2.3)$$

Donde

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

$V$  : Velocidad del flujo

$\nu$  : Viscosidad cinemática del fluido

$D$  : Diámetro del tubo

$e$  : Rugosidad de la superficie interior del tubo

### Pérdidas mayores

Para calcular estas pérdidas se utiliza el método de Darcy-Weisbach anteriormente descrito. Primero se calcula el valor del coeficiente de fricción de Moody (2.3). Para realizar estas mediciones se utilizaron los siguientes valores  $V=1.36$  m/s,  $\nu = 1e^{-6}m^2/s$  y del sitio del fabricante [1], se obtiene que el valor de  $e = 7e^{-6}m$ . Se obtiene entonces

$$f_{fabricante} = 0.019013935$$

Ahora usando este coeficiente de fricción en (2.2) se calcula un estimado de las pérdidas mayores en la tubería.

$$h = 2.2591m$$

### Pérdidas menores

Las pérdidas menores se obtienen de manera experimental. Generalmente el fabricante realiza mediciones de este tipo de pérdidas y las pone disponibles en sus manuales de instalación. Para el caso del PCR el fabricante proporciona un método para el cálculo de estas pérdidas [1].

Siguiendo el método del fabricante, la pérdida de carga localizada en las conexiones se puede calcular aplicando la fórmula:

$$Pérdida_c = \left( \sum_{k=1}^n r \right) v^2 \gamma / 2g \quad (2.4)$$

donde:

$Pérdida_c$  : Pérdidas por conexiones

$n$  : número de conectores

$r$  : Coeficiente adimensional de resistencia de cada conexión.

$v$  : Velocidad del flujo en  $m/s$

$\gamma$  : Peso específico del fluido

$g$  : Aceleración de la gravedad

Simplificando la fórmula y considerando que para el agua a 20°C se tiene  $\gamma=998.2$   $kg/m^3$ , entonces

$$Pérdida_c = \left( \sum_{k=1}^n r \right) v^2 (50,8781) \quad (2.5)$$

El resultado expresará un valor de presión en  $kg/m^2$ , el cual se podrá convertir en cabeza de presión. Como se mencionó la velocidad del fluido es de 1.36  $m/s$ . La Tabla 2 muestra los valores de las pérdidas por las conexiones, las cuales fueron obtenidas de [2]

Tabla 2 Pérdidas por conexiones

Item	Cantidad	$r$ unitario	Totales
Codos 90°	3	2.00	6.00
Coples	15	0.25	3.75
Conectores roscados a metal	8	0.40	3.20

Utilizando (2.5) se obtienen las pérdidas por los conectores

$$Pérdida_c = (12.95)(1.36)^2(50.8781) \quad (2.6)$$

$$Pérdida_c = 1218.6 \text{ kg/m}^2$$

$$Pérdidas menores = 1.2186 \text{ m} \quad (2.7)$$

### Pérdidas totales

La pérdida de cabeza de presión estimada para la tubería es la suma de las pérdidas menores y mayores por lo tanto podemos esperar una caída en la cabeza de presión de:

$$h_f = 3.477 \text{ m} \quad (2.8)$$

Este valor es sólo un estimado del valor de las pérdidas por fricción, el cual se usará como referencia para la pérdida de la cabeza de presión. El valor en campo de esta pérdida se estima, en general, experimentalmente.

Dado que se estima una caída de presión de 3.5 m, seleccionamos una bomba que sea capaz de proporcionar una presión en este rango, con lo cual elegimos una bomba con cabeza de presión de 5 m ya indicada anteriormente.

### 2.3. Soportes

La instalación de la tubería se llevó a cabo en un terreno al aire libre; el cual tuvo que nivelarse y proveerse de pasto para evitar la erosión. Dicho terreno cuenta con una inclinación aproximada de  $-3.5^\circ$ , la cual causa un desnivel de alrededor de 1.8 metros entre los extremos del cuadro formado por la misma. Para apegarnos al caso más simple del modelado idealizado es necesario que la tubería no tenga inclinación alguna. Esto se logró con el diseño de unos soportes especiales que permiten modificar el nivel. En la Figura 2.2 se muestra el diseño de uno de los soportes.

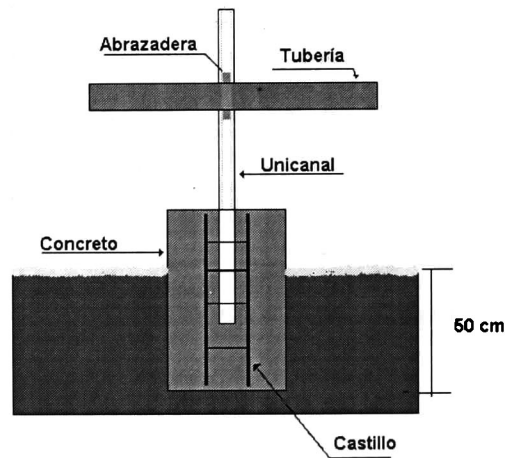


Figura 2.2: Diagrama de los soportes para la tubería

El diseño de los soportes consiste en una base de concreto con un castillo de varilla para darle fortaleza. En el centro de cada uno de estos se colocó un tubo unicanal el cual consiste en una pieza de metal cuadrada con una rendija en una de sus caras. En esta rendija una abrazadera puede sostenerse mediante presión y el propio peso que sostiene, en este caso

la tubería. Puesto que la abrazadera queda únicamente fija por el peso que sostiene, da la posibilidad de variar la posición de la misma y con ello cambiar la inclinación de los ductos.

Todos los soportes tienen cimientos de 50 cm y una altura sobre el nivel del suelo que varía desde 10 cm hasta 1.2 m de manera tal que compensan el desnivel del terreno.

Para evitar la erosión del terreno se sembró pasto en el área asignada para la instalación del prototipo.

## 2.4. Fugas

Para simular fugas en el prototipo se instalaron 3 llaves a lo largo de la tubería. Las llaves cuentan con un diámetro interno de 0.5 pulgadas y se colocan en una pieza de derivación metálica como se muestra en la Figura 2.3. Este arreglo permite controlar el tiempo de inicio y el tamaño de la fuga. El único inconveniente de este arreglo es el cambio de material del prototipo de plástico a metal, el cual deberá ser considerado dentro del modelo. Las llaves son de dos posiciones (Cerrado/abierto) y el tamaño aproximado máximo de la fuga es de 0.2 l/s. Las fugas se encuentran localizadas a los 16 m, 32 m y 48 m del primer par de sensores.

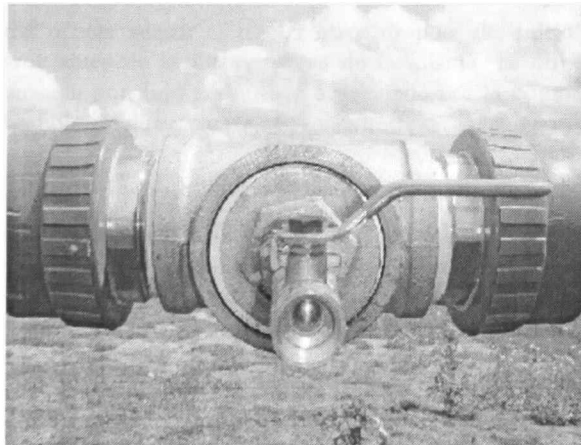


Figura 2.3: Llave para simular una fuga en el prototipo

## 2.5. Sensores del prototipo

### 2.5.1. Sensores de presión

Los sensores elegidos son de la marca Winters, modelo PT25, los cuales cuentan con las características mostradas en la Tabla 3. Como puede verse en dicha tabla vienen graduados en escala del sistema métrico inglés, en un rango de 0 a 25 libras por pulgada cuadrada (psi por sus siglas en inglés). Transformando al sistema métrico se tiene un rango de 0 a 17.2 m de cabeza de presión el cual permite medir perfectamente la cabeza de presión entregada por la bomba, la cual es de 5 m.

Tabla 3 Características de los sensores de presión

Rango	0-25 psi (0 -17.2 m)
Salida	4-20 mA
Voltaje de entrada	8-36 V C.D.
Conexión al proceso	1/4 in
Rango de temperatura	0 - 85 °C
Peso	153 g

En la Figura 2.4 se muestra una foto del sensor de presión. La hoja de datos puede ser consultada en [13].



Figura 2.4: Sensores de presión utilizados

### 2.5.2. Sensores de flujo

Los sensores de flujo elegidos son de la marca Edress Hauser modelo Proline Promag 10, los cuales operan bajo un principio electromagnético. Los sensores pueden programarse

para funcionar en un rango de 0 a 999 l/s. La conexión al proceso se hace mediante un bridado. Con el objetivo de aumentar la precisión de las mediciones se utilizan sensores con un diámetro media pulgada menor al de la tubería, esto se logra con una reducción a 2 pulgadas y un bridado de ese diámetro. Al disminuir el área transversal del flujo este aumenta su velocidad al pasar por el sensor, mejorando su precisión sin afectar el proceso. En la Figura 2.5 se muestra una fotografía de los sensores.

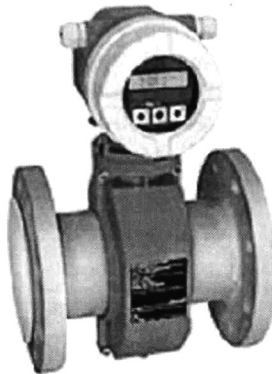


Figura 2.5: Sensor de flujo utilizado

La ubicación del primer sensor es de 4 metros después del inicio de la tubería y el segundo de 4 metros antes de la última curva de la misma. El objetivo de esto es reducir el impacto causado por flujo turbulento ocasionado por la bomba de agua y el codo respectivamente. La hoja de datos puede ser consultada en [13].

### 2.5.3. Caseta.

Debido a que el prototipo se instaló al aire libre, se construyó una caseta para proteger la instrumentación y al operador de las inclemencias del clima. Esta se muestra en la Figura 2.6. La caseta cuenta con piso de adoquín, techo de policarbonato y dos paredes de duroc y tablaroca. La caseta mide  $3\text{ m} \times 3\text{ m}$ . Dentro de la caseta se colocó un pozo de  $0.6\text{ m} \times 0.6\text{ m}$  donde llega el cableado.

Dentro de la caseta se instaló una caja de controles donde se instaló el arrancador de la bomba y un variador de velocidad para el mismo, la cual se muestra en la Figura 2.7.

### 2.5.4. Variador de velocidad

Para cambiar el punto de operación de la bomba, se instaló un variador de velocidad. Al cambiar la velocidad de la bomba podemos implementar cambios en el punto de operación



de nuestro sistema. Esto es útil debido a que el algoritmo debe ser capaz de diferenciar una falla de un cambio en el punto de operación, lo cual es una situación común en la práctica.

El variador de velocidad es de la marca Minarik, con el modelo ACM100 y se muestra en la Figura 2.8. La hoja de datos puede ser consultada en [13].

## 2.6. Adquisición de datos

Para la adquisición de datos de los sensores, se adquirió un dispositivo de adquisición de datos DAQ (por sus siglas en inglés), de la serie USB-6229 del proveedor National Instruments. Este DAQ cuenta con 32 entradas analógicas (16 bits, 250 kS/s), 4 salidas analógicas (16 bits a 833 kS/s), 48 E/S digitales (32 a hasta 1 MHz) y contadores de 32 bits; cuenta con conexión USB y es lo suficientemente robusto y liviano como para trabajar en la interperie. Su foto se muestra en la Figura 2.9. Para más información consultar [13].

## 2.7. Construcción final

Como se muestra en la Figura 2.10, el prototipo inicia en un contenedor de agua, enseguida la bomba envía agua hacia la sección de los sensores de inicio, pasa por la tubería y antes de retornar al almacén para a través de los sensores terminales. Finalmente retorna al contenedor inicial. Los soportes se encuentran distribuidos cada 2 metros a lo largo de la tubería, cada uno con la altura necesaria para compensar el nivel del terreno. Para propósitos experimentales la longitud del prototipo inicia en el primer par de sensores de flujo y presión y termina en el segundo par. Las secciones de la tubería que no entran serán consideradas como una dinámica no modelada. Las medidas indicadas en la Tabla 1 consideran la totalidad de la tubería y no sólo la parte que se modelará. En la Figura 2.11 se muestra una fotografía del prototipo ya completado.



Figura 2.6: Caseta de pruebas

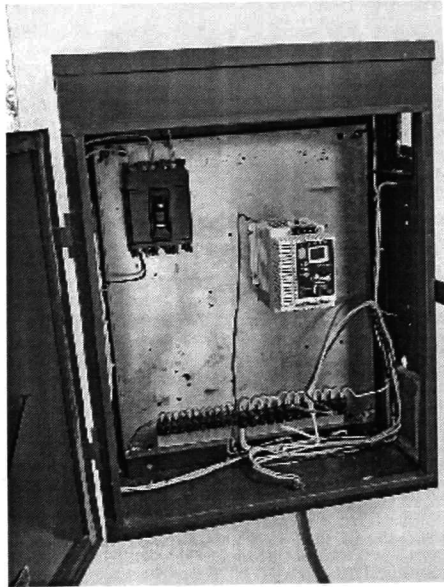


Figura 2.7: Panel de conexiones

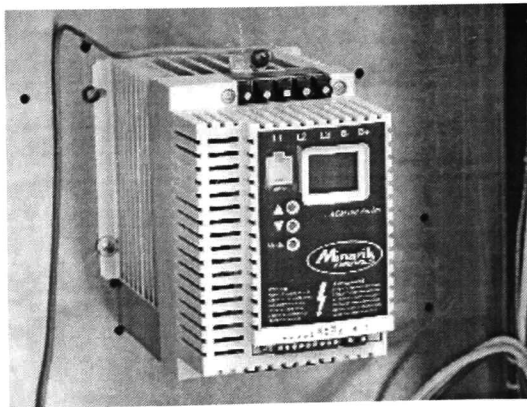


Figura 2.8: Variador de velocidad en la caja de control

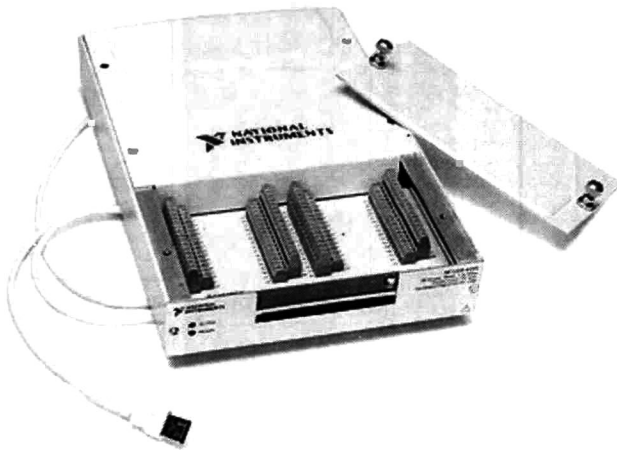


Figura 2.9: Dispositivo de adquisición de datos.

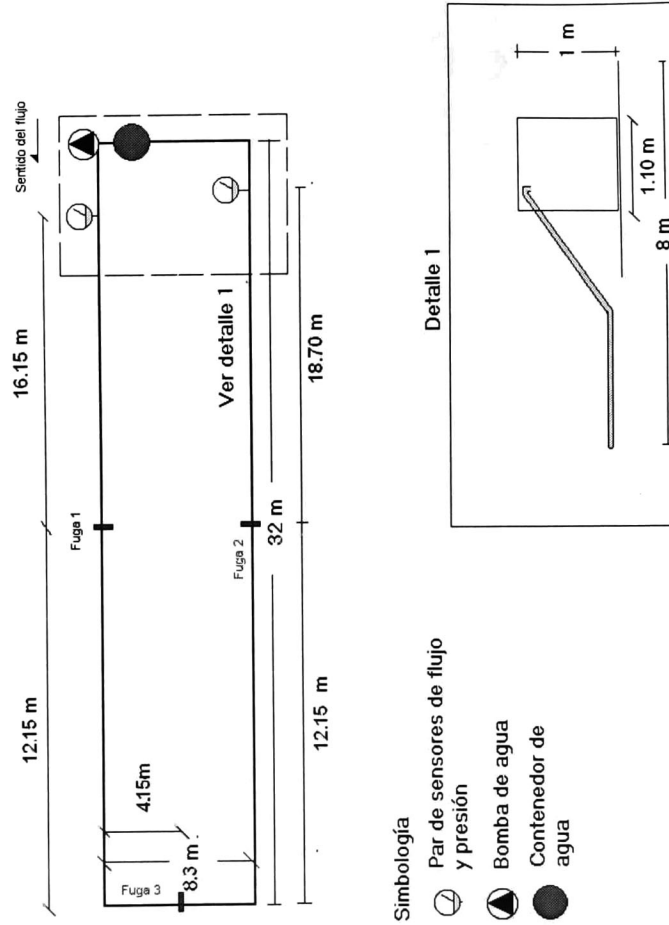


Figura 2.10: Diagrama final del prototipo

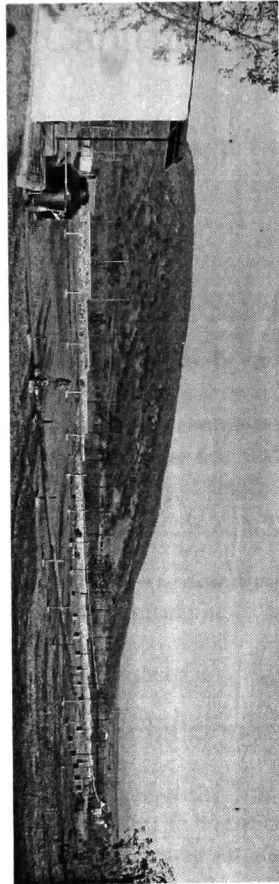


Figura 2.11: Fotografía del prototipo completo.

## Capítulo 3

# Modelado del flujo transitorio

### 3.1. Descripción del capítulo

En este capítulo se explica el comportamiento de un fluido en un conducto cerrado, a partir del cual se deducen las ecuaciones del flujo transitorio.

El flujo transitorio en conductos cerrados es completamente descrito por las ecuaciones de momento y continuidad. El sistema contiene dos variables dependientes: Flujo ( $Q$ ) y la cabeza de presión ( $H$ ) y dos variables independientes: Tiempo ( $t$ ) y distancia ( $x$ ). Se deberá por tanto describir el comportamiento de  $Q$  y  $H$  a lo largo del tiempo y la distancia en el conducto.

La representación de este comportamiento se describe mediante ecuaciones diferenciales parciales, las cuales son derivadas en este capítulo junto con las condiciones para su validez siguiendo muy de cerca el desarrollo en [8].

### 3.2. Definiciones

Se le llama a un flujo *estable* si la velocidad del flujo en una determinada locación no varía con el tiempo. De lo contrario es llamado *inestable* o *no estacionario*. Cuando las condiciones del flujo son cambiadas de un estado estacionario a otro, el estado del flujo intermedio es llamado flujo *transitorio*.

Consideremos un tubo de longitud  $L$  en la cual el agua está fluyendo de una reserva con un nivel constante (aguas arriba) a una válvula localizada en el extremo inferior (aguas abajo), como se ve en la Figura 3.1.

Asumiendo que la válvula es cerrada al 50% de manera instantánea, en el tiempo  $t_0$ . Esto reducirá la velocidad del flujo por la válvula, incrementando por lo tanto la presión en la misma. El incremento de presión producirá una onda de presión que viajará hacia atrás y hacia adelante en la tubería hasta que se disipe debido a la fricción, entonces las

condiciones del flujo volverán a ser estables de nuevo. El tiempo transcurrido hasta que el flujo sea estable nuevamente lo llamaremos  $t_f$ .

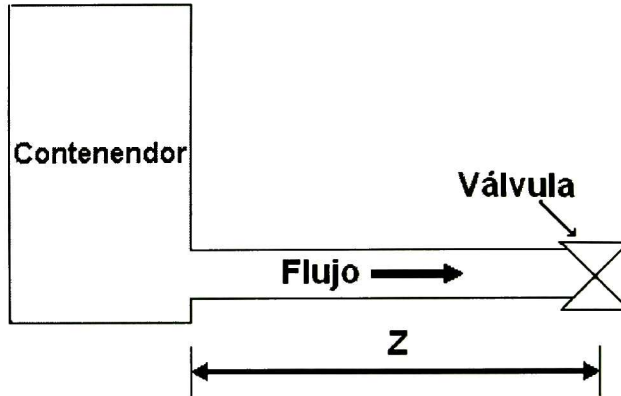


Figura 3.1: Diagrama de tubería con válvula al final

Basados en la definición anterior, podemos clasificar estos regímenes de flujo dentro de las siguientes categorías:

1. Flujo estable para  $t < t_0$ .
2. Flujo transitorio para  $t_0 \leq t < t_f$ .
3. Flujo estable nuevamente para  $t \geq t_f$ .

Si las condiciones del fluido se repiten después de un intervalo de tiempo fijo, el flujo es llamado *periódico*, y el intervalo de tiempo en el cual las condiciones se repiten es llamado *período*.

El análisis del estado transitorio de conductos cerrados puede ser clasificado en dos categorías: el enfoque de sistemas con parámetros concentrados y el enfoque de sistemas con parámetros distribuidos. En el enfoque de sistemas con parámetros concentrados, las paredes del conducto se suponen rígidas y el líquido en el conducto se supone incompresible, es decir, definimos que el líquido se comporta como un sólido. De esta forma la velocidad del fluido en cualquier instante de tiempo dado es la misma a todo lo largo de la tubería. En este caso las variaciones del flujo son funciones únicamente del tiempo. Por lo tanto el comportamiento del sistema puede ser descrito por ecuaciones diferenciales ordinarias. Por otra parte, en el enfoque de sistemas con parámetros distribuidos, el líquido se supone ligeramente compresible, de esta forma, la velocidad del fluido puede variar a lo largo del conducto además de la densidad del fluido. En este caso la variación de  $H$  y  $Q$  son ahora función del tiempo y la distancia. En este caso, el modelo matemático del sistema estará dado por ecuaciones diferenciales parciales.



Si el cambio de la velocidad de flujo del fluido es lento, el enfoque de sistemas concentrados puede ser aplicado, sin embargo el enfoque de sistemas distribuidos resulta ser más exacto debido a que da información acerca del comportamiento durante el transitorio. En esta investigación se utilizará este último enfoque.

### 3.3. Cambio de presión causado por un cambio de velocidad

Quando el cambio en el flujo es rápido, la compresibilidad de los fluidos se vuelve relevante, ya que los cambios en el flujo no se presentan instantáneamente en el sistema. Ahora se presentan ondas de presión que se mueven hacia atrás y hacia delante en el sistema de tuberías. A continuación se desarrollará la expresión para describir el cambio de presión asociado a un cambio de velocidad. Esta expresión resulta importante para mostrar los efectos en estado transitorio causados por la compresibilidad de un fluido.

Tomemos una tubería como la mostrada en la Figura 3.2 donde el fluido corre de derecha a izquierda en estado estacionario. Si la velocidad del flujo en el extremo derecho cambia de  $V$  a  $V + \Delta V$ , se produce un cambio en la presión de  $p$  a  $p + \Delta p$ . Ahora debido a que existe una presión mayor aguas abajo ( $p + \Delta p$ ) se inicia un flujo en sentido opuesto. Asignemos la velocidad de esta onda como  $a$ , y sea positivo el flujo hacia aguas abajo con respecto al flujo estacionario.

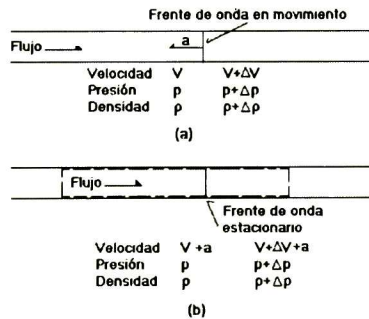


Figura 3.2: Definición del frente de onda

Podemos cambiar la situación de flujo no estacionario de la Figura 3.2 a una situación con flujo estacionario dejando que la referencia de velocidad del sistema se mueva con la onda de presión. Entonces, las velocidades del flujo serán como las mostradas en la Figura 3.2 (b). Usamos la ecuación de momento (3.1) con una aproximación de un volumen de control, para resolver  $\Delta p$ .

$$\sum F = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho V A dx + (\rho AV^2)_{out} - (\rho AV^2)_{in} \quad (3.1)$$

Debido a que tenemos flujo estacionario, el primer término en el lado derecho de la ecuación de momento es cero. Utilizando la Figura 3.2 e introduciendo las fuerzas y velocidades, usando el sistema de coordenadas nuevo en (3.1) obtenemos

$$pA - (p + \Delta p) A = (\rho + \Delta\rho) (A) (V + \Delta V + a) (V + \Delta V + a) - (V + a) \rho A \quad (3.2)$$

despejando para  $\Delta p$  y descartando los términos de orden alto, esta ecuación se transforma en

$$-\Delta p = 2\rho V \Delta V + 2\rho \Delta V a + \Delta\rho (V^2 + 2Va + a^2) \quad (3.3)$$

La forma general de la ecuación de la conservación de la masa para flujos unidimensionales es:

$$0 = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho A dx + (\rho AV)_{out} - (\rho AV)_{in} \quad (3.4)$$

Como se tiene un flujo estacionario el primer término de la Ecuación (3.4) es cero. Usando de nuevo la Figura 3.2 e introduciendo las velocidades en (3.4), obtenemos

$$0 = (\rho + \Delta\rho) A (V + a + \Delta V) - \rho A (V + a) \quad (3.5)$$

Despejando para  $\Delta\rho$  tenemos:

$$\Delta\rho = -\frac{\rho\Delta V}{(V + a + \Delta V)}$$

En la mayoría de las situaciones reales  $V \ll a$  por lo tanto podemos aproximar el denominador como:

$$\Delta\rho = -\frac{\rho\Delta V}{a} \quad (3.6)$$

Substituyendo (3.6) en (3.3) y tomando en cuenta que  $V \ll a$  obtenemos:

$$\Delta p = -\rho a \Delta V \quad (3.7)$$

Dado que  $\Delta p = \gamma \Delta H = \rho g \Delta H$  podemos reescribir la ecuación (3.7) como:

$$\Delta H = -\frac{a}{g} \Delta V \quad (3.8)$$

De (3.8) se puede concluir que el cambio de presión debido a un cambio de velocidad instantáneo en la velocidad de flujo es muy grande ( $\approx 102$  para el agua) con respecto al cambio de esta velocidad. De aquí que se generen grandes presiones en el transitorio del sistema de tuberías.

### 3.4. Velocidad de la onda

Calculando la velocidad de propagación de la onda.

De (3.6) se sabe que:

$$\Delta V = -\frac{\Delta \rho}{\rho} a \quad (3.9)$$

El módulo de elasticidad de un fluido puede ser definido como:

$$K = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta \rho}{\rho}} = \frac{\rho g \Delta H}{\frac{\Delta \rho}{\rho}} \quad (3.10)$$

De (3.9) y (3.10) resulta que:

$$a = -\frac{K \Delta V}{\rho g \Delta H} \quad (3.11)$$

Substituyendo  $\frac{\Delta V}{\Delta H}$  de (3.8) y simplificando se tiene que:

$$a = \sqrt[2]{\frac{K}{\rho}} \quad (3.12)$$

Si se asume que las paredes del conducto son ligeramente deformables, entonces la ecuación (3.12) se modifica de la siguiente manera:

$$a = \sqrt[2]{\frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{KD}{eE}}} \quad (3.13)$$

De [11] se toma que una buena aproximación para la velocidad de onda se logra tomando la velocidad del sonido en el agua, de aquí que el valor tomado en este trabajo para  $a$  es 1284 m/s.

### 3.5. Ecuaciones gobernantes

#### 3.5.1. Ecuación de continuidad

La Ecuación de continuidad se basa en la ley de la conservación de la masa para un volumen de control. Sea la velocidad (con respecto a los ejes coordenados) de las Secciones 1 y 2 en la Figura 3.3, debido a la contracción o expansión del volumen de control,  $W_1$  y  $W_2$ . La distancia  $x$ , la velocidad del flujo  $V$  y la descarga  $Q$  serán consideradas positivas en la dirección del flujo en estado estacionario.

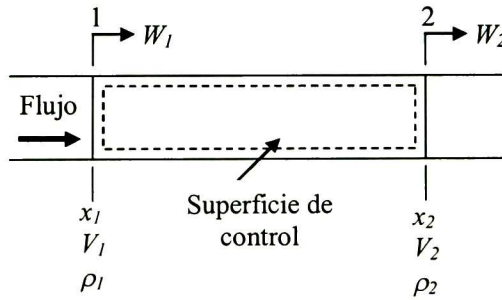


Figura 3.3: Superficie de control para la ecuación de continuidad.

Ahora aplicando la ley de conservación de la masa (3.4) al volumen de control de la Figura 3.3 y usando la velocidad relativa del flujo en las Secciones 1 y 2 obtenemos

$$\frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho A dx + \rho_2 A_2 (V_2 - W_2) - \rho_1 A_1 (V_1 - W_1) = 0 \quad (3.14)$$

Aplicando la regla de Leibnitz al primer término en el lado izquierdo de la ecuación, y notando que  $dx_2/dt = W_2$   $dx_1/dt = W_1$ , transformamos esta ecuación en:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial}{\partial t} \rho A dx + \rho_2 A_2 V_2 - \rho_1 A_1 V_1 = 0 \quad (3.15)$$

Usando el teorema del valor medio, dividiendo por  $\Delta x$  y haciendo que este tienda a cero, podemos reescribir la Ecuación (3.15) de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho A) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho A V) = 0 \quad (3.16)$$

Expandiendo los términos en el paréntesis, reacomodando, usando derivadas totales, y dividiendo por  $\rho A$  se obtiene:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.17)$$

Ahora para expresar las derivadas de  $\rho$  y  $A$  en términos de las variables presión y velocidad ( $p$  y  $V$  respectivamente) se procede como sigue a continuación.

Se había definido el modulo de elasticidad  $K$  de un fluido en la Ecuación (3.10), podemos reescribir esta ecuación como:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho}{K} \frac{dp}{dt} \quad (3.18)$$

ahora, como el área del conducto es  $A = \pi r^2$ , de aquí que  $\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$ . En términos de estrés,  $\varepsilon$ , puede ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= 2A \frac{d\varepsilon}{dt} \\ \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} &= 2 \frac{d\varepsilon}{dt} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Para simplificar la derivación, se supone que el conducto tiene juntas de dilatación longitudinales, así que la deformación en ese sentido será nula. Ahora el estrés radial ( $\sigma$ ) en un conducto de pared delgada que tiene presión interna  $p$  es dada por la expresión

$$\sigma_2 = \frac{pD}{2e} \quad (3.20)$$

donde  $e$  es el espesor de la pared de la tubería,  $D$  el diámetro de la misma. Derivando (3.20) con respecto al tiempo y usando la relación entre estrés y deformación ( $\varepsilon = \sigma_2/E$ ) donde  $E$  representa el modulo elástico del material se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\varepsilon E) &= \frac{d}{dt} \frac{pD}{2e} \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{D}{2eE} \frac{dp}{dt} \end{aligned} \quad (3.21)$$

De (3.19) y (3.21)

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{D}{eE} \frac{dp}{dt} \quad (3.22)$$

substituyendo (3.18) y (3.22) en (3.17) resulta:

$$\left[ \frac{1}{K} + \frac{D}{eE} \right] \frac{dp}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.23)$$

simplificando utilizando la velocidad de la onda, de (3.13) se obtiene el valor de  $a^2$

$$a^2 = \frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{KD}{eE}} \quad (3.24)$$

substituyendo (3.24) y la expresión para la derivada total en (3.23) se obtiene:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.25)$$

Esta ecuación es llamada la *ecuación de continuidad*.

### 3.5.2. Ecuación de momentum

Para un volumen de control que se expande o contrae la Ecuación (3.1) se modifica de manera similar que en el caso de (3.14), resultando

$$\sum F = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} AV \rho dx + [\rho A (V - W) V]_2 - [\rho A (V - W) V]_1 \quad (3.26)$$

Aplicando la regla de Leibnitz al primer término en el lado derecho de la ecuación y notando que  $dx_1/dt = W_1$  y  $dx_2/dt = W_2$ , obtenemos

$$\sum F = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho AV) dx + (\rho AV)_2 W_2 + (\rho AV)_1 W_1 + [\rho A (V - W) V]_2 - [\rho A (V - W) V]_1 \quad (3.27)$$

Aplicando el teorema del valor medio al primer término de esta ecuación y dividiendo por  $\Delta x$  obtenemos

$$\sum \frac{F}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho AV) + \frac{(\rho AV^2)_2 - (\rho AV^2)_1}{\Delta x} \quad (3.28)$$

Las siguientes fuerzas actúan en el volumen de control

Fuerza de presión en la sección 1,

$$F_{p_1} = p_1 A$$

Fuerza de presión en la sección 2

$$F_{p_2} = p_2 A$$

Se tiene que la fricción de la tubería (shear force) puede ser calculada mediante

$$F_s = \tau_0 \pi D \Delta x \quad (3.29)$$

Usando la fórmula de fricción de Darcy-Weisbach para encontrar las pérdidas debidas a la fricción entre el fluido y las paredes del conducto,  $\tau_0 = \rho f V |V| / 8$  donde  $f$  es el factor de fricción de Moody y  $V^2$  es escrita como  $V |V|$  para tomar en cuenta los flujos en sentido contrario. De aquí que 3.29 se transforma en:

$$F_s = \rho \frac{fV|V|}{8} \pi D \Delta x \quad (3.30)$$

Ahora haciendo la suma de fuerzas

$$\sum F = p_1 A - p_2 A - \rho \frac{fV|V|}{8} \pi D \Delta x \quad (3.31)$$

Substituyendo (3.31) en la (3.28)

$$\frac{p_1 A - p_2 A}{\Delta x} = A \frac{\Delta p}{\Delta x}, \frac{(\rho AV^2)_2 - (\rho AV^2)_1}{\Delta x} = \frac{\Delta (\rho AV^2)}{\Delta x}$$

Haciendo que  $\Delta x \rightarrow 0$  se obtiene la definición de la derivada

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho AV) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho AV^2) + A \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{fV|V|}{8} \pi D = 0 \quad (3.32)$$

Expandiendo los términos en los paréntesis y acomodando términos de la ecuación resultante, obtenemos:

$$V \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho A) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho AV) \right] + \rho A \frac{\partial V}{\partial t} + \rho AV \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} + \rho A f \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (3.33)$$

Usando (3.16) la suma de los dos primeros términos en el corchete es cero, entonces eliminados y dividiendo entre  $\rho A$ , obtenemos

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (3.34)$$

Esta ecuación es llamada la *ecuación de momentum*

### 3.6. Ecuaciones simplificadas

En la mayoría de las aplicaciones de ingeniería los términos  $V \frac{\partial p}{\partial x}$  y  $V \frac{\partial V}{\partial x}$  de las ecuaciones gobernantes son muy pequeñas comparadas a los otros términos, por lo tanto pueden ser despreciados.

Normalmente se mide la presión en la tubería por medio de la cabeza piezométrica de presión ( $H$ ), y el flujo de descarga ( $Q$ ) es usado como variable en lugar de la velocidad del flujo.

Si el fluido es ligeramente compresible y las paredes de la tubería son ligeramente deformables, podemos desestimar la variación de  $\rho$  (la densidad del líquido no cambia mucho) y  $A \triangleq A_t$  (el área transversal). Entonces podemos escribir  $\frac{\partial p}{\partial t} = \rho g \frac{\partial H}{\partial t}$  y  $\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial H}{\partial x}$ . Substituyendo estas relaciones en (3.25) y (3.34), despreciando  $V \frac{\partial V}{\partial x}$  y  $\rho g V \frac{\partial H}{\partial x}$ , y dado que  $Q = VA_t$  se obtiene:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA_t} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA_t \frac{\partial H}{\partial x} + RQ|Q| = 0 \quad (3.36)$$

donde

$$R = f / (2DA_t)$$

y  $Q$  ( $m^3/s$ ) representa el flujo volumétrico,  $H$  ( $m$ ) la cabeza piezométrica de presión,  $t$  ( $s$ ) el tiempo,  $x$  ( $m$ ) corresponde a la coordenada longitudinal,  $A_t$  ( $m^2$ ) corresponde a el área de la sección transversal del conducto,  $g$  ( $m/s^2$ ) es la aceleración de la gravedad,  $f$  representa el coeficiente de fricción de D'Arcy-Weissbach y  $a$  ( $m/s$ ) es la velocidad de la onda de presión en el fluido [3].

Este es un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales parciales no lineales, el cual describe la presión y el flujo en cada punto espacial a lo largo de la tubería en cualquier instante de tiempo.

Cuando desarrollamos métodos para resolver cualquier sistema con parámetros distribuidos, nos encontramos con la necesidad de aproximar el sistema de dimensión infinita por uno finito. Para este modelo presentado, se pueden utilizar diversos métodos para resolverlo numéricamente, en este caso se utilizará más adelante el método de las características.

### 3.7. Efectos de una fuga en las mediciones obtenidas

Una tubería funcionando en estado estacionario estable, presenta una presión y un flujo casi constantes en el tiempo. La presión cae de una manera casi lineal a lo largo de la tubería, y el flujo a la entrada y salida son aproximadamente iguales [8].

En el instante de la aparición de una fuga, se genera una caída de presión en el punto donde se origina, ocasionando una onda de re-presurización llamada onda de rarefacción la cual depende de la magnitud y posición de la fuga. El comportamiento característico relacionado a la ocurrencia de una fuga implica variaciones en el flujo y la presión a lo largo de la tubería, en general las variaciones, comparando con el estado estacionario, son las siguientes [4]:



El flujo a la entrada aumenta.

El flujo a la salida disminuye.

La presión a la entrada puede disminuir ligeramente.

La presión a la salida disminuye ligeramente.

Después de ocurrir la onda de rarefacción, la dinámica de la tubería llega a un nuevo estado estacionario, donde la caída de presión llega a su máximo en el punto de fuga. La caída constante de presión que se tenía se transforma en dos rectas de caída casi lineal las cuales se intersectan en el punto de fuga (Figura 3.4 (a)). Mientras tanto, justo después de la ocurrencia de la fuga, el flujo hacia la fuga se incrementa, mientras que el flujo que sigue aguas abajo disminuye hasta que se alcanza un nuevo estado estacionario (Figura 3.4 (b)). Los fenómenos físicos anteriormente descritos y su influencia en las mediciones son la base para la detección de fugas por métodos analíticos.

El tamaño de la fuga ( $Q_f$ ) es la diferencia entre la masa que entra menos la que sale en el punto de fuga. De lo anterior, se calcula la magnitud de la fuga usando las mediciones de flujo representada por la siguiente ecuación:

$$Q_f^t = Q_{in}^t - Q_{out}^t$$

donde el superíndice  $t$  representa un índice de tiempo.

La posición de la fuga  $x_f$  puede ser calculada aproximadamente estimando la coordenada del punto de cruce de las dos líneas mostradas en la Figura 3.4 (a):

$$x_f = Z \left( 1 + \frac{\tan \theta_{in}}{\tan \theta_{out}} \right)^{-1} \quad (3.37)$$

donde  $Z$  representa la longitud de la tubería.

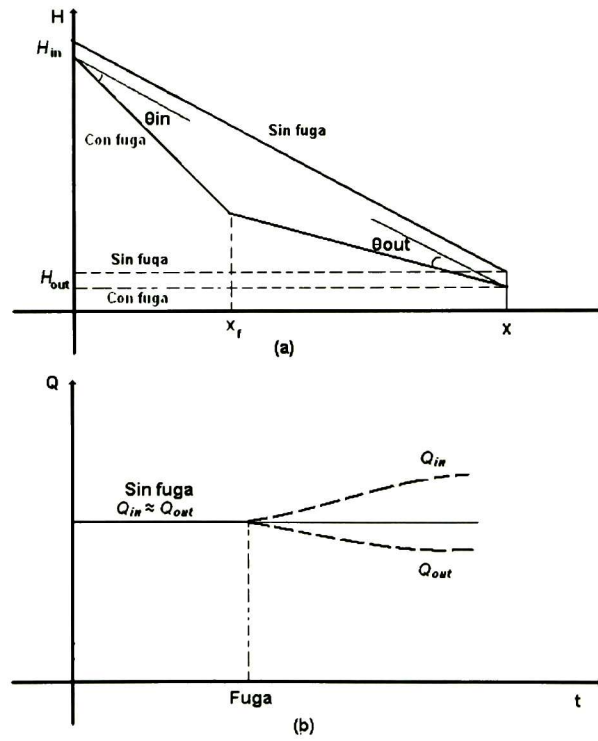


Figura 3.4: Comportamiento transitorio de la presión (a) y transitorio del flujo(b) originados al ocurrir una fuga

## Capítulo 4

# Discretización del modelado del ducto

Si consideramos una tubería con sección transversal constante, alineada con el horizonte, presión en la reserva constante y una velocidad del flujo pequeña comparada con la velocidad de la onda de presión; entonces, el comportamiento del fluido está gobernado por (3.35) y (3.36).

Como se observa en (3.35) y (3.36) se tiene un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales, el cual describe la dinámica de la cabeza de presión y el flujo en cada punto espacial a lo largo de la tubería en cualquier instante de tiempo. Para resolver numéricamente este tipo de ecuaciones se recurre a diversos métodos, en esta investigación se utiliza el método de las características, el cual sigue el desarrollo de [11].

### 4.1. Método de las características

En esta Sección se integran de manera numérica las ecuaciones (3.35) y (3.36) por el método de las características. Multiplicando (3.35) por un valor desconocido,  $\lambda$ , y sumando el resultado a (3.36), obtenemos la siguiente Ecuación [3]

$$\left[ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\lambda a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} \right] + \lambda \left[ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{gA}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \right] + RQ|Q| = 0 \quad (4.1)$$

Como se discutió anteriormente,  $Q$  y  $H$  son funciones de  $x$  y  $t$ , esto es,  $Q = Q(x, t)$ , y  $H = H(x, t)$ . De esta forma, las derivadas totales se pueden escribir como:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (4.2)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (4.3)$$

Si se selecciona el factor desconocido  $\lambda$ , tal que:

$$\frac{\lambda a^2}{gA} = \frac{dx}{dt} = \frac{gA}{\lambda} \quad (4.4)$$

el lado derecho de (4.3) será el mismo que la expresión del lado izquierdo entre corchetes en (4.1), y la expresión del lado derecho de (4.2) es igual a la segunda expresión entre corchetes de (4.1).

Despejando  $\lambda$  de (4.4) encontramos

$$\lambda = \pm \frac{gA}{a} \quad (4.5)$$

y

$$\frac{dx}{dt} = \pm a \quad (4.6)$$

Si se toma el valor de

$$\frac{dx}{dt} = a \quad (4.7)$$

donde  $a$  es la velocidad de la onda y utilizando (4.5) se puede reescribir entonces (4.1) como:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + RQ|Q| = 0 \quad (4.8)$$

y, si

$$\frac{dx}{dt} = -a \quad (4.9)$$

entonces (4.1) resulta:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + RQ|Q| = 0 \quad (4.10)$$

Ahora se tienen dos ecuaciones diferenciales ordinarias (4.8) y (4.10) en  $H$  y  $Q$  en lugar de dos ecuaciones diferenciales parciales, dado que se ha eliminado la variable independiente,  $x$ . Sin embargo, al obtener esta simplificación se paga un precio. Las ecuaciones (3.35) y (3.36) son válidas en cualquier punto del plano  $x-t$ ; este no es el caso para las ecuaciones (4.8) y (4.10). La Ecuación (4.8) es válida sólo si se satisface (4.7). En el plano  $x-t$ , las ecuaciones (4.7) y (4.9) describen dos líneas rectas  $AP$  y  $BP$ , respectivamente, como se muestra en la Figura 4.1. Estas dos líneas son referidas como las líneas características; la línea  $AP$  es llamada la línea característica positiva mientras que la línea  $BP$  es conocida como la línea característica negativa.

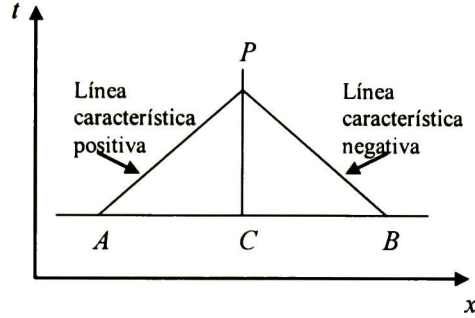


Figura 4.1: Líneas características.

## 4.2. Discretización del modelado de la tubería

Ahora se discutirá como resolver las ecuaciones (4.8) y (4.10). Multiplicando estas ecuaciones por  $dt$  e integrando a lo largo de las líneas características  $AP$  y  $BP$ , se obtiene:

A lo largo de la línea característica positiva  $AP$ :

$$\int_A^P dQ + \frac{gA}{a} \int_A^P dH + R \int_A^P Q |Q| dt = 0 \quad (4.11)$$

A lo largo de la línea característica negativa  $BP$ :

$$\int_B^P dQ - \frac{gA}{a} \int_B^P dH + R \int_B^P Q |Q| dt = 0 \quad (4.12)$$

Las primeras dos integrales en el lado izquierdo de estas ecuaciones se pueden evaluar exactamente. Sin embargo, este no es el caso con el coeficiente de pérdidas por fricción, ya que no conocemos a priori la variación de cualquiera  $Q$  o  $H$  a lo largo de las líneas características. Por esta razón, se tiene que hacer alguna aproximación para evaluar la integral del término de pérdidas por fricción. Varios procedimientos se han propuesto en la literatura para este propósito. Por simplicidad, se usa el valor de  $Q$  en el punto  $A$  ( $Q_A$ ) para la línea característica positiva, y el valor de  $Q$  al punto  $B$  ( $Q_B$ ) para la línea característica negativa. De esta forma, las ecuaciones (4.11) y (4.12) se simplifican a:

$$Q_P - Q_A + \frac{gA}{a}(H_P - H_A) + RQ_A|Q_A|\Delta t = 0 \quad (4.13)$$

y

$$Q_P - Q_B - \frac{gA}{a}(H_P - H_B) + RQ_B|Q_B|\Delta t = 0 \quad (4.14)$$

donde los subíndices  $A$ ,  $B$  y  $P$  refieren a las variables correspondientes a los puntos en el plano  $x-t$  (Figura 4.1). Estas dos ecuaciones se pueden escribir como:

$$Q_P = C_p - C_a H_P \quad (4.15)$$

y

$$Q_P = C_n + C_a H_P \quad (4.16)$$

donde

$$C_p = Q_A + C_a H_A - RQ_A|Q_A|\Delta t \quad (4.17)$$

$$C_n = Q_B - C_a H_B - RQ_B|Q_B|\Delta t \quad (4.18)$$

$$C_a = \frac{gA}{a} \quad (4.19)$$

Suponiendo que se conocen los valores de  $H$  y  $Q$  en los puntos  $A$  y  $B$  y que deseamos determinar su valor al punto  $P$  (Figura 4.1). Estos pueden ser determinados de las (4.15) y (4.16). La siguiente discusión para el análisis de las condiciones del estado transitorio en una sola tubería (Figura 2.10) ayudarán a entender el procedimiento computacional.

La tubería es dividida en un número finito de secciones. El final de cada sección es llamado nodo, o punto de enmallado. En el nodo final aguas arriba y en el nodo final aguas abajo, en la tubería, son llamados nodos fronteras, mientras los nodos restantes se conocen como nodos interiores. Para empezar los cálculos, la cabeza de presión y el flujo de descarga al tiempo  $t = t_0$  se determinan en los nodos. Estos nodos, son llamados condiciones iniciales. De esta manera, se puede calcular las condiciones en los nodos interiores al tiempo  $t_0 + \Delta t$  usando las ecuaciones (4.15) y (4.16). Sin embargo, en las fronteras únicamente tenemos una ecuación (4.15) al final aguas abajo, y la (4.16) al final aguas arriba. Para determinar la segunda variable desconocida de estas ecuaciones en los nodos de las fronteras, se necesita otra ecuación. Esta ecuación adicional está dada por las condiciones de frontera. Resolviendo estas ecuaciones simultáneamente con la ecuación característica positiva o negativa, desarrollamos las condiciones de frontera, las cuales son utilizadas para determinar las condiciones transitorias en las fronteras. Para ilustrar este procedimiento se desarrolla en la siguiente sección las condiciones de frontera para un contenedor con nivel constante al final aguas arriba y al final aguas abajo, para una tubería cerrada, para simular la apertura o cierre de alguna válvula.

### 4.3. Condiciones de frontera

Como se mencionó en la Sección anterior, podemos desarrollar las condiciones de frontera resolviendo la ecuación negativa o positiva simultáneamente con la condición impuesta por la frontera. Esto nos sirve para completar el sistema de ecuaciones en los puntos inicial y final de la tubería. Estas condiciones se pueden calcular especificando la cabeza de presión, el flujo de descarga, o una relación entre la cabeza y la descarga [3] para esos puntos. Por ejemplo, cuando se tiene un contenedor con un nivel constante, la cabeza de presión que este ejerce es una constante. En el caso donde se tiene una tubería con una válvula al final de la misma, el flujo que circula depende de la caída de presión ocasionada por la válvula. Los siguientes ejemplos deberán de clarificar el desarrollo de las condiciones de frontera. En éstas derivaciones se usarán los siguientes subíndices para denotar las variables en nodos diferentes: el primer subíndice denotará el número de tubería y el segundo subíndice referirá el número de nodo en la tubería. Si la tubería es dividida en  $n$  límites, y el primer nodo es el número 1, el nodo final será  $n + 1$ .

#### 4.3.1. Contenedor aguas arriba con nivel constante

En este caso (Figura 4.2), se supondrá que la superficie del agua en el contenedor o tanque permanece en el mismo nivel independientemente de las condiciones de flujo en la tubería. Esto último es correcto si el volumen de agua en el contenedor es grande comparado con el flujo que sale del mismo. De esta manera, si se refiere el punto inicial de discretización al final aguas arriba de la tubería, se puede escribir:

$$H_{P1,1} = H_{ru} \quad (4.20)$$

donde  $H_{ru}$  es la elevación del nivel del agua en el contenedor arriba de la base.

Ahora, al final aguas arriba, se tiene la ecuación característica negativa. De esta forma, sustituyendo Ecuación (4.20) en la Ecuación (4.16), obtenemos

$$Q_{P1,1} = C_n + C_d H_{ru} \quad (4.21)$$

De esta forma, se determina la cabeza en el contenedor aguas arriba de la Ecuación (4.20) y el flujo de descarga de la Ecuación (4.21).

#### 4.3.2. Contenedor aguas abajo con nivel constante

En el caso de la Figura 4.3, la cabeza en el nodo final de la tubería  $i$  será siempre igual a la altura del nivel del agua en el tanque sobre la base,  $H_{rd}$ .

$$H_{Pi,n+1} = H_{rd} \quad (4.22)$$

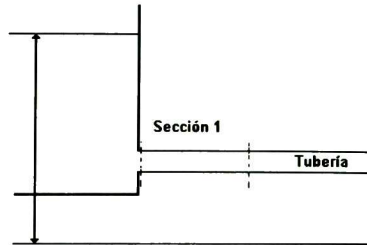


Figura 4.2: Contenedor aguas arriba.

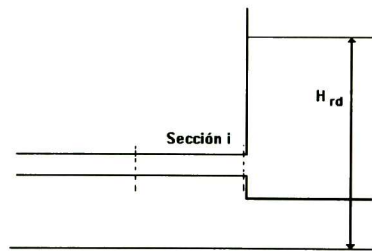


Figura 4.3: Contenedor aguas abajo.

Al final aguas abajo, se tiene la ecuación característica positiva enlazando el nodo de frontera al resto de la tubería. Sustituyendo la Ecuación (4.22) en la ecuación característica positiva, Ecuación (4.15), se obtiene:

$$Q_{Pi,n+1} = C_P - C_a H_{rd} \quad (4.23)$$

#### 4.3.3. Válvula aguas abajo

En las primeras dos fronteras, se especificaron la cabeza o el flujo de descarga. Sin embargo, para una válvula, se establece una relación entre la pérdida de cabeza (ver Figura 4.4) entre la descarga y la válvula. Denotando los valores de estado estable por el subíndice 0, la descarga a través de la válvula está dado por la siguiente ecuación:



$$Q_0 = C_d A_{v_0} \sqrt{2gH_0} \quad (4.24)$$

donde  $C_d$  es el coeficiente de descarga,  $A_{v_0}$  es el área de apertura de la válvula, y  $H_0$  es la caída de la cabeza de presión para un flujo de descarga  $Q_0$ . Asumiendo que una relación similar para el estado transitorio, se puede escribir:

$$Q_{P_{i,n+1}} = C_d A_{v_0} \sqrt{2gH_{P_{i,n+1}}} \quad (4.25)$$

donde el subíndice  $P$  denota el valor de  $Q$  y  $H$  al final del intervalo de tiempo de cálculo.

Dividiendo la Ecuación (4.25) entre la Ecuación (4.24), y elevando al cuadrado ambos lados, resulta:

$$Q_{P_{i,n+1}}^2 = (Q_0 \tau)^2 \frac{H_{P_{i,n+1}}}{H_0} \quad (4.26)$$

donde la apertura efectiva de la válvula es  $\tau = (C_d A_v)_p / (C_d A_v)_0$ . Para la última sección en la tubería  $i$ , tenemos la ecuación característica positiva. Eliminando  $H_{P_{i,n+1}}$  de la Ecuación (4.26) y la ecuación característica positiva Ecuación (4.15), y simplificando la ecuación resultante, se obtiene:

$$Q_{P_{i,n+1}}^2 + C_v Q_{P_{i,n+1}} - C_P C_v = 0 \quad (4.27)$$

donde  $C_v = (\tau Q_0)^2 / (C_a H_0)$ . Resolviendo para  $Q_{P_{i,n+1}}$  y despreciando el signo negativo en el radical, resulta:

$$Q_{P_{i,n+1}} = 0,5(-C_v + \sqrt{C_v^2 + 4C_P C_v}) \quad (4.28)$$

Para calcular el estado transitorio causado por la apertura o cierre de una válvula, es necesario tener la variación de  $\tau$  con respecto al tiempo. Esta relación puede especificarse describiendo la variación por una expresión o dando el valor de  $\tau$  en tiempo discreto. En tiempos intermedios, el valor de  $\tau$  puede ser interpolado por los valores tabulados.

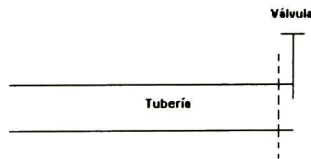


Figura 4.4: Válvula aguas abajo.

## Capítulo 5

# Detección y aislamiento de fugas

Un concepto fundamental en la detección analítica de fugas es la distinción entre las desviaciones naturales del proceso y las causadas por una fuga, por lo tanto, las condiciones normales de operación tienen que ser determinadas correctamente con anterioridad. Un método para lograrlo es a través del uso de un modelo matemático del proceso a ser monitoreado. Teniendo el modelo podemos comparar las salidas de éste con las observaciones obtenidas para comprobar si existe o no fuga. La diferencia entre ambas respuestas, llamada residuo, puede ser posteriormente analizada para reconocer la ocurrencia de una falla y para estimar los parámetros de la misma. Esta es una aplicación típica de una metodología general conocida como redundancia analítica para la detección y aislamiento de fugas.

El diagrama de bloques mostrado en la Figura 5.1 ilustra las bases de la metodología para la detección de fugas por redundancia analítica.

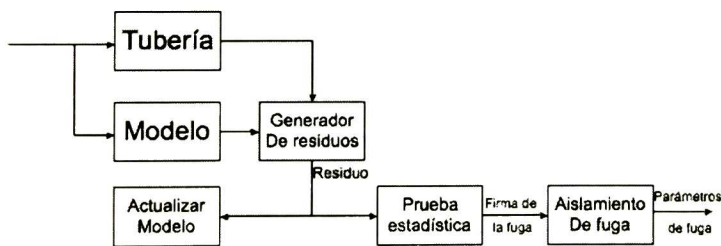


Figura 5.1: Detección y aislamiento de fugas por redundancia analítica

El modelado del sistema puede ser, en general, desarrollado de diversas maneras. El

modelado analítico consiste en aplicar las leyes físicas básicas a los componentes del sistema y utilizar una interconexión conocida entre esos componentes. La elección de las entradas y salidas del modelo son de gran importancia. En el modelado de tuberías usualmente las entradas a utilizar son la cabeza de presión y el flujo.

En esta investigación se aplicará un modelado analítico para obtener la dinámica del fluido en tuberías sin fugas. Cuando se presentan fugas se determina la dinámica con base en la información obtenida previamente por medio de mediciones en el proceso. Para minimizar los efectos de los errores en el modelado, se implementan mecanismos de adaptación basados en las mediciones obtenidas. Los residuos obtenidos se definen como la diferencia entre las señales obtenidas por el modelo y las respectivas señales medidas. En el caso ideal, sin fuga estos residuos son iguales a cero, pero en la práctica esto raramente ocurre debido a varios factores, tales como la incertidumbre en el modelo, el ruido en las mediciones, entre otros. Un esquema de este método de detección se muestra en la Figura 5.1.

### 5.1. Enfoque sensitivo a fallas.

En este trabajo nos basamos en el enfoque sensitivo a fallas [7]. Este algoritmo detecta la fuga por medio de un observador de estado no lineal basado en el modelo matemático (3.35) y (3.36). El observador de estado no lineal determina los estados internos de la tubería correspondientes a una operación libre de fuga. El diagrama de flujo de este método se bosqueja en la Figura 5.2.

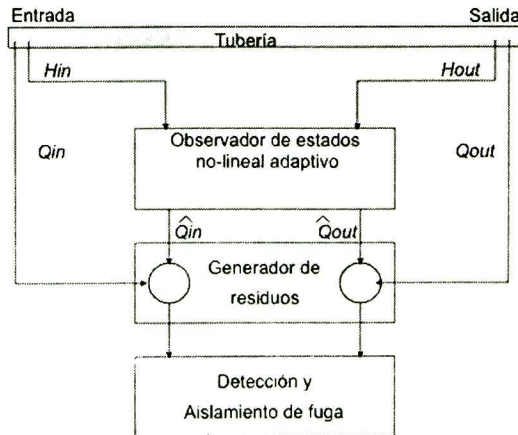


Figura 5.2: Detección de fugas en el enfoque sensitivo a fallas.

La cabeza de presión medida en las fronteras de la tubería,  $H_{in}$  y  $H_{out}$ , son las entradas al observador, el cual estima el estado actual compuesto por las tasas de presión y flujo en puntos discretos de la tubería definidos previamente. Considerando que el estado estimado contiene la tasa de flujo a la entrada y a la salida de la tubería ( $Q_{in}$ ,  $Q_{out}$ ), se podrá comparar con sus correspondientes mediciones para, así, obtener un residuo. Con la aparición de una fuga, los residuos empiezan a cambiar en una dirección predeterminada, alejándose de cero, esto permite que la fuga sea detectada y aislada por medio de un análisis adecuado de los residuos. En situaciones prácticas, se conocen la mayor parte de los parámetros del modelo de la tubería con buena exactitud a excepción del coeficiente de fricción, el cual tiene que ser estimado en línea por medio de un algoritmo adaptable. Esto da como consecuencia un esquema de observación adaptativo, el cual es capaz de compensar los errores de modelado introducidos por el coeficiente de fricción.

### 5.2. Modelo de la tubería en tiempo discreto.

Se considerará ahora una tubería de longitud  $Z$  dividida hipotéticamente en  $N$  secciones, donde  $N$  es un número entero positivo, tal como se muestra en la Figura 5.3.

Lo anterior permite describir la variable de la distancia  $Z = \Delta x/N$ . La presión y el flujo en las fronteras de la tubería (en  $d = 0$  y  $d = N$ ) se obtendrán de las mediciones de los sensores:

$$H_0^k = H_{in}^k, \quad H_N^k = H_{out}^k$$

$$Q_0^k = Q_{in}^k, \quad Q_N^k = Q_{out}^k$$

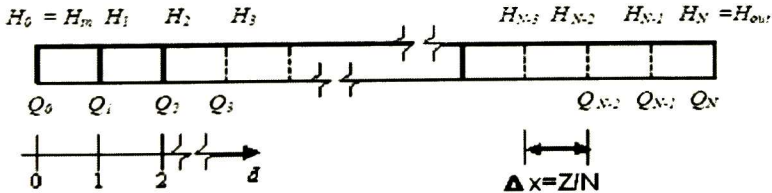


Figura 5.3: Subdivisión de la tubería en  $N$  secciones.

### 5.3. Representación en variables de estado.

La dinámica de la tubería en un punto de discretización  $d$  y en el tiempo discreto  $k$  puede ser descrito por la siguiente representación en variables de estado:

$$\mathbf{A}\mathbf{x}^k = \mathbf{B}\mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{C}(\mathbf{x}^{k-1})\mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{D}u^{k-1} + \mathbf{E}u^k \quad (5.1)$$

donde el vector de estado se define como:

$$\mathbf{x}^k = [ Q_0^k \quad Q_1^k \quad Q_2^k \quad \dots \quad Q_N^k \quad \vdots \quad H_1^k \quad H_2^k \quad H_3^k \quad \dots \quad H_{N-1}^k ] \in \mathbb{R}^{2N}$$

y el vector de entrada está definido por:

$$u^k = [ H_0^k \quad H_N^k ]^T = [ H_{in}^k \quad H_{out}^k ]^T \in \mathbb{R}^2,$$

las matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  y  $\mathbf{E}$  dependen de  $\Delta t$ ,  $\Delta x$  y los parámetros  $(a, g, D, f)$  del proceso y la matriz  $\mathbf{C}$  depende del coeficiente de fricción  $f$  y de los estados internos del sistema ( $Q_d^k$  y  $H_d^k$ ). Las matrices se muestran en el Apéndice 2.

Si se conocen todos los parámetros del sistema, y los estados  $H_{in}^k$  y  $H_{out}^k$  están disponibles mediante mediciones en ambos extremos de la tubería, entonces el estado puede ser estimado de la siguiente manera:

$$\mathbf{x}^k = \mathbf{A}^{-1}[\mathbf{B}\mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{C}(\mathbf{x}^{k-1})\mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{D}u^{k-1} + \mathbf{E}u^k]$$

donde la matriz  $\mathbf{A}$  debe ser no singular. Notese en el Apéndice 2, que para una tubería dada la matriz  $\mathbf{A}$  es constante, por lo tanto bastará con verificar su no singularidad.

### 5.4. Generador de residuos no lineal.

Como puede verse de la Ecuación (5.1), ésta incluye los flujos  $Q_0^k$  y  $Q_N^k$ , los cuales están disponibles por las mediciones en línea  $Q_{in}$  y  $Q_{out}$ . Como el estado estimado  $\mathbf{x}^k$  nos da una aproximación de la operación de la tubería libre de fuga, la diferencia entre el estado estimado y el flujo medido será el residuo de diagnóstico. Consecuentemente, el generador de residuos no lineal se puede describir como se describe a continuación.

Al inicial las iteraciones en  $(k = 2)$  es necesario conocer el valor de  $\hat{\mathbf{x}}^1$ ,  $\hat{\mathbf{x}}^0$ . Estos valores son la presión y flujo en estado estacionario de la tubería. En la práctica se recomienda tomar:

$$\hat{\mathbf{x}}^0 = \hat{\mathbf{x}}^1 = E[\bar{\mathbf{x}}], \quad (5.2)$$

donde  $\bar{\mathbf{x}}$  denota los valores en estado estacionario del sistema y el operador  $E[\cdot]$  la esperanza del proceso. El estimador del estado es de la forma:

$$\hat{\mathbf{x}}^k = \mathbf{A}^{-1}[\mathbf{B}\hat{\mathbf{x}}^{k-1} + \mathbf{C}(\hat{\mathbf{x}}^{k-1})\hat{\mathbf{x}}^{k-1} + \mathbf{D}u^{k-1} + \mathbf{E}u^k], \quad (5.3)$$

$$\hat{\mathbf{y}}^k = \begin{bmatrix} \hat{Q}_0^k \\ \hat{Q}_N^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & \vdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & \vdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}^k; \quad (5.4)$$

$$\hat{\mathbf{e}}^k = \begin{bmatrix} \Delta\hat{Q}_0^k \\ \Delta\hat{Q}_N^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{in}^k \\ Q_{out}^k \end{bmatrix} - \hat{\mathbf{y}}^k. \quad (5.5)$$

donde el signo  $\hat{\mathbf{e}}^k$  significa el estimado de la variable respectiva.

Si el algoritmo anterior realiza una evaluación apropiada del vector de residuos  $\hat{\mathbf{e}}^k$ , bajo una operación de la tubería libre de fuga tenemos:

$$\hat{\mathbf{e}}^k = \begin{bmatrix} \Delta\hat{Q}_0^k \\ \Delta\hat{Q}_N^k \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

## 5.5. Activación de la alarma

Una tarea fundamental es diferenciar entre la ocurrencia de una fuga y cualquier otro posible estado de operación. Un algoritmo adecuado para la generación de la alarma puede estar basado en la correlación cruzada de los residuos del flujo ( $\Delta\hat{Q}_0^{k-\tau}$   $\Delta\hat{Q}_N^k$ ) la cual se puede calcular recursivamente como:

$$\Phi_{0,N}^k(\tau) = \eta\Phi_{0,N}^{k-1}(\tau) + (1-\eta)(\Delta\hat{Q}_0^{k-\tau} \Delta\hat{Q}_N^k) \quad (5.7)$$

donde  $\eta$  es un factor de peso con valor de 0 a 1. La Ecuación (5.7) debe ser calculada para valores de  $\tau = 1, \dots, \tau_{\text{máx}}$  donde  $\tau_{\text{máx}}$  es un valor entero propuesto por el diseñador.

Finalmente, la covarianza resultante es obtenida como:

$$\Phi_{\Sigma}^k = \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{máx}}} \Phi_{0,N}^k(\tau), \quad (5.8)$$

La alarma de fuga se activará si  $\Phi_{\Sigma}^k$  cae por debajo del umbral elegido  $\Phi_{\Sigma\varepsilon}$ :

$$\Phi_{\Sigma}^k < \Phi_{\Sigma\varepsilon}. \quad (5.9)$$

## 5.6. Detección del punto de la fuga.

Para una tubería con un perfil de altura constante (i.e. sin inclinación), en un estado asintóticamente estable, se tiene que  $\partial H/\partial t \rightarrow 0$  y  $\partial Q/\partial t \rightarrow 0$ , por lo que el modelo matemático (3.35) y (3.36) puede reducirse a:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{f}{2gDA_T^2} Q |Q|. \quad (5.11)$$

Suponiendo que los parámetros  $f$ ,  $g$ ,  $D$  y  $A_T$  son constantes para la tubería analizada, de la Ecuación (5.11) tenemos que la tasa

$$\frac{\partial H}{\partial x} \propto Q |Q| \quad (5.12)$$

es proporcional al ángulo de la pérdida lineal de la cabeza de presión a lo largo de la tubería como lo muestra la Figura 5.4. Basándose en un razonamiento simple, se puede concluir que también el cambio de inclinación observado en las curvas de presión de la tubería con fuga puede ser descrito por una relación similar, la cual es cuadrática en términos de la dirección positiva del flujo en estado permanente.

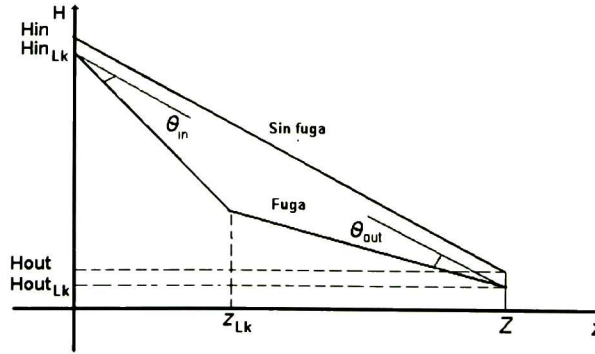


Figura 5.4: Caída de presión a lo largo de la tubería

En consecuencia, para un instante de tiempo dado la relación anterior puede ser estimada en la entrada y salida de la tubería con el uso de los residuos encontrados (5.5):

$$\tan \theta_{in} \propto (\Delta Q_0^k \Delta Q_0^k), \quad (5.13)$$

$$\tan \theta_{out} \propto (\Delta Q_N^k \Delta Q_N^k). \quad (5.14)$$

De (3.37) se sabe que el punto donde se encuentra la fuga puede calcularse mediante la siguiente relación geométrica:

$$x_f^k = Z \left( 1 + \frac{\tan \theta_{in}^k}{\tan \theta_{out}^k} \right)^{-1}$$

Integrando (5.11) resulta:

$$H_{out} - H_{in} = -\frac{f}{2gDA^2} Q^2 (x_{final} - x_{inicial})$$

donde  $H_{in}$  y  $H_{out}$  denotan la cabeza de presión al inicio y al final del intervalo de integración mientras que  $x_{inicial}$  y  $x_{final}$  es la distancia al inicio y al final del mismo intervalo de integración. Usando esta relación en el esquema de la Figura 5.4 para una tubería con fuga, podemos establecer que:

$$H_{fuga} - H_{in} = -\frac{f}{2gDA^2} Q_{in}^2 x_f, \quad (5.15)$$

$$H_{out} - H_{fuga} = -\frac{f}{2gDA^2} Q_{out}^2 (Z - x_f), \quad (5.16)$$

donde  $H_{fuga}$  representa la presión en el punto de la fuga. Por otro lado, se puede establecer una relación para una operación libre de fuga (Fig. 5.4) como se muestra a continuación:

$$H_{out} - H_{in} = -\frac{f}{2gDA^2} Q_{sf}^2 Z, \quad (5.17)$$

donde  $Q_{sf}$  es el flujo estimado por el algoritmo sin fuga. De esta forma, de (5.15), (5.16) y (5.17), y realizando un proceso de filtrado, podemos determinar la distancia de la fuga  $x_f^k$ , de la siguiente manera:

$$x_f^k = Z \left( 1 + \frac{\Phi_{0\Sigma}^k}{\Phi_{N\Sigma}^k} \right)^{-1} \quad (5.18)$$

donde se utilizan las siguientes auto-correlaciones:

$$\Phi_{0\Sigma}^k = \sum_{\tau} \Phi_{0,0}^k(\tau) \quad (5.19)$$

$$\Phi_{N\Sigma}^k = \sum_{\tau} \Phi_{N,N}^k(\tau) \quad (5.20)$$

Estas ecuaciones son calculadas recursivamente como:

$$\Phi_{0,0}^k(\tau) = \mu \Phi_{0,0}^{k-1}(\tau) + (1 - \mu)(\Delta \hat{Q}_0^{k-\tau} \Delta \hat{Q}_0^k), \quad (5.21)$$



$$\Phi_{N,N}^k(\tau) = \mu \Phi_{N,N}^{k-1}(\tau) + (1 - \mu)(\Delta \hat{Q}_N^{k-\tau} \Delta \hat{Q}_N^k).$$

donde  $\mu$  es un factor de peso que satisface:  $0 < \mu < 1$ .

## 5.7. Detección del tamaño de la fuga

Un estimado funcional del tamaño de la fuga se puede obtener por medio de un simple balance de masa como:

$$Q_f^k = E\{\Delta Q_0^k - \Delta Q_N^k\}, \quad (5.22)$$

donde  $E\{\cdot\}$  denota el operador de valor esperado del proceso analizado que se supone ergódico. Dada la hipótesis de ergodicidad,  $Q_f^k$  podrá ser calculado como un promedio temporal.

## 5.8. Estimación del coeficiente de fricción en línea

En la práctica, todos los parámetros de la tubería se conocen con una buena exactitud excepto el coeficiente de fricción. El coeficiente de fricción depende de varios parámetros del proceso como la densidad del fluido, la viscosidad, la temperatura, la velocidad, las características de las paredes de la tubería, el diámetro, etc. De esta forma, el coeficiente de fricción depende del tiempo y la distancia, debido a esto puede tener diferentes valores en cada punto de la tubería. Por esto es necesario estimar el coeficiente de fricción mediante un adecuado esquema de identificación de parámetros.

### 5.8.1. Estimación de coeficientes de fricción múltiples

Si se considera la dependencia en tiempo y distancia del coeficiente de fricción  $f$ , encontramos que la representación en espacio de estados (5.1) que modela la dinámica de la tubería en  $N$  puntos de discretización a lo largo de ésta (Fig. 5.3), contiene solamente  $N$  coeficientes de fricción diferentes. Dichos coeficientes están asociados con ciertos elementos de la matriz  $\mathbf{C}$ , en los puntos ( $d = 0, 1, 2, \dots, N$ ) a lo largo de la tubería y su correspondiente ecuación del momento (3.36).

El desarrollo del esquema de estimación empieza con la extracción del coeficiente de fricción incluido en el modelo (5.1) y (5.3) en el término  $\mathbf{C}(\mathbf{x}^{k-1})\mathbf{x}^{k-1}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(\mathbf{x}^{k-1})\mathbf{x}^{k-1} &= \mathbf{C}(\mathbf{x}^{k-1}, f^k)\mathbf{x}^{k-1} = [\mathbf{C}_a + \mathbf{C}_b(\mathbf{x}^{k-1}, f^k)]\mathbf{x}^{k-1} \\ &= \mathbf{C}_a\mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{C}(\mathbf{x}^{k-1}, f^k)\mathbf{x}^{k-1} \end{aligned}$$

donde  $f^k$  es el vector del coeficiente de fricción en los diferentes puntos de discretización definido por:

$$f^k = [ f_0^k \quad f_1^k \quad \dots \quad f_N^k ] \quad (5.23)$$

de la Ecuación (5.23) podemos reescribir (5.1) como:

$$\mathbf{x}^k = \mathbf{A}^{-1}[\mathbf{B}\mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{C}_a(\mathbf{x}^{k-1})\mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{D}u^{k-1} + \mathbf{E}u^k] + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{C}_c f^k \quad (5.24)$$

la cual puede transformarse en la forma lineal estática:

$$\mathbf{x}^k = \bar{\mathbf{x}}^k + M^k f^k \quad (5.25)$$

donde:

$$\bar{\mathbf{x}}^k = \mathbf{A}^{-1}[\mathbf{B}\mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{C}_a(\mathbf{x}^{k-1})\mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{D}u^{k-1} + \mathbf{E}u^k] \in \mathbb{R}^{N+1},$$

$$M^k = [\mathbf{A}^{-1}\mathbf{C}_c] \in \mathbb{R}^{(N+1) \times (\frac{N}{2}+1)}.$$

La Ecuación (5.25) tiene la forma de una regresión lineal, la cual permite identificar el vector  $f^k$  aplicando un esquema de identificación paramétrica. Normalmente se puede usar el de mínimos cuadrados recursivo o no recursivo.

Cabe señalar, que la estimación de múltiples coeficientes de fricción requiere un gran esfuerzo computacional, haciendo impráctica la implementación de este método. Esto, aunado a las pocas mediciones de que se dispone (comparado con el número de parámetros que se necesitan estimar), redundará en una identificación con alto grado de incertidumbre. Por esto, en este trabajo se utiliza un coeficiente de fricción invariante en distancia, como se explica en el siguiente apartado.

### 5.8.2. Estimación del coeficiente de fricción generalizado

Con la finalidad de obtener un esquema de estimación del coeficiente de fricción, se introducirá el siguiente procedimiento en el cual el esfuerzo computacional es aceptable.

Primeramente, se supondrá que el efecto de la resistencia del fluido en su movimiento es modelado por un único parámetro variante en el tiempo, cuya dependencia espacial es despreciable. De esta forma, el vector del coeficiente de fricción es:

$$f^k = [ f_0^k \quad f_1^k \quad \dots \quad f_N^k ] = [ f^k \quad f^k \quad \dots \quad f^k ]. \quad (5.26)$$

De la ecuación matricial de estado (5.25) podemos derivar dos ecuaciones independientes para el flujo inicial y final de la tubería:

$$Q_0^k(f) = \mathbf{x}_0^k = \bar{\mathbf{x}}_0 + f^k \sum_i^N M^k(1, i)$$

$$Q_N^k(f) = \mathbf{x}_N^k = \bar{\mathbf{x}}_N + f^k \sum_i^N M^k(N, i).$$

Comparando las cantidades anteriores, con sus respectivas mediciones creamos la función del error:

$$e_0^k(f^k) = \{Q_{in}^k - Q_0^k(f^k)\}^2, \quad (5.27)$$

$$e_N^k(f^k) = \{Q_{out}^k - Q_N^k(f^k)\}^2 \quad (5.28)$$

Minimizando la función del error con respecto a  $f = f^k$ ,

$$\frac{\partial e_0^k(f)}{\partial f} = 0 \quad y \quad \frac{\partial e_N^k(f)}{\partial f} = 0$$

Obtenemos dos estimadores no recursivos independientes del coeficiente de fricción, uno para el flujo de entrada y el otro para el de salida.

$$l_0^k = \hat{f}_0^k = \frac{Q_{in}^k - \bar{\mathbf{x}}^k(1)}{\sum_i M^k(1, i)}, \quad (5.29)$$

$$l_N^k = \hat{f}_N^k = \frac{Q_{out}^k - \bar{\mathbf{x}}^k(N)}{\sum_i M^k(N, i)}. \quad (5.30)$$

Las dos estimaciones del coeficiente de fricción pueden combinarse, por ejemplo promediándolas para obtener un único valor, el cual generalice el efecto de la resistencia del fluido a lo largo de toda la tubería. Ya en la práctica, es recomendable calcular el valor del coeficiente de fricción generalizado por medio de un promedio recursivo:

$$\hat{f}^k = \varsigma \hat{f}^{k-1} + (1 - \varsigma) \frac{l_0^k + l_N^k}{2}, \quad (5.31)$$

Donde  $0 < \varsigma < 1$  denota un factor de peso elegido por el diseñador.

Otra ventaja de este enfoque es que el coeficiente de fricción estimado no cambia la solución en estado estacionario del balance de masa. En la práctica el coeficiente de fricción debe congelarse inmediatamente después de que la señal de fuga es activada, ya que el valor observado no debe compensar los efectos de la fuga.

# Capítulo 6

## Simulaciones

### 6.1. Introducción

En los capítulos anteriores se presentaron las bases para la implementación de un sistema de detección y aislamiento de fugas. En este capítulo se presentan los resultados de aplicar el algoritmo de detección de fugas descrito en el Capítulo 5 a los datos tomados directamente del prototipo de tuberías construido.

Primeramente se simuló el prototipo en el software desarrollado por Adrián Navarro[12] cuya información se encuentra detallada en el Apéndice 3, enseguida los datos obtenidos fueron introducidos al algoritmo de detección. Una vez verificada la eficiencia del algoritmo en simulación, se procedió a introducirle los datos tomados en campo.

### 6.2. Elección de los parámetros $\Delta t$ y $\Delta x$

Para el funcionamiento adecuado de un algoritmo de detección de fugas es necesario tener en cuenta dos parámetros fundamentales: el intervalo de muestreo y el número de secciones en la que se dividirá la tubería. Estos valores son determinantes para el buen funcionamiento del algoritmo, por lo que se deben elegir cuidadosamente.

Para que un método de discretización de ecuaciones diferenciales parciales sea estable, es necesario que el tiempo computacional entre muestras y la discretización en distancia (longitud de sección) sean tales que satisfagan la siguiente condición, comúnmente llamada Condición de Courant [8]:

$$\Delta x \geq a\Delta t \tag{6.1}$$

Dado que se utiliza el método de las características los mejores resultados se obtendrán si se satisface la igualdad en (6.1). Para este propósito, los intervalos  $\Delta x$   $\Delta t$  y/o la

velocidad de onda en el fluido  $a$  pueden ser ligeramente ajustados tal que se cumpla la igualdad.

La velocidad de los sensores es otro factor a tomar en cuenta para la elección del parámetro  $\Delta t$ . Los sensores más lentos en el prototipo son los de flujo, ya que para tener una buena medición, los sensores deben tener un periodo de muestreo de 20 ms. Esta restricción fijará el valor de mínimo de  $\Delta t = 20ms$

Para la discretización en distancia  $\Delta z$  se tomará en cuenta lo siguiente: por un lado, si  $\Delta x$  es muy pequeño de la relación (6.1) se debe tener un  $\Delta t$  muy pequeño que quizás los sensores sean incapaces de seguir. Por otro lado, además si  $\Delta x$  es muy pequeño, el tiempo de cálculo crece considerablemente con lo cual el cálculo no puede ser desarrollado en el corto periodo  $\Delta t$ . Por estas razones para el prototipo en estudio elegiremos  $\Delta x = Z$  y  $\Delta t = 50ms$ , valores con los cuales se satisface (6.1). Estos valores van a ser usados tanto en el simulador de la tubería como en el modelo usado en el algoritmo de detección. Notese que si el largo del prototipo fuera más grande como en el caso de un gran acueducto hubiera podido elegirse un  $\Delta x < Z$

### 6.3. Criterio para la elección del coeficiente de fricción

Dado que la detección se realiza en lazo abierto, el algoritmo es sumamente sensible a variaciones paramétricas, ruido, etc. Un ejemplo de esta sensibilidad, se tiene en la estimación de  $f$ . Para reducir esta sensibilidad, se propone un algoritmo de identificación en línea para el mismo, y se congela el valor estimado de  $f$  cuando se detecta la fuga, i.e. se identifica el coeficiente de fricción en estado estable sin fugas. El valor congelado de  $f$  ( $f_c$ ) es el usado por el algoritmo de detección de fugas. Existen varios criterios para la forma en que se congela este parámetro: en [11], se propone congelar el último valor de  $f$  estimado ( $f_e$ ) por el algoritmo antes de la fuga, mientras que en [10] se utiliza un promedio de los últimos 100 valores estimados. En este trabajo se propone utilizar un promedio de los valores estimados de  $f$  que van desde el valor  $k - 20$  hasta  $k - 120$ , donde  $k$  es el instante donde se detecta la fuga como se muestra en la ecuación (6.2).

$$f_c = \frac{1}{100} \sum_{j=20}^{120} f_e(k-j) \quad (6.2)$$

### 6.4. Criterio para la generación de la alarma

Para generar la alarma se utiliza la correlación cruzada descrita en (5.8). El valor del umbral de detección de (5.9) se determina de manera experimental. A través de los resultados de varias mediciones en campo se eligió el valor de  $2 \times 10^{-17}$  para este umbral.

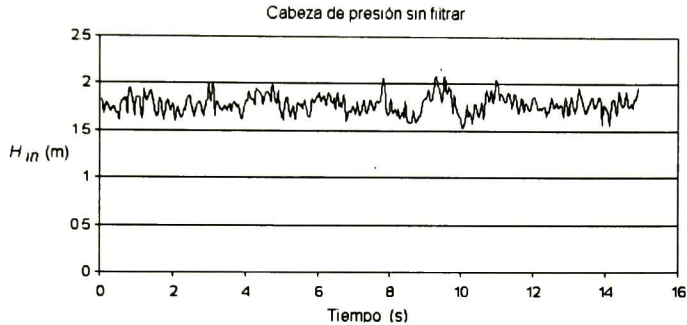


Figura 6.1: Cabeza de presión a la entrada en estado estacionario.

## 6.5. Filtraje de las mediciones

Dado que el nivel de ruido en el prototipo es muy grande es necesario implementar un filtraje. El mayor nivel de ruido se encuentra en los sensores de presión. En la Figura 6.1 se muestra una medición sin filtrar de la cabeza de presión medida a la entrada  $H_{in}$ . Se puede observar una medición centrada cerca de los 1.75 m, la cual tiene picos de  $\pm 0.5$  m. Usando estas mediciones se observó que el algoritmo falla inmediatamente.

El algoritmo diseñado en esta investigación además de los tres filtrajes que se encuentran en (5.7), (5.31) y (5.21) propuestos en [12] introduce filtrajes adicionales, los cuales se aplican a las entradas ( $H_{in}$ ,  $H_{out}$ ,  $Q_{in}$ ,  $Q_{out}$ ).

Los filtros a utilizar son promedios recursivos tienen la forma:

$$\bar{P}_f(k)^k = (1 - \chi)\bar{P}^{k-1} + \chi P(k) \quad (6.3)$$

donde  $\bar{P}_f(k)$  representa el valor filtrado a utilizar,  $P(k)$  representa el valor medido en el instante  $k$ ,  $\chi$  representa una constante propuesta de 0 a 1. En esta implementación se utilizó el valor de 0.01 para  $\chi$ . Este filtrado resultó suficiente para encontrar resultados aceptables, aunque retarda el tiempo de detección de la fuga.

## 6.6. Implementación del simulador

Con la finalidad de probar el algoritmo de detección de fallas en simulación, es necesario utilizar un programa computacional que permita emular la dinámica de la tubería. Para lograr esto se utilizó el simulador de las ecuaciones de continuidad y momentum mencionadas en el Capítulo 3 y reportado en [12]. En este trabajo dicho simulador fue

mejorado mediante la implementación de una interfaz gráfica, la cual permite una mayor ergonomía y un manejo más eficaz de los datos. También se añadió un módulo que calcula automáticamente los coeficientes de fricción dependiendo del material de la tubería. El corazón de este simulador es el método de las características para la resolución de las ecuaciones diferenciales parciales. Este simulador tiene como base el sistema de ecuaciones (5.1) con una modificación para simular una fuga en el  $n$ -ésimo nodo.

Para simular una fuga en un nodo se cambia el flujo en el mismo, de manera que se cumple la siguiente igualdad:

$$Q_n^- = Q_n^+ + Q_f \quad (6.4)$$

donde  $Q_n^+$  representa el flujo que entra al  $n$ -ésimo nodo y  $Q_n^-$  representa el flujo que sale del mismo,  $Q_f$  representa el flujo que escapa por la fuga en el nodo. Con esto se aproxima la discontinuidad de las líneas características ocasionada por la fuga. Las ecuaciones en un nodo P sin fuga son:

$$(Q_P^k - Q_{P-1}^{k-1}) + \frac{gA_T}{a}(H_P^k - H_{P-1}^{k-1}) + RQ_{P-1}^{k-1} \left| Q_{P-1}^{k-1} \right| \Delta t = 0 \quad (6.5)$$

y

$$Q_P^k - Q_{P+1}^{k-1} - \frac{gA_T}{a}(H_P^k - H_{P+1}^{k-1}) + RQ_{P+1}^{k-1} \left| Q_{P+1}^{k-1} \right| \Delta t = 0 \quad (6.6)$$

Utilizando la ecuación (6.4) para introducir una fuga simulada en ese nodo, estas se convierten en:

$$Q_P^k - (Q_{P-1}^{k-1} - Q_f) + \frac{gA_T}{a}(H_P^k - H_{P-1}^{k-1}) + R(Q_{P-1}^{k-1} - Q_f) \left| (Q_{P-1}^{k-1} - Q_f) \right| \Delta t = 0 \quad (6.7)$$

y

$$(Q_P^k - Q_f) - Q_{P+1}^{k-1} - \frac{gA_T}{a}(H_P^k - H_{P+1}^{k-1}) + RQ_{P+1}^{k-1} \left| Q_{P+1}^{k-1} \right| \Delta t = 0 \quad (6.8)$$

A continuación se muestra una simulación de la dinámica de la tubería. En la Tabla 6.1 se muestran los valores de la tubería usados y en la Tabla 6.2 los valores de la fuga a simular. La Figura 6.2 muestra la cabeza de presión a lo largo de la tubería simulada. La línea superior corresponde al estado libre de fuga donde se observa una caída lineal de la cabeza de presión a lo largo de la tubería. En la parte inferior se observa el estado estacionario con fuga, donde se puede ver un punto de inflexión en la recta a los 16 m, el cual es causado por la fuga.

Para la simulación se utilizan los valores del prototipo, para así poderlos comprobar con los resultados en implementación. Cabe mencionar que la longitud de la tubería es de 80 m, pero la longitud útil (entre sensores) es de 64.5 m.

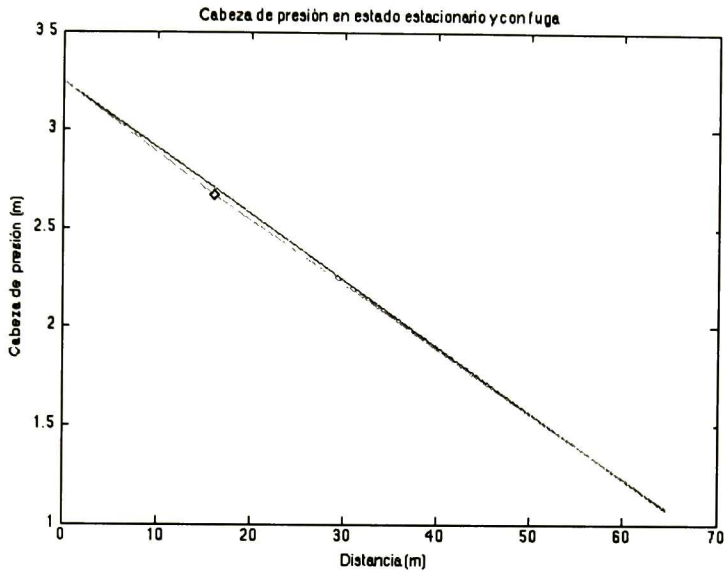


Figura 6.2: Pendientes de la cabeza de presión para un estado libre de fugas (superior) y con fuga (inferior)

**Tabla 6.1:** Parámetros usados en la simulación.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Longitud de la tubería	$Z$	64.5	$m$
Diámetro interno de la tubería	$D$	0.0635	$m$
Cabeza de presión a la entrada	$H_{in}$	3.5	$m$
Coefficiente de fricción	$f$	0.019905891	
Velocidad del sonido	$a$	1284	$m/s$

**Tabla 6.2:** Parámetros de la fuga simulada.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Posición	$x_f$	16	$m$
Magnitud	$Q_f$	0.00002	$m^3/s$

En las Figuras 6.3, 6.4 se muestran las simulaciones de la cabeza de presión a la entrada ( $H_{in}(t)$ ) y a la salida ( $H_{out}(t)$ ) respectivamente. Se observa que el valor de  $H_{in}(t)$



es constante debido que se supone la reserva actúa como una fuente de cabeza de presión constante.

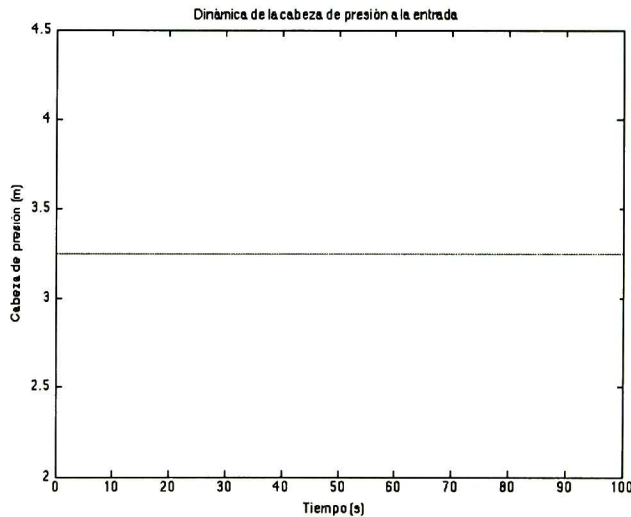


Figura 6.3: Dinámica de la cabeza de presión a la entrada  $H_{in}(t)$  con una fuga.

En las Figuras 6.5 y 6.6 se muestra la dinámica de los flujos a la entrada y salida ( $Q_{in}(t)$ ,  $Q_{out}(t)$ ) respectivamente. Se observa que el valor de  $Q_{in}(t)$  y  $Q_{out}(t)$  en estado estacionario sin fuga es constante de valor  $0.0046 \text{ m}^3/\text{s}$ . Cuando ocurre la fuga, se observa que ambas señales presentan un estado transitorio, y que se estabilizan de nuevo después de 20 segundos, regresando ambas a un nuevo estado estacionario. Mientras que  $Q_{in}(t)$  aumenta para llegar al valor de  $0.00474 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Q_{out}(t)$  disminuye para estabilizarse en  $0.0004542 \text{ m}^3/\text{s}$ , tal como la teoría lo predice.

Estos resultados corresponden al comportamiento de nuestro sistema de tuberías modelado bajo condiciones ideales, como lo son cabeza de presión constante, sin aire en las tuberías, sin ruido en las mediciones, etc. En la realidad se tiene que la bomba ejerce una cabeza de presión con un cierto rizo, esto por la dinámica de su construcción, también existe el ruido de los sensores, vibraciones mecánicas, aire en la tubería, etc., que dificultarán ya en la práctica la implementación en tiempo real del algoritmo de detección.

## 6.7. IMPLEMENTACIÓN EN SIMULACIÓN DEL ENFOQUE SENSITIVO A FALLAS.59

### 6.7. Implementación en simulación del Enfoque Sensitivo a Fallas.

En esta sección se muestra el resultado de implementar en simulación el algoritmo sensitivo a fallas sobre el presente prototipo. El presente algoritmo de detección de fallas será alimentado con datos obtenidos del simulador descrito en la sección anterior y considerará los valores de la tubería mostrados en la Tabla 6.3. En la Tabla 6.4 se muestran los parámetros usados para simular la tubería. En la tabla 6.5 se presentan los parámetros del simulador de tubería, y en 6.6 se muestran los valores iniciales para el algoritmo, cabe señalar que estos valores son los promedios de mediciones reales en el prototipo y corresponden a simular una fuga cuando la primera llave del prototipo es abierta (16m). En la Figura 6.7 se muestra el diagrama de flujo para el algoritmo sensitivo a fallas.

**Tabla 6.3** Parámetros de la tubería utilizados para la implementación del algoritmo.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Longitud	Z	64.5	m
Diámetro	D	0.0635	m
Coefficiente de fricción del fabricante	f	0.019905891	–
Velocidad de onda	a	1284	m/s

**Tabla 6.4** Parámetros del algoritmo de detección.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Constante para estimador de fricción	$\varsigma$	0.9	
Constante para las correlaciones	$\eta$	0.7	
Valores anteriores para autocorrelación	$\tau$	100	
Umbral para la detección de la fuga	$\Phi_{\Sigma\epsilon}$	$2 \times 10^{-17}$	

**Tabla 6.5** Parámetros del simulador de tubería.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Secciones	N	4	–
Largo de sección	$\Delta x$	16.125	m
Intervalo de muestreo	$\Delta t$	0.0125	s

Tabla 6.6 Escenario para el experimento.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Cabeza de presión en la entrada	$H_{in}$	3.2515	m
Cabeza de presión a la salida	$H_{out}$	0.8631	m
Flujo promedio	$Q_{in}, Q_{out}$	0.004821188	$m^3/s$
Tamaño de fuga	$Q_f$	$2 \times 10^{-4}$	$m^3/s$
Posición de la fuga	$x_f$	16	m

En la Figura 6.8 se muestra la estimación del tamaño de la fuga proporcionado por el algoritmo. Como se observa en esta figura, en el instante en que la fuga ocurre se genera un transitorio que alcanza el valor máximo de  $4 \times 10^{-4} m^3/s$ , y después de 25 segundos converge al valor de  $2 \times 10^{-4} m^3/s$  que es el valor real de la fuga que se aplicó. El transitorio mostrado se debe a las ondas de rarefacción mencionadas en el Capítulo 3.

En la Figura 6.9 se presenta la estimación de la posición de la fuga. Como se observa en esta figura, al ocurrir la fuga se genera un transitorio, que converge hasta el valor de 16.38 m después de 12 segundos. esto es el valor real  $\pm 1\%$  (el porcentaje referido a la longitud total de la tubería).

Para las fugas ocasionadas por las llaves 2 y 3 se obtienen resultados similares, y se obtiene una buena estimación del tamaño y posición de la fuga, por esta razón se omiten estas simulaciones. En tiempo real, sin embargo, estos experimentos se detallaran.

## 6.7. IMPLEMENTACIÓN EN SIMULACIÓN DEL ENFOQUE SENSITIVO A FALLAS.61

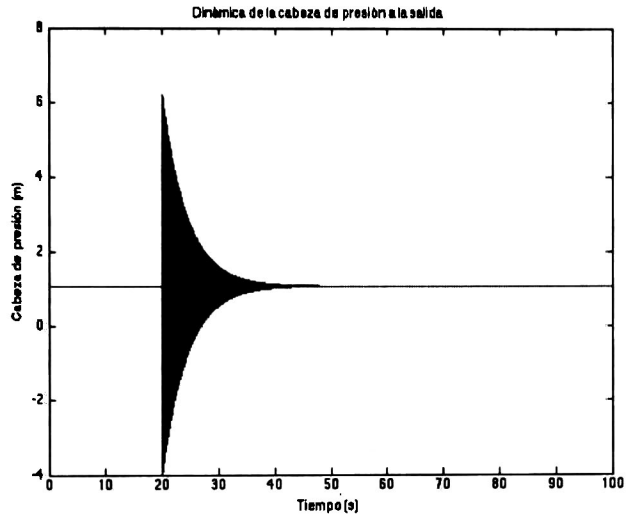


Figura 6.4: Dinámica de la cabeza de presión a la salida  $H_{out}(t)$  con una fuga.

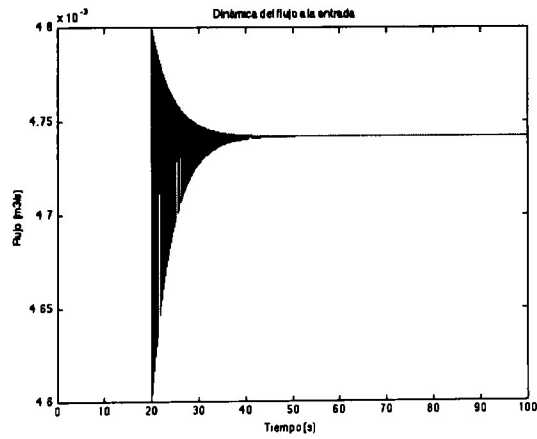


Figura 6.5: Dinámica del flujo al inicio de la tubería  $Q_{in}(t)$  con una fuga.

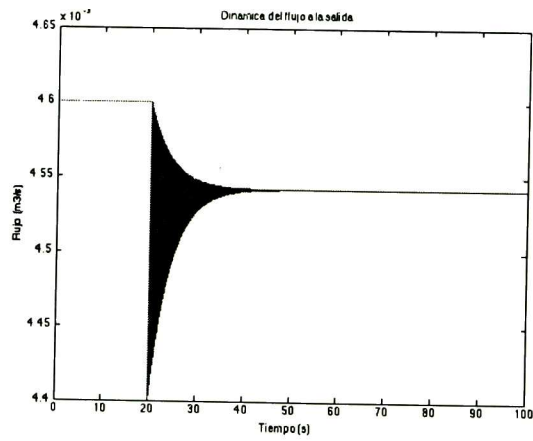


Figura 6.6: Dinámica del flujo al final de la tubería  $Q_{out}(t)$ .

6.7. IMPLEMENTACIÓN EN SIMULACIÓN DEL ENFOQUE SENSITIVO A FALLAS.63

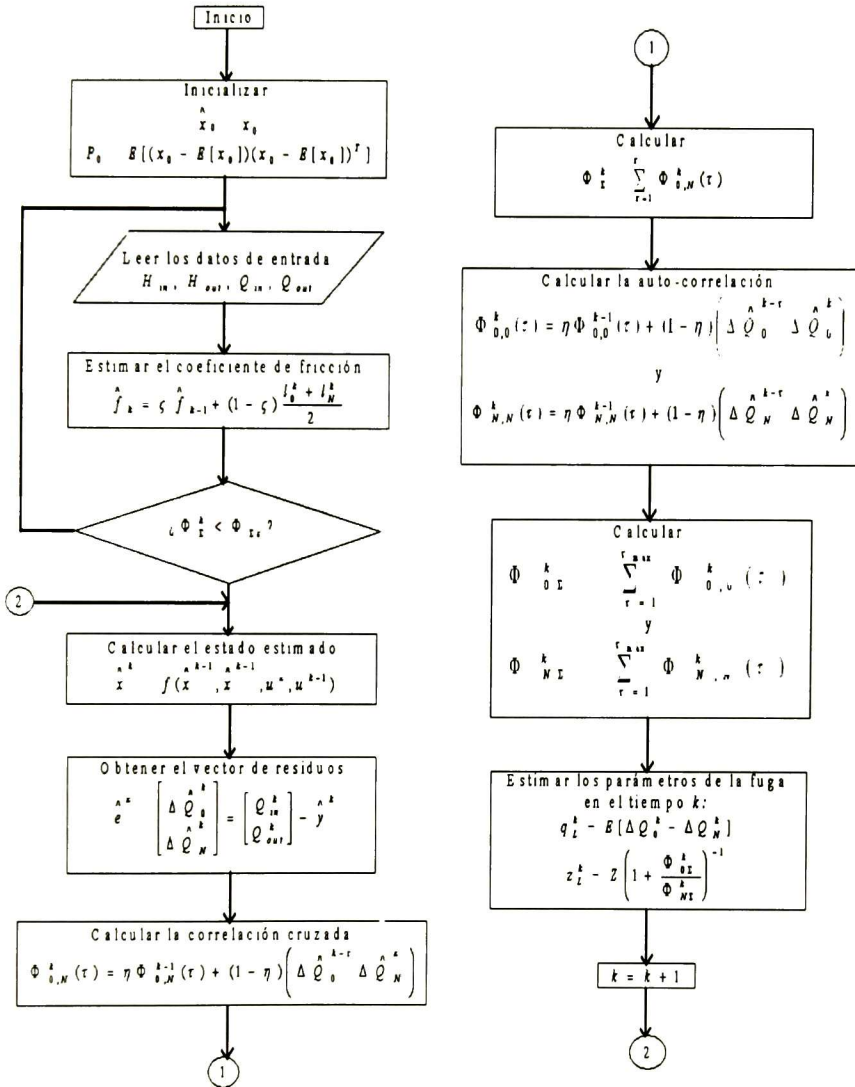


Figura 6.7: Diagrama de flujo del algoritmo sensitivo a fallos.

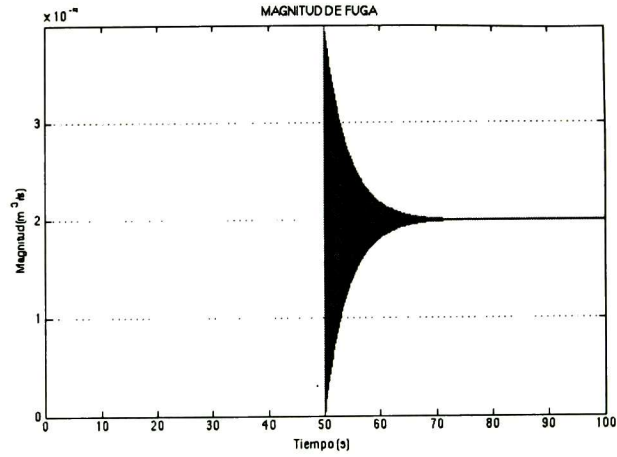


Figura 6.8: Estimación de la magnitud de la fuga.

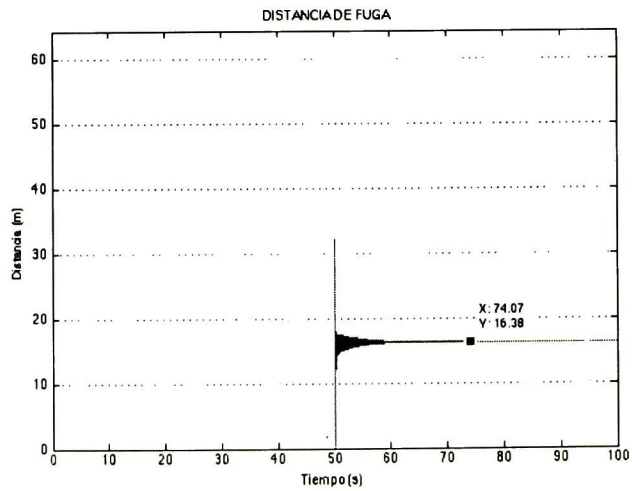


Figura 6.9: Estimación de la posición de la fuga

# Capítulo 7

## Implementacion

Una vez validado el algoritmo de detección de fugas se procede a implementarlo pero ahora con datos obtenidos del prototipo

### 7.1. Protocolo de experimentación.

Para asegurar la calidad de las mediciones tomadas en el prototipo se sigue el protocolo mostrado a continuación.

Debido a que los sensores tanto de flujo como los de presión nos reportan sus mediciones en la escala de 4 a 20 mA [13], es necesario convertir estas mediciones a voltaje para poder trabajarlas con el sistema de adquisición de datos DAQ (por sus siglas en ingles). Un método sencillo de conversión de A a V es utilizar una simple resistencia. Para poder calibrar un rango deseado utilizamos potenciómetros de 500 Ohms uno por cada entrada al DAQ. Se selecciona un valor para la resistencia de 250 Oms para así obtener una escala de 1 a 5 Volts. Una vez calibradas nuestras entradas, se dejó activo el sistema sin fugas durante 10 minutos para asegurar un estado estacionario y en seguida se procede a capturar datos. Para asegurar la detección de la fuga una vez activa, la fuga es mantenida al menos durante 250 s.

### 7.2. Valores introducidos al algoritmo

Para la detección de fugas es necesario introducir un conjunto de valores al algoritmo. Estos valores se dividen en tres: parámetros físicos de la tubería, parámetros del algoritmo y las condiciones del experimento. Los parámetros físicos son inherentes al prototipo de detección y se muestran en la Tabla 7.1. Los datos necesarios para el algoritmo de detección, se muestran en la Tabla 7.2. la determinación de estos valores se explica a lo largo de este capítulo. Los valores de las Tablas 7.1 y 7.2 una vez establecidos se mantienen fijos para todos nuestros experimentos. Las condiciones del experimento mostradas en la Tabla 7.3



corresponden a las condiciones en estado estacionario del prototipo, estos valores pueden variar dependiendo de las condiciones del mismo.

**Tabla 7.1:** Parámetros utilizados para la implementación del algoritmo.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Longitud	Z	64.5	m
Diámetro	D	0.0635	m
Coefficiente de fricción reportado	$f$	0.019905891	
Velocidad del sonido	a	1284	m/s

**Tabla 7.2** Parámetros del algoritmo de detección de fallas.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Secciones	N	1	
Intervalo entre muestras	$\Delta t$	0.0502	s
Constante para estimador de fricción	$\varsigma$	0.01	
Constante para las correlaciones	$\eta$	0.01	
Valores anteriores para autocorrelación	$\tau$	100	
Umbral para la detección de la fuga	$\Phi_{\Sigma \epsilon}$	$2 \times 10^{-17}$	

**Tabla 7.3** Ejemplo de estado estacionario.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Cabeza de presión en la entrada	$H_{in}$	3.2515	m
Cabeza de presión a la salida	$H_{out}$	0.8631	m
Flujo en estado estacionario	$Q$	0.0048	$m^3/s$

### 7.3. Detecciones de fugas

#### 7.3.1. Detección de Fuga a los 16 m

La primera fuga a probar se localizó a los 16 metros del primer par de sensores, los datos de la fuga y del estado estacionario antes de la ocurrencia de esta fuga se muestran en la Tabla 7.4.

**Tabla 7.4** Parámetros para la detección de la fuga 1.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Cabeza de presión en la entrada	$H_{in}$	3.2515	m
Cabeza de presión a la salida	$H_{out}$	0.8631	m
Tamaño aproximado de la fuga	$Q_f$	$2 \times 10^{-4}$	$m^3/s$
Posición de la fuga	$x_f$	16	m
Tiempo de inicio de la fuga	$t_f$	260	s

El comportamiento de los flujos  $Q_{in}$  y  $Q_{out}$  medidos se muestra en la Figura 7.1. Se puede observar que el flujo a la salida ( $Q_{out}$ ) experimenta una caída de manera casi inmediata a la ocurrencia de la fuga, mientras que en el flujo a la entrada se percibe una pequeña fluctuación. En la Figura 7.2 se muestra la dinámica de las presiones medidas  $H_{in}$  y  $H_{out}$ , se puede ver una caída pequeña en las presiones de entrada y salida a la ocurrencia de la fuga. Estos comportamientos parecen cumplir lo mencionado en la Sección 3.7.

La evolución de la correlación cruzada (5.7) para la detección de la fuga, se muestra en la Figura 7.3. Se observa que al ocurrir la fuga este valor se dispara. De las mediciones tomadas se tiene que de un valor cercano a  $2 \times 10^{-19}$  en estado sin fuga se eleva a un valor del orden de  $1 \times 10^{-16}$ . Este último valor activa la alarma de detección de fuga, al ser mayor que el umbral propuesto. En la Figura 7.4, se muestra el comportamiento del coeficiente de fricción estimado. Al ocurrir la detección de la fuga, el valor obtenido por (6.2) resulta ser  $f = 0.0218$ .

En la Figura 7.5 se muestra la estimación de la magnitud de la fuga obtenida utilizando (5.22). La estimación de la fuga se estabiliza aproximadamente a los 25 segundos, cerca del valor de  $0.00018 m^3/s$ .

La estimación de la posición de la fuga, se muestra en la Figura 7.6. Se puede observar que la localización de la fuga se encuentra en una vecindad de los 18 m, siendo que la posición real es de 16 m. Esta desviación se puede explicar debido a que la estimación del coeficiente de fricción se realiza en un estado sin fugas, y al ocurrir una ocasiona un pequeño cambio en  $f$  debido a la variación del flujo. Se observa además un transitorio de 25 segundos para la estabilización del resultado.

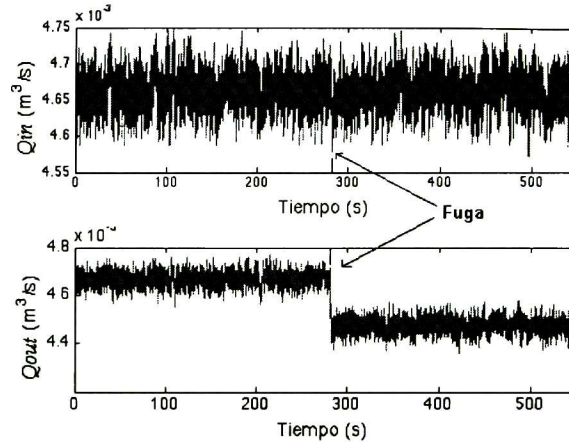


Figura 7.1: Flujos medidos para una fuga a los 16 m

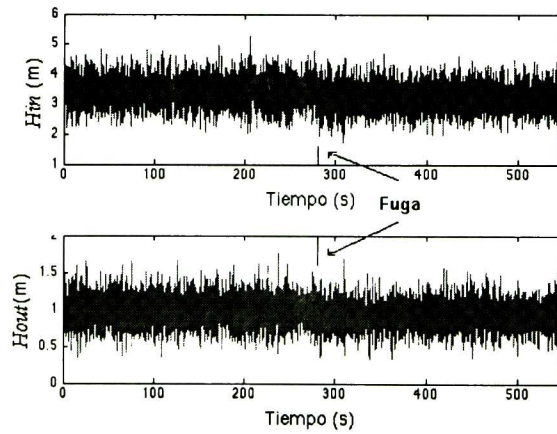


Figura 7.2: Presiones medidas para una fuga a los 16 m

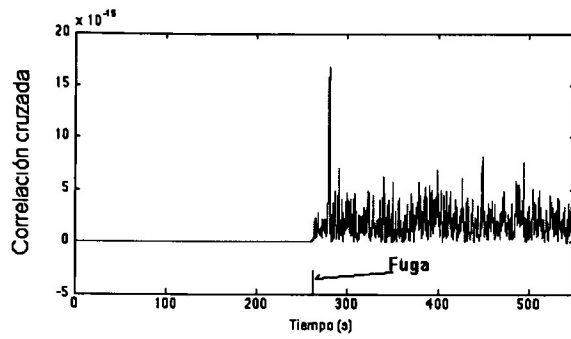


Figura 7.3: Detección de la fuga mediante la correlación cruzada.

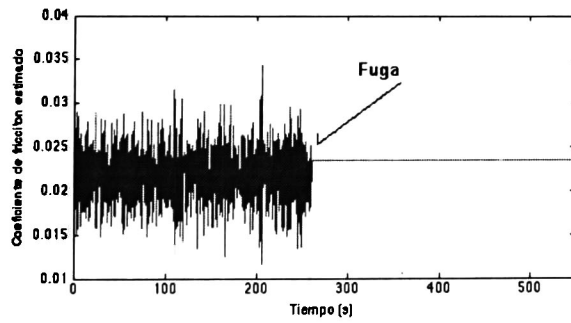


Figura 7.4: Comportamiento del coeficiente de fricción estimado.

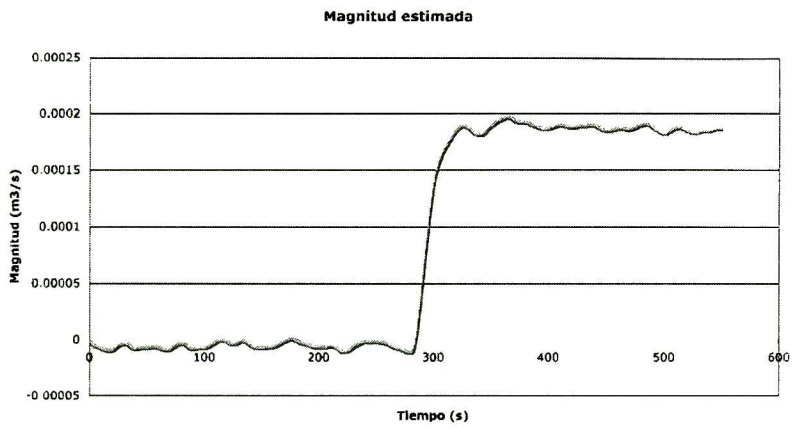


Figura 7.5: Magnitud estimada de la fuga a los 16 m.

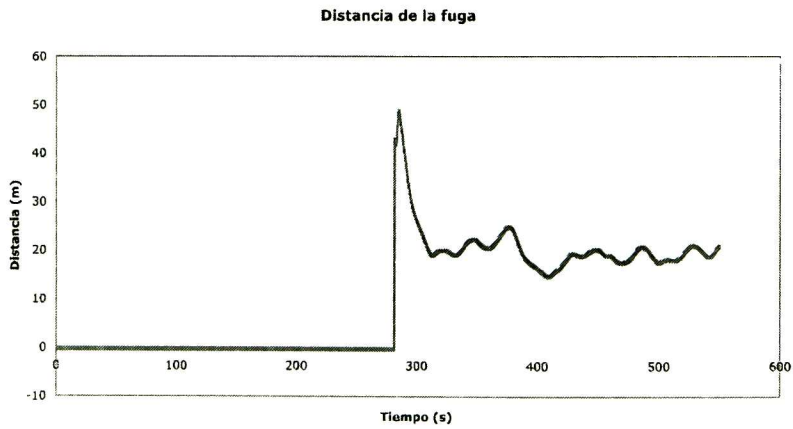


Figura 7.6: Posición estimada de la fuga a los 16 m.

## 7.3.2. Detección de Fuga a los 48 m

El segundo caso a examinar es una fuga a los 48 metros de distancia, los datos de la fuga y del estado estacionario antes de la ocurrencia de la misma se muestran en la Tabla 7.5.

**Tabla 7.5** Parámetros para la detección de la fuga 3.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Cabeza de presión en la entrada	$H_{in}$	3.1302	$m$
Cabeza de presión a la salida	$H_{out}$	0.8372	$m$
Flujo en estado estacionario	$Q_{ss}$	0.00463	$m^3/s$
Tamaño aproximado de la fuga	$Q_f$	$1.5 \times 10^{-4}$	$m^3/s$
Posición de la fuga	$x_f$	48	$m$
Tiempo de fuga	$t_f$	260	$s$

El comportamiento de los flujos  $Q_{in}$  y  $Q_{out}$  medidos se muestra en la Figura 7.7. Se puede observar que el flujo a la salida ( $Q_{out}$ ) experimenta una caída de manera casi inmediata a la ocurrencia de la fuga, mientras que en el flujo a la entrada se percibe una pequeña caída. En la Figura 7.8 se muestra la dinámica de las presiones medidas  $H_{in}$  y  $H_{out}$ . Se puede ver un cambio en las presiones de entrada y salida a la ocurrencia de la fuga.

En la Figura 7.9 se muestra la evolución de la autocorrelación usada para detectar la fuga. Se observa que al ocurrir la fuga este valor se dispara, pasando de un valor cercano a  $2 \times 10^{-19}$  sin fuga a un valor del orden de  $1 \times 10^{-16}$ . En la Figura 7.10, se muestra el comportamiento del coeficiente de fricción estimado. Al ocurrir la detección de la fuga el valor obtenido por (5.31) resulta ser  $f = 0.0216$ .

En la Figura 7.11, se observa el estimado de la magnitud de la fuga. Este valor se encuentra centrado en una vecindad del valor real de  $1.5 \times 10^{-4} m^3/s$ . Aunque de manera similar a la detección anterior ésta se encuentra afectada por el ruido. Se observa claramente un pico causado por el transitorio de la fuga, el cual se estabiliza cerca del valor real aproximadamente 20 segundos después de la fuga.

En la Figura 7.12, se muestra la estimación de la posición de la fuga obtenida con este algoritmo. Después de la detección, se presenta un transitorio de aproximadamente 20 segundos, en el cual el algoritmo converge a una vecindad de los 50 metros.

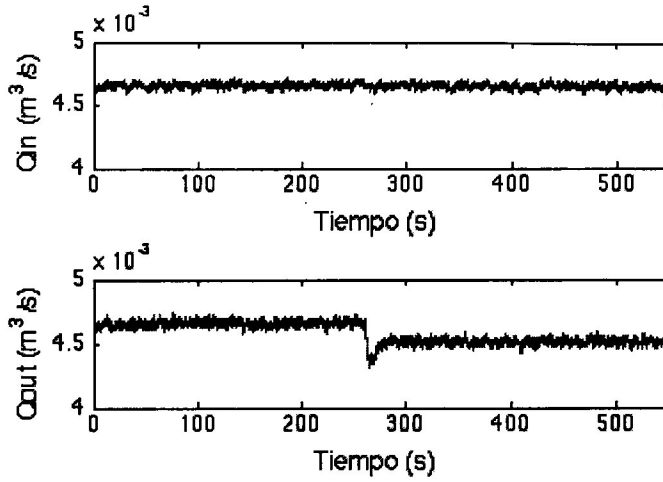


Figura 7.7: Dinámica de los flujos para la fuga a los 48 m

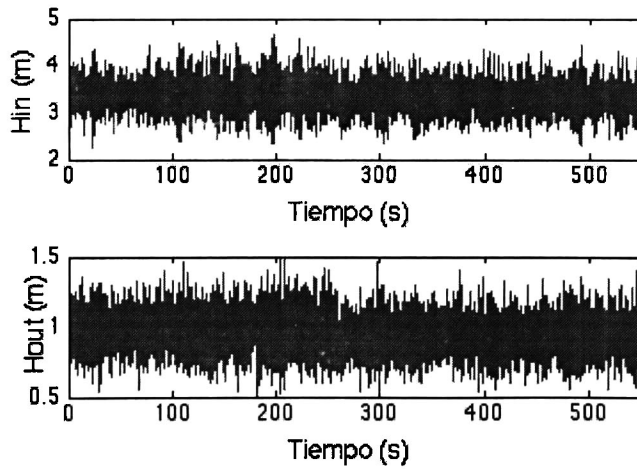


Figura 7.8: Dinámica de las presiones para la fuga a los 48 m

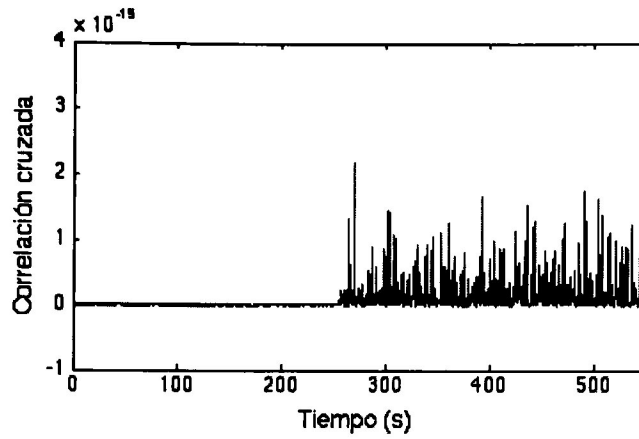


Figura 7.9: Dinámica de la correlación cruzada para la detección de fuga.

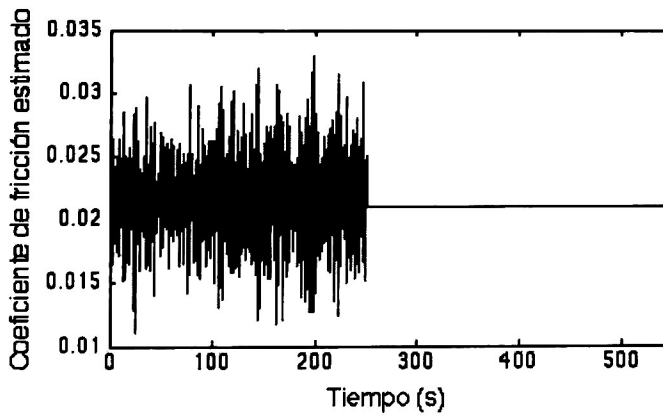


Figura 7.10: Coeficiente de fricción estimado.



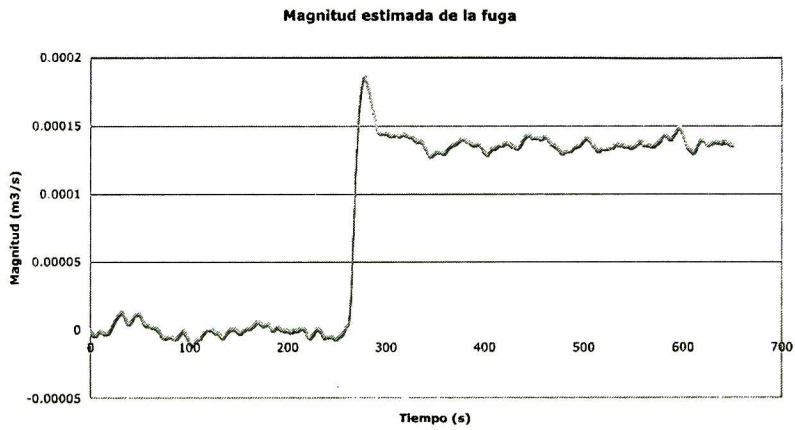


Figura 7.11: Magnitud estimada de la fuga a los 48 m.

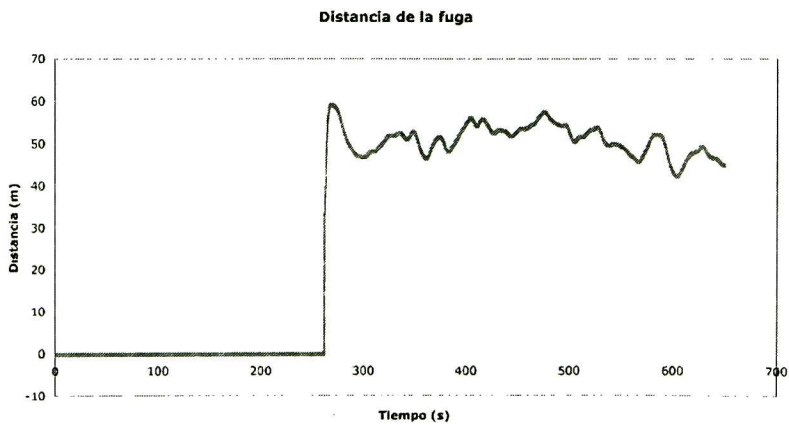


Figura 7.12: Posición estimada de la fuga a los 48 m.

## 7.3.3. Detección de la fuga a los 32 m.

La tercer fuga a probar se localiza a los 32 metros, los datos de la fuga y del estado estacionario para esta fuga se muestran en la Tabla 7.6.

**Tabla 7.6** Parámetros para la detección de la fuga 2.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Cabeza de presión en la entrada	$H_{in}$	3.2401	$m$
Cabeza de presión a la salida	$H_{out}$	0.8627	$m$
Flujo en estado estacionario	$Q_{ss}$	0.00463	$m^3/s$
Tamaño aproximado de la fuga	$Q_f$	$1.8 \times 10^{-4}$	$m^3/s$
Posición de la fuga	$Z_L$	32	$m$
Tiempo de inicio de la fuga	$t_L$	260	$s$

Los flujos  $Q_{in}$  y  $Q_{out}$  se muestra en la Figura 7.13. Se puede observar que el flujo a la salida ( $Q_{out}$ ) experimenta una caída de manera casi inmediata a la ocurrencia de la fuga, mientras que en el flujo a la entrada se percibe una pequeña caída. En la Figura 7.14 se muestra la dinámica de las presiones medidas  $H_{in}$  y  $H_{out}$ . se puede ver un cambio en las presiones de entrada y salida a la ocurrencia de la fuga.

En la Figura 7.15, se observa el estimado de la magnitud de la fuga. Este valor, se encuentra centrado en una vecindad del valor real de  $1.5 \times 10^{-4} m^3/s$ . Aunque de manera similar a la detección anterior se encuentra afectada por el ruido. Se observa claramente un pico causado por le transitorio de la fuga, el cual se estabiliza cerca del valor real, aproximadamente 20 segundos después de la fuga.

En la Figura 7.16, se muestra la estimación de la posición de la fuga obtenido con este algoritmo. Después de la detección, se presenta un transitorio de aproximadamente 20 segundos, en el cual el algoritmo converge a una vecindad de los 33 metros.

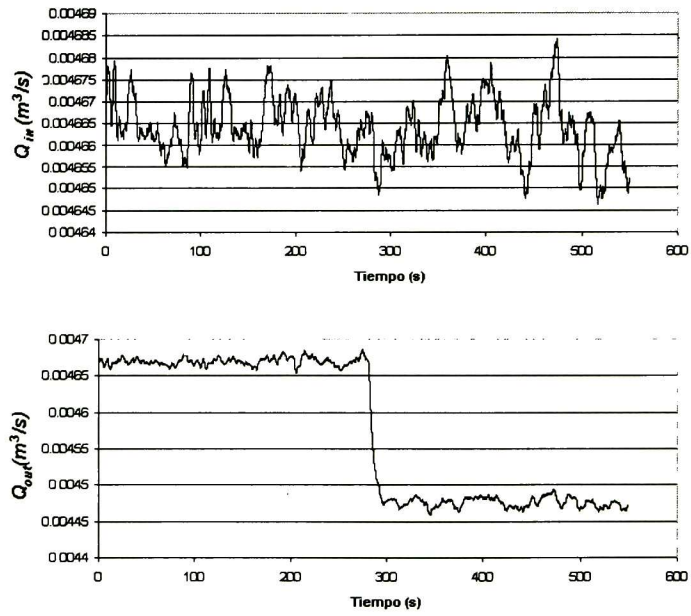


Figura 7.13: Dinámica de los flujos para la fuga a los 32 m

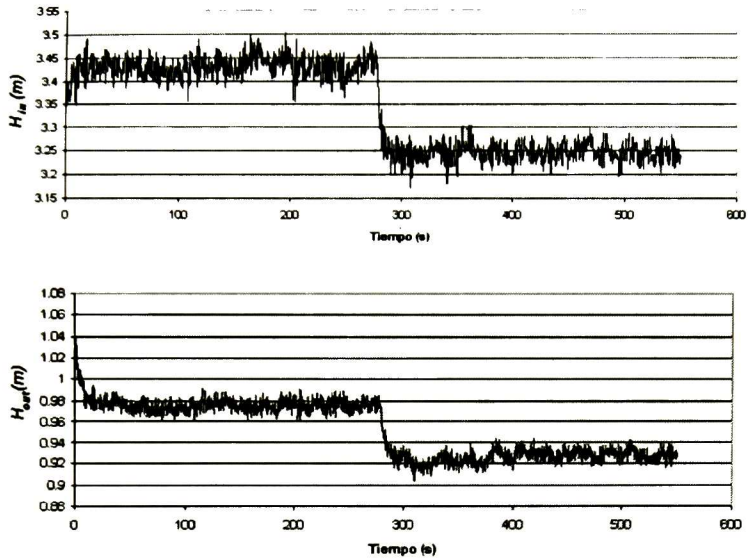


Figura 7.14: Dinámica de las presiones para la fuga a los 32 m.

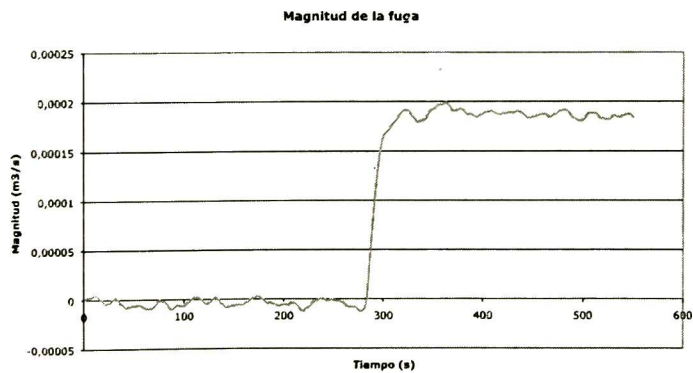


Figura 7.15: Magnitud estimada de la fuga a los 32 m.

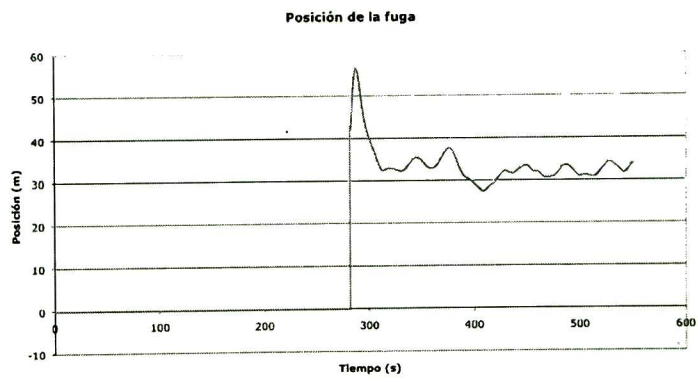


Figura 7.16: Posición estimada de la fuga a los 32 m.

## Capítulo 8

# Conclusiones y trabajo futuro

Un algoritmo para la detección de fugas se probó con datos provenientes de un prototipo de tuberías construido en nuestra institución. Este algoritmo utiliza el método de las características para conseguir la discretización del modelado hidráulico, contiene un observador no lineal y un algoritmo de adaptación para el coeficiente de fricción. Los residuos obtenidos de la comparación del proceso y el observador son procesados mediante correlaciones para determinar la existencia y ubicación de la fuga.

El presente esquema utilizado para la detección se eligió debido a sencillez, su bajo tiempo de cálculo y su buen desempeño para el aislamiento de fugas.

Un problema surgido en esta investigación fue el cumplir con la condición de Courant (necesaria para el método de las características) y respetar los tiempos de muestreo de los sensores, estos factores acotaron los tiempos de muestreo y el paso en distancia utilizados. Debido a la longitud del prototipo y el ruido presente en las mediciones, fué necesario introducir filtros a todas las señales de entrada al algoritmo y proponer un congelamiento del coeficiente de fricción más eficiente que los reportados en la literatura.

Se ha constatado que una estimación adecuada del coeficiente de fricción  $f$  es fundamental en la detección de la posición de la fuga. El método elegido para la congelación y estimación del valor de  $f$  parece funcionar en la mayoría de los experimentos, sin embargo es necesario realizar mayor investigación para encontrar métodos más eficientes.

Como trabajo futuro queda la implementación en tiempo real y en línea de este algoritmo en el prototipo de tuberías construido. Así mismo se pretende diseñar algoritmos más robustos para la detección de la fuga disminuyendo la sensibilidad a las variaciones en el coeficiente de fricción, realizando un mejor estudio estadístico alrededor de los ruidos y dinámicas no modeladas e introduciendo observadores más eficientes entre otros. Por otro lado se pretende mejorar el actual prototipo de tuberías para emular situaciones más apegadas a aquellas que poseen las tuberías en campo.

# Bibliografía

- [1] Web de Rotoplas. [http://www.rotoplas.com/tuboplus/tabla\\_coficiente\\_tubos2.php](http://www.rotoplas.com/tuboplus/tabla_coficiente_tubos2.php)
- [2] Web de tuboplus. [www.tuboplus.com.mx](http://www.tuboplus.com.mx)
- [3] Chaudry M.C. *Applied hydraulic transients*. New York, USA, Von Nostrand Reinhold Co, 1979.
- [4] Siebert H., Isermann, R., 'A Method for the Detection and Localization of Small Leaks in Gas Pipelines.' Computer applications in shipping and building. Volume 8: Automation for safety in shipping and offshore petroleum operations, 1980, pp. 355-360; 1980.
- [5] Isermann R., Ballé P., "Trends in the application of model based fault detection and diagnosis of technical processes", *13th IFAC World Congress*, San Francisco, CA., pp. 1-2, 1996.
- [6] Nacobre, "Manual técnico", Mexico 2004.
- [7] Billmann L., R. Isermann. "Leak detection methods for pipelines", *Automatica* Vol 23, No. 3, pp. 381-385, 1987.
- [8] John A. Roberson, John J. Cassidy, M. Hanif Chaudhry. *Hydraulic Engineering*, Van Nostrand Reinhold, Second edition, 1987.
- [9] Endress Hauser, Proline Promag 10 operating instructions, Alemania.
- [10] Verde C. "Minimal Order Nonlinear Observer for Leak Detection", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 126 pp. 471, Sep. 2004.
- [11] Korbicz J., Koscielny J. M., Kowalczyk Z., Cholewa W. *Fault diagnosis: Models, Artificial intelligence, Applications*. Springer, 2004.
- [12] A Navarro, "Comparación de algoritmos para detectar fugas en conductos de líquidos a presión", Tesis de M. en C. Cinvestav Guadalajara. 2007.

- [13] Pizano A. "Manual del prototipo de detección de fugas", en proceso, Cinvestav Guadalajara 2008.



## Apéndice A

# Equivalencia de unidades

En la práctica la presión en tuberías es medida usando como unidad la cabeza piezométrica de presión ( $H$ ) y el flujo de descarga ( $Q$ ) es usado como variable en lugar de la velocidad del flujo. Por esto se procede a modificar las ecuaciones del modelado para utilizar estas unidades. Con esto y algunas modificaciones más se obtiene un modelo simplificado de la tubería mostrado en la Sección 3.6.

La conversión de presión (pascales) a cabeza piezométrica se lleva a cabo usando (A.1).

$$H = \frac{P}{\rho g} \quad (\text{A.1})$$

donde

$H$  : Cabeza piezométrica de presión

$P$  : Presión medida en pascales.

$\rho$  : Densidad del agua.

$g$  : Aceleración de la gravedad.

El flujo de descarga ( $Q$ ) es obtenido mediante (A.2).

$$Q = A_t \cdot V \quad (\text{A.2})$$

Donde

$Q$  : Flujo volumétrico.

$A_t$  : Área transversal de la tubería.

$V$  : Velocidad del flujo.

## Apéndice B

### Modelo discretizado

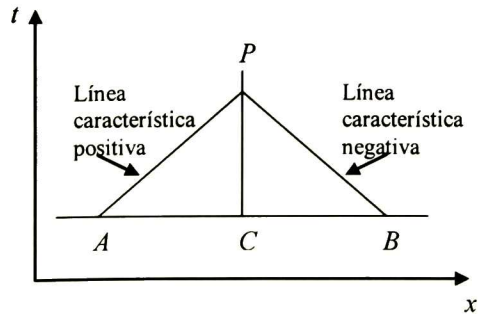
La dinámica de la tubería en una localización específica de la misma definida por  $d$  y al actual tiempo discreto  $k$  puede ser descrito por la siguiente representación en variables de estado:

$$\mathbf{A}x^k = \mathbf{B}x^{k-1} + \mathbf{C}(x^{k-1})x^{k-1} + \mathbf{D}u^{k-1} + \mathbf{E}u^k \quad (\text{B.1})$$

donde:

Usando el método de las características obtenemos un diagrama de discretización de la siguiente forma

En esta figura se muestra un nodo P de la tubería, en el tiempo actual  $k$ , A y B son los nodos anterior y posterior a P en el tiempo  $k - 1$ . Usando esta notación, las ecuaciones para un nodo P cualquiera son:



$$(Q_P^k - Q_{P-1}^{k-1}) + \frac{gA_T}{a}(H_P^k - H_{P-1}^{k-1}) + RQ_{P-1}^{k-1} \left| Q_{P-1}^{k-1} \right| \Delta t = 0$$

y

$$(Q_P^k - Q_{P+1}^{k-1}) - \frac{gA_T}{a}(H_P^k - H_{P+1}^{k-1}) + RQ_{P+1}^{k-1} \left| Q_{P+1}^{k-1} \right| \Delta t = 0$$

En los nodos final e inicial este par de ecuaciones no son aplicables por lo que es necesario utilizar otras condiciones para completar nuestro sistema de ecuaciones. Para esto utilizamos las condiciones de frontera.

Para el primer nodo, no se tiene un nodo anterior por lo que la ecuación de la línea característica positiva no se puede calcular. Entonces consideramos que la bomba de agua es la fuente de presión al inicio de la tubería, de aquí podemos obtener que:

$$H_0 = H_{in}$$

Este valor es medido directamente del prototipo y se utiliza como una entrada al sistema.

Y la ecuación para la línea negativa utilizada es:

$$(Q_0^k - Q_1^{k-1}) - \frac{gA_T}{a}(H_0^k - H_1^{k-1}) + RQ_1^{k-1} \left| Q_1^{k-1} \right| \Delta t = 0$$

Para el último nodo la ecuación de la línea característica negativa es la que no existe, de manera analoga al caso anterior utilizamos la presión medida al final de la tubería.

$$H_N = H_{out}$$

La ecuación de la línea característica positiva queda de la siguiente forma.

$$(Q_N^k - Q_{N-1}^{k-1}) + \frac{gA_T}{a}(H_N^k - H_{N-1}^{k-1}) + RQ_{N-1}^{k-1} \left| Q_{N-1}^{k-1} \right| \Delta t = 0$$

Arreglando estas ecuaciones en forma de matrices obtenemos:

$$x^k = \begin{bmatrix} Q_0^k \\ Q_1^k \\ Q_2^k \\ \vdots \\ Q_i^k \\ \vdots \\ Q_N^k \\ H_1^k \\ H_2^k \\ \vdots \\ H_i \\ \vdots \\ H_{N-2} \\ H_{N-1} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \alpha & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & -\alpha & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & -\alpha & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & -\alpha & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \alpha & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & -\alpha & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & -\alpha & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha & \dots & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\alpha \end{bmatrix}$$





# CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I.P.N. UNIDAD GUADALAJARA

El Jurado designado por la Unidad Guadalajara del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional aprobó la tesis

Detección de fugas en un prototipo de tuberías de agua a presión

del (la) C.

Alejandro PIZANO MORENO

el día 11 de Julio de 2008.

Dr. José Luis Naredo Villagrán  
Investigador CINVESTAV 3C  
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. José Javier Ruíz León  
Investigador CINVESTAV 3B  
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dra. Ofelia Begovich Mendoza  
Investigador CINVESTAV 3A  
CINVESTAV Unidad Guadalajara

Dr. Ramón Parra Michel  
Investigador CINVESTAV 2B  
CINVESTAV Unidad Guadalajara



CINVESTAV  
BIBLIOTECA CENTRAL



SSIT000006891